



**HAL**  
open science

# Etude du transfert par rayonnement à travers les milieux fibreux

Pascal Boulet

► **To cite this version:**

Pascal Boulet. Etude du transfert par rayonnement à travers les milieux fibreux. Sciences de l'ingénieur [physics]. Université Henri Poincaré - Nancy 1, 1992. Français. NNT : 1992NAN10277 . tel-01754365

**HAL Id: tel-01754365**

**<https://hal.univ-lorraine.fr/tel-01754365>**

Submitted on 30 Mar 2018

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



## AVERTISSEMENT

Ce document est le fruit d'un long travail approuvé par le jury de soutenance et mis à disposition de l'ensemble de la communauté universitaire élargie.

Il est soumis à la propriété intellectuelle de l'auteur. Ceci implique une obligation de citation et de référencement lors de l'utilisation de ce document.

D'autre part, toute contrefaçon, plagiat, reproduction illicite encourt une poursuite pénale.

Contact : [ddoc-theses-contact@univ-lorraine.fr](mailto:ddoc-theses-contact@univ-lorraine.fr)

## LIENS

Code de la Propriété Intellectuelle. articles L 122. 4

Code de la Propriété Intellectuelle. articles L 335.2- L 335.10

[http://www.cfcopies.com/V2/leg/leg\\_droi.php](http://www.cfcopies.com/V2/leg/leg_droi.php)

<http://www.culture.gouv.fr/culture/infos-pratiques/droits/protection.htm>



**THESE**

présentée à l'UNIVERSITE DE NANCY I

pour obtenir le grade de

**DOCTEUR DE L'UNIVERSITE DE NANCY I**

**Spécialité: MECANIQUE ET ENERGETIQUE**

par

**PASCAL BOULET**

**ETUDE DU TRANSFERT PAR RAYONNEMENT**

**A TRAVERS LES MILIEUX FIBREUX**

*Soutenue le 17 Décembre 1992, devant la commission d'examen :*

**JURY:**

*Président :* G. MORLOT , Professeur à l'Université de NANCY I

*Rapporteurs:* J.P. BARDON , Professeur à l'ISITEM, NANTES  
J.F. SACADURA, Professeur à l'INSA de LYON

*Examineurs:* A. DEGIOVANNI, Professeur à l'INPL, NANCY  
G. JEANDEL, Maître de conférences à l'Université de NANCY I  
J. KLEINCLAUSS, Professeur à l'Université de NANCY I  
C. LANGLAIS, Chef du service EPPN, ISOVER St-GOBAIN, RANTIGNY

*Invité:* S. KLARSFELD, Ingénieur, ISOVER St-GOBAIN, AUBERVILLIERS

## Avant-propos.

*Ce travail a été effectué au Laboratoire Infrarouge Lointain, à l'Université de Nancy I, sous la direction scientifique de Monsieur G. JEANDEL, Maître de Conférences, qui en a constamment suivi l'évolution et a grandement contribué à son achèvement. Je tiens à lui renouveler ma plus sincère reconnaissance pour ses conseils avisés, son soutien et sa sympathie.*

*Je remercie Monsieur G. MORLOT, Professeur à l'Université de Nancy I, qui m'a accueilli au sein de son Laboratoire. Il s'est toujours montré disponible et m'a apporté de précieuses explications. Il a en outre accepté de présider le Jury, je lui en suis très reconnaissant.*

*Je suis très sensible à l'honneur que me fait Monsieur J.P. BARDON, Professeur à l'ISITEM de Nantes, en acceptant de juger ce travail et d'en être rapporteur. De même, Monsieur J.F. SACADURA, Professeur à l'INSA de Lyon, s'est beaucoup intéressé à ce sujet et a émis d'importantes remarques en tant que rapporteur. Je le remercie vivement.*

*Madame C. LANGLAIS et Monsieur S. KLARFELD, représentant les services de SAINT GOBAIN RECHERCHE ont également accepté d'étudier ce travail et m'ont apporté de précieux conseils. Qu'ils trouvent ici l'expression de ma reconnaissance.*

*Je tiens aussi à remercier vivement Monsieur A. DEGIOVANNI, Professeur à l'INPL à Nancy, qui a bien voulu examiner ce travail et y apporter ses remarques constructives. Enfin, Monsieur J. KLEINCLAUSS, Professeur à l'Université de Nancy I, a suivi l'évolution de cette étude et a accepté de participer au Jury. Je tiens à lui témoigner ma gratitude.*

*A présent, au terme de ce travail, je voudrais exprimer ma sympathie à l'ensemble du personnel du laboratoire, chercheurs, techniciens et étudiants, qui m'ont apporté leur aide ou qui ont contribué à rendre mon séjour agréable au cours de ces trois années de recherche.*

*Je souhaite particulièrement remercier les membres de l'équipe de recherche au sein de laquelle j'ai travaillé, pour leur collaboration et l'ambiance détendue qu'ils ont su entretenir; notamment Messieurs A. WARIN et B. MONOD, et Mesdemoiselles S. CASTRO-ROQUE et C. POIGNON.*

*Je dédie ce mémoire à ma Mère.*

## TABLE DES MATIERES

	Page
<b><u>NOMENCLATURE</u></b>	7
<b><u>INTRODUCTION</u></b>	9
<b><u>CHAPITRE I : PRESENTATION DE L'ETUDE</u></b>	11
<b>I - 1 - DESCRIPTION DU MILIEU . SITUATION DU CADRE DE L'ETUDE.</b>	11
<b>I - 2 - RAPPELS BIBLIOGRAPHIQUES.</b>	13
<b>I - 2 - 1) Etude des propriétés radiatives de milieux fibreux.</b>	13
<b>I - 2 - 2) Méthodes de modélisation du transfert radiatif.</b>	14
I - 2 - 2 - a) Méthodes approchées.	
I - 2 - 2 - b) Méthodes numériques.	
<b>I - 2 - 3) Etudes expérimentales.</b>	17
<b>I - 3 - CONCLUSION. OBJECTIFS DE L'ETUDE.</b>	19

- PREMIERE PARTIE : ETUDE THEORIQUE -

<b><u>INTRODUCTION</u></b>	20
<b><u>CHAPITRE II : DETERMINATION DES PROPRIETES RADIATIVES D'UN MILIEU FIBREUX</u></b>	21
<b>II - 1 - DETERMINATION DES COEFFICIENTS MONOCHROMATIQUES D'ABSORPTION , DE DIFFUSION ET D'EXTINCTION</b>	22
<b>II - 2 - ETUDE DE LA DIFFUSION - FACTEUR " <math>\sigma_{s\lambda} \cdot P_{\lambda}</math> " .</b>	25
<b>II - 3 - EXTENSIONS A DES MILIEUX FIBREUX PARTICULIERS.</b>	29
<b>ANNEXE 1: MODELISATION DE L'INTERACTION ONDE-MATIERE CAS D'UN CYLINDRE INFINIMENT LONG.</b>	31
<b>ANNEXE 2: RESOLUTION DU PROBLEME <math>\xi_s = f(\theta, \xi)</math>.</b>	38
<b><u>CHAPITRE III : MODELISATION DU TRANSFERT RADIATIF</u></b>	42
<b>III - 1 - DEFINITION DU BILAN RADIATIF</b>	42
<b>III - 2 - BILAN POUR UN MILIEU A FACES PARALLELES</b>	44
<b>III - 3 - RESOLUTION DU BILAN RADIATIF</b>	47
<b>III - 3 .1) - Résolution du problème homogène associé .</b>	50
III - 3 - 1 - a) : Méthode des exponentielles de matrice.	
III - 3 - 1 - b) : Principe d'interaction - Méthode matricielle résultante.	
III - 3 - 1 - c) : Calcul des matrices T et R .	
III - 3 - 1 - d) : Application → Simulation de mesures de transmission et de réflexion	
<b>III - 3 .2) - Résolution du bilan radiatif .</b>	62
III - 3 - 2 - a) : Représentation de l'émission propre du milieu .	
III - 3 - 2 - b) : Solution complète du bilan radiatif .	
<b>III - 4 - TRANSFERTS COUPLES : CONDUCTION - RAYONNEMENT</b>	67
<b>ANNEXE 3: REPRESENTATION DU TRANSFERT DE CHALEUR PAR CONDUCTION.</b>	70

- DEUXIEME PARTIE : ETUDE NUMERIQUE -

<b><u>INTRODUCTION</u></b>	72
<b><u>CHAPITRE IV : APPLICATION A UN MILIEU REEL DE FIBRES DE SILICE.</u></b>	73
<b>IV - 1 - MISE EN APPLICATION DE NOTRE MODELE.</b>	73
IV - 1 - 1) Détermination des caractéristiques optiques du milieu.	75
IV - 1 - 2) Calcul des efficacités $Q_\lambda$ .	75
IV - 1 - 3) Calcul des propriétés radiatives du milieu.	76
IV - 1 - 4) Modélisation du transfert par rayonnement.	76
<b>IV - 2 - PRESENTATION DE RESULTATS TYPQUES D'UN MILIEU DE FIBRES DE SILICE.</b>	77
IV - 2 - 1) Propriétés radiatives du milieu.	77
IV - 2 - 2) Caractéristiques en transmission et en réflexion.	80
IV - 2 - 3) Problème de transferts couplés conduction-rayonnement.	82
<b>IV - 3 - ETUDE DES PARAMETRES INFLUENCANT LE TRANSFERT</b>	86
IV - 3 - 1) Influence de la taille des fibres.	86
IV - 3 - 2) Influence de l'orientation des fibres.	89
IV - 3 - 2 - a) Influence sur les coefficients $\sigma_\lambda$ .	
IV - 3 - 2 - b) Influence sur la géométrie de diffusion.	
IV - 3 - 2 - c) Conséquences sur le transfert radiatif.	
IV - 3 - 3) Effets de la masse volumique du milieu.	93
IV - 3 - 4) Composition des fibres.	95
IV - 3 - 5) Nature des parois - Problème des conditions aux limites.	96
IV - 3 - 6) Influence de la température.	99

<b>IV - 4 - LIMITES D'UTILISATION DE LA METHODE - COMPARAISON AVEC D'AUTRES AUTEURS .</b>	102
<b>IV - 4 - 1) Influence des paramètres numériques.</b>	102
<b>IV - 4 - 2) Comparaison avec d'autres méthodes de calcul.</b>	106
IV - 4 - 2 - a) Cas des propriétés radiatives.	
IV - 4 - 2 - b) Modélisation du transfert radiatif.	
<b>ANNEXE 4: DETERMINATION DE L'INDICE COMPLEXE DE REFRACTION.</b>	114
<b>A - 1) Rappels sur l'indice de réfraction complexe.</b>	114
<b>A - 2) Relations de Kramers-Kronig.</b>	114
<b>A - 3) Détermination des indices de la silice.</b>	115
<b><u>CHAPITRE V : APPLICATION A UN MILIEU COMPOSE DE FIBRES DE CARBONE.</u></b>	119
<b>V - 1 . DETERMINATION DES PROPRIETES RADIATIVES.</b>	120
<b>V - 2 . MODELISATION DES PHENOMENES DE TRANSFERT.</b>	125

- TROISIEME PARTIE : ETUDE EXPERIMENTALE -

<b><u>INTRODUCTION</u></b>	132
<b><u>CHAPITRE VI : MESURES DE TRANSMISSION ET DE REFLEXION BIDIRECTIONNELLES</u></b>	134
<b>VI - 1 - DEFINITIONS DES GRANDEURS BIDIRECTIONNELLES .</b>	134
<b>VI - 2 - PRESENTATION DU BANC DE MESURES .</b>	135
<b>VI - 2 - 1) Le module source.</b>	137
<b>VI - 2 - 2) Le système goniométrique.</b>	137
<b>VI - 2 - 3) Le monochromateur.</b>	137
<b>VI - 2 - 4) Le système de détection.</b>	139
<b>VI - 3 - IDENTIFICATION ET MODELISATION .</b>	139
<b>VI - 3 - 1) Identification à partir de la mesure.</b>	139
<b>VI - 3 - 2) Modélisation théorique.</b>	141
<b>VI - 4 - PRESENTATION DES RESULTATS - CONFRONTATION THEORIE/EXPERIENCE.</b>	144
<b>VI - 4 - 1) Description du milieu étudié.</b>	144
<b>VI - 4 - 2) Résultats expérimentaux.</b>	147
<b>VI - 4 - 3) Comparaison théorie / expérience.</b>	154
<b>VI - 4 - 4) Cas d'un matériau léger.</b>	154
<b><u>CHAPITRE VII : MESURES DE TRANSMISSION ET DE REFLEXION DIRECTIONNELLES - HEMISPHERIQUES.</u></b>	158
<b>VII - 1 - DEFINITION DES GRANDEURS DIRECTIONNELLES- HEMISPHERIQUES.</b>	158
<b>VII - 2 - PRESENTATION DU BANC DE MESURES.</b>	159

<b>VII - 2 - 1) Caractéristiques de la sphère d'intégration.</b>	159
<b>VII - 2 - 2) Principe de la mesure.</b>	159
<b>VII - 3 - IDENTIFICATION ET MODELISATION .</b>	162
<b>VII - 3 - 1) Cas de la réflexion .</b>	162
<b>VII - 3 - 2) Cas de la transmission .</b>	162
<b>VII - 3 - 3) Modélisation .</b>	163
<b>VII - 4 - PRESENTATION DES RESULTATS - CONFRONTATION THEORIE/EXPERIENCE.</b>	163
<b>VII - 4 - 1) Résultats expérimentaux.</b>	163
<b>VII - 4 - 2) Comparaison théorie / expérience.</b>	164
<b>VII - 4 - 3) Cas d'un matériau léger.</b>	168
<b><u>CONCLUSION</u></b>	171
<b><u>REFERENCES.</u></b>	173

**NOMENCLATURE.**

- $a'$  : absorptivité spectrale directionnelle  
 $A_\lambda$  : matrice caractéristique du milieu  
 $B_\lambda$  : facteur de rétrodiffusion  
 $d$  : diamètre des fibres  
 $E$  : épaisseur du milieu  
 $F_V$  : fraction volumique des fibres  
 $k$  : partie réelle de l'indice optique du milieu  
 $i(\theta)$  : fonction unitaire de répartition de la luminance  
 $l$  : longueur des fibres  
 $L_\lambda$  : luminance spectrale  
 $L_{o\lambda}$  : luminance spectrale du corps noir  
 $L_{h\lambda}$  : part de la luminance; solution du problème homogène  
 $L_{p\lambda}$  : part de la luminance; solution particulière correspondant à l'émission propre  
 $n$  : partie imaginaire de l'indice optique du milieu  
 $n^*$  : indice optique du milieu  
 $N$  : densité volumique de fibres  
 $P_\lambda$  : fonction de phase spectrale  
 $Q_\lambda$  : efficacité spectrale  
 $Q_c$  : densité de flux de conduction  
 $Q_r$  : densité de flux de rayonnement total  
 $Q_{r\lambda}$  : densité de flux de rayonnement spectral  
 $r$  : rayon de la fibre  
 $r''$  : réflectivité bidirectionnelle  
 $r'^{\cap}$  : réflectivité directionnelle-hémisphérique  
 $t''$  : transmittivité bidirectionnelle  
 $t'^{\cap}$  : transmittivité directionnelle-hémisphérique  
 $s$  : abscisse curviligne  
 $T$  : température  
 $y$  : abscisse

**Lettres grecques**

- $\alpha$  : paramètre de taille  
 $\Delta$  : direction de propagation

- $\varepsilon$  : porosité  
 $\varepsilon_1$  : émissivité de la paroi 1  
 $\varepsilon_2$  : émissivité de la paroi 2  
 $\eta$  : angle de diffusion  
 $\theta$  : angle d'observation  
 $\Theta$  : angle d'émergence expérimental  
 $\Theta'$  : angle d'incidence expérimental  
 $\lambda$  : longueur d'onde  
 $\lambda_c$  : conductivité thermique  
 $\lambda_r$  : conductivité radiative  
 $\mu = \cos\xi$   
 $\xi$  : angle polaire  
 $\rho$  : masse volumique  
 $\sigma_{a\lambda}$  : coefficient monochromatique d'absorption  
 $\sigma_{s\lambda}$  : coefficient monochromatique de diffusion  
 $\sigma_{e\lambda}$  : coefficient monochromatique d'extinction  
 $[\sigma_{s\lambda}P_\lambda]$  : coefficient monochromatique de diffusion bidirectionnel  
 $\phi$  : angle d'incidence sur la fibre  
 $\Phi$  : flux mesuré expérimentalement  
 $\tau$  : épaisseur optique  
 $\omega$  : azimut  
 $\Omega$  : angle solide

### Indices

- a : absorption  
e : extinction  
ech : échantillon  
f : fibre  
i : incident  
ref : référence  
s : diffusion  
 $\cap$  : directionnel-hémisphérique  
" : bidirectionnel

- INTRODUCTION -

## INTRODUCTION

Les matériaux fibreux font l'objet d'une utilisation intensive dans l'ensemble des procédés d'isolation thermique, aussi bien dans le domaine de l'habitat que dans le secteur industriel. Le besoin d'améliorer leurs performances a par conséquent motivé depuis plusieurs décennies, un nombre important d'études qui contribuent à une meilleure compréhension des phénomènes mis en oeuvre.

Néanmoins, la complexité et la diversité du thème de recherche, rendent le problème difficile à résoudre et la connaissance des transferts thermiques à travers les milieux fibreux demeure très imparfaite.

Le Laboratoire Infrarouge de Nancy a participé à plusieurs travaux concernant les laines de verre (avec la société Isover - Saint Gobain), et des feutres de carbone (lors d'une étude menée par le Laboratoire de Thermocinétique de Nantes). Les résultats obtenus tant sur le plan expérimental que théorique ont permis de mettre en évidence les difficultés posées par une caractérisation complète de ce type de matériau.

Le comportement des isolants fibreux est celui de milieux poreux semi-transparents où la propagation de la chaleur fait appel à différents modes de transfert :

- la conduction dans le fluide interstitiel, mais aussi à travers la matrice solide selon la densité effective du matériau;

- la convection à travers le fluide: selon les applications, l'importance et la nature de ce phénomène varient (convection naturelle ou forcée);

- le rayonnement qui se propage à l'intérieur du milieu et interagit avec lui de façon complexe, sachant que les matelas de fibres peuvent absorber, diffuser et émettre le rayonnement.

Des phénomènes de couplage entre les différents modes de transfert viennent compliquer le problème, il est donc important de préciser l'importance relative des différentes contributions. Ainsi, la convection ne joue un rôle que dans des conditions d'utilisation particulières telles que des grands gradients thermiques. Dans les isolants fibreux utilisés à des températures proches de l'ambiante la propagation de la chaleur n'est donc due qu'au transfert radiatif et à la conduction, avec une part estimée à environ 40% pour le rayonnement.

La conduction est un phénomène dont la simulation, au moyen de lois empiriques, est relativement satisfaisante même si une description fine du processus est délicate; par contre le transfert radiatif est beaucoup plus difficile à modéliser. C'est pourquoi nous avons consacré notre étude au problème du transfert par rayonnement à travers les milieux fibreux en cherchant à caractériser de façon complète le comportement de ce type de matériau, aussi bien sur le plan théorique, en incluant le problème du couplage avec la conduction, qu'expérimental en étudiant les propriétés spectroscopiques de matelas de fibres.

Notre travail est basé sur l'étude réalisée au laboratoire par G. Guilbert, qui a notamment mis en évidence le caractère non-gris du matériau. Ses résultats indiquent par ailleurs la nécessité de réaliser une modélisation ne faisant pas appel à des hypothèses trop simplificatrices, telles que celles utilisées dans les modèles du type deux-flux, si nous voulons analyser finement le phénomène.

Un premier chapitre nous permettra de mieux situer le problème posé et les informations dont nous disposons suite aux nombreux travaux déjà effectués.

La suite de l'étude peut être scindée en trois parties, correspondant à différents aspects du problème.

Une première partie, exclusivement théorique, est ainsi consacrée à la modélisation du transfert radiatif pur ou couplé avec la conduction. Elle comprend un chapitre traitant de la détermination de propriétés radiatives spectrales et directionnelles, tenant compte des caractéristiques morphologiques du milieu et du caractère fortement anisotrope de la diffusion. Un modèle de transfert est ensuite présenté avec deux exemples types de simulation : la modélisation des transferts thermiques à travers les isolants et le calcul des caractéristiques en transmission et en réflexion de matériaux fibreux fins.

L'application de ces résultats théoriques à des cas de milieux fibreux réels est proposée dans une deuxième partie consacrée au traitement numérique du problème. Le comportement typique d'un matériau de fibres de silice est décrit avec l'étude séparée des différents paramètres influençant le transfert, y compris des facteurs extérieurs comme la température, la nature des parois et les problèmes liés au couplage. Un paragraphe est également consacré à la précision et aux limites d'utilisation de notre modèle avec une comparaison à des données empiriques et à d'autres modèles. Enfin, un second exemple d'application à des feutres de carbone est proposé pour tester notre méthode sur des conditions d'utilisation différentes.

Pour compléter notre caractérisation, une troisième partie rapporte les résultats que nous avons obtenus sur le plan expérimental. Deux montages donnant accès à des grandeurs bidirectionnelles et directionnelles-hémisphériques ont été mis au point. La présentation comprend une description des bancs de mesures et une étude des problèmes d'identification des paramètres. L'analyse des données numériques obtenues a pour but de mettre en évidence le comportement radiatif du matériau et de valider notre modèle.

- PRELIMINAIRE -

CHAPITRE I: PRESENTATION DE L'ETUDE.

## **CHAPITRE I : PRESENTATION DE L'ETUDE.**

Ce mémoire s'inscrit dans le cadre de l'étude du transfert de chaleur dans les milieux poreux semi-transparents; un thème de recherche qui motive un nombre important de travaux tant expérimentaux que théoriques.

Cependant, le problème reste particulièrement complexe, essentiellement à cause de la structure fortement anisotrope des milieux concernés et le couplage entre les différents modes de transfert.

Le caractère pluridisciplinaire, la diversité des matériaux et de leurs conditions d'application font que le champ d'étude est particulièrement vaste. En effet, en considérant simplement la fabrication de matelas fibreux destinés à l'isolation thermique il est déjà possible d'utiliser des matériaux très différents comme la laine de silice, de verre, de roche ou encore des fibres de carbone, de céramique... De plus, en fonction du domaine industriel d'utilisation les conditions d'emploi, essentiellement la pression, la température ou le flux de chaleur imposés, sont très différentes. Il n'est donc pas possible d'établir une caractérisation adaptable à l'ensemble du thème de recherche.

En conséquence, il importe de commencer par établir une description du milieu et des caractéristiques de son utilisation afin de mieux situer l'étude. Ensuite, un rappel bibliographique nous permettra de voir d'une part les résultats déjà obtenus lors d'études précédentes et d'autre part ce qui manque actuellement comme informations afin de définir avec précision les objectifs de notre travail, en gardant à l'esprit que tout ce qui sera envisagé tournera autour du thème central qui est le transfert de chaleur par rayonnement.

### **I - 1 - DESCRIPTION DU MILIEU . SITUATION DU CADRE DE L'ETUDE.**

Le type de milieu qui nous intéresse présente des propriétés habituellement caractérisées par des paramètres dont nous allons donner des valeurs courantes ou du moins des ordres de grandeurs que nous utiliserons tout au long de ce mémoire:

- Masse volumique ( $\rho$ ) : les valeurs de  $\rho$  pour lesquelles nous réaliserons notre étude sont celles utilisées dans les matériaux fibreux classiques, allant de quelques  $\text{kg/m}^3$  pour les feutres et les isolants dits légers, jusque  $100\text{kg/m}^3$  et même plus pour les matériaux particuliers du type laine pressée.

- Porosité  $\varepsilon$  : d'un point de vue expérimental nous travaillerons beaucoup sur des fibres de silice dont la densité est 2,2. En conséquence les valeurs de la porosité seront classiquement supérieures à 0,95 vues les masses volumiques employées, mais des valeurs plus faibles sont envisageables et ne poseraient pas de problèmes particuliers.

- Epaisseur du milieu  $E$  : selon le type de renseignements souhaités, l'épaisseur étudiée peut aller de quelques millimètres si l'on recherche des données spectroscopiques, à plusieurs dizaines de centimètres dans le cas de matériaux isolants dont on chercherait les caractéristiques thermiques.

Les propriétés énumérées jusqu'à présent peuvent concerner n'importe quel milieu poreux. Ce sont des paramètres qui interviennent dans la partie modélisation du transfert de chaleur. A cette catégorie, il convient d'ajouter les conditions extérieures telles que :

- La température T : communément, nous travaillerons dans des conditions de température s'éloignant peu de l'ambiance, en conséquence la température moyenne sera généralement de 20 à 30°C et le gradient relativement faible. Cependant des extensions à des conditions différentes avec température et gradient élevés seront envisagées, dans la mesure où elles influencent énormément les caractéristiques du milieu.

Lié à la température, le domaine de longueurs d'onde envisagé est également un paramètre essentiel. A l'ambiance (20°C), l'émission du corps noir se situe à 82% entre 4,9  $\mu\text{m}$  et 25  $\mu\text{m}$  et lorsque la température augmente, on observe un déplacement du domaine d'émission vers les plus courtes longueurs d'onde. C'est donc essentiellement dans cette gamme de valeurs que nous travaillerons en l'élargissant même dans certains cas au domaine [2  $\mu\text{m}$ , 40 $\mu\text{m}$ ]

- La pression P : il existe des domaines particuliers d'application où la pression imposée au milieu peut devenir très forte, nous travaillerons quant à nous uniquement à la pression atmosphérique.

A présent, intéressons nous à des caractéristiques particulières aux milieux fibreux :

- le diamètre des fibres d : la valeur courante est de quelques microns (de 1 à 10 microns et même un peu plus dans certains cas). Cela nous permet de constater que la taille des fibres est du même ordre de grandeur que la longueur d'onde du rayonnement avec lequel elles vont interagir. Pour représenter le rapport de ces données, il est courant d'utiliser une grandeur appelée paramètre de taille et définie par:  $\alpha = \frac{\pi d}{\lambda}$ . Il s'agit d'un facteur essentiel pour toutes les études adimensionnelles.

Vues les valeurs de d et  $\lambda$  qui nous concernent, nous travaillerons avec  $\alpha$  compris entre 0,1 et 10.

- la longueur des fibres l : il s'agit d'une grandeur importante pour justifier les hypothèses que nous serons amenés à faire concernant la représentation des fibres. Nous prendrons généralement des valeurs de quelques millimètres pour l, ce qui est d'un ordre 100 fois supérieur aux valeurs du diamètre des fibres ou de la longueur d'onde.

- l'arrangement des fibres : il s'agit d'une caractéristique morphologique que nous ne pouvons pas quantifier de façon numérique mais qui est fondamentale pour le calcul des propriétés radiatives. Différents cas peuvent se présenter : fibres réparties aléatoirement dans l'espace, fibres orientées dans des plans avec un cas particulier intéressant qui est une stratification dans des plans parallèles aux frontières du milieu. Une autre possibilité est que les fibres soient orientées selon une direction d'espace donnée ou éventuellement "tissées" selon un nombre fini de directions privilégiées.

Nous nous intéresserons essentiellement au cas de fibres réparties aléatoirement dans des plans parallèles aux frontières, mais les particularités inhérentes aux autres types de distributions seront évoquées par extension.

Ce second groupe de paramètres intervient au niveau de la définition des propriétés radiatives du milieu.

Les indications données jusqu'à présent situent encore notre étude dans un cadre très général, mais elles permettent toutefois de cerner plus précisément le travail à effectuer.

En ce qui concerne la caractérisation numérique, notre étude s'adresse à tous les types de matériaux fibreux tels que ceux utilisés en isolation thermique. A ce titre, les paramètres présentés précédemment sont pris en compte dans la détermination des propriétés radiatives du milieu. La partie modélisation des phénomènes de transfert de chaleur par rayonnement s'appuie généralement sur ces propriétés, mais les facteurs d'influence qui interviennent ensuite et les problèmes de couplage avec les autres modes de transfert sont propres à tous les milieux poreux. A ce niveau, notre travail s'inscrit donc dans un cadre plus large. De même, la partie expérimentation fait généralement appel à des techniques de mesures qui sont propres à tous les milieux semi-transparentes et dépassent donc le seul domaine des matériaux fibreux.

Ayant situé le problème qui nous est posé, voyons à présent les résultats dont nous disposons d'après les études menées jusqu'ici.

## **I - 2 - RAPPELS BIBLIOGRAPHIQUES.**

La diversité du thème de recherche fait que nous disposons d'une littérature importante sur le sujet. Pour ce qui nous concerne, nous pouvons dégager trois centres d'intérêt correspondants à des aspects différents du problème :

- Etude des propriétés radiatives;
- Modélisation du transfert de chaleur par rayonnement éventuellement couplé à la conduction;
- Etude expérimentale et mesures des caractéristiques optiques et thermiques.

Notre étude associant ces trois points, nous analyserons essentiellement les travaux adaptables à notre cas de transfert à travers les milieux fibreux.

Remarque: l'ensemble des hypothèses utilisées au long de ce mémoire trouvent en partie leurs justifications dans les analyses des travaux qui vont suivre.

### **I - 2 - 1) Etude des propriétés radiatives de milieux fibreux.**

La première étape de la modélisation du transfert par rayonnement est la détermination des propriétés radiatives. Il s'agit de paramètres caractérisant l'absorption, la diffusion, la combinaison des deux phénomènes appelée extinction, et enfin l'émission du milieu.

Leur détermination passe par la description des interactions onde électromagnétique - matière, cette dernière étant constituée de fibres assimilables à des cylindres.

Au départ, différentes descriptions ont été établies pour le cas de particules sphériques; puis en 1881, Lord Rayleigh a résolu le problème de la diffusion d'une onde en incidence perpendiculaire sur un cylindre infiniment long. Par suite, différents travaux ont permis de considérer le cas d'une onde en incidence oblique et de cylindres non-homogènes. Concernant les résultats connus suite à ces progrès, les ouvrages de Kerker (1) et de Van de Hulst (2) constituent une référence complète. Pour le cas spécifique des milieux fibreux, l'étude de Lind et Greenberg (3) permet la mise en application de ces travaux.

Connaissant mieux les phénomènes d'interaction il reste à calculer de façon effective les propriétés radiatives, à savoir : les coefficients d'absorption, de diffusion, d'extinction et un paramètre représentant la géométrie de diffusion: la fonction de phase.

Sur ce plan, une série d'études menées par Tong et Tien (4-6) d'une part, Wang et Tien (7) d'autre part, a permis de progresser en mettant en évidence l'influence de la morphologie du milieu. Un code de calcul prenant en compte la taille des fibres et la porosité du milieu, a notamment été établi. En ce qui concerne la géométrie de diffusion, par contre, leur caractérisation se limite à un paramètre de rétrodiffusion traduisant l'ensemble du rayonnement transmis dans l'hémisphère opposé à la direction de propagation et applicable dans des modèles du type deux flux. Des études récentes menées par Guilbert et al. (8-10), Banner et al. (11-13) et Langlais et al. (47) reprennent toujours ce principe en précisant la qualité des différents paramètres.

Lee (14-16) a apporté une précision supplémentaire en tenant compte de l'éventuelle anisotropie dans la répartition des fibres montrant ainsi l'influence de l'orientation. Plutôt que de déterminer une fonction de phase seule, il définit le produit du coefficient de diffusion par la fonction de phase, c'est en effet sous cette forme que cela apparaît dans l'équation du bilan radiatif que nous serons amenés à établir plus tard. Son étude addimensionnelle indique en outre les différents facteurs susceptibles d'influencer le transfert par rayonnement.

Ayant mis en évidence les limitations inhérentes aux modèles du type deux flux, Lee (17) a récemment publié une étude où il développe un mode de calcul exact pour caractériser la géométrie de diffusion. Il revient ainsi au concept de la simple fonction de phase et a présenté des résultats caractéristiques de milieux de fibres de verre.

D'autres auteurs ont essayé d'améliorer la représentation de la diffusion soit en utilisant des moules mathématiques donnés - Uny et Sacadura (18-21) par exemple, utilisent la fonction de Henyey et Greenstein capable de simuler des cas de milieux fortement diffusants vers l'avant -, soit en adoptant une formulation numérique comme Houston (22-23) qui sur des fibres de verre a publié des résultats obtenus par une représentation par les polynômes de Legendre nécessitant jusque 20 à 30 termes pour caractériser de façon précise la fonction de phase.

Suite à ces différents essais, il est acquis que la diffusion présente un caractère fortement anisotrope limitant la validité de modèles simples. D'autre part, peu de résultats précis concernant des cas de milieux réels ont été présentés, ou alors dans des cas bien spécifiques de milieux isotropes ou encore à des longueurs d'onde uniques. Des comparaisons entre ces différents résultats sont donc souvent difficiles à réaliser.

### **I - 2 - 2) Méthodes de modélisation du transfert radiatif.**

Vu le nombre de domaines d'applications de ce sujet, aussi bien dans les sciences appliquées que théoriques, il existe de très nombreuses façons d'aborder le problème. Selon le sujet d'étude, il est possible d'utiliser un certain nombre d'hypothèses simplificatrices qui aident grandement à la résolution du problème. C'est par exemple le cas lorsque l'on travaille sur un milieu non absorbant, ou un milieu froid, ou encore non diffusant ou diffusant de façon isotrope...

Nous avons à considérer le problème d'un matériau non-gris, absorbant, diffusant de façon fortement anisotrope et émissif. Une première hypothèse utilisée

dans tous les travaux sur ce sujet consiste à considérer un milieu fictif homogène ayant des propriétés thermodynamiques équivalentes à celles du milieu réel.

Dans un tel milieu et d'une manière générale, nous verrons dans notre étude théorique comment procéder pour établir l'équation du bilan radiatif. Pour l'instant, signalons simplement que la forme généralement adoptée par les différents auteurs est une équation où apparaissent les différents phénomènes contribuant à l'atténuation ou au renforcement du rayonnement dans le milieu.

Pour simplifier le problème, il est possible de faire une série d'hypothèses en accord avec des travaux antérieurs et n'enlevant aucune généralité aux résultats ainsi obtenus:

- Hypothèse du transfert monodirectionnel: elle se justifie par le fait que la dimension selon laquelle s'effectue le transfert est petite devant les deux autres. Uny (18) rapporte que suivant les auteurs, l'hypothèse est généralement justifiée à partir d'un rapport 5 ou 6 entre les dimensions. Dans tous les cas, cette condition sera remplie.

- Hypothèse de l'isotropie azimutale: elle est généralement reprise dans l'étude des isolants poreux dans la mesure où, sauf cas particulier, le milieu est réparti de façon isotrope pour l'angle azimutal.

Tenant compte de ces hypothèses le problème à résoudre est un peu plus simple, mais il s'agit malgré tout d'une équation intégral-différentielle non homogène. De plus, elle est monochromatique, ce qui impose de la résoudre sur l'ensemble du spectre concerné.

Les méthodes de résolution sont nombreuses, nous pouvons les classer en deux grandes familles: méthodes approchées de résolution analytique et méthodes numériques. Les difficultés essentielles proviennent du terme non-homogène et du terme intégral. Il existe différents moyens, plus ou moins précis, pour contourner ces problèmes.

Différents auteurs ont publié des ouvrages concernant la résolution du problème de transfert par rayonnement, notamment Chandrasekhar (24), Hottel et Sarofim (25) et Ozisik (26). Ce dernier propose un récapitulatif des différentes méthodes existantes, comprenant des solutions formelles -utiles pour la compréhension mais peu adaptées aux cas de milieux réels -, des solutions approchées et des méthodes numériques, dites "exactes". Laissons de côté les solutions formelles qui sont difficiles à mettre sous une forme applicable sauf dans des cas très particuliers et voyons les principales méthodes mises en oeuvre.

### I - 2 - 2 - a) Méthodes approchées.

Il s'agit généralement de formes simplifiées des solutions formelles parmi lesquelles les méthodes connues sous le nom de :

\* Solution pour un milieu optiquement épais - également appelée Approximation de Rosseland ou Modèle de diffusion -.

Considérant que le milieu étudié est tel que le libre parcours moyen des photons est très petit devant les dimensions caractéristiques du milieu, il est possible de simplifier les équations en utilisant le fait que l'épaisseur optique est très supérieure à l'unité. Notons que dans les cas pratiques nous intéressant (par exemple un milieu de fibres de silice d'épaisseur 10 cm et de masse volumique  $10 \text{ kg/m}^3$ ) cette hypothèse est largement vérifiée.

Néanmoins, la formulation proposée par cette méthode n'est valable que dans le cas d'un isolant diffusant de façon isotrope, ce qui est loin d'être le cas des isolants fibreux. En conséquence, la portée de cette forme est limitée.

D'une façon similaire, il est possible de simplifier les équations dans le cas d'un milieu optiquement fin en considérant que l'épaisseur optique est très petite devant l'unité, mais ce cas ne concerne pas le type de milieux que nous étudions.

\* Modèle deux flux : l'hypothèse simplificatrice faite ici, concerne la représentation du champ de luminance et impose un modèle simplifié pour la géométrie de diffusion. A la base, nous trouvons généralement des approximations comme celle de Schuster et Schwarzschild, utilisée par Larkin et Churchill (27), ou l'hypothèse de l'isotropie hémisphérique de la luminance. Le but est d'écrire deux "demi-bilans" radiatifs établis sur chaque hémisphère.

Basés sur ce principe, différents modes de calculs existent selon la façon d'écrire le bilan et les coefficients qui y sont introduits, notamment le coefficient de rétrodiffusion qui est fondamental pour traduire la réflexion du rayonnement.

Tong et Tien (5-6) ont étudié différentes solutions, notamment un modèle de diffusion linéaire anisotrope (Linear Anisotropic Scattering Model) basé sur une fonction de phase où apparaît un paramètre d'anisotropie, et un modèle classique où les différents coefficients sont calculés à partir de la théorie de Mie. Récemment, Banner (11) a repris une méthode de ce type.

Dans de nombreux cas, ces méthodes permettent de s'approcher des résultats réels, elles ont en outre l'avantage de traiter le problème de transfert par rayonnement comme un phénomène conductif qui permet de définir une grandeur appelée conductivité radiative par analogie avec le transfert de chaleur par conduction. Le problème de transfert peut alors être étudié par additivité simple des flux.

Cependant les simplifications imposées pour le phénomène de diffusion sont très restrictives alors que les milieux fibreux sont connus pour présenter un caractère fortement anisotrope. En conséquence ces méthodes simples sont insuffisantes pour représenter de façon précise le transfert radiatif. C'est du moins la conclusion avancée par Tong et Tien (5), Lee (15) et également Uny (18).

### I - 2 - 2 - b) Méthodes numériques.

Plutôt que de faire des hypothèses simplificatrices pour éliminer le terme intégral dans le bilan radiatif, on peut essayer de l'exprimer de façon numérique en discrétisant le domaine d'intégration. Les procédés utilisés sont alors généralement issus des Méthodes aux ordonnées discrètes développées notamment par Chandrasekhar (25).

A la base, la discrétisation permet de passer d'une équation intégral-différentielle à un système d'équations différentielles. Il convient alors de préciser la représentation adoptée pour la fonction de phase pour mettre en forme ce système. Chandrasekhar a choisi, quant à lui, de la mettre sous la forme d'une série de polynôme de Legendre.

Reprenant ce principe, Roux et al. (28-29) ont mis au point une méthode mathématique conduisant à la résolution du problème par un schéma classique : calcul de la solution homogène puis de la solution particulière par la méthode de variation de la constante et détermination des constantes d'intégration à l'aide des conditions aux limites.

Houston (22) a adapté les algorithmes de Roux au cas de laines de verres, déterminant un flux de transfert dit "exact" - aux problèmes de précision numérique près -. Les résultats présentés ne concernent que des milieux dont les fibres sont réparties de façon isotrope. A noter que ce code de calcul présente une complexité

mathématique importante qui le rend difficile à appliquer. Il nécessite une attention particulière d'un point de vue numérique ( nombre et choix des directions discrètes et nombre de termes nécessaires à la représentation de la fonction de phase).

A partir du principe de discrétisation, il existe d'autres méthodes dites Matricielles. Partant du système d'équations différentielles obtenu, la méthode mathématique la plus immédiate est celle qui consiste à utiliser les exponentielles de matrices. Mais cette méthode pose des problèmes d'instabilités numériques dès que l'épaisseur optique  $\tau$  du milieu augmente. Des articles de synthèse concernant cette méthode ont été publiés par Flatau et Stephens (30), Waterman (31), Plass et al. (32), et Stamnes (33-34). Cependant, ils intéressent généralement des domaines scientifiques comme l'astrophysique où les valeurs des épaisseurs optiques rencontrées sont souvent inférieures de plusieurs ordres de grandeurs à celles qui nous concernent.

Pour passer outre ces problèmes numériques d'autres méthodes sont proposées. Elles utilisent des grandeurs caractéristiques du milieu mais stables numériquement, appelées matrices de transmission et de réflexion, qui représentent en fait la capacité du milieu à transmettre et à réfléchir le rayonnement. Ces méthodes sont applicables à notre problème puisqu'elles n'imposent pas de conditions sur les valeurs de  $\tau$ .

Les problèmes de précision numérique propres à ces méthodes ont été abordés par Wiscombe (35-36), pour ce qui concerne l'obtention des matrices de transmission et de réflexion par des procédés itératifs appelés Doubling method et Adding method. A partir de ces grandeurs, la résolution adopte une méthode appelée principe d'interaction pour obtenir une solution de l'équation homogène à laquelle on ajoute une solution particulière. Pour cette dernière, deux méthodes sont envisageables: Wiscombe propose là-encore un processus itératif alors que Stamnes recherche la solution sous forme polynomiale. A noter que cette méthode nécessite peu de termes et qu'elle est a priori applicable à notre domaine.

Ces méthodes dites matricielles constituent donc un mode de résolution exact au même titre que les méthodes aux ordonnées discrètes. Les problèmes rencontrés sont du même ordre : il faut être capable de caractériser la géométrie de diffusion et prendre un soin particulier dans la discrétisation pour avoir une bonne précision numérique. Par contre la difficulté mathématique semble moindre dans les méthodes matricielles.

Outre ces deux méthodes, il existe d'autres codes de calcul basés sur la discrétisation de l'espace. Karp et al. (37) passent en revue les différentes techniques existantes et les comparent sur des critères de rapidité, de précision et de stabilité. Ils préconisent la méthode dite des harmoniques sphériques.

En marge de ces résolutions basées sur la mise sous forme matricielle par discrétisation, il existe également des méthodes numériques plus classiques, du type éléments finis, adaptables surtout au cas d'un problème bidimensionnel. Roux (38) notamment, a utilisé cette méthode et l'a comparée à la méthode aux ordonnées discrètes.

### **I - 2 - 3) Etudes expérimentales.**

Devant la complexité du problème et les difficultés de mise en forme d'un modèle théorique, des études expérimentales ont été réalisées afin de caractériser différemment les phénomènes rencontrés ou de valider les résultats théoriques obtenus.

Différentes mesures sont envisageables et nous pouvons classer celles qui nous intéressent en deux groupes suivant le type de renseignement recherché :

- les mesures de spectrométrie : elles permettent d'établir les caractéristiques en réflexion et en transmission du milieu et nécessitent la mise au point d'un banc de mesures qui soit capable de donner accès à des grandeurs directionnelles et monochromatiques;

- les mesures thermiques : elles donnent accès aux grandeurs caractéristiques du transfert de chaleur et sont généralement obtenues sur des appareils dits à plaques chaudes gardées qui permettent de réaliser des mesures de flux.

De nombreuses études associent ces deux types de mesures : les premières donnent des renseignements spécifiques au transfert radiatif alors que les secondes mettent en évidence les propriétés d'isolation thermique du matériau.

La façon de procéder est la même quelle que soit la nature du milieu poreux. Parmi les nombreuses études menées, on trouve notamment celle de Tong et Tien (6) sur des laines de verre et de silice, celle de Birkebak et al. (39) également sur des fibres de verre, celle de Le Bail (40) sur des matériaux de fibres de carbone, celle de Glicksman et al. (41) sur des mousses ...

Les travaux de Guilbert (8-10) et de Banner (11) ont également fourni différentes données expérimentales sur les flux de transfert à travers les milieux de fibres de verre et de silice, incluant des effets liés à l'augmentation de la température.

Une méthode de caractérisation couramment utilisée consiste à établir un code d'identification qui donne accès aux propriétés radiatives du milieu à partir de mesures de spectrométrie, puis à injecter ces données dans un modèle de transferts couplés qui fournit ensuite les caractéristiques thermiques du matériau. C'est la méthode employée par Uny (18), Le Bail (40) et Henry (41) sur différents cas de milieux fibreux. Ce principe permet notamment d'étudier des milieux semi-transparents pour lesquels aucune théorie concernant la détermination des propriétés radiatives n'existe.

Dans le cas où une théorie existe, par contre, les différentes mesures sont souvent utilisées pour valider le modèle présenté, c'est le principe qu'utilise Guilbert (8) sur les fibres de silice.

Deux sortes d'études spectrométriques sont généralement réalisées: elles concernent des mesures bidirectionnelles et des mesures directionnelles-hémisphériques, en transmission ou en réflexion. Cependant peu de résultats sont disponibles dans la littérature. D'autre part les valeurs présentées sont généralement obtenues pour des angles s'éloignant peu de la normale et dans une gamme de longueurs d'onde allant le plus souvent de 2 à 8 microns (au-delà, les mesures deviennent difficiles à cause de la faible amplitude des signaux détectés). Citons les résultats présentés par Uny et al. (18) et Guilbert et al. (8) auteurs de mesures de transmission bidirectionnelle sur la silice, ceux de Le Bail et al. (40) qui ont fait la même étude sur les fibres de carbone, Henry et al. (41) qui ont également travaillé sur la silice mais qui ont réalisé des mesures en transmission et en réflexion, enfin dans un autre domaine, Lescanne et al. (42) qui présentent des résultats concernant le papier.

Si l'ensemble des valeurs caractéristiques est généralement incomplet, les différents auteurs cités ont par contre mis en évidence les difficultés liées à l'identification des grandeurs mesurées. Uny et Henry, discutent notamment des problèmes d'homogénéité du faisceau et de la détermination des paramètres géométriques de la mesure. A noter que plutôt que d'établir un code de calcul

approché, Henry préfère comparer ses mesures à un étalon dont il connaît les caractéristiques.

### **I - 3 - CONCLUSION. OBJECTIFS DE L'ETUDE.**

Suite à cette rapide synthèse des résultats dont nous disposons, il nous est à présent possible de mieux cerner les difficultés du problème posé.

Il existe en fait un grand nombre de paramètres susceptibles d'influencer le transfert par rayonnement et il est difficile de les prendre tous en compte dans une modélisation. C'est ce qui explique les hypothèses habituellement consenties par les auteurs précédemment cités. Nous serons d'ailleurs amenés à discuter et même à reprendre certaines de ces hypothèses.

La difficulté est du même type dans les études expérimentales, il convient d'être prudent dans l'exploitation des résultats tant les problèmes de mise au point des bancs de mesures et d'identification des grandeurs mesurées, sont nombreux.

Le but de notre travail étant de donner une caractérisation la plus complète possible des matériaux fibreux, nos objectifs sont en conséquence multiples. La démarche que nous adopterons, sera de présenter les méthodes utilisées dans un cadre général, puis de les appliquer sur des milieux réels (composés de fibres de silice ou de carbone) afin de mettre en évidence des résultats typiques de ce genre de matériaux.

Sur le plan théorique, il convient de réduire au maximum les simplifications, par conséquent, il nous faudra :

- tenir compte des différents paramètres liés au milieu (propriétés optiques et caractéristiques morphologiques comme la taille et l'orientation des fibres);

- établir un code de calcul des propriétés radiatives précisant le rôle de l'anisotropie du milieu et la géométrie de diffusion;

- mettre au point une simulation des phénomènes de transfert de chaleur dans les matériaux isolants, incluant une représentation exacte du transfert radiatif et la prise en compte du couplage avec la conduction.

Sur le plan expérimental, nous l'avons vu, une caractérisation spectrométrique complète du comportement du matériau comprend des mesures bidirectionnelles et directionnelles-hémisphériques. Nous devons donc mettre au point un banc de mesures donnant accès à des grandeurs directionnelles et monochromatiques et définir précisément les paramètres identifiés. En travaillant dans une gamme de longueur d'onde étendue (de 2 à 20  $\mu\text{m}$ ) et pour de grands angles d'émergences (jusque 70°), nous devrions obtenir l'ensemble des résultats typiques de ce genre de matériau et valider en même temps notre étude théorique.

Remarque : à l'exception de l'aspect détermination des propriétés radiatives, ce travail concerne donc l'ensemble des milieux semi-transparentes, dans la mesure où la démarche adoptée pourrait être la même quelle que soit la nature du milieu.

- PREMIERE PARTIE : ETUDE THEORIQUE -

CHAPITRE II: DETERMINATION DES PROPRIETES RADIATIVES  
D'UN MILIEU FIBREUX.

CHAPITRE III: MODELISATION DU TRANSFERT RADIATIF.

## - PREMIERE PARTIE : ETUDE THEORIQUE -

### INTRODUCTION

Nous allons à présent développer le premier de nos objectifs qui est de mettre au point une méthode de caractérisation théorique applicable à tous types de milieux fibreux.

Cette étude comprend deux chapitres. Le premier concerne la détermination des propriétés radiatives qui caractérisent l'interaction onde-matière, il s'inscrit dans la continuité des résultats obtenus d'après la théorie de Mie. Le second chapitre se base sur ces résultats et les utilise dans une simulation des phénomènes de transfert par rayonnement.

Au préalable, il convient de redéfinir différentes grandeurs, fondamentales pour le transfert radiatif, qui interviendront tout au long de notre étude :

- le *flux* : c'est la valeur instantanée d'un débit de rayonnement que nous noterons généralement  $Q$ , éventuellement avec un indice  $\lambda$  s'il s'agit d'un rayonnement monochromatique.

- la *luminance* : considérons une surface élémentaire  $dS$  située à l'abscisse  $s$ . Soit  $dQ$  le flux traversant  $dS$  selon une famille de directions comprises dans un angle solide  $d\Omega$  et centrée autour de la direction  $\Delta$  faisant un angle  $\Theta$  avec la normale à  $dS$ , pour un intervalle spectral  $d\lambda$  donné. Définissant la luminance spectrale  $L_\lambda$ , grandeur spectrale et directionnelle, nous avons :

$$dQ = L_\lambda(s, \Delta) \cdot dS \cdot \cos \Theta \cdot d\Omega \cdot d\lambda$$

- la *luminance du corps noir* : dans le cas d'un corps noir, appellation qui désigne un corps qui ne réfléchit pas et ne transmet pas le rayonnement, la luminance peut s'exprimer par la loi de Planck:

$$L_{o\lambda}(T) = \frac{C_1}{\lambda^5 \cdot \left[ \exp\left(\frac{C_2}{\lambda T}\right) - 1 \right]}$$

où  $T$  désigne la température en kelvin du corps et avec :

$$C_1 = 1,19 \cdot 10^{-16} \text{ W/m}^2 \quad \text{et} \quad C_2 = 1,4388 \cdot 10^{-2} \text{ m.K}$$

## CHAPITRE II : DETERMINATION DES PROPRIETES RADIATIVES D'UN MILIEU FIBREUX.

La modélisation du transfert par rayonnement à travers les milieux semi-transparents fait appel à différentes propriétés radiatives qu'il est nécessaire de déterminer au préalable. La forme adoptée pour ces différentes grandeurs est choisie d'après le bilan radiatif dont nous détaillons la mise en forme au chapitre III. Voyons brièvement les propriétés généralement mises en évidence :

- $\sigma_{a\lambda}$  est le coefficient monochromatique d'absorption,
- $\sigma_{s\lambda}$  est le coefficient monochromatique de diffusion,
- $(\sigma_{s\lambda} \cdot P_\lambda)$  est le produit qui exprime la géométrie de diffusion, il apparaît le plus souvent sous la forme de deux grandeurs indépendantes: le coefficient de diffusion d'une part et  $P_\lambda$  la fonction de phase d'autre part. La fonction  $P_\lambda$  exprime en fait la probabilité qu'une onde arrivant selon une direction définie soit diffusée selon une autre direction donnée. Nous avons conservé l'écriture de ces deux propriétés sous la forme d'un produit, parce qu'en toute rigueur, c'est ainsi qu'ils apparaissent dans le bilan de transfert radiatif que nous établirons dans le prochain chapitre. Ensemble, ils définissent en quelque sorte un coefficient de diffusion bidirectionnel, caractéristique à la fois des propriétés du milieu et des directions d'incidence et de diffusion.

Les autres propriétés radiatives généralement définies sont issues des trois précédentes. C'est notamment le cas du coefficient monochromatique d'extinction qui permet d'exprimer l'atténuation totale du rayonnement dans le milieu :

$$\sigma_{e\lambda} = \sigma_{a\lambda} + \sigma_{s\lambda}$$

et de l'albédo spectrale qui traduit la part d'atténuation liée uniquement à la diffusion :

$$\omega_\lambda = \frac{\sigma_{s\lambda}}{\sigma_{e\lambda}} .$$

Remarque : le modèle de transfert radiatif que nous avons mis au point ne nécessite que la connaissance des grandeurs citées plus haut. Il s'agit d'ailleurs des paramètres de base généralement utilisés dans ce type d'étude et nous les retrouverons tout au long de ce rapport.

Pour les milieux non fibreux, ces différents paramètres ne sont pas toujours calculables mais il est au moins possible de les déterminer d'après des mesures (généralement en transmission ou en réflexion). Pour ce cas précis un code de calcul reste nécessaire pour établir le lien entre les grandeurs mesurées et les propriétés radiatives recherchées, et le chapitre consacré à la modélisation du transfert radiatif contient une application à ce type de problème .

En ce qui nous concerne, nous allons à présent développer un code de calcul des propriétés radiatives définies ci-dessus et adaptées au cas d'un milieu fibreux. L'application pratique au cas d'isolants fibreux est immédiate et va nous permettre de montrer l'influence de différents paramètres.

Notre objectif est de passer les différentes étapes du calcul sans réaliser d'approximation, notamment en ce qui concerne la géométrie de diffusion au sujet de laquelle sont généralement faites différentes hypothèses, et également à propos de la morphologie du milieu.

Néanmoins, nous nous placerons dans le cadre de l'isotropie azimutale, étant donné que cette hypothèse convient parfaitement au type de milieux qui nous concernent. Une discussion concernant cette hypothèse et une extension éventuelle à un milieu ne présentant pas cette propriété est en outre incluse en fin de chapitre.

Deux études distinctes sont exposées, concernant :

- 1) la détermination des coefficients monochromatiques  $\sigma_{a\lambda}$ ,  $\sigma_{s\lambda}$  et  $\sigma_{e\lambda}$ ;
- 2) la caractérisation de la géométrie de diffusion à travers le calcul du produit ( $\sigma_{s\lambda} \cdot P_\lambda$ ) .

## II - 1 - DETERMINATION DES COEFFICIENTS MONOCHROMATIQUES D'ABSORPTION , DE DIFFUSION ET D'EXTINCTION

Nous avons rappelé dans l'étude bibliographique les différents problèmes liés à la détermination de ces grandeurs et les développements de calculs concernant l'interaction onde électromagnétique-milieu matériel sont détaillés en annexe 1.

Le point de départ de notre étude se situe donc après la détermination des efficacités d'extinction et de diffusion qui sont des grandeurs caractéristiques du matériau mais qu'il faut à présent adapter au cas d'un milieu de morphologie définie, en l'occurrence un milieu constitué de fibres réparties selon une géométrie donnée.

### Notions de base sur le phénomène de la diffusion du rayonnement par une fibre.

Avant d'entrer dans les détails du calcul, voyons comment l'observation du phénomène de diffusion, à sa base, peut nous donner des indications sur le comportement des matériaux fibreux.

La figure II-1a montre comment une onde en incidence sur une fibre donnée est diffusée selon un cône, souvent appelé cône de diffusion ou encore cône de Kerker -la vue proposée étant donnée dans le plan, nous observons ici un triangle-. L'angle d'incidence de l'onde est  $\phi$ , il est repéré par rapport à la normale à la fibre. Nous pouvons alors constater que le cône n'est pas quelconque: il est caractérisé par un angle d'ouverture maximum, ici noté  $\eta$ , tel que:  $\eta = \pi - 2\phi$ . Il s'agit donc d'un effet que nous pouvons caractériser complètement en fonction de l'inclinaison de la fibre et de l'incidence du rayonnement.

Dans le cas 1,  $\phi$  est grand, en conséquence  $\eta$  est petit. Nous observons alors que le cône est peu ouvert et notamment qu'aucune onde diffusée n'est renvoyée dans la partie hachurée, notée zone de rétrodiffusion, qui correspond à la partie de l'espace d'où est issu le rayonnement incident. Ce point est important car le phénomène de rétrodiffusion conditionne en partie la capacité du milieu à stopper le rayonnement, donc ses propriétés d'isolation thermique.

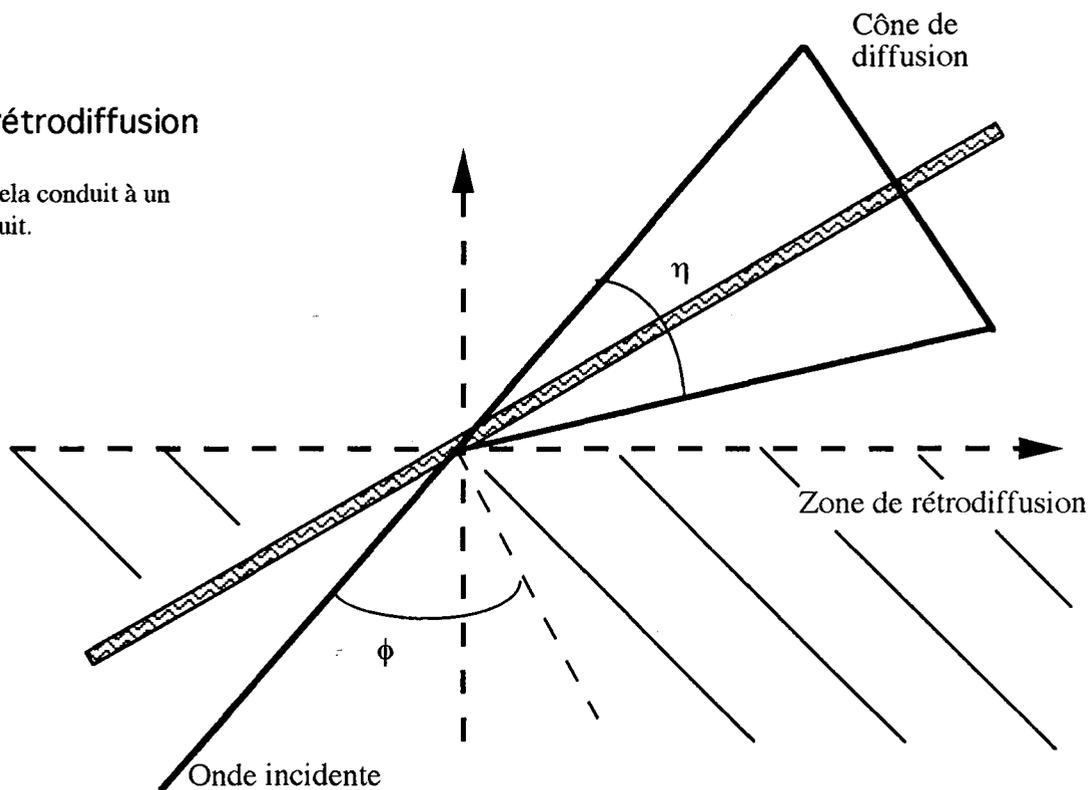
Dans le cas 2, par contre,  $\phi$  est plus faible, donc  $\eta$  est grand et le cône plus ouvert. En conséquence, une part importante du rayonnement est rétrodiffusée.

L'analyse de ces schémas de principe peut donc déjà nous renseigner sur le comportement radiatif des milieux fibreux. En poursuivant notre raisonnement, nous pouvons même tirer des enseignements sur l'influence de l'orientation des fibres.

**Figure II-1a :** Principe de la diffusion d'une onde par une fibre.

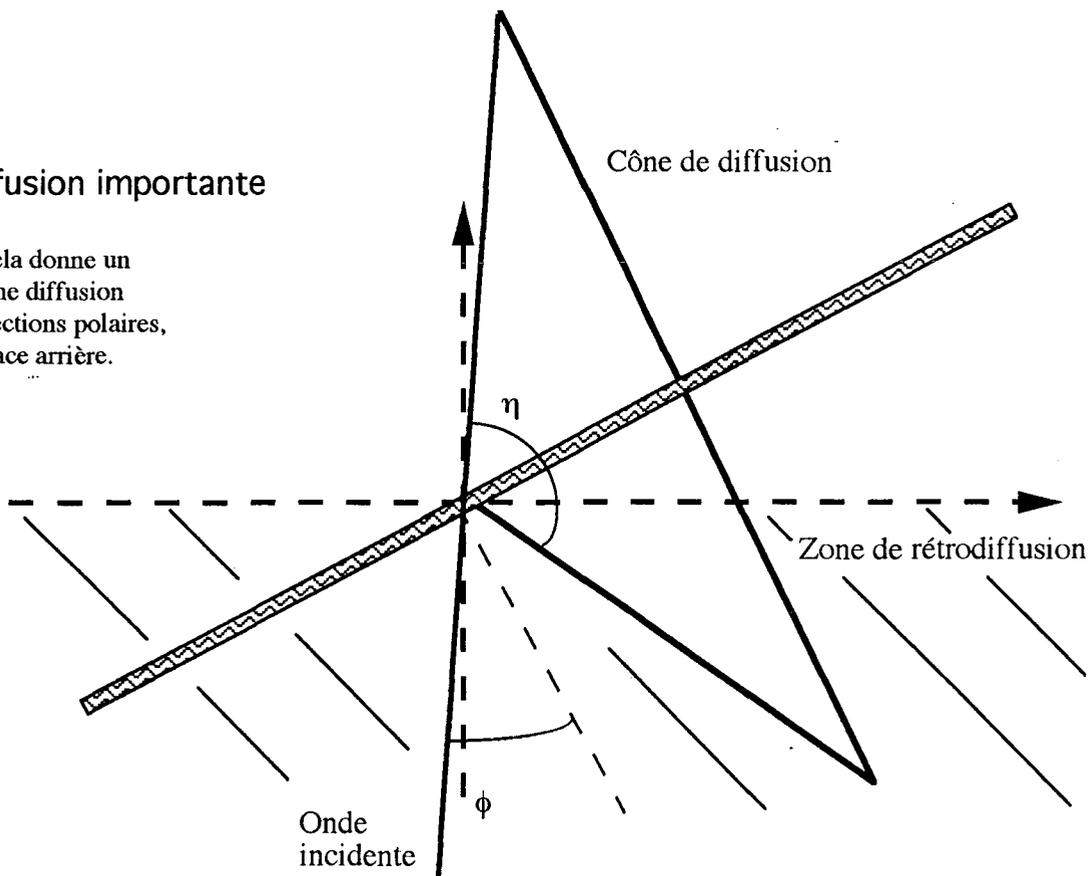
**Cas 1: pas de rétrodiffusion**

L'angle  $\phi$  est grand, cela conduit à un cône de diffusion réduit.



**Cas 2: rétrodiffusion importante**

L'angle  $\phi$  est petit, cela donne un cône très ouvert et une diffusion selon différentes directions polaires, y compris dans l'espace arrière.



En effet, dans les deux cas, nous pouvons voir que si la fibre était plus proche de l'horizontale, le cône de diffusion serait caractérisé par une part plus importante d'ondes rétrodiffusées. Nous pouvons donc d'ores et déjà supposer qu'un milieu dont les fibres seraient stratifiées dans des plans parallèles à ses frontières, présenterait un taux de rétrodiffusion plus important et serait, en conséquence, un meilleur isolant. C'est un point que nous aurons l'occasion de vérifier dans la suite de ce mémoire.

Bien entendu, outre ces considérations qualitatives sur les propriétés du milieu, il est possible d'effectuer des calculs permettant de quantifier les phénomènes de diffusion, d'absorption et d'extinction, à partir de grandeurs appelées efficacités et notées  $Q_\lambda$ . Ceci est d'ailleurs l'objet de l'annexe 1 présentée en fin de chapitre.

### Calcul des coefficients.

La figure II-1b représente le même effet, observé cette fois dans l'espace. Définissons pour commencer les différents angles qui apparaissent sur cette figure. Nous pouvons d'abord constater que les angles  $\phi$ ,  $\theta$  et  $\eta$  sont liés à la position de la fibre et non au repère  $(X,Y,Z)$  - cela posera un problème lorsqu'il faudra calculer les propriétés d'un ensemble de fibres et tenir compte des positions respectives de celles-ci.

Pour ne pas avoir à considérer un ensemble de repères locaux liés à chaque fibre, nous devons exprimer ces différentes variables en fonction des coordonnées angulaires repérées par rapport à  $(X,Y,Z)$ : l'azimut  $\omega$  et l'angle polaire  $\xi$ .

Appelons  $\mathbf{R}$ ,  $\mathbf{R}_f$  et  $\mathbf{R}_s$  les vecteurs unitaires indiquant les directions respectives de l'incidence, de la fibre, et de diffusion. Considérant les coordonnées angulaires correspondantes  $(\omega, \xi)$ ,  $(\omega_f, \xi_f)$  et  $(\omega_s, \xi_s)$ , ces vecteurs ont les composantes suivantes dans le repère  $(X,Y,Z)$ :

$$\mathbf{R} \begin{pmatrix} \sin \xi \cdot \sin \omega \\ \cos \xi \\ \sin \xi \cos \omega \end{pmatrix}, \quad \mathbf{R}_f \begin{pmatrix} \sin \xi_f \cdot \sin \omega_f \\ \cos \xi_f \\ \sin \xi_f \cos \omega_f \end{pmatrix} \quad \text{et} \quad \mathbf{R}_s \begin{pmatrix} \sin \xi_s \cdot \sin \omega_s \\ \cos \xi_s \\ \sin \xi_s \cos \omega_s \end{pmatrix} \quad (1)$$

Différentes relations peuvent être définies entre les angles et les vecteurs:

$$\cos\left(\frac{\pi}{2} - \phi\right) = \sin \phi = \mathbf{R} \cdot \mathbf{R}_f = \mathbf{R}_s \cdot \mathbf{R}_f \quad (2a)$$

$$\cos \eta = \mathbf{R} \cdot \mathbf{R}_s \quad (2b)$$

$$\cos \theta = \frac{(\mathbf{R} - \mathbf{R}_f \sin \phi)}{\cos \phi} * \frac{(\mathbf{R}_s - \mathbf{R}_f \sin \phi)}{\cos \phi} \quad (2c)$$

D'où en introduisant les composantes des vecteurs :

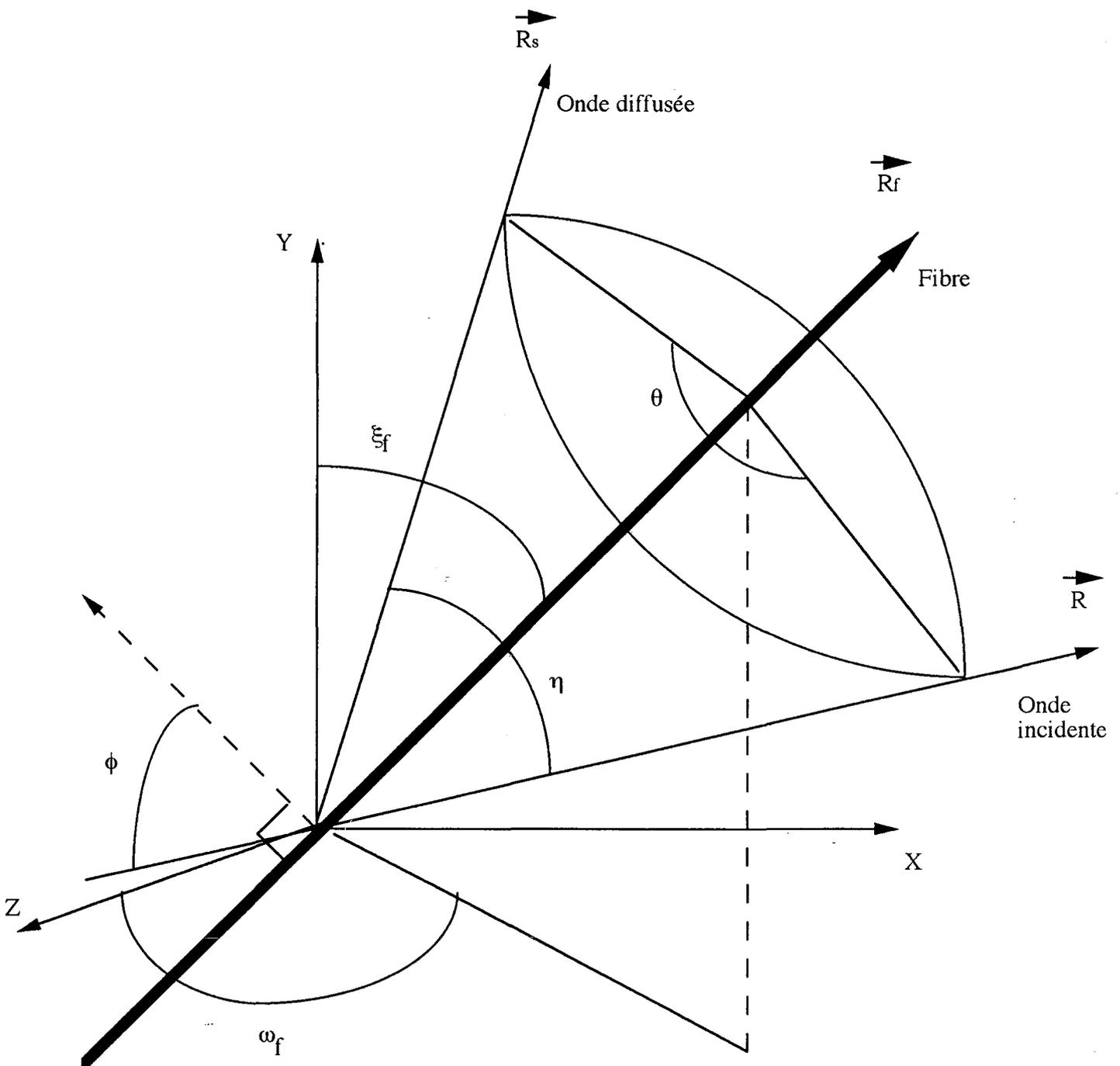
$$\sin \phi = \sin \xi \cdot \sin \xi_f \cdot \cos(\omega - \omega_f) + \cos \xi \cdot \cos \xi_f \quad (3a)$$

$$\sin \phi = \sin \xi_s \cdot \sin \xi_f \cdot \cos(\omega_s - \omega_f) + \cos \xi_s \cdot \cos \xi_f \quad (3b)$$

$$\cos \eta = \sin \xi \cdot \sin \xi_s \cdot \cos(\omega - \omega_s) + \cos \xi \cdot \cos \xi_s \quad (3c)$$

$$\cos \theta = (\cos \eta - \sin^2 \phi) / \cos^2 \phi \quad (3d)$$

23 bis



$\phi$  : angle d'incidence (par rapport à la normale à la fibre)

$\theta$  : angle d'observation

$\eta$  : angle de diffusion

$(\omega_f, \xi_f)$  : position de la fibre

**Figure II-1b :** Diffusion d'une onde par un cylindre - cône de diffusion selon Kerker.  
Définition des différents angles intervenant dans le problème.

Le système (3) est essentiel car il va nous permettre, en tenant compte de l'incidence  $(\omega, \xi)$  et de la position des fibres  $(\omega_f, \xi_f)$ , de déterminer par la suite la direction de diffusion  $(\omega_s, \xi_s)$  correspondant à un couple donné d'angles  $(\theta, \phi)$ .

Pour le moment, considérant les efficacités  $Q_\lambda(\phi)$ , nous pouvons définir, d'après Lee (14-16), les coefficients monochromatiques par:

$$\sigma_\lambda(\omega, \xi) = \int_0^\infty \int_0^{4\pi} 2r Q_\lambda(\phi) N[r(R_f)] \frac{d\Omega_f}{4\pi} dr \quad (4)$$

Il s'agit d'une relation valable pour l'extinction, l'absorption et la diffusion, où  $N[r(R_f)]$  représente une densité de fibres, de taille comprise entre  $r$  et  $r+dr$  orientées selon la direction  $(\omega_f, \xi_f)$ , à préciser.

Pour simplifier le calcul, nous allons dans un premier temps étudier le cas de fibres de mêmes tailles. Mais en réalisant, par la suite, nos calculs pour des valeurs de diamètres différents et en pondérant les résultats obtenus d'après un histogramme de présence correspondant au cas de milieux réels, nous pourrions tenir compte de l'influence de ce paramètre "taille des fibres".

La relation (4) devient alors :

$$\sigma_\lambda(\omega, \xi) = \frac{1}{4\pi} \int_{\omega_f=0}^{2\pi} \int_{\xi_f=0}^{\pi} 2r Q_\lambda(\phi) N(\omega_f, \xi_f) \sin \xi_f d\xi_f d\omega_f \quad (5)$$

Nous allons maintenant envisager différents cas de répartition des fibres. Les applications qui nous intéressent, concernent le plus souvent des milieux où les fibres sont réparties aléatoirement selon  $\omega_f$ . Cette propriété d'isotropie azimutale permet de supprimer la dépendance selon  $\omega$  en moyennant selon toutes les directions  $\omega_f$ . (L'angle  $\omega$  n'apparaît dans nos calculs que dans le terme  $\cos(\omega - \omega_f)$ , lié à l'écriture de  $\phi$  et le cosinus prend bien toutes les valeurs possibles quelle que soit la valeur de  $\omega$  puisque  $\omega_f$  varie entre 0 et  $2\pi$ ).

Désormais, dans la relation (5), seul reste à préciser  $N(\xi_f)$ . Deux cas principaux sont à étudier:

1) Les fibres sont réparties aléatoirement dans l'espace.

$N$  ne dépend plus alors de l'orientation des fibres et la direction d'incidence devient sans influence. Par conséquent, prendre le cas  $\xi = 0$ , n'enlève pas de généralité à notre problème. D'après le système (3), ce cas conduit à :  $\sin \phi = \cos \xi_f$ .

Introduisons le changement de variable : " $\xi_f = \frac{\pi}{2} - \phi$ " dans la relation (5), il vient:

$$\sigma_{\lambda \text{ isotrope}} = \int_{\phi=0}^{\pi/2} 2r N Q_\lambda(\phi) \cos \phi d\phi \quad (6)$$

2) Les fibres sont toutes réparties selon une direction polaire donnée  $\xi_f = \xi_{f0}$ . Le calcul de l'intégrale est alors effectué en considérant la fonction de répartition selon  $\xi_f$  comme une fonction de Dirac :

$$\sigma_{\lambda \text{ anisotrope}}(\xi_f = \xi_{f0}, \xi) = \frac{1}{2\pi} \int_{\omega_f=0}^{2\pi} 2r N Q_{\lambda}(\phi) d\omega_f \quad (7)$$

Le cas de fibres réparties dans des secteurs donnés du type  $\xi_{f1} \leq \xi_f \leq \xi_{f2}$ , peut être traité à partir de la relation (7) en effectuant le calcul pour différentes orientations de fibres incluses dans le secteur d'angles définis puis en pondérant le résultat selon un histogramme de répartition. (Ce cas particulier peut avoir un intérêt si les fibres ne sont pas rigoureusement orientées dans une direction donnée mais confinées dans un secteur centré autour de cette direction).

Il reste à exprimer le facteur N qui dans les conditions décrites représente une longueur totale de fibre par unité de volume. Définissons la fraction volumique de fibres  $F_v$  comme le rapport de la masse volumique du milieu fibreux -  $\rho_f$  -, sur la masse volumique du matériau en masse -  $\rho_m$  -, nous avons donc :

$$F_v = \frac{\rho_f}{\rho_m} = \pi r^2 N \quad (8)$$

puisque  $\pi r^2$  représente la section d'une fibre;

$$\text{d'où : } N = \frac{F_v}{\pi r^2} \quad (9)$$

Nous disposons donc de relations permettant le calcul de coefficients directionnels monochromatiques où les caractéristiques morphologiques du milieu sont prises en compte et peuvent donc faire l'objet d'une étude particulière.

Il nous reste à présent, à détailler la géométrie de diffusion qui nous renseigne à la fois sur l'atténuation due au phénomène de diffusion et sur les directions des ondes diffusées.

## II - 2 - ETUDE DE LA DIFFUSION - FACTEUR " $\sigma_{s\lambda} \cdot P_{\lambda}$ ".

Notre objectif est double: mettre en évidence les caractéristiques du phénomène de diffusion dans les milieux fibreux et donner un mode de calcul du coefficient ( $\sigma_{s\lambda} \cdot P_{\lambda}$ ) entrant dans le bilan radiatif.

Pour cela, réécrivons le coefficient de diffusion pour le cas de fibres de taille unique (relation (5)), mais en utilisant la définition de l'efficacité monochromatique de diffusion détaillée en annexe 1, à savoir:

$$Q_{s\lambda}(\phi) = \frac{\lambda}{2\pi^2 r} \int_0^{2\pi} i(\theta, \phi) d\theta \quad (10)$$

où  $i(\theta, \phi)$  désigne une fonction unitaire de répartition angulaire de la luminance.

Nous obtenons alors :

$$\sigma_{s\lambda}(\xi) = \frac{1}{4\pi} \int_{\omega_f=0}^{2\pi} \int_{\xi_f=0}^{\pi} \frac{N\lambda}{\pi^2} \int_0^{2\pi} i(\theta, \phi) d\theta \sin \xi_f d\xi_f d\omega_f \quad (11)$$

(Nous avons volontairement supprimé les variables d'angles pour N et  $\sigma_{s\lambda}$  pour alléger l'écriture).

Lee (14-16) a présenté un travail sur les propriétés radiatives où il étudie des coefficients utilisables dans des modèles du type deux flux. Dans ce cas la géométrie de diffusion n'est représentée que par deux coefficients, un dit de diffusion vers l'avant et l'autre de rétrodiffusion.

Le principe de calcul qu'il utilise, consiste à découper l'intervalle d'intégration selon  $\theta$  en deux domaines correspondant aux deux hémisphères, avant et arrière. L'étude du cône de diffusion définissable pour chaque fibre et chaque incidence lui permet de déterminer un angle dit "critique"  $\theta_c$ , au-delà duquel les ondes diffusées ne se propagent plus dans le même hémisphère. Le coefficient de rétrodiffusion est alors, pour chaque orientation  $\xi_f$  :

$$B_{\lambda}(\xi, \xi_f) = \frac{1}{2\pi} \int_{\omega_f=0}^{2\pi} \frac{N\lambda}{\pi^2} \int_{\theta_c}^{\theta_c+\pi} i(\theta, \phi) d\theta d\omega_f \quad (12)$$

et le coefficient de diffusion vers l'avant est :

$$\sigma_{s\lambda}(\xi, \xi_f) - B_{\lambda}(\xi, \xi_f) = \frac{1}{2\pi} \int_{\omega_f=0}^{2\pi} \frac{N\lambda}{\pi^2} \int_{\theta_c+\pi}^{\theta_c+2\pi} i(\theta, \phi) d\theta d\omega_f \quad (13)$$

Pour obtenir plus de renseignements sur la répartition de la diffusion, il faudrait aller plus loin encore et découper l'intervalle selon  $\theta$  en un plus grand nombre de secteurs angulaires. Le principe de calcul optimal, en ce qui concerne la précision numérique serait même de déterminer pour chaque valeur de  $\theta$  la direction de diffusion  $(\omega_s, \xi_s)$  correspondante. C'est un mode de calcul tiré de ce principe que nous avons utilisé en mettant au point un code numérique résolvant le problème  $\xi_s = f(\theta)$  et en déterminant pour chaque angle  $\theta_k$  un coefficient traduisant la part diffusée :

$$[\sigma_{s\lambda}P_{\lambda}](\xi_f, \xi \rightarrow \xi_{sk}) = \frac{1}{2\pi} \int_{\omega_f=0}^{2\pi} \frac{N\lambda}{\pi^2} i(\theta_k, \phi) d\omega_f a_k \quad (14)$$

Nous conservons l'écriture " $[\sigma_{s\lambda}P_{\lambda}]$ " pour rappeler qu'il ne s'agit pas du calcul de la fonction de phase mais bien de coefficients que nous pouvons qualifier de *coefficients monochromatiques de diffusion bidirectionnels* .

D'un point de vue numérique, nous ne pouvons prendre en compte qu'un nombre fini d'angles  $\theta_k$ , en conséquence le facteur  $a_k$  correspond à un poids d'intégration et le coefficient correspondant est caractéristique des directions voisines de  $\theta_k$ .

En fait nous réalisons un découpage du cône de diffusion en secteurs angulaires et nous affectons à la direction  $\xi_{sk}$  la part du coefficient de diffusion correspondant à l'intervalle  $\left[\theta_k - \frac{\delta\theta_k}{2}, \theta_k + \frac{\delta\theta_k}{2}\right]$  (figure II-2). Si le pas choisi est suffisamment fin, pour K directions  $\theta_k$ , nous devons retrouver :

$$\sum_{k=1}^K [\sigma_{s\lambda} P_\lambda](\xi_f, \xi \rightarrow \xi_{sk}) = \sigma_{s\lambda}(\xi_f, \xi) \quad (15)$$

sachant que par définition : 
$$\sigma_{s\lambda}(\xi_f, \Omega) = \frac{1}{4\pi} \int_{\Omega_s=4\pi} \sigma_{s\lambda} P_\lambda(\Omega \rightarrow \Omega_s) d\Omega_s \quad (16)$$

Grâce à la relation (14), nous disposons alors de coefficients directement utilisables dans l'équation du bilan radiatif.

Il nous reste à décrire la procédure donnant  $\xi_s$  en fonction de  $\theta$ . Il s'agit d'un travail numérique correspondant à la résolution du système d'équation (3), dont les détails sont exposés en annexe 2. Les différents cas de figure envisageables sont présentés et deux exemples de calcul sont donnés.

#### Comparaison avec d'autres modèles.

La méthode que nous venons d'exposer, donne accès à des coefficients de diffusion bidirectionnels. Etant donné que les modèles généralement utilisés dans ce type d'étude font référence à la fonction de phase pour représenter la géométrie de diffusion, voyons comment nous pouvons comparer nos coefficients à cette grandeur fondamentale. L'intérêt d'une telle correspondance étant également de pouvoir comparer nos résultats numériques avec ceux d'autres auteurs.

Reprenons les coefficients  $[\sigma_{s\lambda} P_\lambda]$  tels qu'ils ont été définis en (14), d'après la relation (15), nous avons :

$$\frac{\sum_{k=1}^K [\sigma_{s\lambda} P_\lambda](\xi_f, \xi \rightarrow \xi_{sk})}{\sigma_{s\lambda}(\xi_f, \xi)} = 1 \quad (17)$$

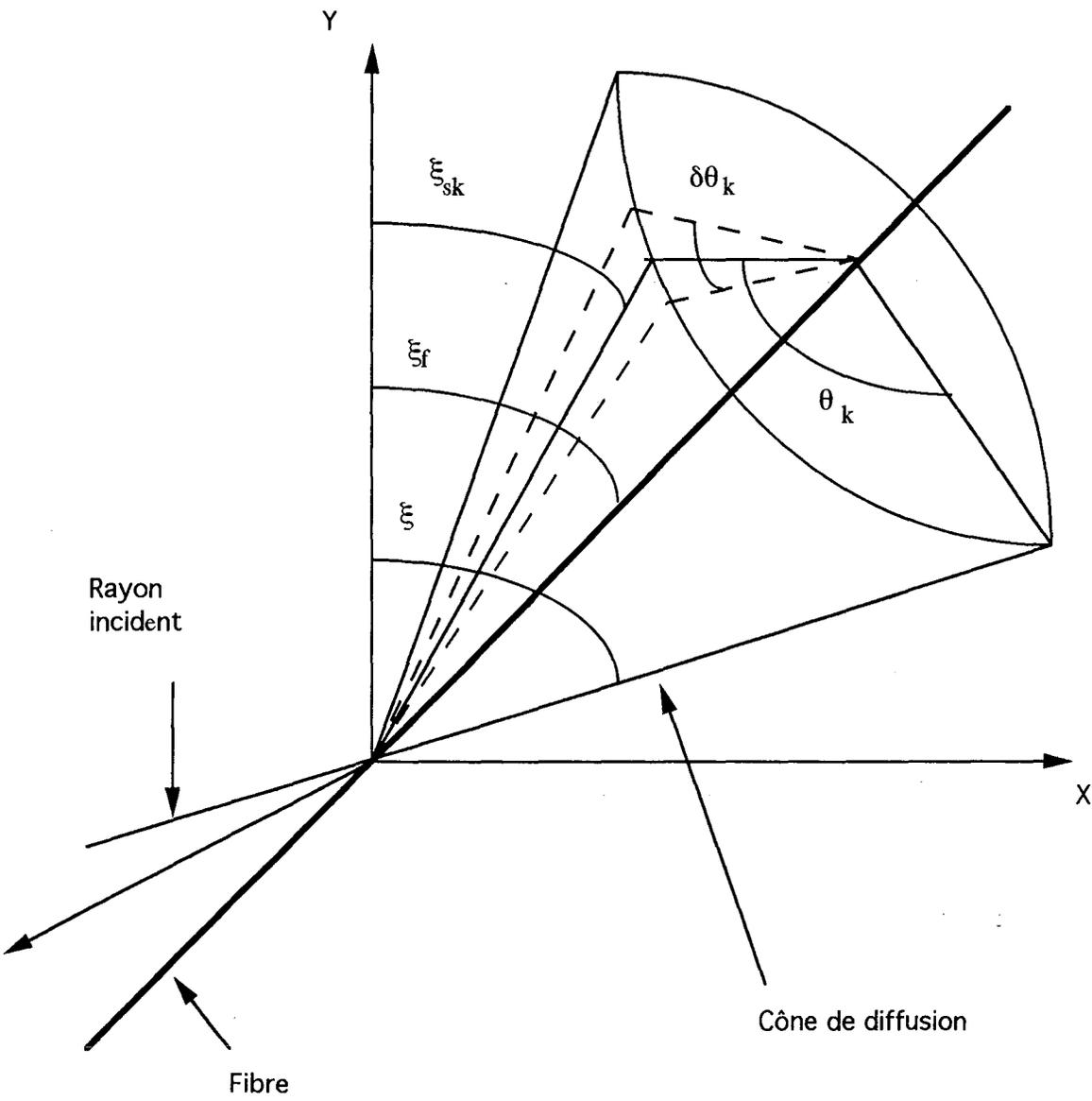
La relation (17) peut être considérée comme une condition de normalisation analogue à celle qui est utilisée pour définir la fonction de phase. Divisons le coefficient normé par un intervalle centré autour de  $\mu_{sk} = \cos \xi_{sk}$  et appelons  $\sigma P_{k\lambda}$  le nouveau coefficient ainsi obtenu :

$$\sigma P_{k\lambda}(\xi_f, \xi \rightarrow \xi_{sk}) = \frac{[\sigma_{s\lambda} P_\lambda](\xi_f, \xi \rightarrow \xi_{sk})}{\sigma_{s\lambda}(\xi_f, \xi)} * \frac{1}{\Delta\mu_k} \quad (18)$$

Le facteur  $\sigma P_{k\lambda}$  correspond en fait à la valeur moyenne de la fonction de phase sur l'intervalle  $\Delta\mu_k$ . En effet, sur ce principe, nous retrouvons la condition de normalisation :

$$\frac{1}{2} \int_{\mu_s=-1}^1 P_\lambda(\mu \rightarrow \mu_s) d\mu_s = \sum_{k=1}^K \sigma P_{k\lambda}(\xi \rightarrow \xi_{sk}) \Delta\mu_{sk} = 1 \quad (19)$$

En prenant un pas de discrétisation suffisamment fin, nous pouvons retrouver l'allure de la fonction de phase avec une bonne précision.



**Figure II-2 :** Description du découpage du cône de diffusion.

## II - 3 - EXTENSIONS A DES MILIEUX FIBREUX PARTICULIERS.

Extension à un milieu dont les fibres sont réparties aléatoirement dans l'espace.

Il s'agit d'un cas qui était généralement étudié par le passé et qui peut aisément se déduire de ce qui précède.

En utilisant comme point de départ, le cas de fibres d'orientation polaire constante donnée:  $\xi_f = \xi_{fi}$ , le cas d'une répartition aléatoire dans l'espace peut être calculé en réalisant une intégration des résultats obtenus pour toutes les directions  $\xi_{fi}$  comprises entre 0 et  $\pi$ .

Ce principe est valable que ce soit pour les coefficients  $\sigma_\lambda$  ou le produit  $\sigma_{s\lambda}P_\lambda$ .

Extension à un milieu ne présentant pas la propriété d'isotropie azimutale.

Une application intéressante de ce cas précis consisterait en un matériau où les fibres seraient "tissées" suivant des directions azimutales préférentielles  $\omega_{fk}$ . Il n'est plus possible alors de calculer des propriétés radiatives moyennées sur un domaine de  $\omega_f$  compris entre 0 et  $2\pi$ . Là-encore, la fonction de répartition peut être tout simplement représentée par une fonction de Dirac. Par simplification de la relation (7), nous avons alors :

$$\sigma_\lambda (\xi_f = \xi_{fo}, \omega_f = \omega_{fo}) = 2rN Q_\lambda(\phi) \quad (20)$$

où N désigne ici la longueur totale des fibres orientées selon la direction  $(\omega_{fo}, \xi_{fo})$ .

S'il existe plusieurs directions préférentielles  $\omega_{fi}$ , nous aurons alors :

$$\sigma_\lambda (\xi_f = \xi_{fo}) = \sum_{i=1}^I x_i \sigma_\lambda (\xi_f = \xi_{fo}, \omega_f = \omega_{fi}) \quad (21)$$

où  $x_i$  désigne la fraction de fibres orientées selon la direction azimutale  $\omega_{fi}$ .

Extension à un milieu de fibres de diamètres différents.

Sur le même principe que précédemment, ayant défini des coefficients  $\sigma_\lambda(r)$  pour un rayon de fibre donné et connaissant  $x_{ri}$  la fraction de fibres de rayon  $r_i$ , nous pouvons écrire un coefficient valable pour l'ensemble du milieu :

$$\sigma_\lambda = \sum_{i=1}^I x_{ri} \cdot \sigma_\lambda(r_i) \quad (22)$$

Note : Nous disposons donc de méthodes de calcul des différentes propriétés radiatives où apparaissent les caractéristiques du milieu dont nous pouvons par conséquent étudier l'influence.

Ce chapitre qui s'attache à déterminer de façon théorique les propriétés radiatives, est plus particulièrement adaptable aux milieux fibreux. Mais la démarche décrite est généralisable à d'autres milieux poreux. Prenons par exemple le cas d'un milieu composé de particules sphériques, il existe (voir Kerker (1) notamment) des codes de calculs donnant accès aux efficacités puis aux coefficients. De même, dans le cas particulier où le milieu serait composé de fibres inhomogènes, il est possible de calculer des efficacités tenant compte des variations d'indices optiques (Kerker également).

En conséquence, le modèle de transfert radiatif que nous allons présenter dans la suite de ce mémoire ne concerne pas uniquement un milieu fibreux défini, mais tous types de milieux semi-transparentes dont nous pouvons déterminer les propriétés radiatives, éventuellement au moyen d'une méthode inverse par identification de paramètres.

**ANNEXE 1 : MODELISATION DE L'INTERACTION ONDE-MATIERE**  
**CAS D'UN CYLINDRE INFINIMENT LONG.**

Le but de ce paragraphe est de rappeler les équations de base régissant l'interaction entre les fibres et le rayonnement en tant qu'onde électromagnétique. Un code de calcul est également présenté en ce qui concerne la détermination des efficacités d'extinction et de diffusion, qui sont des grandeurs caractéristiques de cette interaction.

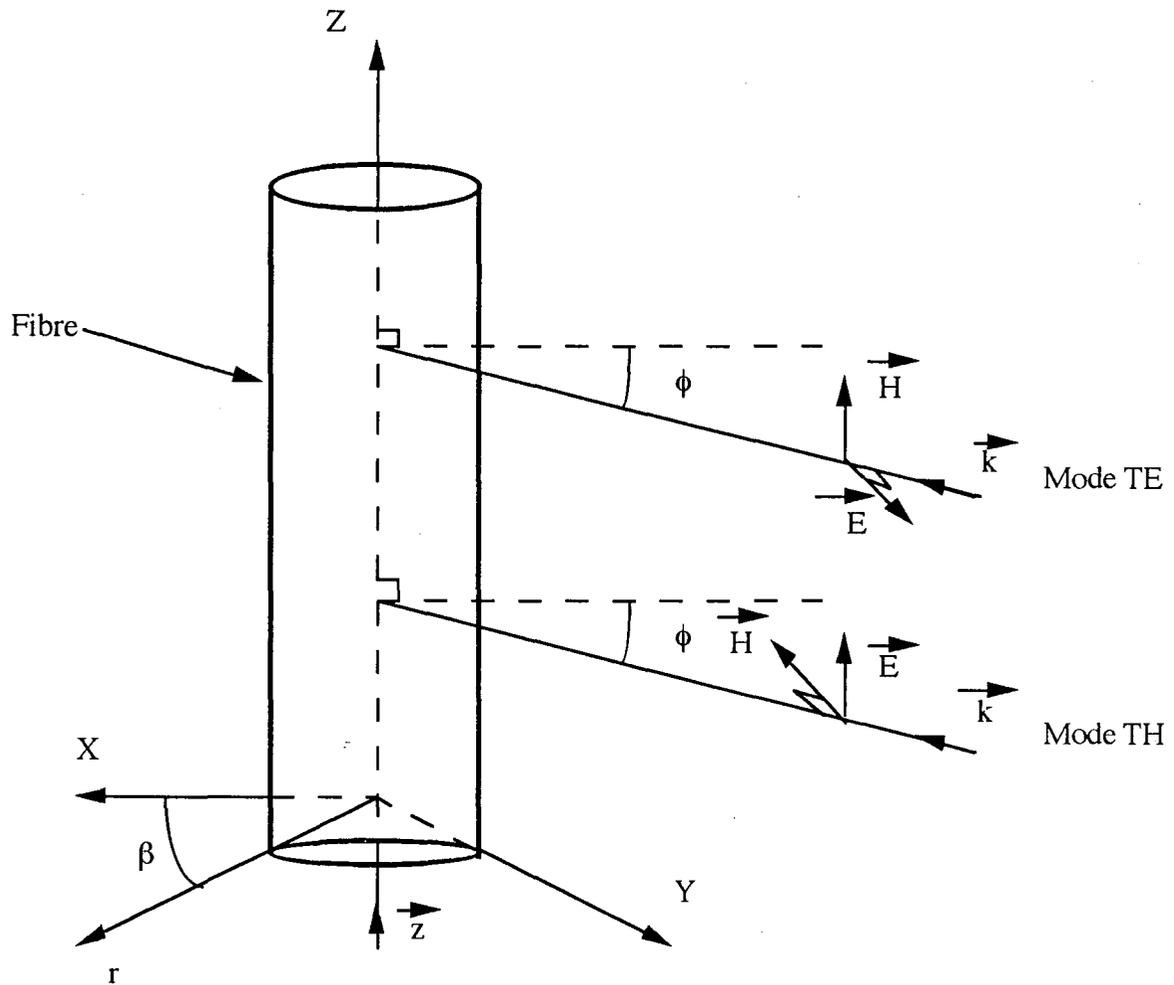
Rappelons que Lord Rayleigh avait obtenu dès 1881 la solution du problème correspondant à un rayonnement en incidence normale sur un cylindre homogène infini.

En ce qui concerne les ordres de grandeurs des différentes dimensions intervenant, rappelons que le diamètre des fibres est de l'ordre du  $\mu\text{m}$ , la longueur d'onde également, alors que la longueur des fibres est de plusieurs millimètres; l'hypothèse concernant la longueur infinie du cylindre est par conséquent justifiée. Par contre, il s'avère insuffisant d'utiliser des résultats en incidence normale uniquement. Nous rapportons donc par la suite, les travaux de Kerker (1) et de Lind et Greenberg (2) concernant des résultats obtenus en incidence oblique.

Dans ce paragraphe, la fibre est considérée comme un matériau de constante diélectrique  $\epsilon$ , de perméabilité magnétique  $\mu$ , sous la forme d'un cylindre de longueur infinie et de rayon  $r_0$ . Considérons une onde électromagnétique de longueur d'onde  $\lambda$ , se propageant selon une direction faisant un angle  $\phi$  avec la normale au cylindre. Scindons cette onde en deux composantes notées TH et TE (Figure II-A1).

Dans le cas TH, le champ magnétique est perpendiculaire au plan défini par le vecteur d'onde :  $\mathbf{k}$  et le vecteur selon lequel est orientée la fibre :  $\mathbf{z}$ ; alors que dans le cas TE, c'est le champ électrique qui est perpendiculaire à ce plan.

Quel que soit l'état de polarisation de l'onde incidente, nous pourrons toujours grâce à une décomposition travailler sur des ondes polarisées simples.



**Figure II-A1:** Modes de polarisation d'une onde en incidence sur une fibre.

Les vecteurs "champ" vérifient les équations de Maxwell que nous pouvons écrire dans le cas d'un milieu homogène non chargé :

$$\begin{cases} \operatorname{div} \mathbf{E} = 0 \\ \operatorname{div} \mathbf{H} = 0 \\ \operatorname{rot} \mathbf{E} = -\mu \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t} \\ \operatorname{rot} \mathbf{H} = \varepsilon \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} \end{cases} \quad (\text{A1})$$

De ce système, nous en déduisons les équations de propagation des champs :

$$\begin{cases} \Delta \mathbf{E} = \varepsilon \mu \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2} \\ \Delta \mathbf{H} = \varepsilon \mu \frac{\partial^2 \mathbf{H}}{\partial t^2} \end{cases} \quad (\text{A2})$$

Considérant que ces champs varient en fonction du temps selon la forme  $e^{-i\omega t}$ , nous avons finalement :

$$\begin{cases} \Delta \mathbf{E} + k^2 \mathbf{E} = 0 \\ \Delta \mathbf{H} + k^2 \mathbf{H} = 0 \end{cases} \quad \text{où } k^2 = \omega^2 \varepsilon \mu \quad (\text{A3})$$

Il s'agit alors de résoudre ces équations avec pour conditions aux limites, la continuité des composantes tangentielles de  $\mathbf{E}$  et  $\mathbf{H}$  à l'interface milieu-air. Nous allons construire la solution à partir de vecteurs satisfaisant aux différentes conditions.

Soient les deux vecteurs  $\mathbf{M}$  et  $\mathbf{N}$  définis par :

$$\begin{cases} \mathbf{M}_\psi = \text{rot}(\psi \mathbf{z}) \\ \mathbf{N}_\psi = \frac{\text{rot} \mathbf{M}_\psi}{k} \end{cases} \quad (\text{A4})$$

où  $\psi$  est un potentiel scalaire vérifiant l'équation de propagation :

$$\Delta \psi + k^2 \psi = 0 \quad (\text{A5})$$

La solution de (A5) peut être obtenue par la méthode de séparation des variables en écrivant :

$$\psi_n = Z(z) \cdot R_n(r) \cdot B(\beta) \quad (\text{A6})$$

En remplaçant  $\psi_n$  par sa forme à variable séparée dans l'équation (A5) en coordonnées cylindriques, nous obtenons le système :

$$\begin{cases} r \frac{d}{dr} \left[ r \frac{dR_n(r)}{dr} \right] + [(k_0^2 - h^2)r^2 - n^2] R_n(r) = 0 \\ \frac{d^2 B(\beta)}{d\beta^2} + n^2 B(\beta) = 0 \\ \frac{d^2 Z(z)}{dz^2} + h^2 Z(z) = 0 \end{cases} \quad (\text{A7})$$

où  $n \in \mathbb{Z}$  et où  $h = k_0 \sin \phi$ , avec  $k_0$  désignant la valeur de  $k$  dans le vide.

La première équation du système (A7) a pour solution des fonctions de Bessel de première et de deuxième espèce :  $J_n$  et  $Y_n$ .

Les solutions du système (A3) sont alors établies pour les deux cas  $r < r_0$  et  $r > r_0$ ; nous pouvons ensuite écrire  $\mathbf{E}$  et  $\mathbf{H}$  comme des combinaisons de vecteurs  $\mathbf{M}_\psi$  et  $\mathbf{N}_\psi$  définis en (A4), pour des potentiels  $U$  et  $V$  :

$$\begin{cases} \mathbf{E} = \mu (\mathbf{M}_V + i\mathbf{N}_U) \\ \mathbf{H} = \varepsilon (-\mathbf{M}_U + i\mathbf{N}_V) \end{cases} \quad (\text{A8})$$

avec, selon  $r$  et le mode TH ou TE,  $U$  et  $V$  tels qu'ils sont décrits par Kerker ou Lind et Greenberg.

Les lecteurs intéressés trouveront également une description complète de la résolution dans le mémoire de thèse de G. Guilbert (8), notamment en ce qui concerne le travail de Lind et Greenberg (2) qui donnent des résultats directement applicables numériquement.

Parmi ces résultats, les paramètres essentiels, dans la mesure où ils interviennent de façon explicite dans la suite du calcul, sont les coefficients  $a_n$  et  $b_n$ . Ils sont obtenus par application des conditions aux limites dans la résolution de (A7) et nous donnons ici l'expression que nous avons utilisée pour notre modèle :

$$\begin{aligned} a_{nE} &= i.n. \sin \phi .S.R_n. \{ [B_n(\mu) - A_n(\mu)] / \Delta_n \} \\ b_{nE} &= R_n . \{ [A_n(\mu).B_n(\epsilon) - n^2.S^2.\sin^2\phi ] / \Delta_n \} \\ a_{nH} &= R_n . \{ [A_n(\epsilon).B_n(\mu) - n^2.S^2.\sin^2\phi ] / \Delta_n \} \\ b_{nH} &= - a_{nE} \end{aligned} \quad (A9)$$

avec :  $u = k_o.(\epsilon/\epsilon_o - \sin^2\phi)^{1/2}$  ;  $v = k_o. \cos \phi$  ;  $i$  est le complexe tel que  $i^2 = -1$  ;

$$S = \frac{1}{u^2} - \frac{1}{v^2} ;$$

$$R_n = J_n(v) / H_n(v)$$

où  $H_n$  désigne la fonction de Hankel de deuxième espèce et d'ordre  $n$  telle que:

$$H_n(x) = J_n(x) - i Y_n(x) ;$$

$$A_n(x) = [H_n'(v) / v.H_n(v)] - x. [J_n'(u) / u.J_n(u)] ;$$

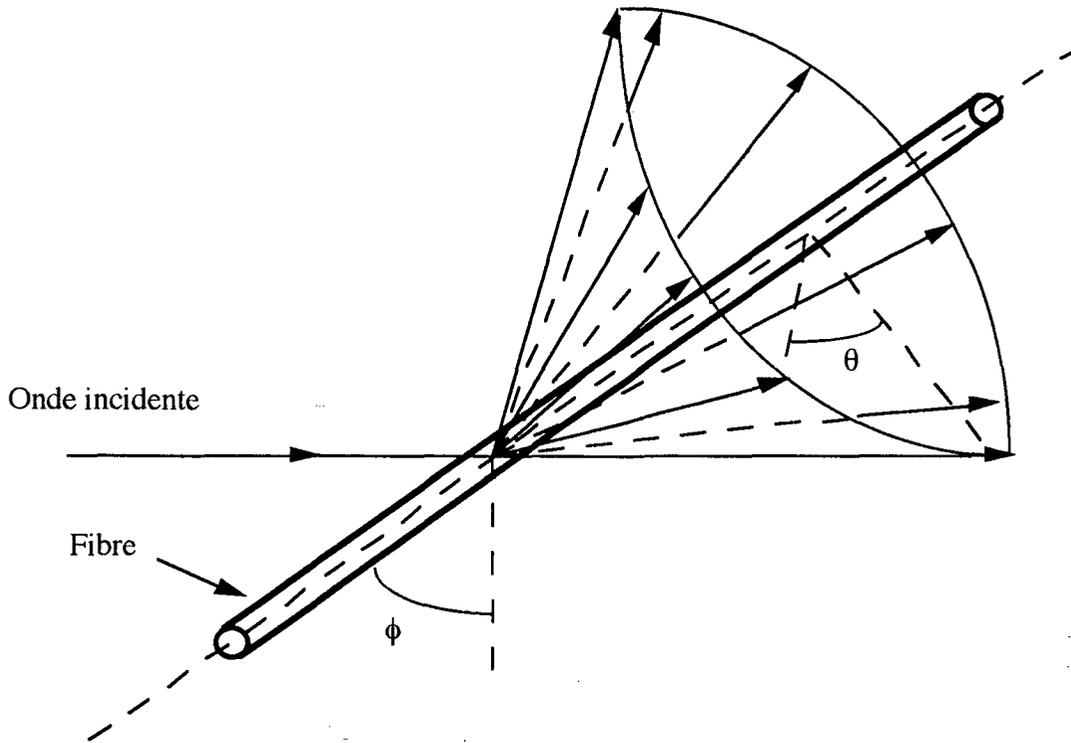
$$B_n(x) = [J_n'(v) / v.J_n(v)] - x. [J_n'(u) / u.J_n(u)] ;$$

$$\Delta_n = A_n(\epsilon).A_n(\mu) - n^2.S^2.\sin^2\phi .$$

A ce stade, nous connaissons les caractéristiques du champ électromagnétique, et notamment pour le cas qui nous intéresse : loin du cylindre.

A partir du vecteur de Poynting  $\mathbf{S} = \mathbf{E}_\perp \wedge \mathbf{H}$ , caractérisant le transfert d'énergie électromagnétique, nous pouvons alors déterminer les propriétés radiatives du cylindre.

Concrètement, une onde incidente arrivant avec un angle  $\phi$  par rapport à la normale au cylindre, est diffusée selon un cône tel qu'il est décrit sur la figure II-A2, dont l'angle d'ouverture est  $(\pi-2\phi)$ .



**Figure II-A2:** Diffusion d'une onde par une fibre  
Cône de diffusion selon Kerker.

Appelons  $q_i$  le flux d'énergie du rayonnement incident et  $q_s$  le taux d'énergie diffusée par unité de temps, de longueur de cylindre et d'angle d'observation  $\theta$ , d'après Van de Hulst (3), nous pouvons écrire :

$$q_s = \frac{\lambda}{\pi^2} i(\theta) q_i \quad (\text{A10})$$

où  $i(\theta)$  est une fonction de distribution unitaire.

La décomposition de l'onde incidente selon deux modes de polarisation, TH et TE, et le fait qu'en incidence oblique, il existe des modes croisés correspondant à la conversion partielle d'ondes TE en ondes TH et inversement, imposent la définition de quatre composantes pour  $i(\theta)$  que nous pouvons exprimer simplement à partir des coefficients  $a_n$  et  $b_n$ . Nous obtenons :

$$\begin{aligned} i_{EE}(\theta) &= \left| a_{0E} + 2 \sum_{n=1}^{\infty} a_{nE} \cos(n\theta) \right|^2 \\ i_{EH}(\theta) &= \left| 2 \sum_{n=1}^{\infty} b_{nE} \sin(n\theta) \right|^2 \\ i_{HE}(\theta) &= \left| 2 \sum_{n=1}^{\infty} a_{nH} \sin(n\theta) \right|^2 \\ i_{HH}(\theta) &= \left| b_{0H} + 2 \sum_{n=1}^{\infty} b_{nH} \cos(n\theta) \right|^2 \end{aligned} \quad (\text{A11})$$

Pour chaque composante, le premier indice indique la polarisation incidente et le second la polarisation de l'onde diffusée.

$$\text{Pour une onde incidente non polarisée, nous avons : } q_i = \frac{q_{iE} + q_{iH}}{2} \quad (\text{A12})$$

Par conséquent, en écrivant l'équation (A9) sous la forme d'un système mettant en évidence les différents modes de polarisation, nous obtenons :

$$i(\theta) = \frac{1}{2} ( i_{EE}(\theta) + i_{EH}(\theta) + i_{HE}(\theta) + i_{HH}(\theta) ) \quad (\text{A13})$$

Cette grandeur, qui dépend également de l'angle d'incidence  $\phi$ , est fondamentale puisqu'elle caractérise la répartition de l'énergie diffusée.

Recherchons à présent la part d'énergie lumineuse diffusée par une longueur unitaire de fibre, nous obtenons l'expression de la section efficace de diffusion :

$$C_{s\lambda}(\phi) = \frac{q}{q_i} = \frac{\lambda}{\pi^2} \int_0^{2\pi} i(\theta, \phi) d\theta \quad (\text{A14})$$

(  $q$  désigne ici le flux d'énergie diffusée et s'obtient par la sommation de tous les  $q_s$  définis en (A9)).

Pour des raisons de symétrie, nous pouvons limiter l'intégration en  $\theta$  au domaine  $[0; \pi]$  en utilisant  $i(\theta, \phi) = i(-\theta, \phi)$  :

$$C_{s\lambda}(\phi) = \frac{2\lambda}{\pi^2} \int_0^{\pi} i(\theta, \phi) d\theta \quad (\text{A15})$$

En normant par la surface projetée d'une longueur unitaire de cylindre, qui est  $2r_0$ , nous obtenons l'efficacité de diffusion :

$$Q_{s\lambda}(\phi) = \frac{2}{\pi\alpha} \int_0^{\pi} i(\theta, \phi) d\theta \quad (\text{A16})$$

avec  $\alpha = \frac{2\pi r_0}{\lambda}$  désignant le paramètre de taille.

Pour la caractérisation de l'extinction, nous utilisons le théorème optique appliqué au cas d'un cylindre, qui conduit à :

$$\text{- Mode TH: } C_{e\lambda H}(\phi) = \frac{2\lambda}{\pi} \operatorname{Re}( a_{0H} + 2 \sum_{n=1}^{\infty} a_{nH} ) \quad (\text{A17a})$$

$$\text{- Mode TE: } C_{e\lambda E}(\phi) = \frac{2\lambda}{\pi} \operatorname{Re}( b_{0E} + 2 \sum_{n=1}^{\infty} b_{nE} ) \quad (\text{A17b})$$

Pour une incidence non polarisée, nous pouvons alors définir la section efficace d'extinction par la relation :

$$C_{e\lambda}(\phi) = \frac{C_{e\lambda E}(\phi) + C_{e\lambda H}(\phi)}{2} \quad (\text{A18})$$

De plus, comme précédemment l'efficacité d'extinction se calcule avec :

$$Q_{e\lambda}(\phi) = \frac{C_{e\lambda}(\phi)}{2r_0} \quad (\text{A19})$$

Les relations (A15) et (A18) nous permettent donc de caractériser l'interaction onde-matière pour une fibre unique. Il reste alors, à ce niveau, à intégrer les propriétés obtenues sur un ensemble de fibres représentant le milieu.

D'un point de vue numérique, le premier travail consiste à calculer les coefficients  $a_n$  et  $b_n$ , pour toutes les incidences possibles, ce qui nécessite la programmation des fonctions de Bessel en variable complexe \*. Ensuite, le calcul des efficacités est immédiat.

\* La détermination de  $J_n$  et de  $Y_n$  est la difficulté principale. Pour le calcul, nous utilisons leur décomposition en série, les différents termes recherchés sont alors obtenus par récurrence - Kuntzman (45) -. Il s'agit par conséquent d'un calcul approché qui est parfaitement valable dans la gamme de paramètres  $\alpha$  nous concernant (classiquement  $[0,1;15]$  ).

Il faut néanmoins garder à l'esprit qu'une extension de ce mode de calcul à d'autres ordres de grandeur de  $\alpha$ , peut conduire à des aberrations. D'autre part, il existe d'autres méthodes, notamment pour  $\alpha$  petit où des approximations sont possibles en développant les coefficients en puissance de  $\alpha$ , et pour  $\alpha$  grand où les hypothèses de l'optique géométrique sont acceptables.

## ANNEXE 2 : RESOLUTION DU PROBLEME $\xi_s = f(\theta, \xi)$ .

Dans le but de préciser le phénomène de diffusion, nous avons établi une procédure de calcul donnant accès à des coefficients de diffusion bidirectionnels. Le principe utilisé consiste à déterminer la part diffusée selon une direction d'observation donnée  $\theta$ , puis à chercher la direction de diffusion polaire correspondante  $\xi_s$ . Cette deuxième étape est l'objet de cette annexe.

Reprenons le système (3), établi au début de ce chapitre; il indique les relations entre les différents angles. Parmi les grandeurs utilisées, nous connaissons  $(\xi, \omega, \xi_f, \omega_f, \theta)$ , il nous manque donc  $(\omega_s, \xi_s, \phi, \eta)$ . Par conséquent nous disposons d'un système de quatre équations à quatre inconnues, mais non linéaire. Pour le résoudre, nous avons choisi de réduire au maximum ce système, ce qui nous permet de ne plus avoir qu'une équation où l'inconnue est la variable qui nous intéresse :  $\xi_s$ . Cette dernière relation peut ensuite être résolue par exemple par dichotomie. Différents cas sont possibles :

### Premier cas : $\xi_f \neq 0$ .

L'équation (3a) nous donne  $\phi$ , l'équation (3d) nous donne ensuite  $\eta$ , nous avons alors d'après (3c) :

$$\cos\theta \cos^2\phi + \sin^2\phi = \sin\xi \sin\xi_s \cos(\omega - \omega_s) + \cos\xi \cos\xi_s \quad (\text{A20})$$

Pour éliminer  $\omega_s$  nous utilisons (3b) et le fait que :

$$\cos(\omega - \omega_s) = \cos(\omega_s - \omega) = \cos((\omega_s - \omega_f) + (\omega_f - \omega)) \quad (\text{A21})$$

$$\text{comme } \cos(\omega_s - \omega_f) = \frac{\sin\phi - \cos\xi_s \cos\xi_f}{\sin\xi_s \sin\xi_f} \quad (\text{A22})$$

$$\text{nous avons : } \cos(\omega - \omega_s) = \frac{\sin\phi - \cos\xi_s \cos\xi_f}{\sin\xi_s \sin\xi_f} * \cos(\omega_f - \omega) \quad (\text{A23})$$

$$- \sin(\omega_f - \omega) * \left[ \pm \sqrt{1 - \left( \frac{\sin\phi - \cos\xi_s \cos\xi_f}{\sin\xi_s \sin\xi_f} \right)^2} \right]$$

le signe  $\pm$  dépend en fait du terme  $(\omega - \omega_s)$ , c'est + si  $(\omega - \omega_s) \in [0, \pi]$  et c'est - si  $(\omega - \omega_s) \in [\pi, 2\pi]$ .

En remplaçant  $\cos(\omega - \omega_s)$  par l'expression (A23) dans la relation (A20), nous obtenons une équation où la seule variable inconnue est  $\xi_s$ , mais celle-ci apparaît encore dans deux fonctions :  $\sin \xi_s$  et  $\cos \xi_s$ .

En utilisant l'égalité :

$$\cos \xi_s = \pm \sqrt{1 - \sin^2 \xi_s} \quad (\text{A24})$$

avec un + si  $\xi_s \in [0, \frac{\pi}{2}]$  et un - si  $\xi_s \in [\frac{\pi}{2}, \pi]$ , nous obtenons finalement une équation où l'unique inconnue est:  $(\sin \xi_s)^2$ .

Posons  $X = (\sin \xi_s)^2$  et soient a,b,c,d et e les différents termes définies par :

$$\begin{aligned} a &= \frac{\sin \xi}{\sin \xi_f} \cos(\omega - \omega_f) \sin \phi - (\cos \theta \cos^2 \phi + \sin^2 \phi) \\ b &= \cos \xi - \sin \xi \cos(\omega - \omega_f) \frac{\cos \xi_f}{\sin \xi_f} \\ c &= \sin \xi \sin(\omega - \omega_f) \\ d &= \frac{\cos \xi_f}{\sin \xi_f} \\ e &= \frac{\sin \phi}{\sin \xi_f} \end{aligned} \quad (\text{A25})$$

L'équation à résoudre est alors la suivante :

$$f(X) = a \pm b\sqrt{1-X} \pm c\sqrt{X} - (e \pm d\sqrt{1-X})^2 = 0 \quad (\text{A26})$$

La résolution de cette équation (A26) donne dans chaque cas deux solutions correspondant à un angle  $\theta_1$  et à un autre  $\theta_2 = -\theta_1$  parce que c'est  $\cos \theta$  qui apparaît dans le paramètre a et que nous avons alors  $\cos \theta_1 = \cos \theta_2$ . En conséquence, il suffit de travailler sur l'intervalle  $[0, \pi]$  pour obtenir les résultats correspondant à l'ensemble du cône de diffusion.

Cas particulier  $\xi_f = \frac{\pi}{2}$ .

Il s'agit d'une configuration intéressante où les fibres sont réparties dans des plans de stratification parallèles aux frontières du milieu. Le système (A25) devient alors:

$$\begin{aligned} a &= -\cos \theta \cos^2 \phi \\ b &= \cos \xi \\ c &= \sin \xi \sin(\omega - \omega_f) \\ d &= 0 \\ e &= \sin \phi \end{aligned} \quad (\text{A27})$$

$$\text{et l'équation à résoudre est : } f(X) = a \pm b\sqrt{1-X} \pm c\sqrt{X} - e^2 = 0 \quad (\text{A28})$$

Deuxième cas :  $\xi_f = 0$ .

Dans ce cas de figure, les fibres sont réparties dans des plans perpendiculaires aux frontières du milieu. Par simplification du système de départ, nous obtenons alors :

$$\begin{cases} \sin \phi = \cos \xi \\ \sin \phi = \cos \xi_s \end{cases} \quad (\text{A29})$$

La solution de notre problème est alors  $\xi_s = \xi$ , ce que nous retrouvons physiquement en considérant la configuration du cône de diffusion, dont l'axe est Y.

Intéressons nous enfin à la résolution des différentes équations  $f(X) = 0$  par dichotomie. Deux cas de figure principaux se présentent suivant les valeurs des angles de départ  $(\xi, \xi_f, \omega_f, \theta)$ . Deux exemples sont présentés sur les figures II-A3 et II-A4.

Dans les deux cas, nous avons pris les valeurs suivantes:

$$\begin{cases} \xi_f = \frac{\pi}{4} \\ \xi = \frac{\pi}{5} \\ \omega_f = \frac{3\pi}{4} \end{cases}, \text{ donc seul } \theta \text{ varie.}$$

Sur la figure II-A3, nous avons pris  $\theta = \frac{\pi}{4}$ , les deux solutions  $\xi_{s1}$  et  $\xi_{s2}$  appartiennent à des domaines d'angles différents et nous devons donc résoudre l'équation (A26) pour deux configurations différentes en ce qui concerne le choix des signes  $\pm$ .

Nous obtenons effectivement une première solution pour X proche de 0,3 (courbe en pointillés), par résolution de l'équation :

$$f(X) = a + b\sqrt{1-X} + c\sqrt{X} - (e - d\sqrt{1-X})^2 = 0 \quad (\text{A30})$$

La deuxième solution est d'environ 0,9 et correspond à la résolution d'une seconde équation (courbe en trait plein):

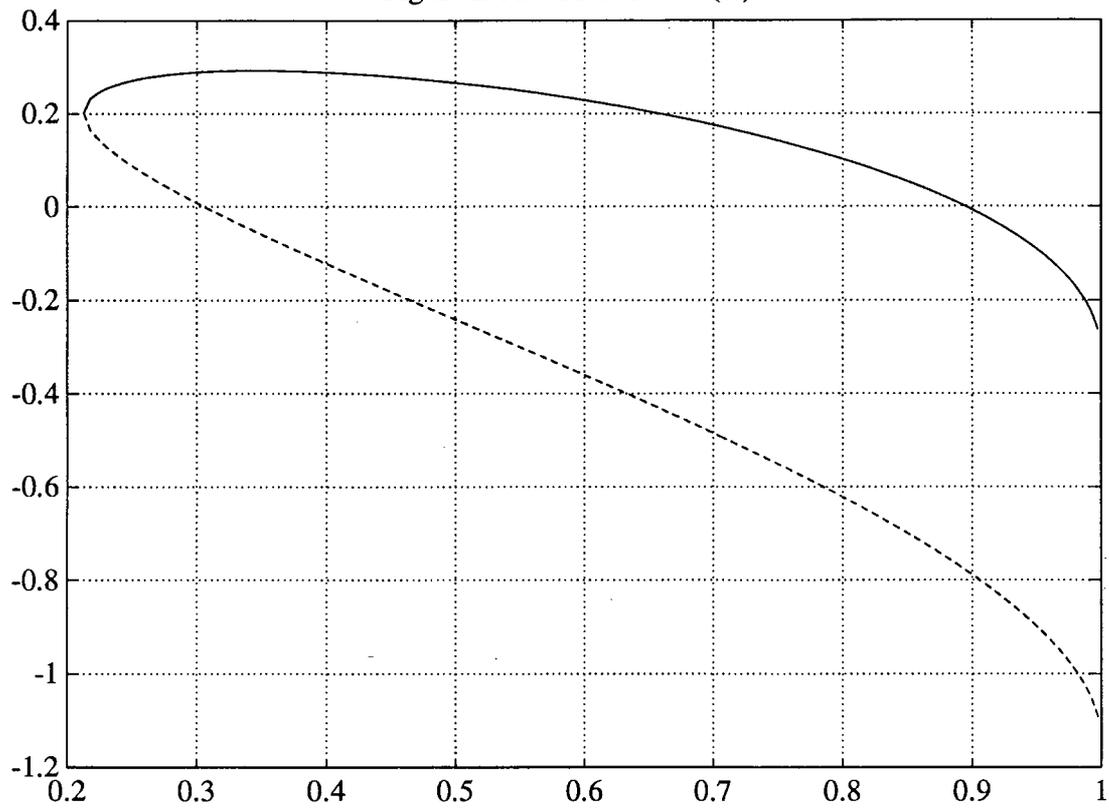
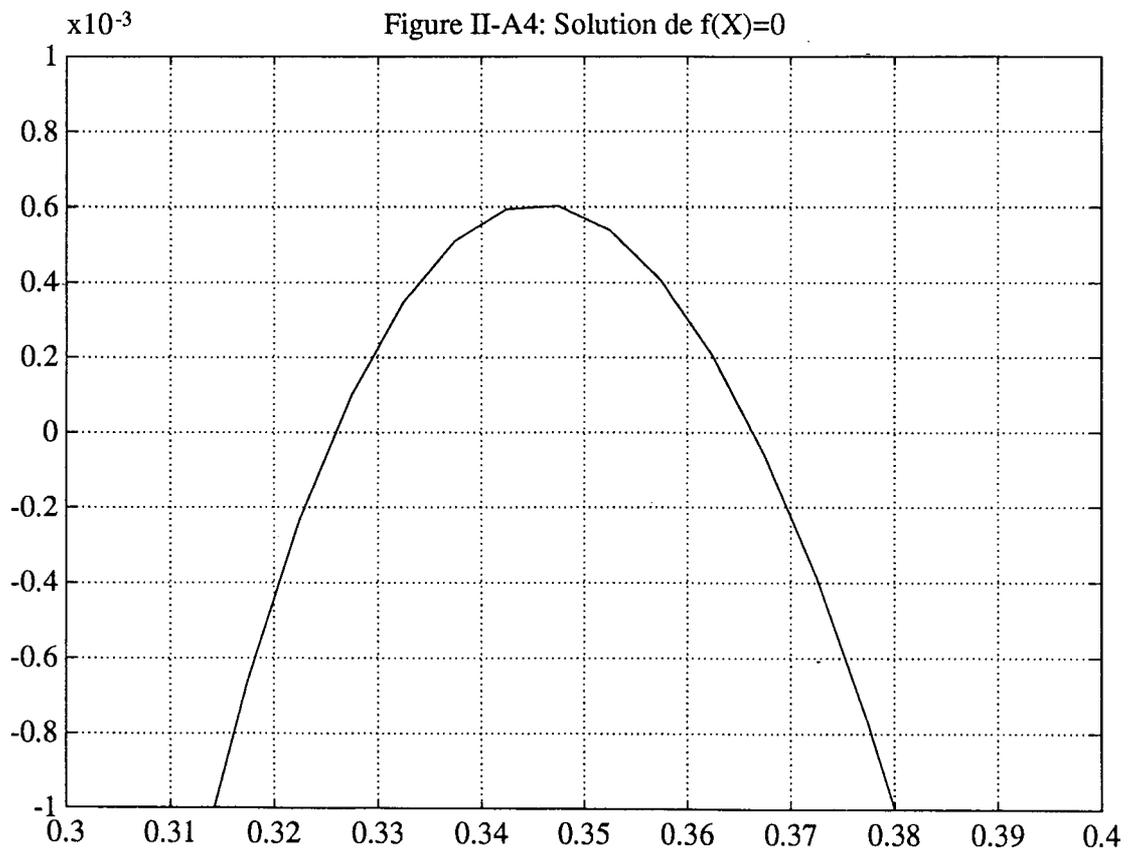
$$f(X) = a + b\sqrt{1-X} - c\sqrt{X} - (e - d\sqrt{1-X})^2 = 0 \quad (\text{A31})$$

Par contre, sur la figure II-A4, le cas où  $\theta$  est "petit" est représenté avec  $\theta = \frac{\pi}{90}$ .

Les deux solutions correspondant aux valeurs de  $\theta$  et de  $-\theta$  obtenues avec la résolution de l'équation du type (A26) sont donc très proches l'une de l'autre puisqu'il s'agit de points voisins sur le cône de diffusion; en conséquence les deux valeurs  $\xi_{s1}$  et  $\xi_{s2}$  sont obtenues dans le même domaine d'angle, donc avec la même configuration de signe, correspondant à l'équation:

$$f(X) = a + b\sqrt{1-X} - c\sqrt{X} - (e - d\sqrt{1-X})^2 = 0 \quad (\text{A32})$$

dont les solutions sont  $X=0,326$  et  $X=0,366$ .

Figure II-A3: Solution de  $f(X)=0$ Figure II-A4: Solution de  $f(X)=0$ 

## **CHAPITRE III : MODELISATION DU TRANSFERT RADIATIF**

Nous avons rappelé brièvement dans notre étude bibliographique les méthodes de travail utilisées par différents auteurs. Différentes équations régissant notre thème d'étude ont été évoquées, notamment le bilan radiatif.

Le chapitre présent s'attache à la mise en forme de ces relations et indique le cheminement qui nous a conduit à leur résolution.

Nous devons donc résoudre le problème du transfert radiatif à travers un milieu poreux, en partant de résultats connus sur les propriétés radiatives, pour calculer un flux de rayonnement .

Les différentes étapes nécessaires pour atteindre cet objectif sont:

- 1) la définition d'un bilan radiatif,
- 2) la mise en forme de ce bilan adaptée à notre problème
- 3) la résolution de ce problème, si possible sans approximation.

Concernant cette dernière phase, nous verrons deux types d'applications:

- la simulation de mesures en transmission et en réflexion à travers un échantillon mince,

- la détermination du flux de chaleur traversant un milieu semi-transparent du type isolant fibreux qui nous amènera à traiter de problèmes de transfert radiatif pur ou bien couplé avec la conduction .

### **III - 1 - DEFINITION DU BILAN RADIATIF**

Considérons un milieu absorbant, diffusant et émissif de propriétés radiatives connues.

Soit  $L_\lambda(s,\Delta,t)$  la luminance monochromatique d'un faisceau se propageant selon la direction  $\Delta$ , à l'abscisse curviligne  $s$  et au temps  $t$ . Dans le milieu, le faisceau subit des modifications contribuant au renforcement ou à l'atténuation de sa luminance. La variation de la luminance dans le temps est :

$$\frac{D}{Dt}(L_\lambda(s,\Delta,t)) = \frac{\partial}{\partial t}(L_\lambda(s,\Delta,t)) + c \cdot \frac{\partial}{\partial s}(L_\lambda(s,\Delta,t)) \quad (1)$$

où  $\frac{D}{Dt}$  désigne la dérivée particulière et  $c$  la vitesse de la lumière dans le milieu.

Vu l'ordre de grandeur de  $c$ , pour les domaines d'application nous concernant, nous pouvons négliger le terme  $\frac{\partial L_\lambda}{\partial t}$  .

Ecrivons à présent la relation traduisant la conservation de l'énergie radiative.

Soit  $E_\lambda$  l'accroissement d'énergie monochromatique par unité de volume, de temps et d'angle solide :

$$E_\lambda = \frac{\partial L_\lambda(s, \Delta, t)}{\partial s} \quad (2)$$

or, la vitesse de propagation du faisceau étant  $c$ , nous avons :  $ds = c \cdot dt$  (3)

L'équation (2) devient alors :

$$E_\lambda = \frac{1}{c} \frac{DL_\lambda(s, \Delta, t)}{Dt} \quad (4)$$

d'où d'après l'équation (1) et la remarque qui suit concernant la dépendance par rapport au temps:

$$E_\lambda = \frac{\partial L_\lambda(s, \Delta)}{\partial s} \quad (5)$$

Il reste à exprimer  $E_\lambda$  à partir des différentes interactions onde-matière présentes dans le milieu:

- Atténuation par absorption :

Soit  $\sigma_{a\lambda}(\Delta)$  le coefficient monochromatique d'absorption du milieu; l'atténuation du rayonnement par absorption dans un milieu de longueur  $ds$  est:

$$dL_\lambda(s, \Delta) = -\sigma_{a\lambda}(\Delta) L_\lambda(s, \Delta) ds \quad (6)$$

- Atténuation par diffusion :

Soit  $\sigma_{s\lambda}(\Delta)$  le coefficient monochromatique de diffusion du milieu; l'atténuation du rayonnement par diffusion dans un milieu de longueur  $ds$  est:

$$dL_\lambda(s, \Delta) = -\sigma_{s\lambda}(\Delta) L_\lambda(s, \Delta) ds \quad (7)$$

- Renforcement par diffusion :

Soit  $\sigma_{sP_\lambda}(\Delta' \rightarrow \Delta)$  le coefficient monochromatique caractéristique de la diffusion d'une onde arrivant selon la direction  $\Delta'$ , vers la direction  $\Delta$ . Le renforcement de la luminance correspondant à notre milieu de longueur  $ds$  est:

$$dL_\lambda(s, \Delta) = \frac{1}{4\pi} \int_{\Omega'=4\pi} \sigma_{sP_\lambda}(\Delta' \rightarrow \Delta) L_\lambda(s, \Delta') d\Omega' ds \quad (8)$$

$$\text{avec } \frac{1}{4\pi} \int_{\Omega'=4\pi} \sigma_{sP_\lambda}(\Delta \rightarrow \Delta') d\Omega' = \sigma_{s\lambda}(\Delta) \quad (9)$$

- Renforcement par émission propre :

Ce phénomène est lié à la température du milieu. Si l'on considère que l'on est à l'équilibre thermodynamique local, en utilisant la loi de Kirchhoff, le renforcement par émission propre pour un milieu de longueur  $ds$  peut s'écrire :

$$dL_\lambda(s, \Delta) = \sigma_{e\lambda}(\Delta) L_{o\lambda}(T(s)) ds \quad (10)$$

où  $L_{o\lambda}(T)$  est la luminance du corps noir à la température  $T$ , exprimée d'après la loi de Planck.

(Remarque : les propriétés radiatives sont considérées constantes lorsque  $s$  varie, cela est tout à fait vrai pour les applications qui nous concernent où les milieux étudiés peuvent être représentés par un milieu équivalent homogène).

Reprenant le bilan (5), à partir des relations (6),(7),(8) et (10) , nous obtenons l'expression du bilan radiatif:

$$\frac{dL_\lambda(s,\Delta)}{ds} = \sigma_{a\lambda}(\Delta) L_{o\lambda}(T(s)) - (\sigma_{a\lambda}(\Delta) + \sigma_{s\lambda}(\Delta)) L_\lambda(s,\Delta) + \frac{1}{4\pi} \int_{\Omega'=4\pi} \sigma_s P_\lambda (\Delta' \rightarrow \Delta) L_\lambda(s,\Delta') d\Omega' ds \quad (11)$$

Une écriture couramment utilisée met en évidence un terme source d'énergie radiative  $S_\lambda(s,\Delta)$  tel que :

$$\frac{dL_\lambda(s,\Delta)}{ds} + \sigma_{e\lambda}(\Delta) L_\lambda(s,\Delta) = S_\lambda(s,\Delta) \quad (12)$$

$$\text{avec } S_\lambda(s,\Delta) = \sigma_{a\lambda}(\Delta) L_{o\lambda}(T(s)) + \frac{1}{4\pi} \int_{\Omega'=4\pi} \sigma_s P_\lambda (\Delta' \rightarrow \Delta) L_\lambda(s,\Delta') d\Omega' ds \quad (13)$$

et où nous avons introduit le coefficient monochromatique dit d'extinction, traduisant l'atténuation totale du rayonnement dans le milieu et défini par :

$$\sigma_{e\lambda}(\Delta) = \sigma_{a\lambda}(\Delta) + \sigma_{s\lambda}(\Delta) \quad (14)$$

La relation (11) - ou (12) - est valable pour tout type de milieu semi-transparent absorbant, diffusant et émissif. Il nous reste donc à l'adapter à notre cas particulier qui concerne un milieu plan dont deux dimensions sont prépondérantes devant la troisième.

### III - 2 - BILAN POUR UN MILIEU A FACES PARALLELES

Considérons un milieu plan à faces parallèles (figure III-1).

Les dimensions suivant les directions X et Z sont très "grandes" devant la dimension correspondant à la direction Y, cela nous permet de considérer le problème unidirectionnel et de ne prendre en compte que le transfert selon la direction Y sans perte de validité. Dans ces conditions, nous avons:

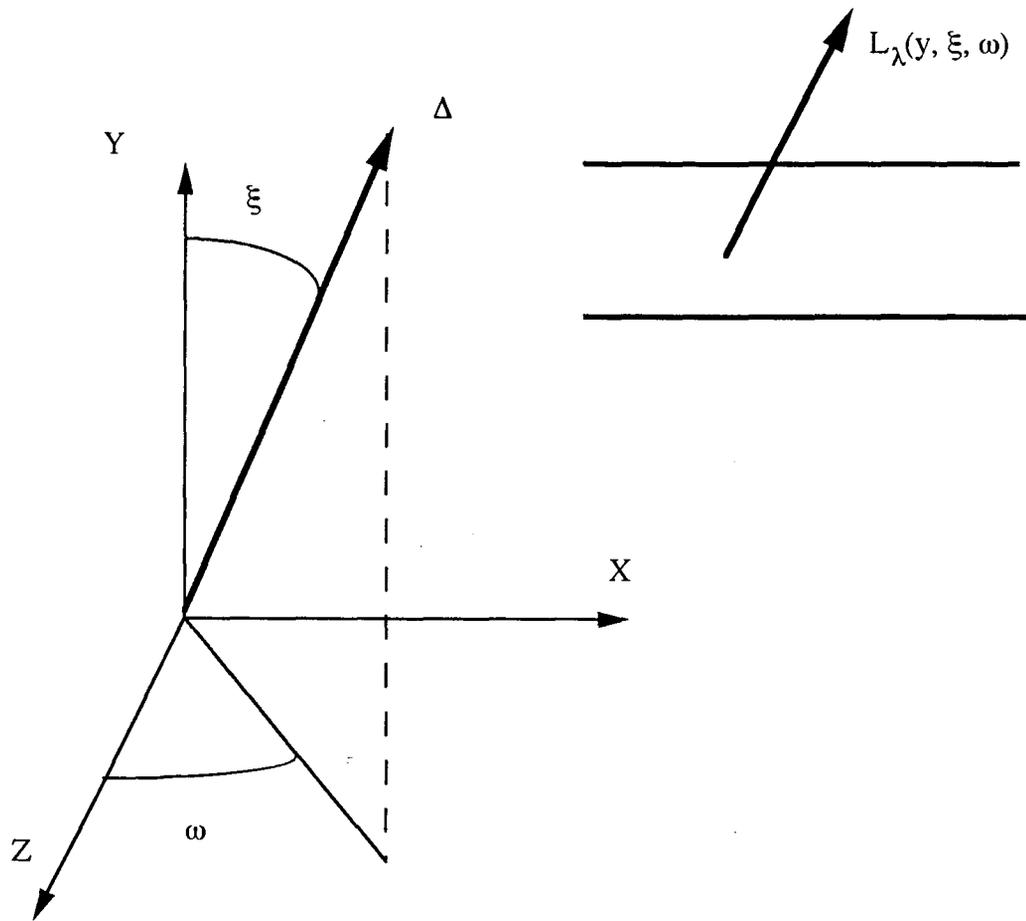
$$\frac{d}{ds} = \frac{\partial}{\partial y} * \frac{\partial y}{\partial s} \quad (15)$$

$$\text{d'où en posant } \mu = \cos \xi : \frac{d}{ds} = \mu \frac{\partial}{\partial y} \quad (16)$$

Le bilan (11) devient alors dans notre cas :

$$\mu \frac{dL_\lambda(y,\omega,\mu)}{dy} = \sigma_{a\lambda}(\omega,\mu) L_{o\lambda}(T(y)) - \sigma_{e\lambda}(\omega,\mu) L_\lambda(y,\omega,\mu) + \frac{1}{4\pi} \int_0^{2\pi} \int_{-1}^1 \sigma_s P_\lambda ((\omega',\mu') \rightarrow (\omega,\mu)) L_\lambda(y,\omega',\mu') d\mu' d\omega' \quad (17)$$

Intéressons nous maintenant au problème du transfert radiatif à travers un milieu fibreux. Il est nécessaire de préciser la morphologie du milieu pour modéliser les différents phénomènes. Dans les applications qui nous intéressent, il existe, sauf exception, une constante: l'isotropie azimutale dans la répartition des fibres.



**Figure III-1:** Description du milieu

Cela nous permet de nous affranchir de la variable  $\omega$  en utilisant des propriétés radiatives moyennées selon toutes les directions de fibre. Réécrivons le bilan radiatif dans ce cas :

$$\mu \frac{dL_\lambda(y, \mu)}{dy} = \sigma_{a\lambda}(\mu) L_{o\lambda}(T(y)) - \sigma_{e\lambda}(\mu) L_\lambda(y, \mu) + \frac{1}{2} \int_{-1}^{+1} \sigma_s P_\lambda(\mu' \rightarrow \mu) L_\lambda(y, \mu') d\mu' \quad (18)$$

La relation (18) présente le bilan radiatif tel que nous l'utiliserons dans la suite de notre étude. Il s'agit d'une équation intégro-différentielle non-homogène où apparaissent deux inconnues: le champ de luminance et le champ de température.

Pour résoudre ce problème nous avons deux possibilités: faire une hypothèse sur le champ de température (en fixant le gradient de température constant par exemple) ou établir une seconde relation faisant intervenir les deux variables  $L_\lambda$  et  $T$ . Cette seconde équation peut être tirée de la loi de conservation de l'énergie. En régime permanent et en l'absence de source d'énergie, elle peut s'écrire:

$$\text{div}(\mathbf{Q}) = 0 \quad \text{où } \mathbf{Q} \text{ désigne le vecteur densité de flux total.} \quad (19)$$

Deux cas nous intéressent plus particulièrement:

- le problème de transfert radiatif pur qui impose:

$$\text{div}(\mathbf{Q}_r) = 0 \text{ ou encore } \mathbf{Q}_r(y) = \text{cste} \quad (20)$$

$\mathbf{Q}_r$  désignant le vecteur densité de flux de transfert de chaleur par rayonnement ;

- le problème de transfert radiatif couplé avec la conduction où le bilan d'énergie devient:

$$\text{div}(\mathbf{Q}_c + \mathbf{Q}_r) = 0 \quad (21)$$

$\mathbf{Q}_c$  correspondant au flux de transfert par conduction.

La forme généralement adoptée pour exprimer ces flux est:

$$\mathbf{Q}_c = -\lambda_c \mathbf{grad}(T) \quad (22)$$

$$\text{et } \mathbf{Q}_r(y) = \int_0^\infty \mathbf{Q}_{r\lambda}(y) d\lambda \quad (23)$$

où  $\mathbf{Q}_{r\lambda}(y)$  désigne la densité de flux radiatif monochromatique, se propageant selon la direction  $Y$ , dont le module est tel que:

$$Q_{r\lambda}(y) = 2\pi \int_{-1}^{+1} L_\lambda(y, \mu) \mu d\mu \quad (24)$$

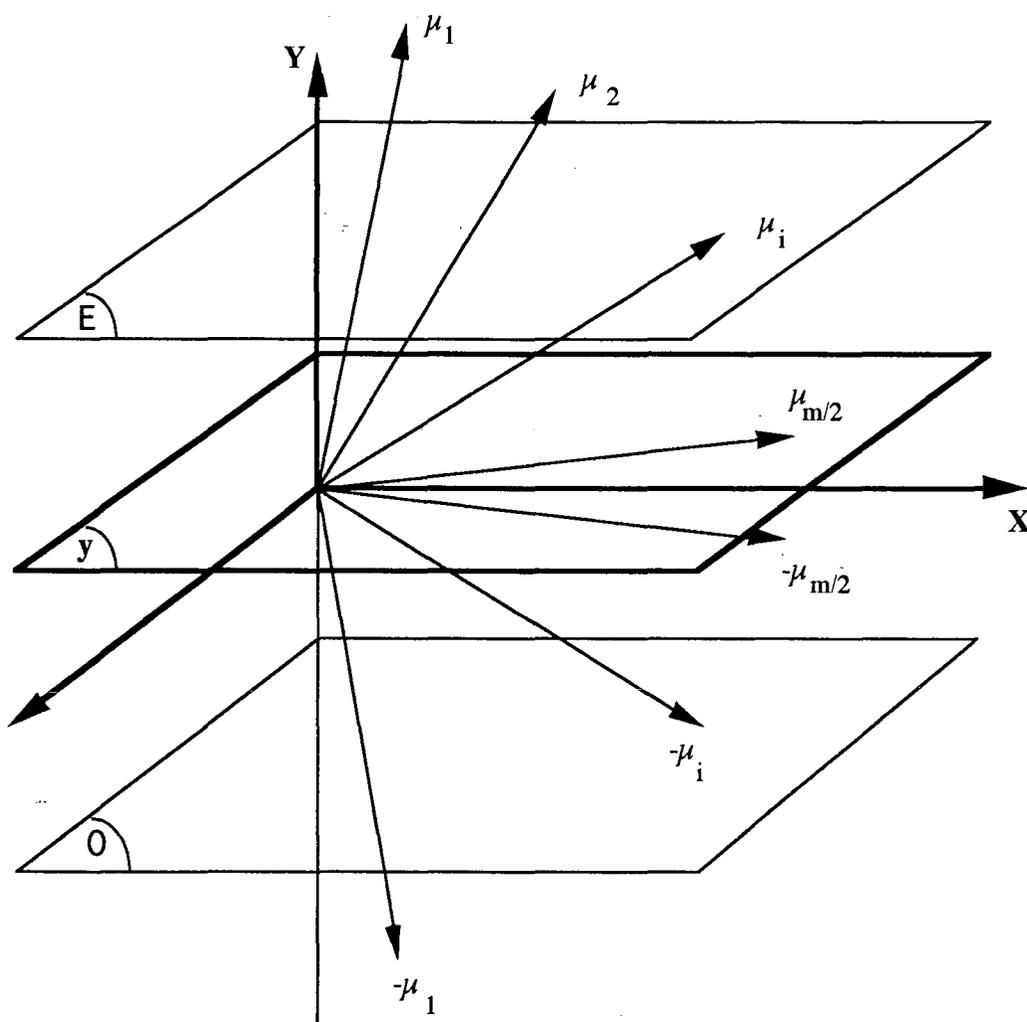
Les systèmes d'équations ((18)+(20)) ou ((18)+(21)) permettent donc la résolution du problème de transfert puisqu'il s'agit de systèmes de deux équations à deux inconnues.

Nous allons d'abord étudier le problème du transfert par rayonnement seul puis nous aborderons la résolution du système ((18)+(21)) qui simule le transfert de chaleur tel qu'il se pose à la température ambiante et à la pression atmosphérique dans les matériaux fibreux.

### III - 3 - RESOLUTION DU BILAN RADIATIF

Il est certain que la résolution théoriquement possible est très difficile parce que la luminance est une grandeur monochromatique et directionnelle qui apparaît en plus dans le terme intégral. Cela impose donc d'avoir recours à des artifices de calcul que nous utiliserons en prenant garde de ne pas perdre de précision au niveau de nos résultats finaux.

Commençons par éliminer l'intégrale. Pour cela nous utilisons une discrétisation de l'espace selon des directions définies  $\mu_i$ , comme il est indiqué sur la figure III.2, représentant un milieu plan d'épaisseur  $E$  - vue l'hypothèse de l'isotropie azimutale, la variable  $\omega$  joue aucun rôle dans notre discrétisation -.



**Figure III-2 :** Discrétisation de l'espace.

Pour  $m$  directions de discrétisation, le bilan radiatif (18) devient:

$$\mu_i \frac{dL_\lambda(y, \mu_i)}{dy} = \sigma_{a\lambda}(\mu_i) L_{o\lambda}(T(y)) - \sigma_{e\lambda}(\mu_i) L_\lambda(y, \mu_i) + \sum_{j=1}^m (P_\lambda(\mu_j \rightarrow \mu_i) L_\lambda(y, \mu_j)) \quad (25)$$

où le terme  $P_\lambda(\mu_j \rightarrow \mu_i)$  est tel que :

$$\sum_{j=1}^m P_\lambda(\mu_j \rightarrow \mu_i) = \frac{1}{2} \int_{-1}^{+1} \sigma_s P_\lambda(\mu' \rightarrow \mu_i) d\mu' = \sigma_{s\lambda}(\mu_i) \quad (26)$$

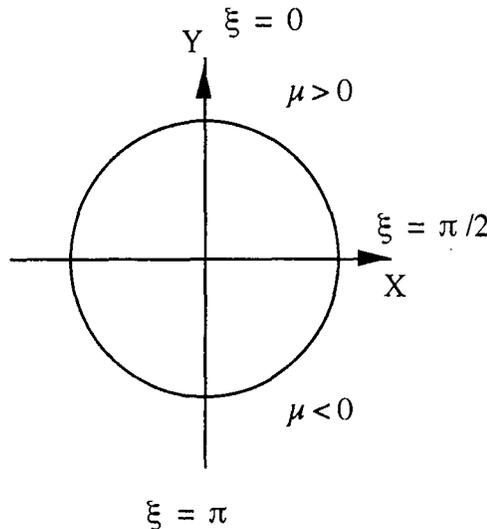
$P_\lambda$  englobe donc à la fois la notion de géométrie de diffusion et de poids d'intégration lié à la discrétisation. La validité de la relation (25) est conditionnée par la capacité de la somme discrète à représenter le terme intégral. Il est donc nécessaire de sélectionner les directions  $\mu_i$  selon un critère mathématique tel que celui de Gauss par exemple ou bien, si les directions sont choisies avec un pas régulier, de prendre  $m$  suffisamment grand pour avoir une bonne précision numérique.

Le bilan radiatif mis sous sa forme discrétisée est à présent un système d'équations différentielles non-homogènes plus facile à résoudre et que nous pouvons mettre sous forme matricielle.

De façon similaire au découpage selon deux hémisphères utilisé dans la méthode dite des deux flux, séparons le champ de luminance en deux en posant :

$$\begin{aligned} L_\lambda^+(y) &= [L_\lambda(y, \mu_i)] && \text{pour } \mu_i > 0 \\ L_\lambda^-(y) &= [L_\lambda(y, \mu_i)] && \text{pour } \mu_i < 0 \end{aligned} \quad (27)$$

avec la configuration décrite sur la figure suivante, en ce qui concerne le découpage en deux hémisphères.



$L_{\lambda}^{+}(y)$  et  $L_{\lambda}^{-}(y)$  sont donc des vecteurs colonnes de  $\frac{m}{2}$  éléments chacun. Cette représentation a reçu la dénomination de *modèle deux courants* - "two-streams" - et la luminance n'est pas constante sur chaque hémisphère comme dans un modèle deux flux.

Le calcul des propriétés radiatives du milieu - présenté au chapitre précédent - met en évidence différentes symétries que nous allons utiliser afin de simplifier au maximum notre écriture matricielle .

Que ce soit dans le cas de fibres stratifiées dans des plans parallèles aux frontières ou réparties de façon isotrope, nous avons:

$$1) \quad \sigma_{\lambda}(\mu_i) = \sigma_{\lambda}(-\mu_i) \quad (28)$$

(propriété des coefficients valable aussi bien pour l'absorption que pour la diffusion et l'extinction )

$$2) \quad P_{\lambda}(\mu_j \rightarrow \mu_i) = P_{\lambda}(\mu_i \rightarrow \mu_j) \quad (29a)$$

$$P_{\lambda}(\mu_j \rightarrow -\mu_i) = P_{\lambda}(-\mu_j \rightarrow \mu_i) \quad (29b)$$

Conformément à la figure III-2 réécrivons  $L_{\lambda}^{+}(y)$  et  $L_{\lambda}^{-}(y)$ .

$$L_{\lambda}^{+}(y) = [L_{\lambda}(y, \mu_i)] \quad \text{pour } i \text{ de } 1 \text{ à } \frac{m}{2} \quad (30)$$

$$L_{\lambda}^{-}(y) = [L_{\lambda}(y, -\mu_i)] \quad \text{pour } i \text{ de } 1 \text{ à } \frac{m}{2}$$

Soit M la matrice carrée ( $\frac{m}{2} * \frac{m}{2}$ ) d'éléments  $M_{ij}$  tels que :

$$M_{ij} = \mu_i \delta_{ij} \quad \text{pour } i \text{ et } j \text{ variant de } 1 \text{ à } \frac{m}{2} \quad (31)$$

( avec  $\delta_{ij} = 1$  si  $i = j$  et  $\delta_{ij} = 0$  si  $i \neq j$  )

Soit  $P_1$  la matrice carrée ( $\frac{m}{2} * \frac{m}{2}$ ) d'éléments  $P_{1ij}$  tels que :

$$P_{1ij} = P_{\lambda}(\mu_i \rightarrow \mu_j) \quad \text{pour } i \text{ et } j \text{ variant de } 1 \text{ à } \frac{m}{2} \quad (32a)$$

De même, soit  $P_2$  définie par :

$$P_{2ij} = P_{\lambda}(\mu_i \rightarrow -\mu_j) \quad \text{pour } i \text{ et } j \text{ variant de } 1 \text{ à } \frac{m}{2} \quad (32b)$$

Définissons  $S_{0\lambda}^{+}$  et  $S_{0\lambda}^{-}$ , deux vecteurs colonnes représentant l'émission propre dans le milieu sur chaque hémisphère :

$$S_{0\lambda}^{+}(y) = \left[ \frac{\sigma_{al}(\mu_i)}{\mu_i} L_{0\lambda}(T(y)) \right] ; i \text{ de } 1 \text{ à } \frac{m}{2} \quad (33a)$$

$$S_{0\lambda}^{-}(y) = \left[ \frac{\sigma_{al}(-\mu_i)}{-\mu_i} L_{0\lambda}(T(y)) \right] ; i \text{ de } 1 \text{ à } \frac{m}{2} \quad (33b)$$

Enfin, soit  $\Sigma_{e\lambda}$  la matrice carrée ( $\frac{m}{2} * \frac{m}{2}$ ) d'éléments :

$$\Sigma_{e\lambda ij} = \frac{\sigma_{e\lambda}(\mu_i)}{\mu_i} \cdot \delta_{ij} \quad (34)$$

Nous pouvons alors réécrire le bilan (25) sous forme matricielle :

$$\frac{dL_\lambda(y)}{dy} = A_\lambda \cdot L_\lambda(y) + S_{o\lambda}(y) \quad (35)$$

$$\text{avec: } L_\lambda(y) = \begin{bmatrix} L_{\lambda^+}(y) \\ L_{\lambda^-}(y) \end{bmatrix} \quad \text{et} \quad S_{o\lambda}(y) = \begin{bmatrix} S_{o\lambda^+}(y) \\ S_{o\lambda^-}(y) \end{bmatrix} \quad (36a)$$

où  $A_\lambda$  est une matrice carrée ( $m * m$ ) telle que :

$$A_\lambda = \begin{bmatrix} M^{-1}P_1 - \Sigma_{e\lambda} & M^{-1}P_2 \\ -M^{-1}P_2 & -M^{-1}P_1 - \Sigma_{e\lambda} \end{bmatrix} \quad (36b)$$

Remarque: nous pouvons noter la forme symétrique obtenue :  $\begin{bmatrix} A_1 & A_2 \\ -A_2 & -A_1 \end{bmatrix}$  qui est due au choix effectué dans l'indexation et facilite la mise en forme de la matrice  $A_\lambda$ .

Dans la suite de notre exposé nous utiliserons la formulation (35) du bilan radiatif qui est un système différentiel non-homogène.

### III - 3 - 1) - Résolution du problème homogène associé .

Il s'agit du problème de transfert sans émission propre dont la mise en équation est, par simplification du bilan (35) :

$$\frac{dL_\lambda(y)}{dy} = A_\lambda \cdot L_\lambda(y) \quad (37)$$

Il existe bien évidemment plusieurs méthodes pour résoudre ce système d'équations différentielles homogènes mais nous verrons que toutes ne sont pas utilisables.

### III - 3 - 1 - a) : Méthode des exponentielles de matrice.

Une solution immédiate d'un problème de ce type peut être obtenue en utilisant les exponentielles de matrice; la solution s'écrit alors :

$$L_{\lambda}(y) = K \cdot \exp[A_{\lambda} \cdot y] \quad (38)$$

où K est une constante d'intégration à déterminer d'après les conditions aux limites que nous aborderons par la suite. Le cas le plus simple est celui qui conduit à  $K = L_{\lambda}(0)$ .

La mise en application directe de cette méthode sous la forme d'un code de calcul, pour les cas pratiques qui nous intéressent est impossible parce qu'elle conduit à une instabilité numérique.

Une explication du phénomène est donnée par Flatau et Stephens (30). Dans leur étude sur la méthode des exponentielles de matrice, ils montrent comment on peut décomposer le calcul de façon simple en posant :

$$e^{Ay} = \frac{e^{ky}}{2} \left( I + \frac{A}{k} \right) + \frac{e^{-ky}}{2} \left( I - \frac{A}{k} \right) \quad (39)$$

où k désigne une matrice composée des valeurs propres de A et où I représente la matrice identité. (Nous avons supprimé les indices  $\lambda$  pour des raisons de clarté mais la relation est bien entendu monochromatique)

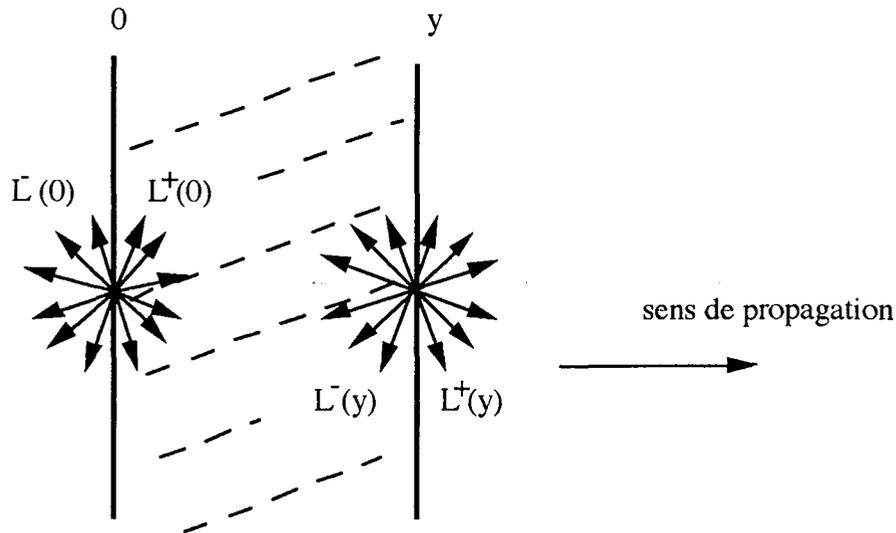
La relation (39) indique que la solution peut s'écrire comme une somme d'exponentielles croissantes et décroissantes lorsque la matrice [Ay] augmente. Or, il se trouve que les matériaux fibreux du type de ceux que nous étudions sont caractérisés par une épaisseur optique\* importante, par conséquent les valeurs propres sont également élevées. En fait dès que l'épaisseur du milieu augmente un peu, les exponentielles croissantes conduisent à une divergence du résultat rendant impossible toute interprétation du calcul. La valeur limite de y pour laquelle la méthode serait malgré tout applicable dépend des caractéristiques du milieu - notamment la nature des fibres, la masse volumique du milieu, sa morphologie... - et sauf cas particulier est inférieure au millimètre. Par contre, il existe des méthodes matricielles utilisant également des matrices caractéristiques des propriétés radiatives du milieu mais restant stables numériquement lorsque l'épaisseur optique augmente.

\* Rappel: l'épaisseur optique, généralement notée  $\tau$ , est une grandeur caractéristique à la fois des propriétés radiatives du milieu, qui sont des grandeurs directionnelles, et de son épaisseur, que nous pouvons définir par:

$$\tau_{\lambda}(\mu, y) = \int_0^y \sigma_{e\lambda}(\mu) \cdot dy = \sigma_{e\lambda}(\mu) \cdot y$$

### III - 3 - 1 - b) : Principe d'interaction - Méthode matricielle résultante.

Considérons une couche de matériau fibreux d'épaisseur y (figure III-3) et définissons les matrices de transmission et de réflexion ( T et R ) en tant que grandeurs caractéristiques du rayonnement respectivement transmis à travers le milieu et réfléchi par le milieu pour les différentes directions d'incidence envisageables. Pour les cas qui nous intéressent, nous pouvons considérer que quelle que soit la direction de propagation préalablement choisie (sens positif ou négatif) les caractéristiques obtenues pour la transmission ou la réflexion seront les mêmes. Cela ne serait pas le cas si les propriétés radiatives variaient avec l'abscisse y par exemple.



**Figure III-3.**

Pour la clarté des formules qui suivent, l'indice  $\lambda$  n'est plus mentionné mais il s'agit malgré tout de relations monochromatiques.

Soient  $L(y)$  et  $L(0)$  les champs de luminance aux abscisses  $y$  et  $0$ , nous pouvons écrire en reprenant le mode d'écriture "deux courants":

$$\begin{aligned} L^+(y) &= T_y L^+(0) + R_y L^-(y) \\ L^-(0) &= R_y L^+(0) + T_y L^-(y) \end{aligned} \quad (40)$$

Le système (40) est ce que Flatau appelle la forme matricielle du *principe d'interaction*.  $T_y$  et  $R_y$  sont des matrices carrées ( $\frac{m}{2} * \frac{m}{2}$ ) qui ne dépendent que des propriétés de la couche ( $0 \rightarrow y$ ) et permettent donc de définir le champ de luminance à n'importe quelle abscisse, quelles que soient les conditions aux limites imposées.

Reprenons le système (40), il est équivalent à :

$$\begin{bmatrix} L^+(y) \\ L^-(y) \end{bmatrix} = \text{inv} \begin{bmatrix} I & -R_y \\ 0 & -T_y \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} T_y & 0 \\ R_y & -I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} L^+(0) \\ L^-(0) \end{bmatrix} \quad (41)$$

où "0" désigne une matrice ( $\frac{m}{2} * \frac{m}{2}$ ) composée d'éléments tous nuls et où  $\text{inv}[A]$  désigne la matrice inverse de  $A$ .

Par identification avec la relation (38), nous obtenons :

$$\exp(Ay) = \text{inv} \begin{bmatrix} I & -R_y \\ 0 & -T_y \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} T_y & 0 \\ R_y & -I \end{bmatrix} \quad (42)$$

C'est à dire, en développant:

$$\exp(Ay) = \begin{bmatrix} T_y - R_y T_y^{-1} R_y & R_y T_y^{-1} \\ -T_y^{-1} R_y & T_y^{-1} \end{bmatrix} \quad (43)$$

La relation (43) est essentielle puisqu'elle confirme l'équivalence entre les deux méthodes - exponentielles de matrice et méthode dite *matricielle* -. Par ailleurs nous verrons qu'elle nous donne un moyen efficace de calculer  $T_y$  et  $R_y$ .

Le mode de calcul que nous allons à présent exposer est basé sur la relation (41). En ce qui concerne cette équation deux remarques s'imposent :

- il va falloir inverser la matrice  $T_y$  alors que nous savons que la transmission décroît et tend vers 0 lorsque l'épaisseur du milieu augmente. Des problèmes d'ordre numérique vont donc se poser.

- Dans les problèmes du type "transfert par rayonnement à travers un milieu semi-transparent", les conditions aux limites sont souvent imposées en deux points alors qu'ici la solution donnant le champ de luminance à une abscisse  $y$  n'est fonction que des conditions en 0. Il est donc nécessaire d'introduire une modification qui fera apparaître les deux bornes du milieu.

En conséquence, nous allons reprendre le principe d'interaction et établir une équation où n'apparaît plus  $T_y^{-1}$  et où l'on se base sur les luminances généralement imposées par les conditions aux limites  $L^+(0)$  et  $L^-(E)$ ,  $E$  étant l'épaisseur totale du matelas fibreux.

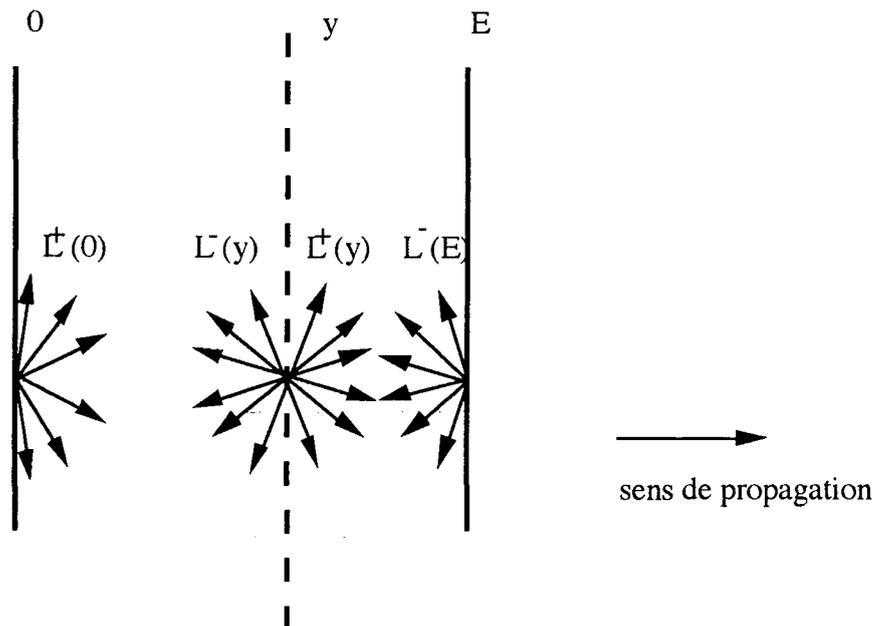
Redéfinissons le champ de luminance à l'abscisse  $y$  conformément au schéma de la figure III-4 :

$$L^+(y) = T_{0y} L^+(0) + R_{0y} L^-(y) \quad (44)$$

$$L^-(y) = T_{yE} L^-(E) + R_{yE} L^+(y)$$

où  $T_{0y}$  et  $R_{0y}$  sont caractéristiques de la couche ( $0 \rightarrow y$ ),

$T_{yE}$  et  $R_{yE}$  sont caractéristiques de la couche ( $y \rightarrow E$ ).



**Figure III-4.**

Le système (44) est équivalent à :

$$\begin{bmatrix} L^+(y) \\ L^-(y) \end{bmatrix} = \text{inv} \begin{bmatrix} I & -R_{0y} \\ -R_{yE} & I \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} T_{0y} L^+(0) \\ T_{yE} L^-(E) \end{bmatrix} \quad (45)$$

Nous disposons à présent d'un mode de résolution exact\*\* du problème homogène associé au bilan radiatif, au moyen de la relation (45), ou même (41) sous certaines conditions - épaisseur du milieu suffisamment faible pour que  $T_y$  soit inversible et champ de luminance connu en 0 dans le sens positif et négatif - .

\*\* Jusqu'à présent, la seule approximation consentie est liée à la discrétisation permettant l'élimination du terme intégrale. Cependant, d'un point de vue numérique, il suffit de choisir avec précaution les directions discrètes pour que l'erreur numérique commise soit négligeable.

Il nous reste maintenant à établir un code de calcul fournissant les valeurs des éléments de T et de R.

### III - 3 - 1 - c) : Calcul des matrices T et R .

Ces matrices sont accessibles à partir de la forme matricielle de départ où nous avons défini  $A_\lambda$  (relation (36)). Flatau et al. (30) et Waterman (31) présentent différentes méthodes de calcul approché valables pour des gammes d'épaisseurs optiques généralement faibles - ce qui n'est donc pas applicable dans notre cas -. Ils montrent qu'il est également possible d'établir des systèmes d'équations différentielles dont la solution donnerait accès directement à  $T_y$  et  $R_y$ , il s'agit d'équations de type Riccati (système (46)).

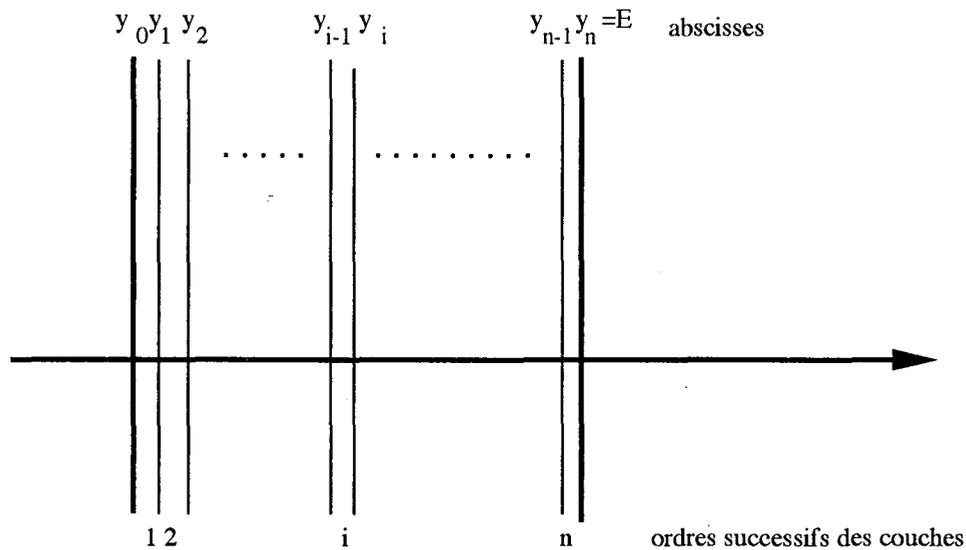
$$\frac{dR_y}{dy} = A_2 + (A_1 R_y + R_y A_1) + R_y A_2 R_y \quad (46)$$

$$\frac{dT_y}{dy} = A_1 T_y + A_2 R_y T_y$$

(en reprenant l'écriture symétrique de la matrice A selon (36)).

La résolution d'un tel système pour des matrices d'ordre élevé reste possible mais pose des problèmes numériques. Par contre, il existe des méthodes fiables et rapides basées sur un processus itératif que nous pouvons plus facilement mettre en œuvre numériquement. Ces codes de calcul que nous allons développer sont appelés: "*Doubling method*" et "*Adding method*".

Considérons un milieu composé de n couches élémentaires toutes très fines (figure III-5).



**Figure III-5.**

Appelons respectivement  $T_1$  et  $R_1$  les matrices de transmission et de réflexion caractéristiques de la couche n°1. De même soient  $T_2$  et  $R_2$  les matrices de la couche n°2. Enfin soient  $T$  et  $R$  les matrices caractéristiques de la couche totale 1+2.

Nous travaillons avec des épaisseurs très fines, par conséquent il est possible d'utiliser une méthode basée sur les exponentielles de matrice; donc d'après la relation (38) nous avons :

$$L(y_2) = L(0) \cdot \exp(A_{(1+2)} y_2) \quad (47)$$

ce qui, par décomposition, peut également s'écrire sous la forme d'un système:

$$\begin{cases} L(y_2) = L(y_1) \cdot \exp(A_2(y_2 - y_1)) \\ L(y_1) = L(0) \cdot \exp(A_1 y_1) \end{cases} \quad (48)$$

avec la notation  $A_i$  pour désigner la matrice A caractéristique de la couche i.

Des relations (47) et (48) nous pouvons déduire la propriété fondamentale :

$$\exp(A_{(1+2)}y_2) = \exp(A_1y_1) \cdot \exp(A_2(y_2-y_1)) \quad (49)$$

Réécrivons cette propriété en utilisant la correspondance entre  $\exp(Ay)$  et les matrices  $T_y$  et  $R_y$  (d'après (43)) :

$$\begin{bmatrix} T - RT^{-1}R & RT^{-1} \\ -T^{-1}R & T^{-1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} T_1 - R_1T_1^{-1}R_1 & R_1T_1^{-1} \\ -T_1^{-1}R_1 & T_1^{-1} \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} T_2 - R_2T_2^{-1}R_2 & R_2T_2^{-1} \\ -T_2^{-1}R_2 & T_2^{-1} \end{bmatrix} \quad (50)$$

En développant le membre de droite et en simplifiant, nous obtenons  $T$  et  $R$ .  
Par exemple :

$$T^{-1} = -T_1^{-1}R_1R_2T_2^{-1} + T_1^{-1}T_2^{-1} = T_1^{-1}(I - R_1R_2)T_2^{-1} \quad (51)$$

$$\text{d'où } T = T_2(I - R_1R_2)^{-1}T_1 \quad (52)$$

Sur le même principe, nous avons :

$$RT^{-1} = (T_1 - R_1T_1^{-1}R_1)R_2T_2^{-1} + R_1T_1^{-1}T_2^{-1} \quad (53)$$

$$\text{d'où : } R = (T_1R_2 + R_1T_1^{-1}(I - R_1R_2))T_2^{-1} * T_2(I - R_1R_2)^{-1}T_1 \quad (54)$$

$$\text{on en déduit que: } R = R_1 + T_1R_2(I - R_1R_2)^{-1}T_1 \quad (55)$$

Les relations (52) et (55) nous procurent un mode de calcul itératif permettant de connaître la transmission et la réflexion caractéristiques de couches de matériaux de plus en plus épaisses. Ce premier principe de calcul où les différentes itérations peuvent être menées sur des couches élémentaires de taille variables est appelé "adding method".

A présent, considérons le cas particulier où les éléments 1 et 2 ont la même épaisseur. Nous avons alors les égalités  $T_1 = T_2$  et  $R_1 = R_2$ , et les relations (52) et (55) deviennent :

$$\begin{cases} T = T_1 (I - R_1^2)^{-1} T_1 \\ R = R_1 + T_1 R_1 (I - R_1^2)^{-1} T_1 \end{cases} \quad (56)$$

Le système (56) permet donc de calculer la transmission et la réflexion d'une couche de matériau d'épaisseur double de la couche de départ, d'où le nom de "doubling method". Il s'agit d'une procédure évidemment plus efficace pour calculer les propriétés de milieux épais puisqu'elle nécessite un nombre d'itérations plus petit.

Reprenons le cas décrit sur la figure III-5 et supposons que les différentes couches ont toutes la même épaisseur  $E/2^n$ , pour connaître les caractéristiques du milieu complet à partir de la première sous-couche, il faudrait :

- $n$  itérations en utilisant la méthode dite "doubling",
- $2^n$  itérations en utilisant la méthode dite de "adding".

Pour des raisons de gain de temps, nous aurons donc intérêt à utiliser la procédure (56) - doubling method - ; d'autant plus qu'il faut garder présent à l'esprit que nous ne travaillons pas avec des grandeurs scalaires mais avec des matrices carrées de  $\frac{m}{2} * \frac{m}{2}$  éléments, ce qui augmente les temps de calcul nécessaires.

Comme pour tout type de processus itératif, il se pose ici le problème de l'initialisation donnant les caractéristiques de la couche élémentaire de départ :  $R_1$  et  $T_1$ .

La qualité de la précision obtenue sur  $T_1$  et  $R_1$  est fondamentale car si erreur il y a, il ne faut pas oublier qu'à chaque itération l'erreur initiale va se répercuter sur le résultat et s'amplifier conduisant à une valeur finale complètement fautive, surtout si le nombre total d'itération est grand.

Différents codes d'initialisation existent, il s'agit généralement d'approximations issues de développement limités qui sont uniquement valables pour des épaisseurs optiques très faibles. Wiscombe (35-36) a présenté un travail de synthèse sur la "doubling method", indiquant l'ordre de grandeur de l'erreur commise qui augmente avec l'épaisseur optique  $\tau$  du milieu. Or, les cas d'applications qui nous intéressent sont caractérisés par des valeurs de  $\tau$  très fortes puisque de nombreuses études similaires à la nôtre considèrent même le milieu comme optiquement épais.

Remarque: de nombreux paramètres interviennent dans le calcul de  $\tau$  : propriétés optiques du matériau, longueur d'onde et direction du rayonnement incident, taille et orientation des fibres, masse volumique et épaisseur du milieu ... Il est donc difficile de donner une gamme de valeurs caractéristiques de  $\tau$  mais l'ordre de grandeur utilisé pour les matériaux du type isolants fibreux est le plus souvent supérieur à 100 ou même 1000. En tout état de cause, les grandeurs concernées sont de loin supérieures à celles étudiées par Wiscombe.

C'est pourquoi le mode d'initialisation que nous avons choisi n'utilise pas une approximation. En fait il semble plus rigoureux d'utiliser comme relation de départ la forme (43) donnant une correspondance entre les matrices  $T$  et  $R$  d'une part et  $\exp(Ay_1)$  d'autre part. Pour une valeur suffisamment petite de  $y_1$ , le calcul de l'exponentielle ne pose aucun problème et il suffit ensuite d'extraire les valeurs  $T_1$  et  $R_1$  correspondantes.

Il est à noter que cette méthode est évoquée par Waterman (31) notamment, qui souligne que mises à part les difficultés posées par le calcul matriciel, cette procédure à l'avantage de fournir un résultat final exact.

$$\text{Posons } \exp(Ay_1) = \begin{bmatrix} E_{11} & E_{12} \\ E_{21} & E_{22} \end{bmatrix} \quad (57)$$

avec les différents termes  $E_{ij}$  représentant des matrices carrées  $\frac{m}{2} * \frac{m}{2}$ .

Par identification, nous obtenons le code d'initialisation:

$$\begin{cases} T_1 = E_{22}^{-1} \\ R_1 = E_{12} * E_{22}^{-1} \end{cases} \quad (58)$$

Nous avons testé notre méthode de calcul - système (56) associé à (58) - en la comparant avec celle de Waterman.

Les tests ont été effectués en utilisant un logiciel adapté au calcul matriciel (logiciel MATLAB) nous assurant une précision excellente au niveau des opérations les plus délicates, notamment les inversions de matrices et le calcul des exponentielles de matrices.

Comme Waterman, nous avons considéré un cas de diffusion isotrope dans une représentation avec 4 directions de discrétisation et en fixant la valeur de l'albédo à 0,5 . La figure III-6 présente les résultats que nous avons obtenus, ils sont rigoureusement confondus avec ceux de Waterman (figure 3 p.416).

Nous avons effectué une autre vérification. Lorsque l'épaisseur optique tend vers 0, en toute rigueur nous devrions avoir :  $T \approx 1$  et  $R \approx 0$ . Waterman obtient ce résultat avec une précision d'environ  $10^{-4}$  alors que nous avons atteint ces deux égalités à la dixième décimale près, ce qui là-encore montre la précision accessible grâce à notre code de calcul.

Ces comparaisons ne suffisent pas pour nous garantir de l'absence de problèmes liés à la précision numérique d'autant plus qu'elles concernent des valeurs de  $\tau$  inférieures à celles que nous sommes amenés à traiter dans les isolants fibreux. C'est pourquoi nous avons également vérifié la stabilité de nos résultats pour des valeurs plus grandes de  $\tau$  en étudiant l'influence de l'épaisseur initiale et du nombre d'itérations (cf. chapitre IV). Sur ce plan, notre code de calcul se révèle excellent puisque les résultats obtenus sont parfaitement stables lorsque nous augmentons le nombre d'itérations et les problèmes d'imprécision ne se produisent que pour des épaisseurs initiales très grandes lorsque nous observons des divergences dans la détermination des exponentielles de matrices. (Dans nos applications numériques nous utiliserons des valeurs inférieures de plusieurs ordres de grandeurs à ces cas limites) .

Remarque : ce paragraphe traite de la résolution du problème homogène associé au bilan radiatif et constitue donc un premier pas vers la solution générale. Partant de la forme matricielle du bilan, nous savons, à partir des propriétés radiatives, déterminer les matrices de transmission T et de réflexion R du milieu à n'importe quelle abscisse y (systèmes (56) et (58)). Ensuite, nous pouvons calculer le champ de luminance dans le milieu en l'absence d'émission propre en utilisant T et R. A priori en utilisant de simples opérations matricielles, nous disposons d'un code de calcul efficace qui a l'avantage de faire appel à des grandeurs qui ont une signification physique et restent donc interprétables.

A présent, voyons comment nous pouvons appliquer notre méthode à des cas concrets.

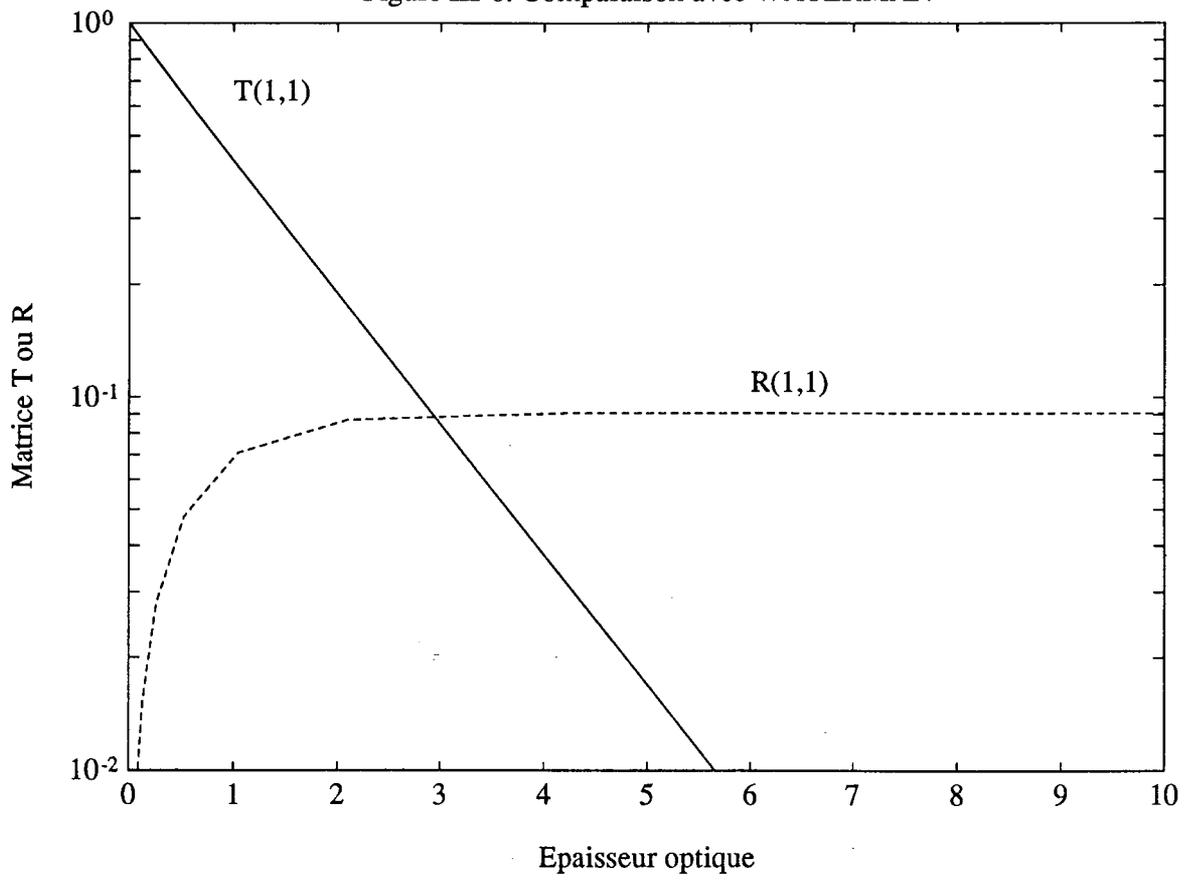
### III - 3 - 1 - d) : Application → Simulation de mesures de transmission et de réflexion .

Ce paragraphe est établi en parallèle avec la partie expérimentale de notre travail où nous rapportons des mesures effectuées en transmission et en réflexion qui nous ont permis de déterminer les valeurs de transmittance et de réflectance monochromatiques bidirectionnelles ou directionnelles-hémisphériques. Notre but est donc de montrer comment il est possible de modéliser ce type de mesures en utilisant la méthode matricielle.

Ces mesures sont souvent utilisées pour déterminer les propriétés radiatives d'un milieu à partir de la résolution du problème inverse. Dans ce cas le mode opératoire comprend en principe, un mode de détection synchrone qui permet, entre autre, de s'affranchir du renforcement de la luminance dû à l'émission propre du milieu. C'est pourquoi la simulation de ces manipulations peut être réalisée directement à partir du problème homogène.

Nous considérons que les conditions aux limites correspondent à un faisceau incident se propageant selon la direction  $\mu_i$ , en supposant que l'éclairement répond aux contraintes de la symétrie azimutale adoptée au début de notre résolution. (Dans la partie expérimentale, cette restriction sera discutée plus longuement, un éclairement sous incidence normale permettrait de se placer dans le cadre de l'hypothèse).

Figure III-6: Comparaison avec WATERMAN



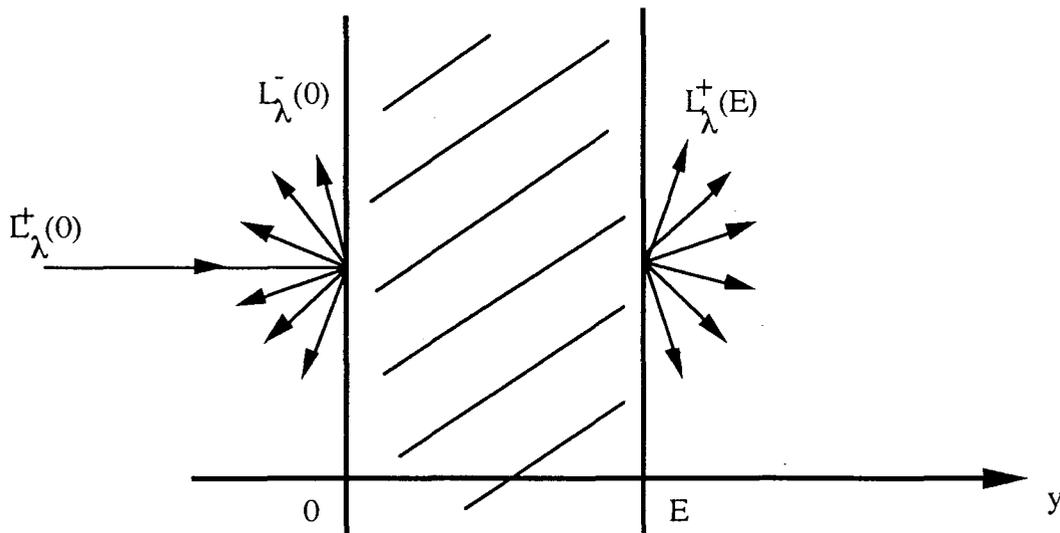
Le problème à résoudre est alors le suivant :

$$\begin{cases} \frac{dL_\lambda(y)}{dy} = A_\lambda \cdot L_\lambda(y) \\ L_\lambda^+(0, \mu_i) = L_0 \\ L_\lambda^+(0, \mu_j \neq \mu_i) = 0 \end{cases} \quad (59)$$

Pour  $L_0$ , nous pouvons prendre par exemple le cas d'une source assimilable à un corps noir à la température  $T$ , ce qui nous donnerait :

$$L_0 = L_{0\lambda}(T) \quad (59')$$

Ce qui nous intéresse, c'est  $L_\lambda^+(E)$  correspondant à la luminance transmise à travers un échantillon d'épaisseur  $E$  et  $L_\lambda^-(0)$  correspondant à la luminance réfléchie (cf. figure III-7).



**Figure III-7.**

Reprenant les relations établies dans les paragraphes précédents, nous pouvons calculer les matrices  $T$  et  $R$  caractéristiques de notre milieu d'épaisseur  $E$ , et ensuite déterminer le champ de luminance (système 60).

$$\begin{cases} L^+(E) = T L^+(0) + R L^-(E) \\ L^-(0) = R L^+(0) + T L^-(E) \end{cases} \quad (60)$$

(Nous rappelons qu'il s'agit d'une relation spectrale mais l'indice  $\lambda$  est omis pour alléger l'écriture).

La luminance  $L^-(E)$  quant à elle, peut être exprimée par :

$$L^-(E) = R_i L^+(E) \quad (61)$$

où  $R_i$  est une matrice de réflexion liée aux caractéristiques de la frontière du milieu en E .

Ce terme -  $L^-(E)$  - pourrait être important si le milieu en E était, par exemple, plaqué contre une paroi réfléchissante. Dans les cas de mesure qui nous concernent, seule la réflexion à l'interface milieu-air pourrait agir, nous pouvons donc négliger ce terme.

Par conséquent notre système se simplifie :

$$\begin{cases} L^+(E) = T L^+(0) \\ L^-(0) = R L^+(0) \end{cases} \quad (62)$$

Les éléments des matrices T et R donnent alors accès simplement aux valeurs de transmittance et de réflectance bidirectionnelle.

En ce qui concerne les grandeurs directionnelles hémisphériques, il suffit pour les calculer d'intégrer le champ de luminance sur l'hémisphère voulue. D'après les calculs précédents, en considérant que le faisceau incident arrive centré autour de la direction  $(\omega_i, \mu_i)$  avec une ouverture caractérisée par les bornes  $(\omega_{oi}, \omega_{li})$  et  $(\mu_{oi}, \mu_{li})$ , cela nous donne:

$$T_{E'}^{\cap} = \frac{2\pi \int_0^1 L^+(E, \mu) \mu d\mu}{\int_{\omega_{oi}}^{\omega_{li}} \int_{\mu_{oi}}^{\mu_{li}} L^+(0, \mu) \mu d\mu d\omega} \quad (63)$$

pour la transmittance directionnelle hémisphérique.

De même pour la réflexion directionnelle hémisphérique :

$$R_{E'}^{\cap} = \frac{2\pi \int_{-1}^0 L^-(0, \mu) \mu d\mu}{\int_{\omega_{oi}}^{\omega_{li}} \int_{\mu_{oi}}^{\mu_{li}} L^+(0, \mu) \mu d\mu d\omega} \quad (64)$$

A partir des propriétés radiatives d'un milieu quelconque, nous pouvons donc calculer ses caractéristiques en transmission et en réflexion en utilisant les relations (62), (63) et (64).

Remarque : la modélisation de ce type de mesures est très importante pour la résolution du problème inverse, à savoir : définir les propriétés radiatives d'un milieu d'après ses caractéristiques mesurées en réflexion ou en transmission. Ces travaux semi-empiriques peuvent utiliser un code de calcul sophistiqué (Uny et al. (18-21)) . Le problème est de savoir s'adapter aux particularités de ce genre de matériaux, notamment en ce qui concerne le caractère diffusant . La loi de Beer par exemple, ne peut la plupart du temps qu'être considérée comme une approximation puisqu'elle ne permet pas de tenir compte des multiples diffusions dans le milieu.

Nous disposons d'un outil de calcul valable pour tout type de milieu semi-transparent donnant accès aux différentes grandeurs mesurables. Par ailleurs la méthode est précise d'un point de vue numérique si la discrétisation de départ est réalisée correctement. Des cas de milieux plus complexes peuvent être traités en se basant sur cette méthode. Par exemple, le cas de matériaux type sandwich où des écrans sont insérés dans le milieu pour limiter le transfert ne pose pas de problème particulier, il suffit de connaître les propriétés radiatives du matériau constituant l'écran et de les introduire dans l'équation (61) pour la détermination de  $R_i$  et de  $L(E)$ .

### **III - 3 - 2) - Résolution du bilan radiatif .**

Dans le bilan radiatif, il y a un terme dont nous avons peu parlé jusqu'à présent, c'est le terme source lié à l'émission propre du milieu. Nous savons déjà qu'il est important pour la modélisation du transfert de chaleur parce qu'il est lié au champ de température et qu'il matérialise donc le couplage entre le bilan radiatif et l'équation de conservation de l'énergie.

En ce qui concerne son ordre de grandeur, nous avons vu que les applications qui nous intéressent sont caractérisées par des épaisseurs optiques très grandes. L'approximation de Rosseland établie pour les milieux optiquement épais ( $\tau \gg 1$ ) est trop simple pour être utilisée telle quelle dans un modèle de transfert d'autant plus qu'elle suppose que la diffusion est isotrope dans le milieu. Par contre elle exploite une hypothèse intéressante selon laquelle, loin des bords, une couche élémentaire du milieu n'est influencée que par ses voisines immédiates.

Au paragraphe précédent, nous avons abordé le cas de milieux fins susceptibles de faire l'objet de mesures spectroscopiques. A présent les épaisseurs caractéristiques des matériaux qui nous concernent sont plus importantes, de l'ordre de plusieurs cm, les épaisseurs optiques à prendre en compte sont donc plus grandes.

En conséquence, il est prévisible que pour nous, les bords n'auront que très peu d'influence au sein même du milieu et le transfert devrait donc être conditionné essentiellement par l'émission propre. Il est donc primordial de modéliser de façon précise le terme source.

Cette remarque est confirmée par un examen des matrices de transmission et de réflexion présentées dans le paragraphe précédent.

Prenons l'exemple concret d'un milieu de silice dont les fibres sont réparties dans des plans parallèles aux frontières du milieu. Les figures III-8 et III-9 présentent les variations typiques des éléments des matrices T et R à plusieurs longueurs d'onde et pour différentes épaisseurs d'un milieu de masse volumique  $10\text{kg/m}^3$ , pour une discrétisation selon 12 directions -  $T(i,j)$  représente la transmission bidirectionnelle pour une incidence selon  $\mu_i$  et une émergence selon  $\mu_j$ , de même pour  $R(i,j)$  -. Au bout de quelques millimètres, la transmission dans le milieu devient très faible alors que la réflexion ne dépasse jamais quelques pourcents dans les cas étudiés.

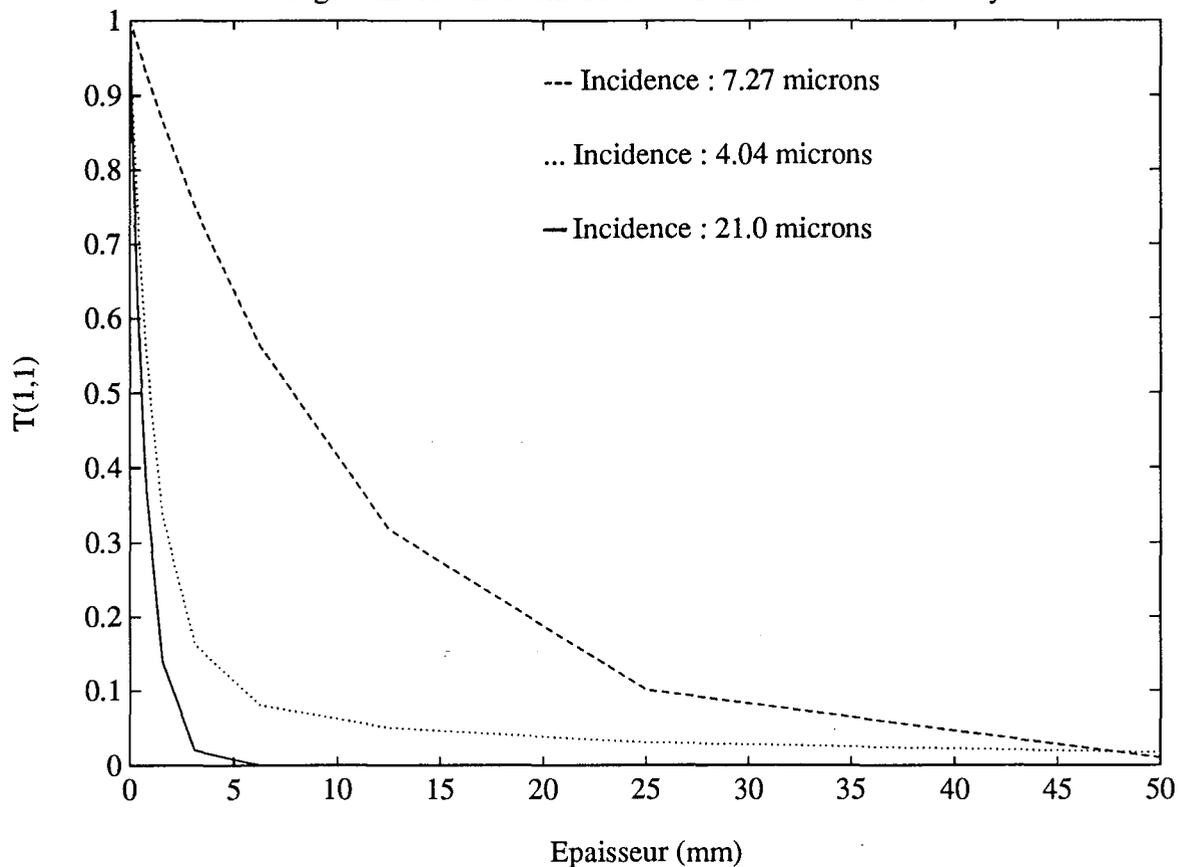
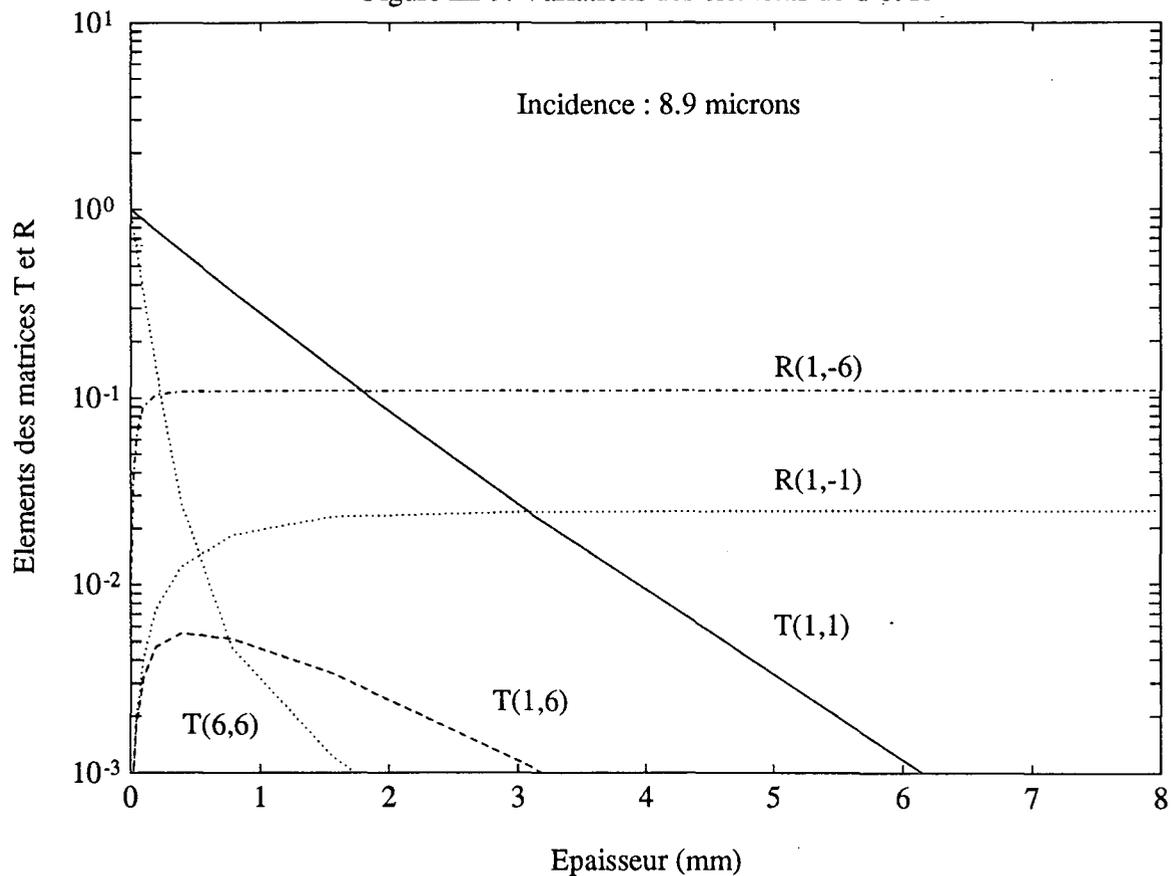
Figure III-8: Variations de la transmission en fonction de  $y$ 

Figure III-9: Variations des elements de T et R



La rapidité de la décroissance de  $T$  varie en fait avec la longueur d'onde considérée et la direction d'incidence. C'est pourquoi à  $7,3 \mu\text{m}$  la décroissance est plus lente puisque le matériau a des propriétés optiques favorables au transfert (indice de réfraction égal à 1 et absorption très faible, voir la description de l'effet Christiansen dans la partie de l'étude consacrée aux propriétés radiatives).

Les matériaux utilisés en isolation thermique ayant des épaisseurs de plusieurs centimètres, pour des masses volumiques généralement supérieures à celle utilisée dans notre exemple numérique, il est clair que très vite c'est à dire à quelques millimètres du bord, c'est le terme source qui imposera le champ de luminance.

Quant à l'approximation de Rosseland, il sera intéressant de vérifier que notre solution converge bien vers la valeur du flux qu'elle prévoit lorsque nous caractériserons un milieu diffusant de façon isotrope. (Même si cela ne correspond pas au cas d'un milieu fibreux réel).

### III - 3 - 2 - a) : Représentation de l'émission propre du milieu .

Rappelons qu'elle intervient dans le bilan sous la forme :  $\sigma_{a\lambda}(\mu) L_{o\lambda}(T(y))$  .

Nous pouvons donc constater que le premier problème est lié à la connaissance du champ de température  $T(y)$ . Conformément à notre étude bibliographique, nous savons que de nombreuses études utilisent l'hypothèse d'un champ de température linéaire. Bien qu'en toute rigueur il s'agisse d'une approximation, nous allons l'utiliser dans un premier temps. Par la suite, nous verrons, en résolvant le problème du couplage conduction-rayonnement, les limites de validité de cette hypothèse et les moyens de s'en affranchir.

Connaissant  $T(y)$ , il existe plusieurs possibilités pour représenter le terme source. Cependant, vue la solution que nous avons retenue pour résoudre le problème homogène, à savoir une méthode basée sur le principe d'interaction, il ne nous est déjà pas possible d'utiliser une méthode du type "variation de la constante". Malgré tout d'un point de vue mathématique, il suffit que nous trouvions une solution particulière correspondant au terme non-homogène.

Pour cela, il existe des méthodes itératives analogues à celles que nous avons déjà utilisées et faisant appel à la "doubling method" ou la "adding method". Des codes de calculs ont été présentés par Plass et al. (32) et Wiscombe (35-36).

Au départ, il faut compléter le principe d'interaction (relation (40)) avec un terme source, cela nous donne un système du type:

$$\begin{cases} L^+(y) = T_y L^+(0) + R_y L^-(y) + S^+(y) \\ L^-(0) = R_y L^+(0) + T_y L^-(y) + S^-(0) \end{cases} \quad (65)$$

Les termes  $S^+$  et  $S^-$  expriment les contributions des sources internes au renforcement de la luminance.

A priori, en reprenant une méthode analogue à celle qui nous a fourni la relation (56), nous devrions pouvoir déterminer  $S^+$  et  $S^-$  à partir des propriétés d'une couche élémentaire. Mais différents problèmes se posent.

Tout d'abord le type courant d'applications que nous avons rencontré, utilisant ce mode de résolution, concernait des valeurs d'épaisseurs optiques relativement faibles. Ensuite, il s'agissait généralement de problèmes où les conditions aux limites sont données en un seul point. Enfin, l'initialisation permettant de donner les propriétés d'une couche élémentaire est délicate.

Une solution consisterait à utiliser une forme approchée pour les caractéristiques de départ, mais nous ne disposerions plus d'un mode de résolution exact et il ne faut pas oublier que les erreurs éventuelles sont répercutées et amplifiées à chaque itération. Il nous semble donc nécessaire d'utiliser une autre méthode pour déterminer le terme source.

Etant donné que nous recherchons une solution particulière vérifiant l'équation de transfert de départ, nous allons regarder si une forme polynomiale vérifiant le bilan radiatif peut convenir. Ce type de méthode a déjà été appliqué par Stamnes (33) dans un autre domaine (étude du transfert radiatif dans une atmosphère diffusante).

Supposons que nous puissions représenter le terme source par un polynôme, le bilan radiatif devient, en reprenant la relation (25) :

$$\mu_i \frac{dL_\lambda(y, \mu_i)}{dy} = -\sigma_{e\lambda}(\mu_i) L_\lambda(y, \mu_i) + \sum_{j=1}^m P_{\lambda}(\mu_j \rightarrow \mu_i) L_\lambda(y, \mu_j) + \sum_{n=0}^N x_n(\mu_i) y^n \quad (66)$$

Simplifions cette écriture en utilisant l'épaisseur optique  $\tau_i = \tau_\lambda(y, \mu_i)$  et en écrivant :

$$\frac{1}{\sigma_{e\lambda}(\mu_i)} P_{\lambda}(\mu_j \rightarrow \mu_i) = P_{ji} \quad ,$$

$$\frac{x_n(\mu_i)}{(\sigma_{e\lambda}(\mu_i))^{n+1}} = X_n(\mu_i) \quad , \quad (66')$$

et  $L_\lambda(\tau_i, \mu_i) = L_i$

La relation (66) devient :

$$\mu_i \frac{dL_i}{d\tau_i} = -L_i + \sum_{j=1}^m P_{ji} L_j + \sum_{n=0}^N X_n(\mu_i) \tau_i^n \quad (67)$$

L'émission propre est donc représentée par un polynôme d'ordre N. A présent, cherchons une solution de la forme :

$$L_p(\tau_i, \mu_i) = \sum_{n=0}^N Z_n(\mu_i) \tau_i^n \quad (68)$$

En introduisant la relation (68) dans le bilan (67) et en identifiant les coefficients de même puissance de  $\tau$ , nous avons:

$$\mu_i \sum_{n=1}^N n Z_n(\mu_i) \tau_i^{n-1} = - \sum_{n=0}^N Z_n(\mu_i) \tau_i^n + \sum_{j=1}^m P_{ji} \cdot \sum_{n=0}^N Z_n(\mu_j) \tau_j^n + \sum_{n=0}^N X_n(\mu_i) \tau_i^n \quad (69)$$

D'où l'expression des coefficients  $Z_n$  :

$$\left\{ \begin{array}{l} \sum_{j=1}^m (\delta_{ij} - P_{ij}) Z_N(\mu_i) = X_N(\mu_i) \\ \sum_{j=1}^m (\delta_{ij} - P_{ij}) Z_n(\mu_i) = X_n(\mu_i) - (n+1) \mu_i Z_{n+1}(\mu_i) \end{array} \right. \quad (70)$$

avec  $n \leq N - 1$ .

Une solution polynomiale au problème de la source de rayonnement par émission propre est donc possible. En ce qui concerne l'ordre du polynôme -  $N$  - pour des cas de champs de température monotones, linéaires par exemple, le degré 3 suffit pour avoir un excellent résultat. Cependant, il faudra prendre des précautions lorsque la température aura un profil plus particulier dans le milieu, en contrôlant la capacité du polynôme de coefficients  $X_n$  à représenter l'émission propre. Ces problèmes de validité numérique et de précision sont abordés dans un paragraphe spécial au chapitre IV.

### III - 3 - 2 - b) Solution complète du bilan radiatif .

A présent, nous savons résoudre le problème homogène d'après le système (44); appelons  $L_{h\lambda}(y)$  le champ de luminance obtenu. De plus, nous pouvons calculer une solution particulière polynomiale conformément au paragraphe précédent; appelons  $L_{p\lambda}(y)$  cette solution. Le champ de luminance global est donc :

$$L_{\lambda}(y) = L_{h\lambda}(y) + L_{p\lambda}(y) \quad (71)$$

Rappelons que dans cette équation, chaque terme est un vecteur colonne de  $m$  éléments. Reprenons l'écriture "deux courants" adoptées précédemment (relation (45)),  $L_{h\lambda}(y)$  vérifie le système matriciel :

$$\begin{bmatrix} L_{h\lambda}^+(y) \\ L_{h\lambda}^-(y) \end{bmatrix} = \text{inv} \begin{bmatrix} I & -R_{oy} \\ -R_{yE} & I \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} T_{oy} L_{h\lambda}^+(0) \\ T_{yE} L_{h\lambda}^-(E) \end{bmatrix} \quad (72)$$

Les seuls éléments restant à préciser sont donc  $L_{h\lambda}^+(0)$  et  $L_{h\lambda}^-(E)$ , ce que nous allons faire en utilisant les conditions aux limites.

Suivant le problème et le type de milieu étudiés, les conditions imposées aux limites peuvent être diverses et nous verrons par la suite l'influence éventuelle que cela peut avoir sur le champ de luminance au sein du milieu.

Pour le moment nous étudierons le cas simple mais le plus souvent retenu, de frontières noires aux températures respectives  $T_o$  et  $T_E$ .

En conséquence, nous avons dans ce cas :

$$\begin{cases} L_{\lambda}^+(0) = L_{o\lambda}(T_o) \\ L_{\lambda}^-(E) = L_{o\lambda}(T_E) \end{cases} \quad (73)$$

Nous en déduisons que:

$$\begin{cases} L_{h\lambda}^+(0) = L_{o\lambda}(T_o) - L_{p\lambda}^+(0) \\ L_{h\lambda}^-(E) = L_{o\lambda}(T_E) - L_{p\lambda}^-(E) \end{cases} \quad (74)$$

Nous disposons maintenant de tous les éléments permettant la résolution du problème. Rappelons brièvement les principales étapes :

1) détermination de la matrice de base  $A_\lambda$  à partir des propriétés radiatives,

2) calcul des matrices de transmission et de réflexion :  $T_\lambda$  et  $R_\lambda$ ,

3) définition du champ de température,

4) calcul du polynôme représentant l'émission propre :  $L_{p\lambda}(y)$ ,

5) définition de  $L_{h\lambda}^+(0)$  et  $L_{h\lambda}^-(E)$  à partir des conditions aux limites,

6) calcul de la solution homogène  $L_{h\lambda}(y)$ ,

7) calcul de la solution globale  $L_\lambda(y) = L_{h\lambda}(y) + L_{p\lambda}(y)$ .

Le code de calcul fournit alors le champ de luminance en tout point du milieu à chaque longueur d'onde. Il faut noter que la méthode est utilisable pour tout type de milieu semi-transparent, il suffit d'en connaître les propriétés radiatives et d'établir en conséquence la matrice de départ  $A_\lambda$ .

### III - 4 - TRANSFERTS COUPLES : CONDUCTION - RAYONNEMENT

Nous ne nous sommes intéressés jusqu'à présent qu'au seul bilan radiatif afin d'établir un mode de résolution exact. Mais nous avons constaté en posant les équations du problème qu'il y a deux inconnues à déterminer : les champs de température et de luminance.

L'artifice de calcul que nous avons utilisé dans le paragraphe précédent, consistait à imposer un champ de température donné, mais la résolution simultanée du bilan d'énergie et du bilan radiatif peut nous donner la solution complète et exacte du problème, à savoir  $T(y)$  et  $L_\lambda(y, \mu)$ .

L'intérêt d'un tel calcul peut être de plusieurs ordres :

- fournir une solution rigoureuse au problème puisqu'en réalité le champ de température n'est pas toujours linéaire, nous étudierons d'ailleurs les différents paramètres d'influence sur le profil de température;

- déterminer le flux de chaleur en tenant compte du couplage entre les modes de transfert, étudier les parts liées à chacun d'entre eux et la façon dont cette répartition évolue.

Pour les applications qui nous concernent, c'est le couplage conduction-rayonnement qui nous intéresse parce que le type de matériau que nous étudions, dans les conditions où nous le plaçons, n'est pas ou peu sujet à la convection. De plus si cela est nécessaire, nous pourrions toujours imposer un terme correctif lié à ce mode de transfert, de la même forme que la conduction.

En conséquence, le problème que nous avons à résoudre est donné par les équations (18) et (21) que nous avons établies au début de ce chapitre.

Le mode de résolution possible de ce système est purement numérique. Il consiste à adopter un code d'éléments finis pour représenter le champ de température, nous résolvons alors le bilan radiatif, puis à chaque pas du maillage nous recalculons le profil de température qui permet de vérifier l'équation de conservation de l'énergie, nous résolvons à nouveau le bilan radiatif avec ce dernier champ de température, et ainsi de suite par bouclages successifs jusqu'à ce que le résultat converge vers la solution exacte.

L'initialisation se fait généralement avec un profil de température linéaire et nous fixons un critère de convergence tel que les variations de température et de flux ne soient plus significatives entre deux itérations.

La représentation de la conduction est le plus souvent issue d'études semi-empiriques permettant la détermination de conductivités thermiques; toutefois une étude plus fondamentale a été menée par Le Bail sur des fibres de carbone. (Voir le paragraphe consacré à ce problème en annexe 3). Pour plus de simplicité dans l'exposé de la méthode, nous utilisons ici une représentation linéaire, sachant que le principe utilisé reste applicable pour des modèles conductifs plus élaborés.

$$\text{Posons : } Q_c = -\lambda_c \cdot \frac{dT}{dy} \quad (75)$$

avec :  $Q_c$  représentant le flux conductif,

$$\lambda_c \text{ désignant la conductivité thermique telle que: } \lambda_c = aT + b \quad (75')$$

La conservation de l'énergie impose alors que:

$$\frac{d}{dy} \left[ -\lambda_c \frac{dT}{dy} + Q_r(y) \right] = 0 \quad (76)$$

avec  $Q_r(y)$  désignant la densité de flux de transfert par rayonnement défini par les relations (23) et (24).

En développant, nous obtenons :

$$-(aT + b) \frac{d^2T}{dy^2} - a \left( \frac{dT}{dy} \right)^2 + \frac{dQ_r(y)}{dy} = 0 \quad (77)$$

Après avoir défini un code d'éléments finis, la mise sous forme numérique donne alors pour le noeud  $i$  à la  $n^{\text{ième}}$  itération - par approximation, selon l'étude de Houston (22) - :

$$\begin{aligned} & -(a T_i^{(n-1)} + b) \cdot \left[ \frac{T_{i+1}^{(n)} + T_{i-1}^{(n)} - 2T_i^{(n)}}{h^2} \right] - a \cdot \left[ \frac{T_{i+1}^{(n-1)} - T_{i-1}^{(n-1)}}{2h} \right]^2 + \\ & + \frac{Q_r[y_{i+1}] - Q_r[y_{i-1}]}{2h} = 0 \end{aligned} \quad (78)$$

où  $h$  est le pas du maillage et où l'exposant  $(n-1)$  désigne une grandeur calculée à l'itération précédente.

En mettant l'équation (78), établie pour les  $I$  noeuds du maillage, sous forme matricielle, nous obtenons un simple système d'équations du type  $A \cdot T = B$ , dont la résolution donne le vecteur colonne  $T$  composé de la température à chaque noeud.

Conclusion de la première partie:

Les chapitres II et III constituent a priori un ensemble permettant de simuler complètement le problème de transfert par rayonnement à travers les milieux fibreux. La volonté de ne pas faire d'hypothèses simplificatrices nous permet, en outre, d'inclure dans le modèle les différents facteurs caractéristiques du milieu, dont une étude de l'influence est, de ce fait, possible.

Nous avons vu que différents problèmes peuvent être simulés aussi bien dans le domaine de la thermique que dans celui de la spectroscopie. Ceci va nous permettre d'effectuer des confrontations avec divers résultats expérimentaux, pour tester la validité de notre modélisation.

Notons que la méthode de calcul présentée est adaptable à tout type de milieu semi-transparent. La partie concernant la détermination des propriétés radiatives se limite certes au cas de milieux fibreux, mais la résolution du bilan radiatif ne fait appel à aucune approximation et l'exemple de couplage donné ici avec la conduction, peut être adapté à d'autres problèmes avec le même principe de calcul. Par conséquent des extensions sont envisageables pour d'autres types de matériaux, s'il est possible, au préalable, de calculer des propriétés radiatives spectrales directionnelles.

A présent, nous allons voir comment appliquer ces différents résultats théoriques à des cas de milieux fibreux réels.

---

---

### ANNEXE 3: REPRESENTATION DU TRANSFERT DE CHALEUR PAR CONDUCTION.

Bien que le thème de recherche qui nous concerne ici soit le transfert de chaleur par rayonnement, nous devons également nous intéresser à la modélisation de la conduction. En effet ces deux modes de transferts sont souvent couplés et une simulation correcte des problèmes réels nécessite la connaissance de l'une et l'autre des contributions. De plus, la part de flux liée à la contribution conductive est souvent au moins aussi importante que celle imputable au transfert par rayonnement. Nous rapportons donc dans ce paragraphe, différentes méthodes utilisées lors d'études de transferts couplés.

Les différentes études menées sur ce problème ont mis en évidence la présence de deux phénomènes :

- le transfert de chaleur à travers le fluide interstitiel : qu'il s'agisse d'air ou d'un autre gaz, il y a propagation par conduction ou même par convection. Ce second mode nécessite des conditions particulières telles que les hautes températures ou les hautes pressions pour devenir conséquent et dans la majorité des cas d'applications nous n'aurons pas à le prendre en considération. Pour ce qui est de la conduction à travers les gaz, des corrélations existent pour représenter le transfert. Il s'agit généralement de fonctions croissantes avec la température;

- le transfert à travers la matrice solide : généralement la part de transfert attribuée à cette contribution est relativement faible, d'autant plus si nous travaillons sur des matériaux de très faible densité. Néanmoins, Bankwall (46) a montré lors de travaux sur des fibres de verre, que pour des porosités  $\epsilon$  inférieures à 0,97 il devient nécessaire de prendre en compte ce mode de transfert. Pour les matériaux utilisés à très haute température,  $\epsilon$  prend souvent des valeurs inférieures à ce seuil. L'étude de la conduction à travers la matrice solide conduit à des relations croissantes avec la température du milieu et sa masse volumique. Une analyse plus fine montre, en outre, que la conductivité obtenue est proportionnelle à la conductivité des fibres et qu'elle est fonction de l'arrangement des fibres au sein du milieu ainsi que du nombre de points de contacts entre elles.

Il existe différents moyens d'aborder le problème, avec pour but, dans chaque cas : la détermination d'une conductivité équivalente -  $\lambda_c$  - représentant le transfert. Généralement, nous retrouvons à la base une étude expérimentale à partir de mesures sur des appareils à plaques chaudes gardées.

A partir d'une étude de Tien et al., Houston (22) propose ainsi une corrélation établie pour des matériaux du type fibres de verre :

$$\lambda_c = 4,98.10^{-3} + 7.10^{-5} T + C.\rho \text{ (en W/m.K)} \quad (A1)$$

où  $C = 8,55.10^{-5}$  d'après Touloukian et al.

$\rho$  est la masse volumique du milieu en  $\text{kg/m}^3$

$T$  est la température du milieu en K

Il s'agit donc d'une formulation simple, linéaire en température.

Banner et al. (11) utilisent une relation semi-empirique un peu plus complexe:

$$\lambda_c = 0,2572.T^{0,81} + 0,0527.\rho^{0,91}.\left(1 + \frac{0,13.T}{100}\right) \text{ (en mW/m.K)} \quad (A2)$$

avec  $\rho$  en  $\text{kg/m}^3$  et  $T$  en  $\text{K}$ ;

où le premier terme représente la conduction en phase gazeuse et le second la conduction dans la matrice solide.

Ces deux relations donnent des résultats similaires sauf lorsque la masse volumique devient très grande.

A partir de campagnes de mesures il est en fait possible d'établir des relations équivalentes sur tous types de milieux fibreux, mais peu de travaux portent sur une analyse plus fine du problème. Pour pallier ce manque d'informations, Le Bail (40) a effectué une modélisation sur un cas de fibres de carbone.

En analysant ses résultats expérimentaux, puis en explicitant les trois phénomènes présents : conduction dans les fibres, constriction des lignes de flux et présence d'une résistance de contact, il a mis en évidence les paramètres qui régissent le transfert. L'expression qu'il propose nécessite la connaissance de l'arrangement des fibres (notamment au niveau des points de contacts), de la densité du milieu et de la conductivité thermique des fibres. L'expression finale est relativement complexe, mais elle permet de comprendre le comportement du milieu.

En règle générale, nous utiliserons la relation (A2) pour notre étude de milieux composés de fibres de verre. Pour l'application consacrée au carbone, nous utiliserons essentiellement les résultats expérimentaux communiqués par Le Bail (40).

- DEUXIEME PARTIE : ETUDE NUMERIQUE -

CHAPITRE IV: APPLICATION A UN MILIEU REEL DE FIBRES  
DE SILICE.

CHAPITRE V: APPLICATION A UN MILIEU COMPOSE DE FIBRES  
DE CARBONE.

## - DEUXIEME PARTIE : ETUDE NUMERIQUE -

### INTRODUCTION

Nous avons jusqu'à présent situé notre étude dans un cadre général afin de couvrir l'ensemble du problème, caractérisé par une très grande diversité. Il reste que le domaine d'application qui nous intéresse est celui des matériaux du type isolants fibreux. La suite de notre présentation va par conséquent concerner uniquement ce type de milieux.

Cette seconde partie, entièrement consacrée à la caractérisation théorique des milieux fibreux est en fait l'application des équations établies aux chapitres II et III.

Notre but est double:

1) Montrer sur des cas concrets le comportement typique d'un milieu composé de fibres. En conséquence, nous présenterons des résultats concernant les propriétés radiatives, les caractéristiques en transmission et en réflexion et les flux de transfert de chaleur dans le cas d'une simulation de transferts couplés rayonnement-conduction.

2) Valider notre méthode de simulation dans la mesure où sur les milieux que nous allons considérer, nous disposons d'un certain nombre de données expérimentales concernant le transfert radiatif ou le transfert de chaleur global.

L'étude des différents facteurs d'influence que nous ajouterons à notre présentation, complétera notre caractérisation. Notons enfin qu'à travers différents exemples, nous allons mettre en évidence l'impact éventuel des paramètres numériques introduits - tels que ceux nécessaires à la discrétisation - et les limites d'utilisation de notre méthode.

Deux types de milieux seront testés. Le premier est composé de fibres de silice (à noter que nous compléterons son étude dans notre partie expérimentale); les données dont nous disposons sur ce milieu sont issues essentiellement des travaux de Guilbert et de Banner. Le second est un matelas de fibres de carbone qui a fait notamment l'objet d'une étude par Le Bail dont nous reprendrons les résultats expérimentaux.

## CHAPITRE IV : APPLICATION A UN MILIEU REEL DE FIBRES DE SILICE.

Il s'agit d'un milieu qui a fait l'objet de nombreuses études, notamment par Guilbert (8), Uny (18), Banner (11) et Henry (41). De nombreux isolants du type laine de verre contiennent par ailleurs une part importante de silice parmi leurs composants.

En conséquence, nous disposons d'un certain nombre de données auxquelles nous pourrions comparer nos résultats (notamment en ce qui concerne les valeurs de flux de chaleur puisque plusieurs études expérimentales à l'aide d'appareils dits à plaques chaudes gardées ont déjà été menées sur ce matériau) .

Conformément aux paramètres essentiels décrits dans notre revue bibliographique, voici les caractéristiques du milieu réel que nous allons considérer dans la suite de ce chapitre :

- géométrie : milieu plan du type "mur";
- nature des fibres : silice pure de masse volumique  $2200 \text{ kg/m}^3$ ;
- diamètre des fibres : compris entre 1 et  $13 \mu\text{m}$  selon la répartition décrite sur la figure IV-1 et avec des valeurs moyennes comprises entre 6 et  $7 \mu\text{m}$ ;
- longueur des fibres : quelques millimètres, ce qui accrédié largement l'hypothèse de cylindres de longueur infinie, par comparaison avec le diamètre;
- masse volumique du milieu : entre 5 et  $200 \text{ kg/m}^3$ ;
- morphologie du milieu : le cas qui nous intéresse plus particulièrement est celui de fibres stratifiées dans des plans parallèles aux frontières du milieu, mais afin d'étudier l'influence de l'orientation des fibres, d'autres cas seront étudiés;
- épaisseur du milieu : elle varie entre 1mm et 10 cm selon les cas d'applications envisagés.

### IV - 1 - MISE EN APPLICATION DE NOTRE MODELE.

Notre étude théorique a mis en évidence un certain nombre d'étapes à suivre pour simuler le transfert, nous pouvons les regrouper en quatre catégories que nous allons détailler par la suite:

1) Détermination des propriétés optiques du milieu : l'indice complexe de réfraction  $n^*$ .

2) Calcul des efficacités monochromatiques  $Q_\lambda$ . Les données nécessaires sont la taille des fibres et l'indice  $n^*$ .

Fig IV-1: Distribution des diametres de fibres

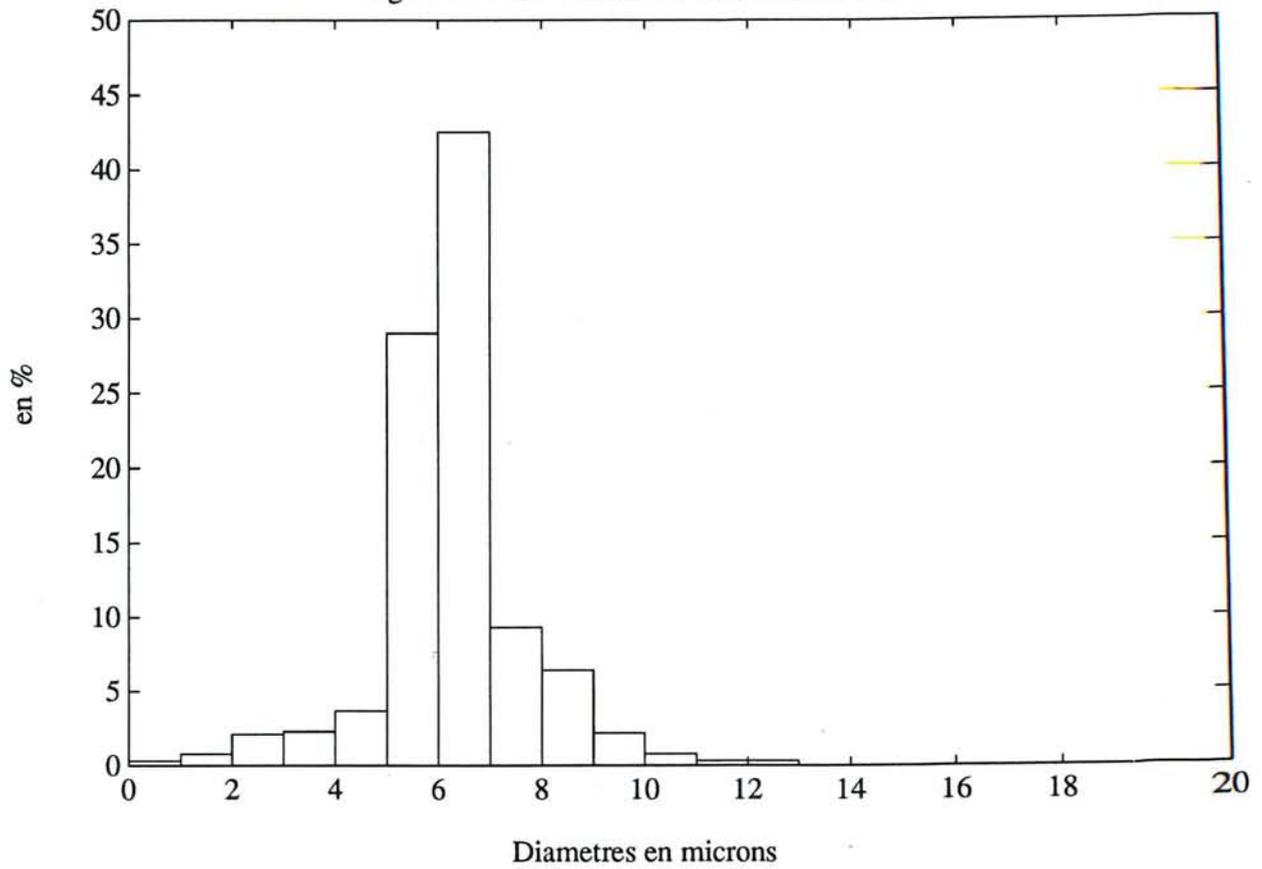
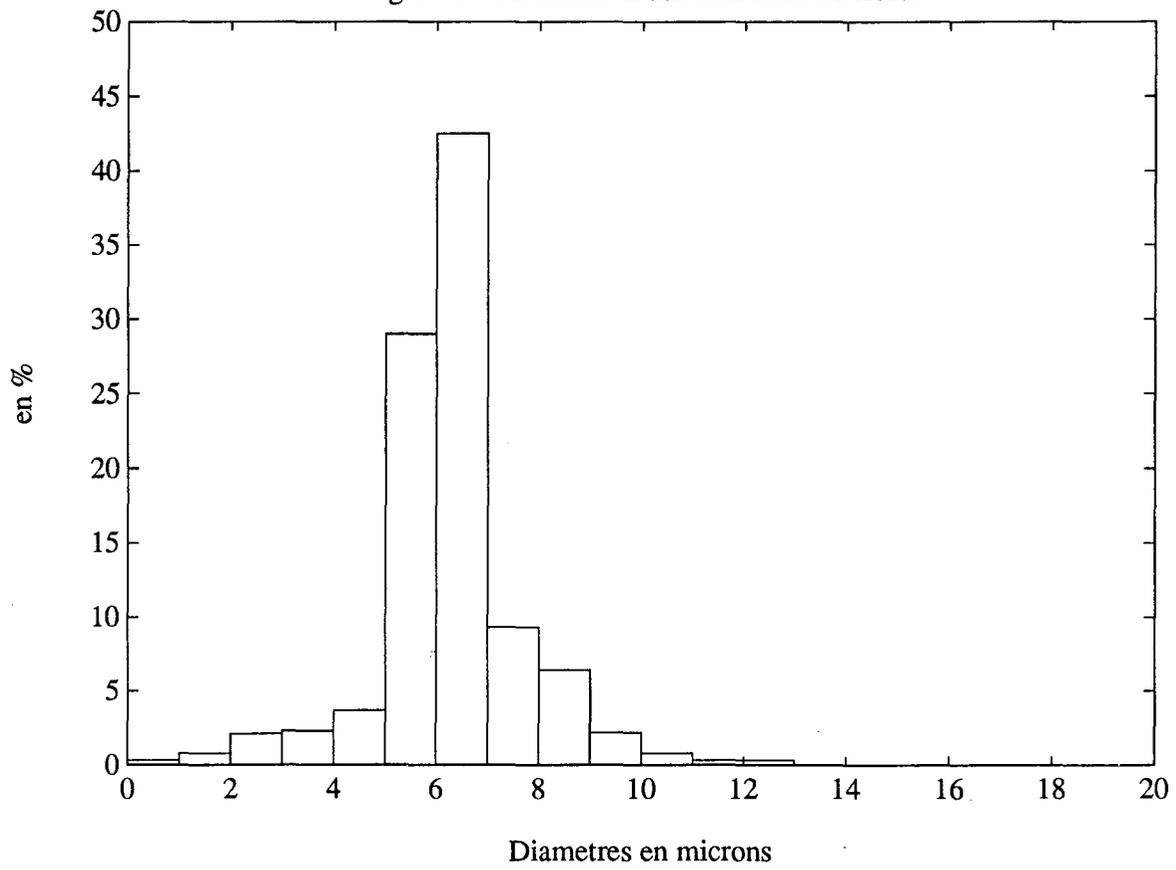


Fig IV-1: Distribution des diametres de fibres



3) Calcul des propriétés radiatives : les coefficients monochromatiques  $\sigma_\lambda$  et les coefficients bidirectionnels  $[\sigma_{s\lambda} \cdot P_\lambda]$ . Les données nécessaires sont les caractéristiques morphologiques, à savoir essentiellement la masse volumique du milieu et l'orientation des fibres.

4) Modélisation du transfert : deux cas seront envisagés, la simulation du transfert de chaleur à travers un matelas fibreux et le calcul des caractéristiques en transmission et en réflexion d'un échantillon mince. Les données nécessaires sont l'épaisseur du milieu et les conditions extérieures imposées, à savoir les températures des parois ou le flux de rayonnement incident sur le milieu.

Pour notre étude, les phases de calcul 1) et 2) ne sont à effectuer qu'une seule fois et les résultats ainsi obtenus sont consignés dans des fichiers de données qui sont utilisés par la suite dans les phases 3) et 4) pour chaque type d'application étudié. Voyons la description des différentes étapes.

#### **IV - 1 - 1) Détermination des caractéristiques optiques du milieu.**

Cette partie concerne le calcul des indices optiques :

- l'indice d'absorption  $k$ ;
- l'indice de réfraction  $n$ .

L'indice complexe de réfraction est défini par  $n^* = n - i k$ . Il s'agit d'une grandeur monochromatique, propriété intrinsèque du matériau constituant la matrice solide. Généralement des mesures de spectrométrie sont effectuées et les valeurs de  $n$  et  $k$  sont identifiées à partir des relations de Kramers - Kronig. Cette méthode fait l'objet d'une étude particulière en annexe 4. Nous avons en partie utilisé les résultats de Guilbert (8) et nous les avons modifiés dans des domaines de longueurs d'onde précis, demandant une plus grande précision.

Nous verrons par la suite, dans un paragraphe consacré à l'étude des paramètres d'influence, que le transfert radiatif est grandement conditionné par les valeurs de  $n^*$ .

#### **IV - 1 - 2) Calcul des efficacités $Q_\lambda$ .**

Pour cette partie de l'étude, nous suivons rigoureusement la formulation développée au chapitre II et basée sur les résultats de Lind et Greenberg (3). Par conséquent, en introduisant comme données le paramètre de taille  $\alpha = \frac{\pi \cdot d}{\lambda}$  et la valeur correspondante de  $n^*$  à chaque longueur d'onde, nous déterminons les caractéristiques d'une fibre de silice pure.

Notons à ce stade, l'importance du domaine de longueur d'onde étudié. Nous disposons en fait de valeurs de  $n^*$  pour une gamme de longueurs d'onde allant de 400 à 4  $\mu\text{m}$ , et même en dessous éventuellement.

Habituellement, les techniques utilisées pour tenir compte du caractère non-gris du matériau se rattachent au principe du modèle dit "par bande", à savoir que les calculs sont effectués sur une dizaine de bandes spectrales où les propriétés optiques du matériau peuvent être assimilée à des constantes.

Le choix de ces différents domaines est parfois difficile, dans la mesure où les variations de  $n^*$  sont nombreuses. Cependant, nous disposons de valeurs de  $n^*$  établies tous les  $25 \text{ cm}^{-1}$ , cela nous permet d'obtenir une excellente précision spectrale sachant que pour gagner en temps de calcul, il reste possible de ne sélectionner qu'un nombre plus faible de valeurs.

#### **IV - 1 - 3) Calcul des propriétés radiatives du milieu.**

Dans cette partie, il s'agit d'intégrer les propriétés d'une unique fibre de silice sur tout le milieu. C'est pourquoi il est nécessaire de tenir compte de la façon dont les fibres sont disposées dans le milieu. La densité du matériau est également un facteur intervenant à ce niveau et les coefficients obtenus sont directement proportionnels à la fraction volumique du milieu.

Les différents phénomènes liés à l'anisotropie du matériau sont issus de cette étape du calcul. Comme précédemment, nous suivons lors de cette phase, rigoureusement la méthode présentée au chapitre II.

#### **IV - 1 - 4) Modélisation du transfert par rayonnement.**

Conformément au chapitre III, la connaissance des propriétés radiatives du milieu permet d'établir la forme matricielle du bilan radiatif après discrétisation. Sur ce plan, le choix et le nombre des directions discrètes est un paramètre capital pour la précision numérique du modèle. Ce point fait d'ailleurs l'objet d'un paragraphe concernant les paramètres d'influence du transfert. De manière courante et sauf précision contraire, nous travaillerons avec douze directions discrètes espacées de façon régulière selon l'angle polaire.

L'introduction des facteurs extérieurs imposés au milieu, tels que les températures de paroi où le flux de rayonnement incident, intervient à ce niveau. De même, les autres caractéristiques du milieu telles que son épaisseur ou les propriétés radiatives de ses parois sont prises en compte. Dans la plupart des études consacrées à notre sujet, les conditions aux limites imposées sont celles de frontières noires. Nous verrons également les modifications que peut apporter une autre hypothèse quant à la nature des parois du milieu.

Les deux types de calculs envisagés au chapitre III seront présentés. En ce qui concerne le problème de transferts couplés conduction-rayonnement, nous effectuerons immédiatement la comparaison avec les données expérimentales dont nous disposons.

Pour ce qui est de la simulation de mesures de spectrométrie, nous présenterons les résultats théoriques typiques du matériau, mais comme cette caractérisation expérimentale est l'objet de la troisième partie de ce rapport, nous établirons la confrontation théorie-expérience à ce niveau.

## **IV - 2 - PRESENTATION DE RESULTATS TYPQUES D'UN MILIEU DE FIBRES DE SILICE.**

Nous avons effectué nos calculs à partir des valeurs d'indices exposées en annexe, pour le milieu décrit au début de ce chapitre et avec les caractéristiques suivantes:

- fibres de diamètre  $7 \mu\text{m}$ , stratifiées dans des plans parallèles aux frontières du milieu;
- masse volumique du milieu :  $10 \text{ kg/m}^3$ ;
- épaisseur du milieu :  $10 \text{ cm}$  ;
- frontières noires .

Pour le problème de transfert couplé, les températures de parois imposées sont :

$$T_0 = 293 \text{ K et } T_E = 303 \text{ K.}$$

Pour le problème de spectrométrie, nous considérons que le milieu est éclairée par un corps noir à une température de  $800 \text{ K}$  selon une direction donnée.

Note: rappelons que dans la suite de ce chapitre, les différents phénomènes présentés seront étudiés par rapport aux angles  $(\omega, \xi)$  -azimut, angle polaire-. Cela nous amènera à exploiter des courbes de variations en fonction de l'angle polaire d'incidence ou de diffusion, ce qui nous permet de situer le problème au niveau du milieu et non des fibres.

### **IV - 2 - 1) Propriétés radiatives du milieu.**

Les figures IV-2 et IV-3 indiquent les variations des propriétés radiatives moyennes spectrales entre  $4$  et  $40 \mu\text{m}$ . A savoir que les coefficients  $\sigma_{\lambda}(\xi)$  ont été moyennés sur l'ensemble des directions incidentes. Nous retrouvons donc les coefficients usuels des modèles du type deux flux.

L'ordre de grandeur de ces coefficients accrédité dans une certaine mesure l'hypothèse du milieu optiquement épais, l'approximation de Rosseland n'est cependant pas applicable parce que le milieu ne diffuse pas de façon isotrope.

Différentes zones de longueurs d'onde sont remarquables :

- le milieu est non absorbant en dessous de  $5 \mu\text{m}$  ( l'albédo vaut donc 1 dans ce domaine); au-delà, et jusque  $7,5 \mu\text{m}$  environ, l'absorption est encore relativement faible;

- autour de  $7,3 \mu\text{m}$  le coefficient de diffusion et par suite, celui d'extinction chute. Ce phénomène est du à l'effet Christiansen. A cette longueur d'onde, l'indice de réfraction est très proche de celui de l'air, en conséquence, le milieu se comporte comme un matériau non-diffusant. Par ailleurs, l'absorption étant encore faible, l'extinction devient très petite et le milieu atténue peu le rayonnement;

- au-delà de cette zone de Christiansen, l'extinction augmente et on note en particulier trois pics de diffusion, autour de  $9 \mu\text{m}$ ,  $11 \mu\text{m}$  et  $13,5 \mu\text{m}$ ;

- vers  $19,3 \mu\text{m}$ , on constate une nouvelle chute de la diffusion, moins sensible que la première cependant. Il s'agit là-encore de l'effet Christiansen, mais l'extinction chute moins rapidement parce que l'absorption est plus forte dans cette gamme de longueurs d'onde.

- au-delà de  $20 \mu\text{m}$ , l'extinction augmente à nouveau, avec un maximum vers  $25 \mu\text{m}$  puis une lente diminution vers les infrarouges longs.

Fig IV-2: VARIATIONS DES COEFFICIENTS MONOCHROMATIQUES MOYENS

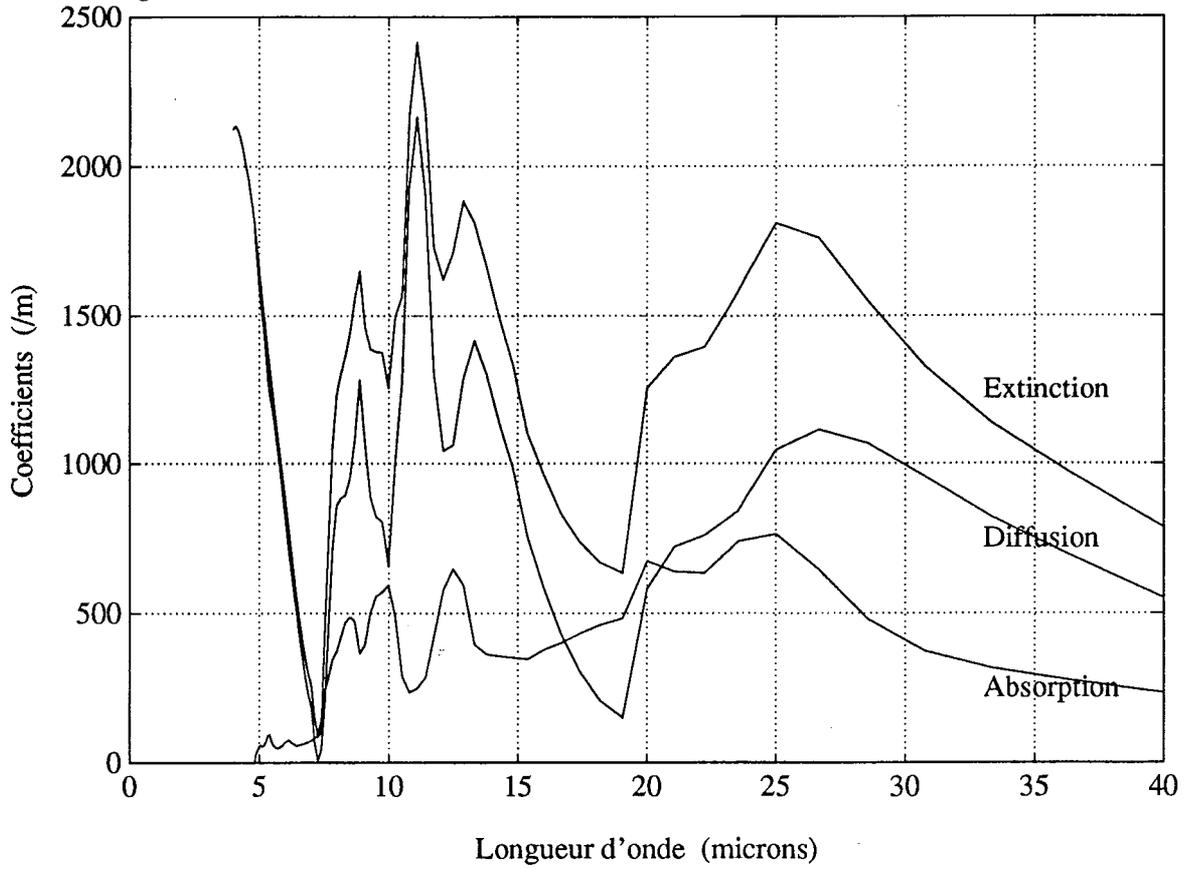


Fig IV-3: VARIATIONS DE L'ALBEDO MOYEN SPECTRAL

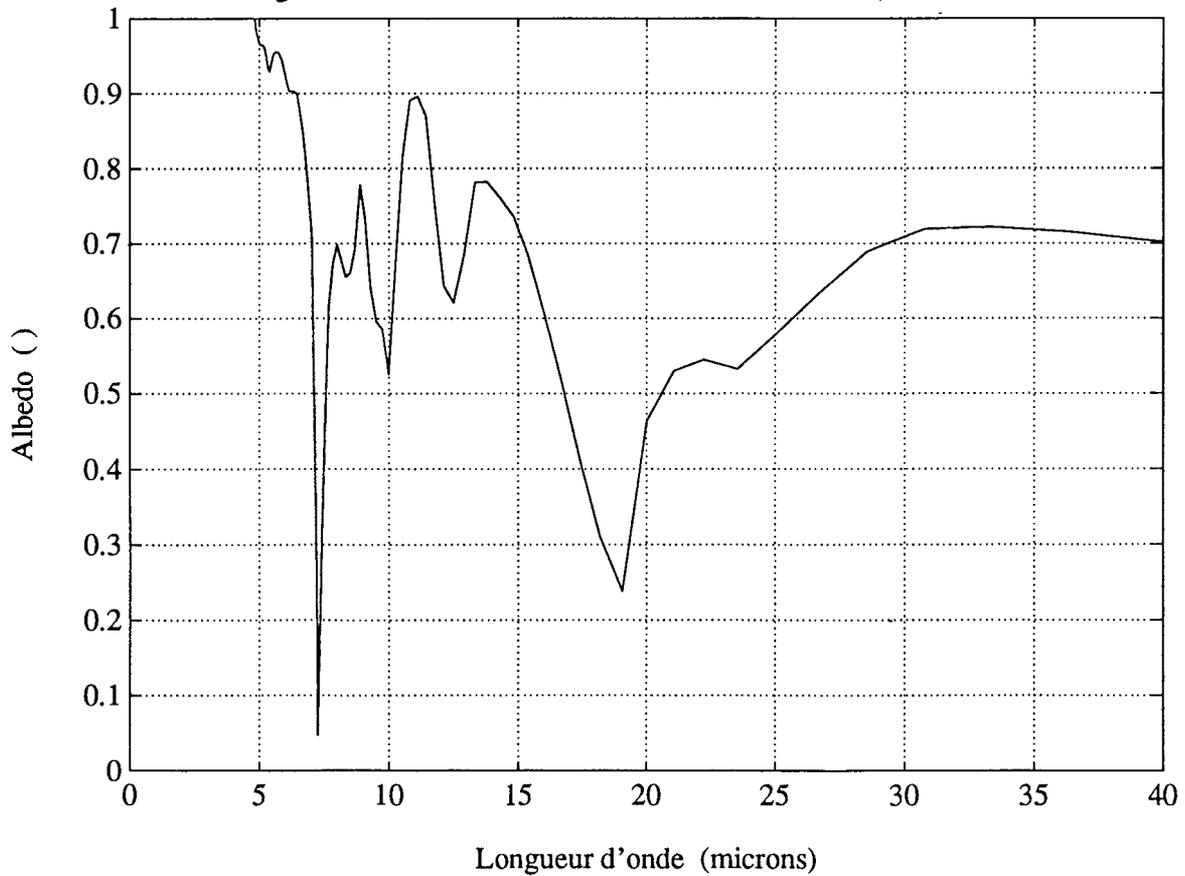


Fig IV-4: VARIATIONS DES COEFFICIENTS AVEC L'INCIDENCE

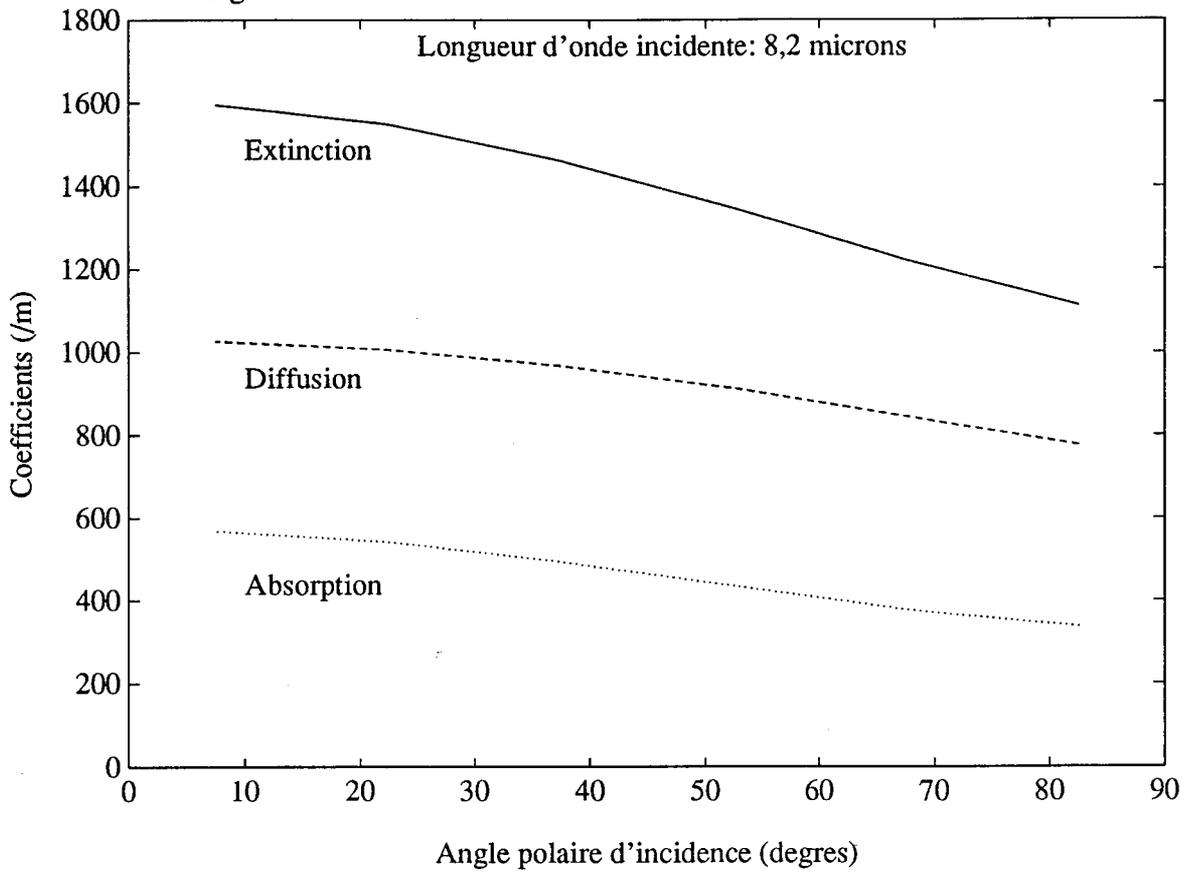
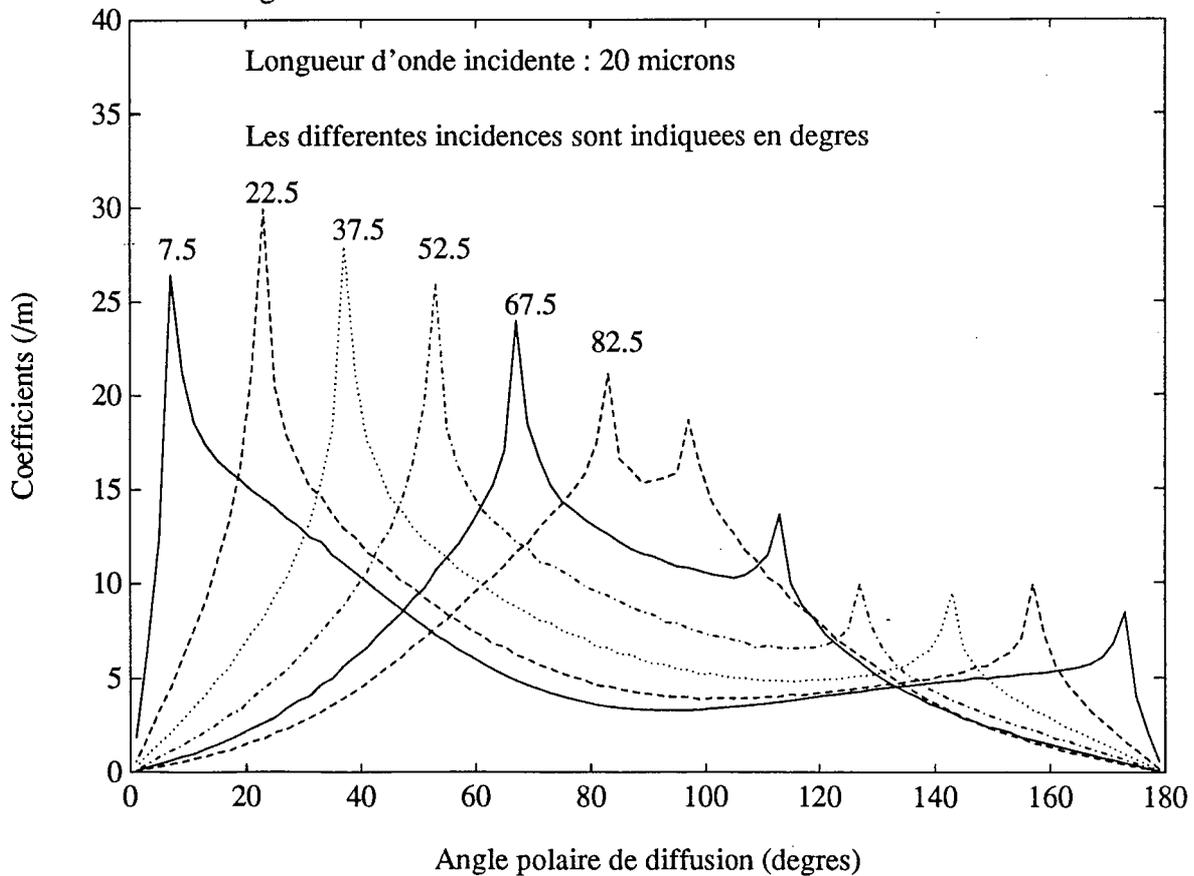


Fig.IV-5: COEFFICIENTS BIDIRECTIONNELS DE DIFFUSION



Considérons à présent les variations de ces coefficients avec l'angle d'incidence du rayonnement (figure IV-4). Nous avons choisi ici une longueur d'onde sans particularité, à  $8,2 \mu\text{m}$  le milieu est absorbant-diffusant avec un albédo de l'ordre de 0,7.

Nous pouvons constater que les coefficients diminuent lorsque l'on s'éloigne de l'incidence normale. L'écart entre les minima et les maxima est relativement important (de  $1600 \text{ m}^{-1}$  à  $1100 \text{ m}^{-1}$  pour l'extinction), la prise en compte de ces variations peut donc s'avérer indispensable pour modéliser correctement le transfert radiatif.

Enfin voyons maintenant les variations des coefficients de diffusion bidirectionnels qui indiquent comment le rayonnement est diffusé (figure IV-5). Là-encore, les courbes présentées sont typiques des caractéristiques du matériau. Les calculs ont été réalisés avec un pas d'angle de diffusion de  $2^\circ$ . Par conséquent, il s'agit de points qui indiquent, pour une incidence donnée, la part du coefficient de diffusion correspondant à des secteurs d'angles polaires de largeur  $2^\circ$ . Autrement dit, chaque point indique la valeur du produit  $\sigma_{s\lambda} \cdot P_\lambda$  moyenné sur deux degrés d'angle polaire.

La valeur de l'angle d'incidence utilisé est indiqué pour chaque courbe.

Différentes caractéristiques apparaissent:

- la diffusion est loin d'être isotrope et il est difficile a priori de définir un "moule mathématique" susceptible de reproduire avec précision ces variations;

- il existe un pic de diffusion dans la direction d'incidence dont l'intensité varie avec cette même direction. La diffusion se fait par ailleurs en majorité vers l'hémisphère avant, si nous considérons que le rayonnement incident provient de l'hémisphère arrière;

- cependant, la rétrodiffusion n'est pas négligeable. Son importance varie avec les directions d'incidence et d'émergence;

- un second pic que nous pourrions qualifier de "rétrodiffusion spéculaire" est également présent. En effet, ce pic est observé pour l'angle d'émergence ( $\pi - \xi$ ). Ce phénomène est certainement dû au fait que nous avons choisi un milieu dont les fibres sont réparties dans un plan (défini ici par  $\xi_f = \frac{\pi}{2}$ ). A noter que ce pic est d'autant plus élevé que l'incidence s'éloigne de la normale.

#### **IV - 2 - 2) Caractéristiques en transmission et en réflexion.**

Suite à ces premières observations sur les propriétés radiatives, voyons maintenant comment se comporte le milieu soumis au rayonnement. Considérons le problème d'un milieu non-émissif d'épaisseur 2 mm. Les figures IV-6 et IV-7 indiquent la transmission prévue par notre modèle (émergence entre 0 et  $90^\circ$ ) ainsi que la réflexion (émergence entre  $90$  et  $180^\circ$ ) pour un angle d'incidence de  $22,5^\circ$  et aux longueurs d'onde 20 et  $7,3 \mu\text{m}$ .

Fig IV-6: TRANSMISSION ET REFLEXION EN MILIEU ABSORBANT-DIFFUSANT

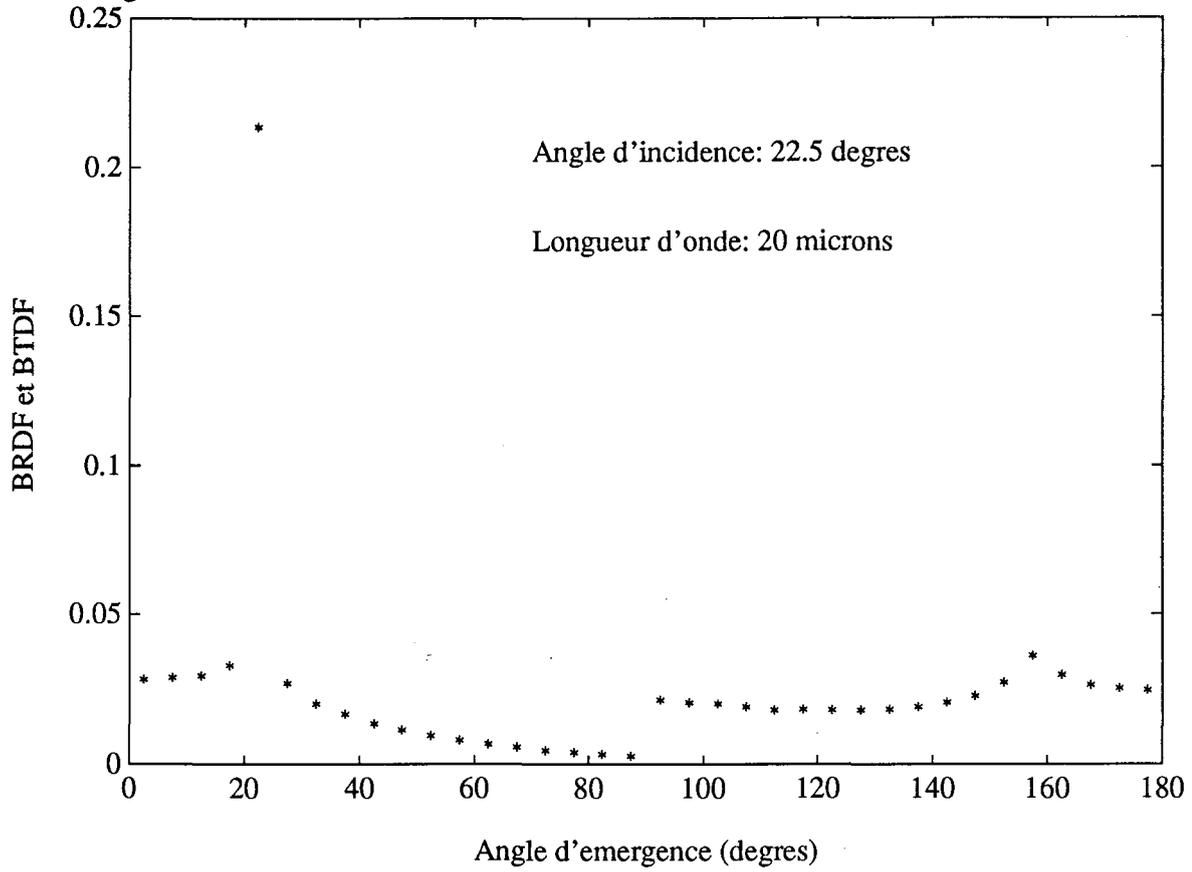
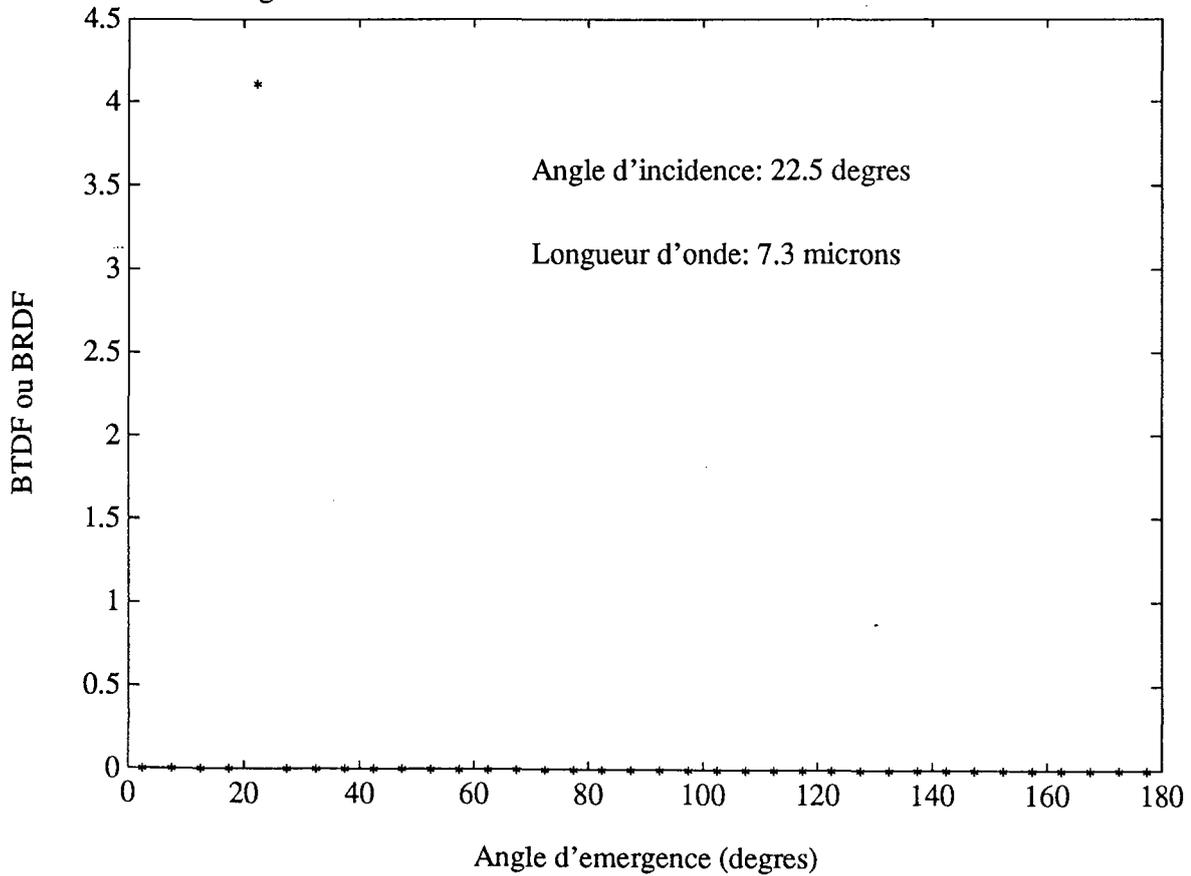


Fig IV-7: TRANSMISSION ET REFLEXION A CHRISTIANSEN



La discrétisation utilisée sur ces exemples a été effectuée avec un pas de 5 degrés. Il est clair qu'une exploitation rigoureuse des tracés nécessiterait un pas plus fin pour préciser l'allure des courbes au niveau des pics. Notre but est uniquement de présenter des comportements typiques du matériau et de les analyser de façon qualitative, pour une étude plus précise, nous nous placerons dans des conditions permettant une application tout à fait fiable de nos calculs.

Les points présentés sont les valeurs des fonctions de distribution spectrale de réflexion et de transmission (également appelées BRDF et BTDF).

Nous pouvons constater la présence d'un pic de transmission dans la direction d'incidence, traduisant le caractère anisotrope de la diffusion dans le milieu. Ces courbes apportent une confirmation d'un phénomène déjà observé expérimentalement : les milieux fibreux diffusent fortement vers l'avant.

Nous avons choisi, d'autre part, la longueur d'onde particulière  $7,3 \mu\text{m}$  pour montrer les conséquences de l'absence de la diffusion à "Christiansen" (figure IV-7) : le rayonnement est transmis sans être dévié et l'intensité transmise est nettement supérieure à ce que nous pourrions observer aux autres longueurs d'onde.

En dehors de ce cas particulier, l'impact de la diffusion est différent selon la longueur d'onde et le pic observé en transmission est plus ou moins remarquable, selon que le milieu est fortement diffusant ou non (en milieu purement diffusant il existe toujours bien qu'il soit de moindre importance).

Egalement liée à la diffusion, l'importance de la réflexion varie aussi avec la longueur d'onde. (Elle est bien entendue inexistante à "Christiansen"). A noter qu'il existe, parallèlement à ce que nous avons noté pour les coefficients de diffusion bidirectionnels, un pic de réflexion spéculaire dont l'intensité varie avec la direction d'incidence.

Remarque : Les valeurs indiquées dépendent fortement des différentes caractéristiques optiques et morphologiques qui interviennent dans la modélisation, ainsi que nous le verrons par la suite.

#### **IV - 2 - 3) Problème de transferts couplés conduction-rayonnement.**

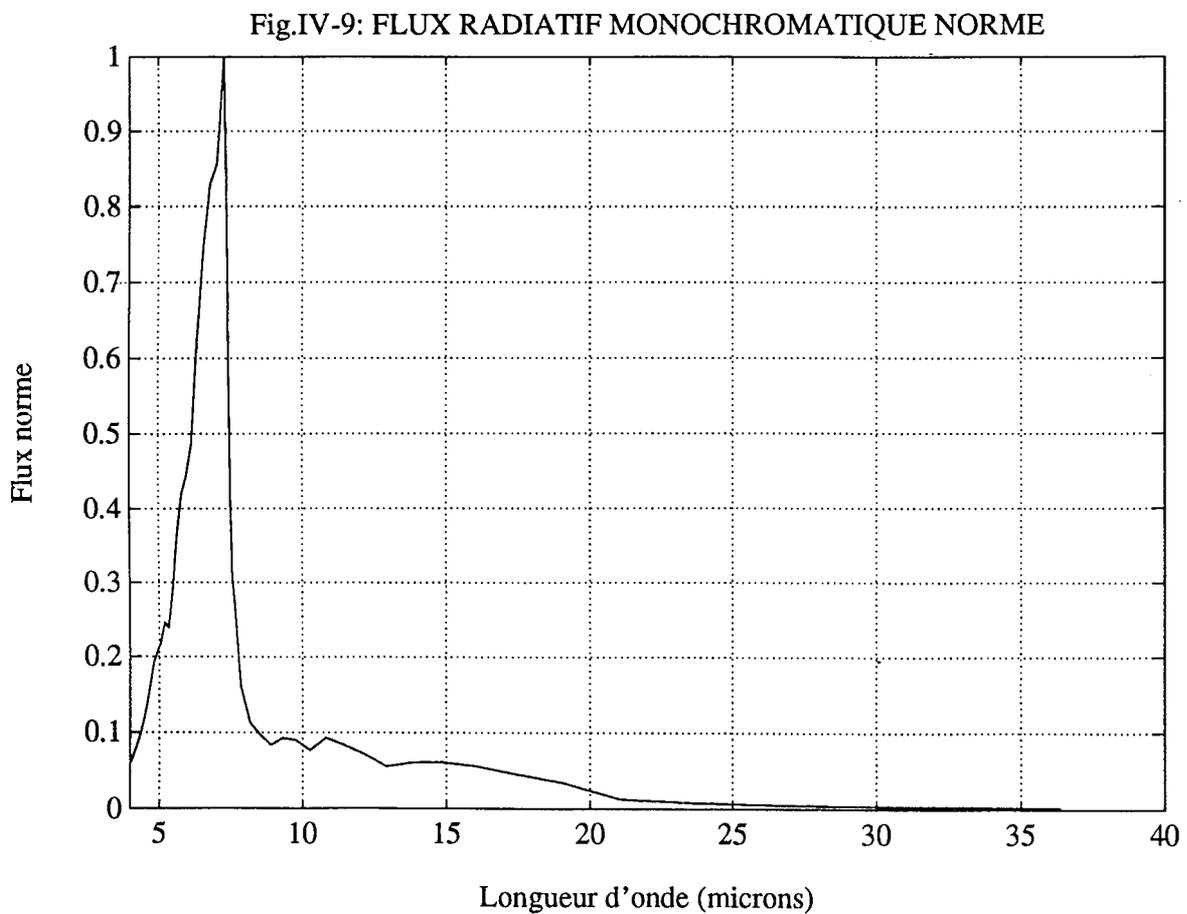
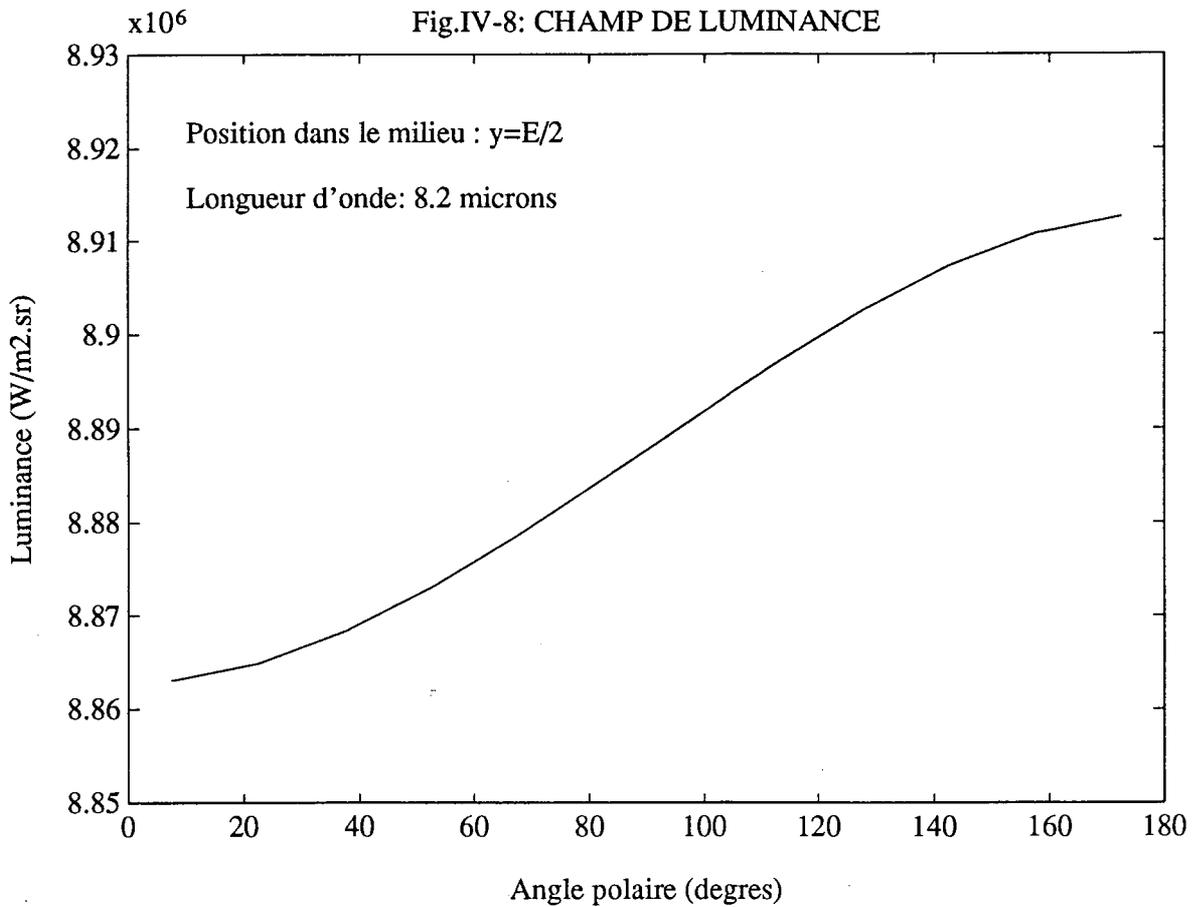
Pour clore ce bref descriptif des propriétés des milieux de fibres de silice, intéressons nous, à présent, aux caractéristiques thermiques.

Tel que nous l'avons présenté au chapitre III, notre code de calcul nous conduit d'abord à la détermination du champ de luminance monochromatique. La figure IV-8 nous présente l'allure typique rencontrée à l'intérieur du milieu. Selon la longueur d'onde et l'abscisse étudiées, les valeurs rencontrées et les écarts entre les minima et les maxima changent, mais l'évolution de la courbe reste la même.

Il est logique de voir que la luminance est plus importante vers l'hémisphère arrière puisqu'elle est essentiellement liée à la propagation du rayonnement provenant de la paroi en E pour laquelle nous avons choisi la température la plus élevée.

Il est intéressant de constater que l'augmentation de l'intensité avec l'angle d'émergence se fait progressivement, ce qui indique pourquoi l'hypothèse de l'isotropie hémisphérique est trop restrictive. En effet, la représentation correspondant à cette hypothèse serait deux portions de droite horizontales, l'une entre 0 et  $90^\circ$  et l'autre entre  $90$  et  $180^\circ$ , ce qui est bien différent de la courbe présentée ici.

Par intégration de la luminance nous obtenons le flux monochromatique tel qu'il est décrit sur la figure IV-9.



Nous avons normé nos résultats en les divisant par la valeur maximale du flux, de manière à indiquer les variations relatives et les différentes zones où le transfert est prépondérant. Nous pouvons ainsi remarquer qu'au-delà de  $20 \mu\text{m}$  le transfert devient quasiment nul, l'essentiel se fait même en dessous de  $10 \mu\text{m}$ .

D'autre part nous avons vu que la zone située autour de  $7,3 \mu\text{m}$  était caractérisée par une diminution des grandeurs caractérisant les propriétés radiatives, en conséquence au niveau du flux, nous constatons une très nette augmentation qui est donc causée par la faiblesse de l'absorption et l'absence de diffusion.

Avant  $7,3 \mu\text{m}$ , l'importance du transfert est en fait lié à la température; il est certain que pour des valeurs élevées de températures imposées, le flux de transfert deviendrait relativement important dans ce domaine de longueur d'ondes où le milieu est non-absorbant.

A présent, considérons le problème de transferts couplés conduction rayonnement. Le modèle de conduction adopté est celui défini par Banner (voir l'annexe du chapitre III) Le tableau IV-1 indique, tous les 5 mm, la valeur de la température et des différents flux dans le milieu:

Tableau IV-1 : flux et champ de température dans le milieu:

y (m)	$Q_r$ (W/m <sup>2</sup> )	$Q_c$ (W/m <sup>2</sup> )	$Q_t$ (W/m <sup>2</sup> )	T(y) (K)
0,000	1,82	2,95	4,77	293,00
0,005	1,99	2,88	4,87	293,56
0,010	2,10	2,77	4,87	294,10
0,015	2,17	2,70	4,87	294,61
0,020	2,21	2,66	4,87	295,12
0,025	2,23	2,63	4,86	295,62
0,030	2,24	2,62	4,86	296,11
0,035	2,24	2,62	4,86	296,61
0,040	2,24	2,62	4,86	297,10
0,045	2,24	2,62	4,86	297,60
0,050	2,24	2,62	4,86	298,09
0,055	2,25	2,61	4,86	298,58
0,060	2,27	2,59	4,86	299,07
0,065	2,28	2,58	4,86	299,56
0,070	2,29	2,57	4,86	300,04
0,075	2,30	2,56	4,86	300,52
0,080	2,29	2,57	4,86	300,99
0,085	2,26	2,60	4,86	301,48
0,090	2,19	2,67	4,86	301,97
0,095	2,09	2,78	4,87	302,47
0,100	1,92	2,86	4,78	303,00

Le flux total est évidemment constant conformément à la loi de conservation de l'énergie. En ce qui concerne les autres grandeurs, nous pouvons noter différentes caractéristiques:

- le flux radiatif représente 45 % du transfert total en moyenne, ce qui confirme l'importance accordée à ce mode;

- le flux radiatif n'est pas constant dans le milieu, il croît légèrement lorsque nous allons vers les températures les plus élevées; à l'opposé, la part de transfert liée à la conduction diminue;

- le champ de température obtenu est quasiment linéaire puisque l'écart maximum enregistré par rapport au profil linéaire est de 0,12 K. Cela justifie donc en partie, l'hypothèse avancée (champ de température linéaire) pour résoudre notre problème sans considérer le couplage. Cependant, cela indique également que pour des contributions radiatives plus importantes, le profil de température pourrait devenir très singulier.

Remarque : près des bords, les résultats obtenus s'écartent de ceux observés à l'intérieur du milieu, il s'agit d'un problème numérique. Cet effet de bord est atténué par un maillage plus fin près des frontières.

Pour vérifier la validité de notre mode de calcul, nous avons considéré le cas de fibres de diamètre unique mais différent de  $7 \mu\text{m}$ . En effectuant nos calculs pour chaque valeur de diamètre successivement, et en pondérant les résultats par le taux de présence lu sur la figure IV-1, nous devons donc retrouver les valeurs habituellement obtenues expérimentalement sur des appareils à plaque chaude gardée. La valeur de flux total, obtenu expérimentalement dans des conditions de mesures identiques à celles de notre calcul, et présentée par Banner est de 4,75 W/m<sup>2</sup>. Nous avons obtenu 4,73 W/m<sup>2</sup> avec notre modèle "deux-courants". Cette comparaison atteste de la précision de nos calculs. Mais il est certain que l'incertitude réelle est plus importante que ne le laisse penser ce faible écart - en effet, il existe des imprécisions sur les différentes caractéristiques morphologiques du milieu qui pourraient induire des écarts plus importants-. On peut notamment prévoir qu'une prise en compte des longueurs de fibres enregistrées pour chaque diamètre donnerait un résultat plus proche de la réalité que la simple considération des diamètres observés.

Note : le but de notre modélisation était de réaliser le moins d'hypothèses simplificatrices possibles, c'est ce qui nous a conduit à prendre à compte un nombre important de paramètres susceptibles d'influencer le résultat final. Dans la suite de ce chapitre, nous allons étudier l'impact de ces différents facteurs.

Si des exemples concrets sont le plus souvent donnés pour le cas de la silice, le type de singularités observées est généralement caractéristique de l'ensemble des milieux fibreux .

### IV - 3 - ETUDE DES PARAMETRES INFLUENCANT LE TRANSFERT

En ce qui concerne le transfert par rayonnement ou le transfert de chaleur global, les facteurs d'influence sont nombreux. Ils peuvent avoir différentes origines liées au milieu lui-même ou aux conditions extérieures.

Voici la liste de ceux que nous étudierons :

- facteurs "morphologiques" : la taille des fibres, leur orientation, la masse volumique;

- composition des fibres : c'est un paramètre qui se répercute immédiatement sur les indices optiques du milieu;

- facteurs "extérieurs" : la température, la nature des parois.

Chacun de ces paramètres sera étudié séparément, mais la plupart du temps leur influence est combinée - par exemple : une augmentation de la température déplace la partie intéressante du spectre vers le proche infrarouge, en conséquence les variations des indices optiques observées dans une gamme donnée de longueurs d'onde deviennent plus ou moins importantes -.

#### IV - 3 - 1) Influence de la taille des fibres.

Le rayon de la fibre  $r$  apparaît dans le calcul des propriétés radiatives, aussi bien dans la détermination des efficacités que dans celle des coefficients obtenus ensuite. Cependant, il n'est pas possible d'isoler  $r$  pour l'étudier séparément, parce qu'il est utilisé dans les fonctions de Bessel et de Hankel notamment. Par contre, il est possible de réaliser la totalité des calculs pour plusieurs valeurs données et de comparer les résultats finaux.

Considérons tout d'abord le cas du coefficient monochromatique d'extinction, pour mettre en évidence l'importance de  $r$ .

En utilisant la méthode présentée par Ozisik (26) pour déterminer les propriétés radiatives moyennes à partir de grandeurs spectrales; il est possible d'étudier les variations du coefficient d'extinction moyen en fonction du rayon de la fibre.

Dans notre problème, ce qui nous intéresse, c'est l'atténuation du rayonnement émis (aux frontières ou au sein du milieu), nous avons donc choisi comme poids, la luminance du corps noir. Le calcul est effectué à température ambiante, la gamme de longueur d'onde retenue est par conséquent  $[4;40\mu\text{m}]$ . Cela nous donne le mode de calcul suivant :

$$\sigma_{em} = \frac{\int_{\lambda=4\mu\text{m}}^{40\mu\text{m}} \sigma_{e\lambda} \cdot L_{o\lambda}(T) d\lambda}{40\mu\text{m} \int_{\lambda=4\mu\text{m}} L_{o\lambda}(T) d\lambda}$$

La figure IV-10 représente les variations de  $\sigma_{em}$  avec le diamètre des fibres, (toujours avec une masse volumique de  $10 \text{ kg/m}^3$ ), nous pouvons constater que l'extinction passe par un maximum pour un diamètre légèrement inférieur à  $2 \mu\text{m}$ . Cette première courbe indique nettement l'influence de la taille cependant cela ne suffit pas pour déterminer un diamètre optimum parce que la longueur d'onde n'apparaît pas dans ce facteur alors que le flux monochromatique varie fortement avec  $\lambda$ .

Fig IV-10: INFLUENCE DE LA TAILLE DES FIBRES SUR L'EXTINCTION

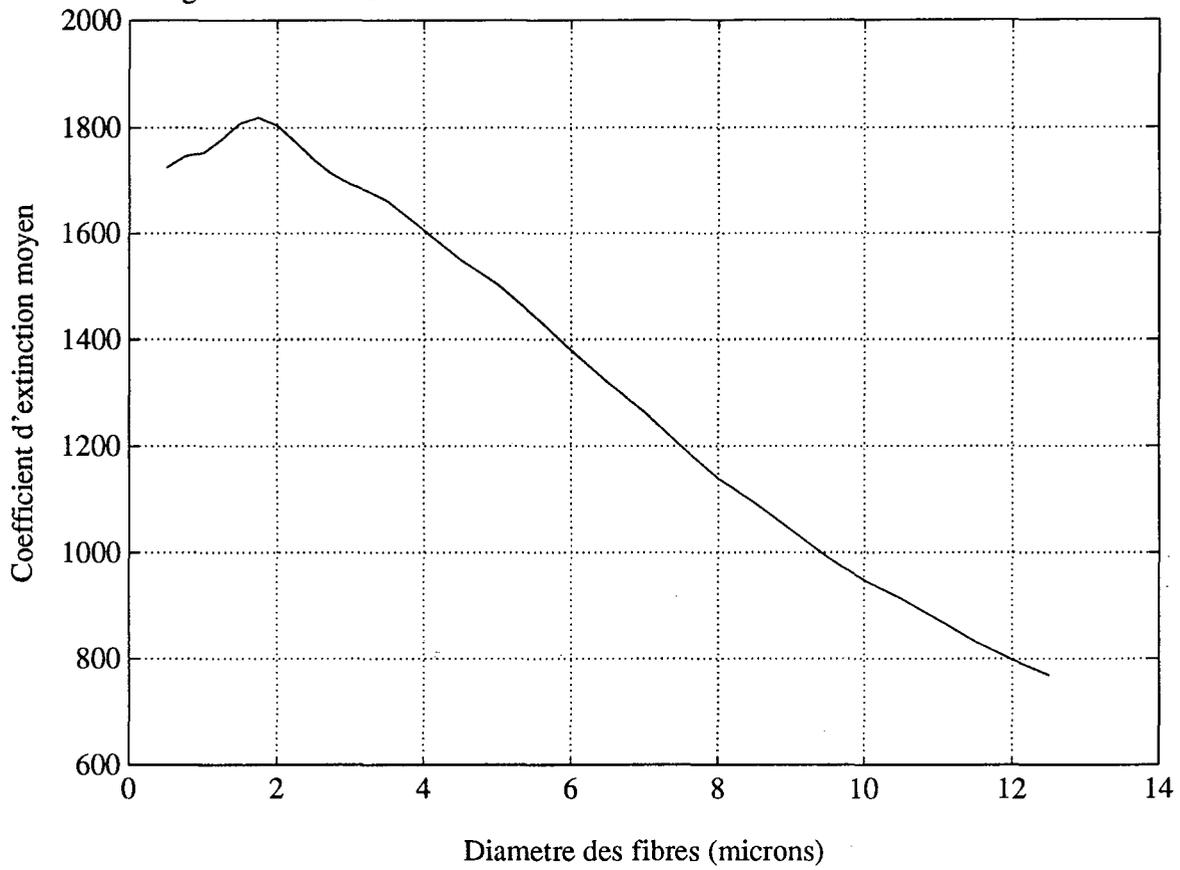


FIG IV-11: INFLUENCE DE LA TAILLE DES FIBRES SUR LA RETRODIFFUSION

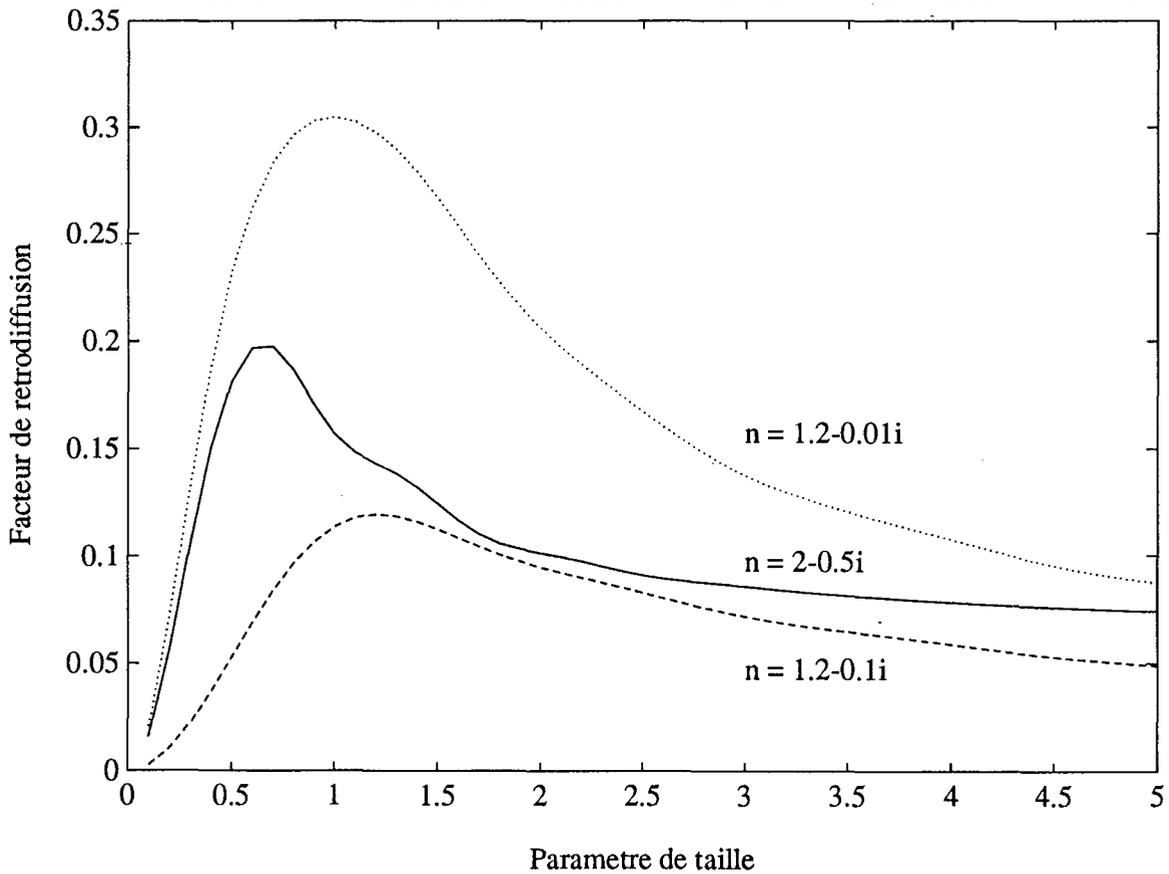
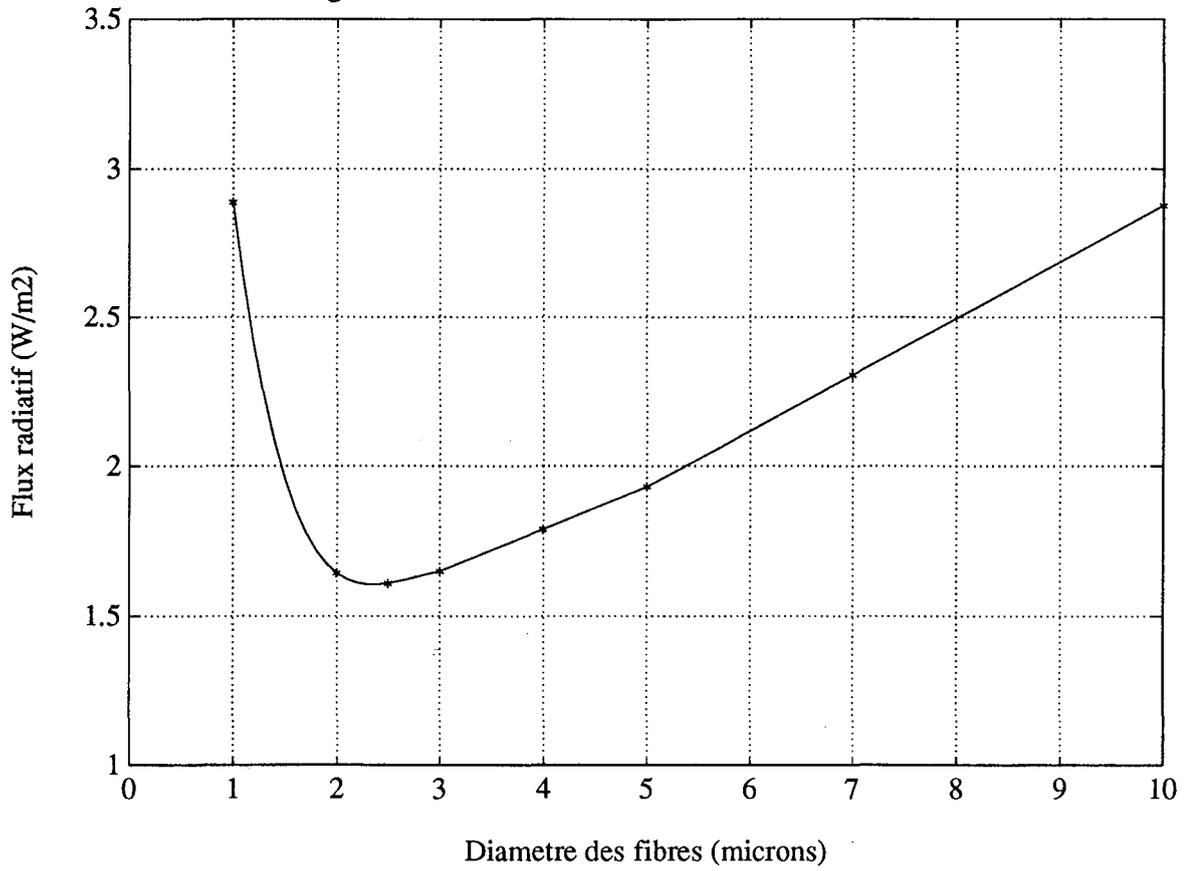


Fig IV-12: INFLUENCE DE LA TAILLE DES FIBRES



D'autre part, il faut également prendre en compte l'impact éventuel de la taille sur la géométrie de diffusion.

Pour montrer l'importance de cette dernière remarque, nous allons revenir à un concept utilisé dans les modèles du type deux flux: le facteur de rétrodiffusion  $B_\lambda$ . Pour cette grandeur, nous reprenons la forme adoptée par Lee (16). Les coefficients calculés représentent donc la capacité du milieu à diffuser vers l'hémisphère opposé au rayonnement incident.

La figure IV-11 indique les variations de  $B_\lambda$  en fonction du paramètre de taille  $\alpha = \frac{\pi d}{\lambda}$ . Différents cas d'indices typiques de notre milieu de fibres de

silice ont été représentés (pour la silice, la valeur 1,2 - 0,01i est un cas typique choisi dans l'infrarouge court; 2 - 0,5i dans l'infrarouge long et 1,2 - 0,1i dans l'infrarouge moyen).

Globalement, il apparaît que la rétrodiffusion est maximale - donc le transfert du rayonnement minimum - pour des valeurs de  $\alpha$  comprises entre 0,6 et 1. Considérant, d'après nos premiers résultats présentés sur le flux monochromatique, et à température ambiante, que la gamme de longueurs d'onde essentielles est [5;10 $\mu$ m], nous en déduisons que la valeur optimale pour  $d$  est de l'ordre de 2 $\mu$ m

Que ce soit par rapport à la capacité du milieu à atténuer le rayonnement, ou à le réfléchir vers l'arrière, le diamètre de fibre qui semble augmenter les propriétés isolantes des milieux de silice est proche de 2  $\mu$ m. Il reste à vérifier ces deux premiers résultats en étudiant les variations du flux radiatif  $Q_r$  avec le diamètre.

La figure IV-12 représente les variations de  $Q_r$  avec  $d$ . Il semble en fait que le flux passe par un minimum pour des fibres dont le diamètre est compris entre 2 et 2,5  $\mu$ m. Au-delà de cette valeur, le flux croît; la croissance est d'ailleurs quasiment linéaire au delà de 3  $\mu$ m.

A noter que d'un point de vue monochromatique, l'écart relevé entre les différents flux, calculés pour des tailles données, varie. En conséquence, un changement de gamme de température ou de la composition chimique du milieu nécessiterait un réexamen du problème.

### **IV - 3 -2) Influence de l'orientation des fibres.**

La position des fibres ( $\omega_f, \xi_f$ ) est une donnée qui intervient dès le départ, lorsqu'il faut intégrer les propriétés d'une fibre à un milieu complet. Par conséquent, les effets liés à l'orientation se font sentir immédiatement sur les propriétés radiatives puis se répercutent sur le flux de transfert.

Les cas qui nous intéressent sont ceux de milieux dont les fibres sont réparties aléatoirement dans l'espace ou stratifiées dans des plans parallèles aux frontières. Le cas de fibres tissées suivant des directions privilégiées peut se traiter également d'après les travaux de Lee.

Nous considérerons là-aussi séparément, les coefficients monochromatiques d'une part et le problème de la géométrie de diffusion d'autre part.

#### IV - 3 - 2 - a) Influence sur les coefficients $\sigma_\lambda$ .

Conformément à notre étude théorique, ces coefficients sont obtenus directement à partir des efficacités  $Q_\lambda$  par intégration :

$$\sigma_\lambda = \int \int 2r \cdot Q_\lambda \cdot d^2F \quad ; \quad \text{où } d^2F \text{ désigne une fonction de distribution.}$$

Dans le cas de fibres de taille unique orientées selon la même direction polaire  $\xi_p$ , cette fonction est :

$$d^2F = \frac{N}{2\pi} \delta(\xi_f - \xi_p) d\omega_f \quad ; \quad \text{ce qui nous donne :}$$

$$\sigma_\lambda = \frac{rN}{\pi} \int_0^{2\pi} Q_\lambda(\phi) \cdot \delta(\xi_f - \xi_p) \cdot d\omega_f \quad \text{où } \phi \text{ est une fonction de } (\omega, \xi, \omega_f, \xi_f).$$

La figure IV-13 indique les variations observées sur le coefficient d'extinction pour différentes inclinaisons de fibres  $\xi_f$  pour une longueur d'onde incidente de  $8,2 \mu\text{m}$ . L'orientation est indiquée sur la figure pour chaque cas ( $\xi_f = 0^\circ; 30^\circ; 60^\circ; 90^\circ$ ).

Il apparaît que l'orientation a un effet sur les propriétés radiatives et que cet effet évolue simultanément avec l'incidence. Si les coefficients moyennés sur toutes les incidences sont a priori peu affectés par des changements d'inclinaison, il n'en est pas de même pour les coefficients directionnels; pour prendre en compte les effets de l'anisotropie, il faut donc utiliser un modèle qui ne simplifie pas trop le problème.

A noter que le cas d'un milieu dont les fibres sont réparties aléatoirement dans l'espace, que nous obtiendrions par intégration selon toutes les directions polaires possibles, donnerait une courbe intermédiaire où les coefficients resteraient constants lorsque l'incidence varie.

#### IV - 3 - 2 - b) Influence sur la géométrie de diffusion.

La figure IV-14 présente les allures obtenues pour nos coefficients de diffusion bidirectionnels, pour une incidence  $\xi = 7,5^\circ$ , pour différentes inclinaisons de fibres. Le pas retenu pour les angles polaires de diffusion est de  $2^\circ$ , ce qui nous assure une excellente précision concernant l'allure des courbes.

Nous avons choisi un cas réel présentant une rétrodiffusion importante, qui nous permet de mettre en évidence deux phénomènes principaux:

- comme nous l'avons mis en évidence sur la figure IV-5, il existe un pic de rétrodiffusion spéculaire dont la position est modifiée ici en fonction de l'inclinaison polaire des fibres;

- il existe un angle polaire de diffusion limite au-delà duquel le rayonnement n'est plus diffusé. Ce phénomène est explicable si nous prenons en considération le phénomène de diffusion des ondes selon des cônes par les fibres.

Appelons  $\xi_{sl}$  l'angle polaire limite de diffusion, il est obtenu lorsque le cône de diffusion est le plus ouvert (figure IV-15).

Fig IV-13 : INFLUENCE DE L'ORIENTATION DES FIBRES SUR L'EXTINCTION

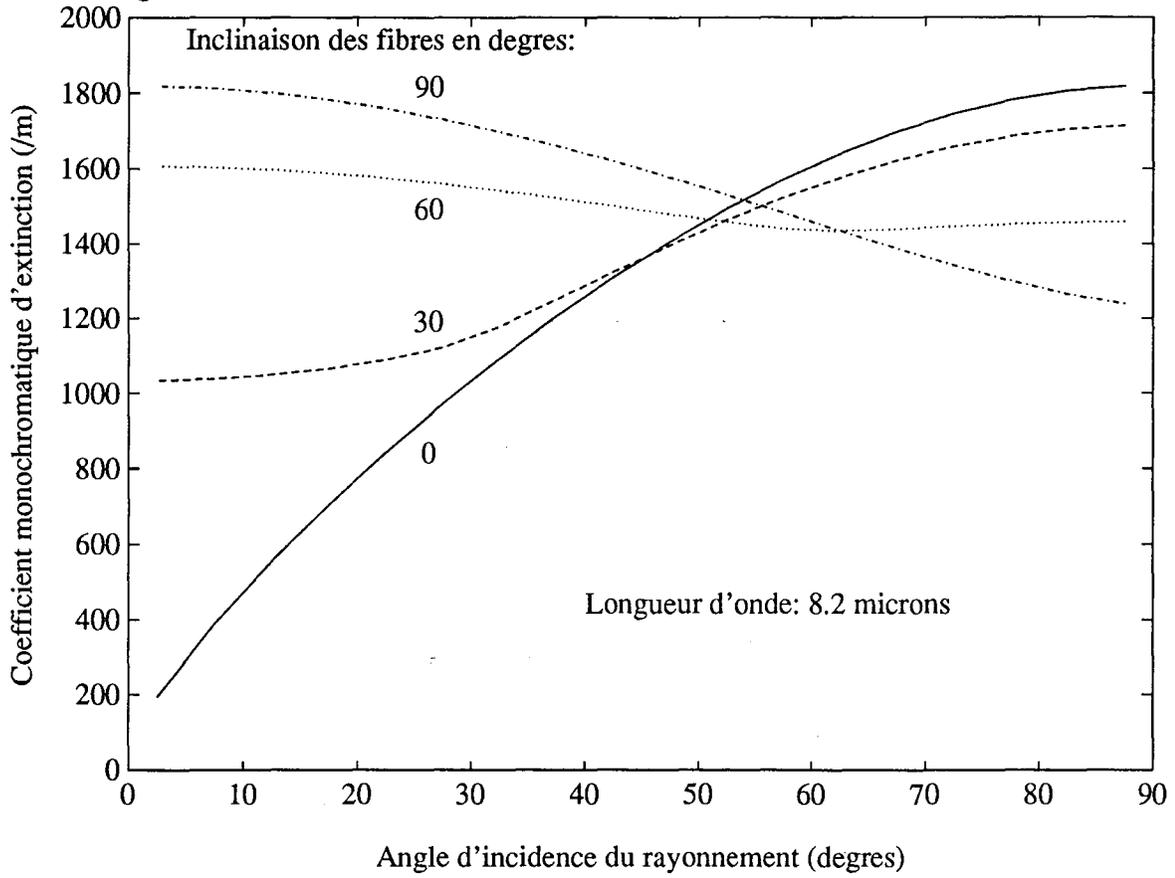
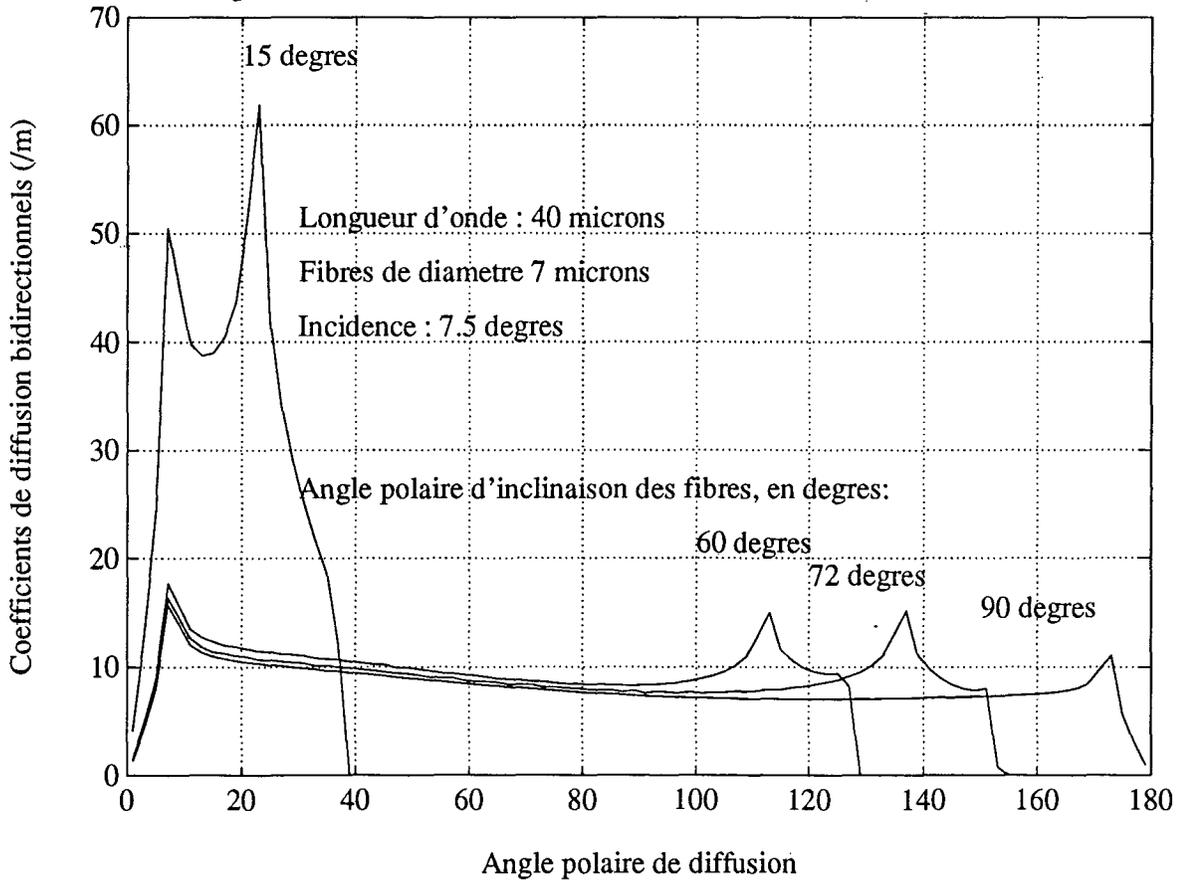
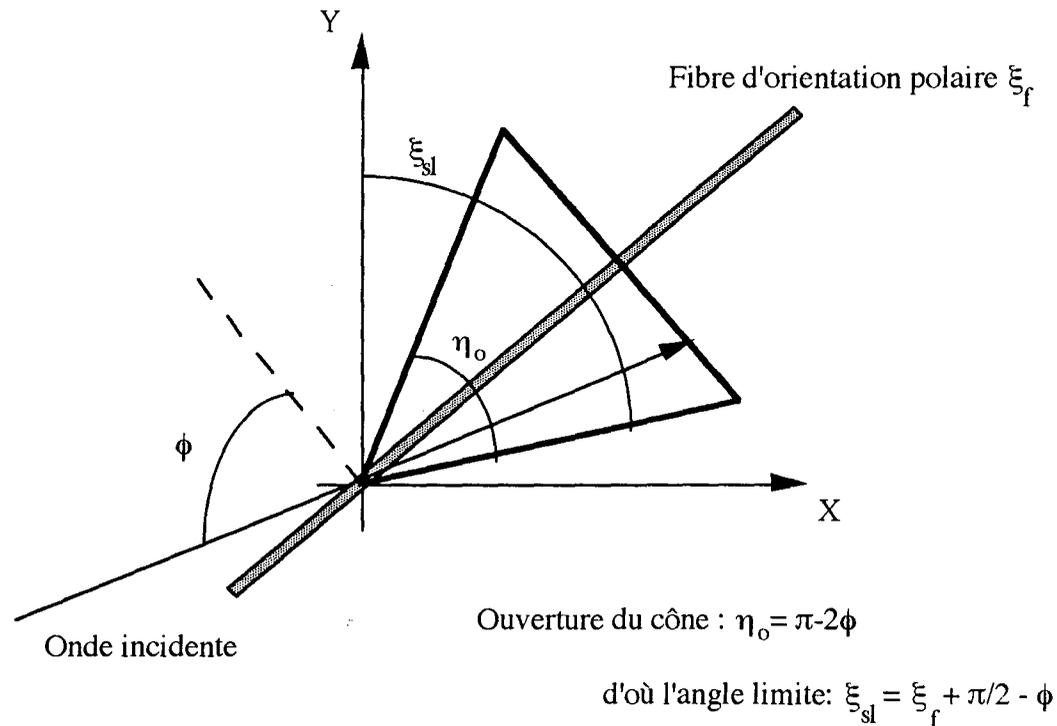


Fig IV-14: INFLUENCE DE L'ORIENTATION SUR LA DIFFUSION



Le terme  $(\pi - 2\phi_1)$  représente l'ouverture maximale du cône de diffusion, obtenue pour un angle d'incidence particulier  $\phi_1$ .



**Figure IV-15:** Vue du cône de diffusion dans le plan (X,Y).  
Mise en évidence de l'angle polaire de diffusion limite.

Rappelons que d'après le chapitre II - relation (3a), nous avons:

$$\sin \phi = \sin \xi \cdot \sin \xi_f \cdot \cos (\omega - \omega_f) + \cos \xi \cdot \cos \xi_f$$

Selon les valeurs fixées pour les angles  $\xi$  et  $\xi_f$  (tous compris entre 0 et  $90^\circ$  sur notre figure),  $\phi$  est minimum - donc  $\xi_{sl}$  maximum - lorsque la relation

$\sin \phi = \cos (\xi + \xi_f)$  est vérifiée (avec  $\phi \geq 0$ ). Nous avons alors :

$$\xi_{sl} = \xi_f + \frac{1}{2} (\pi - 2 \arcsin(\cos(\xi + \xi_f)))$$

Pour la figure IV-14, où  $\xi = 7,5$  degrés, nous obtenons les valeurs suivantes :

- pour  $\xi_f = 90^\circ \rightarrow \phi_1 = 0$  d'où  $\xi_{sl} = 180^\circ$ ;
- pour  $\xi_f = 72^\circ \rightarrow \phi_1 = 10,5^\circ$  d'où  $\xi_{sl} = 151,5^\circ$ ;
- pour  $\xi_f = 60^\circ \rightarrow \phi_1 = 22,5^\circ$  d'où  $\xi_{sl} = 127,5^\circ$ ;
- pour  $\xi_f = 15^\circ \rightarrow \phi_1 = 67,5^\circ$  d'où  $\xi_{sl} = 37,5^\circ$ .

Nous retrouvons effectivement ces valeurs sur nos courbes.

En parallèle de ce phénomène de zone limite de diffusion, nous pouvons également remarquer que la rétrodiffusion (part de la diffusion observée pour  $\xi_s$  supérieur à  $90^\circ$ ) augmente lorsque  $\xi_f$  tend vers  $90^\circ$ , alors qu'elle est ici inexistante pour l'orientation polaire  $15^\circ$ .

#### IV - 3 - 2 - c) Conséquences sur le transfert radiatif.

Les conséquences à prévoir sur le transfert par rayonnement découlent directement des deux paragraphes précédents où nous avons vu que les propriétés radiatives varient avec l'orientation des fibres.

L'observation essentielle est que la rétrodiffusion est maximale lorsque les fibres sont stratifiées dans des plans parallèles aux frontières, ce qui a pour conséquence de minimiser le flux de transfert.

Ces résultats sont en accord avec les conclusions de Lee (16), qui indique que dans le cas extrême où les fibres sont orientées perpendiculairement aux frontières du milieu ( $\xi_f = 0^\circ$ ), la rétrodiffusion est nulle et le flux de transfert maximal. Elle augmente ensuite au fur et à mesure que l'on s'écarte de cette orientation.

Le cas d'une répartition isotrope dans l'espace des fibres conduirait à une situation intermédiaire où le transfert resterait plus élevé que pour un milieu où les fibres sont stratifiées parallèlement aux frontières du milieu.

#### IV - 3 - 3) Effets de la masse volumique du milieu.

Nous l'avons vu aux chapitres II et III, la masse volumique du milieu ( $\rho$ ) apparaît à deux niveaux dans notre modélisation :

- dans l'expression du flux de conduction; puisque les conductivités calculées ou identifiées, dans les méthodes de détermination semi-empiriques, sont des fonctions qui croissent avec la masse volumique;

- dans le calcul du flux radiatif dans la mesure où la fraction volumique des fibres est un facteur de proportionnalité direct des propriétés radiatives du milieu. Par conséquent lorsque la masse volumique du milieu fibreux augmente, le flux radiatif diminue.

Il apparaît donc que ces deux prises en compte de l'influence ont des effets inverses sur l'évolution du flux de chaleur total.

Nous avons repris les conditions de calcul déjà utilisées précédemment sur la silice (orientation des fibres dans le plan  $\xi_f = \frac{\pi}{2}$ ;  $d = 7 \mu\text{m}$ ,  $T_o = 293 \text{ K}$ ,  $T_E = 303 \text{ K}$ ) et nous avons effectué nos calculs de transferts couplés pour des valeurs de  $\rho$  allant de 5 à 200  $\text{kg/m}^3$ .

La figure IV-16 présente les résultats que nous avons obtenus. Le flux de transfert passe par un minimum pour des milieux ayant une masse volumique de l'ordre de 70  $\text{kg/m}^3$ .

En dessous de cette valeur, sous l'influence du rayonnement, le flux décroît lorsque  $\rho$  augmente; au-delà de 70  $\text{kg/m}^3$ , le transfert radiatif devient excessivement faible et le flux total suit les variations du flux de conduction qui croît avec  $\rho$ .

Parallèlement à cette évolution du flux, c'est donc la contribution relative des deux modes de transfert au flux global qui est modifiée par l'augmentation de la masse volumique. D'un point de vue physique, ce changement est important parce que le rapport entre ces flux conditionne notamment l'allure du champ de température et les effets du couplage. La figure IV-17 indique dans les mêmes conditions de calcul qu'auparavant, la part du flux liée à chacun des deux modes; il apparaît bien que lorsque  $\rho$  augmente, le flux radiatif décroît tandis que le flux de conduction croît.

Fig IV-16 : INFLUENCE DE LA MASSE VOLUMIQUE SUR LE FLUX

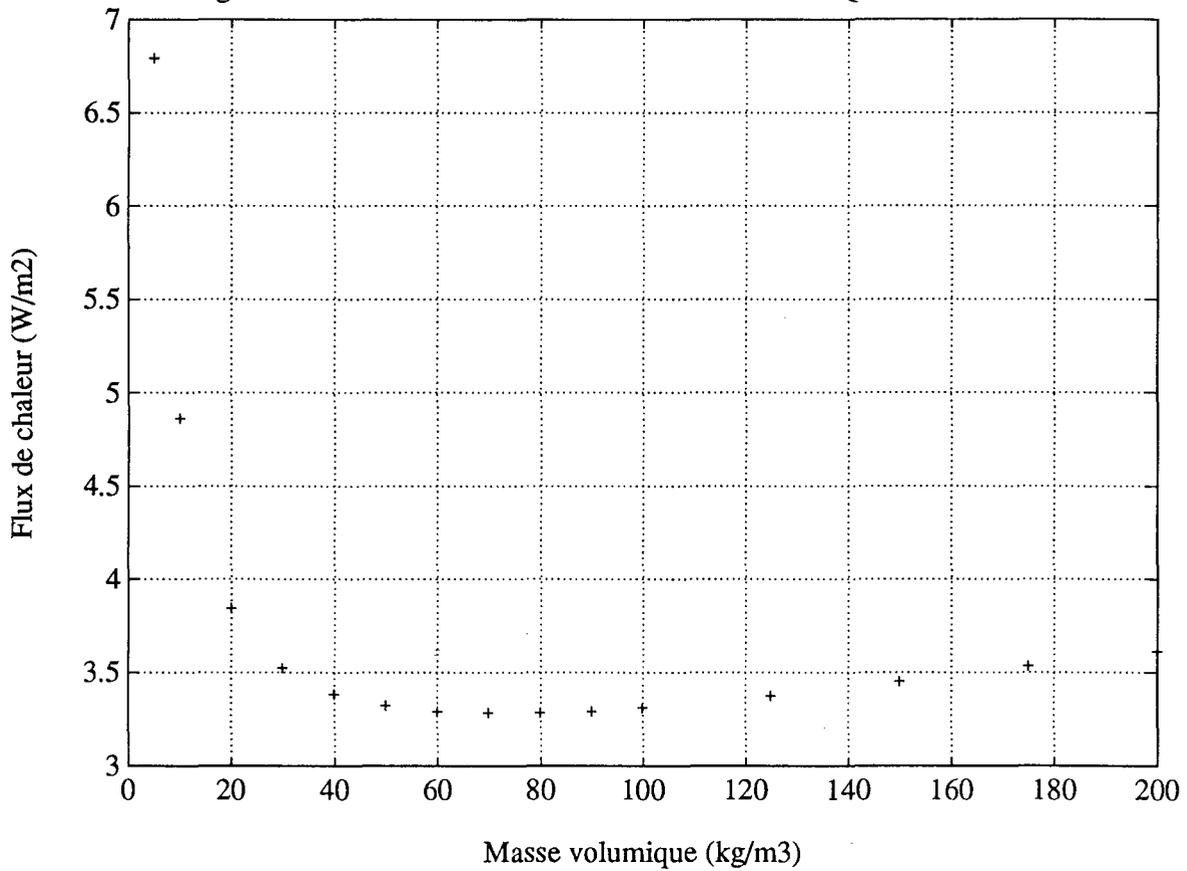
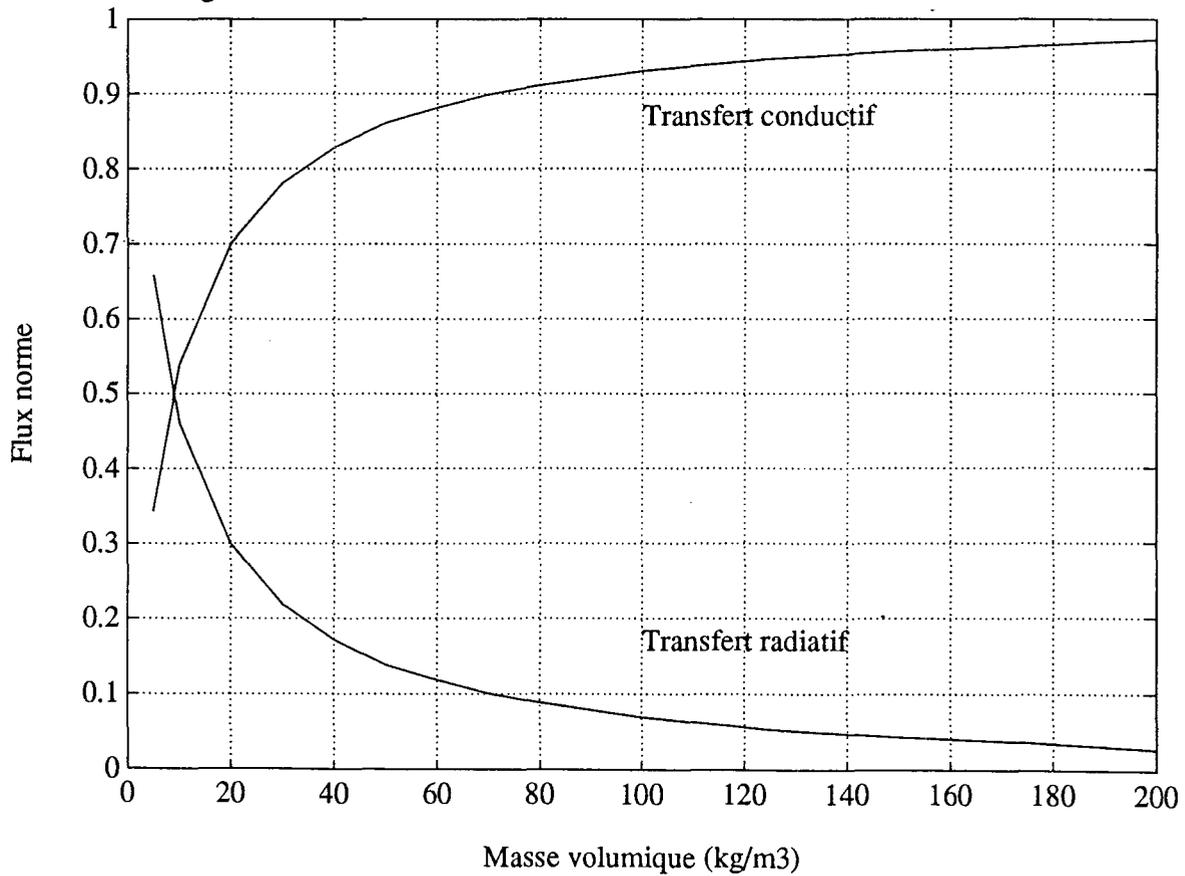


Fig IV-17 : CONTRIBUTION RELATIVE DES MODES DE TRANSFERT



#### **IV - 3 - 4) Composition des fibres.**

Telle qu'elle a été exposée, notre méthode s'appuie sur le calcul des propriétés radiatives dont le point de départ est la connaissance des indices optiques. Par conséquent, la composition des fibres, qui conditionne directement les valeurs des indices, est un facteur essentiel. Les études adimensionnelles, telles que celles de Lee par exemple, montrent clairement qu'un changement dans les valeurs des indices se répercute sur l'ensemble des résultats numériques.

Une méthode d'étude de l'influence des indices consiste à montrer comment on peut expliquer les variations observées sur nos différentes courbes de résultat par des variations d'indices.

(Rappel: les courbes donnant les valeurs des indices en fonction de la longueur d'onde, sont présentées en annexe de ce chapitre).

Différents points caractéristiques apparaissent par comparaison des courbes:

- entre 4 et 7  $\mu\text{m}$  : l'indice d'absorption est très faible, et bien que l'indice de réfraction soit supérieur à 1, le flux est relativement important. L'indice de réfraction diminuant, nous constatons une décroissance de l'extinction et parallèlement une augmentation du flux;

- à 7,3  $\mu\text{m}$  : nous avons déjà évoqué le phénomène de Christiansen; il est clair que le passage de l'indice de réfraction à 1, correspond à un minimum en ce qui concerne l'extinction et un maximum au niveau du flux radiatif;

- au-delà de "Christiansen": la croissance de l'indice d'absorption provoque une remontée de l'extinction et parallèlement une chute du flux radiatif;

- à 19,3  $\mu\text{m}$  : à nouveau l'indice de réfraction vaut 1 et nous observons l'effet Christiansen, cela apparaît d'ailleurs au niveau de l'extinction; le phénomène est également nettement visible en spectrométrie où nous avons un pic de transmission, mais au niveau du flux radiatif le spectre d'émission du corps noir présente un niveau très faible à cette longueur d'onde et en conséquence le flux observé est trop petit pour que nous puissions détecter des variations;

- au-delà : une croissance simultanée des deux indices provoque une augmentation de l'extinction, donc une chute de la transmission. Enfin, au dessus de 25  $\mu\text{m}$ , la décroissance lente des indices se traduit par une diminution de l'extinction et une faible remontée de la transmission.

Les variations des indices sont donc capitales et une modification de ceux-ci est susceptible d'améliorer les propriétés de l'isolant. Pour la silice, la zone essentielle est celle des longueurs d'onde comprises entre 4  $\mu\text{m}$  et 10  $\mu\text{m}$  où il faut palier à la faiblesse de l'absorption et à l'effet Christiansen. Cela peut être réalisé par l'adjonction à la silice d'éléments permettant d'augmenter  $k$  ou  $n$ , de manière à "écrêter" le pic observé au niveau du flux de rayonnement. Il s'agit alors de modifier la composition chimique des fibres tout en tenant compte des impératifs liés à la fabrication du matériau qui peut également nécessiter la présence de certains composants.

#### **IV - 3 - 5) Nature des parois - Problème des conditions aux limites.**

Il s'agit cette fois d'un problème qui concerne encore la nature du milieu mais qui intéresse également la partie modélisation, dans la mesure où la résolution du problème radiatif nécessite une mise en forme particulière du bilan radiatif aux frontières du milieu.

En ce qui concerne l'aspect morphologique, différents cas de milieux peuvent se présenter :

- frontières transparentes : il s'agit d'une hypothèse selon laquelle, aux bords, le milieu et le rayonnement n'auraient aucune interaction; pour un milieu fibreux, ce cas n'a pas d'application dans la réalité, sauf lors d'études spectroscopiques, s'il est possible de s'affranchir de l'émission propre du milieu;

- frontières noires : c'est la forme couramment adoptée pour notre type de problème, il correspond au cas de parois uniquement émissives et non réfléchissantes;

- frontières émissives et réfléchissantes : d'un point de vue pratique, c'est le cas de figure que l'on rencontrerait pour un milieu dont les parois seraient plaquées contre un écran partiellement réfléchissant (certaines protections thermiques contiennent effectivement des écrans contribuant à la réflexion du rayonnement incident). Selon la nature du module réfléchissant, la réflexion peut être spéculaire ou diffuse.

D'un point de vue mathématique, les conditions aux limites interviennent dans la détermination de la solution homogène du problème radiatif. Or, il est vrai que la partie homogène a peu d'importance par rapport au terme lié à l'émission propre, nous pouvons donc penser que les conditions aux limites ont peu d'influence.

Ceci est d'ailleurs confirmé par les modèles simples du type deux flux où la forme analytique du flux fait apparaître le terme  $(\frac{1}{\varepsilon_1} + \frac{1}{\varepsilon_2} - 1 + \beta_\lambda E)$  où  $\varepsilon_1$  et  $\varepsilon_2$

désignent les émissivités des parois,  $E$  l'épaisseur du milieu et  $\beta_\lambda$  un facteur traduisant l'atténuation du rayonnement dans le matériau; en effet, le terme  $\beta_\lambda E$  est de loin prépondérant pour le type de milieu qui nous intéressent.

Néanmoins, il peut être intéressant d'étudier les répercussions entraînées par la nature des bords près de ceux-ci, ou même au sein du matériau dans le cas de milieux d'épaisseurs relativement faibles (1 cm par exemple). (De même, un matériau dont l'épaisseur optique caractéristique serait inférieure aux cas que nous traitons, serait plus affecté par la nature des parois).

Le cas de frontières transparentes a déjà été évoqué au chapitre III dans la partie concernant la simulation de mesures spectroscopiques; le cas de frontières noires a également été traité dans la modélisation du transfert de chaleur à travers les isolants. Intéressons-nous donc à présent au cas de frontières émettrices et réfléchissantes. Nous traiterons ici le cas de la réflexion spéculaire, qui s'appliquerait pour un milieu possédant une paroi réfléchissante à l'une de ses frontières. Le cas d'une réflexion diffuse serait également envisageable selon le même principe, sous réserve de connaître les composantes de réflexion dans les différentes directions discrètes.

Soient  $\varepsilon_1$  et  $\varepsilon_2$  les émissivités des frontières ( dans la suite de ce paragraphe l'ensemble des relations est bien entendu monochromatique mais pour simplifier l'écriture nous ne mentionnerons pas l'indice  $\lambda$  ). La discrétisation effectuée précédemment impose de considérer les émissivités comme des grandeurs directionnelles (  $\varepsilon_{1i}$  et  $\varepsilon_{2i}$  pour  $i$  de 1 à  $m/2$  ).

Les conditions aux limites deviennent alors :

$$\begin{cases} L^+(0, \mu_i) = \varepsilon_{1i} \cdot L_o(T_o) + (1 - \varepsilon_{1i}) \cdot L^-(0, \mu_{-i}) \\ L^-(E, \mu_{-i}) = \varepsilon_{2i} \cdot L_o(T_E) + (1 - \varepsilon_{2i}) \cdot L^+(E, \mu_i) \end{cases}$$

or, par définition, d'après notre modèle :

$$\begin{cases} L^-(0, \mu_{-i}) = L_h^-(0, \mu_{-i}) + L_p^-(0, \mu_{-i}) \\ L^+(E, \mu_i) = L_h^+(E, \mu_i) + L_p^+(E, \mu_i) \end{cases}$$

où  $L_p$  est la solution non-homogène déterminée sous forme polynomiale et  $L_h$  la solution homogène obtenue à partir des matrices T et R:

$$\begin{cases} L_h^-(0) = T \cdot L_h^-(E) + R \cdot L_h^+(0) \\ L_h^+(E) = T \cdot L_h^+(0) + R \cdot L_h^-(E) \end{cases}$$

Mis sous forme matricielle, notre système devient finalement :

$$\begin{cases} L_h^+(0) = \varepsilon_1 L_o(T_o) - L_p^+(0) + (1 - \varepsilon_1) [R L_h^+(0) + T L_h^-(E) + L_p^-(0)] \\ L_h^-(E) = \varepsilon_2 L_o(T_E) - L_p^-(E) + (1 - \varepsilon_2) [T L_h^+(0) + R L_h^-(E) + L_p^+(E)] \end{cases}$$

Nous pouvons alors extraire  $L_h^+(0)$  et  $L_h^-(E)$  :

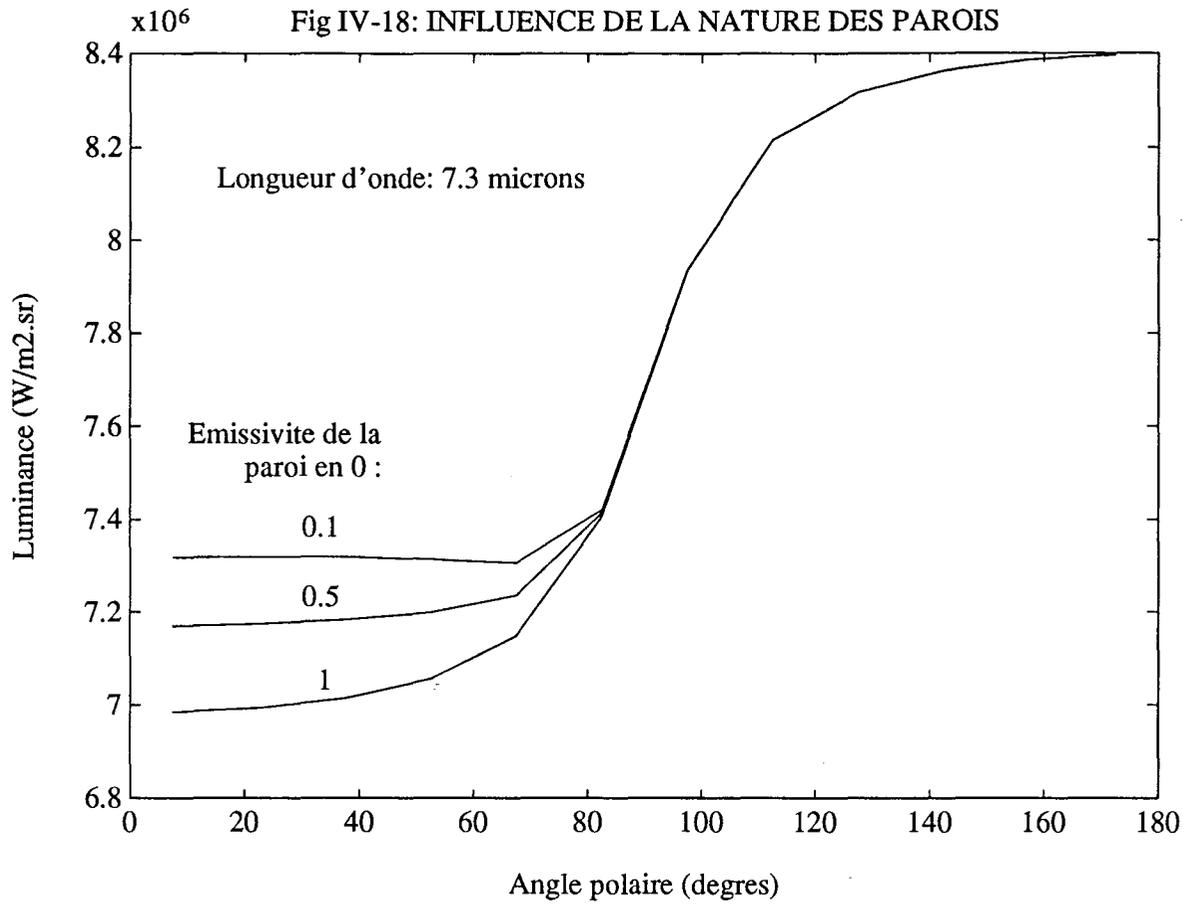
$$\begin{bmatrix} L_h^+(0) \\ L_h^-(E) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I - (1 - \varepsilon_1)R & -(1 - \varepsilon_1)T \\ -(1 - \varepsilon_2)T & I - (1 - \varepsilon_2)R \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \varepsilon_1 L_o(T_o) - L_p^+(0) + (1 - \varepsilon_1)L_p^-(0) \\ \varepsilon_2 L_o(T_E) - L_p^-(E) + (1 - \varepsilon_2)L_p^+(E) \end{bmatrix}$$

Le principe de résolution est ensuite le même que celui exposé au chapitre III.

A noter que lorsque nous posons  $\varepsilon_{1i} = \varepsilon_{2i} = 1$ , nous retrouvons effectivement le cas de frontières noires (chap. III système (74)).

Voyons à présent, sur le plan numérique, les répercussions liées à ce type de frontières. Considérons le cas d'un milieu d'épaisseur  $E = 1$  cm, dont la paroi en E est noire alors que la frontière en 0 est réfléchrice. La courbe IV-18 rapporte les résultats obtenus pour le champ de luminance à l'abscisse  $E/2$ , pour différentes émissivités (avec  $\varepsilon_{1i} = \text{cste}$ , des fibres identiques aux cas précédents :  $d = 7 \mu\text{m}$ ,  $\rho = 10 \text{ kg/m}^3$ , orientation en plans parallèles aux frontières et avec  $T_o = 293 \text{ K}$  et  $T_E = 303 \text{ K}$ ). Nous nous sommes placés volontairement dans la zone de Christiansen puisqu'a priori, c'est là que le flux est le plus important.

Nous pouvons effectivement vérifier que le flux est plus faible lorsque la paroi est réfléchissante, puisque l'écart entre la luminance vers l'arrière ( $90^\circ < \xi < 180^\circ$ ) et la luminance vers l'avant ( $0^\circ < \xi < 90^\circ$ ) diminue. Cependant l'influence enregistrée serait relativement faible pour d'autres longueurs d'onde ou pour une valeur de E plus grande (les conditions de calcul utilisées ici sont idéales pour favoriser le transfert radiatif). Néanmoins le phénomène observé est représentatif de ce qui serait observable dans le cas d'un milieu où le transfert par rayonnement serait plus fort (problème d'un milieu soumis à de hautes températures ou à un flux de chaleur important, par exemple, ou encore cas d'un milieu d'épaisseur optique faible).



Jusqu'à présent nous avons donc vu des facteurs d'influence directement liés à la nature du milieu et nous avons pu constater qu'à chaque cas, il est possible d'optimiser les propriétés isolantes de notre milieu fibreux.

Cependant, le cas de milieux fibreux réels est plus complexe dans la mesure où ces matériaux comportent des hétérogénéités qui ne sont généralement pas prises en compte dans les modélisations. Les répercussions que nous pouvons attendre sur le transfert radiatif, sont en fait des combinaisons des différents effets que nous avons décrits jusqu'ici.

Note: Les caractéristiques que nous avons remarquées dans chaque paragraphe étaient adaptées au cas des fibres de silice, mais le type de calcul effectué est reproductible pour tout type de milieux poreux (sauf en ce qui concerne les propriétés radiatives).

Il reste à évoquer le cas de la température qui est un paramètre fondamental lié aux conditions extérieures.

#### **IV - 3 - 6) Influence de la température.**

Les effets de la température interviennent à plusieurs niveaux. Directement tout d'abord :

- dans le terme d'émission propre du bilan radiatif,
- dans les conditions aux limites,
- dans le flux de conduction, puisque la conductivité thermique tient généralement compte de la température du milieu et que le gradient apparaît de toute façon explicitement dans l'expression du flux.

Mais l'influence se fait également sentir indirectement par :

- le décalage vers les courtes longueurs d'onde du spectre d'émission du corps noir, ce qui a pour conséquence de décaler la zone où le milieu est soumis à des flux monochromatiques élevés; or la silice absorbe très peu dans les courtes longueurs d'onde, le flux radiatif est donc susceptible d'augmenter très rapidement;

- une modification des indices optiques : Banner (11) a étudié ce phénomène en déterminant les valeurs d'indices pour différents niveaux de températures. En ce qui concerne la silice, peu de variations sont rapportées sur l'indice de réfraction; par contre l'absorption, déjà faible, décroît encore dans les courtes longueurs d'onde lorsque la température s'élève;

- une augmentation de la part du flux de transfert liée au rayonnement ; en conséquence, les effets du couplage entre les modes de transfert et le profil du champ de température peuvent être modifiés.

Globalement, l'ensemble des effets liés à une hausse de température, conduit à une augmentation rapide du flux de chaleur d'une part et de la contribution relative du transfert radiatif d'autre part .

Au paragraphe II-3, le flux de chaleur, à travers le milieu décrit (milieu de silice de masse volumique  $10 \text{ kg/m}^3$ ) soumis aux conditions de températures :  $T_o = 293 \text{ K}$  et  $T_E = 303 \text{ K}$ , était de  $4,73 \text{ W/m}^2$ ; dans le cas où  $T_o = 668 \text{ K}$  et  $T_E = 678 \text{ K}$ , le flux passe à  $33,7 \text{ W/m}^2$ .

(A noter que la valeur expérimentale obtenue sur un appareil à plaques chaudes gardées, dans ces conditions, était de  $35,1 \text{ W/m}^2$ , ce qui confirme là-encore la validité de notre modèle).

Le profil de température au sein du milieu est également une caractéristique importante. Il est déterminé lors de la résolution de l'équation de conservation de l'énergie et symbolise le couplage entre les deux modes de transfert, dans la mesure où il apparaît dans l'expression du flux de conduction et dans le bilan radiatif.

Ozisk (26) a consacré une étude aux phénomènes propres aux transferts couplés. De nombreux résultats, essentiellement addimensionnels, indiquent ainsi que l'allure du champ de température au sein du milieu est affectée par de nombreux paramètres. Les principaux facteurs sont le rapport entre les contributions relatives des deux modes de transfert : conduction et rayonnement, l'épaisseur optique, l'albédo et même les conditions aux limites. En outre, ces différents paramètres ne sont pas indépendants, ce qui rend difficile l'étude du phénomène.

D'un point de vue qualitatif, lorsque le transfert est purement conductif, le profil de température est linéaire, alors qu'en transfert radiatif pur le profil présente une inflexion et des sauts de températures au niveau des parois. Selon les conditions appliquées au milieu fibreux étudié, les profils rencontrés auront des allures intermédiaires s'approchant de l'un ou l'autre des deux cas extrêmes.

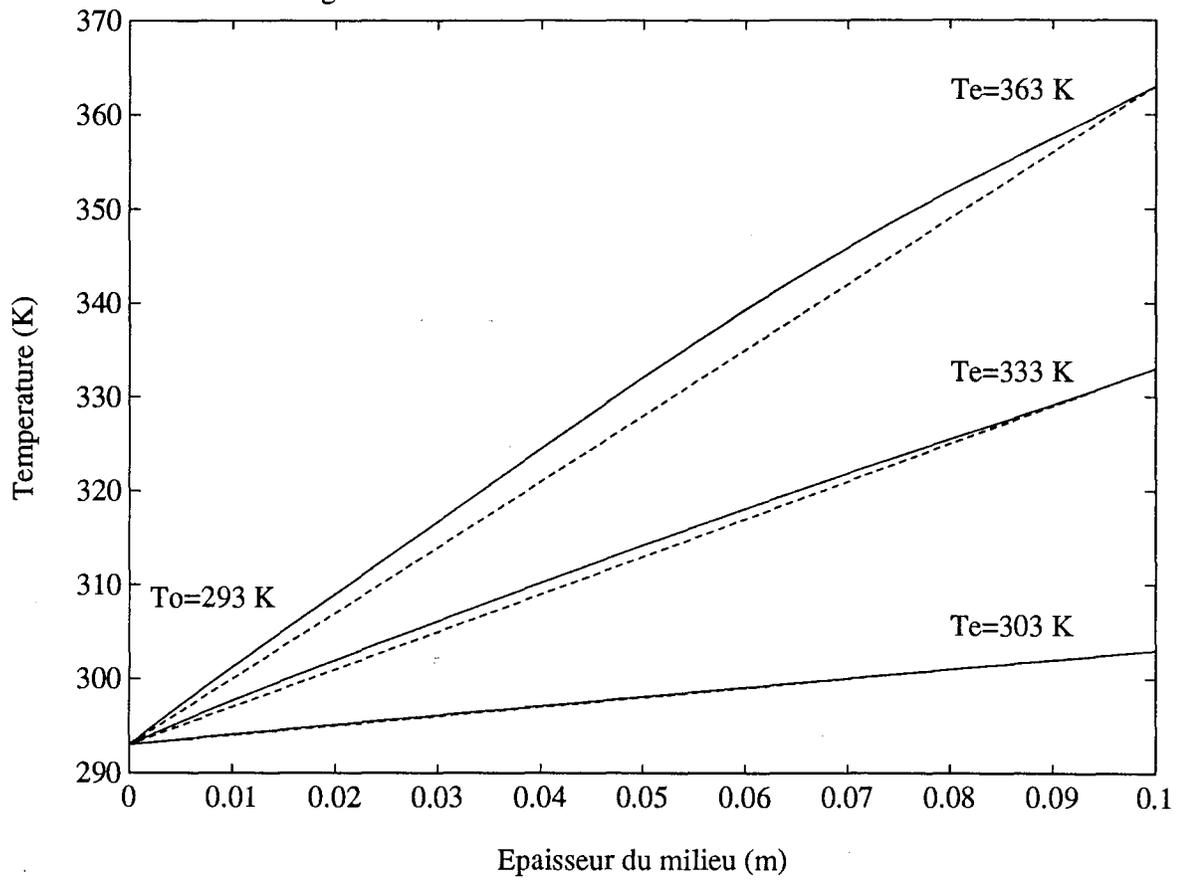
Les conditions qui nous concernent sont particulières, en effet l'épaisseur optique du milieu est très forte, ce qui a priori limite les singularités du champ de température; l'ensemble des autres paramètres est variable.

La figure IV-19 présente plusieurs cas de profils typiques d'un milieu de silice soumis à différentes conditions de températures. La masse volumique est de  $10 \text{ kg/m}^3$ , l'épaisseur de  $10 \text{ cm}$  et le diamètre des fibres:  $7 \mu\text{m}$ . La température en O est de  $293 \text{ K}$  et la température en E est fixée successivement à  $303, 333$  et  $363 \text{ K}$ .

Nous pouvons constater que le champ de température s'éloigne du profil linéaire, au fur et à mesure que l'écart de température grandit. Ce phénomène coïncide avec une part de transfert liée au rayonnement plus importante.

L'influence du couplage se fait donc sentir sur le champ de température. Par contre, en ce qui concerne les valeurs des flux, pour des conditions de températures s'éloignant peu de l'ambiance, la valeur correspondant au transfert de chaleur total - conduction et rayonnement - est proche de celle que nous obtiendrions par une méthode d'additivité simple des flux.

Fig IV-19: ALLURE DU CHAMP DE TEMPERATURE



#### **IV - 4 - LIMITES D'UTILISATION DE LA METHODE - COMPARAISON AVEC D'AUTRES AUTEURS .**

Dans ce paragraphe, nous allons désormais nous intéresser à l'aspect numérique du problème; en vérifiant la stabilité de nos résultats d'une part, et en les comparant à d'autres modèles d'autre part.

En effet, le passage de la formulation théorique à la modélisation numérique, nous oblige à utiliser des approximations et nous devons nous assurer que le résultat obtenu est indépendant des paramétrages imposés et de la méthode utilisée. Par ailleurs, nous avons vu dans la partie bibliographique, qu'il existe un grand nombre de modèles destinés à résoudre des problèmes similaires au nôtre. Ils devraient nous permettre d'évaluer les performances de notre méthode.

##### **IV - 4 - 1) Influence des paramètres numériques.**

Il existe un grand nombre de paramètres qui interviennent à différents niveaux dans notre code de calcul.

En ce qui concerne les propriétés radiatives, les problèmes numériques posés consistent essentiellement en des remplacements d'intégrales par des sommes discrètes. Les grandeurs concernées sont généralement des variables d'angles ne posant pas de difficulté particulière, il suffit de choisir un pas suffisamment fin. Cet aspect du calcul ne pose pas donc pas de problème de stabilité numérique.

Par contre, les différentes étapes de calcul incluses dans la modélisation du transfert radiatif nécessitent des précautions. Quatre problèmes essentiels se posent:

- la discrétisation qui permet de passer d'une équation intégro-différentielle à un système d'équations différentielles; le nombre et le choix des directions discrètes est fondamental. Nous avons choisi une discrétisation selon un pas fixe et c'est donc le nombre de directions nécessaires ( $m$ ) qu'il faut déterminer;

- le calcul des matrices de transmission et de réflexion (T et R) nécessaires à la résolution du problème homogène; elles sont déterminées avec un code de calcul itératif, le nombre d'itérations nécessaire (N) et l'épaisseur de la couche initiale ( $y_0$ ) sont les grandeurs à étudier;

- le calcul de la solution particulière du bilan radiatif sous forme polynomiale; il nécessite au préalable de déterminer un polynôme approchant au mieux le terme d'émission propre, l'influence du degré ( $p$ ) de ce polynôme sur le résultat doit donc être testée;

- le champ de luminance est une grandeur spectrale, la détermination du flux de rayonnement impose donc d'intégrer les résultats sur l'ensemble du spectre; la précision du calcul est par conséquent liée au découpage adopté en longueurs d'onde.

Afin de mettre en évidence les valeurs des paramètres qu'il faut retenir pour assurer la stabilité de nos résultats, nous avons effectué nos calculs dans des conditions identiques, en ne changeant qu'une seule variable à la fois. De cette façon nous pouvons indiquer les seuils au-delà desquels il y a convergence ou au contraire divergence du résultat et justifier le choix des paramètres réalisés.

La figure IV-20 indique pour différentes valeurs de  $m$  l'allure du champ de luminance. L'intégration de la luminance nécessite une connaissance précise du profil pour obtenir le flux monochromatique et c'est sur ce point que nous notons des erreurs si la valeur de  $m$  est trop faible. A noter que la zone de longueur d'onde correspondant au filtre de Christiansen est essentielle pour le calcul du flux, c'est pourquoi nous avons présenté notre comparaison à  $7,3 \mu\text{m}$ , mais l'introduction du phénomène de diffusion, absent ici, est susceptible d'augmenter les écarts rencontrés. En conséquence nous avons retenu pour nos calculs la valeur  $m = 12$ , qui nous assure dans tous les cas un profil correct.

La figure IV-21 traite du problème de la précision obtenue sur les matrices de transmission et de réflexion. Les deux paramètres à étudier,  $y_0$  et  $N$ , sont liés dans la mesure où nous travaillons avec une épaisseur du milieu ( $E$ ) imposée et que nous devons, par conséquent, vérifier la relation :  $y_0 \cdot 2^N = E$ , donc nous avons étudié simultanément les effets de ces paramètres. Pour noter une divergence éventuelle dans nos résultats, nous avons normé les valeurs obtenues par la valeur "réelle" ( en l'occurrence, celle que nous avons calculée pour une épaisseur initiale très faible:  $10^{-10}$  m, et qui est de ce fait stable numériquement). En effectuant nos calculs pour des épaisseurs initiales croissantes, nous notons une divergence lorsque  $y_0$  atteint un ordre de grandeur du mm, au-delà les résultats deviennent aberrants et les calculs matriciels qui seraient réalisés sans précaution répercuteraient ces aberrations. La valeur limite exacte est susceptible de varier avec l'épaisseur optique et donc la longueur d'onde. La cause de l'instabilité est liée au calcul de l'exponentielle de matrice lors de l'étape initiale. En tout état de cause, nous avons travaillé avec des épaisseurs initiales n'excédant pas le  $\mu\text{m}$  et donc largement inférieures aux limites de stabilité.

Le troisième point délicat à étudier concerne donc la représentation du terme source par un polynôme. Celui-ci est déterminé par une méthode du type "moindres carrés". Là-encore, nous avons représenté les changements enregistrés sur l'allure du champ de luminance, lorsque le degré  $p$  du polynôme varie (figure IV-22). Les écarts observés varient avec les conditions de calcul (la longueur d'onde, l'abscisse, l'épaisseur et la température notamment). Ils sont liés à la capacité du polynôme à représenter l'émission du corps noir. D'une manière générale, nous pouvons constater comme sur le cas proposé sur la figure IV-22, qu'à partir du degré 2, la précision apportée par une augmentation de  $p$  est faible. En conséquence nous avons travaillé avec  $p=3$ , ce qui nous assure une parfaite précision sans augmenter de façon notable le temps de calcul.

Enfin, en ce qui concerne le découpage du domaine spectral, nous n'avons pas utilisé un modèle par bande comme cela est souvent fait (par exemple Houston utilise 11 bandes spectrales pour couvrir tous le spectre) , nous avons conservé le découpage qui nous avait permis de tracer les variations des indices optiques avec la longueur d'onde. Sur le domaine  $[4\mu\text{m}, 40\mu\text{m}]$  (c'est à dire  $[2500 \text{ cm}^{-1}, 250 \text{ cm}^{-1}]$  ) nous avons travaillé sur une centaine de points (soit tous les  $25 \text{ cm}^{-1}$ ), ce découpage nous assure une bonne précision lors du passage des variables monochromatiques aux grandeurs totales.

Compte tenu de ces différentes remarques, il apparaît que dans les conditions où nous l'avons utilisée, la méthode de calcul présentée donne des résultats parfaitement stables numériquement.

Fig IV-20: INFLUENCE DU NOMBRE DE DIRECTIONS DISCRETES m

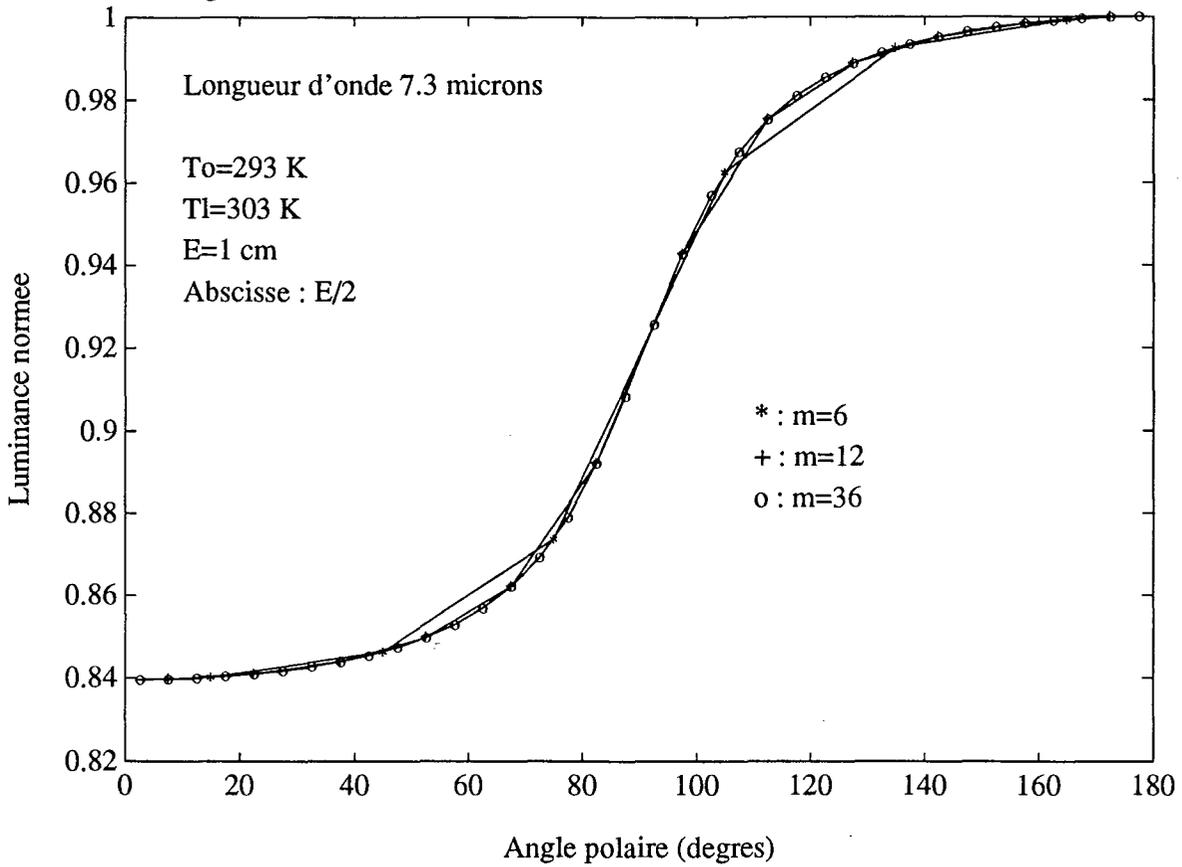


Fig IV-21: CHOIX DE L'ÉPAISSEUR INITIALE POUR LE CALCUL DE T ET R

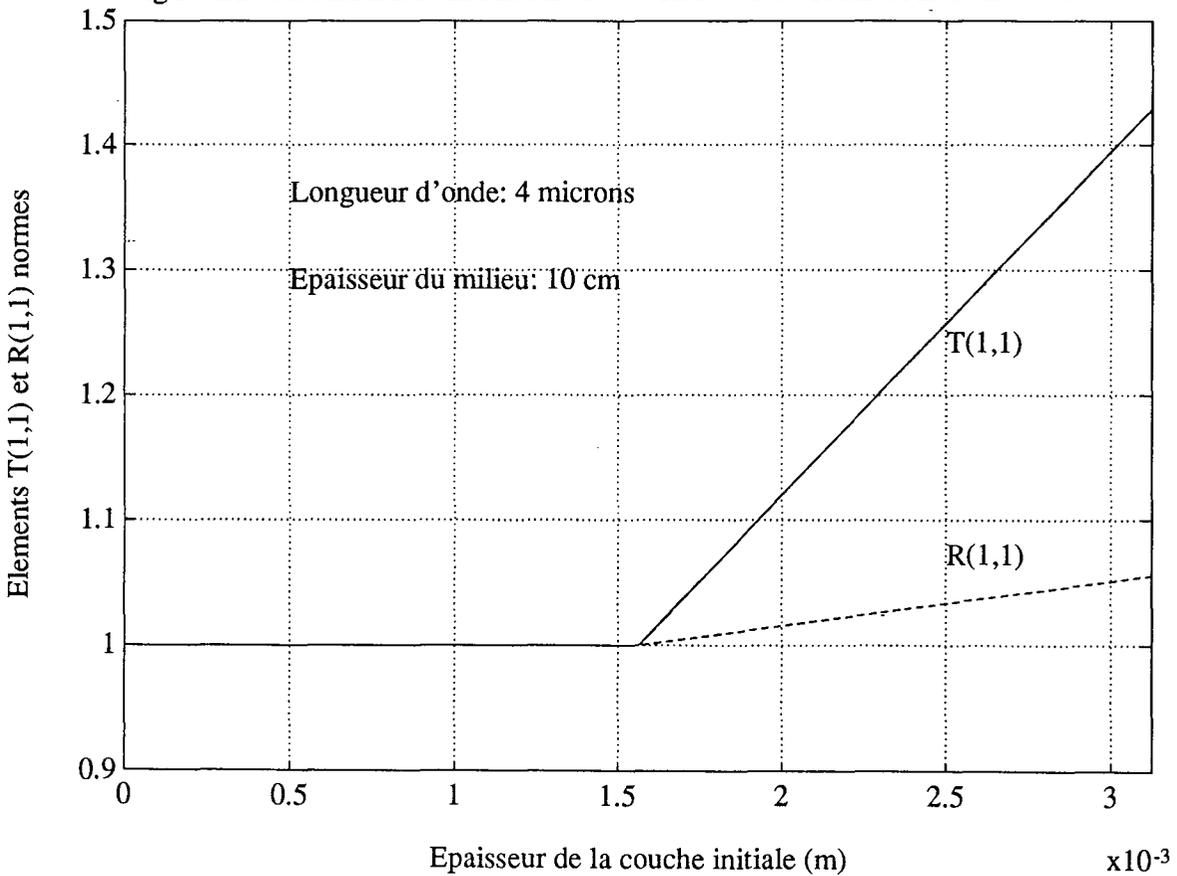
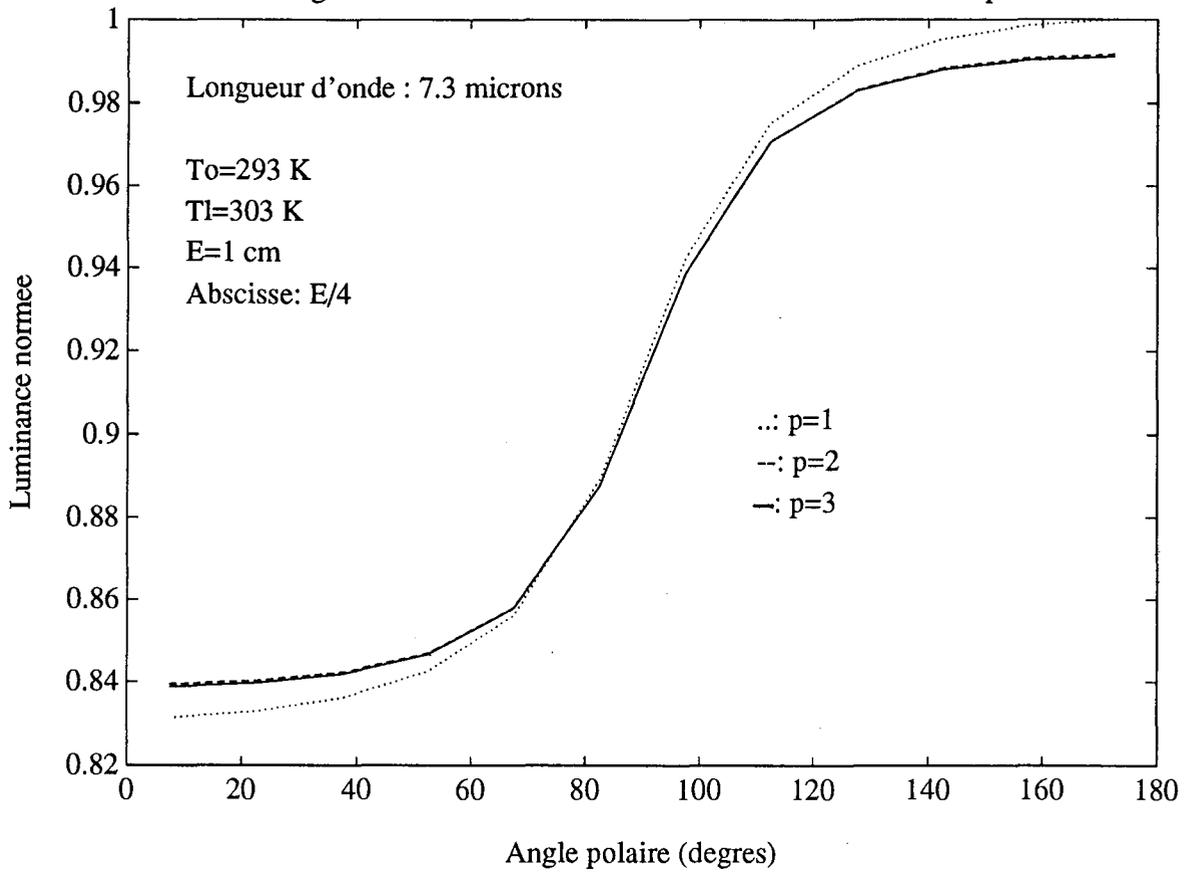


Fig IV-22: INFLUENCE DU DEGRE DU POLYNOME p



Différentes extensions imposent par contre de prendre des précautions :

- le calcul des propriétés radiatives devient délicat lorsque le diamètre des fibres est inférieur à 1 micron, en dessous de cette valeur peuvent apparaître des aberrations dans les résultats. Cependant, pour l'ensemble des applications réelles qui nous concerne, nous n'avons rencontré aucune difficulté

- lorsque la contribution relative du transfert par rayonnement devient trop importante, il est difficile de résoudre le problème de transferts couplés parce que la convergence vers la solution réelle se fait alors très lentement. En prenant comme point de départ un champ de température linéaire, nous pouvons traiter rapidement de nombreux cas pratiques. Cependant, si le profil réel est très différent, l'utilisation telle quelle de notre méthode peut conduire à des instabilités, que nous pourrions éventuellement réduire avec des méthodes de relaxation. Cela peut notamment se produire pour des isolants légers soumis à de forts gradients de températures. (Dans la plupart des cas, il est toujours possible d'obtenir une bonne approximation du résultat en résolvant le problème radiatif seul et en caractérisant le transfert de chaleur total par additivité simple des flux).

- étant donnée sa relative complexité, notre modèle serait enfin difficilement applicable à des problèmes transitoires.

Hormis ces limites d'utilisation éventuelles, la méthode exposée ne pose pas de difficulté et est applicable à tous types de milieux fibreux - ou même simplement semi-transparents s'il est possible d'en déterminer les propriétés radiatives -.

#### **IV - 4 - 2) Comparaison avec d'autres méthodes de calcul.**

Nous avons déjà pu constater à travers divers exemples, que nos résultats sont en accord avec les prévisions expérimentales. Nous allons à présent effectuer des comparaisons avec différents résultats présentés lors d'études antérieures effectuées sur la silice.

##### **IV - 4 - 2 - a) Cas des propriétés radiatives.**

En ce qui concerne les coefficients monochromatiques,  $\sigma_\lambda$ , la comparaison s'avère difficile, dans la mesure où la plupart des études dont nous disposons ont utilisé des coefficients moyens et non directionnels. Par conséquent ce qui fait l'originalité de notre travail ne peut être confronté à d'autres résultats; exception faite de l'étude de Lee (14-16), mais nos calculs s'appuient sur ses travaux, il est donc normal que nous retrouvions des résultats identiques.

Par ailleurs, la comparaison des coefficients moyens présente peu d'intérêt dans la mesure où la théorie de base issue des travaux de Kerker est désormais souvent employée et bien maîtrisée, les résultats obtenus sont donc relativement homogènes; nos figures IV-2 et IV-3 sont par exemple en accord parfait avec les résultats présentés par Banner.

Les données présentées sur la diffusion sont par contre plus intéressantes parce que les méthodes mises en oeuvre sont très diverses et l'incertitude concernant les résultats obtenus est importante.

Nous avons évoqué au chapitre II la possibilité de déterminer une valeur moyenne de la fonction de phase à partir de nos coefficients de diffusion bidirectionnels; c'est cette valeur que nous allons confronter à d'autres résultats.

Nous avons classé en trois catégories, les méthodes habituellement utilisées pour modéliser le phénomène de diffusion et ses caractéristiques directionnelles.

1) "représentations simplifiées" : il s'agit essentiellement du modèle de diffusion isotrope où la fonction de phase est  $P_\lambda(\eta) = 1$  ( $\eta$  est l'angle de diffusion, voir chap.II relation (3c) ) et du modèle deux flux où la diffusion est représentée par un coefficient de diffusion totale et un autre de rétrodiffusion ;

2) "fonctions mathématiques" : le but est de simuler par un "moule" relativement simple le phénomène; les principales possibilités existantes sont : le modèle de Rayleigh, initialement établi pour des milieux de particules sphériques où  $P_\lambda(\eta) = \frac{3}{4}(1+\eta^2)$ ; le modèle LAS (pour Linear Anisotropic Scattering) tel que

$P_\lambda(\eta) = 1 + a_\lambda \eta$  où  $a_\lambda$  désigne un facteur traduisant la prédominance de la diffusion vers l'avant; la fonction de Henyey et Greenstein dont la formulation est

plus élaborée :

$$P_\lambda(\eta) = \frac{1 - g_\lambda^2}{(1 + g_\lambda^2 - 2g_\lambda\eta)^{3/2}}$$

3) "représentations exactes" : pour améliorer la précision de ses calculs, Houston (22) utilise une représentation par les polynômes de Legendre, du type :

$$P_\lambda(\eta) = 1 + \sum_{j=1}^{\infty} A_{j\lambda} \cdot P_j(\eta) , \quad (\text{à l'ordre 1, nous retrouvons le modèle LAS,}$$

cependant ce sont 20 à 30 termes qui sont nécessaires pour simuler correctement les phénomènes rencontrés); enfin, récemment, Lee (17) a proposé une forme analytique utilisable pour les milieux fibreux.

Nous ne reviendrons pas sur les résultats fournis par les représentations simplifiées; par contre, nous pouvons comparer les valeurs caractéristiques fournies par les autres modèles à notre modélisation.

D'après les figures IV-23 et IV-24 différentes caractéristiques apparaissent :

- les "moules mathématiques" donnent des résultats incomplets dans la mesure où ils ne peuvent rendre compte à la fois du caractère marqué de la diffusion vers l'avant, et de l'importance de la rétrodiffusion. Ainsi la forme de Henyey et Greenstein simule bien le caractère anisotrope mais ne pourrait présenter de singularités en rétrodiffusion, quelle que soit la valeur du paramètre d'asymétrie  $g_\lambda$ ;

- l'accord avec les représentations "exactes" est excellent, soulignant la précision de notre modèle. Nous pouvons constater en plus, la singularité liée à la prise en compte dans notre modèle d'une répartition en plan des fibres, faisant apparaître un pic de rétrodiffusion.

La comparaison est limitée parce que les modèles classiques présentent des variables en fonction de l'angle de diffusion  $\eta$ , alors que nos calculs donnent des coefficients en fonction de l'angle polaire de diffusion  $\xi_s$ , afin de situer le problème par rapport au milieu. En incidence normale, nous avons  $\xi = 0$  d'où la simplification  $\eta = \xi_s$ , ce qui nous a permis les comparaisons précédentes. En ce qui concerne les travaux présentés récemment, sur ce problème, par Lee (17), nous ne disposons pas de résultats en incidence normale. Une confrontation directe n'est donc pas possible. Par contre, les conclusions qu'il donne sont en accord avec notre analyse bien que la méthode employée soit différente, puisqu'il utilise le concept de fonction de phase dont il donne une formulation théorique. Nous avons reproduit sur la figure IV-25, des résultats qu'il présente sur un milieu de fibres de verre de diamètre  $2 \mu\text{m}$  orientées selon une direction polaire constante. En analyse, il indique le caractère fortement anisotrope de la diffusion avec une forte prédominance vers l'avant. Il met en outre en évidence la notion d'angle limite de diffusion dont nous avons parlé précédemment (paragraphe III-2).

Fig IV-23: MODELES MATHÉMATIQUES DE FONCTIONS DE PHASE

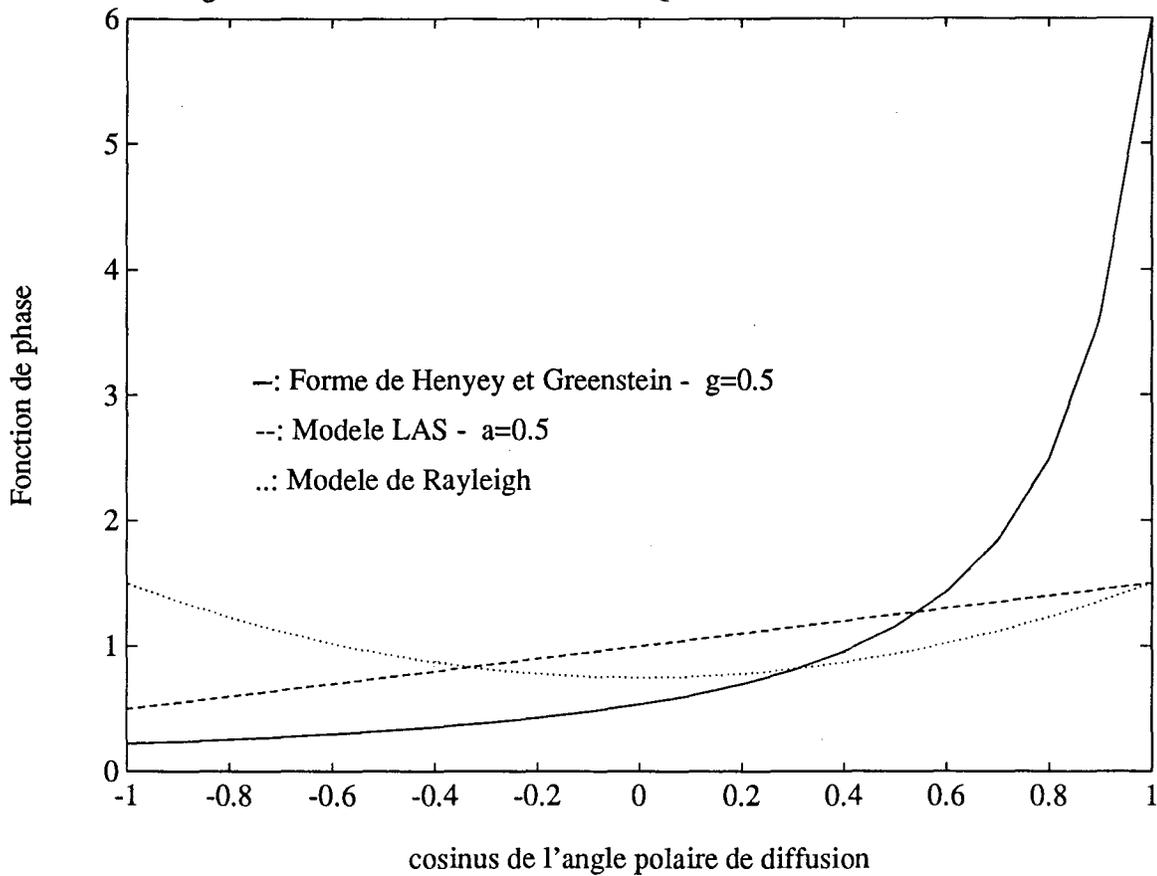


Fig IV-24: COMPARAISON AVEC HOUSTON

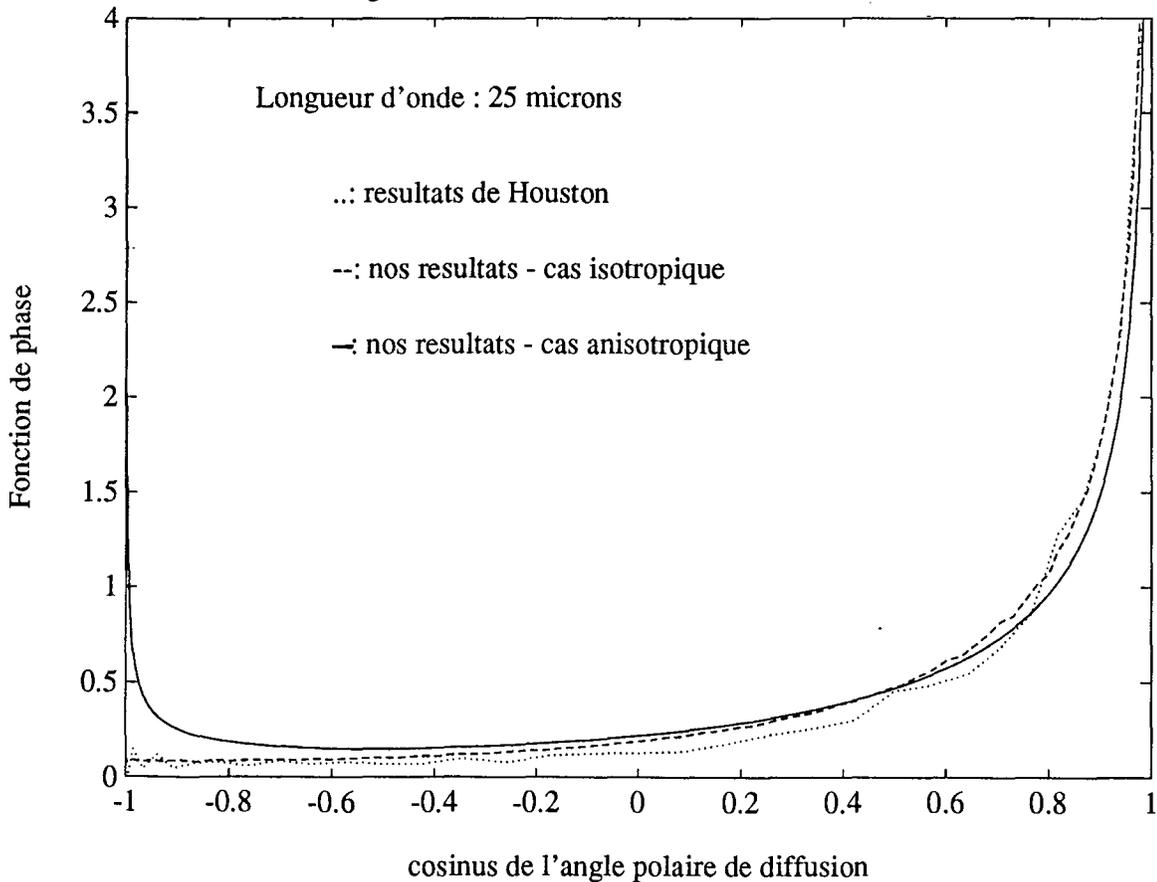


Fig IV-25: FONCTION DE PHASE POUR UN MILIEU AVEC DES FIBRES ORIENTEES SELON UNE DIRECTION POLAIRE CONSTANTE. D'après LEE (17).

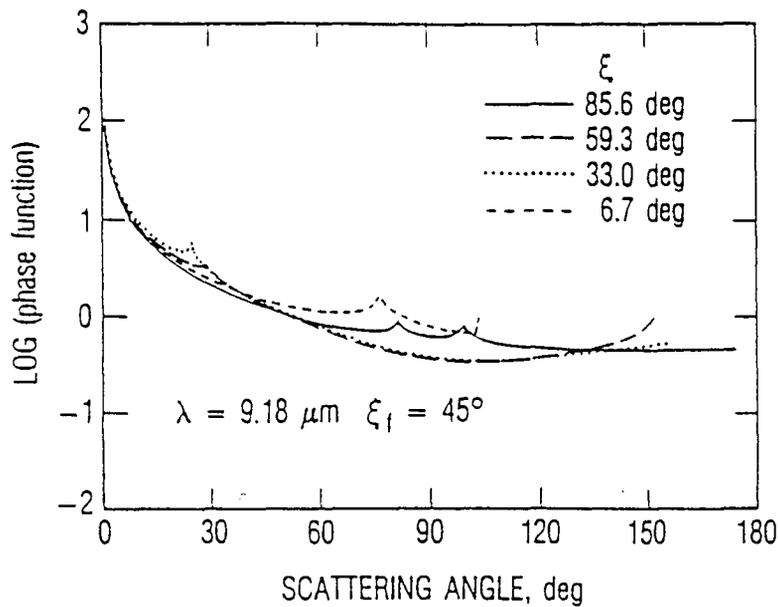


FIG. 10. Scattering phase function for a fibrous medium with fibers inclined at  $45^\circ$  from the normal to the planar boundaries ( $\lambda = 9.18 \mu\text{m}$ ).

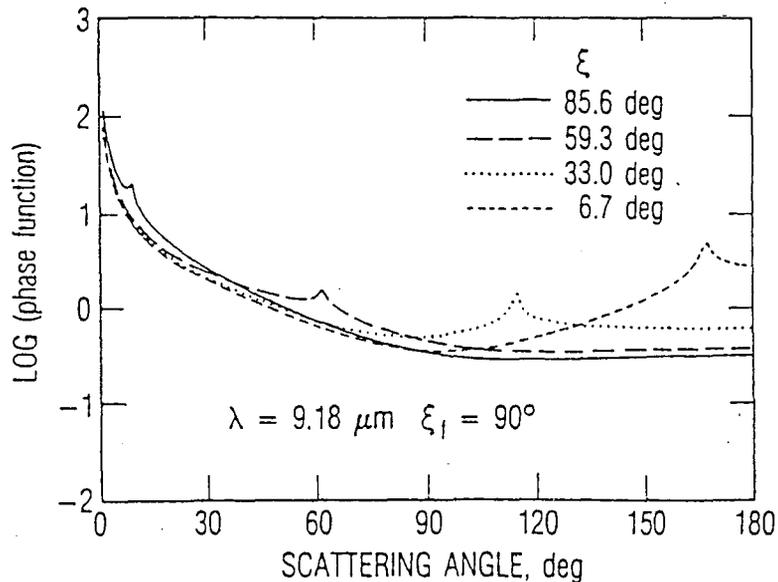


FIG. 11. Scattering phase function for a fibrous medium with fibers oriented parallel to planar boundaries ( $\lambda = 9.18 \mu\text{m}$ ).

#### IV - 4 - 2 - b) Modélisation du transfert radiatif.

Jusqu'à présent, les valeurs de flux que nous avons proposées sont en accord avec les données expérimentales dont nous disposons, ce qui accrédite par conséquent notre méthode. Nous allons cependant comparer notre résolution du bilan radiatif par le modèle deux courants avec d'autres résultats, évoqués dans notre revue bibliographique :

1) Modèle de Rosseland : il concerne les milieux optiquement épais à diffusion isotrope, l'expression donnée pour le flux net radiatif est :

$$Q_r = \frac{4\pi}{3} \int_{\lambda=0}^{\infty} \frac{1}{\sigma_{e\lambda}} \frac{dL_{o\lambda}[T(y)]}{dy} d\lambda$$

2) Modèle deux flux "classique" : nous reprenons ici, une écriture courante, qui est propre à Tong et Tien (5), Guilbert (8) et Lee (15) (aux notations près):

$$Q_r = \int_{\lambda=0}^{\infty} \frac{\pi \frac{dL_{o\lambda}}{dT} E}{1 + (\sigma_{a\lambda} + 2B_{\lambda}\sigma_{s\lambda})E} d\lambda$$

( $B_{\lambda}$  désigne le coefficient de rétrodiffusion et  $E$  l'épaisseur du milieu, les frontières sont supposées noires).

3) Modèle LAS : il est présenté par Tong et Tien (5), la rétrodiffusion est en fait calculée d'après la fonction de phase écrite au paragraphe précédent; l'expression obtenue est :

$$Q_r = \int_{\lambda=0}^{\infty} \frac{\pi \frac{dL_{o\lambda}}{dT} E}{1 + \frac{3}{4}(\sigma_{a\lambda} + (1 - \frac{a_{\lambda}}{3})\sigma_{s\lambda}E)} d\lambda$$

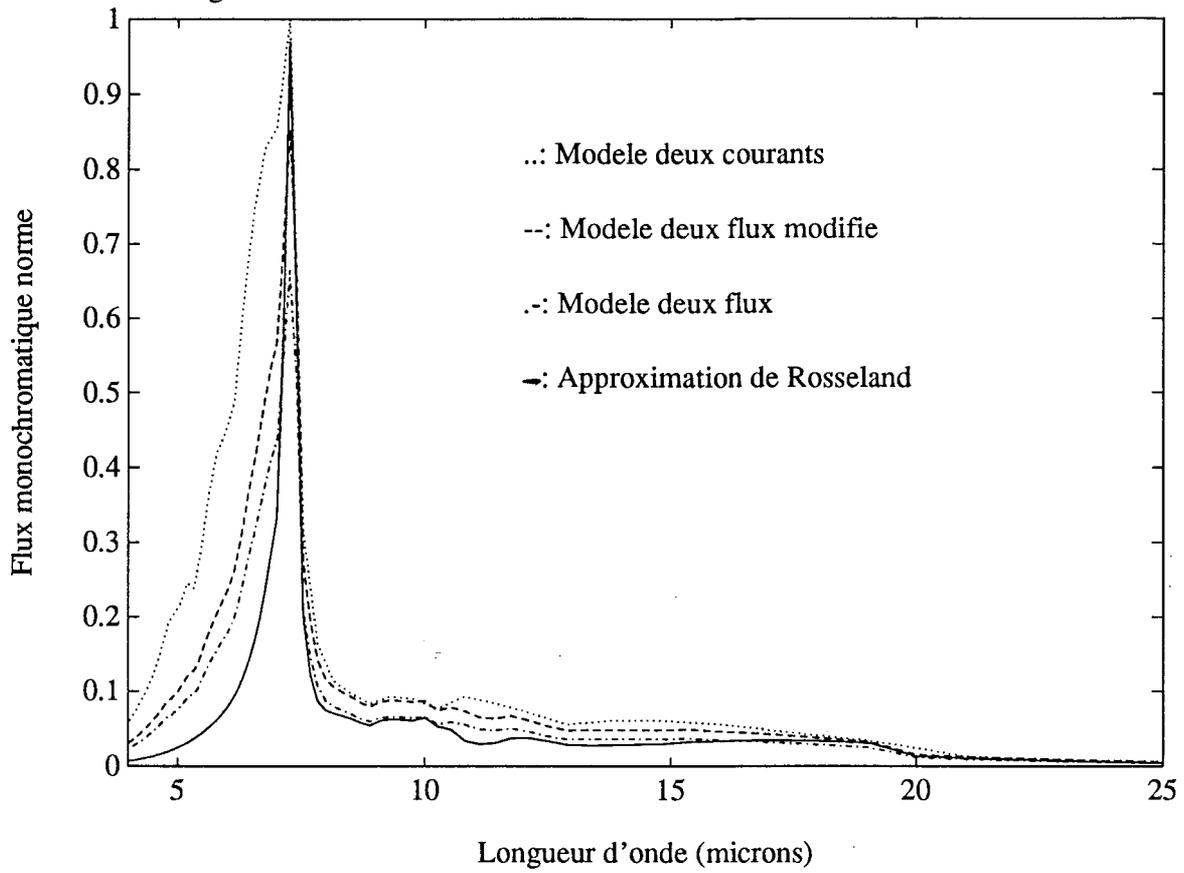
La formulation est donc semblable à celle du modèle deux flux et il existe un lien entre les paramètres :  $a_{\lambda} = 2(1 - 2B_{\lambda})$ .

4) Modèle deux flux "modifié" selon Banner : le modèle deux flux classique ne converge pas vers la forme de Rosseland lorsque la diffusion est isotrope, pour palier à ce problème, Banner introduit un coefficient  $\frac{3}{4}$ :

$$Q_r = \int_{\lambda=0}^{\infty} \frac{\pi \frac{dL_{o\lambda}}{dT} E}{1 + \frac{3}{4}(\sigma_{a\lambda} + 2B_{\lambda}\sigma_{s\lambda})E} d\lambda$$

Les résultats obtenus avec ces différents modèles sont présentés sur la figure IV-26, dans le cas d'un milieu de caractéristiques :  $\rho = 10 \text{ kg/m}^3$ ,  $E = 10 \text{ cm}$  avec des fibres de diamètre  $7 \mu\text{m}$  orientées dans le plan  $\xi_f = \frac{\pi}{2}$ .

Fig IV-26: COMPARAISON AVEC D'AUTRES MODELES RADIATIFS



La méthode deux flux modifiée par Banner et les modèles deux flux classique ont été appliqués à partir de propriétés radiatives calculées selon le principe décrit par Lee. Les résultats du modèle LAS ne sont pas représentés pour ne pas surcharger la figure, mais ils sont en fait très légèrement supérieurs à ceux du modèle deux flux. Dans les conditions décrites, nous obtenons les valeurs de flux radiatif suivantes :

- modèle de Rosseland : 1,05 W/m<sup>2</sup>
- modèle deux-flux : 1,26 W/m<sup>2</sup>
- modèle L.A.S. : 1,32 W/m<sup>2</sup>
- modèle deux flux modifié : 1,65 W/m<sup>2</sup>
- modèle deux courants : 2,25 W/m<sup>2</sup>.

Les méthodes simplifiées sous-estiment donc le transfert radiatif. De plus, c'est dans le domaine [4  $\mu\text{m}$ ; 7  $\mu\text{m}$ ] que l'écart est le plus important, alors que le milieu est surtout diffusant, il semble donc que l'erreur soit due à une mauvaise représentation de la diffusion.

A noter que notre modèle converge bien vers la solution de Rosseland dans le cas d'une diffusion isotrope, il apparaît alors que le flux de transfert réel est plus de deux fois supérieur à ce qu'il serait si le milieu diffusait isotropiquement.

En ce qui concerne les modèles dits "exacts", nous ne disposons pas de données établies sur un milieu de silice, nous ne pouvons donc pas établir de comparaison sur un cas concret de transfert de chaleur. Par contre, d'un point de vue qualitatif, les conclusions avancées par Houston (qui a utilisé la méthode des ordonnées discrètes sur des milieux de fibres de verre) sur l'allure du champ de luminance et du champ de température dans le milieu sont identiques aux nôtres.

Enfin, en comparant les valeurs expérimentales présentées par Banner à nos résultats théoriques, nous pouvons également valider notre méthode d'un point de vue quantitatif (tableau IV-2).

Tableau IV-2 : Confrontation théorie / expérience.

Le milieu étudié est identique à celui présenté au début de ce chapitre, avec une épaisseur de 10 cm.

T <sub>0</sub> (K)	T <sub>E</sub> (K)	Masse Vol. (kg/m <sup>3</sup> )	Expérience (W/m <sup>2</sup> )	Théorie (W/m <sup>2</sup> )
293	303	10	4,75	4,73
293	303	100	3,29	3,29
668	678	10	35,10	33,70
668	678	100	8,83	8,8*

( Les valeurs expérimentales sont tirées du rapport de thèse de Banner ).

\* Ce résultat est présenté à titre indicatif, mais sa précision est moindre dans la mesure où son calcul nécessite des valeurs numériques, pour des longueurs d'onde inférieures à 4  $\mu\text{m}$ , que nous avons obtenues par extrapolation. De plus les valeurs d'indices sont affectées par la température ce qui augmente encore l'incertitude de ce résultat.

Note : ce premier chapitre de notre étude numérique, aura donc montré les capacités de notre modèle à prévoir les caractéristiques du transfert radiatif à travers les milieux fibreux. En outre, différents comportements propres aux milieux fibreux ont été mis en évidence au travers d'exemples donnés sur la silice. Un second chapitre d'application, sur un milieu de fibres de carbone, va maintenant être présenté.

#### **ANNEXE 4 : Détermination de l'indice complexe de réfraction.**

Ce paragraphe est basé sur des travaux antérieurs réalisés au laboratoire sur la détermination des indices de réfraction et d'absorption, respectivement  $n_\lambda$  et  $k_\lambda$ , de matériaux semi-transparents et notamment de la silice.

##### **A - 1) Rappels sur l'indice de réfraction complexe.**

Nous avons vu dans l'étude de l'interaction onde-matière, que la propagation des ondes est régie par les équations de Maxwell et fait intervenir les caractéristiques optiques du milieu, à savoir  $n_\lambda$  et  $k_\lambda$ . L'indice complexe est alors défini par :

$$n_\lambda^* = n_\lambda - i.k_\lambda \quad (A1)$$

La partie réelle donne la vitesse de phase  $V$  correspondante, par la loi :

$$V = \frac{c}{n_\lambda} \quad \text{où } c \text{ est la vitesse de la lumière dans le vide} \quad (A2)$$

La partie imaginaire de l'indice intervient dans la décroissance exponentielle du flux de rayonnement dans le milieu selon la loi de Beer. Pour une propagation selon une direction donnée  $x$ , dans un milieu homogène, la décroissance est de la

$$\text{forme : } \exp\left(\frac{-4\pi k_\lambda}{\lambda} \cdot x\right).$$

D'un point de vue numérique, dans le calcul des efficacités, l'indice complexe apparaît par l'intermédiaire de la constante diélectrique du milieu, selon la relation :

$$\varepsilon = n_\lambda^{*2} \quad (A3)$$

La précision obtenue sur les valeurs d'indices peut se révéler essentielle, dans la mesure où  $n_\lambda^*$  intervient au tout début du calcul et qu'une erreur éventuelle se répercuterait dans la suite de la procédure.

Pour la détermination des indices il existe différentes méthodes plus ou moins fiables. Celle de Kramers-Kronig donne d'excellents résultats si l'on est capable de réaliser des mesures précises de réflectivité sur toute l'étendue du spectre de longueurs d'onde.

##### **A - 2) Relations de Kramers-Kronig.**

Considérons une onde en incidence normale sur un milieu plan d'indice :

$$n_\lambda^* = n_\lambda - i.k_\lambda.$$

Le facteur de réflexion est alors donné par la relation :

$$r_\lambda^* = \frac{1 - n_\lambda^*}{1 + n_\lambda^*} \quad (A4)$$

Ecrivons  $r_\lambda^*$  sous une forme propre aux nombres complexes .

$$r_\lambda^* = R_\lambda \cdot e^{i\theta_\lambda} \quad (A5)$$

$$\text{où } R_\lambda \text{ est le module tel que : } R_\lambda^2 = \left| \frac{1 - n_\lambda^*}{1 + n_\lambda^*} \right|^2$$

et où  $\theta_\lambda$  est le déphasage de l'onde réfléchie.

En développant la relation (A4), il vient :

$$n_\lambda = \frac{1 - R_\lambda}{1 + R_\lambda + 2\sqrt{R_\lambda} \cdot \cos\theta_\lambda} \quad \text{et} \quad k_\lambda = \frac{-2\sqrt{R_\lambda} \cdot \sin\theta_\lambda}{1 + R_\lambda + 2\sqrt{R_\lambda} \cdot \cos\theta_\lambda} \quad (A6)$$

Par ailleurs, les deux grandeurs  $R_\lambda$  et  $\theta_\lambda$  sont liées par une relation du type Kramers-Kronig ( cf. Bohren - ((44) - chapitre 2) ) :

$$\theta_\lambda = \frac{2\lambda}{\pi} \int_{\lambda'=0}^{\infty} \frac{\ln(\sqrt{R_{\lambda'}})}{\lambda^2 - \lambda'^2} d\lambda' \quad (A7)$$

Il apparait donc qu'en théorie, connaissant le spectre du matériau en réflexion, nous pouvons déterminer la valeur du déphasage, puis les valeurs de  $n_\lambda$  et  $k_\lambda$ .

A priori, la seule condition est donc que nous disposions de valeurs fiables de  $R_\lambda$  sur un large domaine de longueur d'ondes, vu que la relation (A7) indique une intégration pour  $\lambda'$  allant de 0 à l'infini.

### A - 3) Détermination des indices de la silice.

Deux problèmes pratiques sont liés à l'application de la méthode issue des relations de Kramers-Kronig :

- il n'est pas possible de déterminer le spectre en réflexion sur le domaine  $[0; \infty]$ , en conséquence nous nous limitons à un intervalle fini  $[4\mu\text{m} ; 40\mu\text{m}]$  et par extrapolation nous déterminons les valeurs nécessaires hors de l'intervalle de mesure;

- sur certaines gammes de longueurs d'onde, la réflexion devient excessivement faible et les erreurs liées à la qualité de la mesure ont des répercussions graves sur les valeurs des indices, et notamment sur  $k_\lambda$  pour lequel  $R_\lambda$  intervient directement au numérateur. Pour la silice, nous rencontrons notamment des problèmes aux courtes longueurs d'onde où la réflexion devient quasiment nulle. De plus, si  $k_\lambda$  est faible dans l'infrarouge court, il agit néanmoins grandement sur le transfert radiatif. Dans ce domaine, l'incertitude sur  $R_\lambda$  est trop élevée pour que nous conservions ce principe de calcul.

En ce qui concerne le premier problème, nous considérerons qu'en dessous de  $4\mu\text{m}$ , la valeur de  $R_\lambda$  reste constante. Cette hypothèse est justifiable vues les faibles variations de l'indice de réfraction, habituellement enregistrées, juste avant  $4\mu\text{m}$  et le caractère non-absorbant de la silice dans l'infrarouge court.

Au-delà de  $40 \mu\text{m}$ , nous prendrons de même  $R_\lambda$  constant, mais l'erreur introduite par cette approximation n'est en fait sensible que pour les longueurs d'onde proches de cette valeur et nous avons vu que le transfert radiatif n'est pratiquement pas influencé par l'infrarouge lointain, même à la température ambiante. L'erreur commise est donc acceptable.

Pour ce qui est du second problème, lié à la faiblesse du signal observé en réflexion dans certaines gammes de longueur d'onde, il est possible d'utiliser une autre méthode basée sur des mesures de transmission comme le suggèrent Banner (11) et Langlais et al. (47). Dans ce cas, l'indice d'absorption peut être tiré de la modélisation de la transmission  $T_\lambda$  à travers une lame mince de silice. En première approximation, selon Bohren, nous pouvons écrire :

$$T_\lambda = (1 - R_\lambda)^2 \cdot e^{-K_\lambda \cdot x} \quad (\text{A8})$$

où  $x$  est l'épaisseur de l'échantillon et avec  $K_\lambda = \frac{4\pi k_\lambda}{\lambda}$ .

Cela revient à négliger la part transmise liée aux multiples réflexions aux interfaces - la relation (A8) n'est valable que si le terme  $R_\lambda^2 \cdot e^{-2K_\lambda \cdot x}$  est négligeable devant 1; pour nous, vues les valeurs très faibles de  $R_\lambda$ , cela ne pose aucun problème -

De la relation (A8), nous pouvons donc déduire une relation simple donnant l'indice d'absorption :

$$k_\lambda = \frac{\lambda}{4\pi x} \cdot \ln \left( \frac{T_\lambda}{(1 - R_\lambda)^2} \right) \quad (\text{A9})$$

Dans la zone des courtes longueurs d'onde, la mesure de  $T_\lambda$  est sans difficulté, la relation (A9) constitue donc un bon moyen pour déterminer  $k_\lambda$ .

L'indice  $n_\lambda$  est quant à lui, moins sensible aux problèmes de précision sur les faibles valeurs de réflexion, la méthode proposée par l'intermédiaire de la relation (A6) est donc applicable pour toutes les longueurs d'onde.

Nous avons donc utilisé en complément les relations (A6) et (A9) à partir de données sur les caractéristiques en transmission et en réflexion, présentées sur les figures IV-A1 et IV-A2.

Les variations des indices obtenus sont indiquées, en fonction de la longueur d'onde, sur la figure IV-A3. Au sujet de cette dernière courbe, signalons simplement quelques points intéressants, l'influence des indices étant étudiée par ailleurs :

- le matériau a un caractère fortement non-gris;
- la silice est un milieu peu absorbant en dessous de  $4 \mu\text{m}$ , dans l'infrarouge;
- il existe quatre valeurs de la longueur d'onde pour lesquelles l'indice de réfraction est celui de l'air; c'est ce qui provoque l'effet Christiansen surtout visible à  $7,3 \mu\text{m}$  et à un degré moindre à  $19,3 \mu\text{m}$ . La silice est alors un milieu non-diffusant.

Remarque : la méthode de détermination des indices présentée dans cette annexe, est applicable à d'autres milieux que la silice; en fait, a priori, l'ensemble des milieux semi-transparents peut être étudié de cette façon.

Fig IV-A1: TRANSMISSION A TRAVERS UNE LAME MINCE DE SILICE

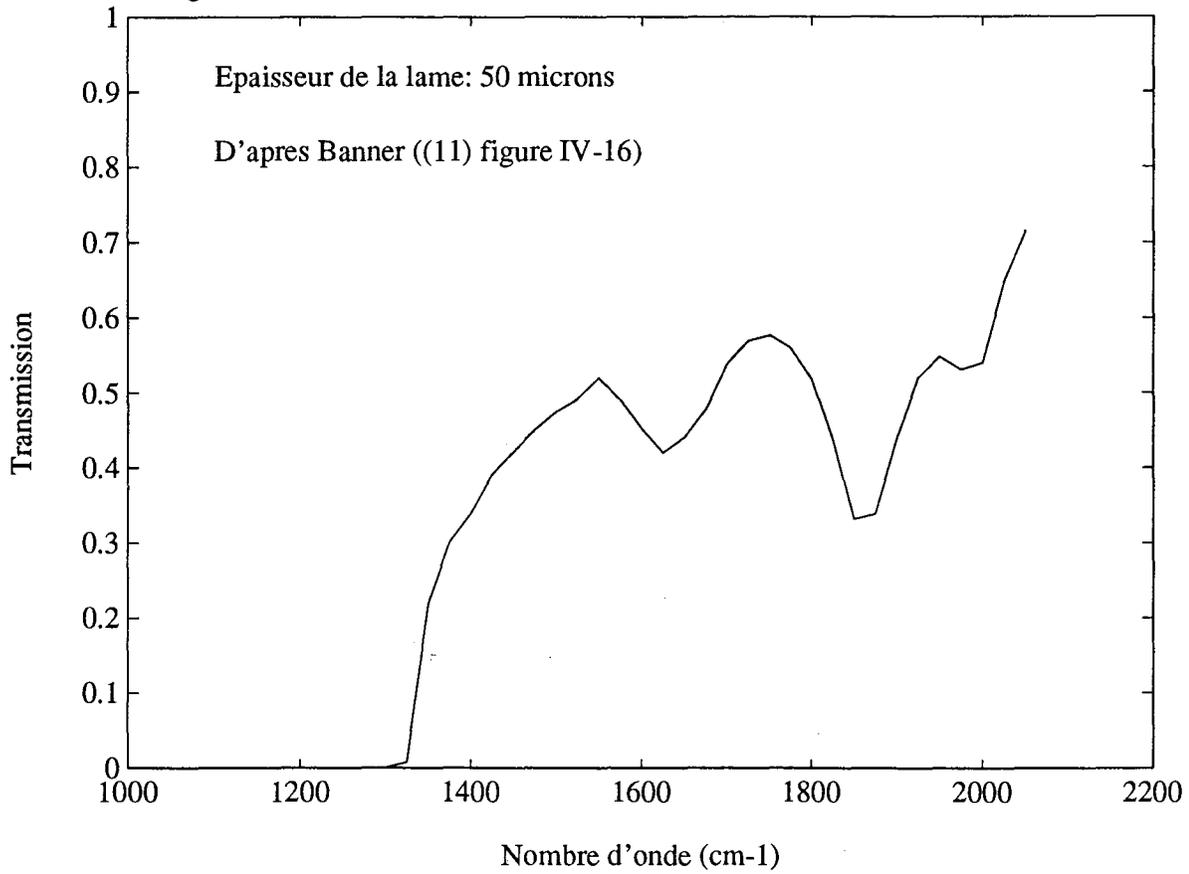


Fig IV-A2: REFLEXION SUR UNE LAME DE SILICE

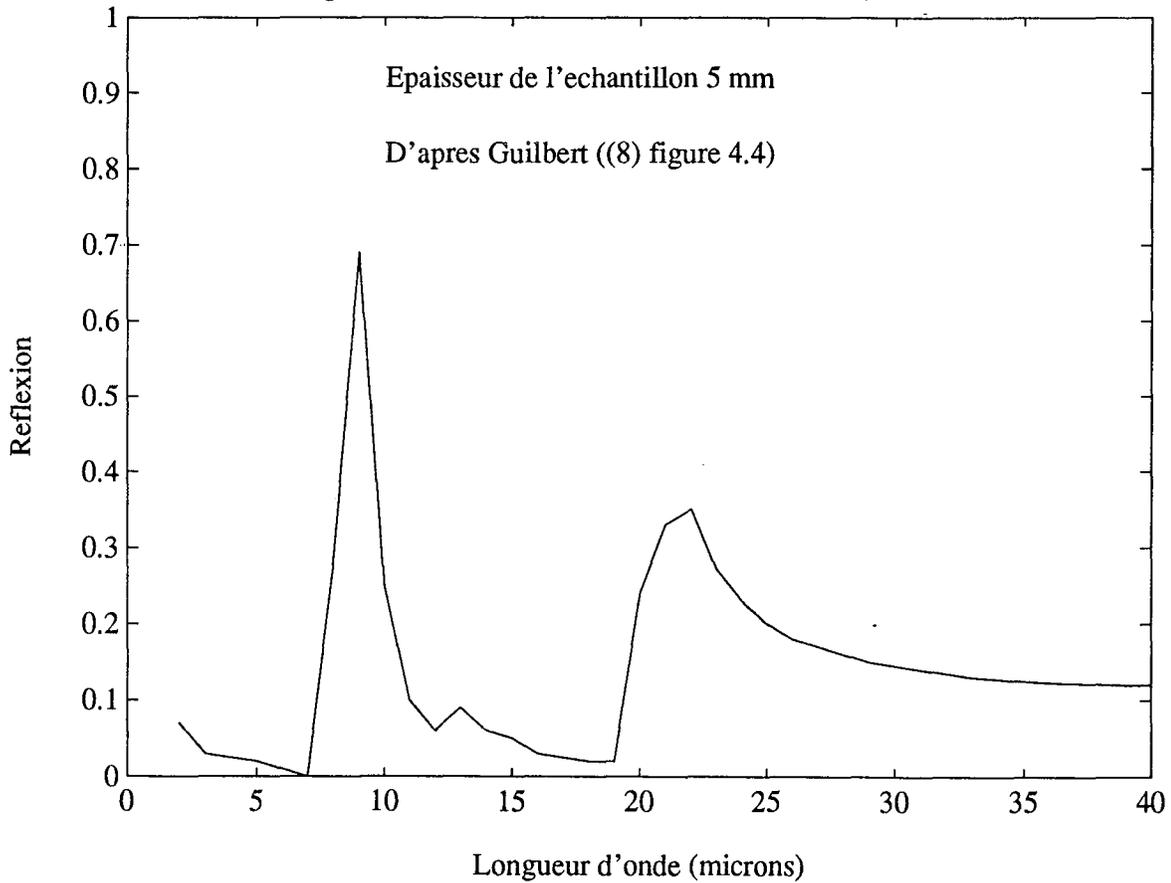
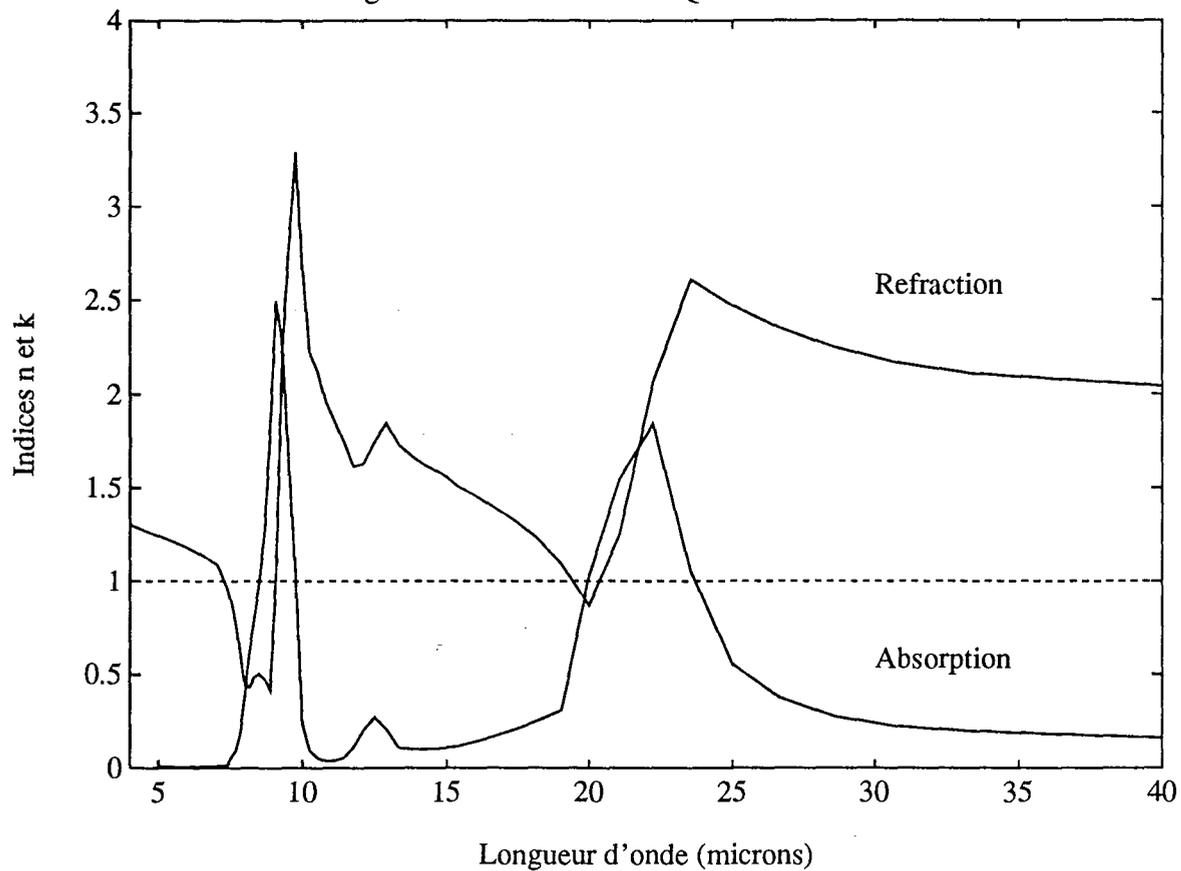


Fig IV-A3: INDICES OPTIQUES DE LA SILICE



## CHAPITRE V : APPLICATION A UN MILIEU COMPOSE DE FIBRES DE CARBONE.

La deuxième application de notre méthode, que nous proposons ici, concerne là-encore un milieu fibreux réel mais de caractéristiques et de conditions d'utilisation différentes : il s'agit de feutres de carbone.

Le Laboratoire Infrarouge a participé à une étude présentée par A. Le Bail (40) en 1990, réalisée au Laboratoire de Thermocinétique à Nantes sous la direction du Professeur Bardou. Il s'agissait de caractériser les transferts thermiques à travers des feutres de carbone soumis à des conditions de hautes températures et de hautes pressions.

Le travail effectué au Laboratoire Infrarouge concernait le calcul théorique des propriétés radiatives du milieu. Cependant, l'étude complète comprenait une caractérisation expérimentale de type fluxmétrique et spectroscopique, ainsi qu'une étude théorique comprenant une modélisation du transfert radiatif par la méthode deux flux, qui avaient mis en évidence les insuffisances des modèles théoriques simples. La confrontation avec les valeurs de flux expérimentales indiquait que la représentation du type deux-flux sous-estimait grandement les phénomènes réels.

Nous disposons à présent d'une méthode de calcul plus élaborée, il nous semble donc intéressant de reprendre le problème théorique et de comparer nos résultats avec les valeurs obtenues par la mesure.

L'intérêt est d'autant plus grand que les caractéristiques du milieu et le type d'application sont différentes. Les propriétés typiques du milieu à étudier sont :

- Géométrie : milieu plan type "mur";
- Nature des fibres : carbone (caractérisé par étude cristallographique);
- Diamètre des fibres : compris entre 6 et 16  $\mu\text{m}$  avec une valeur moyenne de 11,5  $\mu\text{m}$  ;
- Masse volumique du matériau en masse : entre 1300 et 1800  $\text{kg/m}^3$ ;
- Masse volumique du feutre : entre 89 et 91  $\text{kg/m}^3$ ;
- Porosité : entre 0,93 et 0,95;
- Orientation des fibres : stratifiées en plans parallèles aux frontières du milieu.

Les caractéristiques retenues par Le Bail pour le calcul des propriétés radiatives sont :  $\epsilon = 0,95$  -  $\rho_{\text{feutre}} = 89 \text{ kg/m}^3$  - diamètre :  $d = 11,5 \mu\text{m}$ .

En ce qui concerne les conditions extérieures, les températures imposées vont de l'ambiante à 600°C et plus.

L'application de notre méthode suit la même procédure que dans le cas de la silice, exposé au chapitre IV, à savoir :

- Détermination des indices : nous reprenons les valeurs des indices optiques proposés par Willis :

$$n^* = n - i.k \quad \text{avec} \quad \begin{cases} k = 0,65 \\ n = 1,35 + 5.10^{-2}.\lambda \end{cases} \quad (\lambda \text{ en } \mu\text{m}).$$

(Le domaine spectral qui nous intéresse est essentiellement compris entre 3 et 15  $\mu\text{m}$ );

- Calcul des efficacités : selon Lind et Geenberg (3);

- Détermination des propriétés radiatives : selon le chapitre II;

- Résolution des problèmes de transferts couplés : nous nous intéressons uniquement à la contribution radiative au transfert de chaleur, que nous résolvons conformément à la modélisation développée au chapitre III; les autres modes de transfert sont simulés selon la méthode présentée par Le Bail.

Nous allons donc étudier les résultats obtenus par notre méthode théorique, en nous consacrant tout d'abord aux variations des propriétés radiatives. Nous verrons ensuite les résultats concernant le flux de rayonnement et les transferts thermiques; puis le type d'enseignements que permettent de tirer nos résultats en ce qui concerne les feutres de carbone.

## **V - 1 - DETERMINATION DES PROPRIETES RADIATIVES.**

Considérant les caractéristiques présentées au début de ce chapitre, nous avons calculé les différentes propriétés radiatives - coefficients monochromatiques d'extinction, de diffusion et d'absorption ; coefficients de diffusion bidirectionnels -. L'analyse de ces paramètres nous permet de retrouver des résultats typiques de l'ensemble des matériaux fibreux et d'autres caractéristiques du carbone. Un parallèle avec des résultats théoriques antérieurs indique les avantages de notre méthode de calcul.

Sur la figure V-1, nous avons représenté les variations des coefficients moyens avec la longueur d'onde. Nous pouvons constater que leurs variations sont beaucoup moins brusques que celles observées sur la silice (nous n'avons pas de phénomènes singuliers du type effet Christiansen par exemple), ceci étant du aux propriétés optiques plus monotones du carbone. Néanmoins le caractère non gris du matériau est indiscutable puisque les valeurs observées varient malgré tout sur la gamme de longueur d'onde observée.

Une comparaison avec des valeurs de coefficients d'extinction, déterminés pour Le Bail en 1990, est présentée sur la figure V-2. La courbe théorique résultait d'un calcul sur une répartition isotrope dans l'espace des fibres et la courbe expérimentale provenait d'une méthode de détermination semi-empirique à partir de mesures de transmittances bidirectionnelles. L'écart entre les différents résultats est relativement faible, nous obtenons malgré tout des valeurs légèrement inférieures.

Fig V-1: PROPRIETES RADIATIVES SPECTRALES MOYENNES

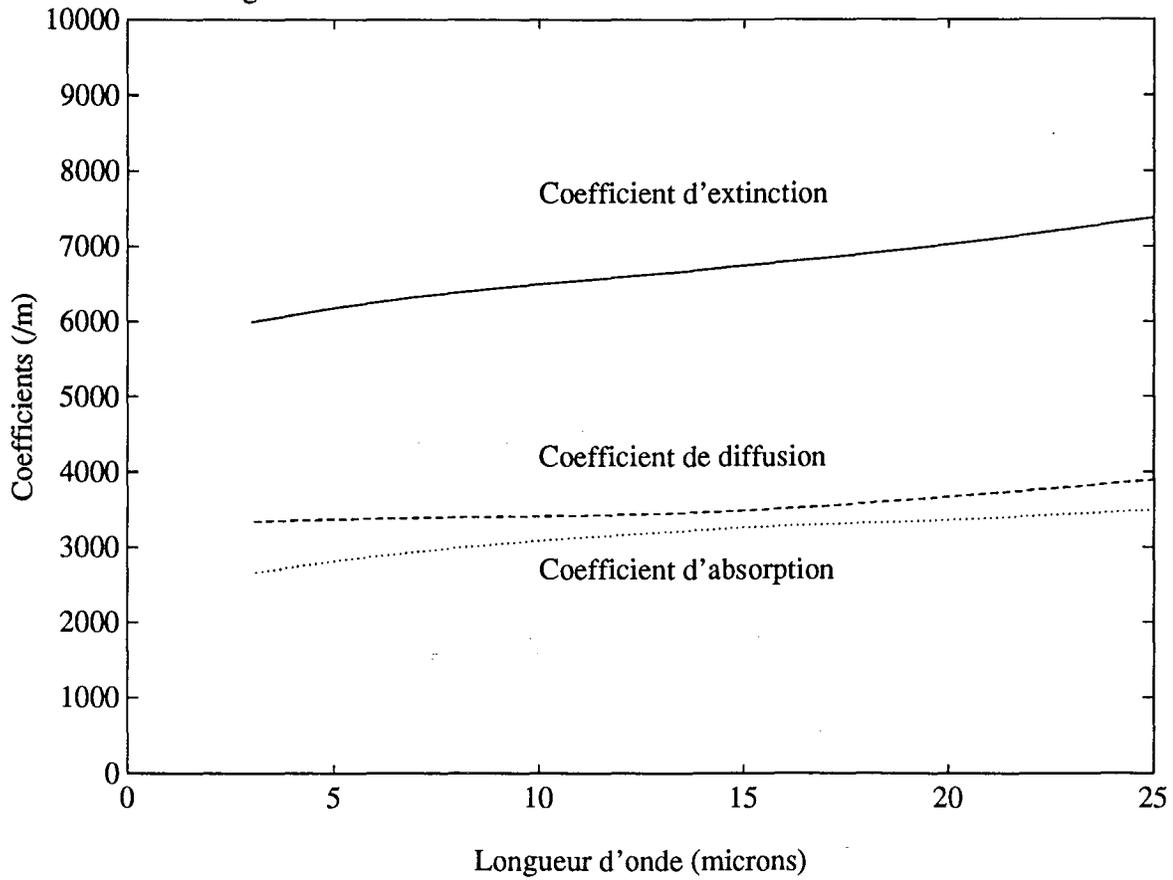


Fig V-2: COMPARAISON AVEC LES RESULTATS DE LEBAIL

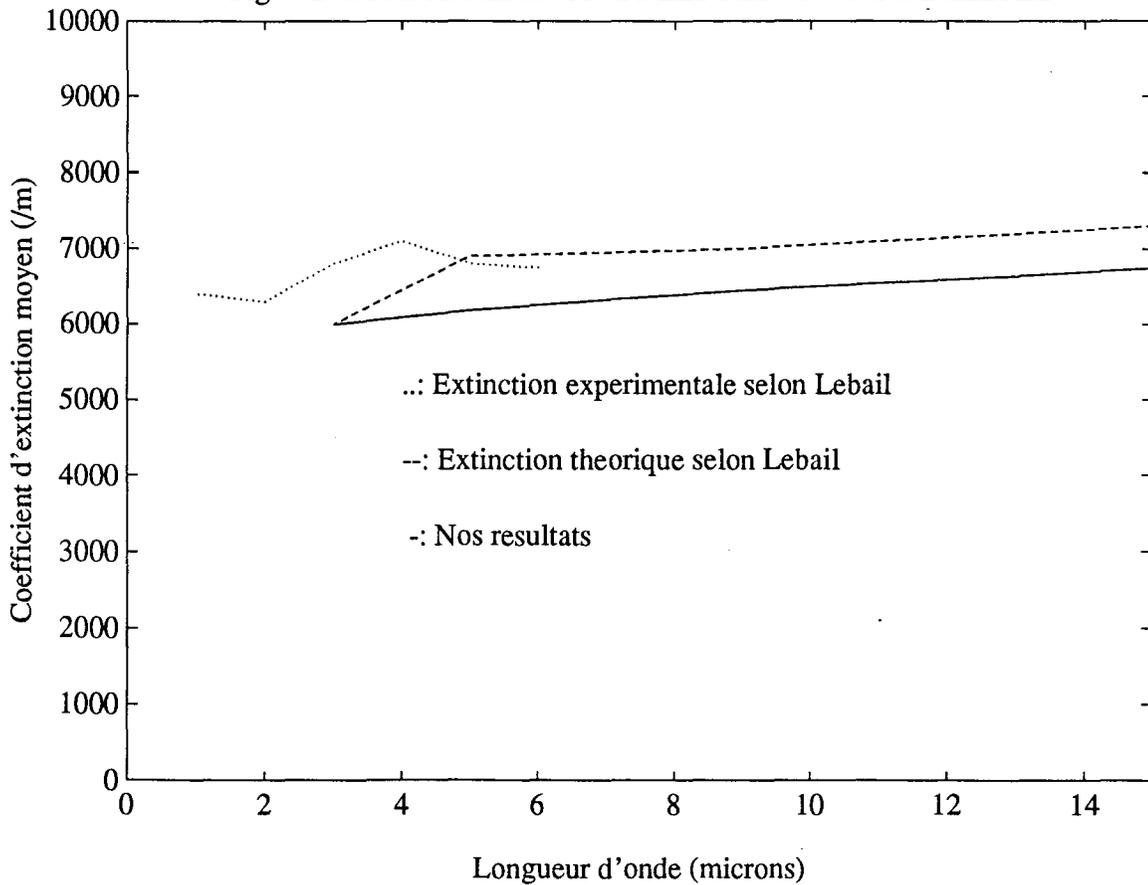


Fig V-3: VARIATIONS DES COEFFICIENTS AVEC L'INCIDENCE

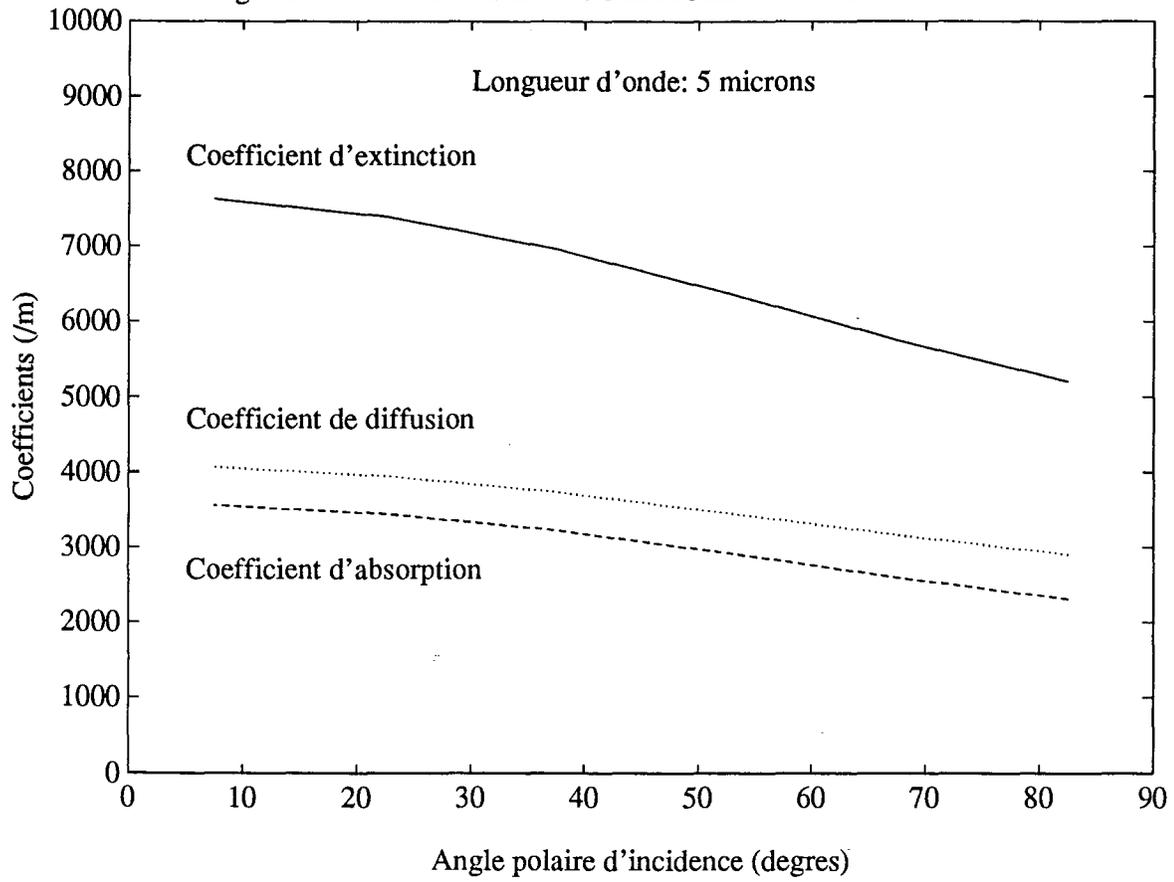


Fig V-4: COEFFICIENTS DE DIFFUSION BIDIRECTIONNELS

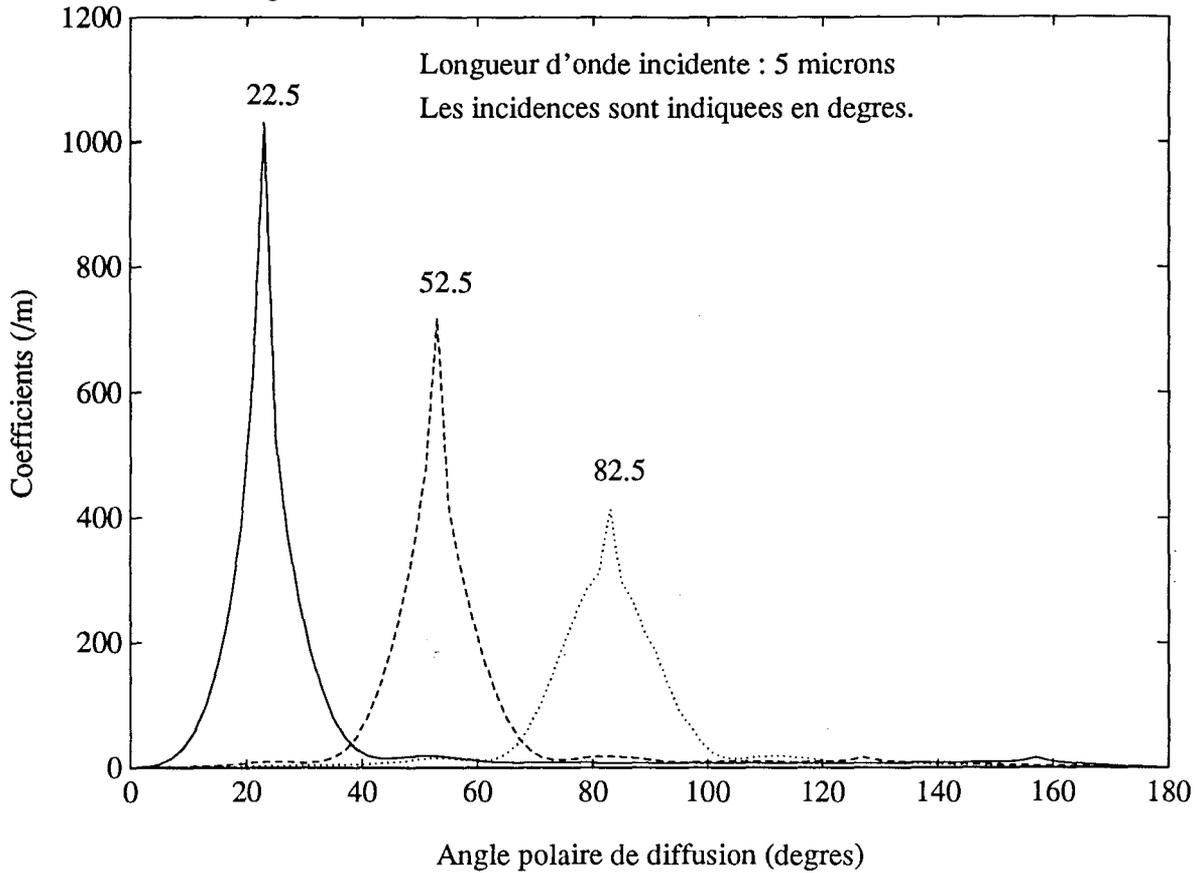
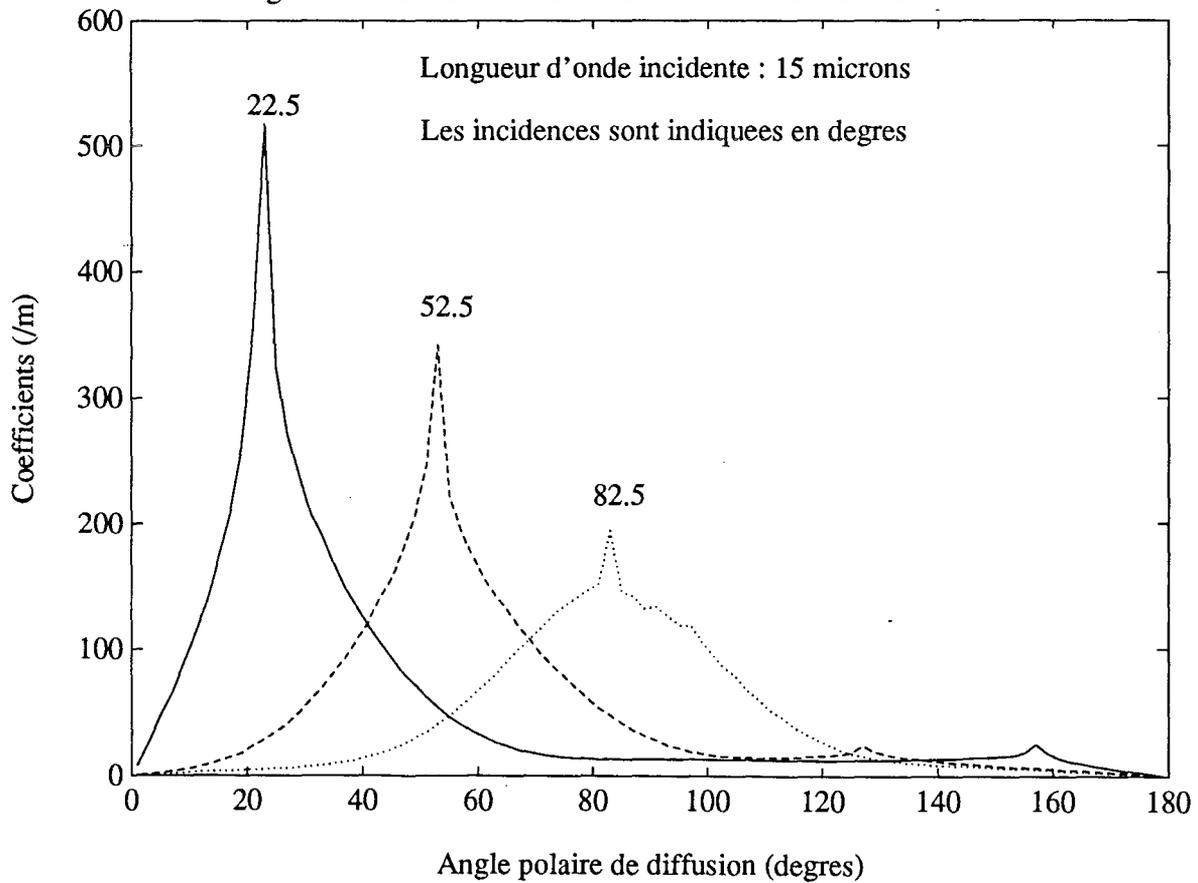


Fig V-5: COEFFICIENTS DE DIFFUSION BIDIRECTIONNELS



Une des conclusions de l'étude réalisée était que les valeurs obtenues pour les propriétés radiatives étaient mal estimées, la différence observée avec nos valeurs moyennes ne permettrait pas de réaliser un calcul corrigé des flux beaucoup plus proche de la réalité. C'est donc plutôt dans le choix de la méthode qu'il faut chercher une possible amélioration de la modélisation. Or, nous avons vu au chapitre IV que la méthode deux-flux sous-estime le flux de transfert radiatif, essentiellement à cause de la simplification du phénomène de diffusion, dont les variations directionnelles ne sont pas prises en compte.

Pour voir l'impact de notre méthode, il est donc intéressant d'étudier l'évolution des propriétés radiatives avec la direction d'incidence. C'est ce qui apparaît pour les coefficients monochromatiques sur la figure V-3.

Nous retrouvons un résultat typique des milieux fibreux, essentiellement lié à l'anisotropie considérée dans l'orientation des fibres : les coefficients d'atténuation varient avec l'incidence. L'évolution représentée, dans le cas particulier d'une longueur d'onde de  $5 \mu\text{m}$ , est caractéristique des écarts observés sur le carbone, où nous observons une variation de près de 40 % entre l'incidence normale et l'incidence rasante.

L'influence du caractère directionnel du rayonnement est encore plus évident sur les coefficients de diffusion bidirectionnels. Nous avons représenté sur la figure V-4, l'allure obtenue pour des coefficients caractéristiques de secteurs angulaires de largeur  $2^\circ$ , ce qui nous assure une excellente précision concernant la géométrie de diffusion. La longueur d'onde retenue est à nouveau  $5 \mu\text{m}$ . Nous pouvons constater la prédominance de la diffusion vers l'avant et la faiblesse de la rétrodiffusion, qui indiquent bien le caractère fortement anisotrope de la diffusion. Les lacunes des modèles du type deux-flux sont liées à ce phénomène.

A noter que pour des longueurs d'onde plus importantes, nous commençons à observer une rétrodiffusion, à peine plus élevée, où nous retrouvons un pic que nous avons qualifié de "rétrodiffusion spéculaire" au chapitre précédent. C'est ce qui apparaît sur la figure V-5 où nous avons traité le cas d'une longueur d'onde plus grande. Dans le cas de fibres de diamètre plus faible, la rétrodiffusion est également plus forte. Il s'agit là-encore d'un effet typique de la nature fibreuse du matériau et de l'orientation en plan des fibres.

La faiblesse de la rétrodiffusion s'explique par les valeurs élevées du paramètre de taille : pour une valeur moyenne du diamètre des fibres de  $11,5 \mu\text{m}$ , le domaine de longueur d'onde nous intéressant étant réduit, vues les conditions de hautes températures, nous avons des valeurs de  $\alpha$  nettement supérieures à 1 ; d'après la figure IV-11, la prédominance de la diffusion vers l'avant est donc logique.

La prise en compte des différentes caractéristiques notées dans ce paragraphe, doit nous permettre à présent de modéliser les phénomènes de transfert de façon correcte.

## V - 2 - MODELISATION DES PHENOMENES DE TRANSFERT.

Conformément à notre étude théorique, notre code de calcul nous conduit au champ de luminance monochromatique, puis par intégration sur tout l'espace, au flux monochromatique. L'allure du champ de luminance est celle que nous avons déjà présentée pour la silice.

A partir des résultats précédents, pour un milieu d'épaisseur 10 cm soumis à des températures de parois dont l'écart est de 10°C, nous pouvons effectuer notre calcul du transfert radiatif pour différentes températures moyennes dans le milieu.

Dans le cas où le milieu est placé à 25°C nous obtenons le flux monochromatique représenté sur la figure V-6. Les variations observées présentent peu de singularités et c'est essentiellement le niveau d'énergie spectrale du corps noir à cette température qui impose l'évolution de la courbe.

Par analogie avec le travail de Le Bail, nous avons réalisé nos calculs pour des températures moyennes variables. Il convient d'être très prudent dans l'analyse des résultats, pour plusieurs raisons :

- nous utilisons ici un modèle par bande, où la connaissance des caractéristiques aux courtes longueurs d'onde est essentielle parce que nous travaillons avec des températures plus élevées que précédemment ; en conséquence pour les valeurs de  $\lambda$  inférieures à 2  $\mu\text{m}$ , les résultats seront obtenus par interpolation;

- l'influence des paramètres morphologiques sur le flux de transfert est très grande, la connaissance précise des propriétés du milieu est donc essentielle. Or les caractéristiques données en introduction présentent une incertitude importante (en ce qui concerne les masses volumiques notamment), nous travaillerons donc avec des valeurs moyennes, sachant que le résultat final n'est alors qu'indicatif.

Notre but est de comparer nos résultats avec des mesures de flux de chaleur effectuées sous vide. Dans ces conditions, la seule contribution au transfert de chaleur autre que le rayonnement, est liée à la conduction thermique dans la matrice solide. Par extrapolation, d'après ses mesures, Le Bail a estimé la part liée à ce mode de transfert à 0,0274 W/m<sup>2</sup>, mais l'évolution éventuelle de ce paramètre avec la température est mal connue.

En reprenant cette valeur et en utilisant un modèle d'additivité simple des flux, nous pouvons simuler l'évolution de la conductivité radiative en fonction de la température moyenne du milieu. Nous avons vu que le couplage conduction-rayonnement influe plus sur le profil de température que sur les valeurs des flux, nous pouvons donc espérer obtenir un résultat correct sans prendre en compte le couplage. La comparaison entre notre simulation et les valeurs expérimentales, tirées du rapport de Le Bail, est présentée sur la figure V-7. L'accord entre les courbes est remarquable.

Une deuxième exploitation de ces résultats consiste à représenter l'évolution de la conductivité radiative en fonction du rapport :

$$R_4 = \frac{T_E^4 - T_0^4}{T_E - T_0}$$

avec  $T_E$  la température de paroi en E et  $T_0$  la température de paroi en O.

(Considérant que le flux radiatif est proportionnel à l'écart des températures, élevées à la puissance 4, nous devrions obtenir une évolution linéaire de la conductivité radiative en fonction de  $R_4$ ).

Fig V-6: FLUX RADIATIF MONOCHROMATIQUE

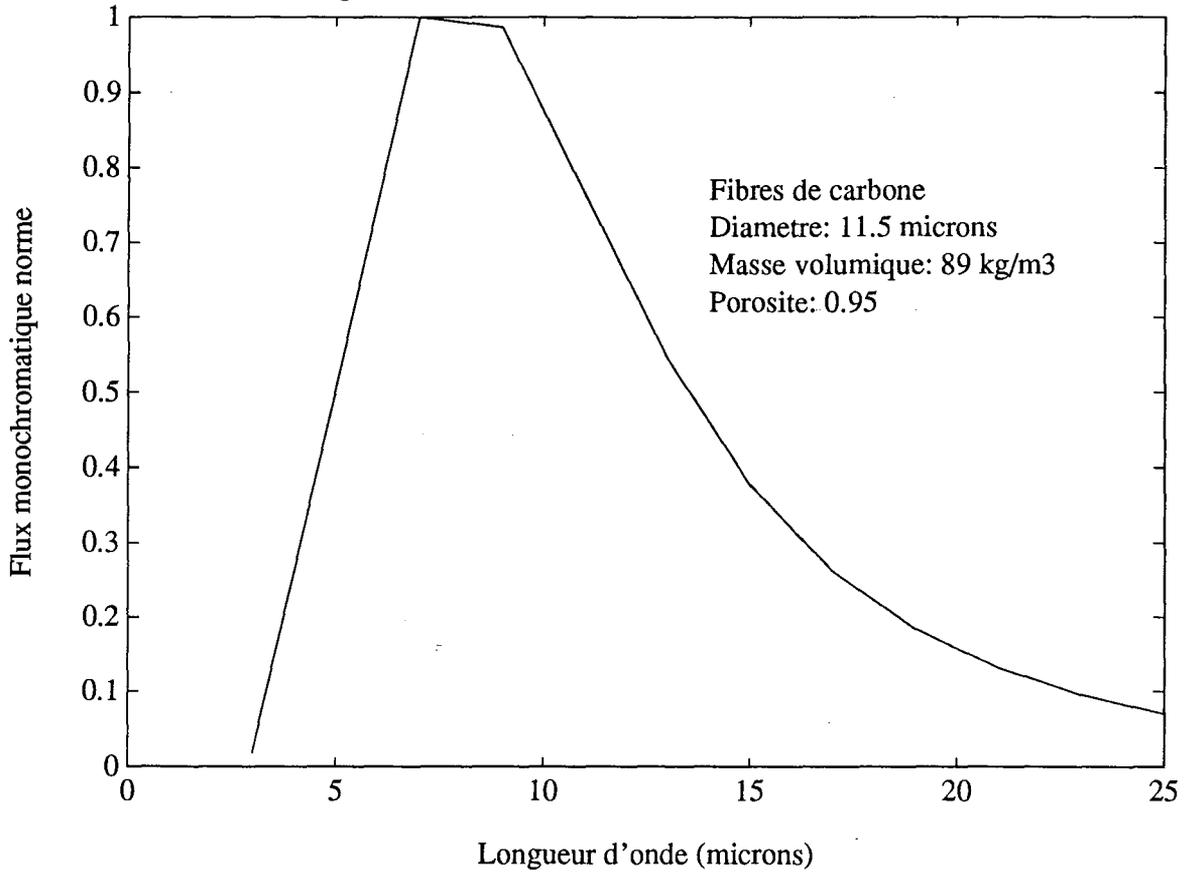


Fig V-7: CONDUCTIVITE THERMIQUE SOUS VIDE EN FONCTION DE LA TEMPERATURE

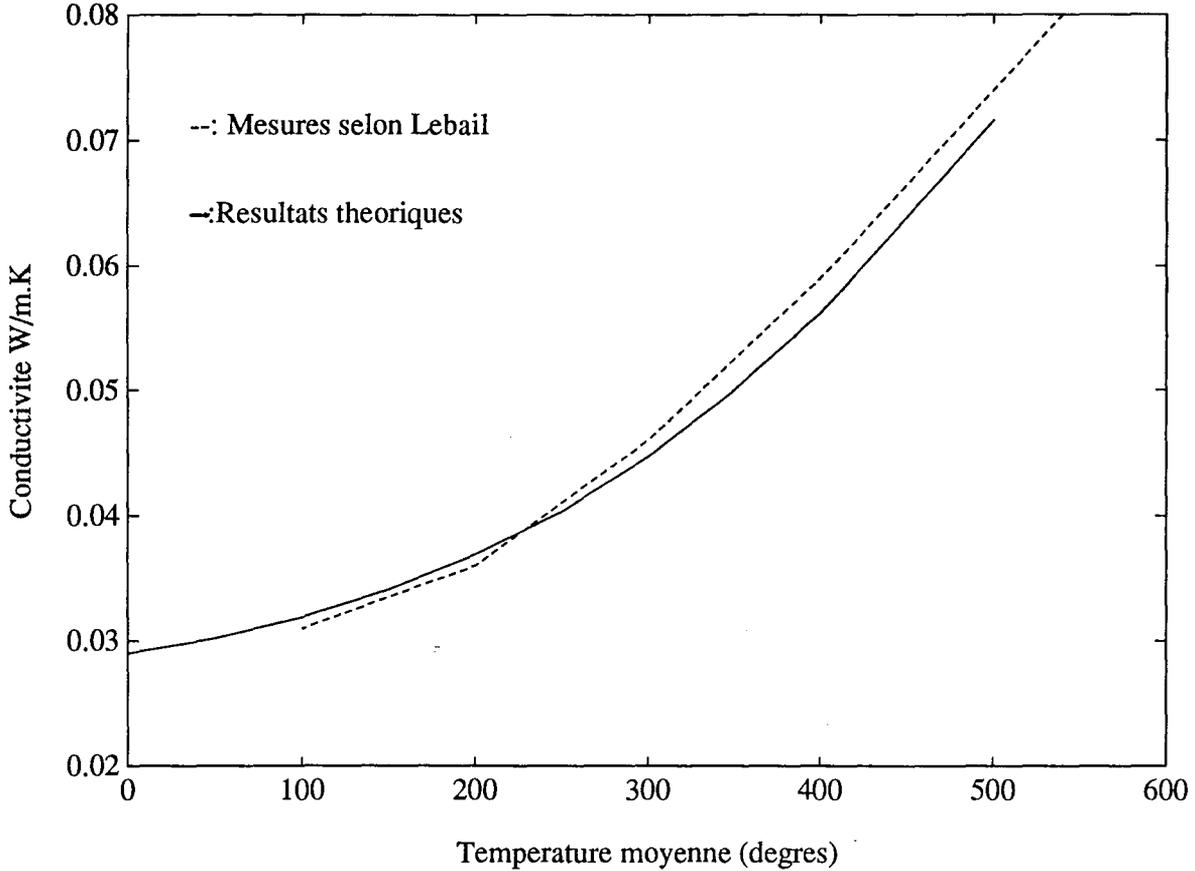
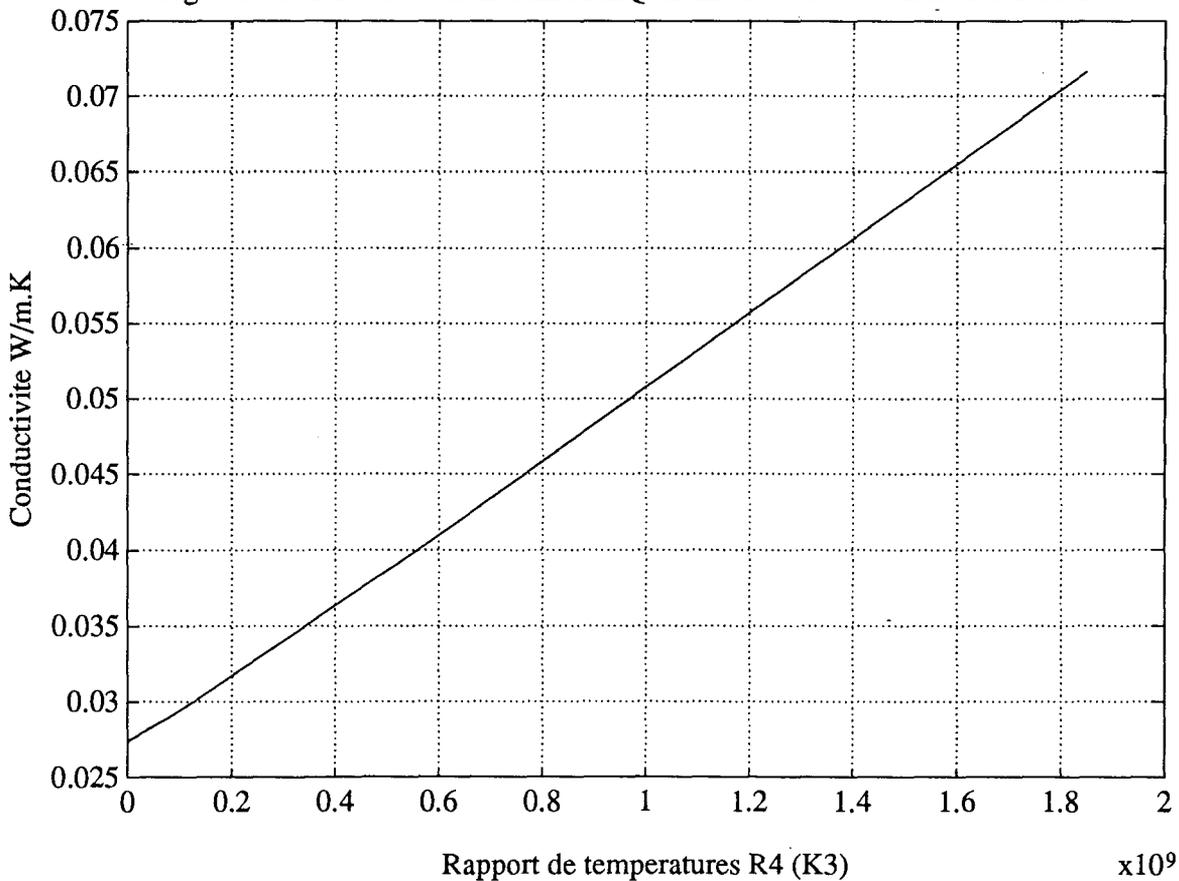


Fig V-8: CONDUCTIVITE THERMIQUE EN FONCTION DU RAPPORT R4



L'étude expérimentale permet d'obtenir l'équation suivante :

$$\lambda_{\text{vide}} = 2,48 \cdot 10^{-11} \cdot \frac{T_E^4 - T_0^4}{T_E - T_0} + 0,0274 \quad (\text{W/m.K})$$

En effectuant nos calculs dans les mêmes conditions, nous avons obtenu les résultats présentés sur la figure V-8. Nous pouvons constater que nous obtenons bien une évolution linéaire de la contribution radiative. D'autre part, nos résultats concordent bien avec la courbe expérimentale puisque la pente théorique de la droite que nous obtenons est de  $2,40 \cdot 10^{-11} \text{ W/m.K}^4$ .

L'écart entre théorie et expérience est donc faible. D'autre part, il est fort probable que le terme conductif évolue avec la température, même si cette variation est certainement faible. Ce point contribue à valider encore plus notre calcul, dans la mesure où le terme correctif éventuel lié à ce phénomène, influence la pente de la droite.

Pour situer l'intérêt de notre modélisation, rappelons que dans l'étude de Le Bail, avec des propriétés radiatives proches de nos valeurs ( mis à part qu'il s'agissait de coefficients moyens et non directionnels ) les résultats obtenus avec des modèles radiatifs plus simples donnaient des pentes de droite de :

$$\rightarrow 1,51 \cdot 10^{-11} \text{ W/m.K}^4 \quad \text{pour le modèle deux flux classique}$$

$$\rightarrow 1,57 \cdot 10^{-11} \text{ W/m.K}^4 \quad \text{pour le modèle LAS}$$

L'écart avec les mesures est donc conséquent.

Ces valeurs sous-estimées sont essentiellement dues à une mauvaise représentation des phénomènes de diffusion. A noter que la différence entre ces modèles simplifiés et les résultats réels, sont du même ordre que dans le cas de la silice. La méthode deux flux sous-estime ici d'environ 40% le transfert radiatif, alors que dans l'exemple donné au chapitre IV, l'écart était un peu plus fort : 45%.

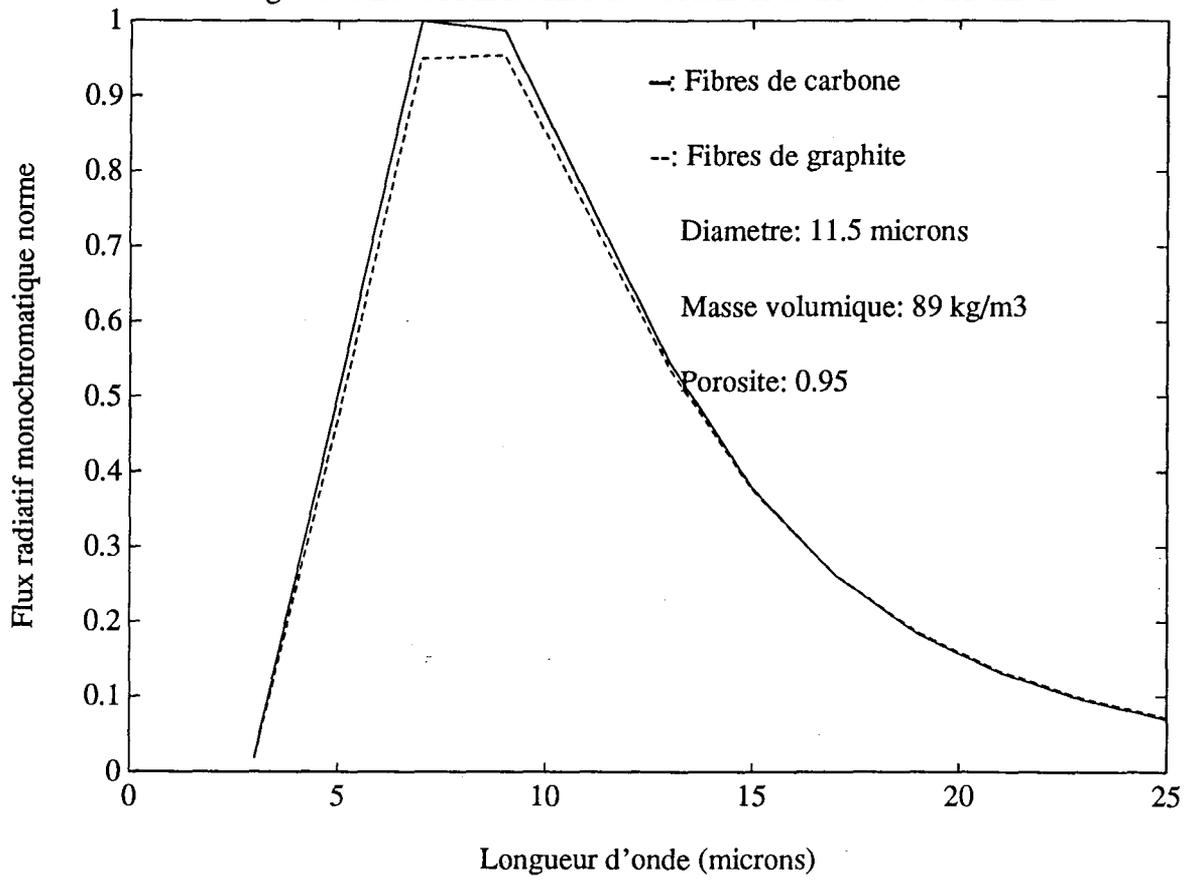
Outre cet aspect validation du modèle théorique, les résultats obtenus permettent également de tirer des enseignements complémentaires, par exemple sur l'influence de la nature exacte du matériau étudié. Lors de l'étude de Le Bail, l'incertitude concernant les résultats radiatifs ne permettaient pas de réaliser une analyse précise de la contribution conductive. Dans la mesure où le transfert par rayonnement était sous-estimé, il semblait que les variations de la conduction dans la matrice, avec la température, étaient importantes.

En fait les résultats obtenus avec notre modèle indiquent que la conductivité dans la matrice solide croît légèrement avec la température, comme cela serait le cas pour un matériau du type "carbone amorphe". Cette hypothèse s'accorde avec l'analyse cristallographique présentée par Le Bail.

Afin de voir l'effet éventuel de l'incertitude concernant la nature du milieu, nous avons effectué dans les mêmes conditions notre simulation du transfert par rayonnement sur le carbone et sur le graphite. Les indices optiques utilisés pour le graphite sont tirés des références citées par Le Bail. La courbe V-9 indique les variations du flux radiatif monochromatique obtenu dans les conditions de la figure V-6. Afin de comparer aisément les deux résultats, nous avons normé les flux par la valeur maximale, qui est obtenue sur le carbone, à  $5 \mu\text{m}$ . La confrontation de ces courbes indique que le comportement des deux matériaux est très proche dans ces conditions d'utilisation.

Le rayonnement est donc peu affecté par une identification du milieu aux propriétés optiques du carbone ou du graphite.

Fig V-9: FLUX RADIATIFS DU CARBONE ET DU GRAPHITE



Par contre, d'autres paramètres, telle que la porosité du milieu, peuvent avoir un effet déterminant sur le rayonnement. Si nous effectuons des calculs de flux de rayonnement dans les mêmes conditions mais pour différentes valeurs de  $\epsilon$ , nous pouvons observer des variations importantes sur le flux net radiatif (tableau V-1). Nous retrouvons là l'influence de la masse volumique déjà mise en évidence précédemment.

Tableau V-1 : Influence de la porosité sur le flux de rayonnement.

Conditions de calcul : Température moyenne : 100°C  
 Epaisseur : 10 cm  
 Masse volumique du milieu : 89kg/m<sup>3</sup>

Porosité	0,93	0,94	0,95
Flux radiatif (W/m <sup>2</sup> )	0,53	0,45	0,38

Tenant compte de ces incertitudes, nous pouvons néanmoins pousser plus avant notre analyse du transfert de chaleur. Si nous considérons que nous avons affaire à des fibres de carbone, pour obtenir exactement l'évolution de la courbe expérimentale, en supposant que le principe d'additivité simple des flux n'introduit pas d'erreur importante et que l'évolution de la conductivité est effectivement linéaire, nous obtenons l'équation :

$$\lambda_{\text{matrice solide}} \approx 10^{-6} \cdot T + 0,0274 \text{ (W/m.K)}$$

Ce renseignement n'est qu'indicatif dans la mesure où il est issu de conditions de calculs qui demanderaient à être précisées, cependant il permet de donner un ordre de grandeur pour les variations avec la température.

A noter que en plus de ces renseignements obtenus grâce à une représentation précise du transfert par rayonnement, une meilleure connaissance des lois de conduction et même de convection permettrait de résoudre les problèmes liés au couplage entre les modes de transfert et donc d'améliorer encore la simulation.

Conclusion de la deuxième partie:

Les deux chapitres qui composent la partie numérique de ce mémoire constituent une première application, sur des milieux réels, de la méthode de calcul mise au point.

Nos calculs théoriques ont permis de mettre en évidence les différents paramètres d'influence et leurs effets sur le transfert. Les problèmes de stabilité liés au choix des paramètres numériques et les limites d'application de la méthode ont également été étudiés.

D'autre part, les différentes comparaisons que nous avons pu effectuer avec des mesures de flux de chaleur attestent de la validité de notre modèle sur des milieux et dans des conditions d'utilisation diverses.

Ce qui a été réalisé sur la silice est facilement envisageable pour des matériaux similaires, du type laine de verre, dont on voudrait étudier de façon fiable les particularités. Par ailleurs les essais réalisés sur un milieu différent : le carbone, montrent les capacités d'adaptation du modèle qui, dans sa formulation présente, est en fait applicable à tous types de milieux poreux. Les exemples numériques abordés ont d'ailleurs contribué à mettre en évidence des caractéristiques inhérentes à la structure fibreuse du matériau et non pas seulement des singularités dues à la silice ou au carbone.

Pour poursuivre notre caractérisation, nous allons maintenant étudier expérimentalement le transfert radiatif, par l'intermédiaire de mesures spectroscopiques.

---

---

- TROISIEME PARTIE : ETUDE EXPERIMENTALE -

CHAPITRE VI: MESURES DE TRANSMISSION ET DE REFLEXION  
BIDIRECTIONNELLES.

CHAPITRE VII: MESURES DE TRANSMISSION ET DE REFLEXION  
DIRECTIONNELLES - HEMISPHERIQUES.

## - TROISIEME PARTIE : ETUDE EXPERIMENTALE -

### INTRODUCTION

Parmi les objectifs annoncés en fin de premier chapitre, nous avons prévu une étude consacrée aux propriétés spectrométriques des matériaux fibreux. Il s'agit d'une étape indispensable pour compléter notre caractérisation. Les résultats attendus sont importants à plusieurs titres: ils représentent les interactions de base entre le rayonnement et le matériau (transmission, réflexion et absorption), d'autre part ils concernent des paramètres directement utilisés dans les études semi-empiriques, qui constituent une autre manière d'aborder le problème radiatif.

Notre étude expérimentale a donc été entreprise dans plusieurs buts :

- Mettre en évidence le comportement des milieux fibreux vis à vis du rayonnement ; les mesures ont été effectuées sur le cas particulier d'un matériau composé de fibres de silice, mais parmi les particularités observées, un certain nombre de points généralisables à d'autres milieux fibreux sont énoncés. Sur ce plan, notre travail dépasse la simple caractérisation d'un unique milieu;

- Fournir un ensemble de valeurs numériques susceptibles de valider notre modèle de simulation du transfert par rayonnement. Nous avons déjà pu constater la précision de notre modélisation sur des applications de transfert de chaleur à travers les isolants fibreux aux chapitres IV et V, il s'agit à présent de tester notre méthode dans le domaine du transfert radiatif pur. Les travaux semi-empiriques sont souvent basés sur l'identification des propriétés radiatives à partir de mesures spectrométriques, la capacité d'un modèle à simuler les phénomènes de transmission ou de réflexion est donc essentielle.

Pour que l'étude soit complète, nous présentons en transmission et en réflexion, des mesures bidirectionnelles et directionnelles-hémisphériques. Nous avons vu dans notre revue bibliographique que le domaine de longueurs d'ondes étudié se limitait généralement à l'infrarouge court ou moyen et que les angles de mesures bidirectionnelles envisagés s'éloignaient peu de la normale. Pour étendre le domaine de mesure, nous allons travailler dans la gamme  $[2;20\mu\text{m}]$  pour des angles allant jusque  $70^\circ$ .

Un des points essentiels de ce genre d'études est l'analyse des conditions de mesures et la détermination de l'ensemble des paramètres intervenant dans l'identification des grandeurs étudiées, la présentation des bancs de mesure utilisés inclue donc ces aspects.

D'un point de vue expérimental, la mesure directe de grandeurs bidirectionnelles ou directionnelle-hémisphériques, a nécessité la réalisation de deux montages différents, la troisième partie de ce rapport contient deux chapitres distincts consacrés à chacun des types de mesures.

La présentation adoptée est cependant semblable, elle inclue un rappel théorique sur les grandeurs étudiées, une description du banc de mesure et des appareils utilisés, la méthode d'identification des propriétés étudiées, une présentation des résultats expérimentaux comparés aux prévisions théoriques et la mise en évidence des paramètres d'influence.

## CHAPITRE VI : MESURES DE TRANSMISSION ET DE REFLEXION BIDIRECTIONNELLES.

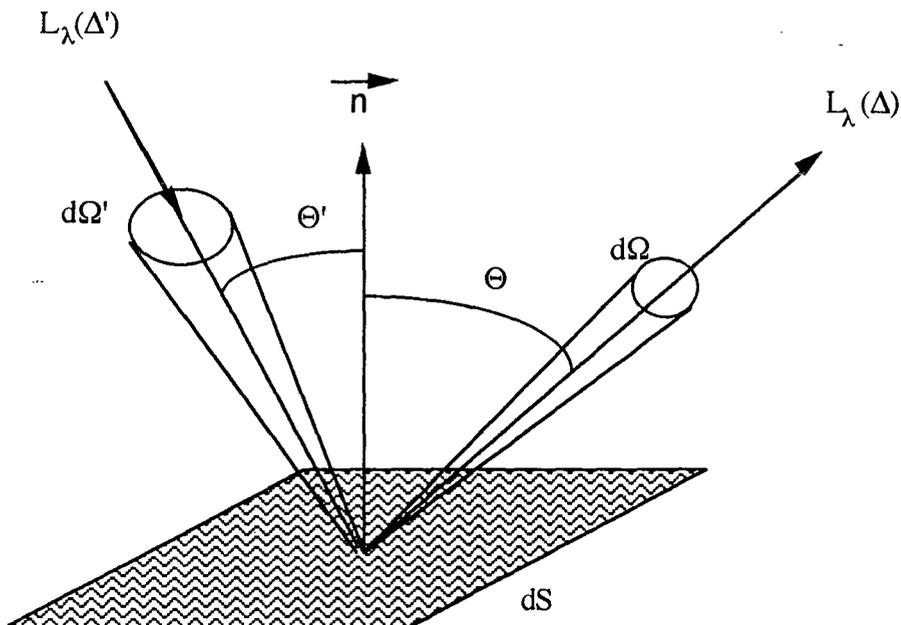
Guilbert (8) avait déjà réalisé des mesures de transmission bidirectionnelle sur un milieu de fibres de silice au Laboratoire Infrarouge en 1985. Nous nous sommes basés sur les premiers résultats obtenus pour concevoir un montage fiable, permettant des mesures en transmission et en réflexion.

Nous avons par ailleurs totalement réétudié la partie identification des mesures pour assurer la fiabilité des résultats et la comparaison avec les résultats de notre modélisation.

### VI - 1 - DEFINITIONS DES GRANDEURS BIDIRECTIONNELLES .

Pour cette partie fondamentale qui permet de bien préciser les grandeurs recherchées, nous adoptons les définitions données par Ozisik (26).

Considérons un rayonnement monochromatique de luminance  $L_\lambda(s, \Delta')$  en incidence sur un élément de surface  $dA$ . Soit  $\Theta'$  l'angle d'incidence repéré entre la normale au milieu -  $\mathbf{n}$  - et la direction moyenne d'incidence -  $\Delta'$  -; et soit  $d\Omega'$  l'angle solide contenant le faisceau incident. (Figure VI-1).



**Fig VI-1: Définition de la BRDF.**

L'éclairement incident correspondant est alors :

$$E_{\lambda}(s,\Delta') = L_{\lambda}(s,\Delta').\cos\Theta'.d\Omega'$$

Soit  $L_{\lambda}(s,\Delta)$  la luminance du rayonnement réfléchi dans la direction  $\Delta$ . La grandeur qui associe la luminance réfléchie à l'énergie incidente correspondante est appelée *fonction spectrale de distribution en réflexion* ("spectral reflection distribution function"), ou encore *réflectance monochromatique bidirectionnelle*, ou bien selon l'appellation actuellement la plus courante *BRDF* (pour "Bidirectional Reflectance Distribution Function"), nous la noterons  $r''$  et sa définition est :

$$r''(s,\Delta',\Delta) = \frac{L_{\lambda}(s,\Delta)}{L_{\lambda}(s,\Delta').\cos\Theta'.d\Omega'}$$

De même, nous pouvons considérer le même type de problème en nous intéressant à la luminance transmise à travers notre échantillon -  $L_{\lambda}(s,\Delta)$  - et définir la *transmittance monochromatique bidirectionnelle* (ou encore la *BTDF*)  $t''(s,\Delta',\Delta)$  :

$$t''(s,\Delta',\Delta) = \frac{L_{\lambda}(s,\Delta)}{L_{\lambda}(s,\Delta').\cos\Theta'.d\Omega'}$$

Ozisk met l'accent sur différentes propriétés importantes de ces fonctions :

- elles peuvent prendre des valeurs positives inférieures ou supérieures à 1, sans limitation particulière, dans la mesure où la valeur de  $d\Omega'$  par exemple peut être très faible;

- elles présentent une propriété de symétrie par rapport aux directions d'incidence et d'émergence, exprimée par le théorème de réciprocité énoncé par Helmholtz, en réflexion :

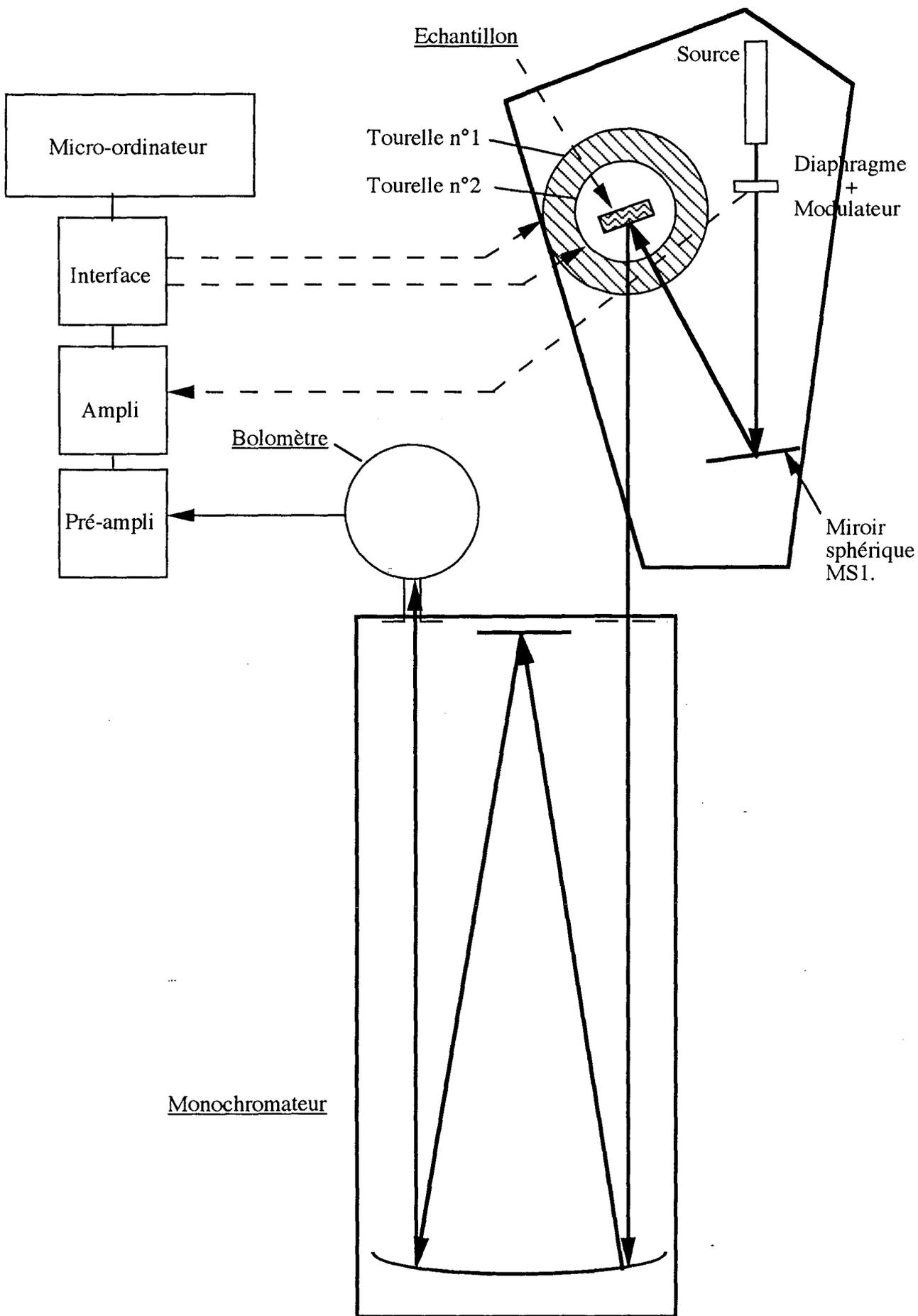
$$r''(s,\Delta',\Delta) = r''(s,\Delta,\Delta')$$

Il s'agit de grandeurs directionnelles spectrales difficiles à mesurer et à modéliser, qui nécessitent la mise au point de montages expérimentaux précis tels que celui que nous avons mis en oeuvre et qui est décrit au paragraphe suivant.

## VI - 2 - PRESENTATION DU BANC DE MESURES .

Sur le principe, nous avons repris le schéma utilisé par G. Guilbert pour réaliser ses mesures de BTDF en 1985. Mais la conception du montage est nouvelle et fait appel à des outils perfectionnés comme nous allons le voir par la suite.

Considérons tout d'abord le schéma de principe du banc de mesure (Figure VI-2). Il s'agit d'une disposition permettant le fonctionnement en réflexion, mais une rotation de la tourelle n°1 permet de réaliser des mesures en transmission.



**Figure VI-2 : Schéma de principe du banc de mesures bidirectionnelles.**

Cette description permet de mettre en évidence différents modules essentiels :

- le module source comprenant la source proprement dite, un diaphragme, le modulateur et un miroir permettant de renvoyer le rayonnement émis en incidence sur l'échantillon ;
- le système goniométrique comprenant les deux tourelles micro-contrôles automatisées et pilotées par ordinateur ;
- le monochromateur composé de deux filtres et d'un réseau donnant accès aux grandeurs spectrales ;
- la partie détection comprenant essentiellement le bolomètre et le système d'amplification couplé au modulateur .

L'ensemble du montage est par ailleurs associé à un système d'acquisition de données rendant plus aisée la saisie des informations.

### **VI - 2 - 1) Le module source.**

Nous disposons de plusieurs sources infrarouges, dont l'utilisation est fonction de l'importance du signal mesuré et de la longueur d'onde étudiée.

Généralement, il s'agit d'un global constitué d'un bâtonnet de carbure de silicium, dont la température peut s'élever jusqu'à 1000°C, fonctionnant avec une alimentation basse tension.

Le modulateur est un appareil essentiel puisqu'il permet de nous affranchir des signaux parasites et de l'émission propre du milieu grâce au mode de détection synchrone. Il est placé entre la source et l'échantillon, et la fréquence de modulation choisie est 90 Hz pour la qualité du rapport signal/bruit observé avec cette valeur.

L'adjonction d'un polariseur placé entre le miroir sphérique et l'échantillon, et d'un analyseur entre l'échantillon et le monochromateur permet l'étude de phénomènes éventuels liés à la polarisation du rayonnement.

### **VI - 2 - 2) Le système goniométrique.**

Il constitue une des améliorations majeures par rapport au montage de Guilbert, puisqu'il fait intervenir deux tourelles micro-contrôles automatisées.

Une première tourelle fait pivoter l'ensemble "module source+porte-échantillon" permettant de faire varier l'angle d'émergence, alors que la seconde fait tourner uniquement le porte-échantillon et modifie donc l'angle d'incidence.

La précision angulaire accessible est de 1/10000 en degrés, ce qui est plus que suffisant pour nos mesures.

... Les rotations sont commandées par des moteurs pas à pas permettant de contrôler la position angulaire et la vitesse de rotation.

L'ensemble est relié à un micro-ordinateur au moyen d'un interfaçage réalisé au laboratoire.

Le système goniométrique ainsi mis en oeuvre est donc particulièrement précis, facile d'utilisation et sans limitation d'angle.

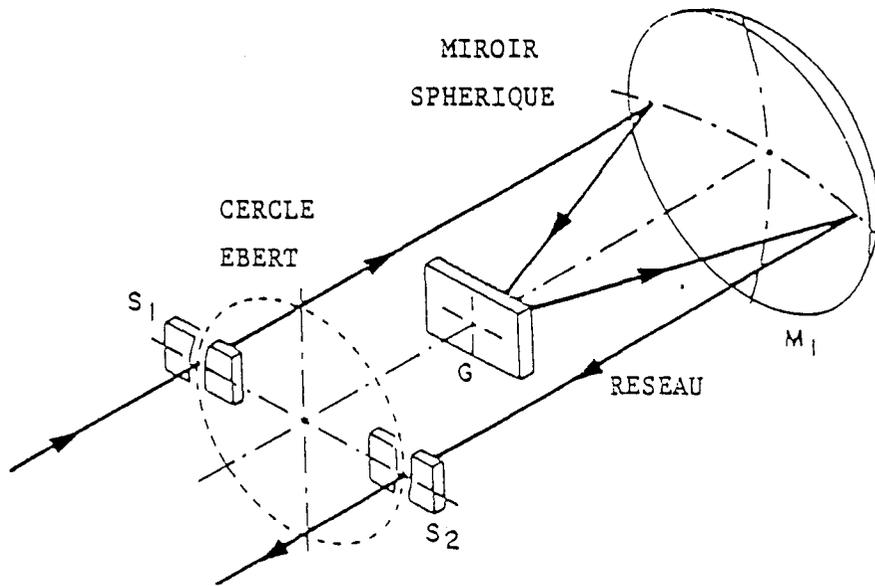
### **VI - 2 - 3) Le monochromateur.**

Il s'agit d'un appareil Perkin-Elmer type E-14 équipé de réseaux permettant de couvrir le domaine spectral [1;40 $\mu$ m].

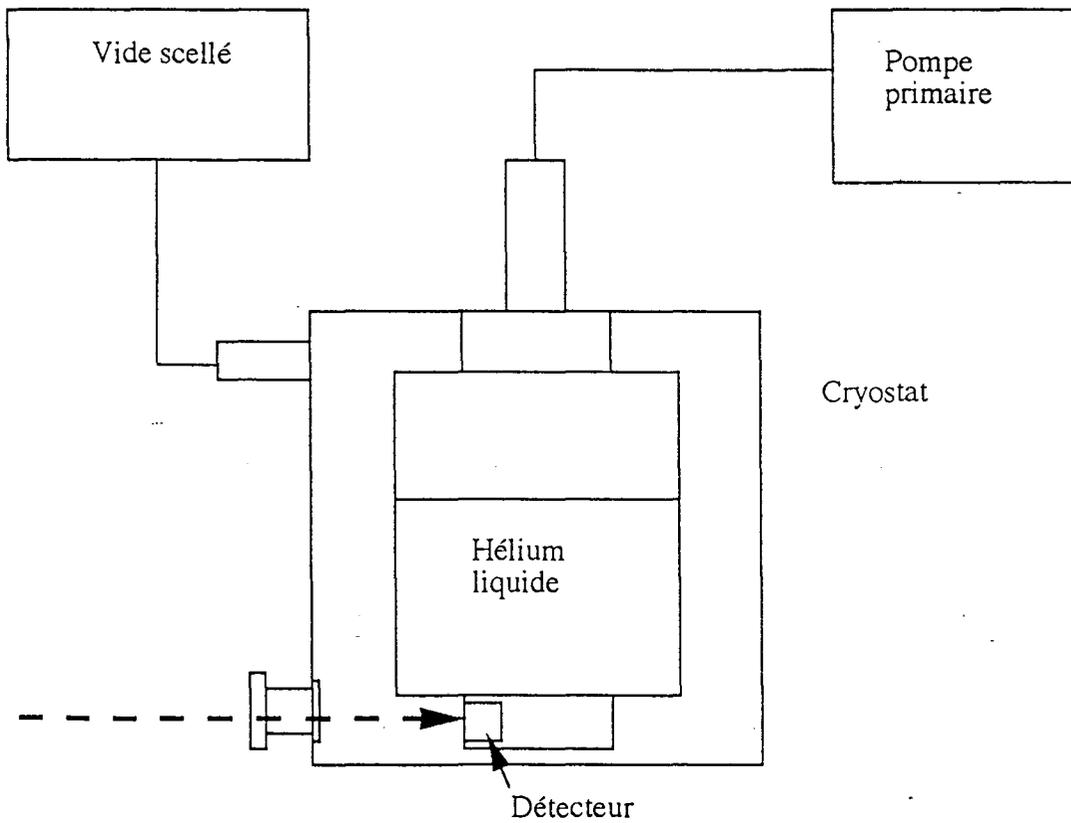
Il fonctionne en simple faisceau sur le principe décrit sur la figure VI-3.

L'ensemble du domaine de longueurs d'ondes est couvert par cinq réseaux et des systèmes de filtres qui permettent d'explorer successivement les zones :

1  $\rightarrow$  2,5  $\mu$ m - 2  $\rightarrow$  4  $\mu$ m - 4  $\rightarrow$  10  $\mu$ m - 10  $\rightarrow$  25  $\mu$ m et 25  $\rightarrow$  40  $\mu$ m.



**Fig VI-3: Principe de fonctionnement du monochromateur.**



**Fig VI-4: Schéma de principe du module de détection. D'après Guilbert (8).**

La résolution spectrale est fonction de l'ouverture des fentes et du réseau utilisé. Elle est calculable à partir de relations montrant notamment que la largeur de la bande spectrale croît avec l'ouverture des fentes du monochromateur.

A l'opposé, le flux détectable augmente avec la largeur des fentes, ce qui impose a priori d'effectuer un compromis assurant une luminosité suffisante tout en gardant un pouvoir de résolution correct. Aux vues des caractéristiques performantes de l'appareil nous garantissant une précision spectrale suffisante pour le type de mesures nous intéressant, nous travaillerons avec une ouverture de fente maximale, de l'ordre de 1 cm (la focale du miroir sphérique étant 58 cm).

#### **VI - 2 - 4) Le système de détection.**

Il s'agit d'un appareillage particulièrement performant composé d'un bolomètre au germanium dopé fixé à la base d'un cryostat refroidi à l'hélium liquide et d'une chaîne d'acquisition utilisant la technique de l'amplification synchrone. La technologie mise en oeuvre nécessite donc la manipulation des fluides cryogéniques et la maîtrise du vide poussé. Un schéma de principe est donné sur la figure VI-4. Le diamètre de la pastille de germanium est de 2 mm.

La température de fonctionnement du détecteur est de 4,2 K en utilisation normale et peut être abaissée à 1,4 K en réduisant la pression d'hélium par pompage ( fonctionnement à l'hélium pompé ), l'autonomie de l'ensemble est alors réduite mais les performances nettement accrues (dans nos conditions de mesure, en utilisation à 4,2 K le temps d'autonomie de l'ensemble est d'environ 40 heures).

Ce type de détecteur est parmi les plus performants, assurant la détection de signaux très faibles; la détectivité est en fait limitée par le bruit des photons.

Le niveau du signal est élevé par un préamplificateur, de gain variant entre 10 et 20. Il est ensuite amplifié avec un appareil du type Brookdeal accordé sur la fréquence de modulation .

Le signal est enregistré sur table traçante ou sur micro-ordinateur où il peut être directement traité.

#### **VI - 3 - IDENTIFICATION ET MODÉLISATION .**

Les fonctions recherchées (BRDF et BTDF) ne sont pas des grandeurs directement accessibles par la mesure. Leur définition inclue par ailleurs des hypothèses que l'expérimentation doit prendre en compte.

L'identification des paramètres est donc une partie essentielle de l'étude expérimentale. Elle permet d'une part d'obtenir une valeur numérique pour la variable étudiée, et d'autre part de contrôler la validité de la mesure.

#### **VI - 3 - 1) Identification à partir de la mesure.**

Reprenons les conditions décrites dans la partie définition sur la figure VI-1 et supposons l'éclairement homogène.

Les conditions expérimentales imposent les valeurs d'angles solides suivantes:

$$\text{- angle solide d'incidence : } d\Omega' = \frac{S_1 * \cos \alpha}{f_1^2}$$

où  $S_1$  est la surface du miroir sphérique  $MS_1$ ,  $f_1$  sa distance focale et  $\alpha$  l'angle entre le faisceau incident et la normale au miroir;

$$\text{nous obtenons alors : } d\Omega' = 7,5.10^{-3} \text{ sr.}$$

$$\text{- angle solide de détection : } d\Omega = \frac{S_e}{D^2}$$

où  $S_e$  est la surface de la fente d'entrée du monochromateur et  $D$  la distance entre l'échantillon et le monochromateur, la valeur obtenue est :

$$d\Omega = 6,6 \cdot 10^{-4} \text{ sr.}$$

Dans ces conditions, le signal détecté en réflexion sur l'échantillon (l'expression serait la même si nous travaillions en transmission) est :

$$\Phi_{\text{ech}} = K.A.\cos \Theta.L_\lambda(E,\Delta).d\Omega$$

où  $K$  est une constante liée à la chaîne de mesure,  
 $A$  est la surface émettrice de l'échantillon,  
 $E$  est l'épaisseur du milieu.

De même, lorsque nous remplaçons l'échantillon par un miroir, nous obtenons un signal de référence :

$$\Phi_{\text{ref}} = K.A.\cos \Theta'.L_\lambda(E,\Delta').d\Omega$$

nous avons en effet dans ce cas  $\Theta = \Theta'$ , et c'est bien l'angle  $d\Omega$  qui intervient, dans la mesure où nous avons  $d\Omega < d\Omega'$ .

Appelons  $M(E,\Delta',\Delta)$  le rapport des flux, à savoir :  $M(E,\Delta',\Delta) = \frac{\Phi_{\text{ech}}}{\Phi_{\text{ref}}}$ .

Par identification avec les relations de définition, nous avons alors :

$$r''(E,\Delta',\Delta) = \frac{M(E,\Delta',\Delta)}{\cos \Theta \cdot d\Omega'}$$

De manière analogue, nous obtiendrions une expression valable en transmission, les différentes caractéristiques concernant le rayonnement réfléchi, étant adaptées au cas de la transmission, et le signal de référence étant mesuré en l'absence de l'échantillon.

L'expression obtenue est relativement simple et la détermination des grandeurs  $t''$  et  $r''$  ne nécessite que deux mesures différentes. Mais du point de vue expérimental, les conditions d'étude sont plus restrictives dans la mesure où nous devrions travailler avec un faisceau de rayonnement parallèle, homogène. Il convient donc d'être prudent dans l'exploitation des mesures, pour obtenir une grandeur ne dépendant pas du montage, mais uniquement du milieu et des paramètres expérimentaux (angles, épaisseur du milieu, longueur d'onde...).

Pour obtenir l'homogénéité du faisceau incident, en sortie de source, nous avons placé un diaphragme, dont l'ouverture suffisamment réduite nous permet d'obtenir des conditions expérimentales satisfaisantes. Pour conserver ce caractère homogène au niveau de la mesure, une méthode couramment employée consiste à éclairer une surface d'échantillon importante et à regarder une petite portion de celui-ci pour s'affranchir des inhomogénéités liées à des effets de bords par exemple.

La détermination de la zone d'éclairement homogène est un problème délicat, d'autant plus qu'aux inhomogénéités de faisceau peuvent s'ajouter celles qui sont liées à la seule nature hétérogène du milieu. De plus, si en principe, cette méthode doit convenir, en contrepartie une part importante de l'énergie incidente est perdue, ce qui limite les possibilités de mesures, une autre source d'erreur pouvant alors être liée à un mauvais rapport signal sur bruit.

En réduisant la zone éclairée, l'énergie disponible est a priori plus importante mais il convient d'être prudent dans l'exploitation des résultats et de garder à l'esprit les problèmes éventuels liés à cette condition expérimentale.

Un autre point important concerne la divergence du faisceau, ne nous permettant pas d'avoir accès à des grandeurs strictement bidirectionnelles. Sur ce point, une hypothèse couramment admise consiste à considérer que pour un faible écart par rapport à la direction de mesure, les propriétés du matériau sont constantes. Cela dépend des conditions expérimentales, si le milieu est optiquement fin ou peu diffusant, les multiples diffusions au sein du milieu seront insuffisantes pour assurer cette propriété que nous pouvons qualifier d' "isotropie locale".

Pour ce qui nous concerne, il est nécessaire de réduire au maximum la divergence des faisceaux d'une part, et d'analyser avec précautions les résultats obtenus dans des zones de longueurs d'ondes où se produisent des effets du type Christiansen, d'autre part.

Dans la configuration du montage que nous avons mis au point, l'écart maximal du faisceau par rapport à la direction de mesure est d'environ  $2,9^\circ$  en incidence et de  $0,75^\circ$  en émergence. Nous verrons par la suite, que pour de tels écarts angulaires, les variations de signaux rencontrés sont généralement faibles.

Nous sommes à présent capables d'identifier les fonctions qui nous intéressent et nous connaissons les limites de validité de notre détermination expérimentale. Voyons à présent comment il est possible de modéliser ces mesures.

Remarque : toutes les études auxquelles nous serons amenés à comparer nos résultats, ont fait l'objet d'une attention particulière concernant les problèmes évoqués dans ce paragraphe. Notre méthode est analogue à celle utilisée par Uny (18) qui a en outre conduit des calculs géométriques supplémentaires pour déterminer la zone d'éclairement homogène.

Le code d'identification utilisé par Henry (41) est par contre plus sophistiqué et n'aboutit pas à un résultat simple; en conséquence, la méthode choisie consiste à comparer les résultats expérimentaux avec les valeurs obtenues avec un étalon diffusant de façon isotrope. Cette méthode pose néanmoins des problèmes liés au choix et à la caractérisation de l'étalon.

### **VI - 3 - 2) Modélisation théorique.**

Nous avons abordé le problème qui nous concerne ici, dans notre étude théorique (chapitre III - paragraphe III - 1 - 4).

Le mode expérimental que nous avons décrit correspond bien aux conditions de la modélisation, à savoir :

- il s'agit bien de la résolution du problème homogène puisque l'émission propre au sein du milieu n'est pas prise en compte, grâce à la modulation;
- les conditions aux limites correspondent au cas d'un éclairage selon une unique direction discrète (le choix du milieu à étudier doit être compatible avec la nature des frontières supposée transparente ou bien il faudra adapter le calcul à d'autres cas de conditions aux limites, ce qui ne pose pas de problème particulier);

- la condition d'isotropie azimutale est bien vérifiée au niveau des conditions aux limites si nous travaillons en incidence normale (le cas des incidences obliques nécessite l'étude d'extension du modèle au cas d'un problème sans symétrie azimutale que nous évoquerons à la fin de ce paragraphe).

Dans ces conditions notre modèle numérique conduit au champ de luminance caractéristique du milieu puis aux valeurs de BRDF et de BTDF selon l'expression que nous rappelons ici, pour une direction donnée d'émergence  $\mu_e$  :

$$r''(E, \mu_e, \mu_0) = \frac{L_\lambda(0, \mu_e)}{2\pi \cdot \int_{\Delta\mu_0} \mu \cdot L_\lambda(0, \mu) \cdot d\mu}$$

où l'incidence est considérée contenue dans un intervalle angulaire  $\Delta\mu_0$ , centré sur la direction discrète  $\mu_0$ , qui représente le cas d'une incidence quasi-normale.

(de même en transmission pour  $t''(E, \mu_i, \mu_0)$ ,  $\mu_i$  désignant la direction de l'onde transmise)

### **Problème de transfert sans isotropie azimutale.**

L'hypothèse de l'isotropie azimutale, imposée à notre modèle théorique, réduit son domaine d'application. En effet, cette caractéristique doit être également vérifiée par les conditions aux limites et cela ne nous permet pas de traiter le cas d'un rayonnement en incidence oblique. Par conséquent, une extension de la méthode de calcul à des problèmes sans isotropie azimutale serait nécessaire pour simuler complètement les caractéristiques spectroscopiques accessibles par la mesure.

Bien que la résolution soit plus complexe, différents travaux ont déjà été menés sur ce sujet. Chandrasekhar (25) et Ozisik (26) suggèrent une méthode similaire pour transformer l'équation sans isotropie azimutale en un système d'équation avec isotropie azimutale. En décomposant la luminance sous la forme d'une série de Fourier :

$$L_\lambda(y, \mu, \omega) = \sum_{m=0}^{\infty} L_{\lambda m}(y, \mu) \cdot \cos m(\omega - \omega_0)$$

et en réécrivant le bilan radiatif, un système d'équations intégral-différentielles indépendantes dont les inconnues sont les composantes de la série -  $L_{\lambda m}(y, \mu)$  - apparaît. Cette méthode a fait l'objet de développements, notamment dans le cas d'une résolution par la méthode aux ordonnées discrètes avec décomposition de la fonction de phase par les polynômes de Legendre. Les équations établies sont malgré tout complexes et la résolution ne peut se faire de façon analytique. En conséquence les modèles théoriques obtenus sont difficilement applicables.

La méthode de calcul que nous avons développée dans la première partie de ce chapitre pourrait, a priori, être appliquée au problème qui est posé ici, sans complication mathématique.

Si nous revenons au bilan radiatif de départ (chapitre III- équation (17)), la difficulté est la même que précédemment : elle tient toujours à la présence du terme intégral représentant le renforcement de la luminance par diffusion. Il s'agit dans ce cas précis d'une intégrale double et rien ne s'oppose à ce qu'une double discrétisation (selon  $\omega$  et  $\xi$ ) soit effectuée et une nouvelle forme discrète du bilan radiatif écrite sous la forme suivante :

$$\mu_i \frac{dL_\lambda(y, \mu_i, \omega_j)}{dy} = \sigma_{a\lambda}(\mu_i, \omega_j) L_{o\lambda}(T(y)) - \sigma_{e\lambda}(\mu_i, \omega_j) L_\lambda(y, \mu_i, \omega_j) + \sum_{j=1}^m (P_\lambda((\mu_k, \omega_l) \rightarrow (\mu_i, \omega_j)) L_\lambda(y, \mu_k, \omega_l))$$

En ce qui concerne le calcul des coefficients d'atténuation  $\sigma_\lambda$ , la prise en compte de la variable angulaire  $\omega$  ne pose pas de problème puisqu'elle intervient dans l'écriture de l'angle d'incidence par rapport à la fibre  $\phi$ . De même pour la détermination des coefficients de diffusion bidirectionnels : le calcul consistant à déterminer la direction discrète correspondant à un angle d'observation donnée par rapport à la fibre, peut être mené comme au chapitre II. Nous avons toujours à résoudre un système de 4 équations à 4 inconnues, mais cette fois ce n'est plus seulement  $\xi_s$  qui nous intéresse mais aussi  $\omega_s$ .

Pour ce qui est de la résolution du bilan radiatif, vu que nous avons encore un système d'équations différentielles, la méthode utilisée auparavant peut être conservée. Le modèle deux courants consistant en une séparation du champ de luminance selon deux hémisphères, il est possible d'utiliser des matrices  $L_\lambda^+$  et  $L_\lambda^-$  dont les éléments soient des fonctions des deux variables angulaires.

Par contre, il est certain que la prise en compte de l'azimut entraînerait une augmentation importante de la taille des matrices intervenant dans le calcul. En conséquence, l'ensemble des opérations matricielles nécessiterait une place et des temps de calculs plus élevés.

Néanmoins, la mise en évidence expérimentale de singularités observées sous incidence oblique, comme nous allons le voir au paragraphe suivant, pourrait être éventuellement simulée de façon numérique. D'autre part une telle extension de la méthode intéresserait l'ensemble des milieux semi-transparentes dont l'étude spectroscopique est une méthode de caractérisation courante.

Une mise en application numérique est en cours au Laboratoire Infrarouge.

## **VI - 4 - PRESENTATION DES RESULTATS - CONFRONTATION THEORIE/EXPERIENCE.**

Nous avons réalisé nos mesures dans les conditions décrites précédemment, obtenant des résultats expérimentaux caractéristiques que nous avons pu comparer à ceux donnés par notre modèle en incidence normale.

### **VI - 4 - 1) Description du milieu étudié.**

Nous avons choisi un produit commercialisé par la société *Quartz et Silice* sous la dénomination "laine de silice pressée". Il s'agit d'un matériau haute densité dont la tenue ne nécessite pas l'adjonction d'un liant. Ceci est un avantage dans la mesure où nous n'avons pas à réaliser une opération préliminaire pour obtenir un matériau pur. Généralement l'élimination des liants organiques est effectuée par pyrolyse ou par dissolution, opérations entraînant des modifications morphologiques dans le matériau. Ici, nous conserverons donc les propriétés prédéfinies sur le milieu.

Pour l'étude des caractéristiques morphologiques, nous avons procédé à des observations au microscope électronique, au Laboratoire de Chimie Minérale de l'Université de Nancy I. Pour différents grossissements, nous avons obtenu des vues en plans et en coupe, présentées sur les figures VI-5 et VI-6. Elles permettent de définir les paramètres que nous devons introduire dans notre modélisation pour simuler le transfert à travers le matériau.

Les propriétés obtenues par étude des photographies sont les suivantes:

- les fibres ont une longueur typique de l'ordre du millimètre et un diamètre de plusieurs microns, ce qui accrédite l'hypothèse de la longueur infinie des fibres;
- il apparaît nettement que les fibres sont stratifiées dans des plans parallèles aux frontières, malgré des enchevêtrements nécessaires à la tenue du matériau; en conséquence nous utiliserons dans nos calculs l'hypothèse  $\xi_f = \pi/2$ , ce qui représente relativement bien la disposition des fibres;
- sur les vues en plan, nous pouvons, par contre, constater que l'orientation azimutale est aléatoire, l'isotropie du milieu pour cette coordonnée angulaire est donc confirmée;
- avec les grossissements plus élevés, il apparaît que les fibres ont un profil cylindrique relativement régulier, malgré quelques imperfections relevées en surface; là encore, cela confirme l'hypothèse réalisée au départ de l'étude sur les interactions onde-matière;
- en ce qui concerne le diamètre des fibres, nous avons pu noter une grande disparité, puisque nous avons observé des tailles allant de 1 à 20 microns et même au-delà; néanmoins, en majorité, les fibres ont un diamètre de l'ordre de 7 microns, ce qui constitue une valeur moyenne correcte que nous reprendrons dans nos calculs.

Outre les différentes caractéristiques que nous avons détaillées, il reste à donner la masse volumique du milieu et son épaisseur pour compléter notre étude. Pour ces propriétés, nous reprendrons les données du fournisseur, qui annonce une densité allant de 100 à 200 kg/m<sup>3</sup> et une épaisseur de 1 mm. Nous travaillerons avec ces valeurs, tout en étudiant leur influence en cas de variations.

**Figure VI.5:** Vues en plan.

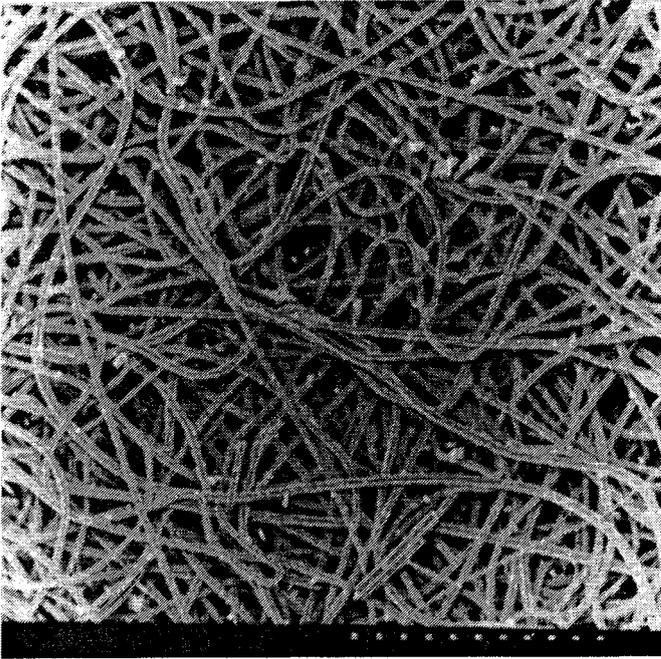


Fig. VI-5a: x100

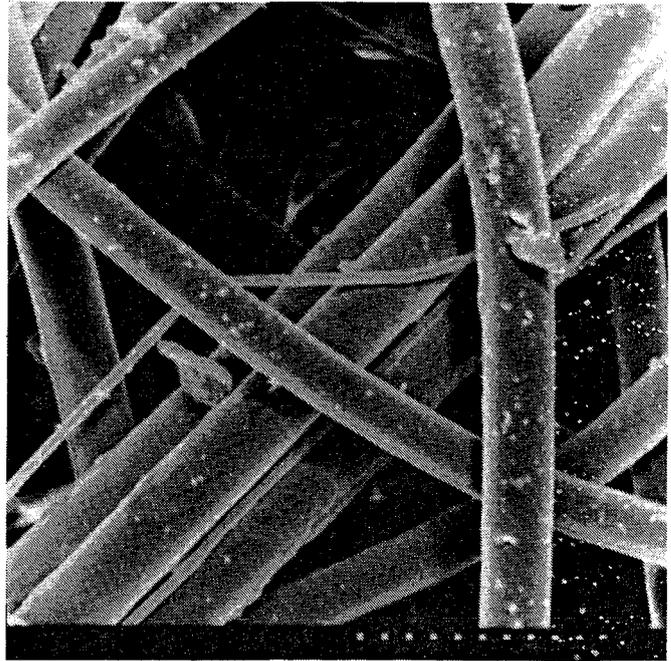


Fig. VI-5b: x1000

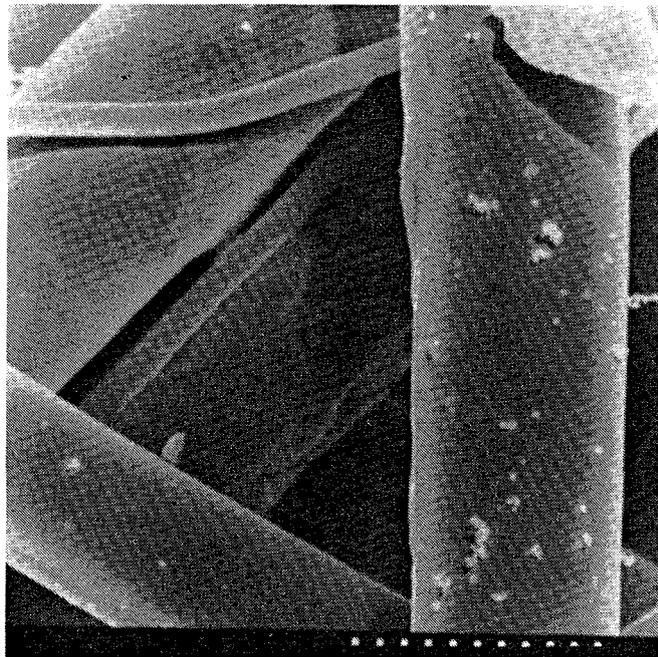


Fig. VI-5c: x3000

**Figure VI.6:** Vues en coupe.



Fig.VI-6a: x100

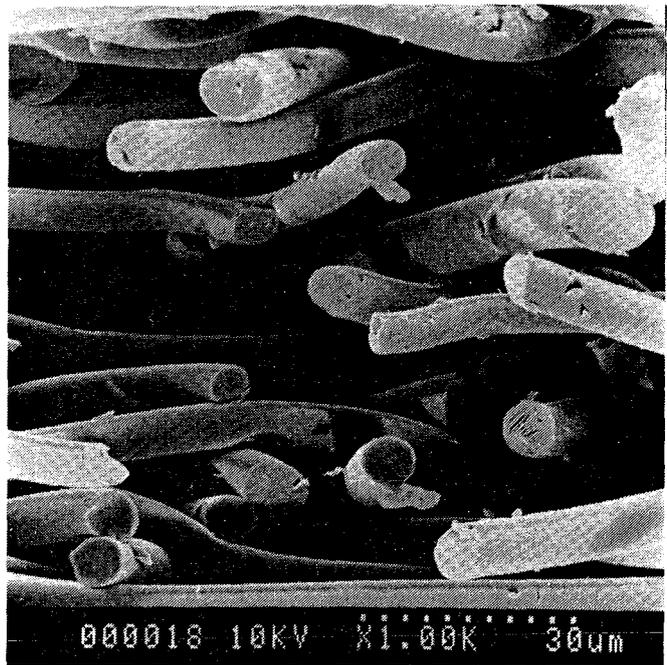


Fig.VI-6b: x1000

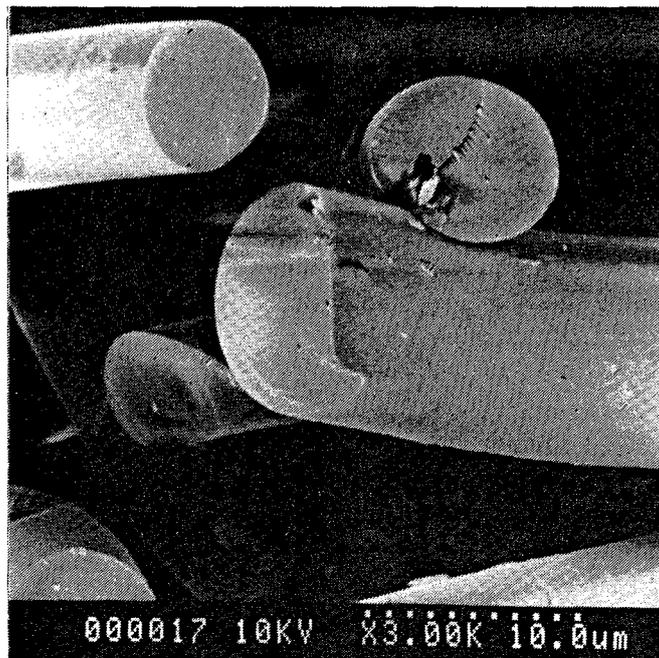


Fig.VI-6c: x3000

## VI - 4 - 2) Résultats expérimentaux.

### Mesures de BRDF :

Les figures VI-7 à VI-9 présentent l'allure de la réflectance bidirectionnelle observée successivement à une longueur d'onde incidente de  $4 \mu\text{m}$ ,  $5 \mu\text{m}$  et  $11,1 \mu\text{m}$ . Nous avons ainsi des cas typiques d'un milieu non absorbant, faiblement absorbant et absorbant-diffusant. Les angles d'incidences considérés sont 10, 30, 50 et 65 degrés.

Il ressort de ces courbes, qu'en incidence oblique, les valeurs de BRDF augmentent avec l'angle-d'émergence. Elles augmentent même-d'autant plus que l'incidence s'éloigne de la normale. Par contre la tendance est inversée pour les faibles angles d'incidence, où les courbes réalisées pour un angle d'incidence de 10 degrés montrent qu'un maximum est observé dans la direction de réflexion spéculaire. Cette singularité est encore vrai pour l'incidence 30 degrés: nous distinguons un pic de réflexion dans la direction du "spéculaire", mais pour les grands angles d'émergence, nous n'avons plus de décroissance de la BRDF comme auparavant. Pour l'incidence 50 degrés, nous ne voyons plus qu'une légère inflexion, essentiellement à  $11,1 \mu\text{m}$ , alors qu'à 65 degrés il n'y a plus aucun signe de singularité.

Ces résultats sont à rapprocher des observations que nous avons réalisées sur la géométrie de diffusion et en particulier sur les coefficients de diffusion bidirectionnels. Dans notre étude numérique d'un milieu de fibres de silice, nous avons mis en évidence (figure IV-5) la présence de pics de diffusion dans la direction correspondant à la réflexion spéculaire, nous avons également vu une augmentation de la rétrodiffusion pour les incidences obliques et ce d'autant plus que l'on s'éloigne de l'incidence normale. Le comportement observé ici, de façon expérimentale, est donc explicable.

La figure VI-10 présente les variations spectrales de la BRDF. Il s'agit de résultats obtenus en réflexion spéculaire pour différentes incidences ( 10, 45, 55 et 65 degrés). Là-encore nous pouvons constater que la réflexion est d'autant plus importante que la direction d'incidence s'éloigne de la normale. En ce qui concerne le comportement spectral, nous retrouvons également des phénomènes déjà mis en évidence dans notre étude numérique. En particulier, la zone où la silice est non absorbante, dans l'infrarouge court ; le filtre de Christiansen se traduisant par une réflexion nulle à  $1350 \text{ cm}^{-1}$ , ce qui est logique puisque le milieu est non diffusant ; trois pics successifs observés à  $1300$ ,  $900$  et  $750 \text{ cm}^{-1}$  et déjà indiqués sur les propriétés radiatives où nous avons pu constater une augmentation de l'albédo à ces longueurs d'onde ; enfin le second filtre de Christiansen à  $550 \text{ cm}^{-1}$ , expliquant à cet endroit du spectre, l'absence de réflexion.

### Mesures de BTDF :

Comme précédemment, nous avons réalisé des mesures de BTDF pour différents angles d'incidence et plusieurs longueurs d'onde. Vues les caractéristiques du milieu, notamment son épaisseur optique très forte, le signal mesuré est extrêmement faible en dehors de zones spectrales particulières, comme l'infrarouge court, parce que le milieu n'absorbe pas le rayonnement, ou comme les filtres de Christiansen parce que l'absorption est faible et la diffusion nulle.

Sur la figure VI-11, nous présentons des mesures de BTDF obtenues pour une longueur d'onde incidente de  $4 \mu\text{m}$  et pour des angles d'incidence de 10 et 30 degrés. Il apparaît que la transmission décroît avec l'angle d'émergence, même en incidence oblique. Là-encore, il s'agit d'un comportement explicable avec les variations de la géométrie de diffusion (cf. figure V-4).

La figure VI-12 indique l'allure observée pour la BTDF en incidence normale dans la zone spectrale du premier filtre de Christiansen. Nous avons indiqué des résultats normés parce que les conditions de mesures ne sont pas rigoureuses à cette longueur d'onde. En effet, l'évolution du signal observé est brusque à cause de l'absence de diffusion, en conséquence les divergences de faisceau peuvent introduire des erreurs expérimentales. Il s'agit donc de résultats uniquement indicatifs qui mettent malgré tout en évidence la prédominance de la diffusion vers l'avant indiquant que le rayonnement n'est pratiquement pas diffusé.

L'évolution spectrale de la BTDF est présentée sur les figures VI-13 et VI-14, en incidence normale et en transmission directe. Une observation sur l'ensemble du spectre montre nettement l'effet du filtre de Christiansen. Les résultats observés sur le flux de transfert radiatif monochromatique (cf. figure IV-9 où nous avons vu que l'essentiel du transfert s'effectue autour de Christiansen) trouvent une confirmation sur la figure VI-13 : autour de  $1350 \text{ cm}^{-1}$ , le rayonnement est peu atténué par le milieu.

Pour voir les variations de la transmittance en dehors de cette zone, il faut dilater l'échelle correspondant à la BTDF. Sur la figure VI-14, nous distinguons alors différentes singularités, telle que la zone peu absorbante au-dessus de  $2100 \text{ cm}^{-1}$ ; la chute de la transmission dès que le milieu absorbe le rayonnement, entre  $2000$  et  $1500 \text{ cm}^{-1}$ ; un petit pic de transmission vers  $1100 \text{ cm}^{-1}$ ; enfin un nouveau pic important de transmission vers  $500 \text{ cm}^{-1}$ , correspondant au second filtre de Christiansen.

#### Mesure de l'effet de la polarisation:

L'influence de la polarisation de la lumière est un phénomène difficile à quantifier. Au départ nous savons que nous utilisons différents montages optiques susceptibles de modifier la nature de la lumière incidente. D'autre part, dans nos calculs théoriques, l'état de polarisation de la lumière est pris en considération pour déterminer les propriétés radiatives des milieux fibreux. Il nous a donc paru important de quantifier les effets éventuels de polarisation observables sur nos mesures - le fait de travailler avec des angles de mesures importants pouvant d'ailleurs augmenter ces effets -.

La figure VI-15 présente des mesures de BRDF réalisées pour un angle d'incidence de 50 degrés, à  $4 \mu\text{m}$ . Il ressort de ces courbes que le signal obtenu en polarisation horizontale ou verticale est pratiquement le même, en conséquence les résultats présentés ne sont pas entachés d'erreurs possibles dues à la polarisation de la lumière. Par contre un phénomène intéressant également mis en évidence par ces mesures, est la part importante d'énergie mesurée en "modes croisés". Il s'agit du rayonnement polarisé horizontalement qui est réfléchi dans un état de polarisation verticale (ou inversement). Nous pouvons constater qu'un tiers environ de l'énergie réfléchie est due à un rayonnement ayant changé de polarisation.

Remarque : en calculant, à partir des mesures réalisées avec polariseurs, le signal que nous observerions en lumière naturelle, nous retrouvons avec une bonne précision les valeurs que nous avons mesurées sans polariseurs. Il s'agit là d'une vérification qui indique la bonne reproductibilité de nos mesures.

Fig VI-7: BRDF A 4 MICRONS POUR DIFFERENTES INCIDENCES

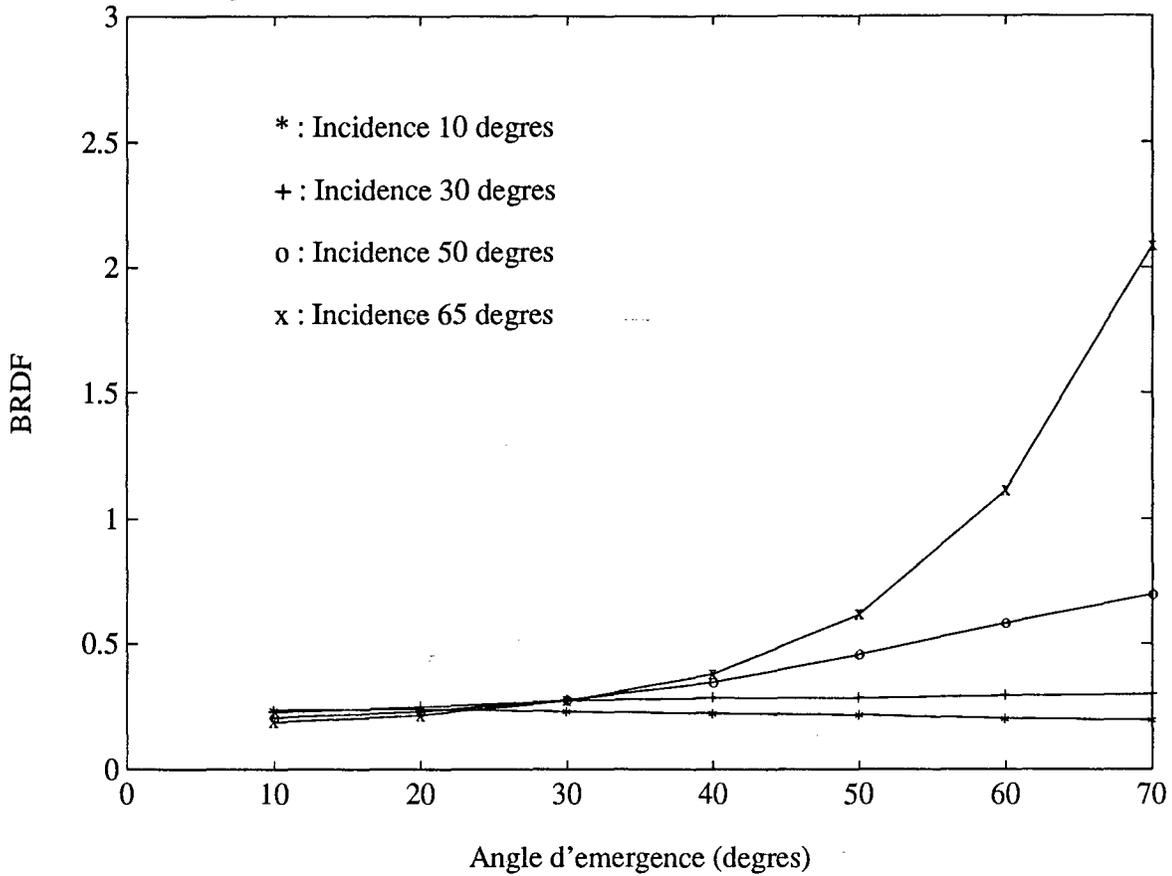


Fig VI-8: BRDF A 5 MICRONS POUR DIFFERENTES INCIDENCES

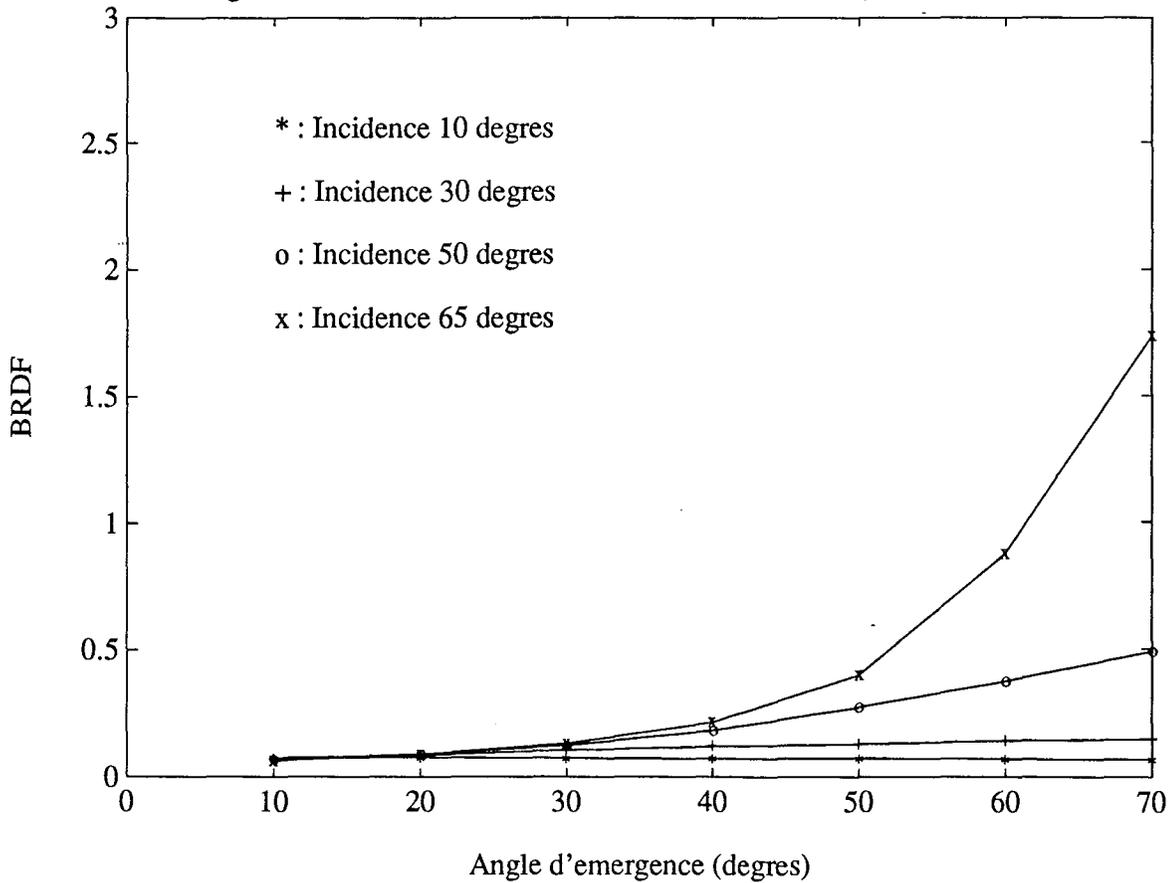


Fig VI-9: BRDF A 11.1 MICRONS POUR DIFFERENTES INCIDENCES

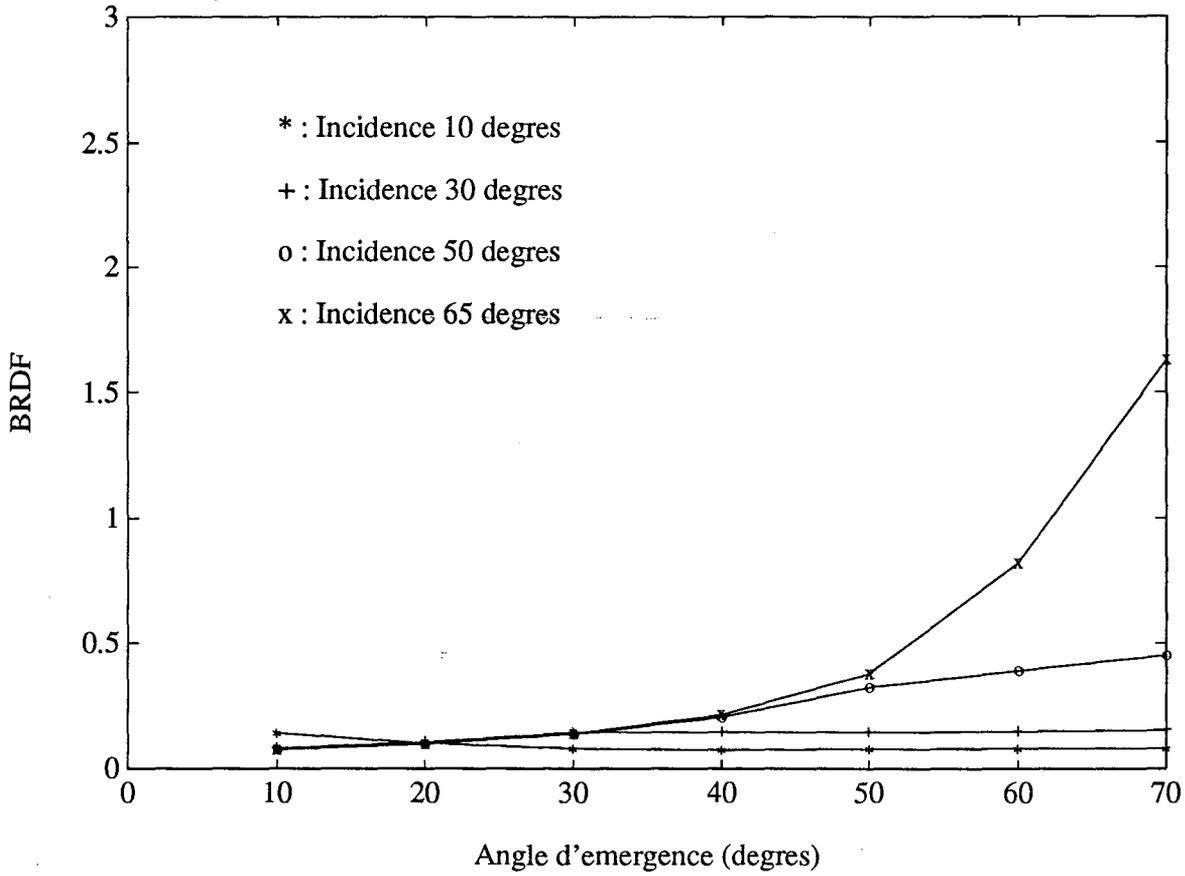


Fig VI-10: REFLEXION SPECULAIRE EN FONCTION DE LA LONGUEUR D'ONDE

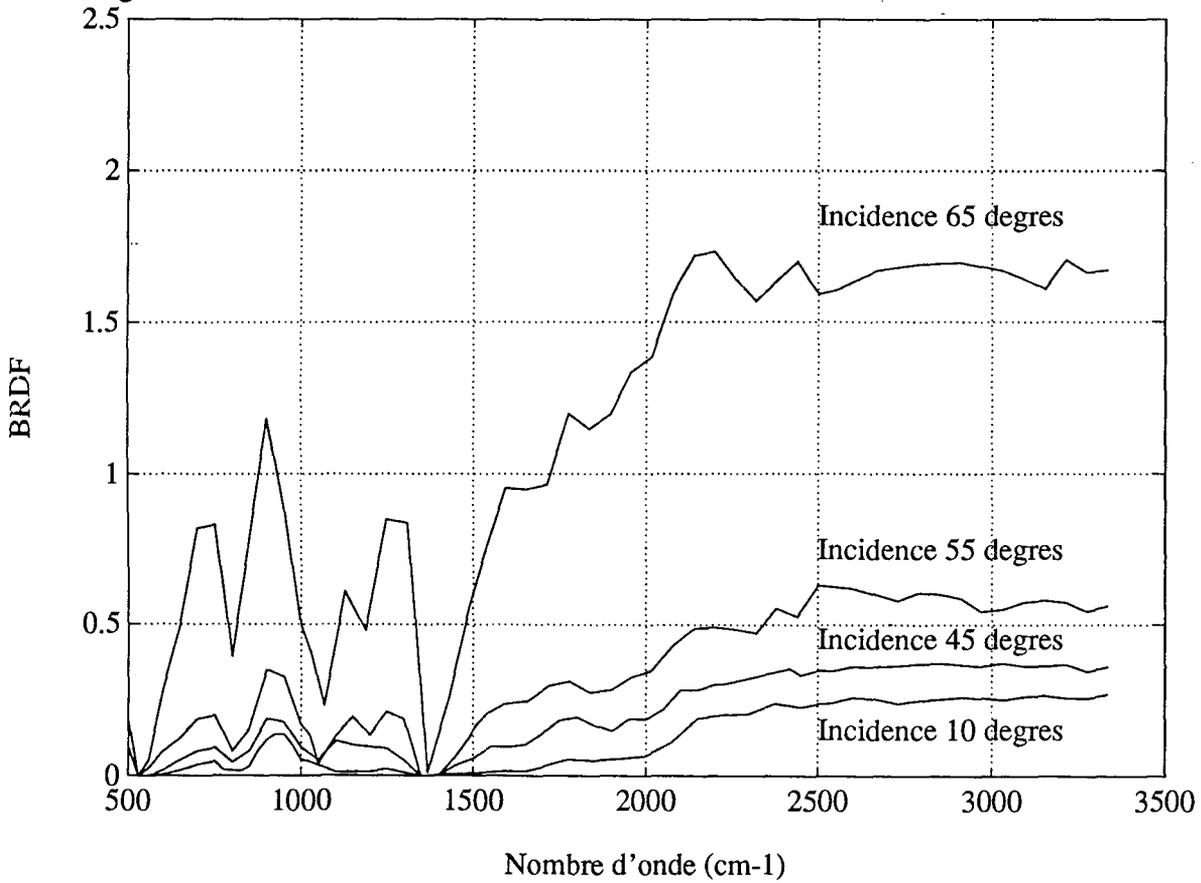


Fig VI-11: BTDF A 4 MICRONS POUR DIFFERENTES INCIDENCES

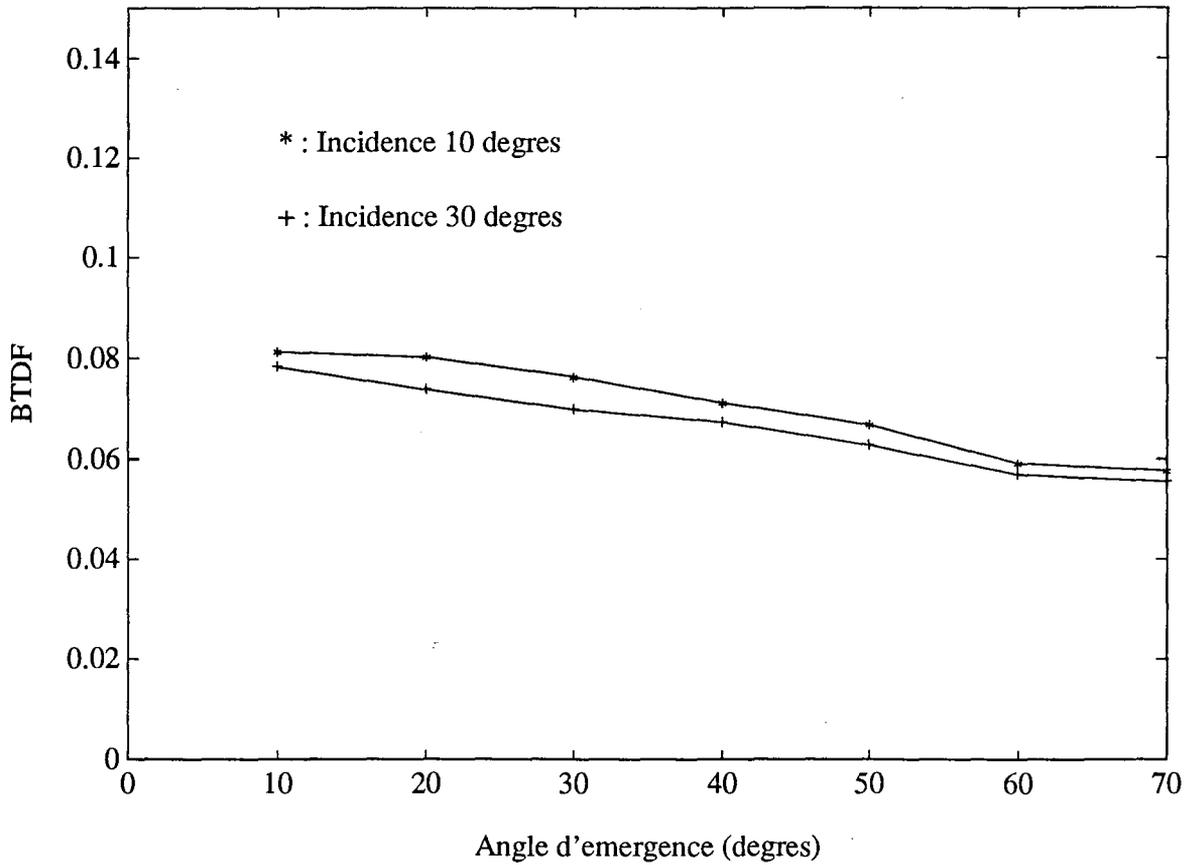


Fig VI-12: ALLURE DE LA BTDF AUTOUR DE CHRISTIANSEN

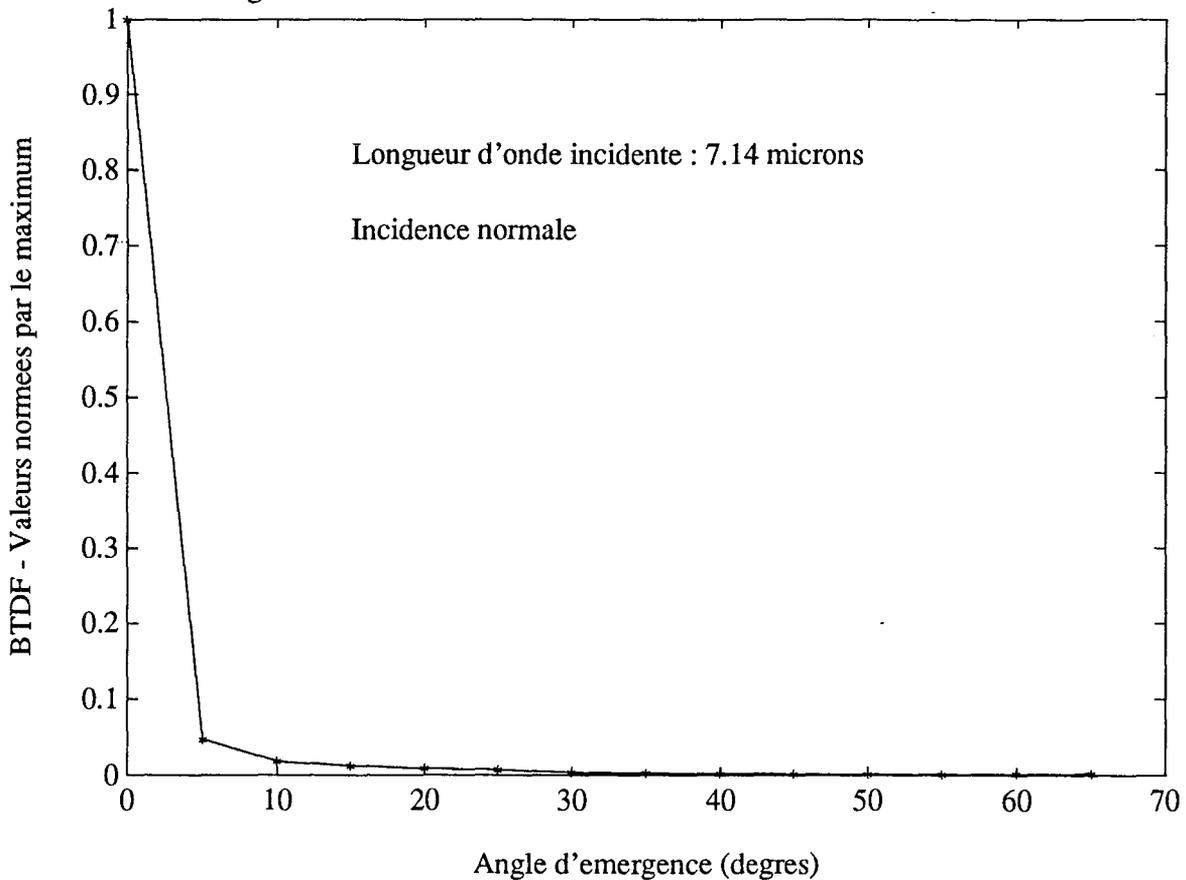


Fig VI-13: VARIATIONS DE LA BTDF AVEC LA LONGUEUR D'ONDE

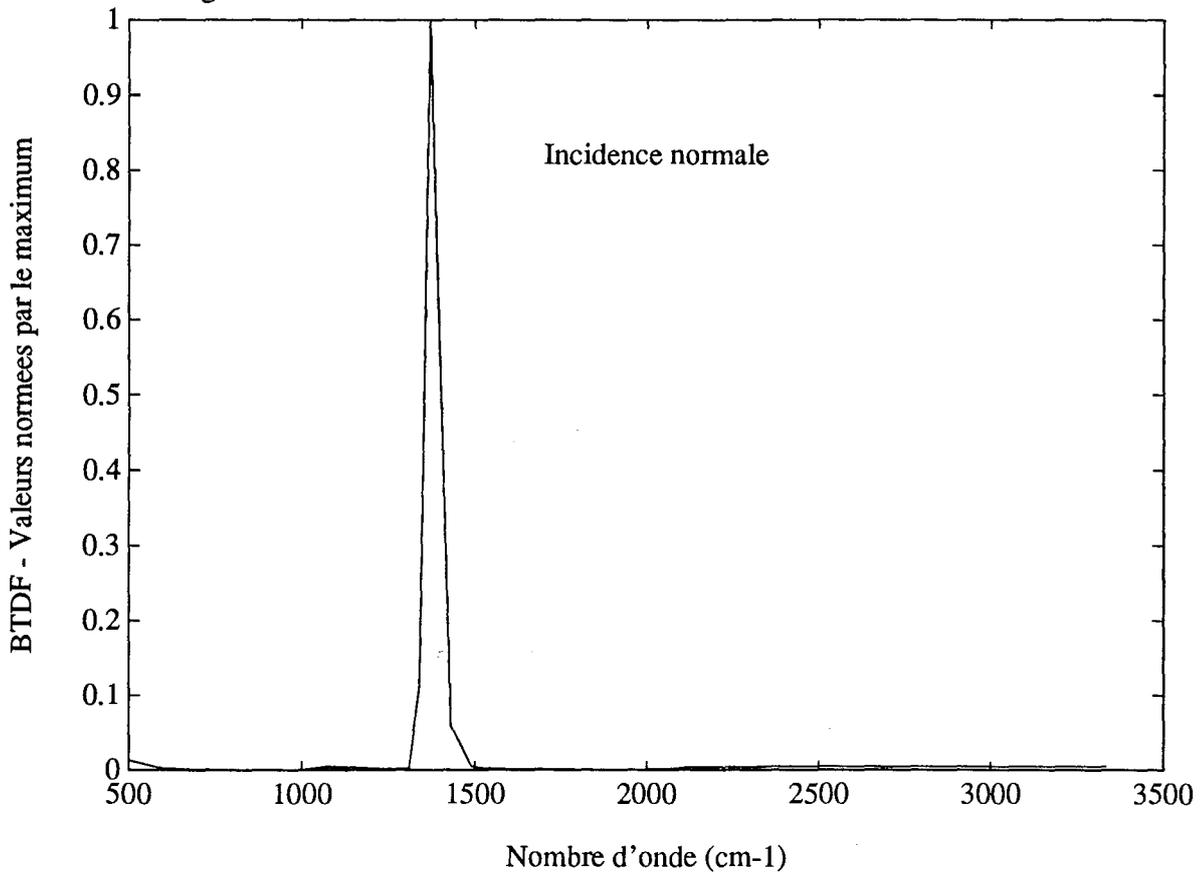


Fig VI-14: VARIATIONS EN DEHORS DE LA ZONE DE CHRISTIANSEN

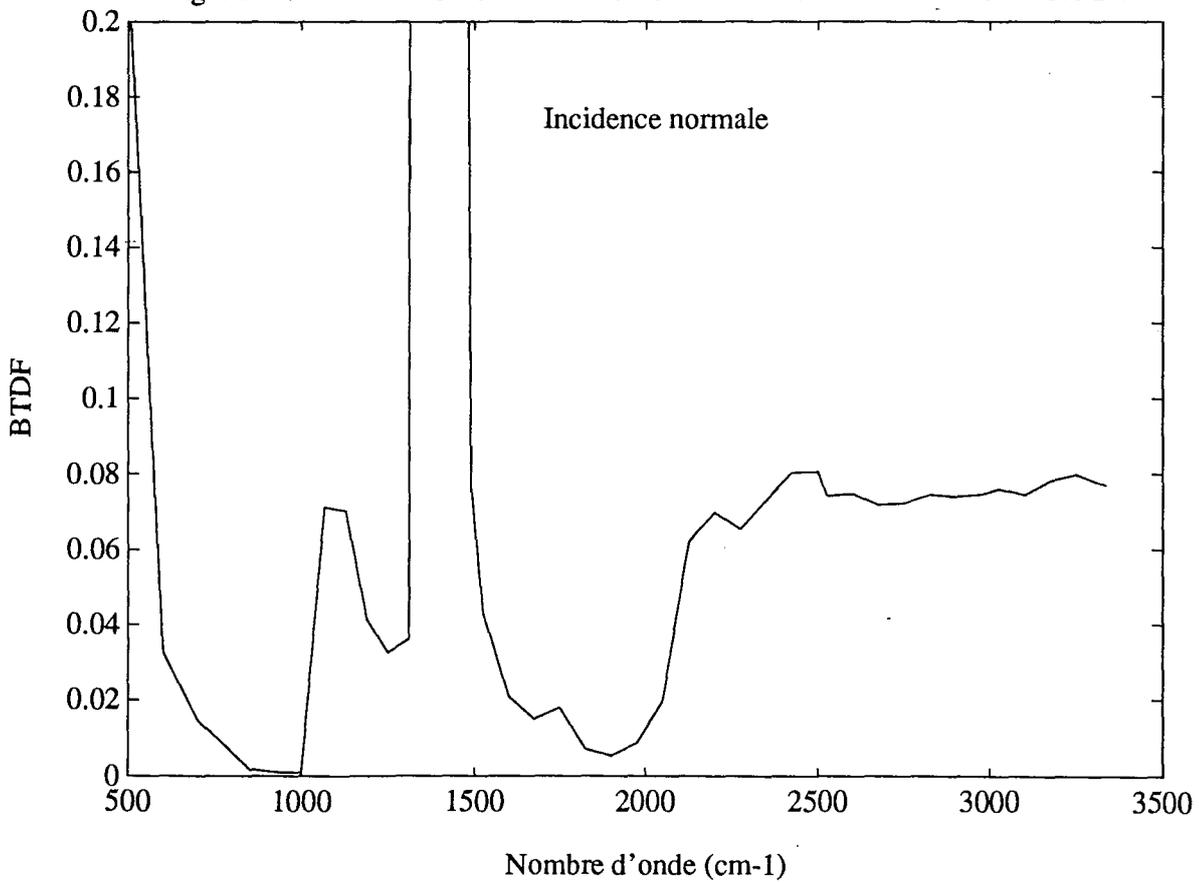
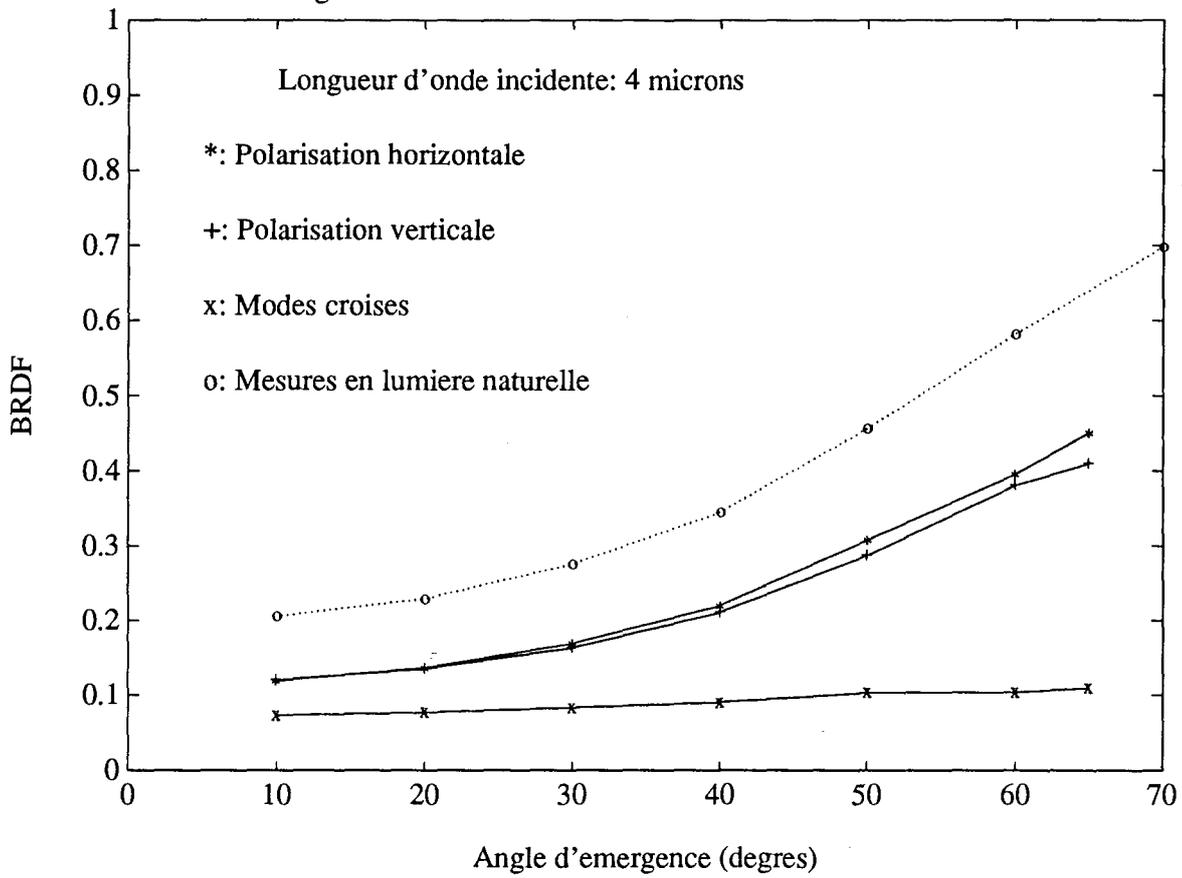


Fig VI-15: MESURES DE BRDF AVEC POLARISEURS



### **VI - 4 - 3) Comparaison théorie / expérience.**

Nous pouvons réaliser des calculs concernant des valeurs de BRDF et de BTDF en incidence normale. Aux longueurs d'onde présentées précédemment, les courbes VI-16 à VI-18 représentent la comparaison entre nos résultats théoriques et les mesures. A  $4 \mu\text{m}$ , où nous disposons à la fois des mesures de transmission et de réflexion, nous avons choisi une représentation polaire pour montrer les résultats sous un aspect différent. Aux autres longueurs d'onde, la représentation est la même que précédemment, avec l'angle d'émergence en abscisse et la BRDF en ordonnées.

Il ressort de ces différentes figures que l'allure de la courbe théorique est correcte. Nous pouvons donc penser que le caractère directionnel de la diffusion et les problèmes de multiples diffusions sont bien pris en compte, alors qu'il s'agit de facteurs essentiels qui expliquent par exemple les limites de la loi de Beer.

Au niveau des amplitudes, des différences apparaissent entre théorie et expérience à 4 microns, cela s'explique par l'incertitude concernant l'indice d'absorption à cette longueur d'onde. La courbe théorique a tendance à surestimer les valeurs expérimentales, cela laisse penser que l'indice d'absorption est très faible mais non nul.

Pour les autres longueurs d'onde étudiées, l'accord est très bon au niveau des amplitudes. Il est certain qu'une modélisation plus fine nécessiterait la prise en compte d'hétérogénéités dans la composition du milieu notamment en ce qui concerne la répartition des fibres et leur diamètre, ou la densité et l'épaisseur du milieu.

Malgré tout, vu les faibles écarts notés entre les courbes, il s'agit de résultats corrects; une étude plus précise de l'influence des facteurs évoqués ci-dessus est présentée au chapitre VII.

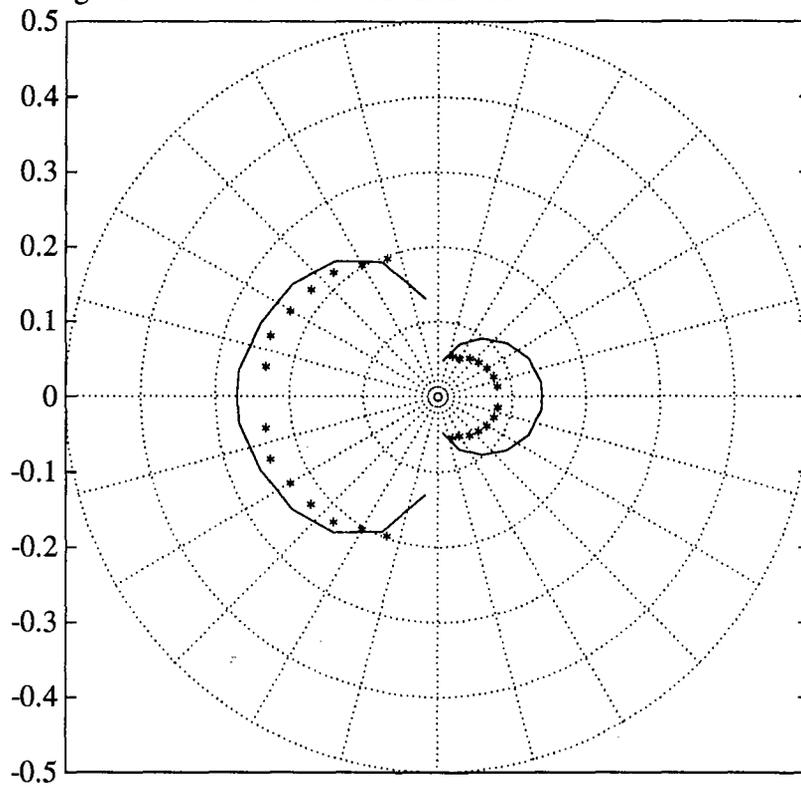
### **VI - 4 - 4) Cas d'un matériau léger.**

Des travaux menés par d'autres auteurs concernent des matériaux moins denses, il est donc intéressant de vérifier la capacité de notre modèle à caractériser le comportement de tels matériaux.

Les propriétés inhérentes à la silice sont toujours visibles mais d'autres phénomènes sont présent. Par exemple, l'influence de l'épaisseur du milieu est un point qui apparaissait mal jusqu'ici, parce que l'épaisseur optique était déjà très forte, en conséquence la réflexion n'était plus sensible à de petites variations alors qu'à l'opposé, la transmission était difficilement mesurable.

Sur la figure VI-19 nous avons représenté l'influence de l'épaisseur du milieu sur la BTDF en incidence normale. Il s'agit d'un isolant de masse volumique  $17 \text{ kg/m}^3$ , de fibres de diamètres  $7 \mu\text{m}$ . Ces conditions ont été choisies pour permettre une confrontation avec les résultats expérimentaux obtenus par Henry (41- chap.IV, figure IV-14) et rapportés sur la figure VI-20. En ce qui concerne l'allure des courbes, l'accord est excellent, avec la même prédominance de la diffusion vers l'avant qui diminue avec l'épaisseur et les mêmes rapports d'amplitude entre les signaux mesurés et calculés.

Fig VI-16: RESULTATS BIDIRECTIONNELS A 4 MICRONS



\*: mesures - : resultats theoriques

Fig VI-17: REFLEXION BIDIRECTIONNELLE A 5 MICRONS

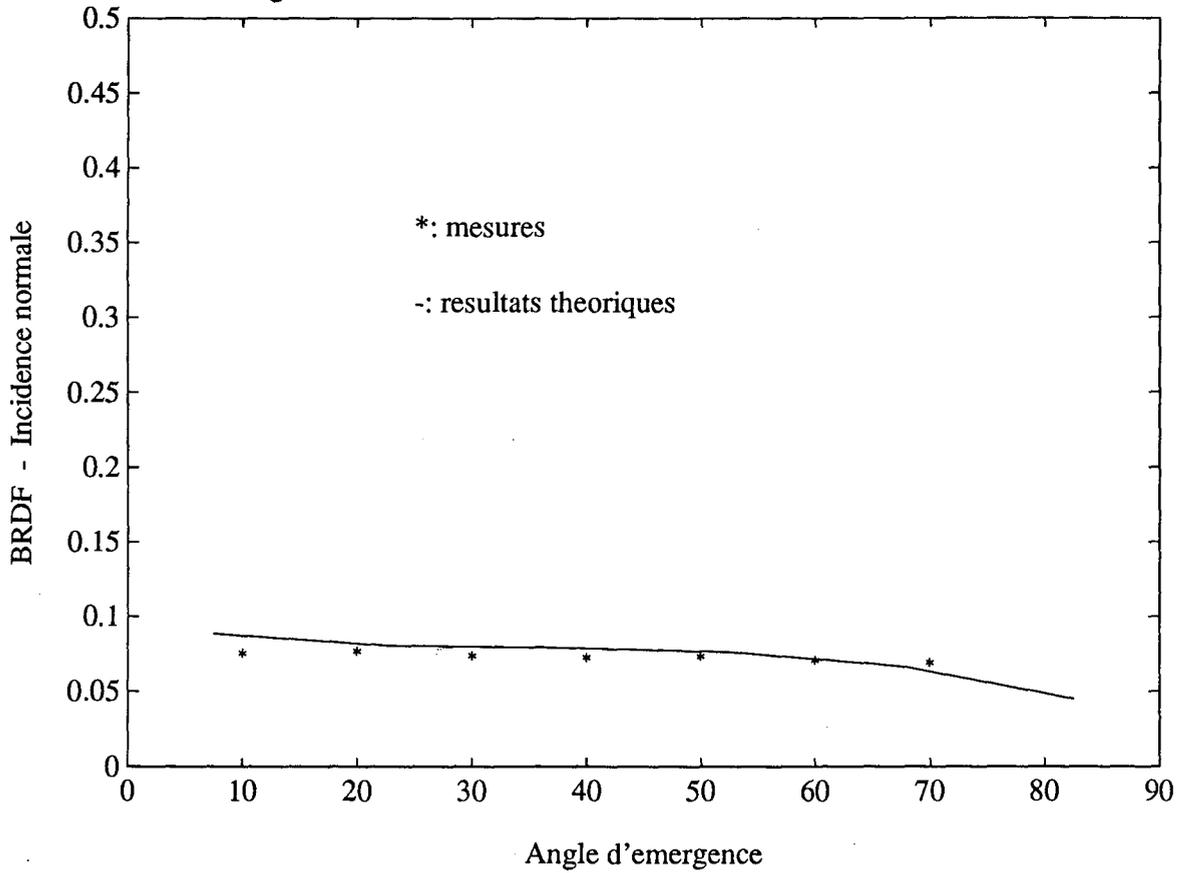


Fig VI-18: REFLEXION BIDIRECTIONNELLE A 11.1 MICRONS

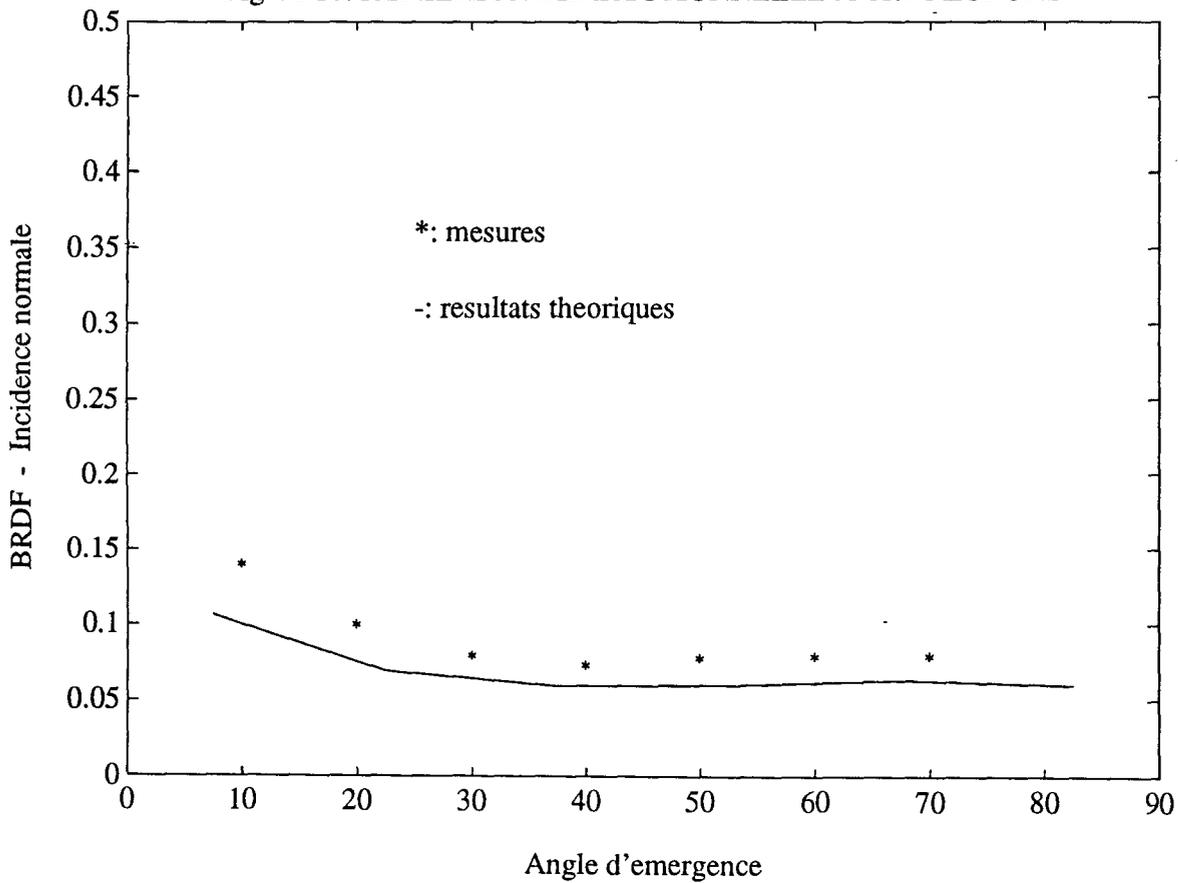
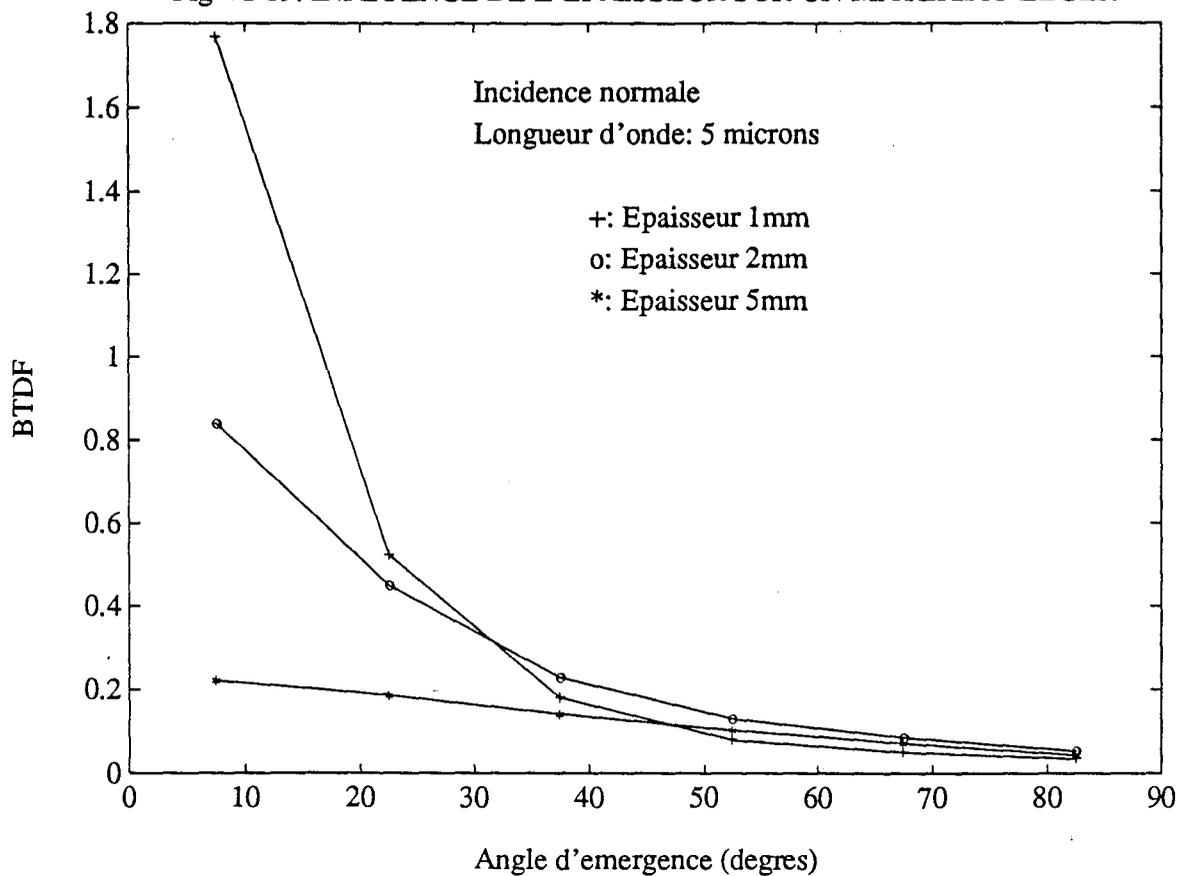
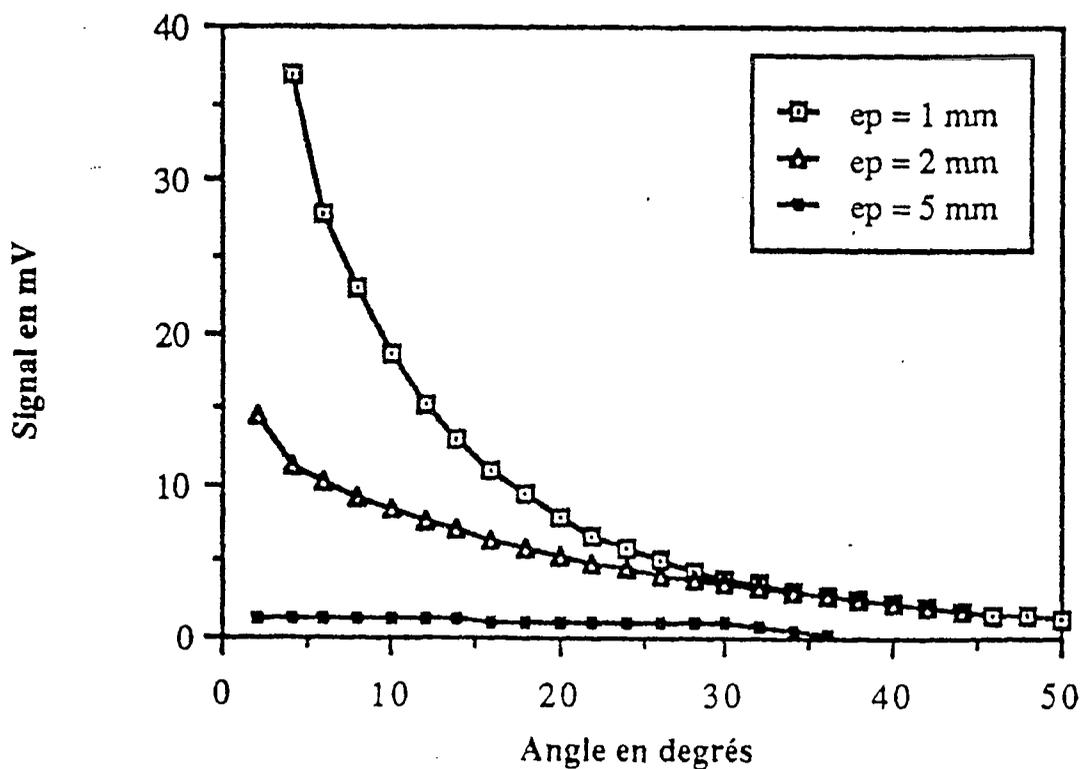


Fig VI-19: INFLUENCE DE L'ÉPAISSEUR SUR UN MATERIAU LEGER

Fig VI-20: MESURES DE BTDF SUR UN FEUTRE DE SILICE A 5  $\mu$ m.  
D'après HENRY (41).

## CHAPITRE VII : MESURES DE TRANSMISSION ET DE REFLEXION DIRECTIONNELLES - HEMISPHERIQUES.

Utilisant une sphère d'intégration, nous avons donc mis en oeuvre un montage en complément de celui présenté au chapitre précédent pour avoir accès, par la mesure, aux grandeurs directionnelles-hémisphériques.

L'intérêt nouveau de ce genre de mesures par rapport aux précédentes, est qu'elles permettent de déduire facilement des informations concernant l'absorption spectrale.

Là-encore, la conception du montage adoptée permet d'étudier une gamme étendue de longueurs d'onde et si l'application présentée concerne un milieu de fibres de silice, le principe de mesure est valable pour tous types de milieux semi-transparents.

### VII -1 - DEFINITION DES GRANDEURS DIRECTIONNELLES- HEMISPHERIQUES.

La définition de ces variables se déduit directement de l'expression de la BRDF et de la BTDF. Il s'agit d'intégrer sur un hémisphère la luminance réfléchie ou transmise, puis à diviser par l'éclairement incident.

Cela nous donne donc, pour une incidence selon les caractéristiques ( $\Delta'$ ,  $\Theta'$ ,  $d\Omega'$ ) et une émergence selon ( $\Delta$ ,  $\Theta$ ,  $d\Omega$ ) :

$$\text{- en réflexion : } r^{\cap}(s, \Delta') = \frac{\int_{\Omega=2\pi} L_{\lambda}(s, \Delta) \cdot \cos\Theta \cdot d\Omega}{L_{\lambda}(s, \Delta') \cdot \cos\Theta' \cdot d\Omega'}$$

$$\text{- idem en transmission : } t^{\cap}(s, \Delta') = \frac{\int_{\Omega=2\pi} L_{\lambda}(s, \Delta) \cdot \cos\Theta \cdot d\Omega}{L_{\lambda}(s, \Delta') \cdot \cos\Theta' \cdot d\Omega'}$$

En référence aux fonctions bidirectionnelles, nous avons donc :

$$r^{\cap}(s, \Delta') = \int_{\Omega=2\pi} r^{\cap}(s, \Delta', \Delta) \cdot \cos\Theta \cdot d\Omega$$

$$\text{et } t^{\cap}(s, \Delta') = \int_{\Omega=2\pi} t^{\cap}(s, \Delta', \Delta) \cdot \cos\Theta \cdot d\Omega$$

D'autre part, dans ces conditions, nous pouvons définir l'absorptivité spectrale directionnelle  $a'(s, \Delta')$ , pour la direction d'incidence  $\Delta'$ , d'après la loi de conservation de l'énergie, par :

$$a'(s, \Delta') = 1 - (r^{\cap}(s, \Delta') + t^{\cap}(s, \Delta'))$$

## **VII - 2 - PRESENTATION DU BANC DE MESURES.**

Le schéma de principe du montage est indiqué sur la figure VII-1.

Il permet de constater qu'à la sortie du monochromateur, nous obtenons un rayonnement monochromatique en incidence normale sur la fenêtre d'entrée de la sphère d'intégration. Le signal obtenu par réflexion ou par transmission sur l'échantillon est ensuite analysé par une seconde fenêtre où nous plaçons le système de détection.

Parmi les appareils utilisés sur ce montage, nous retrouvons l'ensemble des systèmes décrits au chapitre précédent (source de rayonnement, monochromateur, module de détection); le seul élément nouveau est donc la sphère d'intégration.

### **VII - 2 - 1) Caractéristiques de la sphère d'intégration.**

Pour la détermination des grandeurs qui nous intéressent ici, c'est l'élément essentiel puisqu'il nous permet d'intégrer sur un hémisphère le rayonnement réfléchi ou transmis par l'échantillon.

Il s'agit d'un produit commercialisé par la société *Labsphere* sous la dénomination "Infragold". A l'intérieur, un revêtement diffusant en or assure une très bonne réflectivité avec un caractère Lambertien pour le domaine de l'infrarouge. Les valeurs typiques, données par le fournisseur, de la réflectance hémisphérique du revêtement pour l'incidence  $8^\circ$ , sont :

Tableau VII-1:

Longueur d'onde (microns)	Coefficient de réflexion
2,0	0,959
2,1	0,964
2,2	0,963
2,3	0,962
2,4	0,961
2,5	0,966
2,5 → 20	0,965

Le diamètre de la sphère est de 15 cm, les dimensions des fenêtres d'entrées ou de détection sont variables (l'adjonction de caches, dont la face intérieure est revêtue du même dépôt que la sphère elle-même, permet de réduire les diamètres des ouvertures).

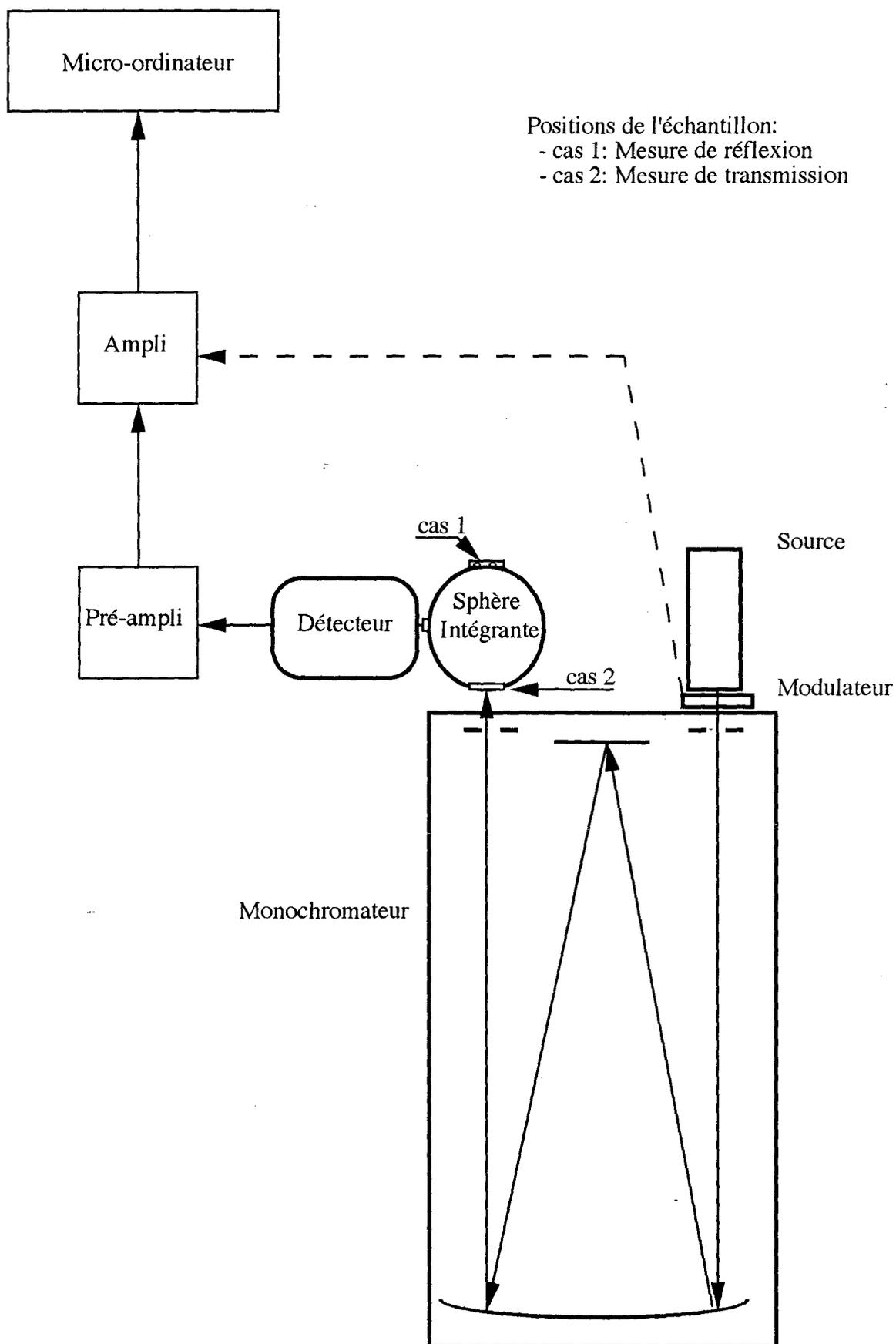
### **VII - 2 - 2) Principe de la mesure.**

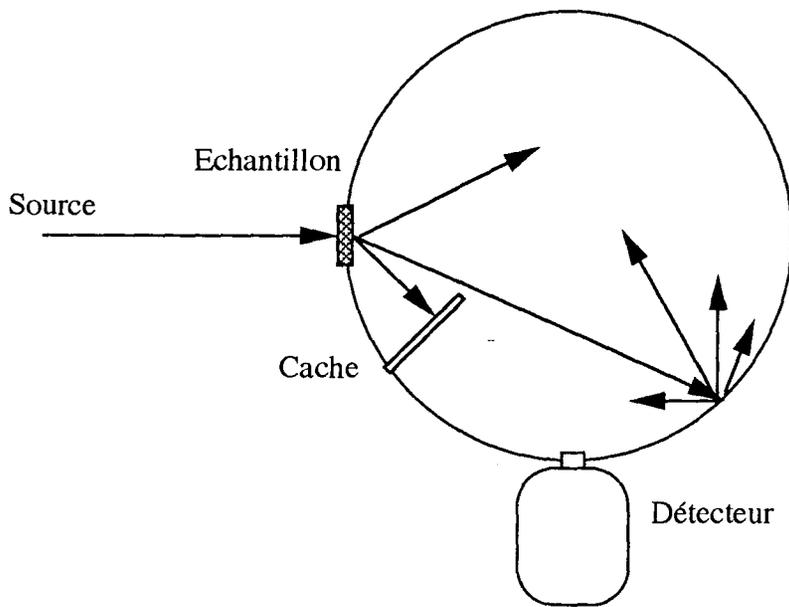
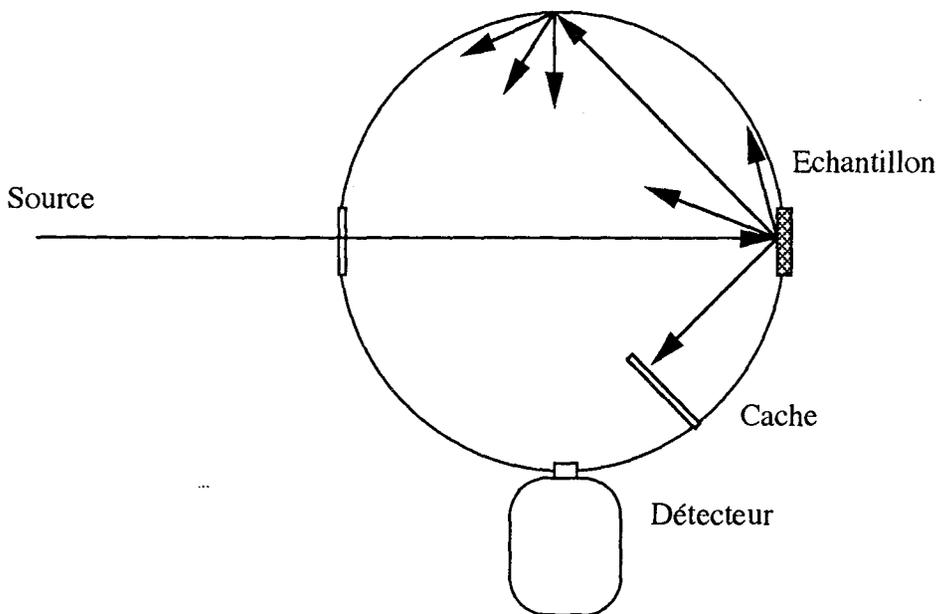
Pour décrire le mode opératoire utilisé lors des différentes mesures, nous avons représenté sur la figure VII-2 les deux configurations rencontrées, en transmission et en réflexion.

Le schéma présenté met en évidence l'incidence normale et le caractère hémisphérique de l'émergence. Les multiples réflexions, obtenues sur le revêtement diffusant, rendent le rayonnement isotrope à l'intérieur de la sphère. La part d'énergie prélevée au niveau du détecteur est donc représentative du rayonnement à l'intérieur (au rapport de surface près entre la fenêtre de sortie et la sphère complète).

Le cache représenté sur la figure permet d'éviter un éclairage éventuellement direct de la fenêtre de sortie.

**Fig VII-1: Schéma de principe du banc de mesures directionnelles-hémisphériques.**



MESURES EN TRANSMISSION :MESURES EN REFLEXION :

**Fig VII-2: Principe de la mesure avec sphère d'intégration.**

### VII - 3 - IDENTIFICATION ET MODELISATION .

Avec les montages indiqués au paragraphe précédent, les résultats obtenus sont des valeurs de tension issues de la chaîne de détection. Pour identifier les grandeurs recherchées, nous réalisons des mesures de références.

#### VII - 3 - 1) Cas de la réflexion .

Le signal de référence est mesuré en l'absence de l'échantillon que nous remplaçons par un cache de caractéristiques identiques à la sphère, appelons  $\Phi_{ref}$  le signal observé. Soit  $\Phi_{ech}$  la valeur obtenue avec l'échantillon. Une part du flux mesuré en réflexion sur l'échantillon peut être due à des réflexions parasites non liées à l'échantillon (par exemple sur la surface de la sphère autour de l'échantillon); pour contrôler cette source d'erreur nous réalisons une mesure en l'absence d'échantillon et de cache. Grâce aux réglages d'alignement préalables et vue la faible divergence du faisceau, la valeur mesurée dans ces conditions est faible; notons-la  $\Phi_0$ . Avec ces trois opérations, nous pouvons alors déterminer la valeur de la réflectance directionnelle-hémisphérique :

$$r'^{\cap}(E,\Delta') = r_s \cdot \frac{\Phi_{ech} - \Phi_0}{\Phi_{ref} - \Phi_0}$$

où E désigne l'épaisseur de l'échantillon

$\Delta'$  est la direction d'incidence

$r_s$  est la réflectance caractéristique de la sphère.

#### VII - 3 - 2) Cas de la transmission .

A nouveau, il nous faut une valeur de référence caractérisant le signal incident, elle est obtenue avec la même configuration qu'en réflexion, à savoir que nous réalisons la mesure en l'absence d'échantillon avec la sphère complète sans ouverture autre que celle d'entrée et une seconde nécessaire à la détection.

Appelons  $\Phi_{ref}$  la valeur mesurée. Lorsque nous plaçons l'échantillon, à l'entrée de la sphère, nous avons directement les caractéristiques de la transmission sans problème de signaux parasites éventuels. Si la valeur mesurée est  $\Phi_{ech}$ , la transmittance directionnelle-hémisphérique est alors :

$$t'^{\cap}(E,\Delta') = \frac{\Phi_{ech}}{\Phi_{ref}}$$

L'identification des paramètres est donc plus simple dans le cas des mesures directionnelles-hémisphériques, néanmoins les problèmes liés à l'alignement du montage et à la divergence du faisceau demeurent. Cependant, nous travaillons cette fois, directement en sortie du monochromateur. L'alignement est plus facile à réaliser et la source de rayonnement (qui est finalement la fente de sortie du monochromateur) peut être considérée isotrope vu que la fente d'entrée est entièrement éclairée par un rayonnement isotrope. La divergence du faisceau incident, fonction de l'ouverture des fentes du monochromateur est très faible (moins de 0,5° d'écart par rapport à la direction d'incidence annoncée).

### VII - 3 - 3) Modélisation .

Le principe du calcul est identique à ce que nous avons vu au chapitre VI pour la modélisation des fonctions bidirectionnelles. La résolution du problème conduit donc dans un premier temps au champ de luminance dans le milieu. Il reste à intégrer sur un hémisphère pour obtenir les fonctions recherchées :

$$r^{\uparrow}(E, \mu_0) = \frac{\int_{\mu=1}^0 \mu \cdot L_{\lambda}(0, \mu) \cdot d\mu}{\Delta\mu_0}$$

$$\text{et } t^{\uparrow}(E, \mu_0) = \frac{\int_{\mu=0}^1 \mu \cdot L_{\lambda}(E, \mu) \cdot d\mu}{\int_{\Delta\mu_0} \mu \cdot L_{\lambda}(0, \mu) \cdot d\mu}$$

Le calcul de l'absorption théorique se fait par application de loi de conservation de l'énergie :

$$a^{\uparrow}(E, \mu_0) = 1 - (t^{\uparrow}(E, \mu_0) + r^{\uparrow}(E, \mu_0))$$

### VII - 4 - PRESENTATION DES RESULTATS - CONFRONTATION THEORIE/EXPERIENCE.

Le milieu que nous avons étudié est le même que celui présenté au paragraphe IV-1 du chapitre VI (laine de silice pressée).

#### VII - 4 - 1) Résultats expérimentaux.

Le montage que nous avons décrit précédemment, nous a permis d'obtenir les valeurs expérimentales présentées sur les figures VII-3 et VII-4.

Il s'agit donc de mesures directionnelles-hémisphériques obtenues en incidence normale (figure VII-3). Par application de la loi de conservation de l'énergie, nous avons ensuite obtenu les variations de l'absorption du milieu avec la longueur d'onde (figure VII-4).

En fonction du domaine spectral observé différentes caractéristiques apparaissent :

- au-delà de 2100 cm<sup>-1</sup>, le milieu est peu absorbant, cela se traduit par un signal important observé en transmission et en réflexion. Le fait que la réflexion soit supérieure est lié à l'épaisseur optique importante du milieu étudié. Pour un isolant léger, la transmission serait plus élevée, néanmoins l'absorption resterait nulle. A noter que l'erreur observée sur la valeur de l'absorption est de moins de 1 %, mais en toute rigueur c'est un 0 que nous devrions obtenir dans cette zone spectrale;

- entre 1500 et 2100 cm<sup>-1</sup>, le milieu commence à absorber le rayonnement, en conséquence les signaux recueillis en transmission et en réflexion chutent;

- autour du filtre de Christiansen, nous observons une croissance de la transmission qui reste toutefois peu élevée parce que le milieu absorbe un peu le rayonnement et que l'épaisseur optique est très grande; parallèlement nous n'avons plus de réflexion du rayonnement parce que le milieu est non diffusant;

- en dessous de  $1300\text{ cm}^{-1}$ , le milieu ne transmet plus le rayonnement, par contre la réflexion est faible mais pas nulle et nous retrouvons les trois pics de réflexion déjà observés lors des mesures bidirectionnelles. Le second filtre de Christiansen ne produit aucun effet, toujours à cause de l'épaisseur optique importante du milieu.

A noter que l'importance de l'absorption relevée en dessous de  $2100\text{ cm}^{-1}$  est une caractéristique liée à la morphologie du matériau, notamment les diamètres de fibres influençant l'atténuation du rayonnement et la densité du milieu, très élevée ici. Par contre les variations citées sont liées aux propriétés de la silice et seraient observables dans d'autres conditions de mesures.

#### **VII - 4 - 2) Comparaison théorie / expérience.**

Comme précédemment pour les mesures bidirectionnelles, nous avons effectué une comparaison entre nos résultats expérimentaux et les valeurs prévues par le calcul. Les figures VII-5 à VII-7 présentent les courbes obtenues respectivement en réflexion, transmission et absorption.

D'après les courbes observées, nous pouvons constater un très bon accord entre les résultats théoriques et expérimentaux. La modélisation permet, par conséquent, de prévoir aussi bien les variations spectrales des différentes grandeurs que leurs amplitudes. Si nous nous intéressons aux paramètres étudiés, séparément, nous pouvons noter différents points:

- sur l'ensemble du spectre en réflexion, les résultats théoriques s'accordent parfaitement avec les valeurs expérimentales; l'écart entre les courbes n'excède jamais quelques pourcents et les différents pics observés expérimentalement sont retrouvés avec une très bonne précision;

- la transmission théorique suit également, parfaitement les variations relevées par la mesure, nous pouvons juste noter une légère surrestimation autour de la zone de Christiansen. L'incertitude sur les paramètres morphologiques fixés pour le calcul permet d'expliquer l'écart d'autant plus que la transmission est très sensible à des variations d'épaisseur optique, susceptible d'évoluer avec le diamètre des fibres, la masse volumique et l'épaisseur du milieu. Ainsi une faible augmentation de l'épaisseur ou de la densité du matériau suffirait à diminuer la valeur de la transmission théorique, alors que l'influence relevée sur la réflexion serait minime parce que l'épaisseur optique est déjà très grande;

- ces remarques sont évidemment valables pour l'absorptivité spectrale où nous retrouvons un faible écart autour de Christiansen (en liaison avec les résultats obtenus en transmission) , tandis que l'accord entre les courbes est excellent partout ailleurs.

A noter qu'une meilleure connaissance de l'indice d'absorption autour de 4 microns permettrait d'améliorer encore dans cette zone l'accord entre les courbes.

Pour illustrer notre analyse et permettre l'étude des paramètres d'influence, nous avons réalisé nos calculs en changeant l'un des paramètres morphologiques introduit dans le modèle. Les résultats obtenus sur l'absorptivité sont présentés sur la figure VII-8.

Fig VII-3: MESURES DIRECTIONNELLES-HEMISPHERIQUES

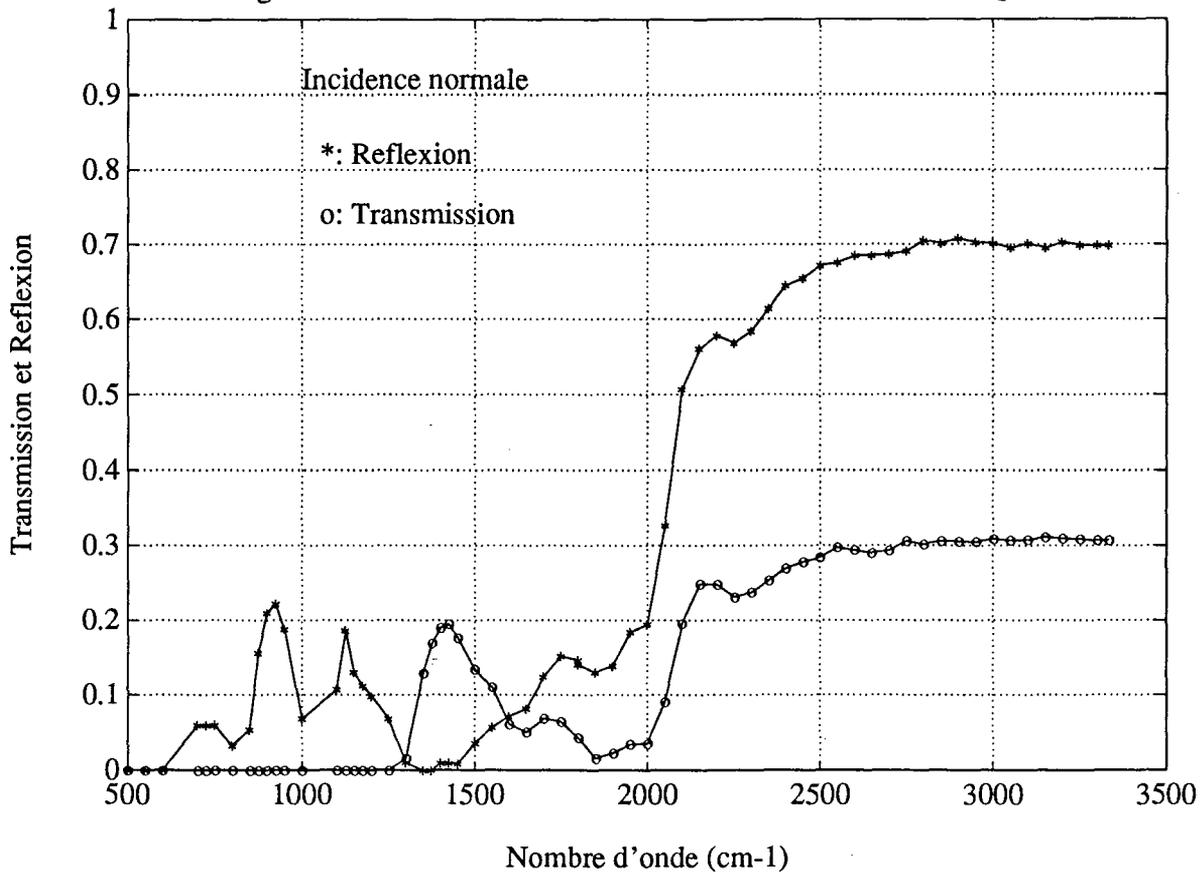


Fig VII-4: ABSORPTION SPECTRALE

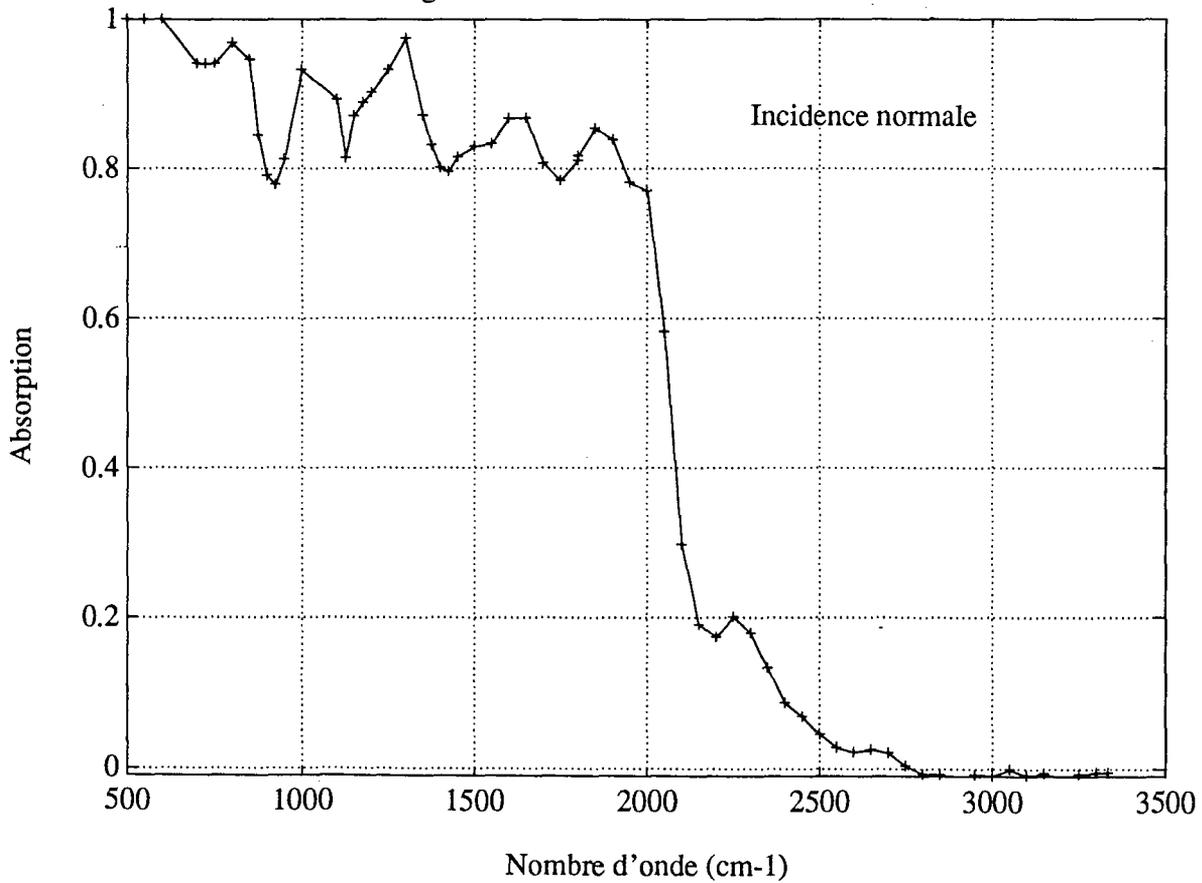


Fig VII-5: REFLEXION DIRECTIONNELLE HEMISPHERIQUE

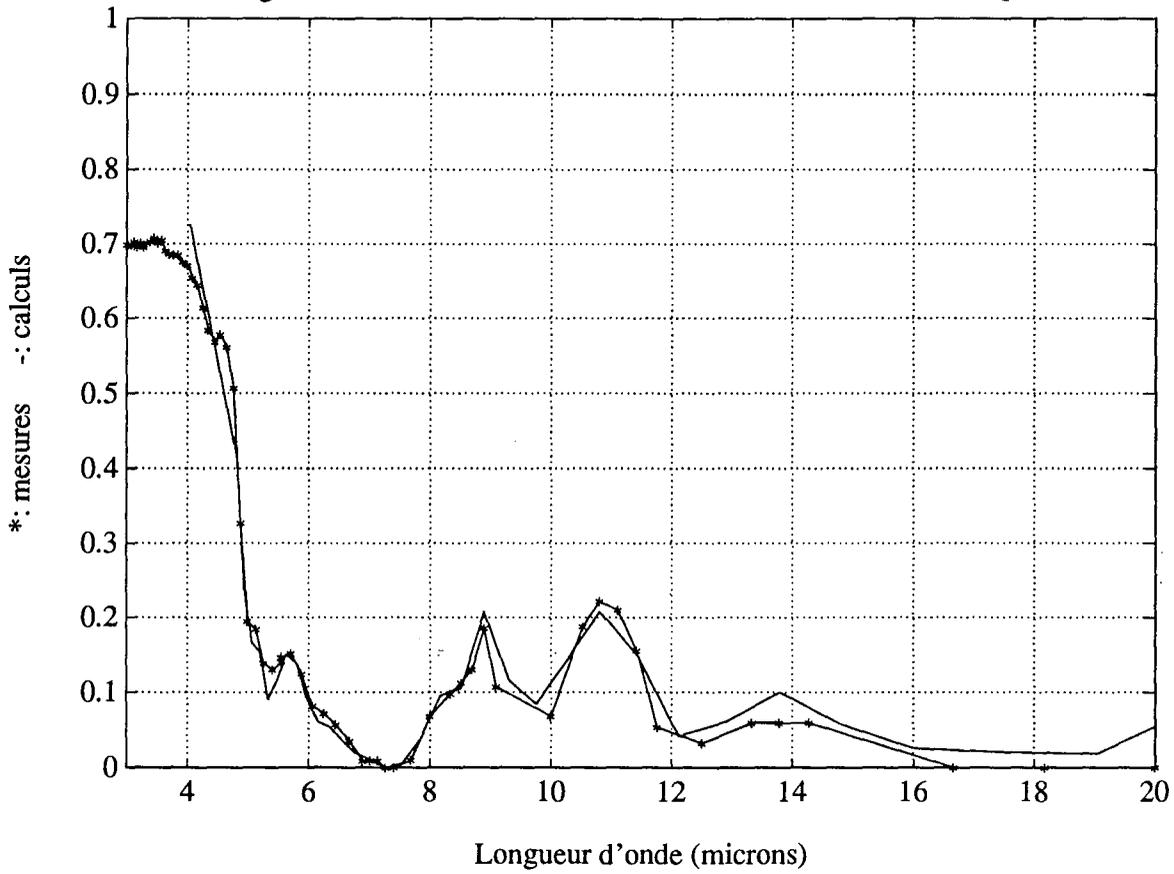


Fig VII-6: TRANSMISSION DIRECTIONNELLE HEMISPHERIQUE

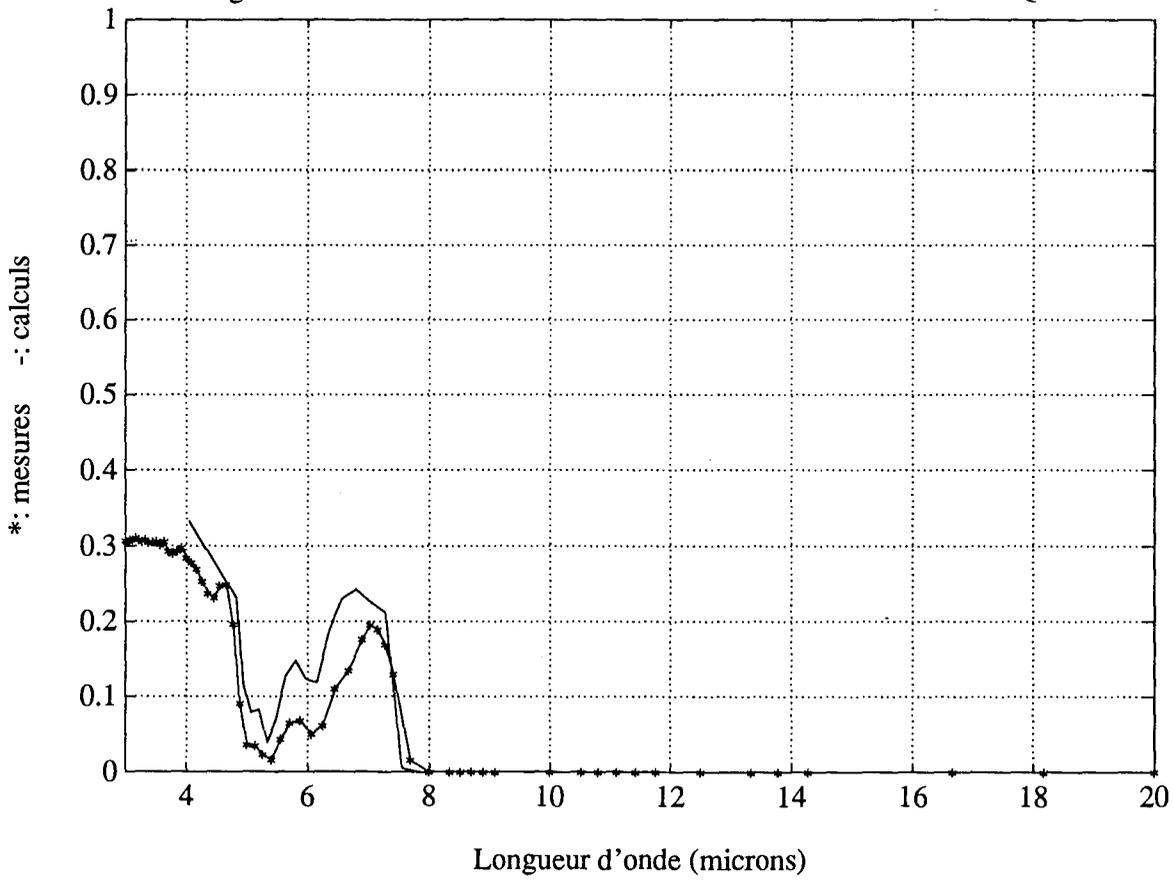


Fig VII-7: ABSORPTIVITE SPECTRALE

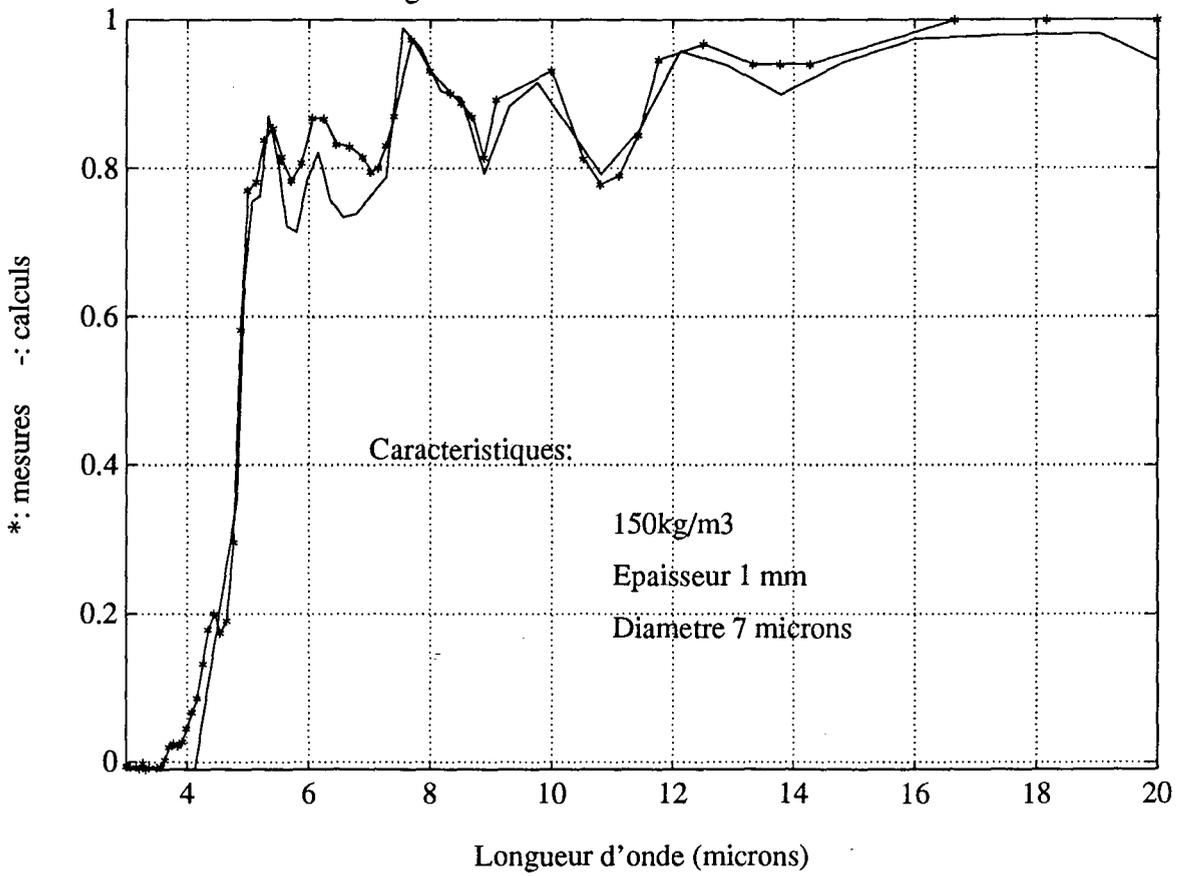
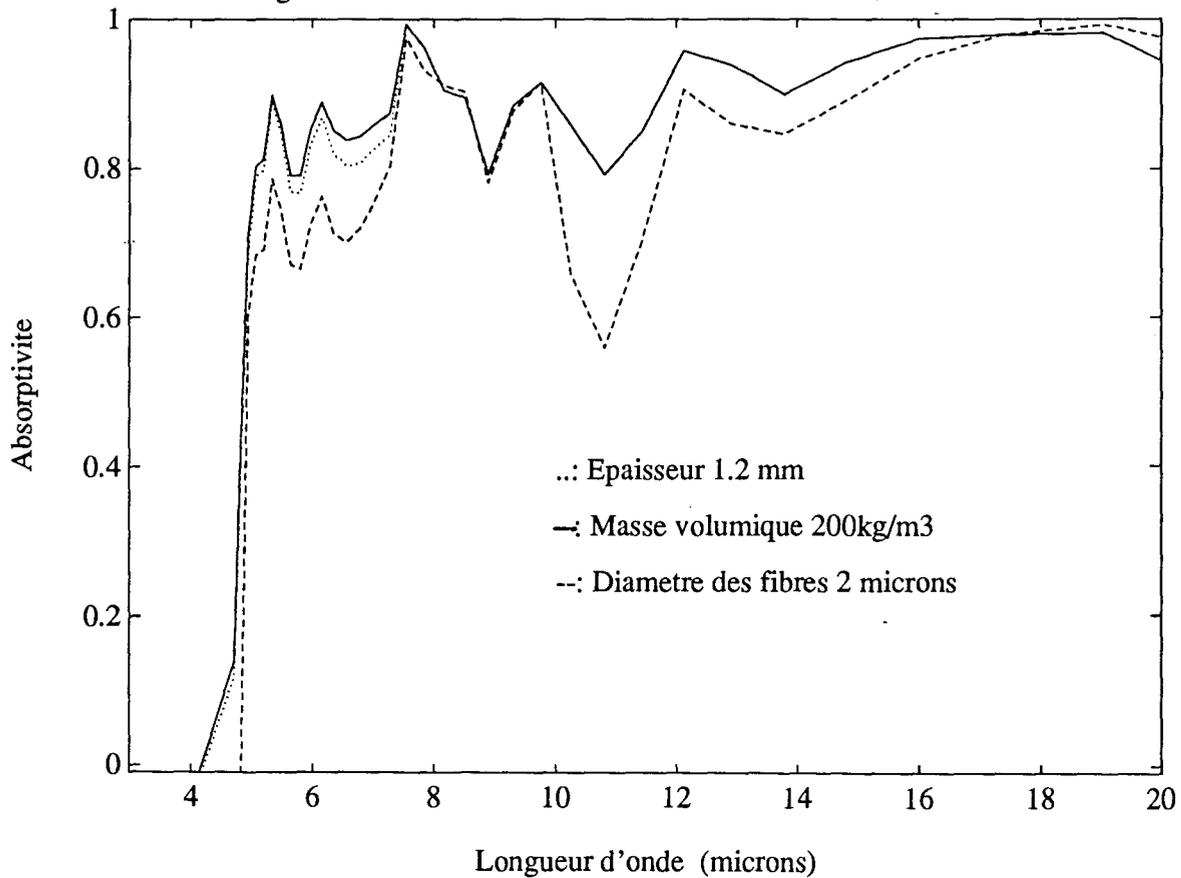


Fig VII-8: INFLUENCE DE LA MORPHOLOGIE DU MILIEU



Au départ, nous avons utilisé les caractéristiques de la figure VII-7 mais à chaque fois, nous avons modifié un paramètre en conservant les deux autres. Il apparaît que les propriétés spectroscopiques du milieu sont bien affectés par ces différentes grandeurs et par conséquent par des éventuelles inhomogénéités du milieu.

Vue la forte épaisseur optique du matériau, l'influence de la masse volumique et de l'épaisseur du milieu se ressent surtout sur la transmission donc dans les courtes longueurs d'onde; par contre les effets liés au diamètre des fibres sont visibles sur tout le spectre.

Pour valider notre modélisation, nous pouvons réaliser une vérification supplémentaire en utilisant les résultats obtenus au chapitre VI. Par intégration de nos valeurs de BRDF et BTDF, nous devons en effet retrouver les grandeurs directionnelles-hémisphériques. Le tableau VII-2 présente les différentes valeurs obtenues par les mesures avec sphère intégrante, par intégration des mesures bidirectionnelles et par calcul :

Tableau VII-2: Confrontation avec les résultats obtenus par mesures bidirectionnelles.

	Trans°. à 4 $\mu$ m	Réflex°. à 4 $\mu$ m	Réflex°. à 5 $\mu$ m	Réflex°. à 11 $\mu$ m
Mesures dir. - hémis.	0,29	0,67	0,20	0,21
Mesures bidirection.	0,20	0,63	0,21	0,24
Résultats théoriques	0,33	0,72	0,24	0,21

(nous disposons de valeurs bidirectionnelles pour des angles d'émergence inférieurs à 70 °, au-delà nous réalisons une extrapolation pour intégrer sur un hémisphère complet, mais la contribution de ces données est plus faible, ce qui diminue l'erreur commise).

D'une manière générale, les valeurs sont proches les unes des autres, indiquant un bon accord entre les deux méthodes expérimentales et les valeurs théoriques. L'écart est plus important à 4 microns, en liaison avec l'incertitude concernant l'indice d'absorption dont nous savons qu'il est très faible mais dont la valeur exacte est difficile à préciser (ce qui explique la surrestimation observée).

Il ressort de ces comparaisons que notre modèle donne un aperçu correct des propriétés spectroscopiques du milieu et permet en outre d'en étudier les paramètres d'influence. La représentation des différents phénomènes est d'autant plus précise que l'on connaît parfaitement la morphologie du milieu.

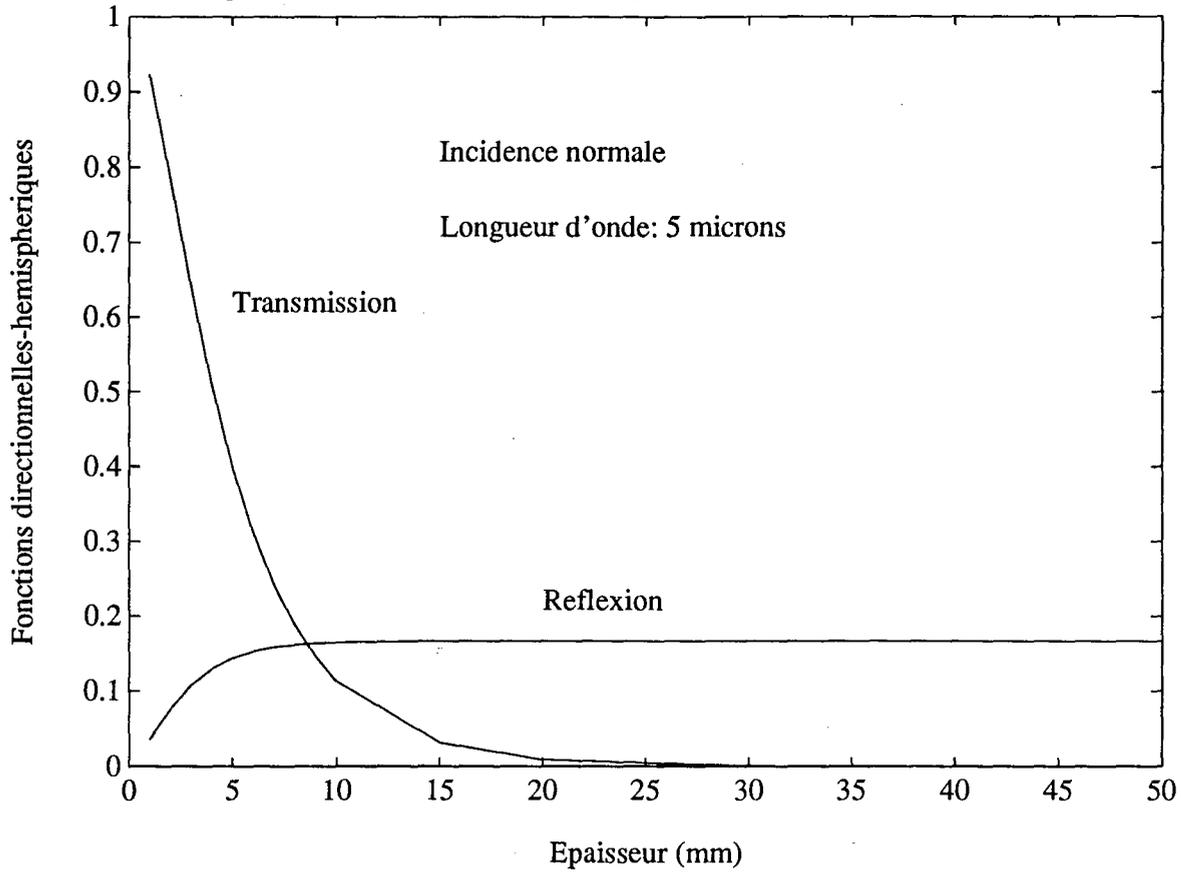
### **VII - 4 - 3) Cas d'un matériau léger.**

Le milieu que nous avons étudié ne nous permet pas de mettre expérimentalement en évidence l'influence de l'épaisseur, à cause de sa très forte densité. Par conséquent, nous proposons sur la figure VII-9 une étude théorique de l'effet d'épaisseur rencontré sur la transmission et la réflexion à 5  $\mu$ m.

Comme au chapitre précédent, le calcul a été mené pour un milieu de masse volumique de 17 kg/m<sup>3</sup> et un diamètre de fibres de 7  $\mu$ m. Lorsque l'épaisseur du milieu augmente, nous pouvons constater la décroissance de la transmission et la croissance de la réflexion jusqu'à une valeur limite.

Parallèlement, l'absorption croît avec l'épaisseur du milieu jusqu'à une valeur limite au-delà de laquelle le milieu ne fait qu'absorber et réfléchir.

Fig VII-9: INFLUENCE THEORIQUE DE L'ÉPAISSEUR DU MILIEU



Conclusion de la troisième partie :

Notre étude expérimentale nous a donc permis de mettre au point deux méthodes de caractérisation des milieux fibreux par des mesures bidirectionnelles et directionnelles-hémisphériques. Le mode opératoire est par ailleurs applicable à tous types de milieux poreux.

Les applications à un milieu réel de fibres de silice ont permis de tirer différents enseignements concernant le comportement du matériau soumis à un rayonnement, mais aussi les facteurs qui l'influencent.

Les comparaisons effectuées entre les résultats expérimentaux et notre méthode de simulation montrent l'aptitude de notre modèle à représenter le transfert radiatif et à mettre en évidence les variations liées à l'un ou l'autre des paramètres morphologiques du matériau. Si la caractérisation expérimentale est un moyen d'investigation précieux pour étudier ce type de matériau, il se confirme également que notre modèle est un outil permettant de prévoir les caractéristiques du milieu avec une bonne précision.

---

---

- CONCLUSION -

## CONCLUSION

Nous venons de voir différents aspects du problème de transfert radiatif à travers les milieux fibreux. Nous avons obtenu un ensemble de résultats qui caractérisent, tant sur le plan théorique qu'expérimental, ce type de matériaux.

Sur le plan théorique, une méthode de simulation du transfert par rayonnement a ainsi été mise au point. Le cadre général de la résolution permet de l'adapter aussi bien à des problèmes radiatifs purs tels que la spectroscopie, qu'à des cas de transferts couplés avec la conduction simulant la propagation de la chaleur à travers les isolants fibreux. Basé sur la détermination de propriétés radiatives spectrales et directionnelles, notre modèle utilise une discrétisation puis un mode de résolution matriciel. L'absence d'hypothèses simplificatrices donne accès à une représentation fine des phénomènes étudiés.

L'application de notre modèle théorique à des milieux réels de fibres de silice ou de carbone nous a permis de tester la validité de la méthode. Les confrontations effectuées avec différentes études thermiques expérimentales nous ont ainsi assuré de la précision de nos calculs. En outre, l'absence de simplifications donne la possibilité d'étudier à la fois le comportement des milieux fibreux, mais aussi des particularités liées à la nature de la silice ou du carbone. Ainsi, nous avons mis en évidence par le calcul des phénomènes tels que l'anisotropie prononcée de la diffusion avec une nette prédominance vers l'avant et une rétrodiffusion présentant un pic dans la direction d'émergence spéculaire lorsque les fibres sont réparties en plan. Ces caractéristiques sont liées à la nature fibreuse du matériau, alors que les fortes variations spectrales observées sur la silice et la présence d'un filtre de Christiansen, par exemple, sont dues à la composition des fibres.

Notre étude numérique nous a également permis d'étudier les effets liés à différents paramètres comme la taille, l'orientation et la composition chimique des fibres, la masse volumique et la nature des frontières du milieu, indiquant dans ces différents cas les moyens de minimiser le transfert par rayonnement. D'autres problèmes tels que l'influence de la température et le rôle du couplage ont également été abordés.

Enfin les problèmes de stabilité numérique, la recherche des limites d'utilisation de la méthode et la confrontation avec d'autres résultats ont mis en évidence la validité de la méthode et la possibilité de l'étendre aux cas d'autres milieux semi-transparents.

L'étude expérimentale effectuée avait deux buts essentiels : fournir des données empiriques sur le comportement des matériaux fibreux et permettre une validation supplémentaire de notre modèle théorique. Nous avons donc conçu deux montages destinés à la mesure de grandeurs bidirectionnelles et directionnelles-hémisphériques en transmission et en réflexion. Là-encore, nous avons adopté une démarche générale concernant les problèmes de mise au point et d'identification, laissant libre accès à des extensions à d'autres types de milieux semi-transparents. Les résultats obtenus confirment différents aspects observés lors de l'étude numérique, concernant le comportement des matelas fibreux et leurs facteurs d'influence. D'autre part les confrontations effectuées entre mesures et calculs confirment les capacités de notre méthode de simulation à prévoir le transfert radiatif.

Notre étude propose donc des méthodes de caractérisation précises des phénomènes de transfert à travers les milieux fibreux. Cependant, différents points restent en suspens, même si notre modèle théorique et les bancs de mesures présentés peuvent être étendus à d'autres matériaux touchant à l'ensemble des milieux semi-transparents et que les problèmes posés par d'autres isolants sont, de ce fait, susceptibles d'être traités avec les "outils " que nous avons présentés.

Ainsi, si nous restons dans le cadre des isolants fibreux utilisés à des températures relativement proches de l'ambiante, les effets liés à l'humidité ou au vieillissement du matériau sont très importants sur le plan thermique. Une prévision précise des propriétés du matériau nécessite la prise en considération de ces facteurs. D'autre part, la nature même des isolants, incluant des liants qui viennent modifier la morphologie du milieu fibreux, impose une approche complémentaire pour simuler complètement le transfert radiatif et constitue également un axe de recherche nouveau.

- REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES -

**REFERENCES.**

- (1) **M. KERKER.**  
The scattering of light and other electromagnetic radiation.  
Academic Press, New York 1969.
- (2) **H.C. VAN DE HULST.**  
Light scattering by small particles.  
John Willey and Sons, New York 1957.
- (3) **A.C. LIND - J.M. GREENBERG.**  
Electromagnetic scattering by obliquely oriented cylinders.  
J. of Applied Physics, vol. 37, pp. 3195-3203, 1966.
- (4) **T.W. TONG - C.L. TIEN.**  
Analytical models for thermal radiation in fibrous insulation.  
J. of Thermal Insulation, vol. 4, pp. 27-44, 1980.
- (5) **T.W. TONG - C.L. TIEN.**  
Radiative heat transfer in fibrous insulation. Part 1: Analytical study.  
J. of Heat Transfer, trans. of the A.S.M.E., vol. 105, pp. 70-75, 1983.
- (6) **T.W. TONG - Q.S. YANG - C.L. TIEN.**  
Radiative heat transfer in fibrous insulation. Part 2: Experimental study.  
J. of Heat Transfer, trans. of the A.S.M.E., vol. 105, pp. 76-81, 1983.
- (7) **K.Y. WANG - C.L. TIEN.**  
Radiative heat transfer through opacified fibers and powders.  
J.Q.S.R.T., vol. 30, n°3, pp. 213-223, 1983.
- (8) **G. GUILBERT.**  
Etude des caractéristiques optiques de milieux poreux semi-transparents.  
Thèse, Nancy I, 1985.
- (9) **G. GUILBERT - G. JEANDEL - G. MORLOT - C. LANGLAIS - S. KLARSFELD.**  
Transfert de chaleur par rayonnement dans les isolants fibreux.  
Caractéristiques thermiques et optiques. Journée S.F.T., 6 Mars 1985.
- (10) **G. GUILBERT - G. JEANDEL - G. MORLOT - C. LANGLAIS - S. KLARSFELD.**  
Optical characteristics of semitransparent porous media.  
High Temp.- High Pres., vol. 19, pp. 251-259, 1987.
- (11) **D. BANNER.**  
Propriétés radiatives des verres et des fontes de silicates. Modélisation des transferts de chaleur. Thèse, Ecole Centrale de Paris, 1990.
- (12) **D. BANNER - S. KLARSFELD.**  
Transferts de chaleur couplés dans les verres, en relation avec leurs propriétés radiatives. Journée S.F.T., 23 Janvier 1991.

- 
- (13) **D. BANNER - S. KLARSFELD - C. LANGLAIS.**  
Temperature dependence of the optical characteristics of semitransparent porous media. High Temp. - High Pres., vol. 21, pp.347-354, 1989.
- (14) **S.C. LEE.**  
Radiative transfer through a fibrous medium: allowance for fiber orientation. J.Q.S.R.T., vol. 36 (3), pp. 253-263, 1986.
- (15) **S.C. LEE.**  
Radiation heat transfer model for fibers oriented parallel to diffuse boundaries. J. Thermophys. Heat Transfer, vol. 2 (4), pp. 303-308, 1988.
- (16) **S.C. LEE.**  
Effect of fiber orientation on thermal radiation in fibrous media. Int. J. Heat Mass Transfer, vol. 32, pp. 311-319, 1989.
- (17) **S.C. LEE.**  
Scattering phase function for fibrous media. Int. J. Heat Mass Transfer, vol. 33, pp. 2183-2190, 1990.
- (18) **G. UNY.**  
Modélisation du transfert couplé rayonnement-convection au sein de matériaux poreux et identification de leurs propriétés radiatives. Application aux laines de verre. Thèse, INSA Lyon, 1986.
- (19) **J.F. SACADURA.**  
Modélisation et étude expérimentale du rayonnement thermique de surfaces métalliques microrugueuses. Thèse d'état, INSA Lyon 1980.
- (20) **J.F. SACADURA - G. UNY.**  
Quelques progrès récents dans la connaissance des transferts de chaleur au sein de matériaux semi-transparents poreux. Journée S.F.T., 6 Mars 1985.
- (21) **G. UNY - J.F. SACADURA.**  
Identification des propriétés radiatives de matériaux semi-transparents à partir de mesures de transmittivité spectrale. Journée S.F.T., 6 Mars 1985.
- (22) **R.L. HOUSTON.**  
Combined radiation and conduction in a nongray participating medium that absorbs, emits and anisotropically scatters. Ph. D. Thesis, Ohio State University, 1980.
- (23) **R. L. HOUSTON - S.A. KORPELA.**  
Heat transfer through fiberglass insulation. 7th I.H.T.C., Munchen, paper R8, pp. 499-504, 1982.
- (24) **H.C. HOTTEL - A.F. SAROFIM.**  
Radiative transfer. Mc Graw - Hill, 1967.
- (25) **S. CHANDRASEKHAR.**  
Radiative transfer. Dover Publication, New York, 1960.
-

- (26) **M.N. OZISIK.**  
Radiative transfer and interactions with conduction and convection.  
J. Wiley, New York, 1973.
- (27) **B. K. LARKIN - W. CHURCHILL.**  
Heat transfer by radiation through porous insulation.  
AIChE Journal, vol. 5 (4), pp.467-474, 1959.
- (28) **J.A. ROUX - A.M. SMITH - D.C. TODD.**  
Radiative transfer with anisotropic scattering and arbitrary temperature for plane geometry. AIAA Journal, vol. 13 (9), 1975.
- (29) **J.A. ROUX - A.M. SMITH.**  
Biangular reflectance for an absorbing and isotropically scattering medium.  
AIAA Journal, vol. 23 (4), 1984.
- (30) **P.J. FLATAU - G.L. STEPHENS.**  
On the fundamental solution of the radiative transfer equation.  
J. of Geophys. Res., vol. 93 (D9), pp. 11037-50, 1988.
- (31) **P.C. WATERMAN.**  
Matrix-exponential description of radiative transfer.  
J. Opt. Soc. Am., vol. 71 (4), pp. 410-422, 1981.
- (32) **G.N. PLASS - G.W. KATTAWAR - F.E. CATCHINGS.**  
Matrix operator theory of radiative transfer. 1 : Rayleigh scattering.  
Appl. Opt., vol. 12, pp. 314-329, 1973.
- (33) **K. STAMNES - R.A. SWANSON.**  
A new look at the discrete ordinates method for radiative transfer calculations in anisotropically scattering atmospheres.  
J. Atmos. Sci., vol. 38, pp. 387-399, 1981.
- (34) **K. STAMNES.**  
The theory of multiple scattering of radiation in plane parallel atmospheres.  
Rev. Geophys., vol. 24, pp. 299-310, 1986.
- (35) **W.J. WISCOMBE.**  
On initialization, error and flux conservation in the doubling method.  
J.Q.S.R.T., vol. 16, pp. 637-658, 1976.
- (36) **W.J. WISCOMBE.**  
Extension of the doubling method to inhomogeneous sources.  
J.Q.S.R.T., vol. 16, pp. 477-489, 1976.
- (37) **A.H. KARP - J. GREENSTADT - J.A. FILLMORE.**  
Radiative transfer through an arbitrarily thick scattering atmosphere.  
J.Q.S.R.T., vol. 24, pp. 391-406, 1980.
- (38) **J.A. ROUX - H.Y. YEH - A.M. SMITH - S.Y. WANG.**  
Finite element analysis of radiative transport in fibrous insulation.  
J. Energy, vol. 7 (6), pp. 702-709, 1983.
- (39) **R.C. BIRKEBAK - I. ENOCH - E. OZIL.**  
Experimental study of heat transfer in fiberglass material.  
A.S.M.E. paper n° 82-HT-51, 1982.

- (40) **A. LE BAIL.**  
Contribution à l'étude des transferts thermiques couplés à haute température et à haute pression. Thèse, ISITEM Nantes, 1990.
- (41) **J.F. HENRY.**  
Contribution à l'étude des transferts couplés conduction-rayonnement.  
Application aux protections thermiques.  
Thèse, Université de Reims, 1991.
- (42) **Y. LESCANNE.**  
Caractérisation du papier en vue de la simulation du séchage par infrarouge électrique. Thèse, INPL Nancy, 1992.
- (43) **L. GLICKSMAN - M. SCHUETZ - M. SINOFSKY.**  
Radiation heat transfer in foam insulation.  
Int. J. Heat Mass Transfer, vol. 30 (1), pp. 187-197, 1987.
- (44) **C.F. BOHREN - D.R. HUFFMAN.**  
Absorption and scattering of light by small particles.  
J. Wiley, 1983.
- (45) **J. KUNTZMANN.**  
Fonctions de Bessel. Mathématiques de la physique et de la technique.  
Hermann, 1961.
- (46) **C.G. BANKWALL.**  
Heat transfer in fibrous materials.  
National Swedish Building Research, 1972.
- (47) **C. LANGLAIS - S. KLARSFELD - G. GUILBERT - D. BANNER.**  
Influence of the chemical composition of glass on heat transfer through fiberglass insulations in relation with their morphology and temperature of use.  
First conference of the European Society of Glass Science and Technology.  
Sheffield, England. 9-12 September 1991.

## PUBLICATIONS .

### **G. JEANDEL - P. BOULET - G. MORLOT**

Radiative transfer through a medium of silica fibers oriented in parallel planes.  
Acceptée à Int. J. Heat Mass Transfer.

### **P. BOULET - G. JEANDEL - G. MORLOT**

Model of radiative transfer in fibrous media - Matrix method.  
Soumise à Int. J. Heat Mass Transfer.

### **P. BOULET - G. JEANDEL - G. MORLOT**

Transfert radiatif à travers les matériaux fibreux.  
Séminaire du 15 Juillet 1992, St Gobain Recherche, Aubervilliers.



# UNIVERSITE DE NANCY I

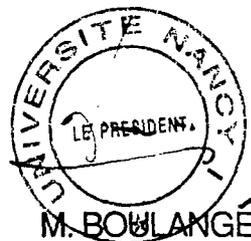
NOM DE L'ETUDIANT : Monsieur BOULET Pascal

NATURE DE LA THESE : DOCTORAT DE L'UNIVERSITE DE NANCY I  
en MECANIQUE & ENERGETIQUE

VU, APPROUVE ET PERMIS D'IMPRIMER

NANCY, le - 1 DEC. 1992 n° 580

LE PRESIDENT DE L'UNIVERSITE DE NANCY I



## RESUME

Ce travail s'inscrit dans le cadre de l'étude du transfert radiatif à travers les matériaux poreux semi-transparents. L'objectif est d'apporter une caractérisation tant théorique qu'expérimentale, du comportement de milieux du type "isolants fibreux".

Une modélisation fine permet de simuler le transfert par rayonnement à partir des caractéristiques optiques et morphologiques du milieu. La méthode appliquée nécessite la détermination de propriétés radiatives spectrales directionnelles que l'on insère dans un bilan mis sous forme discrétisée. Le traitement matriciel du problème permet une résolution rapide par la méthode dite des "deux courants". La solution est obtenue sous la forme du champ de luminance que l'on intègre ensuite pour déterminer le flux de transfert radiatif. L'absence d'hypothèses simplificatrices permet de mettre en évidence les paramètres qui influencent le transfert.

Deux types d'application à des milieux réels sont présentées dans le cas de fibres de silice puis de feutres de carbone. Un ensemble de résultats typiques de ces matériaux est proposé avec l'étude de leurs facteurs d'influence. Une analyse de la stabilité de la méthode numérique mise au point et une comparaison avec d'autres modèles sont également incluses. La confrontation entre les valeurs de flux obtenues de façon théorique et les mesures expérimentales d'autres auteurs, atteste de la validité de la méthode.

Enfin, une étude expérimentale, dont le but est de compléter notre caractérisation et d'apporter une nouvelle validation des résultats théoriques, est également proposée. Deux bancs de mesures spectroscopiques, permettant d'étudier la transmission et la réflexion bidirectionnelles ou directionnelles hémisphériques, sont décrits. Les résultats expérimentaux sont analysés, discutés et comparés aux valeurs prévues par notre modélisation, traduisant un bon accord entre les différentes méthodes.

**Mots clés :** rayonnement - milieu fibreux - semi-transparent - indices optiques - morphologie - transferts couplés - réflexion - transmission

## ABSTRACT

This work deals with the study of radiative transfer through participating porous media. The purpose is to produce an experimental and theoretical characterization of the behaviour of fibrous insulants.

An accurate modelization allows the simulation of radiative transfer starting with the optical and morphological characteristics of the medium. The applied method needs the calculation of spectral directional radiative properties, which are used in the radiative transfer equation, written on a discrete form. The matrix treatment of the problem leads to a rapid solution thanks to the "two-streams" method. We thus obtain the intensity distribution, which we then integrate to calculate the radiative flux. The absence of simplifying hypothesis allows the study of parameters influencing the transfer.

Two kinds of applications to real media are presented, in the case of silica fibers and carbon fibers. A collection of results of those materials with the study of the factors influencing them is proposed. The numerical stability of the method is analysed and a comparison with other models is also included. The agreement between the theoretical values of the flux and the experimental results of some other authors shows the accuracy of the modelization.

Lastly, an experimental study is presented, allowing the characterization to be completed and another validation of the model to be provided. Bidirectional and directional-hemispherical measures of transmission and reflexion have been carried out thanks to two apparatuses, which are described. The experimental results are analysed, discussed and compared with values given by the model, showing a good agreement between the different methods.