



**HAL**  
open science

# Caractérisation macroscopique du milieu végétal pour les modèles physiques de feux de forêts

Aymeric Lamorlette

► **To cite this version:**

Aymeric Lamorlette. Caractérisation macroscopique du milieu végétal pour les modèles physiques de feux de forêts. Autre. Institut National Polytechnique de Lorraine, 2008. Français. NNT : 2008INPL044N . tel-01753043

**HAL Id: tel-01753043**

**<https://hal.univ-lorraine.fr/tel-01753043>**

Submitted on 29 Mar 2018

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



## AVERTISSEMENT

Ce document est le fruit d'un long travail approuvé par le jury de soutenance et mis à disposition de l'ensemble de la communauté universitaire élargie.

Il est soumis à la propriété intellectuelle de l'auteur. Ceci implique une obligation de citation et de référencement lors de l'utilisation de ce document.

D'autre part, toute contrefaçon, plagiat, reproduction illicite encourt une poursuite pénale.

Contact : [ddoc-theses-contact@univ-lorraine.fr](mailto:ddoc-theses-contact@univ-lorraine.fr)

## LIENS

Code de la Propriété Intellectuelle. articles L 122. 4

Code de la Propriété Intellectuelle. articles L 335.2- L 335.10

[http://www.cfcopies.com/V2/leg/leg\\_droi.php](http://www.cfcopies.com/V2/leg/leg_droi.php)

<http://www.culture.gouv.fr/culture/infos-pratiques/droits/protection.htm>

# THÈSE

présentée et soutenue publiquement le mardi 14 octobre 2008

présentée pour l'obtention du

**Doctorat de l'Institut National Polytechnique de Lorraine**  
(spécialité mécanique et énergétique)

par

Aymeric Lamorlette

**Caractérisation macroscopique du milieu végétal pour les modèles  
physiques de feux de forêts**

## Composition du jury

<i>Président :</i>	J. P. Brancher	Professeur, LEMTA INPL-Nancy
<i>Rapporteurs :</i>	A. Coppalle	Professeur, CORIA INSA-Rouen
	B. Porterie	Professeur, IUSTI École Polytechnique Universitaire de Marseille
<i>Examineurs :</i>	P. Boulet	Professeur, LEMTA UHP-Nancy
	J. P. Vantelon	Directeur de recherche, LCD ENSMA-Poitiers
<i>Directeur de thèse :</i>	O. Séro-Guillaume	Directeur de recherche, LEMTA UHP-Nancy
<i>Invités :</i>	D. Calogine	Ingénieur Études et recherche, INERIS Verneuil-en-Halatte
	A. Collin	Maître de conférences, LEMTA INPL-Nancy

Bonne lecture.

## Remerciements

Le travail de recherche présenté dans ce mémoire a été effectué au sein du Laboratoire d'Énergétique et de Mécanique Théorique et Appliquée (LEMTA - UMR 7563), et plus particulièrement dans l'équipe "Feux de forêts", dirigée par Monsieur Olivier SERO-GUILLAUME.

Je tiens tout d'abord à remercier sincèrement mon directeur de thèse, Monsieur Olivier SÉRO-GUILLAUME pour les connaissances qu'il m'a apportées et pour m'avoir ouvert à des domaines scientifiques variés.

Je souhaite également témoigner toute ma sympathie aux membres anciens et actuels de cette équipe : Didier CALOGINE, Sepehr RAMEZANI, Santiago MONEDERO, Gilles LEONIS, Michel BERGMANN, Didier BERNARDIN et Pascal BOULET de l'équipe "Transfert radiatif". Je les remercie pour l'aide et le soutien qu'ils ont pu m'apporter pendant la durée de ma thèse. Je remercie particulièrement Anthony COLLIN d'avoir accepté de travailler avec moi pour de nombreux travaux et réflexions.

Je tiens également à adresser toute ma reconnaissance à Messieurs Christian MOYNE, Olivier BOTELLA et Jean-Pierre BRANCHER pour m'avoir aidé à avancer dans mes réflexions sur le comportement hydrodynamique au sein des milieux poreux.

J'exprime toute ma gratitude à Mademoiselle Ophélie CABALLINA et Messieurs Olivier SERO-GUILLAUME, Mohamed SOUHAR, Mostafa FOURAR et Giovanni RADILLA pour m'avoir confié des enseignements qui m'ont poussé à aller plus avant dans mes réflexions.

Je remercie mes parents sans qui je n'aurais évidemment pas pu commencer cette thèse et Delphine sans qui je n'aurais pu la finir ; merci pour ton soutien et ta compréhension. Merci aussi à mes sœurs (et à toi également Delphine) pour votre capacité à me supporter.

Je remercie à nouveau Olivier SÉRO-GUILLAUME, Anthony COLLIN, Pascal BOULET et Pascale ainsi que ma mère pour la relecture attentive de ce mémoire.

Enfin je dédie ce mémoire à tous mes proches et à toutes les personnes que j'ai côtoyées au laboratoire pendant ma thèse : Casey, Clara, Gautier, Florian, Gérôme, Pierre-Vivien, Renaud, Antoine, Pascale, Edouard, Daphnis, Lisa, Fix, Pernel, Stéphane, Thomas, Ghania, Yoann, Yannick et tous les autres.

Vandœuvre lès Nancy - le 9 juin 2008

Aymeric Lamorlette



# Table des matières

<b>Glossaire</b>	<b>vii</b>
<b>Nomenclature</b>	<b>ix</b>
<b>Introduction générale</b>	<b>xiii</b>
1    Le feu, les différents types de feux de végétation . . . . .	xiii
2    Les échelles physiques du feu et les modèles associés . . . . .	xv
3    Organisation du mémoire . . . . .	xvii
<b>Partie I Modélisation de la végétation et du milieu équivalent</b>	<b>1</b>
<b>Chapitre 1 Modélisation de la végétation</b>	<b>3</b>
1.1 Modèles de végétation . . . . .	4
1.2 Milieux fractals . . . . .	4
1.2.1 Définition d'un système de fonctions itérées . . . . .	4
1.2.2 Paramètres et présentation de l'I.F.S. utilisé . . . . .	6
1.2.3 Maillage de la structure végétale . . . . .	6
1.3 Calculs des paramètres géométriques de la végétation . . . . .	9
1.4 Comparaison des paramètres typiques de foresterie entre les structures construites numériquement et des structures réelles . . . . .	10
1.4.1 Étude sur une structure numérique . . . . .	10
1.4.2 Création d'un couvert végétal numérique . . . . .	13
1.4.3 Étude de la surface spécifique en fonction du volume de contrôle dans une canopée . . . . .	18
<b>Chapitre 2 Construction du milieu équivalent par changement d'échelle, équations adimensionnées</b>	<b>23</b>
2.1 Principe du changement d'échelle, construction du milieu équivalent . . . . .	25
2.1.1 Prise de moyenne . . . . .	25

2.1.2	Convolution . . . . .	26
2.1.3	Prolongement des grandeurs du système . . . . .	26
2.1.4	Convolution et dérivation au sens des distributions . . . . .	27
2.2	Application au milieu végétal . . . . .	28
2.2.1	Convolution des équations valide à l'échelle mésoscopique . . . . .	29
2.2.2	Fermeture thermodynamique . . . . .	32
2.2.3	Adimensionnement des équations obtenues . . . . .	39
 <b>Chapitre 3 Sur l'existence d'une turbulence macroscopique, cas d'écoulements unidirectionnels</b>		<b>41</b>
3.1	Stabilité structurelle de l'équation de Brinkman-Forchheimer et stabilité de ces solutions . . . . .	42
3.1.1	Stabilité d'une solution de l'équation de Brinkman-Forchheimer pour un jeu de paramètres donné . . . . .	42
3.1.2	Sur l'existence d'une turbulence macroscopique au sein d'un milieu poreux . . . . .	43
3.2	Étude préliminaire de l'ajustement des paramètres des équations macroscopiques	47
3.2.1	Paramètres de l'équation de Brinkman-Forchheimer . . . . .	47
3.2.2	Paramètres de l'équation de l'énergie macroscopique . . . . .	48
3.2.3	Détermination de la perméabilité en trois dimensions . . . . .	48
 <b>Partie II Ajustements des paramètres du milieu équivalent</b>		<b>53</b>
 <b>Chapitre 4 Expérience numérique d'évaluation du comportement de la viscosité du milieu équivalent</b>		<b>55</b>
4.1	Traitement de la turbulence, traitement en paroi . . . . .	56
4.1.1	"Wall function treatment" . . . . .	58
4.1.2	"Enhanced wall treatment" . . . . .	60
4.2	Exploitation de l'expérience préliminaire . . . . .	62
4.3	Protocole expérimental . . . . .	63
4.3.1	Présentation de l'expérience numérique . . . . .	63
4.3.2	Présentation des méthodes de mesures . . . . .	64
4.4	Conditions expérimentales . . . . .	65
4.5	Limite du calcul laminaire . . . . .	67
4.5.1	Identification du nombre de Reynolds critique du faisceau de tubes considéré . . . . .	67
4.5.2	Comportement des sillages de tubes dans un faisceau . . . . .	68



4.6	Présentation des résultats : champs des vitesses locales et profils de vitesse moyenne ; ajustement de la perméabilité et du coefficient de Forchheimer . . .	75
4.7	Identification de la viscosité du milieu équivalent . . . . .	79
<b>Chapitre 5 Protocole numérique d'évaluation du comportement du coefficient d'échange convectif</b>		<b>83</b>
5.1	Traitement de la turbulence thermique . . . . .	84
5.1.1	Modèle du nombre de Prandtl turbulent constant . . . . .	84
5.1.2	Modèle $k_\theta - \epsilon_\theta$ . . . . .	85
5.1.3	Modèle GGDH (Generalized Gradient Diffusion Hypothesis) . . . . .	87
5.2	Cas tests . . . . .	88
5.2.1	Marche descendante . . . . .	88
5.2.2	Convection naturelle dans une boîte close . . . . .	90
5.3	Application à une structure végétale . . . . .	92
5.3.1	Protocole expérimental . . . . .	92
5.3.2	Résultats . . . . .	95
<b>Chapitre 6 Expérience numérique d'évaluation du coefficient d'extinction</b>		<b>103</b>
6.1	Transfert radiatif issu de la flamme . . . . .	104
6.1.1	Le transfert radiatif : moteur de la propagation du feu . . . . .	104
6.1.2	Rôle du coefficient d'extinction . . . . .	105
6.2	Détermination du coefficient d'extinction d'un milieu équivalent . . . . .	105
6.2.1	Définition du coefficient d'extinction . . . . .	105
6.2.2	Présentation de la méthode de suivi de rayons . . . . .	105
6.3	Application à des structures végétales réalistes . . . . .	106
6.3.1	Propriétés de la matière végétale . . . . .	107
6.3.2	Protocole expérimental . . . . .	107
6.3.3	Résultats . . . . .	109
6.3.4	Validation de l'homogénéité du milieu semi-transparent équivalent . .	112
<b>Conclusion et perspectives</b>		<b>123</b>
<b>Annexe A Informations sur la résolution numérique</b>		<b>125</b>
A.1	Schémas numériques . . . . .	125
A.1.1	Discrétisation spatiale . . . . .	125
A.1.2	Interpolation de la pression sur les facettes . . . . .	125
A.2	Traitement des conditions aux frontières . . . . .	126



# Glossaire

**CFD** : Computational Fluid Dynamics

**DNS** : Direct Numerical Simulation

**GGDH** : Generalized Gradient Diffusion Hypothesis

**IFS** : Iterated Function System

**LAI** : Leaf Area Index

**PISO** : Pressure Implicit with Splitting of Operators

**PRESTO** : PREssure STaggered Option

**QUICK** : Quadratic Upstream Interpolation for Convective Kinetics

**RABF** : Reynolds Average Brinkman Forchheimer

**RANS** : Reynolds Average Navier Stokes

**SIMPLE** : Semi Implicit Method for Pressure-Linked Equations

**SIMPLEC** : Semi Implicit Method for Pressure-Linked Equations Consistent

**UDF** : User Defined Function

**VER** : Volume Élémentaire Représentatif



# Nomenclature

---

## Grandeurs

---

$S$	Tenseur macroscopique des contraintes de l'écoulement moyen, [ $kg.m^{-1}.s^{-2}$ ]
$C_{\epsilon 1}$	Constante empirique, [-]
$C_{\epsilon 2}$	Constante empirique, [-]
$C_{\lambda}$	Constante empirique, [-]
$C_{\mu}$	Constante empirique, [-]
$C_{\theta}$	Constante empirique, [-]
$C_{D1}$	Constante empirique, [-]
$C_{D2}$	Constante empirique, [-]
$co$	Coefficient de proportionnalité du V.E.R., [-]
$C_p$	Capacité calorifique, [ $J.kg^{-1}.K^{-1}$ ]
$d$	Longueur caractéristique mésoscopique, [ $m$ ]
$E$	Constante empirique, $E = 9,793$ [-]
$f_{D1}$	Fonction du modèle $k_{\theta} \epsilon_{\theta}$ , [-]
$f_{D2}$	Fonction du modèle $k_{\theta} \epsilon_{\theta}$ , [-]
$H$	Coefficient d'échange convectif macroscopique, [ $W.K^{-1}$ ]
$k$	Énergie cinétique turbulente, [ $m^2.s^{-2}$ ]
$k_{\theta}$	Énergie thermique turbulente, [ $K^2$ ]
$K_{Forch}$	Tenseur de perméabilité de Forchheimer, [ $kg.m^{-4}$ ]
$K_{perm}$	Tenseur de perméabilité de Darcy, [ $m^2$ ]
$L$	Longueur caractéristique macroscopique, [ $m$ ]
$l_{\tau}$	Échelle de longueur pariétale, [ $m$ ]
$L_{VER}$	Longueur du V.E.R., [ $m$ ]
$M_w$	Masse molaire, [ $kg.mol^{-1}$ ]
$n_i$	Discrétisation spatiale du plus petit élément de l'I.F.S., [-]
$P$	Pression, [ $Pa$ ]

Nomenclature

---

$p$	Partie fluctuante de la pression, [ $Pa$ ]
$R$	Constante universelle des gaz parfaits, $R = 8,314 [J.K^{-1}.mol^{-1}]$
$S$	Surface d'un V.E.R., [ $m^2$ ]
$s$	Tenseur mésoscopique des contraintes de l'écoulement moyen, [ $kg.m^{-1}.s^{-2}$ ]
$T$	Température, [ $K$ ]
$t$	Temps, [ $s$ ]
$T_d$	Échelle de temps d'évolution de la dissipation d'énergie cinétique turbulente, [ $s$ ]
$U$	Vitesse du fluide, [ $m.s^{-1}$ ]
$u$	Partie fluctuante de la vitesse du fluide, [ $m.s^{-1}$ ]
$U^+$	Vitesse adimensionnée par l'échelle de vitesse pariétale $u_\tau$ , [-]
$u_\tau$	Échelle de vitesse pariétale, [ $m.s^{-1}$ ]
$V_{f,env}$	Volume du fluide contenu dans l'enveloppe, [ $m^3$ ]
$V_{moy}$	Vitesse moyenne du fluide dans le milieu équivalent, [ $m.s^{-1}$ ]
$X$	Flux de chaleur macroscopique entre phases, [ $W$ ]
$x$	Position, [ $m$ ]
$x_a^+$	Distance à la paroi adimensionnée par l'échelle de longueur pariétale $l_\tau$ , [-]

---

Lettres grecques

---

$\alpha$	Diffusivité thermique, [ $m^2.s^{-1}$ ]
$\beta$	Coefficient d'expansion thermique, [ $K^{-1}$ ]
$\chi$	Coefficient d'échange convectif global, [ $W.m^{-3}.K^{-1}$ ]
$\delta\varphi$	Partie fluctuante d'une quantité quelconque transportée par l'écoulement, [-]
$\Delta y$	Épaisseur du V.E.R., [ $m$ ]
$\delta_{ij}$	Symbole de Kronecker, [-]
$\epsilon$	Dissipation de l'énergie cinétique turbulente, [ $m^2.s^{-3}$ ]
$\epsilon_\theta$	Dissipation de l'énergie thermique turbulente, [ $K^2.s^{-1}$ ]
$\kappa$	Constante de Von Karman, $\kappa = 0,4187$ [-]
$\lambda$	Conductivité thermique, [ $W.m^{-1}.K^{-1}$ ]
$\mu$	Viscosité dynamique, [ $kg.m^{-1}.s^{-1}$ ]
$\nu$	Viscosité cinématique, [ $m^2.s^{-1}$ ]
$\overline{u_j\theta}$	Flux de chaleur turbulent mésoscopique, [ $m.K.s^{-1}$ ]
$\Phi$	Porosité du milieu équivalent, [-]
$\rho$	Masse volumique, [ $kg.m^{-3}$ ]
$\sigma$	Surface spécifique, [ $m^2.m^{-3}$ ]

---

$\sigma_h$	Constante empirique, [-]
$\sigma_k$	Constante empirique, [-]
$\sigma_\epsilon$	Constante empirique, [-]
$\sigma_\phi$	Constante empirique, [-]
$\tau$	Temps caractéristique macroscopique, [s]
$\tau_w$	Contrainte pariétale, [ $kg.m^{-1}.s^{-2}$ ]
$\theta$	Fluctuation de température, [K]
$\varphi$	Quantité quelconque transportée par l'écoulement, [-]

---

Indices

---

∞	Grandeur considérée loin du système
0	Grandeur de référence
air	Grandeur relative à l'air
arbre	Grandeur relative à la structure végétale
bulk	Grandeur débitante
eff	Grandeur dite "effective" du milieu équivalent
f	Grandeur relative au fluide
i	Composante selon $\vec{e}_i$ de la grandeur considérée
moy	Grandeur moyenne
s	Grandeur relative au solide
t	Grandeur turbulente

---

Nombres adimensionnés

---

$Da$	Nombre de Darcy, $Da = L^2 K_{perm}^{-1}$
$Fo$	Nombre de Forchheimer, $Fo = K_{Forch} V_{moy} L^2 / \mu_{eff}$
$Gr$	Nombre de Grashof, $Gr = g \beta_{eff} (T_0 - T_s) L^3 / \nu^2$
$Mu$	, $Mu = \nu / \nu_{eff}$
$Nu_{meso}$	Nombre de Nusselt mésoscopique, $Nu_{meso} = \chi l / \sigma \lambda_f$
$Pr$	Nombre de Prandtl moléculaire, $Pr = \mu C_p / \lambda$
$Pr_{ij}$	Matrice de Prandtl, $Pr_{ij} = \lambda_{ij} / \nu_{eff} (\rho C_p)_f$
$Ra$	Nombre de Rayleigh mésoscopique, $Ra = g \beta (T - T_\infty) h^3 / \nu \alpha$
$Re$	Nombre de Reynolds macroscopique, $Re = V_{moy} L / \nu_{eff}$
$Re_K$	Nombre de Reynolds du milieu équivalent, $Re = V_{moy} \sqrt{K_{perm}} / \nu_f$
$Re_{meso}$	Nombre de Reynolds mésoscopique, $Re_{meso} = V_{moy} l / \nu_f$
$Ri$	Nombre de Richardson, $Ri = g \beta_{eff} (T_0 - T_s) L / V_{moy}^2$

## Nomenclature

---

$St$	Nombre de Stanton, $St = \chi L/V_{moy}(\rho C_p)_f$
$St_{meso}$	Nombre de Stanton mésoscopique, $St_{meso} = \frac{Nu_{meso}}{Re_{meso} Pr}$
	Vecteur
$\overrightarrow{v_{fluct}}$	Partie fluctuante du vecteur vitesse, $[m.s^{-1}]$
$\vec{e}_i$	Vecteur unité selon la composante $i$ , $[m]$
$\vec{F}$	Force, $[N]$ ou $[kg.m.s^{-2}]$
$\vec{g}$	Gravité, $[m.s^{-2}]$
$\vec{n}$	Normale extérieure d'une surface, $[m]$
$\vec{U}$	Vecteur vitesse, $[m.s^{-1}]$
$\vec{V}$	Vecteur vitesse, $[m.s^{-1}]$



# Introduction générale

Ce mémoire dédié à la caractérisation du milieu végétal s'intègre dans le domaine des recherches sur les feux de forêts et s'inscrit dans la continuité des travaux de thèse de D. W. Calogine [8]. À l'heure actuelle, les feux de forêts en France et en Europe sont encore à l'origine de dégâts matériels importants (sur les forêts exploitées par l'homme et sur les installations humaines situées à proximité de zones sensibles) et surtout de pertes de vies humaines. La lutte et la protection contre les incendies restent donc des défis majeurs, tant du point de vue de la modélisation théorique que de celui de la prévention sur le terrain. Nous nous intéresserons ici aux modèles théoriques de feux de forêts en présentant tout d'abord les différents types de feux de végétation, les modèles de feux et les échelles physiques associées. Puis nous expliquerons quels sont les avantages et inconvénients de ces différents modèles dans le cadre de la lutte contre les incendies. Nous verrons alors que ces modèles nécessitent des ajustements sur des paramètres caractéristiques de la végétation ; cette dernière sera modélisée afin de pouvoir mesurer ces paramètres, généralement inaccessibles par la mesure directe pour des raisons que l'on présentera dans cette introduction.

L'objectif de ce mémoire sera donc, d'une part, d'établir des paramètres de modèles de feux en fonction des paramètres de la végétation accessibles par la mesure directe, et d'autre part, de les mesurer indirectement à l'aide d'expériences numériques sur le milieu végétal préalablement reconstruit grâce aux outils présentés dans la première partie de ce travail.

## 1 Le feu, les différents types de feux de végétation

Le feu est un phénomène complexe que l'on peut décrire de manière simplifiée par le triangle du feu. Celui-ci considère qu'il faut quatre éléments présents en même temps pour produire un feu et l'entretenir : oxygène, combustible, chaleur d'inflammation et réaction exothermique. La description complète est, quant à elle, tellement compliquée que les physiciens ont tout d'abord tenté de développer des modèles empiriques comme celui de Rothermel [46] permettant d'évaluer la vitesse de propagation du feu. Des modèles empiriques plus complexes, comme celui des enveloppes ont ensuite fait leur apparition, généralisation du modèle de Rothermel où la vitesse du feu est calculée localement. Des modèles tentant de prendre en compte la physique du feu ne surviendront que bien plus tard (On cite par exemple le modèle de Séro-Guillaume *et al.* [48, 50]). Ce mémoire n'étant pas axé sur le développement des modèles de feux, seules les familles de modèles intéressants pour notre étude seront ici présentées. Pour une présentation détaillée des différents modèles existant, on pourra se référer à la thèse de Jonathan Margerit [36] consacrée à ce sujet ainsi qu'à l'article de Séro-Guillaume *et al.* [50].

Dans une forêt, le milieu végétal est séparé en strates horizontales qui représentent chacune un type de milieu différent. Cette organisation est représentée schématiquement sur la figure 1. On peut distinguer quatre strates principales du bas vers le haut :

- La litière où l'on trouve l'humus
- La strate inférieure où l'on trouve les broussailles, l'herbe et les débris morts
- La strate intermédiaire où se trouvent les troncs des arbres
- La couronne ou canopée constituée des feuilles et branches des arbres

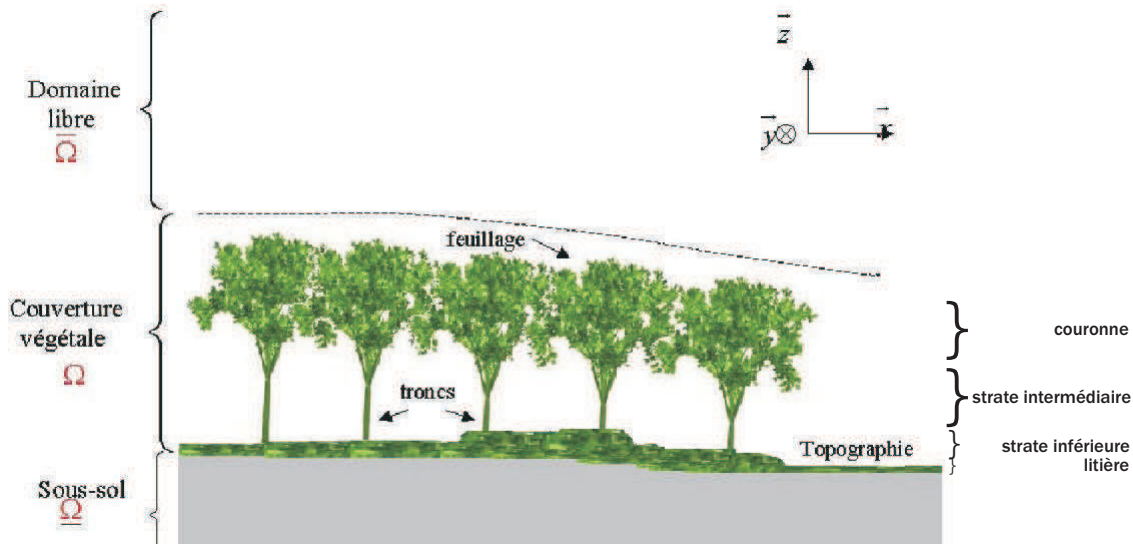


FIGURE 1 – Répartition du couvert végétal

Suivant la strate végétale dans laquelle le feu se propage, trois principaux types de feux sont distingués. Il en existe en réalité un quatrième généré dans certaines conditions de vent et de topographie mais qui n'est pas en relation directe avec l'existence des différentes strates de végétation, selon Traubaud [54] :

- *Les feux de sols* : il s'agit de feux se propageant dans la litière. Ils ne font pas de flammes et sont donc difficiles à détecter. Leur vitesse de propagation est faible.
- *Les feux de surfaces* : il s'agit de feux se propageant dans la strate inférieure. Ils brûlent l'herbe et les broussailles et se propagent rapidement (les vitesses de propagation de ces feux sont de l'ordre du  $cm.s^{-1}$ ). Ce sont les feux les plus communs sur le territoire français.
- *Les feux de cimes* : ce sont les feux se propageant au niveau de la couronne des arbres. Ils présentent les plus grandes vitesses de propagation (celles-ci peuvent atteindre le  $m.s^{-1}$ )
- *Les feux de braises* : ce sont des feux de sols générés par l'éjection de braises la plupart du temps en provenance des cimes.

Ces feux sont représentés schématiquement sur la figure 2.

Dans la suite de ce mémoire, les modèles seront développés pour des feux de surface uniquement. Il s'agit des feux les plus simples à décrire bien qu'ils contiennent tous les mécanismes de la propagation d'un feu de végétation, de plus ce sont les plus nombreux sur le territoire français. Ce sont donc les feux les plus importants à modéliser.

Avant de présenter les différentes échelles de description d'un feu de végétation, la géométrie du feu de surface est tout d'abord décrite. Cette géométrie est découpée en trois zones [48] :

- *Une zone en feu* : elle est caractérisée par la présence de flammes. Elle se prolonge au-dessus du domaine occupé par la végétation du fait de la hauteur des flammes.
- *Une zone de végétation vierge* : située en avant de la zone en feu, elle est également appelée

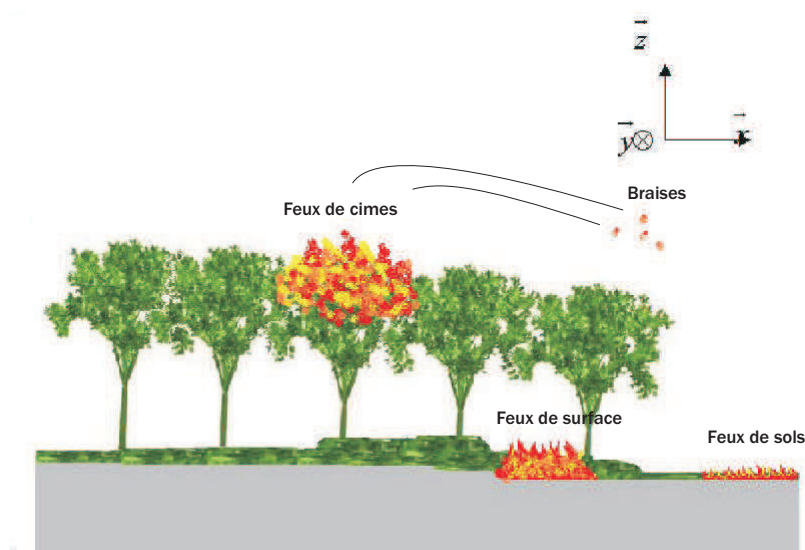


FIGURE 2 – Les différents types de feux

*zone de combustible frais.* C'est la zone où la végétation n'a pas encore pris feu.

- *Une zone de végétation brûlée :* située en arrière de la zone en feu, elle est moins épaisse que la zone de végétation vierge.

Ces zones sont délimitées par deux fronts : le front de feu qui sépare la zone en feu de la zone de combustible frais et le front de combustible brûlé qui sépare la zone brûlée de la zone en feu. L'avancée du front de feu caractérisera la propagation du feu. Cette géométrie est présentée sur la figure 3.

Les échelles de description du feu de végétation sont maintenant exposées.

## 2 Les échelles physiques du feu et les modèles associés

Pour décrire le feu, il faut regarder ce dernier à trois échelles successives. Ces échelles servent à décrire le milieu végétal à trois niveaux différents où la physique n'est pas régie par les mêmes phénomènes [48]. Les modèles associés à chacune de ces échelles dépendent donc de la physique à l'échelle en question. Elles sont présentées de la plus petite à la plus grande avec les types de modèles associés :

- *L'échelle mésoscopique :* C'est l'échelle des branches de l'arbre. Le milieu végétal y est décrit comme un milieu diphasique air-végétation. Toute la physique du feu doit être résolue à cette échelle, du transport de quantité de mouvement dans les branches à la pyrolyse du bois. Il n'y a donc pas de modèle de feu à cette échelle puisque toute la physique devrait être résolue. Cependant, la complexité des phénomènes à cette échelle est telle que la résolution est impossible. Il faut donc décrire le processus à une échelle supérieure pour obtenir des modèles simplifiés des équations du système, permettant ainsi la résolution de ces derniers.
- *L'échelle macroscopique :* C'est l'échelle du groupement d'arbre. Le milieu végétal y est décrit comme un milieu continu homogène équivalent. La physique est donc celle d'un milieu

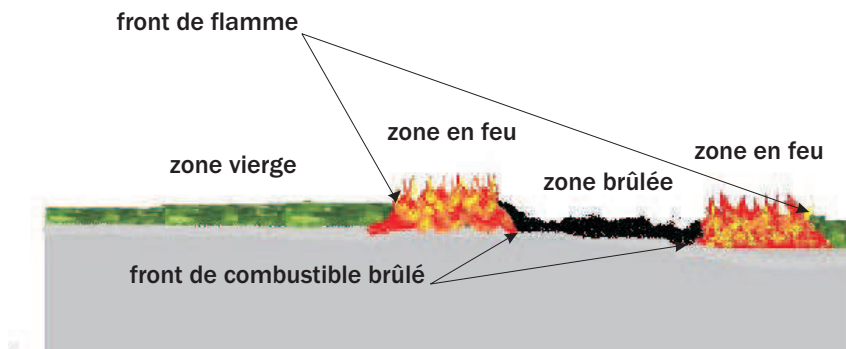


FIGURE 3 – La géométrie du feu de surface

homogène équivalent. Cette physique sera décrite par un système d'équations dérivées des équations à l'échelle mésoscopique. De nouveaux paramètres relatifs au milieu équivalent (donc à l'échelle macroscopique) apparaîtront dans ces équations. C'est l'ajustement de ce type de paramètres qui fera l'objet de ce mémoire.

À cette échelle, les modèles représentant la propagation d'un feu de surface sont les modèles dits de combustion, obtenus par prise de moyenne sur les équations à l'échelle mésoscopique ou par homogénéisation. Ils ont l'avantage d'être moins coûteux en calcul qu'une résolution complète car l'échelle de résolution est beaucoup plus grande que dans le cas précédent ; cependant tous les processus (transport des espèces, combustion, échange entre phases du milieu végétal...) doivent encore être résolus, empêchant une description du feu à une échelle trop importante pour des raisons matérielles.

- *L'échelle gigascopique* : C'est l'échelle d'observation d'un feu dans sa globalité. La strate végétale est considérée comme une couche limite et la zone en feu y est décrite comme une ligne et non plus une surface. Les processus physiques ne sont plus détaillés à cette échelle. En effet, il n'y a plus de transport de quantité de mouvement dans la végétation et les phénomènes de transport des espèces et de combustion ne sont donc plus modélisés ; seul le rayonnement issu de la flamme est modélisé.

À cette échelle, les modèles représentant la propagation d'un feu de surface sont les modèles dits de propagation, obtenus par développement asymptotique des modèles de combustion. Ils ont l'avantage d'être encore moins coûteux en calcul qu'un code de combustion car l'échelle de résolution est encore plus grande et les processus décrits sont moins nombreux

(du fait de l'intégration de nombreux modèles).

La figure 4 résume les différentes échelles avec la représentation du milieu végétal à ces échelles.

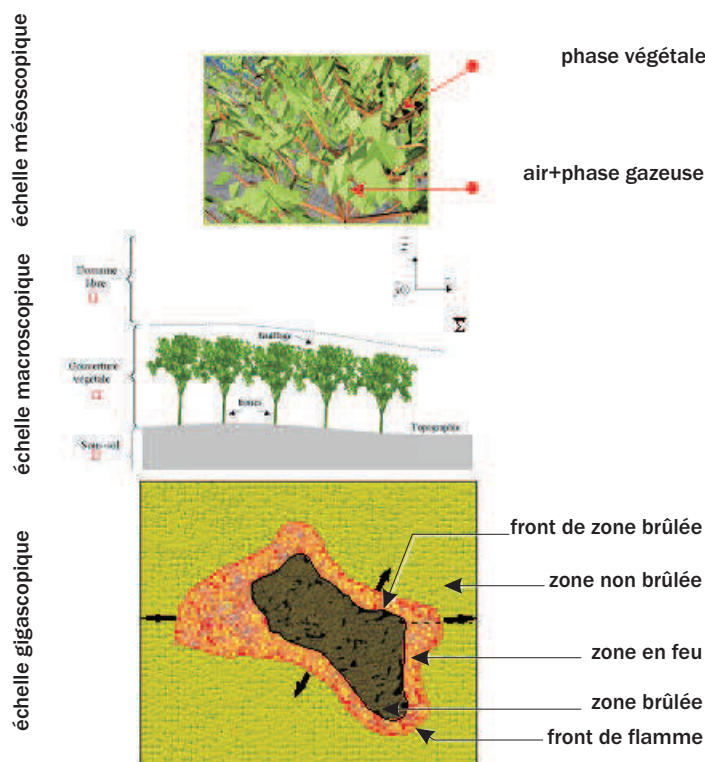


FIGURE 4 – Les différentes échelles du feu

### 3 Organisation du mémoire

Pour décrire le milieu végétal à l'échelle macroscopique, on procédera tout d'abord à sa caractérisation à l'échelle mésoscopique à l'aide d'outils issus de la foresterie et de la géométrie fractale. L'utilisation de bibliothèques de végétaux telles que celles développées par Teske et Thistle [53] ou Dubrasich *et al.* [13] sont donc exploitées pour ajuster les modèles fractals de végétaux utilisés. Ces modèles, développés à partir des travaux de Mandelbrot [34], sont les I.F.S. décrits par Calogine *et al.* dans ces travaux sur la modélisation du milieu végétal [7, 8, 49]. Puis les équations de quantité de mouvement et de l'énergie macroscopiques seront établies à partir des équations mésoscopiques par une méthode de prise de moyenne, conformément aux études de Séro-Guillaume et Margerit [48] et à l'étude de Calogine [8]. Cette méthode est inspirée des travaux effectués par Marle [38]. Les paramètres macroscopiques du milieu végétal apparaîtront alors dans ces équations. Des protocoles expérimentaux à l'échelle mésoscopique sont finalement mis en place sur les milieux reconstruits en première partie de ce mémoire afin de caractériser la viscosité équivalente, le coefficient d'échange convectif et le coefficient d'extinction de milieux végétaux. Ces études viendront compléter l'ajustement de la force du fluide sur la structure végétale effectuée par D. W. Calogine [7, 8] afin d'obtenir une caractérisation plus complète du milieu végétal.



Première partie

Modélisation de la végétation et du  
milieu équivalent





# Chapitre 1

## Modélisation de la végétation

### Introduction

Dans le but de modéliser la végétation, différentes méthodes issues de la foresterie et de la géométrie fractale existent. Bien que toutes ces techniques puissent modéliser la matière végétale, on retiendra celles issues de la géométrie fractale pour leur facilité à être utilisées dans un code numérique. En effet, on souhaite modéliser des structures végétales non pas dans le but direct de les caractériser géométriquement mais dans le but d'y réaliser un calcul de CFD. On utilise alors un outil de modélisation permettant une exportation aisée de la structure vers un code de calcul.

Les systèmes de fonctions itérées ou I.F.S. sont de bons candidats pour la modélisation de nos structures. En effets, ceux-ci sont simples à mettre en oeuvre et permettent la modélisation de tout type de structures ; il a été démontré par Forte et Vrscay [14] que les I.F.S. dits stochastiques sont aptes à interpoler n'importe quel type de géométrie. Les I.F.S. seront donc aptes, entre autres, à représenter des structures végétales. Leur principe de fonctionnement sera donc ici explicité ainsi qu'une méthode permettant l'exportation des structures obtenues vers un code de calcul en volumes finis.

Après réalisation de plusieurs structures végétales numériques, une comparaison de leurs caractéristiques avec celles de structures végétales réelles est effectuée. On pourra alors déterminer les structures numériques les plus aptes à représenter le milieu végétal réel lors de nos expériences.

Il sera ensuite possible de créer numériquement un couvert végétal constitué d'éléments de caractéristiques réalistes. L'étude de l'évolution de la surface spécifique au sein de ce couvert, en fonction du rayon du volume de contrôle sur lequel cette mesure est effectuée, permettra finalement de mesurer indirectement les longueurs caractéristiques de la végétation relatives aux échelles mésoscopiques et macroscopiques de description de la végétation.

## 1.1 Modèles de végétation

Dans les premiers travaux de Mandelbrot [34] il est apparu que les concepts de la géométrie fractale s'appliquaient dans les sciences de la nature (biologie) mais aussi en modélisation des plantes (agronomie et foresterie). La géométrie fractale est ainsi utilisée en foresterie comme moyen pour décrire l'échelle des feuilles, le type de branchement, l'arrangement de la couronne, le modèle d'arbre et l'arrangement spatial des parcelles de végétation. On peut bien sûr étendre cette description en étudiant le désordre, la connectivité ou encore l'hétérogénéité des canopées.

En prenant en compte la distribution et l'arrangement des longueurs de branches, l'étude de la structure du branchage permet d'établir un ordre hiérarchique par l'intermédiaire des relations entre les longueurs successives des branches.

L'environnement peut jouer un rôle en modifiant la distribution spatiale de la structure des arbres mais en aucun cas il n'affecte la densité des branches (fonction du nombre de ramifications) ou leur longueur. La taille et la distribution des branches sont les deux facteurs déterminants.

On remarque également ici qu'un arbre peut être modélisé par une hiérarchie de modules, avec une branche comme unité modulaire. En effet, chaque branche est semblable à sa voisine suivant un ordre hiérarchique, de la même façon que tout l'arbre sera centré autour d'un tronc commun à toutes les branches issues de celui-ci : le même schéma de construction sera utilisé à chaque étape de croissance. La structure des arbres associée à ce mode de construction devient alors fractale.

L'existence de telles structures dans la nature a certainement une explication physique. Dans notre cas, il est admis que les structures végétales croissent de manière à maximiser la fonctionnelle  $\sigma$ , représentative du rapport de la surface externe d'une branche sur le volume occupé par celle-ci.

## 1.2 Milieux fractals

Sachant que la géométrie fractale est apte à modéliser des structures végétales, on présente maintenant un outil issu de cette géométrie que l'on utilisera pour générer nos structures végétales.

### 1.2.1 Définition d'un système de fonctions itérées

Un I.F.S. est un objet mathématique dont l'attracteur représente une structure fractale. Cet outil va donc ici être utilisé pour modéliser de telles structures ; celles-ci ayant des propriétés analogues à la végétation que nous tentons de représenter comme il a été présenté précédemment.

Donnons maintenant la définition d'un système de fonctions itérées. Considérons un espace  $X$  de métrique notée  $d$  et  $H(X)$  l'ensemble des parties compactes de  $X$ . Quelques définitions proposées par Hutchinson et issues de l'ouvrage de Barnsley [4] sont d'abord présentées.

Définition : Soient  $(X, d)$  un espace métrique et  $B$  une partie compacte de  $X$ . Pour tout élément  $x$  de  $X$  on définit la distance de  $x$  à  $B$  par :

$$d' = \inf d(x, y), y \in B \quad (1.1)$$

La distance de deux parties compactes  $A, B$  est définie par :

$$d(A, B) = \sup d'(x, B), x \in A \quad (1.2)$$

La distance de Hausdorff de deux éléments  $A$  et  $B$  de  $H(X)$  est alors :

$$h(A, B) = \sup[d(A, B); d(B, A)] \quad (1.3)$$

L'ensemble  $H(X, h)$  de tous les compacts de  $X$  muni de la distance de Hausdorff est l'espace des fractales.

Proposition : Si  $(X, d)$  est un espace métrique complet,  $H(X, h)$  l'est aussi.

Cette proposition va permettre de construire les fractales itérativement comme limite de suites de compacts. Notons qu'une application continue de  $X$  dans  $X$  induit une application de  $H(X, h)$  dans  $H(X, h)$ . Si cette application est une contraction, l'application induite l'est aussi, on a d'ailleurs le résultat suivant :

Proposition : Nommons contraction de coefficient  $s$  toute application  $\omega$  de  $X$  dans  $X$  vérifiant :

$$d(\omega(x), \omega(y)) < sd(x, y) \quad (1.4)$$

avec  $0 < s < 1$ . Soient  $\omega_1, \dots, \omega_n$  un ensemble de contractions de coefficients  $s_i$ . Alors l'application  $W$  définie de  $H(X, h)$  dans  $H(X, h)$  par :

$$W(B) = \bigcup_i \omega_i(B) \quad (1.5)$$

est une contraction sur  $H(X, h)$  de coefficient  $s = \sup_i(s_i)$

Définition : I.F.S. déterministe : Un système (hyperbolique) de fonctions itérées, noté  $X, \omega_1, \dots, \omega_n$ , sur un espace métrique  $(X, d)$  est la donnée d'un ensemble de contractions  $\omega_1, \dots, \omega_n$  de coefficients de contraction  $s_i$  telles que  $0 < s_i < 1$ . L'application de  $H(X, h)$  dans  $H(X, h)$  défini par (1.5) a un point fixe unique qui est la limite de la suite  $B_{n+1} = W(B_n)$  quel que soit  $B_0$  choisi dans  $H(X, h)$ .

Définition : Ensembles et transformations de condensation : Soient  $W_0$  une application de  $H(X, h)$  dans  $H(X, h)$  et  $C$  un élément de  $H(X, h)$  tels que  $W_0(B) = C$  pour tout  $B \in H(X)$ ; alors  $W_0$  est appelé une transformation de condensation et  $C$  un espace de condensation. Notons qu'une application constante de condensation est une contraction dans  $H(X)$  de coefficient de contraction nul.

Soit  $X, \omega_1, \dots, \omega_n$  un I.F.S. de coefficient de contraction  $s$ , alors  $X, \omega_0, \omega_1, \dots, \omega_n$  est un I.F.S. hyperbolique avec condensation et de coefficient de contraction  $s$ . Définissons les applications  $W^0$  par  $W^0(B) = \bigcup_{i=0}^n \omega_i(B)$  et  $W$  par  $W(B) = \bigcup_{i=1}^n \omega_i(B)$ . Le théorème du point fixe s'applique puisque  $W^0$  est une contraction et " l'attracteur " ou le point fixe  $A$  est donné par :  $A = \lim_{n \rightarrow \infty} (W^{0n}(B))$  pour tout  $B \in H(X)$ . On peut alors construire la suite :

$$C_n = C \bigcup W(C) \bigcup W^0(C) \bigcup W^0(C) \bigcup W^0(C) \dots \bigcup W^{0n}(C) \quad (1.6)$$

Cette suite est croissante ; en s'arrêtant à l'ordre  $n$ , sa représentation est une structure qui est une approximation de l'attracteur de l'I.F.S.. Cette structure sera alors utilisée pour représenter le milieu végétal.

Définition : I.F.S. stochastique : Pour un I.F.S.  $X, \omega_0, \omega_1, \dots, \omega_n$ , une probabilité  $p_i$  est associée à chaque transformation  $\omega_i$  telle que  $\sum_{i=0}^n p_i = 1$ . En prenant récursivement  $x_j \in \{\omega_1(x_{j-1}), \dots, \omega_n(x_{j-1})\}$  pour  $j = 1, 2, 3, \dots$  où la probabilité de l'évènement  $x_j = \omega_i(x_{j-1})$  est  $p_i$ , la suite  $\bigcup_{j>0} x_j$  définit l'attracteur de l'I.F.S. stochastique.

### 1.2.2 Paramètres et présentation de l'I.F.S. utilisé

Le modèle présenté dans la thèse de D. W. Calogine : "Contribution à l'étude de la fermeture des équations de transport dans les milieux fractals" [7, 8], est utilisé.

Les angles d'Euler permettent de définir les transformations  $\omega_i$  : Soient

- $\phi$  la précession
- $\theta$  la nutation
- $\varphi$  la rotation propre

Les matrices des transformations  $\omega_i$  sont créées en multipliant les unes par les autres les matrices de rotation autour des trois angles cités et une matrice de contraction. Le produit matriciel est effectué formellement puis les valeurs des angles et des contractions sont fixées :

$$R = \begin{bmatrix} r & 0 & 0 \\ 0 & s & 0 \\ 0 & 0 & t \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(\phi) & -\sin(\phi) \\ 0 & \sin(\phi) & \cos(\phi) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos(\theta) & 0 & -\sin(\theta) \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin(\theta) & 0 & \cos(\theta) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos(\varphi) & -\sin(\varphi) & 0 \\ \sin(\varphi) & \cos(\varphi) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (1.7)$$

Pour créer différentes structures, il faut tout d'abord créer les matrices de transformations. Les valeurs des contractions  $r$ ,  $s$  et  $t$  sont fixées ainsi que les valeurs des angles  $\theta$  et  $\varphi$  ; puis une valeur différente de l'angle  $\phi$  est choisie pour chaque transformation. Finalement, le procédé itératif est répété à partir d'un élément de base pour obtenir différentes structures. On remarque alors que toutes les transformations ainsi générées ne permettent pas d'obtenir des I.F.S. dont l'attracteur est représentatif de structures végétales. Des jeux de paramètres permettant la représentation de structures végétales réalistes sont déterminés. Seuls ces paramètres seront utilisés par la suite.

On présente maintenant un jeu de paramètres permettant l'obtention d'une structure végétale réaliste : les paramètres suivants sont fixés :  $r = s = t = 0,6$  et  $\theta = 0$ ,  $\varphi = \pi/4$ . Les  $\omega_i$  sont calculés en posant  $\phi_i = (i - 1)\frac{\pi}{2}$ . Il vient :

$$\begin{aligned} \omega_1(x, y, z) &= \begin{bmatrix} 0,6 & 0 & 0 \\ 0 & 0,4242 & -0,4242 \\ 0 & 0,4242 & 0,4242 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \\ \omega_2(x, y, z) &= \begin{bmatrix} 0 & -0,4242 & 0,4242 \\ 0,6 & 0 & 0 \\ 0 & 0,4242 & 0,4242 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \\ \omega_3(x, y, z) &= \begin{bmatrix} -0,6 & 0 & 0 \\ 0 & -0,4242 & 0,4242 \\ 0 & 0,4242 & 0,4242 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \\ \omega_4(x, y, z) &= \begin{bmatrix} 0 & 0,4242 & -0,4242 \\ -0,6 & 0 & 0 \\ 0 & 0,4242 & 0,4242 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \end{aligned}$$

Un arbre régulier est obtenu, représenté à l'ordre 1, 3 et 5 sur la figure 1.1 pour le jeu de paramètres que l'on vient de présenter. Il faut maintenant créer un maillage autour de l'arbre ainsi généré. La définition de la structure sera exploitée pour la génération d'un maillage.

### 1.2.3 Maillage de la structure végétale

Nous allons décrire les différentes étapes de la construction d'un maillage d'un I.F.S. sous le format défini par "Gambit", un logiciel de maillage commercial. Celui-ci sera d'extension

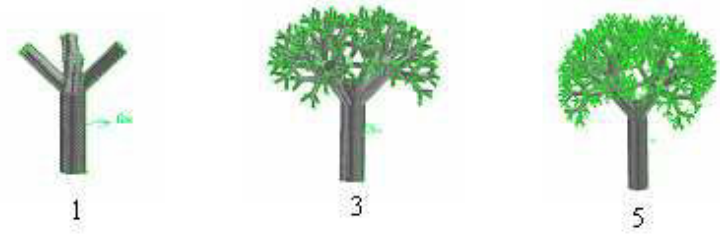


FIGURE 1.1 – Construction d'un I.F.S. déterministe à différents ordres

"msh". La définition géométrique de la structure de l'I.F.S. permet une détermination pratique du maillage du domaine de calcul. Décrivons maintenant l'algorithme utilisé, identique à celui développé par Calogine [7, 8] :

Soit un cube unitaire  $Y$  divisé en  $N = N_x N_y N_z$  parallélépipèdes  $a_i$  d'arêtes  $h_i = L_i/N_i$ . Alors  $Y = \bigcup_{i=1}^{N_x N_y N_z} a_i$  est le maillage du domaine.

Le cube est régulièrement discrétisé dans  $\mathbb{R}^3$  i.e.  $h_x = h_y = h_z$ , soit  $Y = \bigcup_{i=1}^{(N+1)^3} a_i$ . Considérons la fonction caractéristique notée  $\chi_s$  définie dans l'ensemble des cubes  $\{a_i\}$  à valeurs dans l'ensemble  $\{0, 1\}$  comme suit :

- $\chi_s(x) = 1$  si  $x \in a_i$  et  $a_i$  est un cube solide
- $\chi_s(x) = 0$  sinon

La fonction  $\chi_s$  va être fabriquée itérativement grâce à l'I.F.S.. Soit  $A_0$  le domaine initial. Ce domaine  $A_0$  défini par la fonction caractéristique  $\chi_0$ , est l'union des petits cubes d'arête  $h$ ,  $A_0 = \bigcup_{i_k} a_{i_k}$ . La fonction  $\chi_0$  est restreinte à la fonction  $\overline{\chi_0}$  définie au centre  $x_i$  de chaque petit cube  $a_i$ . Les  $n$  autres fonctions sont construites, définies aux centres des cubes, ces fonctions sont prolongées sur l'ensemble du domaine par  $\chi_1^j|_{a_i} = \overline{\chi_1^j}(x_i)$ . Le domaine  $A_1$  est déterminé par sa fonction caractéristique  $\chi_1$ , d'expression  $\chi_1 = \sup_j \{\chi_1^1, \chi_1^2, \dots, \chi_1^j, \dots, \chi_1^n, \chi_0\}$ . Cette procédure est répétée à tous les ordres de la construction fractale. En fait, numériquement, la procédure est différente.  $\omega_j(x_i)$  tombe dans un des cubes, pas nécessairement en son centre, et la fonction caractéristique est imposée à cette valeur comme s'il était en son centre  $x_i$ . Si  $V_0$  est le volume du domaine initial  $A_0$ ,  $N$  le nombre d'itérations et  $s$  le plus petit coefficient de contraction, afin d'avoir une précision suffisante la vérification de l'inégalité suivante sera imposée :

$$(s^3)^N V_0 > n_i h^3 \quad (1.8)$$

Ce qui signifie qu'après  $N$  itérations le plus petit volume itéré obtenu à partir de  $A_0$  contient au moins  $n_i$  petits cubes de volume  $h^3$ . Le paramètre  $n_i$  est typiquement choisi égal à 10. Avec cette procédure, on obtient un maillage pour la structure présentée en figure 1.1. Celui-ci est présenté sur la figure 1.2(b).

L'inégalité précédente implique que pour une taille de maillage donnée, l'ordre est défini par :

$$N < \left\lceil \log \left( \frac{n_i h^3}{V_0} \right) / 3 \log(s) \right\rceil \quad (1.9)$$

Définition :  $n_i$  est le nombre de discrétisation locale caractérisant l'élément  $A_i$  obtenu après un nombre  $i$  d'application(s) sur la référence  $A_0$ .  $A_i$  sera alors discrétisé par  $N_i$  cellules. Décrivons maintenant la procédure numérique du maillage. Celle-ci se décompose en trois étapes :

Étape 1 : Nous devons déterminer les paramètres décrivant la phase solide de l'I.F.S.. Celle-ci sera définie par son ordre d'itération notée " $n$ " et le nombre de discrétisation locale noté " $n_i$ ". Ces deux paramètres clefs, associés aux coefficients de contraction de l'I.F.S., vont nous permettre de déterminer le nombre de discrétisations " $N_i$ " suivant les trois directions dans  $\mathbb{R}^3$  pour définir le domaine de calcul. La notation utilisée sera :  $N_{x_i}$  le nombre de discrétisation dans la direction  $x_i$ ,  $L$  la longueur de la cellule,  $l_i(A_0)$  la longueur suivant  $\vec{e}_i$  de l'élément initial  $A_0$  et  $s$  coefficient de contraction de l'I.F.S.. La longueur obtenue après une transformation du premier ordre de l'élément initial s'écrit  $l_i(A_0) = sL : A_0$ , étant la dimension de référence et  $s$  un coefficient de contraction. Après  $n$  transformations, c'est-à-dire à l'ordre  $n$ , cette longueur sera égale à  $Ls^n$ . Si l'on souhaite que cette longueur soit au minimum égale à  $N_i\Delta x_i = N_i(L/N_{x_i})$  où  $N_i$  est le nombre de cellules et la discrétisation suivant la direction  $i$ , il faut alors satisfaire l'égalité  $N_{x_i} = N_i/s^n$  qui détermine le nombre final de cellules dans la direction  $i$ . Le choix du nombre final de cellules  $N_{x_i}$  se résume ainsi : une discrétisation désirée de  $\Delta x_i = L/N_{x_i}$ , impose l'égalité suivante après  $n$  transformations :

$$N_i \left( \frac{L}{N_{x_i}} \right) = s^n l_i(A_0) \Leftrightarrow N_{x_i} = \frac{N_i L}{s^n l_i(A_0)} \quad (1.10)$$

Étape 2 : Un maillage structuré de taille  $L_x L_y L_z \quad m^3$  est construit, constitué de  $N_x N_y N_z$  cellules. Disposant des paramètres  $\{A_0, s, n\}$  décrivant l'I.F.S., l'attracteur de l'I.F.S. d'un nombre total de cellules égal à  $N_x N_y N_z$  est construit(cf. étape 1).

Étape 3 : L'I.F.S. obtenu dans le maillage régulier par voxelisation (c'est-à-dire transformation d'un volume en cubes élémentaires appelés voxels) sera interpolé en spécifiant la position des points du maillage, les connexions entre ces points, les groupements de points et connexions associés à chaque facette, les facettes constituant chaque cellule, et les cellules représentant les différentes phases (cellules fluides ou solides). Ensuite les facettes représentant l'interface "fluide/solide" et les facettes appartenant aux différentes frontières du domaine sont spécifiées. Par la suite, des maillages du type de celui représenté sur les figures 1.2(a) et 1.2(b) sont obtenus. Ce dernier est constitué d'environ deux millions de cellules parallélépipédiques. Un raffinement pourra ensuite être effectué près des parois solides afin de faire des calculs numériques précis. Celui-ci est réalisé en même temps que les calculs numériques, le critère de raffinement utilisé se portant sur la quantité turbulente  $y^+$ , distance adimensionnée à la paroi. La procédure sera donc décrite lors de l'utilisation du maillage.

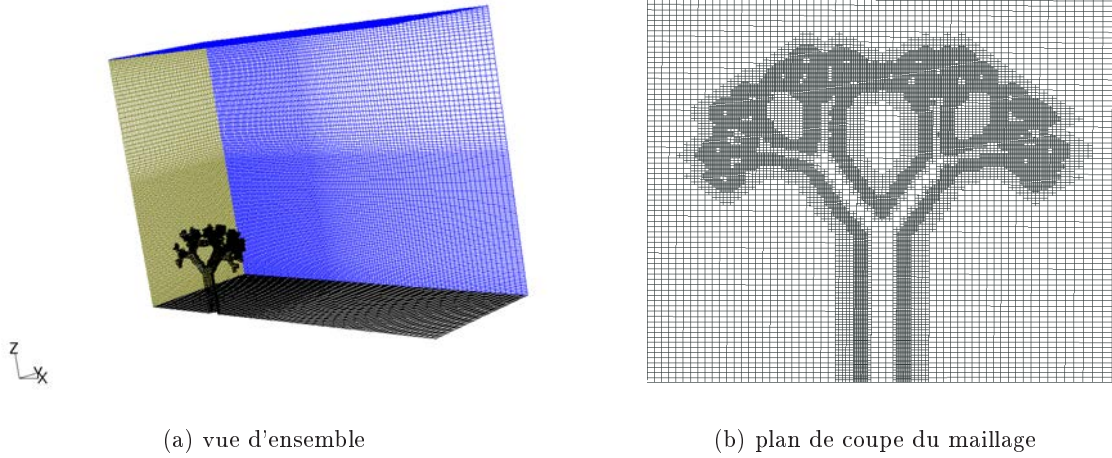


FIGURE 1.2 – Maillage du domaine de calcul

Remarque : La construction de la phase solide étant itérative, il est possible que des cellules fluides soient piégées par cette construction et se retrouvent entourées uniquement par des cellules solides. Dans ce cas, soit celles-ci sont transformées systématiquement en solide ce qui, dans notre application paraît physiquement acceptable, soit leur présence nécessite la définition de nouvelles zones fluides dans la géométrie.

### 1.3 Calculs des paramètres géométriques de la végétation

Afin de caractériser la végétation, il existe un certain nombre de paramètres géométriques utilisés en foresterie. Ces paramètres sont représentatifs de l'espèce végétale en présence. La comparaison de ces derniers entre les structures numériques générées grâce aux I.F.S. et des valeurs de la littérature permettra de déterminer lesquelles de nos structures sont géométriquement les plus proches de végétaux réels.

Les paramètres que nous utiliserons pour cette étude sont :

- la surface spécifique  $\sigma$ , rapport de la surface végétale sur le volume occupé par toute la structure végétale
- la porosité  $\Phi$ , rapport du volume occupé par l'air dans la structure sur le volume occupé par toute la structure végétale

Ces paramètres peuvent être calculés analytiquement en utilisant le volume et la surface de l'élément de base de l'I.F.S. ainsi qu'en exploitant les valeurs des contractions. En effet, on peut tirer de la relation (1.6) utilisée pour générer l'I.F.S. des relations sur les volumes et surfaces de l'I.F.S.. La relation déduite est maintenant présentée pour calculer par exemple le volume  $V_{vegetale}$  de végétation généré dans le cas où il n'y a pas de recouvrement de volumes lors de la génération de l'I.F.S. :

$$V_{vegetale} = \left( \sum_{i=1}^N s_i \right)^n V_0 \quad (1.11)$$

structure	$\sigma (m^{-1})$	$\Phi$	nombre de cellules
1	33,3	0,83	2443595
2	23,6	0,81	1484319
3	44,0	0,81	2684719
4	33,2	0,63	505813
5	41,95	0,74	2148612

TABLE 1.1 – Porosité et surface spécifique de plusieurs structures numériques

Avec  $V_0$  le volume de l'élément de base. On rappelle que  $s_i$  est le coefficient de contraction associé à la transformation  $\omega_i$ ,  $N$  le nombre de transformations et  $n$  l'ordre d'itération de l'I.F.S..

Il faut alors calculer le volume dans lequel l'attracteur est compris afin de pouvoir calculer la porosité de notre structure. Celui-ci représente le volume occupé par toute la structure végétale ; son calcul plus complexe pourra cependant être évité. En effet, le calcul analytique proposé plus haut ne prend pas en compte les effets de voxelisation du milieu, engendrant une erreur non négligeable sur le calcul du volume de végétation lorsque le taux de discrétisation  $n_i$  évolue. De plus, ce calcul ne permet pas la prise en compte des recouvrements de volumes lors de l'itération de l'I.F.S.. Alors les paramètres géométriques utilisés pour comparer les structures végétales seront calculés sur les structures discrétisées, en mesurant directement les surfaces et volumes de végétaux ainsi que le volume total occupé par la structure.

Le tableau 1.1 référence ces paramètres géométriques calculés pour différentes structures avec le nombre de cellules utilisées pour chaque maillage.

Les paramètres utilisés pour générer les structures correspondantes sont les suivants ; quatre transformations  $\omega_i$  sont à chaque fois mises en oeuvre :

- Structure 1 :  $r = s = t = 0,6$  ;  $\theta = 0$ ,  $\varphi = \pi/4$  et  $\phi_i = (i - 1)\frac{\pi}{2}$  ; itérée à l'ordre 5 et d'ordre de discrétisation 5
- Structure 2 : même paramètres, itérée à l'ordre 4 et d'ordre de discrétisation 6
- Structure 3 : même paramètres, itérée à l'ordre 6 et d'ordre de discrétisation 4
- Structure 4 :  $r = s = t = 0,46$  ;  $\theta = 0$ ,  $\varphi = \pi/4$  et  $\phi_i = (i - 1)\frac{\pi}{2}$  ; itérée à l'ordre 4 et d'ordre de discrétisation 5
- Structure 5 :  $r = s = t = 0,6$  ;  $\theta = 0$ ,  $\varphi = \pi/5$  et  $\phi_i = (i - 1)\frac{\pi}{2}$  ; itérée à l'ordre 5 et d'ordre de discrétisation 5

Suivant l'ordre de discrétisation utilisé, les branches de l'arbre ne présenteront pas la même rugosité ; ces différences ne limitent cependant pas la qualité des modèles dans la mesure où l'écorce peut donner suivant l'espèce des rugosités très différentes.

## 1.4 Comparaison des paramètres typiques de foresterie entre les structures construites numériquement et des structures réelles

### 1.4.1 Étude sur une structure numérique

Afin de vérifier précisément l'aptitude des I.F.S. à représenter des structures végétales, une simple comparaison des paramètres de surface spécifique et de porosité ne suffit pas. En effet, plus que la moyenne de ces grandeurs, leur répartition sur la hauteur de la structure illustrera la vraisemblance de la structure numérique.



Le paramètre souvent utilisé en foresterie pour illustrer cette répartition est le LAI ou Leaf Area Index représentant la surface de végétal projeté par unité de surface au sol. L'utilisation du profil vertical du LAI ( ou  $LAI_z$  ) adimensionné par le LAI cumulé (fonction cumulée du LAI) permet alors une caractérisation grossière de la structure que l'on étudie. En effet, les enveloppes des courbes de LAI adimensionnés représentatives des végétaux sont très larges (voir l'étude de Teske et Thistle [53]) et la courbe de répartition pour la plupart des structures que l'on génère par I.F.S. est contenue dans ces enveloppes. Un paramètre plus visuel est alors utilisé, la répartition verticale de surface spécifique correspondant au LAI non cumulé.

Une étude de la répartition verticale de la surface spécifique est donc menée sur les différentes structures générées précédemment. Ces profils de surface sont ensuite comparés aux profils moyens obtenus expérimentalement par Dubrasich *et al.* [13]. Ces derniers sont issus de mesures effectuées sur des parcelles de terrain contenant un nombre important d'arbres ; chaque profil est globalement représentatif d'un type de couvert végétal, il est donc normal d'observer un profil moyen plus lisse que les profils que l'on souhaite comparer.

Les répartitions obtenues pour nos différentes structures sont en accord avec celles obtenues sur des structures végétales réelles (voir figure 1.3 à 1.4) ; cependant les ordres de grandeurs sont différents. Cela est dû au fait que l'étude de Dubrasich *et al.* est menée sur des arbres d'une hauteur moyenne d'environ 40 mètres alors que les structures construites ici par des I.F.S. ont une hauteur moyenne de l'ordre du mètre. Cette taille est arbitraire et dépend des paramètres de l'I.F.S. utilisés. De telles structures sont choisies car elles représentent le type de végétation auquel nous nous intéressons (des buissons). Rigoureusement, la comparaison devrait être effectuée avec des structures dont l'ordre de grandeur de la taille est similaire ; cependant il n'existe pas de telles données à notre disposition. Une réduction des arbres étudiés par Dubrasich *et al.* à l'échelle du mètre ramène alors les ordres de grandeur des surfaces spécifiques de ceux-ci à ceux de nos modèles ; ceux-ci seront alors considérés comme qualitativement représentatifs de structures végétales réelles. Les structures dont les répartitions de surfaces sont présentées sur la figure 1.4 sont les suivantes :

- à gauche : structure 2, 3 et 4
- à droite : structure 5

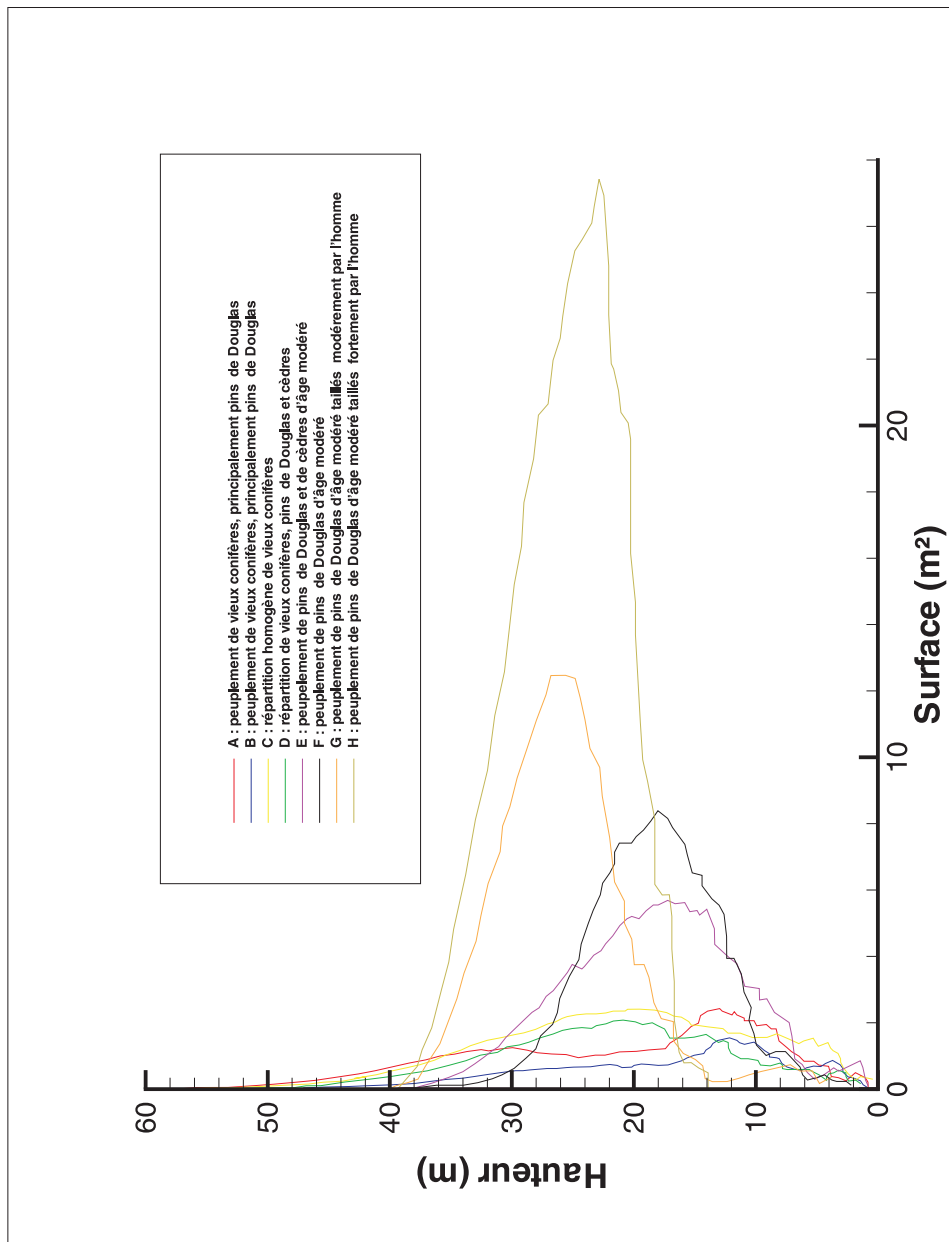


FIGURE 1.3 – Répartition verticale de surface sur des arbres réels pour différents peuplements et différentes espèces, d'après [13]

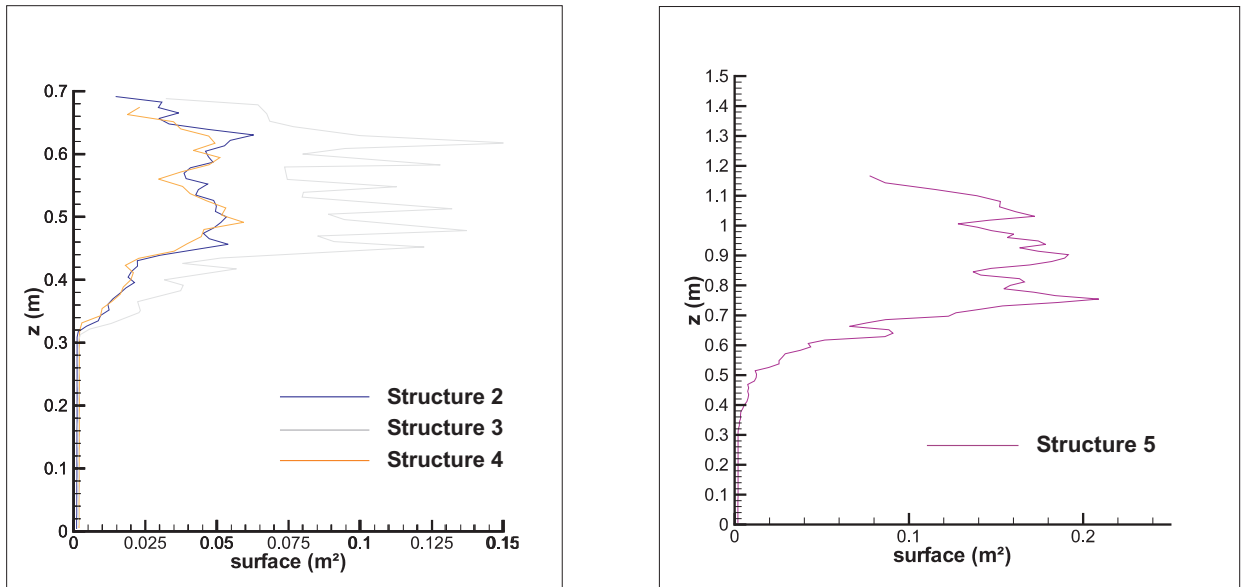


FIGURE 1.4 – Répartition verticale de surface sur différents I.F.S.

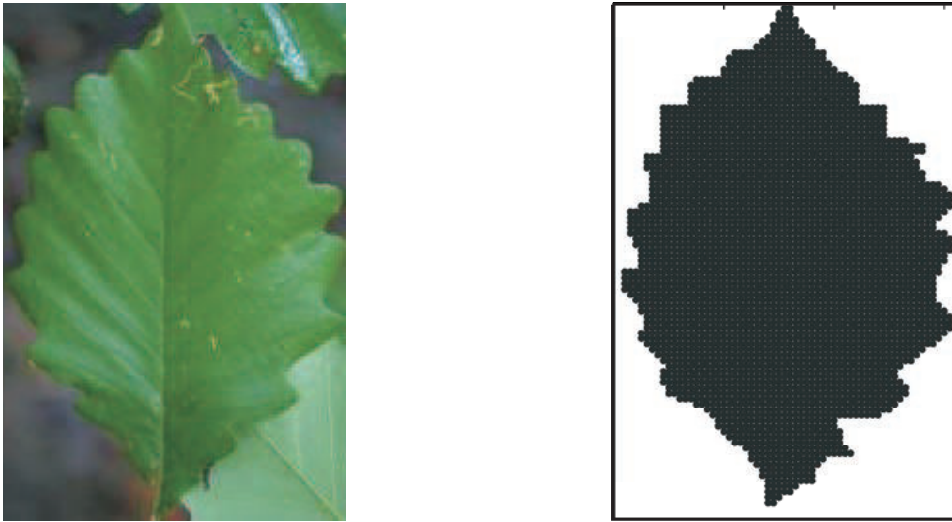
### 1.4.2 Création d'un couvert végétal numérique

L'étude de la répartition verticale de surface spécifique de végétation a pour l'instant été effectuée sur des structures végétales dénuées de feuilles. Cette étude est maintenant reprise en ne considérant que la surface des feuilles et en admettant que chaque élément d'I.F.S. généré possède une feuille à son extrémité. On tente ici de représenter à l'aide d'un I.F.S. stochastique la structure d'un chêne châtaignier (*Quercus Prinus*) afin de modéliser numériquement son couvert végétal. Le choix de l'IFS stochastique sera justifié par la suite.

Pour ce faire, on collecte tout d'abord dans la littérature les informations existantes sur ce couvert végétal que l'on complète par quelques hypothèses que l'on présentera. On procède ensuite à la construction d'une structure de *Quercus Prinus* par un I.F.S. dont on présentera les différents paramètres. Ces paramètres seront ensuite ajustés afin que les données dont nous disposons dans la littérature et celles mesurées sur la structure numérique soient identiques. Une méthode de type moindres carrés est utilisée. On effectue ensuite un post-traitement sur la structure afin d'identifier la répartition spatiale du feuillage de manière globale. On obtient finalement les données nécessaires à la reproduction d'une structure de chêne châtaignier par une génération de nombres aléatoires. On procède alors à la création d'une parcelle de forêt numérique sur laquelle on effectue une série de mesures de la surface spécifique dans des volumes de contrôle dont le centre est positionné aléatoirement dans le volume constitué de l'ensemble des couronnes. L'évolution de la surface spécifique est alors étudiée en fonction de la position et de la taille de ces volumes de contrôles.

#### Collecte des données sur le chêne châtaignier

Pour caractériser ce couvert, on a tout d'abord besoin du LAI, de la hauteur moyenne  $H_m$  du couvert végétal et du diamètre moyen de la couronne  $D_{couronne}$ . On remarque ici que toutes les courbes de LAI seront présentées en cumulant la surface non pas au sol mais au sommet de l'arbre. En effet, cette représentation est plus explicite et plus facilement reconstruite à partir des données géométriques de la structure.



(a) Feuille réelle

(b) Feuille numérique

FIGURE 1.5 – Feuille de *Quercus Prinus*

La bibliothèque de Teske et Thistle [53] est utilisée. Celle-ci est une compilation de données sur différents couverts végétaux comprenant les LAI ainsi que les hauteurs moyennes. Pour compléter ces données et caractériser la géométrie de l'arbre, on recherche également des renseignements sur la surface moyenne d'un côté d'une feuille  $S_f$  ainsi que sur l'envergure (diamètre) de la couronne. L'envergure peut être calculée à l'aide de corrélations utilisant le diamètre du tronc, cependant ces dernières ne sont pas précises et l'écart-type sur les diamètres moyens de troncs étant important, le résultat sur l'envergure est peu précis. On prendra alors comme valeur de l'envergure (ou diamètre de la couronne) une donnée moyenne trouvée directement dans la littérature, sur un site développé par l'université de Géorgie [1],  $D_{couronne} = 22 \text{ m}$ . La surface moyenne d'une feuille est calculée en numérisant une feuille. Les dimensions de la feuille numérique sont fixées connaissant les valeurs extrêmes des dimensions d'une feuille (et en en prenant la moyenne). La surface  $S_f = 0,003385 \text{ m}^2$  est alors mesurée. On prendra  $H_m = 25.46 \text{ m}$  [53].

### Hypothèses effectuées sur le couvert végétal

Pour compléter nos données et procéder à une reproduction d'un couvert végétal de *Quercus Prinus*, il est nécessaire de faire quelques hypothèses sur la structure végétale. En effet, pour connaître la surface projetée verticalement d'une feuille, il faut connaître son orientation. De Wit [58] propose des fonctions pour la répartition de l'orientation des feuilles, permettant de classer les orientations de feuilles suivant cinq lois : planophile, plagiophile, extrémophile, érectophile et aléatoire. Les feuilles planophiles seront principalement horizontales, les plagiophiles principalement obliques, les extrémophiles principalement horizontales ou verticales, les érectophiles principalement verticales ; les aléatoires ne présentent pas d'orientation privilégiée. Monod *et al.* [42] ont exploités ces lois pour déterminer les surfaces projetées des feuilles suivant leur orientation. Les fonctions de répartitions des différentes orientations sont ici données :

– Pour une orientation planophile :

$$f(\varphi) = \frac{3}{2}(1 + \cos(2\varphi)) \quad (1.12)$$

– Pour une orientation plagiophile :

$$f(\varphi) = \frac{30}{32}(1 - \cos(4\varphi)) \quad (1.13)$$

– Pour une orientation extrêmophile :

$$f(\varphi) = \frac{30}{28}(1 + \cos(4\varphi)) \quad (1.14)$$

– Pour une orientation érectophile :

$$f(\varphi) = \frac{3}{4}(1 - \cos(2\varphi)) \quad (1.15)$$

– Pour une orientation aléatoire :

$$f(\varphi) = 1 \quad (1.16)$$

Ces fonctions de répartition sont obtenues par changement de repère, à partir des fonctions de répartition proposées par De Wit [58]. Dans le nouveau repère,  $\varphi$  est l'angle que fait la normale de la feuille avec l'axe vertical.

Le calcul des surfaces projetées des feuilles est maintenant brièvement repris pour les orientations aléatoires et planophiles. Considérons la normale d'une feuille dans un repère sphérique avec  $\varphi$  angle entre le vecteur considéré et l'axe vertical et  $\theta$  angle polaire dans le plan horizontal (On rappelle que  $\varphi$  est compris entre 0 et  $\pi$  et que  $\theta$  est compris entre 0 et  $2\pi$ ). Alors si l'orientation de la feuille est aléatoire, la densité de probabilité de  $\varphi$  est  $p(\varphi) = 1/2 \sin(\varphi)$  et la densité de probabilité de  $\theta$  est  $p(\theta) = 1/2\pi$ . Alors pour un couple  $(\varphi, \theta)$ , la densité de probabilité est :

$$p(\varphi, \theta) = \frac{1}{4\pi} \sin(\varphi) \quad (1.17)$$

Considérons un élément de surface  $S$  orienté aléatoirement ( $S$  est la surface d'une face de l'élément). Alors sa surface projetée suivant une direction quelconque est :

$$S_{proj\ aleat} = \int_0^\pi \int_0^{2\pi} \frac{1}{4\pi} S \sin(\varphi) |\sin(\varphi)| |\cos(\theta)| d\theta d\varphi \quad (1.18)$$

Après intégration, il vient  $S_{proj\ aleat} = \frac{1}{2}S$

Considérons maintenant la normale d'une feuille planophile dans le même repère de coordonnées. Sa fonction de répartition, présentée plus haut, est [2] :

$$f(\varphi) = \frac{3}{2}(1 + \cos(2\varphi)) \quad (1.19)$$

La fonction de répartition telle qu'elle est définie ici permet le calcul direct de la surface projetée verticalement. Il vient :

$$S_{proj\ z} = \int_0^\pi \int_0^{2\pi} \frac{1}{4\pi} S \sin(\varphi) |\sin(\varphi)| |\cos(\theta)| f(\varphi) d\theta d\varphi \quad (1.20)$$

Après intégration, on a  $S_{proj\ z} = \frac{3}{4}S$

On fait ici l'hypothèse que notre couvert végétal est planophile. Il vient alors  $S_{proj\ z} = 3/4 S_f$ . Afin de simplifier la modélisation du couvert, on fait également l'hypothèse d'une symétrie de révolution de la structure. Ceci permettra une description aisée de la répartition spatiale de feuilles en coordonnées cylindriques.

Finalement, comme pour les autres végétaux représentés jusqu'alors, l'hypothèse d'une représentation fractale de la structure est effectuée. On utilisera un I.F.S. stochastique pour représenter notre structure végétale, le théorème du collage de Forte et Vrscay [14] assurant que l'I.F.S. est apte à représenter n'importe quel type de structure.

### Paramétrisation de l'I.F.S.

On présente ici une méthode pour créer des structures à caractère fractal sur lesquelles un contrôle correct des caractéristiques géométriques telles que la hauteur et l'envergure est possible. Une liste des paramètres sensibles est établie. On joue ensuite sur la valeur de ces paramètres pour tenter de modéliser le couvert végétal.

Les transformations de l'I.F.S. sont établies de manière analogue aux cas précédents, en considérant l'application composée de contractions et rotations. La structure que l'on construit est peu sensible aux variations de la nutation, ce qui est confirmé par une rapide étude de sensibilité. En effet, l'élément de base présentant une symétrie azimutal, le fait de le faire tourner sur lui-même ne modifie pas la transformation effectuée. La précession servant à définir le nombre de branchements, donc le nombre  $N_t$  de transformations (découpe de l'angle azimutal), ce paramètre ne joue pas de rôle dès lors qu'il est supérieur ou égale à 8 ; d'autant plus que nous avons supposé que la structure possède une symétrie azimutale. Le paramètre  $N_t$  est donc fixé à 8. Pour des raisons évidentes de symétrie, à chaque transformation est associée la même probabilité. Le paramètre restant est le nombre  $N_f$  d'éléments à générer. On considérera que  $N_f$  est le nombre de feuilles et qu'à chaque extrémité générée on aura une surface projetée verticalement égale à  $S_{proj\ z} = 3/4 S_f$ . La hauteur et l'envergure de la structure ainsi créée sont des paramètres pour lesquels le contrôle est limité et difficile. On introduit donc deux paramètres d'expansion  $E_r$  et  $E_z$  pour faciliter le contrôle. Ces paramètres sont des facteurs multiplicateurs de la hauteur et du rayon de chaque élément généré. L'étude paramétrique portera finalement sur les trois contractions : la rotation propre, les deux paramètres d'expansion et le nombre d'éléments dans la structure.

En faisant varier la valeur des paramètres  $r$ ,  $s$ ,  $t$  et  $\varphi$ , on joue principalement sur la concavité des extrémités de la courbe du LAI et sur sa symétrie. On ajuste alors ces paramètres pour obtenir une allure similaire aux extrémités. Une illustration des effets des variations de  $\varphi$  et de  $t$  autour des valeurs choisies pour le *Quercus Prinus* sur le LAI est visible sur les figures 1.6 et 1.7. Le paramètre  $N_f$  est estimé d'après la surface projetée d'une feuille et d'après la surface totale de feuille projetée déterminée à partir du LAI cumulé  $LAI_c$  et de la surface projetée au sol de l'arbre. Ainsi on peut écrire :

$$LAI_c = \frac{N_f S_{proj\ z}}{S_{proj\ arbre}} \quad (1.21)$$

où  $S_{proj\ arbre} = \pi D_{couronne}^2/4$  est la surface projetée verticalement de l'arbre. Le nombre  $N_f$  de feuilles est alors un paramètre pour l'IFS stochastique. Pour un IFS déterministe d'ordre  $o$ , le nombre  $N_f$  de feuilles se calcule de la manière suivante :

$$N_f = \sum_{n=0}^{n=o} N_t^n \quad (1.22)$$

$N_t$  étant un paramètre fixé, le nombre  $N_f$  de feuilles n'est pas parfaitement ajustable. C'est pourquoi le choix de l'IFS s'est porté sur un IFS stochastique.

Le paramètre  $E_r$  est calculé en ajustant l'envergure de la structure obtenue sur l'envergure théorique. Finalement,  $E_z$  est calculé en ajustant la hauteur de la structure obtenue sur la hauteur théorique. Le jeu de paramètres suivant est obtenu :  $r = s = 0,75$  ;  $t = 0,65$  ;  $N_f = 418500$  ;  $\varphi = 1,5 \text{ rad}$  et  $E_r = 6$  ;  $E_z = 12$ . Il permet l'obtention du LAI observable sur la figure 1.8.

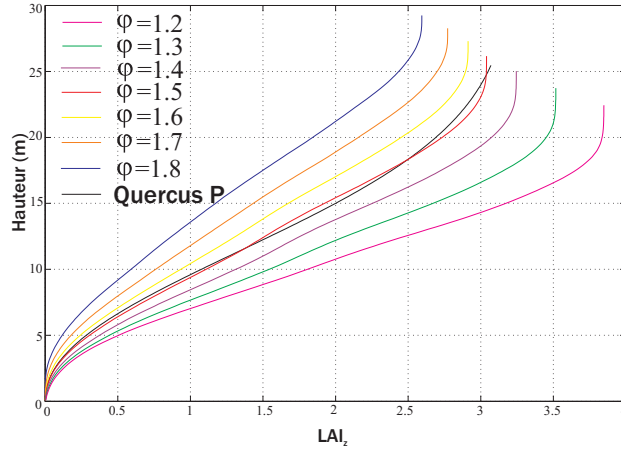


FIGURE 1.6 – Effet des variations de la rotation propre sur la courbe de LAI

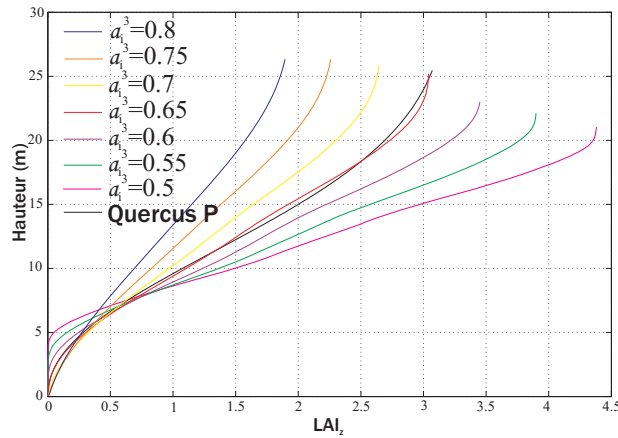


FIGURE 1.7 – Effet des variations du coefficient de contraction  $t$  sur la courbe de LAI

### Reconstruction d'un arbre

Pour pouvoir créer un arbre par tirages aléatoires de nombres, il faut caractériser la répartition spatiale de ses feuilles. La courbe de LAI n'est pas suffisante pour cela, on exploite donc la symétrie azimutale de l'arbre pour décrire la position des feuilles par leur hauteur (caractérisée par le LAI) et par leur rayon (en coordonnées cylindriques). On établit alors sur la structure générée par l'I.F.S. les fonctions de répartitions de feuilles en fonction du rayon pour chaque hauteur considérée dans l'arbre. En exploitant ces fonctions, on peut générer un arbre en tirant aléatoirement trois nombres pour connaître la position de chaque feuille. Pour une description plus complète, on tire trois nombres aléatoires supplémentaires pour l'orientation de la feuille.

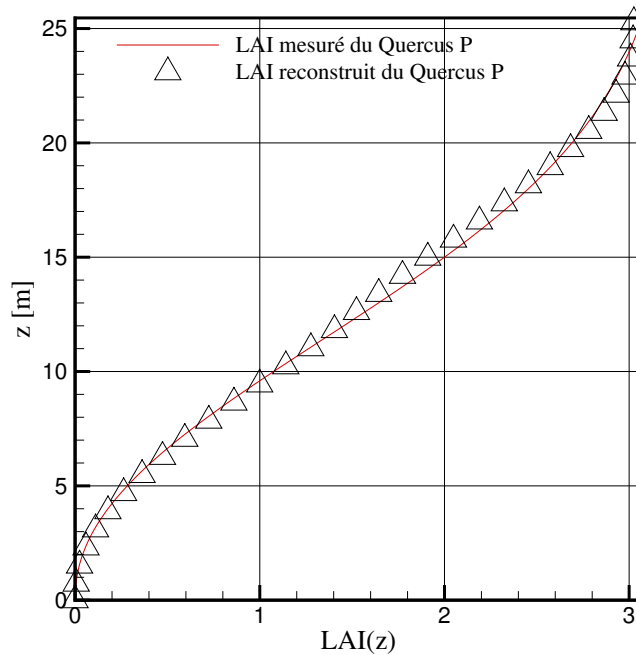


FIGURE 1.8 – LAI mesuré du Quercus Prinus [53] et de la structure équivalente obtenue par I.F.S.

### Reconstruction de la parcelle de forêt

On crée maintenant une parcelle de forêt régulière composée d'arbres créés indépendamment, disposés régulièrement les uns à côté des autres et espacés d'une envergure (voir figure 1.9). Le choix de la répartition des arbres dans la parcelle est très arbitraire, cependant il n'existe pas de données dans la littérature permettant la validation de ce dernier ou l'établissement d'un modèle plus réaliste ; c'est pourquoi la modélisation la plus simple a été adoptée.

Pour chaque arbre, on procède donc au tirage aléatoire de trois fois  $N_f$  nombres. La surface spécifique est maintenant étudiée dans le domaine constitué de l'ensemble des couronnes (on travaille dans le domaine parallélépipédique délimité en  $X$  et en  $Y$  par les premières et dernières feuilles et délimité en  $Z$  par la hauteur des troncs, en l'occurrence 12 mètres, et la hauteur  $H_m$  des arbres. La hauteur des troncs est estimée à partir du paramètre d'expansion vertical. En effet, la définition des transformations de l'I.F.S. et du coefficient d'expansion permettent de déterminer la hauteur de la première feuille générée, identifiable en première approximation à la hauteur du tronc.

#### 1.4.3 Étude de la surface spécifique en fonction du volume de contrôle dans une canopée

On définit la surface spécifique  $\sigma$  comme le rapport de la surface totale de feuilles contenues dans un volume sur ce volume, soit en considérant  $N_f$  le nombre de feuilles contenues dans un



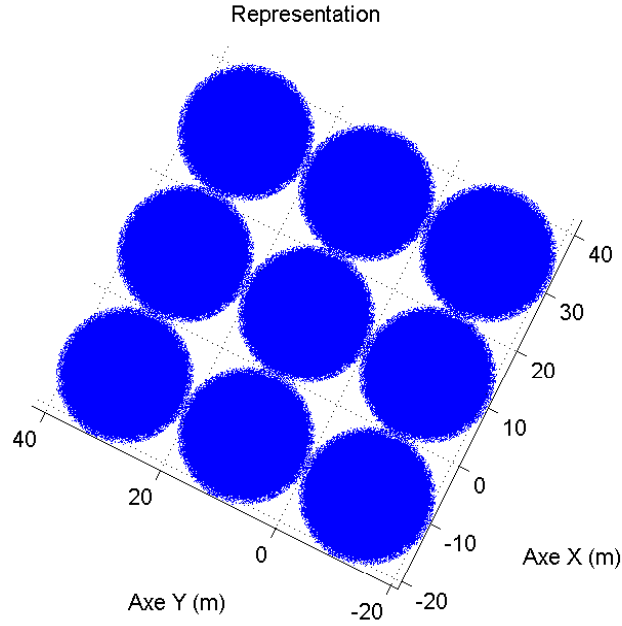


FIGURE 1.9 – Canopée utilisée pour l'étude

volume  $V$ ,

$$\sigma = \frac{2N_f S_f}{V} \quad (1.23)$$

On considère un certain nombre de points de positions aléatoires dans le domaine d'étude pour lesquels on va mesurer la surface spécifique. Pour ce faire, on définit un volume de contrôle parallélépipédique autour de ces points dans lequel on peut calculer  $\sigma$  à l'aide de la relation (1.23). Le volume initial de contrôle est de l'ordre du  $cm^3$  ; ce dernier est augmenté petit à petit de manière régulière dans les trois directions d'espace jusqu'à atteindre les limites du domaine dans une des directions et dans l'un des sens d'expansion du volume de contrôle. Le volume est alors agrandi dans les directions et sens restant. La surface spécifique est recalculée à chaque augmentation du volume de contrôle. Ce processus est répété jusqu'à ce que le volume de contrôle soit le domaine d'étude.

Du fait du caractère fractal de la végétation, une grande répartition de  $\sigma$  dans le domaine est attendue ; cependant ce paramètre peut être considéré comme constant localement à l'échelle mésoscopique et constant dans toute la canopée à l'échelle macroscopique. On tente ici de retrouver ce caractère et d'identifier les longueurs caractéristiques de ces échelles.

Considérons la variation relative de surface spécifique entre deux valeurs successives du même volume de contrôle comme :

$$\Delta\sigma = \frac{\sigma_{n+1} - \sigma_n}{\sigma_n} \quad (1.24)$$

où  $\sigma_n$  est la valeur de  $\sigma$  à la n-ième mesure. La valeur mésoscopique de  $\sigma$  sera considérée comme atteinte lorsque  $\Delta\sigma$  sera inférieure à 0,1%. En procédant ainsi, on obtient selon le point de mesure des valeurs différentes de  $\sigma$  qui se stabilisent pour des volumes allant de  $2 m^3$  à  $8 m^3$  (voir figure 1.10). On voit sur cette figure que la valeur de la surface spécifique une fois stabilisée est très sensible au point de mesure, ce qui est en accord avec la description de la végétation faite en introduction. Cette valeur de la surface spécifique est celle attribuée au milieu,

à l'échelle mésoscopique, pour ce point de mesure. La taille du volume de contrôle, pour laquelle la stabilisation de la surface spécifique est atteinte, est alors révélatrice de l'échelle mésoscopique.

La longueur caractéristique mésoscopique  $l_m$  est donc identifiée comme la racine cubique du volume de contrôle. Il vient :  $1,26 \text{ m} \leq l_m \leq 2,00 \text{ m}$

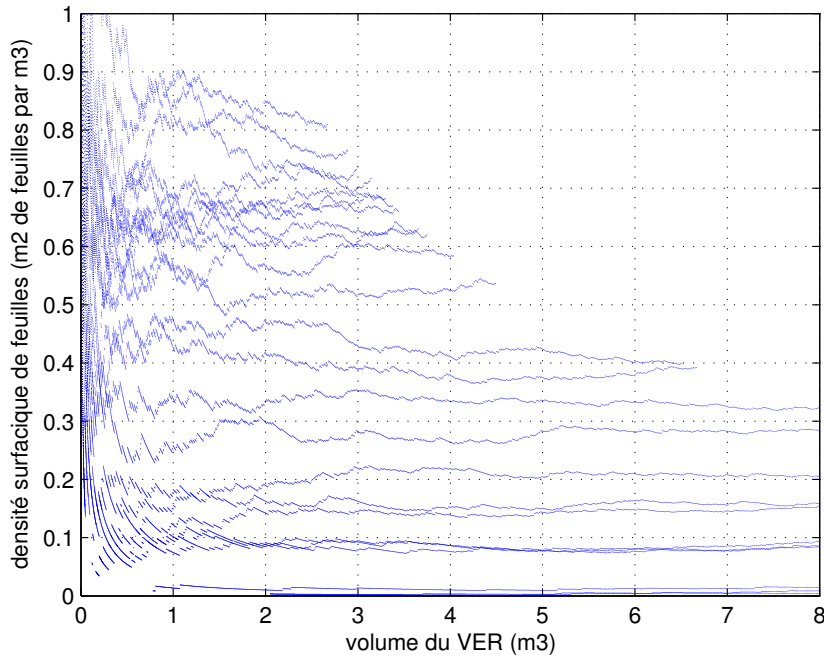


FIGURE 1.10 – Surface spécifique dans différents volumes de contrôle, petites échelles

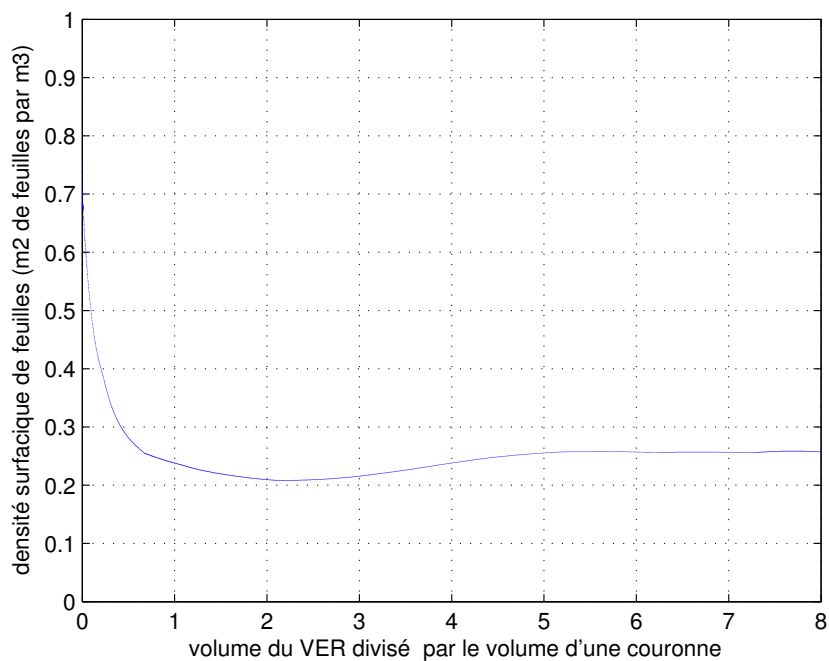
En augmentant les volumes de contrôle,  $\sigma$  continue à évoluer mais très lentement pour l'échelle mésoscopique, et ce jusqu'à sa valeur à l'échelle macroscopique qui est celle retrouvée lorsque le volume de contrôle atteint le volume du domaine. En observant ces évolutions aux grandes échelles (voir figure 1.11), on voit apparaître une stabilisation de  $\sigma$  pour des volumes de l'ordre de quelques couronnes. Il apparaît aussi des oscillations de la surface spécifique autour de sa valeur macroscopique pour tous les volumes de contrôle dont le volume est supérieur au volume d'une couronne. Ce phénomène est dû au choix de la disposition des arbres dans la parcelle de terrain et à la méthode utilisée pour augmenter la taille des volumes de contrôle. En effet, ces choix sont tels que les volumes de contrôle de tailles égales à quatre et neuf fois le volume d'une couronne contiennent exactement un motif de couronne quel que soit le centre du volume ; la surface spécifique de ces derniers est donc toujours la même. En revanche, les volumes de contrôle de tailles égales au volume d'une couronne ne contiennent pas tous exactement un motif de couronne car la hauteur de ces volumes n'ayant pas atteint la hauteur de la couronne, il manque à chacun d'eux une partie du motif située en haut et/ou en bas de la couronne. Leur surface spécifique est donc proche de celle d'un motif.

La longueur caractéristique macroscopique  $l_M$  peut alors être identifiée comme étant égale à quelques envergures, soit  $l_M \sim 40 \text{ m}$ .

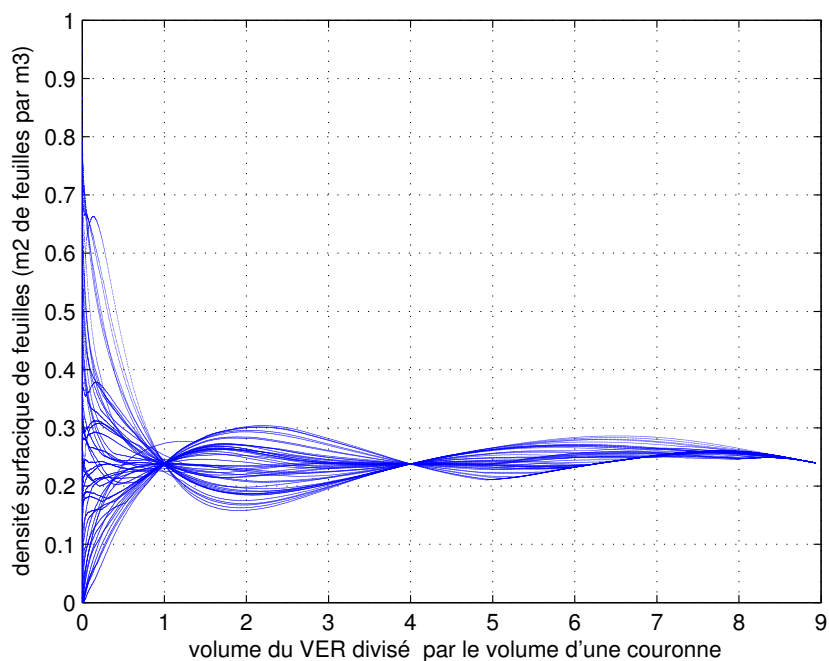
## Conclusion

On obtient ici les valeurs des longueurs caractéristiques mésoscopiques et macroscopiques pour un couvert végétal de *Quercus Prinus* ainsi que les valeurs associées de surface spécifique. Cette étude peut alors être reprise pour obtenir les valeurs de ces grandeurs pour différents couverts avec des modèles de répartitions des arbres plus évolués, dès lors que la répartition verticale de surface projetée est connue.

Finalement, on voit que l'outil I.F.S. permet une reconstruction commode de structures végétales. Le réalisme de cette construction a été validé par la comparaison des caractéristiques géométriques des structures "numériques" avec celles de structures réelles disponibles dans la littérature. La reconstruction simplifiée d'une parcelle de forêt a également permis de valider le comportement théorique de grandeurs comme la surface spécifique suivant l'échelle à laquelle la mesure est effectuée.



(a) Pour un volume de contrôle



(b) Pour 50 volumes de contrôle

FIGURE 1.11 – Surface spécifique dans différents volumes de contrôle, grandes échelles

## Chapitre 2

# Construction du milieu équivalent par changement d'échelle, équations adimensionnées

### Introduction

Dans le cadre de la lutte incendie et de la modélisation des feux de forêts, l'établissement d'une description de la végétation comme un milieu homogène doit être effectuée. En effet, afin de pouvoir réaliser des calculs numériques de feux de surfaces en temps réel, il faut faire appel à des modèles simplifiés de la physique du feu tant celle-ci est complexe. Une de ces simplifications consiste à considérer la végétation constituée d'une phase solide et d'une phase fluide comme un milieu homogène équivalent se comportant comme un milieu poreux. Il faut donc opérer un changement d'échelle pour connaître le comportement du milieu équivalent.

On présente ici la méthode utilisée pour effectuer un changement d'échelle sur une équation. Celle-ci s'inspire de la méthode développée par Marle [38] dans le cadre de l'étude de milieux poreux et est identique à celle utilisée par Calogine [8] dans ses travaux de thèse. Elle est également utilisée dans l'article de Séro-Guillaume et Margerit [48] pour développer les équations du milieu homogène équivalent au milieu végétal à l'échelle macroscopique. La première partie de ce chapitre sur la présentation de la méthode est directement reprise de ces travaux. On s'intéresse à un système macroscopique (échelle de la strate végétale) dont les équations sont connues à une échelle dite mésoscopique (échelle des branches dans la strate végétale) pour les sous-systèmes (phases) composant notre milieu. Souhaitant étudier notre système à l'échelle supérieure, un changement d'échelle doit être effectué. Il faut donc établir les équations de l'échelle macroscopique à partir de celles de l'échelle mésoscopique. Le milieu équivalent ainsi construit suivra les équations obtenues après ce changement d'échelle.

On obtient ces équations par convolution des équations à l'échelle mésoscopique, à savoir les équations de Navier-Stokes et l'équation de l'énergie. Après convolution, on obtient l'équation de quantité de mouvement et l'équation de l'énergie à l'échelle macroscopique ; cependant la méthode utilisée fait apparaître dans les équations obtenues des termes propres à l'échelle macroscopique, représentatifs de la physique à cette échelle. On fait alors appel à la thermodynamique des processus irréversibles étendue pour fermer ces équations en établissant des relations phénoménologiques entre ces termes et les grandeurs de l'échelle macroscopique. La fermeture utilisée pour la suite de ces travaux est identique à celle de Calogine [7, 8]. Une discussion sur d'autres fermetures est également présentée. Il apparaît alors des coefficients propres au milieu à cette

échelle.

On procède finalement à une adimensionnalisation des équations obtenues afin de déterminer les groupements sans dimensions macroscopiques caractéristiques du milieu équivalent.

## 2.1 Principe du changement d'échelle, construction du milieu équivalent

### 2.1.1 Prise de moyenne

Du fait du caractère discret de la matière, une interprétation homogène des milieux comme cela est couramment utilisé en mécanique des milieux continus n'est possible qu'à la condition de considérer un milieu équivalent. Les règles du calcul différentiel peuvent alors s'appliquer : c'est l'hypothèse du milieu continu. En effet, en mesurant localement une caractéristique réelle d'un matériau (la masse volumique par exemple) le long d'un axe parcourant ce dernier, de fortes variations locales et irrégularités seraient observées. En pratique, la fonction masse volumique ne serait pas dérivable, ce qui est contraire à l'hypothèse des milieux continus. Pour satisfaire à cette hypothèse, une prise de moyenne de cette quantité sur un volume élémentaire représentatif du milieu est effectuée. La caractéristique masse volumique devient alors plus "lisse" le long de l'axe considéré précédemment si le volume élémentaire représentatif est correctement choisi.

Pour illustrer ce phénomène de lissage, l'évolution de cette quantité moyenne  $\bar{\rho}$  est représentée sur la figure 2.1 en fonction de la taille  $X$  du noyau de lissage (équivalent à la taille du volume élémentaire représentatif). Considérons  $\bar{\rho}(x)$  la moyenne de la masse volumique sur un volume sphérique  $B$  centré en  $x$ . Alors :

$$\bar{\rho}(x) = \frac{1}{Vol(B)} \int_B \rho dv \quad (2.1)$$

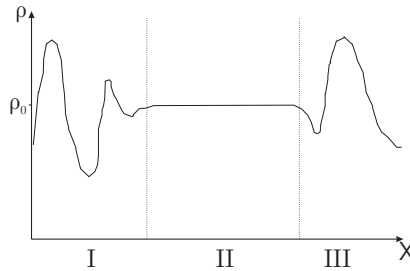


FIGURE 2.1 – Variation de la masse volumique moyenne en fonction de la taille  $X$  du noyau

Sur la figure 2.1, trois zones distinctes sont observées :

- la première zone où les variations de  $\bar{\rho}$  sont rapides. Cela correspond à la disparité encore importante des caractéristiques du matériau à cette échelle : les dimensions du volume sur lequel la moyenne est effectuée sont de la taille des éléments constitutifs du milieu.
- la deuxième zone où  $\bar{\rho}$  prend une valeur  $\rho_0$  presque constante sur une assez grande échelle. Cette échelle est grande devant l'échelle des éléments constitutifs du milieu mais petite devant l'échelle macroscopique de description du milieu équivalent : c'est l'échelle de la particule fluide.
- la troisième zone où la masse volumique varie macroscopiquement. Les variations à cette échelle sont alors représentatives d'une évolution des propriétés du milieu.

La taille du volume élémentaire représentatif est donc située dans la seconde zone, où la moyenne des caractéristiques du milieu reste constante.

En utilisant cette méthode, on peut alors définir au point  $x$  une masse volumique qui sera un champ scalaire régulier, différentiable par morceaux. En moyennant ainsi toutes les quantités (de mouvement, température...), on affecte au milieu continu des champs différentiables. La mécanique des milieux continus est alors utilisable.

Cette approche permet de définir un milieu équivalent dans le cas où toutes les hétérogénéités du milieu sont présentes à la même échelle.

### 2.1.2 Convolution

Pour un milieu plus complexe, il est nécessaire d'effectuer un filtrage lors de la prise de moyenne volumique, c'est à dire effectuer une convolution de la quantité considérée plutôt qu'une prise de moyennes afin de rendre compte des hétérogénéités du milieu. Ce filtrage s'écrit sous la forme suivante :

$$\widehat{f}_h(x) = \langle f \rangle_h = f * m_h = \int_R f(y)m_h(x-y)dy = \int_R f(x-y)m_h(y)dy \quad (2.2)$$

Où  $m_h$  représente le noyau du filtre. Cette fonction poids est choisie la plus régulière possible, c'est à dire différentiable en espace et en temps, et à support compact. La taille du support noté  $h$ , est la résolution du filtre. C'est la taille caractéristique de la particule du milieu continu. De plus, pour des raisons de symétrie, le noyau est une fonction paire. Alors  $f * m_h = \int_{-h}^h f(x+y)m_h(y)dy$

Les propriétés suivantes sont couramment imposées au filtre en plus des conditions précédentes :

- $m_h(x) > 0$
- $\int_{R^n} m_h(x)dx = 1$
- $\lim_{h \rightarrow 0} \int_{|x|>a} m_h(x)dx = 0, \forall a > 0$

La dernière relation implique que  $m_h \rightarrow \delta$  quand  $h \rightarrow 0$  avec  $\delta$  distribution de Dirac.

Le choix d'une telle fonction n'est pas unique. On remarquera l'existence de nombreux noyaux, dont les noyaux de type exponentiel utilisés entre autres par Marle [38] ou les noyaux de type fractal, cubique ou quintique utilisés par Séro-Guillaume et Calogine [49]. On notera aussi que l'utilisation de noyau Gaussien est courante, bien que celui-ci ne soit pas à support compact. Un exemple de filtre est maintenant présenté :

$$m_h(x) = C(h) \begin{cases} \exp \left[ - \left( 1 - \left( \frac{|x|}{h} \right)^2 \right)^{-1} \right] & \text{si } |x|/h < 1 \\ 0 & \text{si } |x|/h \geq 1 \end{cases} \quad (2.3)$$

La fonction  $C(h)$  est définie telle que  $\int_R m_h(x)dx = 1$ . Ce filtre est indéfiniment différentiable. A partir d'un filtre mono-dimensionnel, on peut construire des filtres dans des espaces à  $n$  dimensions en remplaçant  $x$  par la norme de la distance d'un point au point où est effectuée la convolution. La fonction de normalisation doit alors être adaptée et le support devient une boule de rayon  $h$ .

Comme décrit précédemment, la fonction définie par (2.2) est aussi régulière que la fonction  $m_h$ . Alors, pour le filtre présenté (2.3), elle est indéfiniment différentiable.

### 2.1.3 Prolongement des grandeurs du système

Possédant les outils mathématiques pour établir les propriétés d'un milieu équivalent à un milieu complexe, la méthode présentée au paragraphe 2.1.1 est maintenant appliquée à un milieu composé d'une phase solide indiquée  $s$  et d'une phase fluide indiquée  $f$  en effectuant le produit de convolution des grandeurs de ce dernier par un filtre dont la taille du noyau est adaptée. La construction d'un milieu équivalent à ce milieu complexe représenté figure 2.2 est ainsi réalisée.



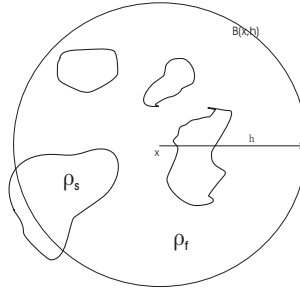


FIGURE 2.2 – Milieu diphasique complexe

La masse volumique  $\rho_f$  de la phase fluide n'est définie que sur le domaine  $\Omega_f$  occupé par le fluide, et la masse volumique moyenne définie par le produit de convolution  $\widetilde{\rho}_f(x, t) = \int_{\mathbb{R}^3} \rho_f(y, t) m_h(y - x) d\omega_y$  n'a pas de sens pour tous les  $x$ . Il faut donc étendre la définition de  $\rho_f$  en la prolongeant en une fonction  $\overline{\rho}_f$  définie par 0, par exemple, sur le domaine  $\Omega_s$  occupé par la phase solide. A partir de cette nouvelle fonction, la masse volumique fluide moyenne peut être définie par :

$$\widehat{\rho}_f(x, t) = \int_{\mathbb{R}^3} \overline{\rho}_f(y, t) m_h(x - y) d\omega_y \quad (2.4)$$

Il est important de remarquer que toutes les grandeurs affectées à un milieu ne sont pas nécessairement prolongées par 0. Dans le cas d'un milieu poreux, pour obtenir une bonne convergence vers la loi de Darcy, le prolongement adéquat de la pression est sa valeur moyenne sur les frontières du domaine où elle est définie selon Allaire [3]. La question du prolongement des grandeurs reste donc à adapter pour chaque cas d'homogénéisation considéré.

En utilisant la définition de la convolution et  $\chi_i$  la fonction caractéristique d'une phase  $i$ , la fraction volumique  $\alpha_i$  (de la phase  $i$ ) ou la porosité peuvent aisément être définies de la manière suivante :

$$\alpha_i = \chi_i * m_h \quad (2.5)$$

Dans un milieu poreux, la fraction volumique de la phase fluide représentera alors la porosité.

#### 2.1.4 Convolution et dérivation au sens des distributions

Les grandeurs prolongées définies précédemment admettent des surfaces de discontinuité qui sont les surfaces de séparation des phases, selon Séro-Guillaume et Margerit [48]. Leurs dérivées ne sont plus des fonctions mais des distributions. Supposons  $f$  de classe  $C^1$  sauf sur une surface  $S$  où elle est discontinue ; on peut encore définir son gradient au sens des distributions, que l'on note  $\{grad(f)\}$ . De la même façon, soit  $V$  un champ de vecteur de classe  $C^1$  sauf sur une surface de discontinuité, on peut définir la divergence et le rotationnel de ce champ au sens des distributions que l'on note  $\{div(V)\}$  et  $\{rot(V)\}$ .

Il est alors possible de lier dérivation au sens des fonctions et dérivations au sens des distributions. Les résultats des travaux de Schwartz [47] sont exploités pour établir ces relations :

Soient  $f$  une fonction scalaire et  $V$  une fonction vectorielle de classe  $C^1$  dans un ouvert  $\Omega$  de  $\mathbb{R}^n$  sauf sur une surface de discontinuité  $S$ . On note  $\{grad(f)\}$ ,  $\{div(V)\}$ ,  $\{rot(V)\}$  et  $\{\partial f/\partial t\}$  les gradients, divergence, rotationnel et dérivée par rapport au temps au sens des distributions. Au sens des distributions, il est possible d'écrire :

$$- \{grad(f)\} = grad(f) + [f]n\delta_S$$

$$\begin{aligned}
 - \{div(V)\} &= div(V) + [V].n\delta_S \\
 - \{rot(V)\} &= rot(V) + n \wedge [V]\delta_S \\
 - \left\{\frac{\partial f}{\partial t}\right\} &= \frac{\partial f}{\partial t} - [f]w.n\delta_S
 \end{aligned}$$

Avec  $grad(f)$ ,  $div(V)$ ,  $rot(V)$ ,  $\partial f/\partial t$  les dérivées au sens des fonctions ;  $[f]$  et  $[V]$  les sauts des fonctions à travers la surface  $S$  orientée localement par la normale  $n$  ;  $\delta_S$  la distribution de Dirac concentrée sur  $S$  et  $w$  la vitesse de l'interface.

Comme les fonctions prolongées sont des distributions, il s'agit maintenant de convoluer les distributions avec le filtre  $m_h$  choisi. On donne la définition suivante de la convolution d'une distribution :

Soient  $T$  une distribution et  $m_h$  une fonction à support compact indéfiniment dérivable, alors on appelle convolution de  $T$  et  $m_h$  la fonction définie par :  $f(x) = \langle T(y), m_h(x-y) \rangle$ , si  $m_h$  est indéfiniment dérivable, cette fonction l'est aussi.

Finalement, afin de définir tous les opérateurs différentiels, on tente de lier la fonction filtrée de la dérivée et la dérivée de la fonction filtrée : il y a interversion de la dérivation et de la convolution. Soient une distribution  $f$  et  $m_h$  un noyau différentiable, alors le produit de convolution de  $f$  par  $m_h$  est une fonction différentiable et on a :  $\frac{\partial}{\partial x_i}(f * m_h) = \frac{\partial f}{\partial x_i} * m_h$

Appliquons maintenant cette méthode à notre milieu, le rayon  $h$  des filtres étant choisi constant.

## 2.2 Application au milieu végétal

On va considérer la végétation comme un milieu poreux contenant une matrice solide indexée  $s$  qui occupe le domaine  $\Omega_s$  représentant la phase végétale : bois, tiges, etc... Dans ses pores, cette matrice contient une phase fluide indexée  $f$  : c'est l'ensemble des gaz qui occupent le domaine  $\Omega_f$ , de sorte que le domaine  $\Omega$  représentant le domaine complet vérifie :  $\Omega = \Omega_s \cup \Omega_f$ .

Le transfert d'énergie radiative peut-être inclus dans le transfert conductif avec une conductivité effective, ou il pourra être pris en compte par l'ajout d'un terme source macroscopique radiatif une fois l'équation de l'énergie macroscopique établie. Ce terme source sera calculé à l'aide de l'équation du transfert radiatif macroscopique, obtenue à partir de l'équation du transfert radiatif mésoscopique en appliquant la même démarche que celle adoptée pour les équations de Navier-Stokes et de la chaleur. Le solide est fixe dans l'espace ou animé d'un mouvement de solide indéformable ; il n'est le siège que de transfert de chaleur.

Les équations intervenant à l'échelle du pore (échelle mésoscopique) sont rappelées. Pour simplifier la notation des équations après convolution, la notation  $\tilde{\phantom{x}}$  est adoptée pour les grandeurs relatives aux deux phases à l'échelle mésoscopique. On a pour la phase fluide :

- bilan de masse :

$$\frac{\partial \tilde{\rho}_f}{\partial t} + div(\tilde{\rho}_f \tilde{v}) = 0 \quad (2.6)$$

- bilan de quantité de mouvement :

$$\frac{\partial \tilde{\rho}_f \tilde{v}}{\partial t} + div(\tilde{\rho}_f \tilde{v} \otimes \tilde{v} - \tilde{s}) = \tilde{\rho}_f g - \tilde{\rho}_f g \tilde{\beta}(\tilde{T}_f - \tilde{T}_\infty) \quad (2.7)$$

- bilan d'énergie :

$$\frac{\partial}{\partial t} \left[ \tilde{\rho}_f \left( \tilde{e}_f + \frac{1}{2} |\tilde{v}|^2 \right) \right] + div \left[ \tilde{\rho}_f \left( \tilde{h}_f + \frac{1}{2} |\tilde{v}|^2 \right) \tilde{v} + \tilde{q}_f - \tilde{\tau} \cdot \tilde{v} \right] - \tilde{\rho}_f \tilde{v} \cdot g = 0 \quad (2.8)$$

où  $\tilde{\beta}$  est le coefficient de compressibilité,  $\tilde{T}_\infty$  est une température de référence,  $\tilde{e}_f$  est l'énergie interne,  $\tilde{h}_f$  l'enthalpie définie par  $\tilde{h}_f = \tilde{e}_f + \tilde{p}_f/\tilde{\rho}_f$ ,  $\tilde{q}_f$  le vecteur densité de flux de chaleur. Le fluide est supposé être un gaz parfait et un fluide newtonien de sorte que le tenseur des contraintes  $\tilde{s}$  peut s'écrire :  $\tilde{s} = -\tilde{p}Id + \tilde{\tau}$ .

Pour la phase solide, seule l'équation de l'énergie subsiste sous la forme :

$$\frac{\partial}{\partial t}(\tilde{\rho}_s \tilde{e}_s) + \text{div}(\tilde{q}_s) = 0 \quad (2.9)$$

### 2.2.1 Convolution des équations valide à l'échelle mésoscopique

Afin de réaliser la convolution des quantités mésoscopiques, il faut tout d'abord définir ces dernières sur l'ensemble du domaine  $\Omega$  car celles-ci sont définies uniquement sur  $\Omega_s$  ou  $\Omega_f$ . Ces quantités seront alors des distributions.

#### Extension des quantités aux distributions

Après que les grandeurs de notre milieu aient été étendues, ces propriétés pourront être exploitées pour calculer les termes des équations à l'échelle mésoscopique présentées plus haut. Les équations ainsi construites seront alors valables dans tout le domaine  $\Omega$ .

La démarche adoptée est brièvement rappelée :

- Les grandeurs définies dans une phase sont prolongées par la valeur 0 dans l'autre phase. Par exemple la masse volumique  $\tilde{\rho}_f$  qui vaut  $\tilde{\rho}_f$  dans  $\Omega_f$  vaut 0 dans  $\Omega_s$ .
- Ces nouvelles grandeurs ne sont plus des fonctions mais des distributions. Les équations sont alors écrites sous forme distributionnelle, de telle sorte que les conditions aux limites ou aux interfaces soient incluses dans les équations. Le système d'équations convoluées est ainsi obtenu. L'équation de continuité (2.6) devient :

$$\frac{\partial \tilde{\rho}_f}{\partial t} + \text{div}(\tilde{\rho}_f \tilde{v}_f) = [\tilde{\rho}_f(\tilde{v}_f - w_\Sigma)] \cdot n_f \delta_\Sigma \quad (2.10)$$

où  $w_\Sigma$  est la vitesse de l'interface et  $\delta_\Sigma$  la distribution de Dirac concentrée sur l'interface. Le terme  $[\tilde{\rho}_f(\tilde{v}_f - w_\Sigma)] \cdot n_f \delta_\Sigma$  est nul si le fluide adhère aux parois solides. L'équation de quantité de mouvement devient :

$$\frac{\partial \tilde{\rho}_f \tilde{v}_f}{\partial t} + \text{div}(\tilde{\rho}_f \tilde{v}_f \otimes \tilde{v}_f - \tilde{s}) = \tilde{\rho}_f g - \tilde{\rho}_f g \tilde{\beta}(\tilde{T}_f - \tilde{T}_0) + [\tilde{s} - \tilde{\rho}_f \tilde{v}_f(\tilde{v}_f - w_\Sigma)] \cdot n_f \delta_\Sigma \quad (2.11)$$

En développant les termes  $\tilde{h}_f$  et  $\tilde{\tau} \cdot \tilde{v}$  dans l'équation (2.8), l'équation de l'énergie devient après convolution :

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} \left( \tilde{\rho}_f \left( \tilde{e}_f + \frac{1}{2} |\tilde{v}_f|^2 \right) \right) + \text{div} \left( \tilde{\rho}_f \left( \tilde{e}_f + \frac{1}{2} |\tilde{v}_f|^2 \right) \tilde{v}_f + \tilde{q}_f - \tilde{s} \cdot \tilde{v}_f \right) = \tilde{\rho}_f \tilde{v}_f \cdot g \\ + \left[ \tilde{s} \cdot \tilde{v}_f - \tilde{q}_f - \tilde{\rho}_f \left( \tilde{e}_f + \frac{1}{2} |\tilde{v}_f|^2 \right) (\tilde{v}_f - w_\Sigma) \right] \cdot n_f \delta_\Sigma \end{aligned} \quad (2.12)$$

- Le produit de convolution de ces équations est pris avec un noyau  $m_h$  à support compact assez régulier, comme celui présenté relation (2.3). Comme un certain nombre de relations sont non linéaires, la prise de moyenne et les relations ne sont pas commutatives, c'est-à-dire que la moyenne de la relation n'est pas la relation portant sur les moyennes des grandeurs.

- Afin que le milieu macroscopique équivalent, s'il existe, vérifie les lois de bilans macroscopiques usuelles, de nouvelles grandeurs qui dépendront des grandeurs mésoscopiques, en général de manière fonctionnelle, sont introduites. C'est-à-dire que les grandeurs macroscopiques dépendront des grandeurs mésoscopiques par l'intermédiaire de la solution du système d'équations mésoscopiques. Il est nécessaire de travailler phase par phase, les grandeurs dans les équations précédentes seront donc indexées par un indice de phase. Rappelons que la porosité  $\Phi$  a été définie par :

$$[\Phi] = (1 - \chi_s) * m_h \quad (2.13)$$

Dans la suite les grandeurs qui seront définies par des relations de la forme (2.13) seront placées entre crochets.

### Equations de bilan pour la phase fluide

Après l'opération de prise de moyenne, l'équation de bilan de masse du constituant  $i$  dans la phase  $f$  s'écrit :

$$\frac{\partial}{\partial t}(\Phi\rho_f) + \text{div}(\Phi\rho_f U) = 0 \quad (2.14)$$

où la masse volumique  $\rho_f$  est définie par :

$$\Phi[\rho_f] = \bar{\rho}_f * m_h \quad (2.15)$$

la vitesse par :

$$\Phi\rho_f[U] = (\bar{\rho}_f\bar{v}) * m_h \quad (2.16)$$

On obtient de même pour l'équation de bilan de quantité de mouvement :

$$\frac{\partial}{\partial t}(\Phi\rho_f U) + \text{div}(\Phi\rho_f U \otimes U - \mathbf{S}) = \Phi\rho_f g - \Phi\rho_f g\beta_{eff}(T_f - T_s) - F_{fs} \quad (2.17)$$

avec  $\beta_{eff}$  coefficient de compressibilité efficace du milieu équivalent et  $\mathbf{S}$  tenseur macroscopique des contraintes. Les définitions suivantes sont adoptées :

$$\Phi\rho_f g[\beta_{eff}](T_f - T_s) = (\bar{\beta}\bar{\rho}_f(\bar{T}_f - \bar{T}_\infty)) * m_h \quad (2.18)$$

$$\Phi\rho_f U \otimes U - [\mathbf{S}] = (\bar{\rho}_f\bar{v} \otimes \bar{v} - \bar{s}) * m_h \quad (2.19)$$

$$[F_{fs}] = (\bar{\rho}_f\bar{v}(\bar{v} - w_\Sigma) - \bar{s}).n_\Sigma\delta_\Sigma * m_h \quad (2.20)$$

La force  $[F_{fs}]$  est la force qu'exerce le gaz sur la structure solide, elle apparaît comme un terme source.

De manière analogue, on obtient pour l'équation de bilan de l'énergie :

$$\frac{\partial}{\partial t} \left( \Phi\rho_f \left( E_f + \frac{1}{2}U^2 \right) \right) + \text{div} \left( \Phi\rho_f \left( E_f + \frac{1}{2}U^2 \right) U + Q_f - \mathbf{S}.U \right) = \Phi\rho_f g.U - P\frac{\partial\Phi}{\partial t} - X_{fs} \quad (2.21)$$

Avec  $E_f$  énergie interne macroscopique,  $Q_f$  flux de chaleur macroscopique,  $P$  pression macroscopique et  $X_{fs}$  flux de chaleur macroscopique entre phases. L'énergie  $E_f$  est définie par :

$$\Phi \rho_f \left( [E_f] + \frac{1}{2} U^2 \right) = \bar{\rho}_f \left( \bar{e}_f + \frac{1}{2} \bar{v}^2 \right) * m_h \quad (2.22)$$

et le vecteur flux de chaleur  $Q_f$  par :

$$\Phi \rho_f \left( E_f + \frac{1}{2} U^2 \right) U + [Q_f] - \mathbf{s} \cdot U = \left( \bar{\rho}_f \left( \bar{e}_f + \frac{1}{2} \bar{v}^2 \right) \bar{v} + \bar{q}_f - \bar{\mathbf{s}} \cdot \bar{v} \right) * m_h \quad (2.23)$$

Ces grandeurs macroscopiques ne sont pas les moyennes des grandeurs mésoscopiques correspondantes. En effet le tenseur des contraintes  $\mathbf{S}$  contient des effets venant des efforts d'inertie car la moyenne  $(\bar{\rho}_f v \otimes v) * m_h$  n'est pas  $\Phi \rho_f U \otimes U$  ; comme en turbulence, il existe une part qui correspond au fameux tenseur de Reynolds.

La définition du flux entre phases  $X_{fs}$  quittant la phase fluide au travers de l'interface  $\Sigma$  par unité de temps et de volume du milieu poreux est plus délicate. On peut néanmoins la définir par la convolution suivante :

$$P \frac{\partial \Phi}{\partial t} + [X_{fs}] = \left( \left( \bar{\rho}_f \left( \bar{e}_f + \frac{\bar{p}}{\bar{\rho}_f} + \frac{1}{2} \bar{v}^2 \right) (\bar{v} - w_\Sigma) + \bar{q}_f - \bar{\mathbf{s}} \cdot \bar{v} + \bar{p} w_\Sigma \right) \cdot n_\Sigma \delta_\Sigma \right) * m_h \quad (2.24)$$

Remarquons tout d'abord que les variables thermodynamiques habituelles, masse volumique  $\rho_f$  et énergie interne  $E_f$  associées à l'équilibre ont été définies pour la phase  $f$ . On peut alors supposer que toutes les autres grandeurs thermodynamiques macroscopiques associées à la phase  $f$  sont définies pourvu que les équations d'état soient restées identiques à celles valables au niveau mésoscopique en équilibre. Cette hypothèse est forte et discutable car elle suppose que le milieu complexe pour lequel on fabrique un modèle suive les lois thermodynamiques habituellement utilisées pour les "corps usuels". La détermination de ces lois d'état est un problème en soi, cependant si l'on retient cette hypothèse, la température  $T_f$  et la pression  $P$  étant définies, le tenseur des contraintes visqueuses  $\mathbf{T}$  est défini par :

$$\mathbf{s} = -\Phi P \mathbf{I} d + [\mathbf{T}] \quad (2.25)$$

### Equations de bilan pour la phase solide

De la convolution d'un noyau avec l'équation (2.9) après extension de ces grandeurs, on obtient la relation :

$$\frac{\partial}{\partial t} ((1 - \Phi) \rho_s E_s) + \text{div}(Q_s) + X_{sf} = 0 \quad (2.26)$$

où la masse volumique  $\rho_s$  est définie par :

$$(1 - \Phi) [\rho_s] = \bar{\rho}_s * m_h \quad (2.27)$$

l'énergie interne par :

$$(1 - \Phi) \rho_s [E_s] = (\bar{\rho}_s \bar{e}_s) * m_h \quad (2.28)$$

le vecteur flux de chaleur par :

$$[Q_s] = \bar{q}_s * m_h \quad (2.29)$$

et le flux entre phases (terme source de l'équation de l'énergie) par :

$$[X_{sf}] = (\bar{q}_s \cdot n_{sf}) \delta_\Sigma * m_h \quad (2.30)$$

## 2.2.2 Fermeture thermodynamique

### Bilan d'entropie

Nous allons maintenant suivre la méthode exposée par Marle [38] pour fermer les équations obtenues. Après avoir écrit la variation d'entropie, nous devons identifier le vecteur flux d'entropie ainsi que la production. Nous nous placerons soit dans le cadre de la thermodynamique des processus irréversible étendue de *Jou et al.* [21], soit dans le cadre de la thermodynamique rationnelle étendue des milieux continus de Müller [40]. Les grandeurs dépendent donc des variables thermodynamiques définissant l'équilibre par des relations qui sont les mêmes que les relations à l'équilibre. La prise de moyenne a introduit de nouvelles quantités essentielles que sont :

- les flux :  $\mathbf{S}$ ,  $Q_f$  et  $Q_s$
- les sources :  $F_{fs}$  et  $X_{fs} = -X_{sf}$

Pour clore le système d'équations, il faut relier ces quantités aux variables mécaniques et thermodynamiques usuelles. Comme dans [21], la variation d'entropie  $\mathbf{S}$  s'écrit :

$$\rho_{eq} \frac{d\mathbf{S}}{dt} = -div(\mathbf{J}_\mathbf{S}) + \sigma_\mathbf{S} \quad (2.31)$$

où  $\mathbf{J}_\mathbf{S}$  est le flux d'entropie,  $\sigma_\mathbf{S}$  sa production et  $\rho_{eq} = \Phi\rho_f + (1 - \Phi)\rho_s$  la masse volumique équivalente.

Pour obtenir la variation totale d'entropie, on écrit :

$$\rho_{eq} \frac{d\mathbf{S}}{dt} = \Phi\rho_f \frac{d^f \mathbf{S}_f}{dt} + (1 - \Phi)\rho_s \frac{d^s \mathbf{S}_s}{dt} \quad (2.32)$$

Les dérivées sont prises dans le mouvement de chaque phase. La dépendance de l'entropie est étendue aux flux et sources. On suppose donc que :

$$\mathbf{S}_f = \mathbf{S}_f(E_f, 1/\rho_f, Q_f, F_{fs}) \text{ et } \mathbf{S}_s = \mathbf{S}_s(E_s, Q_s) \quad (2.33)$$

de telle sorte que les variations d'entropie se retrouvent sous la forme :

$$d^f \mathbf{S}_f = \frac{\partial \mathbf{S}_f}{\partial E_f} d^f E_f - \frac{\partial \mathbf{S}_f}{\partial 1/\rho_f} \frac{d^f \rho_f}{\rho_f^2} + \frac{\partial \mathbf{S}_f}{\partial Q_f} d^f Q_f + \frac{\partial \mathbf{S}_f}{\partial F_{fs}} d^f F_{fs} \quad (2.34)$$

et

$$d^s \mathbf{S}_s = \frac{\partial \mathbf{S}_s}{\partial E_s} d^s E_s + \frac{\partial \mathbf{S}_s}{\partial Q_s} d^s Q_s \quad (2.35)$$

Il faut maintenant remplacer toutes les différentielles dans les relations (2.34) et (2.35) par leurs expressions tirées des relations de bilan, où les dérivées partielles sont remplacées en fonction des dérivées matérielles. Par exemple, en considérant la porosité constante au cours du temps, le bilan d'énergie pour la phase  $f$  s'écrit :

$$\Phi\rho_f \frac{d^f E_f}{dt} = -div(Q_f) - X_{fs} + F_{fs}.U \quad (2.36)$$

On peut définir respectivement la température et la pression de non équilibre par  $\partial \mathbf{S} / \partial E_f = 1/\Theta_f$  et  $\partial \mathbf{S} / \partial (1/\rho_f) = \Pi_f / \Theta_f$ . En réalité, le système n'est pas si loin de l'équilibre à tel point que la température et la pression thermodynamique définies ci-dessus peuvent être considérées

comme égales aux températures et pression d'équilibre, comme indiqué par Jou *et al.* dans [21]. On pose alors les relation suivantes :

$$\frac{\partial \mathbf{S}}{\partial E_f} = \frac{1}{T_f}, \quad \frac{\partial \mathbf{S}}{\partial 1/\rho_f} = \frac{P_f}{T_f}, \quad \frac{\partial \mathbf{S}}{\partial Q_f} = -\frac{a_f}{T_f}, \quad \frac{\partial \mathbf{S}}{\partial F_{fs}} = \frac{W}{T_f}, \quad \frac{\partial \mathbf{S}}{\partial E_s} = \frac{1}{T_s}, \quad \frac{\partial \mathbf{S}}{\partial Q_s} = -\frac{a_s}{T_s} \quad (2.37)$$

S'il n'y a pas de propagation de la chaleur, c'est-à-dire si  $Q_f = Q_s = 0$ , les deux vecteurs  $a_f$  et  $a_s$  peuvent être supposés nuls. Il vient :

$$a_f = \mathbf{a}_f(T_f, \rho_f, \dots)Q_f \text{ et } a_s = \mathbf{a}_s(T_s)Q_s$$

où  $\mathbf{a}_f$  et  $\mathbf{a}_s$  sont deux tenseurs du deuxième ordre. De la même façon le vecteur  $W$  peut être considéré comme nul si la vitesse moyenne  $U$  est nulle. Il vient donc :

$$W = \tau(T_f, \rho_f, U, \dots)U$$

$\tau$  est aussi *a priori* un tenseur du deuxième ordre. Compte tenu des relations précédentes, le bilan total d'entropie est obtenu en sommant tous les bilans pour les phases fluide et solide. Après calcul, on obtient  $J_{\mathbf{S}} = J_s + J_f$  avec :

$$J_f = \frac{Q_f}{T_f} \text{ et } J_s = \frac{Q_s}{T_s} \quad (2.38)$$

La production d'entropie est la somme de plusieurs termes, donnés par ordre de tensorialité, qui sont :

$$\sigma_{\mathbf{S}0} = -\frac{X_{fs}}{T_f} - \frac{X_{sf}}{T_s} \quad (2.39)$$

$$\sigma_{\mathbf{S}1} = Q_f \cdot \left( \text{grad} \frac{1}{T_f} - \frac{\mathbf{a}_f}{T_f} \frac{d^f Q_f}{dt} \right) + Q_s \cdot \left( \text{grad} \frac{1}{T_s} - \frac{\mathbf{a}_s}{T_s} \frac{d^s Q_s}{dt} \right) \quad (2.40)$$

$$\sigma_{\mathbf{S}1'} = \frac{U}{T_f} \cdot \left( \tau \frac{dF_{fs}}{dt} + F_{fs} + P \text{grad}(\Phi) \right) \quad (2.41)$$

$$\sigma_{\mathbf{S}2} = \text{grad}(U) : \frac{\mathbf{S}}{T_f} \quad (2.42)$$

Notons que compte tenu des conditions à la traversée de l'interface  $\Sigma$ , la relation suivante qui exprime l'égalité des flux de chaleurs reçus de part et d'autre des deux phases doit être vérifiée :

$$X_{fs} + X_{sf} = 0 \quad (2.43)$$

### Fermeture des équations

Le terme de production d'entropie doit être positif, et ceci pour tous processus. Les différents facteurs intervenant dans la production d'entropie doivent tous être indépendamment positifs. On ne peut donner de critère pour assurer directement la positivité du terme  $\sigma_{\mathbf{S}1'}$ . Cependant une approximation du second ordre permet de poser :

$$\tau \frac{dF_{fs}}{dt} + F_{fs} + P \text{grad}(\Phi) = \mu_f K_{perm}^{-1} U + K_{Forch} |U| U \quad (2.44)$$

Où  $K_{perm}$  et  $K_{Forch}$  sont deux tenseurs positifs, c'est-à-dire tels que les produits scalaires  $\langle K_{perm}^{-1}U, U \rangle$  et  $\langle K_{Forch}U, U \rangle$  soient positifs. Ainsi,  $U$  est proportionnel à  $\tau \frac{dF_{fs}}{dt} + F_{fs} + Pgrad(\Phi)$  et le terme  $\sigma_{S1'}$  est positif.

Pour le tenseur des contraintes on utilisera la forme habituellement prise pour les fluides newtoniens, nous permettant de retrouver la forme habituelle du terme de Brinkman dans l'équation de quantité de mouvement obtenue. L'utilisation de cette forme est un moyen d'assurer la positivité du terme  $\sigma_{S2}$ , cependant ce moyen n'est pas l'unique. Il vient alors :

$$\mathbf{s} = - \left[ \Phi P + \frac{2}{3} \mu_{eff} divU \right] Id + 2\mu_{eff} D \quad (2.45)$$

où  $D = 1/2 [gradU + {}^t(gradU)]$  est le tenseur taux de déformation. Cette forme du tenseur  $\mathbf{S}$  des contraintes n'est pas forcément représentative du comportement macroscopique pour les raisons évoquées lors de l'établissement de la relation (2.25). La rhéologie du milieu serait à étudier pour déterminer la forme adaptée de  $\mathbf{S}$ . Cette discussion sera abordée au chapitre IV.

Examinons maintenant les conséquences des relations (2.44) et (2.45) sur le bilan de quantité de mouvement qui s'écrit, compte tenu de l'équation de continuité :

$$\begin{aligned} \Phi \rho_f \left( \frac{\partial U}{\partial t} + gradU U \right) = & -\Phi gradP + \Phi \rho_f g + grad \left( \frac{2}{3} \mu_{eff} divU \right) \\ & - F_{fs} + 2div(\mu_{eff} D) - \Phi \rho_f g \beta_{eff} (T_f - T_s) \end{aligned} \quad (2.46)$$

En supposant :

- la viscosité  $\mu_{eff}$  du milieu équivalent constante,
- le fluide incompressible,
- la constante de temps  $\tau$  négligeable,

l'équation (2.46) correspond au modèle de Brinkman-Forchheimer inertiel :

$$\begin{aligned} \Phi \rho_f \left( \frac{\partial U}{\partial t} + gradU U \right) = & -\Phi gradP + div(\mu_{eff} gradU) \\ & - \mu_f K_{perm}^{-1} U - K_{Forch} |U|U + \Phi \rho_f g - \Phi \rho_f g \beta_{eff} (T_f - T_s) \end{aligned} \quad (2.47)$$

Si le terme inertiel ainsi que les forces de viscosité sont également négligés, on obtient pour un écoulement stationnaire la loi de Darcy-Forchheimer. Pour des régimes modérés, on peut alors négliger le terme de Forchheimer en  $|U|U$  devant le terme en  $U$  de Darcy ; la loi de Darcy est ainsi obtenue :

$$U = \frac{\Phi}{\mu_{eff}} K_{perm} (gradP - \rho_f g) \quad (2.48)$$

où le tenseur  $K_{perm}$  s'assimile à la perméabilité du milieu. Le modèle contient donc comme sous modèles les modèles les plus répandus pour l'écoulement de fluides incompressibles en milieu poreux.

La fermeture de l'équation de l'énergie macroscopique est maintenant effectuée. Les conséquences de la relation (2.39) sur le bilan d'énergie sont tout d'abord étudiées. On s'intéresse au dernier terme de cette relation auquel est injectée la relation (2.43) pour le mettre sous la forme :

$$\frac{X_{fs}(T_f - T_s)}{T_f T_s} \quad (2.49)$$



Pour assurer la positivité du terme  $\sigma_{\mathbf{S}0}$ , il suffit que le flux entre phases  $X_{fs}$  soit proportionnel à la différence de température  $T_f - T_s$ . Alors le terme en question devient un produit d'un coefficient de proportionnalité  $\chi > 0$  par un carré divisé par un produit de quantités toujours positives ; celui-ci est ainsi toujours positif.  $X_{fs}$  s'écrit de la manière suivante :

$$X_{fs} = \chi(T_f - T_s) \quad (2.50)$$

avec  $\chi$  coefficient d'échange entre phases du milieu équivalent

La modélisation des flux de chaleur et des énergies est maintenant effectuée. Comme il a été signalé au paragraphe 2.2.1, l'hypothèse selon laquelle les lois thermodynamiques du milieu équivalent suivent celles des corps usuels a été faite. Alors les flux de chaleur  $Q_f$  et  $Q_s$  ainsi que les énergies  $E_f$  et  $E_s$  pourront être définis de manière conventionnelle :

$$Q_f = \lambda_f \text{grad}(T_f) \text{ et } Q_s = \lambda_s \text{grad}(T_s) \quad (2.51)$$

et

$$E_f = Cp_f T_f \text{ et } E_s = Cp_s T_s \quad (2.52)$$

Il est également possible de retrouver la forme des flux de chaleur  $Q_f$  et  $Q_s$  en assurant la positivité du terme  $\sigma_{\mathbf{S}1}$ . En effet, en posant  $Q_f$  et  $Q_s$  proportionnels à  $\text{grad}\frac{1}{T_f} - \frac{\mathbf{a}_f}{T_f} \frac{d^f Q_f}{dt}$  et  $\text{grad}\frac{1}{T_s} - \frac{\mathbf{a}_s}{T_s} \frac{d^s Q_s}{dt}$  respectivement avec  $\zeta_f$  et  $\zeta_s$  coefficient de proportionnalité, la positivité du terme  $\sigma_{\mathbf{S}1}$  est assurée. Il vient alors pour la phase  $f$  :

$$\zeta_f \frac{\mathbf{a}_f}{T_f} \frac{d^f Q_f}{dt} + Q_f = \zeta_f \text{grad} \frac{1}{T_f} \quad (2.53)$$

On retrouve ici la loi de Fourier généralisée. En assimilant  $\zeta_f \frac{\mathbf{a}_f}{T_f}$  à une constante de temps que l'on négligera (correspondant au temps d'adaptation du flux de chaleur à une évolution du gradient thermique) et en posant  $\zeta_f = \lambda_f T_f^2$ , on retrouve bien la forme proposée par la relation (2.51) en appliquant le même raisonnement pour la phase solide.

En injectant les relations (2.50) à (2.52) dans le bilan d'énergie de la phase fluide sous la forme de l'équation (2.36) et en négligeant le terme  $F_{fs} \cdot U$  de transfert d'énergie par le travail de la force pendant un instant  $dt$  devant le terme  $X_{fs}$  de transfert d'énergie entre phases (ce qui correspond à un travail négligeable devant la chaleur, hypothèse tangible dans le cas d'un déséquilibre thermique entre phases), il vient :

$$\Phi \rho_f \left( \frac{D(Cp_f T_f)}{Dt} \right) = -\text{div}(\lambda_f \text{grad}(T_f)) - \chi(T_f - T_s) \quad (2.54)$$

De même, il vient pour la phase solide :

$$(1 - \Phi) \rho_s \left( \frac{\partial(Cp_s T_s)}{\partial t} \right) = -\text{div}(\lambda_s \text{grad}(T_s)) - \chi(T_s - T_f) \quad (2.55)$$

On propose maintenant de vérifier les résultats ici obtenus par linéarisation des flux thermodynamiques en fonctions des forces au paragraphe suivant.

### Linéarisation des sources d'entropie

Soit  $J_l$  les flux d'entropie considérés comme des quantités inconnues et  $X_m$  les forces thermodynamiques fonctions des variables d'état de notre système. D'après le principe d'Onsager, un flux dépend de toutes les forces du même rang tensoriel que lui ainsi que de toutes les variables d'état thermodynamique. On considère alors les valeurs des flux et forces à l'équilibre et on développe au premier ordre autour de l'équilibre. Il vient :

$$J_l = \sum_m \left( \frac{\partial J_l}{\partial X_m} \right)_{eq} X_m = \sum_m L_{lm} X_m \quad (2.56)$$

Avec  $L_{lm} \geq 0$  fonctions des variables d'état thermodynamique. Ces coefficients pourront alors être reliés aux coefficients de transport du milieu équivalent. Ils sont toujours positifs pour assurer la positivité de la production d'entropie.

On écrit maintenant le couplage des flux et des forces pour les différents rangs tensoriels. On remarque alors que la source d'entropie a été décomposée suivant ce rang dans les relations (2.39) à (2.42).

- A l'ordre 0, on remarque que les flux d'entropie  $X_{fs}$  et  $X_{sf}$  sont opposés. Alors le couplage des flux et forces est trivial ; on retrouve immédiatement la relation (2.50).
  - A l'ordre 1, on considère les flux et forces des relations (2.40) et (2.41). Les rapports  $\frac{a_f}{T_f}$  et  $\frac{a_s}{T_s}$  sont assimilés à des constantes de temps notées  $\tau_f$  et  $\tau_s$  respectivement. Il est rappelé que ces dernières correspondent au temps de réaction des flux de chaleurs aux gradients thermiques.
- En posant  $\tau = \tau_f = \tau_s = 0$  et  $grad(\Phi) = 0$ , ce qui correspond à une particule fluide dont les phases sont proches de l'équilibre et à une porosité constante, il vient :

$$Q_f = L_{1Q_f T_f} grad\left(\frac{1}{T_f}\right) + L_{1Q_f T_s} grad\left(\frac{1}{T_s}\right) + L_{1Q_f F_{fs}} F_{fs} \quad (2.57)$$

$$Q_s = L_{1Q_s T_f} grad\left(\frac{1}{T_f}\right) + L_{1Q_s T_s} grad\left(\frac{1}{T_s}\right) + L_{1Q_s F_{fs}} F_{fs} \quad (2.58)$$

$$U = L_{1U T_f} grad\left(\frac{1}{T_f}\right) + L_{1U T_s} grad\left(\frac{1}{T_s}\right) + L_{1U F_{fs}} F_{fs} \quad (2.59)$$

Une approximation importante a ici été effectuée. En effet, un milieu ne peut jamais réagir instantanément à une sollicitation ; cela correspondrait à une propagation instantanée de l'information au sein de ce dernier. Alors les constantes de temps ne peuvent jamais être nulles, cependant ces dernières peuvent être assez faibles pour être négligées.

Soit  $L_1$  la matrice liant les flux et les forces thermodynamiques de rang tensoriel 1. Alors  $L_1$  s'écrit :

$$L_1 = \begin{bmatrix} L_{1Q_f T_f} & L_{1Q_f T_s} & L_{1Q_f F_{fs}} \\ L_{1Q_s T_f} & L_{1Q_s T_s} & L_{1Q_s F_{fs}} \\ L_{1U T_f} & L_{1U T_s} & L_{1U F_{fs}} \end{bmatrix} \quad (2.60)$$

Pour assurer la positivité de la source d'entropie,  $L_1$  doit être définie positive ; de plus, le principe de réciprocité d'Onsager implique que la matrice  $L_1$  soit symétrique. Il vient alors les relations suivantes sur les éléments de  $L_1$  :

$$\begin{aligned}
 {}^t L_{1Q_f T_s} &= L_{1Q_s T_f} \\
 {}^t L_{1Q_f F_{fs}} &= L_{1UT_f} \\
 {}^t L_{1Q_s F_{fs}} &= L_{1UT_s}
 \end{aligned} \tag{2.61}$$

Les phénomènes seront ici considérés comme ayant des couplages assez faibles pour être négligés ; soit :  $L_{1Q_f T_s} = L_{1Q_f F_{fs}} = L_{1Q_s F_{fs}} = 0$ . Alors, en utilisant les relations (2.61) issues du principe de réciprocité, la matrice  $L_1$  s'écrit :

$$L_1 = \begin{bmatrix} L_{1Q_f T_f} & 0 & 0 \\ 0 & L_{1Q_s T_s} & 0 \\ 0 & 0 & L_{1UF_{fs}} \end{bmatrix} \tag{2.62}$$

Les relations phénoménologiques suivantes peuvent être proposées :

$$L_{1Q_f T_f} = \lambda_f T_f^2 Id \text{ et } L_{1Q_s T_s} = \lambda_s T_s^2 Id \tag{2.63}$$

$$L_{1UF_{fs}} = \frac{K_{perm}}{\mu_f} + \frac{K_{Forch}^{-1}}{|U|} \tag{2.64}$$

Un éventuel couplage entre  $Q_f$  et  $grad(1/T_s)$  (et entre  $Q_s$  et  $grad(1/T_f)$ ) est envisageable. La matrice  $L_1$  prend alors la forme suivante :

$$L_1 = \begin{bmatrix} L_{1Q_f T_f} & L_{1Q_f T_s} & 0 \\ {}^t L_{1Q_f T_s} & L_{1Q_s T_s} & 0 \\ 0 & 0 & L_{1UF_{fs}} \end{bmatrix} \tag{2.65}$$

Les relations phénoménologiques issues d'un tel couplage ne sont pas prises en compte pour établir le système d'équations utilisé dans cette thèse pour décrire le comportement d'un milieu poreux ; cependant ces dernières pourront faire l'objet d'une étude complémentaire dans une partie consacrée uniquement à ce couplage.

Le cas  $\tau \neq 0$  est maintenant étudié. On propose d'ajouter les variations temporelles dans les équations (2.57), (2.58) et (2.59) en gardant les relations (2.63) et (2.64) obtenues pour  $\tau = \tau_f = \tau_s = 0$  (ce qui assure la positivité de la source d'entropie). Les équations de Maxwell-Cattaneo sont ainsi obtenues. Cette fermeture permet de rendre compte d'un effet de mémoire du système, ce qui est réaliste surtout dans le cas où la particule fluide du milieu poreux n'est pas trop proche de l'équilibre du fait, par exemple, de ses dimensions. Cette approche ne sera cependant pas utilisée par la suite dans la mesure où les constantes de temps que l'on a fait apparaître ne sont pas quantifiables expérimentalement.

- A l'ordre 2, on considère les flux et forces de la relation (2.42). Les décompositions en parties sphériques et déviatoriques de  $\mathbf{S}$  et  $grad(U)$  sont utilisées avec l'exposant  $^o$  pour indiquer la partie déviatorique. Cette décomposition va permettre l'obtention d'une forme commode du terme  $\sigma_{\mathbf{S}2}$  de source d'entropie. En effet la linéarisation de ce terme devient aisée une fois cette décomposition introduite. Il vient :

$$\mathbf{S} = -PId + \mathbf{S}^o \text{ et } grad(U) = \frac{1}{3} div(U)Id + grad(U)^o \tag{2.66}$$

Alors  $\sigma_{\mathbf{S}2}$  peut s'écrire sous la forme :

$$\sigma_{\mathbf{S}2} = \text{grad}(U) : \frac{\mathbf{S}}{T_f} = \frac{-P\text{div}(U)}{T_f} + \frac{\mathbf{S}^o : \text{grad}(U)^o}{T_f} = \frac{\mathbf{S}^o : \text{grad}(U)^o}{T_f} \quad (2.67)$$

La relation linéaire entre flux et forces thermodynamiques de rang tensoriel 2 donne :

$$\mathbf{S}^o = L_2 \frac{\text{grad}(U)^o}{T_f} \quad (2.68)$$

La relation phénoménologique suivante est alors proposée :

$$L_2 = 2\mu_{eff}T_f \quad (2.69)$$

Cette méthode de linéarisation des flux thermodynamiques nous permet de retrouver les mêmes fermetures que celles obtenues en assurant uniquement la positivité, ce qui était attendu dans la mesure où la linéarisation est effectuée, entre autres, dans le but de faciliter l'obtention de la positivité de l'entropie. Ces fermetures seront celles utilisées par la suite.

On remarque finalement que la démarche adoptée pour établir les équations à l'échelle macroscopique permet d'obtenir un modèle général, capable de représenter la plupart des situations observées d'écoulement monophasique en milieu poreux. De plus, ce modèle n'est pas empirique, les fermetures étant obtenues à l'aide de la thermodynamique des processus irréversibles étendue.

Afin de pouvoir utiliser les équations établies pour calculer par exemple la propagation d'un feu à l'échelle macroscopique avec un modèle de combustion utilisant ces équations, les paramètres macroscopiques tels que les tenseurs de perméabilité et de Forchheimer ainsi que la viscosité du milieu équivalent, le coefficient d'échange convectif, les conductivités thermiques ou les capacités calorifiques doivent être ajustés ; or la plupart des grandeurs thermodynamiques telles qu'elles ont été définies ne sont pas mesurables directement. Alors seules subsistent les méthodes numériques pour compléter les modèles ainsi établis ; ces méthodes sont donc utilisées pour établir les lois d'ajustement des grandeurs citées plus haut. Les travaux de Calogine [7] portent sur l'ajustement de la force exercée par le fluide sur les structures végétales, ils permettent d'obtenir les tenseurs de perméabilité et de Forchheimer de milieux équivalents. Les valeurs des capacités calorifiques mésoscopiques sont souvent prises comme valeurs des capacités calorifiques macroscopiques ; compte tenu des relations (2.22) et (2.28), cette hypothèse semble crédible pour la phase solide, cependant l'approximation pour la phase fluide est grossière, l'ajustement de cette grandeur ne semble pas alors dénué d'importance. Il existe de nombreux travaux développés par Kuwahara *et al.* [26, 27] sur l'ajustement des conductivités thermiques dans des cas où le milieu poreux est un milieu régulier (faisceau de tubes par exemple), cependant les hypothèses utilisées dans ces études ne permettent pas leur utilisation dans le cadre des milieux végétaux. On peut également citer une étude expérimentale d'ajustement de la viscosité du milieu équivalent de Givler et Altobelli [18] effectuée pour un milieu poreux donné. Cette étude démontre la pertinence de l'utilisation d'une viscosité propre au milieu équivalent, cependant elle ne permet pas de mettre clairement en valeur le comportement de la viscosité du milieu équivalent. On tentera donc dans ce mémoire d'approfondir ces travaux à l'aide d'expériences numériques. Finalement, le coefficient d'échange convectif est étudié. Des études similaires à celles effectuées sur la conductivité thermique existent [28], mais comme ces dernières, leur cadre ne permet pas leur utilisation pour les milieux végétaux, et ce du fait de la géométrie des modèles de milieux poreux utilisés. Nous reprenons dans ce mémoire une série d'expériences similaires à celles de Kuwahara *et al.* [28] mais effectuées sur des structures fractales afin de mieux représenter la géométrie du végétal.

### 2.2.3 Adimensionnement des équations obtenues

Une adimensionnalisation des équations macroscopiques de Brinkman-Forchheimer et de l'énergie est effectuée (équations (2.47) et (2.54)). Ces équations sont celles obtenues au paragraphe 2.2.2 ; la notation indicielle sera maintenant utilisée. Les grandeurs caractéristiques utilisées sont les suivantes :

- $L$  longueur caractéristique macroscopique
- $V_{moy}$  vitesse moyenne dans la couronne
- $T_f$  température moyenne du fluide dans la couronne
- $T_0$  température de l'air entrant (température à l'infini)
- $T_s$  Température moyenne du solide
- $P_0 = \rho V_{moy}^2$  pression caractéristique
- $\tau = L/V_{moy}$  temps caractéristique

Les variables adimensionnées sont donc :

- $t^* = t/\tau$
- $x_i^* = x_i/L$
- $U_i^* = U_i/V_{moy}$
- $T^* = (T_f - T_s)/(T_0 - T_s)$
- $P^* = P/P_0$

Les exposants sont ensuite enlevés pour plus de clarté. Les équations obtenues sont alors :

$$\Phi \frac{DU_i}{Dt} = -\Phi \frac{\partial P}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_k} \left( \frac{1}{Re} \frac{\partial U_i}{\partial x_k} \right) - \frac{DaMu}{Re} U_i - \frac{Fo}{Re} |U| U_i - \Phi Ri T \quad (2.70)$$

$$\Phi \frac{DT_f}{Dt} - \frac{\partial}{\partial x_i} \left( \frac{Pr_{ij}}{Re} \frac{\partial T_f}{\partial x_j} \right) = -St T_f \quad (2.71)$$

Avec :

- $Re = V_{moy} L / \nu_{eff}$
- $Mu = \nu / \nu_{eff}$
- $Ri = g \beta_{eff} (T_0 - T_s) L / V_{moy}^2$
- $Da = L^2 K_{perm}^{-1}$

et en proposant comme expression pour la matrice de Prandtl et le nombre de Forchheimer :

- $Pr_{ij} = \alpha_f ij / \nu_{eff} = \lambda_f ij / \nu_{eff} \rho C_p$
- $Fo = K_{Forch} V_{moy} L^2 / \mu_{eff}$

Pour modéliser le transfert radiatif, on peut alors ajouter un terme source aux équations obtenues en considérant que l'énergie radiative est absorbée essentiellement par la phase solide. La question de la forme de l'équation du transfert radiatif se pose alors. Plutôt que d'effectuer une prise de moyenne sur l'équation mésoscopique du transfert radiatif, on fera l'hypothèse que le milieu équivalent à la végétation est un milieu homogène semi-transparent, ce qui permet d'utiliser à l'échelle macroscopique la forme classique de l'équation du transfert radiatif, conformément à l'étude de Tancrez *et al.* [52]. Le critère de validité de cette hypothèse, présenté en détail dans les travaux de Tancrez *et al.*, se porte sur la porosité du milieu homogène équivalent qui doit être supérieure à une valeur limite qui dépend du milieu. En première approximation, on supposera donc ce critère validé dans la mesure où la porosité des végétaux est généralement supérieure à 90 %. On tentera dans la suite de cette étude de valider avec précision cette hypothèse pour des milieux végétaux dont les feuilles sont aléatoirement orientées et distribuées puis pour des milieux dont les orientations des feuilles sont privilégiées et dont la distribution est aléatoire, et

finalement pour deux espèces végétales réelles. On voit cependant que cette hypothèse risque de ne pas être valide pour la litière qui présente des porosités de l'ordre de 10 %. La question de la modélisation du transfert radiatif reste ouverte lorsque le milieu équivalent n'est pas homogène semi-transparent, comme le remarquent Taine *et al.* [51].

On remarque ici que la définition de la matrice de Prandtl est l'inverse de la définition habituelle du nombre de Prandtl. Ce choix a été effectué pour éviter l'inversion de la matrice de conductivité. Il faut également rappeler que la viscosité effective comme la diffusivité thermique et la compressibilité ne sont pas les grandeurs relatives au fluide mais des grandeurs du milieu équivalent. La compressibilité du milieu comme la diffusivité thermique et la perméabilité sont obtenues par convolution (voir paragraphe 2.2.1). Par la suite, l'indice  $f$  relatif à la phase fluide sera omis du tenseur de diffusivité pour des questions de clarté dans l'équation de l'énergie macroscopique de la phase fluide. De plus, il est important de remarquer qu'il apparaît dans l'expression de la matrice de Prandtl une diffusivité thermique, tenseur de diffusivité calculé par convolution ; l'utilisation de cette matrice de Prandtl devrait donc être évitée lors de la définition de scalaires sans dimension comme le nombre de Nusselt. Cela conduit à l'utilisation du nombre de Stanton plutôt que du nombre de Nusselt lors de l'adimensionnalisation. La forme suivante est proposée pour le nombre de Stanton :

$$- St = \chi L / V_{moy}(\rho C p)_f$$

## Conclusion

Les équations du milieu végétal à l'échelle macroscopique ont été établies dans ce chapitre. Il est maintenant possible d'identifier les paramètres de ces équations et de tenter de valider les hypothèses effectuées lors de cet établissement lorsque ces paramètres seront identifiés. Nous tenterons de valider l'hypothèse du fluide newtonien pour le modèle de viscosité du milieu homogène équivalent ainsi que l'hypothèse du milieu homogène semi-transparent pour valider l'utilisation d'un modèle de rayonnement classique.

## Chapitre 3

# Sur l'existence d'une turbulence macroscopique, cas d'écoulements unidirectionnels

### Introduction

On s'intéresse ici à la stabilité structurelle de l'équation de quantité de mouvement obtenue, dite équation de Brinkman-Forchheimer, ainsi qu'à la stabilité de ses solutions, afin de déterminer l'existence ou non d'une turbulence macroscopique en milieu poreux dans le cas d'écoulements unidirectionnels stationnaires. En effet, l'observation d'un comportement instable des solutions de cette équation pourrait induire l'utilisation d'une décomposition de Reynolds pour tenter de rendre compte des effets de ces instabilités. L'existence de ces quantités fluctuantes introduirait alors de nouveaux termes issus de la dérivée particulaire ou du terme quadratique de la force exercée par le fluide sur la structure du milieu poreux, dit terme de Forchheimer. La forme générale de l'équation de Brinkman-Forchheimer serait alors modifiée. On peut ici remarquer que le cadre de notre étude est très restrictif dans la mesure où le terme inertiel est nul pour le cas étudié. Cependant, disposant de nombreuses observations et résultats sur ce type d'écoulement, il sera une bonne base pour l'étude d'une potentielle turbulence macroscopique en milieu poreux.

On s'intéresse donc tout d'abord à la stabilité des solutions de l'équation de Brinkman-Forchheimer d'un point de vue purement mathématique afin de juger de la pertinence de l'utilisation de la décomposition de Reynolds, puis on se posera la question du sens physique d'une turbulence macroscopique au sein d'un milieu poreux. En effet, l'équation de Brinkman-Forchheimer étant une équation moyenne, on peut se demander si l'introduction de quantités fluctuantes dans cette équation est physiquement sensée, et si ces dernières auront des conséquences sur les paramètres de l'équation ou sur la forme même de cette équation.

Finalement, on regardera les paramètres nécessitant un ajustement afin de pouvoir utiliser ces équations dans le cadre de la modélisation d'écoulements et de transferts de chaleur au sein de structures végétales. Les hypothèses faites à la section précédente seront alors exploitées au mieux afin de déterminer les dépendances des paramètres étudiés.

### 3.1 Stabilité structurelle de l'équation de Brinkman-Forchheimer et stabilité de ces solutions

#### 3.1.1 Stabilité d'une solution de l'équation de Brinkman-Forchheimer pour un jeu de paramètres donné

On étudie ici la stabilité d'une solution de l'équation de Brinkman-Forchheimer pour un jeu de paramètres donné ainsi que la stabilité structurelle de l'équation pour tout jeu de paramètres. On souhaite tirer de cette étude des renseignements sur la stabilité des solutions de l'équation de Brinkman-Forchheimer lorsque les valeurs des paramètres de cette équation sont éloignées des valeurs pour lesquelles des résultats sur la stabilité des solutions sont connues. La forme générale de cette équation étant la suivante dans un cas stationnaire et unidirectionnel :

$$0 = -\Phi \frac{\partial P}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_k} \left( \frac{1}{Re} \frac{\partial U_i}{\partial x_k} \right) - \frac{DaMu}{Re} U_i - \frac{Fo}{Re} |U| U_i - \Phi Ri T \quad (3.1)$$

Avec

- $Re = \rho V_{moy} L / \mu_{eff}$
- $Mu = \nu / \nu_{eff}$
- $Ri = g \beta_{eff} (T_0 - T_s) L / V_{moy}^2$
- $Da = L^2 K_{perm}^{-1}$
- $Fo = K_{Forch} V_{moy} L^2 / \mu_{eff}$

On rappelle que  $\mu_{eff}$  représente la viscosité dynamique effective du milieu équivalent,  $K_{perm}$  et  $K_{Forch}$  sont les tenseurs de perméabilité et de Forchheimer du milieu,  $\beta_{eff}$  représente la compressibilité de la phase fluide du milieu équivalent et  $\rho$  sa densité. Finalement,  $g$  représente l'accélération de la pesanteur,  $V_{moy}$  la vitesse moyenne du le milieu,  $L$  la longueur caractéristique macroscopique considérée dans le système et  $T_0 - T_s$  l'écart de température entre le fluide à l'entrée du système et le solide dans l'échantillon poreux.

#### Existence et unicité d'une solution

Par un principe variationnel, on peut démontrer que l'existence et l'unicité d'une solution de l'équation de Brinkman-Forchheimer sera fortement dépendante des conditions aux limites du problème, et donc que cette analyse doit être effectuée au cas par cas selon Knupp et Lage [25]. Douglas *et al.* et Kaloni et Guo [22, 24] ont cependant démontré que pour des conditions aux limites "modérées", il y a existence et unicité de la solution. En effet, si la condition limite en vitesse est constante, la solution de l'équation est stable, or l'équation de Brinkman-Forchheimer porte sur les quantités moyennes ; donc la condition limite en vitesse porte sur une vitesse moyenne. Dans le cas stationnaire, la vitesse moyenne limite est constante, donc la solution de l'équation sera stable. Alors il existe des jeux de paramètres de l'équation de Brinkman-Forchheimer pour lesquels il existe des solutions stables lorsque des conditions aux limites sont stationnaires.

Nous nous intéresserons ici au comportement de ces mêmes solutions lorsque les paramètres de l'équation sont modifiés.

#### Stabilité structurelle

Afin de démontrer la stabilité structurelle de l'équation de Brinkman-Forchheimer, la dépendance de la solution vis-à-vis des paramètres de l'équation ( $\mu_{eff}$ , viscosité effective du milieu,



$K_{Forch}$ , perméabilité de Forchheimer et à moindre importance  $1/K_{perm}$ , inverse de la perméabilité de Darcy) est étudiée. Celle-ci étant continue selon Celebi *et al.* et Payne et Straughan [9, 45] ; il existe des conditions aux limites du problème pour lesquelles l'équation est stable, quels que soient les paramètres de cette équation.

La prise de moyennes à l'échelle macroscopique (effectuée pour obtenir l'équation de Brinkman-Forchheimer) prend en compte les effets de la turbulence à l'échelle mésoscopique via la viscosité effective du milieu équivalent, sans introduire de quantités fluctuantes à l'échelle macroscopique. La viscosité effective dépend donc du régime d'écoulement au sein du milieu poreux représenté par  $Re_K$ . Il n'y a donc *a priori* pas de raison de considérer l'existence de quantités fluctuantes dans l'équation de Brinkman-Forchheimer ou dans l'équation du transfert de chaleur associée, ni l'existence de termes du type  $\overrightarrow{v_{fluct}} \cdot \overrightarrow{grad}(\delta\varphi)$  pour une quantité  $\varphi$  quelconque transportée par l'écoulement où  $\delta\varphi$  représenterait la partie fluctuante de  $\varphi$  et  $\overrightarrow{v_{fluct}}$  la partie fluctuante de la vitesse.

Nous allons maintenant tenter de vérifier cette hypothèse par l'expérience. Une interprétation plus complète du phénomène étudié ici est faite dans un paragraphe appelé : "Remarque sur la continuation d'une solution de Brinkman-Forchheimer vers une solution logarithmique" (paragraphe 3.1.2).

### 3.1.2 Sur l'existence d'une turbulence macroscopique au sein d'un milieu poreux

#### Mesure expérimentale indirecte

Considérons l'équation (3.1) à laquelle on retire le terme  $-\Phi RiT$  de poussée d'Archimède. On obtient ainsi l'équation (3.2) :

$$0 = -\Phi \frac{\partial P}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_k} \left( \frac{1}{Re} \frac{\partial U_i}{\partial x_k} \right) - \frac{DaMu}{Re} U_i - \frac{Fo}{Re} |U| U_i \quad (3.2)$$

Pour  $V_{moy}$  modérée (équivalent à  $Re_K$  modéré, jusqu'à un ordre de 10), on connaît l'existence d'une solution unique [24, 25] qui prend en compte les effets d'une éventuelle turbulence mésoscopique (à l'échelle des pores).

S'il y a existence d'une transition de cette solution vers une solution "turbulente" macroscopiquement, on propose une décomposition de Reynolds sur la vitesse macroscopique que l'on introduit dans l'équation 3.2 :

$$U_i = \overline{U}_i + u_i \text{ et } P = \overline{P} + p \quad (3.3)$$

On considère un écoulement unidirectionnel suivant  $\vec{e}_x$ , soit  $\vec{U} = U_x \vec{e}_x$ ,  $U_x > 0$ . L'introduction de quantités fluctuantes dans les différents termes de l'équation (3.2) ne posera un problème de calcul que pour le terme de Forchheimer, les autres termes étant linéaires. On ne détaille donc ici que le calcul du terme  $|U|U_x$  :

$$\begin{aligned} |U|U_x &= \left( \overline{U}_x^2 + \overline{U}_y^2 + \overline{U}_z^2 + u_x^2 + u_y^2 + u_z^2 + 2\overline{U}_x u_x + 2\overline{U}_y u_y + 2\overline{U}_z u_z \right)^{1/2} (\overline{U}_x + u_x) \\ &= \left( \overline{U}_x^2 + u_x^2 + u_y^2 + u_z^2 + 2\overline{U}_x u_x \right)^{1/2} (\overline{U}_x + u_x) = \overline{U}_x (\overline{U}_x + u_x) \sqrt{1 + \frac{u_x^2 + u_y^2 + u_z^2 + 2\overline{U}_x u_x}{\overline{U}_x^2}} \\ &= \overline{U}_x (\overline{U}_x + u_x) \sqrt{1 + \gamma} \quad (3.4) \end{aligned}$$

Au moment de la transition, la valeur de  $\gamma$  est faible devant l'unité ; on effectue alors un développement limité au premier ordre en  $\gamma$ . On obtient :

$$|U|U_x = (\overline{U_x} + u_x) \left( \overline{U_x} + u_x + \frac{u_x^2 + u_y^2 + u_z^2}{2\overline{U_x}} \right) = \overline{U_x}^2 + 2u_x\overline{U_x} + \frac{u_x^2 + u_y^2 + u_z^2}{2} + u_x \frac{u_x^2 + u_y^2 + u_z^2}{2\overline{U_x}} + u_x^2 \quad (3.5)$$

Dans l'expression précédente de  $|U|U_x$ , le quatrième terme est *a priori* négligeable devant les autres. Après prise de moyenne et projection suivant l'axe  $\vec{e}_x$ , on obtient :

$$\Phi \frac{\partial \overline{U_x}}{\partial t} = -\Phi \frac{\partial \overline{P}}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial x_k} \left( \frac{1}{Re} \frac{\partial \overline{U_x}}{\partial x_k} \right) - \frac{DaMu}{Re} \overline{U_x} - \frac{Fo}{Re} \overline{U_x}^2 - \frac{Fo}{Re} \frac{(3\overline{u_x^2} + \overline{u_y^2} + \overline{u_z^2})}{2} \quad (3.6)$$

On appellera cette équation R.A.B.F. pour Reynolds Averaged Brinkman-Forchheimer. Introduisons ensuite la quantité  $I = \frac{(3\overline{u_x^2} + \overline{u_y^2} + \overline{u_z^2})}{2\overline{U_x}^2}$ .

Alors R.A.B.F. devient :

$$\Phi \frac{\partial \overline{U_x}}{\partial t} = -\Phi \frac{\partial \overline{P}}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial x_k} \left( \frac{1}{Re} \frac{\partial \overline{U_x}}{\partial x_k} \right) - \frac{DaMu}{Re} \overline{U_x} - \frac{Fo}{Re} \overline{U_x}^2 (1 + I) \quad (3.7)$$

Pour  $U_x$  moyen (équivalent à  $Re_K > 1$ ) ou important (équivalent à  $Re_K > 10$ ), on peut négliger le terme de Darcy devant le terme de Forchheimer selon Irvine et Hartnett [19]. Alors dans un cas stationnaire, on a :

$$0 = -\Phi \frac{\partial \overline{P}}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial x_k} \left( \frac{1}{Re} \frac{\partial \overline{U_x}}{\partial x_k} \right) - \frac{Fo}{Re} \overline{U_x}^2 (1 + I) \quad (3.8)$$

Où le troisième terme du membre de droite représente la force  $F_{fs}$  de la structure poreuse sur le fluide. On en déduit :

$$K_{Forch} \sim \frac{F_{fs}}{\overline{U_x}^2 (1 + I)} \quad (3.9)$$

Considérons maintenant un écoulement dans une conduite de section  $S$  remplie par un milieu poreux indéformable, dans un système tel que le débit volumique  $Q_v$  et la force  $F$  du fluide sur le système (milieu poreux + conduite) sont mesurables, par exemple à l'aide d'un diaphragme et d'une balance capable de mesurer les efforts aérodynamiques globaux. Alors la mesure du débit volumique nous donne la valeur de  $\overline{U_x}$  par conservation du débit dans la conduite :  $Q_v/S = \phi \overline{U_x}$ . On remarque que la vitesse  $\overline{U_x}$  est la seule vitesse accessible par la mesure.

On peut ensuite décomposer la force  $F$  en cinq composantes comme illustré sur la figure 3.1 :

- la force  $F_{fs}$  du milieu poreux sur le fluide
- la force  $F_d$  de l'air sur le diaphragme
- la force  $F_b$  de l'air sur le bras de la balance
- la force  $F_1 = \int_{S_1} f_1 ds$  de l'air avec  $S_1$  paroi externe de la conduite
- la force  $F_2 = \int_{S_2} f_2 ds$  de l'air avec  $S_2$  paroi interne de la conduite

On peut alors estimer à l'aide d'abaques la contribution des trois derniers termes ; le deuxième est calculé à l'aide des caractéristiques du diaphragme et du gradient de pression présent dans

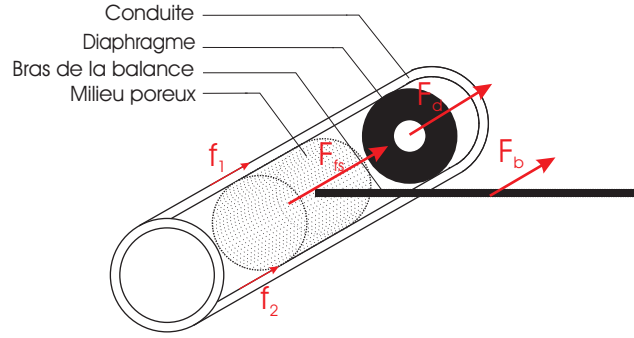


FIGURE 3.1 – Forces appliquées au système dans la veine d'essai

ce dernier. On peut ainsi déduire la valeur de  $F_{fs}$ . On trace ensuite  $F_{fs}/\overline{U_x}^2$  ; on obtient alors une droite proportionnelle à  $K_{Forch}(1 + I)$ .

On peut alors identifier l'apparition de  $I$  lorsque  $Re_K$  augmentera.

Pour obtenir une identification correcte de  $I$ , il faudra, lors de la mise en place du protocole expérimental, porter une attention particulière sur les points suivants :

- Empêcher le développement de couches limites turbulentes sur les surfaces externe et interne de la conduite (ce qui correspond à réduire la longueur de la conduite)
- La force de l'air sur les parois de la conduite doit être négligeable devant celle de l'air sur le milieu poreux (à vérifier après l'expérience, ce qui correspond à une taille de l'échantillon poreux de dimensions équivalentes à celles de la conduite)
- Équilibrer la conduite de telle manière que le moment appliqué au point de mesure de la force soit nul
- Mesurer préalablement la porosité  $\Phi$  par trempage

Ce protocole ne peut être mis en place au vu des moyens dont nous disposons. Une expérience numérique équivalente sera donc effectuée dans la suite de cette thèse afin de vérifier l'ajustement quadratique de la force du fluide sur la matrice poreuse pour des régimes d'écoulement importants. En effet, il y a équivalence entre un ajustement quadratique de la force et l'absence de développement de la grandeur  $I$ . Si la grandeur  $I$  ne se développe pas, donc si la loi de Forchheimer peut être ajustée pour des régimes d'écoulements importants, il y a absence de quantités fluctuantes dans l'équation de Brinkman-Forchheimer.

### Interprétation de la continuation d'une solution de Brinkman-Forchheimer vers une solution logarithmique

Une interprétation possible de cette continuation est l'invariance temporelle de la moyenne spatiale effectuée sur le V.E.R. pour un écoulement établi. Dans cette hypothèse, la moyenne temporelle prise dans un V.E.R. est égale à la moyenne spatiale prise dans ce V.E.R. à tout instant. Pour appuyer cette hypothèse, nous allons revenir sur la technique de prise de moyennes et sur la définition du V.E.R.. Puisque le V.E.R. est représentatif de toutes les structures solides présentes dans le milieu poreux (du fait de sa taille et de la taille des inclusions), il l'est de toutes les structures turbulentes générées par celles-là. En effet, les structures turbulentes les plus grosses sont brisées par la structure du milieu et seules subsistent les structures dont la taille est de l'ordre de la taille des éléments constitutifs du milieu ou inférieure. La taille de ces structures turbulentes est alors petite devant la taille du V.E.R.. De plus, le nombre de ces structures turbulentes est proportionnel au nombre d'éléments solides constitutifs du V.E.R..

D'après la définition des ordres de grandeur dans le V.E.R., le nombre de ces structures est donc important.

Un raisonnement analogue peut se faire dans le cas d'un écoulement non établi. En effet, la condition nécessaire à la validation des hypothèses précédentes n'est pas l'établissement de tout l'écoulement mais l'établissement de celui-ci au sein du V.E.R.. Une estimation de ce dernier temps d'établissement (ou temps de réorganisation de l'écoulement, par analogie avec la mécanique statistique) peut se faire à l'aide de la longueur caractéristique du V.E.R. et de la vitesse moyenne de l'écoulement global. Toute grandeur variant temporellement sera donc affectée d'une incertitude relative à ce temps d'établissement. Si ce temps est négligeable devant le temps caractéristique d'évolution de l'écoulement, les hypothèses précédentes restent valables.

Alors pour un V.E.R. correctement défini, la moyenne à tout instant des vitesses de ces structures turbulentes est nulle. On remarque cependant que la moyenne de l'énergie de ces structures n'est pas nulle bien que certainement constante au vu des hypothèses faites précédemment. Cette énergie va diffuser plus fortement la quantité de mouvement ainsi que toute quantité transportée par l'écoulement et va donc augmenter la valeur de  $\mu_{eff}$ . Alors  $\mu_{eff}$  dépend de  $Re_K$  car il est représentatif du régime d'écoulement interne. Il découle de ces propriétés quelques conclusions intéressantes :

- $\vec{U}$  ainsi que toute quantité  $\varphi$  transportée par l'écoulement sont des quantités moyennes en espace et en temps
- l'équation de Brinkman-Forchheimer représente l'écoulement de base, l'introduction d'une décomposition de Reynolds n'y aurait donc pas de sens physique, la turbulence au sens de Reynolds ne peut donc pas exister dans un système dirigé par cette équation. Cependant le terme inertiel qui est nul pour un écoulement unidirectionnel et qui est donc usuellement négligé dans l'équation de Brinkman-Forchheimer peut ne pas être négligeable quand l'écoulement n'est pas unidirectionnel
- Le terme  $\vec{U} \cdot \overrightarrow{grad}(\varphi)$  d'une quantité  $\varphi$  quelconque existe quel que soit le nombre de directions de l'écoulement

**Remarque finale sur le comportement hydrodynamique dans un milieu poreux :**

Le comportement hydrodynamique interne, représenté par  $Re_K$ , entraîne des modifications des paramètres de l'équation de Brinkman-Forchheimer cependant cette dernière "semble" hydrodynamiquement stable dans le sens où elle présente une solution stationnaire unique calculée numériquement et observée expérimentalement. Mais ceci est limité au cas d'écoulement unidirectionnel (dans le cas où les conditions aux limites induisent un mouvement unidirectionnel); alors quand l'écoulement n'est pas unidirectionnel, si la force du fluide sur la structure poreuse n'est pas trop grande devant le terme inertiel (soit si la porosité n'est pas trop faible), l'équation de Brinkman-Forchheimer est *a priori* aussi instable que l'équation de Navier-Stokes car elle présente la même structure mathématique, agrémentée d'un terme source. Alors des instabilités du type Rayleigh-Bénard pourront se développer au sein d'un milieu poreux de la même façon que dans un fluide newtonien, mais pour des valeurs différentes du paramètre critique, par exemple Lapwood [31] pour un milieu darcien à l'équilibre thermique et Malashetty *et al.* [33] pour le cas de l'équation de Brinkman-Forchheimer avec terme inertiel en dehors de l'équilibre thermique.

Finalement, les paramètres de l'équation de Brinkman-Forchheimer doivent donc être proprement ajustés en fonction de  $Re_K$  et ce pour chaque milieu poreux considéré, afin que l'équation de Brinkman-Forchheimer représente correctement le phénomène physique modélisé.

## 3.2 Étude préliminaire de l'ajustement des paramètres des équations macroscopiques

Le paragraphe précédent indique l'existence d'un paramètre interne aux équations macroscopiques présentées,  $Re_K$ , représentatif du régime d'écoulement au sein du milieu. Il faut donc maintenant réfléchir à la potentielle dépendance des paramètres de l'équation de Brinkman-Forchheimer et de l'équation de l'énergie associée vis-à-vis de ce paramètre.

### 3.2.1 Paramètres de l'équation de Brinkman-Forchheimer

On remarquera *a priori* que la dépendance ne s'applique pas au paramètre  $K_{perm}$  que l'on peut considérer comme constant car son effet est négligeable devant celui de  $K_{Forch}$  aux valeurs importantes de  $Re_K$ ; ceci a été observé expérimentalement lors de toutes les expériences d'écoulement unidirectionnel en milieu poreux pour des régimes d'écoulement même importants [18, 19]. Il en est de même pour  $K_{Forch}$  du fait des conséquences du raisonnement présenté plus haut; ceci pourrait être vérifié expérimentalement à l'aide du protocole présenté au paragraphe 3.1.2. Il faut donc un ajustement des paramètres :  $\mu_{eff}, \beta_{eff}$  en fonction de  $Re_K$  pour l'équation de Brinkman-Forchheimer.

Une autre possibilité de modélisation pour  $\mu_{eff}$  dans le cas où le milieu poreux considéré est de forte porosité est l'utilisation d'un modèle de turbulence calqué sur le modèle mésoscopique. En effet, comme il a été remarqué précédemment, l'équation R.A.N.S. est un cas limite de l'équation de Brinkman-Forchheimer quand la porosité tend vers 1. Alors la turbulence mésoscopique rendra compte des effets de la prise de moyennes sur la viscosité du milieu équivalent. Deux approximations apparaissent alors :

- il y a génération supplémentaire de turbulence au sein de l'écoulement due à la présence des inclusions solides, il faut donc ajouter un terme source aux équations de  $k$  et  $\epsilon$  pour rendre compte de ce phénomène, comme le propose J. Braga et M. de Lemos dans [6]
- il n'existe dans l'écoulement que des structures turbulentes dont la taille est inférieure ou égale à la taille des inclusions solides du milieu; il ne faudrait donc considérer que l'énergie cinétique turbulente de structures de tailles correspondantes, ce qui correspondrait à "filtrer"  $k$  de manière adaptée pour chaque milieu considéré.

On remarque ici que le modèle utilisé dans [6] qui ne prend pas en compte le filtrage des vitesses turbulentes rend relativement bien compte des effets de la turbulence mésoscopique sur la viscosité du milieu équivalent. Ceci est dû au fait que la porosité élevée de l'échantillon considéré ( $\phi = 0,8$ ) n'a pour conséquence qu'un faible filtrage des vitesses turbulentes. Cette méthode mérite donc d'être approfondie après détermination d'une méthode de filtrage adaptée.

Finalement, on propose une méthode numérique indirecte de détermination de la viscosité équivalente où cette dernière sera corrélée au paramètre interne  $Re_K$ . On propose une simulation numérique de l'écoulement au sein de quelques V.E.R. jouxtant une paroi solide. Lors de cette expérience, on mesure à la fois le champ de vitesse,  $K_{perm}$  et  $K_{Forch}$  ainsi que la pression moyenne à l'entrée et à la sortie du système. On calcule ensuite la vitesse moyenne au sein de ces V.E.R. et on reconstruit le profil de vitesse en paroi que l'on compare à un profil de vitesse en paroi obtenu par l'équation de Brinkman-Forchheimer pour le même jeu de paramètres  $K_{perm}$  et  $K_{Forch}$  et pour le même gradient de pression. On ajuste ensuite la valeur de  $\mu_{eff}$  pour obtenir le recouvrement des deux profils. On pourra alors utiliser une méthode du type moindres carrés.

### 3.2.2 Paramètres de l'équation de l'énergie macroscopique

Il faut maintenant étudier la dépendance des paramètres de l'équation de l'énergie. Comme il a été remarqué précédemment, l'énergie des structures turbulentes est prise en compte dans l'équation de Brinkman-Forchheimer via l'évolution de  $\mu_{eff}$ . Or  $Pr_{ij} = \alpha_{ij}/\mu_{eff}$ ; donc la diffusion de l'énergie thermique dépend du régime d'écoulement interne à travers les mouvements de convection interne au V.E.R., soit  $Pr_{ij} = f(Re_K)$ . On pourra cependant faire l'hypothèse que la diffusion due à la turbulence au sein du V.E.R. est la même pour toute quantité  $\varphi$  transportée; soit  $Pr_{ij} = f(Re_K)$  mais avec  $\alpha_{ij}$  indépendant de  $Re_K$ .

Il reste alors comme paramètre de l'équation de l'énergie macroscopique le coefficient d'échange convectif global. Celui-ci dépend naturellement de l'écoulement au sein du milieu poreux; l'évolution du coefficient d'échange convectif global sera donc étudié en fonction de  $Re_K$ .

### 3.2.3 Détermination de la perméabilité en trois dimensions

Afin de représenter le régime d'écoulement interne, on fait appel à un nombre de Reynolds dont la longueur caractéristique (macroscopique) est la racine de la perméabilité; or pour les écoulements multi-directionnels, la perméabilité apparaissant dans l'équation de Brinkman-Forchheimer est de forme tensorielle. Il faut alors déterminer à partir de ce tenseur le scalaire représentatif de la perméabilité.

On propose donc d'étudier sur un cas d'écoulement bi-directionnel l'ajustement de la force exercée sur un milieu poreux en fonction de la vitesse moyenne, et de tenter d'identifier le régime de Darcy et le régime de Forchheimer en fonction de  $Re_K$  pour différentes formes de la perméabilité scalaire. On pourra donc choisir la forme la plus adaptée de la perméabilité scalaire en prenant celle pour laquelle le changement de régime est observé autour de  $Re_K = 1$ .

Le protocole expérimental suivant est adopté :

Le champ de vitesse dans la couronne de l'arbre doit être calculé afin de mesurer la vitesse moyenne dans la structure végétale. FLUENT sera utilisé pour résoudre les équations permettant l'obtention de ce champ. Le maillage utilisé est celui décrit au chapitre II, réalisé à l'ordre 5 et pour une discrétisation spatiale  $n_i = 5$ . L'existence d'un plan de symétrie est observé; les calculs ne seront effectués que sur un demi-maillage pour réduire le temps de calcul et l'espace mémoire, comme sur le maillage représenté au chapitre I sur la figure 1.2(a). Celui-ci tel qu'il a été décrit ne permet pas *a priori* la modélisation correcte des couches limites. Un raffinement de celui-ci au voisinage du sol et dans la structure végétale est donc effectué afin que le centre des cellules jouxtant les murs se situent toutes à des valeurs de  $y^+$  d'ordre unité. Un raffinement du maillage est effectué tant que les grandeurs macroscopiques mesurées varient de plus de deux pour cent entre deux expériences numériques. La méthode de mesure de ces grandeurs est présentée dans la suite de ce paragraphe. Elle est conforme à celle utilisée par Calogine [8] pour la mesure de la force d'interaction entre phases.

Les conditions aux limites choisies sur chaque frontière sont :

- Plan de symétrie de l'arbre : conditions de symétrie
- Face latérale, opposée au plan de symétrie : conditions de périodicité
- Sol : conditions de type "mur"
- Face supérieure : conditions libres ( $\partial/\partial\vec{n}$ ), ou conditions de type "pressure outlet" pour les vitesses d'entrée faibles
- Entrée : conditions de type "velocity inlet"
- Sortie : conditions de type "pressure outlet"

Les équations de Navier-Stokes sont ensuite implémentées, auxquelles sont ajoutées les équations

tions du modèle  $k - \epsilon$  avec un traitement en paroi "enhanced wall treatment" décrit en détail au chapitre suivant.

Les schémas numériques utilisés sont :

- PRESTO pour la discrétisation de la pression
- SIMPLEC pour le couplage pression-vitesse
- QUICK pour tous les termes convectifs

La résolution de la solution stationnaire est effectuée. Les champs d'amplitude de vitesse pour différentes vitesses d'entrée allant de  $U_0 = 0,001m/s$  à  $U_0 = 5m/s$  sont calculés. Le profil de vitesse à l'entrée est logarithmique, la valeur notée  $U_0$  représente la vitesse d'entrée à 1 mètre du sol.

Pour caractériser le tenseur de perméabilité dans la structure végétale, il faut tout d'abord connaître le volume du milieu équivalent calculé à l'aide d'une enveloppe, obtenue par la résolution d'une équation elliptique pour une variable quelconque  $G$ , sans source ni transport dans la phase fluide. On fixe  $G$  égal à 10 sur la surface de l'arbre et on impose une diffusivité de coefficient arbitraire égale à 1.  $G$  est tel que :

$$\left[ \frac{\partial}{\partial x_i} \left( \frac{\partial G}{\partial x_i} \right) \right] = 0 \quad (3.10)$$

Les cellules contenues dans l'enveloppe sont les cellules telles que  $G$  est inférieur à une valeur seuil fixée. La limite de l'enveloppe est la courbe iso valeur de valeur  $G=9,6$ . En effet,  $G$  vérifie le principe du maximum, donc  $G=9,6$  inclut  $G=10$ . Le volume du milieu équivalent est celui de l'enveloppe. La vitesse  $V_{moy}$  dans cette enveloppe est calculée comme la moyenne de la vitesse des cellules contenant du fluide et contenues dans l'enveloppe. Physiquement, une moyenne de la quantité de mouvement est effectuée, cependant la moyenne prise ici est équivalente à cette dernière à moins de un pour cent près du fait de la constance de la densité à l'intérieur de l'enveloppe. Soit  $V_{f,env}$  le volume du fluide contenu dans l'enveloppe. Il vient alors :

$$V_{moy} = \frac{1}{V_{f,env}} \iiint_{V_{f,env}} U dx dy dz \quad (3.11)$$

Il est alors possible d'identifier les différentes composantes des tenseurs de Darcy et de Forchheimer en liant la force du fluide sur le solide mesurée pendant l'expérience aux vitesses moyennes dans les direction  $X$  et  $Z$  (il y a une symétrie suivant le plan  $YOZ$ ) par la relation suivante :

$$F_{i \text{ mesuree}} = \mu K_{ij}^{-1} U_j + K_{Forch} ij |U| U_j \quad (3.12)$$

On remarque tout d'abord que le tenseur  $K$  n'est pas symétrique, comme les mesures de Masad *et al.* [39] l'indiquent .

Les résultats sont présentés pour différentes formes de  $K$ . La forme  $K = (\sqrt{K_{11}K_{12}}\sqrt{K_{21}K_{22}})^{1/2}$  où les  $K_{ij}$  sont les composantes du tenseur de perméabilité de Darcy semble la plus adaptée. En effet, comme on peut voir sur la figure 3.2, le changement de régime est observé autour de  $Re_K = 1$  comme la théorie en une dimension l'indique ; en revanche, sur la figure 3.3, le changement de régime est observé pour une valeur plus élevée de  $Re_K$ , ce qui est contraire aux résultats de la théorie en une dimension. Une étude supplémentaire à ce sujet sera cependant effectuée avant l'utilisation de cette définition pour la perméabilité 2D.

Sur les figures 3.2 et 3.3,  $F$  représente la force du fluide sur le solide mesurée,  $F_{th}$  la force théorique calculée d'après les valeurs de  $K_{perm}$  et  $K_{Forch}$  et  $F$  linéaire la force théorique calculée

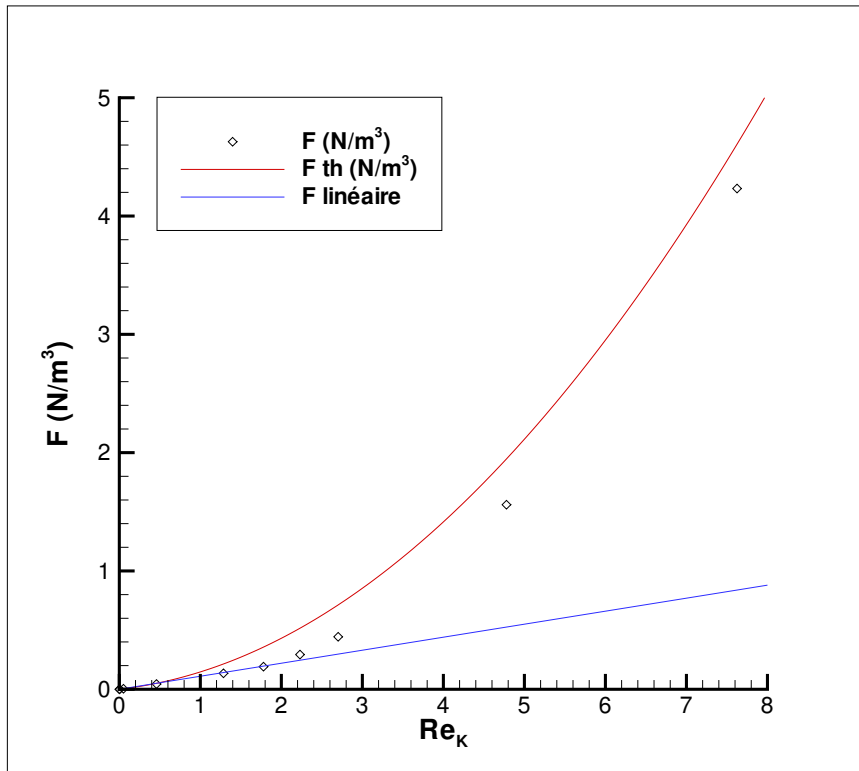


FIGURE 3.2 – Ajustement de la force,  $K = (\sqrt{K_{11}K_{12}}\sqrt{K_{21}K_{22}})^{1/2}$

si seul le terme linéaire de Darcy est pris en compte (un écart entre cette force et la force expérimentale doit apparaître lorsque le régime de Forchheimer est atteint, soit pour  $Re_K = 1$ ).

A défaut de pouvoir déterminer correctement cette perméabilité, on pourra utiliser une longueur caractéristique macroscopique arbitraire pour les expériences dans lesquelles ce paramètre reste constant.

## Conclusion

Finalement, on retiendra qu'une décomposition de Reynolds sur l'équation de Brinkman-Forchheimer n'a pas de justification physique mais permet de modéliser la viscosité du milieu homogène équivalent pour des calculs numériques [6]. On voit alors que cette dernière évolue en fonction du régime interne, donc en fonction de  $Re_K$ , ce qui tend à mettre en défaut le modèle de viscosité utilisé pour obtenir l'équation de Brinkman-Forchheimer. Cependant, les mesures expérimentales de la viscosité effectuées par Givler et Altobelli [18] ne permettent pas d'assurer avec certitude que celle-ci évolue en fonction du régime interne, du fait de l'incertitude de leurs mesures. Il faudra donc par la suite tenter d'ajuster la viscosité du milieu équivalent à l'aide de protocoles numériques pour en étudier la dépendance en fonction du régime interne. On pourra alors évaluer la pertinence du modèle de viscosité. En ajustant également la force du fluide sur le solide on pourra aussi justifier l'utilisation d'une éventuelle décomposition de Reynolds en utilisant le critère établi par la relation 3.9.

Pour décrire le feu à l'échelle macroscopique, nous disposons maintenant des équations de quantités de mouvement et de l'énergie adaptées. Ces équations présentent des paramètres que



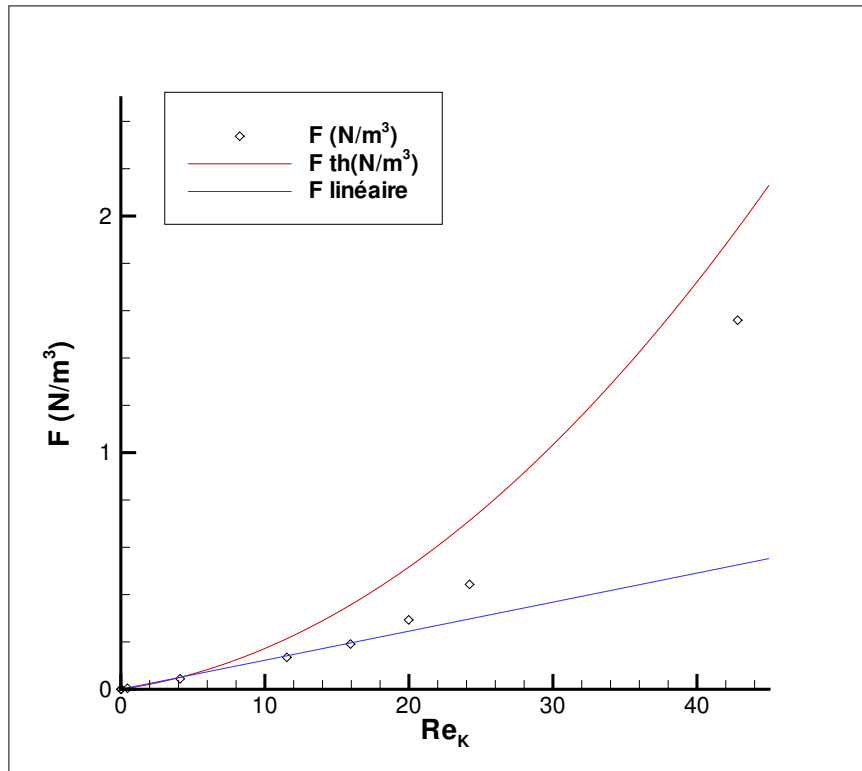


FIGURE 3.3 – Ajustement de la force,  $K = \sqrt{K_{11}^2 + K_{12}^2 + K_{21}^2 + K_{22}^2}$

l'on tente maintenant d'identifier à l'aide de protocoles numériques. Ces protocoles seront menés sur des milieux végétaux réalistes reconstruits à l'aide des outils validés en première partie de cette étude.

Ces études permettront également de valider certaines des hypothèses utilisées pour établir les équations macroscopiques que l'on utilise ; à savoir le choix du modèle de viscosité newtonien permettant l'établissement rigoureux de l'équation de Brinkman-Forchheimer et le choix d'un modèle homogène semi-transparent pour les propriétés radiatives du milieu permettant l'utilisation de la forme classique de l'équation du transfert radiatif. La pertinence de l'utilisation d'une décomposition de Reynolds pourra également être jugée.



## Deuxième partie

# Ajustements des paramètres du milieu équivalent



## Chapitre 4

# Expérience numérique d'évaluation du comportement de la viscosité du milieu équivalent

### Introduction

On veut ici estimer la viscosité du milieu équivalent à nos structures végétales à l'aide d'expériences numériques effectuées avec FLUENT. On réalise pour cela un écoulement dans une structure poreuse constituée d'un empilement de volumes élémentaires représentatifs jouxtant un mur ; le but de cette expérience est tout d'abord la détermination de la vitesse moyenne au sein de chaque V.E.R. afin de reconstruire le profil des vitesses moyennes dans la structure poreuse. Ce profil de vitesses macroscopique représente alors le profil de vitesse en proche paroi d'une solution de l'équation de Brinkman-Forchheimer, lieu où les effets de la viscosité du milieu équivalent sont les plus marqués. Les gradients de vitesses moyennes sont alors exploités afin de déterminer la viscosité du milieu équivalent, puis un ajustement de cette dernière en fonction du régime est établi.

Il faut remarquer qu'il est impossible pour cette étude d'utiliser des V.E.R. à caractère fractal pour des raisons de puissance de calcul ; une modélisation simple d'un milieu poreux sera donc utilisée ici pour représenter chaque V.E.R., cette étude est donc plus qualitative que quantitative. De plus, l'écoulement au sein des V.E.R. pouvant présenter un caractère turbulent dont on discutera lors de la présentation du protocole expérimental, il faut tout d'abord étudier les différents modèles de turbulence proposés par FLUENT afin de déterminer le plus adapté à notre étude. On s'intéressera également aux lois de parois de l'équation de quantité de mouvement ; les lois de parois de l'équation de l'énergie étant établies de manière analogue, celles-ci seront également étudiées dans ce chapitre bien qu'elles ne soient pas utilisées pour l'instant.

L'expérience présentée à la fin du chapitre précédent est ensuite exploitée afin de déterminer sur quelle plage de vitesses l'expérience d'ajustement de la viscosité doit être effectuée pour correspondre aux plages de vitesses observées dans les canopées. Le paramètre interne  $Re_K$  sera utilisé pour choisir la "bonne" plage de vitesse.

## 4.1 Traitement de la turbulence, traitement en paroi

Pour traiter la turbulence, FLUENT propose d'utiliser le modèle  $k - \epsilon$ . Cependant ce modèle ne peut représenter que la turbulence homogène isotrope, ce qui correspond aux zones où la turbulence est pleinement développée et où les effets des murs sont négligeables. Il faut donc utiliser un traitement de la turbulence en paroi pour obtenir une bonne représentation de l'écoulement (et donc une advection correcte de quantités telles que l'énergie) autour de géométries complexes.

Établissons tout d'abord les équations du modèle  $k - \epsilon$  en précisant les hypothèses de celui-ci, puis nous regarderons les différents traitements en parois que proposent FLUENT afin de déterminer le mieux adapté à traiter les géométries complexes.

Posons :

- $\rho$  masse volumique du fluide
- $U_i$  i-ème composante de la vitesse
- $\overline{U}_i$  i-ème composante de la vitesse moyenne
- $u_i$  i-ème composante de la fluctuation de vitesse
- $t$  temps
- $x_j$  j-ème direction d'espace
- $\mu$  viscosité dynamique du fluide
- $\nu = \frac{\mu}{\rho}$  viscosité cinématique du fluide
- $P$  pression
- $p$  fluctuation de pression
- $\tau_{ij} = \rho \overline{u_i u_j}$  tenseur de Reynolds

On définit l'énergie cinétique turbulente :

$$k = \frac{1}{2} \overline{u_i u_i} \quad (4.1)$$

et sa dissipation :

$$\epsilon = \nu \overline{\frac{\partial u_i}{\partial x_k} \frac{\partial u_i}{\partial x_k}} \quad (4.2)$$

avec l'opérateur de moyenne défini sur un scalaire  $\phi$  par :

$$\overline{\phi} = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_t^{t+T} \phi(x, t) dt$$

L'hypothèse d'ergodicité est ici faite ; en effet les moyennes en temps sont considérées équivalentes aux moyennes probabilistes. Cette hypothèse est plausible dans le cas d'écoulement stationnaire. Pour établir les équations du modèle  $k - \epsilon$ , l'équation du tenseur de Reynolds est tout d'abord établie à l'aide de l'opérateur  $N$  tel que  $N(U_i) = 0$  soit l'équation de Navier-Stokes :

$$N(U_i) = \rho \frac{\partial U_i}{\partial t} + \rho U_k \frac{\partial U_i}{\partial x_k} + \frac{\partial P}{\partial x_i} - \mu \frac{\partial^2 U_i}{\partial x_k \partial x_k}$$

Considérons la relation :

$$\overline{u_i N(U_j) + u_j N(U_i)} = 0 \quad (4.3)$$

En prenant la trace de cette équation (4.3), l'équation de l'énergie cinétique turbulente  $k$  est obtenue :

$$\rho \frac{\partial k}{\partial t} + \rho \overline{U_j} \frac{\partial k}{\partial x_j} = \tau_{ij} \frac{\partial \overline{U_i}}{\partial x_j} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \mu \frac{\partial k}{\partial x_j} - \frac{1}{2} \overline{\rho u_i u_j u_k} - \overline{p u_j} \right] - \rho \epsilon \quad (4.4)$$

L'hypothèse de Boussinesq sur la forme du tenseur de Reynolds est ensuite utilisée :

$$\tau_{ij} = 2\mu_t s_{ij} - \frac{2}{3}\rho k \delta_{ij} \quad (4.5)$$

Avec

- $\mu_t$  viscosité cinématique turbulente
- $\nu_t = \frac{\mu_t}{\rho}$  viscosité dynamique turbulente
- $s_{ij}$  tenseur des contraintes de l'écoulement moyen

De plus, Mansour, Kim et Moin [35] proposent de faire l'approximation :

$$\frac{1}{2}\overline{\rho u_i u_j u_k} + \overline{p u_j} = -\frac{\mu_t}{\sigma_k} \frac{\partial k}{\partial x_j} \quad (4.6)$$

Avec  $\sigma_k$  coefficient empirique. En effet, ces termes moyens peuvent être interprétés comme des flux d'énergie cinétique turbulente. Cette modélisation est donc la plus naturelle. Il vient alors :

$$\rho \frac{\partial k}{\partial t} + \rho \overline{U_j} \frac{\partial k}{\partial x_j} = \tau_{ij} \frac{\partial \overline{U_i}}{\partial x_j} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \left( \mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right] - \rho \epsilon \quad (4.7)$$

Or

$$\tau_{ij} = -\rho \overline{u_i u_j} \quad (4.8)$$

et

$$P_k = -\overline{u_i u_j} \frac{\partial \overline{U_i}}{\partial x_j} \quad (4.9)$$

Il vient :

$$\frac{\partial k}{\partial t} + \overline{U_j} \frac{\partial k}{\partial x_j} = P_k + \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \left( \mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right] - \epsilon \quad (4.10)$$

La dissipation de l'énergie turbulente est ensuite étudiée. La démarche mise en place pour trouver l'équation de  $\epsilon$  est similaire à celle vue précédemment. Prenons la moyenne :

$$\overline{2\nu \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \frac{\partial}{\partial x_j} [N(U_i)]} = 0 \quad (4.11)$$

Des considérations d'ordre de grandeurs de Wilcox [57] permettent ensuite de simplifier le modèle de dissipation de manière à obtenir :

$$\rho \frac{\partial \epsilon}{\partial t} + \rho \overline{U_j} \frac{\partial \epsilon}{\partial x_j} = C_{\epsilon 1} \frac{\epsilon}{k} \tau_{ij} \frac{\partial \overline{U_i}}{\partial x_j} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \left( \mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\epsilon} \right) \frac{\partial \epsilon}{\partial x_j} \right] - C_{\epsilon 2} \rho \frac{\epsilon^2}{k} \quad (4.12)$$

Avec  $C_{\epsilon 1}, C_{\epsilon 2}, \sigma_\epsilon$  coefficients empiriques. L'échelle de temps d'évolution de la dissipation peut alors être fabriquée :

$$T_d = \frac{k}{\epsilon} \quad (4.13)$$

L'équation de la dissipation peut alors s'écrire :

$$\frac{\partial \epsilon}{\partial t} + \overline{U_j} \frac{\partial \epsilon}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \left( \mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\epsilon} \right) \frac{\partial \epsilon}{\partial x_j} \right] + \frac{C_{\epsilon 1} P_k - C_{\epsilon 2} \epsilon}{T_d} \quad (4.14)$$

L'équation de la viscosité turbulente est ensuite obtenue par des considérations dimensionnelles :

$$\mu_t = \rho C_\mu \frac{k^2}{\epsilon} \quad (4.15)$$

Avec  $C_\mu$  coefficient empirique. Launder et Sharma [32] proposent comme valeurs pour les coefficients empiriques de fermeture :  $C_{\epsilon 1} = 1,44$ ,  $C_{\epsilon 2} = 1,92$ ,  $C_\mu = 0,09$ ,  $\sigma_k = 1,0$ ,  $\sigma_\epsilon = 1,3$

Ces équations sont celles du modèle  $k - \epsilon$ , permettant la résolution de l'écoulement moyen et des fluctuations dans l'hypothèse de la turbulence homogène isotrope.

#### 4.1.1 "Wall function treatment"

La première méthode proposée dans FLUENT pour traiter les écoulements turbulents en paroi consiste en l'utilisation des corrélations sur le profil de vitesse (4.18), (4.22) et de température (4.23) établies dans un canal plan pour la résolution des champs dans la première cellule après la paroi.

Intéressons-nous tout d'abord à la résolution du champ de vitesse ; établissons les corrélations du profil de vitesse en étudiant le transfert de quantité de mouvement en paroi. La méthode la plus utilisée consiste à séparer l'écoulement en trois zones distinctes où celui-ci change fondamentalement de comportement. Les échelles de longueur et de vitesse en paroi sont tout d'abord définies afin de caractériser ces zones :

Soit  $l_\tau$  l'échelle de longueur en paroi et  $u_\tau$  l'échelle de vitesse en paroi. Celles-ci sont données par  $u_\tau = (\frac{\tau_w}{\rho})^{\frac{1}{2}}$  et  $l_\tau = \frac{\nu}{u_\tau}$  avec  $\tau_w$  contrainte pariétale. Les longueurs et les vitesses sont réduites par ces valeurs :

$$x_a^+ = \frac{x_a}{l_\tau} = \frac{x_a u_\tau}{\nu}, \quad x_a \text{ étant la direction normale à la paroi.}$$

$$U_b^+ = \frac{U_b}{u_\tau}, \quad U_b \text{ étant la vitesse parallèle à la paroi.}$$

L'épaisseur de ces zones peut alors être précisée par Bradshaw [5] :

- La sous-couche visqueuse où les effets visqueux prédominent ( $0 \leq x_a^+ < 5$ )
- La sous-couche de transition où les effets visqueux et inertiels sont du même ordre ( $5 \leq x_a^+ < 30$ )
- La couche externe où les effets inertiels prédominent ( $x_a^+ \geq 30$ )

Les équations du mouvement sont résolues avec les hypothèses précédentes, connaissant la contrainte :

$$\tau_{ba} = \rho \nu \frac{d\overline{U}_b}{dx_a} - \rho \overline{u_a u_b} = \tau_w \quad (4.16)$$

- Dans la sous-couche visqueuse, les effets visqueux prédominent. La contrainte se réduit à

$$\tau_{ba} = \rho \nu \frac{d\overline{U}_b}{dx_a} = \tau_w \quad (4.17)$$

La résolution de l'équation (4.17) donne :

$$U_b^+ = x_a^+ \quad (4.18)$$

comportement valable dans la sous-couche visqueuse.



- Dans la couche externe, les effets visqueux sont négligeables. De plus, la contrainte est de l'ordre de  $u_\tau^2$ . Alors  $-\frac{\overline{u_a u_b}}{u_\tau^2} \sim 1$ , soit

$$\overline{u_a u_b} = -u_\tau^2 \quad (4.19)$$

Il faut alors modéliser  $\overline{u_a u_b}$ . L'hypothèse de la longueur de mélange de Prandtl est utilisée :

$$\overline{u_a u_b} = -l^2 \left( \frac{dU_b}{dx_a} \right)^2 \quad (4.20)$$

Avec  $l = \kappa x_a$  et  $\kappa$  constante de Von Karman égale à 0,4187. En injectant l'équation (4.20) dans l'équation (4.19), il vient :

$$\kappa dU_b^+ = \frac{dx_a^+}{x_a^+} \quad (4.21)$$

La résolution de l'équation (4.21) permet alors de déterminer le profil de vitesse dans la couche externe :

$$U_b^+ = \frac{1}{\kappa} \ln(E x_a^+) \quad (4.22)$$

Avec  $E$  constante empirique égale en générale à 9,793. Les deux lois se raccordent empiriquement dans la sous-couche de transition.

La loi logarithmique (4.22) étant valide pour  $30 \leq x_a^+ \leq 300$  et la loi laminaire (4.18) étant valide pour  $x_a^+ \leq 30$  le centre de la première cellule après le mur devra se situer autour de  $x_a^+ = 30$  pour obtenir une solution acceptable sans avoir à calculer sur un maillage trop fin.

Suivant la valeur de  $x_a^+$  au centre de la cellule, FLUENT utilisera l'une ou l'autre des lois. En effet, pour  $x_a^* < 11,225$  la loi (4.18) sera utilisée alors que la loi (4.22) est utilisée dans tous les autres cas. Le critère utilisé ici se porte sur  $x_a^*$  plutôt que sur  $x_a^+$ , distance adimensionnée pour laquelle la vitesse caractéristique est la racine de l'énergie cinétique turbulente ; on remarque cependant que ces deux quantités sont proches dans le cas d'une couche limite turbulente à l'équilibre.

Regardons maintenant la résolution du champ de température. Une démarche analogue à celle utilisée précédemment est mise en place pour établir les corrélations sur le champ de température, en utilisant comme limite du comportement laminaire en proche paroi la distance  $x_a^+ T$  représentant la distance à la paroi à laquelle la sous-couche visqueuse et la couche externe co-existent. Pour plus de détails, on pourra se référer aux travaux de Jayatilleke [20]. On obtient alors :

$$T^+ = \frac{(T_w - T)\rho C_p u_\tau}{\dot{q}} = Pr x_a^+ + Pr_t \left[ \frac{1}{\kappa} \ln(E x_a^+) + P \right] \quad (4.23)$$

Avec

$$P = 9,24 \left[ \frac{Pr^{\frac{3}{4}}}{Pr_t} - 1 \right] \left[ 1 + 0,28e^{-0,007 \frac{Pr}{Pr_t}} \right] \quad (4.24)$$

et

- $C_p$  capacité calorifique du fluide
- $\dot{q}$  flux de chaleur à la paroi

- $T_w$  température à la paroi
- $T$  température du fluide au centre de la première cellule
- $Pr$  nombre de Prandtl moléculaire ( $= \frac{\mu c_p}{\lambda}$ )
- $Pr_t$  nombre de Prandtl turbulent

Le premier terme de l'équation (4.23) est alors utilisé pour  $x_a \leq x_a^+T$  et le second pour  $x_a > x_a^+T$ . Ces corrélations seront ensuite utilisées pour toutes les cellules adjacentes à des parois ; une fois les champs obtenus dans ces cellules, les équations de Navier-Stokes et de l'énergie sont résolues ainsi que les équations du modèle  $k - \epsilon$ .

On remarquera que ces dernières sont résolues y compris dans les cellules adjacentes aux parois :

- pour l'équation en  $k$ , on pose comme condition limite  $\frac{\partial k}{\partial n} = 0$  et on résout.
- pour l'équation en  $\epsilon$ , on pose l'hypothèse de l'équilibre local dans la cellule adjacente au mur. On calcule alors le terme de production de  $k$ ,  $G_k = \tau_w \frac{\partial U}{\partial x_a}$  que l'on pose égale à la dissipation  $\epsilon$  dans cette cellule :

$$\epsilon = \frac{U_\tau^3}{\kappa x_a} \quad (4.25)$$

#### 4.1.2 "Enhanced wall treatment"

La méthode la plus évoluée que propose FLUENT pour traiter la turbulence en paroi est le modèle à deux couches. Cette approche consiste en une décomposition de l'écoulement en deux zones : une zone dite affectée par la viscosité et une zone dite de pleine turbulence. La zone de pleine turbulence est traitée comme une zone où la turbulence est homogène et isotrope, on y utilisera donc le modèle  $k - \epsilon$ . La zone dite affectée par la viscosité sera elle traitée par un modèle de viscosité spécifique dont la jonction avec l'autre zone sera assurée comme étant régulière. Le modèle de turbulence utilisé dans la couche affectée par la viscosité sera le modèle à une équation de Wolfstein dont les constantes seront ajustées pour obtenir également une jonction régulière pour  $k$  et  $\epsilon$  lors du passage d'une zone à une autre. Ce modèle consiste en la résolution de l'équation sur la quantité  $k$  et au calcul de  $\epsilon$  à l'aide de considérations dimensionnelles. Ainsi, l'équation sur  $k$  reste inchangée et l'on calcule  $\epsilon = C_\mu^{3/4} k^{3/2} / \kappa x_a$ . Les équations de ce système seront résolues avec ces modèles jusqu'aux cellules jouxtant les parois, des corrélations étant une fois de plus utilisées à l'intérieur de celles-ci pour résoudre le champ de vitesse et celui de température.

La sous-couche visqueuse est ici résolue ; il faut alors travailler sur un maillage pour lequel le centre des premières cellules jouxtant les parois se situe autour d'un  $x_a^+$  d'ordre unité. Alors toutes les cellules adjacentes à des parois se trouvent dans la sous-couche visqueuse ; les corrélations pour celles-ci devraient donc être établies uniquement en considérant les effets visqueux, cependant FLUENT va utiliser des corrélations prenant en compte à la fois les effets visqueux et les effets turbulents afin de prévenir toute erreur commise par l'utilisateur lors de la création du maillage.

Établissons maintenant les relations et équations relatives à ce modèle : l'appartenance à l'une ou l'autre des régions est déterminée par la valeur de  $Re_{x_a} = \frac{\rho x_a \sqrt{k}}{\mu}$ . Lorsque dans une cellule la valeur de  $Re_{x_a}$  dépasse la valeur critique  $Re_{x_a}^* = 200$ , on considère que cette dernière appartient à la zone de pleine turbulence.

La viscosité du modèle à deux couches pour la zone dite affectée par la viscosité est calculée avec le modèle de Jungen, obtenu par des considérations dimensionnelles :

$$\mu_{t,2layer} = \rho C_\mu l_\mu \sqrt{k} \quad (4.26)$$

Où  $C_\mu$  est une constante ajustée expérimentalement et  $l_\mu$  une longueur de mélange dans la zone affectée par la viscosité ;  $l_\mu$  peut alors être interprétée comme la longueur caractéristique d'évolution de la turbulence. Le modèle de longueur de mélange contient alors nécessairement les effets des murs, selon Chen et Patel [10]. De plus, cette dernière doit être nulle aux murs et tendre vers une limite finie quand la distance aux murs devient grande. Cette limite est telle que la variation de viscosité avec la distance aux murs est régulière au passage d'une zone de l'écoulement à l'autre. Chen et Patel [10] proposent alors comme modèle de longueur de mélange :

$$l_\mu = C_l x_a \left[ 1 - \exp\left(\frac{-Re_{x_a}}{A_\mu}\right) \right] \quad (4.27)$$

Avec  $A_\mu$  constante expérimentale et  $C_l = \kappa C_\mu^{-\frac{3}{4}}$  pour respecter la variation régulière de la viscosité.

La viscosité totale est obtenue comme addition pondérée régulière de la viscosité turbulente et de la viscosité du modèle à deux couches. La forme de la fonction de pondération est choisie de telle manière à obtenir une valeur nulle aux murs et une valeur unité loin de ceux-ci. Jongen propose alors une fonction de pondération  $\lambda_\epsilon$  :

$$\lambda_\epsilon = \frac{1}{2} \left[ 1 + \tanh\left(\frac{Re_{x_a} - Re_{x_a}^*}{A}\right) \right] \quad (4.28)$$

Où  $A = \frac{0,1 Re_{x_a}^*}{\tan(0,98)}$  représente la largeur de la fonction de pondération. La viscosité totale peut alors s'écrire :

$$\mu_{t,enh} = \lambda_\epsilon \mu_t + (1 - \lambda_\epsilon) \mu_{t,2layer} \quad (4.29)$$

Le modèle de turbulence utilisé dans la zone affectée par la viscosité est maintenant étudié. Il s'agit d'un modèle à une équation, l'équation de l'énergie cinétique turbulente  $k$ . La résolution de  $\epsilon$  se fait via une corrélation obtenue par considérations dimensionnelles :

$$\epsilon = \frac{k^{3/2}}{l_\epsilon} \quad (4.30)$$

Où  $l_\epsilon$  représente une longueur de mélange dans la zone affectée par la viscosité ; elle peut être interprétée comme la longueur caractéristique de la plage de tourbillons porteurs d'énergie. Celle-ci possède les mêmes propriétés que  $l_\mu$ , bien que l'ajustement se fasse ici de manière à obtenir une évolution régulière de  $\epsilon$  au passage d'une région de l'écoulement à une autre. Chen et Patel [10] proposent alors comme modèle pour  $l_\epsilon$  :

$$l_\epsilon = C_l x_a \left[ 1 - \exp\left(\frac{-Re_{x_a}}{A_\epsilon}\right) \right] \quad (4.31)$$

Avec  $A_\epsilon = 2C_l$  afin de retrouver le comportement asymptotique de  $\epsilon$  dans la sous-couche visqueuse, à savoir :

$$\epsilon = \frac{2\nu k}{x_a^2} \quad (4.32)$$

Les conditions aux limites utilisées pour  $\epsilon$  sont les mêmes que celles utilisées dans le premier modèle présenté (4.25) ; celles de  $k$  sont établies en posant l'égalité de la vitesse pariétale  $u_\tau$  et de la vitesse pariétale turbulente  $u^* = C_\mu^{1/4} k^{1/2}$ , hypothèse valide dans le même cadre que celui décrit pour l'établissement de la condition limite de  $\epsilon$ . Alors :

$$k = \frac{U_\tau^2}{\sqrt{C_\mu}} \quad (4.33)$$

Détaillons maintenant les corrélations utilisées par FLUENT pour calculer les champs de vitesses et de température. Les hypothèses faites pour établir les corrélations sont les mêmes que précédemment, en ajoutant un terme de contrainte de pression longitudinale ; l'article de White et Christoph [56] pourra être consulté pour obtenir le détail des calculs. Les lois laminares et turbulentes obtenues sont ensuite additionnées et pondérées afin de n'obtenir plus qu'une seule loi valide quelle que soit la distance à la paroi. Il n'y a ainsi plus qu'une seule loi pour les corrélations aux centres des cellules jouxtant les parois. Kader [23] propose la pondération suivante, ajustée par des expériences en canal plan :

$$\Phi_i^+ = \Phi_{i,lam}^+ e^{(\Gamma_i)} + \Phi_{i,turb}^+ e^{\left(\frac{1}{\Gamma_i}\right)} \quad (4.34)$$

Avec

- $\Phi_i$  vitesse ou température
- $\Gamma_u = -\frac{a(x_a^+)^4}{1+bx_a^+}$
- $\Gamma_T = -\frac{a(Prx_a^+)^4}{1+bPr^3x_a^+}$

Les  $\Phi_i^+$  sont telles que :

- $u_{lam}^+$  suit la loi (4.18)
- $u_{turb}^+$  suit la loi (4.22)
- $T_{lam}^+$  se comporte comme le premier terme de la loi (4.23)
- $T_{turb}^+$  se comporte comme le second terme de la loi (4.23)

En étudiant l'utilisation de ces deux modèles par différents auteurs, on remarque que seul le second est capable de représenter correctement les écoulements avec détachement et recollement [10] ; celui-ci sera donc utilisé pour des géométries complexes.

## 4.2 Exploitation de l'expérience préliminaire

Il est intéressant ici d'exploiter les résultats de l'expérience présentée à la fin du chapitre III pour déterminer la plage de vitesse sur laquelle on devra travailler pour la détermination de la viscosité du milieu équivalent. En effet, on souhaite travailler sur la même plage de nombre de Reynolds  $Re_K$  pour garantir l'analogie bien que la structure poreuse ne soit pas la même. Alors, sachant que les vitesses communément rencontrées au sein des canopées sont au maximum de l'ordre du mètre par seconde selon Lalic *et al.* [30], on peut déduire de l'expérience précédente la valeur maximale de  $Re_K$  correspondant à cette vitesse une fois le choix de la définition de la perméabilité en plusieurs dimensions effectué. Le choix de la perméabilité s'étant porté sur  $K = (\sqrt{K_{11}K_{12}}\sqrt{K_{21}K_{22}})^{1/2}$ , on obtient comme limite haute du Reynolds  $Re_K \sim 10$ . On peut voir sur le tableau 4.1 la vitesse moyenne dans la canopée en fonction de  $Re_K$  pour les valeurs suivantes des  $K_{ij}$  obtenues pour la structure présentée au chapitre précédent :

- $K_{11} = K_{22} = 2.10^{-5}$
- $K_{12} = 5.10^{-4}$

$V_{moy}$ (m/s)	$Re_K$
0,001	0,00507
0,01	0,0514
0,1	0,459
0,25	1,28
0,5	1,78
0,75	2,23
1	2,70
2	4,78
3	7,62
4	10,3
5	13,1

TABLE 4.1 – Vitesse moyenne dans la canopé en fonction de  $Re_K$

–  $K_{21} = 5.10^{-3}$

La plage minimale sur laquelle l'ajustement de la viscosité du milieu équivalent doit être effectué est ainsi obtenue. Si le comportement de la viscosité du milieu équivalent en fonction de  $Re_K$  n'est pas clairement mis en valeur sur cette plage, les expériences seront effectuées sur un intervalle de nombres de Reynolds plus grand ; la plage obtenue lors de l'expérience préliminaire doit seulement être incluse dans la plage de travail utilisée ici. Il est également intéressant de remarquer ici l'analogie entre l'expérience proposée au chapitre précédent pour démontrer la stabilité au sens de Reynolds de l'équation de Brinkman-Forchheimer dans le cas d'un écoulement unidirectionnel et l'expérience numérique menée ici. Cette expérience numérique est donc également exploitée pour observer l'éventuelle apparition de la quantité  $I = \frac{(3\overline{u_x^2} + \overline{u_y^2} + \overline{u_z^2})}{2\overline{U_x^2}}$  pour des valeurs importantes du nombre de Reynolds. La plage d'étude sera donc prise la plus large possible, la limitation provenant des ressources matérielles dont on dispose pour le calcul numérique.

### 4.3 Protocole expérimental

On présente maintenant le protocole expérimental permettant l'étude de la viscosité du milieu équivalent.

#### 4.3.1 Présentation de l'expérience numérique

L'expérience consiste en un écoulement d'air périodique bidimensionnel dans une structure représentant un milieu poreux collé à une paroi solide. La structure représentant le milieu poreux est créée par empilement de "volumes" élémentaires représentatifs (il s'agit en fait de surfaces puisque l'expérience est bidimensionnelle). Ces derniers sont constitués d'inclusions solides de section carré  $l^2$  où  $l$  est la dimension d'un côté de l'inclusion ; ces inclusions sont disposées en quinconce afin que l'écoulement ne puisse pas "voir" à travers un V.E.R. (dans le sens de l'écoulement, si on regarde le domaine par l'entrée, on ne peut pas "voir" la sortie). Le nombre de V.E.R. empilés est choisi à l'aide d'une expérience préliminaire où l'on tente de capter le profil des vitesses moyennes au sein de chaque V.E.R.. Lorsque la différence de vitesse moyenne entre les deux derniers V.E.R. (les plus éloignés de la paroi solide) est inférieure à 2%, on considère

que l'on a capté le profil de vitesse. Le nombre de V.E.R. empilés est ainsi fixé à 4 pour les conditions choisies lors de nos expériences.

Afin de démontrer l'existence du terme de Forchheimer à faible nombre de Reynolds mésoscopique dans l'équation de quantité de mouvement relative aux milieux poreux (phénomène de non-linéarité des écoulements laminaires en milieux poreux), une étude similaire a déjà été réalisée par Fourar *et al.* [15] sur un V.E.R. unique pour lequel des conditions aux limites périodiques ont été utilisées. Cette étude consiste, entre autre, à ajuster le gradient de pression en fonction des termes de Darcy et de Forchheimer pour des nombres de Reynolds mésoscopiques tels que le sillage des inclusions solides dans le V.E.R. est stationnaire. On tente ici de pousser plus avant cette étude en travaillant tout d'abord sur une plage plus importante de nombre de Reynolds et également en ajoutant des parois aux limites du milieu poreux parallèles au sens de l'écoulement, et ce afin de tenter l'ajustement du terme de Brinkman.

### 4.3.2 Présentation des méthodes de mesures

Afin de déterminer une viscosité pour le milieu poreux équivalent, il faut déterminer toutes les grandeurs apparaissant dans l'équation de Brinkman-Forchheimer appliquée à un écoulement du type de celui représenté par notre expérience numérique. Il faut donc déterminer :

- la porosité  $\Phi$
- le gradient de pression  $\nabla P$
- le laplacien de la vitesse moyenne  $\Delta U = \partial^2 U / \partial y^2$ , avec  $y$  direction orthogonale à la paroi solide
- la force du fluide sur la structure  $F$

Cette dernière force peut ensuite être identifiée aux contributions du terme de Darcy et de Forchheimer. On doit donc déterminer  $K_{perm}$  et  $K_{Forch}$  également, avec  $F_{theorique} = \frac{\mu}{K_{perm}}U + K_{Forch}|U|U$

On procède alors à une moyenne sur chaque domaine fluide de chaque V.E.R. pour déterminer la vitesse moyenne  $U$ . On peut voir sur la figure 4.2 représentant le maillage d'un des domaines de calcul utilisés l'empilement de quatre V.E.R. jouxtant une paroi. Soit  $U_i$  la vitesse moyenne dans le  $i$ -ème V.E.R. après la paroi solide,  $U_0 = 0m/s$  la vitesse moyenne à la paroi et  $\Delta y$  l'épaisseur d'un V.E.R. ; on approxime alors les gradients comme suit :

- $U'_0 = 2U_1/\Delta y$
- $U'_1 = (U_1 + U_2)/2\Delta y$
- $U'_2 = (U_3 - U_1)/2\Delta y$
- $U'_3 = U_3 - U_2/\Delta y$

La dérivée seconde est ensuite approximée comme suit :

- $U''_1 = (U'_1 + U'_2 - 2U'_0)/2\Delta y$
- $U''_2 = (U'_3 - U'_1)/2\Delta y$
- $U''_3 = U'_3 - U'_2/\Delta y$

$U_4$  et  $U_3$  ayant la même valeur à moins de 2% près, l'utilisation de  $U_4$  est proscrite dans le calcul des dérivées. De plus des effets de bords sont intervenus dans le calcul de  $U_4$  ; pour limiter les erreurs dans le calcul approché du laplacien de la vitesse, l'étude se limitera donc à l'estimation de la viscosité du milieu équivalent sur les deux premiers V.E.R..

Une perte de précision sur ce calcul vient du fait que les dérivées sont au mieux estimées à l'ordre deux. Cependant il s'agit de vitesses macroscopiques dont la précision est mésoscopiquement d'ordre deux. L'ordre de leurs dérivées macroscopiques est donc *a priori* d'ordre deux car

la largeur des cellules du domaine est négligeable devant l'épaisseur  $\Delta y$  du V.E.R.. En effet, en divisant les vitesses (ou leurs dérivées) par la largeur des cellules, un ordre de précision serait perdu à chaque division ; cependant les vitesses (ou leurs dérivées) sont divisées par l'épaisseur  $\Delta y$  du V.E.R.. Au vu des rapports de l'épaisseur du V.E.R. sur la largeur des cellules, on peut penser que l'ordre de précision est conservé.

La force globale appliquée par le fluide sur la structure est calculée par FLUENT à l'aide de la relation (4.35) et on procède à une minimisation, par la méthode des moindres carrés, de la différence entre la force mesurée et la force théorique, afin de déterminer les valeurs de  $K_{perm}$  et  $K_{Forch}$ . La porosité est calculée à l'aide de considérations géométriques :  $\Phi = S_{fluide}/S_{totale}$  où  $S$  représente une surface fluide ou totale (fluide et solide ajoutés). On calcule finalement le gradient de pression par deux méthodes différentes équivalentes au calcul du gradient moyen de pression et au gradient de pression moyenne. Il y a équivalence à moins de 5% des deux méthodes ; on prendra donc la moyenne des deux comme gradient de pression. On présente ici les deux méthodes de calcul :

Le calcul du gradient moyen consiste en la détermination de la pression moyenne sur deux "tranches" de fluides (par exemple en moyennant la pression sur les faces d'entrée et de sortie), on prend ensuite le gradient de cette quantité. On répète le processus sur plusieurs paires de tranches et on en prend la moyenne.

Le calcul du gradient de la pression moyenne consiste en la détermination de la pression moyenne dans la partie gauche et dans la partie droite du domaine, puis à prendre le gradient de cette quantité.

$$\vec{F} = \int_{structure} P \vec{n} dS + \int_{structure} \tau \cdot \vec{n} dS \quad (4.35)$$

Avec  $\tau$  tenseur des contraintes visqueuses.

On a ainsi procédé à la détermination de toutes les grandeurs nécessaires à l'identification de la viscosité ; on va maintenant présenter les conditions expérimentales avant d'identifier la viscosité et de tenter de l'ajuster en fonction du paramètre interne  $Re_K$ .

## 4.4 Conditions expérimentales

Afin de réaliser notre expérience numérique, il faut tout d'abord générer le domaine de calcul ainsi qu'un maillage pour celui-ci. On se propose de travailler sur deux arrangements différents du V.E.R. présentées sur la figure 4.1. La longueur  $L_{VER}$  du V.E.R. est variable afin de pouvoir faire évoluer la porosité pour une même configuration ; le coefficient de proportionnalité  $co$  peut valoir 0,5 , 1 ou 2 afin de faire varier les dimensions du domaine (avec la perméabilité) sans faire varier la porosité. Finalement, les cas étudiés seront :

- Pour la configuration 1
  - $\Phi = 0,555$  pour toutes valeurs de  $co$
  - $\Phi = 0,7$  pour  $co = 1$
  - $\Phi = 0,9$  pour  $co = 1$
- Pour la configuration 2
  - $\Phi = 0,9$  pour  $co = 0,5$  ou  $co = 1$
  - $\Phi = 0,8$  pour  $co = 1$

On maille maintenant ce domaine afin de pouvoir réaliser le calcul numérique. Le nombre de cellules de nos maillages en deux dimensions varie entre 40000 et 275000 suivant la porosité et

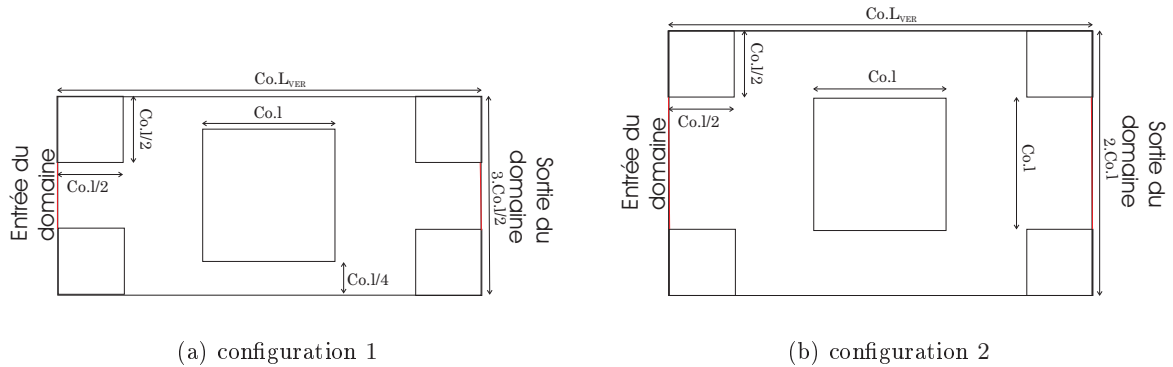


FIGURE 4.1 – Volumes élémentaires représentatifs pour les deux configurations considérées

la configuration utilisées. Un maillage de couches limites est réalisé sur toutes les parois solides du domaine de telle manière que le centre de la première cellule se trouve à une valeur de  $y^+$  inférieure à l'unité pour tout calcul en régime turbulent et que le nombre de cellules dans la zone où la turbulence n'est pas pleinement développée (voir paragraphe 4.1.2) soit toujours supérieure à 20 (toujours dans le cas du régime turbulent). Un de ces maillage est présenté sur la figure 4.2.

Les conditions aux limites utilisées lors de nos calculs sont :

- Sol (bas du domaine) : conditions de type "mur"
- Face supérieure : conditions libres ( $\partial/\partial \vec{n}$ ) avec  $\vec{n}$  vecteur normal à la frontière
- Entrée et sortie (respectivement à gauche et à droite du domaine) : conditions périodiques
- Sur les inclusions solides : conditions de type "mur"

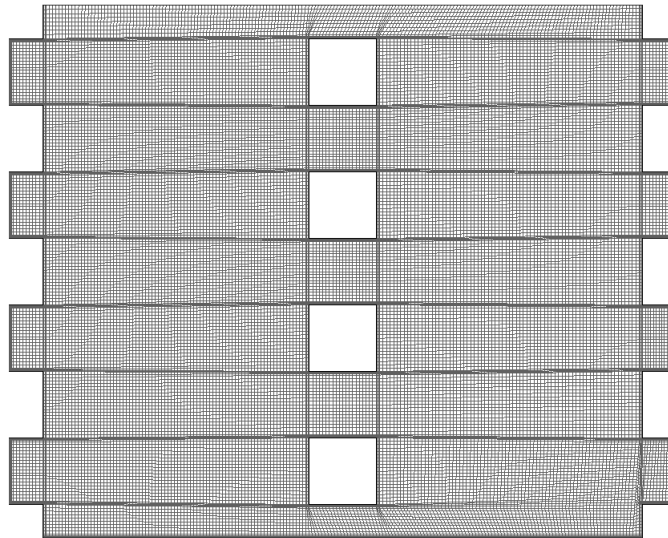


FIGURE 4.2 – Maillage d'un domaine de configuration 2, de porosité  $\Phi = 0,9$  pour  $co = 1$

Les équations de Navier-Stokes sont ensuite implémentées. Une résolution stationnaire des équations est effectuée pour des régimes tels que le sillage des inclusions solides soit stable (soit



pour un nombre de Reynolds  $Re_l = U_{bulk}l/\nu$  inférieur à  $Re_{cr} = 50$  ; Okajima [44]). Une tentative de résolution instationnaire sera ensuite effectuée pour tenter de comprendre le comportement du système lorsque la première instabilité de sillage apparait, et pouvoir ainsi étendre notre étude à une plage de nombre de Reynolds plus importante. Le paragraphe suivant intitulé "limite du calcul laminaire" est consacré à cette étude.

Les schémas numériques utilisés sont :

- PRESTO pour la discrétisation de la pression
- SIMPLEC pour le couplage pression-vitesse
- QUICK pour tous les termes convectifs

## 4.5 Limite du calcul laminaire

L'écoulement autour du cylindre de section carré présente une première instabilité de sillage pour  $Re_l > Re_{cr}$  [44]. On peut alors penser que la résolution doit être instationnaire dès que cette valeur du nombre de Reynolds est dépassée ; cependant, Gao *et al.* [16] ont démontré l'existence d'un "retard" de l'instabilité du fait de la présence d'un faisceau de tubes. En effet, celui-ci a tendance à stabiliser l'écoulement en limitant la liberté de mouvement du fluide en aval de chaque cylindre. On se pose maintenant la question du comportement du système lorsque le sillage des inclusions est déstabilisé malgré la présence du faisceau. On va donc, pour deux configurations de type 2 ayant des porosités  $\Phi = 0,9$  et  $\Phi = 0,8$  et présentant des inclusions de taille  $l = 0,01 m$  ainsi que pour une configuration de type 1 ayant une porosité  $\Phi = 0,555$  et présentant des inclusions de taille  $l = 0,01 m$ , étudier le retard de la première instabilité de sillage (soit identifier la valeur du nombre de Reynolds à partir de laquelle les sillages sont instationnaires dans le faisceau). Cette étude est faite sur l'inclusion la plus proche de la paroi solide ; en effet, c'est dans cette zone que les instabilités peuvent *a priori* le moins se développer. Alors si ces dernières se développent sur cette inclusion, on peut penser qu'elles se développent sur toutes les inclusions du domaine. Puis, pour une valeur du nombre de Reynolds légèrement supérieure à cette nouvelle valeur critique, le comportement du sillage des inclusions sera observé *via* le coefficient de frottement suivant la position des inclusions dans le faisceau. On remarque ici que les grandeurs utilisées pour adimensionner la force exercée par le fluide sur le cylindre sont arbitraires. En effet, on s'intéressera lors du traitement du signal aux puissances relatives des différentes fréquences présentes dans le coefficient de frottement. Le signal sera donc normé par la puissance globale intégrée sur toutes les fréquences du spectre du coefficient de frottement.

### 4.5.1 Identification du nombre de Reynolds critique du faisceau de tubes considéré

Pour les configurations considérées, on procède à une expérience en régime laminaire instationnaire avec une condition d'entrée de vitesse débitante constante afin d'identifier précisément le nombre de Reynolds critique ; et ce pour des vitesses d'entrée telles que le nombre de Reynolds  $Re_l$  soit supérieur à 50.

Ce calcul est une D.N.S., la taille des cellules dans le domaine est alors choisie telle que celle-ci soit inférieure à l'échelle de Kolmogorov afin de capter correctement les structures les plus petites. L'aptitude du maillage à capter les couches limites est déterminée par la mesure *a posteriori* de la contrainte pariétale. La valeur de  $y^+$  est ensuite calculée à partir de cette donnée et on vérifie que le centre de la première cellule se situe bien à une valeur de  $y^+$  inférieure à l'unité. Le pas de

temps est ensuite déterminé par la condition CFL. Par exemple, pour la configuration de type 2 et de porosité  $\Phi = 0,9$ , la taille moyenne des cellules dans le domaine est de  $5.10^{-4} m$  et le pas de temps vaut :  $\Delta t = 2,5.10^{-3} s$  ; le nombre de cellules dans le domaine est alors d'environ 40000. Pour la configuration de type 2 et de porosité  $\Phi = 0,8$ , la taille moyenne des cellules dans le domaine est de  $1,25.10^{-4} m$  et le pas de temps vaut :  $\Delta t = 2,5.10^{-4} s$  ; le nombre de cellules dans le domaine est alors d'environ 275000.

La valeur de la vitesse débitante est maintenant augmentée petit à petit et on peut alors mesurer la valeur critique  $Re_{faisceau\ cr} = 55 \pm 5$  pour la première configuration. On note ici la valeur de la fréquence des oscillations du sillage des inclusions. Afin d'obtenir un traitement numérique correct des données expérimentales, le signal des oscillations du coefficient de frottement ne doit pas être trop faible. La mesure de la fréquence des inclusions est donc effectuée à une valeur du nombre de Reynolds légèrement supérieure à la valeur critique. La suite des expériences sur cette configuration est alors menée pour une valeur du nombre de Reynolds  $Re_l = 68$ . La fréquence propre des oscillations mesurée est :  $f_{cyl} = 3,33 Hz$ .

Pour la deuxième configuration, le nombre de Reynolds critique du faisceau vaut :  $Re_{faisceau\ cr} = 205 \pm 5$ . Pour la même raison que précédemment, la suite des expériences sur cette configuration est menée à une valeur du nombre de Reynolds supérieure au seuil que l'on vient de mesurer. La fréquence propre des inclusions est alors mesurée pour une valeur du nombre de Reynolds  $Re_l = 220$ . Il vient :  $f_{cyl} = 7 Hz$ .

Pour la troisième configuration, une très grande stabilité des sillages est observée. En effet, cette configuration étant la plus dense en inclusions, celles-ci forcent l'écoulement à se canaliser entre elles, stabilisant ainsi les sillages de ces inclusions. C'est donc pour cette configuration que le nombre de Reynolds critique du faisceau est le plus élevé. Il vient :  $Re_{faisceau\ cr} = 225 \pm 5$ . La fréquence propre des inclusions est mesurée pour une valeur du nombre de Reynolds  $Re_l = 240$ . Il vient :  $f_{cyl} = 3,5 Hz$ .

Le nombre de Reynolds critique du faisceau dépend du type de faisceau. Une représentation de ce nombre de Reynolds critique en fonction du nombre de Reynolds  $Re_K$  est donc effectuée sur la figure 4.3. Si le nombre de Reynolds  $Re_K$  caractérise la transition de régime pour le sillage des inclusions, alors une valeur constante de  $Re_K$  en fonction du nombre de Reynolds critique du faisceau est attendue ; or une forte dispersion des points est observée ; le nombre de Reynolds macroscopique  $Re_K$  représentatif du régime d'écoulement interne n'est donc pas pertinent pour la détermination de l'utilisation d'un modèle de turbulence mésoscopique. Ce résultat n'est cependant pas contradictoire, cette limite du comportement interne n'ayant pas de conséquence directe sur l'écoulement à l'échelle macroscopique. En effet, cette limite n'est pas corrélée avec le changement de régime Darcy-Forchheimer. Elle ne l'est pas non plus avec le comportement de la viscosité du milieu équivalent comme il sera vu plus loin dans ce chapitre.

#### 4.5.2 Comportement des sillages de tubes dans un faisceau

Afin d'étudier le comportement du sillage de différents tubes dans le faisceau, le même protocole que précédemment est mis en place mais en gardant en mémoire le profil instationnaire de sortie des vitesses afin de pouvoir le ré-injecter comme condition d'entrée d'un autre calcul. Il sera ainsi possible d'étudier le sillage du  $(2n + 1)$ -ième cylindre placé dans le faisceau (voir figure 4.1), le tube sur lequel le coefficient de frottement est mesuré étant un des tubes entiers du domaine.

Ce protocole est justifié par le fait que l'écoulement se recolle avant d'atteindre la sortie du domaine ; alors l'effet des inclusions situées en aval sur l'écoulement est limité. L'écoulement que l'on observe est donc légèrement plus stable que l'écoulement réel dans le faisceau.

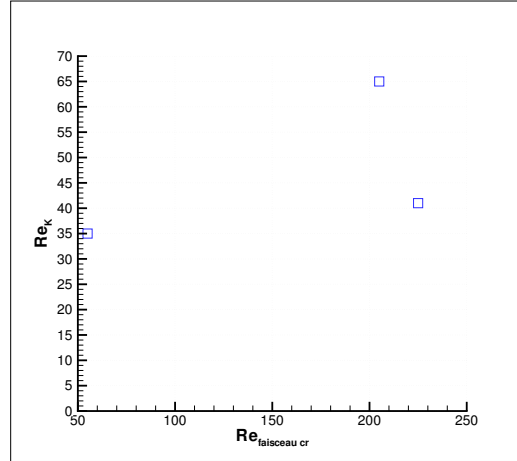


FIGURE 4.3 – Nombre de Reynolds critique du faisceau en fonction du nombre de Reynolds macroscopique  $Re_K$

Le coefficient de frottement (défini par la relation (4.36)) de différents tubes est observé sur un temps de 7,5 s environ. Ce signal est ensuite décomposé en séries de Fourier puis les puissances des différentes fréquences sont normalisées par l'intégrale des puissances des fréquences observées. La courbe des puissances cumulées est utilisée afin de déterminer les fréquences prépondérantes du signal. On tente également de déterminer les fréquences les plus élevées que le maillage puisse capter afin de déterminer les fréquences purement parasites pour ne pas les prendre en compte dans notre étude.

En faisant l'hypothèse que tous les tourbillons avancent à la même vitesse dans l'écoulement (ceux-ci sont transportés par l'écoulement) et que ceux-ci s'enroulent dans l'écoulement, on peut supposer que la fréquence des tourbillons est proportionnelle à leur taille. Alors, connaissant la taille  $l$  et la fréquence  $f_{cyl}$  des tourbillons générés par les inclusions, ainsi que la taille des cellules du domaine, on détermine la fréquence maximale que le maillage capte. Pour la première configuration, on obtient  $f_{max\ maillage} = 66\ Hz$ .

$$F_x = \frac{1}{2} \rho C_f V_{bulk}^2 \quad (4.36)$$

Avec :

- $F_x$  composante de la force selon  $X$
- $C_f$  coefficient de frottement
- $V_{bulk}$  la vitesse débitante dans le système

La puissance normalisée des fréquences est ensuite représentée en fonction des fréquences sur une échelle logarithmique afin d'observer la décroissance de cette dernière et de la comparer à la loi en  $-5/3$  de Kolmogorov.

Ces graphiques sont présentés pour la première configuration sur les figures 4.4 à 4.8. La fréquence indiquée  $f_{max}$  est la fréquence maximale pour laquelle la puissance n'est pas trop faible devant les autres puissances (Les puissances des fréquences supérieures à  $f_{max}$  représentent moins de 1% de l'énergie du spectre).

Pour la deuxième configuration, le calcul de la fréquence maximale que le maillage est capable de capter donne :  $f_{max\ maillage} = 560\ Hz$ .

Les mêmes graphiques sont maintenant présentés sur les figures 4.9 à 4.13 pour la deuxième configuration avec la même notation que précédemment.

Pour la troisième configuration, la valeur du nombre de Reynolds critique du faisceau nous empêche de mener à bien un calcul de DNS. En effet, les vitesses dans le domaine sont telles que nous ne disposons pas des ressources matérielles suffisantes. La valeur de ce nombre de Reynolds critique du faisceau est donc indicative et l'étude du spectre du coefficient de frottement ne sera donc pas effectuée.

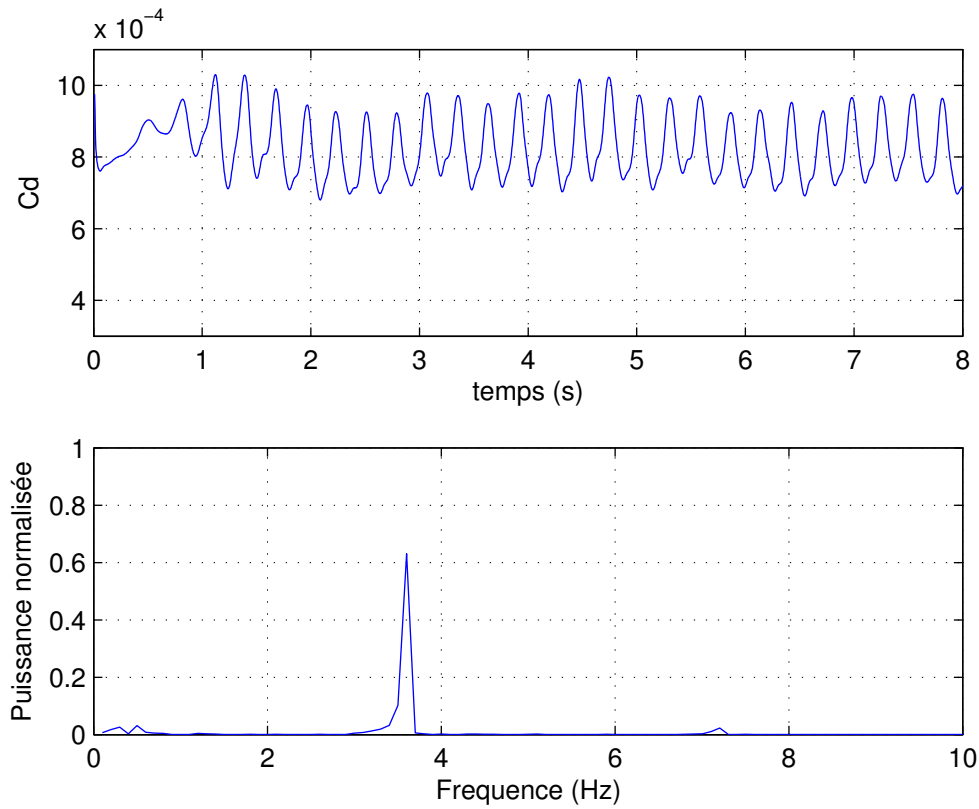


FIGURE 4.4 – Spectre de la première rangée, configuration 1

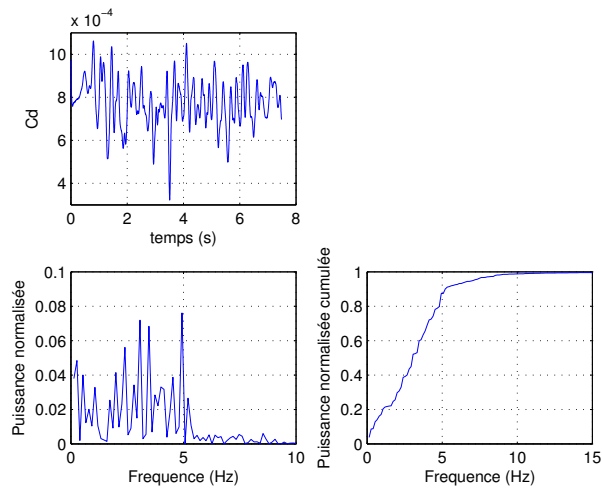


FIGURE 4.5 – Spectre de la cinquième rangée, configuration 1

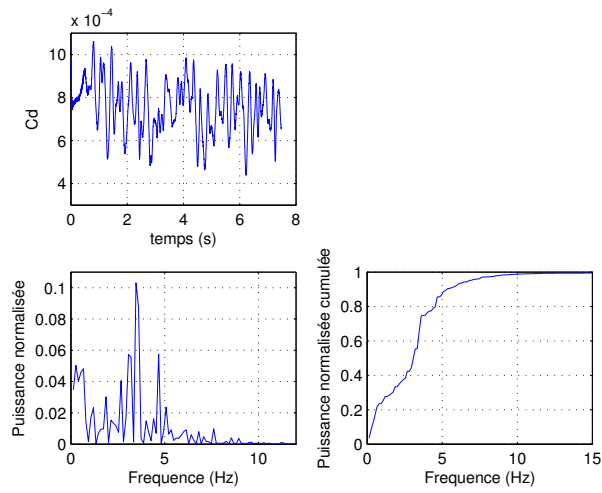


FIGURE 4.6 – Spectre de la quinzième rangée, configuration 1

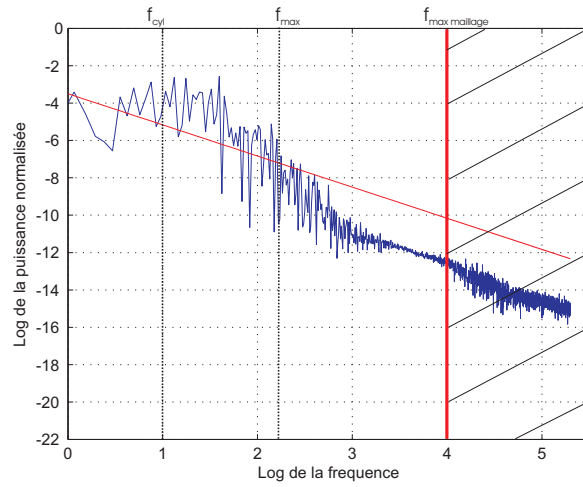


FIGURE 4.7 – Spectre log de la cinquième rangée, configuration 1

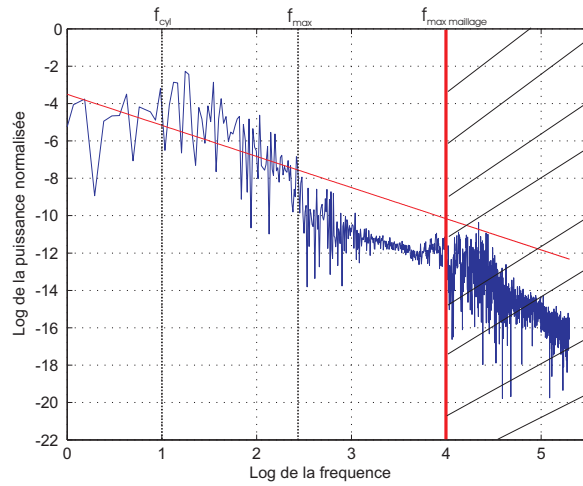


FIGURE 4.8 – Spectre log de la quinzième rangée, configuration 1

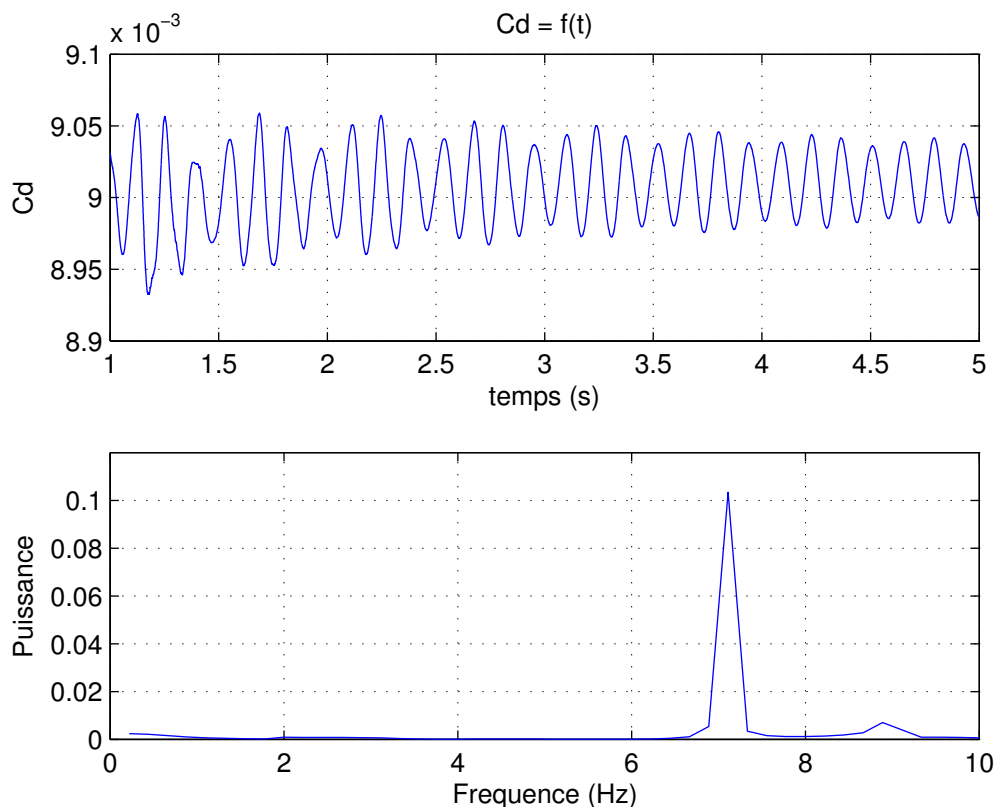


FIGURE 4.9 – Spectre de la première rangée, configuration 2

On observe une assez bonne cohérence de la décroissance logarithmique avec la loi de Kolmogorov, comme dans l'étude LES de Kuwahara *et al.* [29]. Il est ici intéressant de remarquer que la cohérence entre la théorie de Kolmogorov et cette expérience est d'autant meilleure que l'on va vers les échelles fines de la turbulence. La cascade d'échelle est donc fidèle à la théorie de la turbulence homogène isotrope aux échelles fines, soit dans le sous-domaine inertiel où la décroissance en  $-5/3$  doit avoir lieu. Au delà de cette cascade en puissance  $-5/3$ , la théorie de la turbulence bidimensionnelle prévoit l'existence d'une cascade en puissance  $-3$  dite cascade enstrophique que notre expérience ne permet pas d'observer. On notera cependant ici que l'existence de cette cascade est controversée dans la mesure où elle est difficilement observable expérimentalement. De plus, la cascade de Kolmogorov étant identifiée sur deux à trois décades, la précision de l'expérience numérique ne permet pas de conclure sur la décroissance du spectre au delà de cette zone, ce dernier étant trop entaché d'erreur pour les valeurs de l'énergie considérées au delà de la cascade de Kolmogorov.

On peut donc supposer que la première instabilité du sillage dans un faisceau de tube génère une cascade vers le chaos, à l'origine d'une turbulence à bas nombre de Reynolds dans notre système dont les caractéristiques sont assez semblables à celles de la turbulence homogène isotrope.

L'utilisation d'un modèle de turbulence pour la résolution de l'écoulement périodique est donc justifié dès que le nombre de Reynolds critique du faisceau est atteint. Les paramètres de

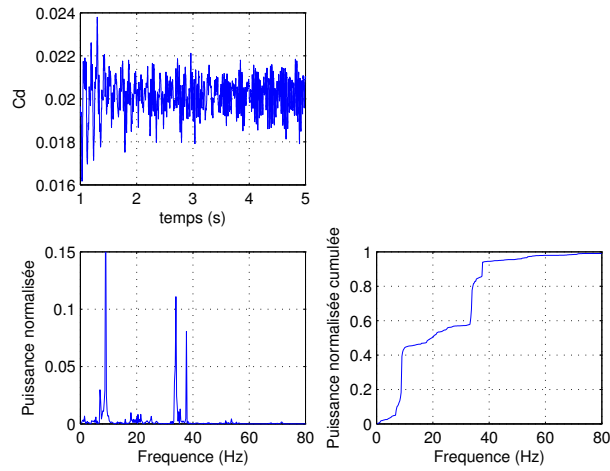


FIGURE 4.10 – Spectre de la troisième rangée, configuration 2

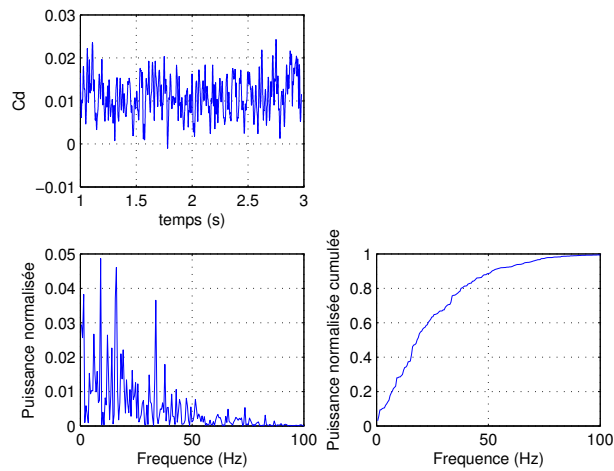


FIGURE 4.11 – Spectre de la cinquième rangée, configuration 2

ce modèle devraient alors être déterminés par juxtaposition des résultats de la DNS avec ceux d'une expérience similaire utilisant le modèle de turbulence. Ne disposant ni des outils ni des ressources pour effectuer cette opération, un modèle  $k - \epsilon$  classique sera utilisé. On vérifiera systématiquement que les solutions stationnaires laminaires et turbulentes se rejoignent autour de la limite du calcul laminaire. Les résultats obtenus dans la gamme turbulente seront donc plus qualitatifs que quantitatifs.

On présente maintenant les résultats obtenus avant de procéder à l'identification et à l'ajustement de la viscosité du milieu équivalent.



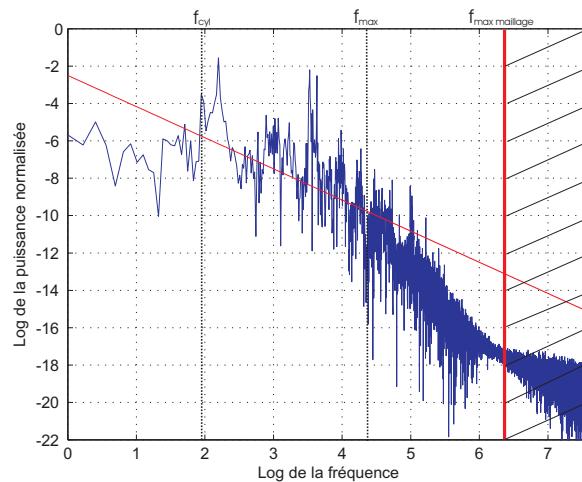


FIGURE 4.12 – Spectre log de la troisième rangée, configuration 2

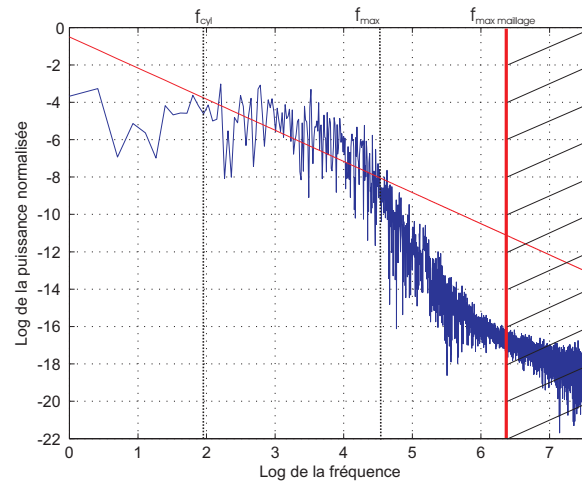


FIGURE 4.13 – Spectre log de la cinquième rangée, configuration 2

#### 4.6 Présentation des résultats : champs des vitesses locales et profils de vitesse moyenne ; ajustement de la perméabilité et du coefficient de Forchheimer

Le but de cette expérience étant l'établissement d'une loi de comportement pour la viscosité du milieu équivalent, il faut tout d'abord déterminer les grandeurs et paramètres (autres que la viscosité) de l'équation de Brinkman-Forchheimer associée à notre système à l'échelle macroscopique. On va donc déterminer la vitesse moyenne dans chacun des V.E.R. à partir des vitesses locales dans le domaine, présentées pour différents régimes et pour deux domaines différents sur les figures 4.14 à 4.17. On procède à une prise de moyennes de la vitesse sur le domaine fluide de chaque V.E.R. et on en tire le profil de vitesse moyenne présenté pour les mêmes conditions expérimentales sur la figure 4.18.

On peut ensuite identifier les perméabilités de Darcy et de Forchheimer à l'aide des courbes présentées sur les figures 4.19 et 4.20 pour les deux régimes de Darcy et de Forchheimer. Un résumé de ces résultats est présenté pour toutes nos expériences dans le tableau 4.2.

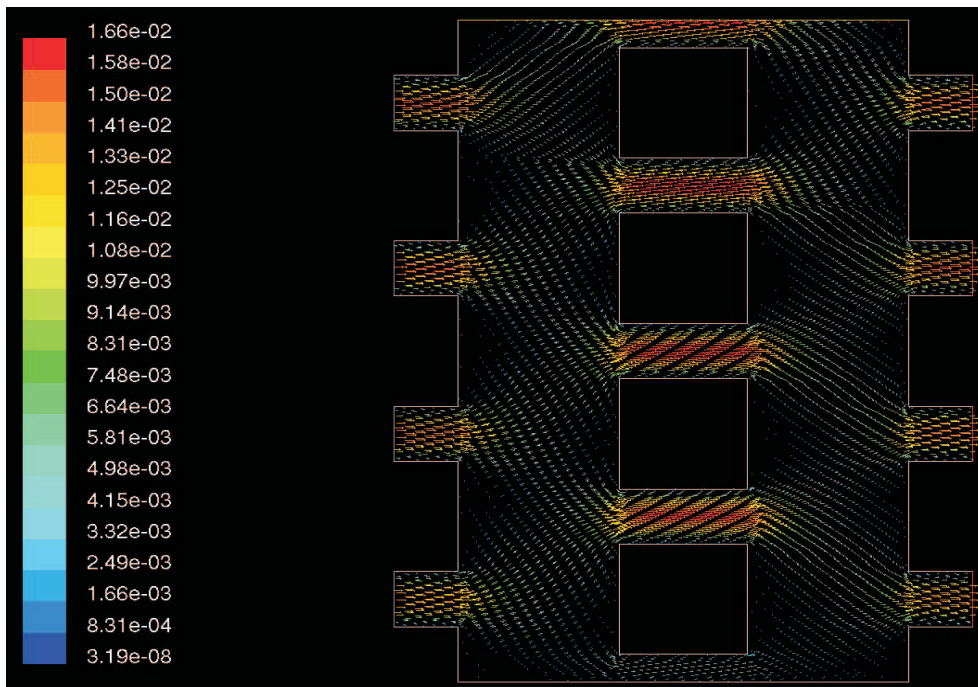


FIGURE 4.14 – Champs de vitesse pour un domaine de configuration 1, de porosité  $\Phi = 0,7$  pour  $co = 1$ ,  $Re_l = 6,5$

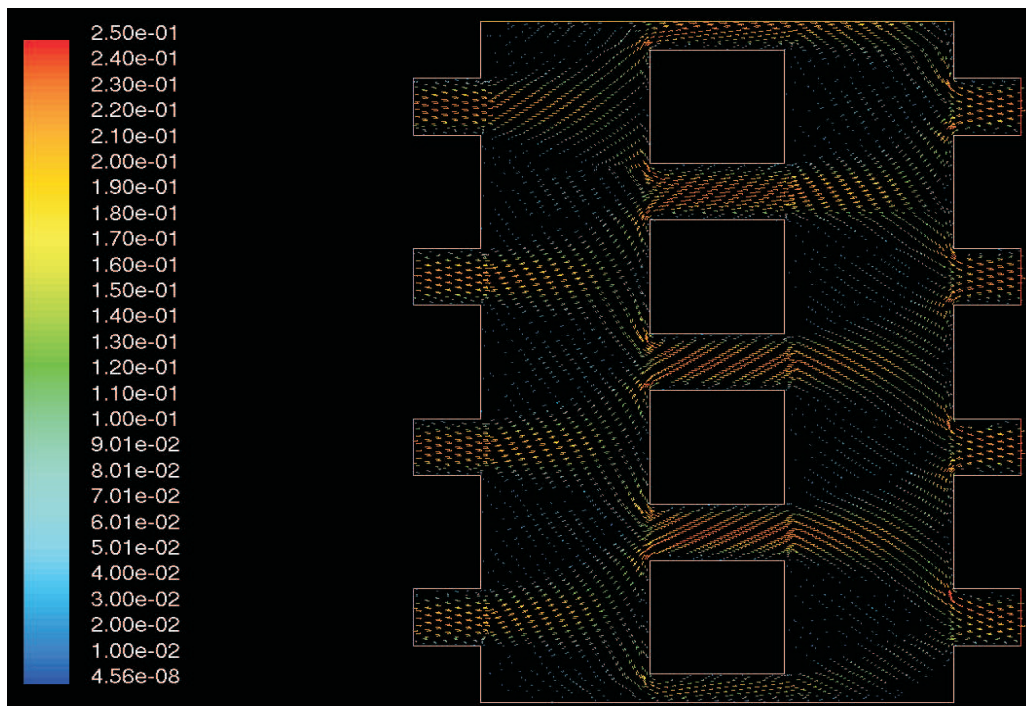


FIGURE 4.15 – Champs de vitesse pour un domaine de configuration 1, de porosité  $\Phi = 0,7$  pour  $co = 1$ ,  $Re_l = 97,3$

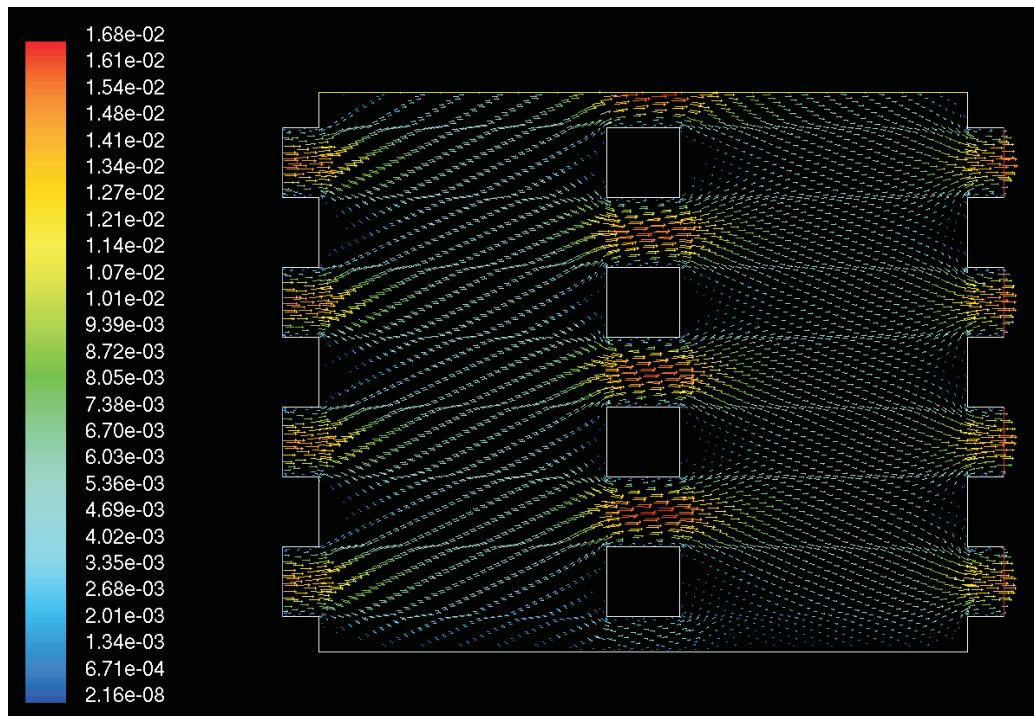


FIGURE 4.16 – Champs de vitesse pour un domaine de configuration 2, de porosité  $\Phi = 0,9$  pour  $co = 0,5$ ,  $Re_l = 3,8$

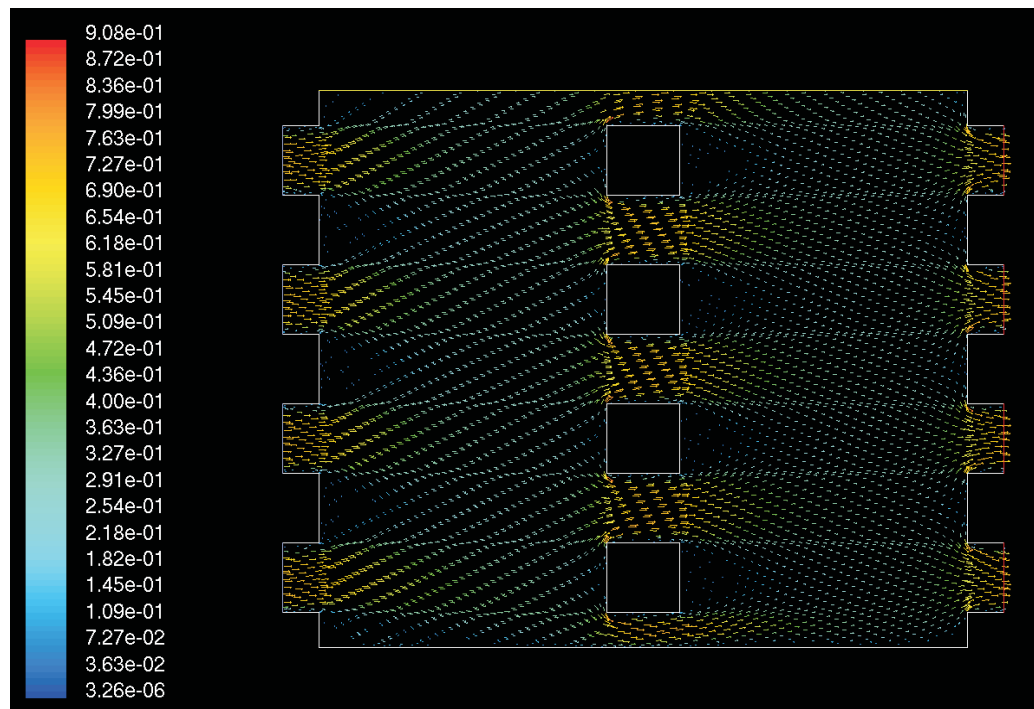
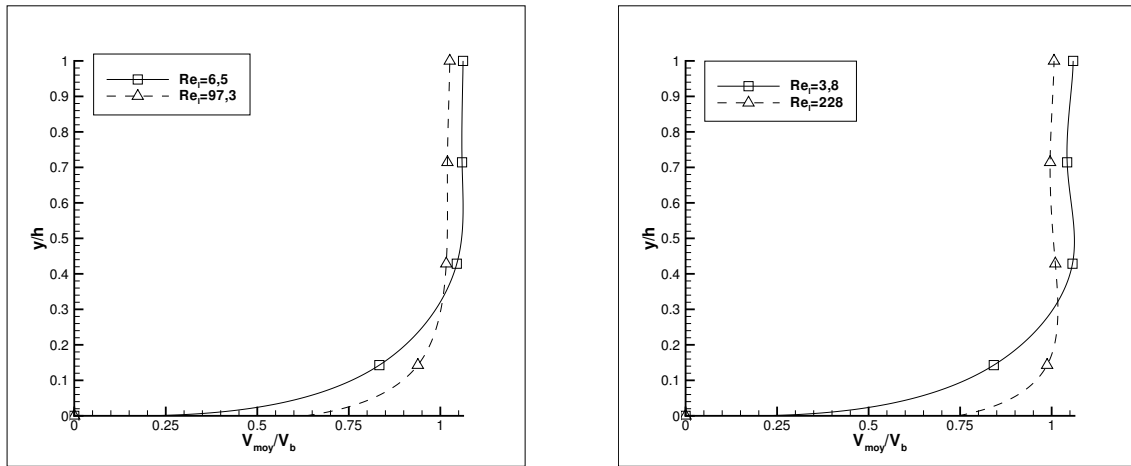


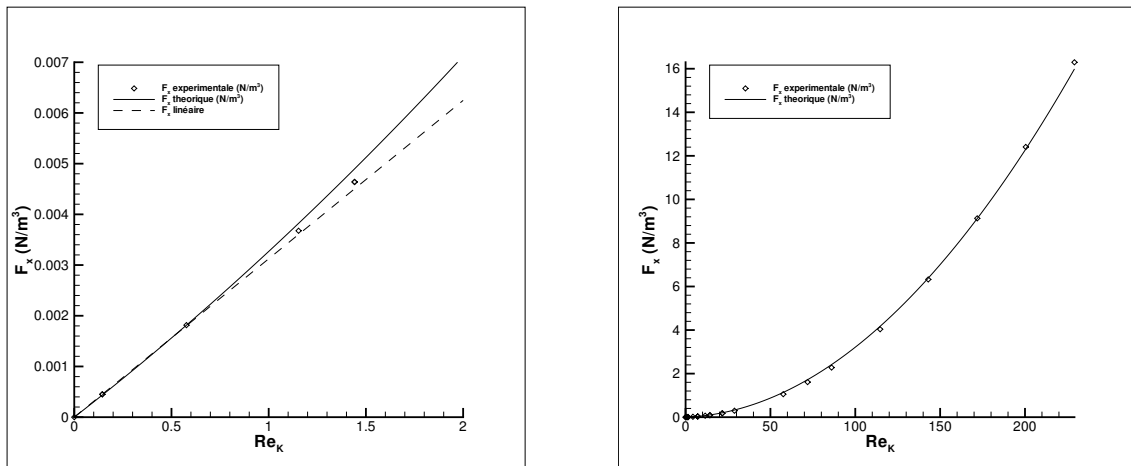
FIGURE 4.17 – Champs de vitesse pour un domaine de configuration 2, de porosité  $\Phi = 0,9$  pour  $co = 0,5$ ,  $Re_l = 228$



(a) Domaine de configuration 1, de porosité  $\Phi = 0,7$  pour  $co = 1$

(b) Domaine de configuration 2, de porosité  $\Phi = 0,9$  pour  $co = 0,5$

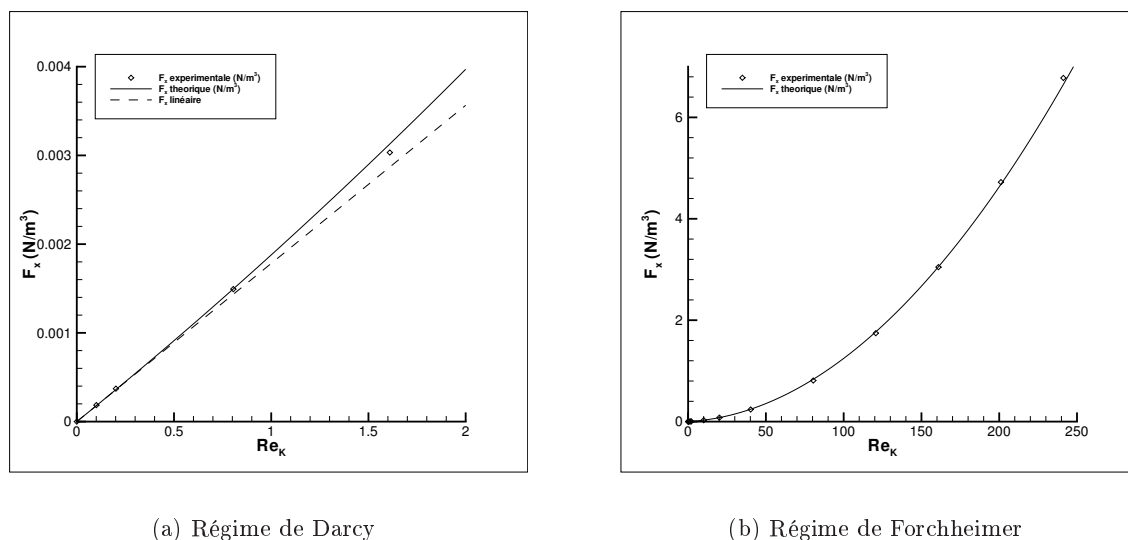
FIGURE 4.18 – Profil de vitesse moyenne



(a) Régime de Darcy

(b) Régime de Forchheimer

FIGURE 4.19 – Force expérimentale et théorique, domaine de configuration 1, de porosité  $\Phi = 0,7$  pour  $co = 1$


 FIGURE 4.20 – Force expérimentale et théorique, domaine de configuration 2, de porosité  $\Phi = 0,9$  pour  $co = 0,5$ 

Arrangement	1					2		
$\Phi$	0,555			0,7	0,9	0,8	0,9	
$co$	0,5	1	2	1	1	1	0,5	1
$K_{perm}$ ( $m^2$ )	$3,41 \cdot 10^{-6}$	$1,5 \cdot 10^{-5}$	$6,04 \cdot 10^{-3}$	$1,97 \cdot 10^{-5}$	$4,59 \cdot 10^{-5}$	$6,17 \cdot 10^{-5}$	$2,79 \cdot 10^{-5}$	$1,13 \cdot 10^{-4}$
$K_{Forch}$ ( $kg/m^4$ )	62,02	33,04	16,44	26,98	10,93	14,55	13,98	7,07

TABLE 4.2 – Valeurs des perméabilités de Darcy et de Forchheimer pour les différentes configurations étudiées

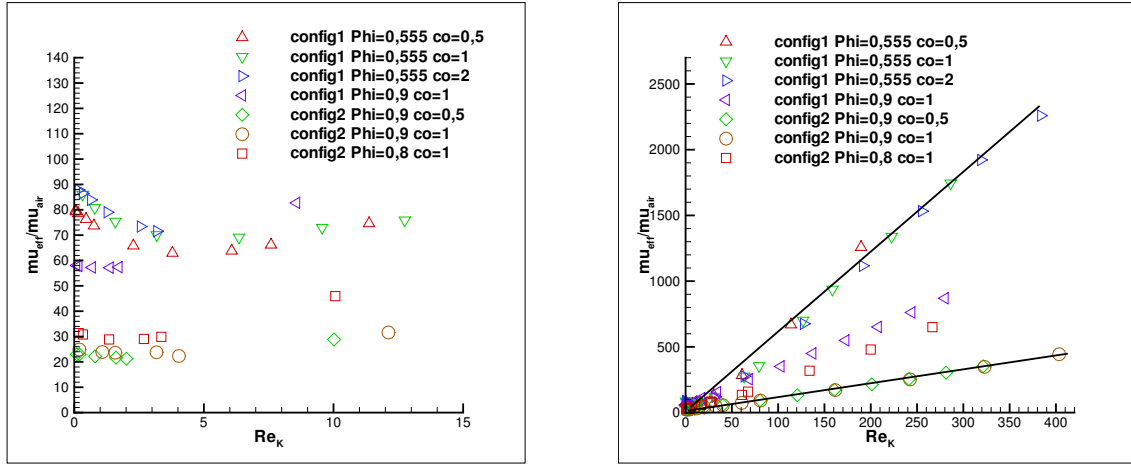
Sur les courbes 4.19 et 4.20, on remarque que la loi de Forchheimer reste valide pour des valeurs importantes de  $Re_K$ ; en exploitant les remarques faites au chapitre précédent, on peut alors appuyer l'hypothèse selon laquelle l'introduction de quantités fluctuantes dans l'équation de Brinkman-Forchheimer n'a pas de sens physique; l'équation de Brinkman-Forchheimer porte bien sur des quantités moyennes.

## 4.7 Identification de la viscosité du milieu équivalent

On peut maintenant procéder à l'identification de la viscosité pour les deux premiers V.E.R., là où le laplacien est calculé avec la plus grande précision. En effet, pour le système considéré, l'équation de Brinkman-Forchheimer se réduit à l'équation (4.37). La viscosité du milieu équivalent sera ensuite obtenue en effectuant la moyenne des viscosités sur ces deux V.E.R..

$$0 = -\Phi \nabla_x P + F_x + \mu_{eff} \frac{\partial^2 U}{\partial y^2} \quad (4.37)$$

Il est alors possible d'écrire :



(a) à faible nombre de Reynolds

(b) à haut nombre de Reynolds

FIGURE 4.21 – Viscosité du milieu équivalent adimensionnée par la viscosité de l'air pour toutes les expériences effectuées

$$\mu_{eff} = \frac{\Phi \nabla_x P - F_x}{\frac{\partial^2 U}{\partial y^2}} \quad (4.38)$$

On rappelle qu'une grande perte de précision sur le calcul de la viscosité vient du fait que les vitesses estimées sont dérivées successivement deux fois, entraînant *a priori* une perte de précision de deux ordres alors que le calcul initial était à l'ordre 2 (voir la discussion présentée lors du calcul des dérivées macroscopiques). Les résultats obtenus ici sont donc plus qualitatifs que quantitatifs ; il sera cependant possible d'observer certains comportements intéressants de la viscosité du milieu équivalent. On représente pour cela la viscosité du milieu équivalent divisée par la viscosité du fluide parcourant le milieu poreux (ici de l'air) en fonction du nombre de Reynolds macroscopique  $Re_K$  sur la figure 4.21(a) pour la plage de nombre de Reynolds obtenue lors de l'expérience préliminaire. On remarque cependant qu'il est difficile de déterminer le comportement de la viscosité sur cette plage ; on effectue alors un ajustement pour une plage plus importante sur la figure 4.21(b) afin d'estimer le comportement général de la viscosité en fonction du régime d'écoulement interne.

## Conclusion

La première observation intéressante à faire sur le comportement de la viscosité du milieu équivalent concerne la forme de sa dépendance.

En effet, la viscosité étant un paramètre macroscopique, elle doit dépendre de grandeurs macroscopiques de notre problème ; c'est pourquoi l'on tente d'ajuster la viscosité adimensionnée en fonction du nombre de Reynolds macroscopique  $Re_K$ , conformément aux autres études d'ajustement de la viscosité du milieu équivalent de Givler et Altobelli [18]. On voit alors que la longueur caractéristique macroscopique utilisée (la racine de la perméabilité) est plus adaptée pour représenter notre problème que la longueur  $l$  mésoscopique des éléments constituant le milieu. Ceci est illustré par le fait que pour une même configuration, un changement de la taille des

éléments constitutifs du milieu ne change pas la forme de l'ajustement de la viscosité si celui-ci est effectué en fonction de  $Re_K$ .

Il est également intéressant d'indiquer ici que cette viscosité rend compte des effets non linéaires de l'écoulement à l'échelle mésoscopique (turbulence interne aux V.E.R.) et que malgré cela la dépendance en fonction du régime interne est linéaire lorsque le régime de Forchheimer est pleinement atteint ( $Re_K > 10$ ). L'origine physique de la linéarité de cette dépendance reste à élucider.

On remarque également que la viscosité du milieu équivalent dépend fortement de la configuration interne du milieu pour une même valeur de la porosité. Ainsi la perméabilité n'est pas à elle seule capable de rendre compte des conditions d'écoulement au sein des V.E.R.. Il sera donc nécessaire d'ajuster ces courbes par "familles" de milieux poreux, où l'arrangement interne du milieu est similaire. Pour notre étude, cela revient à ajuster les courbes par espèces végétales.

Finalement, on observe une évolution régulière de la viscosité du milieu équivalent en fonction de la porosité lorsque la configuration interne du milieu reste inchangée ; on peut donc supposer que pour une famille de milieux poreux donnée (ou pour une espèce végétale donnée) il sera possible d'obtenir un arrangement de la viscosité de la forme :

$$\mu_{eff}/\mu_{fluide} = f(\Phi, Re_K) \quad (4.39)$$

La généralisation de cette étude au cas tri-dimensionnel correspond en réalité à l'étude des lois rhéologiques du milieu. Dans ce cas, la viscosité ne pourra pas être considérée comme un scalaire dépendant de  $Re_K$ . En effet, la plupart des milieux poreux étant anisotropes, la viscosité du milieu équivalent peut ne pas être isotrope ; elle prendra alors une forme tensorielle. La perméabilité ainsi que la vitesse caractéristique ne pourront alors être déterminées pour chaque composante du tenseur de viscosité. On remarque également que la forme de la dépendance pourrait être plus complexe, du fait de l'existence de structures internes plus complexes.

Il est également intéressant de remarquer ici que la dépendance de la viscosité du milieu équivalent en fonction du régime d'écoulement interne est un comportement que les expérimentateurs s'attendaient à observer ; cependant ce comportement est en désaccord avec le modèle newtonien du tenseur des contraintes macroscopiques qui est habituellement utilisé pour les milieux poreux afin de retrouver le modèle de Brinkman. En effet, on peut considérer que le modèle newtonien reste valide à 15 % près pour des valeurs du nombre de Reynolds inférieurs à 10 (pour ces valeurs, la viscosité est constante à 15 % près), mais le modèle n'est plus justifié pour des valeurs supérieures pour lesquelles la viscosité dépend linéairement du nombre de Reynolds  $Re_K$ .

On rappelle également que l'ajustement de la force du fluide sur le solide a pu être effectué avec une précision de 2,5 % sur une plage très grande de  $Re_K$  (plus de deux cent fois plus grande que la plage de validité de la loi de Darcy, ce qui est presque vingt fois plus que la plage nous concernant pour les écoulements dans une canopée). Ce résultat vient confirmer l'hypothèse selon laquelle une décomposition de Reynolds dans l'équation de Brinkman-Forchheimer n'est pas justifiée ; conformément à la relation (3.9).

De plus, l'ajustement de la force étant valide sur une plage beaucoup plus grande que l'ajustement du modèle de viscosité newtonien, on peut supposer qu'il est physiquement plus plausible de développer un modèle de viscosité dépendant d'un paramètre interne comme  $Re_K$  plutôt que de développer un modèle de viscosité turbulente obtenu par l'introduction d'une décomposition de Reynolds dans l'équation de Brinkman-Forchheimer.

Les modèles rhéologiques des milieux poreux restent donc largement à discuter ; on pourra cependant considérer en première approximation pour notre problème d'écoulement dans une canopée que le modèle newtonien est valide à environ 20 % près au vu des résultats de l'expérience

préliminaire à ce chapitre. La viscosité pour une canopée donnée pourra alors être estimée à partir d'un profil de vitesse relevé dans cette dernière. Ce profil sera ajusté en fonction de la viscosité à déterminer sur un profil de vitesse calculé numériquement à l'aide de l'équation de Brinkman-Forchheimer.



## Chapitre 5

# Protocole numérique d'évaluation du comportement du coefficient d'échange convectif

### Introduction

Ce chapitre porte sur la modélisation du transfert thermique turbulent avec FLUENT, dans le but d'estimer le comportement du transfert global d'énergie dans une structure végétale représentée par un I.F.S.. En effet, la caractérisation du transfert thermique convectif entre une structure végétale et son environnement est nécessaire à la modélisation de phénomènes comme les feux de végétation. On réalise donc une expérience numérique de transfert thermique pour laquelle le flux de chaleur entre la structure végétale et le milieu environnant est évalué. En exploitant les résultats de la thermodynamique des processus irréversibles, ce flux peut être écrit sous la forme du produit de la différence des températures moyennes des deux phases solide et fluide (respectivement structure végétale et milieu environnant) par un coefficient phénoménologique  $H$ , caractéristique du transfert thermique. On tentera donc d'ajuster ce coefficient de manière adimensionnée en utilisant le théorème de Vaschy-Buckingham ; il sera alors possible d'illustrer le rôle des différents groupements adimensionnés macroscopiques, et de juger de la pertinence de l'utilisation de certains d'entre eux pour simplifier la forme de l'ajustement effectué.

Il nous faut donc tout d'abord déterminer la modélisation du transfert turbulent d'énergie thermique la plus adaptée à notre étude. Plusieurs modèles du transport turbulent sont donc implémentés sous FLUENT à l'aide d'UDFs et utilisés sur une même expérience numérique pour laquelle des résultats de manipulations réelles existent. Une expérience en convection naturelle et une en convection forcée seront utilisées comme cas tests. On compare alors les résultats obtenus avec nos différents modèles aux résultats d'expériences réelles. Le modèle jugé le plus adapté sera alors utilisé pour étudier numériquement le transfert thermique dans une structure végétale.

## 5.1 Traitement de la turbulence thermique

On se place ici dans le cas où le champ de température peut être considéré comme le champ d'un scalaire passif ; c'est-à-dire que les caractéristiques du fluide ne sont pas affectées par le transport de la température. L'hypothèse de Boussinesq est cependant acceptable lors de l'utilisation des modèles présentés ici ; la masse volumique du fluide sera donc considérée comme constante mais les effets de sa variation seront quand même pris en compte *via* une force de poussée d'Archimède.

L'équation de l'énergie perturbée en température et vitesse est étudiée. Celle-ci est moyennée par la méthode de Reynolds :

$$\frac{\partial \bar{T}}{\partial t} + \bar{U}_j \frac{\partial \bar{T}}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \alpha \frac{\partial \bar{T}}{\partial x_j} - \overline{u_j \theta} \right] \quad (5.1)$$

Avec

- $\alpha = \frac{\nu}{Pr}$  diffusivité thermique
- $Pr$  nombre de Prandtl
- $\bar{T}$  température moyenne
- $\theta$  fluctuation de température.

La principale difficulté du traitement de la turbulence thermique vient de la modélisation du transport de chaleur turbulent  $\overline{u_j \theta}$ . La fermeture usuelle consiste à faire passer ce terme dans le laplacien de température en posant :

$$\overline{u_j \theta} = -\alpha_t \frac{\partial \bar{T}}{\partial x_j} \quad (5.2)$$

Avec  $\alpha_t = \frac{\nu_t}{Pr_t}$  diffusivité thermique turbulente et  $Pr_t$  nombre de Prandtl turbulent.

Cette fermeture est limitée. En effet l'isotropie de la diffusivité thermique a pour conséquence l'impossibilité de représentation du non-alignement du flux turbulent avec le gradient de température moyenne.

Regardons tout d'abord les modèles utilisant cette fermeture, avant d'étudier un modèle non isotrope.

### 5.1.1 Modèle du nombre de Prandtl turbulent constant

Il s'agit du modèle le plus couramment utilisé dans le cas de transfert thermique turbulent au sein de géométries simples. En effet, dans le cas de la turbulence homogène isotrope, la diffusivité de quantité de mouvement et la diffusivité thermique sont du même ordre, comme toute diffusivité de scalaire passif dans l'écoulement, du fait du phénomène à l'origine de ce mouvement à petite échelle : les tensions de Reynolds. La conséquence de ce phénomène est la constance du rapport des diffusivités turbulentes, ce qui se traduit par un nombre de Prandtl turbulent constant.

Ces hypothèses comprenant l'isotropie de l'écoulement, l'aptitude de ce modèle à représenter le transfert thermique turbulent dans un écoulement fortement anisotrope est discutable. Ce modèle est donc utilisé sur un cas test de marche descendante chauffée à flux constant. Le transfert de chaleur est quantifié par le nombre de Stanton mésoscopique  $St_{meso} = \frac{Nu_{meso}}{Re_{meso} Pr}$  avec  $Nu_{meso}$  nombre de Nusselt mésoscopique, et comparé aux résultats expérimentaux de Vogel et Heaton [55]. Une sous-estimation du nombre de Stanton allant de 60% à 200% suivant la distance à la marche est observée. Ce modèle sera donc *a priori* inadapté pour les géométries complexes.

Le protocole expérimental utilisé sera présenté ultérieurement au paragraphe 5.2 pour les trois modèles de transfert thermique turbulent. Le protocole est identique dans les trois cas, seuls les résultats diffèrent entre les modèles. Les résultats obtenus avec les modèles jugés fiables seront présentés avec plus de détails.

### 5.1.2 Modèle $k_\theta - \epsilon_\theta$

Ce modèle est l'équivalent du modèle de turbulence  $k - \epsilon$  pour l'équation de l'énergie. La production et la dissipation de l'énergie thermique turbulente sont donc modélisées de la même manière que pour le modèle  $k - \epsilon$ . Pour établir les équations de ce modèle, l'équation de la fluctuation scalaire obtenue par soustraction de l'équation (5.1) à l'équation de l'énergie est tout d'abord étudiée. Il vient :

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} + \overline{U_j} \frac{\partial \theta}{\partial x_j} = -u_j \frac{\partial \overline{T}}{\partial x_j} - u_j \frac{\partial \theta}{\partial x_j} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \alpha \frac{\partial \theta}{\partial x_j} + \overline{u_j \theta} \right] \quad (5.3)$$

Cette équation (5.3) est multipliée par  $\theta$  et est moyennée. Il vient :

$$\frac{\partial \overline{\theta^2}}{\partial t} + \overline{U_j} \frac{\partial \overline{\theta^2}}{\partial x_j} = -2\overline{u_j \theta} \frac{\partial \overline{T}}{\partial x_j} - 2\epsilon_\theta + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \alpha \frac{\partial \overline{\theta^2}}{\partial x_j} + \overline{u_j \theta^2} \right] \quad (5.4)$$

Avec  $\epsilon_\theta = \alpha \frac{\partial \theta}{\partial x_j} \frac{\partial \theta}{\partial x_j}$  dissipation de l'énergie thermique turbulente. Le terme complémentaire du laplacien de fluctuation est modélisé par Nagano et Kim [43], de la même manière et pour les mêmes raisons que dans l'équation de  $k$  :

$$\overline{u_j \theta^2} = \frac{\alpha_t}{\sigma_h} \frac{\partial \overline{\theta^2}}{\partial x_j} \quad (5.5)$$

Avec  $\sigma_h$  constante empirique. En posant  $k_\theta = \frac{1}{2} \overline{\theta^2}$  et  $P_\theta = -\overline{u_j \theta} \frac{\partial \overline{T}}{\partial x_j}$ . Il vient alors :

$$\frac{\partial k_\theta}{\partial t} + \overline{U_j} \frac{\partial k_\theta}{\partial x_j} = P_\theta - \epsilon_\theta + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \left( \alpha + \frac{\alpha_t}{\sigma_h} \right) \frac{\partial k_\theta}{\partial x_j} \right] \quad (5.6)$$

La condition aux limites utilisée pour  $k_\theta$  aux murs est déduite directement de la condition sur la température. Dans le cas de murs isothermes,  $k_\theta = 0$  du fait de l'absence de turbulence thermique aux murs.

Une équation similaire est obtenue pour  $\epsilon_\theta$  à partir de l'équation (5.3) : on multiplie la dérivée partielle en fonction de la j-ème composante d'espace de cette équation par la dérivée partielle de la fluctuation de température en fonction de la j-ème composante d'espace. L'équation obtenue est moyennée et multipliée par  $2\alpha$ . L'équation de la dissipation de fluctuation de température est ainsi obtenue par Deng *et al.* [12] :

$$\begin{aligned} \frac{\partial \epsilon_\theta}{\partial t} + \overline{U_j} \frac{\partial \epsilon_\theta}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \alpha \frac{\partial \epsilon_\theta}{\partial x_j} - \overline{u_j \epsilon_\theta} \right] - 2\alpha \frac{\overline{\partial u_j \partial \theta \partial \theta}}{\partial x_k \partial x_k \partial x_j} - 2\alpha \frac{\overline{\partial u_j \partial \theta \partial \overline{T}}}{\partial x_k \partial x_k \partial x_j} \\ - 2\alpha \frac{\overline{\partial u_j \partial \theta \partial \overline{U_j}}}{\partial x_j \partial x_k \partial x_k} - 2\alpha u_j \frac{\overline{\partial \theta \partial^2 \overline{T}}}{\partial x_k \partial x_j \partial x_k} - 2 \left( \alpha \frac{\partial^2 \theta}{\partial x_j \partial x_k} \right)^2 \end{aligned} \quad (5.7)$$

Le terme complémentaire du laplacien de fluctuation est modélisé par Youssef *et al.* [59] comme précédemment :

$$\overline{u_j \epsilon_\theta} = \frac{\alpha_t}{\sigma_\phi} \frac{\partial \epsilon_\theta}{\partial x_j} \quad (5.8)$$

Avec  $\sigma_\phi$  constante empirique. Le terme de production est ensuite modélisé :

$$P_{\epsilon_\theta} = -2\alpha \frac{\overline{\partial u_j \partial \theta \partial \theta}}{\partial x_k \partial x_k \partial x_j} - 2\alpha \frac{\overline{\partial u_j \partial \theta \partial T}}{\partial x_k \partial x_k \partial x_j} - 2\alpha \frac{\overline{\partial u_j \partial \theta \partial U_j}}{\partial x_j \partial x_k \partial x_k} - 2\alpha u_j \frac{\overline{\partial \theta \partial^2 T}}{\partial x_k \partial x_j \partial x_k} \quad (5.9)$$

Un grand nombre d'auteurs ont réfléchi à cette question en introduisant différentes échelles de temps et de taux de génération. Une échelle de temps à la fois thermique et cinétique sera utilisée et seul le taux de production thermique sera pris en compte [12] :

$$P_{\epsilon_\theta} = -C_{P1} \left( \frac{\epsilon \epsilon_\theta}{k \theta^2} \right)^{1/2} \frac{\partial \overline{T}}{\partial x_i} \quad (5.10)$$

Avec  $C_{P1}$  constante empirique. Il faut alors modéliser le dernier terme de l'équation (5.7). Il représente la dissipation venant de l'interaction aux échelles les plus petites de la turbulence; il dépend à la fois de l'échelle de temps cinétique et thermique. Launder (in P. Bradshaw [5]) suggère un modèle faisant intervenir ces deux échelles :

$$\epsilon_{\epsilon_\theta} = -2 \overline{\left( \alpha \frac{\partial^2 \theta}{\partial x_j \partial x_k} \right)^2} = -C_{D1} f_{D1} \frac{\epsilon_\theta^2}{\theta^2} - C_{D2} f_{D2} \frac{\epsilon \epsilon_\theta}{k} \quad (5.11)$$

Avec  $C_{D1}, C_{D2}$  constantes empiriques et  $f_{D1}, f_{D2}$  fonctions du modèle. Ce modèle est un des modèles de dissipation les plus utilisés. L'équation de la dissipation de la fluctuation de température est alors :

$$\frac{\partial \epsilon_\theta}{\partial t} + \overline{U_j} \frac{\partial \epsilon_\theta}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \left( \alpha + \frac{\alpha_t}{\sigma_\phi} \right) \frac{\partial \epsilon_\theta}{\partial x_j} \right] - C_{P1} \left( \frac{\epsilon \epsilon_\theta}{k \theta^2} \right)^{1/2} \frac{\partial \overline{T}}{\partial x_i} - C_{D1} f_{D1} \frac{\epsilon_\theta^2}{\theta^2} - C_{D2} f_{D2} \frac{\epsilon \epsilon_\theta}{k} \quad (5.12)$$

La condition aux limites utilisée pour  $\epsilon_\theta$  est naturellement  $\epsilon_{\theta w} = \alpha \frac{\partial \theta}{\partial x_j} \frac{\partial \theta}{\partial x_j w}$ , du fait de la définition de  $\epsilon_\theta$ .

La diffusivité thermique turbulente est construite par des considérations dimensionnelles, en considérant à la fois l'échelle de temps cinétique  $\frac{k}{\epsilon}$  et l'échelle thermique  $\frac{k_\theta}{\epsilon_\theta}$  d'évolution de la turbulence, ainsi que la vitesse caractéristique des fluctuations turbulentes  $\sqrt{\frac{2}{3}k}$  :

$$\alpha_t = C_\lambda \frac{2}{3} k \left( \frac{k}{\epsilon} \right)^l \left( \frac{k_\theta}{\epsilon_\theta} \right)^m \quad (5.13)$$

Avec  $C_\lambda$  constante empirique et  $l + m = 1$ . En introduisant ce modèle dans le modèle (5.2) puis dans l'équation (5.1), le modèle  $k_\theta - \epsilon_\theta$  de transfert thermique turbulent est obtenu.

Un test de ce modèle est alors effectué sur la même expérience que précédemment (cas d'une convection forcée) ainsi que sur une expérience de boîte close chauffée sur les bords (cas d'une convection naturelle), afin de rendre compte de l'aptitude de ce modèle à représenter des transferts thermiques turbulents.

Ces cas tests semblent éloignés de notre étude. Cependant, en observant l'écoulement au niveau des branches, et plus particulièrement au niveau des rugosités de ces dernières (générées par la discrétisation de la structure fractale), on voit que notre problème est une sorte de succession de marches descendantes et montantes avec des zones où la convection naturelle est telle que l'écoulement s'apparente localement à des problèmes de surfaces verticales chauffées en convection naturelle. Alors les cas tests utilisés sont des approximations des problèmes observés localement dans l'étude de la convection dans une structure végétale.

Les résultats obtenus avec ce modèle étant les plus probants, une partie complète de cet exposé sera consacrée à leur présentation.

Regardons maintenant comment développer un modèle de diffusivité thermique turbulente anisotrope, capable de représenter un flux thermique turbulent non-aligné avec le gradient de température moyenne.

### 5.1.3 Modèle GGDH (Generalized Gradient Diffusion Hypothesis)

Le phénomène à l'origine du transport turbulent à petite échelle de quantités telles que l'énergie est la présence des tensions de Reynolds. L'utilisation du tenseur de Reynolds paraît alors être le meilleur outil pour fabriquer une diffusivité thermique matricielle; en effet les composantes du tenseur de Reynolds représentent la capacité à diffuser par effets turbulents un scalaire quelconque transporté par l'écoulement d'une direction vers une autre. Cette diffusivité peut être créée par des considérations dimensionnelles en utilisant comme échelle de temps  $\frac{k}{\epsilon}$ , échelle d'évolution de la turbulence :

$$\alpha_{tij} = C_\theta \frac{k}{\epsilon} \overline{u_i u_j} \quad (5.14)$$

Avec  $C_\theta$  constante empirique. Le flux thermique turbulent est alors modélisé par :

$$\overline{u_i \theta} = -\alpha_{tij} \frac{\partial \overline{T}}{\partial x_j} \quad (5.15)$$

Cette relation est injectée dans l'équation (5.1) afin d'obtenir le modèle GGDH de transfert thermique turbulent.

Des expériences numériques sont alors effectuées sur les cas tests présentés précédemment. Le transfert thermique calculé pour l'écoulement en convection naturelle est sous-estimé de plus de 200% en moyenne. De plus, le champ de température dans le cas de la marche descendante est mal calculé. Comme précédemment, la faible précision du calcul numérique mené avec ce modèle ne nous incite pas à développer entièrement le protocole expérimental.

Connaissant l'aptitude des différents modèles présentés à rendre compte du transfert thermique turbulent après leur implémentation sous FLUENT, le meilleur d'entre eux; à savoir le modèle  $k_\theta - \epsilon_\theta$ ; sera choisi pour la suite de notre étude. Les constantes du modèle sont les suivantes [12] :

- $\sigma_\phi = 1,0$
- $\sigma_h = 1,0$
- $C_\lambda = 0,23$
- $f_{D1} = f_{D2} = 1$
- $C_{P1} = 2,34$
- $C_{D1} = 2,0$
- $C_{D2} = 0,9$
- $l = 1,5$
- $m = -0,5$

## 5.2 Cas tests

Présentons maintenant le protocole que l'on utilise avec les différents modèles présentés, couplés au modèle "enhanced wall treatment" sur des cas tests. Lors de notre première expérience, la densité sera considérée constante alors que dans le second cas, la variation de densité sera prise en compte via la force d'Archimède en utilisant le modèle de Boussinesq. Un terme de flottabilité est ajouté à la composante verticale de l'équation de Navier-Stokes de la forme :

$$G = -g\beta(\bar{T} - T_\infty) \quad (5.16)$$

Avec

- $g$  accélération de la pesanteur
- $\beta$  coefficient d'expansion thermique
- $T_\infty$  température à l'infini, loin des sources

### 5.2.1 Marche descendante

#### Présentation de l'expérience et des méthodes numériques

Une tentative est ici faite de reproduire numériquement l'expérience de Vogel et Eaton décrite dans le "Journal of Heat Transfer, transactions of ASME" [55]. Le dispositif mis en place pour cette manipulation est constitué d'un canal à air de section d'entrée rectangulaire, de largeur 45 cm, de hauteur 15,2 cm et de longueur 2,5 m. Des mesures effectuées sur l'écoulement se développant dans cette partie du canal indiquent qu'il peut être considéré comme bidimensionnel et développé suivant une loi logarithmique à une distance de la marche 3,8 fois équivalentes à sa hauteur. La vitesse débitante du jet libre de 11,3 m/s sera la vitesse de référence à l'entrée dans notre expérience numérique ; on créera donc un maillage en deux dimensions, lors de la reproduction numérique de l'expérience, avec des conditions d'entrée présentant un profil de vitesse logarithmique et une longueur de section d'entrée de l'ordre de quatre fois la hauteur de la marche. Le profil d'entrée étant déjà pleinement développée, cette distance est suffisante puisque le profil de vitesse juste avant la marche reste le même que celui à l'entrée. L'écoulement rencontre ensuite une marche descendante de 3,8 cm de haut et 2m de long, chauffée avec un flux constant de  $270W/m^2$ .

Cette géométrie est représentée à l'aide d'un maillage en deux dimensions cartésien non uniforme, constitué de 27000 cellules. Un nombre élevé de cellules est privilégié dans les zones de couches limites ; le centre de toutes les cellules jouxtant les murs se situe à  $y^+ \sim 1$ . Le nombre de cellules sera ensuite doublé pour vérifier l'indépendance de la solution vis-à-vis du maillage. L'écart relatif entre les solutions est de l'ordre de  $10^{-4}$  ; nos résultats sont donc considérés comme indépendants du maillage.

Les algorithmes de résolution sont la méthode PRESTO pour la pression et SIMPLEC pour le couplage pression-vitesse. Les schémas de discrétisation utilisés pour toutes les quantités transportées sont des schémas QUICK.

#### Présentation détaillée des résultats du modèle $k_\theta - \epsilon_\theta$

Le premier phénomène observé sur cette expérience est la recirculation située derrière la marche. La longueur de celle-ci est tout d'abord mesurée afin de la comparer à celle obtenue lors de la réalisation de l'expérience réelle. La recirculation (voir figure 5.1) mesure 22 cm soit 5,8 fois la hauteur de la marche, or la recirculation mesurée par Vogel et Eaton représente 6,66 fois

la hauteur de la marche ; l'erreur commise sur le calcul de la longueur de recirculation est donc de 13%.

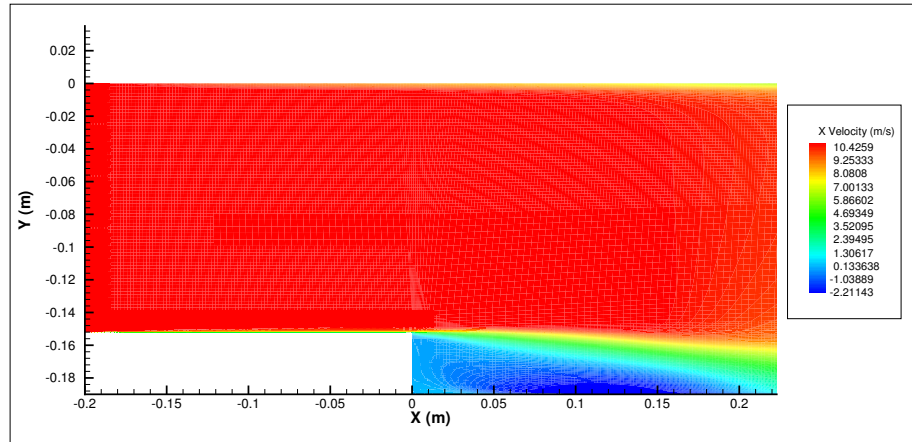


FIGURE 5.1 – Champ de vitesse longitudinale

Le maximum de température est très proche (13 °C pour l'expérience numérique contre 15 °C pour l'expérience réelle) et se situe au même endroit, à savoir à une distance de la marche de l'ordre de la taille de celle-ci. Quelques profils de température en aval de la marche sont présentés, en assez bon accord avec ceux obtenus par Vogel et Eaton. En effet la forme générale de ceux-ci est identique à celle des expériences réelles et l'erreur relative moyenne est de l'ordre de 15%. Ces résultats sont présentés en fonction d'une abscisse adimensionnée par la longueur de la recirculation :  $x^* = \frac{x-x_r}{x_r}$  où  $x_r$  est la taille de la recirculation.

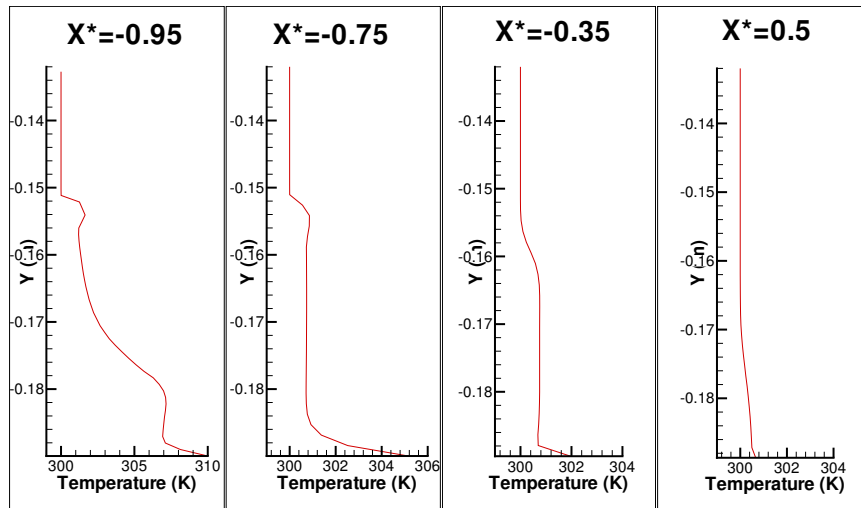


FIGURE 5.2 – Profil de température à différentes distances de la marche

Le transfert de chaleur derrière la marche est finalement étudié. Il est quantifié par le nombre de Stanton (voir paragraphe 5.1.1). Une bonne prévision du comportement général est observée, avec un maximum du nombre de Stanton situé au niveau du ré-attachement de la recirculation, comme dans l'expérience réelle. L'erreur relative maximum commise se situe à environ la moitié de la longueur de la recirculation (voir figure 5.3) ; elle est d'environ 40%. L'erreur relative

moyenne sur la longueur de la recirculation est de l'ordre de 10%.

Ce modèle de turbulence sera adapté pour la prévision du comportement général du transfert thermique sur des structures complexes, dans le cas d'une convection forcée. Observons maintenant le comportement de ce modèle dans un cas de convection naturelle, afin de déterminer ses limites.

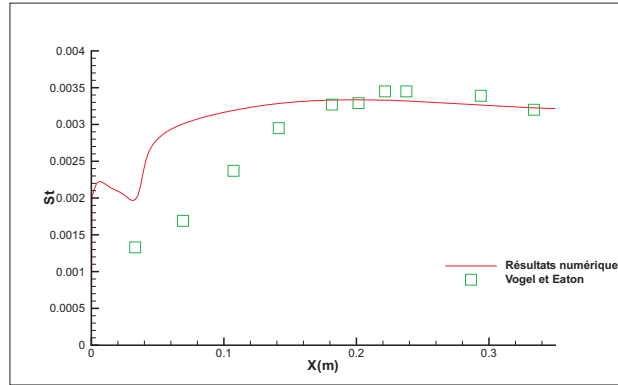


FIGURE 5.3 – Répartition du nombre de Stanton en fonction de la distance à la marche [55]

## 5.2.2 Convection naturelle dans une boîte close

### Présentation de l'expérience et des méthodes numériques

Une réalisation numérique de l'expérience de Giel et Schmidt [17] est effectuée. Le système étudié est constitué d'une boîte fermée remplie d'eau de hauteur 0,384 m, de profondeur 0,076 m et de largeur 0,0381 m. Ses côtés sont maintenus à des températures constantes de  $T_c = 70^\circ C$  du côté chaud et  $T_f = 45^\circ C$  de l'autre ; toutes les autres parois sont adiabatiques. Le rapport de la profondeur sur la largeur est tel que l'on peut, d'après les auteurs de l'article, considérer l'écoulement comme bidimensionnel. De plus, pour le système considéré (matériel et dimension de la boîte), l'écoulement passe d'un régime laminaire à turbulent avec transition : en effet, le nombre de Rayleigh calculé sur la hauteur  $h$  des côtés isothermes dépasse la valeur critique du Rayleigh calculée sur une plaque verticale chauffée ; le nombre de Rayleigh  $Ra = \frac{g\beta(\bar{T}-T_\infty)h^3}{\nu\alpha}$  représente le rapport des forces de gravité sur les forces visqueuses.

La boîte est discrétisée à l'aide d'un maillage cartésien non uniforme constitué de 22000 cellules. Un nombre élevé de cellules est privilégié dans les zones de couches limites ; le centre de toutes les cellules jouxtant les murs se situe à  $y^+ \sim 1$ . Le nombre de cellules est ensuite doublé pour vérifier l'indépendance de la solution vis-à-vis du maillage. Un écart relatif entre les solutions de l'ordre de  $10^{-6}$  est observé ; nos résultats sont donc considérés comme indépendants du maillage.

Les algorithmes de résolution sont : la méthode PRESTO pour la pression et SIMPLEC pour le couplage pression-vitesse. Les schémas de discrétisation utilisés pour toutes les quantités transportées sont des schémas QUICK.

### Présentation des résultats du modèle $k_\theta - \epsilon_\theta$

Les résultats sur les champs de vitesse verticale et de température sont présentés. La variable  $T^* = \frac{T-T_f}{T_c-T_f}$  est utilisée. On commence par donner le comportement général de ces quantités (fi-



gure 5.4 et 5.5) avant de les comparer localement aux données expérimentales de Giel et Schmidt. Le comportement général obtenu lors de l'expérience numérique est identique au comportement observé lors de l'expérience réelle.

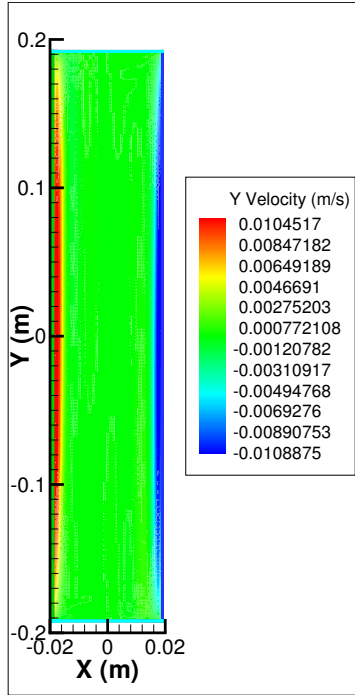


FIGURE 5.4 – Champ de vitesse verticale

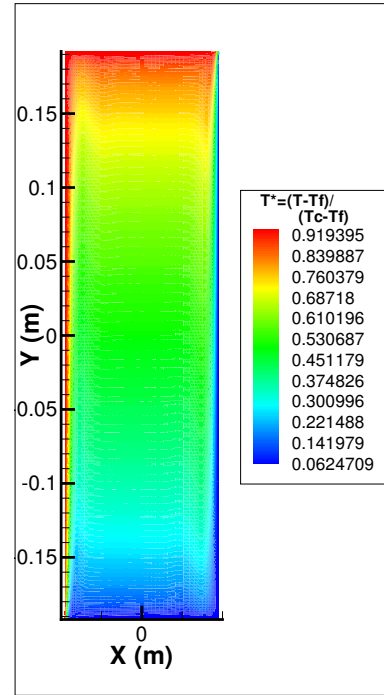


FIGURE 5.5 – Champ de température

Voyons maintenant l'écart local entre la solution réelle et la solution numérique. Les profils de vitesse et de température à différentes hauteurs dans la boîte sont étudiés et comparés aux résultats de Giel et Schmidt. Les graphiques suivant présentent ces résultats. Une sous-estimation de la vitesse en proche paroi d'environ 40% est observée (voir figure 5.6). Au contraire, pour les profils de température, une assez forte erreur dans le cœur de la cellule est observée (environ 20% en moyenne) alors que le profil en proche paroi est quasi-identique à l'expérience (voir figure 5.7).

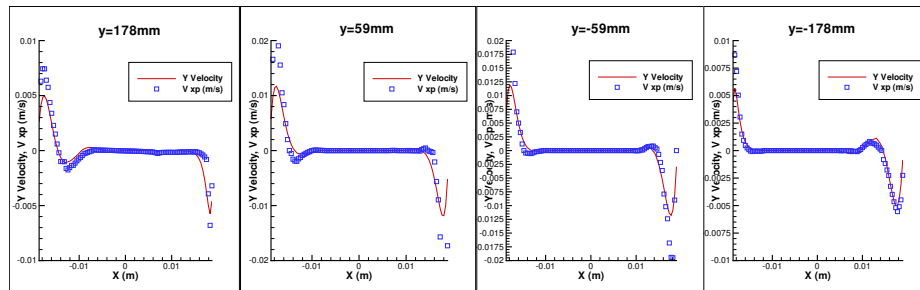


FIGURE 5.6 – Profils de vitesse à différentes hauteurs

Ce modèle est donc d'une fiabilité limitée pour la représentation de la convection purement naturelle. Après étude de différents modèles de traitement de la turbulence en paroi que FLUENT propose, ainsi que de plusieurs modèles de turbulence thermique couplés à ceux-ci, les résultats

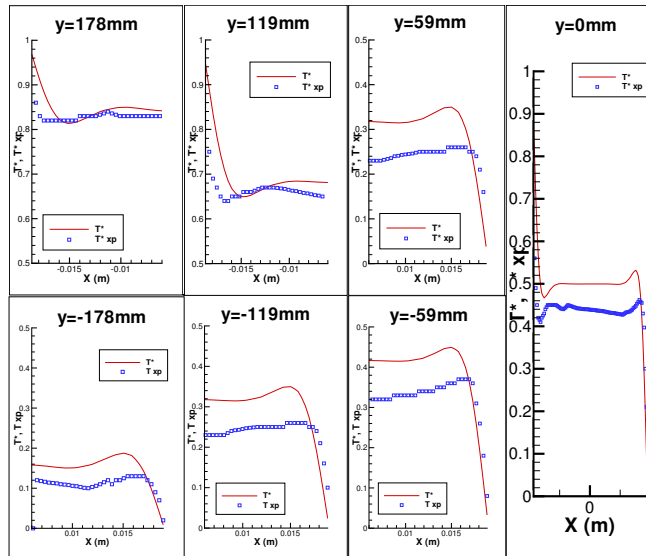


FIGURE 5.7 – Profils de température à différentes hauteurs

obtenus sur des problèmes tests ont été comparés. Ces résultats nous permettent de prédire l'aptitude de ces différents modèles à représenter le transfert thermique turbulent sur des géométries complexes et de choisir celui que nous utiliserons par la suite. Le traitement en paroi "enhanced wall treatment" couplé au modèle  $k_\theta - \epsilon_\theta$  sera utilisé, sachant que les résultats obtenus en convection naturelle pure seront surtout qualitatifs.

### 5.3 Application à une structure végétale

L'échange convectif entre la phase solide et la phase fluide d'une structure végétale placée dans un écoulement atmosphérique, dont la phase solide est chauffée (ou refroidie), est étudié. La structure est générée à l'aide d'I.F.S. et est maillée en utilisant la méthode développée par Calogine [7, 8].

Cet échange dépend à la fois du comportement macroscopique et microscopique (à l'échelle des pores) des champs de vitesse et de température. En effet, les inhomogénéités microscopiques du champ de vitesse modifient le champ de température à l'échelle macroscopique (phénomène de dispersion); il s'agit donc de prendre en compte les effets microscopiques à l'échelle macroscopique.

Il est cependant impossible d'appliquer ces techniques à une géométrie fractale. En effet, la détermination d'un volume élémentaire représentatif ou d'une échelle de longueur microscopique  $y$  est impossible du fait de la nature de ces géométries. La modélisation numérique de l'échange de quantité de mouvement et de chaleur dans la structure est alors effectuée, sachant que l'écoulement à l'intérieur de celle-ci est turbulent; de cette étude, nous caractériserons l'échange convectif.

#### 5.3.1 Protocole expérimental

Le champ de température dans la couronne de l'arbre doit être calculé afin de mesurer l'échange convectif dans la structure végétale. FLUENT sera utilisé pour résoudre les équations permettant l'obtention de celui-ci. Le maillage utilisé est celui décrit au chapitre II, réalisé à

différents ordres et pour différentes discrétisations spatiales  $n_i$ . Il existe pour ces systèmes un plan de symétrie ; les calculs ne seront effectués que sur un demi-maillage pour réduire le temps de calcul et l'espace mémoire, comme sur le maillage représenté au chapitre I sur la figure 1.2(a). Tout comme au chapitre III, on remarque que ce dernier, tel qu'il a été décrit, ne permet pas *a priori* la modélisation correcte des couches limites. Un raffinement au voisinage du sol et dans la structure végétale est donc effectué afin que les centres des cellules jouxtant les murs se situent toutes à des valeurs de  $y^+$  de l'ordre de l'unité. La procédure est itérative : après un calcul, la position du centre de ces cellules est mesurée en unité adimensionnée et le raffinement est effectué si le critère sur  $y^+$  n'est pas respecté. Un nouveau calcul est réalisé et la procédure réitérée jusqu'à ce que le critère soit respecté dans toutes les cellules jouxtant les parois solides.

Les conditions aux limites choisies sur chaque frontière sont :

- Plan de symétrie de l'arbre : conditions de symétrie
- Face latérale, opposée au plan de symétrie : conditions de périodicité
- Sol : conditions de type "mur", adiabatiques
- Face supérieure : conditions libres ( $\partial/\partial\vec{n}$ ), ou conditions de type "pressure outlet" pour les vitesses d'entrée faibles
- Entrée : conditions de type "velocity inlet" ; comme pour le cas test de la marche descendante, le profil d'entrée est un profil logarithmique pleinement développé qui permet de réduire drastiquement la taille de la zone située avant l'arbre
- Sortie : conditions de type "pressure outlet"

Aux équations de Navier-Stokes implémentées, sont ajoutées les équations du modèle  $k-\epsilon$  avec un traitement en paroi "enhanced wall treatment" ; les équations du modèle  $k_\theta - \epsilon_\theta$  présentées précédemment sont alors ajoutées ; cependant les effets de compressibilité ne sont pas pris en compte en ajoutant un terme de flottabilité à l'équation de Navier-Stokes, comme dans le second cas test. En effet, la différence de température entre les phases étant trop importante, l'hypothèse de Boussinesq n'est plus acceptable. L'hypothèse du gaz parfait est alors utilisée. La densité dans chaque cellule est donc calculée grâce à la formule des gaz parfaits :

$$\rho = \frac{P}{\frac{R}{M_w} T}$$

- $R$  : constante universelle des gaz parfaits, égale à  $8,314 J.K^{-1}.mol^{-1}$
- $M_w$  : masse molaire du gaz considéré

Les équations de ce modèle sont implémentées via des UDFs. Les conditions aux limites de ces équations sur l'arbre et au sol sont fixées identiquement à la description faite dans la première partie de ce chapitre. Les schémas numériques utilisés sont :

- PRESTO pour la discrétisation de la pression
- SIMPLEC pour le couplage pression-vitesse
- QUICK pour tous les termes convectifs

La résolution de la solution stationnaire pour un arbre à température  $T_{arbre}$  uniforme est effectuée. Sont fixées  $T_{arbre} = 600K$ , température de pyrolyse avec une température entrante de l'air  $T_{air} = 300K$ , ou  $T_{arbre} = 300K$  avec une température entrante de l'air  $T_{air} = 600K$ . La température de pyrolyse est choisie pour la phase solide dans la mesure où la température de surface d'un élément en feu est justement cette température de pyrolyse. Le système considéré représente alors correctement l'échange thermique entre une structure végétale et le milieu environnant lorsque la structure est en feu. Ces conditions sont équivalentes, pour le milieu poreux à l'échelle macroscopique, à un rapport grand devant l'unité de la conductivité de la phase solide

sur la conductivité de la phase fluide. Au vu des conductivités des deux phases considérées, cette hypothèse paraît acceptable. Les champs d'amplitude de vitesse et de température pour différentes vitesses d'entrée allant de  $U_0 = 0,25m/s$  à  $U_0 = 5m/s$  sont présentés. Le profil de vitesse à l'entrée est logarithmique, la valeur notée  $U_0$  représente la vitesse d'entrée à 1 mètre du sol. Les résultats sont exposés suivant deux plans dans le domaine : le plan de symétrie de l'arbre et un plan de coupe horizontale à  $z = 0,5m$ .

Pour caractériser l'échange thermique dans la structure végétale, il faut, comme au chapitre III, connaître le volume du milieu équivalent calculé à l'aide d'une enveloppe. La surface spécifique  $\sigma$  peut alors être calculée ; elle représente la surface d'échange fluide-solide par unité de volume du milieu poreux équivalent à la structure végétale. Pour les différentes structures et pour l'enveloppe considérée, il vient :

- $V_{env,structure\ 2} = 0,093m^3$
- $\sigma_{structure\ 2} = 23,6m^{-1}$
- $S_{arbre,structure\ 2} = 2,20m^2$
- $V_{env,structure\ 3} = 0,110m^3$
- $\sigma_{structure\ 3} = 44,0m^{-1}$
- $S_{arbre,structure\ 3} = 4,84m^2$
- $V_{env,structure\ 5} = 0,094m^3$
- $\sigma_{structure\ 5} = 33,3m^{-1}$
- $S_{arbre,structure\ 5} = 3,10m^2$

Le volume du milieu équivalent est celui de l'enveloppe. La température  $T_{moy}$  du fluide dans cette enveloppe est calculée comme la moyenne des valeurs de température des cellules contenant du fluide et contenues dans l'enveloppe. Physiquement, une moyenne de l'enthalpie est effectuée ; cependant la moyenne obtenue ici est équivalente à cette dernière à moins de un pour cent près, du fait de la quasi-constance de la capacité calorifique de l'air et de sa densité à l'intérieur de l'enveloppe. Soit  $V_{f,env}$  le volume du fluide contenu dans l'enveloppe. Il vient alors :

$$T_{moy} = \frac{1}{V_{f,env}} \iiint_{V_{f,env}} T dx dy dz \quad \text{et} \quad V_{moy} = \frac{1}{V_{f,env}} \iiint_{V_{f,env}} U dx dy dz \quad (5.17)$$

L'échange entre les phases d'un milieu poreux équivalent à la couronne de l'arbre est :

$$q = - \iint_{S_{arbre}} \lambda_{air} \frac{\partial T}{\partial n} dS \quad (5.18)$$

Les lois de bilan du milieu homogène équivalent nous assurent que le flux de chaleur  $q$  échangé à la surface de l'arbre est égal au flux  $X_{fs}$  échangé dans la structure fractale entre la phase fluide et la phase solide. Soit  $T_{moy}$  la température moyenne de la phase fluide dans la couronne de l'arbre et  $T_{arbre}$  la température de l'arbre. D'après la thermodynamique des processus irréversibles,  $X_{fs}$  est proportionnel à l'écart entre ces deux températures. Soit  $H$  le coefficient de proportionnalité ou coefficient d'échange convectif dans la couronne (en W/K), alors le flux  $X_{fs}$  peut s'écrire :  $X_{fs} = H(T_{arbre} - T_{moy})$ . Il vient alors :

$$- \iint_{S_{arbre}} \lambda_{air} \frac{\partial T}{\partial n} dS = H(T_{arbre} - T_{moy}) \quad (5.19)$$

Les valeurs de  $T_{moy}$  et  $T_{arbre}$  peuvent ensuite être calculées pour les différents  $U_0$ .  $H$  est calculé à l'aide de la relation (5.19). Il est alors possible d'obtenir  $\chi$ , coefficient d'échange convectif par unité de volume :  $\chi = H/V_{env}$ . Notre choix porte sur cette définition car l'échange convectif se fait au sein d'un volume de milieux poreux. Il est cependant possible de relier le coefficient  $\chi$  au coefficient usuellement utilisé en  $W.K^{-1}.m^{-2}$  par l'intermédiaire de la surface spécifique  $\sigma$  du milieu poreux.

### 5.3.2 Résultats

Les champs d'amplitude de vitesse et de température pour différentes vitesses d'entrée sont présentés. Le profil de vitesse à l'entrée est logarithmique, la valeur notée  $U_0$  représente la vitesse d'entrée à 1 mètre du sol. Quelques champs de vitesse et de température sont exposés suivant deux plans dans le domaine : le plan de symétrie de l'arbre et un plan de coupe horizontale à  $z = 0,5m$ .

On voit en observant l'évolution du champ de vitesse et du panache au dessus de l'arbre que l'écoulement passe progressivement de la convection naturelle à la convection forcée en passant par un régime mixte. On se pose alors la question de la possibilité d'un ajustement unique quel que soit le régime.

On tente alors de réaliser un ajustement unique du coefficient d'échange convectif pour le type de structure végétale présentée de manière adimensionnelle, quel que soit le régime d'écoulement. La forme des nombres sans dimensions obtenus au chapitre III est rappelée :

- $Re = V_{moy}L/\nu$
- $Ri = g\beta_{eff}(T_0 - T_s)L/V_{moy}^2 = Gr/Re^2$
- $Da = L^2K_{perm}^{-1}$
- $Pr_{ij} = \alpha_{ij}/\nu = \lambda_{ij}/\nu\rho Cp$
- $Fo = K_{Forch}V_{moy}L^2/\mu_{eff}$
- $St = \chi L/V_{moy}(\rho Cp)_f$

Il faut alors ajuster le nombre de Stanton en fonction des différentes grandeurs sans dimensions apparaissant dans les équations précédentes.

Un ajustement de la forme  $St = a + bRe^p Ri^q$  est alors effectué avec  $a = a(\Phi)$  et  $b = b(\Phi, ||Pr||, Da, Fo)$  où  $\Phi$  représente la porosité du milieu. Les valeurs des exposants  $p$  et  $q$  sont quasi-constantes, démontrant la pertinence des ajustements effectués en loi de puissance.

Remarquons que lorsque le régime tend vers la convection naturelle, la vitesse moyenne dans le milieu poreux n'a pour origine que les effets de compressibilité, le comportement du nombre de Reynolds et du nombre de Grashof devrait alors être identique au delà d'une certaine valeur du nombre de Richardson. L'hypothèse selon laquelle le "moteur" de la convection dans un milieu poreux à l'échelle macroscopique peut être représenté par le nombre de Reynolds quel que soit le régime est ici étudié. (voir figure 5.18(a)).

Il est alors possible au vu de ces résultats de négliger la dépendance du nombre de Richardson dans l'ajustement du nombre de Stanton. En effet, la suppression de cette dépendance ne diminue que de 3 % la précision de la loi de puissance, pour une précision moyenne finale de 6 %.

Les essais numériques ont été effectués dans le cas d'une structure captant l'énergie du milieu environnant et dans le cas inverse, cependant un seul ajustement est effectué pour une structure, quelle que soit la température de celle-ci ; en effet le comportement est *a priori* identique dans les deux cas. Une différence est toutefois observée pour des surfaces spécifiques inférieures à  $25 m^{-1}$ , toutefois les surfaces spécifiques des végétaux étant bien supérieures, ce cas ne sera pas étudié ici. De plus, dans le cas où les conditions aux limites au sol sont adiabatiques, une inflexion de la courbe est observée lors de l'étude sur structures froides autour d'une valeur critique du nombre de Richardson, différent suivant la structure. Il s'agit peut-être d'un nombre de Richardson critique, à partir duquel les forces d'Archimède et d'inertie se compensent : pour des valeurs du nombre de Richardson supérieures à ce seuil, la force d'Archimède est à l'origine de structures tourbillonnaires sous la canopée qui la pénètrent partiellement, influençant le transfert global de chaleur. Il existe donc dans ce système une dissymétrie qui pourra cependant être négligée

lors de l'utilisation de ces résultats à l'échelle macroscopique ou gigascopique. Ce phénomène est observable sur la figure 5.18(b) pour la structure 1.

En réalité, cette inflexion existe sur toutes les courbes mais elle est plus ou moins marquée suivant le système observé. Une autre interprétation de ce phénomène est que cette inflexion apparaît juste après un minimum du nombre de Grashof (voir figure 5.18(a)), donc juste après un maximum du rapport des forces visqueuses sur les forces motrices. Ce minimum a pour conséquence de réduire localement le transfert de chaleur jusqu'au point d'inflexion. Un phénomène symétrique mais moins marqué est observé juste après l'inflexion, avec pour conséquence une légère augmentation du transfert après ce point.

Les résultats expérimentaux sont maintenant présentés avec les ajustements des exposants. Les valeurs des paramètres ajustés sont également données, en tenant compte des hypothèses précédentes :  $p = -0,82$  et  $q = 0,0$ .

L'évolution des valeurs de  $a$  et de  $b$  est ensuite étudiée. Les valeurs très basses de  $a$  semblent montrer une dépendance négligeable alors que celles de  $b$  semblent montrer un comportement fortement dépendant des structures. On ajuste donc à nouveau nos résultats sous la forme  $St = bRe^p$  avec  $p = -0,82$ . Les résultats sont consignés dans le tableau suivant. Les caractéristiques des structures végétales sont également rappelées :

structure	$\sigma (m^{-1})$	$\Phi$	$L (m)$	$b$	$a$	$a/b$
1	33,3	0,83	0,76	2060,0	0,05173	0,0000251
2	23,6	0,81	0,76	1441,2	0,01484	0,0000103
3	44,0	0,81	0,85	3620,7	0,9068	0,0002505
4	33,2	0,63	0,5	1484,2	0,05075	0,0000342
5	41,95	0,74	0,74	2176,8	0,02058	0,00000946

La répartition des valeurs de  $b$  en fonction de la porosité ne semble pas régulière ; il semble donc que le rôle de la variation de la matrice de Prandtl entre les différentes structures ne soit pas négligeable. Il faut cependant remarquer que la longueur macroscopique caractéristique utilisée ici (plus grand diamètre vertical de la couronne de l'arbre) est sans doute moins adaptée que la racine de la perméabilité scalaire. Ce phénomène est certainement à l'origine de cette grande disparité.

Les ajustements du nombre de Stanton sont ensuite donnés sous la forme  $St/b = f(Re)$  afin de regrouper tous les ajustements sur un même graphique 5.19.

Cet ajustement est également effectué avec les définitions traditionnelles des nombres de Nusselt et Reynolds mésoscopiques, à savoir :

- $Nu_{meso} = \chi d / \sigma \lambda_{air}$
- $Re_{meso} = V_{moy} d / \nu_{air}$

Avec  $d$  diamètre du plus petit élément généré par l'I.F.S..

On obtient une corrélation du type :  $Nu_{meso} = A + BRe_{meso}^p$ , mais dont la précision moyenne est d'environ 15 %.

La figure 5.19 donne également l'ajustement des grandeurs mésoscopiques sur une échelle logarithmique.

## Conclusion

Cette étude propose une méthode pour l'estimation du coefficient de convection dans un milieu poreux fractal à l'échelle macroscopique. Les résultats obtenus tendent à montrer d'une part que la méthode est consistante et que la forme proposée pour l'ajustement est physiquement acceptable, et d'autre part que l'étude présente un caractère général, dans la mesure où ces ajustements fonctionnent pour plusieurs types de structures. Le calcul pour un plus grand nombre de types de structures et pour un plus grand nombre de porosités permettrait maintenant d'obtenir un ajustement de la fonction de porosité. Il est cependant possible, au vu de ces résultats, que l'échange convectif dans une structure poreuse où les effets de compressibilité ne sont pas négligeables, soit principalement contrôlé par le nombre de Reynolds macroscopique. De plus, l'approche macroscopique du problème proposée ici, semble plus pertinente que l'approche mésoscopique utilisée jusqu'alors. En effet la précision des ajustements sur les grandeurs macroscopiques est de bien meilleure qualité que l'ajustement mésoscopique.

Les calculs effectués ici mettent en évidence le comportement du coefficient convectif dans un milieu poreux à l'échelle macroscopique ; cependant leur précision ne permet pas l'utilisation directe de ces résultats dans un code de combustion ou de propagation. C'est pourquoi les ajustements des paramètres  $b$  et  $q$  seraient à reprendre lors d'une expérience réelle sur de la végétation, afin de caractériser l'échange convectif à l'intérieur de celle-ci en gardant la forme de la dépendance mise en évidence dans ce chapitre. Aucun laboratoire ne disposant pour l'instant de l'instrumentation nécessaire à la réalisation d'une telle manipulation, il est impossible à l'heure actuelle de pousser plus loin l'aspect pratique de ce travail.

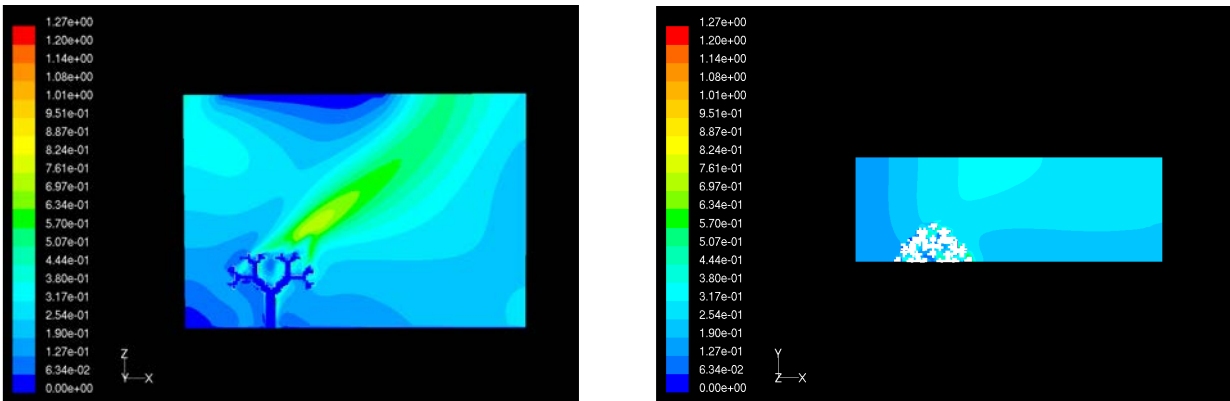


FIGURE 5.8 – Amplitude de la vitesse  $U$  pour  $U_0 = 0,25m/s$ , structure 2

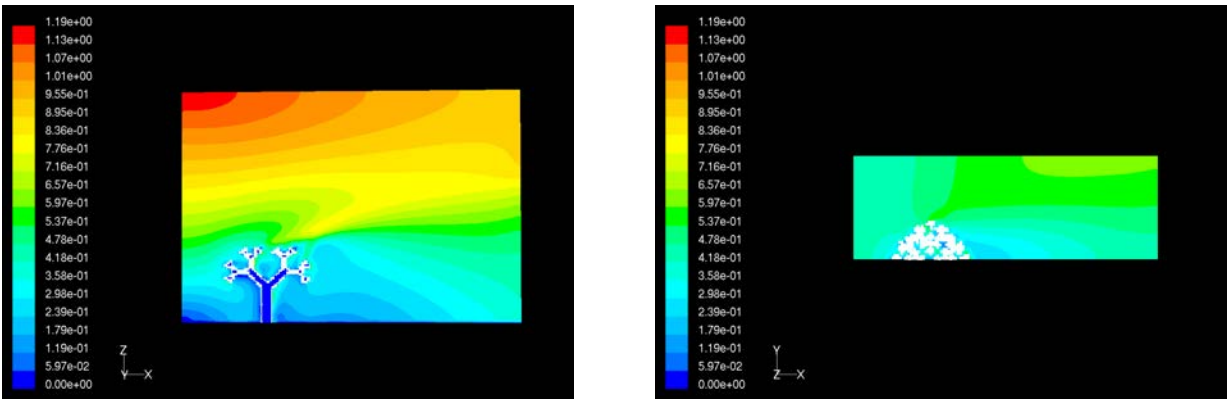


FIGURE 5.9 – Amplitude de la vitesse  $U$  pour  $U_0 = 0,75m/s$ , structure 2

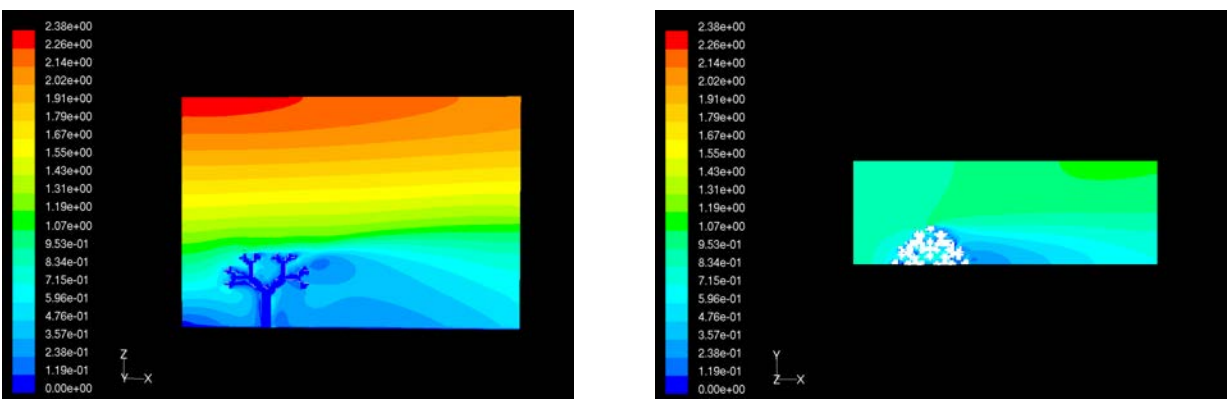


FIGURE 5.10 – Amplitude de la vitesse  $U$  pour  $U_0 = 1,5m/s$ , structure 2



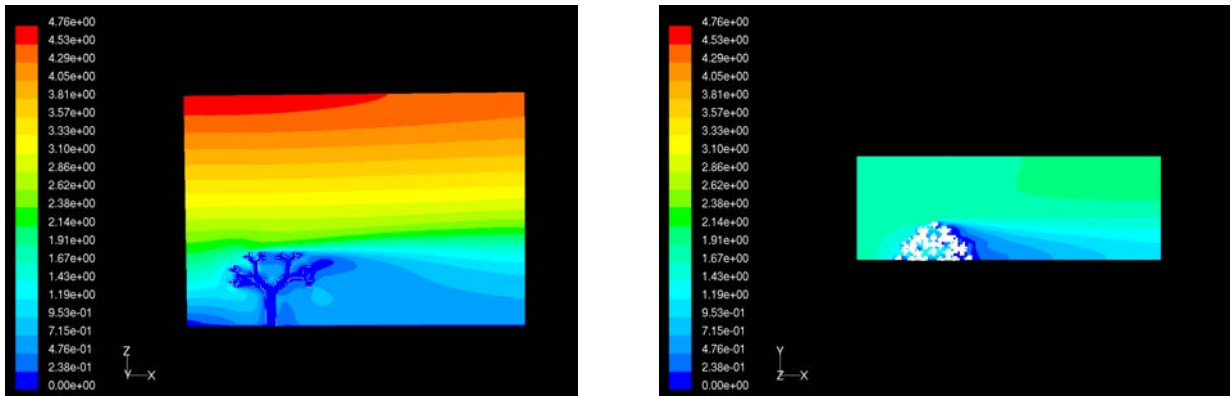


FIGURE 5.11 – Amplitude de la vitesse  $U$  pour  $U_0 = 3m/s$ , structure 2

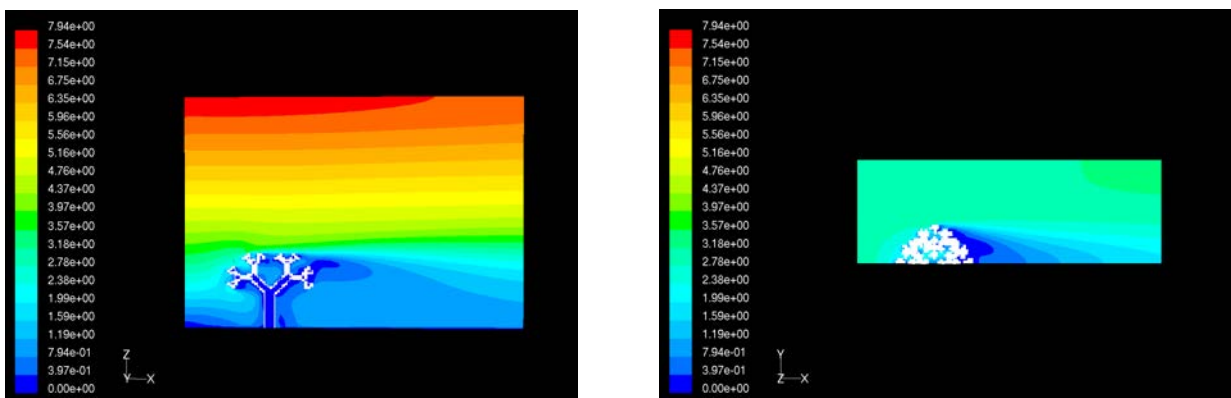


FIGURE 5.12 – Amplitude de la vitesse  $U$  pour  $U_0 = 5m/s$ , structure 2

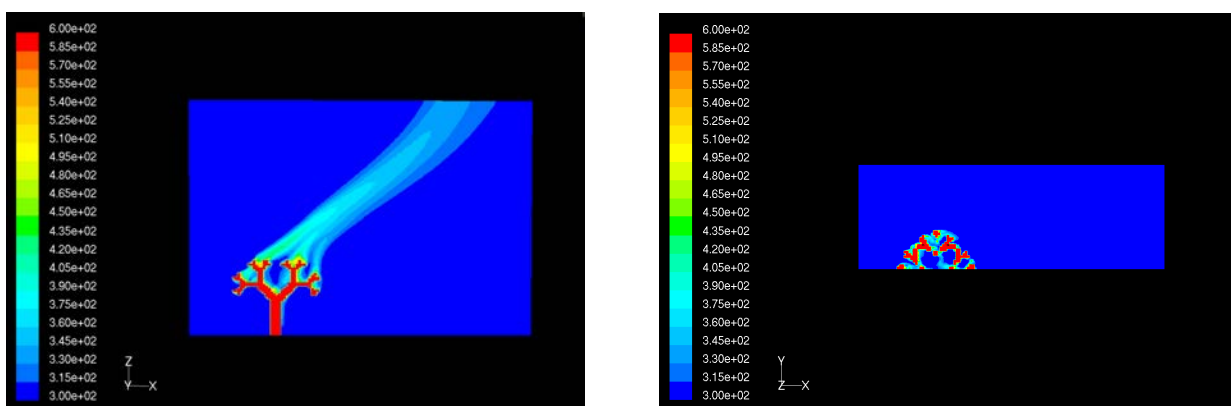


FIGURE 5.13 – Températures  $T$  pour  $U_0 = 0,25m/s$ , structure 2

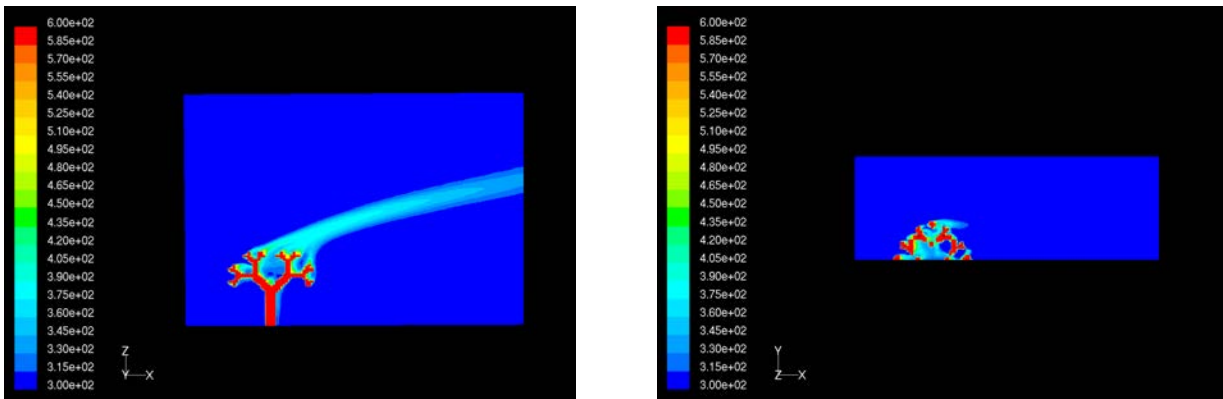


FIGURE 5.14 – Températures  $T$  pour  $U_0 = 0,75m/s$ , structure 2

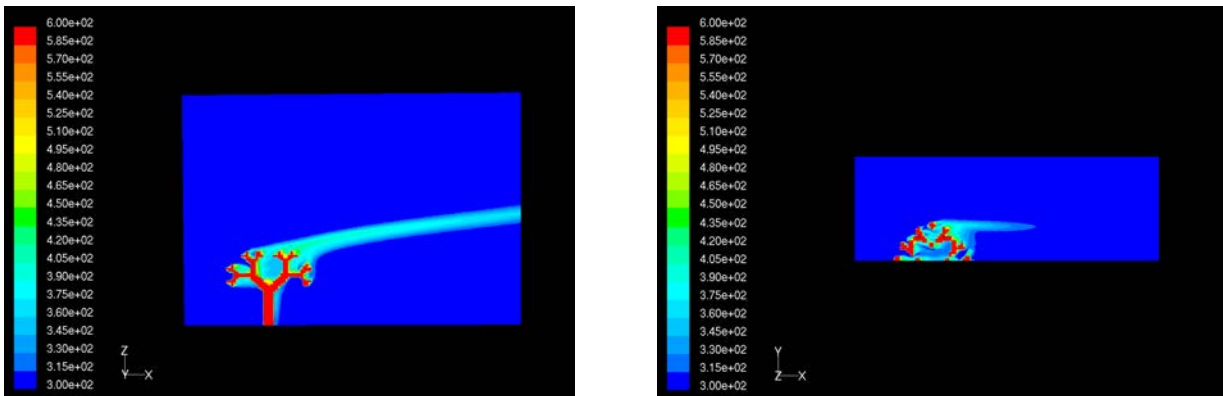


FIGURE 5.15 – Températures  $T$  pour  $U_0 = 1,5m/s$ , structure 2

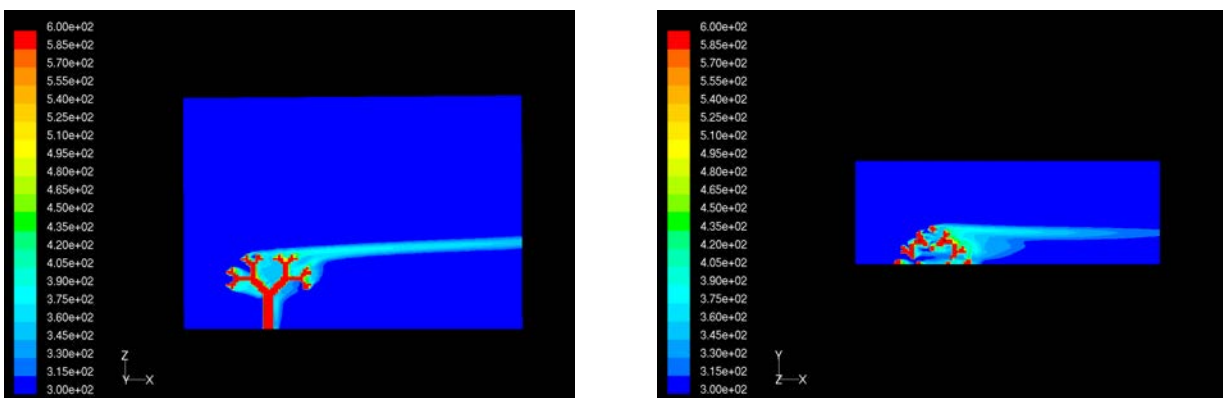


FIGURE 5.16 – Températures  $T$  pour  $U_0 = 3m/s$ , structure 2

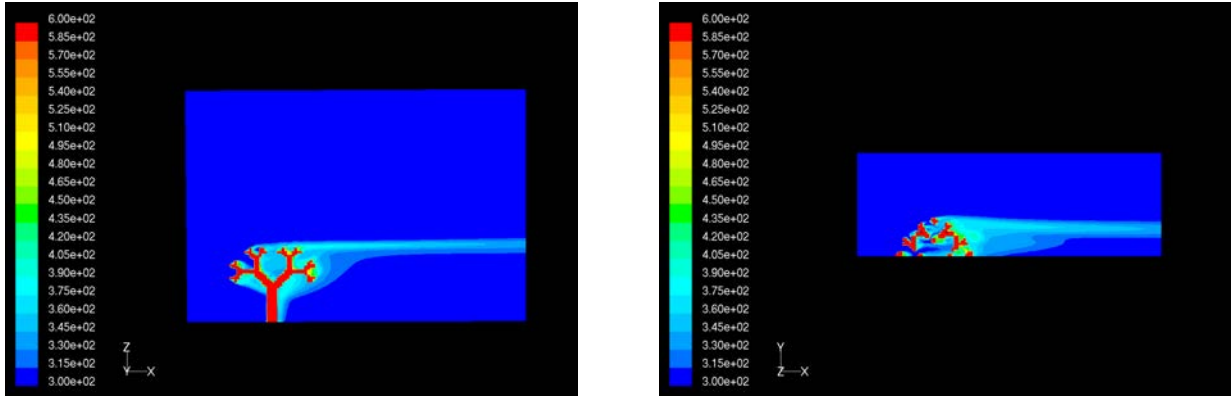
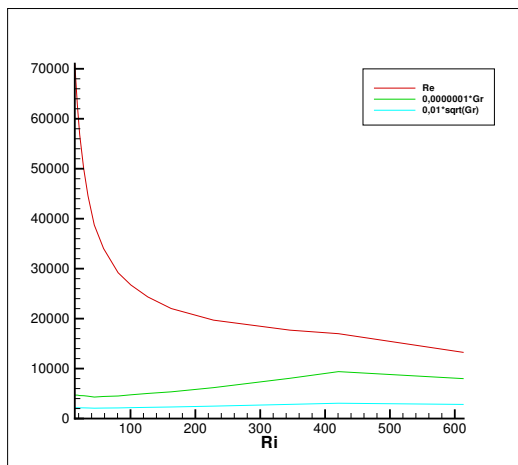
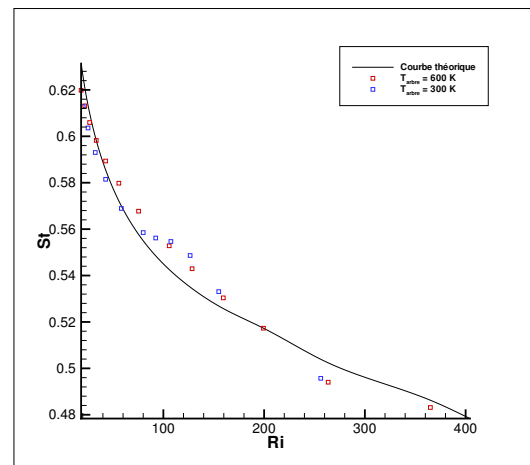


FIGURE 5.17 – Températures  $T$  pour  $U_0 = 5m/s$ , structure 2



(a) Nombre de Reynolds et de Grashof pour une structure "refroidie"



(b) Nombre de Stanton des structures "chauffées" et "refroidies"

FIGURE 5.18 – Évolution en fonction du nombre de Richardson pour la structure 1 des nombres de Reynolds, Grashof et Stanton

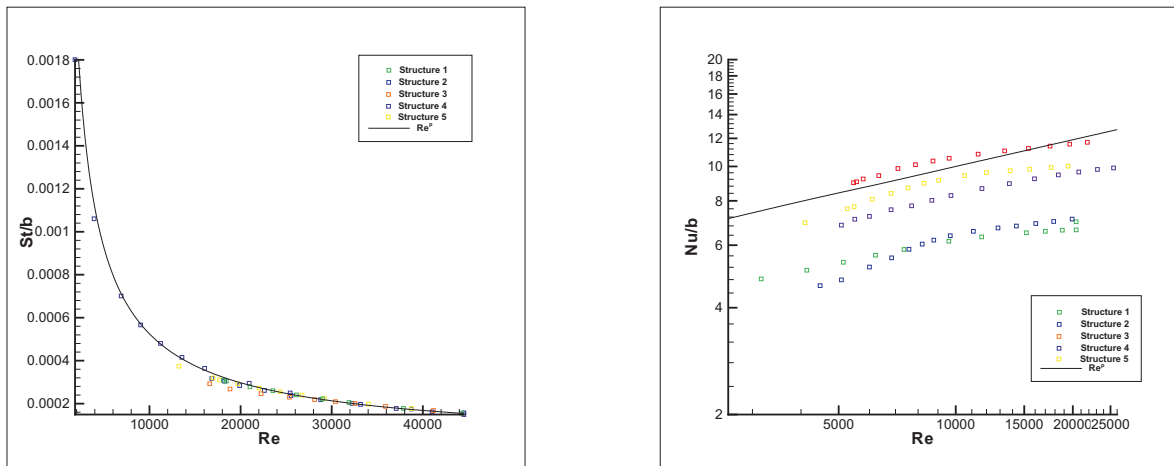


FIGURE 5.19 – Nombre de Stanton macroscopique et nombre de Nusselt mésoscopique divisé par  $b$  en fonction du nombre de Reynolds (macroscopique et mésoscopique) pour toutes les structures

## Chapitre 6

# Expérience numérique d'évaluation du coefficient d'extinction

### Introduction

Lors de la modélisation de la propagation d'un feu de végétation, il apparaît que le moteur de cette propagation est le rayonnement issu des flammes. En effet, à l'échelle gigascopique l'équation de la propagation peut s'écrire sous la forme d'une équation différentielle sur la température du premier ordre en temps, où le terme convectif joue (globalement) le rôle d'un frein et le terme radiatif joue le rôle d'un moteur. Le calcul correct du rayonnement issu de la flamme est donc déterminant dans la modélisation de la propagation d'un feu de végétation. Le coefficient d'extinction, dont le flux radiatif dépend linéairement, doit donc être caractérisé avec précision. Son rôle est essentiel dans le calcul du rayonnement reçu par un milieu.

Une méthode de suivi de rayons à l'échelle mésoscopique, permettant la détermination de ce coefficient d'extinction pour un milieu homogène équivalent, est ensuite présentée. Celle-ci est alors appliquée à deux espèces végétales réelles, reconstruites à l'aide d'I.F.S., dans le but d'identifier le coefficient d'extinction de ces deux espèces. La distribution et l'orientation des feuilles dans une canopée ayant un rôle prépondérant dans la détermination du coefficient d'extinction, une tentative d'identification de l'effet de la distribution et de l'orientation est effectuée. Ces effets étant difficiles à découpler, bien que l'on puisse assurer que la distribution comme l'orientation des feuilles soient importantes à prendre en compte, plutôt que d'établir une corrélation générale pour toutes les espèces, c'est un coefficient d'extinction pour chaque espèce végétale qui devra être calculé.

## 6.1 Transfert radiatif issu de la flamme

Dans le but de quantifier le rôle du coefficient d'extinction du milieu végétal dans la propagation d'un feu de végétation, il faut tout d'abord connaître le rôle du coefficient d'extinction dans le transfert radiatif puis celui du transfert radiatif dans la propagation du feu. Ces deux effets sont maintenant exposés.

### 6.1.1 Le transfert radiatif : moteur de la propagation du feu

La propagation d'un feu de végétation est usuellement représentée à l'échelle gigascopique. À cette échelle, le système d'équations suivant peut être obtenu par développement asymptotique d'un modèle de combustion par Margerit et Séro-Guillaume *et al.* [36, 37] :

Si  $T_s < T_{ev}$  :

$$\rho(C_s + HuC_w)\frac{\partial T_s}{\partial t} = M_r - h(T_s - T_f) \quad (6.1)$$

Si  $T_s = T_{ev}$  et  $Hu \neq 0$  :

$$-\rho L_{ev}\frac{\partial Hu}{\partial t} = M_r - h(T_s - T_f) \quad (6.2)$$

Si  $T_s > T_{ev}$  et  $Hu = 0$  :

$$\rho C_s \frac{\partial T_s}{\partial t} = M_r - h(T_s - T_f) \quad (6.3)$$

Avec comme équation pour la pyrolyse :

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = -\rho v_r(T) \quad (6.4)$$

Où :

- $\rho$  est la charge de combustible en  $kg/m^2$
- $C_s$  est la capacité calorifique de la phase solide
- $C_w$  est la capacité calorifique de la phase liquide prise dans la phase solide (sève)
- $Hu$  est l'humidité
- $T_s$  est la température du bois
- $M_r$  est la source d'énergie issue du transfert radiatif
- $h$  est le coefficient d'échange convectif
- $T_f$  est la température de l'air au dessus de la canopée
- $T_{ev}$  est la température d'évaporation
- $L_{ev}$  est la chaleur latente d'évaporation de l'eau
- $v_r$  caractérise la vitesse de réaction, elle peut être représentée par une loi d'Arrhénius

Lors des phases de chauffe (équation (6.1) et équation (6.3)), l'équation du système est une équation différentielle du premier ordre en temps sur la température, avec un terme représenté par la source d'énergie issue du transfert radiatif, et un terme représenté par l'échange convectif entre le bois et l'air au dessus de la canopée. Lors de la phase d'évaporation (équation (6.1)), l'équation du système est une équation différentielle du premier ordre en temps sur l'humidité, avec un terme représenté par la différence de la source d'énergie issue du transfert radiatif et du terme convectif (constant dans cette phase puisque  $T_s = T_{ev}$ ).

Le terme  $M_r$  apparaît alors clairement comme le moteur dans ces équations différentielles, et le terme convectif  $h(T_s - T_f)$  comme un amortissement. Une juste détermination du terme  $M_r$  semble donc indispensable à une modélisation correcte de la propagation. Pour ce faire, il faut utiliser l'équation du transfert radiatif pour calculer le rayonnement issu des flammes vers la parcelle de terrain considérée. Cette équation fait intervenir le coefficient d'extinction du milieu sur lequel la flamme rayonne, permettant ainsi de quantifier le rôle de ce coefficient sur la propagation du feu.

### 6.1.2 Rôle du coefficient d'extinction

On sait que le rayonnement absorbé par un milieu dépend fortement du coefficient d'extinction  $\sigma_e(M)$  de ce milieu. Ainsi une erreur commise sur la détermination du coefficient d'extinction de ce milieu se reporte directement sur le rayonnement absorbé par ce milieu lorsque celui-ci en reçoit. Il est donc impératif de connaître avec précision le coefficient d'extinction des milieux sur lesquels la flamme va rayonner lors d'un feu de végétation, si on veut modéliser correctement l'avancée du front de flamme.

Ces coefficients ne sont cependant pas directement accessibles par la mesure car ils sont relatifs au milieu homogène équivalent à la végétation et non relatifs à la matière végétale. Il faudra donc tout d'abord déterminer les propriétés de la matière végétale, avant de créer des modèles de milieux homogènes équivalents pour lesquels la mesure du coefficient d'extinction sera possible. Ces modèles sont des représentations de la répartition de la matière végétale (les feuilles), au sein d'une phase gazeuse (l'air environnant).

## 6.2 Détermination du coefficient d'extinction d'un milieu équivalent

### 6.2.1 Définition du coefficient d'extinction

Le coefficient d'extinction est défini dans un milieu comme l'inverse du libre parcours moyen d'un quantum dans ce milieu. Ce libre parcours moyen est la distance moyenne parcourue par un quantum entre deux événements d'absorption ou de diffusion par le milieu. Or la phase gazeuse est considérée ici comme non absorbante et non diffusive, il n'y aura donc que de l'absorption au niveau des feuilles. L'extinction est donc dans ce cas équivalent à de l'absorption.

### 6.2.2 Présentation de la méthode de suivi de rayons

La méthode de suivi de rayons utilisée ici est une méthode inspirée de la méthode de Monte-Carlo. Cette méthode, largement utilisée pour le calcul du transfert radiatif, consiste en un suivi des quanta dans le domaine où l'on veut résoudre l'équation du transfert radiatif. Elle est expliquée en détail dans l'ouvrage de Modest [41]; une présentation rapide sera faite ici dans la mesure où la méthode utilisée dans ce chapitre n'est qu'une version simplifiée. Une présentation des différentes variantes de la méthode est également disponible dans la thèse d'Anthony Collin [11].

Un grand nombre de quanta est émis dans la phase gazeuse (homogène et non absorbante dans le cas présenté ici). Ces quanta sont émis de positions déterminées aléatoirement dans le volume du domaine. Leur direction de propagation est également déterminée aléatoirement. Le suivi de ces rayons est ensuite effectué. Il s'agit pour chaque rayon de trouver la première intersection de sa trajectoire avec un des éléments de surface présent dans le domaine. Suivant

les propriétés attribuées aux éléments de surface, le rayon peut être, soit absorbé, soit réfléchi, soit transmis. Dans le cas d'une réflexion, la direction dans laquelle repart le rayon est à nouveau déterminée en fonction des propriétés des surfaces (réflexions spéculaire ou diffuse suivant la surface considérée). Dans le cas d'une transmission, le rayon continue simplement sa trajectoire après avoir traversé la surface. Dans le cas d'une absorption, le rayon est arrêté. La distance parcourue par chaque rayon avant absorption est ensuite calculée. La moyenne de ces distances est ensuite prise sur tous les rayons suivis, c'est le libre parcours moyen des rayons. Le coefficient d'extinction du milieu peut ensuite être estimé comme l'inverse du libre parcours moyen.

### 6.3 Application à des structures végétales réalistes

Le rôle de l'orientation des feuilles sur la valeur du coefficient d'extinction du milieu équivalent a déjà été démontré par Acem *et al.* [2]. En effet, des relations analytiques ont été développées à partir des fonctions d'orientations des feuilles de De Wit [58], mettant en défaut la corrélation de De Mestre pour la végétation obéissant à ces lois d'orientation. Les écarts observés à la corrélation de De Mestre peuvent alors atteindre 50 % ; ils sont observables sur la figure 6.1 pour différentes orientations. On rappelle que la corrélation de De Mestre correspond à des distributions aléatoires dans l'espace de feuilles orientées aléatoirement. Les autres relations correspondent à des distributions de feuilles aléatoires dans l'espace, mais dont les orientations sont privilégiées. L'impact de la distribution spatiale des feuilles n'a pas été, en revanche, clairement évalué jusqu'à maintenant. L'étude effectuée ici permet d'évaluer avec précision cet impact sur des végétaux réels, dans la mesure où les distributions de feuilles de nos modèles mésoscopiques sont ajustées sur des distributions réelles de feuilles.

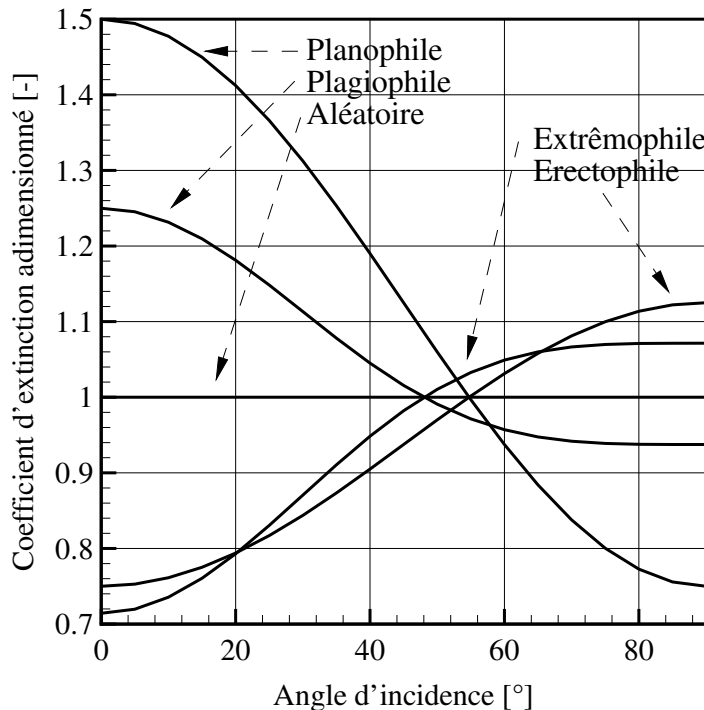


FIGURE 6.1 – Coefficient d'extinction pour différentes lois d'orientation des feuilles



### 6.3.1 Propriétés de la matière végétale

Pour appliquer la méthode de suivi de rayons à des structures végétales réalistes, il faut tout d'abord déterminer les propriétés de la matière végétale afin de connaître le comportement des rayons interceptés par les feuilles.

Cette dernière présentant globalement environ 97% d'absorption pour 3% de réflexion, la réflexion pourra être négligée sans trop influencer le résultat final. De plus, le coefficient d'extinction obtenu pourra être corrigé après l'expérience, les effets de cette réflexion étant linéaires selon Monod *et al.* [42].

### 6.3.2 Protocole expérimental

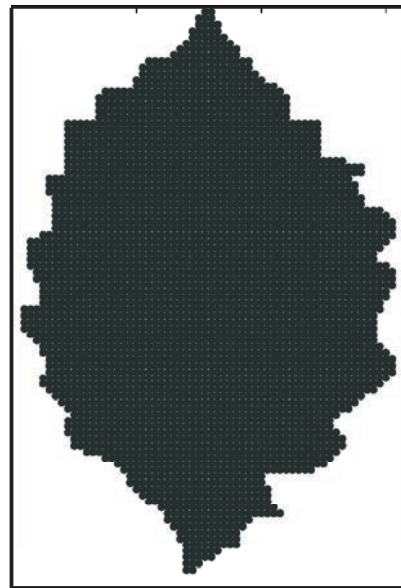
Afin de reconstruire le milieu végétal dans lequel l'expérience de suivi de rayons est effectuée, la méthode utilisée au chapitre I paragraphe 3 est à nouveau utilisée. Les deux espèces végétales considérées sont le chêne-châtaignier (*Quercus Prinus*) et le tremble (*Populus Tremuloides*). Les feuilles sont représentées dans l'expérience à l'aide de feuilles numériques dont les dimensions sont celles d'une feuille moyenne, à savoir :

- Pour le *Quercus Prinus* :  $S_T \text{ Quercus } P = 0,00677 \text{ m}^2$
- Pour le *Populus Tremuloides* :  $S_T \text{ Populus } T = 0,003114 \text{ m}^2$

Ces dernières sont présentées sur les figures 6.2(a) à 6.3(b).



(a) feuille réelle



(b) feuille numérique

FIGURE 6.2 – Feuilles de *Quercus Prinus*

Des boîtes parallélépipédiques sont ajustées sur les structures numériques reconstruites. C'est à l'intérieur de ces boîtes que les expériences de suivi de rayons seront effectuées. On obtient alors comme dimensions pour les milieux homogènes équivalents :

- Pour le *Quercus Prinus* :  $H = 26,4 \text{ m}$ ,  $l = 22 \text{ m}$  et  $L = 22 \text{ m}$
- Pour le *Populus Tremuloides* :  $H = 24 \text{ m}$ ,  $l = 10 \text{ m}$  et  $L = 10 \text{ m}$

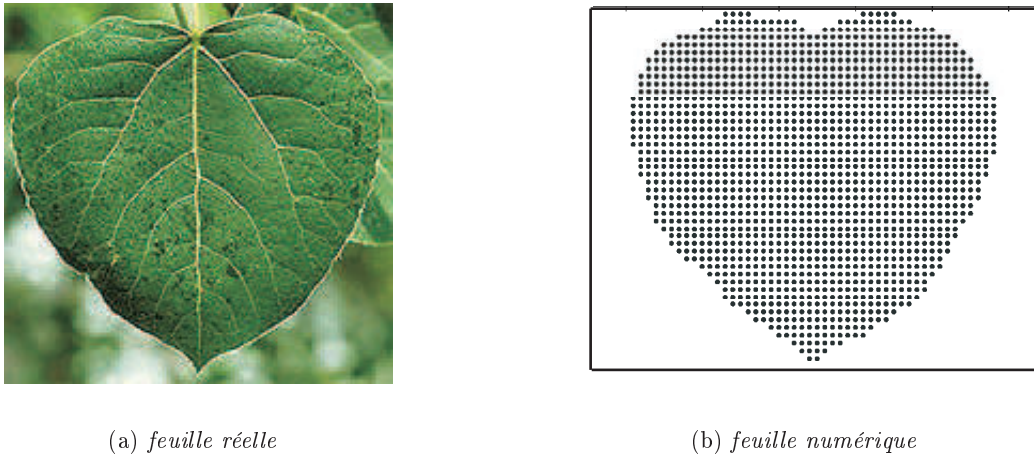


FIGURE 6.3 – Feuilles de *Populus Tremuloides*

La répartition verticale de surface projetée (LAI) est également donnée pour ces deux espèces sur les figures 6.4(a) et 6.4(b). La courbe réelle ainsi que la courbe reconstruite sont données.

Les structures sur lesquelles nos expériences sont menées sont présentées sur les figures 6.5(a) et 6.5(b).

Les espèces sont reconstruites pour deux orientations de feuilles : planophile et aléatoire. Ainsi une première série d'expériences sur les structures à feuilles aléatoirement orientées mettra clairement en évidence le rôle d'une distribution réaliste de feuilles. En effet, le coefficient d'extinction de structures aléatoires dont les feuilles sont aléatoirement orientées est indépendant de la direction de visée [2]. Alors l'évolution de ce coefficient en fonction de l'angle de visée pour nos structures réelles rend compte du rôle de la distribution spatiale des feuilles. L'expérience est ensuite réitérée pour une orientation planophile afin de caractériser le réel milieu homogène équivalent.

La méthode de suivi de rayons utilisée ici est maintenant exposée. Il s'agit d'une version simplifiée des méthodes du type de celle exposée au paragraphe précédent. En effet, la distance d'interaction est ici calculée uniquement d'après l'interception des quanta par les feuilles.

Pour effectuer un lancer de rayon, la position d'où est émis le tir est tout d'abord déterminée aléatoirement dans le milieu équivalent (la boîte définie ci-dessus). Puis la direction de propagation de ce tir est donnée par l'expérimentateur afin de pouvoir étudier l'évolution du coefficient d'extinction en fonction de la direction d'observation du milieu. On remarque que l'angle de visée est déterminé par l'angle que fait la direction de visée avec l'axe vertical (voir figure 6.6), donc un tir suivant un angle de  $0^\circ$  est un tir effectué verticalement vers le bas. La phase air du milieu est considérée comme transparente, il n'y a donc pas d'absorption dans cette phase. La distance parcourue par le quantum jusqu'à l'interception du tir par une feuille est enregistrée, puis la probabilité d'avoir un événement d'absorption ou de réflexion est calculée en fonction des propriétés de la matière végétale. Pour les propriétés considérées, il n'y aura donc que des événements d'absorption. Ce protocole est répété un grand nombre de fois et sur plusieurs structures afin d'obtenir la convergence des calculs et une valeur moyenne pour la distance parcourue entre deux événements. Le coefficient d'extinction est ainsi obtenu.

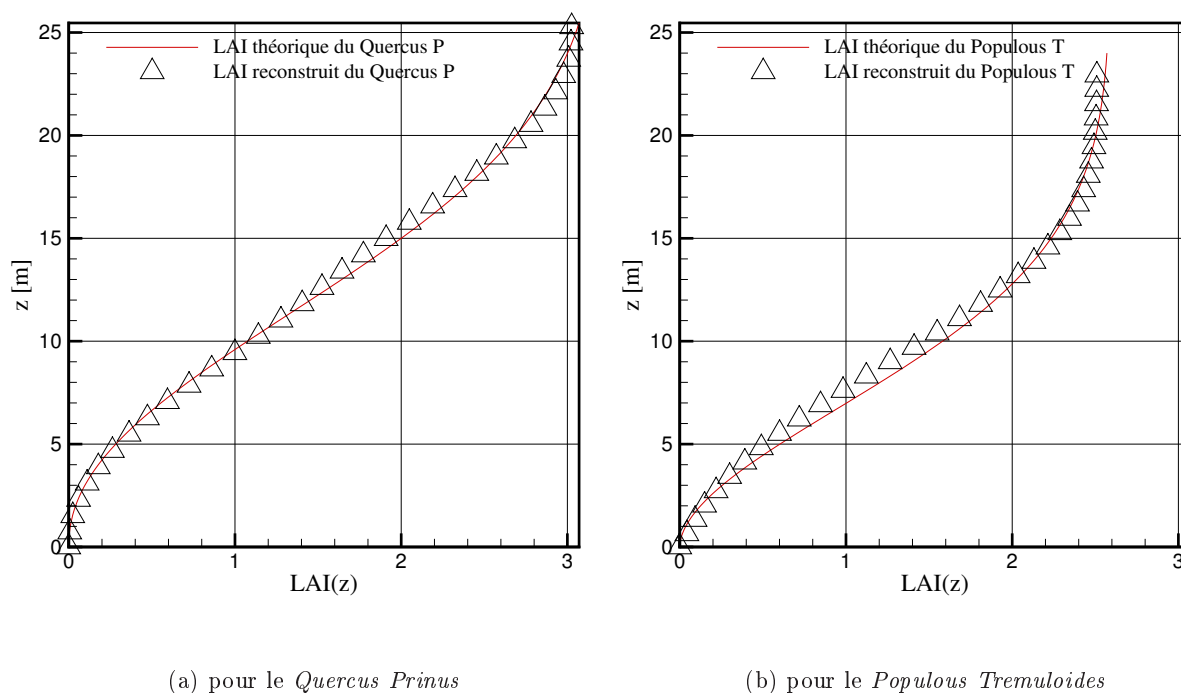


FIGURE 6.4 – Répartition verticale de surface projetée

### 6.3.3 Résultats

Les expériences sont effectuées pour deux types de structures et pour deux lois d'orientation de feuilles. Pour chaque série d'expériences, 25 structures différentes sont générées dans lesquelles 20000 tirs seront effectués. Chacun de ces tirs est effectué à partir d'un point différent, mais chaque expérience constituée de ces 500000 tirs différents est réalisée en propageant les rayons toujours à partir des mêmes points. Les statistiques des tirs sont calculées pour chaque expérience afin d'obtenir une valeur moyenne et un écart-type. L'écart-type moyen obtenu avec le nombre de structures et de tirs choisis est de l'ordre de un pour cent pour chacune de nos expériences. Le nombre de tirs effectués est alors assez grand pour que nos résultats aient une précision acceptable. Les résultats seront donc présentés avec leurs marges d'erreur calculées à l'aide de ces écart-types.

Afin de rendre compte correctement des effets de la distribution spatiale des feuilles et de leur orientation, les valeurs obtenues seront adimensionnées par la valeur obtenue à l'aide de la corrélation de De Mestre :  $\sigma_e = N_f S_T / 4$  où  $N_f$  représente la densité volumique de feuilles et  $S_T$  la surface totale d'une feuille (en considérant ses deux faces). Il vient pour nos deux espèces :

- Pour le *Quercus Prinus* :  $\sigma_e = 0,0832 \text{ m}^{-1}$
- Pour le *Populus Tremuloides* :  $\sigma_e = 0,0812 \text{ m}^{-1}$

Il est intéressant de remarquer que les valeurs sont très proches bien que les densités et surfaces de feuilles soient très différentes. Ces deux espèces appartenant aux mêmes forêts, donc aux mêmes régions du monde, on peut penser que ces végétaux ont les mêmes besoin en énergie radiative par unité de volume. C'est ce que traduit une valeur semblable du coefficient d'extinction.

Pour vérifier la pertinence de notre protocole expérimental, une première série de mesures

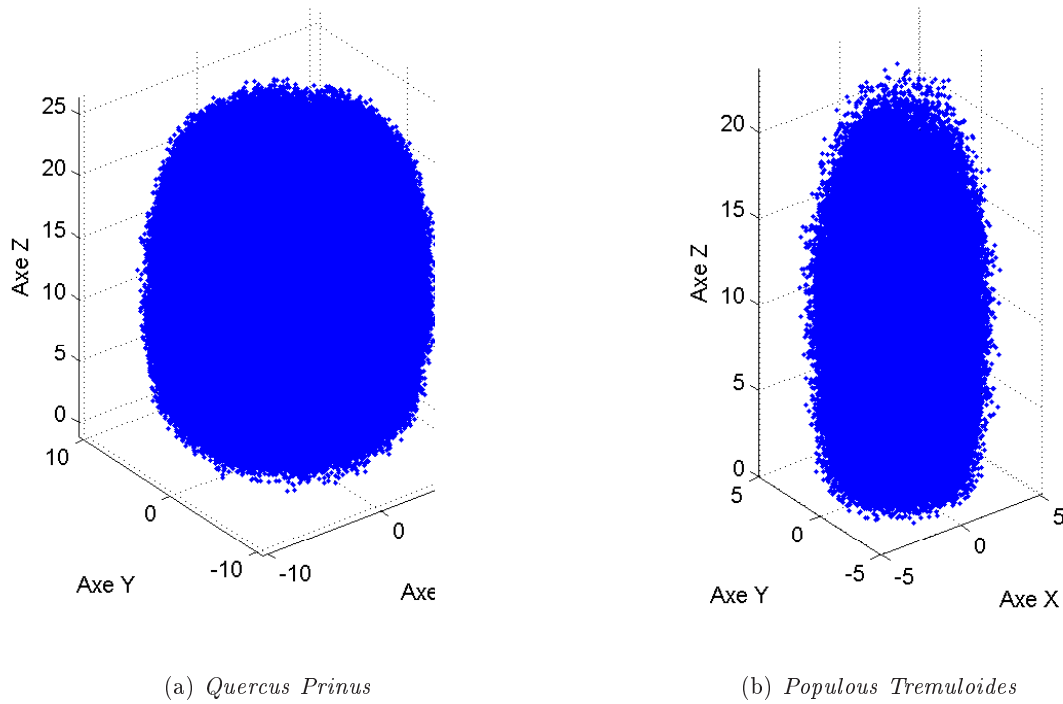


FIGURE 6.5 – Structures numériques

est effectuée dans le parallélépipède contenant le *Quercus Prinus*, mais en répartissant et en orientant aléatoirement ses feuilles. Ces mesures doivent alors permettre de retrouver la valeur du coefficient d'extinction obtenue à l'aide de la corrélation de De Mestre.

Les résultats adimensionnés sont présentés sur la figure 6.7 pour le *Quercus Prinus* et sur la figure 6.8 pour le *Quercus Prinus* et le *Populus Tremuloides* afin de comparer le comportement du coefficient d'extinction suivant la structure.

On observe tout d'abord que ce protocole expérimental permet de retrouver avec précision la corrélation de De Mestre pour des feuilles aléatoirement distribuées et orientées; ce résultat nous permet alors de valider la méthode.

En comparant la corrélation de De Mestre aux résultats sur les structures dont les feuilles sont aléatoirement orientées mais distribuées conformément au *Quercus Prinus*, on observe un écart important et un comportement qui dépend de l'angle de visée. Le fait que le coefficient d'extinction varie en fonction de l'angle de visée est dû à deux phénomènes : tout d'abord, la forme de la boîte dans laquelle les expériences sont effectuées ne coïncide pas avec la forme des structures. Conformément à [2], ce phénomène est à l'origine d'une évolution du coefficient d'extinction en fonction de l'angle de visée. Un second phénomène est l'absence de plan de symétrie parallèle au plan  $xOy$  dans nos structures. En effet, cette dissymétrie accentue l'effet déjà observé sur des structures symétriques dans [2] et elle est à l'origine de la dissymétrie du coefficient d'extinction en fonction de l'angle de visée. Le fort écart entre les valeurs obtenues par la corrélation et celles obtenues par le suivi de rayons est, quant à lui, dû à la distribution des feuilles dans la couronne. Le rôle de cette distribution n'est donc pas négligeable dans le calcul du coefficient d'extinction, mettant en défaut la corrélation de De Mestre.

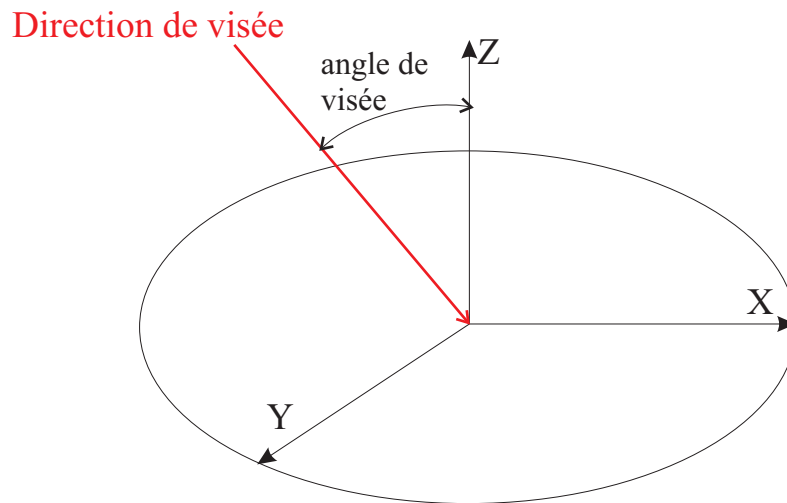


FIGURE 6.6 – Définition de l'angle de visée

La comparaison pour l'une des structures de la corrélation de De Mestre et de la corrélation planophile avec les points de mesures d'une couronne dont les feuilles sont orientées suivant une loi planophile montre que l'écart engendré par la distribution des feuilles reste important lorsque l'on prend des lois d'orientation de feuilles réalistes. Les corrélations analytiques développées dans [2] pour les différentes orientations de feuilles ne sont donc pas utilisables ; il faut développer des corrélations *a priori* différentes pour chaque distribution de feuilles. On voit cependant en comparant les résultats des deux structures que les corrélations pour une structure dont les feuilles sont orientées par une loi planophile ont des comportements similaires. Une corrélation par famille de végétaux est alors certainement réalisable.

On remarque également que les courbes se rejoignent pour une même espèce lorsque l'angle de visée est nul ou égale à  $180^\circ$ . Ce comportement est dû à la méthode de construction de l'arbre. En effet, la définition du LAI cumulé est identifiable à une définition du coefficient d'extinction comme une surface projetée de matière, rapportée à une surface projetée du milieu, or les structures sont construites de manière à respecter la valeur du LAI cumulé. Alors le coefficient d'extinction dans une direction verticale doit être identique pour une structure, quelle que soit l'orientation de ses feuilles. La valeur du coefficient d'extinction est cependant différente lorsque le tir est effectué vers le bas ou vers le haut ; ceci est à nouveau dû à l'assymétrie de la structure. En effet, si les tirs étaient effectués de l'extérieur de la structure, le même résultat serait obtenu pour un tir vers le haut et pour un tir vers le bas ; cependant le tir est effectué depuis l'intérieur de la structure. Alors les tirs effectués vers le haut et les tirs effectués vers le bas ne "voient" pas exactement la même surface projetée. Ceci ne remet pas en cause la méthode utilisée (tirs effectués depuis l'intérieur de la structure). Au contraire, les quanta émis depuis l'intérieur de la structure dans des sens opposés ne verront effectivement pas la même structure ; il est normal que leur énergie ne soit pas distribuée de la même manière. Il est donc normal de trouver des valeurs différentes du coefficient d'extinction pour des directions identiques et des sens de propagation différents.

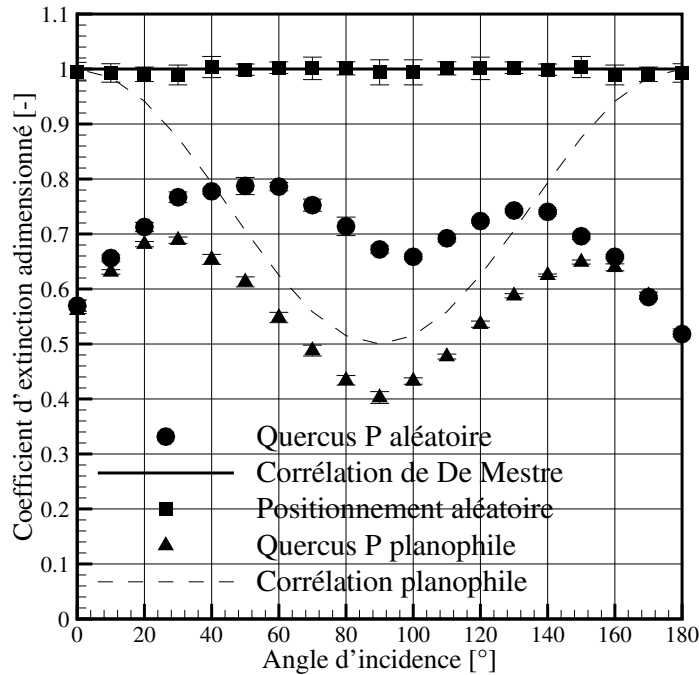


FIGURE 6.7 – Coefficient d'extinction du *Quercus Prinus*

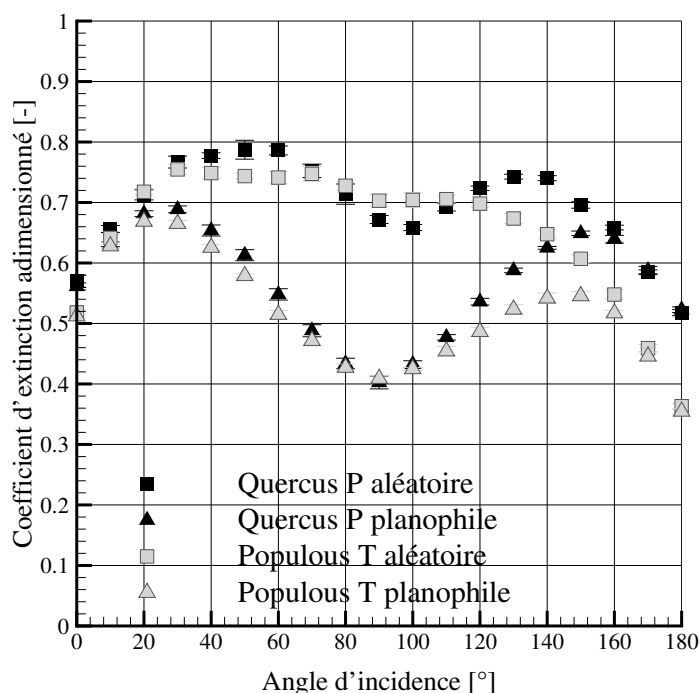
### 6.3.4 Validation de l'homogénéité du milieu semi-transparent équivalent

#### Protocole

On tente maintenant de vérifier l'hypothèse faite à la fin du second chapitre sur le caractère homogène du milieu végétal en tant que milieu semi-transparent équivalent. On rappelle que c'est cette hypothèse qui permet d'utiliser la forme classique de l'équation du transfert radiatif pour le système d'équation à l'échelle macroscopique et gigascopique. Comme il a été suggéré par Tancrez *et al.* [52], l'ajustement de la loi de Beer pour un milieu assure que ce dernier est homogène et semi-transparent, dans le cas d'un milieu purement absorbant (comme ici). Un écart entre la perte d'énergie dans le milieu en fonction de la distance parcourue au sein de ce dernier et la fonction exponentielle de la loi de Beer traduit un écart au comportement homogène semi-transparent et invalide notre hypothèse. Une expérience de lancer de rayons est alors effectuée depuis l'extérieur de la boîte selon la direction  $X$  afin de calculer le nombre de quanta absorbés sur une distance donnée au sein du milieu végétal. Le nombre de quanta absorbés sur une distance donnée divisé par le nombre de quanta tirés permet de calculer la part d'énergie absorbée sur cette distance.

#### Application à des milieux constitués d'éléments aléatoirement distribués

L'expérience est tout d'abord menée sur des milieux dont les feuilles sont aléatoirement distribuées et orientées. Une boîte de dimensions  $5,0\text{ m} \times 5,0\text{ m} \times 5,0\text{ m}$  est utilisée, discrétisée en 500 points par mètres suivant la direction  $X$ . Le motif de feuille est celui du *Populus Tremuloides*. On peut ainsi calculer le coefficient d'extinction de ce milieu en utilisant la corrélation de


 FIGURE 6.8 – Coefficient d'extinction du *Quercus Prinus* et du *Populus Tremuloides*

De Mestre en fonction de la densité de feuilles. Pour une densité de feuilles arbitraire  $N_f = 400$  feuilles par mètre cube, on calcule l'erreur entre le coefficient d'extinction calculé comme l'inverse du libre parcours moyen et la valeur obtenue par la corrélation de De Mestre en fonction du nombre  $N_q$  de rayons émis. Cette courbe, présentée sur la figure 6.9, permet de déterminer le nombre  $N_q$  de rayons à émettre pour obtenir une précision satisfaisante.

Au vu de la figure 6.9, le nombre de rayons est fixé à  $N_q = 20000$ . On augmente maintenant la valeur de la densité de feuille et on observe l'erreur que l'on obtient entre la loi de Beer et la perte énergétique le long du parcours des rayons. Le critère proposé par Tancrez *et al.* pour juger de la qualité de l'ajustement de la loi de Beer porte sur la porosité. En effet, il est observé que pour des milieux dont la porosité est trop faible, la loi de Beer ne peut être ajustée correctement. On se pose alors la question du critère équivalent à la porosité dans notre cas. En effet, la porosité du milieu n'est pas un paramètre "direct" dans cette étude. Cependant, en divisant cette dernière par l'épaisseur des feuilles, qui n'est pas un paramètre sensible dans cette étude vu sa valeur face aux autres dimensions de la feuilles (les feuilles n'ont que très peu de chance d'intercepter un rayon sur leur tranche), on obtient la surface spécifique du milieu qui semble, elle, être une quantité pertinente. La surface spécifique  $\sigma$  est directement liée au coefficient d'extinction  $\sigma_e$  pour ce type de milieu *via* la corrélation de De Mestre :  $\sigma_e = \sigma/4$ .

## Résultats

### Feuilles orientées aléatoirement

L'évolution de l'erreur est suivie en fonction du coefficient d'extinction sur la figure 6.10. On fixe comme limite acceptable pour l'erreur 1 %, donc on va tenter d'ajuster la perte énergétiques

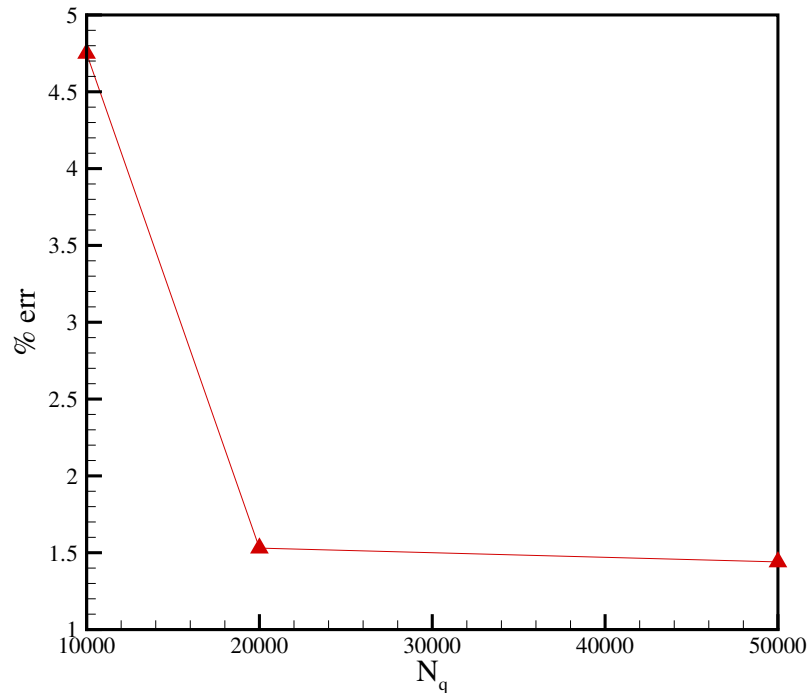


FIGURE 6.9 – Erreur sur la mesure du coefficient d'extinction en fonction du nombre de rayons émis

sur les points de mesures tels que  $e/e_0 \leq 0,99$  pour travailler sur les points sensibles. Les milieux végétaux dont les feuilles sont aléatoirement distribuées et orientées ne pourront donc être considérés comme homogène et semi-transparent que si la valeur de leur coefficient d'extinction est inférieure à  $\sigma_{e\ cr} = 8,5\ m^{-1}$ . Ceci correspond à une densité de feuilles  $N_{f\ cr\ Pop} = 11000$  feuilles par mètre cube pour le *Populus Tremuloides*.

Ce premier resultat indique que le coefficient d'extinction est un critère pertinent pour la détermination de la limite du comportement homogène semi-transparent. On observe donc la sensibilité du motif de feuille en effectuant une expérience pour la même valeur critique (théorique) du coefficient d'extinction mais en ayant pris le motif de feuille du *Quercus Prinus* pour l'expérience. Cette valeur de la densité de feuille est  $N_{f\ cr\ Quer} = 0,46N_{f\ cr\ Pop} = 5060$  feuilles par mètre cube . Il vient :  $\sigma_{e\ cr} = 8,46\ m^{-1}$  et

$$\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \frac{|\Delta e_i/e_0|}{e_i/e_0} = err = 0,0109 \quad (6.5)$$

où  $N$  est le nombre de points utilisés pour l'ajustement.

#### Feuilles d'orientations privilégiées

On étudie maintenant la sensibilité à l'orientation des feuilles. Au vu des résultats précédents, on peut supposer que la valeur critique du coefficient d'extinction obtenue est applicable pour tous les milieux dont les feuilles sont aléatoirement distribuées. Pour tenter de valider cette hypothèse, on calcule, pour des feuilles de *Populus Tremuloides*, la densité de feuilles nécessaire pour obtenir la même valeur du coefficient d'extinction suivant la direction  $X$  pour des orientations de feuilles



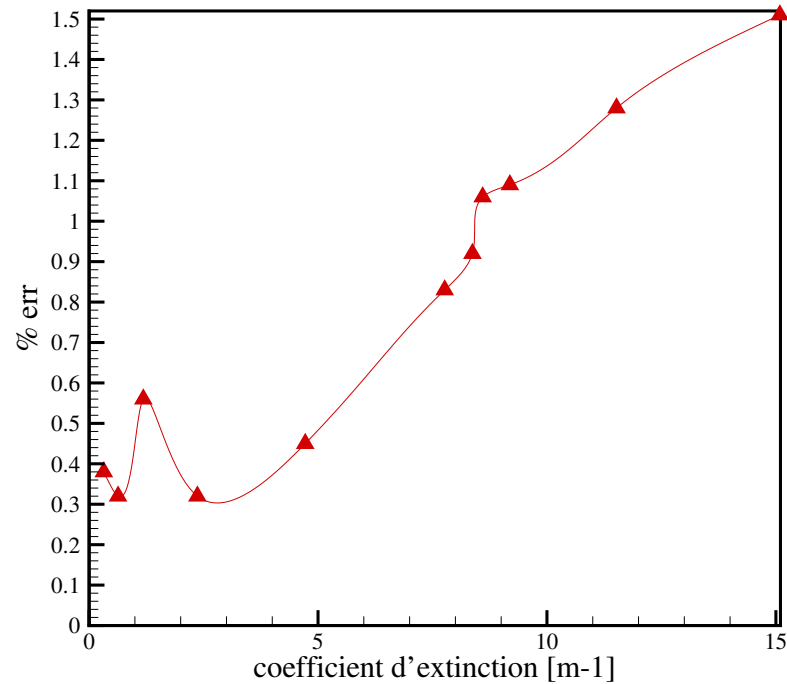


FIGURE 6.10 – Erreur sur la loi de Beer en fonction du coefficient d'extinction

planophile et érectophile. Pour des feuilles aléatoirement orientées, la densité de feuilles critique est  $N_{f\ cr} = 11000$  feuilles par mètre cube. En utilisant les corrélations analytiques des lois d'orientations planophile et érectophile [2], il vient :

$$N_{f\ plano\ cr} = \frac{4}{3}N_{f\ cr} \quad (6.6)$$

$$N_{f\ erecto\ cr} = \frac{8}{9}N_{f\ cr} \quad (6.7)$$

Les valeurs des coefficients d'extinction expérimentaux sont les mêmes à moins de 1 % et la variation sur l'erreur commise sur la loi de Beer est de moins de 2 % (voir tableau 6.1). Le critère pertinent pour juger de la validité de l'hypothèse d'un milieu équivalent homogène et semi-transparent est donc bien le coefficient d'extinction dans la direction sur laquelle on travaille. La loi de Beer et son ajustement expérimental est présentée sur la figure 6.11. Cette courbe résume les résultats des expériences des milieux dont les feuilles de *Populus Tremuloïdes* sont aléatoirement orientées et distribuées, et sur les feuilles d'orientations privilégiées et distribuées aléatoirement, ainsi que les résultats des expériences sur le *Quercus Prinus*. On observe que les courbes des milieux dont le coefficient d'extinction est à la limite que l'on s'est fixé pour valider l'hypothèse du milieu équivalent homogène et semi-transparent se recouvrent pratiquement. Ceci conforte encore l'idée que le critère pertinent pour valider notre hypothèse est la valeur du coefficient d'extinction dans la direction de travail.

#### Comparaison de la valeur seuil $\sigma_{e\ cr}$ aux valeurs théoriques de $\sigma_e$ de végétaux réels

Comparons maintenant ces résultats aux valeurs de surfaces spécifiques (et coefficient d'extinction) de végétaux réels. On prendra en premier approximation des feuilles orientées aléatoire-

orientation	$\sigma_{cr} (m^{-1})$	err (%)
planophile	8,47	1,02
érectophile	8,53	0,99

TABLE 6.1 – Valeur des coefficients d'extinction critiques et de l'erreur sur la loi de Beer

ment. La surface spécifique moyenne d'une structure végétale complète peut être estimée d'après la valeur de son  $LAI$  cumulé  $LAI_c$  et de sa hauteur  $H_m$  par la relation :

$$\sigma = \frac{LAI_c}{H_m} \quad (6.8)$$

Alors la valeur critique du rapport du  $LAI$  cumulé sur la hauteur est :

$$\left( \frac{LAI_c}{H_m} \right)_{cr} = 4\sigma_{e\ cr} = 34m^{-1} \quad (6.9)$$

Cette valeur est à pondérée, pour les orientations privilégiées, par le rapport du coefficient d'extinction suivant la direction  $Z$  sur le coefficient d'extinction dans la direction  $X$ , du fait de la définition du  $LAI$  et du coefficient d'extinction suivant la direction  $X$  (On rappelle que le coefficient d'extinction peut être vu comme un rapport de surfaces projetées dans la direction d'étude sur une surface totale, et que le  $LAI$  est défini à partir des surfaces projetées suivant la direction  $Z$ ). Le cas le plus défavorable est le cas érectophile pour lequel ce rapport est égal à  $2/3$ . Il vient alors :  $\left( \frac{LAI_c}{H_m} \right)_{erecto\ cr} = 22,8m^{-1}$ . En étudiant la bibliothèque de données sur les végétaux de Teske et Thistle [53], on voit que le rapport maximal de  $LAI$  cumulé sur la hauteur de la structure est d'ordre unité. Alors l'hypothèse du milieu équivalent homogène et semi-transparent est *a priori* valide pour tous les végétaux dont les feuilles sont distribuées aléatoirement. Pour mesurer l'échelle de validité de cette hypothèse, il faudrait réduire la surface de l'échantillon sur lequel le calcul est effectué. En effet, la loi de Beer est ici ajustée correctement pour un échantillon de surface  $5,0\ m \times 5,0\ m$ . Quel est le rôle de la surface de cet échantillon dans la validation de l'hypothèse du milieu homogène et semi-transparent ; est-elle plus pertinente pour identifier l'échelle de validité à partir de laquelle la loi de Beer est ajustable ?

La question de la sensibilité au nombre  $N_q$  de rayons suivis doit également être posée. En effet, plus  $N_q$  augmente, plus l'erreur diminue. Est-il alors possible de réduire cette erreur autant que l'on souhaite en augmentant la valeur de  $N_q$  ? Si oui, alors on peut réduire l'erreur à moins de un pour cent quel que soit la densité de feuilles, et donc valider l'hypothèse du milieu homogène et semi-transparent. Or, plus  $N_f$  augmente, plus le libre parcours moyen diminue. Alors il faut augmenter le nombre de rayons tirés pour ne pas augmenter l'erreur sur la mesure du libre parcours moyen, du fait de la dispersion des éléments générés aléatoirement. On peut donc supposer que l'erreur mesurée ne vient que de la méthode de mesure du libre parcours moyen qui force à augmenter  $N_q$  si on veut conserver l'erreur constante. Afin de prouver ceci, on tente de démontrer analytiquement la corrélation de De Mestre.

### Démonstration analytique pour des milieux constitués de feuilles aléatoirement distribuées

On tente maintenant de démontrer le caractère absolu de l'hypothèse d'un milieu équivalent homogène et semi-transparent dans le cas de milieux constitués d'éléments purement absorbant et

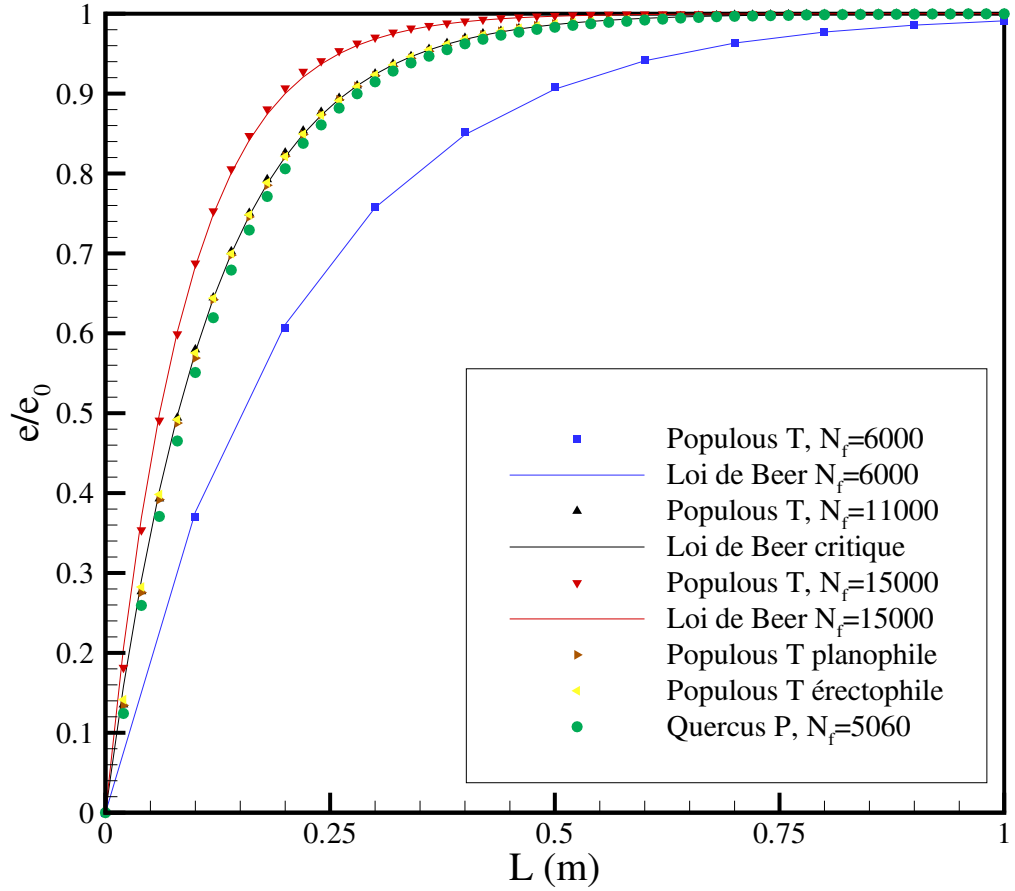


FIGURE 6.11 – Loi de Beer et son ajustement expérimental

distribués aléatoirement, quel que soit la densité volumique d'éléments. Considérons un élément de volume dans lequel  $n_f$  éléments, de surface projetée (dans une direction donnée de travail)  $S_{obs}$ , sont disposés. Dans la direction de travail, la surface recouverte par des éléments  $S_{rec}$ , divisée par la surface totale projetée dans la même direction  $S_{tot}$  suit une loi exponentielle du nombre d'éléments :

$$\frac{S_{rec}}{S_{tot}} = 1 - \exp\left(-n_f \frac{S_{obs}}{S_{tot}}\right) \quad (6.10)$$

Pour démontrer la relation (6.10), on considère une surface  $S_{tot}$  sur laquelle on dispose, avec une probabilité uniforme  $1/S_{tot}$ ,  $n_f$  éléments de surface  $S_{obs}$  pouvant se recouvrir les uns les autres. Alors un élément a une probabilité  $S_{rec}/S_{tot}$  de se retrouver sur une partie déjà recouverte de la surface et une probabilité  $(S_{tot} - S_{rec})/S_{tot}$  de se retrouver sur une partie non recouverte de la surface. La variation de la surface recouverte  $S_{rec}$  en fonction du nombre d'éléments  $n_f$  peut alors s'écrire :

$$\frac{\Delta S_{rec}}{\Delta n_f S_{obs}} = \frac{\Delta S_{rec}}{S_{obs} \Delta n_f} = \frac{(S_{tot} - S_{rec})}{S_{tot}} \quad (6.11)$$

Pour intégrer l'équation (6.11), il faut transformer la variation de la surface recouverte en

fonction du nombre d'éléments en variation infinitésimale, or le nombre d'éléments  $n_f$  est une variable entière. Alors pour que la relation (6.11) puisse être intégrée, il faut que  $S_{obs}$  soit petit devant  $S_{tot}$  pour assurer que l'ajout d'un élément ne provoque qu'une variation infinitésimale de  $S_{rec}$  et ainsi assurer la justesse de l'écriture des différentielles (typiquement :  $S_{obs}/S_{tot} \leq 0,01$  pour que  $\Delta(n_f S_{obs})$  puisse être considéré comme infinitésimal). En faisant l'analogie avec la méthode d'établissement des équations des milieux poreux, on peut identifier  $S_{obs}$  comme la taille des inclusions constituant le milieu et  $S_{tot}$  comme la taille du VER. Pour homogénéiser l'équation (ici intégrer), il faut faire l'hypothèse  $S_{obs} \ll S_{tot}$  ; il existe une limite d'échelle en deça de laquelle la loi macroscopique n'est plus valide. La relation devient :

$$\frac{dS_{rec}}{dn_f} = S_{obs} \frac{(S_{tot} - S_{rec})}{S_{tot}} \quad (6.12)$$

Cette relation peut également s'écrire, sachant que  $d(S_{tot} - S_{rec}) = -dS_{rec}$  :

$$\frac{d(S_{tot} - S_{rec})}{S_{tot} - S_{rec}} = -\frac{S_{obs}}{S_{tot}} dn_f \quad (6.13)$$

En intégrant cette relation, sachant qu'il n'y a aucun recouvrement si aucun élément n'est disposé, il vient :

$$-n_f \frac{S_{obs}}{S_{tot}} = \ln \left( 1 - \frac{S_{rec}}{S_{tot}} \right) \quad (6.14)$$

En prenant l'exponentielle de la relation (6.14), on retrouve l'expression (6.10). Il faut maintenant faire l'analogie entre un recouvrement de surface en deux dimensions et un recouvrement de volume en trois dimensions par des éléments disposés aléatoirement. En considérant la projection suivant la troisième direction du problème en trois dimensions, on retrouve un problème de surface à couvrir par des éléments disposés aléatoirement sur cette surface et pouvant se recouvrir. On voit donc immédiatement l'analogie entre les deux problèmes ; la relation (6.10) peut être utilisée pour représenter l'obstruction créée par les éléments solides dans une direction donnée.

Alors l'extinction  $\tau$  peut s'écrire sur une distance  $L$  :

$$\tau = \exp \left( -n_f \frac{S_{obs}}{S_{tot}} \frac{L}{L} \right) = \exp \left( -S_{obs} \frac{n_f}{V} L \right) = \exp (-N_f S_{obs} L) \quad (6.15)$$

Si la loi de Beer est ajustable pour le milieu équivalent, alors l'extinction peut aussi s'écrire :

$$\tau = \exp (-\sigma_e L) \quad (6.16)$$

Alors en injectant la relation (6.16) dans la relation (6.15) et en identifiant le contenu des exponentielles, il vient :

$$\sigma_e = N_f S_{obs} \quad (6.17)$$

Dans le cas d'éléments aléatoirement orientés, on a  $S_{obs} = S_T/4$ , selon Monod *et al.* [42]. Il vient finalement :

$$\sigma_e = N_f S_T/4 \quad (6.18)$$

On retrouve la corrélation de De Mestre avec les hypothèses usuelles de la corrélation plus l'utilisation de la loi de Beer. On peut donc penser que la corrélation de De Mestre implique un comportement semi-transparent. Alors celle-ci doit toujours être ajustable avec la précision

Dimensions transverses ( $m$ )	$\sigma$ ( $m^{-1}$ )	err (%)
5	7,76	0,96
3	7,69	1,47
1	7,67	1,95
0,8	7,54	1,72
0,6	7,46	1,78
0,5	7,13	1,90
0,4	6,89	1,22
0,3	6,91	1,91
0,2	7,30	5,97
0,1	6,67	11,09

TABLE 6.2 – Valeur des coefficients d'extinction et de l'erreur sur la loi de Beer en fonction des dimensions transverses de l'échantillon

désirée, quel que soit la densité de feuilles ; la seule limite provient de l'intégration de la relation (6.14), qui n'est acceptable que si  $S_{obs} \ll S_{tot}$ .

Au vu des surfaces des feuilles considérées ici, l'hypothèse semble acceptable pour des surfaces projetées totales de l'ordre de  $0,2 m^2$ . Alors l'échelle à partir de laquelle l'hypothèse du milieu homogène et semi-transparent est valide est  $0,45 m$  pour les milieux constitués d'éléments purement absorbant, dispersés aléatoirement, et de surfaces moyennes projetées de l'ordre du millième de mètre carré. On étudie maintenant numériquement la sensibilité de l'ajustement de la loi de Beer en fonction de la surface de l'échantillon afin d'identifier numériquement la limite d'échelle théorique que l'on vient de calculer.

Le nombre  $N_q$  de rayons est maintenu à 20000. On opte pour des motifs de *Populus Tremuloides* orientés aléatoirement (alors  $S_{obs} = 7,7810^{-4} m$ ) et de densité légèrement inférieure à la densité critique ( $N_f = 10000$  feuilles par mètre cube) ; la limite théorique de validité de l'hypothèse est alors atteinte pour des surfaces totales inférieures à  $0,0778 m^2$ , soit pour des dimensions transverses de  $0,28 m$ . Des mesures sont alors effectuées pour des dimensions transverses allant de  $0,1 m$  à  $5 m$  pour tenter de vérifier le résultat analytique. Les valeurs du coefficient d'extinction et de l'erreur sur l'ajustement de la loi de Beer sont consignés dans le tableau 6.2 en fonction des dimensions transverses.

On peut alors identifier l'échelle  $l_M$  à partir de laquelle notre hypothèse est valide ;  $l_M = 0,3 m$ . En effet, pour des dimensions transverses inférieures, l'erreur augmente brutalement. On peut penser qu'il ne s'agit plus d'un effet lié au nombre de rayons (la densité de feuilles reste la même pour des dimensions de domaine inférieures, il ne peut donc *a priori* pas s'agir d'un effet lié au nombre de rayons envoyés) ; à nombre de rayons constant et densité de feuilles constante, si le volume de l'échantillon diminue, l'erreur sur le calcul du libre parcours moyen diminue. L'erreur provient alors certainement de la différentielle  $d(n_f S_{obs})$  qui ne peut alors plus être considéré comme infinitésimale devant  $S_{tot}$ .

L'hypothèse est donc validée de manière analytique et numérique pour des milieux constitués d'éléments solides, purement absorbants, distribués aléatoirement, et ce pour des échelles supérieures à  $0,3 m$  environ.

La seule limite à cette hypothèse dans notre cas est donc la distribution des éléments.

### Application à des milieux constitués d'éléments distribués de manière réaliste

On tente maintenant d'observer le rôle de cette distribution spatiale des feuilles dans l'identification de la loi de Beer, sachant que celle-ci ne pourra pas être ajustée à n'importe quelle échelle, au vu des résultats des chapitres I et II. On rappelle que la distribution spatiale est caractéristique de l'échelle mésoscopique ; alors l'hétérogénéité mésoscopique doit être observable sur l'ajustement de la perte énergétique. Pour faire apparaître l'homogénéité macroscopique, il faudra procéder à une prise de moyenne de la perte énergétique sur une longueur  $L$  de la manière suivante :

$$(e/e_0)_{moy} = \frac{1}{L} \int_0^L (e/e_0) dl \quad (6.19)$$

On compare ensuite cette quantité à la moyenne de la perte énergétique théorique sur la même distance :

$$(e/e_0)_{moy th} = \frac{1}{L} \int_0^L \exp(-\sigma_e l) dl \quad (6.20)$$

Lorsque la différence entre les deux moyennes est assez faible (de l'ordre du pour cent), on a atteint la longueur  $L$  macroscopique à partir de laquelle l'hypothèse du milieu homogène et semi-transparent est acceptable.

L'expérience est menée sur deux couverts constitués de deux structures différentes d'une même espèce, pour le *Quercus Prinus* et le *Populous Tremuloides*, tous deux planophiles. Les structures dans le couvert sont situées l'une derrière l'autre et distantes d'un diamètre d'arbre.

La différence des moyennes est tout d'abord étudiée en fonction du nombre  $N_q$  de rayons émis et est représentée sur la figure 6.12. Cette courbe permet de déterminer le nombre  $N_q$  de rayons à émettre pour obtenir une précision satisfaisante. Ce nombre de rayons est alors fixé à  $N_q = 10000$  pour la suite de nos expériences.

L'ajustement du coefficient d'extinction à l'aide de la loi exponentielle est effectué et l'erreur moyenne est calculée pour nos deux domaines afin d'estimer la pertinence locale (mésoscopique) de l'hypothèse du milieu équivalent homogène et semi-transparent. Les ajustements de la loi de Beer sont visibles sur les figures 6.13(a) et 6.13(b). L'erreur moyenne obtenue est de 19,3 % pour le *Quercus Prinus* et est de 23,9 % pour le *Populous Tremuloides*. Au vu de ces valeurs, l'hypothèse effectuée semble invalide, mais seulement à l'échelle mésoscopique. En effet l'erreur sur la moyenne de cette loi est faible si la distance sur laquelle la moyenne est faite est assez grande, donc la variation d'énergie sur une distance suffisante est correctement calculée. Alors on peut supposer que les écarts locaux à la loi exponentielle sont représentatifs du comportement mésoscopique de la végétation, avec un comportement macroscopique globalement bien représenté dès lors que le transfert s'effectue sur une distance supérieure ou égale à la taille d'un motif d'arbre. En moyennant la perte d'énergie sur tout un motif, on retrouve bien la loi de Beer. On vérifie ce comportement en étudiant l'écart entre les moyennes des pertes énergétiques en fonction de la distance parcourue dans la structure. Ceci est présenté sur les figures 6.14(a) et 6.14(b) en adimensionnant la distance parcourue par la taille du motif d'arbre. On peut alors identifier une longueur à partir de laquelle l'hypothèse du milieu équivalent homogène et semi-transparent est valide. Cette longueur, égale à environ une envergure d'arbre, est caractéristique du transfert radiatif à l'échelle macroscopique. Ce résultat confirme la mesure de la longueur caractéristique macroscopique  $l_M$  effectuée au chapitre I.

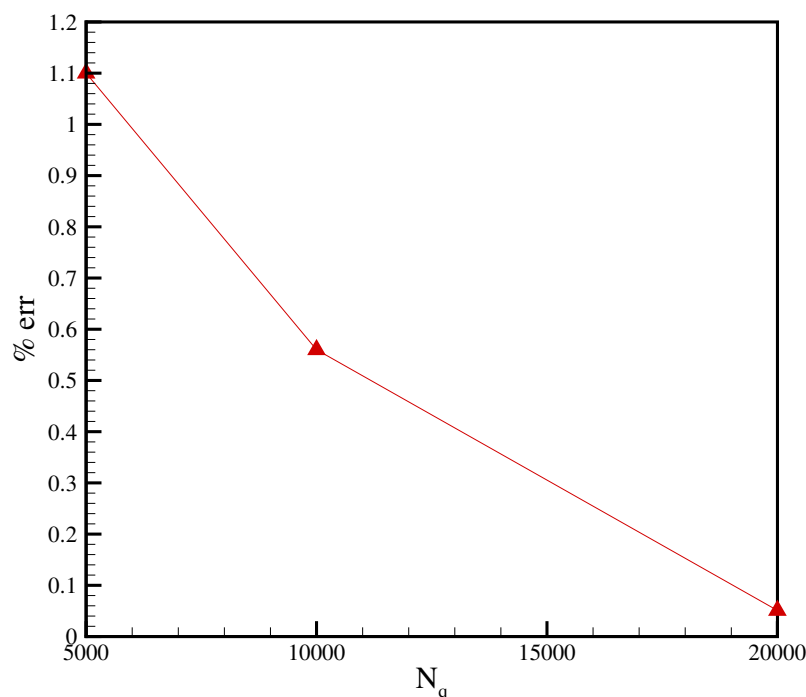
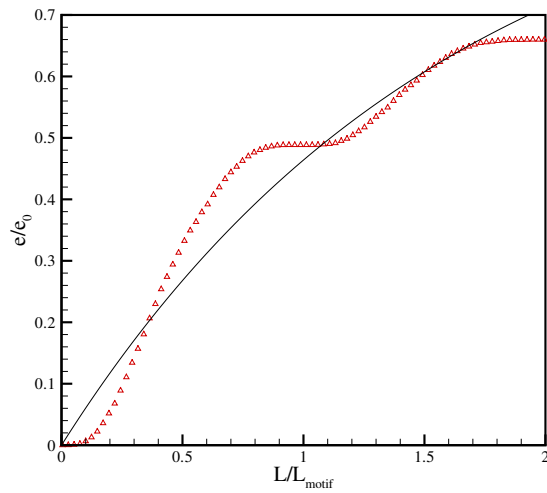


FIGURE 6.12 – Erreur sur la perte énergétique au sein de deux structures végétales en fonction du nombre de rayons émis

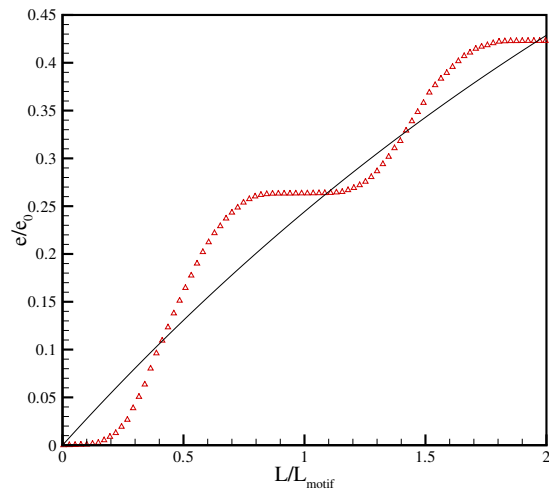
## Conclusion

Les résultats obtenus sur les coefficients d'extinction de deux milieux végétaux réels indiquent que la corrélation de De Mestre comme les corrélations analytiques développées dans [2] ne sont pas suffisantes pour représenter des couverts végétaux réalistes.

Il a cependant été démontré que la loi de Beer est parfaitement ajustable pour les milieux représentés par des feuilles distribuées aléatoirement. L'hypothèse selon laquelle le milieu équivalent est homogène et semi-transparent est toujours valide dans le cadre des corrélations de De Mestre et analytiques développées dans [2] (feuilles purement absorbantes et distribuées aléatoirement). Alors cette hypothèse sera également valide pour tout milieu poreux représenté par des inclusions solides aléatoirement distribuées et purement absorbantes. Pour les végétaux réels, la distribution des feuilles pose le problème de la prise de moyenne et de l'échelle à laquelle cette moyenne doit être effectuée. On voit alors que l'hypothèse du milieu homogène et semi-transparent est valide sur des échantillons de taille supérieure à l'échelle macroscopique  $l_M$  déterminée au chapitre I ; pour valider cette hypothèse, il faut que la distribution soit aléatoire à l'échelle de l'échantillon sur lequel le processus de rayonnement est observé. Il paraît donc raisonnable d'utiliser les résultats obtenus ici lors de la modélisation de la propagation d'un feu à l'échelle gigascopique. Pour obtenir la plus grande précision possible, il faudra donc résoudre l'équation du transfert radiatif en utilisant un coefficient d'extinction directionnel.

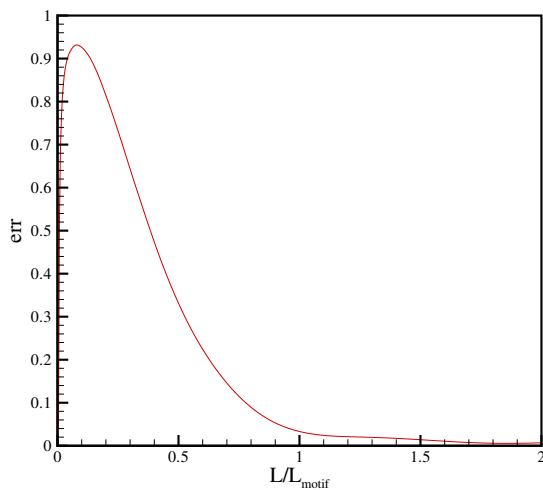


(a) *Quercus Prinus*

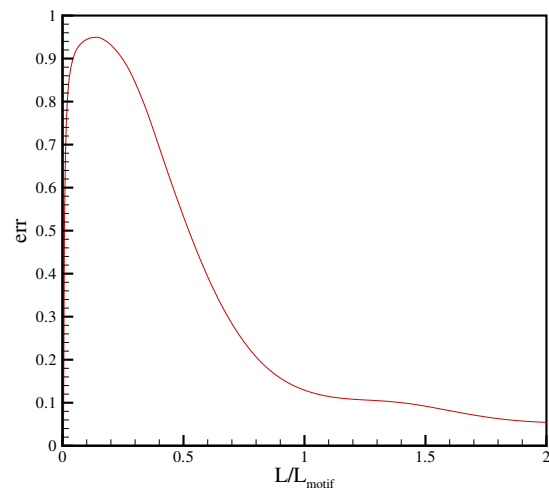


(b) *Populous Tremuloides*

FIGURE 6.13 – Ajustement de la loi de Beer



(a) *Quercus Prinus*



(b) *Populous Tremuloides*

FIGURE 6.14 – Erreur sur la perte énergétique au sein de structures végétales en fonction de la distance parcourue



# Conclusion et perspectives

Les expériences menées lors de cette thèse sur la caractérisation macroscopique du milieu végétal permettent tout d'abord de valider des modèles numériques de végétation. Elle permettent également la mise en place de corrélations sur quelques propriétés macroscopiques de la végétation qui sont : la viscosité du milieu équivalent, le coefficient d'échange convectif entre phases et le coefficient d'extinction. Finalement, ces expériences permettent de juger de la pertinence de certaines hypothèses utilisées pour établir les équations du milieu équivalent. Les principaux résultats de cette étude sont rappelés.

L'identification de la viscosité du milieu équivalent à la végétation permet d'observer une dépendance en fonction du régime d'écoulement interne représenté par le nombre de Reynolds  $Re_K$ . Ce comportement est en accord avec la théorie développée au chapitre III mais en désaccord avec le modèle de viscosité utilisé. En effet, le modèle étant newtonien linéaire, la viscosité ne devrait pas évoluer avec l'écoulement. Cependant ce modèle de viscosité a été utilisé car il permet de retrouver l'équation de Brinkman-Forchheimer comme équation de quantité de mouvement d'un milieu homogène à l'échelle macroscopique, aucune hypothèse ne venant réellement argumenter le choix du modèle. Il apparaît alors un paradoxe entre le modèle de viscosité couramment admis pour les milieux de type poreux et l'ajustement expérimental de la viscosité. L'ajustement de la force exercée par le fluide sur le solide tend à montrer qu'une décomposition de Reynolds sur l'équation de Brinkman-Forchheimer n'est pas justifié ; les modèles de viscosités des milieux poreux sont donc encore largement à discuter.

L'étude du coefficient d'échange convectif entre phases nous autorise à souligner deux comportements essentiels :

- La connaissance de la vitesse moyenne dans un élément de milieu poreux suffit à elle seule à quantifier l'échange convectif entre phases. En effet, il a été démontré qu'un ajustement en loi de puissances de ce coefficient en fonction du nombre de Reynolds calculé sur la vitesse moyenne dans le milieu est d'une précision presque aussi grande qu'un ajustement effectué à l'aide du nombre de Reynolds et du nombre de Grashof.
- La comparaison des ajustements effectués sur les nombres sans dimensions de l'échelle mésoscopique et macroscopique démontre la pertinence de l'ajustement macroscopique, ce dernier présentant une dispersion beaucoup moins importante des points de mesures.

L'ajustement du coefficient d'extinction de deux espèces végétales réelles permet d'invalider la corrélation de De Mestre admise pour le calcul du coefficient d'extinction d'un milieu végétal. En effet, cette corrélation qui ne prend en compte ni la distribution ni l'orientation des feuilles surestime très largement l'extinction des végétaux. Des corrélations développées analytiquement prenant en compte l'orientation des feuilles sont également invalidées par cette étude. Il apparaît alors que la distribution des feuilles est un facteur essentiel lors de la détermination du coefficient d'extinction. Les corrélations des coefficients d'extinction des milieux végétaux réels doivent donc être développées pour chaque espèce végétale ou du moins pour chaque famille de végétaux.

Cette série d'expérience a également permis de valider l'hypothèse d'un milieu homogène semi-transparent équivalent au milieu végétal, ce qui permet de justifier l'utilisation de la forme classique de l'équation du transfert radiatif.

De plus, les protocoles mis en place (pour le calcul du coefficient d'extinction par exemple) n'ont pas été exploités pour le type de végétation impliqué dans les feux de surfaces en France. Ceci est dû au fait que les données mésoscopiques sur la végétation, indispensables à la reconstruction du milieu équivalent, n'étaient pas disponibles dans la littérature. Des expériences caractérisant la géométrie et la topologie des espèces végétales impliquées dans les feux de surfaces permettraient alors d'exploiter ces protocoles pour mesurer les données relatives au milieu équivalent à la végétation brûlant sur le territoire français.

Les paramètres de nos corrélations pourront ensuite être obtenus par des méthodes inverses, en ajustant les propagations calculées sur des résultats d'expériences macroscopiques.

Il faut donc commencer par mettre en place des protocoles expérimentaux permettant de découpler les effets des différents paramètres à ajuster, afin d'identifier le plus correctement possible les paramètres de nos corrélations.

# Annexe A

## Informations sur la résolution numérique

### A.1 Schémas numériques

Nous allons ici préciser les principales discrétisations sélectionnées pour nos expériences numériques en rappelant les différents choix possibles. On utilise pour la résolution numériques une méthode de volumes finis ; le formalisme et la notation classique de cette méthode sont donc adoptés :

#### A.1.1 Discrétisation spatiale

La discrétisation de la partie convective de l'équation de quantité de mouvement est réalisable en utilisant différents schémas :

- *Upwind* : du première ordre pour lequel la valeur sur la facette est égale à celle du centre de la cellule en amont ou du second ordre pour lequel l'approximation par reconstruction linéaire utilise un développement de Taylor ; la valeur sur les facettes s'écrit alors :  $\Phi_{facette} = \Phi_{centre,amont} + \nabla\Phi\Delta s$
- *Power law* : interpole la valeur sur les facettes de la variable  $\Phi$  par la résolution de l'équation de convection diffusion 1D :  $\frac{\partial}{\partial x}(\rho u\Phi) = \frac{\partial}{\partial x}(\Gamma\frac{\partial\Phi}{\partial x})$
- *Quick* : moyenne pondérée entre une interpolation centrale de la variable et le schéma du second ordre. La valeur sur la facette s'écrit :  $\Phi_e = \theta \left( \frac{s_d}{s_c+s_d}\Phi_P + \frac{s_c}{s_c+s_d}\Phi_E \right) + (1 - \theta) \left( \frac{s_u+2s_c}{s_c+s_u}\Phi_P - \frac{s_c}{s_c+s_u}\Phi_W \right)$

#### A.1.2 Interpolation de la pression sur les facettes

Les schémas suivant sont utilisés :

- *Standard* : utilise les coefficients de l'équation de quantité de mouvement pour des variations modérées de la pression locale
- *Presto* : pour "PREssure STaggered Option", utilise le bilan sur un volume de contrôle décalé de l'équation de continuité discrétisée pour définir une pression décalée (par analogie avec la grille décalée).
- *Linéaire* : calcule la moyenne des valeurs prises aux centres des cellules voisines à la facette.
- *second ordre* : reconstruit la pression avec une précision d'ordre 2.

### Couplage pression-vitesse

Ce couplage peut être effectué par trois méthodes : SIMPLE, SIMPLEC et PISO, cette dernière étant recommandée pour les simulations instationnaires.

## A.2 Traitement des conditions aux frontières

Suivant le type de frontières, on utilisera des conditions :

- de vitesse ou pression imposée :  $\Phi(x) = \Phi_0$
- de symétrie :  $\partial\Phi/\partial n = 0$ , c'est à dire  $\Phi(x_i + 1) = \Phi(x_i)$
- périodiques :  $\Phi(x_i = 1) = \Phi(x_i = N_{x_i})$
- de type mur :  $V = 0$  et  $\Phi = \Phi_0$

**Remarque sur la convergence :** le critère de convergence est fixé à  $10^{-3}$  sur les résidus pondérés sauf sur la température où il est fixé à  $10^{-6}$ .

## Références

- [1] *www.Discoverlife.org*. Univ. of Georgia.
- [2] Z. Acem, A. Lamorlette, A. Collin, and P. Boulet. Numerical computation of extinction coefficients for various vegetation species in the frame of fire propagation. *Int. J. Thermal Sci.*, soumis, 2007.
- [3] G. Allaire. Prolongement de la pression et homogénéisation des équations de Stokes dans un milieu poreux connexes. *C. R. Acad. Sci. Paris*, 309 :717–722, 1989.
- [4] M. F. Barnsley. *Fractals everywhere, second edition*. Academic press, 1993.
- [5] P. Bradshaw. *Topics in applied physics turbulence*. Springer-Verlag Berlin Heidelberg NY, 1976.
- [6] E. J. Braga and M. J.S. de Lemos. Turbulent natural convection in a porous square cavity computed with a macroscopic  $k-\epsilon$  model. *Int. Journal of Heat and Mass Transfer*, 48 :1155–1163, 2005.
- [7] D. Calogine, N. Rimbert, and O. Séro-Guillaume. Modelling of the deposition of retardant in a tree crown during fire fighting. *Environmental modelling and software*, 22 :1654–1666, 2007.
- [8] D. W. Calogine. Contribution à l'étude de la fermeture des équations de transport dans les milieux fractals. *Thèse de doctorat*, 2002.
- [9] A. O. Çelebi, V. K. Kalantarov, and D. Uğurlu. On continuous dependence on coefficients of the Brinkman-Forchheimer equations. *Applied mathematics letters*, 19 :801–807, 2006.
- [10] H. C. Chen and V. C. Patel. Near wall turbulence models for complex flows including separation. *AIAA Journal*, 26(6) :641–648, 1988.
- [11] A. Collin. Transferts de chaleur couplés rayonnement - conduction - convection, application à des rideaux d'eau soumis à une intense source radiative. *Thèse de doctorat*, 2006.
- [12] B. Deng, W. Wu, and S. Xi. A two-equation model for heat transport in wall turbulent shear flows. *Int. Journal of Heat and Mass Transfer*, 44 :691–698, 2001.
- [13] M. E. Dubrasich, D. W. Hann, and J. C. Tappeiner II. Methods for evaluating crown area profiles of forest stands. *Canadian Journal on Forest Research*, 27 :385–392, 1997.
- [14] B. Forte and E. R. Vrscay. Solving the inverse problem for function/image approximation using iterated function systems i. theoretical basis. *Fractals*, 2 :325–334, 1994.
- [15] Mostafa Fourar, Giovanni Radilla, Roland Lenormand, and Christian Moyne. On the non-linear behavior of a laminar single-phase flow through two and three-dimensional porous media. *Advances in Water Resources*, 27 :669–677, 2004.
- [16] T. Gao, Y. H. Tseng, and X. Y. Lu. An improved hybrid Cartesian/immersed boundary method for fluid-solid flows. *Int. J. Numer. Meth. Fluids*, 55 :1189–1211, 2007.
- [17] P. W. Giel and F. W. Schmidt. An experimental study of high Rayleigh number natural convection in an enclosure. *Proceedings of the 8th international heat transfer conference*, pages 1459–1464, 1986.
- [18] R. C. Givler and S. A. Altobelli. A determination of the effective viscosity for the Brinkman-Forchheimer flow model. *Journal of fluid mechanics*, 258 :355–370, 1994.
- [19] T.F. Irvine and J.P. Hartnett. *Advances in heat transfer*, 4, 1978.

- [20] C. Jayatilleke. Influence of Prandtl number and surface roughness on the resistance of the laminar sublayer to momentum and heat transfer. *Prog. Heat and mass transfer*, 1 :193–321, 1969.
- [21] D. Jou, J. Casa-Vasquez, and G. Lebon. *Extended irreversible thermodynamics*. Springer-Verlag, 1993.
- [22] J. Douglas jr., P. J. Paes-Leme, and T. Giorgi. *Generalized Forchheimer flow in porous media in Boundary value problems for partial differential equations and applications*. J.-L. Lions and C. Baiacchi, Research notes in applied mathematics, Masson Paris, 1993.
- [23] B. A. Kader. Heat and mass transfer in pressure-gradient boundary layers. *Int. Journal of Heat and Mass Transfer*, 34(11) :2837–2857, 1991.
- [24] P. N. Kaloni and J. Guo. Steady nonlinear double-diffusive convection in a porous medium based upon the Brinkman-Forchheimer model. *Journal of mathematical analysis and applications*, 204 :138–155, 1996.
- [25] P. M. Knupp and J. L. Lage. Generalization of the Forchheimer-extended Darcy flow model to the tensor permeability case via a variational principle. *Journal of fluid mechanics*, 299 :97–104, 1995.
- [26] F. Kuwahara and A. Nakayama. Numerical determination of thermal dispersion coefficients using a periodic porous structure. *J. Heat Transfer*, 121 :160–163, 1999.
- [27] F. Kuwahara, A. Nakayama, and H. Koyama. A numerical study of thermal dispersion in porous media. *J. Heat Transfer*, 118 :756–761, 1996.
- [28] F. Kuwahara, M. Shirota, and A. Nakayama. A numerical study of interfacial convective heat transfer coefficient in two-energy equation model for convection in porous media. *Int. Journal of Heat and Mass Transfer*, pages 1153–1159, 2001.
- [29] F. Kuwahara, T. Yamane, and A. Nakayama. Large eddy simulation of turbulent flow in porous media. *Int. Communications in Heat and Mass Transfer*, 33 :411–418, 2006.
- [30] B. Lalic, D.T. Mihailovic, B. Rajkovic, I.D. Arsenic, and D. Radlovic. Wind profile within the forest canopy and in the transition layer above it. *Environmental Modelling and Software*, 18 :943–950, 2003.
- [31] E.R. Lapwood. *Proceedings of the Cambridge Philosophical society*, 44 :508–521, 1948.
- [32] B. E. Launder and B. I. Sharma. Application of the energy dissipation model of turbulence to the calculation of flow near a spinning disc. *Heat and mass transfer*, 1(2) :131–138, 1974.
- [33] M. S. Malashetty, I. S. Shivakumara, and S. Kulkarni. The onset of Lapwood-Brinkman convection using a thermal non-equilibrium model. *Int. Journal of Heat and mass transfer*, 48 :1155–1163, 2005.
- [34] B. B. Mandelbrot. *The fractal geometry of nature*. 1982.
- [35] N. N. Mansour, J. Kim, and P. Moin. Reynolds stress and dissipation rate budgets in turbulent channel flow. *Journal of fluid mechanics*, 194 :15–44, 1988.
- [36] J. Margerit. Modélisation et simulations numériques de la propagation de feux de forêts. *Thèse de doctorat*, 1998.
- [37] J. Margerit and O. Séro-Guillaume. Modelling forest fires. part II : reduction to two-dimensional models and simulation of propagation. *Int. Journal of Heat and mass transfer*, 45 :1723–1737, 2002.
- [38] C. M. Marle. On macroscopic equations governing multiphase flow with diffusion and chemical reactions in porous media. *Int. J. Engng. Sci.*, 20 :643–662, 1982.

- [39] E. Masad, A.A. Omari, and H.C. Chen. Computations of permeability tensor coefficients and anisotropy of asphalt concrete based on microstructure simulation of fluid flow. *Computational materials science*, in press, 2007.
- [40] I. Müller and T. Ruggeri. *Rational extended thermodynamics*. second edition, Springer-Verlag, 1998.
- [41] M. F. Modest. *Radiative heat transfer*. Mechanical Engineering Series. Mc Graw-Hill International Editions, 1993.
- [42] B. Monod, A. Collin, G. Parent, and P. Boulet. Infrared radiative properties of vegetation involved in forest fires. *Fire Safety Journal*, soumis, 2007.
- [43] Y. Nagano and C. Kim. A two-equation model for heat transport in wall turbulent shear flows. *Journal of Heat transfer*, 110 :583–589, 1988.
- [44] A. Okajima. Strouhal numbers of rectangular cylinders. *Journal of fluid mechanics*, 123 :379–398, 1982.
- [45] L. E. Payne and B. Straughan. Convergence and continuous dependence for the Brinkman-Forchheimer equations. *Studies in applied mathematics*, 102 :419–439, 1999.
- [46] R. C. Rothermel. How to predict the spread and intensity of forest fire and range. Technical report, USDA Forest Service, General technical report INT-143, Ogden, Utah, USA, 1983.
- [47] L. Schwartz. *Méthodes mathématiques pour les sciences physiques*. Norman, 1965.
- [48] O. Séro-Guillaume and J. Margerit. Modelling forest fires. part I : a complete set of equations derived by extended irreversible thermodynamics. *Int. Journal of Heat and mass transfer*, 45 :1705–1722, 2002.
- [49] O. Séro-Guillaume and D. Calogine. Inflamm project, final report on vegetation modelling. *Inflamm project*, 2000.
- [50] O. Séro-Guillaume, S. Ramezani, J. Margerit, and D. Calogine. On large scale forest fires propagation models. *Int. J. Thermal Sci.*, 47 :680–694, 2008.
- [51] J. Taine, E. Lacona, and F. Bellet. Eurotherm. 2008. Keynote by J. Taine : Radiation in porous media : an upscaling methodology.
- [52] M. Tancrez and J. Taine. Direct identification of absorption and scattering coefficients and phase function of a porous medium by a monte carlo technique. *Int. Journal of Heat and Mass Transfer*, 47 :373–383, 2004.
- [53] M. E. Teske and H. W. Thistle. A library of forest canopy structure for use in interception modeling. *Forest Ecology and Management*, 198 :341–350, 2004.
- [54] L. Trabaud. *Les feux de forêts (mécanismes, comportement et environnement)*. France Sélection, 1992.
- [55] J. C. Vogel and J. K. Eaton. Combined heat transfer and fluid dynamic measurements downstream of a backward-facing step. *Journal of Heat transfer, trans. ASME*, 107 :922–929, 1985.
- [56] F. White and G. Christoph. A simple new analysis of compressible turbulent skinfriction under arbitrary conditions. *Technical report*, 1971.
- [57] D. Wilcox. *Turbulence modelling for CFD*. DCW industries Inc. La Canada California, 1993.
- [58] De Wit. *Photosynthesis of leave canopies*. Center for Agricultural Publication and Documents, Wageningen, 1965.

## RÉFÉRENCES

---

- [59] M. S. Youssef, S. Nagano, and M. Tagawa. A two-equation heat transfer model for predicting turbulent thermal fields under arbitrary wall thermal conditions. *Int. Journal of Heat and Mass Transfer*, 35 :3095–3104, 1992.



INSTITUT NATIONAL  
POLYTECHNIQUE  
DE LORRAINE

AUTORISATION DE SOUTENANCE DE THESE  
DU DOCTORAT DE L'INSTITUT NATIONAL  
POLYTECHNIQUE DE LORRAINE

o0o

VU LES RAPPORTS ETABLIS PAR :

**Monsieur Alexis COPPALLE, Professeur, CORIA INSA-Rouen, Saint Etienne du Rouvray**

**Monsieur Bernard PORTERIE, Professeur, IUSTI, Ecole Polytechnique Universitaire de Marseille**

Le Président de l'Institut National Polytechnique de Lorraine, autorise :

**Monsieur LAMORLETTE Aymeric**

NANCY BRABOIS  
2, AVENUE DE LA  
FORET-DE-HAYE  
BOITE POSTALE 3  
F - 54501  
VANDŒUVRE CEDEX

à soutenir devant un jury de l'INSTITUT NATIONAL POLYTECHNIQUE DE LORRAINE,  
une thèse intitulée :

**"Caractérisation macroscopique du milieu végétal pour les modèles physiques de feux  
de forêts"**

en vue de l'obtention du titre de :

DOCTEUR DE L'INSTITUT NATIONAL POLYTECHNIQUE DE LORRAINE

Spécialité : « Mécanique et énergétique »

Fait à Vandoeuvre, le 29 septembre 2008

Le Président de l'I.N.P.L.,

F. LAURENT



TEL. 33/03.83.59.59.59  
FAX. 33/03.83.59.59.55

*RÉFÉRENCES*

---



## Résumé

La description aux échelles macroscopiques et gigascopiques des feux de forêts permet l'établissement de modèles physiques aptes à représenter l'évolution d'un feu avec une meilleure précision que les modèles empiriques de type Rothermel développés jusqu'alors.

Cependant ces modèles nécessitent l'ajustement de paramètres dont la mesure directe est impossible, car les équations associées à ces modèles ne sont pas relatives à l'air et à la matière végétale mais aux milieux équivalents à la végétation pour l'échelle considérée. Les propriétés des milieux équivalents sont alors liées aux propriétés des milieux les constituant, mais la connaissance des propriétés des milieux constitutifs ne permet pas de connaître directement les propriétés du milieu équivalent.

Ce travail consistera tout d'abord en la reconstruction du milieu végétal à l'aide d'outils issus de la géométrie fractale. Des méthodes de mesures de paramètres géométriques venant de la foresterie ont ensuite été utilisées pour valider nos modèles de végétation.

Enfin, des expériences numériques ont été menées sur nos structures reconstruites afin d'identifier les paramètres macroscopiques qui nous intéressent. Ces expériences permettent également de valider ou non les hypothèses effectuées lors de l'établissement des équations du milieu équivalent. Les paramètres ajustés sont la viscosité du milieu équivalent, le coefficient d'échange convectif et le coefficient d'extinction.

**Mots-clés:** géométrie fractale, changement d'échelle, prise de moyenne, thermodynamique des processus irréversibles, calcul numérique.

## Abstract

The macroscopic and gigascopic scale description of forest fires allows physical modelings of the propagation which can predict the fire evolution with a better accuracy than usually developed empirical Rothermel-like models.

However, those models need fitting for their parameters which cannot be measured directly as the models equations are related to the equivalent media at the considered scale and not related to the air and the vegetal material. The equivalent media properties are related to the inner media properties, but the inner media properties knowledge does not allow directly the equivalent media properties knowledge.

This work is then aiming on the vegetal medium reconstruction using fractal geometry. Geometrical parameters measurement methods used in forestry sciences are applied for the vegetal modeling validation.

Numerical studies are finally done on the reconstructed structures to fit the relevant macroscopic scale parameters. Those studies also allow us to validate or invalidate the assumptions which have been done for the equivalent medium equation development. Those parameters are : the equivalent medium viscosity, the convective heat transfer coefficient and the extinction coefficient.

**Keywords:** fractal geometry, scaling, averaging, irreversible thermodynamics, numerical calculation.