



Etude expérimentale des régimes dynamiques des ondes de dérive dans un plasma magnétisé de laboratoire. Contrôle du chaos spatio-temporel

Etienne Gravier

► To cite this version:

Etienne Gravier. Etude expérimentale des régimes dynamiques des ondes de dérive dans un plasma magnétisé de laboratoire. Contrôle du chaos spatio-temporel. Physique [physics]. Université Henri Poincaré - Nancy 1, 1999. Français. NNT : 1999NAN10007 . tel-01754344

HAL Id: tel-01754344

<https://hal.univ-lorraine.fr/tel-01754344>

Submitted on 30 Mar 2018

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



AVERTISSEMENT

Ce document est le fruit d'un long travail approuvé par le jury de soutenance et mis à disposition de l'ensemble de la communauté universitaire élargie.

Il est soumis à la propriété intellectuelle de l'auteur. Ceci implique une obligation de citation et de référencement lors de l'utilisation de ce document.

D'autre part, toute contrefaçon, plagiat, reproduction illicite encourt une poursuite pénale.

Contact : ddoc-theses-contact@univ-lorraine.fr

LIENS

Code de la Propriété Intellectuelle. articles L 122. 4

Code de la Propriété Intellectuelle. articles L 335.2- L 335.10

http://www.cfcopies.com/V2/leg/leg_droi.php

<http://www.culture.gouv.fr/culture/infos-pratiques/droits/protection.htm>



Faculté des Sciences
U.F.R. Sciences et Techniques de la Matière et des Procédés
Ecole Doctorale PROMEMA

Thèse

Présentée pour l'obtention du titre de

Docteur de l'Université Henri Poincaré, Nancy I

Spécialité : PHYSIQUE DES PLASMAS

par Etienne GRAVIER

**ETUDE EXPERIMENTALE DES REGIMES DYNAMIQUES DES ONDES
DE DERIVE DANS UN PLASMA MAGNETISE DE LABORATOIRE.
CONTROLE DU CHAOS SPATIO-TEMPOREL.**

Soutenue le 29 janvier 1999 devant la commission d'examen :

Président :	Pr. M. FABRY	Professeur, U.H.P., Nancy I
Rapporteurs :	Dr. X. GARBET Dr. D. MOREAU Dr. C. LETELLIER	Ingénieur CEA, Cadarache Ingénieur CEA, Cadarache Maître de Conférences, Rouen
Examineurs :	Pr. G. BONHOMME Dr. G. LECLERT Dr. T. PIERRE	Professeur, U.H.P., Nancy I Directeur de Recherche, Marseille Chargé de Recherche, Marseille

Remerciements



Le travail présenté dans ce mémoire a été réalisé au sein du Laboratoire de Physique des Milieux Ionisés et Applications de l'Université Henri Poincaré à Nancy.

J'exprime mes plus vifs remerciements à M. Michel FABRY, directeur du laboratoire, pour son accueil, et pour avoir accepté de présider le jury.

Les recherches ont été dirigées par M. Gérard BONHOMME. Sa compétence et l'intérêt constant dont il a fait preuve à l'égard de ce travail ont été pour moi sources d'encouragements. Il a conduit mes recherches avec attention et confiance. Qu'il trouve ici le témoignage sincère de ma reconnaissance.

Je remercie vivement MM. Xavier GARBET et Christophe LETELLIER pour avoir accepté d'être les rapporteurs de cette thèse, et pour l'intérêt qu'ils ont manifesté à l'égard de ces recherches.

Merci également aux examinateurs. A M. Thiéry PIERRE tout d'abord, dont les compétences et la connaissance de la machine Mirabelle m'ont été transmises de façon quasiment quotidienne par l'intermédiaire de conversations fructueuses. Cette thèse s'inscrit dans la continuité de ses travaux. A M. Gérard LECLERT ensuite, dont le regard sur ce travail m'a été précieux.

J'exprime d'autre part ma profonde gratitude à M. Xavier CARON, pour la confiance et la disponibilité qu'il a manifestées de façon permanente. Ce travail lui doit beaucoup. Je remercie chaleureusement M. Anatole ATIPO, compagnon de travail. Merci aussi à M. Petro SOSENKO.

Je remercie vivement M. Jean-Luc BRIANCON pour sa disponibilité et sa présence active sur Mirabelle. Ses conseils et sa grande compétence m'ont été indispensables.

Merci également à MM. Christian THIEBAUT, Jean-François PAUTEX, pour leur participation précieuse à ce travail, ainsi qu'à Michel DUBUIT, du CIRIL, pour la mise au point d'outils de traitement du signal.

J'adresse mes remerciements à tous les « doctorants » et à tous les membres du laboratoire pour leur accueil.

Enfin, du soutien et de l'intérêt qu'ils ont manifestés, je remercie ma famille, l'ensemble de mes proches, et plus particulièrement mon épouse et ma fille.



Table des matières

Table des matières	1
Introduction	3
Chapitre 1 : Description théorique des ondes de dérive	7
1.1. Les principales caractéristiques du plasma étudié	7
1.2. Apparition des ondes de dérive	10
1.2.1. Les dérives diamagnétiques	10
1.2.2. Approximation de la « tranche » de plasma (« Plasma Slab »)	13
1.2.3. Apparition d'une perturbation	14
1.2.4. Fréquence des ondes de dérive	17
1.2.5. Discussion	19
1.3. Equations de dispersion	22
1.3.1. Relation de dispersion dans le modèle sans collision	22
1.3.2. Relation de dispersion avec collisions et dérive électronique axiale	25
1.4. Equations différentielles régissant le potentiel	30
1.4.1. Equation linéaire prenant en compte les collisions et la dérive électronique axiale	30
1.4.2. Equation non-linéaire tenant compte d'un gradient de température	31
1.4.3. Equation non-linéaire tenant compte d'un gradient de densité	33
1.5. Bilan	35
Chapitre 2 : Le chaos et les méthodes de contrôle	37
2.1. Caractérisation du chaos	39
2.2. Le chaos temporel	42
2.2.1. La méthode de contrôle OGY	43
2.2.2. La méthode de contrôle TDAS	44
2.3. Le chaos spatio-temporel	47
Chapitre 3 : Le dispositif expérimental	51
3.1. Mirabelle et les ondes de dérive	51
3.1.1. La machine Mirabelle	51
3.1.2. Obtention des ondes de dérive	54
3.2. Matériel d'acquisition	55
3.2.1. La couronne de 32 sondes	55
3.2.2. La sonde 3D	57
3.3. Elaboration et application du signal de contrôle	58

Chapitre 4 : Observation des ondes de dérive	61
4.1. Interprétation de la caractéristique courant-tension et de l'image spatio-temporelle	61
4.1.1. Caractéristique courant-tension	61
4.1.2. Image obtenue à partir de la couronne 32 sondes	66
4.2. Evolution des ondes de dérive en fonction du champ magnétique	67
4.2.1. Fluctuations magnétiques	67
4.2.2. Evolution de la fréquence en fonction du champ magnétique	69
4.3. Réaction du plasma à une variation du paramètre de contrôle	70
4.3.1. Passage d'un mode $m = 4$ à un mode $m = 2$	70
4.3.2. Réaction des ondes à l'application d'un échelon de tension	76
4.4. Longueur d'onde et profil axiaux	77
4.4.1. Profils longitudinaux	77
4.4.2. Longueur d'onde axiale	77
Chapitre 5 : Scénarios de transition et contrôle de régimes chaotiques	79
5.1. Les différentes transitions, du régime régulier au régime turbulent	79
5.1.1. Scénario avec présence de cinq modes	81
5.1.2. Scénario avec présence de quatre modes	90
5.1.3. Scénario avec présence de trois modes	96
5.1.4. Conclusion	98
5.2. Le contrôle du chaos	100
5.3. Interprétation des résultats de contrôle	109
Chapitre 6 : Comparaison avec un modèle d'oscillateurs couplés	113
6.1. Modèle	114
6.2. Diagrammes de bifurcation sans et avec couplage	118
6.3. Efficacité du contrôle TDAS en fonction du paramètre de couplage	121
6.3.1. Diagramme de bifurcation en fonction de γ	121
6.3.2. Contrôle par la méthode TDAS d'un régime chaotique	122
6.3.3. Effet du contrôle TDAS - Visualisation sur le diagramme de bifurcation	124
6.4. Discussion sur la nature du contrôle	126
6.4.1. Application du contrôle à un seul oscillateur	126
6.4.2. Nécessité du couplage	127
6.5. Remarque à propos du système	128
6.6. Conclusion	128
Conclusion générale	131
Annexe	135
Références bibliographiques	139

Introduction

Ce travail s'inscrit dans le cadre de l'étude des régimes dynamiques des systèmes non-linéaires. La mise en évidence de scénarios universels de transition de régimes périodiques vers des régimes chaotiques puis turbulents (en particulier dans le cas des systèmes spatialement étendus), et surtout l'idée que le contrôle du chaos est possible, sont des éléments qui ont beaucoup contribué au développement des recherches menées dans le domaine de la dynamique non-linéaire.

Ainsi, beaucoup de travaux ont montré que le chaos temporel pouvait être contrôlé par de faibles perturbations judicieusement appliquées aux systèmes étudiés. En revanche, le contrôle des systèmes dits « étendus », dans lesquels un chaos spatio-temporel est susceptible d'apparaître, reste un problème difficile à surmonter, notamment dans sa mise en œuvre expérimentale.

Nous pouvons remarquer que le contrôle du chaos intéresse de nombreux domaines autres que les plasmas, comme la mécanique des fluides, l'électronique, la chimie, ou encore la biologie et l'économie. Si les propriétés chaotiques ont été pressenties pour la première fois par Henri Poincaré à la fin du XIX^{ème} siècle lors de son étude sur le mouvement de trois corps en interaction, c'est depuis les années 1970 qu'une intense activité s'est développée autour des systèmes dynamiques non linéaires, favorables à l'apparition du chaos. Un système chaotique, bien qu'imprédictible à long terme, possède, contrairement au système turbulent, une certaine organisation qui ne le rend pas totalement « ingérable ». Les régimes chaotiques sont déterministes, alors que les régimes turbulents ne le sont pas.

C'est pourquoi le premier réflexe face à un régime turbulent non désiré a souvent été de modifier les conditions expérimentales afin de l'éviter. Pourtant, les paramètres choisis pouvaient par ailleurs conduire à des situations recherchées pour leurs propriétés particulières.

On essaie désormais de faire face au problème en contrôlant les régimes chaotiques, afin d'exploiter ces situations.

Pour de telles études, les plasmas de laboratoire sont particulièrement attractifs. Ils permettent en effet, selon le paramètre choisi, d'obtenir une grande variété de régimes dynamiques. De plus, si l'on s'intéresse particulièrement aux problèmes rencontrés dans ces plasmas, on remarque qu'ils sont le siège de fluctuations à basses fréquences, qui gouvernent leur évolution dynamique. Il est important d'étudier ce type de fluctuations. C'est par exemple une caractéristique avancée, parmi d'autres, pour expliquer la difficulté des réacteurs à fusion « Tokamaks » à atteindre le seuil de rentabilité énergétique. Le phénomène mis en cause est le régime turbulent des ondes de dérive, ces ondes correspondant à des fluctuations de densité. La turbulence dégrade le confinement du plasma en favorisant le transport des particules à travers les lignes de champ magnétique. On perçoit alors l'intérêt que présenterait un tel contrôle, surtout s'il était réalisé en injectant dans le système une énergie minimale.

Les ondes de dérive sont susceptibles d'apparaître dans tout plasma magnétisé : là où un plasma présente un gradient de pression baignant dans un champ magnétique, des fluctuations de densité électronique et ionique, appelées ondes de dérive, apparaissent. Cependant, il existe une grande variété d'ondes de dérive dont les propriétés, en particulier les conditions de déstabilisation, diffèrent en fonction des grandeurs caractéristiques du plasma.

Mirabelle, une machine à plasma mise au point au sein du laboratoire, présente les caractéristiques idéales pour l'étude du chaos des ondes de dérive. Notons dès à présent que les propriétés des ondes observées y sont très différentes de celles obtenues dans un Tokamak. Néanmoins, leur étude est particulièrement intéressante en ce qui concerne l'aspect spatio-temporel des régimes observés. En effet, la machine produit un plasma magnétisé qui entre dans la catégorie des systèmes dits « étendus », ce qui signifie que Mirabelle peut présenter,

en fonction des paramètres du plasma, un régime chaotique spatio-temporel où la dynamique n'est pas purement temporelle.

C'est à l'étude expérimentale des régimes dynamiques des ondes de dérive dans Mirabelle qu'a été consacré ce travail. Outre la caractérisation de ces régimes, le principal objectif a été de tester l'efficacité de méthodes de contrôle du chaos sur un tel système étendu.

Nous nous intéressons, dans le premier chapitre, aux propriétés de base des ondes de dérive, en réalisant une revue de quelques modèles théoriques existant. La pertinence de ces modèles est discutée avec le souci de tenir compte des caractéristiques de Mirabelle.

Ensuite, nous abordons le thème du chaos. Nous faisons une présentation résumée des outils de caractérisation d'un régime chaotique, puis donnons le principe de fonctionnement des principales méthodes de contrôle connues. Nous discutons également les notions de chaos purement temporel et de chaos spatio-temporel.

Un autre chapitre est consacré à la description du dispositif expérimental. La machine Mirabelle y est décrite ainsi que le matériel d'acquisition des signaux, le système de mise en oeuvre de la méthode de contrôle utilisée, et l'instrumentation associée.

Les quatrième et cinquième chapitres sont consacrés à la présentation et à la discussion des résultats expérimentaux originaux. Dans un premier temps nous évaluons les grandeurs caractéristiques du plasma et étudions les ondes de dérive. Ensuite, nous décrivons les scénarios de transition observés, de régimes périodiques vers des régimes chaotiques.

Nous présentons alors les résultats concernant le contrôle de régimes chaotiques.

Enfin, dans l'objectif de discuter les principaux résultats expérimentaux, nous présentons une étude numérique conduisant à la simulation d'un chaos spatio-temporel, pour lequel l'efficacité de la méthode de contrôle est analysée. Ce parallèle numérique, réalisé à partir d'un système d'oscillateurs non-linéaires couplés, permet de confirmer des propriétés particulières de la méthode de contrôle.

Chapitre 1 : Description théorique des ondes de dérive



Dans tout plasma magnétisé apparaissent des ondes de dérive. Ce sont des fluctuations de densité électronique et ionique. Elles peuvent atteindre une valeur de 80 % en valeur relative (par rapport à la densité moyenne). La source d'énergie qui permet d'exciter de telles ondes est liée à un gradient de pression des particules qui engendre une dérive dite « diamagnétique ».

Nous allons ici nous intéresser aux principales propriétés du plasma que génère la machine Mirabelle pour essayer d'expliquer l'apparition des ondes de dérive, leurs propriétés, et leur faculté à devenir instables dans certaines conditions.

Dans un premier temps, nous donnons quelques caractéristiques de Mirabelle qui nous permettent d'établir les hypothèses nécessaires à la description des modèles théoriques. Nous étudions alors les phénomènes physiques de base qui engendrent les ondes de dérive, et évaluons rapidement l'ordre de grandeur de la fréquence de ces ondes. Ensuite, avec des hypothèses plus réalistes, nous présentons plusieurs relations de dispersion liant la pulsation ω au vecteur d'onde k . Enfin, à partir de modèles proposés par différents auteurs nous obtenons des équations différentielles qui régissent le potentiel.

1.1. Les principales caractéristiques du plasma étudié

Les expériences sont réalisées dans une enceinte à plasma cylindrique composée de trois chambres, avec une section centrale magnétisée¹ (Fig. 1.1), dans laquelle les ondes de dérive sont obtenues et observées. Le champ magnétique est parallèle à l'axe du cylindre. Le gradient de densité est radial (Pour plus de détails, voir la section (3.1)).

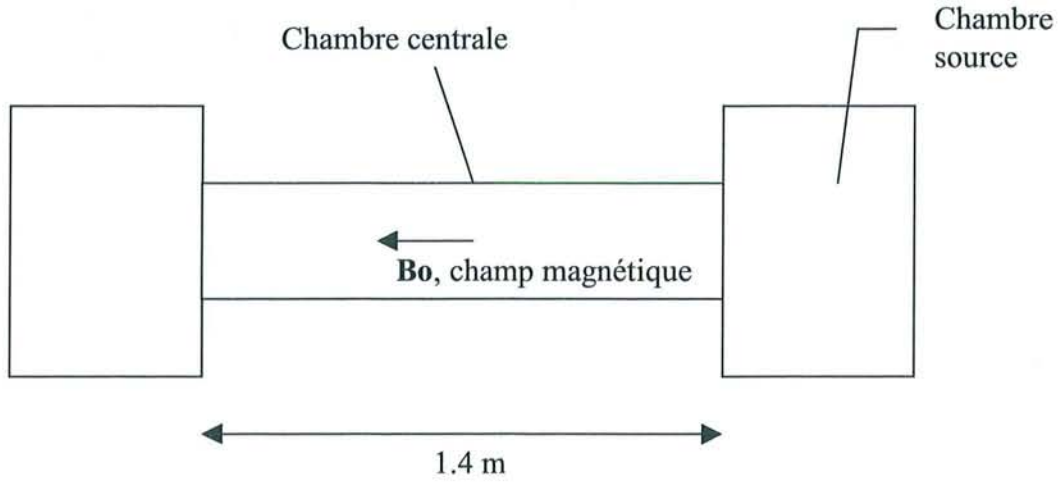


Fig. 1.1 : La machine Mirabelle

Dans ce qui suit, nous considérerons que les températures électronique T_e et ionique T_i sont uniformes, avec $T_e \approx 2 \text{ eV}$, et $T_i \ll T_e$ ($T_i \approx 0.03 \text{ eV}$). La valeur du champ magnétique B varie de 10 à 110 mT.

La densité électronique maximale à laquelle nous travaillerons est environ $n_e \approx 2.10^{15} \text{ m}^{-3}$. Le gaz utilisé est l'argon (masse de l'atome = $6.63.10^{-26} \text{ kg}$).

Examinons le rapport β entre la pression cinétique des particules chargées et la pression magnétique. On a (K est la constante de Boltzmann) :

$$\beta = \frac{n_i K T_i + n_e K T_e}{B^2 / 2\mu_0} \approx 2\mu_0 \frac{n_e K T_e}{B^2} \quad (1.0)$$

$$d'où \quad 1.3.10^{-7} < \beta < 1.6.10^{-5}$$

La majorité des expériences seront réalisées avec $B = 40 \text{ mT}$. On a alors $\beta = 10^{-6}$.

Ainsi, $\beta \ll 1$. Les fluctuations de densité vont très peu perturber le champ magnétique. C'est pourquoi nous parlerons de perturbations « quasi-électrostatiques », ou d'« ondes de dérive électrostatiques ».

Enfin, il est important que le mouvement des particules autour des lignes de champ magnétique ait une longueur caractéristique très inférieure à la longueur L caractérisant l'inhomogénéité de la densité plasma. Les mouvements des centres-guides pourront alors être assimilés aux mouvements des particules.

On a, puisque le gradient de densité est radial :

$$L = \frac{n}{dn/dr}$$

d'où, à l'endroit où sont étudiées les ondes de dérive (pour le profil de densité, voir chap. 4) :

$$\frac{1}{L} = \frac{d(\ln n)}{dr} \approx 28 \text{ m}^{-1} \quad \Rightarrow \quad L = 3.5 \text{ cm}$$

Evaluons maintenant le rayon de Larmor des ions (m_i est la masse d'un ion):

$$r_{Li} = \frac{\sqrt{m_i K T_i}}{eB}$$

$$1 \text{ mm} < r_{Li} < 1 \text{ cm}$$

Pour $B = 40 \text{ mT}$, le rapport (r_{Li}/L) est égal à 0.08.

Evaluons enfin le rayon de Larmor des électrons (m_e est la masse d'un électron):

$$r_{Le} = \frac{\sqrt{m_e K T_e}}{eB}$$

$$3.10^{-5} \text{ m} < r_{Le} < 3.4.10^{-4} \text{ m}$$

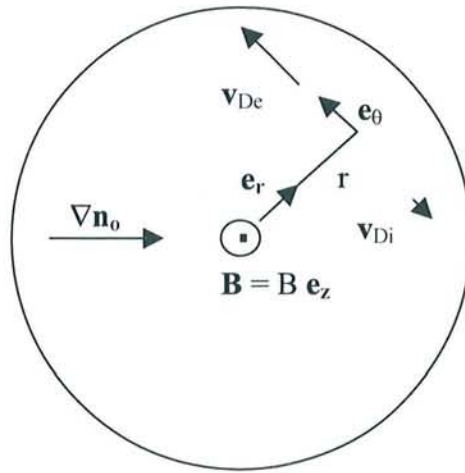
Pour $B = 40 \text{ mT}$, le rapport (r_{Le}/L) est égal à 0.003.

1.2. Apparition des ondes de dérive

L'objectif de cette partie est de discuter les phénomènes physiques de base qui sont à l'origine de l'apparition des ondes de dérive.

1.2.1. Les dérives diamagnétiques

Dans un premier temps, nous étudions une colonne de plasma cylindrique qui possède uniquement un gradient de densité perpendiculaire à l'axe du cylindre (modèle standard²) (Fig. 1.2) .



n_o : densité de particules chargées.
On suppose que le plasma est quasi-neutre : $n_o = n_e = n_i$.
Il n'y a pas de champ électrique E_o .
 v_{De} et v_{Di} sont les vitesses de dérive diamagnétique électronique et ionique (voir expressions (1.3) et (1.4)).

Fig. 1.2 : Section de la colonne de plasma cylindrique.

On considère que le plasma est formé d'un fluide d'électrons et d'un fluide d'ions. On écrit alors l'équation du mouvement qui pour chaque fluide a la forme suivante (les collisions sont ici négligées, seuls les effets du gradient de densité sont étudiés. m et q sont la masse et la charge d'une particule du fluide considéré, v est la vitesse fluide):

$$mn_o \left[\frac{\partial v}{\partial t} + (v \cdot \nabla) v \right] = qn_o (v \times B) - \nabla p \quad (1.1)$$

(1)
(2)
(3)
(4)

avec $p = n_o KT$. Les températures T_e et T_i sont supposées uniformes dans tout le plasma.

Les termes (3) et (4) sont perpendiculaires à $\mathbf{B}$. Nous négligeons le terme (2) (ceci sera justifié par la suite). Alors le terme (1) est également perpendiculaire à $\mathbf{B}$.

Supposons que la vitesse varie de façon sinusoïdale avec le temps, avec une pulsation ω , on a alors un rapport (ω_c est la pulsation cyclotron):

$$\frac{(1)}{(3)} \approx \frac{|mn_0 i \omega v_{\perp}|}{|qn_0 v_{\perp} B|} = \frac{\omega}{\omega_c}$$

Nous vérifierons par la suite que les dérives sont lentes par rapport à ω_c . Ceci signifie que les dérives sont plus lentes que le mouvement cyclotron des particules chargées autour des lignes de champ magnétique. Le premier terme est alors négligé par rapport au troisième. On obtient, en posant $\mathbf{v} = \mathbf{v}_{//} + \mathbf{v}_{\perp}$,

$$qn_o(\mathbf{v}_{\perp} \times \mathbf{B}) = \nabla p$$

Multiplions cette relation par $\mathbf{B}$:

$$qn_o \mathbf{B} \times (\mathbf{v}_{\perp} \times \mathbf{B}) = \mathbf{B} \times \nabla p$$

d'où :

$$\mathbf{v}_{\perp} = -\frac{\nabla p \times \mathbf{B}}{qn_o B^2} = -KT \frac{\nabla n_o \times \mathbf{B}}{qn_o B^2} \quad (1.2)$$

Cette dernière expression caractérise la dérive « diamagnétique ».

Finalement, nous avons :

Pour les ions :

$$\mathbf{v}_{Di} = -KT_i \frac{\left| \frac{\partial n_o}{\partial r} \right|}{en_o B} \mathbf{e}_{\theta} \quad (1.3)$$

Pour les électrons :

$$\mathbf{v}_{De} = KT_e \frac{\left| \frac{\partial n_o}{\partial r} \right|}{en_o B} \mathbf{e}_{\theta} \quad (1.4)$$

Ainsi, en module, la dérive diamagnétique des électrons est (T_e / T_i) fois plus rapide que la dérive diamagnétique des ions (le rapport est égal à environ 60 dans Mirabelle).

Examinons plusieurs cas possibles de profils de densité :

$$a) \text{ Si } n_o(r) = Ne^{-r/r_o}$$

$$\left| \frac{\partial n_o}{\partial r} \right| = \frac{n_o(r)}{r_o}$$

d'où

$$|v_{Di}| = \frac{KT_i}{er_o B} \quad \text{et} \quad |v_{De}| = \frac{KT_e}{er_o B}$$

Dans ce cas, la vitesse angulaire diamagnétique n'est pas constante radialement.

$$b) \text{ Si } n_o(r) = Ne^{-r^2/2r_o^2}$$

$$\left| \frac{\partial n_o}{\partial r} \right| = \frac{rn_o(r)}{r_o}$$

d'où

$$|v_{Di}| = \frac{rKT_i}{er_o B} \quad \text{et} \quad |v_{De}| = \frac{rKT_e}{er_o B}$$

Dans ce cas (profil gaussien), les vitesses diamagnétiques électronique et ionique sont proportionnelles à r . Les vitesses angulaires sont donc constantes.

1.2.2. Approximation de la « tranche » de plasma (« Plasma Slab »)

Un plasma cylindrique est naturellement souvent représenté dans un système de coordonnées cylindriques. Si l'échelle spatiale caractérisant le phénomène physique à travers les lignes de champ magnétique est beaucoup plus petite que le rayon du cylindre (dans Mirabelle, la longueur L caractérisant l'inhomogénéité de la densité plasma est six fois plus petite que le diamètre de la colonne de plasma), il est possible de faire la conversion, appelée approximation « plasma slab » :

$$r \rightarrow x, \quad \theta \rightarrow y, \quad z \rightarrow z$$

où x, y et z sont les coordonnées cartésiennes du système (Fig. 1.3 et 1.4). Nous observons les phénomènes physiques sur un domaine spatial décrit par un angle θ tel que $\theta/2\pi$ est petit.

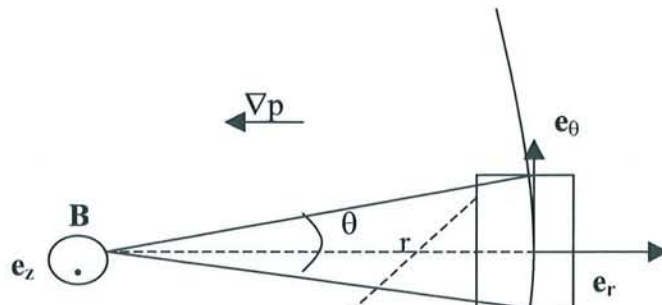


Fig. 1.3 : coordonnées cylindriques, angle θ petit.

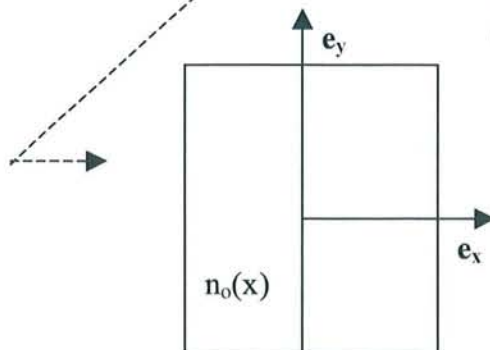


Fig. 1.4 : agrandissement, coordonnées cartésiennes.

Fig. 1.3 et 1.4 : passage coordonnées cylindriques $\Rightarrow$ coordonnées cartésiennes.

Dans un repère cartésien, nous pouvons alors donner aux dérives diamagnétiques les expressions suivantes :

$$\mathbf{v}_{Di} = -KT_i \frac{\left| \frac{\partial n_o}{\partial x} \right|}{en_o B} \mathbf{e}_y \quad (1.5)$$

$$\mathbf{v}_{De} = KT_e \frac{\left| \frac{\partial n_o}{\partial x} \right|}{en_o B} \mathbf{e}_y \quad (1.6)$$

1.2.3. Apparition d'une perturbation

Regardons ce qui se passe si une légère fluctuation apparaît.

Grâce à leur grande mobilité (on peut considérer ici que les électrons réagissent immédiatement à un potentiel, c'est à dire que leur inertie est nulle, parce que le phénomène physique est suffisamment lent), les électrons peuvent établir l'équilibre dès qu'un potentiel ϕ apparaît.

Observons la réaction des électrons à ce potentiel. En reprenant l'équation fluide, toujours sans tenir compte des collisions :

$$m_e n_e \left[\frac{\partial \mathbf{v}_e}{\partial t} + (\mathbf{v}_e \cdot \nabla) \mathbf{v}_e \right] = -en_e (\mathbf{E} + \mathbf{v}_e \times \mathbf{B}) - \nabla p_e \quad (1.7)$$

Le champ électrique qui apparaît dans cette équation est la conséquence de la perturbation.

En fait, on remarque expérimentalement que les ondes de dérive présentent un vecteur d'onde $\mathbf{k}$ tel que : $\mathbf{k} = \mathbf{k}_\perp + \mathbf{k}_\parallel$ avec $k_\parallel \ll k_\perp$. Ainsi, les ondes de dérive possèdent une petite composante de $\mathbf{k}$ selon l'axe du cylindre. Nous suivons le mouvement des électrons le long de l'axe du cylindre. En projetant l'équation (1.7) selon la direction parallèle au champ magnétique, on a :

$$m_e n_e \frac{\partial v_{ez}}{\partial t} = -en_e E_z - \nabla_{//} p_e \quad (1.8)$$

Le terme $\nabla_{//} p_e$ est différent de zéro à cause de la perturbation.

Sachant que $m_e \rightarrow 0$, on a :

$$en_e \frac{\partial \phi}{\partial z} = \frac{\partial n_e}{\partial z} K T_e$$

En intégrant, on obtient :

$$e\phi = K T_e \ln(n_e)$$

Or, avant la perturbation, $\phi = 0$ et $n_e = n_o$, d'où la relation de Boltzmann :

$$n_e = n_o e^{e\phi / K T_e} \quad (1.9)$$

Si nous nous plaçons dans l'approximation des petites fluctuations, ϕ est proche de zéro et on peut écrire :

$$n_e = n_o \left(1 + \frac{e\phi}{K T_e} \right)$$

En notant n_{e*} la perturbation de densité, on a :

$$n_{e*} = n_o \frac{e\phi}{K T_e} \quad (1.10)$$

Ainsi, l'étude du mouvement des électrons selon l'axe du cylindre nous a permis d'établir la densité électronique en fonction du potentiel ϕ à l'intérieur du plasma. Comme la réponse électronique à toute perturbation est immédiate, le potentiel et la densité électronique oscillent en phase.

Regardons alors ce qui se passe si la fluctuation apparaît le long de la direction e_θ (Fig. 1.5) (direction équivalente à e_y , Fig. 1.6) :

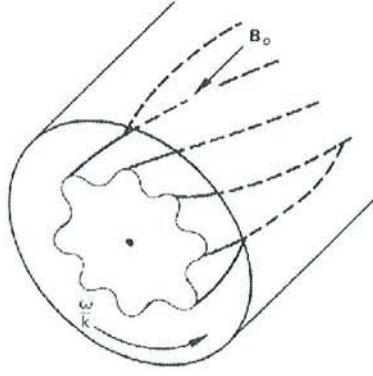


Fig. 1.5 : Géométrie des ondes de dérive². Apparition d'une fluctuation de la courbe d'isodensité le long de e_θ . Les conditions aux limites sont périodiques. Le mode m des ondes est donc un entier.

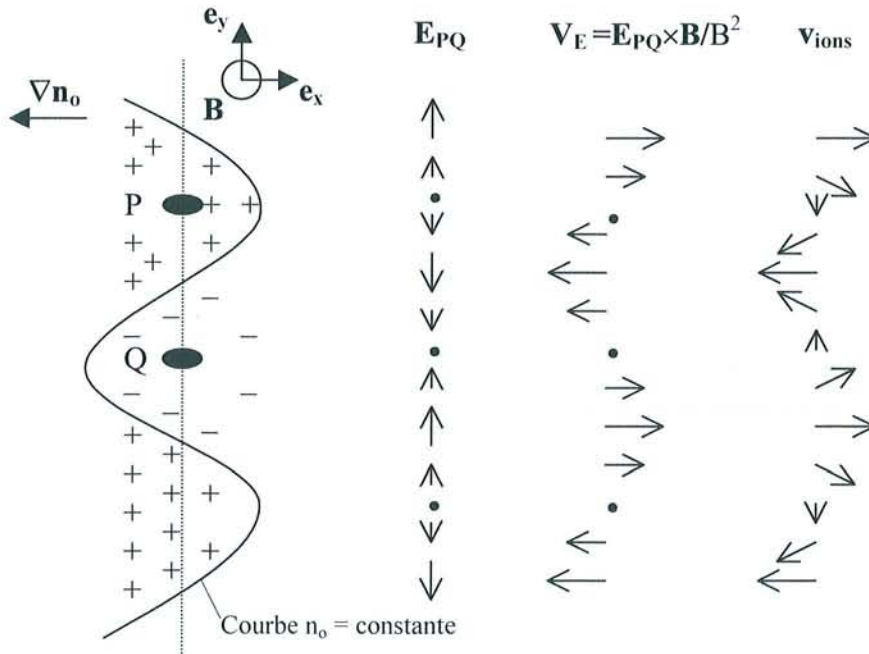


Fig. 1.6 : Mécanisme des ondes de dérive

Au point P (Fig. 1.6), la densité est plus importante qu'en ce même point P sans perturbation. Donc $n_e^*(P) > 0$. D'après la relation de Boltzmann (1.10) concernant les électrons, le potentiel $\phi(P)$ est alors positif.

Au point Q, la densité est moins importante qu'en ce même point Q sans perturbation. Donc $n_e^*(Q) < 0$. D'après la relation de Boltzmann (1.10) concernant les électrons, le potentiel $\phi(Q)$ est alors négatif.

Cette perturbation crée ainsi un champ électrique E_{PQ} dirigé selon e_y . Le champ électrique apparaît dans un milieu où il y a un champ magnétique, engendrant une dérive électrique qui s'écrit :

$$\mathbf{v}_E = \frac{\mathbf{E}_{PQ} \times \mathbf{B}}{B^2} \quad (1.11)$$

Les ions comme les électrons possèdent la même vitesse de dérive électrique. Cette vitesse est nulle en P et Q et atteint son maximum au milieu de ces deux points.

Ainsi, les particules chargées sont en mouvement et les champs électriques varient au cours du temps. Les variations temporelles du champ électrique engendrent des dérives de polarisation qui s'écrivent² (en négligeant le terme de convection):

$$\mathbf{v}_{Pe} = - \frac{m_e}{eB^2} \frac{\partial \mathbf{E}_\perp}{\partial t} \quad (1.12)$$

$$\mathbf{v}_{Pi} = \frac{m_i}{eB^2} \frac{\partial \mathbf{E}_\perp}{\partial t} \quad (1.13)$$

Si la vitesse de polarisation correspondant aux électrons est négligeable dans notre approximation ($m_e \rightarrow 0$), en revanche $\mathbf{v}_{Pi}$ apporte aux ions une composante selon la direction e_y .

L'ensemble de ces mécanismes³ est résumé figure (1.6).

Nous allons maintenant évaluer la fréquence des ondes de dérive.

1.2.4. Fréquence des ondes de dérive

Pour ce calcul permettant d'estimer la fréquence des ondes de dérive, on néglige les dérives de polarisation, ainsi que les collisions et la propagation de l'onde selon l'axe du

cylindre. Nous supposons également que v_E ne varie pas selon la direction e_x (mouvement incompressible des particules dans cette direction, cette hypothèse justifie l'approximation faite au paragraphe (1.2.1) : on néglige le terme $(\mathbf{v} \cdot \nabla)\mathbf{v}$ par rapport aux autres termes de l'équation fluide).

Si les variations dans le temps des différentes perturbations sont sinusoïdales, on a :

$$v_E = \frac{E_{PQ}}{B} = -i \frac{k_y \phi}{B} \quad (1.14)$$

Nous utilisons ensuite l'équation de continuité pour les ions:

$$\frac{\partial n_i}{\partial t} + \text{div}(n_i \mathbf{v}_i) = 0 \quad (1.15)$$

D'où, en retenant les termes du premier ordre :

$$\begin{aligned} \frac{\partial n_{i*}}{\partial t} + v_E \frac{\partial n_o}{\partial x} &= 0 \\ -i\omega n_{i*} &= \frac{ik_y \phi}{B} \frac{\partial n_o}{\partial x} \end{aligned}$$

Or :

$$n_{e*} = n_{i*} = n_o \frac{e \phi}{KT_e}$$

On obtient finalement :

$$\frac{\omega}{k_y} = \frac{KT_e}{en_o B} \left| \frac{\partial n_o}{\partial x} \right| = v_{De} \quad (1.16)$$

On notera ω^* cette valeur de ω , appelée habituellement pulsation « onde de dérive » :

$$\omega^* = k_y v_{De} \quad (1.17)$$

Ainsi, ces ondes ont une vitesse de phase égale à la vitesse de dérive diamagnétique des électrons.

1.2.5. Discussion

Dans Mirabelle, cette vitesse est comprise entre 500 m/s et 6000 m/s ce qui correspond à des fréquences allant de 3 à 15 kHz pour le mode $m = 1$. La longueur d'onde qui y est observée est égale à 44 cm pour un mode azimutal $m = 1$ et 9 cm pour un mode $m = 5$. On vérifie l'hypothèse émise au paragraphe (1.2.1) :

$$\frac{\omega}{\omega_{ce}} < 10^{-5} \ll 1.$$

La discussion est plus délicate pour ω_{ci} . En effet, pour $B = 40 \text{ mT}$, on a typiquement ($m = 1$):

$$\frac{\omega}{\omega_{ci}} \approx 0.2$$

Par la suite, nous supposerons que (ω / ω_{ci}) est petit.

Remarquons également la dépendance de v_{de} en $1/B$. Nous avons effectivement observé que pour un mode m donné la fréquence diminuait lorsque B augmentait (voir chap.4).

Notons d'autre part que dans cette étude nous avons négligé les collisions.

Examinons enfin l'influence de $k_{//}$ et regardons ce qui se passe si nous avons une vitesse des électrons selon l'axe du cylindre, dans le sens des z positifs, de l'ordre de $(\omega / k_{//})$ (particules résonantes). Nous prenons donc en compte la propagation parallèle au champ magnétique. La perturbation en potentiel selon l'axe e_z se fait selon le même mécanisme que dans la direction e_y . Nous obtenons une figure⁴ (Fig.1.7) proche de la figure (1.6).

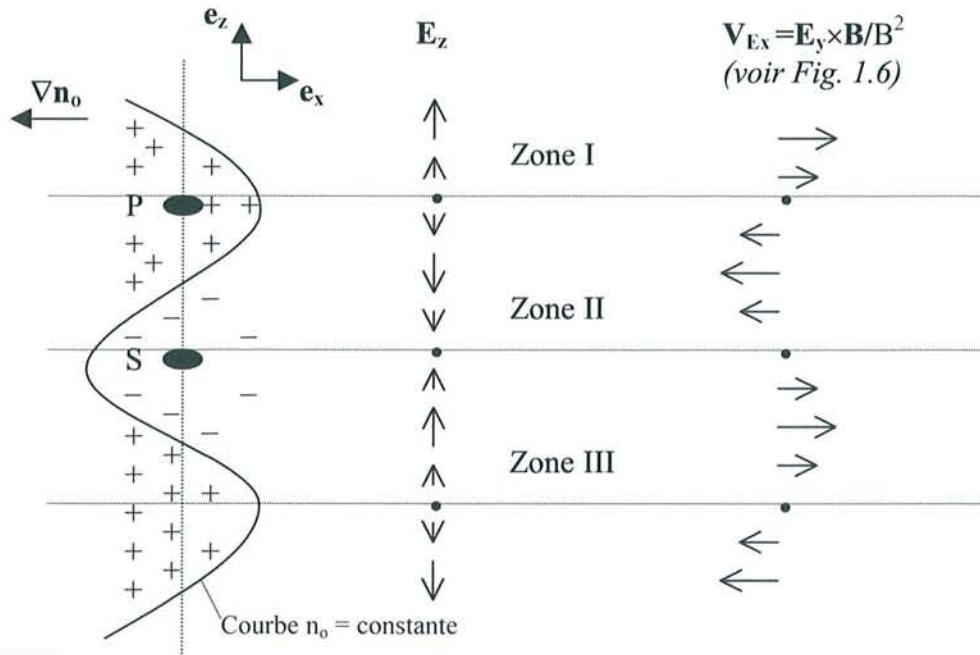


Fig. 1.7 : Perturbations selon la direction e_z

Notons que les perturbations selon l'axe du cylindre et selon e_y sont très liées. Nous avons :

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}_z + \mathbf{E}_y = E_z \mathbf{e}_z + E_y \mathbf{e}_y$$

Si $E_z > 0$, alors $E_y > 0$. Si $E_z < 0$, alors $E_y < 0$ (voir Fig. 1.8).

Ainsi, les régions (I) et (III) (Fig. 1.7) subissent un flux de particules venant de la région du plasma la plus dense, alors que la région (II) subit un flux de particules venant de la région la moins dense. Il y a donc plus de particules dans les régions (I) et (III), là où les électrons (qui possèdent une vitesse $v_{//} > 0$) sont ralentis par le champ E_z , que dans la région (II), là où les électrons sont accélérés. C'est pourquoi globalement, les électrons contribuent à

l'augmentation de l'énergie de l'onde, encourageant les instabilités. Ce mécanisme, appelé effet Landau inverse⁴, explique les ondes de dérive dites « non collisionnelles » qui apparaissent dans les plasmas très chauds. Or, dans Mirabelle, nous avons :

$$\lambda_{//} \approx 1.8 m, \quad v_{Ti} \approx 270 m.s^{-1}, \quad v_{Te} \approx 7.10^5 m.s^{-1} \quad \text{et} \quad \frac{\omega}{k_{//}} \approx 6.10^3 m.s^{-1}$$

d'où $v_{Ti} \ll (\omega / k_{//}) \ll v_{Te}$. Les particules ne sont pas résonnantes. Ainsi, dans Mirabelle, pour décrire les instabilités, les mécanismes de collision entre les particules chargées et les particules neutres sont à prendre en compte (le mouvement parallèle des électrons ne sera alors pas adiabatique).

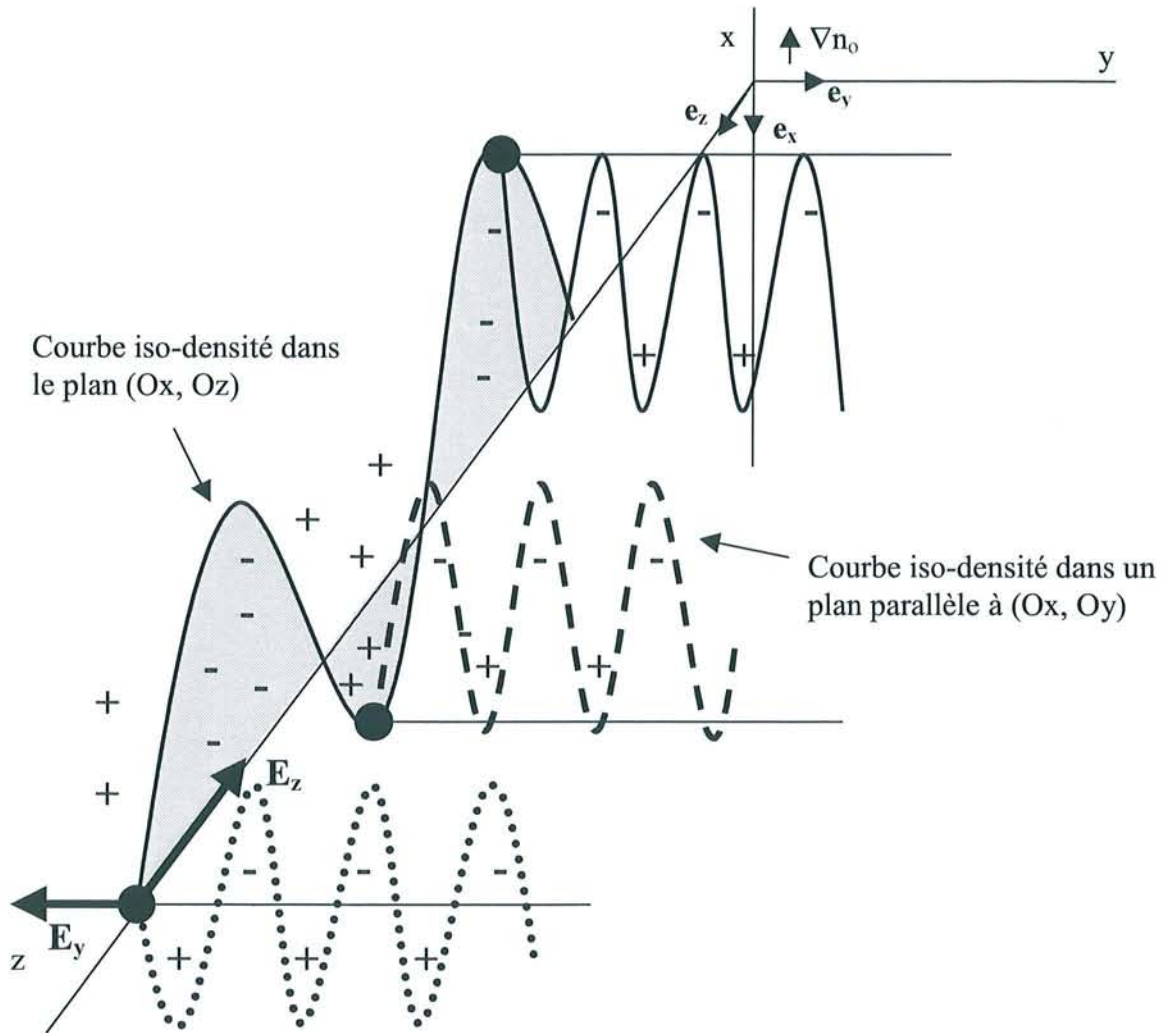


Fig. 1.8 : Propagation azimuthale (direction O_y) et axiale (direction O_z) des ondes de dérive. Lien entre les perturbations selon O_z et selon O_y : les intensités E_y et E_z des champs électriques en un point donné ont même signe.

1.3. Equations de dispersion

1.3.1. Relation de dispersion dans le modèle sans collision

Nous allons établir maintenant une relation de dispersion plus précise que $\omega^* = k_y v_{De}$, présentée au paragraphe (1.2.4). L'objectif est d'obtenir une relation entre ω et $k_{//}$. Nous tenons donc compte ici de la propagation parallèle à l'axe du cylindre. Nous supposons également que le mouvement ne se réduit pas forcément à la direction e_x , et prenons en compte le terme $\text{div}(\mathbf{v}) \neq 0$. Pour simplifier, nous négligeons encore une fois les collisions.

Le régime est électrostatique, le champ magnétique reste constant.

Nous considérons que les ions sont froids ($T_i \approx 0$).

En notant * les petites perturbations des différentes grandeurs, on a :

$$\mathbf{v}_i = \mathbf{v}_{Di} + \mathbf{v}_{i^*} \quad (1.18)$$

Sans perturbation, le potentiel est nul, ainsi que le champ électrique : on notera E et ϕ les perturbations.

Enfin :

$$n_i = n_o + n_{i^*} \quad (1.19)$$

Et, comme les électrons sont toujours boltzmanniens,

$$n_{e^*} = n_o \frac{e\phi}{KT_e}$$

Nous utilisons l'approximation « plasma slab ». Les perturbations se font sous la forme $\exp[-i(\omega t - k_x x - k_y y - k_z z)]$.

Nous pouvons maintenant linéariser les équations fluides concernant les ions :

$$m_i \frac{\partial \mathbf{v}_{i*}}{\partial t} = -e \mathbf{grad} \phi + eB (\mathbf{v}_{i*} \times \mathbf{e}_z) \quad (1.20)$$

$$\frac{\partial n_{i*}}{\partial t} + n_o \text{div} \mathbf{v}_{i*} + \mathbf{v}_{i*} \cdot \mathbf{grad} n_o = 0 \quad (1.21)$$

D'où les équations suivantes :

$$-im_i \omega \mathbf{v}_{i*} = -ie \mathbf{k} \phi + eB (\mathbf{v}_{i*} \times \mathbf{e}_z) \quad (1.22)$$

$$-i\omega n_{i*} + in_o \mathbf{k} \cdot \mathbf{v}_{i*} + \mathbf{v}_{i*} \cdot \mathbf{grad} n_o = 0 \quad (1.23)$$

A partir des équations (1.22) et (1.23), nous obtenons pour n_{i*} , avec $k_x \approx 0$, $k_y \approx k_\perp$:

$$n_{i*} = n_o \frac{e\phi}{m_i} \left[\frac{k_\parallel^2}{\omega^2} - \frac{k_\perp^2}{\omega_{ci}^2} + \frac{eB \omega^*}{KT_e \omega \omega_{ci}} \right] \quad (1.24)$$

Nous obtenons la relation de dispersion en assurant la quasi-neutralité du plasma :

$$n_e = n_i \Rightarrow n_{e*} = n_{i*}$$

D'où, en notant :

$$b = \rho^2 k_\perp^2 \quad \text{avec} \quad \rho = \frac{c_s}{\omega_{ci}}$$

la relation de dispersion :

$$\omega^2 (1+b) - \omega \omega^* - c_s^2 k_\parallel^2 = 0 \quad (1.25)$$

Notons que b est une grandeur qui prend en compte les effets de l'inertie des ions dans le mouvement perpendiculaire au champ magnétique.

En notant :

$$\sigma = 1 + b$$

Les deux solutions sont :

$$\omega_{+,-} = \frac{\omega^*}{2\sigma} \left(1 \pm \sqrt{1 + 4 \frac{\sigma}{\omega_s^2} c_s^2 k_{\parallel}^2} \right) \quad (1.26)$$

Nous obtenons ainsi la relation recherchée de ω en fonction de $k_{\parallel}$.

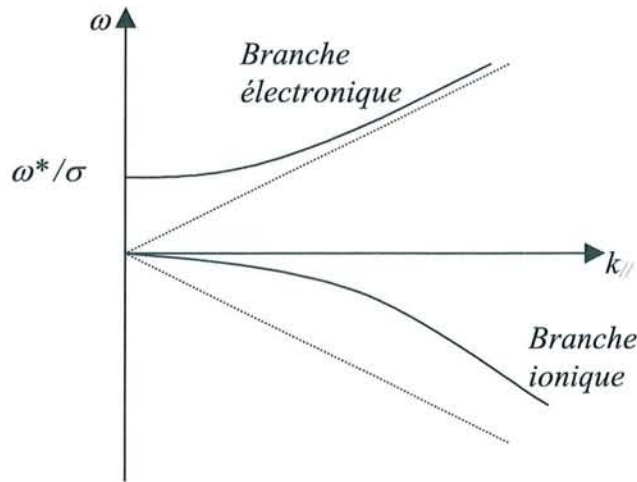
Quand $k_{\parallel} \rightarrow 0$:

$$\begin{aligned} \omega_+ &\rightarrow \frac{\omega^*}{\sigma} \\ \omega_- &\rightarrow 0 \end{aligned}$$

Quand $k_{\parallel} \rightarrow \infty$:

$$\begin{aligned} \omega_+ &\rightarrow \frac{c_s k_{\parallel}}{\sqrt{\sigma}} \\ \omega_- &\rightarrow -\frac{c_s k_{\parallel}}{\sqrt{\sigma}} \end{aligned}$$

D'où le graphe de ω en fonction de $k_{\parallel}$:



Nous remarquons que la relation de dispersion possède deux « branches »⁵, une partie appelée branche électronique, pour laquelle ω a le même signe que $k_{\parallel} v_{De}$, et une partie branche ionique pour laquelle la fréquence est de signe opposé, signifiant que les ondes de dérive associées à cette branche se propagent en sens opposé à v_{De} . Dans Mirabelle, pour le mode $m = 1$, on a $k_{\parallel} \approx \pi$, $\rho \approx 2.3 \text{ cm}$ et $b \approx 0.1$. Nous obtenons alors $((\omega - \omega^*) / \omega^*) \approx 1.6 \cdot 10^{-2}$. La correction apportée à ω^* par $k_{\parallel}$ est de l'ordre du pourcent en valeur relative.

Si maintenant $k_{\parallel} \approx 0$, et $\sigma \approx 1$, on retrouve le mode appelé habituellement « onde de dérive » :

$$\omega \approx k_y v_{De} = \omega^* \quad (1.27)$$

1.3.2. Relation de dispersion avec collisions et dérive électronique axiale

L'objectif est ici d'écrire une relation de dispersion nous permettant d'obtenir des régimes instables des ondes de dérive^{6,7,8,9}.

Le plasma est faiblement ionisé. Les collisions entre les particules neutres et les particules chargées sont importantes (fréquences de collision notées γ_e et γ_i), alors que les collisions coulombiennes sont négligées.

Comme précédemment, le régime est électrostatique : les variations de densité ne perturbent pas le champ magnétique constant.

Nous considérons que les ions sont froids ($T_i \approx 0$) et que la vitesse de dérive diamagnétique des ions est très faible ($v_{Di} \approx 0$).

D'autre part, la vitesse de phase de l'onde selon l'axe du cylindre satisfait :

$$\frac{\omega}{k_z} \gg c_s = \sqrt{\frac{KT_e}{m_i}} \quad (1.28)$$

⇒ Nous pouvons alors négliger la vitesse des ions selon l'axe du cylindre.

On prend en compte un faisceau électronique dérivant le long du champ magnétique. Cette vitesse vient s'ajouter à la dérive diamagnétique des électrons. La vitesse de polarisation est en revanche négligée. A l'état stable, la vitesse des électrons s'écrit :

$$\mathbf{v}_{eo} = v_{\parallel o} \mathbf{e}_z + v_{De} \mathbf{e}_\theta \quad (1.29)$$

ou

$$\mathbf{v}_{eo} = v_{\parallel o} \mathbf{e}_z + \mathbf{v}_{e\perp o} \quad \text{avec} \quad \mathbf{v}_{e\perp o} = v_{De} \mathbf{e}_\theta$$

En notant * les petites perturbations des différentes grandeurs, on a :

$$\mathbf{v}_e = \mathbf{v}_{eo} + \mathbf{v}_{e*} = (v_{//o} + v_{//*})\mathbf{e}_z + \mathbf{v}_{e\perp o} + \mathbf{v}_{e\perp*} \quad (1.30)$$

$$\mathbf{v}_i = \mathbf{v}_{i\perp*} \quad (1.31)$$

Sans perturbation, le potentiel est nul, ainsi que le champ électrique : on notera E et ϕ les perturbations.

Enfin :

$$n_e = n_o + n_{e*} \quad (1.32)$$

$$n_i = n_o + n_{i*} \quad (1.33)$$

Nous utilisons ici encore l'approximation « plasma slab ». Les perturbations se font sous la forme $\exp[-i(\omega t - k_x x - k_y y - k_z z)]$.

Nous pouvons maintenant linéariser les équations fluides du mouvement et de continuité :

- pour les ions :

$$n_o m_i \frac{\partial \mathbf{v}_{i\perp*}}{\partial t} = -en_o \mathbf{grad}_{\perp} \phi + en_o B(\mathbf{v}_{i\perp*} \times \mathbf{e}_z) - n_o m_i \gamma_i \mathbf{v}_{i\perp*} \quad (1.34)$$

$$\frac{\partial n_{i*}}{\partial t} + n_o \mathbf{div}_{\perp} \mathbf{v}_{i\perp*} + \mathbf{v}_{i\perp*} \cdot \mathbf{grad}_{\perp} n_o = 0 \quad (1.35)$$

- pour les électrons :

Pour les équations électroniques, nous négligeons l'inertie des électrons, sauf en ce qui concerne le terme de collisions le long de l'axe du cylindre. Les électrons ne sont plus alors boltzmanniens, n_{e*} et ϕ n'oscillent plus en phase et les ondes de dérive peuvent devenir instables.

Equation de continuité :

$$\frac{\partial n_{e*}}{\partial t} + n_o \mathbf{div} \mathbf{v}_{e*} + \mathbf{v}_{e\perp*} \cdot \mathbf{grad}_{\perp} n_o + v_{//o} \frac{\partial n_{e*}}{\partial z} + v_{De} \cdot \mathbf{grad}_{\perp} n_{e*} = 0 \quad (1.36)$$

Equations du mouvement :

Selon e_z :

$$0 = -KT_e \frac{\partial n_{e*}}{\partial z} + en_o \frac{\partial \phi}{\partial z} - n_o m_e \gamma_e v_{ez*} \quad (1.37)$$

Perpendiculairement à l'axe du cylindre :

$$0 = -KT_e \mathbf{grad}_{\perp} n_o + en_o \mathbf{grad}_{\perp} \phi - en_o B(\mathbf{v}_{e\perp*} \times \mathbf{e}_z) \quad (1.38)$$

D'où les équations suivantes :

- pour les ions :

$$-im_i \omega \mathbf{v}_{i\perp*} = -ie \mathbf{k}_{\perp} \phi + eB(\mathbf{v}_{i\perp*} \times \mathbf{e}_z) - m_i \gamma_i \mathbf{v}_{i\perp*} \quad (1.39)$$

$$-i\omega n_{i*} + in_o \mathbf{k}_{\perp} \cdot \mathbf{v}_{i\perp*} + \mathbf{v}_{i\perp*} \cdot \mathbf{grad}_{\perp} n_o = 0 \quad (1.40)$$

- pour les électrons :

$$i\omega n_{e*} - in_o \mathbf{k} \cdot \mathbf{v}_{e*} - \mathbf{v}_{e\perp*} \cdot \mathbf{grad}_{\perp} n_o - iv_{//o} k_z n_{e*} - in_{e*} \mathbf{k} \cdot \mathbf{v}_{De} = 0 \quad (1.41)$$

$$-iKT_e k_z n_{e*} + ik_z en_o \phi - m_e n_o \gamma_e v_{ez*} = 0 \quad (1.42)$$

$$-in_{e*} KT_e \mathbf{k}_{\perp} + ien_o \phi \mathbf{k}_{\perp} - en_o B(\mathbf{v}_{e\perp*} \times \mathbf{e}_z) = 0 \quad (1.43)$$

Exprimons n_{i*} à partir des équations (1.39) et (1.40) :

En notant :

$$\rho = \frac{c_s}{\omega_{ci}} = \frac{\sqrt{m_i KT_e}}{eB} \quad (1.44)$$

Et en prenant $k_x \approx 0$, $k_y \approx k_{\perp}$, ainsi que (ω/ω_{ci}) , $(\gamma_i/\omega_{ci}) \ll 1$, on obtient :

$$n_{i*} = \frac{n_o}{\omega} \frac{e\phi}{KT_e} [\omega^* - \rho^2 k_{\perp}^2 (\omega + i\gamma_i)] \quad (1.45)$$

Exprimons maintenant n_{e*} à partir des équations (1.41), (1.42) et (1.43) :

$$n_{e*} = \frac{n_o e \phi}{KT_e} \frac{i \frac{k_z^2 KT_e}{m_e \gamma_e \omega} + \frac{\omega^*}{\omega}}{1 - \frac{v_{//o}}{\omega} k_z + i \frac{k_z^2 KT_e}{m_e \gamma_e \omega}} \quad (1.46)$$

Nous obtenons la relation de dispersion en assurant la quasi-neutralité du plasma :

$$n_e = n_i \Rightarrow n_{e*} = n_{i*}$$

D'où, en notant :

$$b = \rho^2 k_{\perp}^2 \quad \text{avec} \quad \rho = \frac{c_s}{\omega_{ci}} \quad (1.47)$$

$$\gamma_{//} = \frac{k_z^2 KT_e}{m_e \gamma_e} \quad (1.48)$$

$$\omega_o = v_{//o} k_z \quad (1.49)$$

la relation de dispersion^{6,7,8,9} :

$$b\omega^2 + \omega[i\gamma_{//}(1+b) + i\gamma_i b - \omega_o b] - \gamma_{//}(i\omega^* + b\gamma_i) + \omega_o(\omega^* - ib\gamma_i) = 0 \quad (1.50)$$

a) Pour retrouver $\omega = \omega^*$, regardons ce qui se passe si :

$$k_z \rightarrow 0$$

$$\gamma_e, \gamma_i \rightarrow 0$$

$$v_{//o} \rightarrow 0$$

Alors, d'après (1.45) et (1.46),

$$\begin{aligned} n_{e*} &\rightarrow n_o \frac{e\phi}{KT_e} \\ n_{i*} &\rightarrow \frac{n_o}{\omega} \frac{e\phi}{KT_e} (\omega^* - \rho^2 k_{\perp}^2 \omega) \end{aligned} \quad (1.51)$$

D'où :

$$\omega = \frac{\omega^*}{1+b} \quad (1.52)$$

Si, comme dans le paragraphe précédent, $b \ll 1$, alors $\omega = \omega^*$.

b) Regardons maintenant le cas où :

$$\omega_o = 0$$

$$b \ll 1$$

$$\gamma_i \rightarrow 0$$

L'équation (1.50) devient :

$$b\omega^2 + i\gamma_{//}\omega - i\gamma_{//}\omega^* = 0 \quad (1.53)$$

En prenant k réel et ω imaginaire, on obtient :

- Si $(\gamma_{//}/b) \gg \omega^*$: deux valeurs possibles de ω :

$$\omega = \omega^* + ib \frac{\omega^{*2}}{\gamma_{//}} \quad (1.54)$$

ou

$$\omega = -i \frac{\gamma_{//}}{b} \quad (1.55)$$

Nous remarquons que dans ce cas limite il y a une instabilité car il existe une partie imaginaire de ω qui est positive (les variations sont en $\exp(-i\omega t)$).

La prise en compte, dans le modèle, des phénomènes de collision nous permet donc d'obtenir des régimes instables.

Des études à propos de la relation de dispersion des ondes de dérive ont été réalisées par *Marden-Marshall et al*⁷ et *Ellis et al*^{8,9}. Le modèle « plasma slab » est abandonné pour un modèle cylindrique non-local, plus réaliste (voir par la suite). De plus, une dérive électronique axiale ainsi qu'un potentiel appliqué $\phi_o(r)$ sont inclus dans le modèle. Ce potentiel engendre une vitesse de dérive v_ϕ dite « $E \times B$ » égale à :

$$v_{\phi} = -\frac{1}{B} \frac{d\phi_o}{dr} e_{\theta} \quad (1.56)$$

d'où

$$\omega_{\phi} = -\frac{m}{rB} \frac{d\phi_o}{dr} \quad (1.57)$$

Cette pulsation vient s'ajouter à ω^* , il y a ainsi un décalage par effet Doppler des fréquences des ondes de dérive. Si la dérivée du potentiel ϕ_o par rapport à r est négative, ω_{ϕ} vient s'ajouter à la pulsation des ondes de dérive électronique ω^* . D'autre part, une étude⁷ montre l'effet de ω_{ϕ} sur le taux de croissance de l'instabilité : l'instabilité est d'autant plus importante que ω_{ϕ} est grand. Pour passer d'un régime dynamique à un autre, c'est sur ce facteur que nous interviendrons en modifiant le potentiel $\phi_o(r)$.

1.4. Equations différentielles régissant le potentiel

Cette partie comprend une description des travaux effectués par différents auteurs. Des équations différentielles régissant le potentiel sont présentées et discutées.

1.4.1. Equation linéaire prenant en compte les collisions et la dérive électronique axiale

Les hypothèses sont celles du paragraphe (1.3.2), en remplaçant l'approximation « plasma slab » par un modèle cylindrique^{7,8,9}. Les variations des différentes grandeurs se font maintenant sous la forme :

$$A(r) \exp(-i\omega t + ik_z z + im\theta)$$

avec m entier, car les conditions azimutales sont périodiques ; $k_\theta = m/r$.

Les équations (1.34) à (1.38) peuvent être réduites à une équation différentielle^{7,8,9} en r :

$$\boxed{\frac{\partial^2 \psi}{\partial r^2} + \left(\frac{1}{r} + \frac{1}{n_o} \frac{\partial n_o}{\partial r} \right) \frac{\partial \psi}{\partial r} + \left[Q(r) - \frac{m^2}{r^2} \right] \psi = 0} \quad (1.58)$$

où :

$$\begin{aligned} \psi(r) &= \frac{e\phi(r)}{KT_e} \\ Q(r) &= \frac{1}{(\omega + i\gamma_i)\rho^2} \left[\omega^*(r) - \frac{\omega(\omega^*(r) + i\gamma_{||})}{\omega - \omega_o + i\gamma_{||}} \right] \\ \omega^*(r) &= -\frac{KT_e}{eB} \frac{m}{r} \frac{1}{n_o} \frac{\partial n_o}{\partial r} \quad , \quad b = Q\rho^2 \end{aligned}$$

Les autres notations sont celles du paragraphe (1.3.2).

Cette équation, même si elle tient compte des phénomènes de collision, reste linéaire. Elle n'est correcte que dans l'approximation des petites fluctuations.

1.4.2. Equation non-linéaire tenant compte d'un gradient de température

Nous considérons que les ions sont froids ($T_i \approx 0$), et que le champ magnétique reste constant :

$$\mathbf{E} = -\mathbf{grad}\phi$$

Contrairement à ce qui précède, nous supposons dans ce paragraphe que la température électronique est fonction de x .

Nous négligeons les variations des différentes grandeurs selon e_z , c'est à dire :

$$\frac{\partial}{\partial z} \rightarrow 0$$

Les électrons sont boltzmanniens,

$$n_{e^*} = n_o \frac{e\phi}{KT_e}$$

Nous utilisons l'approximation « plasma slab ».

Le fluide ionique obéit à l'équation de continuité :

$$\frac{\partial n_i}{\partial t} = - \text{div}(n_i \mathbf{v}_i) \quad (1.59)$$

Avec $\mathbf{v}_i = v_{//} \mathbf{e}_z + \mathbf{v}_\perp$, $\mathbf{v}_\perp = \mathbf{v}_{PQ} + \mathbf{v}_{Pi}$, où :

$$\mathbf{v}_{PQ} = \frac{\mathbf{e}_z \times \text{grad}\phi}{B}$$

$$\mathbf{v}_{Pi} = - \frac{m_i}{eB^2} \frac{\partial(\text{grad}\phi)}{\partial t}$$

(1.59) devient :

$$\frac{\partial n_{i^*}}{\partial t} = - \text{div}((n_o + n_{i^*})(v_{//} \mathbf{e}_z + \mathbf{v}_{PQ} + \mathbf{v}_{Pi}))$$

d'où, en écrivant que $n_{e^*} = n_{i^*}$ ^{10,11,12}:

$$\boxed{(1 - \rho^2 \frac{\partial^2}{\partial y^2}) \frac{\partial \psi}{\partial t} - \kappa_n c_s \rho \frac{\partial \psi}{\partial y} + \kappa_T c_s \rho \psi \frac{\partial \psi}{\partial y} = 0} \quad (1.60)$$

où :

$$\psi = \frac{e\phi}{KT_e}$$

$$\kappa_n = \frac{1}{n_o} \frac{\partial n_o}{\partial x}$$

$$\kappa_T = \frac{1}{T_e} \frac{\partial T_e}{\partial x}$$

Le dernier terme de cette équation (1.60) est non-linéaire. Remarquons que ce terme disparaît si on émet l'hypothèse que T_e est constant.

En écrivant :

$$a = -\rho^2, \quad c = -\kappa_n c_s \rho \quad \text{et} \quad f = \kappa_T c_s \rho$$

et en incluant un terme de forçage périodique d'amplitude ε , de nombre d'onde k_o , de fréquence Ω , et un terme linéaire d'amortissement, on obtient l'équation :

$$\boxed{\frac{\partial \psi}{\partial t} + a \frac{\partial^3 \psi}{\partial t \partial^2 y} + c \frac{\partial \psi}{\partial y} + f \psi \frac{\partial \psi}{\partial y} = -\varepsilon \sin(k_o y - \Omega t) - \gamma \psi} \quad (1.61)$$

Cette équation a été résolue numériquement par *K. He* et *G. Hu* et permet d'aboutir à un chaos spatio-temporel¹¹. Elle présente l'inconvénient de mal décrire les phénomènes mis en jeu dans Mirabelle car les collisions et la dérive électronique axiale ne sont pas prises en compte. D'autre part, le terme non-linéaire de cette équation, qui permet d'obtenir un régime chaotique spatio-temporel, est directement dépendant du gradient de température.

On écrit la solution sous la forme :

$$\psi(y, t) = \sum_{p=0}^{N-1} \psi_p(t) \exp(ipy) \quad \text{en} \quad y = y_j = \frac{2\pi j}{N}, j = 0, \dots, N-1 \quad (1.62)$$

car le potentiel possède une périodicité de 2π en y .

N représente le nombre de points de grille du schéma numérique permettant de résoudre l'équation.

Remarquons que les termes de forçage et d'amortissement sont nécessaires pour faire apparaître les instabilités. Le forçage périodique symbolise la source d'énergie des ondes de dérive.

1.4.3. Equation non-linéaire tenant compte d'un gradient de densité

Nous considérons que les ions sont froids ($T_i \approx 0$), et que le champ magnétique reste constant :

$$E = -\text{grad}\phi$$

Les électrons sont boltzmanniens,

$$n_{e^*} = n_o \frac{e\phi}{KT_e}$$

Nous utilisons l'approximation « plasma slab ».

Le fluide ionique obéit à l'équation de continuité :

$$\frac{\partial n_i}{\partial t} = -\text{div}(n_o(\mathbf{v}_E + \mathbf{v}_{Pi})) \quad (1.63)$$

Dans cette équation, on néglige n_{i^*} . Contrairement au paragraphe précédent, la non-linéarité proviendra du terme convectif présent dans $\mathbf{v}_{Pi}$. En effet :

$$\mathbf{v}_{Pi} = -\frac{m_i}{eB^2} \left[\frac{\partial}{\partial t}(\nabla\phi) + \left(\frac{\mathbf{e}_z \times \nabla\phi}{B} \cdot \nabla \right) \nabla\phi \right] \quad (1.64)$$

$$\text{et } \mathbf{v}_E = \frac{\mathbf{e}_z \times \nabla\phi}{B} \quad (1.65)$$

(1.63) devient alors :

$$\frac{\partial n_{i^*}}{\partial t} = -n_o \text{div}(\mathbf{v}_{Pi}) - \mathbf{v}_E \cdot \nabla n_o \quad (1.66)$$

car $\text{div}(\mathbf{v}_E) = 0$ et nous avons négligé $\mathbf{v}_{Pi}$ dans le dernier terme de l'équation (1.66).

En assurant la quasi-neutralité, nous obtenons l'équation de « Hasegawa-Mima »^{13,14}:

$$\boxed{\frac{\partial}{\partial T}(\Delta\psi - \psi) - \frac{KT_e}{\rho^2 eB} [(\nabla\psi \times \mathbf{e}_z) \cdot \nabla][\Delta\psi - \ln(n_o)] = 0} \quad (1.67)$$

Avec :

$$\psi = \frac{e\phi}{KT_e}, \quad \rho^2 = \frac{c_s^2}{\omega_{ci}^2}, \quad T = \omega_{ci} t, \quad \mathbf{R} = \mathbf{r} / \rho$$

Comme dans l'équation (1.61) un terme de forçage périodique est nécessaire pour exciter les modes. L'inconvénient de cette équation, par rapport à Mirabelle, est qu'elle ne prend pas en compte les collisions, nécessaires au développement des instabilités. La diffusion anormale, grâce à l'observation des trajectoires de particules tests, a cependant déjà été étudiée numériquement à l'aide de cette équation¹⁵.

1.5. Bilan

Dans la première partie de ce chapitre, les ondes de dérive ont été décrites en prenant en considération les principaux phénomènes physiques présents.

Puis nous avons vu que, dans Mirabelle, les instabilités apparaissent grâce aux phénomènes collisionnels entre les particules chargées et les particules neutres.

Par la suite, les résultats expérimentaux seront comparés aux résultats théoriques présentés par *Ellis et al.*^{8,9} et *Marshall et al.*⁷ obtenus à partir du modèle cylindrique non-local.

Les expressions utilisées seront les suivantes :

- Pour les ondes de dérive :

$$v_{De} = -\frac{KT_e}{eB} \frac{1}{n_o} \frac{\partial n_o}{\partial r} \quad (1.68)$$

$$\omega^*(r) = -\frac{KT_e}{eB} \frac{m}{r} \frac{1}{n_o} \frac{\partial n_o}{\partial r} \quad (1.69)$$

$$= k_\theta v_{De} \quad \text{avec} \quad k_\theta = \frac{m}{r} \quad (1.70)$$

Equation différentielle régissant le potentiel :

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial r^2} + \left(\frac{1}{r} + \frac{1}{n_o} \frac{\partial n_o}{\partial r} \right) \frac{\partial \psi}{\partial r} + \left[Q(r) - \frac{m^2}{r^2} \right] \psi = 0 \quad (1.71)$$

où :

$$\psi(r) = \frac{e\phi(r)}{KT_e} \quad (1.72)$$

$$Q(r) = \frac{1}{(\omega + i\gamma_{\perp})\rho^2} \left[\omega^*(r) - \frac{\omega(\omega^*(r) + i\gamma_{\parallel})}{\omega - \omega_o + i\gamma_{\parallel}} \right] \quad (1.73)$$

$$\omega_o = v_{\parallel o} k_z \quad (1.74)$$

$$\gamma_{\parallel} = \frac{k_z^2 KT_e}{m_e \gamma_c} \quad (1.75)$$

- Pour la dérive $E \times B$:

$$v_{\phi} = -\frac{1}{B} \frac{d\phi_o}{dr} \mathbf{e}_{\theta} \quad (1.76)$$

d'où

$$\omega_{\phi} = -\frac{m}{rB} \frac{d\phi_o}{dr} \quad (1.77)$$

Après cette description des ondes de dérive, nous abordons maintenant la notion de chaos.

Chapitre 2 : Le chaos et les méthodes de contrôle

Le monde est-il déterministe et prévisible ? La nature fonctionne-t-elle selon des lois simples qui, si elles étaient connues dans leur totalité, permettraient l'explication et la prévision de tout événement ? Ces questions, capables d'engendrer de grands débats, ne concernent pas uniquement les scientifiques, mais également tout individu curieux du monde qui l'entoure, de son origine, de sa manière d'évoluer.

Les scientifiques ont toujours perçu que la majorité des comportements dynamiques de différents systèmes étaient complexes, mais seuls les phénomènes dits « intégrables », c'est à dire pourvus d'une solution analytique, ont pu être décrits et prévus de façon précise.

Il apparaît que dans certaines situations, des systèmes décrits par des lois parfaitement connues peuvent conduire à des phénomènes extrêmement variés et complexes. Leur évolution semble non prévisible à long terme (on parle alors d'évolution chaotique, la connaissance des états passés ne suffit pas pour prévoir les états futurs). Par exemple, le modèle météorologique de Edward Lorenz (1963), composé de trois variables dont l'évolution temporelle est régie par l'association de trois équations différentielles, simples et parfaitement connues, présente en fonction des paramètres du système, un comportement chaotique ou un comportement régulier. Ainsi, une loi, apparemment simple, peut contenir une certaine forme de complexité, dont la frontière avec la forme régulière n'est pas parfaitement identifiable.

L'évolution vers la complexité n'est possible que grâce à la non-linéarité d'un système. En effet, si la loi d'évolution est linéaire, le système réagit de façon proportionnelle à une perturbation, et l'état obtenu sera toujours unique. En revanche, si la loi est non-linéaire, une perturbation peut être modélisée et amplifiée par des interactions entre différents éléments du

système, permettant à celui-ci d'accéder à des régimes dynamiques nouveaux. Le système peut alors être éventuellement chaotique et explorer de façon apériodique une partie de son espace des états. Plus cet espace parcouru est dense, plus le système s'approche du régime turbulent.

La particularité du système chaotique est donc sa capacité à accéder lors de son évolution à des régimes dynamiques différents, contrairement au système périodique pour lequel l'état accessible est unique. La dynamique chaotique est une superposition de plusieurs orbites périodiques instables. Par d'habiles perturbations (= contrôles), il est possible d'orienter le système vers telle ou telle orbite choisie. Contrairement au régime chaotique, le régime turbulent n'est pas contrôlable.

Il apparaît que la périodicité est un cas particulier de la complexité, qui est elle-même une combinaison de phénomènes simples. La science du chaos a le mérite de s'intéresser à ces comportements complexes, à leur évolution et le cas échéant à leur contrôle. De plus, elle a montré la non-prédictibilité à long terme de phénomènes pourtant *a priori* « maîtrisés » par des équations mathématiques. A l'image de la théorie quantique qui n'autorise pas une mesure simultanée, avec une précision infinie, de la quantité de mouvement d'une particule et de sa position, la nature semble poser une limite aux prédictions d'évolution des systèmes non linéaires.

Dans ce chapitre, nous décrivons rapidement les principaux outils utilisés pour caractériser le chaos¹⁶, et nous nous intéressons aux notions de chaos temporel et spatio-temporel, ainsi qu'aux méthodes de contrôle du chaos.

2.1. Caractérisation du chaos

Nous nous intéressons ici à un système dynamique dissipatif déterministe. *Dynamique* car il s'agit d'un système qui évolue au cours du temps. *Dissipatif* car le système dissipe par « frottement » l'énergie qu'il reçoit et qui lui permet d'évoluer. C'est ce frottement qui autorise l'existence d'un « attracteur » correspondant à une limite asymptotique des états accessibles du système. La limite est atteinte au bout d'un temps fini. *Déterministe* enfin parce que les équations qui régissent l'évolution du système existent, même si elles ne sont pas forcément connues.

L'évolution temporelle d'un système dissipatif déterministe peut être décrite par l'équation¹⁶ :

$$\frac{dX}{dt} = f(X), \quad \text{avec } X = (X_1, \dots, X_p) \quad (2.1)$$

où p est la dimension de l'espace des phases du système.

Si cette équation est non linéaire, elle peut, selon la valeur de ses paramètres, conduire à un régime chaotique. L'évolution au cours du temps de la grandeur physique X fournit une série temporelle. Il est nécessaire d'y extraire les informations nous permettant de diagnostiquer le type de régime obtenu. Pour cela, nous avons mis au point ou utilisé plusieurs outils de traitement du signal.

Le spectre de puissance (obtenu par l'algorithme de la FFT) donne une première information. Si à un régime périodique correspond un spectre composé de raies très fines, le spectre d'un régime chaotique comprendra des pics larges, alors que le spectre d'un régime turbulent est quasiment continu. D'autre part, le tracé de l'évolution dans l'espace des phases du point repéré par le vecteur X à p dimensions donne également une information importante. En effet, un état stationnaire y sera caractérisé par un point fixe, alors qu'une oscillation périodique correspondra à une courbe fermée, appelée cycle limite. L'oscillation chaotique,

pour un système dissipatif, sera représentée par un attracteur étrange. Cet attracteur occupe alors plus ou moins l'espace des phases. Il s'inscrit dans un espace de dimension inférieure à p . Le théorème de Takens¹⁷ nous permet de construire l'espace des phases à partir d'une série temporelle. Il est en effet possible, suivant la méthode des retards, de retrouver un espace des phases ayant les mêmes propriétés topologiques que l'espace des phases réel. Il s'agit de générer le vecteur X selon la formule :

$$X(t) = [s(t), s(t + t_o), s(t + 2t_o), \dots, s(t + (d - 1)t_o)] \quad (2.2)$$

avec $2D_A + 1 \leq d \leq p$

$s(t)$ est la série temporelle ; d est appelée dimension de plongement ; D_A est la dimension de l'attracteur (ou dimension de corrélation) ; t_o est le temps correspondant au premier zéro de la fonction d'autocorrélation. Il peut être également déterminé grâce à la mutuelle information. Ce temps est d'autant plus bref que le signal est périodique.

Notons qu'une visualisation de l'attracteur en trois dimensions donne souvent des informations pertinentes lorsque le chaos est de basse dimensionnalité (dimension de corrélation de l'ordre de quelques unités).

On peut également réaliser une section dite de « Poincaré » en réduisant l'hyperespace d'une dimension. Par exemple en trois dimensions, on obtient l'intersection de l'attracteur avec un plan défini arbitrairement. Il est ainsi souvent pratique d'analyser l'évolution du système en examinant les points successifs d'intersection de la trajectoire avec ce plan. On obtient une application discrète du type : $P_{n+1} = f(P_n)$ où P_n est un point d'intersection entre l'attracteur et le plan de Poincaré, et où n correspond au pas de temps. La théorie de Floquet permet de réaliser une telle analyse. Le principe est de linéariser la dynamique au voisinage d'un point périodique instable choisi. On obtient une équation du type :

$$\delta P_{n+1} = A \delta P_n \quad (2.3)$$

Les valeurs propres de la matrice A fournissent les multiplicateurs de Floquet et ses vecteurs propres associés. Si le module d'un multiplicateur est inférieur à un, la direction qui lui est associée est stable. A l'inverse, si le module d'un multiplicateur est supérieur à un, la direction qui lui est associée est instable. C'est à partir de cette analyse qu'est construit le signal de contrôle de la méthode OGY (Ott, Grebogi, Yorke)¹⁸ (voir section 2.2.1).



Un système chaotique déterministe dissipatif possède la propriété d'être très sensible aux conditions initiales, ce qui implique que deux trajectoires issues de points aussi voisins que l'on veut vont s'écarter l'une de l'autre de façon exponentielle. C'est une propriété qui peut être évaluée de manière quantitative grâce aux exposants de Lyapunov¹⁹. Si le système est défini par ses équations différentielles, en les linéarisant au voisinage d'un point donné, nous obtenons :

$$\delta \dot{X}(t) = J [X(t)] \delta X(t) \quad (2.4)$$

où J est la matrice Jacobienne.

On en déduit la matrice L telle que :

$$\delta X(t) = L(t) \delta X(t=0) \quad (2.5)$$

Par diagonalisation de la matrice L , nous obtenons ses valeurs propres $\exp(\lambda_i t)$ (les valeurs λ_i sont les exposants de Lyapunov). Si il existe au moins un exposant de Lyapunov positif, alors le régime est chaotique à condition qu'il existe également un exposant négatif. En effet, pour que les trajectoires restent bornées dans l'espace des phases, la propriété d'étirement (exposant positif) doit être compensée par la propriété de repliement (exposant négatif) afin d'éviter une divergence à l'infini.

Afin de caractériser un éventuel aspect spatio-temporel du chaos, il est possible d'utiliser une méthode appelée « décomposition bi-orthogonale »^{20,21}. Nous ne développons pas ici tous les détails concernant cette méthode. Notons simplement qu'il s'agit de séparer du signal l'aspect temporel (les résultats sont appelés les « chronos ») de l'aspect spatial (les résultats sont appelés les « topos »). Des « poids » accompagnent ces résultats, permettant d'évaluer l'importance d'un mode par rapport aux autres. Nous privilégierons par la suite les topos, représentés en coordonnées polaires. Ils donneront une représentation spatiale des modes des ondes de dérive.

2.2. Le chaos temporel

Au sens du chaos, un système sera « petit » ou « confiné » si une étude uniquement temporelle s'avère suffisante pour décrire l'évolution dynamique de ce système. Ainsi, la dimension spatiale n'intervient pas sur le comportement du système. Dans cette partie, nous ne nous intéressons qu'aux systèmes confinés, donc qu'au chaos purement temporel.

Les deux méthodes de contrôle développées ci-dessous exploitent la sensibilité d'un système chaotique aux conditions initiales et l'existence d'orbites périodiques instables. Un attracteur chaotique se construit sur un squelette d'orbites périodiques instables²², et l'objectif est alors de perturber légèrement le système pour le stabiliser près d'une de ces orbites. Une première méthode¹⁸ (OGY) est appliquée de façon discrète au système alors que la seconde méthode²³ (TDAS, Time Delay AutoSynchronization) est appliquée de façon continue.

2.2.1. La méthode de contrôle OGY

La méthode a été imaginée en 1990 par E. Ott, C. Grebogi et J. A. Yorke¹⁸. Le signal de contrôle est construit à partir d'une analyse de la section de Poincaré. Le choix d'une orbite périodique instable à stabiliser ayant été effectué, cette orbite possède un point périodique dans le plan de Poincaré. Grâce à la théorie de Floquet, on recherche alors les directions stables et instables autour du point périodique. Il suffit ensuite de déterminer la variation à appliquer au paramètre de contrôle afin d'assurer la stabilisation de l'orbite. Imaginons que, dans une section de Poincaré à deux dimensions, il existe une direction stable et une direction instable (voir fig. 2.1). P_o est le point périodique. La direction (1) est instable, alors que la direction (2) est stable. Au temps n , le point P_n s'est écarté de P_o . Comme la direction (1) est instable, il est nécessaire de corriger l'orbite du système par rapport à cette direction. On calcule alors la perturbation δp_n à apporter au paramètre de contrôle p_o pour amener le point P_n en P_{n+1} . Le point P_o est légèrement modifié car il devient P_θ ($p_o + \delta p_n$). Ainsi, cette méthode perturbe faiblement l'ensemble du système pour le stabiliser au voisinage d'une orbite périodique instable. Par analogie, il est intéressant d'imaginer une bille, soumise à la gravitation, placée sur une selle de cheval et stabilisée par petits déplacements judicieux de la selle. L'inconvénient majeur de cette méthode est sa sensibilité au bruit car le contrôle n'est appliqué que de façon périodique (aux instants où l'orbite choisie passe par la section de Poincaré). D'autre part, lorsque les fréquences observées sont élevées, l'analyse en temps réel, nécessaire pour cette méthode, peut poser des difficultés expérimentales.

Précisons ici la signification du terme « paramètre de contrôle ». Un paramètre de contrôle permet, en le faisant évoluer, d'orienter le système d'un régime dynamique vers un autre régime. Lorsque l'on applique la méthode de contrôle, on agit sur ce paramètre, mais l'évolution moyenne reste proche de zéro. De petites perturbations lui sont appliquées, sans modifier sa valeur moyenne.

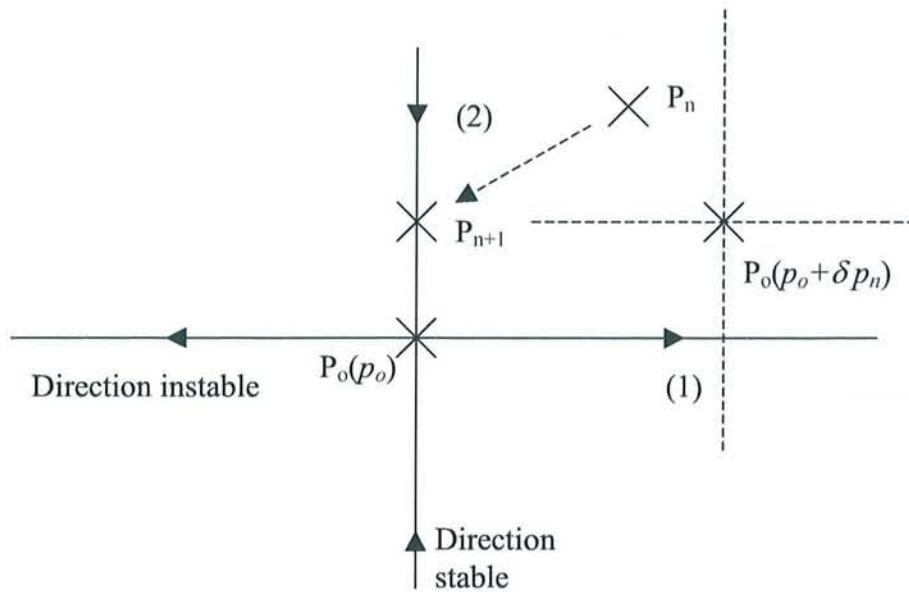


Fig. 2.1 : Principe de la méthode OGY. Par petites perturbations sur le paramètre de contrôle, l'orbite décrite par le système est corrigée pour éviter un décalage dans la direction instable par rapport au point périodique.

2.2.2. La méthode de contrôle TDAS

Dans cette méthode proposée par K. Pyragas²³, on applique en continu à la variable dynamique, ou au paramètre de contrôle, un « signal d'erreur » correspondant à la déviation de la variable par rapport à l'orbite périodique instable choisie. La loi de contrôle prend cette fois la forme :

$$C(t) = K [S(t) - S(t - \tau)] \quad (2.6)$$

où K est un coefficient ajustable (le gain), $C(t)$ est le signal de contrôle, $S(t)$ est le signal à contrôler, et τ est le retard choisi, de l'ordre de la période associée à l'orbite périodique instable choisie. L'avantage de cette méthode est qu'elle ne requiert ni identification des points périodiques instables, ni analyse de la dynamique au voisinage de ces points dans le plan de section de Poincaré. Cependant, il n'y a pas de garantie de succès *a priori*, bien que l'efficacité de la méthode ait été prouvée expérimentalement et numériquement.

Auparavant, et avec succès, la réaction de systèmes chaotiques à l'application de perturbations continues avait déjà été étudiée. Mais c'est K. Pyragas qui pour la première fois a eu l'idée d'utiliser comme signal de contrôle un signal de rétroaction. La méthode permet de ne pas « forcer » le système. Elle permet ainsi de stabiliser le comportement dynamique au voisinage des orbites périodiques instables déjà présentes dans le régime avant contrôle.

D'autre part, les perturbations sont de moins grande amplitude qu'avec un signal de contrôle externe au système. En effet, si l'orbite choisie (par le choix du retard τ) est effectivement stabilisée, le signal de contrôle tend, après transition, vers zéro. Bien entendu, pour que l'orbite reste stabilisée, le signal de contrôle ne tend pas rigoureusement vers zéro, mais il possède de légères fluctuations permettant de corriger tout écart du système par rapport à l'orbite périodique instable.

Un tel contrôle est présenté figure (2.2). Les résultats ont été obtenus à partir d'un système numérique d'oscillateurs couplés (voir chap. 6). Le retard choisi correspond à la période de l'orbite stabilisée. Nous voyons clairement la différence de régularité du signal entre avant et après contrôle. On peut également observer la décroissance du signal de contrôle au moment où ce signal est appliqué. Enfin, après la transition, de légères fluctuations autour de zéro correspondent aux petites corrections nécessaires à la stabilisation de l'orbite périodique.

De plus, K. Pyragas a montré dans son article²³ de 1992 que cette méthode restait efficace en présence de bruit. Une augmentation du bruit engendre une augmentation de l'amplitude du signal de contrôle. Mais comme le contrôle est continu, la perturbation est appliquée à tout moment, ce qui permet au système de décrire en permanence une orbite proche de l'orbite périodique instable. C'est la différence majeure avec la méthode OGY. En effet, pour la méthode OGY, la perturbation n'est appliquée que lorsque l'orbite du système passe à

proximité du point fixe dans la section de Poincaré. Si l'éloignement par rapport au point fixe est trop important, notamment en présence de bruit, le contrôle n'est alors plus possible.

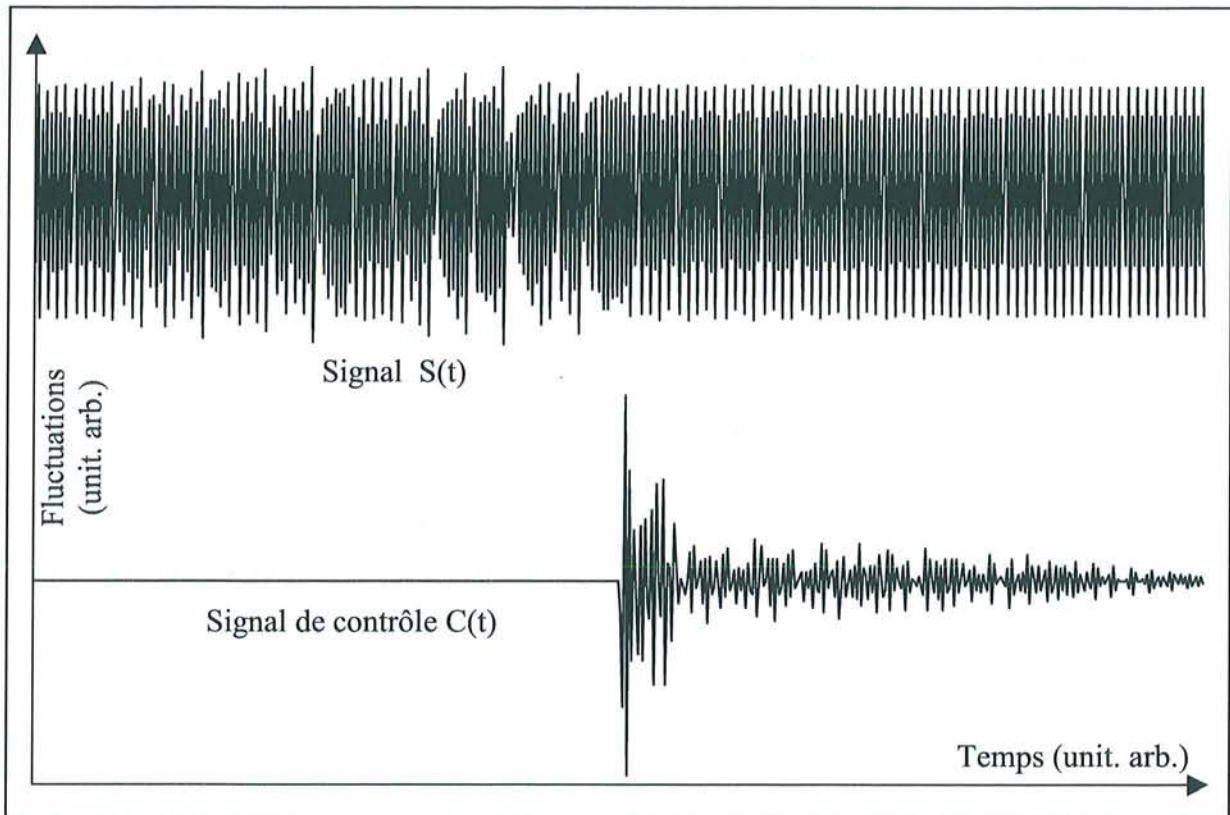


Fig. 2.2 : Signal et signal de contrôle obtenus sur un système numérique d'oscillateurs couplés. Le temps de retard τ choisi correspond à la période de l'orbite stabilisée.

Dans un article²⁴ daté de 1997, *Just et al.* ont montré que le contrôle par injection dans le système d'un signal de rétroaction n'est efficace que si l'attracteur possède certaines propriétés topologiques. Pour résumer, celui-ci doit présenter une torsion non nulle (voir figure 2.3).

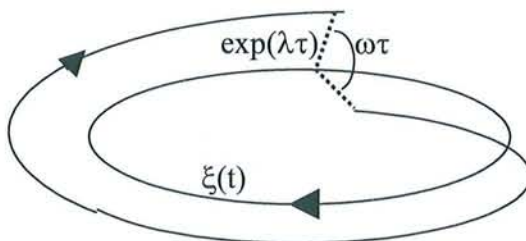


Fig. 2.3 : Torsion de l'attracteur. $\xi(t)$ est l'orbite à stabiliser, τ est sa période. $(\omega \tau)$ est l'angle de torsion entre l'orbite à stabiliser et l'orbite réelle.

Sur cette figure, λ est l'exposant de Lyapunov. τ est la période de l'orbite à stabiliser. Sur cet intervalle de temps, la trajectoire réelle s'écarte d'une distance proportionnelle à $\exp(\lambda\tau)$ par rapport à la trajectoire à stabiliser. Les auteurs ont ainsi montré que si ω est nul, le contrôle est impossible. Ils ont également montré qu'il existe une valeur optimale du gain K pour laquelle la méthode de contrôle est la plus efficace.

Cette méthode a été appliquée avec succès en physique des plasmas à propos des ondes d'ionisation²⁵. Nous allons voir dans les chapitres suivants que la méthode de contrôle TDAS (Time Delay AutoSynchronization) proposée par K. Pyragas permet d'atténuer un régime dynamique chaotique spatio-temporel des ondes de dérive. De plus, nous verrons que le régime stabilisé peut être différent suivant la valeur du retard τ .

Notons qu'une méthode de contrôle de rétroaction a déjà été mise en œuvre avec succès pour réduire le transport anormal dû à des instabilités « flûte »² dans un plasma magnétisé de laboratoire²⁶. Il a été montré que la méthode de contrôle réduisait de façon significative le transport anormal grâce à la diminution de l'amplitude des oscillations.

2.3. Le chaos spatio-temporel

Le chaos devient beaucoup plus difficile à analyser lorsque l'espace doit être pris en compte. La taille d'un système est ainsi un paramètre déterminant. A cette taille est directement lié le nombre de degrés de liberté. En effet, il a été montré²⁷ que le nombre de degrés de liberté est une grandeur extensive. Ce nombre est proportionnel au nombre de régions spatiales, ou sous-systèmes, dont la taille serait déterminée par la cohérence des évolutions dynamiques à l'intérieur d'une telle région. Ainsi, deux régions sont distinctes par le fait qu'elles agissent différemment l'une de l'autre de façon sensible. Cette propriété engendre des variations de phase entre les différents sous-systèmes, conduisant alors

l'ensemble du système à un régime de chaos spatio-temporel. Dans un « petit » système, les fluctuations temporelles s'effectuent avec une différence de phase constante entre chaque région de l'espace. La structure spatiale est alors régulière. En revanche, un « grand » système peut être divisé en sous-systèmes avec des fluctuations indépendantes les unes des autres, conduisant au chaos spatio-temporel. On conçoit alors aisément la difficulté que peut représenter le contrôle du chaos spatio-temporel.

L'application d'un signal de contrôle TDAS sur un système spatialement étendu ne pourra *a priori* être efficace pour l'ensemble du système, mais seulement pour un sous-système à partir duquel on aura construit le signal de contrôle. Nous verrons toutefois par la suite qu'une telle méthode a un effet non négligeable sur un chaos spatio-temporel.

Beaucoup de recherches actuelles sont orientées vers les systèmes non-linéaires étendus présentant un chaos spatio-temporel. Les méthodes de contrôle doivent prendre en compte l'aspect spatial du système. Bien sûr les évolutions spatiales et temporelles sont intrinsèquement liées, et il semble difficile pour un contrôle uniquement spatial ou uniquement temporel d'être efficace dans un tel système. Quelques études numériques ont été réalisées dans le but de tester les différentes stratégies de contrôle du chaos spatio-temporel.

Bleich et Socolar²⁸ ont suggéré l'utilisation d'un signal retardé local. Une région de l'espace possède alors son propre signal de contrôle obtenu à partir de sa propre série temporelle. Le signal de contrôle en un point donné ne dépend que du passé de la variable dynamique observée en ce point, et non pas de grandeurs moyennées spatialement sur l'ensemble du système.

D'autres auteurs ont montré^{29,11} que l'application de cette méthode de contrôle locale pouvait être efficace avec un minimum critique de sites de contrôle périodiquement espacés dans l'ensemble du système, rejoignant ainsi l'idée de la division d'un système étendu en plusieurs sous-systèmes à l'intérieur desquels les dynamiques sont purement temporelles.

Malheureusement, cette méthode est très difficile à mettre en place expérimentalement. En effet, elle nécessite l'application de nombreux signaux de contrôle à l'intérieur du système expérimental. A l'opposé, la méthode TDAS est facile à appliquer car il s'agit d'intervenir globalement sur le plasma depuis l'extérieur du système en agissant sur un paramètre de contrôle.

Parallèlement à cette dernière approche, d'autres auteurs suggèrent d'ajouter au signal de contrôle TDAS de nouvelles informations, comme la dérivée du signal TDAS³⁰, ou une modulation périodique de l'amplitude du signal de contrôle³¹, qui, conformément au théorème de Giona³², permettrait le contrôle d'une gamme plus large de systèmes ayant des propriétés différentes. Pour chacune de ces deux méthodes, le contrôle n'est pas local, et il ne permet d'obtenir, en comparaison avec la méthode TDAS classique, qu'un signal de contrôle d'amplitude plus faible dans le cas du contrôle d'un régime chaotique de basse dimensionnalité.

Enfin, une approche « surprenante » peut être envisagée afin de contrôler le chaos spatio-temporel. Il s'agit d'introduire un « désordre » dans le système. *Braiman et al.*³³ ont ainsi montré sur un système numérique d'oscillateurs couplés (des pendules) que le régime chaotique spatio-temporel pouvait être contrôlé par la modification non uniforme de la longueur des pendules (= désordre), sachant que l'uniformité des pendules favorisait le chaos. Même si l'on ne connaît pas l'orbite que l'on va stabiliser, cette méthode peut être très utile dans les applications où toute dynamique périodique est préférée au chaos.

Jusqu'à maintenant, aucun outil simple à mettre en place n'a été mis au point pour contrôler le chaos dans les systèmes étendus. Nous nous intéressons dans ce travail à l'étude de l'efficacité de la méthode TDAS sur un système spatialement étendu. Nous montrons qu'un chaos spatio-temporel peut être sensiblement atténué en utilisant une méthode de contrôle purement temporelle.

Chapitre 3 : Le dispositif expérimental

3.1. *Mirabelle et les ondes de dérive*

Nous avons vu que dans tout plasma magnétisé présentant un gradient de densité pouvaient apparaître les ondes de dérive. La machine Mirabelle, mise au point au laboratoire¹, présente naturellement les caractéristiques permettant l'observation des ondes de dérive. Il est d'ailleurs intéressant de remarquer que dans de nombreuses expériences réalisées sur cette machine³⁴, l'apparition des ondes de dérive représentait un obstacle à toute mesure fine. L'objectif était alors de minimiser les gradients de densité pour éviter un niveau de « bruit » (fluctuations dues aux ondes de dérive) trop important.

Une description détaillée de la machine est présentée dans cette partie, ainsi que les grandeurs caractéristiques utilisées pour obtenir les ondes de dérive.

3.1.1. La machine Mirabelle

Les expériences sont réalisées dans une machine cylindrique triple plasma, baptisée Mirabelle, dont une photographie (Fig. 3.1) ainsi qu'un schéma détaillé (Fig. 3.2) sont donnés.

Elle est composée de deux chambres sources indépendantes et d'une section centrale immergée dans un champ magnétique constant parallèle à l'axe du cylindre.

La colonne centrale, dans laquelle les études sont effectuées, possède un diamètre de 23 cm et une longueur de 1.4 m. Cette colonne est plongée dans un solénoïde composé de bobines régulièrement espacées, parcourues par un courant continu d'une valeur maximale utilisée de 600 ampères, ce qui correspond à une valeur maximale du champ appliqué d'environ 0.11

Tesla. Les bobines sont refroidies par eau grâce à un circuit fermé dans lequel intervient un système de refroidissement. Le champ magnétique ainsi produit est homogène, sans gradient radial.

Le vide résiduel dans l'enceinte est de 3.10^{-5} Torr. Le gaz utilisé est l'argon, à des pressions variant de 1 à 4.10^{-4} Torr.

Dans une des deux chambres sources, 24 filaments en tungstène, de longueur 16 cm et de diamètre 0.2 mm, sont chauffés à environ 1900 K pour émettre les électrons primaires. Grâce à une différence de potentiel appliquée entre l'anode et les filaments, les électrons sont accélérés et ionisent l'argon.

L'anode est une chemise cylindrique isolée des parois, sur laquelle sont disposés des aimants permanents en ferrite formant un champ magnétique multipolaire de confinement des électrons primaires. Ces aimants sont disposés suivant les génératrices du cylindre, avec des polarités alternées d'une génératrice à l'autre. Ils permettent d'augmenter le temps de vie des électrons primaires (temps entre le moment où ils sont émis et le moment où ils sont collectés par la paroi) qui est de l'ordre de 0.2 ms. Le taux de collisions ionisantes est alors amélioré.

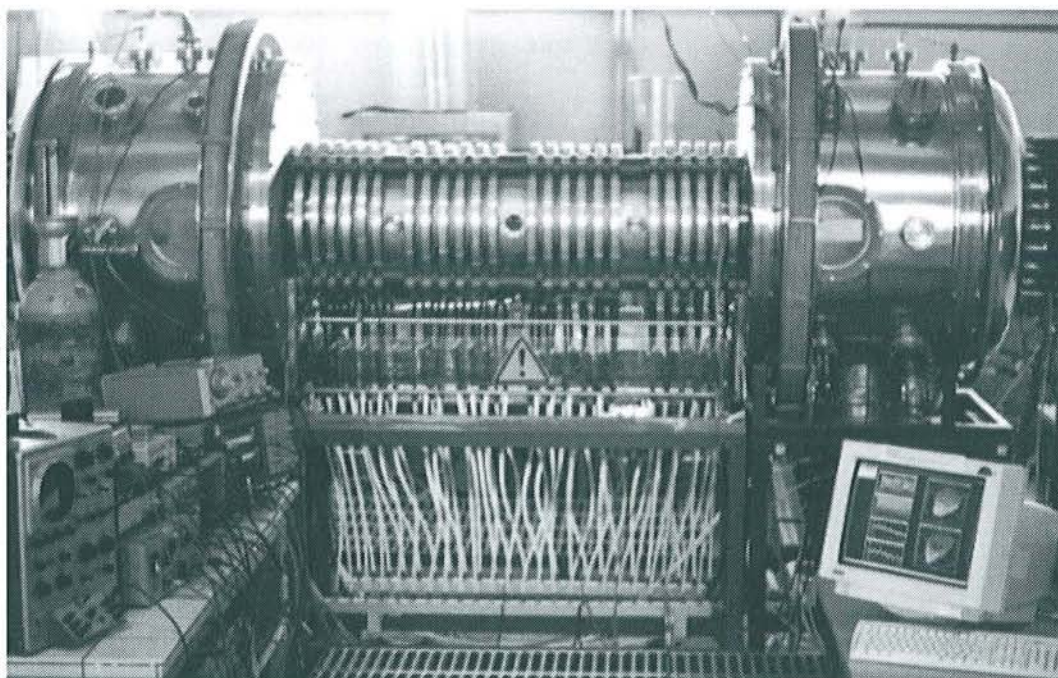


Fig. 3.1 : La machine triple plasma Mirabelle.

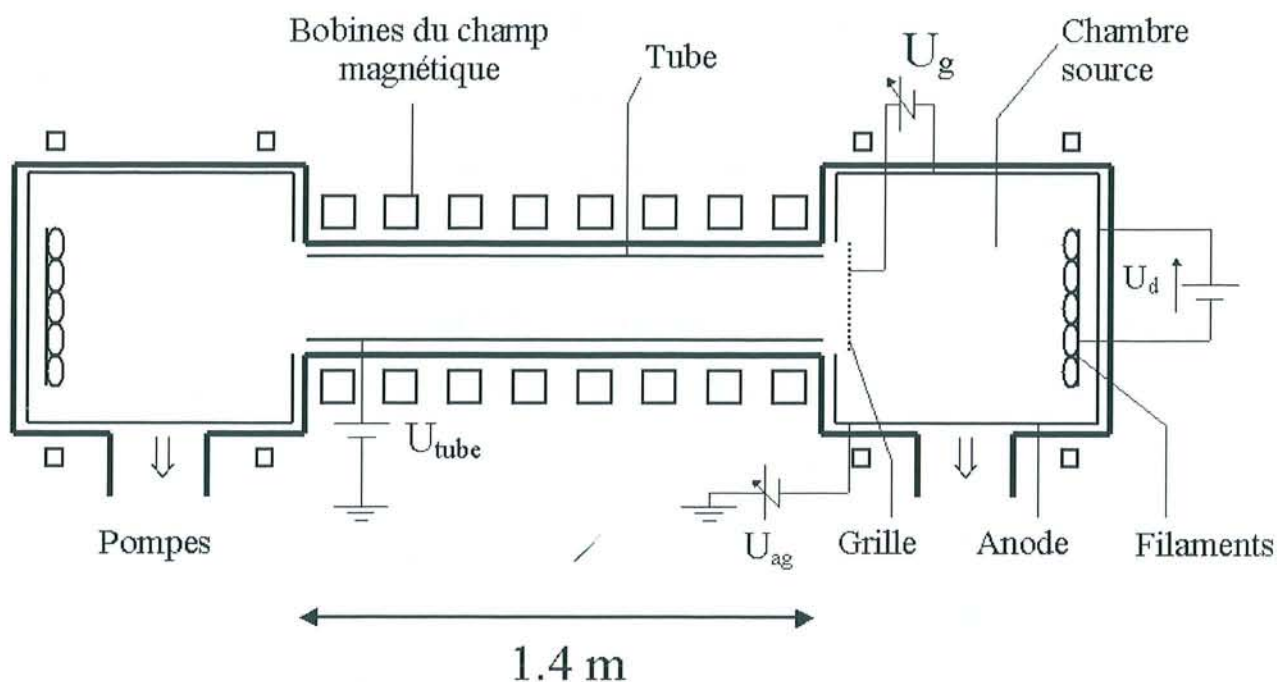


Fig. 3.2 : Schéma détaillé de Mirabelle

L'objectif étant d'obtenir un plasma homogène, il faut contrer l'apparition de faisceaux d'électrons ionisants qui sont issus de chaque filament et qui suivent les lignes de champ magnétique. On obtiendrait sinon dans la colonne centrale des images de chaque filament, engendrant une série d'accidents d'homogénéités en densité. Dans ce but, sur chacune des deux chambres sources sont montées des bobines dites « de compensation », créant un champ en opposition au champ magnétique principal, ce qui permet de minimiser le champ total en avant des filaments.

Nous obtenons ainsi une redistribution quasi-aléatoire des électrons primaires et le plasma à l'intérieur de la colonne est plus homogène. Il est très facile de constater ce phénomène, soit en coupant l'alimentation des bobines de compensation, soit, mieux encore, en inversant le sens du courant les parcourant. La topologie des lignes de champ magnétique dans le plasma d'extrémité est détaillée dans la thèse d'état de Th. Pierre³⁴, ou dans la thèse de I. Boucher³⁵.

3.1.2. Obtention des ondes de dérive

Les notations utilisées dans cette partie sont celles de la figure (3.2).

Le courant parcourant le solénoïde central est compris entre 100 et 600 A, ce qui correspond à un champ magnétique compris entre 20 et 110 mT.

Entre l'anode et les filaments est appliquée une tension de décharge U_d de 15 à 60 volts. Afin de pouvoir décaler les tensions des filaments et de l'anode par rapport à la masse, nous disposons d'une tension de décalage U_{ag} , entre l'anode et la masse. Dans les expériences réalisées cette tension est souvent prise égale à zéro.

Une grille, disposée à l'entrée de la section centrale de la machine, et dont on peut ajuster le potentiel par rapport à l'anode (tension de grille U_g , variant de 0 à 20 volts), permet d'influencer le mouvement des électrons primaires et le champ électrique E à l'intérieur du plasma étudié.

Notons qu'un cylindre, appelé tube, placé dans la section centrale de la machine, et isolé des parois, autorise une polarisation par rapport à la masse de l'ensemble de la chambre centrale. Cette tension de tube U_{tube} peut varier de 0 à 60 volts. La polarisation du tube engendre une modification de la dérive $E \times B$ à l'intérieur de la machine, qui permet de déstabiliser le plasma.

Ainsi, si tous les paramètres décrits précédemment sont très utiles pour « ajuster » précisément le plasma, c'est surtout la différence de potentiel entre la grille et le tube qui joue un rôle déterminant dans l'obtention des ondes de dérive. C'est en effet le champ électrique créé qui permet d'obtenir tel ou tel régime dynamique des ondes de dérive.

Dans l'ensemble des expériences, c'est la tension appliquée entre le tube et la masse (U_{tube}) qui est utilisée comme paramètre de contrôle du système.

3.2. Matériel d'acquisition

3.2.1. La couronne de 32 sondes

Les fréquences typiques des ondes de dérive que l'on souhaite observer ont des valeurs comprises entre 3 et 15 kHz.

Pour visualiser les fluctuations de densité, nous avons disposé des sondes à une position radiale où le gradient de densité est le plus important.

Dans cette géométrie cylindrique de Mirabelle, les conditions aux limites azimutales sont périodiques, c'est pourquoi azimutalement les ondes de dérive ont des modes m qui sont entiers.

Ce sont ainsi 32 sondes régulièrement espacées sur un cercle (Fig. 3.3) qui vont nous permettre d'analyser la dynamique temporelle et spatio-temporelle des ondes de dérive. Nous utilisons des sondes de Langmuir cylindriques de 0.2 mm de diamètre et 4 mm de longueur, régulièrement disposées sur un cercle de rayon $r = 7$ cm dans une section du cylindre à environ 40 cm de la grille.

Sur chaque sonde polarisée au-delà du potentiel plasma, qui est environ égal à 5 volts, nous collectons les électrons et les fluctuations de densité sont mesurées à travers une résistance placée en série.

Le dispositif de 32 sondes est couplé à un système de mesures qui rend possible l'obtention d'images spatio-temporelles (Fig. 3.4) des ondes de dérive en temps réel.

Nous avons choisi de mettre en place une chaîne d'acquisition au standard VXI (Tektronix VX4244, fréquence d'échantillonnage de 200 kHz et numérisation en 16 bits), pilotée par micro-ordinateur. Ce système permet d'obtenir un diagnostic avec une résolution temporelle $\Delta t \approx 4 \mu s$ et une résolution spatiale $\Delta x \approx 1.4$ cm. Il offre une visualisation en temps réel des ondes de dérive (une à deux images par seconde).

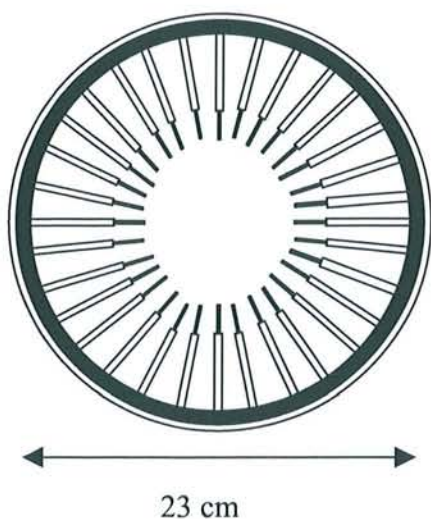


Fig. 3.3 : Couronne de 32 sondes placée dans une section du cylindre.

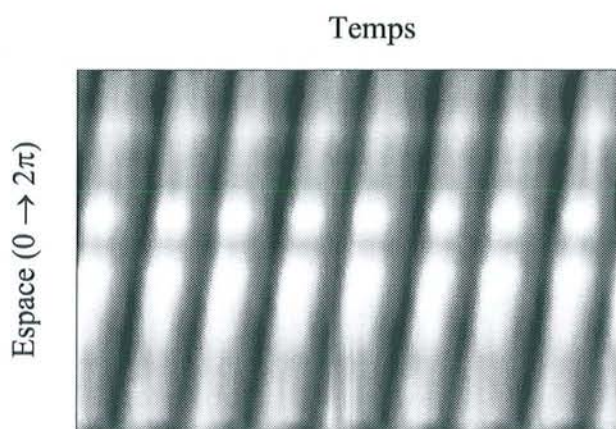


Fig. 3.4 : Exemple d'image spatio-temporelle obtenue à partir de la couronne 32 sondes. On peut observer ici un mode $m = 1$ dominant (pour plus de précisions, voir le paragraphe 4.1.2).

On peut penser que l'introduction d'un tel système de mesures dans la machine peut éventuellement perturber le plasma étudié. Les sondes sont polarisées à une valeur proche du potentiel plasma. La perturbation à ce niveau est donc faible, et ceci est confirmé grâce à l'observation des ondes à partir de la sonde centrale ou de la sonde 3D (voir paragraphe suivant). En effet, le régime dynamique des ondes de dérive ne semble pas évoluer quand le potentiel appliqué sur les sondes augmente. Notons enfin que les gaines qui entourent les sondes sont en contact avec le tube, et sont donc au même potentiel que celui-ci.

3.2.2. La sonde 3D

Dans le but d'analyser le plasma dans ses trois dimensions, nous disposons d'un chariot mobile (Fig. 3.5) sur lequel est fixé, au bout d'une tige de 20 cm, une sonde cylindrique, de surface de collection environ égale à $(11 \pm 2 \text{ mm}^2)$.

Le chariot est posé dans la colonne centrale de Mirabelle et permet un déplacement de la sonde dans les trois directions de l'espace.

Le déplacement se fait grâce à trois moteurs pas à pas pilotés par micro-ordinateur, et reliés au chariot par trois passages étanches. L'erreur de positionnement de la sonde est relativement faible car inférieure à 0.3 cm. Cette sonde peut être polarisée.

Pour des raisons techniques, le chariot ne peut se déplacer qu'au delà de la couronne de 32 sondes par rapport à la chambre source, la couronne faisant barrage au déplacement du chariot. Cependant, l'espace situé entre la couronne et la grille peut être en partie prospecté si la tige supportant la sonde est suffisamment longue pour pouvoir franchir la section de la couronne alors que le chariot est basé au-delà de la couronne (Fig. 3.5). Cette sonde 3D va nous permettre d'établir un diagnostic précis du plasma obtenu dans Mirabelle.

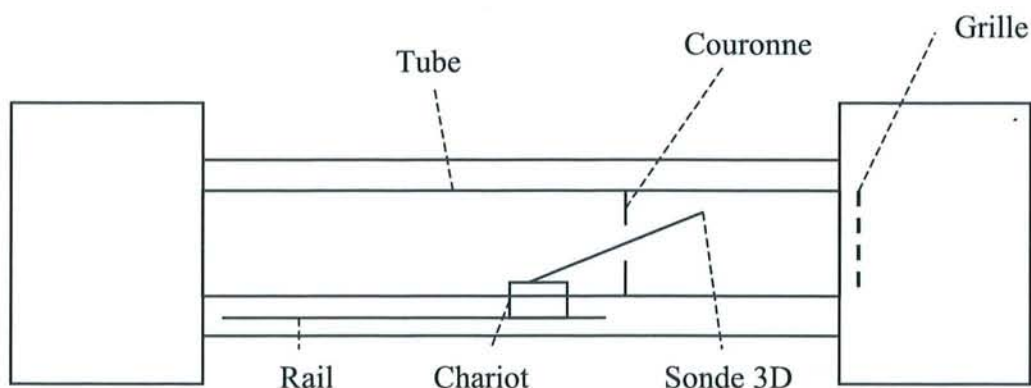


Fig. 3.5 : Dispositif lié à la sonde 3D.

Ajoutons que nous disposons d'une autre sonde de Langmuir plane, située au milieu de la colonne centrale, mobile radialement. Sa surface de collection est environ égale à 20 mm^2 .

3.3. Elaboration et application du signal de contrôle

Afin de réaliser le contrôle d'un régime chaotique des ondes de dérive à partir d'une méthode temporelle, nous avons besoin d'un signal temporel caractérisant les fluctuations de densité. Pour cela, nous visualisons et enregistrons sur un oscilloscope Lecroy 9304 (fréquence d'échantillonnage 200 MHz, 8 bits) les fluctuations de courant au niveau d'une seule sonde, arbitrairement sélectionnée parmi les 32 sondes de la couronne.

Nous construisons un signal de contrôle $C(t)$ s'inspirant de la méthode Pyragas suivant la loi : $C(t) = K[S(t) - S(t-\tau)]^{23}$, où τ est un temps de retard approprié, K est une constante, et $S(t)$ est le signal prélevé au niveau de la sonde.

L'élaboration de ce signal se fait de la façon suivante (Fig. 3.6) : il s'agit de soustraire au signal chaotique en temps réel une version retardée de ce signal. C'est pourquoi le signal est numérisé, puis stocké dans un système électronique de mémoires de type FIFO, à longueur réglable numériquement, puis converti en un signal analogique. Ce dispositif, nommé retardateur, autorise des retards compris entre 2 et 1000 μs , alors que typiquement les retards que nous aurons à appliquer se situent entre 20 et 500 μs . Le retardateur de signal avait été conçu pour les manipulations liées aux ondes d'ionisation²⁵.

La différence entre le signal en temps réel et le signal retardé est alors réalisée grâce à un amplificateur différentiel classique, ce dernier permettant également d'ajuster la valeur de la constante K .

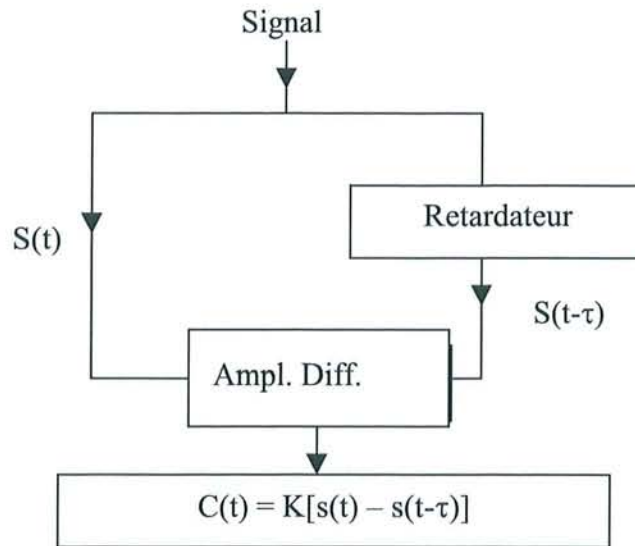


Fig. 3.6 : *Elaboration du signal de contrôle*

Ensuite, le signal de contrôle obtenu peut être appliqué à tout endroit du système où le courant est inférieur à 10 A. Le passage d'un tel courant à travers un amplificateur est possible grâce au BOSS 20V-10A. De plus, cet appareil est capable, à une valeur de courant de 10 A, d'injecter une tension avec une fréquence pouvant aller jusqu'à 20 kHz.

Le signal de contrôle sera généralement appliqué entre la grille et l'anode ou entre le tube et la masse. Toutefois, nous préférons la deuxième possibilité car elle correspond mieux à la géométrie des ondes de dérive qui se propagent azimuthalement alors qu'un contrôle appliqué entre grille et anode correspondrait mieux à des ondes se propageant selon l'axe du cylindre.

Chapitre 4 : Observation des ondes de dérive

Il s'agit dans ce chapitre de rapporter des observations expérimentales concernant les ondes de dérive. Ces résultats constituent le préalable indispensable à une bonne compréhension des phénomènes. Dans un premier temps, nous décrivons et discutons les méthodes nous permettant de caractériser le plasma obtenu dans Mirabelle. Ensuite, nous étudions l'évolution des ondes de dérive en fonction des paramètres capables de modifier le plasma.

4.1. Interprétation de la caractéristique courant-tension et de l'image spatio-temporelle

Nous indiquons ici la façon dont nous procédons pour déterminer la température électronique, la densité électronique, le potentiel plasma ainsi que le mode dominant des ondes de dérive observées.

4.1.1. Caractéristique courant-tension

Pour obtenir une telle caractéristique, nous polarisons une sonde plane (surface de collection S environ égale à 20 mm^2) ou une sonde cylindrique (surface de collection S environ égale à 11 mm^2) d'environ (-3 volts) à $(+15 \text{ volts})$. Nous évaluons alors le courant collecté en mesurant la tension U_r aux bornes d'une résistance placée en série avec la sonde (Fig. 4.1). La difficulté d'interprétation de la caractéristique obtenue provient de la présence des ondes de dérive car les fluctuations de densité engendrent un élargissement de cette caractéristique (Fig. 4.2).

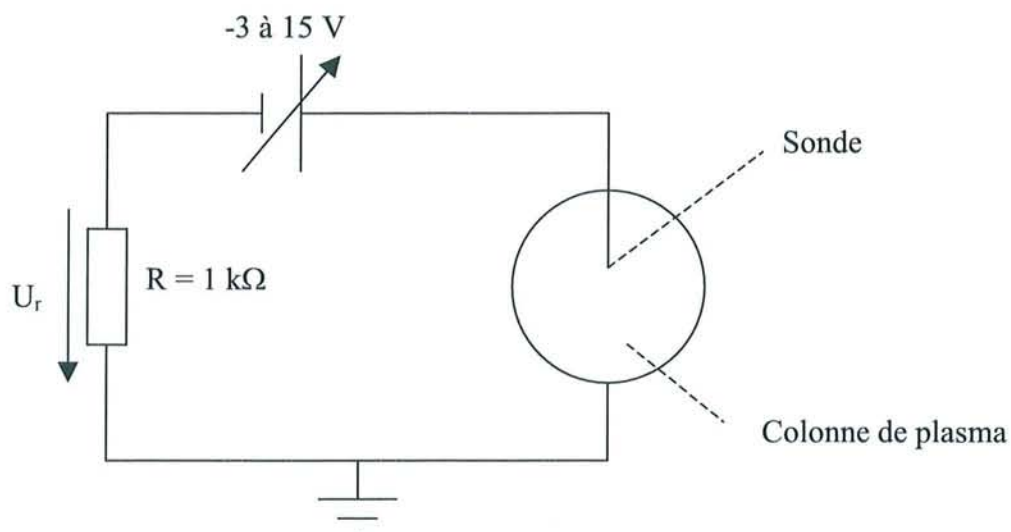


Fig. 4.1 : Circuit permettant d'obtenir la caractéristique courant-tension.

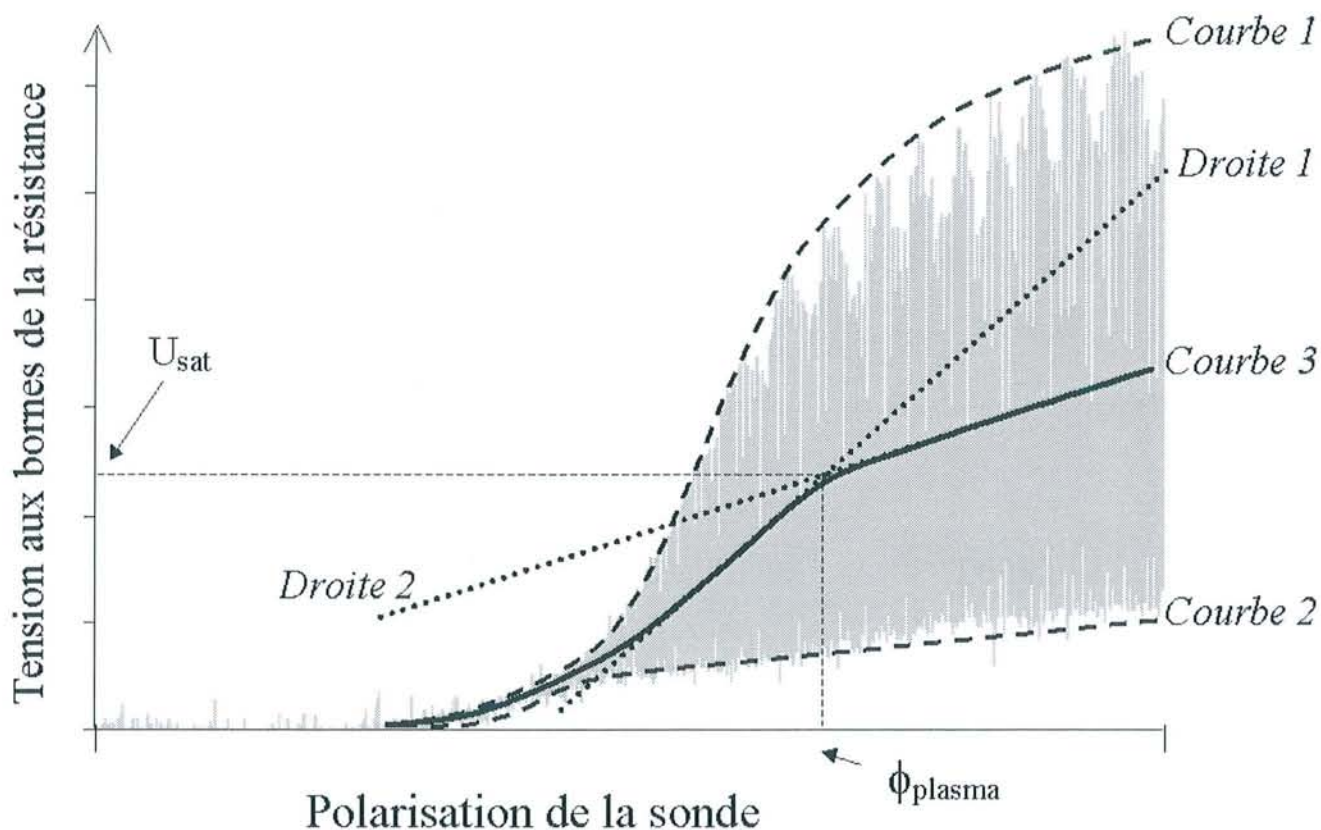


Fig. 4.2 : Caractéristique courant-tension type observée (ici pour $r = 7$ cm). La partie grisée représente la caractéristique enregistrée. C'est à partir de celle-ci que sont déterminées les valeurs de T_e , n_e et ϕ_{plasma} .

Sur la figure (4.2), la courbe 1 est la caractéristique courant-tension « supérieure », la courbe 2 est la caractéristique courant-tension « inférieure » et la courbe 3 est la courbe « moyenne » des deux précédentes. Parmi les courbes 1, 2 et 3, laquelle choisir pour déterminer T_e , n_e et ϕ_{plasma} ? Pour répondre à cette question, nous allons comparer différents profils obtenus à partir de ces trois types de courbe.

Notons que sur une courbe du type 1, 2 ou 3, la mesure de la température électronique se fait dans la région de sélection, là où le courant électronique a une forme exponentielle en fonction de la polarisation de la sonde. De l'intersection entre les droites (1) et (2) (voir Fig. 4.2), nous obtenons deux résultats : l'ordonnée donne le courant de saturation électronique ($= U_{sat} / R$) et l'abscisse donne le potentiel plasma. La connaissance de la température électronique et du courant de saturation permet de déterminer la densité électronique. Nous utilisons ici la théorie développée pour une sonde de Langmuir électrostatique. Nous supposons ainsi que le champ magnétique est suffisamment faible pour pouvoir utiliser cette théorie.

Nous présentons (Fig. 4.3 et 4.4) trois types de profil radial de densité et de profil radial de potentiel, correspondant aux trois courbes 1, 2 et 3. Les paramètres expérimentaux sont les suivants : $B = 37$ mT, $P = 2.10^{-4}$ Torr, $U_g = 5$ volts et $U_{tube} = 8$ volts.

Les températures électroniques obtenues, quasi-constantes en fonction de r , sont :

- 2.7 eV à partir de la courbe 1,
- 4.1 eV à partir la courbe 2,
- 3.7 eV à partir la courbe 3.

On observe (Fig. 4.3) que les profils de densité sont très différents. Pour la courbe 1, la densité est minimale au centre, ce qui n'est pas attendu. Ceci s'explique de la façon suivante. Les fluctuations de densité sont quasi-nulles au centre de la colonne de plasma. Lorsqu'on s'éloigne de $r = 0$ cm, les fluctuations augmentent et sont maximales pour $r \approx 7$ cm.

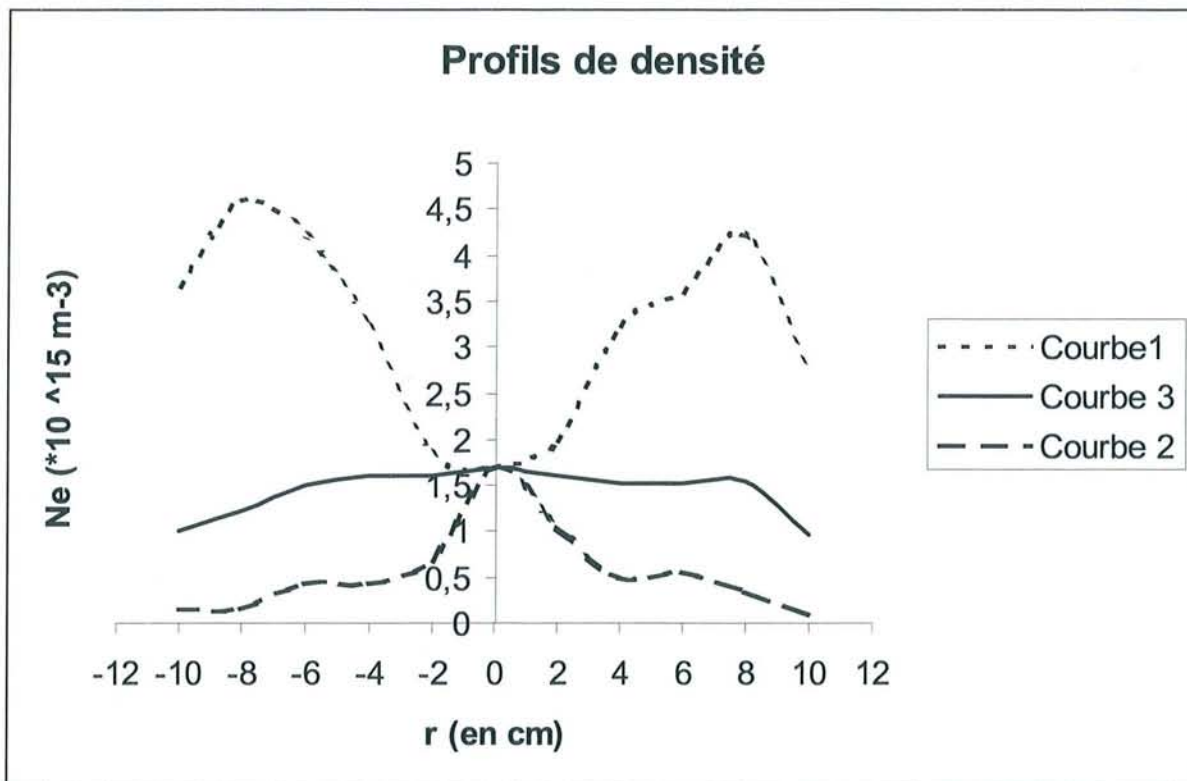


Fig. 4.3 : Profils de densité obtenus à partir des courbes de type 1, 2 et 3 (voir fig. 4.2).

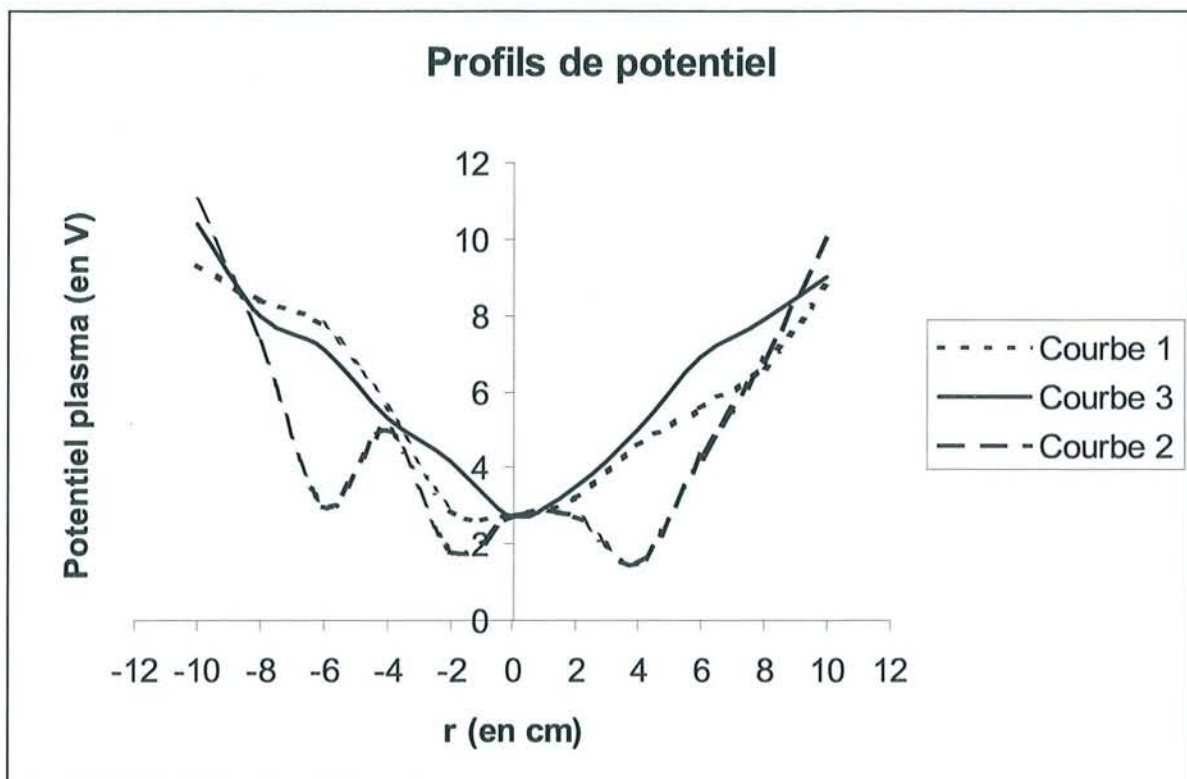


Fig. 4.4 : Profils de potentiel plasma obtenus à partir des courbes de type 1, 2 et 3 (voir fig. 4.2).

Quand r croît, l'augmentation de l'amplitude de ces fluctuations est nettement supérieure à la baisse du courant moyen de saturation. La courbe 1 donne ainsi un courant de saturation en $r \neq 0$ supérieur au courant de saturation en $r = 0$ cm. Ceci explique le résultat obtenu à partir de la courbe 1. Nous ne pouvons donc pas nous baser sur cette courbe pour déterminer les grandeurs recherchées.

Ce raisonnement est également valable pour le profil de densité déterminé à partir d'une courbe de type 2. Cette fois, l'effet est inverse, et la densité obtenue est inférieure à la densité réelle moyenne.

C'est à partir de la courbe 3 que nous déterminerons les profils. En effet, cette courbe représente le courant $(I_{saturation})_{moyen}$ en fonction de la polarisation de la sonde. Comme $I_{saturation}$ est directement proportionnel à la densité électronique, cette courbe 3 correspond bien à la caractéristique courant-tension moyenne. La densité déterminée à partir d'une telle caractéristique sera la densité moyenne.

En ce qui concerne le profil de potentiel (Fig. 4.4), nous remarquons que les deux profils obtenus à partir des courbes 1 et 3 sont relativement proches. La courbe 2 est peu fiable pour déterminer le potentiel plasma car elle est source d'erreur importante. Le potentiel plasma peut donc être évalué à partir de l'une ou l'autre des deux courbes 1 et 3.

De cette étude nous retenons deux informations. La première est que les valeurs de T_e , n_e et ϕ_{plasma} sont correctes si elles sont déterminées à partir de caractéristiques courant-tension de type (courbe 3). Nous pouvons alors considérer que l'erreur relative sur la détermination de la température électronique à partir de cette courbe est de l'ordre de 50 %. Des résultats précédents nous avons ainsi $T_e \approx (3.7 \pm 2)$ eV. La seconde information est que le potentiel plasma n'est *a priori* guère sensible aux fluctuations de densité électronique. Le profil de potentiel est proche d'une forme parabolique, ce qui engendre en première approximation une pulsation de dérive $E \times B$ ne dépendant pas de la position radiale r . La dérive de la colonne de

plasma se fait en bloc. Comme les fluctuations de densité n'engendrent pas de modification sensible du profil de potentiel, nous pouvons conclure (toujours en première approximation) que ces fluctuations n'introduisent pas de cisaillement de vitesse de dérive $E \times B$.

4.1.2. Image obtenue à partir de la couronne 32 sondes

L'image 32 sondes donne un point de vue spatio-temporel des ondes de dérive. En effet, en abscisses est représenté le temps, et en ordonnées l'espace. Les 32 sondes sont réparties sur un cercle entier. De telles images sont présentées figure (4.5). Pour identifier le mode présent, il suffit de prendre à un temps donné le signal spatial qui comportera m longueurs d'onde.

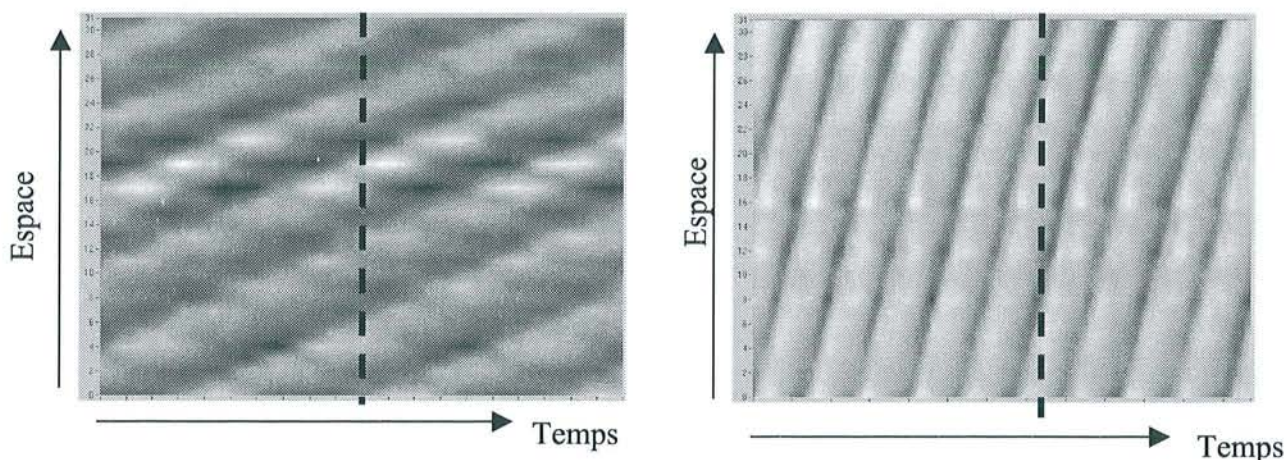


Fig. 4.5 : Images spatio-temporelles. La ligne pointillée correspond à un signal spatial obtenu à un temps fixé. Les franges brillantes correspondent à des maxima et les franges sombres à des minima. Nous voyons que la ligne pointillée franchit, à gauche, cinq minima (le mode est un mode $m = 5$) alors qu'elle franchit à droite deux minima (le mode est un mode $m = 2$).

La décomposition bi-orthogonale, réalisée sur ce type d'enregistrement, permet également de déterminer le mode m dominant par visualisation des « topos ». La figure (4.6) représente une telle visualisation pour le mode $m = 5$.

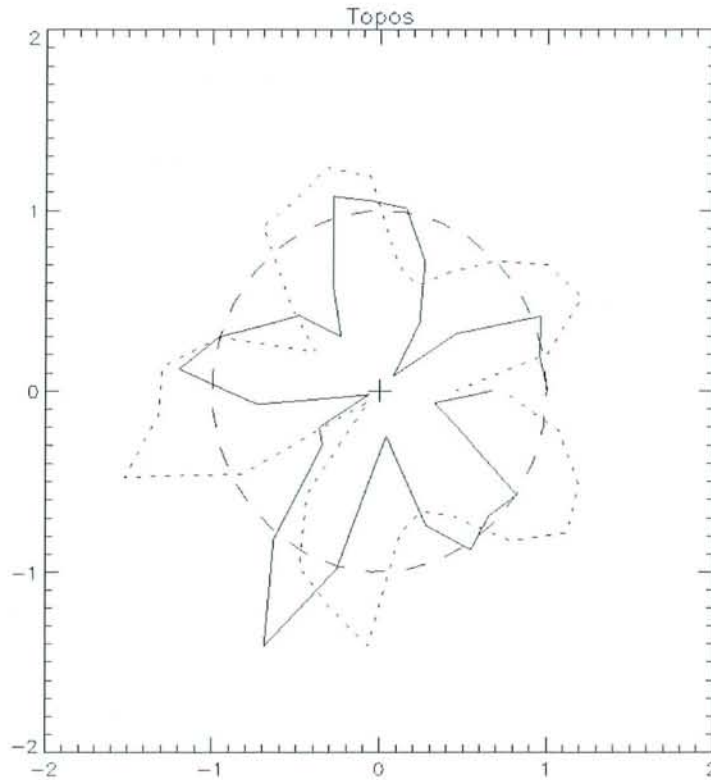


Fig. 4.6 : Visualisation des « topos » du mode dominant, obtenus à partir de la décomposition bi-orthogonale réalisée sur un enregistrement spatio-temporel. Cette image peut être regardée comme une courbe d'isodensité. On identifie un mode $m = 5$.

4.2. Evolution des ondes de dérive en fonction du champ magnétique

Nous montrons dans ce paragraphe que les ondes de dérive, suivant les valeurs du champ magnétique appliqué, peuvent engendrer des fluctuations magnétiques. Les ondes ne sont alors pas tout à fait électrostatiques. Nous étudions également l'évolution de la période des ondes de dérive en fonction de l'intensité du champ magnétique.

4.2.1. Fluctuations magnétiques

Les expériences présentées dans ce paragraphe ont été réalisées par M. T. Pierre.

Dans le premier chapitre a été évalué le rapport β (relation (1.0)) entre la pression cinétique des particules chargées et la pression magnétique. Nous avons vu que ce rapport

pouvait atteindre des valeurs proches de 10^{-5} . Afin d'enregistrer d'éventuelles fluctuations magnétiques, une sonde magnétique a été mise au point. Deux cents spires ont été disposées sur un cylindre de ferrite, de diamètre 6 mm et de longueur 15 mm. L'ensemble est blindé électrostatiquement par une double coque conductrice reliée à la masse. L'enveloppe extérieure est réalisée en résine de synthèse recouverte d'une couche d'isolant en céramique. La sonde est sensible à des fluctuations magnétiques d'intensité 10^{-9} T. Le champ magnétique appliqué est en effet suffisamment stable pour permettre des enregistrements d'aussi faible intensité. La mesure n'est évidemment pas locale, car cette bobine mesure les fluctuations de champ sur un volume important.

Pour percevoir des fluctuations magnétiques, il faut travailler à des valeurs de B relativement basses ou à des valeurs de densité relativement hautes. La figure (4.7) montre les résultats obtenus pour des valeurs du champ magnétique variant de 11 mT à 30 mT. Le rapport β varie alors d'environ $6 \cdot 10^{-6}$ à 10^{-6} . Nous voyons que les fluctuations magnétiques diminuent lorsque B augmente (ou que β diminue). D'autre part, le rapport entre l'intensité des fluctuations et l'intensité du champ principal est de l'ordre de 10^{-6} .

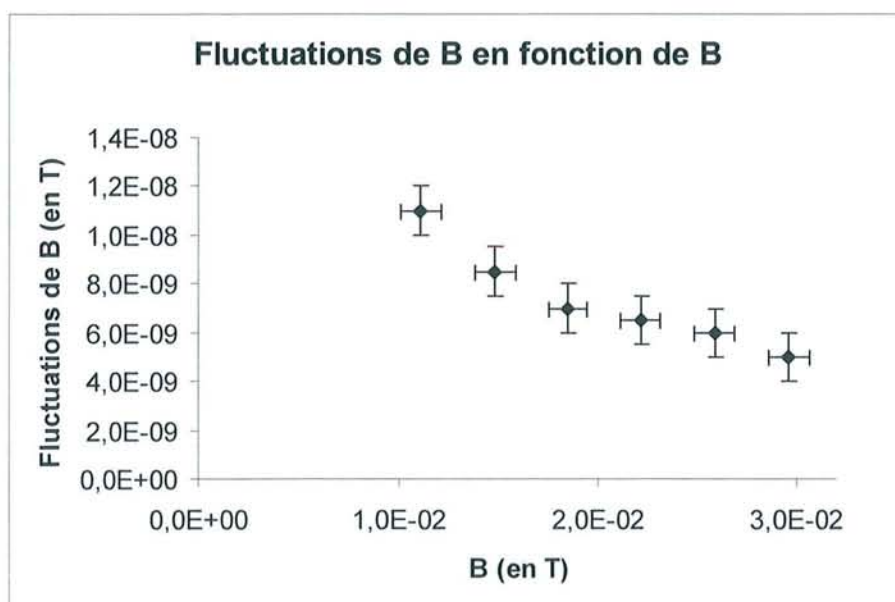


Fig. 4.7 : *Fluctuations magnétiques en fonction du champ magnétique appliqué. Nous remarquons une diminution de ces fluctuations lorsque B augmente.*

De cette étude nous pouvons conclure qu'à une valeur du champ magnétique d'environ 40 mT, les fluctuations magnétiques sont suffisamment faibles pour que l'on puisse considérer que les ondes de dérive sont électrostatiques. L'étude des fluctuations doit être poursuivie et fait actuellement l'objet d'un travail théorique de M. P. Sosenko.

4.2.2. Evolution de la fréquence en fonction du champ magnétique

Nous avons étudié, pour un mode $m = 1$ donné, l'évolution de la période des ondes de dérive en fonction de l'intensité du champ magnétique. Cette étude a été réalisée avec les mêmes valeurs de champ magnétique que dans le paragraphe précédent. Les résultats sont présentés figure (4.8). D'après les relations (1.69) et (1.77), la relation expérimentale attendue entre la période T et le champ magnétique B est linéaire. Ceci est vérifié pour des valeurs de B supérieures à 20 mT. Remarquons que cette droite doit passer par l'origine.

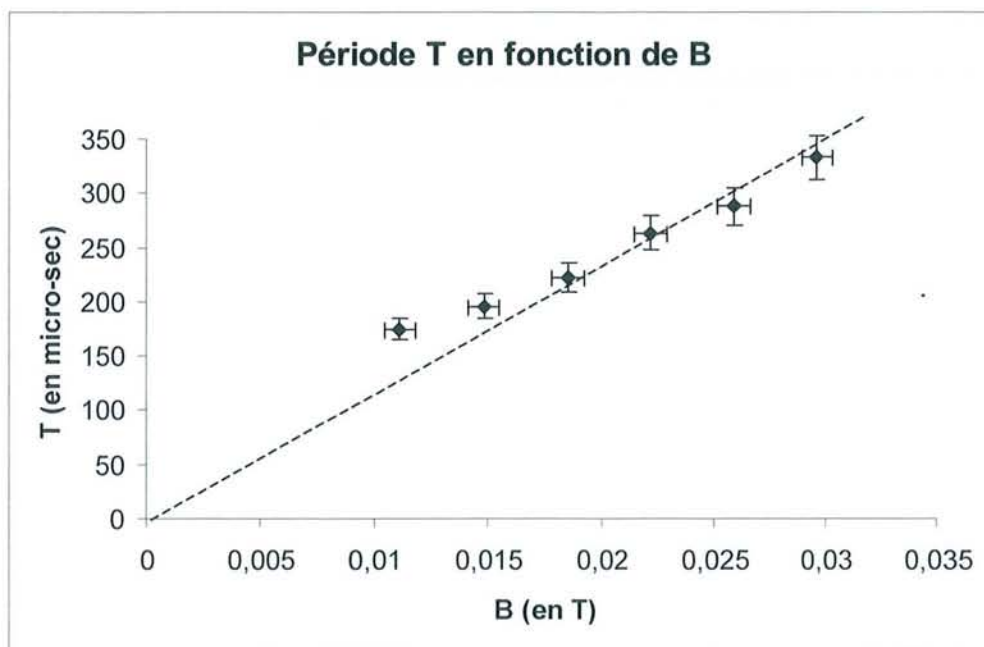


Fig. 4.8 : Période T des ondes de dérive en fonction de l'intensité B du champ magnétique. La relation est linéaire pour des valeurs de B supérieures à 20 mT.

Pour B faible, les ions sont peu magnétisés et la relation ($\omega / \omega_{ci} \ll 1$) est loin d'être satisfaite, ce qui peut expliquer que la relation (1.69) n'est pas vérifiée pour ces valeurs de B . La théorie développée au premier chapitre n'est pas valable pour ces faibles valeurs du champ magnétique. Nous remarquons ainsi que pour ($B > 20$ mT), la loi expérimentale de variation de la période des ondes de dérive en fonction de B est en accord avec la loi théorique. Aux approximations près, la relation (1.69) est en effet vérifiée. La variation n'est pas tout à fait linéaire puisque en modifiant le champ magnétique on modifie le profil de densité.

4.3. Réaction du plasma à une variation du paramètre de contrôle

Dans cette partie nous regardons comment réagissent le plasma et les ondes de dérive à une variation du paramètre de contrôle U_{tube} . Dans un premier temps nous suivons l'évolution des profils de densité, de température et de potentiel lorsque en augmentant U_{tube} on passe d'un mode $m = 4$ à un mode $m = 2$. Ensuite, nous analysons la réponse des ondes de dérive à une variation brutale de la tension U_{tube} .

4.3.1. Passage d'un mode $m = 4$ à un mode $m = 2$

Afin d'analyser les différences lorsque nous passons par exemple du mode $m = 4$ au mode $m = 2$, nous comparons les profils de densité et de potentiel plasma pour ces deux modes. La température électronique est constante dans les deux cas et est égale à environ 3 eV. La pression est égale à 10^{-4} Torr. Les profils sont présentés figure (4.9) pour le mode $m = 4$ ($U_{tube} = 0.7$ V) et figure (4.10) pour le mode $m = 2$ ($U_{tube} = 2.4$ V).

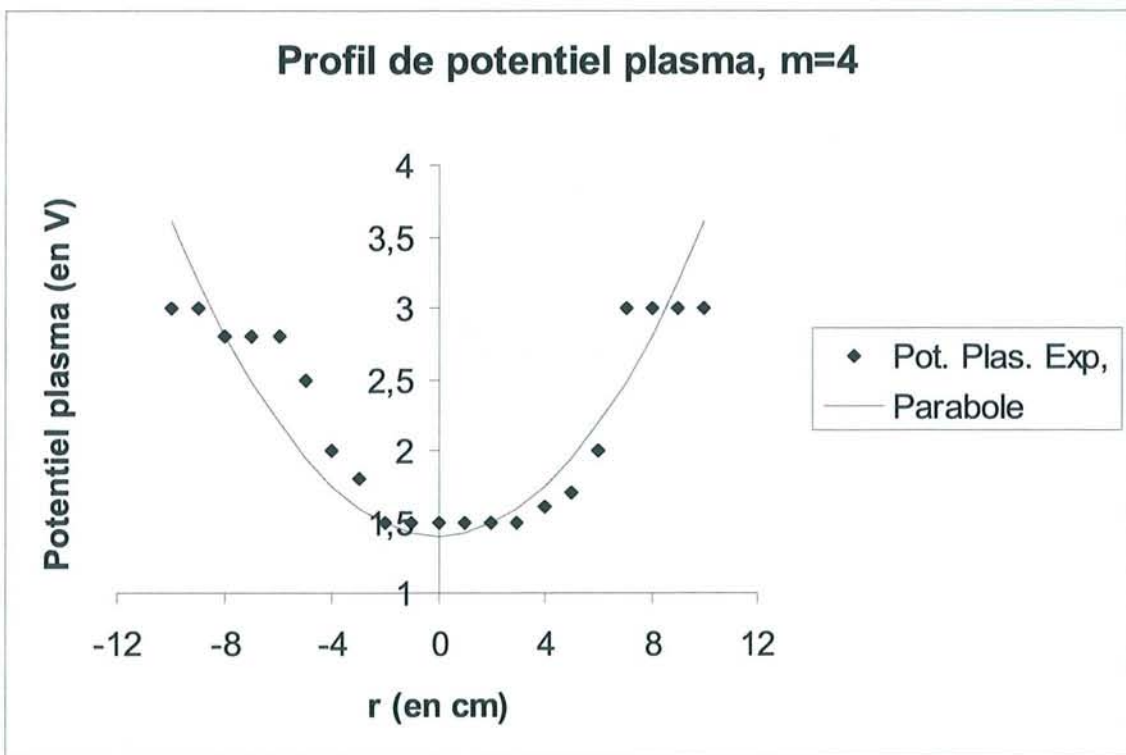
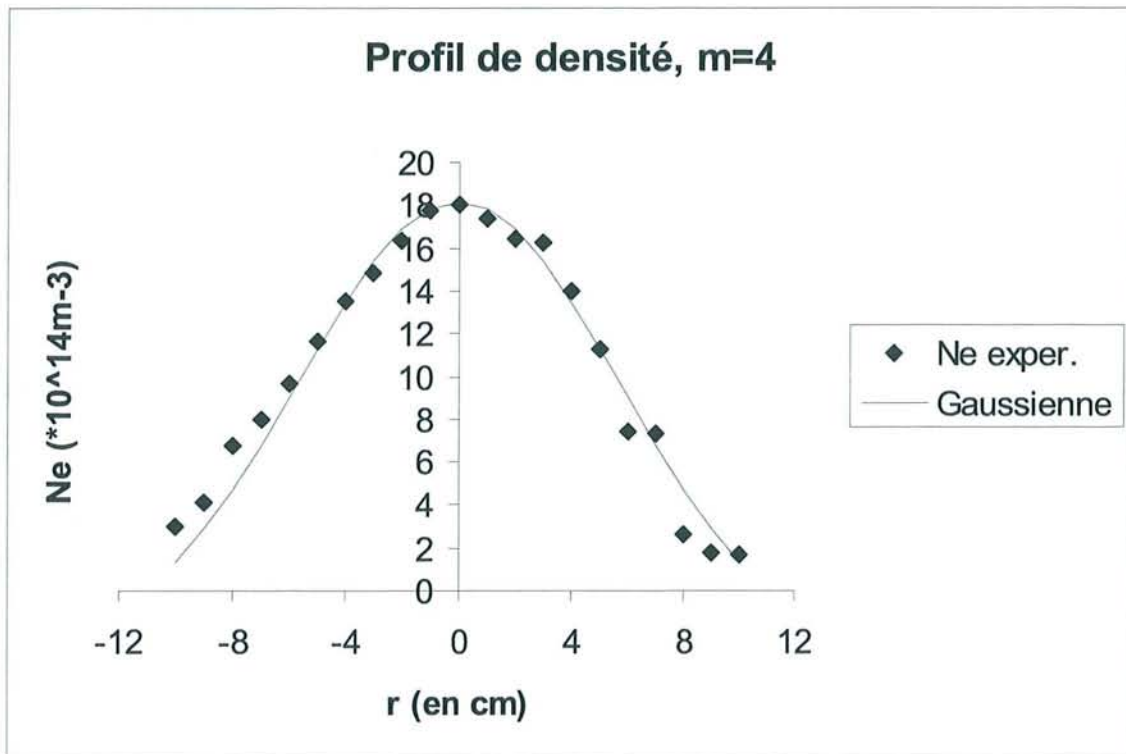


Fig. 4.9 : Profils de densité électronique et de potentiel plasma en fonction de la position radiale, pour $m = 4$. Chaque courbe expérimentale est accompagnée d'une courbe approchée obtenue analytiquement.

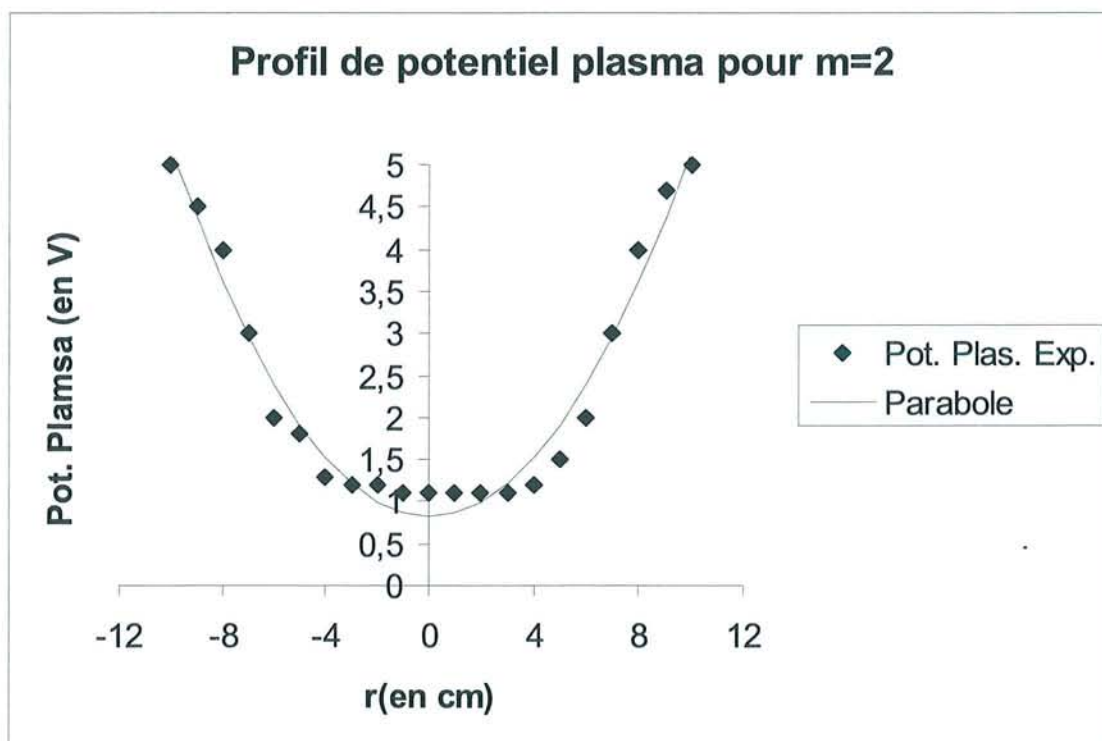
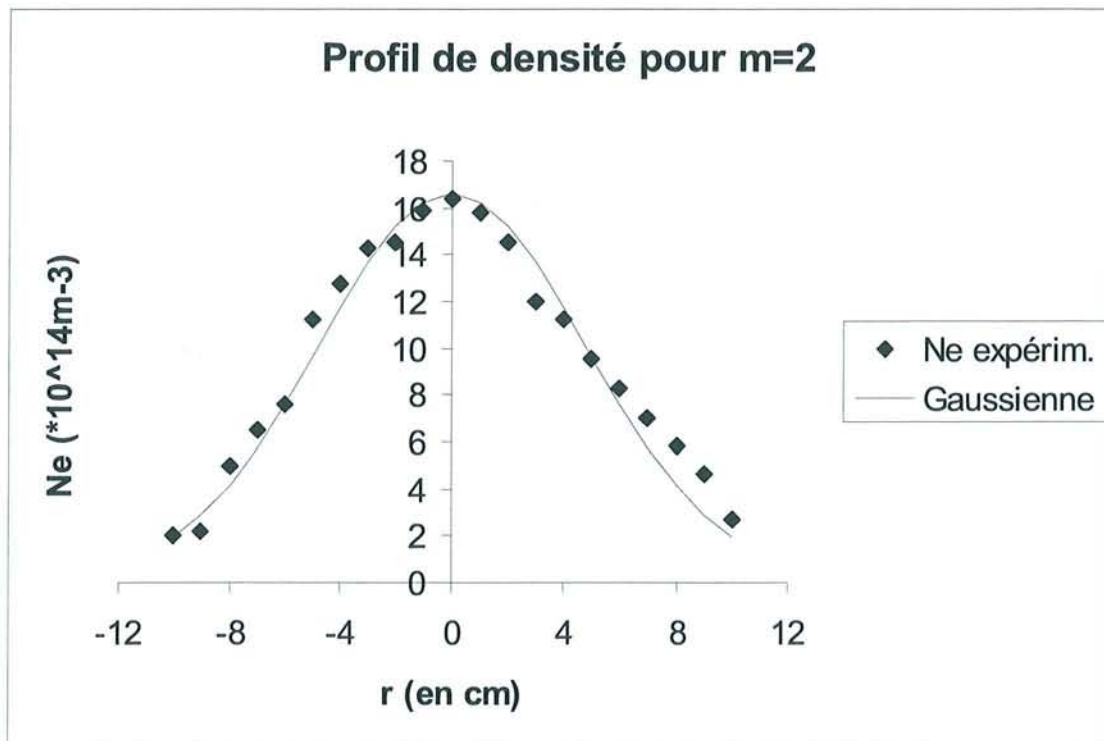


Fig. 4.10 : Profils de densité électronique et de potentiel plasma en fonction de la position radiale, pour $m = 2$. Chaque courbe expérimentale est accompagnée d'une courbe approchée obtenue analytiquement.

Pour réaliser une comparaison des profils expérimentaux avec la théorie, nous donnons également les fonctions analytiques se rapprochant des résultats obtenus.

Les profils de densité sont proches de gaussiennes et les profils de potentiel plasma sont proches de fonctions paraboliques.

Pour le mode $m = 4$ (Fig. 4.9), la densité peut être approximée par la fonction $n_e = N_o \cdot \exp(-r^2/2r_0^2) + C$, avec $r_0 = 5.64$ cm, $N_o = 2,1 \cdot 10^{15} \text{ m}^{-3}$, et $C = -3.05$. Le potentiel peut être approximé par la fonction $\phi_p = ar^2 + 1.59$ avec $a = 220 \text{ V.m}^{-2}$.

Pour le mode $m = 2$ (Fig. 4.10), la densité peut être approximée par la fonction $N_e = N_o \cdot \exp(-r^2/2r_0^2) + C$, avec $r_0 = 4.8$ cm, $N_o = 1,6 \cdot 10^{15} \text{ m}^{-3}$, et $C = 0.02$. Le potentiel peut être approximé par la fonction $\phi_p = ar^2 + 0.82$ avec $a = 438 \text{ V.m}^{-2}$.

Si le profil de densité est peu modifié par la variation de U_{tube} (même si cette variation suffit à changer la fréquence des ondes de dérive), il n'en est pas de même du potentiel plasma. En effet, s'il reste à peu près identique au centre de la colonne de plasma, il suit en revanche l'évolution de U_{tube} aux bords de la colonne.

En analysant les profils expérimentaux, nous obtenons une fréquence Doppler qui est de l'ordre de 7.5 kHz pour les deux modes, et les fréquences des ondes de dérive sont de l'ordre de 11 kHz pour le mode $m = 2$ et de 16 kHz pour le mode $m = 4$. Ces résultats sont obtenus à l'aide des formules (1.69) et (1.77), desquelles on obtient :

$$f_{Doppler} = \frac{m}{2\pi r} \frac{E}{B} \quad \text{et} \quad f^* = -\frac{m}{2\pi r} \frac{KT_e}{eB} \frac{d(\ln n)}{dr}$$

Nous devrions observer, pour le mode $m = 4$ une fréquence totale égale à 23.5 kHz et pour le mode $m = 2$ une fréquence totale égale à 18.5 kHz. Or, nous observons des fréquences réelles égales à 16 kHz pour $m = 4$ et 11.8 kHz pour $m = 2$.

Ainsi la comparaison entre les résultats expérimentaux et les prévisions théoriques n'est pas satisfaisante. Cependant, ceci peut être dû en partie à l'erreur obtenue sur la température électronique. En effet, si nous avons $T_e = 1.4$ eV, la comparaison serait satisfaisante. Si nous étions certains de la validité de la formule (1.69), cette analyse serait un moyen pour évaluer la température électronique.

Tenant compte de ces précisions, et pour éviter une discussion à propos de résultats tenant compte de la détermination de T_e , examinons les rapports suivants, permettant d'éliminer T_e :

Avec les profils approchés, nous obtenons les résultats théoriques suivants :

$$\frac{f_{m=4}^*/4}{f_{m=2}^*/2} = 0.725, \quad \frac{f_{m=4}^{Doppler}/4}{f_{m=2}^{Doppler}/2} = 0.5$$

Une augmentation de la tension U_{tube} d'environ deux volts augmente la vitesse de dérive $E \times B$ d'un facteur environ égal à deux, et augmente la vitesse de dérive diamagnétique d'un facteur environ égal à 1.4. Nous pouvons donc conclure que l'évolution du profil de potentiel et l'évolution du profil de densité influencent chacune de façon significative le changement de fréquence lorsque U_{tube} varie.

Nous pouvons maintenant nous interroger quant à la forme du potentiel dans Mirabelle. La forme, proche d'une parabole, peut s'expliquer par le processus de diffusion à travers les lignes de champ magnétique. En effet, à cause des collisions entre particules chargées et particules neutres, les particules chargées ne restent pas confinées autour d'une ligne de champ magnétique précise, et le centre-guide de la particule a ainsi une position qui évolue.

Puisque nous avons comme paramètres expérimentaux :

$$\frac{\omega_{ci}}{\gamma_{i-n}} \quad \text{et} \quad \frac{\omega_{ce}}{\gamma_{e-n}} \gg 1$$

nous obtenons les coefficients de diffusion perpendiculaire au champ magnétique, en utilisant l'expression^{2,5,36} :

$$D_{\perp} = \frac{KT\gamma}{m\omega_c^2} = \gamma r_L^2$$

$$\text{Pour les ions : } D_{\perp i} = 1.5.10^{-2} \text{ m}^2.\text{s}^{-1}$$

$$\text{Pour les électrons : } D_{\perp e} = 8.10^{-4} \text{ m}^2.\text{s}^{-1}$$

Dans la direction perpendiculaire au champ magnétique, la diffusion des ions est donc plus rapide que la diffusion des électrons, alors que selon l'axe du cylindre, c'est l'inverse car l'on se retrouve dans le cas de la diffusion libre.

En considérant que la diffusion est ambipolaire dans la direction perpendiculaire au champ magnétique, on obtient un champ électrique radial :

$$E_{\perp}(r) = \frac{KT_i}{e} \frac{\partial(\ln n)}{\partial r}$$

Si le profil de densité est gaussien, on a alors pour le potentiel ϕ :

$$\phi(r) = \frac{KT_i}{e} \frac{r^2}{2r_o^2} + Cste$$

On aboutit ainsi à une forme parabolique du potentiel. Cependant, sous la forme $\phi = a.r^2 + Cste$, on obtient pour a des valeurs de l'ordre de la centaine de V.m^{-2} , alors que l'expression théorique ci-dessus donne $a = 6 \text{ V.m}^{-2}$. Il est à noter que Mirabelle entre dans la catégorie des systèmes pour lesquels la diffusion radiale n'est pas forcément ambipolaire, même si la diffusion totale l'est. En effet, grâce à la diffusion libre selon l'axe du cylindre, et grâce aux conditions aux limites du système, les électrons peuvent, en évoluant dans la direction axiale, compenser le flux radial des ions. Ce mécanisme peut être un des facteurs expliquant cette différence sur le coefficient a .

4.3.2. Réaction des ondes à l'application d'un échelon de tension

La figure (4.11) représente la réaction des ondes de dérive à l'application d'un échelon de tension d'une dizaine de volts entre le tube et la masse. L'enregistrement a été réalisé pour $r = 7$ cm. Le temps nécessaire au changement de fréquence est nettement inférieur à la période des ondes de dérive. Notons que nous n'avons pas distingué de différence entre les résultats obtenus pour $r = 0$, $r = 7$ et $r = 10$ cm.

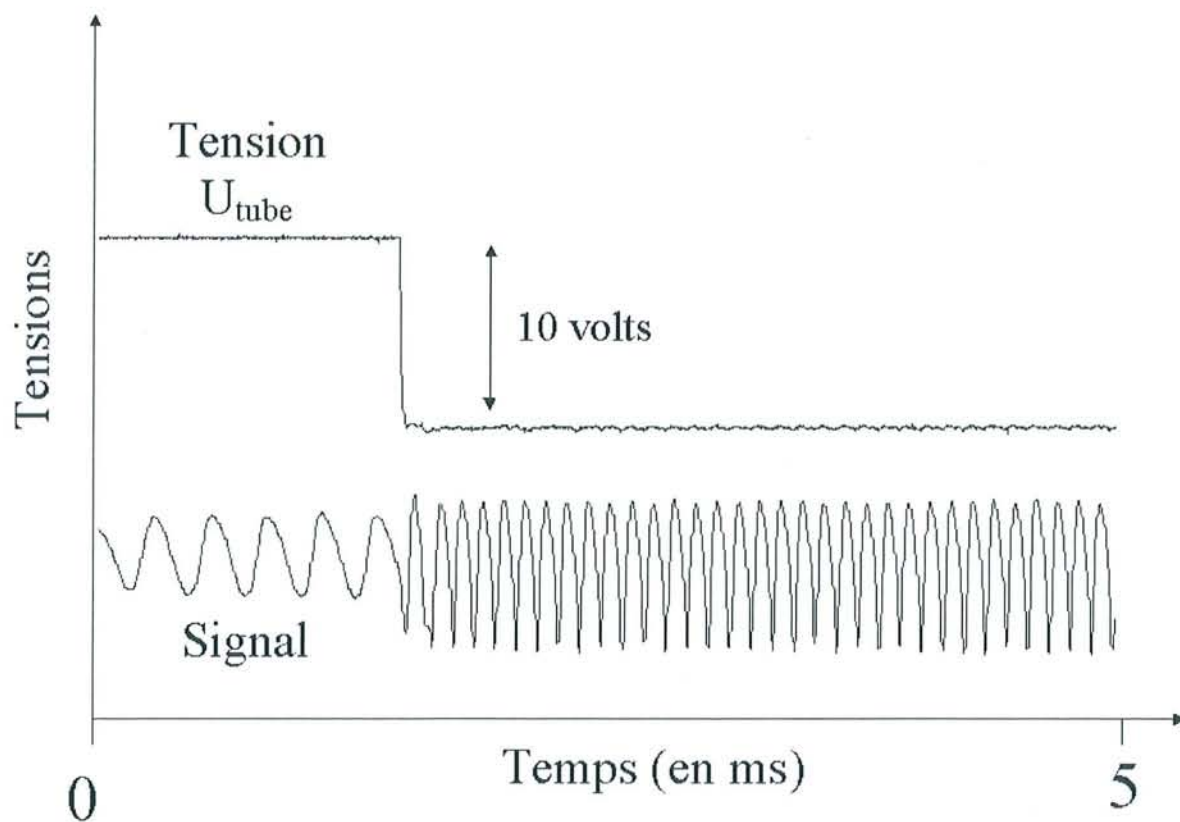


Figure 4.11 : Réaction des ondes de dérive à l'application d'un échelon de tension d'une dizaine de volts entre le tube et la masse.

Ainsi, l'application du signal de contrôle, dont la valeur moyenne sera nulle, interviendra immédiatement sur la fréquence des ondes de dérive.

4.4. Longueur d'onde et profil axiaux

L'objectif est ici d'observer les caractéristiques du plasma en fonction de la position z selon l'axe du cylindre.

4.4.1. Profils longitudinaux

Les profils ne sont en rien modifiés lorsque l'on réalise une comparaison entre la sonde située au centre de la colonne et la sonde située au niveau de la couronne de 32 sondes. Dans la zone de la colonne de plasma où les études sont effectuées, les différentes grandeurs physiques ne sont pas fonction de la position z .

4.4.2. Longueur d'onde axiale

Par mesure du déphasage entre deux signaux enregistrés grâce à deux sondes séparées d'une longueur Δz , nous avons pu établir que la longueur d'onde longitudinale λ_z était de l'ordre de (1.8 ± 0.5) m, quel que soit le mode m observé.

Chapitre 5 : Scénarios de transition et contrôle de régimes chaotiques

Dans ce chapitre nous donnons les résultats originaux obtenus expérimentalement sur Mirabelle. Il s'agissait dans un premier temps d'observer le comportement des ondes de dérive en fonction de l'évolution du paramètre de contrôle. La première partie de ce chapitre est ainsi consacrée à l'observation de scénarios de transition des ondes de dérive en fonction de U_{tube} .

Ensuite, l'objectif était le contrôle des régimes chaotiques observés. La méthode employée est la méthode TDAS proposée par K. Pyragas²³. Nous verrons par la suite que suivant le retard utilisé pour construire le signal de contrôle, et suivant les paramètres du plasma, les résultats peuvent sensiblement différer. Nous tenterons alors de justifier l'efficacité ou l'inefficacité observée sur tel ou tel régime, pour finalement conclure que la méthode TDAS, *a priori* méthode de contrôle purement temporelle, a un effet non négligeable sur le chaos spatio-temporel.

5.1. Les différentes transitions, du régime régulier au régime turbulent

Nous avons défini notre paramètre de contrôle comme étant le potentiel que nous appliquons au tube (U_t). Ce paramètre définit le régime dynamique du plasma, car il modifie la dérive électrique des particules chargées. Les régimes seront fonction de cette modification.

Dans ce paragraphe, plusieurs diagrammes sont présentés. Ils sont obtenus en portant en abscisses les valeurs de U_t . En ordonnées, deux options sont possibles. La première est de

reporter les maxima des séries temporelles enregistrées pour chaque valeur U_i . Un tel diagramme sera qualifié de « temporel ». La deuxième est de reporter en ordonnées les maxima des séries spatiales pour un temps donné, et ceci également pour chaque valeur de U_i . Un tel diagramme sera qualifié de « spatial ». Ces diagrammes permettront d'évaluer la valeur du paramètre de contrôle pour laquelle le chaos spatio-temporel apparaît.

Si nous obtenons plusieurs scénarios de transition, c'est parce que un scénario est sensible à tous les paramètres qui agissent sur le plasma. Nous avons ainsi observé que le mode m des ondes de dérive diminue :

- Lorsque la tension de décharge entre l'anode et les filaments augmente,
- Lorsque la tension de grille entre la grille et l'anode augmente,
- Lorsque la tension aux bords des filaments de tungstène augmente,
- Lorsque le potentiel appliqué sur le tube (paramètre de contrôle) augmente.

Les trois premiers paramètres décrits ci-dessus déterminent la densité et la température électronique à l'intérieur de la colonne de plasma, alors que le quatrième, U_i , agit principalement sur le potentiel à l'intérieur de la colonne. Ceci nous permet d'isoler l'influence du paramètre de contrôle qui agit principalement sur la dérive $E \times B$, et donc sur la nature du régime dynamique, alors que les autres paramètres interviennent directement sur la température et le profil de densité du plasma.

Pour les trois scénarios décrits ici, la pression est de 10^{-4} Torr, et l'intensité du champ magnétique est de 37 mT.

5.1.1. Scénario avec présence de cinq modes

Les paramètres sont les suivants :

$$U_{\text{filaments}} = 15.2 \text{ V},$$

$$U_{\text{décharge}} = 21 \text{ V, et}$$

$$U_{\text{grille}} = 5 \text{ V}.$$

La tension U_{tube} varie de 0 à 9 volts. La figure (5.1a) représente le diagramme de bifurcation temporel, et la figure (5.1b) le diagramme de bifurcation spatial. Observons tout d'abord le diagramme temporel. Le scénario obtenu décrit les transitions entre le mode $m = 5$ et le mode $m = 1$. Le passage d'un mode donné à un mode inférieur se fait brutalement, et s'accompagne d'une augmentation de l'amplitude des oscillations. Dans les plages décrites par les lettres A, B, C, D et E, nous avons indiqué les modes dominants. Lorsqu'un mode est dominant, cela signifie qu'il possède le taux de croissance le plus important, mais d'autres modes peuvent être éventuellement présents. Lorsque la tension $U_t = 4.5$ volts, le régime dynamique devient brutalement chaotique, il y a une modification brutale de la population d'orbites périodiques (L'exposant de Lyapunov maximal est positif et l'exposant minimal est négatif).

Observons maintenant le diagramme spatial. Les oscillations spatiales sont régulières tant que le régime temporel est régulier. Une augmentation d'amplitude temporelle s'accompagne d'une augmentation d'amplitude spatiale. La cohérence spatiale perdure tant que le potentiel du tube n'excède pas 4.5 volts. Nous remarquons ensuite qu'incohérence spatiale et incohérence temporelle apparaissent simultanément.

Plusieurs analyses sont effectuées pour différentes valeurs de U_{tube} . Nous donnons le spectre, l'attracteur, une section de Poincaré ainsi que l'image spatio-temporelle, accompagnée d'une image polaire des topos obtenus par la décomposition biorthogonale^{20,21} (Fig. 5.2).

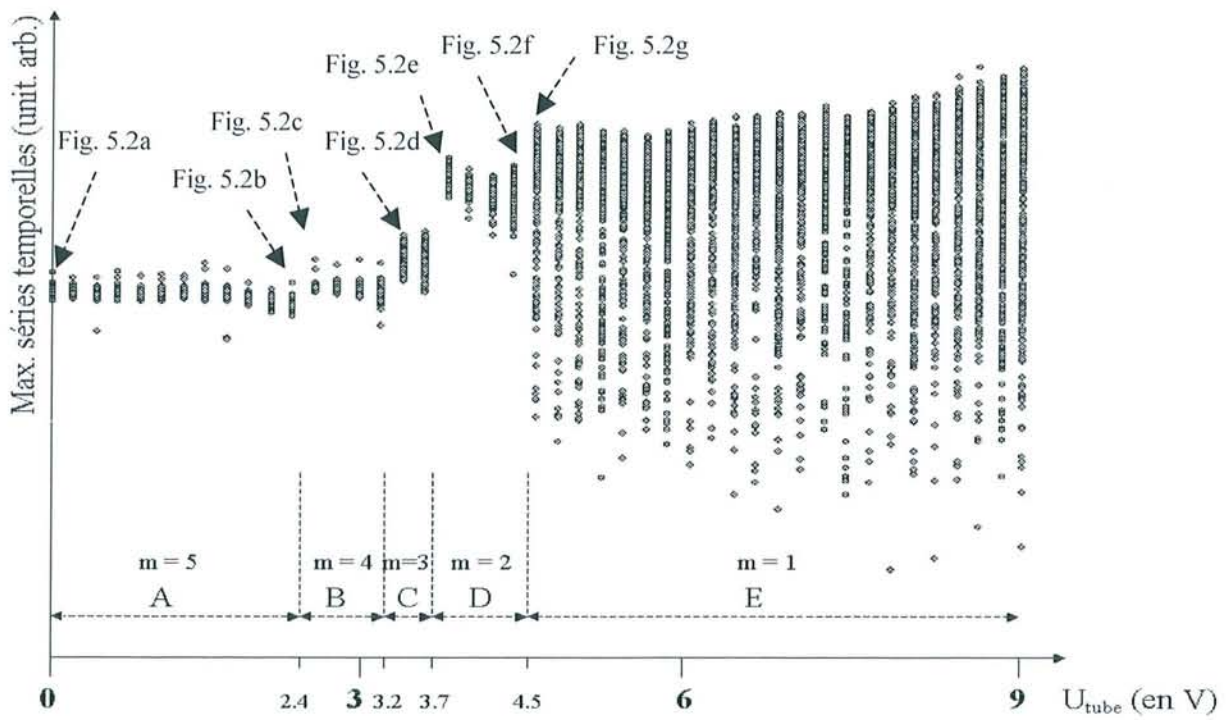


Fig. 5.1a : Diagramme de bifurcation temporel. En abscisses sont représentées les valeurs du paramètre de contrôle, et en ordonnées sont reportés les maxima des séries temporelles. Cinq modes dominants sont observés.

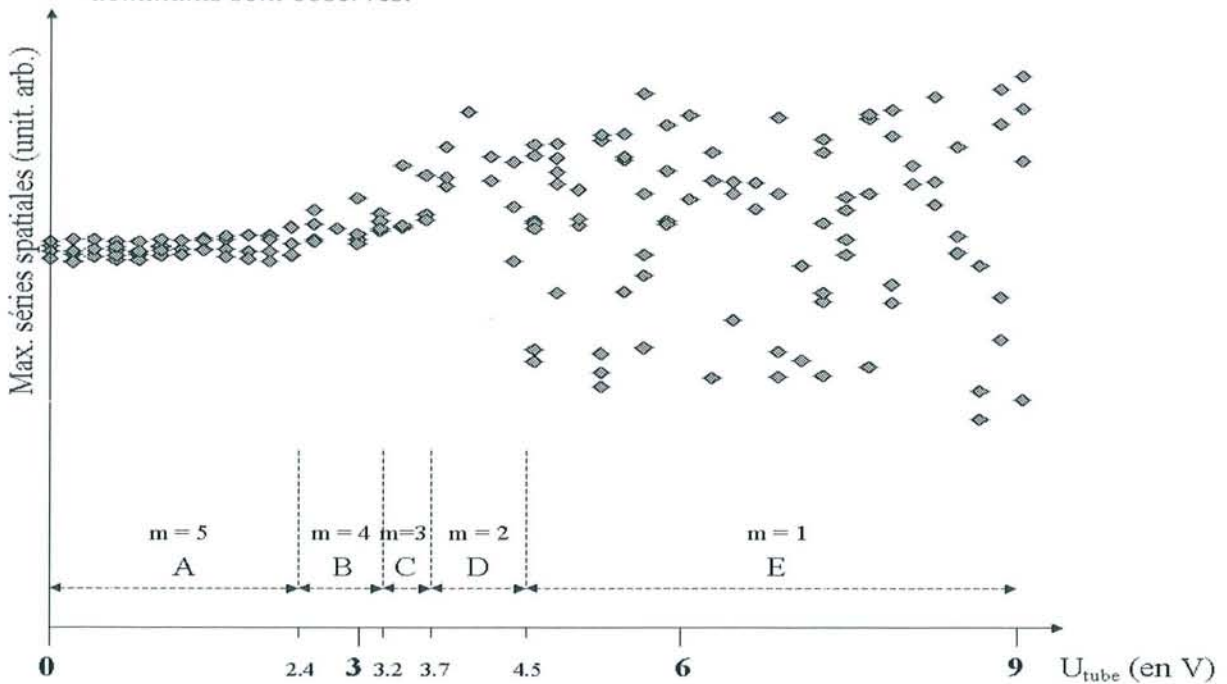


Fig. 5.1b : Diagramme de bifurcation spatial. En abscisses sont représentées les valeurs du paramètre de contrôle, et en ordonnées sont reportés les maxima des séries spatiales. L'incohérence spatiale n'apparaît qu'à partir de $U_t = 4.5$ V, en coïncidence avec l'incohérence temporelle.

Fig. 5.2a

$U_t = 0.0 \text{ V}$

$m = 5$

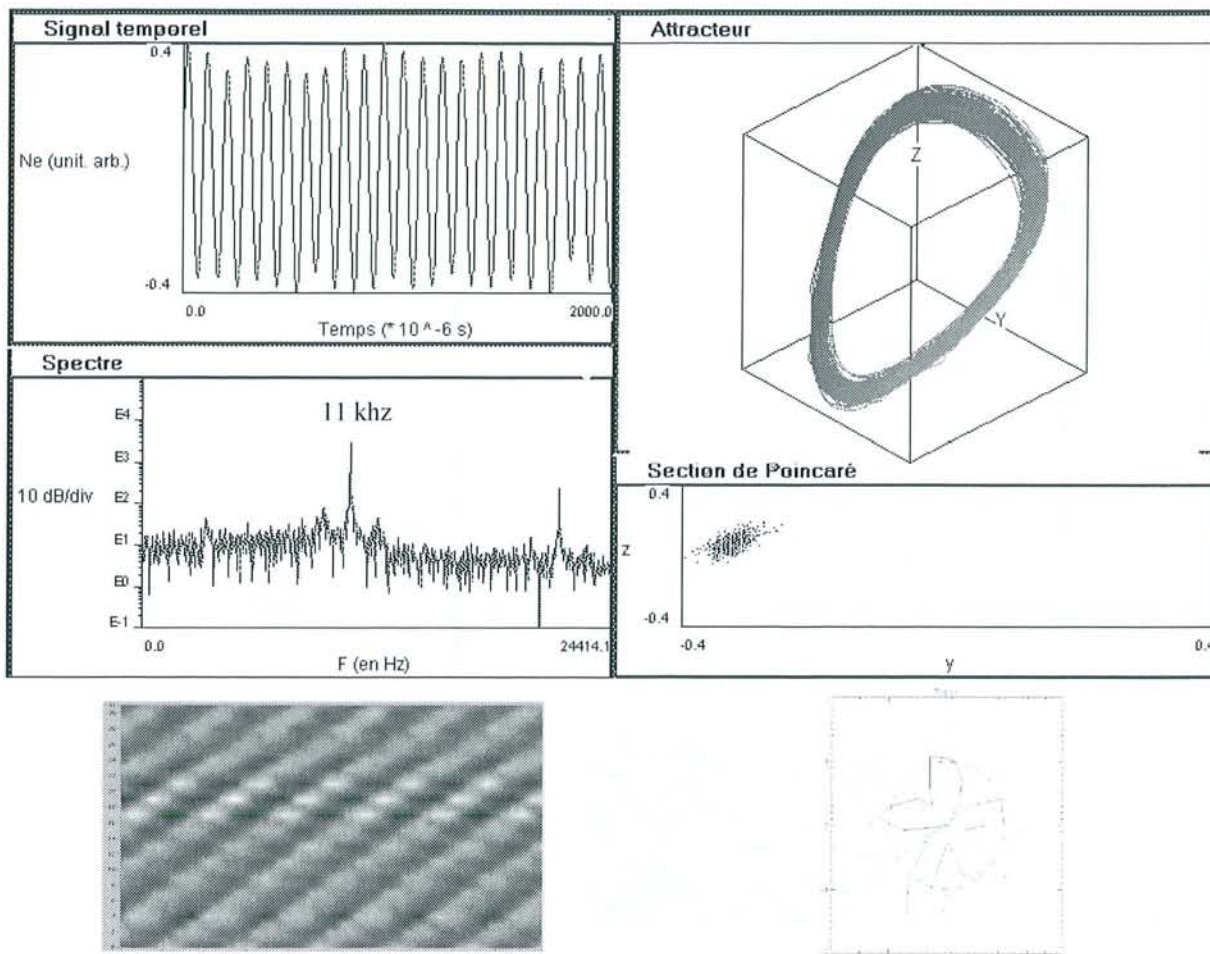


Fig. 5.2b

$U_t = 2.3 \text{ V}$

$m = 5$

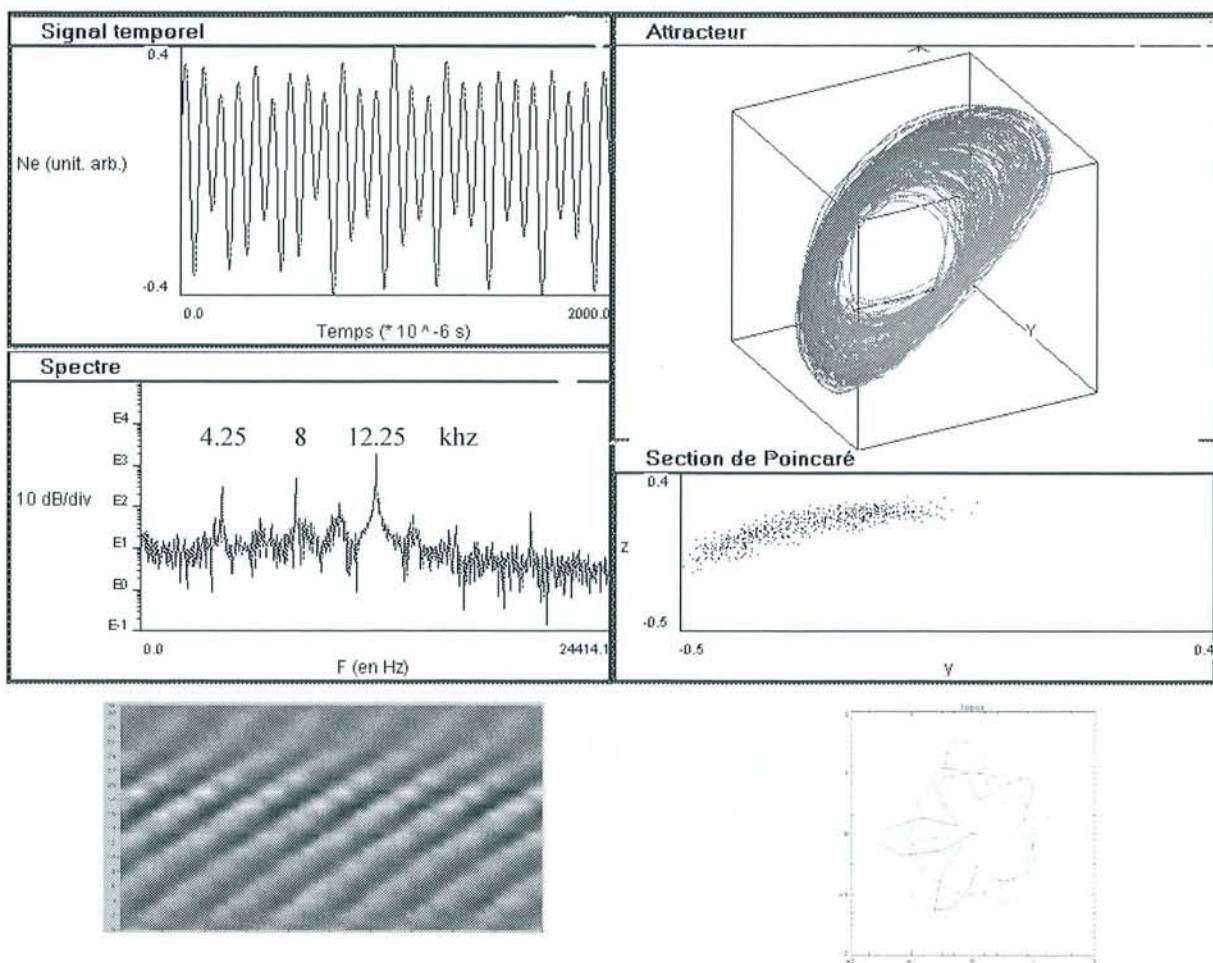


Fig. 5.2c

$U_t = 2.4 \text{ V}$

$m = 4$

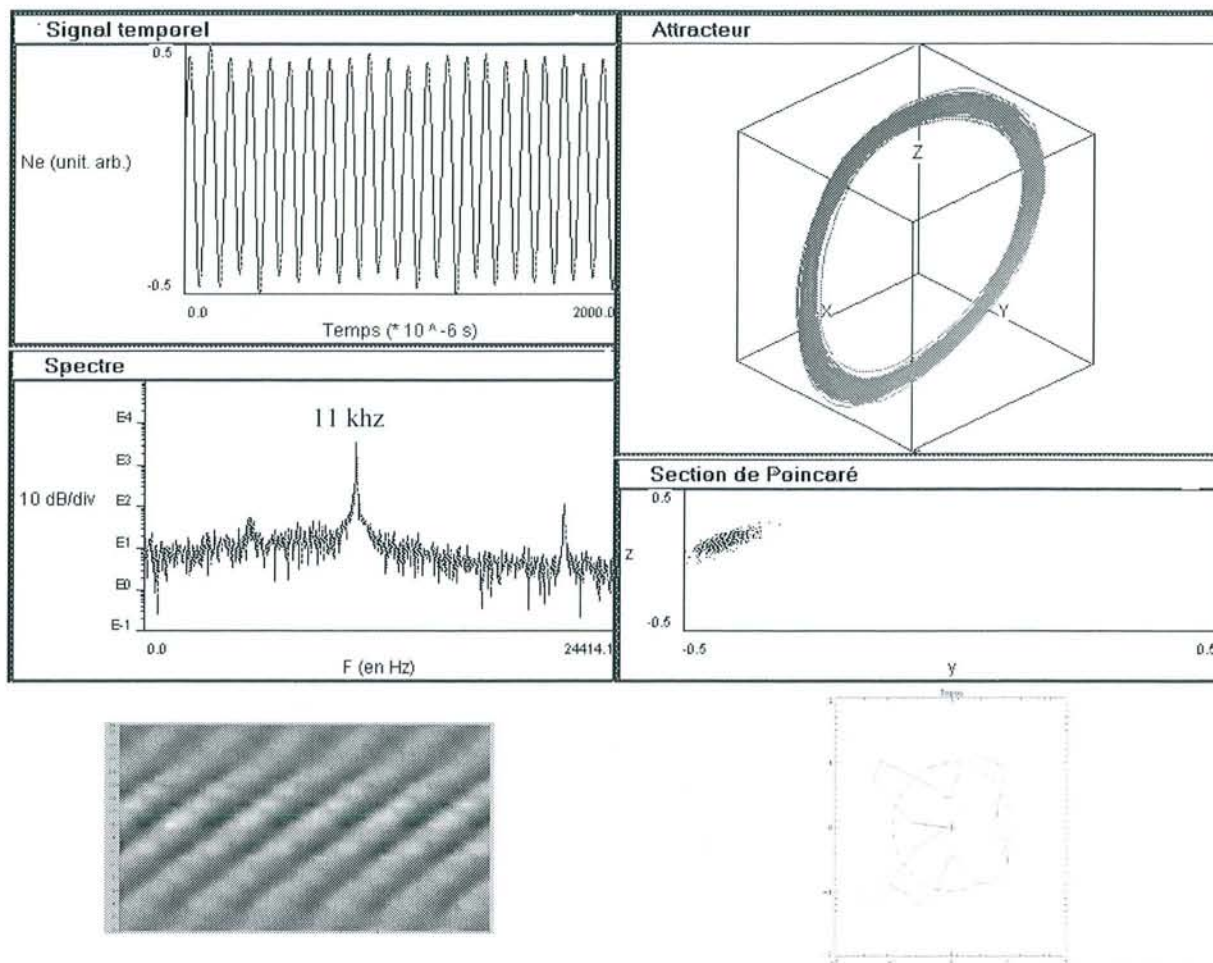


Fig. 5.2d

$U_t = 3.3 \text{ V}$

$m = 3$

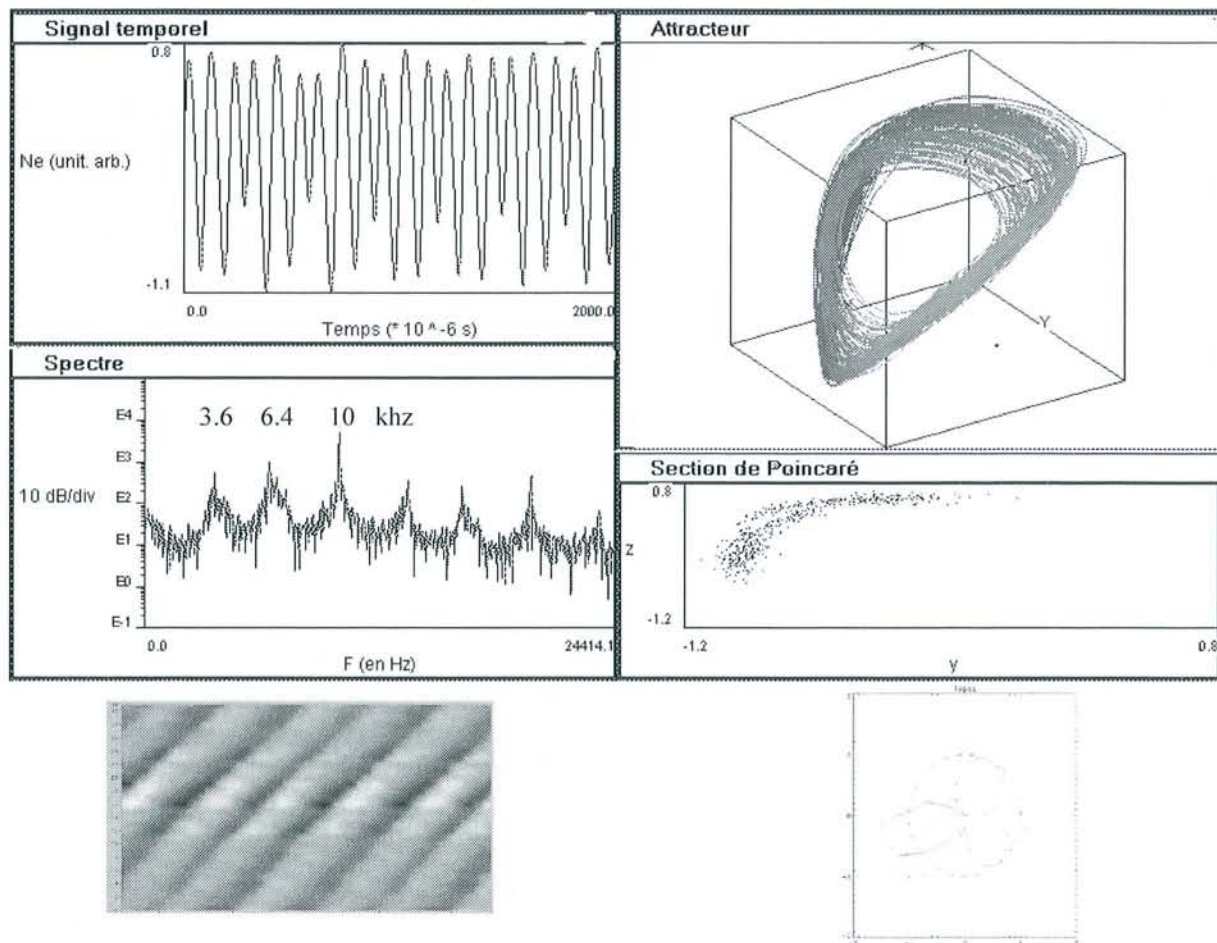


Fig. 5.2e

$U_t = 3.8 \text{ V}$

$m = 2$

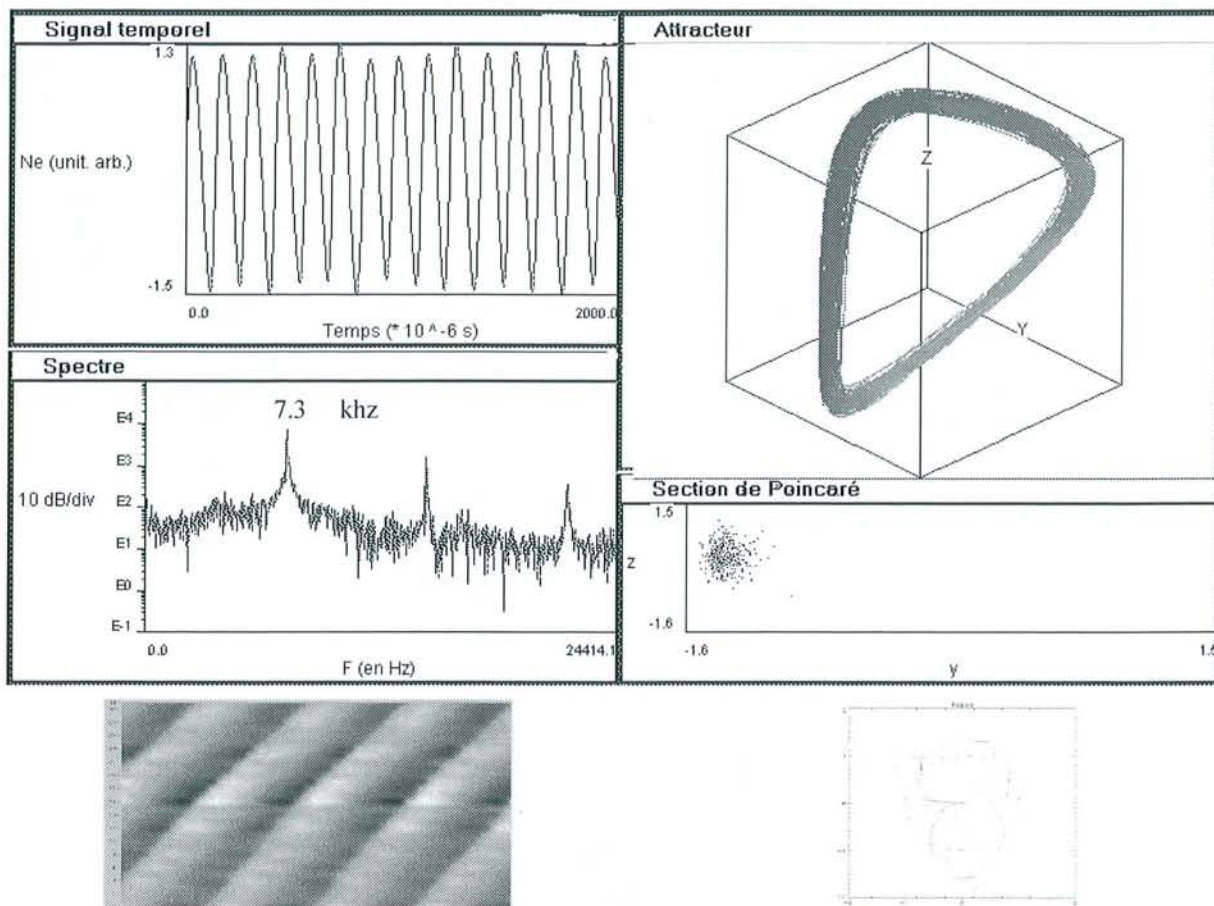


Fig. 5.2f

$U_t = 4.4 \text{ V}$

$m = 2$

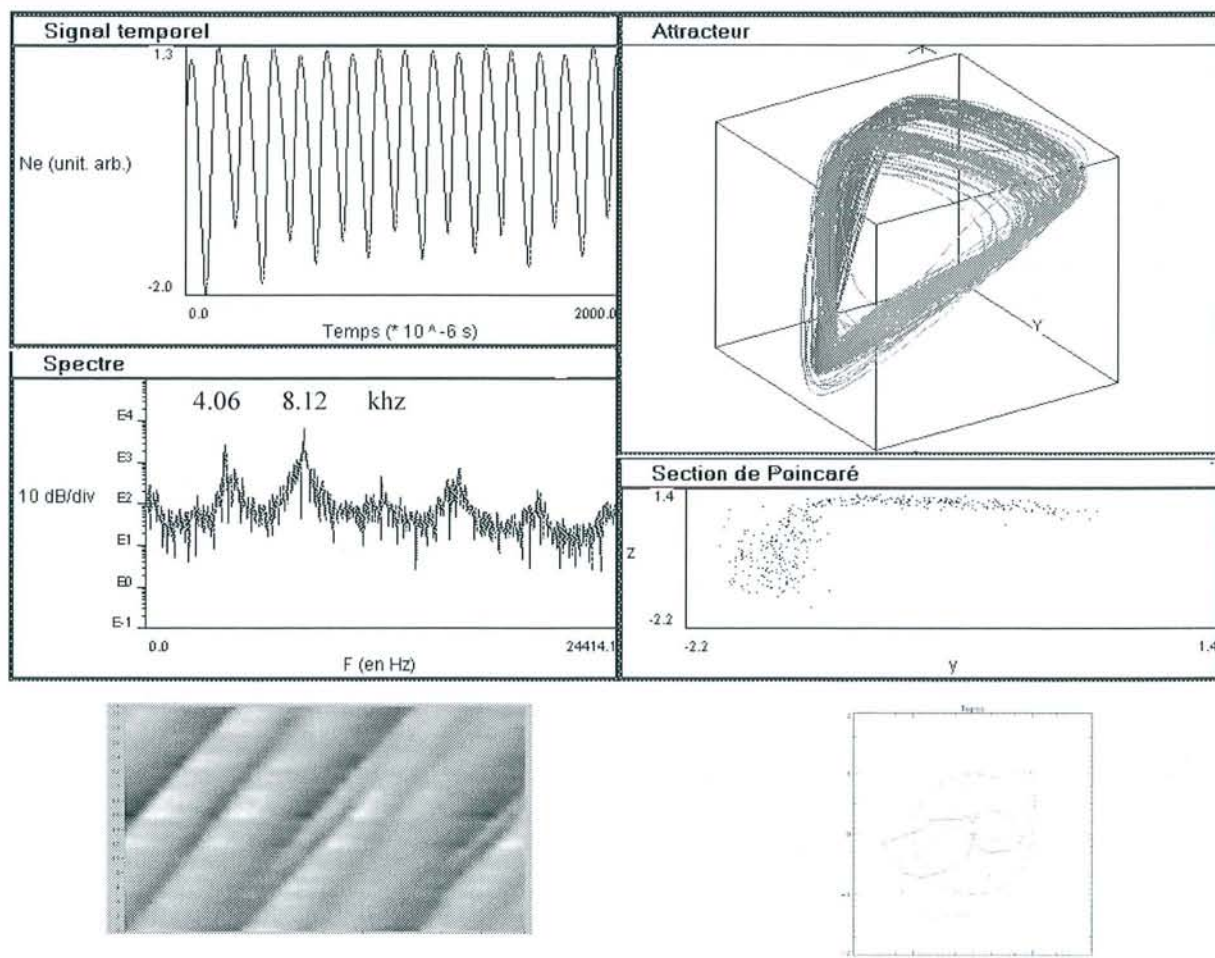


Fig. 5.2g

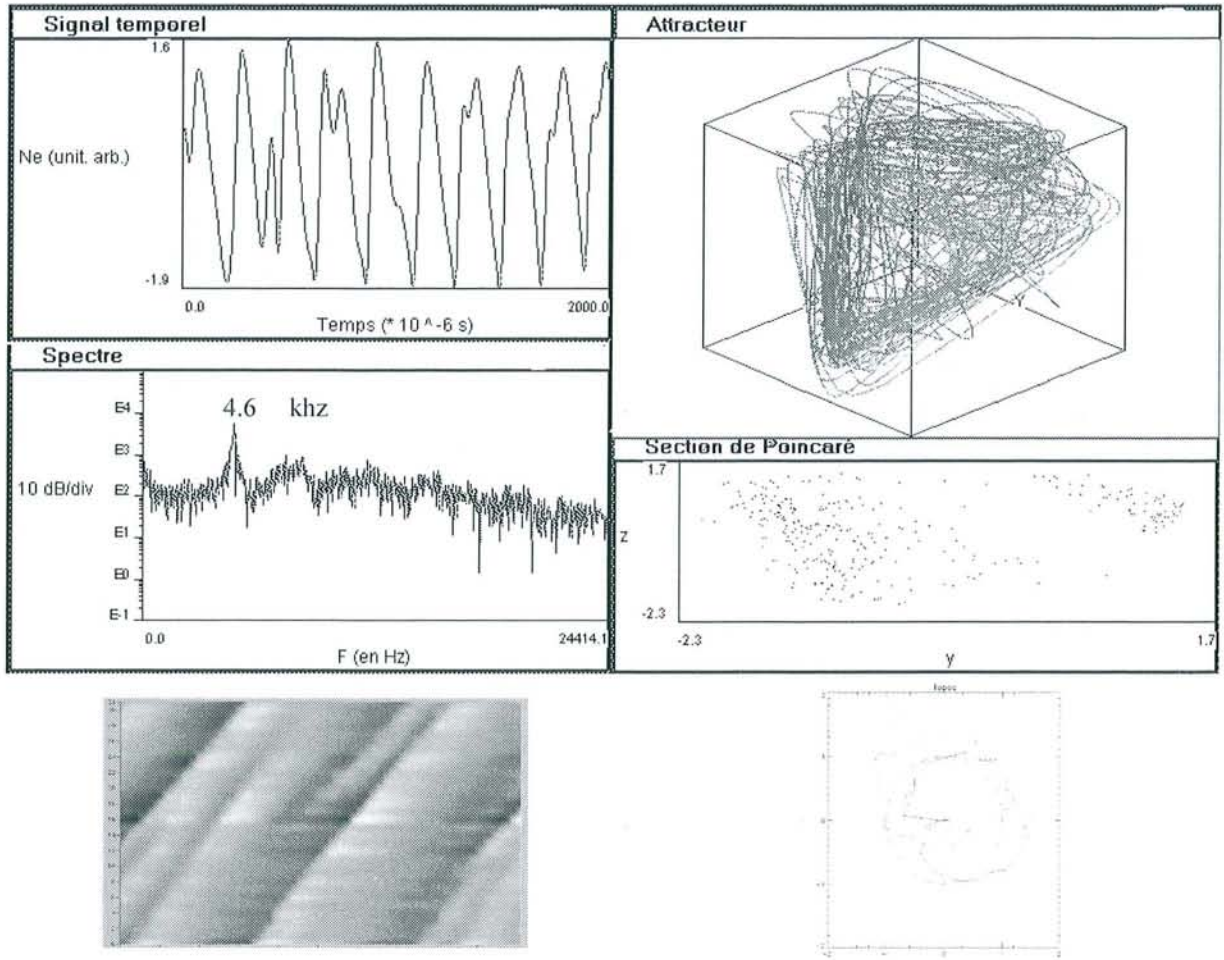
 $U_t = 4.5 \text{ V}$ $m = 1$ 

Fig. 5.2 : Analyse des séries temporelles enregistrées lors de la variation du paramètre de contrôle. Sont représentés : une partie du signal temporel, le spectre de puissance correspondant, l'attracteur, et une section de Poincaré. De plus, l'image spatio-temporelle est présentée afin d'identifier le mode dominant qui est présent. La longueur totale des abscisses de cette image représente $500 \mu s$.

Sur la figure (5.2a), nous remarquons que le mode $m = 5$ est périodique, avec un pic à 11 kHz. Ensuite, pour $U_{tube} = 2.3$ volts (fig. 5.2b), le mode $m = 5$ est toujours dominant, mais deux autres fréquences, non commensurables avec la première, apparaissent. Elles ont tendance à transformer l'attracteur en un tore.

L'attracteur présente une population d'orbites plus importante par rapport à l'attracteur de la figure (5.2a). Une nouvelle augmentation de U_{tube} (2.4 volts, fig. 5.2c) conduit à un mode $m = 4$ périodique. Lorsque $U_{tube} = 3.3$ volts (fig. 5.2d), le mode $m = 3$ est dominant, avec deux autres fréquences

de moindre importance qui sont présentes. Pour $U_{tube} = 3.8$ volts (fig. 5.2e), le mode $m = 2$ est dominant, et le régime est périodique. Lorsque $U_{tube} = 4.4$ volts (fig. 5.2f), un deuxième pic correspondant au mode $m = 1$ est apparu, et sa fréquence est égale à la moitié de la fréquence du mode $m = 2$. On a ainsi un régime « mode-locking », régime à deux fréquences commensurables. Les deux modes coexistent car le plasma est tel que la sélection entre le mode $m = 1$ et le mode $m = 2$ ne peut s'effectuer. Enfin, pour une tension $U_{tube} = 4.5$ volts, le mode $m = 1$ est dominant mais le régime est chaotique (dimension de corrélation ≈ 4.3) et le mode $m = 2$ est toujours présent. La transition entre le régime « mode-locking » et le régime très chaotique est ici très soudaine. Nous n'observons pas un élargissement progressif des deux pics en présence, c'est à dire une augmentation progressive de la dimension de corrélation. Ceci représente un inconvénient quant à l'application de la méthode de contrôle du chaos. En effet, nous avons remarqué qu'un régime chaotique issu d'un tel scénario n'était pas contrôlable par la méthode TDAS.

Ce scénario présente la caractéristique d'avoir un mode m qui diminue lorsque le paramètre de contrôle augmente.

La figure (5.3) résume les plages de fréquences dominantes observées lors de ce scénario. Les fréquences sont représentées en fonction de la tension U_{tube} .

La figure (5.4), elle, résume les fréquences dominantes en fonction des modes m . La ligne fléchée indique le sens de parcours sur cette figure lorsque la tension U_{tube} augmente.



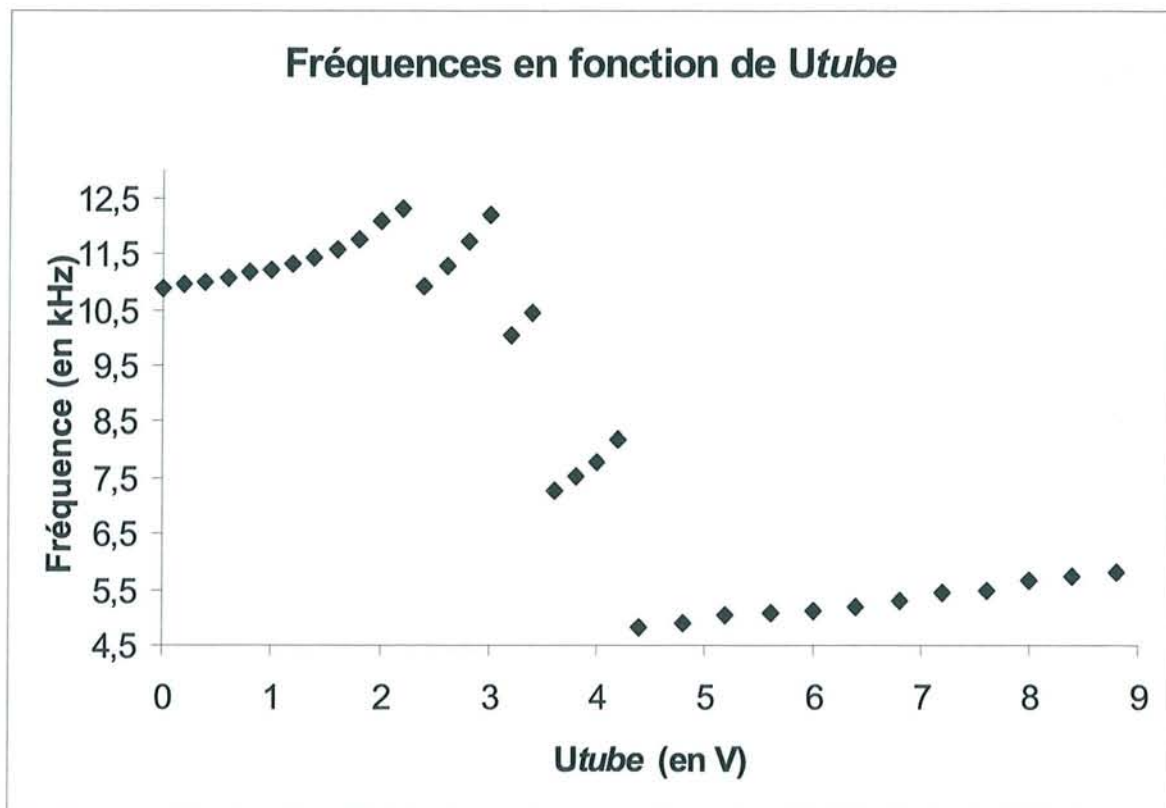


Fig. 5.3 : Pour chaque tension U_{tube} est reportée la valeur de la fréquence dominante. Les discontinuités correspondent aux changements de mode.

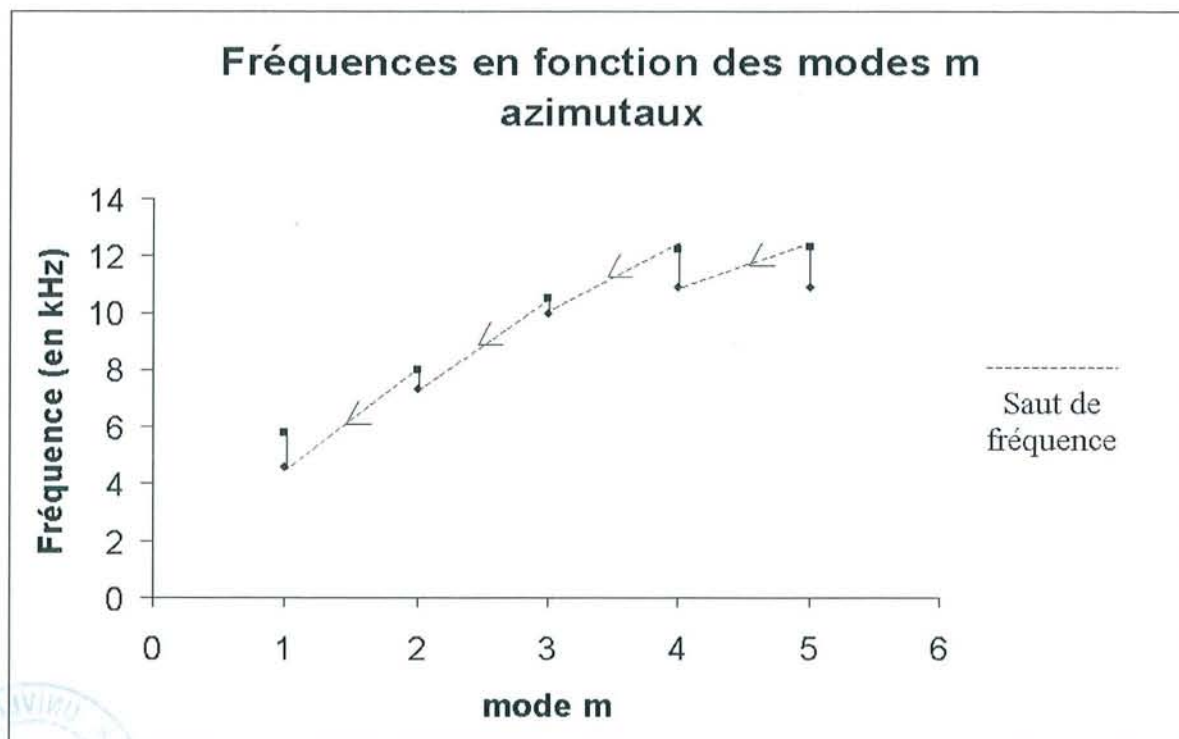


Fig. 5.4 : Fréquences des modes dominants en fonction du mode m lorsque la tension U_{tube} augmente. Les flèches indiquent le sens de parcours en fonction de U_{tube} . Les lignes continues correspondent à une augmentation progressive de la fréquence alors que les lignes pointillées correspondent à des sauts de fréquence.

De ces représentations nous obtenons trois informations. La première est que, pour un mode donné, lorsque U_{tube} augmente, la fréquence des ondes de dérive augmente. Ceci signifie que la fréquence Doppler due à la dérive $E \times B$ vient s'ajouter à la fréquence des ondes de dérive, et qu'elle s'intensifie quand U_{tube} augmente, comme attendu. La deuxième est que les modes $m = 1, 2$ et 3 sont non-dispersifs (relation linéaire entre les fréquences de ces modes) et que les modes $m = 4$ et $m = 5$ sont dispersifs (relation non linéaire). La troisième est le fait, comme dans le chapitre précédent, que la variation du paramètre de contrôle engendre un changement de mode m . L'étude réalisée au paragraphe (4.3.1) nous indique que c'est la combinaison entre la modification du profil de densité et la modification du profil de potentiel qui engendre une variation de la fréquence des ondes de dérive. Une autre discussion permet de confirmer cette hypothèse. En effet, si le potentiel est de la forme :

$$\phi(r) = ar^2 + \phi_0$$

et que le potentiel au centre de la colonne reste constant lorsque U_{tube} varie, alors le coefficient a est proportionnel à la tension U_{tube} . La valeur théorique de la fréquence Doppler divisée par le mode m est alors proportionnelle à U_{tube} puisque :

$$\frac{f_{Doppler}^{Théorique}}{m} = \frac{a}{\pi B}$$

Or, la figure (5.5) représente les fréquences effectivement observées divisées par le mode m . Il apparaît clairement que la fréquence divisée par le mode m ne varie pas linéairement avec la tension U_{tube} . Ceci confirme que la variation du profil de potentiel n'intervient pas seule dans la modification des ondes de dérive. La variation du profil de densité est également à prendre en compte.

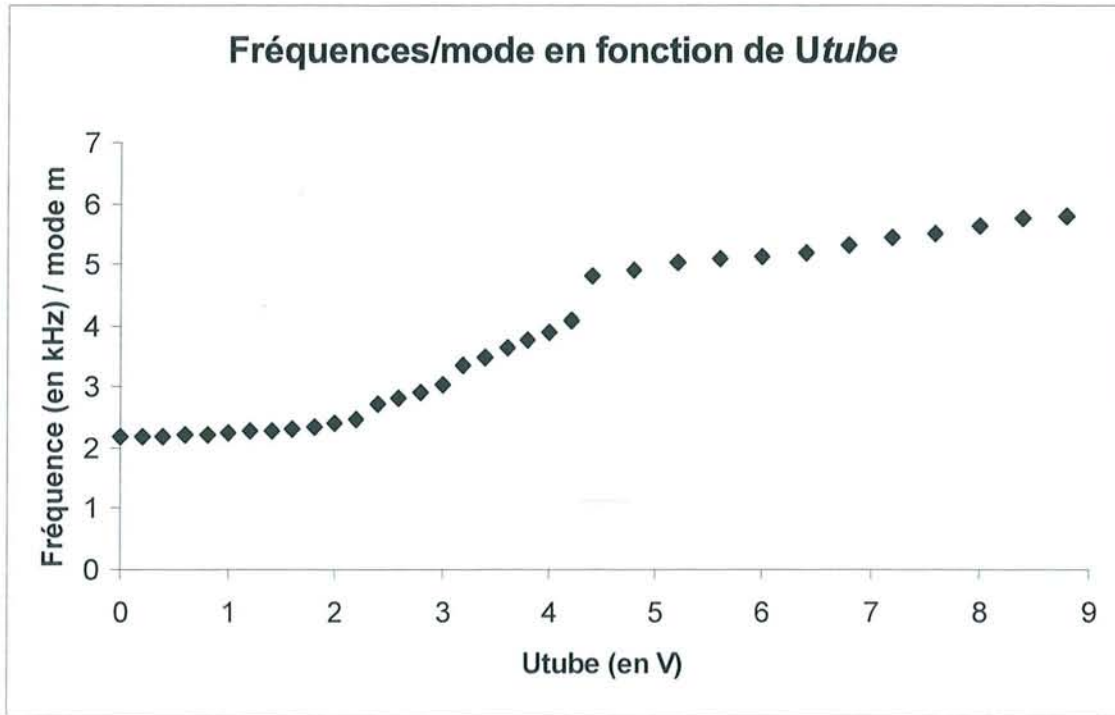


Fig. 5.5 : Fréquences observées lors du scénario divisées par le mode m dominant, en fonction de la tension U_{tube} .

5.1.2. Scénario avec présence de quatre modes

Les paramètres de la décharge sont les suivants :

$$U_{filaments} = 16.5 \text{ V}$$

$$U_{décharge} = 16 \text{ V}$$

$$U_{grille} = 2.5 \text{ V}$$

La différence majeure avec le cas précédent est la différence de potentiel appliquée aux bords des filaments. Pour une augmentation de un volt, la densité est environ multipliée par deux. En contrepartie, les tensions de décharge et de grille ont été diminuées.

La tension de tube varie de 0 à 5 volts. Les figures (5.6a et 5.6b) représentent les diagrammes de bifurcation temporel et spatial correspondant. Nous sommes toujours en présence d'un scénario présentant un mode m qui diminue quand U_{tube} augmente.

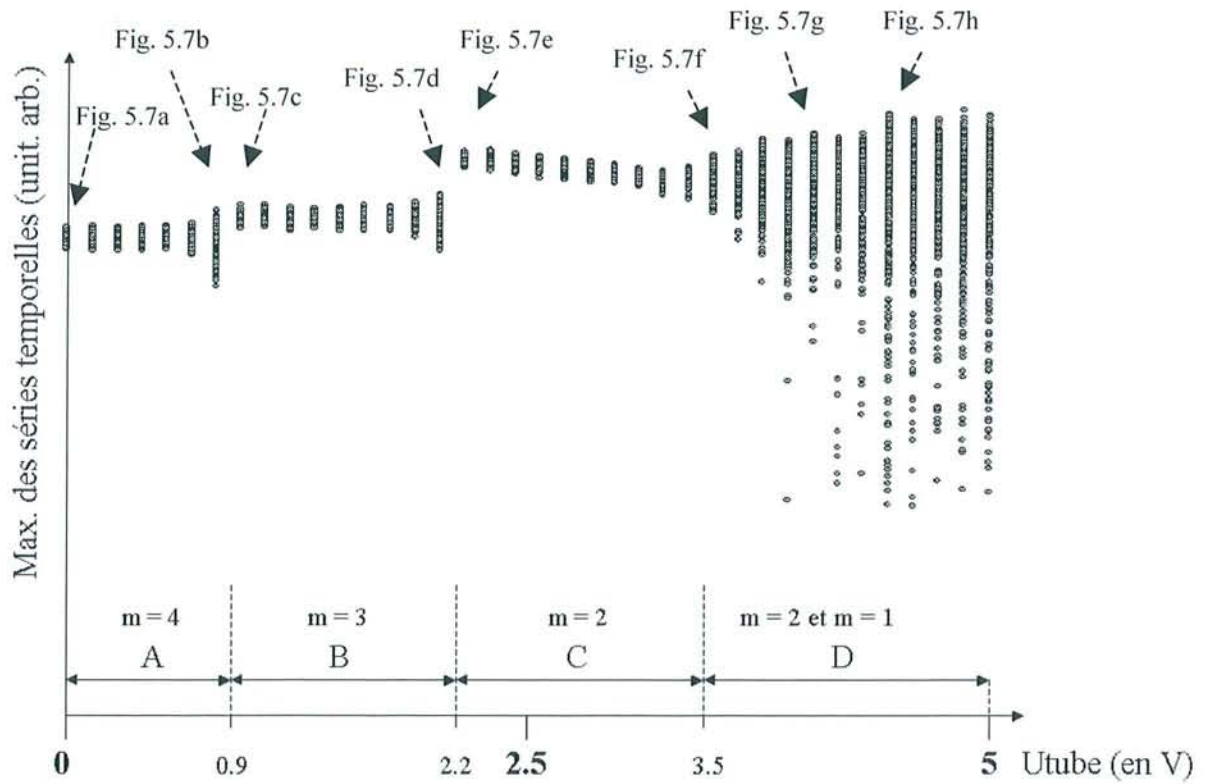


Fig. 5.6a : *Diagramme de bifurcation temporel. En abscisses sont représentées les valeurs du paramètre de contrôle, et en ordonnées sont reportés les maxima des séries temporelles. Quatre modes dominants sont observés.*

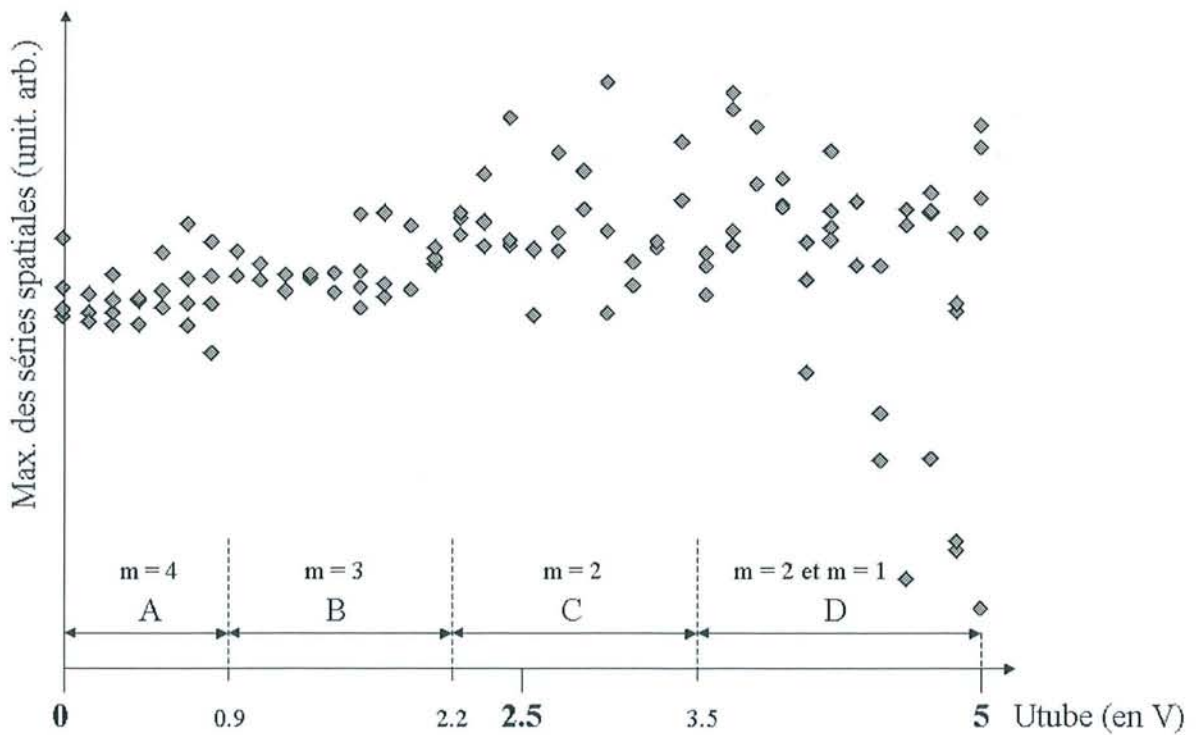


Fig. 5.6b : *Diagramme de bifurcation spatiale. En abscisses sont représentées les valeurs du paramètre de contrôle, et en ordonnées sont reportés les maxima des séries spatiales. L'incohérence spatiale n'apparaît qu'à partir de $U_l = 4$ V, en coïncidence avec l'incohérence temporelle.*

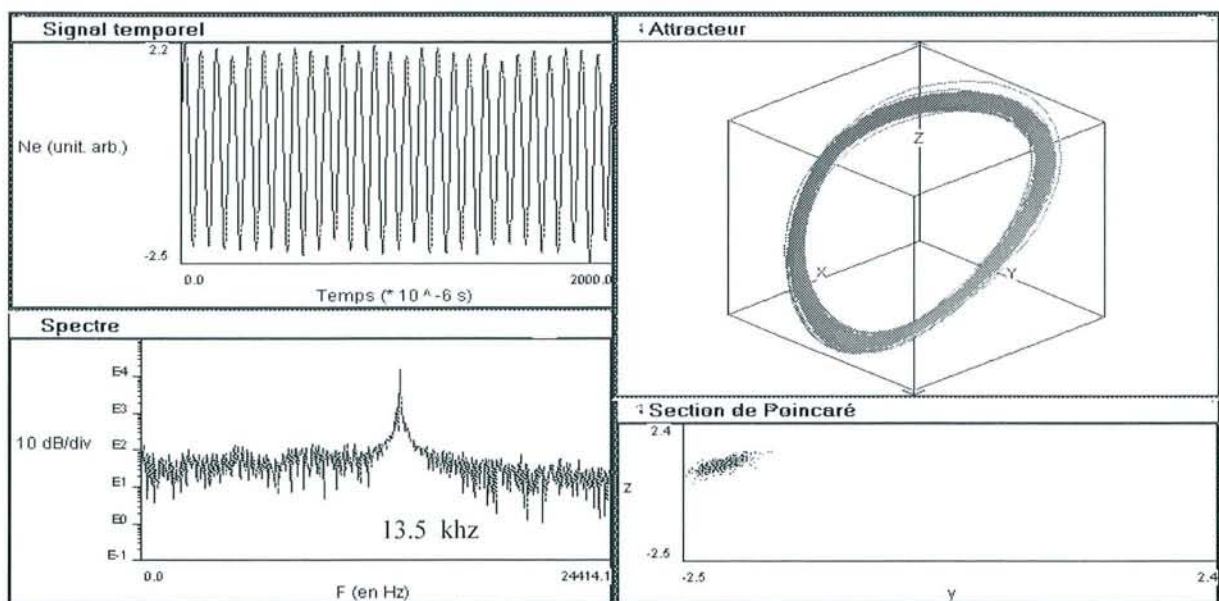
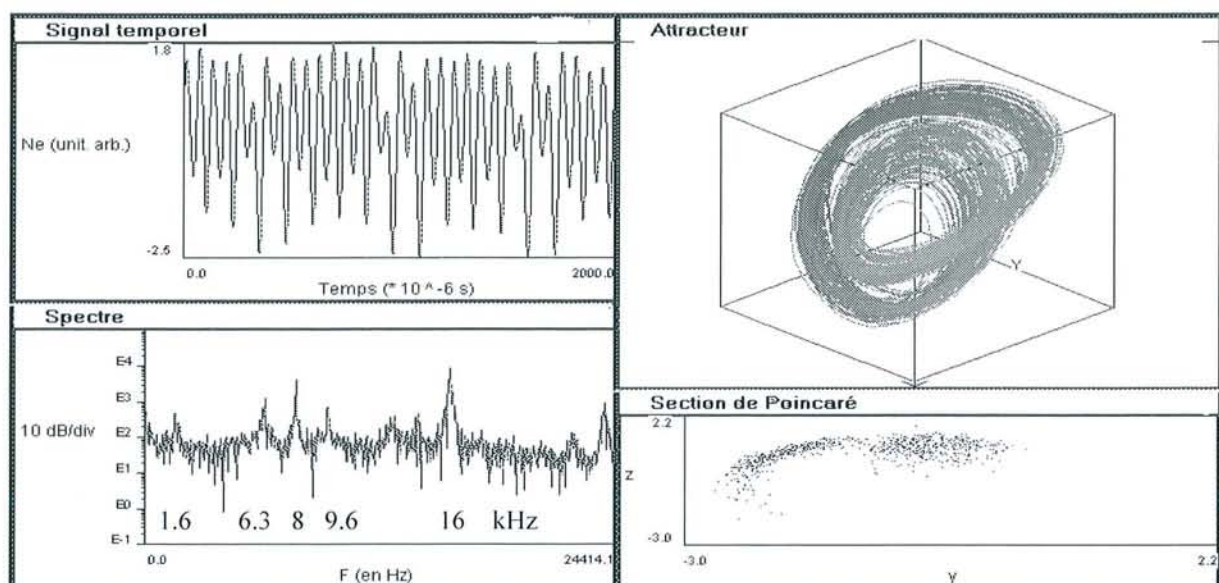
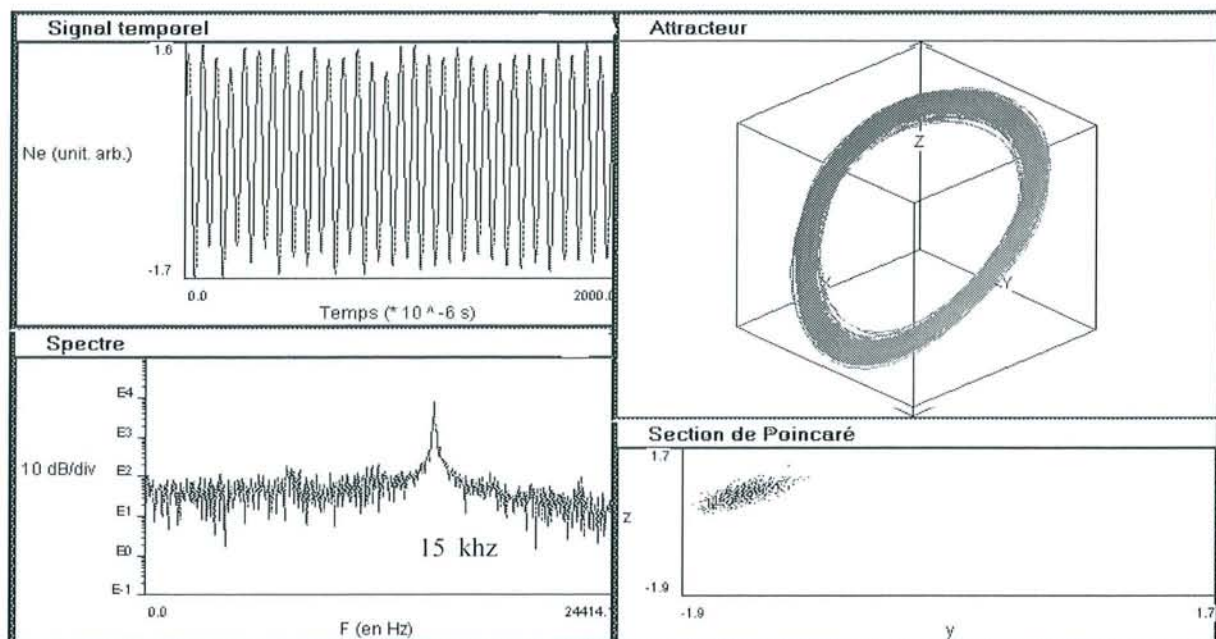


Fig. 5.7d

$U_t = 2.1 \text{ V}$

$m = 3$

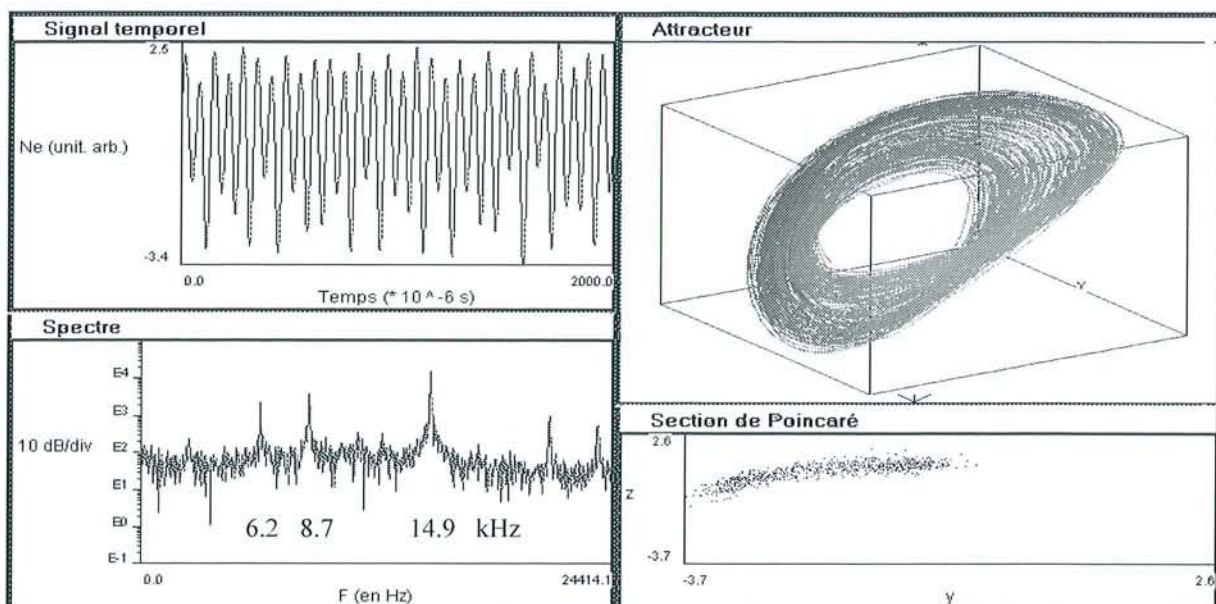


Fig. 5.7e

$U_t = 2.3 \text{ V}$

$m = 2$

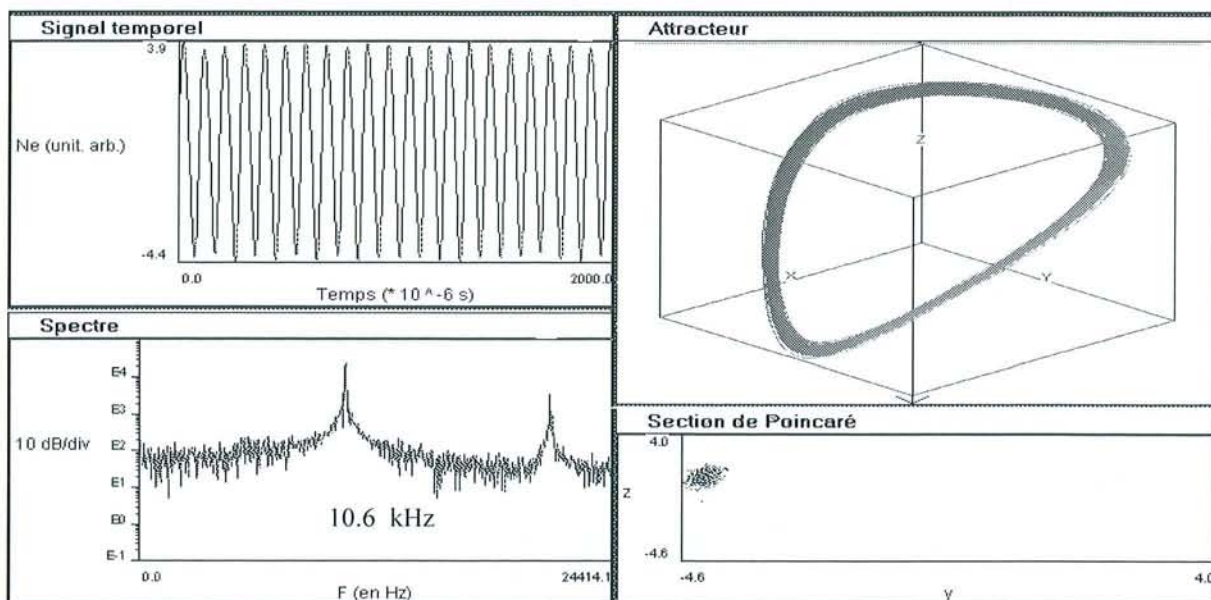


Fig. 5.7f

$U_t = 3.6 \text{ V}$

$m = 2 \text{ et } 1$

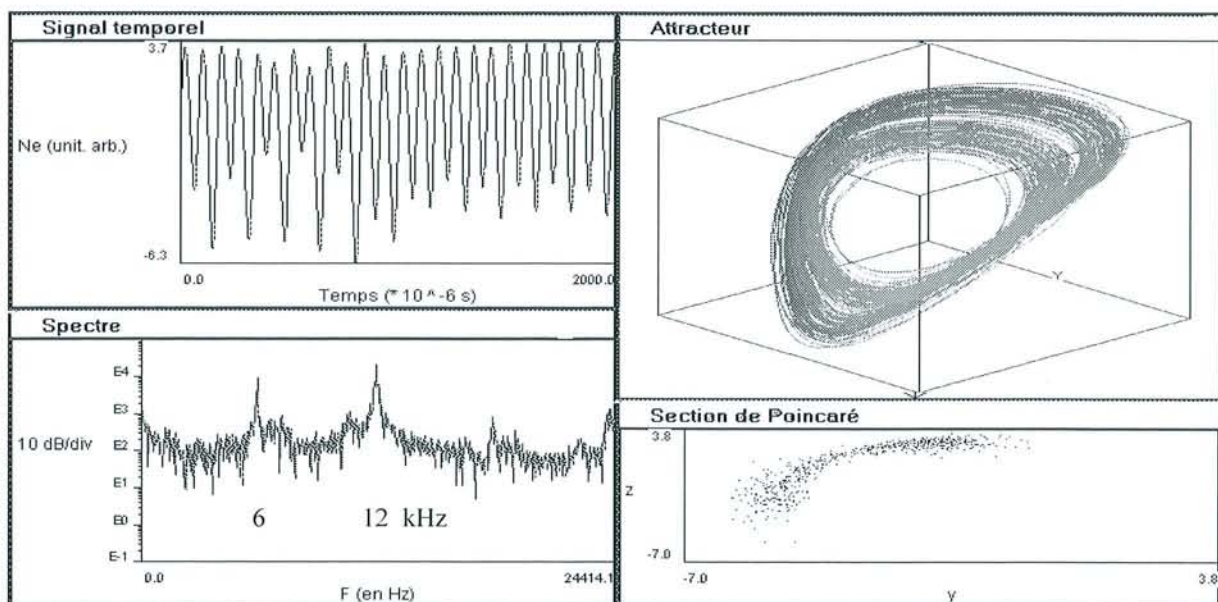


Fig. 5.7g
 $U_t = 4.1 \text{ V}$
 $m = 2 \text{ et } 1$

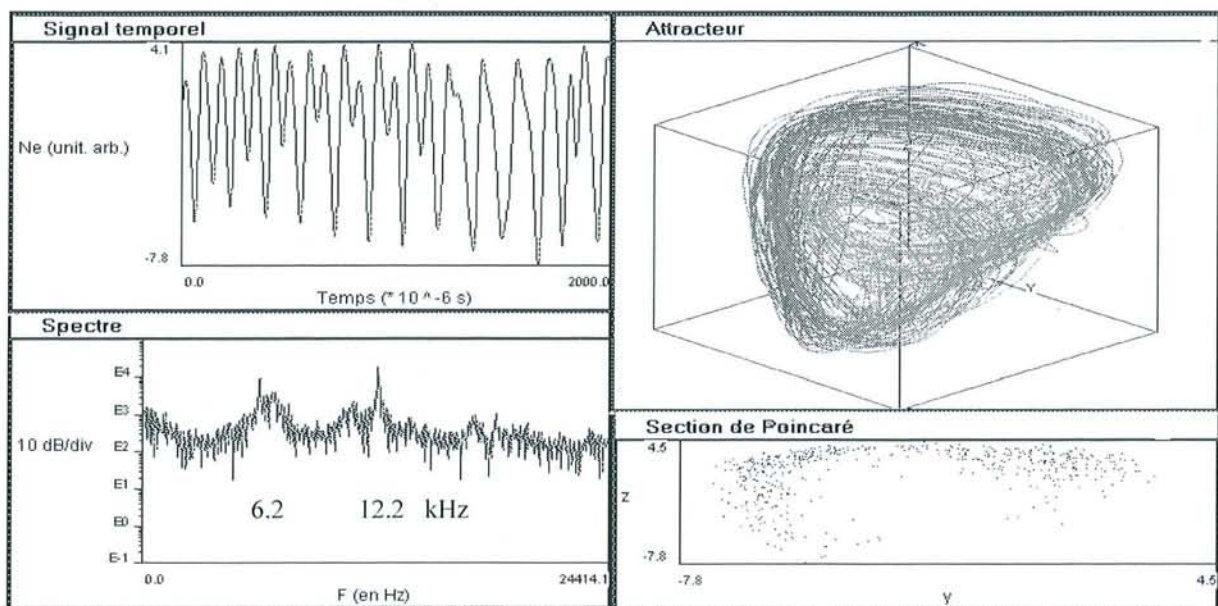


Fig. 5.7h
 $U_t = 4.5 \text{ V}$
 $m = 2 \text{ et } 1$

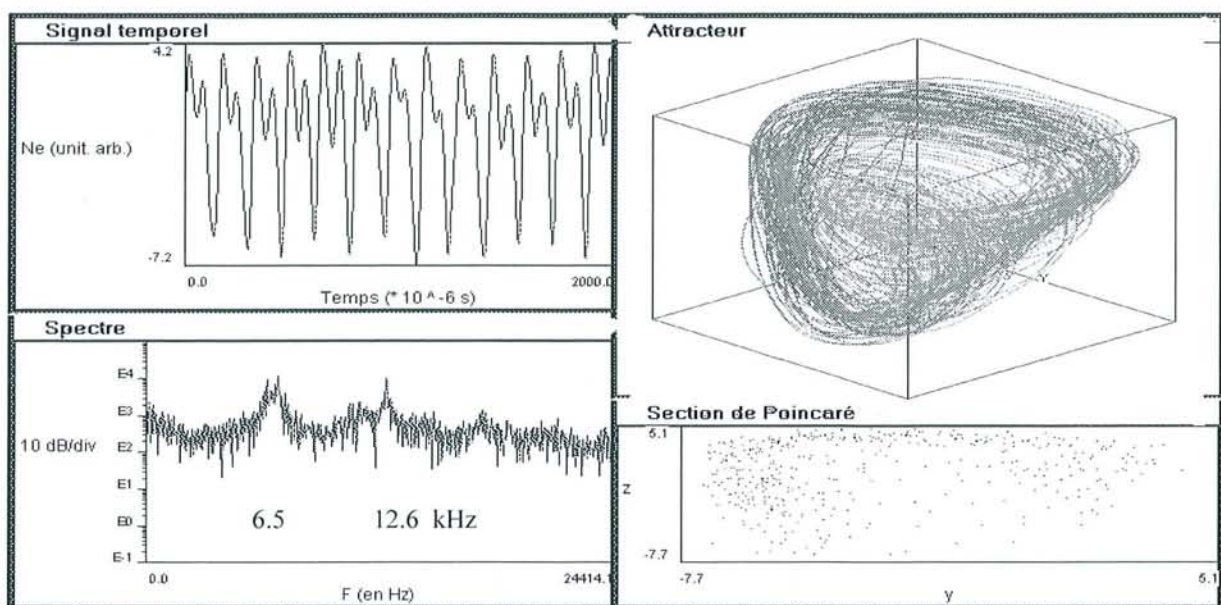


Fig. 5.7 : Analyse des séries temporelles enregistrées lors de la variation du paramètre de contrôle. Sont représentés : une partie du signal temporel, le spectre de puissance correspondant, l'attracteur, et une section de Poincaré.

Là encore nous observons que incohérence spatiale et incohérence temporelle apparaissent simultanément. Cette fois le scénario décrit les transitions entre les modes $m = 4$ et $m = 1$. Les plages A, B, C possèdent chacune un mode dominant, alors que dans la plage D les modes $m = 2$ et $m = 1$ coexistent de manière égale. Nous ne donnons pas ici les images spatio-temporelles, mais c'est à partir de celles-ci que les modes sont identifiés (voir 4.1.2). Comme pour le scénario précédent, une analyse temporelle de plusieurs séries enregistrées est présentée. Le chaos apparaît nettement au-delà d'une tension de tube égale à 3.5 volts. Les deux pics du spectre de puissance (Fig. 5.7f), représentant le régime « mode-locking », vont petit à petit s'élargir au fur et à mesure que U_{tube} augmente. Ce scénario présente l'avantage de posséder une transition vers le chaos qui est moins brutale que pour le précédent. De 3.6 à 4.5 volts, la plage est suffisamment large pour tester la méthode de contrôle sur des régimes chaotiques. En effet, pour $U_{tube} = 3.6$ volts, la dimension de corrélation est égale à 2, alors que pour $U_{tube} = 4.5$ volts, la dimension de corrélation est égale à 4.2. Nous verrons que le contrôle du chaos est possible dans ce type de scénario.

La figure (5.8) résume les plages de fréquences dominantes observées lors du scénario.

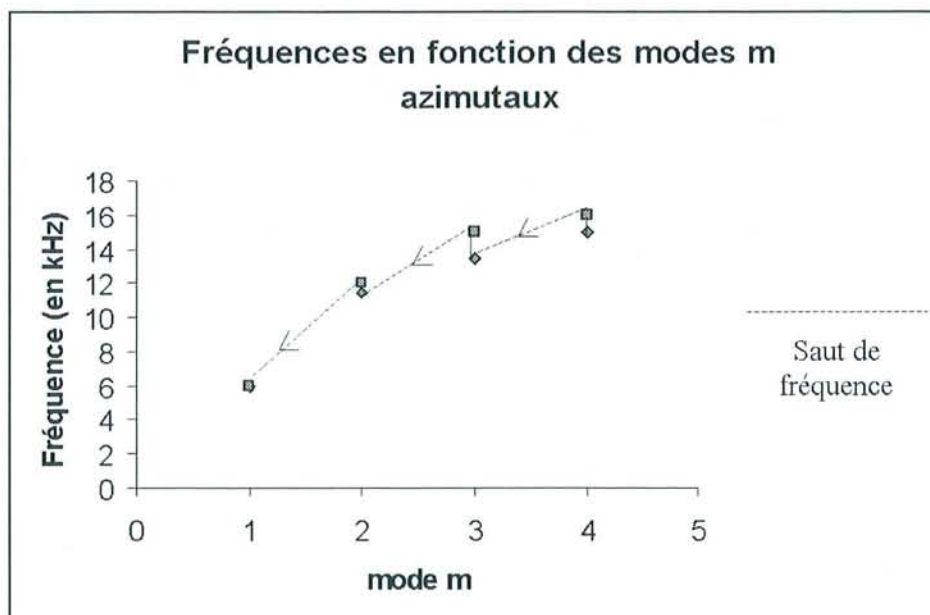


Fig. 5.8 : Fréquences des modes dominants en fonction du mode m lorsque la tension U_{tube} augmente. Les flèches indiquent le sens de parcours en fonction de U_{tube} .

Nous remarquons ici que le mode $m = 2$ possède une fréquence qui est rigoureusement égale au double de la fréquence correspondant au mode $m = 1$, alors que ce n'était pas le cas pour le scénario précédent. Ceci pourrait justifier dans ce scénario la présence simultanée et égale de ces deux modes.

5.1.3. Scénario avec présence de trois modes

Les paramètres de la décharge sont : $U_{\text{filaments}} = 16.5 \text{ V}$, $U_{\text{décharge}} = 16 \text{ V}$ et $U_{\text{grille}} = 6 \text{ V}$.

Dans cette situation, la tension de grille est plus importante que précédemment. Nous allons voir que les régimes obtenus sont mieux identifiables, notamment en ce qui concerne le régime « mode-locking ».

La tension de tube varie de 0 à 3 volts. Le diagramme temporel est donné (Fig. 5.9).

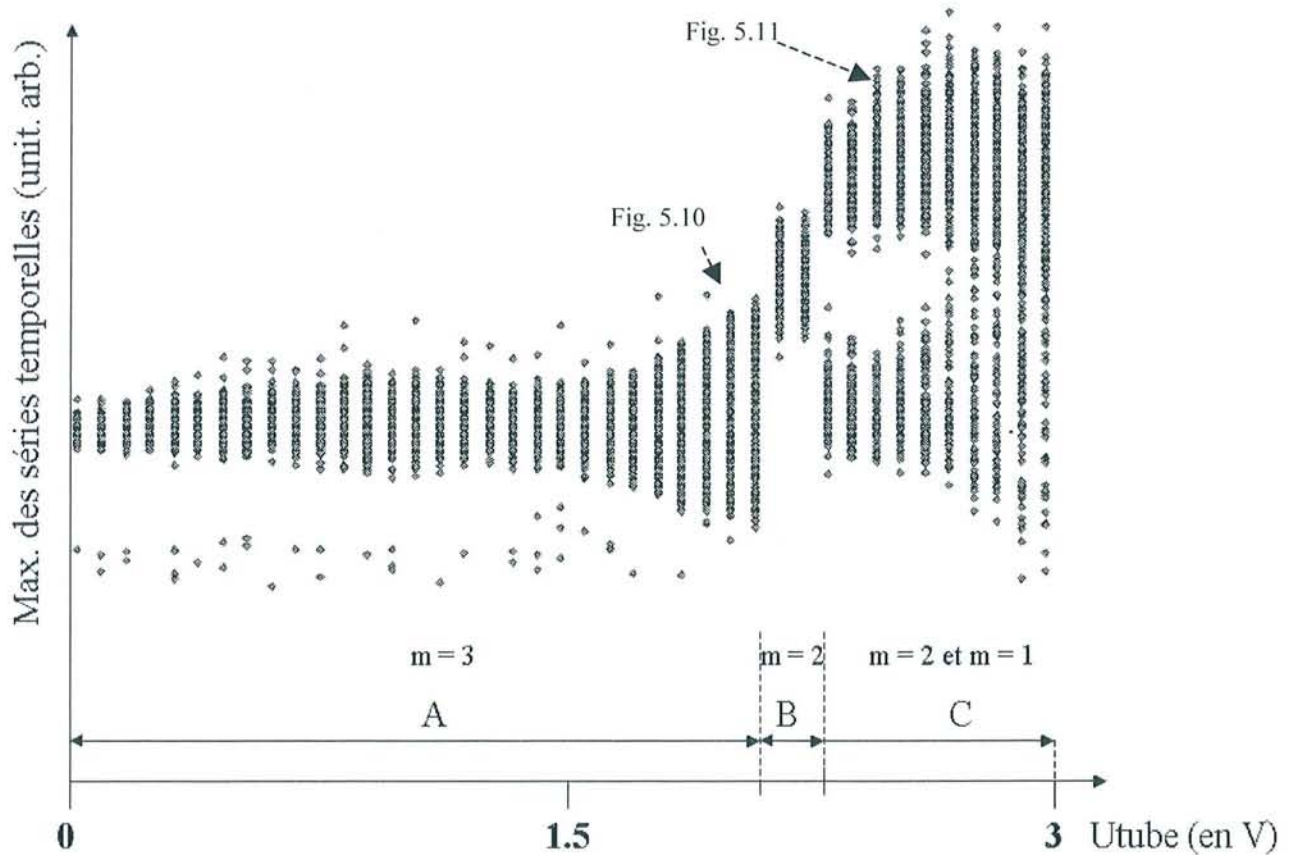


Fig. 5.9: Diagramme de bifurcation temporel. En abscisses sont représentées les valeurs du paramètre de contrôle, et en ordonnées sont reportés les maxima des séries temporelles. Trois modes dominants sont observés.

Nous obtenons ici une transition entre les modes $m = 3$, $m = 2$ et $m = 2$ et 1. Nous ne donnons l'analyse temporelle que de deux séries correspondant à des régimes quasi-périodique (Fig. 5.10) et « mode-locking » (Fig. 5.11).

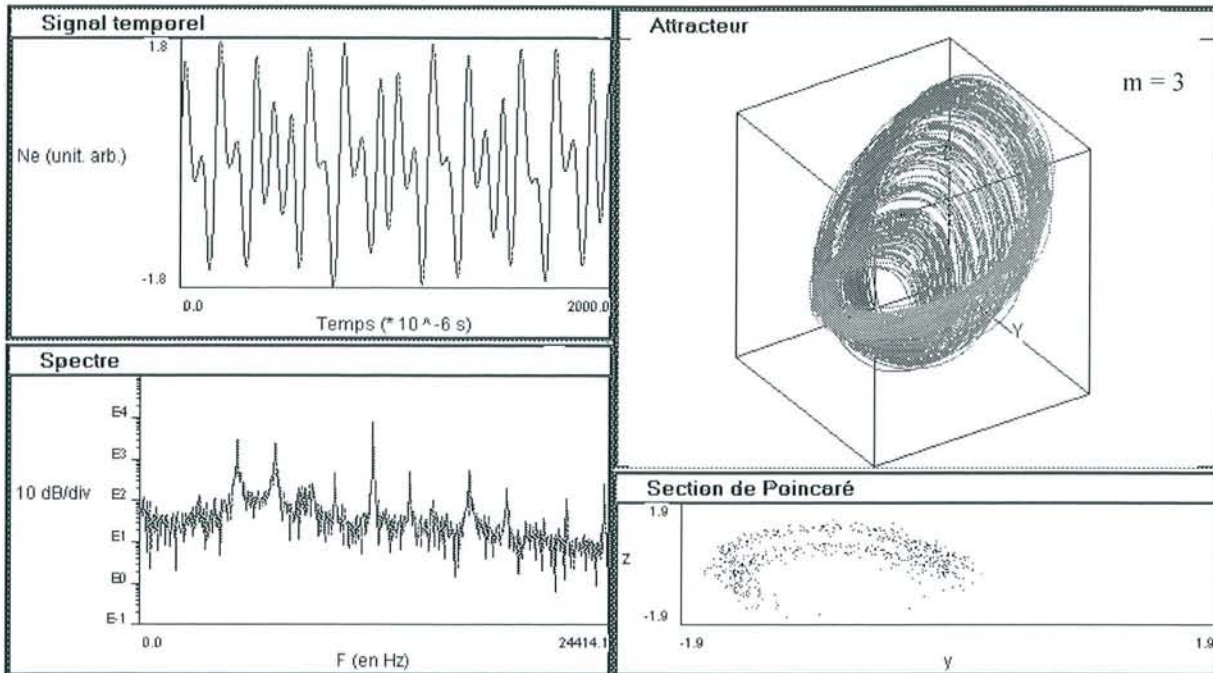


Fig. 5.10 : Analyse temporelle du régime quasi-périodique. Toutes les fréquences présentes sont des combinaisons entières des deux plus basses fréquences f_1 et f_2 visualisables sur le spectre de puissance. Ainsi, nous visualisons également les fréquences : $2f_1$, f_1+f_2 , $2f_2$, $2f_1+f_2$, f_1+2f_2 , $3f_1+f_2$, etc.

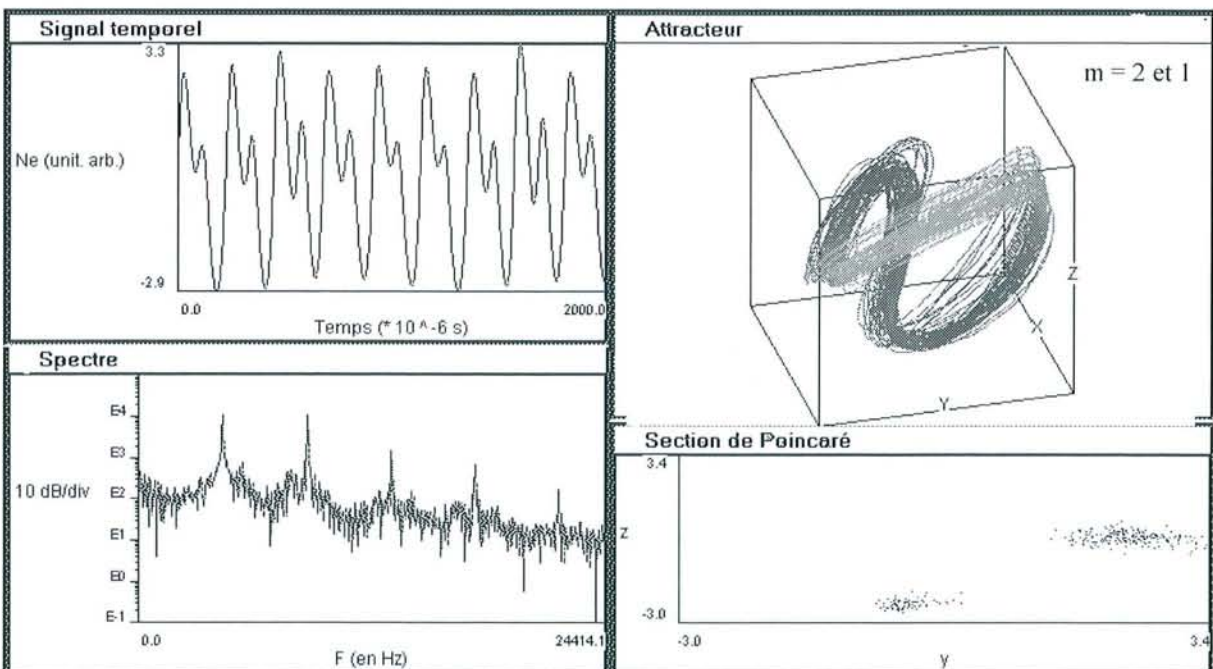


Fig. 5.11 : Analyse temporelle du régime « mode-locking ». Les deux fréquences présentes sont commensurables.

Juste avant le passage du mode $m = 3$ au mode $m = 2$, il existe un régime quasipériodique pour lequel nous observons la présence de fréquences qui sont combinaisons de deux fréquences de base, $f_1 = 5$ kHz et $f_2 = 7$ kHz (Fig . 5.10). De plus, le régime « mode-locking » obtenu lors de ce scénario est bien périodique. Les régimes chaotiques obtenus aux alentours d'une tension de tube $U_{tube} = 3$ volts ont une dimension de corrélation environ égale à 4.2. La différence avec le scénario précédent est que les régimes obtenus sont mieux définis, notamment en ce qui concerne le régime « mode-locking ». Ainsi, le mode $m = 1$ apparaît pour engendrer un régime « mode-locking » avec le mode $m = 2$. Nous verrons par la suite que le contrôle réalisé sur un régime chaotique issu de ce type de scénario est plus efficace que sur un scénario du type précédent.

5.1.4. Conclusion

Nous remarquons qu'en fait les scénarios obtenus sont du même type. Le nombre de modes observés diffère à chaque fois, mais l'évolution des modes en présence se fait toujours selon le même processus, le nombre d'onde m dominant diminue quand U_i augmente. Notons que ces scénarios sont tout à fait en accord avec ceux obtenus sur la machine KIWI^{37,38,39} de Kiel. Sur cette machine sont observables les trois premiers modes. A partir du mode $m = 3$ dominant, un régime quasipériodique y est obtenu, puis les régimes mode-locking et enfin chaotiques sont obtenus par élargissement des deux pics de fréquences commensurables du « mode-locking ». D'autre part, sur Mirabelle, suivant les paramètres de la décharge, les régimes dynamiques sont plus ou moins marqués. Par exemple en ce qui concerne le régime quasi-périodique, nous remarquons que la non-commensurabilité entre les fréquences présentes est très faible dans le cas du scénario présenté dans le paragraphe (5.1.1) par rapport

au dernier scénario. Nous allons voir que, pour obtenir un contrôle efficace, les propriétés du scénario duquel est issu le régime chaotique sont importantes.

Nous avons également remarqué que le chaos est très marqué lorsque le mode $m = 1$ est présent. Ceci pourrait éventuellement s'expliquer par le fait que ce mode est le seul mode qui engendre une fluctuation de densité non symétrique par rapport à l'axe de la colonne. La dérive $E \times B$ favorisant l'instabilité en même temps qu'elle provoque la rotation du plasma, on imagine que cette rotation a d'autant plus d'effet que les courbes d'isodensité ne sont pas symétriques.

D'autre part, les fréquences des modes dominants, divisées par le mode correspondant (voir Fig. 5.5), donnent toujours des résultats inférieurs à 7 kHz. La plage de fréquences est sensiblement identique d'un scénario à l'autre. C'est comme si la machine ne pouvait engendrer que des fréquences (f^*/m) d'une certaine valeur. Il est possible que cette plage soit fixée par la longueur d'onde axiale.

5.2. Le contrôle du chaos

Le type de scénario décrit dans les sections (5.1.2) et (5.1.3) présente l'avantage de posséder une transition progressive entre le régime périodique du mode $m = 2$ et le régime chaotique où les modes $m = 2$ et $m = 1$ sont présents. Ainsi, il a été possible de tester la méthode de contrôle TDAS sur des régimes plus ou moins chaotiques.

Pour appliquer la méthode, la principale exigence expérimentale est d'injecter dans le système un signal de contrôle dont la composante continue est nulle. En effet, une composante différente de zéro modifierait le régime dynamique et les résultats obtenus ne seraient donc pas le fruit d'une méthode de contrôle du chaos. C'est pourquoi chaque manipulation a fait l'objet d'un contrôle rigoureux de cette composante continue du signal de contrôle qui ne devait en rien modifier le régime dynamique des ondes de dérive.

Cette précaution étant prise, nous avons appliqué la méthode TDAS sur ce type de scénario, pour deux régimes dont les dimensions de corrélation sont environ égales à 4.2, mais dont les scénarios dont ils sont issus diffèrent (scénario du type (5.1.2) et scénario du type (5.1.3)). Le contrôle est plus efficace dans le deuxième cas que dans le premier. Dans les deux cas il existe au moins un exposant de Lyapunov positif.

a) Examinons tout d'abord le premier cas (Fig. 5.12) :

La figure (5.12a) résume l'analyse du régime dynamique avant contrôle. Le spectre de puissance présente deux pics larges de fréquences f_1 et f_2 avec $f_2 = 2 f_1$. Il s'agit d'un régime « mode-locking » qui a transité vers le chaos au fur et à mesure que U_{tube} augmentait. L'attracteur est diffus, et la section de Poincaré est relativement étalée, même si l'on peut deviner une certaine structure privilégiée. L'image spatio-temporelle présente un mode $m = 1$ visible et un mode $m = 2$ dont la présence est moins évidente. Ce régime a été contrôlé par la

méthode TDAS avec deux retards différents. Le premier, $\tau_1 = 1 / f_1$, est la période correspondant au premier pic. Le second, $\tau_2 = 1 / f_2 = \tau_1 / 2$, correspond au deuxième pic.

La figure (5.12b), elle, représente les transitions des signaux traduisant les fluctuations de densité électronique et les signaux de contrôle. Chaque représentation possède donc une partie « contrôle = 0 » et une partie « contrôle appliqué ». Ces deux parties sont séparées par la ligne pointillée. Lorsque le contrôle est appliqué, pour les deux retards utilisés l'amplitude du signal de contrôle présente une décroissance, comme cela est attendu lors de l'utilisation de la méthode TDAS pour contrôler un régime chaotique. Après cette décroissance, les deux signaux de contrôle (retards τ_1 et τ_2) conservent une amplitude relativement importante, bien que irrégulière, car cette amplitude est de l'ordre de 6 volts.

Ensuite sont présentées figures (5.12c) et (5.12d), pour chaque valeur de τ , deux spectres de puissance. Le premier correspond au signal après contrôle, et le second, en échelle linéaire, correspond au signal de contrôle également après contrôle. Nous observons, pour les spectres des signaux, un léger affinement des pics dans le cas du contrôle avec un retard τ_1 , affinement qui est plus sensible dans le cas du contrôle avec un retard τ_2 . Dans les deux cas, le mode $m = 2$, correspondant au pic de fréquence f_2 , redevient dominant par rapport à la situation avant contrôle. Cette domination est plus nette dans le cas $\tau = \tau_1$ que dans le cas $\tau = \tau_2$. En ce qui concerne les spectres des signaux de contrôle, nous remarquons que dans le cas du retard égal à τ_1 aucune fréquence ne domine réellement, en tout cas ni f_1 ni f_2 , alors que dans le cas du retard égal à τ_2 , la fréquence f_1 domine. Ces résultats nous seront très utiles dans l'interprétation du contrôle effectué (section 5.3).

Enfin, la figure (5.12e) regroupe les attracteurs, les images spatio-temporelles et les sections de Poincaré. Pour $\tau = \tau_1$, l'attracteur laisse entrevoir en son centre un espace non parcouru par le régime contrôlé. Toutefois, l'amélioration par rapport au régime chaotique est

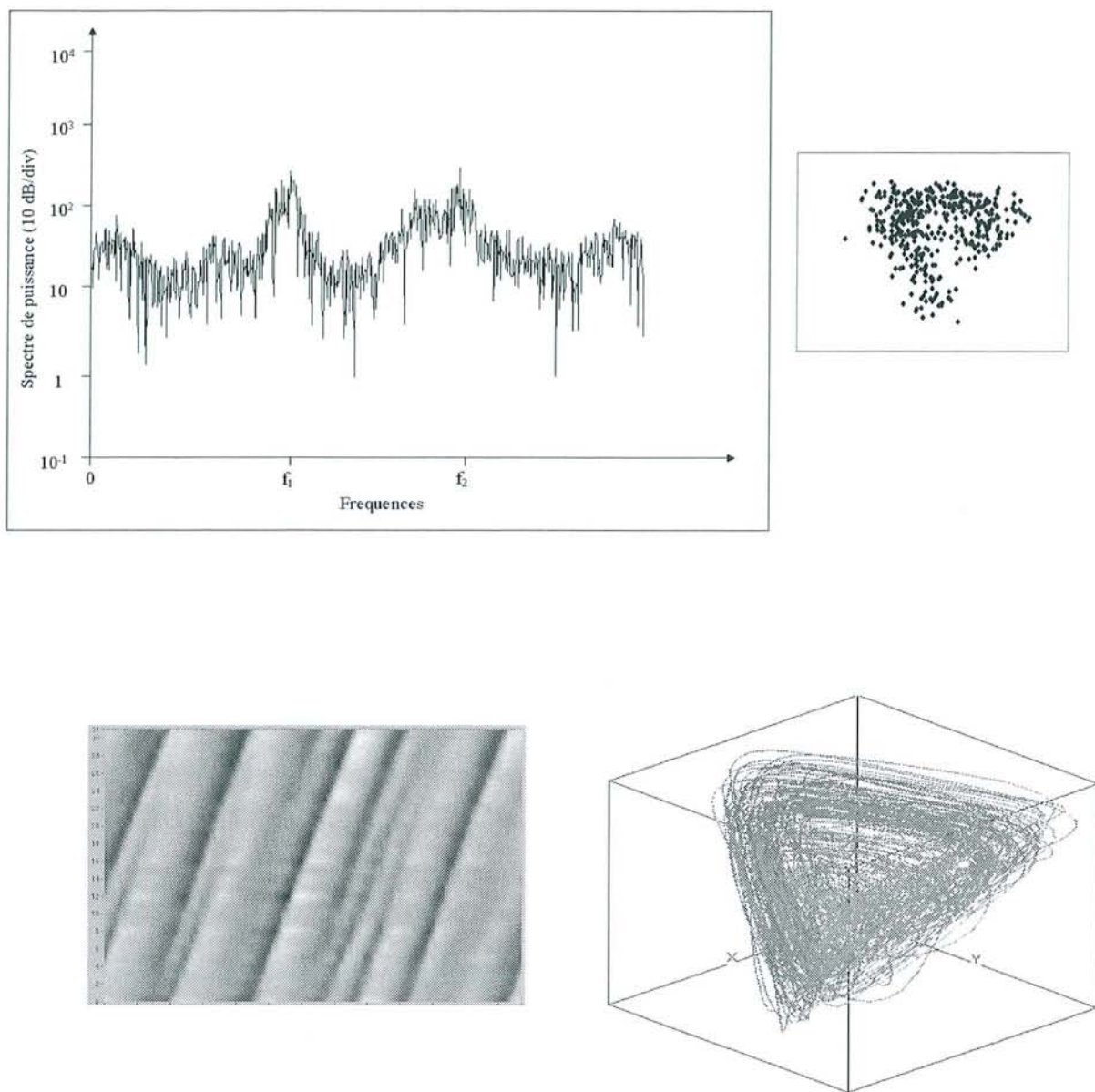


Fig 5.12a : Régime dynamique des ondes de dérive avant contrôle. La dimension de corrélation est égale à 4.2. Le spectre, la section de Poincaré, l'attracteur et l'image spatio-temporelle sont présentés. Ce régime est issu d'un scénario de type (5.1.2).

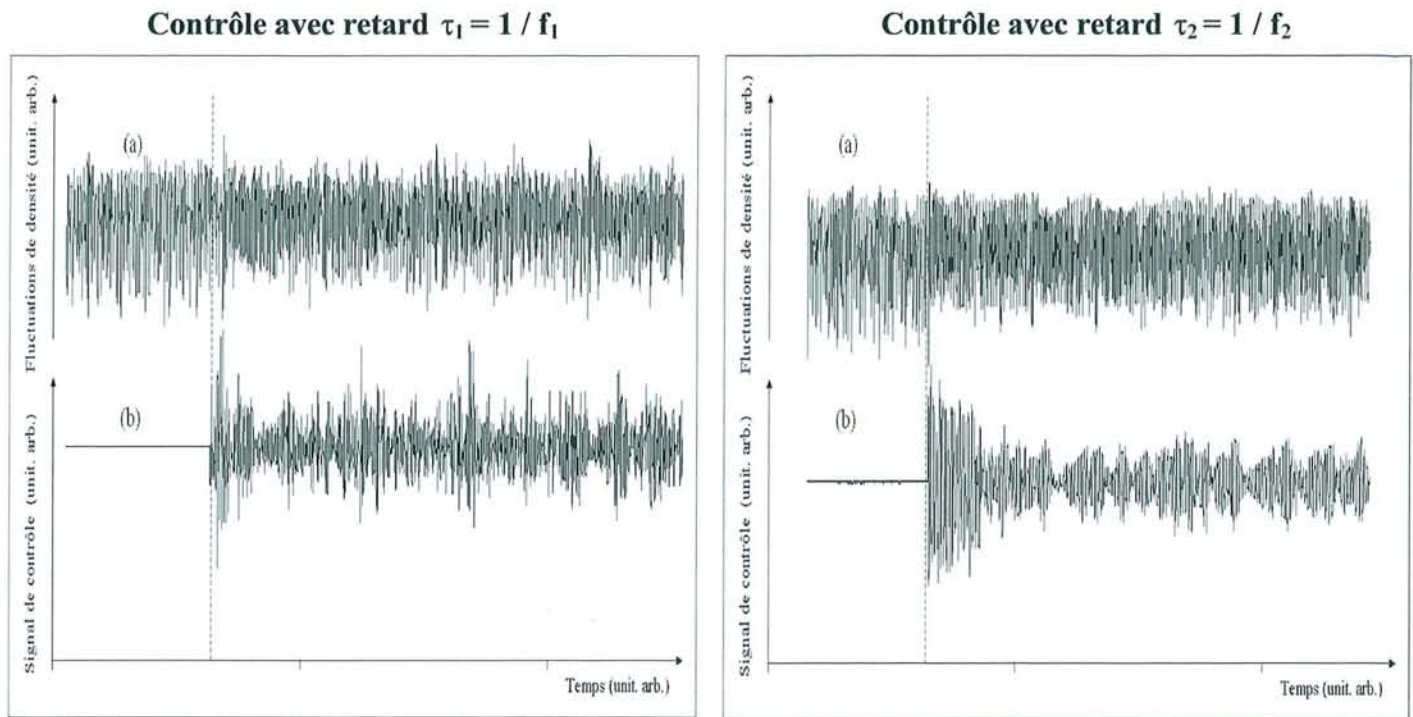


Fig. 5.12b : *Fluctuations de densité (a) et signal de contrôle (b) lors de la transition (avant contrôle-après contrôle) pour deux retards différents. La ligne pointillée correspond à l'instant d'application du contrôle.*

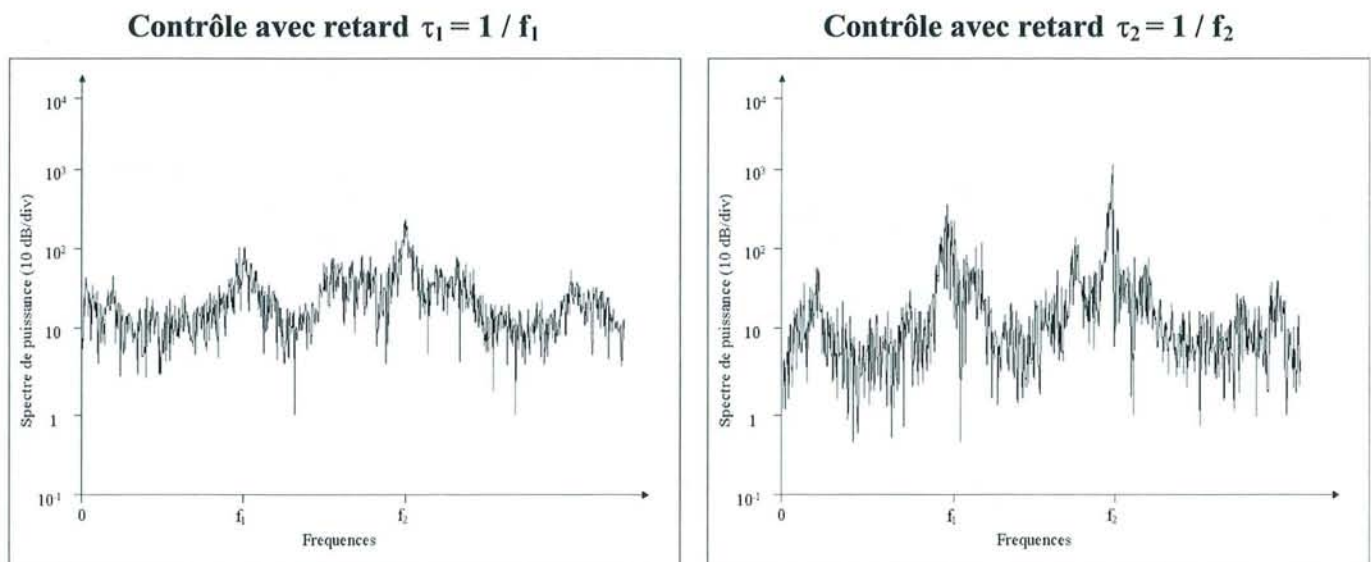


Fig. 5.12c : *Spectre du signal des fluctuations de densité (échelle logarithmique) après contrôle pour les deux retards utilisés.*

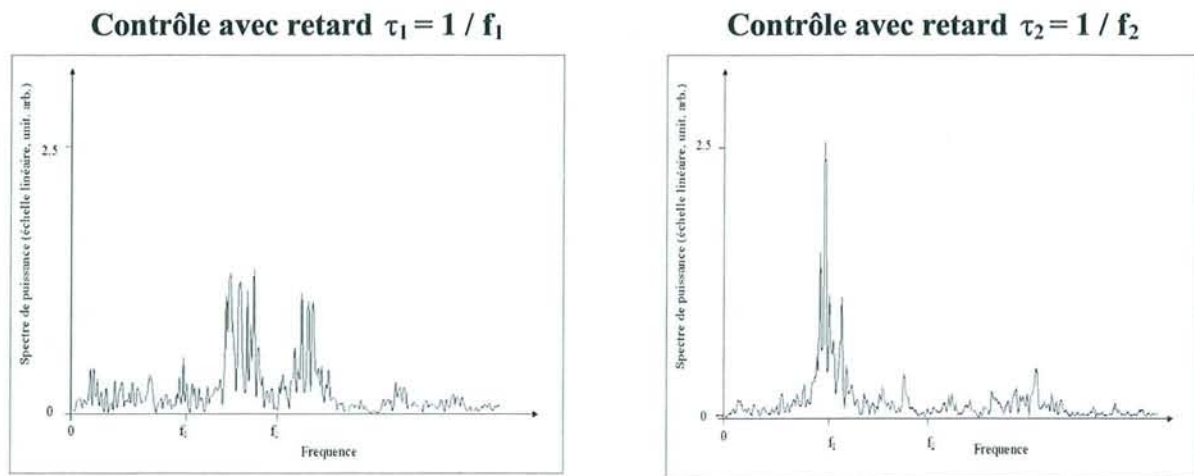


Fig. 5.12d : Spectre du signal de contrôle (échelle linéaire) après contrôle pour les deux retards utilisés.

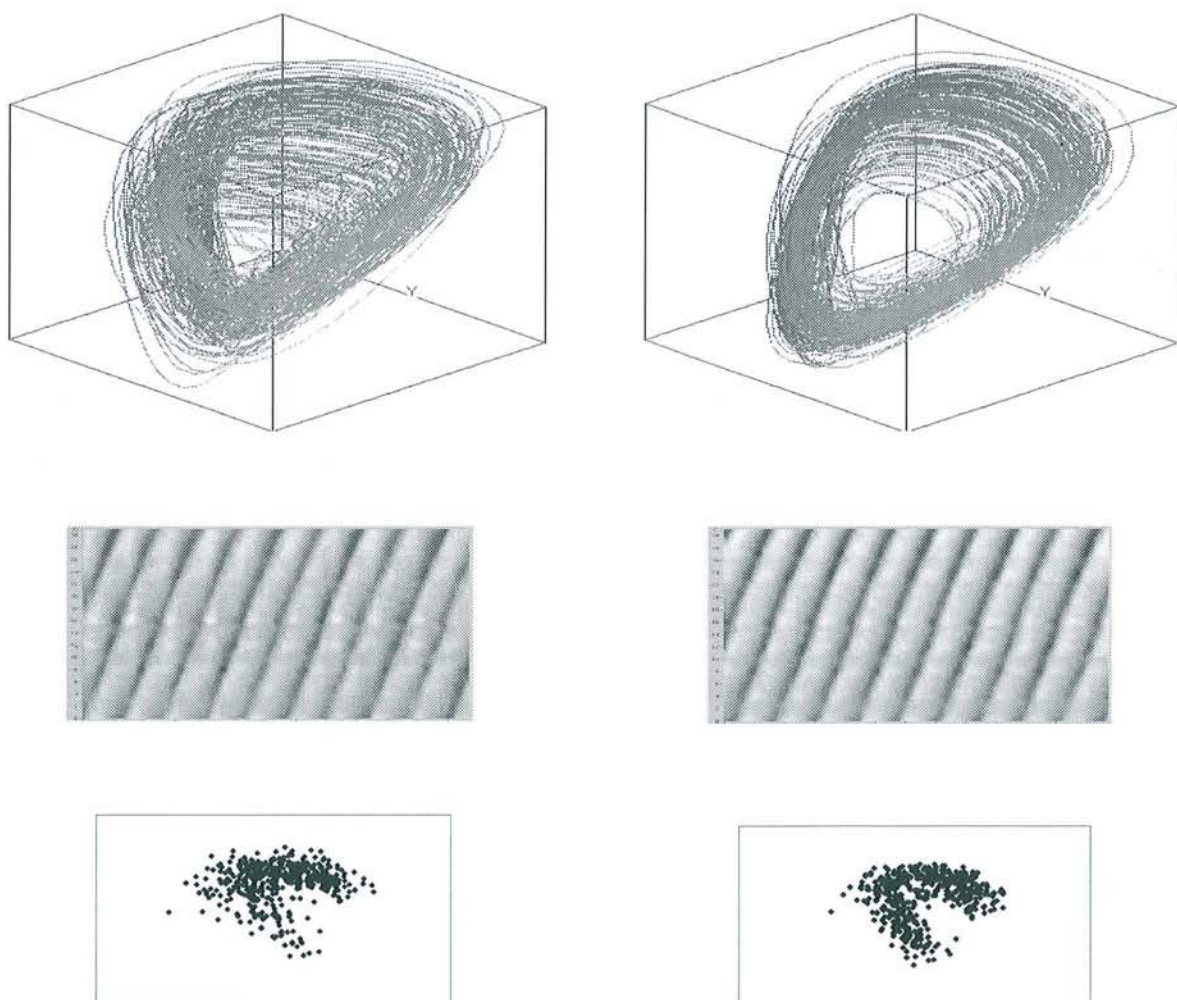


Fig. 5.12e : Attracteur, image spatio-temporelle et section de Poincaré après contrôle pour les deux retards.

très faible, comme on peut également le visualiser sur la section de Poincaré. Malgré cela, l'image spatio-temporelle présente une nette régularité, avec pour mode dominant le mode $m = 2$. Le système est redevenu relativement cohérent spatialement. Cette constatation est identique pour $\tau = \tau_2$. L'amélioration est légèrement plus importante. Là aussi le mode $m = 2$ domine.

b) Examinons ensuite le deuxième cas (Fig. 5.13) :

La figure (5.13a) correspond au régime dynamique avant contrôle. Il s'agit comme précédemment d'un régime « mode-locking » qui a transité vers le chaos par élargissement de ses deux pics observés sur le spectre de puissance, de fréquences f_1 et f_2 avec $f_2 = 2 f_1$. Ici encore, le régime a été contrôlé par la méthode TDAS avec deux retards différents. Le premier, $\tau_1 = 1 / f_1$, est la période correspondant au premier pic. Le second, $\tau_2 = 1 / f_2 = \tau_1 / 2$, correspond au deuxième pic.

La figure (5.13b) représente les transitions « avant – après contrôle ». Lorsque le contrôle est appliqué, pour les deux retards utilisés, l'amplitude du signal de contrôle présente une décroissance. Après cette décroissance, les deux signaux de contrôle (retards τ_1 et τ_2) conservent une amplitude de l'ordre de 2 volts, soit environ trois fois moins importante que dans le cas précédent.

Ensuite sont présentées figures (5.13c) et (5.13d), pour chaque valeur de τ , le spectre de puissance du signal après contrôle, et un agrandissement des deux signaux (fluctuations de densité et contrôle) après application du contrôle. Nous observons, pour les spectres des signaux, un affinement très net des pics dans le cas du contrôle avec un retard τ_1 , affinement encore plus marqué dans le cas du contrôle avec un retard τ_2 . Dans les deux cas, le mode $m = 2$, correspondant au pic de fréquence f_2 , redevient dominant par rapport à la situation avant contrôle. Cette domination est plus nette dans le cas $\tau = \tau_1$ que dans le cas $\tau = \tau_2$. En ce qui

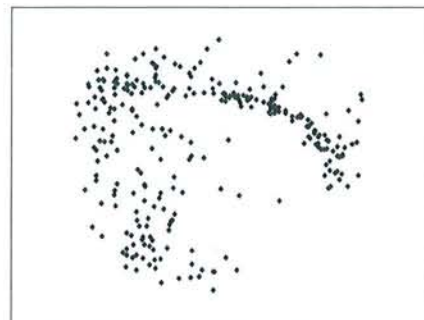
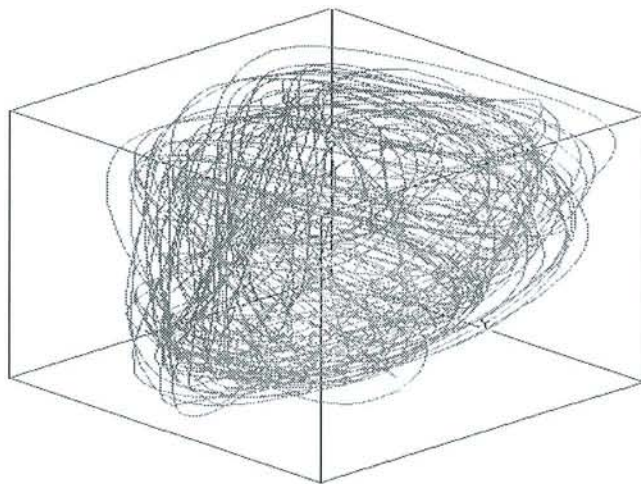
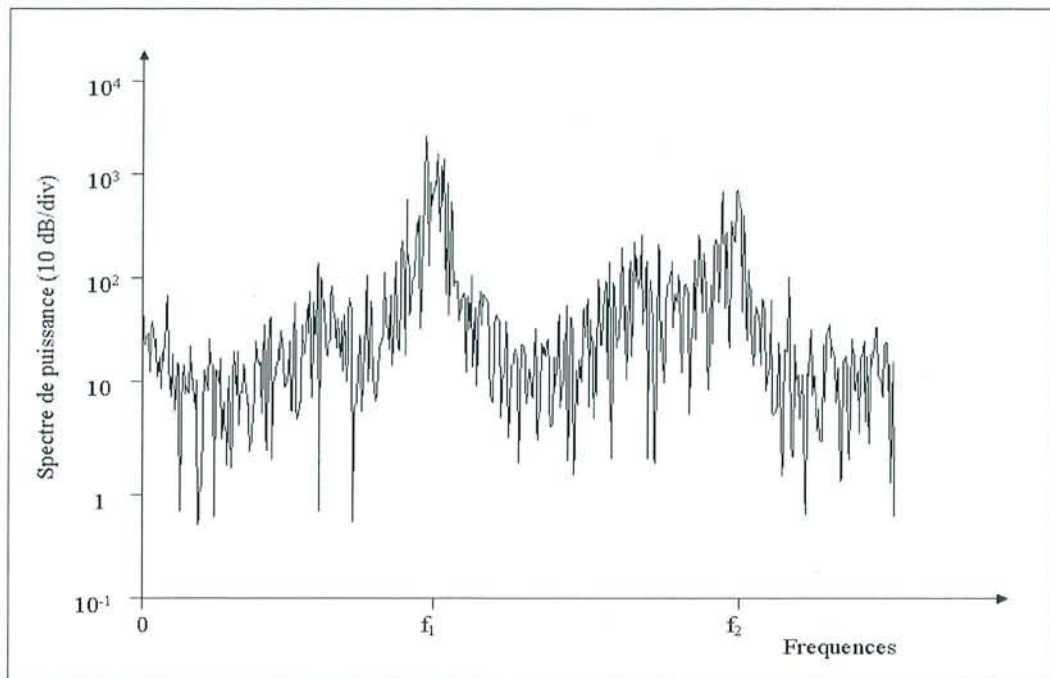
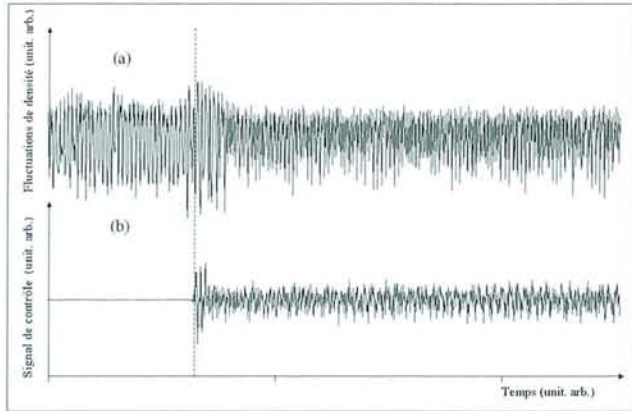


Fig 5.13a : Régime dynamique des ondes de dérive avant contrôle. La dimension de corrélation est égale à 4.2. Le spectre, l'attracteur, et la section de Poincaré sont présentés. Ce régime est issu d'un scénario de type (5.1.3).

Contrôle avec retard $\tau_1 = 1 / f_1$



Contrôle avec retard $\tau_2 = 1 / f_2$

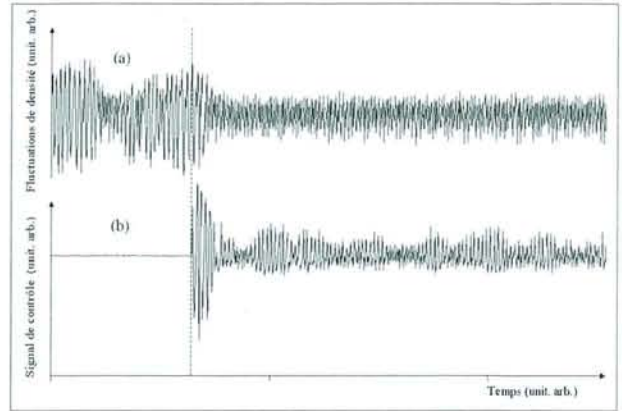
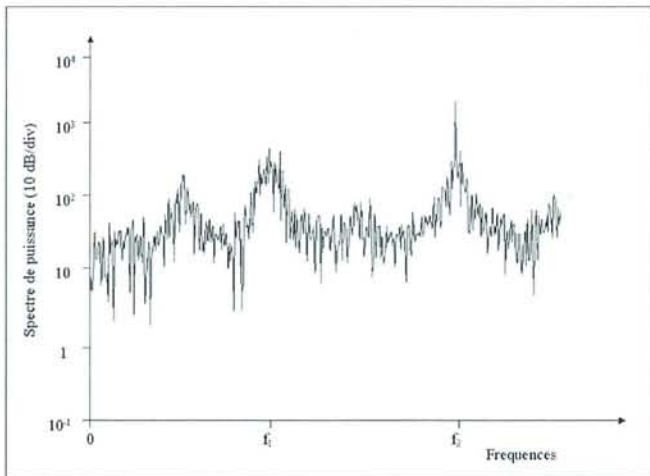


Fig. 5.13b : Fluctuations de densité (a) et signal de contrôle (b) lors de la transition (avant contrôle-après contrôle) pour deux retards différents. La ligne pointillée correspond à l'instant d'application du contrôle.

Contrôle avec retard $\tau_1 = 1 / f_1$



Contrôle avec retard $\tau_2 = 1 / f_2$

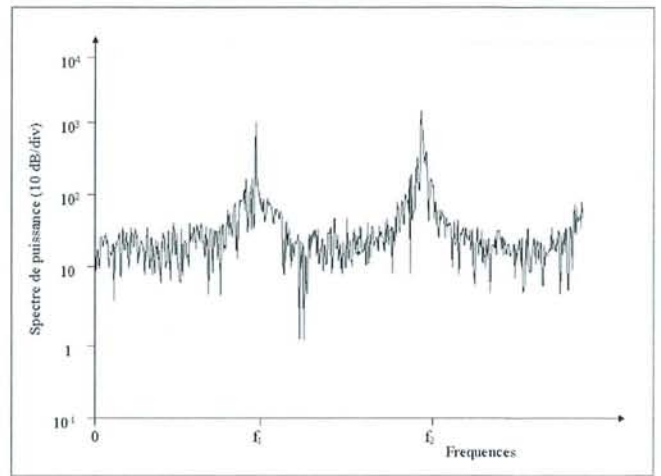


Fig. 5.13c : Spectre du signal des fluctuations de densité après contrôle pour les deux retards utilisés.

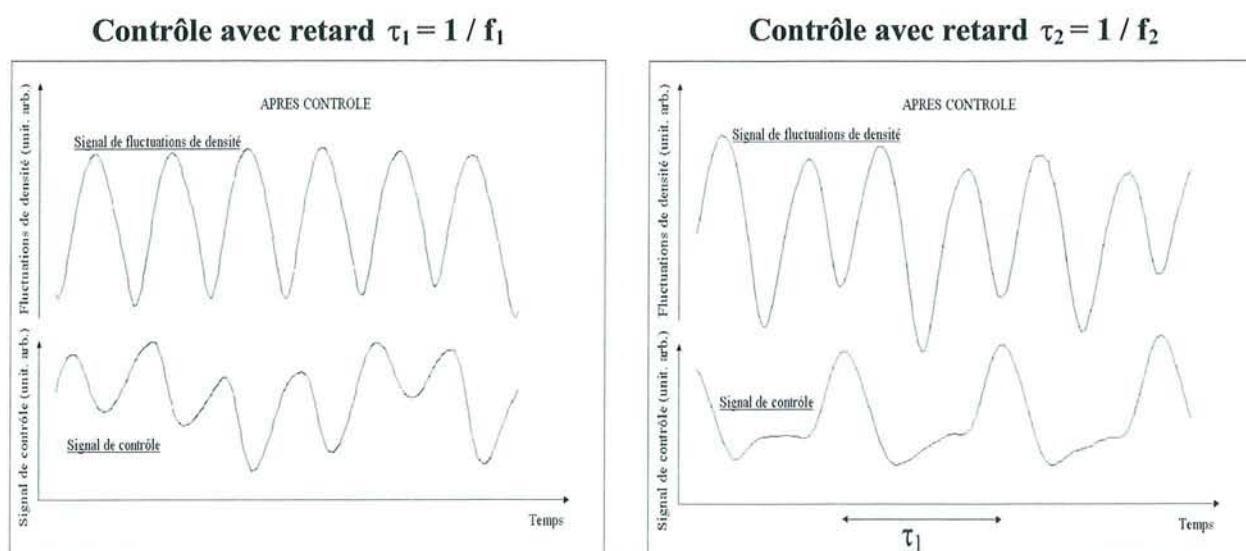


Fig. 5.13d : Zoom du signal de contrôle après contrôle pour les deux retards utilisés.

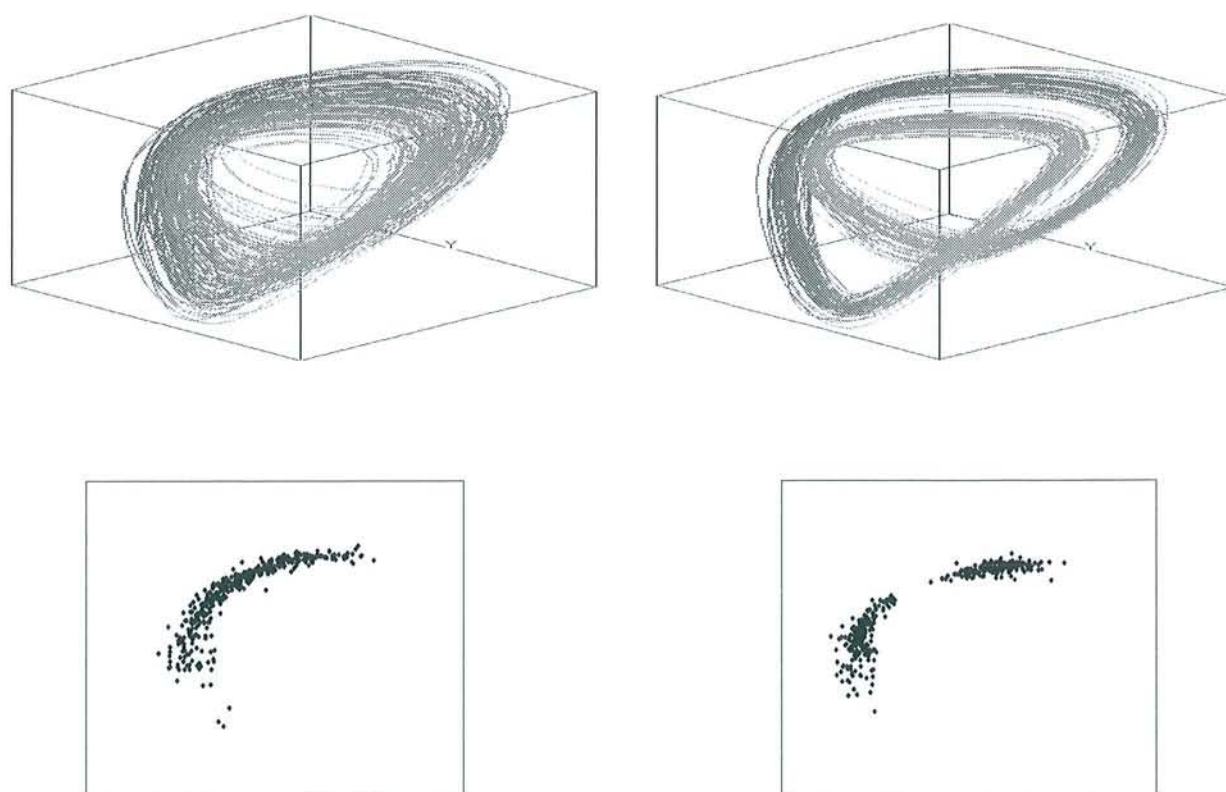


Fig. 5.13e : Attracteur et section de Poincaré après contrôle pour les deux retards utilisés.

concerne les signaux après contrôle, nous remarquons que dans le cas du retard égal à τ_1 , un signal de contrôle irrégulier est présent ; il semble correspondre à une réponse du signal de contrôle aux écarts du système par rapport à une orbite périodique. Dans le cas du retard égal à τ_2 , le signal de contrôle possède une composante régulière de période τ_1 . Nous discuterons ces résultats dans la section (5.3).

Enfin, la figure (5.13e) regroupe les attracteurs et les sections de Poincaré. Pour $\tau = \tau_1$, l'attracteur est une boucle de période un, légèrement élargie, car le mode $m = 1$ domine largement. Pour $\tau = \tau_2$, on obtient le régime « mode-locking », régime à deux fréquences commensurables.

De ces résultats nous pouvons déjà retenir trois informations :

- La première est que le type de scénario dont est issu le régime chaotique est important quant à l'efficacité de la méthode de contrôle.
- La deuxième est qu'un retard $\tau = \tau_1$ favorise la domination du mode $m = 2$, alors qu'un retard $\tau = \tau_2$ encourage également le mode $m = 1$.
- La troisième est que le signal de contrôle ne contient pas de composante périodique particulière dans le cas $\tau = \tau_1$ alors qu'il contient une composante périodique forte de période τ_1 dans le cas où le retard $\tau = \tau_2$.

5.3. Interprétation des résultats de contrôle

L'objectif est de justifier l'efficacité expérimentale de la méthode de contrôle proposée par K. Pyragas. Sans expliquer la raison profonde du succès de la méthode (dont l'efficacité dans de multiples travaux^{23,24,25} numériques ou expérimentaux n'est toujours pas expliquée), nous

donnons quelques indications permettant d'expliquer par exemple l'affinement du pic de fréquence f_I lorsque le retard choisi est $\tau = \tau_2$. Nous allons examiner tour à tour le cas du retard $\tau = \tau_1$ puis du retard $\tau = \tau_2$.

a) Contrôle avec un temps de retard $\tau = \tau_1$:

Quel est le résultat classique lorsque l'on cherche à stabiliser, par la méthode TDAS, une orbite périodique instable présente dans l'attracteur chaotique ? Si le retard est égal à la période de cette orbite, le signal de contrôle tend vers zéro après contrôle tout en stabilisant l'orbite périodique instable choisie. Or, ici, comme $\tau_2 < \tau_1$, le retard τ_1 est bien égal à la période de l'orbite périodique instable. C'est pourquoi le signal de contrôle, même si expérimentalement il ne tend pas tout à fait vers zéro, ne possède pas de fréquence privilégiée. Il est une simple correction des écarts à l'orbite périodique instable du système.

Nous remarquons que lors de ce contrôle, c'est le mode $m = 2$ qui est privilégié, alors que l'on pouvait s'attendre à ce que les deux modes soient contrôlés de façon identique. En effet, le régime chaotique est obtenu à partir d'un régime « mode-locking » qui « s'élargit ». Un contrôle efficace devrait donc conduire à un régime « mode-locking ». Or, visiblement, puisque c'est ce régime « mode-locking » qui conduit au chaos à partir de l'apparition du mode $m = 1$, le système a tendance à privilégier le mode $m = 2$ lors du retour vers la cohérence.

b) Contrôle avec un temps de retard $\tau = \tau_2$:

Regardons ce qui se passe après contrôle pour $\tau = \tau_2$. Le signal caractérisant les fluctuations de densité possède une forme semblable à celle présentée figure (5.14a). La figure (5.14b) donne ce même signal avec un retard temporel par rapport à la figure (5.14a) égal à τ_2 . Afin d'obtenir le signal de contrôle tel qu'il est construit expérimentalement, nous réalisons la différence entre le signal en temps réel (Fig. 5.14a) et le signal retardé (Fig. 5.14b). Le résultat est donné figure (5.14c). Nous obtenons ainsi le signal de contrôle tel qu'il

est appliqué au système. Nous remarquons que, vu la forme des signaux en temps réel et retardé, ce signal de contrôle ne tend bien évidemment pas vers zéro, mais vers une composante périodique de période égale à τ_l .

Fig. 5.14a : Signal (en temps réel) des fluctuations de densité après contrôle.

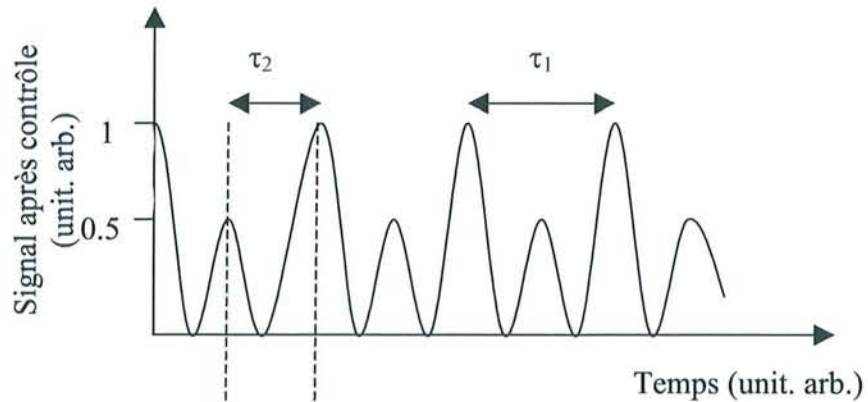


Fig. 5.14b : Même signal qu'en 5.14a retardé de τ_2 .

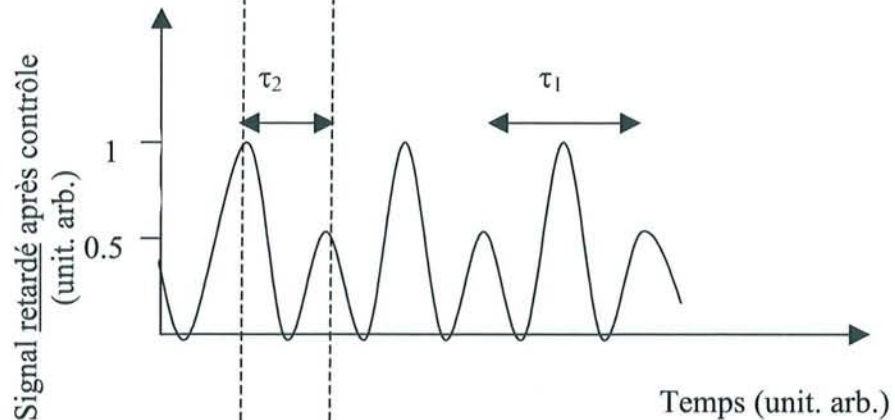
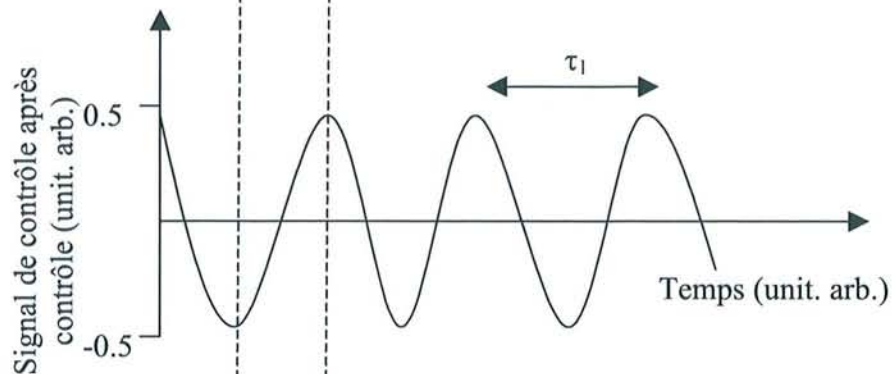


Fig. 5.14c : Signal de contrôle obtenu : (= fig. (5.14a) - fig. (5.14b)).



Ainsi, le signal de contrôle va, comme dans le cas (a), contrôler le système en ce qui concerne son évolution à la fréquence f_2 (fréquence correspondant au retard utilisé), et « piloter » le système à la fréquence f_l car le signal de contrôle possède cette composante

périodique de période τ_l . C'est pourquoi, contrairement au cas décrit en (a), le mode $m = 1$ est cette fois encouragé (ou « piloté ») par la structure du signal de contrôle. En parallèle, le mode $m = 2$ est toujours aussi présent et cela conduit à un régime « mode-locking » lorsque le contrôle est efficace.

Afin de confronter ces résultats à d'autres systèmes présentant un chaos spatio-temporel, nous allons, à partir d'un système simple d'oscillateurs couplés, observer numériquement l'apparition du chaos et tester sur cette simulation la méthode de contrôle TDAS.

Chapitre 6 : Comparaison avec un modèle d'oscillateurs couplés

Les oscillateurs couplés sont en physique très fréquemment utilisés pour modéliser différents systèmes. Le passage du système réel au modèle d'oscillateurs se justifie lorsque le système est complexe. Souvent avec réussite, un système simple d'oscillateurs rend compte des principales propriétés physiques du système.

Cette approche a déjà été de nombreuses fois utilisée pour l'étude du chaos spatio-temporel^{27, 40-50}.

Nous allons réaliser un modèle nous permettant d'obtenir des régimes dynamiques périodiques ou chaotiques. L'objectif sera alors d'étudier la façon dont le chaos spatio-temporel s'instaure dans les systèmes étendus, et de mesurer l'influence de la méthode TDAS sur un tel chaos. Ce modèle ne modélise pas les ondes de dérive mais le comportement chaotique de ces ondes.

Imaginons tout d'abord un système où chaque oscillateur possède un régime périodique. Quand le couplage entre chaque oscillateur est nul, le déphasage entre deux oscillateurs du système sera constant. En décalant un oscillateur dans le temps, on ne fera que modifier la constante de phase. Ceci signifie tout simplement que le déphasage entre deux oscillateurs n'a aucune influence sur la dynamique temporelle de chaque oscillateur. D'autre part, un couplage non nul entre chaque oscillateur va au bout d'un temps plus ou moins long permettre la synchronisation de tous les oscillateurs. Ainsi, un ensemble d'oscillateurs, présentant chacun une dynamique périodique, ne peut aboutir à un chaos spatial.

Imaginons ensuite un système où chaque oscillateur possède un régime chaotique. Quand le couplage est nul, chaque oscillateur oscille indépendamment de façon chaotique. A l'opposé, un couplage fort élimine la divergence exponentielle des orbites de deux oscillateurs voisins. Cette synchronisation par diffusion de phase peut d'autant mieux se propager à

l'ensemble des oscillateurs que le système est « petit » spatialement ou que le couplage est fort. Le système peut ainsi présenter un régime périodique. Examinons enfin le cas d'un couplage d'intensité intermédiaire. L'interaction entre un oscillateur particulier et un deuxième oscillateur éloigné spatialement est alors trop faible pour que leurs oscillations chaotiques soient synchronisées. Plus le système est étendu, plus cette synchronisation est difficile. Ceci est dû au fait que la dynamique d'un système chaotique est très sensible aux conditions initiales. Nous obtenons dans ces conditions un chaos spatio-temporel.

De cette discussion sur les oscillateurs nous pouvons retenir un premier fait marquant : le chaos, dès qu'il apparaît, est spatio-temporel. Ceci signifie que le chaos ne peut être uniquement temporel dans ce système d'oscillateurs couplés. Comme dans Mirabelle, dès qu'un régime chaotique est obtenu, celui-ci est spatio-temporel.

Tenant compte de cet aspect du modèle, il s'avère intéressant d'y observer l'apparition du chaos spatio-temporel et d'y appliquer les méthodes de contrôle TDAS pour comparer les résultats avec le contrôle expérimental effectué sur les ondes de dérive.

6.1. Modèle

Imaginons N oscillateurs répartis dans une section du plasma cylindrique, sur un cercle de rayon r , r étant la distance de l'axe du cylindre à la position radiale à laquelle le gradient de densité est maximum (Fig. 6.1). Un oscillateur symbolise une région spatiale limitée du plasma dans laquelle les différentes fluctuations physiques temporelles s'effectuent en phase. La fonction temporelle de l'oscillateur correspond à ces fluctuations physiques.

Afin d'obtenir une éventuelle cohérence spatiale, il est nécessaire que les oscillateurs soient couplés entre eux. La valeur du couplage est censée jouer le même rôle que la tension entre le tube et la masse sur Mirabelle. Plus le potentiel du tube sera élevée, moins les oscillateurs seront couplés, et vice-versa.

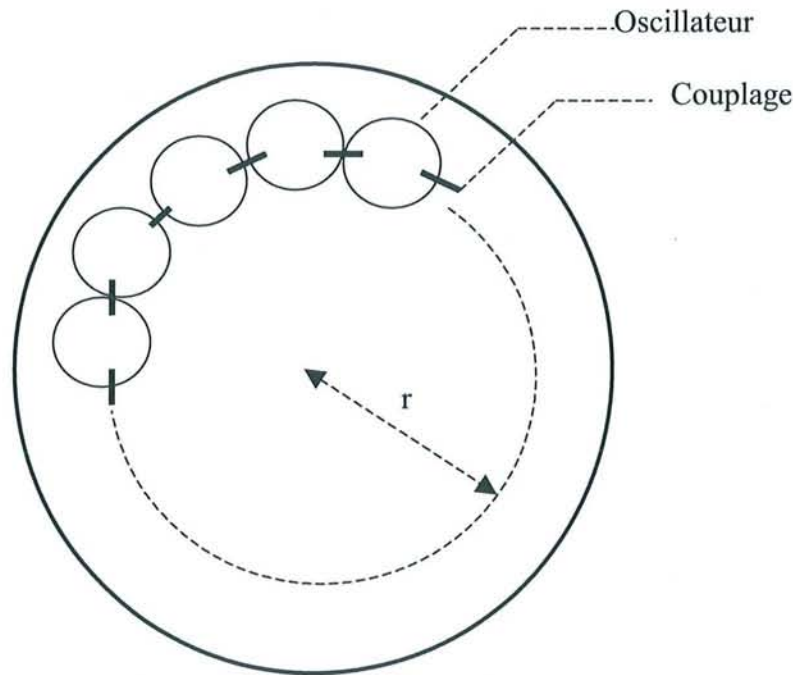


Fig. 6.1 : *Signification spatiale des oscillateurs dans une section du plasma cylindrique.*

La fonction oscillante choisie pour chaque oscillateur est l'équation proposée par H. Chaté et P. Manneville⁵⁰ :

$$\begin{aligned} f(x) &= rx \quad \text{si } x \in [0, 0.5] \\ f(x) &= r(1-x) \quad \text{si } x \in [0.5, 1] \\ f(x) &= x \quad \text{si } x > 1 \end{aligned} \quad (6.1)$$

Pour des valeurs de r comprises entre 1 et 2, le régime d'un oscillateur non couplé est chaotique. Pour $r > 2$, la fonction devient stable car dès qu'une valeur de x est supérieure à un, cette valeur x est un point fixe. Le signal chaotique n'est alors que transitoire. Nous utiliserons $1 < r < 2$ pour que la fonction oscillante d'un oscillateur non couplé soit chaotique.

Le couplage entre chaque oscillateur s'écrit de la façon suivante :

$$x_j^{n+1} = (1 - 2\gamma) f(x_j^n) + \gamma [f(x_{j-1}^n) + f(x_{j+1}^n)] \quad (6.2)$$

où l'indice n représente le pas de temps alors que l'indice j représente le numéro d'oscillateurs. γ est le couplage, f est la fonction oscillante, x est la grandeur représentant les fluctuations temporelles de densité. Les conditions aux limites sont périodiques, car il s'agit d'une couronne d'oscillateurs. Pour préserver la condition fondamentale qu'est la sensibilité aux conditions initiales, les valeurs à $t = 0$ de chaque oscillateur sont des nombres aléatoirement pris entre 0 et 1.

Une comparaison avec l'équation logistique ($f(x) = rx(1-x)$) sera réalisée. Notons dès à présent que les comportements spatio-temporels obtenus pour ces deux équations sont très proches. Cette similitude n'est pas surprenante dans la mesure où les deux équations possèdent des propriétés communes. En effet, pour chacune des deux équations utilisées, pour un oscillateur isolé, lorsque le paramètre r évolue, les orbites périodiques apparaissent par doublement de période. La route vers le chaos est une cascade de doublements de période.

Remarquons également que nous utilisons une application dite de « premier retour »¹⁶, c'est à dire que la coordonnée d'un point x^{n+1} au temps $(n+1)\Delta t$ est liée à celle de son antécédent x^n au temps $n\Delta t$. Cela revient à étudier les propriétés de la transformation récurrente d'un point sur un axe. L'étude d'un flot non-linéaire est ainsi réduite à l'étude de la dynamique selon une direction, dans laquelle l'essentiel du comportement dynamique se situe. L'information utile se trouve de la sorte concentrée dans une direction privilégiée de l'espace des phases.

Ainsi les applications utilisées dans ce chapitre peuvent être considérées comme des applications de premier retour. Pour un paramètre r donné, la représentation de l'ensemble des points donnera une information sur la nature dynamique du système. Une concentration des

points autour de coordonnées privilégiées caractérisera un régime périodique, alors qu'une dispersion de ces points caractérisera un régime chaotique.

C'est pourquoi dans les diagrammes temporels qui vont suivre, l'ensemble des itérés seront représentés, et non pas seulement les maxima. Il sera fait de même avec les diagrammes spatiaux. Le résultat est en effet très semblable à un diagramme spatial construit avec uniquement les maxima des séries spatiales, parce que il n'y a pas de phénomène de propagation inclus dans le modèle. Ainsi toute cohérence spatiale se traduira par un point sur le diagramme pour une valeur de r donnée, et toute incohérence se traduira par une dispersion des différentes valeurs spatiales (Remarquons, voir section 6.5, que des modes propagatifs, dûs au couplage entre les oscillateurs, peuvent apparaître néanmoins. Ceux-ci nous seront très utiles par la suite. Pour un régime périodique observé, le diagramme spatial peut donc présenter des regroupements autour de plusieurs points).

Notons enfin que l'objectif est ici de tester la méthode de contrôle TDAS sur un régime de chaos spatio-temporel. La méthode sera appliquée sur les itérations couplées. Nous considérerons ainsi que l'application (6.2) nous fournit, pour un oscillateur j donné, une série temporelle obtenue à partir d'itérations successives. Les périodes temporelles obtenues sont faibles (de l'ordre de quatre itérations). Afin de représenter les spectres de puissance correspondant aux séries temporelles obtenues, nous effectuerons, entre deux itérations, et uniquement pour cette représentation spectrale, une interpolation linéaire, suivie d'un lissage, pour fournir à l'algorithme de la FFT le nombre de points par période nécessaire.

6.2. Diagrammes de bifurcation sans et avec couplage

Les diagrammes de bifurcation temporels sont obtenus en reportant en abscisses les valeurs du coefficient r intervenant dans la fonction f , et en ordonnées les valeurs des itérés x^n (séries temporelles). Les diagrammes de bifurcation spatiaux possèdent également en abscisses les valeurs du coefficient r , mais en ordonnées sont reportés les valeurs des séries spatiales (obtenues pour un temps donné). Sur les figures (6.2a) et (6.2b) sont présentés les diagrammes temporels pour un oscillateur seul, pour la fonction de Chaté-Manneville et pour l'équation logistique. Même si la cascade de doublements de période est moins visible sur le diagramme correspondant à la fonction de Chaté-Manneville que sur celui correspondant à la fonction logistique, cette cascade est présente dans les deux diagrammes.

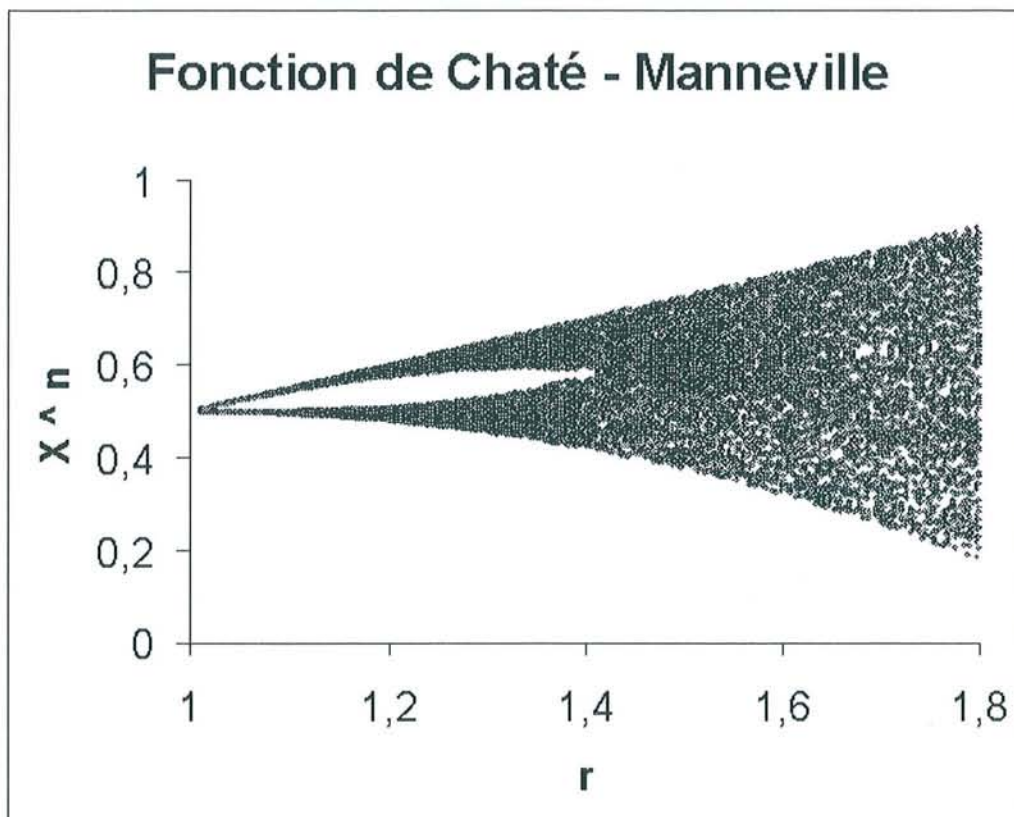


Fig. 6.2a : Diagramme de bifurcation temporel pour un seul oscillateur obtenu à partir de la fonction de Chaté-Manneville. r varie de 1 à 1,8.

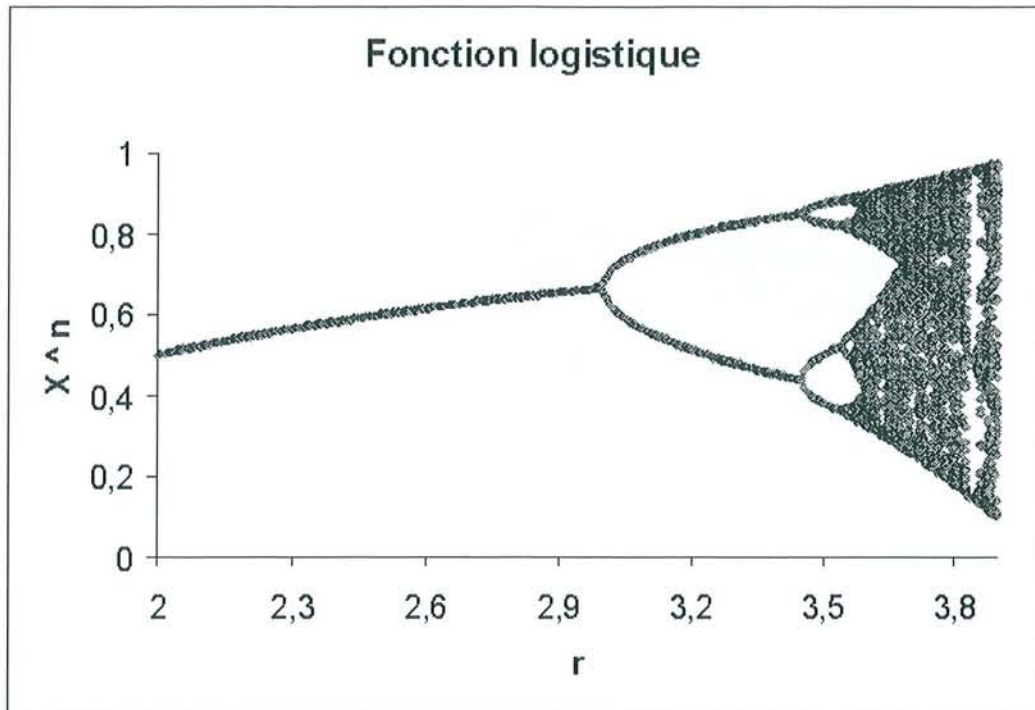


Fig. 6.2b : Diagramme de bifurcation temporel pour un seul oscillateur obtenu à partir de la fonction logistique. r varie de 2 à 3.8.

Pour introduire le caractère spatial, nous avons couplé 16 oscillateurs et fait évoluer ce système sur 5000 pas de temps, ceci pour les valeurs suivantes :

$$1 < r_{\text{Chaté-Manneville}} < 1.8, \quad \gamma_{\text{Chaté-Manneville}} = 0.29 \quad (\text{Fig. 6.3a})$$

$$2 < r_{\text{logistique}} < 3.9, \quad \gamma_{\text{logistique}} = 0.29 \quad (\text{Fig. 6.3b})$$

L'effet du couplage est visible (Fig. 6.3a et 6.3b). Nous observons que le chaos est atténué en comparaison avec les figures (6.2a et 6.2b). Lorsque r atteint une certaine valeur, et jusqu'à une autre valeur limite, les oscillations ne sont plus chaotiques (régions notées *), et on observe une cohérence spatiale. Lorsque r augmente encore, le système redevient fortement chaotique. Nous pouvons donc noter que la cohérence spatiale n'est obtenue que quand les oscillations temporelles sont régulières, appuyant le fait que si le chaos apparaît, il est spatio-temporel.

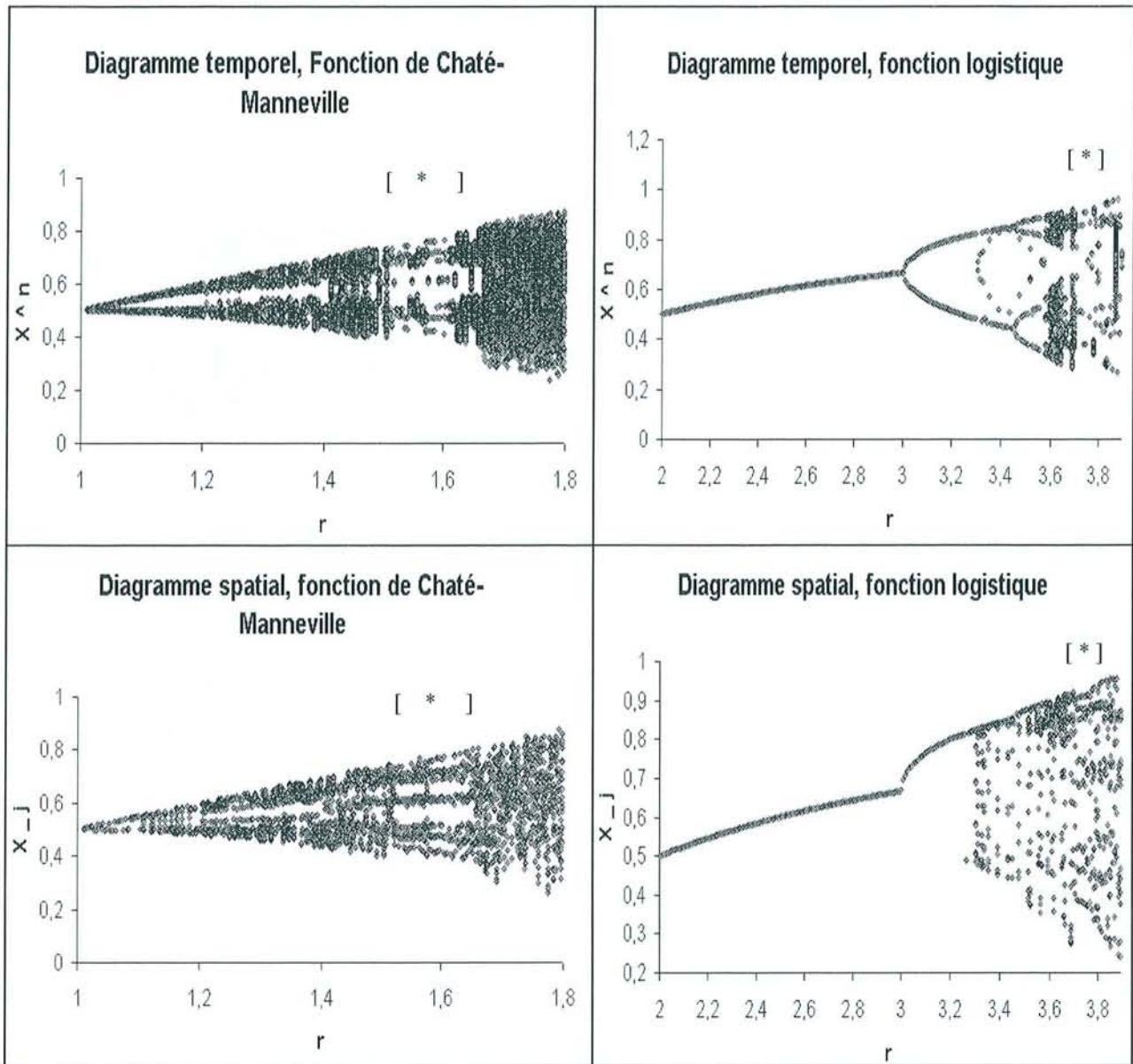


Fig. 6.3a : Diagrammes de bifurcation temporel et spatial avec l'équation de Chaté-Manneville pour $\gamma = 0.29$.

Fig. 6.3b : Diagrammes de bifurcation temporel et spatial avec l'équation logistique pour $\gamma = 0.29$.

Dans ce qui suit, nous allons choisir une valeur de r correspondant aux régions notées (*) sur les figures (6.3a et 6.3b) et étudier le comportement du système en fonction de la valeur du paramètre de couplage γ . Nous ne rapportons que les résultats qui concernent la fonction de Chaté-Manneville, sachant que la dynamique spatio-temporelle est identique à celle du système décrit par l'équation logistique.

6.3. Efficacité du contrôle TDAS en fonction du paramètre de couplage

Comme dans notre modèle le couplage entre les oscillateurs correspond à une valeur donnée de la tension entre le tube de Mirabelle et la masse, nous fixons la valeur du paramètre r de la fonction chaotique de l'équation de Chaté-Manneville. Nous pouvons alors faire varier γ , et lorsque le régime chaotique est obtenu, tenter le contrôle par la méthode TDAS.

6.3.1. Diagramme de bifurcation en fonction de γ

Dans un premier temps, nous prenons $r = 1.65$ (zone * sur la figure 6.3a), et faisons varier γ de 0.2 à 0.45 (Fig. 6.4). En abscisses sont désormais reportées les valeurs de γ .

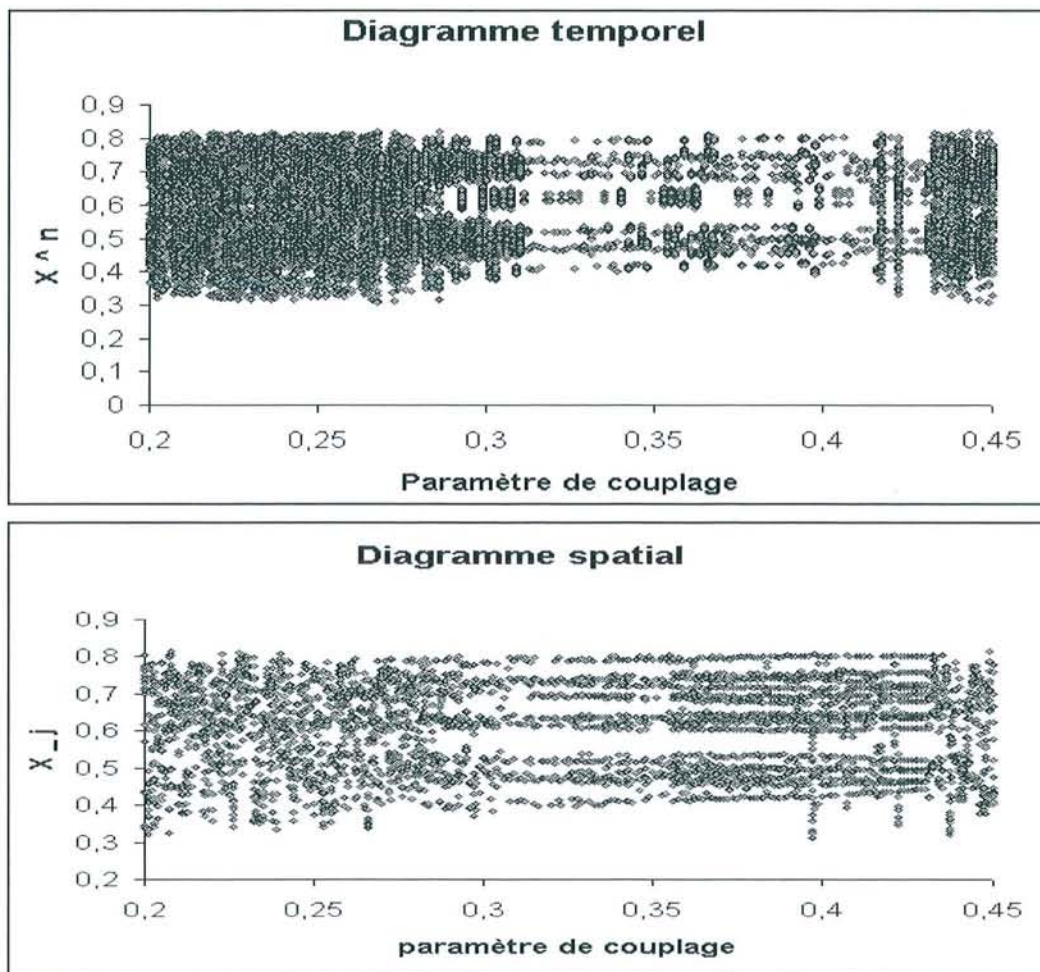


Fig. 6.4 : Diagrammes de bifurcation temporel et spatial en fonction de γ pour $r = 1.65$

La figure (6.4) montre que la plage, pour laquelle le régime dynamique du système est périodique, est relativement étroite ($0.27 < \gamma < 0.43$). Cette observation a déjà été réalisée dans des études antérieures⁴⁷.

6.3.2. Contrôle par la méthode TDAS d'un régime chaotique

Nous fixons maintenant $\gamma = 0.29$. Sur la figure (6.5) sont représentés le signal temporel et son spectre de Fourier correspondant aux oscillations temporelles d'un oscillateur choisi.

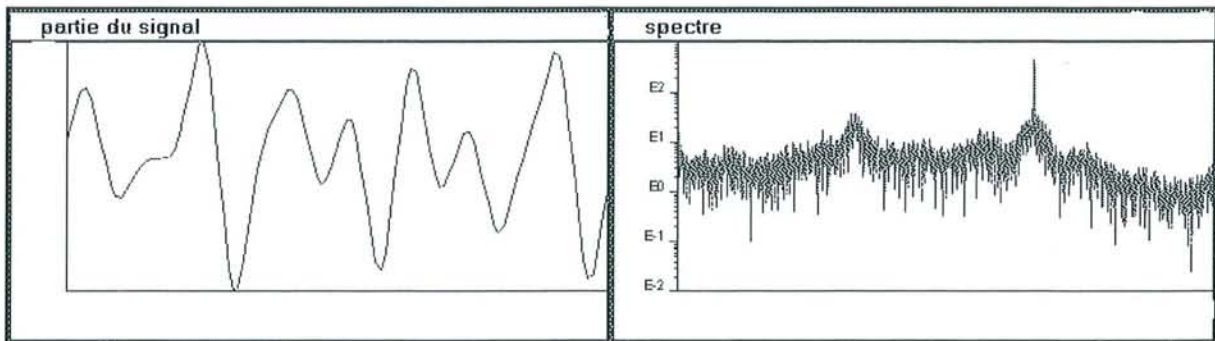


Fig. 6.5 : Signal temporel et spectre de ce signal, prélevé sur un des oscillateurs choisi arbitrairement.

Nous remarquons qu'un régime à deux fréquences apparaît, et que ces deux fréquences sont commensurables. Elles correspondent à des périodes de deux et quatre itérations. Nous appliquons la méthode TDAS sur ce régime avec tout d'abord un retard égal à quatre (Fig. 6.6), puis avec un retard égal à deux (Fig. 6.7).

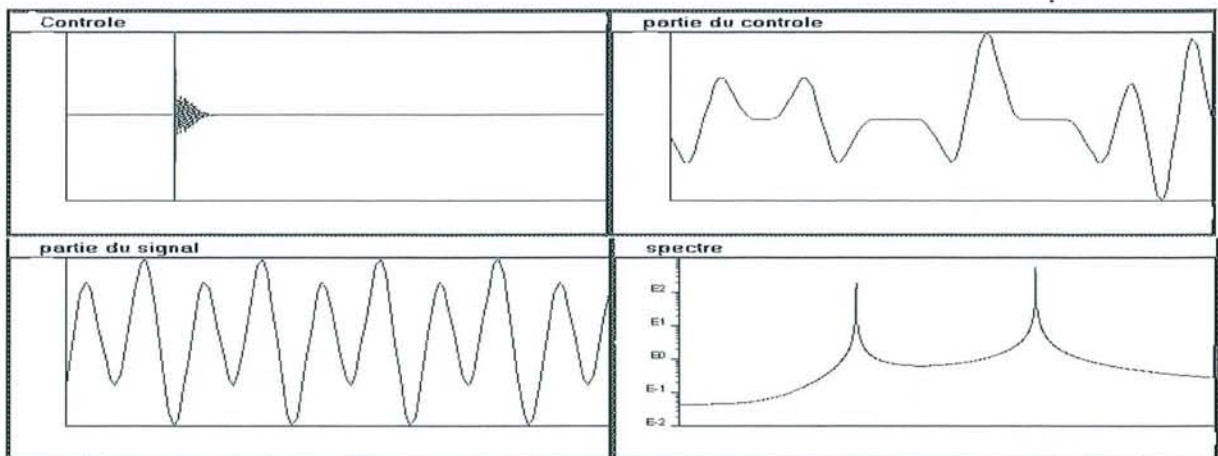


Fig. 6.6 : Méthode TDAS avec retard=4, gain = 0.1. Transition avant->après contrôle du signal de contrôle, signal de contrôle après contrôle, signal de l'oscillateur après contrôle et spectre de ce signal.

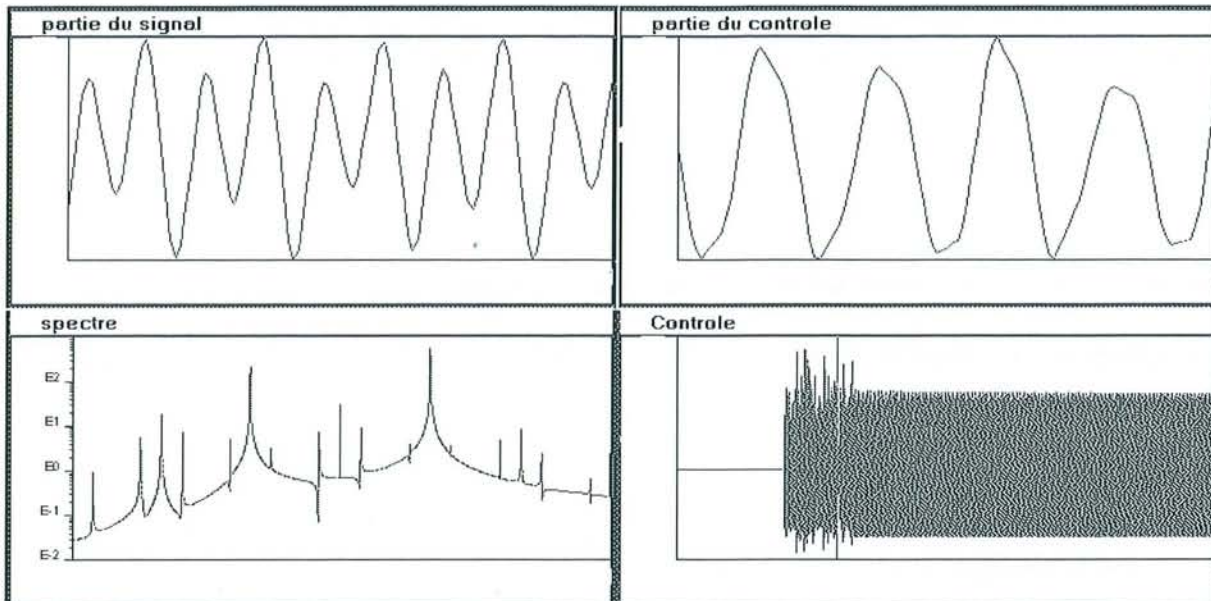


Fig. 6.7 : Méthode TDAS avec retard=2, gain=0.05. Transition avant->après contrôle du signal de contrôle, signal de contrôle après contrôle, signal de l'oscillateur après contrôle et spectre de ce signal.

Comme sur Mirabelle, nous prélevons la série temporelle d'un seul oscillateur, et le signal de contrôle obtenu est appliqué à l'ensemble des oscillateurs.

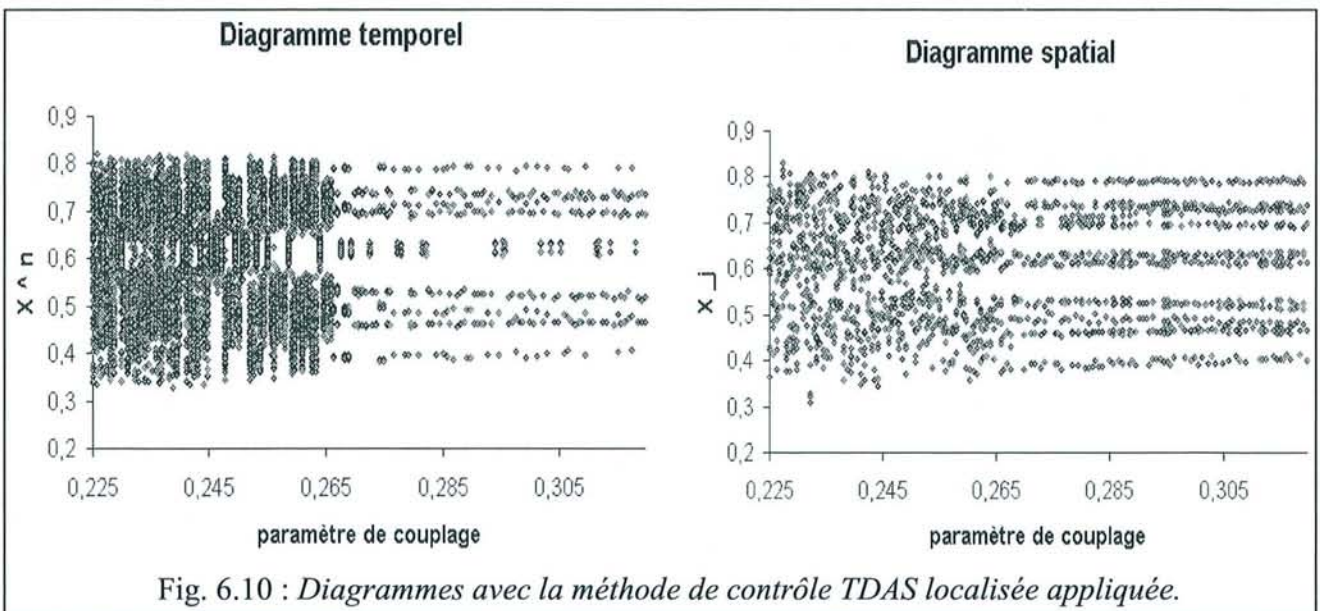
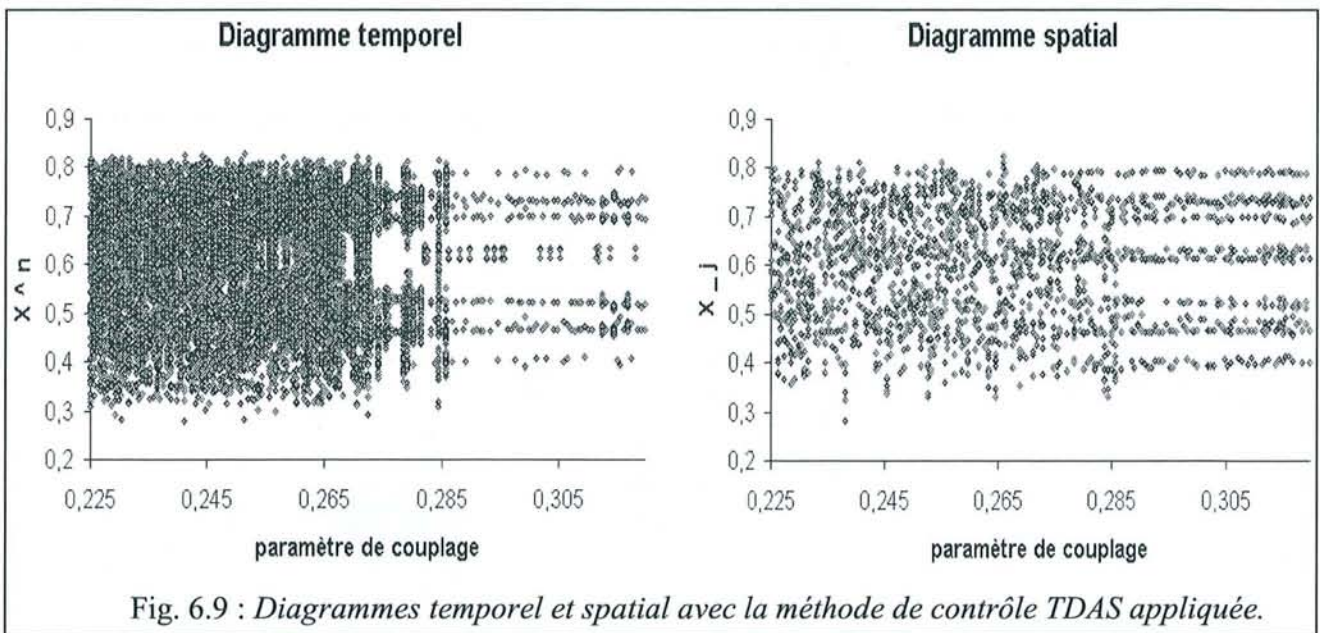
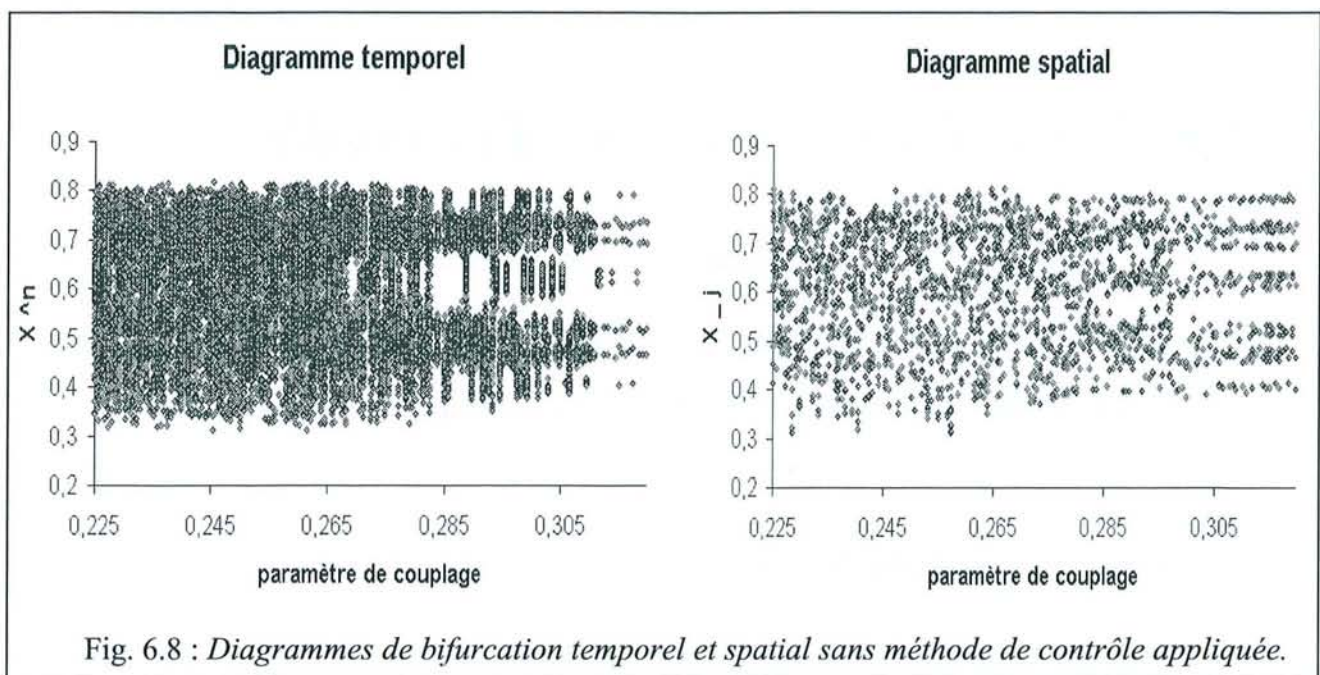
Le contrôle est efficace dans les deux cas. Pour le retard = 4, le signal de contrôle tend vers zéro après contrôle. Le signal a été pris en compte sur sa période la plus large, il est donc logique que le signal soit contrôlé sur ses deux fréquences, avec un signal de contrôle dont l'amplitude est très faible après contrôle (contrôle par la méthode de Pyragas classique). Par rapport aux ondes de dérive, le signal de contrôle numérique a l'avantage de tendre effectivement vers zéro. Toutefois, de façon approchée, le résultat expérimental nous a montré qu'il n'y avait pas la première fréquence ou la deuxième fréquence représentée de façon significative dans le spectre du signal de contrôle après contrôle. L'aspect numérique est donc en concordance avec l'aspect expérimental. En ce qui concerne le retard égal à 2, cette fois le signal de contrôle ne tend pas vers zéro, mais possède une composante très régulière de période 4. Ainsi, comme cela a été expliqué dans la partie résultats expérimentaux, le pic correspondant à un retard égal à 2 est contrôlé de façon classique par la méthode TDAS, alors

que la façon dont est construit le signal de contrôle engendre un signal de période quatre qui va « piloter » le système sur une fréquence correspondant à une période égale à 4. Là encore l'aspect numérique est en accord avec l'aspect expérimental puisque nous avons observé, en ce qui concerne les ondes de dérive, un spectre du signal de contrôle après contrôle qui présentait un pic dominant correspondant à la période la plus grande du signal contrôlé.

6.3.3. Effet du contrôle TDAS - Visualisation sur le diagramme de bifurcation

En réalisant des diagrammes de bifurcation pour $r = 1.65$ et $0.225 < \gamma < 0.32$ (zoom de la figure 6.4), nous allons analyser l'efficacité du contrôle par la méthode TDAS. La figure (6.8) représente ces diagrammes de bifurcation sans aucun contrôle. La figure (6.9) représente les mêmes diagrammes avec un contrôle TDAS appliqué systématiquement, pour toute valeur de γ , avec un gain de 0.1 et un retard égal à 4. Enfin, la figure (6.10) représente également les mêmes diagrammes avec la méthode de contrôle TDAS localisée, où le contrôle appliqué sur un oscillateur a été construit à partir de ce même oscillateur, et ceci pour chaque oscillateur.

Lorsque γ diminue, le régime dynamique du système devient chaotique. Avec le contrôle TDAS, nous réussissons à retarder l'apparition du chaos. Ce retard s'accroît avec la méthode de contrôle TDAS localisée. Nous remarquons que ce contrôle s'accompagne également d'une amélioration de la cohérence spatiale (même pour la méthode TDAS généralisée), puisque la régularité des séries spatiales s'affirme avec contrôle. Nous pouvons donc conclure que la méthode de contrôle proposée par K. Pyragas, *a priori* purement temporelle (dans le cas de la figure 6.9), a un effet non négligeable sur le chaos spatio-temporel. Afin de comprendre pourquoi un tel contrôle peut être efficace, nous allons étudier la façon dont le système d'oscillateurs réagit à l'application du contrôle.



6.4. Discussion sur la nature du contrôle

Pour connaître le facteur déterminant qui permet au système d'être contrôlé avec la méthode TDAS généralisée, nous regardons l'effet du couplage entre chaque oscillateur et l'effet de l'application d'un signal de contrôle sur tous ou sur quelques uns des oscillateurs.

6.4.1. Application du contrôle à un seul oscillateur

Dans une première simulation, nous n'appliquons pas le contrôle à l'ensemble du système mais à un seul oscillateur, et regardons ainsi l'effet de diffusion du contrôle le long de la couronne. Les paramètres sont les mêmes que pour le contrôle réalisé au paragraphe (6.3.2), c'est à dire que $\gamma = 0.29$ et $r = 1.65$. Les résultats sont présentés figure (6.11) pour un retard égal à 4.

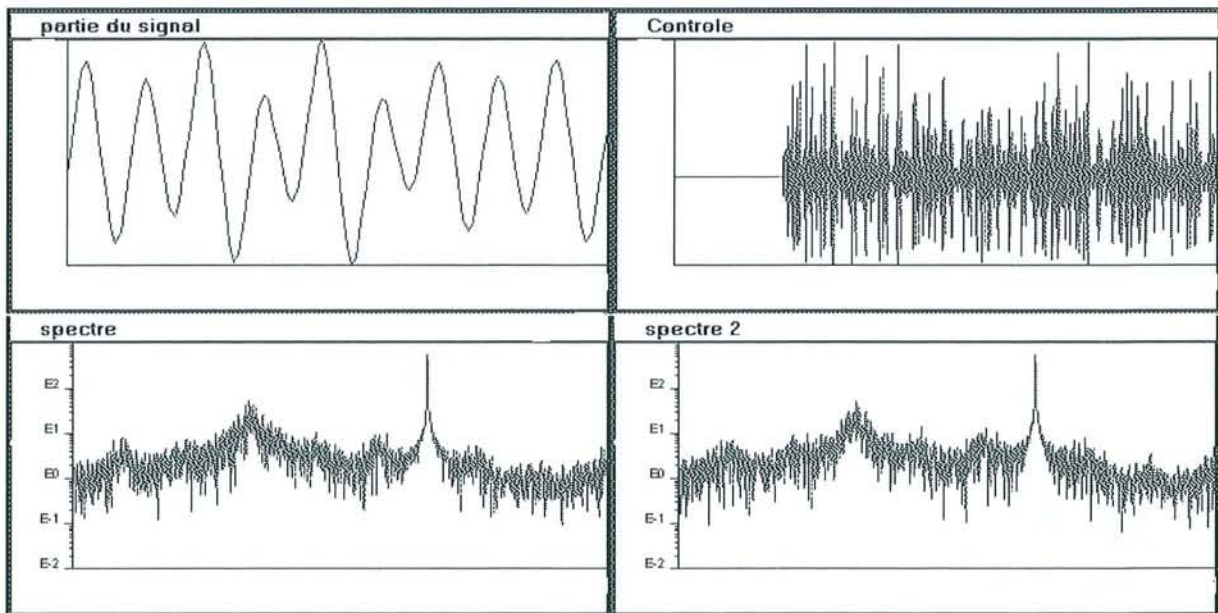


Fig. 6.11 : Contrôle TDAS sur un seul oscillateur, retard = 4, gain = 0.1. Le contrôle est appliqué sur l'oscillateur à partir duquel a été construit le signal de contrôle. Deux spectres sont représentés : le premier correspond à l'oscillateur sur lequel on applique le contrôle, le second est un oscillateur situé à π par rapport à ce premier oscillateur.

En comparant avec la figure (6.5), nous remarquons un affinement du second pic présent. Cependant, il apparaît clairement que le contrôle sur un seul oscillateur n'est pas suffisant.

A partir de combien d'oscillateurs contrôlés le contrôle est-il efficace ? Pour sept oscillateurs consécutifs subissant le signal de contrôle TDAS, l'ensemble du système oscille toujours de façon chaotique. En revanche, à partir de huit oscillateurs subissant le signal de contrôle, l'ensemble du système oscille de façon régulière.

De même, si maintenant alternativement un oscillateur sur trois subit le signal de contrôle, l'oscillation reste chaotique alors qu'elle devient régulière pour un oscillateur sur deux.

6.4.2. Nécessité du couplage

Il semble évident que le couplage est nécessaire au système contrôlé pour rester périodique, car la suppression du couplage augmente la nature chaotique de chaque oscillateur. Pour vérifier ceci, nous présentons (Fig. 6.12) les résultats obtenus lorsque le couplage est supprimé après contrôle. Les paramètres sont $r = 1.65$ et $\gamma = 0.29$.

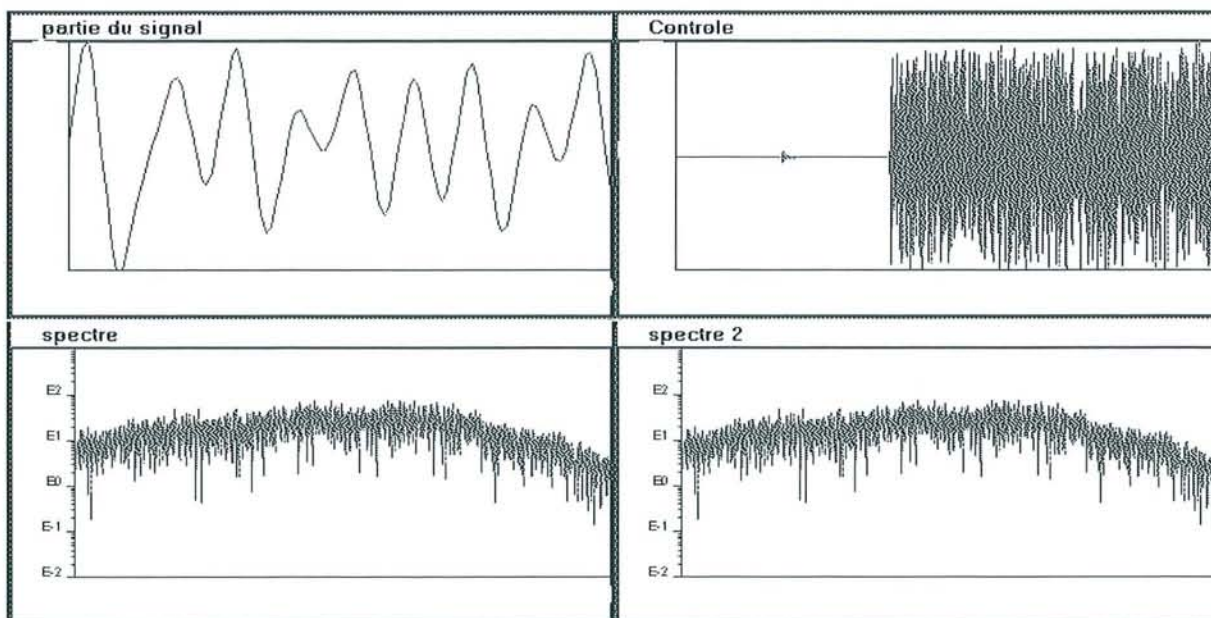


Fig. 6.12 : Contrôle TDAS généralisé. Retard = 4, gain = 0.1. Le système est contrôlé entre les temps 1000 et 2000. Puis le couplage est supprimé à partir de 2000.

Entre les temps 1000 et 2000 le système est contrôlé. Puis lorsque le couplage est supprimé, l'oscillation redevient chaotique. Le signal de contrôle TDAS, sans le couplage, n'est donc pas suffisant pour maintenir les oscillateurs dans leur état contrôlé. Ce résultat est sans surprise. Lorsque les ondes de dérive sont contrôlées, une augmentation de la tension entre le tube et la masse (*i.e.* une baisse du coefficient de couplage) rend inefficace le contrôle par la méthode TDAS.

6.5. Remarque à propos du système

Notons que lorsque le régime est périodique, les séries spatiales ne sont pas constantes. Ce résultat peut paraître surprenant car dans ce modèle aucun phénomène de propagation n'a été introduit. Il s'avère en fait que ces ondes qui se propagent dans l'espace sont des fluctuations d'amplitude. Cela signifie qu'à un temps donné, un oscillateur est à son maximum, un oscillateur voisin est également à son maximum, mais ces maximums ont des intensités différentes. Cette différence se propage dans l'espace au cours du temps. C'est ce phénomène qui permet au système de posséder deux fréquences commensurables.

6.6. Conclusion

De cette étude sur un système d'oscillateurs couplés nous pouvons retenir trois informations importantes.

La première est que la méthode de contrôle TDAS a une influence non négligeable sur l'atténuation d'un chaos spatio-temporel. En effet, cette méthode reste efficace lorsque de petites irrégularités spatiales apparaissent. Cette efficacité numérique nous permet de

conforter nos résultats expérimentaux obtenus sur un système étendu dans lequel apparaissent des régimes de chaos spatio-temporel. Nous avons retrouvé également les propriétés du contrôle sur un régime « mode-locking », à savoir qu'un contrôle sur la plus haute fréquence engendre un signal de contrôle qui « pilote » le système sur la plus basse fréquence. Contrairement au système expérimental, dans ce système d'oscillateurs, aucune des deux fréquences n'est privilégiée par rapport à l'autre.

La seconde est que la densité d'oscillateurs subissant le signal de contrôle ne doit pas forcément être égale à un pour que l'ensemble du système soit contrôlé. Ces résultats ont déjà fait l'objet de travaux antérieurs¹¹. Dans notre système, une densité de 0.5 est nécessaire pour obtenir le contrôle.

La troisième est que, dans l'objectif d'améliorer le contrôle expérimental des ondes de dérive, le contrôle par une méthode TDAS localisée, qui tient compte de l'aspect spatial, permet une amélioration notable. Toutefois, cette amélioration ne vaut probablement pas les investissements nécessaires à la réalisation pratique de la méthode localisée.

Le parallèle entre le système expérimental et le système numérique peut ainsi être envisagé. Quand l'incohérence spatiale n'est pas trop marquée, et que certaines régions oscillent quasiment en phase avec la région à partir de laquelle a été construit le signal de contrôle, on imagine que plusieurs régions du plasma vont être sensibles au signal de contrôle appliqué. Le « couplage » entre les différentes régions du plasma est alors suffisant pour transmettre l'information de stabilisation à l'ensemble du système. La méthode de contrôle temporelle est ainsi capable d'atténuer un faible chaos spatio-temporel.

Conclusion générale

Dans la première partie de ce travail, nous avons utilisé pour décrire les phénomènes physiques la théorie fluide^{6,7,8,9}. Celle-ci a été développée dans le cas où la pulsation des ondes de dérive est faible devant la pulsation cyclotron ionique. Or, nous avons constaté que les pulsations maximales des ondes de dérive (pour les modes m les plus élevés) étaient de l'ordre de la pulsation cyclotron ionique. Il semble ainsi que les ondes de dérive observées dans Mirabelle n'entrent pas avec certitude dans le cadre de cette théorie. Cependant, les résultats observés sont proches des résultats proposés par la théorie. Les ordres de grandeur obtenus sont tout à fait satisfaisants. De plus, le passage d'un mode à un autre mode en fonction de l'évolution du paramètre de contrôle a également été étudié, puis discuté, notamment grâce à cette théorie. Si le paramètre de contrôle modifie directement la dérive électrique $E \times B$ du plasma, il modifie aussi le profil de densité.

Ensuite, nous avons pu mettre en évidence des scénarios pour lesquels le mode m dominant diminue lorsque le paramètre de contrôle augmente. Le régime fortement chaotique est obtenu à partir des modes $m = 2$ et $m = 1$, qui forment initialement un régime « mode-locking » pour finalement transiter vers le chaos.

Les résultats les plus significatifs ont été obtenus à propos du contrôle expérimental de régimes chaotiques des ondes de dérive. En utilisant la méthode de contrôle d'autosynchronisation retardée (TDAS) proposée par K. Pyragas, il a été possible de passer d'un régime dynamique chaotique à un régime régulier. Ce résultat est particulièrement intéressant car il s'agit d'un système spatialement étendu, pour lequel une incohérence temporelle s'accompagne d'une incohérence spatiale, présentant ainsi un chaos spatio-temporel. Cette méthode n'est efficace que pour des régimes chaotiques de basse

dimensionnalité, c'est à dire pour des régimes où l'incohérence spatiale reste peu marquée. Cette méthode est purement temporelle car le signal de contrôle est construit à partir d'un seul signal temporel prélevé dans une région du plasma, et le signal obtenu est appliqué à l'ensemble du plasma. Elle agit tout d'abord sur certaines régions du plasma en synchronisant les fluctuations de densité et le signal de contrôle injecté. Ensuite, la synchronisation avec les autres régions du plasma se fait grâce au « couplage » entre chaque partie spatiale du plasma. Plus ce couplage est faible, plus le contrôle est difficile.

Un raisonnement analogue a pu être mené sur un système numérique d'oscillateurs couplés. De la même façon que le chaos est spatio-temporel lorsqu'il apparaît dans Mirabelle, un système d'oscillateurs couplés présente simultanément une irrégularité spatiale et une irrégularité temporelle lorsque le chaos apparaît. Nous avons alors testé la méthode de contrôle TDAS sur ce système et avons dégagé des propriétés communes entre les résultats expérimentaux et numériques. Ainsi, quand le retard utilisé pour construire le signal de contrôle est de l'ordre de la période du signal contrôlé, ce signal de contrôle tend vers zéro, comme attendu lors de l'application de cette méthode de contrôle. En revanche, lorsque nous appliquons un retard de l'ordre de la demi-période du signal contrôlé (ce retard a été testé car il correspond au deuxième pic des spectres de puissance obtenus expérimentalement et numériquement, caractérisant des régimes « mode-locking »), le résultat est différent puisque le signal de contrôle ne tend pas vers zéro mais possède une composante périodique de période égale à la période du signal contrôlé. Cette fréquence principale est ainsi « forcée » par le signal de contrôle, alors que la seconde fréquence est contrôlée de façon classique par la méthode TDAS. Nous avons obtenu une différence entre l'aspect expérimental et l'aspect numérique lorsque le retard choisi était de l'ordre de la période du signal contrôlé. En effet, pour le contrôle expérimental, c'est la fréquence la plus haute qui a bénéficié du contrôle réalisé sur la fréquence la plus basse, privilégiant le mode $m = 2$ par rapport au mode $m = 1$.

Cet aspect n'a pas été observé sur le système numérique d'oscillateurs couplés. Ceci semble être dû d'une part au système considéré mais également au type de scénario dont est issu le régime chaotique. Dans tous les résultats de contrôle réalisés sur les ondes de dérive, le mode $m = 2$ est privilégié par rapport au mode $m = 1$. Alors que pour un retard égal à la demi-période du signal contrôlé, le mode $m = 1$ est aussi présent que le mode $m = 2$ car il est « encouragé », ou « forcé », par la composante périodique du signal de contrôle.

Si ces premiers résultats sont satisfaisants, l'objectif de contrôler systématiquement tous les régimes chaotiques n'est pas encore atteint. La réflexion à venir doit donc être orientée vers la mise au point d'une méthode de contrôle nouvelle, capable de remplir cet objectif. Les contraintes techniques sont à prendre en compte, sachant par exemple qu'une intervention faite à l'extérieur du plasma pour appliquer le contrôle est bien entendu plus aisée qu'une intervention interne. Nous avons d'ailleurs remarqué que la méthode de contrôle TDAS localisée, c'est à dire appliquée localement à l'intérieur du plasma, n'était pas *a priori* une solution satisfaisante au regard des contraintes techniques qu'elle impose.

Une autre perspective d'étude est la mesure précise des fluctuations magnétiques engendrées par les ondes de dérive. L'objectif est de mettre précisément en évidence les lois qui régissent les fluctuations magnétiques en fonction des fluctuations de densité, et de les comparer aux résultats théoriques. Cette étape pourra s'accompagner d'une autre description théorique des ondes de dérive à partir de la théorie cinétique.

De plus, une étude précise des mécanismes de transition vers le chaos doit être menée afin d'interpréter les scénarios observés.

Enfin, une étude du lien entre la turbulence des ondes de dérive et le transport anormal est à réaliser. Le contrôle appliqué doit permettre de réduire de façon significative ce transport. Une analyse quantifiée permettra de connaître la diminution du transport en fonction du passage du régime chaotique au régime périodique.



Annexe

Plasma

Pression	$P_{\text{argon}} = 10^{-4}$ Torr
Masse argon	$m_{\text{argon}} = 6.63 \cdot 10^{-26}$ kg
Température électronique	$T_e = 2$ eV
Température ionique	$T_i = 0.03$ eV
Vitesse thermique électronique	$v_{Te} = 7 \cdot 10^5$ m.s ⁻¹
Vitesse thermique ionique	$v_{Ti} = 270$ m.s ⁻¹
Vitesse acoustique ionique	$C_s = 2200$ m.s ⁻¹
Densité électronique maximale	$n_e = 2 \cdot 10^{15}$ m ⁻³
Profil de densité en exp ($-r^2/2r_0^2$)	$r_0 \approx 5$ cm
Longueur caractérisant l'inhomogénéité	$L = 3.5$ cm
Longueur de Debye	$\lambda_{De} = 2.3 \cdot 10^{-4}$ m
Temps de vie des électrons primaires	$\tau = 0.2$ ms
Fréquence de collision e-n	$\gamma_{e-n} = 1.2 \cdot 10^5$ Hz
Fréquence de collisions i-n	$\gamma_{i-n} = 2 \cdot 10^3$ Hz
Taux d'ionisation α	$\alpha = 10^{-3}$

Champ magnétique	$B = 10 \text{ à } 110$ mT	40 mT
Coefficient β	$1.3 \cdot 10^{-7} < \beta < 1.6 \cdot 10^{-5}$	10^{-6}
Rayon de Larmor ionique	$1 \text{ mm} < r_{Li} < 1$ cm	2.8 mm
Rayon de Larmor électronique	$3 \cdot 10^{-5} \text{ m} < r_{Le} < 3.4 \cdot 10^{-4}$ m	$8.4 \cdot 10^{-5}$ m
Pulsation cyclotron électronique	$1.7 \cdot 10^9 < \omega_{Ce} < 20 \cdot 10^9$ rad.s ⁻¹	$7 \cdot 10^9$ rad.s ⁻¹
Fréquence cyclotron électronique	$0.3 \text{ GHz} < f_{Ce} < 3$ GHz	1 GHz

Champ magnétique	B = 10 à 110 mT	40 mT
Pulsation cyclotron ionique	$24.10^3 < \omega_{Ci} < 265.10^3 \text{ rad.s}^{-1}$	$100.10^3 \text{ rad.s}^{-1}$
Fréquence cyclotron ionique	$4 \text{ kHz} < f_{Ci} < 42 \text{ kHz}$	15.5 kHz
$\rho = C_s / \omega_{Ci}$	$0.8 \text{ cm} < \rho < 9.2 \text{ cm}$	2.3 cm

Ondes de dérive

Longueur d'onde axiale	$\lambda_{//} = 1.8 \text{ m}$
Nombre d'onde axial	$k_{//} = 3.5 \text{ m}^{-1}$
$\gamma_{//} = k_z^2 K T_e / (m_e \gamma_{e-n})$	$\gamma_{//} = 3.5.10^7 \text{ Hz}$
Longueur d'onde azimutale (m = 1)	$\lambda_{\perp} = 0.44 \text{ m}$
Nombre d'onde azimutal (m = 1)	$k_{\perp} = 14 \text{ m}^{-1}$

Champ magnétique	B = 10 à 110 mT	40 mT
Vitesse de dérive diam. élec.	$500 \text{ m.s}^{-1} < v_{De} < 5600 \text{ m.s}^{-1}$	1400 m.s^{-1}
Vitesse de dérive diam. ion.	$8 \text{ m.s}^{-1} < v_{Di} < 84 \text{ m.s}^{-1}$	21 m.s^{-1}
Pulsation des ondes de dérive	$7.1.10^3 < \omega^* < 80.10^3 \text{ rad.s}^{-1}$	$20.10^3 \text{ rad.s}^{-1}$
Fréquence des ondes de dérive	$1 \text{ kHz} < f^* < 12.7 \text{ kHz}$	3.2 kHz

Machine

Longueur de la section centrale = 1.4 m

Diamètre du tube = 0.23 m

Vide résiduel = 3.10^{-5} Torr

Acquisition

Couronne 32 sondes :

Située à 40 cm de la grille

$R = 7$ cm

Sondes cylindriques de diamètre 0.2 mm et de longueur 4 mm

Résolution spatiale : $\Delta x = 1.4$ cm

Résolution temporelle acquisition VXI : $\Delta t = 4$ μ s

Sonde 3D :

Surface de collection = 11 mm²

Erreur de positionnement = 3 mm

Sonde plane :

Surface de collection = 20 mm²

Paramètres de la décharge

$0 < U_{\text{décharge}} < 60$ V

$0 < U_{\text{grille}} < 20$ V

$0 < U_{\text{tube}} < 60$ V

$U_{\text{ag}} = 0$, $U_{\text{filaments}} \approx 17$ V

Références bibliographiques

-
- ¹ Th. Pierre, G. Leclert et F. Braun, Magnetized double plasma device for wave studies, *Rev. Sci. Inst.*, **58** 6 (1987)
- ² F. Chen, *Introduction to plasma physics and controlled fusion*, Plenum Press (1984)
- ³ T. Klinger, *Control of plasma instabilities*, Habilitationsschrift (1998)
- ⁴ K. Nishikawa, M. Wakatani, *Plasma Physics*, Springer (1990)
- ⁵ R. J. Goldston, P. H. Rutherford, *Plasma Physics*, IOP (1995)
- ⁶ B. B. Kadomtsev, *Plasma turbulence*, Academic Press, New-York (1965)
- ⁷ E. Marden-Marshall, R. F. Ellis, J. E. Walsh, Collisional drift instability in a variable radial electric field, *Plasma Phys. Cont. Fusion*, **28** 1461 (1986)
- ⁸ R. F. Ellis, E. Marden-Marshall, Comparison of local and nonlocal theories of the collisional drift instability, *Phys. Fluids*, **22** 2137 (1979)
- ⁹ R. F. Ellis, E. Marden-Marshall, R. Majeski, Collisional drift instability of a weakly ionized argon plasma, *Plasma Physics*, **22** 113 (1980)
- ¹⁰ K. He, A. Salat, Hysteresis and onset of chaos in periodically driven nonlinear drift waves, *Plasma Phys. Cont. Fusion*, **31** 123 (1989)
- ¹¹ K. He, G. Hu, Feedback control of chaotic motions and unstable wave packets in a space-time-dependent system, *Phys. Rev. E*, **53** 2271 (1996)
- ¹² G. Hu, K. He, Controlling chaos in systems described by partial differential equations, *Phys. Rev. Lett.*, **71** 3794 (1993)
- ¹³ A. Hasegawa, K. Mima, Pseudo three dimensional turbulence in magnetized nonuniform plasma, *Phys. Fluids*, **21** 87 (1978)
- ¹⁴ A Hasegawa, C. MacLennan, Y. Kodama, Nonlinear behavior and turbulence spectra of drift waves and Rossby waves, *Phys. Fluids*, **22** 2122 (1979)
- ¹⁵ S. Benkadda, P. Gabbai, G. M. Zaslavsky, Passive particle dynamics in a flow exhibiting transition to turbulence, *Phys. Plasma*, **4** 2864 (1997)
- ¹⁶ P. Bergé, Y. Pomeau, C. Vidal, *L'ordre dans le chaos*, Hermann (1988)
- ¹⁷ F. Takens, in *Detecting Strange Attractors in Turbulence*, Vol. 898 of *Lecture Notes in Mathematics* (Springer Verlag, Berlin, 1981)

-
- ¹⁸ E. Ott, C. Grebogi, J. A. Yorke, Controlling chaos, *Phys. Rev. Lett.*, **64** 1196 (1990)
- ¹⁹ H. D. I. Abarbanel, *Analysis of Observed Chaotic Data*, Springer (1996)
- ²⁰ N. Aubry, R. Guyonnet, R. Lima, Spatio-temporal symmetries and bifurcations via bi-orthogonal decompositions, *J. Nonlinear Sci.*, **2** 183 (1992)
- ²¹ A. Atipo, X. Caron, G. Bonhomme et T. Pierre, Caractérisation de structures spatio-temporelles : régimes dynamiques des ondes d'ionisation, *Compte Rendu Académie des Sciences*, **327** 259 (1999)
- ²² P. Cvitanovic, Periodic orbits as the skeleton of classical and quantum chaos, *Physica D*, **51** 138 (1991)
- ²³ K. Pyragas, Continuous control of chaos by self-controlling feedback, *Phys. Lett. A*, **170** 421 (1992)
- ²⁴ W. Just, T. Bernard, M. Ostheimer, E. Reibold and H. Benner, Mechanism of time-delayed feedback control, *Phys. Rev. Lett.*, **78** 203 (1997)
- ²⁵ T. Pierre, G. Bonhomme and A. Atipo, Controlling the chaotic regime of nonlinear ionization waves using the time-delay autosynchronization method, *Phys. Rev. Lett.*, **76** 2290 (1996)
- ²⁶ J. S. Chiu, M. D. Tinkle and A. K. Sen, Anomalous transport reduction via feedback suppression, *Phys. Rev. E*, **54** 2158 (1996)
- ²⁷ P. Bergé, Y. Pomeau, C. Vidal, *L'espace chaotique*, Hermann (1998)
- ²⁸ M. E. Bleich, J. E. S. Socolar, Controlling spatiotemporal dynamics with time-delay feedback, *Phys. Rev. E*, **54** R17 (1996)
- ²⁹ R. O. Grigorev, M. C. Cross, H. G. Schuster, Pinning control of spatiotemporal chaos, *Phys. Rev. Lett.*, **79** 2795 (1996)
- ³⁰ S. Boccaletti, D. Maza, H. Mancini, R. Genesio, F. T. Arecchi, Control of defects and spacelike structures in delayed dynamical systems, *Phys. Rev. Lett.*, **79** 5246 (1997)
- ³¹ H. G. Schuster, M. B. Stemmler, Control of chaos by oscillating feedback, *Phys. Rev. E*, **56** 6410 (1997)
- ³² M. Giona, *Nonlinearity*, **4** 911 (1991)
- ³³ Y. Braiman, J. F. Lindner, W. L. Ditto, Taming spatiotemporal chaos with disorder, *Nature*, **378** 465 (1995)
- ³⁴ Th. Pierre, *Thèse d'état*, Université de Nancy 1 (1988)
- ³⁵ I. Boucher, *Thèse de doctorat*, Université de Nancy 1 (1992)
-

-
- ³⁶ M. A. Lieberman, A. J. Lichtenberg, *Principles of plasma discharges and materials processing*, Wiley (1994)
- ³⁷ T. Klinger, A. Latten, A. Piel, G. Bonhomme, T. Pierre and T. Dudok de Wit, Route to drift wave chaos and turbulence in a bounded low- β plasma experiment, *Phys. Rev. Lett.*, **79** 3913 (1997)
- ³⁸ T. Klinger, A. Latten, A. Piel, G. Bonhomme and T. Pierre, Chaos and turbulence studies in low- β plasmas, *Plasma Phys. Control. Fusion*, **39** B145 (1997)
- ³⁹ A. Latten, T. Klinger, A. Piel and T. Pierre, A probe array for the investigation of spatio-temporal structures in drift wave turbulence, *Rev. Sci. Instrum.*, **66** 3254 (1995)
- ⁴⁰ G. A. Johnson, M. Löcher and E. R. Hunt, Stabilized spatiotemporal waves in a convectively unstable open flow system : coupled diode resonators, *Phys. Rev. E*, **51** R1625 (1995)
- ⁴¹ G. Hu and Z. Qu, Controlling spatiotemporal chaos in coupled map lattice systems, *Phys. Rev. Lett.*, **72** 68 (1994)
- ⁴² N. Parekh, V. Ravi Kumar and B. D. Kulkarni, Synchronization and control of spatiotemporal chaos using time-series data from local regions, *Chaos*, **8** 300 (1998)
- ⁴³ A. Amengual, E. Hernandez-Garcia, R. Montagne and M. San Miguel, Synchronization of spatiotemporal chaos : the regime of coupled spatiotemporal intermittency, *Phys. Rev. Lett.*, **78** 4379 (1997)
- ⁴⁴ L. Kocarev and U. Parlitz, Synchronizing spatiotemporal chaos in coupled nonlinear oscillators, *Phys. Rev. Lett.*, **77** 2206 (1996)
- ⁴⁵ J. Yang, G. Hu and J. Xiao, Chaos synchronization in coupled oscillators with multiple positive Lyapunov exponents, *Phys. Rev. Lett.* **80** 496 (1998)
- ⁴⁶ N. F. Rulkov, M. M. Sushchik, L. S. Tsimring and H. D. I. Abarbanel, *Phys. Rev. E*, **51** 980 (1995)
- ⁴⁷ G. Hu, J. Xiao, J. Yang, F. Xie and Z. Qu, Synchronization of spatiotemporal chaos and its applications, *Phys. Rev. E*, **56** 2738 (1997)
- ⁴⁸ K. Murali and M. Lakshmanan, Drive-response scenario of chaos synchronization in identical nonlinear systems, *Phys. Rev. E*, **49** 4882 (1994)
- ⁴⁹ T. Kapitaniak, Synchronization of chaos using continuous control, *Phys. Rev. E*, **50** (1994)
- ⁵⁰ H. Chaté, P. Manneville, Spatio-temporal intermittency in coupled map lattices, *Physica D*, **32** 409 (1988)

Monsieur GRAVIER Etienne

DOCTORAT de l'UNIVERSITE HENRI POINCARÉ, NANCY-I
en PHYSIQUE DES PLASMAS

VU, APPROUVÉ ET PERMIS D'IMPRIMER

Nancy, le 4 février 1999 n° 193

Le Président de l'Université



Résumé :

Ce travail est consacré à l'étude expérimentale des régimes dynamiques des ondes de dérive dans une colonne de plasma magnétisé. Ces ondes électrostatiques basses fréquences correspondent à de fortes fluctuations de densité électronique et ionique. Le paramètre de contrôle permettant d'accéder aux différents régimes dynamiques est la vitesse de rotation de la colonne de plasma : des régimes périodiques, chaotiques ou turbulents sont obtenus. Un tel système, spatialement étendu, peut être le siège d'un régime de chaos spatio-temporel. Une méthode de contrôle du chaos, méthode d'autosynchronisation retardée, bien que purement temporelle, est appliquée avec succès. L'étude numérique d'un système d'oscillateurs non linéaires couplés, pouvant présenter lui aussi un chaos spatio-temporel, permet une comparaison avec les résultats expérimentaux. La méthode de contrôle est testée sur ce modèle.

Mots clés : dynamique non-linéaire, chaos, contrôle, plasmas, ondes de dérive.

Abstract :

The various dynamical regimes of collisional drift waves in a magnetized plasma column are experimentally studied. These unstable low-frequency electrostatic waves are related with strong modulations of the ion and electron density. The angular velocity of the rotating plasma column is the control parameter of the dynamics : regular, chaotic and turbulent regimes are obtained. The spatial extension of the system allows for the occurrence of spatiotemporal chaos. A time-delay autosynchronization method of controlling chaos though purely temporal is successfully applied. A numerical study using coupled nonlinear oscillators exhibiting spatiotemporal chaos is compared to the experimental results. The control method is tested on this model.

Keywords : nonlinear dynamics, chaos, control, plasmas, drift waves.