



**HAL**  
open science

# Conduction inverse sur un cylindre en rotation : Cas de l'ébullition convective induite par l'impact d'un jet d'eau

Fabien Volle

► **To cite this version:**

Fabien Volle. Conduction inverse sur un cylindre en rotation : Cas de l'ébullition convective induite par l'impact d'un jet d'eau. Autre. Université Henri Poincaré - Nancy 1, 2006. Français. NNT : 2006NAN10175 . tel-01754281

**HAL Id: tel-01754281**

**<https://hal.univ-lorraine.fr/tel-01754281v1>**

Submitted on 30 Mar 2018

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



## AVERTISSEMENT

Ce document est le fruit d'un long travail approuvé par le jury de soutenance et mis à disposition de l'ensemble de la communauté universitaire élargie.

Il est soumis à la propriété intellectuelle de l'auteur. Ceci implique une obligation de citation et de référencement lors de l'utilisation de ce document.

D'autre part, toute contrefaçon, plagiat, reproduction illicite encourt une poursuite pénale.

Contact : [ddoc-theses-contact@univ-lorraine.fr](mailto:ddoc-theses-contact@univ-lorraine.fr)

## LIENS

Code de la Propriété Intellectuelle. articles L 122. 4

Code de la Propriété Intellectuelle. articles L 335.2- L 335.10

[http://www.cfcopies.com/V2/leg/leg\\_droi.php](http://www.cfcopies.com/V2/leg/leg_droi.php)

<http://www.culture.gouv.fr/culture/infos-pratiques/droits/protection.htm>

# THÈSE

présentée pour l'obtention du grade de

Docteur de l'Université Henri Poincaré – Nancy 1

Spécialité : Mécanique et Energétique

par

Fabien VOLLE

## Conduction inverse sur un cylindre en rotation Cas de l'ébullition convective induite par l'impact d'un jet d'eau

Soutenue publiquement le 4 décembre 2006

### Membres du jury :

<i>Président :</i>	M. LALLEMAND	Professeur, INSA, Lyon
<i>Rapporteurs :</i>	J.C. BATSALE	Professeur, ENSAM, Talence
	P. MARTY	Professeur, Université Joseph Fourier, Grenoble
<i>Examineurs :</i>	M. LÉBOUCHE	Professeur, U.H.P., Nancy I (Directeur)
	D. MAILLET	Professeur, INPL, Nancy (Co-directeur)
	M. GRADECK	Maître de Conférences, U.H.P., Nancy I (Co-directeur)
<i>Membre invité :</i>	J.L. BOREAN	Docteur, Mittal-Arcelor, Maizières-les-Metz

Mis en page avec la classe thloria.

# Remerciements

*Ce mémoire de thèse ponctue trois années de travail au sein du Laboratoire d'Energétique et de Mécanique Théorique et Appliquée de Nancy. Je remercie le Directeur Monsieur Christian Moyne de m'y avoir accueilli.*

*Merci à Messieurs Michel Lebouché, Denis Maillet et Michel Gradeck d'avoir encadré ce travail de recherche. Bien plus que tout cela, je ne saurais en quelques mots résumer tout ce qu'ils m'ont apporté...*

*Que Madame Monique Lallemand, Professeur à l'Institut National des Sciences Appliquées de Lyon, trouve ici l'expression de ma plus profonde gratitude pour m'avoir fait l'honneur de présider le jury.*

*Mes plus vifs remerciements s'adressent à Monsieur Jean-Christophe Batsale, Professeur à l'Ecole Normale Supérieure des Arts et Métiers de Talence, et à Monsieur Philippe Marty, Professeur à l'Université Joseph Fourier de Grenoble, pour avoir accepté la lourde tâche d'être les rapporteurs de mon travail.*

*Je voudrais tout particulièrement remercier Monsieur Jean-Luc Boréan, Docteur chez Mittal-Arcelor, pour avoir apporté le regard avisé d'un industriel sur ce travail et qui a eu la gentillesse d'accepter de faire partie de mon jury.*

*Je souhaiterais également remercier tous ceux qui, de près ou de loin, ont contribué à faire de ces quelques années un moment inoubliable : Arsène, Christel, Fabien, Fadil, Jérôme, Michel, Mihai, Thomas, ..., ainsi que tous les membres du LEMTA.*

*Je terminerai ces remerciements par une pensée chaleureuse pour mes proches, famille ou amis, que je remercie pour leur soutien et leurs encouragements, et à qui je dédie toute mon affection.*



*Je dédie cette thèse  
à ma femme Adeline  
qui m'a tant soutenu,  
à notre fils Tao  
qui vient tout  
juste de naître,  
et à toutes les personnes  
qui me sont chères.*





# Avant-propos

Le lecteur peu averti des techniques liées aux méthodes de conduction inverse pourra aborder ce mémoire par le chapitre 1, qui expose les prérequis théoriques nécessaires à la compréhension des problèmes d'estimation en thermique.

Le chapitre 2 est l'application directe d'une méthode de conduction inverse au cas d'un cylindre en rotation : le but est de vérifier la possibilité d'estimer dans cette configuration une fonction inconnue - la condition de flux pariétale - à partir de mesures de température effectuées au sein du matériau.

Ce mémoire étant axé sur le problème industriel du refroidissement par eau des produits plats de sidérurgie en présence d'ébullition, l'objectif du chapitre 3 est de présenter de manière synthétique les principes fondamentaux et les études ayant trait à la physique de l'ébullition et au refroidissement par jet impactant.

Enfin, le chapitre 4 décrit tout d'abord le dispositif expérimental conçu et réalisé au LEMTA, en insistant notamment sur les choix effectués du point de vue de la géométrie, de la métrologie et des matériaux. Les résultats des inversions expérimentales sont également présentés, le souci étant avant tout de valider l'algorithme d'inversion par observation des résidus de température, puis dans un second temps de caractériser les régimes d'ébullition et de montrer l'influence de certains paramètres sur le refroidissement.



# Table des matières

Nomenclature	xi
Introduction générale	1
Partie I Problèmes inverses et simulations d'inversions	7
Introduction de la partie I	9
<b>Chapitre 1</b>	
<b>Les méthodes inverses en thermique</b>	
1.1 Introduction . . . . .	11
1.2 Le problème direct . . . . .	13
1.3 Le problème inverse . . . . .	15
1.3.1 Différents types de problèmes inverses . . . . .	15
1.3.2 Caractère mal posé . . . . .	17
1.3.3 Techniques de régularisation . . . . .	21
1.4 Méthodologie de l'estimation de grandeurs . . . . .	25
1.4.1 Objectifs de l'expérimentateur-inverseur . . . . .	25
1.4.2 Classification des erreurs d'estimation . . . . .	26
1.4.3 Qualité de l'estimation . . . . .	28
1.4.4 Conclusion sur l'approche méthodologique . . . . .	30
1.5 Conclusion . . . . .	32
<b>Chapitre 2</b>	
<b>Modèle et inversions simulées</b>	
2.1 Introduction . . . . .	33
2.2 Le problème direct . . . . .	36
2.2.1 Modélisation . . . . .	36
2.2.2 Résolution exacte . . . . .	37

2.2.3	Solution semi-analytique . . . . .	41
2.2.4	Simulations . . . . .	43
2.3	Etude de sensibilité pour le mode $n=0$ . . . . .	48
2.3.1	Sensibilité au flux pariétal et au niveau de discrétisation . . . . .	48
2.3.2	Sensibilité en fonction du rayon de mesure . . . . .	50
2.4	Le problème inverse . . . . .	51
2.4.1	Bruit de mesure et régularisation . . . . .	51
2.4.2	Inversions à partir de données simulées . . . . .	55
2.4.3	Utilisation d'un algorithme d'inversion 1D local . . . . .	59
2.4.4	Erreur d'estimation et choix des paramètres . . . . .	60
2.5	Conclusion . . . . .	66
<b>Conclusion de la partie I</b>		<b>69</b>
<b>Références bibliographiques</b>		<b>71</b>
<b>Partie II Refroidissement diphasique et inversions</b>		<b>75</b>
<b>Introduction de la partie II</b>		<b>77</b>
<b>Chapitre 3</b> <b>Le refroidissement diphasique</b>		
3.1	Introduction . . . . .	80
3.2	Principes fondamentaux des systèmes liquide-vapeur . . . . .	80
3.2.1	Notions de physique des interfaces . . . . .	80
3.2.2	Formation de la vapeur . . . . .	83
3.2.3	Croissance et détachement des bulles . . . . .	90
3.3	Transferts de chaleur en ébullition libre . . . . .	91
3.3.1	Description phénoménologique de l'ébullition libre . . . . .	91
3.3.2	Transferts de chaleur en ébullition nucléée . . . . .	94
3.3.3	Flux critique . . . . .	97
3.3.4	Ébullition de transition et début de l'ébullition en film . . . . .	99
3.3.5	Ébullition en film . . . . .	99
3.3.6	Effets paramétriques . . . . .	101
3.4	Amélioration des transferts : ébullition par impact de jet . . . . .	106
3.4.1	Les différents types de jets impactants . . . . .	106
3.4.2	Zones de transfert thermique et régimes d'ébullition . . . . .	107

3.4.3	Régime de convection forcée . . . . .	109
3.4.4	Transferts thermiques en ébullition nucléée . . . . .	111
3.4.5	Flux critique pour un jet impactant . . . . .	113
3.4.6	Ebullition de transition . . . . .	114
3.4.7	Point de remouillage . . . . .	117
3.4.8	Ebullition en film . . . . .	117
3.4.9	Effets paramétriques . . . . .	118
3.5	Jets impactant une surface mobile . . . . .	125
3.5.1	Considérations hydrodynamiques . . . . .	125
3.5.2	Refroidissement d'une surface mobile . . . . .	126
3.6	Conclusion . . . . .	129

## **Chapitre 4**

### **Application expérimentale de l'inversion**

4.1	Introduction . . . . .	133
4.2	Dispositif et protocole expérimental . . . . .	135
4.2.1	Principe . . . . .	135
4.2.2	Protocole expérimental . . . . .	136
4.3	Métrologie et acquisition des données . . . . .	137
4.3.1	Métrologie . . . . .	137
4.3.2	Chaîne d'acquisition . . . . .	138
4.4	Résultats expérimentaux et discussion . . . . .	139
4.4.1	Validation expérimentale de la méthode d'estimation 1D . . . . .	139
4.4.2	Etude de la convection monophasique . . . . .	142
4.4.3	Etude de l'ébullition convective . . . . .	151
4.5	Conclusion . . . . .	158

<b>Conclusion de la partie II</b>	<b>159</b>
-----------------------------------	------------

<b>Références bibliographiques</b>	<b>161</b>
------------------------------------	------------

<b>Conclusion générale et perspectives</b>	<b>165</b>
--	------------

<b>Annexes</b>	<b>171</b>
----------------	------------

<b>Annexe A Dispositif expérimental</b>	<b>173</b>
---	------------



# Nomenclature





# Nomenclature

## *Symboles latins*

$a$	diffusivité thermique
$c_p$	chaleur spécifique
$d_b$	distance buse-paroi
$D$	diamètre
$f_e$	fréquence d'échantillonnage
$F$	facteur de forme
$h$	coefficient de transfert de chaleur
$h_{lv}$	enthalpie de vaporisation
$k_B$	constante de Boltzmann
$l$	longueur du cylindre
$l_b$	largeur de buse
$N_{fts}$	nombre de pas de temps futurs
$N_H$	nombre d'harmoniques
$N_{TC}$	nombre de thermocouples
$p$	paramètre de Laplace
$P$	puissance électrique
$r$	rayon
$t$	temps
$T$	température
$V$	vitesse
$\mathbf{X}_n$	matrice de sensibilité
$X_{i,k+1}$	coefficients de sensibilité
$x$	distance par rapport à l'impact
$\mathbf{Y}$	vecteur des températures mesurées
$Z_n$	fonction de transfert

## *Symboles grecs*

$\beta$	angle d'ouverture des cavités
---------	-------------------------------

$\gamma$	angle polaire
$\lambda$	conductivité thermique
$\nu$	viscosité cinématique
$\rho$	masse volumique
$\sigma$	écart-type de bruit
$\tau$	taux de nucléation
$\theta$	angle de contact
$\varphi$	flux de chaleur
$\omega$	vitesse angulaire

### Indices

$d$	déplacement
$j$	relatif au jet
$k$	relatif au $k^{me}$ intervalle de temps $\Delta t$
$lv$	liquide-vapeur
$m$	relatif au thermocouple $m$
$n$	relatif à l'harmonique $n$
$l$	relatif à la phase liquide
$sat$	relatif à la saturation
$v$	relatif à la phase vapeur
$x$	relatif à la zone d'écoulement

### Exposants

—	transformée de Laplace
~	transformée de Fourier
^	valeur estimée
$t$	transposée d'une matrice

### Abbreviations

CHF	« Critical Heat Flux », flux critique
ONB	« Onset of Nucleate Boiling », début de l'ébullition nucléée

---

### *Nombres adimensionnels*

$$Pr = \frac{\nu}{a} \quad \text{Nombre de Prandtl du jet}$$

$$Re_j = \frac{V_j l_b}{\nu} \quad \text{Nombre de Reynolds du jet}$$

$$Nu_j = \frac{h l_b}{\lambda} \quad \text{Nombre de Nusselt du jet}$$

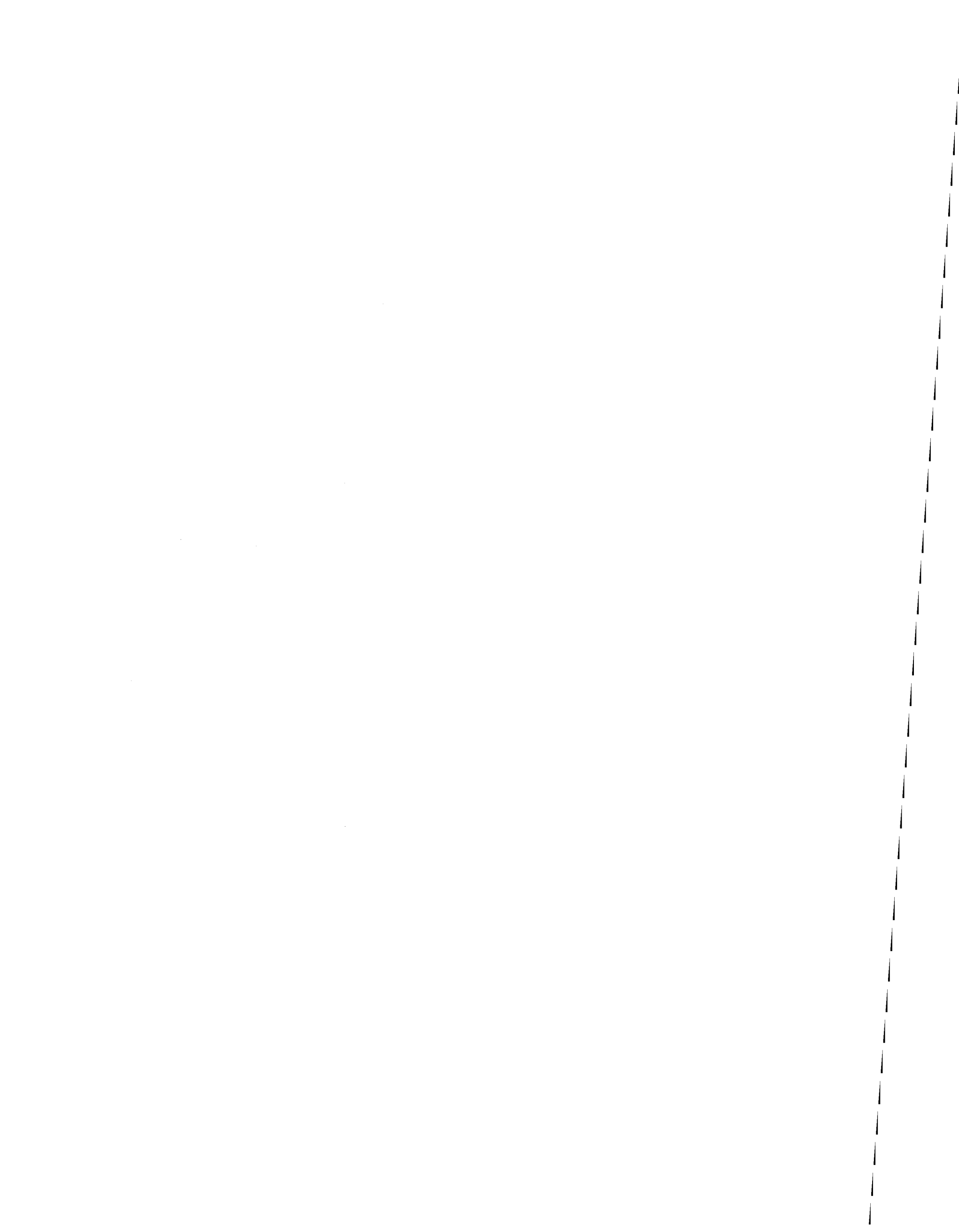
### *Autres*

$$\Delta T_{sat} = T_{paroi} - T_{sat} \quad \text{surchauffe pariétale}$$

$$\Delta T_{sub} = T_{sat} - T_l \quad \text{sous-refroidissement}$$



# Introduction générale



# Introduction

L'acquisition et le traitement de données expérimentales sont souvent indispensables pour améliorer la connaissance d'un système physique et la compréhension de son fonctionnement. Cependant, si certaines mesures apportent directement une information utile sur le système étudié, il existe des cas (milieux trop agressifs, formes géométriques complexes, ...) où les informations recherchées ne sont pas directement mesurables; il est alors nécessaire d'utiliser d'autres grandeurs accessibles à la mesure (ou *observables*) et physiquement reliées aux grandeurs recherchées : on est en situation de *mesure indirecte*.

Les relations reliant les grandeurs accessibles à la grandeur recherchée n'admettent pas toujours une formulation mathématique simple et font fréquemment intervenir des équations intégrales ou aux dérivées partielles. Ces équations permettent le plus souvent le calcul des observables en fonction des grandeurs inconnues (*problème direct*) de sorte que l'obtention de grandeurs inconnues à partir des observables (*problème inverse*) conduit à résoudre les équations de la physique dans le sens inverse de celui usuellement pratiqué et maîtrisé; le problème inverse est en général, de par sa nature, plus difficile que le problème direct.

Cependant, les techniques inverses présentent de nombreux avantages qui en font un outil fort utile pour la communauté scientifique. Parmi ces avantages, nous pouvons par exemple citer celui de permettre des déterminations, non seulement de grandeurs locales, mais également de grandeurs relatives au champ, d'exploiter les données de méthodes non-intrusives ou encore de fournir des mesures fiables de quantités inaccessibles par tout autre procédé.

Ainsi, alors qu'ils étaient encore considérés comme marginaux il y a une trentaine d'années, les problèmes inverses constituent désormais un pan substantiel de la recherche scientifique, et les secteurs d'activité concernés par ces problèmes dans le domaine industriel sont nombreux :

- La météorologie, l'océanographie et les sciences de la terre (par exemple, en géophysique, pour la recherche de propriétés physiques du sous-sol à partir de données qui sont le plus souvent accessibles à la surface) ;

- L'imagerie médicale ;
- L'industrie aérospatiale ;
- L'environnement, par exemple pour l'identification de sources de pollution ;
- L'industrie nucléaire, le génie civil, le contrôle non-destructif (pour l'identification et la caractérisation de défauts par exemple) ;
- ...

C'est en particulier dans le domaine de la thermique, à travers ses diverses composantes et thématiques, qu'a pu être exploitée la richesse de ces techniques d'inversion. En effet, grâce aux progrès rapides des méthodes de calcul, des moyens de mesure et de la puissance des ordinateurs, la métrologie des températures, des flux de chaleur, des propriétés d'interface (coefficients d'échanges, résistances de contact) ainsi que la caractérisation des grandeurs thermophysiques d'un milieu ont considérablement évolué par la mise en oeuvre et la maîtrise du problème inverse appliqué aux systèmes thermiques.

A la lumière de ce constat, nous allons dans ce mémoire exploiter les possibilités qu'offrent les techniques d'inversion dans le but de caractériser les échanges de chaleur entre une paroi défilante portée à hautes températures et le jet d'eau qui vient impacter cette paroi. Cette étude se place dans le cadre d'une collaboration entre le LEMTA et Arcelor Research, le but de cette collaboration étant d'acquérir des données locales et des connaissances sur le refroidissement des produits plats de sidérurgie dans les laminoirs.

En effet, l'industrie sidérurgique tire partie des intéressantes propriétés du refroidissement par jet impactant avec changement de phase, et notamment de la possibilité d'évacuer localement et à très hautes températures des flux d'énergie très importants. Les caractéristiques mécaniques de l'acier (dureté, élasticité, ...) dépendant du refroidissement, il est primordial de contrôler localement ce dernier de manière à produire des matériaux ayant les propriétés souhaitées. Cependant, bien que le refroidissement par eau en présence d'ébullition fasse l'objet d'une recherche constante, les mécanismes de transfert de chaleur qui y sont associés ne sont pas très bien compris : c'est l'objet de cette thèse que de s'intéresser à ces mécanismes en abordant le problème par une approche inverse.

Ce mémoire s'articule autour de deux axes majeurs :

- une première partie, plutôt théorique, présente les prérequis nécessaires à la compréhension des problèmes d'estimation en conduction de la chaleur et démontre, à travers des simulations d'inversion, la faisabilité de l'estimation des flux extraits par un jet impactant une surface défilante.



- 
- la seconde partie, essentiellement expérimentale, présente tout d’abord une synthèse bibliographique sur l’ébullition d’un jet d’eau impactant au niveau d’une surface portée à hautes températures. Ensuite, une description du dispositif expérimental conçu et réalisé au LEMTA est effectuée. Ce dispositif permet, à l’aide de la technique inverse présentée en première partie, de remonter au flux extrait lors de l’impact d’un jet à surface libre sur une paroi mobile portée à hautes températures. Il est alors possible d’identifier et de caractériser les régimes d’ébullition qui apparaissent localement au niveau de la surface, et d’étudier l’influence de certains paramètres (vitesse et température du jet, vitesse de défilement de la surface, distance buse-paroi, ...) sur les transferts thermiques.

Le coeur du mémoire est organisé en quatre chapitres. Une synthèse portant sur les méthodes inverses en thermique est présentée dans le **chapitre 1**. Nous verrons que l’inversion de données expérimentales met généralement en oeuvre des algorithmes itératifs qui font appel de façon répétitive au module de résolution du problème direct correspondant, et que l’approche numérique est de loin la plus classique et la plus répandue. Notre étude quant à elle se placera en marge de cette vision, dans la mesure où la résolution du problème se fera de manière analytique. Nous parlerons également dans ce chapitre du caractère mal posé des problèmes inverses et des méthodes de régularisation qui permettent de stabiliser la solution.

Le développement de la méthode de conduction inverse, basée sur l’utilisation de transformées de Fourier et de Laplace, est détaillé dans le **chapitre 2**. Des simulations d’inversion sur des signaux bruités permettent de valider l’algorithme mis en oeuvre. L’intérêt et l’originalité de la méthode proposée résident dans le fait qu’elle permet, à partir de simples mesures de températures effectuées au sein du matériau, d’estimer la condition de flux pariétale indépendamment des mécanismes surfaciques et de l’hydrodynamique du jet : la méthode de mesure se comporte donc comme un fluxmètre non-intrusif.

Le **chapitre 3** consiste en une synthèse bibliographique sur l’ébullition d’un jet d’eau impactant au niveau d’une surface fixe portée à hautes températures. Les différents régimes d’ébullition qui apparaissent à la surface sont identifiés. Ces régimes ont une efficacité propre qui peut être influencée par l’hydrodynamique ou par le sous-refroidissement. Les études réalisées aux basses températures sont en général effectuées en régime stationnaire à flux contrôlé. A l’inverse, les études concernant les températures élevées concernent en majorité des refroidissements transitoires. Pour notre part, une difficulté supplémentaire réside dans le défilement de la surface qui a une influence non négligeable sur les

transferts de chaleur. Nous présentons également quelques techniques de caractérisation des régimes d'ébullition qui ont été développées dans le cadre de la compréhension des mécanismes d'ébullition, notamment pour de l'ébullition en vase.

Le **chapitre 4** enfin concerne l'aspect expérimental de notre travail. Le dispositif ainsi que les principaux résultats d'estimation de flux obtenus à l'aide de l'algorithme présenté au chapitre 2 y sont présentés. Une première étape de validation expérimentale de la méthode d'identification est tout d'abord entreprise, dans laquelle nous nous attachons à décrire la qualité de nos estimations en nous appuyant sur des résultats antérieurs trouvés dans la littérature (cas d'une surface statique). Ensuite, le cas d'une surface mobile est traité et les différents régimes d'ébullition sont décrits, ainsi que les phénomènes physiques qui y sont associés. L'influence de la vitesse de défilement de la paroi sur les courbes d'ébullition estimées localement est mise en évidence et discutée. Dans le cas statique comme dans le cas dynamique, nous avons choisi de séparer l'étude de la convection monophasique de l'étude de l'ébullition convective.

Une synthèse de l'étude est enfin présentée dans la conclusion générale. Nous proposons aussi quelques perspectives qui pourraient permettre d'améliorer et de développer le dispositif expérimental mis en place et la méthode d'inversion proposée afin d'approfondir les connaissances acquises.

## Première partie

# Problèmes inverses et simulations d'inversions



# Introduction de la partie I

Cette première partie concerne les aspects liés au traitement et à la résolution des problèmes inverses en général et de notre problème d'estimation de flux en particulier. Elle vise d'une part à familiariser le lecteur avec le principe des méthodes inverses et d'autre part à proposer une approche méthodologique pour concevoir et mettre en oeuvre efficacement une expérimentation et une inversion de mesures en thermique.

Dès lors que l'on se penche sur des problèmes liés à la problématique inverse, une question se pose d'emblée : qu'entend-on exactement par « problème inverse » ? Cette question est en substance moins simple qu'il n'y paraît. En effet, comme expliqué en introduction de ce mémoire, on qualifiera volontiers de problème inverse toute situation où les conditions expérimentales ne permettent pas la mesure directe d'une grandeur physique  $x$ , de sorte qu'il faille évaluer cette dernière à partir d'une autre grandeur  $y$  directement mesurable, connaissant un modèle mathématique du problème direct qui donne explicitement  $y$  en fonction de  $x$  (ce que l'on note symboliquement  $y = A(x)$ ). Cependant, une définition aussi large conduirait pratiquement à appeler « problème inverse » toute équation algébrique, matricielle, différentielle, intégrale, aux dérivées partielles, . . . , et « méthode inverse » toute résolution de ces équations. Or, les problèmes directs conduisent également à résoudre ce type d'équations.

Pour éviter toute ambiguïté, il est donc nécessaire de préciser cette notion en effectuant un choix parmi tous ces candidats au statut de « problème inverse ». Pour ce faire, il convient de répartir ces derniers en deux classes :

1. Ceux qui, pour toute mesure  $y$ , admettent une solution unique  $x$  continue par rapport à  $y$ . Ces problèmes sont dits « bien posés » et sont généralement résolus (de manière exacte ou approchée) par des méthodes classiques.

2. Ceux qui relèvent effectivement de la problématique inverse, c'est-à-dire les problèmes (a) d'inversion (b) mal posés. Cette notion de problème « mal posé », introduite par Hadamard [1923] et sur laquelle nous reviendrons, signifie que les conditions d'existence, d'unicité et/ou de continuité de la solution par rapport aux données ne sont pas

toutes vérifiées, ce qui se traduit par une forte sensibilité aux incertitudes.

Les causes d'incertitude sont nombreuses :

1. Les données ont une origine expérimentale, ce qui implique l'existence d'erreurs de mesure.
2. Elles sont collectées en nombre fini, même si, dans le modèle mathématique, elles sont décrites par des fonctions.
3. L'algorithme d'inversion lui-même peut parfois créer une altération des données : interpolation requise pour la discrétisation d'un modèle initialement continu par exemple.
4. Le modèle procède d'une idéalisation de la réalité physique et repose sur des hypothèses simplificatrices, il est donc également une source d'incertitudes.
5. Certains paramètres du modèle (propriétés thermophysiques d'un milieu par exemple) ne sont connus qu'approximativement.

Ces problèmes dits « mal posés », longtemps ignorés par la communauté scientifique qui les considérait soit dénués de sens physique, soit reflétant une modélisation inadéquate, ont désormais droit de cité car leur utilité pratique est incontestable et le caractère fondamentalement mal posé de certains problèmes est maintenant reconnu. Les progrès réalisés dans leur résolution permettent aujourd'hui de présenter un cadre d'analyse cohérent et rigoureux, même si les difficultés pratiques de mise en oeuvre demeurent réelles.

L'objet du premier chapitre est donc, sans prétention aucune, de donner un aperçu du vocabulaire et des techniques afférentes aux problèmes inverses et à l'estimation de grandeurs. Il insiste notamment sur le caractère mal posé des problèmes inverses et sur la notion d'erreur d'estimation.

Le second chapitre quant à lui expose la résolution analytique de notre problème inverse. Différentes simulations d'inversion permettent de valider notre algorithme et d'optimiser les caractéristiques du dispositif expérimental présenté en détails dans la seconde partie de ce document.

# Chapitre 1

## Les méthodes inverses en thermique

### Sommaire

---

<b>1.1</b>	<b>Introduction</b>	<b>11</b>
<b>1.2</b>	<b>Le problème direct</b>	<b>13</b>
<b>1.3</b>	<b>Le problème inverse</b>	<b>15</b>
1.3.1	Différents types de problèmes inverses	15
1.3.2	Caractère mal posé	17
1.3.3	Techniques de régularisation	21
<b>1.4</b>	<b>Méthodologie de l'estimation de grandeurs</b>	<b>25</b>
1.4.1	Objectifs de l'expérimentateur-inverseur	25
1.4.2	Classification des erreurs d'estimation	26
1.4.3	Qualité de l'estimation	28
1.4.4	Conclusion sur l'approche méthodologique	30
<b>1.5</b>	<b>Conclusion</b>	<b>32</b>

---

### 1.1 Introduction

Une compréhension quantitative des processus de transfert de chaleur apparaissant dans des applications industrielles nécessite une connaissance précise des sources internes, des propriétés thermiques du matériau ou des conditions de surface. Cependant, il existe des situations où les conditions expérimentales ne permettent pas une mesure directe de ces grandeurs.

Parmi les différentes situations rencontrées usuellement, nous pouvons citer :

- tous les cas où il est impossible de placer un capteur sur la paroi soit
  - parce que la surface est inaccessible (cas de la surface interne d'un tube ou si des raisons de sécurité interdisent de percer la paroi),

- parce que le milieu extérieur est trop agressif (cas d'une paroi soumise à un flux de haute densité (incendie, soudage laser, torche plasma, etc.) qui donne lieu à une température surfacique trop élevée),
  - parce que l'on s'intéresse à une interface entre deux solides en frottement (cas des freins, paliers, roulements, problèmes de forgeage, etc.) sur laquelle le capteur est immédiatement détruit ;
- toutes les situations où la présence du capteur provoque une perturbation
- soit sensible du phénomène que l'on désire étudier (cas de l'ébullition, de la condensation ou du contact statique entre solides),
  - soit locale du champ de température surfacique (cas de thermocouples placés perpendiculairement aux isothermes ou d'émissivité différente de celle de la paroi).

Face à de telles situations, la résolution d'un problème inverse devient incontournable. Plusieurs types de problèmes inverses ont été abordés par la communauté thermicienne, depuis la détermination des propriétés thermophysiques d'un matériau jusqu'à l'évaluation de géométries pas ou peu connues, en passant par la recherche de conditions initiales et de conditions limites inconnues. Parmi ce dernier type de problèmes, l'estimation de flux pariétaux - ou *Problème Inverse de Conduction de la Chaleur (PICC)* - a été largement étudiée car pouvant être appliquée à une grande variété de phénomènes, depuis l'étude des échanges thermiques lors de l'entrée dans l'atmosphère d'un véhicule spatial jusqu'au traitement thermique de matériaux dans l'industrie. Nous l'appliquerons pour notre part à l'étude du refroidissement diphasique par jet impactant.

Le principe du PICC peut se résumer ainsi : il faut mesurer la température en un ou plusieurs points judicieusement choisis à l'intérieur du solide et déterminer, à partir de ces mesures, la température et le flux surfacique inconnus ainsi que le champ de température interne. Avec cette approche, l'étude est le plus souvent limitée aux échanges de chaleur par conduction au sein du solide. L'intérêt majeur de ce type de méthode tient au fait qu'il n'est pas nécessaire de modéliser et de résoudre le phénomène, parfois extrêmement complexe, qui engendre les variations de flux et de températures surfaciques recherchées : c'est la raison pour laquelle les applications industrielles du PICC sont potentiellement très nombreuses.

Comme nous le verrons par la suite, la résolution d'un problème par méthode inverse n'est envisageable que si l'on dispose d'un modèle adapté, solution du problème dit direct, représentant le phénomène. Dans ce mémoire, le modèle utilisé est basé sur une équation



de diffusion, l'équation de la chaleur, et la grandeur observée, ou plutôt mesurée, est la température.

Le présent chapitre débutera donc pas une présentation des notions et techniques nécessaires à la compréhension des problèmes d'estimation en thermique.

Il se terminera par la mise en place d'une méthodologie de l'estimation, méthodologie qui insistera notamment sur les notions d'erreur et sur les critères de qualité de l'estimation.

## 1.2 Le problème direct

Le problème direct de conduction de la chaleur consiste à résoudre l'équation de la chaleur afin de calculer le champ de température complet dans tout le domaine. Cette résolution s'effectue connaissant la géométrie du domaine, les paramètres volumiques ou surfaciques, une condition limite par contour et les termes sources. Bien évidemment, du point de vue de la modélisation, le résultat du problème direct est comparé à l'expérience dans une procédure de validation.

Considérons le système thermique  $\Omega$  décrit **figure 1.1**, comprenant deux domaines tels que  $\Omega = \Omega_1 \cup \Omega_2$ .

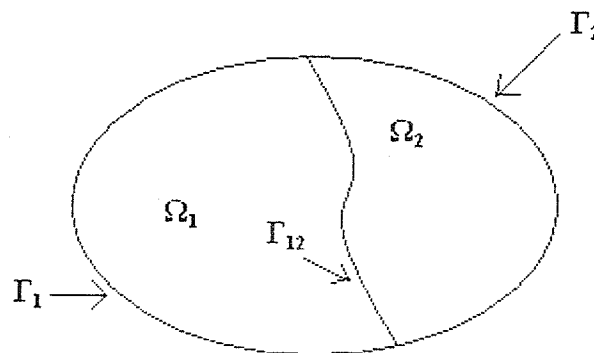


FIG. 1.1 – Schéma du système étudié

L'équation fondamentale de diffusion de la chaleur s'écrit pour notre système :

$$(\rho C)_j \frac{\partial T_j}{\partial t}(r, t) = \nabla \left[ \lambda_j \nabla T_j \right](r, t) + \dot{q}_j(r, t), \quad r \in \Omega_j \quad (1.1)$$

avec la condition initiale :

$$T_j(r, t = 0) = T_0(r), r \in \Omega_j \quad (1.2)$$

et les conditions aux limites :

$$\begin{aligned} \varphi_{12}(s, t) &= \lambda_1 \frac{\partial T_1(s, t)}{\partial n} = -\lambda_2 \frac{\partial T_2(s, t)}{\partial n}, s \in \Gamma_{12} \\ \varphi_{12}(s, t) &= \frac{(T_1 - T_2)}{R_{12}(s)}, s \in \Gamma_{12} \\ \lambda_j \frac{\partial T_j(s, t)}{\partial n} + h_j(s) T_j(s, t) &= \varphi_j(s, t), s \in \Gamma_j, j = 1, 2 \end{aligned} \quad (1.3)$$

Dans ces équations, nous trouvons :

- $T_j(r, t)$  la température dans le milieu  $j$  ( $j=1$  ou  $2$ ),
- $g_j(r, t)$  la source de chaleur volumique dans  $\Omega_j$  en  $W.m^{-3}$ ,
- $\varphi_j(s, t)$  la source surfacique (densité de flux de chaleur) sur  $\Gamma_j$  en  $W.m^{-2}$ ,
- $(\rho C)_j$  et  $\lambda_j$  les paramètres volumiques dans  $\Omega_j$ ,
- $R_{12}(s)$  la résistance thermique de contact à l'interface  $\Omega_{12}$ , constante ou variable le long de l'interface  $\Gamma_{12}$ ,
- $h_j(s)$  le coefficient d'échange à la surface  $\Gamma_j$  en  $W.m^{-2}.^{\circ}C^{-1}$
- $T_0(r)$  l'état du système  $\Omega_j$  à l'instant initial

La résolution des problèmes directs peut s'effectuer en utilisant des méthodes classiques : méthodes analytiques pour les géométries simples, ou numériques pour les géométries complexes. Parmi les méthodes numériques, on peut trouver différents schémas de discrétisation comme les différences finies ou les volumes finis. On peut également citer des méthodes à résidus pondérés utilisant une formulation faible de l'équation de la chaleur. Les méthodes numériques les plus connues sont : la *Méthode des Eléments Finis*, la *Méthode des Volumes Finis* et la *Méthode des Eléments Frontières*. Ces schémas numériques permettent de trouver une solution à des problèmes de conduction de la chaleur dans des géométries complexes par résolution directe d'un système matriciel. En ce qui concerne les problèmes de conduction de la chaleur non linéaires, i.e. lorsque les paramètres volumiques, surfaciques ou le terme source sont fonctions de la température, on doit avoir recours à une résolution itérative.

## 1.3 Le problème inverse

Lorsque l'une ou plusieurs des composantes du problème décrit par le système (1.1)–(1.2)–(1.3) est manquante, l'équation de la chaleur ne peut plus être résolue sans information additionnelle ; la résolution de l'équation (1.1) n'est alors plus *directe*, mais *inverse*.

### 1.3.1 Différents types de problèmes inverses

Selon que le type d'information additionnelle est lié à un effet observé (ou mesuré) ou à un effet désiré (état ou sortie) et selon l'inconnue à déterminer, on va distinguer différents types de problèmes inverses.

#### Problèmes d'estimation expérimentale

L'information additionnelle s'obtient à partir de mesures des grandeurs de sortie du système (effet observé). En conséquence, le résultat est directement lié à la qualité des mesures. Selon l'objectif visé, on peut distinguer les catégories suivantes de problèmes d'inversion de mesures :

1. les problèmes *d'estimation de paramètres*. Dans ces catégories de problèmes, on cherche à caractériser les propriétés intrinsèques du système. Pour cela, les variables d'entrée sont supposées parfaitement connues. Une particularité de ces problèmes tient au fait que les observations résultant de plusieurs essais peuvent (doivent !) être utilisées pour déterminer le même paramètre. De nombreux algorithmes d'inversion peuvent être utilisés pour traiter ce type de problèmes. Le choix va dépendre de la structure du modèle, de la description mathématique des variables inconnues (vecteur ou fonction), ... La qualité des résultats est directement liée à la sensibilité des mesures aux variations des paramètres à déterminer, et la sensibilité est elle-même liée aux conditions d'excitation du système, c'est-à-dire aux grandeurs d'entrée. Ces problèmes nécessitent donc de se pencher sur l'analyse de l'erreur.
2. les problèmes *d'estimation de sources*. Ces problèmes sont très fréquents en thermique et visent à la détermination d'une condition surfacique (densité de flux par exemple) ou volumique inaccessible à la mesure directe. Selon que la géométrie du problème est 1-D ou multi-D et selon la géométrie considérée, les outils et méthodes d'inversion diffèrent. Qui plus est, ces problèmes étant intrinsèquement mal-posés, des techniques de régularisation doivent être utilisées pour éviter des solutions instables dues à l'amplification des erreurs. Enfin, contrairement aux problèmes d'estimation de paramètres, ces problèmes conduisent à des résultats propres à chaque expérience : on ne peut pas cumuler les observations de plusieurs essais pour estimer

l'évolution temporelle d'une source sur un intervalle de temps donné.

3. le problème de *reconstruction d'état initial*. Le plus souvent on admet que la distribution initiale du champ de température est connue. Cependant, il peut y avoir un intérêt pratique à la reconstruction d'un état initial à partir d'une observation postérieure à cet instant. Il s'agit d'un problème d'inversion mal posé, surtout si les données proviennent de mesures à des instants très postérieurs, qui nécessite de recourir à la régularisation.
4. les problèmes *d'estimation de formes de domaines*. La plupart des problèmes de transfert de chaleur sont définis sur des domaines dont la forme géométrique est donnée. Il existe cependant des situations pour lesquelles ce paramètre est à déterminer : c'est le cas par exemple lorsqu'on cherche à estimer la forme de défauts dans une pièce (contrôle non destructif) ou celle d'une frontière libre dans un processus de changement de phase, ....

Une caractéristique commune à tous ces problèmes d'inversion de mesures est que l'information additionnelle utilisée pour déterminer la composante inconnue est le résultat de mesures expérimentales ; par conséquent il existe nécessairement une incertitude sur ces mesures qui, aussi faible soit-elle, va engendrer une erreur sur la solution calculée. L'analyse de cette erreur est donc utile (voire indispensable) dans la résolution de ces problèmes.

Une combinaison de ces différents problèmes est fréquente en pratique, bien que pour des raisons évidentes de simplification on cherche à les découpler.

### Problèmes de commande

D'autres problèmes s'apparentent à ces problèmes d'inversion dans le sens où l'on cherche à l'aide d'un modèle à déterminer l'entrée qu'il faut appliquer au système en vue d'approcher au mieux une valeur « cible » donnée a priori (effet désiré) : la cible est spécifiée soit en considérant une évolution désirée de l'état, soit une évolution désirée de la sortie du système.

La différence essentielle entre ces problèmes dits de commande et les problèmes d'inversion de mesures précédents est évidente : des erreurs de mesure peuvent perturber l'effet observé (ou mesuré) mais pas l'effet désiré. Cependant, une difficulté propre à ce type de problème tient au fait qu'il n'est pas trivial de savoir si la cible visée est atteignable ou non (existence d'une solution), et à quel coût. Ceci conduit à prendre en compte des contraintes soit sur l'entrée que l'on cherche à déterminer, soit sur l'état du système. Les problèmes de commande peuvent être formulés et résolus selon des méthodes analogues à celles utilisées pour résoudre les problèmes d'inversion de mesures et qui sont basées sur

la détermination de quasi-solutions.

### Problèmes de conception optimale d'expériences

Dans une classe particulière de problèmes d'identification, la formulation peut être couplée à celle d'un problème de commande : le but est de résoudre un problème d'inversion de mesures et, dans le même temps, de déterminer les conditions optimales d'une expérience en vue de diminuer l'erreur sur l'estimation. Ces conditions peuvent porter à la fois sur la conception du dispositif expérimental, c'est-à-dire sur les paramètres du système (par exemple sur les paramètres géométriques, la forme du domaine, l'emplacement des capteurs ou la distribution spatiale des actionneurs, la nature des matériaux, ...) ou sur le protocole d'essais, c'est-à-dire sur les grandeurs d'entrée du système (évolution temporelle d'une source, amplitude, fréquence, durée de l'essai, ...). Cette approche combinée doit nécessairement être itérative, les paramètres à déterminer étant tout d'abord supposés connus pour résoudre le problème de commande.

Comme nous l'avons dit précédemment, une caractéristique importante de tous ces problèmes inverses est d'être *mal posés*, c'est-à-dire que les conditions d'existence, d'unicité et/ou de continuité de la solution par rapport aux mesures ne sont pas toutes vérifiées. En pratique, cela signifie que la résolution des problèmes inverses est extrêmement sensible à de petits écarts sur les données, écarts qui sont inévitables du fait des incertitudes expérimentales, du caractère approché du modèle mathématique par rapport à la réalité physique, du caractère fini des données expérimentales ou encore du fait que les inconnues recherchées sont trop nombreuses.

#### 1.3.2 Caractère mal posé

**Définition** - Soit  $X, Y$  deux espaces vectoriels normés et soit  $A$  un opérateur (linéaire ou non), qui à  $X \in \mathbf{X}$  associe  $Y = A(X) \in \mathbf{Y}$ , on dit (Hadamard [1923]) que le problème d'inversion qui, étant donné  $Y \in \mathbf{Y}$ , consiste à trouver  $X \in \mathbf{X}$  tel que  $A(X) = Y$  est un problème bien posé si

- $\forall Y \in \mathbf{Y}$ , il existe une solution  $X \in \mathbf{X}$ , (existence)
- la solution  $X$  est unique, (unicité)
- la solution dépend continûment des données, (stabilité)

Il suffit donc que l'une des trois conditions ci-dessus ne soit pas satisfaite pour qu'un problème d'inversion soit mal posé et qu'il n'ait aucune solution au sens strict  $X = A^{-1}(Y)$ .

Ce problème relève alors de la problématique inverse. En ce sens, le problème standard en calcul numérique d'inversion d'une matrice carrée  $A$  n'est pas un problème inverse si la matrice est régulière.

Comme nous allons le voir sur l'exemple ci-après (proposé par Ching-Yu [1999]), une conséquence du caractère mal posé de tout problème inverse est l'extrême sensibilité de la solution aux variations des données d'entrée.

**Exemple** - Considérons le système linéaire  $AX = Y$  suivant :

$$\begin{pmatrix} 10 & 7 & 8 & 7 \\ 7 & 5 & 6 & 5 \\ 8 & 6 & 10 & 9 \\ 7 & 5 & 9 & 10 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} X_1 \\ X_2 \\ X_3 \\ X_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 32 \\ 23 \\ 33 \\ 31 \end{pmatrix} \quad (1.4)$$

dont la solution est

$$X = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \quad (1.5)$$

Introduisons de très légères perturbations sur le système (1.4) en modifiant très légèrement le second membre, nous obtenons le système perturbé suivant :

$$\begin{pmatrix} 10 & 7 & 8 & 7 \\ 7 & 5 & 6 & 5 \\ 8 & 6 & 10 & 9 \\ 7 & 5 & 9 & 10 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} X_1 + \delta X_1 \\ X_2 + \delta X_2 \\ X_3 + \delta X_3 \\ X_4 + \delta X_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 32.1 \\ 22.9 \\ 33.1 \\ 30.9 \end{pmatrix} \quad (1.6)$$

dont la solution est

$$X = \begin{pmatrix} 9.2 \\ -12.6 \\ 4.5 \\ -1.1 \end{pmatrix} \quad (1.7)$$

On constate donc qu'une erreur relative de l'ordre de  $1/200$  sur les données  $Y$  (second membre) entraîne une erreur relative de l'ordre de  $10/1$  sur les composantes de  $X$  (la solution du système linéaire), soit un rapport d'amplification de l'ordre de  $2000!$

De la même manière, si l'on perturbe légèrement les éléments de la matrice A, le système devient

$$\begin{pmatrix} 10 & 7 & 8.1 & 7.2 \\ 7.08 & 5.04 & 6 & 5 \\ 8 & 5.98 & 9.89 & 9 \\ 6.99 & 4.99 & 9 & 9.98 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} X_1 + \delta X_1 \\ X_2 + \delta X_2 \\ X_3 + \delta X_3 \\ X_4 + \delta X_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 32 \\ 23 \\ 33 \\ 31 \end{pmatrix} \quad (1.8)$$

et il apparaît de nouveau de grandes erreurs sur la solution du système, la solution étant égale à

$$X = \begin{pmatrix} -81 \\ 137 \\ -34 \\ 22 \end{pmatrix} \quad (1.9)$$

Cet exemple simple nous a donc permis de constater qu'avec les données d'un système linéaire connues au 1/200 près, la solution calculée exactement peut être entachée d'une erreur relative 2000 fois supérieure. Poussons cette analyse un peu plus loin ...

Dans le premier cas, nous avons perturbé le second membre Y de  $\delta Y$ , ce qui a provoqué une perturbation  $\delta X$  sur la solution X. Le système étant linéaire, nous déduisons que  $\delta Y = A\delta X$ , soit  $\delta X = A^{-1}\delta Y$ . La norme de l'erreur est donc majorée :

$$\|\delta X\| \leq \|A^{-1}\| \cdot \|\delta Y\| \quad (1.10)$$

soit comme

$$\|Y\| \leq \|A\| \cdot \|X\| \quad (1.11)$$

on a

$$\frac{\|\delta X\|}{\|X\|} \leq \{\|A\| \cdot \|A^{-1}\|\} \cdot \frac{\|\delta Y\|}{\|Y\|} \quad (1.12)$$

De la même manière dans le second cas, une perturbation des données de la matrice A entraîne une majoration de l'erreur relative

$$\frac{\|\delta X\|}{\|X + \delta X\|} \leq \{\|A\| \cdot \|A^{-1}\|\} \cdot \frac{\|\delta A\|}{\|A\|} \quad (1.13)$$

Ainsi dans les deux cas, on constate que l'erreur relative sur le résultat est majorée par l'erreur relative sur les données, multipliée par le nombre  $\{\|A\| \cdot \|A^{-1}\|\}$ . Autrement dit, pour une même erreur relative sur les données, l'erreur relative sur le résultat correspondant est d'autant plus grande que ce nombre est grand.

Par définition, on appelle le **conditionnement de la matrice  $A$**  relative à la norme matricielle considérée, le nombre

$$\text{cond}(A) = \{\|A\| \cdot \|A^{-1}\|\} = \frac{\mu_1(A)}{\mu_n(A)} \quad (1.14)$$

où  $\mu_1(A) > 0$  et  $\mu_n(A) > 0$  désignent respectivement la plus grande et la plus petite des valeurs singulières de la matrice  $A$ , c'est-à-dire les racines carrées des valeurs propres de la matrice symétrique  $A^t A$ .

Les inégalités (1.12) et (1.13) montrent que le **nombre  $\text{cond}(A)$  mesure la sensibilité de la solution  $X$  du système linéaire  $Y = AX$  vis-à-vis des variations sur les données  $A$  et  $Y$** . On dit qu'un système linéaire est bien ou mal conditionné, selon que le conditionnement de sa matrice est « petit » ou « grand ».

La sensibilité des problèmes inverses aux incertitudes induit un changement d'optique important vis-à-vis du concept de solution, car la recherche des solutions au sens strict associées aux mesures  $y$  par le modèle  $y = A(x)$  n'est plus un objectif suffisant. En effet, d'un point de vue physique, cela signifie qu'une mesure  $y$ , compte tenu de la plage d'incertitude qui l'accompagne, peut correspondre à un grand nombre de valeurs de  $x$ , ces dernières pouvant en outre être fort éloignées les unes des autres. En d'autres termes, tout  $x$  qui reproduit aux incertitudes près, via le modèle physique, la mesure  $y$  est une réponse a priori possible au problème inverse. Ainsi, un problème inverse, pour un modèle physique et une mesure donnée, peut n'avoir aucune solution au sens strict mais beaucoup de solutions « à  $\epsilon$  près ».

Toute « théorie de l'inversion » doit donc tenir compte du caractère éventuellement incomplet, imprécis et/ou redondant des données. La stratégie idéale consisterait à inventorier l'ensemble complet des solutions « à  $\epsilon$  près » de  $y = A(x)$ , parmi lesquelles on opérerait ensuite un choix suivant des critères additionnels (vraisemblance physique, informations supplémentaires a priori, ...) afin de retenir la ou les solutions jugées vraisemblables. Une telle approche exhaustive poserait cependant des problèmes pratiques insurmontables dès lors que le nombre de variables scalaires à identifier deviendrait très grand. En pratique et comme nous allons le voir dans la section qui suit, il est plus commun de remplacer le problème initial mal posé par un autre, « proche » du premier et bien posé : c'est la régularisation.



### 1.3.3 Techniques de régularisation

Nous avons vu qu'un problème linéaire pouvait s'écrire de la manière suivante :

$$\mathbf{Y} = \mathbf{A} \mathbf{X} \quad (1.15)$$

où  $\mathbf{A}$  est la matrice reliant les sources (causes) au champ qu'elles créent (effets),  $\mathbf{X}$  représente les sources à déterminer (dans notre cas la densité de flux) et  $\mathbf{Y}$  représente les valeurs du champ mesuré (dans notre cas la température).

Le problème inverse étant mal posé, il n'existe pas de solution qui vérifie rigoureusement  $\mathbf{Y} = \mathbf{A} \mathbf{X}$ . Dans la plupart des cas, l'idée est alors d'avoir la solution la plus satisfaisante en terme de norme. Il s'agit donc de trouver  $\mathbf{X}$  tel que la fonctionnelle

$$J(\mathbf{X}) = \|\mathbf{A}\mathbf{X} - \mathbf{Y}\|^2 \quad (1.16)$$

soit minimale.

Formellement, la condition de minimisation s'écrit

$$\begin{aligned} \frac{\partial J}{\partial \mathbf{X}} &= 2 \left[ \frac{\partial}{\partial \mathbf{X}} (\mathbf{A}\mathbf{X} - \mathbf{Y})^t \right] (\mathbf{A}\mathbf{X} - \mathbf{Y}) \\ &= 2 \mathbf{A}^t (\mathbf{A}\mathbf{X} - \mathbf{Y}) \\ &= 0 \end{aligned} \quad (1.17)$$

soit finalement

$$\mathbf{X} = (\mathbf{A}^t \mathbf{A})^{-1} \mathbf{A}^t \mathbf{Y} \quad (1.18)$$

Cette approche peut paraître paradoxale, dans la mesure où le conditionnement de  $(\mathbf{A}^t \mathbf{A})$  est plus élevé que celui de  $\mathbf{A}$ , mais elle reste valide si  $\mathbf{A}$  n'est pas carrée.

La régularisation des problèmes mal posés, due initialement à Tikhonov (voir Tikhonov et Arsenine [1976]), a alors pour objectif de stabiliser la solution du problème mal posé, c'est-à-dire de faire diminuer la sensibilité de la solution  $\mathbf{X}$  aux erreurs commises sur les données  $\mathbf{A}$  et  $\mathbf{Y}$ . Ceci se traduit par une diminution du conditionnement de la matrice  $(\mathbf{A}^t \mathbf{A})$  associée au système d'équations à résoudre. Signalons que si on diminue trop le conditionnement, on risque de créer un biais sur la solution et c'est pourquoi un compromis délicat est toujours à faire quelle que soit la régularisation utilisée.

#### Méthode de spécification de fonction et temps futurs

Cette méthode (Beck [1970]), qui est uniquement adaptée à la détermination de variations temporelles de l'entrée (problème « causal ») a été l'une des premières proposées

pour la solution du PICC qui reste stable pour de petits pas de temps. Elle a été améliorée à plusieurs reprises (Beck et al. [1982], Beck et al. [1985]) et son principe utilisé par d'autres auteurs (Maillet et al. [1995], Blanc et Raynaud [1996]). La méthode de spécification de fonction est une méthode séquentielle dans laquelle la densité de flux est estimée pas de temps par pas de temps. Ce type de méthode utilise un module de calcul qui nécessite de résoudre le problème direct classique défini par les équations (1.1) (1.2) et (1.3). La méthode employée pour cette résolution (solution analytique, semi-analytique, différences finies, éléments finis, ...) n'a quasiment aucune influence sur la précision des résultats de l'inversion (Truffart et al. [1993]), seuls le temps de calcul et la commodité de mise en oeuvre varient d'une méthode à une autre.

La méthode de spécification de fonction est la méthode de référence, elle est nettement plus longue en temps de calculs que d'autres méthodes mais elle peut facilement être étendue à des problèmes multidimensionnels linéaires ou non linéaires. C'est ce qui en fait son avantage. Cette méthode, qui sera celle que nous utiliserons, sera présentée plus en détails dans le chapitre 2.

### Régularisation de Tikhonov

L'idée clé consiste à ajouter un terme stabilisateur à la fonctionnelle  $J(X)$ . Ceci implique d'accepter une norme résiduelle  $\|AX - Y\|$  non nulle et en contrepartie de « pénaliser » la solution non voulue (en raisons d'oscillations, d'écarts importants avec une valeur de référence, ...).

Le nouveau problème consiste alors à trouver  $\mathbf{X}$  qui minimise la fonctionnelle :

$$J_\alpha(X) = \|AX - Y\|^2 + \alpha \|L(X - X_0)\|^2 \quad (1.19)$$

où  $X_0$  représente une information a priori (contrainte) sur la solution et où  $L$  est une application linéaire qui dépend du type d'information que l'on souhaite ajouter. Ainsi, si l'on veut que la solution soit de norme minimale (ordre 0), on prendra  $L$  égale à la matrice identité. Si l'on souhaite que la solution ne subisse pas de fortes variations (ordre 1),  $L$  sera l'opérateur dérivation.

Dans tous les cas, il faut choisir un coefficient  $\alpha$  qui pondère la régularisation. Ce choix est assez délicat car :

- si on donne un poids trop important à la fonctionnelle stabilisatrice  $\|L(X - X_0)\|^2$ , la solution peut être altérée de façon très importante,

- si le poids est trop faible, on se rapproche de la solution « naïve » au sens des moindres carrés.

Le choix de  $\alpha$  va donc correspondre à un compromis entre la stabilité et la vraisemblance de la solution obtenue.

En pratique, une des méthodes pour déterminer  $\alpha$  est la « courbe en L » dont l'utilisation revient à Miller [1970] et Lawson et Hanson [1974]. C'est une courbe représentant l'évolution du terme de contrainte  $\|L(\hat{X}_\alpha - X_0)\|$  en fonction du résidu  $\|A\hat{X}_\alpha - Y\|$  pour différentes valeurs de  $\alpha$ . Cette courbe, tracée en échelle Log-Log, à souvent l'apparence d'un L (voir **figure 1.2**).

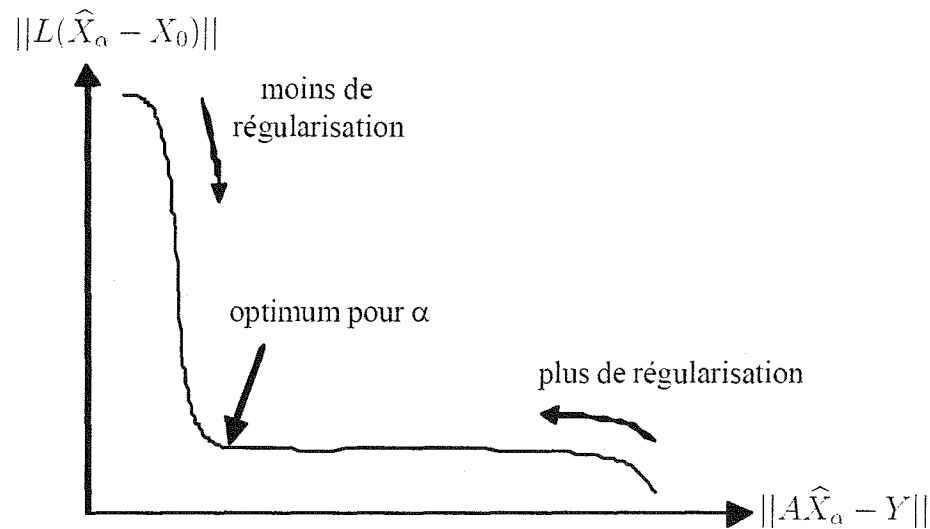


FIG. 1.2 - Courbe en L pour déterminer  $\alpha$ .

D'une manière générale, l'erreur commise en régularisant est la somme d'une erreur due aux imperfections du second membre et d'une erreur de régularisation :

- la partie horizontale de la courbe en L correspond aux solutions  $\hat{X}_\alpha$  où le terme de régularisation prédomine. Dans cette zone, la solution est très filtrée et reste lisse et donc  $\|L(\hat{X}_\alpha - X_0)\|$  varie très peu avec  $\alpha$ , alors que le résidu  $\|A\hat{X}_\alpha - Y\|$  est très sensible aux variations de  $\alpha$ .

- la partie verticale de la courbe en L correspond aux solutions  $\hat{X}_\alpha$  où l'erreur due à la perturbation du second membre prédomine. Dans cette zone,  $\|L(\hat{X}_\alpha - X_0)\|$  est très sensible aux variations de  $\alpha$ .

Ainsi, la valeur optimale de  $\alpha$  sera celle qui équilibre l'erreur de régularisation et l'erreur due aux imperfections du second membre : **cette valeur se situe à l'intersection des parties horizontale et verticale de la courbe en L.**

## Régularisation par décomposition en valeurs singulières

La décomposition en valeurs sigulières SVD (Singular Values Decomposition) est une technique de régularisation très utilisée depuis les quinze dernières années (Forsythe et al. [1977], Golub et Van Loan [1983]). L'idée est d'essayer de résoudre directement l'équation (1.15) en décomposant la matrice  $\mathbf{A}$  en produit de sous matrices, celles-ci étant plus facilement inversibles.

Si  $\mathbf{A}$  est une matrice de dimension  $n \times m$ , la décomposition en valeurs singulières est définie par

$$\mathbf{A}_{n \times m} = \mathbf{U}_{n \times n} \mathbf{W}_{n \times m} \mathbf{V}_{m \times m}^t \quad (1.20)$$

où  $\mathbf{U}$  et  $\mathbf{V}$  sont deux matrices orthogonales et  $\mathbf{W}$  une matrice diagonale contenant les valeurs singulières  $w_i$  de  $\mathbf{A}$ ,  $i = 1, \dots, \min(n, m)$ .

Une fois que cette décomposition est effectuée, dans le cas où  $\mathbf{A}$  est carrée,  $\mathbf{A}^{-1}$  est facilement déduite par

$$\mathbf{A}^{-1} = \mathbf{V} \mathbf{W}^{-1} \mathbf{U}^t \quad (1.21)$$

Si on suppose que  $\mathbf{A}$  n'a pas de valeur singulière nulle, on peut montrer que la solution de l'équation (1.15) s'écrit

$$\hat{\mathbf{X}} = \mathbf{V} \mathbf{W}^{-1} \mathbf{U} \mathbf{Y} \implies \hat{\mathbf{X}} = \sum_{i=1}^{\min(n, m)} \frac{u_i \mathbf{Y}}{w_i} v_i \quad (1.22)$$

où

- $w_i$  sont les valeurs singulières de  $A$ ,
- $u_i$  et  $v_i$  sont les vecteurs de la base orthogonale des matrices  $\mathbf{U}$  et  $\mathbf{V}$ .

Cette équation montre clairement que si le numérateur ne décroît pas aussi rapidement que le dénominateur, la solution est dominée par les termes contenant les valeurs de  $w_i$  les plus petites. Pour régulariser, on procède par troncature sur les valeurs qui sont utilisées dans l'inversion :

$$\hat{\mathbf{X}} = \sum_{i=1}^{n_t} \frac{u_i \mathbf{Y}}{w_i} v_i \quad (1.23)$$

Le choix délicat à faire est donc celui du niveau de troncature  $n_t$ , paramètre de régularisation par SVD ; son choix et son rôle de stabilisateur de la solution ont fait l'objet d'une étude proposée par Engl et Gfrerer [1988] et une autre proposée par Vogel [1986], ceci dans le cas des problèmes linéaires. Récemment, un travail intéressant visant à mettre en oeuvre la régularisation par SVD pour résoudre le PICC a été effectué par Lagier [1999],

qui montre que cette technique est valable en 1D, 2D voire 3D, et étudie également la possibilité d'avoir un niveau optimal de troncature.

La technique de régularisation par SVD reste a priori limitée aux problèmes linéaires, ce qui représente un réel handicap lorsque l'on souhaite appliquer cette technique à l'inversion de données expérimentales, notamment à hautes températures.

## 1.4 Méthodologie de l'estimation de grandeurs

Le but de cette section est de tenter de faire ressortir les différents problèmes qui se posent à toute personne désireuse d'effectuer une expérience associée à des mesures en thermique et qui souhaite remonter, de façon efficace, à certaines paramètres dont dépendent ces mesures. Nous nous limitons donc ici au cadre qui nous intéresse, à savoir celui de l'estimation de grandeurs qui ne constitue, comme nous l'avons dit, qu'un volet des problèmes inverses.

### 1.4.1 Objectifs de l'expérimentateur-inverseur

Dans un problème d'estimation de grandeur, le rôle de l'expérimentateur-inverseur est de chercher à estimer une certaine grandeur du modèle à partir d'une expérience sur le système auquel le modèle se rapporte. A l'issue de l'expérience, l'inverseur dispose de mesures (nécessairement bruitées) à partir desquelles il est possible d'estimer la grandeur inconnue : il est alors confronté au problème de la **paramétrisation**, problème fondamental en estimation.

En effet, pour un type donné de grandeur inconnue, l'expérimentateur doit choisir s'il désire estimer une grandeur qui soit uniforme, ou une grandeur qui soit décrite sous la forme d'une fonction. Cependant, le problème change totalement de nature selon que l'on considère l'**estimation de paramètre** ou l'**estimation de fonction**.

Afin de s'en convaincre, imaginons que l'utilisateur décide de rechercher plusieurs paramètres constants ; il pourra alors ranger ces constantes dans un vecteur  $\beta$ . Si par contre il décide de rechercher une grandeur sous la forme d'une fonction  $\beta$  (dépendant de l'espace par exemple), le problème va changer complètement de nature car une fonction, à la différence d'un vecteur, appartient à un espace vectoriel de dimension infinie. Or, comme en pratique le nombre de mesures  $Y$  sera fini, son problème d'inversion se trouve être sous-déterminé (plus d'inconnues que d'équations). L'inverseur devra paramétriser

sa fonction  $\beta$  recherchée, c'est-à-dire qu'il devra la remplacer par un vecteur paramètre  $\beta = (\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_n)^t$  ayant un nombre  $n$  fini de composantes (ce qui peut se faire de multiples manières : fonction constante par morceaux, décomposition sur une base de fonctions « chapeaux », écriture à l'aide d'un spectre de Fourier tronqué à  $n$  composantes (méthodes spectrales), ...). Cependant, bien que les deux problèmes précédents se traduisent dans l'écriture du problème direct par la prise en compte d'un vecteur paramètre  $\beta$  pour représenter la grandeur inconnue, le deuxième problème inverse est complètement différent du premier car la finesse de la paramétrisation, c'est-à-dire le nombre de composantes  $n$  à prendre en compte, est complètement arbitraire et l'on a souvent à mettre en oeuvre une technique de régularisation dans ce cas.

Une fois l'expérience effectuée, les mesures acquises et l'inversion terminée, notre expérimentateur va disposer d'une valeur estimée, notée habituellement  $\hat{\beta}$ , de la valeur exacte mais inconnue  $\beta$  des paramètres. Son objectif fondamental est donc de minimiser l'erreur d'estimation

$$e_\beta = \hat{\beta} - \beta \quad (1.24)$$

en vue de concevoir de manière optimale le couple expérience-inversion. Pour ce faire, l'expérimentateur peut

- modifier la durée d'acquisition du signal expérimental,
- changer la position ou le nombre de capteurs dont le signal est issu,
- changer la forme, les dimensions ou la nature de l'échantillon,
- modifier les conditions aux limites,
- changer de chaîne de mesure ou de type de capteur,
- changer de modèle direct,
- changer de technique d'inversion,
- changer la paramétrisation

et ceci en fonction du type de problème étudié. Pour cela, il faut être capable d'évaluer objectivement l'erreur d'estimation  $e_\beta$ .

### 1.4.2 Classification des erreurs d'estimation

On va répertorier dans la suite 6 composantes de l'erreur d'estimation  $e_\beta$ . Celle-ci peut s'écrire, au premier ordre :

$$e_\beta = e_1 + e_2 + e_3 + e_4 + e_5 + e_6 \quad (1.25)$$

Comme nous l'avons dit précédemment, l'inversion de données expérimentales met généralement en oeuvre des algorithmes itératifs qui font appel de façon répétitive au module

de résolution du problème direct correspondant. Or, quelle que soit la méthode utilisée pour la résolution du problème direct (méthode de séparation des variables, méthode des différences finis, des éléments finis en numériques, ...) la solution calculée sera différente de la solution exacte. L'utilisation de cette solution (approchée) du modèle direct pour l'inversion induit donc une contribution  $e_1$  à l'erreur d'estimation : cette composante de l'erreur est appelée **erreur de résolution du problème direct**.

La deuxième composante de l'erreur d'estimation,  $e_2$ , se rapporte aux hypothèses qui ont été faites pour la résolution du problème direct (négligeabilité des effets multi-D, uniformité du champ de température initial, invariabilité des propriétés thermophysiques avec la température, ...) et qui peuvent ne pas être adaptées aux conditions de l'expérience qui a été effectivement réalisée. Cette composante de l'erreur est appelée **erreur d'hypothèse**. Elle inclut également le manque de connaissance précise que l'on peut avoir sur la physique du phénomène étudié, notamment en cas de couplage de plusieurs effets (changement de phase et conduction par exemple).

La composante  $e_3$ , appelée **erreur due au bruit**, provient du dispositif de mesure du signal produit par les capteurs, dispositif qui génère un bruit, généralement additif. Diverses techniques spécifiques de traitement de ce signal bruité peuvent être utilisées pour quantifier la contribution de cette erreur.

La quatrième composante  $e_4$  de l'erreur d'estimation provient quant à elle de la conversion du signal (souvent électrique) en grandeur de même dimension physique que le champ solution du problème direct (souvent température). Elle est liée à toutes les **erreurs de métrologie thermique** (non-linéarité de la réponse du capteur, fréquence de travail du capteur et de la chaîne de mesure, caractère intrusif, ...).

La composante  $e_5$  est l'**erreur due aux paramètres connus** (propriétés thermophysiques, dimensions de l'échantillon, ...). Cette composante peut également intégrer les conséquences des incertitudes dues à des valeurs nominales imposées sur certains paramètres lors de l'inversion, celles dues à l'incertitude sur la position des capteurs implantés à l'intérieur du matériau ainsi que celles dues aux incertitudes sur les variables explicatives (temps d'acquisition par exemple).

La sixième composante  $e_6$  enfin apparaît uniquement dans les problèmes d'estimation de fonction. Son origine est due à la nécessaire paramétrisation de la fonction  $\beta$ . En effet, à l'issue de cette paramétrisation, cette fonction devient un vecteur paramètre  $\beta$

à nombre fini  $n$  de composantes. Plus cette paramétrisation est fine, c'est-à-dire plus on est « gourmand » en composantes  $\beta_j$  à estimer (plus  $n$  augmente), plus le bruit de mesure va induire une erreur  $e_3$  qui va finir par devenir prépondérante devant la valeur exacte  $\beta$ . C'est pour atténuer cette erreur, qui rend généralement mal-posés les problèmes d'estimation de fonctions, qu'on introduit volontairement un **biais** dans les algorithmes d'inversion, c'est-à-dire que si toutes les erreurs  $e_1$  à  $e_5$  sont nulles, la valeur estimée du vecteur paramètre diffère de sa valeur exacte

$$e_6 = \hat{\beta} - \beta \neq 0 \quad (1.26)$$

Cette erreur est l'**erreur déterministe**, qui est produite par des méthodes inverses particulières : régularisation de Tikhonov, retour vers la surface (Raynaud et Bransier [1986], Raynaud [1998]), temps futurs de Beck, filtrages numériques (Scarpa et Milano [1995]), mollification de Murio (Murio [1993]), transformées intégrales (Monde [2000], Maillet et al. [2000]), ...

### 1.4.3 Qualité de l'estimation

Arrivé à ce stade, où toutes les causes de l'erreur d'estimation ont été répertoriées, notre expérimentateur-inverseur peut se poser la question de la qualité de l'estimation qu'il a obtenue sur les paramètres  $\beta$  qui l'intéressent : il s'agit donc ici de quantifier l'erreur  $e_\beta$ . Pour ce faire, il est nécessaire de revenir sur les différentes composantes de l'erreur vues plus haut.

#### Erreur de résolution du problème direct

En pratique, une comparaison avec un cas test, résolu par une technique analytique dans un cas linéaire à géométrie simple (méthode de séparation des variables par exemple) permet de caler une solution obtenue numériquement (méthode des différences finies, volumes finis, éléments finis, éléments frontières, ...), notamment en ce qui concerne le choix du maillage, des pas de temps et d'espace, du nombre d'itérations, ... Ceci permet de chiffrer l'ordre de grandeur de l'erreur sur le champ qui va se traduire, lors de l'inversion, par une erreur systématique  $e_1$  sur  $\beta$ .

#### Erreur d'hypothèse et erreur de métrologie thermique

La maîtrise des erreurs d'hypothèse et de métrologie thermique  $e_2$  et  $e_4$  est du ressort exclusif de l'expérimentateur. Il est en effet évident qu'une bonne estimation ne sera possible que si :

- le modèle est adapté pour représenter correctement l'expérience ( $e_2$  faible)



- l'instrumentation et la loi de conversion du signal en champ (étalonnage) correspond bien à sa contrepartie théorique, c'est-à-dire au champ solution du problème direct ( $\mathbf{e}_4$  faible)

C'est ici qu'importe le savoir-faire du métrologue et sa compétence est une condition nécessaire pour alimenter en mesures un algorithme d'inversion qui produise une estimation de  $\beta$  la moins biaisée possible.

### Erreurs dues au bruit et aux paramètres connus

Un outil extrêmement puissant pour quantifier ces deux composantes de l'erreur d'estimation est l'étude des *coefficients de sensibilité* associée à une approche stochastique présentée par Beck et Arnold [1977].

Soit  $\beta$  un vecteur paramètre dont dépend a priori le champ  $\eta$ . On définit le coefficient de sensibilité du champ exact  $\eta$  en un point donné au paramètre  $\beta_j$  à l'instant  $t$  par :

$$X_j(t, \beta) = \frac{\partial \eta}{\partial \beta_j}(t, \beta) \quad (1.27)$$

Ce coefficient mesure la variation induite sur le signal par de faibles variations du paramètre  $\beta_j$ . Ainsi, plus le coefficient de sensibilité d'un paramètre sera grand, plus le modèle sera sensible à celui-ci et plus il sera facile d'estimer sa valeur par des méthodes d'inversion.

La matrice  $\mathbf{X}$  de dimensions  $(m \times n)$  définie par

$$\mathbf{X} = \begin{pmatrix} X_1(t_1) & \dots & X_n(t_1) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ X_1(t_m) & \dots & X_n(t_m) \end{pmatrix} \quad (1.28)$$

est la matrice de sensibilité, dont chaque colonne correspond à un coefficient de sensibilité  $X_j$  au paramètre  $\beta_j$  et chaque ligne à un instant  $t_i$  de mesure.

Les sensibilités du champ aux paramètres jouent un rôle fondamental dans les techniques d'inversion puisqu'elles conditionnent non seulement les valeurs estimées des paramètres mais aussi les erreurs commises sur ces paramètres. En effet, on peut montrer (voir Beck et Arnold [1977]), que la matrice des covariances du vecteur estimé  $\hat{\beta}$  a pour coefficients diagonaux les carrés des écart-types des composantes de l'erreur d'estimation due au bruit,  $\mathbf{e}_3$  (seule composante aléatoire de  $\mathbf{e}_\beta$ , les autres composantes étant déterministes), et pour coefficients non diagonaux les covariances de la même composante de l'erreur d'estimation.

De plus, le tracé simultané des coefficients de sensibilité en fonction du temps permet de détecter une éventuelle relation linéaire entre ces derniers, relation qui rend la matrice mal conditionnée ; dans ce cas, l'estimation simultanée des  $n$  paramètres du vecteur  $\beta$  est impossible et il y a lieu de reconsidérer le problème inverse (en procédant à un changement de paramétrage par exemple).

Da la même manière, l'**erreur d'estimation due aux paramètres connus**,  $e_5$ , peut être évaluée de façon très efficace en utilisant la notion de coefficient de sensibilité.

### Erreur déterministe

Comme nous l'avons dit, l'estimation d'une fonction  $\beta(t)$  nécessite une paramétrisation, une discrétisation de celle-ci. Cependant, si cette discrétisation est trop fine, les coefficients de sensibilité  $X_j$  aux différents paramètres  $\beta_j$  vont non seulement diminuer en amplitude, mais aussi se rapprocher les uns des autres : le mauvais conditionnement de la matrice  $\mathbf{X}$  qui en résulte va alors faire tendre vers l'infini les écart-types des erreurs d'estimation, et ce même si le bruit de mesure est faible. La solution généralement adoptée consiste à fournir une information supplémentaire sur la solution recherchée, soit en imposant à la solution d'être suffisamment régulière (régularisation de type Tikhonov), soit en imposant une contrainte sur cette solution (méthode de spécification de Beck). Quelle que soit la méthode adoptée, elle aura pour effet d'introduire une erreur d'estimation supplémentaire, l'**erreur déterministe**  $e_6$ , d'espérance mathématique non nulle. L'idée est alors, pour un niveau de bruit donné, d'ajuster un paramètre de réglage (dit coefficient de régularisation) pour que, dans le nouveau problème, la somme des erreurs aléatoires  $e_3$  et déterministe  $e_6$  soit inférieure à l'erreur aléatoire due au bruit  $e_3$  avant imposition de cette contrainte supplémentaire (i.e quand  $e_6 = 0$ ).

#### 1.4.4 Conclusion sur l'approche méthodologique

Pour fixer les idées, on peut donc envisager les étapes suivantes dans la résolution d'un problème inverse basé sur l'équation de la conduction où la grandeur mesurée est la seule température :

1. détermination des paramètres thermiques du modèle direct.
2. choix de la méthode de résolution du modèle (analytique, numérique).
3. choix de la paramétrisation des propriétés à identifier.
4. obtention de la solution du problème direct par résolution de l'équation de la chaleur et de ses conditions associées.

5. étude de la sensibilité de la température aux paramètres inconnus et aux paramètres supposés connus.
6. conception « optimale » de l'expérience, c'est-à-dire choix des meilleures conditions initiales et aux limites possibles (matériau, géométrie, excitation ...).
7. développement d'une technique d'inversion permettant l'estimation des paramètres, une fois la mesure de température effectuée.
8. simulation numérique de l'inversion avec des données exactes et validation de l'ensemble du processus.
9. éventuellement, tentative de simplification du problème direct pour limiter le temps de calcul ou simplifier la procédure d'inversion.
10. application de la technique inverse à des mesures simulées, obtenues en ajoutant un bruit aléatoire à la solution du problème direct.
11. construction du dispositif expérimental, réalisation des expériences et caractérisation du bruit de mesure (éventuellement, filtrage des mesures).
12. traitement de ces mesures par la technique inverse et estimation des paramètres.
13. validation de l'ensemble du processus (modèle thermique, mesures, inversion) par l'étude des résidus, c'est-à-dire des écarts entre les températures mesurées et celles recalculées à partir du modèle direct appliqué aux valeurs estimées des paramètres.

Il est bien évident que toutes ces étapes, qui ne constituent d'ailleurs pas un catalogue exhaustif, ne doivent pas nécessairement se dérouler de façon séquentielle et qu'en général il est nécessaire de faire des aller-retour entre elles.

L'analyse faite plus haut a également permis de faire ressortir les différentes causes des erreurs d'estimation. Leur connaissance est fondamentale pour la personne qui effectue une expérience de métrologie thermique destinée à remonter, par une technique inverse, à des valeurs estimées des paramètres qui l'intéressent. Ces erreurs interviennent au cours des trois étapes suivantes :

- Phase problème direct :
  1. erreur de résolution du problème direct ( $e_1$ )
  2. erreur d'hypothèses, erreur de modèle ( $e_2$ )
- Phase expérimentation :
  3. erreur due au bruit ( $e_3$ )

4. erreur de métrologie thermique ( $\mathbf{e}_4$ )

• Phase problème inverse :

5. erreur due aux paramètres supposés connus ( $\mathbf{e}_5$ )

6. erreur spécifique due à l'algorithme d'inversion ( $\mathbf{e}_6$ )

Seule la maîtrise de ces différentes erreurs peut permettre une estimation satisfaisante. En ce qui concerne les erreurs  $\mathbf{e}_3$ ,  $\mathbf{e}_5$  et  $\mathbf{e}_6$ , elles sont parfaitement contrôlables par la simulation. En effet, il est possible de procéder à une simulation d'inversion en générant un champ théorique à l'aide de la solution du problème direct pour une valeur donnée du vecteur paramètre  $\beta$ , puis de « bruitez » la solution obtenue à l'aide d'un bruit additif aléatoire et d'utiliser ce champ pseudo-expérimental pour l'inversion qui fournit alors une valeur estimée  $\hat{\beta}$  du vecteur paramètre : la somme des trois erreurs précédentes est alors simplement égale à  $\hat{\beta} - \beta$ .

A l'inverse, les erreurs  $\mathbf{e}_1$ ,  $\mathbf{e}_2$  et  $\mathbf{e}_4$  ne peuvent pas être évaluées en l'absence de réelles mesures expérimentales. Seul l'examen des résidus, c'est-à-dire de la différence entre le champ mesuré et le champ recalculé à partir de la valeur estimée des paramètres, peut permettre de savoir si la somme de ces trois erreurs est négligeable. Dans le cas contraire, il convient d'optimiser les caractéristiques de l'expérience (configuration, position des capteurs, choix des instants de mesure, ...) en vue de diminuer l'influence de ces différentes erreurs.

## 1.5 Conclusion

Ce chapitre avait pour but d'exposer les prérequis théoriques nécessaires à la compréhension des problèmes d'estimation en thermique.

Nous avons vu que la résolution de ce type de problème nécessitait une approche rigoureuse car les difficultés pratiques de mise en oeuvre demeurent réelles. L'accent a été en particulier mis sur les aspects liés à l'erreur d'estimation, car le caractère fondamentalement mal-posé des problèmes inverses nécessite de pouvoir quantifier cette dernière.

Une méthodologie de l'estimation conclut enfin ce chapitre, méthodologie que nous nous efforcerons de suivre dans l'analyse de notre problème qui consiste à estimer les flux extraits lors du processus de refroidissement par jet impactant avec changement de phase.

# Chapitre 2

## Modèle et inversions simulées

### Sommaire

---

<b>2.1</b>	<b>Introduction</b>	<b>33</b>
<b>2.2</b>	<b>Le problème direct</b>	<b>36</b>
2.2.1	Modélisation	36
2.2.2	Résolution exacte	37
2.2.3	Solution semi-analytique	41
2.2.4	Simulations	43
<b>2.3</b>	<b>Etude de sensibilité pour le mode <math>n=0</math></b>	<b>48</b>
2.3.1	Sensibilité au flux pariétal et au niveau de discrétisation	48
2.3.2	Sensibilité en fonction du rayon de mesure	50
<b>2.4</b>	<b>Le problème inverse</b>	<b>51</b>
2.4.1	Bruit de mesure et régularisation	51
2.4.2	Inversions à partir de données simulées	55
2.4.3	Utilisation d'un algorithme d'inversion 1D local	59
2.4.4	Erreur d'estimation et choix des paramètres	60
<b>2.5</b>	<b>Conclusion</b>	<b>66</b>

---

### 2.1 Introduction

Malgré le nombre important d'études traitant de ce sujet, les mécanismes de transfert associés au refroidissement par jet(s) liquide(s) ne sont pas très bien compris. En effet, la mesure des flux locaux extraits lors de l'impact d'un jet sur une surface fixe, et plus encore sur une surface mobile portée à hautes températures, pose des problèmes de métrologie car une mesure directe peut perturber le phénomène d'ébullition qui apparaît à la paroi.

La technique de refroidissement par jets est typiquement utilisée lors du procédé de mise en forme – ou laminage – de produits sidérurgiques (voir **figure 2.1**).



FIG. 2.1 – Procédé industriel du refroidissement par jets (*source : Arcelor Research*)

Dans ce type de procédé de refroidissement, de forts gradients de température apparaissent en surface. Actuellement, ceux-ci sont mal maîtrisés du fait de la méconnaissance de la cinétique du refroidissement et des régimes d'ébullition locaux qui apparaissent en paroi. Ces non-uniformités de températures locales entraînent des hétérogénéités des propriétés mécaniques de l'acier ; il est donc important de mieux contrôler le chemin thermique suivi par le produit.

L'idée de ce chapitre est donc de proposer une méthode permettant d'estimer localement les flux extraits lors de l'impact de jets sur une surface défilante. Cette méthode doit également pouvoir être testée expérimentalement en laboratoire.

Il était donc primordial, de manière à pouvoir transposer nos résultats au problème industriel susmentionné :

- de tenir compte de la contrainte liée à l'espace disponible au laboratoire, une bande de plusieurs dizaines de mètres n'étant bien évidemment pas envisageable,
- de respecter la périodicité des transferts, chaque point de la surface devant périodiquement passer sous un jet comme on peut le voir sur le schéma de la **figure 2.2**,
- sinon de pouvoir atteindre des vitesses de translation de la surface d'impact iden-

tiques à celles rencontrées lors du laminage à chaud (ces vitesses de défilement variant dans la gamme de 5 à 15 m/s), du moins telles que le rapport  $r^*$  entre la vitesse d'impact du jet  $V_j$  et la vitesse de translation  $V_d$  varie de 0,4 à 1,3.

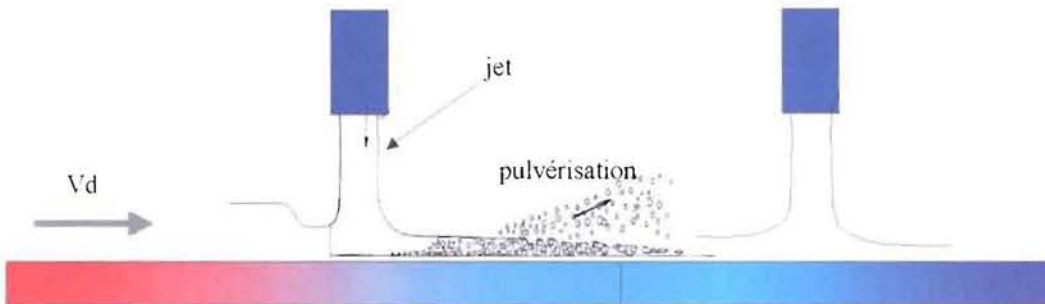


FIG. 2.2 – Représentation schématique du procédé industriel

Au vu de ces différentes remarques, la géométrie qui nous a semblé la mieux adaptée pour étudier ces transferts est une géométrie cylindrique, le cylindre en rotation étant refroidi par un jet d'eau unique de sorte que chaque point de la surface passe périodiquement sous le jet. Le principe de la méthode présentée dans ce chapitre consiste donc, à partir d'une température mesurée en proche paroi et d'une condition limite interne imposée et connue, à remonter par méthode inverse à la condition limite locale sur la surface externe du cylindre.

Pour traiter ce genre de problèmes de transferts thermiques, l'approche numérique est de loin la plus classique et la plus répandue, notamment dans le cas de géométries complexes ou de problèmes non linéaires. Cependant, les temps de calculs longs, voire prohibitifs, ajoutés aux problèmes de maillage qui peuvent survenir, en rendent l'utilisation en inversion de mesures souvent contraignante. A la lumière de ce constat, notre démarche consiste à mettre au point et à mettre en oeuvre une méthode inverse semi-analytique adaptée à ce problème. Il sera alors possible d'appliquer l'algorithme d'inversion à des mesures expérimentales dans le but d'étudier les régimes d'ébullition qui apparaissent à la surface de notre cylindre.

Le principal avantage de cette technique indirecte de mesure est que l'estimation du flux surfacique est totalement indépendante des phénomènes physiques qui engendrent ce flux, car le cylindre constitue à la fois un fluxmètre et un thermomètre de paroi : le champ d'application de la méthode n'est donc pas limité au problème industriel du refroidissement par jets, la méthode proposée pouvant tout aussi bien être appliquée à l'étude de

l'échauffement d'une roue lors du freinage par exemple.

## 2.2 Le problème direct

### 2.2.1 Modélisation

Dans le problème direct, on cherche à calculer la température  $T$  en tout point d'un cylindre en rotation (vitesse angulaire  $\omega$ ) de coordonnées  $(r, \gamma)$ , de longueur  $l$ , composé de deux couches de rayons  $r_1$  et  $r_2$  (**figure 2.3**). On impose une source surfacique de chaleur constante et uniforme  $P$  au rayon  $r_1$  et un flux variant avec l'abscisse angulaire  $\gamma$  et le temps  $t$  au rayon  $r_2$ , noté  $\varphi_2(\gamma, t)$ , résultant ici de l'impact du jet sur le cylindre.

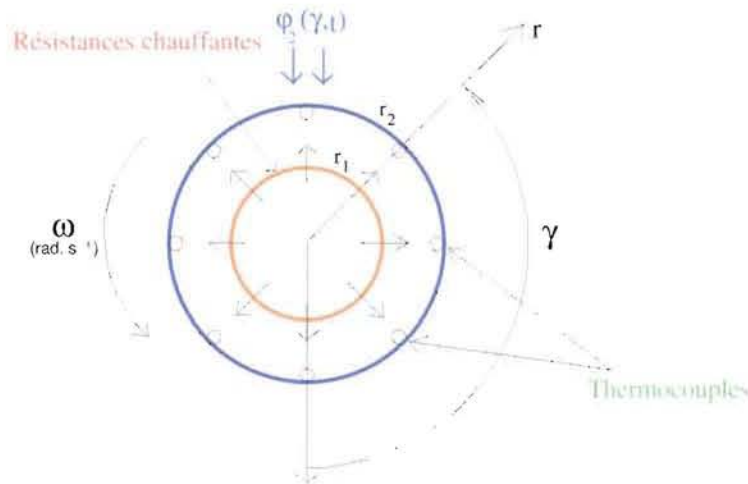


FIG. 2.3 – Géométrie du modèle

Notre problème peut être modélisé par une géométrie bidimensionnelle car :

- le jet plan impacte 90% de la longueur du cylindre, il est donc possible de négliger la conduction longitudinale.
- les points de mesure de nos thermocouples sont repartis sur une même section du cylindre et sont localisés sur la demi-longueur de celui-ci.
- le chauffage interne est (supposé) uniformément repart.

Ainsi, en négligeant le transfert axial de chaleur, la température  $T_i$  dans chaque domaine  $i$  ( $i = 1$  pour  $0 \leq r < r_1$ ,  $i = 2$  pour  $r_1 < r \leq r_2$ ) est, dans le repère du laboratoire, solution de l'équation de la chaleur et des conditions (limites, initiale et de périodicité) suivantes :

$$\frac{\partial^2 T_i}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial T_i}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 T_i}{\partial \gamma^2} - \frac{\omega}{a} \frac{\partial T_i}{\partial \gamma} = \frac{1}{a} \frac{\partial T_i}{\partial t} \quad (2.1)$$



$$\left\{ \begin{array}{l} T_i(r, \gamma + 2\pi, t) = T_i(r, \gamma, t) \quad (\text{conditions de périodicité}) \\ \frac{\partial T_1}{\partial r}(r = 0, t) = 0 \\ T_1(r = r_1, \gamma, t) = T_2(r = r_1, \gamma, t) \\ \frac{P}{2\pi r_1 l} - \lambda \frac{\partial T_1}{\partial r}(r = r_1, \gamma, t) = -\lambda \frac{\partial T_2}{\partial r}(r = r_1, \gamma, t) \\ -\lambda \frac{\partial T}{\partial r}(r = r_2, \gamma, t) = \varphi_2(\gamma, t) \\ T_i(r, \gamma, t = 0) = T_{perm}(r) \end{array} \right. \quad (2.2)$$

où  $a = \frac{\lambda}{\rho C_p}$  est la diffusivité thermique du matériau (supposée indépendante de la température).

### 2.2.2 Résolution exacte

Le problème direct considéré ici peut être résolu analytiquement en exprimant la température  $T$  en fonction de  $\varphi_2(\gamma, t)$ . Il correspond à une excitation thermique en deux temps :

1) partant de l'équilibre thermique à la température  $T_a$  (égale à la température de l'air), le cylindre en rotation est chauffé en  $r = r_1$  avec une source de chaleur uniforme  $P(W)$  qui ne varie pas avec le temps. La chaleur est dissipée par convection (et radiation) à  $r = r_2$  à travers un coefficient de transfert uniforme  $h$  et on considère le transfert de chaleur permanent  $T_{perm}$ , solution de l'équation

$$\frac{d^2 T_i}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{dT_i}{dr} = 0$$

associée aux conditions

$$\left\{ \begin{array}{l} -\lambda \frac{dT_2}{dr}(r = r_2) = h [T_2 - T_a] \quad ; \quad T_1(r = r_1) = T_2(r = r_1) \\ \frac{P}{2\pi r_1 l} - \lambda \frac{dT_1}{dr}(r = r_1) = -\lambda \frac{dT_2}{dr}(r = r_1) \quad ; \quad -\lambda \frac{dT_1}{dr}(r = 0) = 0 \end{array} \right.$$

La solution s'obtient aisément et est de la forme

$$\left\{ \begin{array}{l} T_{perm}(r \leq r_1) = T_a + P \left( \frac{1}{2\pi r_2 l h} + \frac{1}{2\pi \lambda} \ln\left(\frac{r_2}{r_1}\right) \right) = T_c \\ T_{perm}(r \geq r_1) = T_c - \frac{P}{2\pi \lambda} \ln\left(\frac{r}{r_1}\right) \end{array} \right. \quad (2.3)$$

2) à  $t = 0$ , un jet d'eau centré en  $\gamma = \pi$  vient impacter le cylindre : le flux de chaleur surfacique qui en résulte en  $r = r_2$  dans le repère du laboratoire est  $\varphi_2(\gamma, t)$ . Ce régime transitoire est considéré jusqu'à ce qu'un nouvel équilibre soit atteint pour  $P = 2\pi r_2 l \varphi_{2ave}(\gamma, \infty)$ , où  $\varphi_{2ave}$  est la moyenne angulaire de  $\varphi_2$ . Le champ de température transitoire  $T^t$  résultant dans le cylindre est la somme des solutions de trois problèmes :

$$T^t(r, \gamma, t) = T^{relax}(r, t) + T^{adia}(r, t) + T^{ref}(r, \gamma, t) \quad (2.4)$$

où :

- $T^{relax}$  est le champ axisymétrique de température transitoire 1D résultant de la relaxation naturelle du champ de température initial  $T_{perm}(r)$  à l'intérieur du cylindre, ce dernier étant désormais isolé ( $h = 0$ ) et sans source interne ( $P = 0$ ).  $T^{relax}$  est donc solution de

$$\frac{d^2 T_i}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{dT_i}{dr} = \frac{1}{a} \frac{dT_i}{dt}$$

associée aux conditions

$$\begin{cases} -\lambda \frac{dT_1}{dr}(r=0) = 0 \\ -\lambda \frac{dT_2}{dr}(r=r_2) = 0 \\ T_i(r, t=0) = T_{perm}(r) \end{cases}$$

soit, dans l'espace de Laplace :

$$\bar{T}^{relax}(r, p) = -\frac{P}{2\pi\lambda l p} \left\{ \left[ K_0(\alpha r_1) + \frac{I_0(\alpha r_1)}{I_1(\alpha r_2)} K_1(\alpha r_2) \right] - \frac{1}{\alpha r_2} \frac{1}{I_1(\alpha r_2)} \right\} I_0(\alpha r) + \frac{T_1(r, t=0)}{p}$$

si  $r \leq r_1$  et

$$\bar{T}^{relax}(r, p) = -\frac{P}{2\pi\lambda l p} \left\{ \left[ K_0(\alpha r) + \frac{K_1(\alpha r_2)}{I_1(\alpha r_2)} I_0(\alpha r) \right] I_0(\alpha r_1) - \frac{1}{\alpha r_2} \frac{I_0(\alpha r)}{I_1(\alpha r_2)} \right\} + \frac{T_2(r, t=0)}{p}$$

si  $r_1 \leq r \leq r_2$ , avec  $\alpha = \sqrt{\frac{p}{a}}$ .

- $T^{adia}$  est le champ de température transitoire 1D produit par le chauffage interne  $P$  au rayon  $r_1$ , le cylindre étant isolé ( $h = 0$ ) et la température initiale étant égale à zéro. L'équation restant inchangée, les nouvelles conditions initiale et aux limites associées sont :

$$\begin{cases} -\lambda \frac{dT_2}{dr}(r=r_2) = 0 & ; & -\lambda \frac{dT_1}{dr}(r=0) = 0 & ; & T_i(r, t=0) = 0 \\ \frac{P}{2\pi r_1 l} - \lambda \frac{dT_1}{dr}(r=r_1) = -\lambda \frac{dT_2}{dr}(r=r_1) & ; & T_1(r=r_1) = T_2(r=r_1) \end{cases}$$

et la solution est, dans l'espace de Laplace :

$$\bar{T}^{adia}(r, p) = \frac{P r_1}{\lambda p} \left[ K_0(\alpha r_1) + \frac{I_0(\alpha r_1)}{I_1(\alpha r_2)} K_1(\alpha r_2) \right] I_0(\alpha r) \quad \text{si } r \leq r_1$$

et

$$\bar{T}^{adia}(r, p) = \frac{P r_1}{\lambda p} \left[ K_0(\alpha r) + \frac{K_1(\alpha r_2)}{I_1(\alpha r_2)} I_0(\alpha r) \right] I_0(\alpha r_1) \quad \text{si } r_1 \leq r \leq r_2$$

•  $T^{ref}$  est le champ de température transitoire 2D produit par le jet de refroidissement surfacique  $\varphi_2(\gamma, t)$ , sans aucune source interne ( $P = 0$ ) et en partant d'un champ de température initial nul.  $T^{ref}$  est donc solution de l'équation

$$\frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial T}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 T}{\partial \gamma^2} - \frac{\omega}{a} \frac{\partial T}{\partial \gamma} = \frac{1}{a} \frac{\partial T}{\partial t} \quad (2.5)$$

les conditions limites associées étant

$$\left\{ \begin{array}{ll} T(r, \gamma + 2\pi) = T(r, \gamma) \text{ (conditions de périodicité)} & ; \quad T(r, \gamma, t = 0) = 0 \\ -\lambda \frac{\partial T}{\partial r}(r = r_2, \gamma) = \varphi_2(\gamma, t) & ; \quad \frac{\partial T}{\partial r}(r = 0) = 0 \end{array} \right. \quad (2.6)$$

Les conditions de périodicité relatives à la coordonnée  $\gamma$  nous permettent d'utiliser une transformée de Fourier (notée  $\sim$ ) dans la direction  $\gamma$  associée à une transformée de Laplace (notée  $-$ ) appliquée à la variable temporelle :

$$\tilde{\bar{T}}(r, n, p) = \int_0^\infty \int_0^{2\pi} T(r, \gamma, t) \exp(-j n \gamma) \exp(-p t) d\gamma dt$$

et à laquelle on associe la norme

$$N(n) = \int_0^{2\pi} \exp(-j n \gamma) \exp(j n \gamma) d\gamma = 2\pi$$

définie pour tout  $n \in Z$ .

Cette double intégration peut être écrite sous forme séquentielle :

$$\tilde{\bar{T}}(r, n, t) = \int_0^{2\pi} T(r, \gamma, t) \exp(-j n \gamma) d\gamma$$

et

$$\tilde{\bar{T}}(r, n, p) = \int_0^\infty \tilde{\bar{T}}(r, n, t) \exp(-p t) dt$$

Par ailleurs, la double transformée de la densité de flux  $\varphi = -\lambda \frac{\partial T}{\partial r}$  est liée à la transformée de la température par

$$\tilde{\bar{\varphi}}(r, n, p) = \int_0^\infty \int_0^{2\pi} \left( -\lambda \frac{\partial T}{\partial r} \right) \exp(-j n \gamma) \exp(-p t) d\gamma dt = -\lambda \frac{d\tilde{\bar{T}}}{dr} \quad (2.7)$$

Appliquons la transformée de la température à l'équation (2.1), on obtient :

$$\frac{d^2 \tilde{\bar{T}}}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{d\tilde{\bar{T}}}{dr} + \frac{1}{r^2} \int_0^{2\pi} \frac{\partial^2 \tilde{\bar{T}}}{\partial \gamma^2} \exp(-j n \gamma) d\gamma - \frac{\omega}{a} \int_0^{2\pi} \frac{\partial \tilde{\bar{T}}}{\partial \gamma} \exp(-j n \gamma) d\gamma - \frac{p}{a} \tilde{\bar{T}} = 0$$

et une double intégration par parties de cette équation nous donne :

$$\frac{d^2 \tilde{T}}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{d\tilde{T}}{dr} + \frac{1}{r^2} \left[ \left[ \frac{\partial \tilde{T}}{\partial \gamma} e^{-jn\gamma} \right]_0^{2\pi} + jn \int_0^{2\pi} \frac{\partial \tilde{T}}{\partial \gamma} e^{-jn\gamma} d\gamma \right] - \frac{\omega}{a} \left[ \left[ \tilde{T} e^{-jn\gamma} \right]_0^{2\pi} + jn \tilde{T} \right] - \frac{p}{a} \tilde{T} = 0$$

puis

$$\frac{d^2 \tilde{T}}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{d\tilde{T}}{dr} + \frac{1}{r^2} \left[ jn \left[ \tilde{T} e^{-jn\gamma} \right]_0^{2\pi} + j^2 n^2 \int_0^{2\pi} \tilde{T}(r, \gamma) \exp(-jn\gamma) d\gamma \right] - \left( \frac{p}{a} + jn \frac{\omega}{a} \right) \tilde{T} = 0$$

On obtient finalement une équation différentielle ordinaire dans l'espace transformé :

$$\frac{d^2 \tilde{T}}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{d\tilde{T}}{dr} - \left( \frac{n^2}{r^2} + \frac{p}{a} + jn \frac{\omega}{a} \right) \tilde{T} = 0 \quad (2.8)$$

La solution générale de cette équation s'écrit

$$\tilde{T}(r, n, p) = A_n I_n(\alpha_n r) + B_n K_n(\alpha_n r) \quad (2.9)$$

où  $\alpha_n = \sqrt{\frac{p+jn\omega}{a}}$  et où  $I_n$  et  $K_n$  sont respectivement les fonctions de Bessel modifiées de première et de deuxième espèce d'ordre  $n$ .  $A_n$  et  $B_n$  sont des constantes d'intégration qui dépendent des conditions limites; ainsi, la résolution nécessite la connaissance de deux conditions limites individuelles, l'une au centre du cylindre et l'autre à la surface externe de celui-ci. Dans notre cas, nous considérons une température finie au centre du cylindre

$$\frac{d\tilde{T}}{dr}(r=0, n, p) = 0 \quad (2.10)$$

et une densité de flux surfacique dépendant de l'espace et du temps au rayon  $r = r_2$ .

Pour ce jeu de conditions limites, la solution du problème s'écrit

$$\tilde{T}(r, n, p) = -\frac{1}{\lambda} \frac{I_n(\alpha_n r)}{\alpha_n I_n'(\alpha_n r_2)} \tilde{\varphi}_2(n, p) \quad (2.11)$$

où  $I_n'(x)$  est la dérivée de  $I_n(x)$  calculée par :

$$I_n'(\alpha r_2) = \alpha I_{n-1}(\alpha r_2) - \frac{n}{\alpha r_2} I_n(\alpha r_2) \quad (2.12)$$

En pratique, on applique la propriété de décalage de la transformée de Laplace (opérateur  $L(\cdot)$ )

$$F(p+K) = L \left[ \exp(-Kt) f(t) \right] \quad (2.13)$$

à l'équation précédente avec  $K = jn\omega$ . On obtient :

$$\tilde{T}(r, n, t) = -\frac{1}{\lambda} \int_0^t \left[ \tilde{\varphi}_2(n, \tau) \right] \left[ e^{-jn\omega(t-\tau)} Z_n(r, t-\tau) \right] d\tau = \tilde{T}_n \quad (2.14)$$

avec

$$\bar{Z}_n(r, p) = \frac{I_n\left(\sqrt{\frac{p}{a}} r\right)}{\sqrt{\frac{p}{a}} I_n'\left(\sqrt{\frac{p}{a}} r_2\right)} \quad (2.15)$$

L'équation (2.14) permet le calcul dans l'espace temporel de la  $n^{me}$  harmonique (complexe) de température  $\tilde{T}_n$  (au rayon  $r$ ) à partir de la  $n^{me}$  harmonique de densité surfacique de flux  $\tilde{\varphi}_{2n}$ .

Le retour dans l'espace réel s'effectue par transformée de Fourier inverse :

$$T(r, \gamma, t) = \frac{\tilde{T}_0}{2\pi} + \sum_{n=1}^{\infty} \left[ \frac{\tilde{T}_n}{2\pi} e^{jn\gamma} \right] + \sum_{n=1}^{\infty} \left[ \frac{\tilde{T}_n^*}{2\pi} e^{-jn\gamma} \right]$$

où « \* » désigne le complexe conjugué, soit :

$$T(r, \gamma, t) = \frac{\tilde{T}_0}{2\pi} + \frac{1}{2\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \left[ \left( \tilde{T}_n + \tilde{T}_n^* \right) \cos(n\gamma) + j \left( \tilde{T}_n - \tilde{T}_n^* \right) \sin(n\gamma) \right]$$

d'où finalement :

$$T^{ref}(r, \gamma, t) = \frac{\tilde{T}_0}{2\pi} + \frac{1}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \left[ \operatorname{Re}(\tilde{T}_n) \cos(n\gamma) - \operatorname{Im}(\tilde{T}_n) \sin(n\gamma) \right] \quad (2.16)$$

### 2.2.3 Solution semi-analytique

Tout d'abord, pour chaque régime transitoire ( $T^{relax}$ ,  $T^{adia}$  et  $T^{ref}$ ), l'inversion de Laplace ne peut être effectuée que numériquement. Pour ce faire, nous avons utilisé l'algorithme d'inversion de Stehfest (voir Stehfest [1970a] et Stehfest [1970b]) :

$$F(r, t) = \frac{\ln 2}{t} \sum_{j=1}^N V_j \bar{F}\left(r, p = \frac{j \ln 2}{t}\right) \quad \text{avec } N=10 \text{ dans notre cas} \quad (2.17)$$

Ensuite, le calcul des transformées de Fourier des températures ainsi que de l'intégrale temporelle entrant dans l'écriture (2.14) est effectué par quadrature ( $\sum$  au lieu de  $\int$ ), et la somme infinie de l'expression (2.16) est tronquée à un nombre d'harmoniques  $N_H$ . Enfin, lorsque l'on va examiner le cas du problème inverse, les valeurs recherchées pour  $\varphi_2(\gamma, t)$  ne pourront plus être continues. Nous nous proposons d'examiner le cas particulier où la fonction  $\varphi_2(\gamma, t)$  est constante par morceaux :

$$\varphi_2(\gamma, t) = \varphi_{2,k}(\gamma) \quad \text{pour } t_k \leq t \leq t_{k+1} \quad (2.18)$$

avec  $t_k = k\Delta t$  et  $k \geq 0$ , où  $\Delta t$  est à la fois un pas de temps de discrétisation pour  $\varphi_2$  et un pas de temps de calcul pour la température  $T$ .

Les harmoniques de température  $\tilde{T}_n$  peuvent alors être exprimées en fonction des valeurs discrètes des harmoniques de flux  $\tilde{\varphi}_{2n,k} = \int_0^{2\pi} \varphi_{2k}(\gamma) e^{-jn\gamma} d\gamma$  :

$$\tilde{T}(r, n, t_i) = -\frac{1}{\lambda} \sum_{k=0}^{i-1} \tilde{\varphi}_{2n,k} \int_{t_k}^{t_{k+1}} e^{-jn\omega(t_i-\tau)} Z_n(r, t_i - \tau) d\tau \quad (2.19)$$

Cependant, la fonction  $Z_n(r, t)$  n'étant pas bornée en 0, il convient de l'approximer par son développement asymptotique  $\check{Z}_n(r, t)$  pour  $t < t_{lim} = i_{lim}\Delta t$ . On a alors

$$\begin{aligned} \tilde{T}(r, n, t_i) = -\frac{1}{\lambda} & \left[ \sum_{k=0}^{i-2} \tilde{\varphi}_{2nk} \int_{t_k}^{t_{k+1}} e^{-jn\omega(t_i-\tau)} Z_n(r, t_i - \tau) d\tau \right. \\ & \left. + \tilde{\varphi}_{2n(i-1)} \int_{t_i-t_{lim}}^{t_i} e^{-jn\omega(t_i-\tau)} \check{Z}_n(r, t_i - \tau) d\tau \right] \end{aligned} \quad (2.20)$$

d'où une température transformée  $\tilde{T}(r, n, t_i)$  combinaison linéaire des  $\tilde{\varphi}_{2nk}$  :

$$\tilde{T}(r, n, t_i) = \sum_{k=0}^{i-1} X_{i,k+1} \tilde{\varphi}_{2nk} \quad (2.21)$$

avec

$$X_{i,k+1} = -\frac{1}{\lambda} \int_{t_k}^{t_{k+1}} e^{-jn\omega(t_i-\tau)} L^{-1} \left[ \frac{I_n \left( \sqrt{\frac{p}{a}} r \right)}{\sqrt{\frac{p}{a}} I_n' \left( \sqrt{\frac{p}{a}} r_2 \right)} \right]_{t_i-\tau} d\tau \quad \text{si } k < i - i_{lim}$$

et

$$X_{i,k+1} = -\frac{1}{\lambda} \int_{t_k}^{t_{k+1}} e^{-jn\omega(t_i-\tau)} \check{Z}_n(r, t_i - \tau) d\tau \quad \text{si } k \geq i - i_{lim}$$

où

$$\check{Z}_n(r, t) = \sqrt{\frac{a}{\pi t} \frac{r_2}{r}} e^{-\frac{(r_2-r)^2}{4at}} + \frac{1}{2} \frac{a}{\sqrt{r} r_2} \operatorname{erfc} \left[ \frac{r_2 - r}{2\sqrt{at}} \right] \quad (2.22)$$

La solution semi-analytique du problème direct s'écrit donc sous forme matricielle :

$$\tilde{\mathbf{T}}_n = \begin{pmatrix} \tilde{T}(r, n, t_1) \\ \vdots \\ \tilde{T}(r, n, t_i) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} X_{11} & \dots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ X_{i1} & \dots & X_{ii} \end{pmatrix}_n \begin{pmatrix} \tilde{\varphi}_{2n,0} \\ \vdots \\ \tilde{\varphi}_{2n,i-1} \end{pmatrix} = \mathbf{X}_n \tilde{\boldsymbol{\varphi}}_n \quad (2.23)$$

où la matrice  $\mathbf{X}_n$  est la *matrice de sensibilités* du système, les coefficients de cette matrice étant calculés par quadrature.

Il est à noter que, dans le développement de notre calcul, apparaissent certains paramètres dont la valeur va influencer sur la précision des résultats. Les paramètres en question, ou hyperparamètres, sont le pas de temps  $\Delta t$ , le nombre d'harmoniques  $N_H$  et  $t_{lim}$ , le

temps à partir duquel la fonction  $Z_n$  n'est plus approchée par son développement asymptotique.

De ce fait, ces paramètres doivent être optimisés selon différents critères liés soit à des contraintes pratiques (pas de temps d'acquisition des mesures), soit à des contraintes théoriques (nombre d'harmoniques significatives du signal), soit encore à des contraintes numériques (en rapport avec le comportement de la fonction  $Z_n$  aux temps courts).

Pour ce dernier point, on peut montrer que pour le rayon de mesure  $r_{tc}$  considéré ( $r_{tc} = 87,1$  mm), la fonction  $Z_n(t)$  n'est calculable numériquement qu'à partir d'un temps  $t_{lim} = 0,04$  s. Ainsi, pour  $t < 0,04$  s, la fonction  $Z_n(t)$  doit être approximée par son développement asymptotique donné par l'équation (2.22).

#### 2.2.4 Simulations

Afin de valider le modèle direct, d'examiner la faisabilité de la méthode inverse et d'étudier l'influence du pas de discrétisation temporelle, nous nous sommes donné une fonction  $\varphi_2(\gamma, t)$  considérée comme représentative du refroidissement d'un cylindre par un jet d'eau. Cette fonction (équation (2.24)) est choisie de forme gaussienne en espace et décroissant exponentiellement en temps :

$$\varphi_2(\gamma, t) = K_t e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{\gamma-\pi}{\sigma_c}\right)^2} e^{-t/t_c} + \frac{P}{2\pi r_2 l} \quad \text{avec } K_t = 10^6 \text{ W.m}^{-2} \quad (2.24)$$

N.B. : le second terme de cette équation permet d'atteindre une solution asymptotique permanente ( $t \rightarrow \infty$ ) égale à  $T_e$  pour  $T^t$  (voir équation (2.4)).

Les rayons intérieur et extérieur sont respectivement de 49 et de 87,5 mm et la température est calculée pour un rayon  $r_{tc} = 87,1$  mm. Les valeurs des autres paramètres utilisés pour les simulations sont données dans le tableau 2.1.

Paramètres	Unités	Valeurs
$\lambda$	$W.m^{-1}.K^{-1}$	54,7
$\rho c$	$J.m^{-3}$	4.578.392
$h$	$W.m^{-2}.K^{-1}$	100
$P$	$W$	6000
$T_e$	$^{\circ}C$	20
$r_1$	$m$	$49.10^{-3}$
$r_2$	$m$	$87,5.10^{-3}$
$r_{tc}$	$m$	$87,1.10^{-3}$
$l$	$m$	$20.10^{-2}$
$\omega$	$rad.s^{-1}$	6
$\sigma_c$	$rad$	0,456
$t_c$	$s$	1
$t_{lim}$	$s$	0,04

TAB. 2.1 – Valeurs des différents paramètres

Sauf explicitement précisé, tous les résultats présentés plus loin correspondent à ces valeurs des paramètres, en particulier les thermogrammes en  $r = r_{tc}$ .

### Résultats pour les trois premiers régimes

Nous ne donnons ici (voir **figure 2.4**) les résultats obtenus pour les trois premiers régimes (c'est-à-dire les régimes permanent, de relaxation et de chauffage adiabatique) qu'à titre indicatif. En effet, dans la mesure où seule l'estimation de la densité de flux pariétale nous intéresse, nous ne travaillerons par la suite que sur le champ de refroidissement  $T^{ref}(r, \gamma, t)$ . D'un point de vue pratique, lors des inversions expérimentales, le champ permanent  $T^{perm}(r = r_{tc})$  sera mesuré par les thermocouples avant l'envoi du jet, ce qui permettra le calcul des champs  $T^{relax}(r_{tc}, t)$  et  $T^{adia}(r_{tc}, t)$ . Ensuite, la réponse en température  $T^{ref}(r_{tc}, \gamma, t)$  sera obtenue par soustraction à partir du signal expérimental  $T^t(r_{tc}, \gamma, t)$ .



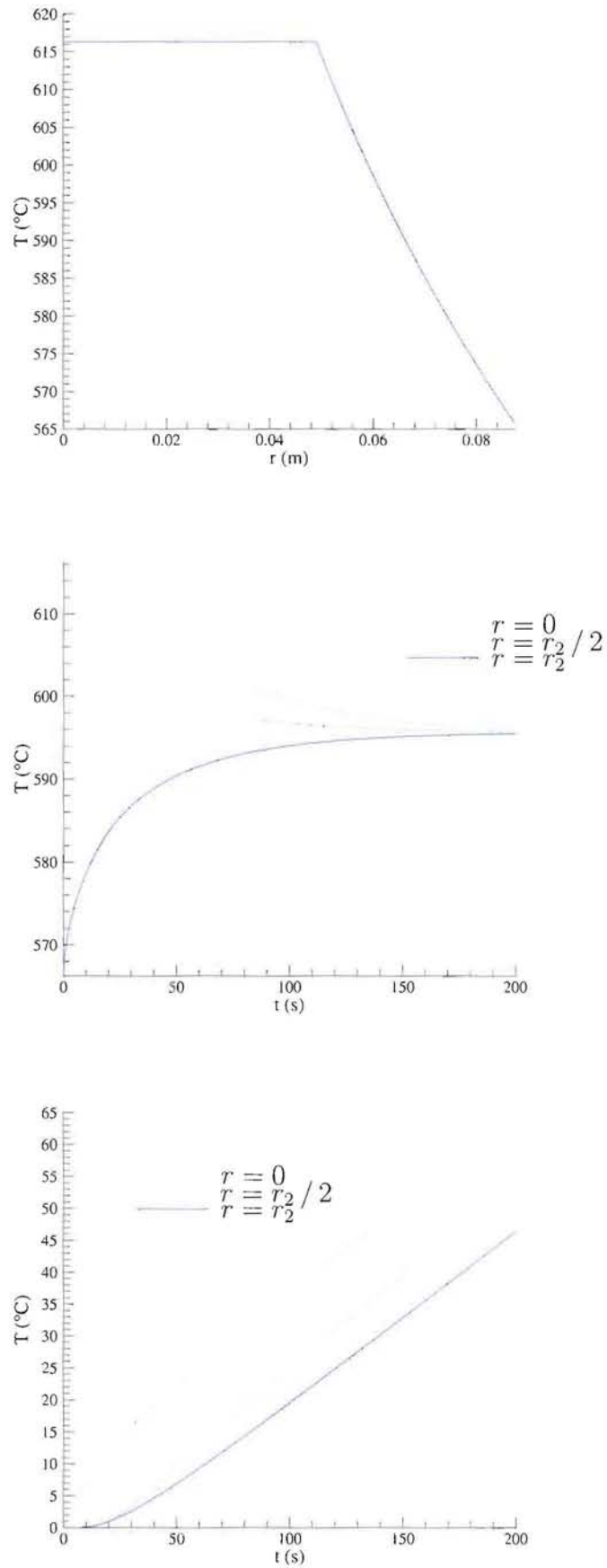


FIG. 2.4 – Résultats du modèle direct pour les trois premiers régimes

## Résultats pour le régime de refroidissement

Les résultats du modèle sont représentés en terme de variations temporelles de température  $T^{ref}(r, \gamma, t)$  et de flux  $\varphi_2(\gamma, t)$  (équation (2.24)) dans le repère du cylindre, pour un point situé à un angle  $\gamma = \pi$  à l'instant  $t = 0$ .

Si on appelle  $\gamma'_{tc}$  la valeur de l'angle  $\gamma$  à l'instant  $t = 0$ , la température  $T_{tc}(t)$  de ce point dans le repère du cylindre, sera

$$T_{tc}(t) = T(r_{tc}, \gamma'_{tc} + \omega t, t) \quad (2.25)$$

et le flux de surface correspondant au même angle sera

$$\varphi_{2,tc}(t) = \varphi_2(\gamma_{mod,tc}, t) \quad (2.26)$$

où  $\varphi_2$  est définie en (2.24) et  $\gamma_{mod,tc} = \gamma'_{tc} + \omega t [2\pi]$ .

Les variations sont calculées pour différentes discrétisations de la densité de flux pariétale (qui constitue l'entrée du modèle) ; ces différentes discrétisations temporelles de la fonction  $\varphi_2(\gamma, t)$  donnée plus haut correspondent à des intervalles de temps  $\Delta t$  égaux à  $5.10^{-2}$  (**figure 2.5a**),  $10^{-2}$  (**figure 2.5b**) puis  $5.10^{-3}$ s (**figure 2.6**).

Pour cette simulation, effectuée en tronquant la somme (2.16) à  $N_H=12$  harmoniques, on a exacerbé les flux en prenant  $t_c$  très grand devant la période de rotation  $\frac{2\pi}{\omega}$  ( $t_c = 1000s$ ).

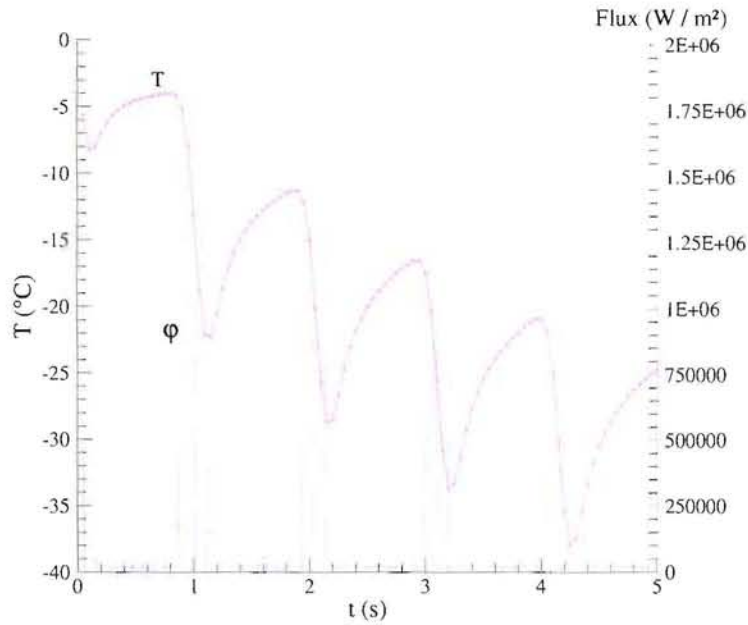
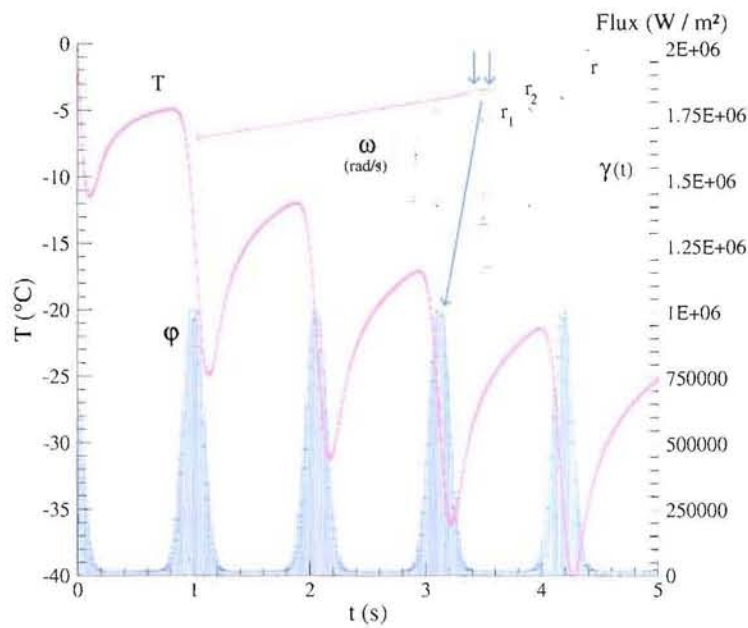
a)  $\Delta t = 0,05 \text{ s}$ b)  $\Delta t = 0,01 \text{ s}$ 

FIG. 2.5 – Résultats du modèle direct ; influence du pas de discrétisation temporelle

On reconnaît la constante de temps correspondant à la période de rotation  $T = \frac{2\pi}{\omega} \simeq 1 \text{ s}$  dans les intervalles de temps entre les extrema de flux et de température. De plus, densité de flux et de température sont pratiquement en phase car le point où la température est simulée n'est qu'à une profondeur de 0,4 mm de la paroi.

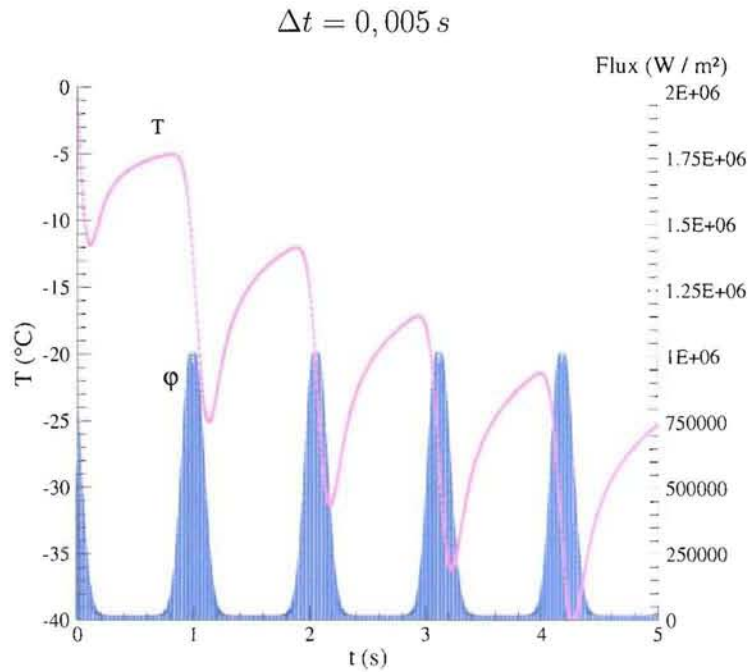


FIG. 2.6 – Résultats du modèle direct; influence du pas de discrétisation temporelle (suite)

Il est à noter que la sensibilité de la température au pas de discrétisation temporelle  $\Delta t$  est faible. Lorsque l'on donne à  $\Delta t$  les valeurs successives suivantes :  $5 \cdot 10^{-2}$ ,  $10^{-2}$ ,  $5 \cdot 10^{-3}$  et  $10^{-3}$ s, l'écart maximum local passe de 2 à  $0.3^\circ\text{C}$  puis à 2 centièmes de degré Celsius : nos simulations seront donc effectuées avec un pas de temps  $\Delta t = 10^{-2}$ s, le pas de temps utilisé pour les inversions expérimentales correspondant quant à lui au pas de temps choisi pour l'acquisition des mesures.

## 2.3 Etude de sensibilité pour le mode $n=0$

### 2.3.1 Sensibilité au flux pariétal et au niveau de discrétisation

L'équation (2.23) souligne la difficulté de l'estimation du flux pariétal local par la seule mesure des températures de paroi locales. Il est en effet possible de définir pour l'harmonique  $n = 0$  le coefficient  $X_{ij}$  de sensibilité de la température  $T_i^0$  au temps  $t_i$  aux densités de flux précédentes  $\varphi_j^0$  (avec  $j \leq i$ ) :

$$X_{ij} = \frac{\partial T_i^0}{\partial \varphi_j^0} \quad (2.27)$$

Ce coefficient de sensibilité est indépendant de la condition limite de flux pariétal en  $r = r_2$  du fait de la linéarité du problème conductif en  $\varphi$ . Il ne dépend que de l'écart

temporel  $t_i - t_j$  (propriété des problèmes convolutifs). De plus, il est à noter que travailler sur le mode  $n = 0$  revient à étudier la sensibilité de la température moyenne au flux moyen.

Nous avons tracé sur la **figure 2.7** le coefficient  $X_{ij}$  en fonction de l'écart  $t_i - t_j$  pour  $\Delta t = 0,025\text{ s}$  et pour les valeurs précédentes des autres paramètres. On constate que la température au rayon  $r = r_{tc}$  à un instant  $t_i$  est couplée non seulement au flux au même instant, mais aussi au flux à tous les instants  $t_j$  antérieurs à  $t_i$ . On remarque également bien la perte de mémoire de la température pour des flux trop anciens.

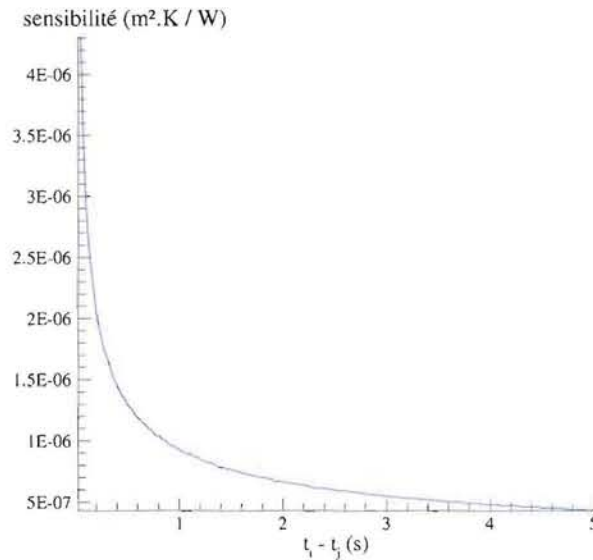


FIG. 2.7 – Coefficient de sensibilité de la température à la densité de flux;  $\Delta t = 0,025\text{ s}$

Il est en outre intéressant d'examiner l'effet de la discrétisation adoptée pour le flux sur les coefficients de sensibilité  $X_{ij}$ . La **figure 2.8** montre les profils obtenus pour différentes valeurs de  $\Delta t$  et les mêmes valeurs des autres paramètres que sur la **figure 2.7**. On remarque qu'une discrétisation plus grossière produit des coefficients de sensibilité plus élevés qui traduisent la diminution du nombre de paramètres (les composantes temporelles  $\varphi_j$  du vecteur flux) modélisant la condition limite du transfert.

Une discrétisation trop fine induira donc une perte de sensibilité, d'où une estimation moins bonne de la condition limite : **le pas de discrétisation temporelle  $\Delta t$  constitue donc un premier facteur de régularisation**. Pour notre étude, il sera fixé par la vitesse d'échantillonnage du signal mesuré.

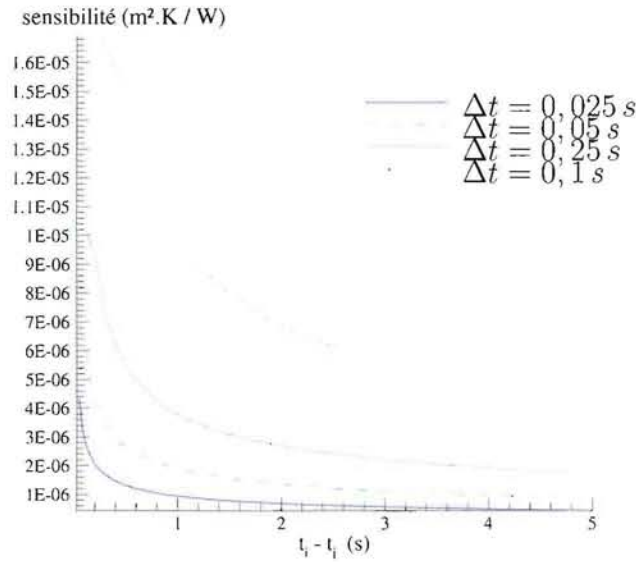


FIG. 2.8 – Effet du pas de temps de discrétisation sur le coefficient de sensibilité

### 2.3.2 Sensibilité en fonction du rayon de mesure

En pratique, la mesure de température est souvent interne et il est utile d'étudier la sensibilité de la température interne (rayon  $r_{tc}$ ) au flux de paroi.

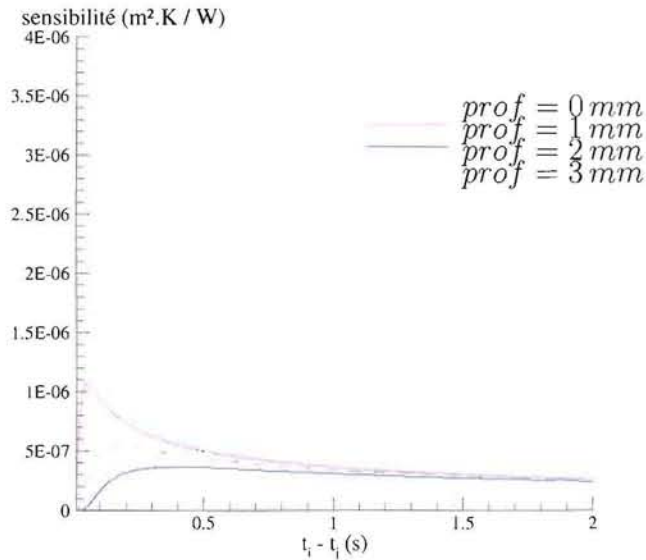


FIG. 2.9 – Effet de la profondeur d'implantation du capteur sur le coefficient de sensibilité

La baisse de sensibilité de la température au flux pariétal avec la diminution du rayon  $r_{tc}$  de mesure, observée sur la **figure 2.9**, est très forte : il semble donc avantageux

d'effectuer des mesures de température en proche paroi. D'un point de vue pratique, les thermocouples seront implantés suffisamment près de la paroi pour permettre une estimation satisfaisante, mais suffisamment éloignés pour être « protégés » des violents chocs thermiques qui risqueraient de les endommager.

## 2.4 Le problème inverse

### 2.4.1 Bruit de mesure et régularisation

Le problème inverse consiste à estimer le flux surfacique  $\varphi_2$  en partant de mesures de température effectuées au rayon  $r_{tc}$ . La condition de flux imposé au rayon  $r = r_2$  est donc remplacée par une condition de température imposée sur le rayon  $r_{tc}$  interne au cylindre :

$$T(r_{tc}, \gamma, t) = T_{tc}(\gamma, t) \quad \text{avec} \quad r_1 \leq r_{tc} \leq r_2 \quad (2.28)$$

Toutes les autres grandeurs apparaissant dans la formulation du problème physique sont supposées parfaitement connues.

Pour des raisons pratiques, la température  $T_{tc}$  n'est mesurée qu'en un nombre fini  $N_{tc}$  de points correspondant aux angles  $\gamma_k$  (avec  $\gamma_k(t) = \gamma'_k + \omega t$  et  $k = 1$  à  $N_{tc}$ ) et la fonction  $T_{tc}(\gamma, t)$  n'est connue qu'en ces points où elle prend la valeur  $T_{tc,k}$ . L'équation (2.23) qui représente la solution du problème direct peut alors être réécrite pour ces points de la façon suivante :

$$\tilde{T}_n = X_n \tilde{\varphi}_{2n} \quad (2.29)$$

où les transformées de Fourier sont calculées par quadrature à l'aide de la relation suivante :

$$\tilde{F}_{tc,i}^n = \sum_{k=1}^{N_{TC}} F(r_{tc}, \gamma_k, t_i) e^{-jn\gamma_k(t_i)} \Delta\gamma \quad (2.30)$$

où  $\Delta\gamma$  représente l'écart angulaire (supposé constant) entre les thermocouples.

Si les températures mesurées sont exactes, le système précédent peut être résolu pour trouver les densités pariétales de flux.

En fait, des mesures expérimentales de températures présentent toujours une certaine incertitude et la méthode précédente n'est pas applicable. Si l'on appelle  $y_{\epsilon,i}^k$  la valeur mesurée de  $T_{tc,i}^k$  au rayon  $r_{tc}$ , à l'angle  $\gamma_k$  et à l'instant  $t_i$ ,  $T_{tc,i}^k$  étant la valeur exacte correspondante et  $\epsilon_i$  l'erreur aléatoire (la même pour tous les thermocouples) supposée

additive et d'écart-type  $\sigma$ , on a :

$$y_{\epsilon,i}^k = T_{tc,i}^k + \epsilon_i \quad (2.31)$$

La prise en compte de ce bruit est envisageable en utilisant une méthode des moindres carrés ordinaire, qui consiste à minimiser la somme  $S_k$  des carrés des erreurs entre valeurs calculées et mesurées aux instants  $t_i$  :

$$S_k = \sum_i (y_{\epsilon,i}^k - T_{tc,i}^k)^2 \quad (2.32)$$

En fait, puisque l'on travaille dans l'espace de Fourier, il nous faut écrire la relation précédente pour chaque harmonique  $n$  :

$$S_n = \sum_i (\tilde{y}_{\epsilon,i}^n - \tilde{T}_{tc,i}^n)^2 \quad (2.33)$$

En effet, on peut montrer que si les mesures  $y_{\epsilon,i}^k$  ont toutes le même bruit  $\epsilon_i$ , il en sera de même pour les harmoniques expérimentales car les fonctions exponentielles complexes sont des fonctions orthogonales.

La relation précédente s'écrit matriciellement :

$$\mathbf{S}_n = (\tilde{\mathbf{Y}}_n - \mathbf{X}_n \tilde{\varphi}_n)^t (\tilde{\mathbf{Y}}_n - \mathbf{X}_n \tilde{\varphi}_n) \quad \text{avec} \quad \tilde{\mathbf{Y}}_n = [\tilde{y}_{\epsilon,1}^n \dots \tilde{y}_{\epsilon,i}^n]^t \quad (2.34)$$

La minimisation par rapport aux harmoniques de flux inconnues se traduit par l'annulation de  $\partial S_n / \partial \tilde{\varphi}_n$ , d'où

$$\begin{aligned} \frac{\partial S_n}{\partial \tilde{\varphi}_n} &= 2 \left[ \frac{\partial}{\partial \tilde{\varphi}_n} (\tilde{\mathbf{Y}}_n - \mathbf{X}_n \tilde{\varphi}_n)^t \right] (\tilde{\mathbf{Y}}_n - \mathbf{X}_n \tilde{\varphi}_n) \\ &= 2 \mathbf{X}_n^t (\tilde{\mathbf{Y}}_n - \mathbf{X}_n \tilde{\varphi}_n) \\ &= 0 \end{aligned} \quad (2.35)$$

La résolution de cette équation dans l'espace de Fourier par rapport au vecteur flux  $\tilde{\varphi}_n$  donne finalement une estimation de l'harmonique  $n$  de flux

$$\hat{\tilde{\varphi}}_n = (\mathbf{X}_n^t \mathbf{X}_n)^{-1} \mathbf{X}_n^t \tilde{\mathbf{Y}}_n \quad (2.36)$$

d'où le vecteur flux dans l'espace réel

$$\hat{\varphi}_2(r_2, \gamma, t) = \frac{\hat{\tilde{\varphi}}_0}{2\pi} + \frac{1}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \left[ \text{Re}(\hat{\tilde{\varphi}}_n) \cos(n\gamma) - \text{Im}(\hat{\tilde{\varphi}}_n) \sin(n\gamma) \right] \quad (2.37)$$



Il est à noter que le calcul de cette série fait intervenir un grand nombre de termes (idéalement infini), ce qui peut poser un problème de stabilité si ce nombre est trop grand. Dans la pratique, la somme est tronquée à un nombre  $N_H$  d'harmoniques suffisant pour atteindre la convergence. Cette troncature obligatoire du spectre engendre une perte d'information aux grandes fréquences et introduit un biais sur le flux de chaleur estimé ; cette erreur est donc fortement liée à la répartition spatiale du flux  $\varphi_2(r_2, \gamma, t)$  : elle est plus grave dans le cas de fonctions « dures » – qui présentent donc des variations brusques – que de fonctions dont les variations sont lentes (fonctions « molles »), et où quelques harmoniques significatives suffisent.

Si le champ de température est exempt de bruit de mesure, le nombre  $N_H$  correspond à la fréquence de Shannon <sup>1</sup> issue de l'échantillonnage spatial du champ. Malheureusement, comme nous l'avons déjà fait remarquer, en réalité ce n'est pas le cas et la présence de bruit dans les données expérimentales rend difficile le choix de cette fréquence de troncature ; **ce choix sera d'une importance cruciale pour la stabilité de l'inversion, le paramètre  $N_H$  jouant le rôle d'un paramètre « régularisateur » de l'algorithme inverse.**

L'inconvénient de la méthode présentée réside dans le fait que la fonction  $\varphi(\gamma, t)$  ne dépend pas de façon continue des données  $y$  car le problème est instable car mathématiquement mal posé, la condition que l'on cherche à estimer en  $r = r_2$  étant située à l'extérieur des limites thermiquement connues du domaine ( $r = r_1$  et  $r_{tc}$ ) – voir Tikhonov et Arsenine [1976].

Pour assurer une certaine régularité à la variation temporelle de  $\varphi$  – c'est-à-dire pour mieux lier entre eux les paramètres  $\varphi_i$  que l'on cherche à estimer – une méthode de régularisation temporelle de type temps futurs de Beck peut être utilisée. Revenons un instant sur cette méthode.

Considérons l'algorithme présenté précédemment et qui permet de calculer la réponse en température à la position  $(r, \gamma)$  d'un cylindre soumis sur son rayon extérieur à une densité de flux constante par morceaux en temps [équation (2.23)]. L'idée est d'ajouter des informations complémentaires afin d'estimer la composante de flux  $\tilde{\varphi}_{M-1}$ , correspondant au temps « courant »  $t_M = M\Delta t$ , en considérant les données mesurées à plusieurs instants postérieurs ( $N_{ptf}$ ) de sorte qu'aucune inconnue supplémentaire ne soit introduite. Un algorithme séquentiel d'estimation peut alors être obtenu à partir de l'équation (2.23)

<sup>1</sup>voir [http://www.hsdal.ufl.edu/Projects/dtsigs/lessons/Ch4\\_sampling.html](http://www.hsdal.ufl.edu/Projects/dtsigs/lessons/Ch4_sampling.html) pour plus de détails

$$\begin{aligned}
 \begin{pmatrix} \tilde{T}_M \\ \tilde{T}_{M+1} \\ \vdots \\ \tilde{T}_{M+N_{fts}} \end{pmatrix} &= \begin{bmatrix} X_{MM} & 0 & 0 & 0 \\ \tilde{X}_{(M+1)M} & X_{(M+1)(M+1)} & 0 & 0 \\ \vdots & & \ddots & \vdots \\ X_{(M+N_{fts})M} & \dots & \dots & X_{(M+N_{fts})(M+N_{fts})} \end{bmatrix}_n \begin{pmatrix} \tilde{\varphi}_{M-1} \\ \tilde{\varphi}_M \\ \vdots \\ \tilde{\varphi}_{M+N_{fts}-1} \end{pmatrix} \\
 &+ \underbrace{\begin{bmatrix} X_{M1} & X_{M2} & \dots & X_{M(M-1)} \\ X_{(M+1)1} & X_{(M+1)2} & \dots & X_{(M+1)(M-1)} \\ \vdots & & \ddots & \vdots \\ X_{(M+N_{fts})1} & \dots & \dots & X_{(M+N_{fts})(M-1)} \end{bmatrix}}_{B_n} \begin{pmatrix} \hat{\tilde{\varphi}}_0 \\ \hat{\tilde{\varphi}}_1 \\ \vdots \\ \hat{\tilde{\varphi}}_{M-2} \end{pmatrix} \quad (2.38)
 \end{aligned}$$

en faisant l'hypothèse provisoire (et incorrecte!) que  $\tilde{\varphi}_{M-1} = \tilde{\varphi}_M = \dots = \tilde{\varphi}_{M+N_{fts}-1}$ .

Avec cette hypothèse, l'équation (2.38) devient

$$\begin{aligned}
 \begin{pmatrix} \tilde{T}_M \\ \tilde{T}_{M+1} \\ \vdots \\ \tilde{T}_{M+N_{fts}} \end{pmatrix} &= \underbrace{\begin{bmatrix} X_M & 0 & 0 & 0 \\ 0 & X_{(M+1)} & 0 & 0 \\ \vdots & & \ddots & 0 \\ 0 & \dots & 0 & X_{(M+N_{fts})} \end{bmatrix}}_{X_n} \begin{pmatrix} \tilde{\varphi}_{M-1} \\ \tilde{\varphi}_{M-1} \\ \vdots \\ \tilde{\varphi}_{M-1} \end{pmatrix} + B_n \begin{pmatrix} \hat{\tilde{\varphi}}_0 \\ \hat{\tilde{\varphi}}_1 \\ \vdots \\ \hat{\tilde{\varphi}}_{M-2} \end{pmatrix} \quad (2.39)
 \end{aligned}$$

où le dernier terme à droite contient toutes les composantes de flux estimées entre les instants  $\Delta t$  et  $(M-1)\Delta t$ , et où les termes  $X_i$  résultent de l'addition des termes  $X_{ij}$  sur chaque ligne (addition qui est maintenant possible puisque toutes les composantes de flux sont égales).

La structure diagonale de la matrice de sensibilité  $\mathbf{X}_n$  donne ainsi naissance à un algorithme simple et efficace pour l'estimation de la composante de flux  $\tilde{\varphi}_{M-1}$  : à chaque pas de temps  $t_M$ , une valeur unique du flux est estimée par moindres carrés en considérant les données obtenues pour  $N_{ptf}$  pas de temps futurs. Lorsque la composante de flux est estimée à l'aide de l'équation (2.39), l'index de temps passe à  $t_{M+1}$  et la composante suivante est estimée.

Notons qu'apparaît ici un nouveau paramètre de régularisation - au même titre que  $N_H$  - de choix a priori arbitraire, le nombre de pas de temps futurs  $N_{ptf}$ . La régularisation introduit un biais, en raison de l'hypothèse  $\tilde{\varphi}_{M-1} = \tilde{\varphi}_M = \dots = \tilde{\varphi}_{M+N_{fts}-1}$  qui est faite, et la fonction recherchée est en fait biaisée vers une valeur

constante : un compromis est donc toujours à effectuer entre régularisation et précision de l'estimation. Nous reviendrons ultérieurement sur les critères de choix de ce paramètre.

## 2.4.2 Inversions à partir de données simulées

### Cas tests et méthodologie

Afin de voir comment se comporte notre algorithme d'inversion avec ou sans bruit, nous l'avons testé pour différents cas. Il s'agit des cas où la fonction à identifier en surface présente une variation en échelon puis en fonction triangle, la variation temporelle quant à elle étant toujours exponentielle avec  $t_c$  grand ( $t_c = 1000s$ ). Dans notre problème, où la fonction à identifier est  $\varphi(\gamma, t)$ , ces deux cas ont été simulés (**figures 2.10a** et **b**) pour un intervalle de temps  $\Delta t$  égal à 0,01 s,  $N_H = 12$  (correspondant à la fréquence de Shannon), un bruit d'écart-type  $\sigma = 0.5^\circ C$  et différentes valeurs du paramètre régularisateur  $N_{ptf}$ .

Le modèle inverse a également été étudié pour le cas de la gaussienne présenté précédemment (**figure 2.11**). Nous avons au préalable vérifié par le tracé de la puissance spectrale du flux que les harmoniques supérieures à  $N_H = 12$  étaient négligeables.

Pour chacun de ces cas, la démarche adoptée a été la suivante :

- $\varphi_2(\gamma, t)$  et ses valeurs discrétisées  $\varphi_{2,k}(\gamma)$  sont données et l'on calcule dans le repère du cylindre la répartition exacte des températures  $T_m(\gamma_k, t_i)$  ( $m=1$  à  $N_{tc}$ ) au rayon  $r_{tc}$  à l'aide du modèle direct,
- la température exacte  $T_{tc,i}^k$  est bruitée avec un bruit aléatoire  $\epsilon_i$  non corrélé, de moyenne nulle, normalement distribué et d'écart-type  $\sigma$  constant, ce qui produit une simulation  $y_{\epsilon,i}^k$  des mesures expérimentales,
- des transformées de Fourier  $\tilde{y}_{\epsilon,i}^k$  de ces températures « expérimentales » sont calculées par quadrature,
- la solution du problème inverse décrite précédemment est alors appliquée, ce qui nous donne une estimation  $\widehat{\varphi}_n$  des harmoniques de flux,
- on applique enfin une inversion de Fourier pour obtenir le flux réel dans le repère du cylindre.

Concernant l'écart-type  $\sigma$  du bruit de mesure, nous nous sommes placés dans le cas défavorable d'un bruit « fort » pour lequel  $\sigma = 0,5^\circ C$ .

Pour cette valeur du bruit de mesure, si l'on se réfère aux **figure 2.5a**, **2.5b** et **2.6**

donnant les variations temporelles de la température en réponse à l'excitation gaussienne donnée par l'équation (2.24), le rapport signal/bruit  $r_{sb}$ , calculé à partir de l'écart de température sur un cycle  $\Delta T_{cycle}$  (donc après une rotation du cylindre d'un angle de  $2\pi$ )

$$r_{sb} = \frac{\Delta T_{cycle}}{\sigma} \quad (2.40)$$

est de l'ordre de 40.

Nous allons cependant voir que malgré ce mauvais rapport signal/bruit, la régularisation permet d'avoir un bon conditionnement.

## Discussion

Notons tout d'abord que pour chacun des cas étudiés, il n'y a aucune différence, lorsque le bruit  $\sigma$  est nul, entre les valeurs directes de la fonction  $\varphi$  et les valeurs estimées après inversion  $\hat{\varphi}_i$  lorsque l'on ne régularise pas en temps ( $N_{ptf} = 0$ ).

Dès que l'on passe à un bruit d'écart-type  $\sigma = 0.5^\circ C$ , les deux premiers cas qui présentent une variation temporelle « dure » de la densité de flux  $\varphi$  (**figures 2.10a et b**) sont difficilement approchés par le modèle inverse :

- si  $N_{ptf}$  est nul ou faible (égal à 1 par exemple), les valeurs estimées se mettent à osciller fortement, notamment dans le cas de l'échelon.
- si  $N_{ptf}$  est plus grand (égal à 5), les oscillations sont réduites mais les variations brusques sont amorties et réparties sur une plus large plage temporelle. La forme générale du flux est cependant bien décrite.
- si  $N_{ptf}$  est important (égal à 15), le biais déterministe devient trop important et les variations de  $\varphi$  sont alors extrêmement amorties : les estimations n'ont alors plus grand chose à voir avec les valeurs directes.

Dans le dernier cas, qui présente une variation plus « douce » de  $\varphi$  (**figure 2.11**), un bruit identique produit les mêmes oscillations en l'absence de régularisation temporelle. Par contre, pour des valeurs intermédiaires de  $N_{ptf}$  (aux alentours de 5), l'accord entre valeurs directes et valeurs estimées devient satisfaisant.

Pour s'en convaincre, nous pouvons également donner une estimation du nombre de conditionnement  $\text{cond}(\mathbf{X})$  de la matrice de sensibilité  $\mathbf{X}$ . En effet, nous avons vu (équation 1.12), que l'erreur sur les températures (notée  $e_T$ ) et sur le flux (notée  $e_\varphi$ ) étaient liées

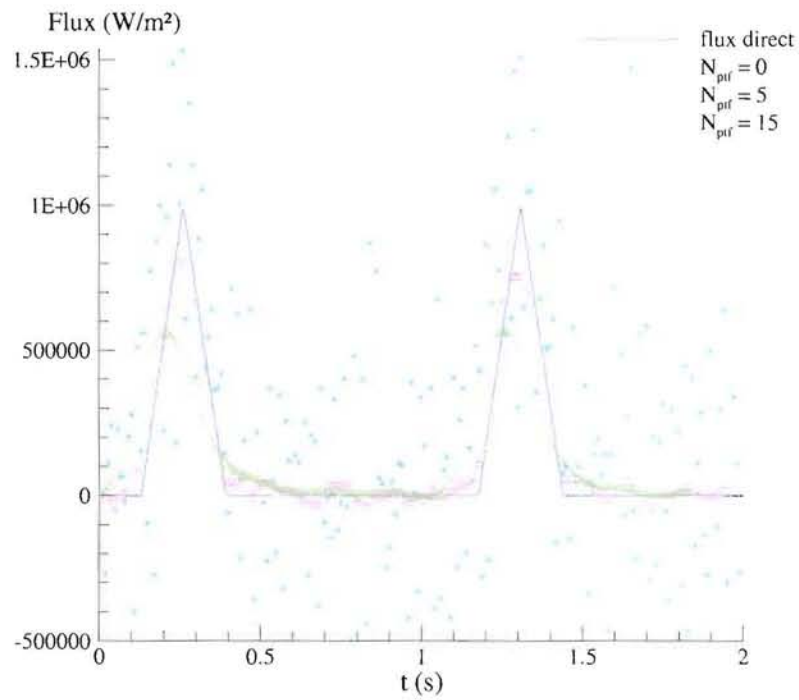
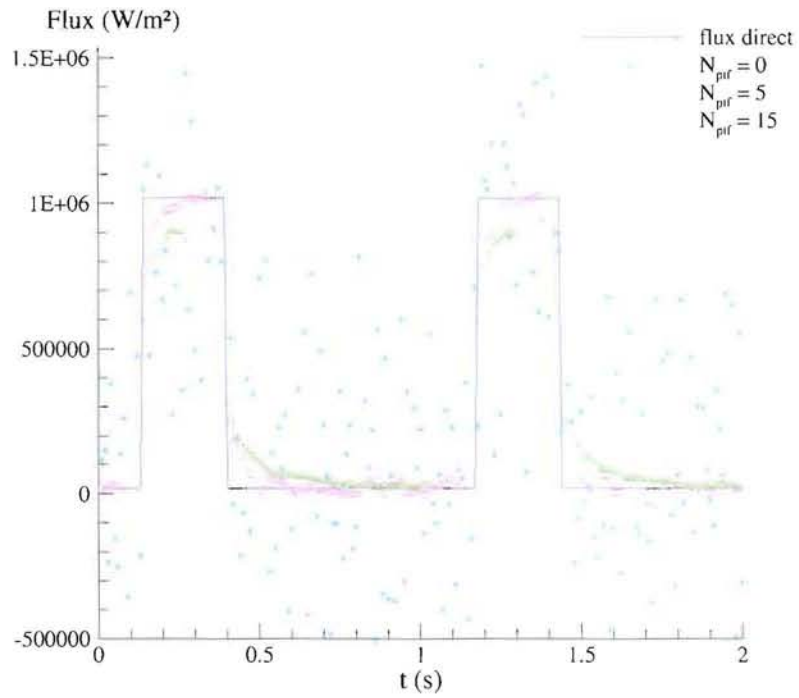


FIG. 2.10 – Inversions à partir de données simulées au rayon  $r_{tc} = 87,1 \text{ mm}$  : cas d'un échelon de flux et d'un flux de forme triangulaire;  $\sigma = 0.5^\circ \text{C}$  et  $\gamma(t=0) = \frac{\pi}{2}$

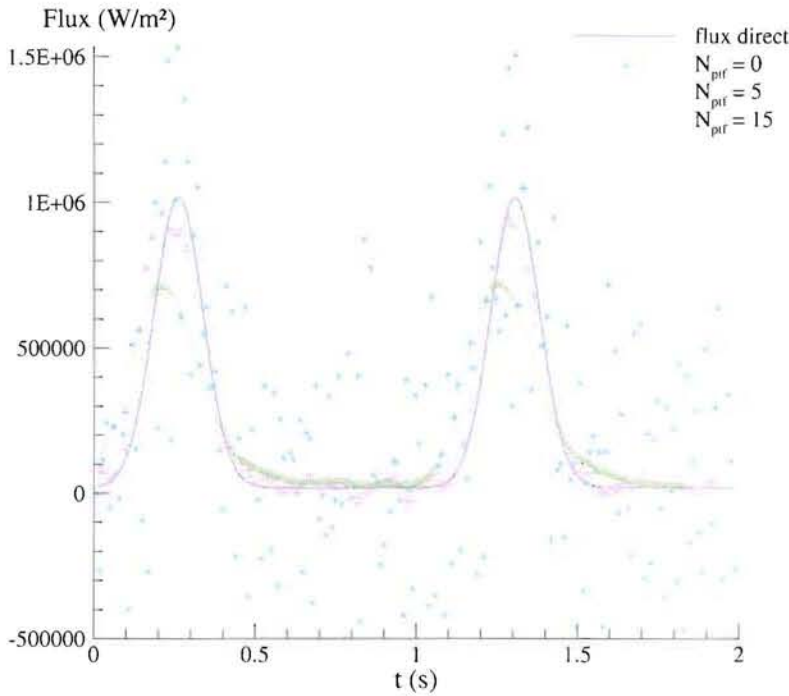


FIG. 2.11 – Inversions à partir de données simulées au rayon  $r_{tc} = 87,1 \text{ mm}$  : cas d'une répartition gaussienne de flux ;  $\sigma = 0.5^\circ \text{C}$  et  $\gamma(t=0) = \frac{\pi}{2}$

par la relation

$$\frac{\|e_\varphi\|}{\|\varphi\|} \leq \text{cond}(X) \cdot \frac{\|e_T\|}{\|T\|} \quad (2.41)$$

Par conséquent, en considérant les erreurs maximales (et non pas moyennes) sur la température et sur le flux, on doit avoir :

$$\frac{\|e_\varphi\|}{\|\varphi\|} \leq \text{cond}(X) \cdot \frac{\sigma}{\Delta T_{\text{cycle}}} \quad (2.42)$$

Ainsi, en évaluant l'erreur maximale sur le flux à l'aide de la **figure 2.11** ( $e_\varphi \approx 0,1 \cdot 10^6 \text{ W/m}^2$ ), il apparaît que le nombre de conditionnement de la matrice  $\mathbf{X}$  doit être de l'ordre de 4.

Il ne s'agit bien évidemment que d'une approximation, mais ceci met en évidence la puissance de la régularisation car malgré un mauvais rapport signal/bruit, le conditionnement de la matrice de sensibilité est faible : le problème est devenu « bien posé ».

Notons également que dans le cas d'une excitation gaussienne, même un bruit d'écart-type  $\sigma = 1^\circ \text{C}$  fournit encore l'allure générale du profil de  $\varphi$ .

Notre problème d'inversion semble donc adapté à des estimations expérimentales de  $\varphi$  dans les cas réels où son évolution est plutôt « douce » et régulière, ce qui présuppose tout de même la détermination des nombres optimums de pas de temps futurs  $N_{ptf}$  et d'harmoniques  $N_H$ .

### 2.4.3 Utilisation d'un algorithme d'inversion 1D local

Pour des raisons évidentes de simplification et de rapidité de calculs, il nous a semblé intéressant de comparer le flux théorique au flux estimé à l'aide d'un algorithme d'inversion « dégradé » qui ne tiendrait compte localement que des transferts de chaleur 1D : à un coefficient près, cela revient à ne considérer que le fondamental (harmonique  $n = 0$ ), et donc à s'affranchir du calcul des différentes transformées de Fourier et de la recherche du nombre optimum d'harmoniques  $N_H$  à choisir pour la troncature du spectre.

Pour cette comparaison, nous avons utilisé comme entrée de notre algorithme d'inversion 1D le profil de température 2D correspondant au point  $\mathbf{a}$  ( $r = r_{tc}$ ,  $\gamma(t = 0) = \frac{\pi}{2}$ ) de la **figure 2.12**, en rotation à la vitesse angulaire  $\omega = 6 \text{ rad.s}^{-1}$ . Ce profil constitue la réponse dans le référentiel du cylindre à l'excitation gaussienne donnée par l'équation (2.24), calculée à l'aide du code de calculs par éléments finis FlexPDE<sup>®</sup>. Les autres paramètres utilisés sont ceux du tableau 2.1.

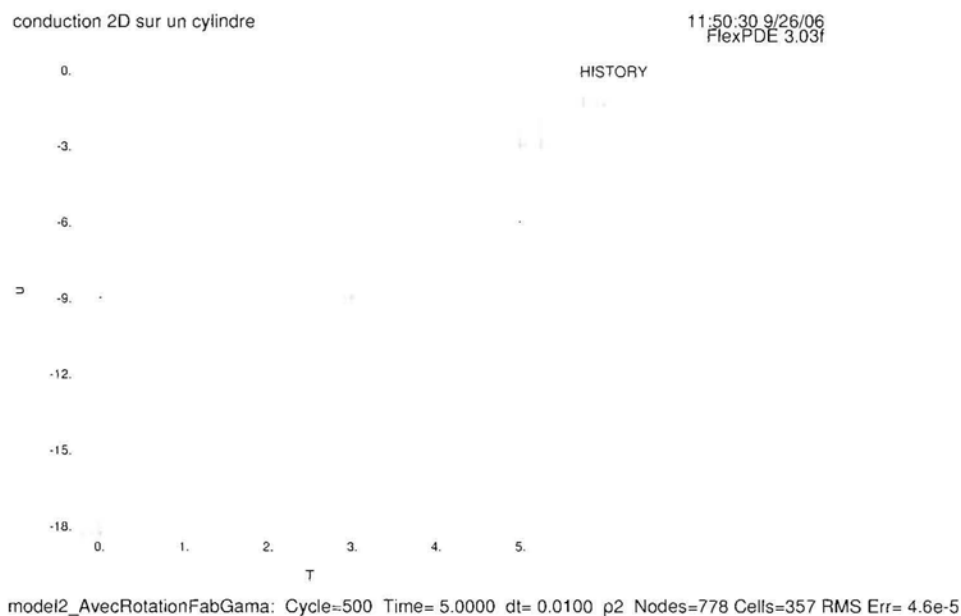


FIG. 2.12 – Variations de température 2D « vues » par le point  $\mathbf{a}$  en réponse à une excitation gaussienne, calculées à l'aide du code de calculs FlexPDE<sup>®</sup>

La **figure 2.13** montre la comparaison entre les profils de flux théorique et estimé pour un nombre de pas de temps futurs  $N_{ptf} = 0$  (car les données d'entrée ne sont pas bruitées) et pour les valeurs des différents paramètres donnés dans le tableau 2.1.

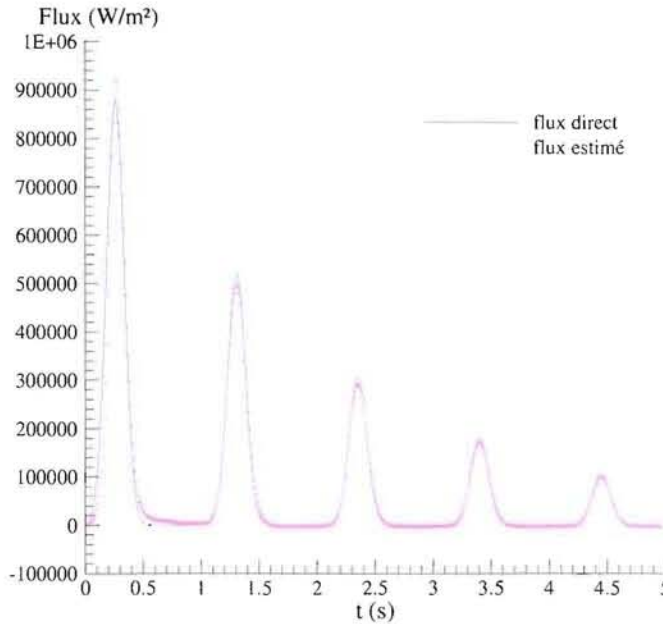


FIG. 2.13 – Estimation du flux à l'aide d'un algorithme d'inversion 1D appliqué sur la température 2D de la **figure 2.12** : comparaison entre profil théorique et profil estimé

On constate un bon accord entre les profils, ce qui justifie que nos inversions seront dans toute la suite effectuées à l'aide de l'algorithme basé sur un modèle 1D local. Comme nous le verrons lors des inversions expérimentales, ce choix permettra un gain de temps qui sera loin d'être négligeable.

## 2.4.4 Erreur d'estimation et choix des paramètres

### Décomposition de l'erreur d'estimation

Tout algorithme d'inversion peut produire des estimations de la fonction recherchée. La mesure de la qualité de l'inversion peut cependant être quantifiée par le calcul de l'erreur d'estimation qui a été faite. Dans notre cas, celle-ci peut ici être divisée en plusieurs composantes :

- l'erreur due au bruit de mesure,
- celle due aux quadratures temporelles nécessaires pour calculer les transformées de Laplace ( $\Sigma$  au lieu de  $\int$ ), erreur qui devient négligeable dès lors que le pas de temps est suffisamment petit,



– celle due aux paramètres connus (rayon de mesure  $r_{tc}$  et conductivité thermique  $\lambda$ ).

La troncature du spectre à un nombre  $N_H$  d'harmoniques introduit également une erreur, mais nous n'en tiendrons pas compte dans la mesure où nous utiliserons dans la suite l'algorithme 1D local pour nos estimations.

### Erreur due au bruit et choix du paramètre régularisateur $N_{ptf}$

Le choix du paramètre de régularisation  $N_{ptf}$  est un point d'importance cruciale si l'on désire traiter des mesures expérimentales : son niveau doit être ajusté en fonction du bruit de mesure et du pas de temps d'acquisition.

Il est possible de choisir  $N_{ptf}$  de manière à minimiser le résidu quadratique moyen de température  $R_t$  calculé à partir des écarts entre les températures mesurées  $y_i$  et les températures  $\hat{T}_i$  issues du modèle direct et calculées à partir des flux estimés  $\hat{\varphi}_i$ . Si  $N$  est le nombre total de pas de temps, on a donc :

$$R_t^2 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (y_i - \hat{T}_i)^2 \quad (2.43)$$

Lorsque l'on travaille sur des données expérimentales, seule la norme  $R_t$  est accessible. Par contre, si l'entrée du modèle inverse est constituée par des simulations de mesure – comme c'est le cas dans cette partie du mémoire – il est également possible de prendre comme critère, pour le choix de  $N_{ptf}$ , la minimisation de l'erreur moyenne quadratique  $e_{flux}$ , basée cette fois sur les densités de flux pariétales théorique et estimée :

$$e_{flux}^2 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (\varphi_i - \hat{\varphi}_i)^2 \quad (2.44)$$

La variation de ces deux normes avec le paramètre régularisateur  $N_{ptf}$  est mise en évidence sur la **figure 2.14**. Ces normes ont été évaluées dans le cas où l'entrée du modèle inverse est le profil de température correspondant au rayon  $r_{tc}$ , calculé à partir de la fonction  $\varphi_2(\gamma, t)$  de forme gaussienne pour un intervalle de temps  $\Delta t = 0.01s$ , ce profil étant modifié par un bruit additif d'écart-type  $\sigma = 0.5^\circ C$ .

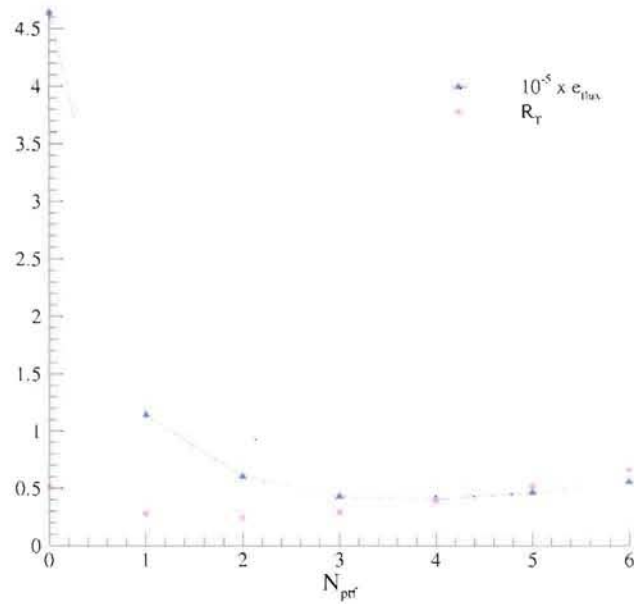


FIG. 2.14 – Variation du résidu moyen  $R_T$  et de l'erreur moyenne quadratique sur la densité de flux  $e_{flux}$

Il est intéressant de remarquer que si l'on retient la valeur suivante de  $N_{ptf}$  qui minimise  $e_{flux}$  pour un bruit d'écart-type  $\sigma = 0.5^\circ C$  :

$$N_{ptf} = 4$$

pour laquelle on a

$$e_{flux} = 0,4 \cdot 10^5 \text{ W} \cdot \text{m}^{-2} \quad \text{et} \quad R_T = 0.42^\circ C$$

on peut constater que le résidu de température  $R_T$  est très proche de l'écart-type  $\sigma$  de l'erreur de mesure : ceci s'apparente à la recommandation faire par Tikhonov et Arsenine [1976] quant au choix du paramètre régularisateur  $\gamma$  intervenant dans la méthode de régularisation par pénalisation de Tikhonov.

Enfin, des mesures simulées sans bruit ont été utilisées comme entrées du modèle inverse pour la valeur ajustée de  $N_{ptf}$  donnée plus haut. Le profil de flux qui a été obtenu est très proche du profil théorique, ce qui montre que le biais déterministe est très petit pour le niveau de régularisation obtenu.

Nous pouvons également noter qu'une démarche analogue pourrait être utilisée pour choisir le paramètre  $N_H$  optimum intervenant dans l'algorithme d'inversion 2D.

## Erreur due aux paramètres connus

En plus des erreurs précédemment citées, il nous est possible de quantifier l'erreur due aux paramètres connus à l'aide de simulations d'inversions utilisant la valeur optimale du paramètre régularisateur  $N_{ptf}$ . L'erreur due aux paramètres connus inclut l'incertitude sur le rayon de mesure  $r_{tc}$  et l'hypothèse faite sur la conductivité thermique. En effet, même si le matériau (Nickel) que nous considérerons pour nos expériences présente une conductivité thermique peu dépendante de la température sur la gamme étudiée (de 0 à 600°C), l'hypothèse d'une conductivité constante introduit forcément un biais qu'il est intéressant de pouvoir quantifier.

- Incertitude sur le rayon de mesure  $r_{tc}$

La position radiale ayant une influence sur la sensibilité de la température au flux pariétal (voir **figure 2.9**), influence amplifiée en présence de bruit, la quantification de l'erreur due à une incertitude sur le rayon de mesure doit s'effectuer en tenant compte du bruit de mesure. Nous allons considérer le cas le plus défavorable, c'est-à-dire celui où le thermocouple est implanté plus profondément qu'il ne le devrait dans le matériau ( $r_{vrai} < r_{nominal}$ ).

La démarche adoptée est la suivante :

- les champs de température « vus » par un point situé à un angle  $\gamma = \frac{\pi}{2}$  à l'instant  $t = 0$  sont calculés pour les rayons  $r_{nominal} = r_{tc}$  et  $r_{vrai} = 99,54\% r_{nominal}$ , ce qui correspond à une profondeur réelle de 0,8 au lieu de 0,4 mm,
- les champs de température obtenus sont bruités par un bruit d'écart-type  $\sigma = 0,5^\circ C$ ,
- les signaux « expérimentaux » sont inversés en supposant que le rayon de mesure est, dans les deux cas, égal à  $r_{nominal}$ ,
- la comparaison entre les flux estimés et théorique (voir **figure 2.15**) et les calculs d'erreur permettent alors de quantifier l'influence sur l'estimation d'une incertitude sur le rayon de mesure.

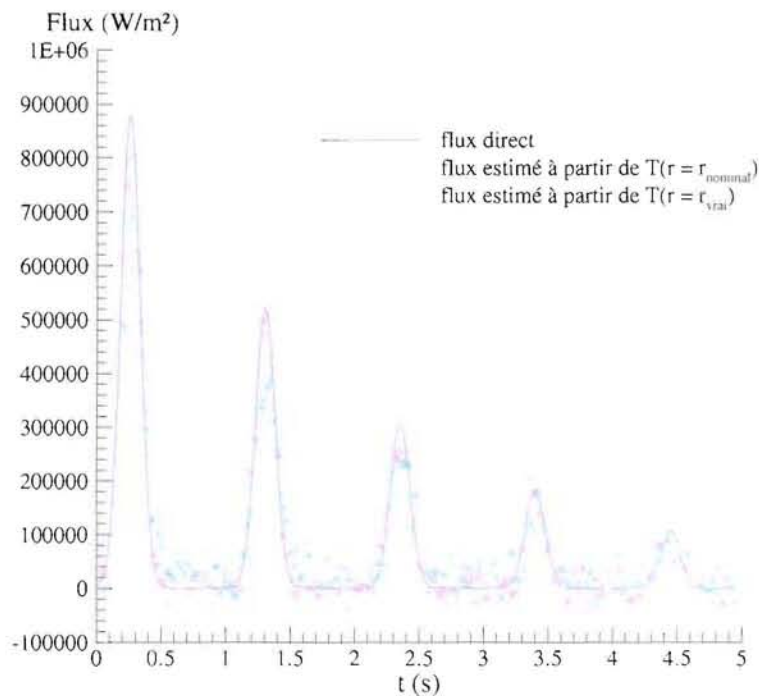


FIG. 2.15 – Influence sur l'estimation d'une erreur sur le rayon de mesure ( $\sigma = 0,5^{\circ}C$ )

On peut voir sur la **figure 2.15** que l'allure générale du flux est bien retrouvée bien que celui-ci soit sous-estimé dans le cas où le rayon de mesure est méconnu (courbe cyan) : ceci est normal car le rayon vrai  $r_{vrai}$  étant inférieur au rayon nominal  $r_{lc}$ , le transfert de chaleur est atténué (ce qui est typique de la conduction) et par conséquent le flux est sous-estimé. En outre, l'erreur quadratique moyenne passe de  $0,31.10^5 \text{ W.m}^{-2}$  (mesure à  $r = r_{lc}$ , et donc à une profondeur de 0,4 mm) à  $0,57.10^5 \text{ W.m}^{-2}$  (mesure à  $r = r_{vrai}$ , et donc à une profondeur de 0,8 mm) : ainsi, pour un bruit d'écart-type  $\sigma = 0,5^{\circ}C$ , si le thermocouple est implanté à une profondeur deux fois plus grande que la profondeur prévue, l'erreur quadratique moyenne pourra pratiquement varier du simple au double.

- Hypothèse d'une conductivité thermique constante

Contrairement au cas précédent, l'influence de l'hypothèse faite sur la conductivité thermique peut être évaluée à l'aide de simulations effectuées sans bruit de mesure. Pour ces simulations, le logiciel FlexPDE® est de nouveau utilisé pour générer le champ de température « expérimental », cette fois en utilisant une conductivité thermique dépendant de la température (obtenue à partir de la courbe expérimentale  $\lambda = f(T)$  à l'aide d'une régression polynomiale d'ordre 5). Le tableau 2.2 donne la valeur de la conductivité thermique du Nickel en fonction de la température.

T(°C)	$\lambda$ (W.m <sup>-1</sup> .K <sup>-1</sup> )	$\rho$ (kg.m <sup>-3</sup> )	$C_p$ (J.kg <sup>-1</sup> .K <sup>-1</sup> )
50	62,79	8890,5	458,3
100	58,92	8874,1	466,42
150	57,81	8837,2	500,78
200	55,68	8779,9	533,19
250	53,66	8702,2	574,64
300	51	8604,9	613,4
350	50,26	8488,7	607,3
400	49,11	8354,7	555,1
450	48,8	8204,2	546,95
500	48,48	8038,9	544,35
550	47,43	7860,2	537,15
600	47,13	7670	541,53

TAB. 2.2 – Variations des propriétés thermophysiques du Nickel avec la température

En appliquant l'algorithme d'inversion 1D local – basé sur une conductivité thermique constante – sur le champ de température généré par FlexPDE<sup>®</sup>, on estime la condition de flux que l'on compare ensuite au flux théorique. La comparaison est effectuée sur la **figure 2.16**

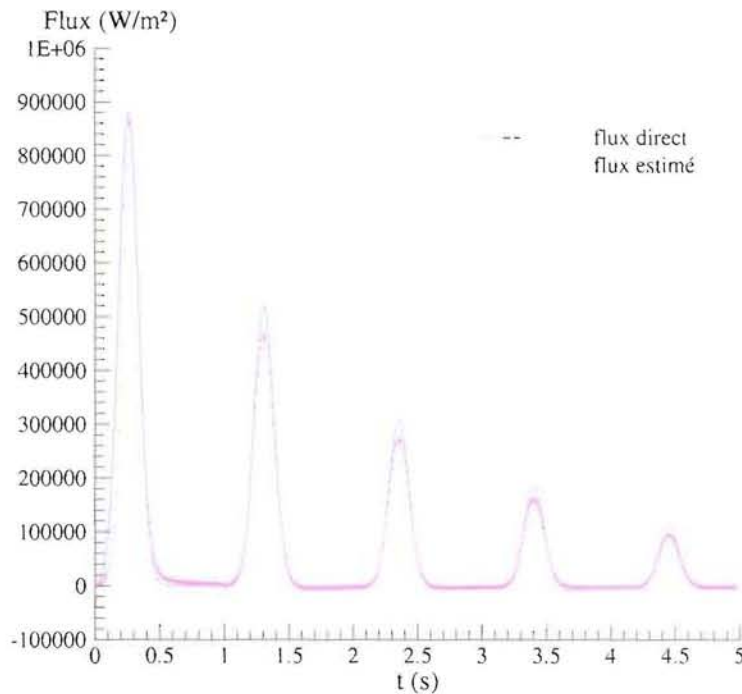


FIG. 2.16 – Influence sur l'estimation de l'hypothèse d'une conductivité constante

On constate un bon accord entre valeurs théorique et estimée, l'erreur moyenne quadratique  $e_{flux}$  étant de l'ordre de  $0,3.10^5 \text{ W.m}^{-2}$ . Qui plus est, n'oublions pas que les données ont une nouvelle fois été générées par le code de calculs FlexPDE® qui considère des transferts de chaleur bidimensionnels : l'erreur de  $0,3.10^5 \text{ W.m}^{-2}$  tient donc également compte de l'erreur induite par l'utilisation d'un algorithme 1D (voir section 2.4.3). Par conséquent, il nous faut comparer cette erreur à l'erreur  $e_{flux}$  due au modèle (voir **figure 2.13**) ; cette erreur étant de  $0,28.10^5 \text{ W.m}^{-2}$ , l'erreur d'hypothèse ne participe, au final, que pour 6% environ de l'erreur cumulée « hypothèse sur la conductivité + utilisation d'un algorithme 1D » : ceci justifie le choix qui a été fait quant au matériau constituant le cylindre.

## 2.5 Conclusion

Une solution analytique, basée sur des transformées de Laplace et de Fourier, a été obtenue pour la réponse transitoire en température d'un cylindre chauffé de longueur finie, en rotation, et soumis sur sa surface externe à un flux de refroidissement non uniforme et dépendant du temps. Le champ de température bidimensionnel a ainsi été calculé pour diverses valeurs des paramètres et tracé à titre d'illustration. L'étude de sensibilité qui a suivi a permis de mettre le doigt sur les précautions à prendre en ce qui concerne la conception du montage expérimental (notamment au niveau du pas de temps d'acquisition des mesures et de la profondeur d'implantation des capteurs).

Un algorithme d'inversion permettant de remonter à la condition limite de flux pariétal à partir de mesures de température internes a ensuite été présenté et appliqué sur des mesures bruitées obtenues par simulations directes à partir de différents cas tests. Ces simulations ont permis de mettre en évidence la faisabilité de l'estimation, ainsi que la pertinence de paramètres dits « régularisateurs ».

Après avoir démontré qu'un algorithme d'inversion basé sur un modèle 1D local était suffisant pour estimer le flux, d'autres simulations ont permis de déterminer la valeur optimale du paramètre de régularisation temporelle  $N_{ptf}$ . Le calcul de l'erreur moyenne quadratique a, en outre, permis de quantifier l'influence de certaines incertitudes (liées au rayon de mesure) ou approximations (liées à la conductivité thermique) sur l'estimation.

Il ressort de toutes ces simulations que notre algorithme devrait permettre d'estimer dans cette configuration et de façon satisfaisante, la condition de flux pariétal à la périphérie du cylindre **et ceci indépendamment du phénomène physique qui induit**

**ce flux.** Dans le cadre de cette thèse, le flux à estimer sera le flux de refroidissement induit par l'impact d'un jet d'eau sur le cylindre en rotation.





# Conclusion de la partie I

Cette première partie concernait tout d'abord les aspects liés au traitement et à la résolution des problèmes inverses au sens large, puis traitait du cas particulier de l'estimation des flux locaux extraits lors de l'impact d'un jet d'eau sur un cylindre en rotation.

Le premier chapitre a ainsi permis de se familiariser avec le vocabulaire et les techniques afférentes aux problèmes inverses et à l'estimation de grandeurs. Dans ce chapitre, nous avons notamment insisté sur des notions importantes telles que le caractère fondamentalement mal posé des problèmes inverses ou encore l'erreur d'estimation. En effet, nous avons vu qu'une approche méthodologique claire devait être entreprise afin de concevoir et mettre en oeuvre efficacement une expérimentation et une inversion de mesures. Cette approche passe par l'évaluation de l'erreur d'estimation et par le choix de la technique de régularisation adéquate.

En ce qui concerne le second chapitre de cette partie, il expose la résolution analytique de notre problème inverse lié au refroidissement par jets, technique notamment utilisée lors du procédé industriel de laminage. Différentes simulations d'inversions ont non seulement permis de valider notre algorithme, mais aussi de choisir les paramètres dits « régularisateurs » les plus pertinents tout en permettant d'en évaluer la valeur optimale pour un certain niveau de bruit. Qui plus est, les simulations ont aussi permis d'optimiser les caractéristiques du dispositif expérimental (notamment au niveau de la position des capteurs de mesure et de la fréquence d'acquisition), dispositif qui sera présenté dans le chapitre 4 de cette thèse.

Enfin, il est important d'une nouvelle fois souligner le caractère général de la méthode d'estimation présentée dans le chapitre 2, méthode qui bien que s'inscrivant dans le cadre du refroidissement par jets des produits plats de sidérurgie, possède un champ d'applications très vaste.



## Références bibliographiques

**Beck, J.V., [1970]** : *Nonlinear estimation applied to the nonlinear inverse heat conduction problem*, Int. J. Heat Mass Transfer, Vol. 13, pages 703–716.

**Beck, J.V. et Arnold, K.J., [1977]** : *Parameter Estimation in Engineering and Science*, New-York, NY, John Wiley and Sons.

**Beck, J.V., Litkouhi, B. et St Clair, C.R., [1982]** : *Efficient sequential solution of the nonlinear inverse heat conduction problem*, Num. Heat Transfer, Vol. 5, pages 275–286.

**Beck, J.V., Blackwell, B. et St Clair, C.R., [1985]** : *Inverse heat conduction, ill-posed problems*, Wiley interscience, NY.

**Blanc, G. et Raynaud, M., [1996]** : *Solution of the inverse heat conduction problem from thermal strain measurements*, J. Heat Transfer, Vol. 118, pages 842–849.

**Ching-Yu, Y., [1999]** : *The determination of two heat sources in an inverse heat conduction problem*, Int. J. Heat Mass Transfer, Vol. 42, pages 345–352.

**Engl, H. W. et Gfrerer, J. A., [1988]** : *Posteriori parameter choice for general regularisation methods for solving linear ill-posed problems*, Applied Num. Math., Vol. 2, pages 395–417.

**Forsythe, G.E., Malcolm, M.A. et Moler, C.B., [1977]** : *Computer Methods For Mathematical Computations*, Prentice-Hall.

**Golub, G.H. et Van Loan, C., [1983]** : *Matrix Computations*, North Oxford Academic Press.

**Hadamard, J., [1923]** : *Lectures on Cauchy's Problem in Linear Partial Differential Equations*, New Haven, CT, Yale University Press.

**Lagier, G.L., [1999]** : *Application de la méthode des éléments frontières à la résolution de problèmes de thermique inverse multidimensionnels*, PhD thesis, Institut National Polytechnique de Grenoble, C.E.A. de Grenoble.

**Lawson, C.L. et Hanson R.J., [1974]** : *Solving Least Squares Problems*, Prentice-Hall, Englewood Cliffs, NJ.

**Maillet, D., Batsale, J.C. et Degiovanni, A., [1995]** : *Inversion de champs de température bidimensionnels par méthode spectrale et régularisation*, Journée d'études SFT-GUT, Métrologie Thermique et Techniques Inverses Bidimensionnelles.

**Maillet, D., André, S., Batsale, J.C., Degiovanni, A. et Moyne, C., [2000]** : *Thermal Quadrupoles : Solving the Heat Equation through Integral Transforms*, New-York, NY, John Wiley and Sons.

**Miller, K., [1970]** : *Least squares methods for ill-posed problems with a prescribed bound*, J. Math. Anal., Vol.1, pages 52–74.

**Monde, M., [2000]** : *Analytical method in inverse heat transfer problem using Laplace transform technique*, Int. J. Heat Mass Transfer, Vol. 43, pages 3965–3975.

**Murio, D., [1993]** : *The Mollification Method and the Numerical Solution of Ill-Posed Problems*, New-York, NY, Wiley-Interscience.

**Scarpa, F et Milano, G., [1995]** : *Kalman filter smoothing technique applied to the inverse heat conduction problem*, Num. Heat Trans., part. B, Vol. 28, pages 79–96.

**Raynaud, M. et Bransier, J., [1986]** : *A new finite difference method for the nonlinear inverse heat conduction problem*, Num. Heat Trans., part. B, Vol. 9, pages 27–41.

**Raynaud, M., [1998]** : *Le problème inverse de conduction de la chaleur*, Techniques de l'Ingénieur, Vol. BE 8 265, pages 1–17.

**Stehfest, H., [1970a]** : *Algorithm 368 : Numerical inversion of Laplace transforms*, Commun. ACM, Vol. 13, pages 47–49.

**Stehfest, H., [1970b]** : *Remark on algorithm 368 : Numerical inversion of Laplace trans-*

---

*forms*, Commun. ACM, Vol. 13, page 624.

**Tikhonov, A. et Arsenine, V., [1976]** : *Méthodes de résolution des problèmes mal posés*, Editions de Moscou.

**Truffart, B., Jarny, Y. et Delaunay D., [1993]** : *A general optimization algorithm to solve 2-D boundary inverse heat conduction problems using finite elements*, First Conference on Inverse Problems in Engineering : Theory and Practice, Palm Coast Florida, pages 53–60.

**Vogel, C.R., [1986]** : *Optimal choice of a truncation level for the truncated svd solution of linear first kind integral equation when data are noisy*, J. Num. Analysis, Vol. 23, pages 109–117.



## Deuxième partie

# Refroidissement diphasique et inversions





## Introduction de la partie II

Le processus de changement de phase liquide-vapeur joue un rôle important dans de nombreuses applications technologiques. En effet, le transfert thermique pratiquement isotherme lié au processus d'ébullition en rend l'utilisation pour le refroidissement fortement avantageuse d'un point de vue efficacité thermodynamique. En outre, en raison des coefficients d'échange élevés qui y sont liés, l'utilisation du transfert de chaleur par ébullition est de plus en plus attrayante pour le contrôle thermique de dispositifs compacts nécessitant de forts taux de dissipation de la chaleur ; les applications de ce type incluent le refroidissement de composants électroniques dans les ordinateurs et l'utilisation de vaporisateurs compacts pour le contrôle thermique des avions et des engins spatiaux. Le changement de phase liquide-vapeur joue également un rôle primordial pour la conception de centrales nucléaires, à la fois parce qu'il intervient lors du fonctionnement normal de la centrale et parce qu'il domine plusieurs des scénarios d'accidents qui sont étudiés lors de la conception.

L'écoulement et le transfert thermique liés au processus de changement de phase liquide-vapeur font partie des phénomènes de transport les plus complexes rencontrés dans les applications technologiques. Ces phénomènes présentent toute la complexité du transport convectif monophasique auquel s'ajoutent des éléments résultant du mouvement de l'interface, des effets de non-équilibre et des interactions dynamiques entre phases. Dû à la nature fortement couplée de ces processus, l'élaboration de méthodes permettant de prévoir exactement le transfert de masse et de chaleur associés est souvent une tâche difficile.

A la lumière de ce constat, cette partie a pour vocation, sans prétention aucune, de participer à l'amélioration des connaissances sur l'ébullition en appliquant sur des mesures réelles la méthode inverse présentée dans la partie précédente.

Ainsi un premier chapitre, plutôt bibliographique, permet de voir ou de revoir des notions telles que la nucléation ou les régimes d'ébullition, tant dans le cas de l'ébullition libre que de l'ébullition par jets impactants. Les résultats fondamentaux sur les jets à surfaces libres sont décrits, aussi bien dans le cas d'une surface statique que dans le cas

d'une surface mobile.

Le second chapitre de cette partie présente quant à lui le montage qui a été utilisé ainsi que les différents résultats expérimentaux qui ont été obtenus. Ces résultats sont bien évidemment discutés, et permettent avant tout de montrer l'intérêt et l'efficacité de la méthode d'inversion semi-analytique proposée.

# Chapitre 3

## Le refroidissement diphasique

### Sommaire

---

<b>3.1</b>	<b>Introduction</b>	<b>80</b>
<b>3.2</b>	<b>Principes fondamentaux des systèmes liquide-vapeur</b>	<b>80</b>
3.2.1	Notions de physique des interfaces	80
3.2.2	Formation de la vapeur	83
3.2.3	Croissance et détachement des bulles	90
<b>3.3</b>	<b>Transferts de chaleur en ébullition libre</b>	<b>91</b>
3.3.1	Description phénoménologique de l'ébullition libre	91
3.3.2	Transferts de chaleur en ébullition nucléée	94
3.3.3	Flux critique	97
3.3.4	Ébullition de transition et début de l'ébullition en film	99
3.3.5	Ébullition en film	99
3.3.6	Effets paramétriques	101
<b>3.4</b>	<b>Amélioration des transferts : ébullition par impact de jet</b>	<b>106</b>
3.4.1	Les différents types de jets impactants	106
3.4.2	Zones de transfert thermique et régimes d'ébullition	107
3.4.3	Régime de convection forcée	109
3.4.4	Transferts thermiques en ébullition nucléée	111
3.4.5	Flux critique pour un jet impactant	113
3.4.6	Ebullition de transition	114
3.4.7	Point de remouillage	117
3.4.8	Ebullition en film	117
3.4.9	Effets paramétriques	118
<b>3.5</b>	<b>Jets impactant une surface mobile</b>	<b>125</b>
3.5.1	Considérations hydrodynamiques	125
3.5.2	Refroidissement d'une surface mobile	126
<b>3.6</b>	<b>Conclusion</b>	<b>129</b>

---

## 3.1 Introduction

L'utilisation de jets impactants est très largement répandue dans des applications pratiques de séchage ou de refroidissement dans la mesure où ils permettent d'obtenir des coefficients de transfert de chaleur très importants. Typiquement, les applications sont le séchage de textiles ou de produits papier (avec des jets d'air), le refroidissement de systèmes électroniques, voir Wang et al. [2004], ou encore le cas du refroidissement d'alliages métalliques avec des jets d'eau.

Les mécanismes de transfert associés à l'utilisation de jets d'eau impactants sont cependant mal connus. Après un rappel des principes fondamentaux des systèmes liquide-vapeur, nous décrirons diverses études qui ont été effectuées pour améliorer la connaissance sur l'ébullition libre et sur l'ébullition par jets, dans le cas statique comme dans le cas dynamique.

## 3.2 Principes fondamentaux des systèmes liquide-vapeur

### 3.2.1 Notions de physique des interfaces

Les phénomènes qui apparaissent à l'interface liquide-vapeur jouent un grand rôle sur la transition de phase. Chaque phase possède des propriétés volumiques mais, dans la zone de transition qu'est l'interface, les propriétés subissent une transition à l'échelle moléculaire.

#### Tension superficielle

Dans un fluide, les molécules subissent entre elles des forces attractives qui dépendent de la nature du fluide considéré (forces de Van der Waals, liaisons métalliques, ...). Au sein d'un liquide, une molécule est entourée dans tout l'espace par d'autres molécules et ces forces se compensent (**figure 3.1**). En revanche, une molécule en surface n'est entourée de molécules que dans un demi-espace et l'équilibre des forces est rompu. Il résulte du déséquilibre des forces de cohésion existant entre les molécules constituant le liquide une force  $\sigma$  appelée tension superficielle, parallèle à la surface et qui s'oppose à un accroissement de celle-ci.

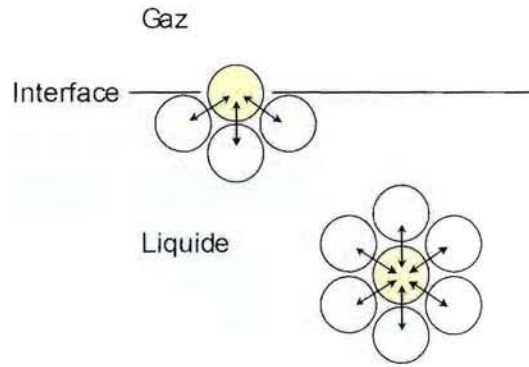


FIG. 3.1 – Forces de cohésion intermoléculaires au sein d'un liquide

En effet, tout accroissement de la surface libre d'un liquide nécessite d'amener à la surface des molécules situées au sein du liquide, ce qui nécessite un travail correspondant à la rupture des liaisons intermoléculaires. La tension superficielle  $\sigma$ , qui est l'énergie libre par unité de surface formée, se traduit donc par une force par unité de longueur du périmètre  $l$ ; elle s'écrit :

$$\sigma = \left( \frac{\partial E}{\partial A_I} \right)_{T, p, n_i} = \frac{F}{l} \quad (3.1)$$

avec

- $E$  l'énergie libre de surface
- $A_I$  l'aire interfaciale
- $n_i$  le nombre de moles du composant  $i$
- $F$  la force s'opposant à toute augmentation de surface.

Ainsi, une possibilité pour minimiser l'énergie d'une surface est de réduire sa taille : ceci explique que les gouttes ou les bulles ont tendance à adopter une surface sphérique.

### Relation de Laplace

Nous avons vu qu'afin de minimiser son énergie de surface, une bulle adoptait une forme sphérique. En diminuant la taille de la bulle (de rayon  $R$ ), on diminue sa surface mais aussi son volume. Par conséquent, la pression à l'intérieur de la bulle augmente par rapport à la pression du liquide et s'oppose à cette diminution. L'équilibre des forces appliquées à l'interface, qui sont les forces de pression  $p_{int}$  et  $p_{ext}$  et les forces de surface, respectivement normales et tangentiels à l'interface, s'écrit alors :

$$p_{int} - p_{ext} = \frac{2\sigma}{R_{eq}} \quad (3.2)$$

où  $R_{eq}$  est le rayon de la bulle à l'équilibre.

Il est à noter que la relation de Laplace (équation (3.2)) peut être généralisée quand la surface n'est pas sphérique. On a donc pour un élément de surface courbe quelconque caractérisé par deux rayons de courbure principaux  $R_1$  et  $R_2$  selon deux directions orthogonales :

$$p_{int} - p_{ext} = \frac{\sigma}{R_1} + \frac{\sigma}{R_2} \quad (3.3)$$

Si le rayon de courbure d'une bulle est faible, la différence de pression entre les deux phases est élevée.

### Angle de contact

Si on dépose une goutte de liquide sur une paroi solide (voir **figure 3.2**), elle a généralement une forme de calotte sphérique caractérisée par un angle de contact  $\theta$ , angle entre le plan tangent à l'interface et le support (côté liquide).

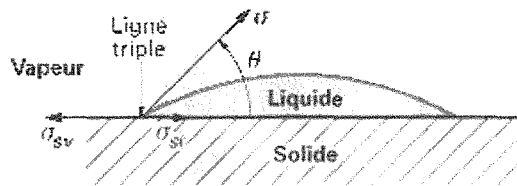


FIG. 3.2 – Bilan des forces de tension superficielle pour une goutte déposée sur un support solide

La valeur de cet angle dépend du fluide mais aussi du support. Si  $\theta$  tend vers zéro, le fluide est très mouillant (cas du pentane sur une paroi parfaitement propre et polie) ; si  $\theta$  est obtus, le liquide est peu mouillant (cas du mercure sur du verre). Dans de nombreux cas, l'angle est aigu. Sur la ligne triple, il y a trois interfaces : liquide-vapeur, vapeur-solide et solide-liquide. Chaque interface est caractérisée par une tension superficielle (respectivement  $\sigma_{lv}$ ,  $\sigma_{sv}$ ,  $\sigma_{sl}$ ),  $\sigma_{lv}$  est la tension superficielle liquide-vapeur définie précédemment et notée simplement  $\sigma$ . L'équilibre des forces interfaciales agissant sur la ligne triple, qui se traduit par son immobilité, s'écrit (projection dans le plan du support) - condition de Young :

$$\sigma \cos \theta = \sigma_{sv} - \sigma_{sl} \quad (3.4)$$

L'angle de contact, dit statique, varie avec l'état de surface (chimique et physique). En présence d'une substance tensioactive, le mouillage est fort ( $\theta$  proche de 0). Lorsque la ligne triple est mobile, l'angle de contact varie et on distingue un angle de contact

d'avancée et un angle de recul. L'existence de films liquides fins, dont la présence joue un rôle sur les transferts thermiques, est conditionnée par la valeur de ces angles.

### Longueur capillaire

La longueur capillaire  $\lambda$  permet de caractériser l'ascension d'un liquide le long d'une paroi verticale sous l'effet de la tension de surface, c'est-à-dire la hauteur au-delà de laquelle la gravité devient importante. Elle est définie par la relation :

$$\lambda = \sqrt{\frac{\sigma}{g(\rho_l - \rho_v)}} \quad (3.5)$$

Sa valeur permet de déterminer les échelles en-dessous desquelles les phénomènes de capillarité sont à considérer. Si le rayon de courbure d'une interface est inférieur à  $\lambda$ , la tension superficielle joue un rôle important. Dans la majorité des études dont nous parlerons, la longueur caractéristique  $L$  du système sera grande devant la longueur capillaire. Le lecteur intéressé pourra se référer à Carey [1992] pour le traitement des cas où  $L/\lambda$  est petit.

### 3.2.2 Formation de la vapeur

La vaporisation caractérise la transition de l'état liquide à l'état gazeux d'un corps. Il existe deux formes particulières de vaporisation : l'ébullition et la cavitation. Ces deux procédés de vaporisation se distinguent par les phénomènes qui contrôlent leur apparition : l'ébullition est contrôlée par les phénomènes thermiques et la cavitation est contrôlée par les phénomènes dynamiques.

L'ébullition, qui sera le phénomène auquel nous nous intéresserons, est employée dans de nombreuses applications, industrielles (centrales nucléaires) ou grand public (réfrigérateurs), lorsque les flux thermiques à évacuer sont importants, car ce phénomène favorise les échanges de chaleur. Le changement d'état est induit à pression constante par un accroissement de la température du liquide au delà de sa température de saturation, ce qui permet d'initier le processus dit de *nucléation*.

La cavitation, qui concerne une transition de phase à température constante par une diminution brutale de la pression de saturation, est généralement à éviter ou à retarder du fait de ses conséquences néfastes : érosion de cavitation, pertes de performances, ...

## Nucléation homogène

Lorsqu'il y a rupture de l'état métastable<sup>2</sup> et retour à un équilibre stable, des germes ou noyaux de vapeur apparaissent au sein de la phase liquide : c'est le phénomène de *nucléation*. L'apparition d'un germe, qui induit la création d'une interface entre les phases liquide et vapeur, est sous la dépendance des propriétés interfaciales. Pour un corps pur, la nucléation au sein du liquide, dite *nucléation homogène*, met en jeu le phénomène de diffusion des atomes ou molécules qui s'agrègent pour former la nouvelle phase. La nucléation s'accompagne d'une variation de l'enthalpie libre de nucléation  $\Delta G_{nucl}$ , qui est la somme de deux termes :

- d'une part, une enthalpie libre de formation de la nouvelle phase :

$$\Delta G_v = \frac{4}{3} \pi r^3 (p_l - p_v)$$

(où  $p_v$  et  $p_l$  sont respectivement les pressions de la phase vapeur et de la phase liquide) ;

- d'autre part, une enthalpie libre de création de l'interface :

$$\Delta G_s = 4 \pi r^2 \sigma$$

Cette variation d'enthalpie présente un maximum pour une valeur  $r^*$  du rayon de la bulle égale à

$$r^* = \frac{2 \sigma}{p_v - p_l} \quad (3.6)$$

qui correspond d'après l'équation de Laplace (3.2) au rayon d'une bulle de vapeur en équilibre avec le liquide environnant.

On peut remarquer que le maximum de  $\Delta G_{nucl}$  correspond à un équilibre instable ( $\frac{d^2}{dr^2} \Delta G_{nucl}(r = r^*) < 0$ ). Ainsi, afin d'abaisser le potentiel thermodynamique, les bulles n'ayant pas un rayon suffisant ( $r < r^*$ ) implosent. A l'inverse, les germes de rayon  $r > r^*$  grossissent spontanément en raison de l'évaporation du liquide à l'interface : pour cette raison, **le rayon  $r^*$  est appelé rayon critique**.

Pour un système à une température uniforme et constante  $T_l = T_v = T$ , l'équilibre des potentiels chimiques permet d'exprimer la pression de chaque phase en fonction de la pression de saturation  $p_{sat}(T)$  pour une interface plane (Stephan [1992]). La courbure de l'interface minore la pression de la vapeur pour une interface sphérique par rapport à celle correspondant à l'interface plane (on suppose que la vapeur se comporte comme un

---

<sup>2</sup>état de stabilité de la phase liquide en dehors des conditions de transition (liquide surchauffé)



gaz parfait) :

$$p_v = p_{sat}(T) - \frac{\rho_v}{\rho_l - \rho_v} \frac{2\sigma}{r^*} \quad (3.7)$$

ce qui d'après la relation de Laplace (3.2) nous donne la pression du liquide

$$p_l = p_{sat}(T) - \frac{\rho_l}{\rho_l - \rho_v} \frac{2\sigma}{r^*} \quad (3.8)$$

Ces relations sont représentées sur la **figure 3.3**, où l'on a fait figurer la courbe d'équilibre liquide-vapeur de l'eau  $p_{sat}(T)$  correspondant à une interface plane, et sa modification en termes de  $p_v$  et  $p_l$  pour une interface de rayon  $r^*$ . On constate que lorsque le rayon de la bulle diminue ( $r_1^* < r^*$ ), l'équilibre est déplacé vers la droite, ce qui nécessite une température plus élevée.

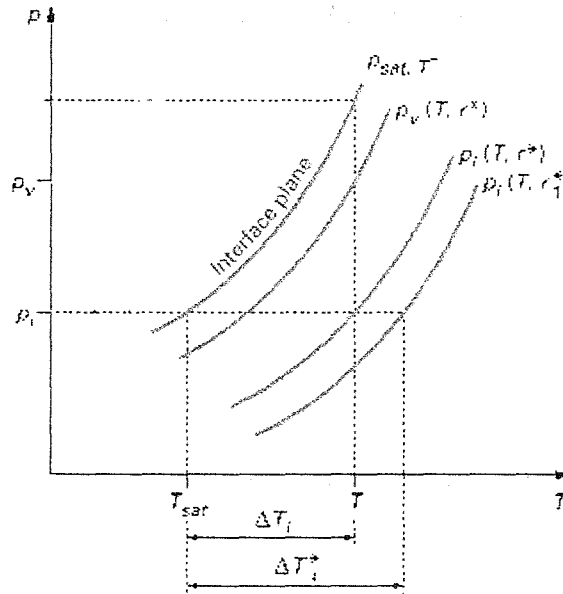


FIG. 3.3 – Pressions de la vapeur et du liquide à l'équilibre entre une bulle de vapeur sphérique et le liquide

Ainsi, pour que la bulle reste à l'équilibre dans le liquide à la pression  $p_l$ , il est nécessaire que le liquide soit surchauffé de  $\Delta T_l$  par rapport au système qui aurait une interface plane à cette pression (**figure 3.3**) :

$$\Delta T_l = T - T_{sat}(p_l) \quad (3.9)$$

Pour calculer la surchauffe du liquide, on différentie l'équation (3.8) :

$$\frac{dp_l}{dT} = \frac{dp_{sat,T}}{dT} - \frac{d}{dT} \left( \frac{\rho_l}{\rho_l - \rho_v} \frac{2\sigma}{r^*} \right) \quad (3.10)$$

La dérivée  $\frac{dp_{sat,T}}{dT}$  étant donnée par l'équation de Clapeyron, il est possible d'intégrer l'équation entre les températures  $T_{sat}$  et  $T = \Delta T_l + T_{sat}$ . Tous calculs faits, la surchauffe

du liquide  $\Delta T_l$  nécessaire à l'apparition d'un nucléus de vapeur de rayon  $r = r^*$  s'écrit :

$$\Delta T_l = \frac{2 \sigma}{r^*} \frac{T_{sat}}{h_{lv} \rho_v} \quad (3.11)$$

Par conséquent, une augmentation de la surchauffe entraîne une diminution du rayon critique  $r^*$  en accord avec la relation (3.11). Il s'ensuit que des embryons de vapeur de plus en plus petits vont se transformer en sites de nucléation.

En effet, ces embryons de vapeurs sont le résultat des fluctuations thermiques dans le liquide métastable. Or, la probabilité  $\tau$  de formation de germes ayant le rayon critique  $r^*$ , par unité de temps et de volume (ou taux de nucléation), est d'après Benoit [2003] :

$$\tau = \frac{dn}{dt} = N_l \left( \frac{3 \sigma}{\pi m} \right)^{1/2} \exp \left( \frac{-16 \pi \sigma^3}{3 k_B T (p_l - p_v)^2} \right) \quad (3.12)$$

soit

$$\tau = N_l \left( \frac{3 \sigma}{\pi m} \right)^{1/2} \exp \left( \frac{-4 \pi \sigma r^{*2}}{3 k_B T} \right) \quad (3.13)$$

avec

- $N_l$  le nombre de molécules du liquide par unité de volume
- $m$  la masse d'une molécule
- $k_B$  la constante de Boltzmann
- $n$  le nombre de germes de vapeur créés par unité de volume.

Ainsi, la probabilité de formation d'un nucleus est d'autant plus élevée que son rayon est plus faible.

On peut également exprimer  $\tau$  en fonction de la surchauffe  $\Delta T_l$  à l'aide de la relation (3.11) :

$$\tau = N_l \left( \frac{3 \sigma}{\pi m} \right)^{1/2} \exp \left( \frac{-16 \pi \sigma^3 T}{3 k_B \Delta T_l^2 \rho_v^2 h_{lv}^2} \right) \quad (3.14)$$

**La vitesse de nucléation homogène  $dn/dt$  est par conséquent très sensible à la surchauffe du liquide  $\Delta T_l$ .**

### Nucléation hétérogène

Lorsque le phénomène de nucléation se produit à la surface d'un solide, on parle de *nucléation hétérogène*. Si la paroi solide est parfaitement lisse, la bulle de vapeur à la surface de la paroi peut être considérée comme une calotte sphérique. Le taux de nucléation s'écrit dans ce cas, d'après Benoit [2003] :

$$\tau = N_l^{2/3} \left( \frac{1 + \cos \theta}{2 F} \right) \left( \frac{3 F \sigma}{\pi m} \right)^{1/2} \exp \left( \frac{-16 \pi F \sigma^3 T}{3 k_B \Delta T_l^2 \rho_v^2 h_{lv}^2} \right) \quad (3.15)$$

où  $F$  est le facteur d'énergie, rapport entre les énergies de formation d'un germe de vapeur respectivement sur paroi lisse et en nucléation homogène.  $F$  est donné par l'expression suivante :

$$F = \frac{2 + 3 \cos \theta - \cos^3 \theta}{4} \quad (3.16)$$

où  $\theta$  est l'angle de contact entre la surface et la bulle de vapeur.

Si  $\theta$  est égal à  $180^\circ$  (paroi non mouillante), aucune surchauffe n'est nécessaire pour l'apparition d'une bulle puisque  $F = 0$ . Ce cas ne relève cependant que de la théorie car les travaux de Bankoff [1957] montrent que les angles de contact les plus importants observés expérimentalement sont de l'ordre de  $140^\circ$ . Pour des surfaces réelles,  $\theta$  est en général inférieur à  $90^\circ$ , de sorte que  $0,5 < F < 1$ .

Dans le cas où il existe sur la paroi des cavités remplies d'air ou plus généralement d'incondensables ou de vapeur, et dont le rayon d'ouverture est supérieur au rayon critique de nucléation  $r^*$ , la nucléation est initiée pour des surchauffes relativement faibles. Le volume d'incondensables piégés dans les cavités dépend des propriétés interfaciales, de la forme de la cavité et des conditions expérimentales.

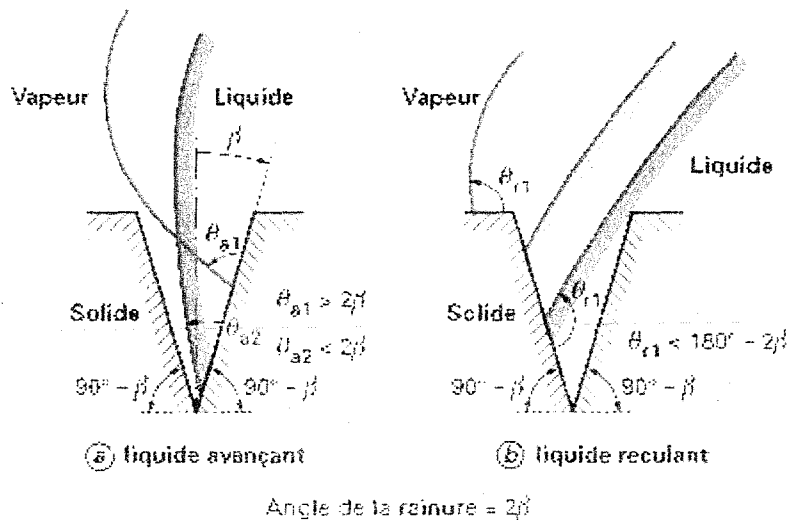


FIG. 3.4 – Représentation schématique du piégeage de la vapeur ou du liquide dans une cavité, d'après Carey [1992]

La présence de gaz piégés crée une interface qui favorise la nucléation. Le critère correspondant au piégeage de gaz dans une cavité conique ou une rainure, caractérisée par un angle au sommet  $2\beta$ , a été établi par Bankoff [1958]. Si l'angle de contact est supérieur à  $2\beta$ , le front de liquide convexe avançant sur une cavité remplie de gaz touche

l'extrémité opposée de la cavité avant qu'elle ne soit pleine de liquide : la vapeur est piégée au fond de la cavité (**figure 3.4a**). Cette condition s'écrit :

$$\theta_a > 2\beta \quad (3.17)$$

L'angle de contact à l'avancée du fluide est supérieur à l'angle de contact statique, ce qui favorise le piégeage de la vapeur. Inversement, si un front liquide recule en passant sur une cavité remplie de liquide (**figure 3.4b**), la cavité restera remplie de liquide si :

$$\theta_r < \pi - 2\beta \quad (3.18)$$

L'angle de contact de recul est inférieur à l'angle de contact statique. En 1993, Wang et Dhir [1993] ont montré que, pour un fluide très mouillant, il est difficile d'obtenir des embryons de vapeur préexistants et l'ébullition nécessite des surchauffes élevées, proches de l'ébullition homogène. Cependant, du fait de la présence de gaz dissous, l'ébullition a souvent lieu pour des surchauffes plus faibles. Elle peut de surcroît continuer par invasion de sites voisins.

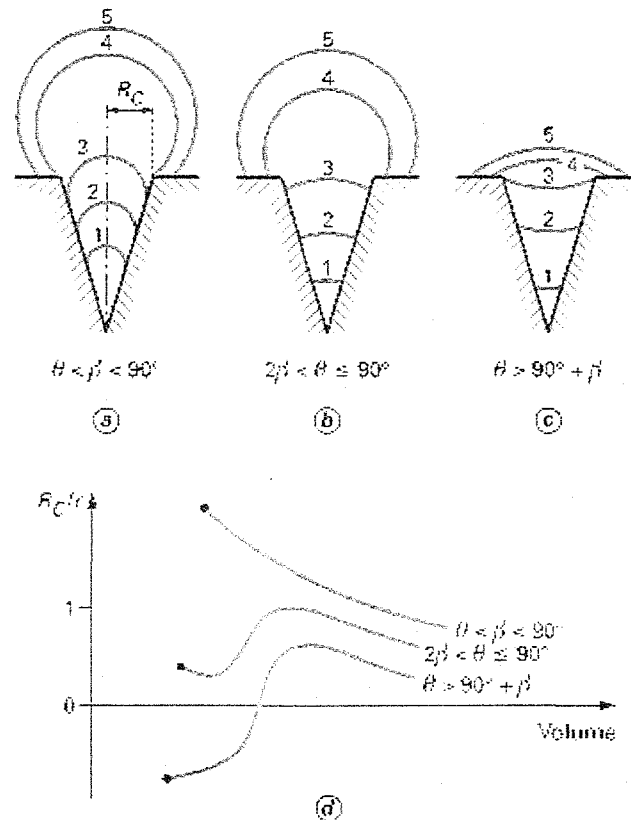


FIG. 3.5 – Évolution du rayon lors de la croissance d'une bulle à partir d'une cavité, d'après Carey [1992]

Griffith et Wallis [1960] ont établi que la surchauffe nécessaire à l'ébullition à partir de germes de vapeur préexistants (cavité de rayon d'ouverture  $R_C$  et d'angle au sommet  $2\beta$ ) devait être calculée pour un rayon  $r_{min}$  correspondant au minimum du rayon de courbure de l'interface, et donc au maximum du rapport  $R_C/r$  (voir **figure 3.5**) :

$$\Delta T_l = T_l - T_{sat}(p_l) = \frac{2\sigma}{r_{min}} \frac{T_{sat}}{h_{lv} \rho_v} \quad (3.19)$$

Ainsi, dans le cas où  $R_C/r < 1$ , la surchauffe nécessaire à l'activation d'un site s'écrit :

$$\Delta T_l = \frac{2\sigma}{R_C} \frac{T_{sat}}{h_{lv} \rho_v} \quad (3.20)$$

Pour  $R_C/r > 1$ , le rayon  $r_{min}$  correspondant au minimum du rayon de courbure de l'interface correspond au rayon initial du germe dans la cavité. Un modèle a été développé par Lorenz et al. [1974] pour prédire ce rayon. Sa variation, en adimensionnant par le rayon de la cavité ( $\Phi = r/R_C$ ) est représentée sur la **figure 3.6** en fonction de l'angle de contact et de l'angle de la cavité.

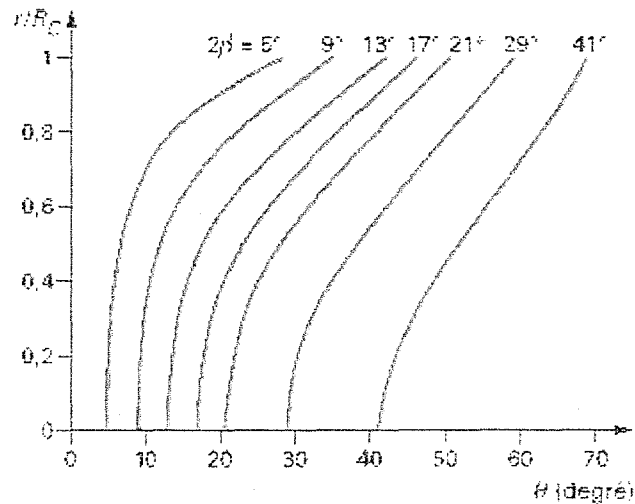


FIG. 3.6 – Évolution du rayon du germe de vapeur avec l'angle de contact  $\theta$  et l'angle de la cavité  $2\beta$  selon le modèle de Lorenz et al. [1974]

La surchauffe est dans ce cas égale à :

$$\Delta T_l = \frac{2\sigma T_{sat}}{R_C \Phi h_{lv} \rho_v} \quad (3.21)$$

### 3.2.3 Croissance et détachement des bulles

Lorsqu'un germe de vapeur a atteint une taille supérieure à celle de l'équilibre instable ( $r > r^*$ ), la bulle croît spontanément. Observons un instant un cycle de croissance et de détachement des bulles (figure 3.7).

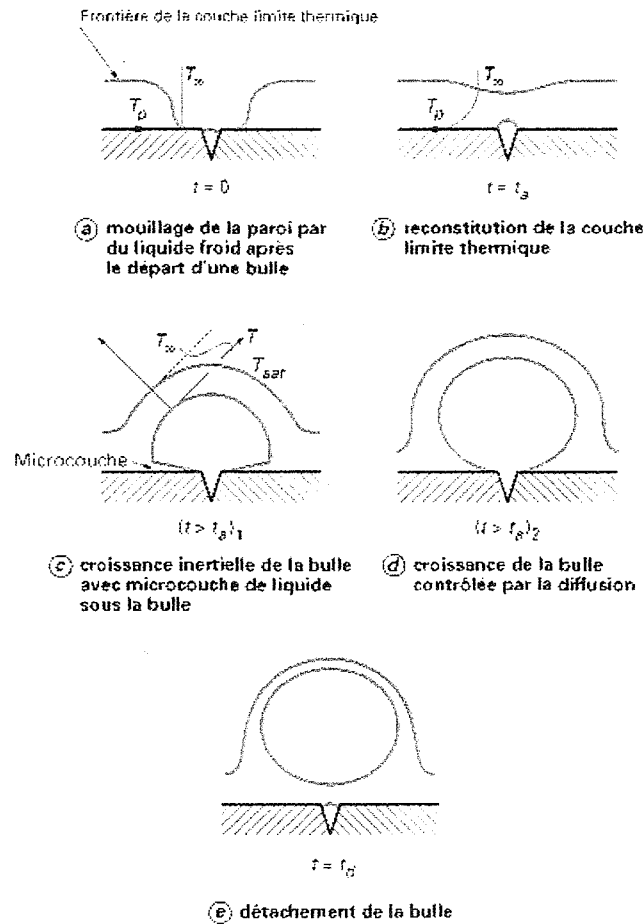


FIG. 3.7 – Mécanismes de croissance d'une bulle sur une paroi chauffée, d'après Carey [1992]

A l'instant initial ( $t = 0$ ) où une bulle vient de se détacher de la paroi (figure 3.7a), le site de nucléation représenté n'est pas actif car la paroi est refroidie par du liquide à la température de saturation, qui a remplacé la zone occupée par la bulle précédente. Pendant une durée notée  $t_a$  (pour temps d'attente), la couche limite se reconstruit (figure 3.7b) jusqu'à ce que la surchauffe soit suffisante pour initier une nouvelle bulle. Cette bulle croît très rapidement (régime inertiel) avec une forme hémisphérique favorisant la vaporisation de la microcouche de liquide présente à sa base (figure 3.7c). La croissance de la bulle se poursuit par vaporisation du liquide adjacent à l'interface en le désurchauffant (figure 3.7d). Durant cette phase, la diffusion de la chaleur à l'interface est un

facteur limitant. Puis la bulle prend une forme plus sphérique contrôlée par la tension de surface. A l'instant  $t = t_d$  où la bulle atteint son diamètre de détachement (**figure 3.7e**), c'est-à-dire lorsque l'équilibre des forces (statiques<sup>3</sup> et hydrodynamiques<sup>4</sup>) qui agissent sur elle n'est plus vérifié, elle monte en entraînant une partie de la couche limite thermique dans son sillage. Ainsi, aux échanges par chaleur latente s'ajoutent des échanges convectifs locaux intenses dus à une destruction périodique de la couche limite et un transport de chaleur.

Si on ne considère que l'équilibre entre forces de flottabilité et forces de tension de surface (Fritz [1935]), le diamètre de détachement d'une bulle s'écrit :

$$D_b = 0,0208 \theta \sqrt{\frac{\sigma}{g(\rho_l - \rho_v)}} \quad (3.22)$$

En ce qui concerne la fréquence  $f$  d'émission des bulles, elle n'est pas uniforme pour tous les sites. De plus, elle dépend du régime de croissance de la bulle. En général, on admet que le produit  $fD_b$  est constant. Zuber [1963] a donné l'expression suivante :

$$fD_b = 0,59 \left( \frac{\sigma g (\rho_l - \rho_v)}{\rho_l^2} \right)^{\frac{1}{4}} \quad (3.23)$$

### 3.3 Transferts de chaleur en ébullition libre

#### 3.3.1 Description phénoménologique de l'ébullition libre

La vaporisation d'un fluide à la surface d'un corps immergé dans un bain de liquide au repos est appelée ébullition en vase, ébullition en fluide stagnant ou ébullition libre (traductions multiples de l'anglais « pool boiling »). Les premiers travaux expérimentaux relatifs à l'ébullition libre sont dus à Nukiyama [1934] et concernent l'ébullition à la surface d'un fil de platine chauffé électriquement et immergé dans un bain d'eau distillée maintenu à 100°C.

L'étude de l'ébullition libre passe par le tracé de la courbe dite *courbe d'ébullition*, qui représente les variations du flux de chaleur  $\dot{q}$  avec la surchauffe pariétale  $\Delta T_{sat} = T_p - T_{sat}$  et qui laisse apparaître les différents régimes d'ébullition. Dans le cas de l'expérience de Nukiyama, cette courbe a été obtenue en imposant une succession de flux croissants ou de flux décroissants (condition de flux contrôlé).

<sup>3</sup>poids de la bulle, poussée d'Archimède, force capillaire, force de pression de contact

<sup>4</sup>force d'inertie du liquide sur la bulle, forces visqueuses

Dans le cas où la température de surface est contrôlée et augmente lentement, l'allure de la courbe d'ébullition est celle de la **figure 3.8**. Les différents régimes d'ébullition sont également représentés sur cette figure.

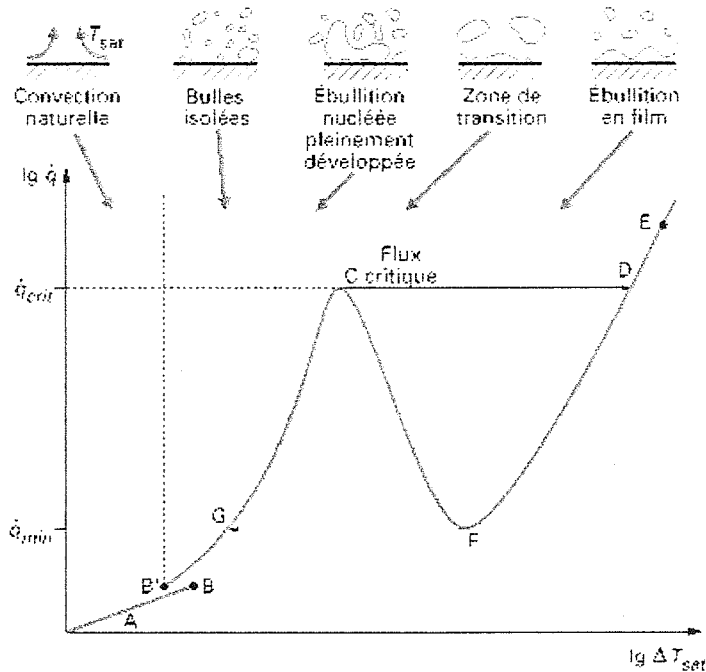


FIG. 3.8 – Courbe d'ébullition libre et différents régimes observés

### Régime de convection naturelle

Pour de faibles surchauffes (section A–B), la nucléation ne peut s'initier et le transfert de chaleur s'effectue par convection naturelle (en raison des gradients de température dans le liquide) jusqu'à la surface du bain où a lieu une évaporation (interface plane) ;  $q$  augmente lentement avec  $\Delta T_{sat}$ .

### Début de l'ébullition nucléée

Au point B, la surchauffe de la paroi est suffisante pour initier la nucléation au niveau de plusieurs des aspérités présentes en surface (qui représentent autant de sites de nucléations potentiels) : c'est le *régime de début de l'ébullition nucléée*<sup>5</sup>. Toute augmentation ultérieure de la température pariétale entraîne une augmentation du flux le long de la section (B'–C) de la courbe d'ébullition (**figure 3.8**). En effet, on note une diminution de la température pariétale entre les points B et B' due à la vaporisation adiabatique de la

<sup>5</sup>noté *ONB* pour Onset of Nucleate Boiling



microcouche de liquide présente sous les bulles lors de la croissance inertielle de celles-ci (voir **figure 3.7c**).

### Régime d'ébullition nucléée

Dans ce régime, l'émission de bulles crée des mouvements convectifs intenses qui améliorent notablement les échanges thermiques. Aux faibles surchauffes, les sites actifs sont peu nombreux et très espacés sur la surface : on est alors en *régime d'ébullition nucléée partielle* ou *régime de bulles isolées*. Si l'on augmente encore  $\Delta T_{sat}$ , d'autres sites de nucléation sont activés et la fréquence des bulles augmente généralement au niveau de chaque site : c'est le *régime d'ébullition nucléée pleinement développée*. Les sites de nucléation devenant plus nombreux, ils se rapprochent et on peut éventuellement assister à une coalescence latérale des bulles sous forme d'amas de vapeur (direction parallèle à la paroi). De plus, la fréquence et la taille des bulles augmentant, on assiste également à une coalescence verticale des bulles sous forme de colonnes de vapeur (direction normale à la paroi). La formation de ces poches de vapeur empêche le liquide de mouiller parfaitement la surface ; la présence de zones sèches (faible transfert à travers une poche de vapeur) et de zones mouillées (fort transfert par ébullition nucléée) entraîne globalement un ralentissement de l'augmentation du flux, jusqu'à ce que la courbe d'ébullition atteigne un maximum désigné par le point C sur la **figure 3.8**.

### Flux critique

Lorsque la vapeur formée en grande quantité empêche le liquide de remouiller la paroi et d'assurer son refroidissement, la courbe d'ébullition passe par un maximum (point C). A partir de ce maximum, si la courbe d'ébullition est décrite à flux contrôlé, une légère augmentation de celui-ci entraîne une brusque augmentation de la température de la paroi du point C au point D (de plusieurs centaines de degrés Celsius) ; si la température de paroi du fil au point D est supérieure à la température de fusion de celui-ci, il est détruit : c'est la raison pour laquelle le point C est appelé *point critique*. Il lui correspond un *flux critique*<sup>6</sup>, qui est le flux thermique maximal transmis en ébullition nucléée et sans risquer un endommagement de la paroi. On l'appelle communément *crise d'ébullition* ou « *burnout* ».

### Phase de transition

En température contrôlée, une augmentation de  $\Delta T_{sat}$  après le flux critique entraîne l'apparition du *régime de transition*. Ce régime se caractérise par de sévères et rapides

<sup>6</sup>noté CHF pour Critical Heat Flux

fluctuations de la température de paroi locale dues à l'instabilité des poches de vapeur qui apparaissent à un endroit pour disparaître ensuite et ainsi permettre à la surface d'être remouillée. Si la surchauffe augmente, ces poches de vapeur ont une durée de vie plus longue ; ainsi, puisque l'effet isolant dure plus longtemps, il s'ensuit une diminution du flux lorsque la surchauffe augmente (correspondant à la section (C-F) sur la **figure 3.8**).

### Point de Leidenfrost

Plus la surchauffe augmente, plus le film de vapeur généré durant la phase de transition devient stable dans le temps. Il existe alors un point (point F sur la **figure 3.8**) pour lequel la surchauffe est suffisante pour maintenir un film stable de vapeur sur toute la surface ; à ce point, appelé *point de Leidenfrost*, sont associés une température (dite *température de remouillage*) et un flux minimum (noté  $\dot{q}_{min}$ ).

### Ébullition en film

Au delà du point de Leidenfrost, toute la surface est recouverte par un film de vapeur stable : c'est le *régime d'ébullition en film*, pour lequel le flux augmente de façon monotone avec la surchauffe pariétale. Ceci est la conséquence de l'augmentation des transferts par conduction et/ou convection due aux forts gradients de température dans la couche de vapeur. Une participation significative du rayonnement peut avoir lieu (en particulier aux fortes températures (point E)) car, pour ce régime, la température de la paroi est de l'ordre de plusieurs centaines de degrés Celsius. Dans ce régime, le changement de phase s'effectue principalement à l'interface film de vapeur/liquide et non plus à la paroi.

### Phénomène d'hystérésis

La courbe d'ébullition présente un phénomène d'hystérésis, qui a été observé par de nombreux auteurs travaillant en flux contrôlé. Ce phénomène apparaît lorsque le flux thermique est imposé par valeurs croissantes depuis une valeur nulle jusqu'à des valeurs élevées, puis par valeurs décroissantes. La courbe obtenue par valeurs décroissantes du flux est toujours située plus à gauche que celle à flux croissant. Ceci est dû au fait que, à flux décroissant, le nombre de sites de nucléation actifs reste plus élevé. Il est possible d'éliminer cet effet par cyclage. Les courbes d'ébullition sont, dans la plupart des cas, données à flux décroissant.

## 3.3.2 Transferts de chaleur en ébullition nucléée

Il est difficile de donner des méthodes précises de déterminations des coefficients d'échange pour l'ébullition nucléée. En effet, les grandeurs dont elle dépend (sites de

nucléation, dont le nombre est fortement dépendant des propriétés physiques, de l'état de surface de la paroi, de la mouillabilité du fluide, de la présence d'incondensables, etc.) sont difficilement prédictibles.

L'ébullition nucléée commence avec l'apparition des premières bulles sur la paroi. La surchauffe nécessaire, qui correspond au point B de la **figure 3.8**, est donnée par l'équation (3.20) ou (3.21) selon la taille de la cavité.

Divers modèles ont été proposés afin d'établir une relation entre densité de flux transféré et surchauffe pariétale. La corrélation la plus classique est certainement celle établie par Rohsenow [1973]. Ce modèle considère l'agitation locale du liquide entraîné dans le sillage des bulles ascendantes comme le mécanisme de transfert prépondérant et repose sur une analogie avec la convection forcée monophasique. On obtient :

$$\dot{q} = \mu_l h_{lg} \left( \frac{g(\rho_l - \rho_g)}{\sigma} \right)^{\frac{1}{2}} \left( \frac{1}{C_{sf}} \left( \frac{1}{Pr_l} \right)^m \frac{c_{pl}(T_p - T_{sat}(p_l))}{h_{lg}} \right)^{\frac{1}{r}} \quad (3.24)$$

Rohsenow a préconisé la valeur de  $m$  égale à 1,7 pour tous les fluides sauf pour l'eau où elle vaut 1. Le coefficient  $C_{sf}$ , dont la valeur varie de 0,003 à 0,015, est donné dans le tableau 3.1 pour quelques couples paroi/fluide. Pour d'autres couples paroi/fluide, une valeur moyenne de 0,013 est recommandée mais, pour plus de précision, il faut avoir recours à l'expérience. Le coefficient  $r$  est quant à lui généralement pris égal à 1/3.

Couple paroi/fluide	$C_{sf}$
Eau - Cuivre poli	0,013
Eau - Acier inoxydable	0,013
Eau - Laiton	0,006
Eau - Nickel	0,006
Benzène - Chrome	0.01
n-pentane - Cuivre poli	0,0154
Alcool éthylique - Chrome	0,0027
Alcool isopropylique - Cuivre	0,0025

TAB. 3.1 – Valeurs du coefficient empirique  $C_{sf}$  pour la corrélation de Rohsenow [1973]

D'autres modèles moins rudimentaires ont été proposés pour décrire le régime de bulles isolées, tel celui de Han et Griffith [1965]. Le transfert de chaleur est supposé être dû à deux contributions : le flux  $\dot{q}_{CN}$  transmis par convection naturelle hors de la zone d'influence des

sites de nucléation et le flux  $\dot{q}_{BC}$  transféré par les bulles ascendantes emportant avec elles une partie de la couche limite thermique. Dans ce dernier cas, le transfert est modélisé en considérant la conduction transitoire dans un milieu semi-infini résultant d'un échelon de température en paroi. La zone concernée est supposée circulaire de diamètre égal à deux fois le diamètre de départ des bulles (aire d'influence). La densité de flux transférée au fluide vaut ainsi :

$$\dot{q} = \dot{q}_{CN} + \dot{q}_{BC} \quad (3.25)$$

avec

$$\dot{q}_{CN} = \left(1 - \frac{\pi}{4} n (2 D_b)^2\right) h_{CN} (T_w - T_{sat}) \quad (3.26)$$

et

$$\dot{q}_{BC} = 2 \left(\pi (k \rho c)_l f\right)^{\frac{1}{2}} D_b^2 n (T_w - T_{sat}) \quad (3.27)$$

Ces relations font intervenir  $n$ , la densité surfacique de sites de nucléation, le diamètre de détachement  $D_b$  et  $f$ , la fréquence moyenne de détachement des bulles.

L'emploi du modèle de Han et Griffith requiert par conséquent l'accès à la densité de sites actifs par unité de surface, au diamètre de départ des bulles ainsi qu'à leur fréquence de détachement. Le tracé de la courbe d'ébullition nucléée nécessite en outre de connaître l'évolution de ces paramètres avec la surchauffe. La plupart des modèles sont ainsi, à l'instar du modèle de Han et Griffith, quasiment inutilisables en pratique car l'accès aux valeurs moyennes de paramètres tels que la densité de sites de nucléation, le diamètre de départ ou la fréquence de détachement des bulles reste limité. On comprends ici pourquoi l'établissement d'une corrélation universelle fiable ne peut être envisagé.

Il existe par conséquent dans la littérature une foisonnante quantité de résultats obtenus pour de multiples combinaisons fluide, géométrie du solide chauffant, état de surface, ...

Considérant plus de 5000 données expérimentales, Stephan et Abdelsalam [1980] ont proposé, à partir d'une analyse statistique, une corrélation unique de la forme :

$$\dot{q} = C (\Delta T_{sat})^n \quad (3.28)$$

dans laquelle  $C$  est une constante qui dépend du fluide et de la pression et où la valeur du coefficient  $n$  ne dépend que de la nature du fluide. Stephan et Abdelsalam [1980] ont recommandé une classification en quatre groupes : l'eau, les hydrocarbures, les fluides frigorigènes et les fluides cryogéniques. La valeur de  $n$  pour ces quatre groupes est indiquée dans le tableau 3.2.

Fluides	$n$
Eau	3
Hydrocarbures	3
Réfrigérants	3,92
Fluides cryogéniques	2,66

TAB. 3.2 – Valeurs du coefficient empirique  $n$  pour la corrélation de Stephan et Abdelsalam [1980]

En 1984, Cooper [1984] a établi une relation basée sur la pression réduite  $p/p_{critique}$ <sup>7</sup>, la masse molaire du fluide  $M$  et la rugosité de la paroi  $R_p$  (toutes les unités sont en SI sauf  $R_p$  exprimée en micromètre) :

$$\dot{q} = 166375 \left( \frac{p}{p_{critique}} \right)^{0,36-0,63 \lg R_p} \left( -\lg \frac{p}{p_{critique}} \right)^{-1,65} M^{-1,5} (\Delta T_{sat})^3 \quad (3.29)$$

Toutes les prédictions données par ces corrélations ne sont pas très précises et ne sont applicables que sur le domaine de validité pour lequel elles ont été établies. Il existe un grand nombre de corrélations pour l'ébullition nucléée mais, comme dans les échanges interviennent toujours la nature du fluide et de la paroi (angle de contact, rugosité, etc.), leur utilisation reste délicate.

### 3.3.3 Flux critique

Pour des systèmes fonctionnant à flux imposé, la connaissance de la densité de flux maximal est d'un intérêt majeur pour éviter toute transition vers le régime d'ébullition en film, transition qui entraînerait une brusque augmentation de la température de paroi pouvant endommager cette dernière.

Pour prédire le flux critique, différents modèles ont été développés. Les différentes étapes de la théorie classique du flux critique sont les suivantes :

- apparition d'une couche de vapeur sur la paroi chauffée. Comme la vapeur est plus légère que le liquide qui la surmonte, elle est instable avec la formation d'ondes à sa surface (dites instabilités de Taylor), et l'interface se brise en différents points d'où partent des colonnes de vapeur ;

- apparition d'instabilités (dites de Kelvin-Helmoltz) de la colonne de vapeur montant au sein du liquide. Du fait de sa grande vitesse, la vapeur empêche le remouillage de la

<sup>7</sup> $p_{critique}$  : pression du point critique, pour l'eau,  $p_{critique} = 221,9 \text{ bar}$

paroi par le liquide.

Les principaux paramètres contrôlant l'apparition du flux critique sont la nature du fluide, la pression et l'accélération. À partir d'une analyse dimensionnelle, Kutateladze [1948] a donné l'expression suivante :

$$\dot{q}_{crit} = K_k \rho_v h_{lv} [\sigma g (\rho_l - \rho_v) / \rho_v^2]^{1/4} \quad (3.30)$$

La valeur de la constante  $K_K$  donnée par Kutateladze est de 0,16, alors que Zuber [1959] a recommandé une valeur de 0,131. Cette relation est applicable pour une plaque plane horizontale tant que la dimension caractéristique de la plaque  $L$  (plus petite dimension) est telle que :

$$\frac{L}{2 \pi \sqrt{3} [\sigma / g (\rho_l - \rho_v)]^{1/2}} > 3 \quad (3.31)$$

La géométrie de la paroi chauffée a une influence sur le flux critique ; celle-ci a été particulièrement étudiée par Lienhard et Dhir [1973] qui ont pris comme flux critique de référence la valeur donnée par Zuber,  $\dot{q}_{crit,Z}$  :

$$\dot{q}_{crit} = \dot{q}_{crit,Z} \left( \frac{L}{\lambda} \right) \quad (3.32)$$

Le flux critique dépend de la longueur capillaire  $\lambda$  et d'une grandeur caractéristique  $L$ , fonction de la géométrie. Les différentes corrélations ainsi que leur domaine de validité sont données dans le tableau 3.3.

Géométrie	Corrélation	Domaine de validité
Plaque plane horizontale de largeur $L$	$\frac{\dot{q}_{crit}}{\dot{q}_{crit,Z}} = 1,14$	$\frac{L}{\lambda} > 30$
Petite paroi verticale de largeur ou diamètre $L$ , de surface $S_p$	$\frac{\dot{q}_{crit}}{\dot{q}_{crit,Z}} = \frac{1,14 \lambda_D^2}{S_p}$ avec $\lambda_D = 2 \pi \sqrt{3} \lambda$	$9 < \frac{L}{\lambda} < 20$
Cylindre horizontal de rayon $R$	$\frac{\dot{q}_{crit}}{\dot{q}_{crit,Z}} = 0,89 + 2,77 e^{(-3,44 \sqrt{R/\lambda})}$	$\frac{R}{\lambda} > 0,15$
Grand cylindre horizontal de rayon $R$	$\frac{\dot{q}_{crit}}{\dot{q}_{crit,Z}} = 0,90$	$\frac{R}{\lambda} > 1,2$
Petit cylindre horizontal de rayon $R$	$\frac{\dot{q}_{crit}}{\dot{q}_{crit,Z}} = 0,94 \left( \frac{R}{\lambda} \right)^{-1/4}$	$0,15 \leq \frac{R}{\lambda} \leq 1,2$

TAB. 3.3 – Corrélations du flux critique pour différentes géométries de l'élément chauffant

### 3.3.4 Ébullition de transition et début de l'ébullition en film

La zone de transition a été la zone la moins étudiée car elle ne peut être atteinte que lors d'un chauffage à température imposée. Les mécanismes régissant les transferts de chaleur dans cette zone sont mal connus si ce n'est qu'ils semblent être affectés par les mêmes variables que celles qui interviennent dans l'ébullition nucléée. À partir d'études expérimentales, Berenson [1961] a conclu que le régime de transition est une combinaison des régimes d'ébullition nucléée et d'ébullition pelliculaire existant alternativement sur la surface. C'est une zone où apparaissent de grandes fluctuations de flux à température imposée.

Cette zone est limitée, d'une part aux flux élevés par le flux critique, d'autre part aux faibles flux par le point de Leidenfrost. Usuellement, il est admis de calculer la densité de flux par interpolation linéaire entre les valeurs maximale et minimale de la densité de flux sur la courbe :

$$\dot{q} = f(\Delta T_{sat}) \quad (3.33)$$

représentée en coordonnées logarithmiques.

Comme nous l'avons déjà dit, le point de Leidenfrost correspond au flux minimal pour lequel le film de vapeur est stable. En dessous de cette valeur, le flux est trop faible pour assurer une production de vapeur suffisante pour qu'il n'y ait pas de contact du liquide avec la paroi. Cette densité de flux thermique minimale a été prédite par Berenson [1961] qui a développé un modèle analytique pour une plaque horizontale infinie :

$$\dot{q}_{min,h} = 0,09 \rho_v h_{lv} \left[ \frac{\sigma g(\rho_l - \rho_v)}{(\rho_l + \rho_v)^2} \right]^{\frac{1}{4}} \quad (3.34)$$

### 3.3.5 Ébullition en film

Pour de grandes différences de température entre le fluide et la paroi, le film de vapeur sur la paroi chauffée est stable et constitue la principale résistance thermique.

L'étude de l'ébullition en film sur une surface horizontale a été réalisée par Berenson [1961], qui a proposé la relation suivante :

$$h_{film} = 0,425 \left[ \frac{\lambda_v^3 \rho_v (\rho_l - \rho_v) g h'_{lv}}{\lambda_{crit} \mu_v \Delta T_{sat}} \right]^{\frac{1}{4}} \quad (3.35)$$

où

- $\lambda_v$  est la conductivité thermique de la vapeur

–  $h'_{lv} = h_{lv} + 0,34 c_{pv} \Delta T_{sat}$  (le dernier terme correspondant à la surchauffe de la vapeur).

La longueur caractéristique  $\lambda_{crit}$  est la longueur d'onde critique correspondant à l'instabilité de Rayleigh-Taylor, telle que :

$$\lambda_{crit} = 2\pi \left[ \frac{\sigma}{(\rho_l - \rho_v)g} \right]^{\frac{1}{2}} \quad (3.36)$$

Dans cette relation, les propriétés thermophysiques du liquide et de la vapeur sont calculées respectivement à  $T_{sat}$  et à  $\frac{T_p + T_{sat}}{2}$ .

Pour une grande gamme de diamètres de tubes horizontaux, Breen et Westwater [1962] ont introduit comme grandeur caractéristique la longueur d'onde  $\lambda_D$ , définie par :

$$\lambda_D = \sqrt{3} \lambda_{crit} \quad (3.37)$$

Selon la valeur de  $\lambda_D/D$ , on utilise l'une des expressions suivantes :

– pour  $\lambda_D/D < 0,8$  :

$$h_{film} = 0,6 F \lambda_D^{-1/4} \quad (3.38)$$

– pour  $0,8 < \lambda_D/D < 8$  :

$$h_{film} = 0,6 F D^{-1/4} \quad (3.39)$$

– pour  $\lambda_D/D > 8$  :

$$h_{film} = 0,16 \left( \frac{\lambda_D}{D} \right)^{0,83} F \lambda_D^{-1/4} \quad (3.40)$$

avec

$$F = \left[ \frac{\lambda_v^3 \rho_v (\rho_l - \rho_v) g h'_{lv}}{\mu_v \Delta T_{sat}} \right]^{1/4} \quad (3.41)$$

Pour une paroi plane verticale, avec un écoulement de la vapeur en régime laminaire, le coefficient d'échange local à la distance  $z$  à partir de laquelle apparaît l'ébullition en film s'écrit :

$$h_{film} = 0,707 F z^{-1/4} \quad (3.42)$$

Lorsque la paroi est verticale, le régime d'écoulement de la vapeur devient turbulent à partir d'une certaine hauteur.

Pour des cylindres verticaux de diamètre  $D$ , Hsu et Westwater [1960] ont établi une corrélation empirique pour le coefficient d'échange moyen (valable pour  $800 \leq Re_v \leq 5000$ ) :

$$h_{film} = 0,002 Re_v^{0,6} \left[ \frac{\lambda_v^3 \rho_v (\rho_l - \rho_v) g}{\mu_v^2} \right]^{1/3} \quad (3.43)$$



Le nombre de Reynolds de la vapeur est calculé par la relation :

$$Re_v = 4 \dot{M}_v / D \mu_v \quad (3.44)$$

le débit de la vapeur  $\dot{M}_v$  au sommet du tube de hauteur  $L$  étant égal à :

$$\dot{M}_v = \dot{q} \pi D L / h_{lv} \quad (3.45)$$

Ces relations sont applicables aux surchauffes relativement modérées car elles ne prennent pas en compte les transferts radiatifs.

### 3.3.6 Effets paramétriques

#### Influence de la pression

Un des principaux facteurs agissant sur la courbe d'ébullition est la pression. Pour un couple fluide-paroi, une augmentation de la pression entraîne une diminution de la surchauffe nécessaire à l'apparition de l'ébullition nucléée, c'est-à-dire un décalage de la courbe d'ébullition vers la gauche (**figure 3.9**). Cela correspond à une augmentation du coefficient d'échange. Le flux critique dépend également fortement de la pression du fluide. Il augmente avec la pression tant que celle-ci reste inférieure à un tiers de la pression critique ; au-delà il décroît notablement (**figure 3.10**). Pour l'eau, la densité de flux maximale est de l'ordre de  $4 \text{ MW.m}^{-2}$  pour une pression de 70 bar alors qu'à 1 bar elle est de l'ordre de  $1 \text{ MW.m}^{-2}$ .

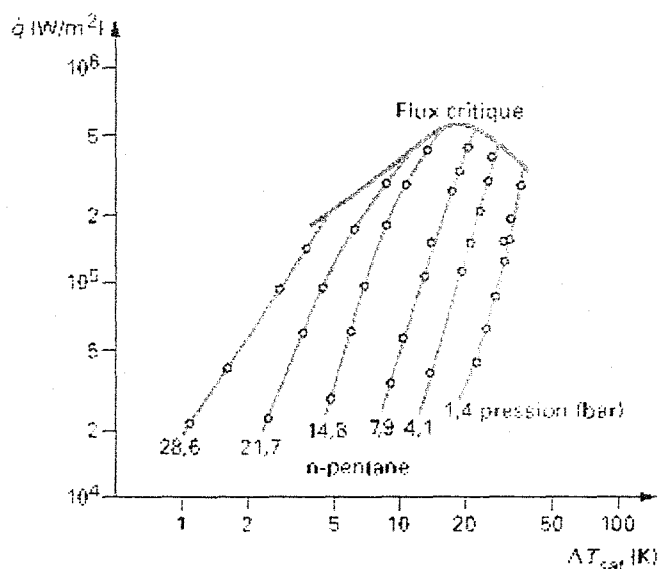


FIG. 3.9 – Influence de la pression sur l'ébullition nucléée, d'après Hetsroni [1982]

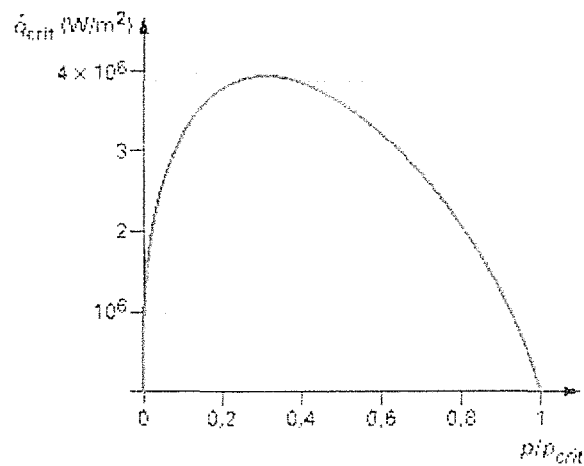


FIG. 3.10 – Évolution de la densité de flux critique avec la pression pour l'eau ( $P_{crit} = 221,9 \text{ bar}$ ), d'après Stephan [1992]

### Influence de l'état de surface

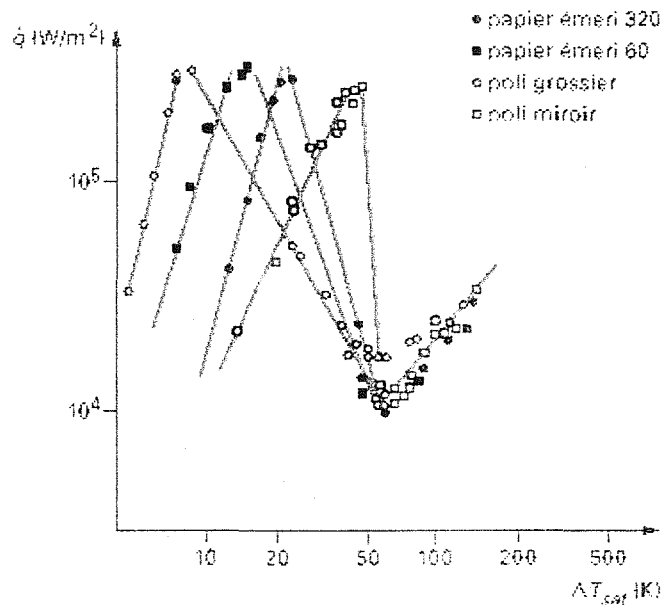


FIG. 3.11 – Effet de la rugosité de la paroi pour l'ébullition du pentane sur une paroi de cuivre, d'après Berenson [1962]

Une augmentation de la rugosité a pour effet de déplacer la courbe d'ébullition nucléée vers les faibles surchauffes de la paroi. Ainsi, la surchauffe correspondant au flux critique  $\Delta T_{sat} = T_{critique} - T_{sat}$  baisse alors que la surchauffe relative au point de Leidenfrost  $\Delta T_{sat} = T_{Leidenfrost} - T_{sat}$  reste inchangée (**figure 3.11**). L'écart  $T_{Leidenfrost} - T_{critique}$

est donc d'autant plus élevé que la rugosité croît. En revanche, la rugosité n'a que peu d'influence sur la valeur des flux extrémaux.

### **Influence des gaz dissous**

Lorsque des gaz dissous sont présents dans le liquide, il est possible d'observer des bulles de dégazage préalablement à l'apparition de l'ébullition nucléée. L'ascension de ces bulles crée des mouvements convectifs qui augmentent les échanges thermiques.

### **Influence de la taille et de l'orientation de la paroi**

Pour l'ébullition nucléée pleinement développée, la surchauffe de la paroi est indépendante des dimensions géométriques de la surface. L'inclinaison de la paroi joue un rôle uniquement aux bas flux, sur les échanges en convection naturelle. Cependant, dans le cas d'une paroi horizontale, le coefficient d'échange sur sa face inférieure est très faible, ce qui implique que dans un réservoir, le flux critique apparaît préférentiellement sur la face supérieure.

Ainsi, le flux critique est influencé par l'orientation de la paroi. Il diminue de 25% environ pour une paroi verticale par rapport à la face supérieure d'une paroi horizontale, et ceci est d'autant plus marqué que la taille de la surface est grande.

### **Influence du sous-refroidissement**

Lorsque le liquide loin de la paroi chauffée est à une température inférieure à la température de saturation, la courbe d'ébullition nucléée n'est que peu modifiée (**figure 3.12**). En revanche, on note une forte influence du sous-refroidissement sur la densité de flux critique. En effet, la vapeur émise par la paroi chauffée a tendance à se condenser dès qu'elle rencontre le liquide sous-refroidi, ce qui facilite le retour du liquide vers la paroi chaude.

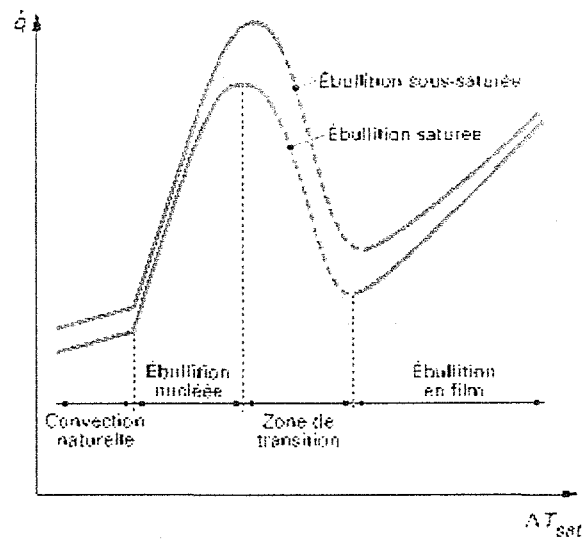


FIG. 3.12 – Effet du sous-refroidissement sur la courbe d'ébullition, d'après Carey [1992]

L'ébullition de transition est également modifiée par le sous-refroidissement du fluide, mais il existe peu de données à ce sujet. Le coefficient d'échange est augmenté pour l'ébullition en film, mais cet effet tend à disparaître lorsque la contribution des échanges radiatifs devient grande.

### Influence de la mouillabilité de la paroi

Pour un liquide non mouillant (par exemple, eau sur une paroi en Téflon<sup>®</sup>), la courbe d'ébullition est représentée sur la **figure 3.13**. Il subsiste des incondensables ou de la vapeur dans des défauts ou des cavités de la paroi, ce qui favorise le déclenchement de l'ébullition. La vapeur générée a tendance à s'étaler sur la paroi pour former une couche de vapeur (coalescence latérale), ce qui peut engendrer une transition directe vers l'ébullition en film. Ainsi, le flux croît de façon monotone avec la surchauffe. L'augmentation de l'angle de contact se traduit par une diminution du flux critique.

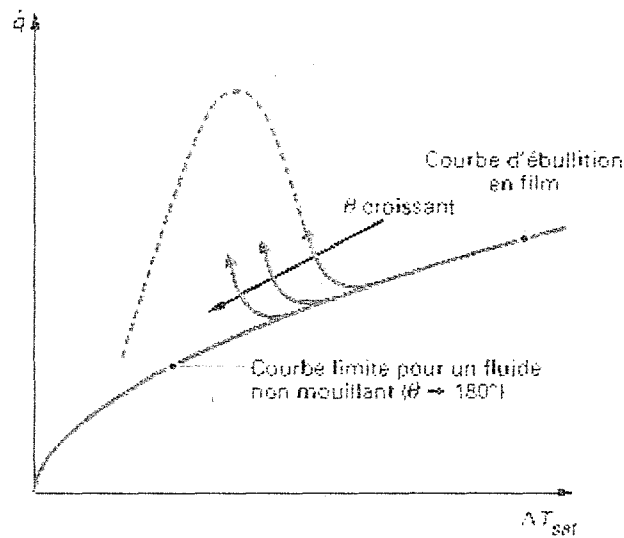


FIG. 3.13 – Influence de la mouillabilité de la paroi sur la courbe d'ébullition, d'après Carey [1992]

### Influence de l'accélération de la pesanteur

L'accélération de la pesanteur, en particulier dans le cas de niveaux de gravité réduits, ne modifie pas notablement les coefficients d'échange en ébullition nucléée. En état de gravité réduite, les bulles atteignent un volume plus grand qu'en état de pesanteur terrestre mais ont tendance à stagner sur la paroi. Cette présence d'une grande quantité de vapeur à la paroi abaisse le flux critique. Il est donc nécessaire d'avoir recours à d'autres moyens pour augmenter le flux critique, tels l'application d'un champ électrique (Zaghdoudi et Lallemand [2001]).

### Influence du vieillissement de la surface

Il est généralement difficile d'obtenir des résultats reproductibles sur une paroi. Des phénomènes de contamination ou de corrosion peuvent en effet se produire au fil du temps ou des utilisations : les courbes d'ébullition sont alors déplacées vers la droite du fait de l'apparition de résistances thermiques supplémentaires qui entraînent une diminution du coefficient d'échange.

### 3.4 Amélioration des transferts : ébullition par impact de jet

Bien que l'ébullition soit un système de refroidissement très efficace, il est nécessaire pour certaines applications de dissiper des densités de flux plus élevées. La limite de l'ébullition est souvent liée à l'apparition du flux critique qui ne peut être approchée sans risque d'endommagement des parois. Une méthode intéressante pour augmenter le flux critique est l'utilisation de jets impactants. Les effets convectifs qui résultent du mouvement du jet ont une influence sur la nucléation par le décrochage rapide des bulles et donc la réduction de leur taille. Selon Sacadura [1993], l'amélioration du coefficient d'échange est essentiellement due à un effet local de la microconvection induit par les bulles. La nucléation et le départ des bulles détruisent la couche limite thermique située au contact de la paroi. Cette technique peut être utilisée pour le refroidissement de divers systèmes tels que le refroidissement de plaques d'acier en sidérurgie ou le refroidissement de composants électroniques.

#### 3.4.1 Les différents types de jets impactants

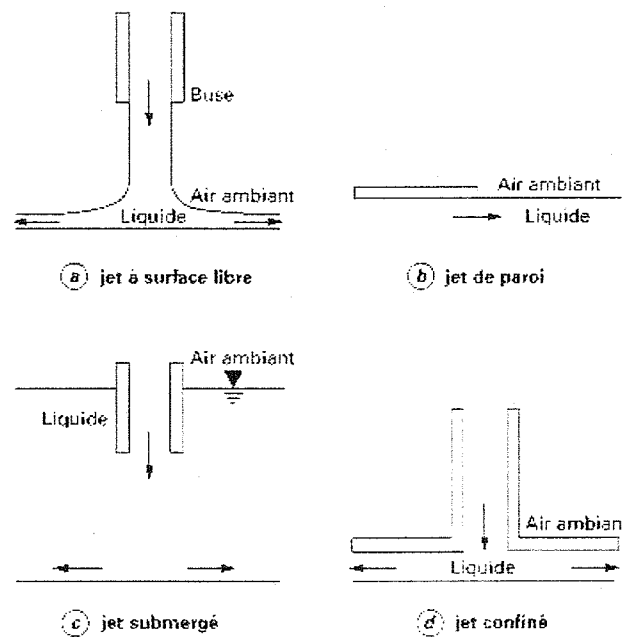


FIG. 3.14 – Différentes catégories de jets impactants, d'après Kandlikar et al. [1999]

Le principe est le suivant : un jet de liquide froid, voire sous-refroidi, impacte la paroi chaude et se vaporise en assurant le refroidissement de celle-ci. Kandlikar et al. [1999] ont identifié quatre catégories de jets impactants, schématisées sur la **figure 3.14**. Les jets

à surface libre (**figure 3.14a**), dont la section est soit circulaire, soit rectangulaire, ont une vitesse initiale normale à la paroi et atteignent la surface d'impact sans rencontrer de grande résistance de la part de l'atmosphère. Les jets de paroi (**figure 3.14b**) arrivent tangentiellement à la paroi. Pour les jets immergés (**figure 3.14c**), qui sont normaux à la paroi, l'injection du liquide froid a lieu directement dans le liquide à surface libre, au contact de la paroi chaude. La dernière configuration (**figure 3.14d**) correspond à une injection du jet normale à la paroi et à une évacuation du fluide injecté en milieu confiné. Le choix de ces différentes configurations est souvent lié à des contraintes technologiques. Les jets normaux à la paroi à surface libre sont les plus intéressants du point de vue amélioration des échanges thermiques et augmentation du flux critique. *Nous ne traiterons d'ailleurs par la suite, sauf explicitement mentionné, que le cas des jets liquides à surface libre. Nous distinguerons également le cas des surfaces statiques et des surfaces mobiles.*

### 3.4.2 Zones de transfert thermique et régimes d'ébullition

Les jets impactants circulaires normaux à la paroi ont été les plus étudiés. Lorsque le jet, qui a une vitesse initiale en sortie de buse ( $u_B$ ) de l'ordre de 1 à 60 m.s<sup>-1</sup>, arrive sur la paroi chaude et s'écoule sur celle-ci, on distingue différentes zones d'écoulement auxquelles correspondent différentes efficacités du transfert thermique.

- La première zone, appelée *zone d'impact* ou *zone de stagnation*, coïncide avec l'impact du jet. Elle correspond à un changement d'orientation du fluide et à une augmentation presque linéaire de la composante tangentielle de la vitesse dans l'écoulement. Pour un jet circulaire de diamètre  $D_B$ , la limite de la zone d'impact de rayon  $r$  correspond à (Liu et al. [1991]) :

$$2r/D_B < 1,57 \quad (3.46)$$

- Il lui succède une deuxième zone dans laquelle la pression diminue fortement alors que la vitesse tangentielle augmente considérablement. Cette zone d'écoulement laminaire, appelée *zone d'accélération*, se situe dans le domaine :

$$1,57 < 2r/D_B < 600 Re_{D_B} \quad (3.47)$$

avec  $Re_{D_B}$  le nombre de Reynolds du liquide à la sortie de la buse.

- Dans la *zone d'écoulement parallèle*, les effets hydrodynamiques liés à l'impact du jet sur la paroi disparaissent. Pour un jet plan, le profil de vitesse est alors établi : la vitesse du liquide est proche de celle du jet. L'écoulement devient turbulent dans la zone

correspondant à :

$$2r/D_B > 600 Re_{D_B} \quad (3.48)$$

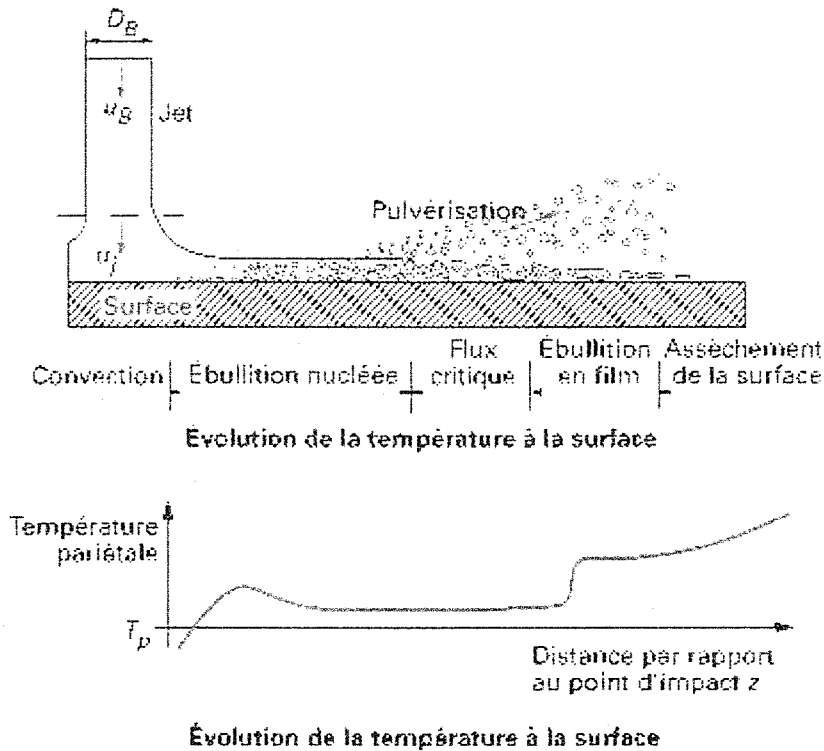


FIG. 3.15 – Configurations d'ébullition pour un jet impactant une paroi, d'après Robidou [2000]

Les transferts thermiques évoluent en fonction des régimes d'écoulement et de la distance au point de stagnation (centre de la zone d'impact). Les configurations d'ébullition observables sont indiquées sur la **figure 3.15**. Dans la zone d'impact, l'ébullition nucléée est retardée du fait des phénomènes convectifs intenses. La surchauffe de la paroi nécessaire à l'apparition de l'ébullition nucléée est augmentée et elle dépend aussi du sous-refroidissement du liquide et de sa vitesse. Lorsque les premières bulles apparaissent dans le liquide surchauffé, la densité de sites actifs est importante, ce qui conduit à une ébullition nucléée pleinement développée intense, qui peut favoriser la pulvérisation de gouttelettes de liquide. Suite à la réduction de l'épaisseur du film de liquide, le flux critique apparaît et l'ébullition en film est suivie de l'assèchement de la paroi si tout le liquide est consommé. Ainsi, les différents mécanismes du transfert de chaleur le long de la surface conduisent à différents coefficients de transfert thermique et de ce fait à des températures pariétales qui dépendent fortement de la distance par rapport au jet.



Il existe dans la littérature quelques études bibliographiques sur le refroidissement par jet impactant sur une surface en présence d'ébullition. L'article de Wolf et al. [1996b] par exemple, décrit et compare les résultats d'un nombre important de travaux concernant le transfert de chaleur par ébullition au niveau d'une surface refroidie par un jet impactant. Les auteurs présentent les différents résultats, corrélations ou données obtenus pour chaque régime de la courbe d'ébullition (ébullition nucléée, crise d'ébullition, ébullition de transition et ébullition en film) en tenant compte de la configuration du jet (jet à surface libre, jet plongeant, jet submergé, jet confiné et jet parallèle). Ils décrivent les résultats permettant de déterminer l'influence des différents paramètres (vitesse de jet, sous-refroidissement, dimensions buse/élément chauffant, orientation de la surface, angle d'impact, distance entre la buse et la surface, rugosité) sur le flux thermique extrait dans chaque domaine de la courbe et pour chaque configuration de jet. La majorité des travaux concerne l'ébullition nucléée et le flux critique. Certains auteurs proposent des corrélations pour le flux de début d'ébullition (« Onset of Nucleate Boiling »). Les mesures faites dans le domaine de l'ébullition nucléée pleinement développée ont quasiment toutes été effectuées à flux imposé. Peu d'auteurs se sont intéressés à l'ébullition de transition et à l'ébullition en film et les corrélations existantes concernent généralement le point de Leidenfrost (température minimale). Ces corrélations sont de plus limitées à des cas d'études bien définis.

### 3.4.3 Régime de convection forcée

Le régime de convection forcée précède le régime d'ébullition nucléée. Dans ce régime, le coefficient d'échange varie le long de l'écoulement (développement d'une couche limite thermique) et dépend de la distance par rapport à l'impact, des dimensions caractéristiques du système et des propriétés thermophysiques du fluide, de la vitesse de l'écoulement et de la présence éventuelle de turbulence. Il est relativement constant pour une vitesse et une température de jet fixées pour des mesures à flux contrôlé, Wolf [1993], et pour des mesures à températures contrôlées comme on peut le voir sur la **figure 3.16**. Cette figure représente l'évolution du coefficient de transfert thermique en fonction de la distance et de la température (Robidou [2000]). Ce coefficient est défini à partir d'une différence de température  $\Delta T = T_p - T_{jet}$ .

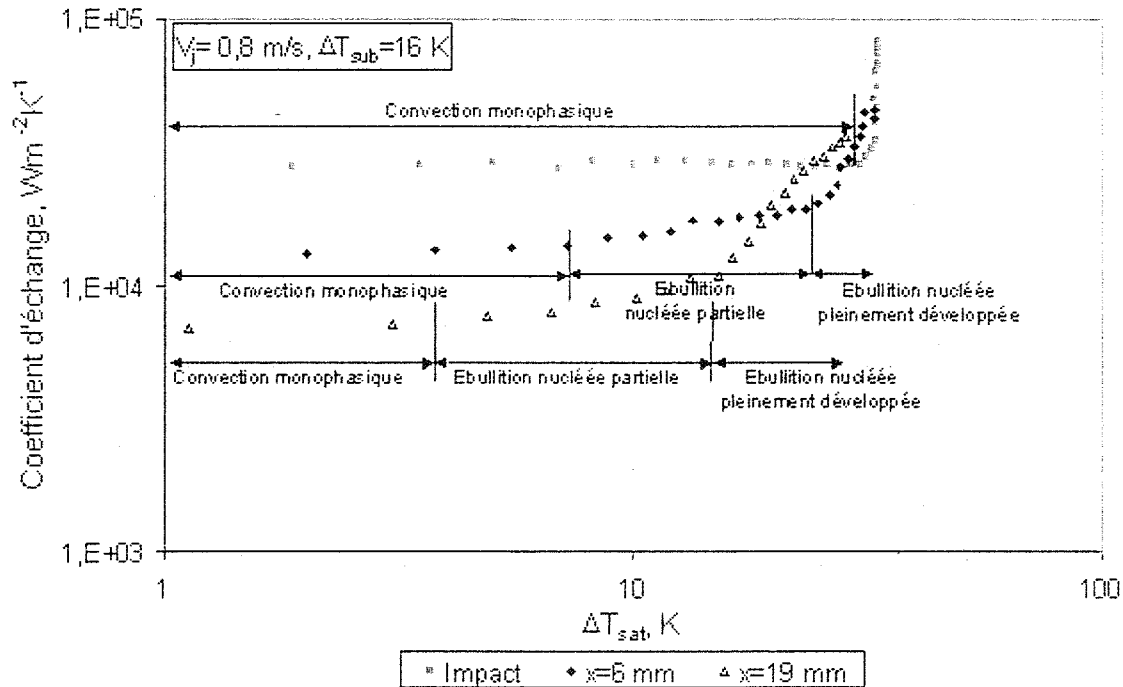


FIG. 3.16 – Régimes de convection monophasée, d’ébullition nucléée partielle et d’ébullition de transition en fonction de la distance par rapport à l’impact; mesures effectuées à température contrôlée, Robidou [2000]

Pour effectuer ses mesures, Robidou [2000] a conçu un dispositif expérimental original permettant d’étudier à température contrôlée le refroidissement d’un bloc de huit modules (chaque module ayant une surface d’ébullition de section plane  $10\text{ mm}^2$ ) par un jet d’eau plan à surface libre (de largeur  $9\text{ mm}$  et d’épaisseur  $1\text{ mm}$ ). Le jet ( $0,5 < V_j < 1\text{ m/s}$  et  $5 < \Delta T_{sub} < 19\text{K}$ ) impactant au niveau du second module, l’auteur peut effectuer des mesures jusqu’à des distances égales à 50 fois l’épaisseur du jet. La distance buse-paroi est égale à  $6\text{ mm}$ .

Downs et James [1987] proposent un état de l’art sur le transfert thermique par jet impactant en convection forcée monophasique. Le document de Downs et James [1987] se présente comme un résumé des résultats obtenus par différents auteurs dans des configurations de refroidissement par jets circulaires, plans ou par rampes de jets. De façon générale, **le transfert thermique en régime de convection forcée peut être décrit par la corrélation suivante**

$$Nu = C Re^m Pr^n \tag{3.49}$$

La valeur des constantes dépend de la géométrie du jet, du fait que le jet soit immergé ou à surface libre, du niveau de turbulence ou encore de la géométrie de la surface d’impact. En général,  $m=0,5$  dans la couche limite laminaire et  $m=0,8$  dans la couche limite

turbulente.

Vader [1988], qui a étudié expérimentalement le régime de convection forcée et de début d'ébullition, a proposé la corrélation suivante pour déterminer le nombre de Nusselt d'un jet d'eau plan de largeur  $l_j$  à l'impact :

$$Nu_j = 0,28 Re_j^{0,58} Pr^{0,4} \quad (3.50)$$

valable pour  $2 \cdot 10^4 < Re_j < 10^4$  et avec  $Re_j = \frac{u_j l_j}{\nu}$ .

La vitesse axiale du jet  $u_j$  avant son épanouissement (**figure 3.15**) est calculée à l'aide de l'équation de Bernoulli en supposant une pression d'impact égale à la pression atmosphérique :

$$u_j = \sqrt{u_B^2 + 2gh_B} \quad (3.51)$$

avec  $h_B$  la distance entre la sortie de la buse et la paroi chauffée et  $u_B$  la vitesse du liquide en sortie de buse. Cette vitesse  $u_j$  reste cependant une estimation car la présence d'éventuels tourbillons ou instabilités n'est pas prise en compte. En considérant cette relation, la différence entre  $u_B$  et  $u_j$  devient négligeable pour de grandes vitesses ou de faibles hauteurs de jets ( $\frac{h_B}{u_B^2} < 10^{-3}$ ).

Dans la zone d'écoulement parallèle, le profil des vitesses est établi. Vader [1988] propose pour calculer le coefficient d'échange à la distance  $z$  de l'impact (avec  $Re_z = \frac{u_j z}{\nu}$ ) :

$$Nu_z = 0,89 Re_z^{0,48} Pr^{0,4} \quad (3.52)$$

valable pour  $10^2 < Re_z < 10^5$ .

Cette loi est représentative d'un régime laminaire, mais elle peut être modifiée si l'écoulement incident du jet est turbulent.

#### 3.4.4 Transferts thermiques en ébullition nucléée

À l'impact, les flux extraits sont supérieurs à ceux de l'écoulement parallèle, il s'ensuit une augmentation de la température pariétale lorsque l'on s'éloigne du point de stagnation. Lorsque la température pariétale devient nettement supérieure (d'environ 10 à 20 K) à la température de saturation du fluide, les premières bulles apparaissent et se détachent de la surface, le fluide près de la paroi est brassé par le mouvement local et le transfert thermique convectif est amélioré. Plus la température pariétale augmente, plus il y a de fluide vaporisé et plus la densité des bulles augmente, on passe alors dans le domaine de

l'ébullition nucléée partielle puis de l'ébullition nucléée pleinement développée. Les coefficients de transfert thermiques dans ce domaine étant importants et les températures concernées relativement basses, ce régime est intéressant du point de vue technique. Vader [1988] a montré que le début de l'ébullition (ONB) correspondait à la transition du régime laminaire au régime turbulent. Pour un écoulement plan, le nombre de Reynolds critique de transition est  $Re_{crit,z} = 3,6.10^5$ . Par contre pour un refroidissement en transitoire sur une plaque épaisse, Zumbrunnen [1988] avait estimé le nombre de Reynolds critique à  $Re_{crit,z} = 1,9.10^5$ .

Dans le domaine de l'ébullition nucléée partielle, le coefficient de transfert n'est plus constant mais augmente avec le flux et la température. Comme on peut le voir sur la **figure 3.16**, le domaine d'existence de l'ébullition nucléée partielle est d'autant plus grande que l'on s'éloigne de la ligne de stagnation, et la distance par rapport à l'impact influence peu le flux extrait. A l'impact, le régime d'ébullition naissante n'est plus visible.

Pour l'ébullition pleinement développée, des bulles de tailles critiques sont émises sur toute la surface chauffée. Le coefficient de transfert thermique connaît ainsi une seconde évolution en fonction de la température et du flux. Alors que la distance par rapport à la ligne de stagnation influence le transfert thermique dans le domaine de la convection monophasée, l'effet est négligeable dans le domaine de l'ébullition nucléée pleinement développée.

Qui plus est, si la vitesse du liquide est faible, les bulles peuvent traverser la couche de liquide alors que, si elle est élevée, elles sont entraînées par l'écoulement. Par conséquent pour ce régime, le flux est pratiquement indépendant de la vitesse du jet incident et de ses dimensions, de la distance entre la buse et la paroi et de l'orientation de la paroi. **Il dépend principalement de la surchauffe de la paroi.** De nombreux travaux réalisés dans le **régime d'ébullition nucléée pleinement développée** (Vader [1988], Wolf et al. [1996a], Monde et al., [1997]) ont ainsi montré que **le flux extrait était de la forme :**

$$\dot{q} = C (\Delta T_{sat})^n \quad (3.53)$$

le coefficient n étant de l'ordre de 3 pour de l'eau.

Par exemple, Robidou [2000] a proposé, dans le cas d'un jet d'eau plan impactant, la relation suivante :

$$\dot{q} = 80 (\Delta T_{sat})^3 \quad (3.54)$$

Pour Wolf [1993], le transfert de chaleur dans le domaine de l'ébullition nucléée plei-

nement développée peut être décrit par la corrélation :

$$\dot{q} = 63.7 (\Delta T_{sat})^{2.95} \quad (3.55)$$

avec  $23 < \Delta T_{sat} < 51$  K et  $P=1$  bar.

Les travaux de Köberle et Auracher [1993] effectués à température contrôlée avec un jet circulaire (diamètre 1 mm) de réfrigérant FC-72 impactant perpendiculairement une surface en nickel (diamètre 11,3 mm) orientée verticalement ont montré que si la vitesse du jet croît fortement (de 5 à 15 m/s), les effets convectifs sont perceptibles et le flux dépend à nouveau de la vitesse (**figure 3.17**).

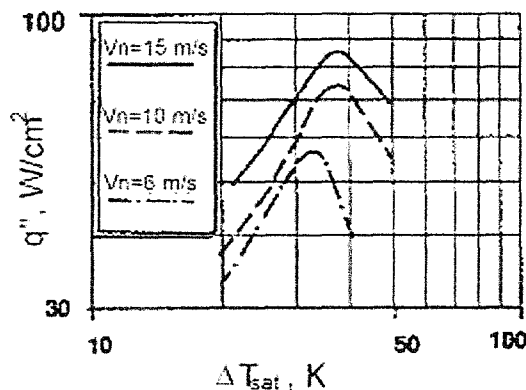


FIG. 3.17 – Effet de la vitesse du jet sur le régime d'ébullition nucléée, d'après Köberle et Auracher [1993]

### 3.4.5 Flux critique pour un jet impactant

Le régime d'ébullition nucléée est limité par l'apparition du flux critique. La vapeur empêche le fluide de circuler à la surface ce qui ralentit le transfert de chaleur. Le mécanisme d'action du flux critique n'est pas très clair, et la majorité des études étant réalisées en flux contrôlé, il est relativement difficile de connaître avec précision la valeur de ce dernier. En effet, si les flux apportés à la surface dépassent le flux critique, la température pariétale croît considérablement, ce qui provoque en général une destruction du capteur de mesure. Il existe cependant quelques modèles, basés sur des théories développées pour de l'ébullition en vase, permettant d'expliquer qualitativement pourquoi **le flux critique dépend essentiellement du sous-refroidissement et de la vitesse du jet**. Cependant, cette influence peut varier selon les conditions de pression et de vaporisation du liquide.

Plusieurs corrélations permettant d'estimer le flux critique en fonction de divers paramètres sont répertoriées dans le rapport de thèse de Seiler-Marie [2003]. On peut par exemple citer la corrélation de Ishigai et Mizuno [1979], valable pour une vitesse de jet d'eau  $1,3 < V_j < 9 \text{ m/s}$  et un sous-refroidissement  $40 < \Delta T_{sub} < 80^\circ\text{C}$  :

$$\dot{q}_{CHF} = 0,0142 \cdot 10^6 \left(\frac{V_j}{d}\right)^{0,34} (\Delta T_{sub})^{1,15} \quad (3.56)$$

où  $d$  est le diamètre de la buse.

### 3.4.6 Ebullition de transition

Le régime d'ébullition de transition se caractérise par la formation de couches instables de vapeur et leur disparition, suivie d'un remouillage intermittent de la paroi. Ce régime est un mélange d'ébullition nucléée et d'ébullition en film. Il s'étend du flux critique au minimum de flux correspondant au point de Leidenfrost (point de remouillage). La fraction de vapeur à la surface est d'autant plus importante que la température est élevée et entraîne une diminution considérable du flux de chaleur moyen.

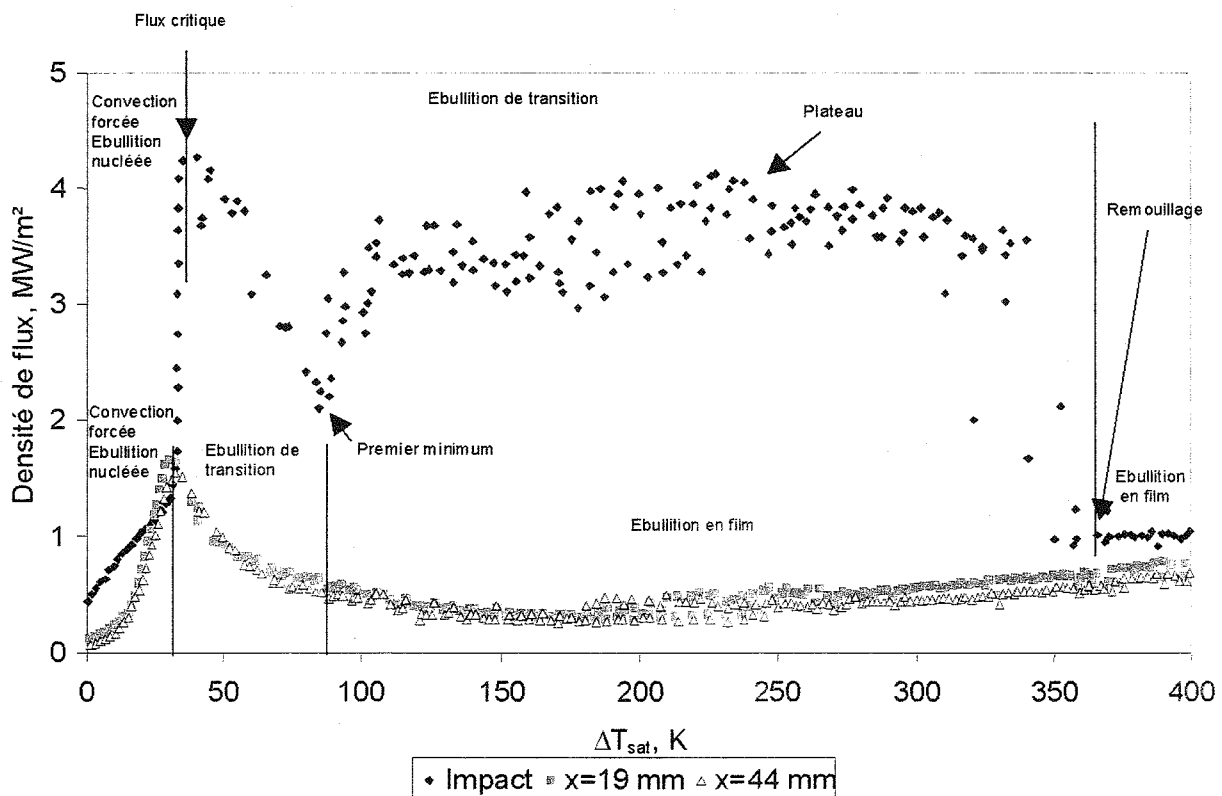


FIG. 3.18 – Courbes d'ébullition locales,  $\Delta T_{sub} = 16\text{K}$  et  $V_j = 0,80\text{m/s}$ , d'après Robidou [2000]

Dans son étude en régime stationnaire de l'ébullition de transition, en température contrôlée, Robidou [2000] a observé au niveau de la zone d'impact d'un jet le phénomène dit de « plateau de flux » (**figure 3.18**). Ce phénomène se caractérise par une remontée du flux extrait après le flux critique<sup>8</sup> et n'apparaît plus dans la zone d'écoulement parallèle pour laquelle la courbe de flux a une allure proche de celle en ébullition libre.

A l'impact, le flux extrait au niveau du plateau dépend de la vitesse du jet ainsi que du sous-refroidissement. Robidou[2000] propose la corrélation suivante :

$$\dot{q}_{\text{plateau}} = C (V_j)^m (\Delta T_{\text{sub}})^n \quad (3.57)$$

valable pour  $5 \leq \Delta T_{\text{sub}} \leq 19 \text{ K}$  et  $0,57 \leq V_j \leq 0,96 \text{ m/s}$ . Pour une distance buse-paroi de 6mm, Robidou [2000] propose les valeurs suivantes pour les paramètres C, m et n :

- C = 5,46.10<sup>6</sup>
- m = 1,07
- n = 0,83

Plusieurs tentatives d'explication ont été données pour l'apparition de ce plateau de flux. Il s'expliquerait par le fait qu'à l'impact, après le flux critique, le flux échangé diminue avec l'augmentation du taux de vapeur en surface, ce qui conduirait à donner une forme oblongue aux bulles. La croissance des bulles réduisant la force de tension superficielle, l'énergie cinétique du jet devient suffisante pour les fragmenter. Selon Seiler-Marie [2003], ce processus de fragmentation sous l'effet de la vitesse du jet serait lié à l'apparition d'instabilités de Rayleigh–Taylor à l'interface liquide/vapeur. Dès lors, on observe un accroissement du brassage du fluide et un intense renouvellement du fluide chaud par le fluide frais. La conduction instationnaire ainsi générée du fluide frais produit une augmentation nette du flux. Plus la température pariétale augmente, plus le gradient de température entre le liquide et la paroi devient important. La **figure 3.19** schématise les différents phénomènes conduisant au plateau de flux.

<sup>8</sup>qui correspond au premier maximum de flux caractérisant la fin du régime d'ébullition nucléée

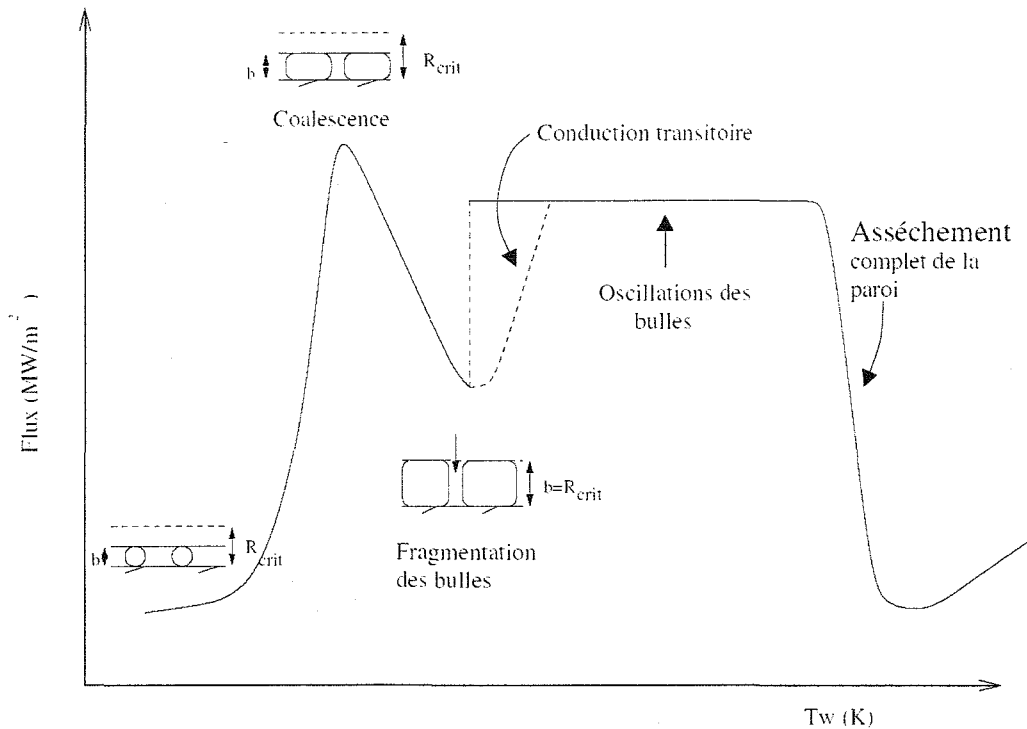


FIG. 3.19 – Schématisation des phénomènes conduisant au plateau de flux, d'après Seiler-Marie [2003]

Sur cette figure,  $b$  représente la hauteur de la sous-couche de liquide surchauffé au niveau de la paroi, et  $R_{crit}$  le rayon au dessus duquel les bulles sont systématiquement fragmentées par l'énergie du jet. Ainsi, en faisant l'hypothèse que la taille maximale des bulles en paroi est sensiblement égale à  $b$ , Seiler-Marie [2003] explique la présence du plateau de flux par le remouillage de la paroi qui serait permis par la fragmentation des poches de vapeurs<sup>9</sup> lorsque le rayon caractéristique de ces dernières atteint une valeur égale à  $R_{crit}$ . Ceci expliquerait que le plateau de flux n'apparaisse qu'à l'impact, l'énergie du jet n'étant pas suffisante pour fragmenter les poches de vapeur loin de l'impact.

Il est à noter que ces tentatives d'explications n'ont pour l'instant qu'un caractère assez spéculatif, faute de connaissance précise du taux de vide (pourcentage de surface mouillée) : le manque de métrologie adaptée représente donc un frein à l'explication de ce phénomène de plateau de flux, qui apparaît dans la zone d'impact lors du régime de transition.

<sup>9</sup>qui se sont formées suite à la coalescence des bulles



### 3.4.7 Point de remouillage

Ce point se situe à la limite entre les régimes de transition et d'ébullition en film et pourrait correspondre au point de Leidenfrost. En ce point, la température de paroi est dite « température de remouillage » car en dessous de cette température, le film de vapeur devient instable et le liquide peut à nouveau être en contact avec la paroi. On lui associe un flux dit « flux minimum » qui correspond au second minimum en présence du plateau de flux (voir **figure 3.18**).

Ishigai et al. [1978] ont étudié l'ébullition induite par l'impact d'un jet d'eau plan sur une surface plane à hautes températures pour différents sous-refroidissements. Les mesures ont cette fois été effectuées par une méthode transitoire, qui consistait à chauffer préalablement la plaque et à refroidir cette dernière par le jet. Contrairement à la méthode stationnaire, ni la température de paroi, ni le flux évacué à la surface n'était contrôlé. Les auteurs ont également réalisé des expériences par méthode stationnaire dans les régions de l'ébullition en film et de l'ébullition nucléée.

Les auteurs ont remarqué que **le flux thermique minimum augmentait lorsque la vitesse du jet et le sous-refroidissement augmentaient**. Ils ont proposé la corrélation ci-dessous pour le flux thermique minimum, qui pourrait correspondre au point de Leidenfrost.

$$\dot{q}_{min} = 5.4(1 + 0.527\Delta T_{sub})v_j^{0.607} \times 10^4 \quad (3.58)$$

En ce qui concerne la température de remouillage, elle est fortement influencée par la vitesse du jet (la température augmente lorsque la vitesse du jet croît) pour des sous-refroidissements élevés. **Pour de faibles sous-refroidissements, la température de remouillage est quasiment indépendante de la vitesse du jet et dépend essentiellement du sous-refroidissement.**

Robidou [2000] propose la corrélation suivante au point d'impact, lors du refroidissement stationnaire d'une plaque en nickel par un jet d'eau plan à surface libre.

$$T_{rem}(^{\circ}C) = 326 + 17,6 \Delta T_{sub}^{0.8} \quad (3.59)$$

pour un sous-refroidissement  $5 < \Delta T_{sub} < 19K$ .

### 3.4.8 Ebullition en film

Lorsque les instabilités de bulles prennent fin, la paroi s'assèche complètement et le régime d'ébullition en film apparaît. Ce régime concerne donc le transfert thermique de

la surface au fluide à travers une couche de vapeur. En effet, l'observation d'un refroidissement transitoire (Kokado et al. [1984]) montre qu'à de faibles sous-refroidissements, et à des températures pariétales élevées, le jet est isolé de la surface par un film de vapeur. La chaleur ne peut se transmettre que par l'intermédiaire de cette couche de vapeur par conduction/rayonnement. Ce régime d'ébullition en film s'instaure à partir de températures et flux correspondant au minimum de flux (point de Leidenfrost). Dans ce domaine, le flux de chaleur augmente à nouveau avec la température. Ceci s'explique par le fait que le transport convectif est renforcé dans la couche de vapeur grâce à la force motrice induite par la grande différence de température  $\Delta T_{sat} = T_p - T_{sat}$  (convection naturelle au sein de la phase vapeur). La forte résistance thermique du film gazeux entraîne l'existence d'un écart très important entre la température pariétale et la température du fluide. En effet, le liquide n'est plus cette fois-ci en contact direct avec la paroi chauffée mais avec la couche de vapeur à saturation et il est rapidement évacué. Enfin, aux très hautes températures, l'échange de chaleur par rayonnement joue également un rôle.

### 3.4.9 Effets paramétriques

#### Influence du sous-refroidissement

Le sous-refroidissement est un paramètre qui modifie considérablement le flux extrait. Köberle et Auracher [1993] ont étudié l'influence de ce sous-refroidissement sur les courbes d'ébullition, et ont montré que dans le cas du régime de l'ébullition nucléée pleinement développée, le transfert thermique était indépendant du sous-refroidissement (**figure 3.20**). Ceci pourrait être dû à une compensation du phénomène de condensation des bulles en contact avec du liquide froid par l'augmentation de leur fréquence d'émission. Par contre, le flux critique ainsi que la température pariétale correspondante augmentent nettement avec le sous-refroidissement.

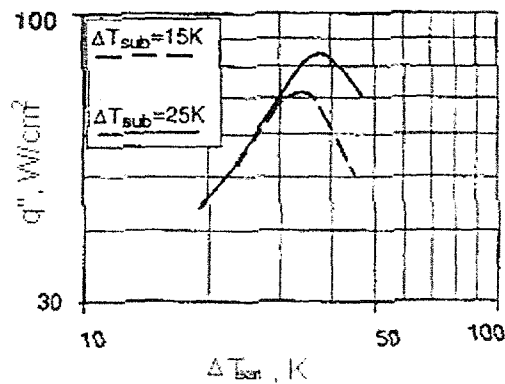


FIG. 3.20 – Effet du sous-refroidissement, d'après Köberle et Auracher [1993]

Dans le cas d'un refroidissement stationnaire, Robidou [2000] arrive aux mêmes conclusions (figure 3.21).

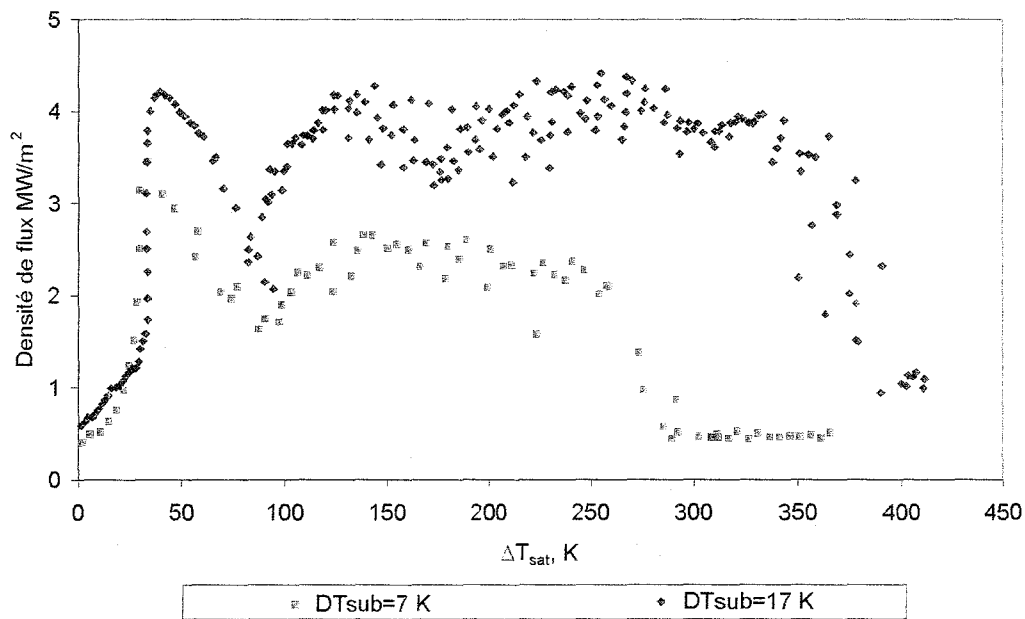


FIG. 3.21 – Influence du sous-refroidissement à l'impact  $\Delta T_{sub} = 7K$  et  $17K$ ;  $V_j = 0,70$  m/s; Robidou [2000]

Sur cette figure, Robidou [2000] présente également l'influence du sous-refroidissement dans les autres régimes. On observe ainsi que le premier minimum est décalé vers des températures légèrement inférieures lorsque le sous-refroidissement augmente. Cela semble prévisible si l'on suppose que le premier minimum correspond au début de la fragmentation des bulles. En effet, l'interface des bulles étant plus vite déstabilisée lorsque le sous-refroidissement augmente, la fragmentation a lieu plus précocément en termes de

surchauffes. Dans le régime d'ébullition de transition, après le premier minimum, le remouillage interminent va générer des flux extraits beaucoup plus importants lorsque le sous-refroidissement augmentera. Dans le régime d'ébullition en film, la résistance thermique de la vapeur varie avec l'épaisseur du film de vapeur qui diminue avec le sous-refroidissement. Le flux extrait sera donc plus faible pour des sous-refroidissement faibles. La température de remouillage (point de Leidenfrost) augmente avec le sous-refroidissement, la densité du liquide pourrait jouer un rôle prépondérant dans la température de remouillage de la paroi.

L'influence du sous-refroidissement est également observé dans la zone d'écoulement parallèle (**figure 3.22**). On voit ainsi que plus l'on s'éloigne du point d'impact, plus l'influence du sous-refroidissement dans le domaine de l'ébullition de transition devient négligeable.

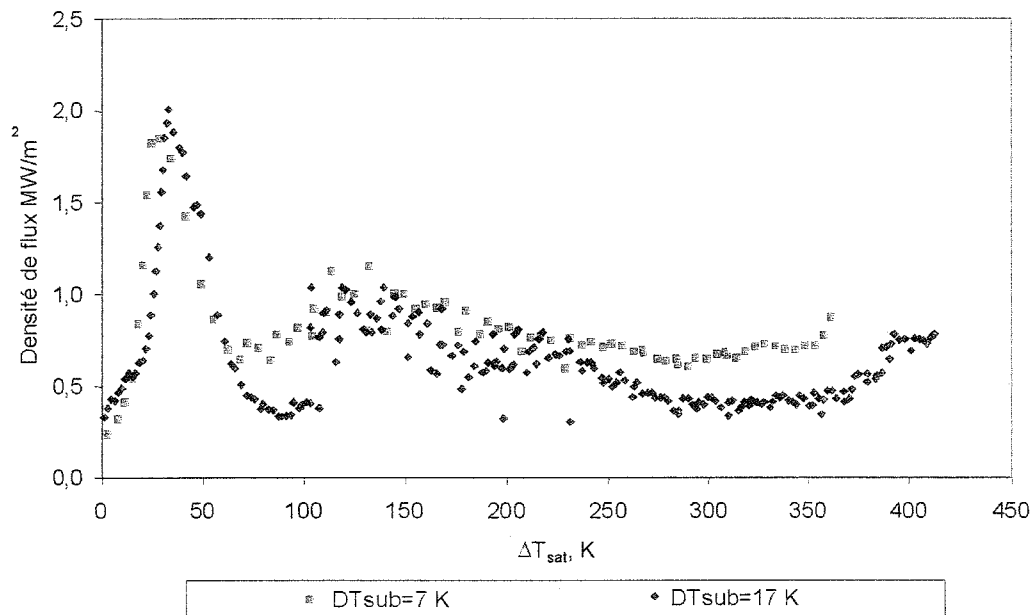


FIG. 3.22 – Influence du sous-refroidissement à 6 mm de l'impact  $\Delta T_{sub} = 7K$  et  $17K$ ;  $V_j = 0,70$  m/s; Robidou[2000]

Des travaux intéressants ont été effectués dans le domaine des hautes températures. Nous pouvons par exemple citer Ochi et al. [1984], qui ont effectué des mesures de refroidissement transitoire avec un jet d'eau circulaire impactant une plaque d'acier. Le module est chauffé électriquement jusqu'à 1100°C avant d'être refroidi par le jet d'eau. Cinq thermocouples répartis à intervalle de 6 mm mesurent la température au niveau de la surface inférieure en fonction du temps. A partir des mesures des courbes de refroidissement, les auteurs calculent les courbes d'ébullition correspondantes en utilisant une

méthode inverse.

Les courbes d'ébullition obtenues sont représentées **figure 3.23** pour des sous-refroidissement compris entre 5 et 80 K et une vitesse de jet  $V_j = 3$  m/s.

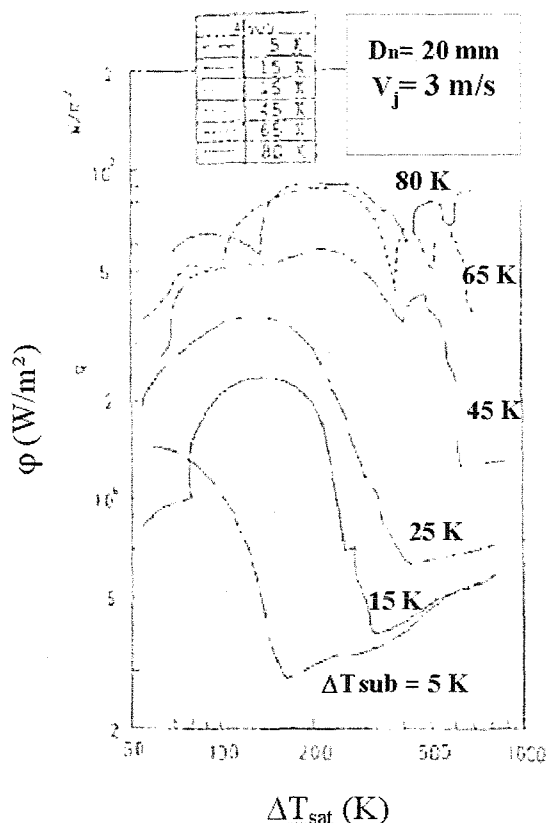


FIG. 3.23 – Influence du sous-refroidissement à l'impact,  $V_j = 3$  m/s, Ochi et al. [1984]

Globalement, une augmentation du sous-refroidissement déplace la courbe d'ébullition vers des  $\Delta T_{sat}$  et flux supérieurs. De même, la température de remouillage augmente avec le sous-refroidissement et lorsque ce dernier est supérieur à 65 K, le flux fluctue beaucoup dans le régime d'ébullition de transition et la température minimale, qui pourrait correspondre au point de Leidenfrost, devient supérieure à la température de départ. Les auteurs proposent la corrélation ci-dessous pour le flux minimal :

$$\dot{q}_{min} = 3.18 \times 10^5 (1 + 0.383 \Delta T_{sub}) (v_j / D_{buse})^{0.828} \quad (3.60)$$

#### Influence de la vitesse du jet

L'effet de la vitesse du jet est le plus prononcé dans les régimes de l'ébullition monophasique et de l'ébullition nucléée partielle.

La **figure 3.24**, établie par Wolf [1993], représente l'évolution du coefficient de transfert thermique en fonction de  $\Delta T_{sat}$  dans les domaines de convection monophasée et d'ébullition nucléée pour différentes vitesses de jet, à 90 mm du point d'impact. Pour cette étude, le jet plan à surface libre d'ouverture 10,2 x 102 mm est situé à une hauteur de 102 mm de la plaque qu'il vient impacter (dimensions 35,7 x 260 x 0,297 mm), plaque constituée d'un alliage de Ni-Cr-W-Mo et préalablement chauffée par un courant électrique. Les mesures sont effectuées en régime stationnaire à flux contrôlé, avec un sous-refroidissement de 50K.

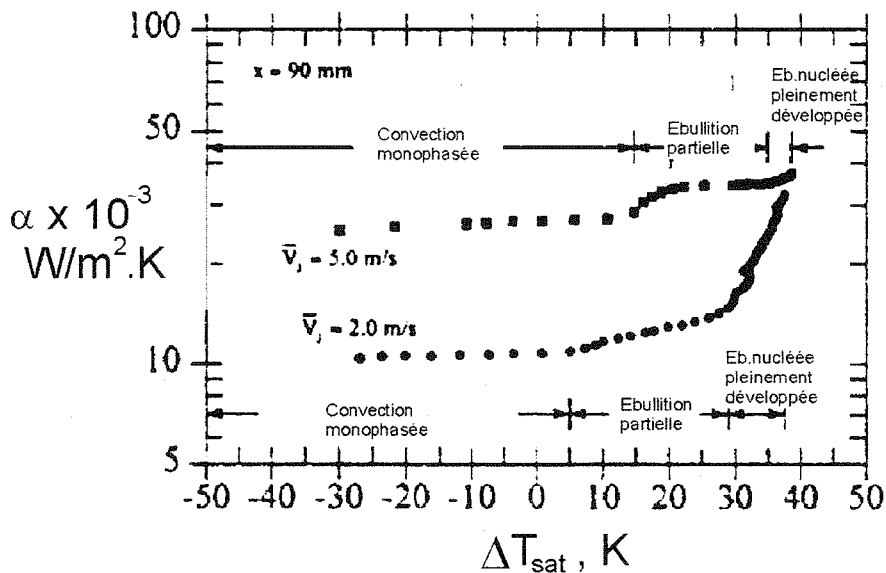


FIG. 3.24 – Evolution du coefficient de transfert thermique dans les domaines de convection monophasée et d'ébullition nucléée, à 90 mm de l'impact et pour  $\Delta T_{sub} = 50K$ , Wolf [1993]

On constate que l'établissement du régime d'ébullition nucléée est retardé lorsque la vitesse augmente, c'est à dire qu'il débute à des températures pariétales et à des flux supérieurs. Dans le domaine de l'ébullition nucléée partielle, ce phénomène est probablement dû au fait que lorsque la vitesse est faible, les bulles possèdent une vitesse suffisante pour traverser la couche limite thermique, tandis que lorsque la vitesse est élevée, elles sont emportées par le jet.

Cette courbe est qualitativement semblable à celle obtenue par Robidou [2000] (**figure 3.16**). D'un point de vue quantitatif, la comparaison s'avère plus difficile dans le mesure où le sous-refroidissement dans le cas de Wolf [1993] est 4 fois supérieur à celui de Robidou [2000], et la vitesse de jet 2 fois plus grande. Les ordres de grandeur des flux extraits en ébullition nucléée partielle sont cependant comparables car dans le cas de Wolf [1993], les

mesures sont effectuées à une distance plus grande de l'impact.

Pour des mesures en régime stationnaire, Robidou [2000] a examiné l'effet de la vitesse ( $V_j = 0,7$  et  $0,8$  m/s) sur la courbe d'ébullition au point d'impact ainsi que dans la zone d'écoulement parallèle. Le jet d'eau plan a un sous-refroidissement de 16 K. A l'impact, dans le domaine de l'ébullition nucléée pleinement développée, la vitesse du jet n'a pas d'influence notable. L'auteur remarque que le flux critique croît avec la vitesse, ce qui est conforme aux observations de Köberle et Auracher [1993]. Au delà du flux critique, Robidou [2000] n'observe pas d'influence significative sur la courbe d'ébullition, certainement du fait de la faible plage de vitesses qu'elle utilise. L'auteur ne remarque pas non plus d'influence de la vitesse loin de l'impact, où les effets liés à l'hydrodynamique du jet ne sont pas perceptibles. La **figure 3.25** représente l'influence de la vitesse au point d'impact.

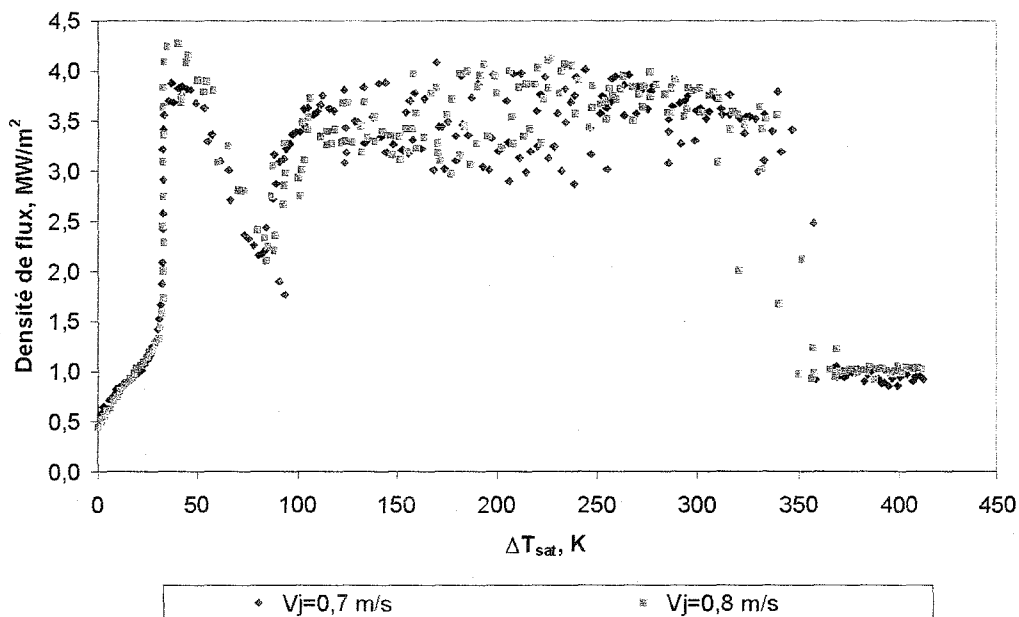


FIG. 3.25 – Influence de la vitesse à l'impact, Robidou [2000]

Ishigai et al. [1978] ont également étudié en transitoire l'effet de la vitesse ( $1 < V_j < 3,17$  m/s) sur la courbe d'ébullition au point d'impact pour des sous-refroidissements de l'eau de 15 K et 55 K. Pour des sous-refroidissements faibles, l'influence de la vitesse sur la température de remouillage est négligeable alors qu'elle augmente avec la vitesse lorsque le sous-refroidissement est élevé. Pour de faibles sous-refroidissements, la courbe d'ébullition se déplace dans le sens des flux supérieurs et des surchauffes supérieures lorsque la vitesse croît. Les auteurs remarquent que le plateau de flux s'étend sur une plage de surchauffe

pariétale plus importante lorsque la vitesse croît. La **figure 3.26** représente l'influence de la vitesse au point d'impact.

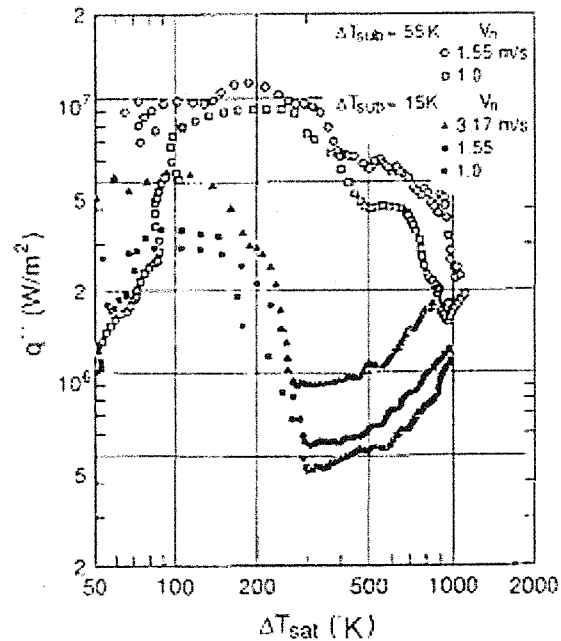


FIG. 3.26 – Influence de la vitesse au point d'impact, Ishigai et al. [1978]

### Influence de la distance buse-paroi

Rodidou [2000] a étudié l'influence de la hauteur du jet sur les courbes d'ébullition au point d'impact pour une vitesse débitante de 0,7 m/s et un sous-refroidissement de 12 K, en régime stationnaire (**figure 3.27**). Les distances buse-paroi étudiées sont de 6 et de 10 mm. Selon ces résultats, l'influence de la distance buse-paroi semble identique à celle de la vitesse, c'est-à-dire que le flux critique augmente légèrement avec la distance buse-paroi. Ceci était prévisible compte-tenu de l'équation (3.51). Bien que la vitesse à l'impact reste inférieure à 1 m/s, le flux augmente avec la distance buse - paroi dans le régime d'ébullition nucléée. Il nous semble donc utile de tenir compte également de l'hydrodynamique du jet dans l'interprétation de l'effet de la distance buse-paroi puisque la qualité de l'épanouissement du jet sur la surface diminue avec la hauteur du jet. Le flux extrait au niveau du plateau paraît légèrement plus stable lorsque la distance buse-paroi diminue.



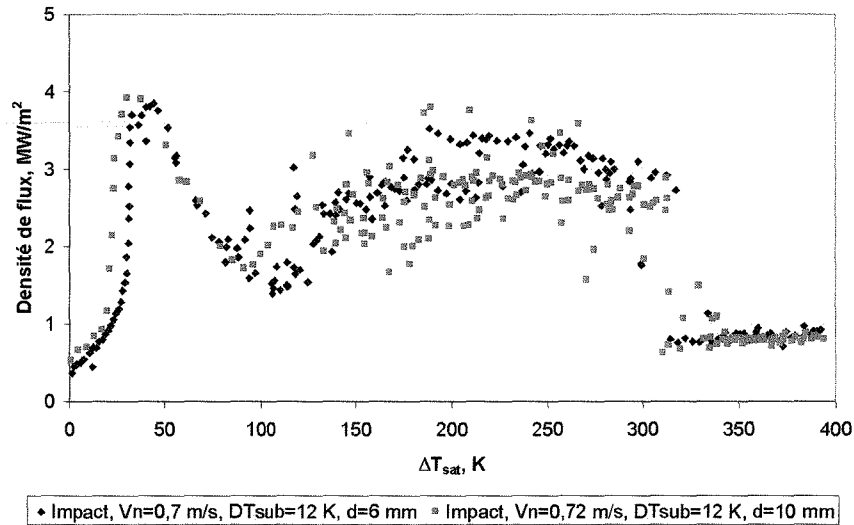


FIG. 3.27 – Influence de la distance buse-paroi à l'impact,  $V_n = 0,72$  m/s et  $\Delta T_{sub} = 12K$ , Robidou [2000]

### 3.5 Jets impactant une surface mobile

En plus des différents paramètres dont nous avons vu qu'ils pouvaient influencer sur les courbes d'ébullition, nous allons maintenant nous intéresser à l'influence sur le refroidissement de la vitesse de déplacement de la plaque impactée par le jet. Ce sujet n'a été que peu traité dans la littérature, la plupart des travaux réalisés dans ce domaine concernant plutôt le refroidissement par jet d'air. Dans le cas du refroidissement par eau, les mesures à hautes températures décrivant la courbe d'ébullition n'existent quasiment pas, excepté quelques modélisations du transfert thermique entre une bande d'acier portée à hautes températures ( $T_0 \approx 900^\circ\text{C}$ ) défilant à des vitesses  $V_d$  comprises entre 5 et 10 m/s et refroidie par une rangée de jets circulaires. Ces rares études mettent en évidence l'influence de la vitesse d'impact et de la vitesse de défilement de la paroi, ainsi que du temps de résidence de l'eau, sur les transferts thermiques.

#### 3.5.1 Considérations hydrodynamiques

Très récemment, Gradeck et al. [2006] ont visualisé l'hydrodynamique d'un jet d'eau circulaire libre ( $D_n = 17$  mm,  $V_j = 1,4$  m/s) impactant une bande mobile (vitesse  $V_s$ ) pour différents rapports de vitesses  $r^* = V_s/V_j$ , la distance buse-paroi étant de 150 mm. La figure 3.28 représente l'étalement du jet en fonction de  $r^*$ .

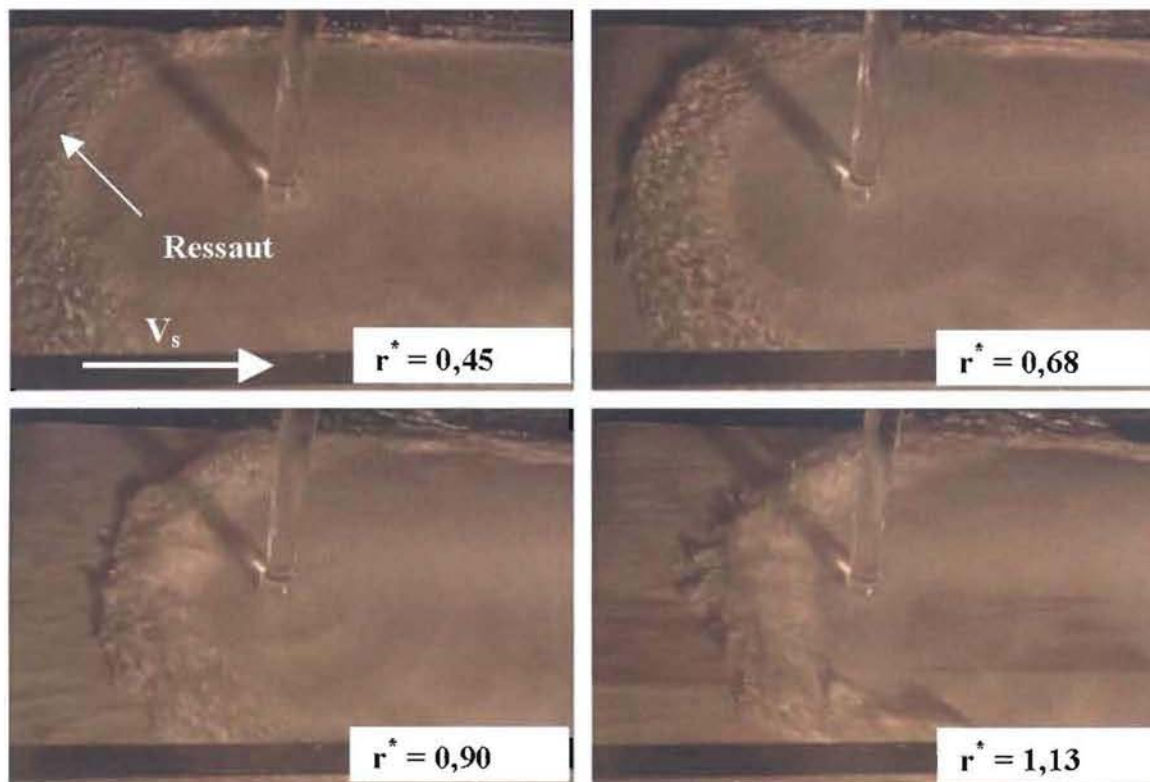


FIG. 3.28 – *Étalement du jet pour différentes vitesses de défilement ( $V_j = 1,4\text{m/s}$ ), d'après Gradeck et al. [2006]*

Nous avons vu (voir **figure 3.14a**) que lorsque la bande était immobile, l'interaction du jet avec cette dernière conduisait à un étalement du jet de façon symétrique. A l'inverse, l'étalement devient dissymétrique lorsque la bande est en mouvement. Cet effet est notamment observé sur le rayon minimum de ressaut hydraulique qui semble dépendre de la vitesse de translation de la bande. En aval du point d'impact, les auteurs n'observent pas de ressaut. Cela pourrait être dû au fait que les dimensions de la plaques ne sont pas suffisantes.

Ainsi, le mouvement de la surface influe fortement sur le champ d'écoulement ; **le transfert de chaleur devrait ainsi être différent de part et d'autre du point de stagnation.**

### 3.5.2 Refroidissement d'une surface mobile

Chen et al [1991] ont étudié le refroidissement transitoire d'une surface mobile horizontale impactée vers le haut par un jet d'eau circulaire (diamètre  $D_n = 4,76\text{ mm}$ ). Le schéma de principe de l'expérience réalisée est donné **figure 3.29**.

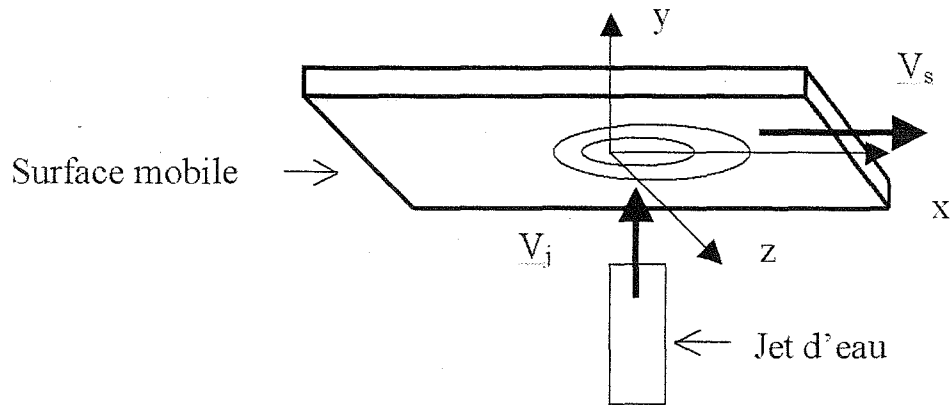


FIG. 3.29 – Schéma de principe de l'expérience réalisée par Chen et al. [1991]

Le faible diamètre du jet permet de maintenir un régime d'écoulement laminaire afin de réduire l'éclaboussement et d'accroître le temps de résidence de l'eau sur la paroi. La distance buse-paroi ( $d$ ) est de 90 mm soit un ratio  $d/D_n$  de 19. La surface (épaisseur 6,35 mm) constituée d'acier à faible teneur en carbone (0,27%) a pour dimensions  $254 \times 355$  mm. Elle est chauffée sur sa face supérieure par un four de 750 W qui lui permet d'atteindre une température maximale de  $650^\circ\text{C}$ .

Afin de minimiser les pertes thermiques ambiantes, les parties latérales de la surface sont isolées thermiquement. La surface peut atteindre une vitesse  $V_s$  de 0,5 m/s. La vitesse d'impact du jet  $V_j$  est fixée à 2,30 m/s soit un rapport  $r^* = V_s/V_j$  de l'ordre de 0,22. Le sous-refroidissement est compris entre 73 et 75 K. La température dans la zone d'impact du jet est mesurée par cinq thermocouples insérés en proche paroi et le flux extrait est estimé par méthode inverse. La température initiale de la surface est de  $240^\circ\text{C}$ .

La **figure 3.30** représente les courbes de refroidissement locales. Les auteurs remarquent que la température chute rapidement au point d'impact en dessous de  $100^\circ\text{C}$  à 0,1 s. Après la zone de refroidissement, la température de la surface remonte à cause de l'inertie thermique du matériau pour approcher une valeur uniforme à 250 mm loin de l'impact, dans le sens du déplacement. Le point situé en dehors de la zone de refroidissement ( $z/D_n = 12$ ) a une température quasiment constante; cela vient du fait que le flux échangé est essentiellement dû aux pertes radiatives et convectives dans l'air.

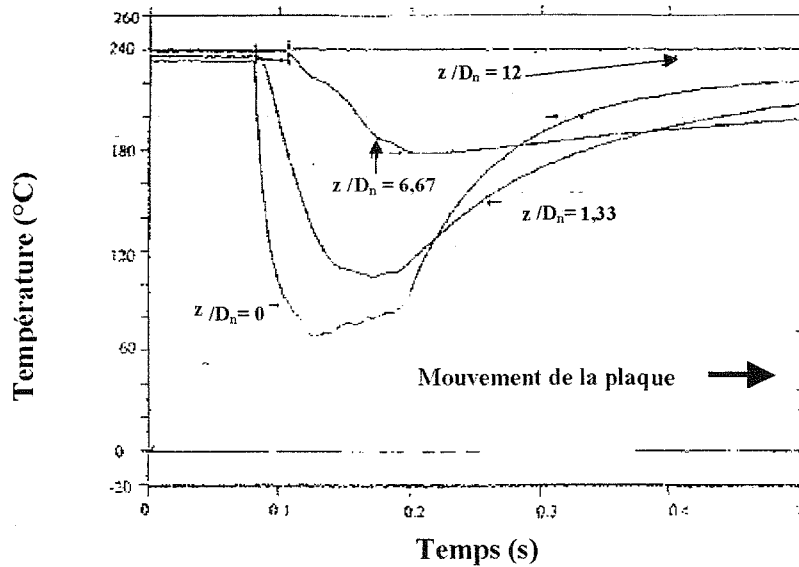


FIG. 3.30 – Courbe de refroidissement locale,  $V_j = 2,30 \text{ m/s}$ ;  $V_s = 0,5 \text{ m/s}$ , Chen et al. [1991]

Chen et al [1991] ont représenté l'évolution du flux en fonction du temps (figure 3.31). Selon leurs résultats, le flux maximal de  $17 \text{ MW/m}^2$  est observé au point d'impact et l'enveloppe de ce flux maximal décroît avec la distance  $z$ .

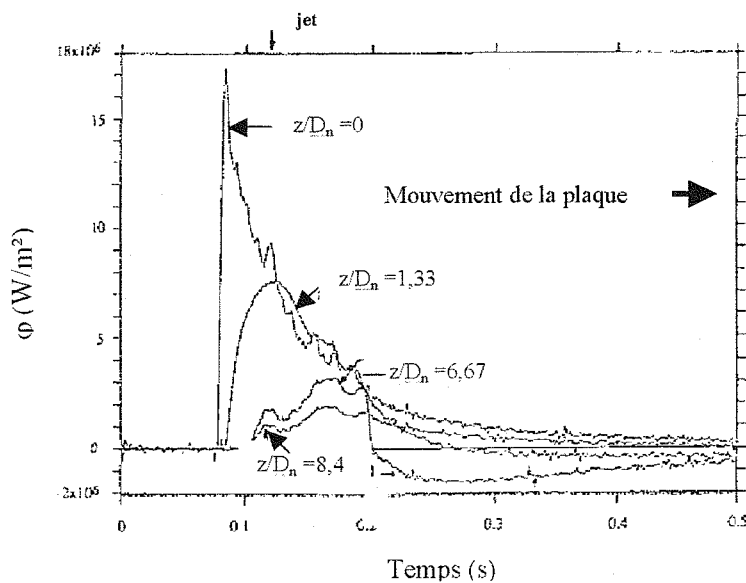


FIG. 3.31 – Courbes de flux locaux,  $V_j = 2,30 \text{ m/s}$ ;  $V_s = 0,5 \text{ m/s}$ , Chen et al. [1991]

En comparant avec le cas de la surface statique, les auteurs trouvent des valeurs de maximum de flux inférieures.

Les travaux de Chen et al [1991] sont intéressants dans la mesure où ils montrent que le déplacement de la surface diminue la valeur des maxima de flux extraits, mais a peu d'incidence sur la valeur maximale du coefficient d'échange thermique en convection forcée monophasique. Cependant, leurs conditions expérimentales ne permettent pas de mettre en évidence l'influence de la vitesse de la surface sur l'hydrodynamique du jet, et notamment sur la localisation du point de stagnation : une quantification de l'incidence de la vitesse de déplacement de la surface sur le flux extrait de part et d'autre du point de stagnation, dans le sens de déplacement de la surface, reste donc à faire.

### 3.6 Conclusion

La majorité des travaux présentés dans cette étude bibliographique concerne le régime de l'ébullition nucléée ainsi que le flux critique. Il ressort de ces travaux que les paramètres les plus importants pour caractériser l'ébullition au niveau d'une surface refroidie par jet impactant sont la vitesse du jet ainsi que le sous-refroidissement.

En régime de convection forcée, c'est à dire aux basses températures, les différentes études s'accordent pour décrire le transfert thermique sous la forme de l'équation (3.49), à l'impact comme dans la zone de stagnation. L'hydrodynamique, le sous-refroidissement, la géométrie du jet et de la surface sont déterminants dans ce régime.

A l'impact, le début de l'ébullition est en général fortement lié à l'hydrodynamique et dépend donc de la vitesse d'impact et du sous-refroidissement. A une certaine distance de l'impact, Vader [1988] a montré que le début de l'ébullition est couplé avec la transition entre la couche limite laminaire et turbulente. La température qui correspond au début de l'ébullition dépend donc des conditions de mesure et de la distance par rapport au point de stagnation.

Dans le régime de l'ébullition nucléée pleinement développée, les études montrent que le transfert thermique est indépendant du sous-refroidissement. Certains travaux ont montré que la vitesse du jet n'avait pas d'influence sur les flux extraits dans ce régime. D'autres études ont montré que les flux extraits dans le domaine de l'ébullition nucléée pleinement développée augmentent avec une vitesse de jet croissante. Ces constatations contradictoires sont probablement liées à la façon dont sont construites les courbes d'ébullition (stationnaire ou transitoire).

En général, la valeur du flux critique ainsi que la température critique augmentent

pour des sous-refroidissements et des vitesses de jet croissants. Une corrélation est proposée pour le flux critique à l'impact. En ce qui concerne les études menées dans le régime de l'ébullition de transition à l'impact d'un jet, plusieurs auteurs ont remarqué qu'après le flux critique, le flux extrait à la surface avait tendance à croître avec la température pariétale. Ce phénomène dit de « plateau de flux » pourrait s'expliquer par l'émission de microgouttes et pourrait être lié aux conditions de fort sous-refroidissement.

Les études réalisées dans les domaines de températures élevées concernent essentiellement des refroidissements transitoires. En général, les flux extraits dans le domaine de l'ébullition de transition et de l'ébullition en film sont d'autant plus importants que les vitesses de jet et les sous-refroidissements sont élevés. Malheureusement, les informations concernant l'ébullition de transition et en film pour des jets impactants sont clairsemées et limitées à des données partielles (elles portent en effet essentiellement sur la détermination du point de remouillage, dit de Leidenfrost). Ces deux régimes interviennent pourtant dans une application importante ; le processus de refroidissement des produits en métallurgie.

En effet, la production d'acier et de métal ayant les propriétés mécaniques et métallurgiques désirées, requiert un contrôle précis de la température. Dans un processus typique de laminage à chaud par exemple, les plaques d'acier quittent la dernière étape de finition à des températures comprises entre 750 et 1000°C, et sont rapidement transportées sur des tables défilantes où elles subissent une trempe avant d'être bobinées. Le refroidissement est souvent réalisé à l'aide d'une série de jets d'eau hautement sous-saturés ( $\Delta T_{sub} < 75^\circ\text{C}$ ). A cause des températures de ces plaques larges, l'ébullition nucléée est typiquement confinée dans une petite région sous le jet, alors que le régime d'ébullition en film existe sur la majorité de la surface, en amont et en aval du point d'impact. Il y a donc un intérêt considérable à connaître les caractéristiques du régime d'ébullition en film pour pouvoir contrôler la température locale de la plaque en fonction du temps. La prédiction numérique de la température de la plaque en fonction du temps repose beaucoup sur la connaissance des taux de transfert de chaleur dans chacun des régimes d'ébullition, ainsi que sur la connaissance des délimitations entre ces régimes, le tout en présence du mouvement de la plaque. Bien que des efforts de modélisation aient été faits, des incertitudes sur les conditions limites surfaciques restent la limitation principale. Des critères de caractérisation des différents régimes d'ébullition sur une surface fixe et plus encore sur une surface défilante restent donc à déterminer.

Nous allons donc utiliser la méthode inverse d'estimation de flux qui a été développée

et décrite en première partie de ce mémoire, afin d'étudier l'ébullition locale induite par l'impact d'un jet d'eau plan sur une surface statique et sur une surface mobile à l'aide d'un dispositif expérimental conçu au LEMTA.

Ceci constitue l'une des nombreuses applications possibles de la méthode, et notre but n'est pas tant de nous lancer dans une caractérisation détaillée des différents régimes d'ébullition que de montrer l'intérêt et l'efficacité d'une telle méthode.





# Chapitre 4

## Application expérimentale de l'inversion

### Sommaire

---

<b>4.1</b>	<b>Introduction</b>	<b>133</b>
<b>4.2</b>	<b>Dispositif et protocole expérimental</b>	<b>135</b>
4.2.1	Principe	135
4.2.2	Protocole expérimental	136
<b>4.3</b>	<b>Métrie et acquisition des données</b>	<b>137</b>
4.3.1	Métrie	137
4.3.2	Chaîne d'acquisition	138
<b>4.4</b>	<b>Résultats expérimentaux et discussion</b>	<b>139</b>
4.4.1	Validation expérimentale de la méthode d'estimation 1D	139
4.4.2	Etude de la convection monophasique	142
4.4.3	Etude de l'ébullition convective	151
<b>4.5</b>	<b>Conclusion</b>	<b>158</b>

---

### 4.1 Introduction

Le dispositif expérimental décrit dans ce chapitre, et qui a été utilisé pour étudier les flux extraits par l'impact d'un jet sur une paroi défilante en présence d'ébullition, a été conçu et réalisé au LEMTA dans le cadre de la thèse d'Arsène Kouachi (Kouachi [2006]). Ce dernier a effectué une importante campagne de mesures afin d'étudier l'influence de plusieurs paramètres (vitesse du jet, vitesse de déplacement de la paroi, sous-refroidissement du jet et distance buse-paroi) sur les transferts de chaleur. Il a utilisé un modèle numérique 2D transitoire (éléments finis) et a résolu le problème inverse d'estimation de flux pariétal à l'aide des méthodes de régularisation de Tikhonov d'ordre zéro (en angle)

et de spécification de fonction (temps futurs de Beck) en temps. Il a également proposé diverses corrélations pour chaque régime d'ébullition, dans le cas statique comme dans le cas dynamique.

Pour ce faire, et comme les temps de calculs que nécessitait le programme d'inversion du modèle numérique qu'il devait initialement utiliser étaient très longs, il a effectué la plupart de ses estimations de flux à l'aide de l'algorithme 1D local présenté dans le chapitre 2 de ce mémoire. Cela lui a permis d'effectuer les nombreuses inversions nécessaires à son étude et à l'établissement de corrélations pour les différents régimes.

Par conséquent, le présent chapitre débute par une rapide description du dispositif et du protocole expérimental, qui insiste notamment sur les aspects métrologiques ; une description plus détaillée, qui reprend des points déjà développés dans le travail de Kouachi [2006], est effectuée dans l'Annexe 1.

Les principaux résultats expérimentaux que nous avons obtenus sont ensuite présentés et discutés. Il est à noter que si nous nous sommes intéressés à certains points qui n'ont pas été abordés dans Kouachi [2006], nos résultats d'estimation concernant notamment le cas du cylindre en rotation en présence d'ébullition sont identiques puisque résultant de l'application du même algorithme 1D local. Il n'en sera donc que peu fait état dans ce mémoire.

Le but du présent chapitre est donc avant tout de montrer l'intérêt, l'applicabilité et la robustesse de la méthode d'estimation. Ainsi, nous avons d'une manière générale choisi de ne pas présenter trop de courbes d'ébullition ou de corrélations. Notre travail dans ce chapitre a plutôt été axé sur la validation expérimentale de notre algorithme d'inversion et sur l'interprétation physique des courbes obtenues.

Le lecteur qui souhaiterait avoir plus de détails quantitatifs sur l'influence de divers paramètres (vitesse du jet, vitesse de déplacement de la paroi, ...) sur le refroidissement est invité à consulter le mémoire de thèse de Kouachi [2006].

## 4.2 Dispositif et protocole expérimental

### 4.2.1 Principe

Le dispositif expérimental, dont le schéma de principe et les différents constituants sont représentés sur la **figure 4.1**, a été financé par Arcelor Research, le Contrat de Plan Etat-Région (pôle « Ingénierie intégrée de conception de produits, de matériaux et de procédés industriels ») et le programme « ENERGIE » du CNRS.

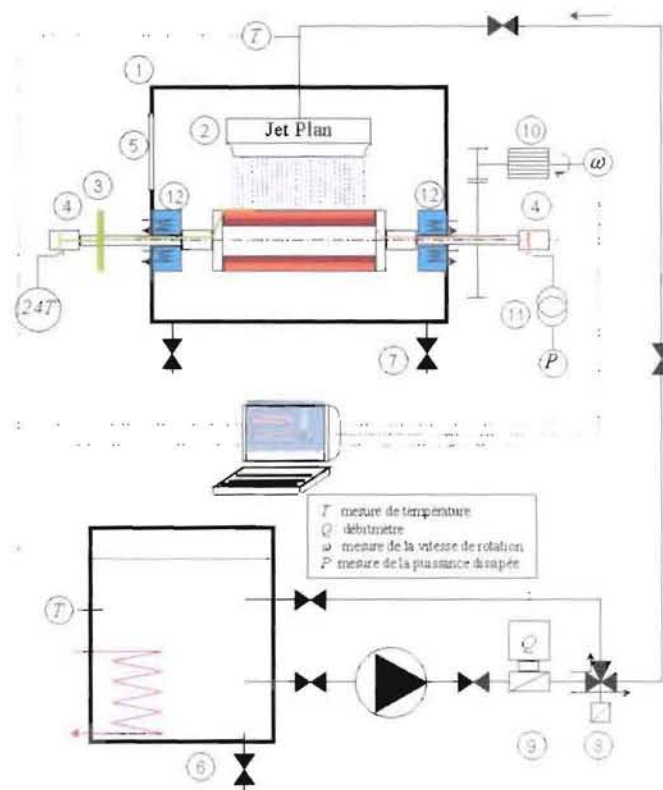


FIG. 4.1 – Vue schématisée du dispositif expérimental

Le principe de l'expérience est simple. Un cylindre en Nickel 201 (Nickel non allié), de 175 mm de diamètre extérieur et de 100 mm de diamètre intérieur pour une longueur de 200 mm, chauffé par effet Joule (3 résistances chauffantes de 2000 W chacune bobinées sur un manchon interne) et en rotation autour de son axe, est impacté par un jet d'eau plan sous-refroidi dont la température et la vitesse sont connues (largeur de buse  $l_b = 5$  mm). Des capteurs insérés en proche paroi permettent une mesure des variations temporelles de température ; des collecteurs tournants permettent le transfert des données vers la carte d'acquisition et leur stockage sur ordinateur. Ces données sont ensuite utilisées comme entrées de notre algorithme d'inversion, ce qui permet d'estimer les flux locaux extraits

par le jet.

Les propriétés thermophysiques du Nickel varient légèrement avec la température  $T$  et sont données dans le tableau 2.2.

### 4.2.2 Protocole expérimental

Lorsque la température pariétale du cylindre en rotation a atteint la valeur désirée, fixée à l'aide de la puissance surfacique dissipée dans les résistances chauffantes, on peut démarrer la phase de refroidissement. La température du jet plan (2) est fixée par le bain thermostaté (6), et les différents capteurs de température sont étalonnés. Sauf indication contraire, les expériences ont été réalisées pour une distance entre la buse de largeur  $l_b$  et la paroi fixée à 50 mm.

Le repérage angulaire des thermocouples au cours de la rotation nécessite un étalonnage préalable du capteur de position. Ce capteur délivre un signal triangulaire qui passe de 0 à 10V lorsque tous les thermocouples sont passés sous le jet (après un tour complet donc...).

Lors de la phase de refroidissement, les différentes données de température des thermocouples sont envoyées vers la carte d'acquisition via des collecteurs tournants (4), après avoir été amplifiées en (3). Elles sont ensuite stockées sur ordinateur, et il en est de même pour les températures du jet et du bain thermostaté, pour le signal délivré par le capteur de position, pour la mesure du débit d'eau, pour la mesure de la vitesse de rotation ou encore pour la mesure de puissance délivrée par les résistances. Toutes ces données sont traitées ultérieurement à l'aide de l'algorithme d'inversion, afin d'estimer les flux extraits par le jet.

L'acquisition des données, et d'une manière générale les aspects métrologiques, sont d'une grande importance pour une bonne exploitation du dispositif expérimental. Pour cette raison, nous nous intéresserons essentiellement à ces aspects dans la section suivante.

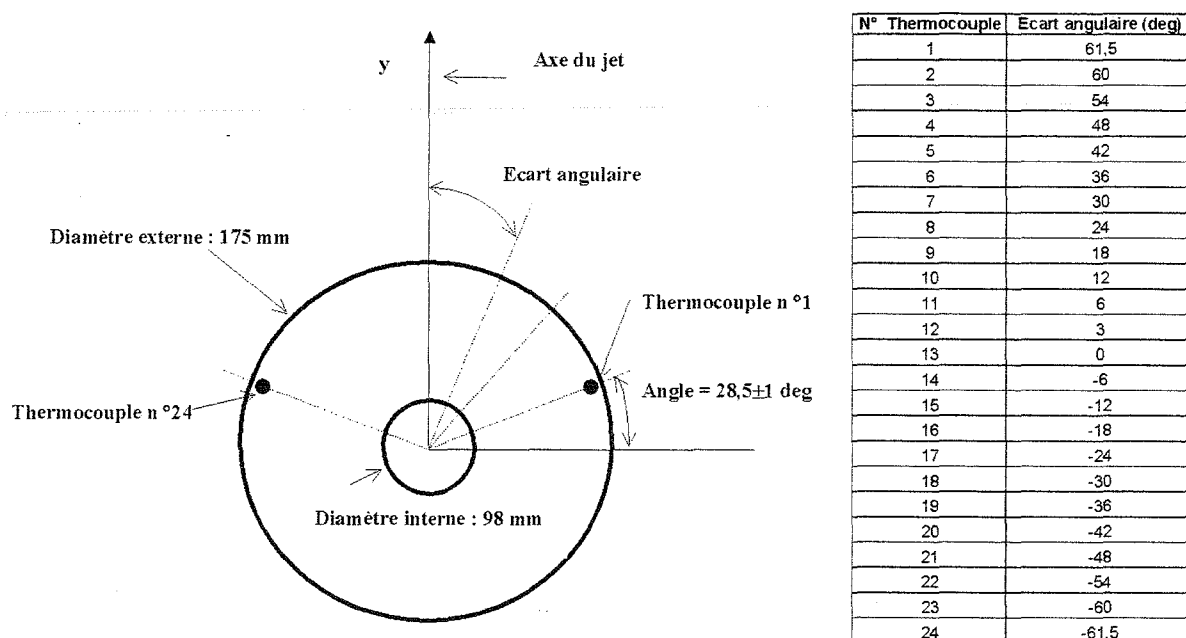


FIG. 4.2 – Répartition angulaire des thermocouples.

## 4.3 Métrologie et acquisition des données

### 4.3.1 Métrologie

#### Position des thermocouples

Dans la zone d'impact du jet et dans la zone d'accélération, il est important d'avoir le maximum d'informations car le transfert thermique est maximal à cet endroit. Au total, 24 températures sont mesurées par des thermocouples de type N (diamètre 0,5 mm) insérés dans des rainures de longueur 100 mm et à une profondeur de  $0,65 \pm 0,05$  mm sous la surface du cylindre. La répartition des thermocouples joue un rôle important dans la précision du calcul par méthode inverse. De manière à avoir une meilleure précision dans la zone d'impact du jet lorsque le cylindre est immobile, un nombre supérieur de thermocouples a été inséré au niveau de l'axe du jet. La répartition angulaire de ces thermocouples est donnée **figure 4.2**. Les thermocouples sont isolés par une gaine métallique remplie d'isolant minéral afin de réduire le bruit dû aux perturbations extérieures.

#### Données mesurées

Durant la phase de refroidissement, différentes données telles que les températures des thermocouples, la température de la soudure froide, la température du jet, la position des thermocouples ou encore la vitesse débitante du jet, sont mesurées en continu. La valeur

du flux thermique apporté au cylindre au niveau du rayon intérieur est calculée à partir de la mesure de la puissance délivrée aux résistances chauffantes. La valeur de la vitesse du jet est connue à partir de la mesure du débit, et la distance buse-paroi est mesurée au niveau d'une vis micrométrique. On peut ainsi connaître la position du jet par rapport à la surface avec une incertitude de 0,5 mm.

### Incertitudes de mesure

Le tableau ci-dessous donne les valeurs estimées des erreurs commises sur les différentes mesures.

Données	Précisions
Distance buse-paroi	0,5 mm
Température du jet	$0,05T_{mes} + 0,3^{\circ}\text{C}$
Température des thermocouples	$0,1^{\circ}\text{C}$
Tension des résistances thermiques	0,2 V

### 4.3.2 Chaîne d'acquisition

L'acquisition des données est réalisée par le biais d'une carte PCI-9114 dont les caractéristiques sont les suivantes :

- 32 canaux – 16 bits
- 250 kHz par signal
- 32 entrée analogiques
- 16 entrées et 16 sorties numériques

Les signaux des thermocouples sont amplifiés par un amplificateur de gain 784. Le signal de la soudure froide est délivré par un capteur de température linéaire ( $10\text{ mV}/^{\circ}\text{C}$ ) qui possède un gain de 20. Cette amplification nous permet de mesurer des tensions suffisantes au niveau de la carte d'acquisition et ainsi d'améliorer la précision de la mesure.

La transmission des 25 signaux se fait par collecteurs électriques tournants afin de pouvoir étudier le cas du cylindre mobile, ensuite ces signaux sont filtrés à basse fréquence (300Hz) pour éliminer les bruits thermiques, la réponse en fréquence à 90% de nos thermocouples étant de l'ordre de 12 Hz. Ainsi, ce sont en définitive 27 signaux qui sont transmis à la carte d'acquisition, dont un signal pour le repérage en temps réel de la position des thermocouples et un signal pour la mesure du débit.

A l'aide du moniteur de contrôle, il est possible d'avoir en permanence accès aux températures des thermocouples, à la température de la soudure froide, à la position des thermocouples et au débit. L'avantage de visualiser toutes ces données à l'écran est de permettre de détecter directement l'occurrence d'un problème quelconque et il est alors possible d'interrompre immédiatement le processus. Les données sont saisies avec une fréquence d'échantillonnage  $f_e$  pouvant aller jusqu'à 5000 Hz par voie. En général, dans le cas statique  $f_e$  a été fixée à 1000 Hz. Pour le cas dynamique, le pas de temps d'échantillonnage est une fonction de la fréquence de rotation  $n$ . Notons que cette vitesse d'acquisition, qui permet de réduire le bruit des thermocouples, correspond à un suréchantillonnage si l'on travaille avec un pas de temps  $\Delta t$  inférieur à 0,1 s.

## 4.4 Résultats expérimentaux et discussion

Les résultats expérimentaux constituent ici le fruit d'un travail conjoint. Les mesures de température ont été effectuées par A. Kouachi et inversées à l'aide de l'algorithme semi-analytique 1D développé dans ce mémoire. En effet, l'utilisation d'un modèle numérique 2D suivie de l'inversion était bien trop gourmande en termes de temps de calculs.

Ainsi, cette section débutera par une présentation du cas qui a été traité dans le but de valider expérimentalement l'algorithme semi-analytique. Pour cette validation, nous avons comparé le flux estimé à l'aide de l'algorithme 1D au flux estimé en utilisant le code de simulation numérique 2D (maillage utilisant 1140 mailles, 4680 noeuds, un pas angulaire de  $3^\circ$  et un pas radial de 1 mm) à partir de la même courbe de température expérimentale.

Dans les deux cas de figure, les propriétés thermophysiques ont été gelées à leur valeur moyenne sur la gamme de température de l'expérience.

La comparaison étant comme nous allons le voir très satisfaisante, nous présenterons ensuite quelques-uns des nombreux cas qui ont été traités avec l'algorithme 1D et qui mettent en relief l'intérêt des techniques inverses.

### 4.4.1 Validation expérimentale de la méthode d'estimation 1D

La **figure 4.3** représente dans le référentiel du cylindre la courbe de refroidissement qui a été utilisée comme entrée des deux algorithmes d'inversion. Cette courbe, qui montre les variations temporelles de températures « vues » par le thermocouples N°10 (voir **figure 4.2**), a été obtenue pour un jet sous-refroidi ( $\Delta T_{sub} = 34K$ ) de vitesse  $V_j = 1,06 m/s$ ,

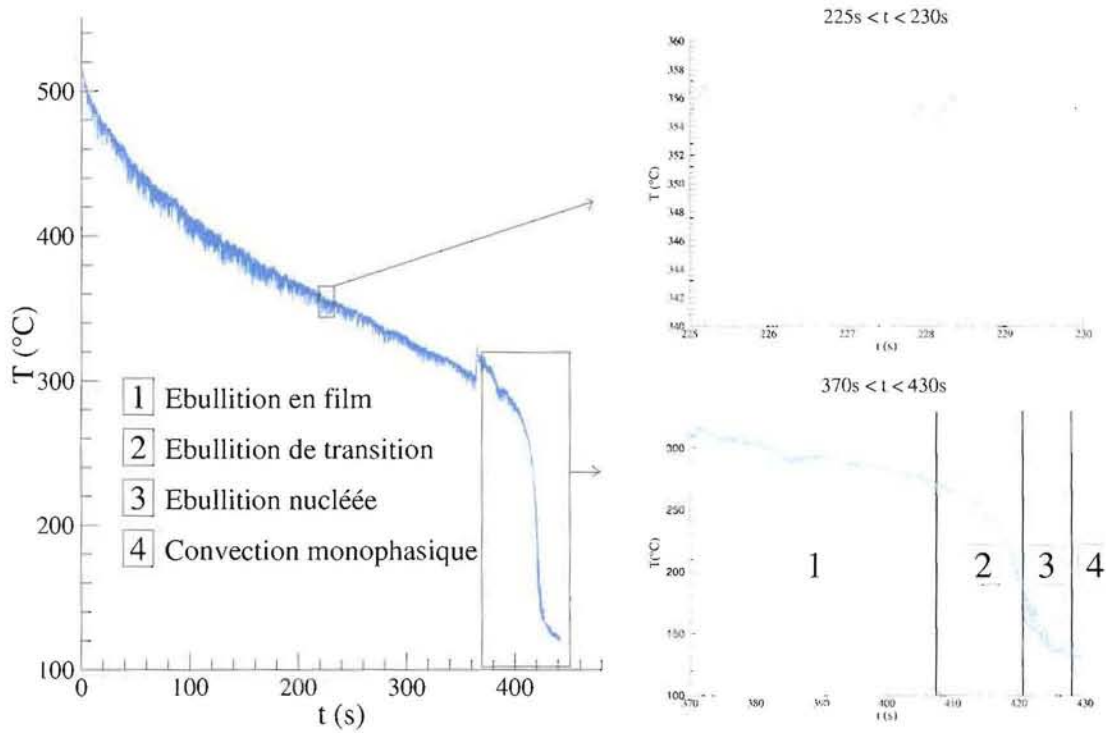


FIG. 4.3 – Température expérimentale,  $\Delta T_{sub} = 34K$ ,  $V_j = 1,06 \text{ m/s}$ ,  $V_d = 1,32 \text{ m/s}$  et  $\Delta t = 3,5 \cdot 10^{-3} \text{ s}$

impactant le cylindre en rotation à la vitesse angulaire  $\omega = 15,1 \text{ rad/s}$  (ce qui correspond à une vitesse de déplacement de la paroi  $V_d = 1,32 \text{ m/s}$ ). Le pas de temps d'acquisition des données  $\Delta t$  était égal à  $3,5 \cdot 10^{-3} \text{ s}$ .

Nous avons identifié sur cette courbe les zones d'existence des différents régimes d'ébullition. Nous pouvons également noter que les fortes oscillations que l'on observe sur la courbe – et qui pourraient passer pour du bruit de mesure – ne sont en fait que le résultat de la rotation rapide du cylindre. En effet, un zoom entre les instants  $t_1 = 225 \text{ s}$  et  $t_2 = 230 \text{ s}$  montre une courbe plutôt « propre » (les fluctuations de température dues au bruit sont à peine de l'ordre du  $10^{\text{ème}}$  de degré) comprenant une phase montante et une phase descendante correspondant à la période de rotation du cylindre (voisine de  $0,42 \text{ s}$ ). La phase descendante correspond au passage sous le jet, alors que la phase montante est due au réchauffement de la paroi sous l'effet de l'inertie du cylindre, lorsque le point correspondant est en dehors de la zone d'influence du jet.

On remarque également une augmentation de température au temps  $t \simeq 360 \text{ s}$ . Cette



remontée pourrait être due à un problème électronique lors de l'acquisition (saturation du buffer).

Observons maintenant la **figure 4.4**, sur laquelle sont représentées les variations temporelles de flux dans le repère du cylindre, estimées à l'aide de l'inversion par le modèle 2D éléments finis. Nous pouvons déjà remarquer que contrairement à la courbe de température, la courbe de flux présente de grandes instabilités, notamment dans le régime d'ébullition en film. La forte valeur négative du flux observée au temps  $t \simeq 360$ s est la traduction de la remontée de température observée sur la **figure 4.3**.

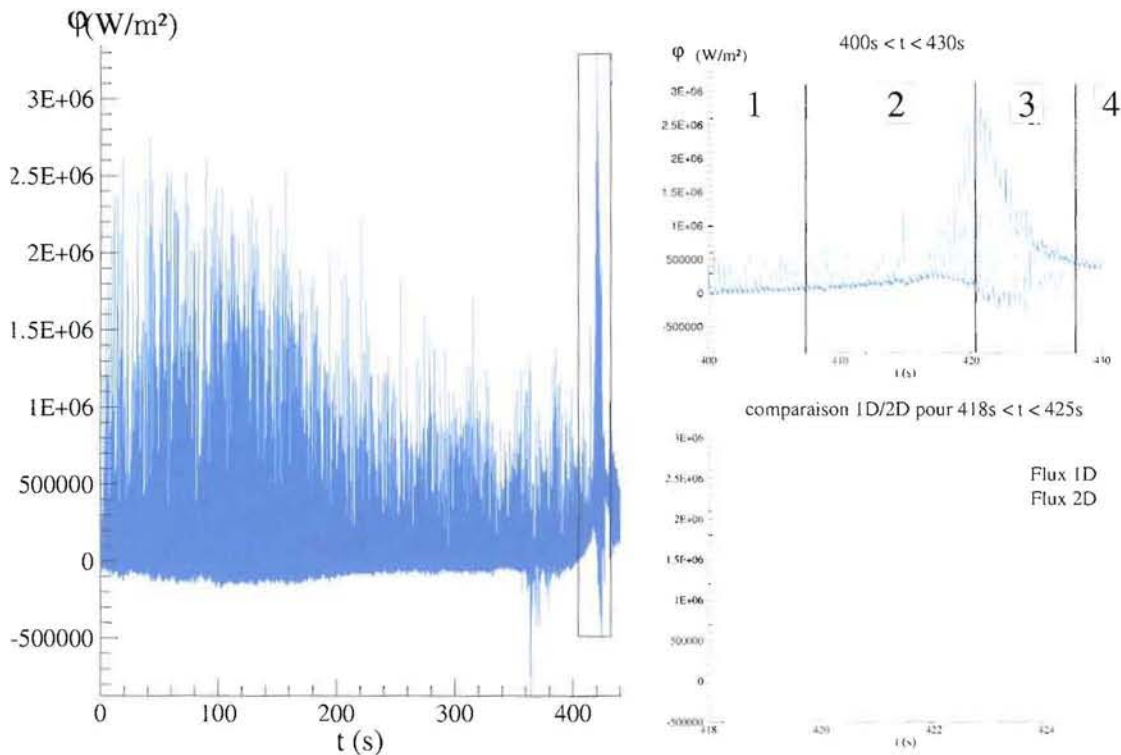


FIG. 4.4 – Température expérimentale,  $\Delta T_{sub} = 64K$ ,  $V_j = 1,06 m/s$  et  $V_d = 1,32 m/s$

Un zoom entre les instants  $t_1 = 400$  s et  $t_2 = 430$  s nous permet de distinguer la succession des différents régimes d'ébullition, avec un flux maximum correspondant au flux critique (CHF) de l'ordre de  $4 MW/m^2$ .

Enfin, la comparaison entre les flux estimés par les deux méthodes est effectuée sur la même figure entre les instants  $t_1 = 418$  s et  $t_2 = 425$  s. On constate un très bon accord

entre les courbes, ce qui justifie de pouvoir utiliser l'algorithme d'inversion 1D en vue d'estimer dans des délais raisonnables les flux extraits. En effet, le calcul à l'aide de la méthode semi-analytique 1D a duré une dizaine d'heures, comparée à environ un mois et demi pour la méthode par éléments finis.

La comparaison des méthodes a donc non seulement permis de valider notre algorithme d'inversion semi-analytique basé sur un modèle 1D local, mais aussi de mettre en évidence le gain de temps énorme qui découle de son utilisation.

#### 4.4.2 Etude de la convection monophasique

##### Cas du cylindre statique

La **figure 4.5** représente les variations temporelles de température mesurées tous les  $\Delta t = 10$  ms par des thermocouples situés à différentes positions angulaires, et donc à différentes distances  $x$  du point d'impact. Ces données ont été obtenues pour une vitesse de jet  $V_j$  de 1,20 m/s et un sous-refroidissement  $\Delta T_{sub} = 80K$ .

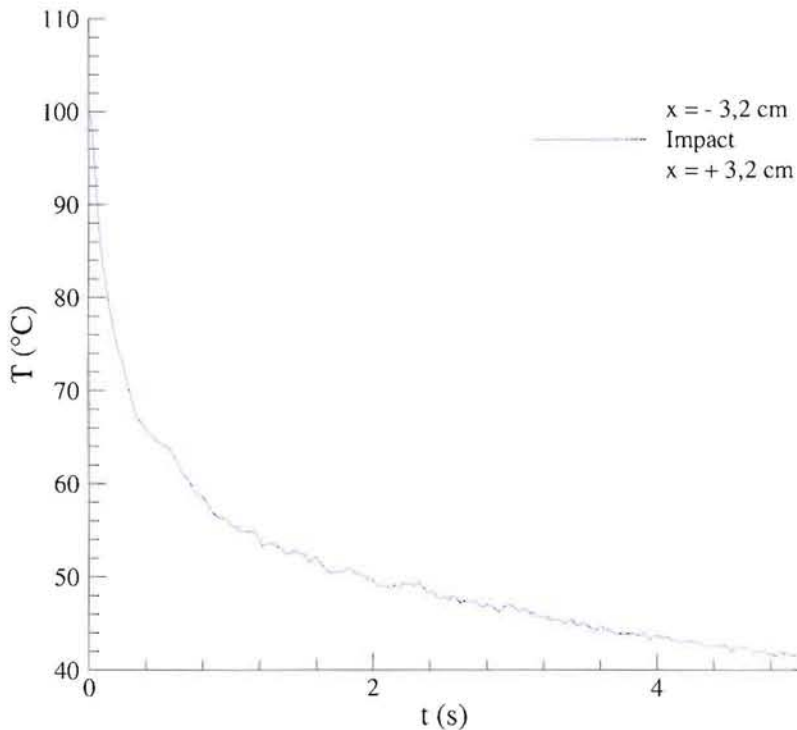


FIG. 4.5 – Courbes de refroidissement locales,  $\Delta T_{sub} = 80K$  et  $V_j = 1,10m/s$

Nous constatons sur cette figure que le refroidissement est bien évidemment plus efficace à l'impact que dans la zone d'écoulement parallèle, la température chutant bien plus rapidement dans la zone située sous le jet. De plus, nous pouvons voir que les courbes de température obtenues pour deux points symétriques l'un de l'autre par rapport au point d'impact (un point situé à gauche du point d'impact à l'abscisse  $x = -3,2$  cm, et un point situé à droite à l'abscisse  $x = +3,2$  cm) sont pratiquement confondues : les transferts de chaleur sont donc symétriques, et nous n'estimerons le flux de chaleur que dans la partie correspondant aux valeurs positives ou nulles de  $x$ .

La **figure 4.6** montre les résultats des estimations de flux effectuées à partir des courbes de température de la **figure 4.5**. On constate qu'effectivement, les transferts de chaleur sont bien plus importants à l'impact.

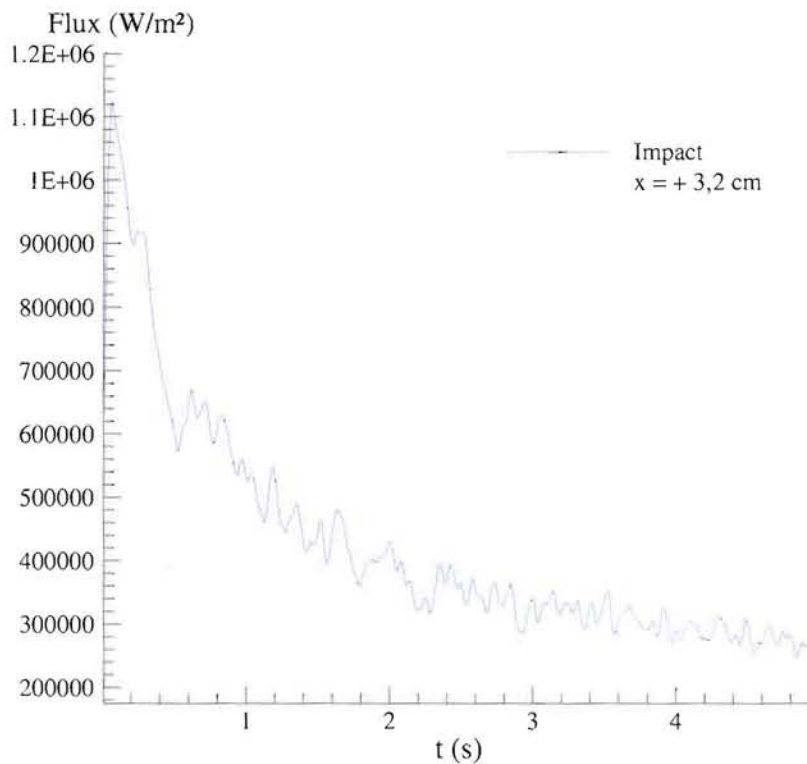


FIG. 4.6 – Evolution temporelle de la densité de flux à différentes positions,  $\Delta T_{sub} = 80K$  et  $V_j = 1,10m/s$

Nous pouvons également remarquer de fortes oscillations sur les courbes de flux de la **figure 4.6**, notamment au point d'impact. Ces oscillations sont-elles uniquement liées à du bruit de mesure, ou bien des instabilités hydrodynamiques entrent-elles en jeu ?

Pour tenter d'apporter quelques éléments de réponse à cette question, il nous a semblé intéressant d'examiner la corrélation temporelle qui pouvait exister entre les flux estimés à deux positions différentes sur la paroi, ceci afin de détecter un éventuel décalage temporel entre les histoires thermiques de ces deux points.

Par définition, plus deux signaux X et Y sont corrélés entre eux, et plus la fonction de corrélation définie par :

$$\rho = \frac{(X - \bar{X}) \cdot (Y - \bar{Y})}{\|X - \bar{X}\| \|Y - \bar{Y}\|} \quad (4.1)$$

est proche de 1.

Dans notre cas, si  $N_c$  est le nombre de composantes du vecteur flux, le coefficient de corrélation  $\rho$  s'écrit

$$\rho = \frac{\sum_{i=1}^{N_c} \left( [\varphi(\gamma_1, t_i) - \bar{\varphi}(\gamma_1)] \cdot [\varphi(\gamma_2, t_i) - \bar{\varphi}(\gamma_2)] \right)}{\sqrt{\sum_{i=1}^{N_c} [\varphi(\gamma_1, t_i) - \bar{\varphi}(\gamma_1)]^2} \sqrt{\sum_{i=1}^{N_c} [\varphi(\gamma_2, t_i) - \bar{\varphi}(\gamma_2)]^2}} \quad (4.2)$$

Cependant, le coefficient ainsi défini ne tient compte de la corrélation des signaux qu'aux mêmes instants  $t_i$ . Il est donc préférable de définir un coefficient de corrélation  $\rho_z$  permettant d'étudier la corrélation de deux signaux à des instants différents  $t_i$  et  $t_{i+z}$  :

$$\rho_z = \frac{\sum_{i=1}^{N_c-z} \left( [\varphi(\gamma_1, t_i) - \bar{\varphi}(\gamma_1)] \cdot [\varphi(\gamma_2, t_{i+z}) - \bar{\varphi}(\gamma_2)] \right)}{\sqrt{\sum_{i=1}^{N_c-z} [\varphi(\gamma_1, t_i) - \bar{\varphi}(\gamma_1)]^2} \sqrt{\sum_{i=1}^{N_c-z} [\varphi(\gamma_2, t_{i+z}) - \bar{\varphi}(\gamma_2)]^2}} \quad (4.3)$$

On peut alors déduire du tracé de la courbe  $\rho_z = f(z)$ , la valeur de l'écart temporel séparant deux évènements corrélés.

Le coefficient de corrélation  $\rho_z$  est tracé **figure 4.7** dans le cas des flux représentés sur la **figure 4.6**.

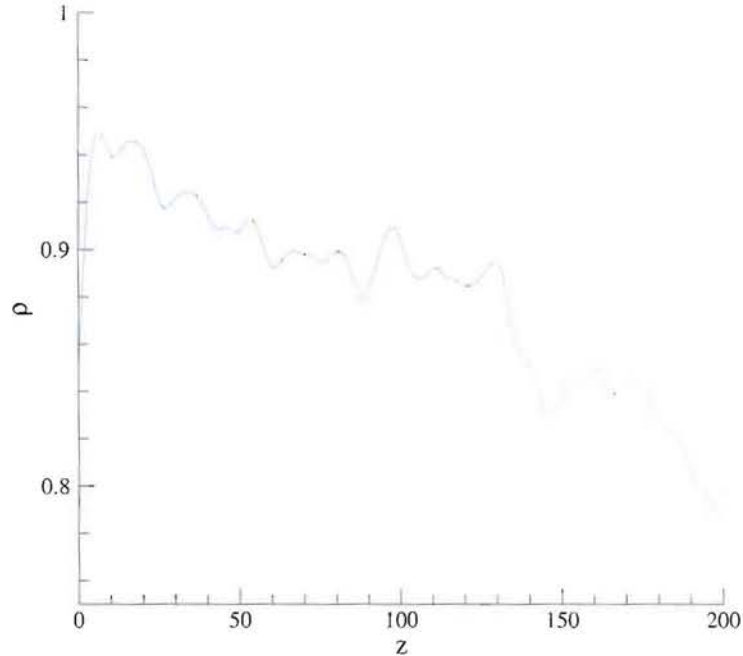


FIG. 4.7 – Coefficient de corrélation calculé à partir des flux de la **figure 4.6**

Si l'on considère que la valeur de  $\rho_z$  doit être supérieure ou égale à 0,95 pour être suffisante, on remarque une corrélation des signaux pour  $z = 6$ , soit pour un temps  $t = 6 \Delta t = 0,06$  s dans notre cas. Ce résultat est dû au fait que les premiers pics de flux des courbes  $x = 0$  et  $x = 3,2$  cm de la **figure 4.6** sont justement éloignés de  $t_2 - t_1 = 0,06$  s, ce qui laisse à penser que le premier pic de flux observé loin de l'impact proviendrait d'une propagation du pic de flux observé à l'impact : la fonction de corrélation (4.3) permettrait donc de remonter à la vitesse de propagation des ondes. Cette procédure pourrait être répétée pour 2 points non situés sous le jet.

Il semble donc que les fluctuations temporelles observées sur la courbe de flux ne soient pas uniquement dues au bruit de mesure, mais soient bel et bien liées à l'hydrodynamique du jet et du film liquide. Remarquons que ces conclusions ne sont pas définitives car le maximum de la courbe de corrélation n'est pas très marqué.

A partir des flux estimés, il nous est possible de recalculer les températures locales au rayon  $r = r_{tc}$  en résolvant le problème direct. La comparaison entre températures recalculées et mesurées est effectuée sur la **figure 4.8**. L'accord entre les courbes est plus que satisfaisant, les résidus de températures n'étant pas visibles à cette échelle.

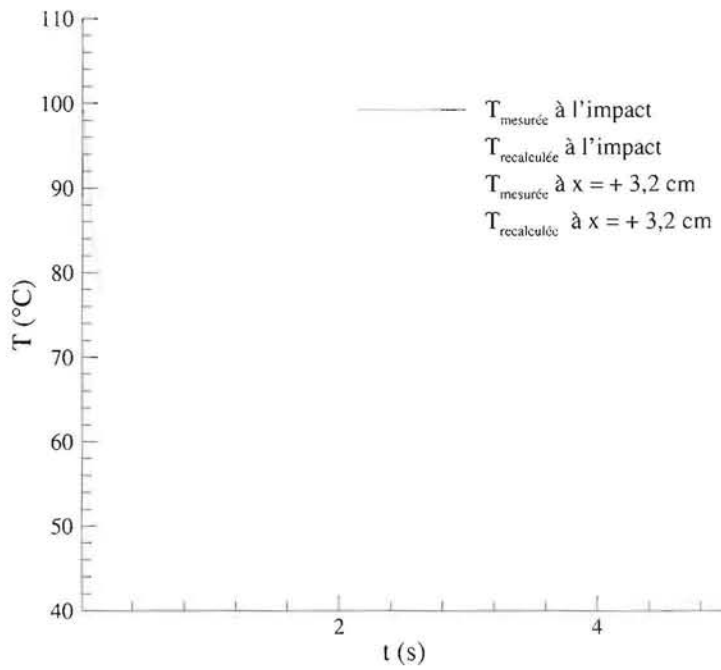


FIG. 4.8 – Températures locales mesurées et recalculées à l'impact et à la position  $x = 3,2$  cm,  $\Delta T_{sub} = 80K$  et  $V_j = 1,10m/s$

Enfin, le coefficient d'échange  $h$  (représenté **figure 4.9**)

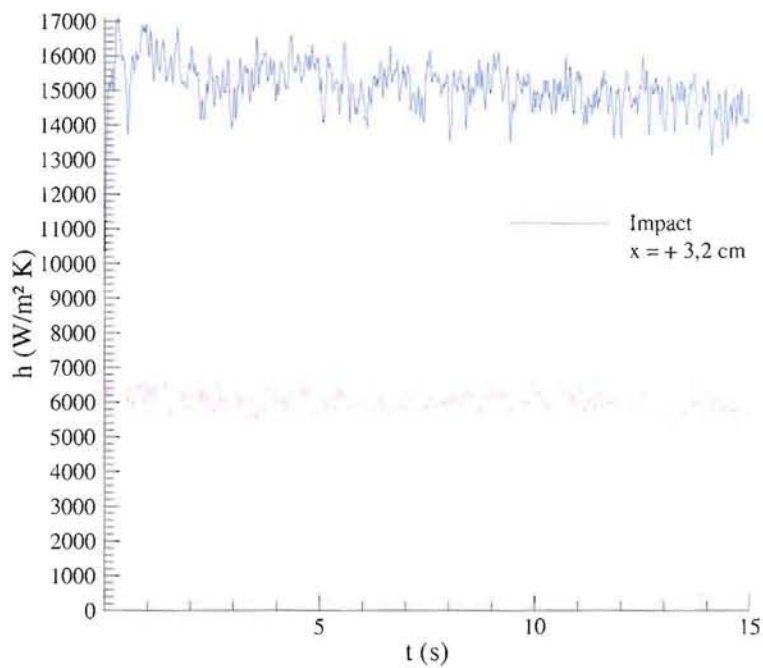


FIG. 4.9 – Evolution temporelle du coefficient d'échange,  $\Delta T_{sub} = 80K$  et  $V_j = 1,10m/s$

obtenu en divisant le flux pariétal local par la surchauffe de paroi  $T_p - T_{jet}$  locale, est comme l'on pouvait s'y attendre pratiquement constant pour une position donnée, et sa valeur à l'impact est pratiquement égale au double de la valeur dans la zone d'écoulement parallèle.

En prenant une valeur moyenne du coefficient d'échange  $\bar{h} = 15000 \text{ W/m}^2\text{K}$  et en considérant les propriétés thermophysiques à la température de l'eau en sortie de buse, on détermine le nombre de Nusselt à l'impact :

$$Nu_{impact} = \frac{\bar{h} l_b}{\lambda_l} \quad (4.4)$$

où  $\lambda_l$  est la conductivité du liquide.

On obtient  $Nu_{impact} = 125$ , valeur que l'on peut comparer à celle donnée par la corrélation de Robidou [2000], établie pour des conditions presque similaires, qui donne le nombre de Nusselt en fonction des nombres de Reynolds du jet ( $Re_j = \frac{V_j l_b}{\nu}$ ) et du nombre de Prandtl ( $Pr = \frac{\nu}{a}$ ) :

$$Nu_{Robidou} = 0,31 Re_j^{0,61} Pr^{0,4} \quad (4.5)$$

Avec cette corrélation, on obtient une valeur du nombre de Nusselt à l'impact de l'ordre de 117, ce qui est proche de la valeur estimée dans notre cas.

### Cas du cylindre en rotation

La **figure 4.10** représente la température mesurée par différents thermocouples au cours du refroidissement du cylindre en rotation, pour un sous-refroidissement  $\Delta T_{sub} = 70K$ , une vitesse de jet  $V_j = 1,20\text{m/s}$  et une vitesse de déplacement de la paroi  $V_d = 0,6 \text{ m/s}$ . On constate que les courbes sont très proches les unes des autres, contrairement au cas statique où le refroidissement est bien plus important à l'impact : ceci est dû au fait que la période de rotation ( $\approx 1 \text{ s}$ ) est inférieure au temps caractéristique de refroidissement de la couche du cylindre perturbée par le jet ; on peut donc supposer que les régimes d'ébullition en surface seront plus uniformes à mesure que la vitesse de déplacement de la paroi  $V_d$  augmentera.

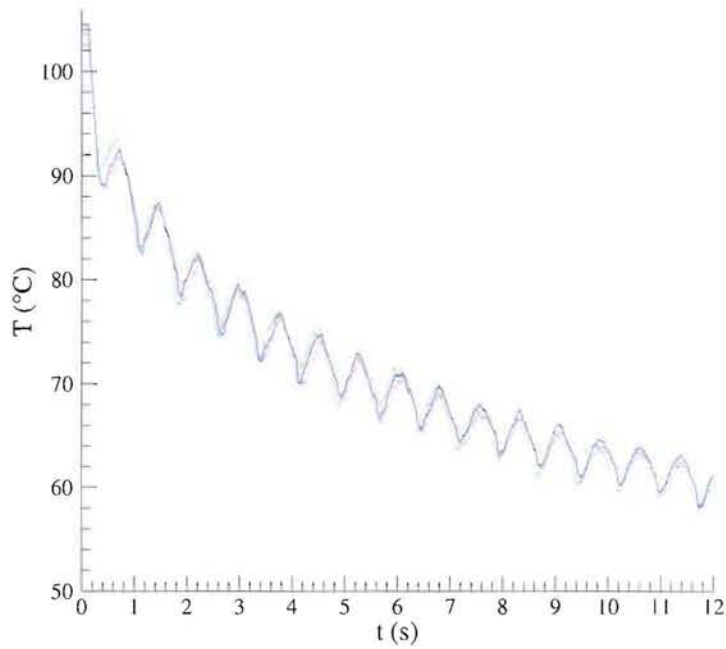


FIG. 4.10 – Variations temporelles de température dans le repère du cylindre, avec  $\Delta T_{sub} = 70K$ ,  $V_j = 1,20\text{m/s}$  et  $V_d = 0,6\text{ m/s}$

On peut tracer le flux estimé à l'aide de l'un de ces thermocouples sur la **figure 4.11**.

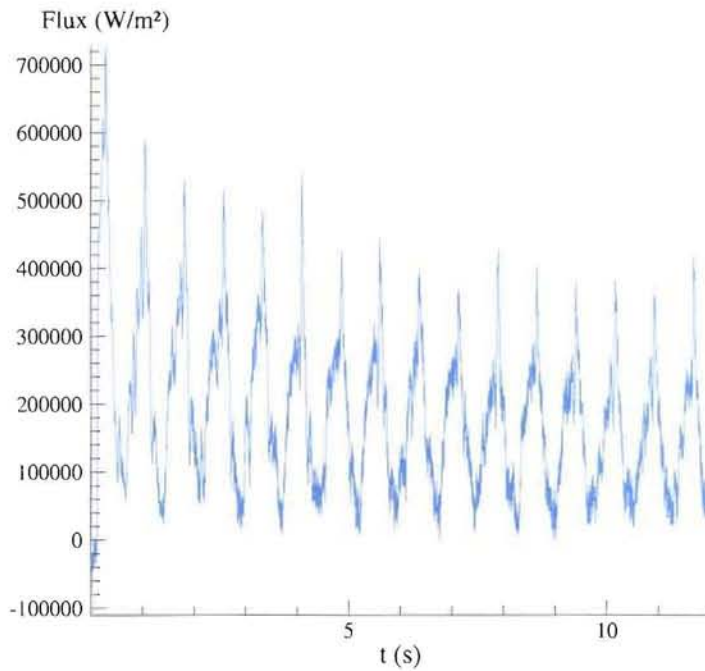


FIG. 4.11 – Variations temporelles du flux estimé dans le repère du cylindre, avec  $\Delta T_{sub} = 70K$ ,  $V_j = 1,20\text{m/s}$  et  $V_d = 0,6\text{ m/s}$



Comme expliqué précédemment, les fluctuations temporelles de flux observées sur cette figure sont dues à la rotation du cylindre. Le tracé de la fonction d'auto-corrélation du signal<sup>10</sup> sur la **figure 4.12** le montre en effet, la courbe obtenue permettant de remonter à la vitesse angulaire par l'intermédiaire de la différence  $\Delta z$ . On obtient  $\Delta z = 245$ , la différence temporelle  $\Delta t_{jet}$  entre deux passages successifs sous le jet est donc de  $\Delta t_{jet} = 0,76$  s. Cette valeur correspond à une vitesse de rotation  $\omega = \frac{2\pi}{\Delta t_{jet}} = 8,2$  rad/s, soit à une valeur de  $V_d = \omega r_2 = 0,7$  m/s, ce qui est proche de la valeur considérée ( $V_d = 0,6$  m/s).

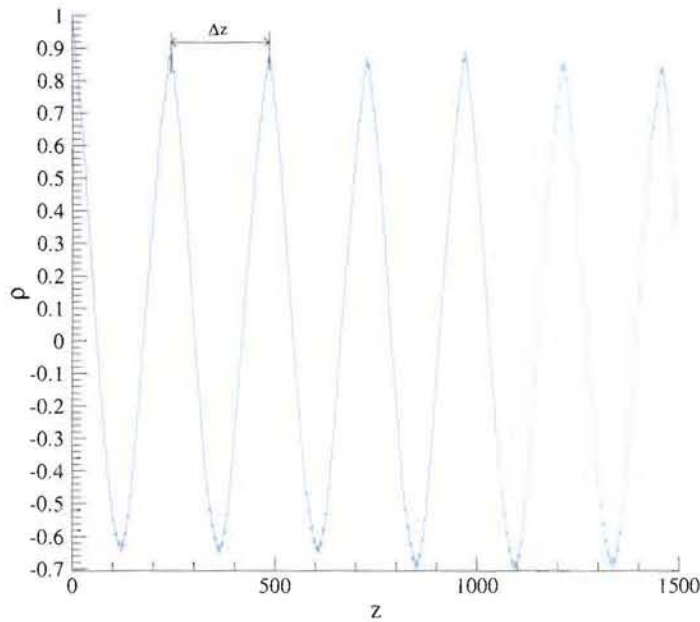


FIG. 4.12 – Coefficient d'auto-corrélation,  $\Delta T_{sub} = 70K$ ,  $V_j = 1,20$  m/s et  $V_d = 0,55$  m/s

En procédant à plusieurs inversions à l'aide de notre algorithme 1D local, Kouachi [2006] a pu montrer que la position du maximum de coefficient d'échange était fonction du rapport des vitesses  $r^* = \frac{V_d}{V_j}$ , où  $V_j$  est la vitesse du jet et  $V_d$  la vitesse de déplacement de la paroi.

La **figure 4.13** représente l'évolution en fonction du temps de la température et du coefficient d'échange dans le référentiel du cylindre pour un sous refroidissement de 83K, une vitesse de jet de 1,20 m/s et  $r^* = V_s/V_j = 0,61$ . On remarque que durant la phase de refroidissement, le coefficient d'échange présente un maximum. La valeur du coefficient d'échange varie entre 2000 et 10000  $W/m^2K$  dans le régime de convection forcée et reste consignée dans cet intervalle.

<sup>10</sup>signal corrélé avec lui-même

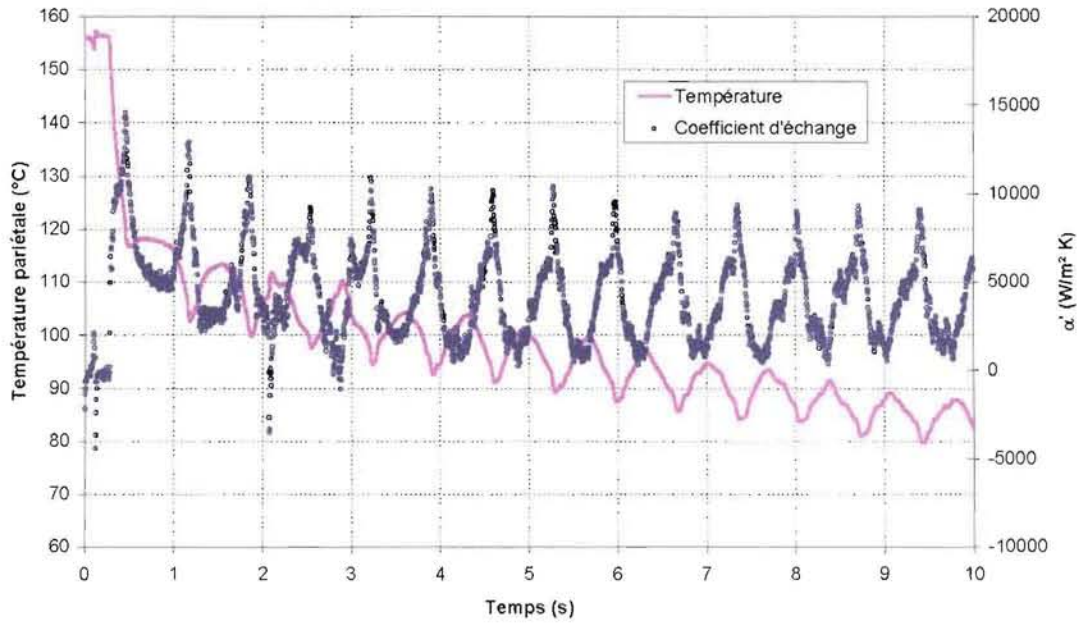


FIG. 4.13 – Variations temporelles de la température et du coefficient d'échange,  $\Delta T_{sub} = 83K$ ,  $V_j = 1,20$  m/s et  $r^* = 0,61$ , d'après Kouachi [2006]

La **figure 4.14** montre l'évolution locale du coefficient d'échange pour différentes valeurs de  $r^*$  avec un sous-refroidissement  $\Delta T_{sub} = 83K$  et une vitesse de jet  $V_j = 1,20$  m/s.

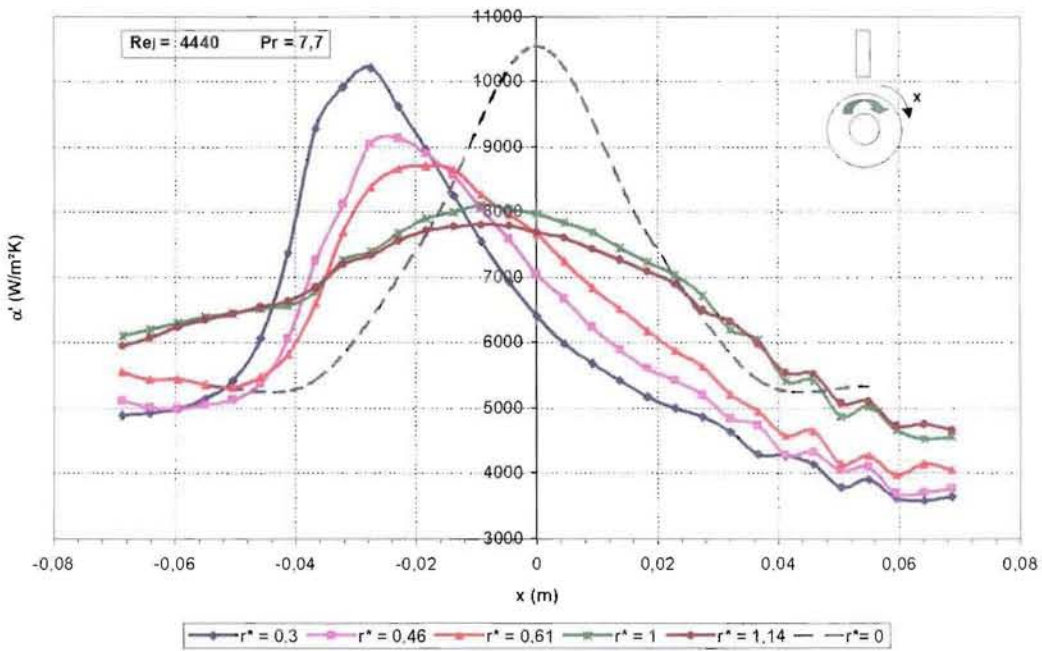


FIG. 4.14 – Evolution locale du coefficient d'échange pour différentes valeurs de  $r^* = V_d/V_j$ ,  $\Delta T_{sub} = 83K$  et  $V_j = 1,20$  m/s, d'après Kouachi [2006]

On remarque une diminution du coefficient de transfert avec le ratio de vitesses  $r^*$ , ce qui doit être lié à la diminution du temps de résidence de l'eau sur la paroi.

De plus, la position du maximum de coefficient d'échange évolue dans le sens de déplacement de la paroi (de  $x = -27,5$  mm à  $r^* = 0,3$  à  $x = -9,6$  mm à  $r^* = 1,14$ ). Dans la gamme de vitesses de paroi utilisées, ces maximums restent localisés en amont de l'axe du jet, c'est-à-dire dans la zone où la vitesse de la paroi et la vitesse du jet sont en contre-courant. Ceci pourrait venir du fait que cette région est propice au développement d'un ressaut hydraulique qui, par le brassage du fluide induit par la décélération de celui-ci, améliore le transfert thermique. La localisation du ressaut hydraulique en fonction de la vitesse de la paroi a été déjà étudié par Gradeck et al. [2006].

Enfin, on constate un aplatissement des courbes lorsque la vitesse de déplacement augmente, ce qui confirme ce que les courbes de température nous avaient fait supposer : une augmentation de la vitesse de déplacement de la paroi  $V_d$  aura un effet « uniformisant » sur les transferts thermiques.

### 4.4.3 Etude de l'ébullition convective

#### Cas du cylindre statique

La **figure 4.15** représente les courbes de refroidissement locales pour une vitesse de jet de 1,20 m/s et un sous-refroidissement de 80K, au point d'impact et à une distance  $x = 1,5$  cm du point d'impact.

On peut voir sur cette figure qu'au point d'impact, la température chute brutalement de 500 à 150°C environ, cette seconde température correspondant à la fin du régime d'ébullition nucléée. Cette chute brutale de la température au point d'impact est due au fort sous-refroidissement du jet ( $\Delta T_{sub} = 80K$ ). La baisse de température à 1,5 cm du point d'impact est beaucoup plus lente, probablement en raison du fait que le régime d'ébullition en film perdure. En effet, la couche de vapeur qui se forme pourrait isoler la paroi du jet, le film liquide ruissellerait donc sur une fine couche de vapeur avec pour conséquence une limitation des transferts. De plus, les transferts sont différents pour les deux positions car à l'impact, le jet a une énergie suffisante pour « casser » cette couche de vapeur.

Les variations temporelles des flux estimés à partir des courbes de température de la **figure 4.15** sont représentées sur la **figure 4.16**.

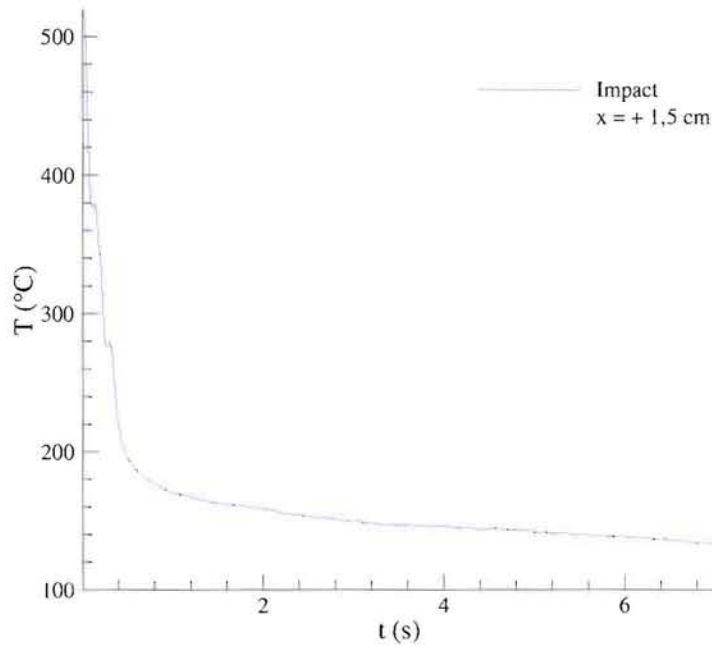


FIG. 4.15 – Evolution temporelle de la température locale,  $\Delta T_{sub} = 80K$  et  $V_j = 1,20$  m/s

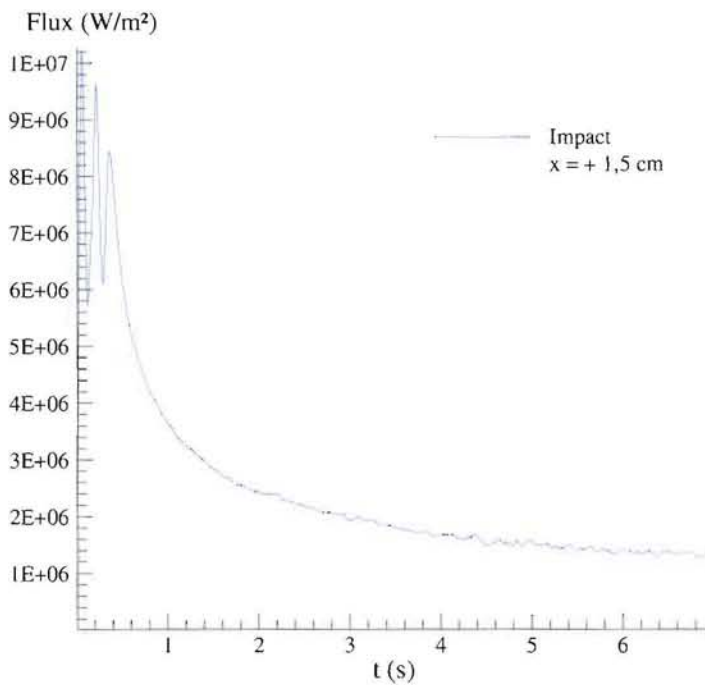


FIG. 4.16 – Variations temporelles de flux locaux,  $\Delta T_{sub} = 80K$  et  $V_j = 1,20$  m/s

On remarque sur cette figure la présence de trois pics dans les premières secondes pour la courbe obtenue à l'impact, et d'un pic pour la courbe obtenue à une distance  $x = 1,5 \text{ cm}$  de l'impact. De manière à identifier le flux critique, nous pouvons montrer simplement à l'aide d'un modèle de petit corps qu'il correspond à un point d'inflexion de la courbe de température.

En effet, si l'on suppose que dans les premières secondes, seule une petite zone autour du point de mesure est perturbée par le jet, un bilan sur la zone en question (de masse  $m$ ) nous donne

$$m c \frac{dT}{dt} = \varphi_{jet} \quad (4.6)$$

soit en dérivant par rapport au temps

$$m c \frac{d^2T}{dt^2} = \frac{d\varphi_{jet}}{dt} \quad (4.7)$$

Ceci montre bien que les maxima et minima de flux sur la **figure 4.16** correspondent aux points d'inflexion des courbes de température de la **figure 4.15**. Si l'on admet que le flux critique à l'impact correspond au troisième maximum, qui apparaît pour des valeurs sensiblement identiques de surchauffes pariétales (de l'ordre de  $120^\circ\text{C}$ ) que le flux critique à  $1,5 \text{ cm}$  de l'impact, on constate qu'il est pratiquement deux fois plus élevé que dans la zone d'écoulement. Ceci est en accord avec les observations de Robidou [2000].

Nous pouvons enfin tracer les courbes d'ébullition locales sur la **figure 4.17**, qui donnent les variations des flux locaux en fonction de la surchauffe pariétale  $\Delta T_{sat} = T_p - T_{sat}$ . On remarque que les courbes d'ébullition sont très différentes dans les deux régions considérées. Si l'on suppose que le flux n'est que fonction de la surchauffe pariétale  $\Delta T_{sat}$  et que l'on tente d'interpréter les évolutions transitoires à l'aide des courbes de Robidou [2000] correspondant au régime permanent, il est possible d'identifier sur la **figure 4.17** les régimes d'ébullition de transition (noté T) et d'ébullition nucléée (noté EN), ainsi que le flux critique (FC).

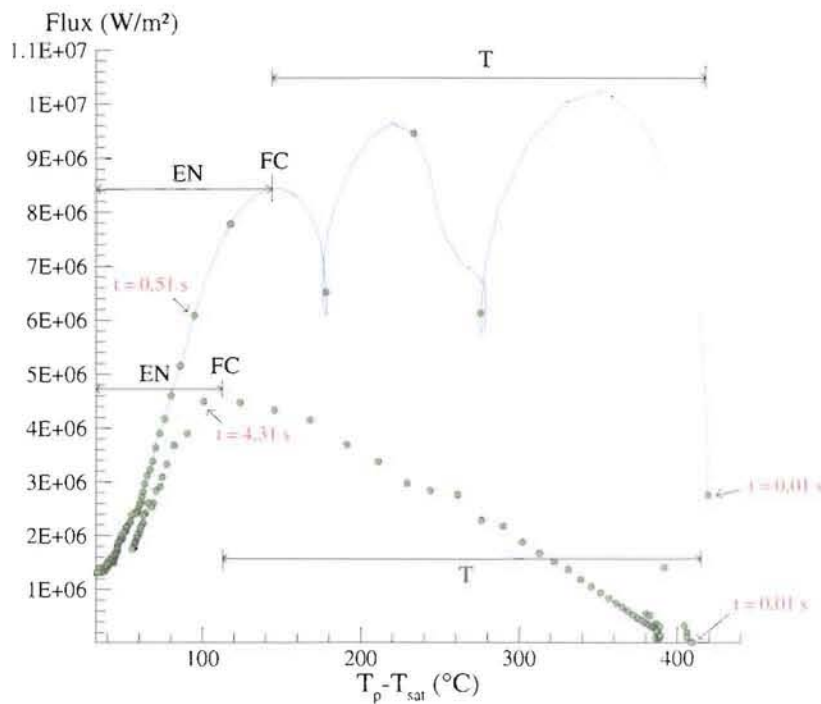


FIG. 4.17 – Courbes d'ébullition locales, à l'impact (courbe bleue) et à 1,5 cm de l'impact (courbe rose);  $\Delta T_{sub} = 80K$  et  $V_j = 1,20$  m/s; EN : Ebullition Nuclée, FC : Flux Critique, T : régime de Transition

La zone transitoire de montée rapide du flux observée au début du refroidissement, notamment à l'impact, correspond au mouillage initial de la paroi. Elle résulte du premier contact de l'eau avec la surface du cylindre suivi d'une mise en équilibre thermique de la paroi.

Le régime de transition se caractérise à l'impact par une remontée du flux après le flux critique (premier maximum), qui n'apparaît pas à une distance de 1,5 cm de l'impact où la courbe a une allure plus proche de celle obtenue en ébullition en vase (courbe de Nukiyama). Cette remontée du flux à l'impact est assimilable au « plateau de flux », qui aurait pour cause l'apparition d'instabilités aux interfaces des bulles selon Seiler Marie [2003]. Une autre interprétation possible serait que ces « instabilités » (les 3 extrema de flux) pourraient provenir d'un problème de couplage fluide – paroi : dans cette gamme de surchauffe, après le premier maximum de flux, la paroi est incapable de fournir localement et instantanément l'énergie nécessaire à l'ébullition qui est imposée par la thermodynamique, ce qui introduit un retard diffusif correspondant à la durée séparant ces maxima ( $\approx 0,3$  s).

En considérant cette durée comme le temps caractéristique du système  $t_{car}$ , il est alors possible d'estimer l'épaisseur de la couche de Nickel « perturbée » par le jet à l'aide de la relation :

$$e = \sqrt{a t_{car}} \quad (4.8)$$

On obtient une épaisseur  $e$  de l'ordre de 1,7 mm.

Nous pouvons enfin noter l'existence simultanée de plusieurs régimes d'ébullition sur la surface. En effet, le régime d'ébullition nucléée est déjà atteint à l'impact au bout d'un temps  $t = 0,51 s$  alors que le régime de transition est toujours présent au même instant à 1,5 cm de l'impact. A cette position, le régime d'ébullition nucléée ne débute qu'à partir de  $t = 4,31 s$  environ. Dans les deux cas, le régime d'ébullition nucléée perdure jusqu'à des surchauffes d'une cinquantaine de degrés, et peut-être moins.

Bien que les conditions expérimentales aient été différentes (des courbes d'ébullition mesurées en régime transitoire peuvent-elles être utilisées pour simuler l'ébullition en régime permanent ?), nos courbes sont donc qualitativement comparables à celles observées dans Robidou et al. [2002]. Les instabilités que nous constatons dans le régime de transition paraissent cependant moins aléatoires que celle de Robidou ; ceci pourrait être dû à l'épaisseur de notre paroi qui a tendance à « tamponner » les fluctuations de haute fréquence (effet capacitif).

### Cas du cylindre en rotation

Nous nous contenterons ici de présenter les courbes relatives à l'influence de la vitesse de déplacement de la paroi sur les courbes de refroidissement (**figure 4.18**) et d'ébullition (**figure 4.19**) pour un point situé sous l'axe du jet, obtenues par application de notre algorithme d'inversion 1D local sur les données mesurées par A. Kouachi.

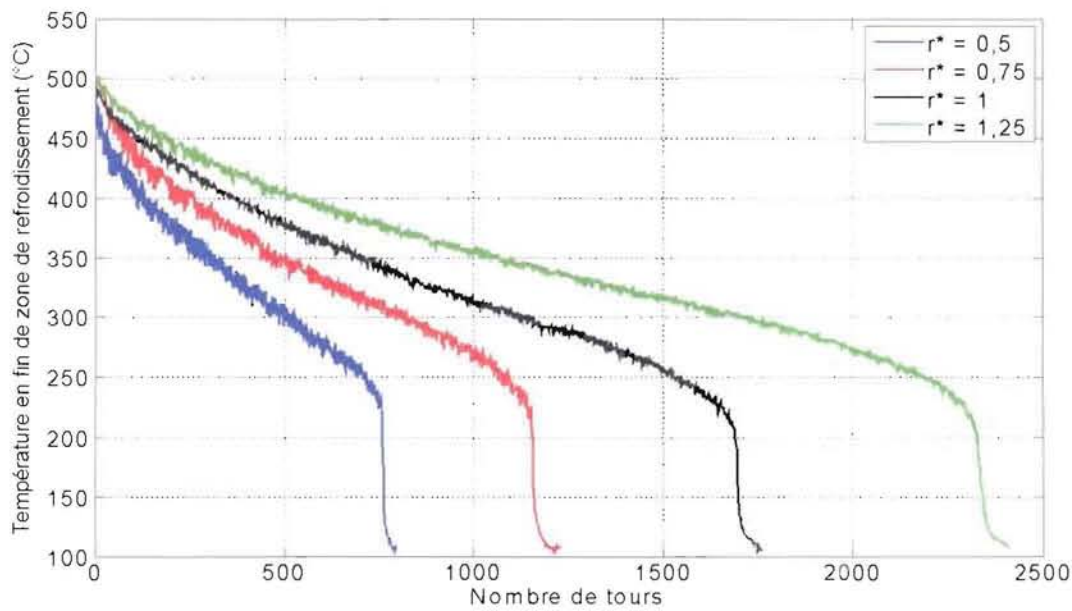


FIG. 4.18 – Température en sortie de la zone de refroidissement en fonction du nombre de tours,  $V_j = 1,06 \text{ m/s}$  et  $\Delta T_{sub} = 18K$ , Kouachi [2006]

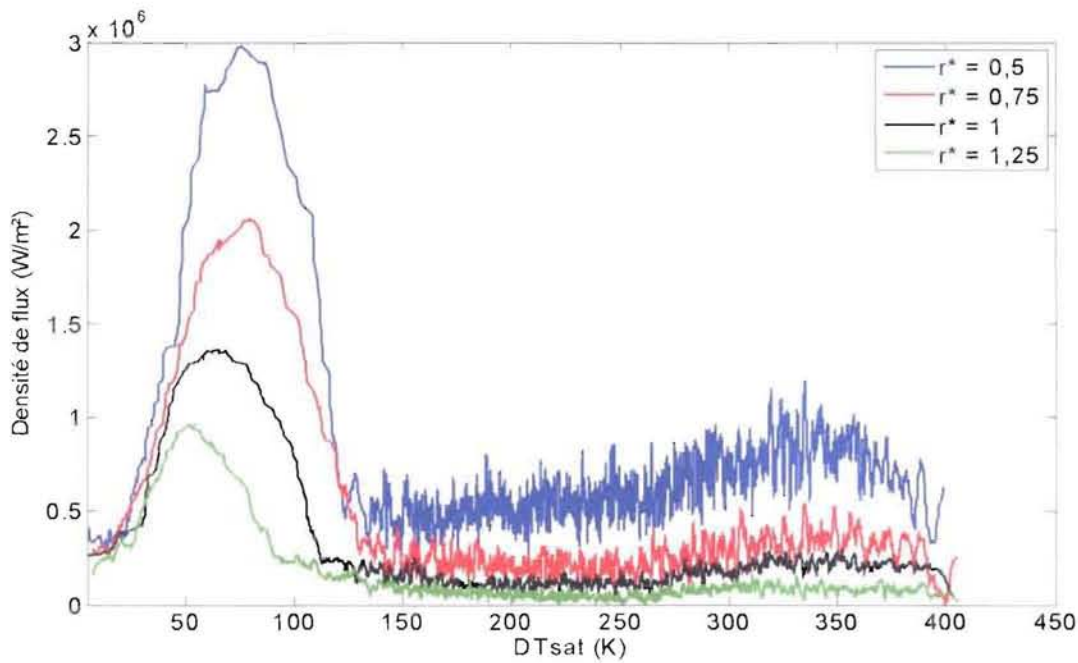


FIG. 4.19 – Influence de la vitesse de la paroi  $V_d = r^* \times V_j$  sous l'axe du jet,  $V_j = 1,06 \text{ m/s}$  et  $\Delta T_{sub} = 18K$ , Kouachi [2006]

Les courbes de la **figure 4.18** mettent en évidence l'influence sur le refroidissement



du temps de résidence de la paroi sous le jet. En effet, comme l'on pouvait s'y attendre, une augmentation de la vitesse de défilement diminue le temps de résidence sous le jet de chaque point de la paroi, d'où un refroidissement plus lent : il faudra donc qu'un point passe plus souvent sous le jet pour que le régime d'ébullition en film disparaisse.

Sur la **figure 4.19**, on observe tout d'abord le peu d'influence de la vitesse de la paroi sur le régime d'ébullition nucléées. Cela peut être dû à une compensation de la réduction de la taille des bulles émises par une hausse de leur fréquence d'émission.

Il apparaît ensuite que le flux critique est une fonction décroissante de la vitesse de la paroi. Ceci serait essentiellement dû au film de vapeur dont l'épaisseur est influencée par l'hydrodynamique du jet. En effet, au niveau de l'axe du jet, la décélération du fluide sera plus accentuée lorsque la vitesse de la paroi augmentera, ce qui va contribuer à la croissance du film de vapeur et donc à une diminution du flux critique.

Enfin, cette croissance du film de vapeur avec l'augmentation de la vitesse de la paroi aura pour effet une décroissance du flux extrait dans le régime d'ébullition en film. Il nous est d'ailleurs possible d'estimer l'épaisseur du film de vapeur  $e_{film}$ . En effet, le flux  $\varphi_p$  extrait en ébullition en film est lié à l'épaisseur de celui-ci par la relation

$$\varphi_p = \frac{\lambda_v}{e_{film}} \Delta T_{sat} + \underbrace{\epsilon \sigma_B (T_p^4 - T_\infty^4)}_{\varphi_{rad}} \quad (4.9)$$

où

- $\epsilon$  est l'émissivité de la paroi,
- $\sigma_B = 5,67 \cdot 10^{-8} W m^{-2} K^{-4}$  est la constante de Stefan-Boltzmann,
- $\lambda_v$  est la conductivité thermique de la vapeur, prise à la température du film  $T_{film}$  égale à  $\frac{T_p + T_{sat}}{2}$ .

On a donc

$$e_{film} = \frac{\lambda_v}{\varphi_p - \varphi_{rad}} \Delta T_{sat} \quad (4.10)$$

Pour  $r^* = 0,5$ , avec une valeur de  $\varphi_p$  égale à  $10^6 W m^{-2}$ , une émissivité  $\epsilon$  égale à 1 et une température de paroi  $T_p = 430^\circ C$ , on obtient avec  $\lambda_v = 0,036 W m^{-1} K^{-1}$  une valeur de l'épaisseur de film  $e_{film} = 12 \mu m$ . Dans le cas où  $r^* = 1,25$ , donc pour une vitesse de déplacement de la paroi 2,5 fois plus élevée, la valeur de l'épaisseur de film passe à  $86 \mu m$ , d'où la plus faible valeur du flux extrait en ébullition en film dans ce cas.

Ces remarques ne concernent bien évidemment que la zone située sous l'axe du jet, et il serait intéressant de vérifier l'influence de la vitesse de déplacement sur l'épaisseur du film de vapeur pour un point situé en dehors de cette zone.

## 4.5 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons pu procéder à une étude des régimes d'ébullition sur la surface d'un cylindre en rotation refroidi par un jet impactant. Nous nous sommes limités à la présentation de quelques cas, et avons tenté de donner quelques explications physiques des phénomènes observés, sans nous pencher sur les aspects « corrélacionnels » souvent liés à ce genre d'études.

Dans le cas d'une surface statique, nos inversions donnent des résultats similaires à ceux de la littérature, avec notamment la mise en évidence d'un plateau de flux – ou tout du moins d'instabilités de flux dans le régime de transition – dans la zone d'impact du jet. La mise en évidence d'une corrélation entre les flux extraits au cours du temps à des positions différentes sur la paroi, a également été effectuée.

Il ressort également de nos inversions expérimentales que le déplacement de la paroi aura une influence non négligeable sur les transferts de chaleur qui ne seront plus symétriques de part et d'autre du point de stagnation. La vitesse de la paroi va également influencer sur la position du maximum du coefficient d'échange dans le régime de convection monophasique (voir **figure 4.14**), et sur l'épaisseur de la couche de vapeur dans le régime d'ébullition en film. L'influence d'autres paramètres tels que la vitesse du jet ou la température de celui-ci, a pu être quantifiée dans la thèse de Kouachi [2006] par application de notre algorithme d'inversion 1D local.

Pour notre part, nous avons essentiellement souligné les possibilités qu'offrent les techniques inverses en matière d'estimation de flux lorsque d'autres techniques s'avèrent inexploitablees en pratique. Nous avons ainsi pu valider expérimentalement notre algorithme d'inversion 1D, tout en soulignant l'intérêt que peuvent présenter les techniques inverses.

## Conclusion de la partie II

Cette seconde partie concernait tout d'abord les aspects généraux liés au refroidissement diphasique, puis traitait du cas particulier de l'estimation des flux locaux extraits lors de l'impact d'un jet d'eau sur un cylindre en rotation.

Le premier chapitre a permis de se familiariser avec le vocabulaire et les phénomènes physiques liés à l'ébullition. Dans ce chapitre, nous avons notamment insisté sur des notions importantes telles que le phénomène de nucléation et les régimes d'ébullition, et sur les avantages que présente le refroidissement par jets par rapport au refroidissement en vase.

Une présentation non exhaustive de nombreuses études liées au refroidissement diphasique a permis de mettre en avant l'intérêt que peut porter la communauté scientifique à ce phénomène, tout en soulignant les difficultés pratiques que l'on peut rencontrer lorsque l'on se penche sur le sujet. Ces difficultés sont essentiellement d'ordre métrologique, les méthodes de mesure étant souvent bien trop limitées pour permettre une connaissance précise des phénomènes liés aux transferts thermiques surfaciques lors de l'ébullition.

En ce qui concerne le second chapitre de cette partie, il expose les résultats obtenus lorsque nous appliquons notre algorithme d'inversion à des données expérimentales. Ces données concernent le refroidissement par jet d'un cylindre en rotation porté à hautes températures, le dispositif expérimental devant permettre de simuler le phénomène de refroidissement des produits plats de sidérurgie au cours du procédé industriel de laminage.

Nous avons ainsi pu tester expérimentalement notre algorithme, tout en montrant l'intérêt – et parfois la nécessité – d'utiliser une méthode inverse analytique lorsqu'une méthode numérique est trop coûteuse en termes de temps de calculs. Nous avons également discuté les résultats obtenus dans les différents régimes d'ébullition, pour une surface fixe ainsi que pour une surface mobile.

Il ressort que notre approche basée sur une méthode de conduction inverse semi-analytique, permet d'améliorer les connaissances sur le refroidissement par jet.



## Références bibliographiques

**Bankoff, S. G., [1957]** : *Ebullition from solid surface in the absence of a pre-existing gaseous phase*, Transaction ASME, Vol. 79, pages 735–740.

**Bankoff, S.G., [1958]** : *Entrapment of gas in the spreading of liquid over a rough surface*, Americ. Institute Chem. Eng. J., Vol. 4, pages 24–26.

**Benoit, S., [2003]** : *La nucleation*, Ecole d'automne, Cargèse, France.

**Berenson, P.J., [1961]** : *Experiments on pool-boiling heat transfer*, J. Heat Transfer, Vol. 3, pages 351–358.

**Berenson, P.J., [1962]** : *Film boiling heat transfer from a horizontal surface*, Int. J. Heat and Mass Transfer, Vol. 5, pages 985–999.

**Breen, B.P. et Westwater, J.W., [1962]** : *Effect of diameter of horizontal tube on film boiling heat transfer*, Chem. Eng. Progr. Vol. 58, N°7, pages 67–72.

**Carey, V.P., [1992]** : *Liquid-Vapor Phase Change Phenomena*, Taylor and Francis, Washington, D.C.

**Chen, S-J., Kothari, J. et Tseng, A.A., [1991]** : *Cooling of a moving plate an impinging circular water jet*, Experimental Thermal and Fluid Science, Vol. 4, pages 343–353.

**Cooper, M.G., [1984]** : *Heat flow rates in saturated nucleate pool boiling – A wide-ranging examination using reduced properties*. Advances in Heat Transfer, Academic Press, Orlando, Vol. 16, pages 157–239.

**Downs, S.J. et James, E.H., [1987]** : *Jet impingement heat transfer - A literature survey*, National Heat Transfer Conference, Pittsburgh, Pennsylvania.

**Fritz, W., [1935]** : *Maximum volume of vapor bubbles*, Physik Zeitschr, pages 379–384.

**Gradeck, M., Kouachi A., Dani A., Arnoult D. et Boréan, J. L., [2006]** : *Experimental and numerical study of the hydraulic jump of an impinging jet on a moving surface*, Exp. Therm. Fluid Sc., Vol. 30, pages 193–201.

**Griffith, P. et Wallis, J.D., [1960]** : *The role of surface conditions in nucleate boiling*. Chemical Engineering Proj. Symposium, Vol. 30, pages 49–63.

**Han, C. H. et Griffith, P., [1965]** : *The Mechanism of Heat Transfer in Nucleate Pool Boiling*, Int. J. Heat Mass Transfer, Vol. 8, pages 887–914.

**Hetsroni, G., [1982]** : *Handbook of multiphase systems*, Hemisphere Publishing Corporation, McGraw-Hill Company.

**Hsu, Y.Y. et Westwater, J.W., [1960]** : *Approximate theory for film boiling on vertical surfaces*, Chem Eng Prog Symp Ser, Vol. 56, N°30.

**Ishigai, S., Nakanishi, A et Ochi, T., [1978]** : *Boiling heat transfer for a plane water jet impinging on a hot surface*, 6th International Heat Transfer Conference, Vol. 1, FB 30, pages 445—450.

**Ishigai, S. et Mizuno, M., [1979]** : *Boiling heat transfer with an impinging jet (about the critical heat flux)*, Reprint of JSME, pages 139–142.

**Kandlikar, S.G., Shoji, M. et Dhir, V.K., [1999]** : *Handbook of phase change : boiling and condensation*, Editions Taylor et Francis.

**Köberle, K. et Auracher, H., [1993]** : *Temperature controlled measurements of the critical heat flux on microelectronic heat sources in natural convection and jet impingement cooling*, Eurotherm Seminar No. 29, Thermal Management of Electronic Systems.

**Kokado, J.I., Hatta, N., Takuda, H., Harada, J. et Yasuhira, N., [1984]** : *An analysis of film boiling phenomena of subcooled water spreading radially on a hot steel plate*, Arch. Eisenhüttenwes, Vol. 55, No. 3, pages 113–118.

**Kouachi, A., [2006]** : *Etude expérimentale de l'ébullition convective d'un jet d'eau plan impactant une surface mobile portée à hautes températures*, Thèse de doctorat Université Henri Poincaré, Nancy 1.

---

**Kutateladze, S.S., [1948]** : *On the transition to film boiling under natural convection*, Kotloturbostroenie, Vol. 10.

**Lienhard, J.H. et Dhir, V.K., [1973]** : *Hydrodynamic prediction of peak pool-boiling heat transfer from finite bodies*, J. Heat Transfer, Vol. 95, pages 152–158.

**Liu, X., Lienhard, V.J.H. et Lombara, J.S., [1991]** : *Convective heat transfer by impingement of circular liquid jets*, J. Heat Transfer, Vol. 113, pages 571–582.

**Lorenz, J.J., Mikic, B.B. et Rohsenow, W.M., [1974]** : Proceedings of the Fifth Int. Heat Transfer Conf.

**Monde, M., Wang, X. et Mitsutake, Y., [1997]** : *Critical heat flux in forced convective subcooled boiling with a plane jet (Effect of subcooling on CHF)*, Engineering Foundation, Proceedings of Convective Flow and Pool Boiling Conference, May 18–23, Kloster IRSEE Germany.

**Nukiyama, S., [1934]** : *The maximum and the minimum values of the heat flux transmitted from metal to boiling water under atmospheric pressure*, J. Japan Society of Mechanical Engineers, Vol. 37, pages 367–374.

**Ochi, T., Nakanishi, S., Kaji, M. et Ishigai, S., [1984]** : *Cooling of a hot plate with an impinging circular water jet*, Multiphase Flow and Heat Transfer III Part A : Fundamentals, pages 671–681.

**Robidou, H., [2000]** : *Etude expérimentale du refroidissement diphasique à haute température par jet d'eau impactant*, Thèse de doctorat Université Henri Poincaré, Nancy 1.

**Rohsenow, W.M., [1973]** : *Boiling in : Handbook of heat transfer*, Editions W.M. Rohsenow, J.P. Hartnett et McGraw Hill.

**Sacadura, J.F., [1993]** : *Initiation aux transferts thermiques*, Technique et Documentation, Paris.

**Stephan, K. et Abdelsalam, M., [1980]** : *Heat transfer correlations for natural convection boiling*, Int. J. Heat Mass Transfer, Vol. 23, pages 73–87.

**Stephan, K., [1992]** : *Heat transfer in condensation and boiling*, Springer-Verlag.

**Vader, D.T., [1988]** : *Convective boiling heat transfer from a heated surface to an impinging planar jet of water*, Ph. D., Purdue University, 1988.

**Wang, C.H. et Dhir, V.K., [1993]** : *On the gas entrapment and nucleation site density during pool boiling of saturated water*, J. Heat Transfer, Vol. 115, pages 670–679.

**Wang, E. N., Zhang, L., Jiang, L., Koo, J. M., Maveety, J., Sanchez, E., Goodson, K. E. et Kenny, T. W., [2004]** : *Micromachined jets for liquid impingement cooling of VLSI chips*, J. Microelectromech. Syst., Vol. 13, pages 833–842.

**Wolf, D.H., [1993]** : *Turbulent development in a free surface jet and impingement boiling heat transfer*, Ph. D., Purdue University.

**Wolf, D.H., Incropera, F.P. et Viskanta, R., [1996a]** : *Local jet impingement boiling heat transfer*, Int. J. Heat and Mass Transfer, Vol. 39, No. 7, pages 1395–1406.

**Wolf, D. H., Incropera, F. P. et Viskanta, R., [1996b]** : *Jet impingement boiling*, Advances in Heat Transfer, Vol. 23, No. 7, pages 1395–1406.

**Zaghdoudi, M.C. et Lallemand, M., [2001]** : *Nucleate pool boiling under DC electric field*, Experimental Heat Transfer, Vol. 14, pages 157–180.

**Zuber, N., [1959]** : *Hydrodynamic aspects of boiling heat transfer*, AEC Rep, AECU-4439.

**Zuber, N., [1963]** : *Nucleate boiling – the region of isolated bubbles – similarity with natural convection*, Int. J. Heat Mass Transfer, Vol. 53.

**Zumbrunnen, D.A., [1988]** : *A study of heat transfer from stationary and moving plates cooled by planar jets of water*, Ph. D., Purdue University.



## Conclusion générale et perspectives



# Conclusion

Ce travail, motivé par un besoin industriel, avait pour objectif la mise au point d'une méthodologie de mesure indirecte des flux extraits à la périphérie d'un cylindre en rotation refroidi par un jet d'eau. Fournir ce type de mesures sur une large gamme de températures correspondant à l'ébullition nécessite le développement d'une méthode d'estimation stable, étroitement associée à un banc et à une procédure expérimentale spécifique. L'application de cette méthode permet ensuite de mieux comprendre les phénomènes générés par la convection monophasique et l'ébullition convective sur le cylindre fixe ou en rotation.

Le premier volet de notre étude a consisté à faire tout d'abord un tour d'horizon sur les méthodes inverses en thermique. Nous avons ensuite développé un modèle semi-analytique permettant de résoudre le problème direct, c'est-à-dire de simuler le champ de température induit par un flux surfacique pariétal sur un cylindre en rotation chauffé intérieurement, ce flux étant appliqué à l'instant initial sur le cylindre en régime thermique préalablement établi. Nous avons ensuite mis au point une méthode de conduction inverse linéaire permettant de remonter au flux pariétal à partir de mesures de température effectuées en proche paroi. Notre méthode d'inversion sur ce modèle semi-analytique a été testée sur des simulations numériques de températures bruitées. Une attention particulière a été portée sur les « problèmes » susceptibles d'apparaître durant la phase d'expérimentation. Nous avons ainsi étudié le biais introduit par une mauvaise connaissance du rayon d'implantation du capteur de température. Par ailleurs, nous avons montré que l'hypothèse d'une conductivité thermique indépendante de la température n'introduisait pas d'erreur notable dans le cas d'un cylindre en Nickel.

Il ressort de toutes ces simulations que notre algorithme est en mesure d'estimer dans cette configuration et de façon satisfaisante, la condition de flux pariétal à la périphérie du cylindre **et ceci indépendamment du phénomène physique qui induit ce flux**. Ceci provient du caractère relativement bien posé du problème inverse, qui est lié à la faible profondeur d'implantation des thermocouples. Dans le cadre de ce travail, le flux à estimer est le flux de refroidissement induit par l'impact d'un jet d'eau sur un cylindre en rotation, mais le champ d'applications potentielles est évidemment bien plus vaste (frei-

nage, usinage, ...).

Le second volet de notre étude est dévolu à l'application expérimentale de notre méthode inverse, qui consiste à étudier le refroidissement par jet d'un cylindre en rotation porté à hautes températures. Après une étude bibliographique des transferts de chaleur par ébullition et par jet impactant, nous avons cherché à appliquer l'approche méthodologique de la partie I dans différents cas de figure : le cas d'un cylindre statique, puis en rotation, et pour des niveaux de température correspondant à la convection monophasique puis aux différents régimes d'ébullition.

Pour une paroi statique, nos inversions donnent des résultats comparables à ceux de la littérature, en régime de convection monophasique comme dans le cas de l'ébullition convective. Dans ce dernier cas, nous avons observé la présence d'instabilités dans le régime de transition au niveau de la zone d'impact du jet ; la courbe estimée en dehors de la zone d'impact est quant à elle similaire à celle obtenue en ébullition en vase. Les instabilités observées à l'impact paraissent moins aléatoires que celles usuellement rencontrées, ce qui pourrait être dû à l'effet capacitif de notre cylindre. L'existence d'une corrélation entre les flux extraits au cours du temps à des positions différentes sur la paroi a également été mise en évidence par le tracé de la fonction de corrélation, ce qui pourrait permettre d'estimer la vitesse de propagation des ondes de surface.

Pour une paroi mobile, il ressort de nos inversions expérimentales que le déplacement de la paroi a une influence non négligeable sur les transferts de chaleur. En effet, le défilement de la paroi rend les phénomènes surfaciques dissymétriques sur le plan dynamique, et donc dissymétriques sur le plan des transferts. Dans le cas de la convection monophasique, nous avons montré que la position du maximum de coefficient d'échange évoluait dans le sens de déplacement de la paroi, et coïncidait avec la zone de développement du ressaut hydraulique engendré par le défilement. En ce qui concerne l'ébullition convective, le tracé des courbes d'ébullition montre que l'augmentation de la vitesse entraîne globalement une diminution des transferts, sauf dans le régime d'ébullition nucléée où la vitesse ne semble pas avoir d'influence. Cette diminution des transferts pourrait être liée au temps de résidence de l'eau sur la paroi, ainsi qu'à l'augmentation de l'épaisseur de la couche de vapeur dans le régime d'ébullition en film. Cette épaisseur a pu être évaluée dans la zone d'impact, et il pourrait être intéressant d'étudier son évolution le long de la paroi.

Nous avons donc montré que notre approche basée sur une méthode de conduction

---

inverse semi-analytique, permettait d'améliorer les connaissances sur le refroidissement par jets avec des temps de calculs raisonnables.

Les perspectives qui s'ouvrent dans le prolongement de ce travail sont les suivantes :

- Concernant la méthode d'identification elle-même, il serait bon de pouvoir utiliser l'algorithme basé sur un modèle bidimensionnel, en considérant par exemple un cylindre présentant une répartition équirépartie des thermocouples en proche paroi. En effet, si le modèle 1D semble plutôt satisfaisant, il introduit un biais qui se dégrade lorsque la vitesse de rotation du cylindre diminue.
- D'un point de vue plus fondamental, nous nous interrogeons sur l'éventuel caractère intrinsèque des courbes d'ébullition dans le cas de l'ébullition convective en régime transitoire. Ces courbes température pariétale-flux extrait sont-elles indépendantes du mode de chauffage et de la nature et de l'épaisseur du matériau sous-jacent, ou traduisent-elles plutôt un couplage thermique avec la paroi ? Des essais comparatifs avec ou sans maintien du chauffage interne après impact du jet devrait permettre d'apporter des éléments de réponse à cette question.
- Enfin, il serait intéressant de pouvoir réaliser des mesures de la répartition liquide-vapeur à la surface des échantillons. De telles mesures pourraient permettre une meilleure compréhension des phénomènes d'ébullition qui ont lieu en surface, les explications actuelles étant souvent de l'ordre de la spéculation. Nous pensons en particulier à une meilleure caractérisation du régime d'ébullition de transition qui requiert une observation de l'ébullition par émission de microbulles. Ce type d'observation pourrait permettre de déterminer l'épaisseur du film de vapeur et de constater comment évolue le film le long de la surface. Cependant, les températures pariétales étant très élevées, il n'est pas envisageable d'utiliser des sondes optiques classiques en fibre de verre. La sonde devrait donc être développée dans un matériau pouvant résister à ces températures. Une autre possibilité serait de diminuer la quantité d'eau utilisée pour le refroidissement en remplaçant le jet à surface libre par un spray par exemple ; ceci serait en outre avantageux en termes d'économie d'eau. Des mesures par méthodes optiques permettraient alors de connaître avec précision la répartition liquide-vapeur à la surface.



# Annexes





# Annexe A

## Dispositif expérimental

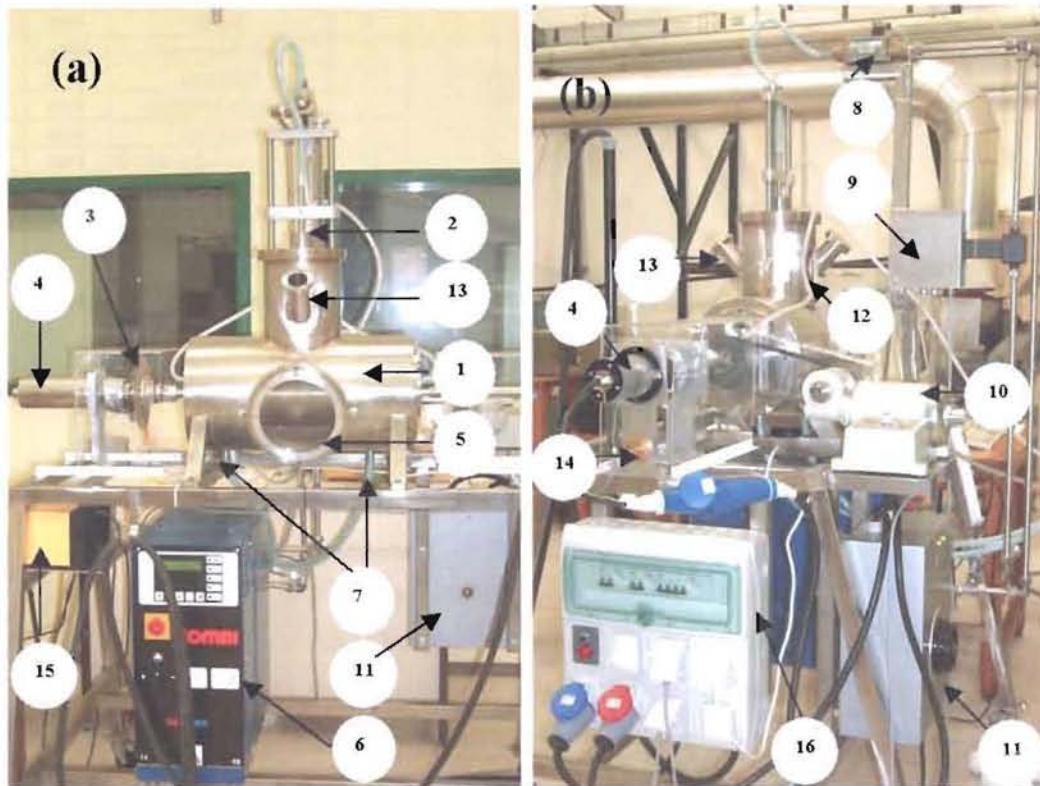


FIG. A.1 – Photos du dispositif expérimental

### A.0.1 Réservoir d'ébullition

Les différentes pièces constituant le dispositif expérimental sont visibles sur la **photo A.1**. Constituant la pièce principale du dispositif expérimental, le réservoir d'ébullition (1) contient le cylindre chauffant (tournant) ainsi que le jet impactant (2) de section plane  $720 \text{ mm}^2$  dont  $4 \text{ mm}$  d'épaisseur. Ce réservoir cylindrique constitué de deux cylindres à axes perpendiculaires est construit en acier inoxydable. Un hublot de visualisation (5) permet d'observer le processus d'ébullition dans la mesure du possible et la qualité de la nappe de jet. Quatre ouvertures dont deux sur la partie supérieure (13) permettent l'évacuation de l'eau en phase vapeur après ébullition, la phase liquide est récupéré dans

la partie inférieure (8). La **figure A.2** représente le réservoir d'ébullition.

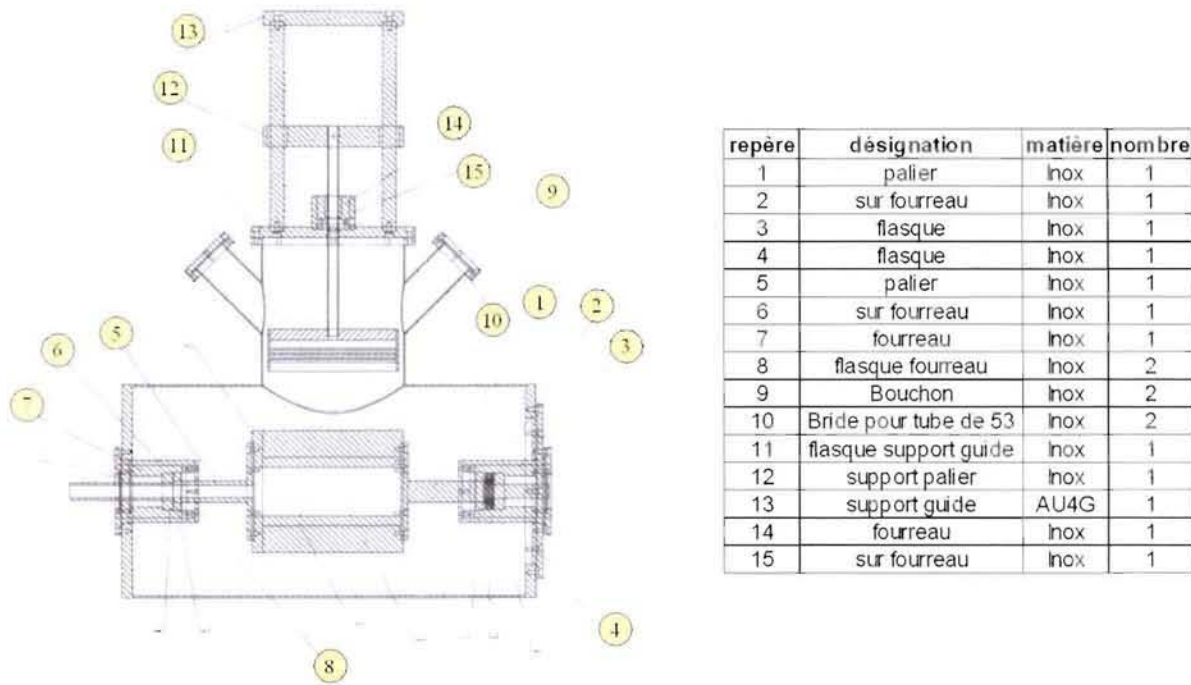


FIG. A.2 – Réservoir d'ébullition

Le cylindre chauffant est en Nickel 201 (Nickel non allié) (diamètre ext. : 175 mm ; diamètre int. : 100 mm ; Longueur : 200 mm). Le chauffage de cette pièce à la température souhaitée est assuré par trois résistances électriques qui sont bobinées sur un autre cylindre en Nickel qui est lui-même ajusté au cylindre principal (externe). Un chauffage à densité de flux constant est donc assuré. Les résistances peuvent dissiper 2000 W chacune grâce au variateur de puissance. Deux flasques en acier inoxydable sont disposées de part et d'autre du cylindre afin d'isoler thermiquement le cylindre principal et de le centrer mécaniquement afin d'éviter les balourds. Un dispositif de rattrapage automatique de jeu est implanté dans un palier afin de permettre au système de se dilater sans engendrer de contraintes supplémentaires au dispositif.

En ce qui concerne l'instrumentation, 24 thermocouples de type N " Nicrosil-Nisil " (chez TC DIRECT) et de diamètre 0,5 mm sont implantés en proche paroi externe sur la demi longueur du cylindre chauffant ; ils sont logés dans des saignées de profondeur 0,7 mm. Cette configuration permettra de négliger les effets perturbateurs des bords. Un revêtement en Ni (Ni électrolytique) d'une centaine de micron d'épaisseur a été déposé afin d'assurer leur maintien mécanique et d'assurer un bon contact thermique. La puissance

électrique est fournie aux résistances au moyen de contacts tournants. Les signaux pré-amplifiés des thermocouples (une amplification du signal (3) est embarquée sur l'arbre tournant) sont eux aussi transmis par l'intermédiaire de contacts tournants (4).

## A.0.2 Boucle de refroidissement

La figure A.3 représente la boucle de refroidissement associée au dispositif expérimental.

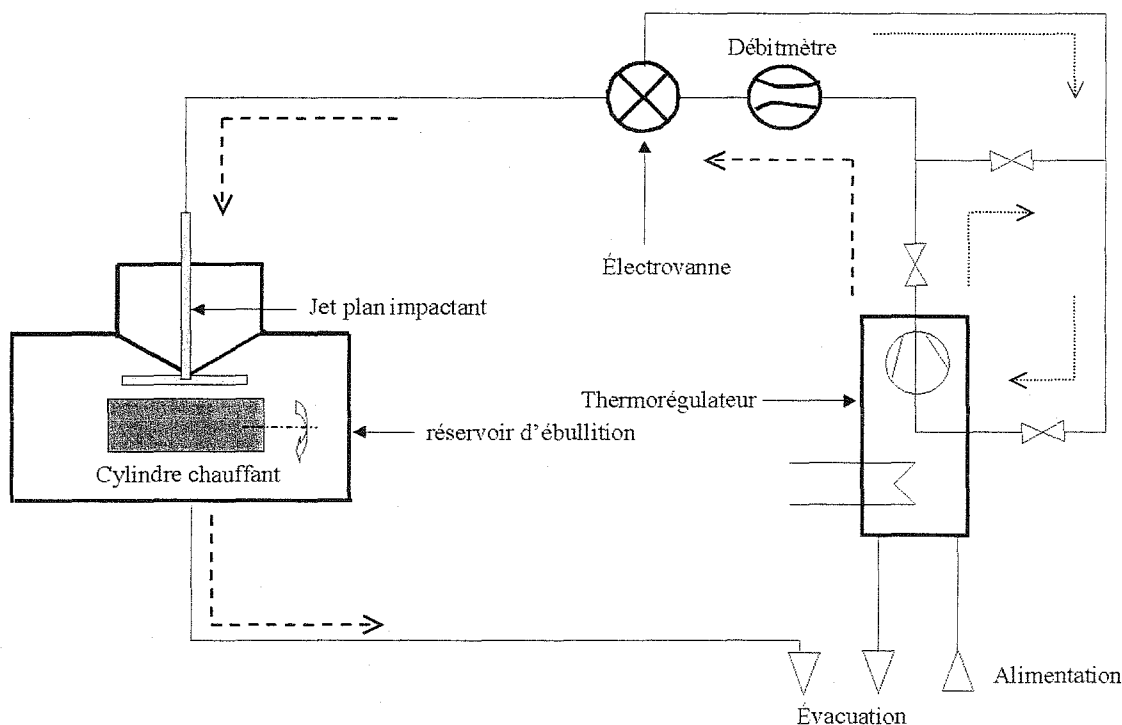


FIG. A.3 – Boucle de refroidissement

Au niveau de la boucle principale, l'eau arrive sur le cylindre chauffant après l'ouverture de l'électrovanne commandé par un interrupteur et alimentée sous 24 Volts avec un courant de 5A. Une partie de l'eau s'évapore et l'autre partie est évacuée.

Le débit de l'eau en sortie de buse est mesuré grâce à un débitmètre préalablement étalonné, ce qui permet de déduire la vitesse débitante du jet. L'eau en sortie de buse est réglée à une température pouvant atteindre 95°C grâce au thermorégulateur qui délivre une puissance maximale de chauffage de 12 kW.

Le thermorégulateur est doté d'une pompe de circulation pouvant délivrer un débit maximum de 60 l/min. Le bac tampon du thermorégulateur a une capacité de 20 litres.

Monsieur VOLLE Fabien

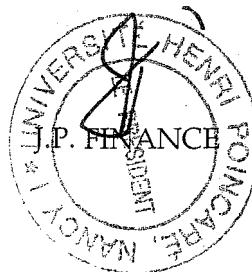
DOCTORAT DE L'UNIVERSITE HENRI POINCARÉ, NANCY 1

en MECANIQUE & ENERGETIQUE

VU, APPROUVÉ ET PERMIS D'IMPRIMER *14°/1338*

Nancy, le *13/12/06*

Le Président de l'Université



# Résumé

Dans le cadre de cette thèse, nous nous intéressons au problème du refroidissement par impact de jet d'une surface en défilement portée à haute température. Il s'agit de mieux appréhender les mécanismes d'ébullition résultant de l'interaction entre le jet et la paroi. L'application industrielle visée est liée à l'industrie métallurgique. Elle concerne le processus de laminage à chaud, durant lequel des plaques d'acier portées à des températures comprises entre 750 et 1000°C subissent une trempe (jets à environ 75°C) dont la cinétique conditionne la microstructure du produit sidérurgique et détermine par conséquent ses propriétés mécaniques.

Notre objectif est de mettre au point une méthodologie de mesure des flux extraits lors de l'impact d'un jet sur une surface en défilement. Fournir ce type de mesures sur une large gamme de températures correspondant à l'ébullition nécessite le développement d'une méthode d'estimation stable, étroitement associée à un banc et à une procédure expérimentale spécifique.

La méthode proposée consiste à analyser des réponses en température mesurées sur un cylindre solide en rotation et impacté par un jet. Une transformation de Fourier est appliquée à la transformée de Laplace des signaux fournis par plusieurs thermocouples implantés en proche paroi. Dans le cas où le problème est considéré comme linéaire, une relation explicite entre la transformée de Laplace-Fourier de la température interne et la transformée de Fourier de la distribution temporelle de flux de chaleur pariétal peut être trouvée. L'inversion de cette relation fournit un algorithme explicite permettant d'estimer aisément les distributions spatiale et temporelle de flux de chaleur pariétal. Des simulations d'inversion ainsi que des mesures réelles sont présentées : elles montrent la robustesse de la technique d'inversion et permettent d'étudier l'influence sur les transferts de paramètres tels la vitesse, la température du jet et la vitesse de défilement de la paroi.

**Mots-clés:** Conduction inverse, Refroidissement par jet impactant, Transferts de chaleur par ébullition convective, Caractérisation expérimentale, Cylindre en rotation.

---

# Abstract

In this thesis, we are interested in the problem of cooling by an impinging jet of a hot moving surface. One of the objectives is a better understanding of the boiling mechanisms resulting from the interaction between the jet and the wall. The industrial application is related to the steel industry. It concerns hot rolling process, during which steel plates brought up to temperatures ranging from 750 to 1000°C undergo a quenching by water jets (temperatures around 75°C) whose kinetics fixes the microstructure of steel and consequently determines its mechanical properties.

Another objective is to develop a methodology for determining the heat fluxes extracted during the impingement of a moving surface by a water jet. The development of a stable estimation method, closely associated to an experimental bench and a specific procedure, allows to provide this type of indirect measurements on a broad range of temperatures corresponding to boiling.

The proposed inverse heat conduction method consists in analyzing temperature responses measured on a rotating solid cylinder impinged by a water jet. A Fourier transform is applied to the Laplace transform of the signals provided by several thermocouples embedded at a fixed radius close to the wall. In the case of a linear problem, an explicit relationship between the Laplace-Fourier transform of the internal temperature and the Fourier transform of the temporal distribution of parietal heat flux can be found. The inversion of this equation provides an explicit algorithm making an easy estimation of the space and temporal distributions of parietal heat flux possible. Simulations of inversion and real measurements are presented : they show the robustness of the inversion technique and allow to study the influence on heat transfers of parameters such as velocity, temperature of the jet and wall velocity.

**Keywords:** Inverse heat conduction, Impinging jet cooling, Boiling convection heat transfers, Experimental characterization, Rotating cylinder.