

Plasticité cristalline des matériaux hexagonaux sous cisaillement : application au magnésium

Benoît Beausir

▶ **To cite this version:**

Benoît Beausir. Plasticité cristalline des matériaux hexagonaux sous cisaillement : application au magnésium. Autre. Université Paul Verlaine - Metz, 2007. Français. NNT : 2007METZ042S . tel-01752866

HAL Id: tel-01752866
https://hal.univ-lorraine.fr/tel-01752866

Submitted on 29 Mar 2018

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

AVERTISSEMENT

Ce document est le fruit d'un long travail approuvé par le jury de soutenance et mis à disposition de l'ensemble de la communauté universitaire élargie.

Il est soumis à la propriété intellectuelle de l'auteur. Ceci implique une obligation de citation et de référencement lors de l'utilisation de ce document.

D'autre part, toute contrefaçon, plagiat, reproduction illicite encourt une poursuite pénale.

Contact : ddoc-theses-contact@univ-lorraine.fr

LIENS

Code de la Propriété Intellectuelle. articles L 122. 4
Code de la Propriété Intellectuelle. articles L 335.2- L 335.10
http://www.cfcopies.com/V2/leg/leg_droi.php
http://www.culture.gouv.fr/culture/infos-pratiques/droits/protection.htm

UNIVERSITÉ DE SHERBROOKE

paul verlaine université - metz

LABORATOIRE DE PHYSIQUE ET MECANIQUE DES MATERIAUX

THÈSE DE DOCTORAT ÈS SCIENCES APPLIQUÉES

Par

Benoît BEAUSIR

Pour l'obtention du grade de :
Docteur de l'Université Paul Verlaine et de l'Université de Sherbrooke

Spécialité Génie Mécanique - Génie Civil
Mécanique des matériaux

Plasticité cristalline des matériaux hexagonaux sous cisaillement : application au magnésium

Soutenue le 3 septembre 2007 à l'université Paul Verlaine de Metz devant le jury composé de :

László S. TÓTH	Professeur à l'Université Paul Verlaine, Metz, LPMM, France	Directeur de thèse
Kenneth W. NEALE	Professeur à l'Université de Sherbrooke, Sherbrooke, Canada	Directeur de thèse
Edgar RAUCH	Directeur de Recherche CNRS, GMP2, Grenoble, France	Rapporteur
Carlos N. TOMÉ	Ph.D. - Los Alamos National Laboratory, Los Alamos, USA	Rapporteur
Marie-Jeanne PHILIPPE	Professeure à l'Université Paul Verlaine, Metz, LETAM, France	Examinatrice
Kaan INAL	Professeur à l'Université de Waterloo, Waterloo, Canada	Examinateur
John J. JONAS	Professeur à l'Université McGill, Montréal, Canada	Examinateur
Werner SKROTZKI	Professeur à l'Institut fuer Strukturphysik, Dresden, Allemagne	Examinateur

Département de génie civil - Université de Sherbrooke - Sherbrooke (Québec) - J1K 2R1 (CANADA)
Laboratoire de Physique et Mécanique des Matériaux, U.M.R., C.N.R.S. n°7554, Université Paul Verlaine, Metz - Ile du Saulcy - 57045 METZ Cedex 01 (FRANCE)

Remerciements

Je voudrais tout d'abord remercier vivement mes deux directeurs de thèse, les professeurs László Toth et Kenneth Neale, pour leurs conseils avisés, leur disponibilité ainsi que pour m'avoir permis de réaliser ce travail en cotutelle entre les deux universités de Metz et de Sherbrooke. J'adresse également mes remerciements au Conseil de recherches en sciences naturelles et en génie du Canada (CRSNG) pour le financement de cette étude.

Je voudrais également remercier l'ensemble des membres des deux laboratoires qui, un jour ou l'autre, m'ont apporté une aide ou un conseil. Etienne Patoor directeur du Laboratoire de Physique et Mécanique des Matéraux de Metz ainsi que Serge Dominiak, Jean-Sébastien Lecomte et Jean-Jacques Fundenberger du Laboratoire d'Etude des Textures et Application aux Matériaux pour leur aide dans les mesures de textures. Je remercie également Fathallah Qods pour sa collaboration à la réalisation des expériences de torsion, Kaan Inal pour ses conseils sur les calculs éléments finis et Satyam Suwas pour les expériences d'extrusion coudée à aires égales sur le magnésium.

Mes remerciements s'adressent également à Carlos Tomé et Edgar Rauch qui me font l'honneur d'examiner et de rapporter sur ce mémoire. Merci pour le temps qu'ils ont pu consacrer à cette tâche et pour les remarques enrichissantes qu'ils ont formulées. Je remercie aussi Marie-Jeanne Philipe, Kaan Inal, John Jonas et Werner Skrotzki d'avoir accepté de participer à mon jury.

Je remercie également mes amis et collègues de bureau, Julie Lévesque, Naïma Moustaghfir, Laurent Durrenberger, Mohamad Jrad et Vincent Taupin, je leur souhaite bonne chance pour la fin de leur thèse ou post-doctorat si ce n'est déjà fait.

Enfin je remercie ma famille et plus particulièrement Sandra Lidy, ma compagne, pour son soutien et sa patience durant les trois années de ce travail. Merci à tous.

Sommaire

Introduction **9**

Chapitre I Bases de compréhension et revue de littérature sur la plasticité des matériaux hexagonaux **13**

I.1 - Bases de compréhension 14
I.1.1 - Mécanismes de déformation 14
I.1.1.1 - Maclage 14
I.1.1.2 - Glissement aux joints de grain 16
I.1.1.3 - Glissement cristallographique 16
I.1.1.4 - Cinématique du glissement 18
I.1.2 - Critères de plasticité cristalline 22
I.1.2.1 - Le critère de Taylor 23
I.1.2.2 - Le critère de Schmid 23
I.1.2.3 - Le critère de Bishop et Hill 26
I.1.2.4 - Le critère du glissement viscoplastique 27
I.1.3 - Modélisation du comportement des polycristaux 29
I.1.3.1 - Le modèle de Taylor 30
I.1.3.2 - Le modèle auto-cohérent 31
I.1.3.3 - La texture cristallographique 33
I.1.4 - Tests expérimentaux 36
I.1.4.1 - Extrusion coudée à aires égales (ECAE) 36
I.1.4.2 - Le test de torsion 37
I.2 - Plasticité cristalline des matériaux hexagonaux dans la littérature 38
I.2.1 - Le zirconium (Zr) 39
I.2.2 - Le béryllium (Be) 41
I.2.3 - Le titane (Ti) 42
I.2.4 - Le magnésium (Mg) 44
I.2.4.1 - Evolution de texture dans le magnésium durant laminage 44
I.2.4.2 - Evolution de texture dans le magnésium durant une extrusion coudée à aires égales (ECAE) 45
I.2.4.3 - Effet de l'application d'un procédé d'hyper déformation sur le comportement du magnésium 46

Chapitre II Rôle de la sensibilité à la vitesse de déformation sur la plasticité des matériaux à structures hexagonales **49**

II.1 - Introduction et équations de base 50
II.2 - Fonctions potentielles en contraintes et en taux de déformation 54
II.3 - Le cas du glissement visqueux linéaire ; $m = 1$ 63
II.4 - Rotation plastique 67
II.5 - Conclusions 73

Chapitre III Orientations idéales et caractéristiques de persistance des cristaux hexagonaux en cisaillement simple 75

III.1 - Introduction 76
III.2 - Relations fondamentales 78
III.3 - Cartes de persistance des orientations 79
III.4 - Champ de rotation 90
III.5 - Positions particulières 94
III.5.1 - Cas de la fibre idéale B 94
III.5.2 - Cas de la fibre idéale B tournée de 90° autour de φ_1 98
III.6 - Evolution de texture dans du magnésium polycristallin en cisaillement simple 101
III.6.1 - Paramètres de modélisation 101
III.6.2 - Evolution de texture en cisaillement simple de magnésium initialement aléatoirement texturé 101
III.7 - Conclusions 105

Chapitre IV Analyse de l'évolution de texture dans le magnésium durant une extrusion coudée à aires égales 107

IV.1 - Introduction 108
IV.2 - Orientations idéales du magnésium en ECAE à 90° 109
IV.3 - Détails expérimentaux 112
IV.4 - Textures expérimentales et microstructures 113
IV.5 - Conditions de simulation de texture 120
IV.6 - Discussion sur l'évolution de texture 121
IV.6.1 - Caractéristiques du champ de rotation 122
IV.6.2 - Evolution de la texture en route A 126
IV.6.3 - Evolution de la texture en route B_c 127
IV.6.4 - Evolution de la texture en route C 129
IV.6.5 - Résultats des mesures EBSD 129
IV.6.6 - Simulations de l'évolution de texture 130
IV.6.7 - Recristallisation dynamique 131
IV.7 - Conclusions 132

Chapitre V Évolution de texture et comportement mécanique du magnésium en torsion 133

V.1 - Introduction 134
V.2 - Expérience 135
V.3 - Résultats expérimentaux 137
V.3.1 - Géométrie de l'échantillon de magnésium pur déformé par torsion 137
V.3.2 - Effet de Swift 139
V.3.3 - Ecrouissage 140
V.3.4 - Textures et microstructure 141
V.3.5 - Simulations polycristallines 147
V.4 - Discussion 148

V.4.1 - Evolution de texture dans l'AZ71 149
V.4.2 - Evolution de texture dans le magnésium pur..... 152
V.4.3 - Recristallisation dynamique 153
V.5 - Conclusions 159

Conclusions générales..... 161

Références..... 167

Introduction

Plusieurs classes de matériaux à structure cristalline hexagonale présentent actuellement un intérêt pour des applications techniques ainsi que pour la recherche académique. Les exemples sont : les alliages de titanes, de magnésium, le béryllium ou encore le zirconium. Dépendant de leurs propriétés, ils sont utilisés dans beaucoup d'applications différentes (aéronautique, transport, nucléaire, biomédical...). Leurs propriétés mécaniques sont intensivement étudiées afin de connaître les possibilités et les limites de leur mise en forme. Plus particulièrement nous nous intéressons ici au cas du magnésium, l'intérêt de ce matériau réside principalement dans sa légèreté. Le magnésium est le plus souvent allié avec l'aluminium, le cuivre, le zinc, le zirconium et le manganèse. On le trouve la plupart du temps sous la forme de minerai, mais également dans l'eau de mer.

Néanmoins, l'utilisation de ce matériau passe par sa mise en forme et l'application de différents procédés. Lors de sa mise en forme, de grandes déformations plastiques sont appliquées au matériau, il est donc primordial de connaître son comportement aux grandes déformations. L'état actuel de la recherche dans ce domaine nous renseigne principalement sur des déformations relativement faibles et pour des tests simples. De grandes déformations plastiques, cependant, impliquent le développement d'une anisotropie plastique qui peut être particulièrement forte dans les polycristaux hexagonaux.

Nous proposons à travers le présent travail des études théoriques ainsi qu'expérimentales sur la plasticité cristalline des matériaux hexagonaux, ici appliquées au magnésium. Nous nous concentrerons sur le comportement de ce matériau aux grandes déformations. Pour ce faire nous axerons notre travail sur des tests tels que la torsion ou l'extrusion coudée à aires égales (ECAE). Ces deux tests s'avèrent très commodes pour imposer de très grandes déformations aux matériaux sans rupture ni localisation. En effet, d'autres essais plus courant, comme la traction ou la compression, sont limités en déformation. Ces tests sont par conséquent très commodes pour déterminer les caractéristiques d'écrouissage des métaux.

Le développement des textures de déformation a également attiré un intérêt considérable, principalement parce que ce phénomène mène aux propriétés d'anisotropies, significatives dans beaucoup de procédés de mise en forme (emboutissage, extrusion, laminage, tréfilage...). La simulation de la réponse macroscopique en contrainte et en déformation des polycristaux est, en soi, d'une importance particulière dans la modélisation numérique de ces opérations de mise en forme. Il est donc nécessaire d'effectuer des modélisations en utilisant des codes de calcul éléments finis et des modèles de plasticité polycristalline tels que les modèles de Taylor ou auto-cohérents afin de modéliser les procédés de mise en forme. Ces calculs doivent prendre en compte la cristallographie du matériau, sa texture et son comportement aux grandes déformations (le magnésium est hexagonal et sa plasticité est encore mal connue).

Les deux tests (torsion et ECAE) employés dans ce travail imposent une déformation de cisaillement simple au matériau, nous proposerons donc une explication théorique sur la formation de texture dans les matériaux hexagonaux soumis à du cisaillement simple.

La première partie sera consacrée à la définition des bases de compréhension de ce travail comme à une étude bibliographique des précédents travaux ayant trait à ce sujet. La seconde partie du travail est consacrée à une étude théorique du rôle de la sensibilité à la vitesse de déformation sur la plasticité des matériaux à structures hexagonales. La troisième partie est également une étude théorique sur l'évolution de la texture, notamment la détermination des orientations idéales et de leurs caractéristiques de persistance dans les textures des matériaux hexagonaux soumis à du cisaillement simple. Les quatrième et cinquième parties présentent, respectivement, l'application de ces deux études théoriques aux expériences d'extrusion coudée à aires égales et de torsion sur le magnésium (magnésium pur et alliages de magnésium). Excepté le premier, les différents chapitres composant ce document ont été publiés ou sont en voie d'être d'acceptés. Les différents chapitres retranscrivent le contenu des articles, ce qui, afin de faciliter la lecture du document, nous a parfois conduits à répéter certaines équations (le plus rarement possible).

Ce projet de recherche est proposé dans le cadre d'une cotutelle de thèse entre les universités de Sherbrooke (Canada) et de Metz (France). Il s’insère dans le cadre d’un projet plus global de collaboration qui a eu lieu entre, l’Université de Sherbrooke, l’Université McGill à Montréal, les laboratoires CANMET-MTL à Ottawa, et la compagnie General Motors.

Chapitre I

Bases de compréhension et revue de littérature sur la plasticité des matériaux hexagonaux

Ce chapitre est consacrée à la définition des notions fondamentales nécessaires à la compréhension de ce présent travail. Il y est également proposé une revue de littérature sur les textures et leurs évolutions dans les matériaux à structures hexagonales et plus particulièrement dans le magnésium. Dans un premier temps une description des mécanismes de déformation, des différents critères de plasticité cristalline et de la modélisation du comportement des polycristaux est proposée. Une présentation des tests expérimentaux permettant d'atteindre de grandes déformations sans localisation, tels que la torsion ou l'extrusion coudée à aires égales, est également effectuée. Le chapitre est conclu par une revue de littérature sur les textures dans les hexagonaux.

Il est présenté ci-après quelques rappels et définitions essentiels à la compréhension des phénomènes ayant trait à la plasticité cristalline : mécanismes de déformation, critère de plasticité cristalline, modélisation du comportement des polycristaux, tests expérimentaux (torsion et extrusion coudée à aires égales) permettant d'atteindre de grandes déformations sans instabilité. Un rappel sur le mode de représentation de la texture cristallographie est également proposé. Dans un second temps il est proposé une revue de littérature sur les textures dans les matériaux hexagonaux et leurs évolutions, puis plus particulièrement dans le magnésium et enfin sur les orientations idéales de texture.

I.1 - Bases de compréhension

I.1.1 - Mécanismes de déformation

Nous nous intéressons ici aux mécanismes de déformation microscopiques pouvant opérer dans les métaux à structures hexagonales. Une déformation permanente peut être engendrée par diffusion des défauts ponctuels, glissement de défauts linéaires (dislocations) également appelés glissement cristallographique, glissement aux joints de grains, maclage ou transformation martensitique. Cependant les trois principaux mécanismes observés dans les structures hexagonales en grandes déformations sont le maclage, le glissement aux joints de grains et bien sur le glissement cristallographique. Par conséquent nous nous focaliserons sur ces trois types de mécanismes de déformation.

I.1.1.1 - Maclage

Le maclage peut jouer un rôle important dans la déformation plastique. On observe surtout le maclage dans les matériaux dont le nombre de symétries est réduit comme les matériaux à structures hexagonales. Une partie du cristal est cisaillée entre deux plans qui vont former les interfaces avec la partie non déformée. Le réseau maclé prend une orientation symétrique par rapport au réseau non maclé (voir figure I.1). Le plan de symétrie sera le plan de maclage. Le taux de cisaillement induit est donné par la

géométrie du système de maclage (plan et direction cristallographique de maclage) dans la maille cristalline.

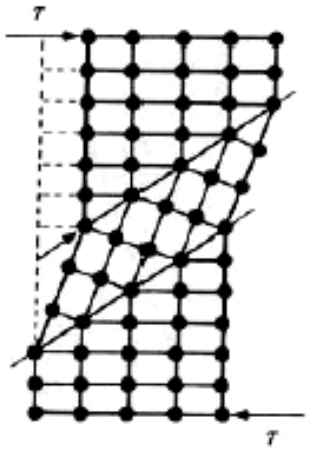


Figure I.1 - Illustration du maclage

Le maclage provoque une réorientation du réseau cristallin, ce qui peut alors faciliter le glissement cristallographique. Le maclage pourra orienter les systèmes de glissement de façon à rendre le glissement cristallographique plus propice. Cependant, en subdivisant les grains, le maclage augmente la densité d'obstacles s'opposant au passage des dislocations. Il entraîne ainsi un durcissement par écrouissage.

La contrainte critique de maclage semble être indépendante de la température mais il existe une température de transition entre maclage et glissement qui dépend de la vitesse de déformation, de la taille de grain et de l'énergie de faute d'empilement [MVL01]. La taille des grains joue un rôle non négligeable sur la contrainte de maclage σ_T, dans la loi de Hall et Petch la constante k_T est distincte de la constante k_S utilisée pour le glissement :

$$\sigma_T = \sigma_{T0} + k_T d^{-1/2}. \qquad \text{(I.1)}$$

Quant à l'effet des textures sur le maclage, Gray et al. [GKM99] ont montré qu'elle avait un important effet dans les métaux à faible symétrie. Ils l'ont démontré pour le titane et le zirconium. Ils ont montré notamment que les contraintes de maclage étaient différentes en traction et en compression dès lors de la présence de texture.

Cependant, en cisaillement simple et à une température relativement élevée (au delà de 200°C), le maclage ne semble pas opérer de façon significative dans les métaux hexagonaux, tel que le magnésium. [BKB04]

I.1.1.2 - Glissement aux joints de grain

Les mécanismes de déformation les plus « fréquents » dans le magnésium restent le glissement et le maclage. Cependant Dupuy [D00] et Mussi [M03] ont montré, pour un alliage de magnésium AZ91 à grains fins (1µm) affinés par Extrusion Coudée à Aires Egales (ECAE), que le mécanisme de déformation à chaud (200°C) était du glissement aux joints de grains contrôlé par de la diffusion aux joints de grains. De plus, cet alliage de magnésium à grains affinés a un comportement superplastique à chaud, pouvant atteindre de très grandes déformations, et ce avec une vitesse de sollicitation plus rapide.

I.1.1.3 - Glissement cristallographique

Passons maintenant à la description du mécanisme de déformation par glissement cristallographique. Le glissement cristallographique est un mécanisme qui opère dans tous les matériaux cristallisés : métaux et alliages métalliques, roches (calcites) ou encore polymères cristallisés. Ce mécanisme a déjà été observé avant le XX^{ème} siècle. Des métallurgistes ont observé au microscope optique, sur des polycristaux déformés, des lignes ou stries régulières qu'ils ont appelées « lignes de glissement ». En réalité, par la suite, au Microscope Electronique à Balayage, ces lignes de glissement étaient en réalité des marches. La formation de ces marches résulte directement du mécanisme de déformation : des parties du cristal (ou polycristal) glissent les unes sur les autres sur des plans cristallographiques bien définis (les systèmes de glissement). Ce mécanisme est dû au mouvement des dislocations dans ces plans de glissement. Une dislocation peut être activée par une contrainte appliquée au cristal. Sous une contrainte suffisante, la dislocation glisse à travers le cristal. Elle produit un petit déplacement (de vecteur de Burgers $\vec{b}$) de la surface parcourue par rapport aux autres parties du cristal. Lors du glissement d'une dislocation, le volume reste inchangé, car le glissement se produit par cisaillement entre des plans parallèles du cristal. Dans le réseau cubique face centré, ce

sont les vecteurs de Burgers du type $\langle 110 \rangle$, dans le cubique centré : $\langle 111 \rangle$. Dans les matériaux à structures hexagonales, il existe plusieurs familles de systèmes de glissement, avec des vecteurs de Burgers de type $\langle a \rangle$ et $\langle c+a \rangle$.

Un système de glissement est défini par un plan de glissement (repéré par sa normale unitaire) et par une direction de glissement contenue dans ce plan. Le tableau I.1, ci-dessous, présente les différentes familles de système de glissement opérant dans les structures hexagonales.

Tableau I.1 - Familles de systèmes de glissement dans les cristaux h.c.

Familles	***Nombre de système de glissement***	***Systèmes indépendants [P57]***
Basales - $\{0001\}\langle 11\bar{2}0 \rangle$	***3***	***2***
Prismatiques - $\{1010\}\langle \bar{1}1\bar{2}0 \rangle$	***3***	***2***
Pyr. <a> - $\{1011\}\langle \bar{1}2\bar{1}0 \rangle$	***6***	***4***
Pyr. <c+a>/A - $\{01\bar{1}1\}\langle 2\bar{1}\bar{1}3 \rangle$	***12***	***?***
Pyr. <c+a>/B - $\{11\bar{2}2\}\langle \bar{2}113 \rangle$	***6***	***5***

On notera ici que pour les matériaux hexagonaux la notation de Miller-Bravais $\{hkil\}$ est adoptée. Les indices *h*, *k* et *i* ne sont toutefois pas indépendants ; la relation suivante existe entre eux : $h+k+i=0$. Ci-dessous la représentation des différentes familles de système de glissement dans la maille élémentaire hexagonale.

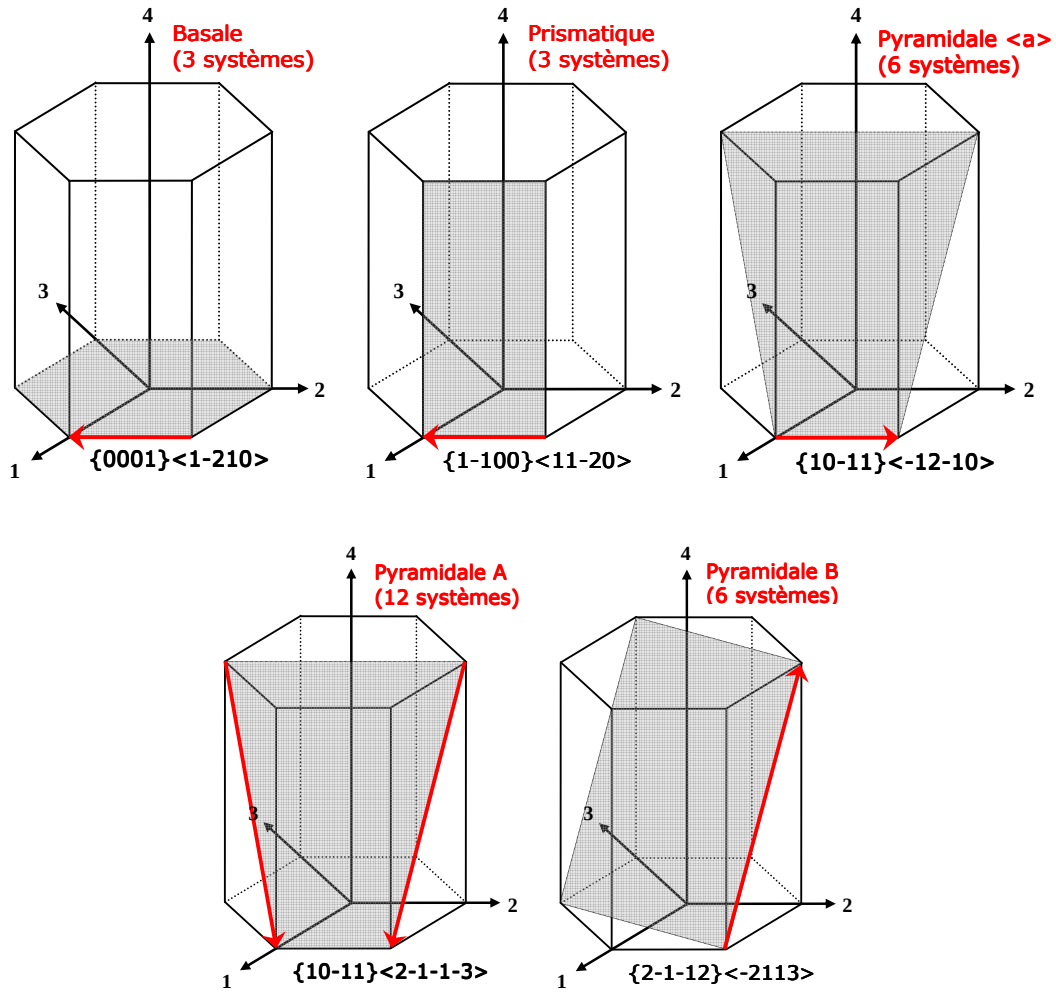


Figure I.2 - Familles de systèmes de glissement dans les matériaux à structures hexagonales

I.1.1.4 - Cinématique du glissement

Intéressons nous maintenant à la déformation induite dans le matériau par glissement cristallographique. Le mouvement d'une dislocation dans le cristal lui engendre un cisaillement. Un cristal peut se cisailler sur plusieurs plans, afin d'alléger les écritures nous allons, dans un premier temps, exprimer les différentes quantités pour un seul glissement. Notre travail portant sur les grandes déformations des matériaux hexagonaux, nous négligerons, dans le formalisme suivant, la distorsion élastique du réseau pour uniquement considérer la partie plastique de la déformation.

Dans la plupart des problèmes de plasticité le champ des vitesses de déformation $\underline{\underline{L}}$ est connu et imposé. Sa partie symétrique $\underline{\underline{\dot{\varepsilon}}}$ est appelée : tenseur des vitesses de déformations et sa partie antisymétrique $\underline{\underline{\dot{\beta}}}$: tenseur des vitesses de rotation rigide, on a :

$$\begin{aligned} \dot{\varepsilon}_{ij} &= \frac{1}{2}\left(L_{ij} + L_{ji}\right) \\ \dot{\beta}_{ij} &= \frac{1}{2}\left(L_{ij} - L_{ji}\right) \end{aligned} . \tag{I.2}$$

Dans un repère cartésien nous avons :

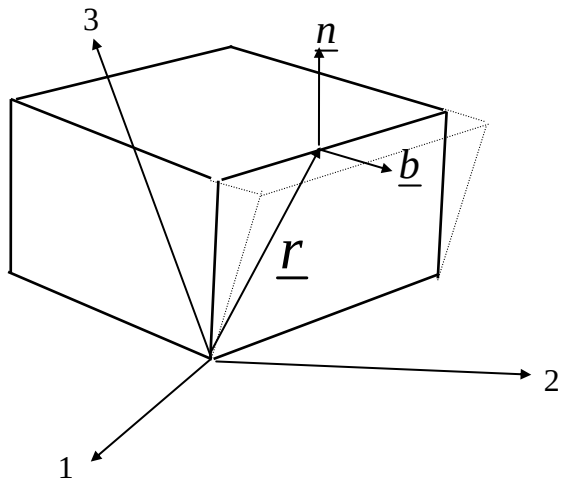


Figure I.3 - Cisaillement d'un cristal

$$d\underline{u}^g = \left(\underline{r} \cdot \underline{n}\right)\underline{b}\, d\gamma . \tag{I.3}$$

Ici $\underline{n}$ (normale unitaire au plan de glissement) et $\underline{b}$ (direction de glissement) restent inchangés lors de l'incrément $d\underline{u}^g$ (l'indice g signifiant glissement). γ est le cisaillement induit dans le cristal. On peut alors déduire le champ Eulérien des vitesses $\underline{v}^g$:

$$\underline{v}^g = \left(\underline{r} \cdot \underline{n}\right)\underline{b}\,\dot{\gamma} . \tag{I.4}$$

Le gradient Eulérien de vitesse du glissement est alors donné par :

$$L_{ij}^g = \frac{\partial v_i}{\partial x_j} = b_i n_j \dot{\gamma} \tag{I.5}$$

La normale au plan de glissement $\underline{n}$ et la direction de glissement définissent le tenseur d'orientation de Schmid :

$$m_{ij} = b_i n_j \,, \tag{I.6}$$

$$L_{ij}^g = m_{ij}\dot{\gamma} \,. \tag{I.7}$$

Le tenseur des vitesses de déformation Eulérien du glissement simple peut alors se réécrire :

$$\dot{\varepsilon}_{ij}^g = \frac{1}{2}\left(L_{ij}^g + L_{ji}^g\right) = \frac{1}{2}\left(m_{ij} + m_{ji}\right)\dot{\gamma} \,. \tag{I.8}$$

Remarque : dans ce traitement, le changement d'orientation du plan cristallographique est négligé. En effet, l'orientation peut changer lors d'une déformation plastique (voir plus loin). Il est cependant quand même possible de faire une mise à jour de l'orientation après un petit incrément de déformation. Si l'incrément est suffisamment petit, l'erreur l'est également (mais peut néanmoins s'accumuler) et on peut aller jusqu'aux grandes déformations. Etant donné que la déformation plastique est produite par le glissement selon l'équation (I.8), si le cristal est soumis à une vitesse de déformation $\underline{\underline{L}}$ quelconque, la partie symétrique de $\underline{\underline{L}}$ doit être égale à $\underline{\underline{\dot{\varepsilon}}}$ définie par l'équation (I.8) :

$$\dot{\varepsilon}_{ij} = \frac{1}{2}\left(L_{ij} + L_{ji}\right) = \dot{\varepsilon}_{ij}^g \,. \tag{I.9}$$

Il est important de noter que l'égalité entre les équations (I.8) et (I.9) ne signifie pas que les deux champs de vitesse L_{ij} et L_{ij}^g sont égaux. Une rotation entre les deux champs de vitesse conserve cette égalité. Il devient alors évident que le champ de déformation $\underline{\underline{L}}$ imposé au cristal ne peut être réalisé sans une rotation simultanée de l'orientation du système de glissement. Par conséquent, la différence entre les deux gradients de vitesse doit être un tenseur de rotation, tenseur appelé vitesse de rotation du réseau cristallographique $\underline{\underline{\Omega}}$:

$$\underline{\underline{\Omega}} = \underline{\underline{L}} - \underline{\underline{L}}^g \,. \tag{I.10}$$

En glissement multiple, les champs de vitesses correspondant aux glissements individuels sont additionnés :

$$L_{ij}^{g} = \sum_{s} m_{ij}^{s} \dot{\gamma}^{s} \,, \tag{I.11}$$

$$\dot{\varepsilon}_{ij} = \sum_{s} \frac{1}{2}\left(m_{ij}^{s} + m_{ji}^{s} \right) \dot{\gamma}^{s} \,, \tag{I.12}$$

$$\Omega_{ij} = L_{ij} - \sum_{s} m_{ij}^{s} \dot{\gamma}^{s} \,. \tag{I.13}$$

Il est maintenant important de distinguer au moins trois rotations ; $\underline{\underline{\Omega}}$: la vitesse de rotation de réseau (‘lattice spin’) que nous venons de voir, $\underline{\underline{\beta}}$: la vitesse de rotation rigide (‘rigid body spin’) et $\underline{\underline{\omega}}$: la vitesse de rotation plastique (‘plastic spin’).

La vitesse de rotation rigide $\underline{\underline{\beta}}$ est imposée par le test, elle est la partie anti-symétrique du gradient de vitesse $\underline{\underline{L}}$ par rapport au repère du laboratoire, elle est donnée par :

$$\beta_{ij} = \frac{1}{2}\left(L_{ij} - L_{ji} \right). \tag{I.14}$$

$\underline{\underline{\omega}}$: la vitesse de rotation plastique est la partie anti-symétrique du gradient de vitesse correspondant uniquement au glissement plastique $\underline{\underline{L}}^{g}$, par rapport au repère du laboratoire elle est donnée par : [H81-H84] :

$$\omega_{ij} = \frac{1}{2}\sum_{s}\left(m_{ij}^{s} - m_{ji}^{s} \right)\dot{\gamma}^{s} . \tag{I.15}$$

Enfin $\underline{\underline{\Omega}}$ (la vitesse de rotation de réseau), qui est la vitesse de rotation des directions cristallographiques par rapport au repère du laboratoire. La relation suivante existe entre ces trois quantités [H72] :

$$\underline{\underline{\Omega}} = \underline{\underline{\beta}} - \underline{\underline{\omega}}^{g} . \tag{I.16}$$

La vitesse de rotation de réseau $\underline{\underline{\Omega}}$ nous permettra d’accéder à l’évolution de la texture cristallographique durant la déformation. Par ailleurs il est important de noter que dans ce travail, tous les calculs seront menés en négligeant la déformation élastique devant l’importance de la déformation plastique et qu’en négligeant la distorsion élastique, la

formulation en grandes déformations devient équivalente à la formulation en petites déformations présentée ci-avant.

I.1.2 - Critères de plasticité cristalline

Les cristaux possèdent plusieurs systèmes de glissement qui, dans le cas des matériaux hexagonaux, peuvent être répartis en familles de systèmes de glissement. Quand une déformation est imposée au cristal, on cherche (entre autres) les valeurs des glissements sur chaque système composant le cristal, autrement dit la distribution du glissement dans le cristal. Ce problème, dans le cas général, ne peut pas être résolu uniquement sur la base d'une déformation imposée donnée. Il est alors indispensable d'utiliser d'autres considérations physiques. En effet, la relation (I.12) représente 5 équations linéaires indépendantes. Elles correspondent aux 5 composantes indépendantes de la vitesse de déformations imposée. L'incompressibilité et la symétrie du tenseur de vitesse de déformation nous permettent de vectoriser les quantités tensorielles à l'aide de la définition de Lequeu et al. [LGM87] :

$$\underline{\dot{\varepsilon}} = \left(\frac{\left(\dot{\varepsilon}_{22} - \dot{\varepsilon}_{11}\right)}{\sqrt{2}}, \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}}\dot{\varepsilon}_{33}, \sqrt{2}\dot{\varepsilon}_{23}, \sqrt{2}\dot{\varepsilon}_{31}, \sqrt{2}\dot{\varepsilon}_{12} \right), \tag{I.17}$$

$$\underline{M}^{s} = \left(\frac{\left(m^{s}_{22} - m^{s}_{11}\right)}{\sqrt{2}}, \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}} m^{s}_{33}, \frac{\left(m^{s}_{23} + m^{s}_{32}\right)}{\sqrt{2}}, \frac{\left(m^{s}_{31} + m^{s}_{13}\right)}{\sqrt{2}}, \frac{\left(m^{s}_{12} + m^{s}_{21}\right)}{\sqrt{2}} \right). \tag{I.18}$$

L'équation (I.12) peut alors se réécrire :

$$\dot{\varepsilon}_i = \sum_s M^s_i \dot{\gamma}^s \,. \tag{I.19}$$

La solution unique de ce système à 5 équations nécessite au maximum 5 systèmes de glissement indépendants M^s_i. La solution n'est donc pas unique pour une déformation quelconque faisant intervenir plus de 5 systèmes de glissement. Afin de lever l'ambiguïté sur le choix des 5 systèmes nécessaires à la résolution du système, d'autres hypothèses physiques sont alors nécessaires.

I.1.2.1 - Le critère de Taylor

Taylor [T38] a proposé de choisir la combinaison des 5 systèmes de glissement pour laquelle la somme des glissements est minimale :

$$\sum_{s=1}^{5} \left\| M_i^s \right\| = \min . \tag{I.20}$$

Malgré ce critère, la solution peut encore être multiple. Même si on considère toutes ces solutions géométriquement admissibles, il n'est pas sûr que physiquement elles soient toutes possibles. Il faut également examiner la contrainte dans le cristal. Ce qui conduit à l'étude des critères de plasticité cristalline formulés en termes de contrainte.

I.1.2.2 - Le critère de Schmid

Schmid [S24] a montré expérimentalement que le glissement d'un cristal sur un plan donné nécessitait l'application d'une contrainte critique de cisaillement τ_c. Son critère de plasticité peut s'exprimer de la façon suivante [FD89] :

$$\begin{cases} \tau_c - \tau^s \geq 0 \\ \dot{\gamma}^s \geq 0 \\ \left(\tau_c - \tau^s\right)\dot{\gamma}^s = 0 \end{cases} . \tag{I.21}$$

La première inégalité exprime le fait que la contrainte de cisaillement appliquée τ^s ne peut pas excédée la contrainte résolue critique τ_c, la seconde inégalité signifie que seul les taux de cisaillement non négatifs sont impliqués dans les calculs. La dernière condition est une condition complémentaire, qui établit simplement que le glissement se produit si et seulement si la contrainte de cisaillement appliquée atteint la valeur critique (c'est-à-dire sur les systèmes de glissement contraints de façon critique).

La contrainte de cisaillement est la projection du tenseur des contraintes sur les systèmes de glissement :

$$\tau^s = \left(\underline{\underline{\sigma}}\,\underline{n}^s\right)\cdot b^s = \left(\underline{\underline{S}}\,\underline{n}^s\right)\cdot b^s . \tag{I.22}$$

Avec $\underline{\underline{S}}$ la partie déviatorique du tenseur des contraintes, en effet si l'élasticité n'est pas prise en compte, la partie sphérique de la contrainte (la contrainte hydrostatique) est

normalement inconnue (sauf pour certaines conditions limites), donc l'étude du critère de plasticité se limite seulement à la contrainte déviatorique. $\underline{\underline{S}}$ peut également s'exprimer sous forme vectorielle [LGM87] :

$$\underline{S} = \left(\frac{(S_{22} - S_{11})}{\sqrt{2}}, \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}} S_{33}, \sqrt{2} S_{23}, \sqrt{2} S_{31}, \sqrt{2} S_{12} \right). \tag{I.23}$$

Le critère de Schmid peut être représenté par la figure suivante.

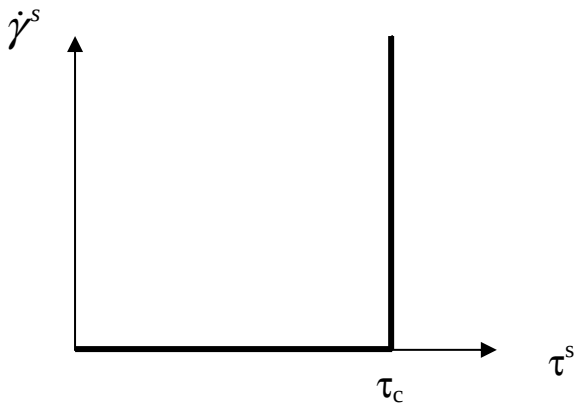


Figure I.4 - Représentation du critère du Schmid

La figure illustre qu'il n'y a pas de relation entre la vitesse de glissement et la contrainte, la contrainte ne peut être qu'une seule valeur précise satisfaisant le critère de plasticité. Le critère peut être écrit en utilisant les quantités vectorielles (quand le glissement a lieu) :

$$\underline{S} \cdot \underline{M}^s - \tau_c = 0 . \tag{I.24}$$

Cette dernière relation montre bien que la surface de plasticité est un hyperplan dans l'espace à 5 dimensions des contraintes déviatoriques. A chaque système de glissement appartient un hyperplan. En même temps, la contrainte appliquée $\underline{S}$ est la même pour chaque système. Cela signifie, que le critère de plasticité de Schmid doit être également respecté en glissement multiple, donc que la surface de plasticité d'un monocristal est la surface interne des hyperplans de vecteurs normaux $\underline{M}^s$ et de distance par rapport à l'origine τ_c, comme l'illustre la figure ci-dessous.

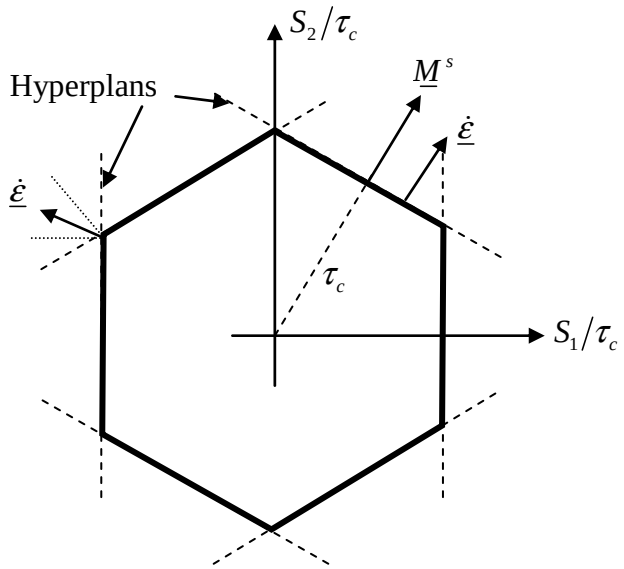


Figure I.5 - Surface de plasticité dans la section 1-2

Sur un plan, un seul système de glissement est actif. Aux sommets, il y a glissement multiple. Le vecteur vitesse de déformation correspondant à un hyperplan est défini par l'équation (I.22), pour un glissement simple, il est parallèle au vecteur $\underline{M}^s$. Aux sommets, le vecteur $\dot{\underline{\varepsilon}}$ se situe dans le cône défini par les vecteurs normaux aux hyperplans, voir figure. Nous pouvons donc dire que la règle de normalité est bien vérifiée pour la surface de plasticité du monocristal sans l'imposer. (Ceci n'est pas le cas pour les surfaces de plasticité de Von Mises ou de Tresca.) Néanmoins, la forme très « discontinue » de la surface de plasticité du monocristal engendre deux problèmes sérieux : une ambiguïté en contrainte et une ambiguïté en déformation.

L'ambiguïté en contrainte signifie que la contrainte n'est pas unique pour certaines vitesses de déformation imposées. L'ambiguïté en déformation apparaît, quant à elle, aux sommets où pour une même contrainte correspondent des vecteurs de vitesse de déformation multiples (voir figure ci-dessous) :

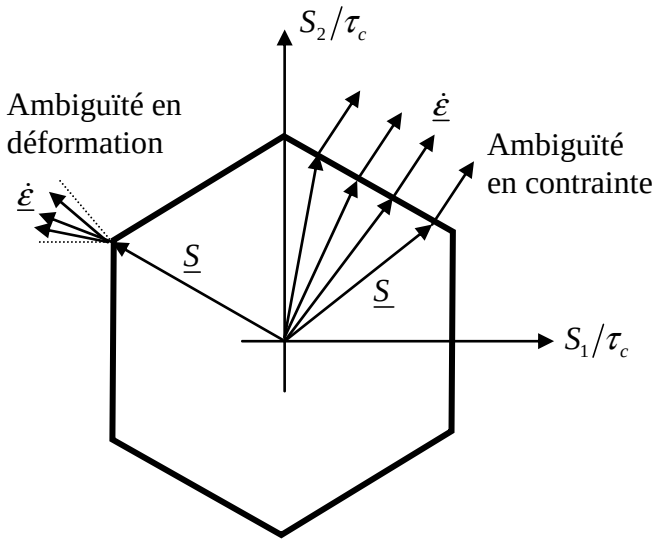


Figure I.6 - Ambiguïté en contrainte et en déformation de la surface de plasticité dans la section 1-2

L'ambiguïté en déformation se présente lorsqu'on travaille en contrainte imposée, tandis que l'ambiguïté en contrainte apparaît lorsqu'on travaille en déformation imposée. Ces problèmes peuvent être néanmoins réduits quand le problème de plasticité est formulé en conditions limites mixtes.

I.1.2.3 - Le critère de Bishop et Hill

Bishop et Hill [BH51] ont examiné la surface de plasticité du monocristal qui découle du critère de Schmid pour la structure cubique face centrée (c.f.c.). Ils ont identifié 56 sommets sur la surface dont les contraintes correspondantes ont été déterminées. Pour ces états des contraintes, il y a 6 ou 8 systèmes de glissement actifs en même temps. Bishop et Hill ont alors introduit le principe du travail maximal pour choisir le sommet 'actif' :

$$\underline{S}^{BH} \cdot \dot{\underline{\varepsilon}} = \max . \tag{I.25}$$

En effet, il suffit d'examiner la puissance correspondante aux 56 sommets et de choisir le sommet où la puissance est maximale. Etant donné que les 6 ou 8 systèmes appartenant au même sommet sont encore plus que suffisants, il faut encore résoudre le problème d'ambiguïté entre ces systèmes. Néanmoins, l'ambiguïté est très réduite par le critère de Bishop et Hill. Il a été démontré que les critères de Taylor et de Bishop et Hill

conduisent à la même solution, mais la technique de Bishop et Hill est plus rapide. Cette technique est bien sûr également applicable aux autres structures cristallines.

I.1.2.4 - Le critère du glissement viscoplastique

Expérimentalement on observe que la réponse en contrainte d'un matériau dépend de la vitesse de déformation à laquelle il est sollicité. Ce comportement dépendant de la vitesse est examiné à une déformation donnée où l'on y effectue un saut de vitesse. Quand la réponse en contrainte est examinée en fonction de la vitesse, on observe une proportionnalité entre $\ln(\sigma)$ et $\ln(\dot{\varepsilon})$. On définit alors un coefficient de sensibilité à la vitesse de déformation *m* :

$$m = \frac{\partial \ln(\sigma)}{\partial \ln(\dot{\varepsilon})}. \tag{I.26}$$

La définition de ce coefficient aboutit à une loi de comportement de type

$$\sigma = \sigma_0 \left(\frac{\dot{\varepsilon}}{\dot{\varepsilon}_0} \right)^m \Bigg|_{\varepsilon \text{ constant}}. \tag{I.27}$$

Quand la déformation est produite par le glissement, il semble alors naturel de supposer le même comportement au niveau du glissement individuel :

$$\tau^s = \tau_0^s \left(\frac{\dot{\gamma}^s}{\dot{\gamma}_0} \right)^m \Bigg|_{\varepsilon \text{ constant}}. \tag{I.28}$$

Cette loi de comportement a été proposée par Hutchinson en 1976 [H76]. Elle peut être également justifiée par des considérations physiques sur le comportement des dislocations. Le paramètre τ_0^s est la contrainte de cisaillement résolue correspondante à une vitesse de cisaillement résolu de référence $\dot{\gamma}_0$. Ce paramètre (τ_0^s) représente donc la résistance d'un système et remplace la contrainte critique connue pour le critère de Schmid. En faisant évoluer (augmenter) τ_0^s en fonction de la déformation, on peut simuler l'écrouissage du matériau.

L'équation (I.28) est représentée sur la figure suivante pour différentes valeurs de *m*.

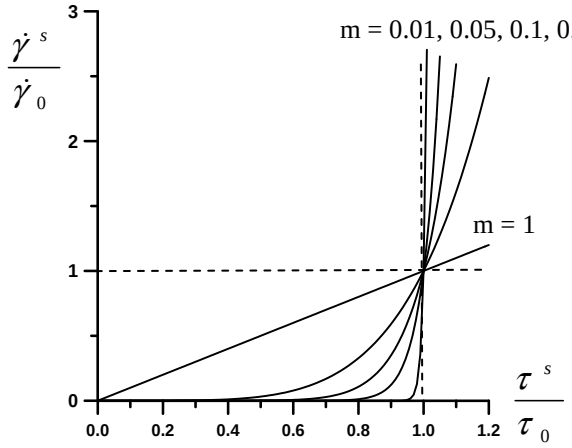


Figure I.7 - Représentation de la loi de comportement pour différentes valeurs de *m*

Quand $m \to 0$ cette loi de comportement devient le critère de Schmid. On peut donc la regarder comme une extension du critère de Schmid. Le cas *m* = 1 correspond au glissement visqueux linéaire (newtonien). Néanmoins, la différence est fondamentale par rapport au critère de Schmid car il y a glissement à n'importe quel niveau de contrainte. L'absence d'un seuil critique est souvent critiquée dans la communauté scientifique chaque fois que cette loi est utilisée. Elle peut être également bien adaptée pour décrire le phénomène de fluage [V68].

Pour l'application de l'équation (I.28) en plasticité cristalline, il faut s'assurer que le signe de la contrainte de cisaillement résolu soit le même que celui de la vitesse de glissement. Ce qui peut être fait en réécrivant la loi :

$$\tau^s = \tau_0^s \operatorname{sgn}\left(\dot{\gamma}^s\right)\left|\frac{\dot{\gamma}^s}{\dot{\gamma}_0}\right|^m = \tau_0^s \frac{\dot{\gamma}^s}{\dot{\gamma}_0}\left|\frac{\dot{\gamma}^s}{\dot{\gamma}_0}\right|^{m-1}. \tag{I.29}$$

En inversant cette relation nous avons :

$$\dot{\gamma}^s = \dot{\gamma}_0 \frac{\tau^s}{\tau_0^s}\left|\frac{\tau^s}{\tau_0^s}\right|^{\frac{1}{m}-1}. \tag{I.30}$$

La contrainte résolue τ^s peut être calculée à partir de la projection du tenseur des contraintes appliqué au cristal :

$$\tau^s = \underline{\underline{\sigma}} : \underline{\underline{M}}^s \text{ ou } \tau^s = \underline{\underline{S}} : \underline{\underline{M}}^s \text{ ou encore } \tau^s = \underline{S} \cdot \underline{M}^s. \tag{I.31}$$

La vitesse de glissement est alors en relation directe avec la contrainte appliquée

$$\dot{\gamma}^s = \dot{\gamma}_0 \frac{\underline{\underline{S}}.\underline{\underline{M}}^s}{\tau_0^s} \left| \frac{\underline{\underline{S}}.\underline{\underline{M}}^s}{\tau_0^s} \right|^{\frac{1}{m}-1} . \tag{I.32}$$

Pour un glissement multiple, la déformation totale est égale à la somme des glissements individuels :

$$\dot{\varepsilon}_i = \sum_s M_i^s \dot{\gamma}^s = \dot{\gamma}_0 \sum_s M_i^s \frac{S_j M_j^s}{\tau_0^s} \left| \frac{S_k M_k^s}{\tau_0^s} \right|^{\frac{1}{m}-1} . \tag{I.33}$$

Cette équation de déformation montre clairement que les problèmes d'ambiguïté sont résolus. Les inconnues ne sont pas les vitesses de glissement mais la contrainte déviatorique. Le nombre d'inconnues indépendantes est alors de 5 et le nombre d'équations est également de 5. Néanmoins l'équation (I.33) est fortement non linéaire. La résolution du système d'équations représenté par l'équation (I.33) nécessite la mise en place d'une procédure itérative. Plusieurs techniques sont possibles, dans ce travail nous avons utilisé la technique de Newton-Raphson. Remarque : pour les matériaux hexagonaux on peut introduire la notion de famille de système de glissement dans les équations.

Lorsque l'on cherche à calculer la réponse mécanique d'une pièce ou d'un volume polycristallin donné, on est amené à considérer la distribution des déformations et des contraintes en prenant en compte la texture cristallographique. Plusieurs modèles permettent de poser des hypothèses pour obtenir une évaluation de la réponse mécanique. Les modèles de Taylor et auto-cohérent sont présentés ci-après.

I.1.3 - Modélisation du comportement des polycristaux

Les équations de la plasticité cristalline à résoudre ont été présentées précédemment pour un monocristal. Dans ce chapitre, nous considérons le cas du polycristal. Le matériau est maintenant constitué d'un ensemble de cristaux (grains) sur lesquels les calculs précédents doivent être menés individuellement. La détermination du tenseur de rotation de réseau $\dot{\underline{\underline{\Omega}}}$ pour chaque grain (voir précédemment) donnera ainsi accès à la

rotation de chaque cristal et donc à l'évolution de la texture cristallographique. Cependant les conditions limites de tests ne sont connues qu'au niveau macroscopique, une hypothèse permettant de passer du niveau macroscopique au niveau des grains est donc nécessaire. Plusieurs modèles ont été proposés : les modèles de Taylor, Taylor-Lin, Statiques, de Sachs, de contraintes relâchées ou encore auto cohérent. Il est proposé ici une présentation des modèles de Taylor et auto-cohérent que nous utilisons dans ce travail, puis un rappel sur la texture cristallographique.

I.1.3.1 - Le modèle de Taylor

En 1938, Taylor [T38] a proposé que les cristaux constituant un échantillon polycristallin se déforment exactement de la même manière que l'échantillon (en ce qui concerne la partie plastique de la déformation). Ce modèle peut être formulé par une condition d'égalité entre le gradient de vitesse de déformation au niveau local $\underline{\underline{l}}^g$ (grain) et celui imposé macroscopiquement $\underline{\underline{L}}$:

$$\underline{\underline{l}}^g = \underline{\underline{L}} . \tag{I.34}$$

La condition de compatibilité est satisfaite par cette hypothèse dans le modèle. Par contre, du fait des différences d'orientations des cristaux constituant le polycristal, les contraintes varient d'un grain à l'autre : $\underline{\underline{\sigma}}^g$. On peut supposer que l'état de contrainte $\underline{\underline{\sigma}}^g$ est constant dans un grain. Néanmoins, il doit changer à travers le joint de grain. Par conséquence, la condition d'équilibre n'est pas satisfaite au joint de grain où :

$$div\left(\underline{\underline{\sigma}}\right) \neq 0 . \tag{I.35}$$

A l'intérieur du grain la condition d'équilibre est satisfaite avec l'hypothèse $\underline{\underline{\sigma}}^g = cste$ pour un grain. Quand la contrainte est constante dans le grain, l'état de contrainte macroscopique est la somme des contraintes de chaque grain pondéré par leur fraction volumique :

$$\underline{\underline{\sigma}} = \sum_g f^g \underline{\underline{\sigma}}^g . \tag{I.36}$$

I.1.3.2 - Le modèle auto-cohérent

Le principal avantage du modèle auto-cohérent tient au fait qu'il prend en compte la forme des grains à l'aide d'un traitement mécanique de l'interaction entre ceux-ci et le polycristal. Le grain est considéré comme une inclusion de forme ellipsoïdale. L'avantage de ce modèle est que l'on peut suivre l'évolution de la forme des grains lors de grandes déformations. Un désavantage est que sa formulation mathématique et les calculs numériques deviennent assez lourds. Néanmoins, le modèle est le plus complet par rapport aux autres modélisations. En utilisant la loi viscoplastique, le comportement du monocristal peut être formulé par :

$$d = g(s) \text{ ou } s = f(d), \tag{I.37}$$

où d est le tenseur de vitesse de déformation et s est le tenseur de la contrainte déviatorique. Les relations entre ces deux quantités sont non linéaires, exprimées par les fonctions tensorielles g et f respectivement de degré $1/m$ et m.

La loi macroscopique du polycristal peut être formulée d'une façon similaire :

$$D = G(S) \text{ ou } S = F(D). \tag{I.38}$$

Il a été montré par Hutchinson [H76] que les quantités G et F sont également des fonctions homogènes, respectivement, de degré $1/m$ et m. Hutchinson a montré également qu'il existe un tenseur de complaisance M^s de quatrième ordre reliant le tenseur de la contrainte macroscopique S et le tenseur de vitesse de déformation plastique D :

$$D = M^s : S \text{ ou après inversion } S = A^s : D. \tag{I.39}$$

A^s est appelé module sécant macroscopique (un tenseur de quatrième ordre). Quand le comportement est non linéaire, A^s est une fonction de D. On définit également un autre module, le module tangent A^t :

$$A^t = \frac{\partial S}{\partial D} = \frac{\partial F}{\partial D}. \tag{I.40}$$

A^t est également un tenseur de quatrième ordre. A l'aide de ce module, la loi de comportement du polycristal peut être approximée localement par :

$$S(D) = A^t : D + S^0(D). \tag{I.41}$$

où $S^0(D)$ est une contrainte extrapolée.

Pour un gradient de vitesse $\underline{\underline{L}}$ appliqué à l'infini, le problème de localisation doit être résolu pour obtenir les déformations locales d et la vitesse de rotation du réseau cristallographique. Deux approches sont considérées pour résoudre le problème de localisation :

- L'approche tangente, où le comportement global est approximé par un développement en série de Taylor au premier ordre :

$$S'(D) = A^t : D' + S^0(D) \quad \forall D'. \tag{I.42}$$

- L'approche sécante, où la réponse macroscopique est représentée par :

$$S'(D) = A^s : D' \quad \forall D'. \tag{I.43}$$

En utilisant l'approche présentée par Molinari et al. [MCA87], une équation d'interaction est obtenue :

$$\begin{aligned} s^g - S &= \left(\Gamma^{tgg^{-1}} + A^t\right)\left(d^g - D\right) \text{ pour la méthode tangente et} \\ s^g - S &= \left(\Gamma^{sgg^{-1}} + A^s\right)\left(d^g - D\right) \text{ pour la méthode sécante} \end{aligned} \tag{I.44}$$

Ici d^g et s^g représentent respectivement le tenseur des vitesses de déformation et le tenseur des contraintes déviatoriques dans le grain g. Il est supposé ici que ces quantités sont constantes dans le grain et la forme du grain est prise en compte par le tenseur d'interaction Γ.

Molinari & Tóth [MT94] ont introduit un facteur α_{sc} dans le modèle, déterminé par des résultats de calculs éléments finis fournis par Gilormini & Germain [GG87]. La nouvelle loi d'interaction du modèle auto-cohérent viscoplastique, dans sa version isotrope avec ce facteur de calibrage, est alors donnée par :

$$s^g - S = \alpha_{sc}\left(\Gamma^{sgg^{-1}} + A^s\right)\left(d^g - D\right). \tag{I.45}$$

Le paramètre α_{sc} est une quantité scalaire qui vaut environ 0,6 pour des grains initialement sphériques et pour de petites valeurs de la sensibilité à la vitesse de déformation. D'autres formulations sont possibles : $\alpha_{sc} = 0$ correspond au modèle statique, $\alpha_{sc} = m$ au modèle tangent, $\alpha_{sc} = 1$ au modèle sécant ou enfin $\alpha_{sc} = \infty$ au modèle de Taylor.

I.1.3.3 - La texture cristallographique

Les matériaux sont en fait généralement polycristallins, c'est-à-dire constitués d'agrégats de grains (monocristaux d'orientations différentes). Du fait de ces différences d'orientation, on comprend que chaque grain peut subir une déformation différente de ses voisins. La distribution des orientations des grains est appelée texture cristallographique. Elle est naturellement créée lors de la solidification, et modifiée progressivement lors d'une déformation plastique par rotation du réseau lorsque les systèmes de glissement sont activés.

La texture est un paramètre important dans la connaissance du matériau, notamment pour ses propriétés physiques, chimiques et mécaniques. En effet chaque direction du cristal ne contient pas la même densité d'atome, on comprend alors qu'une forte concentration de telle ou telle direction sur une orientation particulière engendrera une anisotropie du polycristal. La texture peut également être très utile à la compréhension des mécanismes de déformation. Déterminer la texture d'un matériau revient à connaître les orientations prédominantes que prennent les grains après une opération de mise en forme.

Notons K le repère lié à l'échantillon, K^g les repères liés à chacun des grains composant le polycristal. Alors nous pouvons déterminer pour chaque grain une matrice de passage T^g permettant de passer de K à K^g :

$$K^g = T^g K. \tag{I.46}$$

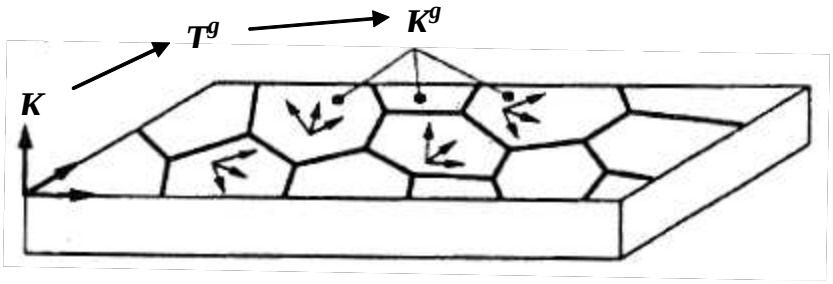


Figure I.8 - Orientations cristallines d'un matériau polycristallin (Bunge & Esling (1997))

Pour passer d'un repère à un autre, un ensemble de trois rotations est nécessaire. Pour ce faire les trois angles d'Euler, notés : φ_1, φ et φ_2, sont utilisés dans le domaine des textures. Les trois rotations successives qui permettent le passage de K à K^g sont définies de la sorte :

- Une rotation d'un angle φ_1 autour de l'axe vertical $\vec{k}$ (normal au plan de l'échantillon) du repère $K\left(\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$. Le nouveau repère devient $\left(\vec{i}',\vec{j}',\vec{k}\right)$
- Une rotation d'un angle φ autour du nouvel axe $\vec{i}'$ et ainsi le nouveau repère devient $\left(\vec{i}',\vec{j}'',\vec{k}'\right)$
- Une rotation d'un angle φ_2 autour du nouvel axe $\vec{k}'$ et ainsi le nouveau repère devient $K^g\left(\vec{i}'',\vec{j}''',\vec{k}'\right)$

L'ensemble de ces trois rotations successives définit une orientation $g\left(\varphi_1,\varphi,\varphi_2\right)$.

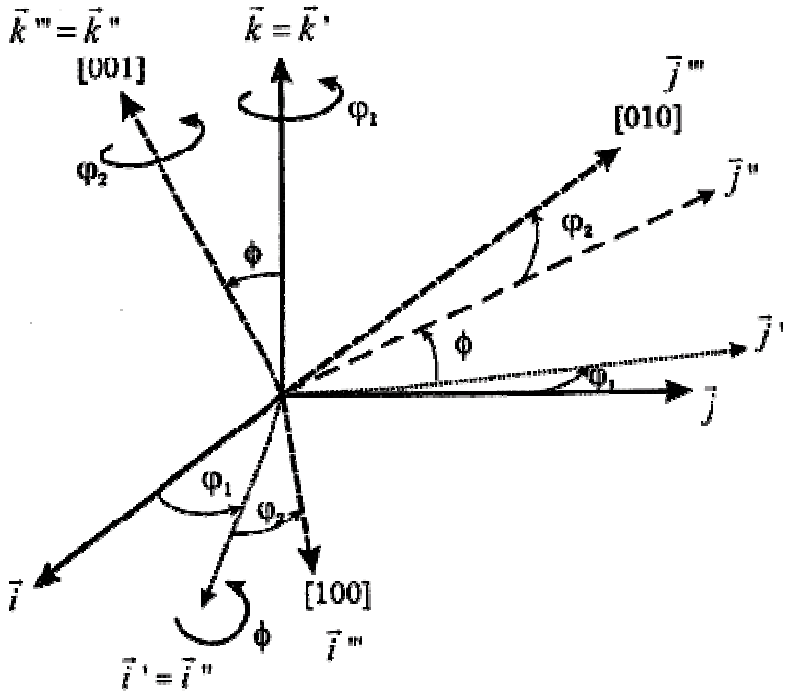


Figure I.9 - Schéma récapitulatif des angles d'Euler

Afin de décrire la totalité de l'espace, les angles d'Euler doivent être : $0 \le \varphi_1 \le 2\pi$, $0 \le \phi \le \pi$ et $0 \le \varphi_2 \le 2\pi$. Analyser les textures consiste à déterminer la fonction de distribution des orientations $f(g)$ avec $g = g(\varphi_1, \phi, \varphi_2)$. Elle est définie par :

$$\frac{dv}{V} = f(g)\,dg\,, \tag{I.47}$$

où dv est le volume des cristallites dont l'orientation est comprise entre g et $g + dg$, et V le volume total de l'échantillon.

Dans le but de normaliser $f(g)$, l'élément différentiel d'orientation dg est de la forme :

$$\frac{1}{8\pi^2}\sin\phi\, d\varphi_1\, d\phi\, d\varphi_2\,. \tag{I.48}$$

Dans le cas d'une texture aléatoire, chaque élément d'orientation ainsi défini contient la même fraction volumique de cristallites, on aura donc $f_{aléa}(g) = 1$.

La fonction de densité des orientations $f(g)$ est représentée en trois dimensions dans un repère cartésien, ces dimensions étant les valeurs des angles d'Euler. Chaque point

représente alors une orientation dans l'espace d'orientation et la fonction $f(g)$ est tracée par des surfaces d'iso-densité [BE97].

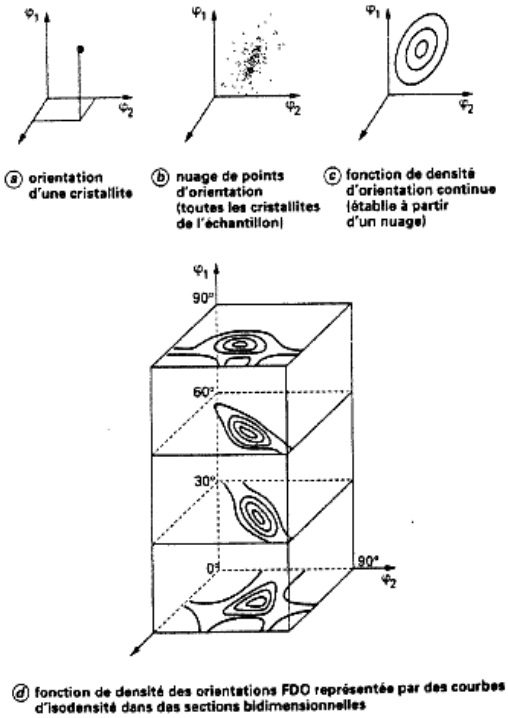


Figure I.10 - Représentation des orientations g et des fonctions de distribution des orientations [BE97].

I.1.4 - Tests expérimentaux

Des essais de torsion et d'extrusion coudée à aires égales (ECAE) ont été réalisés sur des échantillons de magnésium. En effet, ces deux tests permettent d'atteindre de grandes déformations sans localisation. Nous proposons ci-dessous une présentation des ces deux essais.

I.1.4.1 - Extrusion coudée à aires égales (ECAE)

Le procédé ECAE a été inventé et développé par Segal [S74-SCK82]. Ce chercheur a obtenu un certificat d'inventeur de l'URSS (similaire à un brevet [S77]) pour cette technique révolutionnaire dans le domaine des très grandes déformations. Mais elle n'a réellement attiré l'attention des chercheurs et des industriels qu'au début des années 90.

Ce procédé consiste à introduire un échantillon lubrifié dans un dispositif et à l'extruder à travers deux canaux de section identique, généralement de géométrie carrée (voir

figure ci-après) mais parfois aussi circulaire ou rectangulaire. Ces derniers forment un angle Φ à leur intersection. Un second angle Ψ, caractérisant la forme désirée pour l'outillage, définit l'arc circulaire de raccordement des deux canaux.

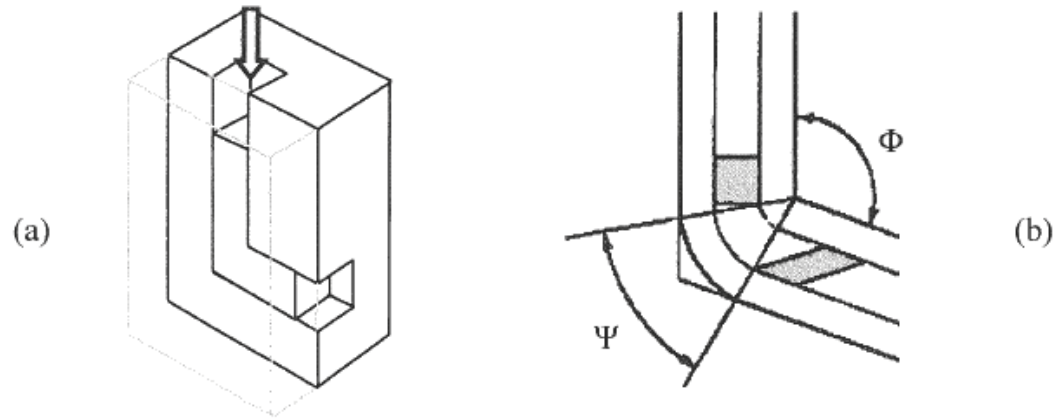


Figure I.11 - (a) : Procédé ECAE. (b) : Intersection des deux canaux avec angles caractéristiques.

Après chaque passage dans le dispositif ECAE, la géométrie de la pièce extrudée est presque conservée : sa section est la même qu'avant déformation. En effet, aucune destruction du matériau n'est observée mais un changement de forme dû au cisaillement est tout de même constaté. Ainsi cette opération peut être exécutée, théoriquement, un nombre de fois infini, avec rotation ou non de l'échantillon autour de son axe de révolution entre chaque passe. L'avantage de ce procédé est donc de ne présenter aucune limite concernant la déformation.

L'ECAE présente deux aspects intéressants : de très grandes déformations pouvant durcir le matériau jusqu'à sa limite théorique et le développement d'une microstructure très fine composée de cristaux de taille submicronique (100 à 200nm minimum).

Un certain nombre de tests ont été réalisés et présentés dans la littérature, les résultats obtenus par d'autres auteurs seront référencés dans la suite du document notamment dans le chapitre « expérimental ».

I.1.4.2 - Le test de torsion

L'essai de torsion présente également l'avantage, comme l'ECAE, d'être un test où l'on peut imposer de grandes déformations au matériau, jusqu'à $\gamma = 10$, ou plus encore à

plus haute température ou avec l'ajout d'une pression hydrostatique. Ceci permet d'imposer des déformations à un échantillon égales à celles subies lors de plusieurs passes d'ECAE.

Beaucoup d'études et de résultats expérimentaux ont été faits sur les matériaux à structures cristallines cubiques. Certains auteurs se sont cependant intéressés à la torsion de matériaux à structures hexagonales. Balasubramanian et Anand [BA02] ont réalisé des essais de torsion et des simulations sur un tube de titane à parois minces. Martínez-Esnaola et al. [MMD04] ont effectué des essais de torsion sur un monocristal dont l'axe c de la maille hexagonale était orienté selon l'axe de torsion. Cependant les documents disponibles sur ce sujet restent peu nombreux.

I.2 - Plasticité cristalline des matériaux hexagonaux dans la littérature

Les matériaux à structure hexagonale tels que le béryllium ou le magnésium sont particulièrement intéressants du fait de leur légèreté, le magnésium notamment pour l'industrie automobile, des ordinateurs ou encore des matériels sportifs. Les propriétés du titane sont particulièrement appréciées par l'industrie aérospatiale, aéronautique ou encore biomédicale. Le zirconium est quand à lui essentiellement étudié pour son utilisation dans les réacteurs nucléaires. Cependant, ils ne présentent pas autant de « facilités » de mise en forme que les matériaux cubiques par exemple, ses systèmes de glissement sont la plupart du temps plus difficiles à activer, le maclage devient alors plus fréquent dans ces matériaux. Il devient alors important de connaître leurs caractéristiques de déformations, notamment les contraintes de cisaillement critiques résolues de leurs différentes familles de systèmes de glissement, l'activité de maclage, de recristallisation dynamique… Ces questions ont fait l'objet de beaucoup de travaux ces dernières années et restent d'actualité. Les matériaux hexagonaux peuvent être également très fragiles par rapport à certains autres matériaux. Diverses techniques d'amélioration de ces propriétés mécaniques, comme l'application d'une hyper déformation, ont alors été développées et sont actuellement le sujet de beaucoup d'études.

Nous proposons au travers de cette section une présentation des principaux travaux ayant trait à la plasticité cristalline, à l'évolution de texture et aux différents mécanismes de déformation prenant place des les matériaux hexagonaux lors de leur déformation. Il est question du zirconium, du titane, du béryllium et pour terminer du magnésium sur lequel ce travail est appliqué.

I.2.1 - Le zirconium (Zr)

Il faut mentionner parmi les premiers travaux la publication de Philippe et al. [PEH88] qui étudient le rôle du maclage sur le développement de texture et sur la déformation plastique d'alliages de titane et de zirconium en traction uni-axiale, bi-axiale et en laminage. L'influence du maclage sur la formabilité y est mise en évidence.

En 1991, Tomé et al. [TLK91] proposent une nouvelle méthode pour modéliser la réorientation des grains due au maclage, ils traitent de la traction et de la compression du zirconium et de ces alliages. Dans ce nouveau modèle – appelé 'Volume Transfer Scheme' – une partie du volume du cristal est transféré dans la position maclée directement dans l'espace d'Euler. Leur modèle prédit l'évolution de texture plus fidèlement que les traditionnels modèles quand le maclage est le mécanisme de déformation prédominant. L'inconvénient de cette modélisation est qu'on ne peut pas prendre en compte l'écrouissage.

En 1993, Lebensohn et al. [LT93] présentent une approche anisotrope viscoplastique auto-cohérente pour modéliser la déformation plastique des polycristaux. Cette approche est différente de celle présentée auparavant par Molinari et al. [MCA87] dans sa formulation 'stiffness'. Le modèle auto-cohérent est particulièrement approprié aux matériaux très anisotropes tels que les hexagonaux. Les auteurs appliquent leur modèle pour prédire l'évolution de texture dans du zirconium laminé. Ils comparent leurs résultats aux expériences mais aussi aux simulations obtenues par une approche « full constraints » et obtiennent de meilleurs résultats de simulation par le modèle auto-cohérent.

En 1994 et 1995, Philippe et al. [PWM94] proposent une modélisation de l'évolution de texture dans les matériaux hexagonaux. Les auteurs décrivent dans un premier temps l'évolution de texture et de microstructure durant laminage à froid dans le zinc, puis par la suite Philippe et al. [PSV95] de différents alliages de titane et de zirconium. Outre le glissement plastique, la modélisation prend également en considération le maclage. Les auteurs ont effectué des simulations en utilisant les modèles de Sachs et de Taylor et comparent leurs résultats avec les résultats disponibles dans la littérature ainsi qu'avec les résultats expérimentaux. Les résultats de simulation sont en bon accord avec les expériences pour des réductions situées entre 0 et 80% de réduction.

En 1998, Francillette et al. [FCB98] effectuent des tests de compression « channel die » sur des échantillons polycristallins de zirconium (Zr702) à température ambiante jusqu'une déformation plastique de 40%. Ils ont testé 5 échantillons comportant tous une texture initiale différente. Ils simulent à l'aide d'un modèle de plasticité cristalline auto-cohérent l'évolution de texture avec un bon accord avec les expériences.

En 2000, Kaschner et Gray [KG00] étudient l'influence de la texture sur le comportement mécanique du zirconium. Ils évaluent expérimentalement la réponse du matériau en compression en fonction de l'orientation prédominante de l'axe c de la maille hexagonale pour plusieurs températures de test et de vitesse de déformation.

En 2001, Sanchez et al. [SPC01] effectuent des tests de torsion à haute température sur des alliages de zirconium dans le but d'étudier l'évolution de la texture. Ils comparent les résultats expérimentaux avec ceux obtenus par un modèle viscoplastique auto-cohérent et obtiennent des résultats raisonnables. Ils montrent notamment que les glissements basaux et prismatiques sont nécessaires pour reproduire les principales caractéristiques de l'évolution de la texture et que le glissement pyramidal n'a qu'une faible activité dans le zirconium.

Ce n'est qu'en 2003 que les premières études sur le comportement du zirconium en ECAE apparaissent. Kim et al. [KJK03] passe du zirconium pur en ECAE afin d'obtenir un affinement de la microstructure. Ils diminuent la taille des grains de façon considérable sans fracture du matériau. Ils ne présentent pas les textures résultantes.

En 2004, Dewobroto et al. [DBB04] étudient expérimentalement la microstructure et la texture à différents stade de recristallisation primaire dans des tôles de zirconium Zr702 préalablement réduites de 80% par laminage à froid. Ils montrent notamment que les nouveaux grains formés par recristallisation n'ont pas d'orientation préférentielle et que le changement de texture lors d'une recristallisation statique est due à la croissance des sous-grains dans le Zr.

En 2005, Yu et al. [YCC05] comparent les textures et les microstructures dans le zirconium obtenues d'une part par ECAE et d'autre part par laminage à froid. Ils montrent des similarités entre l'évolution de texture en laminage à froid et entre la route A de l'ECAE.

En 2006, Perlovich et al. [PIF06a] examinent l'évolution de texture dans le zirconium déformé par ECAE (en route C et B_c) à 350°C. Ils remarquent que les textures obtenues ont un fort degré de similarité d'une passe à l'autre. McCabe et al. [MCM06] étudient les effets de la texture, de la température et de la déformation sur les modes de déformation agissant dans le zirconium durant un laminage. Ils montrent que les mécanismes de déformation observés sont corrélés à la réponse mécanique mesurée du matériau.

I.2.2 - Le béryllium (Be)

En 2002, Field et al. [FHN02] passent des échantillons de béryllium obtenus par métallurgie des poudres dans un dispositif ECAE. Les échantillons enrobés de nickel ont été extrudés à 425°C avec succès, sans rupture, et un affinement significatif de la microstructure à été réalisé. Les auteurs discutent du comportement de la microstructure et des types de dislocations durant une unique passe d'ECAE, mais aussi de l'évolution de texture.

En 2003, Brown et al. [BBC03] testent des polycristaux de béryllium en traction et en compression (0.8% de déformation) et reproduisent qualitativement leur comportement par un modèle auto-cohérent élasto-plastique. Ils montrent expérimentalement que le béryllium n'a pas la même réponse en traction et en compression. Ils considèrent dans

leurs simulations les glissements pyramidaux, basaux et prismatiques et démontrent également le rôle crucial des contraintes résiduelles dans le comportement du béryllium en traction uni-axiale. Vogel et al. [VAB03] étudient l'évolution de la texture cristallographique dans le béryllium en ECAE par diffraction de neutron. Ils prêtent une attention particulière au rôle de la texture initiale sur une passe d'ECAE.

En 2005, Brown et al. [BAB05b] testent à hautes vitesses de déformation du béryllium laminé et pressé à chaud. Ils mesurent les textures par diffraction de neutron et comparent les mesures aux résultats des modèles de plasticité polycristalline dans le but d'interpréter l'évolution de la texture. Ils mettent en évidence que la réponse macroscopique du matériau et que l'activité des mécanismes de déformation est hautement dépendante de l'orientation du chargement par rapport à la texture initiale.

C'est différents travaux montrent une forte anisotropie du béryllium, quelque soit le procédé, dès lors qu'il est texturé.

I.2.3 - Le titane (Ti)

Les textures dans le titane ont fait l'objet de beaucoup d'études et notamment durant un laminage (à chaud ou à froid). Nous pouvons citer entre autres les travaux de Koike en 1987 [K87] pour le laminage à froid, de Lee et al. [LEB88] et Nourbakhsh et al. [NO88] en 1988 pour un laminage à froid. En 1994, Kailas et al. [KPB94] étudient l'influence de la texture initiale sur les instabilités de la microstructure du titane durant une compression pour des températures comprises entre 25 et 400°C. Par la suite, en 1997, Lebensohn et Canova [LC97] proposent une modélisation auto-cohérente pour simuler l'évolution de texture dans le titane, ils l'appliquent à du laminage et montrent notamment que le modèle mène à de meilleurs prédictions de texture quand les deux phases (alpha et beta) présentent dans l'alliage de titane sont considérées. En 1999, Singh et al. [SBG99] décrivent l'évolution de texture dans un alliage de titane Ti-10V-4.5Fe-1.5Al durant un laminage et un recuit, ils comparent les textures obtenues avec celles obtenues pour d'autres alliages de titane mais aussi avec celles d'alliages de métaux cubiques (tantale et acier). Plus récemment nous pouvons citer Chun et al. 2005 [CYS05], qui étudient l'effet de la déformation par maclage sur la microstructure et

l'évolution de texture durant un laminage à froid. Ils montrent notamment que l'activité de glissement et de maclage dépend de la réduction imposée par le laminage. En 2005, Bozzolo et al. [BDG05] examinent la microstructure et la texture dans des tôles de titane faiblement allié laminées à 80% dans le but d'étudier le grossissement de grain et les effets de la recristallisation dynamique.

En 2001, les premiers travaux sur le comportement du titane pendant et après une ECAE sont réalisés. Stolyarov et al. [SZL01] s'intéressent aux microstructures et aux propriétés d'une structure de grains ultrafins dans du titane pur passé en ECAE. Ils ont passé des échantillons de titane dans un dispositif à 90° selon les routes B et C jusque 4 passes, la taille moyenne de grain en découlant est alors de 260nm, ce qui confère au matériau de meilleures propriétés mécaniques. La limite d'élasticité passe de 380 à 1000MPa après ECAE. En 2002, Shin et al. [SKK02] étudient les mécanismes d'accommodations du cisaillement induit dans le titane par ECAE. Ils observent notamment une activité des systèmes de maclage dans le matériau et les identifient. En 2003, Kim et al. [KKS03] observent également, par des mesures EBSD, des déformations par maclage dans du titane pur durant ECAE. En 2003, Shin et al. [SKK03] analyse les microstructures d'échantillons de titane après ECAE (route A, B et C). Ils mettent en évidence les systèmes de maclage et de glissement assurant la déformation. Plus récemment, en 2006, Perlovich et al. [PIF06b] passent de tiges de titane en ECAE. Ils constatent une hétérogénéité des déformations, des microstructures et des textures au travers de l'épaisseur de tige.

De façon plus générale Bache et Evans [BE01], proposent en 2001 une étude sur l'impact de la texture sur les propriétés mécanique d'un alliage de titane. En 2003, Zaefferer [Z03] étudie l'activité des mécanismes de déformations dans différents alliages de titane et sa dépendance au regard de leurs compositions. En 2007, Wu et al. [WKN07] simulent l'évolution de la texture ainsi que le comportement en contrainte-déformation du titane durant de grandes déformations plastiques. Ils prennent en considérations le glissement et le maclage et obtiennent de bonnes prédictions.

I.2.4 - Le magnésium (Mg)

Nous proposons maintenant une revue de littérature sur les textures et leurs évolutions dans le magnésium. Des travaux sur l'évolution de la texture durant laminage et durant ECAE sont présentés, mais aussi sur les propriétés mécaniques découlant de la texture dans le magnésium et/ou de l'application d'un procédé d'hyper déformation tel que l'ECAE. Tout d'abord quelques travaux mettant en évidence une importante anisotropie dans le magnésium : en 2000, Kaneko et al. [KSN00] examinent l'effet de la texture sur les propriétés mécaniques du magnésium AZ31. En 2006, Yi et al. [YDB06] étudient le comportement de l'alliage de magnésium AZ31 sous un chargement uni-axial (traction et compression). Des éprouvettes sont découpées à 0, 45 et 90° de la direction d'extrusion. Ils mettent en évidence les divers modes de déformation agissant selon l'orientation de la texture initiale. Helis et al. [HOF06] étudient le développement de texture dans l'AZ31 pour de la compression uni-axiale à plusieurs températures et vitesses de déformation.

I.2.4.1 - Evolution de texture dans le magnésium durant laminage

L'évolution de texture dans le magnésium durant un laminage à été assez largement étudiée ces dernières années. En 2005, Kim et al. [KYY05] étudient l'évolution de texture dans l'AZ31 en laminage asymétrique, ils montrent notamment la présence d'un gradient de texture dans l'épaisseur de la tôle. Al-Samman et al. [AG05] évaluent l'impact de la texture initiale sur une passe de laminage à chaud (400°C) du magnésium. Ils simulent les textures ainsi obtenues avec le modèle de Taylor « full constraints » pour différentes réduction d'épaisseur en tenant compte du maclage et comparent leurs résultats aux textures mesurées. Brown et al. [BAB05a] mesurent in-situ par diffraction de neutron une microstructure maclée dans du magnésium laminé. Ils observent que 80% de la microstructure parente est maclée à 8% de compression. Singh et al. [SS05] étudient l'évolution de texture dans le magnésium pur durant laminage. En 2006, Watanabe et al. [WMI06] étudient l'évolution de texture dans le magnésium AZ31 ainsi que sa ductilité pour différentes conditions de laminage symétrique.

Des simulations ont également été réalisées par certains auteurs : en 2005, Hartig et al. [HSK05] mesurent la texture dans de l'AZ31 laminé et effectuent des simulations par le modèle de plasticité cristalline auto-cohérent viscoplastique. Ils discutent des résultats obtenus en les confrontant à l'expérience. Gehrmann et al. [GFG05] étudient l'impact de la texture sur la déformation plastique du magnésium AZ31 en compression plane à 100 et 200°C. Ils montrent que l'évolution de texture par glissement cristallographique peut être raisonnablement modélisée par le modèle de Taylor "relaxed constraints". Wald et al. [WR05] simulent l'évolution de texture durant le laminage d'AZ31 par éléments finis avec le code ABAQUS/Explicit® dans lequel ils ont implémenté un modèle auto-cohérent viscoplastique. En 2007, Walde et al. [WR07] simulent l'évolution de texture durant un laminage à chaud de l'alliage de magnésium AZ31 par le modèle auto-cohérent viscoplastique incluant le glissement cristallographique, le maclage ainsi qu'un modèle de recristallisation. Le modèle à été implanté dans le code éléments finis commercial ABAQUS/Explicit® et les simulations effectuées sont tout à fait en accord avec les mesures de texture expérimentales.

I.2.4.2 - Evolution de texture dans le magnésium durant une extrusion coudée à aires égales (ECAE)

L'évolution de texture durant l'ECAE n'a pas été étudiée aussi largement ces dernières années que dans le laminage. Les travaux sur ce sujet sont beaucoup moins nombreux dans la littérature : en 2003, Yoshida et al. [YCK03] testent l'alliage de magnésium commercial AZ31 en ECAE à 150° et 300°C. Ils étudient l'évolution de la texture et l'affinement de la microstructure durant le procédé. En 2005, Agnew et al. [AML05b] testent trois types d'alliage de magnésium en ECAE, ils mesurent systématiquement les textures obtenues et discutent de leur formation. Agnew et al. [AML05a] mesurent les textures obtenues par ECAE pour cinq alliages de magnésium. Ils montrent que l'évolution de texture varie selon les alliages, ce qui signifie que les mécanismes de déformation qui agissent durant l'ECAE sont différents d'un alliage à l'autre.

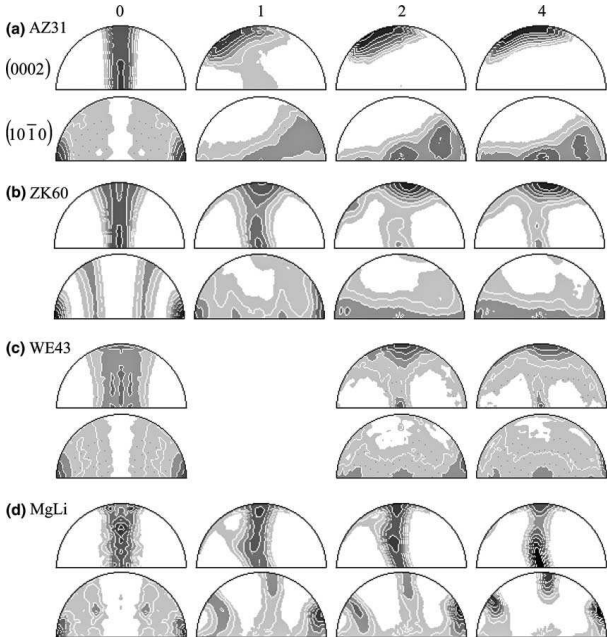


Figure I.12 - Figure de pôles (00.2) et (10.0) montrant la texture initiale (label 0) et après 1, 2 et 4 passes d'ECAE en route A pour plusieurs alliages. Les différences de textures laissent penser que différents modes de déformation opèrent selon l'alliage. L'axe d'extrusion est vers la droite. Agnew et al. [AML05a].

I.2.4.3 - Effet de l'application d'un procédé d'hyper déformation sur le comportement du magnésium

L'application d'un procédé d'hyper déformation tel que l'ECAE peut améliorer les propriétés mécaniques du magnésium (meilleure ductilité et limite d'écoulement notamment) et même lui conférer des propriétés de superplasticité : dès 1988, Kaibyshev et al. [KKZ88] étudient les caractéristiques de la texture et la superplasticité d'un alliage de magnésium AZ61. Plus récemment en 2003, Wang et al. [WH03] examinent l'évolution de texture durant l'extrusion d'un alliage de magnésium AZ61, puis effectuent des tests de traction sur des éprouvettes découpées à 0, 45 et 90° de la direction d'extrusion. Ils montrent notamment que la plus petite limite d'écoulement et la meilleure ductilité sont obtenues à partir de l'échantillon découpé a 45°. Liu et al. [LWW05] proposent en 2005 une amélioration de la ductilité et de la limite d'écoulement en effectuant une ECAE sur un alliage Mg-3.3%Li. Ils montrent que les principales raisons de l'amélioration des propriétés mécaniques sont l'évolution de la texture et l'affinement de la microstructure. Huang et al. [HYK05] étudient l'effet des microstructures et des textures obtenues par ECAE sur la réponse en traction de

plusieurs alliages de magnésium. En 2006, Del Valle et al. [DCR06] étudient les propriétés mécaniques découlant d'une extrusion coudée à aires égales ou d'un laminage à chaud à forte réduction d'alliages de magnésium (effets de la texture et de la taille de grains notamment…). Lim et al. [LKH06] effectuent une extrusion coudée à aires égales à 135° à température ambiante dans le but d'améliorer les propriétés mécaniques du magnésium AZ31. Ils mesurent la texture résultante et montrent notamment que la limite d'écoulement en compression est deux fois supérieure après un passage du magnésium en ECAE. Nous pouvons également rappeler les thèses de Dupuy [D00] et Mussi [M03], déjà citées précédemment.

Nous citerons au fil de ce travail d'autres travaux notamment en ce qui concernent les études liées aux positions idéales des textures.

Chapitre II

Rôle de la sensibilité à la vitesse de déformation sur la plasticité des matériaux à structures hexagonales

Le contenu entier de ce chapitre à été publié en 2007 dans International Journal of Plasticity : Beausir B, Tóth LS, Neale KW, Role of strain rate sensitivity in the crystal plasticity of hexagonal structures, International Journal of Plasticity 23, 227-243.

Dans la première partie de ce chapitre les réponses en contrainte et en vitesse de déformation des matériaux à structures cristallines hexagonales sont examinées pour un glissement viscoplastique selon une loi puissance. Les surfaces équipotentielles en contrainte ainsi qu'en vitesse de déformation sont construites et analysées en fonction de la sensibilité à la vitesse de déformation m. La seconde partie de ce chapitre traite du cas d'un glissement linéaire visqueux ; c'est-à-dire le cas où m est égal à 1. Une solution analytique simple est présentée pour obtenir l'état de contrainte déviatorique pour une vitesse de déformation donnée. Il est montré que la rotation plastique n'est pas nulle pour $m=1$ *dans les structures hexagonales, contrairement au cas des structures cubiques où la rotation plastique s'annule. De plus, le taux d'évolution de texture en cisaillement simple d'un polycristal de magnésium est examiné en fonction de m.*

II.1 - Introduction et équations de base

Un problème commun intervenant souvent en plasticité cristalline est d'obtenir l'état de contrainte correspondant à une vitesse de déformation donnée imposée. En plasticité indépendante du temps et quand la loi de Schmid est employée, la solution peut être obtenue en utilisant le principe du travail maximum à l'aide des sommets de la surface de plasticité de Bishop et Hill [BH51]. La procédure consiste à calculer la puissance plastique correspondant aux 56 états de contrainte (pour les structures c.f.c.) définis par les sommets de la surface de plasticité, puis de localiser le sommet correspondant à la puissance plastique maximale. Mais cette procédure a ses limites, notamment quand le vecteur vitesse de déformation imposé est perpendiculaire à un hyperplan de la surface de plasticité, car dans ce cas plusieurs sommets donnent la même puissance plastique maximale. Ceci est connu comme le problème d'ambiguïté de contrainte en plasticité indépendante du temps. Quand la vitesse de déformation n'est perpendiculaire à aucun des hyperplans, un autre problème d'ambiguïté se produit concernant la sélection des systèmes de glissement actifs car ils sont trop nombreux (voir section I.2.2). Ces problèmes ne se présentent pas quand le glissement plastique est dépendant du temps avec une loi constitutive de la forme [H76] :

$$\tau^{s,f} = \tau_0^f \operatorname{sgn}\left(\dot{\gamma}^{s,f}\right)\left|\frac{\dot{\gamma}^{s,f}}{\dot{\gamma}_0}\right|^m = \tau_0^f \frac{\dot{\gamma}^{s,f}}{\dot{\gamma}_0}\left|\frac{\dot{\gamma}^{s,f}}{\dot{\gamma}_0}\right|^{m-1} . \qquad \text{(II.1)}$$

ici $\tau^{s,f}$ est la contrainte de cisaillement résolue dans un système de glissement, indicé par *s*, de la famille indicée par *f*, $\dot{\gamma}^{s,f}$ est le taux de glissement, la valeur τ_0^f est le niveau de contrainte de référence (auquel le taux de cisaillement associé est $\dot{\gamma}_0$) et *m* représente la sensibilité à la vitesse de déformation. Le taux de cisaillement de référence $\dot{\gamma}_0$ est supposé ici constant pour tous les systèmes de glissement. Les systèmes de glissement sont regroupés à l'intérieur de « familles » pour lesquelles l'indice *f* sera utilisé dans la suite. Les principales familles des structures hexagonales sont les glissements basaux, prismatiques et pyramidaux (voir la figure I.2). Il est supposé ici que la contrainte de cisaillement de référence τ_0^f est la même pour une famille de

système de glissement donnée, mais peut être différente d'une famille à l'autre. L'équation (II.1) a été largement employée dans les simulations de plasticité cristalline [AN85-TGJ88-TJG90-NTJ90-GWN92].

Les propriétés de la fonction de charge qui correspondent à l'équation (II.1) ont été analysées par Tóth et al. [TGJ88] pour les structures cubiques, où il a été montré que les surfaces d'écoulement sont lisses, convexes et deviennent de plus en plus arrondies avec l'augmentation de la valeur de *m*. La première partie de ce chapitre présente une analyse similaire pour le cas des structures hexagonales, où les potentiels dépendent non seulement de la valeur de *m* mais aussi des résistances relatives des différentes familles de système de glissement, aussi bien que du paramètre de maille hexagonale *c/a*.

En glissement viscoplastique, dans le but d'obtenir l'état de contrainte correspondant à une vitesse de déformation donnée, la solution d'un système d'équations fortement non linéaires est nécessaire. Les équations de base sont les suivantes.

En négligeant la distorsion élastique, les composantes de la vitesse de déformation eulérienne macroscopiques sont obtenues à partir des glissements cristallographiques en utilisant

$$\dot{\varepsilon}_{ij} = \frac{1}{2}\sum_{f=1}^{nf}\sum_{s=1}^{nsf}\left(m_{ij}^{s,f} + m_{ji}^{s,f}\right)\dot{\gamma}^{s,f} \,, \tag{II.2}$$

où *nsf* est le nombre de systèmes de glissement dans la famille *f* et m_{ij}^{s} la matrice d'orientation de Schmid du système de glissement *s*:

$$m_{ij}^{s,f} = b_i^{s,f} n_j^{s,f} \,, \tag{II.3}$$

avec $\mathbf{b}^{s,f}$ et $\mathbf{n}^{s,f}$ étant respectivement le vecteur unitaire de la direction de glissement et de la normale au plan de glissement. Le nombre total de familles est *nf*. La contrainte de cisaillement résolue est reliée au tenseur des contraintes de Cauchy $\boldsymbol{\sigma}$ comme suit:

$$\tau^{s,f} = \sigma_{ij} m_{ij}^{s,f} \,, \tag{II.4}$$

ce qui, à l'aide de l'équation (II.1), nous permet d'écrire l'équation (II.2) sous la forme :

$$\dot{\varepsilon}_{ij} = \frac{\dot{\gamma}_0}{2} \sum_{f=1}^{nf} \frac{1}{\left(\tau_0^f\right)^{1/m}} \sum_{s=1}^{nsf} \left(m_{ij}^{s,f} + m_{ji}^{s,f}\right)\left(\sigma_{kl} m_{kl}^{s,f}\right)\left|\sigma_{pq} m_{pq}^{s,f}\right|^{\frac{1}{m}-1}. \qquad \text{(II.5)}$$

(Sauf indication contraire, la sommation est implicite pour les indices répétés dans toute la suite.) Seule la partie déviatorique **S** de l'état de contrainte **σ** influe sur la contrainte de cisaillement résolue. Ainsi **σ** peut être remplacée par **S** dans l'équation (II.5). Dans le but de simplifier l'équation (II.5), des quantités vectorielles à cinq dimensions sont introduites. Dans ce but, la notation de Lequeu [LGM87] est adoptée ici :

$$\underline{S} = \left(\frac{\left(S_{22} - S_{11}\right)}{\sqrt{2}}, \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}} S_{33}, \sqrt{2} S_{23}, \sqrt{2} S_{31}, \sqrt{2} S_{12} \right), \qquad \text{(II.6)}$$

$$\underline{\dot{\varepsilon}} = \left(\frac{\left(\dot{\varepsilon}_{22} - \dot{\varepsilon}_{11}\right)}{\sqrt{2}}, \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}} \dot{\varepsilon}_{33}, \sqrt{2} \dot{\varepsilon}_{23}, \sqrt{2} \dot{\varepsilon}_{31}, \sqrt{2} \dot{\varepsilon}_{12} \right), \qquad \text{(II.7)}$$

$$\underline{M}^{s,f} = \left(\frac{\left(m_{22}^{s,f} - m_{11}^{s,f}\right)}{\sqrt{2}}, \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}} m_{33}^{s,f}, \frac{\left(m_{23}^{s,f} + m_{32}^{s,f}\right)}{\sqrt{2}}, \frac{\left(m_{31}^{s,f} + m_{13}^{s,f}\right)}{\sqrt{2}}, \frac{\left(m_{12}^{s,f} + m_{21}^{s,f}\right)}{\sqrt{2}} \right). \qquad \text{(II.8)}$$

Avec les définitions ci-dessus, l'équation (II.5) peut être réécrite de la façon suivante :

$$\dot{\varepsilon}_i = \dot{\gamma}_0 \sum_{f=1}^{nf} \frac{1}{\left(\tau_0^f\right)^{1/m}} \sum_{s=1}^{nsf} M_i^{s,f} \left(S_k M_k^{s,f}\right)\left|S_l M_l^{s,f}\right|^{\frac{1}{m}-1}. \qquad \text{(II.9)}$$

Cette relation représente cinq équations pour les cinq composantes du vecteur vitesse de déformation $\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}$. Les inconnues sont les composantes du vecteur contraintes déviatoriques **S**. L'équation (II.9) est fortement non linéaire à cause de la petite valeur usuelle de *m* pour des applications courantes. Ce système est communément résolu par méthode itérative à l'aide de la technique de Newton-Raphson. Une telle technique itérative requiert une bonne valeur initiale pour débuter la résolution. Dans ce but, la solution du cas $m = 1$ peut être employée. Ce cas du glissement visqueux linéaire est traité dans la seconde partie de ce chapitre. Ce cas est également important en fluage. Le fluage de dislocation peut être correctement décrit par l'équation (II.1) quand $m = 1$ [V68] :

$$\tau^{s,f} = \tau_0^f \frac{\dot{\gamma}^{s,f}}{\dot{\gamma}_0}. \qquad \text{(II.10)}$$

Une déformation superplastique correspond aussi à de grandes valeurs de *m*, pouvant même approcher la valeur de 1. Bien que l'on sache la déformation superplastique réalisée par glissement au joint de grains combiné au glissement de dislocations, le mécanisme de formation, étant fortement dépendant de la diffusion, mène naturellement à un niveau élevé de la sensibilité à la vitesse de déformation. Le glissement aux joints de grains est aussi connu pour être la cause de la randomisation de la texture, comme observé durant la déformation superplastique. Cependant il est possible que le rôle du glissement au joint de grains soit surestimé dans certains cas. Dans de tels cas, la haute valeur de *m* serait en effet due au comportement des dislocations, et l'équation (II.10) peut s'appliquer ; ceci expliquerait également le lent ou le manque de développement de textures de déformation, comme les valeurs de *m* élevées correspondent à une rotation plastique faible ou nulle.

Remarquez que l'équation constitutive ci-dessus correspond à un cas très spécial de viscoplasticité cristalline. Les situations où elle peut être employée correspondent à une haute température durant la déformation ou à du fluage. Dans la plupart des applications pratiques, l'indice de sensibilité à la vitesse de déformation est très petit ; dans certains cas, d'un point de vue ingénierie, il peut même être négligé. Par ailleurs le cas limite $m = 1$ de la viscoplasticité pourrait fournir une intuition utile à la compréhension de certaines tendances du comportement cristallin. L'équation (II.10) est également utilisée comme entrée numérique initiale pour la résolution du système d'équations fortement non linéaire en viscoplasticité quand $m \neq 1$.

L'objet de la seconde partie de ce chapitre est de montrer que, pour les systèmes cristallins cubiques et hexagonaux, la solution pour le glissement visqueux linéaire est complètement analytique (équation (II.9) avec $m = 1$). Les surfaces équipotentielles sont aussi examinées à la fois dans l'espace des contraintes et des vitesses de déformation.

Finalement, les rotations de réseau sont étudiées pour le cas visqueux linéaire. Bien que la rotation plastique a déjà été montrée égale à zéro pour les structures cristallines c.f.c.

quand $m = 1$ [TGJ88], le cas des structures cristallines hexagonales n'a pas encore été étudié.

II.2 - Fonctions potentielles en contraintes et en taux de déformation

Comme il n'y a pas de seuil de contrainte d'écoulement pour le glissement sensible à la vitesse de déformation du type décrit par l'équation (II.1), une « surface d'écoulement », comme on l'entend classiquement, n'existe pas. Cependant, le comportement du cristal peut être visualisé à l'aide d'une fonction potentielle en contraintes. Une telle analyse a été effectuée pour les monocristaux c.f.c. par Tóth et al. [TGJ88]. Les formes des potentiels d'écoulement donnent une information directe sur l'anisotropie plastique du cristal. Il existe aussi une fonction duale aux potentiels en contrainte, que Van Houtte [H02] a nommée « fonction potentielle en taux de déformation ». Cette dernière est très pratique quand elle est connue analytiquement, elle permet alors d'obtenir facilement l'état de contrainte pour n'importe quel taux de déformation appliqué. Une telle analyse n'a pas encore été effectuée pour les structures h.c.

Un équipotentiel est défini tel que la puissance plastique $\dot{W}$ soit constante le long de la surface ; c'est-à-dire :

$$\dot{W} = S_i \dot{\varepsilon}_i = \sum_{f=1}^{nf} \sum_{s=1}^{ns} \tau^{s,f} \dot{\gamma}^{s,f} = C \,. \tag{II.11}$$

A l'aide de l'équation (II.1), $\dot{W}$ devient :

$$\dot{W} = \sum_{f=1}^{nf} \frac{\dot{\gamma}_0}{\left(\tau_0^f\right)^{1/m}} \sum_{s=1}^{ns} \left| M_i^{s,f} S_i \right|^{\frac{1}{m}+1} = C \,. \tag{II.12}$$

La fonction potentielle en contrainte $f\left(\underline{S}\right)$ est définie telle que le taux de déformation plastique (sous forme vectorielle) lui soit normal :

$$\dot{\varepsilon}_i = \frac{\partial f\left(\underline{S}\right)}{\partial S_i} \,. \tag{II.13}$$

Sous cette condition, $f(\underline{S})$ s'exprime :

$$f(\underline{S}) = \frac{m}{m+1} \sum_{f=1}^{nf} \frac{\dot{\gamma}_0}{\left(\tau_0^f\right)^{1/m}} \sum_{s=1}^{ns} \left| M_i^{s,f} S_i \right|^{\frac{1}{m}+1} = C . \qquad \text{(II.14)}$$

Similairement, la fonction potentielle en taux de déformation $h(\underline{\dot{\varepsilon}})$ est telle que l'état de contrainte (sous forme vectorielle) lui soit perpendiculaire :

$$S_i = \frac{\partial h(\underline{\dot{\varepsilon}})}{\partial \dot{\varepsilon}_i} . \qquad \text{(II.15)}$$

Malheureusement, une forme analytique pour $h(\underline{\dot{\varepsilon}})$ ne peut pas être définie (hormis pour $m = 1$, voir plus loin), bien qu'il serait très commode d'obtenir l'état de contrainte depuis l'état du taux de déformation imposé sans aucune itération numérique. Néanmoins, les surfaces équipotentielles de $h(\underline{\dot{\varepsilon}})$ peuvent être tracées numériquement, en effet, le taux de déformation peut toujours être calculé depuis l'équation (II.9) à partir d'un état de contrainte correspondant à la surface potentielle en contrainte. Les deux fonctions $f(\underline{S})$ et $h(\underline{\dot{\varepsilon}})$ sont des potentiels duaux. Le potentiel $h(\underline{\dot{\varepsilon}})$ a été examiné par Fortunier [F89] pour les structures cubiques en glissement indépendant de la vitesse, quand la loi de Schmid peut être employée. Dans ce travail $h(\underline{\dot{\varepsilon}})$ est calculé numériquement pour différentes valeurs de *m*. Le cas limite $m = 0$ peut être approximé en utilisant une valeur de *m* très petite.

Les équipotentiels ont été calculés dans le repère du cristal pour les structures cristallines hexagonales ($c/a = 1.624$ pour le magnésium) avec les familles de système de glissement disponibles suivantes : basales, prismatiques, pyramidales $< a >$, pyramidales $< c + a > / A$ et pyramidales $< c + a > / B$ (voir la figure I.2). Les figures II.1 et II.2 présentent les potentiels en contrainte et en taux de déformation pour deux ensembles de contrainte de références des cinq familles de systèmes de glissement disponibles ; sur la figure II.1, tous les systèmes de glissements ont tous la même résistance que le glissement basal ; sur la figure II.2, l'ensemble de contrainte de références relative est le suivant :

$$\left[\tau_0^{basal} = 1, \tau_0^{prism.} = 8, \tau_0^{pyr.<a>} = 8, \tau_0^{pyr.<c+a>/A} = 6, \tau_0^{pyr.<c+a>/B} = 6 \right], \qquad \text{(II.16)}$$

qui sera noté par la suite pour simplifier les notations : [1, 8, 8, 6, 6], (la liste complète des systèmes de glissement utilisé est donnée dans le tableau II.1). Une série de valeurs de *m* a été considérée : *m* = 1, 0.5, 0.2, 0.1, 0.05 et 0 pour les potentiels en contrainte ainsi que *m* = 1, 0.5, 0.2, 0.1, 0.05 et 0.005 pour les potentiels en taux de déformations. La constante *C* dans l'expression de $f\left(\underline{S}\right)$ (équation (II.14)) a été choisie telle que : $C = \tau_0^{basal}\dot{\gamma}_0 m/(m+1)$. Ici $\tau_0^{basal}\dot{\gamma}_0$ est une puissance plastique qui correspondrait à la puissance d'un glissement simple à l'intérieur d'un système de glissement basal quand la contrainte de cisaillement résolue est égale à la contrainte de référence τ_0^{basal} et pour un taux de glissement $\dot{\gamma}_0 = 1.0s^{-1}$. Le repère cartésien a été défini comme suit : $x_1 \| [10\bar{1}0]$, $x_2 \| [\bar{1}2\bar{1}0]$, $x_3 \| [0001]$.

Le potentiel en contrainte pour le cas limite $m = 0$ a été tracé en utilisant le critère de Schmid. Ils sont analogues aux surfaces de Bishop et Hill connues pour les matériaux c.f.c. Il avait déjà été montré par Tóth et al. [TGJ88] pour les structures cristallines c.f.c. que les surfaces potentielles en contraintes convergent vers la surface d'écoulement de Bishop et Hill pour $m \to 0$. Ce résultat peut être aisément transposé aux structures hexagonales en glissement viscoplastique.

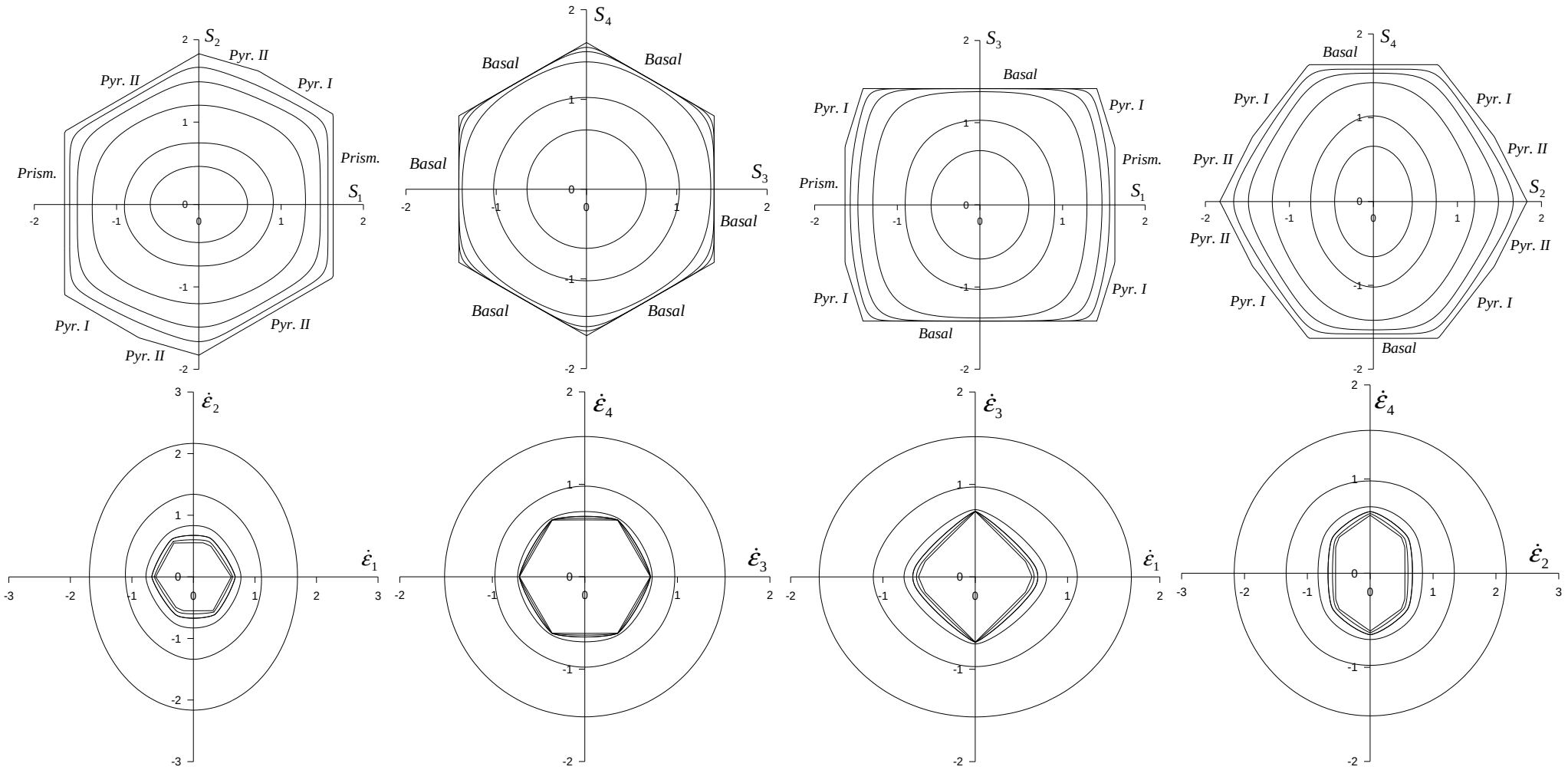


Figure II.1 - Equipotentiels en contrainte $f(S)$ (figures du dessus) et en taux de déformation $h(\dot{\varepsilon})$ (figures du dessous) pour structures hexagonales (c/a=1.624, magnésium) pour différentes sections en espace de Lequeu, pour plusieurs valeurs de m (pour $f(S)$: m = 1, 0.5, 0.2, 0.1, 0.05, 0, pour $h(\dot{\varepsilon})$: m = 1, 0.5, 0.2, 0.1, 0.05, 0.005). Pour $f(S)$, la plus petite surface correspond à m = 1, tandis que pour $h(\dot{\varepsilon})$, l'ordre est inversé. Les résistances relatives de toutes les familles de systèmes de glissement sont égales. Les valeurs de contrainte sont en unité de résistance des systèmes de glissement. Les taux de déformation sont en s^{-1}.

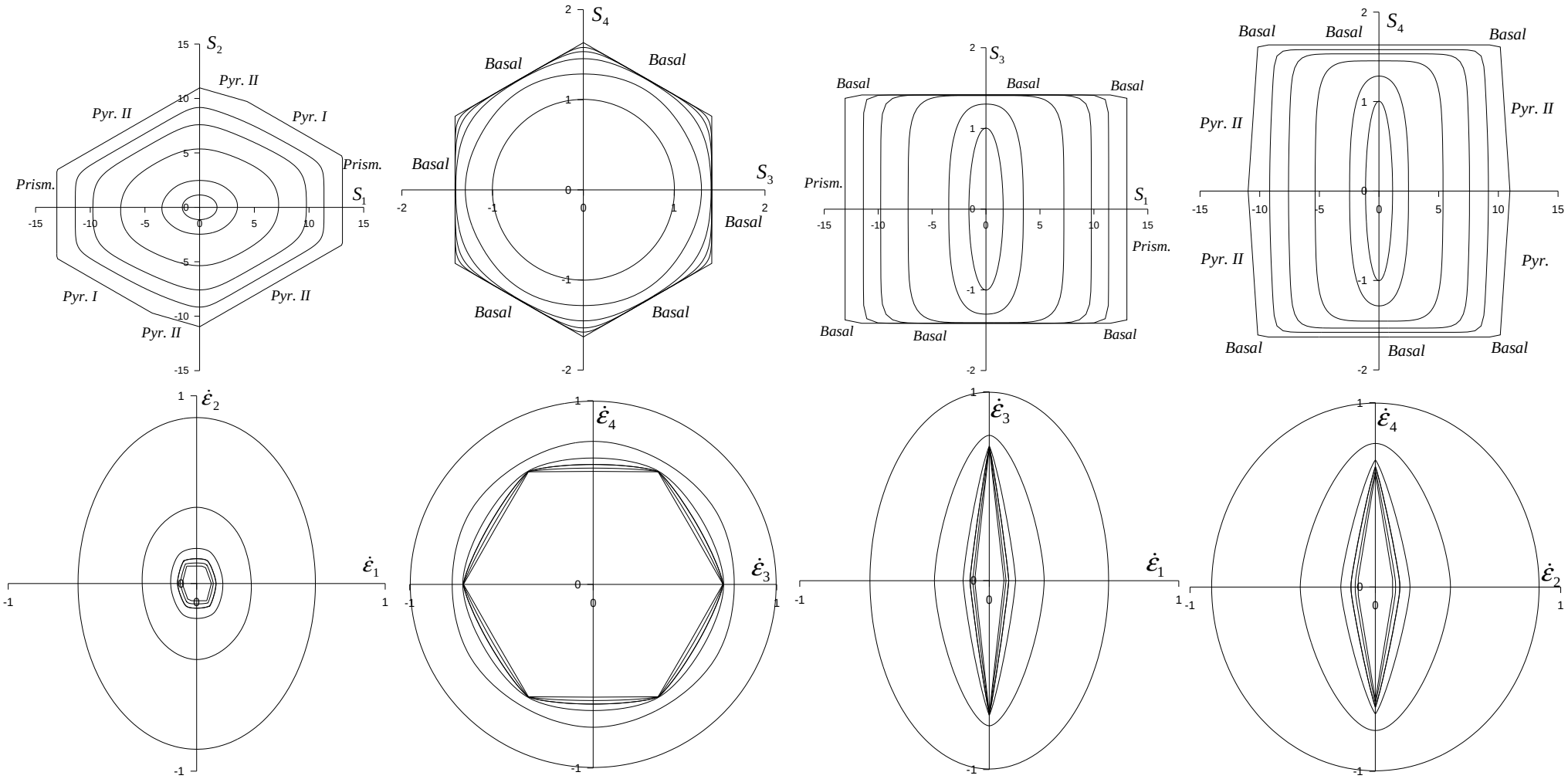


Figure II.2 - Equipotentiels $f(S)$ (figures du dessus) et $h(\dot{\varepsilon})$ (figures du dessous) pour structures hexagonales (c/a=1.624, magnésium) pour différentes sections en espace de Lequeu, pour plusieurs valeurs de m (pour $f(S)$: m = 1, 0.5, 0.2, 0.1, 0.05, 0, pour $h(\dot{\varepsilon})$: m = 1, 0.5, 0.2, 0.1, 0.05, 0.005). Pour $f(S)$, la plus petite surface correspond à m=1, tandis que pour $h(\dot{\varepsilon})$, l'ordre est inversé. Les résistances relatives des familles de systèmes de glissement sont [1, 8, 8, 6, 6]. Les valeurs de contrainte sont normalisées par rapport à la résistance du glissement basal. Les taux de déformation sont en s^{-1}.

Comme on peut le voir sur les figures II.1 et II.2, les formes des surfaces équipotentielles deviennent de plus en plus arrondies avec l'augmentation de la valeur de *m*, et comme prévu, des sommets « pointus » apparaissent dans le cas limite du comportement indépendant de la vitesse ($m = 0$). Pour ce cas limite, les familles de système de glissement actives sont indiquées le long des surfaces potentielles en contrainte sur les figures II.1 et II.2. Le nombre de symétries étant plus réduit dans les structures hexagonales par rapport aux cas cubiques, les fonctions potentielles présentent elles aussi moins de symétries. C'est pourquoi tous les potentiels ne présentent pas une symétrie miroir par rapport aux axes de coordonnées en contrainte. Les différentes sections diffèrent alors dans leurs familles de systèmes de glissement actives. Par exemple, uniquement le glissement basal est activé dans la section $S_4 - S_3$, tandis que dans la section $S_2 - S_1$, le glissement basal est complètement éliminé. Cet effet est très fortement affecté par le choix des contraintes de référence relatives des familles de systèmes de glissement : quand les glissements non basaux sont beaucoup plus difficiles (figures II.2), les potentiels changent de forme de façon non négligeable comme le montre la figure II.2. Cet effet dépend aussi, bien sûr, du paramètre de maille hexagonale ; quand le ratio *c/a* augmente, les systèmes de type pyramidaux deviennent moins inclinés par rapport à l'axe *c*, ce qui mène, par exemple, pour une traction parallèle à l'axe *c*, à une contrainte de cisaillement résolue moindre. En variant le ratio *c/a*, les tenseurs de Schmid $M_i^{s,f}$ changent. Le tableau II.1 montre les valeurs des $M_i^{s,f}$ pour chaque système de glissement en fonction de paramètre de maille *c/a* (nommé c_a). Les niveaux de contraintes, qui sont les tailles des potentiels, dépendent également des contraintes de référence relatives des familles de systèmes de glissement (sauf dans la section $S_4 - S_3$ où uniquement le glissement basal est actif). C'est pourquoi différentes échelles sont utilisées sur la figure II.2, dépendantes de la section considérée.

Concernant les potentiels en taux de déformation, leurs formes et tailles sont inversées par rapport aux surfaces potentielles en contrainte. Les surfaces correspondantes à de faibles valeurs de *m* sont maintenant les surfaces intérieures. Cet inversement de taille relative est dû au fait que la puissance plastique reste la même le long de toutes les surfaces, donc quand le niveau de contraintes est haut, le taux de déformation doit être

bas. Les différences dans les formes des potentiels en taux de déformation par rapport aux surfaces potentielles en contraintes sont dues à la dualité des ses surfaces. Comme discuté par Hill [H87] pour le cas insensible à la vitesse de déformation, les sommets des potentiels en contrainte correspondent aux normales extérieures sortantes (ou pôles) des hyperplans composant les potentiels en taux de déformation (et inversement). Fortunier [F89] a présenté les surfaces potentielles en taux de déformations duales aux surfaces de Bishop et Hill pour $m = 0$ des structures c.f.c. Bien que la procédure de Fortunier pourrait être établie pour le cas h.c., le cas $m = 0$ a été ici (voir figure II.1 et II.2) approximé en utilisant une valeur de la sensibilité à la vitesse de déformation très petite : $m = 0,005$.

De plus toutes les sections présentées sur les figures II.1 et II.2 ne sont pas fermées. Une surface fermée signifie que le taux de déformation associé à n'importe quel état de contrainte admissible dans une section donnée est situé dans la même section [CKT85]. Le tableau II.2 présente les résultats pour toutes les sections (de une à quatre dimensions) obtenues pour le cas présent, hexagonal, en comparaison avec les structures cubiques. Il peut être vu dans ce tableau que, quand dans le système cubique un sous-espace n'est pas fermé, il ne l'est pas non plus dans le cas hexagonal. Cependant, la réciproque n'est pas vraie, quand un sous-espace dans le cas cubique est fermé, celui-ci ne l'est pas forcément dans le cas hexagonal. Ceci est encore une conséquence du plus grand degré d'anisotropie des structures hexagonales par rapport aux structures cubiques.

Tableau II.1 - Tenseurs de Schmid $M_i^{s,f}$ en cinq dimensions pour les structures hexagonales

Famille *f*	Système *s*	$M_1^{s,f}$	$M_2^{s,f}$	$M_3^{s,f}$	$M_4^{s,f}$	$M_5^{s,f}$	Facteur de division
Basale	$(0001)[1\bar{2}10]$	0	0	-1	0	0	$\sqrt{2}$
	$(0001)[2\bar{1}\bar{1}0]$	0	0	$-1/2$	$\sqrt{3}/2$	0	
	$(0001)[11\bar{2}0]$	0	0	$1/2$	$\sqrt{3}/2$	0	
Prismatique	$(10\bar{1}0)[\bar{1}2\bar{1}0]$	0	0	0	0	1	$\sqrt{2}$
	$(1\bar{1}00)[11\bar{2}0]$	$-\sqrt{3}/2$	0	0	0	$-1/2$	
	$(0\bar{1}10)[2\bar{1}\bar{1}0]$	$\sqrt{3}/2$	0	0	0	$-1/2$	
Pyramidale <a>	$(10\bar{1}1)[\bar{1}2\bar{1}0]$	0	0	$\sqrt{3}/c_a$	0	2	$\sqrt{2}\sqrt{4+3/c_a^2}$
	$(1\bar{1}01)[11\bar{2}0]$	$-\sqrt{3}$	0	$\sqrt{3}/2c_a$	$3/2c_a$	-1	
	$(0\bar{1}11)[2\bar{1}\bar{1}0]$	$\sqrt{3}$	0	$-\sqrt{3}/2c_a$	$3/2c_a$	-1	
	$(\bar{1}011)[1\bar{2}10]$	0	0	$-\sqrt{3}/c_a$	0	2	
	$(\bar{1}101)[\bar{1}\bar{1}20]$	$-\sqrt{3}$	0	$-\sqrt{3}/2c_a$	$-3/2c_a$	-1	
	$(01\bar{1}1)[\bar{2}110]$	$\sqrt{3}$	0	$\sqrt{3}/2c_a$	$-3/2c_a$	-1	
Pyramidale <c+a>/A	$(10\bar{1}1)[2\bar{1}\bar{1}3]$	$-\sqrt{3}$	-3	$-\sqrt{3}/2c_a$	$-\left(4c_a^2-3\right)/2c_a$	-1	$\sqrt{2}\sqrt{4+3/c_a^2}$ $\times\sqrt{1+c_a^2}$
	$(10\bar{1}1)[11\bar{2}3]$	$-\sqrt{3}$	-3	$\sqrt{3}/2c_a$	$-\left(4c_a^2-3\right)/2c_a$	1	
	$(01\bar{1}1)[11\bar{2}3]$	0	-3	$-\sqrt{3}\left(2c_a^2-1\right)/2c_a$	$-\left(2c_a^2-3\right)/2c_a$	2	
	$(01\bar{1}1)[\bar{1}2\bar{1}3]$	$\sqrt{3}$	-3	$-\sqrt{3}\left(c_a^2-1\right)/c_a$	$-c_a$	1	
	$(\bar{1}101)[\bar{1}2\bar{1}3]$	$\sqrt{3}$	-3	$-\sqrt{3}\left(c_a^2-1\right)/c_a$	c_a	-1	
	$(\bar{1}101)[\bar{2}11\bar{3}]$	0	-3	$-\sqrt{3}\left(2c_a^2-1\right)/2c_a$	$\left(2c_a^2-3\right)/2c_a$	-2	
	$(\bar{1}011)[\bar{2}11\bar{3}]$	$-\sqrt{3}$	-3	$\sqrt{3}/2c_a$	$\left(4c_a^2-3\right)/2c_a$	-1	
	$(\bar{1}011)[\bar{1}\bar{1}2\bar{3}]$	$-\sqrt{3}$	-3	$-\sqrt{3}/2c_a$	$\left(4c_a^2-3\right)/2c_a$	1	
	$(0\bar{1}11)[\bar{1}\bar{1}2\bar{3}]$	0	-3	$\sqrt{3}\left(2c_a^2-1\right)/2c_a$	$\left(2c_a^2-3\right)/2c_a$	2	
	$(0\bar{1}11)[1\bar{2}1\bar{3}]$	$\sqrt{3}$	-3	$\sqrt{3}\left(c_a^2-1\right)/c_a$	c_a	1	
	$(1\bar{1}01)[1\bar{2}1\bar{3}]$	$\sqrt{3}$	-3	$\sqrt{3}\left(c_a^2-1\right)/c_a$	$-c_a$	-1	
	$(1\bar{1}01)[2\bar{1}\bar{1}3]$	0	-3	$\sqrt{3}\left(2c_a^2-1\right)/2c_a$	$-\left(2c_a^2-3\right)/2c_a$	-2	
Pyramidale <c+a>/B	$(2\bar{1}\bar{1}2)[2\bar{1}\bar{1}3]$	$-1/4$	$-\sqrt{3}/2$	$\left(c_a^2-1\right)/4c_a$	$-\sqrt{3}\left(c_a^2-1\right)/4c_a$	$-\sqrt{3}/4$	$\dfrac{\sqrt{2}}{\sqrt{1+1/c_a^2}\sqrt{1+c_a^2}}$
	$(11\bar{2}2)[11\bar{2}3]$	$-1/4$	$-\sqrt{3}/2$	$-\left(c_a^2-1\right)/4c_a$	$-\sqrt{3}\left(c_a^2-1\right)/4c_a$	$\sqrt{3}/4$	
	$(\bar{1}2\bar{1}2)[\bar{1}2\bar{1}3]$	$1/2$	$-\sqrt{3}/2$	$-\left(c_a^2-1\right)/2c_a$	0	0	
	$(\bar{2}112)[\bar{2}11\bar{3}]$	$-1/4$	$-\sqrt{3}/2$	$-\left(c_a^2-1\right)/4c_a$	$\sqrt{3}\left(c_a^2-1\right)/4c_a$	$-\sqrt{3}/4$	
	$(\bar{1}\bar{1}22)[\bar{1}\bar{1}2\bar{3}]$	$-1/4$	$-\sqrt{3}/2$	$\left(c_a^2-1\right)/4c_a$	$\sqrt{3}\left(c_a^2-1\right)/4c_a$	$\sqrt{3}/4$	
	$(1\bar{2}12)[1\bar{2}1\bar{3}]$	$1/2$	$-\sqrt{3}/2$	$\left(c_a^2-1\right)/2c_a$	0	0	

Tableau II.2 - Sous-espaces fermés (f) ou non fermés (nf) pour structures hexagonales et cubiques en cinq dimensions.

Sous-espace de l'état de contrainte imposé					Sous-espace de l'état de taux de déformation correspondant					Sous-espaces fermé (f) ou non fermés (nf)	
S_1	S_2	S_3	S_4	S_5	$\dot{\varepsilon}_1$	$\dot{\varepsilon}_2$	$\dot{\varepsilon}_3$	$\dot{\varepsilon}_4$	$\dot{\varepsilon}_5$	h.c.p.	cubiques.
X	0	0	0	0	X	0	0	0	0	f	f
0	X	0	0	0	X	X	0	0	0	nf	f
0	0	X	0	0	0	0	X	0	0	f	f
0	0	0	X	0	0	0	X	X	0	nf	f
0	0	0	0	X	0	0	0	0	X	f	f
X	X	0	0	0	X	X	0	0	0	f	f
X	0	X	0	0	X	X	X	0	0	nf	nf
X	0	0	X	0	X	X	0	X	0	nf	nf
X	0	0	0	X	X	0	0	0	X	f	f
0	X	X	0	0	X	X	X	0	0	nf	nf
0	X	0	X	0	X	X	0	X	0	nf	nf
0	X	0	0	X	X	X	0	0	X	nf	f
0	0	X	X	0	0	0	X	X	0	f	f
0	0	X	0	X	0	0	X	0	X	f	f
0	0	0	X	X	X	X	X	X	X	nf	f
X	X	X	0	0	X	X	X	0	0	f	f
X	X	0	X	0	X	X	0	X	0	f	f
X	X	0	0	X	X	X	0	0	X	f	f
X	0	X	X	0	X	X	X	X	X	nf	nf
X	0	X	0	X	X	X	X	X	X	nf	nf
X	0	0	X	X	X	X	X	X	X	nf	nf
0	X	X	X	0	X	X	X	X	X	nf	nf
0	X	X	0	X	X	X	X	X	X	nf	nf
0	X	0	X	X	X	X	X	X	X	nf	nf
0	0	X	X	X	X	X	X	X	X	nf	f
X	X	X	X	0	X	X	X	X	X	nf	f
X	X	X	0	X	X	X	X	X	X	nf	f
X	X	0	X	X	X	X	X	X	X	nf	f
X	0	X	X	X	X	X	X	X	X	nf	nf
0	X	X	X	X	X	X	X	X	X	nf	nf

II.3 - Le cas du glissement visqueux linéaire ; *m* = 1

Pour le cas du glissement visqueux linéaire, $m=1$, une relation analytique entre l'état de taux de déformation et l'état de contrainte déviatorique peut être obtenue. En utilisant les quantités vectorielles précédemment énoncées, l'équation (II.2) devient :

$$\dot{\varepsilon}_i = \sum_{f=1}^{nf}\sum_{s=1}^{nsf} M_i^{s,f}\dot{\gamma}^{s,f} \ , \tag{II.17}$$

Les équations (II.4) et (II.10) mènent à :

$$\dot{\gamma}^{s,f} = \frac{\dot{\gamma}_0}{\tau_0^f} M_i^{s,f} S_i . \tag{II.18}$$

Finalement, $\dot{\varepsilon}_i$ peut s'exprimer comme suit :

$$\dot{\varepsilon}_i = \dot{\gamma}_0 \sum_{f=1}^{nf}\sum_{s=1}^{nsf}\left(\frac{1}{\tau_0^f}\right) M_i^{s,f} M_j^{s,f} S_j \ . \tag{II.19}$$

Cette relation peut être réécrite :

$$\dot{\varepsilon}_i = \dot{\gamma}_0 S_j \sum_{f=1}^{nf}\frac{1}{\tau_0^f}\sum_{s=1}^{nsf} M_i^{s,f} M_j^{s,f} \ . \tag{II.20}$$

En définissant

$$H_{ij}^f = \sum_{s=1}^{nsf} M_i^{s,f} M_j^{s,f} \ , \tag{II.21}$$

l'équation (II.20) devient :

$$\dot{\varepsilon}_i = \dot{\gamma}_0 S_j \sum_{f=1}^{nf}\frac{1}{\tau_0^f} H_{ij}^f . \tag{II.22}$$

Cette relation peut encore être simplifiée en introduisant la notation générale :

$$H_{ij} = \sum_{f=1}^{nf}\frac{1}{\tau_0^f} H_{ij}^f , \tag{II.23}$$

ce qui nous permet d'exprimer l'équation (II.22) comme suit :

$$\dot{\varepsilon}_i = \dot{\gamma}_0 H_{ij} S_j \,. \tag{II.24}$$

La matrice H_{ij}^f possède une propriété spéciale quand elle est définie dans le repère du cristal : elle est diagonale pour toutes les familles de système de glissement des structures cubiques centrées (c.c.), cubiques faces centrées (c.f.c.), mais aussi hexagonales compactes (h.c.). Par conséquence, H_{ij} est également diagonale. Malheureusement cette propriété peut être perdue si quand les quantités $m_{ij}^{s,f}$ sont exprimées dans un autre repère. Grâce à la nature diagonale de H_{ij}^f, l'état de contrainte peut être aisément obtenu d'après l'équation (II.22) comme suit :

$$S_i = \frac{\dot{\varepsilon}_i}{\dot{\gamma}_0 H_{(ii)}}, \tag{II.25}$$

où la parenthèse (ii) signifie *pas* de sommation sur *i*.

Les valeurs des composantes diagonales des H_{ij}^f sont présentées dans le tableau II.3 pour les structures c.c., c.f.c. et h.c.

Tableau II.3 - Valeurs des H_{ii}^{f} dans les structures c.c., c.f.c., et h.c. (c_a étant le rapport de la maille hexagonale)

Familles		H_{11}^{f}	H_{22}^{f}	H_{33}^{f}	H_{44}^{f}	H_{55}^{f}	facteur de division
c.f.c.	$\{111\}\langle 110\rangle$	2	2	2/3	2/3	2/3	1
c.c.	$\{110\}\langle 110\rangle$	2	2	2/3	2/3	2/3	1
	$\{112\}\langle 111\rangle$	2	2	2/3	2/3	2/3	1
	$\{123\}\langle 111\rangle$	4	4	4/3	4/3	4/3	1
h.c.	**Basale** $\{0001\}\langle 11\bar{2}0\rangle$	0	0	3/4	3/4	0	1
	Prismatique $\{1010\}\langle \bar{1}1\bar{2}0\rangle$	3/4	0	0	0	3/4	1
	Pyr. <a> $\{1011\}\langle \bar{1}2\bar{1}0\rangle$	$6c_a^2$	0	9/2	9/2	$6c_a^2$	$\left(4c_a^2+3\right)$
	Pyr. <c+a>/A $\{01\bar{1}1\}\langle 11\bar{2}3\rangle$	$12c_a^2$	$54c_a^2$	$3\left(3-6c_a^2+4c_a^4\right)$	$3\left(3-6c_a^2+4c_a^4\right)$	$12c_a^2$	$\left(1+c_a^2\right)\left(4c_a^2+3\right)$
	Pyr. <c+a>/B $\{2\bar{1}\bar{1}2\}\langle \bar{2}113\rangle$	$3c_a^2$	$9c_a^2$	$\frac{3}{2}\left(c_a^2-1\right)^2$	$\frac{3}{2}\left(c_a^2-1\right)^2$	$3c_a^2$	$\left(1+c_a^2\right)$

Le résultat exprimé par l'équation (II.25) est très utile dans les calculs de plasticité cristalline dépendante de la vitesse et permet d'obtenir immédiatement la réponse du cristal en contrainte pour n'importe quel taux de déformation imposé analytiquement (c'est-à-dire, sans résolution d'équation). Attention, cependant, ceci est uniquement valable pour le cas du glissement cristallographique visqueux linéaire, c'est-à-dire quand $m=1$.

Maintenant les potentiels en contraintes et en taux de déformation peuvent être étudiés pour le cas restreint du glissement visqueux linéaire. En utilisant l'équation (II.24), la condition donnée par l'équation (II.11) devient :

$$\dot{W}=\frac{1}{\dot{\gamma}_0}\sum_{i=1}^{5}\frac{\left(\dot{\varepsilon}_i\right)^2}{H_{(ii)}}=C\,. \qquad \text{(II.26)}$$

Maintenant la fonction potentielle en taux de déformation $h(\dot{\boldsymbol{\varepsilon}})$ va être déterminée. Un vecteur normal à cette surface devrait donner la contrainte déviatorique ; autrement dit on a :

$$S_i = \lambda \frac{\partial h(\dot{\boldsymbol{\varepsilon}})}{\partial \dot{\varepsilon}_i}, \tag{II.27}$$

où λ est un facteur scalaire positif. En utilisant l'équation (II.26), $h(\dot{\varepsilon})$ peut être obtenue :

$$h(\dot{\varepsilon}) = \frac{1}{2\dot{\gamma}_0} \sum_{i=1}^{5} \frac{(\dot{\varepsilon}_i)^2}{H_{(ii)}}. \tag{II.28}$$

La valeur de λ est 0.5 (obtenue depuis les équations (II.25) et (II.27)). Il peut être également vérifié qu'en substituant $h(\dot{\boldsymbol{\varepsilon}})$ dans l'équation (II.27) l'équation (II.25) est retrouvée.

La surface potentielle en contrainte peut être obtenue depuis l'équation (II.28) en utilisant l'équation (II.25).

$$f(S) = \sum_{i=1}^{5} (S_i)^2 H_{(ii)}. \tag{II.29}$$

Il est évident d'après l'expression des équipotentiels qu'ils ne sont pas définis si l'une des valeurs $H_{(ii)}$ est nulle. Ceci ne se produit pas pour les structures c.c. et c.f.c. ; cependant cela se produit pour les cristaux hexagonaux quand les systèmes de glissement basaux, prismatiques ou pyramidaux $<a>$ sont considérés seuls (voir tableau II.3). Ceci correspond à l'insuffisance bien connue d'accommodation de la déformation des structures hexagonales : c'est-à-dire que ces systèmes de glissements seuls ne sont pas suffisants pour permettre une déformation arbitraire du cristal sans leur ajouter au moins une famille de système de glissement pyramidale. Les familles de systèmes de glissement pyramidales $<c+a>/A$ et $<c+a>/B$, peuvent cependant, quant à elles, accommoder n'importe quelle déformation imposée.

Pour les variations de formes et de tailles des équipotentiels en contrainte $f(S)$ et en taux de déformation $h(\dot{\varepsilon})$ pour les structures hexagonales (c/a = 1.624, magnésium) dans le cas linéaire, voir les figures II.1 et II.2.

II.4 - Rotation plastique

Le concept de rotation plastique a fait l'objet à travers les années d'un intérêt considérable de la part de la communauté de la plasticité. Même dans la modélisation constitutive phénoménologique, la rotation plastique a été employée pour décrire l'évolution de l'anisotropie [DR89-GWN92-BN97-SV02-GA05]. En plasticité cristalline, la rotation plastique est un élément important dans le calcul de la rotation de réseau [H81-TGJ88-TJN90-AA91-D98-H02].

Pour calculer la rotation du réseau d'un cristal due au glissement cristallographique plastique, il est nécessaire de distinguer au moins trois types de vitesse de rotation (en supposant que les distorsions élastiques sont négligées). Elles sont :

$\underline{\underline{\beta}}$, la vitesse de rotation rigide, qui est la partie anti-symétrique du tenseur gradient de vitesse $\boldsymbol{L}$ lié au repère fixe et donnée par :

$$\beta_{ij} = \frac{L_{ij} - L_{ji}}{2}; \tag{II.30}$$

$\underline{\underline{\omega}}$, la vitesse de rotation plastique, qui est la partie anti-symétrique du tenseur gradient de vitesse correspondant uniquement au glissement cristallographique plastique ; par rapport au repère fixe, elle est donnée par [H81-H84] :

$$\omega_{ij} = \sum_{f=1}^{nf} \sum_{s=1}^{nsf} \frac{m_{ij}^{s,f} - m_{ji}^{s,f}}{2} \dot{\gamma}^{s,f}; \tag{II.31}$$

$\underline{\underline{\Omega}}$, la vitesse de rotation de réseau, qui est le taux de rotation des directions cristallographiques par rapport au repère fixe.

La relation suivante existe entre ces quantités [H72] :

$$\underline{\underline{\Omega}} = \underline{\underline{\beta}} - \underline{\underline{\omega}}. \tag{II.32}$$

Dans la suite, la rotation plastique sera évaluée en détail. En utilisant la loi constitutive définie par l'équation (II.1) avec l'équation (II.4), l'équation (II.31) devient :

$$\omega_{ij} = \frac{\dot{\gamma}_0}{2} \sum_{f=1}^{nf} \frac{1}{\left(\tau_0^f\right)^{1/m}} \sum_{s=1}^{nsf} \left(m_{ij}^{s,f} - m_{ji}^{s,f} \right) m_{kl}^{s,f} S_{kl} \left| m_{pq}^{s,f} S_{pq} \right|^{\frac{1}{m}-1}. \tag{II.33}$$

Pour $m = 1$ cette relation s'écrit :

$$\omega_{ij} = \frac{\dot{\gamma}_0}{2} S_{kl} \sum_{f=1}^{nf} \frac{1}{\tau_0^f} \sum_{s=1}^{nsf} \left(m_{ij}^{s,f} - m_{ji}^{s,f} \right) m_{kl}^{s,f} \ . \tag{II.34}$$

En définissant :

$$H_{ijkl}^f = \sum_{s=1}^{nsf} m_{ij}^{s,f} m_{kl}^{s,f} \ , \tag{II.35}$$

L'équation (II.34) devient :

$$\omega_{ij} = \frac{\dot{\gamma}_0}{2} S_{kl} \sum_{f=1}^{nf} \frac{1}{\tau_0^f} \left(H_{ijkl}^f - H_{jikl}^f \right). \tag{II.36}$$

Cette relation peut être encore simplifiée en introduisant la notation générale :

$$H_{ijkl} = \sum_{f=1}^{nf} \frac{1}{\tau_0^f} H_{ijkl}^f . \tag{II.37}$$

Il en résulte que l'équation (II.36) s'écrit finalement :

$$\omega_{ij} = \frac{\dot{\gamma}_0}{2} \left(H_{ijkl} - H_{jikl} \right) S_{kl} . \tag{II.38}$$

Le calcul des quantités H_{ijkl}, pour toutes les familles de système de glissement des structures c.c., c.f.c. et h.c., donnent le résultat général suivant (indépendamment des contraintes de référence relatives τ_0^f des familles de systèmes de glissement) : pour 60 des 81 cas, $H_{ijkl} = 0$ (pour $ij \neq kl$ et $i \neq j$).

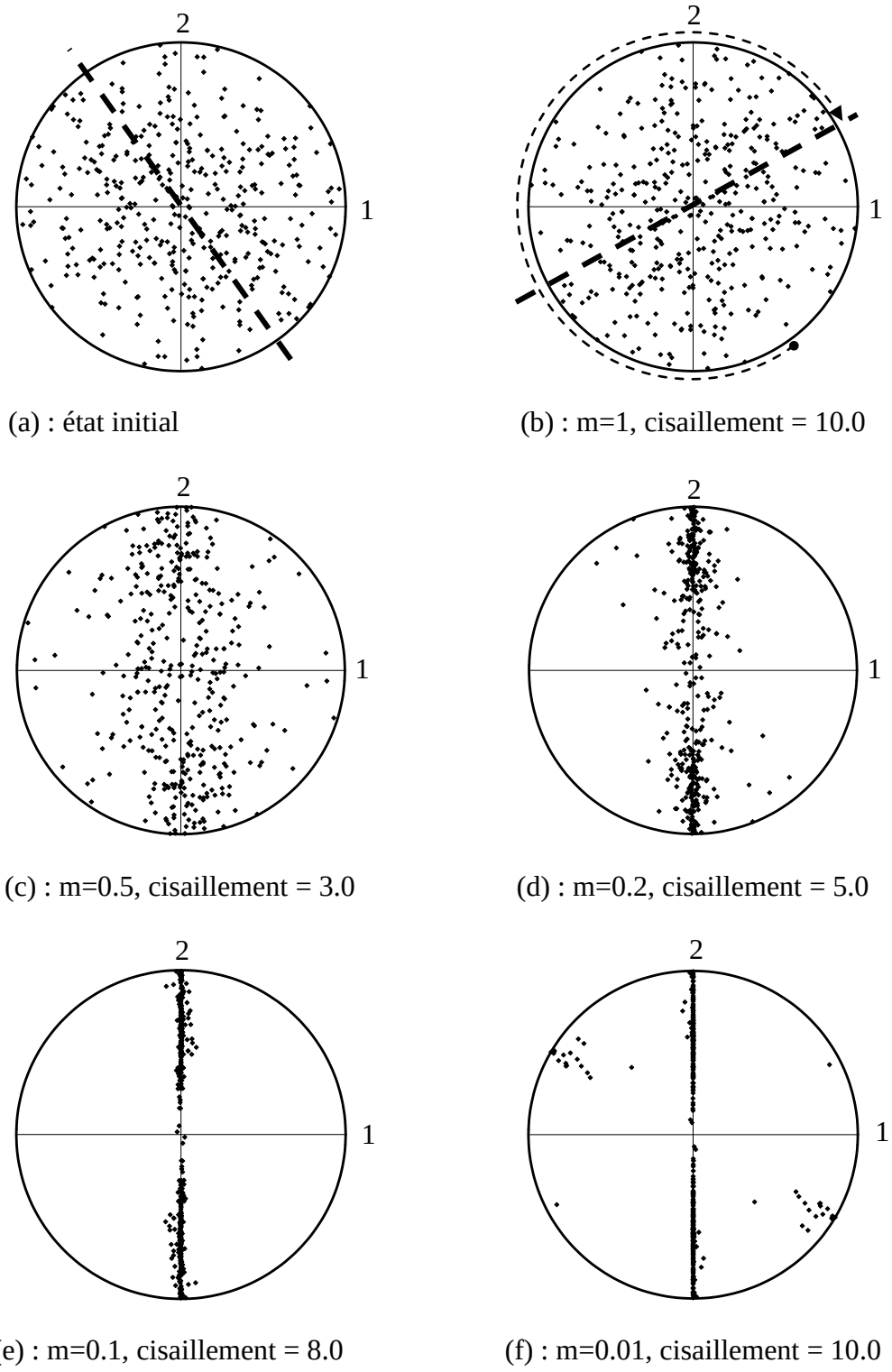
Tóth et al. [TGJ88] ont montré que la rotation plastique est nulle pour les structures cubiques quand $m=1$. En conséquence, le taux de rotation de réseau $\underline{\underline{\Omega}}$ est égal au taux de rotation rigide $\underline{\underline{\beta}}$. En traction, compression ou laminage, le taux de rotation matériel est nul, donc la rotation de réseau sera également nulle. Par conséquent, il n'y a pas d'évolution de la texture cristallographique dans les polycristaux cubiques pour ces cas. Cependant, la même conclusion n'est pas valable pour les structures hexagonales. Il a été trouvé, en utilisant l'équation (II.38), qu'uniquement les rotations autour de l'axe c étaient nulles ($\omega_{12}=0$). Les deux autres composantes du vecteur rotation sont généralement non nulles ; c'est-à-dire, $\omega_{13}\neq 0$ et $\omega_{23}\neq 0$. La raison de ceci peut être que la seule symétrie axiale de la structure hexagonale est d'axe *c*, qui n'est autre que l'axe de la composante ω_{12} de la rotation plastique. En contraste, dans les structures cubiques, il y a plusieurs symétries autour de chacun des trois axes du cristal, et ceci peut être la raison pour laquelle toutes les composantes de la rotation plastique ω_{ij} sont nulles pour le cas $m=1$.

La conséquence de cette rotation plastique non nulle pour les structures cristallines hexagonales est que des textures pourraient se développer dans les polycristaux h.c. Néanmoins, il est important de voir dans quelles mesures la texture peut être affectée par cette rotation plastique non nulle. Dans cette optique, des simulations de l'évolution de texture ont été effectuées pour le cas d'un polycristal de magnésium. Le cisaillement simple a été choisi comme chemin de déformation car de grandes déformations peuvent généralement être assurées en cisaillement simple en utilisant le test de torsion. Le gradient de vitesse constant suivant a été utilisé :

$$L=\begin{pmatrix} 0 & 1.0s^{-1} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}. \qquad \text{(II.39)}$$

La rotation rigide correspondant à ce gradient de vitesse est : $\beta_{12}=0,5s^{-1}$. Cent grains orientés aléatoirement ont été choisis comme texture initiale, celle-ci a été symétrisée par rapport à l'axe z du repère (la seule symétrie qui s'applique au test de cisaillement).

La distribution est décrite sur la figure II.3 sous forme de figure de pôle (00.1). Le jeu de contrainte de référence choisi était [1, 2, 2, 3, 3].



(a) : état initial (b) : m=1, cisaillement = 10.0

(c) : m=0.5, cisaillement = 3.0 (d) : m=0.2, cisaillement = 5.0

(e) : m=0.1, cisaillement = 8.0 (f) : m=0.01, cisaillement = 10.0

Figure II.3 - Simulation du développement de texture durant cisaillement simple d'un polycristal de magnésium.

Le développement de texture est contrôlé par la rotation de réseau $\underline{\underline{\Omega}}$, qui est donnée par l'équation (II.32) ; $\underline{\underline{\Omega}} = \underline{\underline{\beta}} - \underline{\underline{\omega}}$. Les normes des vecteurs de rotation plastique et de réseau sont données par :

$$\|\Omega\| = \sqrt{\Omega_{32}^2 + \Omega_{13}^2 + \Omega_{12}^2}, \quad \|\omega\| = \sqrt{\omega_{32}^2 + \omega_{13}^2 + \omega_{12}^2} . \tag{II.40}$$

Etant donné que dans cet exemple $\underline{\underline{\beta}}$ est constant, l'évolution de la rotation plastique devient un facteur décisif dans l'évolution de la texture. Comme cette quantité varie d'un cristal à l'autre, une valeur moyenne $\bar{\omega}$ a été calculée pour représenter la rotation de réseau du polycristal. Sur la figue II.4, cette quantité est tracée en fonction du cisaillement du polycristal simulé. Comme on le voit sur cette figure, $\bar{\omega}$ est très basse pour $m = 1$ (par rapport à la valeur de $\beta_{12} = 0,5 s^{-1}$) ; elle est seulement d'environ 0,0285 s^{-1}, et reste pratiquement constante durant la déformation. Par conséquent, la texture développée est virtuellement une simple rotation de la texture initiale autour de l'axe z (le centre de la figure de pôle) dans le sens anti-trigonométrique. Durant cette simulation de grande déformation (jusqu'à un cisaillement de 10,0), la rotation envisageable de la texture peut être estimée par une intégration de la rotation de réseau moyenne $\bar{\Omega}$ sur la déformation. Pour le cas présent, cette intégration mène à la valeur de 286.5°. Cette rotation est indiquée sur la figure II.3b (par rapport à la figure II.3a), ce qui semble en bon accord avec la rotation globale de la texture. Cependant, la contribution de la rotation plastique est très petite. Par exemple, la valeur calculée de la rotation correspondante à une valeur nulle de $\bar{\omega}$ est de 285,2°; ce qui est très voisin de la valeur ci-dessus de 286,5° quand la rotation plastique est inclue dans le calcul.

Dans un but de comparaison, des simulations ont également été effectuées pour de plus petite valeur de *m*, descendant jusqu'à $m = 0,01$. La rotation plastique moyenne obtenue augmente significativement avec *m*, comme on peut le voir sur la figure II.4. La valeur de $\bar{\omega}$ varie également en fonction de la déformation, en conséquence de l'évolution de la texture cristallographique. Elle augmente généralement au début de la déformation, puis diminue après avoir atteint un maximum local. Les textures qui correspondent à ces valeurs de rotation plastique maximum sont visibles sur les figures II.3c-f. Seule une valeur très petite de *m* permet à la rotation plastique d'approcher la

valeur de la rotation rigide, et uniquement aux grandes déformations. A ce stade, la plupart des orientations cristallines arrivent proches des positions stables (« idéales ») dans l'espace d'orientation et la texture devient très intense, comme on peut le voir sur la figure II.3f. L'effet de la valeur de *m* sur le développement de texture a déjà été discuté par Tóth et al. [TGJ88] pour les structures c.f.c. Les mêmes conclusions sont valables pour les structures hexagonales considérées ici.

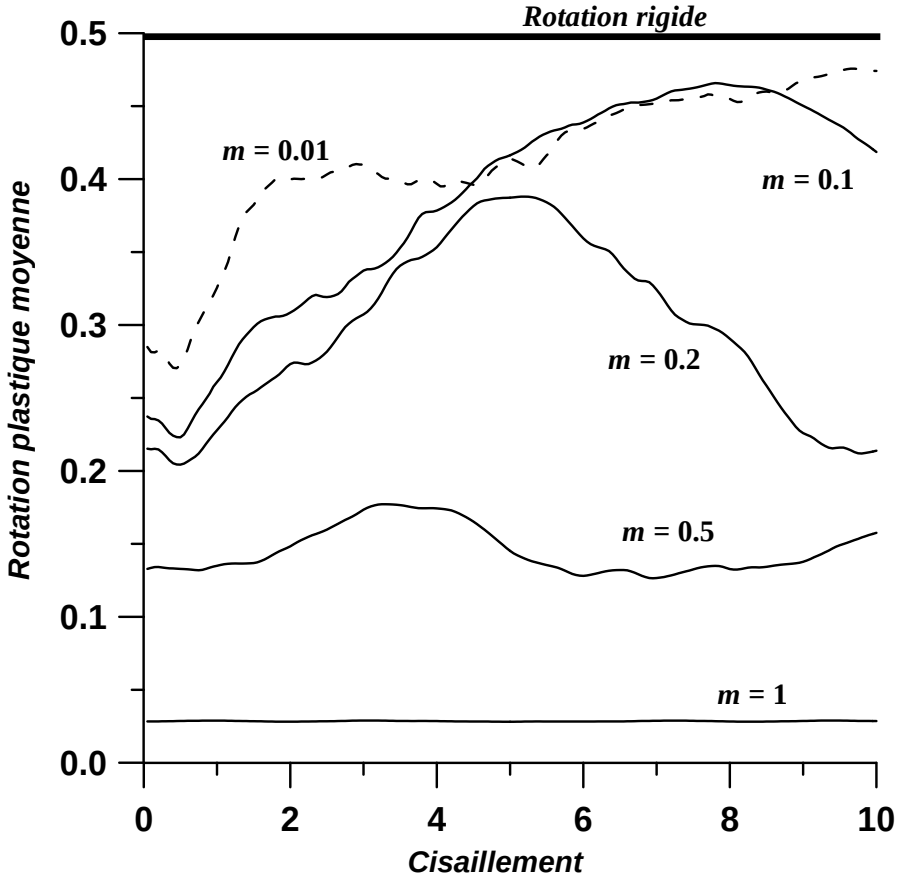


Figure II.4 - Évolution de la rotation plastique moyenne en fonction du cisaillement pour un polycristal à structures hexagonales (magnésium) pour plusieurs valeurs de la sensibilité à la vitesse de déformation.

II.5 - Conclusions

Les potentiels en contrainte et en taux de déformation ont été analysés pour les structures hexagonales : les effets d'un glissement viscoplastique et des résistances relatives des familles de systèmes de glissement ont été analysés. Le cas du glissement visqueux linéaire en plasticité cristalline a également été examiné en détail. La réponse en contrainte du cristal, pour un taux de déformation imposé, et la rotation plastique ont été déterminées. La simplicité de la loi constitutive et les symétries du cristal ont permis le développement de relations analytiques simples et directes quand $m = 1$. Les résultats de cette étude mènent, pour le cas $m = 1$, aux conclusions majeures suivantes :

1. L'état de contrainte correspondant à un état de taux de déformation imposé peut être obtenu d'après une relation linéaire directe dans le repère du cristal.

2. Contrairement au cas des cristaux cubiques, la rotation plastique n'est pas nulle pour les cristaux à structures hexagonales. Néanmoins sa valeur est très faible par rapport à la rotation rigide imposée par le test.

A ce stade, la plupart des orientations cristallines arrivent proche des positions stables (« idéales ») dans l'espace d'orientation et la texture devient très intense, comme on peut le voir sur la figure II.3f. L'effet de la valeur de *m* sur le développement de texture a déjà été discuté par Tóth et al. [TGJ88] pour les structures c.f.c. Les mêmes conclusions sont valables pour les structures hexagonales considérées ici. Le chapitre suivant sera consacré à l'étude de ces positions « idéales » ainsi qu'à leurs caractéristiques de stabilité pour un chargement en cisaillement simple.

Chapitre III

Orientations idéales et caractéristiques de persistance des cristaux hexagonaux en cisaillement simple

Le contenu intégral de ce chapitre à été publié en 2007 dans Acta Materialia : Beausir B, Tóth LS, Neale KW, Ideal orientations and persistence characteristics for hexagonal closed-packed crystals in simple shear, Acta Materialia 55, 2695-2705.

Les positions idéales et les fibres des cristaux hexagonaux soumis à du cisaillement simple sont recherchées dans l'espace d'orientation. Pour ce faire l'approche viscoplastique « full constraints » est utilisée ainsi qu'un facteur de persistance d'orientations introduit auparavant pour les cristaux cubiques faces centrées (L.S. Tóth, P. Gilormini, J.J. Jonas, Acta Metall., 36, 3077-3091, 1988). Cinq fibres idéales sont identifiées ; les fibres B, P, Y et C_1-C_2, qui correspondent à une haute activité de glissement de type basal $< a >$ (B, P et Y) aussi bien que de type pyramidal $< c + a >$ (C_1-C_2). Même si les exemples numériques sont donnés pour le cas du magnésium, le comportement général et les principales conclusions restent valables pour les autres cristaux hexagonaux. Les caractéristiques du champ de rotation de réseau tridimensionnelles sont également étudiées dans l'espace d'Euler. Il a été trouvé que le champ de rotation est asymétrique autour des fibres idéales : convergent d'un côté et divergent de l'autre. Le principal mouvement des orientations correspond à la direction de la rotation rigide. Des résultats de simulations, obtenus avec un code polycristallin viscoplastique de Taylor pour un cisaillement simple sur du magnésium, sont interprétés à l'aide des caractéristiques de persistances du champ de rotation.

III.1 - Introduction

Les grandes déformations plastiques impliquent le développement d'une anisotropie plastique qui peut être particulièrement forte dans les polycristaux hexagonaux. C'est pourquoi il est important de connaître les positions de la texture cristallographique idéale qui se développe aux grandes déformations. Elles sont principalement étudiées pour des sollicitations de type compression, traction, compression plane ou encore laminage. Elles ne sont cependant pas connues dans des conditions de cisaillement simple ou de torsion. Le but de ce chapitre est donc de déterminer les composantes idéales de texture qui se développent durant le cisaillement simple d'un polycristal hexagonal et d'examiner leurs caractéristiques de persistance en espace d'orientation.

La technique employée de ce présent travail est similaire à celle proposée par Tóth et al. [TGJ88] pour les structures c.f.c. Elle est basée sur la rotation de réseau $\underline{\underline{\Omega}}$ qui est calculée par un modèle de plasticité cristalline. A partir de $\underline{\underline{\Omega}}$, un « paramètre de persistance d'orientation » est défini :

$$P\left(g,\underline{\underline{\dot{\varepsilon}}}\right)=\ln\frac{1}{\left|\Omega\left(g,\underline{\underline{\dot{\varepsilon}}}\right)\right|/\bar{\dot{\varepsilon}}}, \tag{III.1}$$

où g est l'orientation définie par les trois angles d'Euler $\varphi_1,\varphi,\varphi_2$ [B65] ; $g=\left(\varphi_1,\varphi,\varphi_2\right)$, $\underline{\underline{\dot{\varepsilon}}}$ est le tenseur de taux de déformation et $\bar{\dot{\varepsilon}}$ est le taux de déformation appliqué équivalent de Von Mises. Quand la rotation plastique est petite, P est grand (caractéristique d'une orientation idéale). Ce paramètre s'est avéré très utile dans la détermination des composantes idéales stables de la texture cristallographique [TNJ89-TJG90-TJD90-ZNT91-BJ96-MVH05]. Néanmoins, pour une compréhension complète de l'évolution de texture, il faut également examiner le champ de vitesse de rotation $\dot{g}=\left(\dot{\varphi}_1,\dot{\varphi},\dot{\varphi}_2\right)$, mais aussi la divergence dans l'espace d'orientation tout entier. Cette dernière est défini par :

$$div\left(\dot{g}\right)=\frac{\partial\dot{\varphi}_1}{\partial\varphi_1}+\frac{\partial\dot{\varphi}}{\partial\varphi}+\frac{\partial\dot{\varphi}_2}{\partial\varphi_2}. \tag{III.2}$$

Plusieurs études, où le champ de rotation a été examiné, ont été réalisées par plusieurs auteurs [TGJ88-TNJ89-TJG90-TJD90-ZNT91-BJ96-MVH05]. Un des plus intéressants comportements trouvé du champ de rotation en espace d'Euler sous cisaillement simple des cristaux c.f.c. et c.c. est que pour toutes les orientations idéales $div(\dot{g}) = 0$, de sorte que les fibres idéales soient situées entre les régions positives et négatives de la divergence [TJ89-BJ96]. Cette particularité du champ de rotation distingue le mode de déformation de cisaillement simple des autres modes de déformations (comme le laminage, la compression ou la traction) et explique clairement les variations des textures observées des matériaux c.f.c. et c.c. Un des buts de ce travail est d'établir un comportement semblable pour le cas hexagonal.

Les cristaux hexagonaux ont moins de symétries que les cubiques ; seulement 6 symétries tous les 60° autour de leur axe *c* par contraste avec 24 dans le cubique. Une autre différence est que les systèmes de glissement opérant peuvent être regroupés à l'intérieur de familles. Il y a les systèmes de glissement basaux $\{0001\}\langle 1\bar{2}10\rangle$, prismatiques $\{1\bar{1}00\}\langle 11\bar{2}0\rangle$, pyramidaux $< a >$ $\{10\bar{1}1\}\langle \bar{1}2\bar{1}0\rangle$, pyramidaux $< c+a >$ type I $\{10\bar{1}1\}\langle 2\bar{1}\bar{1}3\rangle$ et pyramidaux $< c+a >$ type II $\{2\bar{1}\bar{1}2\}\langle \bar{2}113\rangle$ (voir, figure I.2 et tableau II.1 pour la liste complète). Leur activité dépend la plupart du temps du paramètre de maille *c/a*. Habituellement, plus d'une famille de système de glissement doit être nécessairement activé car certaine d'entre elles contiennent moins de cinq systèmes de glissement indépendants (c'est-à-dire les familles basales et prismatiques), nombre minimum, en règle générale, pour accommoder une déformation imposée. Les contraintes de cisaillement résolues critiques (critical resolved shear stress : crss) auxquelles elles sont activées ne sont pas toujours connues. Elles peuvent être obtenues par expériences sur des monocristaux [YH63-R64] ou par simulation de l'évolution de texture [BA02-AYT01-AD05-AML05a-AML05b TT94].

Dans ce chapitre, nous considérerons le cas du magnésium, pour différents jeux de valeurs de contraintes de références relatives (dans ce travail, en raison du glissement viscoplastique, les contraintes *critiques* sont ici des contraintes de *références*, dès qu'une contrainte est imposée au système celui-ci va renvoyer la déformation correspondante selon l'équation (II.1)). Les résultats obtenus seront aussi

qualitativement valides pour les autres structures hexagonales, néanmoins, pour des résultats exacts, les analyses devraient être répétées. Tout d'abord les orientations idéales seront déterminées par une analyse du paramètre de persistance dans l'espace d'Euler, puis le champ de rotation ainsi que la divergence seront examinés. Finalement, des simulations seront effectuées et analysées pour une texture de magnésium initiale aléatoirement répartie en utilisant le modèle viscoplastique polycristallin de Taylor.

III.2 - Relations fondamentales

Un chargement de cisaillement simple est imposé à la structure hexagonale par le gradient de vitesse constant suivant :

$$\underline{\underline{L}} = \dot{\gamma}\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}. \qquad \text{(III.3)}$$

Dans le but d'obtenir un taux de déformation équivalent de von-Mises égal à $1.0\,\mathrm{s}^{-1}$, la valeur de $\dot{\gamma}$ a été prise égale à $\sqrt{3}\ \mathrm{s}^{-1}$. Dans la suite, l'analyse de stabilité d'orientation sera restreinte au modèle de Taylor dans lequel $\underline{\underline{L}}$ est le même pour n'importe quel grain.

Dans l'étude de stabilité d'orientations, le modèle de plasticité cristalline viscoplastique « full constraints » a été employé avec glissement plastique dépendant du taux de déformation [H76], voir équation (II.1).

Le comportement des métaux à structures hexagonales est fortement dépendant des valeurs des contraintes de cisaillement de référence τ_0^f ainsi que de *m*. Dans l'étude qui suit, plusieurs jeux de contraintes de cisaillement de référence ainsi que de l'indice de sensibilité à la vitesse de déformation ont été considérés.

Chaque orientation g est définie par les trois angles d'Euler $(\varphi_1, \varphi, \varphi_2)$ [B65]. En utilisant un modèle de plasticité cristalline, le champ de vitesse de rotation $\dot{g} = (\dot{\varphi}_1, \dot{\varphi}, \dot{\varphi}_2)$ correspondant peut être calculé pour n'importe quelle orientation g. Les composantes de la vitesse $\dot{g}$ peuvent être obtenues [CC79-GTJ90] telles que :

$$\begin{aligned}\dot{\varphi}_1 &= \Omega_{12} - \varphi_2 \cos\varphi \\ \dot{\varphi} &= \Omega_{32}\cos\varphi_1 + \Omega_{13}\sin\varphi_1 \\ \dot{\varphi}_2 &= \left(\Omega_{32}\sin\varphi_1 - \Omega_{13}\cos\varphi_1\right)/\sin\varphi\end{aligned} \quad , \tag{III.4}$$

où la vitesse de rotation de réseau $\underline{\underline{\Omega}}$ est définie dans le repère de l'échantillon. Ces relations peuvent être obtenues d'après l'équation suivante :

$$\underline{\underline{\dot{T}}} = \underline{\underline{\Omega T}}\,, \tag{III.5}$$

où $\underline{\underline{T}}$ est la matrice de passage permettant de passer du repère de l'échantillon aux axes du cristal. La matrice $\underline{\underline{T}}$ exprime la même transformation que le vecteur g, cependant ce sont des quantités mathématiquement différentes ; ceci est la raison pour laquelle le changement d'orientation est calculé depuis l'équation (III.5).

III.3 - Cartes de persistance des orientations

La stabilité d'une orientation est examinée ici à l'aide du paramètre de persistance P défini par l'équation (III.1). Dans cette relation, la norme de la rotation de réseau est donnée par :

$$\left\|\underline{\underline{\Omega}}\right\| = \left(\Omega_{32}^2 + \Omega_{31}^2 + \Omega_{12}^2\right)^{1/2}. \tag{III.6}$$

À l'aide des relations (III.4), P peut être réécrit tel que :

$$P = \ln\frac{\bar{\dot{\varepsilon}}}{\sqrt{\dot{\varphi}_1^2 + \dot{\varphi}^2 + \dot{\varphi}_2^2 + 2\dot{\varphi}_1\dot{\varphi}_2\cos\varphi}}. \tag{III.7}$$

Comme il peut être vu dans cette relation, P dépend de $\cos\varphi$, ce qui est la conséquence de la distorsion de l'espace d'Euler selon la coordonnée φ [GMS63]. $\bar{\dot{\varepsilon}}$ sera pris égale à $1.0\,\mathrm{s}^{-1}$ dans le calcul de P, mais en effet P est indépendant du taux de déformation appliqué car les quantités $\dot{\varphi}_1$, $\dot{\varphi}$ et $\dot{\varphi}_2$ sont proportionnelles à l'intensité du taux de déformation appliquée (seule le niveau de contrainte change quand le taux de déformation varie).

Dans le cas des cristaux à structure hexagonale et sous cisaillement simple, les symétries (60° autour de l'axe c et 180° autour de l'axe normal à l'axe de cisaillement et

à l'axe du plan de cisaillement) permettent de définir le volume représentatif de l'espace Euler le plus petit possible suivant :

$$\varphi_1 = 0 \rightarrow 180°,\ \varphi = 0 \rightarrow 90°,\ \varphi_2 = 0 \rightarrow 60°. \qquad \text{(III.8)}$$

Pour la définition des angles d'Euler, le repère cartésien est associé à la maille de la structure cristalline hexagonale de telle sorte que x_1, x_2 et x_3 soient parallèles, respectivement, aux axes $[10\bar{1}0]$, $[\bar{1}2\bar{1}0]$, $[0001]$. Dans le but d'établir une carte du paramètre *P* dans l'espace d'orientation, l'espace défini par les relations (III.8) a été subdivisé en une grille de taille 3° x 3° x 3°. Le paramètre de stabilité d'orientation *P* a alors été calculé en chaque point de la grille (36 000 points pour la représentation complète). *P* dépend, non seulement de la sensibilité à la vitesse de déformation *m*, mais aussi des valeurs des contraintes de référence τ_0^f. Les calculs ont alors été effectués pour plusieurs jeux de contraintes de référence et de *m*.

La figure III.1 montre les cartes d'iso-valeurs de *P* dans l'espace d'Euler restreint pour six jeux de contrainte de références [1, 30, 30, 30, 30] (III.1a), [30, 1, 30, 30, 30] (III.1b), [30, 30, 1, 30, 30] (III.1c), [30, 30, 30, 1, 30] (III.1d), [30, 30, 30, 30, 1] (III.1e) et [1, 1, 1, 1, 1] (III.1f), pour une valeur de la sensibilité à la vitesse de déformation de $m = 0.2$, qui correspondrait à une température d'environ 250°C du magnésium (des résultats expérimentaux montrent une valeur de *m* de 0.15 à 150°C dans l'AZ31 [AD05]). Les couleurs indiquent l'intensité de *P*, couleur rouge pour une haute intensité et bleu pour une basse. La sélection ci-dessus de valeurs de contraintes de référence relatives permet de révéler l'existence de cinq fibres idéales. Les fibres ont été représentées de façon filaire dans l'espace d'orientation et tracées sur les figures de pôle (0002) et (1000), voir la figure III.2. Elles sont nommées et définies ci-dessous :

1. La fibre B (0°, 90°, 0°-60°) ; Plan basal parallèle au plan de cisaillement.

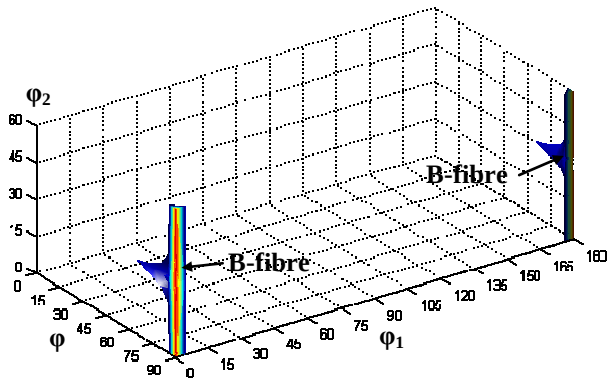
2. La fibre P (0°, 0°-90°, 30°) ; $< a >$ parallèle à la direction de cisaillement. L'orientation de fin de fibre est appelée P_1, son apparition le long de plusieurs lignes dans la section $\varphi = 0°$ est redondante pour deux raisons ; i. : en raison de la singularité de l'espace d'Euler à $\varphi = 0°$, ii. : elle apparaît également à différents endroits de par la symétrie de la structure hexagonale.

3. La fibre Y (0°, 30°, 0°-60°) ; c'est une fibre '*c*', ce qui signifie que l'axe de la fibre est l'axe *c*, orientée de 60° par rapport au plan de cisaillement.

4-5. La fibre C_1 (60°, 90°, 0°-60°) et la fibre C_2 (120°, 90°, 0°-60°) ; ce sont aussi des fibres d'axe '*c*'.

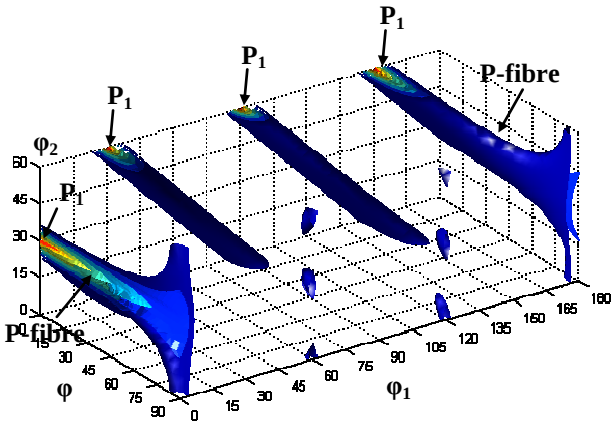
Les fibres B, C_1, C_2 et Y apparaissent comme un simple point sur la figure de pole (0002), tandis que toutes les fibres sont des lignes dans la figure de pôles (10-10). Ceci est une conséquence de la perpendicularité des deux projections de ces figures de pôles.

Il est à noter qu'en raison de la symétrie de l'échantillon correspondant au cisaillement simple, P est le même sur les plans de l'espace d'Euler $\varphi_1 = 0$ et $\varphi_1 = 180°$, donc les fibres P, B et Y se répètent à ces endroits. Similairement, en conséquence de la symétrie de la structure hexagonale, les plans $\varphi_2 = 0$ et $\varphi_2 = 60°$ sont identiques dans l'espace d'orientation.



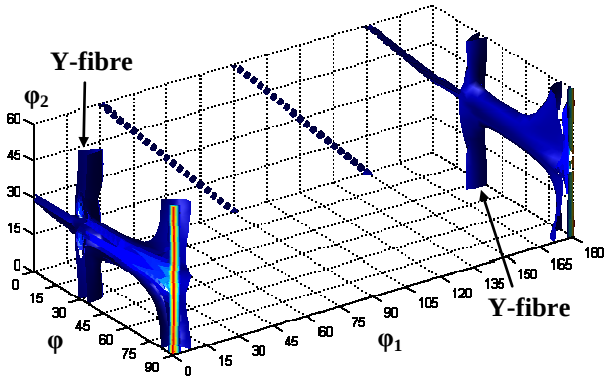
iso-valeurs: 3.0 - 4.2 - 5.5 - 6.6 - 7.8 - 9.0 - 10.0 - 11.5 - 12.7 - 13.9 - 15.0 - 16.3

(a)



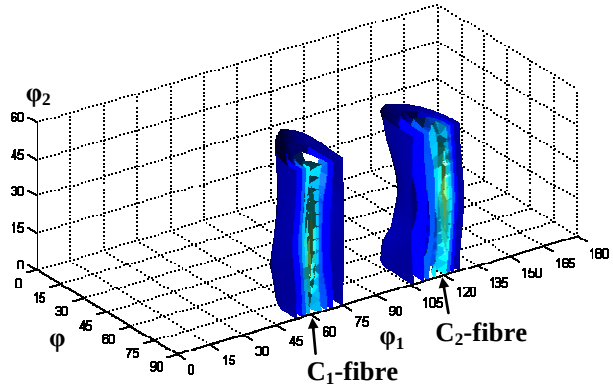
iso-valeurs: 0.9 - 1.1 - 1.3 - 1.5 - 1.7 - 1.9 - 2.1 - 2.3 - 2.5

(b)



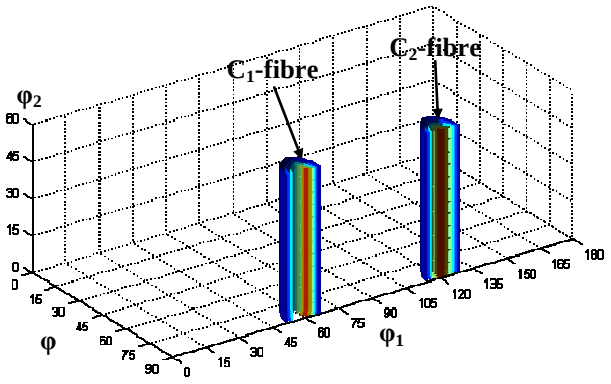
iso-valeurs: 2.3 - 3.3 - 4.4 - 5.4 - 6.4 - 7.5 - 8.5 - 9.5 - 10.6 - 11.6 - 12.6 - 13.6 - 14.7

(c)



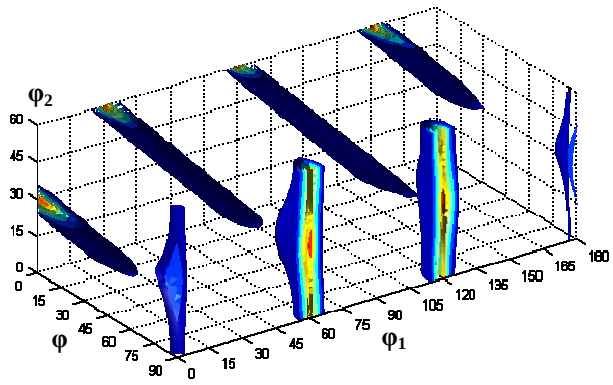
iso-valeurs: 0.9 - 1.4 - 1.8 - 2.3 - 2.7 - 3.1 - 3.6 - 4.0 - 4.5 - 4.9 - 5.4

(d)



iso-valeurs: 0.9 - 1.1 - 1.4 - 1.6 - 1.9 - 2.1 - 2.3

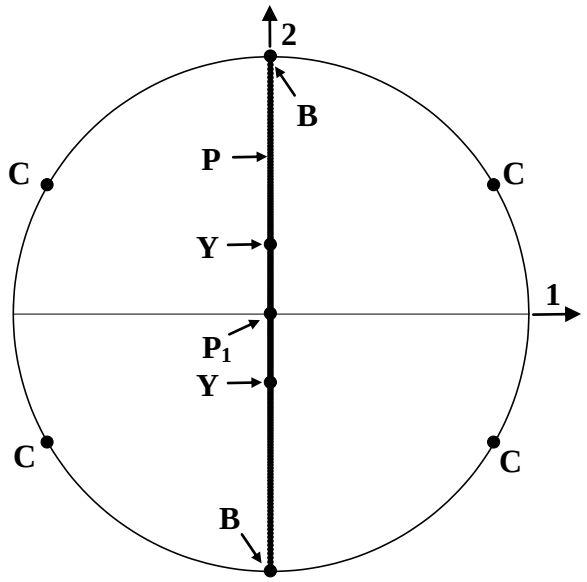
(e)



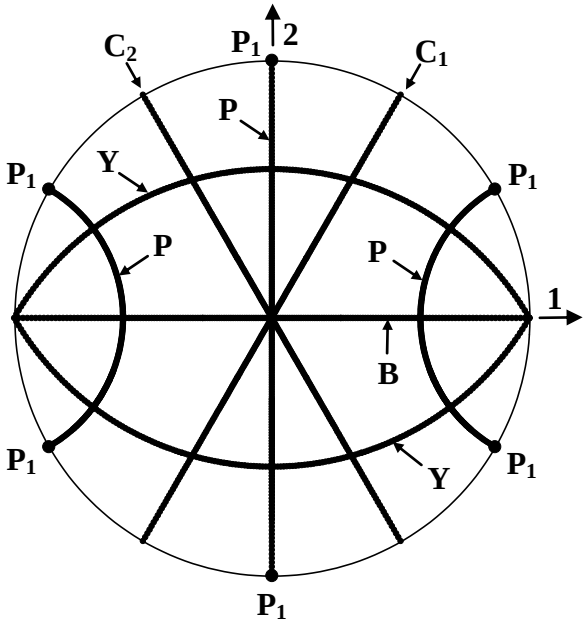
iso-valeurs: 1.0 - 1.2 - 1.4 - 1.6 - 1.8 - 2.0 - 2.2

(f)

Figure III.1 - Iso-valeurs du paramètre de stabilité d'orientation P dans l'espace d'Euler restreint pour les jeux de contraintes de références suivants (a) : [1, 30, 30, 30, 30], (b) : [30, 1, 30, 30, 30], (c) : [30, 30, 1, 30, 30], (d) : [30, 30, 30, 1, 30], (e) : [30, 30, 30, 30, 1] et (f) : [1, 1, 1, 1, 1].



a: (0002)



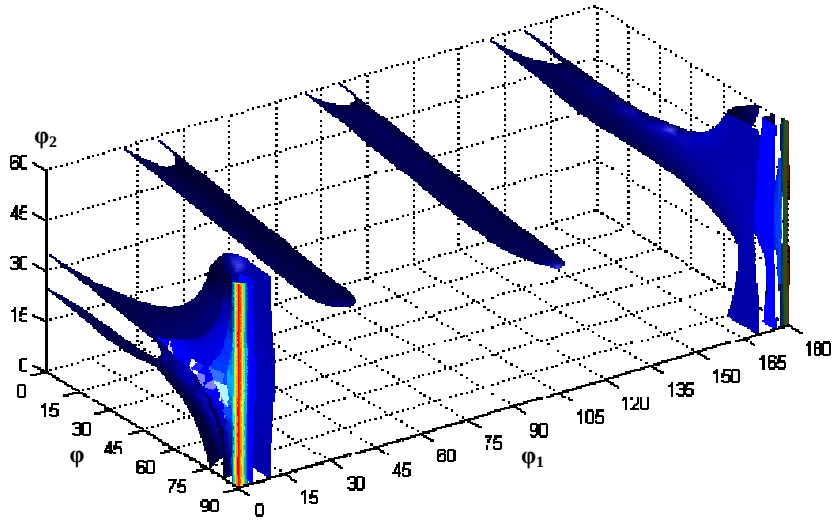
b: $(10\bar{1}0)$

Figure III.2 - Orientations idéales de magnésium sous cisaillement simple telles qu'elles apparaissent sur les figures de pôles (0002) (a) et $(10\bar{1}0)$ (b)

L'intensité du paramètre de stabilité d'orientation *P* n'est pas la même pour les différentes fibres. Pour illustrer ceci, la figure III.1f montre la carte de *P* quand les contraintes de références sont toutes égales à 1. Pour ce cas spécial (qui n'est pas un cas réaliste dans les matériaux h.c. ; les métaux h.c. bien caractérisés n'ont pas des contraintes de références égales sur leurs différentes familles) uniquement trois fibres ; B et C_1-C_2, tout comme la simple orientation ; P_1 (30°, 0°, 0°) sont significativement présentes. Ce cas permet de mettre en évidence l'effet de la géométrie des familles de systèmes de glissement sur leur activité durant cisaillement simple.

Maintenant les orientations idéales sont examinées en utilisant une combinaison de contraintes de référence τ_0^f plus « réaliste ». Même si le paramètre de stabilité P dépend assez fortement des contraintes de référence relatives des différentes familles de systèmes de glissement, la position d'une fibre idéale ne dépend pas des valeurs des contraintes de référence ; elle est exclusivement déterminée par la géométrie du cristal, c'est-à-dire le paramètre de maille c/a. Néanmoins, l'actuelle combinaison de contraintes de référence dépend du matériau, donc l'évolution de texture devrait également dépendre du jeu de contrainte de référence sélectionné. Selon l'étude d'Agnew et al. [AD05] pour du magnésium AZ31, le jeu [1, 8, 8, 6, 6] a donné la meilleure comparaison entre les textures simulées et expérimentales en utilisant le modèle viscoplastique auto-cohérent (VPSC). Nos travaux de simulations des textures se développant durant l'extrusion coudée à aires égales (ECAE) de magnésium ont confirmé cette sélection (voir chapitre suivant).

La figure III.3 présente donc les positions idéales pour l'ensemble de contraintes de référence [1, 8, 8, 6, 6]. Deux fibres apparaissent ; les fibres B et P, cette dernière avec une plus faible intensité. Ce cas n'est pas très éloigné de celui présenté figure III.1a en raison de la valeur de τ_0^{basal} relativement basse.



iso-valeurs: **1.0 - 1.8 - 2.5 - 3.3 - 4.0 - 4.8 - 5.6 - 6.4 - 7.2 - 8.0 - 8.7 - 9.5 - 10.2**

Figure III.3 - Iso-valeurs du paramètre de stabilité d'orientation P dans l'espace d'Euler restreint pour l'ensemble de contraintes de références [1, 8, 8, 6, 6]

Pour une meilleure compréhension de la contribution des différentes familles de systèmes de glissement aux composantes idéales, l'activité relative des familles de systèmes de glissement est calculée le long des fibres. L'activité A^f de la famille *f* est définie par le rapport de la somme de la valeur absolue des vitesses de glissements $\dot{\gamma}^f$ de la famille *f* par rapport à la vitesse de glissement total $\dot{\gamma}^g$ dans le grain :

$$A^f = \frac{\sum_s \left|\dot{\gamma}^{s,f}\right|}{\sum_f \sum_s \left|\dot{\gamma}^{s,f}\right|} = \frac{\dot{\gamma}^f}{\dot{\gamma}^g}. \qquad \text{(III.9)}$$

La figure III.4 présente l'activité A^f par familles le long des fibres identifiées ci-dessus pour le jeu de contraintes relatives de références [1, 8, 8, 6, 6] et pour $m = 0.2$. La paire de fibres C_1-C_2 est tracée sur la même figure car leur activité est identique. Comme on peut le voir sur la figure III.4, seul le glissement basal est activé le long de la fibre B. Pour les quatre autres fibres, toutes les familles de systèmes de glissement sont activées le long des fibres. Si l'on regarde seulement les directions de glissement, on peut trouver que le long des fibres P et Y les principaux modes de glissement actifs impliquent seulement des dislocations de type $< a >$. Le long des fibres C_1-C_2 les principaux systèmes de glissement actifs produisent des dislocations à vecteur de Burgers de type $< c + a >$.

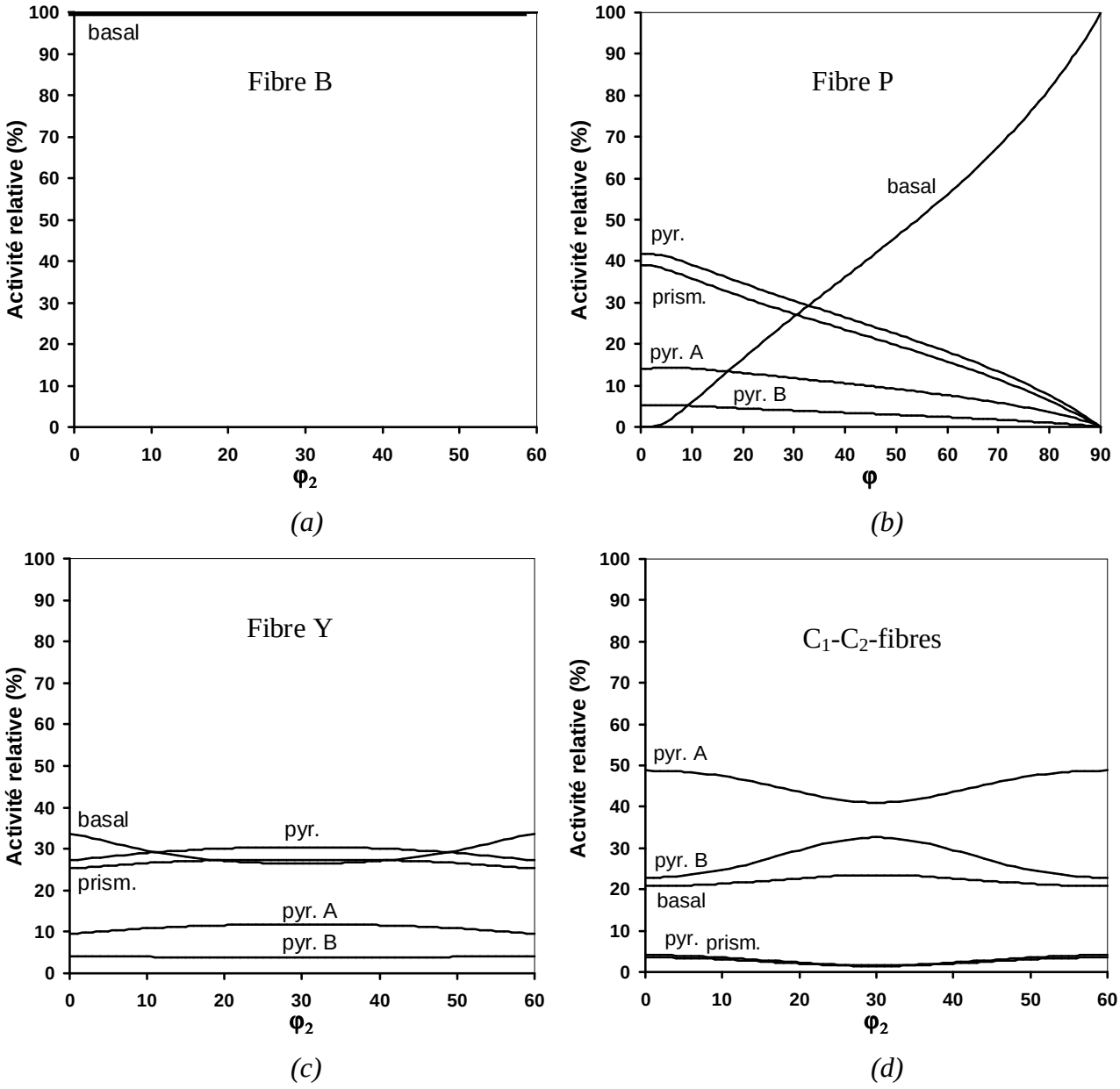


Figure III.4 - Activités relatives de glissement des familles de systèmes de glissement pour le jeu de contrainte de référence [1-8-8-6-6], sur les fibres ; B (a), P (b), Y (c), C_1-C_2 (d)

Le paramètre de stabilité d'orientation *P* dépend non seulement de l'orientation mais est également dépendant de la sensibilité à la vitesse de déformation *m*. La figure III.5 montre l'évolution de P le long de toutes les fibres pour le jeu de contraintes de référence [1, 8, 8, 6, 6] pour deux valeurs de m ; 0,2 (III.5a) et 0,1 (III.5b). Comme on peut le voir sur la figure III.5, plus *m* est petit, plus la valeur de *P* est grande. Par exemple, pour la fibre B, il y a une multiplication par 35 du paramètre de stabilité d'orientation *P* entre $m = 1$ et $m = 0{,}01$ (non tracé sur la figure). Il faut également noter que *P* n'est pas constant sur une fibre. Par exemple, la fibre P montre en général une basse stabilité mais sa stabilité devient très importante à l'endroit où elle rejoint la fibre B (à la position $\varphi_1=0°$, $\varphi=90°$, $\varphi_2=30°$).

Pour le jeu de contraintes de référence sélectionné ici, la fibre la plus stable est la fibre B suivie de la fibre P. Les autres fibres présentent une petite stabilité ; même des valeurs négatives de *P* peuvent apparaître le long de la fibre Y. La valeur $P = 0{,}69$ quand la rotation plastique est nulle (c'est-à-dire, quand la rotation de réseau est égale à la rotation rigide (voir équation (II.32)), est également indiquée sur la figure III.5 en lignes pointillés. Quand P est plus grand que cette valeur, le taux de rotation des grains est plus petit que la rotation rigide et inversement. Il est clair que les régions d'orientation où les grains tournent presque à la vitesse de la rotation rigide, des accumulations significatives d'orientations ne peuvent pas ce produire, ainsi les fibres C_1, C_2 et Y et une partie de la fibre P ne sont pas prévues comme étant significatives dans le développement de la fonction de distribution des orientations (ODF) du magnésium.

Nous pouvons estimer la plus petite valeur de *P* possible depuis la rotation de réseau et la rotation rigide. Une valeur maximale de la rotation de réseau peut être atteinte quand la rotation plastique est égale à la rotation rigide mais de sens opposé (voir l'équation (II.32) et la section III.5), (cette situation peut être réalisée quand un glissement simple prend place dans le grain pour une orientation spécifique). On obtient alors : $P_{\min} = -0{,}549$.

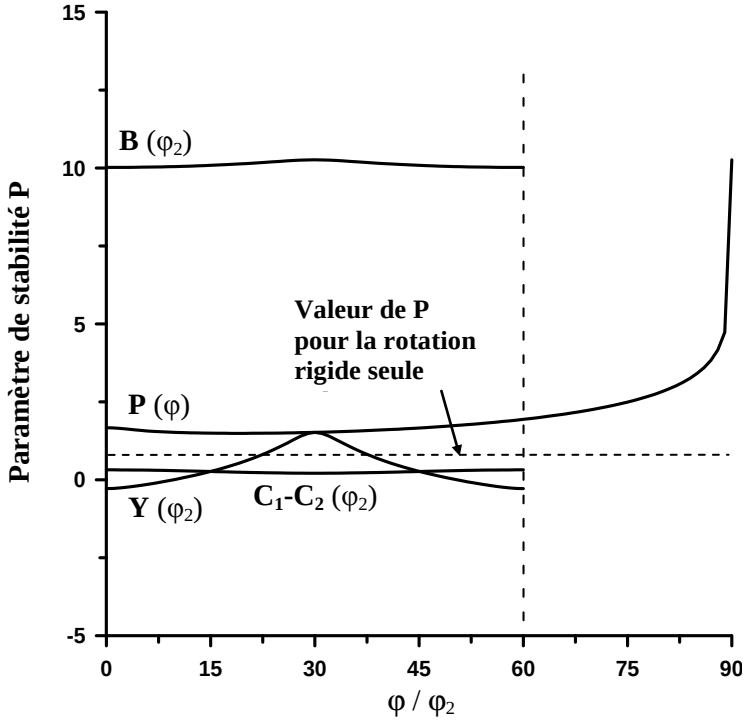


Figure III.5 - Paramètre de stabilité d'orientation P le long des fibres pour le jeu de contraintes relatives de références [1, 8, 8, 6, 6] pour deux valeurs de m; 0.2 (a) et 0.1 (b)

Dans le but de comprendre le comportement de certaines particularités de l'évolution de texture, il est utile d'étudier le cas où une orientation tourne uniquement de la rotation rigide imposée par les conditions de cisaillement simple. Un tel cas se produit, par exemple, pour le cisaillement simple de n'importe quel grain en orientation cube (c'est-à-dire quand $\varphi = 0°$) dans les cristaux à structure c.f.c. [TJ89]. Selon l'équation (II.32), quand la rotation plastique est nulle, le taux de rotation de réseau est égal à la rotation rigide. Pour n'importe quelle orientation et pour un taux de déformation imposé donné, les normes des taux de rotation rigide $\left\|\dot{\beta}\right\|$ et des taux de rotation plastique $\left\|\dot{\omega}\right\|$ peuvent être définis tels que :

$$\left\|\dot{\beta}\right\| = \left(\dot{\beta}_{32}^2 + \dot{\beta}_{31}^2 + \dot{\beta}_{12}^2\right)^{1/2},\ \left\|\dot{\omega}\right\| = \left(\dot{\omega}_{32}^2 + \dot{\omega}_{31}^2 + \dot{\omega}_{12}^2\right)^{1/2}. \qquad \text{(III.10)}$$

Dans la suite, nous nous intéresserons à la détermination des positions, en espace d'Euler, où la rotation plastique est très petite par rapport à la rotation rigide ; un rapport de 10 a été considéré :

$$\left\|\dot{\omega}\right\| = \left\|\dot{\beta}\right\| / 10. \qquad \text{(III.11)}$$

La figure III.6, montre le résultat obtenu à l'aide d'une carte d'iso-valeurs dans l'espace d'Euler. Sept fibres sont identifiables, les fibres ; β_1 (15°, 0°-15°, 0°), β_2 (45°, 75°-90°, 0°-60°), β_3 (135°, 75°-90°, 0°-60°), β_4 (30°, 82°-90°, 0°-60°), β_5 (60°, 82°-90°, 0°-60°), β_6 (120°, 82°-90°, 0°-60°) et β_7 (150°, 82°-90°, 0°-60°). Comme on peut le voir sur la figure III.6, la rotation plastique n'est pas nulle pour toutes les orientations en position cube ($\varphi = 0°$) dans les cristaux hexagonaux (cas équivalent à l'orientation cube tournée en c.f.c.) ; c'est juste pour des orientations spécifiques, contrairement au cas des structures cubiques faces centrées.

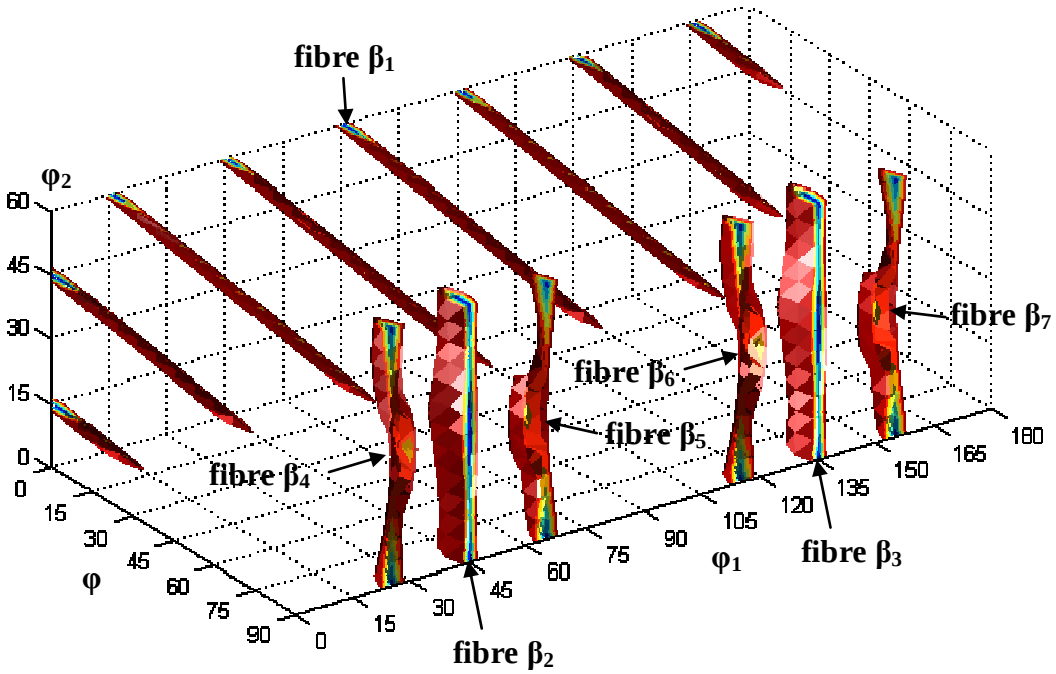


Figure III.6 - Positions dans l'espace d'Euler où la rotation plastique est proche de zéro obtenues pour un taux de rotation de corps rigide de 0.5 s^{-1}.

III.4 - Champ de rotation

Dans les sections précédentes nous avons discuté de la stabilité d'un monocristal durant une déformation plastique. Quand un polycristal est considéré, plusieurs grains peuvent être proches des orientations idéales et la principale question est l'évolution de la densité d'orientation $f(g)$ (c'est-à-dire l'ODF). $f(g)$ dépend principalement des caractéristiques du champ de rotation ou voisinage de *g*. L'analyse ci-dessus a donné des renseignements sur le champ de vitesse $\dot{g}$ en utilisant uniquement une quantité scalaire bien définie (le paramètre *P*). Maintenant, pour un polycristal, nous nous intéressons au flux d'orientation dans l'espace d'Euler. Dans ce but, le champ du vecteur rotation $\dot{g} = (\dot{\varphi}_1, \dot{\varphi}, \dot{\varphi}_2)$, et la quantité divergente (équation (III.2)) doivent être examinés. Ces deux quantités déterminent l'évolution de l'ODF donnée par l'équation de continuité du développement de la texture [CC79-GTJ90]. En formulation lagrangienne, quand *g* n'est pas fixé, on a :

$$\dot{f} / f + \dot{\varphi} \cot \varphi + div(\dot{g}) = 0 . \qquad \text{(III.12)}$$

A un point fixe de l'espace d'Euler (description eulérienne), l'équation de continuité devient :

$$\left(\dot{f}/f\right)_g + \dot{\varphi}\cot\varphi + div\left(\dot{g}\right) + \dot{g}\ grad\left(\ln f\right) = 0\,. \qquad \text{(III.13)}$$

On peut remarquer que pour $\dot{g} = 0$, le cas des orientations idéales, les équations (III.12) et (III.13) sont équivalentes. Le taux de changement de l'intensité de l'ODF, à une orientation donnée, est caractérisée par $\left(\dot{f}/f\right)_g$, qui peut être déduite de l'équation (III.13). Pour des textures relativement faibles, le terme $\dot{g}\ grad\left(\ln f\right)$ peut être négligé pour deux raisons. Premièrement, proche des orientations idéales $\dot{g}$ est petit ; deuxièmement, le vecteur $grad\left(\ln f\right)$ est également petit si la texture est faible. Donc c'est la divergence qui joue le rôle décisif dans l'évolution de la texture.

D'un point de vue formation de texture, une composante de texture à une orientation *g* est dite stable durant la déformation aussi longtemps que :

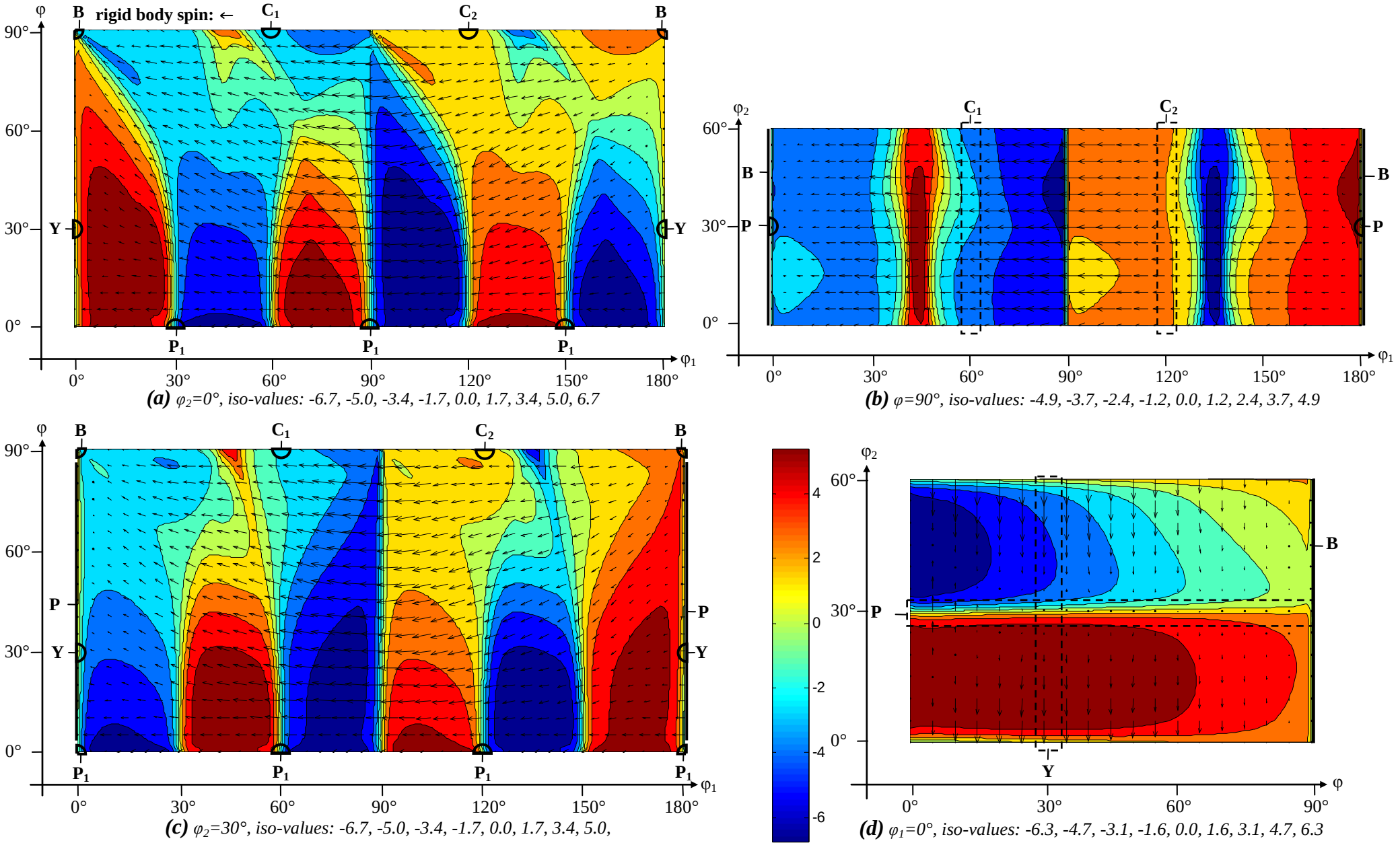
$$\dot{g} = \left(\dot{\varphi}_1, \dot{\varphi}, \dot{\varphi}_2\right) = 0 \text{ et } \left(\dot{f}/f\right)_g > 0\,. \qquad \text{(III.14)}$$

La figure III.7 montre à la fois $\dot{g}$ et $div\left(\dot{g}\right)$ dans quatre sections de l'espace d'Euler restreint ; respectivement ; φ_2=0°, φ=90°, φ_2=30°, φ_1=0°; (a), (b), (c) et (d). La divergence est calculée aux points de l'espace d'Euler tous les 1°, tandis que $\dot{g}$ a des points séparés de 5°. Ces quatre sections permettent de montrer le voisinage de toutes les fibres. Les zones colorées en bleu représentent les endroits où la $div\left(\dot{g}\right) < 0$, les zones colorées en rouge et jaune où la $div\left(\dot{g}\right) > 0$ les zones vertes correspondent à $div\left(\dot{g}\right) = 0$. Les flèches sont les composantes du vecteur vitesse de rotation $\dot{g}$ dans les différentes sections de l'espace d'Euler considérées. Les contraintes relatives de référence sont [1, 8, 8, 6, 6] et *m* = 0,2.

Selon la définition du paramètre de stabilité d'orientation (équation (III.7)), la vitesse de rotation $\dot{g}$ montre des minimum locaux proches des orientations idéales. $\dot{g}$ est souvent très petit au voisinage de fibre B et P, ce qui signifie que ces deux fibres sont les prédominantes durant la déformation. Pour toutes les orientations, $\dot{\varphi}_1$ est négatif et significativement plus grand que $\|\dot{\varphi}\|$ ou $\|\dot{\varphi}_2\|$. Ceci signifie que le mouvement « global » des grains durant le cisaillement simple est une rotation positive autour de

l'axe 3, c'est-à-dire une rotation dans le sens de la direction de cisaillement. Cette rotation est représentée par la composante Ω_{12} du tenseur de taux de rotation de réseau. Quand le rotation plastique est petite, le taux de rotation de réseau est de $\Omega_{12} = 0,5s^{-1}$ pour un taux de cisaillement de 1,0s^{-1}. En supposant une hypothétique situation où la rotation plastique resterait très faible jusqu'à de grandes déformations, la rotation de réseau pourrait s'accumuler jusqu'à 57,29° durant un cisaillement simple de $\gamma = 2$ (cisaillement correspondant environ à celui imposé au matériau durant une extrusion coudée à aires égales pour un dispositif à 90°).

Maintenant les résultats obtenus sont analysés autour des fibres idéales pour un cisaillement simple positif à l'aide de la figure III.7. Les orientations des grains tournent vers la fibre B le long des vecteurs de rotation $-\vec{\varphi}_1$ et $\vec{\varphi}$; il n'y a pas de mouvement vers où s'éloignant de la fibre B dans son voisinage dans la direction $\vec{\varphi}_2$. Plus une orientation est proche de la fibre B, moins sa vitesse de rotation est importante. Concernant la fibre P, les orientations tournent vers P le long des directions de rotations $-\vec{\varphi}_1$ et $-\vec{\varphi}_2$. Les deux fibres B et P sont situées le long d'une ligne où $div(\dot{g}) = 0$. Ce n'est pas le cas pour le fibre Y, il peut être vu sur la figure III.7d que la divergence est positive dans la partie basse ($0 \le \varphi_2 < 30°$) et négative le long de la partie haute ($30 \le \varphi_2 < 60°$). Le taux de rotation est aussi assez important. Similairement la fibre C_1 est située dans une zone où la divergence est négative tandis que la fibre C_2 est située dans une zone positive de la divergence (voir la figure III.7b). Pour une direction de cisaillement négative, la situation est inversée pour les fibres C_1 et C_2. En considérant la taille importante des vecteurs de vitesse de rotation présents autour des fibres B et P, ainsi que les caractéristiques de la divergence, il peut encore être conclu qu'aucune intensité significative de l'ODF devrait se développer autour des fibres Y, C_1-C_2 dans le magnésium polycristallin.



(a) *φ_2=0°, iso-values: -6.7, -5.0, -3.4, -1.7, 0.0, 1.7, 3.4, 5.0, 6.7*

(b) *φ=90°, iso-values: -4.9, -3.7, -2.4, -1.2, 0.0, 1.2, 2.4, 3.7, 4.9*

(c) *φ_2=30°, iso-values: -6.7, -5.0, -3.4, -1.7, 0.0, 1.7, 3.4, 5.0,*

(d) *φ_1=0°, iso-values: -6.3, -4.7, -3.1, -1.6, 0.0, 1.6, 3.1, 4.7, 6.3*

Figure III.7 - Champs de vitesse de rotation de réseau ($\dot{g}$) et de divergence ($div(\dot{g})$) en cisaillement simple de l'espace d'Euler restreint. Les contraintes relatives de références sont [1, 8, 8, 6, 6] et la sensibilité à la vitesse de déformation m = 0.2. (a), (b), (c) et (d) correspondent respectivement aux sections φ_2=0°, φ=90°, φ_2=30° et φ_1=0°.

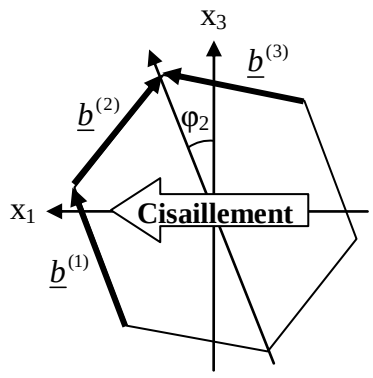
III.5 - Positions particulières

III.5.1 - Cas de la fibre idéale B

Dans cette section, les rotations de réseau sont examinées le long de la fibre B aussi bien que le long de la la ligne parallèle à la fibre B située à $\varphi_1 = 90°$. Tandis que la fibre B est une fibre idéale des textures de cisaillement simple, les orientations le long de la ligne $\varphi_1 = 90°,\ \varphi = 90°,\ \varphi_2 = 0° - 60°$ sont complètement instables. Afin de simplifier les calculs suivants, le glissement est supposé être insensible à la vitesse de déformation. Néanmoins, compte tenu que m = 0 est la solution limite du glissement sensible à la vitesse, les résultats obtenus peuvent être transposés au cas sensible à la vitesse. Toutes les équations de cette section sont écrites dans le repère de l'échantillon.

Pour commencer, la situation le long de la fibre B est examinée.

Nous pouvons voir depuis la définition de la fibre B ($\varphi_1 = 0°,\ \varphi = 90°,\ \varphi_2 = 0° - 60°$) que le plan de cisaillement est parallèle au plan basal est qu'il y a trois systèmes de glissement potentiellement actifs, voir figure III.8 ci-dessous.



Fibre B (0°, 90°, 0°-60°)

Figure III.8 - Position des trois systèmes de glissement le long de la fibre B par rapport au cisaillement simple appliqué.

La direction et le plan du cisaillement simple imposé sont illustrés par la large flèche sur la figure III.8 ci-dessus. Dans le repère de l'échantillon, les systèmes de glissement sont

définis par les directions de glissement $\underline{b}^{(s)}$ et par la normale au plan de cisaillement $\underline{n}^{(s)}$ comme suit :

$$\begin{aligned}
&\underline{b}^{(1)} = \left(\sin\varphi_2,\ 0,\ \cos\varphi_2\right)\\
&\underline{b}^{(2)} = \left(-\cos\left(\varphi_2+\pi/6\right),\ 0,\ \sin\left(\varphi_2+\pi/6\right)\right)\\
&\underline{b}^{(3)} = \left(\cos\left(\pi/6-\varphi_2\right),\ 0,\ \sin\left(\pi/6-\varphi_2\right)\right)\\
&\underline{n}^{(1)} = \underline{n}^{(2)} = \underline{n}^{(3)} = \left(0,\ 1,\ 0\right)
\end{aligned} \quad . \tag{III.15}$$

Les matrices d'orientations de Schmid correspondantes, définies par $m_{ij}^{(s)} = b_i^{(s)} n_j^{(s)}$ sont :

$$\begin{aligned}
\underline{\underline{m}}^{(1)} &= \begin{pmatrix} 0 & \sin\varphi_2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\varphi_2 & 0 \end{pmatrix} \quad \underline{\underline{m}}^{(2)} = \begin{pmatrix} 0 & -\cos\left(\varphi_2+\pi/6\right) & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\sin\left(\varphi_2+\pi/6\right) & 0 \end{pmatrix}\\
&\underline{\underline{m}}^{(3)} = \begin{pmatrix} 0 & \cos\left(\pi/6-\varphi_2\right) & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & \sin\left(\pi/6-\varphi_2\right) & 0 \end{pmatrix}
\end{aligned} \quad . \tag{III.16}$$

Le gradient de vitesse de cisaillement simple impose est :

$$\boldsymbol{L} = \begin{bmatrix} 0 & \dot{\gamma} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}. \tag{III.17}$$

Le tenseur de vitesse de déformation est la partie symétrique de $\boldsymbol{L}$:

$$\dot{\varepsilon}_{ij} = \begin{bmatrix} 0 & \dot{\gamma}/2 & 0 \\ \dot{\gamma}/2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}. \tag{III.18}$$

Finalement, la vitesse de rotation rigide est définie par :

$$\beta_{ij} = \begin{bmatrix} 0 & \dot{\gamma}/2 & 0 \\ -\dot{\gamma}/2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}. \tag{III.19}$$

Le taux de cisaillement peut être obtenu en résolvant l'équation écrite pour la vitesse de déformation :

$$\dot{\varepsilon}_{ij} = \frac{L_{ij} + L_{ji}}{2} = \sum_{s=1}^{3} \frac{1}{2}\left(m_{ij}^{(s)} + m_{ji}^{(s)}\right)\dot{\gamma}^{(s)} . \qquad \text{(III.20)}$$

La relation ci-dessus est réduite à seulement deux équations indépendantes; où $\dot{\gamma}^{(1)}$, $\dot{\gamma}^{(2)}$, et $\dot{\gamma}^{(3)}$ sont les taux de cisaillement dans les systèmes de glissement définis ci-dessus :

$$\begin{cases} \dot{\varepsilon}_{12} = \dfrac{\dot{\gamma}}{2} = \dfrac{1}{2}\dot{\gamma}^{(1)}\sin(\varphi_2) - \dfrac{1}{2}\dot{\gamma}^{(2)}\cos(\varphi_2 + \pi/6) + \dfrac{1}{2}\dot{\gamma}^{(3)}\cos(\pi/6 - \varphi_2) \\ \dot{\varepsilon}_{32} = 0 = \dot{\gamma}^{(1)}\cos(\varphi_2) + \dot{\gamma}^{(2)}\sin(\varphi_2 + \pi/6) + \dot{\gamma}^{(3)}\sin(\pi/6 - \varphi_2) \end{cases} . \qquad \text{(III.21)}$$

Le système ci-dessus n'a pas de solution unique car il y a trois inconnues pour deux équations. Cependant, il peut être vu que les trois systèmes de glissement ne sont pas tous nécessairement actifs pour la déformation imposée. On peut remarquer à l'aide de la figure III.8 que quand $\varphi_2 = 0$, le système de glissement numéro 1 ne peut pas être activé car il est perpendiculaire à la contrainte de cisaillement imposée. Cette situation mène au résultat qu'il y a double glissement des systèmes numéro 2 et 3 dans l'intervalle $0 \le \varphi_2 \le \pi/6$. Cette situation sera appelée « cas n°1 ». Similairement, pour l'intervalle d'orientation $\pi/3 \le \varphi_2 \le \pi/6$, les systèmes de glissement actifs sont les numéros 1 et 3, ce cas sera nommé « cas n°2 ». Depuis le système(III.21), les taux de cisaillement peuvent être obtenus pour le cas du glissement double. Ainsi, pour le cas n°1, la distribution de glissement suivante est obtenue :

$$\begin{aligned} &\dot{\gamma}^{(1)} = 0, \quad \dot{\gamma}^{(2)} = -\dot{\gamma}^{(3)}\frac{\sin(\pi/6 - \varphi_2)}{\sin(\varphi_2 + \pi/6)}, \\ &\dot{\gamma}^{(3)} = \dot{\gamma}\left(\frac{\sin(\pi/6 - \varphi_2)}{\tan(\varphi_2 + \pi/6)} + \cos(\pi/6 - \varphi_2)\right)^{-1} . \end{aligned} \qquad \text{(III.22)}$$

De la même façon, pour le cas n°2, la solution est :

$$\begin{aligned} &\dot{\gamma}^{(1)} = -\dot{\gamma}^{(3)}\frac{\sin(\pi/6 - \varphi_2)}{\cos(\varphi_2)}, \quad \dot{\gamma}^{(2)} = 0, \\ &\dot{\gamma}^{(3)} = \dot{\gamma}\left(\cos(\pi/6 - \varphi_2) - \sin(\pi/6 - \varphi_2)\tan(\varphi_2)\right)^{-1} \end{aligned} . \qquad \text{(III.23)}$$

Les distributions de glissement ainsi obtenues sont montrées sur la figure III.9 ci-dessous.

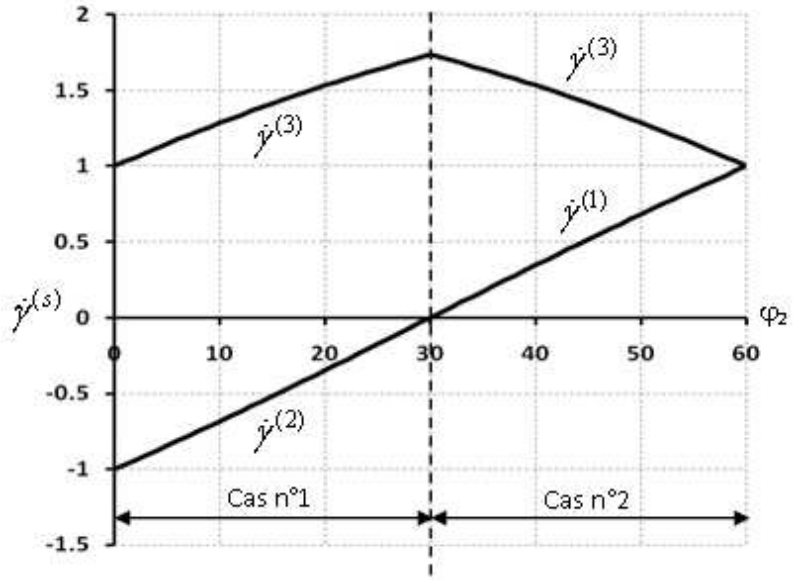


Figure III.9 - Taux de cisaillement dans les systèmes de glissement actifs le long de la fibre B pour une vitesse de cisaillement imposée de $\dot{\gamma} = \sqrt{3}\ \left[\mathrm{s}^{-1}\right]$.

Maintenant le gradient de vitesse correspondant au glissement seul ($\underline{\underline{L}}^g$) est obtenu en utilisant les résultats des équations (III.22) et (III.23), dans l'intervalle entier de φ_2 (c'est-à-dire pour les cas n°1 et 2 simultanément) :

$$L_{ij}^g = \sum_s^3 m_{ij}^{(s)} \dot{\gamma}^{(s)} = \begin{bmatrix} 0 & \dot{\gamma} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}. \qquad \text{(III.24)}$$

La rotation de réseau est définie comme la différence entre le gradient de vitesse macroscopique (équation (III.17)) et le gradient de vitesse correspondant au glissement plastique seulement (équation (III.24)) :

$$\dot{\Omega}_{ij} = L_{ij} - L_{ij}^g = \begin{bmatrix} 0 & \dot{\gamma} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 & \dot{\gamma} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} = 0 \qquad \text{(III.25)}$$

Ainsi, comme prévu, le taux de rotation de réseau est nul le long de la fibre idéale B.

III.5.2 - Cas de la fibre idéale B tournée de 90° autour de φ_1

Maintenant le cas de la fibre B tournée de 90° autour de φ_1 est examiné. Pour ces orientations ($\varphi_1 = 0°,\ \varphi = 90°,\ \varphi_2 = 0° - 60°$), le plan de cisaillement n'est pas parallèle au plan basal ; il lui est perpendiculaire, comme le montre la figure ci-dessous :

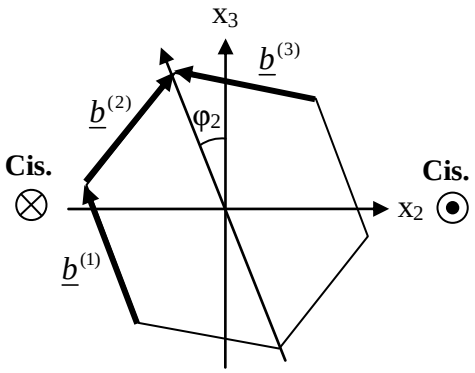


Figure III.10 - Géométrie du glissement le long de la fibre B tournée de 90° autour de φ_1.

La direction et le plan de cisaillement sont illustrés par les extrémités des deux flèches sur la figure III.10. Dans le repère de l'échantillon, les systèmes de glissement sont définis par les directions de glissement $\underline{b}^{(s)}$ et par la normale au plan de cisaillement $\underline{n}^{(s)}$ comme suit :

$$\begin{aligned} \underline{b}^{(1)} &= \left(0, -\sin\varphi_2, \cos\varphi_2\right) \\ \underline{b}^{(2)} &= \left(0, \cos\left(\varphi_2 + \pi/6\right), \sin\left(\varphi_2 + \pi/6\right)\right) \\ \underline{b}^{(3)} &= \left(0, -\cos\left(\pi/6 - \varphi_2\right), \sin\left(\pi/6 - \varphi_2\right)\right) \\ \underline{n}^{(1)} &= \underline{n}^{(2)} = \underline{n}^{(3)} = \left(1, 0, 0\right) \end{aligned} \quad . \tag{III.26}$$

Les matrices d'orientations de Schmid correspondantes, définies par $m_{ij}^{(s)} = b_i^{(s)} n_j^{(s)}$ sont :

$$\underline{\underline{m}}^{(1)} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ -\sin\varphi_2 & 0 & 0 \\ \cos\varphi_2 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad \underline{\underline{m}}^{(2)} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ \cos\left(\varphi_2 + \pi/6\right) & 0 & 0 \\ \sin\left(\varphi_2 + \pi/6\right) & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad . \tag{III.27}$$

$$\underline{\underline{m}}^{(3)} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ -\cos\left(\pi/6 - \varphi_2\right) & 0 & 0 \\ \sin\left(\pi/6 - \varphi_2\right) & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

En utilisant l'équation (III.20), les deux équations suivantes peuvent être établies :

$$\begin{cases} \dot{\varepsilon}_{21} = \dfrac{\dot{\gamma}}{2} = -\dfrac{1}{2}\dot{\gamma}^{(1)}\sin\left(\varphi_2\right) + \dfrac{1}{2}\dot{\gamma}^{(2)}\cos\left(\varphi_2 + \pi/6\right) - \dfrac{1}{2}\dot{\gamma}^{(3)}\cos\left(\pi/6 - \varphi_2\right) \\ \dot{\varepsilon}_{31} = 0 = \dot{\gamma}^{(1)}\cos\left(\varphi_2\right) + \dot{\gamma}^{(2)}\sin\left(\varphi_2 + \pi/6\right) + \dot{\gamma}^{(3)}\sin\left(\pi/6 - \varphi_2\right) \end{cases}. \quad \text{(III.28)}$$

Il est également nécessaire de distinguer deux cas : $0 \le \varphi_2 \le \pi/6$ et $\pi/6 \le \varphi_2 \le \pi/3$. Pour le premier cas $0 \le \varphi_2 \le \pi/6$, et en faisant une analyse similaire que pour la fibre B, nous obtenons que les systèmes de glissement actifs sont $\dot{\gamma}^{(2)}$ et $\dot{\gamma}^{(3)}$. En résolvant l'équation (III.28), nous obtenons la distribution de glissement suivante :

$$\begin{gathered} \dot{\gamma}^{(1)} = 0, \quad \dot{\gamma}^{(2)} = \dot{\gamma}\left(\frac{\sin\left(\pi/6 + \varphi_2\right)}{\tan\left(\pi/6 - \varphi_2\right)} + \cos\left(\pi/6 + \varphi_2\right)\right)^{-1} \\ \dot{\gamma}^{(3)} = -\dot{\gamma}^{(2)}\frac{\sin\left(\pi/6 + \varphi_2\right)}{\sin\left(\pi/6 - \varphi_2\right)} \end{gathered}. \quad \text{(III.29)}$$

Pour le second cas $\pi/3 \le \varphi_2 \le \pi/6$, les systèmes de glissement actifs sont $\dot{\gamma}^{(1)}$ et $\dot{\gamma}^{(3)}$, et la solution est :

$$\begin{gathered} \dot{\gamma}^{(1)} = \dot{\gamma}\left(\frac{\cos\left(\varphi_2\right)}{\tan\left(\pi/6 - \varphi_2\right)} - \sin\left(\varphi_2\right)\right)^{-1}, \quad \dot{\gamma}^{(2)} = 0 \\ \dot{\gamma}^{(3)} = -\dot{\gamma}^{(1)}\frac{\cos\left(\varphi_2\right)}{\sin\left(\pi/6 - \varphi_2\right)} \end{gathered}. \quad \text{(III.30)}$$

Les distributions de glissement obtenues sont montrées sur la figure III.11 ci-dessous.

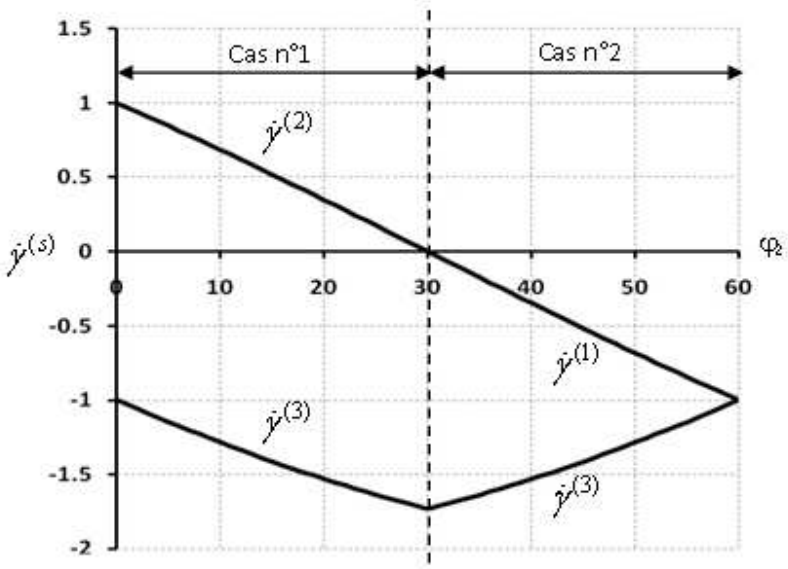


Figure III.11 - Distribution du glissement le long de la fibre B tournée de 90°.

Comme il peut être vu, les glissements sont exactement opposés par rapport aux glissements sur la fibre idéale B (voir figure III.9).

Maintenant le gradient de vitesse correspondant au glissement seul ($\underline{\underline{L}}^g$) est obtenu en utilisant les résultats des équations (III.29) et (III.30) dans l'intervalle entier de φ_2 :

$$L_{ij}^g = \sum_s^3 m_{ij}^{(s)} \dot{\gamma}^{(s)} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ \dot{\gamma} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}. \qquad \text{(III.31)}$$

Finalement, on obtient le taux de rotation de réseau suivant :

$$\dot{\Omega}_{ij} = L_{ij} - \sum_s^3 m_{ij}^{(s)} \dot{\gamma}^{(s)} = \begin{bmatrix} 0 & \dot{\gamma} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ \dot{\gamma} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & \dot{\gamma} & 0 \\ -\dot{\gamma} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} = 2\dot{\beta}_{ij}. \qquad \text{(III.32)}$$

Ainsi, le long de la fibre B tournée de 90° selon φ_1, le taux de rotation de réseau est deux fois plus grand que le taux de rotation rigide imposé par le test.

Les résultats obtenus pour ces orientations particulières seront notamment utilisés par la suite, dans le chapitre IV, pour expliquer l'évolution de texture durant l'ECAE du magnésium.

III.6 - Evolution de texture dans du magnésium polycristallin en cisaillement simple

Les orientations idéales et les caractéristiques du champ de rotation ont été identifiées dans les sections précédentes. Les résultats d'une telle analyse peuvent être très utiles dans l'interprétation de l'évolution de la texture cristallographique. Dans ce but, nous allons examiner l'évolution d'une texture initiale distribuée aléatoirement. Deux cas pratiques (ECAE et torsion) seront ensuite examinés dans les deux chapitres suivants.

III.6.1 - Paramètres de modélisation

Le modèle de plasticité cristalline de Taylor viscoplastique a été utilisé ici, où les textures y sont représentées par 2000 orientations cristallines. Les valeurs de contraintes relatives de référence et la valeur de *m* sont les mêmes dans le modèle polycristallin que dans l'analyse du champ de rotation précédente, c'est-à-dire [1, 8, 8, 6, 6]. *m* est relativement haut pour la raison que les tests de torsion ont été menés à 250°C [AD05]. L'écrouissage n'est pas considéré dans les simulations, en effet le rapport contrainte d'écoulement maximum / contrainte d'écoulement reste inférieur à 1,5 dans les expériences de torsion présentées dans le chapitre V, de plus il n'y a pas assez d'information disponible dans la littérature à propos de l'écrouissage du magnésium pour implémenter une loi d'écrouissage microscopique correcte dans les simulations (même si numériquement cela pourrait être aisément faisable). Il est aussi vrai que l'utilisation d'une loi d'écrouissage homothétique n'aurait aucun impact sur l'évolution de texture quand le modèle de Taylor est employé. La déformation d'un élément de matière durant un essai de torsion a été approximé par un cisaillement simple dans les simulations en petits incréments (le cisaillement opérant dans le plan de normale **2** et dans la direction positive **1**).

III.6.2 - Evolution de texture en cisaillement simple de magnésium initialement aléatoirement texturé

2000 orientations aléatoirement réparties ont été utilisées dans les simulations. La figure III.12 montre les textures obtenues à différentes déformations : γ = 1,2 ; 2,1 ; 3,6 et 8,1 ;

sur les figures de pôle (00.2) et (10.0). Les positions des fibres idéales B, P et C_1-C_2 sont également indiquées sur les figures de pôles. Pour la relative petite déformation, γ = 1,2, les fibres B et C_1-C_2 sont formées, la fibre P n'apparaît cependant pas (absente même aux plus grandes déformations). La présence des fibres C_1 et C_2 est surprenante à première vue car il a été trouvé dans les précédentes sections que ces deux fibres ne pouvaient pas être significatives dans le magnésium. Elles ne sont pas réellement significatives car leurs intensités sont inférieures à l'intensité random. Elles sont présentes principalement pour la simple raison que le taux de rotation de réseau autour d'elles est presque le même que le taux de rotation rigide ; ainsi, elles représentent une partie de la texture initiale aléatoire, qui a simplement été tournée par la rotation rigide. Cette particularité du champ de rotation est très visible sur la figure III.6, où la fibre C_1 est entourée par β_2, β_4 et β_5, tandis que la fibre C_2 est située à l'intérieur des fibres β_3, β_6 et β_7 qui sont les positions tournantes de la rotation rigide. Il y a, néanmoins, quelques différences d'intensité entre les fibres C_1 et C_2 ; C_1 est plus forte que C_2. Ceci peut être expliqué à l'aide des cartes de divergence présentées sur la figure III.7, selon que la divergence est négative autour C_1 tandis qu'elle est positive autour de C_2.

Avec plus de déformation, γ = 2,1, les fibres C_1 et C_2 s'affaiblissent et deviennent plus faibles que l'intensité de la texture aléatoire, tandis que la fibre B persiste avec une distribution d'intensité non uniforme le long de la fibre. Finalement, les fibres C_1 et C_2 disparaissent complètement à γ = 3,6. Concernant le comportement de la fibre B, elle se développe dans une position légèrement tournée par rapport à sa position idéale, opposée à la direction de cisaillement. Ce décalage décroît en fonction de la déformation et devient positif à de très grandes déformations. Dans le même temps, l'intensité le long de la fibre B devient plus uniforme.

Selon le développement de la texture présenté plus haut de la texture initialement aléatoire, seule la fibre B est importante dans les polycristaux de magnésium. Le comportement de B peut être analysé à l'aide des caractéristiques du champ de rotation présenté dans les sections précédentes. Dans une texture initiale aléatoire, il y a des orientations de grains partout, donc les orientations proches de B s'approcheront déjà de la position idéale au début de la déformation. Cependant, elles s'approchent seulement

par le coté droit de l'espace d'orientation présenté sur les figures III.7a-c, ceci est dû à la région négative de la divergence. De plus, elles s'accumulent sur le coté droit de la fibre idéale B dans l'ODF. Sur la figure de pôle, cette position correspond au coté gauche de la fibre idéale, donc la composante de la fibre B apparaît dans une position légèrement tournée, opposée au cisaillement appliqué. Ce décalage est d'environ 7° à γ = 1,2 sur la figure III.12 et décroît en fonction de cisaillement. Le décalage devient même positif (c'est-à-dire, dans le sens du cisaillement) aux très grandes déformations. Des résultats similaires ont été obtenus dans les chapitre II (voir également Beausir et al. [BTN07a]) pour une texture initiale aléatoire en cisaillement simple pour différentes valeurs de m pour un autre jeu de contrainte de références [1, 2, 2, 3, 3].

Il devrait être noté ici que le décalage positif est un effet de la sensibilité à la vitesse de glissement car celui-ci se réduit avec la diminution de la sensibilité à la vitesse indexée par *m* (voir chapitre II ou [BTN07a]). Si on extrapole à m=0, ce décalage positif n'apparaîtrait pas du tout. Ce décalage n'est possible qu'à cause de la rotation non nulle des grains même en position idéale. Comme montré sur la figure III.5, le paramètre de stabilité *P* n'excède pas 10 pour les positions idéales quand *m* = 0,2, donc les orientations des grains peuvent même traverser réellement les positions idéales. Il doit être noté que le décalage négatif se développe également quand m approche zéro car il est causé par la nature unilatéralement convergente du champ de rotation, et non pas par la haute valeur de *m*.

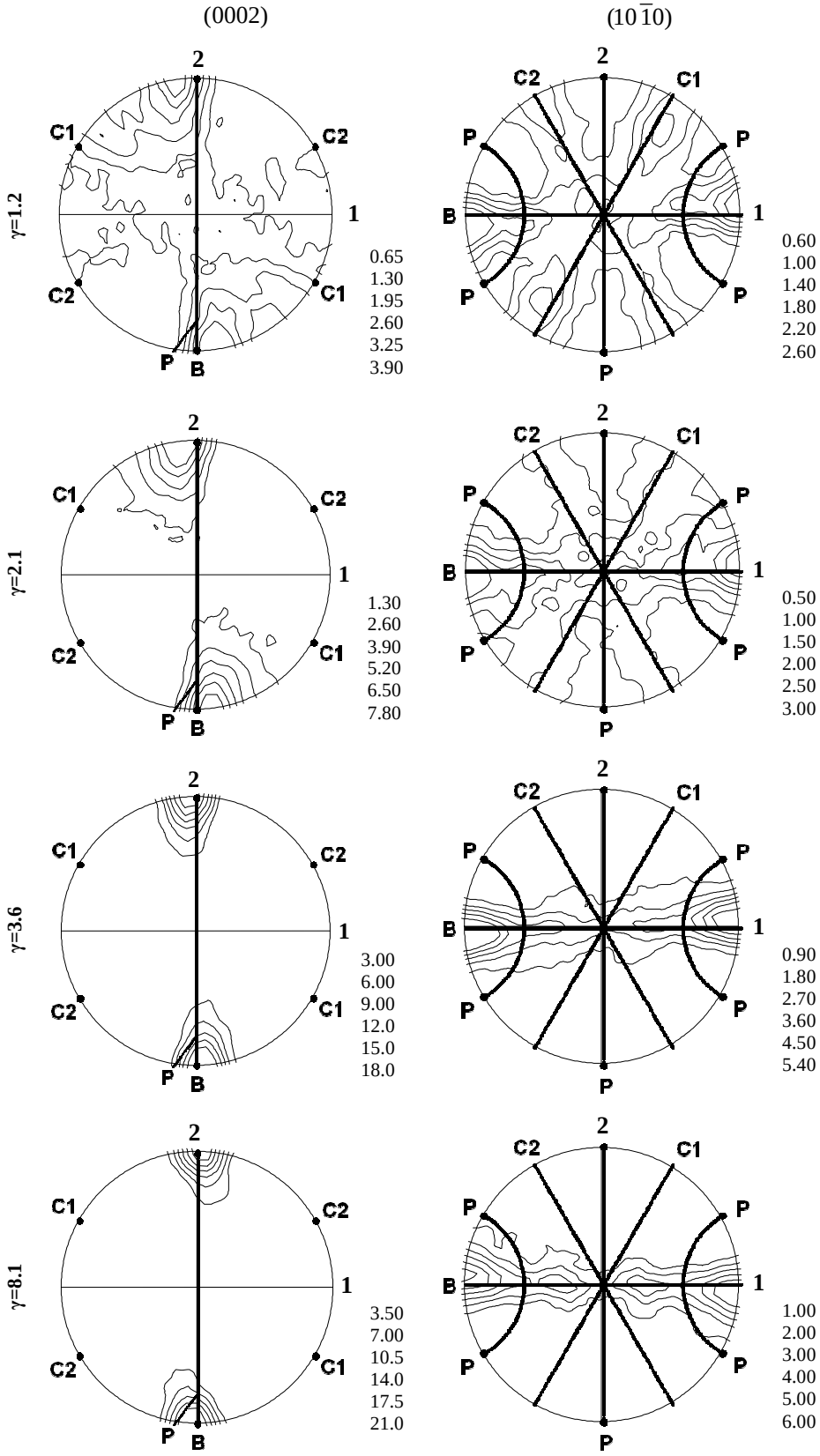


Figure III.12 - Simulation de l'évolution de texture par le modèle viscoplastique de Taylor durant le cisaillement simple d'une texture de 2000 grains aléatoires, jeu de contraintes de référence [1, 8, 8, 6, 6] et m=0.2.

III.7 - Conclusions

Dans ce chapitre, les positions idéales des textures qui se développent sous cisaillement simple ont été étudiées pour la structure cristalline hexagonale. Dans ce but un paramètre - nommé paramètre de stabilité d'orientation - a été employé. Il est défini à partir de la rotation de réseau simulée. Pour une complète compréhension du comportement des orientations idéales, le champ de rotation et la divergence ont été également examinés dans l'espace des orientations. Des simulations de l'évolution d'une texture de magnésium initialement aléatoire ont été réalisées à l'aide du modèle de Taylor viscoplastique et analysées. A partir des résultats obtenus, les conclusions suivantes peuvent être faites :

1. À l'aide du paramètre de stabilité P, toutes les orientations idéales possibles sont identifiées pour les textures des cristaux hexagonaux en cisaillement simple. Elles sont toutes des fibres et sont nommées B, P, Y, C_1 et C_2.

2. Pour le cas du magnésium, avec le jeu de valeur de contraintes de référence [1, 8, 8, 6, 6], la persistance des orientations a été examinée dans l'espace d'Euler. Il a été trouvé que seulement la fibre B est significative dans le magnésium.

3. Les simulations du développement de texture pour une texture initiale aléatoire en utilisant le modèle de Taylor viscoplastique révèlent des décalages des fibres idéales par rapport à leurs positions idéales respectives en cisaillement simple. Ces décalages sont opposés au cisaillement (négatif) à de faibles déformations, et deviennent positifs pour de grandes déformations. Ils sont causés par la nature convergente/divergente du champ de rotation autour des fibres idéales et par une rotation de réseau non nulle, même dans les positions idéales dues à la sensibilité à la vitesse du glissement.

Chapitre IV

Analyse de l'évolution de texture dans le magnésium durant une extrusion coudée à aires égales

L'intégralité de ce chapitre est acceptée pour publication dans Acta Materialia : B. Beausir, S. Suwas, L. S. Tóth, K. W. Neale, J. J. Fundenberger, Analysis of texture evolution in magnesium during equal channel angular extrusion.

Le développement de texture dans le magnésium durant une extrusion coudée à aires égales (ECAE) avec un angle de 90° entre les deux canaux a été étudié. Les textures ont été simulées par un modèle de plasticité polycristalline aussi bien que déterminées expérimentalement pour les routes A, B_c et C jusqu'à quatre passes. Basées sur l'étude du chapitre précédent sur le cisaillement simple des structures cristallines hexagonales, les orientations idéales pour l'ECAE des métaux hexagonaux ont été identifiées en considérant le cisaillement dans le plan d'intersection à 45° des deux canaux. Bien qu'une recristallisation dynamique (RXD) a été expérimentalement observée durant les tests d'ECAE, la modélisation polycristalline utilisant le modèle viscoplastique de plasticité polycristalline auto-cohérent a été capable de reproduire fidèlement les textures expérimentales. Ceci est attribué au fait que les textures étaient des fibres de type 'c' avec un axe de rotation parallèle à l'axe c et que la nucléation des grains durant la recristallisation dynamique se résume en une simple rotation autour de l'axe 'c' des nouveaux grains par rapport aux grains parents.

IV.1 - Introduction

Le magnésium et ses alliages, dus à leur faible masse volumique, sont des matériaux potentiellement candidats pour les composants de structure dans l'industrie automobile. Cependant, la mise en forme de composant à partir de magnésium est relativement difficile due à leur ductilité limitée qui est essentiellement attribuée au nombre limité de systèmes de glissement de sa structure hexagonale. Des solutions alternatives ont été proposées pour surmonter cette difficulté, une possibilité est d'employer le procédé d'Extrusion Coudée à Aires Egales (ECAE) où le mode de déformation est proche du cisaillement simple qui requiert moins de systèmes de glissement actifs que les autres procédés. Il mène aussi à un important raffinement de la microstructure quand l'activité de maclage est réduite. Le procédé ECAE consiste à extruder un échantillon lubrifié à travers deux canaux de sections transverses égales et identiques (voir chapitre I). Il y a deux importants aspects dans ce procédé : i. De large déformations capables de durcir le matériau jusqu'à sa limite théorique, ii. Le développement dune microstructure ultrafine.

Le procédé d'ECAE est caractérisé par le développement d'une forte texture caractéristique de déformation. Elles ont été étudiées récemment par Agnew et al. [AYT01-AHL04-AML05a-AML05b-AD05-ABT06-MLA06-SGK07]. De plus, la déformation plastique du magnésium et de ses alliages est fortement affectée par la texture cristallographique [GFG05-SGK07]. La texture de déformation peut être maintenue même après un traitement thermique postérieur et peut augmenter de manière significative la formabilité [AHL04]. Même un comportement superplastique peut être obtenu sur des alliages de magnésium traité en ECAE [FKA07, FL06, D00, M03]. La durée de vie en fatigue est également étendue [EHL06]. Les améliorations des caractéristiques mécaniques du magnésium pur déformé par ECAE et de ses alliages rendent le procédé d'ECAE plus attrayant pour les applications en ingénierie [KS06]. Il est donc fortement souhaitable de faire des efforts dans la compréhension de l'évolution de l'anisotropie dans l'ECAE. Sur cet aspect, il y a quelques questions importantes pas encore parfaitement discutées. Une d'entre elles est l'information sur les textures

idéales qui peuvent se développer dans l'ECAE, à savoir, la caractérisation des orientations idéales et des fibres, mais aussi l'interprétation de leur évolution. Ceci sera examiné et discuté dans ce chapitre en utilisant les résultats de l'analyse précédente (chapitre II et [BTN07b]) effectuée pour le cisaillement simple. Une autre importante question est la contribution des différents mécanismes de déformation à la déformation totale (glissement basal, prismatique, pyramidal et maclage). L'information sur cette question peut être obtenue par des moyens expérimentaux élaborés ou par simulations de l'évolution de texture à grandes déformations comparées aux expériences [MLA06]. Afin d'éviter le maclage, le procédé d'ECAE est habituellement réalisé sur le magnésium à une température de 200°C, même si des essais récents on été effectués à température ambiante dans un dispositif à 135°.

Ce chapitre fournit une étude théorique de l'évolution de texture durant le procédé d'ECAE validé par l'expérience. Des simulations ont été effectuées en utilisant le modèle auto-cohérent polycristallin viscoplastique (VPSC). Des expériences ont été menées selon les trois routes importantes de l'ECAE, c'est-à-dire A, B_c et C jusqu'à quatre passes dans un dispositif à 90° et à température de 250°C. Finalement, les caractéristiques des textures ainsi obtenues par rapport aux orientations idéales des matériaux hexagonaux en cisaillement simple ont été examinées.

IV.2 - Orientations idéales du magnésium en ECAE à 90°

Il est généralement admis que le chemin de déformation durant l'ECAE peut être bien approché par un cisaillement simple opérant dans le plan d'intersection des deux canaux formant le dispositif [S99]. Bien que des déviations existent entre le modèle « cisaillement simple » (voir le modèle de ligne de courant de Tóth et al. [TGA03] et le modèle FAN de Beyerlein et Tomé [BT04]), il reste une bonne approximation dans beaucoup de cas pratiques. Les principaux effets engendrés par les différences entre ces modèles sont quelques décalages des composantes idéales par rapport à leurs positions idéales qui peuvent être reproduites par les modèles cités ci-dessus [TGA03-BT04]. Dans la présente étude, le modèle de cisaillement simple a été employé pour simuler le développement de texture durant l'ECAE.

Comme le mode de déformation considéré est du cisaillement simple, les orientations idéales sont les mêmes en ECAE, le repère doit être simplement tourné de +45° autour de l'axe TD comme l'illustre la figure IV.1 ci-dessous.

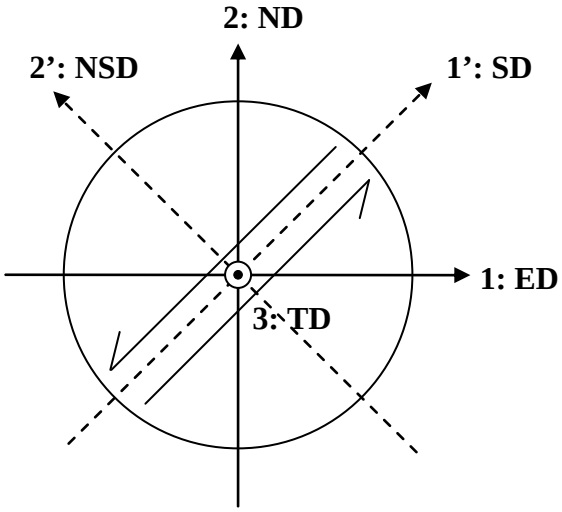


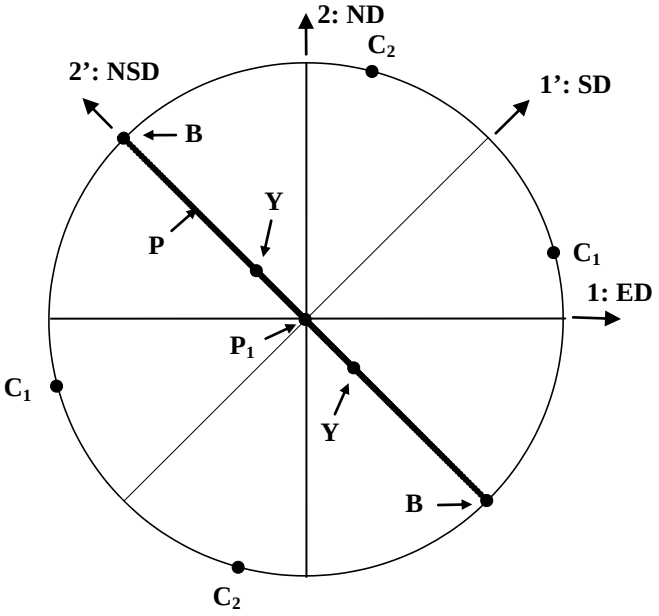
Figure IV.1 - Repère des figures de pôle.

La texture étant étudiée dans le repère non tourné (1,2,3), les orientations idéales sont tournées de +45° autour de l'axe 3 dans la direction $\vec{\varphi}_1$. Les orientations idéales de cisaillement simple des cristaux hexagonaux ont été identifiées dans le chapitre précédent ; elles sont toutes de fibres. Leurs positions dans le repère du laboratoire sont données dans le tableau IV.1. Elles sont également représentées sur les figures de pôles (0002) et $(10\bar{1}0)$, voir figure IV.2. Ces figures clés peuvent être utilisées pour la caractérisation des textures expérimentales. Parmi les cinq fibres, les fibres B et P sont les plus significatives.

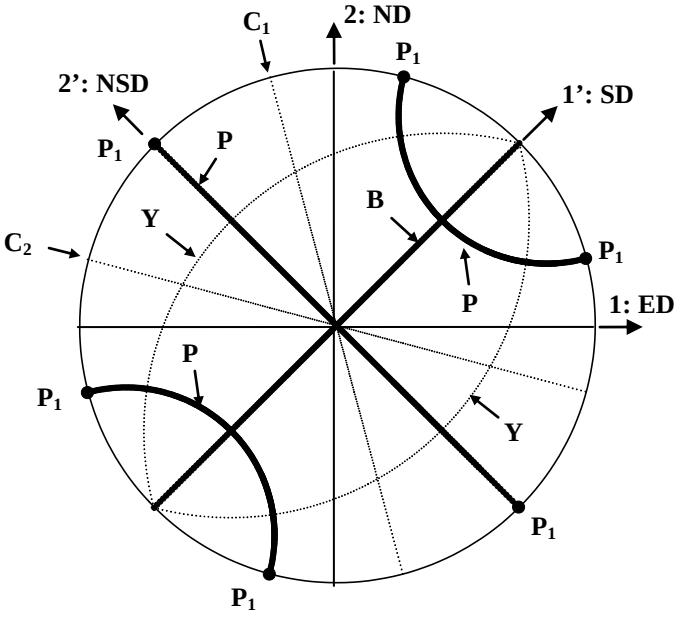
Tableau IV.1 - Orientations idéales pour les matériaux hexagonaux durant ECAE dans le repère du dispositif pour un coude de 90°.

Orientations idéales pour les matériaux hexagonaux durant ECAE

Fibres	φ_1	φ	φ_2
B	45°	90°	0°-60°
P	45°	0°-90°	30°
Y	45°	30°	0°-60°
C_1	105°	90°	0°-60°
C_2	165°	90°	0°-60°



a: (0002)



b: $(10\bar{1}0)$

Figure IV.2 - Positions des orientations idéales de magnésium en ECAE telles quelles apparaissent sur les figures de pôles (0002) (a) et $(10\bar{1}0)$ (b) dans le repère du test. Les fibres principales sont identifiées par les lignes épaisses.

IV.3 - Détails expérimentaux

Du magnésium pur à 99,9% a été obtenu dans des conditions à chaud ('hot forged'). La taille de grain initiale du matériau était d'environ 200 µm. Des morceaux extraits de la plaque forgée ont été soumis à de l'ECAE à 250°C jusqu'à 4 passes suivant les routes A, B_c et C. Les expériences ont été effectuées au LPMM de l'Université de Metz à l'aide de Dr. S. Suwas en utilisant un dispositif spécial [MSE06] d'angle entre les canaux de 90° sans arrondissement au coin et de section transverse carrée $(10mm \times 10mm)$ voir figure IV.3 ci-dessous.

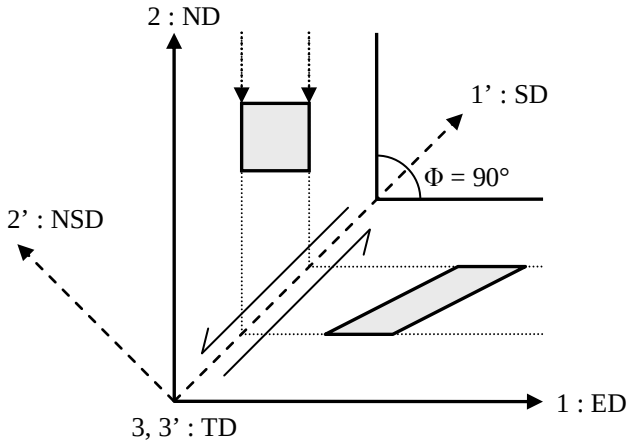


Figure IV.3 - Repères utilisés dans le procédé d'ECAE présentant la déformation d'un élément de matière carré par un cisaillement simple dans le plan d'intersection des deux canaux.

La vitesse d'extrusion était de 1 mm par seconde. Dans chaque passe, l'échantillon a été tourné de -90° autour de TD dans le but de remettre l'échantillon déformé en position dans le dispositif pour la passe suivante (route A). Pour les routes B_c et C, ils ont été tournés en plus autour de leur axe longitudinal, respectivement, par +90° et +180°. La texture a été mesurée sur la surface supérieure de la demie partie inférieure de l'échantillon par diffraction de rayon X dans les figures de pôles (0002), $(10\bar{1}0)$, $(10\bar{1}1)$, $(10\bar{1}2)$, $(11\bar{2}0)$ et $(10\bar{1}3)$ à l'université de Aachen par le Dr. S. Suwas. Les microstructures ont été examinées par Electron Back-Scatter Detection (EBSD) sur la surface de normale TD en utilisant un FEI–Sirion Field Emission Gun Scanning Electron Microscope (FEG-SEM) avec un incrément de mesure de 1 µm au Department of Materials Engineering, Indian Institute of Science, Bangalore, India sous la direction

de Dr. S. Suwas. Les résultats et analyses obtenus ont été effectués en utilisant le logiciel TSL.

IV.4 - Textures expérimentales et microstructures

Les coefficients harmoniques de la fonction de distribution des orientations (ODF) ont été calculés depuis les six figures de pôles incomplètes mesurées (Dr. J.J. Fundenberger, LETAM, Université de Metz). Ces coefficients étaient alors exprimés dans le repère (ED, ND, TD) indiqués sur la figure IV.1 qui correspond respectivement au repère cartésien (x_1, x_2, x_3), utilisé pour la définition des angles d'Euler, voir aussi figure IV.3 pour le repère du laboratoire. A partir des ODFs, les figures de pôles complètes ont été calculées et sont présentées sur les figures IV.4, IV.5 et IV.5. Pour chaque passe, la texture d'entrée correspond à la texture de sortie de la passe précédente, tournée selon la route considérée.

La texture initiale présente une fibre (0002) relativement forte avec un axe de fibre parallèle à la direction ED quand l'échantillon est placé dans le canal vertical. L'origine de cette texture provient du procédé de laminage de la bande de magnésium produite. Après une passe, la texture semble être juste simplement tournée autour de l'axe transverse (TD) d'environ +105°. Elle approche la position de la fibre B mais ne l'atteint pas. Une séparation de la fibre peut aussi être identifiée sur la figure de pôle (0002) . Cette texture a dû être tournée de -90° autour de TD pour remettre l'échantillon en position dans le dispositif pour la passe suivante en route A. Les figures de pôle ainsi obtenues sont aussi présentées figure IV.4, appelées « texture d'entrée ». Comme il peut être vu, cette texture avant la seconde passe est très similaire à la texture avant la première passe ; elle diffère de cette dernière par une rotation d'environ 15° autour de l'axe TD. Durant la seconde passe, la texture tourne légèrement moins que dans la première passe ; environ +90° autour de TD. Elle n'atteint pas encore la position de la fibre B. Ces rotations sont alors répétées dans la troisième et la quatrième passe de la route A. Ainsi, la texture après chaque passe d'ECAE est presque identique. Cette particularité du développement de texture en route A d'ECAE de magnésium sera

entièrement expliquée dans la partie simulation de ce chapitre en utilisant les caractéristiques de champ de rotation du cisaillement simple.

Le développement de texture de déformation en route B_c est tout à fait semblable à celui de la route A, voir figure IV.5. Il y a cependant une différence systématique, clairement visible sur les deux figures de pôle (0002) et $(10\bar{1}0)$. A savoir, la fibre B se développe en position légèrement tournée autour d'un axe qui se situe dans le plan d'intersection du dispositif orienté à 45° ; l'axe 1' de la figure IV.3, qui est l'axe de direction du cisaillement simple. La rotation est d'environ 20° dans le sens positif. Quand la position de la fibre obtenue est comparée à la position de la fibre avant chaque passe, nous pouvons voir que la texture de déformation peut être obtenue à partir de la texture initiale par une rotation de plus d'environ -45° autour de la direction donnée par la direction du cisaillement simple.

Les textures expérimentales de la route C sont présentées sur la figure IV.6. Comme on peut le voir, avant que la seconde passe ne commence, la texture n'est pas non plus loin de la texture initiale, la texture d'entrée de la première passe. Cette particularité est due à la texture spéciale se développant durant la première passe ; la texture déformée de la première passe est juste une version tournée de 105° autour de TD de la texture initiale.

Cette rotation n'est pas loin de 90°, ainsi en tournant la texture autour de ED de 180° puis autour de TD de +90°, on obtient une texture semblable à la texture initiale. Néanmoins, il y a quelques différences bien visibles en comparant les figures de pôles (0002) et $(10\bar{1}0)$ de la texture initiale et de la texture d'entrée de la passe 2 route C. En fait, parce que la fibre initiale est tournée à droite d'environ 15°, après la passe 2, la fibre approche mieux la position idéale. À de plus grands nombres de passe, on peut observer deux maximums sur les figures de pôles (0002) ; plus évident encore après la troisième passe. Généralement indépendamment du double pic qui peut être fort, la texture est tout à fait également semblable après chaque passe en route C.

Les résultats EBSD sont présentés sur la figure IV.7 pour les échantillons déformés en route A (première passe A1), en route B (première passe B2) et en route C (première passe C2). Le code de couleur correspond aux orientations de l'axe TD par rapport au

repère du cristal. Comme on peut le voir, la taille de grains diminue drastiquement ; pour chaque échantillon, elle est d'environ 20µm (10 fois plus petite que la taille initiale). Il y a, cependant, un caractère bimodal de la microstructure avec la présence de quelques grains significativement plus grands dans l'échantillon. Leur population est moins significative dans les secondes passes (C2 et B2). Les cartes d'orientations EBSD (figure IV.7) montrent des signes évidents de la présence de recristallisation dynamique (RXD). Une des raisons est la forme presque sphérique des grains, qui devrait être beaucoup plus ovale dû à l'important cisaillement imposé dans l'essai d'ECAE. En outre, les formes des grains, qui ne sont pas toujours convexes, sont des indications claires de la présence de RXD.

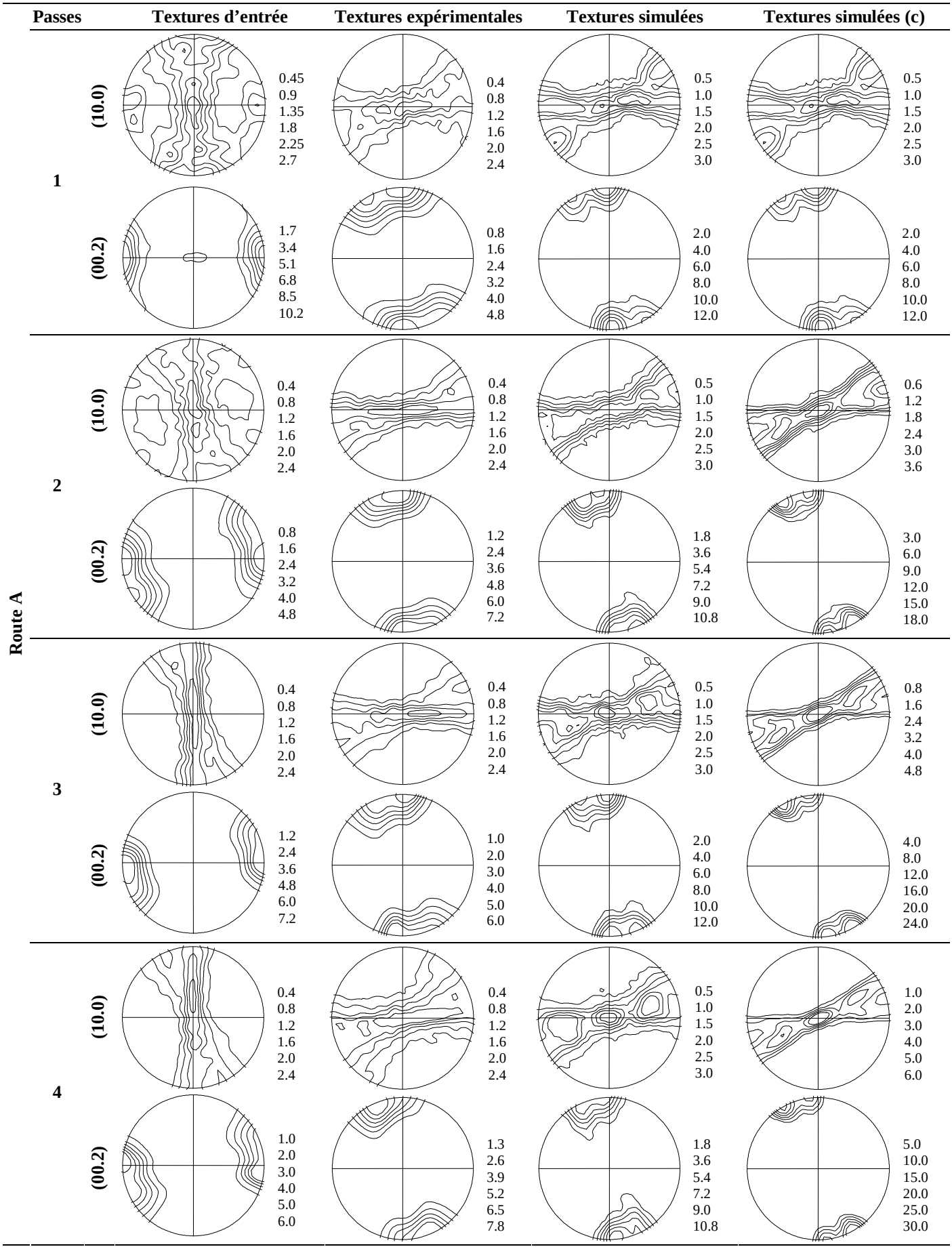


Figure IV.4 - Textures expérimentales et simulées du magnésium durant ECAE en route A.

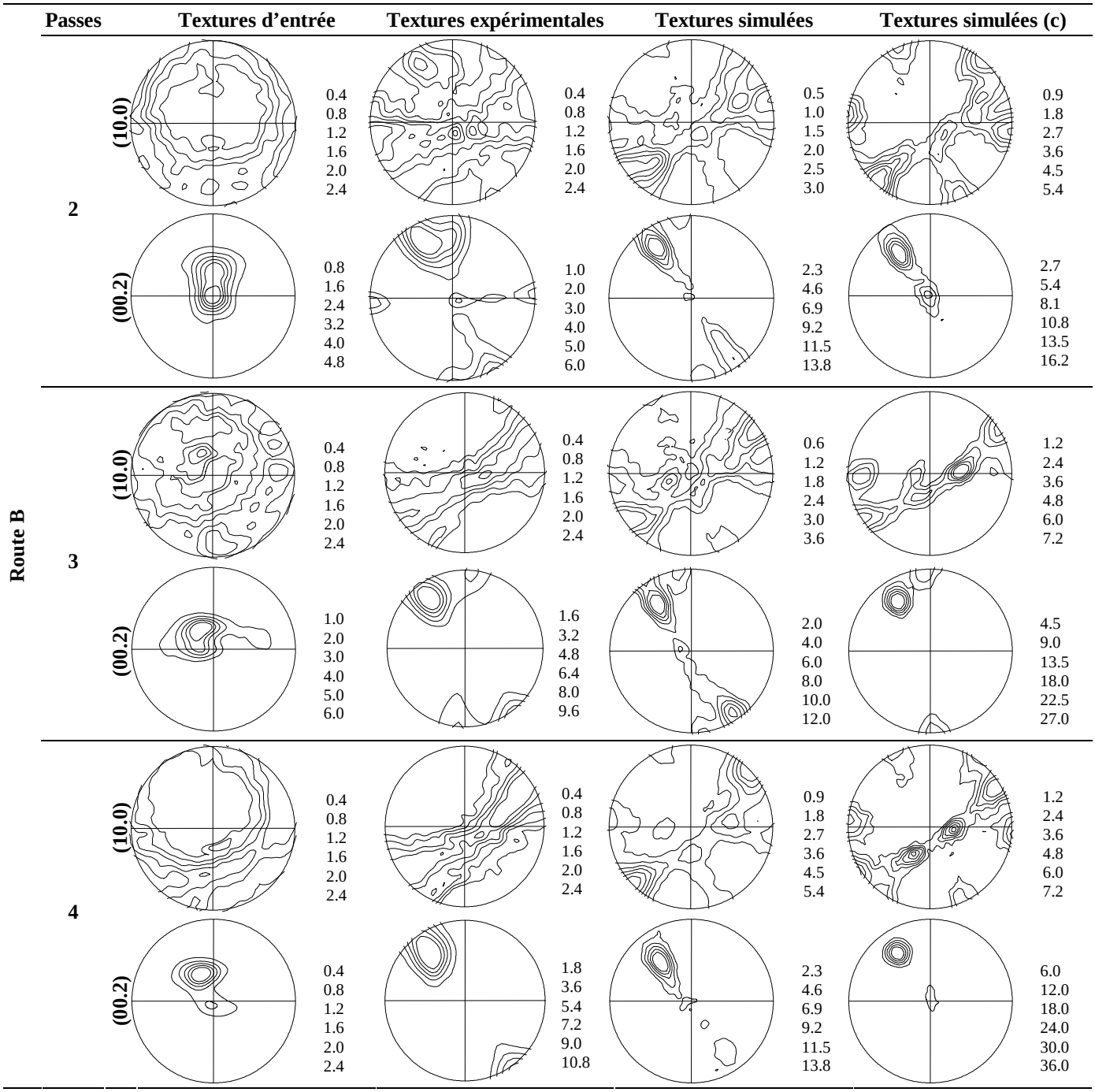


Figure IV.5 - Textures expérimentales et simulées du magnésium durant ECAE en route B.

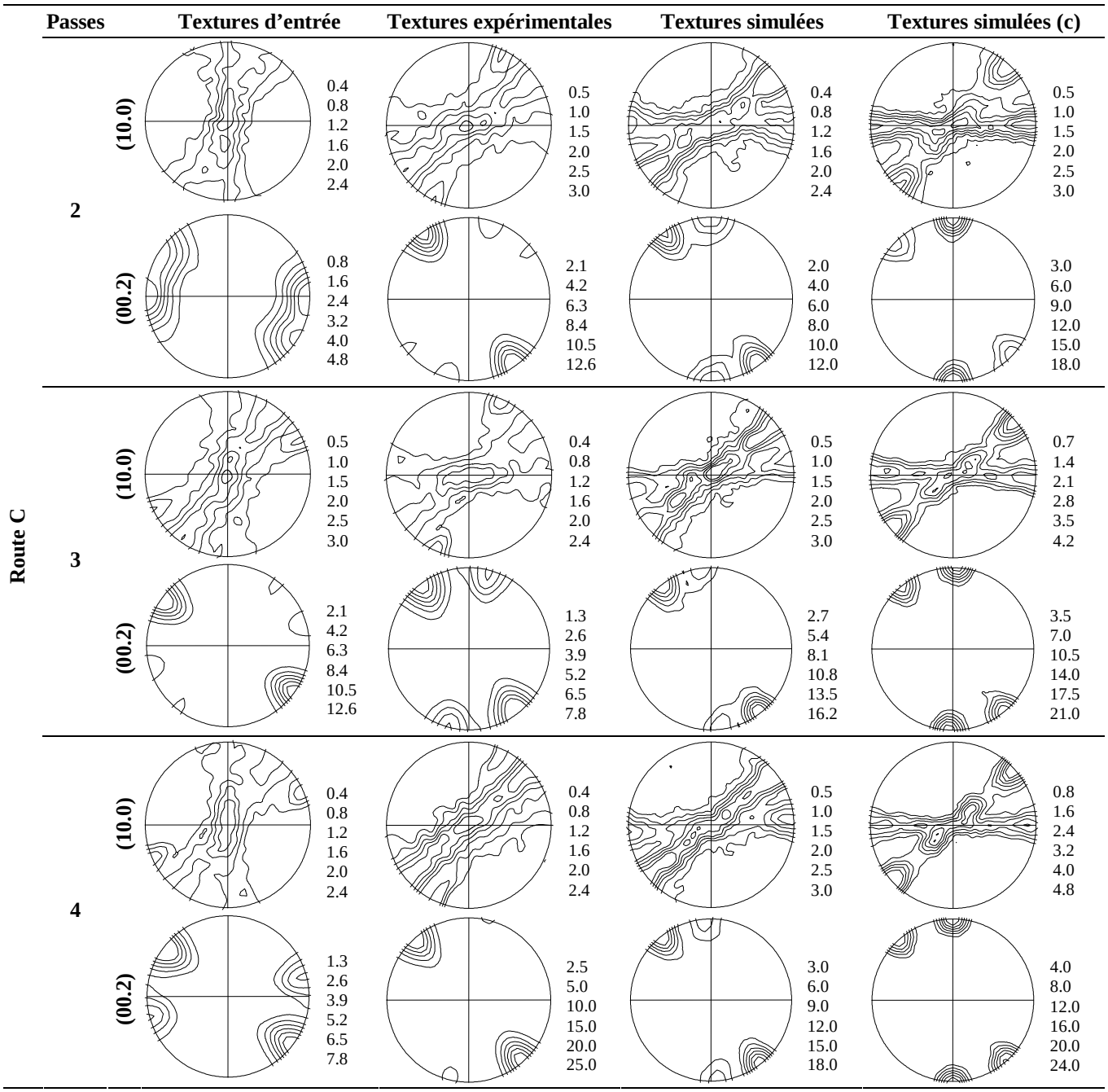
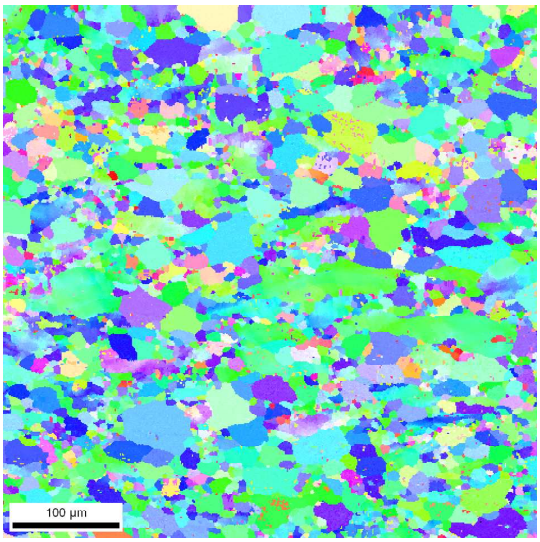
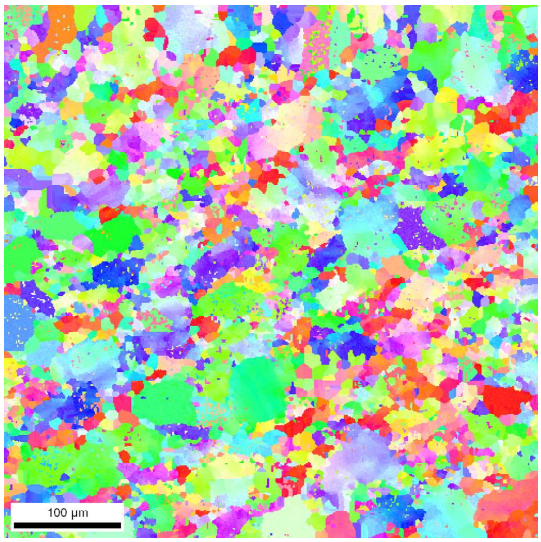


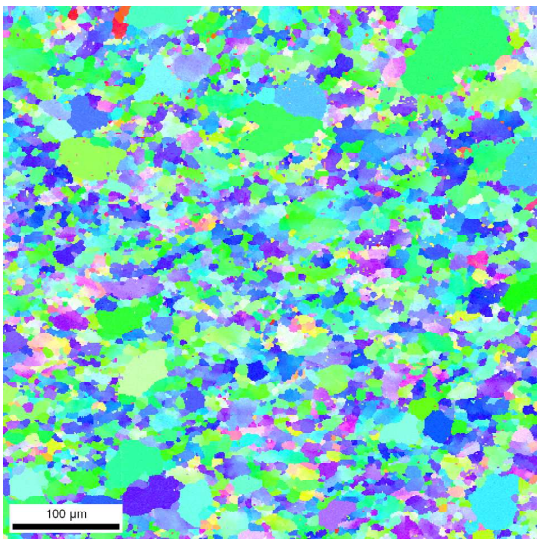
Figure IV.6 - Textures expérimentales et simulées du magnésium durant ECAE en route C.



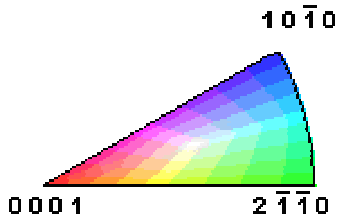
Passe A1

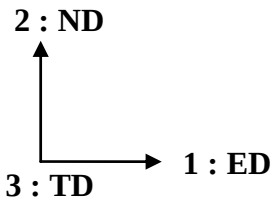


Passe B2



Passe C2





Code de couleur et repère

Figure IV.7 - Cartes EBSD obtenues sur la surface de normale TD des échantillons A1, C2 et B2. Le triangle coloré indique les orientations de l'axe TD dans le repère du cristal hexagonal.

IV.5 - Conditions de simulation de texture

En accord avec le modèle de cisaillement simple en ECAE, le gradient de vitesse de cisaillement simple dans le plan de symétrie (repère (1', 2', 3') sur la figure IV.3) est donnée par :

$$\boldsymbol{L} = \begin{pmatrix} 0 & -\dot{\gamma} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}_{1',2',3'} \qquad \text{(IV.1)}$$

Ici $\dot{\gamma}$ est positif, ce qui signifie que la direction du cisaillement est négative. Quand ce gradient de vitesse est exprimé dans le repère de l'ECAE (1, 2, 3), il se transforme en :

$$\boldsymbol{L} = \frac{\dot{\gamma}}{2} \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}_{1,2,3} \qquad \text{(IV.2)}$$

Comme il peut être vu dans la seconde expression, le gradient de vitesse décrit une traction dans la direction d'extrusion (1=ED), une compression dans la direction normale (2=ND) et une rotation rigide pure autour de l'axe transverse (3=TD) [TAG03]. L peut être aisément incorporé dans un modèle de plasticité polycristalline jusqu'à un cisaillement de $\gamma = 2$ pour chaque passe.

Les simulations ont été effectuées en utilisant le modèle viscoplastique polycristallin auto-cohérent (VPSC), la RXD qui a été observé dans les expériences n'était pas prise en compte dans le modèle de plasticité polycristalline, ceci sera justifié par la suite, dans la partie discussion. Le model VPSC basé sur la méthode de la tangente a été employé dans sa version isotrope en ce qui concerne l'interaction entre la matrice et les grains [MCA87]. Plus précisément, le modèle élément fini modifié a été utilisé où le paramètre de calibration α était de 0.6 [MT94 et l'équation I.48]. Pour le glissement cristallographique, la loi de glissement viscoplastique a été utilisée (voir [H76], la section II.1 et l'équation (II.1).

Une question importante dans les matériaux hexagonaux est la contribution des différentes familles de systèmes de glissement à la déformation. Agnew et al. [AML05b] ont trouvé que les meilleurs résultats de simulations étaient obtenus en utilisant la combinaison de contraintes de référence suivante :

$$\tau_0^{basal} = 1 \; ; \; \tau_0^{prism.} = 8 \; ; \; \tau_0^{pyr.<a>} = 8 \; ; \; \tau_0^{pyr.<c+a>/A} = 6 \; ; \; \tau_0^{pyr.<c+a>/B} = 6 \, . \qquad \text{(IV.3)}$$

La même conclusion a pu être tirée de nos simulations. La sensibilité à la vitesse de déformation *m* a été choisie de 0,2, ce qui correspond à la température du test de 250°C (des expériences sur du magnésium AZ31 rapportent une valeur de m de 0.15 à une température de 150°C [AD05]). La texture initiale a été discrétisée en 2000 orientations de grains et a été utilisée comme texture d'entrée de la première passe. L'écrouissage n'a pas été pris en considération. Deux types de simulations ont été effectués :

1. La technique appelée « en continu » (indexée par la lettre 'c' dans les figures résultats), dans laquelle les textures simulées de sorties de chaque passe effectuée sont utilisées comme texture d'entrée de la passe suivante.

2. La technique nommée « texture corrigée », dans laquelle la texture expérimentale de sortie de passe est discrétisée et réinjectée comme texture d'entrée de la simulation de la passe suivante.

Les résultats de simulations sont présentés sur les figures IV.4 à IV.6.

IV.6 - Discussion sur l'évolution de texture

Bien que les évidences microstructurales indiquent clairement que la RXD a eu lieu dans le magnésium durant les présent tests d''ECAE, il sera montré dans cette section que le développement de texture n'est pas affecté par le procédé de RXD. Pour la compréhension de cette situation, le développement de la texture sera dans un premier temps discuté sans tenir compte de la RXD.

IV.6.1 - Caractéristiques du champ de rotation

Pour une meilleure compréhension de l'évolution de la texture en ECAE, il est utile de présenter les quantités champ de rotation et divergence dans l'espace d'orientation approprié. Une telle analyse a été effectuée dans le chapitre III pour le cas du cisaillement simple et peut être aisément transposé au test d'ECAE. Dans l'espace d'orientation ceci implique simplement un décalage du champ de rotation et de la divergence de 45° dans le sens de φ_1 positif. Nous rappelons ci-dessous pour faciliter la lecture les définitions du champ de rotation et de la divergence, pour plus de détails se reporter au chapitre III.

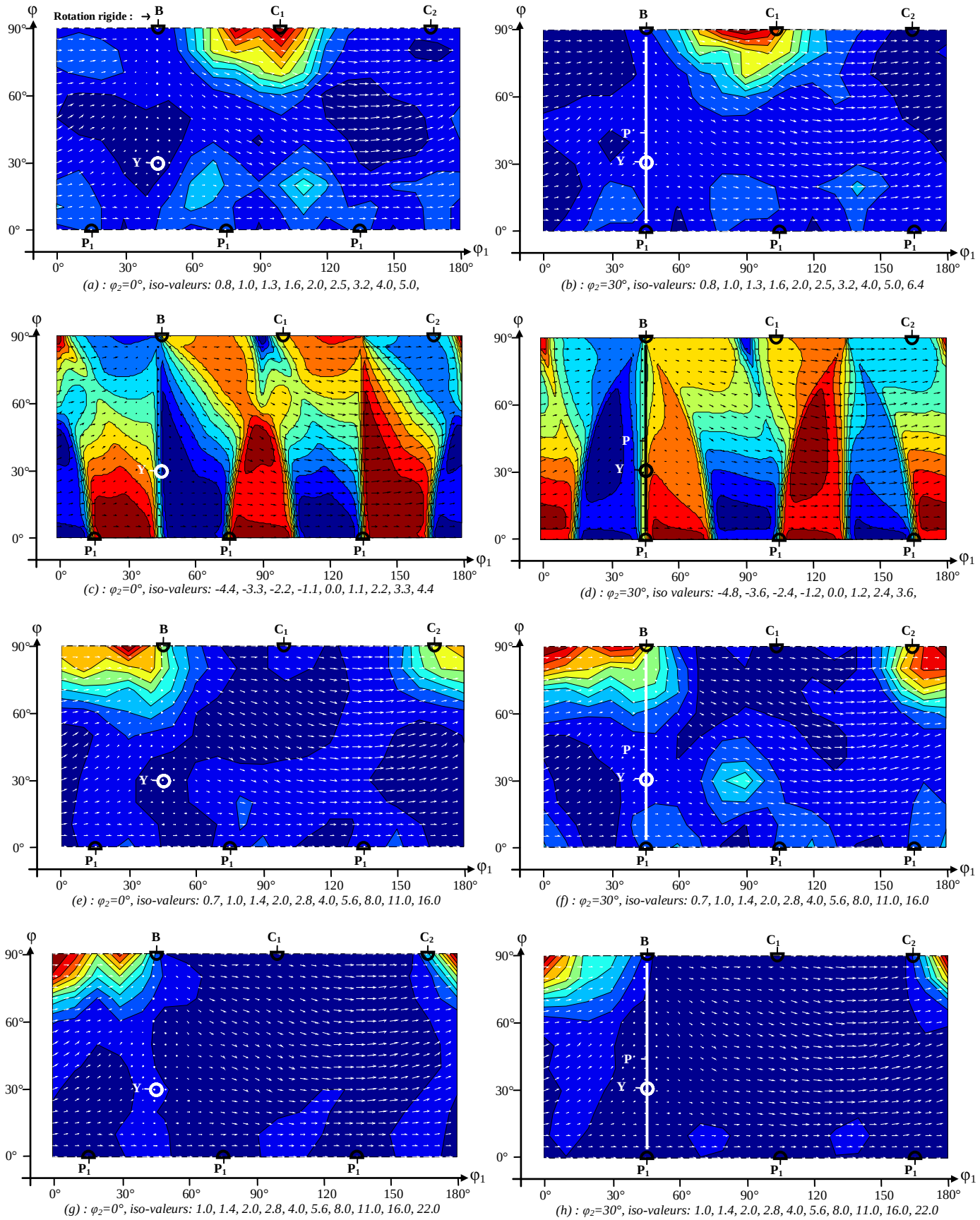
Le champ de rotation peut être bien illustré en présentant le vecteur vitesse de rotation de réseau défini en espace d'orientation $\dot{g} = (\dot{\varphi}_1, \dot{\varphi}, \dot{\varphi}_2)$. Il est obtenu depuis la vitesse de rotation de réseau $\boldsymbol{\Omega}$ de l'espace du laboratoire en utilisant les relations suivantes [CC79, GTJ90] :

$$\begin{aligned} \dot{\varphi}_1 &= \Omega_{12} - \varphi_2 \cos\varphi \\ \dot{\varphi} &= \Omega_{32} \cos\varphi_1 + \Omega_{13} \sin\varphi_1 \\ \dot{\varphi}_2 &= \left(\Omega_{32} \sin\varphi_1 - \Omega_{13} \cos\varphi_1\right) / \sin\varphi \end{aligned} \qquad \text{(IV.4)}$$

La divergence $div(\dot{g})$ donne également une information utile sur la nature du champ. Elle est définie par :

$$div(\dot{g}) = \frac{\partial \dot{\varphi}_1}{\partial \varphi_1} + \frac{\partial \dot{\varphi}}{\partial \varphi} + \frac{\partial \dot{\varphi}_2}{\partial \varphi_2} \qquad \text{(IV.5)}$$

Le vecteur vitesse de rotation et la divergence sont présentés sur la figure IV.8c-d pour le gradient de vitesse défini dans l'équation (IV.2), dans les sections $\varphi_2 = 0°$ et $\varphi_2 = 30°$. Les positions des fibres idéales sont également indiquées sur cette figure. Pour les régions de haute persistance des orientations des grains, la vitesse de rotation de réseau $\dot{g}$ est petite et la divergence est négative $div(\dot{g}) < 0$. Ces positions sont donc prévues comme étant les composantes de texture idéales. Elles sont toutes des fibres et sont listées dans le tableau IV.1.



(a) : φ_2=0°, iso-valeurs: 0.8, 1.0, 1.3, 1.6, 2.0, 2.5, 3.2, 4.0, 5.0,

(b) : φ_2=30°, iso-valeurs: 0.8, 1.0, 1.3, 1.6, 2.0, 2.5, 3.2, 4.0, 5.0, 6.4

(c) : φ_2=0°, iso-valeurs: -4.4, -3.3, -2.2, -1.1, 0.0, 1.1, 2.2, 3.3, 4.4

(d) : φ_2=30°, iso valeurs: -4.8, -3.6, -2.4, -1.2, 0.0, 1.2, 2.4, 3.6,

(e) : φ_2=0°, iso-valeurs: 0.7, 1.0, 1.4, 2.0, 2.8, 4.0, 5.6, 8.0, 11.0, 16.0

(f) : φ_2=30°, iso-valeurs: 0.7, 1.0, 1.4, 2.0, 2.8, 4.0, 5.6, 8.0, 11.0, 16.0

(g) : φ_2=0°, iso-valeurs: 1.0, 1.4, 2.0, 2.8, 4.0, 5.6, 8.0, 11.0, 16.0, 22.0

(h) : φ_2=30°, iso-valeurs: 1.0, 1.4, 2.0, 2.8, 4.0, 5.6, 8.0, 11.0, 16.0, 22.0

Figure IV.8 - Évolutions de texture durant la première passe de la route A. (a) et (b) montrent l'ODF de la texture d'entrée. (c) et (d) présentent le champ de rotation de réseau ($\dot{\boldsymbol{g}}$) et la divergence ($div(\dot{\boldsymbol{g}})$) associé au procédé d'ECAE pour le jeu de contrainte de référence [1, 8, 8, 6, 6] et pour une sensibilité à la vitesse de déformation de 0.2. (e) et (f) montrent l'ODF de la texture expérimentale après une passe. (g) et (h) présentent l'ODF de la texture simulée après une passe. (a), (c), (e) et (g) sont la section de l'ODF à φ_2=0°, tandis que (b), (d), (f) et (g) sont la section de l'ODF à φ_2=30° constant.

Les textures qui se développent à partir d'une texture initiale relativement forte sont des textures de fibre, voir figure IV.4. La texture initiale est également tracée dans deux sections d'ODF sur la figure IV.8a-b. La fibre apparaît dans le voisinage de la fibre idéale C_1. La position C_1 est juste un lieu de ralentissement avec une petite persistance de l'orientation de grains (voir chapitre III). La vitesse de rotation de réseau est orientée vers la droite, dans le sens φ_1 croissant, ainsi la texture initiale est instable par rapport au cisaillement simple de l'ECAE. Durant une passe, la texture tourne d'une importante quantité vers la droite. En fait, le cisaillement est égal à 2 dans le modèle idéal de cisaillement simple d'un dispositif ECAE à 90°. On pourrait penser que la quantité maximale de rotation serait limitée à la rotation qui correspond à la rotation rigide accumulée durant un cisaillement simple de 2. Cependant, selon les résultats expérimentaux présents, ce n'est pas le cas. La rotation rigide pourrait seulement s'élever à 57,3°, alors que la texture tourne d'environ 105°. Ceci est plutôt surprenant et nécessite une interprétation. Dans ce but, une autre figure est présentée dans laquelle le ratio *r* de la vitesse de rotation de réseau $\|\Omega\|$ sur la vitesse de rotation rigide $\|\beta\|$ est tracée : $r = \|\Omega\| / \|\beta\|$ pour une valeur de m=0,2, voir figure IV.9 ci-après. Il est utile de rappeler que la vitesse de rotation de réseau est la différence entre la vitesse de rotation rigide et la vitesse de rotation plastique ω :

$$\Omega = \beta - \omega \qquad \text{(IV.6)}$$

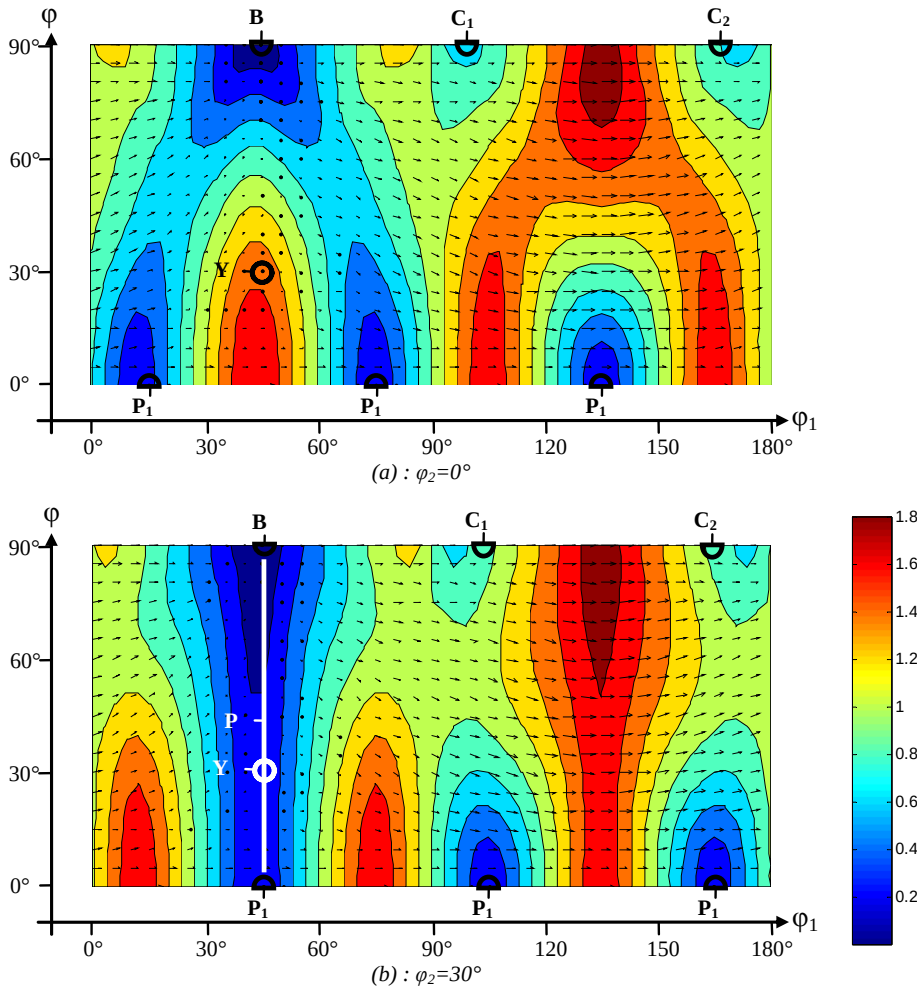


Figure IV.9 - Rapport entre la vitesse de rotation de réseau et la vitesse de rotation rigide $r = \|\Omega\| / \|\beta\|$, dans les sections de l'ODF φ_2=0° (a) et φ_2=30° (b), m=0.2.

Comme il peut être vu sur cette figure, *r* varie entre environ 0 et 2. Il est petit au voisinage des fibres idéales B et P mais, dans la plupart du volume de l'espace d'Euler, il est supérieur à 1. C'est-à-dire que la rotation de réseau est en général plus grande que la rotation rigide dans une importante zone de l'ODF à la droite de la fibre initiale. C'est la raison pour laquelle la texture peut tourner beaucoup plus qu'il n'est normalement prévu.

La section III.5 présente une analyse détaillée à propos de la distribution de glissement et de la nature des systèmes de glissement actifs le long de la fibre B, aussi bien que le long de la fibre B tournée de 90° sur φ_1 dans le cas d'un cisaillement simple. Les résultats sont les mêmes pour le présent test d'ECAE, par simple ajout de 45° à l'angle φ_1. Le long de la fibre B, il y a deux systèmes de glissement basaux actifs

accommodant la déformation de cisaillement simple prescrite et *r* est nul en glissement insensible à la vitesse de déformation. La vitesse de rotation plastique est égale à la vitesse de rotation rigide le long de la fibre B dans le cas où le glissement est insensible à la vitesse de déformation. Ce résultat reste qualitativement le même pour les présentes simulations d'ECAE effectuées pour m = 0.2. A la droite de la fibre idéale B, sur la ligne située à $\varphi_1 = 90°$ de cette dernière dans l'ODF, la valeur de r augmente jusqu'à presque 2 (pour le cas m = 0, elle est exactement égale à 2), ce qui représente une vitesse de rotation de réseau très rapide. Cette position ($\varphi_1 = 135°, \varphi = 90°, 0° \le \varphi_2 \le 60°$) est particulière. D'après l'équation (IV.6) une valeur de r égale à 2 signifie que la vitesse de rotation plastique est maintenant dans la même direction que la vitesse de rotation rigide. Il a été montré dans la section III.5 que c'est le cas tout le long de la fibre B tournée de 90° selon φ_1, c'est-à-dire que la rotation de réseau est deux fois plus grande que la rotation rigide. Pour les raisons ci-dessus, la texture peut aisément tourner plus que la rotation rigide imposée par le test, une rotation d'environ 105° au lieu de 57,3°. Cependant, même cette grande rotation n'est pas suffisante pour que les grains atteignent la position idéale B, car celle-ci est en effet située à une distance de 135° de la fibre initiale, voir figure IV.8. Un autre comportement intéressant de la texture expérimental est une séparation apparente montrant deux maximums, bien visibles après la première passe sur la figure de pôle (0002). En fait, une séparation similaire existe déjà dans la texture initiale ; elle est bien visible dans les deux sections de l'ODF de la texture initiale (figures IV.8a et b). Après la passe, cette séparation est pratiquement la même, à la fois dans l'expérience et dans les simulations. Ainsi, cette séparation apparente est attribuée à la texture initiale.

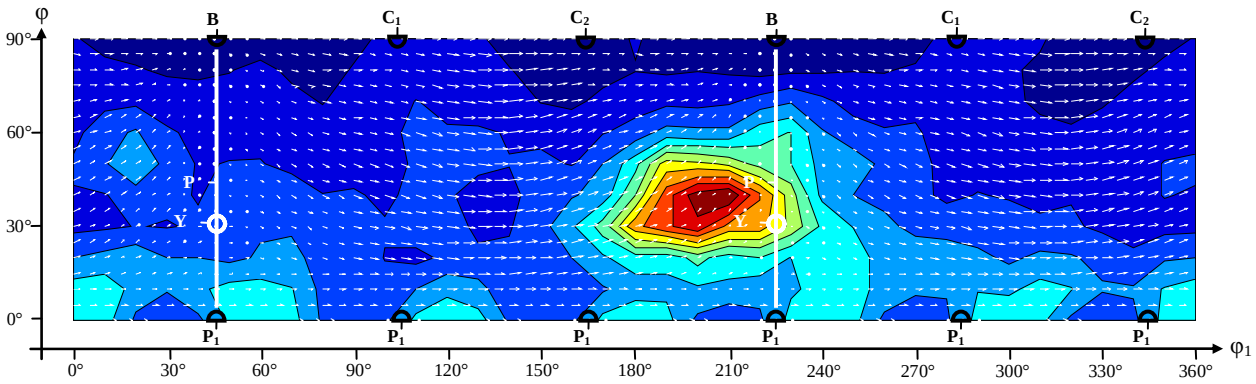
IV.6.2 - Evolution de la texture en route A

Les textures qui se développent dans les passes suivantes de la route A peuvent être interprétées comme suit. Pour une nouvelle passe route A, l'échantillon doit être tourné de -90° autour de l'axe TD. Une telle rotation implique un déplacement de la texture entière de -90° le long de l'axe φ_1 dans l'espace d'Euler (nous gardons toujours le même repère, celui du laboratoire). Ainsi, la fibre entière retourne presque dans la même position qu'avant la première passe. Cependant pas exactement, comme ce

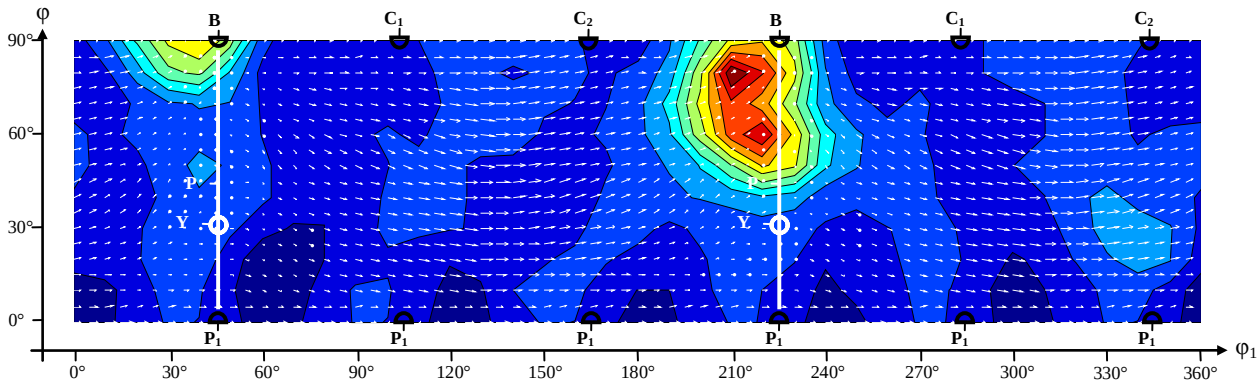
repositionnement à 90° est inférieur à la rotation de 105° de la fibre due à la déformation. Dans la seconde passe et dans les suivantes, la texture tourne autant en raison de la déformation que du repositionnement de l'échantillon (voir figure 4). C'est la raison pour laquelle la texture semble être presque la même après chaque passe.

IV.6.3 - Evolution de la texture en route B_c

Les textures route B_C sont différentes de celles des routes A et C. Comme il a été montré dans la section IV.4, la texture de déformation peut être extraite de la texture initiale par une rotation d'environ -45° autour de la direction de cisaillement (ce qui amène à 45° par rapport à l'axe du dispositif dans le plan d'intersection des deux canaux). Cette situation est répétée dans chaque passe et presque la même texture apparaît après chaque passe B_C. Dans le but de comprendre l'évolution de la texture en route B, les textures juste avant et après la quatrième passe est présentée sous la forme d'ODF figure IV.10. Seule la section $\varphi_2 = 30°$ est tracée car la texture est presque la même dans toutes les autres sections φ_2 = constante. Comme on peut le voir sur la figure IV.10, la fibre initiale est située dans une zone où le champ de rotation dérive dans la direction de la fibre B ; le long d'une trajectoire presque parallèle à la fibre P. La fibre B ne peut pas être atteinte durant la déformation plastique de la passe car la rotation de réseau est petite dans cette région. Il est également important de noter que dans la déformation en route B_C il n'y a aucune symétrie d'échantillon dans l'ODF (une symétrie monoclinique pourrait être utilisée dans les routes A et C pour la représentation des textures dans l'espace d'ODF), c'est pourquoi l'angle φ_1 est pris dans l'intervalle $0° \leq \varphi_1 \leq 360°$ sur la figure IV.10. En conclusion, tandis que de grandes rotations de réseau prennent place dans les passes de la route A autour de l'axe TD (également dans la route C, voir section suivante), la route B_C se distingue par des rotations de textures beaucoup plus petites et non pas autour de l'axe TD.



(a) : φ_2=30°, iso-valeurs: 0.0, 1.1, 2.3, 3.4, 4.5, 5.6, 6.7, 7.9, 9.0, 10.1



(b) : φ_2=30°, iso-valeurs: 0.0, 1.4, 2.9, 4.4, 5.9, 7.3, 8.8, 10.3, 11.7, 13.2

Figure IV.10 - Evolution de texture durant la quatrième passe de la route B dans les sections φ_2=30° de l'ODF. (a) : texture d'entrée, (b) : texture après la passe.

IV.6.4 - Evolution de la texture en route C

Concernant l'évolution de texture en route C; bien qu'elle semble être plutôt similaire à la route A, il y a quelques comportements additionnels dans les textures qui peuvent être interprétés à l'aide du champ de rotation et des caractéristiques de persistance du procédé d'ECAE. On peut voir que la rotation additionnelle de 180° autour de l'axe de l'échantillon, nécessaire dans la réalisation de la route C, mène à une texture initiale tournée d'environ -30° le long de l'axe φ_1 du repère d'Euler par rapport à la texture avant la passe 2 de la route A (comparer les figures de pôles correspondantes figure IV.4 et IV.5). Ainsi, comme la fibre initiale est assez large, une certaine partie de la fibre se situe déjà dans une zone de persistance élevée de la fibre B, ainsi ; cette partie tournera très peu durant la première passe de la route C. Une plus grande partie de la fibre initiale, cependant, est dans une zone à divergence positive (à la droite de la position de la fibre B sur les figures IV.8c-d), effectuant une rotation rapide de la texture. Pour les raisons expliquées déjà précédemment dans la section III.5, cette composante, bien qu'elle tourne plus que la rotation rigide, ne peut pas atteindre la fibre B. Le résultat est la formation du double pic visible sur les figures de pôles. Dans la première passe, le pic correspondant à la fibre initiale est beaucoup plus faible. Cependant, le même processus est répété dans la passe suivante en route C, ce qui mène à des hautes intensités pour les deux pics. En conclusion, dans la dernière passe de la route C, la même situation que dans la première passe route C est valide. Ceci est dû au fait que, dans chaque deuxième passe, le même cisaillement est appliqué sur la texture en route C.

IV.6.5 - Résultats des mesures EBSD

La couleur des grains sur les cartes EBSD (figure IV.7) sont en bon accord avec les textures mesurées par rayon X. À savoir, qu'il y a principalement du bleu et du vert dans une proportion environ égale pour les échantillons A1 et C2, couleurs correspondantes aux orientations comprises entre $(10\bar{1}0)$ et $(2\bar{1}\bar{1}0)$ (voir le triangle de code de couleur sur la figure IV.7). Ces grains appartiennent aux fibres dont l'axe de fibre se situe dans le plan ED-ND avec l'axe 'c' comme axe de fibre, ce qui est

conforme à la conclusion faite à partir des figures de pôle et des ODFs présentés précédemment. Même après la déformation, la texture demeure une fibre dans les routes A et C dont l'axe de fibre est dans le plan ED-ND.

La situation est différente en route B_C. La carte d'orientation pour l'échantillon B2 (figure IV.7) montre beaucoup de grains orientés selon la couleur rouge, ce qui signifie que l'axe 'c' de ces grains est presque parallèle à l'axe TD de l'échantillon. Ceci est dû à la rotation de +90° appliqué autour de l'axe longitudinal de l'échantillon nécessaire pour la route B_C. Cette rotation amène l'axe de la fibre de la texture presque parallèle à la direction TD ; comme le montrent les figures de pôles de la figure IV.5. Bien que l'axe de la fibre se déplace vers la fibre idéale B, il demeure à 25° de cette dernière. C'est-à-dire que beaucoup de grains seront presque orientés selon TD dus à la très significative dispersion des orientations autour de la fibre. La proportion des grains colorés en rouge de l'échantillon B2 de la route B_C sur la figure IV.7 apparaît être en accord avec le nombre d'orientations prévues en position TD.

IV.6.6 - Simulations de l'évolution de texture

Les résultats des textures simulées en utilisant le modèle VPSC sont présentés pour chaque texture mesurée correspondante sur les figures IV.4 à IV.6. Généralement ces textures sont très similaires aux expériences car elles reproduisent les caractéristiques principales des textures qui ont été discutées dans les sections ci-dessus. Deux techniques ont été appliquées dans les simulations, les simulations « une passe » et les continues, voir la section IV.5 ci-avant. Il peut être vu que les textures simulées seulement depuis la texture expérimentale de la passe précédente sont moins fortes que celles obtenues en utilisant toujours les textures simulées. Ceci est tout à fait normal car un certain affinement des grains se produit dans ces expériences d'ECAE [JLM06-YHL00], ce qui est négligé dans les simulations. Ce raffinement de la microstructure produit beaucoup de sous grains dans un grain qui ont des orientations légèrement différentes que le grain parent menant à un lissage de la texture. Ce mécanisme est en partie capturé par la technique de simulation « une passe » mais complètement négligé dans la méthode continue. Néanmoins, voyant le bon succès des textures simulées par

les deux méthodes, nous pouvons dire que le mécanisme de raffinement de la microstructure n'influence pas les textures de manière très significative.

IV.6.7 - Recristallisation dynamique

Il est tout à fait particulier d'observer que le modèle polycristallin soit capable de reproduire les textures malgré le fait que qu'il ne tient pas du tout compte de la RXD. Ceci ne peut pas être juste une coïncidence ; ce résultat doit fournir des informations sur le procédé de RXD lui-même. En effet, le mécanisme de RXD pour plusieurs matériaux hexagonaux est une nucléation et une croissance des grains à ±30° autour de l'axe de c de la structure du cristal [GKG01-TT02-YZB06-FZB06]. Cette rotation ne change pas l'orientation de l'axe 'c'. Il a été trouvé dans la présente étude que toutes les textures de déformation étaient des textures de fibre dont l'axe 'c' est l'axe de la fibre. Ceci signifie que les grains nouvellement orientés restent dans la même fibre, ils apparaissent simplement à une autre position φ_2 dans l'ODF. Dans toutes les ODFs, l'axe de fibre était parallèle à l'axe φ_2, ainsi due à la nature statistique de l'ODF, aucun changement du à la RXD n'est visible dans la distribution d'orientation.

IV.7 - Conclusions

Les textures qui se développent durant l'ECAE du magnésium polycristallin ont été étudiées pour les routes A, B_C et C jusqu'à quatre passes à la fois expérimentalement et par simulations. Pour l'interprétation du développement de texture, les orientations idéales et le champ de rotation ont été présentés pour le procédé d'ECAE à 90° en utilisant le modèle de cisaillement simple. Cette analyse mène aux principales conclusions suivantes :

1. Il y a des rotations de réseau très grandes durant l'ECAE du magnésium en route A et C pouvant être deux fois plus importantes que la rotation rigide imposée par le test. Ce mécanisme ainsi que les caractéristiques de champ de rotation du procédé fournissent une explication détaillée du développement de texture.

2. L'accord qualitatif des textures simulées avec l'expérience indique que le processus d'affinement de la microstructure durant l'ECAE du magnésium ne change pas nettement la texture.

3. Les textures développées durant l'ECAE du magnésium ont été reproduites avec succès par le modèle VPSC sans considérer la RXD qui, cependant, a eu lieu durant les essais. Ce résultat peut être expliqué par un mécanisme de RXD durant lequel les grains nouvellement formés sont uniquement tournés autour de l'axe 'c', ainsi ils demeurent dans les fibres qui étaient toutes des fibres d'axe 'c' dans la présente étude.

Chapitre V

Évolution de texture et comportement mécanique du magnésium en torsion

Le contenu de ce chapitre est soumis pour publication dans International Journal of Plasticity: B. Beausir, F. Qods, L. S. Tóth, K. W. Neale, Texture and mechanical behavior of magnesium during free end torsion.

Des tests de torsion ont été effectués sur du magnésium pur (99,9%) et deux alliages de magnésium (AZ71 et AZ71 renforcé avec des particules SiC ; AZ71R.) Les échantillons ont été testés en torsion en conditions d'extrémités libres. Les deux alliages possédaient une texture initiale axisymétrique tandis que les échantillons de magnésium pur étaient issus d'une plaque laminée, ainsi, ils présentaient une texture initiale non axisymétrique. Le couple en fonction de l'angle de torsion a été mesuré pour différentes températures (température ambiante, 150°C et 250°C). Durant la torsion, un raccourcissement systématique des échantillons était observé (effet de Swift). L'évolution de la texture cristallographique a été analysée à l'aide de mesures EBSD. Dans les échantillons axisymétriques, l'effet de Swift à été simulé par l'approche « équation d'équilibre » utilisant une modélisation polycristalline. Dans les échantillons non axisymétriques, les textures ont été simulées à l'aide du modèle viscoplastique auto-cohérent pour différentes positions angulaires dans l'échantillon. L'effet des caractéristiques axisymétriques de la texture initiale sur le développement de texture et la déformation est analysé. Finalement, l'évolution de texture à été interprété à l'aide du comportement des orientations idéales et des caractéristiques de persistance des cristaux hexagonaux en cisaillement simple. La présence d'une recristallisation dynamique (RXD) a été détectée par des mesures EBSD dans le Mg pur. Elle a également laissé des marques dans la texture cristallographique. Nous avons trouvé que les intensités maximales des ODFs coïncident avec les orientations dans lesquelles le facteur de Taylor est minimum.

V.1 - Introduction

Les informations sur le comportement mécanique du magnésium aux grandes déformations restent rares dans la littérature [SPC01-EJW05], en effet la majeure partie des essais mécanique reste de la traction ou de la compression où la déformation uniforme est limitée due à des localisations de déformation.

Dans le test de torsion, il est possible d'atteindre de très large déformations sans rupture ni localisation. De plus ce test est très pratique pour déterminer les caractéristiques d'écrouissage des métaux. Quand le test est effectué en conditions d'extrémités libres, une contraction ou une élongation axiale de l'échantillon, appelé effet de Swift [S47], peut se produire. En extrémités fixes, des contraintes axiales de traction ou de compression accompagnent le cisaillement. Ces effets axiaux sont des phénomènes importants pour la validation des modèles théoriques [NS85]. Plusieurs travaux sont disponibles dans la littérature en ce qui concerne le développement de texture durant la torsion des matériaux cubiques sur des barres pleines ou encore des tubes (exemples pour les matériaux cubiques : [TJD92], [HAS81], [MCJ84], [HW88], [BBK02], [DEH07] et pour les hexagonaux : [EJW05], [SPC01], [BA02], [B01]).

L'essai de torsion est le plus commodément effectué sur une barre pleine à section circulaire. L'angle de torsion et le couple sont mesurés. Ces quantités doivent être converties, respectivement, en déformation et contrainte de cisaillement. Etant donné que la déformation n'est pas homogène au travers de la section d'une barre pleine, il est nécessaire d'effectuer une certaine analyse dans le but d'obtenir la contrainte de cisaillement. En raison du fait qu'une ligne matérielle radiale reste radiale durant la torsion, il est possible d'appliquer la formule de Nadai [N50], qui permet d'obtenir les données en « contrainte - déformation » à partir de la courbe « couple - angle de torsion » mesurée.

L'analyse analytique et expérimentale du comportement des métaux polycristallins soumis à de très grandes déformations a été l'objet de beaucoup d'études. Le développement de textures de déformations à également attiré un intérêt considérable,

principalement parce que ce phénomène mène aux propriétés d'anisotropie, propriétés significatives dans beaucoup de procédés de mise en forme (emboutissage, extrusion, laminage, tréfilage…). La compréhension des réponses macroscopiques en contrainte et déformation des polycristaux et particulièrement importante dans la modélisation numérique de ces opérations de mise en forme des métaux [DEH07].

Dans ce chapitre, les résultats des tests de torsion seront présentés pour de la torsion en extrémités libres de magnésium pur et deux alliages de magnésium. Le couple en fonction de l'angle de torsion ainsi que la déformation axiale ont été mesurés à différentes températures. Les courbes « contrainte – déformation » ont été obtenues à partir des courbes « couple – angle de torsion » mesurées en utilisant la formule de Nadai [N50]. En employant l'approche basée sur l'équation d'équilibre [QTH05, TQF05], l'évolution de la texture et l'effet de Swift ont été reproduits avec succès en utilisant une modélisation polycristalline viscoplastique. Les textures initiales entre les deux alliages de magnésium et le magnésium pur étaient très différentes ; contrairement aux alliages de magnésium, la texture initiale du magnésium pur n'est pas axisymétrique par rapport son axe longitudinal. Cette caractéristique de la texture initiale génère des hétérogénéités de la texture durant le cisaillement de l'échantillon. Finalement, l'évolution de texture à été interprétée à l'aide du comportement des orientations idéales et des caractéristiques de persistance des cristaux hexagonaux en cisaillement simple [BTN07b].

V.2 - Expérience

Des tests de torsion en extrémités libres ont été effectués sur des barres pleines de magnésium pures (99,9%) et deux alliages de magnésium ; AZ71 (7% d'aluminium et 1% de zinc) et sa variante renforcée par des particules SiC (AZ71+SiC=AZ71R). L'AZ71 et l'AZ71R ont été testés à trois températures différentes ; température ambiante, 150°C et 250°C, à une vitesse de déformation de $2\times10^{-3}s^{-1}$. La taille moyenne initiale de grain était d'environ 40 µm dans les échantillons d'AZ71. Le magnésium pur avec une taille moyenne de grains de 20µm a, quant à lui, été testé à 250°C et à température ambiante pour deux vitesses de déformations : $7,7\times10^{-4}s^{-1}$ et

$7,7\times10^{-3}s^{-1}$. Les échantillons de magnésium pur ont été usinés dans une plaque laminée tel que l'axe longitudinal était parallèle à la direction de laminage, tandis que les échantillons d'AZ71 et d'AZ71R ont été obtenus à partir d'une matière extrudée. La longueur des échantillons était de 38mm et le diamètre était de 6mm (voir figure V.1 ci-dessous). Le couple en fonction de l'angle de torsion aussi bien que la déformation axiale ont été mesurés durant les tests de torsion en extrémités libres. Ces données ont été converties en contraintes de cisaillement – déformations de cisaillement en utilisant la formule de Nadai [N50]. Les textures avant et après déformation ont été mesurées par EBSD avec une résolution de 1,0 µm avec l'assistance du Dr Lan Jiang de l'Université McGill (Montréal). Pour les mesures de textures et pour l'étude métallographique, l'échantillon d'AZ71 mesuré à été polis mécaniquement puis par électrolyse (l'électrolyte était composée de trois quantité d'acide phosphorique H_3PO_4 à 85% pour cinq quantité d'éthanol à 95%). Le niveau d'indexation était d'environ 80% dans l'échantillon non déformé, tandis qu'il n'était que de 40% dans l'échantillon déformé. Ceci pourrait sembler être un résultat à faible indexation, cependant, chaque grain à été indexé. De plus, d'autres mesures aux rayons X ont qualitativement confirmé les mesures EBSD. L'échantillon de magnésium pur a, quant à lui, été poli par bombardement ionique (avec l'aide de Jean-Sébastien Lecomte du LETAM) et la qualité d'indexation des différentes mesures (LPMM) était de 75%.

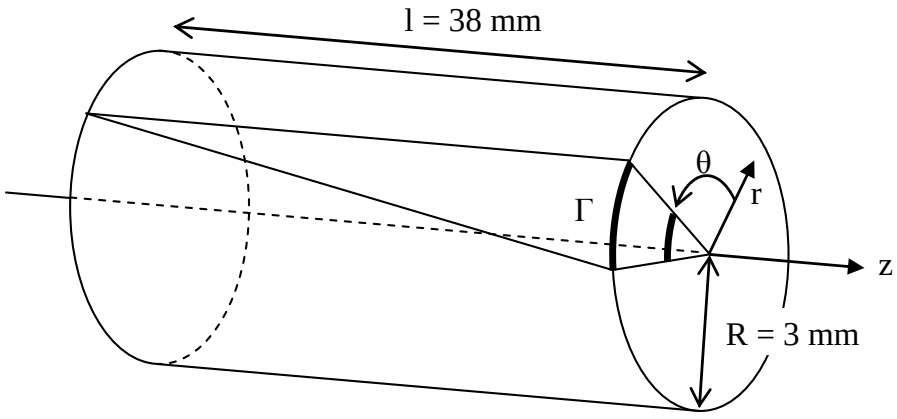


Figure V.1 - Torsion d'une barre pleine

V.3 - Résultats expérimentaux

V.3.1 - Géométrie de l'échantillon de magnésium pur déformé par torsion

Tandis que les bars des deux alliages de magnésium restent circulaires durant la torsion, les barres de magnésium pur présentent une déformation non-axisymétrique. La figure V.2 montre des photos de l'échantillon déformé ; montrant la surface de l'échantillon (a), une section parallèle à l'axe longitudinal (b) et une perpendiculaire à l'axe z (c). Deux hélices se sont développées sur la surface de la barre bien visible sur la figure V.2a, les deux ayant une nature double. Les endroits où les hélices passes seront, par la suite, appelées « oreilles », tandis que les régions situées entre elles seront appelées « faces ». Dans une section transverse donnée, perpendiculaire à l'axe de l'échantillon, il y a deux oreilles et deux faces. De ce fait, la section transverse de l'échantillon présente de significatives variations par rapport à une forme circulaire (voir figure V.2c).

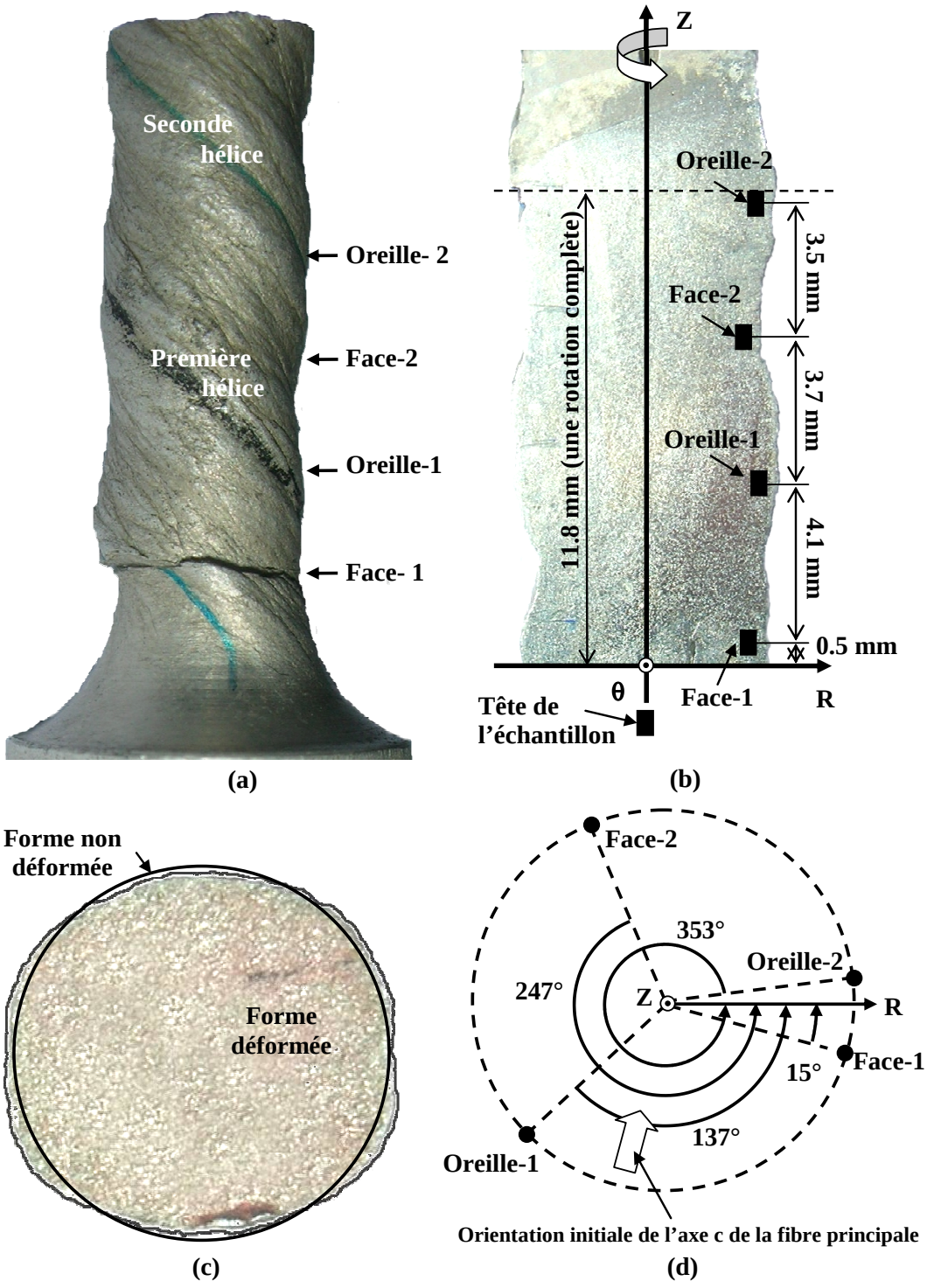


Figure V.2 - Forme de l'échantillon de magnésium pur. (a) : photo de la surface de la barre après torsion montrant les hélices. (b) : section transverse longitudinale de l'échantillon déformé montrant sa forme (c) « elliptique ». (d) : positions des lieux de mesure *avant* déformation comme indiqué par les cercles noirs pleins. Les angles sont les rotations effectuées pour atteindre les positions finales.

V.3.2 - Effet de Swift

Le cisaillement était très limité dans les tests à température ambiante, atteignant seulement $\gamma \approx 0.2$ dans les deux alliages, tandis qu'il était d'environ 0,4 dans le métal pur. Aux deux températures plus hautes, la déformation de cisaillement plastique maximale est beaucoup plus large ; pour le magnésium pur elle atteint environ 1,7. Les résultats expérimentaux en ce qui concerne les changements de longueur sont présentés sur la figure V.3. Dans tous les tests, il y a raccourcissement, quelque soit les conditions de température ou de vitesse de déformation. Ce raccourcissement peut atteindre 2,7% dans l'AZ71R et 9% dans le magnésium pur (la petite déformation axiale initiale visible étant dans les limites d'erreurs de mesure). Il peut être noté que l'AZ71 et le magnésium pur présente une saturation dans ce raccourcissement, laquelle ce produit approximativement à 50% de la déformation maximale atteinte. Cette saturation n'est pas présente dans l'AZ71R.

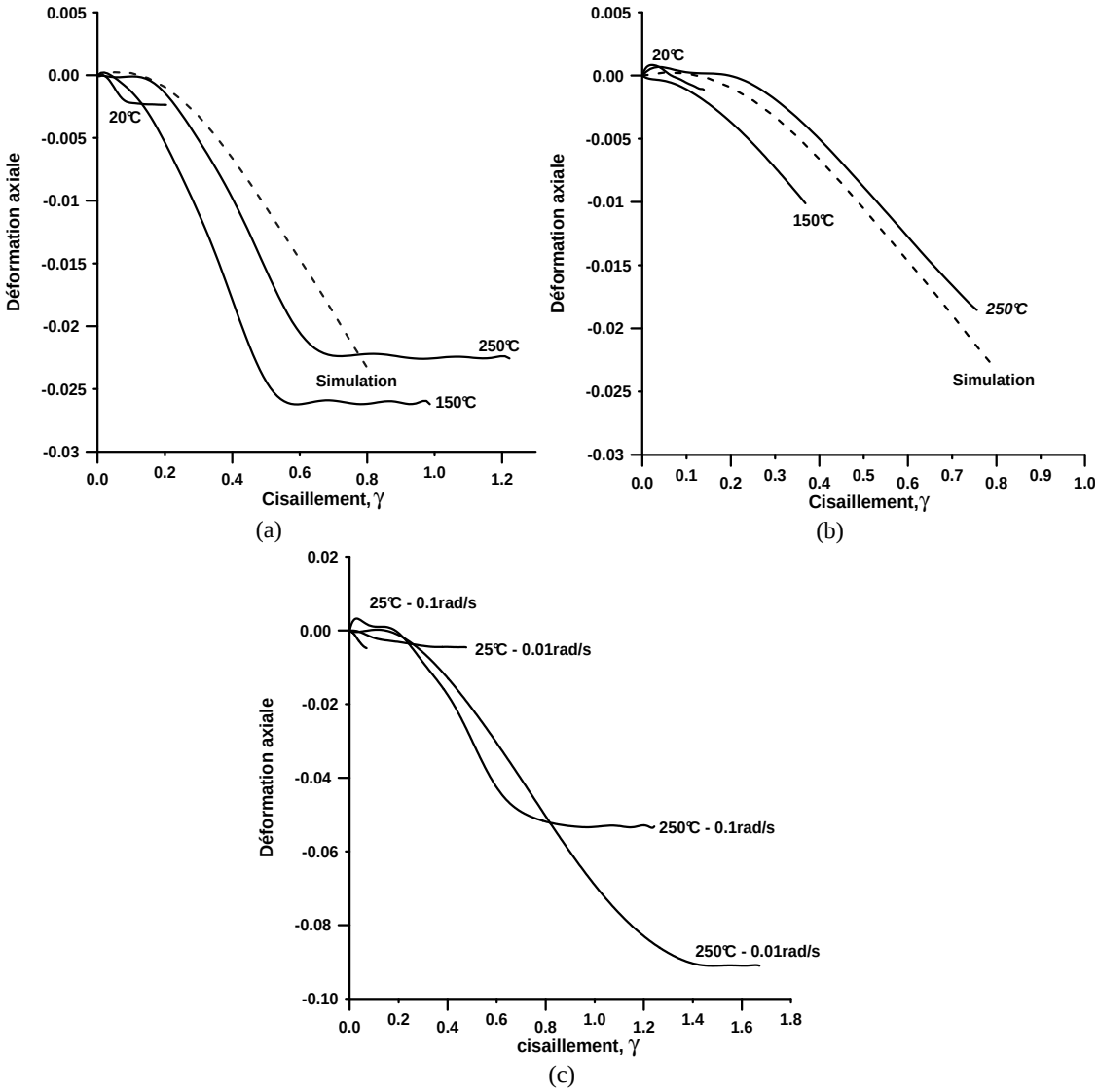


Figure V.3 - Courbes de déformations axiales pour AZ71 (a), AZ71R (b) et magnésium pur (c)

V.3.3 - Ecrouissage

La figure V.4 montrent les courbes d'écrouissage obtenues à partir des mesures expérimentales couple – angle de torsion grâce à la formule de Nadai [N50]. Comme il peut être vu, les contraintes d'écoulement aussi bien que la contrainte maximale diminuent fortement avec l'augmentation de la température, contrairement à la déformation à la rupture qui augmente. L'ajout de particules SiC engendre une augmentation de la contrainte d'écoulement mais diminue la déformation à la rupture d'environ 50%. Concernant le magnésium pur, testé à différentes vitesses de déformation, une augmentation de la vitesse de déformation engendre un taux

d'écrouissage plus important et une rupture plus précoce. La déformation maximale ($\gamma \simeq 1,7$) est obtenu à 250°C et pour la vitesse la plus faible ($7,7\times10^{-4}s^{-1}$). L'écrouissage dans le magnésium pur se résume seulement à un doublement de la contrainte d'écoulement. Il est cependant nécessaire de rappeler que les courbes contrainte-déformation du magnésium pur (figure V.4c) ont été obtenues en utilisant la formule de Nadai [N50] qui n'est pas tout à fait valable dans le cas d'une texture non-axisymétrique, par conséquent les résultats présentés sur cette figure restent approximatifs.

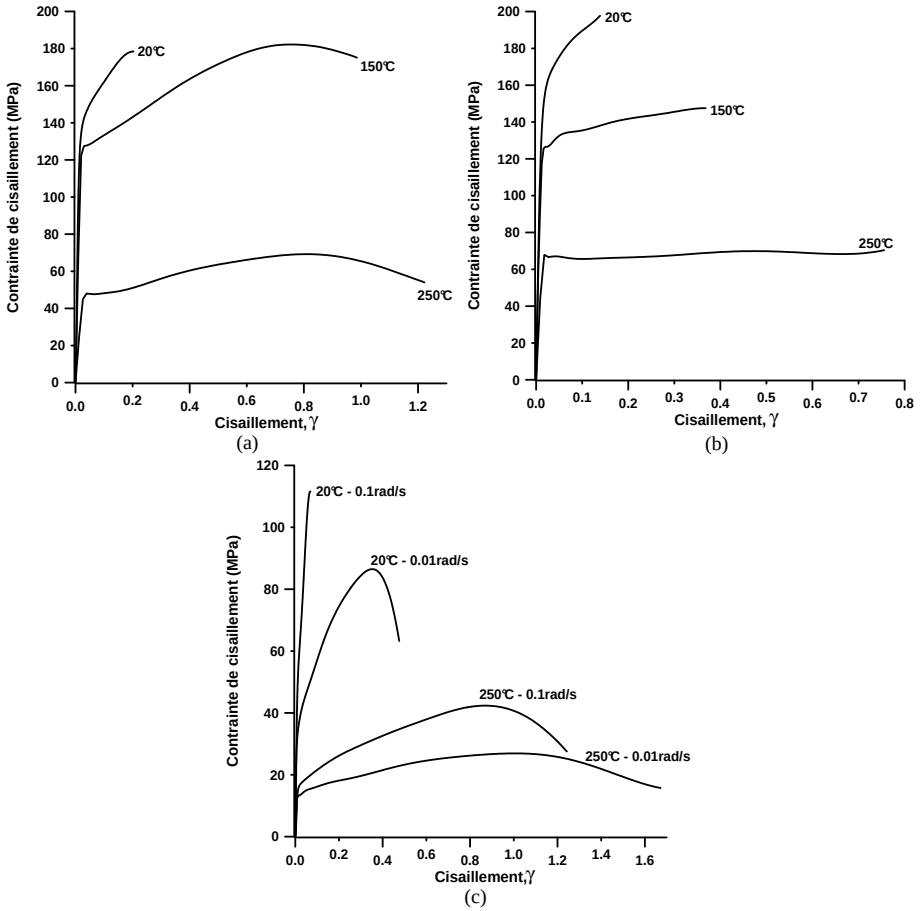


Figure V.4 - Courbes contraintes – déformation pour AZ71 (a), AZ71R (b) et magnésium pur (c)

V.3.4 - Textures et microstructure

La structure de grain après déformation à 250°C est présentée sur la figure V.5 pour l'AZ71 (figure V.5a) et pour le magnésium pur (Figure V.5b). Comme il peut être vu, dans l'échantillon d'AZ71, les grains sont inclines d'un angle d'environ 30° dans la

direction du cisaillement (pour un cisaillement de 0,9). A partir du cisaillement appliqué, presque le même angle peut être obtenu pour l'inclinaison de l'axe principale de grain [CKJ84] :

$$\alpha = \frac{1}{2}\arctan\frac{2}{\gamma} = 32.9° . \qquad (V.1)$$

Ce bon accord entre les angles signifie qu'il n'y a pas eu RXD dans l'AZ71 durant la torsion à 250°C. Cependant, la structure de grain équiaxe dans le magnésium pur après un cisaillement de 1,6 signifie que la RXD se produit dans ce matériau à 250°C (voir figure V.5b ci-dessous).

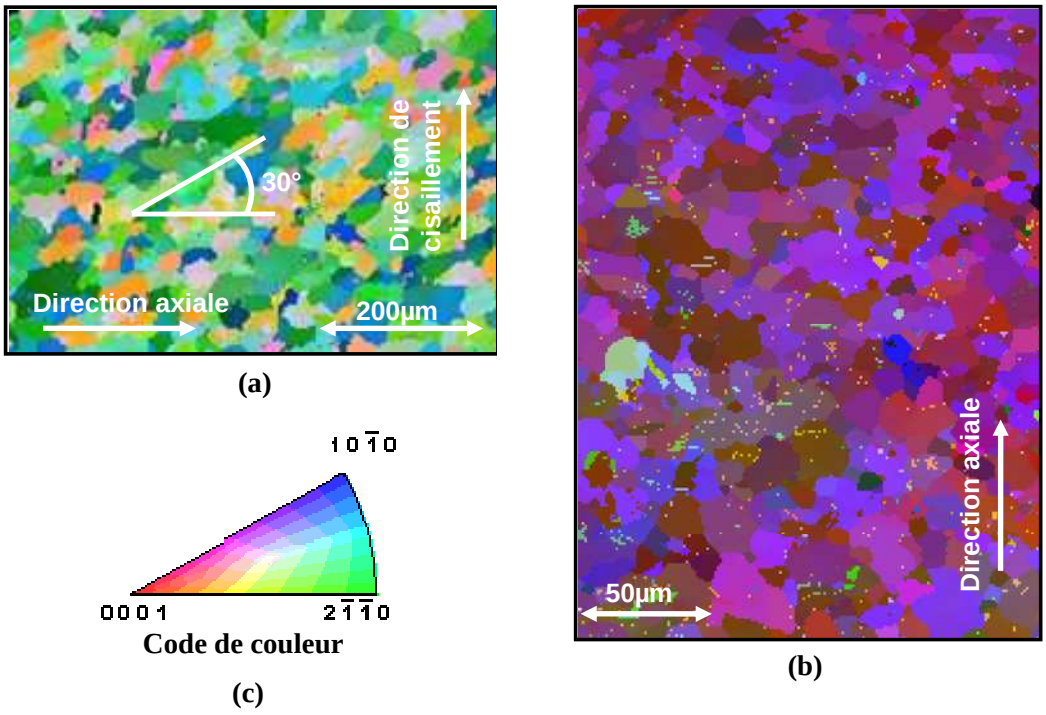
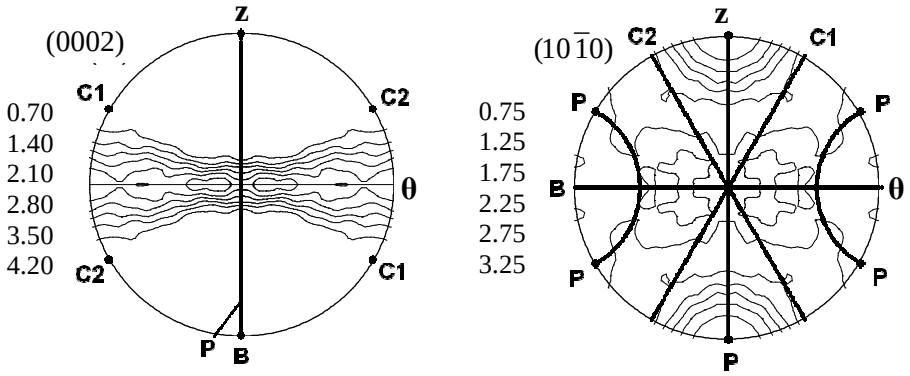
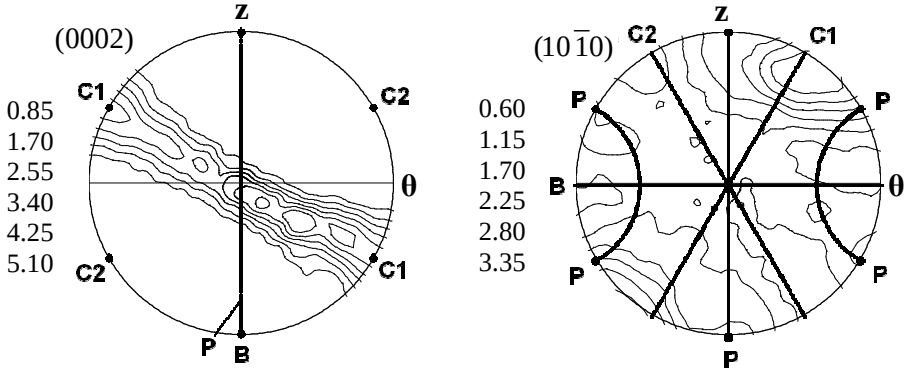


Figure V.5 - Cartes EBSD après déformation de l'AZ71 (a), du magnésium pur (b) et code de couleur de la direction radiale de l'échantillon

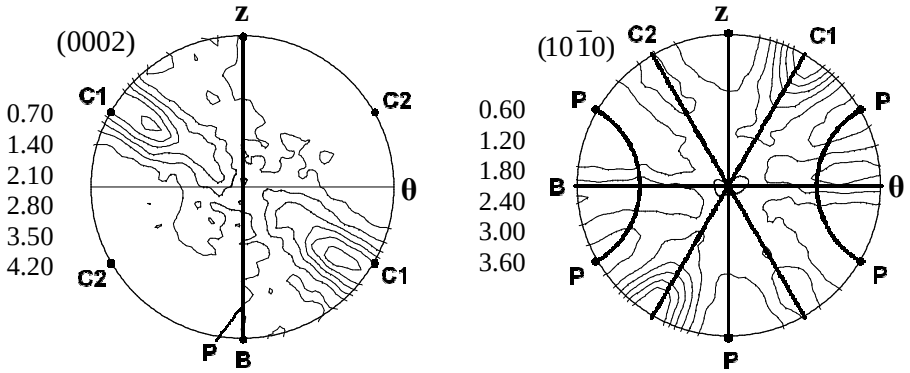
Le code de couleur des grains de la figure V.5 indique que la distribution d'orientation n'est pas aléatoire ; il y a une texture significative dans les deux matériaux. Une information précise sur les textures à été obtenu depuis les mesures EBSD ; elles sont présentées ci-dessous sur la figure V.6 pour l'AZ71, sur les figures V.7 et V.8 pour le magnésium pur. Sur les figures de pôles présentées le plan de projection et le plan de normal r (l'axe radial), la direction de cisaillement est horizontale (θ) et la direction axiale (z) est verticale.



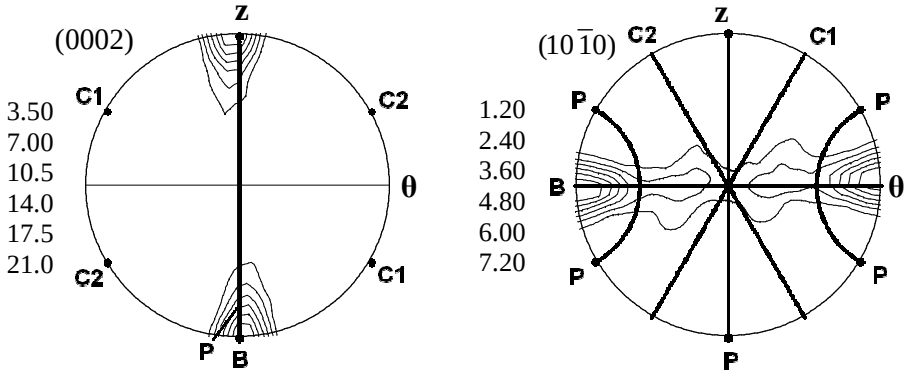
(a) Texture initiale



(b) Texture experimentale à $\gamma = 0.9$

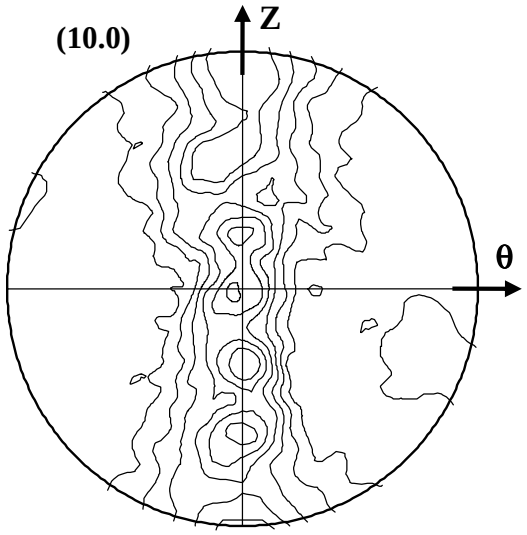


(c) Texture simulée à $\gamma = 0.9$, [1, 8, 8, 6, 6]

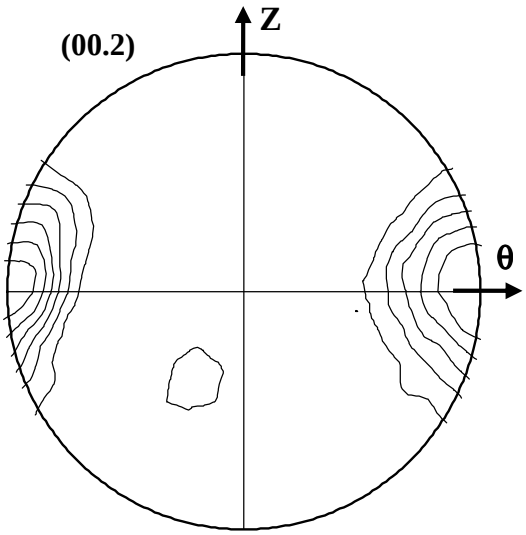


(d) Texture simulée à $\gamma = 4.0$, [1, 8, 8, 6, 6]

Figure V.6 - Evolution de texture durant la torsion du magnésium AZ71.



0.5 - 1.0 - 1.5 - 2.0 - 2.5 - 3.0



1.8 - 3.6 - 5.4 - 7.2 - 9.0 - 10.8

Figure V.7 - Texture initiale de l'échantillon de magnésium pur, mesuré dans la partie non déformée de la tête de l'échantillon. On peu remarquer que cette texture est fortement non-axisymétrique.

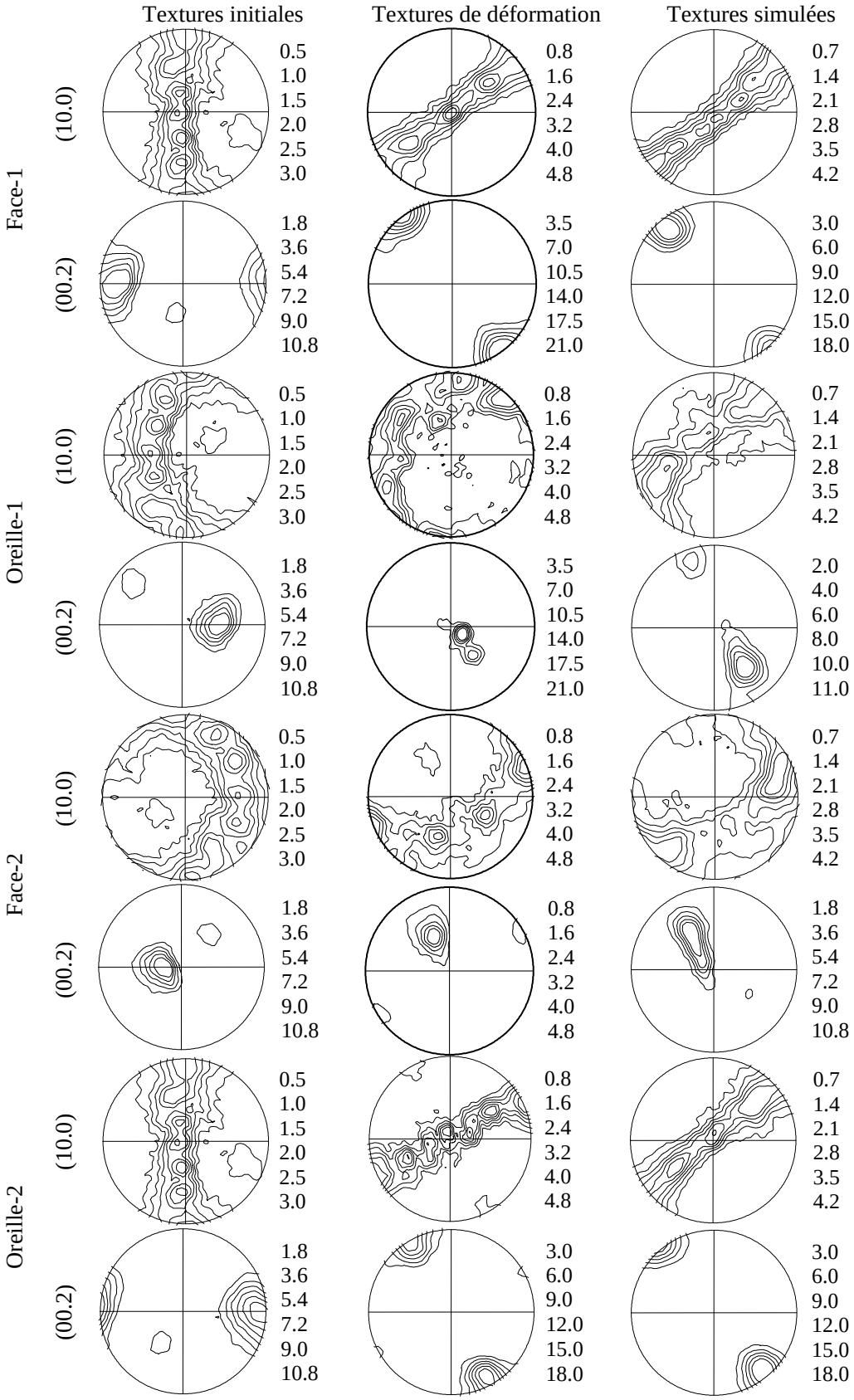


Figure V.8 - Evolution de texture dans le Mg pur dans les quatre positions mesurées : « Face-1, Oreille-1, Face-2 et Oreille-2 » sur les figures de pôles (10.0) et (00.2).

La texture dans l'échantillon d'AZ71 déformé à été mesurée sur une surface de $500\mu m \times 650\mu m$ parallèle à l'axe longitudinal dans une zone où le cisaillement est d'environ $\gamma = 0,9$ et présentée figure V.6b. La texture initiale est présentée sur la figure V.6a. Comme il peut être vu, la texture initiale est une fibre $<10\bar{1}0> \| z$ d'intensité modérée. C'est-à-dire que l'axe 'c' est principalement perpendiculaire à l'axe de la barre ; il se situe dans le plan de cisaillement durant la torsion. Après une torsion de $\gamma = 0,9$, la texture n'est pas forte mais est très différente de la texture initiale. Elle semble être tournée d'un angle d'environ 30° autour de l'axe radial par rapport à la texture initiale.

La texture initiale dans le magnésium pur à été mesurée dans la tête de l'échantillon et est présentée sur la figure V.7, tandis que les textures de déformation (à une vitesse de déformation de $7,7\times10^{-4}s^{-1}$ et à 250°C) sont présentées sur la figure V.8. Dû à la provenance des échantillons (issus d'une tôle laminée, coupé dans la direction parallèle à la direction de laminage), contrairement à la texture initiale de l'AZ71, la texture initiale des échantillons de magnésium pur n'est pas axisymétrique. Une fibre $<0002> \| ND$ à été identifiée (ND étant la direction normale de la bande laminée). Cette direction ND, qui est l'axe de la fibre initiale, est identifiée par la flèche blanche sur la figure V.2d. L'axe c se situe donc encore dans le plan de cisaillement (perpendiculaire à l'axe z), similairement à l'AZ71, cependant, il est maintenant orienté uniquement dans une direction particulière ; la direction ND de la bande laminée de laquelle l'échantillon et cette direction est l'axe de la fibre initiale.

Les textures de déformation ont été examinées pour quatre positions situées à une distance de 500µm de la surface extérieure. Ces positions sont identifiées sur la figure V.2a et V.2b ; elles sont appelées « oreille 1, oreille 2, face 1 et face 2 ». Elles ont été mesurées dans la même section verticale, leur position initiale est également importante par rapport à la texture initiale car cette dernière n'est pas axisymétrique. C'est pourquoi les positions initiales des endroits de mesure sont présentées sur la figure V.2d avec leurs respectives rotations autour de l'axe z qui prennent places durant la torsion. Ces rotations seront utilisées dans les simulations de texture, voir plus loin. Les textures qui correspondent à ces positions initiales sont tracées dans la première colonne de la

figure V.8 ; elles correspondent simplement à la texture initiale tournée par les angles présentés sur la figure V.2d. Ces textures ont été cisaillées par le même cisaillement positif et ont donné les textures mesurées finales, qui ont été mesurées aux endroits indiqués sur la figure V.2b ; elles sont présentées dans la deuxième colonne de la figure V.8. Ces textures sont tout à fait différentes les unes des autres (elles seraient toutes identiques si la texture initiale avait été axisymétrique). Toutes les textures de déformations semblent être principalement une version tournée de leur texture initiale respective autour de l'axe radial local r.

V.3.5 - Simulations polycristallines

Le code de plasticité cristalline viscoplastique dans sa formulation auto-cohérente a été utilisé pour la simulation de l'évolution des textures de déformation [MCA87]. Pour la simulation de l'effet de Swift, l'hypothèse de Taylor à été faite. Les textures initiales mesurées par EBSD ont été employées pour représenter la distribution initiale d'orientation des grains. Les mêmes familles de systèmes de glissement que précédemment ont été utilisées avec le même rapport entre leurs contraintes de références [1, 8, 8, 6, 6]. La valeur de la sensibilité à la vitesse de déformation était m=0,2 dans le modèle constitutif microscopique proposé par Hutchinson [N50] (rappelé ci-dessous) :

$$\tau^{s,f} = \tau_0^f \operatorname{sgn}\left(\dot{\gamma}^{s,f}\right)\left|\frac{\dot{\gamma}^{s,f}}{\dot{\gamma}_0}\right|^m = \tau_0^f \frac{\dot{\gamma}^{s,f}}{\dot{\gamma}_0}\left|\frac{\dot{\gamma}^{s,f}}{\dot{\gamma}_0}\right|^{m-1} . \qquad \text{(V.2)}$$

Les résultats de simulation obtenus pour l'échantillon d'AZ71 sont présentés sur la figure V.6c-d pour le cisaillement expérimental ($\gamma = 0,9$) mais aussi, pour une meilleure compréhension du mouvement global des grains, à une déformation plus grande ($\gamma = 4,0$).

Les simulations de l'effet de Swift ont été effectuées en utilisant l'approche basée sur l'équation d'équilibre (voir le modèle dans [QTH05, TQF05]) pour l'alliage AZ71. Dans cette modélisation, la barre est divisée en cinq couches et dans chaque couche il y a 2000 orientations de grain représentant la texture initiale. Cette modélisation n'est

seulement applicable aux textures axisymétriques, l'effet de Swift n'est donc pas simulé pour les échantillons de magnésium pur. L'écrouissage est négligé dans les simulations car il n'est pas significatif dans les mesures (voir figure V.4). Les résultats de simulations sont présentés en vis-à-vis aux résultats expérimentaux sur les figures V.3a et V.3b. En accord avec les mesures, un raccourcissement immédiat est obtenu dans les simulations. Cependant, la simulation ne reproduit pas le plateau observé dans le raccourcissement.

Pour la modélisation du développement de texture dans le magnésium pur, un cisaillement simple est supposé (c'est-à-dire que le raccourcissement à été négligé). Ainsi, le gradient de vitesse correspondant au cisaillement simple opérant dans le plan de normale z et dans la direction θ est le suivant :

$$L_{ij} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \dot{\gamma}_{\theta z} \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}_{r,\theta,z} \quad . \tag{V.3}$$

Les simulations on été effectuées dans chaque position où la texture à été mesurée, jusqu'à un cisaillement de 1,3 correspondant au cisaillement local. Les résultats sont présentés dans la troisième colonne de la figure V.8.

V.4 - Discussion

Les orientations idéales de texture des métaux hexagonaux en cisaillement simple ont été identifiées dans le chapitre III. Cinq fibres ont été trouvées ; B, P, Y, C_1 et C_2. Elles sont définies dans l'espace d'orientation par les trois angles d'Euler ($\varphi_1, \varphi, \varphi_2$) dans le repère correspondant à x_1 parallèle à la direction (θ), x_2 étant la normale au plan de cisaillement (axe z) et x_3 l'axe radial (r). Pour rappel elles sont : B (0°, 90°, 0°-60°), P (0°, 0°-90°, 30°), Y (0°, 30°, 0°-60°), C_1 (60°, 90°, 0°-60°) et C_2 (120°, 90°, 0°-60°). Comme montré dans le chapitre III, les fibres les plus influentes dans le magnésium sont les fibres B et P. Les caractéristiques de ces fibres idéales et leurs caractéristiques de persistance des orientations ont également été explorées dans le chapitre III et seront

utilisées ici pour expliquées l'évolution de texture dans l'alliage AZ71 et dans le magnésium pur durant le test de torsion.

V.4.1 - Evolution de texture dans l'AZ71

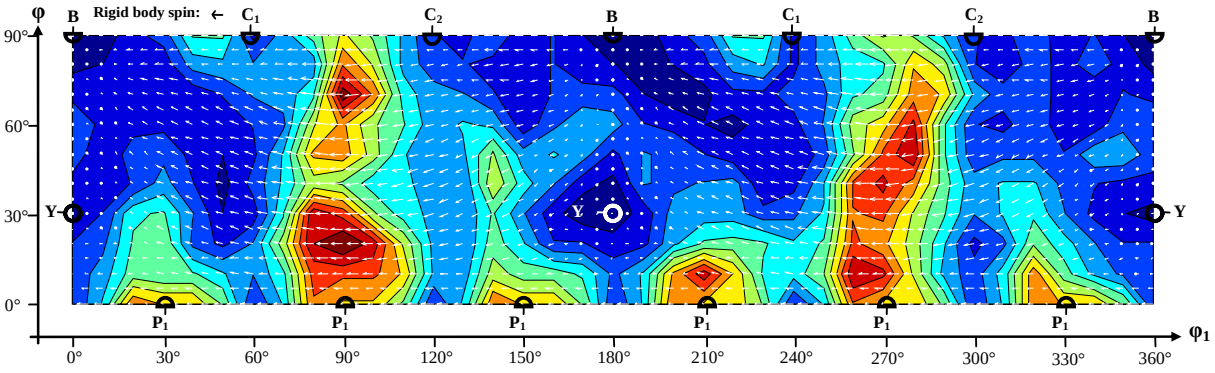
L'évolution de texture durant la torsion peut être comprise à l'aide des simulations présentées avec les expériences sur la figure V.6. Il peut être vu que la texture simulée au même cisaillement que l'expérience ($\gamma = 0,9$) montre la texture tournée autour de l'axe r. L'angle de rotation prédit est de 35° tandis que la valeur expérimentale est de 30°. Il est intéressant de noter que cet angle de rotation est également plus grand que la rotation rigide pouvant être obtenue par un cisaillement de 0,9 ; elle n'est que de 26°. Ceci est tout à fait inhabituel et nécessite une explication. En fait, la texture initiale, qui une fibre parallèle a l'axe θ, devrait tourner de 90° dans la direction du cisaillement dans le but d'atteindre la fibre idéale B. Comme la déformation est relativement faible (0,9), elle n'est pas suffisante pour que les grains atteignent la position idéale, pas même si la vitesse de rotation est égale à la vitesse de rotation rigide. C'est-à-dire, la fibre initiale est très loin de la position idéale, ainsi, sa persistance est très basse ; elle doit tourner rapidement. La deuxième simulation sur la figure V.6 pour un cisaillement de 4,0 montre, que si la déformation est suffisamment importante, il est possible que les grains atteignent la fibre B.

La figure V.9 montre les textures sous forme d'ODF dans la section $\varphi_2 = 0°$ de l'espace d'orientation. Cette section est celle où la fibre initiale $<10\bar{1}0> \| z$ se situe ; dans l'orientation $\varphi_1 = 90°$, parallèle à l'axe φ de l'espace d'Euler. Le champ de rotation est également tracé dans le but de voir l'évolution de la texture. Il est illustré par des flèches blanches obtenues à partir de la rotation de réseau $\dot{g} = (\dot{\varphi}_1, \dot{\varphi}, \dot{\varphi}_2)$ où $g = (\varphi_1, \varphi, \varphi_2)$ est une orientation. La longueur du vecteur de la rotation rigide est également indiquée sur la figure V.9a. Comme il peut être vu, la principale tendance de la rotation est dans la direction de la rotation rigide avec comme destination finale la fibre idéale B. Néanmoins, en s'approchant de la fibre B, le champ de rotation ne correspond pas uniquement en une rotation parallèle à la rotation rigide ; elle a également une composante φ. Une inspection minutieuse des vecteurs de vitesses de

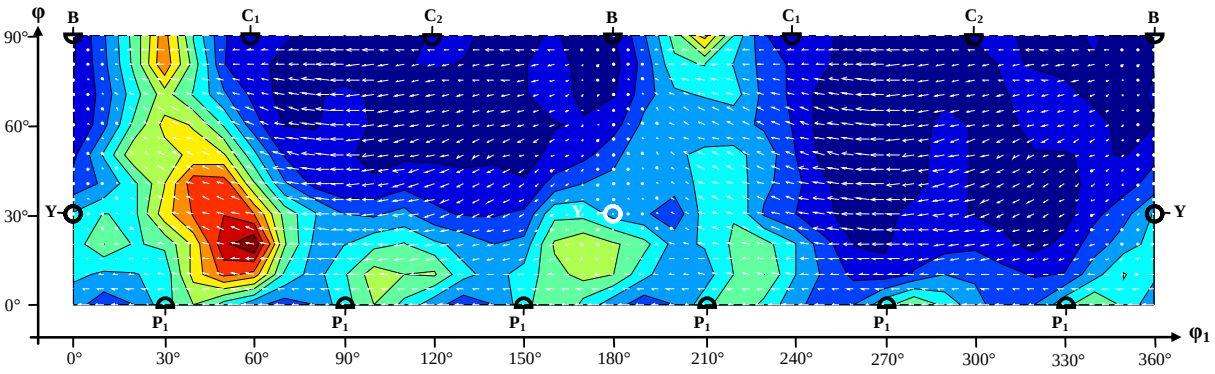
rotation de réseau révèle que le taux de rotation autour de l'axe radiale r (la composante φ_1 des vecteurs de rotation) dépend de l'orientation φ; elle est maximale le long de la ligne d'orientation $\varphi_1 = 90°$. A cet endroit, dans la position initiale ($\varphi_1 = 90°, \varphi = 90°, \varphi_2 = 0°$), elle est même deux fois plus grande que la vitesse de rotation rigide. Cette particularité de la rotation dans les cristaux hexagonaux à été montrée dans la section III.5. Pour cette raison, la partie supérieure de la fibre (figure V.9a) tourne beaucoup plus que de la rotation rigide ; elle tourne d'environ 60° après déformation, voir figure V.9b. Dans d'autres positions le long de la fibre, la rotation est plus petite ; par exemple, la position où la valeur de l'ODF est maximale tourne d'un angle d'environ 30°. Cette rotation est observée expérimentalement à partir des figures de pôle sur la figure V.6b, car la partie supérieure de la fibre initiale est faible.

Bien que la fibre simulée (figure V.9c) soit en bonne position comparée à l'expérience, elle présente une distribution différente d'intensité. Cette différence signifie que le champ de rotation est légèrement différent dans l'expérience. Nous pensons que ce fait est dû au procédé d'écrouissage latent qui change les résistances critiques relatives des familles de systèmes de glissement. Malheureusement, il n'y a aucune étude disponible dans la littérature qui pourrait fournir des informations quantitatives sur l'écrouissage latent dans le magnésium. Si quelques paramètres raisonnables d'écrouissage latent étaient connus, il serait aisément possible de simuler leur effet sur l'évolution de la texture.

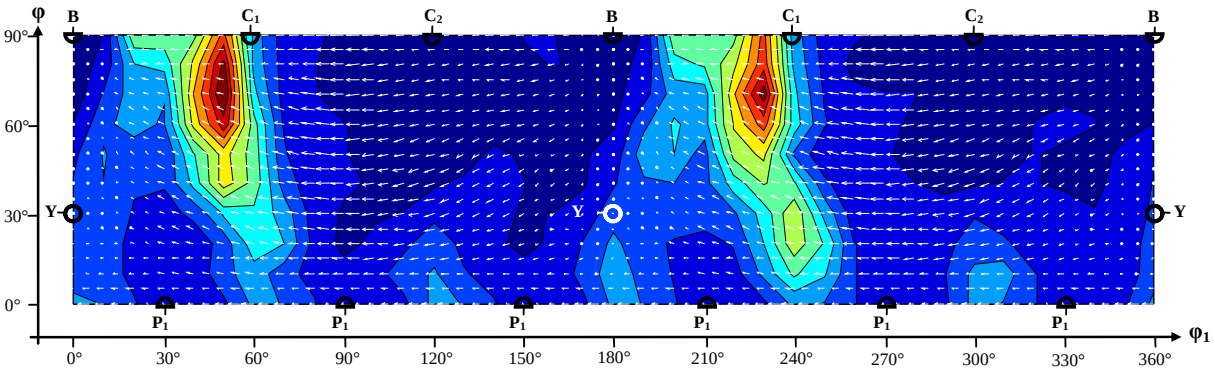
Quand la déformation est très grande, la fibre idéale B est pratiquement atteinte par les grains, voir les résultats de simulation figure V.9d. Néanmoins, quelques décalages de la fibre peuvent être vus sur les figures de pôles (figure V.6d) aussi bien que dans l'ODF. Ils sont dus à la nature convergente du champ de rotation près des positions idéales qui sont approchées par les grains uniquement par le coté gauche.



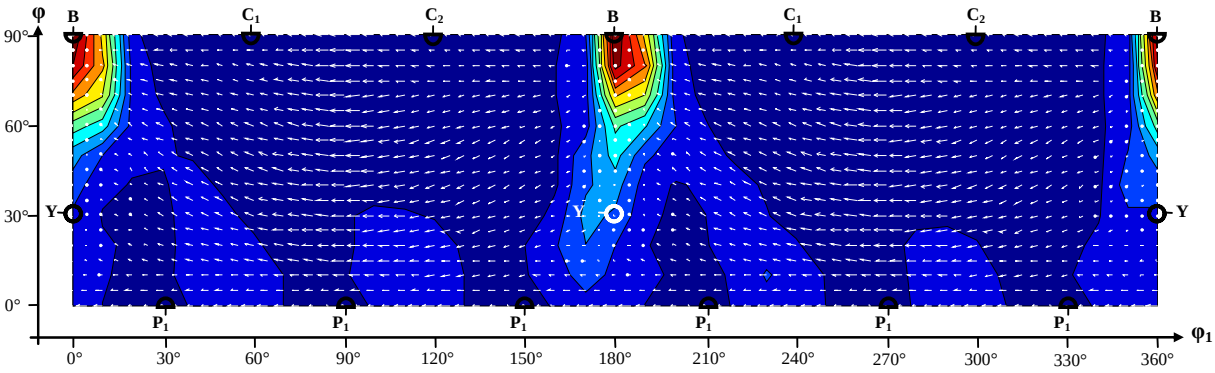
(a) : φ_2=0°, iso-values: 0.0, 0.4, 0.7, 1.1, 1.4, 1.8, 2.1, 2.5, 2.8, 3.2, 3.5



(b) : φ_2=0°, iso-values: 0.0, 0.4, 0.7, 1.1, 1.4, 1.8, 2.1, 2.5, 2.8, 3.2, 3.5



(c) : φ_2=0°, iso-values: 0.0, 0.4, 1.2, 2.0, 2.8, 3.7, 4.5, 5.3, 6.1, 6.9, 7.7



(d) : φ_2=0°, iso-values: 0.0, 1.0, 2.5, 4.1, 5.7, 7.3, 8.8, 10.4, 12.0, 13.5, 15.1

Figure V.9 - Evolution de texture dans l'AZ71 dans la section de l'ODF φ=90°. (a) texture initiale (a), texture expérimentale (b), texture simulée à γ=0.9 (c) et texture simulée à γ=4.0 (d).

V.4.2 - Evolution de texture dans le magnésium pur

La particularité de l'échantillon de magnésium est qu'il ne possède une texture axisymétrique. Comme les échantillons ont été usinés dans une bande de magnésium laminée, ils comportent une texture qui n'est pas la même selon sa position angulaire par rapport au cisaillement local. Ainsi, à un angle θ donné, la texture initiale est tournée par rapport au cisaillement local comme les angles de rotation de la figure V.2d le montrent. En torsion uniforme, cet angle, dû à la torsion de l'échantillon, augmente linéairement avec la coordonnée z. Cette affirmation n'est pas parfaitement applicable dans notre cas mais sera tout de même employée comme approximation pour déterminer les angles de rotation. La valeur de l'angle de rotation d'une position donnée dû au cisaillement appliqué peut être obtenue à partir de la relation suivante :

$$\theta(z) = \frac{\gamma \cdot z}{r}. \qquad \text{(V.4)}$$

Ici γ et r sont respectivement le cisaillement et la position radiale. Une rotation de 360° (c'est-à-dire quand la texture est à nouveau le même) corresponds à un déplacement vertical de z = 11,78 mm le long de l'échantillon (voir la figure V.2b).

Dans le but de simuler l'évolution de la texture aux positions mesurées, le cisaillement simple est appliqué dans un repère cylindrique (r, θ, z). La texture initiale à été tournée pour la mettre dans son orientation initiale en utilisant les angles de rotation présentés sur la figure V.2d. Alors, un cisaillement simple positif de valeur 1,3 à été appliqué avec le modèle VPSC. L'effet d'une RXD a été négligé dans les simulations de la texture dans le but de pouvoir détecter les différences dues à la recristallisation. Etant donne que les textures sont des fibres d'axe 'c', un mécanisme de recristallisation par des rotations de +30° ou -30° autour de l'axe 'c' laisse l'orientation sur la fibre, donc la position de la fibre n'est pas changée par la RXD. Néanmoins, des changements d'intensités de l'ODF sur la fibre elle même peuvent se produire. Nous allons examiner la RXD plus en détails sur deux exemples de textures mesurées ; en position 'face-1' et 'face-2', voir plus bas.

Comme le montre la figure V.8, les simulations effectuées avec le modèle VPSC reproduisent avec un bon accord les mesures expérimentales sur les figures de pôles dans les positions Face-1, Face-2 et Oreille-2. L'accord est moins satisfaisant dans la position Oreille-1 mais le comportement général est reproduit.

La texture initiale pour la position Face-1 est également présentée en format ODF sur la figure V.10a dans la section $\varphi = 90°$. Comme il peut être vu, la fibre initiale est située dans l'orientation $\varphi_1 = 90°$. Après le cisaillement appliqué, $\gamma = 1{,}3$, la fibre est déplacée vers la gauche d'une rotation d'environ 50° autour de l'axe radial, rotation également visible sur les figures de pôles de la figure V.8. Le champ de vitesse associé à un cisaillement simple appliqué à un cristal de magnésium est superposé sur les figures ODF. Il montre une nette rotation négative autour de la direction φ_1, dans le sens de la rotation rigide. Cependant, cette valeur de rotation est exceptionnellement haute. Exactement comme dans l'AZ71, elle est encore plus supérieure à la rotation rigide appliquée, qui n'est que de 37° pour un cisaillement de $\gamma = 1{,}3$. Donc cette particularité est identique à celle faite ci-avant pour l'AZ71 ; la texture de fibre est très éloignée de la position idéales B, elle tourne donc très rapidement. Il peut être vu à partir de l'orientation initiale de la fibre par rapport au cisaillement local, (voir le figure V.2d) que dans la position initiale Face-1 la fibre est telle qu'uniquement un glissement basal est activé dans le plan basal. Le plan basal est initialement perpendiculaire à la direction du cisaillement imposé. Dans une telle situation, la vitesse de rotation de réseau est deux fois plus grande que la vitesse de rotation rigide (voir section III.5). Cependant, même cette grande rotation initiale n'est pas suffisante pour que la fibre atteigne la fibre idéale B.

V.4.3 - Recristallisation dynamique

Comme on peut le constater sur la figure V.10, la distribution des intensités, dans la texture en position Face-1, change sur la fibre lors de la déformation. En même temps, l'intensité reste pratiquement la même dans la simulation. Cet effet peut donc être attribué à la présence d'une RXD. Afin de développer une interprétation cohérente, il faut d'abord considérer l'effet de la RXD sur la distribution d'intensités. En effet, en

considérant le mécanisme de RXD par rotation autour de l'axe 'c' de ±30°, la tendance serait plutôt d'homogénéiser la distribution des intensités sur la fibre. En effet il y a plus d'orientations partant des endroits à f(g) plus élevée que d'orientations arrivant à la même position. Mais l'observation expérimentale montre exactement le contraire ; il y a développement d'un maximum au milieu de la fibre, voir la figure V.10b. Cet effet peut être certainement attribué à une RXD sélective. Une explication possible peut être attribuée à l'énergie stockée dans les grains d'orientations différentes. Le facteur de Taylor est fréquemment utilisé pour une estimation de l'énergie stockée dans la modélisation de la RXD (en cubique : voir [LJ92] et [MB00]). Les orientations avec un facteur de Taylor plut petit sont préférentielles dans la texture recristallisée. Nous avons donc calculé le facteur de Taylor dans la même section de l'espace d'Euler que la figure V.10b. La définition du facteur de Taylor M est :

$$M = \frac{\sum_s \left|\dot{\gamma}^s\right|}{\bar{\dot{\varepsilon}}} \qquad \text{(V.5)}$$

Le modèle de Taylor a été employé pour obtenir M, le résultat est présenté sur la figure V.10d. Un résultat similaire a été également obtenu avec le modèle auto cohérent, avec des valeurs du facteur de Taylor légèrement plus petites. On peut constater sur la figure V.10d que le facteur de Taylor est localement minimal exactement dans l'orientation (ou la position) d'intensité maximale sur la fibre expérimentale (comparer avec la figure V.10b). On peut également constater que M est toujours minimal au milieu de la fibre, même dans sa position initiale (comparer la figure V.10d avec la figure V.10a). Nous pouvons donc avancer l'hypothèse que c'est la différence dans le facteur de Taylor qui est responsable d'une RXD sélective dans le Mg. Néanmoins, le mécanisme exact de RXD reste à identifier, à savoir si la RXD est produite par nucléation orientée ou nucléation suivi d'une croissance sélective des germes dans une position tournée de ±30° par rapport au grain deformé.

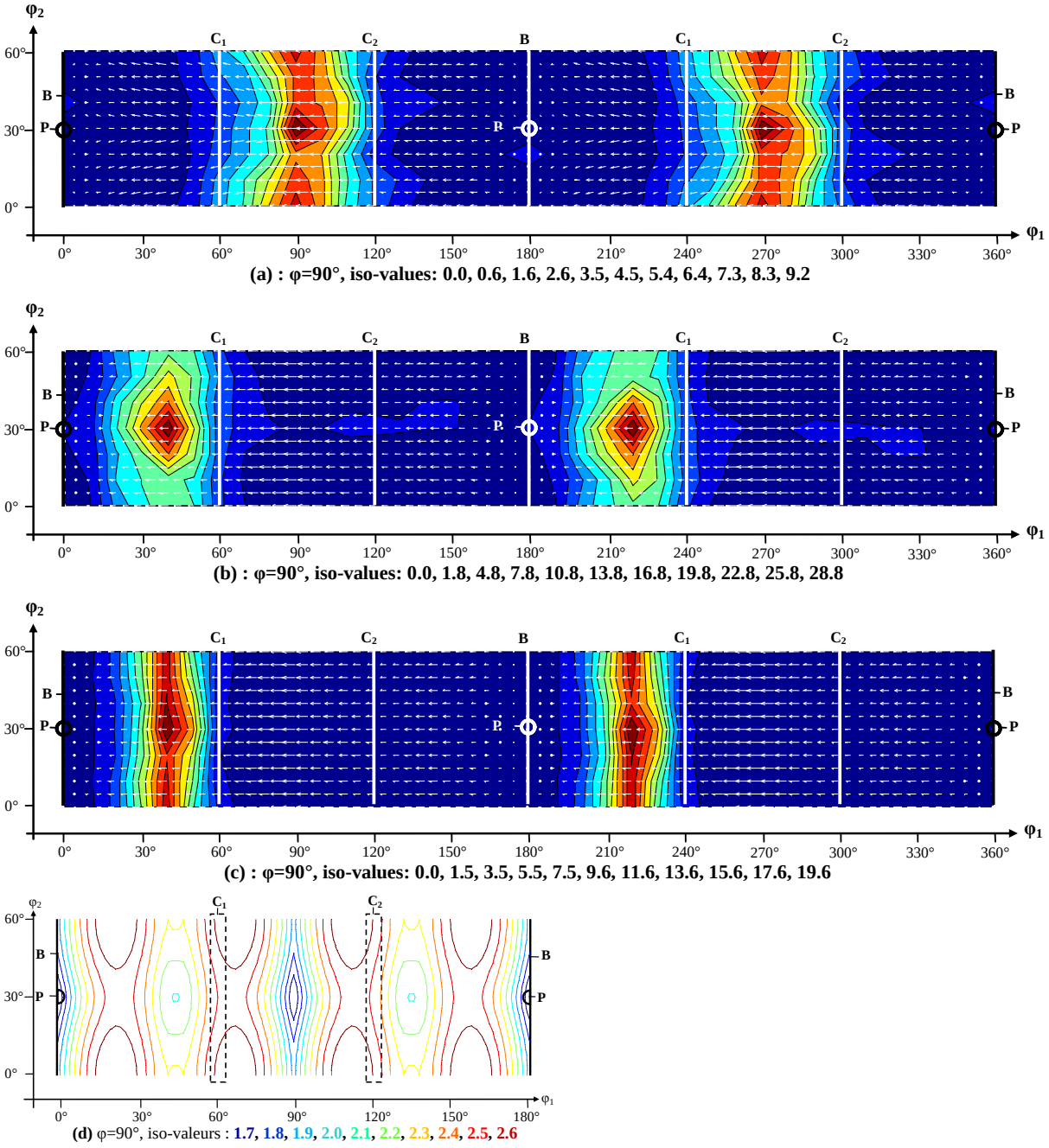
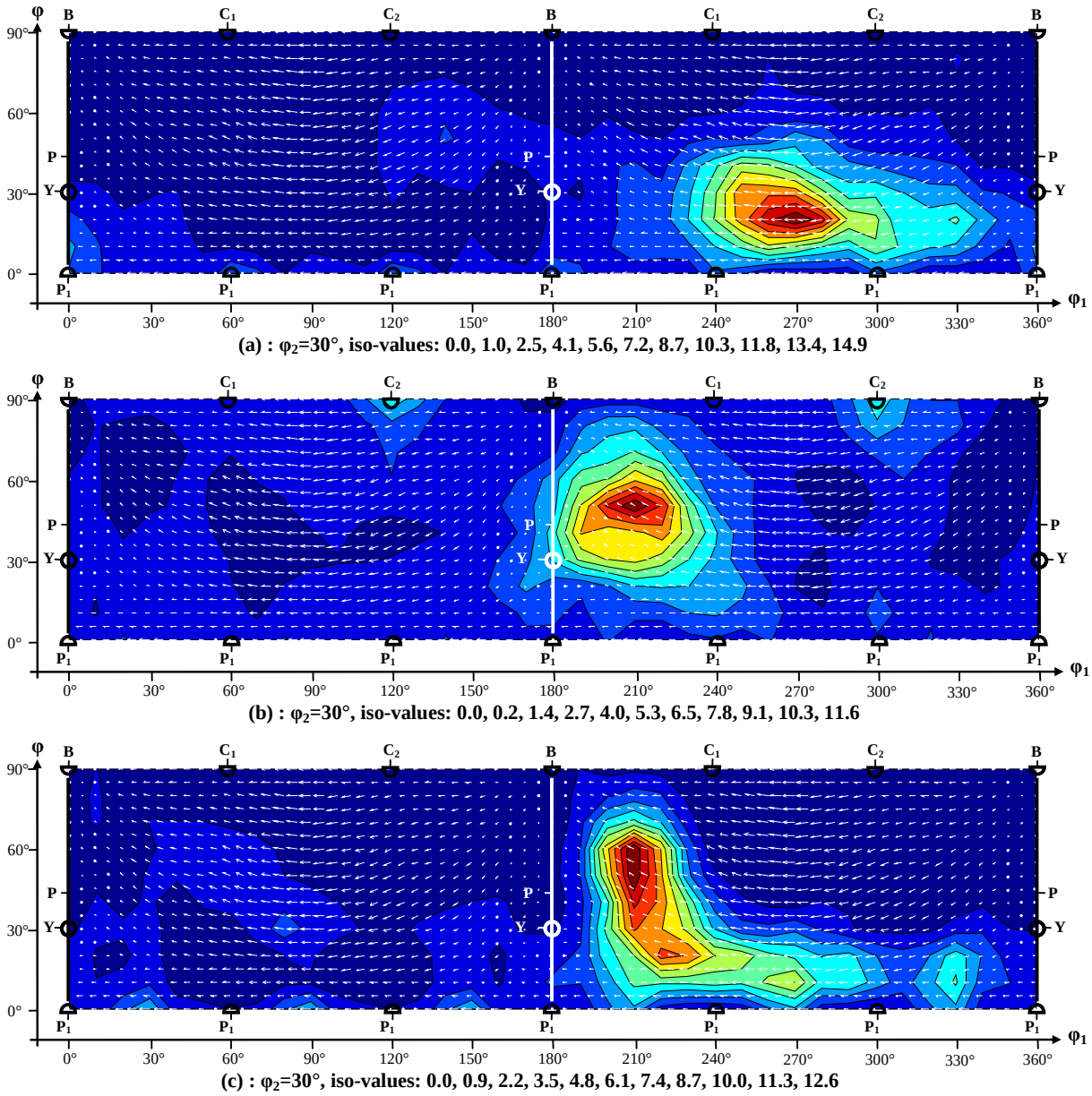


Figure V.10 - Evolution de la texture dans le magnésium pur durant torsion en position « Face-1 » dans la section d'ODF φ=90° : (a) texture initiale, (b) texture après déformation, (c) texture simulée et (d) facteur de Taylor.

Dans le but d'interpréter l'évolution de texture en position Face-2, une section de l'ODF appropriée est examinée, la section $\varphi_2 = 30°$ (voir la figure V.11). Ici la fibre initiale croise la section dans l'orientation $(\varphi_1 = 270°, \varphi = 15°, \varphi_2 = 30°)$. Dans toutes les autres sections $\varphi_2 = cst$, la fibre reste dans la même position (c'est une fibre 'φ_2' à la différence de la fibre axisymétrique de l'AZ71 qui est une fibre de type 'φ'). Il faut noter que le maximum n'est pas répété par périodicité de 180° dans l'espace

d'orientation dans la direction φ_1 comme il est habituellement commun pour une texture de cisaillement simple due à la symétrie de l'échantillon. Pour la présente texture initiale non-axisymétrique il n'y a pas de symétrie de la texture autour de l'axe radial de l'échantillon. Après le cisaillement de $\gamma = 1,3$, la fibre bouge vers la fibre idéale P l'approchant d'environ 30° (voir figure V.11b). Le champ de vitesse superposé prédit est en accord avec la rotation observée de la fibre. La texture prédite est très similaire à la texture expérimentale, la différence est qu'elle présente une « queue » dans la texture entre la position initiale et finale. La queue a une intensité relativement faible, en effet, le maximum de l'ODF se trouve dans une autre section. Néanmoins, la section présentée sur la figure. V.11 a été très utile pour l'interprétation de l'évolution de la texture.

Dans le but de comprendre le rôle de la RXD dans la formation de l'ODF, nous présentons sur la figure V.12a la section $\varphi=40°$ de l'ODF. La carte du facteur de Taylor est également présentée dans la même section (Figure V.12b). On peut constater que l'ODF est forte exactement dans les zones ou le facteur de Taylor est localement minimum. Les deux traits sur la figure V.12 indiquent les endroits où M est minimum dans la région où l'intensité d'ODF est importante. La fibre formée lors de la torsion est verticale, parallèle à l'axe φ_2. Son intensité est donc maximale aux extrémités de la fibre ou le facteur de Taylor est minimal. De nouveau, comme dans l'exemple de la position 'Face-1', nous avons trouvé une forte concordance entre les maximum des ODFs et le minimum local du facteur de Taylor. La non-uniformité de la fibre peut donc être expliquée par une RXD sélective. Le centre de la fibre se vide a cause de la croissance plus importante de grains dans une position tournée de ±30° autour de l'axe 'c', une rotation qui se traduit par un déplacement en φ_2 dans la section présentée sur la figure V.12.



(a) : φ_2=30°, iso-values: 0.0, 1.0, 2.5, 4.1, 5.6, 7.2, 8.7, 10.3, 11.8, 13.4, 14.9

(b) : φ_2=30°, iso-values: 0.0, 0.2, 1.4, 2.7, 4.0, 5.3, 6.5, 7.8, 9.1, 10.3, 11.6

(c) : φ_2=30°, iso-values: 0.0, 0.9, 2.2, 3.5, 4.8, 6.1, 7.4, 8.7, 10.0, 11.3, 12.6

Figure V.11 - Evolution de la texture dans le magnésium pur en position « Face-2 » présentée dans la section d'ODF φ_2=30° : (a) texture initiale, (b) texture après déformation et (c) texture simulée.

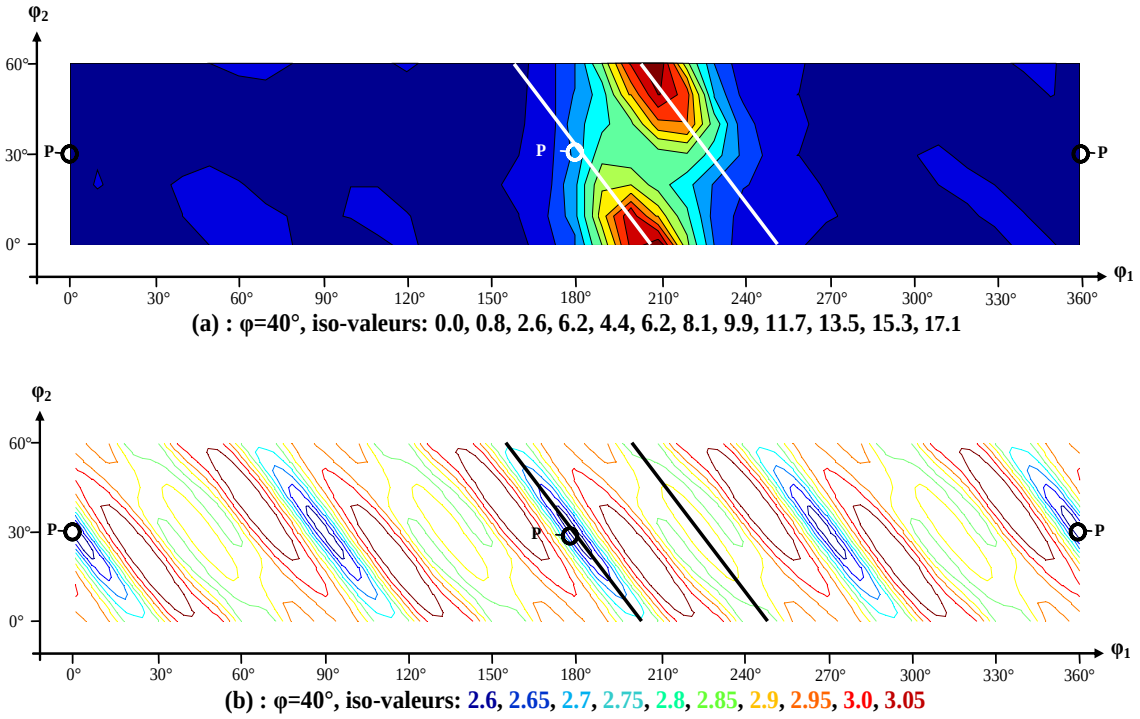


Figure V.12 - (a) Texture après déformation dans le magnésium pur en position « Face-2 » présentée dans la section d'ODF φ=40°, (b) cartes dans la même section du facteur de Taylor associé.

L'interprétation de la texture dans les postions Oreille-1 et Oreille-2 peut être faite de façon similaire à celles des positions Face-1 et Face-2, elles ne seront cependant pas détaillées ici pour ne pas allonger le document.

V.5 - Conclusions

Du magnésium pur ainsi que deux alliages de magnésium ont été examinés dans ce chapitre durant un test de torsion en extrémités libres. La principale différence entre eux était leur texture initiale. Pour l'AZ71, la texture initiale était une fibre parallèle à l'axe de la barre. Pour l'échantillon de magnésium pur, la texture n'était pas axisymétrique car l'échantillon de torsion était préparé à partir d'une bande de magnésium laminée. Le développement de texture et l'effet de Swift ont été examinés expérimentalement aussi bien que par simulations polycristallines. A partir des résultats obtenus, les principales conclusions suivantes peuvent être établies :

1. Pour les deux métaux, la fibre de la texture initiale a été presque maintenue dans une position tournée par une rotation principalement dans le sens du cisaillement appliquée. La rotation était sensiblement plus grande que la rotation rigide imposée dans l'essai. Cette particularité a été bien reproduite par les simulations. Les textures initiales étaient loin des orientations idéales qui n'ont pas été atteintes pendant les essais.

2. Dans le magnésium pur, l'échantillon a changé sa section initiale transverse circulaire en une elliptique. Cet effet était dû à la texture initiale qui n'était pas axisymétrique. En conséquence, la texture de déformation n'était pas non plus axisymétrique. Les mesures locales de texture effectuées par EBSD ainsi que les simulations polycristallines ont permis d'interpréter le développement de texture à l'aide des caractéristiques du champ de rotation des textures sous cisaillement simple.

3. Les intensités maximales coïncident avec un facteur de Taylor localement minimal dans le magnésium recristallisé dynamiquement. Il est donc suggéré que la croissance des nouveaux grains est contrôlée par le facteur de Taylor qui représente l'énergie stockée dans le matériau.

Conclusions générales

Le but de ce travail était d'étudier la plasticité cristalline en grandes déformations des matériaux hexagonaux tel que le magnésium pour ces propriétés avantageuses, notamment son faible poids.

Pour ce faire nous nous sommes en premier lieu, dans le chapitre II, intéressés au rôle de la sensibilité à la vitesse de déformation sur la plasticité cristalline et sur l'évolution de texture des matériaux hexagonaux. Les potentiels en contrainte et en taux de déformation ont été analysés pour les structures hexagonales : les effets d'un glissement viscoplastique et des résistances relatives des familles de systèmes de glissement ont été analysés. Le cas du glissement visqueux linéaire en plasticité cristalline a également été examiné en détail. La réponse en contrainte du cristal, pour un taux de déformation imposé, et la rotation plastique ont été déterminées. La simplicité de la loi constitutive et les symétries du cristal ont permis le développement de relations analytiques simples et directes quand $m=1$. Les résultats de cette étude mènent, pour le cas $m=1$, aux conclusions majeures suivantes :

1. L'état de contrainte correspondant à un état de taux de déformation imposé peut être obtenu d'après une relation linéaire directe dans le repère du cristal.

2. Contrairement au cas des cristaux cubiques, la rotation plastique n'est pas nulle pour les cristaux à structures hexagonales. Néanmoins sa valeur est très faible par rapport à la rotation rigide imposée par le test.

L'effet de la valeur de *m* sur le développement de texture a déjà été discuté par d'autres auteurs pour les structures c.f.c. Les mêmes conclusions sont valables pour les structures hexagonales considérées ici.

La dernière section du chapitre II laisse deviner, dans l'espace d'orientation, la présence de positions idéales plus ou moins stables dans lesquelles la plupart des orientations cristallines s'accumulent et où la texture devient alors très intense. Le chapitre III à alors été consacré à l'étude de ces positions « idéales » ainsi qu'à leurs caractéristiques de stabilité pour un chargement en cisaillement simple. En effet, affin d'appliqué de grandes déformations sans localisation de la déformation, les tests de torsion et

d’extrusion coudée à aires égales s’avèrent très efficaces et le chemin de déformation imposé par ces deux tests est du cisaillement simple. Dans le chapitre III, les positions idéales des textures qui se développent sous cisaillement simple ont donc été étudiées pour la structure cristalline hexagonale. Dans ce but, le paramètre pouvant être obtenu depuis la rotation de réseau simulée, nommé paramètre de stabilité d’orientation a été employé. Pour une complète compréhension du comportement des orientations idéales, le champ de rotation et la divergence ont également été examinés dans l’espace des orientations. Des simulations de l’évolution d’une texture de magnésium initialement aléatoire ont été réalisées à l’aide du modèle de Taylor viscoplastique et analysées. Depuis les résultats obtenus, les conclusions suivantes peuvent être faites :

1. À l’aide du paramètre de stabilité P, toutes les orientations idéales possibles sont identifiées pour les textures des cristaux hexagonaux en cisaillement simple. Elles sont toutes des fibres et sont nommées B, P, Y, C_1 et C_2.

2. Pour le cas du magnésium, avec le jeu de valeur de contraintes de référence [1, 8, 8, 6, 6], la persistance des orientations a été examinée dans l’espace d’Euler. Il a été trouvé que seule la fibre B est significative dans le magnésium.

3. Les simulations du développement de texture pour une texture initiale aléatoire en utilisant le modèle de Taylor viscoplastique révèlent des décalages des fibres idéales par rapport à leurs positions idéales respectives en cisaillement simple. Ces décalages sont opposés au cisaillement (négatif) à de faibles déformations, et deviennent positifs pour de grandes déformations. Ils sont causés par la nature convergente/divergente du champ de rotation autour des fibres idéales et par une rotation de réseau non nulle, même dans les positions idéales dues à la sensibilité à la vitesse du glissement.

Les deux chapitres suivants sont consacrés à des études expérimentales de l’évolution de texture en ECAE et durant la torsion. Dans le chapitre IV les textures qui se développent durant l'ECAE du magnésium polycristallin ont été étudiées pour les routes A, B_C et C jusqu'à quatre passes à la fois expérimentalement et par simulations. Pour l'interprétation du développement de texture, les orientations idéales et le champ de rotation pour le procédé d’ECAE à 90°, en utilisant le modèle de cisaillement simple,

ont été extraites des résultats obtenus dans le chapitre III. Cette analyse a mené aux principales conclusions suivantes :

1. Il y a des rotations de réseau très grandes durant l'ECAE du magnésium en route A et C pouvant être deux fois plus importantes que la rotation rigide imposée par le test. Ce mécanisme ainsi que les caractéristiques de champ de rotation du procédé fournissent une explication détaillée du développement de texture.

2. L'accord qualitatif des textures simulées avec l'expérience indique que le processus d'affinement de la microstructure durant l'ECAE du magnésium ne change pas de façon significative la texture.

3. Les textures développées durant l'ECAE du magnésium ont été reproduites avec succès par le modèle VPSC sans considérer la recristallisation dynamique (RXD) qui, cependant, a eu lieu durant les essais. Ce résultat peut être expliqué par un mécanisme de RXD durant lequel les grains nouvellement formés sont uniquement tournés autour de l'axe 'c', ainsi ils demeurent dans les fibres qui étaient toutes des fibres d'axe c dans la présente étude.

Le chapitre V est quant à lui consacré à l'essai de torsion, durant lequel le cisaillement simple est appliqué en continu, il n'y a pas de rotation de l'échantillon comme entre chaque passe d'ECAE. Du magnésium pur ainsi que deux alliages de magnésium ont été examinés durant un test de torsion en extrémités libres. La principale différence entre eux était leur texture initiale. Pour l'AZ71, la texture initiale était une fibre parallèle à l'axe de la barre. Pour l'échantillon de magnésium pur, la texture n'était pas axisymétrique car l'échantillon de torsion était préparé à partir d'une tôle de magnésium laminée. Le développement de texture et l'effet de Swift ont été examinés expérimentalement aussi bien que par simulations polycristallines. A partir des résultats obtenus, les principales conclusions suivantes peuvent être établies :

1. Pour les deux métaux, la fibre de la texture initiale a été presque maintenue dans une position tournée par une rotation principalement dans le sens du cisaillement appliquée. La rotation était sensiblement plus grande que la rotation rigide imposée dans l'essai.

Cette particularité a été bien reproduite par les simulations. Les textures initiales étaient loin des orientations idéales qui n'ont pas été atteintes pendant les essais.

2. Dans le magnésium pur, l'échantillon a changé sa section initiale transverse circulaire en une section plus ou moins elliptique. Cet effet était dû à la texture initiale qui n'était pas axisymétrique. En conséquence, la texture de déformation n'était pas non plus axisymétrique. Les mesures locales de texture effectuées par EBSD ainsi que les simulations polycristallines ont permis d'interpréter le développement de texture à l'aide des caractéristiques du champ de rotation des textures sous cisaillement simple.

3. Les intensités maximales coïncident avec un facteur de Taylor localement minimal dans le magnésium recristallisé dynamiquement. Il est donc suggéré que la croissance des nouveaux grains est contrôlée par le facteur de Taylor qui représente l'énergie stockée dans le matériau.

En résumé, l'évolution de texture en grandes déformations (cisaillement) a été analysée en ce qui concerne le mécanisme de glissement cristallographique et des explications de l'évolution de texture provoquée par la recristallisation dynamique ont été avancées. Une base solide de compréhension nous permet dorénavant d'envisager une modélisation plus complète en incluant les effets de l'écrouissage, de la recristallisation dynamique ou encore le maclage (ce qui est important à de plus basses températures).

Les perspectives de ce travail pourraient être les suivantes :

1. Sur la base des résultats obtenus dans le présent travail, il serait intéressant d'effectuer des tests supplémentaires pour valider nos hypothèses sur la recristallisation dynamique. Ensuite, des simulations polycristallines pourraient être effectuées pour prévoir l'effet d'une RXD sur l'évolution de la texture dans le magnésium et d'autres matériaux hexagonaux.

2. Déterminer une matrice d'écrouissage pour le magnésium et pour les autres matériaux à structure hexagonale pour pouvoir modéliser l'effet de l'écrouissage sur les textures.

3. Il serait également intéressant de tester d'autres matériaux hexagonaux tels que le titane ; ce travail est en cours de réalisation.

4. Nous avons également commencé à introduire la plasticité cristalline dans le code de calcul éléments finis commercial ABAQUS. Ce travail permettra notamment de réaliser des simulations de l'évolution de texture et de comparer les résultats avec ceux obtenus par l'intermédiaire de la modélisation ligne de courant.

5. Enfin, nous avons également le projet de tester des monocristaux de magnésium en ECAE afin d'étudier notamment le processus d'affinement de la microstructure.

Références

[**AA91**] Aravas N, Aifantis EC, 1991. On the geometry of slip and spin in finite plastic deformation. International Journal of Plasticity 7, 141-160.

[**ABT06**] Agnew SR, Brown DW, Tome CN, 2006. Validating a polycrystal model for the elastoplastic response of magnesium alloy AZ31 using in situ neutron diffraction. Acta Materialia 54, 4841-4852.

[**AD05**] Agnew SR, Duygulu O, 2005. Plastic anisotropy and the role of non-basal slip in magnesium alloy AZ31B. International Journal of Plasticity 21, 1161-1193.

[**AG05**] Al-Samman T, Gottstein G, 2005. Influence of starting textures on the development of texture and microstructure during large strain hot rolling of pure magnesium. Solid State Phenomena 105, 201-206.

[**AHL04**] Agnew SR, Horton, JA, Lillo TM, Brown DW, 2004. Enhanced ductility in strongly textured magnesium produced by equal channel angular processing. Scripta Materialia 50, 377-381.

[**AML05a**] Agnew SR, Mehrotra P, Lillo TM, Stoica GM, Liaw PK, 2005. Texture evolution of five wrought magnesium alloys during route A equal channel angular extrusion: Experiments and simulations. Acta Materialia 53, 3135-3146.

[**AML05b**] Agnew SR, Mehrotra P, Lillo TM, Stoica GM, Liaw PK, 2005. Crystallographic texture evolution of three wrought magnesium alloys during equal channel angular extrusion. Materials Science and Engineering A – Structural Materials Properties Microstructure and Processing 408, 72-78.

[**AN85**] Asaro RJ, Needleman A, 1985. Texture development and strain hardening in rate dependent polycrystals. Acta Metallurgica 33, 923-953

[**AYT01**] Agnew SR, Yoo MH, Tomé CN, 2001. Application of texture simulation to understanding mechanical behavior of Mg and solid solution alloys containing Li or Y. Acta mater 49, 4277-4289

[**AZG06**] Aour B, Zaïri B, Gloaguen JM, Naït-Abdelaziz M, Lefebvre JM, 2006. Numerical investigation on equal channel angular extrusion process of polymers. Computational Materials Science 38, 202-216

[**B01**] Barnett MR, 2001. Influence of deformation condition and texture on the high temperature flow stress of magnesium AZ31. Journal of Light Metals 1, 167-177

[**B65**] Bunge HJ, 1965. Zur Darstellung allgemeiner Texturen. Z. Metallkde 56, 872-874

[**BA02**] Balasubramanian S, Anand L, 2002. Plasticity of initially textured hexagonal polycrystals at high homologous temperatures: application to titanium. Acta Materialia 50, 133-148

[**BAB05a**] Brown DW, Agnew SR, Bourke MAM, Holden TM, Vogel SC, Tome CN, 2005. Internal strain and texture evolution during deformation twinning in magnesium. Materials Science and Engineering A – Structural Materials Properties Microstructure and Processing 399, 1-12.

[**BAB05b**] Brown DW, Abeln SP, Blumenthal WR, Bourke MAM, Mataya MC, Tome CN, 2005. Development of crystallographic texture during high rate deformation of rolled and hot-pressed beryllium. Metallurgical and Materials Transactions A-Physical Metallurgy And Materials Science 36A, 929-939.

[**BBC03**] Brown DW, Bourke MAM, Clausen B, Holden TM, Tome CN, Varma R, 2003. A neutron diffraction and modeling study of uniaxial deformation in polycrystalline beryllium. Metallurgical and Materials Transactions A-Physical Metallurgy And Materials Science 34A, 1439-1449.

[**BBK02**] Böhlke T, Bertram A, Krempl E, 2002. Modeling of deformation induced anisotropy in free-end torsion. International Journal of Plasticity 19, 1867-1884

[**BDG05**] Bozzolo N, Dewobroto N, Grosdidier T, Wagner E, 2005. Texture evolution during grain growth in recrystallized commercially pure titanium. Materials Science and Engineering A-Structural Materials Properties Microstructure and Processing 397, 346-355

[**BE01**] Bache MR, Evans WJ, 2001. Impact of texture on mechanical properties in an advanced titanium alloy. Materials Science and Engineering A-Structural Materials Properties Microstructure and Processing 319,409-414

[**BE97**] Bunge HJ, Esling C, 1997. Techniques de l'ingénieur, M605.

[**BH51**] Bishop JFW, Hill R, 1951. A theoretical derivation of the plastic properties of a polycrystalline face-centred metal. Philosophical Magazine, 42, 1298

[**BJ96**] Baczynski J, Jonas JJ, 1996. Texture development during the torsion testing of α-iron and two IF steels. Acta Materialia 44, 4273-4288

[**BKB04**] Barnett MR, Keshavarz Z, Beer AG, Atwell D, 2004. Influence of grain size on the compressive deformation of wrought Mg-3Al-1Zn. Acta Materialia 52,5093-103.

[**BN97**] Bunge HJ, Nielsen I, 1997. Experimental determination of plastic spin in polycrystalline materials. International Journal of Plasticity 13, 435-446.

[**BST07**] Beausir B, Suwas S, Tóth LS, Neale KW, Fundenberger JJ, 2007. Analysis of texture evolution in magnesium during equal channel angular extrusion. Acta Materialia, submitted.

[**BT04**] Beyerlein IJ, Tomé CN, 2004. Analytical modeling of material flow in equal channel angular extrusion (ECAE). Materials Science and Engineering A-Structural Materials Properties Microstructure and Processing 380 (1-2), 171-190.

[**BTN07a**] Beausir B, Tóth LS, Neale KW, 2007. Role of strain rate sensitivity in the crystal plasticity of hexagonal structures. International Journal of Plasticity 23, 227-243

[**BTN07b**] Beausir B, Tóth LS, Neale KW, 2007. Ideal orientations and persistence characteristics for h.c.p. crystals in simple shear. Acta Materialia 55, 2695-2705

[**CC79**] Clément A, Coulomb P, 1979. Eulerian simulation of deformation textures. Scripta Metallurgica, 13, 899-901.

[**CKJ84**] Canova GR, Kocks UF, Jonas JJ, 1984. Theory of torsion texture development. Acta Metallurgica 32, 211-226

[**CKT85**] Canova GR, Kocks UF, Tomé CN, Jonas JJ, 1985. The yield surface of textured polycrystals. Journal of the Mechanics and Physics of Solids 33, 371-397.

[**CYS05**] Chun YB, Yu SH, Semiatin SL, Hwang SK, 2005. Effect of deformation twinning on microstructure and texture evolution during cold rolling of CP-titanium. Materials Science and Engineering A-Structural Materials Properties Microstructure and Processing 398, 209-219.

[**D00**] Dupuy L, 2000. Comportement mécanique d'un alliage d'aluminium hyper déformé. Thèse de doctorat, Institut national polytechnique de Grenoble (INPG).

[**D98**] Dafalias YF, 1998. Plastic spin: necessity or redundancy ? International Journal of Plasticity 14, 909-931.

[**DBB04**] Dewobroto N, Bozzolo N, Barberis P, Wagner F, 2004. Experimental investigations of recrystallization texture development in zirconium (Zr702). Materials Science Forum 467-470, 453-458.

[**DCR06**] del Valle JA, Carreno F, Ruano OA, 2006. Influence of texture and grain size on work hardening and ductility in magnesium-based alloys processed by ECAP and rolling. Acta Materialia 54, 4247-4259.

[**DEH07**] Duchêne L, El Houdaigui F, Habraken AM, 2007. Length changes and texture prediction during free end torsion test of copper bars with FEM and remeshing techniques. International Journal of Plasticity, in press.

[**DR89**] Dafalias YF, Rashid MM, 1989. The effect of plastic spin on anisotropic material behavior. International Journal of Plasticity 5, 227-246.

[**DRW05**] Dumoulin S, Roven HJ, Werenskiold JC, Valberg HS, 2005. Finite element modeling of equal channel angular pressing: Effect of material properties, friction and die geometry. Materials Science and Engineering A 410–411, 248–251

[**EHL06**] Estrin Y, Hellmig RJ, Ek MJ, Lamark TT, Zúberová Z, Lapovok R, Popov MV, 2006. Effect of ECAP on the mechanical properties of magnesium alloys, TMS Annual Meeting 2006, 381-388

[**EJW05**] Evans WJ, Jones JP, Whittaker MT, 2005. Texture effects under tension and torsion loading conditions in titanium alloys. International Journal of Fatigue 27, 1244-1250

[**F89**] Fortunier R, 1989. Dual potentials and extremum work principles in single crystal plasticity. Journal of the Mechanics and Physics of Solids 37, 779-790.

[**FCB98**] Francillette H, Castelnau O, Bacroix B, Bechade JL, 1998. Experimental and predicted texture evolutions in zirconium alloys deformed in channel die compression. Materials Science Forum 273-2, 523-528.

[**FHN02**] Field RD, Hartwig KT, Necker CT, Bingert JF, Agnew SR, 2002. Equal-channel angular extrusion of beryllium. Metallurgical and Materials Transactions A-Physical Metallurgy And Materials Science 33, 965-972.

[**FKA07**] Furui M, Kitamura H, Anada H, Langdon TG, 2007. Influence of preliminary extrusion conditions on the superplastic properties of a magnesium alloy processed by ECAP. Acta Materialia 55, 1083-1091.

[**FL06**] Figueiredo RB, Langdon TG, 2006. The development of superplastic ductilities and microstructural homogeneity in a magnesium ZK60 alloy processed by ECAP. Materials Science and Engineering A 430 (1-2), 151-156

[**FZB06**] Fatemi-Varzaneh SM, Zarei-Hanzaki A, Beladi H, 2006. Dynamic recrystallization in AZ31 magnesium alloy. Materials Science and Engineering A, in press

[**GA05**] Gurtin ME, Anand L, 2005. The decomposition F = FeFp, material symmetry, and plastic irrotationality for solids that are isotropic-viscoplastic or amorphous. International Journal of Plasticity 21, 1686-1719.

[**GFG05**] Gehrmann R, Frommert MM, Gottstein G, 2005. Texture effects on plastic deformation of magnesium. Materials Science and Engineering A-Structural Materials Properties Microstructure and Processing 395 (1-2), 339-349

[**GG87**] Gilormini P, Germain Y, 1987. A finite element analysis of the inclusion problem for power law viscous materials. International Journal of Solids and Structures 23, 413-437

[**GKG01**] Galiyev A, Kaibyshev R, Gottstein G, 2001. Correlation of plastic deformation and dynamic recrytallization in magnesium alloy ZK60. Acta Materialia 49, 1199-1207.

[**GKM99**] Gray GT III, Kaschner GC, Mason TA, Maudlin PJ, Chen SR, 1999. In: S. Ankem and C.S. Pande, Editors, *Advances in Twinning*, TMS-AIME, Warrendale, PA (1999), p.157.

[**GMS63**] Gelfand L, Minlos RA, Shapiro ZYA. Pergamon press, Oxford-London-New York-Paris. 1963

[**GTJ90**] Gilormini P, Toth LS, Jonas JJ. Proc. R. Soc. Lond 1990;489:507

[**GWN92**] Van der Giessen E, Wu PD, Neale KW, 1992. On the effect of plastic spin on large strain elastic-plastic torsion of solid bars. International Journal of Plasticity 8, 773-801.

[**H02**] Van Houtte P, 2002. Fast calculation of average Taylor factors and Mandel spins for all possible strain modes. International Journal of Plasticity 17, 807-818.

[**H72**] Havner KS, 1972. On Hill's stress rate in the continuum mechanics of polycrystals, Acta Mechanica 183-187

[**H76**] Hutchinson JW, 1976. Bounds and self-consistent estimates for creep of polycrystalline materials. Proceedings of the Royal Society of London A348, 101-127

[**H81**] Havner KS, 1981. A theoretical analysis of finitely deforming fcc crystals in the sixfold symmetry position. Proceedings of the Royal Society of London A378, 329-349.

[**H84**] Havner KS, 1984. First- and second-order analysis of axially loaded crystals in n-fold symmetry. Philisophical Transactions of the Royal Society of London A311, 469-493.

[**H87**] Hill R, 1987. Constitutive dual potentials in classical plasticity. Journal of the Mechanics and Physics of Solids 35, 23-33

[**HAS81**] Van Houtte P, Aernoudlt E, Sekine K, 1981. Orientation distribution function measurements of copper and Brass torsion textures. Proc. ICOTOM 6, Nagashima S (ed.), Tokyo, Japan, ISIJ, p.337.

[**HOF06**] Helis L, Okayasu K, Fukutomi H, 2006. Microstructure evolution and texture development during high-temperature uniaxial compression of magnesium alloy AZ31. Materials Science And Engineering A – Structural Materials Properties Microstrcuture And Processing 430, 98-103.

[**HSK05**] Hartig C, Styczynski A, Kaiser F, Letzig D, 2005. Plastic anisotropy and texture evolution of rolled AZ31 magnesium alloys. Materials Science Forum 495-497, 1615-1620.

[**HW88**] Hughes DA, Wenk HR, 1988. The effect of stacking fault Energy on the texture on Nickel-Cobalt solid solutions at large strain. Proc. ICOTOM 8, Kallend JS and Gottstein G (eds), sept. 20-25, 1987, Santa Fe, NM, p.455.

[**HYK05**] Huang ZW, Yoshida Y, Kamado S, Kojima Y, 2005. Effect of microstructures and texture development on tensile properties of wrought magnesium alloys processed by ECAE. Materials Science Forum 488-489, 593-596.

[**JLM06**] Jin L, Lin D, Mao D, Zeng X, Chen B, Ding W, 2006. Microstructure evolution of AZ31 Mg alloy during equal channel angular extrusion. Materials Science and Engineering A423, 247-252

[**K01**] Kim HS, 2001. Finite element analysis of equal channel angular pressing using a round corner die. Materials Science and Engineering A315, 122–128

[**K87**] Koike M, 1987. Hot-rolling texture in titanium sheet. Tetsu to Hagane-Journal of the Iron and Steel Institue of Japan 73, S708.

[**KE05**] Kim HS, Estrin Y, 2005. Microstructural modelling of equal channel angular pressing for producing ultrafine grained materials. Journal of Materials Processing Technology 410-411, 285-289

[**KG00**] Kaschner GC, Gray GT, 2000. The influence of crystallographic texture and interstitial impurities on the mechanical behavior of zirconium. Metallurgical and Materials Transactions A-Physical Metallurgy and Materials Science 31, 1997-2003.

[**KJK03**] Kim HS, Joo DH, Kim MH, Hwang SK, Kwun SI, Chae SW, 2003. Grain refinement of commercial purity zirconium by equal channel angular pressing. Materials Science and Technology 19, 403-405.

[**KKS03**] Kim I, Kim J, Shin DH, Laio XZ, Zhu YT, 2003. Deformation twins in pure titanium processed by equal channel angular pressing. Scripta Materialia 48, 813-817.

[**KKZ88**] Kaibyshev OA, Kazachkov IV, Zaripov NG, 1988. The influence of texture on the mechanical-properties of a superplastic magnesium alloy. Journal of Materials Science 23, 4369-4374.

[**KPB94**] Kailas SV, Prasad YVRK, Biswas SK, 1994. Influence of the initial texture on the microstructure instabilities during compression of commercial alpha-titanium at 25°C to 400°C. Metallurgical and Materials Transactions A-Physical Metallurgy and Materials Science 25, 1425-1434.

[**KS06**] Kim WJ, Sa YK, 2006. Micro-extrusion of ECAP processed magnesium alloy for production of high strength magnesium micro-gears. Scripta Materialia 54, 1391-1395

[**KSH01**] Kim HS, Seo MH, Hong SI, 2001. Plastic deformation analysis of metals during equal channel angular pressing. Journal of Materials Processing Technology 113, 622-626

[**KSH02**] Kim HS, Seo MH, Hong SI, 2002. Finite element analysis of equal channel angular pressing of strain rate sensitive metals. Journal of Materials Processing Technology 130-131, 497-503

[**KSN00**] Kaneko J, Sugamata M, Numa M, Nishikawa Y, Takada H, 2000. Effect of texture on the mechanical properties and formability of magnesium wrought materials. Journal Of The Japan Institue Of Metals 64, 141-147.

[**KYY05**] Kim SH, You BS, Yim CD, Seo YM, 2005. Texture and microstructure changes in asymmetrically hot rolled AZ31 magnesium alloy sheets. Materials Letters 59, 3876-3880.

[**LBB04**] Li S, Bourke MAM, Beyerlein IJ, Alexander DJ, Clausen B, 2004. Finite element analysis of the plastic deformation zone and working load in equal channel angular extrusion. Materials Science and Engineering A 382, 217-236

[**LC97**] Lebensohn RA, Canova GR, 1997. A self-consistent approach for modelling texture development of two-phase polycrystals: Application to titanium alloys. Acta Materialia 45, 3687-3694.

[**LEB88**] Lee HP, Esling C, Bunge HJ, 1988. Development of rolling texture in titanium. Textures and Microstructures 7, 317-337.

[**LGM87**] Lequeu P, Gilormini P, Montheillet F, Bacroix B, Jonas JJ, 1987. Yield surfaces for textured polycrystals - I. Crystallographic approach. Acta Metallurgica 35, 439-451.

[**LKB05**] Li S, Kalidindi SR, Beyerlein IJ, 2005. A crystal plasticity finite element analysis of texture evolution in equal channel angular extrusion. Materials Science and Engineering A 410–411, 207–212

[**LKH06**] Lim HT, Kang JH, Han JW, Hwang SK, Kim WY, 2006. The effect of cold equal channel angular process on texture of magnesium alloy (AZ31). Materials Science Forum 510-511, 498-501.

[**LT93**] Lebensohn RA, Tome CN, 1993. A self-consistent anisotropic approach for the simulation of plastic-deformation and texture development of polycrystals – application to zirconium alloys. Acta Metallurgica et Materialia 41, 2611-2624.

[**LWW05**] Liu T, Wang YD, Wu SD, Li SX, Peng RL, Xu YB, 2005. Improving the strength and ductility of magnesium alloys by grain refinement and texture modification. Materials Science Forum 488-489, 177-180.

[**M03**] Mussi A, 2003. Affinage de la microstructure et amélioration des propriétés mécaniques d'un alliage de magnésium par hyper déformation. Thèse de doctorat, Institut national polytechnique de Grenoble (INPG).

[**MB00**] Mohamed G, Bacroix B, 2000. Role of stored energy in static recrystallization of cold rolled copper single and multicrystals. Acta Materialia 48, 3295-3302.

[**MCA87**] Molinari A, Canova GR, Ahzi S, 1987. A self-consistent approach of the large deformation polycrystal viscoplasticity. Acta Metallurgica 35, 2983-2994.

[**MCJ84**] Montheillet F, Cohen M, Jonas JJ, 1984. Axial stresses and texture development during the torsion testing of Al, Cu and α-Fe. Acta Metallurgica 32, 11, 2077-2089.

[**MCM06**] McCabe RJ, Cerreta EK, Misra A, Kaschner GC, Tome CN, 2006. Effects of texture, temperature and strain on the deformation modes of zirconium. Philosophical Magazine 86, 3595-3611.

[**MLA06**] Mehrotra P, Lillo TM, Agnew SR, 2006. Ductility enhancement of a heat-treatable magnesium alloy. Scripta Materialia 55, 855-858.

[**MMD04**] Martínez-Esnaola JM, Montagnat M, Duval P, Gil Sevillano J, 2004. Geometrically necessary dislocations in a c-axis oriented cylindrical bar of basal-slipping hexagonal crystals deformed in torsion, Scripta Materialia 50, 273-278

[**MSE06**] Mathieu JP, Suwas S, Eberhardt A, Tóth LS and Moll P, 2006. A new die for equal channel angular extrusion. Journal of Materials Processing Technology 173, 29-33.

[**MT94**] Molinari A, Tóth LS, 1994, Tuning a self consistent viscoplastic model by finite element results, Part I: Modelling. Acta Metallurgica et Materialia., 42, 2453-2458.

[**MVH05**] De Messemaeker J, Verlinden B, Van Humbeeck J, 2005. Texture of IF steel after equal channel angular pressing (ECAP). Acta Materialia 53, 4245-4257

[**MVL01**] Meyers MA, Vöhringerb O, Lubardaa VA, 2001. The onset of twinning in metals: a constitutive description. Acta materialia 49, 4025-4039

[**N50**] Nadai A, 1950. Theory of flow and fracture. Mc. Graw Hill, New York, 349

[**NO88**] Nourbakhsh S, Obrien TD, 1998. Texture formation and transition in cold-rolled titanium. Materials Science and Engineering 100, 109-114.

[**NS85**] Neale KW, Schrivastava SC, 1985. Finite elastic-plastic torsion of a circular bar. Engineering Fracture Mechanics 21, 747-754

[**NTJ90**] Neale KW, Tóth LS, Jonas JJ, 1990. Large strain shear and torsion of rate-sensitive FCC polycrystals. International Journal of Plasticity 6, 45-62.

[**P57**] Partridge PG, 1957. The crystallography and deformation modes of hexagonal closed-packed metals. Metalurgical Reviews 118, 169-193

[**PEH88**] Philippe MJ, Esling C, Hocheid B, 1988. Role of twinning in texture development and in plastic-deformation of hexagonal materials. Textures and Microstructures 7, 265-301.

[**PIF06a**] Perlovich Y, Isaenkova M, Fesenko V, Grekhov M, Yu SH, Hwang SK, Shin DH, 2006. Features of texture and structure development in zirconium under equal channel angular pressing. Materials Science Forum 503-504, 859-864.

[**PIF06b**] Perlovich Y, Isaenkova M, Fesenko V, Grekhov M, Alexandrov I, Beyerlein IJ, 2006. Formation of texture and structure in rods of copper and titanium under equal-channel angular pressing. Materials Science Forum 503-504, 853-858.

[**PSV95**] Philippe MJ, Serghat M, Van Houtte P, Esling C, 1995. Modeling of texture evolution for materials of hexagonal symmetry. 2. Application to zirconium and

titanium alpha-alloys or near-alpha-alloys. Acta Metallurgica et Materialia 43, 1619-1630.

[**PWM94**] Philippe MJ, Wagner F, Mellab FE, Esling C, Wegria J, 1994. Modeling of texture evolution for materials of hexagonal symmetry. 1. Application to zinc-alloys. Acta Metallurgica et Materialia 42, 239-250.

[**Q06**] Qods F, 2006. Comportement mécanique des métaux polycristallins aux grandes déformations en torsion : expériences et simulations. Thèse de doctorat, Université de Metz, France

[**QTH05**] Qods F, Tóth LS, Van Houtte P, 2005. Modeling of length changes and textures during free end torsion of cylindrical bars. Materials Sci. Forum 495-497, 1609-1614.

[**QTK06**] Qods F, Tóth LS, Kloeden B, Beausir B, 2006. Length changes and texture development under free end torsion of textured polycrystals. 6th ESMC European Solid Mechanics Conference, Aug. 28-Sept. 1 2006, Budapest.

[**R64**] Roberts CS. Magnesium and Its Alloys, Wiley, New York (1964)

[**RO02**] Rosochowski A, Olejnik L, 2002. Numerical and physical modelling of plastic deformation in 2-turn equal channel angular extrusion. Journal of Materials Processing Technology 125-126, 309-316

[**S01**] Srinivasan R, 2001. Computer simulation of the equichannel angular extrusion (ECAE) process. Scripta Materialia 44, 91-96

[**S24**] Schmid E, 1924. *Proc. Cong. App. Mech. Delft.*, 342

[**S47**] Swift, H.W., 1947. Engineering 4, 253

[**S74**] Segal VM, 1974. Thèse de doctorat, Minsk, Russia

[**S77**] Segal VM, 1977. brevet d'invention n°575892, URSS.

[**S99**] Segal VM, 1999. Equal channel angular extrusion: from macromechanics to structure formation. Materials Science and Engineering A-Structural Materials Properties Microstructure and Processing 271 (1-2), 322-333.

[**SBG99**] Singh AK, Bhattacharjee A, Gogia AK, 1999. Microstructure and texture of rolled and annealed beta titanium alloy Ti-10V-4.5Fe-1.5Al. Materials Science and Engineering A-Structural Materials Properties Microstructure and Processing 270, 225-230

[**SCK82**] Segal V.M., Chomova NG, Kopylov VI, Panin PY, 1982. Thermomechanical treatment of the elinvar alloy 44NKhMT using plain shear. », Metal Science and Heat Treatment 24, 706-710.

[**SGK07**] Suwas S, Gottstein G, Kumar R. Materials Science and Engineering A 2007, in press.

[**SKK02**] Shin DH, Kim I, Kim J, Zhu YT, 2002. Shear strain accommodation during severe plastic deformation of titanium using equal channel angular pressing. Materials Science and Engineering A-Structural Materials Properties Microstructure and Processing 334, 239-245.

[**SKK03**] Shin DH, Kim I, Kim J, Kim YS, Semiatin SL, 2003. Microstructure development during equal-channel angular pressing of titanium. Acta Materialia 51, 983-996.

[**SLI06**] Son IH, Lee JH, Im YT, 2006. Finite element investigation of equal channel angular extrusion with back pressure Journal of Materials Processing Technology 171, 480–487

[**SPC01**] Sanchez P, Pochettino A, Chauveau T, Bacroix B, 2001. Torsion texture development of zirconium alloys. Journal of Nuclear Materials 298, 329-339.

[**SS05**] Singh AK, Schwarzer RA, 2005. Evolution of texture in pure magnesium during rolling. Zeitschrift fur Metallkunde 96, 345-351.

[**SV02**] Song CR, Voyiadjis GZ, 2002. Microstructure consideration with plastic spin and multiple back-stresses for large strain problems in soils. International Journal of Plasticity 18, 1271-1289.

[**SZL01**] Stolyarov VV, Zhu YT, Lowe TC, Valiev RZ, 2001. Microstructures and properties of ultrafine-grained pure titanium processed by equal-channel angular pressing and cold deformation. Journal of Nanoscience and Nanotechnology 1, 237-242.

[**T38**] Taylor GI, 1938. Plastic strain rate in metals. Twenty-eight may lecture to the institute of metals

[**TAG03**] Toth LS, Arruffat Massion R, Germain L, Baik SC, Suwas S, 2003. Analysis of texture evolution in equal channel angular extrusion of copper using a new flow field. Acta Materialia 52, 1885-1898

[**TGJ88**] Tóth LS, Gilormini P, Jonas JJ, 1988. Effect of rate sensitivity on the stability of torsion textures. Acta Metallurgica 36, 12, 3077-3091.

[**TJ89**] Tóth LS, Jonas JJ, 1989. Analytic prediction of texture and length changes during free-end torsion. Textures and Microstructures 10, 195-209

[**TJ92**] Tóth LS, Jonas JJ, 1992. Modelling the texture changes produced by dynamic recrystallization. Scripta Metallurgica et Materialia 27, 359-363.

[**TJD90**] Tóth LS, Jonas JJ, Daniel D, Ray RK, 1990. Development of ferrite rolling textures in low-carbon and extra low-carbon steels. Metallurgical Transactions A-Physical Metallurgy and Materials Science 21, 2985-3000

[**TJD92**] L.S. Tóth, J.J. Jonas, D. Daniel, J.A. Bailey, 1992. Texture development and length changes in copper bars subjected to free end torsion, Textures and Microstructures, 19, 245-262.

[**TJG90**] Tóth LS, Jonas JJ, Gilormini P, Bacroix B, 1990. Length changes during free end torsion: A rate sensitive analysis. International Journal of Plasticity 6, 83-108

[**TJN90**] Tóth LS, Jonas JJ, Neale KW, 1990. Comparison of the minimum plastic spin and rate sensitive slip theories for loading of symmetrical crystal orientations. Proc. Roy. Soc. Lond. A427, 201-219.

[**TLK91**] Tome CN, Lebensohn RA, Kocks UF, 1991. A model for texture development dominated by deformation twinning – application to zirconium alloys. Acta Metallurgica et Materialia 39, 2667-2680.

[**TNJ89**] Tóth LS, Neale KW, Jonas JJ, 1989. Stress response and persistence characteristics of the ideal orientations of shear textures. Acta Metallurgica 37, 2197-2210

[**TQF05**] Tóth LS, Qods F, Fundenberger JJ, 2005. Modeling of Axial Strain in Free-End Torsion of Textured Copper. Z. Metallkunde 96, 1038-1044.

[**TT02**] Tan JC, Tan MJ, 2002. Dynamic continuous recrystallization characteristics in two stage deformation of Mg-3Al-1Zn alloy sheet. Materials Science and Engineering A339, 124-132

[**TT94**] Turner PA, Tomé CN, 1994. A study of residual stresses in Zircaloy-2 with rod texture. Acta Materialia 42, 4143-4153

[**V68**] Vreeland Jr T, 1968. Dislocation velocity in copper and zinc. In: Dislocation dynamics, Eds. Rosenfield AR, Hahan GT, Bement AL, Jaffee RI, 529-549, McGraw-Hill.

[**VAB03**] Vogel SC, Alexander DJ, Beyerlein IJ, Bourke MAM, Brown DW, Clausen B, Tome CN, Von Dreele RB, Xu C, Langdon TG, 2003. Investigation of texture in ECAP materials using neutron diffraction. Materials Science Forum 426-4, 2661-2666.

[**WH03**] Wang YN, Huang JC, 2003. Texture characteristics and anisotropic superplasticity of AZ61 magnesium alloy. Materials Transactions 44, 2276-2281.

[**WKN07**] Wu XP, Kalidindi SR, Necker C, Salem AA, 2007. Prediction of crystallographic texture evolution and anisotropic stress-strain curves during large plastic strains in high purity alpha-titanium using a Taylor-type crystal plasticity model. Acta Materialia 55, 423-432.

[**WMI06**] Watanabe H, Mukai T, Ishikawa K, 2006. Effect of temperature of differential speed rolling on room temperature mechanical properties and texture in an AZ31 magnesium alloy. Journal Of Materials Processing Technology 182, 644-647.

[**WR05**] Walde T, Riedel H, 2005. Modeling texture evolution during rolling of magnesium alloy AZ3.1 Solid State Phenomena 105, 285-290.

[**WR07**] Walde T, Riedel H, 2007. Modeling texture evolution during hot rolling of magnesium alloy AZ31. Materials Science And Engineering A – Structural Materials Properties Microstrcuture And Processing 443, 277-284.

[**XZL06**] Xu S, Zhao G, Luan Y, Guan Y, 2006. Numerical studies on processing routes and deformation mechanism of multi-pass equal channel angular pressing processes. Journal of Materials Processing Technology 176, 251-259

[**YCC05**] Yu SH, Chun YB, Cao WQ, Kim MH, Chae SW, Kwun SI, Shin DH, Hwang SK, 2005. Comparison of equal channel angular pressing and cold rolling in the evolution of microstructure and texture in zirconium. Metals And Materials International 11, 101-111.

[**YCK03**] Yoshida Y, Cisar L, Kamado S, Koike JI, Kojima Y, 2003. Texture development of AZ31 magnesium alloy during ECAE processing. Materials Science Forum 419-4, 533-538.

[**YDB06**] Yi SB, Davies CHJ, Brokmeier HG, Bolmaro RE, Kainer KU, Homeyer J, 2006. Deformation and texture evolution in AZ31 magnesium alloy during uniaxial loading. Acta Materialia 54, 549-562.

[**YH63**] Yoshinaga H, Horiuchi R. Trans. JIM 1963;134:141

[**YHL00**] Yamashita A, Horita Z, Langdon TG, 2000. Improving the mechanical properties of magnesium and a magnesium alloy through severe plastic deformation. Materials Science and Engineering A300, 142-147

[**YL03**] Yang YL, Lee S, 2003. Finite element analysis of strain conditions after equal channel angular extrusion. Journal of Materials Processing Technology 140, 583-587

[**YSO05**] Yang F, Saran A, Okazaki K, 2005. Finite element simulation of equal channel angular extrusion, Journal of Materials Processing Technology 166, 71-78

[**YZB06**] YI SB, Zaefferer S, Brokmeier HG, 2006. Mechanical behaviour and microstructural evolution of magnesium alloy AZ31 in tension at different temperatures. Materials Science and Engineering A424, 275-281

[**Z03**] Zaefferer S, 2003. A study of active deformation systems in titanium alloys: dependence on alloy composition and correlation with deformation texture. . Materials Science and Engineering A-Structural Materials Properties Microstructure and Processing 344, 20-30.

[**ZAG06a**] Zaïri F, Aour B, Gloaguen JM, Naït-Abdelaziz M, Lefevre JM, 2006. Numerical modelling of elastic-viscoplastic equal channel angular extrusion process of a polymer. Computational Materials Science 38, 202-216

[**ZAG06b**] Zaïri F, Aour B, Gloaguen JM, Naït-Abdelaziz M, Lefevre JM, 2006. Influence of the initial yield strain magnitude on the materials flow in equal-channel angular extrusion process. Scripta Materialia 56, 105-108

[**ZDR05**] Zhao WJ, Ding H, Rena YP, Haoa SM, Wang J, Wang JT, 2005. Finite element simulation of deformation behavior of pure aluminum during equal channel angular pressing. Materials Science and Engineering A 410–411, 348–352

[**ZGW00**] Zuyan L, Gang L, Wang ZR, 2000. Finite element simulation of a new deformation type occurring in changing-channel extrusion. Journal of Materials Processing Technology 102, 30-32

[**ZNT91**] Zhou Y, Neale KW, Tóth LS, 1991. Analytical solutions for the ideal orientations of f.c.c. rolling textures. Acta Metallurgica et Materialia 39, 2921-2930