HAL
open science

Caractérisation et modélisation multi-échelles de l'anisotropie et de l'hétérogénéité de la déformation plastique du alpha-titane en conditions de traction

Eva Kékéli Amouzou

To cite this version:

Eva Kékéli Amouzou. Caractérisation et modélisation multi-échelles de l'anisotropie et de l'hétérogénéité de la déformation plastique du alpha-titane en conditions de traction. Autre [cond-mat.other]. Université de Lorraine, 2015. Français. NNT : 2015LORR0200 . tel-01754460

HAL Id: tel-01754460

https://hal.univ-lorraine.fr/tel-01754460v1

Submitted on 30 Mar 2018

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

UNIVERSITÉ DE LORRAINE

AVERTISSEMENT

Ce document est le fruit d'un long travail approuvé par le jury de soutenance et mis à disposition de l'ensemble de la communauté universitaire élargie.

Il est soumis à la propriété intellectuelle de l'auteur. Ceci implique une obligation de citation et de référencement lors de l'utilisation de ce document.

D'autre part, toute contrefaçon, plagiat, reproduction illicite encourt une poursuite pénale.

Contact : ddoc-theses-contact@univ-lorraine.fr

LIENS

Code de la Propriété Intellectuelle. articles L 122. 4
Code de la Propriété Intellectuelle. articles L 335.2- L 335.10
http://www.cfcopies.com/V2/leg/leg_droi.php
http://www.culture.gouv.fr/culture/infos-pratiques/droits/protection.htm

THÈSE

pour l'obtention du titre de

Docteur de l'Université de LORRAINE

Spécialité : Mécanique des matériaux

présentée par :

Eva Kékéli AMOUZOU

Caractérisation et modélisation multi-échelles de l'anisotropie et de l'hétérogénéité de la déformation plastique du α-titane en conditions de traction

---

Thèse soutenue publiquement, mercredi le 09 décembre 2015 à 09h30, à l'amphi Pilâtre (Metz)

devant le jury composé de :

Véronique DOQUET	Directrice de Recherche CNRS, Laboratoire de Mécanique des Solides	*Rapporteur*
Maurine MONTAGNAT	Chargée de Recherche CNRS, Laboratoire de Glaciologie et Géophysique de l'Environnement	*Rapporteur*
Matthieu MAZIERE	Maître-assistant, Mines Paristech, Centre Des Matériaux	*Examinateur*
Stéphane BERBENNI	Directeur de Recherche CNRS, LEM3	*Examinateur*
Mikhail LEBEDKIN	Directeur de Recherche CNRS, LEM3	*Directeur*
Thiebaud RICHETON	Chargé de Recherche CNRS, LEM3	*Co-Directeur*

Laboratoire d'Étude des Microstructures et de Mécanique des Matériaux (LEM3) - UMR CNRS 7239

Université de Lorraine - Pôle M4 : matière, matériaux, métallurgie, mécanique

Remerciements

Je remercie en premier mon directeur de thèse Mikhail Lebedkin et mon co-directeur de thèse Thiebaud Richeton pour leur gentillesse et leur grande disponibilité tout au long de ces trois années d'initiation à la recherche scientifique. Leurs immenses expériences et leurs qualités de pédagogue m'ont permis de prendre goût à la recherche. Je suis privilégié d'avoir travaillé avec eux, qu'ils reçoivent ici toute ma gratitude pour leur encadrement de haute qualité.

Mes sincères remerciements vont à Véronique Doquet et Maurine Montagnat pour avoir trouvé du temps pour rapporter cette thèse et, à Matthieu Mazière et Stéphane Berbenni pour avoir accepté le rôle d'examinateur. Leurs pertinentes remarques et suggestions m'ont permis d'améliorer ce travail, et d'approfondir mes connaissances. Je leur remercie pour avoir accepté faire partie de mon jury de thèse et pour l'intérêt porté à ce travail.

Je remercie Amandine Roth et Tatiana Lebedina pour m'avoir aidé à réaliser les essais expérimentaux. Merci à Jean-Sébastien Lecomte pour ses explications sur la texture, à Patrick Moll et Auriane Mandrelli pour le matériel mis à ma disposition durant les essais expérimentaux.

Je remercie tout le personnel administratif du LEM3, et en particulier Anne-Martine Blum, Julien Oury et Sylvain Pagura pour leurs accueils très chaleureux et leurs multiples services. Je n'oublie pas les dames de ménage, un grand merci à elles pour avoir assuré la propreté de mon bureau durant ces trois années. J'adresse également mes remerciements à mes amis Kékéli Kpogan et Holanyo Akpama pour leurs excellents conseils et nos discussions sans fin.

Un très grand merci à mes chers parents pour leur grande confiance en moi et leurs incessants encouragements. Je remercie tous mes frères pour leurs multiples conseils, et en particulier mon grand-frère Alain qui est une source d'inspiration pour moi. Enfin, je remercie ma bien aimée Ahoéfa pour m'avoir déchargé de tâches ménagères durant la rédaction de ce mémoire et pour sa relecture de ce travail. Sa douce présence m'a apporté du réconfort dans les moments difficiles.

À la mémoire de mon père Délali,

à mon adorable mère Afi.

« Si l'Éternel ne bâtit la maison, en vain les bâtisseurs travaillent.
Si l'Éternel ne garde pas la ville, en vain la sentinelle veille. »
Psaumes 127 : 1

Table des matières

Notations générales xiv

INTRODUCTION GÉNÉRALE 16

CHAPITRES 22

I Synthèse bibliographique et formulation du problème 22

I.1 Déformation des métaux de structure hexagonale compacte . . . 24

I.1.1 Structure cristallographique et élasticité 24

I.1.2 Mécanismes de déformation plastique 25

I.1.2.1 Glissement des dislocations 25

I.1.2.2 Maclage mécanique 29

I.1.3 Ecrouissage des polycristaux 34

I.1.3.1 Exemple de deux alliages de magnésium 35

I.1.3.2 Comportement de l'écrouissage dans le titane . . . 37

I.1.4 Modélisation du comportement mécanique des polycristaux 38

I.1.4.1 Différents types d'approche 38

I.1.4.2 Prise en compte du maclage au cours de la déformation 43

I.1.4.3 Estimation des cissions critiques dans le Ti 45

I.1.4.4 Détermination des coefficients d'écrouissage 48

I.2 Hétérogénéité spatiotemporelle de la plasticité cristalline à une échelle mésoscopique 49

I.2.1 Emission acoustique - une puissante méthode pour l'étude de l'intermittence de la déformation plastique 49

I.2.2 Intermittence de la déformation plastique 51

I.2.3 Hétérogénéité spatiotemporelle 57
I.2.3.1 Observation d'ondes plastiques 57
I.2.3.2 Dualité des comportements ondulatoires et intermittents 58
I.3 Formulation du problème 60

II Techniques expérimentales et analyses des données 62
II.1 Matériau 64
II.1.1 Composition chimique 64
II.1.2 Préparation des échantillons 64
II.2 Caractérisation du comportement mécanique 66
II.2.1 Essai de traction 67
II.2.2 Calcul des courbes de déformation 68
II.3 Extensométrie locale à haute résolution 71
II.3.1 Préparation d'une grille sur la surface des échantillons . . 71
II.3.2 Mesure des déplacements locaux 72
II.3.3 Calcul des déformations et vitesses locales 73
II.4 Emission acoustique 76
II.4.1 Principe 76
II.4.2 Caractéristiques des salves acoustiques enregistrées . . . 77
II.4.3 Analyse statistique des données 78
II.5 Analyses de la microstructure 82
II.5.1 Polissage des éprouvettes 82
II.5.2 Analyse MEB-EBSD 83
II.5.3 Analyse des lignes de glissement 85

III Caractérisation de l'anisotropie de la déformation plastique du α-titane en conditions de traction 88
III.1 Comportement du taux d'écrouissage 90
III.2 Champs locaux de déformation 95
III.3 Analyses de la microstructure 97
III.3.1 Caractérisation du maclage 97

III.3.2 Évolution des textures 100
III.3.3 Analyses des lignes de glissement 100
III.4 Synthèse des hypothèses sur les mécanismes du comportement en trois stades 103
III.5 Objectifs de la modélisation 106

IV Modélisation du comportement élastoviscoplastique du monocristal de α-titane 107
IV.1 Cinématique du monocristal en transformations finies 109
IV.2 Hypothèse des petites perturbations 111
IV.3 Lois constitutives 111
IV.3.1 Loi d'écoulement viscoplastique 111
IV.3.2 Evolution des densités de dislocations 113
IV.4 Choix du Volume Élémentaire Représentatif 114
Conclusion 117

V Schéma auto-cohérent du comportement thermo-élastoviscoplastique des matériaux hétérogènes basé sur une formulation affine 118
V.1 Introduction 120
V.2 Position du problème hétérogène 121
V.3 Equation intégrale du problème hétérogène 123
V.4 Cas asymptotiques du problème thermo-élastoviscoplastique hétérogène 126
V.4.1 Schéma auto-cohérent pour le problème hétérogène thermoélastique pur 126
V.4.2 Schéma auto-cohérent pour le problème hétérogène viscoplastique pur 129
V.5 Champs translatés avec méthode affine 131
V.6 Approximation auto-cohérente pour le problème translaté 134
Conclusion 139

VI Résultats de la modélisation micromécanique des mécanismes de durcissement du α-titane sous conditions de traction **140**

VI.1 Identification des paramètres du modèle 142

VI.2 Résultats de la modélisation 146

VI.2.1 Évolution du taux d'écrouissage 146

VI.2.2 Courbes de traction 150

VI.2.3 Activités des systèmes de glissement 153

VI.2.4 Coefficients de Lankford 157

VI.2.5 Évolution de la texture 160

VI.2.6 Densités de dislocations 163

VI.2.7 Plastification des grains 166

VI.2.8 Évolution de l'énergie bloquée 167

VI.2.9 Réponses mécaniques locales des grains 169

VI.3 Discussion 171

Conclusion 176

VII Étude multi-échelles de l'hétérogénéité et de l'intermittence de la déformation plastique du titane commercialement pur **178**

VII.1 Comparaison de l'évolution de la contrainte, de l'émission acoustique et du champ de déformations locales 180

VII.2 Hétérogénéité spatiotemporelle de la déformation plastique à une échelle mésoscopique 188

Conclusions et défis pour la future élaboration d'un nouveau modèle . . 195

CONCLUSIONS GÉNÉRALES ET PERSPECTIVES **197**

ANNEXES **203**

A Modèle auto-cohérent affine en élastoviscoplasticité et validation de l'implémentation numérique **203**

A.1 Cas particulier d'un comportement élastoviscoplastique 206

A.1.1 Schéma auto-cohérent affine 206

A.1.2 Schéma auto-cohérent sécant 207

A.2 Validation de l'implémentation numérique 208
A.2.1 Hypothèses utilisées pour la comparaison des différentes approches 208
A.2.2 Réponses macroscopiques données par les différentes approches 209
A.2.3 Conclusion 210

B Modélisation de type Kocks-Mecking du comportement viscoplastique du α-Ti 212
B.1 Hypothèses du modèle viscoplastique 214
B.2 Equations du modèle simplifié 214
B.2.1 Lois empiriques du comportement viscoplastique 214
B.2.2 Evolution de la densité de dislocations 216
B.3 Résolution des équations du modèle simplifié 217
B.3.1 Déformation équivalente et densité de dislocations 217
B.3.2 Solveur ode45 de Matlab 218
B.3.3 Contrainte équivalente et taux d'écrouissage 218
B.4 Résultats du modèle simplifié 219
B.4.1 Jusfications du choix des paramètres du modèle 219
B.4.2 Comparaison du modèle simplifié avec l'expérimental . . . 220
Conclusion 224

RÉFÉRENCES BIBLIOGRAPHIQUES 225

Liste des figures 251

Liste des tableaux 259

Notations générales

- Les grandeurs locales sont en lettres minuscules. On réserve les lettres majuscules pour les grandeurs macroscopiques.
- Les grandeurs tensorielles d'ordre 2 et 4 sont en police gras. On utilise une police normale pour les vecteurs (ou tenseur d'ordre 1) et les grandeurs scalaires.
- Les composantes des tenseurs sont exprimées par rapport à un repère cartésien orthonormé direct $(o;\, e_1, e_2, e_3)$ de coordonnées x_1, x_2, x_3.
- Dans ce manuscrit, les notations et les sigles sont définis au moins une fois avant leur utilisation.

Opérateurs mathématiques

- Les symboles point « $\cdot$ » et double point « : » désignent respectivement le produit simplement contracté et le produit doublement contracté entre deux tenseurs.
- La transposition d'un tenseur $\boldsymbol{A}$ (resp. d'un vecteur v) est notée ${}^t\boldsymbol{A}$ (resp. ${}^tv$).
- Le gradient d'un vecteur v de composantes v_1, v_2 et v_3 est le tenseur $\mathtt{grad}v$ d'ordre 2 défini par :

$$\mathtt{grad}v = \begin{bmatrix} v_{1,1} & v_{1,2} & v_{1,3} \\ v_{2,1} & v_{2,2} & v_{2,3} \\ v_{3,1} & v_{3,2} & v_{3,3} \end{bmatrix} \quad \text{où} \quad v_{i,j} = \frac{\partial v_i}{\partial x_j}$$

- L'opérateur gradient symétrisé $\bigtriangledown^{\mathtt{s}}$ est défini par :

$$\bigtriangledown^{\mathtt{s}} v = \frac{1}{2}(\mathtt{grad}v + {}^t\mathtt{grad}v)$$

- L'opérateur divergence div d'un tenseur $\boldsymbol{T}$ d'ordre 2 est le vecteur $\operatorname{div} T$ défini par :

$$\operatorname{div}\boldsymbol{T} = \begin{Bmatrix} T_{11,1} + T_{12,2} + T_{13,3} \\ T_{21,1} + T_{22,2} + T_{23,3} \\ T_{31,1} + T_{32,2} + T_{33,3} \end{Bmatrix} \quad \text{où} \quad T_{ij,k} = \frac{\partial T_{ij}}{\partial x_k}$$

- L'opérateur produit de convolution « $*$ » est défini par :

$$\boldsymbol{A} * \boldsymbol{T} = \int_{\mathcal{V}} \boldsymbol{A}(r - r') : \boldsymbol{T}(r')\, d\mathcal{V}'$$

- La moyenne volumique d'un tenseur $\boldsymbol{A}$ sur le volume $\mathcal{V}$ est définie par :

$$< \boldsymbol{A} >= \frac{1}{\mathcal{V}} \int_{\mathcal{V}} \boldsymbol{A}\, d\mathcal{V}$$

Introduction générale

Contexte

La déformation plastique des matériaux cristallins est un processus qui résulte en grande partie du mouvement des dislocations, assurant ainsi le glissement des plans cristallins les uns sur les autres. Ce processus permet la mise en forme des pièces métalliques ductiles. Bien que très utilisée dans l'industrie, la compréhension des mécanismes à l'origine de la déformation plastique reste incomplète pour certains matériaux. Cela constitue un handicap pour l'élaboration de nouveaux matériaux susceptibles de répondre aux grands besoins de performance et d'optimisation du coût des pièces métalliques. En particulier, les mécanismes gouvernant la plasticité des matériaux à structure hexagonale compacte tel que le α-titane sont historiquement moins étudiés que les matériaux à structure cubique. Contrairement à ces derniers, les métaux hexagonaux compacts ne possèdent pas suffisamment de systèmes des glissement faciles pour accomplir un changement de forme arbitraire. Leur déformation plastique est beaucoup plus anisotrope et fait souvent intervenir le maclage mécanique en complément ou en concurrence au glissement des dislocations. La forte anisotropie plastique des métaux hexagonaux se traduit également par du glissement sur plusieurs familles dont les propriétés peuvent être très différentes de l'une à l'autre, notamment du point de vue des cissions critiques.

Plusieurs études sont actuellement menées pour appréhender la complexité de la déformation plastique dans les alliages de titane à cause de leurs propriétés très appréciables : rapport élevé de leur limite élastique sur leur densité, excellente résistance à l'érosion et à la corrosion, biocompatibilité, très bonne résistance aux chocs, conservation des caractéristiques mécaniques (comportement en fatigue, résistance à la rupture) à haute température (jusqu'à environ 600°C). L'industrie utilise différents types d'alliages de titane mais travaille également avec du titane presque pur, tel le matériau d'étude de cette thèse, dénommé T40. Dans le cas d'alliages de α-titane purs ou commercialement purs (CP α-Ti), les études sur le comportement du taux d'écrouissage lors d'essais de compression ont révélé la présence de trois

stades d'écrouissage. Un tel comportement non monotone est souvent attribué à la présence des macles. Néanmoins, le rôle précis des macles reste matière à débat, le stade d'apparition du maclage reporté n'étant pas toujours le même suivant les études. De plus, selon les situations, les macles peuvent avoir un effet durcissant (effet Hall-petch dynamique, effet Basinski, réorientation non favorable du réseau cristallin pour le glissement) ou un effet adoucissant (relaxation des contraintes internes, réorientation favorable du réseau cristallin pour le glissement). Par ailleurs, il n'est pas non plus encore clair que les mêmes caractéristiques du comportement du taux d'écrouissage apparaissent dans d'autres conditions de déformation, en particulier quand la contribution du maclage est négligeable. Jusqu'à récemment, peu d'études expérimentales avaient notamment été réalisées sur cette problématique en conditions de traction.

Les outils de caractérisation et de modélisation actuels permettent d'aborder la problématique de l'écrouissage non monotone du CP α-Ti par une approche multi-échelles, en reliant la texture cristallographique du matériau et les mécanismes opérant à l'échelle microscopique (activation des systèmes de glissement et de maclage) au comportement mécanique macroscopique moyen. Du point de vue de la modélisation, les effets de texture sont idéalement captés à l'aide de lois constitutives de plasticité cristalline couplées à des méthodes d'homogénéisation comme les approches auto-cohérentes. Ces dernières permettent en effet de modéliser le comportement mécanique d'un polycristal constitué de plusieurs milliers de grains, chaque grain possédant une orientation cristallographique moyenne, une fraction volumique et éventuellement une morphologie spécifique. Les modèles auto-cohérents prennent en compte les incompatibilités de déformation élastique et plastique entre chaque grain et le volume homogène équivalent au polycristal en terme de comportement mécanique. La physique des mécanismes microscopiques est quant à elle décrite au travers des lois constitutives du monocristal, par exemple en reliant l'évolution des cissions critiques à une matrice d'écrouissage représentative des différents types d'interactions entre systèmes de glissement et de maclage.

En même temps, les modèles auto-cohérents ne tiennent pas compte des effets de voisinage, chaque grain étant uniquement en interaction avec le volume homogène

équivalent. De plus, si le comportement des dislocations peut être spécifique de la famille de systèmes de glissement, il est par contre moyenné à l'échelle du grain. Dans ce type de modèle, les fluctuations locales de l'écoulement plastique résultant des interactions entre les dislocations sont ainsi implicitement supposées aléatoires, c'est-à- dire que la moyenne des fluctuations est censée être nulle à l'échelle du grain. Or, les récentes améliorations des résolutions temporelles et spatiales des techniques de caractérisation telles que l'émission acoustique, l'extensométrie locale à haute résolution ou la déformation d'échantillons de taille micrométrique ont permis de révéler une auto-organisation des défauts cristallins à une échelle mésoscopique, intermédiaire entre l'échelle d'une éprouvette de taille centimétrique et l'échelle d'une dislocation isolée. Dans plusieurs cas, les fluctuations mises en évidence par ces techniques de caractérisation sont non aléatoires et montrent des corrélations à la fois dans le temps et dans l'espace ainsi que des distributions de taille en loi puissance qui sont caractéristiques d'un comportement invariant d'échelles. À notre connaissance, de telles études de l'auto-organisation de la plasticité n'ont jamais été réalisées dans le titane. Le plus souvent, ces études se sont focalisées sur des structures monocristallines de différentes symétries (glace, Cd, Zn, Cu, Al, Ni, Mo, KCl...) en conditions de glissement simple ou multiple, et plus rarement sur des alliages polycristallins (Al, Al-Mg, aciers TWIP, Mg...). Par ailleurs, l'effet du sens de chargement par rapport à la texture initiale sur des signaux enregistrés à une échelle mésoscopique intermédiaire n'a pas non plus été spécifiquement étudié. Ce type d'analyse pourrait très certainement apporter de nouveaux éléments de compréhension de la complexité de la déformation plastique dans un matériau fortement anisotrope comme le titane et aider à améliorer sa modélisation.

Objectifs de l'étude

L'objectif principal de ce travail de thèse est de développer un modèle auto-cohérent capable de prédire la complexité de l'écrouissage du CP α-Ti en conditions de traction. La réalisation de ce défi nécessite tout d'abord une caractérisation fine de l'écrouissage du CP α-Ti pour différentes orientations de l'axe de traction par

rapport à la texture cristallographique initiale. Il est également important de réaliser des analyses microstructurales afin de connaître l'évolution de la texture ainsi que de la fraction volumique de macles et des systèmes de glissement actifs et ainsi pouvoir valider la physique de notre modèle. Enfin, il est prévu de coupler les techniques d'émission acoustique et d'extensométrie locale à haute résolution lors des essais de traction afin de caractériser les fluctuations de la déformation plastique du CP α-Ti à une échelle mésoscopique. Ces données devraient permettre de confirmer certaines prédictions du modèle mais aussi d'identifier les limites de ce type d'approche à champs moyens. Dans le cadre d'une recherche future, elles serviront de base pour le développement d'un modèle plus complexe.

Guide de lecture

Ce rapport de thèse est scindé en sept chapitres et deux annexes.

Le chapitre I présente une synthèse bibliographique puis énonce le problème de cette étude. La première partie de ce premier chapitre est consacrée à la déformation des métaux de structure hexagonale compacte (*hcp*). On s'intéresse d'abord à l'élasticité et aux mécanismes de déformation plastique des cristaux *hcp*, puis aux comportements particuliers de l'écrouissage des polycristaux *hcp*. Cette partie est clôturée par l'état de l'art sur la modélisation du comportement mécanique de ces métaux. La deuxième partie du premier chapitre présente brièvement l'hétérogénéité de la déformation plastique à l'échelle mésoscopique du point de vue de la dynamique des systèmes complexes. On clôt ce premier chapitre en formulant clairement le problème à résoudre dans notre étude.

On décrit ensuite au chapitre II, les démarches expérimentales utilisées pour réaliser une étude multi-échelles de la déformation plastique du α-titane.

Le chapitre III présente les résultats issus des essais de traction et de l'extensométrie locale à haute résolution, ainsi que des analyses MEB-EBSD réalisées afin d'évaluer la contribution relative des différents mécanismes (systèmes de glissement et de maclage) au cours de la déformation plastique.

Nous abordons ensuite la partie modélisation de notre étude. Préalablement au dé-

veloppement d'une approche à transition d'échelles, nous avons utilisé un modèle phénoménologique de type Kocks-Mecking, décrit dans l'annexe B, afin de réaliser une première modélisation de nos résultats expérimentaux. L'insuffisance de ce modèle, nous a conduit à développer un modèle polycristallin multi-échelles détaillé dans les chapitres IV et V . Le chapitre IV décrit les équations constitutives du modèle à l'échelle du monocristal. Au chapitre V, nous décrivons un schéma auto-cohérent basé sur la méthode des champs translatés et la nouvelle formulation affine proposée par Mareau et Berbenni [2015] dans le cas général de la thermo-élastoviscoplasticité. Le cas particulier de l'élastoviscoplasticité qui a été utilisé pour simuler nos échantillons de titane de pureté commerciale est donné dans l'annexe A.

Le chapitre VI analyse les prédictions de notre modélisation multi-échelles et les compare aux résultats de nos essais expérimentaux. Des explications aux différents phénomènes observés sont formulées en conséquence.

Nous terminons ce rapport par le chapitre VII où sont présentées les analyses statistiques des données d'émission acoustique et d'extensométrie locale à haute résolution qui ont été couplées lors de nos essais de traction. On s'intéresse notamment à l'évolution du comportement de l'activité acoustique avec les différents stades de la déformation plastique.

En conclusion, nous présentons une synthèse des résultats obtenus en mettant en relief l'originalité de notre travail. Cette partie est suivie par la proposition de perspectives afin d'améliorer et poursuivre ce travail.

CHAPITRES

I

Synthèse bibliographique et formulation du problème

Ce chapitre est une revue bibliographique succincte de la déformation plastique dans les métaux hexagonaux compacts et en particulier dans le α-titane commercialement pur. On s'intéresse aux mécanismes responsables de la déformation plastique de ces métaux à différentes échelles et à leur modélisation. À l'échelle microscopique, nous décrivons les mécanismes élémentaires de la déformation, tels que le glissement des dislocations et le maclage. À l'échelle macroscopique, on s'intéresse aux différents stades du taux d'écrouissage au cours de la déformation plastique. Le rôle des mécanismes élémentaires dans les différents stades du taux d'écrouissage est discuté. Cette partie est suivie d'une revue de la littérature sur les différentes approches de la modélisation du comportement mécanique des polycristaux. Nous présentons ensuite la déformation plastique du point de vue de la dynamique collective des dislocations, qui relève d'une échelle intermédiaire. Enfin, le problème à résoudre et les objectifs à atteindre dans cette thèse sont explicités.

Mini-sommaire

I.1 Déformation des métaux de structure hexagonale compacte . **24**

I.1.1 Structure cristallographique et élasticité 24

I.1.2 Mécanismes de déformation plastique 25

I.1.2.1 Glissement des dislocations 25

I.1.2.2 Maclage mécanique 29

I.1.3 Ecrouissage des polycristaux 34

I.1.3.1 Exemple de deux alliages de magnésium . . . 35

I.1.3.2 Comportement de l'écrouissage dans le titane 37

I.1.4 Modélisation du comportement mécanique des polycristaux 38

I.1.4.1 Différents types d'approche 38

I.1.4.2 Prise en compte du maclage au cours de la déformation 43

I.1.4.3 Estimation des cissions critiques dans le Ti . . 45

I.1.4.4 Détermination des coefficients d'écrouissage . 48

I.2 Hétérogénéité spatiotemporelle de la plasticité cristalline à une échelle mésoscopique **49**

I.2.1 Emission acoustique - une puissante méthode pour l'étude de l'intermittence de la déformation plastique . 49

I.2.2 Intermittence de la déformation plastique 51

I.2.3 Hétérogénéité spatiotemporelle 57

I.2.3.1 Observation d'ondes plastiques 57

I.2.3.2 Dualité des comportements ondulatoires et intermittents 58

I.3 Formulation du problème **60**

I.1 Déformation des métaux de structure hexagonale compacte

Les métaux cristallisant dans le système hexagonal compacte (*hcp*) ont été généralement moins étudiés que les métaux à structure cubique bien qu'ils soient très utilisés dans l'industrie. C'est le cas du zinc qui est très utilisé pour galvaniser le fer, du magnésium et du béryllium qui sont intéressants à cause de leur légèreté, du titane qui trouve d'importantes applications dans le domaine biomédical en raison de sa biocompatibilité, en aéronautique pour la fabrication des pièces fines [1] et en aérospatiale dans la construction de réservoirs de gaz pour la propulsion des satellites. On peut également citer le hafnium et le zirconium qui sont très employés dans l'industrie du nucléaire, le cadmium qui permet de fabriquer des batteries Cd-Ni, et le thallium qui est utilisé dans la conception des caméras de télévision et des détecteurs d'infrarouge.

I.1.1 Structure cristallographique et élasticité

La maille cristalline d'un matériau de structure *hcp* (figure I.1) est définie par 4 paramètres : deux angles $\alpha = \beta = 90°$, $\gamma = 120°$ et deux longueurs $a = b$, c. La compacité idéale correspond à un rapport $c/a = 1{,}633$. Cette maille a une symétrie transverse isotrope. Elle est donc de plus faible symétrie [2] que la maille cubique qui est définie par seulement 2 paramètres ($a = b = c$, $\alpha = \beta = \gamma = 90°$). En raison de cette symétrie transverse isotrope, le tenseur des modules élastiques est décrit par 5 coefficients indépendants. En utilisant la notation contractée de Voigt [Voigt, 1928], ce dernier s'écrit :

[1]. Le titane a récemment permis à l'entreprise *Expliseat* de concevoir « Titanium Seat » siège d'avion le plus léger (4 kg). Avec ce poids, comparé aux 8 kg à 15 kg que pèse en moyenne le fauteuil standard d'une classe économique, le « Titanium Seat » devrait permettre de diviser le budget carburant d'une compagnie par 3 à 4, soit 300 000 à 400 000 $ par an et par avion (lire le journal TourMaG.com)

[2]. La symétrie du réseau peut imposer certaines égalités entre les longueurs a, b et c et entre α, β et γ, ou pour ces angles des valeurs précises.

$$\boldsymbol{C} = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & 0 & 0 & 0 \\ C_{12} & C_{11} & C_{13} & 0 & 0 & 0 \\ C_{13} & C_{13} & C_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & C_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & C_{44} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & C_{66} \end{bmatrix} \tag{I.1}$$

$$\text{avec } C_{66} = \frac{(C_{11} - C_{12})}{2}$$

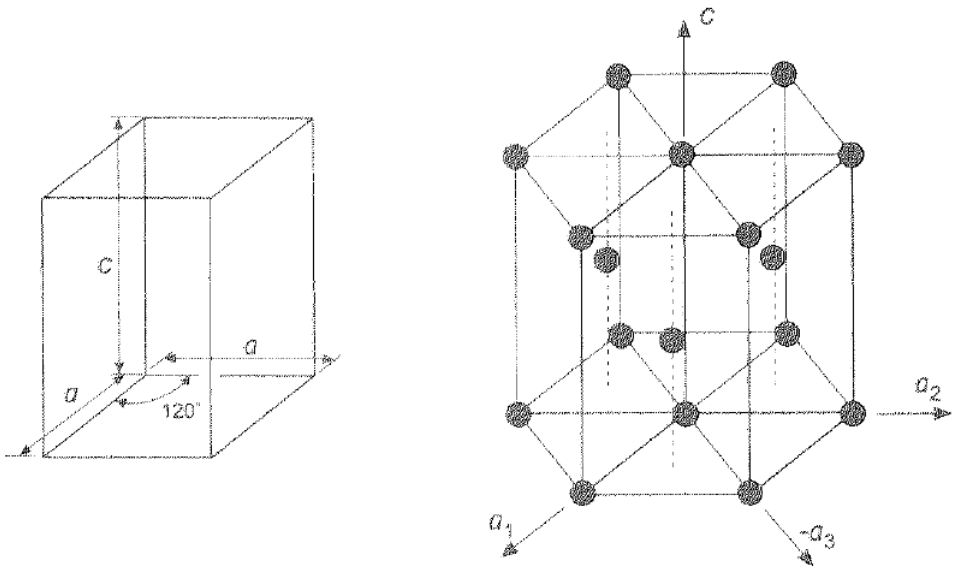


Figure I.1 – Maille cristalline d'une structure hexagonale compacte. D'après Hull et Bacon [2001].

I.1.2 Mécanismes de déformation plastique

La plasticité des métaux hexagonaux est un phénomène très complexe qui peut résulter de l'interaction de plusieurs mécanismes élémentaires dont les principaux sont le glissement des dislocations et le maclage mécanique.

I.1.2.1 Glissement des dislocations

Partridge [1967], Poirier et Le Hazif [1976] ont largement étudié les systèmes de glissement dans les matériaux *hcp*. Généralement, 5 familles de systèmes de glissement, composées de 16 plans et 9 directions, peuvent être observées dans ces métaux. Trois des cinq familles correspondent à une déformation suivant une direction $\langle a \rangle$ (figure I.2a) parallèle au plan basal :

i) 3 systèmes de glissement basal $B^{<a>}$: $\{0001\}\frac{1}{3}\langle 11\bar{2}0\rangle$

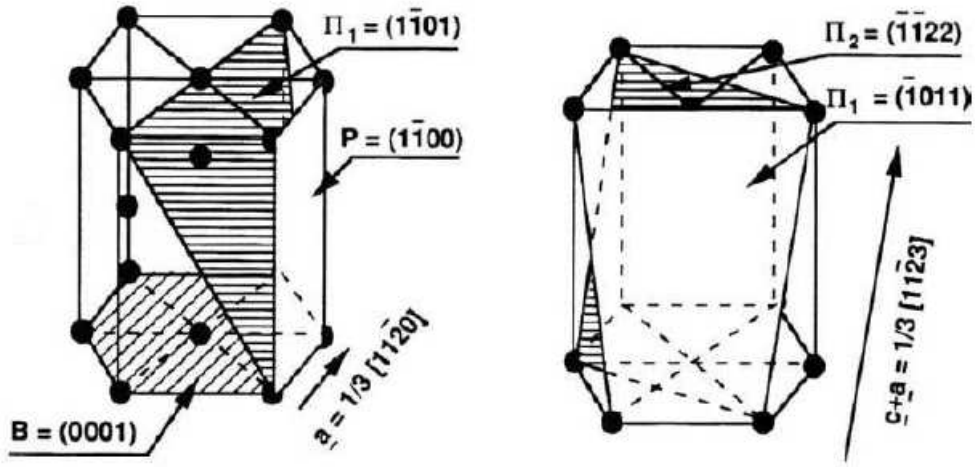
ii) 3 systèmes de glissement prismatique $P^{<a>}$: $\{10\bar{1}0\}\frac{1}{3}\langle 11\bar{2}0\rangle$

iii) 6 systèmes de glissement pyramidal $\Pi_1^{<a>}$: $\{10\bar{1}1\}\frac{1}{3}\langle 11\bar{2}0\rangle$

Ces 3 familles sont les plus fréquemment observées dans les métaux *hcp*. Le glissement suivant l'axe $\langle c \rangle$ n'a lui jamais été observé. Or, suite aux travaux de Von Mises [1928], Taylor [1938] a montré que cinq systèmes de glissements indépendants étaient nécessaires afin que la déformation plastique d'un matériau polycristallin reste compatible. Groves et Kelly [1963] ont ensuite établi que dans les matériaux *hcp*, seuls quatre systèmes de glissement indépendants étaient possibles suivant la direction $\langle a \rangle$. Afin de pouvoir accommoder tout changement de forme arbitraire et notamment des allongements/contractions suivant l'axe $\langle c \rangle$, il est ainsi nécessaire d'activer du maclage mécanique (voir le paragraphe I.1.2.2) et/ou des glissements de type $\langle c + a \rangle$ (figure I.2b) comme l'a souligné Yoo [1981]. Les systèmes ayant une direction de glissement selon $\langle c + a \rangle$ ont été observés dans 2 familles :

iv) 12 systèmes de glissement pyramidal $\Pi_1^{<c+a>}$: $\{10\bar{1}1\}\frac{1}{3}\langle 11\bar{2}3\rangle$

v) 6 systèmes de glissement pyramidal $\Pi_2^{<c+a>}$: $\{11\bar{2}2\}\frac{1}{3}\langle 11\bar{2}3\rangle$



(a) Suivant la direction $\langle a \rangle$ (b) Suivant la direction $\langle c + a \rangle$

Figure I.2 – Systèmes de glissement dans les métaux *hcp*. D'après Naka *et al.* [1991].

À un système de glissement, de direction m_i et de normale au plan n_j, on associe sa cission résolue τ qui est la valeur de la contrainte locale σ_{ij} projetée sur ce système :

$$\tau = \sigma_{ij} m_i n_j \tag{I.2}$$

Pour un chargement uniaxial de force F d'un monocristal de section uniforme S_0 (figure I.3), elle peut-être calculée comme :

$$\tau = \frac{F}{S_0} \cos\phi \cos\lambda \tag{I.3}$$

avec ϕ l'angle entre la normale au plan de glissement et l'axe de traction,

λ l'angle entre la direction de glissement et l'axe de traction.

Pour un chargement uniaxial, le rapport entre τ et la contrainte macroscopique appliquée $\Sigma = F/S_0$ est appelé facteur de Schmid [Schmid, 1924]. La loi de Schmid [1924] stipule qu'un système est activé (c'est-à-dire que les dislocations glissent sur ce système) dès que sa cission résolue τ atteint une valeur critique τ_c (ou CRSS en anglais « Critical Resolved Shear Stress »). Le système qui possède la plus faible cission critique τ_c est dit principal ou facile.

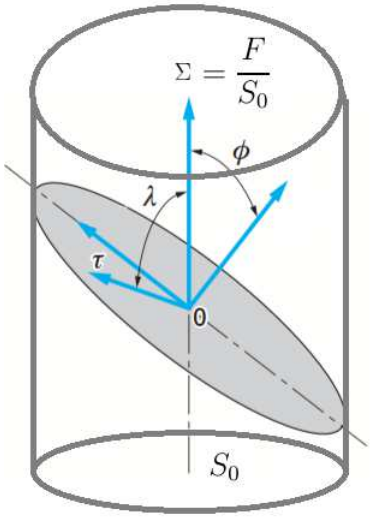


Figure I.3 – Loi de Schmid pour un monocristal en traction simple

Les matériaux *hcp* possèdent une très forte anisotropie plastique du fait que leurs 5 familles de système de glissement sont généralement caractérisées par des valeurs de CRSS très différentes. Ainsi, la limite d'élasticité d'un monocristal *hcp* dépend fortement de la direction de chargement : la cission résolue pouvant être très faible, voir nulle, sur les systèmes les plus faciles de direction $\langle a \rangle$. Par exemple, ce n'est pas le cas des métaux cubiques à faces centrées (*cfc*) où le facteur de Schmid a toujours une valeur conséquente sur au moins un des 12 systèmes de la famille principale car ces derniers se répartissent de manière plus isotrope dans l'espace.

L'écoulement suivant les systèmes de glissement est très variable d'un métal *hcp* à un autre (London *et al.* [1968], Blish et Vreeland [1969], Paton et Backofen [1970], Krasova et Kratochvil [1971], Stohr et Poirier [1972], Damiano *et al.* [1968], Akhtar [1976], Stohr et Poirier [1972], Krasova et Kratochvil [1971], Blish et Vreeland [1969], Poirier *et al.* [1967], Aldinger [1979], Jonsson et Beuers [1987]). Tyson [1967] puis Legrand [1984] ont montré que le système de glissement principal était souvent lié au rapport c/a. La règle générale est que pour $c/a > 1{,}633$, le glissement basal doit être le plus facile, et que pour $c/a < 1{,}633$, le plus facile doit être le glissement prismatique (voir tableau I.1). Il existe cependant des exceptions à cette règle comme le béryllium qui possède le plus faible rapport c/a de tous les métaux *hcp*, et qui glisse plus facilement dans le basal que dans le prismatique. On note également le

cas du thallium qui glisse aussi facilement dans le basal que dans le prismatique [Tyson, 1969]. Enfin la glace, bien que non-métallique, est un matériau cristallin de structure hexagonale avec un rapport $c/a = 1{,}629 < 1{,}633$ et qui glisse de manière extrêmement préférentielle dans le basal [Duval *et al.*, 1983].

Métal	Cd	Zn	Co	Mg	Re	Tl	Zr	Ti	Hf	Y	Be
c/a	1,886	1,856	1,628	1,624	1,615	1,598	1,593	1,587	1,581	1,571	1,568
Plan facile	B	B	B	B	B	B, P	P	P	P	P	B

Tableau I.1 – Plans de glissement facile dans les métaux *hcp* à température ambiante. D'après Tyson [1967].

Pour les autres systèmes, dits systèmes secondaires, leur ordre d'activation varie d'un matériau à l'autre et en fonction des conditions d'étude (présence d'éléments interstitiels, température, vitesse de déformation). Dans le cas du titane, les 5 familles citées précédemment ont été observées. Le glissement de type $\Pi_2^{<c+a>}$ n'est que très rarement rencontré mais a néanmoins été mis en évidence de manière univoque dans des monocristaux chargés parallèlement à leur axe $\langle c \rangle$ [Minonishi *et al.*, 1982; Xiaoli *et al.*, 1994].

I.1.2.2 Maclage mécanique

Le maclage mécanique consiste en un cisaillement de la maille cristalline de telle sorte que la structure maclée se retrouve avec une orientation cristallographique miroir de celle de la structure parent par rapport au plan de macle (figure I.4) [Christian et Mahajan, 1995].

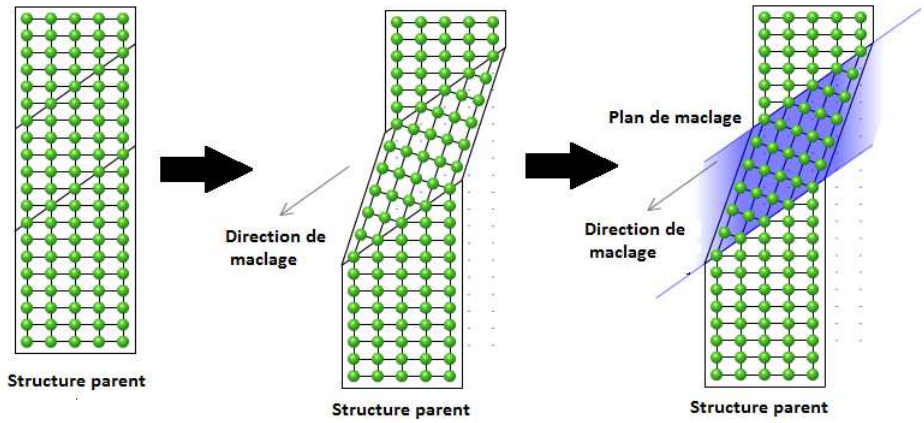


Figure I.4 – Illustration de la déformation par maclage dans un cristal. D'après DoITPoMS [2015].

Les éléments cristallographiques du maclage sont décrits sur la figure I.5 qui considère un parallélépipède p_1 transformé par un cisaillement simple en p_2. Le cisaillement de maclage a lieu dans le plan invariant κ_1, dit plan de maclage ou plan d'habitat, et le long de la direction η_1. Le plan contenant la direction de cisaillement η_1 et la normale au plan κ_1 est appelé plan de cisaillement (s). Il existe un plan conjugué κ_2 qui est défini comme le second plan non distordu. La direction conjuguée η_2 est l'intersection entre les plans (s) et κ_2. L'amplitude du cisaillement est notée λ_T. Elle dépend du système de maclage. Dans les métaux *hcp*, pour un système donné, elle est aussi fonction du rapport $\gamma = c/a$ [Christian et Mahajan, 1995]. Basé sur ces notations, le tableau I.2 résume les caractéristiques des systèmes de maclage généralement observés dans les métaux *hcp*. Par la suite, lorsqu'il n'y a pas d'ambigüité possible sur l'amplitude du cisaillement, les systèmes de maclage seront simplement identifiés à partir du plan κ_1 et de la direction η_1, de manière similaire à ce qui est fait pour le glissement des dislocations.

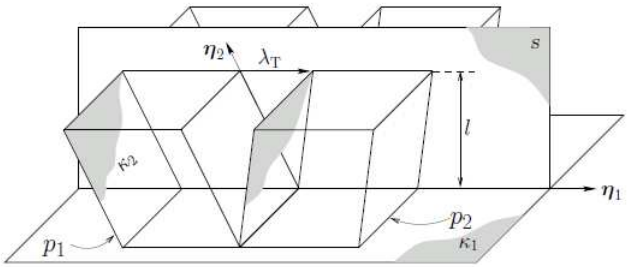


Figure I.5 – Représentation schématique des éléments cristallographiques d'un système de maclage. D'après Yoo [1981].

κ_1	κ_2	η_1	η_2	λ_T
$\{10\bar{1}2\}$	$\{10\bar{1}\bar{2}\}$	$\pm\langle 10\bar{1}\bar{1}\rangle$	$\pm\langle 10\bar{1}1\rangle$	$\frac{\lvert\gamma^2-3\rvert}{\gamma\sqrt{3}}$
$\{10\bar{1}1\}$	$\{10\bar{1}\bar{3}\}$	$\langle 10\bar{1}\bar{2}\rangle$	$\langle 30\bar{3}2\rangle$	$\frac{4\gamma^2-9}{4\gamma\sqrt{3}}$
$\{11\bar{2}2\}$	$\{11\bar{2}\bar{4}\}$	$\frac{1}{3}\langle 11\bar{2}\bar{3}\rangle$	$\frac{1}{3}\langle 22\bar{4}3\rangle$	$\frac{2(\gamma^2-2)}{3\gamma}$
$\{11\bar{2}1\}$	$\{0002\}$	$\frac{1}{3}\langle \bar{1}\bar{1}26\rangle$	$\frac{1}{3}\langle 1120\rangle$	$\frac{1}{\gamma}$

Tableau I.2 – Invariants de macle généralement observés dans les métaux *hcp*. D'après Yoo [1981].

On distingue les macles d'extension (respectivement de contraction) suivant qu'elles entraînent une extension (respectivement une contraction) de l'axe $\langle c\rangle$ initial. Pour le cadmium et le zinc ($c/a > \sqrt{3}$), les plans de type $\{10\bar{1}2\}$ s'activent selon des directions $\langle 10\bar{1}\bar{1}\rangle$ pour former des macles de contraction mais pour les autres métaux *hcp* ($c/a < \sqrt{3}$), ils s'activent selon des directions $\langle \bar{1}011\rangle$ pour former des macles d'extension [Yoo, 1981].

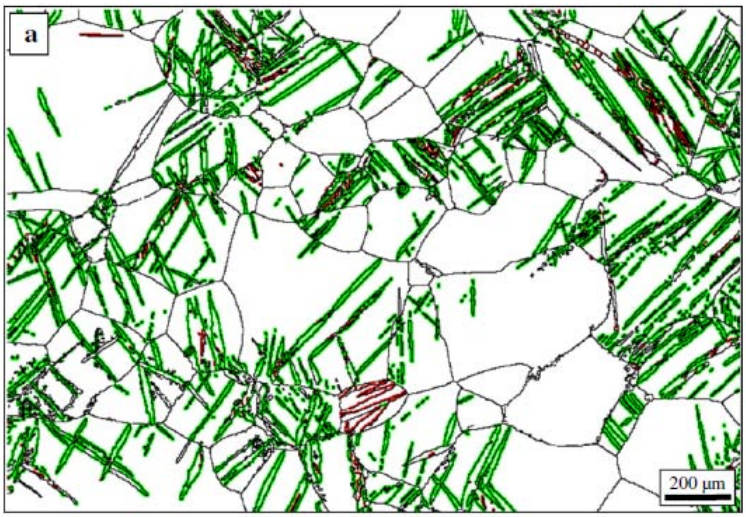
Une famille de système de maclage peut également être directement caractérisée à partir de l'angle de désorientation minimum (entre le cristal parent et la macle) et l'axe de rotation associé. Pour les matériaux *hcp*, cet angle de désorientation est fonction du rapport c/a et est donc différent suivant les matériaux. Le tableau I.3 indique les angles de désorientation et les axes associés pour les 3 modes principaux de maclage du titane.

La figure I.6 montre des exemples de macles identifiées par mesure de désorien-

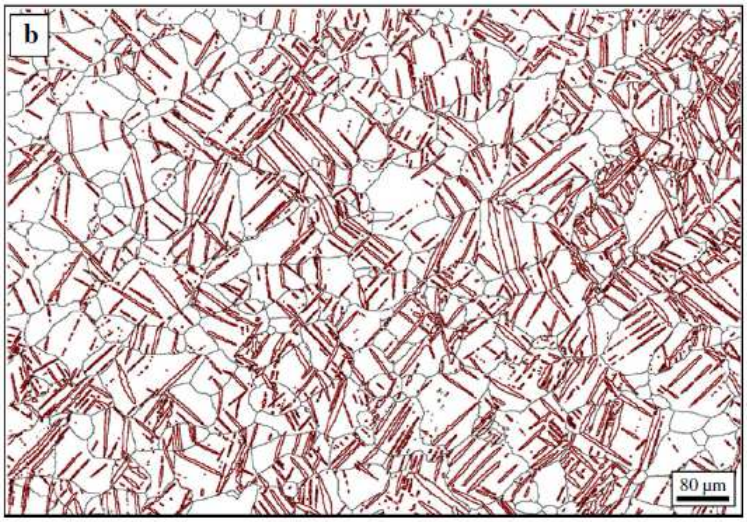
tation cristallographique dans du titane commercialement pur (CP Ti) et dans un alliage de magnésium AZ31. Sur cet exemple, la fraction volumique de macles est beaucoup plus conséquente dans l'alliage de magnésium bien que la déformation y soit dix fois plus faible que dans l'échantillon de titane.

Les métaux *hcp* ne réagissent donc pas de la même façon au maclage. Le rapport c/a a une forte influence. D'autres paramètres ont également un rôle important sur l'activation du maclage [Reed-Hill, 1964; Meyers *et al.*, 2001], tels que la vitesse de déformation [Nemat-Nasser *et al.*, 1999; Gurao *et al.*, 2011], le mode de chargement [Salem *et al.*, 2003; Nixon *et al.*, 2010], la température [Monteiro et Reed-Hill, 1973; Li *et al.*, 2013], la taille de grain [Ghaderi et Barnett, 2011], la texture cristallographique [Nixon *et al.*, 2010; Wang *et al.*, 2010b] et la composition chimique [Barkia *et al.*, 2015b,a; Monteiro et Reed-Hill, 1973; Wang *et al.*, 2012b] dans le cas du titane. Sous certaines conditions, il a ainsi été observé que le titane pouvait se déformer avec une fraction volumique de macles négligeable [Nixon *et al.*, 2010; Ghaderi et Barnett, 2011].

Le maclage joue différents rôles au cours de la déformation plastique. D'une part, de par le cisaillement qu'il induit, il contribue, tout comme le glissement des dislocations, à la déformation plastique du matériau. Il réoriente également le réseau cristallin, ce qui peut placer localement le cristal dans une orientation plus favorable (ou moins favorable) au glissement qu'il ne l'était initialement. Suite au maclage, la texture globale peut ainsi être fortement modifiée. À contrario, le maclage peut aussi avoir un effet durcissant. En effet, les joints de macle, tout comme les joints de grains, peuvent bloquer les mouvements de dislocations et contribuer à un effet de type Hall-Petch [Hall, 1951; Petch, 1953] dynamique au fur et à mesure de l'augmentation du nombre de macles [Bouaziz *et al.*, 2008]. Un autre effet durcissant possible est l'effet Basinski [Basinski *et al.*, 1997] qui considère la possibilité que les dislocations mobiles deviennent sessiles au sein du nouveau réseau cristallin de la macle.



(a) CP Ti avec une taille de grain de 204 µm à une déformation de 0,14



(b) Mg–3Al–1Zn avec une taille de grain de 55 µm à une déformation de 0,015

Figure I.6 – Carte d'orientations cristallographiques d'échantillons de titane commercialement pur (CP Ti) et d'alliage de magnésium AZ31 après déformation. Macles de contraction (en vert), macles d'extension (en rouge).
D'après Ghaderi et Barnett [2011].

Système de maclage	$T_1 : \{10\bar{1}2\}\langle\bar{1}011\rangle$	$T_2 : \{11\bar{2}1\}\langle\bar{1}\bar{1}26\rangle$	$C : \{11\bar{2}2\}\langle11\bar{2}\bar{3}\rangle$
Angle de désorientation	85,02 °	34,97 °	64,42 °
Axe associé	$\langle11\bar{2}0\rangle$	$\langle10\bar{1}0\rangle$	$\langle10\bar{1}0\rangle$

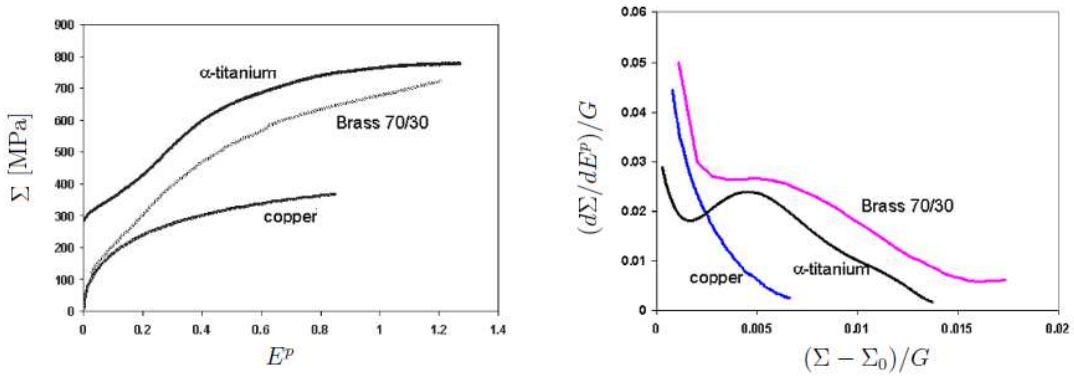
Tableau I.3 – Angles de désorientation minimum et axes associés pour les systèmes de maclage du Ti à température ambiante. D'après Song et Gray III [1995].

On se limite dans ce mémoire à la description de ces mécanismes élémentaires. Toutefois, d'autres mécanismes élémentaires tels que la formation de bandes en genoux (en anglais « kink bands », voir Rosi *et al.* [1953] ; Churchman [1954] ; Charrier [1978] ; Barkia [2015] ; Barkia *et al.* [2015a]) ou le glissement aux joints de grains [Matsunaga *et al.*, 2009; Barkia, 2015; Barkia *et al.*, 2015a] peuvent accommoder la déformation plastique.

I.1.3 Ecrouissage des polycristaux

Comprendre l'évolution du taux d'écrouissage $\Theta = d\Sigma/dE_p$ est très important afin de bien décrire les mécanismes responsables du durcissement des matériaux au cours de leur déformation plastique. L'évolution du taux d'écrouissage est assez bien connue et expliquée dans les métaux de structure cubique à haute énergie de faute d'empilement. Généralement, ces métaux se déforment sans maclage et le taux d'écrouissage de leurs polycristaux [3] présente une décroissance monotone (voir l'allure du cuivre sur la figure I.7b). Le stockage des dislocations est considéré comme le mécanisme dominant de leur durcissement et cela a permis l'émergence des modèles phénoménologiques de type Kocks-Mecking [Kocks, 1970; Mecking et Kocks, 1981; Kocks et Mecking, 2003].

[3]. Pour plus de détails sur la classification de différents stades d'écrouissage de ces matériaux voir les ouvrages de François *et al.* [1991] et Gottstein [2004].



(a) Réponses contrainte-déformation vraies

(b) Taux d'écrouissage normalisé

Figure I.7 – Essais de compression simple sur du α-titane, du laiton 70/30 et du cuivre. D'après Salem *et al.* [2003].

En revanche, dans les métaux hexagonaux, tous les mécanismes responsables du durcissement ne sont pas encore bien identifiés. De nombreux auteurs ont identifié une évolution en 3 stades du taux d'écrouissage, notamment dans les alliages de magnésium et dans le α-titane [Kailas *et al.*, 1994; Nemat-Nasser *et al.*, 1999; Barnett *et al.*, 2004; Salem *et al.*, 2002, 2003, 2006; Càceres et Blake, 2007; Wu et Lin, 2010; Sarker et Chen, 2012; Wang *et al.*, 2012a; Coghe *et al.*, 2012; Becker et Pantleon, 2013]. Le rôle du maclage dans cette évolution fait l'objet de certaines controverses et est toujours le sujet de multiples recherches. À titre d'exemple, le comportement de l'écrouissage de deux alliages de magnésium est d'abord présenté succinctement. Ensuite, la littérature sur l'écrouissage du titane est abordée plus en détails. Un comportement similaire du taux d'écrouissage peut également être observé dans les métaux de structure cubique à faible énergie de faute d'empilement comme le laiton 70/30 (figure I.7b).

I.1.3.1 Exemple de deux alliages de magnésium

Un premier exemple est l'étude de Sarker et Chen [2012] portant sur la compression simple d'un alliage Mg-Al-Mn (AM30) extrudé. Ils ont identifié 3 stades distincts (A, B et C, voir figure I.8) dans l'évolution du taux d'écrouissage. Une fraction volumique croissante de macles a été observée au cours du stade A ($0\% \leq E_p \leq 3\%$) qui correspond à la chute initiale du taux d'écrouissage. Le stade B ($3\% \leq E_p \leq 8\%$)

correspond lui à une brusque augmentation du taux d'écrouissage et est caractérisé par une chute de la fraction volumique de macles. Sarker et Chen [2012] attribuent alors ce fort durcissement aux interactions entre dislocations et macles qui conduiraient dans leur cas à du démaclage. Enfin, ils expliquent la nouvelle chute du taux d'écrouissage au cours du stade C ($E_p \geq 9\%$) par la résistance de plus en plus faible des macles aux mouvements des dislocations suite à la poursuite de la disparition des macles.

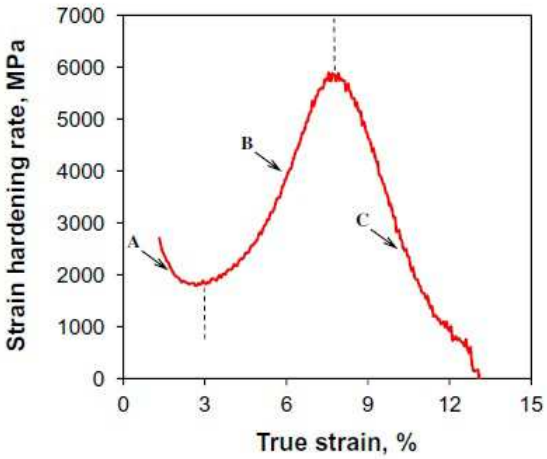


Figure I.8 – Evolution en 3 stades du taux d'écrouissage dans un alliage de magnésium AM30 en compression simple. D'après Sarker et Chen [2012]

Wang *et al.* [2012a] ont étudié l'écrouissage d'alliages de magnésium AZ31, extrudés ou laminés à chaud, grâce à des essais de compression réalisés suivant différentes directions cristallographiques. Quand l'orientation des grains n'est pas favorable au maclage, une décroissance monotone et graduelle du taux d'écrouissage est observée. En revanche, en présence de maclage, les 3 stades distincts A, B et C correspondant, respectivement, à une chute initiale, une brusque augmentation et une nouvelle chute du taux d'écrouissage, sont observés. Wang *et al.* [2012a] considèrent que la principale contribution à l'augmentation du taux d'écrouissage lors du stade B est la modification de texture due au maclage qui se traduit par des nouvelles orientations cristallographiques moins favorables au glissement des dislocations.

I.1.3.2 Comportement de l'écrouissage dans le titane

Salem *et al.* [2002, 2003, 2006] ont réalisé de multiples essais de compression simple sur du α-Ti à température ambiante. Comme pour les alliages de magnésium cités précédemment, ils observent 3 stades distincts A, B et C (voir l'allure du α-titane sur la figure I.7b). L'analyse de la microstructure de leurs échantillons ne révèle quasiment aucune macle pendant le stade A. Ils associent ce stade au régime habituel de restauration dynamique observé dans les métaux à forte énergie de faute d'empilement. Ils observent que le début du stade B est corrélé avec l'apparition du maclage. Ils suggèrent alors que la brusque augmentation du taux d'écrouissage correspond à un durcissement de type Hall-Petch où les nouveaux joints de macle réduisent la taille de grain effective. Enfin, ils expliquent le stade C par la saturation de la fraction volumique de macles.

Auparavant, Kailas *et al.* [1994] et Nemat-Nasser *et al.* [1999] avaient déjà caractérisé ce comportement en 3 stades lors d'essais de compression sur des échantillons α-Ti. Cependant, dans leurs interprétations, ils ne considéraient pas le maclage comme le mécanisme principal à l'origine du stade B. Kailas *et al.* [1994] suggèrent plutôt une analogie avec les 3 stades rencontrés lors de la déformation de monocristaux de α-Ti orientés favorablement pour le glissement prismatique [Akhtar, 1975] : le stade A serait gouverné par du glissement simple, le stade B par du glissement multiple et le stade C par la restauration dynamique [4]. Il est à noter que Kailas *et al.* [1994] ont observé du maclage durant le stade A et peu de nouvelles macles au cours du stade B. Nemat-Nasser *et al.* [1999] ont eux réalisé des essais de compression pour des températures allant de 77 K à 1000 K et ont observé le comportement en 3 stades dans le domainee $296 - 800$ K. Leur étude les a amenés à conclure que le durcissement du stade B était causé par du vieillissement dynamique. Toutefois, cette explication ne semble pas plausible à température ambiante puisque le phénomène de vieillissement dynamique n'est observé que dans la gamme de températures $500 - 850$ K, comme l'ont montré les expériences de Doner et Conrad [1973], Reed-Hill *et al.* [1995], Lecomte *et al.* [1997] et comme cela a été discuté par Salem *et al.* [2002, 2003, 2006].

[4]. Cela correspond à la nomenclature générale en stades I, II et III de l'évolution de l'écrouissage dans les monocristaux (voir la note [3] de bas de la page 34)

Tous les travaux cités précédemment ont été réalisés en condition de compression. Très peu de travaux ont caractérisé finement l'écrouissage du α-Ti pour d'autres types de chargement. On peut citer les essais de cissaillement simple réalisés par Salem *et al.* [2003] qui montrent une évolution du taux d'écrouissage en 3 stades, néanmoins beaucoup moins marquée qu'en compression. En effet, dans ce cas, le stade B n'est pas caractérisé par une augmentation du taux d'écrouissage mais par de simples ruptures de pente par rapport aux stades A et C. Des observations similaires ont été réalisées récemment par Becker et Pantleon [2013] lors d'essais de traction uniaxiale, c'est à dire un comportement en 3 stades mais sans augmentation du taux d'écrouissage lors du stade B. Becker et Pantleon [2013] ont également noté une corrélation entre le début du maclage et le stade B. Encore plus récemment, Barkia *et al.* [2015a] ont caractérisé l'écrouissage du titane en condition de traction pour différents taux d'oxygène. Ils ont proposé une interprétation des différents stades suivant les systèmes de glissement qui sont activés. Par ailleurs, ils ont également considéré le dévelopement possible de glissement aux joints de grains et de bandes en genoux afin d'expliquer la chute finale du taux d'écrouissage.

I.1.4 Modélisation du comportement mécanique des polycristaux

I.1.4.1 Différents types d'approche

La modélisation des polycristaux métalliques est un problème multi-échelles qui a vu l'émergence de différentes techniques de modélisation. À l'échelle atomique, les simulations *ab initio* ou de dynamique moléculaire sont encore très loin de pouvoir modéliser directement un polycristal à température ambiante. En revanche, elles permettent d'obtenir des informations fondamentales sur les mécanismes microscopiques comme la nucléation des macles [Wang *et al.*, 2013] et leur croissance [Xu *et al.*, 2013] ou l'estimation des cissions critiques pour le glissement [Poty *et al.*, 2011].

À une échelle mésoscopique, la dynamique des dislocations discrètes (DDD) per-

met de modéliser la plasticité directement grâce aux déplacements de dislocations discrètes [Kubin, 2013]. Ces simulations ne sont pas encore vraiment adaptées au traitement de la plasticité polycristalline, notamment en raison des temps de calcul et de la difficulté à rendre compte des interactions entre dislocations discrètes et joints de grains. Par contre, les simulations de DDD ont montré leur efficacité pour simuler la plasticité monocristalline, par exemple en rendant compte de l'intermittence de la déformation plastique [Csikor *et al.*, 2007], de la formation de sous-structures de dislocations [Déprés *et al.*, 2004] ou encore des effets de taille dans les films minces [Espinosa *et al.*, 2006] et les micro-piliers [Greer *et al.*, 2008]. Ainsi, les simulations de DDD peuvent apporter des informations très précieuses sur le comportement intra-granulaire, telles que les valeurs des coefficients d'interaction entre systèmes de glissement [Madec *et al.*, 2003; Hoc *et al.*, 2004; Devincre *et al.*, 2005, 2006; Kubin *et al.*, 2008; Queyreau *et al.*, 2009; Devincre, 2013; Bertin *et al.*, 2014]. Ces coefficients peuvent ensuite être directement utilisés comme paramètres d'entrée des modèles polycristallins.

Les modèles de plasticité cristalline considèrent eux un glissement plastique moyen γ sur chaque système de glissement, à l'échelle du grain ou d'une fraction de grain. Généralement, l'activation des systèmes de glissement suit la loi de Schmid et l'évolution des CRSSs suit une loi de type Voce ou dépend des paramètres d'une matrice d'écrouissage. Les lois constitutives de la plasticité cristalline [Asaro et Needleman, 1985] ont d'abord servi à simuler le comportement mécanique des polycristaux via des procédures d'homogénéisation. Ces dernières permettent de remplacer le matériau réel hétérogène par un milieu homogène équivalent (MHE) en terme de comportement mécanique. L'homogénéisation repose sur une définition appropriée du Volume Élémentaire Représentatif (VER) comme un échantillon de la population des différentes phases [5]) du polycristal réel. Pour une bonne séparation des échelles (figure I.9), la taille l de cet échantillon doit obligatoirement être plus petite que la taille L de l'éprouvette macroscopique tout en étant plus grande que la taille d des

[5]. Phase désigne ici une famille de grains ayant la même orientation, la même taille et la même forme

hétérogénéités (ou des phases). Autrement dit, ces tailles doivent vérifier la relation :

$$L \gg l \gg d$$

.

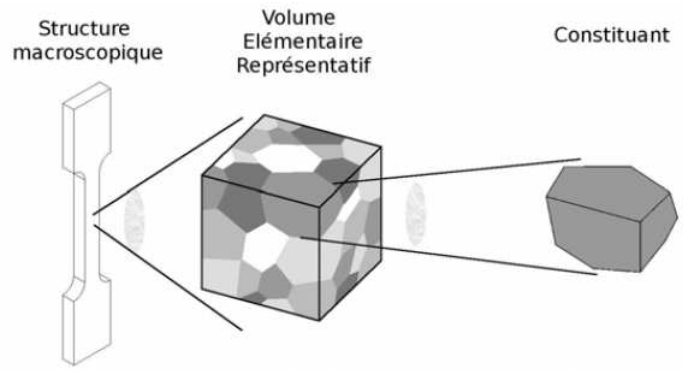


Figure I.9 – Séparation des échelles et définition du VER. D'après Nicaise [2009].

Une des premières approches d'homogénéisation fut le modèle de Taylor [1938] qui considère des champs mécaniques uniformes dans chaque grain. Ce modèle néglige les déformations élastiques et suppose que la déformation plastique de chaque grain est égale à la déformation macroscopique de l'aggrégat polycristallin. Dans cette approche, l'activation de 5 systèmes de glissement est nécessaire afin de retrouver l'état de déformation macroscopique à l'intérieur de chaque grain. La détermination de ces 5 systèmes se fait, soit par minimisation de l'énergie potentielle [Taylor, 1938], soit par maximisation de l'énergie complémentaire [Bishop et Hill, 1951], les deux méthodes étant strictement équivalentes [Kocks, 1970]. Une approche légèrement différente à l'approche de Taylor [1938] est le modèle de Lin [1956] qui lui tient compte des déformations élastiques. Dans ce modèle, seule la déformation totale de chaque grain est égale à la déformation macroscopique de l'aggrégat polycristallin mais au final, les estimations obtenues sont très proches de celles du modèle de Taylor [1938]. Les hypothèses des modèles de Taylor [1938] et de Lin [1956] sont très fortes. Elles permettent d'assurer la compatibilité des déformations entre grains mais pas l'équilibre des contraintes aux joints de grains. En raison de leur simplicité et de leur relative bonne efficacité concernant la prédiction des textures cristallogra-

phiques [Anand et Kalindindi, 1994], ce type de modèle est encore souvent utilisé pour étudier le comportement des métaux *hcp* [Philippe *et al.*, 1995; Fundenberger *et al.*, 1997; Salem *et al.*, 2005; Wu *et al.*, 2007; Fromm *et al.*, 2009; Kouchmeshky et Zabaras, 2009]. En revanche, les réponses mécaniques obtenues sont beaucoup trop raides par rapport à la réalité [Berveiller et Zaoui, 1979].

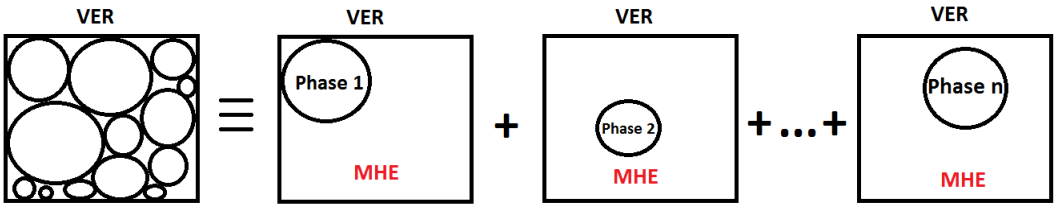


Figure I.10 – Illustration du principe du schéma auto-cohérent à 1-site.

Une nouvelle voie d'homogénéisation fut ouverte par Kröner [1961] avec la formulation du schéma auto-cohérent où chaque grain d'un polycristal est vu comme étant une inclusion au sein de la matrice constituée de tous les autres grains. Chaque phase du matériau hétérogène est successivement assimilée à une inclusion, qui est noyée dans un milieu infini possédant les propriétés du MHE recherché (figure I.10). Ce modèle est basé sur les solutions du problème de l'inclusion ellipsoïdale d'Eshelby [1957] et permet donc de considérer des grains de différentes morphologies. Dans l'approche initiale de Kröner [1961], la loi d'interaction simplifiée entre la matrice et l'inclusion est de nature purement élastique. Ainsi, le modèle de Kröner [1961] fournit de très bonnes prédictions du comportement effectif d'un polycristal en élasticité pure. En revanche, les prédictions sont moins bonnes si le polycristal se déforme aussi plastiquement car la surestimation des contraintes internes conduit à se rapprocher de l'hypothèse de Taylor [1938] (même déformation plastique dans tous les grains). En conséquence, Hill [1965] proposa un schéma complètement général où la loi d'interaction est résolue de manière incrémentale, obtenant ainsi de biens meilleures estimations du comportement mécanique des polycristaux. Cependant, l'implémentation numérique de la démarche incrémentale de Hill [1965] est relativement complexe [Turner et Tomé, 1994]. Berveiller et Zaoui [1979] proposèrent un modèle alternatif, beaucoup plus simple, où l'accomodation élastoplastique est prise

en compte via l'introduction d'un simple facteur scalaire dans la loi d'interaction de Kröner [1961]. Plusieurs autres types de modèles auto-cohérent furent également développés par la suite avec l'objectif d'améliorer l'efficacité du schéma d'implémentation numérique et/ou les prédictions mécaniques. Ils se basent sur une linéarisation de la relation constitutive entre le tenseur local des vitesses de déformation viscoplastique et le tenseur local des contraintes. Ces modèles ont été écrits dans le cadre de la viscoplasticité [Molinari *et al.*, 1987; Lebensohn et Tomé, 1993; Castelnau *et al.*, 1996], de l'élastoplasticité [Turner et Tomé, 1994; Clausen *et al.*, 2008; Juan *et al.*, 2014] et de l'élastoviscoplasticité [Masson *et al.*, 2000; Paquin *et al.*, 1999; Mareau et Berbenni, 2015].

Les modèles auto-cohérents permettent maintenant de considérer plusieurs dizaines de milliers de grains et sont ainsi particulièrement efficaces pour tenir compte des effets de texture cristallographique sur le comportement mécanique. En revanche, ils possèdent deux faiblesses principales. D'une part, ils ne considèrent que des champs mécaniques moyens par grain et éventuellemennt des moments du second-ordre [Ponte Castaneda, 1996; Lebensohn *et al.*, 2007]. En effet, même les formulations du second-ordre ne permettent pas la prise en compte d'une véritable hétérogénéité spatiale intra-granulaire, comme une plasticité contrainte aux joints de grains. D'autre part, les modèles auto-cohérents ne tiennent pas compte des effets de voisinage direct entre grains, chaque grain étant noyé dans la même matrice. De ce fait, les simulations de plasticité polycristalline ont évolué vers des approches plus fines en champs complets basées sur des méthodes de résolution comme les Eléments Finis (EF) [Mesarovic et Kysar, 1996; Barbe *et al.*, 2001a,b] ou les transformées de Fourier rapide (FFT) [Moulinec et Suquet, 1998; Michel *et al.*, 2001; Lebensohn, 2001; Lebensohn *et al.*, 2008, 2009, 2012] qui permettent de tenir compte des effets de voisinage. Les approches en champs complets décrivent beaucoup plus fidèlement la microstructure observée. Chaque grain a une position et éventuellement une forme spécifique. De plus, l'hétérogénéité intra-granulaire est partiellement captée, suivant le niveau de discrétisation des grains. Afin de maintenir des temps de calcul raisonnables, les approches à champs complets doivent trouver un compromis entre le nombre total de grains inclus dans la simulation et le niveau de discrétisation

souhaité à l'intérieur de chaque grain.

I.1.4.2 Prise en compte du maclage au cours de la déformation

Dans les modèles de plasticité cristalline, la contribution du maclage à la déformation plastique du matériau est généralement considérée au travers d'un pseudo-glissement, de manière analogue au glissement des dislocations [Van Houtte, 1978; Kalidindi, 1998] :

$$\gamma = f\lambda_T \tag{I.4}$$

avec γ le glissement plastique moyen sur le système de maclage, f la fraction volumique de macle dans le volume considéré et λ_T le cisaillement [6] (fixe) propre au système de maclage. Néanmoins, en raison du caractère directionnel du maclage, il est à noter que la cission résolue doit être positive sur le système de maclage en question pour être actif, ceci à la différence du glissement pour lequel un système est généralement considéré actif quand la valeur absolue de la cission résolue dépasse une valeur critique. Il se pose ensuite le problème de considérer la réorientation du réseau cristallin due au maclage. Van Houtte [1978] proposa une première approche pour traiter ce problème. Dans son modèle, chaque grain se réoriente complètement ou pas du tout vers l'orientation d'une macle selon une méthode de Monte Carlo : la probabilité de tourner l'ensemble du grain vers l'orientation d'une macle donnée étant l'incrément de fraction volumique de cette macle dans le grain. Cette démarche a l'avantage de garder fixe le nombre total d'orientations considérées dans le modèle. Autrement, si une nouvelle orientation était créée à chaque pas de calcul, le nombre de nouvelles orientations divergerait rapidement (sauf à interdire le maclage secondaire). Le modèle de Van Houtte [1978] nécessite un grand nombre d'orientations pour être efficace [Tomé *et al.*, 1991]. Tomé *et al.* [1991] présentèrent ainsi une variation à ce modèle, appelé "predominant twin reorientation" (PTR), qui consiste à réorienter le grain selon le système de maclage le plus actif. Lebensohn et Tomé [1993] proposèrent une approche différente de ces dernières, nommée "volume fraction transfer" (VTF), où au lieu de garder constantes les fractions volumiques des

[6]. Le cisaillement λ_T est illustré sur la figure I.5

grains et de mettre à jour leurs orientations, l'espace d'Euler est divisé en cellules dont les fractions volumiques évoluent en fonction de la déformation et du maclage. De même, Kouchmeshky et Zabaras [2009] prennent en compte la réorientation due au maclage grâce à une représentation éléments finis de l'espace des orientations. Kalidindi [1998] suggéra une méthode encore différente qui préserve une partie des relations entre les macles et la matrice en enregistrant l'évolution de la fraction volumique de macles dans chaque grain. Cette méthode n'autorise pas le maclage secondaire. Elle permet en revanche d'introduire des lois de durcissement phénoménologiques spécifiques en lien avec les interactions macle-macle et macle-glissement, telles qu'implémentées par Salem *et al.* [2005] dans un modèle de Taylor [1938] afin de modéliser l'écrouissage en 3 stades du titane en compression (figure I.11).

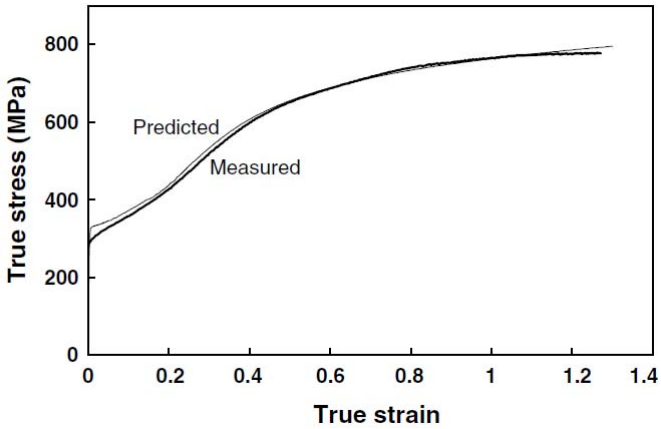


Figure I.11 – Comparaison entre la réponse contrainte-déformation mesurée et la prédiction du modèle de Taylor avec prise en compte phénoménologique du durcissement dû au maclage du α-Ti soumis à un essai de compression simple à température ambiante. D'après Salem *et al.* [2005].

Afin de tenir compte du rôle des joints de macles comme barrières au glissement des dislocations, des approches similaires mais néanmoins différentes ont été développées par la suite, comme celles de Proust *et al.* [2007], de Clausen *et al.* [2008] ou de Dancette *et al.* [2012] qui sont appliquées aux aciers TWIP. Enfin, parmi les procédures d'homogénéisation, on peut également citer le modèle de double inclusion récemment développé par Juan *et al.* [2014] où la topologie considérée est celle

d'une macle ellipsoïdale inclue dans un grain qui est lui-même inclu dans le milieu homogène équivalent. Cette topologie permet un couplage mécanique direct entre la macle et le grain parent : les contraintes internes moyennes dues à la présence de la macle sont calculées par une approche de Mori-Tanaka [Tanaka et Mori, 1972] dans le grain parent et la macle.

La distribution des contraintes internes induites par la présence d'une macle en fonction de son voisinage peut elle être estimée grâce à des calculs statiques en champs complets [Barnett *et al.*, 2013; Arulkumar *et al.*, 2015]. En revanche, les méthodes à champs complets n'abordent pas encore la dynamique de la croissance d'une macle au sein d'un grain en attribuant un maillage spécifique à la morphologie de la macle. En fait, dans les modèles éléments finis de plasticité cristalline qui incorporent le maclage au cours de la déformation, chaque point d'intégration possède une seule orientation cristallographique mais contient une certaine fraction de cristal parent et une certaine fraction de macle [Staroselsky et Anand, 2003; Abdolvand et Daymond, 2012; Dancette *et al.*, 2012]. Ainsi, la prise en compte du maclage dans ce type de modèle est basée sur les mêmes principes que ceux que l'on rencontre dans les procédures d'homogénéisation : la réorientation du réseau cristallin a lieu au-delà d'une certaine fraction de macle [Staroselsky et Anand, 2003; Abdolvand et Daymond, 2012; Dancette *et al.*, 2012]. Cependant, à la différence des modèles auto-cohérents à inclusion simple, les interactions macle-cristal parent et macle-macle sont partiellement prises en compte du fait que la méthode éléments finis assure l'équilibre des contraintes et la compatibilité des déformations entre points d'intégration qui contiennent différentes fractions de macle [Abdolvand et Daymond, 2012].

I.1.4.3 Estimation des cissions critiques dans le Ti

Pour les matériaux hexagonaux, les valeurs des cissions critiques affectées aux différentes familles de glissement et de maclage ont une très grande influence sur les prédictions des modèles de plasticité cristalline [Fundenberger *et al.*, 1997]. Dans cette section, nous nous focaliserons uniquement sur le cas du α-Ti puisqu'il s'agit du matériau d'étude de cette thèse. Dans le α-Ti, il est communément admis que le système prismatique est le mode de déformation le plus facile à activer (Churchman

[1954], Philippe *et al.* [1995], Salem *et al.* [2005], Zaefferer [2003], Wu *et al.* [2007], Gong et Wilkinson [2009], Gurao *et al.* [2011], Li *et al.* [2013], Warwick *et al.* [2012], Benmhenni *et al.* [2013], Gloagen *et al.* [2013], Knezevic *et al.* [2013], Barkia *et al.* [2015a]). En revanche, il est beaucoup plus difficile de trouver un consensus en ce qui concerne l'ordre d'activation des autres systèmes de glissement.

Les premières estimations des cissions critiques ont pu être réalisées grâce à des essais sur des monocristaux de Ti de différentes orientations suivis d'une analyse des traces des lignes de glissement [Churchman, 1954]. L'analyse des traces de glissement a été également appliquée à l'estimation des CRSSs directement à partir de polycristaux [Li *et al.*, 2013]. Cette méthodologie permet certes, d'avoir une statistique conséquente mais dans ce cas, l'utilisation du facteur de Schmid pour calculer les cissions résolues est beaucoup plus hasardeuse que dans les monocristaux étant donné les contraintes internes intergranulaires qui se développent au cours de la déformation. D'autre part, l'analyse des traces de glissement ne permet pas de distinguer, sans hypothèse, entre les glissements $\Pi_1^{<a>}$ et $\Pi_1^{<c+a>}$ car ces systèmes opèrent sur la même famille de plans cristallins. Cette incertitude peut être levée par caractérisation des vecteurs de Burgers des dislocations au microscope électronique en transmission (MET) [Zaefferer, 2003; Barkia, 2015; Barkia *et al.*, 2015a]. Néanmoins, la statistique des systèmes actifs par analyse MET est souvent bien plus faible que par analyse des traces de glissement.

Le tableau I.4 regroupe, de manière non-exhaustive, les rapports des cissions critiques entre familles de glissement dans le α-Ti pur ou commercialement pur à température ambiante, estimés expérimentalement ou à partir de modèles. Ce tableau fait référence à deux modèles de plasticité cristalline éléments finis qui sont appliqués à la simulation d'expériences sur des monocristaux de Ti (essais de microflexion [Gong et Wilkinson, 2009] et essais de nanoindentation [Zambaldi *et al.*, 2012]). Les autres modèles sont des approches à champs moyen, soit basées sur les hypothèses de Taylor [1938] ou de Lin [1956], soit adoptant le schéma autocohérent. Dans ces modèles, l'ajustement des cissions critiques se fait par rapport à la prédiction des textures mais également le plus souvent par rapport à la réponse mécanique et à l'activité des systèmes de glissements.

Méthode	P	B	$\Pi_1^{<a>}$	$\Pi_1^{<c+a>}$	$\Pi_2^{<c+a>}$	O(wt.%)	Réf.
Analyses des lignes de glissement	90 MPa	1,2	1,1	–	–	0,10	Churchman [1954]
	14 MPa	3,0	–	–	–	0,01	
	–	3,6	25,4	22,5		0,25	Li *et al.* [2013]
Observations MET	–	–	<13	–	–	0,10	Zaefferer [2003]
Analyses des lignes de glissement	120 MPa	1,5	1,2	2	–	0,16	Barkia [2015]
+Observations MET	192 MPa	1,5	1,2	1,8	–	0,32	
Modélisation EF	181 MPa	1,2	–	2,6	–	0,07	Gong et Wilkinson [2009]
de monocristaux	150 MPa	2,3	–	7,4	–		Zambaldi *et al.* [2012]
Modèles de type Taylor ou Lin		6,0	–	9,0	–	0,11	Philippe *et al.* [1995]
	37 MPa	1,3	–	5,3	–	<0,0002	Salem *et al.* [2005]
	30 MPa	5,0		4,0	–	<0,0002	Wu *et al.* [2007]
Modèles auto-cohérents	90 MPa	2,5	–	9,4	–		Gurao *et al.* [2011]
	80 MPa	1,1	1,4	3,3	–	0,06	Warwick *et al.* [2012]
	57 MPa	4,8	2,9	5,4	4,1	0,13	Benmhenni *et al.* [2013]
	68 MPa	2,6	1,8	3,7	–	0,12	Gloagen *et al.* [2013]
	98 MPa	–	–	2,3	–	<0,001	Knezevic *et al.* [2013]

Tableau I.4 – Données non-exhaustives de la littérature pour les rapports de CRSS entre le système P et les autres systèmes dans le α-Ti commercialement pur ou de très haute pureté à température ambiante. Pour les systèmes P, les valeurs absolues de la CRSS sont données. Les CRSSs correspondent aux valeurs initiales des cissions résolues lorsque le glissement s'initie sur un système. Dans Benmhenni *et al.* [2013], elles correspondent donc aux valeurs de $\tau_c^{(s)}$ (voir Eq. I.5) calculées à partir des densités de dislocations initiales.

Parmi les différents modèles présents dans le tableau I.4, on peut noter que seuls ceux de Gong et Wilkinson [2009], de Zambaldi *et al.* [2012] et de Benmhenni *et al.* [2013] n'intègrent pas le maclage comme mécanisme de déformation étant donné que très peu de maclage a été observé au cours des expériences auxquelles ils se réfèrent. Comme nous l'avons constaté dans la section précédente, il existe différentes manières de prendre en compte le maclage dans les modèles. Le choix de la méthode de modélisation du maclage a certainement une grande influence sur l'estimation des CRSSs pour le glissement.

I.1.4.4 Détermination des coefficients d'écrouissage

En plasticité cristalline, beaucoup d'approches décrivent l'écrouissage du matériau au travers d'une loi de Taylor étendue [Franciosi *et al.*, 1980] du type :

$$\tau_c^{(s)} = \tau_0^{(s)} + \mu^{(s)} b^{(s)} \sqrt{\sum_l a^{(sl)} \rho_f^{(l)}} \tag{I.5}$$

où $\tau_0^{(s)}$ est la contrainte de friction de réseau, $\mu^{(s)}$ le module de cisaillement et $b^{(s)}$ l'amplitude du vecteur de Burgers relatifs au système de glissement (s). $\rho_f^{(l)}$ représente la densité de dislocations de forêt (dislocations sessiles) sur le système (l). La valeur des coefficients d'écrouissage $a^{(sl)}$ est reliée à la force des interactions entre systèmes de glissement (s) et (l). Il est très difficile d'évaluer quantitativement ces coefficients d'interaction entre systèmes. Les simulations de DDD ont permis des progrès remarquables dans ce domaine en calculant ces valeurs, initialement pour des métaux cubiques à faces centrées grâce aux travaux de Madec *et al.* [2003]; Hoc *et al.* [2004]; Devincre *et al.* [2005, 2006]; Kubin *et al.* [2008], puis dans le cas de métaux cubiques centrés par Queyreau *et al.* [2009] et plus récemment pour certains matériaux *hcp* (la glace par Devincre [2013] et le magnésium par Bertin *et al.* [2014]). Toutes ces études soulignent la très forte valeur du coefficient relatif aux interactions colinéaires, *i.e.* les réactions entre dislocations de vecteurs de Burgers parallèles mais glissant dans des plans différents. Les autres interactions sont caractérisées par des coefficients proches les uns des autres, exceptés les coefficients d'auto-écrouissage qui pourraient être d'un ordre de grandeur inférieur [Hoc *et al.*, 2004]. Cependant, si la probabilité de double glissement dévié des dislocations vis est prise en compte, il a été montré qu'il était alors plus juste de considérer un coefficient d'auto-écrouissage effectif qui tienne compte des fortes interactions colinéaires entre les dislocations vis primaires et les segments coins restés sur les systèmes de glissement dévié [Hoc *et al.*, 2004; Devincre, 2013]. Le coefficient d'auto-écrouissage effectif est ainsi typiquement du même ordre de grandeur que les coefficients d'écrouissage latent relatifs aux interactions non-colinéaires [Hoc *et al.*, 2004; Devincre, 2013]. Aucune étude de DDD similaire n'a jusqu'à présent été réalisée pour le titane.

I.2 Hétérogénéité spatiotemporelle de la plasticité cristalline à une échelle mésoscopique

L'hétérogénéité de la déformation plastique qu'on a considérée dans les paragraphes précédents concerne l'échelle macroscopique qui relève du comportement moyen de l'ensemble de défauts, à travers les courbes de déformation et d'écrouissage. On a montré que l'anisotropie de la structure *hcp* mène à un comportement essentiellement plus hétérogène que celui observé dans les matériaux cubiques (voir sous-section I.1.3). Or, il est devenu clair récemment que la déformation plastique est un processus intrinsèquement hétérogène dans l'espace et intermittente dans le temps à une échelle intermédiaire entre l'échelle macroscopique et l'échelle microscopique d'un défaut isolé, à cause de l'auto-organisation des défauts [Zaiser, 2006]. L'auto-organisation spatiale a été mise en évidence par l'observation de la formation de structures de dislocations par microscopie électronique [Hähner *et al.*, 1998], ainsi que par l'observation d'ondes plastiques par des méthodes optiques d'extensométrie locale [Zuev et Danilov, 1997]. L'intermittence de la déformation plastique a notamment été révélée grâce aux méthodes de l'émission acoustique (EA) [Weiss et Grasso, 1997] et de l'extensométrie locale à haute résolution [Weiss *et al.*, 2007; Fressengeas *et al.*, 2009]. Nous envisageons de poursuivre le travail de modélisation entamée dans cette thèse afin de pouvoir prendre en compte ces deux derniers phénomènes. Ils sont donc présentés en quelques détails dans cette section.

I.2.1 Emission acoustique - une puissante méthode pour l'étude de l'intermittence de la déformation plastique

L'émission acoustique (EA) est un phénomène de libération spontanée d'énergie sous forme d'ondes élastiques transitoires dont la source se trouve au sein d'un matériau subissant un changement (micro)structural. En effet, un changement brusque irréversible (le glissement des dislocations, le maclage, la transformation de phase sans diffusion, l'initiation et la propagation de fissures) entraîne une dissipation d'énergie dont une partie peut se libérer sous forme d'ondes acoustiques. Ces ondes portent des

informations sur les processus de déformation associés. Leur enregistrement constitue donc une méthode *in-situ* non destructive pour étudier la déformation plastique. Elle est devenue une méthode fiable d'analyse suite aux travaux de Kaiser [1950, 1953] qui a montré que l'EA accompagne la déformation irréversible de presque tous les métaux, non métaux et alliages. Cette méthode analyse le signal acoustique détecté pour déterminer les paramètres qui décrivent la source, données auxquelles la plupart des techniques d'analyse ne permettent d'accéder que de façon intégrée, soit dans le temps, soit dans le volume de l'échantillon [Rouby *et al.*, 1983]. Néanmoins, il est souvent difficile d'interpréter le signal acoustique détecté à cause des sources parasites (bruits, échos secondaires, etc.) et des fonctions de transfert du capteur d'EA. Plusieurs modèles empiriques ou semi-empiriques ont donc été élaborés sous certaines hypothèses afin d'interpréter les résultats. C'est le cas du formalisme de Rouby *et al.* [1983] qui est basé sur la relaxation des contraintes internes par le mouvement des dislocations. En s'inspirant de ce formalisme, Richeton *et al.* [2005b] ont développé un modèle qui, sous l'hypothèse de décroissance exponentielle de la vitesse des avalanches de dislocations avec le temps permet de trouver une équivalence entre l'amplitude maximale A de l'onde acoustique et la déformation locale ε due au mouvement avalancheux de plusieurs dislocations. Les expériences effectuées sur la glace par Weiss *et al.* [2001] ont validé ce modèle en montrant que l'hypothèse du modèle confirme le fait d'avoir observé expérimentalement que l'énergie W d'un évènement est proportionnelle au carré de son amplitude maximale A ($W \sim A^2$).

Un domaine d'étude significatif de l'EA concerne l'évolution de caractéristiques moyennes, telles que l'activité et/ou l'intensité de l'EA, ainsi que l'évolution de la forme des ondes (voir le modèle empirique de Vinogradov *et al.* [2001]). Ces caractéristiques permettent d'obtenir des informations sur la multiplication des dislocations, l'activation des différents systèmes de glissement ou, éventuellement, l'apparition de mécanismes distincts de déformation comme le maclage. Nous pouvons citer les travaux de Máthis *et al.* [2011] qui se sont intéressés à l'émission acoustique due au maclage dans le magnésium et les travaux de Chmelík *et al.* [1997] qui ont suggéré une corrélation entre la réponse EA et les contraintes thermiques internes produites

pendant le cycle thermique.

Un domaine d'étude à part est constitué par l'analyse de la statistique de l'EA accompagnant la déformation plastique. Cette analyse, qui a attiré l'attention des chercheurs récemment, a permis de prouver la nature intermittente des processus de déformation, comme décrit dans le paragraphe suivant.

I.2.2 Intermittence de la déformation plastique

L'intermittence signifie une alternance de périodes d'activité plus ou moins forte. Le mouvement thermiquement activé d'une dislocation à travers une distribution d'obstacles est intrinsèquement intermittent car il est composé des attentes sur les obstacles et des vols libres entre eux, suite à l'activation thermique. Cette intermittence se nivèle au niveau de l'ensemble des dislocations, donnant lieu, dans le cas général, à des courbes de déformation lisses. A priori, on pourrait s'attendre à ce que des mesures réalisées à des échelles de plus en plus fines, par exemple des vitesses de déformation locales, révèlent de plus en plus de bruit stochastique, en raison d'opérations de moyenne sur des ensembles des dislocations de plus en plus petits. Or, les expériences de ces deux dernières décennies ont révélé au contraire des comportements complexes caractérisés par des distributions statistiques non gaussiennes, mettant en évidence des mouvements de dislocations corrélés ou auto-organisés.

L'intermittence des processus de déformation a été d'abord observée à l'échelle macroscopique, dans des conditions spécifiques relativement à des phénomènes d'instabilité plastique connus. Le mécanisme d'instabilité le plus étudié du point de vue de l'auto-organisation des dislocations [Lebyodkin *et al.*, 1995, 2009, 2012a,b] est l'effet Portevin-Le Chatelier (PLC) [Portevin et Le Chatelier, 1923] qui se manifeste par des sauts brusques de la contrainte sur les courbes de déformation. Le maclage peut également entrainer des courbes de déformation saccadées [Richeton *et al.*, 2006]. Ces effets présentent néanmoins des cas particuliers dans le cadre du présent mémoire et ne seront pas discutés d'avantage.

Le titane étudié dans ce travail de thèse manifeste, comme la plupart des matériaux, des courbes de déformation bien lisses. Or, de récentes caractérisations des matériaux à l'aide de la technique d'émission acoustique (EA) ont révélé l'intermittence de la déformation plastique aux échelles intermédiaires. Weiss et Grasso [1997], Weiss *et al.* [2001, 2007] et Richeton *et al.* [2005b, 2006, 2007] ont trouvé des distributions en loi puissance des énergies acoustiques, $P(W) \sim W^{-\beta}$ (P est la densité de probabilité d'observer une salve acoustique d'énergie W) dans des monocristaux purs de zinc, de cadmium, de glace, de cuivre et dans des polycristaux de glace. De telles distributions sont caractéristiques d'un comportement invariant d'échelles (auto-similaire) que ces auteurs ont attribué au phénomène de criticalité auto-organisée (SOC en anglais « Self-Organized Criticality ») [Bak *et al.*, 1988]. Un système soumis à un tel phénomène évolue vers un état critique sans intervention extérieure mais à cause de l'interaction dynamique de ces éléments. Dans ce système, une petite perturbation interne n'entraîne pas forcément des effets minimes (ou locaux) mais peut induire des effets à grandes échelles. Par exemple, c'est le cas en ajoutant régulièrement des grains à un tas de sable (figure I.12) : la pente du tas augmente lentement pour atteindre une valeur critique à partir duquel l'ajout d'un grain peut provoquer une avalanche de n'importe quelle taille.

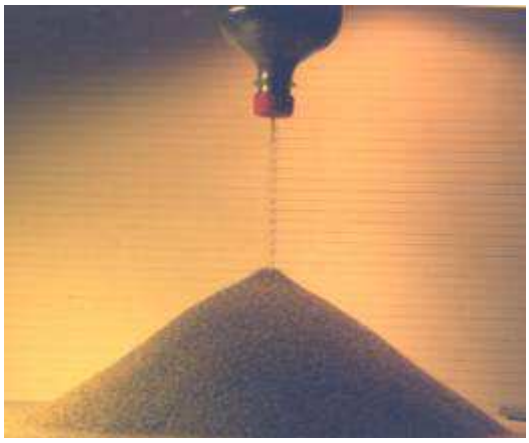
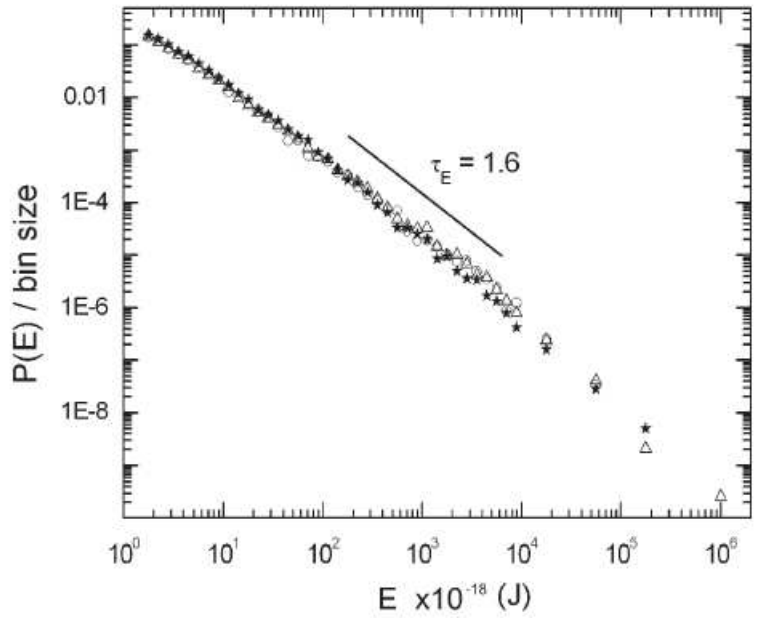


Figure I.12 – Ajout régulier de grains sur un tas de sable.

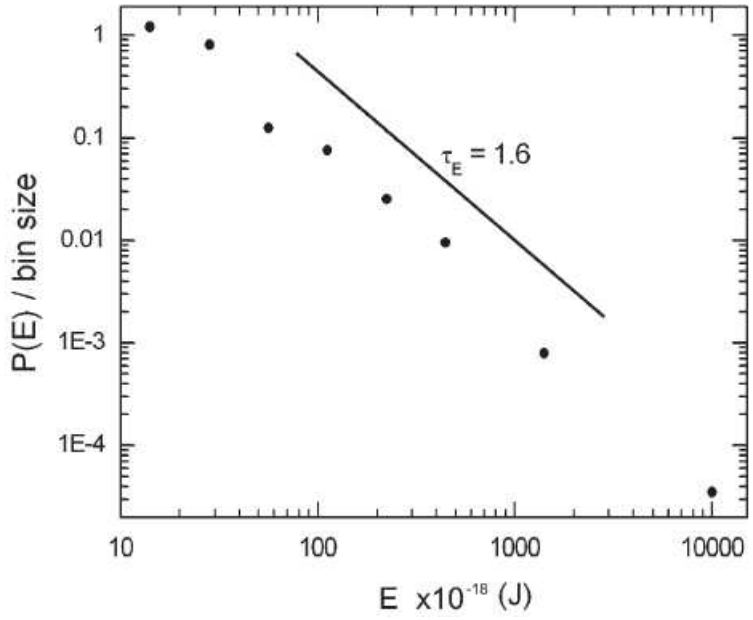
Le concept de SOC a été proposé pour expliquer la statistique universelle en loi puissance des tremblements de terre et est souvent considéré comme un paradigme

des processus avalancheux. La pertinence de la SOC vis-à-vis de la dynamique collective des dislocations s'appuie sur différents arguments, à commencer par le grand nombre d'éléments (les dislocations) en interaction dans le système, la présence de lois d'échelle qui sont stationnaires au cours du temps ainsi que le caractère réversible des mouvements des dislocations (à la différence de la fracturation où il y a endommagement irréversible des éléments). Selon ce point de vue, lors de la déformation plastique, les dislocations se trouvent dans un état marginalement stable. En termes statistiques, leur dynamique globale est stable. Cependant, à tout instant, chaque dislocation se trouve dans un état d'équilibre instable [Richeton, 2006].

Les analyses statistiques de la distribution du carré de l'amplitude maximale du signal acoustique ont fourni des valeurs très proches de l'exposant de la loi puissance $\beta_W = 1{,}5 - 1{,}6$ (figure I.13) ; pour les monocristaux purs de différents matériaux y compris des matériaux de structure cristallographique différente (hexagonal, cubique). Ces résultats ont permis d'avancer une hypothèse d'universalité, c'est à dire que la dynamique collective des dislocations est intrinsèquement intermittente et invariante d'échelle, et obéit à une loi puissance universelle [Zaiser, 2006]. Un exposant plus faible $\beta_W \approx 1{,}2$ a été trouvé pour les polycristaux de glace [Richeton *et al.*, 2005a]. Ce changement d'exposant a été attribué au rôle des joints de grains en tant qu'obstacles aux mouvements des dislocations. En effet, les concentrations de contraintes internes liées aux empilements de dislocations sur les joints de grains pourraient initier des avalanches de dislocations dans des grains voisins et ainsi augmenter la probabilité des grandes avalanches, conduisant alors à un exposant β_W plus petit.



(a) Cas de 2 échantillons de Cd de diamètres 3,98 mm (triangles) et 3,58 mm (cercles) et d'un échantillon de Zn-0.08wt.%Al (étoiles).



(b) cas d'un échantillon de Cu

Figure I.13 – Densité de distribution de l'énergie de l'émission acoustique observée sur des monocristaux purs de *hcp* et de *cfc*. L'auteur note l'énergie de l'émission acoustique E (resp. l'exposant de la loi puissance τ_E) au lieu de W (resp. β_W) dans le texte de ce mémoire. D'après Richeton *et al.* [2007].

L'hypothèse d'universalité a été confirmée en utilisant la technique d'extenso-

métrie locale à haute résolution. On peut citer les travaux de Weiss *et al.* [2007] et Fressengeas *et al.* [2009] qui ont observé des salves de la vitesse de déformation locale dans des monocristaux de cuivre orienté pour le glissement multiple. Leurs amplitudes ont également manifesté des distributions en loi puissance caractérisées par un exposant $\beta_A = 2$ (figure I.14). Or, les modèles actuels de source d'EA [Weiss *et al.*, 2001] considèrent que l'énergie de la salve acoustique peut être estimée comme le carré de l'amplitude de la vitesse de déformation associée. On peut donc conclure que l'analyse par la technique d'extensométrie locale dans le cuivre orienté pour le glissement multiple conduit aussi à l'exposant « universel » $\beta_W = 1{,}5$ comme la technique d'EA.

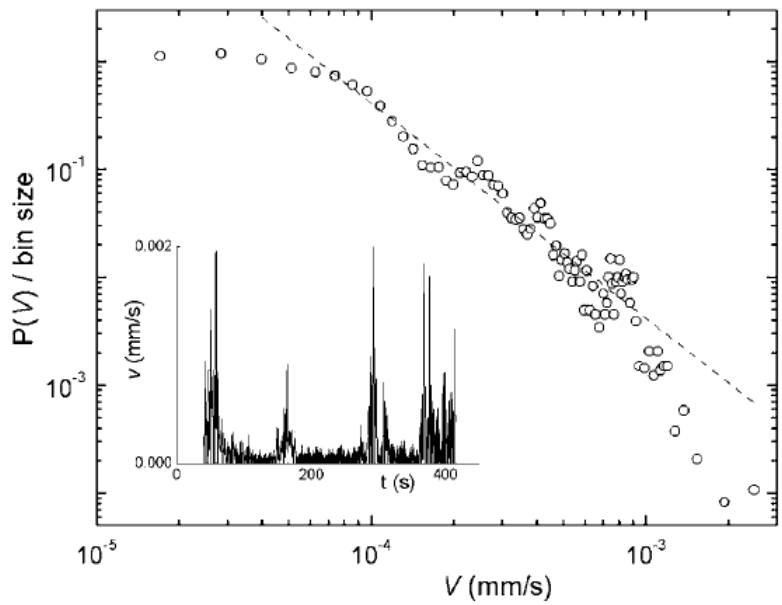


Figure I.14 – Densité de distribution de la vitesse de déplacement d'une section de l'éprouvette de traction du monocristal de cuivre orienté pour le glissement multiple. D'après Weiss *et al.* [2007]. Des distributions similaires ont été publiées pour la vitesse de déformation locale [Fressengeas *et al.*, 2009].

Le caractère invariant d'échelles des processus de déformation plastique semble être bien établi dans les monocristaux. Néanmoins, des travaux récents ont remis en cause l'hypothèse d'une loi puissance universelle pour tous les matériaux. Nous pouvons mentionner les valeurs très différentes $\beta_W \sim 2 - 3$ de l'exposant trouvées

par Lebyodkin *et al.* [2012a,b] pour l'EA accompagnant l'effet PLC dans les alliages d'AlMg. Récemment, Weiss *et al.* [2015] ont recalculé par la méthode du maximum de probabilité [Clauset *et al.*, 2009] les exposants β_W des lois puissances obtenues pour l'EA dans les matériaux *hcp* (glace en fluage compression, cadmium et zinc en condition de traction simple) et *cfc* (monocristaux de cuivre et alliages monocristallins de CuAl en condition de traction simple, polycristaux purs d'aluminium à très gros grains en essais cycliques de traction-compression). Les exposants estimés diffèrent d'un type de cristal à un autre (figure I.15). Pour la glace et le cadmium, l'exposant est $\beta_W = 1{,}4 - 1{,}45$. Pour le cuivre et l'alliage CuAl, l'exposant est plus élevé, $\beta_W = 1{,}54 \pm 0{,}08$. Un exposant bien plus élevé, $\beta_W = 2{,}00 \pm 0{,}05$, est même trouvé pour le polycristal d'aluminium.

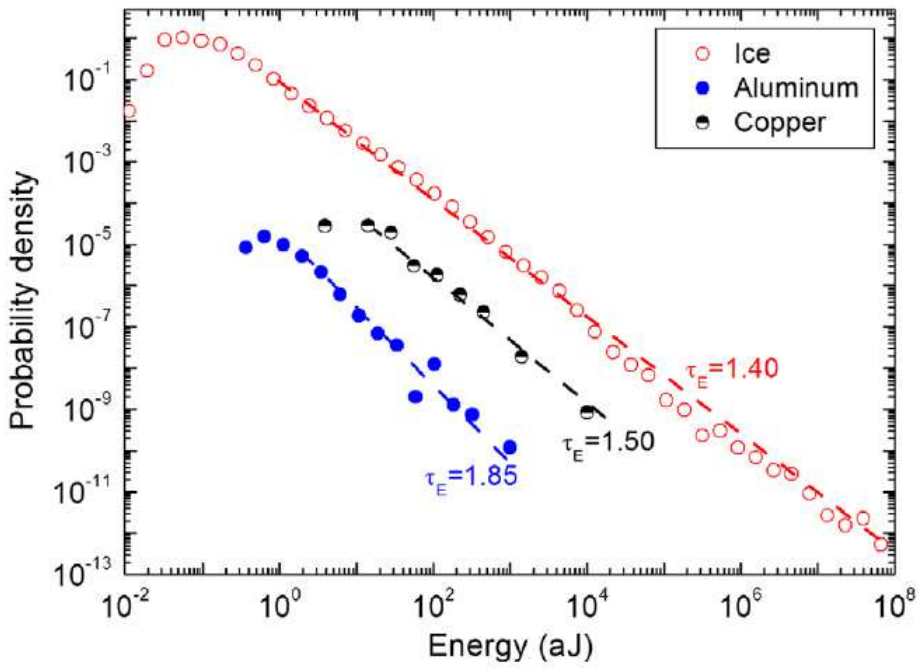


Figure I.15 – Densité de distribution de l'énergie de l'émission acoustique observée sur un monocristal de glace lors du fluage en compression, sur un monocristal de cuivre en traction simple et sur un polycristal d'aluminium en essais cyclique traction-compression. D'après Weiss *et al.* [2015].

En outre, ces essais ont montré un caractère fortement intermittent marqué par

une succession de salves pour le signal des matériaux *hcp* alors que pour les matériaux *cfc* le signal est presque continu avec quelques salves. Ces derniers présentent à la fois un caractère intermittent et un caractère continu de l'écoulement plastique. En d'autres termes pour les matériaux *cfc*, les comportements intermittents et stochastiques se superposent.

En résumé, la loi puissance caractérisant la déformation plastique à une échelle mésoscopique n'est pas « universelle » et dépend du type du matériau étudié. Il se peut que son exposant porte une information spécifique d'une classe de matériaux ou d'un processus de déformation. Par exemple, il serait intéressant d'appliquer la méthode de l'EA pour étudier l'effet de la texture sur l'intermittence de la déformation plastique. Par ailleurs, tous les matériaux *hcp* étudiés jusqu'ici par EA ont le glissement basal comme source principale d'EA. La caractérisation de l'intermittence de la déformation plastique par EA des métaux *hcp* se déformant facilement par glissement prismatique (exemple le titane, le zirconium, le hafnium et l'yttrium) reste encore à réaliser.

I.2.3 Hétérogénéité spatiotemporelle

I.2.3.1 Observation d'ondes plastiques

En utilisant plusieurs capteurs d'ondes acoustiques, la technique d'EA permet de détecter les localisations des sources des événements acoustiques dans l'éprouvette sollicitée. Néanmoins, il y a très peu d'études des phénomènes collectifs en plasticité à l'aide de cette technique (voir néanmoins Weiss et Marsan [2003]). Plusieurs auteurs ont adapté diverses méthodes optiques d'extensométrie locale pour suivre l'évolution de la localisation de la déformation plastique. Contrairement à l'EA, la plupart de ses études ont révélé que l'écoulement plastique peut former de structures spatiales ondulatoires. Ce caractère de la déformation a été décrit en détail par Zuev et Danilov [1997]; Zuev *et al.* [2004]; Zuev et Barannikova [2010, 2011] qui ont utilisé la technique de speckle-interféromètrie. Ces auteurs ont observé en temps réel sur des monocristaux de zirconium, de cuivre, d'étain, d'alliages de fer et des poly-

cristaux d'aluminium des ondes qui émergent spontanément lors de la sollicitation d'éprouvettes à vitesse constante. Ces ondes sont enregistrées comme des variations spatiotemporelles de différentes composantes du tenseur de déformation (figure I.16). Le plus souvent, des ondes se propagent le long de la partie utile de l'éprouvette au cours du stade I de la déformation caractérisé par du glissement simple, tandis que des ondes stationnaires sont formées lors des stades plus avancés. En synthétisant les résultats de différents auteurs, McDonald [2009] a montré que ce comportement peut être rationalisé en termes de diminution de la vitesse de propagation des ondes au cours de l'écrouissage du matériau.

Enfin, en utilisant un alliage d'AlMg à forte déformation critique pour l'apparition de l'effet PLC, Mudrock *et al.* [2011] ont montré, à l'aide d'une technique de corrélation d'images digitales, que les ondes plastiques apparaissent également dans les matériaux à vieillissement dynamique mais correspondent à une échelle de processus plus fine par rapport à l'instabilité PLC. Elles sont donc visibles pendant la déformation macroscopiquement lisse, c'est-à-dire avant la déformation critique. Cette observation a confirmé que la nature ondulatoire n'est pas une exception mais qu'elle est caractéristique du phénomène de déformation plastique, au moins pour les petits taux de déformation.

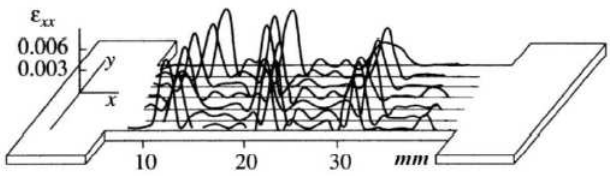


Figure I.16 – Un exemple typique de propagation d'onde plastique sur la partie utile de l'éprouvette durant la déformation plastique. D'après Zuev et Barannikova [2011].

I.2.3.2 Dualité des comportements ondulatoires et intermittents

Comme mentionné dans la section I.2.2, certaines publications montrent que les techniques optiques d'extensométrie locale permettent d'observer l'intermittence de la déformation plastique (Weiss *et al.* [2007] et Fressengeas *et al.* [2009]). Il ne s'agit pas ici d'une contradiction avec la section précédente. En effet, comme l'ont dé-

montré les travaux de Fressengeas *et al.* [2009] et Mudrock *et al.* [2011], les deux comportements décrits ci-dessus peuvent coexister. Ceci est illustré par la figure I.17 qui présente les résultats de l'extensométrie locale lors de la déformation d'un monocristal de cuivre [Fressengeas *et al.*, 2009]. Grâce à une fréquence d'enregistrement élevée (1000 Hz) par rapport à la plupart de méthodes optiques, il a été possible d'observer des salves de la vitesse de déformation localisées dans le temps et dans l'espace. Elle apparaissent sur la figure I.17 comme des tâches de couleur relativement chaude (rouge ou jaune). Cela prouve le caractère intermittent de l'évolution de la vitesse de déformation locale. En même temps, les positions successives des tâches ont tendance à s'organiser suivant des lignes caractéristiques, ce qui prouve la propagation de l'activité plastique le long de l'éprouvette.

Une autre façon de démontrer la dualité des comportements a été utilisée par Mudrock *et al.* [2011]. Tandis que la méthode d'analyse d'image, relativement lente, a permis d'observer clairement les ondes plastiques, la mesure des courbes de déformation à l'aide d'une cellule de force à haute résolution a abouti à l'enregistrement de fluctuations fines de la contrainte macroscopique. Le traitement statistique de ces fluctuations a révélé des distributions en loi puissance, en concurrence avec des distributions gaussiennes.

À partir de ces exemples, il est clair que les résultats de différents auteurs peuvent se contredire parce que les manifestations de la dynamique collective des dislocations peuvent dépendre de l'échelle d'observation. La technique d'EA a une résolution temporelle de l'ordre d'une microseconde. Cette résolution est meilleure que celle des techniques d'extensométrie locale qui varie typiquement d'une milliseconde à 0,1 s. Par ailleurs, la résolution spatiale de ces deux techniques ne permet pas d'accéder aux phénomènes se produisant à l'intérieur d'un grain de taille inférieur à 10 µm bien que l'EA peut détecter des ondes acoustiques provenant des sources internes à un grain. Enfin, on note également que les deux comportements intermittent et ondulatoire de la déformation plastique ne peuvent pas être prédits par des modèles d'homogénéisation à champs moyen.

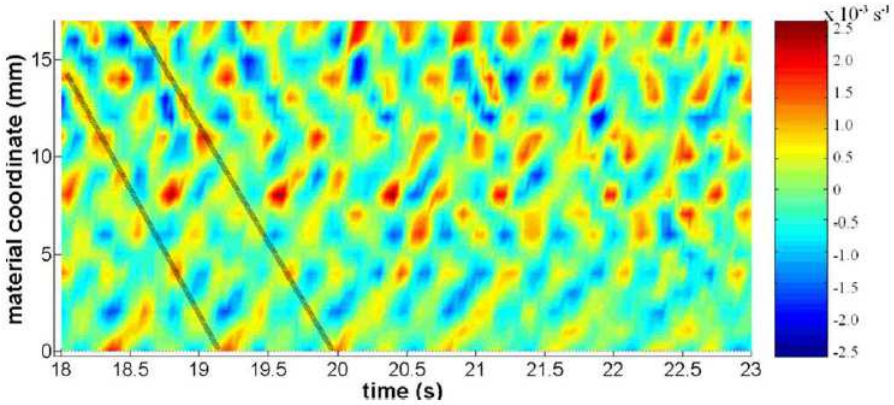


Figure I.17 – Fluctuations longitudinales autour de la vitesse de déformation imposée dans un diagramme spatiotemporel durant la transition élastoplastique. Les lignes caractéristiques pointillées (en noire) se déplacent de la gauche vers la droite le long de la partie utile de l'éprouvette. La vitesse de déformation imposée est de $5 \times 10^{-4}\,\mathrm{s}^{-1}$. Les fluctuations peuvent s'élever jusqu'à $2{,}5 \times 10^{-3}\,\mathrm{s}^{-1}$. D'après Fressengeas *et al.* [2009].

I.3 Formulation du problème

Les mécanismes élémentaires à l'origine de la déformation plastique du α-titane commercialement pur ont été largement étudiés en compression. Il semble ainsi clair qu'en compression, le maclage joue un rôle important dans l'augmentation brusque du taux d'écrouissage observé à l'échelle macroscopique. Par contre en traction, il y a une incertitude quant à savoir si l'évolution du taux d'écrouissage s'effectue en 3 stades. De plus, le rôle du maclage dans la déformation plastique est moins étudié. Dans cette thèse, nous allons étudier la complexité de la déformation plastique sur plusieurs échelles (voir diagramme I.18). À l'échelle macroscopique, deux objectifs sont à atteindre :

i) Etudier le taux d'écrouissage en traction pour s'assurer de la présence ou non des 3 stades du taux d'écrouissage,

ii) Développer un modèle micromécanique polycristallin capable de représenter l'évolution du taux d'écrouissage.

Afin de pouvoir ajuster les paramètres du modèle par rapport à la physique des mécanismes microscopiques opérant dans nos échantillons, trois objectifs sont à réaliser à l'aide de l'analyse MEB-EBSD :

iii) Estimer la fraction volumique des macles,

iv) Estimer les activités relatives des familles de glissement,

v) Caractériser les évolutions de texture.

Enfin, l'essai de traction est couplé avec l'émission acoustique et l'extensométrie locale à haute résolution pour étudier la déformation plastique à l'échelle mésoscopique. Deux objectifs sont également poursuivis :

vi) Etudier l'intermittence à l'aide des données d'émission acoustique et plus précisément, l'effet du sens de chargement par rapport à la texture initiale sur le signal acoustique.

vii) Etudier la propagation d'ondes plastiques à l'aide des données de l'extensométrie locale à haute résolution

Dans ce manuscrit, nous allons essayer de poser des bases pour une modélisation future des hétérogénéités observées à l'échelle mésoscopique.

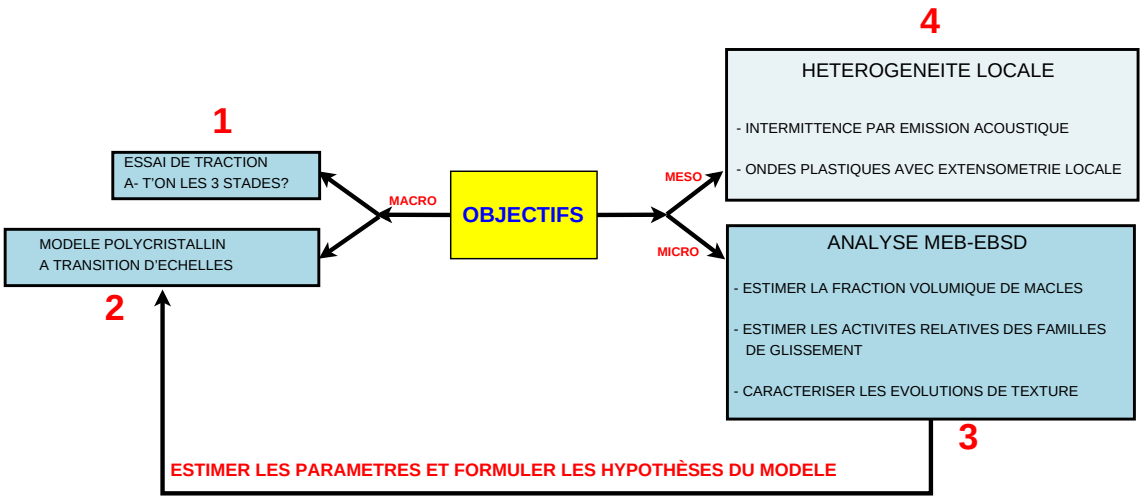


Figure I.18 – Diagramme récapitulatif des objectifs de cette thèse.

II

Techniques expérimentales et analyses des données

Ce chapitre décrit les démarches expérimentales qui ont été utilisées dans cette thèse. Dans un premier temps, on explique le principe des essais de traction simple pour étudier le comportement du matériau à l'échelle macroscopique. Dans un second temps, on traite du couplage de ces essais avec les techniques d'extensométrie locale à haute résolution et d'émission acoustique afin de caractériser l'hétérogénéité spatiotemporelle de la déformation plastique à l'échelle mésoscopique. L'intérêt de ce couplage repose sur la capacité de ces techniques à fournir des données locales au cours de la déformation plastique. On finit ce chapitre en détaillant les démarches utilisées pour analyser la microstructure (texture, macles, lignes de glissement) du matériau.

Mini-sommaire

II.1 Matériau **64**

II.1.1 Composition chimique 64

II.1.2 Préparation des échantillons 64

II.2 Caractérisation du comportement mécanique **66**

II.2.1 Essai de traction 67

II.2.2 Calcul des courbes de déformation 68

II.3 Extensométrie locale à haute résolution **71**

II.3.1 Préparation d'une grille sur la surface des échantillons 71

II.3.2 Mesure des déplacements locaux 72

II.3.3 Calcul des déformations et vitesses locales 73

II.4 Emission acoustique **76**

II.4.1 Principe 76

II.4.2 Caractéristiques des salves acoustiques enregistrées 77

II.4.3 Analyse statistique des données 78

II.5 Analyses de la microstructure **82**

II.5.1 Polissage des éprouvettes 82

II.5.2 Analyse MEB-EBSD 83

II.5.3 Analyse des lignes de glissement 85

II.1 Matériau

II.1.1 Composition chimique

Le matériau à étudier est le titane commercialement pur (CP Ti) de grade 2 (T40). Il contient plus d'éléments alphagènes (carbone, azote, oxygène) que d'éléments betagènes (hydrogène, fer), ce qui caractérise sa forme α de structure cristallographique hexagonale compacte, stable en-dessous de 882°C. Le pourcentage des éléments interstitiels est inférieur à 0,15%wt (tableau II.1).

Éléments	H	C	N	O	Fe	Ti
Composition ppm (wt.)	3	52	41	1062	237	Reste

Tableau II.1 – Composition chimique du titane commercialement pur étudié

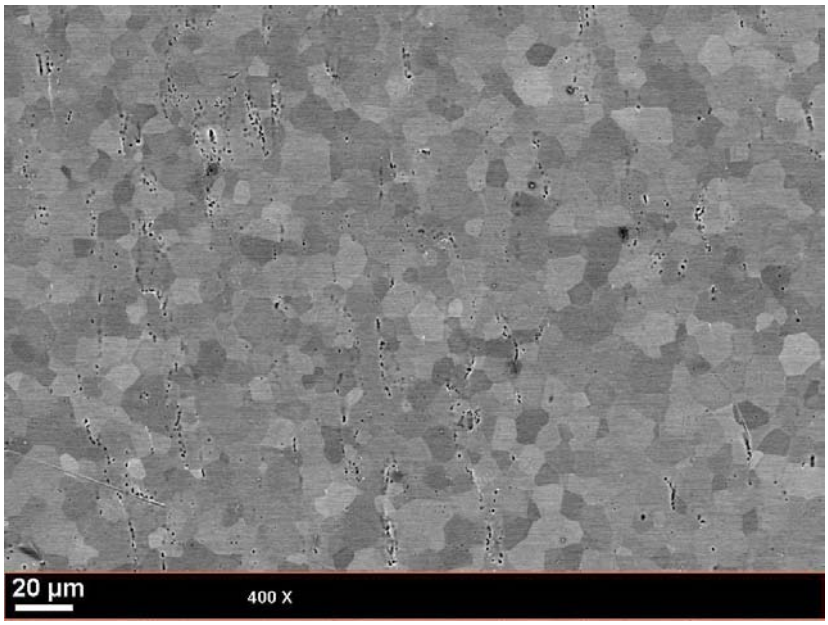


Figure II.1 – Micrographie de la microstructure initiale de la tôle de CP Ti

II.1.2 Préparation des échantillons

Le matériau fourni a subi un laminage suivi d'un recuit. Suite à ces procédés, les grains sont équiaxes avec une taille moyenne de 9 µm (figure II.1). La texture

est caractérisée par une désorientation de l'axe $\langle c \rangle$ d'environ 30° par rapport à la direction normale de la tôle vers la direction transverse (figure II.2).

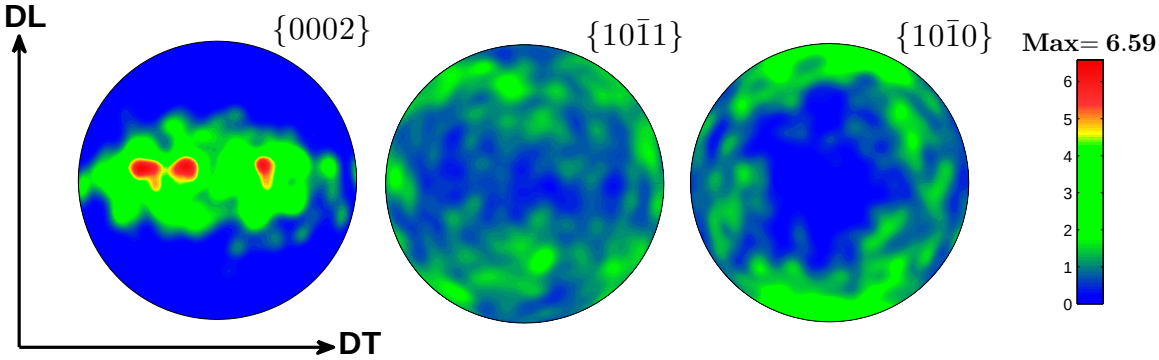


Figure II.2 – Figures de pôle de la tôle initiale du CP Ti mesurée par EBSD (708 771 orientations) et tracées avec la boîte à outils MTEX [Bachmann *et al.*, 2010].

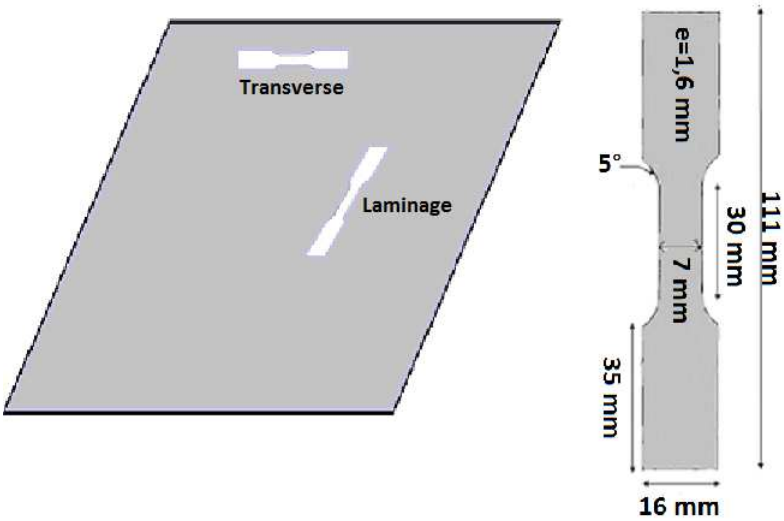
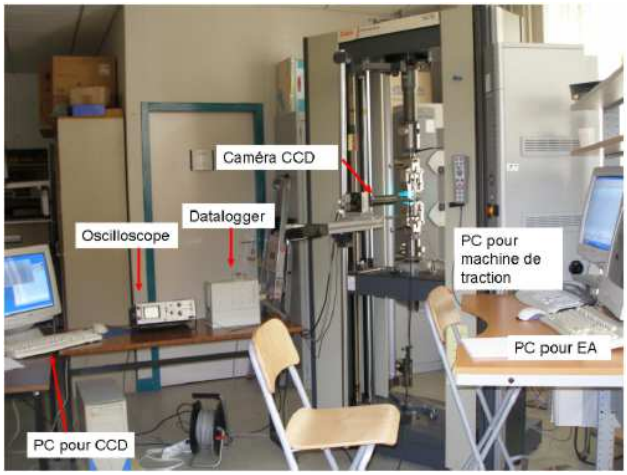


Figure II.3 – Tôle-Eprouvettes du CP Ti

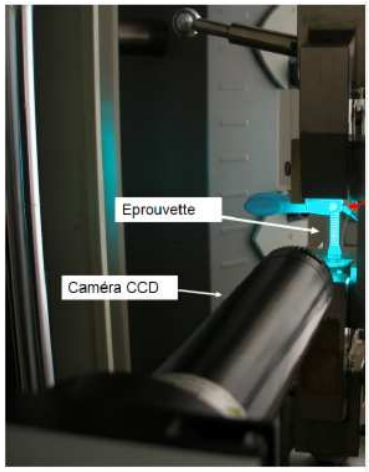
Les éprouvettes ont été prélevées suivant le sens long de la tôle (direction de laminage (DL)) et le sens travers (direction transverse (DT)). Nos éprouvettes de traction ont une forme conventionnelle avec deux têtes comme montré sur la figure II.3. Le choix d'une tôle plate facilite, d'une part, le couplage de l'essai de traction avec les techniques d'extensométrie locale à haute résolution et d'émission acoustique, et

d'autre part, l'analyse de la microstructure après essai. On s'assure que les têtes de chaque éprouvette soient suffisamment larges par rapport à la section de la partie utile afin que celle-ci supporte l'essentiel de l'allongement imposé et suffisamment longues afin de faciliter le placement des capteurs d'émission acoustique. Afin d'étudier les lignes de glissement apparaissant sur la surface de l'éprouvette au cours de la déformation du matériau, certaines éprouvettes ont été polies avant les essais de traction, ce qui a entrainé une réduction de leur épaisseur ($e = 1{,}52 \pm 0{,}02$mm comparé à $e = 1{,}60$mm (figure II.3)).

II.2 Caractérisation du comportement mécanique



(a) Photographie de l'installation : Machine de traction-Extensométrie locale-Emission acoustique



(b) Extensométrie locale. On voit une grille sur la surface de l'éprouvette (voir aussi la figure II.5)

Figure II.4 – Montage expérimental des différents dispositifs utilisés. D'après Bougherira [2011].

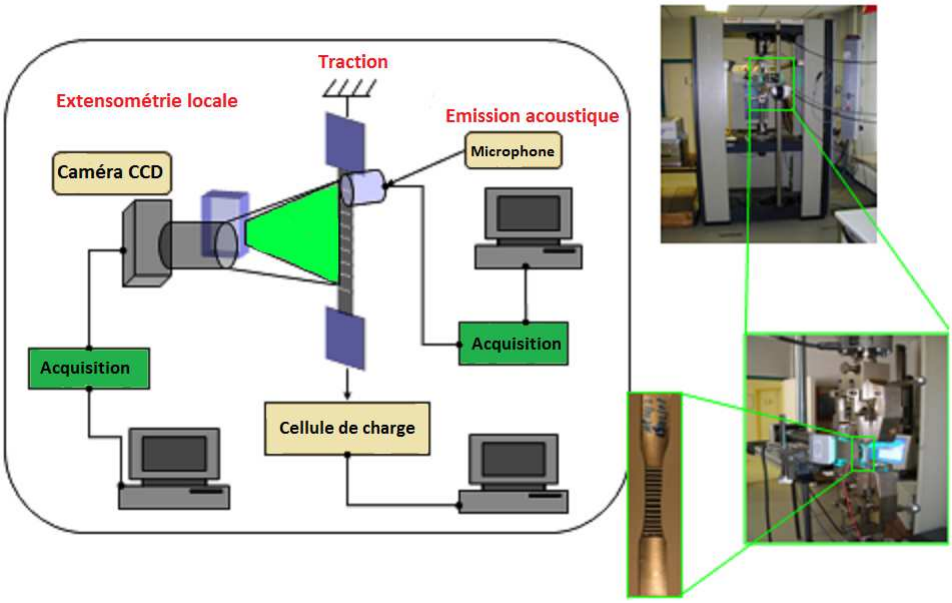


Figure II.5 – Schéma du montage expérimental

Pour caractériser le comportement mécanique du matériau, on utilise l'essai de traction conventionnel uniaxial. Il consiste à déplacer le mors bas avec une vitesse constante et à mesurer la force appliquée à l'éprouvette.

II.2.1 Essai de traction

Les essais sont réalisés à température ambiante sur une machine de traction électromécanique Zwick/Roell. La rigidité du système « machine-échantillon » vaut environ $k = 10^7$N/m. Sachant que la force à appliquer ne dépasse pas 8 kN, on a utilisé la cellule à jauges de déformation de charge 10 kN pour assurer une résolution maximale.

Les éprouvettes sont soumises durant tous les essais à une vitesse de déplacement constante de la traverse comprise entre 0,09 mm/min et 14,4 mm/min, ce qui correspond à des vitesses de déformations initiales ($\dot{\varepsilon}_a$) entre $5 \times 10^{-5}\,\mathrm{s}^{-1}$ et $8 \times 10^{-3}\mathrm{s}^{-1}$.

Le dynamomètre numérique contient un capteur de force qui convertit la force mécanique en tension électrique et un dispositif électronique qui interprète cette tension électrique en données numériques.

Le couplage de la caméra CCD (en anglais « Charge-Couples device ») et de l'EA lors

de l'essai de traction (voir figures II.4-II.5) empêche l'utilisation simultanée de l'extensomètre mécanique. Pour cette raison, des essais spécifiques (sans caméra CCD et EA) utilisant l'extensomètre mécanique avec les couteaux aux extrémités ont été réalisés afin de connaître précisément l'allongement de la zone utile des éprouvettes (figure II.6).

Figure II.6 – Machine de traction avec extensomètre mécanique

II.2.2 Calcul des courbes de déformation

✘ Les données de l'allongement ΔL fournies par l'extensomètre mécanique permettent de déterminer la déformation nominale E_n :

$$E_n(t) = \frac{\Delta L(t)}{L_0} \tag{II.1}$$

Le dynamomètre numérique donne l'évolution de la force F au cours de la déformation, on en déduit la contrainte nominale Σ_n :

$$\Sigma_n(t) = \frac{F(t)}{S_0} \tag{II.2}$$

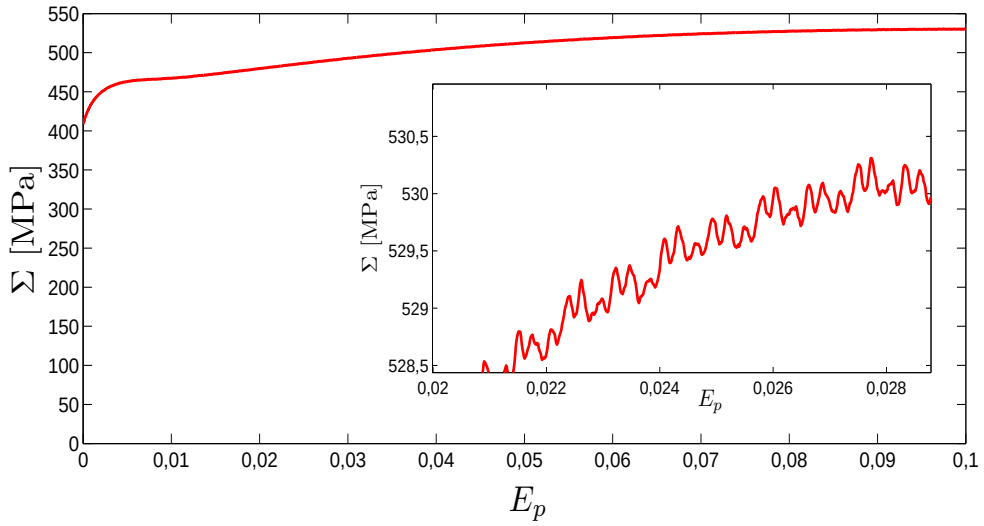
où S_0, L_0, $F(t)$, $\Delta L(t)$ sont, respectivement, la section initale, la longueur initiale, la force à l'instant t et l'allongement à l'instant t de la zone utile de l'échantillon.

- Le cumul des déformations élémentaires ou la déformation longitudinale vraie E s'écrit :

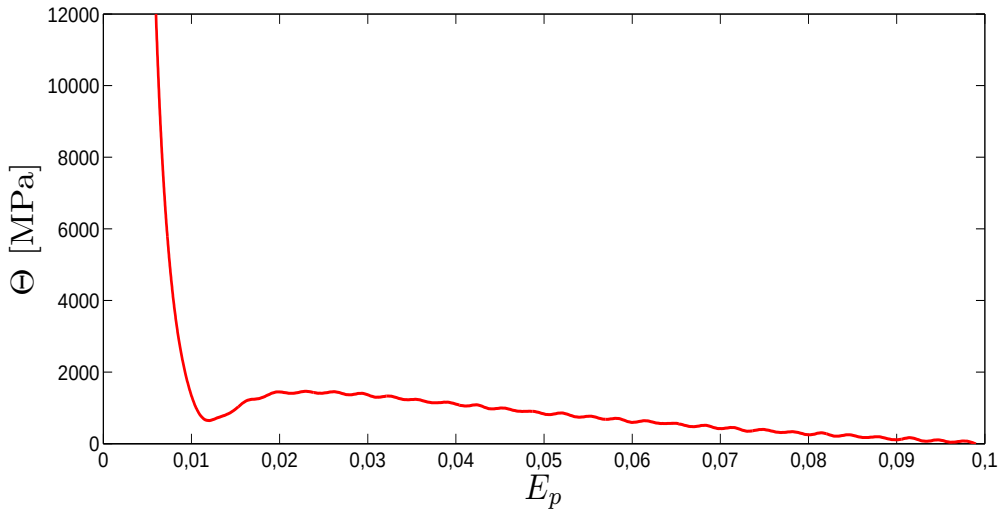
$$E(t) = \int_{L_0}^{L(t)} \frac{dL}{L} = \ln\left(\frac{L(t)}{L_0}\right) = \ln(1 + E_n(t)) \tag{II.3}$$

- Pour déterminer la contrainte vraie Σ, on prend en compte l'aire réelle S de la section à l'instant t. En supposant que la déformation est isochore, cette dernière peut être estimée comme suit :

$$\Sigma(t) = \frac{F(t)}{S(t)} = \Sigma_n(t)\Big(1 + E_n(t)\Big) \tag{II.4}$$



(a) Contrainte-déformation plastique vraies. En encart : Zoom sur une partie de la courbe



(b) Evolution du taux d'écrouissage en fonction de la déformation plastique

Figure II.7 – Courbes de traction et du taux d'écrouissage d'une éprouvette DT de CP Ti déformée à $\dot{\varepsilon}_a = 8 \times 10^{-3}\text{s}^{-1}$

Le tracé de la courbe $\Sigma - E$ permet alors de déterminer le module d'Young Y qui est la pente de la partie élastique (linéaire) de cette courbe. En soustrayant la déformation élastique $E_e(t) = \dfrac{\Sigma(t)}{Y}$ à la déformation totale, on obtient la déformation plastique $E_p(t)$ du matériau et la courbe $\Sigma - E_p$ (figure II.7a). On peut ensuite tracer l'évolution du taux d'écrouissage instantané $\Theta = \dfrac{\partial \Sigma}{\partial E_p}$ comme la pente locale de la courbe $\Sigma - E_p$ lissée (figure II.7b). Ce lissage est délicat et très important puisqu'un zoom de la courbe $\Sigma - E_p$ met en évidence des petites fluctuations (figure II.7a) qui vont

fortement bruiter les valeurs de Θ. L'origine de ces fluctuations, possiblement dues aux petites vibrations de la traverse ou aux phénomènes d'ondes plastiques (voir paragraphe I.2.3.1), n'a pas été étudiée dans ce travail de thèse.

II.3 Extensométrie locale à haute résolution

Le couplage de la technique d'extensométrie locale 1D (cf figure II.4b) à haute résolution avec l'essai de traction permet d'enregistrer, toutes les millisecondes, les déplacements longitudinaux d'une série de points le long de l'axe de l'éprouvette avec une résolution spatiale de 1,3 µm. Les points qui sont suivis par cette technique correspondent à des transitions entre des bandes noires et blanches qui sont peintes sur la partie utile de l'éprouvette (figure II.8).

II.3.1 Préparation d'une grille sur la surface des échantillons

L'objectif de cette préparation est d'obtenir une succession de bandes noires et blanches de largeur 1 mm. Pour celà, on suit les 5 étapes suivantes :

❶ Nettoyer la surface de l'éprouvette avec de l'acétone.
but : Assurer la bonne adhésion de la peinture sur la surface de l'éprouvette.

❷ Appliquer de la peinture noire en spray sur la zone utile de l'éprouvette. Refaire l'application après 30 min pour sécher la peinture. Après laisser sécher environ 30 min.
but : Rendre homogène et sécher la peinture noire sur la zone utile de l'éprouvette.

❸ Poser sur le coté peint de l'éprouvette une grille-pochoir composée d'espacements de 1 mm de large.

❹ Déposer une couche de peinture blanche sur les parties non masquées de la grille-pochoir. Refaire après 30 min comme à l'étape 1.

❺ Oter la grille-pochoir après le séchage de la peinture blanche.

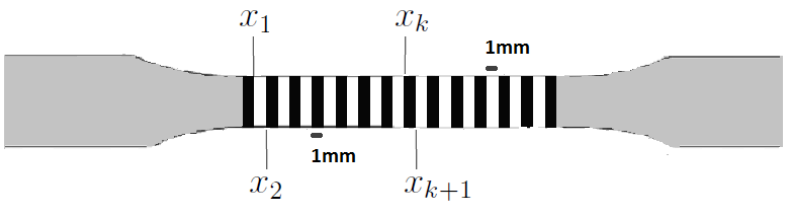


Figure II.8 – Positions des transitions x_i entre bandes noires et blanches

Afin d'éviter le vieillissement de la peinture, les essais de traction sont réalisés le même jour que la préparation des éprouvettes.

II.3.2 Mesure des déplacements locaux

On place, en face de la zone utile de l'éprouvette, une caméra ZS16D de détecteur CCD. La figure II.4b montre le montage de la caméra avec la machine de traction. L'axe de balayage de la caméra coïncide avec l'axe de l'éprouvette. Une source de lumière laser envoie une lumière verte sur la zone utile de l'éprouvette. L'éprouvette réfléchit ce signal lumineux qui est capté par le détecteur CCD puis converti en tension électrique. Un dispositif électronique de la caméra convertit, à son tour, ce signal électrique en signal numérique carré où la réponse « 1 » correspond à la réflexion maximale (bandes blanches) et la réponse « 0 » correspond à une absence de réflexion (bandes noires). Enfin, le DataLogger [7] enregistre les données recueillies par la caméra au cours de l'essai et les transfère vers le PC à la fin de l'essai. On fait attention à réaliser une bonne mise au point sur l'axe de l'éprouvette, pour éviter tous les effets de la rotation de l'axe. Par ailleurs la photo montre qu'il n'y a pas de rotation des bandes au cours de l'essai (figure II.9).

Figure II.9 – Photographie d'une éprouvette de CP Ti déformée jusqu'à la rupture. On peut noter une absence de la rotation des bandes peintes.

[7]. Appareil de stockage de données

On s'est aperçu qu'il y a une certaine perte de données due à la limite de vitesse de transfert des données entre la caméra et le DataLogger. Les pertes étant plus fortes au début de l'enregistrement, on démarre la caméra avant l'essai de traction pour réduire ces pertes. L'autre inconvénient est le champ de vision limité à 20 mm de la caméra qui ne peut couvrir la totalité de la longueur ($L_0 = 30$ mm) de la zone utile de l'éprouvette.

II.3.3 Calcul des déformations et vitesses locales

La caméra mesure les positions des transitions entre les bandes noires et blanches. On peut en déduire les déformations et vitesses de déformation locales le long de l'axe de traction. Afin de se soustraire aux différences de sensibilité de la caméra aux transitions noir-blanc et blanc-noir observées par McDonald [2009], on calcule les déformations locales à partir du déplacement l_i défini comme la moyenne des positions x_i et x_{i+1} (figure II.8) :

$$l_i(t) = \frac{x_{i+1}(t) + x_i(t)}{2} \tag{II.5}$$

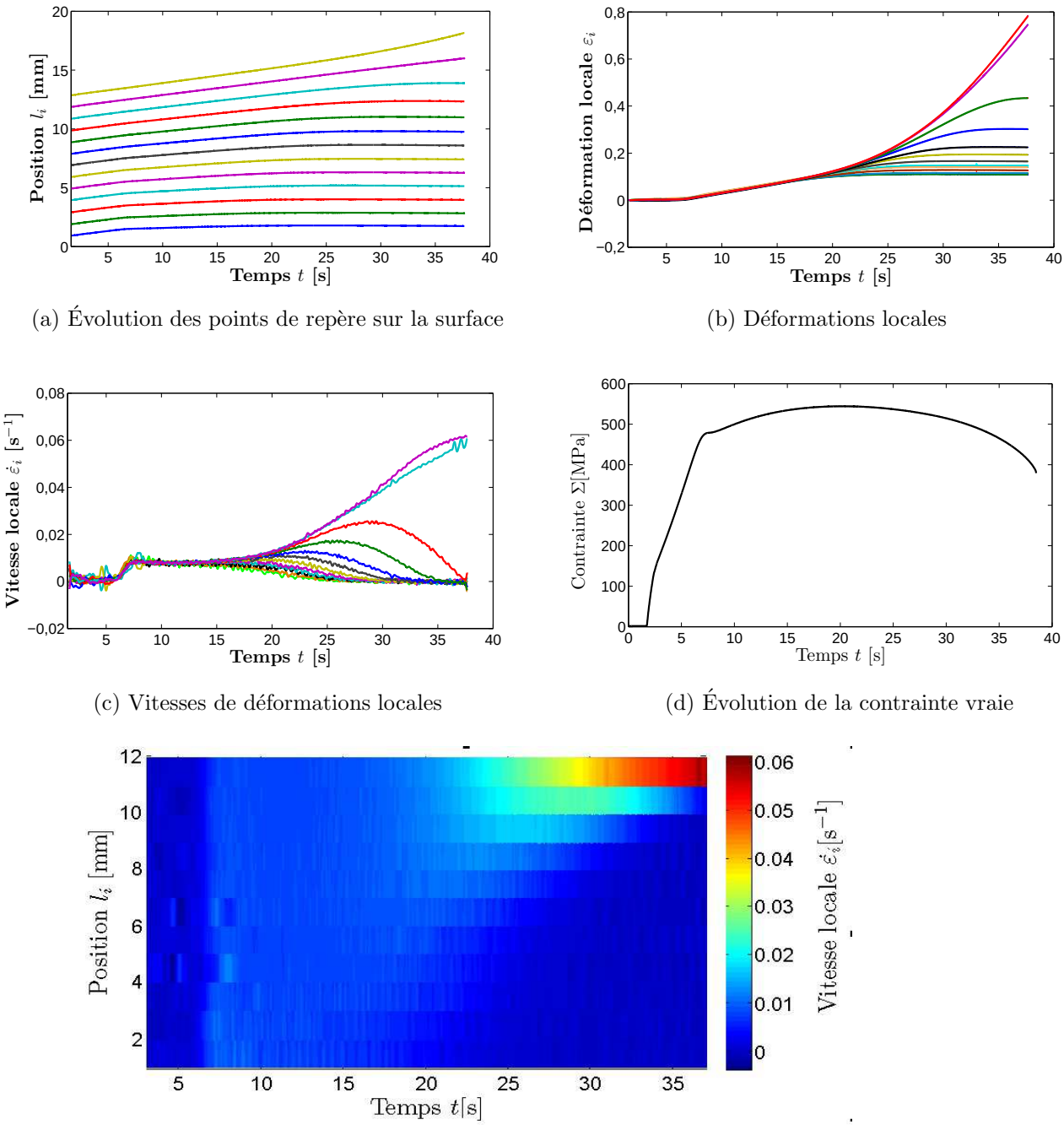
On peut alors calculer les déformations locales :

$$\varepsilon_i(t) = \ln\left(\frac{l_{i+1}(t) - l_i(t)}{l_{i+1}(0) - l_i(0)}\right) \tag{II.6}$$

La vitesse de déformation locale $\dot{\varepsilon}_i(t)$ s'ensuit par dérivation des valeurs lissées du champ de déformation $\varepsilon_i(t)$. Ces valeurs sont lissées par une moyenne glissante pour réduire le bruit contenu dans les informations. On peut alors construire les cartes d'évolution spatiotemporelle de $\dot{\varepsilon}_i(t)$.

La figure II.10 illustre les étapes permettant d'obtenir une carte spatiotemporelle des vitesses de déformation. Sur la figure II.10a, les courbes proches de 0 mm représentent les extensomètres les plus proches du mors supérieur, tandis que les courbes proches de 20 mm représentent les extensomètres les plus proches du mors inférieur mobile. Les traces en bleu et en orangé-rouge observées sur la figure II.10e représentent les endroits de la zone utile où la vitesse de déformation $\dot{\varepsilon}_i$ est respectivement la moins élevée et la plus élevée. On peut mettre en corrélation cette figure avec la figure II.10d

décrivant la contrainte vraie en fonction de la déformation totale. La zone élastique est marquée par une faible vitesse de déformation locale (zone en bleu foncé entre 0 et approximativement 5 s). En effet, en raison de la rigidité relativement faible de la machine de déformation, la zone utile de l'échantillon ne supporte qu'une faible part du déplacement imposé aux charges faibles. Quand la déformation plastique se développe dans la zone utile de l'échantillon, la part du déplacement imposé devient alors plus importante dans celle-ci, et la vitesse de déformation mesurée par la caméra CCD augmente durant la transition élastoplastique jusqu'à une valeur proche de la vitesse de déformation imposée (figure II.10c). La transition élastoplastique est marquée par un passage de la couleur bleu foncé au bleu plus clair sur la figure II.10e. Après cette transition, nous observons jusqu'à ~ 16 s, une région où la vitesse locale est quasi constante. Au delà de ~ 16 s, la vitesse devient plus élevée sur la partie inférieure du champ de vision de la caméra alors qu'elle est plus faible sur la partie supérieure. On s'approche de la striction avec une localisation progressive de la déformation.



(a) Évolution des points de repère sur la surface

(b) Déformations locales

(c) Vitesses de déformations locales

(d) Évolution de la contrainte vraie

(e) Carte spatiotemporelle des vitesses de déformation locale

Figure II.10 – Étapes permettant d'obtenir une carte spatiotemporelle des vitesses de déformation locale d'une éprouvette DT de CP Ti déformée à $\dot{\varepsilon}_a = 8 \times 10^{-3}\text{s}^{-1}$

La technique d'extensométrie locale présente une très bonne résolution spatiale et temporelle (1 ms). En plus de cette méthode, on a utilisé la technique d'émission acoustique qui permet d'avoir une résolution temporelle encore meilleure (échelle de

la microseconde).

II.4 Emission acoustique

Une base physique de cette méthode a été discutée dans le Chapitre I. Ici, nous présentons quelques détails techniques sur l'application de cette technique dans le travail de thèse.

II.4.1 Principe

Notre dispositif d'émission acoustique est le système Euro Physical Acoustics, muni du logiciel AEwin. Il comporte des capteurs piézoélectriques fixés aux extrémités de la zone utile de l'échantillon. Ceux-là permettent de convertir les déformations de leurs surfaces en tension électrique. On utilise des capteurs piézoélectriques de bande passante comprise entre $200 - 900$KHz. Un capteur est fixé au dessus de la zone utile (figure II.5) à l'aide d'une pince en plastique. Une petite couche de graisse est disposée entre l'éprouvette et le capteur pour assurer un bon contact acoustique (une bonne transmission des ondes élastiques). Le signal électrique provenant des capteurs est amplifié par un pré-amplificateur de gain 40 dB, ensuite traduit en signal numérique par le système d'acquisition de fréquence $1 - 4$MHz et enfin stocké sur un ordinateur.
Le système mis en place autorise l'acquisition des évènements dont l'amplitude est supérieure à un seuil fixé par l'expérimentateur au-dessus du niveau du bruit de fond (typiquement 27 dB dans notre étude). Trois paramètres temporels (PDT, HDT et HLT) sont utilisés pour individualiser les salves acoustiques :

- HDT (Hit Definition Time) permet de déterminer la fin d'une salve acoustique. La salve débute lorsque le signal dépasse le seuil et prend fin lorsqu'il reste en-dessous du seuil pendant le temps HDT.

- HLT(Hit Lockout Time) est un temps d'arrêt de l'acquisition du signal acoustique après le temps HDT pour éviter l'enregistrement des échos secondaires.

- PDT (Peak Definition Time) assure une identification correcte du pic du signal pour les mesures du temps de montée et de l'amplitude maximale. Il permet de déterminer le nombre d'alternances maximal d'une salve.

Le choix des paramètres HDT, HLT, PDT et leur influence sur les résultats sont largement expliqués par Richeton [2006] et Shashkov [2012]. Ces paramètres de temps sont liés à la structure du matériau étudié. Les valeurs typiques de ces paramètres dans cette étude sont HDT=300 µs, HLT=40 µs et PDT=40 µs.

II.4.2 Caractéristiques des salves acoustiques enregistrées

Une salve enregistrée permet d'extraire les paramètres suivants (figure II.11) :

- Coup (en anglais « Count ») est le nombre de fois où « le signal » ou « l'amplitude des oscillations » a dépassé le seuil pendant la durée de la salve.
- Temps de montée (en anglais « Rise Time ») est le temps écoulé entre le déclenchement de la salve et le coup de plus forte amplitude.
- Durée δ_t est le temps écoulé entre le premier et le dernier coup.
- Amplitude maximale A est l'amplitude de la plus haute alternance. Dans la suite, on écrira amplitude pour désigner l'amplitude maximale.
- Energie W est l'intégrale du signal au carré sur la durée de la salve.

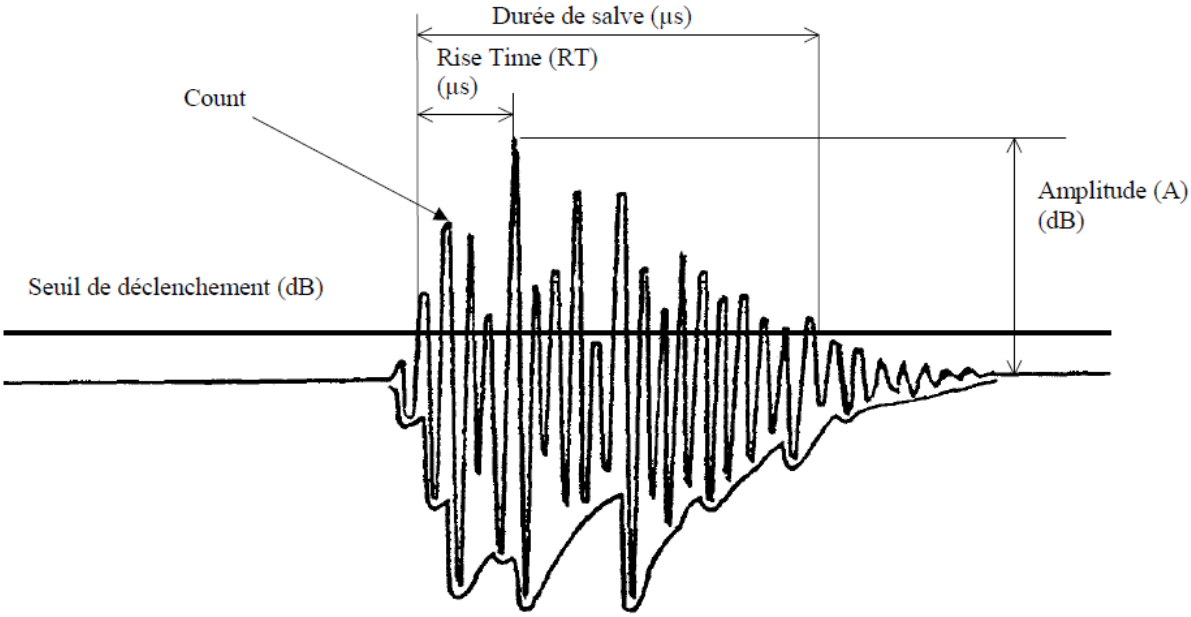


Figure II.11 – Caractéristiques d'une salve acoustique. D'après [Ceausescu-Ersen, 2004].

II.4.3 Analyse statistique des données

On a réalisé une analyse énergétique et une analyse temporelle des salves acoustiques sur les deux types d'éprouvettes (DT et DL) pour caractériser l'intermittence de la déformation plastique dans le CP Ti à l'échelle mésoscopique. L'objectif est de caractériser cette intermittence en fonction de l'orientation des éprouvettes et de la vitesse de déformation appliquée. Cette étude sera détaillée dans le chapitre VII de ce manuscrit.

Pour caractériser l'énergie dissipée, on a adopté l'approche de Weiss *et al.* [2001] suggérant d'utiliser le carré de l'amplitude maximale A comme mesure de l'énergie d'une salve (cf. section I.2.1). En effet, l'énergie W étant calculée comme l'intégrale du signal au carré, elle dépend de la durée de la salve et donc du réglage des paramètres temporels HDT et HLT. Suivant le choix de ces paramètres, plus ou moins d'énergie liée aux échos secondaires de la salve principale seront contenus dans W. Au contraire, l'amplitude maximale A ne dépend pas de ces paramètres et contient uniquement une information relative à la salve principale. En plus, comme démontré par Lebyodkin *et al.* [2013], les signaux acoustiques représentant la déformation plas-

tique peuvent former une séquence si dense que le système acoustique ne pourra pas les discriminer même pour les plus petites valeurs de HDT. Cet enchaînement des salves influence fortement la durée et l'énergie de la salve résultante mais a un effet faible sur la distribution statistique des amplitudes. La démarche d'analyse statistique est la même pour l'énergie et la durée des salves. Dans la sous-section suivante, X désigne soit le carré de l'amplitude maximale A, soit la durée δ_t de la salve.

Représentation des densités de probabilité

L'analyse statistique est effectuée sur des intervalles de comportement approximativement stationnaires. Pour cela, on cherche d'abord des intervalles temporels correspondant au même stade sur la courbe de déformation durant lesquels l'émission acoustique paraît stable. Cette partition est ensuite raffinée en variant la largeur des intervalles et en répétant le calcul des fonctions de distribution afin de vérifier qu'elles ne soient pas modifiées par la variation de l'intervalle.
Pour construire un histogramme, on compte le nombre d'évènements acoustiques $\delta N(X)$ par intervalle $[X, X + \delta X]$ de largeur δX(bin). Pour éviter d'avoir des intervalles ne contenant pas suffisamment d'évènements, on fixe un nombre minimum d'évènements $min\{\delta N(X)\}$ qu'un intervalle doit contenir. Dans notre étude, on prend $min\{\delta N(X)\}$ égal à 5 ou 7. Lorsque le nombre d'évènements d'un intervalle n'excède pas $min\{\delta N(X)\}$, cet intervalle est combiné à l'intervalle suivant.
La probabilité $P(X)$ sur l'intervalle $[X, X+\delta X]$ s'en déduit comme le nombre d'évènements dans cet intervalle divisé par le nombre total d'évènements N :

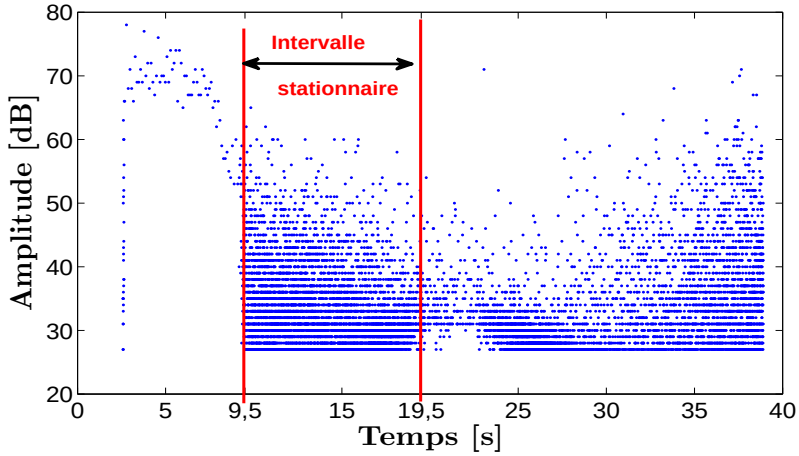
$$P(X) = \frac{\delta N(X)}{N} \tag{II.7}$$

Pour tracer la densité de probabilité $f(X)$, on normalise la probabilité $P(X)$ par la largeur δX ce qui permet d'utiliser des intervalles de largeur variable :

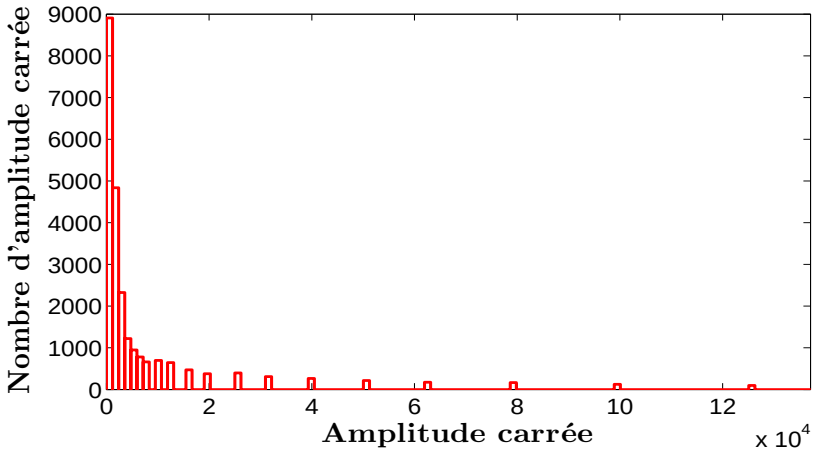
$$f(X) = \frac{P(X)}{\delta X} = \frac{1}{\delta X}\frac{\delta N(X)}{N} \tag{II.8}$$

Un exemple de l'analyse énergétique est illustré sur la figure II.12. On représente la densité de probabilité sur une échelle logarithmique (figure II.12c). La figure II.12a montre un exemple d'intervalle quasi-stationnaire sur lequel cette analyse est effec-

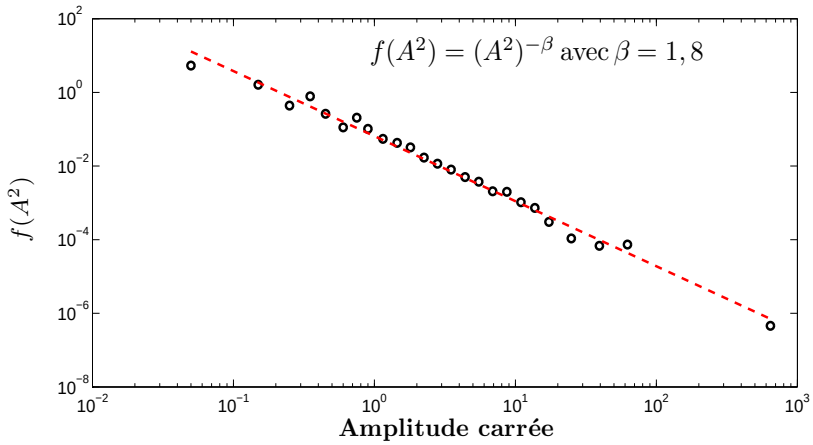
tuée. L'histogramme de la répartition des amplitudes maximales est représenté sur la figure II.12b. La figure II.12c montre une loi puissance de pente $\beta = 1{,}8$.



(a) Intervalle de temps correspondant à une activité acoustique quasi-stationnaire



(b) Histogramme de la répartition des amplitudes maximales



(c) Densité de probabilité $f(A^2)$

Figure II.12 – Analyse énergétique des salves acoustiques d'une éprouvette DT de CP Ti déformée à $\dot{\varepsilon}_a = 8 \times 10^{-3}\mathrm{s}^{-1}$ sur l'intervalle quasi-stationnaire $9{,}5 - 19{,}5\,\mathrm{s}$.

En conclusion, nous avons couplé à l'essai de traction deux techniques qui permettent de caractériser les processus de déformation plastique à une échelle mésoscopique. En revanche, ces techniques ne reflètent qu'indirectement les changements de microstructure qui opèrent au sein du matériau. Pour des observations directes de la microstructure (orientations cristallines, maclage, lignes de glissement), on a utilisé un microscope électronique à balayage (MEB) couplé à une analyse de diffraction des électrons rétrodiffusés (EBSD).

II.5 Analyses de la microstructure

Pour effectuer des analyses microstructurales à partir du MEB-EBSD, nous avons poli des petits échantillons de section 1cm^2 coupé dans la tôle initiale et des éprouvettes entières. Les petits échantillons ont été polis avant déformation pour déterminer la texture initiale du matériau et après déformation jusqu'à la striction ou la rupture pour estimer la fraction volumique de macles. Les éprouvettes entières ont été polies avant déformation pour pouvoir analyser les lignes de glissement après un faible niveau de déformation ou après la rupture.

II.5.1 Polissage des éprouvettes

Le but du polissage des éprouvettes est d'obtenir une surface plane de rugosité minimale, en enlevant les dépôts de produits de corrosion et la couche superficielle entachée par la découpe et l'oxydation du matériau. Avant le polissage, les échantillons prélevés ont été enrobés à froid (à l'aide de résine) ou à chaud. Trois étapes de polissage ont été utilisées dans l'ordre suivant :

Polissage mécanique

On effectue un polissage grossier de l'éprouvette à l'aide de papiers abrasifs en carbure de silicium de granulométrie décroissante :

- des micrograins (de tailles 30,2 µm; 18,3 µm),
- des grains ultra-fins (de tailles 8,4 µm; 5 µm).

Suivant les rayures observées sur la surface de l'échantillon à l'oeil nu ou par microscopie optique, on peut repolir à partir d'un papier à gros grains.

Polissage mécano-chimique

On polit l'échantillon en pulvérisant un aérosol diamanté de tailles (3 µm, 1 µm). Au cours du polissage mécano-chimique, on rince l'échantillon ou/et on le fait passer dans un bain à ultrasons après chaque changement de papier ou d'aérosol afin d'éviter que des particules de grand diamètre ne polluent le stade de polissage à plus faible granulométrie. Il est aussi très important de polir dans un seul sens par papier et de croiser la direction de polissage entre deux papiers.

Polissage électrolytique

On place l'échantillon à l'anode d'un circuit électrique sous un potentiel de 25 V pour les petits échantillons et 30 V pour les grands échantillons pour l'oxydation de ses éléments. On utilise une solution composée de 80% de méthanol et 20% d'acide perchlorique. Cet acide est conservé avant l'essai à une température de 5°C. La solution est composée et utilisée rapidement afin de conserver cette température. Les petits échantillons sont plongés pendant 15 s dans le bain électrolytique et les grands échantillons 30 s. Ce polissage permet d'éliminer l'écrouissage de la surface de l'échantillon causé par le polissage mécano-chimique. On peut maintenant observer au MEB puis faire l'analyse EBSD de la zone bien polie de l'échantillon.

II.5.2 Analyse MEB-EBSD

L'analyse EBSD est implantée dans un MEB de marque JEOL JSM-6490 MEB. Son objectif est d'identifier les orientations cristallines et les macles.

Orientation d'un grain

Pour repérer un grain, on utilise ses angles d'Euler définis par rapport au repère lié à l'échantillon K_A et au repère lié au réseau cristallin du grain K_B d'après les conventions de Bunge [1982] (angles d'Euler définis pour passer de K_A à K_B par

des rotations anti-horaires). Il est très important de préciser cette convention (voir figure II.14) car la construction des figures de pôles, l'estimation des facteurs de Schmid et la détermination des plans de glissement activés en dépendent.

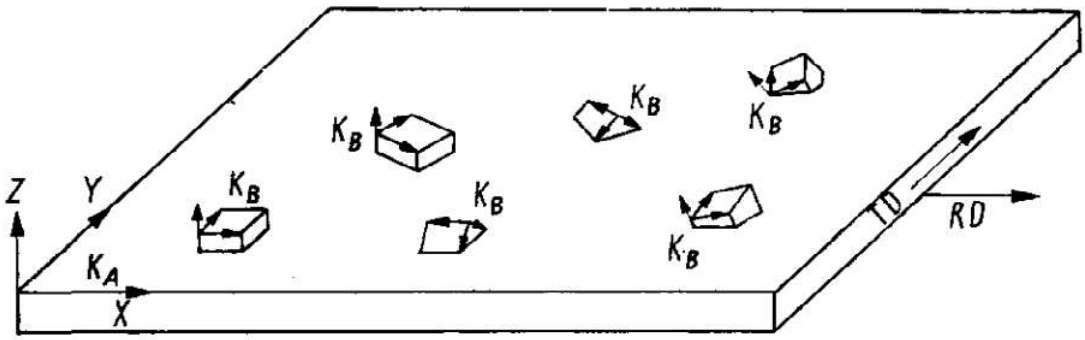


Figure II.13 – Repérage d'un grain dans le repère cristallin K_B par rapport au repère de l'échantillon K_A. D'après Bunge [1982].

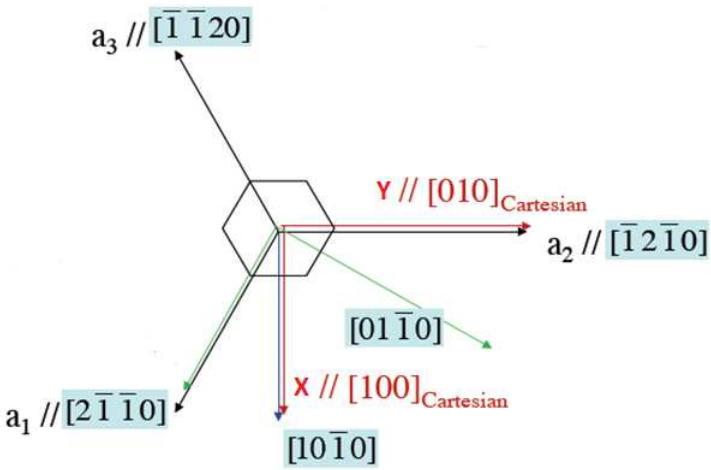


Figure II.14 – Convention du logiciel HKL Channel 5 pour le repérage des directions cristallographiques de la maille hcp : X//$[01\bar{1}0]$, Y//$[\bar{1}2\bar{1}0]$, Z//$[0001]$

Principe et traitement des données de l'EBSD

Le microscope électronique à balayage JEOL JSM-6490 MEB comporte :

- Une caméra à bas niveau de lumière (ou caméra EBSD) qui prend en temps réel l'image des diagrammes de **Kikuchi**.
- Un système d'acquisition **AZtec**.

On place la surface à analyser dans le MEB de façon à ce que sa normale soit inclinée de 70° par rapport au faisceau d'électrons incidents envoyé par le microscope sur l'échantillon. Au contact de la surface de l'échantillon, certains électrons vont diffracter sur les plans cristallins. Pour chaque plan cristallin diffractant, les électrons rétrodiffusés forment un cône de **Kossel**. Le système intercepte ces cônes pour tracer les bandes de **Kikuchi** qui représentent les plans diffractés. Chaque bande est ensuite indexée automatiquement pour trouver son plan correspondant. On visualise ces bandes sur un écran phosphorescent. Pour établir une distribution des grains, une différence minimum d'orientation entre deux grains est fixée à 5° (critère de désorientation). Les joints de macle sont eux identifiés à partir de l'axe et de l'angle associés à la désorientation minimum entre la phase parente et maclée, avec une tolérance de ±5° (voir le paragraphe I.1.2.2).
Les cartes sont ensuite traitées avec le logiciel de **post-traitement HKL Channel 5** pour déterminer les angles d'Euler moyens de chaque grain et éventuellement les macles présentes dans l'échantillon.

II.5.3 Analyse des lignes de glissement

L'analyse est effectuée exclusivement sur des éprouvettes entièrement polies avant déformation. Ces échantillons ont été déformés aux environs du stade B (voir Chapitre III) et jusqu'à la rupture. Notre méthode consiste à analyser les traces des lignes de glissement sur la surface de ces échantillons afin d'en déduire les plans de glissement activés.
Pour chaque échantillon, on repère d'abord une surface d'environ $160 \times 160\,\mu m^2$ (environ 100 grains) de la zone utile de l'échantillon à l'aide d'une laque d'argent (marqueur). En se servant de ce repérage, on réalise ensuite plusieurs images contenant une quinzaine de grains déformés à l'aide du MEB de type **Zeiss SUPRA 40** équipé d'un canon à émission de champ (en anglais « Field Emission electron Gun »).

Pour chaque carte photographiée, une analyse EBSD a été réalisée permettant d'obtenir les angles d'Euler moyens des différents grains.

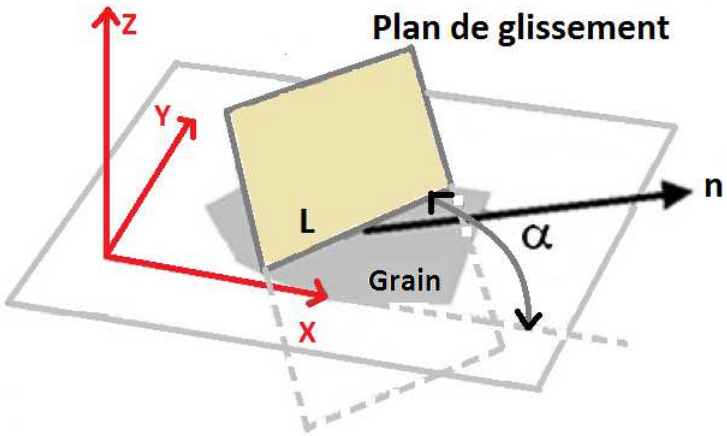


Figure II.15 – Représentation d'une ligne de glissement à la surface d'un échantillon dans le repère $K_A(X,Y,Z)$. D'après Chattopadhyay *et al.* [2012].

Notons (X,Y,Z) et (x,y,z) les bases orthonormées du repère K_A de l'échantillon et du repère K_B du grain, respectivement. Désignons par $L = {}^t(L_X, L_Y, 0)$ le vecteur portant la ligne de glissement dans le repère K_A. L'angle α entre la trace de glissement et l'horizontale X mesuré sur l'image obtenue par le MEB est défini par :

$$\alpha = \arctan(L_Y/L_X) \tag{II.9}$$

Comme L est dans le plan de glissement de normal n (figure II.15), L et n sont orthogonaux d'où :

$$n_X L_X + n_Y L_Y = 0 \tag{II.10}$$

L'angle α s'en déduit :

$$\alpha = \arctan(-n_X/n_Y) \tag{II.11}$$

La valeur théorique de α est ainsi déterminée par passage du vecteur n du repère K_B au repère K_A grâce aux angles d'Euler moyens du grain $(\varphi_1, \phi, \varphi_2)$. Cette valeur théorique est calculée pour les 16 plans indépendants de la structure hexagonale compacte (voir le paragraphe I.1.2.1). On obtient plusieurs valeurs théoriques auxquelles on compare la valeur mesurée de α afin de déterminer le plan activé. Cette

méthode ne fournit aucune information sur la direction de glissement. On ne peut donc pas distinguer par cette méthode les systèmes $\Pi_1^{<a>}$ et $\Pi_1^{<c+a>}$ qui possèdent les mêmes plans de glissement. La plupart du temps, l'accord entre l'angle mesuré et l'angle calculé est très bon. Toutefois, en raison de certaines imprécisions possibles dans le procédé (mauvais alignement de l'échantillon, imprécision lors de l'indexation des grains, lignes de glissement non parfaitement droites), une famille de glissement est identifiée lorsque la différence des angles (mesuré et calculé) est inférieure à 5°. Lorsque plusieurs familles se trouvent dans la précision de 5°, on choisit celle dont l'angle calculé est le plus proche de l'angle mesuré. Si les deux angles les plus proches ont une différence de 1°, le grain est exclu de la statistique.

III

Caractérisation de l'anisotropie de la déformation plastique du α-titane en conditions de traction

Dans ce chapitre, nous analysons les données obtenues lors des essais de traction avec extensomètre mécanique et les données des extensomètres locaux mesurées avec la caméra CCD. Nous caractérisons l'anisotropie plastique en étudiant, suivant la direction de chargement par rapport à la texture du matériau, les mécanismes responsables des stades du taux d'écrouissage du α-titane en conditions de traction. Afin d'évaluer la contribution de chaque mécanisme, nous avons réalisé des analyses MEB-EBSD à petite échelle. Une partie des résultats de ces essais a été réalisée ensemble avec Amandine Roth [2014] au cours de sa thèse (lire cette thèse pour des explications plus détaillées).

Mini-sommaire

III.1 Comportement du taux d'écrouissage **90**

III.2 Champs locaux de déformation **95**

III.3 Analyses de la microstructure **97**

III.3.1 Caractérisation du maclage 97

III.3.2 Évolution des textures 100

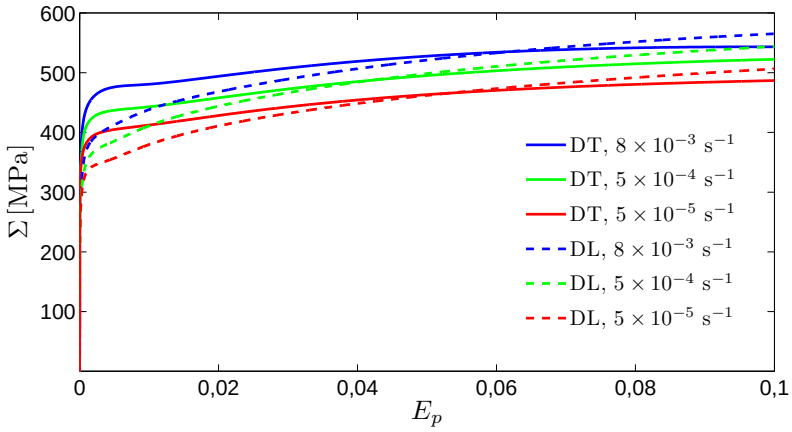
III.3.3 Analyses des lignes de glissement 100

III.4 Synthèse des hypothèses sur les mécanismes du comportement en trois stades **103**

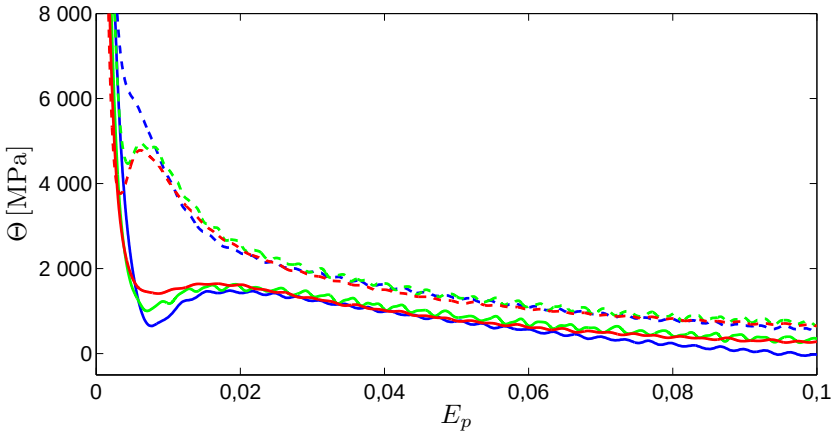
III.5 Objectifs de la modélisation **106**

III.1 Comportement du taux d'écrouissage

Les résultats des essais de traction avec extensomètre mécanique réalisés à température ambiante sur des échantillons de CP Ti prélevés suivant les orientations DT et DL sont présentés sur la figure ci-dessous. Les échantillons sont déformés aux vitesses de déformation initiale $\dot{\varepsilon}_a$ égales à $5\times10^{-5}\,\mathrm{s}^{-1}$, $5\times10^{-4}\,\mathrm{s}^{-1}$ et $8\times10^{-3}\mathrm{s}^{-1}$. La démarche de dépouillement de ces résultats a été expliquée dans la sous-section II.2.2 du chapitre précédent.



(a) Evolution de la contrainte vraie en fonction de la déformation plastique vraie



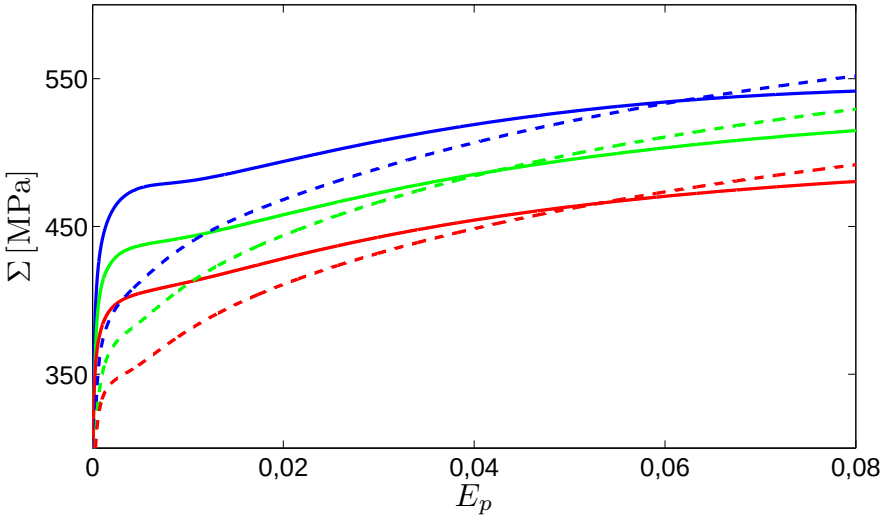
(b) Evolution du taux d'écrouissage en fonction de la déformation plastique vraie

Figure III.1 – Essais de traction réalisés à des vitesses de déformations initiales ($\dot{\varepsilon}_a$) égales à $5\times10^{-5}\,\mathrm{s}^{-1}$, $5\times10^{-4}\,\mathrm{s}^{-1}$ et $8\times10^{-3}\mathrm{s}^{-1}$ sur les échantillons DT et DL.

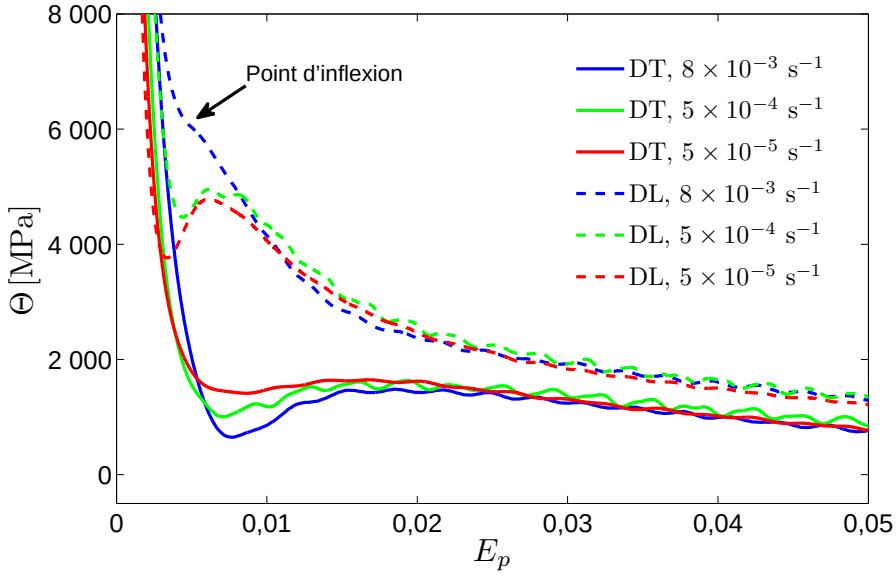
Pour tracer la figure III.1a, nous avons estimé les modules d'Young suivant les deux orientations. Les valeurs sont cohérentes par rapport à l'anisotropie élastique du

titane [Hearmon, 1979] et la texture initiale de nos échantillons. Le module d'Young $Y_{DT} = 109{,}5 \pm 2{,}5$ GPa suivant DT est supérieur au module d'Young $Y_{DL} = 103{,}7 \pm 2{,}8$ GPa suivant DL.

Pour mieux distinguer le début de la plasticité, la figure III.2 montre la partie de la figure III.1 aux petites déformations :



(a) Evolution de la contrainte vraie en fonction de la déformation plastique vraie



(b) Evolution du taux d'écrouissage en fonction de la déformation plastique vraie

Figure III.2 – Essais de traction réalisés à des vitesses de déformations initiales ($\dot{\varepsilon}_a$) égales à $5 \times 10^{-5}\,\mathrm{s}^{-1}$, $5 \times 10^{-4}\,\mathrm{s}^{-1}$ et $8 \times 10^{-3}\mathrm{s}^{-1}$ sur les échantillons DT et DL (Agrandissement de la figure III.1)

Les principales observations qui peuvent être réalisées à partir de ces figures sont présentées à la suite.

- La figure III.1a indique une allure différente des courbes des échantillons DT et DL. Les 3 courbes contrainte-déformation des échantillons DT présentent clairement la particularité discutée dans la section I.1.3 pour les courbes de compression (voir la figure I.7a) : une région relativement plane après la transition élastoplastique, suivie par une augmentation plus marquée de la contrainte. Cette région est assimilée à un « plateau » et est la plus prononcée pour la plus grande vitesse (voir plus clairement sur la figure III.2a). Les échantillons DL montrent une allure beaucoup plus monotone. Cependant, un point d'inflexion est clairement visible dans le même intervalle de déformation. Cela indique que la tendance à la formation d'un plateau est présente pour les deux orientations des éprouvettes. Par ailleurs, cette tendance est considérablement moins forte que dans les cas de compression [Salem *et al.*, 2002, 2003, 2006].

Ces observations sont confortées par les courbes du taux d'écrouissage, en effet :

- la figure III.1b montre la présence des trois stades A, B et C du taux d'écrouissage pour les deux orientations. Le puits observé au début du stade B est plus prononcé pour les échantillons DT que pour les échantillons DL. Un point d'inflexion est visible sur la courbe de l'échantillon DL à la plus grande vitesse (figure III.2b).

- L'observation la plus importante est un effet inverse de la vitesse de déformation sur le puits de la transition A-B pour les deux orientations. En effet, on observe que lorsque la vitesse de déformation appliquée est plus élevée, le puits est plus prononcé pour les échantillons DT tandis qu'il est moins prononcé pour les échantillons DL.

En plus de ces observations, nous avons remarqué que :

- les courbes de la figure III.1a sont assez lisses. On peut donc suggérer que le matériau se déforme de manière macroscopiquement homogène au cours de la déformation plastique.

- En observant les minimas et les maximas du taux d'écrouissage délimitant le stade B, on remarque que l'amplitude de déformation plastique correspondante est plus grande pour les échantillons DT que pour les échantillons DL. L'amplitude de déformation du stade B est en outre dépendante de la vitesse appliquée. Les stades A et B se déroulent à de faibles déformations pour tous les échantillons. On remarque que ces trois stades sont moins prononcés qu'en compression [Salem *et al.*, 2002, 2003, 2006].

- Les courbes des figures III.1b et III.2b montrent que les éprouvettes DL durcissent plus que les éprouvettes DT durant tout l'essai. Excepté aux toutes petites déformations qui correspondent à la transition élastoplastique, Θ_{DL} est nettement supérieur à Θ_{DT} à toutes les déformations de l'essai et ce quelque soit la vitesse de déformation.

- La plus grande partie de la déformation s'opère durant le stade C où le taux d'écrouissage devient virtuellement parallèle entre les deux orientations à chaque vitesse de déformation (figure III.1a). Le mécanisme qui gouverne ce stade est donc le mécanisme principal de la déformation plastique. L'évolution du taux d'écrouissage étant le même durant ce stade C pour les deux orientations, on peut donc suggérer que la différence entre Θ_{DL} et Θ_{DT} n'est pas significative d'un mécanisme de déformation différent.

La figure III.2a indique que pour chaque vitesse, les échantillons DT présentent une limite élastique plus élevée que les échantillons DL. Cette dernière observation est spécifiée sur la figure III.3 qui présente la sensibilité de la limite élastique à la vitesse de déformation.

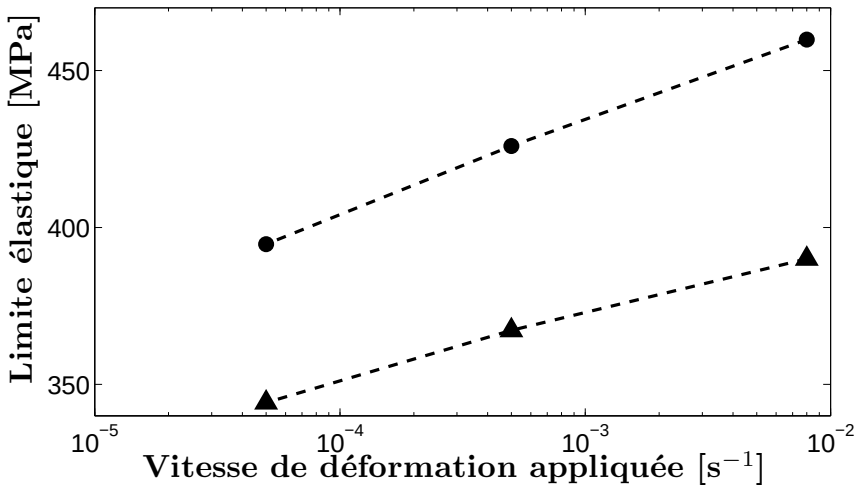


Figure III.3 – Limite élastique en fonction de la vitesse de déformation appliquée, déterminée au niveau de 0,2% de déformation plastique. Les vitesses de déformations sont égales à $5 \times 10^{-5}\,s^{-1}$, $5 \times 10^{-4}\,s^{-1}$ et $8 \times 10^{-3}s^{-1}$. Les échantillons DT et DL sont représentés par des cercles et des triangles respectivement.

Cette figure permet de tirer deux conclusions importantes qui concernent d'une part le rôle du maclage au début de la déformation plastique et d'autre part la sensibilité à la vitesse de déformation. Elle montre notamment que la limite élastique évolue linéairement avec le logarithme de la vitesse de déformation appliquée. Ce comportement est usuellement relié au mouvement thermiquement activé des dislocations et est donc cohérent avec les données qui indiquent que le maclage ne commence qu'après l'accumulation d'une certaine déformation plastique [Salem *et al.*, 2002, 2003, 2006], de telle manière que la limite élastique est vraisemblablement contrôlée par un mécanisme de dislocations [Roth, 2014]. En outre, cette dépendance de la limite élastique à la vitesse appliquée permet de suggérer un comportement élasto-viscoplastique pour le matériau CP Ti.

Par ailleurs, cette figure montre que les deux pentes ne sont pas égales pour les deux orientations, c'est-à-dire que la limite élastique n'est pas seulement plus élevée pour les échantillons DT mais croît plus rapidement pour ces échantillons lorsque la vitesse de déformation appliquée augmente. Les différences de limite élastique montrent que les systèmes de glissement à l'origine du début de la plasticité sont

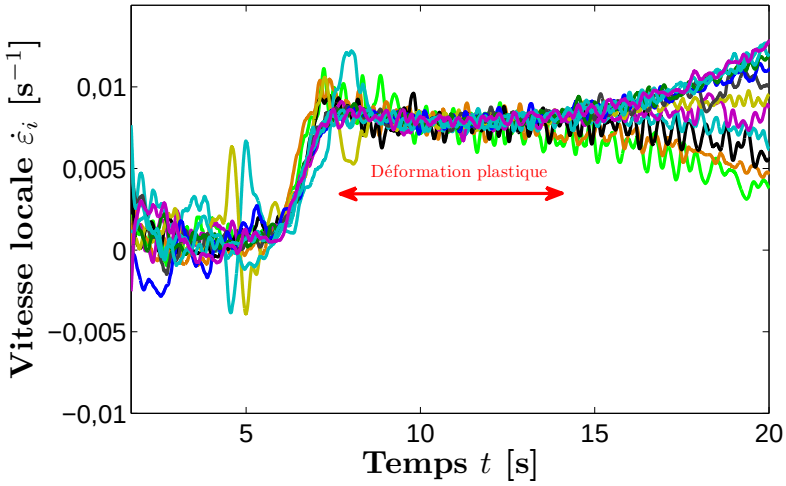
dépendants de l'orientation de l'échantillon. La différence de pente nous amène à suggérer que la sensibilité à la vitesse de déformation pourrait être différente selon les systèmes de glissement.

En conclusion, cette analyse des essais de traction avec extensomètre mécanique révèle l'anisotropie de la déformation plastique du CP Ti. Les trois stades observés généralement en compression sont bien présents en traction mais dans une moindre mesure. Les stades décrits ici sont cependant plus prononcés que ceux des essais de traction de Becker et Pantleon [2013]. La déformation plastique accumulée par le matériau avant le début du stade C est beaucoup plus grande en conditions de compression (figure I.7b) qu'en traction. Dans la suite, on s'intéresse aux mécanismes responsables de l'écrouissage, en particulier du stade A en analysant localement les données fournies par les extensomètres locaux.

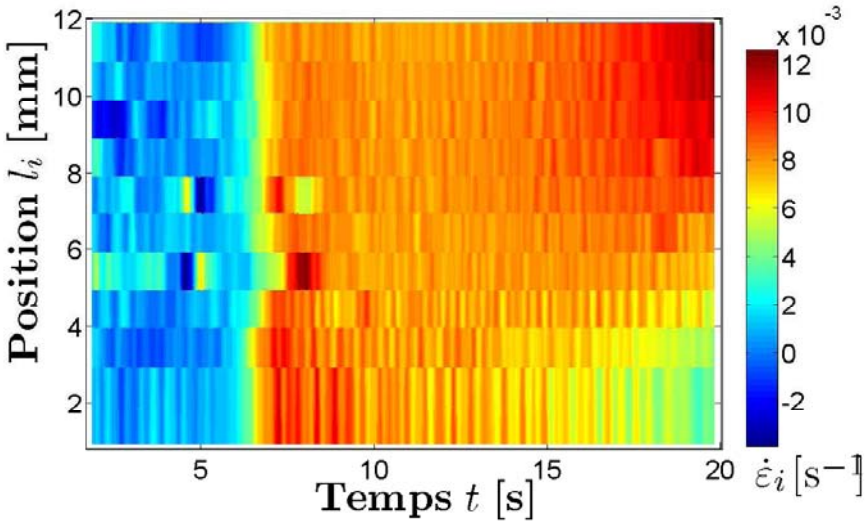
III.2 Champs locaux de déformation

Cette section examine le comportement de la déformation plastique à l'aide des champs locaux de déformation.

Parmi les courbes de déformation macroscopique de la figure III.1a, celle correspondant à l'échantillon déformé à la plus grande vitesse dans la direction DT est la plus susceptible de présenter une instabilité plastique à cause de la présence marquée d'un « plateau » après la transition élastoplastique. Ce plateau fait penser au plateau de Piobert-Lüders (Piobert [1842], Lüders [1860]) associé à la propagation de bandes de déformation dans les alliages vieillissants. La procédure d'analyse des données d'extensométrie locale a été présentée dans la sous-section II.3.3. Elle est réalisée pour vérifier la présence ou l'absence de propagation de bandes de déformation. L'analyse fournit l'évolution des vitesses de déformation locales au cours du temps et la carte spatio-temporelle de la vitesse de déformation locale telles que présentées sur la figure suivante pour l'échantillon évoqué :



(a) Vitesses de déformations locales



(b) Carte spatio-temporelle des vitesses de déformation locale

Figure III.4 – Mesures à partir d'extensomètres locaux sur une éprouvette DT de CP Ti déformée à $\dot{\varepsilon}_a = 8 \times 10^{-3}\text{s}^{-1}$.

La figure III.4a montre une certaine variation de la vitesse de déformation locale durant la déformation considérée comme élastique à l'échelle macroscopique. Au cours de la transition élastoplastique, les vitesses locales augmentent et restent proches de la vitesse de déformation appliquée à l'échantillon durant toute la déformation plastique. On observe que la transition élastoplastique est quasi-instantanée sur l'ensemble du champ de vision de la caméra CCD. Il n'y a pas de bande qui se propage dans l'échantillon. La conjecture d'une bande de Piobert-Lüders durant le

stade A de l'écrouissage est donc a priori invalidée. Ce « plateau » ne résulte donc pas d'une instabilité plastique macroscopique. On n'observe pas non plus, d'une façon suffisamment claire, d'ondes plastiques à une échelle plus fine que celle de la bande de Piobert-Lüders, bien que les courbes d'écrouissage manifestent des ondulations de faible amplitude.

La déformation apparaît très homogène jusqu'à la striction vers $t = 16\,\mathrm{s}$, comme cela avait été supposé d'après le caractère lisse des courbes de déformation à l'échelle macroscopique. La représentation en trois dimensions de la figure III.4b ci-dessous montre plus clairement le caractère homogène de la déformation jusqu'à la striction à l'échelle accessible à partir de cette technique.

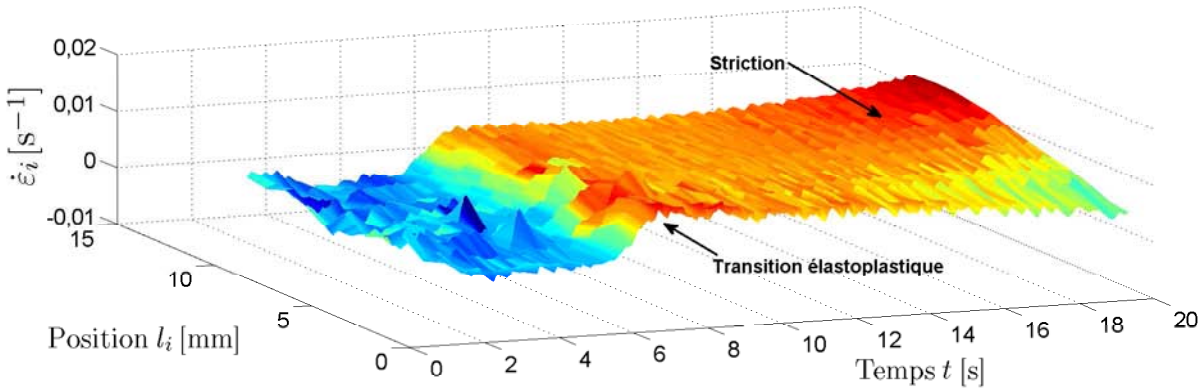


Figure III.5 – La carte de la figure III.4b transformée en 3D.

III.3 Analyses de la microstructure

Le protocole des analyses de la microstructure est détaillé au chapitre précédent dans la section II.5.

III.3.1 Caractérisation du maclage

L'objectif de cette section est de déterminer le rôle du maclage dans l'écrouissage du matériau étudié. La contribution du maclage est examinée suivant les orientations DT et DL.

Les fractions volumiques des macles ont été estimées quantitativement autour du

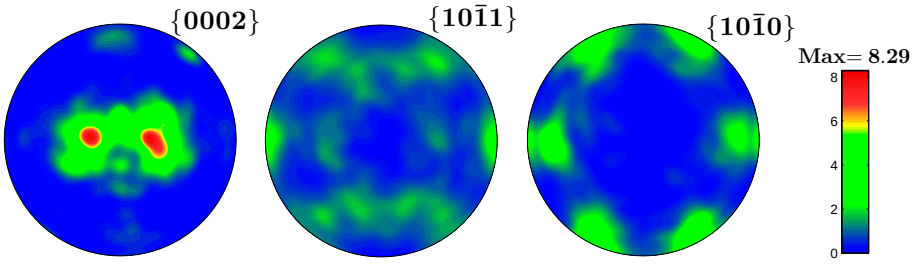
stade B, à la striction et à la rupture. Des essais interrompus ont été réalisés pour analyser la microstructure autour du stade B sur deux échantillons DT et deux échantillons DL polis avant déformation. Ces essais ont été réalisés à deux vitesses de déformation initiale $\dot{\varepsilon}_a$ égales à $5 \times 10^{-4}\,\mathrm{s}^{-1}$ et $8 \times 10^{-3}\mathrm{s}^{-1}$.

Le tableau III.1 présente ci-dessous les estimations des fractions volumiques des macles réalisées à l'aide de la méthode des interceptes [Roth *et al.*, 2014]. L'analyse révèle la présence de macles de contraction C et de macles d'extension T_1 (voir tableau I.3). On remarque l'absence de macles d'extension T_2 dans les échantillons. Très peu de macles sont observées dans les échantillons DL durant tous les essais

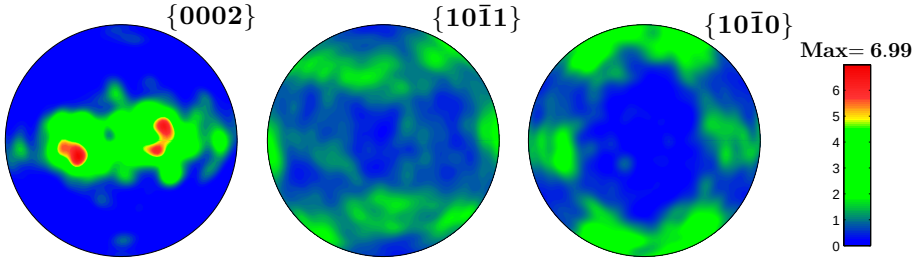
Orientation	**Vitesse de déformation**	**Stade B**	**Striction**	**Rupture**
DT	$5 \times 10^{-4}\,\mathrm{s}^{-1}$	1,9% T_1 ; 0% C	5,7% T_1 ; 0% C	-
	$8 \times 10^{-3}\,\mathrm{s}^{-1}$	1,1% T_1 ; 0% C	-	2,6% T_1 ; 0% C
DL	$5 \times 10^{-4}\,\mathrm{s}^{-1}$	0,4% T_1 ; 0,5% C	0% T_1 ; 0% C	-
	$8 \times 10^{-3}\,\mathrm{s}^{-1}$	0% T_1 ; 0% C	-	0,2% T_1 ; 0,3% C

Tableau III.1 – Estimations quantitative de la fraction volumique de macle. T_1 signifie $\{10\bar{1}2\}[\bar{1}011]$ macles d'extension et C pour $\{11\bar{2}2\}[11\bar{2}\bar{3}]$ macles de contraction.

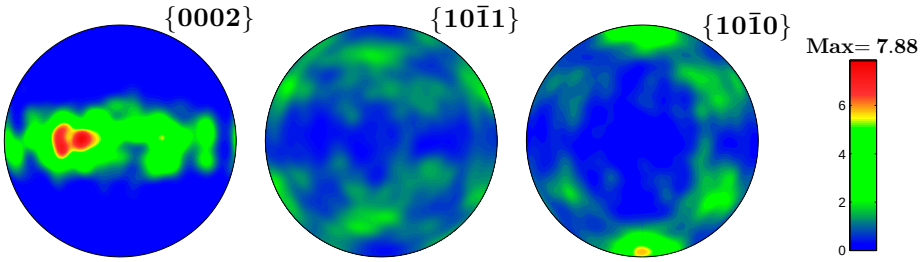
de traction. Les échantillons DT montrent une plus grande quantité de macles que les échantillons DL, mais avec de plus faibles fractions volumiques autour du stade B (1 à 2%) par rapport à la fin de l'essai (3 à 6%). La figure III.6 montre que la présence des macles n'influence pas de manière significative la texture du CP Ti après déformation. On observe cependant un effet clair du maclage sur la figure III.6a qui correspond à l'échantillon avec la fraction volumique de macles la plus élevée (5,7% T_1, voir tableau III.1). Certains des pôles basaux qui étaient pratiquement alignés avec l'axe de traction sont en effet réorientés de quasiment 90°.



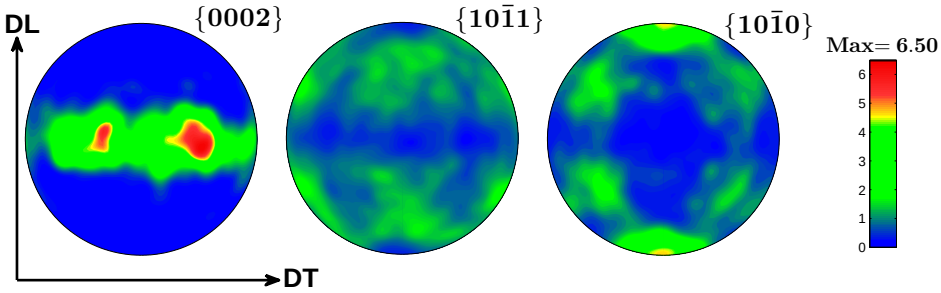
(a) Échantillon DT déformé à $\dot{\varepsilon}_a = 5 \times 10^{-4}\,\mathrm{s}^{-1}$ et arrêté à $E_p = 0{,}18$



(b) Échantillon DT déformé à $\dot{\varepsilon}_a = 8 \times 10^{-3}\,\mathrm{s}^{-1}$ et arrêté à $E_p = 0{,}2$



(c) Échantillon DL déformé à $\dot{\varepsilon}_a = 5 \times 10^{-4}\,\mathrm{s}^{-1}$ et arrêté à $E_p = 0{,}18$



(d) Échantillon DL déformé à $\dot{\varepsilon}_a = 8 \times 10^{-3}\,\mathrm{s}^{-1}$ et arrêté à $E_p = 0{,}2$

Figure III.6 – Figures de pôle après déformation plastique mesurée par EBSD. Les tracées sont réalisées à l'aide de la boîte à outils MTEX [Bachmann *et al.*, 2010].

Les fractions volumiques de macles après la rupture sont plus faibles que pour

la compression [Salem *et al.*, 2002, 2003, 2006]. Les très faibles fractions de macles mesurées autour du stade B confirment que le maclage ne peut pas être le mécanisme responsable de l'augmentation brusque du taux d'écrouissage au stade B. Le glissement des dislocations semble être le mécanisme principal de la déformation. Cette analyse est en accord avec les conclusions de la section III.1 montrant que le comportement en traction du CP Ti est cohérent avec le mouvement thermiquement activé des dislocations. Ainsi, les observations à l'échelle microscopique confirment dans ce cas la suggestion faite à l'échelle macroscopique.

III.3.2 Évolution des textures

La figure III.6 montre les textures obtenues après déformation pour les échantillons DT et DL déformés à $\dot{\varepsilon}_a = 5 \times 10^{-4}\,\mathrm{s}^{-1}$ et $\dot{\varepsilon}_a = 8 \times 10^{-3}\,\mathrm{s}^{-1}$. Ces figures ne montrent pas d'effet réellement significatif de la vitesse de déformation sur l'évolution de texture. Mis à part l'effet du maclage relevé précédemment, uniquement sur l'échantillon DT déformé à $\dot{\varepsilon}_a = 5 \times 10^{-4}\,\mathrm{s}^{-1}$ et limité à une faible fraction volumique d'orientations, on ne note pas d'évolution marquée des pôles basaux $\{0002\}$ par rapport à la texture initiale (figure II.2), ni pour les échantillons DL, ni pour les échantillons DT. Les deux autres figures de pôle montrent au contraire des changement plus significatifs. Les pôles prismatiques $\{10\bar{1}0\}$ qui étaient initialement répartis de manière presque uniforme autour des pôles basaux, se sont alignés avec l'axe de traction après déformation, c'est à dire le long de DT pour les échantillons DT et le long de DL pour les échantillons DL. Ce résultat est cohérent avec des observations précédentes réalisées sur des matériaux similaires (cf. Becker et Pantleon [2013] concernant les échantillons DL).

III.3.3 Analyses des lignes de glissement

Les échantillons déformés autour du stade B et à la striction ont fait ensuite l'objet d'analyses statistiques des traces des lignes de glissement observées sur la surface des grains des échantillons déformés selon le protocole expliqué à la sous-section II.5.3. Afin de simplifier la statistique, cette analyse ne prend pas en compte

les grains où 2 systèmes de glissement ont été observés. 94% des grains considérés avaient un seul système de glissement observable autour du stade B et 88% à la striction. Enfin, la fréquence des familles de systèmes de glissement observées a été calculée à partir du nombre total de grains retenus dans les statistiques. Les tableaux III.2-III.3 ci-dessous fournissent respectivement la fréquence d'observation des familles de glissement autour du stade B et à la rupture. Ces résultats indiquent

Orientation	**Vitesse de déformation**	$\boldsymbol{P}$	$\boldsymbol{B}$	$\boldsymbol{\Pi_1^{<a>} + \Pi_1^{<c+a>}}$	$\boldsymbol{\Pi_2^{<c+a>}}$
DT	$5 \times 10^{-4}\,\mathrm{s}^{-1}$	65%	1%	23%	11%
	$8 \times 10^{-3}\,\mathrm{s}^{-1}$	73%	0%	14%	13%
DL	$5 \times 10^{-4}\,\mathrm{s}^{-1}$	82%	0%	4%	14%
	$8 \times 10^{-3}\,\mathrm{s}^{-1}$	81%	0%	8%	11%

Tableau III.2 – Fréquence d'observation des familles de systèmes de glissement autour du stade B.

Orientation	**Vitesse de déformation**	$\boldsymbol{P}$	$\boldsymbol{B}$	$\boldsymbol{\Pi_1^{<a>} + \Pi_1^{<c+a>}}$	$\boldsymbol{\Pi_2^{<c+a>}}$
DT	$5 \times 10^{-4}\,\mathrm{s}^{-1}$	51%	0%	26%	23%
DL	$5 \times 10^{-4}\,\mathrm{s}^{-1}$	65%	0%	17%	18%

Tableau III.3 – Fréquence d'observation des familles de systèmes de glissement à la rupture.

tout d'abord que le glissement prismatique est plus présent dans les échantillons DL que dans les échantillons DT. Cette analyse est en accord avec la statistique des facteurs de Schmid (figure III.7) et avec la plus faible limite élastique des échantillons DL (Roth *et al.* [2014], Won *et al.* [2015]), cette dernière étant liée à la valeur plus faible de la CRSS sur les systèmes prismatiques (Churchman [1954] ; Philippe *et al.* [1995] ; Salem *et al.* [2005], Zaefferer [2003] ; Wu *et al.* [2007] ; Gong et Wilkinson [2009] ; Gurao *et al.* [2011] ; Li *et al.* [2013] ; Warwick *et al.* [2012] ; Benmhenni *et al.* [2013] ; Gloagen *et al.* [2013] ; Barkia *et al.* [2015b]). La proportion du glissement pyramidal augmente pour les deux orientations durant l'essai, ce qui peut être à l'origine de l'augmentation brusque du taux d'écrouissage au stade B.

Les tableaux III.2 et III.3 montrent que la fraction des grains déformés initialement par glissement pyramidal n'est pas prépondérante, le glissement prismatique étant dominant même dans les échantillons DT. En outre, les données du tableau III.2 permettent aussi d'effectuer une hypothèse sur la sensibilité de la contrainte à la vitesse de déformation (SRS, abréviation conventionnelle provenant de l'anglais « Strain-Rate Sensitivity »). Pour un processus thermiquement activé, l'augmentation de la vitesse de déformation dans un système donné nécessite une augmentation correspondante de la cission résolue. Pour les échantillons DT, l'évolution des fréquences de lignes de glissement de la famille prismatique suite à l'augmentation de la vitesse de déformation appliquée (tableau III.2) permet ainsi de suggérer une SRS plus faible pour les systèmes prismatiques. Cette hypothèse est également en accord avec les mesures de volume d'activation dans le titane, une quantité inversement proportionnelle à la SRS [Levine, 1966].

Il convient de souligner que les données des tableaux III.2-III.3 sont en bon accord avec les résultats des études récentes de lignes de glissement effectuées sur des échantillons de CP Ti de compositions chimiques légèrement différentes (Li *et al.* [2013]; Barkia *et al.* [2015a,b]). Seule une plus faible fréquence de glissement basal peut être remarquée dans les données actuelles (0 à 1% d'après les tableaux III.2 et III.3 à comparer avec les 5 à 10% trouvés par Li *et al.* [2013]; Barkia *et al.* [2015a,b]). Il est également important de noter que, bien que ces résultats fournissent une base qualitative pour proposer un modèle pertinent du comportement plastique du titane en conditions de traction, il n'est pas forcément pertinent de chercher à reproduire quantitativement l'ensemble des données des tableaux III.2 et III.3. En effet, en raison des conditions aux limites et des possibles gradients de composition chimique, la répartition des activités de glissement à la surface de l'échantillon peut ne pas être parfaitement représentative de sa distribution en volume.

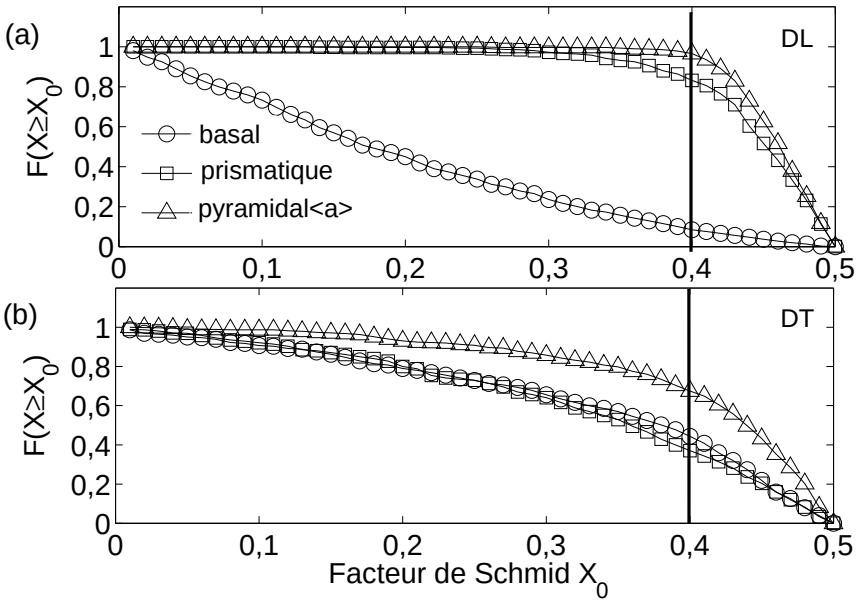


Figure III.7 – Distribution cumulée $F(X \geq X_0)$ des facteurs de Schmid maximaux de grains issus d'une carte EBSD d'un échantillon non déformé, considérant une direction de traction selon (a) DL et (b) DT. La représentation de la distribution est choisie de manière à ce que l'ordonnée d'un point X_0 donne la fraction de grains qui possèdent un facteur de Schmid d'une valeur X_0 ou supérieure. Les lignes verticales correspondent à la valeur seuil de 0,4 choisie comme exemple.

III.4 Synthèse des hypothèses sur les mécanismes du comportement en trois stades

Les résultats de ce chapitre permettent de revoir certaines hypothèses sur les mécanismes du comportement en trois stades du Ti commercialement pur en conditions de traction.

Pour expliquer la chute initiale du taux d'écrouissage observée au stade A, le vieillissement statique et le glissement simple avaient été discutés dans la littérature (section I.1.3), le vieillissement statique à cause de la présence du « plateau » à la transition élastoplastique et le glissement simple en référence au stade I du taux d'écrouissage généralement observé dans un monocristal. L'analyse des champs locaux de déformation à la section III.2 n'a révélé aucune propagation de bandes de

déformation. A priori, le vieillissement statique ne semble donc pas être responsable du stade A. Le CP Ti étant fortement texturé, on peut en revanche suggérer comme Kailas *et al.* [1994] que ce stade pourrait être dû à du glissement simple dans les grains, et plus précisément, à du glissement prismatique qui est reconnu comme le plus facile dans le α-Ti.

L'hypothèse d'un stade B contrôlé par le maclage est souvent évoquée en conditions de compression [Salem *et al.*, 2002, 2003, 2006]. Toutefois, en conditions de traction, l'estimation des fractions volumiques des macles autour du stade B (cf. sous-section III.3.1) ne permet pas d'attribuer un rôle important au maclage. L'étude de la sensibilité de la limite élastique à la vitesse de déformation vient appuyer ce fait en montrant, d'une part, que le début de la déformation plastique est gouverné par un processus thermiquement activé cohérent avec le glissement des dislocations et d'autre part, que la sensibilité à la vitesse est différente suivant la distribution des systèmes de glissement actifs. Ce dernier point a été confirmé par l'analyse statistique des traces de glissement qui indique une variation de la fréquence d'observation des systèmes prismatiques dans les échantillons DT avec la vitesse de déformation appliquée. Pour expliquer cette observation, nous suggérons ainsi que la sensibilité à la vitesse est plus faible sur les systèmes prismatiques que sur les autres systèmes. Par ailleurs, l'analyse des traces de glissement effectuée autour du stade B et à la striction a révélé que même si le glissement prismatique domine globalement la déformation plastique du Ti étudié, ce système rentre en concurrence avec les systèmes pyramidaux dès le début du stade B. On peut alors formuler l'hypothèse que le stade B serait lié aux interactions entre systèmes prismatiques et pyramidaux.

L'hypothèse d'une sensibilité à la vitesse différente entre systèmes est cependant certainement insuffisante pour expliquer à elle toute seule l'ensemble des observations : l'augmentation brusque du taux d'écrouissage, l'effet inverse de la vitesse et le plus fort durcissement pour l'orientation DL. C'est pourquoi, nous sommes amenés à considérer une hypothèse supplémentaire concernant la multiplication des dislocations mobiles. En effet, dans leurs travaux, Conrad [1981] et Naka [1983] expliquent l'apparition d'un crochet sur les courbes de traction du titane après la transition élastoplastique comme pouvant résulter d'une multiplication des dislocations vis et

le domaine de microplasticité qui précède comme dû au glissement des dislocations coins plus mobiles (figure III.8). En reprenant cette hypothèse, on pourrait de plus suggérer une multiplication plus rapide des dislocations mobiles sur les systèmes prismatiques que sur les autres systèmes. On aboutirait alors à des densités de dislocations plus importantes dans les échantillons DL que DT (puisque ces derniers se déforment plus sur les systèmes prismatiques (cf. tableaux III.2 et III.3)) expliquant ainsi leur plus fort durcissement.

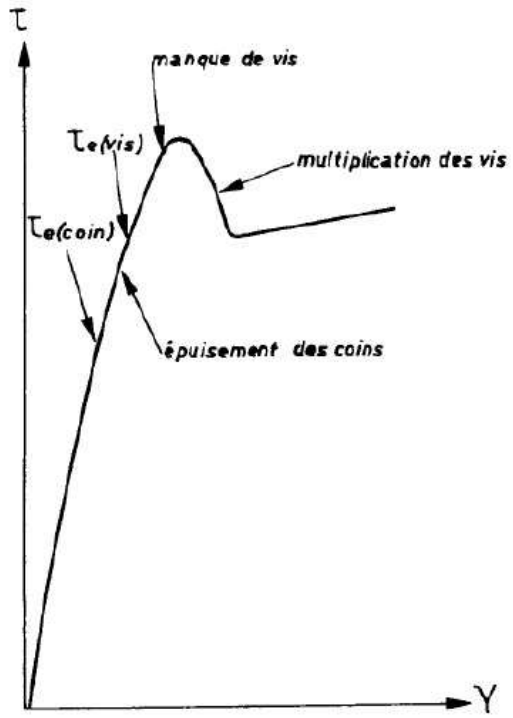


Figure III.8 – Cission en fonction du glissement. Scénario expliquant le pic de contrainte. D'après Naka [1983].

Enfin, la déformation plastique accumulée durant les stades A et B est très petite par rapport à celle accumulée durant le stade C. Le mécanisme à l'origine de ce stade est donc le mécanisme principal de la déformation plastique du CP Ti en traction.

III.5 Objectifs de la modélisation

Suivant notre conjecture que le maclage ne joue qu'un rôle secondaire dans la déformation de nos échantillons, nous allons dans les chapitres IV et V développer une modélisation micromécanique à transitions d'échelles basée uniquement sur le glissement des dislocations. Nous allons tester les hypothèses formulées au paragraphe précédent (multiplication des dislocations mobiles, sensibilité à la vitesse différente entre systèmes) afin de reproduire, au moins qualitativement, les spécificités du comportement de l'écrouissage du CP Ti en conditions de traction.

IV

Modélisation du comportement élastoviscoplastique du monocristal de α-titane

Dans ce chapitre, la déformation plastique est supposée due uniquement au glissement des dislocations qui est décrit comme un processus thermiquement activé. Les lois constitutives sont basées sur deux variables internes, à savoir la densité de dislocations de forêt et la densité de dislocations mobiles, à la différence de l'approche à une seule variable interne (densité de dislocations de forêt) qui est plus couramment utilisée dans la littérature. Dans cette dernière approche, la densité de dislocations mobiles est implicitement supposée constante dans l'évolution du taux de glissement. Par opposition, l'approche actuelle considère séparément la densité de dislocations mobiles et la vitesse moyenne des dislocations. Par ailleurs, un intérêt est porté à la sélection des grains contenant le Volume Élémentaire Représentatif pour une bonne description du comportement effectif du matériau.

Mini-sommaire

IV.1 Cinématique du monocristal en transformations finies **109**

IV.2 Hypothèse des petites perturbations **111**

IV.3 Lois constitutives **111**

IV.3.1 Loi d'écoulement viscoplastique 111

IV.3.2 Evolution des densités de dislocations 113

IV.4 Choix du Volume Élémentaire Représentatif **114**

Conclusion **117**

IV.1 Cinématique du monocristal en transformations finies

Nous supposons que le monocristal a un comportement élastoviscoplastique. En grandes déformations, le tenseur gradient de transformation $\boldsymbol{F}$ peut alors s'écrire comme la composée d'un tenseur gradient de transformation élastique $\boldsymbol{F^e}$ et d'un tenseur gradient de transformation viscoplastique $\boldsymbol{F^{vp}}$ (figure IV.1) :

$$\boldsymbol{F} = \boldsymbol{F^e} \cdot \boldsymbol{F^{vp}} \tag{IV.1}$$

Suivant notre conjecture que le maclage ne joue qu'un rôle secondaire dans la déformation de nos échantillons, le maclage n'est pas pris en compte dans la modélisation et la viscoplasticité résulte uniquement du mouvement des dislocations à travers le réseau cristallin.

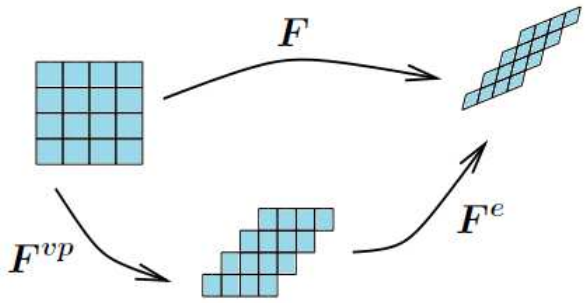


Figure IV.1 – Cinématique du comportement élastoviscoplastique d'un monocristal en transformations finies

Notons alors par $n^{(s)}$ et $b^{(s)}$ deux vecteurs orthogonaux unitaires désignant respectivement la normale au plan de glissement et la direction de glissement sur un système quelconque (s) du monocristal dans la configuration de référence (avant déformation). Après déformation, ces vecteurs s'actualisent en deux autres vecteurs orthogonaux $n^{*(s)}$ et $b^{*(s)}$ vérifiant les équations suivantes :

$$\begin{aligned} b^{*(s)} &= \boldsymbol{F^e} \cdot b^{(s)} \\ n^{*(s)} &= n^{(s)} \cdot \boldsymbol{F^{e-1}} \end{aligned} \tag{IV.2}$$

Le tenseur gradient de vitesse $\boldsymbol{L}$ se calcule comme :

$$\boldsymbol{L} = \dot{\boldsymbol{F}} \cdot \boldsymbol{F}^{-1} \tag{IV.3}$$

D'après l'équation IV.1, le tenseur gradient de vitesse peut se décomposer en une partie élastique $\boldsymbol{L}^e$ et en une partie viscoplastique $\boldsymbol{L}^{vp}$ de telle sorte que $\boldsymbol{L} = \boldsymbol{L}^e + \boldsymbol{L}^{vp}$ avec :

$$\begin{aligned} \boldsymbol{L}^e &= \dot{\boldsymbol{F}}^e \cdot \boldsymbol{F}^{e-1} \\ \boldsymbol{L}^{vp} &= \boldsymbol{F}^e \cdot \dot{\boldsymbol{F}}^{vp} \cdot \boldsymbol{F}^{vp-1} \cdot \boldsymbol{F}^{e-1} \end{aligned} \tag{IV.4}$$

Le tenseur gradient de vitesse viscoplastique $\boldsymbol{L}^{vp}$ est relié au glissement des dislocations sur les différents systèmes (s) à travers le taux de glissement $\dot{\gamma}^{(s)}$:

$$L_{ij}^{vp} = \sum_{s=1}^{ns} b_i^{*(s)} n_j^{*(s)} \dot{\gamma}^{(s)} \tag{IV.5}$$

où ns désigne le nombre total de systèmes de glissement pris en compte dans le monocristal.

Le tenseur gradient de vitesse $\boldsymbol{L}$ peut également se décomposer en une partie symétrique $\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}$ (représentant les vitesses de déformation) et une partie antisymétrique $\dot{\boldsymbol{\omega}}$ (représentant les vitesses de rotation) :

$$\boldsymbol{L} = \dot{\boldsymbol{\varepsilon}} + \dot{\boldsymbol{\omega}} \tag{IV.6}$$

De même, les tenseurs $\boldsymbol{L}^e$ et $\boldsymbol{L}^{vp}$ peuvent aussi se décomposer en parties symétrique et antisymétrique :

$$\begin{aligned} \boldsymbol{L}^e &= \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^e + \dot{\boldsymbol{\omega}}^e \\ \boldsymbol{L}^{vp} &= \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^{vp} + \dot{\boldsymbol{\omega}}^{vp} \end{aligned} \tag{IV.7}$$

Le tenseur gradient de vitesse peut ainsi s'écrire :

$$\boldsymbol{L} = (\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^e + \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^{vp}) + (\dot{\boldsymbol{\omega}}^e + \dot{\boldsymbol{\omega}}^{vp}) \tag{IV.8}$$

Par ailleurs, pour chaque système de glissement (s), les parties symétrique $\boldsymbol{R}^{(s)}$ et antisymétrique $\boldsymbol{S}^{(s)}$ du tenseur d'orientation de Schmid sont définis par :

$$\begin{aligned} R_{ij}^{(s)} &= \frac{1}{2}\left(b_i^{*(s)} n_j^{*(s)} + b_j^{*(s)} n_i^{*(s)}\right) \\ S_{ij}^{(s)} &= \frac{1}{2}\left(b_i^{*(s)} n_j^{*(s)} - b_j^{*(s)} n_i^{*(s)}\right) \end{aligned} \tag{IV.9}$$

Il s'en suit les expressions de $\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^{vp}$ et $\dot{\boldsymbol{\omega}}^{vp}$:

$$\begin{aligned} \dot{\varepsilon}_{ij}^{vp} &= \sum_{s=1}^{ns} R_{ij}^{(s)} \dot{\gamma}^{(s)} \\ \dot{\omega}_{ij}^{vp} &= \sum_{s=1}^{ns} S_{ij}^{(s)} \dot{\gamma}^{(s)} \end{aligned} \tag{IV.10}$$

IV.2 Hypothèse des petites perturbations

Dans ce qui suit, on fait l'hypothèse des petites perturbations. Autrement dit, on suppose que le solide s'écarte peu de sa configuration de référence. Les déplacements et les déformations restant petits, l'actualisation des normales aux plans de glissement et des directions de glissement se fait uniquement à partir des rotations élastiques. Les équations IV.2 deviennent ainsi :

$$\begin{aligned} b^{*(s)} &= (\boldsymbol{I} + \boldsymbol{\omega}^{e}) \cdot b^{(s)} \\ n^{*(s)} &= \boldsymbol{n}^{(s)} \cdot (\boldsymbol{I} + \boldsymbol{\omega}^{e})^{-1} \end{aligned} \tag{IV.11}$$

où $\boldsymbol{I}$ est le tenseur unité d'ordre 4. Une autre conséquence de l'hypothèse des petites perturbations est que l'on écrit directement l'équilibre des contraintes dans la configuration de référence (voir Eqs. V.6 et V.7). Enfin, dans les calculs, on ne conserve que les termes les plus significatifs en négligeant les termes d'ordre supérieur (linéarisation autour de la configuration de référence).

IV.3 Lois constitutives

IV.3.1 Loi d'écoulement viscoplastique

La loi d'écoulement viscoplastique est donnée par la relation d'Orowan. Cette relation exprime le taux de glissement $\dot{\gamma}^{(s)}$ sur chaque système (s) comme résultant du mouvement des dislocations mobiles :

$$\dot{\gamma}^{(s)} = \rho_m^{(s)} b^{(s)} v^{(s)} \tag{IV.12}$$

avec $b^{(s)}$ l'amplitude du vecteur de Burgers et $\rho_m^{(s)}$ la densité des dislocations mobiles se déplaçant à une vitesse moyenne $v^{(s)}$ sur le système de glissement (s). Ainsi, le modèle adopté dans cette thèse traite séparément l'évolution des densités de dislocations

mobiles de celle de leurs vitesses de dislocations qui sont, au contraire, le plus souvent confondus dans les modèles standards de plasticité polycristalline. Cette caractéristique nous permet de considérer la possibilité d'une multiplication des dislocations mobiles, comme l'ont suggéré Conrad [1981] et Naka [1983]. Pour rappel, leur conjecture est que la multiplication rapide des dislocations mobiles pourrait aboutir à une vitesse de déformation plastique supérieure à la consigne, entraînant une chute de la vitesse moyenne des dislocations, ce qui réduirait considérablement l'augmentation de la contrainte d'écoulement et pourrait alors pousser le taux d'écrouissage vers un minimum correspondant au stade A.

La vitesse moyenne $v^{(s)}$ des dislocations sur le système (s) est supposée suivre une loi puissance classique relative à un processus thermiquement activé (Hutchinson [1976], Asaro et Needleman [1985], Molinari *et al.* [1987], Harren [1991]) :

$$v^{(s)} = v_0^{(s)} \left| \frac{\tau^{(s)}}{\tau_c^{(s)}} \right|^{n^{(s)}} \text{sgn}\ (\tau^{(s)}) \tag{IV.13}$$

où :

$v_0^{(s)}$	vitesse de référence, $[\mathrm{m} \cdot \mathrm{s}^{-1}]$
$n^{(s)}$	inverse de la sensibilité à la vitesse, [adim]
$\tau^{(s)}$	cission résolue égale à $R_{ij}^{(s)}\sigma_{ij}$, [MPa]
$\text{sgn}\ (\tau^{(s)})$	signe de $\tau^{(s)}$, [adim]
$\tau_c^{(s)}$	cission critique, [MPa]

On peut alors déduire des équations IV.10 et IV.13 l'expression finale du tenseur taux de déformation viscoplastique $\dot{\varepsilon}_{ij}^{vp}$:

$$\dot{\varepsilon}_{ij}^{vp} = \sum_{s=1}^{ns} \rho_m^{(s)} b^{(s)} v_0^{(s)} \left| \frac{\tau^{(s)}}{\tau_c^{(s)}} \right|^{n^{(s)}} R_{ij}^{(s)} \text{sgn}\ (\tau^{(s)}) \tag{IV.14}$$

La cission critique est décrite par la loi de Taylor étendue [Franciosi *et al.*, 1980] déjà introduite dans le chapitre I (Eq. I.5) :

$$\tau_c^{(s)} = \tau_0^{(s)} + \mu^{(s)} b^{(s)} \sqrt{\sum_l a^{(sl)} \rho_f^{(l)}}$$

où $a^{(sl)}$ sont les coefficients d'interaction associés à la force des interactions entre les systèmes (s) et (l) (voir le paragraphe I.1.4.3), $\tau_0^{(s)}$ est la contrainte de friction de réseau qui dépend de la structure cristallographique et de la composition chimique du matériau, $\mu^{(s)}$ est le module de cisaillement directionnel relatif au système de glissement (s). Cette loi d'écrouissage prend en compte deux obstacles au mouvement de dislocations : les obstacles intrinsèques à travers la friction du réseau et les obstacles extrinsèques à court terme à travers les dislocations de forêt. La dérivée de cette loi peut s'écrire sous la forme générale suivante :

$$\dot{\tau}_c^{(s)} = \sum_l H^{(sl)} |\dot{\gamma}^{(l)}| \tag{IV.15}$$

où $H^{(sl)}$ désigne alors une matrice d'écrouissage explicitée dans le paragraphe suivant.

IV.3.2 Evolution des densités de dislocations

L'évolution des populations de dislocations mobiles et de forêt est basée sur les travaux de Estrin et Kubin [1986]. On prend en compte trois mécanismes sur chaque système de glissement (s) :

- le mécanisme de multiplication qui décrit l'augmentation $\dot{\rho}_{m;1}^{(s)} = \frac{\left|\dot{\gamma}^{(s)}\right|}{b^{(s)}} \frac{C_1^{(s)}}{b^{(s)}}$ de la densité de dislocations mobiles dans le cristal,
- le mécanisme d'immobilisation qui décrit l'arrêt $\dot{\rho}_{m;2}^{(s)} = -\frac{\left|\dot{\gamma}^{(s)}\right|}{b^{(s)}} \frac{1}{L^{(s)}}$ des dislocations mobiles dans le cristal. L'immobilisation de dislocations mobiles résulte en une augmentation $\dot{\rho}_{f;1}^{(s)} = -\dot{\rho}_{m;2}^{(s)}$ de la densité de dislocations de forêt dans le cristal,
- le mécanisme de restauration dynamique qui décrit l'annihilation $\dot{\rho}_{f;2}^{(s)} = -2k_c^{(s)} b^{(s)} \rho_f^{(s)} \frac{\left|\dot{\gamma}^{(s)}\right|}{b^{(s)}}$ de la densité de dislocations de forêt dans le cristal.

Les lois d'évolutions des densités de dislocations mobiles $\dot{\rho}_m^{(s)}$ et de forêt $\dot{\rho}_f^{(s)}$ peuvent donc s'écrire :

$$\dot{\rho}_m^{(s)} = \dot{\rho}_{m;1}^{(s)} + \dot{\rho}_{m;2}^{(s)} = \frac{1}{b^{(s)}} \left[\frac{C_1^{(s)}}{b^{(s)}} - \frac{1}{L^{(s)}} \right] \left|\dot{\gamma}^{(s)}\right| \tag{IV.16}$$

$$\dot{\rho}_f^{(s)} = \dot{\rho}_{f;1}^{(s)} + \dot{\rho}_{f;2}^{(s)} = \frac{1}{b^{(s)}} \left[\frac{1}{L^{(s)}} - 2k_c^{(s)} b^{(s)} \rho_f^{(s)} \right] \left| \dot{\gamma}^{(s)} \right| \tag{IV.17}$$

où, sur chaque système de glissement (s), :

$C_1^{(s)}$	traduit la production des dislocations mobiles, [adim]
$L^{(s)}$	est le libre parcours moyen des dislocations mobiles, [m]
$k_c^{(s)} b^{(s)}$	représente la distance critique d'annihilation entre dislocations, [m] et permet de traduire l'effet de la restauration dynamique

Le libre parcours moyen des dislocations mobiles $L^{(s)}$ est donné par l'expression suivante :

$$\frac{1}{L^{(s)}} = b^{(s)} C_2^{(s)} \rho_m^{(s)} + \frac{\sqrt{\sum_l a^{(sl)} \rho_f^{(l)}}}{K^{(s)}} \tag{IV.18}$$

Il est supposé dépendre des interactions avec les autres dislocations mobiles qui sont prises en compte à travers le paramètre $C_2^{(s)}$[adim] et des interactions avec les dislocations de forêt qui sont pris en compte à travers les coefficients d'interaction $a^{(sl)}$[adim] et la constante $K^{(s)}$[adim]. L'effet spécifique des joints de grains comme sources potentielles de production et de stockage de dislocations est négligé dans ce modèle afin de conserver un nombre limité de paramètres.

À partir des équations I.5 et IV.15, ainsi que de la loi d'évolution des densités de dislocations de forêt (Eq. IV.17), on en déduit l'expression de la matrice d'écrouissage :

$$H^{(sl)} = \frac{\mu^{(s)}}{2} \frac{b^{(s)}}{b^{(l)}} \frac{a^{(sl)}}{\sum_l a^{(sl)} \rho_f^{(l)}} \left[\frac{1}{L^{(l)}} - 2k_c^{(l)} b^{(l)} \rho_f^{(l)} \right] \tag{IV.19}$$

IV.4 Choix du Volume Élémentaire Représentatif

À l'échelle du grain, plusieurs hétérogénéités peuvent être considérées (taille, morphologie, orientation cristallographique moyenne, grains adjacents). Dans notre modélisation, la forme de tous les grains est supposée sphérique (figure IV.2).

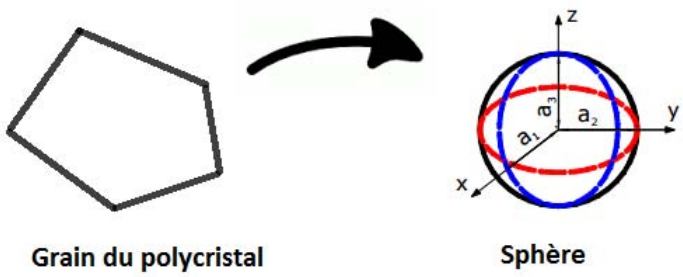


Figure IV.2 – Hypothèse sur la morphologie des grains du VER (a_1=a_2=a_3).

Chaque grain se différencie des autres uniquement par rapport à son orientation et sa fraction volumique. La fraction volumique f^g de chaque grain g est calculée à partir de l'équation suivante :

$$f^g = \frac{D_g^3}{\sum_{l=1}^{Ng} D_l^3} \tag{IV.20}$$

où D_g est le diamètre équivalent (racine carrée de l'aire mesurée par EBSD) du grain g et Ng le nombre total de grains considérés dans la simulation.

La texture initiale récupérée lors de l'analyse EBSD de la tôle initiale du CP Ti contient 6 168 grains. La figure IV.4a montre la distribution de la taille de ces 6 168 grains. On remarque que cette distribution ne ressemble pas vraiment à une distribution de taille de type log-normale comme généralement observée dans la littérature (Rhines et Patterson [1982], Azizi Alizamini *et al.* [2007], Ramtani *et al.* [2009]). Afin d'éliminer le maximum de grains possiblement mal indexés lors de l'analyse EBSD, nous avons décidé de supprimer tous les grains dont la taille n'excède pas 2 µm. Nous obtenons alors une nouvelle distribution de taille des grains contenant 5 547 grains et qui se rapproche beaucoup plus d'une loi de type log-normale (figure IV.4b). Par ailleurs, les figures de pôle obtenus à partir de ces 5 547 orientations (figure IV.3) sont très similaires aux figures de pôle initiales mesurées à partir de 708 771 orientations cristallographiques (figure II.2).

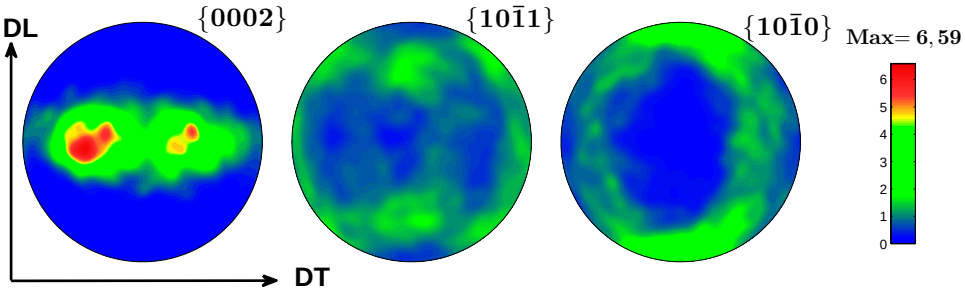
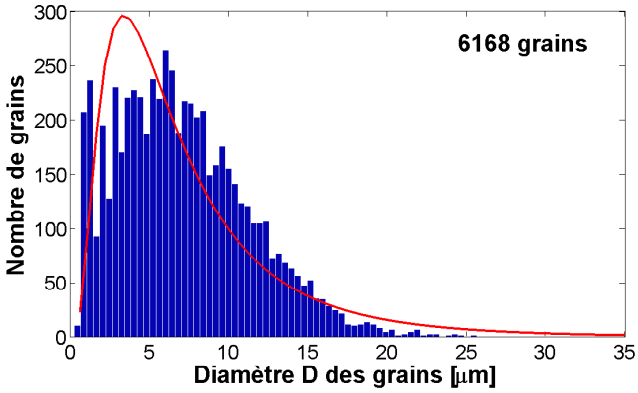
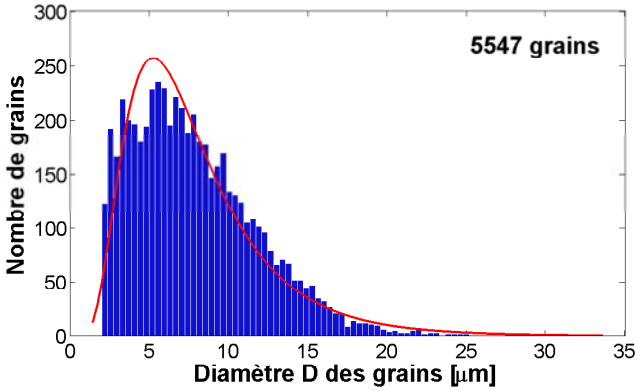


Figure IV.3 – Figures de pôle de la tôle initiale du CP Ti simulé (5 547 orientations) et tracées avec la boîte à outils MTEX [Bachmann *et al.*, 2010].



(a) Distribution de la taille des 6 168 grains



(b) Distribution de la taille des 5 547 grains

Figure IV.4 – Distribution de la taille des grains de la tôle initiale du CP Ti

Conclusion

Le comportement mécanique de chaque grain est supposé élastoviscoplastique. La viscoplasticité est décrite uniquement au travers du glissement des dislocations comme nos observations expérimentales nous l'ont suggéré. Nous avons pris en compte l'hétérogénéité locale dans notre modélisation à travers la texture cristallographique initiale du CP Ti obtenue lors des analyses EBSD. Par ailleurs, nous avons choisi des lois constitutives qui traitent séparément l'évolution des densités de dislocations mobiles de celle des vitesses de dislocations, rendant possible une multiplication rapide des dislocations au début de la déformation. Il reste maintenant à décrire la transition micro-macro à l'aide d'une approximation auto-cohérente pour relier l'échelle du grain à celle du Volume Élementaire Représentatif.

V

Schéma auto-cohérent du comportement thermo-élastoviscoplastique des matériaux hétérogènes basé sur une formulation affine

Nous présentons dans ce chapitre le schéma auto-cohérent basé sur la méthode des champs translatés et une nouvelle formulation affine qui a été récemment publiée par Mareau et Berbenni [2015] afin de mieux approcher le comportement effectif des matériaux hétérogènes thermo-élastoviscoplastiques. Des cas particuliers en élastoviscoplasticité de cette loi en formulation affine et en formulation sécante sont ensuite décrits dans l'annexe A.

Mini-sommaire

V.1 Introduction **120**

V.2 Position du problème hétérogène **121**

V.3 Equation intégrale du problème hétérogène **123**

V.4 Cas asymptotiques du problème thermo-élastoviscoplastique hétérogène **126**

V.4.1 Schéma auto-cohérent pour le problème hétérogène thermoélastique pur 126

V.4.2 Schéma auto-cohérent pour le problème hétérogène viscoplastique pur 129

V.5 Champs translatés avec méthode affine **131**

V.6 Approximation auto-cohérente pour le problème translaté . . **134**

Conclusion **139**

V.1 Introduction

Le schéma auto-cohérent est une méthode d'homogénéisation couramment utilisée afin de modéliser le comportement mécanique des matériaux hétérogènes désordonnés. Le schéma auto-cohérent peut s'appliquer au comportement viscoplastique pur en linéarisant la relation constitutive entre le tenseur local des vitesses de déformation viscoplastiques et le tenseur local des contraintes. Cette linéarisation a été initialement effectuée en introduisant un module viscoplastique tangent à travers une démarche incrémentale [Hill, 1965] et un module viscoplastique sécant [Hutchinson, 1976]. Molinari *et al.* [1987] et Lebensohn et Tomé [1993] ont ensuite proposé une formulation alternative basée sur l'utilisation d'un module tangent. Plus tard, un schéma auto-cohérent utilisant une procédure de linéarisation affine du premier ordre a été développée par Masson *et al.* [2000]. D'autres formulations dites du second ordre ont été également développées [Ponte Castaneda, 1996; Lebensohn *et al.*, 2007], mais ne seront pas abordées dans cette thèse.

Il a été observé que les modèles basés sur des formulations affines donnaient des réponses mécaniques moins raides que ceux basés sur des formulations sécantes et se rapprochaient des solutions obtenues en champs complets (**EF**, **TFR**), à la fois en termes de comportement effectif et de distribution des champs élastiques locaux ([Masson et Zaoui, 1999] ; [Masson *et al.*, 2000] ; [Molinari, 2002] ; [Pierard et Doghri, 2006] ; [Pierard *et al.*, 2007] ; [Mareau et Berbenni, 2015]).

Dans cette thèse, nous avons appliqué la modélisation auto-cohérente développée récemment par Mareau et Berbenni [2015] en thermo-élastoviscoplasticité qui utilise une formulation affine et la méthode des champs translatés. La méthode des champs translatés est une approche à variables internes qui tire profit des propriétés spécifiques des opérateurs de projection ([Kröner, 1989] ; [Kunin, 1983]) appliqués à des champs compatibles et des champs statiquement admissibles. Cette méthode a été initiée et développée au LPMM de Metz (actuellement LEM3) (voir les travaux antérieurs de Paquin *et al.* [1999] ; Sabar *et al.* [2002] ; Berbenni *et al.* [2004]). Dans cette méthode, les problèmes purement thermoélastiques et purement viscoplastiques sont d'abord résolus de manière indépendante. Puis, l'introduction de champs translatés

permet la combinaison de ces solutions individuelles afin de déduire la loi de localisation de la vitesse de déformation dans le problème thermo-élastoviscoplastique comme cela sera présenté dans la suite. Depuis les années 80, différents types de méthodes à variables internes ont été proposés ([Weng, 1981a,b] ; [Kouddane *et al.*, 1993] ; [Molinari *et al.*, 1987] ; [Paquin *et al.*, 1999] ; [Sabar *et al.*, 2002] ; [Molinari, 2002] ; [Lahellec et Suquet, 2007a,b] ; [Ricaud et Masson, 2009] ; [Mercier et Molinari, 2009] ; [Wang *et al.*, 2010a] ; [Kowalczyk-Gajewska et Petryk, 2011] ; [Coulibaly et Sabar, 2011] ; [Masson *et al.*, 2012] ; [Mercier *et al.*, 2012] ; [Brassard *et al.*, 2012] ; [Lahellec et Suquet, 2013] ; [Berbenni et Capolungo, 2015] ; [Berbenni *et al.*, 2015] ; [Mareau et Berbenni, 2015]). L'intérêt des méthodes à variables internes réside dans la relative simplicité de leur implémentation numérique, par opposition à la complexité numérique des méthodes héréditaires qui utilisent des transformées inverses de Laplace-Carson ([Hashin, 1969] ; [Laws et McLaughlin, 1978] ; [Rougier *et al.*, 1994] ; [Masson et Zaoui, 1999] ; [Brenner *et al.*, 2002] ; [Pierard et Doghri, 2006]).

V.2 Position du problème hétérogène

Considérons un milieu infini hétérogène de volume $\mathcal{V}$, de modules d'élasticité $\boldsymbol{c}(x)$, de modules viscoplastiques tangents $\boldsymbol{b_t}(x)$, soumis à sa frontière $\partial\mathcal{V}$ à une vitesse de déformation uniforme $\dot{\boldsymbol{E}}$. Les tenseurs macroscopiques des taux de contrainte et de déformation ($\dot{\boldsymbol{\Sigma}}$ et $\dot{\boldsymbol{E}}$) sont reliés aux tenseurs locaux ($\dot{\boldsymbol{\sigma}}$ et $\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}$) selon les relations classiques de moyenne en théorie de l'homogénéisation :

$$\dot{\boldsymbol{\Sigma}} = < \dot{\boldsymbol{\sigma}} > \tag{V.1}$$

$$\dot{\boldsymbol{E}} = < \dot{\boldsymbol{\varepsilon}} > \tag{V.2}$$

La détermination de $\dot{\boldsymbol{\sigma}}$ et $\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}$ est basée sur la résolution des équations de champs associées au problème hétérogène. Dans le cadre de l'hypothèse des petites déformations, ces dernières s'écrivent en tout point x du milieu et à chaque instant t par :

$$\begin{cases} \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}(x,t) = \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_{\boldsymbol{te}}(x,t) + \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_{\boldsymbol{vp}}(x,t) & \text{Comportement thermo-élastoviscoplastique} \quad (V.3) \\ \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_{\boldsymbol{te}}(x,t) = \boldsymbol{s}(x,t) : \dot{\boldsymbol{\sigma}}(x,t) + \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_{\boldsymbol{th}}(x,t) & \text{Taux de déformation thermoélastique} \quad (V.4) \\ \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_{\boldsymbol{vp}}(x,t) = \boldsymbol{m_t}(x,t) : \boldsymbol{\sigma}(x,t) + \dot{\boldsymbol{\eta}}(x,t) & \text{Taux de déformation viscoplastique} \quad (V.5) \\ \operatorname{div} \dot{\boldsymbol{\sigma}}(x,t) = \boldsymbol{0} & \text{Équilibre des contraintes en vitesse} \quad (V.6) \\ \operatorname{div} \boldsymbol{\sigma}(x,t) = \boldsymbol{0} & \text{Équilibre des contraintes} \quad (V.7) \\ \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}(x,t) = \nabla^{\mathrm{s}} \dot{u}(x,t) & \text{Condition de compatibilité cinématique} \quad (V.8) \\ \dot{u}(x,t) = \dot{\boldsymbol{E}}(t) \cdot x \quad \text{sur} \quad \partial\mathcal{V} & \text{Conditions aux limites} \quad (V.9) \end{cases}$$

La vitesse de déformation totale $\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}$ se décompose en une contribution thermoélastique $\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_{\boldsymbol{te}}$ et une contribution viscoplastique $\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_{\boldsymbol{vp}}$ (Eq. V.3). La vitesse de déformation thermoélastique $\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_{\boldsymbol{te}}$ résulte d'une contribution due à l'élasticité qui est liée au tenseur des contraintes via le module des complaisances élastiques $\boldsymbol{s} = \boldsymbol{c}^{-1}$ et d'une contribution associée à l'expansion thermique $\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_{\boldsymbol{th}}$ qui est indépendante de l'état de contrainte (Eq. V.4). Dans le cas général, la vitesse de déformation viscoplastique $\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_{\boldsymbol{vp}}$ est une fonction non-linéaire $g(\boldsymbol{\sigma},\boldsymbol{\beta})$ qui dépend à la fois du tenseur des contraintes $\boldsymbol{\sigma}$ et de variables internes dénotées $\boldsymbol{\beta}$. Ici, une linéarisation affine du premier ordre a été choisie (Eq. V.5) où le tenseur des complaisances viscoplastiques tangentes $\boldsymbol{m_t} = \boldsymbol{b_t}^{-1}$ est défini par :

$$\boldsymbol{m_t} = \frac{\partial g(\boldsymbol{\sigma},\boldsymbol{\beta})}{\partial \boldsymbol{\sigma}} \tag{V.10}$$

$\dot{\boldsymbol{\eta}}$ correspond ainsi à une vitesse de déformation auxiliaire définie par :

$$\dot{\boldsymbol{\eta}} = g(\boldsymbol{\sigma},\boldsymbol{\beta}) - \boldsymbol{m_t} : \boldsymbol{\sigma} \tag{V.11}$$

Les équations (V.6)-(V.7) traduisent l'équilibre statique des contraintes et des taux de contrainte en l'absence de force de volume. L'équation (V.8) décrit la condition de compatibilité cinématique, avec $\dot{u}$ le champ de vitesse matérielle. Enfin, l'équation (V.9) fournit les conditions aux limites imposées sur la frontière $\partial\mathcal{V}$.

V.3 Equation intégrale du problème hétérogène

Afin de résoudre le problème hétérogène, il est nécessaire d'introduire un milieu de référence homogène. On associe à ce milieu un tenseur des modules d'élasticité uniforme $\boldsymbol{C}$, un tenseur des modules viscoplastiques uniforme $\boldsymbol{B_t}$, une vitesse de déformation thermique uniforme $\dot{\boldsymbol{E}}_{\boldsymbol{th}}$ et une vitesse de déformation auxiliaire uniforme $\dot{\boldsymbol{N}}$. On définit également $\boldsymbol{S} = \boldsymbol{C}^{-1}$ et $\boldsymbol{M_t} = \boldsymbol{B_t}^{-1}$, le tenseur des complaisances élastiques uniforme et le tenseur des complaisances viscoplastiques uniforme, respectivement. Les tenseurs $\boldsymbol{c}$, $\boldsymbol{s}$, $\boldsymbol{b_t}$, $\boldsymbol{m_t}$, $\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_{\boldsymbol{th}}$ et $\dot{\boldsymbol{\eta}}$ en tout point de x peuvent alors s'exprimer comme la somme d'un tenseur de référence uniforme (respectivement $\boldsymbol{C}$, $\boldsymbol{S}$, $\boldsymbol{B_t}$, $\boldsymbol{M_t}$, $\dot{\boldsymbol{E}}_{\boldsymbol{th}}$, $\dot{\boldsymbol{N}}$) et d'un tenseur contenant les fluctuations (respectivement $\boldsymbol{\delta c}$, $\boldsymbol{\delta b_t}$, $\boldsymbol{\delta}\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_{\boldsymbol{th}}$, $\boldsymbol{\delta}\dot{\boldsymbol{\eta}}$, la référence à la dépendance au temps t est omise) :

$$\begin{cases} \boldsymbol{c}(x) = \boldsymbol{C} + \boldsymbol{\delta c}(x) & \text{(V.12)} \\ \boldsymbol{s}(x) = \boldsymbol{S} + \boldsymbol{\delta s}(x) & \text{(V.13)} \\ \boldsymbol{b_t}(x) = \boldsymbol{B_t} + \boldsymbol{\delta b_t}(x) & \text{(V.14)} \\ \boldsymbol{m_t}(x) = \boldsymbol{M_t} + \boldsymbol{\delta m_t}(x) & \text{(V.15)} \\ \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_{\boldsymbol{th}}(x) = \dot{\boldsymbol{E}}_{\boldsymbol{th}} + \boldsymbol{\delta}\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_{\boldsymbol{th}}(x) & \text{(V.16)} \\ \dot{\boldsymbol{\eta}}(x) = \dot{\boldsymbol{N}} + \boldsymbol{\delta}\dot{\boldsymbol{\eta}}(x) & \text{(V.17)} \end{cases}$$

On introduit alors les opérateurs de projection $\boldsymbol{\Pi}^{\boldsymbol{C}}$ et $\boldsymbol{\Pi}^{\boldsymbol{B_t}}$ définis par Kunin [1981, 1983] et respectivement associés aux modules $\boldsymbol{C}$ et $\boldsymbol{B_t}$. L'introduction des opérateurs de projection est dictée par leurs propriétés très intéressantes pour tout champ statiquement admissible et tout champ cinématiquement admissible. Ces opérateurs sont définis par les relations suivantes :

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\Pi}^{\boldsymbol{C}} &= \boldsymbol{\Gamma}^{\boldsymbol{C}} : \boldsymbol{C} \\ \boldsymbol{\Pi}^{\boldsymbol{B_t}} &= \boldsymbol{\Gamma}^{\boldsymbol{B_t}} : \boldsymbol{B_t} \end{aligned} \tag{V.18}$$

où $\boldsymbol{\Gamma}^{\boldsymbol{C}}$ et $\boldsymbol{\Gamma}^{\boldsymbol{B_t}}$ sont les opérateurs de Green modifiés respectivement associés aux

modules $\boldsymbol{C}$ et $\boldsymbol{B_t}$. Ils sont définis par les équations suivantes :

$$\begin{aligned}\boldsymbol{\Gamma}^{\boldsymbol{C}}_{\boldsymbol{ijkl}}(r-r') &= -\frac{1}{2}\Big(\boldsymbol{G}^{\boldsymbol{C}}_{\boldsymbol{ik,jl}}(r-r') + \boldsymbol{G}^{\boldsymbol{C}}_{\boldsymbol{jk,il}}(r-r')\Big)\\ \boldsymbol{\Gamma}^{\boldsymbol{B_t}}_{\boldsymbol{ijkl}}(r-r') &= -\frac{1}{2}\Big(\boldsymbol{G}^{\boldsymbol{B_t}}_{\boldsymbol{ik,jl}}(r-r') + \boldsymbol{G}^{\boldsymbol{B_t}}_{\boldsymbol{jk,il}}(r-r')\Big)\end{aligned} \tag{V.19}$$

Les opérateurs $\boldsymbol{G}^{\boldsymbol{C}}$ et $\boldsymbol{G}^{\boldsymbol{B_t}}$ sont les opérateurs de Green [Mura, 1987] respectivement associés aux modules $\boldsymbol{C}$ et $\boldsymbol{B_t}$. En se plaçant dans l'espace de Fourier, les propriétés remarquables suivantes peuvent être démontrées pour tout champ de contrainte (ou taux de contrainte) équilibré et tout champ de déformation (ou vitesse de déformation) compatible ([Kunin, 1983] ; [Paquin, 1998] ; [Berbenni, 2002]) :

$$\operatorname{div}\dot{\boldsymbol{\sigma}} = \boldsymbol{0} \iff \boldsymbol{\Pi}^{\boldsymbol{C}} * (\boldsymbol{S} : \dot{\boldsymbol{\sigma}}) = \boldsymbol{0} \tag{V.20}$$

$$\operatorname{div}\boldsymbol{\sigma} = \boldsymbol{0} \iff \boldsymbol{\Pi}^{\boldsymbol{B_t}} * (\boldsymbol{M_t} : \boldsymbol{\sigma}) = \boldsymbol{0} \tag{V.21}$$

$$\dot{\boldsymbol{\varepsilon}} = \bigtriangledown^{\mathrm{s}}\dot{u}, \quad \dot{u}(x) = \dot{\boldsymbol{E}}(t)\cdot x \text{ sur } \partial\mathcal{V} \iff \boldsymbol{\Pi}^{\boldsymbol{C}} * \dot{\boldsymbol{\varepsilon}} = \dot{\boldsymbol{\varepsilon}} - \dot{\boldsymbol{E}} \tag{V.22}$$

$$\dot{\boldsymbol{\varepsilon}} = \bigtriangledown^{\mathrm{s}}\dot{u}, \quad \dot{u}(x) = \dot{\boldsymbol{E}}(t)\cdot x \text{ sur } \partial\mathcal{V} \iff \boldsymbol{\Pi}^{\boldsymbol{B_t}} * \dot{\boldsymbol{\varepsilon}} = \dot{\boldsymbol{\varepsilon}} - \dot{\boldsymbol{E}} \tag{V.23}$$

où $*$ désigne le produit de convolution spatiale (voir Notations générales). Les propriétés de ces opérateurs de projection ainsi que la combinaison des équations (V.3)-(V.5), (V.13) et (V.15) permettent de réécrire le problème hétérogène (V.3)-(V.9) sous la forme suivante :

$$\begin{cases} \boldsymbol{S} : \dot{\boldsymbol{\sigma}} + \boldsymbol{M_t} : \boldsymbol{\sigma} = \dot{\boldsymbol{\varepsilon}} - \boldsymbol{\delta s} : \dot{\boldsymbol{\sigma}} - \boldsymbol{\delta m_t} : \boldsymbol{\sigma} - \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_{\boldsymbol{th}} - \dot{\boldsymbol{\eta}} & \text{(V.24)}\\ \boldsymbol{\Pi}^{\boldsymbol{C}} * (\boldsymbol{S} : \dot{\boldsymbol{\sigma}}) = \boldsymbol{0} & \text{(V.25)}\\ \boldsymbol{\Pi}^{\boldsymbol{B_t}} * (\boldsymbol{M_t} : \boldsymbol{\sigma}) = \boldsymbol{0} & \text{(V.26)}\\ \boldsymbol{\Pi}^{\boldsymbol{C}} * \dot{\boldsymbol{\varepsilon}} = \dot{\boldsymbol{\varepsilon}} - \dot{\boldsymbol{E}} & \text{(V.27)}\end{cases}$$

Pour résoudre ces équations, on introduit alors l'opérateur $\boldsymbol{\Pi}^{\boldsymbol{CB_t}}$ qui combine les opérateurs de projection élastique $\boldsymbol{\Pi}^{\boldsymbol{C}}$ et viscoplastique $\boldsymbol{\Pi}^{\boldsymbol{B_t}}$:

$$\boldsymbol{\Pi}^{\boldsymbol{CB_t}} = \boldsymbol{\Pi}^{\boldsymbol{C}} + \boldsymbol{\Pi}^{\boldsymbol{B_t}} \tag{V.28}$$

Compte-tenu des relations (V.25)-(V.27), l'application de l'opérateur $\boldsymbol{\Pi}^{CB_t}$ à la loi de comportement (V.24) entraîne :

$$\boxed{\dot{\boldsymbol{\varepsilon}} = \dot{\boldsymbol{E}} + \boldsymbol{\Pi}^{C} * (\boldsymbol{\delta s} : \dot{\boldsymbol{\sigma}} + \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_{th}) + \boldsymbol{\Pi}^{B_t} * (\boldsymbol{\delta m_t} : \boldsymbol{\sigma} + \dot{\boldsymbol{\eta}}) + (\boldsymbol{\Pi}^{C} - \boldsymbol{\Pi}^{B_t}) * \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_{vp}} \quad \text{(V.29)}$$

Dans cette dernière équation, la vitesse de déformation locale, solution du problème hétérogène, contient des termes traduisant la thermoélasticité, la viscoplasticité et le couplage entre ces deux comportements. Il est également possible d'écrire l'équation intégrale (V.29) uniquement à partir des opérateurs de Green modifiés $\boldsymbol{\Gamma}^{C}$ et $\boldsymbol{\Gamma}^{B_t}$:

$$\dot{\boldsymbol{\varepsilon}} = \dot{\boldsymbol{E}} + \boldsymbol{\Gamma}^{C} * [\boldsymbol{C} : (\boldsymbol{\delta s} : \dot{\boldsymbol{\sigma}} + \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_{th})] + \boldsymbol{\Gamma}^{B_t} * [\boldsymbol{B_t} : (\boldsymbol{m_t} : \boldsymbol{\sigma} + \dot{\boldsymbol{\eta}})] + (\boldsymbol{\Gamma}^{C} : \boldsymbol{C} - \boldsymbol{\Gamma}^{B_t} : \boldsymbol{B_t}) * \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_{vp} \quad \text{(V.30)}$$

Or :

$$\begin{aligned} \boldsymbol{C} : (\boldsymbol{\delta s} : \dot{\boldsymbol{\sigma}} + \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_{th}) &= \boldsymbol{C} : [(\boldsymbol{s} - \boldsymbol{S}) : \boldsymbol{c} : (\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_{te} - \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_{th})] + \boldsymbol{C} : \boldsymbol{\delta}\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_{th} + \boldsymbol{C} : \dot{\boldsymbol{E}}_{th} \\ &= -\boldsymbol{\delta c} : (\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_{te} - \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_{th}) + \boldsymbol{C} : \boldsymbol{\delta}\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_{th} + \boldsymbol{C} : \dot{\boldsymbol{E}}_{th} \end{aligned} \quad \text{(V.31)}$$

et :

$$\begin{aligned} \boldsymbol{B_t} : (\boldsymbol{\delta m_t} : \boldsymbol{\sigma} + \dot{\boldsymbol{\eta}}) &= \boldsymbol{B_t} : [(\boldsymbol{m_t} - \boldsymbol{M_t}) : \boldsymbol{b_t} : (\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_{vp} - \dot{\boldsymbol{\eta}})] + \boldsymbol{B_t} : \boldsymbol{\delta}\dot{\boldsymbol{\eta}} + \boldsymbol{B_t} : \dot{\boldsymbol{N}} \\ &= -\boldsymbol{\delta b_t} : (\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_{vp} - \dot{\boldsymbol{\eta}}) + \boldsymbol{B_t} : \boldsymbol{\delta}\dot{\boldsymbol{\eta}} + \boldsymbol{B_t} : \dot{\boldsymbol{N}} \end{aligned} \quad \text{(V.32)}$$

Ainsi, compte-tenu des propriétés des opérateurs de projections (Eqs. (V.20, V.21)) et du fait que les champs $\dot{\boldsymbol{E}}_{th}$ et $\dot{\boldsymbol{N}}$ sont des champs uniformes donc statiquement admissibles, la vitesse de déformation $\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}$ peut s'écrire :

$$\dot{\boldsymbol{\varepsilon}} = \dot{\boldsymbol{E}} - \boldsymbol{\Gamma}^{C} * (\boldsymbol{\delta c} : (\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_{te} - \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_{th}) - \boldsymbol{C} : \boldsymbol{\delta}\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_{th}) - \boldsymbol{\Gamma}^{B_t} * (\boldsymbol{\delta b_t} : (\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_{vp} - \dot{\boldsymbol{\eta}}) - \boldsymbol{B_t} : \boldsymbol{\delta}\dot{\boldsymbol{\eta}}) + (\boldsymbol{\Gamma}^{C} : \boldsymbol{C} - \boldsymbol{\Gamma}^{B_t} : \boldsymbol{B_t}) * \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_{vp} \quad \text{(V.33)}$$

L'objectif final de la résolution du problème hétérogène est de pouvoir appliquer l'approximation autocohérente afin de simplifier l'équation intégrale en ne tenant

compte que des interactions locales. En effet, les opérateurs de Green modifiés ($\boldsymbol{\Gamma}^{\boldsymbol{C}}$ et $\boldsymbol{\Gamma}^{\boldsymbol{B_t}}$) peuvent se décomposer en une partie locale ($\boldsymbol{\Gamma}_{\boldsymbol{l}}^{\boldsymbol{C}}$ et $\boldsymbol{\Gamma}_{\boldsymbol{l}}^{\boldsymbol{B_t}}$) et une partie non-locale ($\boldsymbol{\Gamma}_{\boldsymbol{nl}}^{\boldsymbol{C}}$ et $\boldsymbol{\Gamma}_{\boldsymbol{nl}}^{\boldsymbol{B_t}}$) variant en $1/|x-x'|^3$ [Kröner, 1989] :

$$\boldsymbol{\Gamma}^{\boldsymbol{C}}(x-x') = \boldsymbol{\Gamma}_{\boldsymbol{l}}^{\boldsymbol{C}}\delta(x-x') + \boldsymbol{\Gamma}_{\boldsymbol{nl}}^{\boldsymbol{C}}(x-x') \tag{V.34}$$

$$\boldsymbol{\Gamma}^{\boldsymbol{B_t}}(x-x') = \boldsymbol{\Gamma}_{\boldsymbol{l}}^{\boldsymbol{B_t}}\delta(x-x') + \boldsymbol{\Gamma}_{\boldsymbol{nl}}^{\boldsymbol{B_t}}(x-x') \tag{V.35}$$

Dans l'application du schéma auto-cohérent à une microstructure polycristalline, chaque point x représente un grain à qui l'on associe une orientation cristallographique moyenne, une morphologie d'ellipsoïde et une fraction volumique. Les parties locales des opérateurs de Green modifiés se calculent ainsi à partir des tenseurs intérieurs d'Eshelby $\boldsymbol{S}_{\boldsymbol{C}}^{\boldsymbol{Esh}}$ et $\boldsymbol{S}_{\boldsymbol{B_t}}^{\boldsymbol{Esh}}$ [Eshelby, 1957; Mura, 1987], respectivement associés aux modules $\boldsymbol{C}$ et $\boldsymbol{B_t}$, qui tiennent compte de la morphologie du grain :

$$\boldsymbol{\Gamma}_{\boldsymbol{l}}^{\boldsymbol{C}} = \boldsymbol{S}_{\boldsymbol{C}}^{\boldsymbol{Esh}} : \boldsymbol{S} \tag{V.36}$$

$$\boldsymbol{\Gamma}_{\boldsymbol{l}}^{\boldsymbol{B_t}} = \boldsymbol{S}_{\boldsymbol{B_t}}^{\boldsymbol{Esh}} : \boldsymbol{M_t} \tag{V.37}$$

La démarche qui consiste à affaiblir les termes non-locaux est délicate mais peut-être réalisée avec succès grâce à la méthode des champs translatés ([Paquin, 1998] ; [Berbenni, 2002]). La méthode des champs translatés s'appuie sur les solutions des deux cas extrêmes du problème hétérogène, le problème purement thermoélastique et le problème purement viscoplastique.

V.4 Cas asymptotiques du problème thermo-élastovisco-plastique hétérogène

V.4.1 Schéma auto-cohérent pour le problème hétérogène thermoélastique pur

On considère le même volume représentatif $\mathcal{V}$ que précédemment mais avec un comportement purement thermoélastique (i.e., $\dot{\boldsymbol{\varepsilon}} = \boldsymbol{s} : \dot{\boldsymbol{\sigma}} + \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_{\boldsymbol{th}}$). Dans ce cas, l'équation intégrale (V.33) devient, à chaque instant t :

$$\dot{\boldsymbol{\varepsilon}} = \dot{\boldsymbol{E}} - \boldsymbol{\Gamma}^{C} * (\boldsymbol{\delta c} : (\dot{\boldsymbol{\varepsilon}} - \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_{th}) - \boldsymbol{C} : \boldsymbol{\delta}\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_{th}) \tag{V.38}$$

La décompostion du tenseur $\boldsymbol{\Gamma}^{C}$ en une partie locale et non-locale (Eq.V.34) permet d'écrire l'équation (V.38) de la manière suivante :

$$\dot{\boldsymbol{\varepsilon}} = \dot{\boldsymbol{E}} - \boldsymbol{\Gamma}_{l}^{C} : (\boldsymbol{\delta c} : (\dot{\boldsymbol{\varepsilon}} - \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_{th}) - \boldsymbol{C} : \boldsymbol{\delta}\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_{th}) - \int_{\mathcal{V}} \boldsymbol{\Gamma}_{nl}^{C}(x - x') : (\boldsymbol{\delta c} : (\dot{\boldsymbol{\varepsilon}} - \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_{th}) - \boldsymbol{C} : \boldsymbol{\delta}\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_{th})(x')d\mathcal{V}' \tag{V.39}$$

Le principe du schéma auto-cohérent consiste alors à affaiblir la partie non-locale des interactions. Etant donné que $\boldsymbol{\Gamma}_{nl}^{C}$ décroît en $1/|x - x'|^3$, la contribution non-locale peut être raisonnablement négligée en imposant la conditon de moyenne suivante :

$$< \boldsymbol{\delta c} : (\dot{\boldsymbol{\varepsilon}} - \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_{th}) - \boldsymbol{C} : \boldsymbol{\delta}\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_{th} >= \boldsymbol{0} \tag{V.40}$$

Cette dernière condition est équivalente à :

$$< (\boldsymbol{c} - \boldsymbol{C}) : (\dot{\boldsymbol{\varepsilon}} - \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_{th}) - \boldsymbol{C} : (\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_{th} - \dot{\boldsymbol{E}}_{th}) > = 0 \tag{V.41}$$

$$< \boldsymbol{c} : (\dot{\boldsymbol{\varepsilon}} - \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_{th}) - \boldsymbol{C} : (\dot{\boldsymbol{\varepsilon}} - \dot{\boldsymbol{E}}_{th}) > = \boldsymbol{0} \tag{V.42}$$

d'où :

$$< \dot{\boldsymbol{\sigma}} >= \boldsymbol{C} : (< \dot{\boldsymbol{\varepsilon}} > - \dot{\boldsymbol{E}}_{th}) \tag{V.43}$$

Les relations de moyenne sur le volume (Eqs. (V.1) et (V.2)) conduisent alors à :

$$\dot{\boldsymbol{\Sigma}} = \boldsymbol{C} : (\dot{\boldsymbol{E}} - \dot{\boldsymbol{E}}_{th}) \tag{V.44}$$

Or, le comportement effectif du matériau thermoélastique pur est lui-même donné par la relation :

$$\dot{\boldsymbol{\Sigma}} = \boldsymbol{C}^{e} : (\dot{\boldsymbol{E}} - \dot{\boldsymbol{E}}_{th}^{e}) \tag{V.45}$$

Les équations (V.44) et (V.45) entraînent donc nécessairement que :

$$\begin{cases} \boldsymbol{C} = \boldsymbol{C}^{e} \\ \dot{\boldsymbol{E}}_{th} = \dot{\boldsymbol{E}}_{th}^{e} \end{cases} \tag{V.46}$$

L'approximation auto-cohérente du problème purement thermoélastique consiste donc à choisir le milieu effectif ($\boldsymbol{C}^e$, $\dot{\boldsymbol{E}}^e_{th}$) comme milieu homogène de référence. L'équation intégrale (V.38) peut alors être approximée par :

$$\dot{\boldsymbol{\varepsilon}} = \dot{\boldsymbol{E}} - \boldsymbol{\Gamma}_l^{C^e} : (\boldsymbol{\delta c} : (\dot{\boldsymbol{\varepsilon}} - \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_{th}) - \boldsymbol{C}^e : \boldsymbol{\delta}\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_{th}) \tag{V.47}$$

qui est équivalente à :

$$\dot{\boldsymbol{\varepsilon}} + \boldsymbol{\Gamma}_l^{C^e} : \boldsymbol{\delta c} : \dot{\boldsymbol{\varepsilon}} = \dot{\boldsymbol{E}} - \boldsymbol{\Gamma}_l^{C^e} : (-\boldsymbol{\delta c} : \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_{th} - \boldsymbol{C}^e : \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_{th} + \boldsymbol{C}^e : \dot{\boldsymbol{E}}^e_{th}) \tag{V.48}$$

On en déduit alors la relation de localisation suivante :

$$\boxed{\dot{\boldsymbol{\varepsilon}} = \boldsymbol{A}^{C^e} : \dot{\boldsymbol{E}} + \boldsymbol{A}^{C^e} : \boldsymbol{\Gamma}_l^{C^e} : (\boldsymbol{c} : \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_{th} - \boldsymbol{C}^e : \dot{\boldsymbol{E}}^e_{th})} \tag{V.49}$$

où le tenseur de localisation $\boldsymbol{A}^{C^e}$ associé au module élastique $\boldsymbol{C}^e$ est défini par :

$$\boldsymbol{A}^{C^e} = (\boldsymbol{I} + \boldsymbol{\Gamma}_l^{C^e} : \boldsymbol{\delta c})^{-1} \tag{V.50}$$

En appliquant la relation de la moyenne en déformation (Eq. V.2) à la relation de localisation (V.49), on obtient les conditions suivantes :

$$< \boldsymbol{A}^{C^e} >= \boldsymbol{I} \tag{V.51}$$

$$< \boldsymbol{A}^{C^e} : \boldsymbol{\Gamma}_l^{C^e} : (\boldsymbol{c} : \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_{th} - \boldsymbol{C}^e : \dot{\boldsymbol{E}}^e_{th}) >= \boldsymbol{0} \tag{V.52}$$

D'autre part, la relation de localisation (V.49) permet également d'écrire le taux de contrainte $\dot{\boldsymbol{\sigma}}$ de la manière suivante :

$$\dot{\boldsymbol{\sigma}} = \boldsymbol{c} : \boldsymbol{A}^{C^e} : \dot{\boldsymbol{E}} + \boldsymbol{c} : \boldsymbol{A}^{C^e} : \boldsymbol{\Gamma}_l^{C^e} : (\boldsymbol{c} : \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_{th} - \boldsymbol{C}^e : \dot{\boldsymbol{E}}^e_{th}) - \boldsymbol{c} : \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_{th} \tag{V.53}$$

En appliquant la relation de moyenne en contrainte (Eq. V.1) et compte-tenu de la relation du comportement effectif thermoélastique pur (Eq. V.45), on obtient les conditions suivantes :

$$\boldsymbol{C}^e = < \boldsymbol{c} : \boldsymbol{A}^{C^e} > \tag{V.54}$$

$$\boldsymbol{C}^e : \dot{\boldsymbol{E}}^e_{th} = - < \boldsymbol{c} : \boldsymbol{A}^{C^e} : \boldsymbol{\Gamma}^{C^e}_l : (\boldsymbol{c} : \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_{th} - \boldsymbol{C}^e : \dot{\boldsymbol{E}}^e_{th}) > + < \boldsymbol{c} : \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_{th} > \tag{V.55}$$

De l'équation (V.55), on peut alors déduire la vitesse de déformation thermique effective :

$$\boxed{\dot{\boldsymbol{E}}^e_{th} = \boldsymbol{S}^e : (< \boldsymbol{c} : \boldsymbol{A}^{C^e} : \boldsymbol{\Gamma}^{C^e}_l > - \boldsymbol{I})^{-1} : < \boldsymbol{c} : \boldsymbol{A}^{C^e} : \boldsymbol{\Gamma}^{C^e}_l : \boldsymbol{c} : \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_{th} - \boldsymbol{c} : \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_{th} >} \tag{V.56}$$

V.4.2 Schéma auto-cohérent pour le problème hétérogène viscoplastique pur

On considère maintenant un comportement purement viscoplastique (i.e., $\dot{\boldsymbol{\varepsilon}} = \boldsymbol{m_t} : \boldsymbol{\sigma} + \dot{\boldsymbol{\eta}}$). Dans ce cas, l'équation intégrale (V.33) devient, à chaque instant t :

$$\dot{\boldsymbol{\varepsilon}} = \dot{\boldsymbol{E}} - \boldsymbol{\Gamma}^{B_t} * (\boldsymbol{\delta b_t} : (\dot{\boldsymbol{\varepsilon}} - \dot{\boldsymbol{\eta}}) - \boldsymbol{B_t} : \boldsymbol{\delta}\dot{\boldsymbol{\eta}}) \tag{V.57}$$

Comme précédemment, le principe du schéma auto-cohérent consiste à affaiblir la partie non-locale des interactions, cette fois-ci en imposant la condition de moyenne suivante :

$$< \boldsymbol{\delta b_t} : (\dot{\boldsymbol{\varepsilon}} - \dot{\boldsymbol{\eta}}) - \boldsymbol{B_t} : \boldsymbol{\delta}\dot{\boldsymbol{\eta}} >= \boldsymbol{0} \tag{V.58}$$

Cette dernière condition est en fait équivalente à :

$$< \boldsymbol{\sigma} >= \boldsymbol{B_t} : (< \dot{\boldsymbol{\varepsilon}} > - \dot{\boldsymbol{N}}) \tag{V.59}$$

Les relations de moyenne sur le volume (Eqs. (V.1) et (V.2)) conduisent alors à :

$$\boldsymbol{\Sigma} = \boldsymbol{B_t} : (\dot{\boldsymbol{E}} - \dot{\boldsymbol{N}}) \tag{V.60}$$

Or, le comportement effectif du matériau viscoplastique pur est lui-même donné par la relation :

$$\boldsymbol{\Sigma} = \boldsymbol{B}_t^e : (\dot{\boldsymbol{E}} - \dot{\boldsymbol{N}}^e) \tag{V.61}$$

Les équations (V.60) et (V.61) entraînent donc nécessairement que :

$$\begin{cases} \boldsymbol{B}_t = \boldsymbol{B}_t^e \\ \dot{\boldsymbol{N}} = \dot{\boldsymbol{N}}^e \end{cases} \tag{V.62}$$

L'approximation auto-cohérente du problème purement viscoplastique consiste donc à choisir le milieu effectif ($\boldsymbol{B}_t^e$, $\dot{\boldsymbol{N}}^e$) comme milieu homogène de référence. L'équation intégrale (V.57) peut alors être approximée par :

$$\dot{\boldsymbol{\varepsilon}} = \dot{\boldsymbol{E}} - \boldsymbol{\Gamma}_l^{B_t^e} : (\boldsymbol{\delta b}_t : (\dot{\boldsymbol{\varepsilon}} - \dot{\boldsymbol{\eta}}) - \boldsymbol{B}_t^e : \boldsymbol{\delta}\dot{\boldsymbol{\eta}}) \tag{V.63}$$

Comme précédemment, on peut réécrire cette équation en relation de localisation :

$$\boxed{\dot{\boldsymbol{\varepsilon}} = \boldsymbol{A}^{B_t^e} : \dot{\boldsymbol{E}} + \boldsymbol{A}^{B_t^e} : \boldsymbol{\Gamma}_l^{B_t^e} : (\boldsymbol{b}_t : \dot{\boldsymbol{\eta}} - \boldsymbol{B}_t^e : \dot{\boldsymbol{N}}^e)} \tag{V.64}$$

où le tenseur de localisation $\boldsymbol{A}^{B_t^e}$ associé à $\boldsymbol{B}_t^e$ est défini par :

$$\boldsymbol{A}^{B_t^e} = (\boldsymbol{I} + \boldsymbol{\Gamma}_l^{B_t^e} : \boldsymbol{\delta b}_t)^{-1} \tag{V.65}$$

De même, en appliquant la relation de la moyenne en déformation (Eq. V.2) à la relation de localisation (V.64), on obtient les conditions suivantes :

$$< \boldsymbol{A}^{B_t^e} >= \boldsymbol{I} \tag{V.66}$$

$$< \boldsymbol{A}^{B_t^e} : \boldsymbol{\Gamma}_l^{B_t^e} : (\boldsymbol{b}_t : \dot{\boldsymbol{\eta}} - \boldsymbol{B}_t^e : \dot{\boldsymbol{N}}^e) >= \boldsymbol{0} \tag{V.67}$$

D'autre part, la relation de localisation (V.64) permet également d'écrire le tenseur des contraintes $\boldsymbol{\sigma}$ de la manière suivante :

$$\boldsymbol{\sigma} = \boldsymbol{b}_t : \boldsymbol{A}^{B_t^e} : \dot{\boldsymbol{E}} + \boldsymbol{b}_t : \boldsymbol{A}^{B_t^e} : \boldsymbol{\Gamma}_l^{B_t^e} : (\boldsymbol{b}_t : \dot{\boldsymbol{\eta}} - \boldsymbol{B}_t^e : \dot{\boldsymbol{N}}^e) - \boldsymbol{b}_t : \dot{\boldsymbol{\eta}} \tag{V.68}$$

En appliquant la relation de moyenne en contrainte (Eq. V.1) et compte-tenu de la relation du comportement effectif viscoplastique pur (Eq. V.61), on obtient les conditions suivantes :

$$\boldsymbol{B}_t^e = < \boldsymbol{b}_t : \boldsymbol{A}^{B_t^e} > \tag{V.69}$$

$$\boldsymbol{B}_t^e : \dot{\boldsymbol{N}}^e = - < \boldsymbol{b}_t : \boldsymbol{A}^{B_t^e} : \boldsymbol{\Gamma}_l^{B_t^e} : (\boldsymbol{b}_t : \dot{\boldsymbol{\eta}} - \boldsymbol{B}_t^e : \dot{\boldsymbol{N}}^e) > + < \boldsymbol{b}_t : \dot{\boldsymbol{\eta}} > \tag{V.70}$$

De l'équation (V.70), on peut alors déduire la vitesse de déformation auxiliaire effective :

$$\boxed{\dot{\boldsymbol{N}}^e = \boldsymbol{M}_t^e : (< \boldsymbol{b}_t : \boldsymbol{A}^{B_t^e} : \boldsymbol{\Gamma}_l^{B_t^e} > - \boldsymbol{I})^{-1} :< \boldsymbol{b}_t : \boldsymbol{A}^{B_t^e} : \boldsymbol{\Gamma}_l^{B_t^e} : \boldsymbol{b}_t : \dot{\boldsymbol{\eta}} - \boldsymbol{b}_t : \dot{\boldsymbol{\eta}} >} \tag{V.71}$$

V.5 Champs translatés avec méthode affine

La technique des champs translatés consiste à décomposer (ou translater) les champs $\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_{te}$ et $\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_{vp}$ en des champs cinématiquement admissibles, solutions des problèmes purement thermoélastique et purement viscoplastique, $\dot{\boldsymbol{e}}_{te}$ et $\dot{\boldsymbol{e}}_{vp}$, et des champs de vitesse de déformation résiduels liés à des champs de contrainte interne fictifs, $\dot{\boldsymbol{\sigma}}'$ et $\boldsymbol{\sigma}''$, respectivement :

$$\begin{cases} \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_{te} = \boldsymbol{s} : \dot{\boldsymbol{\sigma}} + \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_{th} = \dot{\boldsymbol{e}}_{te} + \boldsymbol{s} : \dot{\boldsymbol{\sigma}}' & \text{(V.72)} \\ \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_{vp} = \boldsymbol{m}_t : \boldsymbol{\sigma} + \dot{\boldsymbol{\eta}} = \dot{\boldsymbol{e}}_{vp} + \boldsymbol{m}_t : \boldsymbol{\sigma}'' & \text{(V.73)} \end{cases}$$

Les champs $\dot{\boldsymbol{e}}_{te}$ et $\dot{\boldsymbol{e}}_{vp}$ sont ainsi donnés par les relations de localisation (V.49) et (V.64) :

$$\begin{cases} \dot{\boldsymbol{e}}_{te} = \boldsymbol{A}^{C^e} :< \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_{te} > + \boldsymbol{A}^{C^e} : \boldsymbol{\Gamma}_l^{C^e} : (\boldsymbol{c} : \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_{th} - \boldsymbol{C}^e : \dot{\boldsymbol{E}}_{th}^e) & \text{(V.74)} \\ \dot{\boldsymbol{e}}_{vp} = \boldsymbol{A}^{B_t^e} :< \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_{vp} > + \boldsymbol{A}^{B_t^e} : \boldsymbol{\Gamma}_l^{B_t^e} : (\boldsymbol{b}_t : \dot{\eta} - \boldsymbol{B}_t^e : \dot{\boldsymbol{N}}^e) & \text{(V.75)} \end{cases}$$

La vitesse de déformation $\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}$ peut alors s'écrire :

$$\dot{\boldsymbol{\varepsilon}} = \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_{te} + \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_{vp} = \dot{\boldsymbol{e}}_{te} + \dot{\boldsymbol{e}}_{vp} + \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^* \tag{V.76}$$

où le champ $\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^*$ est le champ de vitesse de déformation translaté qui est associé aux champs de contrainte translatés $\dot{\boldsymbol{\sigma}}'$ et $\dot{\boldsymbol{\sigma}}''$:

$$\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^* = \boldsymbol{s} : \dot{\boldsymbol{\sigma}}' + \boldsymbol{m}_t : \dot{\boldsymbol{\sigma}}'' \tag{V.77}$$

Reprenons alors le problème hétérogène (Eqs. (V.24)-(V.27)) avec l'hypothèse que le milieu homogène de référence est le milieu homogène équivalent, hypothèse qui permet d'appliquer l'approximation auto-cohérente aux problèmes purement thermoélastique et purement viscoplastique :

$$\begin{cases} \boldsymbol{S}^e : \dot{\boldsymbol{\sigma}} + \boldsymbol{M}_t^e : \boldsymbol{\sigma} = \dot{\boldsymbol{\varepsilon}} - \boldsymbol{\delta s} : \dot{\boldsymbol{\sigma}} - \boldsymbol{\delta m}_t : \boldsymbol{\sigma} - \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_{th} - \dot{\boldsymbol{\eta}} & \text{(V.78)} \\ \boldsymbol{\Pi}^{C^e} * (\boldsymbol{S}^e : \dot{\boldsymbol{\sigma}}) = \boldsymbol{0} & \text{(V.79)} \\ \boldsymbol{\Pi}^{B_t^e} * (\boldsymbol{M}_t^e : \boldsymbol{\sigma}) = \boldsymbol{0} & \text{(V.80)} \\ \boldsymbol{\Pi}^{C^e} * \dot{\boldsymbol{\varepsilon}} = \dot{\boldsymbol{\varepsilon}} - \dot{\boldsymbol{E}} & \text{(V.81)} \end{cases}$$

À partir des équations (V.72) et (V.73), les tenseurs de contrainte et taux de contrainte peuvent s'écrire :

$$\begin{cases} \dot{\boldsymbol{\sigma}} = \boldsymbol{c} : (\dot{\boldsymbol{e}}_{te} - \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_{th}) + \dot{\boldsymbol{\sigma}}' & \text{(V.82)} \\ \boldsymbol{\sigma} = \boldsymbol{b}_t : (\dot{\boldsymbol{e}}_{vp} - \dot{\boldsymbol{\eta}}) + \boldsymbol{\sigma}'' & \text{(V.83)} \end{cases}$$

Ainsi, il est possible de réécrire les équations (V.78)-(V.80) en utilisant les nouvelles expressions de $\boldsymbol{\sigma}$ et $\dot{\boldsymbol{\sigma}}$:

$$\begin{cases} \boldsymbol{S}^e : \dot{\boldsymbol{\sigma}}' + \boldsymbol{M}_t^e : \boldsymbol{\sigma}'' = \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^* - \boldsymbol{\delta s} : \dot{\boldsymbol{\sigma}}' - \boldsymbol{\delta m}_t : \boldsymbol{\sigma}'' & \text{(V.84)} \\ \boldsymbol{\Pi}^{C^e} * (\boldsymbol{S}^e : \boldsymbol{c} : (\dot{\boldsymbol{e}}_{te} - \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_{th}) + \boldsymbol{S}^e : \dot{\boldsymbol{\sigma}}') = 0 & \text{(V.85)} \\ \boldsymbol{\Pi}^{B_t^e} * (\boldsymbol{M}_t^e : \boldsymbol{b}_t : (\dot{\boldsymbol{e}}_{vp} - \dot{\boldsymbol{\eta}}) + \boldsymbol{M}_t^e : \boldsymbol{\sigma}'') = 0 & \text{(V.86)} \end{cases}$$

Or

$$\boldsymbol{c} : (\dot{\boldsymbol{e}}_{\boldsymbol{te}} - \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_{\boldsymbol{th}}) = \dot{\boldsymbol{\sigma}} - \dot{\boldsymbol{\sigma}}' \text{ et } \boldsymbol{b_t} : (\dot{\boldsymbol{e}}_{\boldsymbol{vp}} - \dot{\boldsymbol{\eta}}) = \boldsymbol{\sigma} - \boldsymbol{\sigma}''$$

sont des champs statiquement équilibrés donc vérifiant les propriétés (V.20) et (V.21). De plus, le champ $\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^*$ est cinématiquement admissible, donc vérifiant la propriété (V.22). Le système d'équations du problème hétérogène (V.78)-(V.81) peut ainsi s'écrire :

$$\begin{cases} \boldsymbol{S}^e : \dot{\boldsymbol{\sigma}}' + \boldsymbol{M}_t^e : \boldsymbol{\sigma}'' = \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^* - \boldsymbol{\delta s} : \dot{\boldsymbol{\sigma}}' - \boldsymbol{\delta m_t} : \boldsymbol{\sigma}'' & \text{(V.87)} \\ \boldsymbol{\Pi}^{C^e} * (\boldsymbol{S}^e : \dot{\boldsymbol{\sigma}}') = \boldsymbol{0} & \text{(V.88)} \\ \boldsymbol{\Pi}^{B_t^e} * (\boldsymbol{M}_t^e : \boldsymbol{\sigma}'') = \boldsymbol{0} & \text{(V.89)} \\ \boldsymbol{\Pi}^{C^e} * \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^* = \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^* - \dot{\boldsymbol{E}}^* & \text{(V.90)} \end{cases}$$

Le système d'équations (V.87)-(V.90) est du même type que celui du problème hétérogène précédent (V.24)-(V.27). Ainsi, en suivant le même schéma de résolution, l'équation intégrale pour le problème translaté est :

$$\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^* = \dot{\boldsymbol{E}}^* + \boldsymbol{\Pi}^{C^e} * (\boldsymbol{\delta s} : \dot{\boldsymbol{\sigma}}') + \boldsymbol{\Pi}^{B_t^e} * (\boldsymbol{\delta m_t} : \boldsymbol{\sigma}'') + (\boldsymbol{\Pi}^{C^e} - \boldsymbol{\Pi}^{B_t^e}) : (\boldsymbol{m_t} : \boldsymbol{\sigma}'') \quad \text{(V.91)}$$

À présent, on peut introduire des fluctuactions autour des champs inconnnus dans cette équation translatée par l'intermédiaire de champs statiquement admissibles ou cinématiquement admissibles satisfaisant les propriétés des opérateurs de projection (Eqs. (V.20)-(V.22)). L'idée est d'avoir des fluctuactions dans tous les termes de cette équation afin de pouvoir ensuite négliger les contributions non-locales. En effet, pour tout champ uniforme $\boldsymbol{X}$, les champs $\boldsymbol{A}^{C^e} : \boldsymbol{X}$, $\boldsymbol{A}^{B_t^e} : \boldsymbol{X}$ et $\boldsymbol{X}$ sont compatibles, tandis que les champs $\boldsymbol{c} : \boldsymbol{A}^{C^e} : \boldsymbol{X}$ et $\boldsymbol{b_t} : \boldsymbol{A}^{B_t^e} : \boldsymbol{X}$ sont statiquement admissibles. Ainsi, pour les champs uniformes $\boldsymbol{Y_1}$, $\boldsymbol{Y_2}$, $\boldsymbol{Y_3}$, les propriétés suivantes sont vérifiées :

$$\begin{cases} \boldsymbol{\Pi}^{C^e} * (\boldsymbol{S}^e : \boldsymbol{c} : \boldsymbol{A}^{C^e} : \boldsymbol{Y_1}) = \boldsymbol{0} & \text{(V.92)} \\ \boldsymbol{\Pi}^{B_t^e} * (\boldsymbol{M}_t^e : \boldsymbol{b_t} : \boldsymbol{A}^{B_t^e} : \boldsymbol{Y_2}) = \boldsymbol{0} & \text{(V.93)} \\ \boldsymbol{\Delta\Pi} * (\boldsymbol{A}^{B_t^e} : \boldsymbol{Y_3}) = \boldsymbol{0} & \text{(V.94)} \end{cases}$$

On peut donc faire apparaître des fluctuations dans l'équation intégrale translatée (V.91) :

$$\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^* = \dot{\boldsymbol{E}}^* + \boldsymbol{\Pi}^{C^e} * (\boldsymbol{\delta s} : \dot{\boldsymbol{\sigma}}' - \boldsymbol{S}^e : \boldsymbol{c} : \boldsymbol{A}^{C^e} : \boldsymbol{Y_1}) + \boldsymbol{\Pi}^{B_t^e} * (\boldsymbol{\delta m_t} : \boldsymbol{\sigma}'' - \boldsymbol{M}_t^e : \boldsymbol{b_t} : \boldsymbol{A}^{B_t^e} : \boldsymbol{Y_2}) + \boldsymbol{\Delta\Pi} * (\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_{vp} - \boldsymbol{A}^{B_t^e} : \boldsymbol{Y_3}) \quad \text{(V.95)}$$

En remplaçant les opérateurs de projection par les opérateurs de Green modifiés ($\boldsymbol{\Gamma}^{C^e}$ et $\boldsymbol{\Gamma}^{B_t^e}$), la vitesse de déformation virtuelle $\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^*$ peut alors s'écrire :

$$\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^* = \dot{\boldsymbol{E}}^* - \boldsymbol{\Gamma}^{C^e} * (\boldsymbol{\delta c} : \boldsymbol{s} : \dot{\boldsymbol{\sigma}}') - \boldsymbol{c} : \boldsymbol{A}^{C^e} : \boldsymbol{Y_1}) - \boldsymbol{\Gamma}^{B_t^e} * (\boldsymbol{\delta b_t} : \boldsymbol{m_t} : \boldsymbol{\sigma}'' - \boldsymbol{b_t} : \boldsymbol{A}^{B_t^e} : \boldsymbol{Y_2}) + (\boldsymbol{\Gamma}^{C^e} : \boldsymbol{C}^e - \boldsymbol{\Gamma}^{B_t^e} : \boldsymbol{B}_t^e) * (\boldsymbol{m_t} : \boldsymbol{\sigma}'' - \boldsymbol{A}^{B_t^e} : \boldsymbol{Y_3}) \quad \text{(V.96)}$$

V.6 Approximation auto-cohérente pour le problème translaté

Tous les ingrédients sont maintenant réunis pour trouver une approximation auto-cohérente de l'équation intégrale (V.96). En utilisant la décomposition classique des fonctions de Green (Eqs. (V.34)-(V.35)), on peut écrire l'équation (V.96) sous la forme suivante :

$$\begin{aligned} \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^* = & \dot{\boldsymbol{E}}^* - \boldsymbol{\Gamma}_l^{C^e} : (\boldsymbol{\delta c} : \boldsymbol{s} : \dot{\boldsymbol{\sigma}}' - \boldsymbol{c} : \boldsymbol{A}^{C^e} : \boldsymbol{Y_1}) - \boldsymbol{\Gamma}_{nl}^{C^e} * (\boldsymbol{\delta c} : \boldsymbol{s} : \dot{\boldsymbol{\sigma}}' - \boldsymbol{c} : \boldsymbol{A}^{C^e} : \boldsymbol{Y_1}) \\ & - \boldsymbol{\Gamma}_l^{B_t^e} : (\boldsymbol{\delta b_t} : \boldsymbol{m_t} : \boldsymbol{\sigma}'' - \boldsymbol{b_t} : \boldsymbol{A}^{B_t^e} : \boldsymbol{Y_2}) - \boldsymbol{\Gamma}_{nl}^{B_t^e} * (\boldsymbol{\delta b_t} : \boldsymbol{m_t} : \boldsymbol{\sigma}'' - \boldsymbol{b_t} : \boldsymbol{A}^{B_t^e} : \boldsymbol{Y_2}) \\ & + (\boldsymbol{\Gamma}_l^{C^e} : \boldsymbol{C}^e - \boldsymbol{\Gamma}_l^{B_t^e} : \boldsymbol{B}_t^e) : (\boldsymbol{m_t} : \boldsymbol{\sigma}'' - \boldsymbol{A}^{B_t^e} : \boldsymbol{Y_3}) \\ & + (\boldsymbol{\Gamma}_{nl}^{C^e} : \boldsymbol{C}^e - \boldsymbol{\Gamma}_{nl}^{B_t^e} : \boldsymbol{B}_t^e) * (\boldsymbol{m_t} : \boldsymbol{\sigma}'' - \boldsymbol{A}^{B_t^e} : \boldsymbol{Y_3}) \end{aligned} \quad \text{(V.97)}$$

La contribution des termes non-locaux peut ainsi être négligée si les conditions de moyenne suivantes sont satisfaites :

$$\begin{cases} < \boldsymbol{\delta c} : \boldsymbol{s} : \dot{\boldsymbol{\sigma}}' - \boldsymbol{c} : \boldsymbol{A}^{C^e} : \boldsymbol{Y_1} >= \boldsymbol{0} \\ < \boldsymbol{\delta b_t} : \boldsymbol{m_t} : \boldsymbol{\sigma}'' - \boldsymbol{b_t} : \boldsymbol{A}^{B_t^e} : \boldsymbol{Y_2} >= \boldsymbol{0} \\ < \boldsymbol{m_t} : \boldsymbol{\sigma}'' - \boldsymbol{A}^{B_t^e} : \boldsymbol{Y_3} >= \boldsymbol{0} \end{cases} \tag{V.98}$$

Or, par définition, les solutions des problèmes purement thermoélastique et purement viscoplastique satisfont les relations de moyenne

$$< \dot{\boldsymbol{e}}_{\boldsymbol{te}} >=< \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_{\boldsymbol{te}} > \text{ et } < \dot{\boldsymbol{e}}_{\boldsymbol{vp}} >=< \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_{\boldsymbol{vp}} > .$$

D'après les équations (V.72) et (V.73), on a donc :

$$< \boldsymbol{s} : \dot{\boldsymbol{\sigma}}' >= \boldsymbol{0} \tag{V.99}$$

$$< \boldsymbol{m_t} : \boldsymbol{\sigma}'' >= \boldsymbol{0} \tag{V.100}$$

D'après ces conditions et également à l'aide des équations (V.54) et (V.69), on trouve facilement les champs inconnus $\boldsymbol{Y_1}$, $\boldsymbol{Y_2}$, $\boldsymbol{Y_3}$ satisfaisant les équations (V.98) :

$$\begin{cases} \boldsymbol{Y_1} = \boldsymbol{S}^e :< \dot{\boldsymbol{\sigma}}' > \\ \boldsymbol{Y_2} = \boldsymbol{M}_t^e :< \boldsymbol{\sigma}'' > \\ \boldsymbol{Y_3} = \boldsymbol{0} \end{cases} \tag{V.101}$$

On peut donc approximer la vitesse de déformation virtuelle $\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^*$ en négligeant les termes non-locaux de la manière suivante :

$$\begin{aligned} \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^* =& \dot{\boldsymbol{E}}^* - \boldsymbol{\Gamma}_l^{C^e} : (\boldsymbol{\delta c} : \boldsymbol{s} : \dot{\boldsymbol{\sigma}}' - \boldsymbol{c} : \boldsymbol{A}^{C^e} : \boldsymbol{S}^e :< \dot{\boldsymbol{\sigma}}' >) \\ & - \boldsymbol{\Gamma}_l^{B_t^e} : (\boldsymbol{\delta b_t} : \boldsymbol{m_t} : \boldsymbol{\sigma}'' - \boldsymbol{b_t} : \boldsymbol{A}^{B_t^e} : \boldsymbol{M}_t^e :< \boldsymbol{\sigma}'' >) \\ & + (\boldsymbol{\Gamma}_l^{C^e} : \boldsymbol{C}^e - \boldsymbol{\Gamma}_l^{B_t^e} : \boldsymbol{B}_t^e) : (\boldsymbol{m_t} : \boldsymbol{\sigma}'') \end{aligned} \tag{V.102}$$

Il reste cependant à exprimer les champs $\boldsymbol{S}^e :< \dot{\boldsymbol{\sigma}}' >$ et $\boldsymbol{M}_t^e :< \boldsymbol{\sigma}'' >$. D'après les équations (V.72) et (V.73), les champs $\dot{\boldsymbol{\sigma}}'$ et $\boldsymbol{\sigma}''$ peuvent s'écrire :

$$\dot{\boldsymbol{\sigma}}' = \boldsymbol{c} : (\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_{\boldsymbol{te}} - \dot{\boldsymbol{e}}_{\boldsymbol{te}}) \tag{V.103}$$

$$\boldsymbol{\sigma}'' = \boldsymbol{b}_t : (\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_{\boldsymbol{vp}} - \dot{\boldsymbol{e}}_{\boldsymbol{vp}}) \tag{V.104}$$

Si l'on remplace $\dot{\boldsymbol{e}}_{\boldsymbol{te}}$ par son expression (V.74) dans l'équation (V.103) et que l'on prend la moyenne, les relations (V.54) et (V.55) permettent alors d'écrire :

$$\boldsymbol{S}^e :< \dot{\boldsymbol{\sigma}}' >= \boldsymbol{S}^e : \dot{\boldsymbol{\Sigma}} + \dot{\boldsymbol{E}}_{\boldsymbol{th}}^{\boldsymbol{e}} - < \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_{\boldsymbol{te}} > \tag{V.105}$$

En introduisant le comportement effectif du matériau ($\dot{\boldsymbol{E}} = \boldsymbol{S}^e : \dot{\boldsymbol{\Sigma}} + \dot{\boldsymbol{E}}_{\boldsymbol{th}}^{\boldsymbol{e}} + \dot{\boldsymbol{E}}_{\boldsymbol{vp}}^{\boldsymbol{e}}$) dans l'équation précédente, on a aussi :

$$\boldsymbol{S}^e :< \dot{\boldsymbol{\sigma}}' >=< \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_{\boldsymbol{vp}} > -\dot{\boldsymbol{E}}_{\boldsymbol{vp}}^{\boldsymbol{e}} \tag{V.106}$$

Comme précédemment, si l'on remplace $\dot{\boldsymbol{e}}_{\boldsymbol{vp}}$ par son expression (V.75) dans l'équation (V.104) et que l'on prend la moyenne, les relations (V.66) et (V.67) permettent alors d'écrire :

$$\boldsymbol{M}_t^e :< \boldsymbol{\sigma}'' >= \boldsymbol{M}_t^e : \boldsymbol{\Sigma} + \dot{\boldsymbol{N}}^e - < \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_{\boldsymbol{vp}} > \tag{V.107}$$

D'autre part, étant donné que $\boldsymbol{s} : \dot{\boldsymbol{\sigma}}' = \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^* - \boldsymbol{m}_t : \boldsymbol{\sigma}''$ (Eq. (V.77)), il est possible de réécrire la vitesse de déformation virtuelle $\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^*$ (Eq. (V.102)) à l'aide du tenseur de localisation $\boldsymbol{A}^{\boldsymbol{C^e}}$ (Eq. (V.50)) :

$$\begin{aligned}\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^* =& \boldsymbol{A}^{\boldsymbol{C^e}} : \dot{\boldsymbol{E}}^* + \boldsymbol{A}^{\boldsymbol{C^e}} : \boldsymbol{\Gamma}_l^{\boldsymbol{C^e}} : (\boldsymbol{\delta c} : \boldsymbol{m}_t : \boldsymbol{\sigma}'' + \boldsymbol{c} : \boldsymbol{A}^{\boldsymbol{C^e}} : \boldsymbol{S}^e :< \dot{\boldsymbol{\sigma}}' >) \\ &- \boldsymbol{A}^{\boldsymbol{C^e}} : \boldsymbol{\Gamma}_l^{\boldsymbol{B_t^e}} : (\boldsymbol{\delta b}_t : \boldsymbol{m}_t : \boldsymbol{\sigma}'' - \boldsymbol{b}_t : \boldsymbol{A}^{\boldsymbol{B_t^e}} : \boldsymbol{M}_t^e :< \boldsymbol{\sigma}'' >) \\ &+ \boldsymbol{A}^{\boldsymbol{C^e}} : (\boldsymbol{\Gamma}_l^{\boldsymbol{C^e}} : \boldsymbol{C}^e - \boldsymbol{\Gamma}_l^{\boldsymbol{B_t^e}} : \boldsymbol{B}_t^e) * (\boldsymbol{m}_t : \boldsymbol{\sigma}'')\end{aligned} \tag{V.108}$$

D'après les équations (V.77), (V.99) et (V.100), $\dot{\boldsymbol{E}}^* =< \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^* >= \boldsymbol{0}$. De plus, en combinant les équations (V.74), (V.75), (V.82), (V.83), (V.106) et (V.107), l'équation (V.108) s'écrit alors :

$$
\begin{aligned}
\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^* =& \boldsymbol{A}^{C^e} : \boldsymbol{\Gamma}_l^{C^e} : \{\boldsymbol{\delta c} : (\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_{vp} - \boldsymbol{A}^{B_t^e} :< \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_{vp} > - \boldsymbol{A}^{B_t^e} : \boldsymbol{\Gamma}_l^{B_t^e} : (\boldsymbol{b_t} : \dot{\boldsymbol{\eta}} - \boldsymbol{B}_t^e : \dot{\boldsymbol{N}}^e)) \\
&+ \boldsymbol{c} : \boldsymbol{A}^{C^e} : (< \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_{vp} > - \dot{\boldsymbol{E}}_{vp}^e)\} - \boldsymbol{A}^{C^e} : \boldsymbol{\Gamma}_l^{B_t^e} : \{\boldsymbol{\delta b_t} : (\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_{vp} - \boldsymbol{A}^{B_t^e} :< \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_{vp} > \\
&- \boldsymbol{A}^{B_t^e} : \boldsymbol{\Gamma}_l^{B_t^e} : (\boldsymbol{b_t} : \dot{\boldsymbol{\eta}} - \boldsymbol{B}_t^e : \dot{\boldsymbol{N}}^e)) - \boldsymbol{b_t} : \boldsymbol{A}^{B_t^e} : (\boldsymbol{M}_t^e : \boldsymbol{\Sigma} - < \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_{vp} > + \dot{\boldsymbol{N}}^e)\} \\
&+ \boldsymbol{A}^{C^e} : (\boldsymbol{\Gamma}_l^{C^e} : \boldsymbol{C}^e - \boldsymbol{\Gamma}_l^{B_t^e} : \boldsymbol{B}_t^e) : (\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_{vp} - \boldsymbol{A}^{B_t^e} :< \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_{vp} > - \boldsymbol{A}^{B_t^e} : \boldsymbol{\Gamma}_l^{B_t^e} : (\boldsymbol{b_t} : \dot{\boldsymbol{\eta}} - \boldsymbol{B}_t^e : \dot{\boldsymbol{N}}^e))
\end{aligned}
\tag{V.109}
$$

Il est alors possible de réécrire la vitesse de déformation $\dot{\boldsymbol{\varepsilon}} = \dot{\boldsymbol{e}}_{te} + \dot{\boldsymbol{e}}_{vp} + \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^*$ en remplaçant $\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^*$ par son expression (V.109) :

$$
\begin{aligned}
\dot{\boldsymbol{\varepsilon}} =& \boldsymbol{A}^{C^e} :< \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_{te} > + \boldsymbol{A}^{B_t^e} :< \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_{vp} > \\
&+ \boldsymbol{A}^{C^e} : \boldsymbol{\Gamma}_l^{C^e} : (\boldsymbol{c} : \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_{th} - \boldsymbol{C}^e : \dot{\boldsymbol{E}}_{th}^e) + \underbrace{\boldsymbol{A}^{B_t^e} : \boldsymbol{\Gamma}_l^{B_t^e} : (\boldsymbol{b_t} : \dot{\boldsymbol{\eta}} - \boldsymbol{B}_t^e : \dot{\boldsymbol{N}}^e)}_{(\xi)} \\
&\underbrace{- \boldsymbol{A}^{C^e} : \boldsymbol{\Gamma}_l^{C^e} : \boldsymbol{\delta c} : \boldsymbol{A}^{B_t^e} : (< \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_{vp} > + \boldsymbol{\Gamma}_l^{B_t^e} : (\boldsymbol{b_t} : \dot{\boldsymbol{\eta}} - \boldsymbol{B}_t^e : \dot{\boldsymbol{N}}^e))}_{(\kappa)} \\
&+ \underbrace{\boldsymbol{A}^{C^e} : \boldsymbol{\Gamma}_l^{B_t^e} : \boldsymbol{\delta b_t} : \boldsymbol{A}^{B_t^e} : (< \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_{vp} > + \boldsymbol{\Gamma}_l^{B_t^e} : (\boldsymbol{b_t} : \dot{\boldsymbol{\eta}} - \boldsymbol{B}_t^e : \dot{\boldsymbol{N}}^e))}_{(\chi)} \\
&+ \boldsymbol{A}^{C^e} : \boldsymbol{\Gamma}_l^{C^e} : (\boldsymbol{\delta c} : \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_{vp} + \boldsymbol{c} : \boldsymbol{A}^{C^e} : (< \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_{vp} > - \dot{\boldsymbol{E}}_{vp}^e)) \\
&- \boldsymbol{A}^{C^e} : \boldsymbol{\Gamma}_l^{B_t^e} : (\boldsymbol{\delta b_t} : \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_{vp} - \boldsymbol{b_t} : \boldsymbol{A}^{B_t^e} : (\boldsymbol{M}_t^e : \boldsymbol{\Sigma} + \dot{\boldsymbol{N}}^e - < \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_{vp} >)) \\
&+ \boldsymbol{A}^{C^e} : (\boldsymbol{\Gamma}_l^{C^e} : \boldsymbol{C}^e - \boldsymbol{\Gamma}_l^{B_t^e} : \boldsymbol{B}_t^e) : (\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_{vp} - \boldsymbol{A}^{B_t^e} :< \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_{vp} >) \\
&- \boldsymbol{A}^{C^e} : (\boldsymbol{\Gamma}_l^{C^e} : \boldsymbol{C}^e - \boldsymbol{\Gamma}_l^{B_t^e} : \boldsymbol{B}_t^e) : (\boldsymbol{A}^{B_t^e} : \boldsymbol{\Gamma}_l^{B_t^e} : (\boldsymbol{b_t} : \dot{\boldsymbol{\eta}} - \boldsymbol{B}_t^e : \dot{\boldsymbol{N}}^e))
\end{aligned}
\tag{V.110}
$$

Compte-tenu des expressions des tenseurs de localisation $\boldsymbol{A}^{C^e}$ (Eq.V.50) et $\boldsymbol{A}^{B_t^e}$ (Eq.V.65), le calcul séparé de la somme ζ des termes ξ, κ, χ donne :

$$
\zeta = - \boldsymbol{A}^{B_t^e} :< \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_{vp} > + \boldsymbol{A}^{C^e} :< \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_{vp} > + \boldsymbol{A}^{C^e} : \boldsymbol{\Gamma}_l^{B_t^e} : (\boldsymbol{b_t} : \dot{\boldsymbol{\eta}} - \boldsymbol{B}_t^e : \dot{\boldsymbol{N}}^e) \tag{V.111}
$$

La relation de localisation de la vitesse de déformation $\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}$ peut alors s'exprimer de la manière suivante :

$$
\begin{aligned}
\dot{\boldsymbol{\varepsilon}} =& \boldsymbol{A}^{C^e} : \dot{\boldsymbol{E}} + \boldsymbol{A}^{C^e} : \boldsymbol{\Gamma}_l^{C^e} : (\boldsymbol{c} : \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_{th} - \boldsymbol{C}^e : \dot{\boldsymbol{E}}_{th}^e) + \boldsymbol{A}^{C^e} : \boldsymbol{\Gamma}_l^{B_t^e} : (\boldsymbol{b}_t : \dot{\boldsymbol{\eta}} - \boldsymbol{B}_t^e : \dot{\boldsymbol{N}}^e) \\
&+ \boldsymbol{A}^{C^e} : \boldsymbol{\Gamma}_l^{C^e} : (\boldsymbol{\delta c} : \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_{vp} + \boldsymbol{c} : \boldsymbol{A}^{C^e} : (< \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_{vp} > - \dot{\boldsymbol{E}}_{vp}^e)) \\
&- \boldsymbol{A}^{C^e} : \boldsymbol{\Gamma}_l^{B_t^e} : (\boldsymbol{\delta b}_t : \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_{vp} - \boldsymbol{b}_t : \boldsymbol{A}^{B_t^e} : (\boldsymbol{M}_t^e : \boldsymbol{\Sigma} + \dot{\boldsymbol{N}}^e - < \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_{vp} >)) \\
&+ \boldsymbol{A}^{C^e} : (\boldsymbol{\Gamma}_l^{C^e} : \boldsymbol{C}^e - \boldsymbol{\Gamma}_l^{B_t^e} : \boldsymbol{B}_t^e) : (\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_{vp} - \boldsymbol{A}^{B_t^e} :< \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_{vp} >) \\
&- \boldsymbol{A}^{C^e} : (\boldsymbol{\Gamma}_l^{C^e} : \boldsymbol{C}^e - \boldsymbol{\Gamma}_l^{B_t^e} : \boldsymbol{B}_t^e) : (\boldsymbol{A}^{B_t^e} : \boldsymbol{\Gamma}_l^{B_t^e} : (\boldsymbol{b}_t : \dot{\boldsymbol{\eta}} - \boldsymbol{B}_t^e : \dot{\boldsymbol{N}}^e))
\end{aligned}
\tag{V.112}
$$

Cette équation décrit les connections entre $\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}$ et $\dot{\boldsymbol{E}}$ en fonction des interactions spatiales dues aux incompatibilités élastiques, thermiques et viscoplastiques. À partir de la loi constitutive $\dot{\boldsymbol{\sigma}} = \boldsymbol{c} : (\dot{\boldsymbol{\varepsilon}} - \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_{th} - \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_{vp})$, on peut ensuite en déduire le taux de contrainte [Mareau et Berbenni, 2015] :

$$
\begin{aligned}
\dot{\boldsymbol{\sigma}} =& \boldsymbol{c} : \boldsymbol{A}^{C^e} : (\boldsymbol{S}^e : \dot{\boldsymbol{\Sigma}} + \dot{\boldsymbol{E}}_{vp}^e + \dot{\boldsymbol{E}}_{th}^e) - \boldsymbol{c} : \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_{vp} - \boldsymbol{c} : \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_{th} \\
&+ \boldsymbol{c} : \boldsymbol{A}^{C^e} : \boldsymbol{\Gamma}_l^{C^e} : (\boldsymbol{c} : \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_{th} - \boldsymbol{C}^e : \dot{\boldsymbol{E}}_{th}^e) + \boldsymbol{c} : \boldsymbol{A}^{C^e} : \boldsymbol{\Gamma}_l^{B_t^e} : (\boldsymbol{b}_t : \dot{\boldsymbol{\eta}} - \boldsymbol{B}_t^e : \dot{\boldsymbol{N}}^e) \\
&+ \boldsymbol{c} : \boldsymbol{A}^{C^e} : \boldsymbol{\Gamma}_l^{C^e} : (\boldsymbol{\delta c} : \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_{vp} + \boldsymbol{c} : \boldsymbol{A}^{C^e} : (< \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_{vp} > - \dot{\boldsymbol{E}}_{vp}^e)) \\
&- \boldsymbol{c} : \boldsymbol{A}^{C^e} : \boldsymbol{\Gamma}_l^{B_t^e} : (\boldsymbol{\delta b}_t : \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_{vp} - \boldsymbol{b}_t : \boldsymbol{A}^{B_t^e} : (\boldsymbol{M}_t^e : \boldsymbol{\Sigma} + \dot{\boldsymbol{N}}^e - < \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_{vp} >)) \\
&+ \boldsymbol{c} : \boldsymbol{A}^{C^e} : (\boldsymbol{\Gamma}_l^{C^e} : \boldsymbol{C}^e - \boldsymbol{\Gamma}_l^{B_t^e} : \boldsymbol{B}_t^e) : (\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_{vp} - \boldsymbol{A}^{B_t^e} :< \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_{vp} >) \\
&- \boldsymbol{c} : \boldsymbol{A}^{C^e} : (\boldsymbol{\Gamma}_l^{C^e} : \boldsymbol{C}^e - \boldsymbol{\Gamma}_l^{B_t^e} : \boldsymbol{B}_t^e) : (\boldsymbol{A}^{B_t^e} : \boldsymbol{\Gamma}_l^{B_t^e} : (\boldsymbol{b}_t : \dot{\boldsymbol{\eta}} - \boldsymbol{B}_t^e : \dot{\boldsymbol{N}}^e))
\end{aligned}
\tag{V.113}
$$

ainsi que la vitesse de déformation viscoplastique effective, $\dot{\boldsymbol{E}}_{vp}^e$, déterminée telle que $< \dot{\boldsymbol{\sigma}} >= \dot{\boldsymbol{\Sigma}}$:

$$
\begin{aligned}
\dot{\boldsymbol{E}}_{vp}^e =& \boldsymbol{Z} :< \boldsymbol{c} : \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_{vp} > - \boldsymbol{Z} :< \boldsymbol{c} : \boldsymbol{A}^{C^e} : \boldsymbol{\Gamma}_l^{B_t^e} : (\boldsymbol{b}_t : \dot{\boldsymbol{\eta}} - \boldsymbol{B}_t^e : \dot{\boldsymbol{N}}^e) > \\
&- \boldsymbol{Z} :< \boldsymbol{c} : \boldsymbol{A}^{C^e} : \boldsymbol{\Gamma}_l^{C^e} : (\boldsymbol{\delta c} : \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_{vp} + \boldsymbol{c} : \boldsymbol{A}^{C^e} :< \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_{vp} >) > \\
&+ \boldsymbol{Z} :< \boldsymbol{c} : \boldsymbol{A}^{C^e} : \boldsymbol{\Gamma}_l^{B_t^e} : (\boldsymbol{\delta b}_t : \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_{vp} - \boldsymbol{b}_t : \boldsymbol{A}^{B_t^e} : (\boldsymbol{M}_t^e : \boldsymbol{\Sigma} + \dot{\boldsymbol{N}}^e - < \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_{vp} >)) > \\
&- \boldsymbol{Z} :< \boldsymbol{c} : \boldsymbol{A}^{C^e} : (\boldsymbol{\Gamma}_l^{C^e} : \boldsymbol{C}^e - \boldsymbol{\Gamma}_l^{B_t^e} : \boldsymbol{B}_t^e) : (\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_{vp} - \boldsymbol{A}^{B_t^e} :< \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_{vp} >) > \\
&+ \boldsymbol{Z} :< \boldsymbol{c} : \boldsymbol{A}^{C^e} : (\boldsymbol{\Gamma}_l^{C^e} : \boldsymbol{C}^e - \boldsymbol{\Gamma}_l^{B_t^e} : \boldsymbol{B}_t^e) : (\boldsymbol{A}^{B_t^e} : \boldsymbol{\Gamma}_l^{B_t^e} : (\boldsymbol{b}_t : \dot{\boldsymbol{\eta}} - \boldsymbol{B}_t^e : \dot{\boldsymbol{N}}^e)) >
\end{aligned}
\tag{V.114}
$$

avec

$$\boldsymbol{Z} = (\boldsymbol{I} - \boldsymbol{S}^{e} :< \boldsymbol{c} : \boldsymbol{A}^{C^e} : \boldsymbol{\Gamma}_l^{C^e} : \boldsymbol{c} : \boldsymbol{A}^{C^e} >)^{-1} : \boldsymbol{S}^{e} \tag{V.115}$$

Conclusion

Nous venons de décrire le schéma auto-cohérent à champs translatés avec formulation affine développé par Mareau et Berbenni [2015] pour un comportement général thermo-élastoviscoplastique. Dans cette thèse, nous avons implémenté numériquement ce shéma sous *FORTRAN* sans tenir compte de la contribution de l'expansion thermique (voir annexe A). Pour ce faire, nous nous sommes appuyés sur le code existant au LEM3 d'un modèle auto-cohérent à champs translatés avec formulation sécante initialement développé par Paquin *et al.* [1999], Sabar *et al.* [2002], Berbenni *et al.* [2004] pour des matériaux à structure cubique (*cfc* ou *cc*). Nous avons ainsi également adapté le code aux structures hexagonales compactes et implémenté les nouvelles lois constitutives décrites dans le chapitre IV. Dans le chapitre suivant, nous allons utiliser ce nouveau modèle numérique pour simuler le comportement de nos échantillons de titane commercialement pur.

VI

Résultats de la modélisation micromécanique des mécanismes de durcissement du α-titane sous conditions de traction

Dans ce chapitre, les prédictions du modèle micromécanique développées aux chapitres IV et V permettent de formuler des explications aux différents phénomènes observés lors des essais de traction uniaxiale réalisés sur des échantillons de CP Ti. En premier lieu, le code numérique implémenté durant cette thèse est validé dans l'annexe A de ce rapport. La recherche des paramètres du modèle repose elle sur des hypothèses déduites de l'analyse des données expérimentales ou des données physiques de la littérature. Les résultats des simulations sont analysés au travers de plusieurs grandeurs physiques telles que le taux d'écrouissage, la contrainte macroscopique, les activités des systèmes de glissement, les coefficients de Lankford, les textures cristallographiques, les densités de dislocations (forêt et mobile), la plastification des grains, l'énergie stockée et la réponse mécanique locale de chaque grain. Quand cela est possible, ces grandeurs sont comparées aux données expérimentales.

Mini-sommaire

VI.1 Identification des paramètres du modèle **142**

VI.2 Résultats de la modélisation **146**

VI.2.1 Évolution du taux d'écrouissage 146

VI.2.2 Courbes de traction 150

VI.2.3 Activités des systèmes de glissement 153

VI.2.4 Coefficients de Lankford 157

VI.2.5 Évolution de la texture 160

VI.2.6 Densités de dislocations 163

VI.2.7 Plastification des grains 166

VI.2.8 Évolution de l'énergie bloquée 167

VI.2.9 Réponses mécaniques locales des grains 169

VI.3 Discussion **171**

Conclusion **176**

VI.1 Identification des paramètres du modèle

Deux types de paramètres sont identifiés pour simuler le modèle polycristallin développé. En premier lieu, les paramètres intrinsèques au matériau liés à la structure hexagonale compacte du Ti à température ambiante sont donnés dans le tableau VI.1a. Ces paramètres sont récupérés de la littérature. La maille cristalline du Ti est prise en compte dans le modèle à travers le rapport $c/a = 1{,}587$. La symétrie isotrope transverse est représentée par les 5 coefficients C_{ij} qui traduisent l'anisotropie élastique du CP Ti (voir la sous-section I.1.1). Pour chaque famille de systèmes de glissement, le module de cisaillement directionnel $\mu^{(s)}$ est calculé à partir de la matrice des complaisances élastiques tournée dans un repère lié à un système de glissement de la famille. Le choix de considérer des modules de cisaillement directionnels dans l'équation de Taylor (Eq. I.5) est motivé par le fait qu'ils permettent de rendre compte partiellement de la forte anisotropie des cissions critiques (CRSSs) alors qu'il s'agit de paramètres physiques fiables non ajustés. En effet, les modules de cisaillement sont plus faibles sur les systèmes prismatiques P et pyramidaux de premier espèce $\Pi_1^{<a>}$ et environ 1,4 fois plus élevé sur les sytèmes B, $\Pi_1^{<c+a>}$ et $\Pi_2^{<c+a>}$ (voir tableau VI.1a). Cette tendance est qualitativement similaire aux valeurs des CRSSs estimées dans la littérature comme on peut le voir dans le tableau I.4. En particulier, la prise en compte de l'anisotropie élastique dans la relation de Taylor pourrait avoir une certaine importance concernant le glissement basal B étant donné que les approches *ab initio* et de dynamique moléculaire dans le titane pur ne rapportent pas de grandes différences entre les valeurs des contraintes de friction de réseau $\tau_0^{(s)}$ des systèmes prismatique P et basal B [Poty *et al.*, 2011]. Cependant, la plupart des modèles d'homogénéisation doivent considérer de grandes différences entre les CRSSs afin de se rapprocher des observations expérimentales (Philippe *et al.* [1995], Salem *et al.* [2005], Wu *et al.* [2007], Gurao *et al.* [2011], Warwick *et al.* [2012], Benmhenni *et al.* [2013], Gloagen *et al.* [2013]) (voir tableau I.4). D'après le tableau I.4, on peut noter que le système pyramidal $\Pi_2^{<c+a>}$ est très peu souvent pris en compte dans les modèles. Cependant, comme expliqué au chapitre I, ce système a été mis en évidence expérimentalement et nos analyses des traces de lignes de glissement

(tableaux III.2-III.3) suggèrent qu'il a été actif lors de nos essais de traction.

En second lieu, les paramètres qui sont ajustés sont donnés dans le tableau VI.1b. Selon les lois constitutives du monocristal décrites dans le chapitre IV, le modèle polycristallin nécessiterait 9 paramètres pour chaque famille de glissement en plus des coefficients d'interactions a_{ij}. Afin de gérer un nombre total limité de paramètres, seuls la contrainte de friction du réseau τ_0, le coefficient de multiplication des dislocations mobiles C_1 et l'inverse n de la SRS sont supposés dépendre de la famille de systèmes de glissement. Tout d'abord, il est reconnu que les modèles de plasticité cristalline sont très sensibles aux différentes valeurs des CRSSs (Philippe *et al.* [1995], Salem *et al.* [2005], Wu *et al.* [2007], Gong et Wilkinson [2009], Gurao *et al.* [2011], Warwick *et al.* [2012], Benmhenni *et al.* [2013], Gloagen *et al.* [2013], Knezevic *et al.* [2013]). La large documentation effectuée sur l'anisotropie du glissement dans le Ti (cf. tableau I.4) nous permet alors de considérer 5 valeurs spécifiques pour la contrainte de friction de réseau τ_0.
D'autre part, dans le cadre constitutif de notre modèle (cf. chapitre IV), l'anisotropie du glissement peut aussi résulter de l'évolution des densités de dislocations. Par conséquent, on suppose que la constante C_1, qui est liée à la multiplication des dislocations mobiles, a une valeur spécifique sur la famille des systèmes prismatiques P. Cette hypothèse doit permettre d'obtenir une densité de dislocations totale (forêt plus mobiles) plus élevée dans les échantillons DL que DT étant donné que les échantillons DL doivent se déformer plus fréquemment suivant les systèmes prismatiques P (voir l'analyse des lignes de glissement et des facteurs de Schmid (sous-section III.3.3)). Le fait d'accentuer les différences de densité de dislocations entre les deux orientations (DT et DL) devrait nous aider à reproduire le plus fort taux d'écrouissage observé dans les échantillons DL au cours du stade C, tel que mis en évidence grâce à un premier modèle viscoplastique de type Kocks-Mecking (voir annexe B).

c/a	$b^{<a>}$	$b^{<c+a>}$
1,587	2,95 Å	5,53 Å

C_{11}	C_{33}	C_{44}	C_{12}	C_{13}
160 GPa	181 GPa	46,5 GPa	90 GPa	66 GPa

μ^P	μ^B	$\mu^{\Pi_1^{<a>}}$	$\mu^{\Pi_1^{<c+a>}}$	$\mu^{\Pi_2^{<c+a>}}$
35,0 GPa	46,5 GPa	37,1 GPa	47,7 GPa	49,2 GPa

(a) Les paramètres lié à la structure cristalline du CP Ti. Les valeurs de c/a, $b^{<a>}$ sont prises de Nemat-Nasser *et al.* [1999] et les valeurs des constantes d'élasticité de Hearmon [1979].

	Notations [UI]	**Valeurs des paramètres du modèle**				
Dépendant (s)		$P^{<a>}$	$B^{<a>}$	$\Pi_1^{<a>}$	$\Pi_1^{<c+a>}$	$\Pi_2^{<c+a>}$
	τ_0[MPa]	90	182	136	209	240
	C_1	8×10^{-4}	$1{,}5 \times 10^{-4}$			
	n	65	32			
Indépendant (s)	k_c	9				
	a_{coli}	0,7				
	$a_{\neq coli}$	0,1				
	C_2	80				
	K	75				
	v_0[ms^{-1}]	3×10^{-5}				
	ρ_{m0}[m^{-2}]	1×10^{10}				
	ρ_{f0}[m^{-2}]	5×10^{12}				

(b) Les paramètres du modèle affine à variables internes ajustés à partir de l'algorithme génétique puis à partir des résultats expérimentaux ; « Dépendant (s) » et « Indépendant (s) », respectivement pour les paramètres dépendants et indépendants des systèmes de glissement.

Tableau VI.1 – Paramètres du modèle affine à variables internes

Enfin, pour suivre notre hypothèse formulée à la fin du chapitre III d'une sensibilité de la contrainte à la vitesse de déformation plus faible sur les systèmes prismatiques afin d'expliquer l'effet inverse de la vitesse sur le comportement en 3 stades du taux d'écrouissage, l'inverse n de la SRS est pris plus élevé sur la famille prismatique. Tous les autres paramètres sont identiques pour tous les systèmes de glissement (voir les paramètres dépendants et indépendants des systèmes de glissement dans le tableau VI.1b).

L'étude bibliographique réalisée au chapitre I section I.1.4.4 montre la difficulté à évaluer les coefficients d'interaction a_{ij} entre systèmes de glissement, en particulier dans les métaux hcp. Dans le cas du Ti, aucune étude par dynamique des dislocations discrètes n'a été encore réalisée pour estimer ces coefficients d'interaction. Toutefois, les observations expérimentales ont établi l'existence de mécanismes de double glissement dévié [Naka, 1983; Naka et Lasalmonie, 1983; Chichili *et al.*, 1998]. On ne considère ainsi pas de valeur spécifique pour le coefficient d'auto-écrouissage étant donné les fortes interactions colinéaires qu'il peut y avoir entre les dislocations vis primaires et les segments coins restés sur les systèmes de glissement dévié [Hoc *et al.*, 2004; Devincre, 2013] (voir section I.1.4.4). En revanche, on distingue dans notre modèle les interactions colinéaires, qui correspondent aux réactions entre dislocations de vecteurs de Burgers parallèles mais glissant dans des plans différents, des autres types d'interaction. On considère ainsi deux valeurs de coefficients, $a_{coli} = 0{,}7$ (interactions colinéaires fortes) et $a_{\neq coli} = 0{,}1$ (autres interactions). Les valeurs choisies sont des valeurs typiques moyennes obtenues par simulations de dynamique des dislocations discrètes sur d'autres matériaux (Madec *et al.* [2003], Hoc *et al.* [2004], Devincre *et al.* [2005], Devincre *et al.* [2006], Kubin *et al.* [2008], Queyreau *et al.* [2009], Devincre [2013], Bertin *et al.* [2014]).

Le modèle comprend 17 paramètres à ajuster. La procédure d'ajustement a été effectuée de telle sorte que les paramètres restent dans des limites réalistes en accord avec leur sens physique. En particulier, il a été vérifié que les valeurs pour les densités de dislocations et le libre parcours moyen L des dislocations sont physiquement cré-

dibles. L'algorithme génétique disponible dans Matlab [8] a été utilisé afin d'effectuer une première identification des paramètres, en approchant au mieux les 6 courbes expérimentales de contrainte-déformation de la figure III.1. Cet algorithme itératif a nécessité un temps d'exécution très long (168 heures nécessaires pour proposer de nouveaux paramètres), ce qui a empêché son utilisation pour trouver les paramètres définitifs du modèle. On a donc continué la recherche des paramètres du modèle en ajustant les paramètres proposés par l'algorithme génétique de sorte à reproduire qualitativement les caractéristiques expérimentales suivantes :

- un comportement du taux d'écrouissage en trois stades et, plus important, l'effet inverse de la vitesse de déformation suivant l'orientation de l'axe de traction,
- un taux d'activité réaliste pour les systèmes prismatiques P,
- des valeurs correctes des coefficients de Lankford,
- une évolution qualitativement cohérente de la texture.

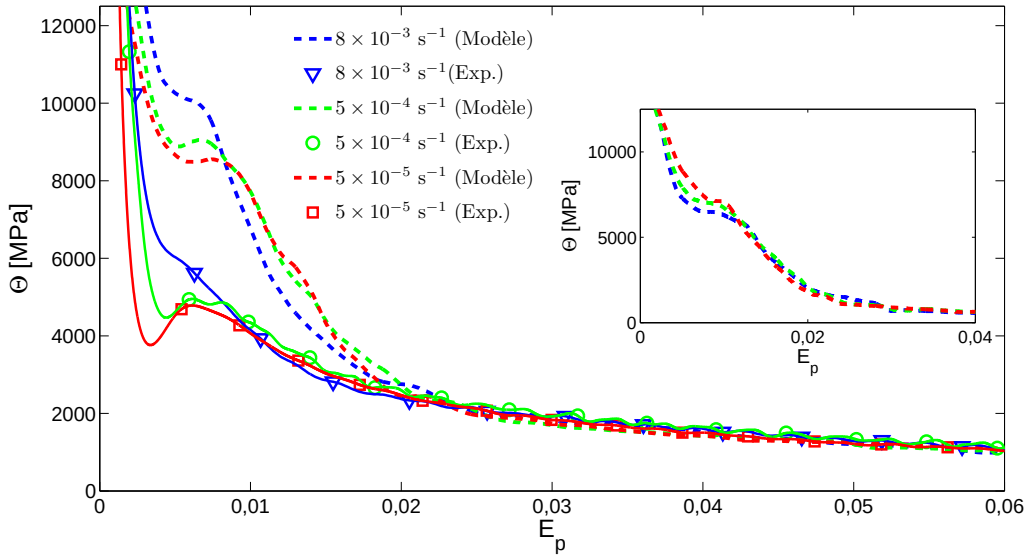
VI.2 Résultats de la modélisation

VI.2.1 Évolution du taux d'écrouissage

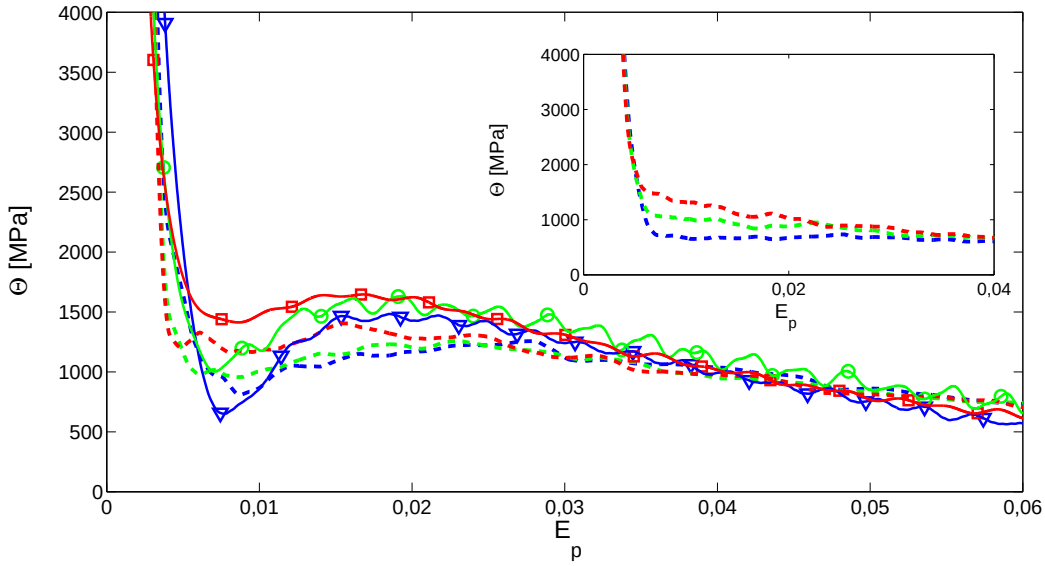
La figure VI.1 compare les prédictions du modèle aux mesures expérimentales de l'évolution du taux d'écrouissage (cf. figure III.1). On constate que le caractère en trois stades du taux d'écrouissage est en effet qualitativement retrouvé par le modèle. La confirmation que le modèle parvient à saisir correctement les mécanismes physiques en jeu vient de l'observation d'un effet inverse de la vitesse de déformation sur la profondeur des puits entre orientations DT et DL. L'accord quantitatif est beaucoup mieux reproduit pour les échantillons DT, pour lesquels les valeurs de taux d'écrouissage et de déformation plastique correspondant au minimum local de Θ sont proches des valeurs expérimentales. Les augmentations simulées du taux d'écrouissage Θ durant les stades B sont néanmoins moins prononcées que celles

[8]. voir les fonctions « *gaoptimset, gamultiobj* » de Matlab

mesurées. Pour les échantillons DL, le taux d'écrouissage durant le stade B est plus élevé que celui observé expérimentalement. Toutefois, les incréments de Θ restent quantitativement en accord avec les mesures. En particulier, concernant l'échantillon déformé à la plus grande vitesse de déformation, l'évolution du taux d'écrouissage ne montre pas de puits, mais un point d'inflexion, de manière similaire à la mesure expérimentale. Afin de mieux observer les prédictions du modèle par rapport aux mesures expérimentales, nous présentons séparément la comparaison des taux d'écrouissage simulé et mesuré pour chaque échantillon sur la figure VI.2 ci-dessous. Sur les figures VI.2b, VI.2d et VI.2f, l'accord quantitatif entre les prédictions du modèle et les mesures expérimentales est beaucoup plus visible pour les échantillons DT. Les figures insérées aux figures VI.1a et VI.1b montrent l'évolution du taux d'écrouissage en prenant les mêmes valeurs de n et C_1 sur toutes les familles de glissement. Dans ce cas, il n'y a ni augmentation du taux d'écrouissage durant le stade B, ni effet inverse de la vitesse de déformation entre les orientations DL et DT. À la transition entre les stades A et C, plus la vitesse $\dot{\varepsilon}_a$ de déformation est grande et plus la valeur de Θ est petite pour les deux orientations.

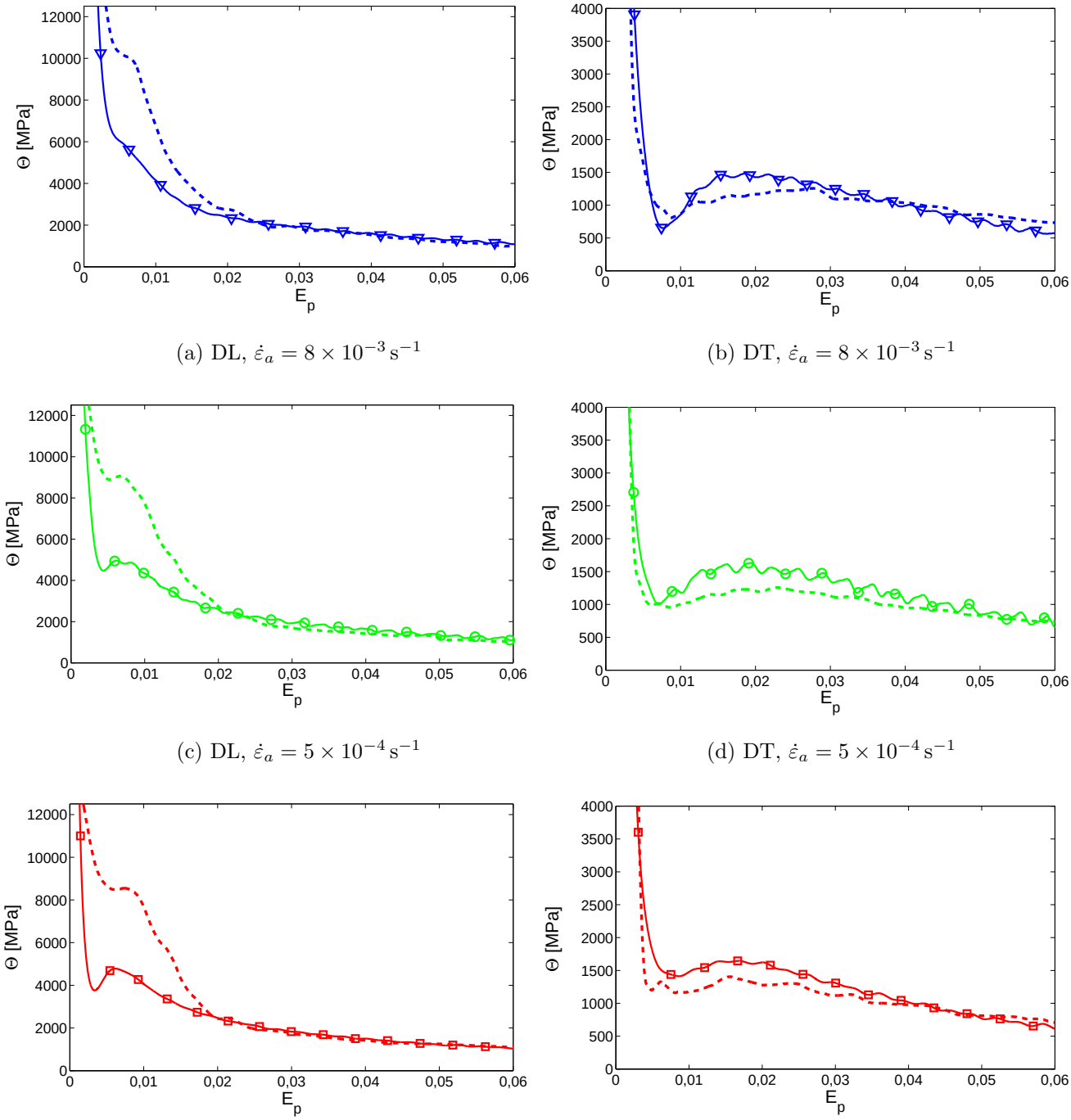


(a) Echantillons de laminage (DL)



(b) Echantillons transverses (DT)

Figure VI.1 – Comparaison des prédictions du modèle avec les mesures expérimentales concernant l'évolution du taux d'écrouissage en fonction de la déformation plastique. En encart : Résultats des simulations avec une même valeur de n et C_1 pour toutes les familles de glissement ($n = 50$ et $C_1 = 1{,}5 \times 10^{-4}$).



(a) DL, $\dot{\varepsilon}_a = 8 \times 10^{-3}\,\mathrm{s}^{-1}$

(b) DT, $\dot{\varepsilon}_a = 8 \times 10^{-3}\,\mathrm{s}^{-1}$

(c) DL, $\dot{\varepsilon}_a = 5 \times 10^{-4}\,\mathrm{s}^{-1}$

(d) DT, $\dot{\varepsilon}_a = 5 \times 10^{-4}\,\mathrm{s}^{-1}$

(e) DL, $\dot{\varepsilon}_a = 5 \times 10^{-5}\,\mathrm{s}^{-1}$

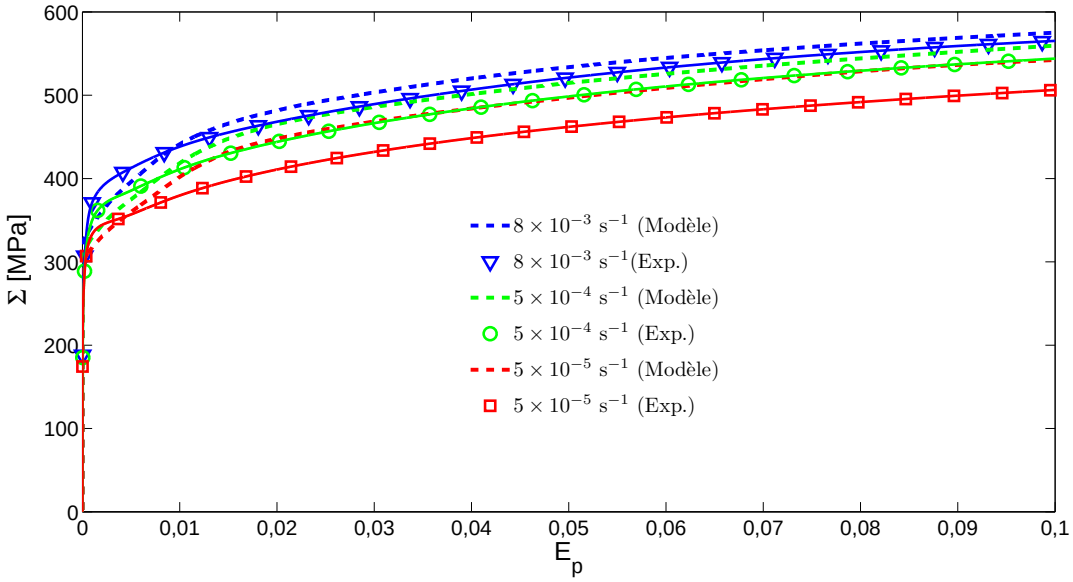
(f) DT, $\dot{\varepsilon}_a = 5 \times 10^{-5}\,\mathrm{s}^{-1}$

Figure VI.2 – Comparaison des prédictions du modèle avec les mesures expérimentales concernant l'évolution du taux d'écrouissage en fonction de la déformation plastique suivant l'orientation et la vitesse de déformation. Les prédictions du modèle sont en tirets et les données expérimentales en trait plein.

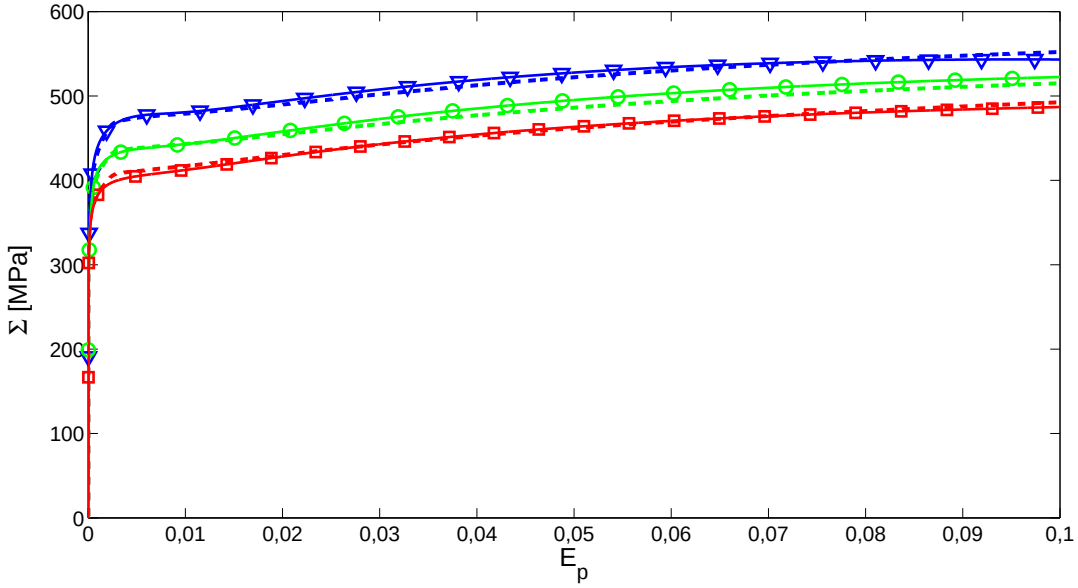
VI.2.2 Courbes de traction

La figure VI.3 illustre la qualité des prédictions du modèle concernant les courbes contrainte-déformation plastique vraies. On observe tout d'abord que l'effet de la vitesse de déformation est globalement bien représenté par le modèle. En outre, nous pouvons remarquer sur la figure VI.3b, un très bon accord entre le modèle et les courbes expérimentales pour les échantillons DT. Cet accord est encore plus visible sur les figures VI.4b, VI.4d et VI.4f qui représentent séparément chaque échantillon DT. Il n'en est pas de même des échantillons DL comme le montre la figure VI.3a. Sur cette figure, les limites élastiques des courbes simulées sont légèrement inférieures à celles des courbes expérimentales. Le début des courbes DL simulées manifeste un écrouissage trop important. Néanmoins, après cette transition, le modèle prédit de manière très satisfaisante les mesures expérimentales (voir figures VI.4a, VI.4c et VI.4e).

En résumé, le comportement en 3 stades et l'effet inverse de la vitesse sont retrouvés par le modèle pour les deux orientations mais le début des courbes DL simulées manifeste un taux d'écrouissage trop important.

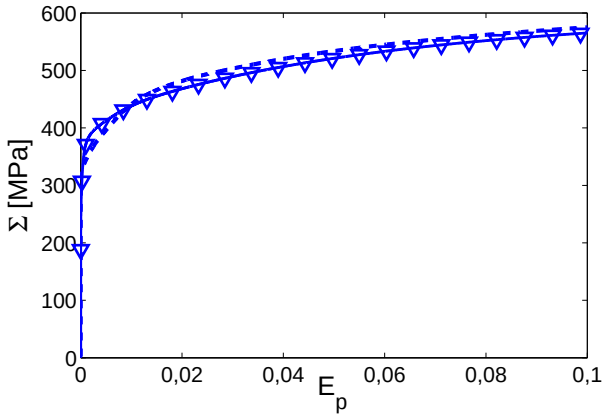


(a) Echantillons de laminage (DL)

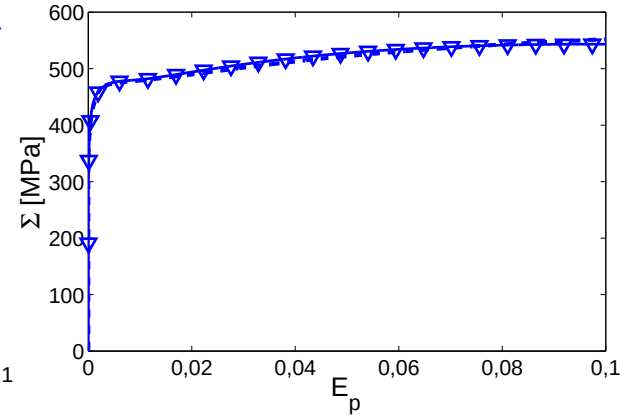


(b) Echantillons transverses (DT)

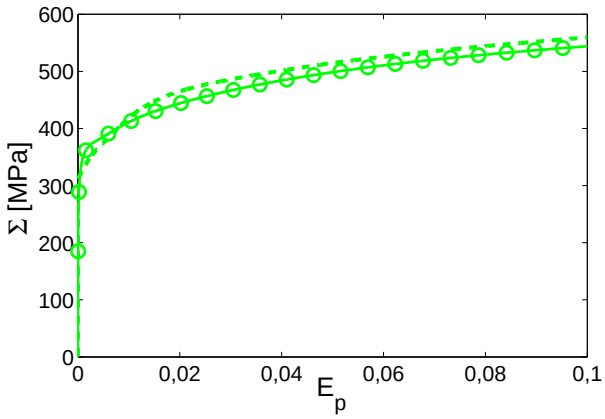
Figure VI.3 – Comparaison de l'évolution de la contrainte en fonction de la déformation plastique entre les prédictions du modèle et les mesures expérimentales.



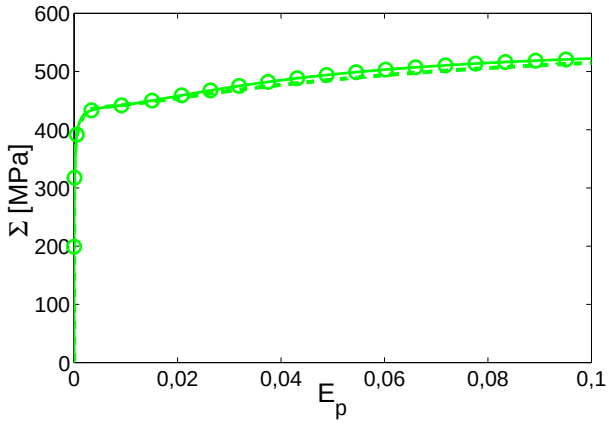
(a) DL, $\dot{\varepsilon}_a = 8 \times 10^{-3}\,\mathrm{s}^{-1}$



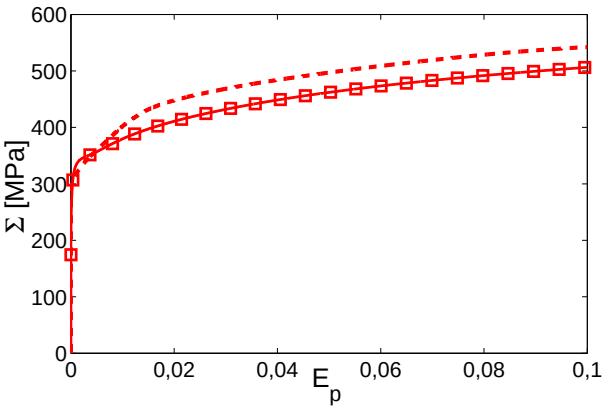
(b) DT, $\dot{\varepsilon}_a = 8 \times 10^{-3}\,\mathrm{s}^{-1}$



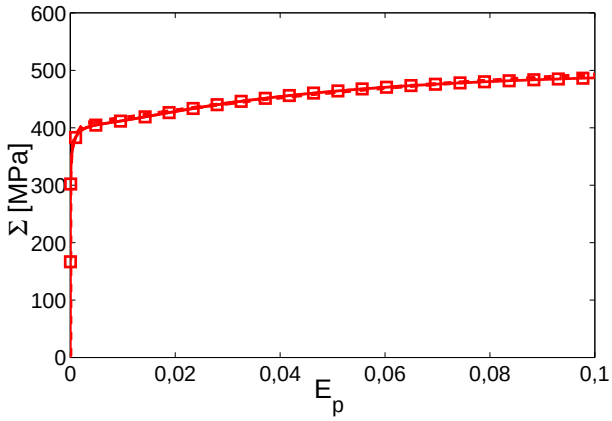
(c) DL, $\dot{\varepsilon}_a = 5 \times 10^{-4}\,\mathrm{s}^{-1}$



(d) DT, $\dot{\varepsilon}_a = 5 \times 10^{-4}\,\mathrm{s}^{-1}$



(e) DL, $\dot{\varepsilon}_a = 5 \times 10^{-5}\,\mathrm{s}^{-1}$



(f) DT, $\dot{\varepsilon}_a = 5 \times 10^{-5}\,\mathrm{s}^{-1}$

Figure VI.4 – Comparaison des prédictions du modèle avec les mesures expérimentales concernant l'évolution de la contrainte en fonction de la déformation plastique suivant l'orientation et la vitesse de déformation. Les prédictions du modèle sont en tirets et les données expérimentales en trait plein.

VI.2.3 Activités des systèmes de glissement

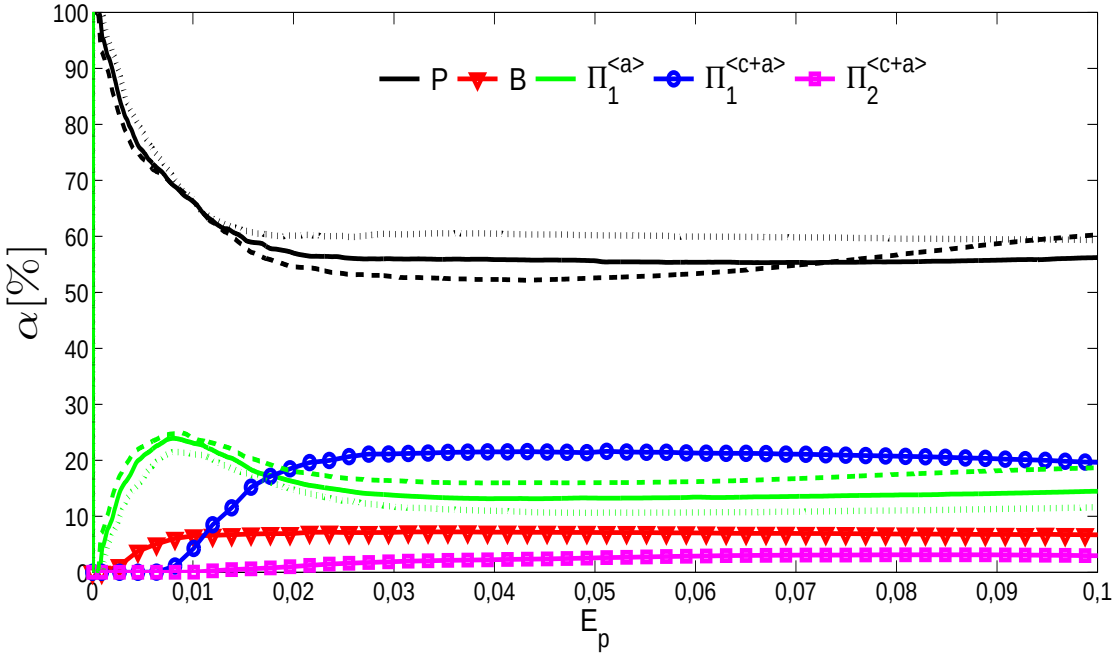
La physique du modèle est également évaluée en vérifiant l'activité des différentes familles de glissement et les valeurs des coefficients de Lankford.
L'activité relative α d'une famille de glissement peut-être donnée par :

$$\alpha = \frac{\sum_{g=1}^{ng} \sum_{s=p}^{q} f_g |\dot{\gamma}_g^{(s)}|}{\sum_{g=1}^{ng} \sum_{s=1}^{ns} f_g |\dot{\gamma}_g^{(s)}|} \tag{VI.1}$$

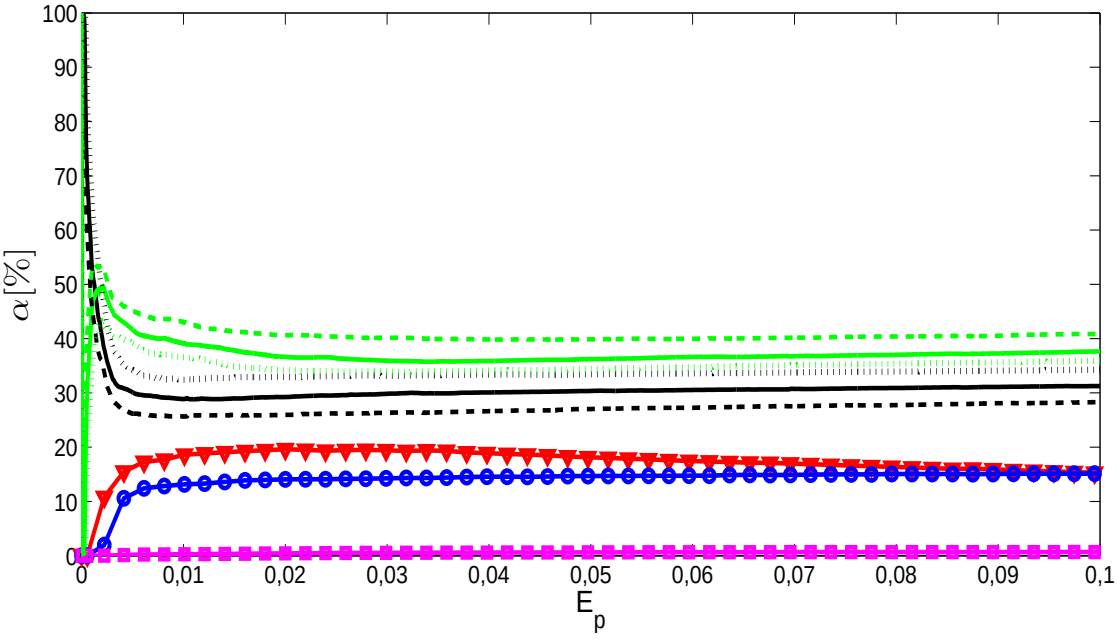
où

f_g	fraction volumique du grain g,
ng	nombre total de grain égal à 5 547,
ns	nombre total des systèmes de glissement égal à 30,
p	premier système de glissement numéroté de la famille,
q	dernier système de glissement numéroté de la famille.

La figure VI.5 montre l'évolution des activités des différentes familles de glissement pour les deux orientations DT et DL. L'activité des systèmes prismatiques P prédomine au début de la déformation pour les deux orientations, ce qui est en accord avec des conclusions récentes qui ont montré que le glissement prismatique gouverne vraisemblablement la limite d'élasticité Σ_y en DL et en DT [Won *et al.*, 2015]. Néanmoins, pour l'orientation DT, l'activité prismatique diminue plus rapidement et se stabilise à une valeur comparable à l'activité du glissement $\Pi_1^{<a>}$. Pour l'orientation DL, le système prismatique P prédomine dans tout l'intervalle de déformation. Il est caractérisé par une lente diminution jusqu'à 2% de déformation plastique, puis par un niveau plus ou moins constant. Ces prédictions sont en accord qualitatif avec les fréquences des familles de ligne de glissement observées expérimentalement (voir les tableaux III.2-III.3).



(a) Echantillons de laminage (DL)



(b) Echantillons transverses (DT)

Figure VI.5 – Activités relatives des familles de glissement α prédites par le modèle. L'effet de la vitesse de déformation sur les familles P et $\Pi_1^{<a>}$ est montré : $5\times10^{-5}\,\mathrm{s}^{-1}$ (lignes en tirets), $5\times10^{-4}\,\mathrm{s}^{-1}$ (lignes pleines), $8\times10^{-3}\,\mathrm{s}^{-1}$ (lignes en pointillés).

En outre, il convient de rappeler que les mesures expérimentales ne fournissent

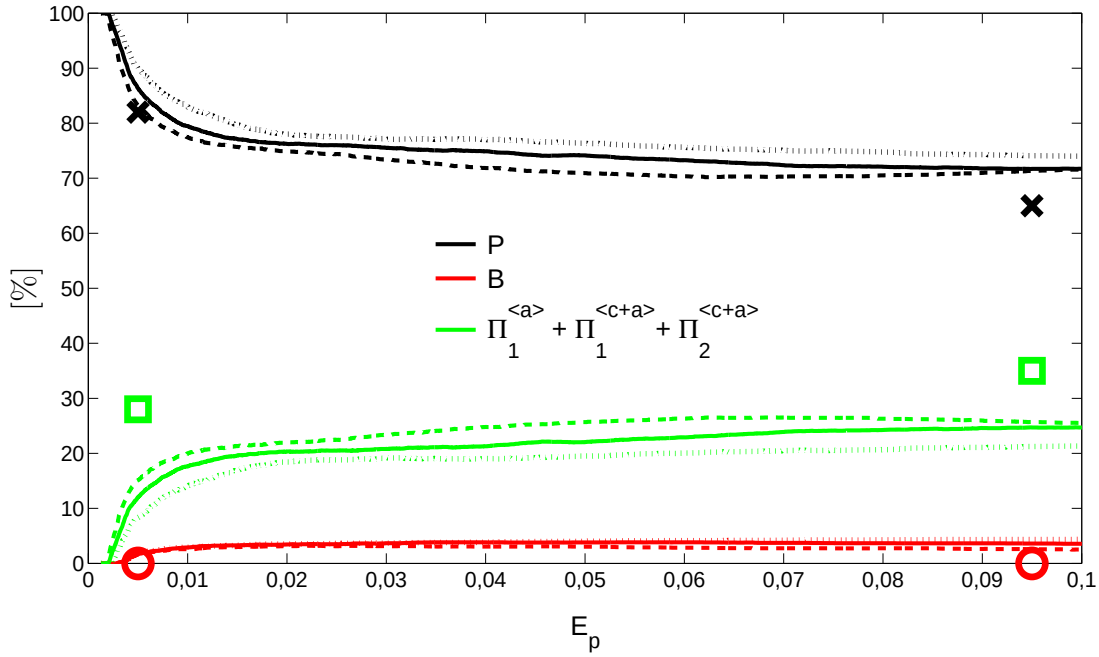
pas cette information intégrée sur l'activité de l'ensemble des systèmes de glissement dans un grain, mais seulement l'identification du système le plus actif. Afin de permettre une comparaison plus quantitative, une deuxième fréquence de glissement est calculée à partir des résultats du modèle dans le but de reproduire la procédure expérimentale d'analyse des lignes de glissement. Cette fréquence de glissement est calculée de la façon suivante :

1. Dans chaque grain, seul le système avec le plus fort glissement ($\gamma_{max}^{(s)}$) est considéré.

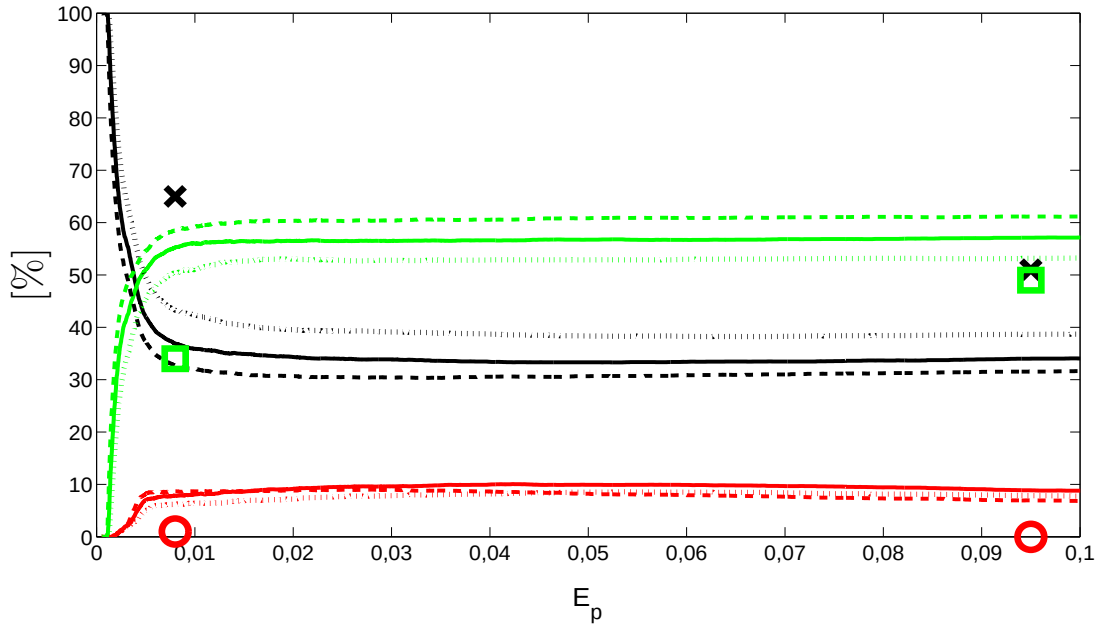
2. Si la quantité $\gamma_{max}^{(s)}$ dépasse une certaine valeur critique γ_c ($\gamma_{max}^{(s)} > \gamma_c$), le grain est considéré comme ayant des lignes de glissement observables.

3. Les fréquences de familles de glissement sont ensuite calculées pour les grains retenus dans les statistiques, avec une famille de glissement par grain.

La figure VI.6 présente les résultats obtenus à partir de cette deuxième méthode. La principale conséquence de cette méthode de calcul par rapport à la première méthode est l'augmentation de la fréquence des systèmes prismatiques P. L'accord avec les points expérimentaux est meilleur qu'avec la première méthode. On peut noter que le modèle prédit toujours une certaine activité basale alors que presque aucune ligne de glissement basale n'a été observée dans nos échantillons. Selon la deuxième méthode de calcul, la proportion de basale reste néanmoins faible ($< 4\%$ en DL et $< 9\%$ en DT) et compatible avec les autres données expérimentales de la littérature (voir Li *et al.* [2013], Barkia *et al.* [2015b]).



(a) Echantillons de laminage (DL)



(b) Echantillons transverses (DT)

Figure VI.6 – Fréquence d'observation des familles de glissement estimée par le modèle ($\gamma_c = 0{,}004$). L'effet de la vitesse de déformation sur les familles P et $\Pi_1^{<a>}$ est montré : $5\times10^{-5}\,\mathrm{s}^{-1}$ (lignes en tirets), $5\times10^{-4}\,\mathrm{s}^{-1}$ (lignes pleines), $8\times10^{-3}\,\mathrm{s}^{-1}$ (lignes en pointillés). Les points de données correspondent aux valeurs expérimentales des tableaux III.2-III.3 à $5\times10^{-4}\,\mathrm{s}^{-1}$. Les valeurs mesurées à la striction correspondent en réalité à des déformations $E_p > 0{,}1$.

Les figures VI.5 et VI.6 montrent clairement que la vitesse de déformation modifie la sélection des systèmes de glissement actifs dans le modèle. Aux faibles déformations, l'activité du prismatique P augmente avec la vitesse de déformation tandis que celle du $\Pi_1^{<a>}$ diminue. Cet effet provient de l'hypothèse d'une valeur plus élevée de n sur les systèmes P (voir tableau VI.1b), qui signifie que la contrainte nécessaire au glissement P croît plus lentement avec la vitesse de déformation que pour les autres systèmes (cf. Eq. IV.13).

VI.2.4 Coefficients de Lankford

Les coefficients de Lankford R prédits par le modèle sont calculés comme le rapport de la déformation plastique transverse sur la déformation plastique dans l'épaisseur :

$$R = \frac{E_p^{22}}{E_p^{33}} \tag{VI.2}$$

où E_p^{ij} est le tenseur de déformation plastique macroscopique, 1 la direction de traction, 2 la direction transverse et 3 la direction à travers l'épaisseur. Expérimentalement, les coefficients de Lankford ont été mesurés à la suite d'essais réalisés à $5 \times 10^{-4}\,\mathrm{s}^{-1}$ et stoppés loin de la striction (à $\sim$ 9,0% de déformation plastique pour les échantilons DL et à $\sim$ 6,2% pour les échantillons DT). Ils ont été estimés en négligeant le changement de volume des échantillons :

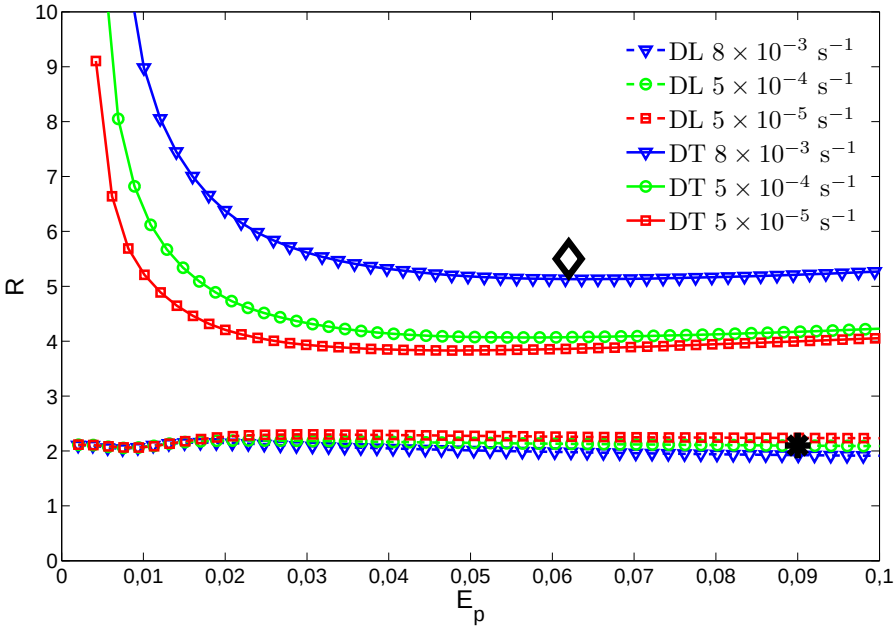
$$R = -\frac{E_p^{22}}{E_p^{11} + E_p^{22}} \tag{VI.3}$$

Le tableau VI.2 compare les coefficients de Lankford mesurés expérimentalement et prédits par le modèle. Les données expérimentales de la littérature pour des échantillons ayant une composition chimique similaire et déformés à la vitesse de $10^{-3}\,\mathrm{s}^{-1}$ sont également reportées et montrent un bon accord avec la présente étude [Benmhenni *et al.*, 2013].

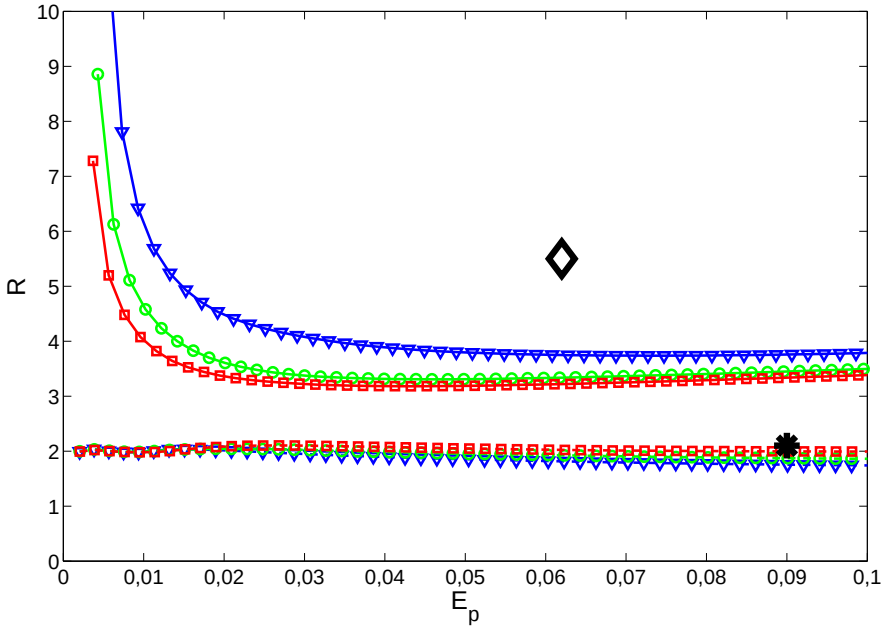
	Mesures expérimentales		Prédictions du modèle(A // I)		
	$5 \times 10^{-4}\,\mathrm{s}^{-1}$ (cette étude)	$10^{-3}\,\mathrm{s}^{-1}$ (Benmhenni *et al.* [2013])	$5 \times 10^{-5}\,\mathrm{s}^{-1}$	$5 \times 10^{-4}\,\mathrm{s}^{-1}$	$8 \times 10^{-3}\,\mathrm{s}^{-1}$
DL ($E_p = 9{,}0\%$)	2,1	2,2*	2,2 // 2,0	2,1 // 1,9	1,9 // 1,8
DT ($E_p = 6{,}2\%$)	5,5	4,9*	3,8 // 3,2	4,0 // 3,3	5,1 // 3,7

Tableau VI.2 – Coefficients de Lankford mesurés et prédits. "A" représente le cas de l'élasticité anisotrope et "I" le cas de l'élasticité isotrope. Dans le dernier cas, les simulations sont exécutées avec $\nu = 0{,}3$ et $\mu = 42{,}25\,\mathrm{GPa}$; les autres paramètres étant les mêmes que dans le cas anisotrope. *Les valeurs de Benmhenni *et al.* [2013] sont en fait obtenues grâce à une régression linéaire sur un large intervalle de déformation.

L'évolution des coefficients de Lankford prédits par le modèle avec la déformation est représentée sur la figure VI.7a. On observe une décroissance exponentielle des coefficients de Lankford pour les échantillons DT tandis qu'ils restent sensiblement constants dès le début de la plasticité pour les échantillons DL. On peut aussi remarquer que la forte anisotropie plastique caractérisant le CP Ti est qualitativement retrouvée par le modèle. Du point de vue quantitatif, les coefficients de Lankford prédits correspondent bien à la valeur expérimentale pour l'orientation DL ($R \sim 2$) mais sous-estiment celle pour l'orientation DT ($R \sim 4/R \sim 5$). Benmhenni *et al.* [2013] ont montré que l'estimation des coefficients de Lankford du CP Ti est très sensible aux finesses de la texture et aux activités des systèmes de glissement. L'absence de la désorientation intragranulaire dans le modèle et/ou le faible écart par rapport aux activités de glissement réelles (cf. figure VI.6) pourrait donc expliquer la différence observée selon l'orientation DT. De plus, l'effet de l'élasticité anisotrope sur ces résultats, qui comprend l'utilisation de modules de cisaillement directionnels $\mu^{(s)}$ dans la relation de Taylor (Eq. I.5), doit être souligné. Les coefficients de Lankford qui sont obtenus dans le cadre de l'élasticité isotrope (voir tableau VI.2 et figure VI.7b) illustrent le fait que la répartition des activités des systèmes de glissement est considérablement modifiée par rapport au cadre anisotrope. En particulier, l'activité des systèmes prismatiques P diminue alors que celle des systèmes basaux B augmente.



(a) Cas de l'élasticité anisotrope



(b) Cas de l'élasticité isotrope

Figure VI.7 – Évolution des coefficients de Lankford prédits par le modèle. Les points de données correspondent aux mesures expérimentales à $\dot{\varepsilon}_a = 5 \times 10^{-4}\,\mathrm{s}^{-1}$ (DL : symbole étoile ; DT : symbole diamant).

VI.2.5 Évolution de la texture

La sélection des grains contenant le VER est expliquée dans la section IV.4. Les 5 547 grains retenus sont tous supposés de forme sphérique et de diamètre supérieur à 2 µm. On suppose dans le modèle que la morphologie et la fraction volumique des grains ne changent pas au cours de la déformation. En revanche, l'orientation cristallographique des grains est mise à jour à partir du tenseur des rotations élastiques $\boldsymbol{w_e}$ (cf. équation IV.11). Si l'on néglige l'effet de l'élasticité hétérogène sur les rotations, le tenseur local des vitesses de rotation $\dot{\boldsymbol{w}}$ est égal au tenseur des vitesses de rotation macroscopique $\dot{\boldsymbol{\Omega}}$ pour des grains de forme sphérique (le tenseur antisymétrique d'Eshelby est nul). Dans la simulation de nos essais de traction uniaxiale, on n'impose pas de vitesse de rotation macroscopique, $\dot{\boldsymbol{\Omega}} = \mathbf{0}$. Ainsi, le tenseur local des vitesses de rotation élastique $\dot{\boldsymbol{w}}_{\boldsymbol{e}}$ est tel que :

$$\dot{\boldsymbol{w}}_{\boldsymbol{e}} = -\dot{\boldsymbol{w}}_{\boldsymbol{vp}} \tag{VI.4}$$

où le tenseur $\dot{w}_{ij}^{vp}$ est donné par l'équation IV.10. Dans notre code, les directions de glissement et les normales au plan de glissement ne sont pas actualisées directement à partir de l'équation IV.11 mais en mettant à jour les angles d'Euler de chaque grain $(\varphi_1, \phi, \varphi_2)$ selon les expressions suivantes [Nesterova *et al.*, 2001] :
si $\phi \neq 0$ alors

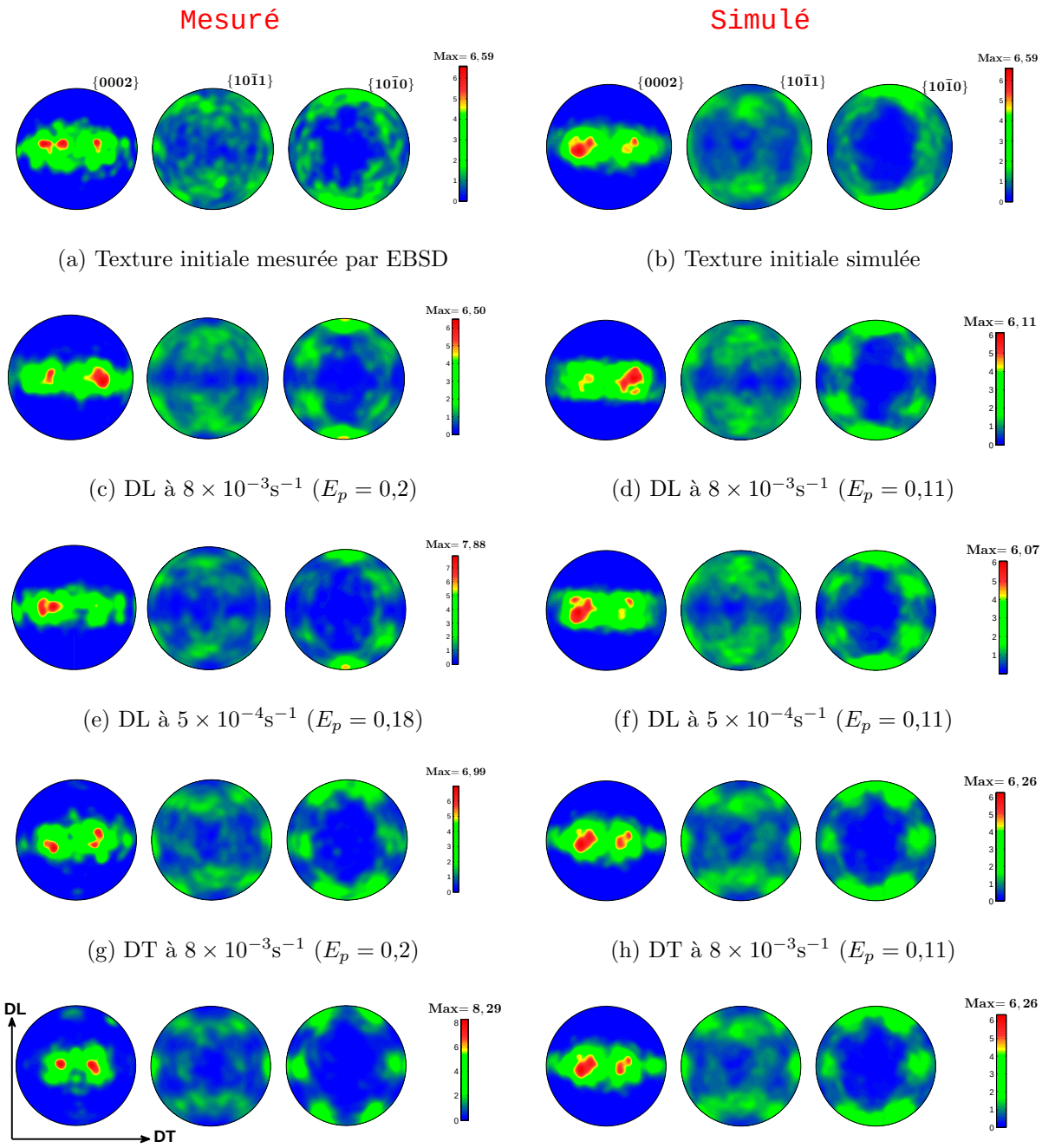
$$\begin{cases} \dot{\varphi}_1 = -\dot{w}_{12}^e + \dfrac{\cos\phi}{\sin\phi}\left(\dot{w}_{13}^e \cos\varphi_1 + \dot{w}_{23}^e \sin\varphi_1\right) \\ \dot{\phi} = -\dot{w}_{23}^e \cos\varphi_1 + \dot{w}_{13}^e \sin\varphi_1 \\ \dot{\varphi}_2 = -\dfrac{1}{\sin\phi}\left(\dot{w}_{13}^e \cos\varphi_1 + \dot{w}_{23}^e \sin\varphi_1\right) \end{cases} \tag{VI.5}$$

sinon

$$\begin{cases} \dot{\varphi}_1 = -\dfrac{\dot{w}_{12}^e}{2} \\ \dot{\phi} = -\dot{w}_{23}^e \cos\varphi_1 + \dot{w}_{13}^e \sin\varphi_1 \\ \dot{\varphi}_2 = -\dfrac{\dot{w}_{12}^e}{2} \end{cases} \tag{VI.6}$$

La figure VI.8 compare les textures prédites par le modèle avec celles mesurées expérimentalement. Etant donné l'utilisation de l'hypothèse des petites déformations,

les simulations ont été arrêtées à une déformation équivalente de 10% et les textures simulées sont ainsi représentées à une déformation plastique plus faible ($E_p = 0{,}11$) que celles mesurées ($E_p = 0{,}18 - 0{,}20$). Pour les échantillons DL (figures VI.8c et VI.8e), il n'y a manifestement aucun changement notable dans les figures de pôle basal {0002} mesurées. Pour les échantillons DT (figures VI.8g et VI.8i), on note cependant un petit effet du maclage, en particulier à la vitesse de déformation de $5 \times 10^{-4}\mathrm{s}^{-1}$ (figure VI.8i), c'est à dire pour l'échantillon où l'on a observé la plus importante fraction volumique de macle (5,7% T_1, cf. tableau III.1). L'effet du maclage se caractérise sur la figure VI.8i par une réorientation de quasi 90° de certains pôles basaux qui étaient presque alignés avec l'axe de traction. Cet effet du maclage est néanmoins limité à une faible fraction volumique et de manière similaire aux échantillons DL, la très grande majorité des pôles basaux des échantillons DT ne changent pas de position. Au contraire, les deux autres figures de pôle font état de changements significatifs, à la fois pour les échantillons DL et DT. Les pôles prismatiques $\{10\bar{1}0\}$ qui étaient initialement distribués de manière quasi-uniforme autour des pôles basaux (figures VI.8a et VI.8b) se retrouvent ainsi alignés avec l'axe de traction après déformation, c'est à dire le long de DL pour les échantillons DL (figures VI.8c et VI.8e) et le long de DT pour les échantillons DT (figures VI.8g et VI.8i). Cette observation est en accord avec des observations précédentes réalisées sur des matériaux de composition chimique proche (voir par exemple [Becker et Pantleon, 2013] l'orientation DL). L'alignement des pôles prismatiques avec l'axe de traction est qualitativement très bien retrouvé par le modèle, à la fois pour les échantillons DL (figures VI.8d et VI.8f) et DT (VI.8h et VI.8j). Par conséquent, ces comparaisons de texture confirment la capacité du modèle à prédire correctement l'évolution de l'activité plastique dans les différents systèmes de glissement.



(a) Texture initiale mesurée par EBSD

(b) Texture initiale simulée

(c) DL à $8 \times 10^{-3}\mathrm{s}^{-1}$ ($E_p = 0{,}2$)

(d) DL à $8 \times 10^{-3}\mathrm{s}^{-1}$ ($E_p = 0{,}11$)

(e) DL à $5 \times 10^{-4}\mathrm{s}^{-1}$ ($E_p = 0{,}18$)

(f) DL à $5 \times 10^{-4}\mathrm{s}^{-1}$ ($E_p = 0{,}11$)

(g) DT à $8 \times 10^{-3}\mathrm{s}^{-1}$ ($E_p = 0{,}2$)

(h) DT à $8 \times 10^{-3}\mathrm{s}^{-1}$ ($E_p = 0{,}11$)

(i) DT à $5 \times 10^{-4}\mathrm{s}^{-1}$ ($E_p = 0{,}18$)

(j) DT à $5 \times 10^{-4}\mathrm{s}^{-1}$ ($E_p = 0{,}11$)

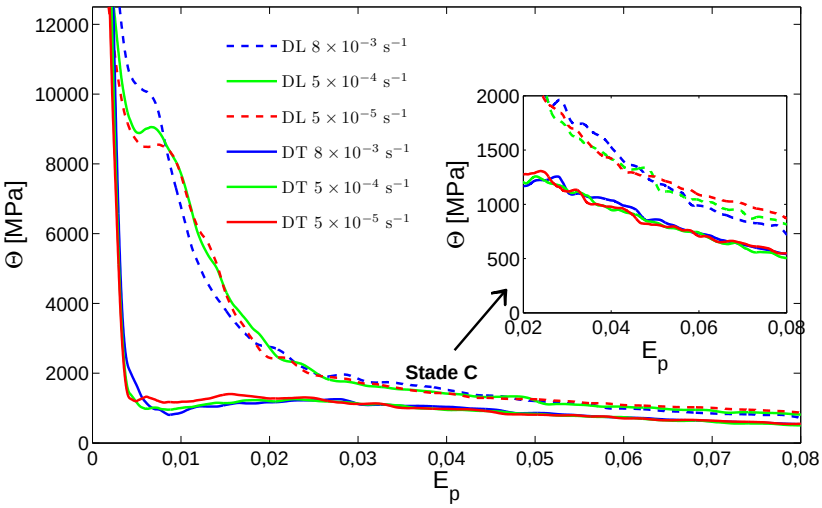
Figure VI.8 – Comparaison des figures de pôle simulée et mesurée (EBSD) des textures initiale et après déformation plastique. Les tracés ont été réalisés à l'aide de la boîte à outils MTEX [Bachmann *et al.*, 2010].

VI.2.6 Densités de dislocations

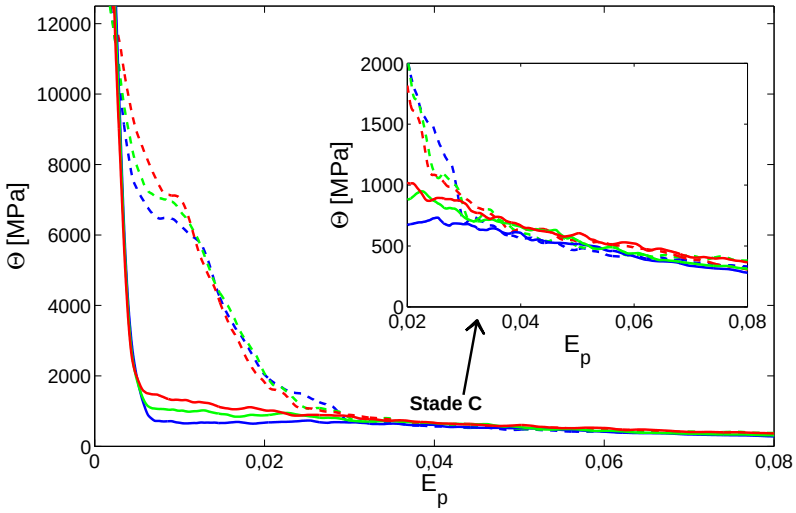
La figure VI.10 présente l'évolution des densités de dislocations mobiles totales et des densités de dislocations de forêt totales. Les densités sont beaucoup plus élevées dans les orientations DL puisque la fraction de la déformation plastique qui est réalisée par glissement sur les systèmes prismatiques P est beaucoup plus importante (cf. figure VI.5). En effet, le choix d'une valeur de C_1 plus grande pour les systèmes P (voir tableau VI.1b) implique que la densité correspondante de dislocations mobiles mais aussi de forêt augmente plus rapidement que sur les autres systèmes (cf. Eqs. IV.16-IV.17). En conséquence, la contribution des systèmes P à l'écrouissage global est prépondérante en raison d'une diminution plus rapide du libre parcours moyen des dislocations (voir Eq. IV.18).

Ce scénario pourrait expliquer le plus fort taux d'écrouissage des échantillons DL par rapport aux échantillons DT durant le stade C (voir figure VI.9a) malgré un maclage moins important et une fréquence de glissement sur les systèmes faciles plus élevée. En revanche, les simulations qui sont exécutées avec une même valeur de C_1 pour toutes les familles de glissement présentent des densités de dislocations plus élevées dans les échantillons DT (cf. les encarts de la figure VI.10) et donnent un durcissement légèrement plus élevé durant le stade C pour une traction selon la direction DT (voir figure VI.9b).

Par ailleurs, la figure VI.10 montre que plus la vitesse de déformation est élevée et plus la densité de dislocations est élevée, et cela même lorsque les simulations sont exécutées avec les mêmes valeurs de n et C_1 pour toutes les familles de glissement. Cet effet est donc intrinsèquement lié aux équations d'évolution des dislocations (Eqs. IV.16-IV.17). Bien entendu, cet effet est renforcé par l'augmentation de l'activité prismatique avec la vitesse de déformation puisque la production de dislocations mobiles est plus forte sur les systèmes P.

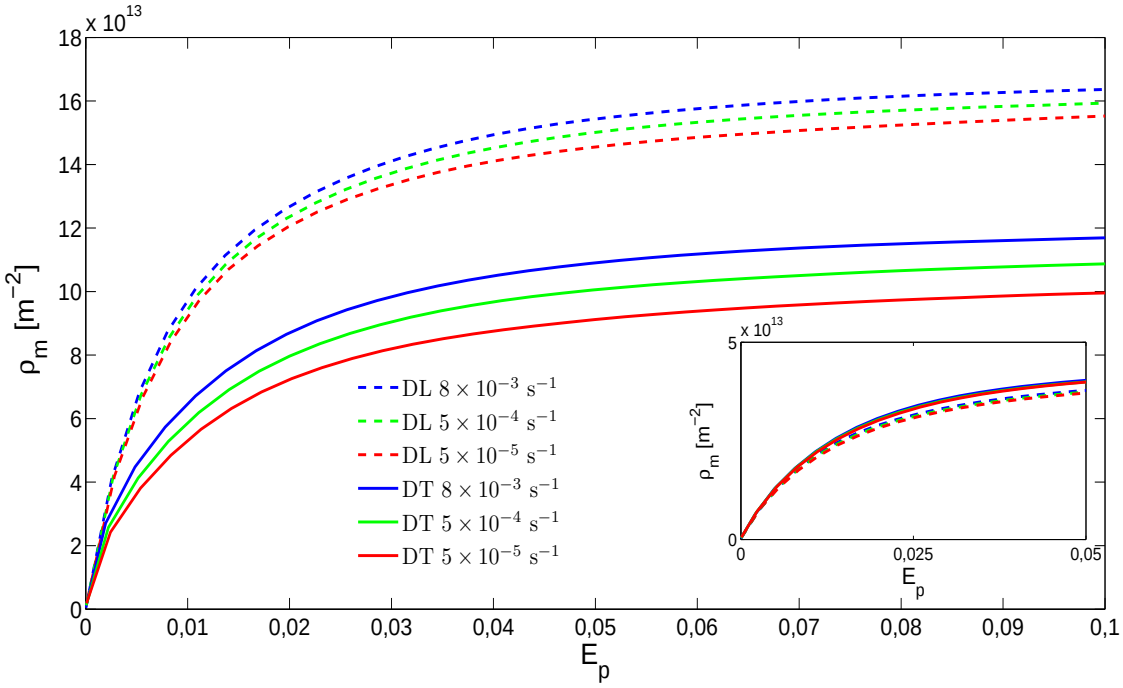


(a) $\Theta - E_p$ avec des valeurs spécifiques de C_1 et n sur les systèmes P

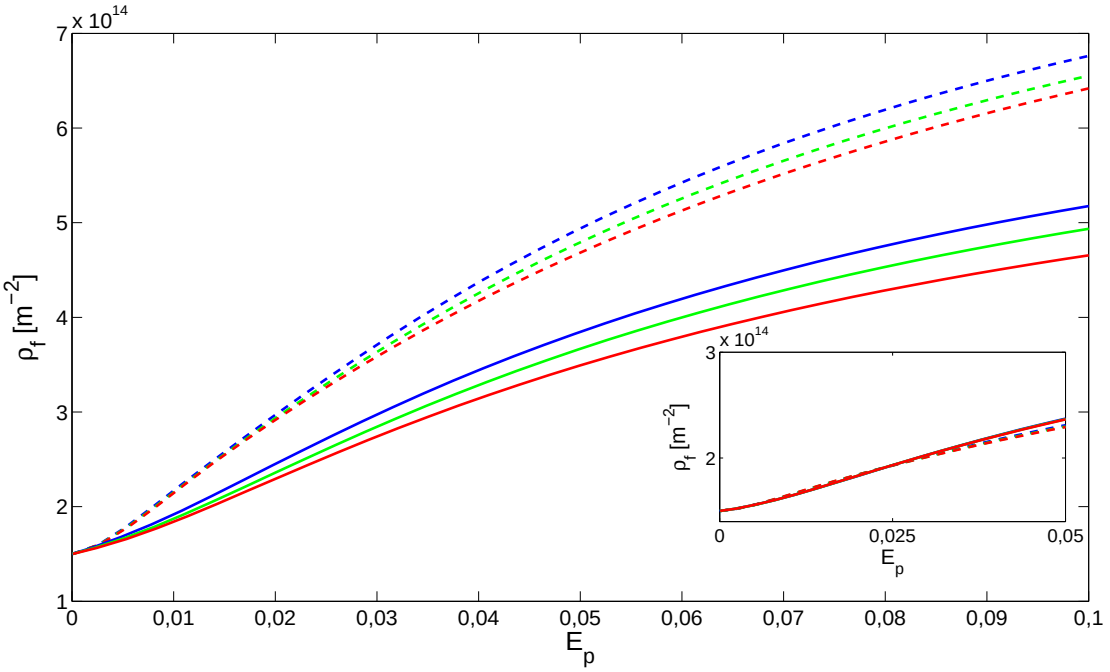


(b) $\Theta - E_p$ avec une même valeur de n et de C_1 pour toutes les familles de glissement ($n = 50$ et $C_1 = 1{,}5 \times 10^{-4}$)

Figure VI.9 – Comparaison de l'évolution des taux d'écrouissage donnée par le modèle dans les échantillons DT et DL avec un zoom sur le stade C en encart.



(a) Densités de dislocation mobile totale



(b) Densités de dislocation forêt totale

Figure VI.10 – Prédictions du modèle pour l'évolution des densités de dislocations mobiles ρ_m et de forêt ρ_f (i.e., les densités sont cumulées sur les 30 systèmes de glissement puis moyennées sur la population des grains). En encart : Résultats des simulations avec une seule valeur de n et de C_1 pour toutes les familles de glissement ($n = 50$ et $C_1 = 1{,}5 \times 10^{-4}$).

VI.2.7 Plastification des grains

Afin de comprendre l'écrouissage initial, il est également intéressant de voir comment la plastification progressive des grains s'effectue dans les simulations. Les fractions de grains plastifiés avec 1 ou 2 systèmes actifs sont calculées selon une démarche proche de celle décrite au paragraphe VI.2.3 pour calculer la deuxième fréquence de glissement. Ainsi, l'évolution de la proportion de grains avec 1 système de glissement actif est calculée en considérant les grains dont le glissement sur le système le plus actif dépasse une certaine valeur critique (γ_c ($\gamma_{max1}^{(s)} > \gamma_c$) et l'évolution de la proportion de grains avec 2 systèmes de glissement actif est calculée en considérant les grains dont le glissement sur le deuxième système le plus actif dépasse une certaine valeur critique (γ_c ($\gamma_{max2}^{(s)} > \gamma_c$). La figure VI.11 représente ces deux évolutions au début de la déformation pour les différents échantillons. On constate que l'entrée en plasticité s'effectue de manière plus diffuse dans les échantillons DT que dans les échantillons DL. En outre, dans les échantillons DT, le glissement secondaire commence plus tôt et le nombre de grains avec deux systèmes actifs augmente plus rapidement. Cette observation est cohérente avec les valeurs expérimentales plus élevées de la limite d'élasticité dans le cas des échantillons DT (Roth *et al.* [2014], Won *et al.* [2015]). Dans le même temps, aucun effet évident de la vitesse de déformation sur l'entrée en plasticité ne peut être constaté à partir de la figure VI.11.

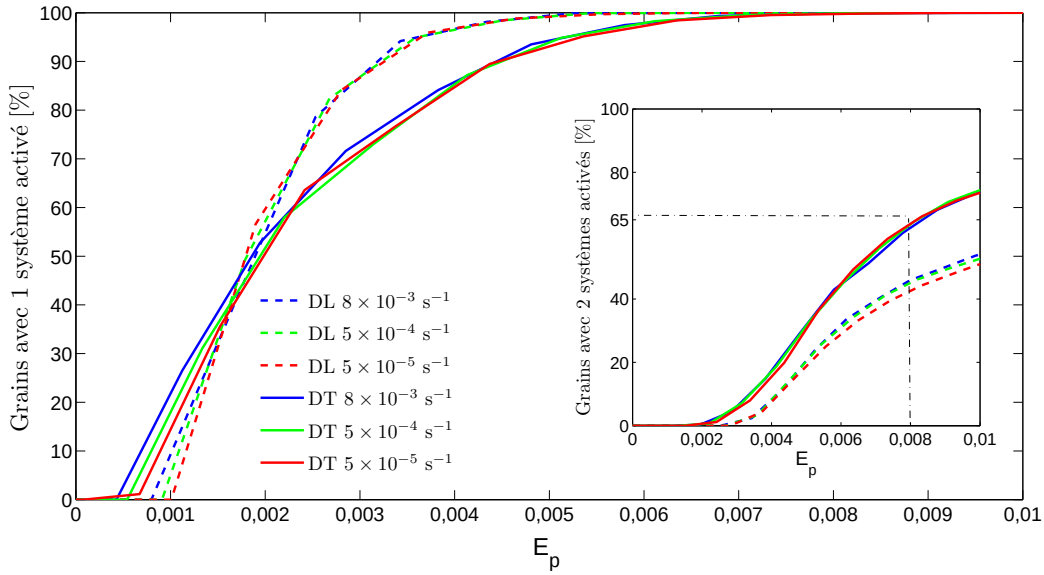


Figure VI.11 – Proportion de grains avec un seul système activé ($\gamma_c = 0{,}004$). En encart : Proportion de grains avec deux systèmes activés ($\gamma_c = 0{,}004$).

VI.2.8 Évolution de l'énergie bloquée

Par définition, l'énergie élastique emmagasisée (par unité de volume) dans le matériau est donnée par :

$$W = \frac{1}{2\mathcal{V}} \int_{\mathcal{V}} \boldsymbol{\sigma} : \boldsymbol{\varepsilon}^{\boldsymbol{e}} d\mathcal{V} \tag{VI.7}$$

Dans le cas des matériaux hétérogènes, François *et al.* [1991, pages 121-122] ont montré que l'énergie élastique emmagasinée était égale à :

$$W = \frac{1}{2}\boldsymbol{\Sigma} : \boldsymbol{S}^{\boldsymbol{e}} : \boldsymbol{\Sigma} + \frac{1}{2\mathcal{V}} \int_{\mathcal{V}} \boldsymbol{\delta\sigma} : \boldsymbol{s} : \boldsymbol{\delta\sigma} d\mathcal{V} \tag{VI.8}$$

où $\boldsymbol{\sigma} - \boldsymbol{\delta\sigma}$ représente le champs de contraintes qui s'établirait si le milieu hétérogène restait élastique [François *et al.*, 1991, pages 121-122], c'est à dire d'après l'équation V.53 :

$$\boldsymbol{\sigma} - \boldsymbol{\delta\sigma} = \boldsymbol{c} : \boldsymbol{A}^{\boldsymbol{C^e}} : \boldsymbol{S}^{\boldsymbol{e}} : \boldsymbol{\Sigma} \tag{VI.9}$$

$\boldsymbol{\delta\sigma}$ représente ainsi le champs de contraintes résiduelles après décharge ($\boldsymbol{\Sigma} = \boldsymbol{0}$). Par conséquent, le premier terme de l'équation VI.8 représente l'énergie élastique macroscopique, tandis que le second terme correspond à l'énergie bloquée W_s due

aux contraintes résiduelles [François *et al.*, 1991, pages 121-122] :

$$W_s = \frac{1}{2\mathcal{V}} \int_{\mathcal{V}} \boldsymbol{\delta\sigma} : \boldsymbol{s} : \boldsymbol{\delta\sigma} d\mathcal{V} \tag{VI.10}$$

Les prédictions du modèle concernant l'évolution de l'énergie bloquée W_s sont présentées sur la figure VI.12 ci-dessous. Pour tous les échantillons, l'énergie bloquée évolue suivant deux stades principaux, un premier stade de forte croissance linéaire et un deuxième stade avec une croissance fortement ralentie. À très faible déformation plastique ($E_p < 0{,}004$), les échantillons DL emmagasinent moins d'énergie élastique due aux contraintes intergranulaires que les échantillons DT. Cependant, le premier stade de forte croissance se poursuit beaucoup plus longtemps dans le cas des échantillons DL, si bien que ces derniers stockent au final beaucoup plus d'énergie élastique bloquée que les échantillons DT. Cette analyse montre ainsi que les échantillons DL développent un niveau de contraintes internes plus élevé que les échantillons DT, autrement dit, que la compatibilité des déformations plastiques entre les grains y est plus faible. Ce résultat explique probablement le taux d'écrouissage beaucoup plus élevé des échantillons DL au début de la déformation plastique ($E_p < 0{,}02$) (voir figures III.1b et VI.1).

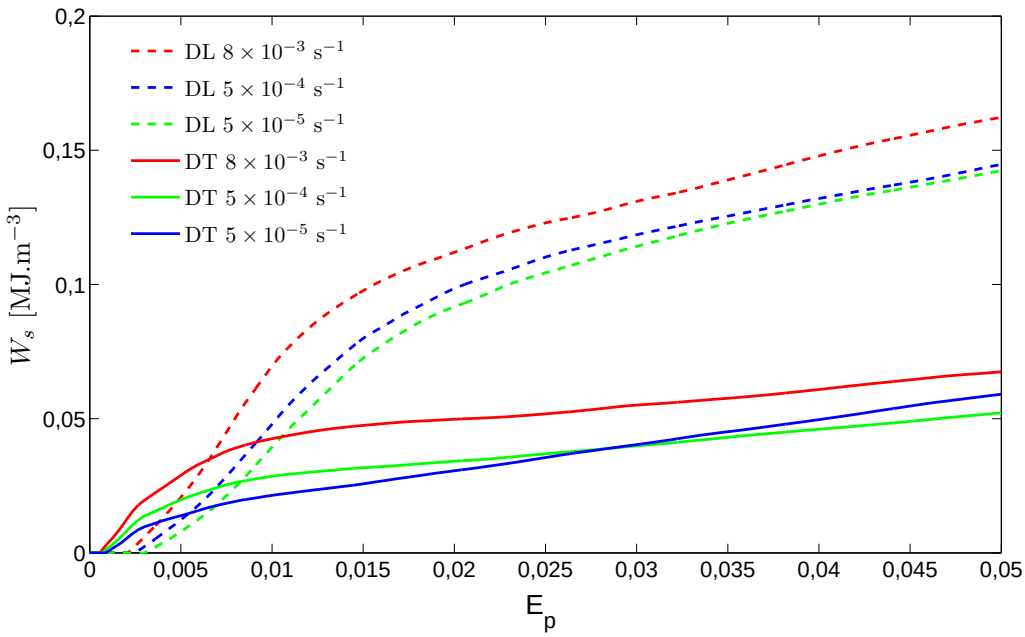
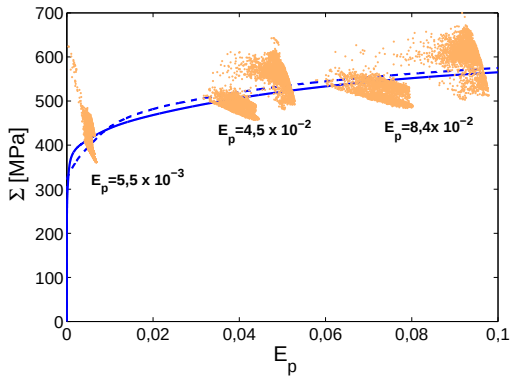
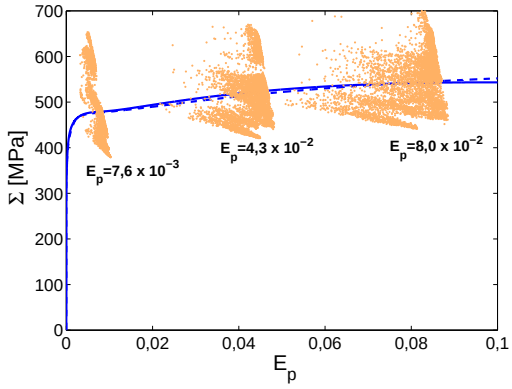


Figure VI.12 – Évolution de l'énergie bloquée au cours de la déformation plastique.

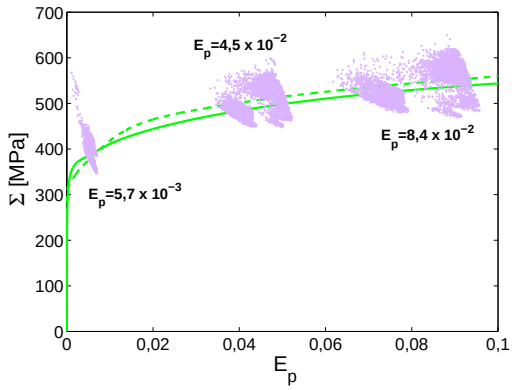
VI.2.9 Réponses mécaniques locales des grains



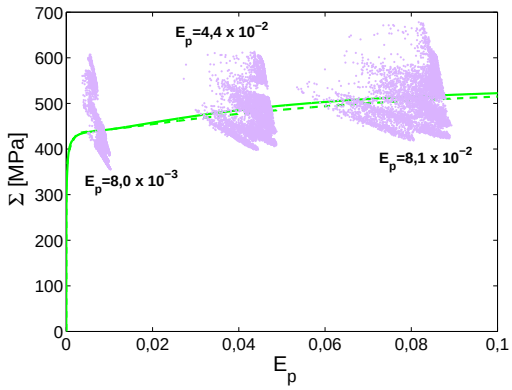
(a) DL, $\dot{\varepsilon}_a = 8 \times 10^{-3}\,\mathrm{s}^{-1}$



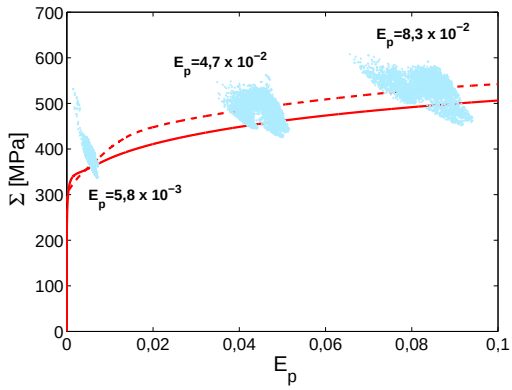
(b) DT, $\dot{\varepsilon}_a = 8 \times 10^{-3}\,\mathrm{s}^{-1}$



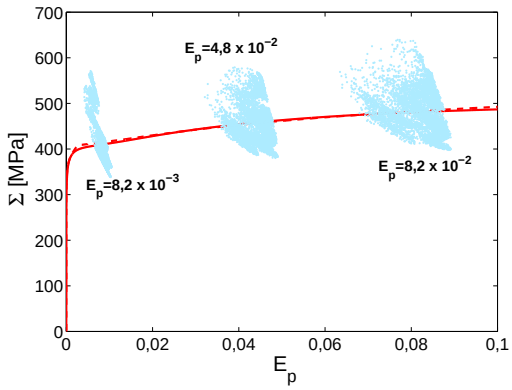
(c) DL, $\dot{\varepsilon}_a = 5 \times 10^{-4}\,\mathrm{s}^{-1}$



(d) DT, $\dot{\varepsilon}_a = 5 \times 10^{-4}\,\mathrm{s}^{-1}$



(e) DL, $\dot{\varepsilon}_a = 5 \times 10^{-5}\,\mathrm{s}^{-1}$



(f) DT, $\dot{\varepsilon}_a = 5 \times 10^{-5}\,\mathrm{s}^{-1}$

Figure VI.13 – Réponse mécanique locale des grains prédite par le modèle. Les prédictions du modèle sont en tirets et les donnéees expérimentales en trait plein pour les courbes $\Sigma - E_p$.

La figure VI.13 donne la réponse mécanique locale $\sigma_{ll} - \varepsilon_{ll}^{vp}$ (l désignant toujours la direction de traction) des 5 547 grains du VER pour 3 niveaux de déformation plastique macroscopique différents. Cette figure fournit des informations sur l'hétérogénéité de la déformation plastique. Deux observations peuvent être relevées :

- ✘ La distribution des réponses mécaniques des grains semble plus dispersée dans les échantillons DT que dans les échantillons DL.
- ✘ Pour une même orientation, la distribution des réponses mécaniques des grains est de plus en plus dispersée lorsque la vitesse de déformation augmente.

À première vue, le premier point peut sembler en contradiction avec les résultats sur l'énergie bloquée (figure VI.12) qui montrent que le niveau de contraintes internes est plus élevé dans les échantillons DL. L'explication est sans doute que l'énergie bloquée tient compte de l'ensemble des composantes du tenseur local des contraintes. Ainsi, si les hétérogénéités de la composante σ_{ll} sont effectivement plus faibles en DL qu'en DT, c'est vraisemblablement l'inverse en ce qui concerne les autres composantes. Cela peut se comprendre par rapport à la texture initiale de notre matériau avec les pôles prismatiques distribués de manière quasi-uniforme autour des pôles basaux, et étant donné que la déformation plastique s'effectue essentiellement par glissement prismatique pour un chargement suivant DL. En effet, si les facteurs de Schmid sur les systèmes prismatiques sont relativement homogènes pour les échantillons DL (voir figure III.7), c'est à dire qu'il y a une relative homogénéité de la déformation longitudinale le long de l'axe de traction, il y a cependant une très forte hétérogénéité des directions de glissement et donc une forte incompatibilité au niveau des déformations transverses.

Le deuxième point est lui en accord avec les résultats sur l'énergie bloquée (figure VI.12) qui montrent que, globalement, le niveau de contraintes internes augmente avec la vitesse de déformation. On peut ainsi supposer que plus la vitesse de déformation augmente et plus l'accommodation plastique devient difficile, d'où une plus grande contribution de l'accommodation élastique via le développement de contraintes internes.

VI.3 Discussion

Il convient de souligner que toutes les équations du modèle actuel produisent des réponses monotones mais permettent néanmoins d'obtenir un comportement non monotone du taux d'écrouissage Θ. D'un point de vue théorique, la simple introduction des dislocations mobiles pourrait suffire à rendre un comportement non monotone de Θ, étant donné que l'augmentation de ces dernières entraîne un adoucissement du matériau tandis que l'augmentation des dislocations forêt conduit à un durcissement. Toutefois, les encarts de la figure VI.1 qui présentent le comportement du taux d'écrouissage qui est obtenu avec une évolution de la densité de dislocations mobiles et avec les mêmes valeurs de n et C_1 pour toutes les familles de glissement, ne montrent aucune augmentation du taux d'écrouissage durant le stade B. L'introduction des dislocations mobiles ne peut donc pas ici à elle seule entraîner un comportement non monotone de Θ bien qu'elle y contribue. Une autre contribution à la non monotonie de Θ provient donc des interactions complexes entre les activités des différentes familles de glissement. En effet, dans le modèle présent, chaque famille de glissement s'auto-écrouit et durcit les autres systèmes de manière différente, en raison de valeurs spécifiques concernant les modules de cisaillement directionnels $\mu^{(s)}$, les coefficients d'interactions $a^{(sl)}$, les densités de dislocations de forêt et les sensibilités à la vitesse. Par exemple, l'activation des glissements $\Pi_1^{<a>}$ induit un très fort écrouissage du fait des interactions colinéaires avec les systèmes P (voir Eq. I.5) qui ont déjà été cisaillés de façon significative et possèdent par conséquent une forte densité de dislocations en raison notamment d'une valeur élevée du paramètre C_1. En effet, dans les échantillons DL, l'augmentation de Θ durant le stade B est corrélée avec l'augmentation de l'activité des systèmes $\Pi_1^{<a>}$ (figures VI.1 et VI.5), ainsi qu'avec l'importance croissante du glissement secondaire (figure VI.11). La valeur du coefficient d'interaction colinéaire a donc une influence significative sur l'augmentation de Θ au stade B. Dans les échantillons DT, le stade B est également caractérisé par une importance croissante du glissement secondaire. Néanmoins, cet effet est moins évident que dans les échantillons DT puisque plus de 65% des grains sont déjà en glissement multiple à la fin du stade A (voir l'encart de la figure VI.11

à $E_p \sim 0{,}8\%$).

Dans le modèle, les puits qui apparaissent dans l'évolution de Θ se produisent aux environs de 0,5% et 0,8% de déformation plastique pour les échantillons DL et DT, respectivement (figure VI.1). Ces déformations correspondent précisément aux moments où pratiquement tous les grains sont plastifiés par glissement simple (figure VI.11). Par conséquent, la chute de Θ au cours du stade A est vraisemblablement reliée à la plastification progressive des grains, comme également suggéré par Barkia *et al.* [2015a]. Pour les échantillons DL, on peut déduire des figures VI.5a et VI.11 que la plupart des grains se déforment par glissement simple sur un système prismatique P durant le stade A. Pour les échantillons DT, la situation est plus complexe avec plus de 65% des grains déjà en glissement multiple à la fin du stade A (figure VI.11) et une quantité comparable de glissement P et $\Pi_1^{<a>}$ (figures VI.5b). En particulier, l'entrée en plasticité est beaucoup plus progressive dans les échantillons DT, ce qui explique certainement pourquoi ces échantillons s'écrouissent plus vite que les échantillons DL au tout début de la déformation plastique (voir figure VI.15), et puis présentent un taux d'écrouissage plus faible vers la fin du stade A (figure VI.1).

Les simulations réalisées avec les mêmes valeurs de n et C_1 pour toutes les familles de glissement retrouvent qualitativement l'effet de la vitesse de déformation sur le taux d'écrouissage au cours du stade A des échantillons DT (figure VI.1b). Ce résultat indique que, dans les échantillons DT, la profondeur du puits dans l'évolution du taux d'écrouissage doit être avant tout influencée par la production des dislocations mobiles. Cette production est en effet d'autant plus prononcée que la vitesse de déformation augmente, et cela quelles que soient les hypothèses sur n et C_1 (voir figure VI.10a). Par contre, concernant les échantillons DL, l'hypothèse d'une SRS spécifique pour le glissement P est nécessaire afin de retrouver l'effet de la vitesse de déformation (figure VI.1a). Dans ce cas, le comportement du taux d'écrouissage durant le stade A doit être avant tout influencé par la sélection des différents systèmes de glissement. Sur la figure VI.5, il est établi qu'aux faibles déformations ($E_p < 0{,}01$), la proportion d'activité P augmente avec la vitesse de déformation.

À première vue, on pourrait conjecturer que la promotion du glissement P devrait forcément conduire à un plus faible taux d'écrouissage étant donné que la production de dislocations mobiles est supposée plus facile sur les systèmes P. Cependant, étant donné que la famille P possède la plus faible CRSS, l'activation d'un système P à la place d'un autre système signifie également que le glissement se déroule sur un système moins bien orienté, donc correspondant à une valeur plus faible de la composante R_{ll} du tenseur d'orientation de Schmid, l étant la direction de chargement (cf. Eq. IV.10 et l'expression de la cission résolue dans l'équation IV.13). Par conséquent, la contribution du glissement à l'allongement axial de l'échantillon est plus faible (Eq. IV.10) et peut donc induire un taux d'écrouissage plus important. La figure VI.14 qui illustre cet effet montre l'évolution du paramètre β_a représentant la contribution moyenne du glissement sur le système le plus actif à l'allongement axial de l'échantillon. Ce paramètre est défini comme suit :

$$\beta_a = \sum_{g}^{ng} f_g |R_{ll}^{(a)}| \tag{VI.11}$$

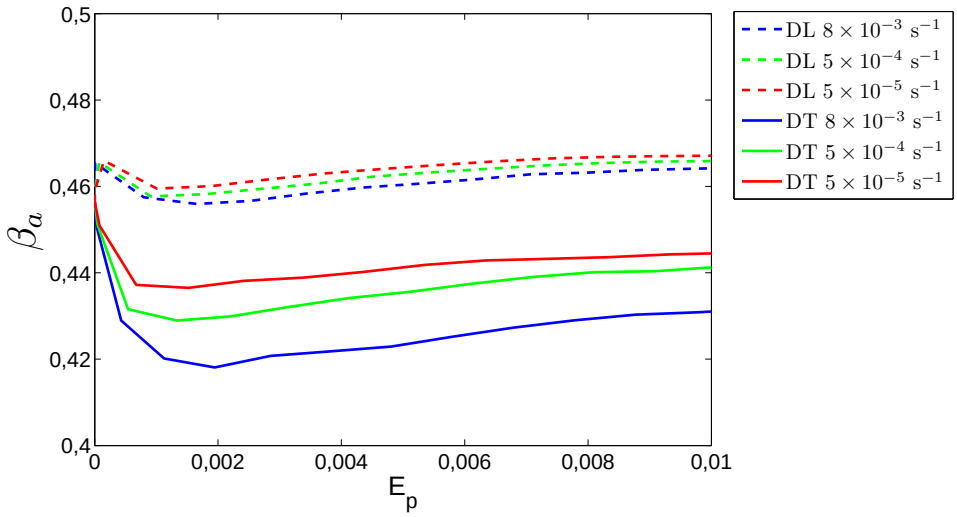
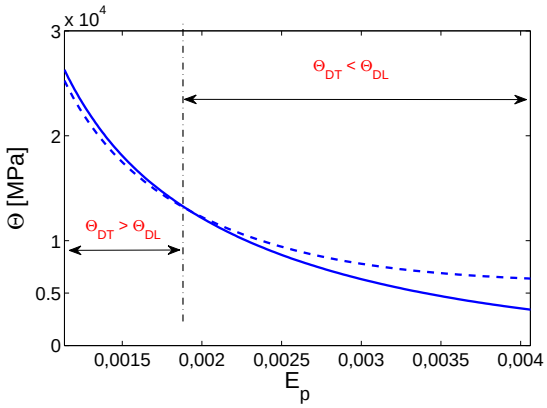


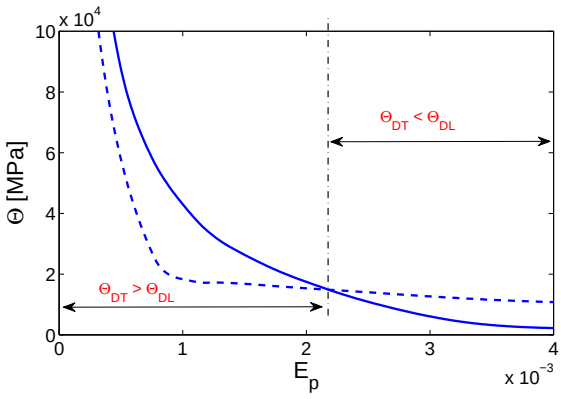
Figure VI.14 – Contribution moyenne de glissement sur le système le plus actif à l'allongement axiale de l'échantillon

où a désigne le système le plus actif dans le grain g.

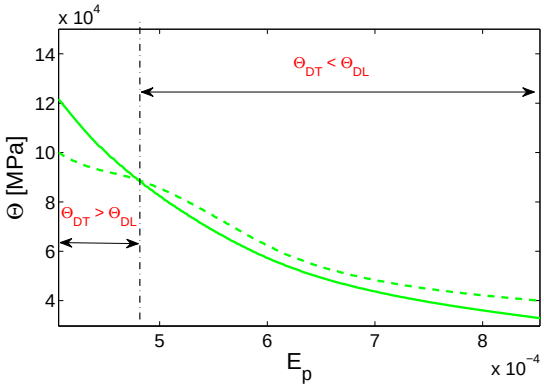
Le modèle est ainsi capable d'expliquer qualitativement toutes les observations expérimentales, y compris les plus spécifiques. Bien que la recherche d'un accord quantitatif parfait ne soit pas le but de cette étude, il est à noter que la surestimation du taux d'écrouissage durant le stade A dans les échantillons DL semble avoir une explication naturelle. En effet, puisque presque tous les grains se déforment par glissement simple lors de ce stade, l'accommodation plastique devrait y être difficile et d'importantes contraintes intergranulaires sont attendues comme le révèlent les résultats sur l'énergie bloquée de la figure VI.12. Il a été démontré que les formulations affines fournissent de meilleures estimations des contraintes internes que les formulations sécantes [Mareau et Berbenni, 2015]. Cependant, les modèles auto-cohérents à 1-site sont connus pour surestimer les contraintes internes par rapport aux méthodes à champs complets qui permettent de tenir compte des effets de voisinage [Mareau et Berbenni, 2015]. Cet point est particulièrement vrai dans le cas d'une forte non-linéarité, telle que supposée dans le présent modèle ($n = 32$ et $n = 65$) afin de considérer quantitativement les effets de la vitesse de déformation.



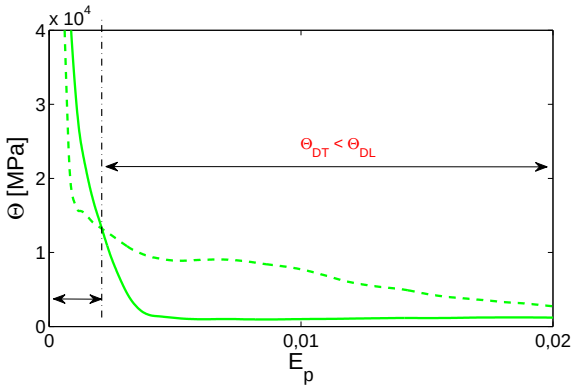
(a) Expérimental, $\dot{\varepsilon}_a = 8 \times 10^{-3}\,\mathrm{s}^{-1}$



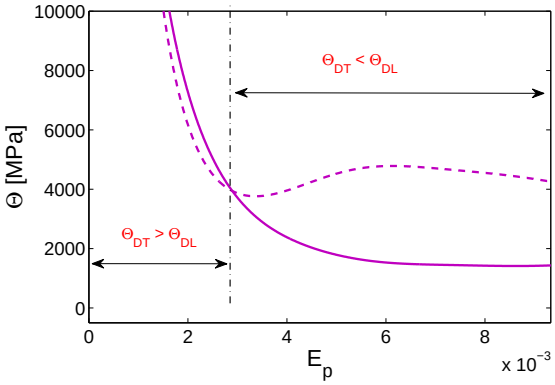
(b) Modèle, $\dot{\varepsilon}_a = 8 \times 10^{-3}\,\mathrm{s}^{-1}$



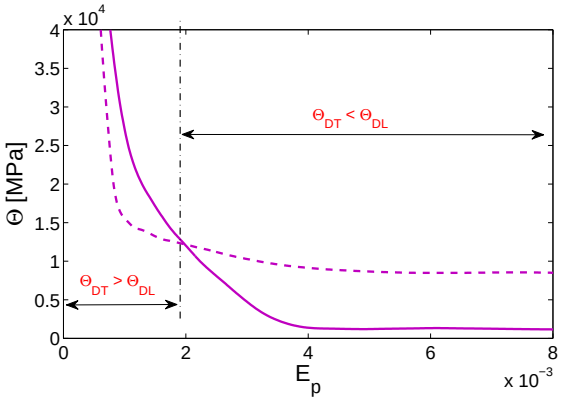
(c) Expérimental, $\dot{\varepsilon}_a = 5 \times 10^{-4}\,\mathrm{s}^{-1}$



(d) Modèle, $\dot{\varepsilon}_a = 5 \times 10^{-4}\,\mathrm{s}^{-1}$



(e) Expérimental, $\dot{\varepsilon}_a = 5 \times 10^{-5}\,\mathrm{s}^{-1}$



(f) Modèle, $\dot{\varepsilon}_a = 5 \times 10^{-5}\,\mathrm{s}^{-1}$

Figure VI.15 – Courbes d'évolution du taux d'écrouissage, issues des données expérimentales et du modèle, montrant qu'au tout début de la déformation plastique, les échantillons DT (en trait plein) durcissent plus que les échantillons DL (en tiret).

Conclusion

Un modèle auto-cohérent élastoviscoplastique, utilisant les relations constitutives du chapitre IV et basé sur la méthode des champs translatés couplée à une linéarisation affine de la relation constitutive viscoplastique récemment introduite par Mareau et Berbenni [2015] et décrite dans le chapitre V, a été appliqué à la simulation de nos essais de traction d'échantillons de CP Ti. Le modèle considère l'évolution des dislocations mobiles et suppose un taux de multiplication de ces dislocations plus élévé pour les systèmes prismatiques afin de relier le plus fort taux d'écrouissage observé durant le stade C pour les échantillons DL à une augmentation de la densité de dislocations (voir aussi annexe B). En outre, il convient de souligner que le modèle a adopté le cadre de l'élasticité anisotrope, qui inclut également l'utilisation de modules de cisaillement directionnel dans la relation de Taylor (Eq. I.5), et rend compte des fortes interactions entre les systèmes colinéaires en accord avec les simulations de DDD (Madec *et al.* [2003], Hoc *et al.* [2004], Devincre *et al.* [2005], Devincre *et al.* [2006], Kubin *et al.* [2008], Queyreau *et al.* [2009], Devincre [2013], Bertin *et al.* [2014]). Ces deux caractéristiques permettent de prendre en compte, au moins partiellement, la forte anisotropie des CRSSs grâce à des paramètres physiques. À l'aide de ces différentes hypothèses, les courbes de traction ont été correctement reproduites et des estimations raisonnables des coefficients de Lankford, de l'activité relative du glissement prismatique et de l'évolution des textures ont été obtenues. Plus important encore, les simulations ont été en mesure d'expliquer l'effet inverse de la vitesse de déformation selon l'orientation de l'axe de traction. Elles ont révélé deux effets antagonistes de la vitesse de déformation sur l'écrouissage. D'une part, l'augmentation de la vitesse de déformation favorise la sélection du glissement prismatique (facile) parmi les systèmes de glissement disponibles. En conséquence, la contribution du glissement à l'allongement axial de l'échantillon est plus faible, ce qui peut effectivement induire un taux d'écrouissage plus fort. Cet effet est supposé être prédominant dans les échantillons DL. D'autre part, la production des dislocations mobiles augmente avec la vitesse de déformation et, par conséquent, accroît la profondeur du puits à la fin du stade A. Cet effet est supposé être prédominant dans

les échantillons DT.

VII

Étude multi-échelles de l'hétérogénéité et de l'intermittence de la déformation plastique du titane commercialement pur

Ce chapitre est consacré aux premières analyses des données d'émission acoustique et d'extensométrie locale à haute résolution mesurées au cours des essais de traction. Comme précisé dans le chapitre I, ces deux méthodes permettent de caractériser le comportement de la déformation plastique à des échelles intermédiaires comprises entre l'échelle d'une éprouvette macroscopique et l'échelle d'une dislocation isolée. Le premier objectif est de comparer les courbes de déformation à l'évolution de l'activité moyenne de l'émission acoustique qui reflète l'activité des processus de glissement, et de vérifier si cette dernière est conforme aux prédictions du modèle auto-cohérent. En outre, les premières données sur les caractères intermittent et ondulatoire de la déformation plastique sont présentées. Ces propriétés échappent au modèle actuel qui ignore la topologie spatiale de la microstructure. Le challenge d'un futur développement du modèle sera d'être capable de reproduire ces données.

Mini-sommaire

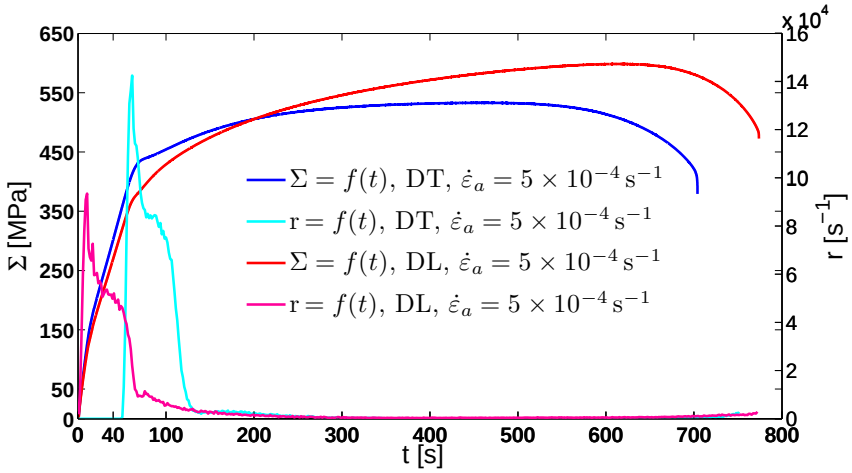
VII.1 Comparaison de l'évolution de la contrainte, de l'émission acoustique et du champ de déformations locales **180**

VII.2 Hétérogénéité spatiotemporelle de la déformation plastique à une échelle mésoscopique **188**

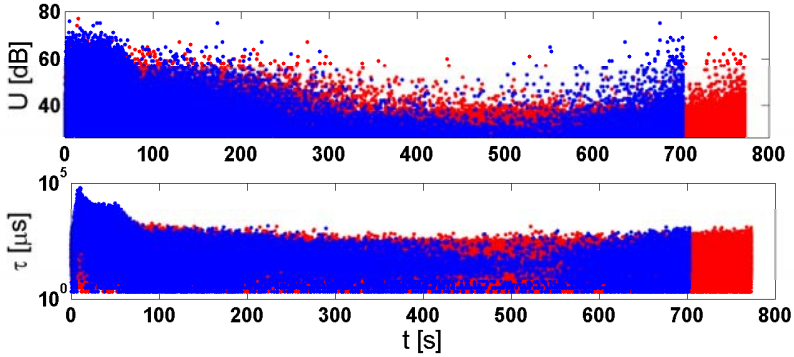
Conclusions et défis pour la future élaboration d'un nouveau modèle . **195**

VII.1 Comparaison de l'évolution de la contrainte, de l'émission acoustique et du champ de déformations locales

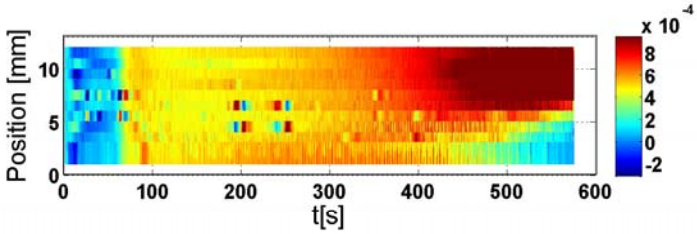
Les figures VII.1-VII.3 mettent en comparaison pour trois valeurs de vitesse de déformation, $\dot{\varepsilon}_a = 5 \times 10^{-4}\mathrm{s}^{-1}, 2 \times 10^{-3}\mathrm{s}^{-1}, 8 \times 10^{-3}\mathrm{s}^{-1}$, les courbes d'évolution de la contrainte et de l'émission acoustique, ainsi que les cartes de déformations locales obtenues à l'aide de la technique d'extensométrie locale à haute résolution. Deux figures complémentaires, VII.4 et VII.5, présentent également la confrontation de l'EA avec l'évolution de la dérivée temporelle des courbes de contrainte qui permet de mieux distinguer les stades d'écrouissage. On rappelle que les installations simultanées des techniques d'EA et d'extensomètrie locale empêchaient d'utiliser en même temps un extensomètre mécanique et donc de calculer le vrai taux d'écrouissage dans ces essais.



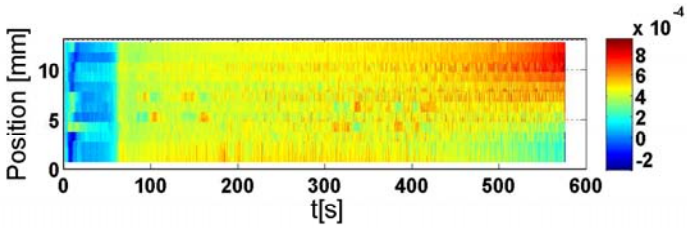
(a) Evolution de la contrainte vraie $\Sigma(t)$ et de la fréquence moyenne de coups $r(t)$ d'EA



(b) Amplitude logarithmique U et durée τ des salves acoustiques

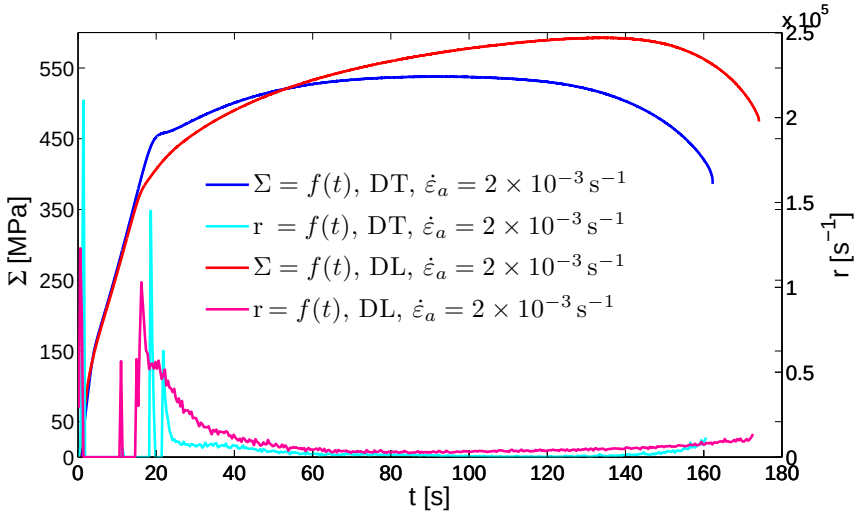


(c) Carte spatiotemporelle de $\dot{\varepsilon}_i(\mathrm{s}^{-1})$ pour DT

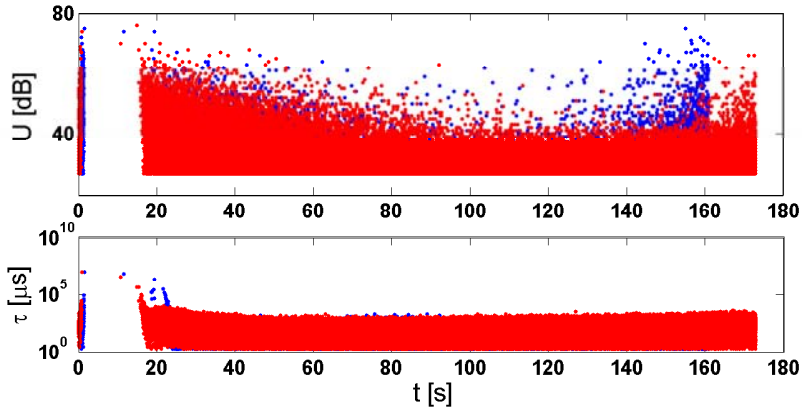


(d) Carte spatiotemporelle de $\dot{\varepsilon}_i(\mathrm{s}^{-1})$ pour DL

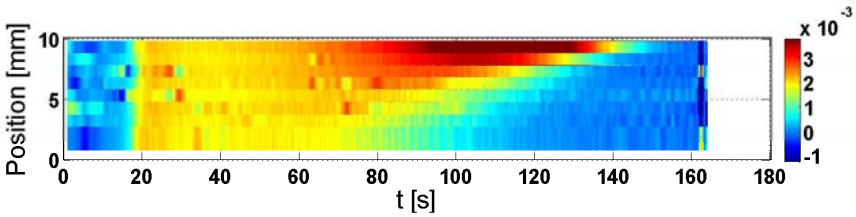
Figure VII.1 – Comparaison des courbes de contrainte, d'EA et d'extensométrie locale à haute résolution pour $\dot{\varepsilon}_a = 5 \times 10^{-4}\mathrm{s}^{-1}$ suivant DT et DL



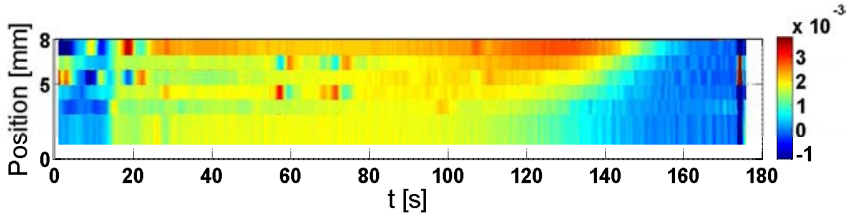
(a) Evolution de la contrainte vraie $\Sigma(t)$ et de la fréquence moyenne de coups $r(t)$ d'EA



(b) Amplitude logarithmique U et durée τ des salves acoustiques

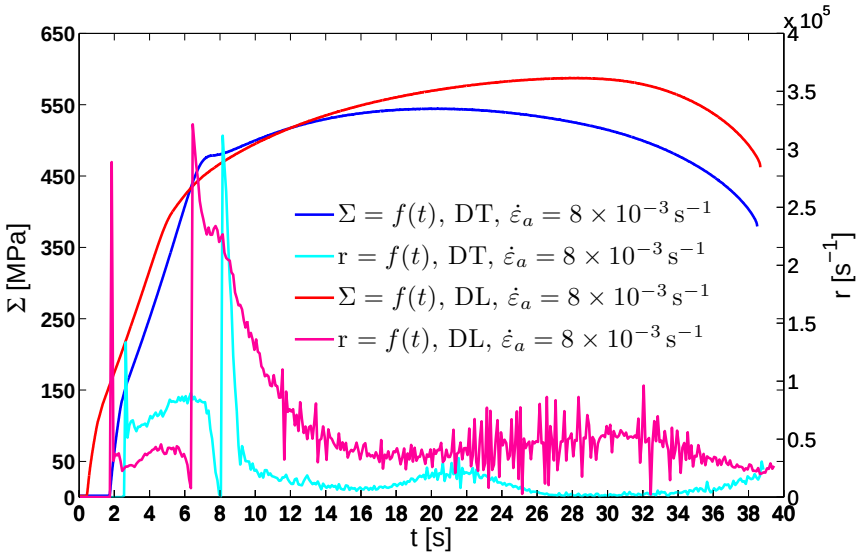


(c) Carte spatiotemporelle de $\dot{\varepsilon}_i(\mathrm{s}^{-1})$ pour DT

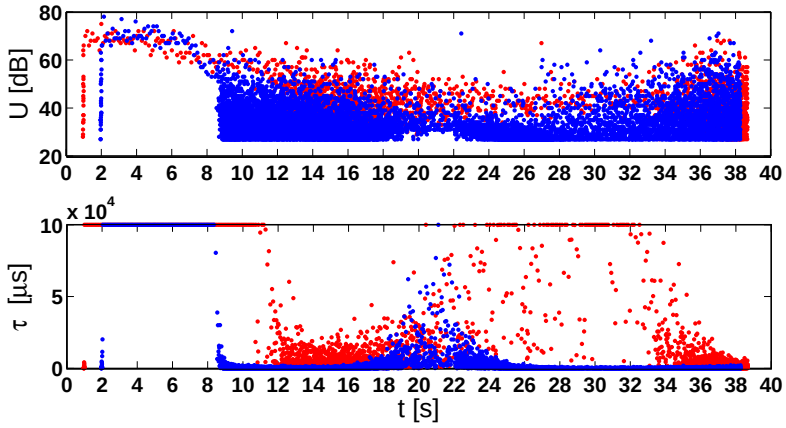


(d) Carte spatiotemporelle de $\dot{\varepsilon}_i(\mathrm{s}^{-1})$ pour DL

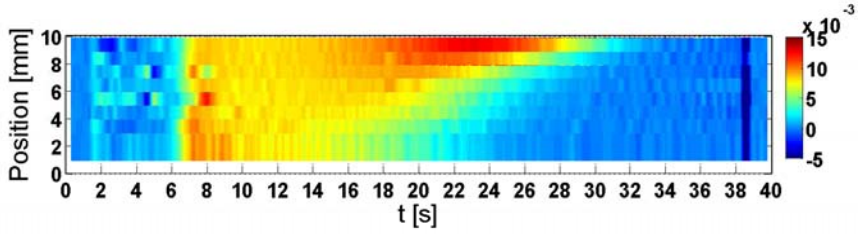
Figure VII.2 – Comparaison des courbes de contrainte, d'EA et d'extensométrie locale à haute résolution pour $\dot{\varepsilon}_a = 2 \times 10^{-3}\mathrm{s}^{-1}$ suivant DT et DL



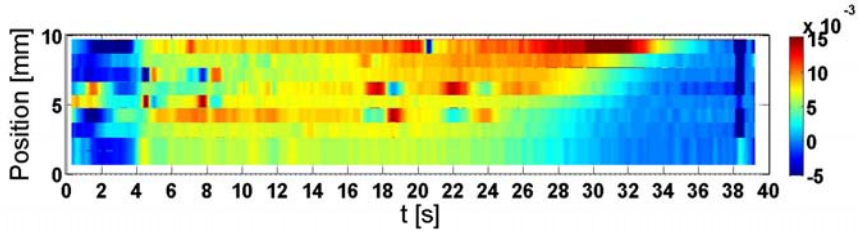
(a) Evolution de la contrainte vraie $\Sigma(t)$ et de la fréquence moyenne de coups $r(t)$ d'EA



(b) Amplitude logarithmique U et durée τ des salves acoustiques



(c) Carte spatiotemporelle de $\dot{\varepsilon}_i(\mathrm{s}^{-1})$ pour DT



(d) Carte spatiotemporelle de $\dot{\varepsilon}_i(\mathrm{s}^{-1})$ pour DL

Figure VII.3 – Comparaison des courbes de contrainte, d'EA et d'extensométrie locale à haute résolution pour $\dot{\varepsilon}_a = 8 \times 10^{-3}\mathrm{s}^{-1}$ suivant DT et DL

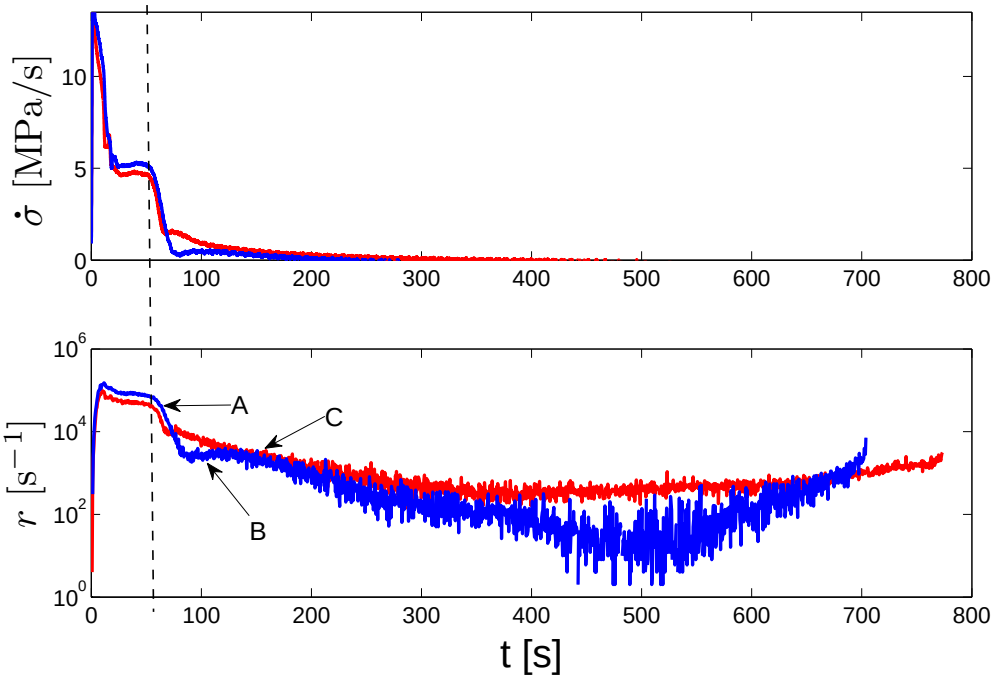


Figure VII.4 – Comparaison de la dérivée temporelle de la contrainte appliquée et de la fréquence moyenne de coups d'EA en échelle logarithmique pour la vitesse de déformation $\dot{\varepsilon}_a = 5 \times 10^{-4}\text{s}^{-1}$. Couleur rouge - DL, bleue - DT. La ligne en traits désigne approximativement la transition élastoplastique, et les flèches visent les stades correspondant aux stades d'écrouissage.

On remarque tout d'abord que l'EA est détectée pratiquement dès le début de la déformation (voir les planches (c-d) sur les figures VII.1-VII.3). Cette activité acoustique est communément attribuée à l'apparition d'une micro-plasticité qui ne se manifeste pas forcément sur les courbes $\Sigma - E$ mais qui génère néanmoins une forte EA, due à la multiplication des dislocations et aux fortes valeurs du libre parcours moyen des dislocations alors que la densité des dislocations forêt reste relativement peu élevé (Máthis *et al.* [2011], Chmelík *et al.* [1997]).

Dans un premier temps, on s'intéresse aux résultats relatifs à la plus petite vitesse de déformation, $\dot{\varepsilon}_a = 5 \times 10^{-4}\text{s}^{-1}$ (figures VII.1 et VII.4), qui est caractérisée par la plus faible EA. Cela permet d'éviter certaines difficultés de traitement de données telles qu'on les expliquera dans les cas des vitesses plus élevées. Tout d'abord, l'amplitude des salves acoustiques diminue au cours de la déformation plastique ce

qui peut être attribué à l'augmentation de la densité d'obstacles aux dislocations mobiles. Elle augmente de nouveau pendant la phase de striction, indiquant ainsi la localisation de la déformation plastique. La durée τ manifeste des tendances similaires mais est caractérisée par une plus faible variation de la courbe-enveloppe, c'est à dire de l'intervalle enveloppant les valeurs des durées enregistrées. Un intérêt particulier est porté à l'évolution de la fréquence moyenne de coups $r(t)$ (voir chapitre II) (« count rate » en anglais). En effet, il est connu que cette fréquence moyenne montre souvent une allure similaire à celle du taux d'écrouissage [Máthis *et al.*, 2006]. C'est d'ailleurs cette propriété qui prouve la haute capacité de l'EA à caractériser la déformation plastique. En fait, à partir des figures VII.1 et VII.4, on peut constater que non seulement l'évolution globale de la fréquence moyenne de coups est similaire à celle du taux d'écrouissage, mais que l'activité acoustique moyenne manifeste elle aussi trois stades correspondant aux trois stades d'écrouissage. Cela confirme que ces stades sont bien présents dans les conditions de traction même s'ils sont moins prononcés qu'en compression. En prenant en compte les divers mécanismes à l'origine de l'EA, on peut supposer que la diminution de $r(t)$ lors du stade A reflète un glissement « facile » des dislocations selon un système de glissement dans chaque grain ; son augmentation lors du stade B est due à l'accroissement des processus de multiplication des dislocations lors de l'apparition d'un deuxième système de glissement et finalement ; la nouvelle diminution est causée par une limitation progressive du libre parcours des dislocations. On remarque également que durant le stade C, l'activité de l'EA est plus élevée pour les échantillons DL que pour les échantillons DT, en conformité avec les mesures du taux d'écrouissage.

Une différence importante entre les courbes de déformation et de fréquence moyenne de l'EA est la présence de fluctuations sur ces dernières. Bien qu'elles ne soient pas résolues sur les courbes de déformation, les fluctuations de l'EA révélent le caractère intermittent de la déformation plastique. À la vitesse de déformation de $\dot{\varepsilon}_a = 5 \times 10^{-4}\mathrm{s}^{-1}$, on peut noter que ces fluctuations sont plus fortes dans le cas de l'échantillon DT. De même, les cartes des vitesses de déformations locales (figures VII.1c-VII.1d) montrent une plus forte hétérogénéité pour l'échantillon DT

mais à une échelle plus grossière, résolue par la technique d'extensométrie locale.

Comme souvent observé dans la littérature [Shashkov *et al.*, 2012], la durée des salves est reliée à la fréquence moyenne de coups et augmente avec la vitesse de déformation (figures VII.2 et VII.3). Cela produit un artefact indésirable sur le calcul de la fréquence moyenne. En effet, avec les paramètres d'enregistrement choisis *a priori*, l'enregistrement continu des diverses caractéristiques moyennes de l'EA donne des résultats fortement lissés. Afin de trouver un lissage optimal pour chaque vitesse de déformation, c'est à dire qui permette à la fois d'évaluer les tendances longue durée et de révéler des fluctuations, nous avons adapté, dans cette étude, le pas de temps à partir duquel la fréquence moyenne r est calculée en sommant le nombre de coups des salves détectées à l'intérieur du pas de temps. Cette méthode fonctionne bien quand les salves sont clairement discriminées comme dans le cas de la plus petite vitesse de déformation. Pour la vitesse de $2 \times 10^{-3}\mathrm{s}^{-1}$, cela donne des résultats corrects après la transition élastoplastique mais pas au début de la déformation, où plusieurs salves s'enchaînent et forment quelques événements de très longue durée, bien supérieure au pas de temps choisi (figure VII.2a). Par conséquent, la courbe $r(t)$ n'est plus continue mais présente quelques pics correspondant à ces événements composés. Ce problème a été partiellement surmonté pour les données de la figure VII.3 ($\dot{\varepsilon}_a = 8 \times 10^{-3}\mathrm{s}^{-1}$) en imposant, avant l'enregistrement, une limitation de la durée maximum d'une salve. Cela a permis de confirmer la conclusion que la fréquence moyenne est fortement corrélée avec l'écrouissage le long de la courbe de déformation, y compris avant et pendant la transition élastoplastique (figure VII.3). On note la présence de trois stades pour cette vitesse également : la valeur de r diminue au début du stade A, puis augmente en formant un pic brusque et diminue de nouveau (voir aussi la figure VII.5).

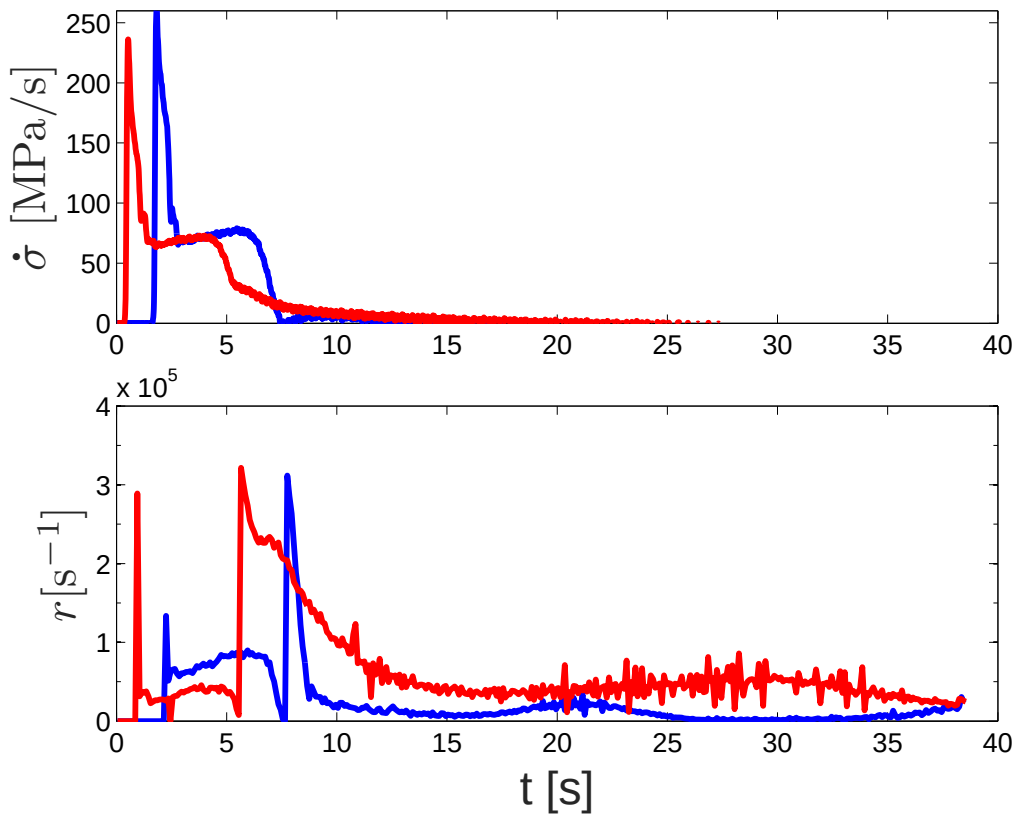


Figure VII.5 – Comparaison de la dérivée temporelle de la contrainte appliquée et de la fréquence moyenne de coups d'EA en échelle logarithmique pour la vitesse de déformation $\dot{\varepsilon}_a = 8 \times 10^{-3}\text{s}^{-1}$. Couleur rouge-DL, bleue-DT.

Il est intéressant de souligner qu'à cette vitesse de déformation la décroissance de l'EA au début du stade C est beaucoup plus rapide pour l'échantillon DT que pour l'échantillon DL. La même différence est observée dans les résultats de simulation de l'activité des systèmes prismatiques (figure VI.5). Cela permet de supposer que la majeure partie de l'EA est générée par du glissement selon ces systèmes dont l'activité est prépondérante dans les deux types d'éprouvettes. Néanmoins, la simulation prédit une telle différence à toutes les vitesses de déformation, tandis qu'elle n'est pas observée par EA dans l'essai à petite vitesse. La validation de cette hypothèse nécessiterait donc une étude plus détaillée qui pourrait être basée sur une méthode d'enregistrement continu du signal brut d'EA (« data streaming ») permettant d'obtenir des résultats plus précis de la fréquence moyenne de coups.

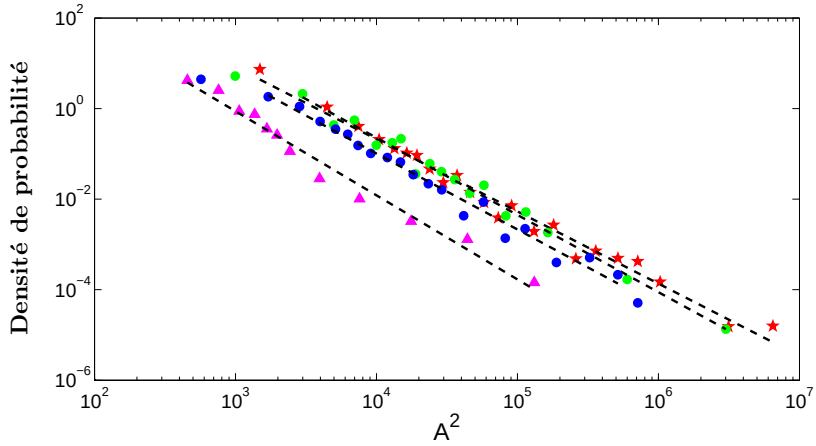
Enfin, il faut noter que l'intensité relative des fluctuations sur la courbe $r(t)$ semble être dépendante de la vitesse de déformation. En effet, à la fois l'EA et les cartes spatiotemporelles montrent des fluctuations plus fortes pour les échantillons DT à petite vitesse, pour les échantillons DL à grande vitesse, et une intensité des fluctuations similaire à vitesse intermédiaire. En même temps, il est possible que ces différences soient liées aux variations de microstructure initiale des éprouvettes. La confirmation de cette observation mériterait donc également une étude expérimentale détaillée.

VII.2 Hétérogénéité spatiotemporelle de la déformation plastique à une échelle mésoscopique

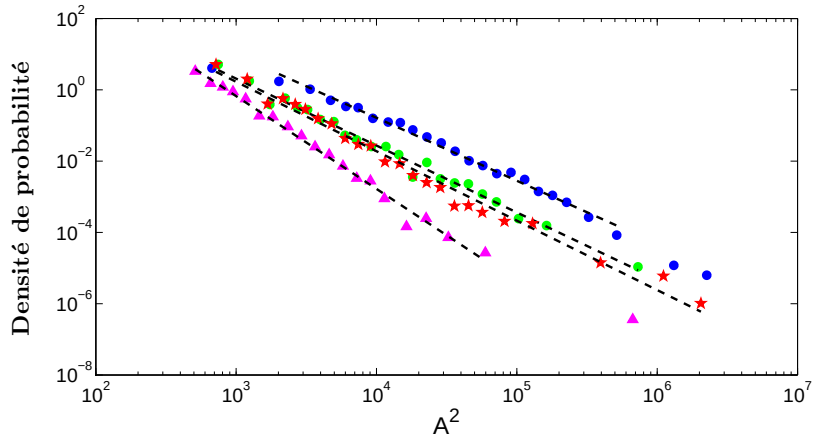
Les figures VII.1-VII.5 démontrent clairement une hétérogénéité spatiotemporelle de la déformation plastique du matériau étudié qui se manifeste lorsqu'on augmente la résolution de mesure. Néanmoins, cette hétérogénéité pourrait avoir une origine purement stochastique, due aux fluctuations aléatoires au sein d'un système à grand nombre d'éléments tel que le système des dislocations. Une toute première approche qui permet de révéler un comportement non aléatoire consiste en une analyse statistique des fluctuations. Il est notamment connu que les distributions d'énergie des événements acoustiques accompagnant la déformation plastique de divers matériaux n'obéissent pas à une loi gaussienne, caractéristique de processus stochastiques, mais à une loi puissance [Richeton, 2006; Lebyodkin *et al.*, 2012a,b]. Un des objectifs de ce paragraphe est de vérifier la nature, gaussienne ou non, des fluctuations observées dans la présente étude.

Les figures VII.6-VII.8 présentent les distributions statistiques des amplitudes au carré des salves acoustiques pour les mêmes éprouvettes que dans le paragraphe précédent, en fonction de la vitesse et du taux de déformation. Sur chaque figure, les différentes courbes montrent le comportement pour les différentes phases d'es-

sai : immédiatement après la transition élastoplastique, juste avant la striction, au début de la striction (sauf pour la plus grande vitesse) et enfin, près de la rupture. Dans chaque cas, l'intervalle analysé est choisi aussi fin que possible (sans nuire à la représentativité de l'échantillon statistique) afin de pouvoir considérer l'EA comme stationnaire.

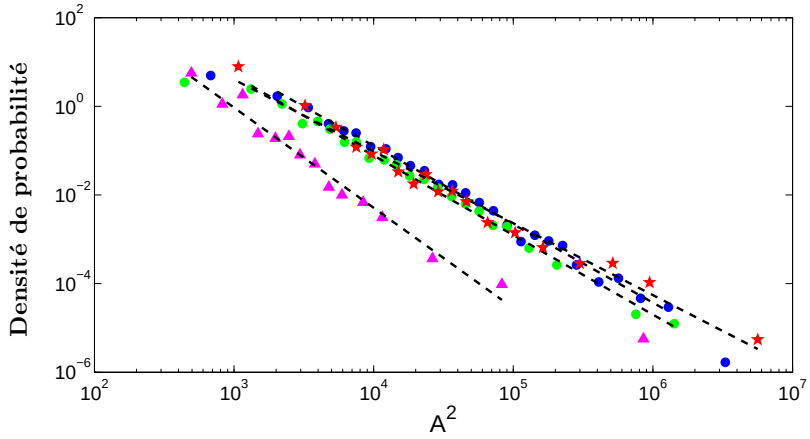


(a) Échantillon DT

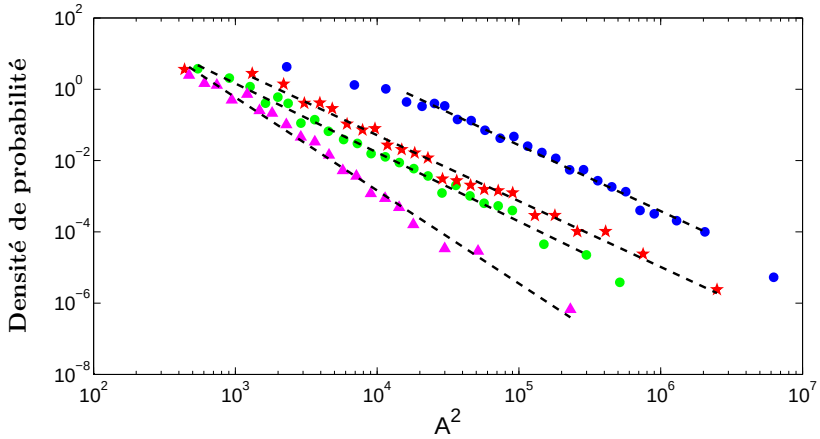


(b) Échantillon DL

Figure VII.6 – Fonction de densité de probabilité $f(A^2)$ (voir équation II.8) de l'amplitude normalisée au carré des événements d'EA pour deux types d'échantillons DT et DL déformés à la vitesse $\dot{\varepsilon}_a = 5 \times 10^{-4}\mathrm{s}^{-1}$. Les désignations sont uniques pour les figures VII.6 – VII.8 : cercles bleus – un intervalle de temps suivant la transition élastoplastique, cercles verts – près de la striction, triangles – au début de la striction, étoiles - près de la rupture.

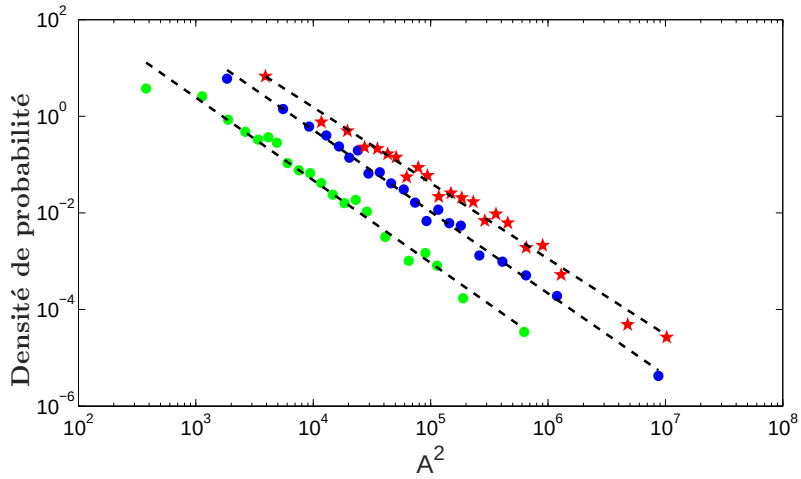


(a) Échantillon DT

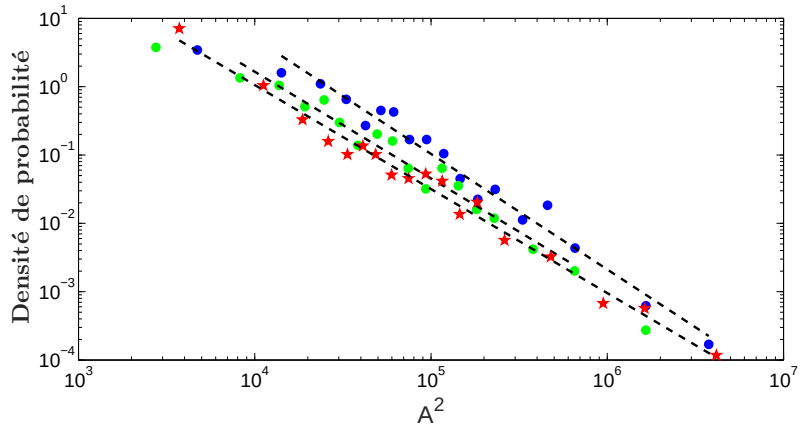


(b) Échantillon DL

Figure VII.7 – Fonction de densité de probabilité $f(A^2)$ pour deux types d'échantillons DT et DL déformés à la vitesse $\dot{\varepsilon}_a = 2 \times 10^{-3}\mathrm{s}^{-1}$.



(a) Échantillon DT



(b) Échantillon DL

Figure VII.8 – Fonction de densité de probabilité $f(A^2)$ pour deux types d'échantillons DT et DL déformés à la vitesse $\dot{\varepsilon}_a = 8 \times 10^{-3}\text{s}^{-1}$. Les fonctions de densité de probabilité au début de la striction (triangles) ne sont pas tracées à cause d'une variance très forte qui nuit à la lisibilité des graphiques. Malgré cette dispersion, la loi puissance est aussi établie pour ce stade de déformation.

On constate tout d'abord que pour toute vitesse de déformation et pendant l'essai entier, les distributions énergétiques de l'EA obéissent à une loi puissance de type $P(W) \sim W^{-\beta}$ où l'énergie W est estimée comme A^2, le carré de l'amplitude maximale de la salve acoustique (voir la sous-section I.2.1). Cela met en évidence la nature intrinsèquement intermittente et avalancheuse des processus de déformation dans le matériau étudié. En même temps, contrairement aux résultats publiés pour

les monocristaux de divers matériaux (par exemple [Richeton, 2006]), l'exposant β ne manifeste pas une valeur unique (proche de $1{,}5 - 1{,}6$) dans toutes les conditions.

Dans le cas des éprouvettes DT, les valeurs de l'exposant β, estimées comme la pente des lignes tracées sur les figures, varient peu ($\beta = 1{,}7 - 1{,}8$) en fonction de la vitesse de déformation, ainsi qu'avec la déformation avant la striction. On note néanmoins une augmentation de la pente au début de la striction, particulièrement forte ($\beta = 2{,}3 \pm 0{,}1$) pour la vitesse de déformation intermédiaire (figure VII.7). Puisque la croissance de l'exposant signifie une probabilité plus élevée de petits événements, cela laisse supposer que la transition vers la striction est accompagnée de processus de déformation relativement peu corrélés. Afin de renforcer ce point de vue, on peut attirer l'attention sur les sauts de valeur qui sont effectués par la vitesse de déformation locale avant la forte localisation de la déformationn sur la figure VII.2c. Au contraire, la progression de la localisation de la déformation résulte en une diminution de β jusqu'à une valeur de $1{,}5 - 1{,}6$ similaire aux données relatives aux monocristaux. En effet, la concentration de contraintes internes due à la localisation de déformation devrait promouvoir la probabilité de puissantes avalanches de dislocations à travers l'éprouvette.

Ces observations sont aussi valables pour les éprouvettes DL. En même temps, la valeur de β varie dans ce cas dans un intervalle considérablement plus large, de $1{,}5 - 1{,}6$ près de la rupture jusqu'à 2,6 au début de la striction. Un certain effet de la vitesse de déformation est observée, β est notamment plus petit à la plus grande vitesse de déformation. Les deux autres vitesses sont caractérisées par des valeurs similaires de β. On aurait pu attribuer l'effet de la vitesse à une augmentation de l'activité acoustique avec $\dot{\varepsilon}_a$ qui engendrerait une superposition de séries d'avalanches et empêcherait leur individualisation dans l'essai à grande vitesse [Lebyodkin *et al.*, 2013]. Néanmoins, cette explication ne semble pas robuste parce qu'alors un tel effet serait aussi observé dans les échantillons DT, ce qui n'est pas le cas. On peut suggérer que les différences trouvées entre les résultats quantitatifs pour les deux orientations sont dues aux différentes conditions du couplage spatial entre les défor-

mations locales. Une relation $\beta_{DT} \leq \beta_{DL}$ est valable globalement.

Enfin, deux résultats préliminaires de l'analyse des champs de vitesse de déformation peuvent être évoqués. La figure VII.9 présente les courbes d'évolution des vitesses de déformation locales obtenues après la soustraction de la vitesse de déformation imposée $\dot{\varepsilon}_a$ pour une éprouvette déformée à $\dot{\varepsilon}_a = 8 \times 10^{-3}\mathrm{s}^{-1}$. Les courbes qui en résultent varient autour de zéro, ce qui permet de distinguer clairement la présence d'un grand nombre de petites fluctuations ainsi que des fluctuations de taille moyenne et quelques grandes fluctuations. Ce type de motif est typique des séries intermittentes. En effet, la figure VII.10 présente une distribution en loi puissance pour les amplitudes de ces fluctuations. La valeur de β_A aux alentours de 1,6 est néanmoins relativement petite parce qu'elle correspond à $\beta_W = (\beta_A + 1)/2 = 1{,}3$ [Fressengeas *et al.*, 2009]. Par ailleurs, la qualité de ces données est moins bonne que dans le cas de l'EA, très probablement à cause d'une résolution insuffisante, et la loi puissance n'est correctement établie que pour quelques courbes. Néanmoins, ce résultat corrobore l'analyse de l'EA.

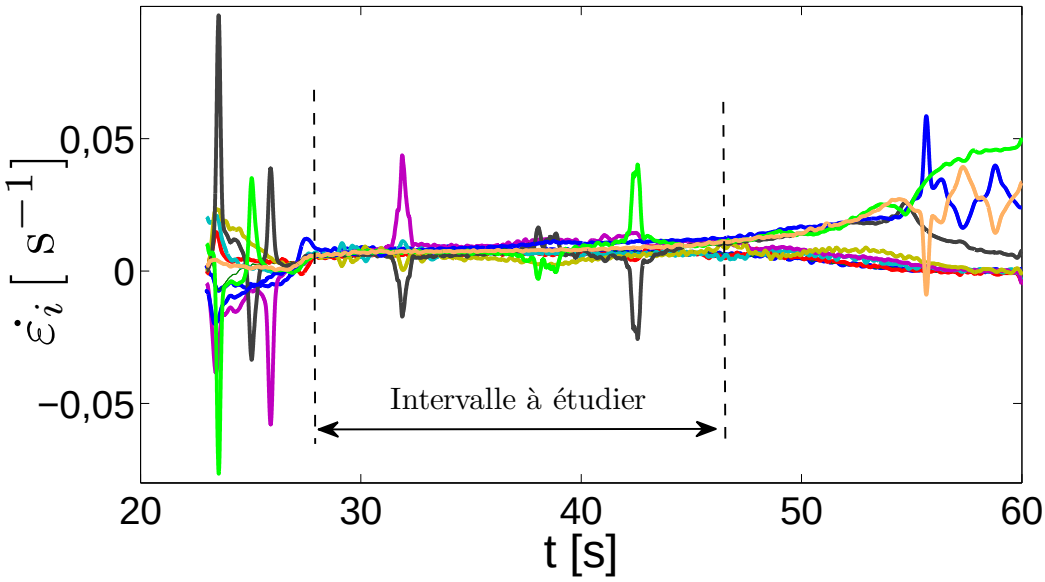


Figure VII.9 – Exemple de courbes de vitesse de déformation locale pour une éprouvette DT déformée à $\dot{\varepsilon}_a = 8 \times 10^{-3}\text{s}^{-1}$. L'analyse statistique a été faite dans l'intervalle indiqué par les lignes verticales pointillées.

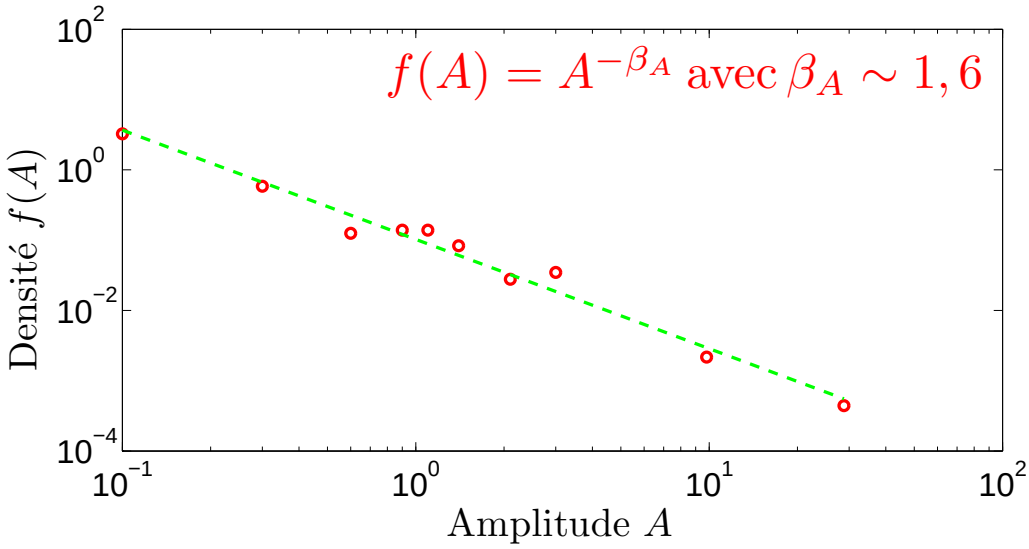


Figure VII.10 – Distribution statistique des amplitudes normalisées des fluctuations de la vitesse de déformation locale pour une des sections de l'éprouvette DT (voir figure VII.9) déformée à $\dot{\varepsilon}_a = 8 \times 10^{-3}\text{s}^{-1}$.

Le deuxième résultat suit l'observation détaillée de certaines portions des cartes spatiotemporelles. La figure VII.11 prouve notamment, que d'une façon similaire aux cartes publiées pour du Cu [Fressengeas *et al.*, 2009] ou pour un alliage d'Al−Mg [Bougherira, 2011], les « bursts » d'activité plastique qui se distribuent en lois puissance (figure VII.9) peuvent s'organiser le long de lignes caractéristiques, révélant ainsi une propagation de l'activité plastique le long de l'éprouvette (voir figure I.17). De telles sections de comportements organisés alternent avec des comportements plus ou moins désordonnés comme celui indiqué sur la figure VII.11 par un carré. On peut donc en conclure que le matériau Ti étudié manifeste lui aussi une concurrence entre les comportements ondulatoire et intermittent.

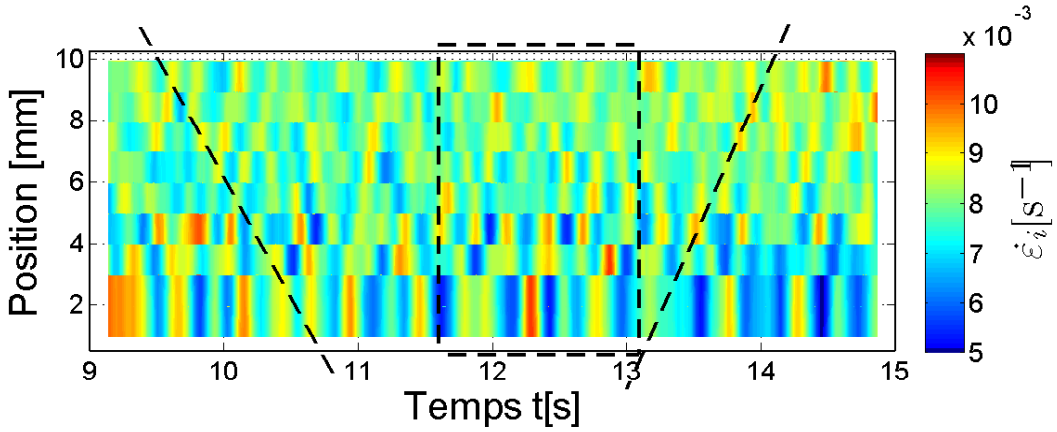


Figure VII.11 – Une amplification de la carte spatiotemporelle de la figure VII.3c sur l'intervalle 9 s − 15 s. Les lignes inclinées montrent un arrangement des tâches révélant une propagation de l'activité plastique le long de l'éprouvette. Le carré montre un exemple de comportement sans ordre ondulatoire évident.

Conclusions et défis pour la future élaboration d'un nouveau modèle

L'utilisation de la technique d'EA a permis, à la fois, de corroborer les tendances générales de l'évolution de l'écrouissage et d'analyser l'intermittence de la plasticité à une échelle plus fine. Ainsi, l'évolution de la fréquence moyenne des coups de l'EA

confirme la présence des trois stades d'écrouissage en condition de traction. L'analyse statistique des amplitudes des événements acoustiques met en évidence une nature avalancheuse des processus de glissement des dislocations. Il faut souligner que l'exposant de la loi puissance diffère en général de la valeur unique trouvée pour des monocristaux de différents matériaux et qui a été reproduite dans quelques modèles génériques [Zaiser, 2006; Groma *et al.*, 2015]. De plus, la valeur de l'exposant varie en fonction du stade d'écrouissage. Il y a très vraisemblablement un rôle important des joints de grains sur la taille des avalanches des dislocations. Cependant leur effet peut ne pas être unique. D'un côté ils peuvent constituer des obstacles aux mouvements de dislocations, d'un autre côté, les concentrations de contrainte sur un joint de grains peuvent initier le glissement dans un grain voisin et promouvoir le développement d'une avalanche de grande taille [Richeton *et al.*, 2005a]. Afin de prédire l'effet des joints de grains sur les avalanches de dislocations, il est nécessaire pour les modèles de prendre en compte les incompatibilités mécaniques spécifiques entre les deux grains que sépare un joint de grains, et dans une certaine mesure, les mécanismes d'interaction entre un joint de grains et le glissement des dislocations (empilement de dislocations, transmission directe ou partielle, absorption, etc.). En outre, ces modèles doivent pouvoir traiter des microstructures suffisamment représentatives. En effet, l'analyse statistique a montré une différence significative des exposants de la loi puissance pour les deux orientations de chargement par rapport à la texture initiale.

Les résultats obtenus par EA ont été corroborés par ceux obtenus par mesures d'extensométrie locale à haute résolution. En même temps, cette méthode a révélé un deuxième aspect de l'hétérogénéité spatiotemporelle de la déformation plastique qui échappe à l'EA, à savoir la dualité des comportements ondulatoire et intermittent. Cet aspect qui apparaît aussi bien dans le cas des monocristaux [Fressengeas *et al.*, 2009; Bougherira, 2011] que des polycristaux (ce mémoire) représente un véritable défi pour les futurs modèles.

Conclusions générales et perspectives

Le principal objectif de cette thèse a été de développer un modèle auto-cohérent capable de prédire l'essentiel des observations expérimentales réalisées sur des échantillons de α-titane de pureté commerciale (T40) déformés en conditions de traction. Ces caractérisations expérimentales (essais de traction uniaxiale, analyses microstructurales, émission acoustique, extensométrie locale à haute résolution) ont été réalisés ensemble avec Amandine Roth [2014] au cours de sa thèse. Les principales conclusions de l'analyse du comportement macroscopique moyen des échantillons de T40 sont résumées ci-dessous :

- Évolution non monotone du taux d'écrouissage en conditions de traction, caractérisée par la présence de 3 stades : chute initiale du taux d'écrouissage au stade A, suivie par une augmentation brusque au stade B et une nouvelle chute au stade C.

- Effet inverse de la vitesse de déformation sur la profondeur du puits à la transition entre les stades A et B : la profondeur du puits augmente avec la vitesse de déformation pour les échantillons déformés suivant la direction transverse (échantillons DT) et diminue pour les échantillons déformés suivant la direction de laminage (échantillons DL).

- Les éprouvettes DL durcissent plus que les éprouvettes DT : quelque soit la déformation de l'essai et la vitesse de déformation appliquée, leur taux d'écrouissage est nettement supérieur.

Les principales conclusions des analyses microstructurales sont énoncées ci-dessous :

- Le maclage est quasi-absent des échantillons DL. Les fractions volumiques de macles sont plus élevées dans les échantillons DT mais restent néanmoins très faibles ($< 5\%$), en particulier au niveau du puits ($< 2\%$).

- Les analyses statistiques des lignes de glissement montrent une prédominance initiale du glissement prismatique, particulièrement prononcée dans les échantillons DL. Une diminution de l'activité relative du glissement prismatique est observée au cours de la déformation des éprouvettes DL et DT. Quand la vitesse de déformation appliquée augmente, l'activité du glissement prismatique augmente dans les échantillons DT et reste stable dans les échantillons DL.

- Au niveau de la texture cristallographique, à la fois pour les échantillons DL et DT, il n'y a pas d'évolution marquée des pôles basaux alors que les pôles prismatiques s'alignent avec l'axe de traction au cours de la déformation.

Les mesures de fraction volumique de macles nous ont amené à considérer que le rôle du maclage n'était pas essentiel pour expliquer le comportement en 3 stades du taux d'écrouissage en traction. Pour cette raison, nous avons essayé de reproduire le comportement particulier de l'écrouissage observé à l'aide d'un modèle basé uniquement sur le mécanisme de glissement des dislocations. L'observation d'un effet inverse de la vitesse de déformation sur le comportement en 3 stades et les analyses des lignes de glissement nous ont eux permis de suggérer une hypothèse fondamentale : une plus faible sensibilité à la vitesse de déformation des systèmes prismatiques comparée aux autres systèmes de glissement. De plus, suivant les travaux de Conrad [1981] et Naka [1983], nous avons également émis l'hypothèse qu'une forte multiplication des dislocations mobiles au début de la déformation plastique pourrait contribuer à expliquer l'évolution en 3 stades du taux d'écrouissage. Enfin, nous avons supposé que cette multiplication des dislocations mobiles était plus rapide sur les systèmes prismatiques que sur les autres systèmes en accord avec le plus fort durcissement observé dans les échantillons DL. Ces différentes hypothèses ont été intégrées dans les lois constitutives de notre modèle, qui utilise un schéma auto-cohérent en élastoviscoplasticité, et est basé sur la méthode des champs translatés avec une linéarisation affine de la loi constitutive viscoplastique telle que récemment développée par Mareau et Berbenni [2015]. De plus, il est à souligner que le modèle a adopté le cadre de l'élasticité anisotrope, qui inclut l'utilisation de modules de cisaillement directionnels dans la relation de Taylor (équation I.5) et a rendu compte d'interactions

plus fortes entre systèmes de glissement colinéaires, en accord avec les résultats de simulation de dynamique des dislocations (Madec *et al.* [2003], Hoc *et al.* [2004], Devincre *et al.* [2005], Devincre *et al.* [2006], Kubin *et al.* [2008], Queyreau *et al.* [2009], Devincre [2013], Bertin *et al.* [2014]). En s'appuyant sur toutes ces hypothèses et ces formulations, le modèle a été capable de (cf. Amouzou *et al.* [2015]) :

- Reproduire qualitativement le comportement en 3 stades du taux d'écrouissage dans les deux types d'échantillons et en particulier, l'effet inverse de la vitesse de la déformation sur la profondeur du puits entre les échantillons DL et DT. Pour les échantillons DT, une prédiction quantitative est même observée. Il en est de même des courbes de traction DT.

- Reproduire le plus fort durcissement des éprouvettes DL tout au long de la déformation.

- Prédire des coefficients de Lankford très proches des valeurs mesurées expérimentalement et relevées dans la littérature.

- Prédire raisonnablement les évolutions des activités relatives des systèmes de glissement, notamment en ce qui concerne le glissement prismatique.

- Prédire correctement l'évolution de la texture, c'est à dire l'alignement des pôles prismatiques avec l'axe de traction au cours de la déformation.

De plus, les simulations ont également permis d'analyser le comportement de l'écrouissage à la lumière de quantités non mesurées expérimentalement, comme la plastification progressive des grains, l'évolution de l'énergie bloquée ou les réponses mécaniques locales des grains. L'ensemble des analyses réalisées a alors permis de révéler deux effets antagonistes de la vitesse de déformation sur l'écrouissage. D'une part, l'augmentation de la vitesse de déformation favorise la sélection du glissement prismatique (facile) parmi les systèmes de glissement disponibles. En conséquence, la contribution du glissement à l'allongement axial de l'échantillon est plus faible, ce qui peut effectivement induire un taux d'écrouissage plus fort. Cet effet a été supposé prédominant dans les échantillons DL. D'autre part, la production des dislocations

mobiles augmente avec la vitesse de déformation et, par conséquent, accroît la profondeur du puits à la fin du stade A. Cet effet a été supposé prédominant dans les échantillons DT.

Afin d'approfondir cette étude, nous avons également cherché à comprendre l'hétérogénéité de déformation du α-titane commercialement pur à une échelle mésoscopique, intermédiaire entre l'échelle macroscopique et l'échelle d'une dislocation isolé. Pour cela, nous avons couplé les mesures d'émission acoustique et d'extensométrie locale à haute résolution lors de nos essais de traction. Les premières analyses de ces essais nous ont permis de débuter une caractérisation des caractères intermittent et ondulatoire de la déformation plastique dans nos échantillons.

Perspectives

Plusieurs pistes peuvent être énoncées afin d'approfondir l'étude de l'anisotropie et de l'hétérogénéité de la déformation plastique du titane T40.

Les résultats de modélisation obtenus pourraient s'utiliser dans un contexte plus large concernant la simulation de la plasticité du Ti ou, plus généralement, des matériaux hexagonaux. Des progrès supplémentaires pourraient provenir de la prise en compte du maclage en plus du glissement des dislocations, ce qui devrait permettre l'application du modèle à d'autres modes de chargement. Avoir accès à des estimations plus précises des coefficients d'interaction dans le α-titane aiderait aussi à améliorer la capacité prédictive du modèle. Il serait également important de voir l'effet de la distribution de taille de grains sur les résultats actuels en tenant compte d'un effet de taille de grains dans le calcul des cissions critiques (équation I.5) et/ou dans le calcul du libre parcours moyen des dislocations (équation IV.18), comme cela a été étudié théoriquement par Berbenni *et al.* [2007] et déjà appliqué dans le titane par Fromm *et al.* [2009] et dans les aciers par Nicaise *et al.* [2011]. Dans une perspective d'intéresser des partenaires industriels, il serait sans doute utile de développer le schéma auto-cohérent actuel dans un cadre de grandes déformations et d'y incorporer un critère de perte de ductilité, par exemple dans le but de pouvoir

prédire des courbes limite de formage.

En outre, l'étude initiée des caractères intermittent et ondulatoire de la déformation plastique du α-titane pourra être approfondie en appliquant de nouvelles techniques d'analyse des données comme l'analyse multifractale, l'analyse par récurrence ou l'analyse par ondelette. Enfin, une partie plus ardue pourrait être la théorisation de ces caractères en équations mathématiques en vue de les intégrer à des modèles à champs complets basés sur des résolutions Éléments Finis (EF) ou par Transformation de Fourier Rapide (TFR). Cela devrait permettre d'améliorer les capacités prédictives des modèles numériques à des échelles inférieures au comportement macroscopique moyen.

ANNEXES

A

Modèle auto-cohérent affine en élastoviscoplasticité et validation de l'implémentation numérique

Dans cette annexe, on réécrit l'approximation auto-cohérente du chapitre V en négligeant la contribution de l'expansion thermique afin de simuler le comportement d'un matériau élastoviscoplastique. Nous donnons les expressions du tenseur des complaisances viscoplastiques tangents $\boldsymbol{m_t}$ et du tenseur des vitesses de déformation auxiliaire $\dot{\boldsymbol{\eta}}$ qui correspondent aux lois constitutives introduites dans le chapitre IV. On montre ensuite qu'en négligeant la vitesse de déformation auxiliaire $\dot{\boldsymbol{\eta}}$, la formulation affine se réduit à une formulation sécante. Enfin, nous validons l'implémentation numérique du code affine à champs translatés réalisée au cours de cette thèse, en comparant les résultats de notre modèle avec ceux du modèle héréditaire de Masson et Zaoui [1999]. En effet, Masson et Zaoui [1999] avaient initialement comparé leur formulation avec les approches classiques de Taylor [1938] et de Kröner-Weng [1961; 1981a] en considérant un polycristal *cfc* et des lois constitutives simplifiées. Récemment, à partir du même exemple, Mareau et Berbenni [2015] ont montré que la formulation affine à champs translatés donnait quasiment les mêmes résultats que la formulation affine héréditaire de Masson et Zaoui [1999], excepté dans le régime transitoire où de très légères différences

pouvaient être constatées. À notre tour, nous comparons les résultats donnés par le modèle affine à champs translatés implémenté au cours de cette thèse aux modèles de Masson et Zaoui [1999], de Taylor [1938] et de Kröner-Weng [1961; 1981a]. Une comparaison avec la formulation sécante, cas particulier déduit de la formulation affine (voir la sous-section A.1.2), est également présentée.

Mini-sommaire

A.1 Cas particulier d'un comportement élastoviscoplastique . . . **206**

A.1.1 Schéma auto-cohérent affine 206

A.1.2 Schéma auto-cohérent sécant 207

A.2 Validation de l'implémentation numérique **208**

A.2.1 Hypothèses utilisées pour la comparaison des différentes approches 208

A.2.2 Réponses macroscopiques données par les différentes approches 209

A.2.3 Conclusion 210

A.1 Cas particulier d'un comportement élastoviscoplastique

A.1.1 Schéma auto-cohérent affine

Considérons le volume précédent $\mathcal{V}$ comme un milieu hétérogène de comportement élastoviscoplastique. Les équations de champs associées au problème s'écrivent en tout point x du milieu et à chaque instant t :

$$\begin{cases} \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}(x,t) = \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_{\boldsymbol{e}}(x,t) + \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_{\boldsymbol{vp}}(x,t) & \text{Comportement Élastoviscoplastique} \quad (A.1) \\ \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_{\boldsymbol{e}}(x,t) = \boldsymbol{s}(x,t) : \dot{\boldsymbol{\sigma}}(x,t) & \text{Taux de déformation élastique} \quad (A.2) \\ \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_{\boldsymbol{vp}}(x,t) = \boldsymbol{m_t}(x,t) : \boldsymbol{\sigma}(x,t) + \dot{\boldsymbol{\eta}}(x,t) & \text{Taux de déformation viscoplastique} \quad (A.3) \\ \operatorname{div} \dot{\boldsymbol{\sigma}}(x,t) = \boldsymbol{0} & \text{Équilibre des contraintes en vitesse} \quad (A.4) \\ \operatorname{div} \boldsymbol{\sigma}(x,t) = \boldsymbol{0} & \text{Équilibre des contraintes} \quad (A.5) \\ \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}(x,t) = \bigtriangledown^{\mathrm{s}} \dot{u}(x,t) & \text{Condition de compatibilité cinématique} \quad (A.6) \\ \dot{u}(x,t) = \dot{\boldsymbol{E}}(t) \cdot x \quad \text{sur} \quad \partial\mathcal{V} & \text{Conditions aux limites} \quad (A.7) \end{cases}$$

La vitesse de déformation $\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}$, solution du problème hétérogène élastoviscoplastique se déduit de l'expression (Eq. V.112) en négligeant les termes d'origine thermique :

$$\begin{aligned} \dot{\boldsymbol{\varepsilon}} =& \boldsymbol{A}^{C^e} : \dot{\boldsymbol{E}} + \boldsymbol{A}^{C^e} : \boldsymbol{\Gamma}_l^{B_t^e} : (\boldsymbol{b_t} : \dot{\boldsymbol{\eta}} - \boldsymbol{B}_t^e : \dot{\boldsymbol{N}}^e) \\ &+ \boldsymbol{A}^{C^e} : \boldsymbol{\Gamma}_l^{C^e} : (\boldsymbol{\delta c} : \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_{\boldsymbol{vp}} + \boldsymbol{c} : \boldsymbol{A}^{C^e} : (< \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_{\boldsymbol{vp}} > - \dot{\boldsymbol{E}}_{\boldsymbol{vp}}^e)) \\ &- \boldsymbol{A}^{C^e} : \boldsymbol{\Gamma}_l^{B_t^e} : (\boldsymbol{\delta b_t} : \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_{\boldsymbol{vp}} - \boldsymbol{b_t} : \boldsymbol{A}^{B_t^e} : (\boldsymbol{M}_t^e : \boldsymbol{\Sigma} + \dot{\boldsymbol{N}}^e - < \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_{\boldsymbol{vp}} >)) \qquad (A.8) \\ &+ \boldsymbol{A}^{C^e} : (\boldsymbol{\Gamma}_l^{C^e} : \boldsymbol{C}^e - \boldsymbol{\Gamma}_l^{B_t^e} : \boldsymbol{B}_t^e) : (\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_{\boldsymbol{vp}} - \boldsymbol{A}^{B_t^e} :< \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_{\boldsymbol{vp}} >) \\ &- \boldsymbol{A}^{C^e} : (\boldsymbol{\Gamma}_l^{C^e} : \boldsymbol{C}^e - \boldsymbol{\Gamma}_l^{B_t^e} : \boldsymbol{B}_t^e) : (\boldsymbol{A}^{B_t^e} : \boldsymbol{\Gamma}_l^{B_t^e} : (\boldsymbol{b_t} : \dot{\boldsymbol{\eta}} - \boldsymbol{B}_t^e : \dot{\boldsymbol{N}}^e)) \end{aligned}$$

ainsi que le taux de contrainte $\dot{\boldsymbol{\sigma}}$:

$$\begin{aligned} \dot{\boldsymbol{\sigma}} =& \boldsymbol{c} : \boldsymbol{A}^{C^e} : (\boldsymbol{S}^e : \dot{\boldsymbol{\Sigma}} + \dot{\boldsymbol{E}}_{\boldsymbol{vp}}^e) - \boldsymbol{c} : \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_{\boldsymbol{vp}} + \boldsymbol{c} : \boldsymbol{A}^{C^e} : \boldsymbol{\Gamma}_l^{B_t^e} : (\boldsymbol{b_t} : \dot{\boldsymbol{\eta}} - \boldsymbol{B}_t^e : \dot{\boldsymbol{N}}^e) \\ &+ \boldsymbol{c} : \boldsymbol{A}^{C^e} : \boldsymbol{\Gamma}_l^{C^e} : (\boldsymbol{\delta c} : \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_{\boldsymbol{vp}} + \boldsymbol{c} : \boldsymbol{A}^{C^e} : (< \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_{\boldsymbol{vp}} > - \dot{\boldsymbol{E}}_{\boldsymbol{vp}}^e)) \\ &- \boldsymbol{c} : \boldsymbol{A}^{C^e} : \boldsymbol{\Gamma}_l^{B_t^e} : (\boldsymbol{\delta b_t} : \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_{\boldsymbol{vp}} - \boldsymbol{b_t} : \boldsymbol{A}^{B_t^e} : (\boldsymbol{M}_t^e : \boldsymbol{\Sigma} + \dot{\boldsymbol{N}}^e - < \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_{\boldsymbol{vp}} >)) \qquad (A.9) \\ &+ \boldsymbol{c} : \boldsymbol{A}^{C^e} : (\boldsymbol{\Gamma}_l^{C^e} : \boldsymbol{C}^e - \boldsymbol{\Gamma}_l^{B_t^e} : \boldsymbol{B}_t^e) : (\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_{\boldsymbol{vp}} - \boldsymbol{A}^{B_t^e} :< \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_{\boldsymbol{vp}} >) \\ &- \boldsymbol{c} : \boldsymbol{A}^{C^e} : (\boldsymbol{\Gamma}_l^{C^e} : \boldsymbol{C}^e - \boldsymbol{\Gamma}_l^{B_t^e} : \boldsymbol{B}_t^e) : (\boldsymbol{A}^{B_t^e} : \boldsymbol{\Gamma}_l^{B_t^e} : (\boldsymbol{b_t} : \dot{\boldsymbol{\eta}} - \boldsymbol{B}_t^e : \dot{\boldsymbol{N}}^e)) \end{aligned}$$

Expressions des tenseurs $\boldsymbol{m_t}$ et $\dot{\boldsymbol{\eta}}$

D'après l'équation V.10, le module viscoplastique tangent $m_{t_{ijkl}}$ s'obtient par dérivation de l'équation IV.14 :

$$m_{t_{ijkl}} = \sum_s n^{(s)} \rho_m^{(s)} b^{(s)} v_0^{(s)} \frac{\left|\tau^{(s)}\right|^{n^{(s)}-1}}{\left|\tau_c^{(s)}\right|^{n^{(s)}}} R_{ij}^{(s)} R_{kl}^{(s)} \tag{A.10}$$

Puis, on en déduit la vitesse de déformation auxiliaire $\dot{\eta}_{ij} = \dot{\varepsilon}_{ij}^{vp} - m_{t_{ijkl}} \sigma_{kl}$:

$$\dot{\eta}_{ij} = \sum_s \left(1 - n^{(s)}\right) \rho_m^{(s)} b^{(s)} v_0^{(s)} \left|\frac{\tau^{(s)}}{\tau_c^{(s)}}\right|^{n^{(s)}} \text{sgn}\ (\tau^{(s)}) R_{ij}^{(s)} \tag{A.11}$$

A.1.2 Schéma auto-cohérent sécant

On considère le problème hétérogène élastoviscoplastique précédent avec la vitesse de déformation auxiliaire $\dot{\boldsymbol{\eta}}$ nulle. La vitesse de déformation viscoplastique s'écrit alors :

$$\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_{\boldsymbol{vp}}(x,t) = \boldsymbol{m_s}(x,t) : \boldsymbol{\sigma}(x,t) \tag{A.12}$$

où $\boldsymbol{m_s}$ représente le tenseur des complaisances viscoplastiques sécants. En négligeant $\dot{\boldsymbol{\eta}}$ dans le schéma auto-cohérent affine, on retrouve un schéma auto-cohérent sécant. Les solutions de ce problème hétérogène, en vitesse de déformation $\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}$, taux de contrainte $\dot{\boldsymbol{\sigma}}$ et vitesse de déformation viscoplastique effective $\dot{\boldsymbol{E}}_{\boldsymbol{vp}}^{\boldsymbol{e}}$, se déduisent alors facilement des équations A.8, A.9 et V.114 :

$$\begin{aligned}
\dot{\boldsymbol{\varepsilon}} =& \boldsymbol{A}^{C^e} : \dot{\boldsymbol{E}} + \boldsymbol{A}^{C^e} : \boldsymbol{\Gamma}_l^{C^e} : (\boldsymbol{\delta c} : \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_{\boldsymbol{vp}} + \boldsymbol{c} : \boldsymbol{A}^{C^e} : (< \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_{\boldsymbol{vp}} > - \dot{\boldsymbol{E}}_{\boldsymbol{vp}}^{\boldsymbol{e}})) \\
&- \boldsymbol{A}^{C^e} : \boldsymbol{\Gamma}_l^{B_s^e} : (\boldsymbol{\delta b_s} : \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_{\boldsymbol{vp}} - \boldsymbol{b_s} : \boldsymbol{A}^{B_s^e} : (\boldsymbol{M_s^e} : \boldsymbol{\Sigma} - < \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_{\boldsymbol{vp}} >)) \\
&+ \boldsymbol{A}^{C^e} : (\boldsymbol{\Gamma}_l^{C^e} : \boldsymbol{C^e} - \boldsymbol{\Gamma}_l^{B_s^e} : \boldsymbol{B_s^e}) : (\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_{\boldsymbol{vp}} - \boldsymbol{A}^{B_s^e} :< \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_{\boldsymbol{vp}} >)
\end{aligned} \tag{A.13}$$

$$\begin{aligned}
\dot{\boldsymbol{\sigma}} =& \boldsymbol{c} : \boldsymbol{A}^{C^e} : (\boldsymbol{S^e} : \dot{\boldsymbol{\Sigma}} + \dot{\boldsymbol{E}}_{\boldsymbol{vp}}^{\boldsymbol{e}}) - \boldsymbol{c} : \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_{\boldsymbol{vp}} \\
&+ \boldsymbol{c} : \boldsymbol{A}^{C^e} : \boldsymbol{\Gamma}_l^{C^e} : (\boldsymbol{\delta c} : \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_{\boldsymbol{vp}} + \boldsymbol{c} : \boldsymbol{A}^{C^e} : (< \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_{\boldsymbol{vp}} > - \dot{\boldsymbol{E}}_{\boldsymbol{vp}}^{\boldsymbol{e}})) \\
&- \boldsymbol{c} : \boldsymbol{A}^{C^e} : \boldsymbol{\Gamma}_l^{B_s^e} : (\boldsymbol{\delta b_s} : \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_{\boldsymbol{vp}} - \boldsymbol{b_s} : \boldsymbol{A}^{B_s^e} : (\boldsymbol{M_s^e} : \boldsymbol{\Sigma} - < \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_{\boldsymbol{vp}} >)) \\
&+ \boldsymbol{c} : \boldsymbol{A}^{C^e} : (\boldsymbol{\Gamma}_l^{C^e} : \boldsymbol{C^e} - \boldsymbol{\Gamma}_l^{B_s^e} : \boldsymbol{B_s^e}) : (\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_{\boldsymbol{vp}} - \boldsymbol{A}^{B_s^e} :< \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_{\boldsymbol{vp}} >)
\end{aligned} \tag{A.14}$$

$$\begin{aligned}\dot{\boldsymbol{E}}^e_{vp} =& \boldsymbol{Z} :< \boldsymbol{c} : \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_{vp} > - \boldsymbol{Z} :< \boldsymbol{c} : \boldsymbol{A}^{C^e} : \boldsymbol{\Gamma}^{C^e}_l : (\boldsymbol{\delta c} : \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_{vp} + \boldsymbol{c} : \boldsymbol{A}^{C^e} :< \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_{vp} >) > \\ &+ \boldsymbol{Z} :< \boldsymbol{c} : \boldsymbol{A}^{C^e} : \boldsymbol{\Gamma}^{B^e_s}_l : (\boldsymbol{\delta b_s} : \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_{vp} - \boldsymbol{b_s} : \boldsymbol{A}^{B^e_s} : (\boldsymbol{M}^e_s : \boldsymbol{\Sigma} - < \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_{vp} >)) > \\ &- \boldsymbol{Z} :< \boldsymbol{c} : \boldsymbol{A}^{C^e} : (\boldsymbol{\Gamma}^{C^e}_l : \boldsymbol{C}^e - \boldsymbol{\Gamma}^{B^e_s}_l : \boldsymbol{B}^e_s) : (\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_{vp} - \boldsymbol{A}^{B^e_s} :< \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_{vp} >) >\end{aligned} \tag{A.15}$$

Expression du tenseur $\boldsymbol{m_s}$

D'après les équations V.10 et A.12, le module viscoplastique sécant $m_{s_{ijkl}}$ s'écrit :

$$m_{s_{ijkl}} = \sum_s \rho^{(s)}_m b^{(s)} v^{(s)}_0 \frac{\left|\boldsymbol{\tau}^{(s)}\right|^{n^{(s)}-1}}{\left|\boldsymbol{\tau}^{(s)}_c\right|^{n^{(s)}}} R^{(s)}_{ij} R^{(s)}_{kl} \tag{A.16}$$

A.2 Validation de l'implémentation numérique

A.2.1 Hypothèses utilisées pour la comparaison des différentes approches

Le polycristal *cfc* étudié par Masson et Zaoui [1999] contient 2016 grains de même fraction volumique. Tous les grains sont supposés de forme sphérique et de comportement élastoviscoplastique. L'élasticité de chaque grain est supposée isotrope. Le tenseur des modules élastiques $\boldsymbol{C}$ ne dépend donc que de 2 coefficients indépendants : Y le module de Young ($Y = 200\,\text{GPa}$) et ν le coefficient de Poisson ($\nu = 0{,}3$). La déformation viscoplastique est supposée s'opérer uniquement par glissement des dislocations sur les 12 systèmes de glissement $\{111\}\frac{1}{2}\langle 110\rangle$ typiquement observés dans les matériaux *cfc*.

Afin de réduire nos équations à l'échelle du grain du chapitre IV aux lois constitutives utilisées par Masson et Zaoui [1999, voir sect. 4], il suffit de considérer les mêmes valeurs de paramètres ainsi que les hypothèses simplificatrices suivantes :

✘ Nous supposons que la densité de dislocation mobile est constante au cours de

la déformation. La relation d'Orowan (Eq. IV.12) devient alors :

$$\begin{aligned} \dot{\gamma}^{(s)} =& \rho_{m,0} b v^{(s)} \\ \text{avec} \quad & \rho_{m,0} = 10^8\,\mathrm{m}^{-2}, \forall \text{ l'intant } t \\ & b = 2{,}5 \times 10^{-10}\,\mathrm{m} \\ & v_0 = 4 \times 10^{-2}\,\mathrm{m}\cdot\mathrm{s}^{-1} \end{aligned} \tag{A.17}$$

et l'équation (Eq. IV.13) devient :

$$\begin{aligned} v^{(s)} =& v_0 \left| \frac{\tau^{(s)}}{\tau_c^{(s)}} \right|^n \mathrm{sgn}\,(\tau^{(s)}) \\ \text{avec} \quad & n = 5 \end{aligned} \tag{A.18}$$

pour tout système de glissement (s).

✘ La cission critique est supposée constante durant toute la déformation (aucun écrouissage). L'équation (Eq. I.5) devient simplement :

$$\tau_c^{(s)} = \tau_0^{(s)} = 200\,\mathrm{MPa} \tag{A.19}$$

Nous avons ainsi réduit nos équations à l'échelle du grain aux équations utilisées par Masson et Zaoui [1999, voir sect. 4] pour tester leur modèle héréditaire.

A.2.2 Réponses macroscopiques données par les différentes approches

Nous comparons l'approche de Masson et Zaoui [1999] utilisant la transformée inverse de Laplace-Carson aux formulations affine et sécante à champs translatés utilisées dans cette thèse. Nous reportons également les réponses des modèles de Taylor [1938] et de Kröner-Weng [1961; 1981a] résolus à l'aide de la méthode Runge-Kutta d'ordre 4 par Masson et Zaoui. Les différentes prédictions de la réponse du polycristal *cfc* sous condition de traction uniaxiale sont présentées sur la figureé A.1.

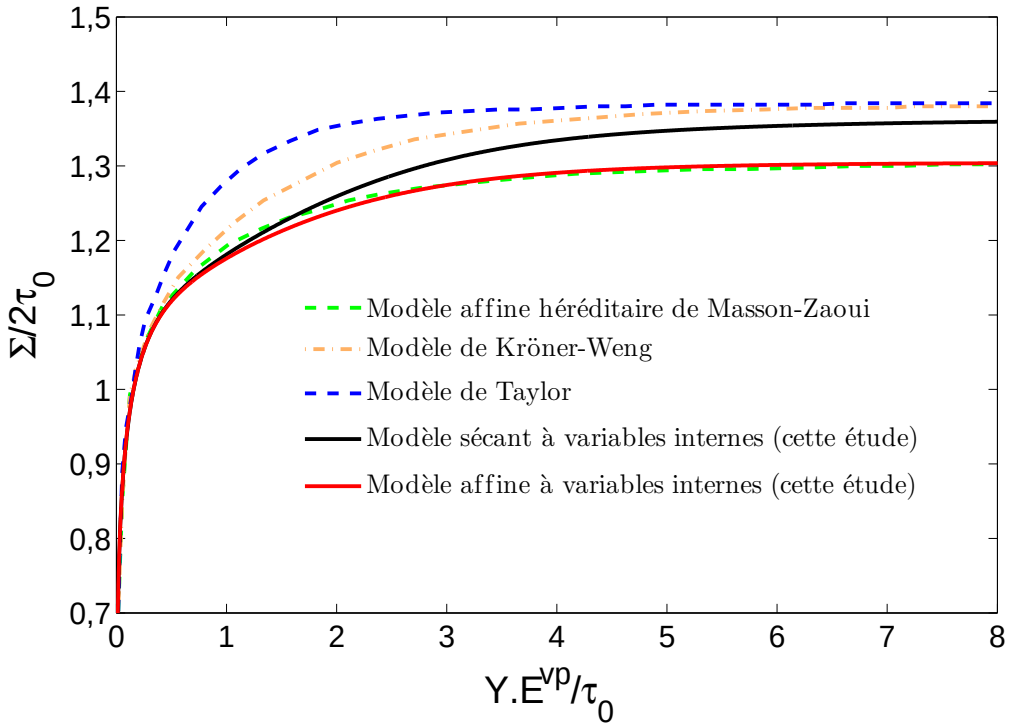


Figure A.1 – Courbes contrainte-déformation plastique normalisées pour un polycristal *cfc* simulées à partir des modèles de Taylor [1938], de Kröner-Weng [1961; 1981a], du modèle affine héréditaire de Masson et Zaoui [1999], ainsi que de nos modèles affine et sécant à variables internes.

A.2.3 Conclusion

La figure A.1 montre que les prédictions des différentes formulations sont les mêmes jusqu'au début de la transition élastoplastique. Au delà, nous remarquons un écart important entre les formulations classiques de Taylor [1938] et de Kröner-Weng [1961; 1981a], la formulation sécante à variables internes et les formulations affines. Ces dernières fournissent la réponse la moins raide de toutes. Comme rapporté par Mareau et Berbenni [2015], la formulation affine à champs translatés donne quasiment les mêmes résultats que la formulation affine héréditaire de Masson et Zaoui [1999], excepté dans la zone de transition élastoplastique où de très légères différences peuvent être constatées. Dans cette zone, le modèle héréditaire est légèrement au-dessus du modèle affine. Le fait que nous retrouvions le même résultat

que Mareau et Berbenni [2015] valide *a priori* l'implémentation numérique du code affine à champs translatés réalisée au cours de cette thèse.

B

Modélisation de type Kocks-Mecking du comportement viscoplastique du α-Ti

Le modèle viscoplastique détaillé dans cette annexe est la première approche qui a été utilisée pour reproduire nos résultats expérimentaux. Le choix d'une approche de type Kocks-Mecking [Mecking et Kocks, 1981] permet d'avoir une première allure du comportement mécanique du CP Ti grâce à une modélisation scalaire du comportement macroscopique (pas de transition d'échelles). Ce modèle simplifié reproduit le stade C mais, par construction, est incapable de représenter les stades A et B du taux d'écrouissage. Cette insuffisance a conduit à utiliser le modèle auto-cohérent affine à variables internes.

Mini-sommaire

B.1 Hypothèses du modèle viscoplastique **214**

B.2 Equations du modèle simplifié **214**

B.2.1 Lois empiriques du comportement viscoplastique . . . 214

B.2.2 Evolution de la densité de dislocations 216

B.3 Résolution des équations du modèle simplifié **217**

B.3.1 Déformation équivalente et densité de dislocations . . 217

B.3.2 Solveur ode45 de Matlab 218

B.3.3 Contrainte équivalente et taux d'écrouissage 218

B.4 Résultats du modèle simplifié **219**

B.4.1 Jusfications du choix des paramètres du modèle . . . 219

B.4.2 Comparaison du modèle simplifié avec l'expérimental 220

Conclusion **224**

B.1 Hypothèses du modèle viscoplastique

Le modèle proposé se base sur l'approche scalaire développée par Kocks et Mecking [Mecking et Kocks, 1981] qui considère une seule variable interne gouvernant la plasticité, la densité de dislocation ρ. Comme dans notre modèle polycristallin, le seul mécanisme de déformation considéré est donc le glissement des dislocations. En revanche, dans cette annexe, on ne fait pas de distinction entre la densité de dislocations de forêt et la densité de dislocations mobiles, la densité mobile étant supposée négligeable par rapport à la densité de forêt et est implicitement considérée constante au travers du taux de déformation viscoplastique de référence (voir équation B.1).

Dans l'approche de Kocks et Mecking [Mecking et Kocks, 1981], les contraintes et déformations équivalentes sont considérées au sens de Von Mises [1928], ce qui implique de suposer que le matériau est isotrope plastiquement. Cette hypothèse est raisonnable dans le cas des matériaux cubiques à faces centrées qui possèdent un grand nombre de systèmes de glissement actifs et pour lesquels l'approche de Kocks et Mecking a été initialement développée. Elle est cependant mal adaptée à la forte anisotropie du glissement caractéristique des matériaux hexagonaux [Dunlop *et al.*, 2007], comme le α-Ti. De plus, dans cette approche scalaire, l'effet des incompatibilités de déformation plastique entre grains sur l'évolution de la contrainte macroscopique est négligé. Enfin, le modèle suppose que la vitesse de déformation plastique est constante alors qu'en réalité elle évolue au cours de nos essais (vitesse de déplacement de la traverse constante, voir chapitre II).

B.2 Equations du modèle simplifié

B.2.1 Lois empiriques du comportement viscoplastique

Sous l'action d'une contrainte, une dislocation de forêt peut se mettre en mouvement. Au cours de son mouvement, elle peut rencontrer une barrière d'énergie l'obligeant soit à arrêter sa course (elle redevient immobile) ou soit à la franchir. À basse température ($T < 0{,}2T_f$, T_f température de fusion) et à petite vitesse de

déformation, la contrainte appliquée au matériau peut ne pas apporter suffisamment d'énergie mécanique pour le franchissement d'une barrière. Dans ces conditions, les fluctuations thermiques s'ajoutent à l'énergie mécanique pour permettre à la dislocation de franchir la barrière. Pour exprimer la contribution de ces fluctuations, Mecking et Kocks [1981] décrivent le taux de déformation viscoplastique équivalent $\dot{\bar{\varepsilon}}$ sous forme d'une équation d'**Arrhenius** (Wikipedia [2015]) :

$$\dot{\bar{\varepsilon}} = \dot{\bar{\varepsilon}}_0 \exp\left[-\frac{\Delta G(\sigma)}{kT} \right] \tag{B.1}$$

où :

$\dot{\bar{\varepsilon}}_0$	taux de déformation viscoplastique de référence,
$\Delta G(\sigma)$	énergie d'activation ou enthalpie libre,
k	constante de **Boltzman**,
T	température.

On utilise la forme réduite de cette loi exponentielle, obtenue par développement limité de l'équation (B.1) à l'ordre 1 [Kocks, 1976] :

$$\boxed{\bar{\sigma}/\widehat{\sigma} = (\dot{\bar{\varepsilon}}/\dot{\bar{\varepsilon}}_0)^{1/m}} \tag{B.2}$$

avec :

$\bar{\sigma}$	contrainte équivalente [MPa],
$\widehat{\sigma}$	contrainte d'écoulement viscoplastique [MPa],
$1/m$	sensibilité à la vitesse de déformation [adim].

Pour décrire la contrainte d'écoulement viscoplastique $\widehat{\sigma}$, Kocks et Mecking utilisent la loi empirique de Taylor [1938] reliant la contrainte d'écoulement à la densité de dislocation moyenne ρ stockée :

$$\boxed{\widehat{\sigma} = M\left(\tau_0 + \alpha\mu b\sqrt{\rho}\right)} \tag{B.3}$$

avec :

M	facteur de Taylor [adim],
	caractérisant en moyenne les effets de texture et les interactions entre grains,
τ_0	la contrainte de friction de réseau [MPa],
α	paramètre matériau [adim],
	caractérisant en moyenne les interactions entre systèmes de glissement,
μ	module de cisaillement isotrope [MPa],
b	module du vecteur de Burgers [m].

On note que la contrainte de friction τ_0 est dépendante de la composition chimique du matériau et de la température. Il reste à exprimer l'évolution de la densité de dislocation de forêt au cours de la déformation plastique.

B.2.2 Evolution de la densité de dislocations

Pour décrire l'évolution $d\rho/d\dot{\bar{\varepsilon}}$ de la densité de dislocation forêt (moyenne) au cours de la déformation, Kocks et Mecking supposent que cette évolution fait intervenir deux effets concurrents :

- le stockage $d\rho_{\mathrm{s}}/d\bar{\varepsilon}$,
- la restauration dynamique $d\rho_{\mathrm{r}}/d\bar{\varepsilon}$,

$$\frac{d\rho}{d\dot{\bar{\varepsilon}}} = \frac{d\rho_{\mathrm{s}}}{d\dot{\bar{\varepsilon}}} + \frac{d\rho_{\mathrm{r}}}{d\dot{\bar{\varepsilon}}} \tag{B.4}$$

En supposant les dislocations de la forêt et les joints de grain comme les seuls obstacles au mouvement des dislocations, le libre parcours moyen L, c'est-à-dire la distance parcourue en moyenne par une dislocation avant d'être stockée, peut s'écrire :

$$L = \frac{1}{b(k + k_1\sqrt{\rho})} \tag{B.5}$$

où

$L_f = \dfrac{1}{bk_1\sqrt{\rho}}$ libre parcours moyen sans l'effet des joints de grain [Kuhlmann-Wilsdorf, 1985],

k_1 effet des dislocations de la forêt [adim],

k effet des joints de grain [adim].

Le terme $d\rho_s/d\bar{\varepsilon}$ de stockage des dislocations s'écrit alors comme :

$$\frac{d\rho_s}{d\bar{\varepsilon}} = \frac{M}{bL} = M(k + k_1\sqrt{\rho}) \tag{B.6}$$

Le stockage des dislocations est un phénomène athermique qui entraîne un durcissement athermique, à la différence de la restauration dynamique. Cette dernière conduit à un adoucissement de la réponse viscoplastique du matériau qui provient de l'annihilation des dislocations (particulièrement prononcée au dernier stade de la déformation plastique) :

$$\frac{d\rho_r}{d\bar{\varepsilon}} = -Mk_2\rho \tag{B.7}$$

où $k_2 = k_{20}(\dot{\bar{\varepsilon}}/\dot{\bar{\varepsilon}}_0^*)^{-1/n}$ suit un processus thermiquement activé, et est proportionel à la distance minimale qu'il peut y avoir entre deux dislocations avant que celles-ci s'attirent et s'annihilent.

Avec :

k_{20} et n constantes [adim],

$\dot{\bar{\varepsilon}}_0^*$ taux de déformation normalisé [s^{-1}].

L'évolution de la densité de dislocation forêt moyenne ρ s'écrit donc :

$$\boxed{\frac{d\rho}{d\bar{\varepsilon}} = M(k + k_1\sqrt{\rho} - k_2\rho)} \tag{B.8}$$

B.3 Résolution des équations du modèle simplifié

B.3.1 Déformation équivalente et densité de dislocations

Rappelons l'hypothèse de vitesse de déformation constante faite dans la section (B.1)

$$\dot{\bar{\varepsilon}} = \mathrm{C}^{te} \tag{B.9}$$

Des équations (B.8-B.9), on obtient un système d'équations différentielles du premier ordre avec une condition intiale :

$$y' = f(t,y), \quad y(t_0) = y_0 \tag{B.10}$$

où :

$$y = (\bar{\varepsilon}, \rho)$$
$$y_0 = (\bar{\varepsilon}(t_0), \rho(t_0))$$

B.3.2 Solveur ode45 de Matlab

Pour résoudre le système d'équations (B.10), on a utilisé le solveur **ode45 de Matlab** basé sur la méthode explicite de Runge et Kutta [1901] définie par :

$$y_{n+1} = y_n + hf(t,y_n) \tag{B.11}$$

où

h est le pas d'itération

Le choix du pas d'itération est délicat et peut entrainer une erreur assez élevée. Ce solveur propose un pas d'itération variable au cours de l'itération en respectant une tolérance d'erreur relative de 10^{-3} et une tolérance d'erreur absolue de 10^{-6}, ce qui permet d'avoir une bonne approximation $(\bar{\varepsilon}, \rho)$ de la solution.

B.3.3 Contrainte équivalente et taux d'écrouissage

La contrainte équivalente se déduit de l'équation cinétique (B.2) et de la relation de Taylor (B.3) :

$$\boxed{\bar{\sigma} = (\dot{\bar{\varepsilon}}/\dot{\bar{\varepsilon}}_0)^{1/m} M\,(\tau_0 + \alpha\mu b\sqrt{\rho})} \tag{B.12}$$

Le taux d'écrouissage Θ, pente de la courbe $\bar{\sigma} - \bar{\varepsilon}$, peut donc s'écrire :

$$\Theta = \frac{d\bar{\sigma}}{d\bar{\varepsilon}} = \frac{d\bar{\sigma}}{d\rho}\frac{d\rho}{d\bar{\varepsilon}} \tag{B.13}$$

soit :

$$\Theta = \frac{M^2\alpha\mu b}{2}\left(\frac{k}{\sqrt{\rho}} + k_1 - k_2\sqrt{\rho}\right)(\dot{\bar{\varepsilon}}/\dot{\bar{\varepsilon}}_0)^{1/m} \tag{B.14}$$

Lorsque la déformation plastique augmente, la densité de dislocation augmente, et on remarque que le taux d'écrouissage décroît alors de manière monotone.

B.4 Résultats du modèle simplifié

B.4.1 Jusfications du choix des paramètres du modèle

Tableau B.1 – Les paramètres du modèle simplifié

Nomenclature	Définition	Valeur pour DT	Valeur pour DL	Justifications
k	Effet des joints de grain	$1{,}17 \times 10^{15}$	$1{,}17 \times 10^{15}$	Ajusté
k_1	Effet de la forêt	$10^7 \mathrm{m}^{-1}$	$10^8 \mathrm{m}^{-1}$	Ajusté
τ_0	Contrainte de friction de réseau	100 MPa	98MPa	Ajusté
m	Sensibilité à la vitesse	33	40	Expérience
M	Facteur de taylor moyen	3,20	3,02	Ajusté
b	Module du vecteur de burgers	$2{,}95 \times 10^{-10}\mathrm{m}$	$2{,}95 \times 10^{-10}\mathrm{m}$	Nemat-Nasser *et al.* [1999]
μ	Module de cisaillement	42250MPa	42250MPa	Hearmon [1979]
α	Constante matériau	0,3	0,3	Dunlop *et al.* [2007]
$\dot{\bar{\varepsilon}}_0$	Taux de déformation de référence	$1 \times 10^{-5}\mathrm{s}^{-1}$	$1 \times 10^{-5}\mathrm{s}^{-1}$	Dunlop *et al.* [2007]
ρ_o	Densité de dislocation initiale	$9{,}34 \times 10^{12}\mathrm{m}^{-2}$	$9{,}34 \times 10^{12}\mathrm{m}^{-2}$	Ajusté
$\dot{\bar{\varepsilon}}_0^*$	Taux de déformation normalisé	$1 \times 10^{-5}\mathrm{s}^{-1}$	$1 \times 10^{-5}\mathrm{s}^{-1}$	Dunlop *et al.* [2007]
k_{20}	Constante d'annihilation	8,9	8,9	Ajusté
n	Constante matériau	50	50	Ajusté

Le tableau B.1 liste les 13 paramètres utilisés pour approcher les résultats de ce modèle simplifié avec nos données expérimentales. Les ordres de grandeurs de ces paramètres sont choisis en prenant en compte leur signification physique. On justifie ci-dessous le choix de ces paramètres.

☛ **Effets k des joints de grain et k_1 des dislocations de la forêt**

Il est raisonnable de supposer que la distance moyenne L parcourue par une dislocation est inférieure à la taille moyenne $d = 9\,\mu\mathrm{m}$ des grains :

$$\frac{1}{b(k + k_1\sqrt{\rho})} < d = 9 \times 10^{-6} \tag{B.15}$$

Cette équation permet d'ajuster les effets de k et k_1. On suppose que l'effet des joints de grains k est identique entre les deux orientations. Afin de pouvoir reproduire la différence de taux d'écrouissage entre les deux orientations (voir figure III.1b), il a été nécessaire de choisir une plus grande valeur de k_1

pour les échantillons DL, traduisant ainsi une multiplication plus rapide des dislocations dans les échantillons DL. Ce choix peut se justifier en considérant qu'il y a une plus grande facilité à la multiplication des dislocations dans les systèmes prismatiques que dans les autres systèmes étant donné qu'une plus forte proportion de glissement prismatique a été observée dans les échantillons DL (voir sections III.3.3 et III.4).

- **Contrainte de friction de réseau τ_0**

  Elle est estimée à partir des limites élastiques mesurées dans nos essais de traction uniaxiale. Elle est prise légèrement plus faible pour les échantillons de laminage étant donné qu'une plus forte proportion de glissement prismatique facile a été observée dans les échantillons DL (voir la sous-section III.3.3).

- **Constantes k_{20} et n d'annihilation**

  Ces constantes sont estimées afin d'éviter une saturation trop rapide de la densité de dislocation au cours de la déformation plastique.

- **Facteur de Taylor M**

  Le facteur de Taylor est pris d'après les ordres de grandeur donnés dans la littérature puis est un peu ajusté. Il est pris plus faible pour les échantillons DL afin de traduire une orientation globalement plus favorable au glissement prismatique facile telle que constatée par analyse des facteurs de Schmid (figure III.7).

- **Sensibilité à la vitesse de déformation m**

  La sensibilité à la vitesse est estimée à partir des données expérimentales en traçant pour chaque orientation

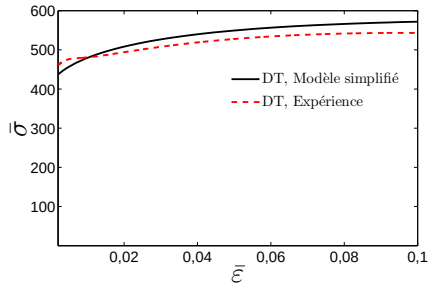
  $$\log \sigma_y - \log \dot{\varepsilon}_a$$

  où σ_y est la limite élastique et $\dot{\varepsilon}_a$ la vitesse de déformation plastique initiale.

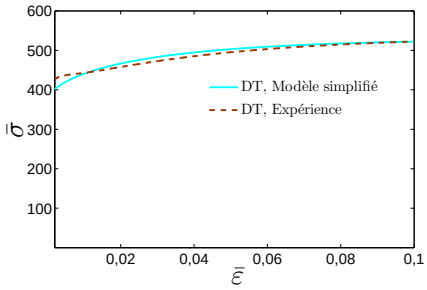
B.4.2 Comparaison du modèle simplifié avec l'expérimental

Les courbes de taux d'écrouissage représentées sur les figures B.1g à B.1l montrent que le modèle reproduit de manière satisfaisante le stade C. De manière prévisible,

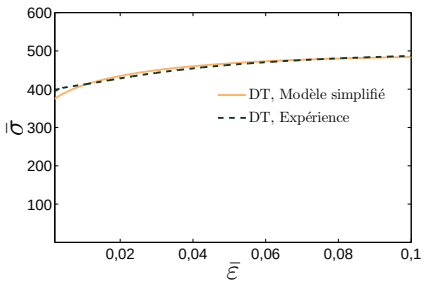
le modèle ne peut pas décrire les stades A et B, car comme cela a été montré dans la sous-section B.3.3, le taux d'écrouissage ne peut que décroître de manière monotone avec la déformation.



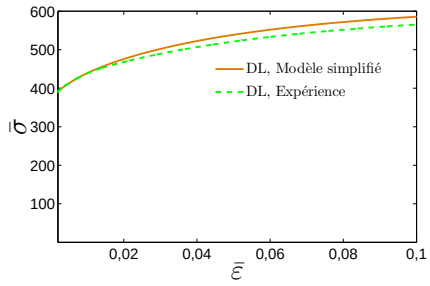
(a) $\bar{\sigma} - \bar{\varepsilon}$, DT à $\dot{\varepsilon}_a = 8 \times 10^{-3}\mathrm{s}^{-1}$



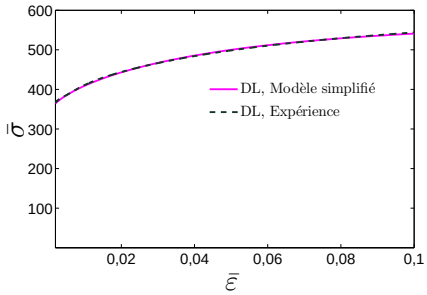
(b) $\bar{\sigma} - \bar{\varepsilon}$, DT à $\dot{\varepsilon}_a = 5 \times 10^{-4}\mathrm{s}^{-1}$



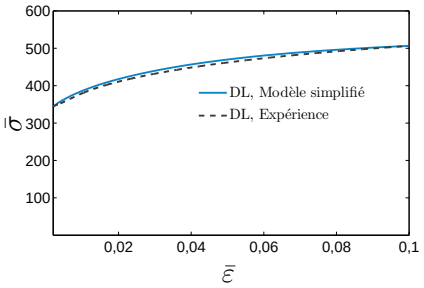
(c) $\bar{\sigma} - \bar{\varepsilon}$, DT à $\dot{\varepsilon}_a = 5 \times 10^{-5}\mathrm{s}^{-1}$



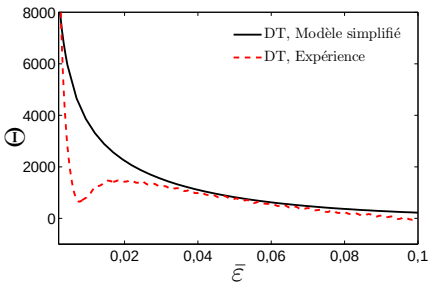
(d) $\bar{\sigma} - \bar{\varepsilon}$, DL à $\dot{\varepsilon}_a = 8 \times 10^{-3}\mathrm{s}^{-1}$



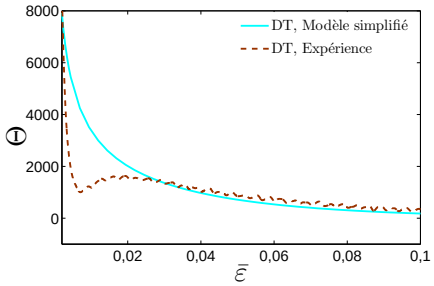
(e) $\bar{\sigma} - \bar{\varepsilon}$, DL à $\dot{\varepsilon}_a = 5 \times 10^{-4}\mathrm{s}^{-1}$



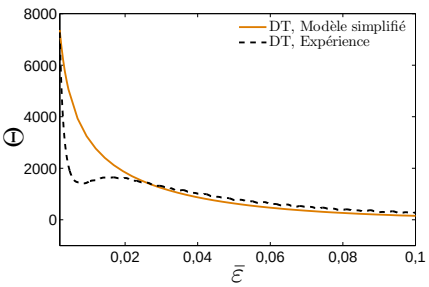
(f) $\bar{\sigma} - \bar{\varepsilon}$, DL à $\dot{\varepsilon}_a = 5 \times 10^{-5}\mathrm{s}^{-1}$



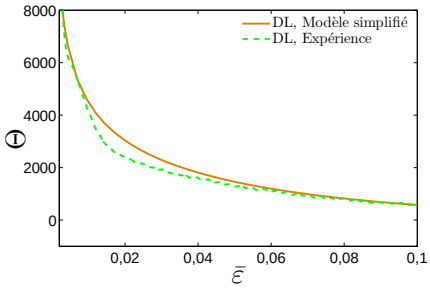
(g) $\Theta - \bar{\varepsilon}$, DT à $\dot{\varepsilon}_a = 8 \times 10^{-3}\mathrm{s}^{-1}$



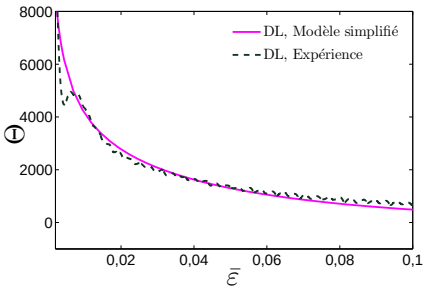
(h) $\Theta - \bar{\varepsilon}$, DT à $\dot{\varepsilon}_a = 5 \times 10^{-4}\mathrm{s}^{-1}$



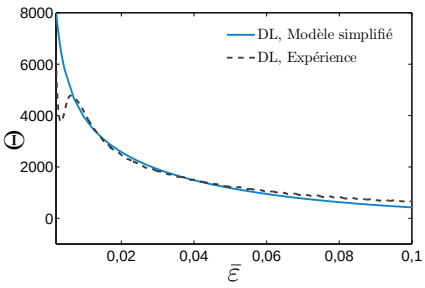
(i) $\Theta - \bar{\varepsilon}$, DT à $\dot{\varepsilon}_a = 5 \times 10^{-5}\mathrm{s}^{-1}$



(j) $\Theta - \bar{\varepsilon}$, DL à $\dot{\varepsilon}_a = 8 \times 10^{-3}\mathrm{s}^{-1}$



(k) $\Theta - \bar{\varepsilon}$, DL à $\dot{\varepsilon}_a = 5 \times 10^{-4}\mathrm{s}^{-1}$



(l) $\Theta - \bar{\varepsilon}$, DL à $\dot{\varepsilon}_a = 5 \times 10^{-5}\mathrm{s}^{-1}$

Figure B.1 – Comparaison Modèle simplifié-Expérimental

D'après les courbes de traction représentées sur les figures B.1a à B.1f, on remarque que le modèle reproduit très bien les limites d'élasticité des échantillons DL

mais sous-estime quelque peu celles des échantillons DT. En outre, comme expliqué auparavant, le plateau correspondant aux stades A et B n'est pas reproduit par le modèle. Néanmoins après la transition élastoplastique, le modèle décrit de manière acceptable l'expérience.

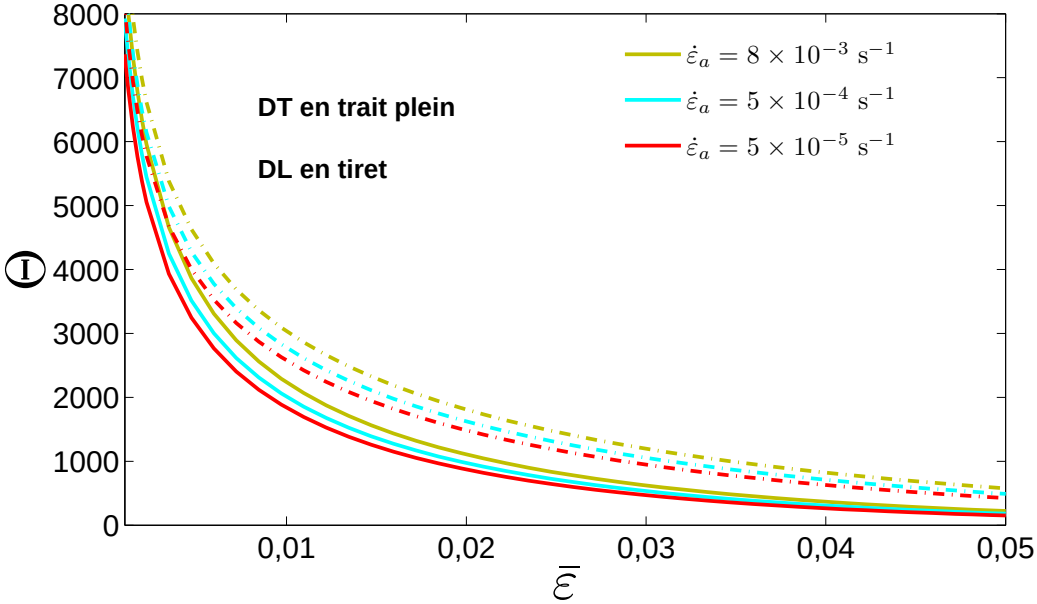


Figure B.2 – Comparaison des taux d'écrouissage prédits par le modèle, pour chaque orientation (DL, DT) et chaque vitesse de déformation plastique ($\dot{\varepsilon}_a = 8 \times 10^{-3}\text{s}^{-1}, 5 \times 10^{-4}\text{s}^{-1}, 5 \times 10^{-5}\text{s}^{-1}$).

La figure (B.2) permet elle de tirer trois conclusions :

- ✔ Toutes les courbes du taux d'écrouissage sont bien parallèles entre elles au stade C comme on le retrouve dans les résultats expérimentaux. Ce point renforce l'hypothèse selon laquelle le mécanisme dominant est, pour les deux orientations, le glissement des dislocations.
- ✔ L'effet inverse de la vitesse de déformation sur le taux d'écrouissage n'est pas observé. L'effet de la vitesse est bien reproduit selon la direction de laminage, ce qui n'est pas le cas selon la direction transverse.
- ✔ Les échantillons DL durcissent plus que les échantillons DT, ce qui est la conséquence directe d'une multiplication des dislocations supposée plus rapide dans les échantillons DL (figure B.3).

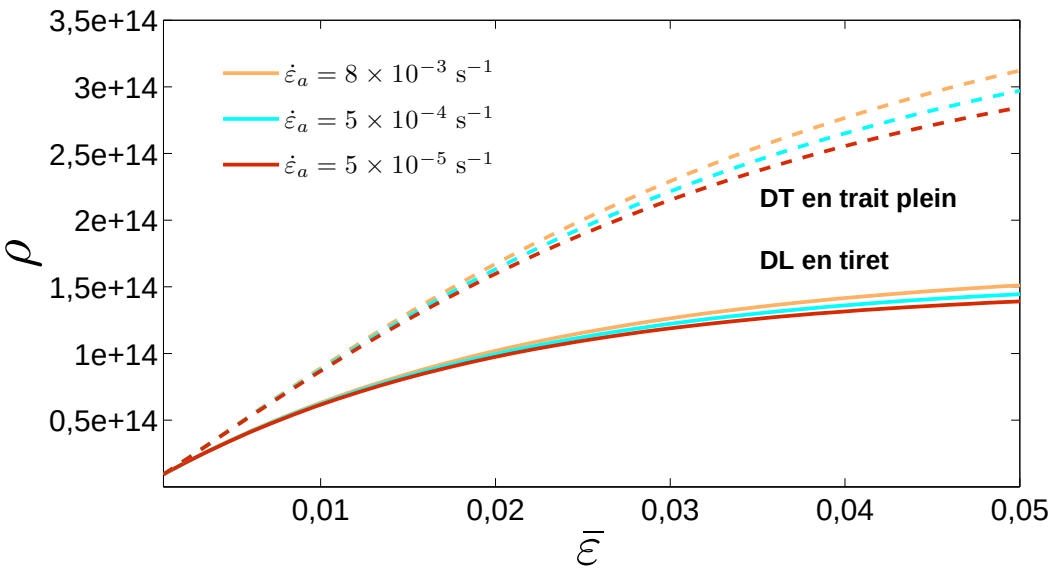


Figure B.3 – Comparaison de l'évolution des densités de dislocation du modèle, pour chaque orientation (DL, DT) et chaque vitesse de déformation plastique ($\dot{\varepsilon}_a = 8 \times 10^{-3}\text{s}^{-1}, 5 \times 10^{-4}\text{s}^{-1}, 5 \times 10^{-5}\text{s}^{-1}$).

Conclusion

Le choix d'une valeur de k_1 plus élevée pour les échantillons DL s'est avéré comme la seule stratégie possible pour reproduire leur plus fort taux d'écrouissage tout en maintenant la cohérence des longueurs physiques associées aux autres paramètres. Avec ce choix de paramètres, le modèle retrouve correctement la description du stade C dans l'évolution du taux d'écrouissage. En revanche, la complexité des stades A et B est complètement ignorée. Afin de reproduire le stade A et l'augmentation brusque du taux d'écrouissage au stade B, il apparaît nécessaire de tenir compte de la texture polycristalline et de l'anisotropie du glissement caractéristiques de notre matériau ainsi que de la multiplication des dislocations mobiles.

Références bibliographiques

Abdolvand, H. et Daymond, M. R. (2012). Internal strain and texture development during twinning : Comparing neutron diffraction measurements with crystal plasticity finite-element approaches. *Acta Materialia*, 60:2240–2248.

Akhtar, A. (1975). Pyramidal slip in α-titanium single crystals. *Metallurgical transactions A*, 6A:2201–2208.

Akhtar, A. (1976). Pyramidal slip in cobalt. *Scripta Materialia*, 10:365–366.

Aldinger, F. (1979). Flow and fracture of single crystals. *In : Webster, D., London, G.J. (Eds.), Beryllium Science and Technology. Plenum Press, New York, NY*, pages 7–107.

Amouzou, K. E. K., Richeton, T., Roth, A., Lebyodkin, M. A. et Lebedkina, T. A. (2015). Micromechanical modeling of hardening mechanisms in commercially pure α-titanium in tensile condition. *International Journal of Plasticity*. http ://dx.doi.org/10.1016/j.ijplas.2015.09.008.

Anand, L. et Kalindindi, S. R. (1994). The process of shear band formation in plane strain compression of fcc metals : Effects of crystallographic texture. *Mechanics of Materials*, 17:223–243.

Arulkumar, M., Kanjarla, A. K., Niezgoda, S. R., Lebensohn, R. A. et Tomé, C. N. (2015). Numerical study of the stress state of a deformation twin in magnesium. *Acta Materialia*, 84:349–358.

Asaro, R. J. et Needleman, A. (1985). Texture development and strain hardening in rate dependent polycrystals. *Acta Metallurgica*, 33:923–953.

Azizi Alizamini, H., Militzer, M. et Poole, W. J. (2007). A novel technique for developing bimodal grain size distributions in low carbon steels. *Scripta Materialia*, 57:1065–1068.

Bachmann, F., Hielscher, R. et Schaeben, H. (2010). Texture analysis with mtex - free and open source software toolbox. *Solid State Phenomena*, 160:63–68.

Bak, P., Tang, C. et Wiesenfeld, K. (1988). Self-organised criticality. *Physical Review A*, 38:364–374.

Barbe, F., Decker, L., Jeulin, D. et Cailletaud, G. (2001a). Intergranular and intragranular behavior of polycrystalline aggregates. Part 1 : F.E. model. *International Journal of Plasticity*, 17:513–536.

Barbe, F., Forest, S. et Cailletaud, G. (2001b). Intergranular and intragranular behavior of polycrystalline aggregates. Part 2 : Results. *International Journal of Plasticity*, 17:537–563.

Barkia, B. (2015). *Viscoplasticité à l'ambiante du titane en relation avec ses teneurs en oxygène et hydrogène*. Thèse de doctorat, École polytechnique, Université Paris-Saclay, France.

Barkia, B., Doquet, V., Couzinié, J. P., Guillot, I. et Héripré, E. (2015a). In situ monitoring of the deformation mechanisms in titanium with different oxygen contents. *Materials Science and Engineering : A*, 636:91–102.

Barkia, B., Doquet, V., Couzinié, J. P. et Guillot, I. (2015b). Room-temperature creep and stress relaxation in commercial purity titanium–influence of the oxygen and hydrogen contents on incubation phenomena and aging-induced rejuvenation of the creep potential. *Materials Science and Engineering : A*, 624:79–89.

Barnett, M., Standfor, N., Ghaderi, A. et Siska, F. (2013). Plastic relaxation of the internal stress induced by twinning. *Acta Materialia*, 61:7859–7867.

Barnett, M. R., Keshavarz, Z., Beer, A. G. et Atwell, D. (2004). Influence of grain size on the compressive deformation of wrought Mg−3Al−1Zn. *Scripta Materialia*, 52:5093–5103.

Basinski, Z. S., Szcerba, M. S., Niewczas, M., Embury, J. D. et Basinski, S. J. (1997). The transformation of slip dislocations during twinning of copper-aluminum alloy crystals. *Revue de métallurgie*, 94:1037–1043.

Becker, H. et Pantleon, W. (2013). Work-hardening stages and deformation mechanism maps during tensile deformation of commercially pure titanium. *Computational Materials Science*, 76:52–59.

Benmhenni, N., Bouvier, S., Brenner, R., Chauveau, T. et Bacroix, B. (2013). Micromechanical modelling of monotonic loading of cp α-ti : Correlation between macroscopic and microscopic behaviour. *Materials Science and Engineering : A*, 573:222–233.

Berbenni, S. (2002). *Elastoviscoplasticité des aciers polycristallins : Modélisation micromécanique et physique, Applications au comportement dynamique et à l'effet Bake-Hardening*. Thèse de doctorat, École Nationale Supérieure d'Arts et Métiers, Centre de Metz, France.

Berbenni, S. et Capolungo, L. (2015). A mori-tanaka homogenization scheme for non-linear elasto-viscoplastic heterogeneous materials based on translated fields : an affine extension. *Comptes Rendus de Mecanique (special issue : Mechanics of granular and polycrystalline solids)*, 343:95–106.

Berbenni, S., Dinzart, F. et Sabar, H. (2015). A new internal variables homogenization scheme for linear viscoelastic materials based on an exact eshelby interaction law. *Mechanics of Materials*, 81:110–124.

Berbenni, S., Favier, V. et Berveiller, M. (2007). Impact of the grain size distribution on the yield stress of heterogeneous materials. *International Journal of Plasticity*, 23:114–142.

Berbenni, S., Favier, V., Lemoine, X. et Berveiller, M. (2004). Micromechanical modeling of the elastic-viscoplastic behavior of polycristalline steels having different microstructures. *Materials Science and Engineering A*, 372:128–136.

Bertin, N., Tomé, C. N., Beyerlein, I., Barnett, M. R. et Capolungo, L. (2014). On the strength of dislocation interactions and their effect on latent hardening in pure magnesium. *International Journal of Plasticity*, 62:72–92.

Berveiller, M. et Zaoui, A. (1979). An extension of the self-consistent scheme to plastically-flowing polycrystals. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 26:325–344.

Bishop, J. F. et Hill, R. (1951). A theoretical derivation of the plastic properties of a polycrystalline face-centred metal. *Philosophical Magazine*, 42:414–427.

Blish, R. C. et Vreeland, T. (1969). Dislocation velocity on the $\{1212\}\langle 1213\rangle$ slip systems of zinc. *Journal of Applied Physics*, 40:884–890.

Bouaziz, O., Allain, S. et Scott, C. (2008). Effect of grain and twin boundaries on the hardening mechanisms of twinning-induced plasticity steels. *Scripta Materialia*, 58:484–487.

Bougherira, Y. (2011). *Etude des phénomènes d'auto-organisation des ensembles de dislocations dans un alliage au vieillissement dynamique*. Thèse de doctorat, Université Paul Verlaine-Metz, France.

Brassard, L., Stainier, L., Doghri, I. et Delannay, L. (2012). Homogenization of elasto-(visco)plastic composites based on an incremental variational principle. *International Journal of Plasticity*, 36:86–112.

Brenner, R., Masson, R., Castelnau, O. et Zaoui, A. (2002). A "quasi-elastic" affine formulation for the homogenised behaviour of nonlinear viscoelastic polycrystals and composites. *European Journal of Mechanics A/Solids*, 21:943–960.

Bunge, H.-J. (1982). *Texture Analysis in materials science : mathematical methods*. London ; Boston : Butterworths.

Càceres, C. H. et Blake, A. H. (2007). On the strain hardening behaviour of magnesium at room temperature. *Materials Science and Engineering A*, 462:193–196.

Castelnau, O., Duval, P., Lebensohn, R. A. et Canova, G. R. (1996). Viscoplastic modeling of texture development in polycrystalline ice with a self-consistent approach : Comparison with bound estimates. *Journal of Geophysical Research*, 101:13851–13868.

Ceausescu-Ersen, E. A. (2004). *Application de la technique d'émission acoustique à la caractérisation de matériaux céramiques évolutifs.* Thèse de doctorat, École Nationale Supérieure de Céramique Industrielle, Université de Limoges, France.

Charrier, J. (1978). *Contribution à l'étude des mécanismes de déformation plastique du titane alpha écroui par traction entre* -140 *et* 400°C. Thèse de doctorat, Université de Poitiers, UER-ENSMA.

Chattopadhyay, A., Bao, L., Lecomte, J.-S., Zhang, Y. D., Schuman, C., Philippe, M.-J. et Esling, C. (2012). Role of glide systems in channel die compression of commercially pure titanium alloy. *Materials Science and Technology*, 28:372–376.

Chichili, D. R., Ramesh, K. T. et Hemker, K. J. (1998). The high-strain-rate response of Alpha−Titanium : Experiments, deformation mechanisms and modeling. *Acta Metallurgica*, 46:1025–1043.

Chmelík, F., Kiehn, J., Lukáč, P., Kainer, K.-U. et Mordike, B. L. (1997). Acoustic emission and dilatometry for non-destructive characterisation of microstructural changes in Mg based metal matrix composites submitted to thermal cycling. *Scripta Materialia*, 38:81–87.

Christian, J. W. et Mahajan, S. (1995). Deformation twinning. *Progress in Materials Science*, 39:1–157.

Churchman, A. T. (1954). The slip modes of titanium and the effect of purity on their occurence during tensile deformation of single crystals. *Proceedings of the Royal Society of London A*, 226:216–226.

Clausen, B., Tomé, C. N., Brown, D. W. et Agnew, S. R. (2008). Reorientation and stress relaxation due to twinning : Modeling and experimental characterization for Mg. *Acta Materialia*, 56:2456–2468.

Clauset, A., Shalizi, C. R. et Newman, M. E. J. (2009). Power-law distributions in empirical data. *Society for Industrial and Applied Mathematics Review*, 51:661–703.

Coghe, F., Tirry, W., Rabet, L., Schryvers, D. et Van Houtte, P. (2012). Importance of twinning in static and dynamic compression of a Ti_6Al-4V titanium alloy with an equiaxed microstructure. *Materials Science and Engineering A*, 537:1–10.

Conrad, H. (1981). Effect of interstitial solutes on the strength and ductility of titanium. *Progress in Materials Science*, 26:123–403.

Coulibaly, M. et Sabar, H. (2011). Micromechanical modeling of linear viscoelastic behavior of heterogeneous materials. *Archive of Applied Mechanics*, 81:345–359.

Csikor, F. F., Motz, C., Weygand, D., zaiser, M. et Zapperi, S. (2007). Dislocation avalanches, strain burts, and the problem of plastic forming at the micrometer scale. *Science*, 318:251–254.

Damiano, V. V., London, G. J. et Conrad, H. (1968). Microstrain compression of beryllium and beryllium alloy single crystals parallel to (0001) slip trace analysis and transmission electron microscopy. *Transactions of the Metallurgical Society of AIME*, 242:987–994.

Dancette, S., Delannay, L., renard, K., Melchior, M. A. et Jacques, P. J. (2012). Crystal plasticity modeling of texture development and hardening in twip steels. *Acta Materialia*, 60:2135–2145.

Devincre, B. (2013). Dislocation dynamics simulations of slip systems interactions and forest strengthening in ice single crystal. *Philosophical Magazine*, 93:235–246.

Devincre, B., Hoc, T. et Kubin, L. P. (2005). Collinear interactions of dislocations and slip systems. *Materials Science and Engineering : A*, 400-401:182–185.

Devincre, B., Kubin, L. P. et Hoc, T. (2006). Physical analyses of crystal plasticity by dd simulations. *Scripta Materialia*, 54:741–746.

DoITPoMS (2014-2015). University of cambridge. http://www.doitpoms.ac.uk/tlplib/superelasticity/twinning.php.

Doner, M. et Conrad, H. (1973). Deformation mechanisms in commercial Ti-5_0A (0.5 at. pct O_{eq}) at intermediate and high temperatures (0.3 - 0.6 T_m). *Metallurgical and Materials Transactions*, 4:2809–2817.

Déprés, C., Robertson, C. F. et Fivel, M. C. (2004). Low-strain fatigue in AISI 316 L steel surface grains : a three-dimensional discrete dislocation dynamics modelling of the early cycles I. Dislocation microstructures and mechanical behaviour. *Philosophical Magazine*, 84:2257–2275.

Dunlop, J., Bréchet, Y., Legras, L. et Estrin, Y. (2007). Dislocation density-based modelling of plastic deformation of Zircaloy-4. *Materials Science and Engineering A*, 443:77–86.

Duval, P., Ashby, M. F. et Anderman, I. (1983). Rate-controlling processes in the creep of polycrystalline ice. *The Journal of Physical Chemistry*, 87:4066–4074.

Eshelby, J. D. (1957). The determination of the elastic field of an ellipsoidal inclusion and related problems. *Proceedings of the Royal Society of London A*, 241:376–396.

Espinosa, H. H., Panico, M., Berbenni, S. et Schwarz, K. W. (2006). Discrete dislocation dynamics simulations to interpret plasticity size and surface effects in freestanding FCC thin films. *International Journal of Plasticity*, 22:2091–2117.

Estrin, Y. et Kubin, L. P. (1986). Local strain hardening and nonuniformity of plastic deformation. *Acta Metallurgica*, 34:2455–2466.

Franciosi, P., Berveiller, M. et Zaoui, A. (1980). Latent hardening in copper and aluminium single crystals. *Acta Metallurgica*, 28:273–283.

François, D., Pineau, A. et Zaoui, A. (1991). *Comportement Mécanique des Matériaux*, volume 1. Hermès, Paris.

Fressengeas, C., Beaudoin, A., Entemeyer, D., Lebedkina, T., Lebyodkin, M. et Taupin, V. (2009). Dislocation transport and intermittency in the plasticity of crystalline solids. *Physical Review B*, 79(1):014108.

Fromm, B. S., Adams, B. L., Ahmadi, S. et Knezevic, M. (2009). Grain size and orientation distributions : Application to yielding of α-titanium. *Acta Materialia*, 57(8):2339 – 2348.

Fundenberger, J.-J., Philippe, M.-J., Wagner, F. et Esling, C. (1997). Modelling and prediction of mechanical properties for materials with hexagonal symmetry (zinc, titanium and zirconium alloys). *Acta Materialia*, 45(10):4041–4055.

Ghaderi, A. et Barnett, M. R. (2011). Sensitivity of deformation twinning to grain size in titanium and magnesium. *Acta materialia*, 59:7824–7839.

Gloagen, D., Oum, G., Legrand, V., Fajoui, J. et Branchu, S. (2013). Micromechanical modelling of monotonic loading of CP$\alpha-$Ti : Correlation between macroscopic and microscopic behaviour. *Acta Materialia*, 61:5779–5790.

Gong, J. et Wilkinson, A. J. (2009). Anisotropy in the plastic flow properties of single-crystal α-titanium determined from micro-cantilever beams. *Acta Materialia*, 57:5693–5705.

Gottstein, G. (2004). Physical Foundations of Materials Science. *Springer, New York*.

Greer, J. R., Weinberger, C. R. et Cai, W. (2008). Comparing the strength of f.c.c. and b.c.c. sub-micrometer pillars : Compression experiments and dislocation dynamics simulations. *Materials Science and Engineering A*, 493:21–25.

Groma, I., Vandrus, Z. et Ispánovity, P. D. (2015). Scale-free phase field theory of dislocations. *Physical Review Letters*, 114:015503.

Groves, G. W. et Kelly, A. (1963). Independent slip systems in crystals. *Philosophical Magazine*, 8:877–887.

Gurao, N. P., Kapoor, R. et Suwas, S. (2011). Deformation behaviour of commercially pure titanium at extreme strain rates. *Acta Materialia*, 59:3431–3446.

Hall, E. O. (1951). The deformation and aging of mild steel. Part III : discussion and results. *Proceedings of the Physical Society of London*, 64:747–753.

Harren, S. V. (1991). The finite deformation of rate-dependent polycrystals–I : a self-consistent framework ; II : a comparison of the self-consistent and Taylor methods. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 39:345–383.

Hashin, Z. (1969). The inelastic inclusion problem. *International Journal of Engineering Science*, 7:11–36.

Hearmon, R. F. (1979). The elastic constants of crystals and other anisotropic materials. *In Landolt-Börnstein Tables, Group III, Vol. 11*, pages 1–154. Hellwege K.-H., Hellwege A.M. (Eds.), Springer-Verlag, Berlin.

Hähner, P., Bay, K. et Zaiser, M. (1998). Fractal dislocation patterning during plastic deformation. *Physical Review Letters*, 81:2470–2473.

Hill, R. (1965). Continuum micro-mechanics of elastoplastic polycrystals. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 13:89–101.

Hoc, T., Devincre, B. et Kubin, L. P. (2004). Deformation stage I of FCC crystals : Constitutive modelling. *In Evolution of Deformation Microstructures in 3D*, pages 43–59. C.E.A. Gundlach (Eds.), Risoe National Laboratory, Roskilde, Denmark.

Hull, D. et Bacon, D. J. (2001). *Introduction to Dislocations*. Butterworth-Heinemann, Oxford.

Hutchinson, J. (1976). Bounds and self-consistent estimates for creep of polycrystalline materials. *Proceedings of the Royal Society of London A*, 348:101–127.

Jonsson, S. et Beuers, J. (1987). The dislocation-structure in beryllium single-crystals deformed. *Materials Science and Engineering A*, 91:111–123.

Juan, P. A., Berbenni, S., Barnett, M. R., Barnett, C. N. et Capolungo, L. (2014). A double inclusion homogenization scheme for polycrystals with hierarchal topologies : application to twinning in Mg alloys. *International Journal of Plasticity*, 60:182–196.

Kailas, S. V., Prasad, Y. V. R. K. et Biswas, S. K. (1994). Influence of initial texture on the microstructural instabilities during compression of. *Acta materialia*, 25A:1425–1434.

Kaiser, J. (1950). *Untersuchung über das Auftreten von Geräuschen beim Zugversuch*. Dr. -ing.dissertation, Fakultät für Maschinenwesen und Elektrotechnik der Technischen Universität München (TUM).

Kaiser, J. (1953). Erkentnisse und folgerungen aus der messung von geräuschen bei zugbeanspruchung von metallischen werkstoffen. *Archiv Eisenhüttenwesen*, 24 1/2:43–45.

Kalidindi, S. R. (1998). Incorporation of deformation twinning in crystal plasticity models. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 46(2):267 – 290.

Knezevic, M., Lebensohn, R. A., Cazacu, O., Revil-Baudard, B., Proust, G., Vogel, S. C. et Nixon, M. E. (2013). Modeling bending of α-titanium with embedded polycrystal plasticity in implicit finite elements. *Materials Science and Engineering : A*, 564:116–126.

Kocks, U. F. (1970). The relation between polycrystal deformation and single-crystal deformation. *Metallurgical and Materials Transactions*, 1:1121–1143.

Kocks, U. F. (1976). Laws for workhardening and low-temperature creep. *Journal of Engineering Materials and Technology*, 98:76–85.

Kocks, U. F. et Mecking, H. (2003). Physics and phenomenology of strain hardening : the FCC case. *Progress in Materials Science*, 48:171–273.

Kouchmeshky, B. et Zabaras, N. (2009). Modeling the response of hcp polycrystals deforming by slip and twinning using a finite element representation of the orientation space. *Computational Materials Science*, 45:1043–1051.

Kouddane, R., Molinari, A. et Canova, G. R. (1993). Self-consistent modelling of heterogeneous viscoelastic and elastoplastic materials. *In Mecamat 91 : Large*

Plastic Deformations, Fundamentals and Application to Metal Forming, pages 129–141. C. Teodosiu, J-.L. Raphanel, F. Sidoroff (Eds), Balkema,Rotterdam.

Kowalczyk-Gajewska, K. et Petryk, H. (2011). Sequential linearization method for viscous/elastic heterogeneous materials. *European Journal of Mechanics - A/Solids*, 30(5):650 – 664.

Krasova, J. et Kratochvil, P. (1971). Temperature dependence of the flow stress in secondary glide planes of cadmium single crystals. *Physica Status Solidi (a)*, 7:255–261.

Kröner, E. (1961). Zur plastischen verformung des vielkristalls. *Acta Metallurgica et Materialia*, 9:155–161.

Kröner, E. (1989). Modified green functions in the theory of heterogeneous and/or anisotropic linearly elastic media. *in : Weng, G.J., Taya, M. Abe, M. (Eds.), Micromechanics and inhomogeneity, Springer, Berlin*, pages 197–211.

Kubin, L. P. (2013). *Dislocations, mesoscale simulations and plastic flow.* Oxford University Press, United Kingdom.

Kubin, L. P., Devincre, B. et Hoc, T. (2008). Modeling dislocation storage rates and mean free paths in face-centered cubic crystals. *Acta Materialia*, 56:6040–6049.

Kuhlmann-Wilsdorf, D. (1985). Theory of workhardening. *Metallurgical Transactions A*, 16A:2091–2108.

Kunin, I. (1981). Projection operator in continuum mechanics. *In : Continuum Models of Discrete Systems 4, North-Holland, Amsterdam*, pages 179–187.

Kunin, I. A. (1983). Elastic media with microstructure II : Three-dimensional models. *In Springer Series in Solid-State Sciences 44*, pages 179–187. E. Kröner (Ed.), Springer Berlin.

Lahellec, N. et Suquet, P. (2007a). Effective behavior of linear viscoelastic composites : A time-integration approach. *International Journal of Solids and Structures*, 44:507–529.

Lahellec, N. et Suquet, P. (2007b). On the effective behavior of nonlinear inelastic composites : I. incremental variational principles. *International Journal of Solids and Structures*, 55:1932–1963.

Lahellec, N. et Suquet, P. (2013). Effective response and field statistics in elastoplastic and elasto-viscoplastic composites under radial and non radial loadings. *International Journal of Plasticity*, 42:1–30.

Laws, N. et McLaughlin, R. (1978). Self-consistent estimates for the viscoelastic creep compliances of composite materials. *Proceedings of the Royal Society of London A*, 359:251–273.

Lüders, W. (1860). Ueber die Äusserung der elasticität an stahlartigen eisenstäben und stahlstäben, und über eine beim biegen solcher stäbe beobachtete molecularbewegung. *Dingler's Polytechnisches Journal*, 155.

Lebensohn, R. A. (2001). N-site modeling of a 3D viscoplastic polycrystal using fast fourier transform. *Acta Materialia*, 49:2723–2737.

Lebensohn, R. A., Brenner, R., Castelnau, O. et Rolett, A. (2008). Orientation image-based micromechanical modelling of subgrain texture evolution in polycrystalline copper. *Acta Materialia*, 87:4287–4322.

Lebensohn, R. A., Kanjarla, A. K. et Eisenlohr, P. (2012). An elasto-viscoplastic formulation based on fast fourier transforms for the prediction of micromechanical fields in polycrystalline materials. *International Journal of Plasticity*, 32–33(0):59 – 69.

Lebensohn, R. A., Montagnat, M., Mansuy, P., duval, P., Meysonnier, J. et Philip, A. (2009). Modeling viscoplastic behavior and heterogeneous intracrystalline deformation of columnar ice polycrystals. *Acta Materialia*, 56:3914–3926.

Lebensohn, R. A. et Tomé, C. N. (1993). A self-consistent anisotropic approach f or the simulation of plastic deformation and texture development of polycrystals : Application to zirconium alloys. *Acta Metallurgica et Materialia*, 41:2611–2624.

Lebensohn, R. A., Tomé, C. N. et PonteCastaneda, P. (2007). Self-consistent modelling of the mechanical behaviour of viscoplastic polycrystals incorporating intragranular field fluctuations. *Philosophical Magazine*, 87:4287–4322.

Lebyodkin, M., Kobelev, N., Bougherira, Y., Entemeyer, D., Fressengeas, C., Gornakov, V., Lebedkina, T. et Shashkov, I. (2012a). On the similarity of plastic flow processes during smooth and jerky flow : Statistical analysis. *Acta Materialia*, 60(9):3729 – 3740.

Lebyodkin, M., Kobelev, N., Bougherira, Y., Entemeyer, D., Fressengeas, C., Lebedkina, T. et Shashkov, I. (2012b). On the similarity of plastic flow processes during smooth and jerky flow in dilute alloys. *Acta Materialia*, 60(3):844 – 850.

Lebyodkin, M. A., Brechet, Y., Estrin, Y. et Kubin, L. P. (1995). Statistics of the Catastrophic Slip Events in the Portevin–Le Châtelier effect. *Physical Review Letters*, 74:4758–4761.

Lebyodkin, M. A., Lebedkina, T. A., Chmelík, F., Lamark, T. T., Estrin, Y., Fressengeas, C. et Weiss, J. (2009). Intrinsic structure of acoustic emission events during jerky flow in an al alloy. *Physical Review B*, 79:174114.

Lebyodkin, M. A., Shashkov, I. V. et Lebedkina, T. A. (2013). Role of superposition of dislocation avalanches on the statistics of acoustic emission during plastic deformation. *Physical Review E*, 88:1–8.

Lecomte, J.-S., Philipe, M.-J. et Klimanek, P. (1997). Plastic deformation of a Ti−6% Al−4% V alloy with a strong transverse-type crystallographic α-texture at elevated temperatures. *Materials Science and Engineering : A*, 234-236:869–872.

Legrand, B. (1984). *Influence de la structure électronique sur la facilité relative des glissements dans les métaux de structure hexagonale compacte.* Thèse de doctorat, Thèse d'état, Université Paris-Sud, France.

Levine, E. D. (1966). Deformation mechanisms in titanium at low temperatures. *Transactions of the Metallurgical Society of AIME*, 236:1558–1565.

Li, H., Mason, D. E., Bieler, T. R., Boehlert, C. J. et Crimp, M. A. (2013). Methodology for estimating the critical resolved shear stress ratios of α-phase Ti using EBSD-based trace analysis. *Acta Materialia*, 61:7555–7567.

Lin, T. H. (1956). Analysis of elastic and plastic strains of a face-centred cubic crystal. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 5:143–149.

London, G., Damiano, V. et Conrad, H. (1968). Microstrain compression of beryllium and beryllium alloy single crystals parallel to the [001]. Part I. Crystal preparation and microstrain properties. *Transactions of the Metallurgical Society of AIME*, 242:987–979.

Madec, R., Devincre, B., Kubin, L. P., Hoc, T. et Rodney, D. (2003). The role of collinear interaction in dislocation-induced hardening. *Science*, 301:1879–1882.

Mareau, C. et Berbenni, S. (2015). An affine formulation for the self-consistent modeling of elasto-viscoplastic heterogenous materials based on the translated f ield method. *International journal of Plasticity*, 64:134–150.

Masson, R., Bornet, M., Suquet, P. et Zaoui, A. (2000). Affine formulation for the prediction of the effective properties of nonlinear composites and polycrystals. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 48:1203–1227.

Masson, R., Brenner, R. et Castelnau, O. (2012). Incremental homogenization approach for ageing viscoelastic polycrystals. *Comptes Rendus Mecanique*, 340: 378–386.

Masson, R. et Zaoui, A. (1999). Self-consistent estimates for the rate-dependent elastoplastic behaviour of polycrystalline materials. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 47:1543–1568.

MÁTHIS, K. et CHMELÍK, F. (2012). Exploring plastic deformation of metallic materials by the acoustic emission technique. *In* SIKORSKI, W., éditeur : *Acoustic Emission*, pages 23–48. InTech.

MÁTHIS, K., CHMELÍK, F., JANECEK, M., HADZIMA, B., TROJANOVA, Z. et LUKAC, P. (2006). Investigating deformation processes in AM_{60} magnesium alloy using the acoustic emission technique. *acta Materialia*, 54:5361–5366.

MÁTHIS, K., ČAPEK, J. et LUKÁŠ, P. (2011). In-situ neutron diffraction and acoustic emission investigation of twinning activity in magnesium. *Journal of Physics-Conference series, pp. (in press)*, pages 1742–659.

MATSUNAGA, T., KAMEYAMA, T., TAKAHASHI, K. et SATO, E. (2009). Constitutive relation for ambient-temperature creep in hexagonal close-packed metals. *Materials Transactions*, 50:2858–2864.

MCDONALD, R. J. (2009). *Characterization of delamination in* $2099-T_{861}$ *aluminum-lithium*. Thèse de doctorat, University of Illinois at Urbana-Champaign, USA.

MECKING, H. et KOCKS, U. F. (1981). Kinetics of flow and strain-hardening. *Acta Metallurgica*, 29:1862–1875.

MERCIER, S. et MOLINARI, A. (2009). Homogenization of elastic-viscoplastic heterogeneous materials : Self-consistent and mori-tanaka schemes. *International Journal of Plasticity*, 25:1024–1048.

MERCIER, S., MOLINARI, A., BERBENNI, S. et BERVEILLER, M. (2012). Comparison of different homogenization approaches for elastic-viscoplastic materials. *Modelling and Simulation in Materials Science and Engineering*, 20:024004.

MESAROVIC, S. D. et KYSAR, J. W. (1996). Continuum aspects of directionally dependent cracking of an interface between copper and alumina crystals. *Mechanics of Materials*, 23:271–286.

Meyers, M. A., Vöhringer, O. et Lubarda, V. A. (2001). The onset of twinning in metals : a constitutive description. *Acta Materialia*, 49:4025–4039.

Michel, J. C., Moulinec, H. et Suquet, P. (2001). A computational scheme for linear and non-linear composites with arbitrary phase contrast. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 52:139–160.

Minonishi, Y., Morozumi, S. et Yoshinaga, H. (1982). $\{11\bar{2}2\}\langle 11\bar{2}3\rangle$ slip in titanium. *Scripta Metallurgica*, 16:427–430.

Molinari, A. (2002). Averaging models for heterogenous viscoplastic and elastic-viscoplastic materials. *Transactions of the ASME, Journal of Engineering Materials and Technology*, 124:62–70.

Molinari, A., Canova, G. et Ahzi, S. (1987). A self consistent approach of the large deformation polycrystal viscoplasticity. *Acta Metallurgica*, 35:2983–2994.

Monteiro, S. N. et Reed-Hill, R. E. (1973). An empirical analysis of titanium stress-strain curves. *Metallurgical transactions*, 4:1011–1015.

Moulinec, H. et Suquet, P. (1998). A numerical method for computing the overall response of nonlinear composites with complex microstructure. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 157:69–94.

Mudrock, R. N., Lebyodkin, M. A., Kurath, P., Beaudoin, A. J. et Lebedkina, T. A. (2011). Strain-rate fluctuations during macroscopically uniform deformation of a solution-strengthened alloy. *Scripta Materialia*, 65:1093–1096.

Mura, T. (1987). *Micromechanics of defects in solids*. Kluwer Academic Publishers, Dordrecht, The Netherlands.

Naka, S. (1983). *Étude des mécanismes de déformation plastique à basse température de monocristaux de titane α*. Thèse de doctorat, Université de Paris Sud (Orsay).

Naka, S., Kubin, L. P. et Perrier, C. (1991). The plasticity of titanium at low and medium temperatures. *Philosophical Magazine A*, 63:1035–1043.

Naka, S. et Lasalmonie, A. (1983). Cross-slip on the first order pyramidal plane (1011) of a-type dislocations [1210] in the plastic deformation of α-titanium single crystals. *Journal of Materials Science*, 18:2613–2617.

Nemat-Nasser, S., Guo, W. et Cheng, J. (1999). Mechanical properties and deformation mechanisms of a commercially pure titanium. *Acta Materialia*, 47: 3705–3720.

Nesterova, E., Bacroix, B. et Teodosiu, C. (2001). Microstructure and texture evolution under strain-path changes in low-carbon interstitial-free steel. *Metallurgical and Materials Transactions A*, 32A:2527–2538.

Nicaise, N. (2009). *Effets de longueur interne sur les propriétés effectives des polycristaux métalliques : applications aux aciers.* Thèse de doctorat, Université Paul Verlaine (France).

Nicaise, N., Berbenni, S., Wagner, F., Berveiller, M. et Lemoine, X. (2011). Coupled effects of grain size distributions and crystallographic textures on the plastic behaviour of IF steels. *International Journal of Plasticity*, 27:232–249.

Nixon, M. E., Cazacu, O. et Lebensohn, R. A. (2010). Anisotropic response of high-purity α-titanium : Experimental characterization and constituve modeling. *International Journal of Plasticity*, 26:516–532.

Paquin, A. (1998). *Modélisation micromécanique du comportement élastoviscoplastique des matériaux hétérogènes.* Thèse de doctorat, Université de Metz, France.

Paquin, A., Sabar, H. et Berveiller, M. (1999). Integral formulation and self-consistent modelling of elastoviscoplastic behavior of heterogeneous materials. *Archive of Applied Mechanics*, 69:14–35.

Partridge, P. G. (1967). The crystallography and deformation modes of hexagonal close-packed metals. *Metalurgical Review*, 118:169–194.

Paton, N. E. et Backofen, W. A. (1970). Plastic deformation of titanium at elevated temperatures. *Metallurgical and Materials Transactions*, 1:2839.

Petch, N. J. (1953). The cleavage strength of polycrystals. *Journal of Iron Steel Institute*, 174:25–28.

Philippe, M.-J., Serghat, M., Van Houtte, P. et Esling, C. (1995). Modelling of texture evolution for materials of hexagonal symmetry—II. application to zirconium and titanium α or near α alloys. *Proceedings of the Royal Society of London A*, 43:1619–1630.

Pierard, O. et Doghri, I. (2006). An enhanced affine formulation and the corresponding numerical algorithms for the mean-field homogenization of elasto-viscoplastic composites. *International Journal of Plasticity*, 69:131–157.

Pierard, O., Llorca, J., Segurado, J. et Doghri, I. (2007). Micromechanics of particle-reinforced elasto-viscoplastic composites : Finite element versus affine homogenization. *International Journal of Plasticity*, 23:1041–1060.

Piobert, G. (1842). Traité d'artillerie. *tome5 du Mémorial de l'artillerie.*

Poirier, J. P., Antolin, J. et Dupouy, J. M. (1967). Investigations on some deformation modes of beryllium. *Canadian Journal of Physics*, 45:1221–1223.

Poirier, J. P. et Le Hazif, R. (1976). Microscopie électronique et déformation plastique des métaux et alliages hexagonaux compacts. *Journal of Electron Spectroscopy*, 1:595–607.

Ponte Castaneda, P. (1996). Exact second-order estimates for the effective mechanical properties of nonlinear composite materials. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 44:827–862.

Portevin, A. et Le Chatelier, M. (1923). Tensile tests of alloys undergoing transformation. *Comptes Rendus de l'Académie des Sciences*, 176:507–510.

Poty, A., Raulot, J.-M., Xu, H., Bai, J., Schuman, C., Lecomte, J.-S. et Philippe, M.-J. (2011). Classification of the critical resolved shear stress in the hexagonal-close-packed materials by atomic simulation : Application to α-zirconium and α-titanium. *Journal of applied physics*, 110:014905 (1–15).

Proust, G., Tomé, C. N. et Kaschner, G. C. (2007). Modeling texture, twinning and hardening evolution during deformation of hexagonal materials. *Acta Materialia*, 55:2137–2148.

Queyreau, S., Monnet, G. et Devincre, B. (2009). Slip systems interactions in α-iron determined by dislocation dynamics simulations. *International Journal of Plasticity*, 25:361–377.

Ramtani, S., Bui, H. Q. et Dirras, G. (2009). A revisited generalized self-consistent polycrystal model following an incremental small strain formulation and including grain-size distribution effect. *International Journal of Engineering Science*, 47:537–553.

Reed-Hill, R. E. (1964). Role of deformation twinning in the plastic deformation of a polycristalline anisotropic metal. *In Deformation twinning*, pages 295–320. Hirth, J. P. and Rogers, H. C., (Eds.), Gainesville, Florida, Gordon and Breach, New-York.

Reed-Hill, R. E., Iswaran, C. V. et Kaufman, M. J. (1995). A power law model for the flow stress and strain-rate sensitivity in cp titanium. *Scripta Metallurgica et Materialia*, 33:157–162.

Rhines, F. N. et Patterson, B. P. (1982). Effect of the degree of prior cold work on the grain volume distribution and the rate of grain growth of recrystallized aluminium. *Metallurgical and Materials Transactions A*, 13:985–993.

Ricaud, J. M. et Masson, R. (2009). Effective properties of linear viscoelastic heterogeneous media : internal variables formulation and extension to ageing behaviours. *International Journal of Solids and Structures*, 46:1599–1606.

Richeton, T. (2006). *Dynamique et complexité de la déformation plastique : étude par émission acoustique*. Thèse de doctorat, Institut National Polytechnique de Grenoble, France.

Richeton, T., Dobron, P., Chmelík, F., Weiss, J. et Louchet, F. (2006). On the critical character of plasticity in metallic single crystals. *Materials Science and Engineering : A*, 424(1–2):190–195.

Richeton, T., Weiss, J. et Louchet, F. (2005a). Breakdown of avalanche behaviour in polycrystalline plasticity. *Nature Materials*, 4:465–469.

Richeton, T., Weiss, J. et Louchet, F. (2005b). Dislocation avalanches : Role of temperature, grain size and strain hardening. *Acta Materialia*, 53(16):4463–4471.

Richeton, T., Weiss, J., Louchet, F., Dobron, P. et Chmelík, F. (2007). Critical character of plasticity from AE experiments in hcp and fcc metals. *Korove Materialy - Metallic Materials*, 45(3):149–152.

Rosi, F. D., Dube, C. A. et Alexander, B. H. (1953). Mechanism of plastic flow in titanium-determination of slip and twinning elements. *Transactions of the AIME*, pages 197–257.

Roth, A. (2014). *Etude multi-échelles de l'hétérogénéité et de l'anisotropie de la déformation plastique : cas des aciers TWIP et du Ti-α*. Thèse de doctorat, Université de Lorraine, Metz, France.

Roth, A., Lebyodkin, M. A., Lebedkina, T. A., Lecomte, J.-S., Richeton, T. et Amouzou, K. E. K. (2014). Mechanisms of anisotropy of mechanical properties of α-titanium in tension conditions. *Materials Science and Engineering : A*, 596: 236–243.

Rouby, D., Fleischmann, P. et Duvergier, C. (1983). Un modèle de sources d'émission acoustique pour l'analyse de l'émission et de l'émission par salves, I, analyse théorique. *Philosophical Magazine A*, 47:671–687.

Rougier, Y., Stolz, C. et Zaoui, A. (1994). Self-consistent modelling of elastic-viscoplastic polycrystals. *Comptes Rendus Academie des Sciences Paris*, 318:145–151.

Runge, C. et Kutta, M. W. (1901). Über empirische funktionen und die interpolation zwischen äquidistanten ordinaten. *eitung der Math. und Phys.*, 46:224–243.

Sabar, H., Berveiller, M., Favier, V. et Berbenni, S. (2002). A new class of micro-macro models for elasticviscoplastic heterogenous materials. *International Journal of Solids and Structures*, 39:3257–3276.

Salem, A. A., Kalidindi, S. R. et Doherty, R. G. (2002). Strain hardening regimes and microstructure evolution during large strain compression of high purity titanium. *Scripta Materialia*, 46:419–423.

Salem, A. A., Kalidindi, S. R. et Doherty, R. G. (2003). Strain hardening of titanium : role of deformation twinning. *Acta Materialia*, 51:4225–4237.

Salem, A. A., Kalidindi, S. R., Doherty, R. G. et Semiatin, S. L. (2006). Strain hardening due to deformation twinning in α-titanium : Mechanisms. *Metallurgical and Materials Transactions A*, 37:259–268.

Salem, A. A., Kalidindi, S. R. et Semiatin, S. L. (2005). Strain hardening due to deformation twinning in α-titanium : Constitutive relations and crystal-plasticity modeling. *Acta Materialia*, 53:3495–3502.

Sarker, D. et Chen, D. L. (2012). Detwinning and strain hardening of an extruded magnesium alloy during compression. *Scripta Materialia*, 67:165–168.

Schmid, E. (1924). Neuere untersuchungen an metallkristallen. *In Proc. 1st Int. Congr. Appl. Mech.*, pages 342–353. Delft.

Shashkov, I. (2012). *Etude multi-échelle de l'intermittence de la déformation plastique à l'aide de l'émission acoustique.* Thèse de doctorat, Université de Lorraine, France.

Shashkov, I. V., Lebyodkin, M. A. et Lebedkina, T. A. (2012). Multiscale study of acoustic emission during smooth and jerky flow in an AlMg alloy. *Acta Materialia*, 60:6842–6850.

Song, S. G. et Gray III, G. T. (1995). Structural interpretation of the nucleation and growt of deformation twins in Zr and Ti−I. application of the coincidence site lattice (csl) theory to twinning problems in hcp structures. *Acta Metallurgica et Materialia*, 43:2325–2337.

Staroselsky, A. et Anand, L. (2003). A constitutive model for hcp materials deforming by slip and twinning : application to magnesium alloy $AZ_{31}B$. *International Journal of Plasticity*, 19:1843–1864.

Stohr, J. F. et Poirier, J. P. (1972). Etude en microscopie électronique du glissement pyramidal {112}<113> dans le magnésium. *Philosophical Magazine*, 25:1313–1329.

Tanaka, K. et Mori, T. (1972). Note on volume integrals of the elastic field around an ellipsoidal inclusion. *Journal of Elasticity*, 2:199–200.

Taylor, G. I. (1938). Plastic strain in metals. *Journal of the Institute of Metals*, 62:307–324.

Tomé, C. N., Lebensohn, R. A. et Kocks, U. F. (1991). A model for texture development dominated by deformation twinning : application to Zirconium alloys. *Acta Metallurgica et Materialia*, 39(11):2667–2680.

Turner, P. A. et Tomé, C. N. (1994). A study of residual stresses in zircaloy-2 with rod texture. *Acta Metallurgica et Materialia*, 42(12):4143–4153.

Tyson, W. (1967). Basal and prismatic slip in h.c.p. crystals. *Acta metallurgica*, 15:574–577.

Tyson, W. R. (1969). Slip modes of thallium. *Acta Metallurgica*, 17:863–868.

Van Houtte, P. (1978). Simulation of the rolling and shear texture of brass by the taylor theory adapted for mechanical twinning. *Acta Metallurgica*, 26(4):591–604.

Vinogradov, A. V., Patlan, V. et Hashimoto, S. (2001). Spectral analysis of acoustic emission during cyclic deformation of copper single crystals. *Philosophical Magazine A*, 81:1427–1446.

Voigt, W. (1928). *Lehrbuch Der Kristallphysik*. B.G. Teubner, Leipzig, Germany.

Von Mises, R. (1928). Mechanik der plastischen formanderung von kristallen. *Z. angew. Math. Mech.*, 8:161–85.

Wang, B., Xin, R., Huang, G. et Liu, Q. (2012a). Effect of crystal orientation on the mechanical properties and strain hardening behavior of magnesium alloy AZ_{31} during uniaxial compression. *Materials Science and Engineering A*, 534:588–593.

Wang, H., Wu, P., Tomé, C. et Huang, Y. (2010a). A finite strain elastic-viscoplastic self-consistent model for polycrystalline materials. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 58:594–612.

Wang, J., Hirth, J. P. et Tomé, C. N. (2013). $(\bar{1}012)$ twinning nucleation mechanisms in hexagonal-close-packed crystals. *Acta Materialia*, 57:5521–5530.

Wang, L., Wang, Y., Eisenlohr, P., Bieler, T. R., Crimp, M. A. et Mason, D. E. (2010b). Twin nucleation by slip transfer across grain boundaries in commercial purity titanium. *Metallurgical and Materials Transactions A*, 41:421–430.

Wang, S., Schuman, C., Bao, L., Lecomte, J.-S., Zhang, Y., Raulot, J.-M., Philippe, M.-J. et Zhao, X. (2012b). Variant selection criterion for twin variants in titanium alloys deformed by rolling. *Acta Materialia*, 60:3912–3919.

Warwick, J. L. W., Jones, N. G., Rahman, K. M. et Dye, D. (2012). Lattice strain evolution during tensile and compressive loading of CPTi. *Acta Materialia*, 60:6720–6731.

Weiss, J. et Grasso, J. R. (1997). Acoustic emission in single crystals of ice. *The Journal of Physical Chemistry B*, 101(32):6113–6117.

Weiss, J., Grasso, J. R., Miguel, M.-C., Vespignani, A. et Zapperi, S. (2001). Complexity in dislocation dynamics : experiments. *Materials Science Engineering A*, 309-310:360–364.

Weiss, J. et Marsan, D. (2003). Three-dimensional mapping of dislocation avalanches : clustering and space/time coupling. *Science*, 299(3):89–92.

Weiss, J., Rhouma, W. B., Richeton, T., Dechanel, S., Louchet, F. et Truskinovsky, L. (2015). From mild to wild fluctuations in crystal plasticity. *Physical Review Letters*, 114:105504.

Weiss, J., Richeton, T., Louchet, F. m. c., Chmelík, F., Dobron, P., Entemeyer, D., Lebyodkin, M., Lebedkina, T., Fressengeas, C. et McDonald, R. J. (2007). Evidence for universal intermittent crystal plasticity from acoustic emission and high-resolution extensometry experiments. *Physical Review B*, 76:224110.

Weng, G. J. (1981a). Self-consistent determination of time-dependent behaviour of metals. *Journal of Applied Mechanics*, 48:41–46.

Weng, G. J. (1981b). A self-consistent scheme for the relaxation behaviour of metals. *ASME, Journal of Applied Mechanics*, 48:779–784.

Wikipedia (2015). Loi d'arrhenius.
http://fr.wikipedia.org/wiki/Loi_d%27Arrhenius.

Won, J. W., Park, K. T., Hong, S. G. et Lee, C. S. (2015). Anisotropic yielding behavior of rolling textured high purity titanium. *Materials Science and Engineering : A*, 637:215–221.

Wu, H. Y. et Lin, F. Z. (2010). Mechanical properties and strain-hardening behavior of Mg alloy $AZ_{31}B{-}H_{24}$ thin sheet. *Materials Science and Engineering A*, 527: 1194–1199.

Wu, X., Kalidindi, S. R., Necker, C. et Salem, A. A. (2007). Prediction of crystallographic texture evolution and anisotropic stress-strain curves during large plastic strains in high purity α-titanium using a taylor-type crystal plasticity model. *Acta Materialia*, 55:423–432.

Xiaoli, T., Haicheng, G., Shufen, Z. et Laird, C. (1994). Loading mode dependence of deformation microstructure in a high-purity titanium single crystal oriented for difficult glide. *Materials Science and Engineering : A*, 189:77–84.

Xu, B., Capolungo, L. et Rodney, D. (2013). On the importance of prismatic/basal interfaces in the growth of $(\bar{1}012)$ twins in hexagonal close packed crystals. *Scripta Materialia*, 68:901–904.

Yoo, M. H. (1981). Slip, twinning, and fracture in hexagonal close-packed metals. *Metallurgical transactions A*, 12:409–418.

Zaefferer, S. (2003). A study of active deformation systems in titanium alloys : dependence on alloy composition and correlation with deformation texture. *Materials Science and Engineerign*, 344:20–30.

Zaiser, M. (2006). Scale invariance in plastic flow of crystalline solids. *Advances in Physics*, 55:185–245.

Zambaldi, C., Yang, Y., Bieler, T. R. et Raabe, D. (2012). Orientation informed nanoindentation of α-titanium : Indentation pileup in hexagonal metals deforming by prismatic slip. *Journal of Materials Research*, 27:356–367.

Zuev, L. B. et Barannikova, S. A. (2010). Evidence for the existence of localized plastic flow auto-waves generated in deforming metals. *Natural Science*, 2(5):476–483.

Zuev, L. B. et Barannikova, S. A. (2011). A new model of localized plastic flow and failure of solids. *Procedia Engineering*, 10:948–952.

Zuev, L. B. et Danilov, V. I. (1997). Plastic deformation viewed as evolution of an active medium. *International Journal of Solids and Structures*, 34(29):3795–3805.

Zuev, L. B., Danilov, V. I., Poletika, T. M. et Barannikova, S. A. (2004). Plastic deformation localization in commercial Zr-base alloys. *International Journal of Plasticity*, 20:1227–1249.

Liste des figures

I.1 Maille cristalline d'une structure hexagonale compacte. D'après Hull et Bacon [2001]. 25

I.2 Systèmes de glissement dans les métaux *hcp*. D'après Naka *et al.* [1991]. 27

I.3 Loi de Schmid pour un monocristal en traction simple 28

I.4 Illustration de la déformation par maclage dans un cristal. D'après DoITPoMS [2015]. 30

I.5 Représentation schématique des éléments cristallographiques d'un système de maclage. D'après Yoo [1981]. 31

I.6 Carte d'orientations cristallographiques d'échantillons de titane commercialement pur (CP Ti) et d'alliage de magnésium AZ31 après déformation. Macles de contraction (en vert), macles d'extension (en rouge). D'après Ghaderi et Barnett [2011]. 33

I.7 Essais de compression simple sur du α-titane, du laiton 70/30 et du cuivre. D'après Salem *et al.* [2003]. 35

I.8 Evolution en 3 stades du taux d'écrouissage dans un alliage de magnésium AM30 en compression simple. D'après Sarker et Chen [2012] 36

I.9 Séparation des échelles et définition du VER. D'après Nicaise [2009]. . 40

I.10 Illustration du principe du schéma auto-cohérent à 1-site. 41

I.11 Comparaison entre la réponse contrainte-déformation mesurée et la prédiction du modèle de Taylor avec prise en compte phénoménologique du durcissement dû au maclage du α-Ti soumis à un essai de compression simple à température ambiante. D'après Salem *et al.* [2005]. 44

I.12 Ajout régulier de grains sur un tas de sable. 52

I.13 Densité de distribution de l'énergie de l'émission acoustique observée sur des monocristaux purs de *hcp* et de *cfc*. L'auteur note l'énergie de l'émission acoustique E (resp. l'exposant de la loi puissance τ_E) au lieu de W (resp. β_W) dans le texte de ce mémoire. D'après Richeton *et al.* [2007]. 54
I.14 Densité de distribution de la vitesse de déplacement d'une section de l'éprouvette de traction du monocristal de cuivre orienté pour le glissement multiple. D'après Weiss *et al.* [2007]. Des distributions similaires ont été publiées pour la vitesse de déformation locale [Fressengeas *et al.*, 2009]. 55
I.15 Densité de distribution de l'énergie de l'émission acoustique observée sur un monocristal de glace lors du fluage en compression, sur un monocristal de cuivre en traction simple et sur un polycristal d'aluminium en essais cyclique traction-compression. D'après Weiss *et al.* [2015]. 56
I.16 Un exemple typique de propagation d'onde plastique sur la partie utile de l'éprouvette durant la déformation plastique. D'après Zuev et Barannikova [2011]. 58
I.17 Fluctuations longitudinales autour de la vitesse de déformation imposée dans un diagramme spatiotemporel durant la transition élastoplastique. Les lignes caractéristiques pointillées (en noire) se déplacent de la gauche vers la droite le long de la partie utile de l'éprouvette. La vitesse de déformation imposée est de $5 \times 10^{-4}\,\mathrm{s}^{-1}$. Les fluctuations peuvent s'élever jusqu'à $2,5 \times 10^{-3}\,\mathrm{s}^{-1}$. D'après Fressengeas *et al.* [2009]. 60
I.18 Diagramme récapitulatif des objectifs de cette thèse. 61

II.1 Micrographie de la microstructure initiale de la tôle de CP Ti 64
II.2 Figures de pôle de la tôle initiale du CP Ti mesurée par EBSD (708 771 orientations) et tracées avec la boîte à outils MTEX [Bachmann *et al.*, 2010]. 65
II.3 Tôle-Eprouvettes du CP Ti 65

II.4 Montage expérimental des différents dispositifs utilisés. D'après Bougherira [2011]. 66
II.5 Schéma du montage expérimental 67
II.6 Machine de traction avec extensomètre mécanique 68
II.7 Courbes de traction et du taux d'écrouissage d'une éprouvette DT de CP Ti déformée à $\dot{\varepsilon}_a = 8 \times 10^{-3}\mathrm{s}^{-1}$ 70
II.8 Positions des transitions x_i entre bandes noires et blanches 72
II.9 Photographie d'une éprouvette de CP Ti déformée jusqu'à la rupture. On peut noter une absence de la rotation des bandes peintes. 72
II.10 Étapes permettant d'obtenir une carte spatiotemporelle des vitesses de déformation locale d'une éprouvette DT de CP Ti déformée à $\dot{\varepsilon}_a = 8 \times 10^{-3}\mathrm{s}^{-1}$ 75
II.11 Caractéristiques d'une salve acoustique. D'après [Ceausescu-Ersen, 2004]. 78
II.12 Analyse énergétique des salves acoustiques d'une éprouvette DT de CP Ti déformée à $\dot{\varepsilon}_a = 8 \times 10^{-3}\mathrm{s}^{-1}$ sur l'intervalle quasi-stationnaire $9,5 - 19,5\,\mathrm{s}$. 81
II.13 Repérage d'un grain dans le repère cristallin K_B par rapport au repère de l'échantillon K_A. D'après Bunge [1982]. 84
II.14 Convention du logiciel HKL Channel 5 pour le repérage des directions cristallographiques de la maille hcp : X//$[01\bar{1}0]$, Y//$[\bar{1}2\bar{1}0]$, Z//$[0001]$ 84
II.15 Représentation d'une ligne de glissement à la surface d'un échantillon dans le repère $K_A(X, Y, Z)$. D'après Chattopadhyay *et al.* [2012]. . . . 86

III.1 Essais de traction réalisés à des vitesses de déformations initiales ($\dot{\varepsilon}_a$) égales à $5 \times 10^{-5}\,\mathrm{s}^{-1}$, $5 \times 10^{-4}\,\mathrm{s}^{-1}$ et $8 \times 10^{-3}\mathrm{s}^{-1}$ sur les échantillons DT et DL. 90
III.2 Essais de traction réalisés à des vitesses de déformations initiales ($\dot{\varepsilon}_a$) égales à $5 \times 10^{-5}\,\mathrm{s}^{-1}$, $5 \times 10^{-4}\,\mathrm{s}^{-1}$ et $8 \times 10^{-3}\mathrm{s}^{-1}$ sur les échantillons DT et DL (Agrandissement de la figure III.1) 91

III.3 Limite élastique en fonction de la vitesse de déformation appliquée, déterminée au niveau de $0,2\%$ de déformation plastique. Les vitesses de déformations sont égales à $5 \times 10^{-5}\,\mathrm{s}^{-1}$, $5 \times 10^{-4}\,\mathrm{s}^{-1}$ et $8 \times 10^{-3}\mathrm{s}^{-1}$. Les échantillons DT et DL sont représentés par des cercles et des triangles respectivement. 94
III.4 Mesures à partir d'extensomètres locaux sur une éprouvette DT de CP Ti déformée à $\dot{\varepsilon}_a = 8 \times 10^{-3}\mathrm{s}^{-1}$. 96
III.5 La carte de la figure III.4b transformée en 3D. 97
III.6 Figures de pôle après déformation plastique mesurée par EBSD. Les tracées sont réalisées à l'aide de la boîte à outils MTEX [Bachmann *et al.*, 2010]. 99
III.7 Distribution cumulée $F(X \geq X_0)$ des facteurs de Schmid maximaux de grains issus d'une carte EBSD d'un échantillon non déformé, considérant une direction de traction selon (a) DL et (b) DT. La représentation de la distribution est choisie de manière à ce que l'ordonnée d'un point X_0 donne la fraction de grains qui possèdent un facteur de Schmid d'une valeur X_0 ou supérieure. Les lignes verticales correspondent à la valeur seuil de $0,4$ choisie comme exemple. 103
III.8 Cission en fonction du glissement. Scénario expliquant le pic de contrainte. D'après Naka [1983]. 105

IV.1 Cinématique du comportement élastoviscoplastique d'un monocristal en transformations finies 109
IV.2 Hypothèse sur la morphologie des grains du VER (a_1=a_2=a_3). 115
IV.3 Figures de pôle de la tôle initiale du CP Ti simulé (5 547 orientations) et tracées avec la boîte à outils MTEX [Bachmann *et al.*, 2010]. . . . 116
IV.4 Distribution de la taille des grains de la tôle initiale du CP Ti 116

VI.1 Comparaison des prédictions du modèle avec les mesures expérimentales concernant l'évolution du taux d'écrouissage en fonction de la déformation plastique. En encart : Résultats des simulations avec une même valeur de n et C_1 pour toutes les familles de glissement ($n = 50$ et $C_1 = 1,5 \times 10^{-4}$). 148

VI.2 Comparaison des prédictions du modèle avec les mesures expérimentales concernant l'évolution du taux d'écrouissage en fonction de la déformation plastique suivant l'orientation et la vitesse de déformation. Les prédictions du modèle sont en tirets et les données expérimentales en trait plein. 149

VI.3 Comparaison de l'évolution de la contrainte en fonction de la déformation plastique entre les prédictions du modèle et les mesures expérimentales. 151

VI.4 Comparaison des prédictions du modèle avec les mesures expérimentales concernant l'évolution de la contrainte en fonction de la déformation plastique suivant l'orientation et la vitesse de déformation. Les prédictions du modèle sont en tirets et les données expérimentales en trait plein. 152

VI.5 Activités relatives des familles de glissement α prédites par le modèle. L'effet de la vitesse de déformation sur les familles P et $\Pi_1^{<a>}$ est montré : $5 \times 10^{-5}\,\mathrm{s}^{-1}$ (lignes en tirets), $5 \times 10^{-4}\,\mathrm{s}^{-1}$ (lignes pleines), $8 \times 10^{-3}\,\mathrm{s}^{-1}$ (lignes en pointillés). 154

VI.6 Fréquence d'observation des familles de glissement estimée par le modèle ($\gamma_c = 0,004$). L'effet de la vitesse de déformation sur les familles P et $\Pi_1^{<a>}$ est montré : $5 \times 10^{-5}\,\mathrm{s}^{-1}$ (lignes en tirets), $5 \times 10^{-4}\,\mathrm{s}^{-1}$ (lignes pleines), $8 \times 10^{-3}\,\mathrm{s}^{-1}$ (lignes en pointillés). Les points de données correspondent aux valeurs expérimentales des tableaux III.2-III.3 à $5 \times 10^{-4}\,\mathrm{s}^{-1}$. Les valeurs mesurées à la striction correspondent en réalité à des déformations $E_p > 0,1$. 156

VI.7 Évolution des coefficients de Lankford prédits par le modèle. Les points de données correspondent aux mesures expérimentales à $\dot{\varepsilon}_a = 5 \times 10^{-4}\,\mathrm{s}^{-1}$ (DL : symbole étoile ; DT : symbole diamant). 159
VI.8 Comparaison des figures de pôle simulée et mesurée (EBSD) des textures initiale et après déformation plastique. Les tracés ont été réalisés à l'aide de la boîte à outils MTEX [Bachmann *et al.*, 2010]. 162
VI.9 Comparaison de l'évolution des taux d'écrouissage donnée par le modèle dans les échantillons DT et DL avec un zoom sur le stade C en encart. 164
VI.10 Prédictions du modèle pour l'évolution des densités de dislocations mobiles ρ_m et de forêt ρ_f (i.e., les densités sont cumulées sur les 30 systèmes de glissement puis moyennées sur la population des grains). En encart : Résultats des simulations avec une seule valeur de n et de C_1 pour toutes les familles de glissement ($n = 50$ et $C_1 = 1,5 \times 10^{-4}$). 165
VI.11 Proportion de grains avec un seul système activé ($\gamma_c = 0,004$). En encart : Proportion de grains avec deux systèmes activés ($\gamma_c = 0,004$). 167
VI.12 Évolution de l'énergie bloquée au cours de la déformation plastique. 168
VI.13 Réponse mécanique locale des grains prédite par le modèle. Les prédictions du modèle sont en tirets et les donnéees expérimentales en trait plein pour les courbes $\Sigma - E_p$. 169
VI.14 Contribution moyenne de glissement sur le système le plus actif à l'allongement axiale de l'échantillon 173
VI.15 Courbes d'évolution du taux d'écrouissage, issues des données expérimentales et du modèle, montrant qu'au tout début de la déformation plastique, les échantillons DT (en trait plein) durcissent plus que les échantillons DL (en tiret). 175

VII.1 Comparaison des courbes de contrainte, d'EA et d'extensométrie locale à haute résolution pour $\dot{\varepsilon}_a = 5 \times 10^{-4}\mathrm{s}^{-1}$ suivant DT et DL . . . 181
VII.2 Comparaison des courbes de contrainte, d'EA et d'extensométrie locale à haute résolution pour $\dot{\varepsilon}_a = 2 \times 10^{-3}\mathrm{s}^{-1}$ suivant DT et DL . . . 182

VII.3 Comparaison des courbes de contrainte, d'EA et d'extensométrie locale à haute résolution pour $\dot{\varepsilon}_a = 8 \times 10^{-3}\mathrm{s}^{-1}$ suivant DT et DL . . . 183

VII.4 Comparaison de la dérivée temporelle de la contrainte appliquée et de la fréquence moyenne de coups d'EA en échelle logarithmique pour la vitesse de déformation $\dot{\varepsilon}_a = 5 \times 10^{-4}\mathrm{s}^{-1}$. Couleur rouge - DL, bleue - DT. La ligne en traits désigne approximativement la transition élastoplastique, et les flèches visent les stades correspondant aux stades d'écrouissage. 184

VII.5 Comparaison de la dérivée temporelle de la contrainte appliquée et de la fréquence moyenne de coups d'EA en échelle logarithmique pour la vitesse de déformation $\dot{\varepsilon}_a = 8 \times 10^{-3}\mathrm{s}^{-1}$. Couleur rouge-DL, bleue-DT. 187

VII.6 Fonction de densité de probabilité $f(A^2)$ (voir équation II.8) de l'amplitude normalisée au carré des événements d'EA pour deux types d'échantillons DT et DL déformés à la vitesse $\dot{\varepsilon}_a = 5 \times 10^{-4}\mathrm{s}^{-1}$. Les désignations sont uniques pour les figures VII.6 – VII.8 : cercles bleus – un intervalle de temps suivant la transition élastoplastique, cercles verts – près de la striction, triangles – au début de la striction, étoiles - près de la rupture. 189

VII.7 Fonction de densité de probabilité $f(A^2)$ pour deux types d'échantillons DT et DL déformés à la vitesse $\dot{\varepsilon}_a = 2 \times 10^{-3}\mathrm{s}^{-1}$. 190

VII.8 Fonction de densité de probabilité $f(A^2)$ pour deux types d'échantillons DT et DL déformés à la vitesse $\dot{\varepsilon}_a = 8 \times 10^{-3}\mathrm{s}^{-1}$. Les fonctions de densité de probabilité au début de la striction (triangles) ne sont pas tracées à cause d'une variance très forte qui nuit à la lisibilité des graphiques. Malgré cette dispersion, la loi puissance est aussi établie pour ce stade de déformation. 191

VII.9 Exemple de courbes de vitesse de déformation locale pour une éprouvette DT déformée à $\dot{\varepsilon}_a = 8 \times 10^{-3}\mathrm{s}^{-1}$. L'analyse statistique a été faite dans l'intervalle indiqué par les lignes verticales pointillées. 194

VII.10 Distribution statistique des amplitudes normalisées des fluctuations de la vitesse de déformation locale pour une des sections de l'éprouvette DT (voir figure VII.9) déformée à $\dot{\varepsilon}_a = 8 \times 10^{-3}\mathrm{s}^{-1}$. 194

VII.11 Une amplification de la carte spatiotemporelle de la figure VII.3c sur l'intervalle 9 s − 15 s. Les lignes inclinées montrent un arrangement des tâches révélant une propagation de l'activité plastique le long de l'éprouvette. Le carré montre un exemple de comportement sans ordre ondulatoire évident. 195

A.1 Courbes contrainte-déformation plastique normalisées pour un polycristal *cfc* simulées à partir des modèles de Taylor [1938], de Kröner-Weng [1961; 1981a], du modèle affine héréditaire de Masson et Zaoui [1999], ainsi que de nos modèles affine et sécant à variables internes. . 210

B.1 Comparaison Modèle simplifié-Expérimental 222

B.2 Courbes de taux d'écrouissage prédites par le modèle simplifié 223

B.3 Courbe des densités de dislocation du modèle simplifié 224

Liste des tableaux

I.1 Plans de glissement facile dans les métaux *hcp* à température ambiante. D'après Tyson [1967]. 29

I.2 Invariants de macle généralement observés dans les métaux *hcp*. D'après Yoo [1981]. 31

I.3 Angles de désorientation minimum et axes associés pour les systèmes de maclage du Ti à température ambiante. D'après Song et Gray III [1995]. 34

I.4 Données non-exhaustives de la littérature pour les rapports de CRSS entre le système P et les autres systèmes dans le α-Ti commercialement pur ou de très haute pureté à température ambiante. Pour les systèmes P, les valeurs absolues de la CRSS sont données. Les CRSSs correspondent aux valeurs initiales des cissions résolues lorsque le glissement s'initie sur un système. Dans Benmhenni *et al.* [2013], elles correspondent donc aux valeurs de $\tau_c^{(s)}$ (voir Eq. I.5) calculées à partir des densités de dislocations initiales. 47

II.1 Composition chimique du titane commercialement pur étudié 64

III.1 Estimations quantitative de la fraction volumique de macle. T_1 signifie $\{10\bar{1}2\}[\bar{1}011]$ macles d'extension et C pour $\{11\bar{2}2\}[11\bar{2}\bar{3}]$ macles de contraction. 98

III.2 Fréquence d'observation des familles de systèmes de glissement autour du stade B. 101

III.3 Fréquence d'observation des familles de systèmes de glissement à la rupture. 101

VI.1 Paramètres du modèle affine à variables internes 144

VI.2 Coefficients de Lankford mesurés et prédits. "A" représente le cas de l'élasticité anisotrope et "I" le cas de l'élasticité isotrope. Dans le dernier cas, les simulations sont exécutées avec $\nu = 0,3$ et $\mu = 42,25\,\text{GPa}$; les autres paramètres étant les mêmes que dans le cas anisotrope. *Les valeurs de Benmhenni *et al.* [2013] sont en fait obtenues grâce à une régression linéaire sur un large intervalle de déformation. 158

B.1 Les paramètres du modèle simplifié 219

Résumé

La déformation plastique du α-titane est fortement anisotrope. Elle met en jeu des familles de systèmes de glissement aux propriétés diverses et différents types de macles. Dans cette étude, des essais de traction sur des échantillons de α-titane de pureté commerciale sont couplés avec des mesures d'émission acoustique et d'extensométrie locale à haute résolution. Ces essais révèlent la présence d'un puits sur la courbe d'évolution du taux d'écrouissage. Un effet inverse de la vitesse de déformation sur la profondeur de ce puits est trouvé selon que les échantillons sont déformés suivant le sens long ou le sens travers de la tôle laminée initiale. Des analyses statistiques des lignes de glissement montrent une prédominance initiale du glissement prismatique, particulièrement prononcée dans les échantillons prélevés suivant le sens long. Une diminution de l'activité relative du glissement prismatique est observée au cours de la déformation des deux types d'éprouvettes. Les fractions volumiques de macles sont plus élevées dans les essais réalisés en sens travers mais restent néanmoins très faibles ($< 5\%$), en particulier au niveau du puits ($< 2\%$). Ces résultats fournissent une base physique pour l'élaboration d'un modèle capable d'expliquer ce comportement particulier de l'écrouissage. Le modèle s'appuie sur un schéma auto-cohérent en élastoviscoplasticité, basé sur la méthode des champs translatés et utilisant une linéarisation affine de la relation constitutive viscoplastique. Le modèle considère la plasticité cristalline et traite séparément la densité de dislocations mobiles et la vitesse moyenne des dislocations. Il suppose une plus faible sensibilité à la vitesse de déformation ainsi qu'une multiplication plus rapide des dislocations sur les systèmes prismatiques. À partir de ces différentes hypothèses, les courbes de traction sont correctement reproduites et des estimations raisonnables des coefficients de Lankford, de l'activité relative du glissement prismatique et de l'évolution des textures sont obtenues. Plus important encore, l'effet inverse de la vitesse de déformation sur la profondeur du puits du taux d'écrouissage selon l'orientation de l'axe de traction est retrouvé de manière qualitative, ce qui permet d'avancer une explication aux phénomènes observés. Par ailleurs, les mesures d'émission acoustique et d'extensométrie locale à haute résolution permettent d'analyser le caractère intermittent et ondulatoire du α-titane à une échelle mésoscopique. Ces données sont confrontées aux prédictions du modèle actuel et serviront de base pour le développement futur d'un modèle plus complexe.

Mots-clés : Titane, Ecrouissage, Anisotropie, Hétérogénéité, Modélisation micromécanique, Plasticité cristalline, Émission acoustique, Extensométrie locale à haute résolution.

Abstract

Multi-scale characterization and modeling of the anisotropy and heterogeneity of α-titanium plastic deformation in tension conditions

The plasticity of α-titanium is strongly anisotropic. It involves slip systems families with various properties and different kinds of twins. In this study, tensile tests on commercially pur α-titanium samples are coupled with acoustic emission and high-resolution extensometry measurements. These tests show the presence of a well on the strain dependence of the work hardening. An opposite strain rate effect on the well depth is found whether specimens are elongated along the rolling or the transverse direction of the initially laminated sheet. Slip lines analysis reveals an initial predominance of prismatic slip, particularly pronounced in specimens strained along the rolling direction. The relative activity of prismatic slip is then observed to decrease with the deformation of both kinds of samples. The twin volume fractions are higher in the tests performed in the transverse direction but still remain very low ($< 5\%$), especially around the well ($< 2\%$). These results provide grounds for elaboration of a model capable of explaining such peculiar work hardening behavior. The model relies on a self-consistent scheme in elastoviscoplasticity, based on the translated field method and an affine linearization of the viscoplastic flow rule. The model considers crystal plasticity and deals separately with mobile dislocation density and dislocation velocity. It assumes lower strain rate sensitivity as well as higher dislocation multiplication rate for prismatic systems. Based on these assumptions, the model reproduces correctly the stress-strain curves and gives sound estimates of Lankford coefficients, prismatic slip activity and textures evolution. Most importantly, the opposite effect of strain rate on the well depth with regard to the orientation of the tensile axis is qualitatively retrieved, which allows putting forward an explanation of the observed phenomena. Besides, acoustic emission and high-resolution extensometry measurements allow analyzing the intermittent and wave nature of α-titanium at a mesoscopic scale. These data are confronted with the predictions of the present model and will be used as grounds for the future development of a more complex model.

Key words : Titanium, Work hardening, Anisotropy, Heterogeneity, Micromechanical modeling, Crystal plasticity, Acoustic emission, High-resolution extensometry.