

# Modélisation et optimisation numérique de l'emboutissage de pièces de précision en tôlerie fine

Mohamed Azaouzi

▶ **To cite this version:**

Mohamed Azaouzi. Modélisation et optimisation numérique de l'emboutissage de pièces de précision en tôlerie fine. Autre. Institut National Polytechnique de Lorraine, 2007. Français. NNT : 2007INPL098N . tel-01752909

**HAL Id: tel-01752909**
**https://hal.univ-lorraine.fr/tel-01752909**

Submitted on 29 Mar 2018

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

AVERTISSEMENT

Ce document est le fruit d'un long travail approuvé par le jury de soutenance et mis à disposition de l'ensemble de la communauté universitaire élargie.

Il est soumis à la propriété intellectuelle de l'auteur. Ceci implique une obligation de citation et de référencement lors de l'utilisation de ce document.

D'autre part, toute contrefaçon, plagiat, reproduction illicite encourt une poursuite pénale.

Contact : ddoc-theses-contact@univ-lorraine.fr

LIENS

Code de la Propriété Intellectuelle. articles L 122. 4
Code de la Propriété Intellectuelle. articles L 335.2- L 335.10
http://www.cfcopies.com/V2/leg/leg_droi.php
http://www.culture.gouv.fr/culture/infos-pratiques/droits/protection.htm

Nancy-Université INPL

Institut Supérieur d'Ingénierie de la Conception GIP.InSIC Saint-Dié-des-Vosges

École doctorale EMMA Lorraine

*N°attribué par la bibliothèque*

# Modélisation et optimisation numérique de l'emboutissage de pièces de précision en tôlerie fine

## THESE

Présentée et soutenue publiquement le 11 Décembre 2007

Pour l'obtention du grade de

**Docteur de l'Institut National Polytechnique de Lorraine**

**Spécialité "Mécanique et Énergétique"**

Par

**Mohamed AZAOUZI**

Composition du jury

| | | |
|---|---|---|
| **Rapporteur** : | Mr Philippe Dal Santo | Professeur, ENSAM Angers |
| | Mr Jean-Marc Roelandt | Professeur, UTC Compiègne |
| **Examinateur :** | Mr Jean-Louis Batoz | Professeur, UTC Compiègne |
| | Mr Christian Cunat | Professeur, INPL Nancy |
| | Mr Arnaud Delamézière | Maître-Assistant, GIP-InSIC Saint-Dié |
| | Mr Salim Belouettar | Ingénieur de recherche, CRPHT Luxembourg |
| **Invité :** | Mr Hakim Naceur | Maître de Conférence, UTC Compiègne |
| | Mr David Sibaud | Ingénieur R&D, Gottschol-Alcuilux Luxembourg |

Institut National Polytechnique de Lorraine-INPL Nancy
2, Avenue de la Forêt de Haye 54516 Vandoeuvre-Les-Nancy
Tel.+33(0)3 83 59 59 59 Fax +33(0)3 83 59 56 44

# RESUME

*Le présent travail de thèse s'inscrit dans le cadre d'un projet industriel proposé par une entreprise luxembourgeoise et en collaboration avec le Centre de Recherche Public Henry Tudor du Luxembourg (Laboratoire des Technologies Industriels (LTI)). L'objectif consiste à mettre au point une méthode numérique de détermination de la forme des outils d'emboutissage et du flan de pièces de précision en tôlerie fine pour que ce dernier, une fois déformé en une ou plusieurs opérations, correspond à la définition tridimensionnelle du cahier des charges. La méthode a pour objectif de remplacer une démarche expérimentale coûteuse par essais–erreur.*

*Deux démarches numériques sont proposées, la première est relative à la détermination de la forme du flan. Elle consiste à estimer la forme du flan par Approche Inverse en partant de la forme 3D demandée. Puis, un logiciel de simulation incrémental par éléments finis en 3D est utilisé dans une procédure d'optimisation heuristique pour déterminer la forme du flan. Dans la deuxième démarche, il s'agit de déterminer la forme des outils d'emboutissage en utilisant le logiciel de simulation incrémental couplé avec une méthode de compensation du retour élastique en 2D. La démarche numérique est validée expérimentalement dans le cas d'un emboutissage réalisé en une ou plusieurs passes, à l'aide d'une presse manuelle, sans serre flan et avec des outils de forme très complexe.*

**MOTS-CLÉS :** Emboutissage, tôles minces, modélisation par éléments finis, approche inverse, grandes déformations, comportement élasto-plastique, code incrémental, optimisation.

# ABSTRACT

*The present study deals with an industrial project proposed by a luxembourgian enterprise and in collaboration with the luxembourgian research centre Henry Tudor (Laboratory of Industrial Technologies (LTI)). The main objective is to build a numerical approaches for the determination of the initial blank shape contour and tools shape for 3D thin metallic precision parts obtained by stamping, knowing the 3D CAD geometry of the final part. The purpose of the present procedure is to replace the expensive and time consuming experimental trial and error optimization method.*

*Two numerical approaches have been proposed, the first is regarding the determination of the blank shape. An estimation of the blank shape can be given using the Inverse Approach. Update of the blank shape will then be continued by iterations combining heuristic optimization algorithms and incremental stamping codes. The second approach is based on precise finite element models and on spring-back compensation algorithm. The numerical approaches are tested in the case of a special stamping process where the parts are pressed in one or more steps using a manual press, without blank holder and by the mean of complex shape tools.*

**KEYWORDS:** Stamping, thin sheet, finite element modelling, inverse approach, large strains, elasto-plastic behaviour, incremental code, optimization.

# *Remerciements*

*En premier lieu, je tiens à exprimer ma gratitude à mon directeur de thèse, Jean-Louis Batoz, pour ses conseils et la confiance qu'il m'a accordé durant ces années. Je voudrais également adresser mes sincères remerciements à Arnaud Delamézière, qui a co-encadré cette thèse, pour sa grande et constante disponibilité, son soutien et ses qualités humaines.*

*Je remercie chaleureusement Hakim Naceur, mon co-encadreur de thèse, pour sa contribution aux travaux de recherche, son accessibilité, la qualité de ses conseils et l'intérêt qu'il a apporté à mon travail.*

*Cette thèse a été réalisée en collaboration avec David Sibaud, Ingénieur R&D et Chef du projet au sein de l'entreprise Gottschol-Alcuilux. J'aimerais lui témoigner ma sympathie et mon respect pour son aide, sa disponibilité et ses qualités humaines.*

*Je tiens à remercier profondément Salim Belouettar, Docteur et Chercheur au centre de recherche Henry Tudor du Luxembourg pour sa confiance, son soutien et sa bonne humeur pendant toutes ces années. Par la même occasion, un grand merci aux autres collaborateurs du projet, Gaston Rauchs, Wael Zaki et Serge Gille pour les échanges techniques.*

*Je ne saurai oublier la disponibilité et l'aide du chef de service CAO de l'entreprise Gottschol-Alcuilux, Samuel Grommerch, qu'il en soit remercié.*

*Mes remerciements vont bien naturellement aux membres du jury, messieurs Christian Cunat, Philippe Dal Santo et Jean-Marc Roelandt pour avoir examiné ce manuscrit.*

*Je remercie également Monsieur Alfred Quetsh, directeur technique du service de fabrication des pièces de précision en tôlerie fine, pour l'intérêt qu'il a apporté à notre travail.*

*Avec beaucoup d'égard je ne manquerai pas de remercier tout ceux que j'ai pu côtoyer depuis mon arrivée au GIP-InSIC en mars 2004, je pense à Lanouar Ben Ayed, Rizad Debboub, edith Durand, Tangi Curet, Arnaud Crolet, Nadhir Lebaal, Frédéric Mercier, Mourad Oudjene, Jérôme Thabourey, Cyril Pelaingre et plus particulièrement Tchadja Kagnaya, mon compagnon de bureau avec qui j'ai passé d'agréables moments.*

*Enfin, je tiens à remercier tout spécialement ma mère, mon père, mon frère, mes sœurs et Sayda qui m'ont toujours encouragés.*

# *Sommaire*


*Chapitre 1* ..... 1
*Introduction* ..... 1
1.1 Contexte industriel ..... 2
1.2 Problématique et objectifs de la thèse ..... 3
1.3 Plan de la thèse ..... 6
1.4 Références ..... 7

*Chapitre 2* ..... 8
*Procédé de fabrication* ..... 8
2.1 Introduction ..... 8
2.2 Organisation de l'entreprise ..... 9
2.3 Gamme de fabrication ..... 9
*2.3.1 Usinage des outils* ..... 11
*2.3.2 Découpage du flan* ..... 14
*2.3.3 Polissage & ébavurage* ..... 16
*2.3.4 Perçage / poinçonnage* ..... 17
*2.3.5 Emboutissage* ..... 17
*2.3.6 Traitements thermiques* ..... 21
2.4 Démarche de mise au point de l'emboutissage ..... 21
*2.4.1 Cinématique de la presse d'emboutissage* ..... 21
*2.4.2 Réglage de l'outillage* ..... 22
*2.4.3 Critères d'acceptation* ..... 23
*2.4.4 Facteurs d'influence sur la qualité du produit* ..... 25
2.5 Organigramme du procédé de fabrication ..... 26
2.6 Conclusion partielle ..... 27
2.7 Références ..... 27

*Chapitre 3* ..... 28
*Modélisation et simulation numérique de l'emboutissage* ..... 28
3.1 Modélisation numérique ..... 28
*3.1.1 Equilibre d'un solide 3D :* ..... 28
*3.1.2 Discrétisation en éléments finis* ..... 29
*3.1.3 Modèle élément fini de coque* ..... 31
*3.1.4 Intégration numérique* ..... 32
*3.1.5 Schéma de résolution* ..... 33
3.2 Comportement élasto-plastique ..... 40
*3.2.1 Séparation des contributions élastiques et plastiques* ..... 40
*3.2.2 Fonction de charge* ..... 41
*3.2.3 Critères de plasticité* ..... 42
*3.2.4 Lois d'écrouissage* ..... 46
*3.2.5 Lois de comportement* ..... 48
3.3 Applications ..... 49
*3.3.1 Caractérisation expérimentale de l'AISI304* ..... 49
*3.3.2 Emboutissage en 2D : 1 passe* ..... 52

*3.3.3 Emboutissage multi-passes en 2D : 4 passes* ..... 60
*3.3.4 Simulation numérique de l'emboutissage en 3D* ..... 64
3.4 Conclusion partielle ..... 76
3.5 Bibliographie ..... 76

*Chapitre 4* ..... 78
*Estimation de la forme du contour du flan par Approche Inverse* ..... 78
4.1 Introduction ..... 78
4.2 Fondements de l'Approche Inverse ..... 79
*4.2.1 Principe et hypothèses* ..... 79
*4.2.2 Cinématique non linéaire* ..... 80
*4.2.3 Tenseur des déformations* ..... 81
*4.2.4 Tenseur des contraintes* ..... 84
*4.2.5 Discrétisation par éléments finis* ..... 86
4.3 Applications ..... 91
*4.3.1 Cas d'une pièce emboutie en une passe* ..... 91
*4.3.2 Cas d'une pièce emboutie en deux passes* ..... 93
*4.3.3 Cas d'une pièce emboutie en quatre passes* ..... 94
4.4 Conclusion ..... 95
4.5 Références ..... 95

*Chapitre 5* ..... 98
*Détermination du contour du flan* ..... 98
5.1 Etude bibliographique ..... 98
5.2 Formulation mathématique du problème d'optimisation ..... 102
*5.2.1 Méthodes d'optimisation* ..... 103
*5.2.2 Choix de la méthode d'optimisation* ..... 104
*5.2.3 Optimisation heuristique de la forme du flan* ..... 109
5.3 Applications industrielles ..... 113
*5.3.1 Cas d'une pièce en AISI304 emboutie en une passe* ..... 113
*5.3.2 Cas d'une pièce en AISI410 emboutie en une passe* ..... 120
*5.3.3 Cas d'une pièce en AISI304 emboutie en deux passes* ..... 123
5.4 Conclusion partielle ..... 128
5.5 Références ..... 129

*Chapitre 6* ..... 133
*Simulation numérique et Compensation du retour élastique en 2D* ..... 133
6.1 Etude bibliographique ..... 133
*6.1.1 Caractérisation expérimentale et simulation numérique du retour élastique* 133
*6.1.2 Compensation du retour élastique* ..... 139
6.2 Simulation numérique du retour élastique ..... 144
*6.2.1 Etude de sensibilité* ..... 145
*6.2.2 Compensation du retour élastique* ..... 161
6.3 Conclusion partielle ..... 165
6.4 Références ..... 165

*Conclusion Générale & Perspectives* ..... 170
Conclusion générale ..... 170
Perspectives ..... 172

*Annexes* ..... 174
*Annexe A* ..... 175
*Pièce en AISI304 emboutie en 1 passe* ..... 175
*Annexe B* ..... 176
*Pièce en AISI304 emboutie en 2 passes* ..... 176
*Annexe C* ..... 177
*Pièce en AISI304 emboutie en 4 passes* ..... 177

# Chapitre 1

# Introduction

Les performances des codes de calculs évoluent régulièrement et les simulations numériques deviennent de plus en plus sophistiquées et répondent aux attentes des industriels notamment en matière de précision des résultats. Le développement des codes de calcul a permis de prendre en considération davantage les phénomènes physiques et de résoudre des problèmes mécaniques de plus en plus compliqués tout en fournissant des résultats pertinents et dans des délais de plus en plus courts. Parmi les logiciels commerciaux de simulation numérique spécialisés dans le domaine de la mise en forme des tôles métalliques, nous pouvons citer par exemple : Ls-dyna, Pamstamp, Autoform, Stampack, Abaqus, etc. L'utilisation de ces logiciels est en constante augmentation dans de nombreux secteurs industriels tels que l'industrie aéronautique, automobile ou médicale. Face à l'évolution perpétuelle des techniques de mise en forme des matériaux, aux exigences de performances et de productivité, la simulation numérique est considérée aujourd'hui comme un moyen indispensable dans la réduction des coûts de fabrication et l'optimisation des procédés. L'intégration de la simulation numérique en amont de la phase de mise au point du processus permet de limiter les pertes de matière première (fabrication des outils) et d'énergie (immobilisation des machines de production). Elle constitue un moyen d'analyse et de compréhension très utile des mécanismes de déformation dans la tôle lors des différentes opérations.

Grâce à l'évolution rapide de la puissance des moyens de calcul et suite au développement permanent des logiciels, la modélisation et la simulation numérique des procédés de mise en forme sont devenus des outils incontournables pour concevoir et fabriquer un produit dans des conditions opératoires optimales et selon un critère de qualité défini. En se situant au stade de l'avant-projet, la simulation numérique permet de vérifier et de valider la faisabilité, elle permet en outre de prédire les paramètres optimaux permettant de réaliser un produit répondant aux critères du cahier des charges et à moindre coût. Le couplage des logiciels de simulation avec les algorithmes mathématiques d'optimisation des paramètres de procédés est en utilisation croissante dans divers domaines de mise en forme

des matériaux tels que l'extrusion, le forgeage, l'hydroformage ou l'emboutissage. Le problème qui se pose consiste à optimiser les variables ou paramètres du procédé (par exemple : force de serrage, dimensions du flan, géométrie des outils, vitesse, température, dimension, etc.) afin de fabriquer un produit selon le cahier de charge défini par le client et dans des délais de plus en plus réduits.

## *1.1 Contexte industriel*

Le travail de thèse de doctorat porte sur la modélisation numérique et l'optimisation de la géométrie de pièces de précision en tôlerie fine (lamelles) obtenues par emboutissage. La thèse a été financée par le Ministère de la Recherche et de l'Enseignement Supérieur du Luxembourg et le travail de recherche entre dans le cadre d'un projet industriel proposé par l'entreprise luxembourgeoise, Gottschol – Alcuilux (GA). Cette entreprise est spécialisée dans la fabrication de produits en aluminium désoxydant, dans la mise en forme de pièces de haute précision en tôlerie fine et dans l'usinage de pièces de précision de formes complexes pour tous les secteurs industriels. L'entreprise GA est le plus important producteur mondial dans le secteur des lamelles pour l'industrie pneumatique, les lamelles étant fabriquées en petite ou moyenne série par emboutissage. Ces lamelles permettent de réaliser les empreintes des pneus de véhicules (voir *Figure 1.1*), il s'agit de pièces en acier inoxydable de petites dimensions qui se caractérisent par une forme géométrique très complexe et une grande précision dimensionnelle (IT ±0.05mm). La mise en forme des différents types de pièces se fait en une ou plusieurs passes à l'aide d'une presse contrôlée manuellement (Effort maximal, $F_{max}$ = *6 à 8 T*onnes) par un opérateur et avec des outils pesant environ 200g. C'est un emboutissage assez particulier qui se caractérise par l'absence du serre-flan, sur lequel est habituellement appliqué une force destinée au maintien de la tôle lors du déplacement du poinçon.

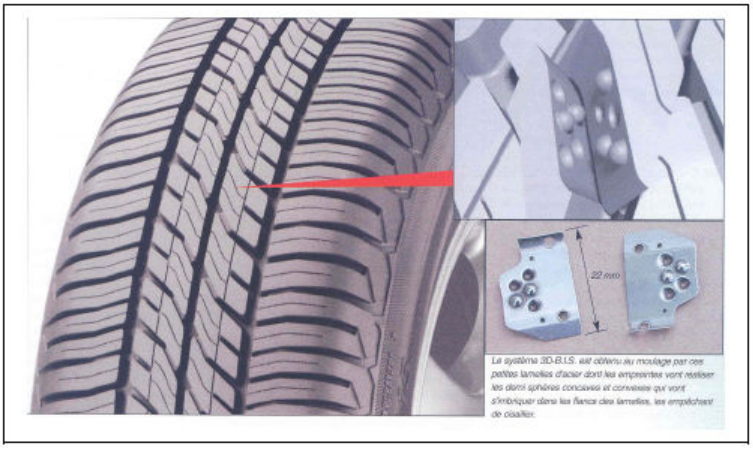


***Figure 1.1*** *– Empreintes d'un pneu de véhicule.*

Lors de l'emboutissage des pièces de précision en tôlerie fine, une étape préliminaire de réglage de l'outillage de presse est nécessaire. Généralement le formage des pièces est réalisé sur une ou plusieurs presses. Durant l'opération de mise en forme, le bord de la pièce reste complètement libre et les problèmes rencontrés habituellement tels que le plissement ou la striction de la tôle qui dépendent de l'amplitude de la force de serrage ne se posent pas.

Les constructeurs de pneus améliorent constamment la performance des pneumatiques (adhérence au sol, roulement, durée de vie, etc.) en choisissant la forme des empreintes qui permet d'assurer un comportement thermo-mécanique optimal du caoutchouc dans les diverses conditions climatiques (sol sec ou mouillé, neige, verglas). Les empreintes sont réalisées dans le pneu par les lamelles lors de la vulcanisation du caoutchouc dans le moule de fabrication des pneus. Les lamelles sont conçues pour être insérées manuellement dans le moule (voir Figure 1.2). Leur réalisation requiert d'une part des moyens de haute précision (découpe laser, électroérosion et micro-fraisage) et d'autre part des opérateurs très qualifiés et dont l'expérience et le savoir-faire représentent une valeur inestimable. De plus, étant donné les spécificités techniques et technologiques du procédé de fabrication de ces pièces, il est important de maîtriser l'ensemble des facteurs d'influence qui entrent en jeu lors de la réalisation de ces pièces : matière première, machines, main d'œuvre, méthode et moyens de mesure. Ceci est possible par le contrôle continu de la « capabilité » et de la reproductibilité du procédé de fabrication à tous les niveaux.

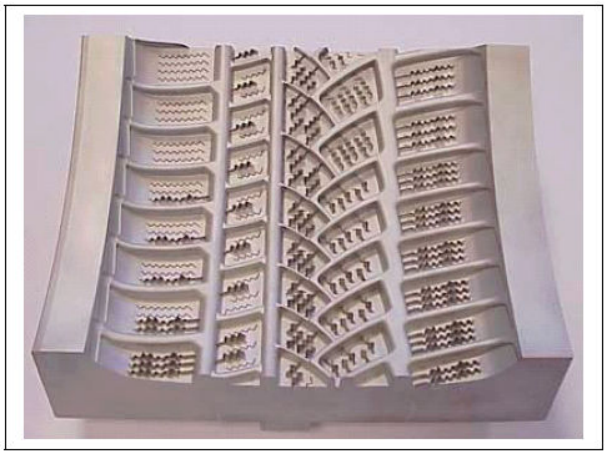


***Figure 1.2*** *– Emplacement des lamelles dans le moule.*

## *1.2 Problématique et objectifs de la thèse*

Le procédé de mise en forme des pièces de précision en tôlerie fine fait intervenir de nombreux paramètres liés à la dextérité de l'opérateur dont le savoir-faire est primordial, aux propriétés du matériau, à la géométrie et l'état de surface des outils, aux efforts appliqués,

aux conditions de formage, etc. Bien qu'il soit tout à fait possible de contrôler la variabilité de tous ces paramètres avec des moyens et des méthodes de travail rigoureuses mis en œuvre par l'entreprise GA, il existe néanmoins des difficultés majeures liées à la conception du flan plat et des outils de mise en forme permettant de réaliser la forme 3D demandée par le client. Une méthode expérimentale onéreuse basée sur le principe de détermination par essais – erreurs de la forme adéquate du flan et des outils (compensation du retour élastique) est actuellement utilisée par l'entreprise. Cette méthode permet de réaliser avec grande précision la forme 3D finale recherchée de la pièce et des outils mais elle nécessite souvent le recours à plusieurs essais, engendrant ainsi, une perte d'énergie, de matière première et du temps de travail. Les pièces fabriquées se divisent principalement en trois catégories, selon les difficultés rencontrées pendant leur phase de conception et réalisation. Il existe :

- des pièces de forme complexe présentant un faible retour élastique et un taux de déformation élevé. Ces dernières sont réalisées en une ou plusieurs passes d'emboutissage afin d'éviter le risque de rupture. Le problème qui se pose lors de la fabrication de ce type de pièce concerne principalement la recherche du contour initial du flan qui permet d'aboutir à la forme 3D désirée (Figure 1.3 (a)),

- des pièces de forme complexe qui se caractérisent par un retour élastique assez important qui peut conduire à écart géométrique entre la forme désirée et la forme réelle obtenue après fabrication. L'emboutissage de ces pièces se fait généralement en plusieurs passes (Figure 1.3 (b)) pour réduire l'amincissement qui peut être localisé. Pendant la phase de conception du flan, le dessinateur est confronté au problème du retour élastique qui s'ajoute à la complexité géométrique des pièces.



*(a) – pièce emboutie en deux passes.*



*(b) – pièce emboutie en cinq passes.*



*(c) - pièce à grande courbure emboutie en une passe.*

***Figure 1.3** – Géométrie des pièces de précision en tôlerie fine.*

- des pièces de forme relativement simple, généralement courbées, sollicitées à un faible gradient de déformation et qui font l'objet d'un retour élastique très prononcé (Figure 1.3 (c)).

Dans ce contexte, il apparaît aujourd'hui possible de rechercher, par différentes procédures de simulations numériques la forme optimale du flan et des outils permettant de fabriquer des pièces en respectant un critère de qualité prédéfini. Ces simulations s'avèrent très utiles et économiques dans la mesure où elle offrent la possibilité de vérifier la faisabilité des formes envisagées dès la phase d'avant-projet et de modifier les différents paramètres (géométrie, dimensions, frottement, matériau, etc.) afin de trouver une procédure optimale de fabrication. Au cours de cette phase, l'optimisation par simulation numérique est d'un grand intérêt puisqu'elle permet de mettre au point virtuellement la géométrie du flan et des outils. La simulation numérique donne également accès aux grandeurs suivantes : distribution de contraintes, de déformations, d'épaisseurs, géométrie finale des pièces qui permettent d'évaluer la pertinence des résultats.

L'objectif de la thèse consiste à mettre en place une démarche numérique de détermination des modalités de fabrication de la pièce, la solution proposée devrait permettre d'obtenir automatiquement la forme recherchée du flan (optimisation du contour) et des outils d'emboutissage (compensation du retour élastique) permettant la réalisation de la pièce 3D demandée. Il s'agit d'une démarche numérique basée sur deux Approches : estimation de la forme initiale du flan par une approche simplifiée dite « Approche Inverse » [1], puis simulation numérique de l'opération de mise en forme par Approche Incrémentale qui sera couplée par la suite avec un algorithme de détermination de forme de flan et d'outils (simplement appelé optimisation heuristique dans la suite du mémoire). La démarche numérique s'articule principalement autour de trois logiciels de simulation par éléments finis d'emboutissage : Stampack© [2] ; Abaqus© [3] et Fast-Stamp© [4].

La méthode d'optimisation retenue présente l'avantage de ne pas requérir la définition de variables de conception ou de fonctions objectif qui nécessitent un grand nombre de simulations. Ceci est très important compte tenu de la diversité géométrique, la grande précision et la complexité des pièces fabriquées quotidiennement par GA. Le processus d'optimisation développé à l'aide du langage de programmation Python© [5] est illustré sur la figure 1.4.

La démarche est développée dans le cadre d'un environnement et d'une finalité industriels, elle doit ainsi être simple d'utilisation, fiable et robuste. L'utilisateur doit avoir à sa disposition un outil lui permettant d'être plus efficace dans sa démarche de conception et de

mise au point afin de réduire les coûts et les délais et par conséquent d'accroître la productivité.

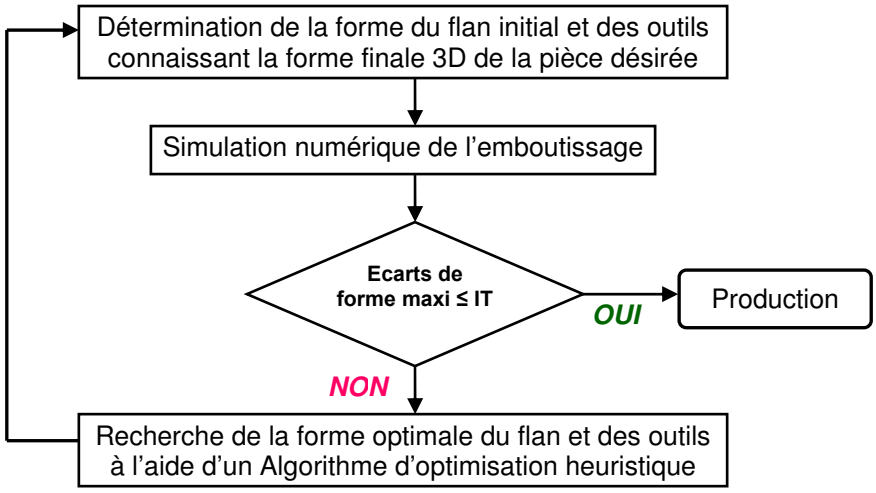



***Figure 1.4*** *– Organigramme d'optimisation.*

## *1.3 Plan de la thèse*

Ce rapport de thèse comporte six chapitres organisés de la manière suivante :

Après ce ***premier chapitre*** d'introduction dédié à l'enjeu industriel, la problématique et les objectifs de la thèse, le ***deuxième chapitre*** présente le procédé de fabrication et de mise en forme des pièces de précision en tôlerie fine (géométrie des pièces, principe, caractéristiques, etc.). Les aspects technologiques, tribologiques et mécaniques relatifs aux techniques de fabrications utilisées par l'entreprise GA seront évoqués.

Le ***troisième chapitre*** concerne la mise en œuvre de l'emboutissage à l'aide d'une approche numérique en utilisant un code de calcul commercial (Abaqus©). Les résultats obtenus sont illustrés à travers des applications industrielles tout en justifiant le choix des différents paramètres physiques et numériques utilisés dans les simulations.

Le ***chapitre quatre*** porte sur l'estimation par Approche Inverse de la forme initiale du flan des pièces de précision en tôlerie fine.

Le ***chapitre cinq*** commence par une introduction bibliographique sur les méthodes d'optimisation de forme utilisées dans le domaine de la mise en forme. Ensuite est décrite la méthodologie adoptée pour déterminer la forme optimale du contour du flan des pièces de précision en tôlerie fine (principe, avantage, robustesse) caractérisé par un faible retour élastique. La seconde partie de ce chapitre porte sur quelques applications industrielles en utilisant la méthode d'optimisation de forme du contour.

Le ***dernier chapitre*** est consacré à la modélisation numérique en 2D du formage et du retour élastique de pièces dites de grande courbure. Après une étude bibliographique préliminaire sur la simulation et les méthodes de compensation du retour élastique, les résultats concernant l'étude de sensibilité du retour élastique aux paramètres numériques (algorithme de résolution, vitesse, taille des éléments, etc.) sont analysés. A la fin de ce chapitre la méthode de compensation du retour élastique appliquée sur une pièce à grande courbure est présentée.

## *1.4 Références*


1. Y.Q. Guo, J.L. Batoz, J.M. Detraux, P. Duroux, "Finite element procedures for strain estimations of sheet metal forming parts", Int. J. Numer. Meth. Eng. 30, pp. 1385 – 1401, 1990.

2. STAMPACK Incremental & One Step, , *Quantech ATZ,* 2006, www.quantech.es.

3. ABAQUS User's Manual, Version 6.6 Documentation, *Hibbit, Karlsson & Sorensen, Inc.,* 2006, www.abaqus.com.

4. J.L. Batoz, H. Naceur, Y.Q. Guo, "Formability predictions in stamping and process parameter optimization based on the inverse approach code Fast_Stamp", Numisheet2005, Vol. A, pp. 831-836, Editors : L.M. Smith, F. pourboghat, J.W. Yoon, T.B. Stoughton, August 2005.

5. PYTHON, Version 2.4.4, www.python.org

# Chapitre 2

# Procédé de fabrication

Dans ce chapitre les différents aspects techniques et technologiques du procédé de fabrication des pièces de précision en tôlerie fine sont présentés.

## 2.1 Introduction

La mise en forme des pièces de précision en tôlerie fine fait intervenir plusieurs paramètres d'ordre technique et technologique qui nécessitent une maîtrise parfaite du procédé aux différents stades de fabrication. La spécificité dimensionnelle des pièces fabriquées par GA implique l'utilisation de moyens de fabrication de haute précision et un personnel qualifié. Le procédé de fabrication se divise en trois phases principalement : conception, usinage et mise au point. Il dépend de plusieurs facteurs tels que les propriétés intrinsèques du matériau, l'expérience de l'opérateur ou l'état des machines et des presses.

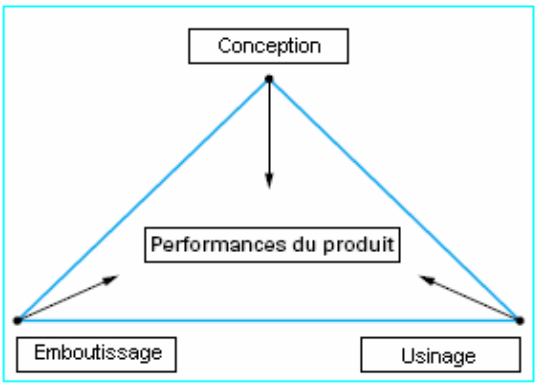



***Figure 2.1 –*** *Paramètres à prendre en compte pour optimiser les performances du produit.*

Les différents modèles de pièces sont fabriqués en petite et moyenne série, le nombre pouvant varier d'une dizaine à plusieurs milliers. Durant la phase de conception, le concepteur utilise une méthode empirique par essai – erreur pour déterminer la géométrie des pièces et des outils, c'est pourquoi l'enchaînement « conception», «usinage», « emboutissage» conduisant à la réalisation du produit final ne doit pas être appréhendé comme un processus linéaire mais comme un processus interactif entre les trois différentes composantes. C'est ce que schématise le diagramme de la figure 2.1.

## 2.2 Organisation de l'entreprise

Le département mécanique de l'entreprise GA propose plusieurs services : l'usinage de pièces pour toutes industries (Figure 2.1), la réalisation, la réparation et la rénovation de machines, la fabrication d'articles en tôlerie fine de précision, etc. Le département mécanique est constitué d'une unité de production de pièces de précision en tôlerie fine qui comporte quatre sections :

- Le service CAO dont le rôle est l'étude de faisabilité des pièces, la recherche de la forme du flan et des outils, la création des programmes d'usinage et de découpage,
- L'atelier d'usinage et de découpage,
- L'atelier dans lequel se font les opérations de traitement thermique, d'ébavurage, de polissage et d'emboutissage des lamelles,
- Le laboratoire de métrologie et de contrôle qualité.

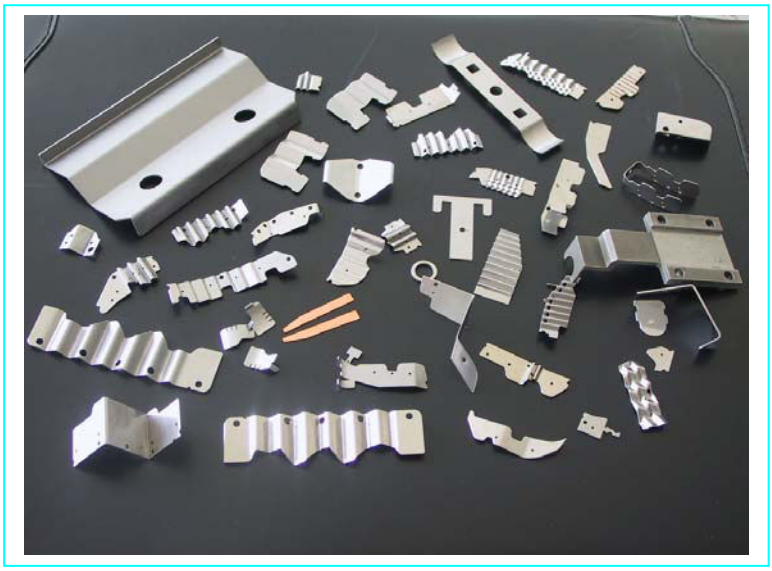


***Figure 2.2 –*** *Exemple de pièces fabriquées au sein de l'entreprise.*

## 2.3 Gamme de fabrication

Après la phase de conception du flan et des outils, le dessinateur transfère les données vers les machines d'usinage. Il existe deux techniques d'usinage des outils qui sont choisies en fonction des formes géométriques à réaliser, on trouve le micro-fraisage et l'usinage par électroérosion. Le flan est découpé par laser ou éventuellement par estampage, la découpe par laser offrant plus de flexibilité et de précision au niveau de la réalisation des formes géométriques que la découpe à la presse. Ensuite, des opérations de polissage et d'ébavurage sont effectuées au tonneau pour améliorer l'état de surface et enlever les bavures induites par la découpe laser. Ensuite, l'opérateur réalise éventuellement un

perçage du flan avec une perceuse pneumatique avant de commencer l'emboutissage manuel des pièces. Enfin, une opération de trempe des lamelles dans une huile spéciale est réalisée en cas de besoin (seules les lamelles en matériau AIS410 subissent un traitement thermique). Le tableau 2.1 donne une idée des différentes opérations nécessaires pour fabriquer les pièces de précision en tôlerie fine ainsi que les paramètres correspondants qui entrent en jeu pendant chaque opération.

| N° | Opérations | Technique et moyens utilisés | Paramètres du procédé |
|---|---|---|---|
| **1** | Usinage des outils | Electroérosion (découpage par fil) | - Diamètre et nature du fil<br>- Intensité du courant<br>- Vitesse de coupe<br>- Matériau à découper |
| | | Micro – fraisage | - Diamètre de la fraise<br>- Vitesse d'avance de la table<br>- Lubrification<br>- Matériau à découper<br>- Matériau de l'outil |
| **2** | Découpage du flan | Découpage à la presse | - Pression de découpe<br>- Vitesse de coupe<br>- Lubrifiant<br>- Jeu de découpe |
| | | Découpage Laser | - Puissance du laser<br>- Vitesse de coupe<br>- Epaisseur du flan |
| **3** | Polissage & Ebavurage | - Machine de tribofinition<br>- Pierres en céramiques | - Epaisseur du flan<br>- Matériau de la lamelle<br>- Etat de surface initial |
| **4** | Perçage ou Poinçonnage | Perceuse pneumatique | - Epaisseur et matériau du flan |
| **5** | Emboutissage | - Presse manuelle<br>- Poinçons<br>- Matrices | - Force d'emboutissage<br>- Etat de surface des outils<br>- Profondeur d'emboutissage<br>- Forme des lamelles<br>- Jeu entre les outils<br>- Nombre de passes<br>- Matériau de la lamelle |
| **6** | Traitement thermique | Four | - Matériau de la lamelle<br>- Epaisseur de la lamelle<br>- Etat métallurgique initial |

***Tableau 2.1 –*** *Gamme de fabrication.*

Dans ce qui suit, sont présentés dans l'ordre le principe et les caractéristiques des opérations de fabrication citées dans le tableau 2.1.

### 2.3.1 Usinage des outils

#### 2.3.1.1 Usinage par Electroérosion

L'usinage par électroérosion est un procédé enlevant la matière par fusion, vaporisation et érosion, réservé aux matériaux conducteurs et semi-conducteurs. Il est insensible aux caractéristiques mécaniques des matériaux à usiner. Par contre, son efficacité dépend de la diffusivité thermique du matériau. La grande qualité de l'usinage par électroérosion est la précision qu'il permet d'obtenir, son intérêt principal est souvent l'absence d'effort de coupe. Par rapport au micro-fraisage, les avantages sont la précision et la qualité de surface.

Parmi les techniques d'usinages utilisées chez GA, on trouve le découpage par fil qui consiste à utiliser un fil tendu et à le déplacer à l'aide de mouvements gérés par une commande numérique 2 axes ou 4 axes (Figure 2.3). La matière est enlevée progressivement, et le fil reproduit petit à petit la forme programmée, avec une saignée un peu plus grande que son diamètre. Cette technique ne nécessite pas la fabrication préalable d'une ou plusieurs électrodes, elle est de ce fait naturellement flexible. Son intérêt principal est de permettre de réaliser des découpes fines, grâce au petit diamètre du fil (0,02 à 0,3 mm ; le plus souvent 0,2 ou 0,25 mm). La technique est utilisée pour l'usinage de formes complexes, à condition qu'elles soient formées de surfaces réglées (génératrice rectiligne). Le fil doit être tendu pour éviter des débattements trop importants (le fil est, en fait, une corde vibrante soumise à des sollicitations électriques à haute fréquence).

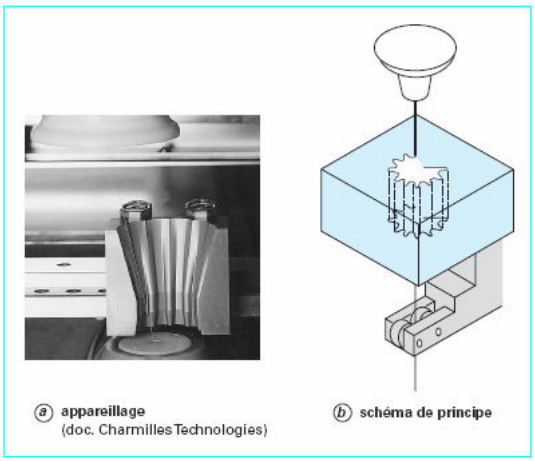



***Figure 2.3 –*** *Principe de la découpe par fil [1].*

L'état de surface des outils usinés dépend de la puissance utilisée. En ébauche rapide pleine matière, on peut obtenir un critère de rugosité Ra atteignant 4 à 5 µm. La qualité géométrique dépend aussi de la tenue du fil et, donc, de l'épaisseur de la découpe : plus celle-ci augmente, plus le fil est sujet à des déflexions, ce qui augmente le risque de défauts. La géométrie est améliorée par des passes de finition (surfaçage) après la découpe pleine

matière. À ce jour, il est courant d'obtenir une précision dimensionnelle et de forme en-dessous de 10 µm, et ce jusqu'à une épaisseur de 100 mm au moins, et il est possible d'obtenir une précision de quelques micromètres, dans un environnement adapté.

Il faut mentionner un problème important. Le fil, soumis à des champs électriques, subit des attirances ou des répulsions de la part de la pièce : par conséquent, il est dévié et ne peut rester rectiligne. Lors de l'avance en ligne droite, les déviations sont dans le plan de symétrie, et la géométrie coupée est plane. Lors d'un changement de direction, les forces d'attraction ou de répulsion ne sont plus dans le plan de symétrie, et la déviation du fil est traduite par des défauts sur la pièce : par exemple, dans les courbes, la « traînée » du fil a tendance à raccourcir le trajet. Une excellente précision ne peut être obtenue que si ce problème est correctement traité, par une diminution de la vitesse. La vitesse de découpe dépend du matériau à usiner, de l'épaisseur de la pièce, du diamètre et de la nature du fil, des conditions d'arrosage et de la machine.

#### *2.3.1.2 Usinage par micro-fraisage*

Le micro-fraisage est, dans son principe, un procédé de fabrication mécanique par coupe (enlèvement de matière) faisant intervenir, en coordination, le mouvement de rotation d'un outil à plusieurs arêtes (mouvement de coupe) et l'avance rectiligne d'une pièce (dit mouvement d'avance). Aujourd'hui, toutefois un déplacement de l'outil par rapport à la pièce peut s'effectuer pratiquement dans n'importe quelle direction. Les avantages du fraisage sont un rendement élevé, un bon fini de surface et une haute précision, ainsi qu'une grande souplesse au niveau de la génération de différentes formes.

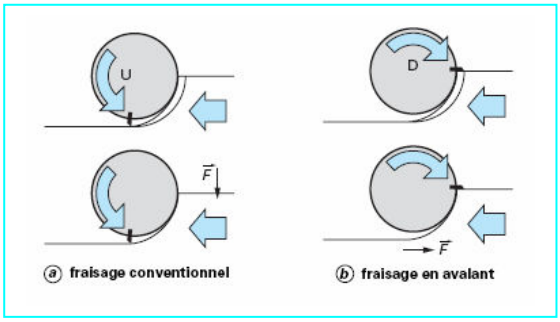



***Figure 2.4 –*** *Fraisage conventionnel et fraisage en avalant [2].*

L'outil de fraisage, la fraise, comporte plusieurs arêtes de coupe dont chacune enlève une certaine quantité de métal sous forme de copeaux. La fraise effectue un mouvement de rotation tandis que la pièce avance dans sa direction. Il existe deux manières de procéder, selon le sens de rotation de l'outil par rapport à la pièce. Cette différence joue un rôle fondamental et affecte le processus de fraisage sous divers aspects. La pièce peut avancer,

selon le cas, dans le sens de la rotation ou dans le sens opposé, ce qui a son importance en début et en fin de coupe.

En fraisage conventionnel (Figure 2.4 (a)), la direction d'avance de la pièce est à l'opposé du sens de rotation de la fraise dans la zone de coupe. L'épaisseur des copeaux, nulle au départ, augmente jusqu'à la fin de la passe. Dans le cas de fraisage en avalant (Figure 2.4 (b)), la direction d'avance est la même que le sens de rotation de la fraise. L'épaisseur de copeau va donc diminuer jusqu'à être égale à zéro en fin de passe.

Indépendamment du type de fraise choisie, l'opération de fraisage fait fondamentalement intervenir une des trois méthodes suivantes ou une combinaison de celles-ci :

- Le surfaçage (Figure 2.5 (a)) est une opération de coupe combinée avec plusieurs arêtes, essentiellement celles situées à la périphérie et, dans une certaine mesure, seulement dans la partie centrale de l'outil. La fraise au contact de la pièce tourne perpendiculairement à la direction de l'avance radiale.

- Le fraisage 3 tailles (Figure 2.5 (b)) utilise les arêtes de coupe situées à la périphérie de l'outil. La fraise tourne ici autour d'un axe parallèle à l'avance tangentielle.

- Certaines fraises peuvent également travailler en avance axiale. Il s'agit alors d'une opération de perçage exécutée par les arêtes de coupe centrales de l'outil (Figure 2.5 (c)).

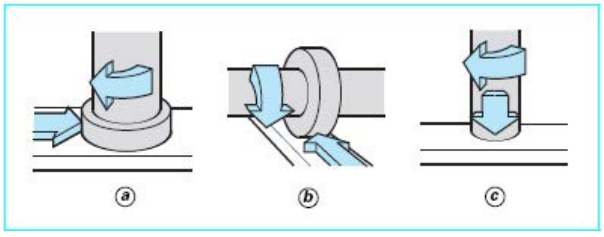



***Figure 2.5 –*** *Méthodes de fraisage [2].*

La géométrie de la surface des outils usinés peut être calculée théoriquement pour les opérations de micro-fraisage. Ce calcul donne une valeur approximative de ce qu'il est possible d'obtenir dans des conditions idéales, le résultat pratique étant bien entendu affecté par un certain nombre de paramètres intervenant dans le processus (usure de l'outil, état de machine, fixation, etc.…..). De plus, la stabilité dynamique et statique du système dans son ensemble revêt une importance décisive pour la qualité de surface obtenue.

### 2.3.2 Découpage du flan

#### 2.3.2.1 Découpage à la presse

En général, le terme découpage désigne les opérations effectuées mécaniquement tels que cisaillage, poinçonnage, sciage, etc. Le découpage des flans à la presse exige des machines puissantes. Pour faciliter la découpe, le poinçon ou la matrice peuvent présenter une pente depuis le bord jusqu'au centre dont la flèche est sensiblement égale à l'épaisseur du produit (Figure 2.6). En ce qui concerne le jeu entre le poinçon et la matrice, il sera compris entre 5 et 10 % de l'épaisseur du produit.

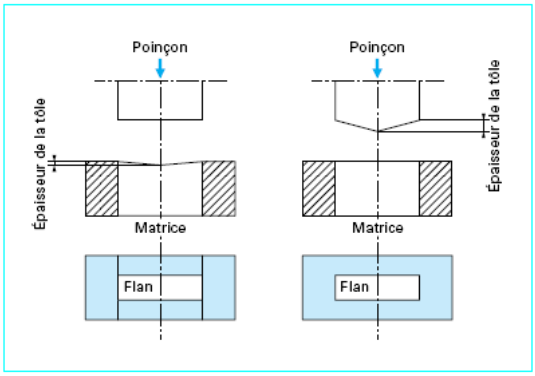



***Figure 2.6 –*** *Découpage de flan rectangulaire à la presse [3].*

Le découpage à la presse produit sur l'une des faces du flan, un bord arrondi sur tout le pourtour de la découpe, l'autre face reste à angle vif, mais en général avec une légère bavure. Le rayon du bord de la pièce est d'autant plus important que :

- les angles saillants sont aigus,
- l'épaisseur de la tôle augmente,
- la matière a une faible dureté.

D'une manière générale, l'arrondi correspond à un rayon dont la valeur est comprise entre 10 et 20 % de l'épaisseur du métal à découper. L'arrondi de découpe est diminué grâce à l'action du contre-poinçon et au blocage de la matière pendant le travail.

La très grande précision obtenue en découpage à la presse est fonction de la qualité et de la conception des outils, de l'épaisseur du matériau à découper et de ses caractéristiques physiques. La précision diminue lorsque la dureté du métal augmente. La découpe à la presse produit des états de surface dont le critère de rugosité Ra varie entre 0,5 et 3 µm, dans des conditions normales. Si l'on utilise des poinçons en carbure de tungstène, cet état de surface est amélioré pour des valeurs de *Ra de* 0,1 à 0,3 µm. L'état de surface varie avec

la nature du métal en fonction de sa composition chimique et du traitement thermique qu'il a subi. L'état de surface des outillages est aussi important. La pièce présente une légère déformation concave de la face située du côté du poinçon. Le choix du lubrifiant a une grande importance, principalement pour assurer une meilleure production et augmenter la durée de vie des outillages.

### 2.3.2.2 Découpage Laser

Le découpage laser (Light Amplification by Stimulated Emission of Radiation) met en oeuvre une énergie de rayonnement par émission photonique, sous forme d'un faisceau concentré de lumière cohérente et monochromatique, c'est-à-dire d'une seule longueur d'onde. Le laser $CO_2$, couramment utilisé en découpe, a une longueur d'onde de 10,6 mm. L'absorption de cette énergie par la pièce à l'impact du faisceau, focalisé par lentille ou miroir (en général la dimension de la tache focale est inférieure à 0,2 $mm^2$ et la densité de puissance en ce point est de 1000 à 6000 $kW/cm^2$) provoque une fusion / vaporisation du matériau, les fumées et éléments liquéfiés étant expulsés de la saignée par l'effet cinétique d'un jet de gaz de vitesse élevée, injecté dans l'axe du faisceau au travers d'une buse de faible diamètre (0,7 à 2 mm). La tête de découpe, communément appelée tête de focalisation, est alimentée par une source laser ainsi que par une source de gaz d'assistance. La figure 2.7 présente le schéma de principe d'une installation de coupage laser $CO_2$.

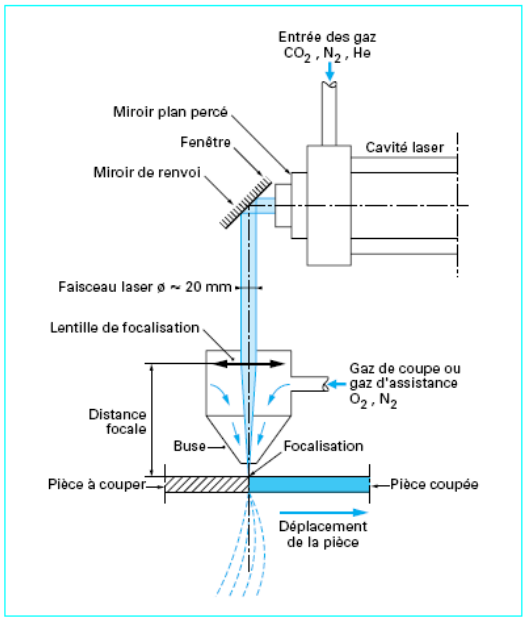



***Figure 2.7 –*** *Principe du laser CO2 utilisé en coupe [3].*

Le découpage laser consiste à focaliser sur une surface aussi petite que possible le rayonnement reçu à partir d'un faisceau faiblement divergent émis par la source laser. La

focalisation va permettre non pas de concentrer le faisceau en un point, mais d'obtenir une tache focale dont le diamètre d est donné par la relation :

$$d = \lambda.f/D \quad (2.1)$$

Avec :

$\lambda$ : la longueur d'onde ($\lambda$ = 10,6 mm pour un laser $CO_2$),

f : la distance focale,

D : le diamètre du faisceau (parallèle), avant focalisation. D est de l'ordre de 20 mm pour un laser $CO_2$.

Le découpage laser se fait en suivant le contour à découper sur une bande de tôle. La trajectoire suivie par le rayon laser est déterminée après optimisation de la matière de la bande de tôle, l'objectif est de minimiser les pertes de matière.

L'énergie thermique résultant de l'absorption du faisceau laser par le matériau à couper, juste au point d'impact, est distribuée sur une surface extrêmement petite (environ 0,1 $mm^2$), il en résulte que le volume de métal fondu par unité de temps est très faible (la saignée de coupe mesure environ 0,3 à 0,4 mm de large) et donc l'échange thermique par conduction (métal fondu vers métal froid) dans une direction transversale à la saignée est extrêmement limitée. Les déformations sont généralement négligeables avec ce procédé et ne posent pas de problème au niveau opératoire. Contrairement à la découpe par presse, les déformations peuvent être considérées comme non mesurables et les écarts de cotes sur la pièce ne dépendent plus du procédé mais uniquement de la précision de déplacement de la machine. Le découpage par laser produit des surfaces de coupe ayant des chants très finement striés et bien parallèles, par contre des traces de brûlures peuvent apparaître au niveau du contour du flan lors la découpe.

### *2.3.3 Polissage & ébavurage*

Le polissage mécanique est utilisé soit comme « prétraitement », pour éliminer les imperfections géométriques de la surface (bavures), soit en finition pour lui conférer un aspect ou un « brillant » particulier. Il est réalisé au tonneau en utilisant des pierres en céramique. Les pièces sont introduites dans des tribomachines pendant un certain temps (de l'ordre de 20mn) qui dépend de leur épaisseur et de leur état de surface initial.

L'état de surface des pièces revêt une grande importance dans la mesure où il conditionne leur résistance à la corrosion. Lorsque la surface de la pièce est fortement endommagée (incrustations de particules ferreuses, rayures profondes…) sa résistance à la corrosion est généralement altérée. Il faut donc s'assurer, avant toute mise en fabrication

que la surface du matériau n'est pas perturbée. Les opérations de polissage et d'ébavurage permettent d'éliminer les traces d'usinage et améliorer la rugosité.

### 2.3.4 Perçage / poinçonnage

Le perçage ou le poinçonnage (Figure 2.8) sont couramment utilisés pour faire des trous dont le diamètre minimal doit être égal à deux fois l'épaisseur de la tôle et la distance minimale entre deux trous successifs égale à la moitié du diamètre du trou [3]. Les efforts appliqués pour le poinçonnage des aciers inoxydables sont significativement plus élevés que ceux utilisés pour l'acier doux. Ils sont approximativement dans le rapport de leur résistance à la rupture respective. Le jeu J entre la matrice de diamètre D et le poinçon de diamètre d peut s'exprimer par la relation : J = D – d.

Pour les travaux courants, le jeu sera donné par la relation : J = 0,12xh (h est l'épaisseur de la tôle et pour les travaux dits de précision, la relation : J = 0,07xh sera adoptée.

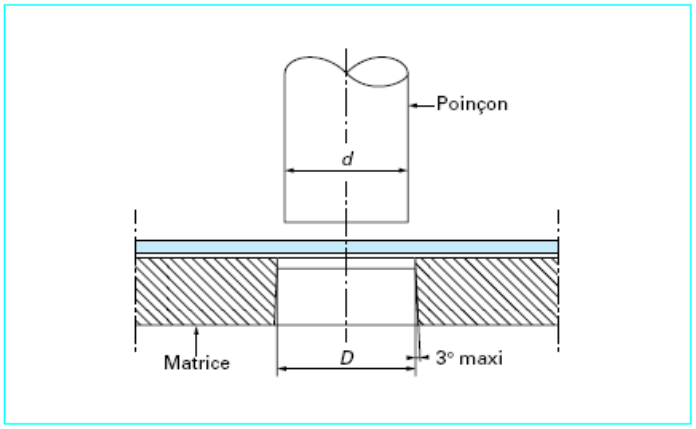



***Figure 2.8 –*** *Principe du poinçonnage [3].*

Les trous poinçonnés présentent toujours une conicité qui est d'autant plus marquée que l'épaisseur de la tôle est importante. L'angle de dépouille des matrices est au maximum de 3°.

### 2.3.5 Emboutissage

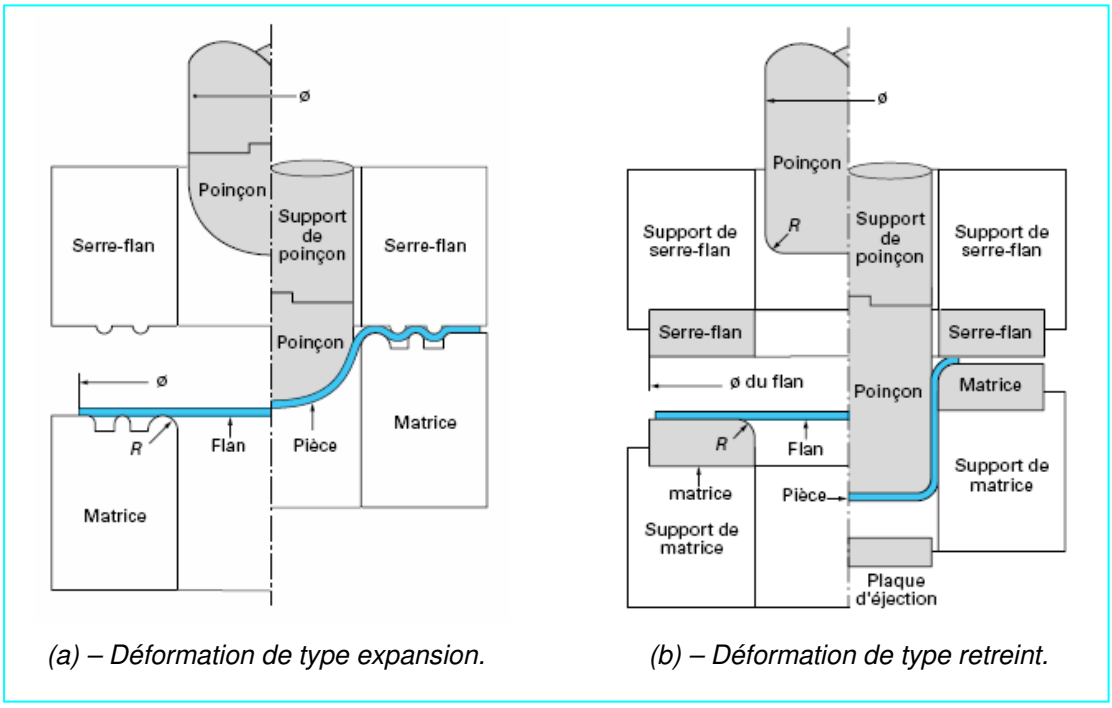
#### 2.3.5.1 Modes de déformation en emboutissage

L'emboutissage est un procédé de formage par déformation plastique à chaud ou à froid des métaux. Il transforme une feuille de métal appelée flan en une surface généralement non développable. Le cas particulier, plus simple, du pliage délivre des pièces développables. L'opération d'emboutissage est effectuée sur une presse au moyen d'un outillage dont la configuration la plus simple, appelée outil à simple effet comprend deux pièces principales :

la matrice et le poinçon. L'une est bridée sur la table fixe, l'autre sur le coulisseau animé d'un mouvement rectiligne alternatif. L'outillage double effet comprend en plus un serre-flan qui assure le contrôle de l'écoulement du métal pour prévenir la formation de plis sur la pièce finie. L'emboutissage impose à la tôle divers modes de déformation, les deux modes principaux étant :

- Le mode en expansion (Figure 2.9 (a)) suivant lequel le flan est bloqué entre le serre-flan et la matrice,
- Le mode en rétreint (Figure 2.9 (b)) suivant lequel le métal est amené à glisser entre la matrice et le serre-flan de manière à réaliser la partie droite ou jupe de l'embouti.

L'emboutissage consiste en fait à réaliser le meilleur compromis possible entre les déformations des deux types en jouant sur les divers paramètres qui contrôlent l'écoulement du métal dans l'outil (tels que le nombre de passes d'emboutissage, la géométrie des outils ou l'état de surface). Entre ces deux modes, il existe des cas intermédiaires où le frottement freine le glissement sur tout ou partie de la surface de l'embouti.




*(a) – Déformation de type expansion.* *(b) – Déformation de type retreint.*

***Figure 2.9 –*** *Les deux modes principaux de déformation en emboutissage [3].*

L'état des déformations d'un élément de l'embouti est correctement décrit à partir des déformations dans trois directions principales :

$$\varepsilon_1 = \mathrm{Ln}\left(\frac{L}{L_0}\right),\ \varepsilon_2 = \mathrm{Ln}\left(\frac{b}{b_0}\right) \text{ et } \varepsilon_3 = \mathrm{Ln}\left(\frac{h}{h_0}\right) \qquad (2.2)$$

Où

- $L_0$ : la longueur initiale et $L$ : la longueur finale de l'élément.
- $b_0$ : la largeur initiale et $b$ : la largeur finale de l'élément.
- $h_0$ : l'épaisseur initiale et $h$ : Epaisseur finale de l'élément.

La conservation du volume pendant la déformation plastique permet d'écrire :

$$\varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \varepsilon_3 = 0 \tag{2.3}$$

La représentation la plus fidèle des déformations sur un embouti pendant et après formage est donnée par les déformations rationnelles qui peuvent être représentées dans un diagramme dont les axes orthogonaux sont les déformations principales $\varepsilon_1$, $\varepsilon_2$ (Figure 2.10).

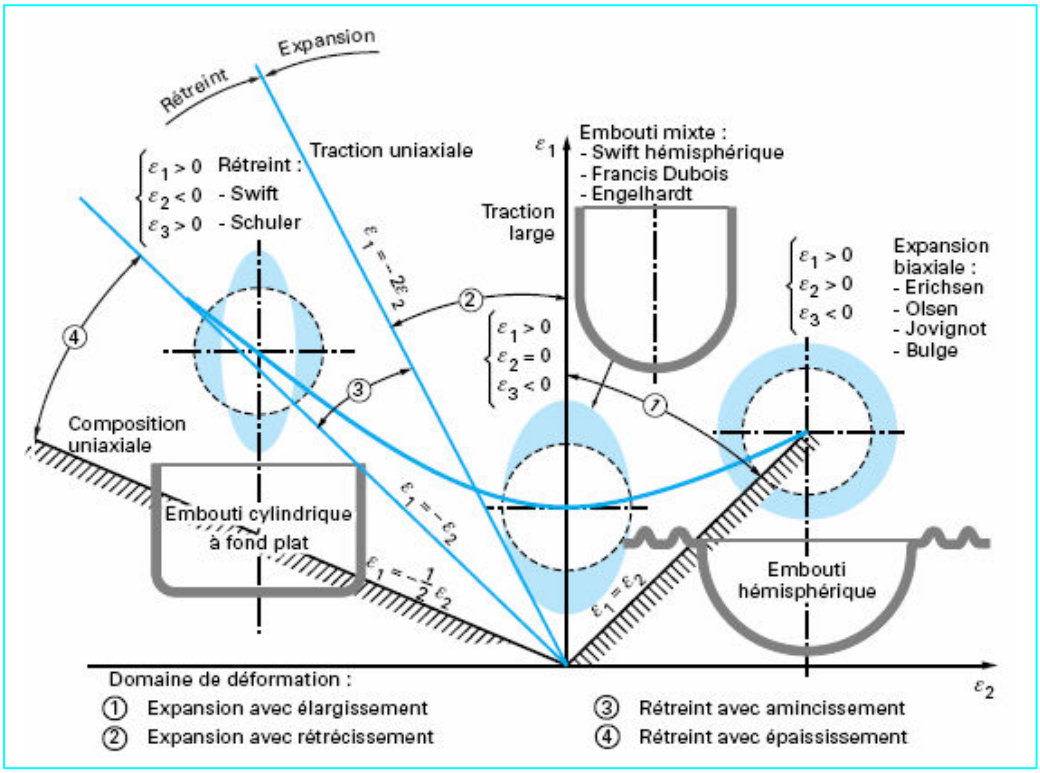



***Figure 2.10 –*** *Les différents chemins de déformation [3].*

Le domaine de l'expansion est défini par la surface comprise entre les demi-droites :

$$\varepsilon_1 = \varepsilon_2 \text{ et } \varepsilon_1 = -\varepsilon_2 \tag{2.4}$$

Le domaine du rétreint est défini par les demi-droites :

$$\varepsilon_1 = -2\varepsilon_2 \text{ et } \varepsilon_1 = -\frac{\varepsilon_2}{2} \tag{2.5}$$

Dans le mode de déformation en rétreint, on notera, en particulier, l'augmentation de l'épaisseur au sommet de la jupe de l'embouti ($\varepsilon_3 > 0$), alors que dans le mode en expansion il y a amincissement de l'épaisseur du flan sous le nez du poinçon ($\varepsilon_3 < 0$).

### 2.3.5.2 Emboutissage des pièces de précision en tôlerie fine

L'emboutissage des pièces de précision en tôlerie fine est réalisé sans serre-flan (Figure 2.11) et généralement en plusieurs passes (parfois jusqu'à 10 passes). Il s'agit d'un procédé de formage non conventionnel qui se fait en deux étapes : la première étape de préparation consiste à trouver la position adéquate du flan par rapport à la matrice en déplaçant une butée longitudinalement à celle-ci (voir paragraphe 2.4.2), puis dans la deuxième étape il suffit de procéder à la mise en forme du flan à l'aide d'une ou plusieurs presses d'emboutissage.

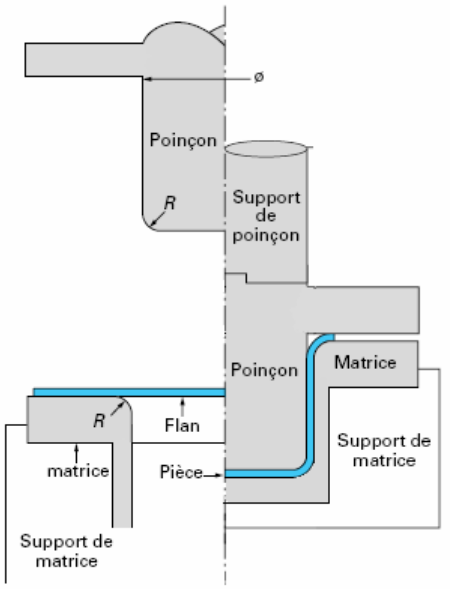



***Figure 2.11 –*** *Principe de l'emboutissage sans serre - flan.*

Les dimensions et la légèreté des pièces de précision en tôlerie fine ne nécessitent pas l'utilisation d'un serre-flan et de joncs de retenue dont le rôle est de contrôler l'avalement de la matière et d'éviter l'apparition des plis lors de l'emboutissage classique des tôles minces (pièces de carrosserie automobile). Durant l'opération de mise en forme, le bord de la pièce reste complètement libre, les problèmes rencontrés habituellement tels que le plissement ou la striction de la tôle qui dépendent de l'amplitude de la force de serrage ne se posent pas. Contrairement au procédé d'emboutissage conventionnel, le contour définitif de la pièce est découpée avant chaque opération de mise en forme, il n'existe pas de surface d'habillage ou annexes à découper après l'emboutissage. Mais il est parfois nécessaire de rajouter une opération complémentaire de traitement thermique et de polissage.

### 2.3.6 Traitements thermiques

Les traitements thermiques confèrent au matériau de la pièce (acier inoxydable AISI410) des propriétés qui conviennent à leur emploi. Pour l'essentiel il s'agit des caractéristiques mécaniques (ductilité, ténacité et dureté) et la résistance à la corrosion. Les traitements thermiques sont spécifiques à chaque famille d'aciers inoxydables.

La trempe de l'AISI410 lui confère une limite d'élasticité, une résistance à la rupture et une dureté très élevées, mais elle engendre des variations dimensionnelles qui sont prise en compte par le dessinateur lors de la phase de conception de la pièce. Ces variations sont liées aux phénomènes suivants :

- Relaxation des contraintes résiduelles présentes avant traitement,
- Dilatation thermique différentielle due aux gradients thermiques lors du traitement,
- Variation de volume lors des changements de phase,
- Fluage des pièces sous leur propre masse.

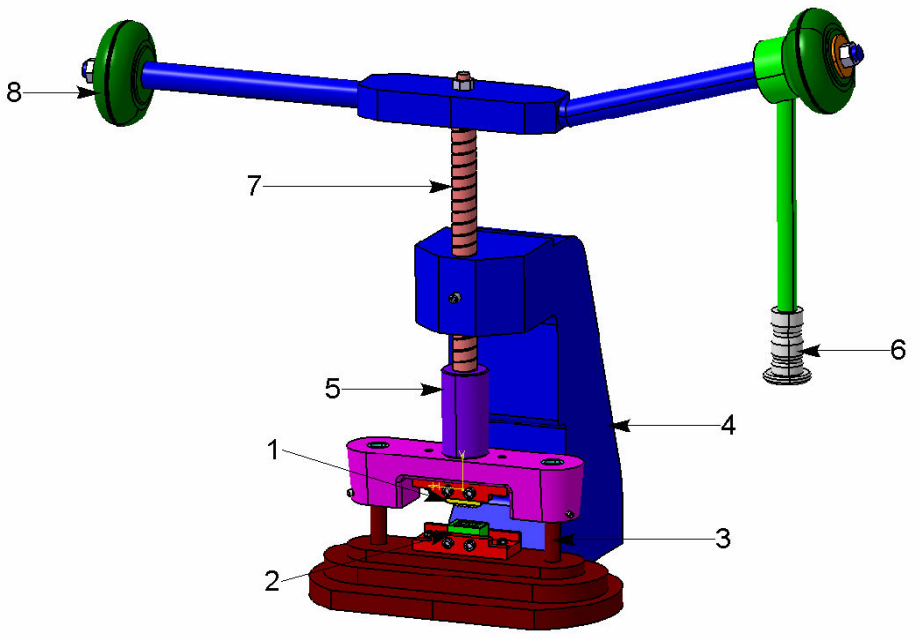
## 2.4 Démarche de mise au point de l'emboutissage

La mise au point consiste à déterminer les conditions de formage pour lesquelles la pièce ne comporte aucun défaut marqué en volume : rupture, amincissement local excessif, et d'une manière générale, non-respect des tolérances dimensionnelles, ni en surface : rayures. Les moyens d'action possibles à mettre en oeuvre, concernent le choix :

- de la géométrie, l'état de surface et la position du flan,
- de la géométrie et l'état de surface de l'outil (compensation du retour élastique),
- de la presse d'emboutissage (effort de formage),
- du nombre de passes d'emboutissage.

### 2.4.1 Cinématique de la presse d'emboutissage

L'emboutissage des pièces de précision en tôlerie fine est réalisé à l'aide d'une presse manuelle (Figure 2.12). Le mouvement de translation du poinçon (1) est généré à l'aide d'une vis sans fin (7) grâce à la liaison glissière (5). Le mouvement de rotation de la vis est contrôlé par l'opérateur en agissant sur une manivelle (6). Deux masses interchangeables (8) permettent d'appliquer l'effort nécessaire à la mise en forme. Le déplacement vertical du poinçon se fait par glissement par rapport aux deux colonnes de guidage (3). Le poinçon et la matrice (2) sont fixés simplement sur les supports par l'opérateur à l'aide de deux écrous.

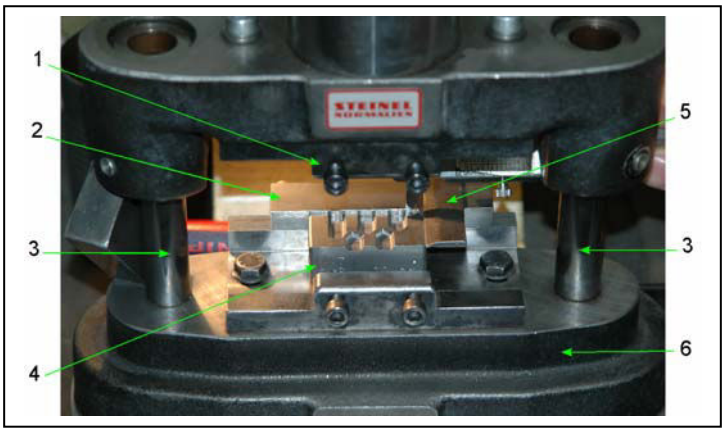



***1 : poinçon - 2 : matrice - 3 : colonne de guidage - 4 : bâti - 5 : glissière - 6 : manivelle - 7 : vis sans fin 8 : masse.***

***Figure 2.12 –*** *Presse d'emboutissage manuelle.*

### *2.4.2 Réglage de l'outillage*

Le flan dont la forme est obtenue par essais – erreurs est positionné par rapport à la matrice (4) grâce à une butée (5) et un guide (2) (Figure 2.13). La butée peut glisser à droite ou à gauche pendant les essais de réglage de la position du flan. A chaque changement d'outils sur la presse, une série d'essais est réalisée afin de positionner correctement le flan par rapport à la matrice. A chaque essai, le flan est déplacé à droite ou à gauche de quelques dixièmes de micromètre par l'opérateur en se servant du guide et de la butée jusqu'à avoir la bonne position permettant de réaliser la forme 3D de l'embouti demandé.




***1 : poinçon - 2 : guide - 3 : colonne de guidage - 4 : matrice - 5 : butée - 6 : bâti.***

***Figure 2.13 –*** *Outillage de la presse.*

Cette opération nécessite l'expérience et le doigté de l'opérateur pour régler rapidement et rigoureusement le dispositif. La technique pratiquée à ce jour chez « GA » pour la mise au point du dispositif se fait en utilisant un calque et un projecteur de profil amplifié avec un facteur de dix qui permet de procéder aux comparaisons de la géométrie de l'embouti avec le contour et le profil de la CAO (forme désirée) tracé sur le calque.

Les défauts de géométrie de la matrice et leur usure sont contrôlés systématiquement avant de réaliser les opérations d'emboutissage. Un défaut de planéité important de la surface d'appui du poinçon ou de la matrice par rapport au support engendre une légère inclinaison de celle–ci, par conséquent, la force appliquée suivant le sens transversal ou longitudinal de la pièce ne sera pas répartie uniformément. Parfois, l'utilisation d'une cale de faible épaisseur logée entre la surface d'appui de l'outil et du support permet de résoudre ce type de problème.

### *2.4.3 Critères d'acceptation*

Dans le cas des procédés de mise en forme par emboutissage, les critères d'acceptation peuvent être divers. Ils se rattachent à des problèmes de résistance mécanique, de tolérances dimensionnelles ou de qualité d'aspect de surface. De par le principe même de l'emboutissage, la réalisation d'une pièce est un compromis entre des déformations en rétreint et des allongements en expansion dont les limites respectives sont les phénomènes de plissement et ceux de striction / rupture qui constituent les critères de base de mise au rebut. Mais des causes supplémentaires de rebus peuvent également être prises en considération au niveau des tolérances dimensionnelles, du retour élastique et de l'aspect de surface.

#### *2.4.3.1 Plis*

On appelle plis les ondulations de la tôle résultant d'un flambement local associé à un champ de contraintes de compression. Généralement associés à des déformations en rétreint, ils peuvent apparaître aussi bien dans les zones de la tôle qui momentanément ne sont en contact ni avec la matrice, ni avec le poinçon que sous serre-flan. Ils peuvent résulter aussi bien des contraintes de formage proprement dites que des contraintes résiduelles libérées après retrait du poinçon et extraction de la pièce hors de la matrice.

#### *2.4.3.2 Striction / rupture*

La rupture se produit généralement dans les zones de l'embouti sollicitées en expansion ou en traction plane. Son apparition signifie en fait que les déformations locales ont dépassé

la capacité d'allongement plastique du métal. L'absence de rupture n'est cependant pas suffisante pour garantir la réussite de l'embouti. La striction, amincissement localisé de la tôle juste avant rupture, constitue également un motif de rebus. Parfois difficile à déceler, elle s'accompagne généralement d'une granulosité (parfois de type peau d'orange) plus forte en périphérie. Elle peut aussi apparaître sous l'aspect de chanfreins sur les rayons les plus petits, associés à des débuts d'entailles dans la matière.

#### *2.4.3.3 Aspect de surface*

Les défauts d'aspect peuvent être classés en deux catégories :

- Les défauts accidentels (picots, rayures, marquages divers) liés à des incidents survenus au cours de la manipulation des pièces comme au cours du formage et dont la prévention passe par une préparation et un entretien soignés de l'ensemble des moyens de production (propreté des outils, manipulateurs et palettes de stockage adaptées).

- Les défauts systématiques liés à une hétérogénéité de déformation ou au glissement du métal sur le rayon d'entrée de la matrice résultant directement des choix opérés lors de la conception de la gamme et dont l'acceptabilité repose sur la non visibilité des zones correspondantes sur le produit fini.

#### *2.4.3.4 Tolérances dimensionnelles*

La pièce emboutie n'est jamais exactement conforme à la géométrie de la CAO désirée. Certes, elle s'en rapproche de très prêt, mais présente toujours des écarts qui ne peuvent généralement être complètement annulés du fait des dispersions inévitables de l'ensemble des paramètres qui régissent le procédé.

#### *2.4.3.5 Retour élastique*

Le retour élastique qui se produit après retrait du poinçon est inhérent à de nombreux procédés de mise en forme. Il conduit à un écart géométrique entre la forme désirée et la pièce réelle obtenue après fabrication. Ce phénomène est d'autant plus marqué que la limite d'élasticité du métal est plus élevée et son module d'élasticité plus faible. Il se traduit généralement par une augmentation des rayons de courbure d'autant plus grande que ce rayon est grand, une ouverture des angles et un raccourcissement des fibres sous tension dans l'outil. Le retour élastique engendre une distribution de contraintes fortement hétérogène à travers la pièce et plus particulièrement dans l'épaisseur. Et celles-ci perdurent sous forme de contraintes résiduelles. Ce sont ces contraintes résiduelles qui entraînent des

écarts géométriques du fait d'une redistribution de l'énergie emmagasinée lors du chargement. Ces écarts peuvent être minimisés par une mise au point méticuleuse des outils.

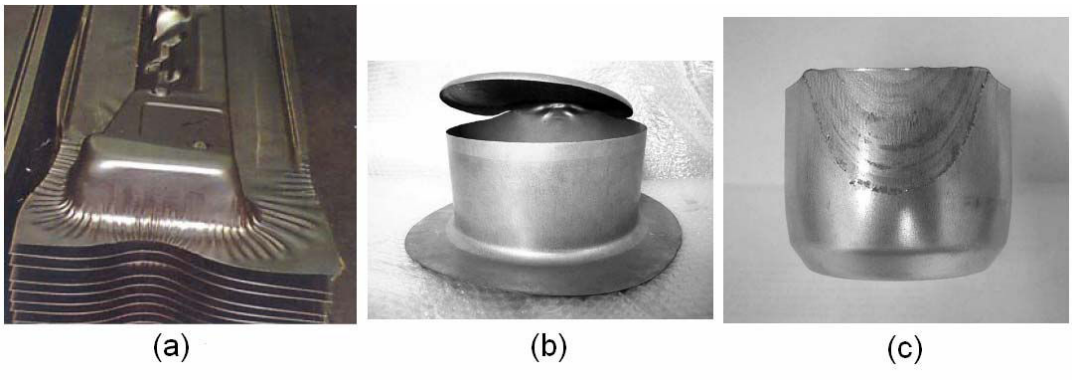



***Figure 2.14 –*** *Plissement (a), rupture (b) et aspect de surface (c).*

### *2.4.4 Facteurs d'influence sur la qualité du produit*

En fonction de la géométrie et des caractéristiques recherchées sur la pièce, ainsi que de l'importance des séries à produire, il faut, pour assurer une fabrication, réussir la conjonction des différents facteurs d'influence qui conditionnent la mise au point d'une fabrication.

On reconnaît six facteurs d'influence agissant sur le procédé, que l'on nomme les « 6 M ». Ces six facteurs d'influence sont :

- matière : changement de matière première, changement de provenance ou de composition,
- main-d'oeuvre : changement d'opérateur, fatigue de l'opérateur, inexpérience,
- machine : changement de machine ou de réglage,
- méthode : changement de gamme de fabrication,
- milieu : variations du milieu ambiant (température et humidité),
- moyen de contrôle : précision, incertitude de mesure, traçabilité.

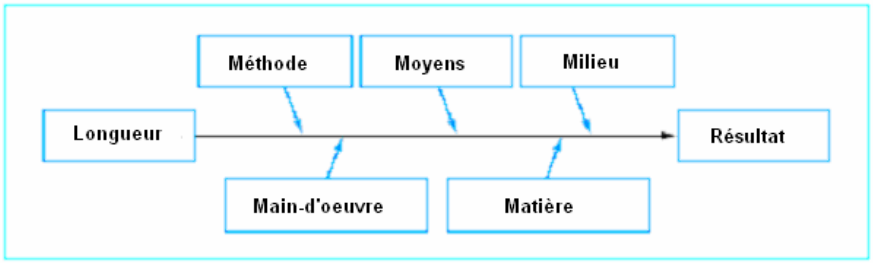



***Figure 2.15 –*** *Facteurs influant sur le procédé de fabrication.*

Le fait d'agir sur l'un de ces 6 facteurs d'influence modifie la dispersion. Les « 6 M » constituent une méthode d'analyse du procédé, puisque l'action sur une des six caractéristiques peut dégrader ou améliorer le procédé de fabrication.

## 2.5 Organigramme du procédé de fabrication

Lors de la phase de conception des outils et du flan, le dessinateur se base sur son expérience pour déterminer approximativement la forme initiale de ces derniers. Une fois les premiers essais réalisés et si les écarts de forme dépassent l'intervalle de tolérance, le dessinateur corrige la forme du contour du flan en fonction des écarts de formes signalés par l'opérateur et qui ont été tracés sur le calque. Quand il s'agit de réaliser des pièces présentant un retour élastique important, le dessinateur conçoit les outils de manière à compenser ce dernier tout en respectant l'intervalle de tolérance. La figure 2.14 récapitule l'ensemble des opérations effectuées pendant la réalisation des pièces de précision en tôlerie fine.

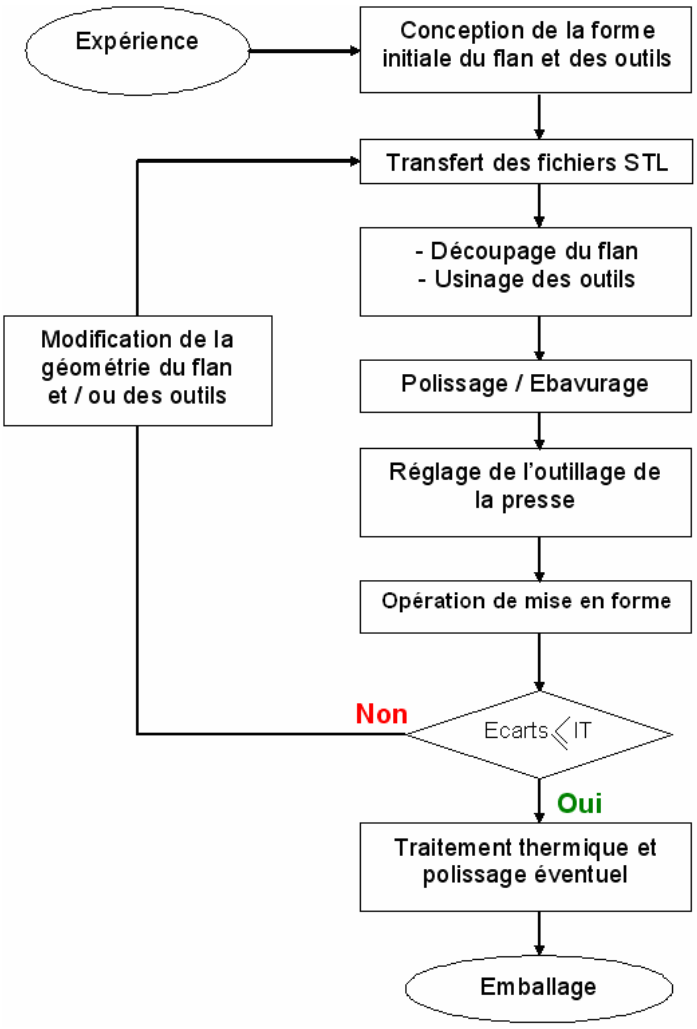



***Figure 2.16 –*** *Organigramme du procédé de fabrication.*

## 2.6 Conclusion partielle

La fabrication des pièces de précision en tôlerie fine est un procédé très sensible vis-à-vis de plusieurs facteurs d'influence d'ordre physique, matériel et technologique. Cependant, la maîtrise de ces facteurs permet de garantir la réalisation d'un produit selon les critères de qualité prédéfinis et permet de minimiser les rebuts. La méthode expérimentale de détermination de la forme géométrique du flan et des outils est une méthode dépendante du degré de maîtrise de ces facteurs d'influence. Elle nécessite souvent plusieurs essais pour obtenir finalement la géométrie désirée. La mise en place d'une démarche numérique nécessite l'utilisation de modèles qui prennent en compte le plus fidèlement possible tous les phénomènes qui apparaissent réellement pendant la mise en forme. Dans ce contexte, le comportement mécanique du matériau doit être appréhendé d'une manière rigoureuse afin de réaliser les simulations numériques de l'emboutissage avec la précision souhaitée.

## 2.7 Références

1. Kremer D., "Usinage par électroérosion", Technique de l'ingénieur, BM 7 251 – 1 – 22, octobre 2000.

2. Société Sandvik – Coromant, "Fraisage – principes", Technique de l'ingénieur, BM 7 082 – 1 – 21, Janvier 2001.

3. Cunat J.P, "Aciers inoxydables – Mise en oeuvre", Technique de l'ingénieur, M 4 542 – 1 – 24, Septembre 2000.

# Chapitre 3

# *Modélisation et simulation numérique de l'emboutissage*

La maîtrise de la modélisation numérique de l'emboutissage des pièces de précision en tôlerie fine constitue une étape préliminaire dans le processus d'optimisation de forme des outils et du flan. Les simulations numériques sont réalisées en tenant compte de la particularité du procédé de mise en forme étudié ici : absence du serre-flan, complexité géométrique des pièces et grande précision dimensionnelle. Le choix des paramètres numériques et physiques du modèle doit être établis tout en ayant une connaissance parfaite du procédé afin de reproduire d'une manière assez similaire les résultats expérimentaux. Au début de ce chapitre nous commençons par faire un rappel sur : les aspects théoriques de la méthode des éléments finis, les schémas de résolution. Dans une deuxième partie nous évoquerons la théorie élastoplastique de la mise en forme des tôles. Enfin, la troisième partie est consacrée à la présentation des résultats numériques et expérimentaux de trois cas d'emboutissage de pièces industrielles.

## *3.1 Modélisation numérique*

### *3.1.1 Equilibre d'un solide 3D :*

La résolution des équations d'équilibre local d'un solide, se résume à la recherche d'un champ de déplacements et de contraintes tels que :

$$\begin{cases} \{div[\sigma]\} + \{f_v\} = \rho\left\{\ddot{u}\right\} & dans\ V \\ u = \bar{u} & sur\ S_u \\ [\sigma]\{n\} = \{f_s\} & sur\ S_f \\ \{\sigma\} = \{H(\varepsilon)\} + \{\sigma_0\} \end{cases} \tag{3.1}$$

La dernière relation de l'équation (3.1) traduit de manière simplifiée les relations de comportement (contraintes-déformations) et des conditions initiales à t =0.

Le principe des puissances virtuelles ou la forme faible associée au problème local s'écrit dans le cadre d'une discrétisation par éléments finis :

$$W = \sum_e W^e = 0 \quad \forall \{u^*\} et \{u\} \text{ cinématiquement admissible} \tag{3.2a}$$

$$\text{Avec } \{\dot{u}\} = \{\dot{u}_0\} \text{ et } \{u\} = \{u_0\} \text{ à } t = 0 \tag{3.2b}$$

$$W^e = W^e_{int} - W^e_{ext} \tag{3.2c}$$

$$W^e_{int} = \int_{v^e} \langle \varepsilon^* \rangle \{\sigma\} dv \tag{3.2d}$$

$$W^e_{ext} = \int_{v^e} \langle u^* \rangle \{f_v\} dv + \int_{S^e_f} \langle u^* \rangle \{f_s\} ds - \int_{v^e} \rho \langle u^* \rangle \{\ddot{u}\} dv \tag{3.2e}$$

où :

$W^e$ : travail élémentaire,

$\{u^*\}$ : vecteur de déplacements virtuels cinématiquement admissible vérifiant $\{u^*\} = \{0\}$ sur $S_u$,

$\{\sigma\}$ : vecteur des contraintes de Cauchy,

$\{f_v\}$ et $\{f_s\}$ : respectivement force volumique et force surfacique,

$\rho$ : masse volumique,

$\{\ddot{u}\}$ : vecteur des accélérations,

$v^e$ : volume élémentaire actuel,

$\{\varepsilon^*\}$ vecteur des déformations virtuels, en composante cartésienne il est définies par :

$$\varepsilon^*_{ij} = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial u^*_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u^*_j}{\partial x_i}\right) \tag{3.3}$$

### *3.1.2 Discrétisation en éléments finis*

La résolution du problème nécessite le recours à une double discrétisation :

- Discrétisation spatiale de la pièce par des éléments finis de forme simples,
- Discrétisation temporelle du domaine [0, T] en utilisant un schéma approprié (schéma explicite ou implicite).

Dans le cas des éléments dits isoparamétriques et pour une formulation de type Galerkin, les champs de déplacement réels et virtuels sont approchés par :

$$\{u\} = [N(\xi,\eta,\zeta)]\{u_n\} \text{ et } \{u^*\} = [N(\xi,\eta,\zeta))]\{u_n^*\} \tag{3.4}$$

avec :

$\{u_n\}$ et $\{u_n^*\}$ respectivement le vecteur des variables nodales réelles et virtuelles de l'élément,

$\xi,\eta$ et $\zeta$ les coordonnées de références ou paramétriques,

$\langle u \rangle = \langle u \ v \ w \rangle$ et $\langle u^* \rangle = \langle u^* \ v^* \ w^* \rangle$ respectivement le vecteur des déplacement réels et virtuels,

$[N(\xi,\eta,\zeta)]$ la matrice des fonctions de forme.

Les éléments finis utilisés dans les simulations numériques sont des éléments de coque et de volume à interpolation linéaire (voir *Figure 3.1*). Les fonctions d'interpolation dans les espaces de référence sont rappelées dans le tableau 3.1 :

| **Triangle** | **Quadrangle** | **Tétraèdre** | **Hexaèdre** |
|---|---|---|---|
| $N_1 = 1-\xi-\eta$ | $N_1 = \frac{1}{4}(1-\xi)(1-\eta)$ | $N_1 = 1-\xi-\eta-\zeta$ | $N_i = \frac{1}{8}(1+\xi\xi_i)(1+\eta\eta_i)(1+\zeta\zeta_i)$ $i = 1,8$ *$\xi_i,\eta_i,\zeta_i$ sont les coordonnées paramétriques su nœud i* |
| $N_2 = \xi$ | $N_2 = \frac{1}{4}(1+\xi)(1-\eta)$ | $N_2 = \xi$ | |
| $N_3 = \eta$ | $N_3 = \frac{1}{4}(1+\xi)(1+\eta)$ | $N_3 = \eta$ | |
| | $N_4 = \frac{1}{4}(1-\xi)(1+\eta)$ | $N_4 = \zeta$ | |

***Tableau 3.1*** *– Fonctions d'interpolation linéaires des éléments finis [1].*

[$N(\xi,\eta,\zeta)$] est la matrice des fonctions d'interpolation linéaire. Ces fonctions dépendent des coordonnées spatiales et non du temps. La matrice [*N*] s'écrit sous la forme :

$$[N] = \begin{bmatrix} N_1 & 0 & 0 & \ldots\ldots\ldots & N_n & 0 & 0 \\ 0 & N_1 & 0 & \ldots\ldots\ldots & 0 & N_n & 0 \\ 0 & 0 & N_1 & \ldots\ldots\ldots & 0 & 0 & N_n \end{bmatrix} \tag{3.5}$$

La relation entre les déformations virtuelles ou taux de déformation virtuelles et le champ de déplacements virtuels s'écrit en utilisant (3.3), (3.4a) et (3.4b) sous la forme suivante :

$$\{\varepsilon^*\} = [B]\{u_n^*\} \tag{3.6}$$

où $[B]$ est l'opérateur de déformation.

La forme faible discrétisée s'écrit ainsi sous la forme matricielle suivante pour un élément :

$$W^e = < u_n^* > ( [m]\{\ddot{u}_n\} + [c]\{\dot{u}_n\} + \{f_{int}\} - \{f_{ext}\} \tag{3.7a}$$

avec :

$$[m] = \int_{v^e} \rho [N]^T [N] \, dv_e \tag{3.7b}$$

$$[c] = \int_{v^e} c_a [N]^T [N] \, dv_e \tag{3.7c}$$

$$\{f_{int}\} = \int_{v^e} [B]^T \{\sigma\} dv_e \tag{3.7d}$$

$$\{f_{ext}\} = \int_{v^e} [N]^T \{f_v\} dv_e + \int_{s_f^e} [N]^T \{f_s\} ds \tag{3.7e}$$

$[m]$ : Matrice de masse élémentaire,

$[c]$ : Matrice d'amortissement élémentaire introduite avec l'hypothèse d'un amortissement visqueux proportionnel à la vitesse,

$\{f_{int}\}$ : Vecteur des force internes élémentaires,

$\{f_n\}$ : Vecteur des forces externes élémentaires.

Après assemblage, l'expression (3.2a) peut s'écrire sous la forme d'un système matriciel d'équations différentielles en temps :

$$[M]\{\ddot{u}\} + [C]\{\dot{u}\} + \{F_{int}\} - \{F_{ext}\} = \{R(u)\} \text{ avec } \{u\} = \{\bar{u}\} \; sur \; S_u \tag{3.8}$$

$\{R(u)\}$ est le vecteur résidu global.

Dans le cas statique, l'expression (3.8) s'écrira sous la forme :

$$\{F_{int}\} - \{F_{ext}\} = \{R(u)\} \text{ avec } \{u\} = \{\bar{u}\} \; sur \; S_u \tag{3.9}$$

### *3.1.3 Modèle élément fini de coque*

La tôle est modélisée avec des éléments finis de coques qui présentent l'avantage de réaliser les simulations numériques de l'emboutissage dans des temps de calcul assez courts par rapport aux éléments finis de volume. D'après Hibbit [2], l'hypothèse des tôles minces est valable si $L/e > 15$, $L$ étant la longueur ou la largeur de la tôle et $e$ son

épaisseur. La théorie des coques dite de premier ordre suppose que le champ de déplacement est linéaire à travers l'épaisseur. Il s'agit de l'hypothèse dite de Reissner/Mindlin/Naghdi qui admet que les sections initialement normales à la surface moyenne de la coque restent toujours droites après déformations [3]. Dans ces conditions, le champ de déplacement virtuel d'un point $M(x,y,z)$ dans la tôle s'exprime par :

$$\vec{u}_q^*(x,y,z) = \vec{u}_p^*(x,y) + \vec{z}\,\theta^*(x,y) \wedge \vec{n}(x,y) \tag{3.10}$$

avec :

$\theta^*(x,y)$ est le vecteur de rotations virtuelles de la section droite au point $p$ par rapport,

$p$ représente un point matériel de la coque dans la configuration actuelle $C$ situé sur la surface moyenne définie par $z=0$ où $z$ est la coordonnée suivant l'épaisseur,

$q$ est un point quelconque de coordonnée $x, y, z$

$\vec{n}$ est un vecteur unitaire normal à la surface moyenne au point $p$

La théorie des coques dite du premier ordre admet également que $\sigma_{zz}$ est négligeable par rapport aux autres composantes de contraintes (hypothèse des contraintes planes). Dans les modèles de coques minces l'hypothèse de Kirchhoff [3] admet que les sections normales à la surface moyenne de la coque restent normales à cette surface au cours de la déformation. Les déformations de cisaillement transverse sont alors négligées.

### *3.1.4 Intégration numérique*

Les intégrales des équations 3.7 sont évaluées à l'aide de formules d'intégration numérique comme la méthode de Gauss [5] qui consiste à remplacer l'intégrale par une somme discrète des valeurs de fonctions $f$ pondérée par des poids d'intégration $\omega_i$. Par exemple pour une intégrale triple, nous aurons :

$$\int_{-1}^{+1}\int_{-1}^{+1}\int_{-1}^{+1} f\, d\xi.d\eta.d\zeta = \sum_{i=1}^{n_I}\sum_{j=1}^{n_J}\sum_{k=1}^{n_K} \omega_i.\omega_j.\omega_k.f(\xi_i,\eta_j,\zeta_k) \tag{3.11}$$

Une intégration exacte est possible pour des fonctions purement polynomiales et le nombre de points requis dépend du degré de ces polynômes. Pour diminuer les temps de calcul, il peut être intéressant de réduire le nombre de points d'intégration par élément. Cependant, l'intégration réduite peut provoquer des instabilités numériques dus à des modes de déformation d'éléments à énergie nulle. Ces modes dégénérés (modes sabliers ou « hourglass [6]») doivent être contrôlés sans pénaliser les temps de calcul et affecter la

précision des résultats [7]. Pour contrôler ces modes sabliers, les numériciens utilisent principalement la méthode introduite par Flanagan et Belytschko [6].

Dans Abaqus©, l'intégration réduite à un point pour un élément de type Q4 est faite avec une modification de la matrice de déformation $[B]$. Cette modification a été introduite par Flanagan et Belytschko. Elle est appelée formulation en déformation uniforme ou réduction moyenne («uniform strain formulation»).

### 3.1.5 Schéma de résolution

Dans la mise en forme par emboutissage, il existe plusieurs techniques d'intégration temporelle dont les deux les plus utilisées sont le schéma explicite dynamique et le schéma implicite statique.

#### 3.1.5.1 Schéma dynamique explicite

Le schéma dynamique explicite est basé sur l'utilisation d'incréments de temps très petits, permettant l'actualisation continuelle des conditions aux limites relatives au contact. Ce schéma consiste à obtenir une solution sans construction d'une matrice tangente et itérations d'équilibre. Il permet d'obtenir une solution à l'instant $t+\Delta t$ en fonction des quantités connues $\{u_i\},\{\dot{u}_i\},\{\ddot{u}_i\}$ à l'instant $t_i$, il est conditionnellement stable en fonction de la taille du pas $\Delta t$. A l'instant $t_i$ le système d'équations s'écrit sous la forme :

$$[M].\{\ddot{u}_i\}+[C].\{\dot{u}_i\}=\{F_{ext}\}-\{F_{int}\}+\{R(u_i)\} \tag{3.12}$$

La solution numérique de ce système est obtenue à l'aide d'un schéma de différences finies centrales, il s'agit de chercher $\{u_i\},\{\dot{u}_i\},\{\ddot{u}_i\}$ vérifiant l'équation (3.8), en utilisant :

$$\{\ddot{u}_i\}=\frac{1}{\Delta t^2}\left(\{u_{i+1}\}-2\{u_i\}+\{u_{i-1}\}\right) \tag{3.13a}$$

$$\{\dot{u}_i\}=\frac{1}{2\Delta t}\left(\{u_{i+1}\}-\{u_{i-1}\}\right) \tag{3.13b}$$

Connaissant $\{\dot{u}_i\}$ et $\{\ddot{u}_i\}$, l'équation (3.14) à l'instant $t_i$ s'écrit :

$$[\overline{K}]\{u_{i+1}\}=\{R\} \tag{3.14a}$$

$$[\overline{K}]=\frac{1}{\Delta t^2}[M]+\frac{1}{2\Delta t}[C] \tag{3.14b}$$

$$\{R(u_i)\}=\{F_i^{ext}\}-\{F_i^{int}\}+\frac{1}{\Delta t^2}[M](2\{u_i\}-\{u_{i-1}\})+\frac{1}{2\Delta t}[C]\{u_{i-1}\} \tag{3.14c}$$

$[M]$ est la matrice donnée par (3.7b). Elle s'appelle matrice cohérente ou consistante dans le sens où elle est calculée avec les fonctions d'interpolation $\langle N \rangle$ de l'élément ayant servi au calcul de la matrice de rigidité. Cependant, pour les problèmes de grande taille, il est bien connu qu'une matrice masse concentrée ou diagonale possède des avantages appréciables. Si la matrice d'amortissement $[C]$ s'écrit sous la forme $\alpha[M]$ alors la matrice $[\overline{K}]$ est diagonale, la résolution de 3.16a est donc triviale.

Pour amorcer la récurrence il faut calculer la solution initiale connaissant $u_0$ et $\dot{u}_0$ :

$$\{u_{-1}\} = \{u_0\} - \Delta t\{\dot{u}_0\} + \frac{\Delta t^2}{2}\{\ddot{u}_0\} \tag{3.15a}$$

$$\{\ddot{u}_0\} = [M]^{-1}\left(\{F_0^{ext}\} - \{F_0^{int}\} - [C]\{\dot{u}_0\}\right) \tag{3.15b}$$

#### 3.1.5.1.1 Stabilité

Dans le cas de l'analyse dynamique explicite, la résolution des équations se fait sans vérification de l'équilibre du système, d'où l'inconvénient de son utilisation. L'exactitude des résultats dépend de la taille du pas de temps. Les méthodes explicites sont conditionnellement stables : la taille du pas de temps dépend de la géométrie de l'élément et du matériau. La stabilité de la solution n'est assurée que pour un $\Delta t$ inférieur à une valeur qui est liée à la plus petite période caractéristique de résonance du système physique étudié. Cette valeur limite peut s'écrire, en fonction de la valeur propre maximale du système, comme :

$$\Delta t \leq \frac{2}{\omega_{max}} \tag{3.16}$$

$\omega_{max}$ est la pulsation propre maximale du système. Cette condition de stabilité est valable pour la dynamique linéaire (élasticité). Pour les cas non linéaires, il est nécessaire d'actualiser à chaque pas la condition de stabilité. Pour contrôler les oscillations de haute fréquence, nous introduisons un peu de viscosité. Dans ce cas, la condition de stabilité devient :

$$\Delta t \leq \frac{2}{\omega_{max}}\left(\sqrt{1-\xi^2} - \xi\right) \tag{3.17}$$

où $\xi$ est une fraction d'amortissement dans le mode le plus élevé du système.

La limite de stabilité peut s'écrire aussi sous la forme :

$$\Delta t_{max} = \frac{2}{\omega_{max}} = min\left(\frac{L_e}{c_d}\right) \tag{3.18}$$

$L_e$ est une longueur caractéristique de l'élément.

$c_d$ est la vitesse du son dans le matériau, définie pour un solide par :

$$c_d = \sqrt{\frac{E}{\rho}} \tag{3.19}$$

avec $\rho$, la masse volumique du matériau considéré et $E$, le module d'élasticité.

Il est possible d'augmenter le pas de temps en augmentant la masse des éléments artificiellement. Il existe deux méthodes :

- augmenter uniformément la masse.
- augmenter la masse des éléments dans la limite de stabilité inférieure à une limite fixée par l'utilisateur.

Cette opération est efficace à condition de contrôler les effets d'inertie afin qu'ils ne deviennent pas trop importants.

#### 3.1.5.1.2 Viscosité volumique

La viscosité volumique permet d'introduire un amortissement associé à la déformation volumique. Elle améliore substantivement la qualité des résultats lors des simulations quasi-statiques, en éliminant les vibrations de haute fréquence indésirables. Dans Abaqus©/explicite nous trouvons deux types de viscosité :

a. La viscosité linéaire : peut être utilisée avec tous les éléments, c'est une viscosité qui introduit un amortissement directement proportionnel à la déformation volumique. Elle tronque les fréquences élevées et s'écrit sous la forme :

$$v_{lin} = b_1.\rho.c_d.L_e.\dot{\varepsilon}_{vol} \tag{3.20}$$

avec

$b_1$ un paramètre de réglage de la viscosité (par défaut $b_1$ =0.06).

$\dot{\varepsilon}_{vol}$ l'incrément de déformation volumique.

b. La viscosité quadratique : utilisable uniquement avec des éléments continus (poutres, éléments 2D et 3D, sauf les éléments 2D en contraintes planes). C'est une sécurité supplémentaire pour amortir les gradients de déformation très rapides qui

peuvent écraser complètement les éléments. Cette viscosité est quadratique en $\dot{\varepsilon}_{vol}$ .

$$\nu_{quad} = \left(b_2.\rho.c_d.L_e.\dot{\varepsilon}_{vol}\right)^2 \tag{3.21}$$

avec $b_2$ un paramètre de réglage de la viscosité (par défaut $b_2$ = 1.2).

Ces deux viscosités sont introduites au niveau d'une matrice d'amortissement globale et non au niveau de la loi de comportement.

### *3.1.5.2 Schéma statique implicite*

Il s'agit d'utiliser la méthode classique de Newton-Raphson pour résoudre le système non linéaire. Le principe de base de ce schéma est :

En supposant que la solution à l'itération i-1 est $\{u_{i-1}\}$, la différence entre cette solution approchée et la solution du problème discrétisé décrit par (3.8) est $\{\Delta u_i\}$. Le résidu peut être écrit sous la forme :

$$\{R(\{u_{i-1}\}+\{\Delta u_i\})\}=\{0\} \tag{3.22}$$

La linéarisation de l'équation (3.22) autour de la solution approchée $\{u_{i-1}\}$ grâce à un développement en série de Taylor d'ordre 1, donne :

$$\{R(\{u_{i-1}\}+\{\Delta u_i\})\}=\{R(\{u_{i-1}\})\}+\frac{\partial\{R(\{u_{i-1}\})\}}{\partial\{u_{i-1}\}}\{\Delta u_i\}=0 \tag{3.23}$$

ou

$$\{R(\{u_{i-1}\})\}=-\left[K(\{u_{i-1}\})\right]^T.\{\Delta u_i\} \tag{3.24}$$

avec

$$\left[K(\{u_{i-1}\})\right]^T=-\frac{\partial\{R(\{u_{i-1}\})\}}{\partial\{u_{i-1}\}} \text{ : matrice tangente} \tag{3.25}$$

On procède à l'actualisation après résolution du système linéarisé :

$$\{u_i\}=\{u_{i-1}\}+\{\Delta u_i\} \tag{3.26}$$

L'expression du résidu s'écrit sous la forme :

$$\{R(\{u_i\})\}=\{F_i^{ext}\}-\{F_i^{int}\}=\sum_e\left(\int_{A^r}[N]^T\{f_{ext}\}J_s d\eta d\xi-\int_{v^r}[B]^T\{\sigma\}J_v d\xi d\eta d\zeta\right) \tag{3.27}$$

Avec : $J_v$ et $J_s$ sont respectivement les déterminants de la matrice jacobienne de transformation de volume et de surface entre l'élément de référence et l'élément réel actuel. En grandes déformations, ces deux quantités ne sont pas constantes : ils dépendent du vecteur déplacement $\{u_i\}$.

A chaque itération, l'équation (3.27) est résolue à l'aide de la méthode directe (méthode de Newton) qui consiste à évaluer la matrice tangente à chaque incrément. Cette méthode ayant un ordre de convergence quadratique est plus précise que la méthode itérative (Jacobi, Gauss Seidel, etc.), mais elle nécessite un temps CPU et un espace mémoire plus importants. La méthode implicite est performante si la matrice tangente est consistante.

### *3.1.5.3 Gestion numérique du contact*

#### 3.1.5.3.1 Définitions

La prise en compte du frottement dans la simulation numérique de la mise en forme des tôles est complexe. Afin de définir entièrement le problème du contact, deux relations sont nécessaires : les conditions de Signorini traduisant la non pénétration de la pièce dans l'outil et la loi de frottement imposant une relation entre les composantes du vecteur contrainte local de contact [8].

Sur la figure 3.1 sont illustrées les principales variables mécaniques et cinématiques du contact sur une frontière $\delta\Omega^c = \Omega^A \cap \Omega^B$ entre le solide 1 (pièce déformable) et le solide 2 (outil rigide).

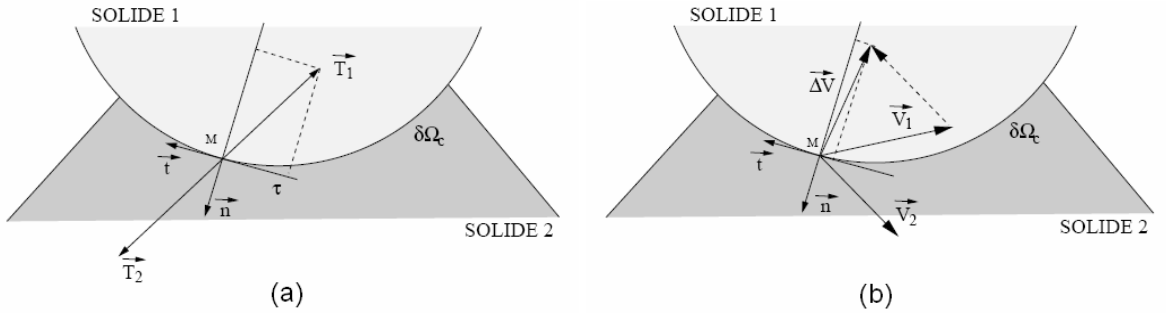



***Figure 3.1*** *– Principales variables mécanique (a) et cinématique (b) du contact d'après [9].*

D'un point de vue mécanique, $\vec{T}_1$ et $\vec{T}_2$ sont les vecteurs contraintes associés. Soient $\overline{\overline{\sigma}}_1$ et $\overline{\overline{\sigma}}_2$ les tenseurs de contraintes en $M_1$ et $M_2$ alors :

$$\vec{T}_1 = \overline{\overline{\sigma}}_1.\vec{n} \;;\; \vec{T}_2 = \overline{\overline{\sigma}}_2.\left(-\vec{n}\right) \text{ et } \vec{T}_1 = -\vec{T}_2 \tag{3.28}$$

Le vecteur contrainte est décomposé en parties normale et tangentielle qui définissent la pression de contact $p$ et la cission de frottement $\tau$. Lors du contact, la contrainte normale $\sigma_n$ est négative (compression), la pression de contact $p$ est donc toujours positive ou nulle. Nous définissons ainsi pour la pièce, $p$ et $\tau$ de la manière suivante.

$$\sigma_n = \vec{T}_1.\vec{n} \text{ donc } p = -\sigma_n \text{ et } \tau = \left\| \vec{T}_1 - \left(\vec{T}_1.\vec{n}\right)\vec{n} \right\| \tag{3.29}$$

D'un point de vue cinématique, nous définissons deux vecteurs vitesse $\vec{V}_1$ et $\vec{V}_2$ aux points $M_1$ et $M_2$. Nous définissons la vitesse de glissement comme la composante tangentielle de $\overrightarrow{\Delta V} = \vec{V}_1 - \vec{V}_2$, c'est-à-dire :

$$\vec{v}_g = \overrightarrow{\Delta V} - \left(\overrightarrow{\Delta V}.\vec{n}\right)\vec{n} \tag{3.30}$$

Nous résumons ces conditions mécaniques et cinématiques du contact comme suit :

**a. Condition d'impénétrabilité**

Cette condition stipule que les deux corps ne peuvent s'interpénétrer, elle se traduit par l'expression suivante :

$$\overrightarrow{\Delta V}.\vec{n} \le 0 \text{ il y a non interpénétration des corps} \tag{3.31}$$

Nous introduisons une distance $g$ «gap» entre les deux surfaces potentiellement en contact (voir Figure 3.2). Les deux solides ne sont pas en interpénétration si :

$$g \ge 0 \tag{3.32}$$

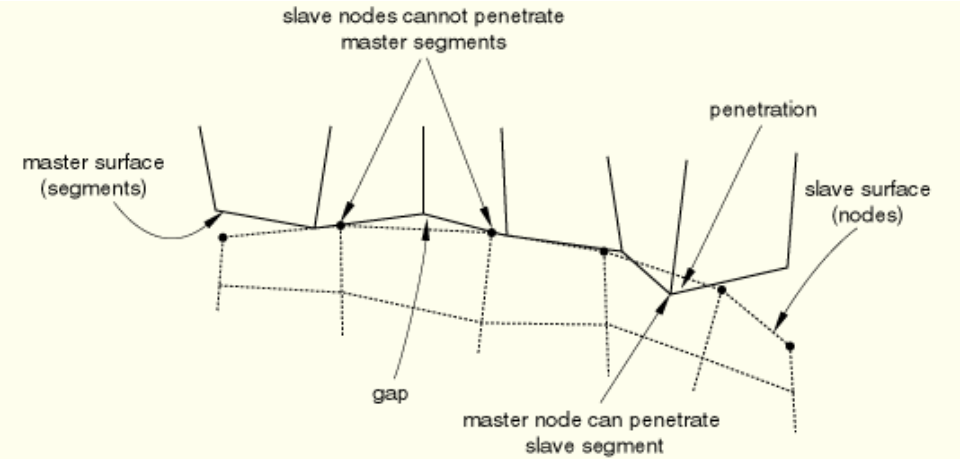



***Figure 3.2*** *– Condition d'impénétrabilité [2].*

**b. Condition de non adhésion**

Cette hypothèse suppose que les deux surfaces en contact ne sont pas collées, ce que l'on traduit par :

$$\sigma_n \leq 0 \text{ l'état de contrainte normale est compressif ou nul} \tag{3.33}$$

**c. Contact unilatéral**

Les conditions d'impénétrabilité et de contact non-collant peuvent être réunies en une seule condition que l'on nomme condition de contact unilatéral :

$$\left(\overrightarrow{\Delta V}.\vec{n}\right)\sigma_n = 0 \text{ soit contact}\left(\overrightarrow{\Delta V}.\vec{n} = 0\right), \text{ soit perte du contact } \left(\sigma_n = 0\right) \tag{3.34}$$

Les relations (3.33), (3.35) et (3.36) sont appelées les conditions de Signorini, elles sont imposées grâce à un algorithme de calcul du contact dans le logiciel de simulation que nous utilisons. Cet algorithme consiste à rechercher le minimum d'une fonctionnelle qui satisfait aux restrictions imposées par les inéquations du contact. Cette résolution permet d'accéder aux valeurs mécaniques et cinématiques à l'interface.

#### 3.1.5.3.2 Méthodes de résolution du contact

D'un point de vue algorithmique, le logiciel de simulation Abaqus©, emploie deux méthodes pour la résolution des équations de contact : une méthode cinématique et une méthode par pénalité. La méthode cinématique n'affecte pas le pas de temps $\Delta t$ en explicite, contrairement à la méthode par pénalisation qui a par contre l'avantage d'offrir une certaine souplesse sur la condition d'impénétrabilité. Cette souplesse se paie par des problèmes de conditionnement des matrices de rigidité.

#### 3.1.5.3.3 Modèle de frottement de Coulomb

Le modèle de frottement de Coulomb est largement utilisé dans le cas de la simulation des procédés de mise en forme. Il s'agit d'une loi dans laquelle la notion de seuil de glissement est introduite (voir Figure 3.3).

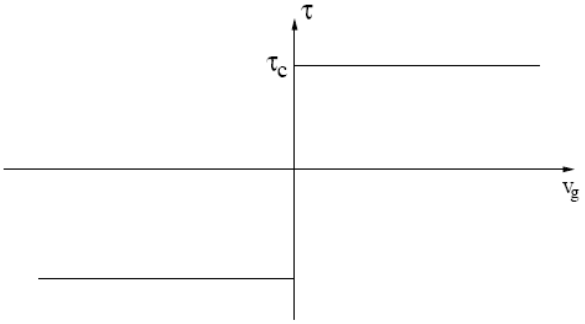



***Figure 3.3*** *– Représentation du modèle de Coulomb.*

En effet le glissement n'a lieu qu'à partir d'une cission critique $\tau_c$. D'une manière générale nous pouvons écrire :

$$\tau < \tau_c \quad \Rightarrow \quad v_g = 0 \qquad \text{Le contact est collant} \tag{3.35}$$

$$\tau = \tau_c \quad \Rightarrow \quad \exists \lambda_g \geq 0,\ v_g = -\lambda_g \tau \qquad \text{Le contact est glissant} \tag{3.36}$$

## 3.2 Comportement élasto-plastique

Le comportement des tôles métalliques, mises en forme par déformation plastique, a fait l'objet de nombreuses études depuis plusieurs décennies. Des modèles de comportement intégrant divers phénomènes physiques, liés aux déformations irréversibles que subit la tôle, ont été développés.

Le procédé d'élaboration de tôles métalliques le plus répandu est le laminage. De part sa nature, ce procédé confère aux grains constituant le matériau, une forte orientation suivant la direction de laminage. Il en résulte à la sortie, des tôles laminées marquées par un effet de fibrage à l'échelle microscopique et une texture, c'est à dire des orientations cristallographiques préférentielles. L'étude du comportement de ces tôles est le plus souvent abordée dans le cadre d'une approche élastoplastique pour la plupart des procédés de mise en forme de tôles.

### 3.2.1 Séparation des contributions élastiques et plastiques

Le comportement élasto-plastique repose sur une décomposition de la déformation totale apparente en une partie élastique réversible et une partie plastique irréversible. Lorsque la partie élastique est suffisamment faible, il est courant d'adopter une décomposition additive du tenseur taux des déformations :

$$\dot{\varepsilon} = \dot{\varepsilon}^e + \dot{\varepsilon}^p \tag{3.37}$$

$\dot{\varepsilon}^e$ et $\dot{\varepsilon}^p$ sont les tenseurs taux de déformation, respectivement, élastique et plastique. Le tenseur taux des déformations total $\dot{\varepsilon}$ correspond, dans l'hypothèse des petites déformations, à la partie symétrique du tenseur gradient du champ de vitesse V, qui s'écrit :

$$\dot{\varepsilon} = \frac{1}{2}\left(grad(V) + grad(V)^T\right) \tag{3.38}$$

L'élasticité traduit une déformation réversible du matériau. Le plus souvent, elle est considérée comme linéaire et isotrope dans le cas des aciers à froid. Dans ces conditions, le

tenseur des contraintes de Cauchy $\sigma$ est relié au tenseur taux de déformations élastiques par la loi de Hooke :

$$\dot{\sigma} = 2\mu\dot{\varepsilon}^e + \lambda.trace\left(\dot{\varepsilon}^e\right)I \tag{3.39}$$

$I$ est le tenseur identité, $\mu$ et $\lambda$ sont les coefficients de Lamé déduits à partir des coefficients de Poisson $\nu$ et du module d'Young $E$ par les relations suivantes:

$$\mu = \frac{E}{2(1+\nu)} \text{ et } \lambda = \frac{E\nu}{(1+\nu)(1-2\nu)} \tag{3.40}$$

### 3.2.2 Fonction de charge

Le comportement d'un matériau élasto-plastique écrouissable est défini par une fonction seuil ou fonction de charge. La plasticité fait référence à un état de déformation irréversible que le matériau est susceptible d'atteindre une fois qu'il a franchi l'état de contrainte seuil. Cet état seuil est décrit par la fonction de charge $f$ qui dépend de la seule variable $\sigma$, et définie par :

$$f(\sigma) = \overline{\sigma}_{eq} - \sigma_s \tag{3.41}$$

Dans cette expression, le tenseur des contraintes $\sigma$ est transformé en un scalaire représentatif $\overline{\sigma}_{eq}$, appelé contrainte équivalente au sens du critère de plasticité. Cette contrainte est comparée à une deuxième contrainte $\sigma_s$ dite contrainte d'écoulement du matériau et qui représente la contrainte seuil plastique. Le critère d'écoulement est illustré sur la figure 3.4 et le comportement du système se résume alors aux équations suivantes :

$f = 0, df = 0$ : écoulement plastique (3.42a)

$f = 0,\ df < 0$ : décharge élastique (3.42b)

$f < 0$ : élasticité (réversibilité) (3.42c)

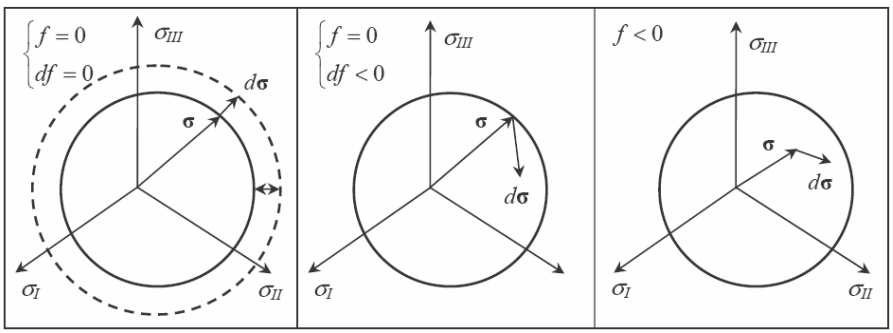



***Figure 3.4*** *– Représentation du critère d'écoulement plastique [4].*

Etant donné que la déformation plastique correspond à une transformation irréversible du matériau, les lois de la thermodynamique postulent l'existence d'un potentiel dissipatif $g$ dont dérive une relation entre le tenseur taux de déformation plastique et le tenseur des contraintes :

$$\dot{\varepsilon}_p = \dot{\lambda} \frac{\partial g}{\partial \sigma} \tag{3.43}$$

Le facteur de proportionnalité $\dot{\lambda}$ est appelé multiplicateur plastique.

Pour respecter le postulat du travail maximum, on peut démontrer que tout accroissement de déformation plastique est normal à la surface de charge (postulat de stabilité de Drucker), c'est la règle de normalité.

L'écrouissage est associé à une modification de la fonction seuil en taille ou/et en situation dans l'espace des contraintes. Pour un matériau écrouissable, la contrainte d'écoulement plastique évolue avec la déformation du matériau. On introduit alors la déformation plastique cumulée comme variable d'état interne permettant la description de l'état d'écrouissage. Dans le cas d'un matériau élasto-plastique avec écrouissage isotrope, la contrainte vérifie :

$$\bar{\sigma}_{eq} - k\left(\bar{\varepsilon}^p\right) \leq 0 \tag{3.44}$$

avec

$k$ est la limite élastique actuelle dépendant de $\bar{\varepsilon}^p$

$\bar{\varepsilon}^p$ est la déformation plastique cumulée ou déformation plastique équivalente :

$$\bar{\varepsilon}^p(t) = \int_0^t \dot{\bar{\varepsilon}}^p(\tau) d\tau \tag{3.45}$$

Le comportement d'un matériau générant des déformations plastiques est décrit à l'aide :

- d'un domaine d'élasticité borné dans l'espace des contraintes
- d'une loi d'évolution des déformations plastiques ou loi d'écoulement
- de lois d'évolution des paramètres définissant l'écrouissage ou l'état du matériau

### *3.2.3 Critères de plasticité*

Il existe une grande variété de critères de plasticité qui visent à modéliser le plus fidèlement possible le comportement des tôles. Ces derniers peuvent être répertoriés en deux familles: les critères isotropes, et les critères anisotropes.

### 3.2.3.1 Critère isotrope de Von-Mises

L'un des critères de plasticité isotrope les plus utilisés pour les matériaux métalliques ductiles est le critère de Von Mises. Il est établi en considérant l'écoulement plastique comme insensible à la pression hydrostatique, il est défini dans un repère de contrainte orthonormé quelconque. Les expressions développées du critère de Von Mises sont :

- dans l'espace des contraintes à 6 composantes :

$$\sigma_{eq} = \frac{1}{2}\left[(\sigma_{11}-\sigma_{22})^2 + (\sigma_{22}-\sigma_{33})^2 + (\sigma_{33}-\sigma_{11})^2 + 6\left(\sigma_{12}^2+\sigma_{23}^2+\sigma_{13}^2\right)\right] - \sigma_s^2 = 0 \qquad (3.46)$$

- dans l'espace des contraintes principales à 3 composantes :

$$\frac{1}{\sqrt{2}}\left[(\sigma_1-\sigma_2)^2 + (\sigma_2-\sigma_3)^2 + (\sigma_3-\sigma_1)^2\right] = \sigma_s \qquad (3.47)$$

C'est un critère qui correspond à un état d'écrouissage isotrope. L'isotropie impose que la frontière du domaine élastique soit invariante par changement de repère, la fonction f ne dépend que des trois invariants du tenseur des contraintes dont la définition provient du polynôme caractéristique :

$$I_1 = Tr(\sigma),\ I_2 = \frac{Tr(\sigma^2)}{2} \text{ et } I_3 = \frac{Tr(\sigma^3)}{3} \qquad (3.48)$$

Dans les matériaux métalliques on observe généralement l'incompressibilité plastique et l'indépendance du comportement vis-à-vis de la contrainte hydrostatique. Il suffit alors de faire intervenir le tenseur déviateur des contraintes :

$$s_{ij} = \sigma_{ij} - \sigma_m \delta_{ij}\ ;\quad \sigma_m = \frac{\sigma_{kk}}{3} \text{ (contrainte hydrostatique)} \qquad (3.49)$$

Dans le cas isotrope, il est suffisant d'utiliser les invariants :

$$J_{22} = \frac{Tr(s^2)}{2} \text{ et } J_{33} = \frac{Tr(s^3)}{3} \qquad (3.50)$$

La relation : $f(J_{22}, J_{33}, \sigma_s) = 0$ est l'expression générale des critères isotropes de plasticité incompressible. Dans l'espace des contraintes principales $\sigma_1$, $\sigma_2$ et $\sigma_3$ la frontière est représentée par un cylindre dont l'axe est la trisectrice du repère.

Les déformations plastiques des métaux sont les résultats de glissements, de cisaillement intracristallins gouvernés par les contraintes tangentielles. Dans le critère de Von-Mises, on considère que le seuil de plasticité est lié à l'énergie élastique de cisaillement. Cela revient à

négliger l'influence du troisième invariant et à prendre une expression linéaire pour la fonction f. La fonction $f(J_{22}, \sigma_s) = 0$ s'exprime donc par :

$$J_{22} - \frac{\sigma_s^2}{3} = 0 \tag{3.51}$$

ou avec la contrainte équivalente

$$\sigma_{eq} = J_{22} = \sqrt{\frac{3}{2} s : s} \tag{3.52}$$

Tout état de contrainte tridimensionnel tel que $\sigma_{eq} = \sigma_s$ est un état de contrainte complexe équivalent, au sens de Von-Mises, à l'état unidimensionnel défini par le seuil de plasticité $\sigma_s$. C'est l'équation d'un cylindre à base circulaire axé sur la trissectrice du repère ($\sigma_1$, $\sigma_2$ $\sigma_3$,) et de rayon :

$$R = \sqrt{\frac{2}{3}} \sigma_s \tag{3.53}$$

### 3.2.3.2 Critères anisotrope de Hill

Dans le cadre des simulations numériques, nous allons utiliser un modèle élasto-plastique classique issu des travaux de Hill [10]. Nous considérons qu'il n'y a pas de changement brusque de la direction de l'écoulement plastique. Thermo-dynamiquement, les variables internes scalaires se réduisent à la seule déformation plastique cumulée. C'est un critère dont l'expression ne peut se réduire à une fonction des seuls invariants. Des directions privilégiées d'anisotropie interviennent. Dans le cas du matériau plastiquement incompressible les critères anisotropes classiques font intervenir une rotation dans l'espace des contraintes. La généralisation du critère de Von Mises s'exprime ainsi sous la forme :

$$(C : \sigma) : \sigma = 1 \tag{3.54}$$

Où $C$ est un tenseur d'ordre 4 dépendant du matériau et respectant les symétries :

$$C_{ijkl} = C_{klij} = C_{jikl} = C_{ijlk} \tag{3.55}$$

Les tôles employées en emboutissage sont très souvent issues d'opérations de laminage. Le comportement initial résultant présente alors une anisotropie dans ce plan. Cette anisotropie admet trois plans de symétrie orientés selon la direction de laminage, la direction transverse et la direction normale à la tôle. Pour décrire le caractère orthotrope initial des tôles, nous utilisons le critère quadratique de Hill qui s'écrit sous la forme suivante :

$$\bar{\sigma}^2 = F(\sigma_{xx} - \sigma_{yy})^2 + G(\sigma_{yy} - \sigma_{zz})^2 + H(\sigma_{zz} - \sigma_{xx})^2 + 2L\sigma_{xy}^2 + 2M\sigma_{yz}^2 + 2N\sigma_{xz}^2 \tag{3.56}$$

$F, G, H, L, M, N$ sont les six paramètres scalaires qui caractérisent l'état d'écrouissage anisotrope. Ils peuvent être déterminés à l'aide d'essais de traction et de cisaillement.

Dans le cadre des simulations numériques du procédé d'emboutissage, nous utilisons le modèle élasto-plastique de Hill identifié à partir d'essais de traction uniaxiale. Ce modèle se caractérise par la prise en compte de la limite d'élasticité de l'acier, l'utilisation d'un écrouissage isotrope et des coefficients de Lankford pour caractériser l'anisotropie de la tôle.

Les simulations numériques sont effectuées en considérant l'hypothèse des contraintes planes, consistant à négliger toutes les composantes du tenseur des contraintes hors plan de la tôle ($\sigma_{zz} = \sigma_{xz} = \sigma_{yz} = 0$), donc l'expression du critère de Hill peut être simplifiée sous la forme :

$$\bar{\sigma}^2 = F\left(\sigma_{xx} - \sigma_{yy}\right)^2 + G\sigma_{yy}^2 + H\sigma_{xx}^2 + 2L\sigma_{xy}^2 \tag{3.57}$$

Il existe d'autres critères orthotropes décrivant l'anisotropie des tôles. Le critère quadratique de Hosford [11] utilise un exposant pour mieux prendre en considération la structure cristallographique des matériaux. Initialement développé pour des matériaux isotropes, il permet de généraliser les critères de Von-Mises et de Tresca. Ce critère a été généralisé au cas anisotrope des tôles [12]. Barlat et Lian [13] ont aussi développé un critère généralisant le modèle de Hosford et utilisé en formage des tôles. Plus récemment, Banabic et al. [14, 15, 16] ont proposé une généralisation du critère de Barlat et Lian au prix d'un nombre de coefficients plus élevé.

#### *3.2.3.3 Coefficients d'anisotropie*

Le comportement des tôles laminées s'inscrit le plus souvent dans le cadre d'une anisotropie orthotrope pour laquelle le repère (*x, y, z)* s'identifie par :

- *x* : la direction de laminage,
- *y* : la direction perpendiculaire à la direction de laminage,
- *z* : la direction normale au plan de la tôle.

On introduit, classiquement, le coefficient de Lankford *r* comme étant une mesure du rapport de la déformation plastique latérale $\varepsilon_{22}$ sur la déformation plastique en épaisseur $\varepsilon_{33}$ d'une éprouvette en traction uniaxiale :

$$r = \frac{\varepsilon_{22}}{\varepsilon_{33}} \tag{3.58}$$

En présence d'une anisotropie, ce coefficient varie en fonction de l'orientation de découpage de l'éprouvette de traction par rapport à la direction de laminage. Dans la pratique, il est très commun d'identifier les coefficients de Lankford ($r_0$, $r_{45}$, $r_{90}$) pour les trois orientations particulières définies à 0°, 45° et 90° par rapport à la direction de laminage, et d'en déduire un coefficient d'anisotropie moyen $\bar{r}$ :

$$\bar{r} = \frac{r_0 + 2r_{45} + r_{90}}{4} \tag{3.59}$$

et un écart $\Delta r$ :

$$\Delta r = \frac{r_0 - 2r_{45} + r_{90}}{4} \tag{3.60}$$

Lorsque ($\bar{r} \neq 1$ et $\Delta r \neq 0$) on parle d'*anisotropie transverse*. Dans le cas particulier où ($\bar{r} \neq 1$ et $\Delta r = 0$), on parle alors *d'anisotropie normale* (ou orthotropie de révolution, ou encore isotropie plane) qui traduit une isotropie du comportement dans le plan de la tôle, et une anisotropie dans la direction de l'épaisseur ($\bar{r} \neq 1$). Enfin, le cas isotrope est retrouvé pour $r_0 = r_{45} = r_{90} = 1$, autrement dit ($\bar{r} = 1$ et $\Delta r = 0$).

En combinant l'équation (3.57) avec la condition de normalité (3.43), nous pouvons exprimer les coefficients $F, G, H, L$ en fonction des coefficients d'anisotropie :

$$F = \frac{r_0}{r_{90}(1 + r_0)},\ G = \frac{1}{1 + r_0},\ H = \frac{r_0}{1 + r_0},\ L = \frac{F + G}{2}(1 + 2r_{45}) \tag{3.61}$$

La variation de la limite élastique en fonction de l'orientation est une deuxième manifestation de l'anisotropie. Elle se traduit par une forme de la surface de charge variant avec la direction de sollicitation.

### 3.2.4 Lois d'écrouissage

#### 3.2.4.1 Ecrouissage isotrope

La surface de charge ne dépend pas du tenseur d'écrouissage cinématique $X$ , l'équation générale de la surface de charge pour le critère d'écoulement isotrope en élasto-plasticité s'exprime par :

$$\begin{cases} f = \bar{\sigma}(\sigma) - \sigma_0\left(\bar{\varepsilon}_p, \dot{\bar{\varepsilon}}_p\right) \\ \sigma_0\left(\bar{\varepsilon}_p = 0, \dot{\bar{\varepsilon}}_p = 0\right) = R_e \end{cases} \tag{3.62}$$

Nous avons évoqué jusqu'à ici la forme des surfaces de charge au travers des critères de plasticité. Toutefois, tout au long du chargement, ces surfaces évoluent : c'est l'écrouissage plastique. Lorsque la forme de la surface est gardée inchangée et que seule sa taille évolue, l'écrouissage est dit isotrope et est décrit par une courbe d'écrouissage. L'évolution de la surface de charge au cours du temps se traduit géométriquement par une dilatation isotrope de la surface d'écoulement initiale dans l'espace des contraintes. Cette dilatation est directement gérée par la limite d'écoulement $\sigma_s$, fonction de la déformation plastique équivalente cumulée et de la vitesse de déformation plastique équivalente.

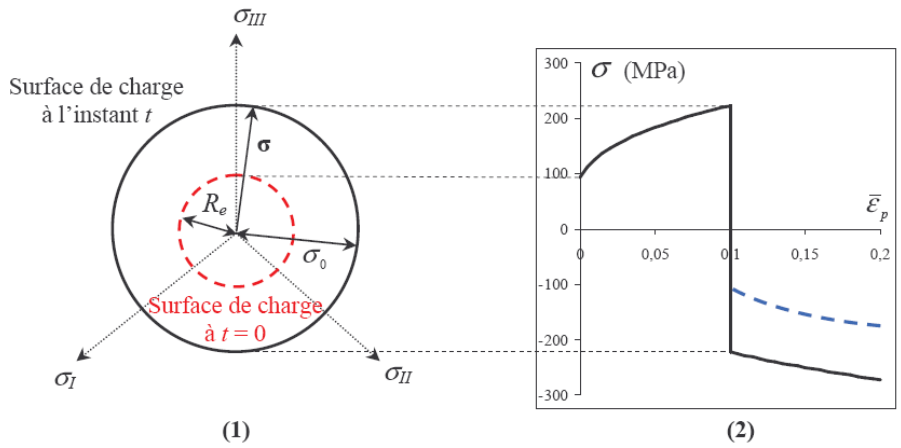



***Figure 3.5*** *– Représentation de l'écrouissage isotrope sans l'effet Bauschinger [4].*

Cette loi s'obtient à partir d'essais de traction ou d'autre essais pour identifier le comportement en grandes déformations comme le cisaillement [17], la torsion [18], les essais de gonflage [19], etc. La figure 3.5 montre une représentation de l'évolution de la surface de charge dans le repère des contraintes principales dans le cas de l'écoulement isotrope.

### *3.2.4.2 Ecrouissage cinématique*

L'équation générale de la surface de charge relative au critère d'écoulement cinématique fait intervenir le tenseur d'écrouissage cinématique $X$ , elle s'écrit sous la forme suivante :

$$f = \bar{\sigma}(s - X) - R_e \tag{3.63}$$

La contrainte limite d'écoulement reste constante et égal à la limite $R_e$. Cette condition empêche la dilatation de la surface de charge assimilée à un corps rigide dont le centre se déplace dans l'espace des contraintes. Il est donc nécessaire de connaître la loi d'évolution du tenseur d'écrouissage cinématique pilotant le déplacement du centre de la surface de charge au cours du temps. Pour cela, différents modèles d'écrouissage cinématique existent

dans la littérature [20], nous pouvons citer le modèle linéaire de Prager et le modèle non linéaire de Lemaître Chaboche.

### 3.2.5 Lois de comportement

L'essai de traction est très riche en informations sur le comportement d'une tôle. Grâce à sa relative simplicité de mise en oeuvre, sa facilité de dépouillement et sa fiabilité, ce test est le premier outil pour la caractérisation des tôles. Il permet ainsi, l'identification des propriétés du matériau en termes de limites élastiques, coefficient de Lankford, courbe d'écrouissage et sensibilité à la vitesse de déformation.

L'essai de traction suivant la direction de laminage est souvent choisi comme essai de référence pour établir la courbe d'écrouissage reliant l'évolution de la limite élastique $\sigma_0$ à la variable interne d'écrouissage (la déformation équivalente plastique $\bar{\varepsilon}$). On approche ces courbes par des fonctions analytiques qui peuvent prendre plusieurs formes :

- Loi d'écrouissage d'Hollomon

$$\bar{\sigma} = K\bar{\varepsilon}^n \tag{3.64}$$

- Loi d'écrouissage de Krupkowski

$$\bar{\sigma} = K\left(\varepsilon_0 + \bar{\varepsilon}\right)^n \tag{3.65}$$

- Loi d'écrouissage de Ludwick

$$\bar{\sigma} = \sigma_0 + K\bar{\varepsilon}^n \tag{3.66}$$

- Loi d'écrouissage de Voce

$$\bar{\sigma} = \sigma_0 + \sigma_s\left[1 - exp\left(-\frac{\bar{\varepsilon}}{\varepsilon_0}\right)\right] \tag{3.67}$$

Bien que la première loi Hollomon ait l'avantage d'être la plus simple, elle présente toutefois une certaine limitation dans la description de la courbe d'écrouissage pour les faibles déformations. L'introduction d'une déformation seuil ($\varepsilon_0$ dans la loi Krupkowski) ou bien d'une contrainte seuil ($\sigma_0$ dans la loi de Ludwik), permet de s'affranchir de la limitation de la loi de Hollomon et offre une meilleure description sur toute la plage des déformations. En ce qui concerne la quatrième loi de Voce, elle est le plus souvent adaptée pour la description de l'aluminium.

## 3.3 Applications

Dans cette troisième partie, nous abordons la simulation numérique de l'emboutissage réalisée avec le logiciel Abaqus©, mais avant cela nous allons présenter l'essai de caractérisation expérimentale effectué sur le matériau (AISI304). La première simulation numérique est effectuée en 2D en considérant une pièce de forme simple (caractérisée par deux plis en forme de V) soumise à de grandes déformations et présentant un retour élastique non négligeable. Dans une deuxième étude nous présentons quelques résultats relatifs à l'emboutissage d'une pièce en quatre passes. Le troisième cas d'application concerne l'étude en 3D d'une pièce de forme complexe caractérisée par un taux de déformation élevé ($\approx 50\%$) et un très faible retour élastique.

### 3.3.1 Caractérisation expérimentale de l'AISI304

#### 3.3.1.1 Courbe d'écrouissage de l'AISI304

Le matériau utilisé dans le cadre des simulations numériques est un acier inoxydable (AISI304) qui possède une excellente capacité de déformation en traction, une forte capacité à l'écrouissage et un excellent niveau de résilience. C'est un acier destiné à l'emboutissage très profond de tôles minces. Il présente une faible anisotropie ($\bar{r} = 0.97$ et $\Delta\bar{r} = -0.16$). Quelques caractéristiques mécaniques de ce matériau sont illustrées sur le tableau 3.2. Les essais de tractions menés dans le cadre de la thèse, ont été effectués par deux laboratoires différents.

| Paramètres | Valeur |
|---|---|
| Module de Young E (GPa) | 210 |
| Coefficient de poisson $\upsilon$ | 0.3 |
| Densité (Kg/m$^3$) | 7900 |
| Épaisseur initiale $h_0$ (mm) | 0.5 |
| Coefficient d'écrouissage k | 1340.6 |
| Coefficient d'écrouissage n | 0.64 |
| $\sigma_e$ (MPa) | 197.3 |
| Coefficients $r_0$, $r_{45}$, $r_{90}$ | 0.77, 1.13, 0.86 |
| Coefficient de Lankford $\bar{r}$ | 0.97 |

***Tableau 3.2*** *– Données du matériaux (AISI304).*

La détermination de la courbe d'écrouissage, à partir des grandeurs globales (Force – déplacement fournie par la machine de traction) n'a de sens que si nous considérons l'hypothèse d'homogénéité des champs de contraintes et de déformations, au moins dans la

partie utile de l'éprouvette. Il est admis que l'essai de traction simple est un essai classique et largement connu. C'est à partir de cet essai qu'on peut déduire les caractéristiques mécaniques fondamentales telles que le module d'Young $E$, la limite élastique $R_e$, la résistance à la rupture $R_m$, l'allongement uniforme $A$, et avec certaines hypothèses le coefficient d'écrouissage $n$, le coefficient de Lankford, etc.

Néanmoins, l'essai de traction simple reste insuffisant, pour pouvoir l'utiliser seul dans l'identification des modèles de comportement plus fins, pour des tôles qui, au cours de leur mise en forme par emboutissage, subissent des trajets de chargement complexes. D'où la nécessité d'apporter d'autres essais qui soient à la fois relativement faciles à réaliser et surtout bien maîtrisés et interprétés du point de vue homogénéité des champs de contraintes et de déformation dans l'éprouvette.

Pour la détermination de lois de comportements unidimensionnelles, la déformation élastique, le plus souvent très faibles devant les déformations plastiques imposées en mise en forme, n'est pas prise en compte. Dans les cas où les dépendances en vitesse de déformation et en température peuvent être négligées, la loi de comportement se réduit à une relation de la forme :

$$\sigma = f\left(\varepsilon_p\right) \tag{3.68}$$

où $\varepsilon_p$ note les déformations plastiques, définies par :

$$\varepsilon_p = \varepsilon_L - \varepsilon_e \tag{3.69}$$

avec $\varepsilon_e$ les déformations élastiques calculées à partir de la valeur du module de Young $E$.

$$\varepsilon_e = \frac{\sigma}{E} \tag{3.70}$$

et $\varepsilon_L$ les déformations logarithmiques définies par :

$$\varepsilon_L = \ln\frac{l}{l_0} = ln\left(1 + \frac{\Delta l}{l_0}\right) \tag{3.71}$$

La contrainte vraie $\sigma$ est définie à chaque instant par le rapport :

$$\sigma = \frac{F}{S} \tag{3.72}$$

où $S$ représente la section de l'éprouvette à l'instant *t*.

Sous l'hypothèse de conservation de volume :

$$S.l = S_0.l_0 \tag{3.73}$$

et connaissant la déformation logarithmique longitudinale $\varepsilon_L$ la section $S$ est donnée par :

$$S = S_0.exp(-\varepsilon_L) \tag{3.74}$$

Plusieurs lois d'écrouissages ont été testées et la loi de Ludwik semble la mieux adaptée pour décrire le comportement de l'AISI 304. Cette loi s'écrit sous la forme :

$$\sigma_V = \sigma_e + k.\varepsilon_p^n \tag{3.75}$$

où $\sigma_e$ note la limite élastique du matériau.

Les paramètres de caractérisation de la loi de comportement sont mentionnés dans le tableau 3.3 ci-après :

| $\sigma_e$ (MPa) | $k$ (MPa) | $n$ |
|---|---|---|
| 197.3 | 1340.6 | 0.64 |

***Tableau 3.3*** *– Paramètres de la courbe d'écrouissage de l'AISI304.*

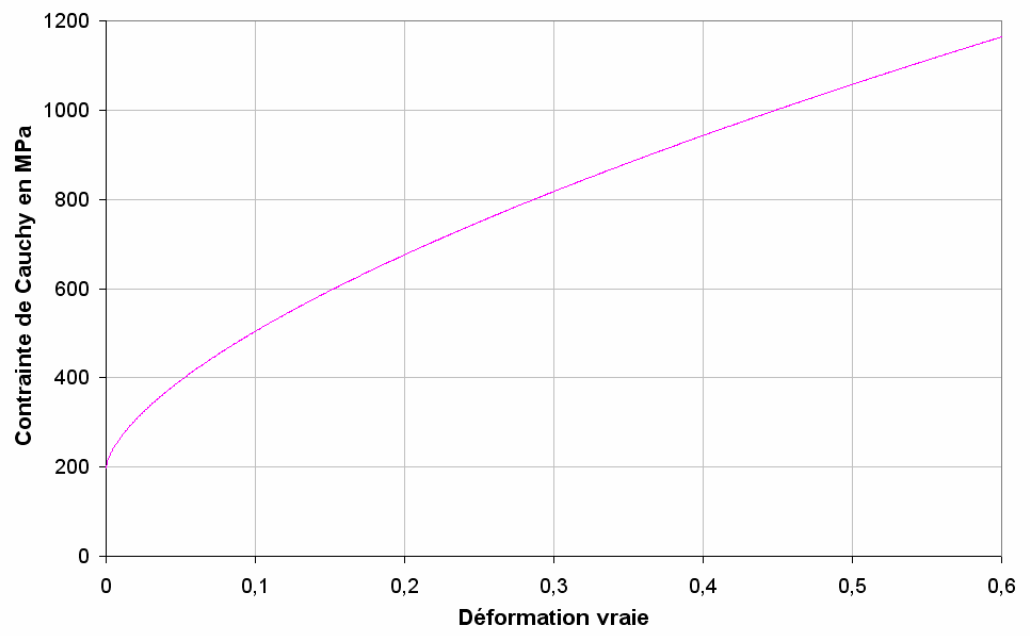



***Figure 3.6*** *– Courbes d'écrouissage de l'AISI304.*

La courbe d'écrouissage du matériau (*Figure 3.6*) est introduite dans le logiciel de simulation sous forme tabulée ou par une fonction spécifique dans le cas d'Abaqus ou bien connaissant les paramètres d'écrouissage $k$, $n$ et la contrainte limite d'élasticité $\sigma_e$ lorsque les simulations sont réalisées à l'aide de Stampack. La modélisation numérique du comportement du matériau utilise une loi d'écrouissage isotrope associée au critère de plasticité anisotrope de Hill.

#### 3.3.1.2 Coefficients d'anisotropie

Les trois coefficients de Lankford $r_0$, $r_{45}$ et $r_{90}$ ont été déterminés à partir des essais de traction sur éprouvettes découpées dans le sens long, diagonal et travers par rapport au sens de laminage.

Les évolutions des trois coefficients de Lankford en fonction des déformations logarithmiques obtenues sur l'AISI304 sont présentées sur la figure 3.7. Leur évolution est relativement constante dans la plage de 10 à 50% de déformation.

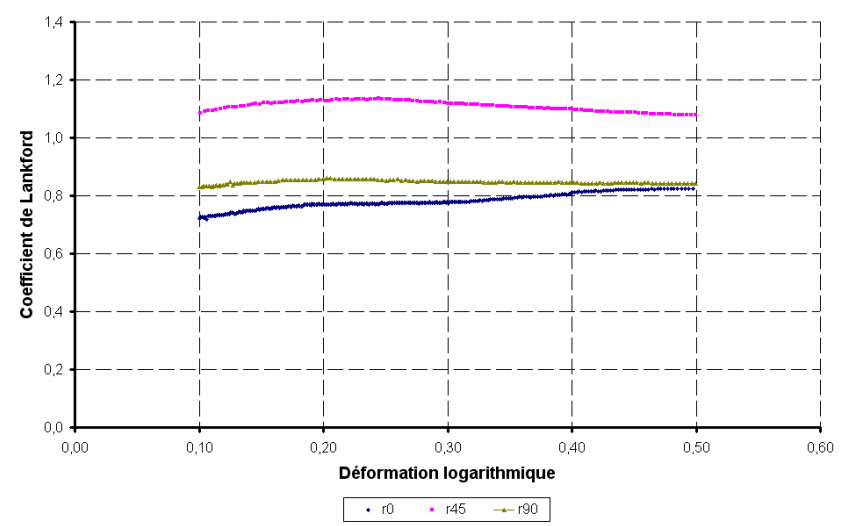



***Figure 3.7*** *– Evolution des coefficients de Lankford.*

Les coefficients de Lankford du AISI304 sont peu élevés avec un coefficient d'anisotropie moyen de 0,97. Les valeurs relevées à 20 et 40% de déformation longitudinale sont données dans le tableau 3.4.

| Coefficient de Lankford | 20% de déformation | 40% de déformation |
|---|---|---|
| $r_0$ | 0,77 | 0,81 |
| $r_{45}$ | 1,13 | 1,10 |
| $r_{90}$ | 0,86 | 0,85 |
| $\overline{r}$ | 0,97 | 0,97 |

***Tableau 3.4*** *– Valeurs des coefficients de Lankford.*

### 3.3.2 Emboutissage en 2D : 1 passe

#### 3.3.2.1 Problème d'emboutissage

La géométrie de la pièce étudiée est illustrée sur la figure 3.9, cette pièce est caractérisée par de fortes courbures locales. Le rapport $h_0 / R_c$ est égale à 1 ($h_0$ : épaisseur initiale

et $R_c$ : rayon de courbure). La tôle étant suffisamment large par rapport à son épaisseur, donc le problème considéré se ramène à un problème en déformations planes selon la direction Z (voir figure 3.9). Dans l'hypothèse des déformations planes, nous supposons que :

$$\varepsilon_{zz} = \varepsilon_{xz} = \varepsilon_{yz} = 0 \tag{3.77}$$

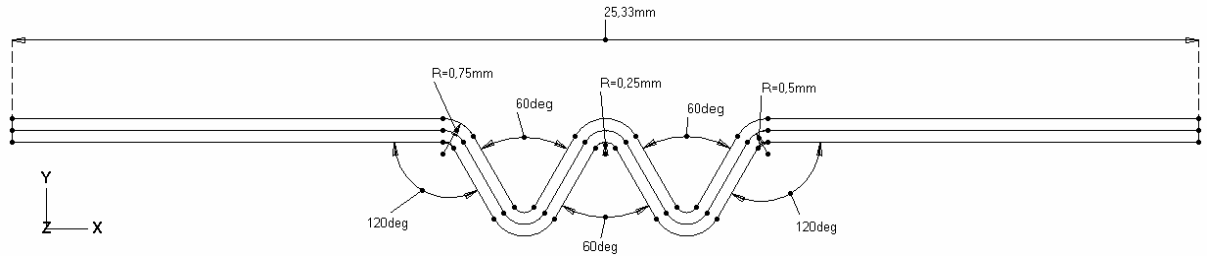



***Figure 3.8*** *– Géométrie et données dimensionnelles de la pièce.*

L'analyse par éléments finis de ce test consiste à modéliser la tôle par des éléments solides bidimensionnels (en déformations planes). Les outils (poinçon, matrice) sont considérés indéformables et sont modélisés par des éléments rigides bidimensionnels. La formulation mathématique du contact est de type maître – esclave, ceci se traduit par l'impossibilité de pénétration des nœuds de la surface déformable de la tôle dans le maillage de la surface rigide de l'outil.

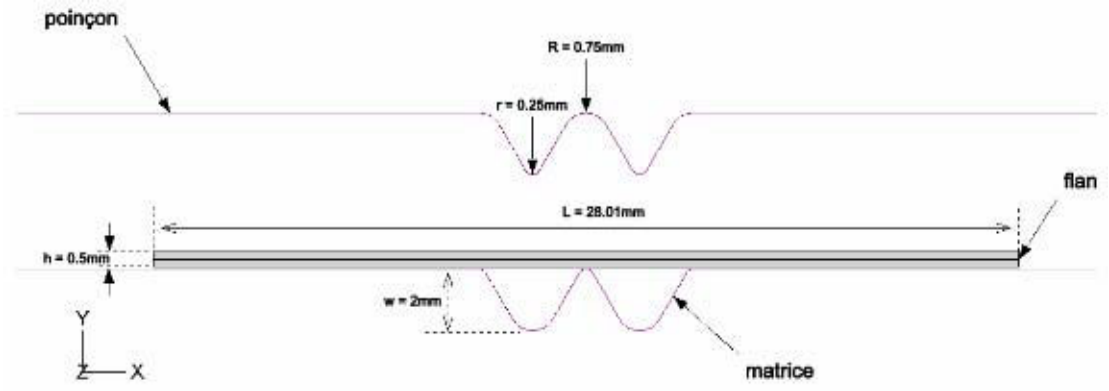



***Figure 3.9*** *– Outils d'emboutissage.*

L'analyse est composée de deux étapes. La première est l'étape d'emboutissage qui consiste à imposer un déplacement au poinçon qui correspond à la profondeur d'emboutissage. La seconde étape est celle du retour élastique qui consiste à enlever les outils progressivement de manière à obtenir un relâchement de la tôle. La comparaison de la déformée ainsi obtenue avec la déformée de fin de l'étape d'emboutissage permet de mesurer le niveau du retour élastique. A noter que toutes les étapes de la simulation sont réalisées dans le code Abaqus©. L'étape d'emboutissage est simulée au moyen d'un code

explicite, afin d'éviter les difficultés de convergence de l'équilibre rencontrées dans un code implicite. Les résultats sont ensuite transférés du code explicite vers le code implicite via un script «Python©» pour simuler l'étape du retour élastique. L'emboutissage est réalisé sans serre-flan, la tôle est posée simplement sur la matrice de manière symétrique (voir Figure 3.9).

L'équilibre de la tôle doit être assurée, lors du passage du code de calcul explicite dynamique vers le code de calcul implicite statique. Pour cela, nous utilisons des ressorts élastiques placés sur le coté gauche et droit de la tôle (voir Figure 3.10) et attachés à des nœuds fictifs. Les trois ressorts ont une très faible raideur ($k = 10^{-5}$), leur rôle consiste à empêcher le mouvement de corps rigide (deux translations et une rotation dans le plan).

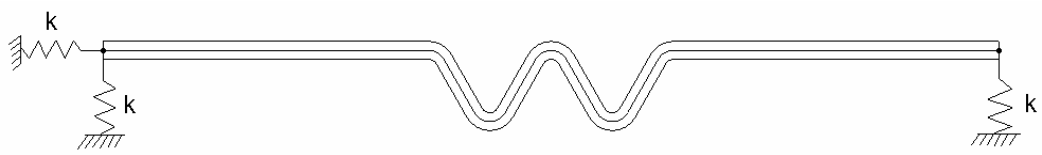



***Figure 3.10*** *– Blocage du mouvement des corps rigide.*

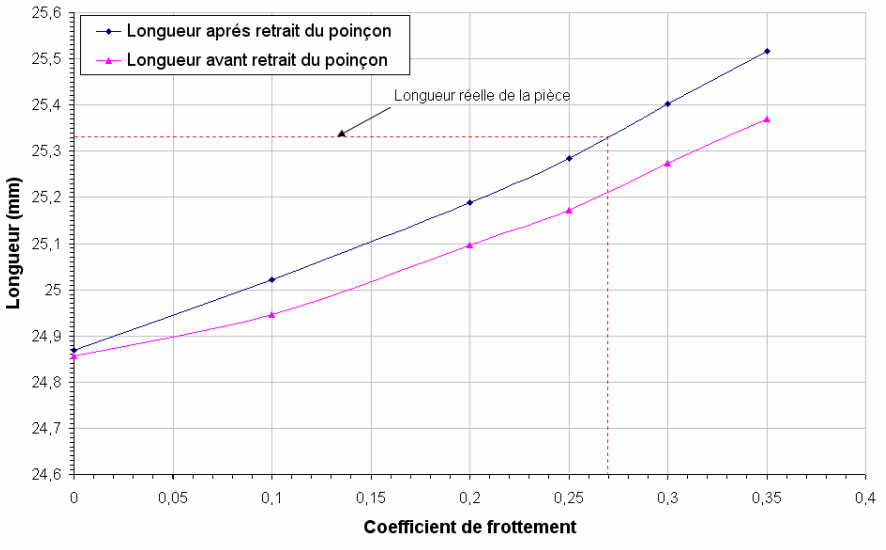
### *3.3.2.2 Estimation du coefficient de frottement*

A ce jour, les codes commerciaux ne permettent en général que la prise en compte d'un coefficient de frottement de Coulomb constant. Sa valeur reste donc inchangée durant le calcul incrémental et en tout point matériel de contact tôle – outil. La valeur du coefficient de frottement de Coulomb appliquée par l'utilisateur est obtenue généralement par essais sur tribomètres. Les difficultés principales pour la prise en compte du frottement dans les calculs tiennent au caractère fortement non linéaire des problèmes à résoudre (non linéarité mécaniques (géométriques et de comportement)) et au fait que le frottement évolue dans le temps en fonction des glissements et des conditions locales de contact qui changent constamment au cours de l'opération d'emboutissage.

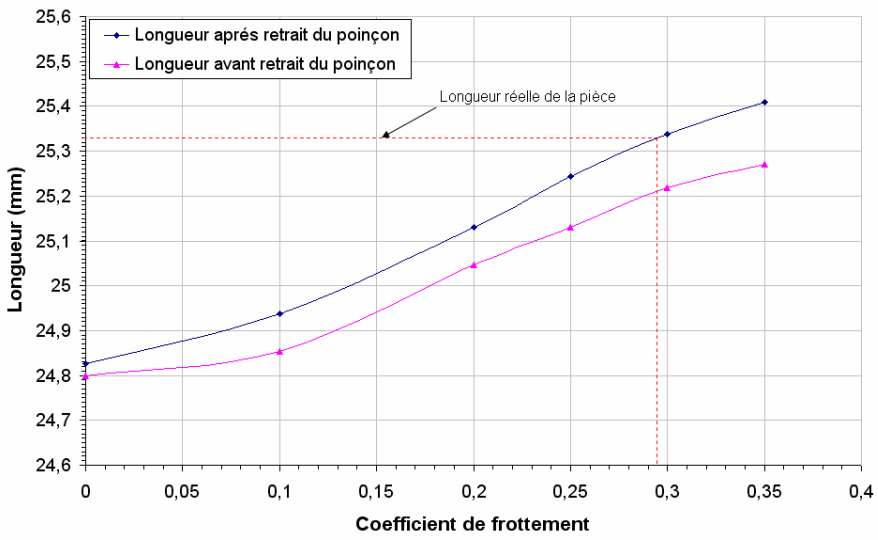
Nous présentons dans ce paragraphe une méthode indirecte d'identification du coefficient de frottement grâce à la simulation numérique. Les conditions d'évaluation du coefficient de frottement sont proches des conditions de mise en forme (vitesse du poinçon 2m/s, géométrie des outils). Nous avons discrétisé la tôle avec 5600 éléments finis à intégration réduite (CPE4R) où le nombre des éléments à travers l'épaisseur est égal à 10, ce qui équivaut à 10 points d'intégration.

Pour identifier le coefficient de frottement, nous avons utilisé deux méthodes de calcul ou de résolution des équations de contact : la méthode cinématique (Figure 3.11 (a)) et la méthode par pénalisation (Figure 3.11 (b)). Nous remarquons que la longueur de l'embouti

augmente avec le coefficient de frottement, ceci s'explique par l'absence du serre-flan. C'est à dire que l'avalement de la matière diminue quand le coefficient de frottement augmente.




*(a) – Calcul du contact avec la méthode cinématique ($f_{app}$=0.27).*




*(b) – Calcul du contact avec la méthode par pénalisation ($f_{app}$=0.295).*

***Figure 3.11** – Estimation du coefficient de frottement.*

Les deux méthodes donnent des longueurs différentes, la méthode par pénalisation permet une certaine souplesse sur la condition d'impénétrabilité (condition de Signorini), ce qui explique l'obtention d'une longueur moins importante que celle correspondant à la méthode cinématique. L'amplitude du retour élastique (décalage entre la courbe en bleu et la courbe en rouge) devient de plus en plus important au fur et à mesure que le coefficient de frottement augmente, cela résulte de l'augmentation des contraintes dans l'embouti avec le coefficient de frottement. D'après la figure 3.11, pour une longueur expérimentale de 25.33mm correspond un coefficient de frottement de 0.27 si la méthode de calcul du contact

utilisée est par pénalisation. Par contre, le coefficient de frottement est de 0.295 s'il s'agit d'une méthode cinématique.

### 3.3.2.3 Variations d'épaisseur dans la tôle

Nous avons effectué une simulation numérique de l'emboutissage avec des éléments finis de coque quadrangulaire à intégration réduite (S4R). Pour cela nous avons utilisé la taille d'éléments finis suivant la longueur (0.05mm) qui correspond bien à la même taille des éléments finis à déformation plane. Nous avons considéré 7 points d'intégration à travers l'épaisseur de la tôle.

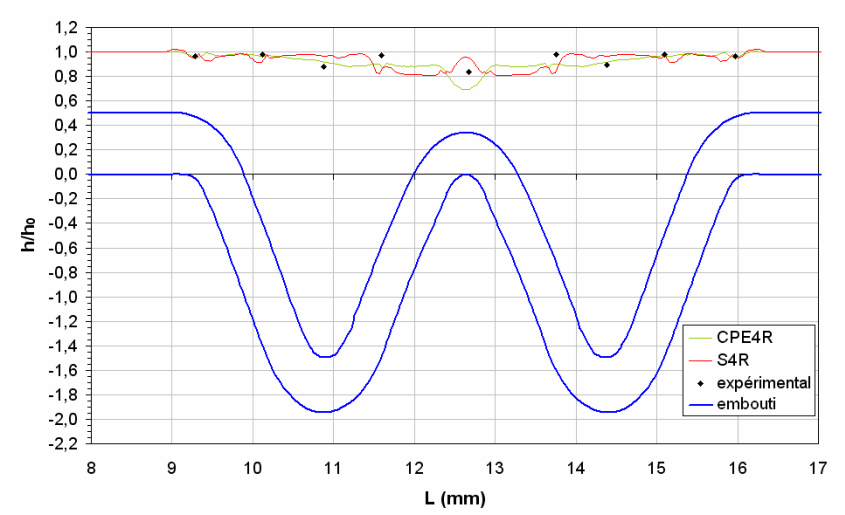



***Figure 3.12*** *– Variations d'épaisseur.*

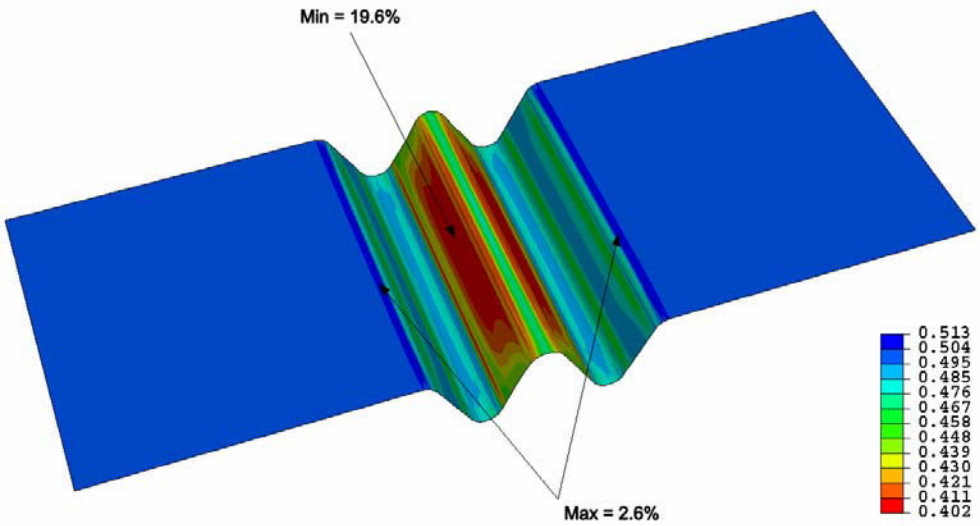



***Figure 3.13*** *– Variations d'épaisseur.*

Sur la figure 3.12 sont illustrés les variations d'épaisseur de l'embouti, nous pouvons constater la différence des épaisseurs données par les éléments de coques et les éléments à déformation plane 2D. Au sommet du pli situé au milieu de l'embouti, l'amincissement obtenu avec les éléments à déformation plane est de 30%, il est nettement inférieur à celui

obtenu avec des éléments de coque 4.6%. Sur les parties planes du pli nous obtenons plus d'amincissement dans le cas des éléments finis de coque (18.1%). Ce résultat ne correspond pas aux mesures réelles, les éléments finis de coque ne sont pas adaptés pour l'évaluation précise des déformations locales (voir Figure 3.13). Cela provient du fait que la tôle présente de fortes courbures ($e / R_c$ élevé). Il est préférable d'utiliser des éléments à déformation plane qui prennent en compte correctement les effets de courbure.

#### 3.3.2.4 *Sensibilité du retour élastique aux paramètres numériques*

Plusieurs facteurs physiques et numériques ont été identifiés dans la littérature comme ayant un impact considérable sur le retour élastique. Nous présenterons une étude bibliographique détaillée sur ce problème dans le dernier chapitre de la thèse. Dans ce présent paragraphe, nous montrons une étude générale de sensibilité du retour élastique à deux paramètres : le nombre d'éléments finis à travers l'épaisseur et la vitesse de déplacement du poinçon.

##### 3.3.2.4.1 Sensibilité à la vitesse

Les critères de base pour qualifier la performance d'un schéma sont la précision de la solution recherchée et le temps CPU nécessaire pour l'obtenir. La modification de la vitesse de déplacement du poinçon intervient directement dans le schéma explicite dynamique, son effet se traduit par un changement de la distribution et de l'amplitude de l'état des contraintes dans la pièce. La simulation numérique à l'aide de ce schéma offre la possibilité d'augmenter artificiellement la vitesse du poinçon. La vitesse ne doit pas être augmentée excessivement pour ne pas fausser les résultats. La diminution de la vitesse donne toujours un résultat plus précis car le problème devient plus stable.

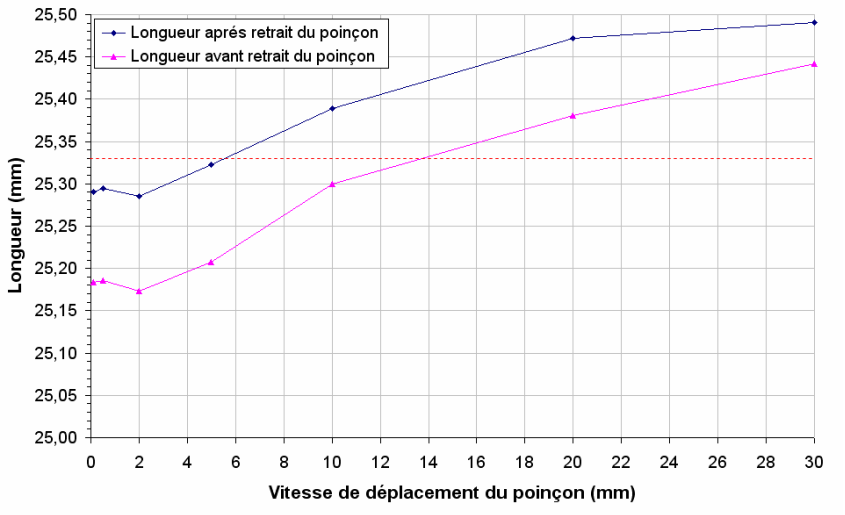
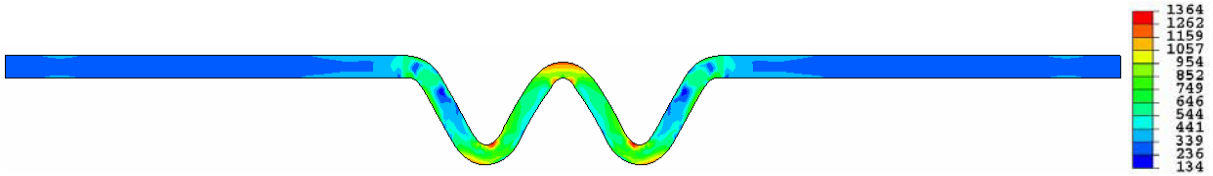
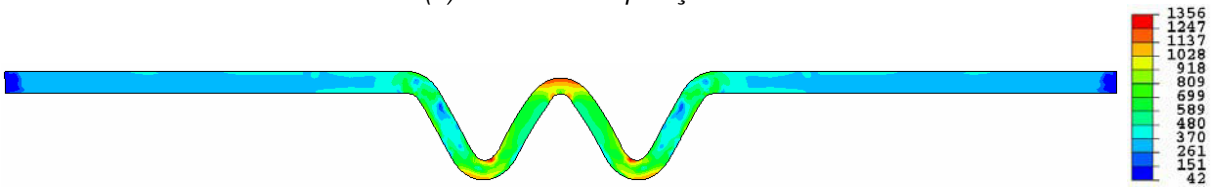



***Figure 3.14*** *– Influence de la vitesse du poinçon sur le retour élastique.*

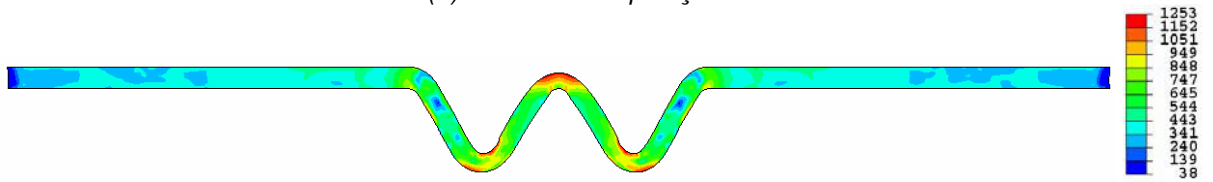
Pour étudier l'influence de la vitesse sur le retour élastique, nous avons réalisé une série de simulation numérique avec différentes vitesses (allant de 0.1 jusqu'à 30m/s). Nous avons utilisé la méthode cinématique pour le calcul du contact et un coefficient de frottement de 0.25. Nous remarquons que la longueur de l'embouti augmente avec la vitesse, par contre le retour élastique diminue. Ce retour élastique est représenté par l'écart entre les deux courbes de la figure 3.14.




*(a) – Vitesse du poinçon = 0.1m/s.*



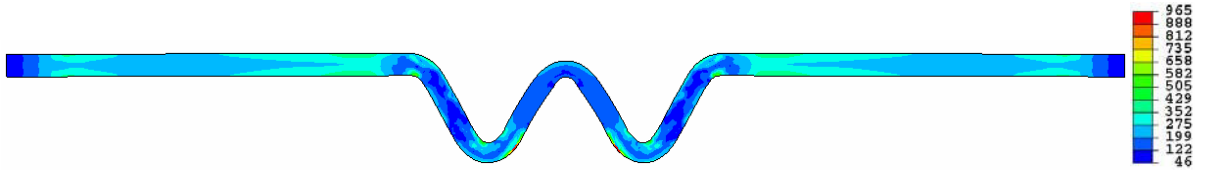

*(b) – Vitesse du poinçon = 10m/s.*



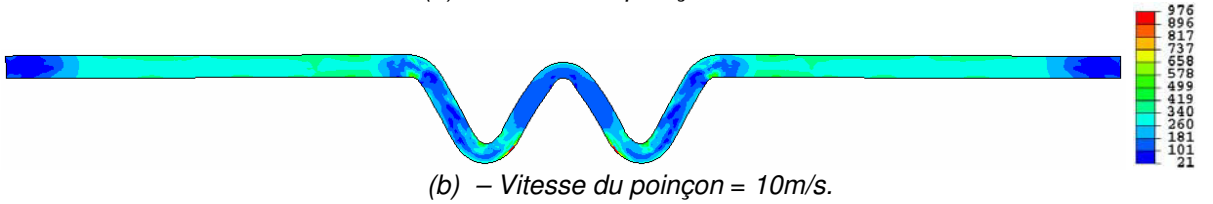

*(c) – Vitesse du poinçon = 20m/s.*

***Figure 3.15*** *– Distribution des contraintes de Von Mises en MPa avant retour élastique.*

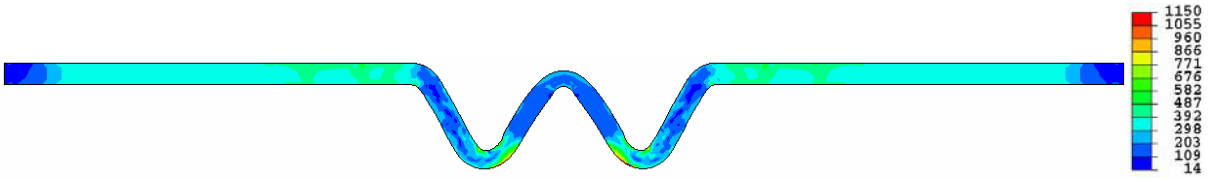
D'après la figure 3.15, nous pouvons voir que l'augmentation de la vitesse engendre une concentration de contrainte plus importante au niveau du sommet des plis. Nous remarquons aussi que dans les parties planes (ailes du pli) les contraintes s'accentuent d'avantage. Donc il est clair qu'il y a une plastification plus importante de la tôle (voir Figure 3.16) avec l'augmentation de la vitesse et par conséquent le retour élastique de celle-ci devient de moins en moins important (voir Figure 3.14).




*(a) – Vitesse du poinçon = 0.1m/s.*




*(b) – Vitesse du poinçon = 10m/s.*



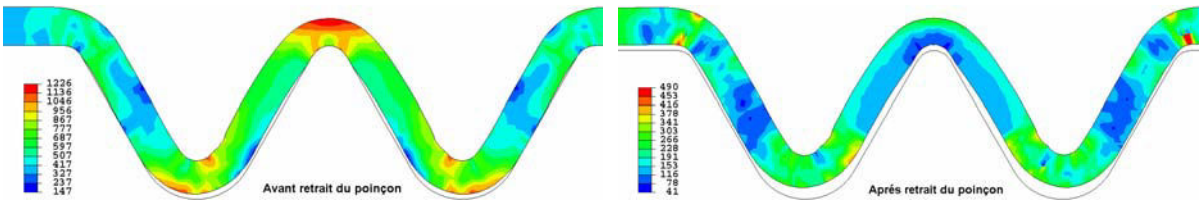

*(c) – Vitesse du poinçon = 20m/s.*

***Figure 3.16** – Distribution des contraintes de Von-Mises en MPa après retour élastique.*

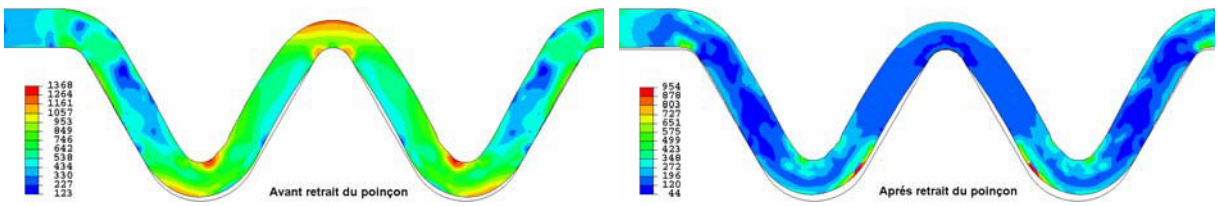
#### 3.3.2.4.2 Sensibilité au nombre des éléments à travers l'épaisseur

Un autre paramètre numérique a une influence non négligeable sur le retour élastique, il s'agit du nombre d'éléments finis à travers l'épaisseur de la pièce. Chaque élément fini possède un point d'intégration de Gauss au milieu du quadrangle. Cela veut dire que le nombre des points d'intégration correspond bien au nombre des éléments finis à travers l'épaisseur.

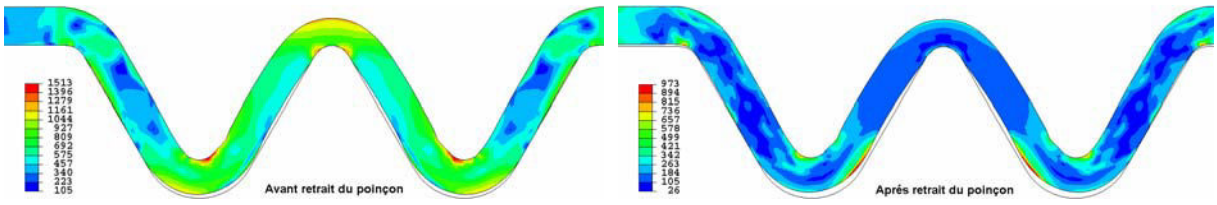
Dans cette étude, nous considérons quatre densités de maillages différents (voir Figure 3.17), une vitesse de déplacement du poinçon de 2m/s et un coefficient de frottement de 0.25. Sur la figure 3.18 nous avons tracé la courbe montrant l'évolution de la longueur de la pièce avant et après retour élastique en fonction du maillage. Nous constatons une influence du nombre d'éléments finis à travers l'épaisseur. Le raffinement du maillage permet d'obtenir une concentration de contraintes de plus en plus localisée au niveau du sommet des plis, cela explique la diminution de la longueur de la pièce. Par contre, nous remarquons que l'amplitude du retour élastique ne varie pas beaucoup avec la taille de l'élément fini.



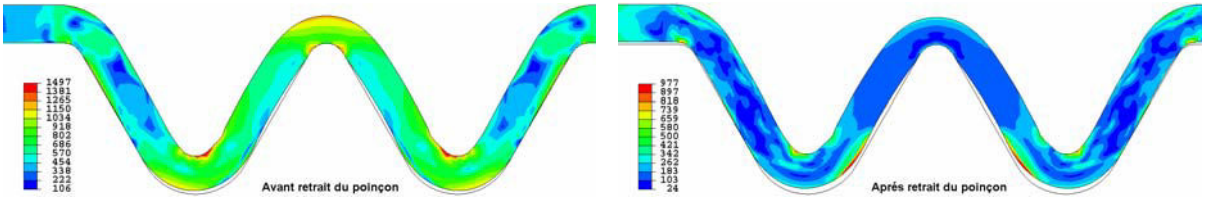

*(a) - 3360 éléments finis quadrangulaire (4 éléments finis à travers l'épaisseur).*




*(b) – 5600 éléments finis quadrangulaire (10 éléments finis à travers l'épaisseur).*




*(c) – 11200 éléments finis quadrangulaire (20 éléments finis à travers l'épaisseur).*




*(d) – 16800 éléments finis quadrangulaire (30 éléments finis à travers l'épaisseur).*

***Figure 3.17*** *– Contraintes de Von-Mises (MPa) en fonction de la taille d'éléments finis.*

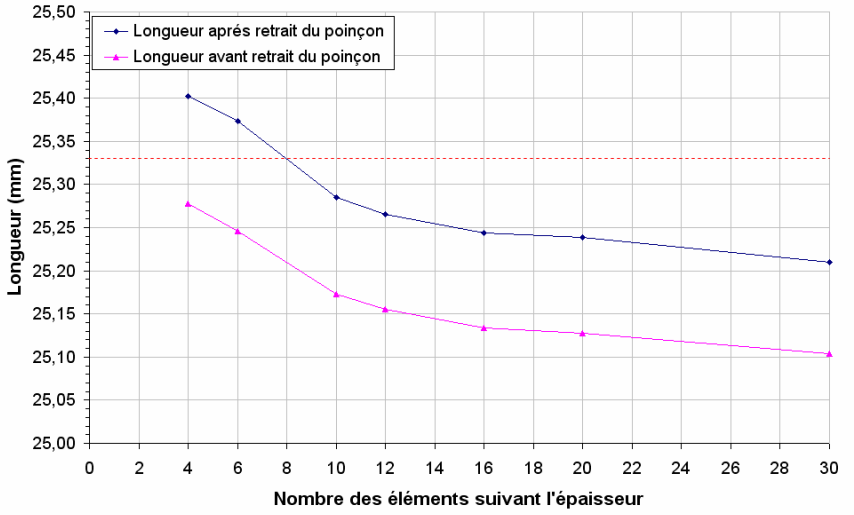



***Figure 3.18*** *– Influence du nombre d'éléments à travers l'épaisseur sur le retour élastique.*

## *3.3.3 Emboutissage multi-passes en 2D : 4 passes*

### *3.3.3.1 Problème d'emboutissage*

Afin d'éviter les problèmes de striction, la mise en forme des pièces de précision en forme de plis est réalisée en plusieurs passes (voir Annexe D). Le nombre de passes dépend de la forme, de l'épaisseur et du matériau de la pièce. La figure 3.19 montre la forme géométrique d'une pièce à huit plis réalisée en quatre passes (2 plis, 4 plis, 6 plis et 8 plis), les deux plis de la première passe sont réalisés au niveau du centre de la pièce. Comme dans le cas précédent, l'analyse par éléments finis consiste à modéliser la pièce par des éléments finis en 2D à déformations planes. L'hypothèse de déformation plane est assez réaliste car la

dimension hors plan de la pièce considérée est suffisamment grande. Généralement le rapport $h_0 / R_c$ ($h_0$ : épaisseur de la pièce et $R_c$ : rayon de courbure) est toujours élevé, dans notre cas il est égal à 1 donc la modélisation par des éléments finis de coque n'est pas bien adapté.

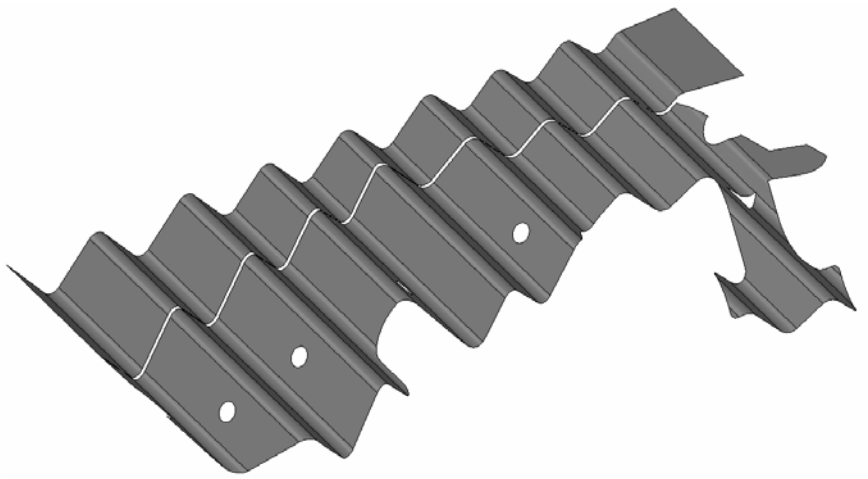


***Figure 3.19*** *– Géométrie d'une pièce emboutie en quatre passes.*

La mise en forme en plusieurs passes permet de mieux contrôler le déplacement de la matière. Les zones de striction favorisées par la stagnation de la matière au centre de la pièce sont alors éliminées. Les pièces multi-plis subissent un gradient de déformation élevé qui apparaît au niveau du sommet de chaque pli et qui se traduit par un amincissement local. Pendant la mise en forme, nous constatons que l'amincissement qui se produit lors de la première passe continue à se développer au cours des passes suivantes, cela montre bien que les passes d'emboutissage sont dépendantes l'une de l'autre. Les pièces multi-plis se caractérisent aussi par un retour élastique important qui peut être interprété par l'ouverture de l'angle de chaque plis (appelé couramment «effet accordéon» dans l'entreprise) et une courbure générale de la pièce.

Dans le but d'observer l'évolution des amincissements après chaque opération de mise en forme, nous avons réalisé une simulation numérique en 2D de l'emboutissage de la pièce à huit plis ayant une longueur de 50mm et une épaisseur de 0.5mm (voir *Figure 3.20*). Nous considérons seulement les étapes d'emboutissage sans prendre en compte le retour élastique. La simulation numérique se fait par désactivation des surfaces candidates au contact lors de la passe précédente et activation des surfaces candidates au contact au cours de la passe suivante. La pièce est discrétisée en 10000 éléments finis quadrangulaire à intégration réduite (1000*10) de taille $L_e$ = 0.05mm = $h_0 / 10 = R_c / 10$ et de type CPE4R. Pour modéliser le comportement du matériau nous avons utilisé un modèle d'écrouissage

élastoplastique isotrope associé au modèle anisotrope de Hill. L'emboutissage de la tôle qui s'effectue sans serre flan et la complexité de la forme géométrique des outils justifient l'utilisation d'un schéma dynamique explicite pour la résolution des équations d'équilibre du problème. Le tableau 3.5 résume quelques paramètres utilisés dans la simulation numériques.

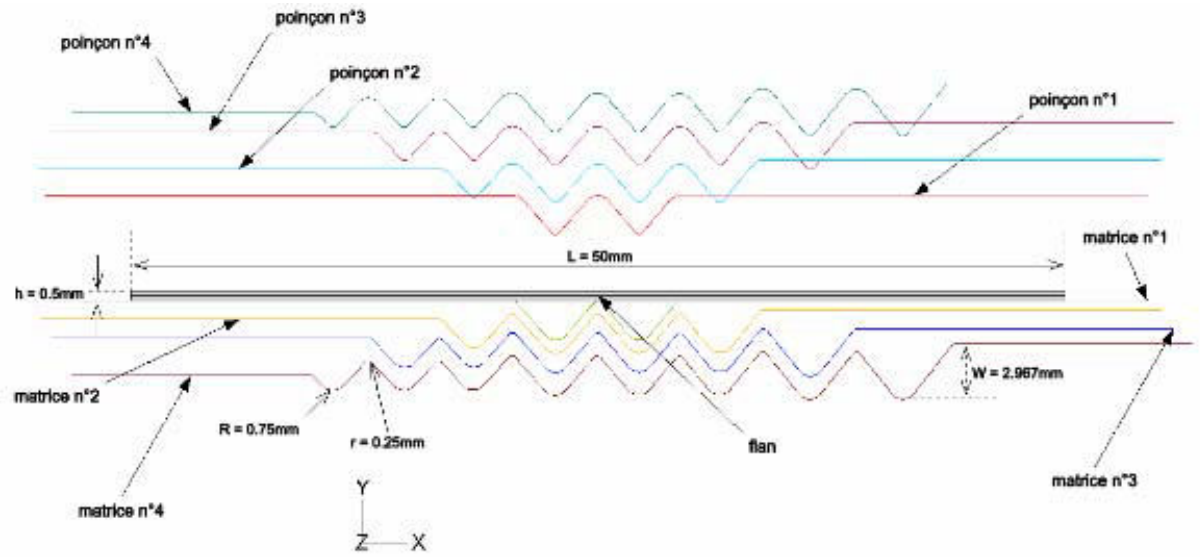



***Figure 3.20*** *– Outils de l'emboutissage multi-passes en 2D.*

| | |
|---|---|
| Type des éléments finis | CPE4R |
| Nombre d'éléments finis | 10000 (1000*10) |
| Méthode de calcul du pas de temps | automatique |
| Vitesse de déplacement du poinçon (m/s) | 2 |
| Profondeur d'emboutissage maximale (mm) | 2.967 |
| Algorithme de contact | cinématique |
| Coefficient de frottement de Coulomb | 0.3 |

***Tableau 3.5*** *– paramètres numériques (Abaqus).*

### *3.3.3.2 Courbes Effort / Déplacement*

Le comportement mécanique du problème d'emboutissage est défini à l'aide de la courbe d'évolution de la force de formage. Sur la figure 3.21 nous pouvons voir que la force maximale nécessaire pour déformer la pièce augmente d'une passe à l'autre. Sur les quatre courbes nous n'observons pas d'oscillations très localisées en dents de scie, cela montre bien que le maillage de la pièce est assez fin notamment dans les courbures et qu'il n'y a pas de problèmes d'inter-pénétrabilité importants. Nous constatons aussi qu'il existe des endroits sur les quatre courbes où l'évolution de la force de formage présente des instabilités

(présence de pics). Ces endroits représentent la profondeur d'emboutissage à laquelle la tôle subit un glissement par rapport à l'outil qui engendre une diminution momentanée de la force de formage.

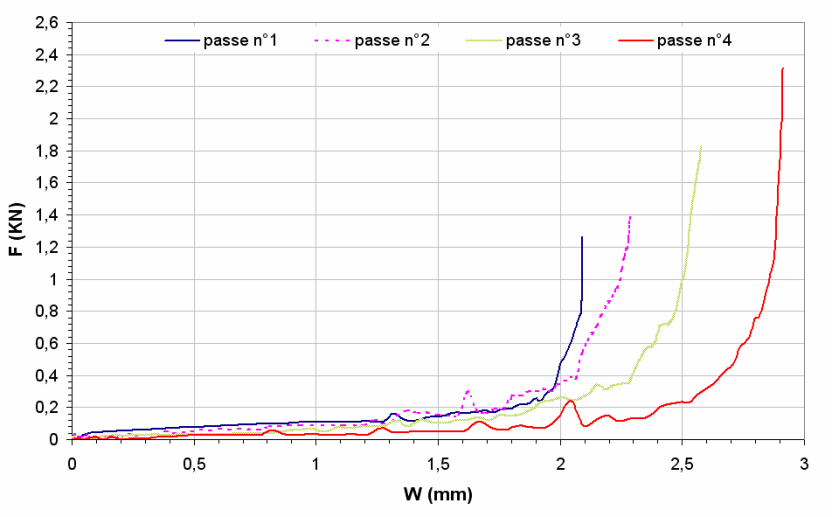



***Figure 3.21*** *– Evolution de la force de formage.*

### 3.3.3.3 *Variations d'épaisseur*

Les zones qui ont été choisies pour effectuer les mesures sont illustrées sur la figure 3.22, Il s'agit de mesurer l'épaisseur au niveau de la courbure et au milieu de l'aile de chaque pli.

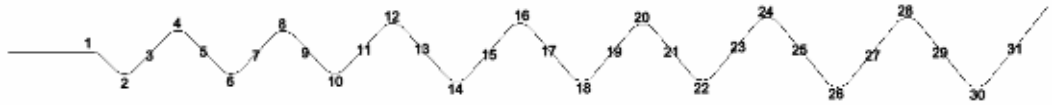
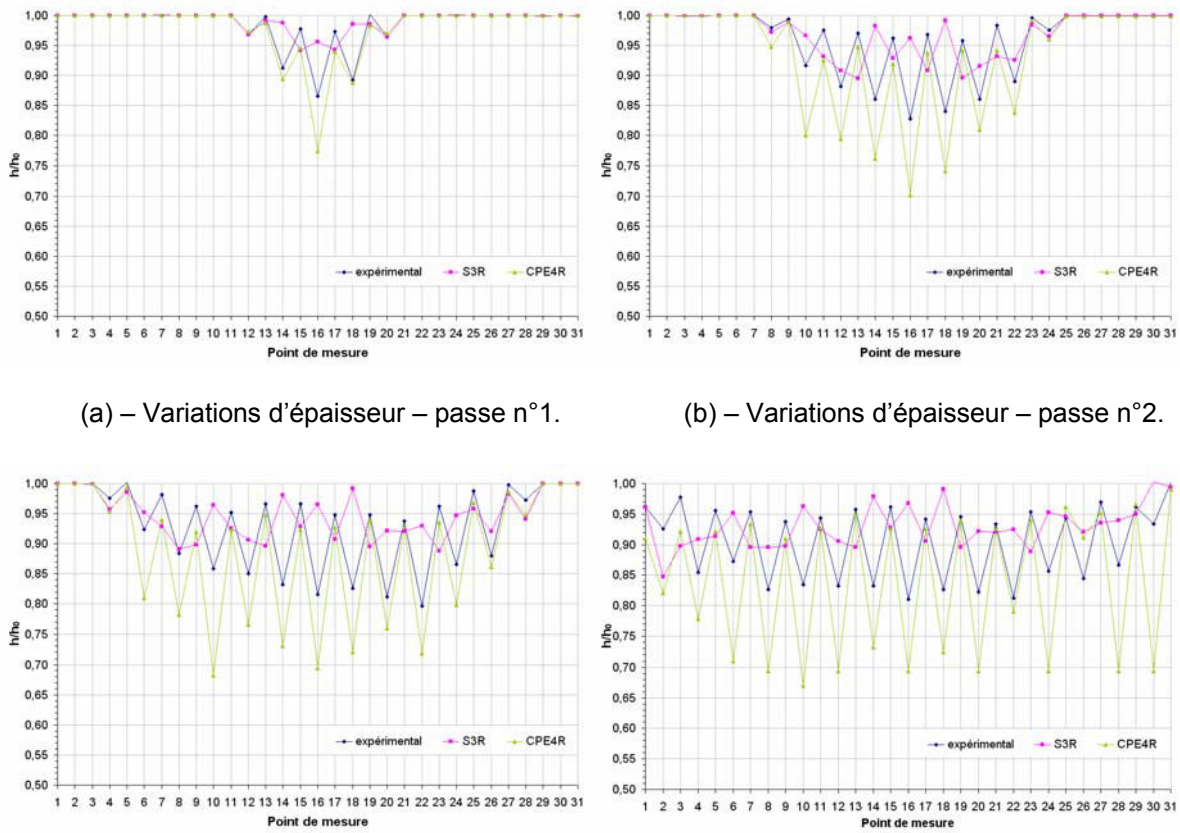



***Figure 3.22*** *– Points de mesure de l'épaisseur.*

La figure 3.23 présente les variations expérimentales et numériques des épaisseurs pour les différentes passes. Nous pouvons voir les oscillations en dents de scie de la courbe en vert qui représente les amincissements obtenus à l'aide des éléments à déformations planes (CPE4R). Cette courbe a la même allure que la courbe en bleu (mesures expérimentales)) mais il y des écarts entre les deux. Les écarts sont relativement importants au sommet des plis car la méthode de relevé de la mesure numérique consiste à sélectionner deux nœuds de la pièce (un nœud de la surface du bas et un nœud de la surface du haut) alors que expérimentalement nous mesurons l'épaisseur avec un palpeur à pointe. La mesure de l'épaisseur avec un palpeur à pointe dans les zones à forte courbure ne donne pas forcement des valeurs précises. Il est possible d'avoir une sous estimation des amincissements comme le montre la courbe en bleu. Les maxima et les minima de la courbe sont respectivement les amincissements au niveau de l'aile et au sommet du pli. Nous

constatons aussi que la pièce continue à s'amincir aux mêmes endroits tout au long des passes. La courbe en rose correspond à la modélisation effectuée avec des éléments finis de coque (S3R), la différence par rapport aux deux autres courbes est importante. Les éléments finis de coque ne permettent pas de détecter correctement les zones d'amincissement et donc de modéliser le comportement élastoplastique de ce type de pièces.




(a) – Variations d'épaisseur – passe n°1.

(b) – Variations d'épaisseur – passe n°2.

(c) – Variations d'épaisseur – passe n°3.

(d) – Variations d'épaisseur – passe n°4.

***Figure 3.23*** *– Influence du nombre de passe sur la variation d'épaisseur.*

### *3.3.4 Simulation numérique de l'emboutissage en 3D*

Cette étude porte sur l'emboutissage d'une pièce en AISI304 de forme complexe réalisée en une passe et dont l'épaisseur est égale à 0.5mm. La forme géométrique et les données dimensionnelles sont illustrées dans l'annexe A. La pièce comporte des bosses dont la hauteur est de 1.15mm.

#### *3.3.4.1 Problème d'emboutissage : considérations générales*

L'emboutissage des pièces de précision en tôlerie fine est un procédé particulier. Les dimensions et la géométrie des pièces réalisées au sein de l'entreprise GA sont très

différentes de celles fabriquées par emboutissage conventionnel. La précision de fabrication de ces pièces (± 0.05mm) requiert l'utilisation de modèles numériques sophistiqués afin de reproduire rigoureusement le comportement rhéologique de la tôle et les interactions mécaniques au niveau des interfaces de contact outils – tôle. Pour que les résultats soient réalistes, il est indispensable de tenir compte du frottement avec la meilleure précision possible. Son effet à la fois sur la forme et la distribution des déformations dans la pièce emboutie est loin d'être négligeable.

La profondeur d'emboutissage qui correspond à la hauteur d'empreinte des outils est de 2.306mm. Pour cette profondeur d'emboutissage, nous montrerons dans ce qui suit qu'il est possible d'atteindre un taux de déformation de 50%. Il s'agit d'un problème d'emboutissage profond où la tôle est sollicitée avec des chemins de déformations complexes, le rapport $h_0 / R_c$ est égale à 0.83. La CAO des outils (dimensions typiques : 50×25×20mm et poids : 0.2kg) utilisés a été réalisée à partir de la géométrie 3D de la pièce en considérant la fibre neutre de celle-ci (surface moyenne). La figure 3.24 illustre l'emplacement du flan par rapport aux outillages de mise en forme. La butée qui sert à trouver la bonne position du flan n'est pas présentée car elle n'intervient pas dans la simulation numérique. La CAO des outils (poinçon et matrice) a été réalisée avec un logiciel de conception de grande précision « Geomagic© » [21] qui nous permet de préserver le plus fidèlement possible les formes géométriques lors de leur importation dans le logiciel de simulation Abaqus©, cette étape est d'une très haute importance car il s'agit d'étudier des pièces selon un intervalle de tolérance très serré (± 0.05mm).

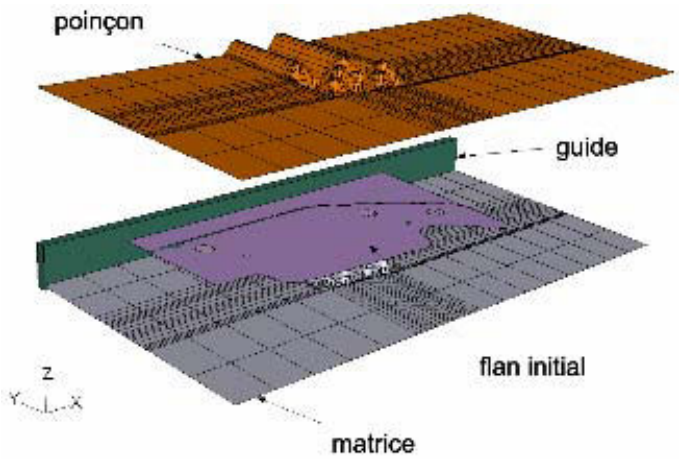



***Figure 3.24*** *– Outils d'emboutissage.*

Le pilotage du poinçon se fait en imposant un déplacement à ce dernier qui correspond à la profondeur d'emboutissage. La figure 3.25 montre une vue de dessus du contour de la pièce avant et après mise en forme. L'axe des X symbolise la longueur de l'outil (50mm) et

l'axe des Y sa largeur (25mm). Dans la figure, nous pouvons voir que les déplacements de la matière au niveau du contour de la pièce sont relativement faibles (quelques millimètres).

Dans le but d'éviter les problèmes de divergence (distorsion excessive des éléments finis due à des instabilités numériques) du calcul explicite, nous avons décidé d'utiliser des outils conçus à partir de la fibre neutre de la pièce, c'est-à-dire que physiquement il n'y a pas de jeu entre la pièce et les outils qui correspond à la mi-épaisseur initiale du flan. Cela implique qu'à la fin de la simulation d'emboutissage, le maillage déformé de l'embouti coïncide avec le maillage rigide des outils.

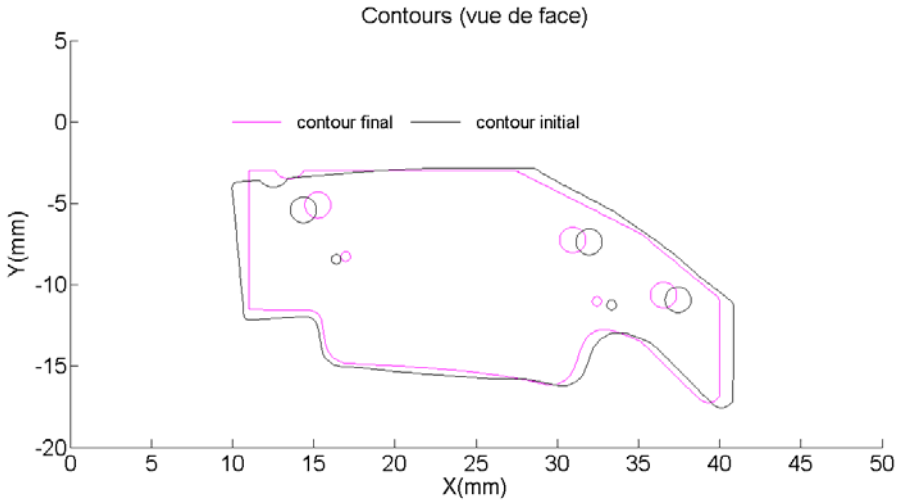



***Figure 3.25*** *– Vue de dessus du contours de la pièce (avant et après mise en forme).*

### 3.3.4.2 Conditions aux limites & schéma de résolution

L'emboutissage est réalisé sans serre flan. Le bord de la pièce reste libre durant l'opération de mise en forme. Le flan comporte un support dont le rôle consiste à bloquer son mouvement suivant l'axe Y. Les conditions aux limites sont représentées par le contact entre l'arête du support du flan et la surface du guide. Dans certain cas Il est indispensable de remplacer ce contact par les conditions aux limites de type $U_y = 0$ illustrées sur la figure 3.26.

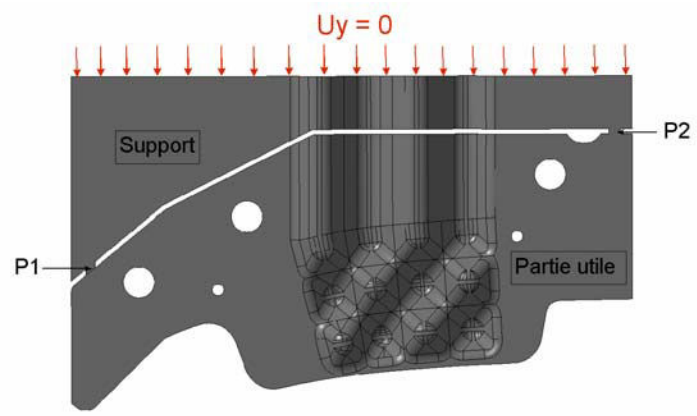



***Figure 3.26*** *– Condition aux limites $U_y = 0$.*

Généralement, les pièces de précision en tôlerie fine comportent un support dont le rôle consiste à rigidifier la pièce et à la maintenir contre le guide. Une fois le flan embouti, le support sera enlevé en le détachant de la partie utile au niveau des deux points d'attache $P_1$ et $P_2$ comme le montre la figure 3.26.

Vue la nature des conditions aux limites et la géométrie de l'embouti nous sommes amenés à utiliser un schéma de résolution dynamique explicite. L'avantage de ce schéma est qu'il permet d'obtenir rapidement une solution numérique du problème avec une très bonne gestion du contact outil-tôle. Contrairement à un schéma statique implicite où la convergence est conditionnée par l'exigence de la vérification de l'équilibre du système.

### 3.3.4.3 Simulation numérique : Géométrie de l'embouti

Sur la figure 3.27 nous avons superposé le maillage déformé de l'embouti (éléments finis de coque à trois nœuds S3R) avec la géométrie définie par la CAO. La présence des écarts de forme entre l'embouti et la géométrie définie par la CAO est due principalement à l'interaction de plusieurs paramètres entrant en jeu lors de la simulation du procédé de mise en forme. En plus de la modélisation du comportement de la tôle, quelques incertitudes sur les valeurs exactes des paramètres du procédé (contact et efforts transmis à la tôle), ainsi que l'approximation par éléments finis constituent des sources d'erreur qui affectent directement la qualité de la prédiction de l'état final de la tôle.

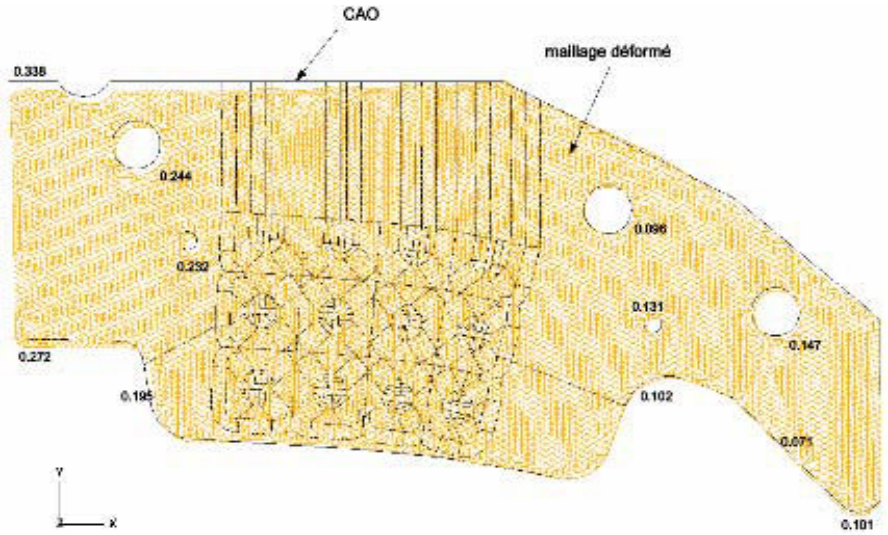
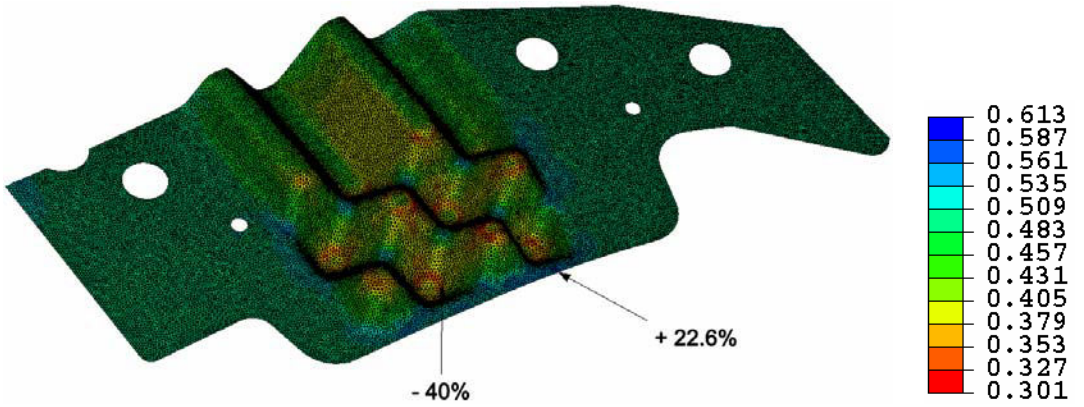



***Figure 3.27*** *– Ecarts par rapport à la forme désirée de l'embouti.*

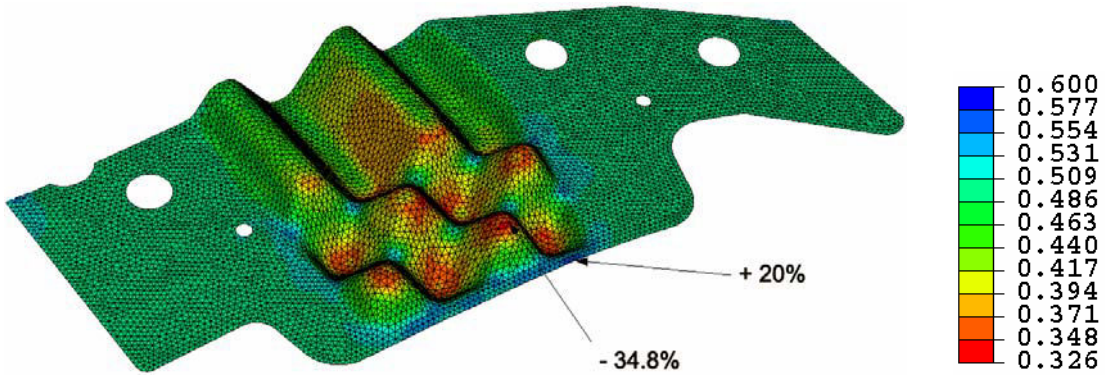
### 3.3.4.4 Sensibilité au maillage

Dans le cas de la mise en forme des pièces de précision en tôlerie fine, le maillage joue un rôle important dans l'évaluation de la pertinence des résultats numériques. Contrairement aux procédés conventionnels de mise en forme par emboutissage, la taille des éléments finis

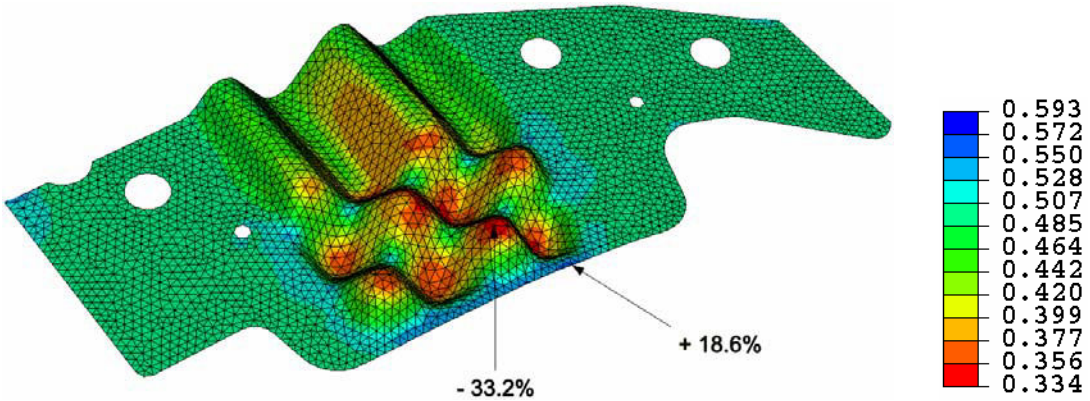
utilisés dans le cas de ce procédé est beaucoup plus petite que l'épaisseur de la tôle. D'après les études effectuées sur la sensibilité des résultats à la taille de l'élément fini, nous pouvons considérer qu'une taille égale à peu prés à la moitié de l'épaisseur initiale de la tôle $h_0 / 2$ permet d'obtenir une bonne précision des résultats. La figure 3.28 montre les variations de l'épaisseur dans l'embouti pour les différentes tailles d'éléments finis. Il est clair que le maillage grossier de 3500 éléments finis de coque ne donne pas un résultat précis dans les zones à fortes courbures (*rayon de courbure = 0.6mm*).



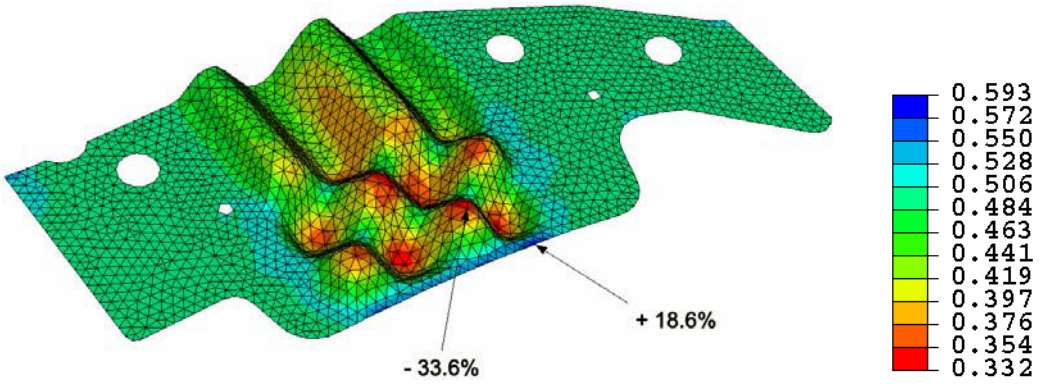

(a) – $L_e$ = 0.1mm, ≈ 84400 éléments finis.



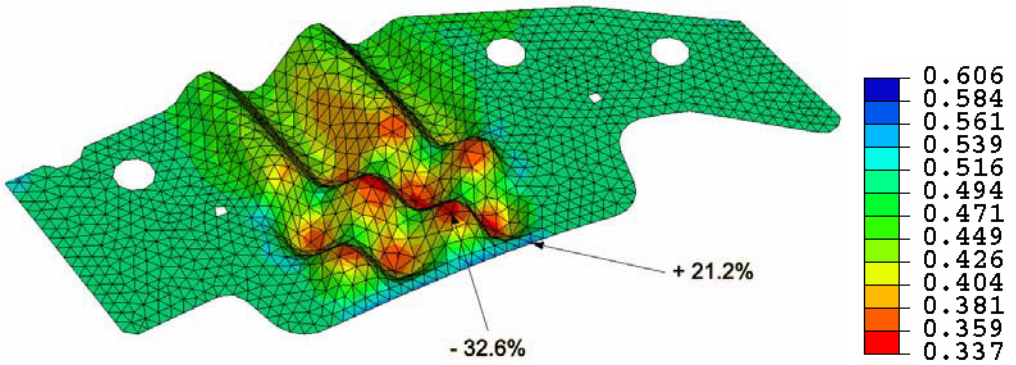

(a) – $L_e$ = 0.2mm, ≈ 20500 éléments finis.




(b) – $L_e$ = 0.3mm, ≈ 9100 éléments finis.




(c) – $L_e$ = 0.4mm, ≈ 5300 éléments finis.




(d) – $L_e$ = 0.5mm, ≈ 3500 éléments finis.

***Figure 3.28*** *– Contours numériques Vs contour de la CAO.*

Afin d'étudier l'influence de la taille des éléments finis sur la géométrie de l'embouti, nous avons mesuré les écarts de forme en cinq points (voir *Figure 3.29*) en comparant les coordonnées de chaque point avec les coordonnées du point de référence qui lui correspond.

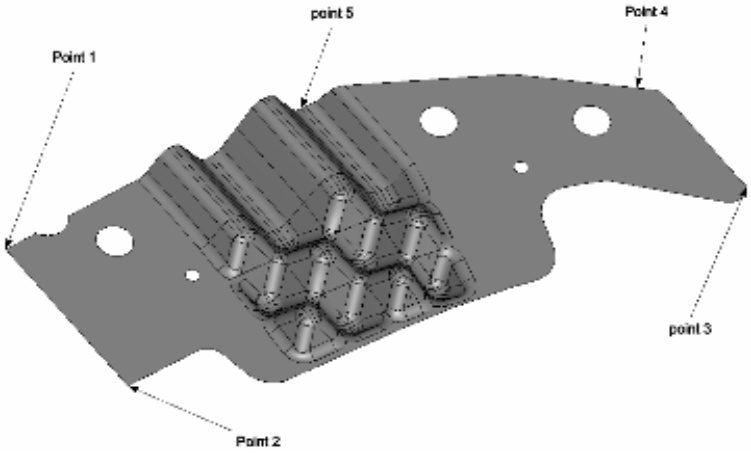



***Figure 3.29*** *– Points de mesure des écarts de forme par rapport à la CAO.*

Sur la figure 3.30 nous avons tracé la courbe représentant l'évolution des écarts de forme en chaque point de l'embouti. Nous constatons que la géométrie de l'embouti devient de plus

en plus sensible au maillage au fur et à mesure que la taille de l'élément fini augmente (voir point 3 et point 4).

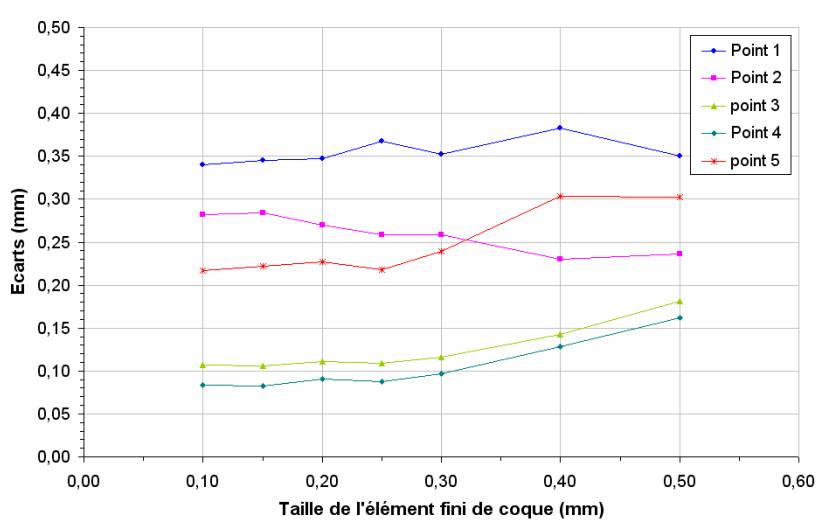



***Figure 3.30*** *– Evolution des écarts de forme en fonction de la taille des éléments finis par rapport à la géométrie désirée.*

### *3.3.4.5 Sensibilité au nombre des points d'intégration*

De la même manière que précédemment, nous avons étudié l'influence du nombre des points d'intégration suivant l'épaisseur de la tôle sur la géométrie de l'embouti. Nous remarquons qu'il est largement suffisant d'utiliser sept points d'intégration dans l'épaisseur (voir *figure 3.31*).

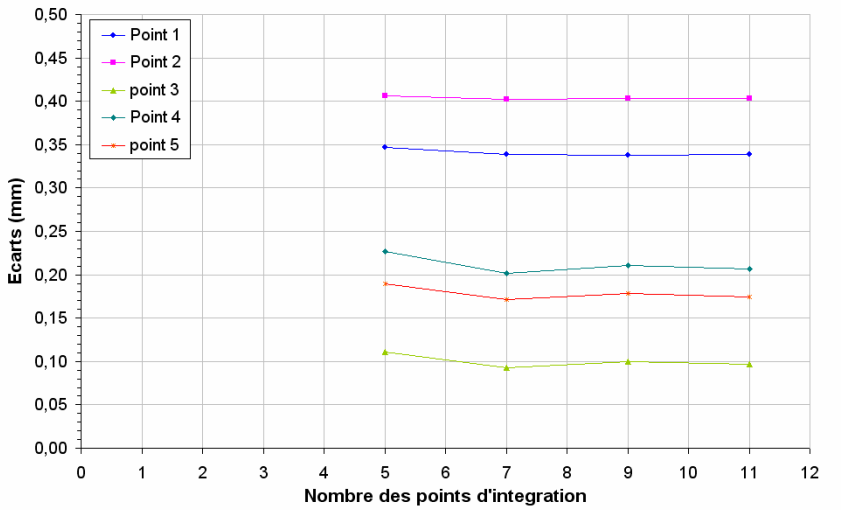



***Figure 3.31*** *– Evolution des écarts de forme en fonction du nombre de points d'intégration.*

### *3.3.4.6 Sensibilité au coefficient de frottement*

La figure 3.32 représente l'évolution des écarts de forme en fonction du coefficient de frottement entre l'embouti et les outils. Nous pouvons considérer que pour l'ensemble des points, les écarts sont minimaux lorsque le coefficient de frottement se situe entre 0.2 et 0.3.

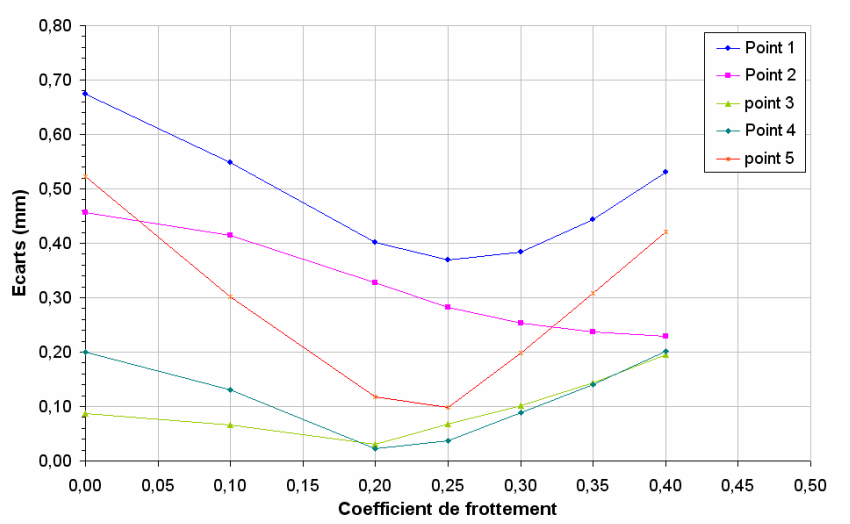



***Figure 3.32*** *– Evolution des écarts de forme en fonction du coefficient de frottement.*

Le coefficient de frottement évolue en fonction d'un grand nombre de paramètres. La liste suivante n'est pas exhaustive :

i. nature du couple de matériaux,
ii. micro-géométrie du contact (rugosité)
iii. propriétés mécaniques (dureté)
iv. pression de contact
v. température
vi. nature et mode de lubrification.

La micro-géométrie du contact dépend du procédé d'usinage utilisé pour réaliser les outils. Ce paramètre peut être pris en compte lors de la modélisation numérique de l'emboutissage. Dans les codes de calcul par éléments finis, il est possible de modéliser l'outil de manière à diviser sa surface en plusieurs zones et attribuer à chaque zone un coefficient de frottement différent, $f_1$, $f_2$ et $f_3$ (voir *Figure 3.33*). Ce choix permet parfois d'améliorer les résultats numériques en terme de forme géométrique.

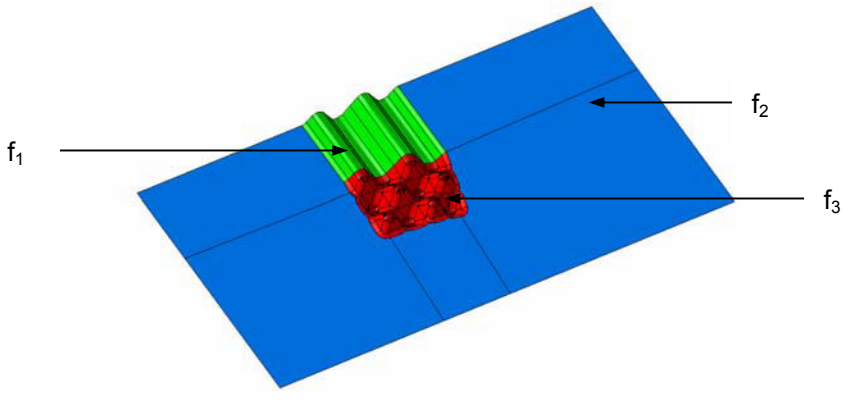



***Figure 3.33*** *– Partition de la surface de l'outil en fonction de l'état de surface.*

### 3.3.4.7 Sensibilité à la vitesse du poinçon

L'augmentation de la vitesse du poinçon permet de réduire le temps de calcul CPU, mais quand la vitesse augmente excessivement l'effet d'inertie devient important engendrant ainsi des instabilités numériques et des erreurs de calcul. Pour étudier l'influence de la vitesse nous avons suivi la même démarche que précédemment : nous augmentons la vitesse à chaque simulation de 2m/s et nous mesurons les écarts.

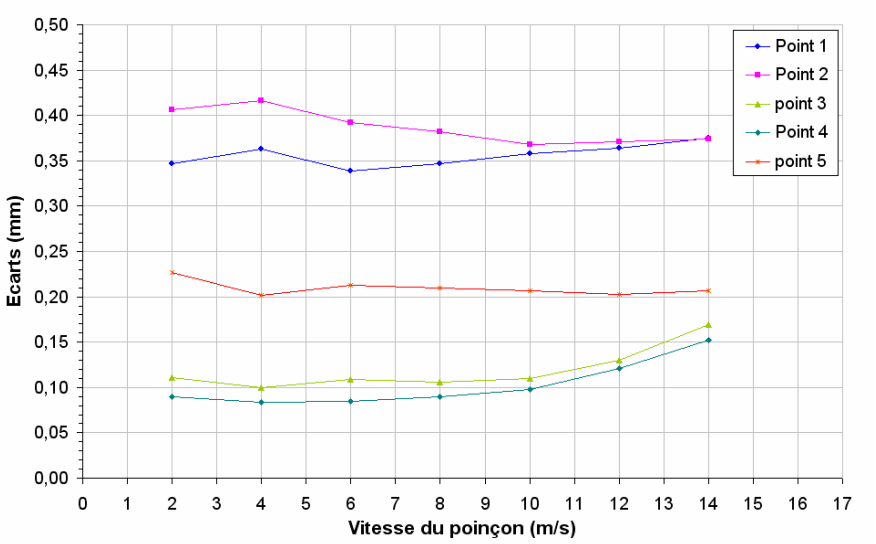



***Figure 3.34*** *– Evolution des écarts de forme en fonction de la vitesse du poinçon.*

Nous remarquons que la géométrie devient de plus en plus sensible à la vitesse quand celle-ci augmente (voir *Figure 3.34*). Tenant compte de la précision de fabrication des pièces, nous considérons que le choix d'une vitesse de 10m/s est convenable pour garantir une bonne précision des résultats dans le cadre de cette étude.

### 3.3.4.8 Comparaison coque - volume

Les simulations numériques sont effectuées principalement à l'aide du logiciel Abaqus 6.6©. En parallèle, nous avons utilisé un logiciel métier connu sous le nom de « Stampack-Z 6.0.1© » dédié à l'emboutissage des tôles. Les nombreuses simulations numériques réalisées avec les deux logiciels dans les mêmes conditions ont montré que ces deux derniers donnent presque toujours le même résultat.

Dans une première étude nous avons choisi les éléments finis de coques et de volume afin d'analyser le problème d'emboutissage de la pièce d'une manière plus approfondie. Pour réaliser la simulation numérique avec les éléments finis de volume nous avons utilisé des outils dont les surfaces ont été décalées de +0.25mm vers le haut dans le cas du poinçon et de -0.25mm vers le bas dans le cas de la matrice (voir *Figure 3.35*).

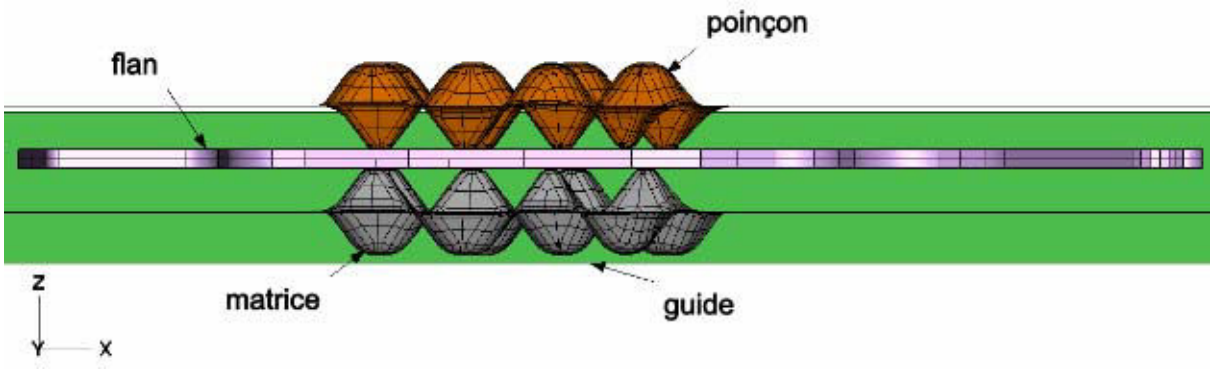



***Figure 3.35*** *– Outils de l'emboutissage avec des éléments finis de volume.*

Nous avons effectué deux simulations numériques avec deux éléments finis différents : d'une part des éléments finis de volume hexaédrique et tétraédrique et d'autre part des éléments finis de coque à quatre et trois nœuds. Les paramètres numériques utilisés dans les simulations numériques sont illustrés dans le tableau 3.6 ci-dessous.

| | **Elément fini de coque** | **Elément fini de volume** |
|---|---|---|
| Type des éléments finis | S4R et S3R | C3D8R et C3D6 |
| Nombre des éléments finis | ≈ 92000 | ≈ 255000 |
| Nombre de points d'intégration à travers l'épaisseur | 7 | 6 |
| Pas de temps | $10^{-8}$ | |
| Vitesse de déplacement du poinçon (m/s) | 4 | |
| Profondeur d'emboutissage (mm) | 2.306 | |
| Algorithme de contact | par pénalisation | |
| Coefficient de frottement de Coulomb | 0.3 | |

***Tableau 3.6*** *– Paramètres numériques (Abaqus).*

#### 3.3.4.8.1 Force de formage

Le résultat relatif à la force de formage développé par le poinçon montre qu'à partir d'une profondeur de 2.1mm les deux courbes de la figure 3.36 ne sont plus identiques. La force de formage maximale développé par le poinçon dans le cas des éléments finis de volume est plus proche de la valeur obtenue réellement (≈80KN), cette différence résulte de la nature du contact défini entre les outils et la pièce ainsi que du type d'éléments finis utilisés. La force de formage augmente excessivement dans le cas des éléments finis de coque, ceci est du à la gestion de la pénétration des nœuds de la surface rigide des outils dans le maillage de la pièce.

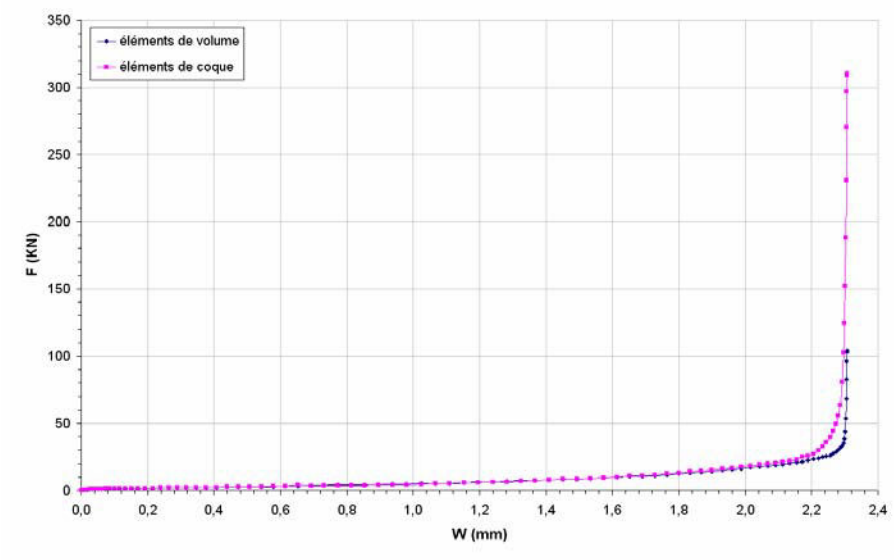



***Figure 3.36*** *– Evolution de la force de formage.*

#### 3.3.4.8.2 Géométrie de l'embouti

Généralement, les pièces de précision en tôlerie fine possèdent des rayons de courbure à peu prés égaux à leur épaisseur, ceci nous amène à utiliser des éléments de coque ayant une taille caractéristique 4 à 5 fois moins grande que leur épaisseur. Le résultat de la simulation de l'emboutissage effectué à l'aide des éléments de coque est nettement meilleur que celui des éléments de volume en terme de forme géométrique mais dans les deux cas les écarts par rapport au contour de la CAO sont relativement importants, la figure 3.37 montre les écarts obtenus dans certaines zones du contour (écart max = 0.35mm). Le résultat dépend fortement de la valeur du coefficient de frottement vu les dimensions et la complexité géométrique de la pièce. Par contre les essais expérimentaux et les simulations numériques ont montré que l'influence de l'anisotropie de la tôle sur la géométrie est faible.

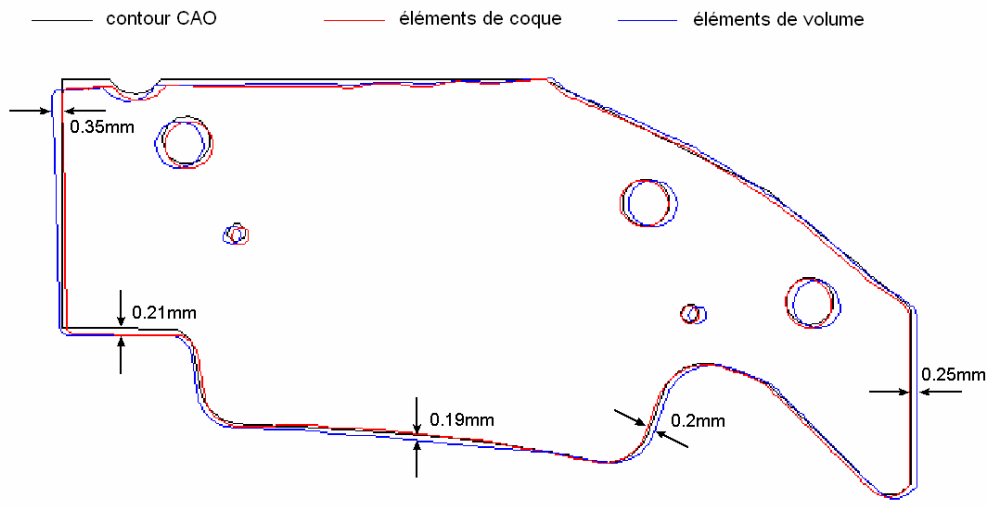
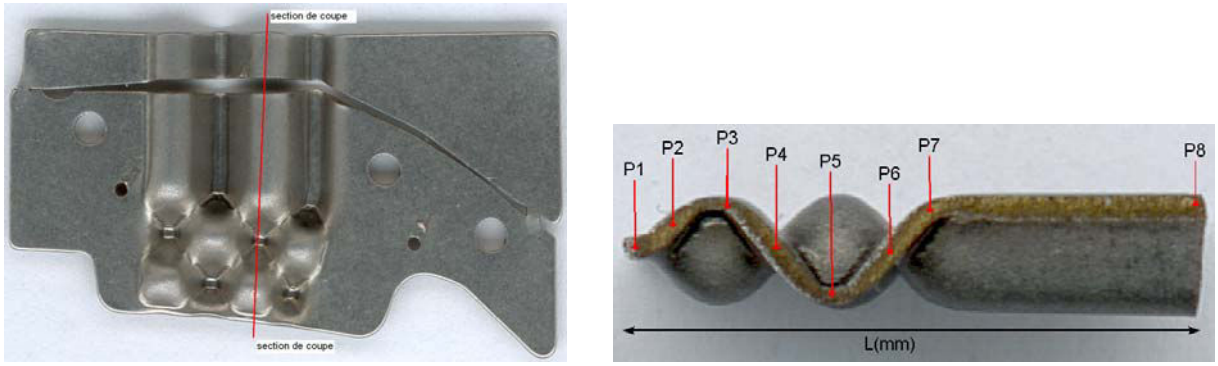



***Figure 3.37*** *– Contours numériques Vs contour de la CAO.*

La simulation de l'emboutissage à l'aide des éléments de volume nous permet de tenir compte de la distribution des contraintes normales à la surface de la pièce notamment dans les rayons de courbure où le rapport $h_0 / R_c$ est à peu prés égal à 1 mais le principal inconvénient de l'utilisation des éléments de volume en comparaison avec les éléments de coque réside dans l'augmentation du temps de calcul CPU.

#### 3.3.4.8.3 Variations d'épaisseur

Généralement, l'emboutissage engendre des amincissements maximaux au voisinage du sommet de chaque bosse (creux et crête de la pièce (voir *Figure 3.38 (a)*) et des épaississements au niveau des points d'attache (P1 et P2). La comparaison des résultats numériques et expérimentaux est effectuée en considérant la section de coupe mentionnée sur la figure 3.38, l'embouti a été découpé transversalement suivant cette section par électroérosion. L'épaisseur de l'embouti est mesurée en huit points comme le montre la figure 3.38 (b).




(a) – Section de coupe. (b) – Points de mesure.

***Figure 3.38*** *– Section de mesure des variations d'épaisseur.*

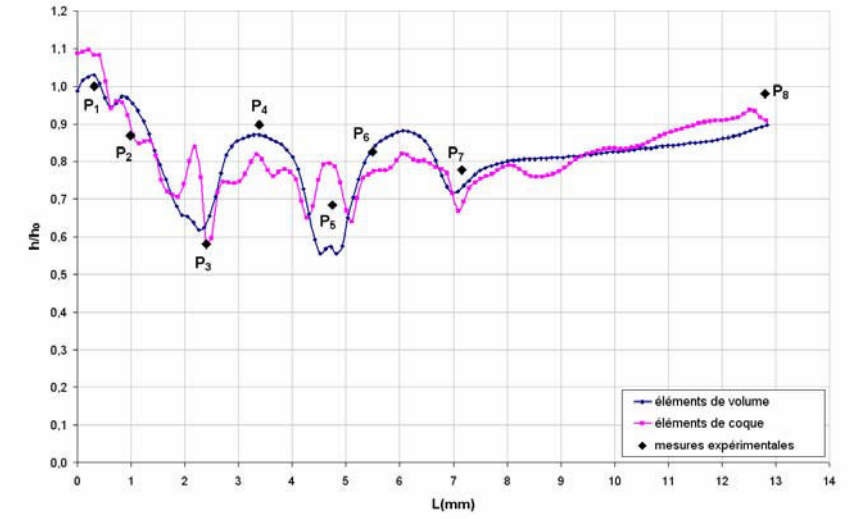



***Figure 3.39*** *– Variations d'épaisseur.*

Les variations d'épaisseur suivant la section de coupe sont illustrées sur la figure 3.39, les résultats numériques sont en bonne corrélation avec les résultats expérimentaux. Nous remarquons bien que l'amincissement maximal se situe au point $P_3$ (42%) et au voisinage du point $P_5$ (36%), les deux courbes de la figure 3.39 présentent une allure sinusoïdale qui provient de la répétitivité des formes géométriques de la pièce. Nous constatons qu'il y a une différence entre les deux courbes obtenues avec des éléments finis de coque et de volume.

## 3.4 Conclusion partielle

La simulation numérique de l'emboutissage en 2D de pièces en forme de plis caractérisées par de fortes courbures a permis d'étudier le comportement de la tôle à travers les différents paramètres numériques et physiques testés. D'après cette étude, nous considérons que les éléments finis de coque sont peu appropriés aux problèmes de mise en forme des pièces en forme de plis et à fortes courbures. L'étude effectuée constitue une étape préliminaire qui a pour objectif de mettre au point le modèle numérique à partir duquel nous pouvons procéder à la compensation du retour élastique.

Un cas d'emboutissage particulier d'une pièce de forme complexe a été abordé, l'étude réalisée a porté sur l'influence des paramètres physiques et numériques du modèle. Les éléments de coques ont montré leur aptitude à fournir des résultats avec une bonne précision.

## 3.5 Bibliographie


1. Batoz J.L., Dhatt G., "Modélisation des structures par éléments finis – solides élastiques (volume 1)", Hermès, Paris, 1990.

2. ABAQUS User's Manual, Version 6.6 Documentation, *Hibbit, Karlsson & Sorensen, Inc.,* 2006, www.abaqus.com.

3. Batoz J.L, Dhatt G., "Modélisation des structures par éléments finis – coques (volume 3)", Hermès, Paris, 1992.

4. Lange C., "Etude physique et modélisation numérique du procédé de sertissage de pièces de carrosserie", Thèse de Doctorat, Ecole Nationale Supérieure des Mines de Paris, France, Avril 2006.

5. Dhatt G., Touzot, G., "Une présentation de la méthode des éléments finis", Edition Maloine, 1984.

6. Flanagan D.P., Belytschko T., "A uniform strain hexahedron and quadrilateral with orthogonal Hourglass control", Int. J. Num. Methods Engrg., 17, p. 679-706, 1981.

7. Belytschko T., Lin J.I, Tsay C.S., "Explicit algorithms for the nonlinear dynamics of shells", Compt. Methods Appl. Mech. Engrg., 42. p. 225-251, 1984.

8. Montmitonnet P., "traitement numérique du contact et du frottement", séminaire de plasticité, Ecole des Mines de Paris, CEMEF, tome 2, chapitre 9, 1994.

9. Delamare P., Montmitonnet P., Felder E., Marsault, N., "Cours de tribologie de la mise en forme, Chapitre 1, Ecole des Mines de Paris (Centre de mise en forme des matériaux), 1999.

10. Hill, R. "Plastic anisotropy and the geometry of the yield surfaces in stress space". J. Mech. Phys. Solids 48, pp. 1093-1106, 2000.

11. Hosford W.F, "A generalized isotropic yield criterion", J. Appl. Mech., ASME, 39, p. 607-609, 1972.

12. Hosford W.F, "On yield loci of anisotropic cubic metals", Proceedings of the 7th North American Metalworking Conference, Dearborn MI : SME, p. 191-197, 1979.
13. Barlat F., Lian J., "Plastic behaviour and stretchability of sheet metals. Part 1: A yield function for orthotropic sheets under plane stress conditions", Int. J. Plasticity, 5, p. 51-66, 1989.

14. Banabic D. et al.,"Non-quadratic yield criterion for orthotropic sheet metals under plane-stress conditions", Int. J. Mech. Sci., 45, p. 797-811, 2003.

15. Paraianu L. et al, "An improvement of the BBC2000 yield criterion", Proceedings of ESAFORM, 2003.

16. Banabic D. et al., "Plane stress yield function for aluminium alloy sheets – Part 1: Theory", Int. J. Plasticity, 19, p. 1297-1319, 2003.

17. Knockaert R., "Etude expérimentale et numérique de la localisation de la déformation lors de la mise en forme de produits minces", Thèse de Doctorat, Ecole des Mines de Paris, CEMEF, Sophia-Antipolis, France, 2000.

18. Garcia Aranda M.L., "Etude thermo-mécanique et modélisation numérique de l'emboutissage à chaud de l'usibor 1500", Thèse de Doctorat, Ecole des Mines de Paris, CEMEF, Sophia-Antipolis, France, 2000.

19. Ben-Tahar M., "Contribution à l'étude et à la simulation du procédé d'hydroformage", Thèse de doctorat, Ecole des Mines de Paris, CEMEF, Sophia-Antipolis, France, 2005.

20. Lemaitre J., Chaboche J.L., "Mechanics of solid materials", Cambridge University Press, U.K., p. 161-241, 1990.

21. Geomagic, www.Geomagic.com

# Chapitre 4

# *Estimation de la forme du contour du flan par Approche Inverse*

Au début de ce chapitre nous rappelons brièvement les relations de base de l'Approche Inverse (AI) qui consiste à calculer la forme initiale approximative du contour du flan des pièces. Ensuite, nous présentons les résultats relatifs à trois exemples d'emboutissage obtenus à l'aide d'un code de calcul basé sur l'Approche Inverse Fast-Stamp© [1].

## *4.1 Introduction*

Il existe aujourd'hui plusieurs logiciels de simulation numérique (FASTSTAMP, FASTFORM, Autoform One-step, etc.) qui utilisent des méthodes simplifiées basées sur la connaissance de la géométrie finale de l'embouti permettant de déterminer la forme adéquate du flan. Il s'agit de méthodes qui permettent d'estimer les trajectoires des points matériels, les déformations et les contraintes dans l'embouti final en un seul pas. Des hypothèses simplificatrices, sur la loi de comportement du matériau (théorie de la déformation plastique totale) et sur l'action des outils, sont utilisées.

Ces méthodes peuvent être appliquées d'une manière générale dans les procédés de mise en forme pour donner une estimation très rapide de la forme optimale du flan, comme la méthode dite « The ideal forming design theory » proposée au début des années 90 par K. Chung et O. Richmond [2-5], cette méthode permet de calculer le champ de déplacement en chaque point de manière à minimiser le travail plastique. Batoz et al. ont développé une méthode dite « Approche Inverse » [6-9, 14] qui permet d'avoir une forme initiale du flan connaissant la forme finale désirée, la position de chaque point dans la tôle plane de départ est calculé par élément finis sous l'hypothèse d'un chargement radial. On obtient ainsi le contour du flan correspondant au contour de la partie utile de l'embouti. La méthode dite « multi-step inverse analysis » proposée et développée par C.H Lee et H. Huh [10, 11] est

basée sur le même concept que celui de l'Approche Inverse simplifiée sauf que l'analyse par éléments finis des trajets de déformations se fait en plusieurs étapes au lieu d'une seule.

## 4.2 Fondements de l'Approche Inverse

L'Approche Inverse (AI) en développement depuis 20 ans par J.L Batoz [12], Y.Q. Guo [13-15] et H. Naceur [16], permet d'estimer les déformations et les contraintes dans l'embouti et par ailleurs de déterminer la position des points dans la tôle initiale à partir de la connaissance de la géométrie finale disponible sous la forme de surfaces CAO. Cette approche est en développement permanent et de nombreux travaux de recherche ont été entrepris concernant, par exemple, la prise en compte des effets de flexion [17-20], l'algorithme de résolution basé sur la dynamique explicite [21], la recherche d'une solution initiale efficace pour améliorer la convergence [22] ou l'amélioration de l'état des contraintes [23-26].

### 4.2.1 Principe et hypothèses

L'AI consiste à chercher la position des points matériels dans le flan initial en se basant sur la connaissance de la forme finale de l'embouti. Plusieurs hypothèse sont considérées dans l'AI :

- Etat de contraintes planes,
- Grande déformations logarithmiques avec incompressibilité totale,
- Matériau élasto-plastique anisotrope transverse,
- Pression nodale des outils sur l'embouti,
- Evolution radiale des contraintes en considérant la loi de comportement élasto-plastique intégrée de type Hencky-Hill,
- Résolution du système d'équations non linéaires par la méthode de Newton-Raphson (méthode statique implicite).

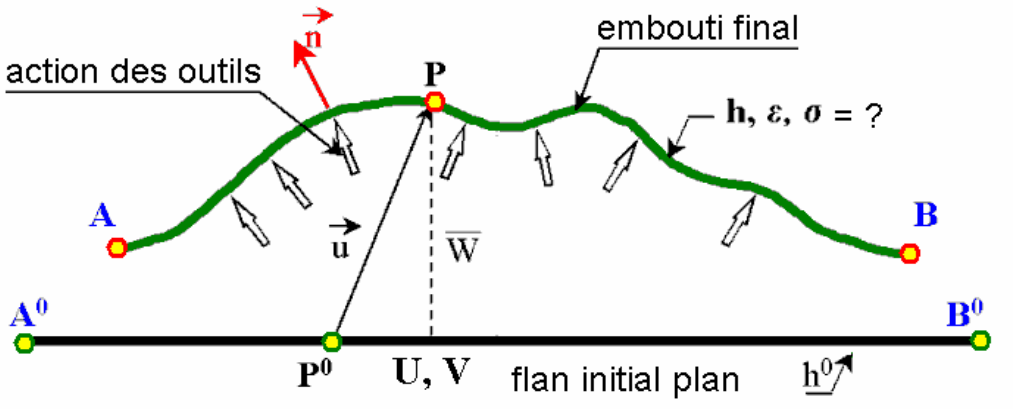



***Figure 4.1*** *– Description générale de l'Approche Inverse.*

Le champ de déplacement est déterminé par équilibrage des forces extérieures supposées normales à la surface et des contraintes reliées aux déformations par une loi de comportement incompressible totale. La figure 4.1 donne une description de l'AI, le tableau 4.1 montre les quantités connues et inconnues du problème.

| Configuration | Quantités connues | Quantités inconnues |
|---|---|---|
| **Flan initial plan** | - épaisseur $h_0$ | - position initiale des points $P_0$<br>- contour $C_0$ |
| **Pièce emboutie** | - position des points P (x, y z)<br>- déplacement vertical de chaque point W<br>- direction de chargement $\vec{n}$<br>- contour C | - épaisseur h<br>- Effort exercé par les outils<br>- état des contraintes<br>- état des déformations |

***Tableau 4.1*** *– Données et inconnues du problème de l'AI.*

### *4.2.2 Cinématique non linéaire*

Dans l'AI, seule la forme 3D de la pièce finale est considérée. Les vecteurs positions, initial et final d'un point matériel q peuvent être exprimés par rapport au point p situé sur la surface moyenne de C (voir Figure 4.2) :

$$\vec{x}_p^0 = \vec{x}_p - \vec{u}_p \tag{4.1}$$

$\vec{u}_p$ est le vecteur déplacement du point matériel p.

$\vec{u}_p$ peut être défini dans un repère local orthonormé $(\vec{t}_1, \vec{t}_2, \vec{n})$ en p, tangent à la surface moyenne de la pièce dans la configuration finale.

$$\vec{u}_p = u\vec{t}_1 + v\vec{t}_2 + w\vec{n} \tag{4.2}$$

En utilisant l'hypothèse de conservation des normales (Kirchhoff), il est possible d'exprimer la position d'un point matériel q situé à une distance z du plan tangent défini au point p appartenant à la surface moyenne :

$$\vec{x}_q = \vec{x}_p + z\vec{n} \tag{4.3}$$

Dans la configuration initiale nous pouvons écrire :

$$\vec{x}_q^0 = \vec{x}_p^0 + z^0\vec{n}^0 \tag{4.4}$$

avec $\vec{n}^0 = k_x\vec{t}_1 + k_y\vec{t}_2 + k_z\vec{n}$ : le vecteur unitaire normal à la surface moyenne de la configuration initiale C0 et $k_x$, $k_y$ et $k_z$ les cosinus directeurs de $\vec{n}^0$ par rapport à $\vec{t}_1$, $\vec{t}_2$ et $\vec{n}$.

En utilisant 4.1 et 4.4, le vecteur position du point q dans la configuration initiale s'écrit :

$$\vec{x}_q^0 = \vec{x}_p - \vec{u}_p + z^0 \vec{n}^0 \tag{4.5}$$

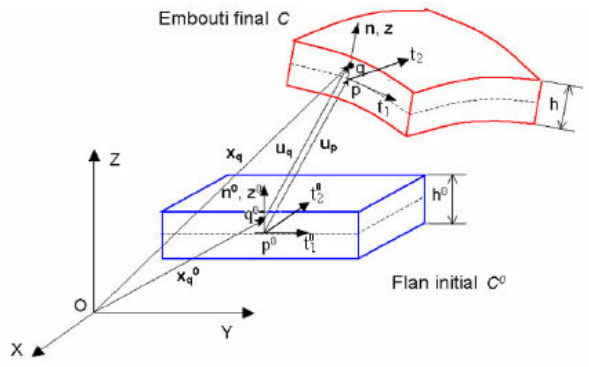



***Figure 4.2*** *– Cinématique d'une coque mince.*

### *4.2.3 Tenseur des déformations*

Les équations 4.3 et 4.4 permettent d'écrire :

$$d\vec{x}_q = d\vec{x}_p + z d\vec{n} + \vec{n} dz \tag{4.6a}$$

$$d\vec{x}_q^0 = d\vec{x}_p^0 + \vec{n}^0 dz^0 \tag{4.6b}$$

avec $-h/2 \le z \le h/2$

En utilisant le repère local orthonormé $\vec{t}_1, \vec{t}_2, \vec{n}$ tangent en p à la surface moyenne dans la configuration finale et les coordonnées x et y, nous pouvons écrire :

$$d\vec{x}_q = (\vec{t}_1 + z\vec{n}_{,x})dx + (\vec{t}_2 + z\vec{n}_{,y})dy + \vec{n} dz \tag{4.7}$$

L'équation 4.7 peut s'écrire sous forme matricielle :

$$\{dx_q\} = [F_x]\{dx\} \tag{4.8}$$

avec $[F_x] = \left[\{\vec{t}_1 + z\vec{n}_{,x}\}; \{\vec{t}_2 + z\vec{n}_{,y}\}; \vec{n}\right]$

Nous pouvons écrire l'équation 4.8 de la manière suivante aussi :

$$[F_x] = [Q]([I] + z[b_1]) \tag{4.9}$$

avec $[b_1] = \begin{bmatrix} -r & -s & 0 \\ -s & -t & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$

$r, s, t$ sont les composantes du tenseur des courbures de la coque déformée. La coque étant considérée mince, nous pouvons écrire :

$$[F_x]^{-1} = ([I] + z[b_1])^{-1}[Q]^T \tag{4.10}$$

avec

$[Q] = [\{\vec{t}_1\} ; \{\vec{t}_2\} ; \vec{n}]$

$$([I] + z[b_1])^{-1} = \frac{1}{det}\begin{bmatrix} 1-zt & zs & 0 \\ zs & 1-zr & 0 \\ 0 & 0 & det \end{bmatrix} \text{ et } det = (1-zr)(1-zt) - z^2 s^2$$

En admettant que l'épaisseur est constante (par élément), nous obtenons :

$$dz = d\zeta \frac{h}{2} \text{ et } dz^0 = d\zeta \frac{h^0}{2} \tag{4.11}$$

$$\frac{dz}{dz^0} = \frac{h}{h^0} = \lambda_3 \tag{4.12}$$

Nous admettons que l'élongation suivant l'épaisseur est constante et que $\lambda_3$ est la valeur moyenne.

$$d\vec{x}_q = (\vec{t}_1 + z\vec{n}_{,x})dx + (\vec{t}_2 + zn_{,y})dy + \vec{n}dz \tag{4.13}$$

La relation 4.11 permet d'écrire :

$$\{dx_q^0\} = [F_x^0]\{dx\} \tag{4.14}$$

Avec : $[F_x^0] = \left[ \{\vec{t}_1 - \vec{u}_{p,x}\} ; \{\vec{t}_2 - \vec{u}_{p,y}\} ; \frac{1}{\lambda_3}\vec{n}^0 \right]$

En utilisant les équations (4.8), (4.10) et (4.13), nous pouvons définir $[F]^{-1}$, l'inverse du tenseur gradient de transformation.

$$[F]^{-1} = [F_x^0]^{-1}[F_x]^{-1} = \frac{d\vec{x}_q^0}{d\vec{x}_q} = [F_x^0]^{-1}([I] + z[b_1])^{-1}[Q]^T \tag{4.15}$$

L'inverse du tenseur de Cauchy-Green gauche $[B]^{-1}$ s'écrit :

$$[B]^{-1} = [F]^{-T}[F]^{-1} = [Q][B_z]^{-1}[Q]^T \tag{4.16}$$

avec $[B_z]^{-1} = ([I] + z[b_1])^{-1}[B_0]^{-1}([I] - z[b_1])^{-T}$

$[B_0]^{-1}$ est l'inverse du tenseur de Cauchy-Green gauche provenant du modèle de membrane. Il s'exprime de la manière suivante :

$$\left[B_0\right]^{-1} = \left[F_x^0\right]^{-T}\left[F_x^0\right]^{-1} = \begin{bmatrix} a_0 & b_0 & 0 \\ b_0 & c_0 & 0 \\ 0 & 0 & \lambda_3^{-2} \end{bmatrix} \tag{4.17}$$

avec :

$$a_0 = 1 - 2\vec{t}_1.\vec{u}_{p,x} - \vec{u}_{p,x}^2 \tag{4.18a}$$

$$b_0 = -\vec{t}_1.\vec{u}_{p,y} - \vec{t}_2.\vec{u}_{p,x} + \vec{u}_{p,x}.\vec{u}_{p,y} \tag{4.18b}$$

$$c_0 = 1 - 2\vec{t}_2.\vec{u}_{p,y} - \vec{u}_{p,y}^2 \tag{4.18c}$$

Connaissant les expressions de $\left[F_x\right]^{-1}$ et de $\left[B_0\right]^{-1}$, nous pouvons écrire $\left[B_z\right]^{-1}$ sous une forme similaire à celle de $\left[B_0\right]^{-1}$ :

$$\left[B_z\right]^{-1} = \begin{bmatrix} a & b & 0 \\ b & c & 0 \\ 0 & 0 & \lambda_3^{-2} \end{bmatrix} \tag{4.19}$$

avec

$$a = \frac{a_0(-1+zt)^2 + sz(c_0 sz + b_0(2-2zt))}{det^2}$$

$$b = \frac{zs(a_0 + b_0 zs - a_0 zt) + (1-zr)(b_0 + c_0 zs - b_0 zt)}{det^2}$$

$$c = \frac{c_0(-1+zr)^2 + zs(a_0 + b_0(2-2zr))}{det^2}$$

Les élongations principales $\lambda_1$ et $\lambda_2$ sont obtenues à partir des valeurs propres de $\left[B_z\right]^{-1}$, il s'écrivent sous la forme :

$$\lambda_1 = \left(\frac{1}{2}(a+c) + \frac{1}{2}\sqrt{(a-c)^2 + 4b^2}\right)^{-1/2} \tag{4.20a}$$

$$\lambda_2 = \left(\frac{1}{2}(a+c) - \frac{1}{2}\sqrt{(a-c)^2 + 4b^2}\right)^{-1/2} \tag{4.20b}$$

$$\lambda_3 = \frac{1}{\lambda_1\lambda_2} \tag{4.20c}$$

La matrice de passage (ou matrice de rotation) du repère local au repère principal s'exprime par :

$$[M]=\begin{bmatrix} cos\theta & sin\theta & 0 \\ -sin\theta & cos\theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \tag{4.21}$$

avec : $\theta$ l'angle de rotation :

$$\theta=\frac{1}{2}arctan\left(\frac{-2b}{a-c}\right) \tag{4.22}$$

Les déformations logarithmiques principales sont données par :

$$\begin{Bmatrix}\varepsilon_1\\ \varepsilon_2\end{Bmatrix}=\begin{Bmatrix}ln\,\lambda_1\\ ln\,\lambda_2\end{Bmatrix} \tag{4.23}$$

L'hypothèse d'incompressibilité permet d'écrire :

$$\varepsilon_3=-(\varepsilon_1+\varepsilon_2)=ln\,\lambda_3 \tag{4.24}$$

Enfin, le tenseur des déformations logarithmiques dans le repère local associé à la configuration finale C, est défini par :

$$[\varepsilon]=[M]\begin{bmatrix} ln(\lambda_1) & 0 & 0 \\ 0 & ln(\lambda_2) & 0 \\ 0 & 0 & ln(\lambda_3) \end{bmatrix}[M]^T \tag{4.25}$$

### *4.2.4 Tenseur des contraintes*

Le comportement anisotrope de la tôle est décrit par le critère de Hill48 :

$$f=\langle\sigma\rangle[P]\{\sigma\}-\overline{\sigma}_y^2=\overline{\sigma}_{eq}^2-\overline{\sigma}_y^2 \tag{4.26}$$

avec :

$\overline{\sigma}_{eq}$ est la contrainte équivalente

$\overline{\sigma}_y$ est la contrainte limite d'élasticité actualisée.

$\langle\sigma\rangle=\langle\sigma_x \quad \sigma_y \quad \sigma_{xy}\rangle$ est le tenseur des contraintes de Cauchy

La matrice [P] est donnée par :

$$[P]=\begin{bmatrix} 1 & -\frac{\overline{r}}{1+\overline{r}} & 0 \\ -\frac{\overline{r}}{1+\overline{r}} & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{2(1+2\overline{r})}{1+\overline{r}} \end{bmatrix} \tag{4.27}$$

où $\overline{r}$ est le coefficient d'anisotropie moyen défini au chapitre 3.

La loi de normalité de la déformation plastique permet d'écrire :

$$\left\{d\varepsilon^p\right\} = \frac{\partial f}{\partial\{\sigma\}} d\lambda \tag{4.28}$$

avec :

$\left\{\varepsilon^p\right\}$: le tenseur des déformations plastiques.

$d\lambda$ : le multiplicateur plastique.

L'équation (4.26) et la loi de normalité de la déformation plastique permettent d'écrire :

$$\left\{d\varepsilon^p\right\} = [P]\{\sigma\}\frac{d\lambda}{\sigma_{eq}} \tag{4.29}$$

donc :

$$\{\sigma\} = [P]^{-1}\left\{d\varepsilon^p\right\}\frac{\sigma_{eq}}{d\lambda} \tag{4.30}$$

En remplaçant $\{\sigma\}$ par sa valeur dans l'équation de la contrainte équivalente, on aura :

$$d\lambda = \left(\left\langle d\varepsilon^p\right\rangle[P]\left\{d\varepsilon^p\right\}\right)^{\frac{1}{2}} = d\varepsilon^p_{eq} \tag{4.31}$$

avec : $d\varepsilon_p^{eq}$ la déformation plastique équivalente.

La relation (4.17) donne :

$$\left\{d\varepsilon^p\right\} = [P]\{\sigma\}\frac{d\varepsilon^p_{eq}}{\sigma_{eq}} \tag{4.32}$$

L'hypothèse du chargement radial permet d'écrire le tenseur de contrainte sous la forme suivante :

$$\sigma = \alpha(t)\sigma_0 \tag{4.33}$$

avec :

$\alpha$ : un facteur de proportionnalité qui dépend uniquement du temps ( $\alpha(0) = 0$ ).

$\sigma_0$ : un tenseur des contraintes indépendant du temps.

Après intégration de l'équation (4.20), on obtient :

$$\left\{\varepsilon^P\right\} = [P]\{\sigma\}\frac{1}{H_s} \tag{4.34}$$

Où $H_s = \frac{\overline{\sigma}_{eq}}{\overline{\varepsilon}_{eq}}$ et $\overline{\varepsilon}_{eq}$ est la déformation plastique équivalente définie par :

$$\bar{\varepsilon}_{eq} = \left( \left\langle \varepsilon_p \right\rangle [P]^{-1} \{\varepsilon_p\} \right)^{1/2} \tag{4.35}$$

Les déformations élastiques des tôles minces, dans le cas de l'isotropie plane sont données par :

$$\{\varepsilon_e\} = \frac{1}{E} \begin{bmatrix} 1 & -\upsilon & 0 \\ -\upsilon & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2(1+\upsilon) \end{bmatrix} \{\sigma\} = [C]\{\sigma\} \tag{4.36}$$

E étant le module de Young et $\upsilon$ le coefficient de poisson.
Les déformations totales sont alors définies par :

$$\{\varepsilon\} = \left( [C] + \frac{1}{H_s}[P] \right) \{\sigma\} \tag{4.37}$$

avec $\langle \varepsilon \rangle = \langle \varepsilon_x \quad \varepsilon_y \quad \varepsilon_{xy} \rangle$

### 4.2.5 Discrétisation par éléments finis

L'embouti final est discrétisé par des éléments finis triangulaires de facettes planes à six nœuds DKT12 (Discrete Kirchhoff Triangular) comme le montre la figure 4.3 (trois nœuds au sommets $P_1$, $P_2$, $P_3$ et trois sur les cotés $P_4$, $P_5$, $P_6$).

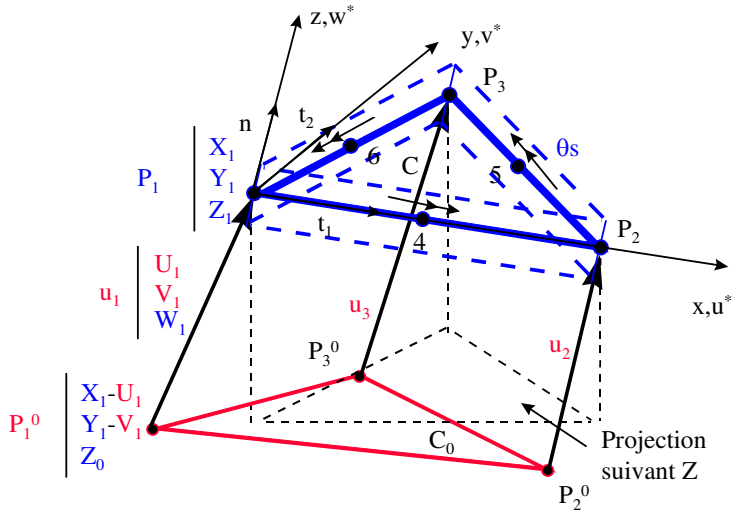



***Figure 4.3*** *– Elément de coque DKT12 à 12 d.d.l.*

L'expression du Principe des Travaux Virtuels (PTV) s'écrit sous la forme :

$$W = \sum_{elts} W_e = \sum_{elts} W_{int} - W_{ext} \tag{4.38}$$

où $W^{e}_{\text{int}}$ est le travail virtuel interne élémentaire, $W^{e}_{ext}$ est le travail virtuel externe élémentaire associé aux actions des outils.

#### *4.2.5.1 Vecteur des forces internes*

L'expression du travail virtuel interne élémentaire est :

$$W^{e}_{int} = \int_{v^e} \left\langle \varepsilon^* \right\rangle \{\sigma\} dV = \int_{v^e} \left\langle \varepsilon^*_x \;\; \varepsilon^*_y \;\; \varepsilon^*_{xy} \right\rangle \begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \sigma_{xy} \end{Bmatrix} dV \tag{4.39}$$

avec : $\left\langle \varepsilon^* \right\rangle = \left\langle \varepsilon^*_x \;\; \varepsilon^*_y \;\; \varepsilon^*_{xy} \right\rangle$ : le vecteur des déformations virtuelles infinitésimales.

Les déformations virtuelles suivant l'épaisseur sont exprimées par :

$$\left\langle \varepsilon^* \right\rangle = \left\langle u^*_{,x} \;\; v^*_{,y} \;\; u^*_{,y} + v^*_{,x} \right\rangle = \left\langle e^* \right\rangle + z \left\langle \chi^* \right\rangle \tag{4.40}$$

$\left\langle \mathrm{e}^* \right\rangle$ est le vecteur des déformations virtuelles de membrane.

$\left\langle \chi^* \right\rangle$ est le vecteur des courbures virtuelles de flexion.

Le champ des déplacements virtuelles est rapproché par :

$$\{u^*\} = [N]\{u^*_n\} \tag{4.41}$$

$[N]$ est la matrice des fonctions d'interpolation d'un élément triangulaire à trois nœuds, elle s'écrit sous la forme :

$$[N] = \begin{bmatrix} N_1 & 0 & 0 & N_2 & 0 & 0 & N_3 & 0 & 0 \\ 0 & N_1 & 0 & 0 & N_2 & 0 & 0 & N_3 & 0 \\ 0 & 0 & N_1 & 0 & 0 & N_2 & 0 & 0 & N_3 \end{bmatrix} \tag{4.42}$$

avec :

$$N_1 = \frac{1}{2A}\left( (y_3 - y_2)(x_2 - x) - (x_3 - x_2)(y_2 - y) \right) \tag{4.43a}$$

$$N_2 = \frac{1}{2A}\left( (y_1 - y_3)(x_3 - x) - (x_1 - x_3)(y_3 - y) \right) \tag{4.43b}$$

$$N_3 = \frac{1}{2A}\left( (y_2 - y_1)(x_1 - x) - (x_2 - x_1)(y_1 - y) \right) \tag{4.43c}$$

$$A = \frac{1}{2}\left( (x_3 - x_2)(y_1 - y_2) - (x_1 - x_2)(y_3 - y_2) \right) \tag{4.43d}$$

où A est l'aire de l'élément et $x_i$, $y_i$ les coordonnées locales.

La discrétisation du P.T.V se fait avec des éléments de coque triangulaires à 3 noeuds de type DKT12. Les déformations virtuelles de membrane sont exprimées en fonction des déplacements virtuels nodaux en utilisant des approximations linéaires et en considérant l'élément de membrane CST :

$$\left\{e^*\right\}=\begin{Bmatrix} u^*_{,x} \\ v^*_{,y} \\ u^*_{,y}+v^*_{,x} \end{Bmatrix}=\begin{bmatrix} N_{1,x} & 0 & 0 & N_{2,x} & 0 & 0 & N_{3,x} & 0 & 0 \\ 0 & N_{1,y} & 0 & 0 & N_{2,y} & 0 & 0 & N_{3,y} & 0 \\ N_{1,y} & N_{1,x} & 0 & N_{2,y} & N_{2,x} & 0 & N_{3,y} & N_{3,x} & 0 \end{bmatrix}\left\{u^*_n\right\} \tag{4.44}$$

d'où :

$$\left\{e^*\right\}=\frac{1}{2A}\begin{bmatrix} y_{23} & 0 & 0 & y_{31} & 0 & 0 & y_{12} & 0 & 0 \\ 0 & x_{32} & 0 & 0 & x_{13} & 0 & 0 & x_{21} & 0 \\ x_{32} & y_{23} & 0 & x_{31} & y_{31} & 0 & x_{21} & y_{12} & 0 \end{bmatrix}\left\{u^*_n\right\}=\left[B_m\right]\left\{u^*_n\right\} \tag{4.45}$$

avec :

$y_{ij}=y_i-y_j,\ldots i=j=1,2,3$

Le vecteur de déplacement nodal et la matrice de déformation s'écrivent sous la forme :

$$\left\{u^*_n\right\}=\left\langle u^*_1 \;\; v^*_1 \;\; w^*_1 \;\; u^*_2 \;\; v^*_2 \;\; w^*_2 \;\; u^*_3 \;\; v^*_3 \;\; w^*_3\right\rangle^T \tag{4.46}$$

$$\left[B_m\right]=\frac{1}{2A}\begin{bmatrix} y_{23} & 0 & 0 & y_{31} & 0 & 0 & y_{12} & 0 & 0 \\ 0 & x_{32} & 0 & 0 & x_{13} & 0 & 0 & x_{21} & 0 \\ x_{32} & y_{23} & 0 & x_{13} & y_{31} & 0 & x_{21} & y_{12} & 0 \end{bmatrix} \tag{4.47}$$

Les déformations virtuelles de flexion sont définies à l'aide d'un élément de plaque mince (DKT6) caractérisé par six degrés de liberté (trois translations transversales $w_1, w_2, w_3$ et trois rotations $\theta_1, \theta_2, \theta_3$) comme le montre la figure 4.4.

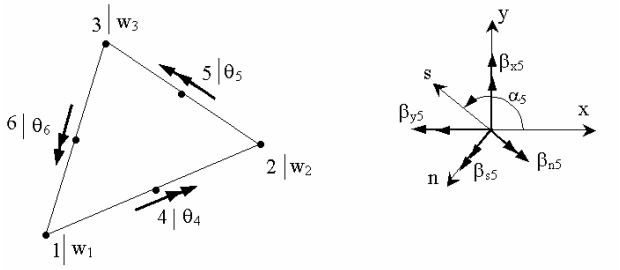



***Figure 4.4*** *– Déplacements et rotations de l'élément DKT6.*

Les courbures virtuelles de l'élément DKT6 sont déterminées à l'aide d'une approximation semi $C^0$ linéaire des rotations des nœuds du milieu :

$$\beta_x^* = \sum_{k=4,5,6} N_k \beta_{xk}^* \tag{4.48a}$$

$$\beta_y^* = \sum_{k=4,5,6} N_k \beta_{yk}^* \tag{4.48b}$$

où : $N_4 = 1-2\eta$, $N_5 = -1+2\xi+2\eta$ et $N_6 = 1-2\xi$

$\xi$ et $\eta$ étant les coordonnées de l'élément de référence (voir Figure 4.5).

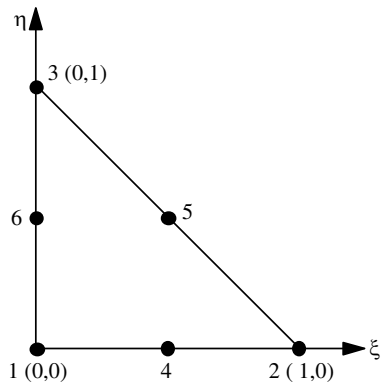



***Figure 4.5*** *– Elément de référence.*

La rotation de chaque coté d'élément est exprimée en fonction des déplacements des nœuds sommets $w_i^*$ et $w_j^*$. Les rotation virtuelles $\beta_{nk}^*$ et $\theta_{sk}^*$ sont nulles car les rotations aux nœuds milieux sont connues dans la configuration déformée C.

$$\int_0^{L_k} \gamma_{sk}^* ds = \int_0^{L_k} \left(w_{,s}^* + \beta_s^*\right) ds = 0 \tag{4.49}$$

où : $\beta_{sk}^* = \dfrac{\left(w_i^* - w_j^*\right)}{L_k}$

Le vecteur des courbures virtuelles peut s'écrire sous la forme :

$$\left\langle \chi^* \right\rangle = \left\langle \beta_{x,x}^* \quad \beta_{y,y}^* \quad \beta_{x,y}^* + \beta_{y,x}^* \right\rangle = \left[B_f\right]\left\{u_n^*\right\} \; avec \; \beta_{nk}^* = 0 \tag{4.50}$$

avec :

$$\left[B_f\right] = \frac{1}{A}\begin{bmatrix} S_4C_4 - S_6C_6 & S_5C_5 - S_4C_4 & S_6C_6 - S_5C_5 \\ -S_4C_4 + S_6C_6 & S_5C_5 - S_4C_4 & S_6C_6 - S_5C_5 \\ -C_4^2 + S_4^2 + C_6^2 - S_6^2 & -C_5^2 + S_5^2 + C_4^2 - S_4^2 & -C_6^2 + S_6^2 + C_5^2 - S_5^2 \end{bmatrix} \tag{4.51}$$

Donc, L'expression du vecteur des déformations virtuelles est :

$$\left\{\varepsilon^*\right\} = \left(\left[B_m\right] + z\left[B_f\right]\right)\left\{u_n^*\right\} \tag{4.52}$$

Il est possible de déterminer le vecteur des forces internes élémentaires dans ce cas :

$$W_{int}^{e} = \left\langle u_n^* \right\rangle \left\{ f_{int}^{e} \right\} \tag{4.53}$$

avec $\left\{ f_{int}^{e} \right\} = \int_{Ve} \left( \left[ B_m \right]^T + z \left[ B_f \right]^T \right) \{\sigma\} dz dA$ : vecteur des forces internes élémentaires.

Le vecteur des déplacements élémentaires $\left\{ u_n^* \right\}$ est transformé dans le repère global :

$$\left\{ u_n^* \right\} = \left[ T \right] \left\{ U_n^* \right\} \tag{4.54}$$

avec :

$\left\langle U_n^* \right\rangle = \left\langle U_i^* \quad V_i^* \quad \overline{W_i}^* = 0 \quad i = 1,2,3 \right\rangle$

$\left[ T \right]$ la matrice de passage du repère global au repère local, telle que:

$$\left[ T \right] = \begin{bmatrix} \left[ Q \right] & & \\ & \left[ Q \right] & \\ & & \left[ Q \right] \end{bmatrix}, \quad \left[ Q \right] = \left[ \vec{t}_1 \quad \vec{t}_2 \quad \vec{n} \right] \tag{4.55}$$

Les déformations et contraintes relatives à chaque élément restent constantes pour une valeur donnée de z, donc on peut écrire :

$$\left\{ F_{int}^{e} \right\} = \left[ T \right]^T \left( \left[ B_m \right]^T \{N\} + \left[ B_f \right]^T \{M\} \right) A \tag{4.56}$$

où les forces de membrane et les moments de flexion s'expriment comme suit :

$$\{N\} = \frac{h}{2} \int_{-1}^{1} \{\sigma\} d\zeta \ ; \ -1 \le \zeta \le 1 \tag{4.57a}$$

$$\{M\} = \frac{h^2}{4} \int_{-1}^{1} \{\sigma\} \zeta d\zeta \tag{4.57b}$$

Les forces résultantes sont calculées par intégration numérique suivant l'épaisseur de la pièce au centre de l'élément en considérant 5 points d'intégration de Lobatto.

#### *4.2.5.2 Vecteur des forces externes*

Les sollicitations externes correspondent aux forces de pression exercées par le poinçon sur la pièce, les forces de frottement sont négligées. L'hypothèse appliquée dans ce cas, consiste à représenter le chargement par une pression nodale au nœud i d'intensité inconnue P et de direction connue {n} normale à la surface moyenne de l'embouti final.

$$\left\{ F_{int}^{i} \right\} - \left\{ F_{ext}^{i} \right\} = \begin{Bmatrix} F_x^i \\ F_y^i \\ F_z^i \end{Bmatrix}_{int} - \begin{Bmatrix} P.n_x^i \\ P.n_y^i \\ P.n_z^i \end{Bmatrix} = \{0\} \tag{4.58}$$

Le déplacement suivant la direction d'emboutissage est connu, donc la dernière égalité de l'équation (4.58) nous donne la valeur de P au nœud i :

$$P = P\vec{n}^{f} \tag{4.59}$$

avec $\vec{n}^{f} = \frac{1}{\sqrt{1+\mu^2}}\left(\vec{n} - \mu\vec{t}\right)$

$\vec{n}$ est le vecteur normal, $\vec{t}$ est le vecteur tangentiel et $\mu$ est le coefficient de frottement.

Donc le vecteur de la force externe associé à chaque nœud peut s'écrire sous la forme :

$$\left\{F_{ext}^{i}\right\} = \left(F_{z}^{i}\right)_{int}\begin{Bmatrix} \frac{n_x^i}{n_z^i} \\ \frac{n_y^i}{n_z^i} \end{Bmatrix} \tag{4.60}$$

Le calcul du vecteur des forces externes et internes permet d'écrire l'expression du vecteur résidu élémentaire dans le repère global :

$$\{R\} = \sum_{e}\left\{F_{int}^{e}\right\} - \left\{F_{ext}^{e}\right\} = \{0\} \tag{4.61}$$

La résolution du système d'équation non linéaire (4.61) se fait à l'aide de la méthode statique implicite de Newton – Raphson.

## 4.3 Applications

### 4.3.1 Cas d'une pièce emboutie en une passe

Les pièces de précision en tôlerie fine sont caractérisées par des formes géométriques assez complexes et par de très petites dimensions (voir Annexe D). Généralement, elles sont composées d'un support et d'une partie utile, le rôle du support consiste à rigidifier la pièce et à la maintenir contre le guide. Après la mise en forme, le support sera détaché de la partie utile. L'emboutissage se fait à l'aide d'un poinçon et une matrice de dimensions 50*25*20 et un guide (voir chapitre 3, paragraphe 3.3.4.1). Le bord de la pièce reste libre et durant le formage le mouvement transversal de celle-ci est bloqué à l'aide du guide. Le vide qui existe entre le support et la partie utile est appelé « la fente ». Lors de la simulation par AI, le remplissage de cette fente par des éléments finis s'avère nécessaire pour éviter les problèmes de chevauchement qui se produisent entre le support et la partie utile. Après avoir obtenu le flan initial, tous les éléments utilisés pour remplir la fente sont supprimés dans le but d'exporter le flan comportant ainsi le support et la partie utile.

La pièce est emboutie en une passe (ou opération), le frottement entre l'embouti et le poinçon est supposé nul. La pièce est découpée parallèlement au sens du laminage d'une tôle d'épaisseur 0.5mm en acier inoxydable AISI304. Pour bloquer le mouvement de la pièce suivant l'axe Y (sens transversal), nous avons imposé la condition aux limites $U_y = 0$ sur tous les nœuds de l'arrête supérieure du support (voir chapitre 3). La simulation est effectuée en considérant un critère de plasticité anisotrope de Hill ($\bar{r} = 0.97$), l'embouti final est maillé à l'aide de 12511 éléments DTK12 de taille 0.3mm. Le flan est obtenu avec 1mn de CPU. La figure 4.6 montre les variations d'épaisseur données par l'AI, on constate que dans les zones se trouvant entre les creux et les crêtes, il y a un épaississement très important atteignant 50% par rapport à l'épaisseur initiale (0.5mm). L'amincissement maximal est localisé sur le sommet de ces derniers (≈25%). L'AI surestime les variations d'épaisseur de l'embouti, les résultats sont assez différents de ceux mesurés expérimentalement (voir chapitre 3).

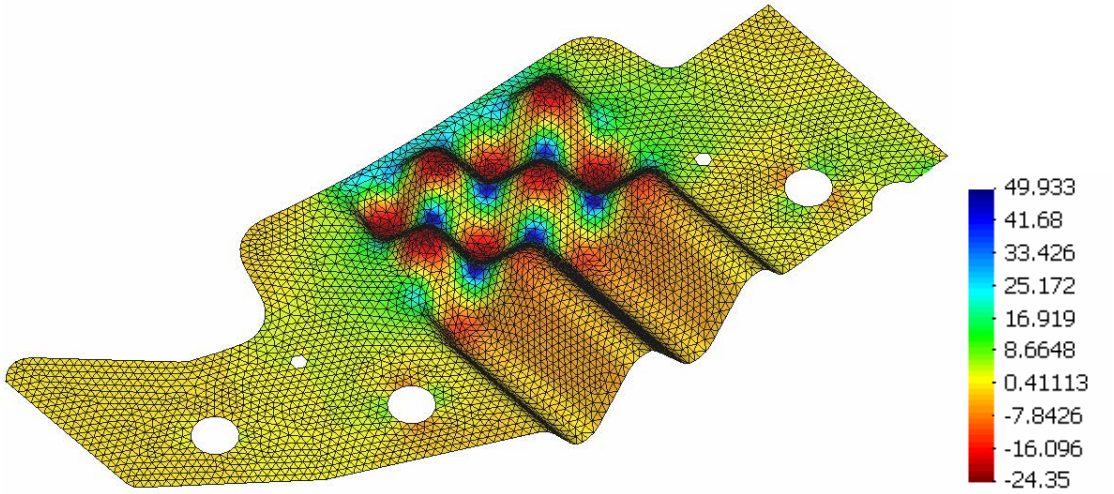



***Figure 4.6*** *– Estimation par AI de la distribution d'épaisseur dans l'embouti.*

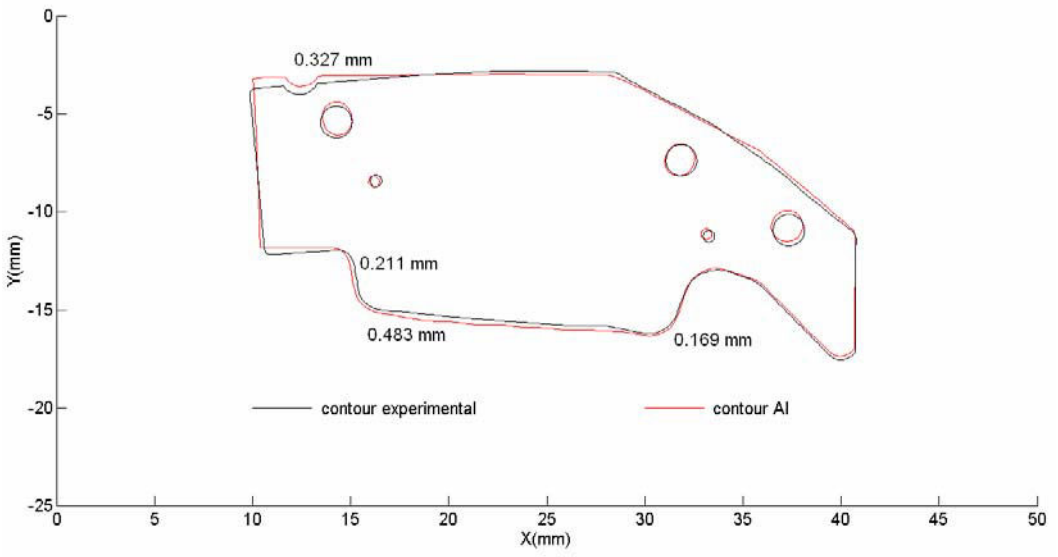



***Figure 4.7*** *– Contour du flan estimé par AI Vs contour expérimental.*

La figure 4.7 montre la projection du contour du flan, l'axe des X représente la longueur de la matrice et l'axe Y sa largeur. Le contour estimé par l'AI est assez proche du contour expérimental obtenu par essais – erreurs après trois essais. Le résultat est meilleur que celui correspondant aux variations d'épaisseur, ce résultat peut être expliqué par le fait que la distribution des déformations est très localisée au centre de la pièce et par conséquent son influence est faiblement significative sur la forme globale du contour.

### 4.3.2 Cas d'une pièce emboutie en deux passes

La pièce est fabriquée en acier inoxydable AISI304 et possède une épaisseur de 0.5mm (voir Annexe E). Comme dans le cas précédent, la pièce est caractérisée par une partie utile et un support. Nous avons utilisé la même méthode citée précédemment pour mailler les deux parties et nous avons imposé les mêmes conditions aux limites sur la pièce. A partir de la forme finale de l'embouti on a déterminé une forme approximative du flan, l'embouti est maillé à l'aide de 33038 éléments DKT12 de taille 0.25mm.

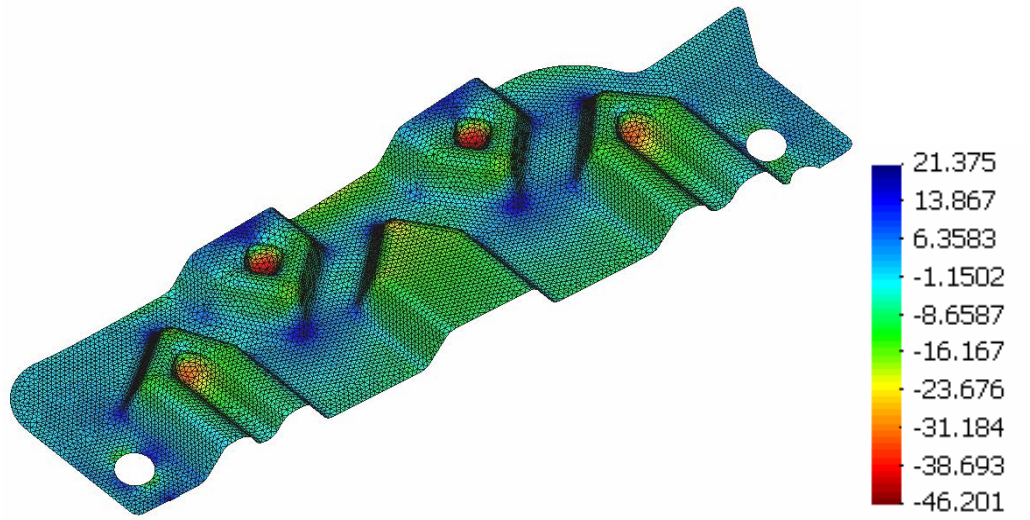



***Figure 4.8*** *– Estimation par AI de la répartition d'épaisseur dans l'embouti final.*

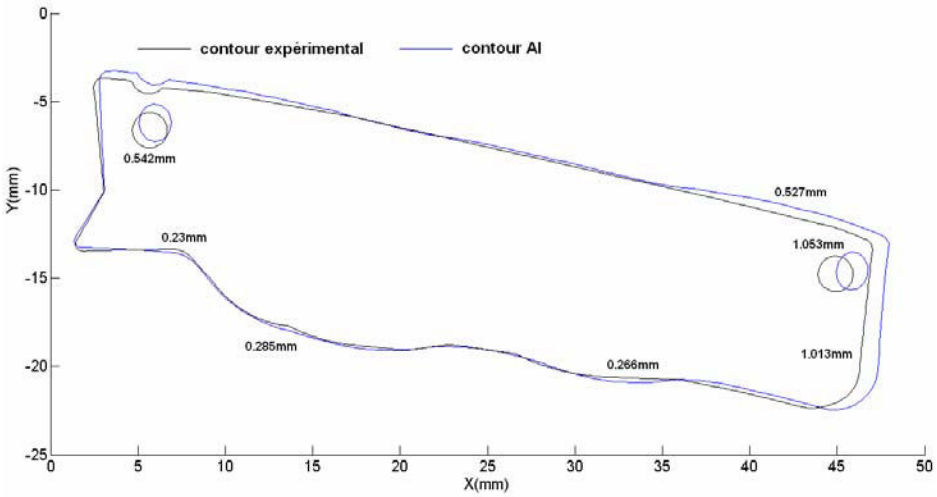



***Figure 4.9*** *– Contour du flan estimé par AI Vs contour expérimental.*

La figure 4.8 donne une idée préliminaire sur la répartition des amincissements qui montre les zones susceptibles de subir une rupture (46.2% d'amincissement) notamment au niveau des bulles. Les épaississements reflètent plus ou moins les formes de plissement et d'ondulation au bord de la pièce. Le contour obtenu à l'aide de l'AI au bout de 3mn et 41 de CPU est tracé sur la figure 4.9. Comme dans le cas d'emboutissage en une passe on constate que le contour estimé par AI est relativement proche du contour expérimental qui a été obtenu au bout du troisième essai. Le résultat vis-à-vis de la complexité géométrique de la pièce peut être considéré comme acceptable, les écarts par rapport aux résultats expérimentaux sont peu importants.

### *4.3.3 Cas d'une pièce emboutie en quatre passes*

L'emboutissage des pièces à multiplis se fait toujours suivant plusieurs opérations successives, car les déformations de l'embouti sont très grandes notamment sur le sommet des plis où les amincissements locaux peuvent atteindre 40%. L'emboutissage multipasses permet de contrôler l'écoulement de la matière, et donc d'uniformiser l'épaisseur de la pièce à la fin de la mise en forme. Le nombre de passes est choisi en fonction de la forme, de la longueur et de l'épaisseur de l'embouti.

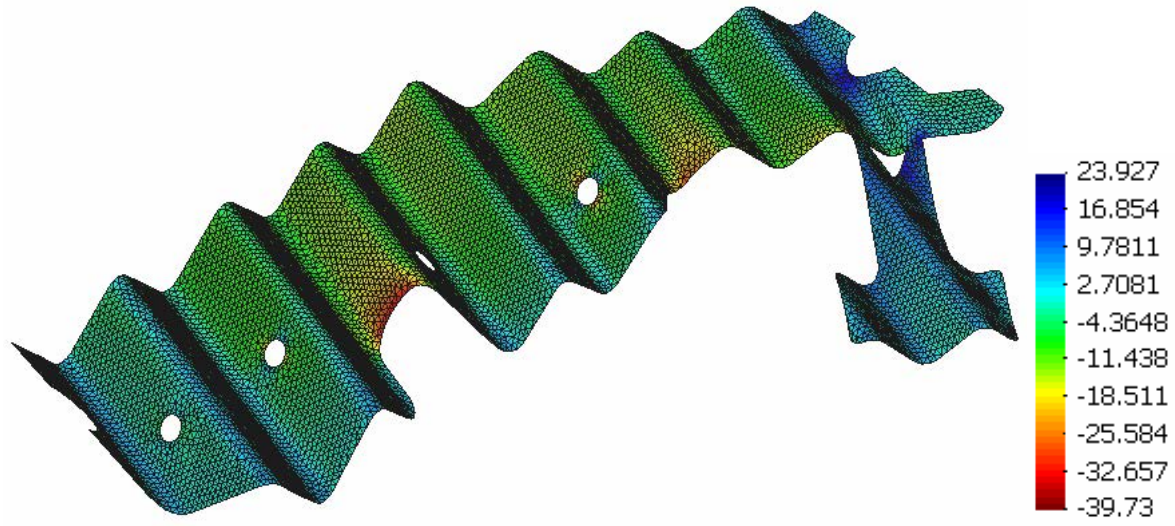



***Figure 3.10*** *– Estimation par AI de la répartition d'épaisseur dans l'embouti final.*

La pièce illustrée sur la figure 3.10 (voir Annexe F) est réalisée en quatre passes, à chaque passe, l'opérateur réalise 2 plis en forme de V pour avoir à la fin 8 V. Le maillage est constitué par 24264 éléments triangulaire DKT12 à six degré de liberté. Expérimentalement, il apparaît toujours un amincissement maximal au sommet des plis où le rayon de courbure est de 0.5mm, mais d'après la figure 3.10, on voit bien que l'AI a donné des valeurs minimales sur les ailes des plis. La figure 3.11 montre que les écarts entre le contour expérimental et le contour obtenu par AI en 3mn et 4 de CPU sont importants. Il y a une

surestimation de la longueur du flan et en même temps un décalage de forme entre les deux contours. Ces écarts résultent de la prise en compte seulement des configurations initiales et finales dans l'AI (non prise en compte des passes intermédiaires) mais aussi des hypothèses simplificatrices utilisées et de l'absence du frottement poinçon-embouti qui joue un rôle très important dans notre cas. Il faut signaler aussi que la taille des éléments de coque utilisés (0.25mm) est inférieur à l'épaisseur de la pièce et que le rayon de courbure des plis est égal à l'épaisseur de la tôle ce qui engendre des erreurs de calcul. Il serait intéressant d'étudier cet exemple en utilisant une Approche pseudo inverse [26] ou AI multi-passes.

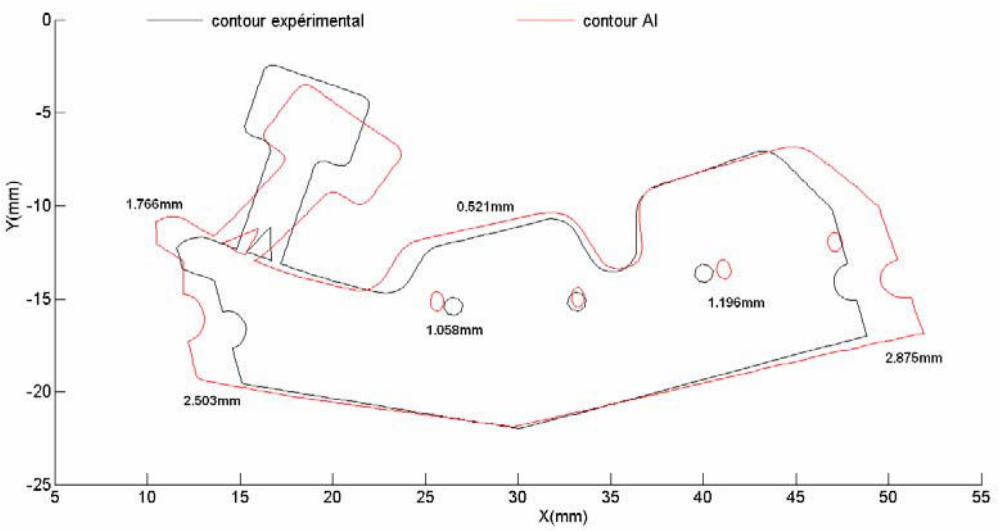



***Figure 3.11*** *– Contour du flan estimé par AI Vs contour expérimental.*

## *4.4 Conclusion*

La détermination du contour initial du flan par Approche Inverse constitue une étape préliminaire dans le processus d'optimisation de forme. L'utilisation seule de l'Approche Inverse simplifiée (en 1 seul pas) ne garantit pas l'obtention du contour initial recherché. Une étape supplémentaire basée sur l'utilisation d'une Approche Incrémentale couplée avec un algorithme d'optimisation est indispensable pour réaliser par simulation numérique la forme 3D désirée. D'autre part, nous rappelons que l'AI donne un meilleur contour qu'une simple projection et permet de palier au cas de pièces avec des contre-dépouilles. Elle permet entre autre de donner une estimation très rapide de la forme initiale du contour du flan (voir tableau 4.2).

| | Pièce emboutie en une passe | Pièce emboutie en deux passe | Pièce emboutie en quatre passes |
|---|---|---|---|
| Approche Inverse | ≈ 1mn | ≈ 4mn | ≈ 3mn |
| Approche Incrémentale (Abaqus 6.6©) | ≈ 2h | ≈ 3h30mn | ≈6h |
| Nombre des éléments finis | ≈ 12500 | ≈ 34000 | ≈ 24000 |

***Tableau 4.2*** *– Temps CPU.*

## 4.5 Références


1. J.L. Batoz, H. Naceur, Y.Q. Guo, "Formability predictions in stamping and process parameter optimization based on the inverse approach code Fast_Stamp", Numisheet2005, Vol. A, pp. 831-836, Editors : L.M. Smith, F. pourboghat, J.W. Yoon, T.B. Stoughton, August 2005.

2. Chung K., Richmond O., "Ideal forming-I. Homogeneous deformation with minimum plastic work", Int. J. Mech. Sci. V34 (1992), n.7, 575 – 591.

3. Chung K., Richmond O., "Ideal forming-I. Sheet forming with optimum deformation", Int. J. Mech. Sci. V34 (1992), n.8, 617 – 633.

4. Chung K., Richmond O., "A deformation theory of plasticity based on minimum work paths", Int. J. Plasticity, V9 (1993) 907 – 920.

5. Chung K., Richmond O., "The mechanics of ideal forming", J. Appl. Mech, ASME, V61 (1994), 176 – 181.

6. Batoz J.L., Guo Y.Q., Detraux J.M., "An inverse finite element procedure to estimate the large plastic strain in sheet metal forming", 3rd International Conference on Technology of plasticity, Kyoto, Japan, July 1990.

7. Batoz J.L., Guo Y.Q., Detraux J.M., "An efficient algorithm to estimate the large strain in deep drawing", NUMIFORM'89, Fort Collins, Colorado, 26-30 June 1989.

8. Batoz J.L, Guo Y.Q., "Analysis and design of sheet forming parts using a simplified inverse approach", COMPLAS V, Barcelona, Spain, 1997, pp. 178–185.

9. Batoz J.L, Guo Y.Q., Mercier F., "The inverse approach with simple triangular shell elements for large strain predictions of sheet metal forming parts", Eng. Comput. 15 (6/7) (1998) 864–892.

10. Lee C.H., Huh H., "Three dimensional multi-step inverse analysis for the optimum blank design in sheet metal forming process", J. Mater. Process. Technol. 80-81(1998) 76–82.

11. Lee C.H., Huh H., "Blank design and strain estimates for sheet metal forming processes by a finite element inverse approach with initial guess of linear deformation", 82 (1998) 145–155.

12. Batoz J.L., et al., Design of process parameters in deep drawing of sheets to improve manufacturing feasibility, in: P. Chedmail, et al. (Eds.), Integrated Design and Manufacturing in Mechanical Engineering'2000, Kluwer Academic Publishers, 2002, pp. 307–314.

13. Guo Y.Q., Batoz J.L., Naceur H., Bouabdallah S., Mercier F., Barlet O., "Recent developments on the analysis and optimum design of sheet metal forming parts using a simplified inverse approach", Comput. Struct., V78, (2000), 133 – 148.

14. Guo Y.Q., Batoz J.L., Detraux J.M., Duroux P., "Finite element procedures for strain estimations of sheet metal forming parts", Int. J. Num. Method. Eng., V30, (1990), 1385 – 1401.

15. Guo Y.Q., et al., “Modeling and blank optimum design of thin car panels obtained by sheet metal forming”, in: J.L. Batoz, et al. (Eds.), Integrated Design and Manufacturing in Mechanical Engineering’98, Kluwer Academic Publishers, 1999, pp. 307–314.

16. Naceur H., Guo Y.Q, Batoz J.L., Bouabdallah S., Knopf-Lenoir C., “Design of process parameters in deep drawing of thin sheets using the simplified inverse approach”, in: J.C. Gelin, P. Picart (Eds.), Proceedings of the Fourth International Conference on Numerical Simulation of 3D Sheet Forming Processes, Numisheet’99, vol. 1, Besançon, France, 1999, pp. 517–522.

17. Batoz J.L., Guo Y.Q., Mercier F. “Accounting for bending effects in sheet metal forming using the inverse approach”, 4th International Conference on Computational plasticity, Barcelona, Spain 3 – 6 April 1995.

18. Batoz J.L., Guo Y.Q., Mercier F. “The inverse approach including bending effects for the analysis and design of sheet metal forming” , Numiform’ 95, Ihaca, New York, USA, 18 – 21 June.

19. Batoz J.L., Guo Y.Q., Mercier F, “The inverse approach with simple triangular shell elements for large strain predictions of sheet metal forming parts”, Engineering Computations, Vol.15, n° 6, 7, pp. 864-892, 1998”.

20. Mercier F., “Contribution à la modélisation de l’emboutissage de tôles minces par l’approche inverse", Thèse de Doctorat UTC, Compiègne, 1998.

21. Hu X., “Algorithme de résolution pour la simulation de l’emboutissage par l’approche inverse”, Thèse de Doctorat UTC, Compiègne, 1997.

22. Ben-Elech S., “Analyse et conception rapides de paramétres de procédés d’emboutissage pour le contrôle du retour élastique », Thèse de doctorat UTC, Compiègne, 2004.

23. Guo Y.Q., Gati W., Naceur H., Batoz J.L., “Stress evaluation in sheet forming modeling by inverse approach for springback simulation”, EUROMAT 2001, 7th European Conf. on Advanced Materials and Processes, 10-14 june 2001, Rimini, Italy.

24. Guo Y.Q., Gati W., Naceur H., Batoz J.L., “Springback evaluation after forming simulation using the inverse approach and incremental approach”, NUMIFORM 2001, 7th Int. Conf. on Num. Meth. In Industrial Forming Processes, June 18-21, 2001, Toyohashi, Japan, 6 pages.

25. Guo Y.Q., Gati W., Naceur H., Batoz J.L., “An efficient DKT rotation free shell element for non linear analysis of shell structures”, 8th Int. Conf. of Enhancement and Promotion of Computing Methods for Engineering and Science, Shangai, July 25-28, 2001.

26. Guo Y.Q., Gati W., Naceur H., Batoz J.L., “Simulation rapide du retour élastique de tôles minces après emboutissage et détourage”, 5ème Colloque National en Calcul des Structures, 15-18 mai 2001, Giens, France, 8 pages.

27. Gati W., "Approche Pseudo Inverse pour simulations rapides du procédé d’emboutissage et de retour élastique des pièces en tôles minces", Thèse de Doctorat UTC, Compiègne, France, juin 2002.

# Chapitre 5

# *Détermination du contour du flan*

Dans ce chapitre nous abordons la méthode heuristique de détermination du contour optimal du flan qui a été développée dans le cadre du projet industriel proposé par la société luxembourgeoise Gottschol-Alcuilux. Tout d'abord, nous commençons par un rappel bibliographique sur les méthodes utilisées dans le domaine de l'optimisation de forme en mécanique, puis nous présentons la formulation mathématique du problème d'optimisation et les principales méthodes utilisées, ensuite nous introduisons la procédure développée pour optimiser la forme du contour du flan dans le cadre de l'emboutissage des pièces de précision en tôlerie fine. Enfin, nous illustrons les différents résultats relatifs à deux cas d'emboutissage : une passe en AISI304 (voir Annexe A) et AISI410 et deux passes en AISI304 (voir Annexe B).

## *5.1 Etude bibliographique*

Dans le domaine de la mise en forme des tôles minces, plusieurs travaux de recherche portant sur la détermination du contour de l'embouti optimal ont été réalisés. Généralement, les pièces faisant l'objet de ces travaux sont caractérisées par une forme géométrique assez simple (godet cylindrique ou boîte carrée). L'objectif est de réaliser une pièce sans défauts (risques de rupture, plissement, etc.) et qui correspond à la définition tridimensionnelle demandée. Dans le cas des pièces réalisées par emboutissage, certains paramètres physiques ont une grande influence sur la forme du contour de l'embouti car ils déterminent l'écoulement de la matière pendant la mise en forme. On peut citer par exemple : le coefficient de frottement entre la pièce et les outils (matrice, poinçon et serre-flan) ou le coefficient d'anisotropie de la tôle. Tenant compte de l'effet physique de ces paramètres, l'optimisation de la forme du contour du flan permet généralement de contrôler le volume de la matière se trouvant sous le serre-flan afin d'obtenir des hauteurs d'embouti constantes.

Il existe de nombreuses méthodes d'optimisation de forme basées sur le couplage entre un algorithme d'optimisation mathématique et un code de calcul non linéaire par éléments finis. Dans le domaine de la mise en forme, ces méthodes sont utilisées pour déterminer les

paramètres optimaux du procédé tels que la forme initiale du flan, l'épaisseur de l'embouti ou la géométrie des outils, ceci dans le but de fabriquer un produit fini sans défaut (apparition de plis, risques de rupture, retour élastique, etc.) et conforme au cahier des charges fourni par l'industriel. Actuellement les travaux relatifs à l'optimisation des paramètres de procédés de mise en forme en grandes déformations sont menés intensivement dans plusieurs procédés comme par exemple, l'emboutissage, l'hydroformage, le laminage, etc.

Plusieurs auteurs ont utilisé différentes méthodes pour déterminer la forme optimale de l'embouti final tel que : La méthode des lignes de glissement « the slip line method » [1-5] ou la méthode géométrique « geometric mapping method » permettant de calculer la distribution des déformations sans la connaissance du chargement [6, 7], la méthode des contraintes planes caractéristiques, nommée « the caracteristic of plane stress [8, 9] et la méthode par essais – erreurs basée sur l'analyse éléments finis [10, 11, 12]. Il existe également des méthodes basées sur la théorie des déformations plastiques comme, la méthode itérative des trajets de déformation « the deformation path iteration method » proposée par Park et al. [13] ainsi que la méthode connue sous le nom de « the backward tracing scheme » [14]. On peut citer aussi la méthode itérative proposée par Shim et al [15] qui consiste à déterminer la forme du flan par l'intermédiaire d'une étude de sensibilité, sans oublier la méthode développée par Vahdat et Pegada [16, 17] basée sur l'utilisation d'un algorithme itératif de compensation des erreurs de formes du flan, le principe de cette méthode est très simple et peut être testé facilement sur différents cas industriels.

Avec la méthode des « super-courbes » basées sur une représentation polynomiale de la forme à optimiser, il est possible de représenter des géométries complexes au moyen de fonctions polynomiales simples ou à l'aide de fonctions plus complexes, telles que splines, B-splines ou NURBS définis par des points de contrôle ou pôles dont les positions sont considérés comme variables de conception du problème d'optimisation. Cette technique de représentation a été utilisée par Chenot et Fourment [18-21] pour représenter la géométrie initiale de la pièce en vue de son optimisation, ils ont couplé un code de calcul par éléments finis avec une méthode d'optimisation (BFGS) appliquée dans le cas d'un procédé de forgeage. Des travaux de même nature ont été réalisés par Gélin et ses collaborateurs [22-24] pour effectuer l'optimisation des procédés d'emboutissage de tôles minces (contrôle du retour élastique et des variations d'épaisseur de la tôle). Les auteurs ont utilisé une technique de minimisation de la fonction objective basée sur la méthode « SQP » (Sequential Quadratic Programming).

Le professeur Batoz et son équipe [25, 26] ont proposé une méthode d'optimisation dont les variables de conception sont les pôles d'une B-spline cubique définissant la géométrie

initiale du flan ou finale de l'emboutie, l'objectif est d'optimiser la forme du flan afin de contrôler la variation d'épaisseur de la tôle après emboutissage. Ils ont introduit une fonction objectif basée sur les variations d'épaisseur afin de limiter les zones d'amincissement et d'épaississement sur l'ensemble de l'embouti. Ils ont choisi les points de contrôle de la B-spline comme variables de conception et ils ont associé à chaque variable une direction d'évolution suivant le sens d'écoulement de la matière, cette technique permet d'éviter le croisement de deux pôles qui induit de fortes oscillations ou des boucles de la courbe :

$$J = \sum_{i=1}^{nelt}\left[\left(\frac{\left(h^i - h^0\right)^+}{h^0}\right)^p + \left(\frac{\left(h^0 - h^i\right)^+}{h^0}\right)^q\right] \tag{5.1a}$$

$$J = \sum_{i=1}^{nelt}\left[\omega_1\left(\frac{\left(h^i - h^0\right)^+}{h^0}\right)^p + \omega_2\left(\frac{\left(h^0 - h^i\right)^+}{h^0}\right)^q\right] \tag{5.1b}$$

Les valeurs des exposants p et q et des coefficients $\omega_1$ et $\omega_2$ servent de poids au contrôle de l'amincissement (rupture) et de l'épaississement (plis rédhibitoires).

Des travaux semblables ont été développés par l'équipe du professeur Batoz [27] en faisant un couplage de l'AI avec la méthode « SQP » dans le cas de l'emboutissage de pièces tridimensionnelles et axisymétrique, Ils ont utilisé deux fonctions objectifs dans le but de minimiser les variations des épaisseurs dans la pièce après emboutissage. La première fonction objectif représente la minimisation des maxima de variation de l'épaisseur, pondérée par l'aire actuelle de l'élément. La deuxième fonction est identique à la première, mais sans pondération par l'aire élémentaire :

$$J = \frac{1}{nelt}\sum_{i=1}^{nelt} A^i\left(\frac{h^i - h^0}{h^0}\right)^p \tag{5.2a}$$

$$J = \frac{1}{nelt}\sum_{i=1}^{nelt}\left(\frac{h^i - h^0}{h^0}\right)^{\mathrm{p}} \tag{5.2b}$$

Ils ont discrétisé la géométrie de la structure à optimiser en un ensemble de parties appelées « super-éléments », chaque partie étant limitée par deux points de contrôle. Les variables de conception sont les coordonnées de quelques ou de tous les points de contrôle. Des limitations sur les déplacements ou les contraintes sont imposées en ces points de contrôle.

Labergère [28] a défini une fonction objectif basée sur la connaissance de la forme finale de la CAO pour l'optimisation de la géométrie initiale du flan :

$$J = \frac{1}{n}\left(\sqrt{\left(\sum_{i=1}^{n}\alpha\left(\frac{d_i^{proj}}{d^{\max}}\right)_+^2\right)} + \sqrt{\left(\sum_{i=1}^{n}\beta\left(\frac{-d_i^{proj}}{d^{\max}}\right)_+^2\right)}\right) \tag{5.3}$$

où $n$ est le nombre de nœuds situés sur le contour externe de la tôle, $d_i^{proj}$ est la distance de la projection du i$^{ème}$ nœud situé sur le contour externe de l'embouti par rapport à la surface définie par le profil final désiré, $d^{\max}$ est une constante. $\alpha$ et $\beta$ sont des coefficients de pondération.

Naceur et al. [29] ont utilisé une technique d'élimination des éléments finis se trouvant sous le serre-flan, ils ont introduit un critère basé sur la répartition de la densité d'énergie plastique dans l'embouti, ils ont imposé une limitation volumique sur la quantité de matière sous le serre-flan. Le critère est défini par :

$$\begin{aligned} &\frac{d}{d_{max}} \le RR \\ &\left\| \frac{V - V^0}{V^0} \right\| \le V_R \end{aligned} \tag{5.4}$$

où $d$ est l'énergie plastique de l'élément, $d_{\max}$ est la valeur maximale de l'énergie plastique dans la pièce, $RR$ est déterminé en fonction du nombre d'états du processus et VR le taux maximal de la quantité de matière à enlever.

Ghouati [30] a introduit une fonction objectif dont le but est de minimiser la surface initiale du flan avec des limitations sur les variations d'épaisseur :

$$\begin{aligned} &J = \sum_{i=1}^{nelt} A_i \\ &\begin{cases} \dfrac{max(h_i - h_0)}{h_0} \le L_e \\ \dfrac{min(h_i - h_0)}{h_0} \ge L_a \end{cases} \end{aligned} \tag{5.5}$$

où $A_i$ et est l'aire initiale de l'élément i, $h_0$ est l'épaisseur initiale, $h_i$ est l'épaisseur de l'élément i, $L_e$ et $L_a$ sont les limitations respectivement pour l'épaississement et l'amincissement.

En plus de la méthode qui décrit la forme à optimiser par une super courbe de type spline, B-spline, NURBS,… dont l'optimisation des points de contrôle et de leur poids permet de modifier celle-ci, il existe une autre méthode qui s'appelle méthode des cotes où les paramètres à optimiser sont des cotes particulières comme par exemple : centre ou rayon d'un cercle, angle d'inclinaison, distance entre deux points, etc…). Cette méthode est utilisée par plusieurs auteurs dans le but de déterminer la géométrie optimale des outils de mise en forme. Nakamura et al. [31] ont étudié l'emboutissage multipasse, ils ont proposé d'optimiser la forme du poinçon de la première passe qui permet d'éviter les zones de striction. Ils ont couplé un code de calcul par éléments finis avec un processus d'optimisation basé sur une méthode génétique, les variables de conception sont les cotes du poinçon de la première passe. Nielsen, Jensen et Danckert [32] ont optimisé différents problèmes de mises en forme tels que l'hydroformage ou l'emboutissage hydro-mécanique en utilisant des éléments de coque. Ils ont choisi aussi d'optimiser la géométrie des outils à l'aide de la méthode des cotes.

## 5.2 Formulation mathématique du problème d'optimisation

Optimiser les paramètres d'un procédé de mise en forme ou de fabrication revient à réaliser un produit sans défauts (striction, plissement, etc…) et avec le moindre coût. Pour ce faire, il est possible de coupler un code de calcul par éléments finis avec un algorithme d'optimisation mathématique. L'objectif est de rechercher le minimum d'une fonction appelée le plus souvent « fonction objectif » (poids, volume, etc…) sans ou avec limitations du domaine de recherche. Cette fonction dépend de certains paramètres appelés : variables de conception ou d'optimisation du problème. Ces variables peuvent être des quantités physiques, des dimensions, des coordonnées spatiales, etc.… Le problème s'écrit sous la forme mathématique suivante :

$$\begin{cases} \text{Minimiser } F\left(\langle X\rangle\right) \\ g_i\left(\langle X\rangle\right) \le 0 \\ h_j\left(\langle X\rangle\right) = 0 \\ \langle X\rangle = \langle X_1, ....., X_n\rangle \end{cases} \tag{5.6}$$

avec :

$F$ est la fonction objectif à minimiser

$g_i$ et $h_i$ sont respectivement les fonctions de limitation d'inégalités et d'égalités qui définissent le domaine admissible des solutions

$\langle X\rangle$ est le vecteur des variables de conception qui décrivent le problème d'optimisation.

Le choix de la fonction objectif, des limitations imposées et des variables de conception est important pour la réussite de l'optimisation. Si le problème d'optimisation est bien posé, il permet de :

- réduire le délai et le coût de conception,
- automatiser la conception,
- utiliser un grand nombre de variables de conception et de limitations.

Par contre, il existe les inconvénients de la méthode d'optimisation :

- le temps de calcul augmente avec le nombre des variables de conception,
- les problèmes de convergence des algorithmes,
- la recherche d'un optimum global.

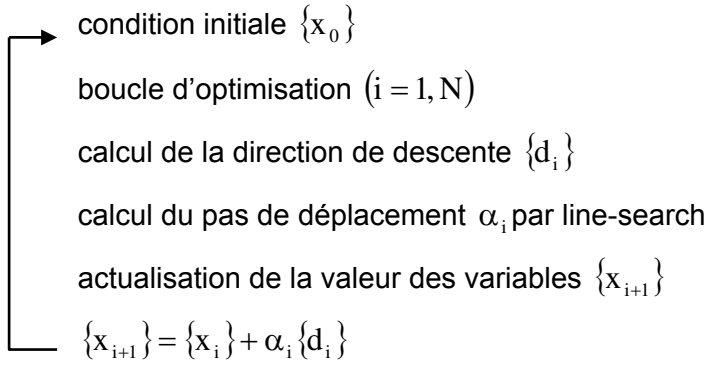
Il existe différentes techniques d'optimisation pour des problèmes définis avec ou sans limitations [33 – 37]. Dans ce qui suit nous présentons brièvement quelques méthodes.

### *5.2.1 Méthodes d'optimisation*

Dans ce paragraphe, on rappelle seulement le principe de base des méthodes d'optimisation avec et sans limitations, il s'agit de faire un bref rappel de ces méthodes sans entrer dans les détails car notre travail a été effectué à l'aide d'une technique d'optimisation de forme différente qui sera présentée dans les paragraphes suivantes.

#### *5.2.1.1 Méthodes sans limitations*

Le principe de ces méthodes est basé sur la recherche d'une direction de descente, suivant laquelle la valeur de la fonction objectif « J(x) » diminue. Puis à l'aide d'une technique de recherche à une dimension connue sous le nom de « line-search » on minimise la fonction J(x). Ensuite, connaissant le nouveau jeu de variables, on recalcule une nouvelle direction de descente. Le processus est répété jusqu'à convergence des variables vers les valeurs optimales :



Il existe différentes méthodes qui se distinguent par la technique de calcul de la direction de descente au point considéré, on peut citer :

- ✓ Méthode de la plus grande pente
- ✓ Méthode du gradient
- ✓ Méthode de Newton et quasi-Newton

#### 5.2.1.2 *Méthodes avec limitations*

Les méthodes d'optimisation avec limitations (contraintes) sont plus fréquents que les méthodes sans limitations. Dans le cas d'un problème d'optimisation avec limitations d'égalités et d'inégalités, une condition nécessaire d'optimalité locale est donnée par Karush-Kuhn-Tucker. Ces conditions supposent que les gradients des limitations actives au point minimum soient linéairement indépendants (qualification des limitations). En supposant que :

- $f, g_i \ \ i = 1, n$ des fonctions continues et différentiables
- l'hypothèse de Qualification des Contraintes (Q.C) est vérifiée en $x_0$

Alors, si $x_0$ est un optimum local, il existe des nombres $\lambda_i \geq 0, (i = 1, n)$ tels que :

$$\begin{aligned} &\nabla f(x_0) + \sum_{i=1}^{n} \lambda_i \nabla g_i(x_0) = 0 \\ &\lambda_i g_i(x_0) = 0 \qquad i = 1, n \end{aligned} \tag{5.7}$$

Les conditions de Karush-Kuhn-Tucker sont nécessaires mais non suffisantes dans le cas général, pour s'assurer que le point $x_0$ est un minimum local il faut que la matrice Hessienne du Lagrangien soit définie positive.

Les méthodes d'optimisation non linéaire avec limitations sont classées en deux grandes familles :

- les méthodes primales, souvent utilisées pour résoudre des problèmes avec des limitations linéaires. Parmi ces méthodes on peut citer, les méthodes des directios admissibles, du gradient projeté, du gradient réduit, etc…
- les méthodes duales, plus robustes et qui permettent d'obtenir plus facilement la convergence globale. On trouve les méthodes de pénalité et celles du lagrangien augmenté.

### *5.2.2 Choix de la méthode d'optimisation*

L'objectif de l'optimisation est de déterminer le contour initial du flan qui permet d'obtenir en une ou plusieurs passes le contour final précisé dans le cahier des charges. Le choix de

la méthode d'optimisation est très important pour assurer la convergence de l'algorithme dans un temps de calcul raisonnable et indépendamment de la forme géométrique recherchée. L'algorithme d'optimisation de forme doit être précis, efficace, robuste et bien adapté aux problèmes d'emboutissage qui sont fortement non linéaires. La méthode mise en place doit prendre en considération les principales difficultés rencontrées lors de la mise en forme des pièces de précision en tôlerie fine telles que :

- la taille des pièces,
- la complexité des formes géométriques,
- la précision dimensionnelle exigée par l'industriel (± 0.05mm),
- la forte non linéarité de comportement du matériau,
- la particularité des conditions aux limites (absence d'un serre-flan),
- le changement perpétuel des conditions aux limites de contact entre les outils et la pièce.

Tenant compte de ces difficultés, le choix de la méthode d'optimisation s'avère primordial pour garantir son utilisation de manière souple, simple et rapide dans un cadre industriel. La méthode est développée sur la base d'un certain nombre de données qui caractérisent le procédé de mise en forme, notamment :

- Le nombre élevé de passes d'emboutissage à réaliser pour obtenir la forme finale (parfois jusqu'à 10 passes).
- La variabilité des formes géométrique des pièces réalisées chaque jour.

Dans le cas de l'approximation polynomiale pour décrire la forme d'une structure, les variables de conception utilisées sont généralement les coefficients du polynôme [38]. Cependant, l'inconvénient des fonctions polynomiales est la présence d'oscillations aux extrémités de la courbe. Ces effets de bord sont inacceptables pour une représentation rigoureuse de la géométrie et peuvent engendrer des problèmes numériques. L'augmentation du degré du polynôme n'améliore pas nécessairement le résultat. Souvent, cet accroissement (pour un degré élevé) accentue nettement le comportement oscillatoire indésirable de la courbe. Dans ces conditions, on ne peut faire disparaître cet inconvénient qu'en fractionnant la courbe par morceaux en polynôme de degré plus faible (en pratique ce sont les degrés 2 ou 3 les plus utilisés). Ce concept est à l'origine de l'emploi des courbes splines qui assure la continuité de la courbe. Les fonctions splines cubiques [39], les courbes de Bézier et B-splines [40 – 42] ont ainsi été utilisées dans le cadre de l'optimisation de forme. Supposons que l'on cherche à paramétriser une partie du contour par la fonction polynomiale approchée $C_{ap}(x)$, cette fonction peut s'écrire sous la forme :

$$C_{ap}(x) = \langle P(x) \rangle \{\alpha\} \tag{5.8}$$

avec :

$\langle P(x) \rangle$ la base polynomiale d'ordre $N_p$

$\{\alpha\}$ le vecteur de paramètres de l'approximation ($N_p$,1)

#### 5.2.2.1 *Approximation par interpolation*

L'approximation polynomiale peut se faire par interpolation si le nombre de points utilisés $N_{ap}$ pour définir l'approximation de forme est égal à $N_p$. On interpole alors la fonction polynomiale par la formule :

$$C_{ap}(x) = \langle P(x) \rangle [P_n]^{-1} \{\beta\} \tag{5.9}$$

où :

$$[P_n] = \begin{bmatrix} \langle P(x_1) \rangle \\ \langle P(x_2) \rangle \\ \ldots\ldots \\ \langle P(x_{N_{ap}}) \rangle \end{bmatrix} \text{ et } \{\beta\} = \begin{Bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \\ y_{N_{ap}} \end{Bmatrix} \tag{5.10}$$

avec : $(x_i, y_i)$ les coordonnées le l'i$^{ème}$ point de contrôle

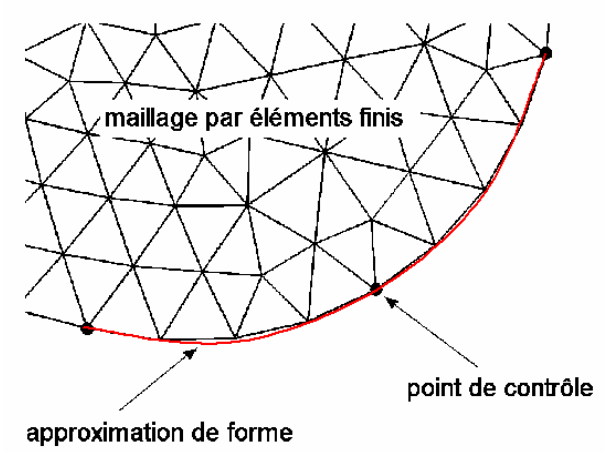



***Figure 5.1*** *– Approximation de forme du contour.*

Il existe aussi des méthodes d'interpolation utilisées dans l'approximation numérique des fonctions, comme par exemple l'interpolation de Lagrange, l'interpolation d'Hermite.

#### 5.2.2.2 *Approximation au sens des moindres carrée*

Si le nombre de points utilisés $N_{ap}$ pour définir l'approximation de forme est supérieur à $N_p$, alors la matrice $P_n$ est rectangulaire, et on approche le contour sur l'espace de conception en minimisant une fonction d'écart en moindres carrés définie par :

$$J(\{\alpha\}) = \frac{1}{2}\left([P_n]\{\alpha\} - \{\beta\}\right)^T \left([p_n]\{\alpha - \{\beta\}\}\right) \tag{5.11}$$

La minimisation de cette fonction écart par rapport à $\{\alpha\}$ permet d'obtenir le vecteur de paramètres du polynôme :

$$\{\alpha\} = \left([P_n]^T [P_n]\right)^{-1} [P_n]^T \{\beta\} \tag{5.12}$$

#### 5.2.2.3 *Approximation par les courbes B-splines*

Barlet [25] et Naceur [27] ont utilisé les courbes B-splines cubiques pour décrire la géométrie du flan à optimiser, ces courbes se construisent plus facilement que les courbes de Bézier ou les courbes polynomiales. Elles sont définies à l'aide de points de contrôle qui forment le polygone caractéristique, elles s'inscrivent à l'intérieur de l'enveloppe convexe des points de contrôle. Elles sont de classe $C^2$ et peuvent être considérées comme une combinaison de fonctions de base polynomiales cubiques :

$$P(s) = \sum_i^n \alpha_i B_{i,k}(s) \tag{5.13}$$

où $B_{i,k}$ est la i$^{éme}$ fonction B-spline d'ordre k-1 et $\alpha_i$ est le coefficient de décomposition de la Spline dans la base des B-splines.

La fonction $B_{i,k}$ est définie par la formule de récurrence suivante :

$$\mathrm{B_{i,k}(s)} = \frac{\mathrm{s - t_i}}{\mathrm{t_{i+k-1} - t_i}} \mathrm{B_{i,k-1}} + \frac{\mathrm{t_{i+k} - s}}{\mathrm{t_{i+k} - t_{i+1}}} \mathrm{B_{i+1,k-1}} \tag{5.14a}$$

$$\mathrm{B_{i,1}(s)} = \begin{cases} 1 & \mathrm{si\ t_i \le s \le t_{i+1}} \\ 0 & \mathrm{si\ non} \end{cases} \tag{5.14b}$$

Les $t_i$ sont les valeurs des abscisses $s_i^c$ voisines du point $s_j$ en lequel on veut déterminer la valeur $P_j$.

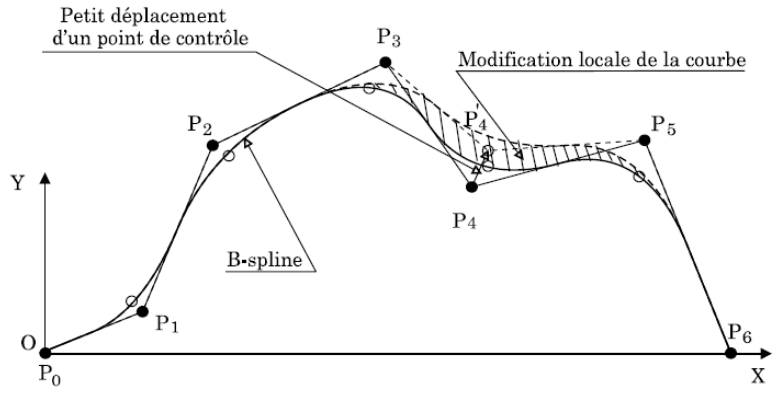



***Figure 5.2*** *– Courbe B-spline [27].*

Contrairement aux courbes de Bézier, les B-splines cubiques s'adaptent mieux à la paramétrisation de forme géométrique complexe car elles permettent d'avoir un contrôle local de la courbe (un petit déplacement du point de contrôle ne modifie qu'une seule partie de la courbe d'ensemble). Elles permettent par ailleurs de choisir l'ordre de la courbe en fonction de la complexité géométrique du contour de la pièce sans changement des facettes du polygone caractéristique (voir Figure 5.2).

Dans notre problématique industrielle, la paramétrisation du contour à l'aide des courbes B-spline reste difficile à mettre en ouvre car cette technique nécessite de fractionner le contour de la pièce en plusieurs parties, puis de faire un choix judicieux sur l'ensemble des points de contrôle pour définir correctement la courbe de paramétrisation correspondant à chaque partie. En plus les pièces de précision en tôlerie fine comportent des formes géométriques simples (cercle, droite ou ellipse). Il faudra paramétriser ces formes à l'aide d'équations mathématiques. D'autre part, dans le cas où le contour est défini à partir d'une courbe B-splines, les variables de conception du problème d'optimisation sont alors la position (les coordonnées) des pôles de la courbe. Pour les géométries industrielles étudiées ici, le nombre de ces variables pourrait alors devenir conséquent vu la précision géométrique exigée (± 0.05mm). Or quelque soit la méthode d'optimisation utilisée, plus le nombre de variables augmente plus le temps de calcul et le nombre d'appels à la simulation numérique augmentent.

C'est pourquoi, la méthode que nous avons retenue est basée sur le principe de la compensation des erreurs de forme calculées à chaque nœud localisé sur le contour de l'embouti. Comme le contour de la pièce est défini de façon explicite par les nœuds du maillage, il est naturel de choisir les coordonnées des nœuds du contour pour corriger la forme de la pièce : le contour sera défini complètement à l'aide de tous les nœuds du maillage sans avoir besoin de définir des points de contrôle (pôles) pour représenter le contour avec une fonction polynomiale ou une équation de courbe de type spline ou B-spline. Ainsi, le problème de paramétrisation du nombre de variables et de la discrétisation de la géométrie ne se pose pas. La méthode proposée permet d'optimiser la forme du contour de l'embouti d'une manière heuristique sans la nécessité de définir une fonction objectif et des limitations de domaine. Cette méthode pragmatique présente l'avantage de traiter des géométries extrêmement complexes avec un très grand nombre de points ou de nœuds localisés sur le contour. Elle consiste à utiliser tous les nœuds du contour permettant ainsi d'avoir une maîtrise parfaite de la forme sans se soucier du problème d'approximation de celle-ci.

### 5.2.3 Optimisation heuristique de la forme du flan

#### 5.2.3.1 Processus itératif d'optimisation

L'algorithme d'optimisation de forme est couplé avec un code de calcul incrémental par éléments finis (Abaqus©). A la fin de chaque simulation numérique de l'emboutissage, l'exécution de l'algorithme se fait automatiquement et d'une manière itérative. La boucle des itérations est contrôlée par un language interprété objet connu sous le nom de « *Python 2.4*© » [43]. Le programme Python (voir programme 1 dans l'annexe C) permet d'accéder à toutes les fonctionnalités offertes par les interfaces graphiques d'Abaqus/CAE (voir Figure 5.3), il comporte principalement trois sections :

1. Chargement et lecture des variables numériques (coordonnées des nœuds, contraintes, déformations, etc.) à la fin de chaque simulation numérique,
2. Exécution automatique de l'algorithme heuristique d'optimisation de forme,
3. Chargement des données du modèle numérique et lancement de la simulation numérique d'emboutissage (itération k+1).

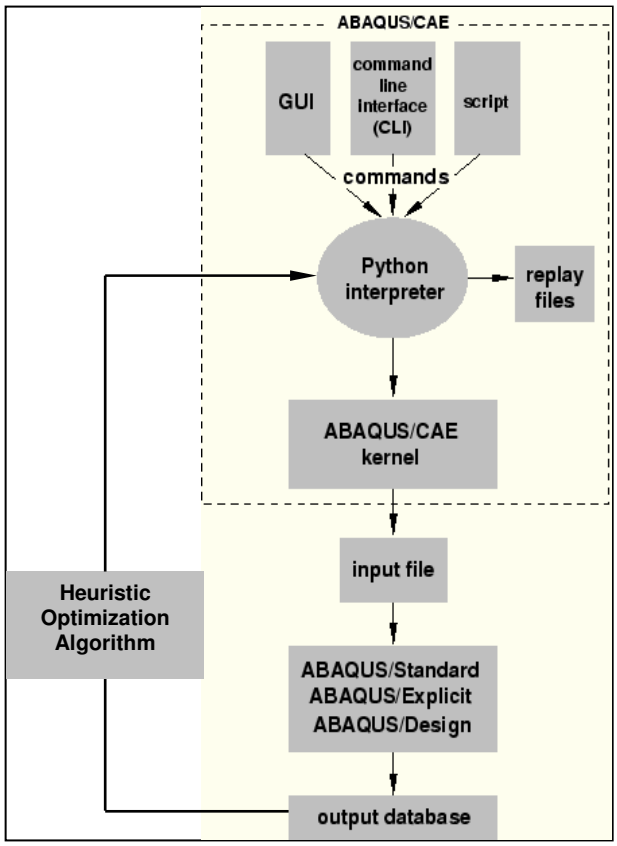



***Figure 5.3*** *– Abaqus scripting [44].*

La première étape du processus d'optimisation consiste à proposer par Approche Inverse (AI) la forme initiale du flan $F_0$. Les étapes suivantes vont permettre de déterminer, en

utilisant une approche incrémentale (Abaqus), le contour initial avec lequel nous obtenons la forme finale souhaitée. A la fin de chaque simulation numérique, les écarts de forme sont calculés au niveau des nœuds localisés sur le contour de l'embouti. Si l'écart maximal est supérieur à l'intervalle de tolérance spécifié (±0.05mm), la forme du flan initial $F_k$ sera modifiée par relocalisation des nœuds du contour. Ensuite la surface du flan sera maillée pour la simulation numérique suivante. Dans le cas contraire, le flan optimal ainsi obtenu peut être découpé. L'ensemble de la boucle est contrôlé par un script « *P*ython ». La figure 5.4 montre les différentes étapes du processus de détermination de la forme optimale du flan.

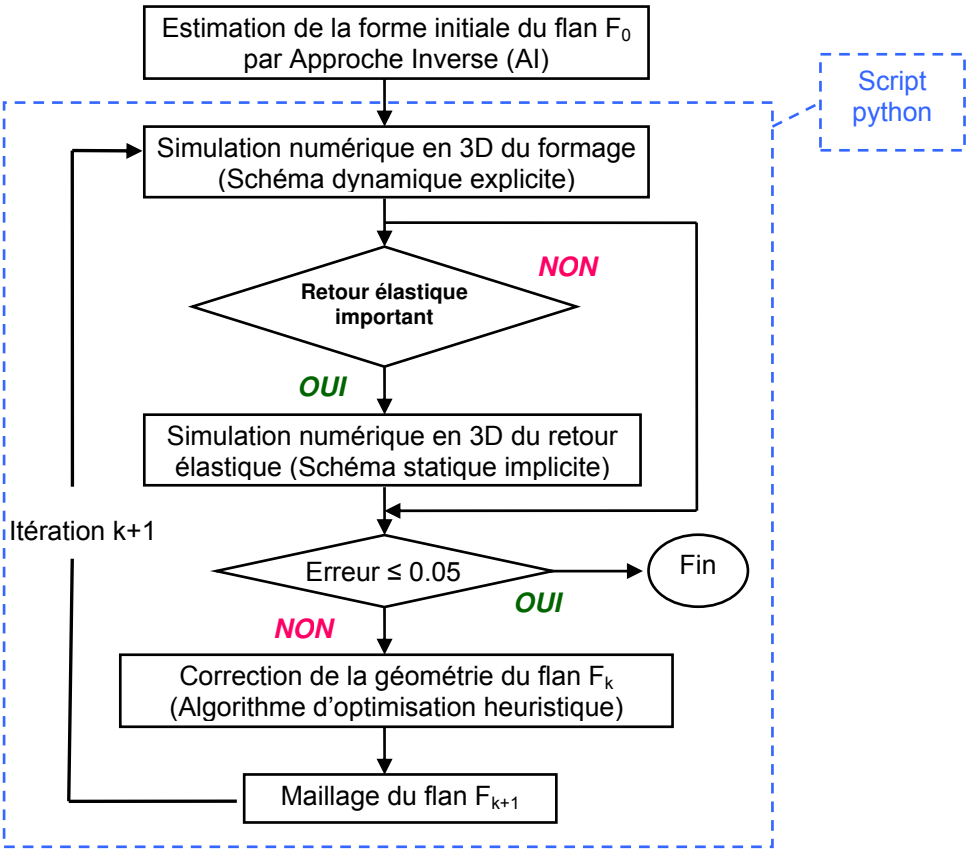



***Figure 5.4*** *– Processus d'optimisation de la forme du flan.*

### 5.2.3.2 Principe de l'algorithme d'optimisation heuristique

A la fin de chaque simulation numérique, l'algorithme d'optimisation heuristique (compensation géométrique) calcule l'erreur de forme $E_i^k$ entre le nœud $N_i$ situé sur le contour $C_k$ de l'embouti $E_k$ et le nœud correspond $N_j$ situé sur le contour recherché $C_r$ de la forme 3D. Si l'erreur maximale $E^k$ est supérieure à l'intervalle de tolérance (±0.05mm), alors le nœud $N_i$ situé sur le contour $C_k$ du flan $F_k$ sera déplacé d'une distance égale à $– E_i^k$ . Ensuite la surface du flan $F_{k+1}$ sera créée et maillée pour être utilisée dans la simulation numérique suivante (itération k+1). A chaque itération le nombre de nœuds du contour $C_k$ ne

varie pas, mais le numéro de chaque nœud et de l'élément fini triangulaire associé change générant ainsi un nouveau tableau de connectivité. La méthode est la même que celle utilisée expérimentalement dans le cadre d'une mise au point par essai – erreur.

Le principe itératif de l'algorithme d'optimisation peut être défini comme suit :

1. Rechercher les nœuds localisés sur le contour de la pièce
2. Vérifier la compatibilité des nœuds de l'embouti avec les nœuds de référence en utilisant la boucle suivante :

   2.1 actualiser le vecteur $\ell$ des numéros des nœuds :

$$\ell(i) = 0 \quad avec \quad i = 1, N_{contour} \tag{5.15}$$

   2.2 Rechercher les nœuds i et j ayant les mêmes coordonnées :

$$Si \;\; X_F^k(i) - \widetilde{X}_F^k(j) < 10^{-4} \;\; alors \;\; \ell^k(i) = j \quad avec \quad i = j = 1, N_{contour} \tag{5.16}$$

avec :

- $i, j$ : numéro du noeud localisé sur le contour du flan
- k : numéro de l'itération
- $X_F^k(i)$: coordonnées du noeud i localisé sur le contour du flan et correspondant au maillage généré à l'itération k
- $\widetilde{X}_F^k(j)$ : coordonnées du noeud j localisé sur le contour du flan obtenu après optimisation et correspondant au maillage généré à l'itération k-1
- $\ell^k(i)$ : numéro de noeud fictif
- $N_{contour}$ : nombre total des noeuds localisés sur le contour

3. Calculer l'erreur de forme

$$\left|E^k(i)\right| = \sqrt{(x_E^k(i) - x_r\left(\ell^k(i)\right))^2 + (y_E^k(i) - y_r\left(\ell^k(i)\right))^2} \quad avec \quad i = j = 1, N_{contour} \tag{5.17}$$

4. Si $max\left(\left|E_i^k\right|\right) \leq 0.05$ arrêter le calcul et exporter le flan optimal sous format surfacique (*fichier IGS*)

5. Si non, relocaliser les noeuds du contour du flan :

$$\left\langle x_F^{k+1}(i),\, y_F^{k+1}(i)\right\rangle = \left\langle x_r\left(\ell^k(i)\right) - x_E^k(i) + x_F^k(i),\, y_r\left(\ell^k(i)\right) - y_E^k(i) + y_F^k(i)\right\rangle \tag{5.18}$$

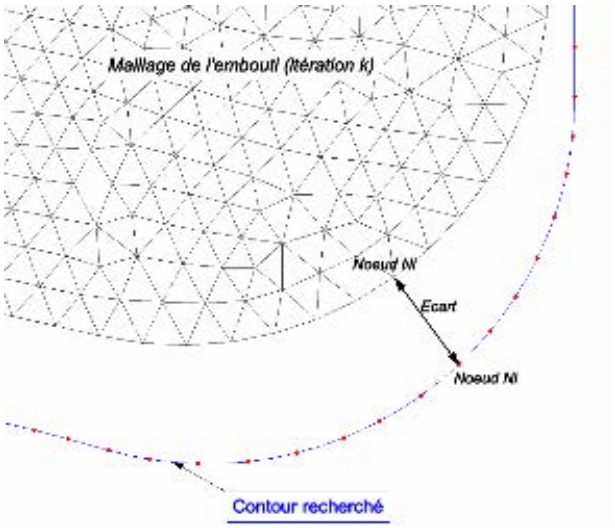
avec :

$X_F^{k+1}(i) = \left\langle x_F^{k+1}(i),\, y_F^{k+1}(i)\right\rangle$ : coordonnées du nœud $N_i$ localisé sur le contour du flan $F_{k+1}$

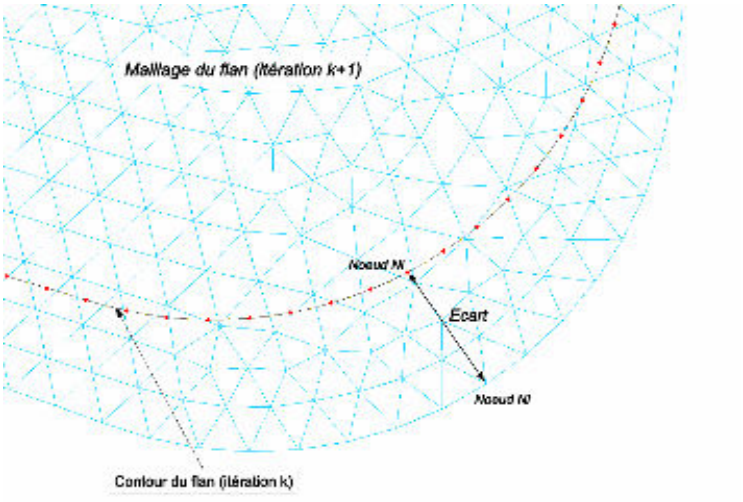
$X_E^k(i)=\langle x_E^k(i), y_E^k(i)\rangle$ : coordonnées du noeud $N_i$ localisé sur le contour de l'embouti $E_k$

$X_r\left(\ell^k(i)\right)=\langle x_r\left(\ell^k(i)\right), y_r\left(\ell^k(i)\right)\rangle$ : coordonnées du noeud $N_j$ localisé sur le contour de référence $C_r$

6. Mailler le flan à l'aide d'éléments triangulaires à trois nœuds
7. Relancer le calcul incrémental pour une nouvelle simulation du formage.




*a – Calcul de l'erreur de forme en chaque nœud.*




*b – Déplacement des nœuds.*

***Figure 5.5*** *– Technique de relocalisation des nœuds du contour du flan.*

A l'itération k, l'écart calculé entre le nœud $N_j$ situé sur le contour de l'embouti et le nœud correspondant $N_i$ se trouvant sur le contour recherché permet de déplacer le nœud $N_i$ d'une distance égale à celui-ci (voir Figure 5.5). Après avoir relocalisé tous les nœuds se trouvant sur le contour du flan, nous pouvons tracer le contour à partir duquel la surface du flan sera créée et puis remaillée.

## 5.3 Applications industrielles

La simulation numérique de l'emboutissage est réalisée avec le logiciel Abaqus 6.6© en dynamique explicite (double précision). Les matériaux utilisés sont les aciers inoxydables de type AISI304 et AISI410 (voir chapitre 6). Nous avons utilisé un modèle d'écrouissage élasto-plastique isotrope pour ces deux types de matériau. La pièce est maillée avec des éléments finis de coque triangulaire à trois nœuds (S3R) et à contraintes planes, nous précisons que l'algorithme d'optimisation heuristique est applicable dans le cas d'un maillage constitué avec d'éléments à trois nœuds ou bien à quatre nœuds. Nous rappelons aussi que la pièce est emboutie d'une manière non conventionnelle, c'est-à-dire qu'elle n'est pas maintenue durant l'opération de mise en forme (absence de serre-flan). Il n'y a donc pas de conditions aux limites imposées sur le contour. La pièce est seulement posée sur la matrice par l'opérateur, pendant l'emboutissage. Elle reste en contact avec le guide qui permet de bloquer son mouvement transversal suivant l'axe Y (*voir chapitre 3, paragraphe 3.3.4.1*). La méthode d'optimisation heuristique est testée sur des pièces de différentes formes géométriques et réalisées en une ou plusieurs passes. L'objectif est d'étudier l'influence de certains paramètres numériques et physiques sur la forme optimale du flan dans le but de bien choisir la valeur de chacun de ces derniers ainsi que le modèle numérique adéquat qui donnent le meilleur résultat (le plus proche des essais expérimentaux).

### 5.3.1 Cas d'une pièce en AISI304 emboutie en une passe

Nous avons testé la méthode d'optimisation heuristique de la forme du flan dans le cas d'une pièce emboutie en une passe (voir Annexe A). Nous avons démarré la boucle d'optimisation connaissant la forme initiale du flan obtenu par AI (voir chapitre 4).

Le premier résultat qui nous intéresse est relatif à la géométrie du flan. Après avoir effectué l'optimisation géométrique, nous constatons que le contour optimal du flan est bien devenu plus proche du contour expérimental, ceci peut être constaté en comparant la figure 5.6 avec la figure 4.8, il est clair que les écarts ont été considérablement réduits. Ce résultat est obtenu en utilisant des éléments finis triangulaires ayant une taille caractéristique égale à 0.3mm (576 nœuds sur le contour), nous allons voir dans le paragraphe suivant que cette taille d'élément est suffisante pour considérer le résultat comme acceptable en terme de forme géométrique. Les écarts qui existent entre le flan déterminé numériquement et le flan obtenu expérimentalement par essais – erreurs peuvent résulter principalement de:

- L'utilisation d'un modèle simplifié (Coulomb isotrope) pour définir le frottement entre la pièce et les outils,

- La différence entre la géométrie des outils utilisés pour effectuer la simulation numérique (géométrie créée par la CAO en amont) et la géométrie usinée réellement (géométrie utilisée pendant les essais),
- Le manque d'informations sur l'évolution permanente de l'intensité du frottement entre l'outil et la pièce.
- Les incertitudes sur la valeur des paramètres du matériau et de l'épaisseur.
- Les écarts entre les mesures expérimentales elles-mêmes.

La sensibilité des résultats aux propriétés mécaniques du matériau est non négligeable, les deux couples de coefficients d'écrouissage mentionnés dans le chapitre 3 ((1340.6MPa, 0.64) et (1436MPa, 0.4805)) ont été utilisés dans le cas de cette pièce, ils ont donné deux contours avec des écarts de forme pouvant atteindre dans quelques zones 0.03mm. Ces écarts sont très élevés sachant que l'erreur maximale tolérée est de 0.05mm. Ceci implique qu'une grande précision doit être assurée pour l'identification de la loi de comportement mécanique du matériau. Dans le but de visualiser les écarts entre l'embouti (optimal) obtenu par approche numérique et la géométrie recherchée (CAO), nous avons superposé le maillage déformé constitué par 20579 éléments finis triangulaires avec la CAO (Figure 5.7). Nous pouvons remarquer qu'il est possible de reproduire d'une manière assez précise ($E_{max}$ = *0.0296mm*) la forme géométrique recherchée (CAO) par approche numérique tout en respectant les limites de l'intervalle de tolérance imposé (±0.05mm). Le contour optimal est obtenu après cinq itérations.

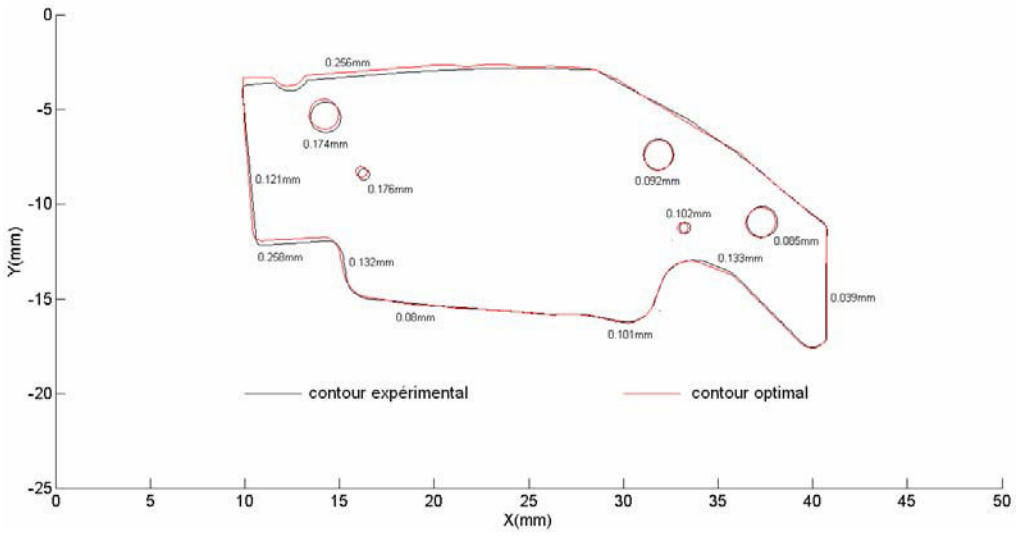



***Figure 5.6*** *– Contour optimal du flan Vs contour expérimental.*

### 5.3.1.1 Influence du nombre des nœuds du contour

Dans cette étude, le contact entre la pièce et les outils a été modélisé à l'aide d'un algorithme de pénalité et la vitesse du poinçon a été fixée à 4ms$^{-1}$. Il faut signaler que le

choix de la taille caractéristique des éléments finis $L_e$ utilisés pour mailler le flan est important car l'objectif principal de la procédure numérique d'optimisation de forme consiste à trouver le contour optimal du flan dans un temps de calcul minimal tout en garantissant la fiabilité des résultats. D'après la figure 5.8 nous remarquons bien qu'après seulement une itération, les écarts de forme ont diminué assez rapidement et ceci quelque soit la taille des éléments finis. Le nombre des itérations augmente au fur et mesure que le nombre de points (ou nœuds) localisés sur le contour diminue. Par contre pour $L_e$ égale à 0.2, 0.25 ou 0.3mm le calcul d'optimisation converge en cinq itérations mais le temps CPU est différent. Pour un maillage constitué d'éléments finis de taille 0.5mm, l'erreur de forme maximale diminue très lentement et descend au dessous de 0.05mm à la douzième itération. Dans le cas d'un maillage très fin constitué d'environ 84000 éléments finis, il a fallu seulement quatre itérations pour obtenir des erreurs de forme dans l'intervalle de tolérance. Mais ceci n'est pas vraiment avantageux car le temps de calcul propre à chaque simulation numérique augmente excessivement.

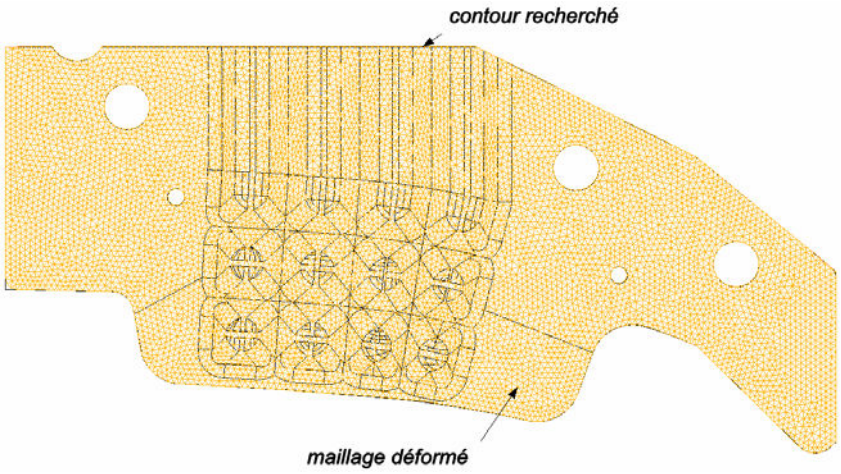



***Figure 5.7*** *– Forme optimale de l'embouti Vs géométrie désirée (CAO).*

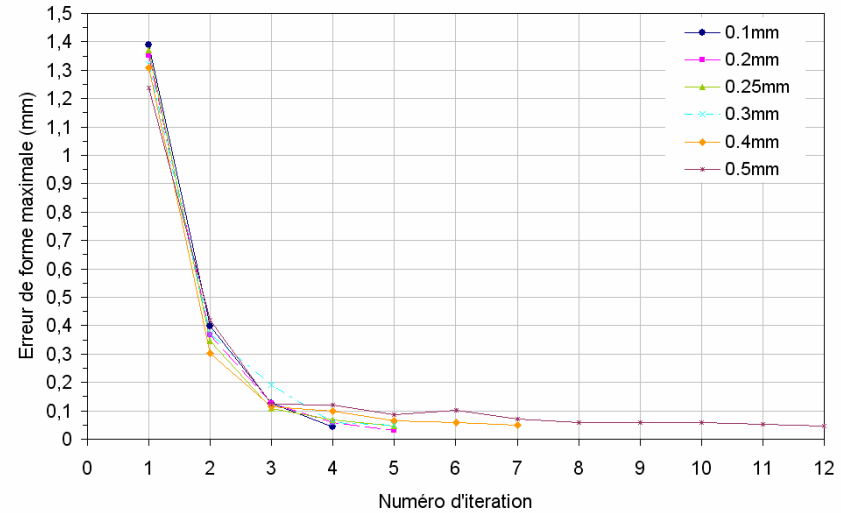



***Figure 5.8*** *– Influence de la taille des éléments finis sur l'erreur de forme maximale du contour de l'embouti.*

D'après le tableau 5.1 et la figure 5.9, nous considérons que la meilleure solution consiste à mailler le flan avec des éléments finis ayant une taille égale à 0.3mm. Pour cette valeur le contour comporte 576 points ou nœuds qui ont abouti à une convergence assez rapide du calcul d'optimisation. D'après ce tableau, nous pouvons observer que les méthodes d'optimisation de forme basées sur la technique de paramétrisation du contour du flan et la définition de variables de conception (points de contrôles sur les courbes) parait bien inapproprié pour ce type de problème vu la précision demandée qui nécessite l'utilisation d'un très grand nombre de variables de conception qui conduirait à un temps de calcul très important.

| *Taille des éléments $L_e$ (mm)* | *Nombre moyen des noeuds* | *Nombre moyen d'éléments finis (S3R)* | *Nombre de ddl* | *Nombre de noeuds du contour $N_{contour}$* | *Erreur de forme maximale (mm)* |
|---|---|---|---|---|---|
| 0.1 | 42267 | 84409 | 253602 | 1712 | 0.0434 |
| 0.2 | 11015 | 20579 | 66090 | 859 | 0.0296 |
| 0.25 | 7182 | 13343 | 43092 | 690 | 0.0462 |
| *0.3* | 4722 | *9115* | *28332* | *576* | *0.0494* |
| 0.4 | 2954 | 5320 | 17724 | 434 | 0.0482 |
| 0.5 | 1929 | 3498 | 11574 | 349 | 0.0474 |

***Tableau 5.1*** *– Influence de la taille des éléments finis ($V_{poinçon}$ = 4ms$^{-1}$).*

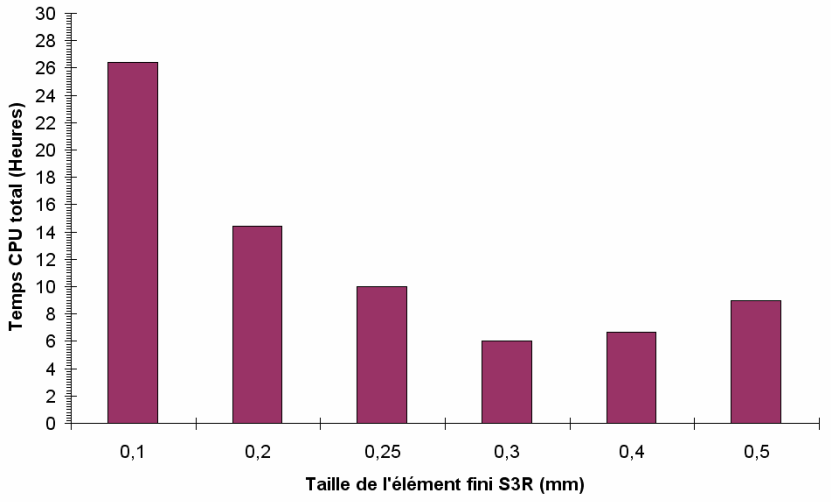



***Figure 5.9*** *– Evolution du temps CPU de la détermination d'un contour en fonction de $L_e$.*

La forme optimale du contour du flan est dépendante de la taille caractéristique de l'élément finis $L_e$. Pour vérifier l'influence du maillage sur la géométrie du flan, les écarts sont mesurés dans certaines zones du contour correspondant à des tailles de 0.2, 0.3 et 0.4mm en prenant comme solution de référence le contour obtenu avec une taille caractéristique de

0.1mm. Les écarts par rapport au maillage de référence augmentent légèrement avec la taille des éléments finis.

#### 5.3.1.2 *Influence du coefficient de frottement*

Le coefficient de frottement est un paramètre très déterminant dans la recherche de la forme optimale du flan, une petite variation de ce paramètre induisant une modification significative de la géométrie du flan. Comme nous n'avons pas une connaissance exacte de sa valeur, plusieurs simulations ont été effectuées avec différentes valeurs allant de 0 jusqu'à 0.4. Le contour du flan le plus proche de celui obtenu expérimentalement correspond à un coefficient de frottement approximatif de 0.3. Cette valeur dépend d'autres paramètres numériques utilisés lors de la simulation numérique tels que la taille des éléments finis, l'algorithme de contact ou les propriétés du matériau. Si le contact entre les outils et la pièce est supposé sans frottement, le calcul d'optimisation ne converge pas ($E_{max}$ = 0.075mm pour k = 6, k est le numéro d'itération). Alors que pour un coefficient très élevé 0.4, le calcul d'optimisation a nécessité seulement quatre itérations pour avoir à la fin un contour d'embouti dans les tolérances : le nombre d'itérations diminue si le frottement devient plus important.

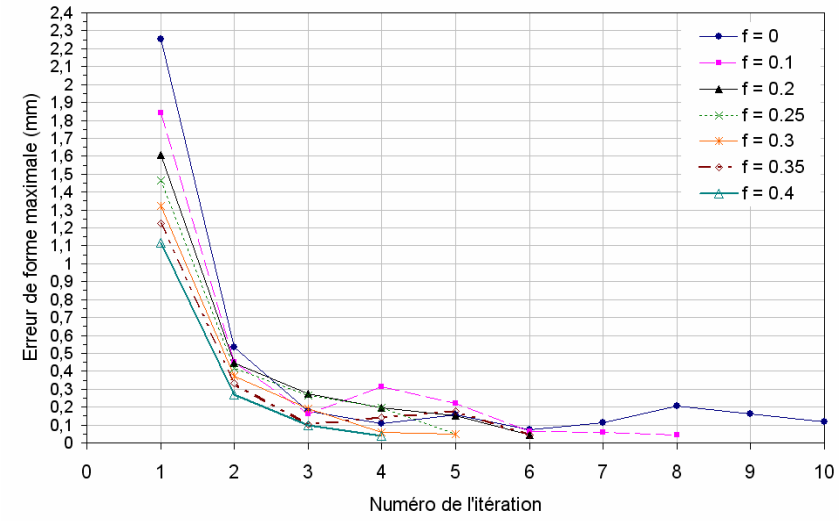



***Figure 5.10*** *– Influence du coefficient de frottement sur l'erreur de forme maximale du contour de l'embouti.*

Pour f = 0.4, à la première itération, l'erreur de forme maximale a été à peu prés divisée par deux. Nous remarquons aussi que l'augmentation du coefficient de frottement favorise le déplacement ou l'avalement de la matière et en même temps engendre une réduction du nombre d'itérations nécessaire pour garantir la convergence (voir figure 5.10). L'attribution d'un coefficient de frottement unique pour l'ensemble de la surface des outils comme nous avons fait n'est pas un choix judicieux car l'état de surface de ces derniers n'est pas le

même partout, puisque la stratégie d'usinage adoptée pour réaliser l'empreinte dans l'outil n'est pas la même que celle utilisée pour usiner la partie plane de l'outil.

#### 5.3.1.3 *Influence des conditions aux limites et de l'algorithme de contact*

Pour étudier l'influence des conditions aux limites sur le résultat, nous avons effectué une simulation numérique en bloquant le mouvement transversal suivant l'axe Y de tous les nœuds situés sur l'arrête du support (voir *Figure 5.11*). Nous avons remplacé le contact guide – support par la condition aux limites $U_y = 0$. Puis, nous avons exécuté la boucle d'optimisation de la forme du flan durant laquelle le blocage des nœuds de l'arrête se fait toujours automatiquement. En terme de forme géométrique du contour, nous avons trouvé des écarts bien en-dessous de 0.05mm entre les deux configurations (voir *Figure 5.12*). En plus, l'élimination du contact support – guide nous a permis de converger en quatre itérations au lieu de cinq et surtout d'avoir le flan optimal dans un temps de calcul nettement inférieur (voir *Tableau 5.2*). D'après ce résultat, nous pouvons dire qu'il est plus avantageux de faire les simulations numériques sans prise en compte du guide et donc du contact support – guide qui nécessite plus d'itérations. Aussi, nous avons étudié l'effet du support sur la géométrie du flan, c'est-à-dire que, nous avons réalisé la simulation numérique de l'emboutissage sans le support. Nous avons supprimé complètement celui-ci et nous avons imposé des conditions aux limites de type $U_y = 0$ au niveau des deux zones d'attache qui relient la partie utile au support de la pièce. Ce choix permet de réduire le nombre d'éléments en considérant seulement la partie utile, mais la simulation numérique donne un contour avec des écarts plus importants par rapport à l'expérimental, donc l'utilisation du support dans les simulations est indispensable pour modéliser correctement l'emboutissage des pièces de précision en tôlerie fine.

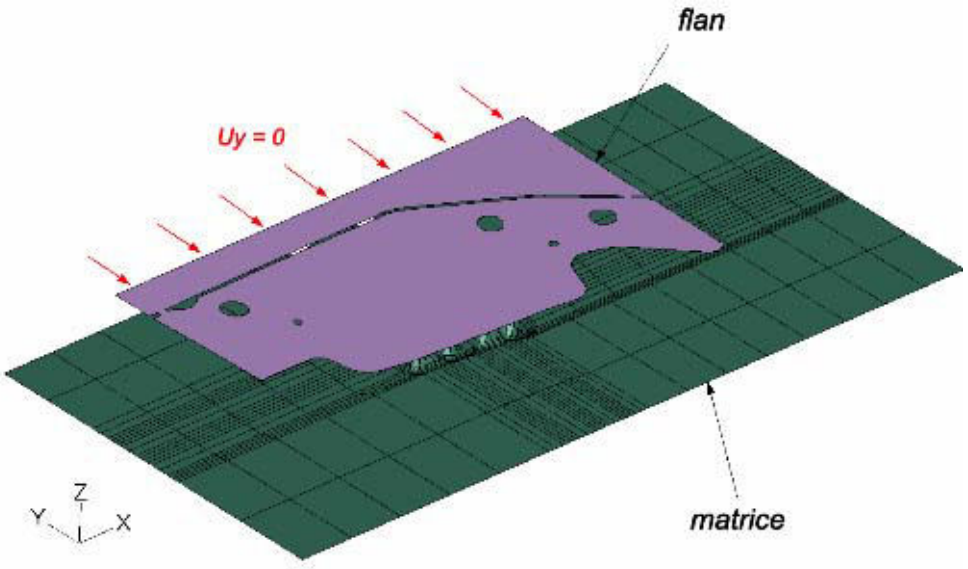



***Figure 5.11*** *– Simulation numérique de l'emboutissage sans le guide ($U_y = 0$).*

Il y a aussi un résultat important qui mérite d'être évoqué concernant le choix de l'algorithme de contact. Nous avons constaté que la résolution du problème numérique relatif au contact à l'aide d'un algorithme de type cinématique ou pénalité donne presque la même géométrie optimale du flan. Par contre, un algorithme de type cinématique est plus avantageux à utiliser car il permet de préserver la valeur du pas de temps (ou incrément) du schéma explicite tout au long de la simulation numérique et donc de réduire le temps de calcul. Nous rappelons que l'utilisation d'un algorithme cinématique n'est possible que lorsque le contact support – guide est éliminé, dans le cas contraire des problèmes de convergence du calcul apparaissent suite à la distorsion excessive des éléments finis se trouvant en contact avec le guide.

| *Taille des éléments (mm)* | *Conditions aux limites* | *Algorithme de contact* | *Nombre d'itérations* | *Temps de calcul* | *Erreur de forme maximale (mm)* |
|---|---|---|---|---|---|
| 0.3 | $U_y = 0$ | Cinématique | 4 | 3h24mn | 0.042 |
| 0.3 | $U_y = 0$ | Pénalité | 4 | 3h44mn | 0.032 |
| 0.3 | Contact support – guide | Pénalité | 5 | 6h | 0.0494 |

***Tableau 5.2*** *– Influence des conditions aux limites.*

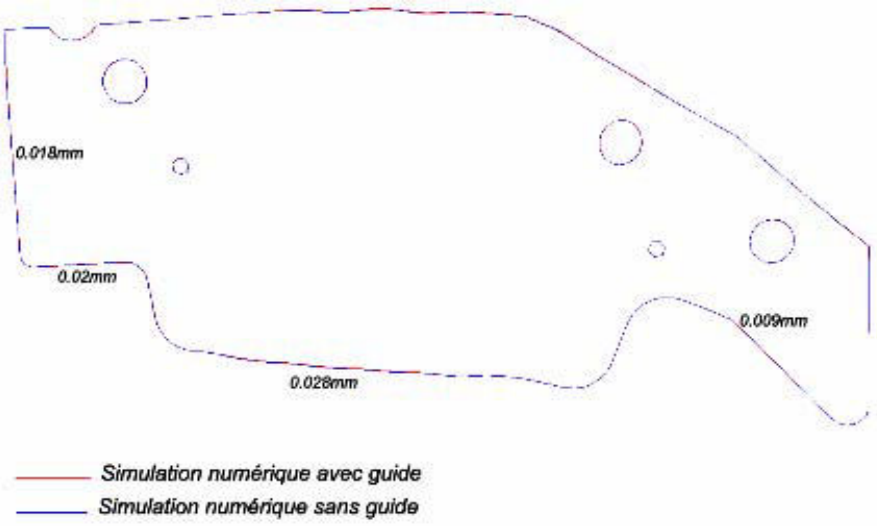



***Figure 5.12*** *– Influence des conditions aux limites sur le contour optimal du flan.*

### 5.3.1.4 Influence de la vitesse du poinçon

Dans cette étude nous avons utilisé une taille d'élément fini égale à 0.3mm. Le guide a été remplacé par la condition aux limites $U_y = 0$ et nous avons choisi l'algorithme de contact de type cinématique. Afin d'optimiser le temps de calcul nous avons effectué une série de simulations numériques avec des vitesses V allant de 0.5 à 20 $ms^{-1}$. Dans tous les cas le calcul d'optimisation de forme a convergé, en six itérations pour V égale à 0.5 et $1ms^{-1}$ et en

quatre itérations pour les autres vitesses. D'après la figure 5.13 nous pouvons voir que le résultat numérique relatif à l'évolution de l'erreur de forme maximale est à peu prés la même jusqu'à $10ms^{-1}$. La géométrie du flan devient sensible à la vitesse au delà de 10m/s. Le temps CPU peut être réduit en augmentant artificiellement la vitesse de déplacement du poinçon. D'après la figure 5.14 nous considérons que le choix d'une vitesse de $10ms^{-1}$ semble le plus judicieux pour avoir à la fin un bon résultat dans un temps de calcul raisonnable.

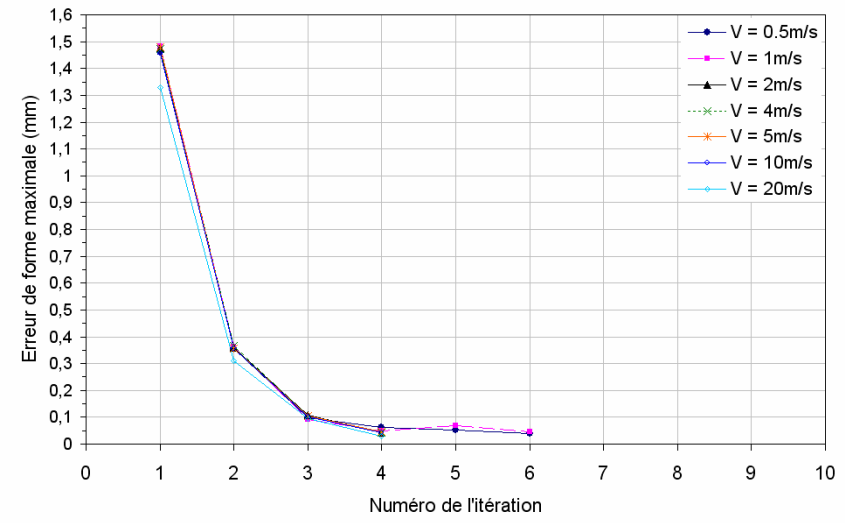



***Figure 5.13*** *– Influence de la vitesse du poinçon sur l'erreur de forme maximale du contour de l'embouti.*

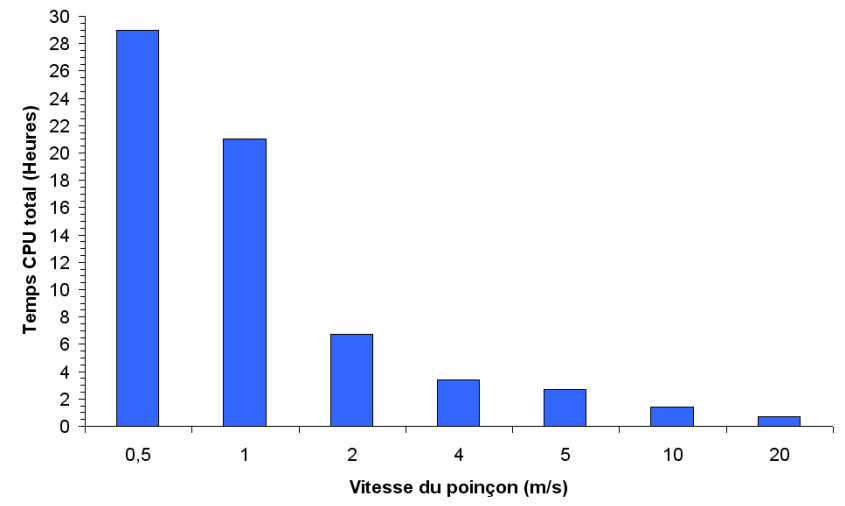



***Figure 5.14*** *– Influence du temps CPU total en fonction de la vitesse du poinçon.*

### *5.3.2 Cas d'une pièce en AISI410 emboutie en une passe*

Nous avons testé la méthode d'optimisation heuristique de la forme du contour du flan dans le cas d'une pièce ayant à peu prés la même forme géométrique que celle de la pièce étudiée auparavant. Le matériau utilisé dans ce présent cas est l'acier inoxydable AISI410,

nous rappelons qu'il s'agit d'un matériau anisotrope dont les propriétés mécaniques sont très différentes de celle de l'AISI304. Le repère matériel associé à la pièce a été choisi en fonction du sens de découpage de celle-ci sur la bande de tôle. Les différentes tailles d'éléments finis utilisées nous ont conduit à la solution optimale dans des temps de calcul CPU bien évidemment différents (voir *Figure 5.16*). Sauf, quand il s'agit d'un maillage très grossier ($L_e$ = 0.6mm) où l'erreur de forme oscille et reste a peu prés deux fois supérieure à 0.05mm (voir *Figure 5.15)* et ceci après avoir effectué vingt itérations. Nous avons réalisé les simulations à l'aide du guide en considérant l'algorithme de pénalité et un coefficient de frottement de 0.2 le long de ce guide.

| *Taille des éléments finis $L_e$(mm)* | *Nombre des noeuds* | *Nombre moyen d'éléments finis (S3R)* | *Nombre de ddl* | *Nombre de noeuds sur le contour $N_{contour}$* | *Erreur de forme maximale (mm)* |
|---|---|---|---|---|---|
| 0.125 | 33108 | 64057 | 198648 | 1581 | 0.0466 |
| 0.2 | 13328 | 25387 | 79968 | 989 | 0.0250 |
| *0.3* | *6240* | *11500* | *37440* | *671* | *0.0481* |
| 0.4 | 3520 | 6496 | 21120 | 596 | 0.0393 |
| 0.6 | 1805 | 3250 | 10830 | 350 | 0.0917 |

***Tableau 5.3*** *– Influence de la taille des éléments finis ($V_{poinçon}$ = 5ms$^{-1}$).*

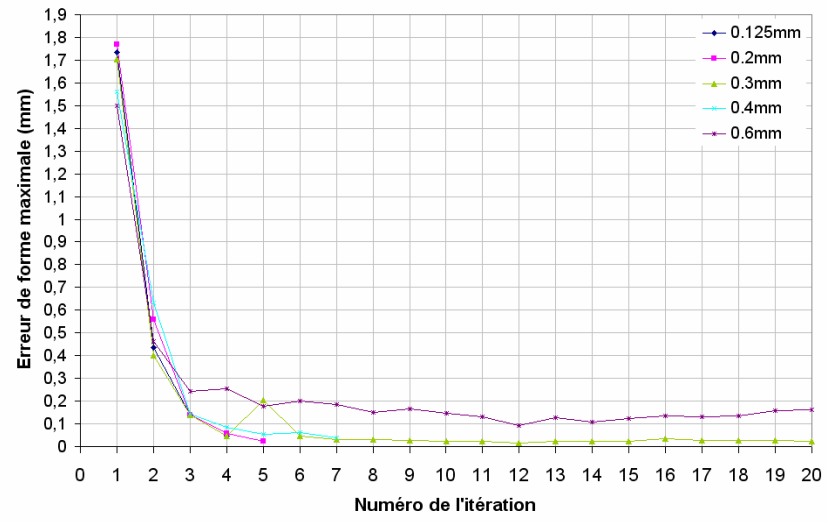



***Figure 5.15*** *– Influence de la taille des éléments finis sur l'erreur de forme maximale du contour de l'embouti.*

Nous remarquons que l'utilisation d'une taille d'élément fini égale à l'épaisseur h de la pièce permet d'obtenir des erreurs de forme inférieurs à 0.05mm en sept itérations, ce qui n'était pas le cas avec l'acier inoxydable AISI304. Afin d'évaluer la robustesse de l'algorithme d'optimisation, nous avons continué le calcul jusqu'à vingt itérations pour $L_e$ = 0.3. L'erreur de forme maximale a été réduite considérablement pour descendre à 0.0162mm à la douzième itération avant de poursuivre des oscillations entre 0.02 et

0.03mm. D'après le tableau 5.3 nous choisissons un maillage moyen constitué de 11500 éléments finis (671 nœuds sur le contour) pour résoudre dans le futur ce type de problème.

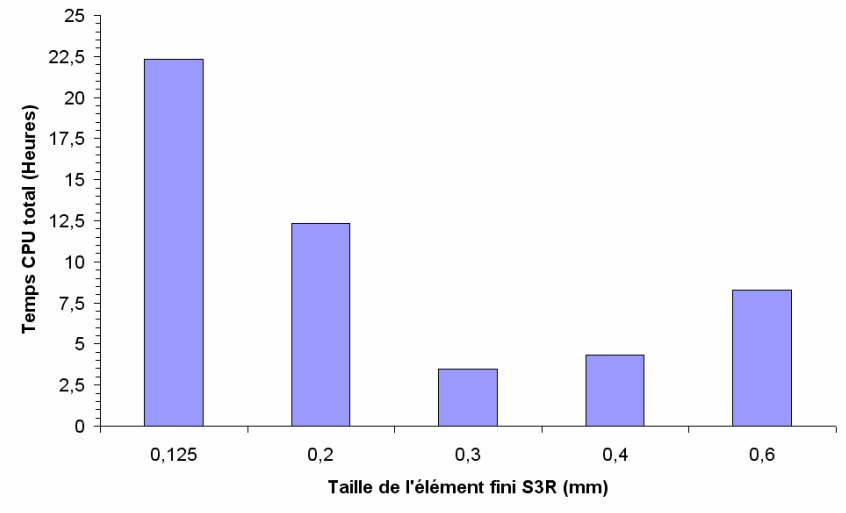



***Figure 5.16*** *– Evolution du temps CPU total en fonction de $L_e$.*

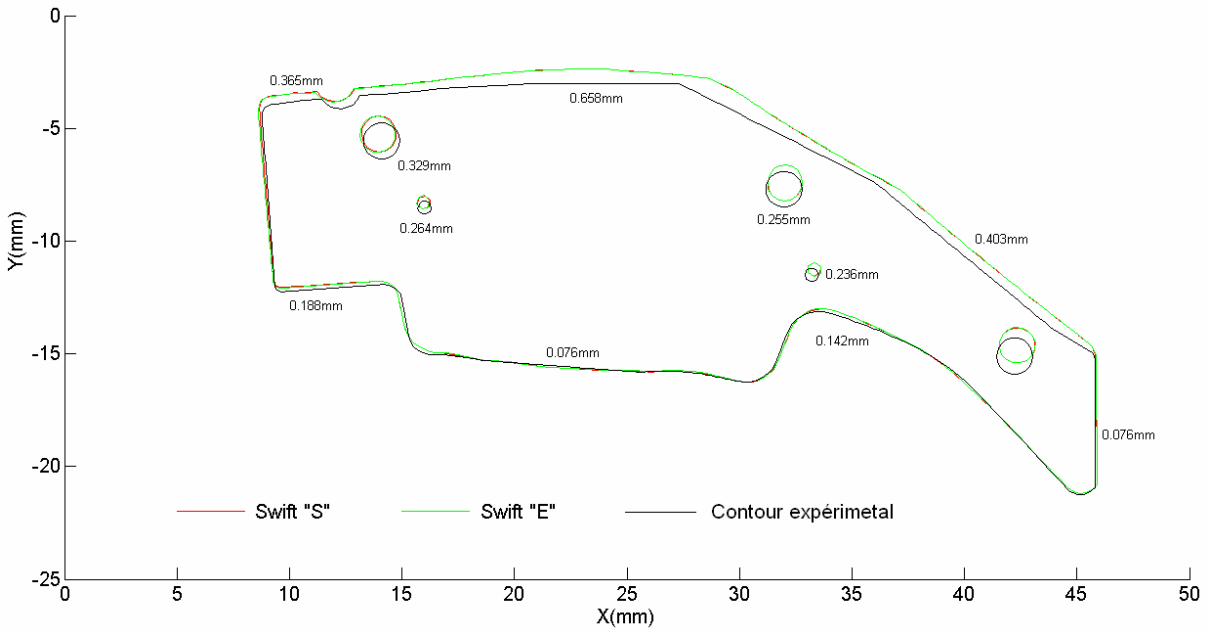



***Figure 5.17*** *– Contour optimal du flan Vs contour expérimental ($L_e$ = 0.3mm).*

Le contour optimal du flan est assez proche de celui déterminé expérimentalement par essais – erreur. Sur la figure 5.17 sont tracés les deux contours optimaux issus de la simulation numérique réalisée en considérant la loi de Swift dont les coefficients d'écrouissage ont été identifiés en privilégiant d'une part la variable contrainte « Swift S » et d'autre part l'évolution de la déformation transverse « Swift E ». L'écart de forme entre les deux contours a atteint 0.033mm, la modélisation de la loi de comportement par une courbe de type « Swift S » nous a donné un meilleur résultat que la « Swift E ». La concordance et

la précision des résultats par rapport aux essais expérimentaux sont très bonnes. La figure 5.18 montre le maillage déformé (≈ 25000 EF) pour lequel l'erreur de forme est de 0.025mm.

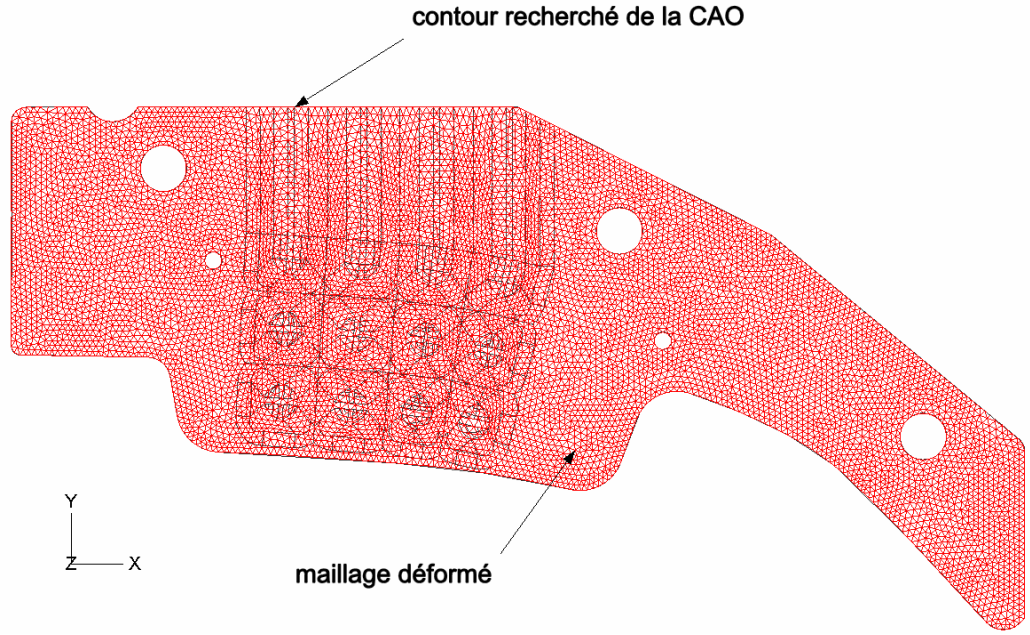



***Figure 5.18*** *– Forme optimale de l'embouti Vs géométrie désirée (CAO).*

### *5.3.3 Cas d'une pièce en AISI304 emboutie en deux passes*

Nous considérons maintenant une pièce emboutie en deux passes (voir Annexe B) dont le matériau est l'acier inoxydable AISI304. Comme dans les deux paragraphes précédents nous avons étudié la sensibilité du calcul d'optimisation de forme aux différents paramètres numériques et physiques qui entrent en jeu lors de la simulation numérique du procédé d'emboutissage. Nous précisons qu'il s'agit se simuler uniquement le formage à chaque passe d'emboutissage, le retour élastique n'est pas pris en compte car dans ce genre de pièce le retour élastique est très faible est donc considéré comme négligeable. Lors du passage d'une passe à une autre, la simulation numérique consiste à activer le contact entre les surfaces candidates et désactiver le contact des surfaces de la passe précédente. Cette technique a montré sa capacité à fournir de très bons résultats même pour un grand nombre de passes.

#### *5.3.3.1 Influence du nombre de nœuds du contour*

Dans cette étude, la vitesse du poinçon a été fixée à $5ms^{-1}$, le contact support – guide est représenté par la condition aux limites de type $U_y = 0$ et géré à l'aide d'un algorithme cinématique où le coefficient de frottement est de 0.3. Comme dans le cas précédent, nous avons étudié l'influence de la taille des éléments finis sur la convergence du calcul d'optimisation et en même temps sur la géométrie optimale du flan. L'algorithme d'optimisation de forme converge pour une taille caractéristique d'élément fini inférieure ou

égale à 0.3mm, Dans le cas d'un maillage grossier (0.35mm) et hyper-grossier (0.5mm) l'erreur de forme oscille et reste au dessus de l'erreur maximale tolérée (voir Figure 5.20) après vingt itérations.

| *Taille des éléments finis $L_e$(mm)* | *Nombre moyen de noeuds* | *Nombre moyen d'éléments finis (S3R)* | *Nombre de ddl* | *Nombre de noeuds sur le contour $N_{contour}$* | *Erreur de forme maximale (mm)* |
|---|---|---|---|---|---|
| 0.125 | 48239 | 92725 | 289434 | 1713 | 0.0365 |
| 0.2 | 18862 | 36192 | 113172 | 1069 | 0.0399 |
| 0.25 | 12270 | 23418 | 73620 | 858 | 0.0332 |
| 0.3 | 8760 | 16595 | 52560 | 720 | 0.0438 |
| 0.35 | 4920 | 11965 | 29520 | 614 | 0.0599 |
| 0.5 | 3224 | 6115 | 19344 | 437 | 0.0886 |

***Tableau 5.4*** *– Influence de la taille des éléments finis ($V_{poinçon}$ = 5ms$^{-1}$, $U_y$ = 0).*

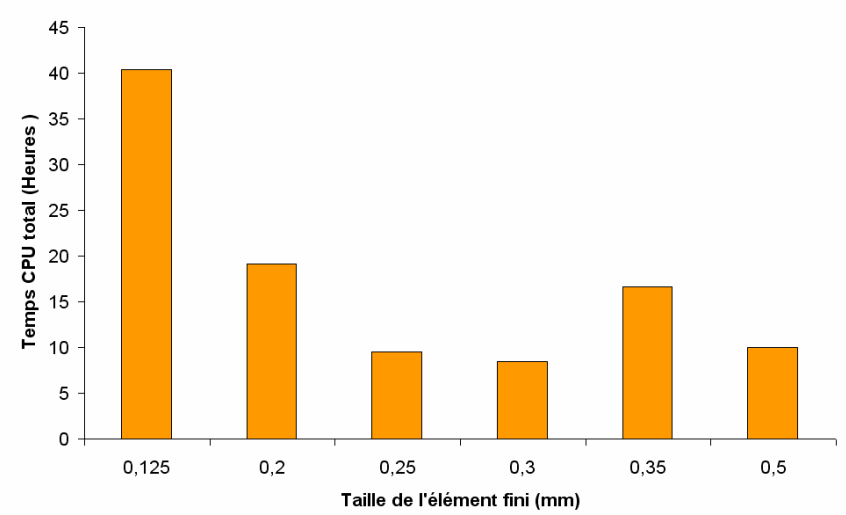



***Figure 5.19*** *– Evolution du temps CPU total en fonction de $L_e$.*

Le temps de calcul CPU total de l'ensemble des itérations devient très important pour un maillage très fin (0.125mm) qui donne un flan optimal au bout de cinq itérations. D'après la figure 5.19 le meilleur choix consiste à utiliser un maillage constitué par des éléments finis ayant une taille caractéristique égale à 0.3mm (720 nœuds sur le contour). Ce choix garantit un bon compromis entre la précision des résultats et la durée du temps de calcul d'optimisation. Nous constatons donc qu'il est très difficile d'avoir des erreurs de forme dans les tolérances si le maillage du flan est relativement grossier, ce qui n'est pas le cas de l'emboutissage réalisé en une passe. Le calcul d'optimisation a permis d'améliorer la géométrie du flan obtenue par AI et de converger vers la solution optimale expérimentale avec certains écarts plus ou moins importants tout au long du contour du flan (voir Figure 5.21).

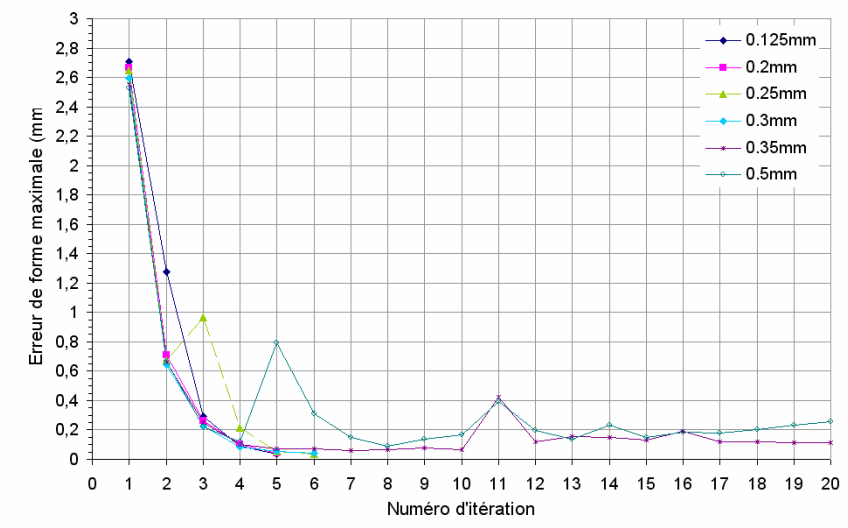



***Figure 5.20*** *– Influence de la taille des éléments finis sur l'erreur de forme maximale du contour de l'embouti.*

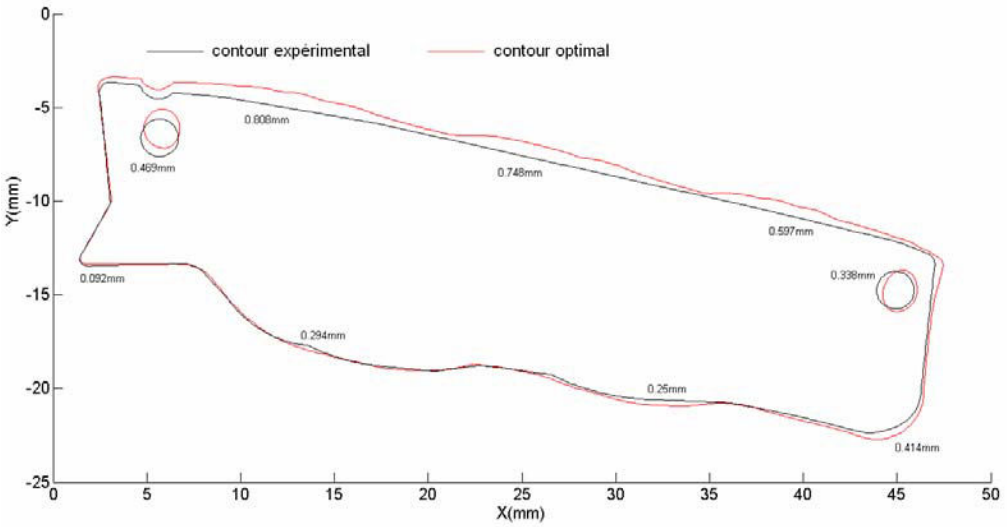



***Figure 5.21*** *– Contour du flan expérimental Vs contour optimal ($L_e$ = 0.3).*

Le contour optimal tracé sur la figure 5.21 correspond à une taille d'éléments finis de 0.3mm. Il existe bien évidement des écarts ou erreurs de forme qui dépendent de l'ensemble des paramètres physiques et numériques utilisés (vitesse, CAO des outils, coefficient de frottement, taille de l'élément, etc.…). L'amplitude de ces écarts est aussi une fonction du modèle adopté pour définir le comportement du matériau, par exemple, une petite perturbation des valeurs du coefficient d'écrouissage (k et n) induit une modification de la forme du contour. L'anisotropie du matériau ne joue pas un rôle important, les essais expérimentaux réalisés suivant les directions 0°, 45° et 90° par rapport au sens du laminage et les simulations numériques ont montré que l'effet de l'anisotropie est négligeable devant l'influence des autres paramètres. La figure 5.22 montre le maillage déformé de l'embouti constitué par 23652 éléments finis triangulaires qui coïncide bien avec la géométrie

recherchée (CAO) où l'erreur de forme calculée en chaque noeuds du contour de l'embouti est inférieure ou égale à 0.0332mm.

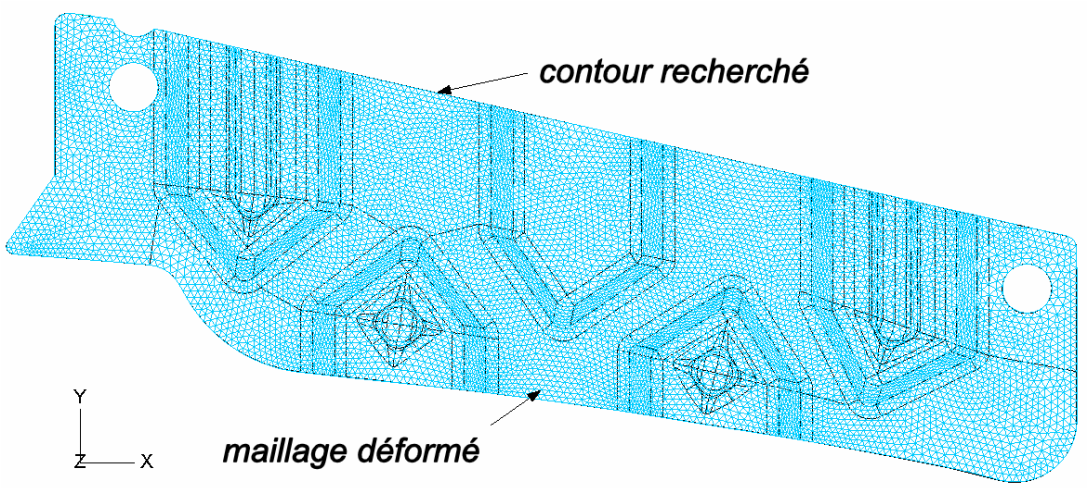



***Figure 5.22*** *– Forme optimale de l'embouti Vs géométrie désirée (CAO).*

### *5.3.3.2 Influence de la vitesse du poinçon*

Pour étudier l'effet de la vitesse sur la qualité des résultats nous avons choisi une taille d'éléments finis égale à 0.35mm, nous avons constaté que le résultat reste quasiment reproductible si la vitesse ne dépasse pas 10m/s (voir *Figure 5.24*). La meilleure démarche consiste à utiliser un maillage fin (0.3 au lieu de 0.35) et une vitesse moyenne (10m/s) pour obtenir des écarts de forme inférieurs à la tolérance. L'augmentation de la vitesse permet d'accélérer le calcul mais elle doit se faire avec précaution en limitant l'effet des forces d'inertie sur les déformations, par exemple pour une vitesse de 20m/s nous avons une erreur de forme maximale dans les tolérances mais cela ne signifie pas que la solution est aussi précise que celle obtenue avec une vitesse de 1m/s qui implique un temps CPU beaucoup plus important (voir *Figure 5.23*).

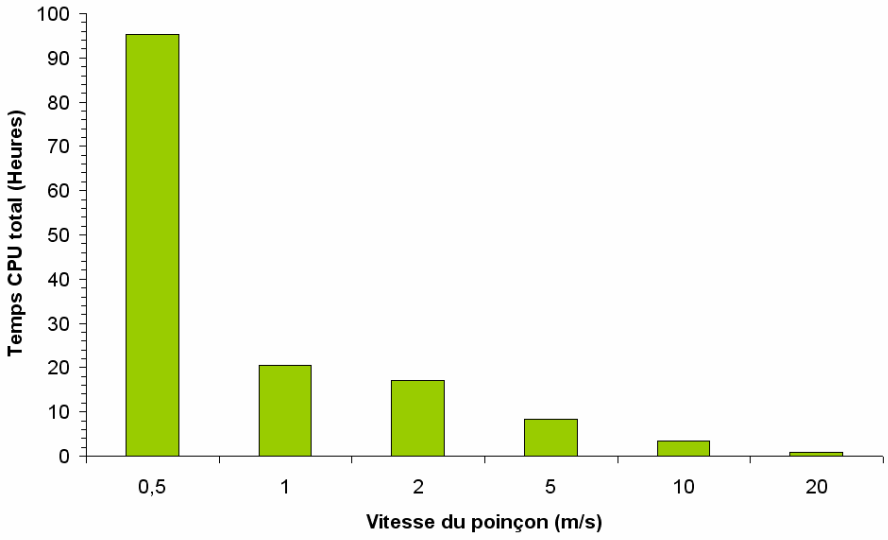



***Figure 5.23*** *– Evolution du temps CPU total en fonction de la vitesse du poinçon.*

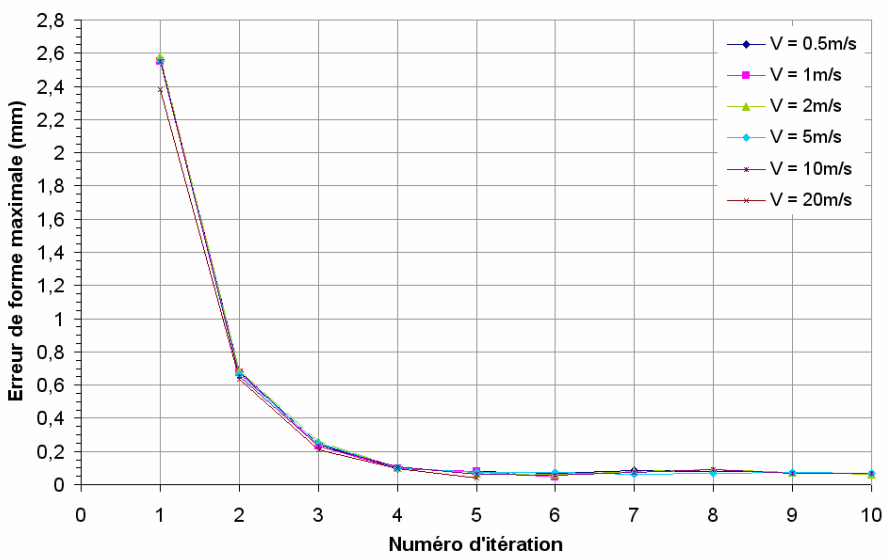



***Figure 5.24*** *– Influence de la vitesse du poinçon sur l'erreur de forme maximale du contour de l'embouti.*

#### 5.3.3.3 *Influence des conditions aux limites*

La simulation numérique de l'emboutissage des pièces de précision en tôlerie fine doit être effectuée d'une manière très rigoureuse afin de maîtriser toutes les sources d'erreurs numériques qui en s'accumulant aboutissent à l'obtention d'une solution optimale erronée. Un problème majeur apparaît lors de la mise en forme multi-passes des pièces, il s'agit de la distorsion des éléments finis qui sont en contact avec la surface rigide du guide. Cette distorsion résulte de l'opération de décalage des nœuds de ces éléments finis qui se fait systématiquement par le logiciel Abaqus© pendant le passage d'une passe à une autre. Cette opération de décalage est due à la pénétrations des nœuds du maillage dans la surface rigide du guide. La pénétration des nœuds est contrôlée par le coefficient de pénalité : plus ce coefficient est grand plus les pénétration sont faibles mais plus le temps de calcul augmente. La solution qui permet d'éviter complètement le problème de pénétration est d'imposer la condition aux limites $U_y = 0$ au niveau de l'arrête du support de la pièce. Comme dans le cas d'emboutissage en une passe nous avons réalisé une simulation numérique avec et sans guide, nous avons obtenu des géométries de contour avec des écarts de forme un peu plus importants que ceux trouvés dans le cas de la pièce réalisée en une passe (voir Figure 5.12) où le problème numérique de décalage des nœuds ne se pose pas. Le remplacement du guide par la condition aux limites $U_y = 0$ ne garantit pas la convergence de l'algorithme d'optimisation. Nous avons utilisé les deux schémas de résolution du contact (cinématique et pénalité), et l'erreur de forme reste toujours supérieure à 0.05mm au bout de la dixième itération alors que lors de la prise en compte du guide nous avons pu converger, mais cela ne garantit pas la précision des résultats puisque le maillage déformé de la pièce présente des distorsions au niveau de l'arrête du support.

| *Taille des éléments finis $L_e$ (mm)* | *Conditions aux limites* | *Algorithme de contact* | *Nombre d'itérations* | *Temps de calcul total (CPU)* | *Erreur de forme maximale (mm)* |
|---|---|---|---|---|---|
| 0.35 | $U_y = 0$ | Cinématique | 10 | 8h20mn | 0.0599 |
| 0.35 | $U_y = 0$ | Pénalité | 10 | 10h | 0.0523 |
| 0.35 | Contact support – guide | Pénalité | 7 | 8h31mn | 0.0376 |

***Tableau 5.5*** *– Influence des conditions aux limites & de l'algorithme de contact.*

## *5.4 Conclusion partielle*

La méthode d'optimisation heuristique de forme basée sur le principe de relocalisation des nœuds du contour du flan a été développée et testée sur plusieurs pièces réalisées en une et deux passes d'emboutissage. Cette méthode a montré que dans les différents cas étudiés le nombre d'itérations augmente généralement avec la taille des éléments finis. En revanche le temps de calcul CPU diminue jusqu'à une valeur optimale $L_e$ avant de réaugmenter. Il existe toujours des écarts entre le contour déterminé expérimentalement par essais – erreurs et le contour obtenu par optimisation heuristique, ces écarts résultent de plusieurs facteurs qui relèvent d'ordres numérique et physique.

La démarche numérique de détermination de la forme du flan a été testée sur d'autres modèles de pièces connaissant seulement leur forme finale 3D (voir Figure 5.25). Ces pièces ont été embouties en deux, quatre et cinq passes. A l'aide de l'Approche Inverse et la méthode d'optimisation heuristique nous avons pu obtenir de très bons résultats mais qui nécessitent un ajustement manuel du contour du flan pour compenser les écarts de forme entre le contour de l'embouti et la CAO. Il est tout à fait possible d'utiliser la méthode d'optimisation heuristique dans le cas des pièces multi-plis (Figure 5.25) caractérisées par de très faibles rayons de courbure et un retour élastique important. Le résultat ne sera peut être pas très précis puisque les éléments finis de coque ne sont pas adaptés à ce type de problème ($r/h < 1$) mais au moins nous aurons une approximation de la forme du contour du flan qui permet de réduire le nombre d'essais et par conséquent de gagner beaucoup de temps pendant la phase de conception et de mise au point des flans et outils.

La démarche numérique de détermination de la forme du flan est caractérisée par une technique de compensation des écarts de forme simple à utiliser, rapide et assez robuste. La solution numérique optimale a été obtenue avec des temps de calcul CPU acceptables.

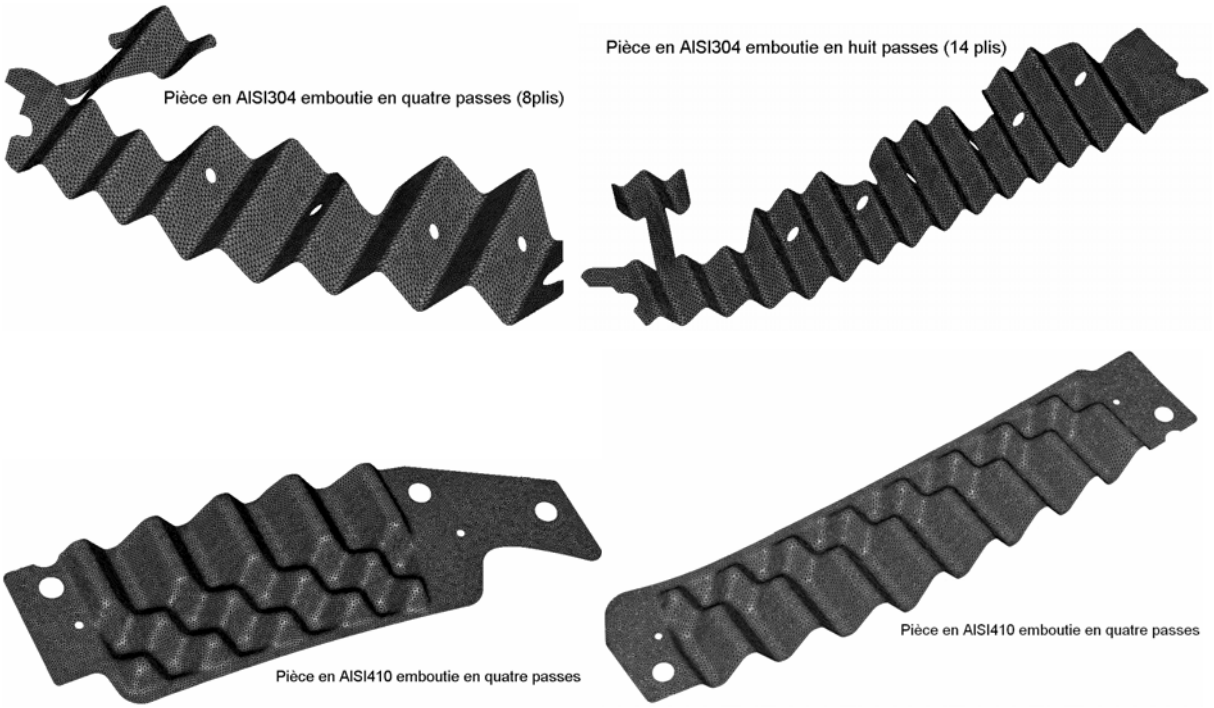



***Figure 5.25*** *– Géométrie de pièces obtenues par optimisation heuristique.*

## *5.5 Références*

1. T. Jimma, “Deep drawing convex polygon shell researches on the deep drawing of sheet metal by the slip line theory 1st report”, Jpn. Soc. Tech. plast. 11, pp. 653 – 670, 1970.

2. M. Karima, “Blank development and tooling design for drawn parts using a modified slip line field based approach, J. Eng. Ind., Trans. ASME 111, pp. 345 – 350, 1989.

3. H. Gloeckl, K. Lange, “Computer aided design of blanks for deep drawn irregular shaped components”, Proceedings of the 11th NAMRC, pp. 243 – 251, 1983.

4. J.H. Vogel, D. Lee, “An analytical method for deep drawing process design”, Int. J. Mech. Sci. 32 (11), pp. 891 – 907, 1990.

5. X. Chen, R. Sowerby, “Blank development and the prediction of earing in cup drawing”, Int. J. Mech. Sci. 8 (5), pp. 509 – 516, 1996.

6. R. Sowerby, J.L. Duncan, E. Chu, “The modeling of sheet metal stampings”, Int. J. Mech. Sci. 28 (7), pp. 415 – 430, 1986.

7. G.N. Blount, B.V. Fischer, “Computerized blank shape prediction for sheet metal components having doubly curved surfaces”, Int. J. Prod. Res. 33 (4), 993 – pp. 1005, 1995.
8. X. Chen, R. Sowerby, “The development of ideal blank shapes by the method of plane stress characteristics”, Int. J. Mech. Sci. 2, pp. 159 – 166, 1992.

9. J.H. Vogel, D. Lee, “An analysis method for deep drawing process design”, Int. J. Mech. Sci. 32, pp. 891–907, 1990.

10. C.H. Toh, S. Kobayashi, “Deformation analysis and blank design in square cup drawing”, Int. J. Mech. Sci. 25 (1), 15 – 32, 1985.

11. N. Kim, S. Kobayashi, “Blank design in rectangular cup drawing by an approximate method”, Int. J. Mach. Tools 26 (2), pp. 125 – 135, 1986.

12. Y.Q. Guo, J.L. Batoz, J.M. Detraux, P. Duroux, “Finite element procedures for strain estimations of sheet metal forming parts”, Int. J. Numer. Meth. Eng. 30, pp. 1385 – 1401, 1990.

13. S.H. Park, J.W. Yoon, D.Y. Yang, Y.H. Kim, “Optimum blank design in sheet metal forming by deformation path iteration method”, Int. J. Mech. Sci. 41, pp. 1217 – 1232, 1990.

14. T.W. Ku, H.J. Lim, H.H Choi, S.M. Hwang, B.S. Kang, “Implementation of backward tracing scheme of the FEM to blank design in sheet metal forming”, J. Mater. Process. Technol. 111, pp. 90 – 97, 2001.

15. H. Shim, K. Son, K. Kim, “Optimum blank shape design by sensitivity analysis”, J. Mater. Process. Technol. 104, pp. 191 – 199, 2000.

16. V. Vahdat, S. Santhanam, Y. W. Chun, “A numerical investigation on the use of drawbeads to minimize ear formation in deep drawing”, J. Mater. Process. Technol. 176, pp. 70 – 76, 2006.

17. V. Pegada, Y. Chun, Sridhar Santhanam, “An algorithm for determining the optimal blank shape for the deep drawing of aluminium cups”, J. Mater. Process. Technol. 125 – 126, pp. 743 – 750, 2002.

18. J.L. Chenot, E. Massoni, and L. Fourment, “Inverse problems in finite element simulation of metal forming processes”, Engineering Computations, 13 (2/3/4), pp.190 – 225, 1996.

19. L. Fourment, T. Balan, and J.L. Chenot “Optimum design of the hot forging process: A FE inverse model with remeshing for large deformation”, In Hilton Owen, Onãte, editor, Comput. Plasticity: Fund. and Appl., pages 804 – 809, Barcelona, pp. 1997. CIMNE.

20. L. Fourment and J.L. Chenot “The inverse problem of design in forging”, In 2d Int. Symp. on Inverse Problems, pp. 21 – 28, Rotterdam, 1994. Balkema.

21. L. Fourment and J.L. Chenot “Optimal design for non-steady-state metal forming processes - I. shape optimization method, II. application of shape optimization in forging”, Int. J. Numerical Meth. in Eng., 39:33 – 65, 1996.

22. O. Ghouati, D. Joannic, and J.C. Gelin, “Etude et optimisation des paramètres du procédé pour le contrôle du retour élastique de pièces embouties. In Peseux et al., editor, 3ième Col. Nat. Calcul des Structures, pp. 729 – 734. Presses Académ. Ouest, 1997.

23. O. Ghouati, D. Joannic, and J.C. Gelin, “Optimisation of process parameters for the control of springback in deep drawing”, In Baaijens Huétink, editor, Sim. Mat. Processing: Theory, Methods and Appl., pp. 787 – 792, 1998.

24. O. Ghouati, H. Lenoir, and J.C. Gelin, “Optimisation de procédés en emboutissage des tôles”, 4ième col. Nat. Calcul des Structures, pp. 407 – 412. CSMA Teknea, 1999.

25. Barlet O., “Contribution à l’optimisation de forme de pièces embouties pour l’industrie de l’automobile”, Thèse de doctorat UTC, Compiègne, France, avril 1998.

26. O. Barlet, H. Naceur, J.L. Batoz, and C. Knopf-Lenoir. Shape optimum design of blank contours using a simplified inverse approach. In Baaijens Huétink, editor, Sim. Mat. Processing: Theory, Methods and Appl., pp. 787 – 792, 1998.

27. Naceur H., “Optimisation de forme de structures minces en présence de non linéarités géométriques et matérielles”, Thèse de doctorat UTC, Compiègne, France, septembre 1998.

28. Labergère C., “Contributions à la modélisation, à l’optimisation et au contrôle des procèdes d’hydroformage de tubes et flans”, Thèse de doctorat, Université de Franche-Comté, 2003.

29. H. Naceur, Y.Q. Guo, J.L. Batoz, “Blank optimization in sheet metal forming using an evolutionary algorithm”, J. Mater. Process. Technol. 151, pp. 183–191, 2004.

30. Ghouati O., Gélin J.C., Lenoir H., “Process optimization in deep drawing”. Revue européenne des éléments finis. V9, No 1-2-3, pp129-149, 2000.

31. Y. Nakamura, T. Ohata, T. Katayama, and E. Nakamachi, “Optimum die design for sheet metal forming process by finite element and discretized optimization methods”, In Baaijens Huétink, editor, Sim. Mat. Processing: Theory, Methods and Appl., pp. 787 – 792, 1998.

32. K.B. Nielsen, M.R. Jensen, and J. Danckert, “Optimization of sheet metal forming processes using finite element simulations”, Acta Mettalurgica (English Letters), 13 (2), pp. 531 – 539, 2000.

33. R.T. Hafka, Z. Gurdal, “Elements of structural optimization, solid mechanics and its applications”, Kluwer Academic publishers, 1992

34. P.E. Gill, W. Murray, M.H. Wright, “Practical optimization”, Academic press, New York, 1983.

35. R. Fletcher, “Practical methods of optimization”, John Wiley & Sons, Tiptree, Essex, Creat-Britain, 1987.

36. P.T. Boggs, R.H. Byrd & R.B. Schnabel, “Numerical optimization”, SIAM, Philadelphia, USA, 1985.

37. D.G. Luenberger, “Linear and nonlinear programming”, Second edition, Addison-Wesley, Massachusetts, 1984.

38. G. Farin, “Curves and surfaces for computer aided geometric design”, Fourth edition, Computer science and Scientific Computing. Werner Rheinbolt, editor, Academic Press Inc, USA, 1996.

39. C. Brezinski, “Méthodes numériques de base”, Techniques de l’Ingénieur, AF1 220 – 1 – 21, 1989.

40. V. Braibant, C. Fleury, “Shape optimal design using B – splines”, Computer Methods in Applied Mechanics and Engeneering, vol.44, n.3, pp. 247 – 267, 1984.

41. R.H. Barlets, J.C. Beatty & B.A Barsky, “Mathématiques et CAO. Volume 6 : B-splines ». édition Hermes, Paris, 1987.

42. P. Bézier, « Courbes et surfaces pour la CFAO », Techniques de l’ingénieur, traité des sciences fondamentales, A 1 440 – 1.

43. PYTHON, Version 2.4.4, www.python.org

44. ABAQUS Scripting User’s Manual, Version 6.6 Documentation, *Hibbit, Karlsson & Sorensen, Inc.,* 2006, www.abaqus.com.

# Chapitre 6

# *Simulation numérique et Compensation du retour élastique en 2D*

Dans ce dernier chapitre, nous nous intéressons au problème du retour élastique en emboutissage. Il s'agit d'un phénomène qui en plus, des défauts d'aspects et de forme du contour de l'embouti, peut compromettre l'opération d'emboutissage et sa prédiction est d'une importance majeure pour l'industriel.

Comme il a été indiqué au chapitre 2, le retour élastique en emboutissage des tôles métalliques est un phénomène qui apparaît principalement après enlèvement des outils. C'est un défaut géométrique qui doit être quantifié afin de pouvoir le corriger. Pour l'étudier nous considérons une pièce de forme simple caractérisée par une forte courbure. L'étude consiste à simuler le retour élastique en analysant l'impact de différents paramètres ayant une influence sur la forme finale de la pièce emboutie.

Au début de ce chapitre nous allons rappeler quelques travaux de recherche relatifs à la simulation numérique et la compensation du retour élastique. Puis nous présentons l'étude réalisée sur la pièce à grande courbure en abordant la méthode de compensation du retour élastique.

## *6.1 Etude bibliographique*

### *6.1.1 Caractérisation expérimentale et simulation numérique du retour élastique*

De nombreux travaux ont été proposés dans la littérature pour caractériser le retour élastique des tôles minces. Les auteurs Li et al. [1], Lee et al. [2, 3], Geng et Wagoner [4] ainsi que Carden et al [5] ont montré que le niveau du retour élastique est sensible à plusieurs facteurs. Ces facteurs sont liés, d'une part, au procédé de mise en forme et, d'autre part, à la tôle elle-même. Les paramètres du procédé sont l'effort de serrage, la

vitesse de mise en forme, la nature du contact entre les outils et la tôle (avec ou sans frottement), ainsi que les paramètres géométriques, les rayons de courbures des outils et la course du poinçon. Les paramètres de la tôle sont le matériau (composition chimique, taille des grains), la texture et l'épaisseur de la tôle.

Carden el al. [5], ont examiné l'effet du rapport entre le rayon de l'outil et l'épaisseur de la tôle ( $R/e$ ) en examinant un essai de pliage/dépliage par enroulement d'une tôle sur un outil circulaire. Ils ont montré que le retour élastique décroît avec l'augmentation du rapport $R/e$. Ils ont conclu aussi que le frottement influe très peu sur le niveau du retour élastique, en faisant varier les conditions de frottement (à sec, avec lubrifiant et avec rotation libre de l'outil) pour trois matériaux différents (acier doux, acier à haute résistance et alliage d'aluminium).

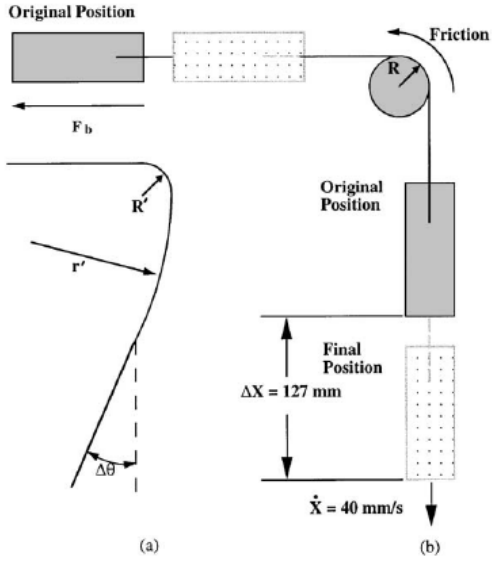



***Figure 6.1*** *– Essai d'enroulement d'une tôle : (a) forme finale après l'essai (b) forme initiale et finale durant l'essai [5].*

Les tôles couramment employées en mise en forme sont très souvent issues d'une opération préalable de laminage. Elles exhibent une texture qui leur procure une anisotropie de plasticité décrite par le critère de Hill. Ainsi, l'orientation de la direction de laminage de la tôle dans le dispositif de mise en forme peut avoir une influence directe sur le retour élastique. Dans ce contexte, Geng et Wagoner [4] ont étudié grâce à la simulation numérique l'influence de l'écrouissage sur le retour élastique. Les auteurs ont introduit une nouvelle loi d'écrouissage [6] basée sur deux modèles d'écrouissage (cinématique non linéaire [7] et combiné [8, 9]) déjà existant dans la littérature qu'ils ont implémenté dans le logiciel Abaqus©. Ils ont associé à cette nouvelle loi quatre critères de plasticité différents (Von-Mises, Hill'48 [10, 11], Barlat à trois paramètres [12] et Barlat 1996 [13]) et ils ont

montré que l'utilisation de cette loi avec le critère de Barlat 1996 donne le meilleur résultat en terme de prédiction du niveau du retour élastique vis-à-vis les essais expérimentaux.

L'essai dit « Omega » ou U bending test a été considéré comme un essai de référence (benchmark proposé à la conférence de Numisheet 93) pour l'étude expérimentale du retour élastique et également pour la validation expérimentale des simulations numériques ([14-17]). L'intérêt d'un tel essai réside dans la variété du type de déformations subies par la tôle au cours de l'emboutissage. L'essai consiste à emboutir une plaque rectangulaire initialement plane de dimensions 350×35mm2 à l'aide d'un poinçon de profil en U (voir *Figure 6.2*).

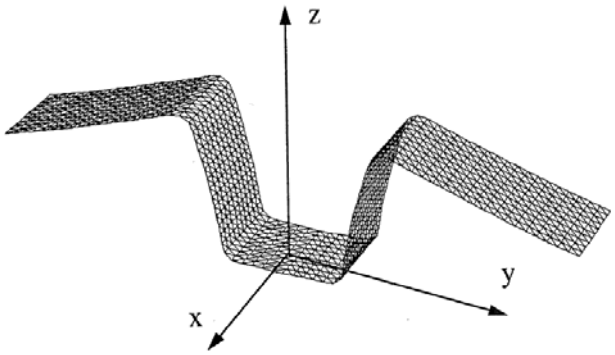



***Figure 6.2*** *– Géométrie déformée du U bending après retour élastique [18].*

Joannic et al. [18], a étudié la sensibilité du retour élastique aux paramètres numériques. Pour cela il a considéré une représentation paramétrique de la tôle afin de comparer les résultats expérimentaux et numériques. La représentation paramétrique consiste à définir certains indicateurs du niveau du retour élastique pour différentes conditions de mise en forme. Ces indicateurs sont les angles de rotation des parois, ainsi que la courbure de la paroi, tels que illustrés sur la figure 6.3.

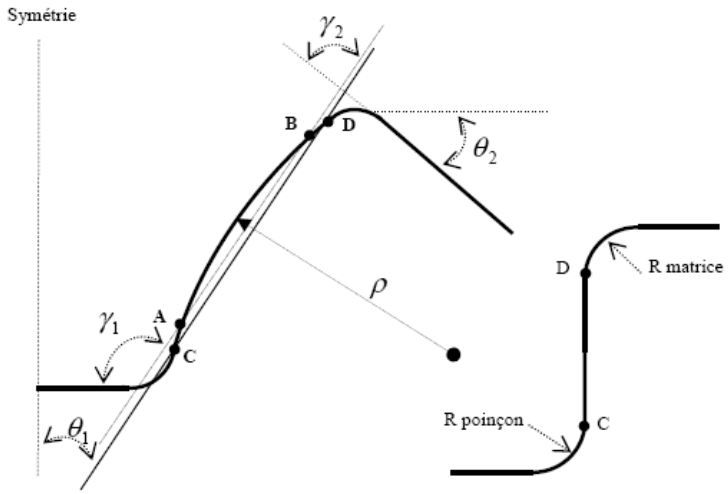



***Figure 6.3*** *– Indicateurs du niveau du retour élastique dans l'essai « Oméga » [18].*

Haddag [19] ainsi que Joannic [18] ont considéré l'essai dit en « Omega » pour caractériser le retour élastique, ils ont montré que le niveau du retour élastique est inversement proportionnel à l'effort de serrage du flan (voir *Figure 6.4*). En effet, l'augmentation de l'effort de serrage augmente l'effort de tension dans la tôle, qui devient le chargement prédominant par rapport à la flexion. Par conséquence, la distribution des contraintes est plus uniforme et le moment de flexion résiduel devient négligeable avec l'augmentation de l'effort de serrage. Des essais expérimentaux confirment cette tendance pour différentes nuances de matériaux (par exemple voir travaux de Kuwabara et al. [20, 21]).

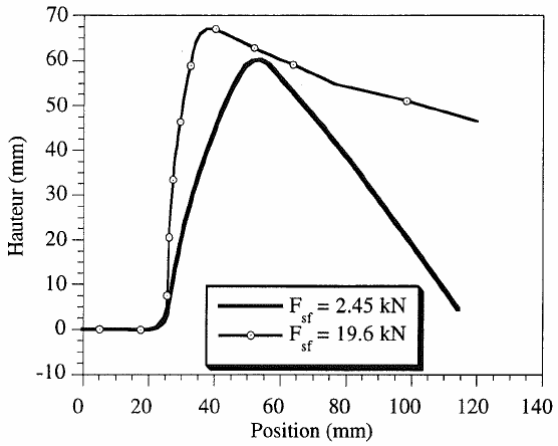



***Figure 6.4*** *– Influence de l'effort de serrage sur la forme de la pièce après retour élastique [19].*

Le choix du matériau a une grande influence sur le retour élastique. Les matériaux à très haute résistance engendrent souvent un retour élastique plus élevé par rapport aux matériaux ductiles. En effet, en comparant deux matériaux ayant des limites d'élasticité différentes et un module de Young identique (acier doux et acier H.L.E), quand on effectue une décharge élastique au même niveau de déformation on obtient des niveaux de déformation résiduelle différents (voir *Figure 6.5*).

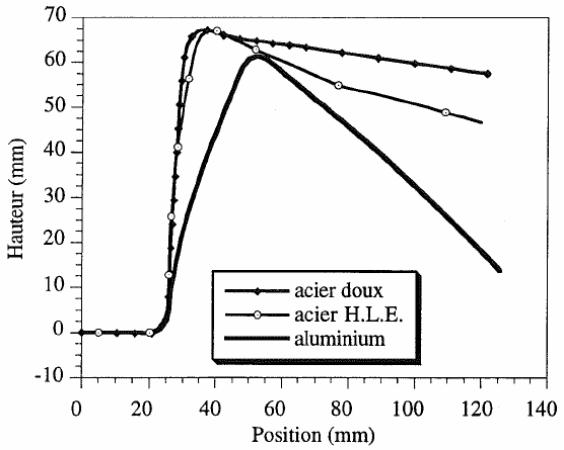



***Figure 6.5*** *– Influence du matériau sur la forme de la pièce après retour élastique [19].*

La sensibilité à la vitesse de déplacement du poinçon en emboutissage peut également avoir un effet sur le retour élastique (voir *Figure 6.6*). Joannic [18], a étudié l'effet de la vitesse sur le retour élastique en considérant l'essai « Omega », il a constaté que plus la vitesse est faible, plus la déformée numérique est proche du résultat expérimental. D'autre part, il a remarqué qu'une faible vitesse de descente correspond également à une plus faible déformation plastique.

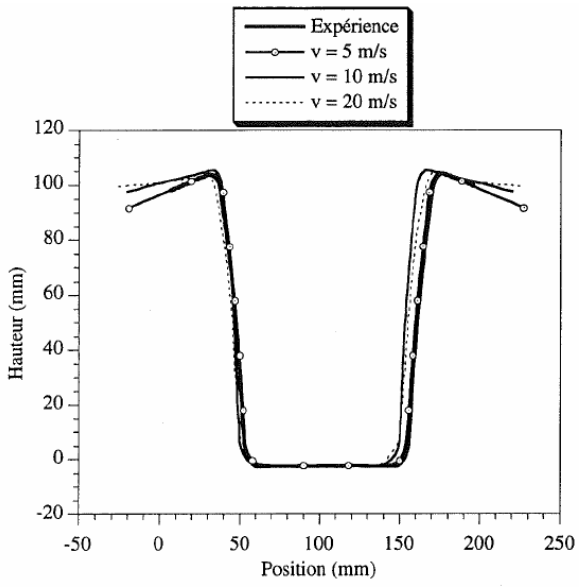



***Figure 6.6*** *– Influence de la vitesse du poinçon sur la forme de la pièce après retour élastique [19].*

Par contre, Mori et al [22] ont montré sur une géométrie en « V », comme mentionnée sur la figure 6.7, que le niveau du retour élastique est faiblement affecté par la vitesse de mise en forme. Ceci laisse à penser que les grandes déformations plastiques générées localement dans la tôle par la pointe de l'outil ne sont pas affectées par la vitesse du poinçon.

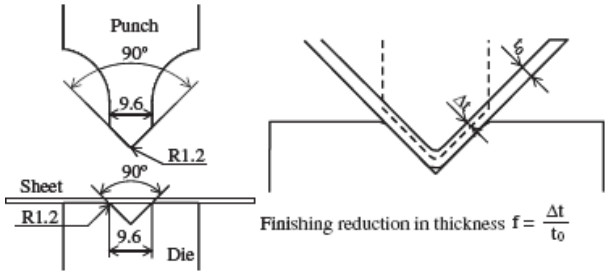



***Figure 6.7*** *– Essai en « V » pour l'étude de sensibilité du retour élastique à la vitesse de mise en forme [22].*

Les auteurs Bouvier et al [23], Lee et al. [3], Haddag [19] et Joannic [18] ont montré dans leurs travaux que le modèle d'écrouissage (isotrope ou cinématique) n'a presque pas d'effet sur le niveau du retour élastique dans la simulation numérique de l'essai « Omega ». Ce résultat est dû à la faible valeur du rapport épaisseur/rayon du poinçon, combinée à un effet

de frottement tôle/outils élevé. En effet, le niveau du retour élastique prédit peut être presque indépendant du modèle (cas de l'essai « Omega » et comme reporté dans la littérature) si la tôle subit un chargement où les contraintes de tension sont dominantes par rapport aux contraintes de flexion. Néanmoins, si le chemin de déformation devient dominé par la flexion, la distribution de contraintes à la fin de la simulation de l'étape d'emboutissage sera fortement dépendante du modèle de comportement, impliquant ainsi différents résultats en terme de retour élastique.

Pour mettre en évidence l'influence du modèle d'écrouissage sur le retour élastique, Haddag [19] a considéré la géométrie de l'essai « Omega » avec des rayons de courbure du poinçon et da la matrice plus petit [24] (voir *Figure 6.8*), de telle manière à créer un changement important du trajet de déformation, lors du passage de la tôle sur le rayon de la matrice, par pliage/dépliage avec tension durant l'étape d'emboutissage. Pour cette géométrie, le chargement de flexion par pliage/dépliage est l'effet prédominant comparé à l'effort de tension dû principalement à l'effort de serrage. L'auteur a constaté une différence significative en termes de retour élastique prédit par les deux modèles d'écrouissage (isotrope et cinématique).

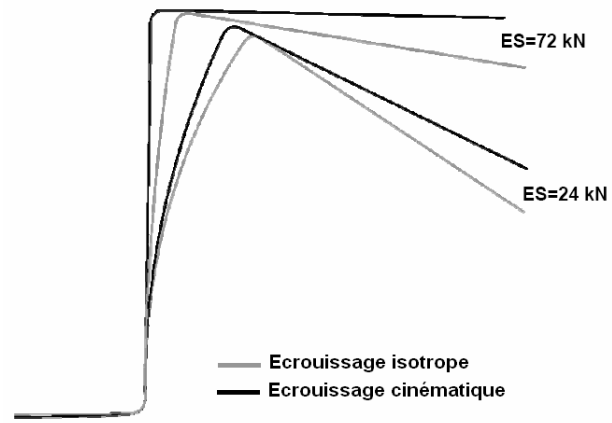



***Figure 6.8*** *– Essai « Omega » : Influence du modèle d'écrouissage et de l'effort de serrage (cas d'un acier doux DC06) [19].*

Nous pouvons citer aussi les travaux de Li et al. [1] qui ont considéré l'essai d'enroulement évoqué précédemment (voir Figure 6.1), pour étudier l'influence des paramètres numériques sur la prédiction du retour élastique. Ils ont examiné en détail l'impact du nombre des points d'intégration à travers l'épaisseur de la tôle, la différence entre les éléments solides et coques, la taille des éléments finis (voir Figure 6.9), etc. En parallèle, d'autres auteurs ont étudié l'influence des paramètres numériques sur le retour élastique (algorithmes de résolution explicite/implicite [24-26], effet Bauschinger [21, 25, 27-29], lois d'écrouissage [30], etc.). Il faut noter que la simulation numérique du retour élastique reste une opération délicate malgré les avancées réalisées aux niveaux théorique (modèles de

comportement performant) et numérique (codes de calculs capables de réaliser des simulations complexes).

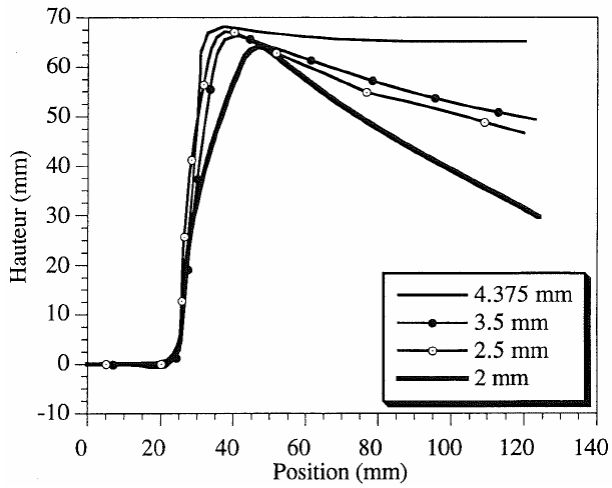



***Figure 6.9*** *– Profils après retour élastique de l'essai «Omega» pour différentes tailles d'éléments [19].*

### *6.1.2 Compensation du retour élastique*

Même si la modélisation numérique du retour élastique semble simple par rapport au problème de mise en forme proprement dit, les résultats obtenus révèlent une grande dispersion. Cette constatation est également valable pour les résultats obtenus à partir d'essais expérimentaux.

Un autre point est relatif à la fabrication et la réalisation des pièces. Pour les fabricants de structures en tôles minces, un des principaux problèmes est de maîtriser les paramètres matériels et opératoires qui vont permettre de réussir une pièce de forme donnée. Or le retour élastique sur les pièces engendre des écarts de forme indésirables. Au sein de l'entreprise, la mise au point du procédé d'emboutissage s'appuie essentiellement sur des méthodes empiriques. C'est pour cela qu'on trouve de nombreuses banques de données concernant les matériaux, les formes d'outils adéquates, les processus opératoires, etc. qui sont disponibles à des fins de mise au point des gammes d'emboutissage.

Les exigences de qualité des produits s'étant largement accrues ces dernières années, les récents travaux se sont orientés sur la conception optimale des emboutis. En ce qui concerne le retour élastique, il existe plusieurs travaux dans la littérature basés sur différentes méthodes d'optimisation. L'idée de conception optimale d'un embouti ou de contrôle de forme d'un embouti peut être abordée de deux manières différentes.

La première solution consiste à formuler le problème d'optimisation du procédé permettant de minimiser une fonction objectif soumise à des contraintes ayant la forme suivante :

$$\begin{cases} min(J(p,u)) \\ g_i(p,u) = 0 \qquad 1 \le i \le n \\ h_j(p,u) \le 0 \qquad 1 \le j \le m \end{cases} \tag{6.1}$$

où $n$ est le nombre de limitations d'égalité, $m$ représente le nombre de limitations d'inégalité. $p$ est le vecteur des paramètres de procédé (variables de conception) et $u$ représente le champ de déplacement calculé.

Dans le cadre du retour élastique, la fonction objectif est définie comme la quantité minimale de déplacement $u$ après le déchargement. Les contraintes $g_i$ et $h_j$ concernent les déplacement nodaux, contraintes élémentaires ou limitations technologiques. Pour résoudre le problème d'optimisation, parmi les méthode utilisées on retrouve la méthode du gradient augmenté [31, 32].

Ghouati, Gelin et Lenoir [33] ont utilisé une fonction objectif qui permet de déterminer avec précision la forme de la CAO recherchée connaissant les coordonnées d'un certain nombre de points :

$$J = \left( \sum_{i=1}^{n} \alpha \left( \frac{X_i^{CAO} - X_i^{NUM}}{X_i^{CAO}} \right)_+^p \right)^{\frac{1}{p}} + \left( \sum_{i=1}^{n} \beta \left( \frac{X_i^{NUM} - X_i^{CAO}}{X_i^{CAO}} \right)_+^q \right)^{\frac{1}{q}} \tag{6.2}$$

où $X_i^{CAO}$ est la position du point appartenant à la CAO, $X_i^{NUM}$ est la position du point donnée par la simulation numérique, n est le nombre des points sélectionnés, $\alpha$ et $\beta$ sont deux coefficients de pondérations, p et q sont deux paramètres de normalité et $(.)_+$ est un opérateur ($(A)_+ = A$ si $A > 0$ et zéro sinon).

La deuxième solution au problème d'optimisation de forme est basée sur le concept de compensation qui utilise le caractère quasi-linéaire du retour élastique des pièces après déformation. En supposant que la pièce obtenue à la fin de la simulation numérique de la phase d'emboutissage épouse parfaitement la surface des outils, elle définit alors la pièce désirée. Cette géométrie est ensuite déformée sous le champ de déplacement caractérisant l'erreur de forme entre la pièce désirée et la pièce obtenue après retour élastique. La nouvelle géométrie ainsi créée permet de définir à son tour une nouvelle géométrie des outils qui doit compenser le phénomène de retour élastique. Cette approche est utilisée par Webb et Hardt [34] qui ont proposé la méthode dite « the Deformation Transfert Function (DFT) », ils ont introduit une fonction de transfert reliant les erreurs de forme et les

corrections à apporter sur la géométrie de l'outillage. C'est une approche qui se révèle originale car elle utilise les concepts d'identification dans le domaine fréquentiel. Un point important est donc la description géométrique des outils par des transformées de Fourrier discrétes. Comme cette fonction de transfert est inconnue a priori, une méthode itérative est adoptée qui est définie par :

$$\underbrace{g^i(x,y) - g^{i-1}(x,y)}_{\text{correction à apporter aux outils}} = F^i.e^{i-1}(x,y) \tag{6.3}$$

avec

$g^i$ est la transformée de Fourrier discrète de la description géométrique des outils

$F_i$ est la DTF (Deformation Transfert Function) déterminée au ième cycle de déformation

$e^{i-1}$ caractérise les écarts de forme dans le domaine fréquentiel entre la pièce désirée et la pièce obtenue numériquement à l'itération $i-1$.

Karafillis et Boyce [35-37] propose une méthode itérative connue sous le nom de « Force Descriptor Method (FDM) ». c'est une méthode inverse au phénomène de retour élastique qui consiste à négliger lors du déchargement, la possible plastification de la pièce en certaines zones fortement dépliées. La correction des écarts entre la pièce réelle et la pièce désirée se fait en appliquant la méthode dite de « springforward » basée sur le caractère élastique du retour élastoplastique (voir *Figure 6.10*).

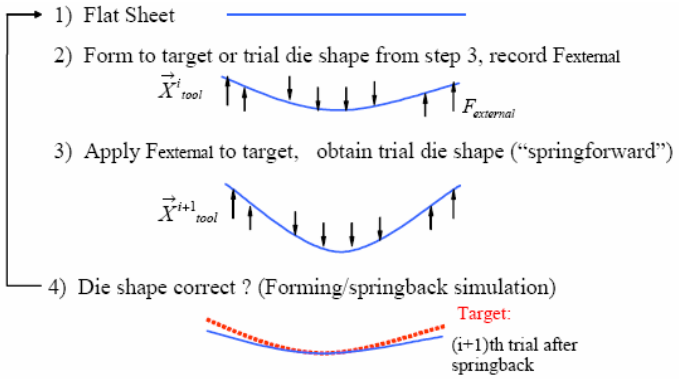



***Figure 6.10*** *– Méthode de compensation du retour élastique dite « the Force Descriptor Method (FDM)» [39].*

Wu et al. [38] a également proposé un outil d'aide à la conception des outillages en mise en forme qui utilise cette simple idée de compensation du phénomène de retour élastique en inversant le chargement. Il a introduit un coefficient multiplicateur $\alpha$ pour contrôler le chargement extérieur appliqué pour l'opération de « springforward », le coefficient $\alpha$ est compris entre 1 et -1 :

$\alpha = 1$ , simulation du retour élastique, springback,

$\alpha = -1$ , simulation inverse au retour élastique, springforward.

Wei Gan et Wagoner [39], ont utilisé pour la compensation du retour élastique la méthode dite « Displacement Adjustment Method (DA)», le concept de cette méthode est très simple, il consiste a considérer la géométrie des outils initiaux comme la géométrie de la pièce désirée. A la fin de la première simulation du retour élastique, l'écart $\Delta E$ calculé entre la géométrie de la pièce obtenue numériquement et la géométrie désirée permet de corriger la géométrie des outils par un déplacement opposé au retour élastique ($\pm \Delta E$ ). Le processus s'arrête lorsque les écarts de forme entre la pièce réelle et la pièce désirée sont inférieurs à la tolérance (voir *Figure 6.11*).

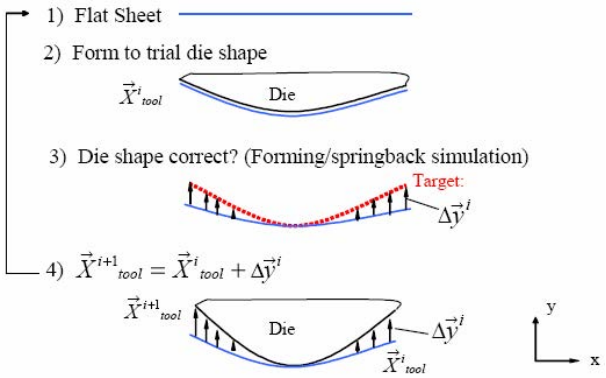



***Figure 6.11*** *– Méthode de compensation du retour élastique dite « Displacement Adjustment Method(DA) » [39].*

Lan et al. [40] ont testé la méthode dite « Displacememnt Adjustmet method» sur une pièce de forme complexe (cas industriels). Ils ont utilisé une représentation paramétrique de la surface d'outil et ils ont défini une fonction objectif à minimiser. L'idée est de réduire l'écart entre la géométrie désirée et la géométrie obtenue par calcul numérique. Ils ont introduit dans la boucle de compensation du retour élastique un algorithme permettant la reconstruction automatique de la surface des outils à l'aide de NURBS. Lingbeek et al. [41] ont appliqué la même méthode sur un cas industriel mais ils ont utilisé des courbes de Bézier pour décrire la surface des outils.

Parmi les récents travaux dans le domaine de la compensation du retour élastique, nous trouvons la méthode dite « the accelerated springback compensation method » proposé par Shawn Cheng et al. [42]. Les auteurs utilisent le même concept de la méthode de Karafillis et Boyce mais en introduisant en plus de la force de déchargement un moment de déchargement qui permet d'accélérer la convergence du calcul de compensation surtout dans le cas de problèmes où la tôle est sollicité à une forte flexion.

Par ailleurs, il existe d'autres méthodes dans la littérature qui proposent de réduire le retour élastique des pièces embouties en contrôlant l'effort serre-flan au cours de l'emboutissage [43] ou en appliquant des pré ou post-chargements en tension aux pièces [44-45].

## 6.2 Simulation numérique du retour élastique

Dans ce paragraphe, nous étudions le retour élastique d'une pièce à grande courbure (voir Figure 6.12) ayant comme matériau l'acier inoxydable AISI304 (voir chapitre 3 et annexe A). L'emboutissage de cette pièce se fait sans serre-flan, à l'aide d'un poinçon et une matrice illustrés sur la figure 6.13. La pièce n'est pas maintenue durant l'opération de mise en forme, elle est simplement posée sur la matrice. Pour simplifier notre étude, nous considérons un problème d'emboutissage en 2D à déformations planes car les dimensions de la pièce suivant l'axe Z sont suffisamment grandes. La simulation numérique du formage est effectuée avec deux codes de calcul différents (implicite et explicite) en utilisant un logiciel commercial (Abaqus 6.6©). Nous allons étudier la sensibilité du retour élastique au schéma de résolution (implicite ou explicite) utilisé pour la simulation du formage.

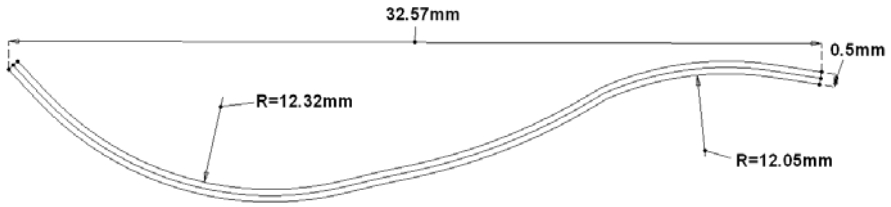



***Figure 6.12*** *– Géométrie et dimensions de la pièce.*

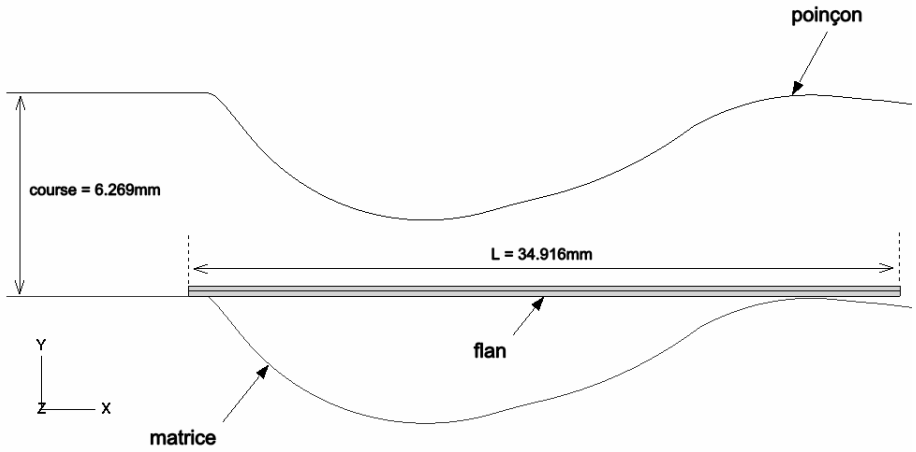



***Figure 6.13*** *– outils d'emboutissage.*

Pour simuler le retour élastique nous avons utilisé en premier lieu le schéma implicite qui permet d'avoir bien évidemment beaucoup plus de précision par rapport au schéma explicite. Cependant la simulation numérique du retour élastique avec un schéma implicite nécessite le recours à des ressorts fictifs pour assurer la convergence du calcul (méthode par pénalisation). Le rôle principal de ces ressorts de faible rigidité ($k = 10^{-5}$) consiste à éliminer le mouvement de corps rigide qui résulte de l'absence du serre-flan. D'une manière identique au problème étudié dans le chapitre 3 relatif à la mise en forme d'une pièce en forme de deux 2V, nous avons utilisé trois ressorts pour contrôler les deux mouvements de translation

suivant les deux axes X, Y et de rotation autour de l'axe Z de la pièce lors du retrait du poinçon (voir *Figure 6.14*).

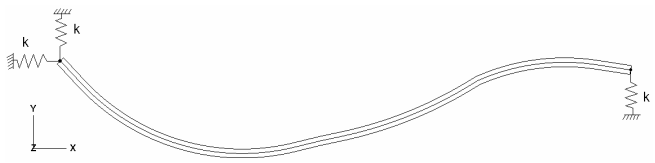



***Figure 6.14*** *– Elimination du mouvement de corps rigide.*

Les simulations numériques ont été réalisées avec les données numériques et dimensionnelles illustrées sur le tableau 6.1 ci-dessous.

| | |
|---|---|
| Epaisseur de la pièce (mm) | 0.5 |
| Profondeur d'emboutissage (mm) | 6.269 |
| Longueur du flan $L_0$ (mm) | 34.916 |
| Longueur de l'embouti L (mm) | 32.571 |
| Type des éléments finis | B21 (élément de poutre à deux nœuds)<br>CPE4R (élément plan quadrangulaire) |
| Schéma de résolution (formage & retour élastique) | Implicite statique |
| Méthode de retrait du poinçon | Progressive |
| Algorithme de contact | Cinématique (surface – surface) |
| Coefficient de frottement de Coulomb | 0.3 |
| Rigidité k des ressorts (N/mm) | $10^{-5}$ |

***Tableau 6.1*** *– données dimensionnelles et numérique du problème.*

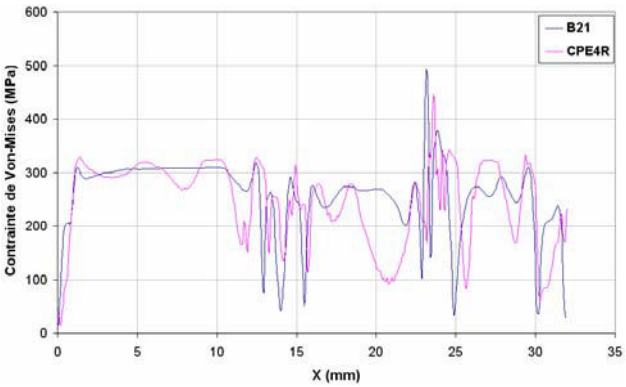
## *6.2.1 Etude de sensibilité*

### *6.2.1.1 Influence du type et de la taille des éléments finis sur le retour élastique*

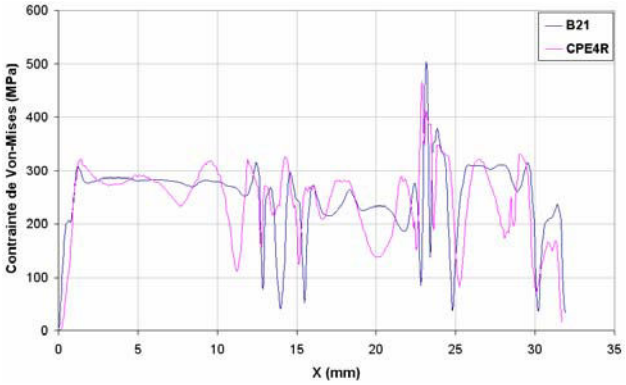
Nous avons réalisé deux simulations numériques (formage et retour élastique) avec des éléments de poutre B21 (7 points d'intégration à travers l'épaisseur) et des éléments solides CPE4R (6 éléments finis à travers l'épaisseur), en utilisant le code de calcul statique implicite (Abaqus 6.6©). Nous avons utilisé une taille d'élément fini de 0.1mm (350 éléments finis suivant la longueur) dans les deux cas.

| $L_e$ (mm) | 0.025 | 0.05 | 0.1 | 0.25 | 0.5 | 1 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| B21 | 1400 | 700 | 350 | 140 | 70 | 35 |
| CPE4R | 8400 | 4200 | 2100 | 840 | 420 | 210 |

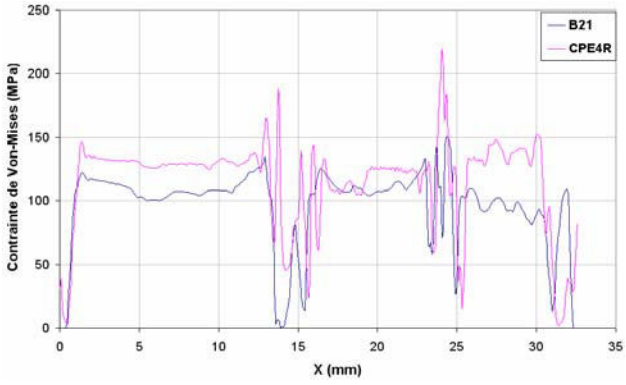
***Tableau 6.2*** *– Nombre d'éléments finis en fonction de la taille $L_e$.*



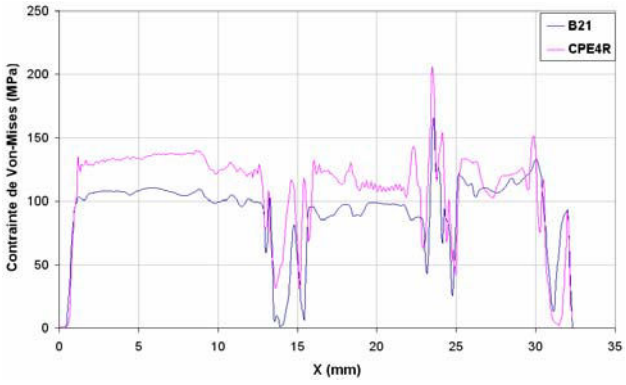

*(a) – Contrainte de Von-Mises en MPa au niveau de la surface inférieure avant retour élastique.*




*(b) – Contrainte de Von-Mises en MPa au niveau de la surface supérieure avant retour élastique.*

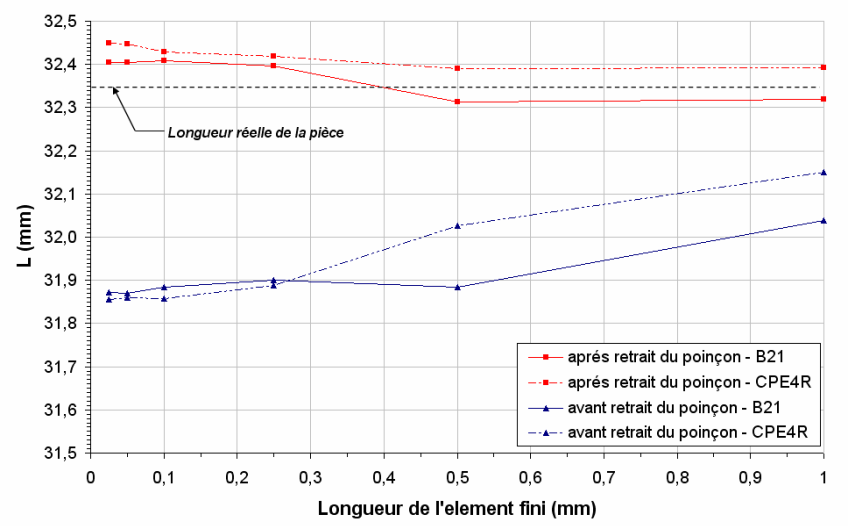



*(c) – Contrainte de Von-Mises en MPa au niveau de la surface inférieure après retour élastique.*

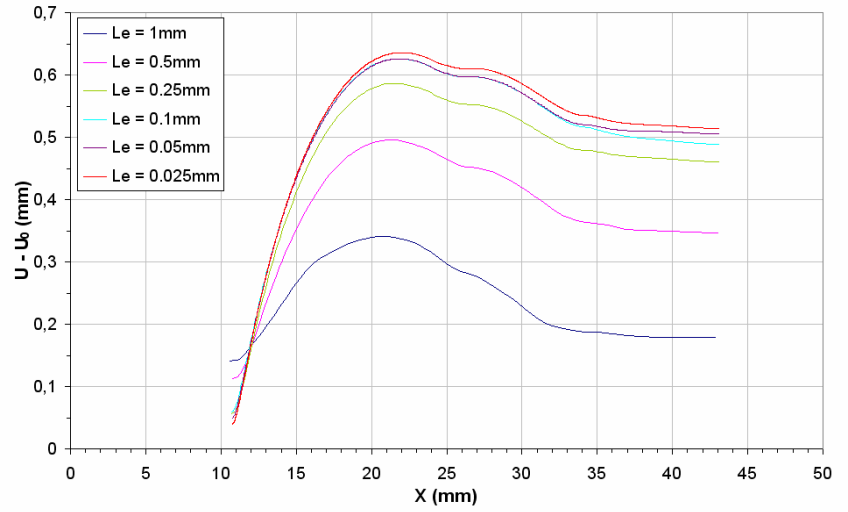



*(d) – Contrainte de Von-Mises en MPa au niveau de la surface supérieure après retour élastique.*

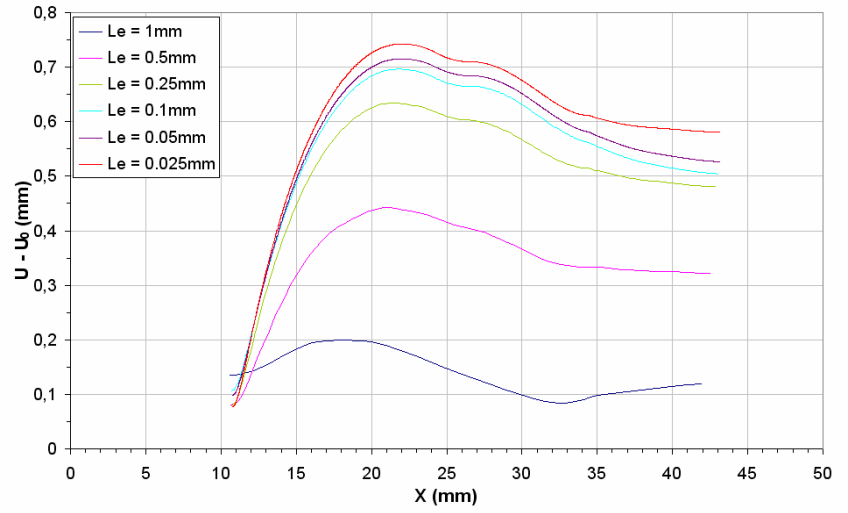
***Figure 6.15** – Influence des éléments finis.*




*(a) – Influence du type et de la taille des éléments finis sur la longueur de la pièce emboutie.*



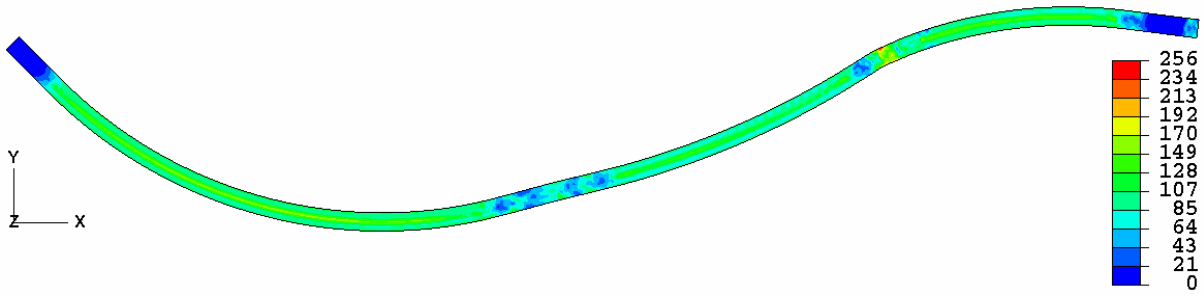

*(b) – Influence de la taille des éléments finis (B21) de poutre sur le retour élastique.*



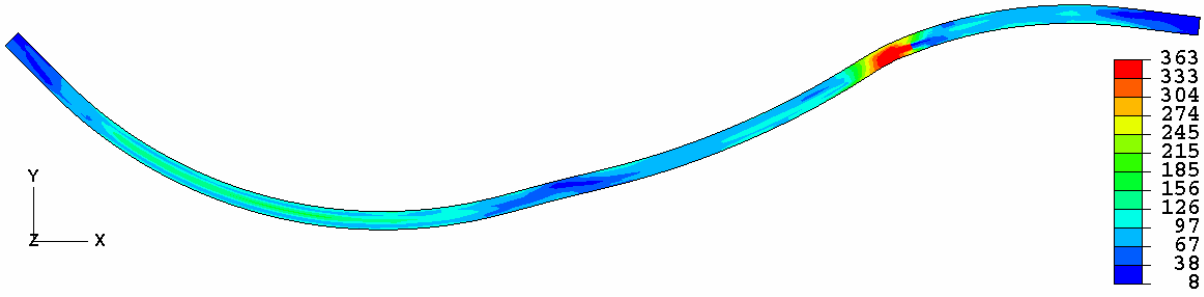

*(c) – Influence de la taille des éléments finis 2D (CPE4R) sur le retour élastique.*

***Figure 6.16** – Sensibilité du retour élastique à la taille et au type des éléments finis.*

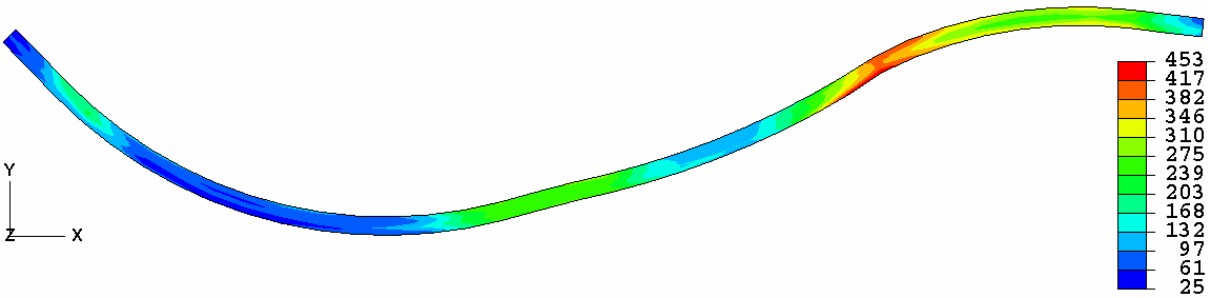
Pour étudier l'influence du type d'éléments finis sur la distribution de la contrainte de Von-Mises, nous avons tracé la courbe présentant les variations de celle-ci en chaque nœud au niveau des surfaces inférieures et supérieures de l'embouti avant et après retrait du poinçon. D'après la figure 6.15 nous constatons qu'il y a une différence importante entre les deux courbes avant et après retour élastique. Le relâchement des contraintes (voir Figure 6.15 (c) et (d)) obtenues avec les éléments B21 est plus important que celui des éléments CPE4R, ce résultat explique le niveau plus faible du retour élastique avec les éléments de poutre en comparaison avec les éléments solide 2D (voir Figure 6.16 (a)).




*(a) – Contrainte de Von-Mises en MPa dans l'embouti – $L_e$ = 0.05mm (4200 éléments finis).*




*(b) – Contrainte de Von-Mises en MPa dans l'embouti – $L_e$ = 0.5mm (420 éléments finis).*




*(c) – Contrainte de Von-Mises en MPa dans l'embouti – $L_e$ = 1mm (210 éléments finis).*

***Figure 6.17** – Contraintes de Von-Mises dans l'embouti après retour élastique.*

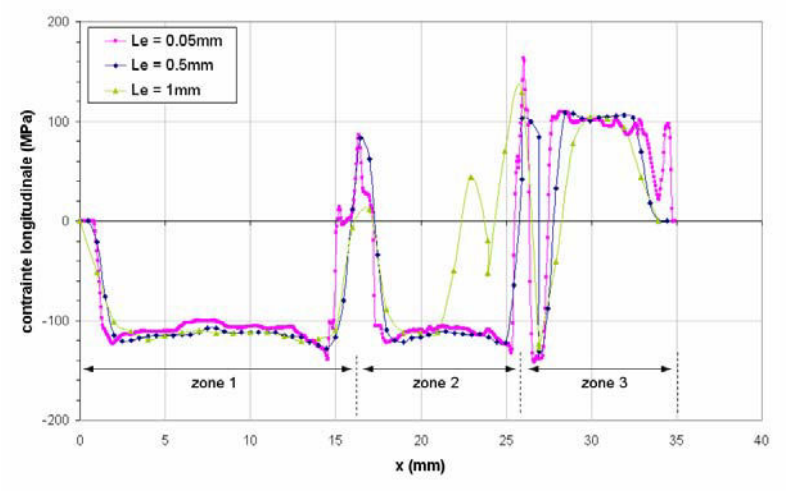
La figure 6.16 montre l'influence de la taille et du type d'éléments finis sur le niveau du retour élastique. Nous remarquons que ce dernier devient de plus en plus important au fur et à mesure que la taille des éléments finis diminue. Un maillage plus fin permet de mieux prendre en compte les effets de tension et de flexion dans l'embouti et par conséquent d'avoir une prédiction plus précise du retour élastique. Il faut signaler qu'avec les éléments

de poutre nous obtenons une longueur numérique plus proche de la longueur mesurée réellement (voir Figure 6.16 (a)).

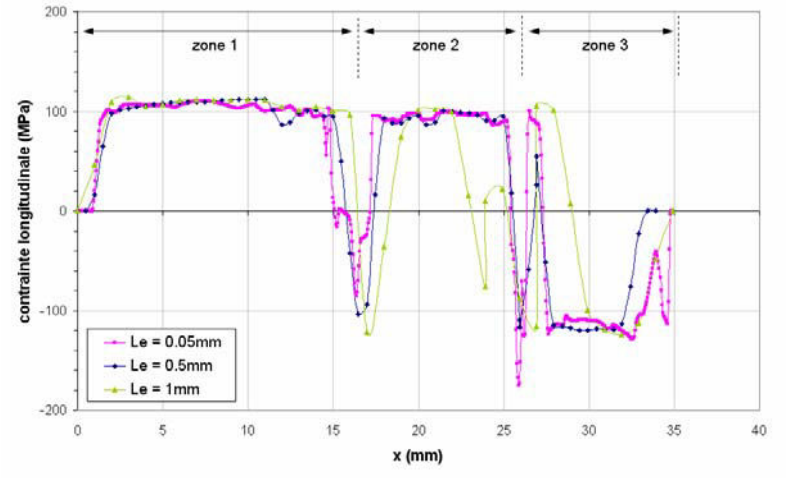
Les résultats obtenus dans le cas actuel sont en bonne concordance avec les résultats existants dans la littérature, concernant l'effet de la taille des éléments finis sur le retour élastique en emboutissage classique avec serra-flan [18]. Les figures 6.16 (b) et (c), représentent le niveau du retour élastique mesuré en chaque nœud de la pièce en fonction de sa longueur et pour différentes tailles d'éléments. C'est-à-dire que nous mesurons l'écart $E = U - U_0$ ($U$ est la coordonnée du nœud $N_i$ après retrait du poinçon et $U_0$ est la coordonnée du même nœud avant retrait du poinçon) correspondant à la distance mesurée entre le nœud $N_i$ avant retrait du poinçon et le même nœud après retrait du poinçon. Nous pouvons voir que le niveau du retour élastique augmente et commence à se stabiliser quand le maillage devient de plus en plus fin (pour $L_e < 0.1$mm). La figure 6.17 montre la distribution des contraintes de Von-Mises dans l'embouti après retrait du poinçon. Le maillage influe d'une manière significative sur le retour élastique qui se traduit par un relâchement des contraintes lors du retrait du poinçon. Ce relâchement est inversement proportionnel à la taille des éléments finis.

La figure 6.18 illustre la distribution de la contrainte longitudinale résiduelle $\sigma_{11}$ au niveau des surfaces inférieures et supérieures de la pièce emboutie pour trois tailles d'éléments finis différents (fin, grossier et hyper-grossier). D'après la figure 6.18 (a), nous remarquons que dans le cas du maillage fin il y a deux zones de compression (1 et 2) et une zone de traction (3). Entre la zone 1 et 2, ainsi que la zone 2 et 3 nous observons un changement de signe des contraintes dû à la géométrie de la pièce qui se caractérise par trois courbures. Au niveau de la surface supérieure (voir Figure 6.18 (b)), nous obtenons le résultat inverse (les zones 1 et 2 sont sollicitées à la traction et la zone 3 à la compression). Il est clair qu'un maillage fin permet d'obtenir une répartition de contraintes résiduelles avec beaucoup plus de précision et de mieux prendre en compte les sollicitations très localisées.

La pièce emboutie est sollicitée à de très faibles taux de déformations, son épaisseur reste quasiment la même après mise en forme. Cela explique bien la faible influence du nombre d'éléments finis de solide (CPE4R) à travers l'épaisseur de la pièce sur le niveau du retour élastique. Sur la figure 6.19, nous avons tracé la longueur numérique de la pièce emboutie avant et après retrait du poinçon. Nous constatons que 6 éléments à travers l'épaisseur permettent d'avoir un résultat stable et assez précis du retour élastique.




*(a) – Contrainte longitudinale ($\sigma_{11}$) résiduelle au niveau de la surface du bas.*




*(b) – Contrainte longitudinale ($\sigma_{11}$) résiduelle au niveau de la surface du haut.*

***Figure 6.18** – Contrainte longitudinale dans l'embouti après retrait du poinçon (B21).*

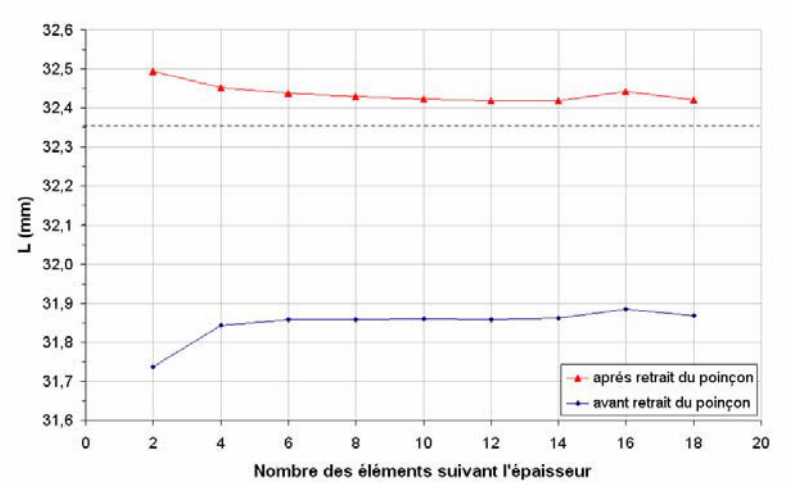



***Figure 6.19** – Influence du nombre des éléments finis de solide (CPE4R) à travers l'épaisseur sur le retour élastique de l'embouti.*

#### 6.2.1.2 Influence du schéma de résolution

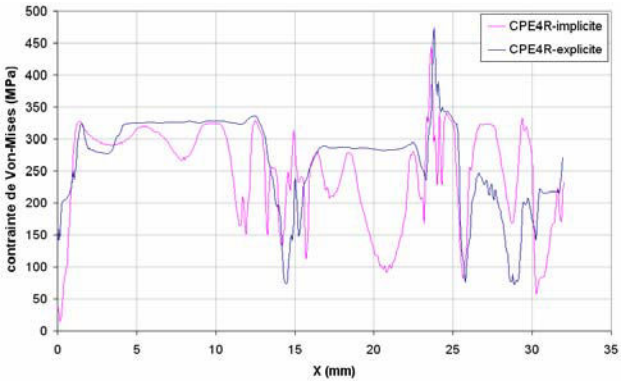
Dans le but d'étudier l'influence du schéma de résolution (explicite dynamique et implicite statique) sur le retour élastique, nous avons effectué une première simulation numérique du formage en explicite dynamique, puis du retour élastique en implicite statique. Et, une deuxième simulation numérique du formage et du retour élastique seulement avec le schéma implicite statique.

La vitesse du poinçon dans le cas explicite dynamique a été fixé a 0.1m/s. Dans cette étude nous avons utilisé deux éléments finis différents (poutre et solide 2D), ayant chacun une taille de 0.1mm. Afin de comparer les deux algorithmes de résolution, nous avons tracé les courbes de variations de la contrainte de Von-Mises suivant la longueur de l'embouti avant et après retrait du poinçon. D'après la figure 6.20, nous constatons une différence remarquable au niveau de la répartition des contraintes obtenues avec les deux codes de calcul, Il y a une sous estimation du retour élastique dans le cas du schéma explicite dynamique. Ce résultat peut être observé aussi sur la figure 6.22, où la longueur L de l'embouti ($L_{explicite/CPE4R}$ = 32.2mm) est inférieure à celle correspondant au schéma statique implicite ($L_{implicite}$ = 32.35mm et) qui représente la solution de référence du problème numérique. Cette différence s'explique par un relâchement beaucoup moins important des contraintes résiduelles dans le cas du schéma dynamique explicite qui peut être dû à l'introduction de la viscosité volumique dans le calcul.

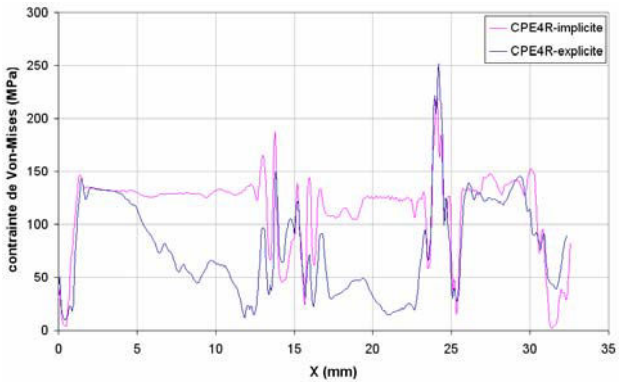
Concernant les éléments de poutre (B21), les deux codes (implicite ou explicite-implicite) donnent des résultats plus proches en terme de répartition des contraintes résiduelles notamment à la fin du formage (voir Figure 6.21). Par contre, le retour élastique est sensiblement plus significatif dans le cas du schéma statique implicite. Nous pouvons dire que les éléments de poutre permettent d'avoir un résultat plus satisfaisant que les éléments solide 2D en faisant la simulation avec le schéma dynamique explicite et à vitesse très réduite ($L_{explicite/B21}$ = 32.33mm).

#### 6.2.1.3 Influence de la vitesse de déplacement du poinçon

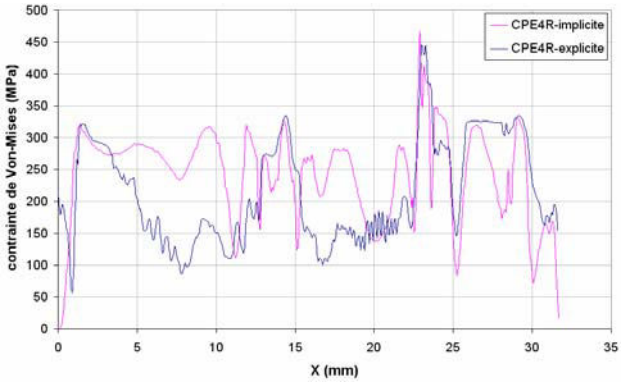
Nous étudions dans cette partie l'influence de la vitesse d'emboutissage sur le retour élastique. Pour cela nous avons fait varier la vitesse de 0.1m/s jusqu'à 12m/s, et pour évaluer le niveau du retour élastique nous avons mesuré la longueur de la pièce emboutie avant et après retrait progressif du poinçon. La figure 6.22 montre bien que le niveau du retour élastique diminue considérablement quand la vitesse augmente. Il devient très faible pour une vitesse de 12m/s dans les deux cas d'éléments finis utilisés (B21 et CPE4R). Le trait en pointillé représente la longueur de référence obtenue avec le code statique implicite.



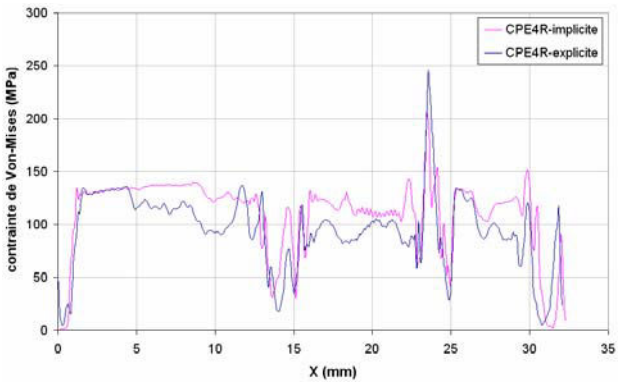

*(a) – Contrainte de Von-Mises en MPa au niveau de la surface inférieure avant retour élastique.*




*(b) – Contrainte de Von-Mises en MPa au niveau de la surface inférieure après retour élastique.*

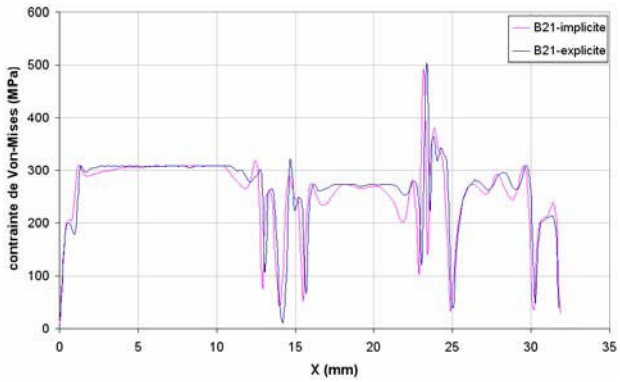



*(c) – Contrainte de Von-Mises en MPa au niveau de la surface supérieure avant retour élastique.*

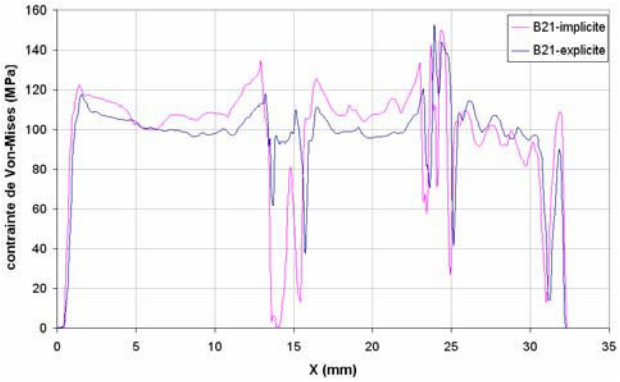



*(d) – Contrainte de Von-Mises en MPa au niveau de la surface supérieure après retour élastique.*

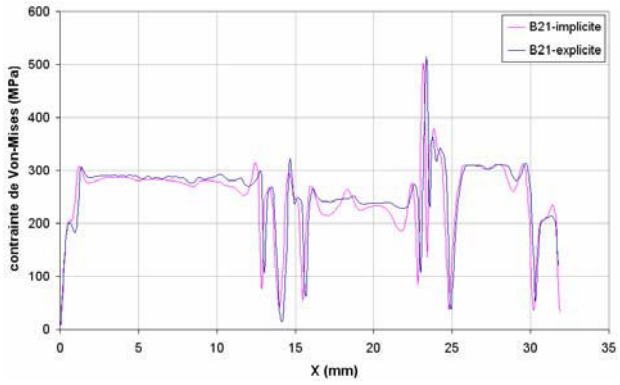
***Figure 6.20** – Influence de l'algorithme de résolution / éléments finis de type CPE4R.*



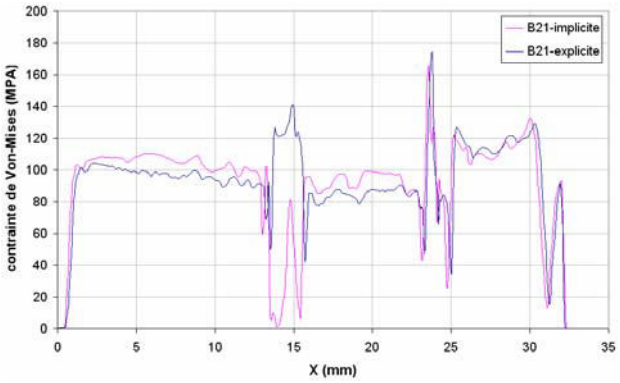

*(a) – Contrainte de Von-Mises en MPa au niveau de la surface du bas avant retour élastique.*




*(b) – Contrainte de Von-Mises en MPa au niveau de la surface du bas après retour élastique.*




*(c) – Contrainte de Von-Mises en MPa au niveau de la surface du haut avant retour élastique.*




*(d) – Contrainte de Von-Mises en MPa au niveau de la surface du haut après retour élastique.*

***Figure 6.21** – Influence de l'algorithme de résolution / éléments finis de type B21.*

Pour mieux comprendre l'influence de la vitesse d'emboutissage sur le retour élastique, nous avons tracé la déformation plastique équivalente relevée en chaque nœud de la pièce modélisée avec les éléments de poutre (B21). Nous remarquons que la déformation plastique augmente avec la vitesse (voir Figure 6.23), et cette augmentation engendre par conséquent un retour élastique plus faible. Une vitesse réduite permet de converger vers la solution de référence correspondant au schéma statique implicite.

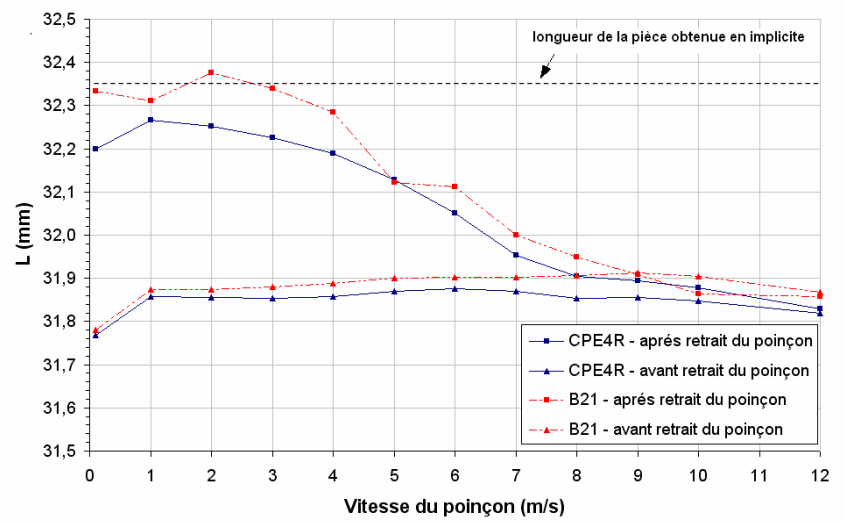



***Figure 6.22*** *– Influence de la vitesse du poinçon sur le niveau du retour élastique (dynamique explicite).*

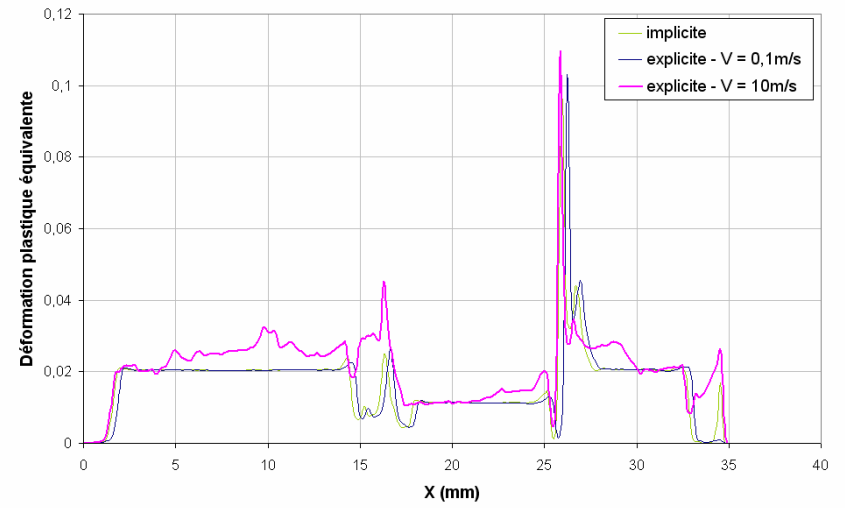



***Figure 6.23*** *– Influence de la vitesse du poinçon sur la déformation plastique équivalente.*

### *6.2.1.4 Influence de l'anisotropie sur le retour élastique*

Nous avons étudié l'influence de l'anisotropie du matériau sur le retour élastique de l'embouti. Pour cela nous avons effectué trois simulations numériques en considérant trois positions différentes de la lamelle, 0°, 45° et 90° par rapport à la direction de laminage (DL) de la tôle (voir Figure 6.24).

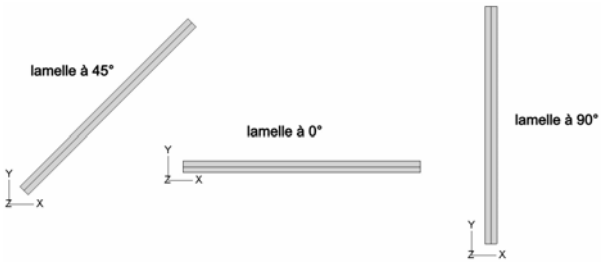



***Figure 6.24*** *– Position de la lamelle par rapport à la direction du laminage.*

L'anisotropie de la tôle est un facteur déterminant dans la simulation numérique du retour élastique [4]. Pour l'évaluer nous avons tracé la déformée au niveau de la fibre neutre de l'embouti après retour élastique de ce dernier. Concernant l'acier inoxydable AISI304 (voir Annexe A), nous constatons d'après la figure 6.25 (a) une très faible influence de l'anisotropie sur la géométrie de l'embouti. Par contre, les simulations numériques réalisées avec l'acier inoxydable AISI410 ont montré une forte influence de l'anisotropie sur le niveau du retour élastique (voir Figure 6.25 (b)). Nous remarquons que le niveau du retour élastique est beaucoup plus significatif suivant une direction de découpage à 45° par rapport au sens du laminage. Cela résulte d'un relâchement de contrainte plus important suivant cette direction comme le montre la figure 6.26. Nous obtenons des contraintes résiduelles nettement plus faibles lorsque la simulation numérique est effectuée en considérant un découpage à 90° par rapport au sens du laminage.

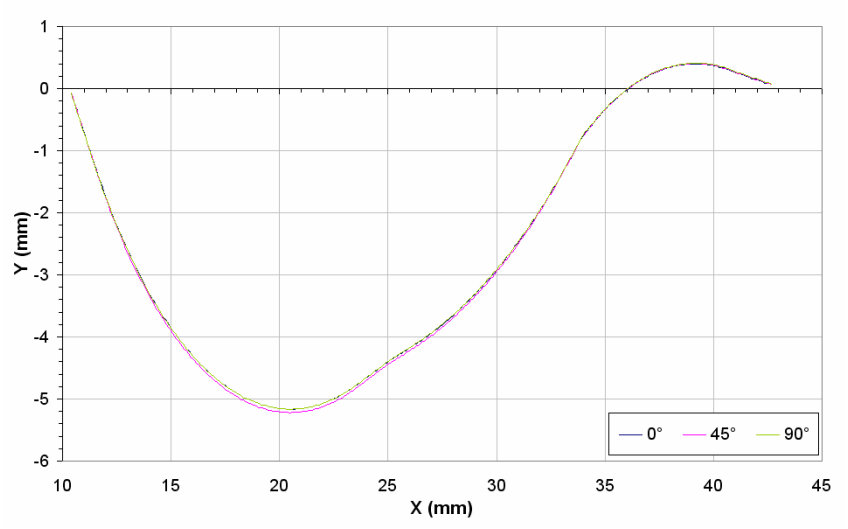
| ***Nuance*** | $r_0$ | $r_{45}$ | $r_{90}$ | $\bar{r}$ | $\Delta r$ |
|---|---|---|---|---|---|
| ***AISI304*** | 0.77 | *1.13* | *0.86* | *0.97* | *-0.1575* |
| ***AISI410*** | *1.14* | *0.89* | *1.93* | *1.21* | *0.65* |

***Tableau 6.3*** *– Coefficients d'anisotropie (AISI304 et AISI410).*

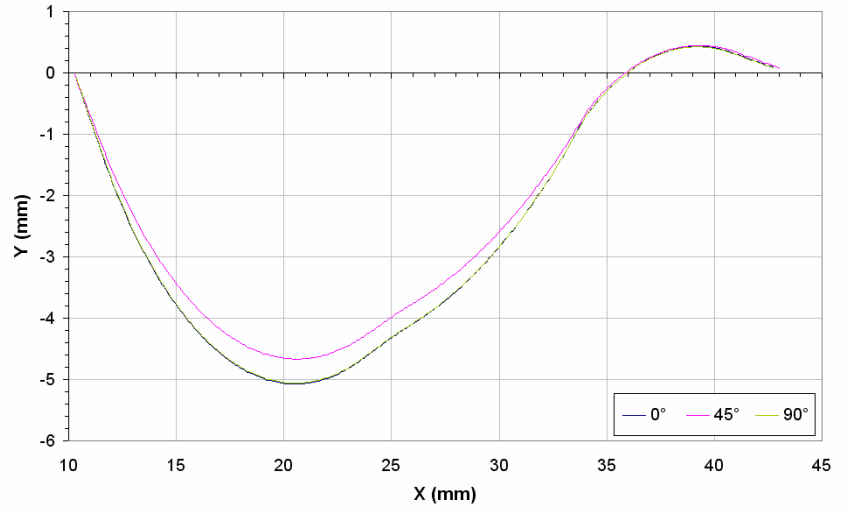
L'AISI410 est un matériau plus dur que l'AISI304, il possède les caractéristiques mécaniques suivantes :

| Paramètres | Valeur |
|---|---|
| Module de Young E (GPa) | 200 |
| Coefficient de poisson $\upsilon$ | 0.29 |
| Densité (Kg/m$^3$) | 7900 |
| Épaisseur initiale $h_0$ (mm) | 0.5 |
| Coefficient d'écrouissage k | 836.6 |
| Coefficient d'écrouissage n | 0.198 |
| $\sigma_e$ (MPa) | 133.5 |

***Tableau 6.4*** *– Donnée matériau de AISI410.*




*(a) – Embouti en acier inoxydable AISI304.*



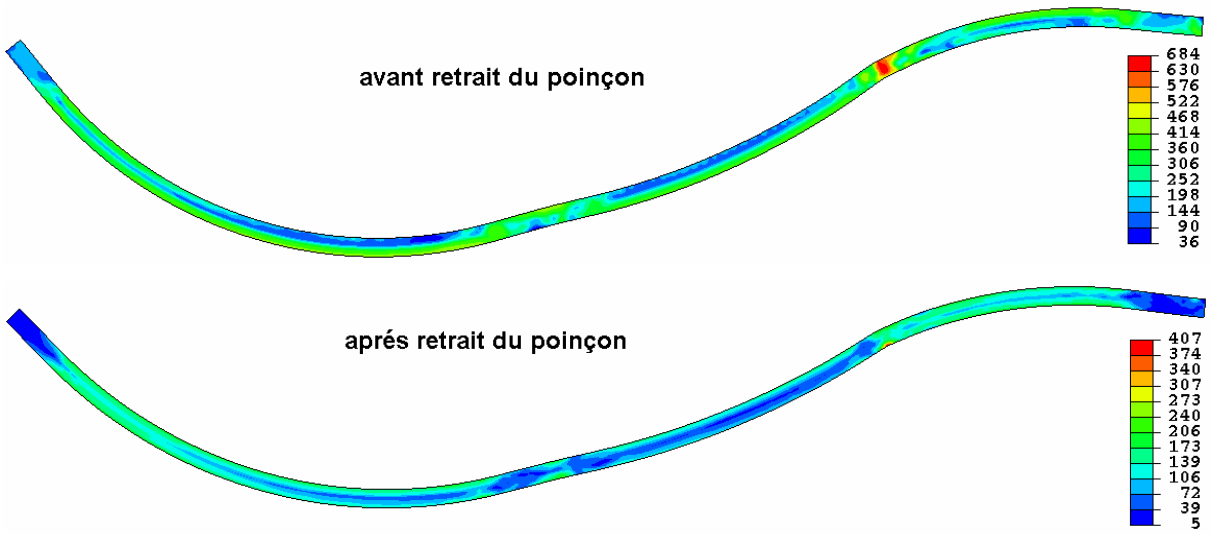

*(b) – embouti en acier inoxydable AISI410.*

***Figure 6.25** – Influence de l'anisotropie sur le retour élastique.*

L'anisotropie est un paramètre qui influence l'aptitude de la tôle à se déformer dans les trois directions par rapport au sens de laminage de celle-ci. Dans le présent cas étudié, nous obtenons un gradient de déformation faible qui engendre un niveau élevé du retour élastique comme le montre le tableau 6.5 ci-après.

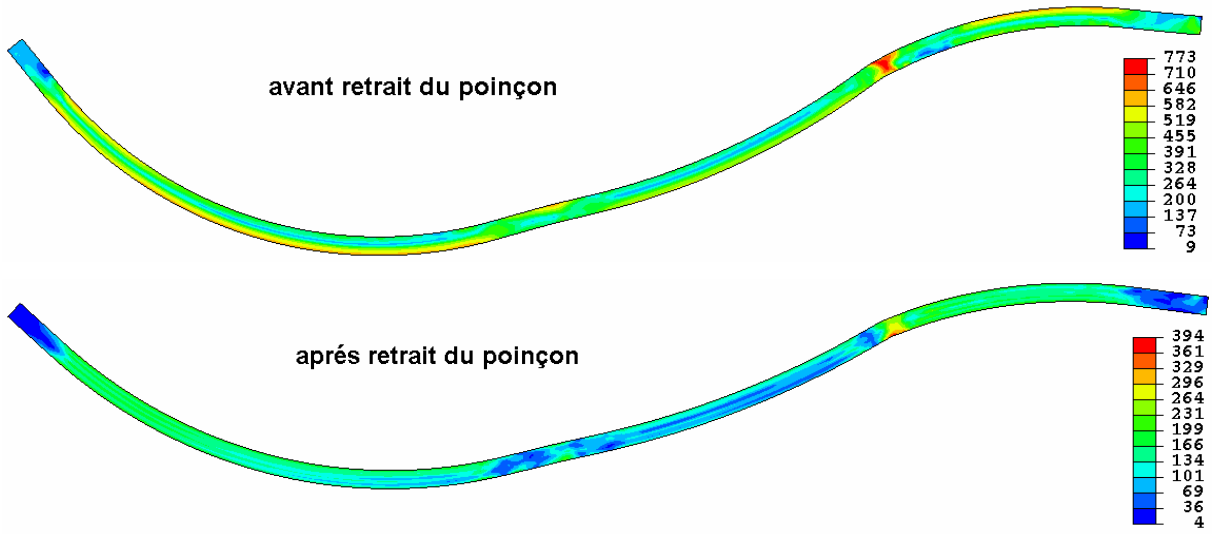
| | **AISI304** | | | **AISI410** | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | **$L_0$ (mm)** | **L (mm)** | **L-$L_0$** | **$L_0$ (mm)** | **L (mm)** | **L-$L_0$** |
| **0°** | 32.065 | 32.497 | 0.432 | 32.058 | 32.596 | 0.537 |
| **45°** | 32.067 | 32.44 | 0.376 | 32.055 | 32.933 | 0.878 |
| **90°** | 32.065 | 32.498 | 0.433 | 32.054 | 32.601 | 0.546 |

***Tableau 6.5** – Variation de la longueur de l'embouti en fonction de la direction du laminage.*

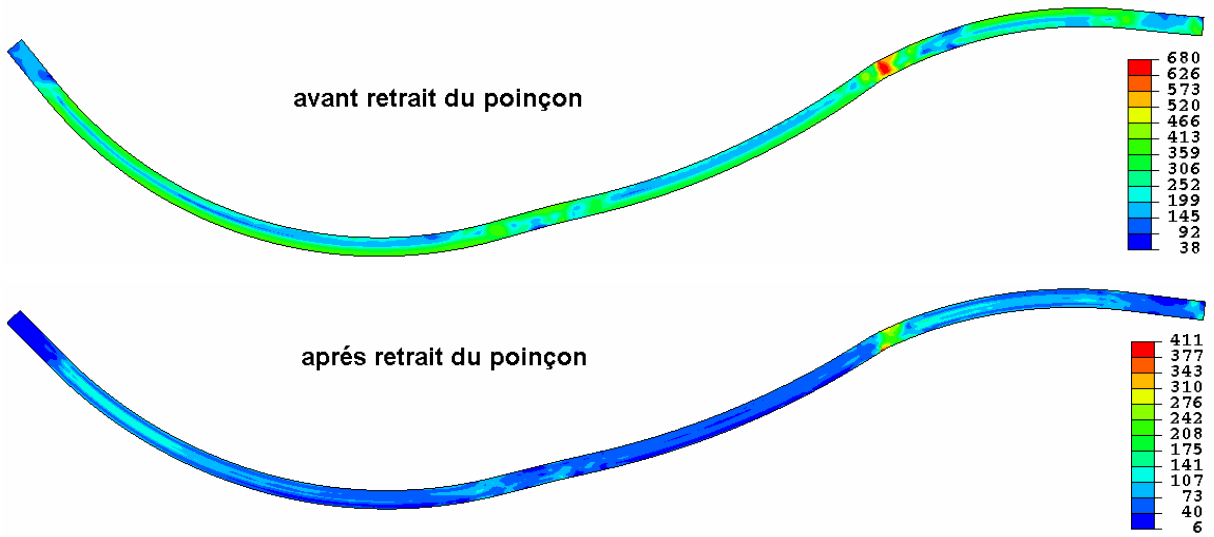



*(a) – Contraintes de Von-Mises en MPa à 0° / DL (Acier inoxydable AISI410).*

.




*(b) – Contraintes de Von-Mises en MPa à 45° / DL (Acier inoxydable AISI410).*




*(c) – Contraintes de Von-Mises en MPa à 90° / DL (Acier inoxydable AISI410).*

***Figure 6.26** – Influence de l'anisotropie sur la distribution des contraintes de Von-Mises.*

Concernant l'AISI304, les simulations numériques effectuées avec une tôle dont la position est à 0° et 90° par rapport au sens de laminage donnent la même longueur finale L de l'embouti, alors que l'inclinaison de celle-ci à 45° par rapport au sens de laminage engendre une réduction de la longueur de 0.05mm à peu prés (voir tableau 6.5). C'est-à-dire que le niveau du retour élastique à 45° est légèrement moins important qu'à 0° et 90°. D'une manière similaire, nous obtenons pratiquement le même résultat avec l'acier inoxydable AISI410 suivant 0° et 90°, mais en ayant un retour élastique plus important car il s'agit d'un matériau plus « dur ». Contrairement à l'AISI304, nous obtenons un retour élastique beaucoup plus important lorsque la pièce est découpée à 45°. Nous avons à peu prés un allongement supplémentaire de 0.33 suite à cette inclinaison, cela montre bien l'importance de la prise en compte de l'anisotropie lors de la simulation du retour élastique.

Nous avons vu que le matériau a une grande influence sur le retour élastique. Un matériau à très haute résistance (AISI410) exhibe un retour élastique plus élevé par rapport à un matériau ductile (AISI304). En effet, comme le montre la figure 6.27, par la comparaison de deux matériaux ayant des limites d'élasticité différentes et un module de Young quasi-identique, lorsqu'on effectue une décharge élastique au même niveau de déformation nous obtenons des niveaux de déformation résiduelle différents.

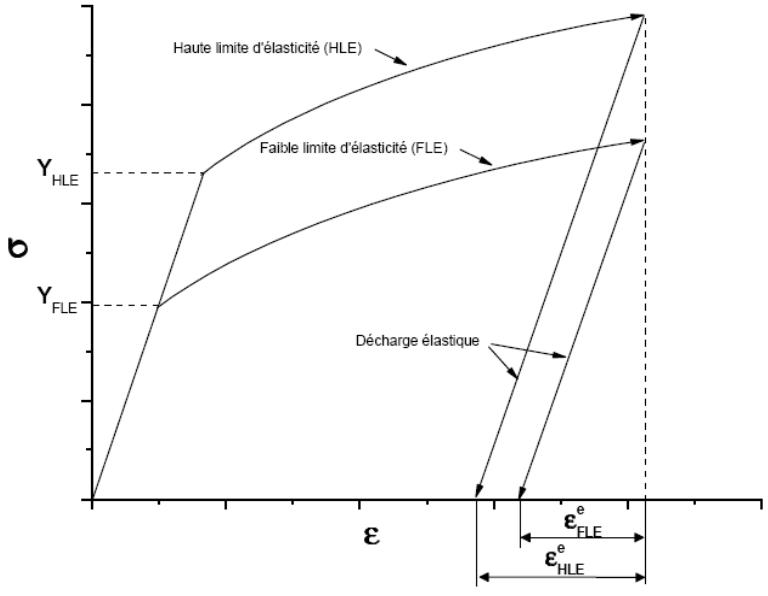



***Figure 6.27*** *– Illustration par une courbe rhéologique de la sensibilité au retour élastique de deux matériaux ayant le même module de Young et des limites d'élasticités différentes [19].*

### *6.2.1.5 Influence de l'écrouissage*

Pour étudier l'influence de la loi d'écrouissage sur le retour élastique, nous avons effectué une simulation numérique en considérant un écrouissage combiné (isotrope et cinématique).

L'écrouissage combiné (isotrope et cinématique) a été proposé par Chaboche [8] et Huges [9] afin de lever les problèmes induits par les modèles d'écrouissage cinématique pur. Il est très utilisé dans la simulation numérique du retour élastique [6]. L'équation générale de la surface de charge dans le cas où l'écrouissage isotrope et l'écrouissage cinématique coexistent s'écrit :

$$f = \sigma(s - X) - \sigma_0(\bar{\varepsilon}_p) \tag{4.12}$$

Cette loi permet de généraliser la transformation de la surface de charge dans l'espace des contraintes. La variable cinématique $X$ décrit le déplacement du centre de la surface de charge dans l'espace des contraintes tandis que la contrainte limite d'écoulement plastique $\sigma_0$ gère la dilatation de la surface d'écoulement.

L'expression de la variable d'écrouissage cinématique $X$ est décrite par l'équation suivante :

$$\dot{X} = \frac{2}{3} C_0 \dot{\varepsilon}^p - \gamma \dot{\bar{\varepsilon}}_p X \tag{4.13}$$

Où $\gamma$ et $C_0$ sont les coefficients de la loi d'écrouissage (dans notre cas : $\gamma$ = 117 et $C_0$ = 9739, d'après [50]).

Le modèle d'écrouissage combiné introduit en plus la variable relative à l'écrouissage isotrope notée $R$ définie à partir de la contrainte limite d'écoulement plastique $\sigma_0$ et de la limite d'élasticité $R_e$ :

$$\sigma_0(\bar{\varepsilon}_p) = R_e + R(\bar{\varepsilon}_p) \tag{4.14}$$

L'évolution de $R$ peut être avantageusement particularisée au moyen d'une équation similaire à celle gouvernant la variable d'écrouissage cinématique :

$$\dot{R} = C_R(R_{sat} - R)\dot{\bar{\varepsilon}}_p \tag{4.15}$$

Où $C_R$ et $R_{sat}$ sont des coefficients caractéristiques de l'écrouissage isotrope.

La figure 6.28 illustre l'écrouissage mixte dans l'espace des contraintes par le déplacement du centre de la surface de charge combiné à la dilatation de celle-ci. Les coefficients du modèle $R_e$, $R_{sat}$, $C_R$, $C_0$ et $\gamma$ sont identifiés à partir d'un cycle de chargement, par exemple traction uniaxiale suivie d'une compression uniaxiale. Il y a aussi d'autres techniques d'identification comme les essais de flexion cycliques [47-49].

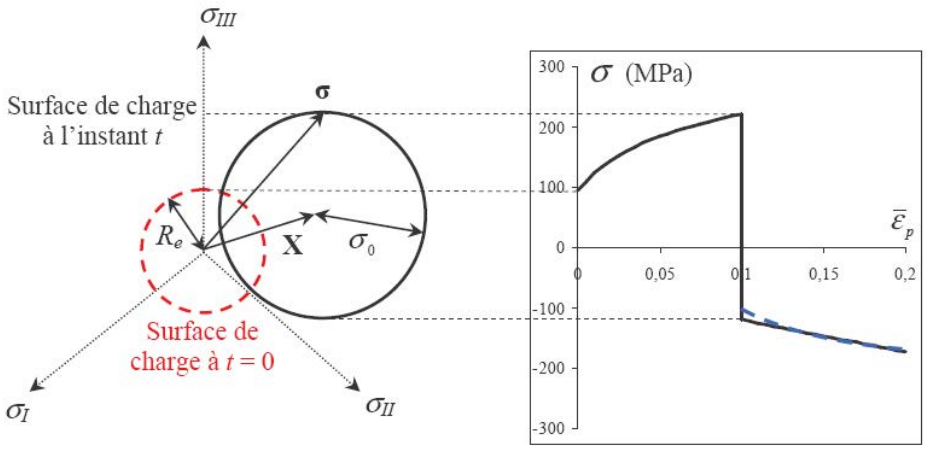



***Figure 6.28*** *– Représentation tridimensionnelle de l'écrouissage mixte de Lemaître Chaboche [51].*

D'après la figure 6.29, nous remarquons qu'il n'y a pas de différence significative sur le niveau du retour élastique en utilisant les deux modèles d'écrouissage, bien que les prédictions de ces modèles sur un essai de chargement inverse devraient être très différentes. Ce résultat peut être expliqué par la faible valeur du rapport épaisseur/rayon du poinçon, combiné à un effet de frottement tôle/outils élevé (f = 0.3). Et aussi par un faible effort de tension en comparaison avec l'effort de flexion dû à l'absence du serre-flan dont le rôle consiste à maintenir la tôle est contrôler l'effort de tension dans un procédé d'emboutissage classique. Nous pouvons dire dans ce cas que l'écrouissage contribuant au comportement du matériau pourrait être décrit seulement par la courbe monotone.

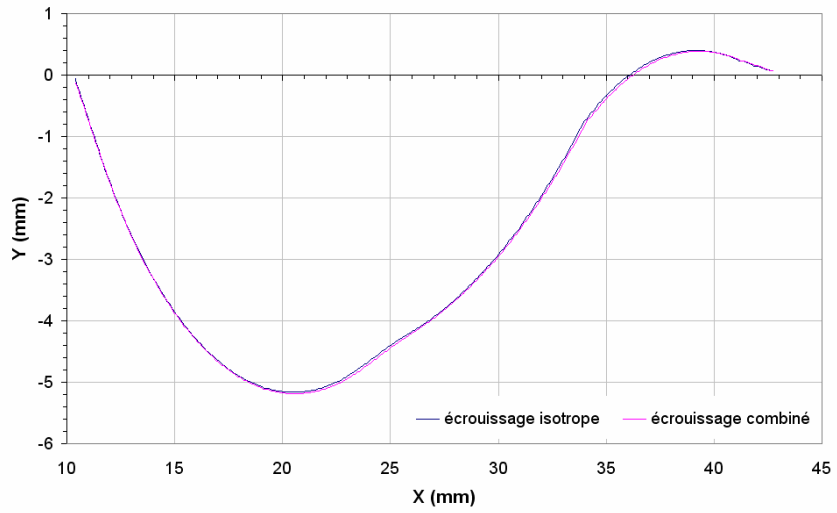



***Figure 6.29*** *– Influence de l'écrouissage sur le retour élastique (AISI304).*

Le choix du modèle d'écrouissage dépend de la géométrie de la pièce emboutie et donc du type de sollicitations subies par celle-ci, pour mettre en évidence l'influence du modèle d'écrouissage sur le retour élastique. Haddag [19] a étudié l'influence du modèle

d'écrouissage en considérant le benchmark de Numisheet 93. Il a utilisé la même géométrie du poinçon mais en diminuant le rayon de courbure dans le but de créer un changement important du trajet de déformation, lors du passage de la tôle sur le rayon de la matrice, par pliage/dépliage avec tension durant l'étape d'emboutissage. Pour l'acier doux, il a trouvé une différence significative en termes de retour élastique prédit par les deux modèles d'écrouissage : isotrope et combiné. Il a constaté que le modèle isotrope prédit un plus grand retour élastique pour différents efforts de serrage. Ce résultat est dû au chargement prédominant de flexion par pliage/dépliage comparé à l'effort de tension.

### *6.2.2 Compensation du retour élastique*

#### *6.2.2.1 Principe de la méthode de compensation*

Dans ce paragraphe, nous allons présenter la méthode de compensation du retour élastique qui a été mise en place en couplant le code de calcul Abaqus implicite© et Abaqus explicite© avec un programme créé à l'aide d'un langage orienté objet « Python 2.4© ». Le principe de la méthode est le même que celui de la méthode proposée par Wei Gan et Wagoner [39] « Displacement Adjustment Method (DA)» qui a été présentée dans le paragraphe 6.1.2. Ce principe est simple, Il s'agit de calculer en chaque nœud $N_i$ de l'embouti le déplacement $E_i$ qui se produit après retrait du poinçon. Ensuite, il suffit de déplacer chaque nœud dans le sens opposé au retour élastique, puis utiliser ces mêmes nœuds pour recréer et mailler les outils (voir Figure 6.30 et 31).

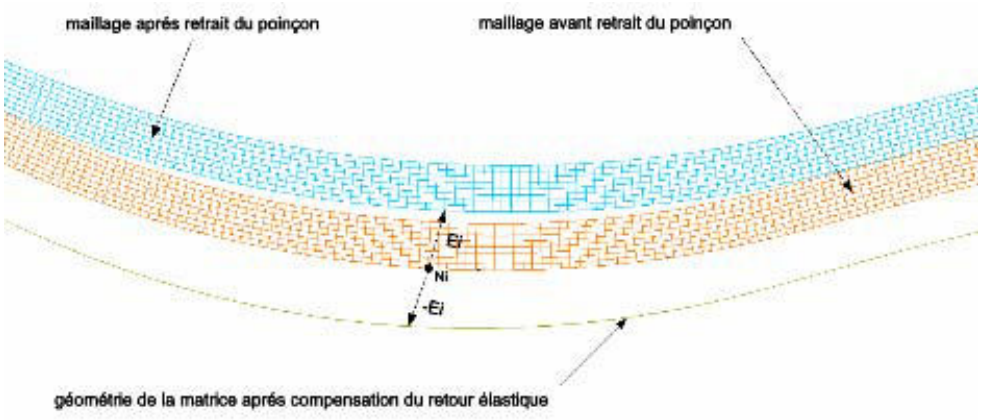



***Figure 6.30*** *– Compensation du retour élastique.*

Le calcul de compensation se déroule d'une manière itérative jusqu'à avoir des erreurs de forme dans l'intervalle de tolérance (±0.05mm). Lorsque la simulation numérique est effectuée avec des éléments à déformation plane (solide 2D), le calcul se fait en considérant seulement les nœuds des surfaces inférieures et supérieures. Quand il s'agit d'utiliser les

éléments de poutre, le calcul se fait à l'aide de tous les nœuds de l'embouti qui représente la fibre neutre. Cette méthode ne nécessite pas la paramétrisation de la géométrie des outils à l'aide de fonctions mathématiques (Splines ou courbes de Bèzier), ainsi que l'utilisation d'une fonction objectif et des variables de conception.

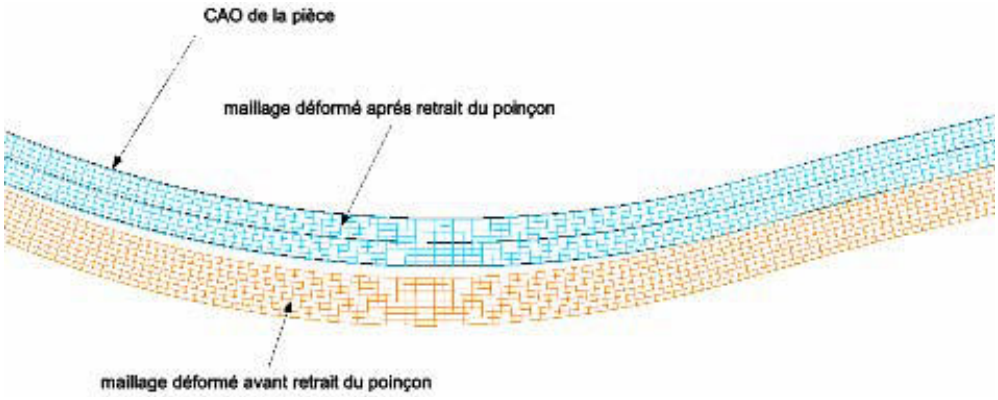



***Figure 6.31*** *– convergence du maillage déformé vers la géométrie désirée.*

La méthode consiste à utiliser une géométrie initiale des outils correspondant à la géométrie désirée de la pièce qui sera utilisée comme géométrie de référence pour le calcul de compensation du retour élastique. Après une mise au point manuelle du modèle numérique, l'exécution du script de compensation du retour élastique se fait de façon automatique. Le script « Python » comporte principalement quatre modules :

1. Le module de chargement des résultats (Output Data Base),
2. L'algorithme de compensation du retour élastique,
3. Le module d'actualisation de la géométrie des outils du modèle numérique,
4. Le module de calcul implicite ou explicite (simulation numérique).

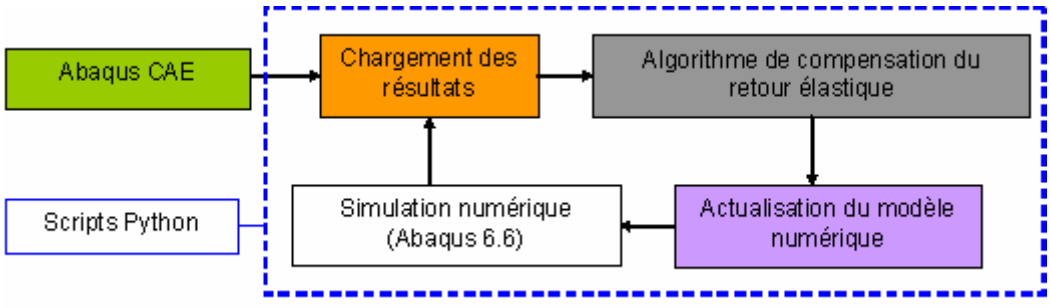



***Figure 6.32*** *– Structuration du script Python.*

Comme la méthode de compensation du retour élastique est basée sur le calcul de l'écart de forme, il est indispensable de contrôler le déplacement des extrémités de la pièce en agissant sur la rigidité des ressorts fictifs. Ces ressorts permettent de contrôler le

mouvement de corps rigide, donc d'empêcher la translation ou la rotation globale de l'embouti pendant le retrait du poinçon. C'est la difficulté principale de cette méthode qui pose parfois des problèmes de convergence du calcul implicite lorsque la rigidité des ressorts est trop faible. Pour remédier à ce problème d'instabilité numérique, il est possible d'introduire dans l'équation d'équilibre du système une force de viscosité artificielle ayant la forme suivante :

$$F_v = c.M^*.V \tag{4.16}$$

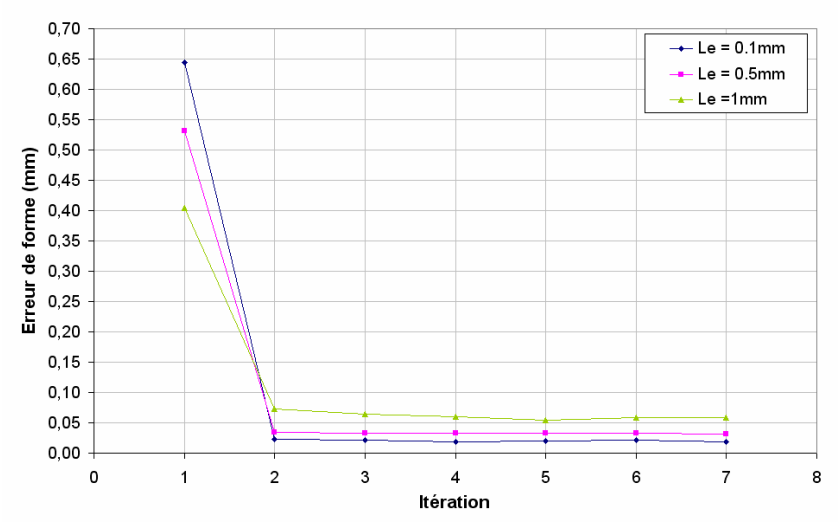
Où $M^*$ est la matrice de masse artificielle, $c$ le facteur d'amortissement et $V$ la vitesse nodale.

***Remarque :*** La valeur du coefficient d'amortissement doit être très faible pour ne pas fausser les résultats. Pour assurer la convergence du calcul implicite statique, nous pouvons jouer sur la valeur du coefficient d'amortissement, le pas ou l'incrément de temps $\Delta t_i$ et la rigidité des ressorts.

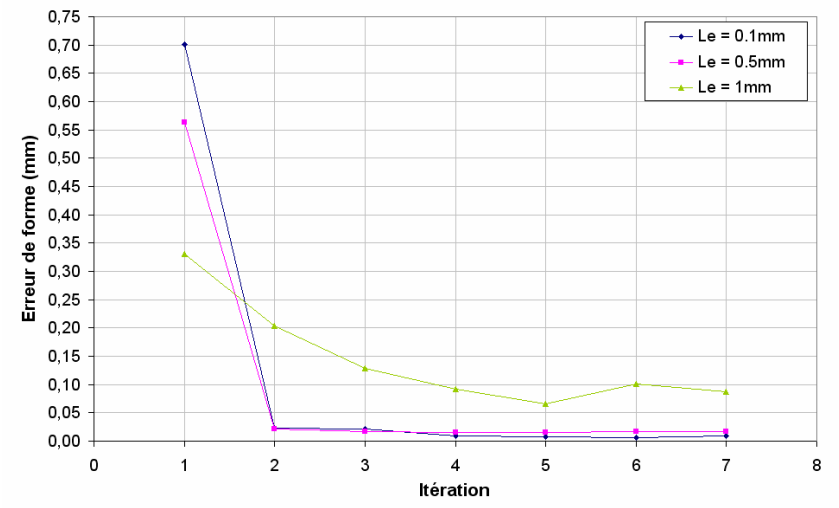
#### *6.2.2.2 Application*

Nous avons appliqué la méthode de compensation du retour élastique dans le cas d'une pièce à grande courbure dont le retour élastique a été étudié jusqu'à maintenant. La méthode a été testée en utilisant des éléments de poutre (B21) et des éléments à déformation plane (CPE4R). Afin de voir l'influence du maillage sur la convergence du calcul de compensation nous avons utilisé trois tailles d'éléments finis différentes 0.1, 0.5 et 1mm, les simulations sont réalisées avec le code de calcul implicite statique. La figure 6.33 montre l'évolution de l'erreur de forme maximale calculée par rapport à la géométrie désirée de la pièce. Nous remarquons qu'à la deuxième itération l'erreur de forme devient inférieure à 0.05mm dans le cas d'une taille d'élément fini de 0.1 et 0.5mm. Et, elle ne varie pratiquement pas jusqu'à la septième itération. Par contre, dans le cas d'un maillage grossier (1mm), l'erreur de forme reste toujours supérieur à 0.05mm.

Le temps de calcul CPU est un facteur à prendre en considération lors de la compensation du retour élastique. Les simulations numériques que nous avons réalisé avec les deux types d'éléments fini ont montré que le temps CPU varie beaucoup avec la taille de l'élément (voir Figure 6.34). Bien que le résultat en terme de forme géométrique soit quasiment le même pour les deux types d'éléments, le temps de calcul est beaucoup plus long dans le cas des éléments à déformations planes. A partir de l'étude effectuée sur la sensibilité du retour élastique à la taille des éléments finis, nous considérons qu'une taille de 0.1mm (éléments solide 2D ou de poutre) est suffisante pour avoir un résultat précis et dans un temps de calcul raisonnable.




*(a) – Eléments de poutre à deux nœuds (B21).*




*(b) – Eléments quadrangulaire à déformation plane (CPE4R).*

***Figure 6.33** – Evolution de l'erreur de forme.*

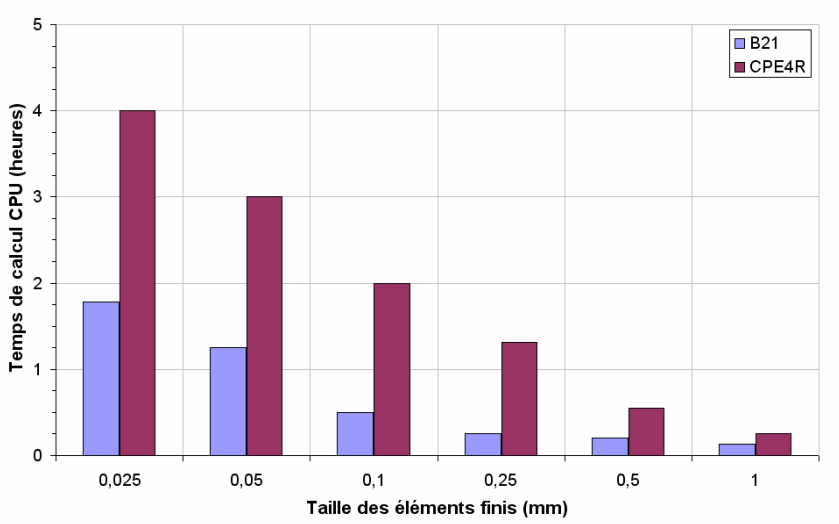



***Figure 6.34** – Evolution du temps de calcul CPU en fonction de la taille des éléments finis (schéma statique implicite, 3 itérations).*

## 6.3 Conclusion partielle

Dans ce dernier chapitre, nous avons abordé à travers un exemple d'emboutissage d'une pièce de précision en tôlerie fine le problème du retour élastique. Nous avons montré les effets des paramètres numériques et du procédé sur le niveau du retour élastique. Les résultats obtenus montre une forte sensibilité de ce dernier à un certain nombre de paramètres tel que la taille/type de l'élément fini ou la vitesse du poinçon.

La simulation numérique du retour élastique est une opération assez délicate car l'emboutissage est réalisé sans serre-flan et la précision de fabrication exigée est grande. C'est pourquoi, l'étude effectuée dans ce chapitre justifie le choix d'un code de calcul explicite à vitesse réduite ($V_{poinçon} < 0.1ms^{-1}$) pour réaliser la simulation numérique et la compensation du retour élastique. Néanmoins, il est possible d'utiliser le code de calcul implicite (plus précis) mais il faut toujours garantir la convergence du calcul en jouant sur la valeur de quelques paramètres numériques qui permettent de résoudre le problème lié à l'instabilité numérique (introduction d'une force de viscosité volumique artificielle et des ressorts fictifs).

La méthode de compensation du retour élastique a montré sa fiabilité et sa rapidité à fournir la géométrie recherchée des outils d'emboutissage. La réussite de cette méthode dépend du degré de maîtrise des paramètres numériques qui assurent la stabilité du modèle. La méthode a été testée sur d'autres modèles de pièce présentant un fort retour élastique. Les comparaisons avec les mesures expérimentales sont en cours.

## 6.4 Références

1. Li K.P., Carden W.P., Wagoner R.H., "Simulation of springback", J. Mech. Sci., 44, p. 103-122, 2002.

2. Lee M.G., Kim D., Kim C., Wenner M.L., Wagoner R.H., Chung K., "Springback evaluation of automotive sheets based on isotropic-kinematic hardening laws and non-quadratic anisotropic yield functions. Part II : Characterization of material properties", Int. J. of Plasticity, 21, p. 883-914, 2005a.

3. Lee M.G., Kim D., Kim C., Wenner M.L., Chung K., "Springback evaluation of automotive sheets based on isotropic-kinematic hardening laws and non-quadratic anisotropic yield functions. Part III : Applications", Int. J. of Plasticity, 21, p. 915-953, 2005b.

4. Geng L., Wagoner R.H, "Role of plastic anisotropy and its evolution on springback", Int. J. Mech. Sci., 44, p. 123-148, 2002.

5. Carden W.D., Geng L.M, Matlock D.K, Wagoner R.H, "Measurement of springback", Int. J. Mech. Sci., 44, p. 79-101, 2002.

6. Geng L.M., Wagoner R.H., "Springback analysis with a modified hardening model", SAE Technical Paper 2000-01-0768, Sheet Metal Forming: Sing Tang 65th Anniversary Volume, SP-1536, SAE, 2000.

7. Armstrong P.J., Frederick C.O, "A mathematical representation of the multiaxial Bauschinger effect", CEGB report RD/B/N731, 1966.

8. Chaboche J.L, "Constitutive equations for cyclic plasticity and cyclic viscoplasticity", Int. J. of Plasticity, 5, p. 247 – 302, 1989.

9. Hughes T.J.R, "Numerical implementation of constitutive models: rate-independent deviatoric plasticity, Martinus Nijhoff, Dordrecht, The Netherlands, 1984.

10. Hill R., "Theory of yielding and plastic flow of anisotropic metals", Proceedings of the Royal Society of London, 1948, A193:281.

11. Hill R. "The mathematical theory of plasticity", Oxford: Clarendon Press, 1950.

12. Barlat F., Lian J., "Plastic behavior and stretchability of sheet metals, Part I: a yield function for orthotropic sheets under plane stress conditions". Int. J. of Plasticity, 5, p. 51 – 66, 1989.

13. Barlat F., Maeda Y., Chung K., Yanagawa M., Brem J.C., Hayashida Y., Legfe D.J., Matsui S.J., Murtha S.J., Hattori S., Becker R.C., Makosey S., "Yield function development for aluminum alloy sheets". J. Mech. Sci. and Physics of Solids, 45 (11/12), p.1727 – 63, 1997.

14. Mattiasson K., Strange A., Thilderkvist P., Samuelsson A., "Springback in sheet metal forming", In : Conference Proceedings of Numiform'95, p. 115 – 124.

15. He N., Wagoner R.H., "Springback simulation in sheet metal forming", In: Conference Proceedings of Numisheet'96, p. 308 – 315.

16. Sabourin F., Brunet M., Vives M., "3D springback analysis with a simplified three-node triangular element", Numisheet'99, the 4th Int. Conf. and Workshop on numerical simulation of 3D sheet forming process, p. 17 – 22.

17. Duffett G., Weyler R., Cruz C., "Material hardening model sensitivity in springback predictions", In: Conference Proceedings of Numisheet'02, p. 85 – 90.

18. Joannic D., "Modélisation mécanique et simulation numérique du retour élastique en emboutissage des tôles minces et optimisation paramétriques", Thèse de doctorat, Université de Franche-Comté des Sciences et Techniques, France, 1998.

19. Haddag b., "Contribution à la modélisation de la mise en forme des tôles métalliques : application au retour élastique et à la localisation", Thèse de doctorat, Ecole Nationale Supérieure d'Arts et Métiers, Laboratoire de Physique et Mécanique des Matériaux, CER Metz, France, 2005.

20. Chu C.C, "The effect of restraining force on springback", Int. J. Solids Struct. 27, p. 1035 – 1046, 1991.

21. Kuwabara T., Takahashi S., Ito k., "Springback analysis of sheet metal subject to bending-unbending under tension, Part II (experimental verification)", Advanced

Technology of plasticity, In : Altan T., editor. Proceedings of the 5th ICTP, vol. II. Columbus, Ohio, p. 747 – 750.

22. Mori K., Akita K., Abe Y., "Springback of high strength steel and aluminium alloy sheets in bending using CNC servo press", Int. J. of Machine Tools & Manufacture, 47, p. 321 – 325, 2007.

23. Bouvier S., Alves J.L., Oliveira M.C., Menezes L.F, "Modeling of anisotropic work-hardening behaviour of metallic materials subjected to strain-path changes". Computational Material Science, 32 (3-4), p. 301 – 315.

24. Lee S.W, Yang D.Y., "An assessment of numerical parameters influencing springback in explicit finite element analysis of sheet metal forming process", J. Mater. Process. Technol., 80-8, 60–67, 1998.

25. Focellese L., Fratini F., Gabrielli Micari F., "The evaluation of springback in 3D stemping and coining processes". J. Mater. Process. Technol., 80–81, 108–112, 1998.

26. Narasimhan N., Lovell M., "Predicting springback in sheet metal forming: an explicit to implicit sequential solution procedure", Finite Elements in Analysis and Design, 33, p. 29–42, 1999.

27. Pourboghart F., Chu E., "Springback in plane strain stretch/draw sheet forming", Int. J. Mech. Sci., 36 (3), p. 327-341, 1995.

28. Tang S.C., "Application of an anisotropic hardening rule to springback prediction", In: Altan T, editor. Advanced technology of plasticity (Proceedings of the 5th ICTP), Columbus, Ohio, vol.II, p. 719 –22, 1996.

29. Kuwabara T., Seki N., Takahashi S.A., "Rigorous numerical analysis of residual curvature of sheet metals subjected to bending–unbending under tension", In: Geiger M, editor. Advanced technology of plasticity, vol.II, Berlin: Springer, p. 1071–5, 1999.

30. Han S.S., Park K.C., "An investigation of the factors influencing springback by empirical and simulative techniques", Proceedings of Numisheet'99, Besançon, France, p. 53–7, 1999.

31. Ghouati O., Gelin J.C., "Sensitivity analysis and optimization of shape and process parameters in metal forming", Engineering Systems Design and Analysis Conference, Vol. 3, p. 221-226, 1996.

32. Gelin J.C, Ghouati O., Joannic D., "Shape and process parameters optimization for the accurate cpntrol of springback in sheet metal forming", Proceedings of the 4th International Conference of sheet Metal, Ed. By H.J.J. Kals, B. Shirvani, U.P. Singh and M. Geiger, p. 3-14, Twente, Netherlands, 1996.

33. Ghouati O., Gélin J.C., Lenoir H., "Process optimization in deep drawing". Revue européenne des éléments finis. V9, No 1-2-3, pp129-149 (2000).

34. Webb R.D., Hardt D.E, "A transfer function description of sheet metal forming for process control", J. Eng. for Ind., Vol. 113, p. 44-52, 1991.

35. Karafillis A.P., Boyce M.C., "Tooling design in sheet metal forming using springback calculations", Int. J. Mech. Sci., 34, p.113–31, 1992.

36. Karafillis A.P., Boyce M.C., “Tooling design accommodating springback errors”, J. Mater. Process. Technol., 32, p. 499–508, 1992.

37. Karafillis A.P., Boyce M.C., “Tooling and binder design for sheet metal forming processes compensating springback error”, Int. J. of Machine Tools & Manufacturing, 36, p. 503–26, 1996.

38. Wu L., Du C., Zhang L., “Iterative FEM die surface design to compensate for springback in sheet metal stampings”, Numiform’95, Simulation of Materials Processing, Theory, Methods and applications, p. 637-641, Ed. By Shen and Dawson, 1995.

39. Gan W., Wagoner R.H., “Die design method for sheet springback”, Int. J. Mech. Sci. 46 (2004) 1097-1113.

40. Lan F., Chen J., Lin J., “A method of constructing smooth tool surfaces for FE prediction of springback in sheet metal forming”, J. Mater. Process. Technol., 177, p. 382–385, 2006.

41. Lingbeek R., Huétink J., Ohnimus S., Petzoldt M., Weiher J., “The development of a finite elements based springback compensation tool for sheet metal products”, J. Mater. Process. Technol., 169, p. 115–125, 2005.

42. Shawn Cheng H., Cao J., Cedric Xia Z., “An accelerated springback compensation method”, Int. J. Mech. Sci. 49 (2007) 267-279.

43. Tozawa Y., “Forming technology for raising accuracy of sheet formed products”, J. Mater. Process. Technology, 22, p. 343-351, 1990.

44. Liu Y.C., “The effect of restraining force on shape deviations in flanged channels”, J. of Eng. Mat. and Technology, 110, p. 389-394, 1988.

45. Sunseri M., Cao J., Karafillis A.P., Boyce M.C., “Accomodation of springback error in channel forming using active binder force control: numerical simulation and experiments, J. of Eng. Mat. And Technology, 118, p. 426-435, 1996.

46. Batoz J.L, Dhatt G., “Modélisation des structures par éléments finis – poutres et plaques (volume 2)”, Hermès, Paris, 1990.

47. Yoshida F., Urabe M., Toropov V.V., “Identification of material parameters in constitutive model for sheet metals from cyclic bending tests”, Int. J. Mech. Sci., 40, p. 237-249, 1998.

48. Zhao K.M., Lee J.K. “Generation of cyclic stress-strain curves for sheet metals”, J. Eng. Mater. Technology, 123, p. 391-397, 2001.

49. Brunet M., Morestin F., Godereaux S., “Non-linear kinematic hardening identification for anisotropic sheet-metals with bending-unbending tests”, MED-Vol.11, Proceedings of the ASME Manufacturing in Engineering Division, ASME 2000, p. 599-604, 2000.

50. Gallée S., “Caractérisation expérimentale et simulation numérique des procédés d’emboutissage profond : application aux aciers inoxydables austénitiques”, Thèse de doctorat, Université de Bretagne-Sud, Laboratoire de Génie Mécanique et Matériaux, France, 2005.

51. Lange C., "Etude physique et modélisation numérique du procédé de sertissage de pièces de carrosserie", Thèse de Doctorat, Ecole Nationale Supérieure des Mines de Paris, France, Avril 2006.

# Conclusion Générale & Perspectives

## Conclusion générale

A travers les exemples de simulations numériques d'emboutissage abordés dans ce rapport de thèse, nous avons pu connaître les limitations et le niveau de précision du code de calcul (Abaqus©) à fournir dans des temps de calcul plus ou moins courts une solution numérique aux problèmes d'emboutissage de pièces de précision en tôlerie fine (détermination du contour du flan et compensation du retour élastique). Comme nous l'avons évoqué au chapitre 2, il existe toujours des facteurs physiques liés au procédé de fabrication qui sont difficiles à prendre en considération, sachant que la précision demandée est de ±0.05mm (par exemple : la différence entre le géométrie des outils réels et la géométrie des outils utilisés dans les simulations numériques). Néanmoins, les résultats obtenus, en particulier, concernant la détermination du contour du flan et la compensation du retour élastique sont satisfaisants et permettent de gagner du temps lors de la boucle itérative de mise au point.

Les modélisations numériques réalisées dans le cadre du projet industriel proposé par l'entreprise « GA » ont montré les limites des éléments finis de coque dans le cas des pièces dites « lamelles en multi-plis » dont le rapport (épaisseur/rayon de courbure) est élevé. En revanche, la modélisation numérique à l'aide des éléments finis de coque des pièces de forme complexe connu sous le non de « lamelles 3D » a donné des résultats exploitables. D'après les études effectuées sur les pièces en forme de plis, les éléments finis en déformations planes sont les plus adaptés à la modélisation numérique des pièces « multi-plis » malgré les écarts encore constatés par rapport au essais expérimentaux.

Les travaux de thèse exposés dans ce rapport ont principalement porté sur deux problématiques. La première est relative à la détermination « automatique » du contour du flan des pièces de précision en tôlerie fine et un effort considérable a été consacré à l'implémentation numérique de notre méthode en utilisant le logiciel commercial de calcul par éléments finis ABAQUS©. Nous considérons que l'estimation de la forme du contour initial par Approche Inverse n'est pas suffisante mais constitue une première et bonne itération de

la procédure de détermination du contour. Le contour issu de l'AI est un meilleur point de départ qu'une simple projection du contour final, le nombre d'itérations de la procédure en est alors diminué. La géométrie complexe des pièces et une gamme d'emboutissage en plusieurs passes limitent la précision des résultats de l'AI. A travers les exemples évoqués dans ce rapport, nous avons montré la robustesse et l'efficacité de la méthode de détermination du contour.

La méthode de détermination du contour est applicable plus particulièrement sur les pièces dites « lamelles 3D » qui présentent un faible retour élastique. Plusieurs études ont été menées dans le but de montrer le degré d'influence d'un certain nombre de paramètres physiques et numériques sur la méthode de détermination du contour du flan. Dans ces études, nous avons pu déterminer une taille d'éléments finis permettant d'avoir la solution optimale du problème dans un temps de calcul CPU minimum. Les résultats obtenus justifient l'utilisation de notre méthode dans le cadre industriel car elle permet la réduction du nombre d'essais expérimentaux nécessaires pour déterminer la forme du contour. D'où un gain considérable de matière première et d'énergie qui se traduit par l'immobilisation des machines de découpage utilisées habituellement lors de la détermination de la forme du contour par essai - erreur.

La deuxième problématique évoquée dans ce rapport concerne le retour élastique. A travers un exemple d'emboutissage d'une pièce de forme simple (à grande courbure), nous avons montré la sensibilité de nombreux paramètres numériques, notamment le type d'élément fini, la vitesse du poinçon et le schéma de résolution (explicite et implicite) sur le niveau du retour élastique. Concernant le schéma de résolution, nous jugeons qu'il est plus simple d'utiliser le schéma dynamique explicite en gardant une vitesse très faible pour préserver la précision des résultats. Bien que le schéma implicite donne des résultats plus précis, il est en effet plus difficile de le mettre en œuvre à cause du type des conditions aux limites imposées sur la pièce.

Nous avons testé la méthode de compensation du retour élastique basée sur le couplage entre un algorithme mathématique et un logiciel commercial de calcul par éléments finis. Comme dans le cas de la méthode de détermination du contour du flan, la méthode de compensation a montré sa capacité à fournir la géométrie recherchée des outils dans un temps de calcul assez court et avec des écarts de forme très faible par rapport aux essais expérimentaux.

Les travaux de thèse réalisés dans le cadre du projet industriel proposé par l'entreprise « GA » ont finalement permis de mettre en place une démarche numérique de détermination

du contour du flan et de compensation du retour élastique. Les simulations numériques ont fourni des résultats satisfaisants avec des écarts faibles par rapport aux essais expérimentaux. Il est évident que des écarts entre la modélisation numérique et les essais expérimentaux vont subsister. Ces écarts peuvent être d'origine physique (par exemple : incertitude sur les paramètres du matériau ( $n,k$ ) ou le coefficient de frottement), ou d'origine géométrique, voire numérique (par exemple : modélisation numérique du contact). Dans le futur, il est possible de réduire ces écarts grâce aux améliorations qui peuvent être apportés aux modèles numériques utilisés dans les logiciels de simulation (algorithmes de contact, lois de comportement du matériau, type des éléments finis) mais en étant rigoureux et précis lors des essais expérimentaux.

## *Perspectives*

A l'issue des travaux réalisés, diverses perspectives sont ouvertes et qui se résument aux points suivants :

### *A- Amélioration du modèle et des méthodes*

- Développement de l'Approche Inverse par la prise en compte des opérations intermédiaires de mise en forme. Cela pourra probablement améliorer la forme du contour initial dans le cas des pièces emboutie en plusieurs passes « pièces en multi-plis ».

- Des investigations doivent encore être entreprises afin de valider le choix du modèle numérique relatif à la mise en forme des pièces multi-plis. Cette étude constitue une étape indispensable avant de procéder à la mise en place d'une méthode de détermination du flan initial et de compensation du retour élastique. Les géométries et effets locaux ne sont pas favorables à l'utilisateur d'éléments finis de coques mais il est possible que la détermination du flan initial et la forme optimale des outils associés aux lamelles multi-plis 3D puissent être obtenues à l'aide de modélisations par éléments finis de coque (des éléments 3D conduisant à des temps CPU excessifs sans garantie dans la qualité des résultats dues aux blocages numériques éventuels).

- La réalisation d'essais de caractérisation supplémentaires sur les matériaux afin de mieux appréhender les effets de chargement et déchargement rencontrés pendant la mise en forme des pièces en plusieurs passes. Leur intégration dans le modèle de comportement du matériau peut s'avérer utile.

### *B- Réduction du temps de calcul et amélioration de l'interface*

- Développement de la méthode de détermination du contour du flan afin de réduire le temps de calcul CPU propre à chaque itération. A travers les différents cas étudiés, nous avons constaté qu'au delà de la deuxième itération la forme du contour du flan varie très peu. Dans ce cas le lancement de la simulation numérique dés le début (c'est-à-dire avec le flan) est inutile. Nous pouvons corriger la forme du contour de la pièce emboutie à 70% par exemple et relancer la simulation numérique en utilisant le maillage déformé de la pièce dont le contour a été déjà modifié. La simulation numérique est réalisée en considérant une profondeur d'emboutissage beaucoup moins importante que celle utilisée dans les deux premières simulations (à 30% de la fin de course du poinçon).

- Création d'interfaces graphiques (Graphical User Interface (GUI)) à l'aide d'Abaqus Tool-Kit© (TK) afin de faciliter l'utilisation du code de calcul et la mise en marche de l'algorithme de détermination du contour du flan.

# Annexes

.

# Annexe A
# Pièce en AISI304 emboutie en 1 passe

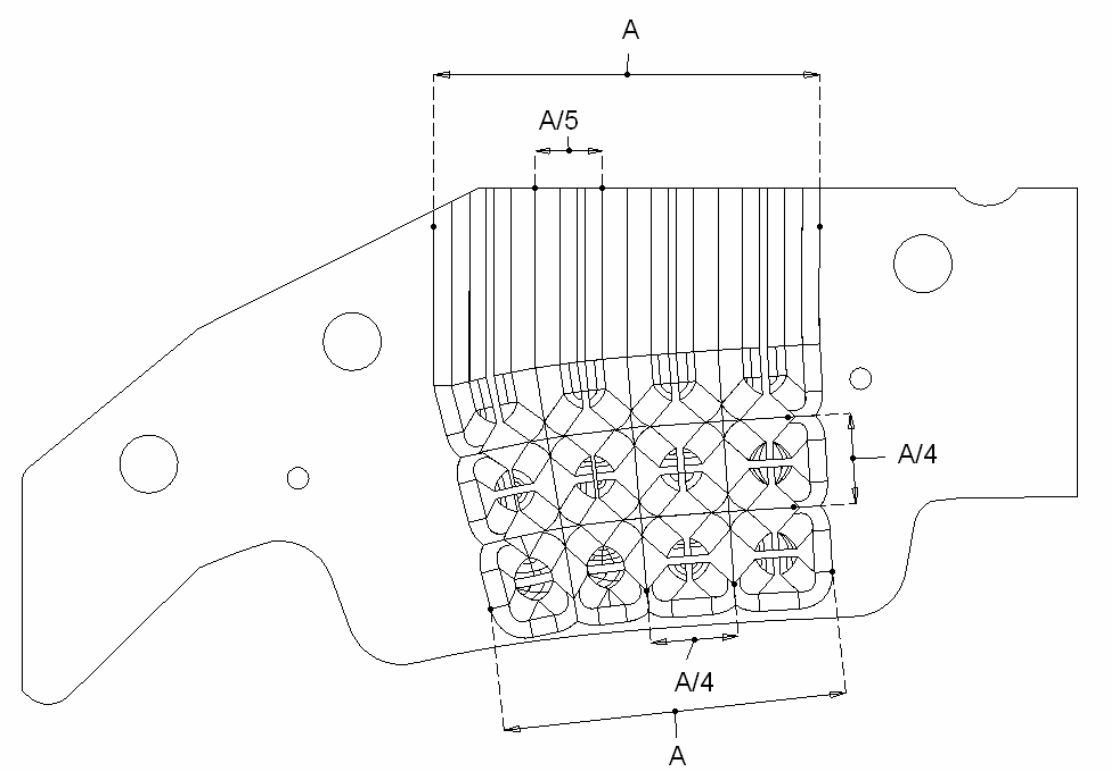



***Figure A.1*** *– Forme de la pièce et données dimensionnelles en vue de face.*

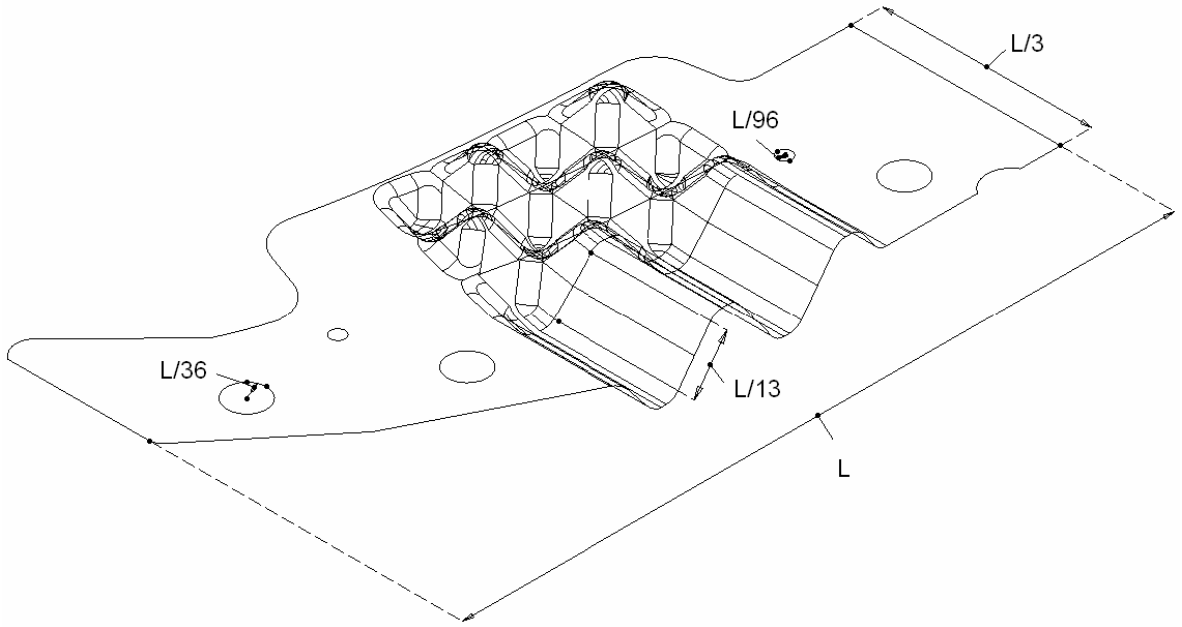



***Figure A.2*** *– Forme de la pièce et données dimensionnelles en vue isométrique.*

# Annexe B
# Pièce en AISI304 emboutie en 2 passes

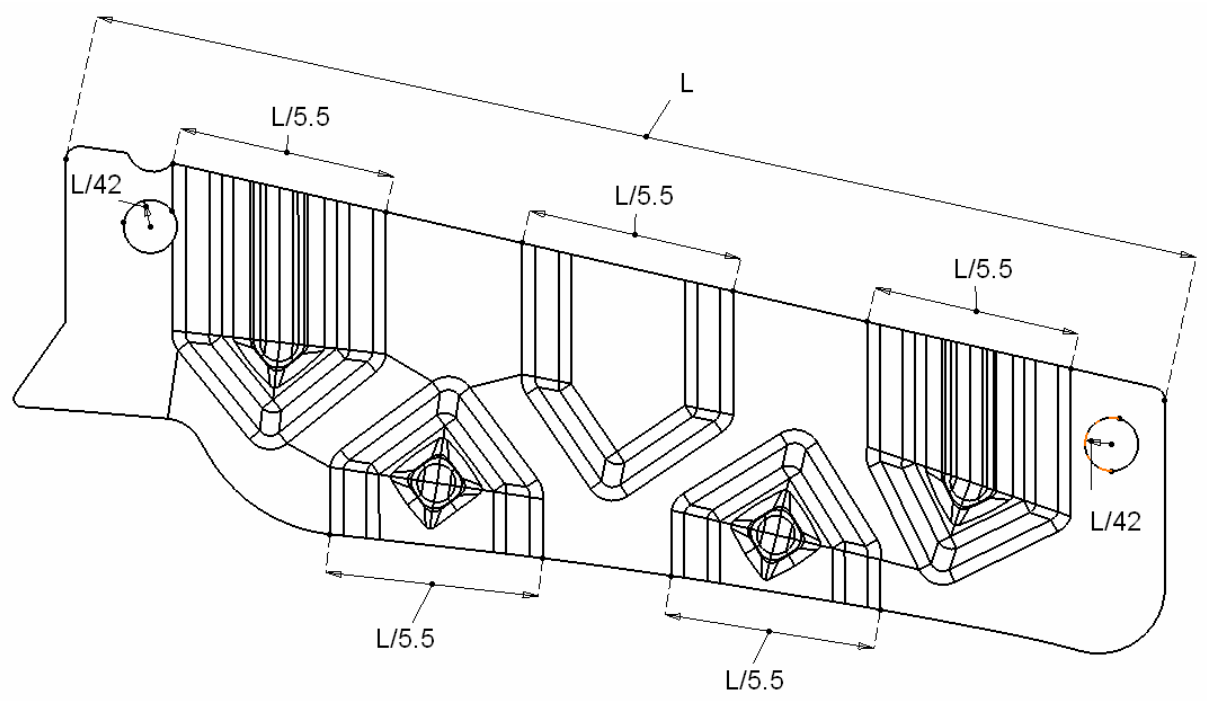



***Figure B.1*** *– Forme de la pièce et données dimensionnelles en vue de face.*

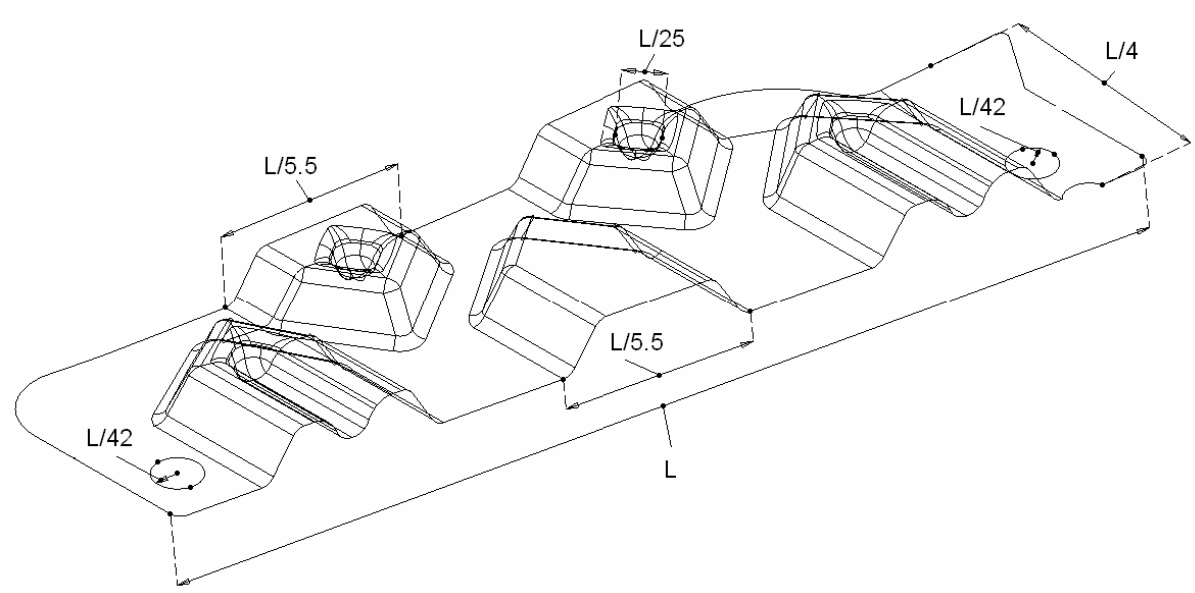



***Figure B.2*** *– Forme de la pièce et données dimensionnelles en vue isométrique.*

# Annexe C
# Pièce en AISI304 emboutie en 4 passes

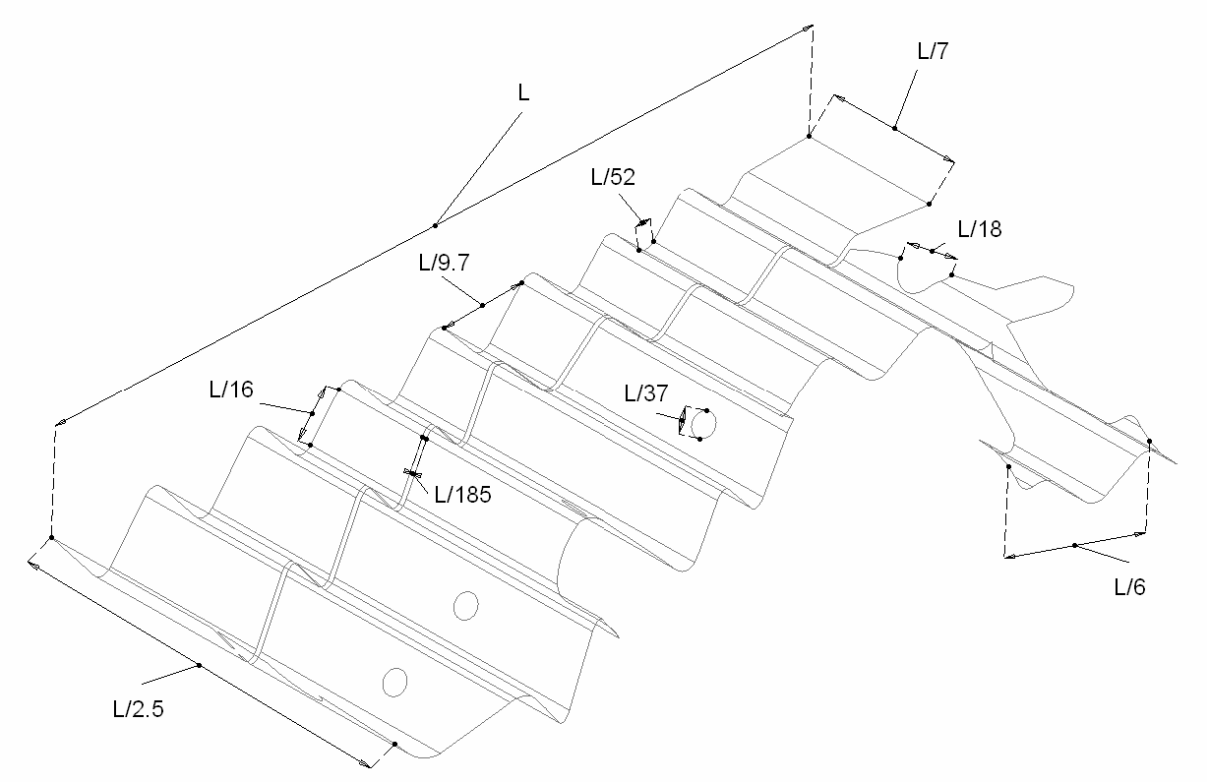



***Figure C.1*** *– Forme de la pièce et données dimensionnelles en vue isométrique.*

INSTITUT NATIONAL
POLYTECHNIQUE
DE LORRAINE

AUTORISATION DE SOUTENANCE DE THESE
DU DOCTORAT DE L'INSTITUT NATIONAL
POLYTECHNIQUE DE LORRAINE

**o0o**

VU LES RAPPORTS ETABLIS PAR :
**Monsieur Jean-Marc ROELANDT, Professeur, Université de Technologie de Compiègne, Compiègne**

**Monsieur Philippe DAL SANTO, Professeur Agrégé, Ecole Nationale Supérieure d'Arts et Métiers, Paris**

Le Président de l'Institut National Polytechnique de Lorraine, autorise :

**Monsieur AZAOUZI Mohamed**

à soutenir devant un jury de l'INSTITUT NATIONAL POLYTECHNIQUE DE LORRAINE, une thèse intitulée :

**"Modélisation et optimisation numérique de l'emboutissage de pièces de précision en tôlerie fine"**

en vue de l'obtention du titre de :

DOCTEUR DE L'INSTITUT NATIONAL POLYTECHNIQUE DE LORRAINE

Spécialité : « **Mécanique et énergétique** »

Fait à Vandoeuvre, le 29 novembre 2007
Le Président de l'I.N.P.L.,
F. LAURENT

NANCY BRABOIS
2, AVENUE DE LA
FORET-DE-HAYE
BOITE POSTALE 3
F - 54501
VANŒUVRE CEDEX

TEL. 33/03.83.59.59.59
FAX. 33/03.83.59.59.55