HAL
open science

Analyse des conditions de rupture des conduites d'adduction d'eau potable en polyéthylène, sous l'effet d'écoulement transitoire, en présence d'un défaut

Mohamed Amine Guidara

To cite this version:

Mohamed Amine Guidara. Analyse des conditions de rupture des conduites d'adduction d'eau potable en polyéthylène, sous l'effet d'écoulement transitoire, en présence d'un défaut. Autre. Université de Lorraine; Université de Sfax (Tunisie), 2016. Français. NNT : 2016LORR0042 . tel-01754689

HAL Id: tel-01754689

https://hal.univ-lorraine.fr/tel-01754689v1

Submitted on 21 Jun 2018

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

UNIVERSITÉ DE LORRAINE

AVERTISSEMENT

Ce document est le fruit d'un long travail approuvé par le jury de soutenance et mis à disposition de l'ensemble de la communauté universitaire élargie.

Il est soumis à la propriété intellectuelle de l'auteur. Ceci implique une obligation de citation et de référencement lors de l'utilisation de ce document.

D'autre part, toute contrefaçon, plagiat, reproduction illicite encourt une poursuite pénale.

Contact : ddoc-theses-contact@univ-lorraine.fr

LIENS

Code de la Propriété Intellectuelle. articles L 122. 4
Code de la Propriété Intellectuelle. articles L 335.2- L 335.10
http://www.cfcopies.com/V2/leg/leg_droi.php
http://www.culture.gouv.fr/culture/infos-pratiques/droits/protection.htm

THESE

En vue de l'obtention du grade de docteur délivré par

L'Université de Lorraine
Et
L'École Nationale d'Ingénieurs de Sfax

Spécialité doctorale "Mécanique et Énergétique"

présentée et soutenue publiquement par

Mohamed Amine GUIDARA

Analyse des conditions de rupture des **conduites d'adduction d'eau potable en polyéthylène, sous l'effet d'écoulement transitoire, en présence d'un défaut**

Soutenu le 02 juin 2016, devant le jury composé de :

M. Abdelwaheb AMROUCHE (Professeur)	Président
M. Ali AKROUT (Maitre de conférence)	Rapporteur
M. Stéphane PANIER (Maitre de conférence)	Rapporteur
M. Abdelouahed LAKSIMI (Professeur)	Examinateur
M. Mohsen AKROUT (Maitre de conférence)	Examinateur
M. Christian SCHMITT (Maitre de conférence)	Examinateur
M. Ezzeddine HADJ TAIEB (Professeur à l'ENIS)	Directeur de Thèse
M. Zitouni AZARI (Professeur à l'université de Lorraine)	Directeur de Thèse

Laboratoire de mécanique Biomécanique Polymère Structures, (EA4632). École Nationale d'Ingénieurs de Metz, France

Laboratoire de Mécanique des Fluides Appliquée, Génie des Procédés et Environnement (LR11ES57). École Nationale d'Ingénieurs de Sfax, Tunisie

Résumé

Le problème du rendement de la distribution des eaux potables a récemment fait l'objet de nombreux travaux de recherche. En effet, les ruptures des canalisations et les fuites sont des phénomènes assez fréquents en milieu urbain. Afin de réduire au maximum les risques de fuite à long terme, près de 60 % des réseaux d'eau potable sont construits ou renouvelés avec des conduites en polyéthylène de troisième génération, PE100. De par ses caractéristiques, c'est un matériau de choix pour les réseaux d'adduction d'eau. Mais la présence d'un défaut superficiel peut générer la rupture de la conduite sous l'effet d'écoulement transitoire. Afin d'étudier ce problème, notre étude est décomposée en deux parties. La première est consacrée à l'étude de l'effet dynamique du comportement viscoélastique du matériau sur l'écoulement transitoire à l'aide d'un modèle mathématique que nous avons développé dans cette thèse. Nous avons démontré que le comportement viscoélastique du PE100 joue un rôle primordial dans l'amortissement du phénomène du coup de bélier et de résonance. En cas de présence de couplage de jonction, l'étude de l'interaction fluide-structure est nécessaire pour définir correctement les fréquences propres d'un système de conduites. Ensuite, dans la seconde partie, nous avons étudié le comportement à la fissuration des conduites en PE100 présentant un défaut. A l'aide d'essais expérimentaux et de modélisations par éléments finis, nous avons démontré que le concept de la mécanique élasto-plastique de rupture, l'intégrale-J, peut définir avec une précision acceptable le comportement à la fissuration d'une conduite en PE100. Nous avons cherché à déterminer l'intégrale-J à l'aide d'un modèle semi-empirique afin de définir une relation entre la pression d'amorçage de fissure, la taille de défaut (fissure semi-elliptique) et la géométrie de la conduite

Mots-clés : Intégrale-J, Ecoulement transitoire, Fissure semi-elliptique, Conduite en Polyéthylène, Éléments finis, Rupture des conduites

Table des matières

Introduction générale 13

Chapitre I 15

Etude bibliographique 15

I.1. Généralité sur les tubes en Polyéthylène 16

I.1.1. Histoire des tubes en polyéthylène 16

I.1.2. Classification des tubes en polyéthylène 17

I.2. Comportement mécanique du polyéthylène comme matériau pour le tube 19

I.3. Propriétés mécaniques des tubes en PE 24

I.3.1. Courbe de régression 24

I.3.2. Résistance à la Propagation Rapide de Fissure (RCP, Rapid Crack Propagation).. 25

I.3.3. Résistance à la Propagation lente de Fissure (SCG) 26

I.4. Modes de rupture 27

I.4.1. Rupture ductile 27

I.4.2. Rupture fragile 28

I.5. Méthodes et outils pour évaluer et contrôler la nocivité des défauts dans les canalisations 29

I.5.1. Mécanique de la rupture 29

I.5.2. Concept de la mécanique linéaire élastique de la rupture et Facteur d'Intensité de Contraintes 30

I.5.3. Concept de la mécanique élastoplastique de la rupture et l'intégrale-J 30

I.5.4. Rupture en fluage et l'intégrale C 33

I.6. Interaction Fluide Structure (IFS) 34

I.7. L'effet dynamique de la viscoélasticité de la conduite en régimes transitoires 35

I.8. Conclusion 38

Chapitre II 39

Modélisation des écoulements transitoires en conduite viscoélastique ... 39

II.1. Formulations mathématiques (Les Équations générales des écoulements transitoires en conduites viscoélastiques) 40

II.1.1. Introduction 40

II.1.2. Hypothèses 41

II.1.3. Comportement d'un milieu viscoélastique 41

II.1.4. Relations de base du mouvement axial du fluide 44
II.1.5. Relation de base du mouvement axial de la conduite 46
II.1.6. Couplage fluide-structure et modèle à quatre équations : 48
II.1.7. Modèle simplifié à deux équations 51
II.1.8. Perte de charge 53
II.2. Résolution par la méthode des caractéristiques (Analyse Temporelle) 57
II.2.1. Introduction 57
II.2.2. Transformation par la méthode caractéristique 58
II.2.3. Méthode de résolution basée sur les caractéristiques 62
II.3. Méthode de d'analyse fréquentielle 65
II.3.1. Introduction 65
II.3.2. Résolution par la méthode de la matrice de transfert (MMT) 65
II.4. Conclusion 70
Chapitre III 71
Effet dynamique du comportement viscoélastique de la conduite sur l'écoulement transitoire 71
III.1. Validation avec l'expérience de Covas 2004 72
III.2. Effet de l'Interaction Fluide Structure (IFS) et du comportement viscoélastique sur les fréquences propres d'un système hydraulique 73
III.2.1. Effet de l'interaction fluide-structure sur les fréquences propres d'un système hydraulique : Calcul pour un modèle élastique 74
III.2.2. Effet du comportement viscoélastique sur les fréquences propres d'un système hydraulique : Calcul avec un modèle viscoélastique 82
III.3. Etude d'un écoulement transitoire en conduite (PE100) relativement longue 83
III.3.1. Application : Réservoir-conduite-vanne 83
III.3.2. Système anti bélier par l'adduction d'une conduite viscoélastique 95
III.4. Conclusion 97
Chapitre IV 99
Etudes expérimentales : comportement mécanique, résistance à la fissuration par la courbe J-R et essais d'éclatement 99
IV.1. Caractérisation du comportement mécanique 100
IV.1.1. Comportement uniaxial (Traction) 100
IV.1.2. Essai sur anneau 105
IV.2. Comportement à la fissuration 109

IV.2.1. Introduction 109
IV.2.2. Préparation des éprouvettes 110
IV.2.3. Déroulement des essais CT 111
IV.2.4. Observation microscopique et détermination de l'avancement de fissure 112
IV.2.5. Détermination de paramètre-J 113
IV.2.6. Courbe J-R et la ténacité 114
IV.3. Essais d'éclatements 118
IV.3.1. Préparation des éprouvettes 118
IV.3.2. Moyens expérimentaux : 120
IV.3.3. Résultats et discussion. 122
IV.4. Conclusion 126
Chapitre V 129
Modélisation numérique : Analyse des conditions de rupture en se basant sur l'intégrale de contour J 129
V.1. Introduction 130
V.2. Modélisations des essais expérimentaux et études comparatives 130
V.2.1. Chargement en traction des Anneaux en PE100 131
V.2.2. Essais d'éclatement 134
V.2.3. Essai de traction sur une éprouvette CT 147
V.3. Modèle semi-empirique : étude de la nocivité d'un défaut 150
V.3.1. Formulation du modèle semi-empirique 150
V.3.2. Ajustement du modèle à l'aide de simulation par éléments finis 152
V.3.3. Application : 162
V.4. Conclusion 163
Conclusion générale 165
Perspectives 167
Bibliographie 169

Liste des figures

Figure I.1. Formule chimique du polyéthylène 18
Figure I.2. Différentes formes du Polyéthylène 18
Figure I.3. Courbe contrainte–déformation d'un polymère semi-cristallin (PEHD) en traction uniaxiale 20
Figure I.4. Modèle viscoélastique linéaire de Kelvin Voigt généralisé (Moore and Hu, 1996) 21
Figure I.5. Sensibilité de PEHD a) à la vitesse de déformation b) à la température [22] 22
Figure I.6. Évolution des courbes σ-ε à travers l'ensemble de la paroi du tube (PEHD80) [28] 23
Figure I.7. Propriétés mécaniques du PE100 24
Figure I.8. Courbe de régression typique pour PE 25
Figure I.9. Essai à petite échelle à état constant, essai S4 [34] 26
Figure I.10. Essai sur un tube entaillé 27
Figure I.11. Rupture ductile [23] 27
Figure I.12. Rupture fragile 28
Figure I.13. Domaine de validité des paramètres de la mécanique de la rupture [36] 29
Figure I.14. Intégrale de contour J 32
Figure I.15. Célérité d'onde de pression et de propagation de la contrainte axiale 36
Figure I.16. Effet de la pression sur le déplacement radial d'un tube en polyéthylène [66] 36
Figure I.17. Phénomène du coup de bélier en conduite viscoélastique (PE100) 37
Figure II.1. Modèle de Kelvin Voigt généralisé 42
Figure II.2. Fonction fluage du modèle de Kelvin-Voigt généralisé 42
Figure II.3. Contraintes sur la paroi 47
Figure II.4. Variation du profil de vitesse pendant l'accélération et la décélération du fluide [106] 54
Figure II.5. Etude numérique de l'effet de la perte charge en régime transitoire dans un tube en PE100 [67] 56
Figure II.6. Interpolation sur le temps 62
Figure II.7. Interpolation sur l'espace $\Delta t \leq \Delta x / |\tilde{c}_P|$ 63
Figure II.8. Interpolation sur l'espace ($\Delta x / |\tilde{c}_P| \leq \Delta t \leq \Delta x / |\tilde{c}_F|$) 64
Figure III.1. Banc d'essai hydraulique [31] 72
Figure III.2. Variations de pression dans les positions T1, T5 et T8 73
Figure III.3. Système : Réservoir-conduite-vanne 74
Figure III.4. Variation de l'impédance en fonction de la fréquence 74
Figure III.5. Spectre des fréquences de la pression (Modèle élastique sans IFS) 75
Figure III.6. Spectre de fréquence de la pression et de la contrainte (Modèle avec IFS) 76
Figure III.7. Spectre des fréquences de la pression et de la contrainte (Vanne libre, $m_v = 0$*)* 78
Figure III.8. Variation de l'impédance en fonction de la fréquence 79
Figure III.9. Spectre des fréquences de la pression (Modèle sans et avec IFS) 79
Figure III.10. Spectre des fréquences au niveau de la vanne libre (Modèle avec IFS) 80
Figure III.11. Evolution de la pression au niveau de la vanne 81
Figure III.12. L'effet du comportement viscoélastique sur le spectre de fréquence 82
Figure III.13. Spectre de fréquence de la célérité de l'onde dans une conduite viscoélastique 82
Figure III.14. Système : Réservoir-conduite relativement longue-vanne 84
Figure III.15. Pression au niveau de la vanne 86

Figure III.16. Variation de la pression le long de la conduite en fonte grise 87
Figure III.17. Variation du débit dans une conduite en fonte grise 87
Figure III.18. Variation de la pression le long de la conduite en PE100 (Modèle élastique) 88
Figure III.19. Variation du débit dans une conduite en PE100 (Modèle élastique) 88
Figure III.20. Variation de pression au milieu de la conduite 89
Figure III.21. Variation de débit au milieu de la conduite 89
Figure III.22. Evolution de la pression au niveau de la vanne 91
Figure III.23. Evolution du débit dans une conduite viscoélastique (PE100) 91
Figure III.24. Evolution du front d'onde le long d'une conduite en PE100 (Modèle VE) 91
Figure III.25. Evolution de la célérité de son et de la pression en front d'onde 92
Figure III.26. Variation de pression dans les différentes sections (PE100, Modèle VE) 93
Figure III.27. Pression maximale le long de la conduite 93
Figure III.28. Variation de pression au niveau de la vanne 94
Figure III.29. Système : Réservoir-deux conduites en série-vanne 95
Figure III.30. Variation de pression au niveau de la vanne 97
Figure III.31. Coup de bélier au niveau de la vanne 97
Figure IV.1. Courbe contrainte–déformation vraie du PE100 en traction uniaxiale [22] 101
Figure IV.2. Machine de traction « Zwick Z 250 » équipée d'un extensomètre 102
Figure IV.3. Géométrie et dimension de l'éprouvette (mm) 102
Figure IV.4. Eprouvette prélevée sur un tube PE100 103
Figure IV.5. Courbe contrainte–déformation nominale du PE100 en traction uniaxiale 104
Figure IV.6. Courbe contrainte–déformation vraie du PE100 en traction uniaxiale 105
Figure IV.7. Dispositif de préhension et géométrie de l'éprouvette 107
Figure IV.8. Courbe de traction sur des anneaux 108
Figure IV.9. Géométrie de l'éprouvette CT (mm) 111
Figure IV.10. Courbe charge-déplacement en traction des éprouvettes CT 112
Figure IV.11. Observation microscopique d'une face cette de rupture 113
Figure IV.12. Détermination de l'énergie totale et d'indentation 113
Figure IV.13. Courbe J-R 114
Figure IV.14. L'avancement de la fissure avec le déplacement 115
Figure IV.15. Détermination de la ténacité par la méthode à deux courbes 116
Figure IV.16. Ténacité déterminée par l'étude de Tarekete ta l. [154] 117
Figure IV.17. Géométrie de l'éprouvette pour l'essai d'éclatement 118
Figure IV.18. Détermination de la forme du fond d'entaille 119
Figure IV.19. Composantes du bouchon de serrage; 1: Tube PE100; 2: mandrin; 3: joint torique; 4: joint torique; 5, 6: composantes de serrage; 7: bride; 8: écrou 119
Figure IV.20. L'emplacement de sirosettes sur le tube en PE 100 120
Figure IV.21. Banc d'essai de testhydraulique 121
Figure IV.22. Montage d'essai d'éclatement, éprouvette après la rupture 122
Figure IV.23. Variation de la pression en fonction du volume d'eau ajouté 122
Figure IV.24. Eprouvettes éclatées : a) Tube sans entaille b) Tube instrumenté de Jauges (a=4mm) 123
Figure IV.25. L'effet de la vitesse de chargement sur la variation de la pression 123
Figure IV.26. La variation de la déformation circonférentielle avec la pression 125
Figure IV.27. La variation de la déformation dans le sens longitudinal du tube avec la pression 125
Figure IV.28. La variation du rapport de déformation avec la pression 126

Figure V.1. Conditions aux limites de symétries appliquées sur le 1/8 de l'anneau 131
Figure V.2. Maillage 3D appliquée sur la géométrie de l'anneau (U1 : déplacement selon l'axe X) 132
Figure V.3. Courbe de traction utilisée pour définir le matériau sur Abaqus 133
Figure V.4. Comparaison des données expérimentales et numériques de la courbe charge déplacement 134
Figure V.5. Géométrie du défaut 135
Figure V.6. Les conditions aux limites et le chargement de l'éprouvette (tube avec bouchons) 135
Figure V.7. Maillage 3D d'une éprouvette présentant un défaut en taille 137
Figure V.8. Maillage 3D d'une éprouvette présentant un défaut pré-fissure 137
Figure V.9. Variation de l'intégrale de contour J avec la pression interne (a=profondeur de défaut, ligne interrompue: tube pré-fissuré, ligne continue: tube présentant une entaille) 138
Figure V.10. Distribution de la contrainte d'ouverture le long du ligament (P1-P2) 139
Figure V.11. Distribution de la contrainte circonférentielle ($\sigma_{\theta\theta}$) le long de ligament (au voisinage de la pointe de fissure ; défaut=pré-fissure) 140
Figure V.12. Distribution de la contrainte circonférentielle ($\sigma_{\theta\theta}$) le long du ligament (au fond d'entaille; défaut=entaille) 140
Figure V.13. Pression d'amorçage de fissure en fonction de la dimension de défaut 141
Figure V.14. Comparaison avec les données expérimentales de la rosette R1 142
Figure V.15. Comparaison avec les données expérimentales de la rosette R2 142
Figure V.16. Comparaison avec les données expérimentales de la rosette R3 143
Figure V.17. Variation de la pression interne avec le volume d'eau ajouté de l'éprouvette, durant l'essai 144
Figure V.18. Variation de la pression d'éclatement et d'amorçage de la fissure en fonction de la profondeur de l'entaille 144
Figure V.19. Observation microscopique d'un faciès de rupture (a=2mm) 145
Figure V.20. Observation microscopique d'un faciès de rupture (a=6mm) 146
Figure V.21. Observation 3D d'un faciès de rupture (a=2mm) (Hauteur amplifié 20%) 146
Figure V.22. Modélisation 3D de l'éprouvette CT 147
Figure V.23. Courbe charge-déplacement 148
Figure V.24. Variation de l'intégrale de contour J avec le déplacement de la traverse 149
Figure V.25. Distribution de la contrainte d'ouverture (σxx) le long du ligament, u : déplacement de la traverse 149
Figure V.26. Fissure semi-elliptique [158] 150
Figure V.27. Déformation d'un tube pré-fissuré après chargement en pression interne 153
Figure V.28. Géométries d'une fissure semi-elliptique et en forme d'arc 153
Figure V.29. Variation d'intégrale-J avec la pression (fissures sous forme d'arc et semi-elliptique) . 154
Figure V.30. Ajustement du modèle semi-empirique, MSE, (Tube de diamètre D_e=125 mm et épaisseur t=12mm) 156
Figure V.31. Variation de la fonction de correction avec la taille de la fissure 157
Figure V.32. Variation des fonctions $b_1\left(\frac{a}{t}\right)$ *et* $b_2\left(\frac{a}{t}\right)$ *avec la profondeur de la fissure* 158
Figure V.33. Distribution de contrainte d'ouverture $\sigma_{\theta\theta}$ le long de ligament 159
Figure V.34. Variation de l'intégrale-J en fonction de la pression (SDR=11) 160
Figure V.35 L'effet du SDR sur l'intégrale-J (Validation du modèle semi-empirique, MSE) 161
Figure V.36. Variation de l'intégrale-J avec la pression (a/t=0.7, c/t=2.56) 163

Liste des tableaux

Tableau III.1. Valeurs des paramètres de la fonction de fluage 72
Tableau III.2. Fréquence propre (Vanne fixe) 77
Tableau III.3. Fréquences propres (Vanne libre) 80
Tableau III.4. Caractéristiques géométriques de la conduite 84
Tableau III.5. Caractéristiques hydrauliques de l'écoulement 84
Tableau III.6. Célérité d'onde de pression et de contrainte 94
Tableau IV.1. Caractéristique du PE100 en traction 103
Tableau IV.2. Caractéristique mécanique de PE100 (traction sur des anneaux) 108
Tableau IV.3. Résistance à la fissuration de PE100 116
Tableau IV.4. Caractéristiques des rosettes 120
Tableau IV.5. Pression d'éclatement (bar) selon la profondeur d'entaille et la vitesse de chargement 124
Tableau V.1. Valeur de J_{IC} et de la pression d'amorçage de fissure, p_a, en fonction de la profondeur du défaut 139
Tableau V.2. Dimensions de la fissure semi-elliptique 154
Tableau V.3. Valeurs de la ténacité, J_{IC} (kJ/m²), selon le type de fissure 155
Tableau V.4. Paramètres du modèle de Hollomon JH [164] 155
Tableau V.5. Géométries des tubes (De=125 mm) 161
Tableau V.6. Variation de ténacité avec le SDR (De=125 mm) 161

Introduction générale

Le problème du rendement de la distribution de l'eau potable a, récemment, fait l'objet de nombreux travaux de recherche. En 2014, 30 % de l'eau distribuée, dans le réseau de distribution du Québec, est perdue par le fait de fuites et de ruptures des canalisations. C'est un phénomène assez fréquent en milieu urbain, s'amorce sur un défaut, dû à la corrosion ou autres, sous l'effet des contraintes engendrées par les phénomènes de coups de bélier ou de résonance. En Europe, afin de réduire au maximum les risques de fuite à long terme, près de 60 % des réseaux d'eau potable sont construits ou renouvelés avec des canalisations en polyéthylène à haute densité (PEHD). Les tubes en PE100, dernière génération des tubes en PEHD, sont dimensionnés pour résister à une pression hydrostatique constante (égale au PN du tube) durant 50 ans à une température de 20°C. En effet, leurs caractéristiques mécaniques, leur comportement viscoélastique, leur facilité de fabrication et de mise en œuvre et leur faible coût de production sont autant d'atouts pour répondre aux exigences d'adduction d'eau potable. Malgré ces avantages, l'utilisation de PE100 peut conduire dans certains cas à la rupture.

Les désinfectants présents dans le fluide transporté et les conditions environnementales extrêmes, telles que la canicule, perturbent le comportement et les caractéristiques microscopiques du matériau. Ainsi, des ruptures prématurées sont parfois générées. Puisque la question de la durabilité des matériaux est centrale dans la plupart des domaines, la majorité des recherches est orientée vers l'étude des effets du vieillissement et de la dégradation chimique sur la durée de vie des conduites en PE100, autrement dit sur la rupture en fluage à long terme. En plus, il y a d'autres causes d'incident qui sont fréquents et qui peuvent provoquer des dégâts. Nous pouvons citer, à titre d'exemple, la présence de défauts superficiels qui sont générés pendant l'installation [1] ou par des facteurs externes comme la mauvaise utilisation d'un outil de coupe. Ils peuvent conduire à la rupture sous l'effet des surpressions provoquées par l'écoulement transitoire ou par une erreur de manœuvre d'une vanne dans un réseau de conduite d'adduction d'eau potable.

L'objectif de cette thèse consiste à étudier l'effet dynamique du comportement viscoélastique des conduites PE100, en régime transitoire, et à définir le risque de rupture

d'une conduite, dans un réseau d'adduction d'eau, présentant un défaut superficiel (fissure, entaille mécanique). Pour atteindre cet objectif, nous avons suivi la démarche suivante :

Un bilan des connaissances sur les tubes de PEHD, en particulier le PE100, est présenté dans le premier chapitre où nous exposons les connaissances actuelles sur le comportement et les propriétés mécaniques du PEHD et sur les modes de rupture des tubes en PE100. Nous avons discuté l'importance de tenir compte de l'interaction fluide structure et du comportement viscoélastique du matériau dans un modèle de simulation d'écoulement transitoire dans un réseau de conduites. Pour cela, le chapitre II est consacré à la formulation mathématique et à la méthode de résolution des équations régissant les écoulements transitoires dans une conduite viscoélastique en tenant compte de l'interaction fluide-structure (IFS). Le modèle de simulation d'écoulement transitoire obtenu sera utilisé dans le chapitre III. L'objectif sera d'étudier l'effet de l'IFS et du comportement viscoélastique, dans un premier temps, sur les fréquences propres d'un système de conduites afin d'évaluer les risques de résonance et, dans un deuxième temps, sur les surpressions et la célérité d'onde de pression générées par coup de bélier. Les surpressions seront introduites dans un critère de dimensionnement pour analyser leur effet sur la résistance à la fissuration d'une conduite contenant une fissure semi-elliptique. Pour ce faire, des moyens expérimentaux seront utilisés pour déterminer le comportement uni axial à la fissuration du matériau. Ensuite, des essais d'éclatement seront réalisés sur des tubes en présence d'un défaut superficiel à différentes vitesses de chargement pour évaluer, par la suite, la nocivité de la présence d'une fissure. Les démarches et les résultats de ces études expérimentales seront représentés dans le quatrième chapitre. Enfin, une nouvelle méthode sera proposée dans le dernier chapitre pour évaluer la nocivité de la présence d'un défaut superficiel longitudinal dans la paroi de la conduite. Les paramètres du modèle proposé seront calibrés en se basant sur une série de modélisations numériques des conduites en présence d'un défaut semi-elliptique et sur les résultats expérimentaux obtenus au chapitre IV.

Chapitre I

Etude bibliographique

Dans ce chapitre, nous présentons dans un premier temps quelques généralités sur les tubes en polyéthylène à haute densité. Plus particulièrement, des tubes à bande bleue (PE100) destinés à l'adduction d'eau potable. Nous examinerons le comportement mécanique de notre matériau, les propriétés mécaniques, et les modes de rupture. Nous présentons quelques approches pour évaluer et contrôler la nocivité des défauts dans les conduites et enfin, les connaissances actuelles de l'effet du couplage fluide-structure et de l'effet dynamique de la viscoélasticité des tubes en PE en régimes transitoires.

I.1. Généralité sur les tubes en Polyéthylène

I.1.1. Histoire des tubes en polyéthylène

Le polyéthylène est un matériau largement utilisé dans les réseaux de distribution de gaz naturel et d'eau. En effet, dans le secteur du gaz naturel, le polyéthylène est un matériau de choix pour les tubes en Amérique du Nord avec une part de marché de 95% dans les nouveaux réseaux de distribution [2]. Pour les sociétés de distribution d'eau, les tubes en PE dominent le marché européen (65%) [2]. Au Royaume-Uni, les tubes en PE détiennent presque la totalité du marché des conduites de distribution d'eau avec une part de marché de 85%. En Amérique du Nord, la part de marché pour la distribution d'eau est beaucoup plus petite mais en croissance [3].

Aujourd'hui le PE offre un bon équilibre entre la résistance, la rigidité, la ténacité et la durabilité pour les conduites d'adduction d'eau potable et de gaz à basse pression. Les tubes en PEHD résistent au mouvement du sol et d'affaissement sans problème, et permettent la conservation de la qualité de l'eau potable transportée.

Un exemple frappant, qui met en valeur leur force, peut-être trouvé dans les enquêtes sur les conséquences du tremblement de terre de 1995 à Kobe (Japon) au cours duquel de nombreux incendies et d'explosions de gazoducs ont causé des dommages considérables en vies et en propriétés [4]. Cependant, il n'y a aucune indication de rupture des tubes en polyéthylène, même dans des conditions de services extrêmes. Il a été rapporté que les tubes en acier ont causé un dommage susmentionné. Les expertises ont dénombré 26459 ruptures de tubes [5]

La rupture des réseaux de conduite en PE est généralement dûe à des matériaux d'ancienne génération dont les propriétés ont une résistance limitée pour les sévères conditions de fonctionnements et environnementales. Les autres facteurs sont des erreurs humaines commises lors du processus de fabrication ou lors de la conception et de l'installation d'un réseau de tuyaux [3].

L'histoire du polyéthylène a débuté à la fin du 19e siècle, quand le chimiste allemand Hans Von Pechmanna [6] découvert une substance tout en travaillant avec une forme de méthane dans l'éther. En 1900, les chimistes allemands Eugen Bamberger et Friedrich Tschirner [7] l'ont identifié comme « polyméthylène » (très proche dans sa composition au polyéthylène). Trente ans plus tard, les chimistes britanniques Eric Fawcett et Reginald

Gibson [6] ont appliqué une très haute pression sur un mélange d'éthylène et de benzaldéhyde. Cet essai établi les bases de la première synthèse du polyéthylène (LDPE) sous sa forme solide en 1935 [6] [5]. La première application commerciale du polyéthylène a concerné l'isolation des câbles de radar pendant la seconde guerre mondiale par les Britanniques. En 1953, Karl Ziegler de l'Institut Kaiser Wilhelm et Erhard Holzkamp [6] ont inventé le polyéthylène haute densité (PEHD). Deux ans plus tard, le PEHD a été utilisé pour la production des tubes. Pour la réussite de son invention de PEHD, Ziegler [8] a été décerné le Prix Nobel de chimie en 1963.

La première production de tubes en continu a commencé en 1959 (matériau de qualité PE 63), de dimensions de 16 à 250 mm, pour les systèmes d'égouts et de distribution d'eau et des produits chimiques. L'appellation PE 63 de la résine PEHD de première génération vient de la valeur de sa résistance à long terme (MRS) égal à 6.3 MPa. Grâce à d'excellentes expériences et à des développements concernant les propriétés chimiques comme la résistance à la corrosion et aux produits chimiques, les propriétés mécaniques, comme la résistance au fluage, la flexibilité, l'installation rapide et la soudabilité parfaite, la deuxième génération PE 80, MRS égal à 8 MPa, a été introduite sur le marché. La dimension des conduites atteint les 1000 mm en 1977 [7].

Le PE 80 a été amélioré au polyéthylène bi-modulaire en 1995. La troisième génération PE 100, MRS égal à 10 MPa, a été introduite sur le marché avec des avantages comme une meilleure résistance à une pression élevée à la fin des années 1980 [7]. Le PE 100 se distingue des autres polyéthylènes, non seulement par des propriétés mécaniques remarquables, mais aussi par des tenues à la fissuration lente ou rapide beaucoup plus importantes. Avec toutes ses caractéristiques, le PE100 est la meilleure résine de polyéthylène existante à ce jour sur le marché de l'adduction d'eau. Ces matériaux sont utilisés principalement pour des conduites transportant l'eau potable et le gaz sous pression. En Europe, près de 60% des réseaux d'eau potable sont construits ou renouvelés avec des canalisations en polyéthylène PE100. Actuellement, il existe un autre type de matériau en développement, le PE 125.

I.1.2. Classification des tubes en polyéthylène

Les résines de polyéthylène de haute densité sont transformées en tubes et en accessoires d'assemblages pour construire les réseaux de transport et de distribution du gaz naturel et de l'eau dans les zones rurales et urbaines.

Le polyéthylène possède l'une des structures chimiques les plus simples de tous les polymères, *Figure I.1*. C'est un polymère semi-cristallin composé uniquement de carbone et d'hydrogène. Selon le type et le nombre de branchement et sa masse volumique, il se divise en trois grandes familles [5], *Figure I.2*. Le polyéthylène à basse densité (PEBD) est un polymère pur qui possède des branchements longs de 1000 à 10000 carbones. En outre, on observe environ 10 à 20 branchements courts (copolymères) tous les 1000 carbones dans le polyéthylène à basse densité linéaire (PEBDL). LE PEBD, de densité inférieure à 929 kg/m³et c'est un matériau pour les tubes d'irrigation PE40, MRS égal à 4 MPa. Par contre, la dénomination PEMD (polyéthylène moyenne densité) est utilisée pour une masse volumique de 930 à 940 kg/m³.

Figure I.1. Formule chimique du polyéthylène

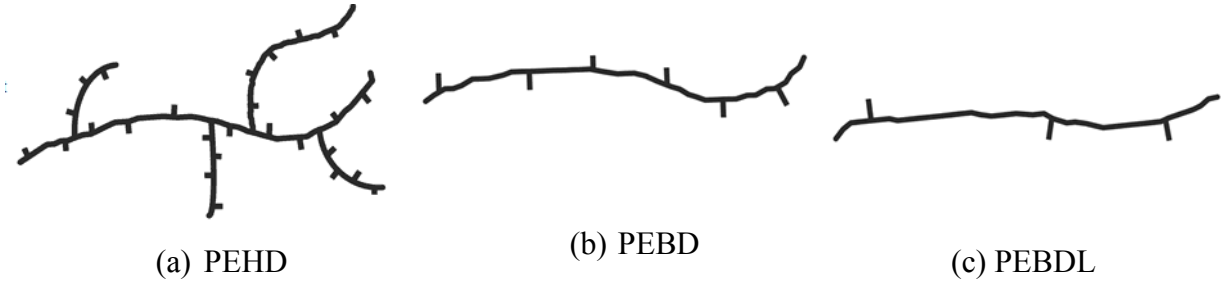


Figure I.2. Différentes formes du Polyéthylène

Dans notre étude, nous nous intéressons au polyéthylène haut densité (PEHD), un homopolymère issu d'une seule espèce de motif monomère (*Figure I.1*), ou très légèrement copolymérisé où on observe environ 0 à 10 branchements courts tous les 1000 carbones. Sa masse volumique est comprise entre 935 à 965 kg/m³ (ASTM D-883) [6].En 2003, parmi les 44 millions de tonnes de PE produites dans le monde entier, approximativement 40% étaient de haut densité [3]. C'était le matériau choisi pour la fabrication des tubes d'adduction d'eau potable (PE 63, PE 80, PE100 RC).

Chaque matière polyéthylène est caractérisée par la notion de MRS (Minimum Required Strength) [9]. C'est la résistance minimale que le tube en polyéthylène doit garantir après 50 ans de service vis-à-vis de la pression du fluide (PN) qui y circule à une température de 20°C. Celle-ci s'appelle également la résistance hydrostatique à long terme à 20°C [9]. En se basant sur la connaissance du MRS (10MPa dans le cas du PE100), les dimensions des tubes (le diamètre et l'épaisseur de la paroi, la pression de service (PN)) sont déterminés et normalisés (ISO 4427). D'où la naissance de la dénomination SDR (Standard Dimension Ratio), valeur arrondie exprimant le rapport entre le diamètre extérieur minimal et l'épaisseur nominale moyenne mesurée sur le tube (MPSA 2002).

Pour indiquer le domaine d'application des tubes en PEHD, la marque NF 114 exige l'utilisation des liserés de couleur. Les tubes PEHD noirs à traits bleus (tubes PEHD à bande bleue) sont utilisés dans les réseaux d'adduction et de distribution d'eau potable.

I.2. Comportement mécanique du polyéthylène comme matériau pour le tube

À température ambiante, le PEHD présente une importante ductilité et le taux de cristallinité le plus élevé de tous les polymères semi-cristallins. En outre, son module d'Young et sa limite d'élasticité ont des valeurs parmi les plus faibles [10].

La sollicitation de traction uniaxiale, *Figure I.3*, d'une éprouvette en PE nous permet de distinguer les différents domaines de comportement toutefois connexes et peuvent se superposer [11]: zone élastique linéaire de l'ordre de 1% de déformation (instantanée et réversible) ; zone de perte de linéarité se traduisant par déformation viscoélastique dépendante du temps (la recouvrance de la déformation se produit avec retard).

Au-delà de cette zone, le matériau n'est pas entièrement recouvrable (irréversibilité) et a un comportement viscoplastique dépendant du temps. La striction se forme jusqu'à stabilisation puis se propage jusqu'au taux naturel de déformation (écoulement plastique stationnaire). Juste avant la rupture, la déformation redevient homogène grâce à un durcissement structural lié à l'augmentation de la fraction fibrillaire du matériau et l'orientation des chaînes macromoléculaires dans le sens de l'étirage. [12][13]

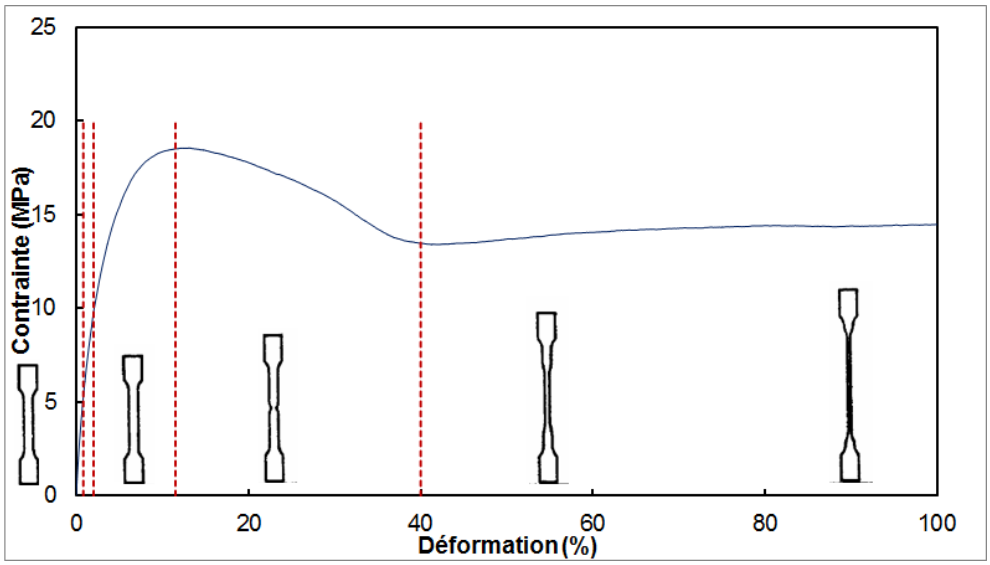


Figure I.3. Courbe contrainte–déformation d'un polymère semi-cristallin (PEHD) en traction uniaxiale

La déformation linéaire élastique est observée lorsque le matériau est soumis à très faible chargement. Elle est totalement réversible. Ce type de déformation élastique est à l'échelle du matériau, dû à la distorsion des angles de valence et à la variation des distances atomiques.

La viscoélasticité est un comportement rhéologique d'un matériau dont la réponse, à une sollicitation donnée, comporte une partie instantanée et une autre retardée. Il est intermédiaire entre celui d'un solide à comportement élastique linéaire et celui d'un fluide visqueux. La réponse en déformation est en retard par rapport à la contrainte appliquée. Ce comportement a des effets importants sur la réponse du système pendant le chargement dynamique. Pendant un écoulement transitoire en conduite PE100, la paroi a généralement un comportement viscoélastique linéaire. En outre, à des niveaux de contrainte élevés (déformation> 5%) [14][15] le PEHD présente un comportement viscoélastique non linéaire. Plusieurs approches sont proposées pour modéliser le comportement viscoélastique linéaire du PEHD. Chua [16] a proposé un module de relaxation (équation I.1) qui dépend de temps en se basant sur des essais de compression :

$$E(t) = \frac{\sigma}{\varepsilon(t)} = 52.6 + 460t^{-0.0978} \qquad \textbf{I.1}$$

Le module E est en MPa et le temps t en heures.

Hashash [17] a réalisé des essais sur des tubes ondulés en PEHD. Il a proposé le module suivant :

$$E(t) = \frac{\sigma}{\varepsilon(t)} = 329t^{-0.085} \qquad \textbf{I.2}$$

Où t est le temps de nouveau en heures. Dans la formule de Hashasn [17], le module de relaxation décroît toujours avec le temps, tandis que l'équation de Chua [16] suggère que le module atteint une limite minimale de 52,6 MPa après une longue période de chargement.

Moore et Hu [18] ont développé un modèle viscoélastique linéaire représenté mécaniquement par une combinaison d'un ressort et neuf éléments Kelvin en série (*Figure I.4*). Les relations constitutives pour ce modèle peuvent être écrites comme suit :

$$\sigma(t) = E_0\varepsilon_0 = E_i\varepsilon_i + \eta_1\dot{\varepsilon}_1 \qquad \textbf{I.3}$$

$$\varepsilon(t) = \varepsilon_0(t) + \sum_{i=1}^{9}\varepsilon_i(t) \qquad \textbf{I.4}$$

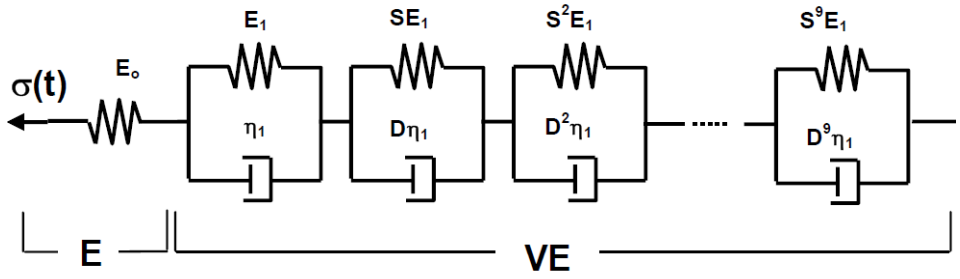


Figure I.4. Modèle viscoélastique linéaire de Kelvin Voigt généralisé (Moore and Hu, 1996)

Pour la modélisation du comportement viscoélastique non linéaire, Liu [19] a développé une approche basée sur l'interpolation de plusieurs constantes viscoélastiques de multiples modèles de Kelvin Voigt généralisé. Dans cette approche, le module de fluage dépend du temps de chargement et de la valeur de contrainte appliquée. Zhang et Moore [14] [15] ont réalisé des essais de fluage sur des éprouvettes cylindriques prélevées sur les tubes PEHD. Les résultats ont permis de développer un modèle viscoélastique non linéaire qui se compose d'un ressort indépendant et six éléments de Kelvin, et dans lequel les paramètres des modèles E_0, E_1 et η_1 dépendent de la contrainte appliquée.

Les polymères thermoplastiques semi-cristallins sont connus par leur faculté à subir une grande déformation plastique intervenant de façon macroscopique et non homogène, une striction ou instabilité plastique [20] [3], avant la rupture à température ambiante [12]. Gnafar Chehab et al. [21] a développé un modèle viscoplastique d'une manière similaire à celui

proposée par Zhang et Moore [14]. Il l'a additionné au modèle de Kelvin Voigt généralisé pour obtenir un modèle viscoélastique unidirectionnel. Le modèle relie la vitesse de déformation plastique à la contrainte imposée et au travail viscoplastique effectué pour tenir compte de l'effet de chargement appliqué antécédemment.

Il est difficile de créer un modèle unique et exact à partir des essais mécaniques pour décrire le comportement du PE en tant que matériau utilisé pour les tubes d'adduction d'eau potable, cela pour plusieurs raisons. D'une part, le comportement du PEHD est très sensible aux conditions d'essai et plus particulièrement à la température et à la vitesse de déformations [11], [22]. Le phénomène de durcissement plastique et la limite élastique diminuent lorsque la température augmente ou lorsque la vitesse de déformation diminue (*Figure I.5*).

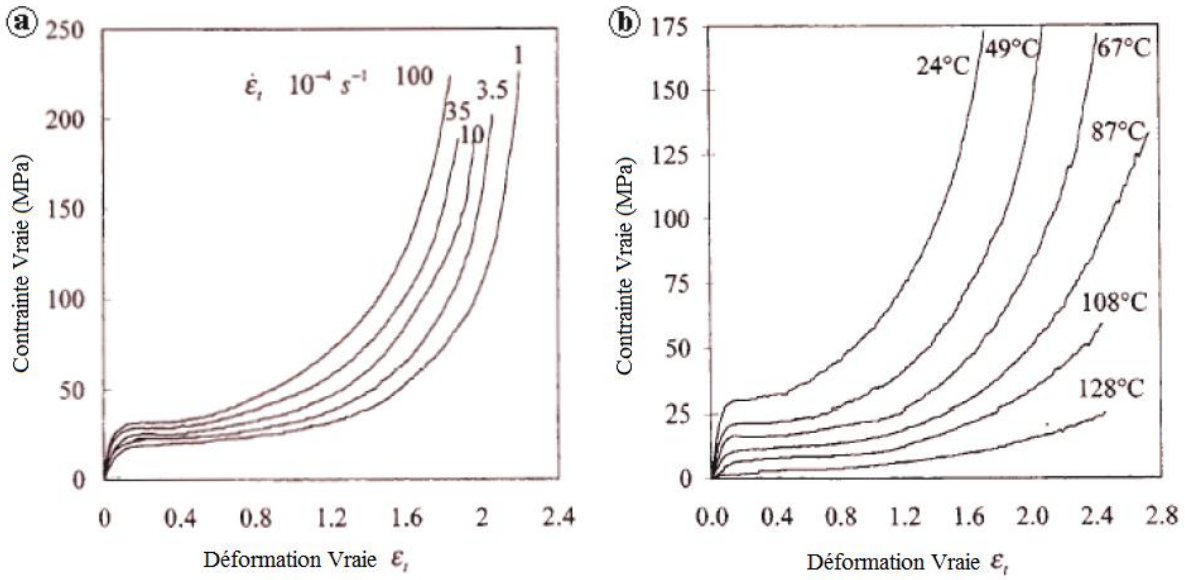


Figure I.5. Sensibilité de PEHD a) à la vitesse de déformation b) à la température [22]

D'autre part, le refroidissement rapide des tubes extrudés pendant le processus de fabrication engendre des contraintes résiduelles dans les tubes en matière plastique thermoplastique isotrope [23] [24] [25]. En raison d'un refroidissement différentiel entre l'extérieur et l'intérieur du tube, la contrainte de contraction thermique lors de la solidification engendre des contraintes circonférentielles à travers la paroi [26]. L'amplitude des contraintes résiduelles dépend du gradient de la contrainte de cisaillement, généré par l'écoulement de matière lors de l'extrusion à l'intérieur du polymère liquide [27], et de la vitesse de refroidissement [26]. Ils résultent une anisotropie et non-homogénéité dans le matériau. Zhang et Moore [14] [15] ont analysé l'anisotropie de la conduite par des études expérimentales sur des éprouvettes prélevées d'un tube extrudé en PEHD à paroi épaisse. Il était isotrope dans les

directions circonférentielles et longitudinales avec un faible degré d'anisotropie dans la direction radiale pour une déformation supérieure à 5%. La *Figure I.6* montre la variation du comportement mécanique de HDPE-80 à travers la totalité de l'épaisseur d'un tube extrudé [28]. La couche interne du tube en PE80, ayant une épaisseur de 11.4 et un diamètre de 125, est plus résistante avec une contrainte de 3 MPa plus élevée à celle dans la couche externe.

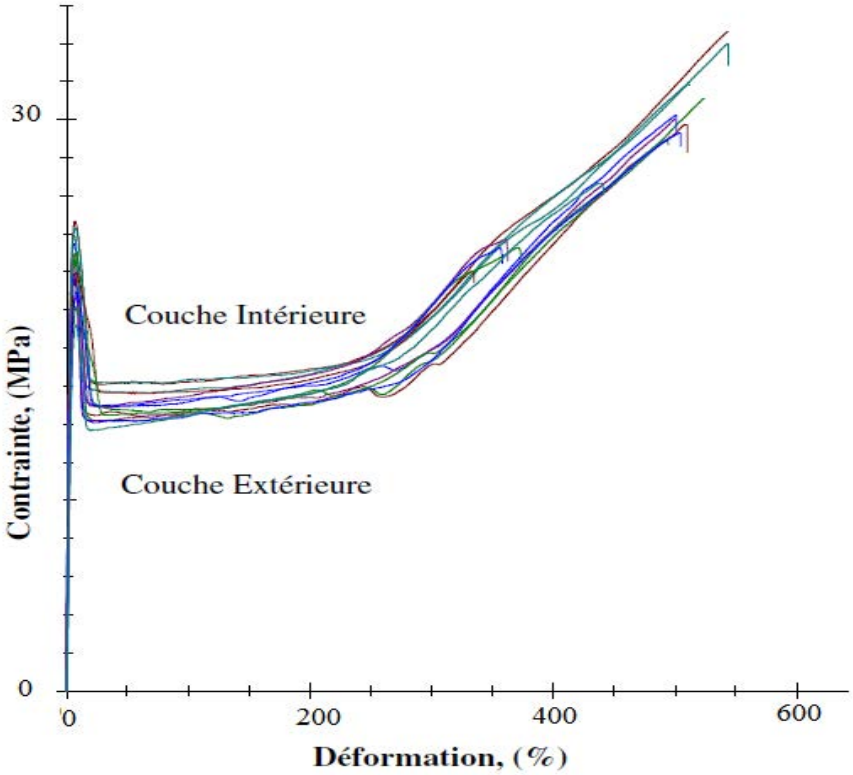


Figure I.6. Évolution des courbes σ-ε à travers l'ensemble de la paroi du tube (PEHD80) [28]

Le comportement mécanique d'un système de conduite en PE dépend aussi des conditions environnementales et des contraintes physiques appliquées sur le tube [14]. Larson et Jonsson [29] ont analysé les propriétés élastiques d'un pipeline de PVC, sur un terrain, dans des conditions non enterrées et enterrées, au cours des événements transitoires. Le sol entourant le tube réduit la déformation circonférentielle, agit comme un support externe et augmente le module d'élasticité du tuyau de 2,9 à 6,8 GPa. Ivankovic et Venizelos [30] ont analysé la propagation de la fissure dans une conduite en polymère enterrée sous gravier. Ils ont remarqué que la pression de fissuration de tube a augmentée de 40% et que la vitesse de propagation de la fissure a diminuée de 30% [14] [31].

I.3. Propriétés mécaniques des tubes en PE

La rupture dans une conduite se produit lorsque la contrainte limite, la ténacité et la résistance à des dégradations chimique dépassent leurs valeurs critiques. Les conduites d'eau potable en polyéthylène exigent des propriétés nécessitant un suivi à chaque étape de leur fabrication et la maîtrise de la composition de la matière de base à la fabrication des tubes afin d'éviter les mécanismes de rupture et assurer un facteur de sécurité adéquate.

Il existe trois propriétés mécaniques essentielles pour caractériser le PE (*Figure I.7*) [5]:

- la courbe de régression

- la propagation rapide de fissure (RCP)

- la propagation lente de fissure (SCG)

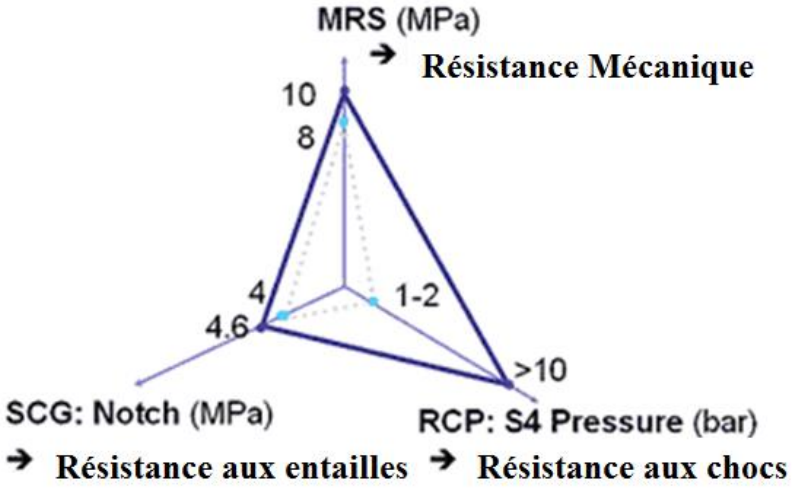


Figure I.7. Propriétés mécaniques du PE100

I.3.1. Courbe de régression

La courbe de régression (*Figure I.8*) assure le dimensionnement correct des tubes en PE dans l'application réelle et permet l'exploitation temps-température à 20°C jusqu'à une durée de 50 ans. Elle est réalisée à partir d'essais de pression hydrostatique à différentes contraintes et températures [4] [9].

Il s'agit d'une courbe de la contrainte circonférentielle dans la paroi du tube (à partir de la pression interne) en fonction de la durée avant rupture. Il représente la propriété importante qui donne des indications sur la résistance à long terme et sur le mode de rupture du matériau.

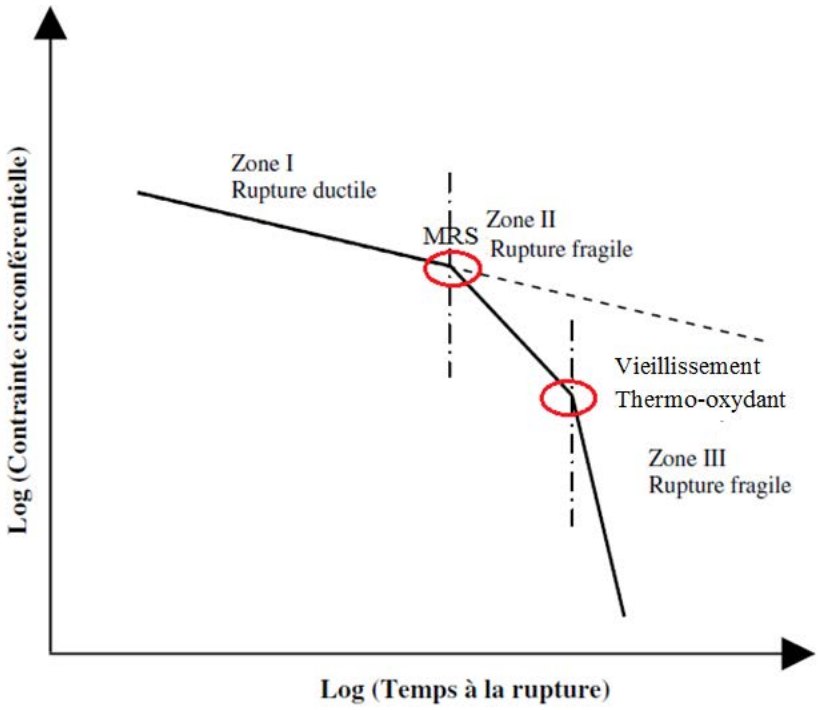


Figure I.8. Courbe de régression typique pour PE

Au voisinage de la température ambiante, la première partie de la courbe de régression représente le domaine ductile pour lequel la durée de vie est très sensible à la contrainte élevée. Cependant, dans la deuxième région, le mode de rupture est fragile et la durée de vie est moins sensible à la contrainte [4]. Dans la région-III, le temps de rupture est presque indépendant de la contrainte appliquée [32].

I.3.2. Résistance à la Propagation Rapide de Fissure (RCP, Rapid Crack Propagation)

Sous des conditions sévères telles qu'une pression élevée et/ou une basse température, un choc sur un tube rigide de type métallique sous pression peut conduire à une fissuration rapide pouvant se propager sur plusieurs centaines de mètres. Mais cette propagation rapide de la fissure (RCP) est considérée comme le mode de rupture le moins probable pour les tubes en PE 100. Bien qu'elle soit rarement vue en service, elle reste préoccupante en raison de ses conséquences catastrophiques.

RCP est caractérisé par une longue fissure s'étendant le long de la conduite à une vitesse de propagation de 100-300 m/s [30]. La libération rapide de gaz comprimé au cours d'une telle défaillance en service aurait beaucoup de potentiel de destruction, ce qui a motivé des recherches approfondies pour l'éviter.

La mesure de l'arrêt ou de la propagation d'une fissure (RCP) initiée dans un tube en PE peut s'effectuer selon deux types d'essais [9] [5].

- Essai à grandeur nature échelle (full scale testing (FST)).

- Essai à petite échelle à état constant (Small Scale Steady State (Test S4)) [33], *Figure I.9*.

Ces tests démontrent une bonne tenue du PE 100, jusqu'à 5 fois supérieure à un tube du PE 80 [9].

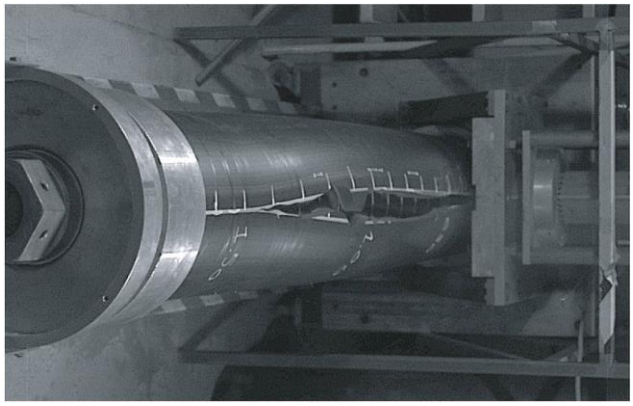


Figure I.9. Essai à petite échelle à état constant, essai S4 [34]

I.3.3. Résistance à la Propagation lente de Fissure (SCG)

Depuis le milieu des années 1950, le polyéthylène (PE) a été utilisé comme un matériau de canalisation flexible, léger et résistant. Malgré tous les avantages des tubes en PE, des cas de rupture, signalés sur les anciens tubes de première génération, sont dus à la propagation lente de fissures. Cette propagation est générée après un processus de vieillissement de la résine à long terme [1]. La résistance à la fissuration peut être mesurée en attendant l'apparition du point d'inflexion dans la courbe de régression (transition ductile fragile, *Figure I.8*), réaliste mais long et très couteux, ou à l'aide d'essais accélérés sur des tubes entaillés[5]. L'ESC (Environmental Stress Crack Resistance) est accéléré par la concentration des contraintes dans l'entaille (*Figure I.10*). Ces tests montrent que l'apparition des fissures sous contraintes des tubes en PE 100 (troisième génération) est grandement retardée et que la résistance à la fissuration peut atteindre 100 ans sous une température de 20°C [9]. Ce mode de rupture peut être accéléré par l'effet de la température, de la concentration des contraintes dûe à des microfissures ou entailles, du vieillissement et de la dégradation chimique du matériau [1].

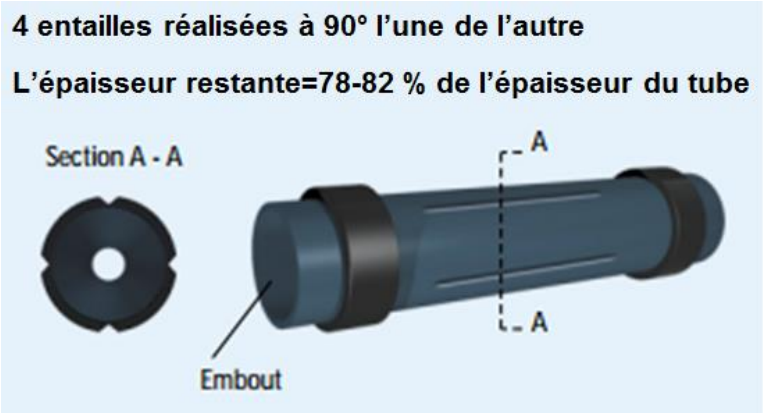


Figure I.10. Essai sur un tube entaillé

I.4. Modes de rupture

Les modes de rupture des polymères, comme ceux des métaux, peuvent être ductile ou fragile. Entre ces zones, nous avons une surface de transition en vitesse de sollicitation et en température [3]. Au début des années 1960, des recherches sur les tubes en PEHD ont défini trois principaux modes de défaillance, *Figure I.8*: rupture ductile (zone I), rupture fragile (zone II) et rupture fragile (zone III) due à la fissuration sous contrainte dans un environnement contrôlé (ESC). Le type de rupture dépend de la composition, de la physico-chimie du matériau, du poids de la chaîne macromoléculaire, du degré d'imperfection et du comportement mécanique, comme l'histoire thermomécanique ou les conditions de chargement [1].

I.4.1. Rupture ductile

La rupture ductile est un type de défaillance qui survient généralement sur un court laps de temps à des valeurs de contraintes élevées suite à une forte déformation plastique [35] (grande lèvre de cisaillement, *Figure I.11*). La rupture est associée à un écoulement plastique après déformation permanente du matériau et dissipation d'énergie ne se limitant plus à une petite région autour de la pointe de la fissure [23].

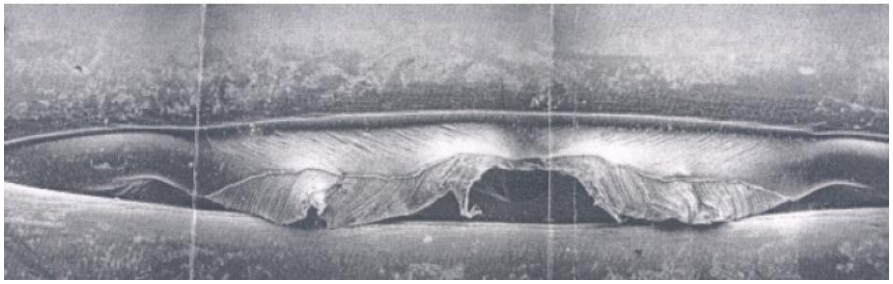


Figure I.11. Rupture ductile [23]

À l'échelle macroscopique, la rupture ductile du tube de PE se caractérise par la formation d'une « hernie » qui se fissure rapidement et perpendiculairement au sens d'étirage.

I.4.2. Rupture fragile

En comparaison avec la rupture ductile, un polymère qui subit une rupture fragile ne montre aucune déformation plastique importante. À l'œil nu, la surface de rupture apparaît lisse ; La rupture produit une surface granulaire avec des facettes qui réfléchissent correctement la lumière (*Figure I.12*) [35]. Ce mode de rupture est le plus connu sur les systèmes de conduite en polyéthylène.

Généralement, la rupture de type fragile se produit suite au deuxième mode de rupture (mode II). Elle est associée à la rupture par fluage et à une propagation lente de fissures SCG (Slow Crack Growth) provenant d'un défaut microscopique dans le tube en PE [4][23]. La fissure se caractérise souvent par une propagation stable de fissure (propagation lente de fissure SCG) dans la direction longitudinale du tube (sens de l'extrusion) avec une déformation plastique macroscopique faible. Des fissures circonférentielles peuvent être amorcées à l'intérieur ou à l'extérieur du tube sous l'effet de contraintes secondaires générées par déformation en flexion du tube ou par de mauvaises manipulations et installation des tubes.

La rupture fragile en mode III est liée à la dégradation chimique et au vieillissement du matériau sous effet de thermo-oxydation temporelle [32].

Figure I.12. Rupture fragile

Dans les premières étapes de la rupture fragile, les matériaux amorphes s'étirent sous contrainte. En raison de la longue période de temps, les liaisons inter-lamellaires commencent à se détendre et à se démêler les uns des autres jusqu'à ce que le nombre de liaisons restantes devient très faible. Etirées à leur limite, elles sont incapables de tirer les lamelles espacées, par conséquent, une rupture fragile du polymère se produit.

I.5. Méthodes et outils pour évaluer et contrôler la nocivité des défauts dans les canalisations

I.5.1. Mécanique de la rupture

La mécanique de la rupture prévoit, en fonction des dimensions d'une fissure, de l'état de chargements thermomécaniques temporelle, des caractéristiques du matériau, notamment la ténacité, l'amorçage, la propagation de fissure et la condition de rupture associée.

Pour les conduites en polyéthylène, plusieurs approches et paramètres de chargement sont proposés. Les critères associés sont des valeurs critiques (ténacité) ou des courbes maîtresses. Leurs conditions d'utilisation et leur domaine de validité dépendent du comportement du matériau [36], des conditions de chargement (*Figure I.13*), du niveau de ductilité et du comportement à l'amorçage et à la propagation de fissure. Quand le mode de rupture, dans un tube en PE, est fragile et le comportement du matériau élastique linéaire où la zone de confinement de plasticité est très faible, la résistance à la fissuration est représentée par le Facteur d'Intensité de Contraintes et le taux de restitution d'énergie, en se basant sur le concept de la mécanique linéaire de la rupture. En outre, le concept de la mécanique élastoplastique est appliqué en cas de rupture ductile où la ténacité est définie par la courbe de résistance à la fissuration, par l'intégrale de contour J approche très utilisée, ou par le travail essentiel de la rupture. Dans le cas de rupture en fluage de tube en PE fissuré, le matériau a un comportement viscoplastique. La résistance à la fissuration est représentée par l'intégrale de contour C pour mieux prédire la durée de vie.

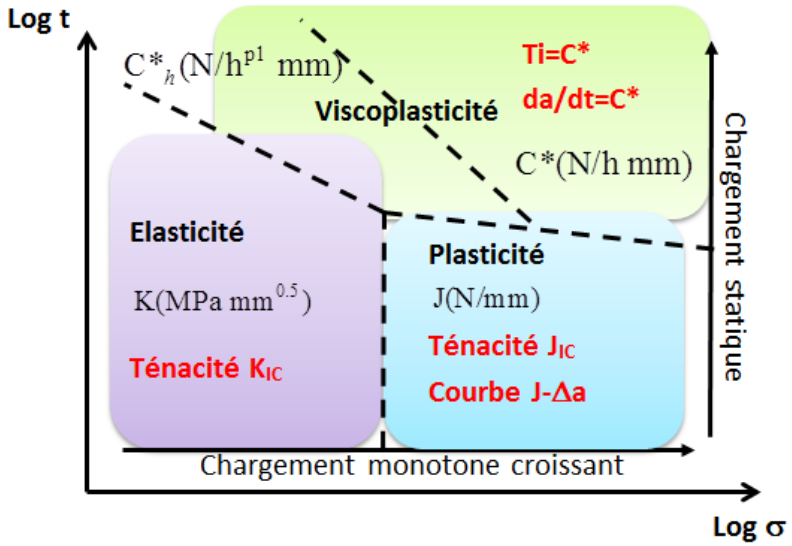


Figure I.13. Domaine de validité des paramètres de la mécanique de la rupture [36]

I.5.2. Concept de la mécanique linéaire élastique de la rupture et Facteur d'Intensité de Contraintes

La théorie de la mécanique de la rupture avec ses différents concepts de mécanique élastique linéaire, élastique non linéaire et élastique plastique, s'est révélée également adaptée à l'étude des défauts dans les polymères. Ils peuvent l'être sans striction pour les polymères purs à l'état vitreux possédant le plus souvent un comportement linéaire élastique. Par contre le polyéthylène est un polymère semi-cristallin au-dessus de sa température de transition vitreuse (Tg=-110°C). Les propriétés viscoélastiques dépendent sensiblement du degré de cristallinité [37]. En diminuant la température dans un essai, le temps de sollicitation et la durée de chargement sont similaires à un essai d'impact de traction rapide et de fatigue dynamique [38]. Ils peuvent passer d'un comportement viscoélasto-plastique à un comportement quasi-élastique [39] [37]. Dans ce cas, le Facteur d'Intensité de Contraintes (K_I) est utilisé comme paramètre pour caractériser le champ de contrainte et de déformation au voisinage d'une fissure [40].

$$K_I = Y\sigma_\infty\sqrt{\pi a} \qquad \textbf{I.5}$$

K_I dépend de la longueur de la fissure a, de la géométrie de la fissure et de la contrainte globale appliquée σ_∞. L'extension brutale de la fissure se produit lorsque le Facteur d'Intensité de Contraintes atteint sa valeur critique, est une caractéristique intrinsèque du matériau notée K_{IC}.

I.5.3. Concept de la mécanique élastoplastique de la rupture et l'intégrale-J

PEHD est un matériau viscoélastoplastique en présence d'une grande déformation viscoélastique ou d'une plasticité à grande échelle, le concept de la mécanique élastique linéaire de la rupture (LEFM) n'est pas l'approche prometteuse. Lors de l'initiation et la propagation d'une fissure dans un matériau ductile, l'augmentation progressive de la déformation plastique en zone d'amorçage provoque une augmentation et une stabilisation de la résistance à la fissuration (ténacité) [41]. La résistance à la propagation de fissure varie avec la géométrie et la taille de l'éprouvette. Ainsi, la ténacité de la matière ne peut pas être représentée par un seul paramètre critique (LEFM), mais par la courbe R (K-R, G-R, J-R=f(Δa)). Cette courbe décrit les conditions d'énergie requises pour une extension

supplémentaire de la fissure après l'ouverture de la fissure. Il indique à la fois quand et comment la rupture se produira.

Ces problèmes, liés au concept LEFM de polymères, ont conduit à l'élaboration de nouveaux paramètres en se basant sur le concept mécanique élastoplastique de la rupture (PYFM). Les approches les plus utilisées sont l'intégrale-J et le travail essentiel de la rupture (EWF) indépendants du temps. Le EWF proposé par Broberg [42] est considéré une alternative ou une approche complémentaire à l'approche de paramètre J lorsque la ductilité est prédominant, en particulier dans des conditions de contraintes planes. Cette approche est très utile dans la caractérisation du comportement à rupture des films et feuilles de polymère [43] [44]. Les méthodes expérimentales ont été développées par le groupe européen SIAE (Société Européenne de Structural Integrity) pour mesurer le EWF dans l'état de contraintes planes. Actuellement, il n'y a aucune méthode qui mesure de manière fiable la ténacité à la rupture pour le PEHD en déformation plane pure. Il y a eu plusieurs tentatives de la mesurer en utilisant le concept EWF [45][46], mais l'utilisation de cette approche n'a pas encore été normalisée. Maintenant le concept d'EWF est largement accepté pour mesurer la ténacité à rupture en contraintes planes. En outre, l'intégrale-J reste la méthode standard la plus utilisée vue que les méthodes numériques permettent d'évaluer ce paramètre pour plusieurs configurations de fissuration [47] [48].

Les matériaux thermoplastiques tels que PE 100 ont un comportement viscoélastoplastique et une grande ductilité. Dans ce cas, le concept de la mécanique linéaire de la rupture n'est pas recommandé pour analyser le comportement à la fissuration [49][50]. Par contre, nombreuses études ont montré que la ténacité peut être prédite en se basant sur la mécanique élastoplastique de la rupture avec une précision acceptable [51][52]. Mais il faut bien préciser que la validité d'une approche basée sur la mécanique non linéaire de la rupture, tel que l'intégrale-J, appliquée à des matériaux thermoplastiques est toujours d'actualité. Il n'y a pas de normes approuvées actuellement pour la détermination de la ténacité J_{IC}.

L'intégrale-J, développée par Rice [53], est définie comme une intégrale de contour. Elle décrit l'énergie par unité de surface nécessaire à la création de deux nouvelles surfaces dans un corps fissuré soumis à une sollicitation. La valeur critique de l'intégrale-J (ténacité) correspond au moment de l'amorçage de fissure. L'intégrale-J est définie par les équations I.6 et 1.7 [54] :

$$J = \int_S (wdy - \frac{\vec{T}.(\partial\vec{u})}{\partial x} ds) \qquad \textbf{I.6}$$

$$w = \int \sigma_{ij} d\varepsilon_{ij} \qquad \textbf{I.7}$$

où S est un contour fermé autour de la pointe de la fissure (*Figure I.14*), w est la densité d'énergie de déformation, $\vec{T}$ est le vecteur contrainte, $\vec{u}$ est le vecteur déplacement, ds est le vecteur curviligne sur S. Rice [53] a montré que l'intégrale-J est indépendante de contour d'intégration autour de la pointe de la fissure lors de la déformation plastique (ou élastique non linéaire). Cette indépendance de contour a été vérifiée par Kobayashi et al. [55] en utilisant l'analyse par éléments finis (AEF), [56].

Quand le matériau subit dans son ensemble une déformation élastique, sauf au fond de fissure où il y a une faible déformation plastique de sorte que le zone de confinement plastique ne perturbe pas le champ de contrainte élastique, la valeur de J correspond à la valeur de taux de restitution d'énergie. Sa valeur, en mode I de rupture, est définie en fonction du Facteur d'intensité de contrainte, du module d'Young et du coefficient de Poisson en cas de déformations planes, équations **I.8** et **I.9**, [57]. Par contre, lorsque la déformation plastique est bien étendu, J_I n'obéit pas à la relation **I.8** ou **I.9**. Mais, l'intégrale-J reste toujours indépendante du contour suivi, [54].

$$J_I = G_I = K_I^2 \left(\frac{1-\upsilon^2}{E} \right) \text{ : Déformations planes} \qquad \textbf{I.8}$$

$$J_I = G_I = \left(\frac{K_I^2}{E} \right) \text{ : Contraintes planes} \qquad \textbf{I.9}$$

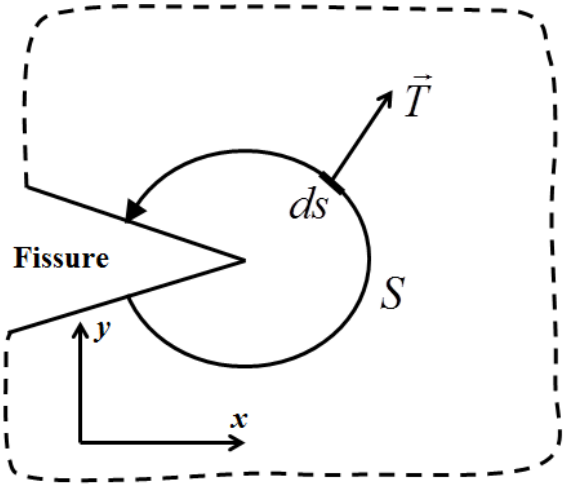


Figure I.14. Intégrale de contour J

Les champs de contraintes, de déformations et de déplacements au voisinage de la pointe de fissure, pour des matériaux à écrouissage non linéaire, sont calculés par Hutchinson [58], Rice et Rosengren en 1968 [59] pour des déformations inférieures à 10%. Ces champs qui sont nommés d'après leurs initiales ««HRR » ne tiennent pas compte de l'émoussement de la fissure et ils prennent respectivement les formes suivantes [56]:

$$\sigma_{ij} = \sigma_0 \left(\frac{JE}{\sigma_0^2 I_n r} \right)^{1/(n+1)} \tilde{\sigma}_{ij}(\theta, n) \qquad \textbf{I.10}$$

$$\sigma_{ij} = \frac{\sigma_0}{E} \left(\frac{JE}{\sigma_0^2 I_n r} \right)^{n/(n+1)} \tilde{\varepsilon}_{ij}(\theta, n) \qquad \textbf{I.11}$$

$$u_{ij} = \frac{\sigma_0}{E} \left(\frac{JE}{\sigma_0^2 I_n r} \right)^{n/(n+1)} r^{1/(n+1)} \tilde{u}_{ij}(\theta, n) \qquad \textbf{I.12}$$

La théorie de l'intégrale-J ne s'applique que dans le cas des chargements croissants. Une propagation de la fissure à l'échelle microscopique s'accompagne nécessairement d'une décharge au voisinage du front de fissure.

En toute rigueur, la mesure de J n'a donc un sens que jusqu'à l'amorçage de la première fissuration ; la valeur critique J_{IC} de J doit être considérée seulement comme une grandeur caractéristique du processus d'initiation. J_{IC} se présente donc comme un critère de rupture effectif ; il est applicable indifféremment pour des situations de faibles ou d'importantes déformations plastiques.

I.5.4. Rupture en fluage et l'intégrale C

La mécanique linéaire-élastique de la rupture (LEFM) a souvent été utilisée pour analyser la fissuration des tubes. De nombreuses études ont été menées pour explorer la relation entre le facteur d'intensité de contrainte (K) et la vitesse de propagation de fissure, [39] [40] [60]. Certains modèles semi-empiriques ont été développés, cependant la fiabilité de ces modèles n'est pas certaine. Chan et Williams [61] ont constaté que la majorité de ces modèles n'est valable que pour une vitesse de propagation supérieure à 10^{-9} m / s. Cependant, la vitesse de propagation lente de fissure SC (Slow Crack) est bien en dessous de cette valeur.

Popelar et Staab (1983) [23] affirment que la LEFM a échoué souvent pour prédire le comportement de rupture des tubes en polyéthylène parce que l'effet de fluage n'est pas bien défini. En raison de la structure semi-cristalline du PEHD, la fiabilité de la mécanique

linéaire-élastique de la rupture (LEFM) est encore controversée. Si le fluage secondaire est dominant dans la structure, un paramètre C a été défini par analogie à l'intégrale-J (équations I.13 et I.14) pour étudier la résistance à la fissuration des matériaux à comportement viscoplastique [36].

$$C = \int_S (\dot{w}dy - \frac{\vec{T}.(\partial\dot{\vec{u}})}{\partial x}ds) \qquad \textbf{I.13}$$

$$\dot{w} = \int \sigma_{ij} d\dot{\varepsilon}_{ij} \qquad \textbf{I.14}$$

L'intégrale C est indépendante du contour choisi et elle dépend de la vitesse de déformation et de la vitesse de la densité d'énergie de déformation afin de bien prédire le temps de fluage.

I.6. Interaction Fluide Structure (IFS)

L'interaction fluide-structure est un phénomène dynamique qui s'intéresse au comportement d'un système constitué par une structure (rigide ou déformable) et un fluide (en écoulement ou au repos) autour ou à l'intérieur de la structure. C'est un terme général désignant l'échange d'énergie (cinétique) entre les deux milieux. Cet échange dépend non seulement de la géométrie, du comportement mécanique (élasticité, rigidité, flexibilité …) et des conditions d'ancrage (degré de la liberté) de la structure, mais dépend également du régime d'écoulement, des fluctuations de pression et des propriétés du fluide telles que la compressibilité. L'IFS se produit par des efforts dynamiques qui agissent simultanément sur le fluide et la conduite de sorte que l'évolution de l'une dépende de l'autre. Ces forces dynamiques sont classées en deux groupes : les forces distribuées et les forces locales.

Les forces distribuées sont produites par les variations de pression et elles agissent le long de la conduite. En raison des fluctuations rapides de pression, la déformation radiale (contraction et dilatation) engendre des ondes de contrainte axiale qui se propagent dans la paroi de la conduite. Ce couplage est appelé couplage de Poisson.

Les forces locales agissent au niveau de zones spécifiques d'un système hydraulique comme les raccordements, les coudes, les tés, les vannes, etc. Elles provoquent un mouvement structurel qui peut être considéré comme une action de pompage. Ce mouvement génère des ondes de pression dans le fluide. Ce type d'interaction est appelé couplage de jonction. Dans la plupart des cas, le couplage de jonction est dominant par rapport aux autres effets.

Les données statistiques de l'Office des États-Unis de la sécurité des conduites [62], pour les années 1986-2000 sous la rubrique « rupture des conduites (Force interne) », montrent qu'il y a eu un total de 5979 accidents, avec des dégâts matériels d'un milliard de dollars et des dégâts humains de 357 décès et 3494 blessures. Ces accidents sur les conduites en métaux qui transportent des produits dangereux sont généralement dus à des problèmes d'IFS. En 1996, Wylie [63] a estimé que l'effet d'IFS pendant l'écoulement transitoire est mal étudié sur 98% des systèmes de conduite. Pour cela il a recommandé d'analyser ce phénomène (IFS) pour chaque système de conduite.

Pour les conduites viscoélastiques, l'effet de l'IFS se manifeste, par exemple, par la variation de la célérité des ondes de pression avec la fréquence d'excitation du système de conduites [64]. Rachid et Stuckenbruck (1989) [65] ont présenté un modèle pour tenir compte de l'effet du comportement viscoélastique dans les conduites en plastique. Ils supposent que le comportement viscoélastique des parois des conduites dépend uniquement du cisaillement pur. Leur modèle a été validé par des essais expérimentaux. Ils ont montré que le comportement viscoélastique du matériau amortit les vibrations de hautes fréquences générées par les effets de l'IFS dès le premier passage de l'onde de coup de bélier.

I.7. L'effet dynamique de la viscoélasticité de la conduite en régimes transitoires

Lorsqu'un changement se produit dans un système de conduites, tel que le démarrage ou l'arrêt d'une pompe, fermeture ou l'ouverture d'une vanne ou des changements dans les niveaux des réservoirs, l'équilibre du système sera perturbé et l'écoulement en conduites devient transitoire. Les changements du régime d'écoulement d'un fluide dans une conduite entraînent souvent des variations brutales de pression. Ces écarts seront plus importants si la variation du débit est brusque et si le fluide est incompressible. Par rapport au régime permanent, les pressions peuvent atteindre des valeurs excessives. En raison de l'inertie du fluide, la vitesse d'écoulement du fluide dans son intégralité ne peut plus s'adapter à la nouvelle situation. Le volume de fluide se déforme et cette déformation s'accompagne de modifications dynamiques de la pression. Si nous prenons l'exemple du coup de bélier dans une conduite en métal, la célérité de propagation des ondes de pression peut atteindre la vitesse du son (approximativement 1440 m/s dans l'eau). Par contre, la faible rigidité du polyéthylène limite l'effet de coup de bélier où la célérité d'onde de pression est de l'ordre de 400m/s, *Figure I.15*.

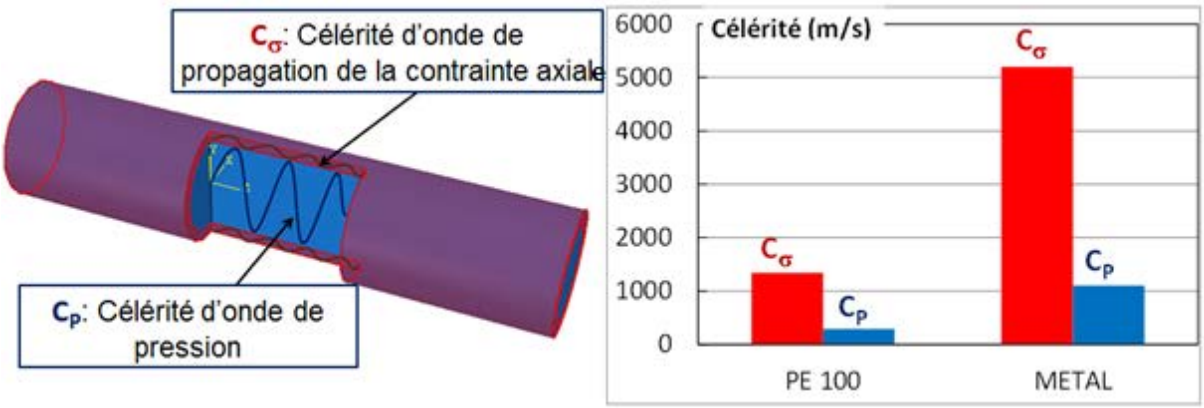


Figure I.15. Célérité d'onde de pression et de propagation de la contrainte axiale

Le comportement mécanique du tube a des effets importants sur la réponse du système pendant le chargement dynamique. Lorsque le système est une conduite en polyéthylène chargée à une pression variable (coup de bélier, résonance…), les effets de la viscoélasticité se manifestent par l'expansion et la contraction radiale de la paroi du tube avec un certain retard par rapport à la pression fluctuante [66]. On remarque bien dans la *Figure* ***I.16*** que, initialement, le déplacement radial de la paroi est synchronisé avec l'augmentation de pression. Par contre, lorsque la pression est maintenue constante, le tube en PE continue sa dilatation.

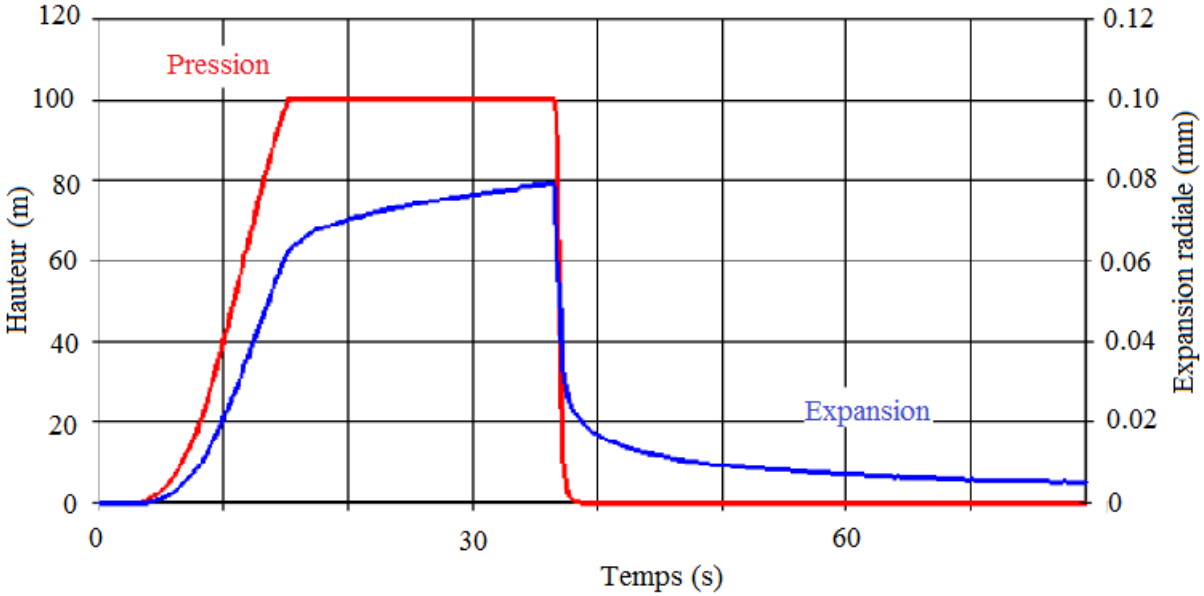


Figure I.16. Effet de la pression sur le déplacement radial d'un tube en polyéthylène [66]

Cette propriété dans la réponse des matériaux viscoélastiques entraine un amortissement des ondes de pression hydraulique par l'atténuation des fluctuations et l'augmentation de leurs

dispersions [31][67], *Figure I.17*. La dissipation viscoélastique est due au comportement visqueux du matériau de la conduite pendant le phénomène de fluage ([68]).

Dans un réseau de conduites en acier, le fait de remplacer un tronçon, où il y a un risque d'avoir des surpressions excessives, par un autre en polyéthylène (PE100) aide à limiter l'effet du coup de bélier non seulement sur l'endroit où le tronçon a été remplacé mais, parfois, sur l'ensemble du réseau. Le tube en polyéthylène joue le rôle d'un système anti bélier [69] [70].

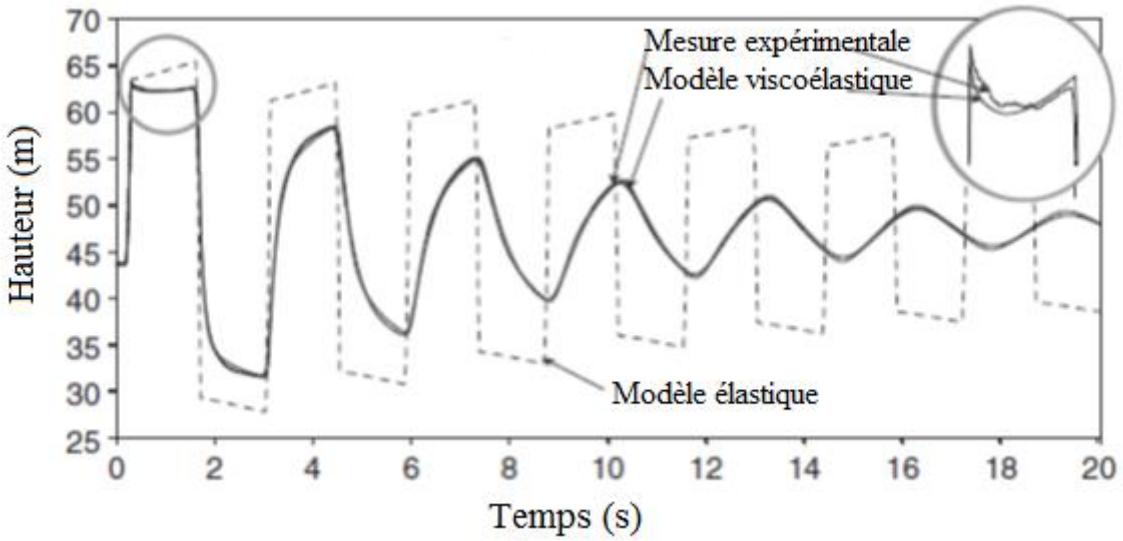


Figure I.17. Phénomène du coup de bélier en conduite viscoélastique (PE100)

Bien qu'il y ait des tentatives pour modéliser numériquement l'effet de viscoélasticité du tube en PE sur l'écoulement transitoire dans un système de conduite, il n'existe pas un logiciel de calcul hydraulique et de coup de bélier qui modélise convenablement et rigoureusement l'effet de la viscoélasticité pour n'importe quel réseau de tuyauteries. Généralement, la modélisation est réalisée dans un cadre de recherche sur un banc d'essai où les variables du modèle proposé (ex. Kelvin Voigt généralisé) sont réglées selon les données expérimentales du système. En revanche, le comportement mécanique du PE tel que la fonction de fluage varie avec les conditions de support et de fixation des tubes, la température du fluide, la vitesse de déformation de la paroi etc.

Aussi, parmi les défis majeurs des travaux de recherche dans le cas du PEHD est la distinction entre l'amortissement mécanique lié au comportement viscoélastique du matériau et l'amortissement par frottement. En effet, le comportement viscoélastique des parois de la conduite a un effet dispersif et dissipatif similaire à celle des pertes de charge en régime

transitoire, dus au frottement, sur l'onde de pression. Covas et al [67] ont montré que la fonction de fluage du PEHD varie avec le débit fluide (ou de l'écoulement) lorsqu'il est calibré par un modèle rhéologique sans étudier l'effet de la perte de charge en régime transitoire. Malgré cela, l'étude de ces deux phénomènes simultanément montre le comportement viscoélastique joue le rôle premier et le plus important de l'amortissement des perturbations de pression.

I.8. Conclusion

Dans cette première partie, nous avons rappelé les avantages du comportement viscoélastique du PE100 qui en font un matériau privilégié pour la fabrication des conduites d'adduction d'eau potable. Aussi, nous avons présenté les différents modes de rupture qui peuvent se produire. Ainsi, le choix du concept de mécanique de la rupture approprié, selon le mode, a été évoqué. Dans cette étude, nous cherchons à évaluer les risques de rupture à court terme, instantané, sous l'effet des surpressions. Dans ce cas, le matériau a un comportement visco-élastoplastique plutôt qu'élasto-viscoplastique. En effet, nous parlons, généralement, du comportement viscoplastique quand nous avons un problème de rupture en fluage où l'effet de temps est introduit. Ainsi, l'intégrale-J, approche de la mécanique de rupture élastoplastique, sera choisie pour évaluer la nocivité d'un défaut présent dans une conduite en PE100 soumise à une pression interne.

Vu que nous nous intéressons à l'étude de l'amorçage de fissure sous l'effet des surpressions générées par les écoulements transitoires, nous avons attiré l'attention sur l'importance de prendre en considération le couplage fluide-structure et, en particulier, le comportement viscoélastique du PE100. Pour cela, le chapitre suivant sera consacré à présenter un modèle simulant l'écoulement transitoire en conduite viscoélastique en tenant compte de l'interaction fluide-structure. Ce modèle sera utilisé dans le chapitre III pour étudier l'effet dynamique du comportement viscoélastique du PE100 sur les fréquences propres d'un système hydraulique et sur la variation de la pression en régime transitoire.

Chapitre II

Modélisation des écoulements transitoires en conduite viscoélastique

Ce chapitre est consacré, dans un premier temps, à présenter les équations régissant les écoulements transitoires dans une conduite viscoélastique en tenant compte du couplage fluide structure. Dans un second temps, la méthode des caractéristiques et la méthode de la matrice de transfert sont développées pour résoudre les équations et réaliser, respectivement, l'analyse temporelle et fréquentielle sur un modèle donné.

II.1. Formulations mathématiques (Les Équations générales des écoulements transitoires en conduites viscoélastiques)

II.1.1. Introduction

Différents modèles mathématiques décrivant les écoulements transitoires en conduites sont établis à partir des équations fondamentales de la mécanique des fluides et des solides transformées et appliquées selon la méthode de résolution numérique adoptée. Ces modèles se différencient selon l'objectif à atteindre, le comportement du système étudié et les hypothèses simplificatrices supposées. Si nous prenons l'exemple du coup de bélier, quatre sujets importants sont généralement abordés : la viscoélasticité VE, l'interaction fluide-structure IFS, la perte de charge en régime transitoire UF et le phénomène de cavitation CS étudiés séparément. Certaines combinaisons de ces thèmes ont été aussi modélisées et étudiées alors que d'autres ne sont pas encore traitées.

Les combinaisons de VE et UF [31][67][68][71][72][73], CS et UF [74][75][76][77], FSI et UF [78], FSI et CS [79][80][81] et VE et CS [82][83][84][85][86] ont déjà été étudiées. Des combinaisons de trois sujets ont été modélisées par Neuhaus et al. [87] (CS, UF et FSI) et Warda et al.[88] (CS, UF et VE). La modélisation de ces combinaisons est encore en développement et en amélioration. Ainsi, Keramat et al. [89] ont ajouté l'effet de la variation du coefficient de Poisson avec le comportement viscoélastique en négligeant l'effet de perte de charge non permanent devant l'effet de la viscoélasticité dans le modèle de Covas [67]. Les études introduisant l'effet de l'IFS dans un modèle VE sont rares. Récemment, Achouyab et Bahrar [90] et Keramat et al. [91] ont proposé chacun un modèle numérique sur les écoulements transitoires en conduites viscoélastiques en tenant compte de l'interaction fluide-structure.

Afin d'estimer l'accumulation des endommagements et étudier la durée de vie d'un système de tuyauteries, des modèles ont été développés en se basant sur des formulations classiques pour introduire l'effet de l'élasto-plasticité [92] ou élasto-viscoplasticité [93] [94] du matériau de la conduite.

Dans cette étude, en se basant sur la théorie générale des écoulements transitoires développée par Wylie et Streeter [95][96][97], Tijsseling [98][99] et Keramat et al. [91], nous présentons les formulations mathématiques relatives aux écoulements transitoires de fluide dans les conduites viscoélastiques. Ceci nous permettra d'obtenir les relations de base de l'écoulement axial en conduites viscoélastiques en tenant compte de l'interaction fluide-structure.

II.1.2. Hypothèses

Le modèle proposé est applicable à une conduite rectiligne de section transversale circulaire. La conduite est entourée d'un fluide non visqueux à pression constante de sorte qu'elle puisse se dilater librement. Le matériau de la conduite est viscoélastique linéaire, homogène et isotrope. La résistance de l'inertie au mouvement radial est négligée. Le fluide véhiculé est supposé newtonien. Les conditions d'évolution isotherme sont satisfaites.

Le modèle développé est à une dimension, exprimé par la seule coordonnée spatiale le long de l'axe de la conduite. Les vitesses d'écoulement du fluide et de déplacement de la conduite sont supposées très inférieures aux célérités des ondes de pression et de contrainte axiale. Cela signifie que les termes convectifs peuvent être négligés ($c_f \gg V \; et \; c_p \gg \dot{u}_x$: approximation acoustique).

Les transformations rapides, liées au phénomène de propagation des ondes, peuvent être considérées comme isentropiques (en dehors des ondes de choc). Par ailleurs, dans le cas des liquides et tout particulièrement de l'eau, dont le rapport des chaleurs spécifiques est voisin de un, il y a très peu de différences entre les transformations isothermes et adiabatiques.

Dans ces conditions, le fluide est considéré comme barotrope décrit par une relation de la forme $\rho_f = \rho_f(p)$ conduisant à la relation classique, équation **II.1**.

$$\mathrm{d}\rho_f = \frac{\rho_f}{K}\mathrm{d}p \qquad \textbf{II.1}$$

où K est le module de compressibilité volumique à entropie constante du fluide.

II.1.3. Comportement d'un milieu viscoélastique

II.1.3.1. Modèle rhéologique de Kelvin Voigt généralisé

La propriété viscoélastique de la paroi de conduite peut être représentée par un modèle mécanique pour avoir une relation appropriée entre la contrainte et la déformation. Dans une approche monodimensionnelle, un solide élastique est modélisé par un système ressort de raideur E (module d'Young). Par contre le fluide visqueux est modélisé par un amortisseur de viscosité η. Le choix du modèle viscoélastique dépend de la propriété du matériau et du type de sollicitation appliquée. Le modèle de Maxwell est utilisé pour étudier les fluides viscoélastiques et le comportement en relaxation des contraintes. Par contre, le comportement d'un solide viscoélastique en fluage est fréquemment modélisé par le modèle de Kelvin-Voigt

général, *Figure II.1*. Il est couramment utilisé pour modéliser le comportement d'un matériau viscoélasticité d'une conduite, PE100, sous l'effet d'un écoulement transitoire. Ceci est dû à sa description précise des effets de fluage et d'amortissement et de simple concept [91] [67]. Ce modèle général, *Figure II.1*, est constitué par l'association en série d'une complaisance J_0 et de N solides de Kelvin-Voigt de viscosité μ_i et complaisance $J_i = 1/E_i$. Sa fonction de fluage, *Figure II.2*, est définie par la relation II.2, [19].

$$f(t) = J(t) = J_0 + \sum_{i=1}^{N} J_i \left(1 - exp\frac{-t}{\tau_i}\right) \qquad \textbf{II.2}$$

où $\tau_i = J_i \mu_i$ est le temps de retard du ième solide de Kelvin-Voigt. Les paramètres du modèle de kelvin Voigt sont définis en se basant sur des données expérimentales d'une étude d'écoulements laminaire et transitoire dans une installation de conduite en PE100 ou en déterminant la fonction de fluage par des essais de fluage ou d'analyse mécaniques dynamiques, DMA.

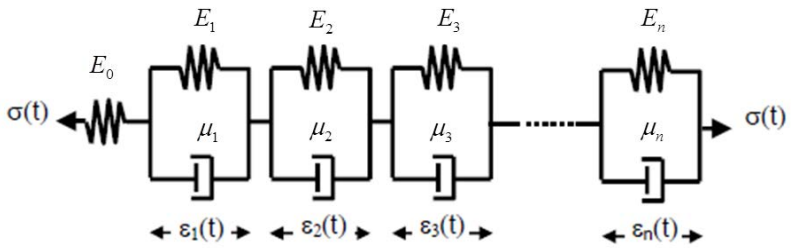


Figure II.1. Modèle de Kelvin Voigt généralisé

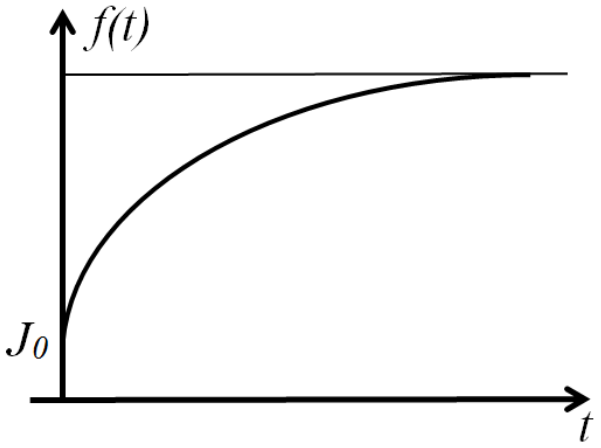


Figure II.2. Fonction fluage du modèle de Kelvin-Voigt généralisé

La relation entre la contrainte et la déformation des matériaux viscoélastiques linéaires implique des dérivées d'ordre supérieur par rapport au temps de la contrainte et de la déformation. En appliquant l'inverse de la transformée de Laplace ou en utilisant le principe

de superposition de Boltzmann [91], la déformation des matériaux viscoélastiques linéaires est donnée par la relation II.3.

$$\varepsilon(t)=\sigma(t)J(0)+\int_0^t\sigma(t-s)\frac{dJ}{ds}(s)ds=(\sigma*dJ)(t)=(J*d\sigma)(t) \qquad \textbf{II.3}$$

dans laquelle "$*$" est l'opérateur de convolution et "$*d$" est l'opérateur de convolution de Stieltjes. Le terme $\sigma(t)J(0)$ représente la réponse instantanée où $J(0)=1/E$.

II.1.3.2. Approche par module complexe

Les essais de fluage peuvent être envisagés pour étudier des phénomènes de moyenne et de courte durée et pour de faibles vitesses de déformation. En revanche, l'étude de certains effets dynamiques, où le comportement du matériau est associé à des temps courts et à des déformations rapides, nécessite l'analyse mécanique dynamique pour évaluer le comportement viscoélastique du matériau dans le domaine fréquentiel. La transformée de Laplace de la relation contrainte-déformation (équation II.3) est définie par l'équation II.4.

$$\bar{\varepsilon}(s)=\bar{\sigma}(s)\left(s\bar{J}(s)-J(0)\right)+\bar{\sigma}(s)J(0)=s\bar{\sigma}(s)\bar{J}(s) \qquad \textbf{II.4}$$

avec $s=jw$ la variable de Laplace et $\bar{J}(s)$ la complaisance complexe qui est définie par :

$$\bar{J}(s)=\frac{J_0}{s}+\sum_{i=1}^{N}J_i\left(\frac{1}{s}-\frac{\tau_i}{s\tau_i+1}\right) \qquad \textbf{II.5}$$

Par un essai de vibration forcée à une pulsation w, la complaisance complexe est définie par:

$$J(w)=J'+jJ'' \qquad \textbf{II.6}$$

où $J'=Re\left(J(w)\right)$ est le module de conservation ou de stockage et $J''=Im\left(J(w)\right)$ est le module de perte. La capacité d'amortissement est définie par la tangente de l'angle de déphasage δ entre la déformation et la contrainte (équation II.7).

$$tg(\delta)=J''/J' \qquad \textbf{II.7}$$

II.1.3.3. Relation de comportement et de la mécanique de milieu continue

Le tube en polyéthylène se comporte comme un milieu viscoélastique homogène et isotrope pour un taux de déformation inférieur à 5% [14]. Dans ce cas, la loi viscoélastique fréquentielle (équation II.8) est semblable à la loi de Hooke généralisée mais avec des paramètres complexes dépendant de la fréquence, [100].

$$\sigma_{ij} = \lambda\varepsilon_{kk}\delta_{ij} + 2G\varepsilon_{ij} \Leftrightarrow \bar{\bar{\boldsymbol{\sigma}}} = \lambda\left(\mathrm{tr}\bar{\bar{\boldsymbol{\varepsilon}}}\right)\bar{\bar{\mathbf{I}}} + 2G\bar{\bar{\boldsymbol{\varepsilon}}} \qquad \textbf{II.8}$$

où $\boldsymbol{\varepsilon}$ le tenseur des déformations de trace ε_{kk} ; λ et G les coefficients de Lamé. G est appelé aussi module complexe de cisaillement.

Le module d'Young complexe E, le coefficient de Poisson complexe ν et le module complexe de compressibilité K sont définis par :

$$E = \frac{(3\lambda + 2G)}{(\lambda + G)},\ \nu = \frac{\lambda}{2(\lambda + G)},\ \mathrm{K} = \lambda + \frac{2}{3}G = \frac{E}{3(1-2\nu)} \qquad \textbf{II.9}$$

On a alors :

$$\lambda = \frac{\nu E}{(1+\nu)(1-2\nu)},\quad G = \frac{E}{2(1+\nu)} \qquad \textbf{II.10}$$

La relation II.3 est valable dans le cas de chargement uni axial. Pour faire une étude tridimensionnelle d'un milieu viscoélastique linéaire, les déformations liées au coefficient de Poisson doivent être prise en compte. Selon la notation de convolution de Stieltjes, les relations (II.11, II.12 et II.13) lient les déformations axiales et circonférentielles aux contraintes d'un système viscoélastique dans un repère cylindrique (r, ϕ, x) [91]].

$$\varepsilon_x = \sigma_x * dJ - \left(\sigma_\phi * dJ\right) * d\nu - \left(\sigma_r * dJ\right) * d\nu \qquad \textbf{II.11}$$

$$\varepsilon_\phi = \sigma_\phi * dJ - \left(\sigma_x * dJ\right) * d\nu - \left(\sigma_r * dJ\right) * d\nu \qquad \textbf{II.12}$$

$$\varepsilon_r = \sigma_r * dJ - \left(\sigma_x * dJ\right) * d\nu - \left(\sigma_\phi * dJ\right) * d\nu \qquad \textbf{II.13}$$

Dans cette étude, le coefficient de Poison est considéré constant. Cette hypothèse a été très souvent utilisée pour modéliser le coup de bélier [91], elle facilite considérablement la résolution du modèle, équations II.14, II.15 et II.16.

$$\varepsilon_x = \sigma_x * dJ - \nu\left(\sigma_\phi * dJ + \sigma_r * dJ\right) \qquad \textbf{II.14}$$

$$\varepsilon_\phi = \sigma_\phi * dJ - \nu\left(\sigma_x * dJ + \sigma_r * dJ\right) \qquad \textbf{II.15}$$

$$\varepsilon_r = \sigma_r * dJ - \nu\left(\sigma_x * dJ + \sigma_\phi * dJ\right) \qquad \textbf{II.16}$$

II.1.4. Relations de base du mouvement axial du fluide

Pour présenter les équations du mouvement pour le fluide, nous suivons l'approche de Tijselling [101]. Nous partons des équations de Navier Stokes et de continuité en coordonnées

cylindriques dans la direction axiale de l'écoulement. La coordonnée circonférentielle (ϕ) est supprimée du fait de la symétrie axiale, équations II.16 et II.18.

- *Equation de continuité*

$$\frac{\partial \rho_f}{\partial t} + V_x \frac{\partial \rho_f}{\partial x} + V_r \frac{\partial \rho_f}{\partial r} + \rho_f \frac{\partial V_x}{\partial x} + \frac{\rho_f}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(rV_r\right) = 0 \qquad \textbf{II.17}$$

- *Equations de quantité de mouvement dans la direction axiale (ox)*

$$\rho_f \frac{\partial V_x}{\partial t} + \rho_f V_x \frac{\partial V_x}{\partial x} + \rho_f V_r \frac{\partial V_x}{\partial r} + \frac{\partial p}{\partial x} = \rho_f F_x + \left(\mu' + \frac{1}{3}\mu\right)\frac{\partial}{\partial x}\left[\frac{\partial V_x}{\partial x} + \frac{1}{r}\frac{\partial\left(rV_r\right)}{\partial r}\right] + \mu\left[\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial V_x}{\partial r}\right) + \frac{\partial^2 V_x}{\partial x^2}\right] \qquad \textbf{II.18}$$

où V_x et V_r les vitesses axiale et radiale, ρ_f la masse volumique du fluide, p la pression, F_x la composante axiale de la force à distance par unité de masse du fluide, μ et μ', respectivement, les viscosités dynamique et de volume et t le temps. Les paramètres V_x, V_r, ρ_f et p sont des fonctions de x, r et t.

Le module de compressibilité du fluide K est une fonction de la température et de la pression. Dans les conditions isothermes, ρ_f et K, figurant dans le membre de droite de l'équation **II.1**, sont approchées par des valeurs constantes conduisant à une relation linéaire entre la masse volumique et la pression. Cette procédure est valable si la pression est négligeable devant la compressibilité du fluide $\left(p \ll K\right)$. Le membre de droite de l'équation **II.1** est égal à $\left(1/\left(C_0^2\right)\right)\partial p/\partial t$; où C_0 la célérité des ondes de pression dans le fluide. C_0 est plus grande que V_x et V_r, les termes convectifs, donc les 2ème et 3ième termes du membre de gauche des équations II.17 et II.18 peuvent être négligés. Les équations se simplifient, alors, comme suit :

- *Equation de continuité*

$$\frac{1}{K}\frac{\partial p}{\partial t} + \frac{\partial V_x}{\partial x} + \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(rV_r\right) = 0 \qquad \textbf{II.19}$$

- *Equation de quantité de mouvement dans la direction axiale*

$$\rho_f \frac{\partial V_x}{\partial t} + \frac{\partial p}{\partial x} = \rho_f g \sin\gamma + \frac{\mu}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial V_x}{\partial r}\right) \qquad \textbf{II.20}$$

Notons que, bien que la masse volumique ρ_f dans l'équation II.20 soit constante, la compressibilité du fluide apparaît encore dans le premier terme $(1/K)\partial p/\partial t$ de l'équation de continuité (II.19).

Pour obtenir une formulation monodimensionnelle, les équations II.19 et II.20 sont multipliées par $2\pi r$, intégrées par rapport à r de 0 à R (rayon de la conduite) puis divisées par πR^2. Cela nous permet d'avoir un système d'équations (II.21 et II.22) qui a comme variable d'état la valeur moyenne de la vitesse axiale, *V,* et de la pression de fluide, *P,* équation II.23 et II.24.

- <u>*Equation de continuité*</u>

$$\frac{1}{K}\frac{\partial P}{\partial t}+\frac{\partial V}{\partial x}+\frac{2}{R}V_r\big|_{r=R}=0 \qquad \textbf{II.21}$$

- <u>*Equation de quantité de mouvement dans la direction axiale*</u>

$$\rho_f\frac{\partial V}{\partial t}+\frac{\partial P}{\partial x}=\rho_f g\sin\gamma+\mu\frac{2}{R}\frac{\partial V}{\partial r}\bigg|_{r=R} \qquad \textbf{II.22}$$

$$V=\frac{1}{\pi R^2}\int_0^R 2\pi V_x dr=\frac{Q}{S} \qquad \textbf{II.23}$$

$$P=\frac{1}{\pi R^2}\int_0^R 2\pi r p dr \qquad \textbf{II.24}$$

Pour un fluide newtonien, le dernier terme de l'équation (II.22), $\mu\frac{\partial V}{\partial r}\bigg|_{r=R}$ représente la contrainte tangentielle, τ_0, entre le fluide et la paroi de la conduite.

Pour établir l'équation (II.21), nous avons supposé que $V_r r = R V_r\big|_{r=R}$. Cette hypothèse est acceptable par le fait que la compressibilité est négligée ($K=\infty$) et l'écoulement entrant est concentré le long de l'axe de la conduite.

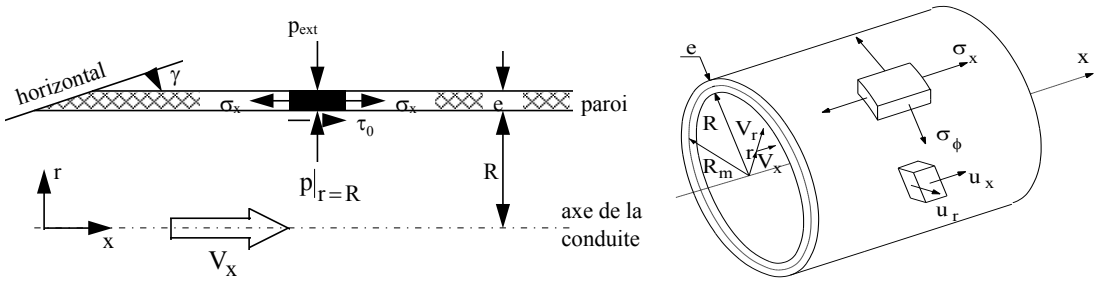
II.1.5. Relation de base du mouvement axial de la conduite

L'équation de quantité de mouvement en coordonnées cylindriques dans la direction axiale est défini par l'équation II.25, [102]. En raison de la symétrie axiale (*Figure II.3*), la coordonnée circonférentielle ϕ est supprimée.

$$\rho_p \frac{\partial \dot{u}_x}{\partial t} + \rho_p \dot{u}_x \frac{\partial \dot{u}_x}{\partial x} + \rho_p \dot{u}_r \frac{\partial \dot{u}_x}{\partial x} = \frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{1}{r}\frac{\partial (r\tau_{xr})}{\partial r} + F_x \qquad \textbf{II.25}$$

où $\dot{u}_x$ et $\dot{u}_r$ sont les vitesses axiales et radiales, ρ_p est la masse volumique du matériau de la paroi de la conduite, σ_x la contrainte axiale, τ_{xr} la contrainte de cisaillement, F_x la force volumique axiale qui est due à la pesanteur ($F_x = g\sin\gamma$). Les variables $\dot{u}_x$, $\dot{u}_r$ et τ_{xr} sont des fonctions de x, r et t, par contre la masse volumique ρ_p est constante.

Du fait que les déformations sont supposées petites et l'hypothèse de l'approximation acoustique est faite, comme dans le cas des équations pour le fluide, les termes convectifs, les 2ième et 3ième termes du membre de gauche de l'équation II.25, sont négligeables.



(a): plan (x,r) *(b): plan* $(r-\Phi)$

Figure II.3. Contraintes sur la paroi

Pour obtenir une formulation monodimensionnelle, l'équation II.25 est multipliée par $2\pi r$, intégrée par rapport à r de R à $R+e$ puis divisée par $2\pi(R+e/2)e$, e étant l'épaisseur de la paroi. Cela nous permet d'avoir l'équation II.26 qui a comme variables d'états les valeurs moyennes de la contrainte axiale $\bar{\sigma}_x$ et de la vitesse de déplacement axial de la paroi $\bar{\dot{u}}_x$ (équation II.27 et II.28).

$$\rho_p \frac{\partial \bar{\dot{u}}_x}{\partial t} = \frac{\partial \bar{\sigma}_x}{\partial x} + \frac{R+e}{(R+e/2)e}\tau_{xr}\Big|_{r=R+e} - \frac{R}{(R+e/2)e}\tau_{xr}\Big|_{r=R} + \rho_p g \sin\gamma \qquad \textbf{II.26}$$

$$\bar{\dot{u}}_x = \frac{1}{2\pi(R+e/2)e}\int_R^{R+e} 2\pi r \dot{u}_x dr \qquad \textbf{II.27}$$

$$\bar{\sigma}_x = \frac{1}{2\pi(R+e/2)e}\int_R^{R+e} 2\pi r \sigma_x dr \qquad \textbf{II.28}$$

Pour compléter le modèle mathématique, la relation II.29 entre la contrainte et le déplacement axial est obtenue en substituant la déformation axiale $\varepsilon_x = \frac{\partial u_x}{\partial x}$ dans l'équation II.14

$$\frac{\partial u_x}{\partial x} = \sigma_x * dJ - \nu\left(\sigma_\phi * dJ + \sigma_r * dJ\right) \qquad \textbf{II.29}$$

En appliquant la même transformation que celle relative aux équations II.25 et II.26, nous obtenons la relation axiale contrainte-vitesse de déplacement (équation II.30).

$$\frac{\partial\left(\bar{\sigma}_x * dJ\right)}{\partial t} = \frac{\partial \bar{\dot{u}}_x}{\partial x} + \nu\frac{\partial\left(\bar{\sigma}_\phi * dJ\right)}{\partial t} + \nu\frac{\partial\left(\bar{\sigma}_r * dJ\right)}{\partial t} \qquad \textbf{II.30}$$

dans laquelle, les valeurs moyennes de $\bar{\sigma}_\phi$ et $\bar{\sigma}_r$ sont données respectivement par les équations II.31 et II.32.

$$\bar{\sigma}_\phi = \frac{1}{2\pi\left(R + e/2\right)e}\int_R^{R+e} 2\pi r \sigma_\phi dr \qquad \textbf{II.31}$$

$$\bar{\sigma}_r = \frac{1}{2\pi\left(R + e/2\right)e}\int_R^{R+e} 2\pi r \sigma_r dr \qquad \textbf{II.32}$$

II.1.6. Couplage fluide-structure et modèle à quatre équations :

Le couplage des équations relatives à la structure et au fluide est réalisé par les conditions aux limites (équation II.33-II.35) représentant le contact entre le liquide et la paroi de la conduite à l'interface $r = R$. Le fait de négliger l'inertie radiale revient à écrire que $p = P$; la pression est constante en tout point de la section transversale de la conduite. La pression extérieure est uniformément répartie sur la paroi de la conduite. Par la suite, nous allons la prendre égale à zéro et nous nous limitons dans notre étude à étudier l'effet de la pression interne engendrée durant l'écoulement.

$$\tau_{xr}\big|_{r=R} = -\tau_0 \qquad \tau_{xr}\big|_{r=R+e} = 0 \qquad \textbf{II.33}$$

$$\sigma_r\big|_{r=R} = -p\big|_{r=R} = -P \qquad \sigma_r\big|_{r=R+e} = -P_{ext} = 0 \qquad \textbf{II.34}$$

$$V_r\big|_{r=R} = \dot{u}_r\big|_{r=R} \qquad \textbf{II.35}$$

Les conditions dynamiques II.33 et II.34 définissent, respectivement, les contraintes de cisaillement et les pressions du fluide appliquées sur la paroi de la conduite. Par contre, la condition cinématiques II.35 décrit l'adhérence entre le solide et le fluide.

La relation contrainte-déplacement radial II.36 est obtenue en substituant la déformation circonférentielle $\left(\varepsilon_\phi\big|_{r=R} = \mathrm{u}_r\big|_{r=R} / R\right)$ dans l'équation II.15.

$$\frac{1}{R}\dot{\mathrm{u}}_r\big|_{r=R} = \frac{\partial}{\partial t}\left\{\sigma_\phi\big|_{r=R} * dJ - \nu\,\sigma_x\big|_{r=R} * dJ - \nu\,\sigma_r\big|_{r=R} * dJ\right\} \qquad \textbf{II.36}$$

La condition II.33 est introduite dans l'équation de mouvement axial (équation II.26) de la conduite. La condition (II.35) et (II.36) pour $r = R$ est prise en compte dans l'équation (II.21) de continuité du fluide. Après un réarrangement des termes, quatre équations (II.37-II.40) de base restent pour les six variables p , V , σ_x, $\bar{\dot{u}}_x$, σ_ϕ et σ_r .

- Fluide

$$\frac{\partial V}{\partial t} + \frac{1}{\rho_f}\frac{\partial P}{\partial x} = g\,\sin\gamma - \frac{2}{R\rho_f}\tau_0 \qquad \textbf{II.37}$$

$$\frac{1}{K}\frac{\partial P}{\partial t} + \frac{\partial \mathrm{V}}{\partial x} + 2\frac{\partial}{\partial t}\left\{\sigma_\phi\big|_{r=R} * dJ - \nu\,\sigma_x\big|_{r=R} * dJ - \nu\,\sigma_r\big|_{r=R} * dJ\right\} = 0 \qquad \textbf{II.38}$$

- Conduite

$$\frac{\partial \bar{\dot{\mathrm{u}}}_x}{\partial t} + \frac{1}{\rho_p}\frac{\partial \bar{\sigma}_x}{\partial x} = \frac{R}{\rho_p\left(R + \frac{1}{2}e\right)e}\tau_0 + g\,\sin\gamma \qquad \textbf{II.39}$$

$$\frac{\partial \bar{\dot{\mathrm{u}}}_x}{\partial x} - \frac{\partial\left(\bar{\sigma}_x * dJ\right)}{\partial t} + \nu\frac{\partial\left(\left(\bar{\sigma}_\phi + \bar{\sigma}_r\right) * dJ\right)}{\partial t} = 0 \qquad \textbf{II.40}$$

Le modèle à quatre équations est déduit des équations du mouvement du fluide et de la structure. Le couplage du mouvement axial conduite-fluide est dû aux effets du coefficient de Poisson. La contrainte circonférentielle et le déplacement radial dépendent à tout instant de la pression du fluide et de la contrainte axiale de la conduite. Le modèle à quatre équations ainsi élaboré permet d'obtenir deux modes de solutions : les ondes de pression dans le liquide et les ondes de contrainte axiale dans la conduite.

Les équations (II.38 et II.40) contiennent les termes de la fonction fluage qui exigent que la contrainte et la déformation soient nulles à t<0 (conditions initiales). Par contre, dans les écoulements en conduites, la contrainte et la déformation de la paroi du tube ne sont pas toujours négligeables à $t < 0$ (écoulement laminaire). Pour respecter les conditions initiales nulles dans les équations (II.39) et (II.40), la pression dynamique $(\tilde{p}(t) = p(t) - p_0)$ et la contrainte dynamique $(\tilde{\sigma}_h(t) = \bar{\sigma}_h(t) - \bar{\sigma}_{h,0}; h = x, r, \theta)$ sont utilisées par la suite pour évaluer

la réponse retardée d'une telle sollicitation appliquée. L'indice 0 est utilisé pour désigner les variables statiques à t<0. Tenant compte de cette condition et des équations (II.2) et (II.3), deux nouveaux termes (équation II.41 et II.42) seront utilisés par la suite pour définir les réponses retardées, [103] [89].

$$I_{\tilde{\sigma}_x} := \int_0^t \tilde{\sigma}_x(t-s)\frac{dJ}{ds}(s)\,ds = \sum_{k=1}^{N_{kv}}\left(\frac{J_k}{\tau_k}\int_0^t \tilde{\sigma}_x(t-s)e^{-(s/\tau_k)}ds\right) := \sum_{k=1}^{N_{kv}} I_{\tilde{\sigma}_x k} \qquad \textbf{II.41}$$

$$I_{\tilde{p}} := \int_0^t \tilde{p}(t-s)\frac{dJ}{ds}(s)\,ds = \sum_{k=1}^{N_{kv}}\left(\frac{J_k}{\tau_k}\int_0^t \tilde{p}(t-s)e^{-(s/\tau_k)}ds\right) := \sum_{k=1}^{N_{kv}} I_{\tilde{p}k} \qquad \textbf{II.42}$$

Après l'intégration de ces termes de retards, leurs dérivées peuvent être déterminées facilement après une approximation algébrique [91] [89] par :

$$\frac{\partial I_{\tilde{\sigma}_x}(t)}{\partial t} \approx b_1\tilde{\sigma}_x(t) + b_2^{\tilde{\sigma}_x} \qquad \textbf{II.43}$$

$$\frac{\partial I_{\tilde{p}}(t)}{\partial t} \approx b_1\tilde{p}(t) + b_2^{\tilde{p}} \qquad \textbf{II.44}$$

Avec : $b1 = \sum_{k=1}^{N_{kv}}\left(\frac{J_k}{\Delta t}\left(1-e^{-\Delta t/\tau_k}\right)\right)$ et $b2 = h(t-\Delta t)\sum_{k=1}^{N_{kv}}\left(\frac{J_k}{\tau_k}e^{-\Delta t/\tau_k} - \frac{J_k}{\Delta t}\left(1-e^{-\Delta t/\tau_k}\right)\right) - \sum_{k=1}^{N_{kv}}\frac{e^{-\Delta t/\tau_k}}{\tau_k}I_{hk}(t-\Delta t);\ h = \tilde{p}, \tilde{\sigma}_x$

Les relations qui lient les contraintes radiales et circonférentielles d'une conduite cylindrique soumise à une pression moyenne intérieure P et une pression extérieure $P_e = 0$ [101].

$$\left(\bar{\sigma}_\phi + \bar{\sigma}_r\right) = \frac{R}{e}\frac{1}{1+e/(2R)}P \qquad \textbf{II.45}$$

$$\sigma_\phi\Big|_{r=R} = \left(\frac{R}{e} + \frac{1+\frac{e}{R}}{2+\frac{e}{R}}\right)P \qquad \textbf{II.46}$$

Les équations II.45 et II.46 sont reportées, respectivement, dans les équations II.40 et II.38. ε_x et σ_x sont supposées légèrement dépendantes de r. Cela signifie que la section transversale de la conduite reste toujours plane pendant l'allongement axial de la conduite. La variable $\sigma_x\big|_{r=R}$ intervenant dans l'équation II.38 peut donc être remplacée par la contrainte moyenne $\bar{\sigma}_x$. Il reste, finalement, quatre équations de base à quatre inconnues P, V, $\bar{\sigma}_x$ et $\dot{\bar{u}}_x$ (équation II.47-II.50)

- Fluide

$$\frac{\partial V}{\partial t}+\frac{1}{\rho_f}\frac{\partial P}{\partial x}=g\ \sin\gamma-\frac{2}{R\rho_f}\tau_0 \qquad \textbf{II.47}$$

$$\frac{1}{K}\frac{\partial P}{\partial t}+\frac{\partial \mathrm{V}}{\partial x}+\left[\frac{2R}{e}\left(2a_2\left(1+\nu\right)+\frac{1}{1+a_2}\right)\right]\frac{\partial\left(\tilde{P}*dJ\right)}{\partial t}-2\nu\frac{\partial\left(\tilde{\sigma}_x*dJ\right)}{\partial t}=0 \qquad \textbf{II.48}$$

- Conduite

$$\frac{\partial \dot{\bar{u}}_x}{\partial t}+\frac{1}{\rho_p}\frac{\partial \bar{\sigma}_x}{\partial x}=\frac{1}{\rho_p\left(1+a_2\right)e}\tau_0+g\ \sin\gamma \qquad \textbf{II.49}$$

$$\frac{\partial \dot{\bar{u}}_x}{\partial x}-\frac{\partial\left(\tilde{\sigma}_x*dJ\right)}{\partial t}+\frac{\nu R}{\left(1+a_2\right)e}\frac{\partial\left(\tilde{P}*dJ\right)}{\partial t}=0 \qquad \textbf{II.50}$$

Les deux derniers termes des équations II.48 et II.50 décrivent la réponse dynamique retardée d'un matériau viscoélastique. Ils sont définis par les relations II.51 et II.52

$$\frac{\partial\left(\tilde{P}*dJ\right)}{\partial t}=J\left(0\right)\frac{\partial\tilde{P}}{\partial t}+\frac{\partial I_{\tilde{P}}}{\partial t}=\frac{1}{E}\frac{\partial P}{\partial t}+\frac{\partial I_{\tilde{P}}}{\partial t} \qquad \textbf{II.51}$$

$$\frac{\partial\left(\tilde{\sigma}_x*dJ\right)}{\partial t}=J\left(0\right)\frac{\partial\tilde{\sigma}_x}{\partial t}+\frac{\partial I_{\tilde{\sigma}_x}}{\partial t}=\frac{1}{E}\frac{\partial\bar{\sigma}_x}{\partial t}+\frac{\partial I_{\tilde{\sigma}_x}}{\partial t} \qquad \textbf{II.52}$$

Les propagations couplées des ondes de pression dans le liquide et des contraintes axiales dans la paroi de la conduite viscoélastique sont décrites par l'ensemble des quatre équations (II.47 à II.50). Ces équations sont valables pour des conduites à parois épaisse ou mince, selon la valeur de a_2, où la vitesse de déplacement est uniformément répartie sur la section transversale de la conduite.

$a_2=e/\left(2R\right)$: Paroi épaisse **II.53**

$a_2=0$: Paroi mince ($2R/e>25$) [104] **II.54**

II.1.7. Modèle simplifié à deux équations

Généralement, dans le calcul hydraulique d'un réseau quelconque, un modèle simplifié à deux équations est utilisée d'une part pour simplifier la résolution et minimiser le temps de calcul. D'autre part, les tubes en polyéthylènes sont connus par leur flexibilité. Ils s'adaptent parfaitement au mouvement du sol et à des conditions de mise en place qui nécessitent des changements de direction et des tracés difficiles. Cela met en doute le besoin de l'utilisation

des équations générales qui tiennent compte de l'effet des vitesses de déplacement et des contraintes axiales sur des applications générales. Par contre, dans un cadre de recherche sur des applications simples, la direction de la conduite est maintenue constante afin d'étudier, convenablement, l'effet de l'interaction fluide-structure et du comportement viscoélastique du matériau. A partir du modèle à quatre équations avec IFS, nous pouvons déduire un modèle plus simple qui est proche de celui de Covas et al.[67]. Ce modèle ne tient pas compte de l'effet du couplage par jonction et de l'effet de célérité d'onde de contrainte. Par contre, les termes de couplages par Poisson et par frottement et les variables décrivant la déformation radiale retardée de la paroi sous l'effet de la viscoélasticité du matériau existent dans le modèle à deux équations (II.55 et II.56). Covas [67] a vérifié et calibré son modèle à l'aide des essais expérimentaux sur une installation de tuyauteries en PE100 et a conclu que, contrairement à un modèle de coup de bélier classique, seule un modèle qui contient les termes de viscoélasticité peut prédire avec précision les pressions transitoires.

$$\frac{\partial V}{\partial t}+\frac{1}{\rho_f}\frac{\partial P}{\partial x}=g\ \sin\gamma-\frac{2}{R\rho_f}\tau_0 \qquad \textbf{II.55}$$

$$\frac{\partial V}{\partial x}+\frac{1}{\rho_f c_f^{\,2}}\frac{\partial P}{\partial t}+2\frac{R}{e}cc\frac{\partial I_{\tilde{P}}}{\partial t}=0 \qquad \textbf{II.56}$$

où c_f (équation II.57) est la célérité du fluide dans la conduite qui dépend du coefficient d'ancrage cc.

$$c_f^{\,2}=\left(\rho_f\left(\frac{1}{K}+\frac{2Rcc}{eE}\right)\right)^{-1} \qquad \textbf{II.57}$$

Le coefficient cc dépend des conditions d'ancrage comme suit :

- *Le tube est ancré contre le mouvement longitudinal*

$$cc=2a_2\left(1+\nu\right)+\frac{\left(1-\nu^2\right)}{\left(1+a_2\right)} \qquad \textbf{II.58}$$

- *Le tube à joints de dilatation sur toute sa longueur*

$$cc=2a_2\left(1+\nu\right)+\frac{1}{\left(1+a_2\right)} \qquad \textbf{II.59}$$

- *Le tube est ancré à l'extrémité amont seulement*

$$cc = 2a_2\left(1+\nu\right)+\frac{\left(1-\nu/2\right)}{\left(1+a_2\right)} \qquad \textbf{II.60}$$

Le cas où l'installation des conduites est maintenue contre les mouvements axiaux (des conduites encastrées), L'effet du couplage par jonction est très faible. De ce fait les deux modèles, général et simplifié, aboutissent presque au même résultat.

II.1.8. Perte de charge

II.1.8.1. Perte de charge en régime permanent

Pour le calcul de l'influence du frottement sur la propagation des ondes de pression, nous adopterons l'approche de Wylie et Streeter [95]. La contrainte de cisaillement τ_0 est exprimée, en fonction du coefficient de frottement λ, par la même relation de Darcy-Weirsbach, que celle en régime permanent :

$$\Delta H = \frac{\Delta P}{\rho_f g} = \lambda \frac{L}{D}\frac{\mathrm{V}_{rel}{}^2}{2g} \qquad \textbf{II.61}$$

$$\tau_0 = \rho_f \lambda \frac{V_{\mathrm{rel}}\left|V_{\mathrm{rel}}\right|}{8} \qquad \textbf{II.62}$$

où V_{rel} est la vitesse relative moyenne $V-\bar{\dot{u}}_x$ entre le fluide et la paroi. L'expression (II.62) est obtenue en éliminant ΔP entre la relation de Darcy-Weirsbach (II.61) et le bilan de force en régime permanent $\Delta P\frac{\pi D^2}{4} = \tau_0 \pi D L$. La différence de pression ΔP correspond à une longueur L de la conduite de diamètre D.

On utilise $\left|V_{rel}\right|$ pour indiquer que le frottement s'oppose toujours au mouvement.

Le coefficient de perte de charge linéaire λ peut être estimé par la relation de Colebrook, [105], en régime turbulent, équation II.63 :

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = -2\log_{10}\left[\frac{k}{3.7D}+\frac{2.51}{\mathrm{Re}\sqrt{\lambda}}\right] \text{ ; Si Re>2000} \qquad \textbf{II.63}$$

$$\lambda = \frac{64}{\mathrm{Re}} \text{ ;Si Re<2000} \qquad \textbf{II.64}$$

$\mathrm{Re} = VD/\nu_f$ est le nombre de REYNOLDS,

k est la rugosité de la conduite,

ν_f est la viscosité cinématique du fluide.

II.1.8.2. Perte de charge en régime transitoire

L'importance d'introduire l'effet de perte charge en régime transitoire dans un modèle d'écoulement transitoire à une dimension dépend du système hydraulique considéré et des conditions d'exploitation. Cette perte charge supplémentaire est due à la variation du profil de vitesse avec le temps, *Figure II.4*. Elle prend en considération le changement dans le temps du gradient de vitesse selon la direction radiale. Cela rend la modélisation d'un tel système hydraulique compliquée et couteuse et la définition des conditions aux limites d'un tel système compliqué plus difficile.

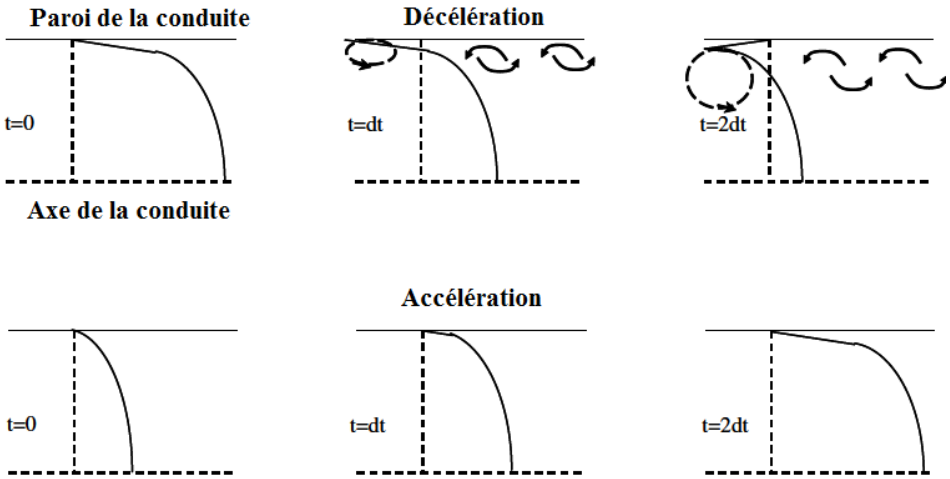


Figure II.4. Variation du profil de vitesse pendant l'accélération et la décélération du fluide [106]

Il est souhaitable donc d'avoir un modèle efficace pour une analyse unidirectionnelle qui prend en considération le comportement du profil de vitesse du fluide en contact avec la paroi de la conduite. Pour cela, plusieurs modèles de perte de charge en régime transitoire [107][75][108][106] [109] ont été proposés dans un régime d'écoulement laminaire ou turbulent.

La perte de charge en régime transitoire est définie par un produit de convolution de la fonction de pondération et de variation temporelle de la vitesse du fluide, équation II.65.

$$h_{fu} = \frac{16\mu}{D^2}\left(\omega * dV\right) = \rho_f \frac{16\nu_f}{D^2}\int_0^t \frac{\partial V\left(t^*\right)}{\partial t^*}\omega\left(t-t^*\right)dt^* \qquad \textbf{II.65}$$

En se basant sur une résolution analytique, Zielke [110] [111] a approché la fonction de pondération W, dans un régime laminaire, par la relation II.66 qui dépend d'un paramètre sans dimension $\tau = 4\nu t / D^2$.

$$W_{app}(\tau) = \begin{cases} \sum_{j=1}^{6} m_j \tau^{\frac{1}{2}j-1} & pour\, \tau \le 0.02 \\ \sum_{j=1}^{5} e^{-n_j \tau} & pour\, \tau > 0.02 \end{cases} \qquad \textbf{II.66}$$

Avec $m_j = \{0.282, -1.25, 1.058, 0.937, 0.397, -0.351\}, j = 1, \ldots, 6$

et $n_j = \{26.374, 70.849, 135.02, 218.922, 322.554\}, j = 1, \ldots, 5$

En écoulement turbulent $\left(2000 < Re_0 < 10^8\right)$, nous pouvons choisir l'approximation (équation II.67) de la fonction de pondération donnée par Vardy et Brown [112] [110] pour les tubes à paroi lisse.

$$W_{app}(\tau) = \frac{A^* e^{-B^* \tau}}{\sqrt{\tau}} \qquad \textbf{II.67}$$

où: $A^* = \frac{1}{2\sqrt{\pi}}$ et $B^* = \frac{Re_0^k}{12.86}$; $k = log_{10}\left(15.29 Re_0^{-0.0567}\right)$

La perte charge en régime transitoire, dans une conduite viscoélastique (PE 100), a été étudiée par Covas et al., *Figure II.5*, [67]. Ils ont montré que le comportement viscoélastique du matériau joue le rôle premier dans l'amortissement des surpressions du coup de bélier, [74]. Une recherche plus approfondie par Soares et al. [83] a donné un algorithme général pour introduire la viscoélasticité et la perte de charge en régime transitoire dans la résolution par la méthode des caractéristiques. Leur conclusion est que les effets de frottement non permanent sont négligeables devant les effets dynamiques du comportement viscoélastique du matériau, [84]. Ceci a été partiellement confirmé par Duan et al. [68]. Ces derniers ont montré, analytiquement, que le frottement non permanent a un effet équivalant à celui de la viscoélasticité de la paroi sur l'atténuation de pression dans le stade initial de l'écoulement transitoire. Cependant, à des stades ultérieurs, l'effet de visco-élasticité devient dominant.

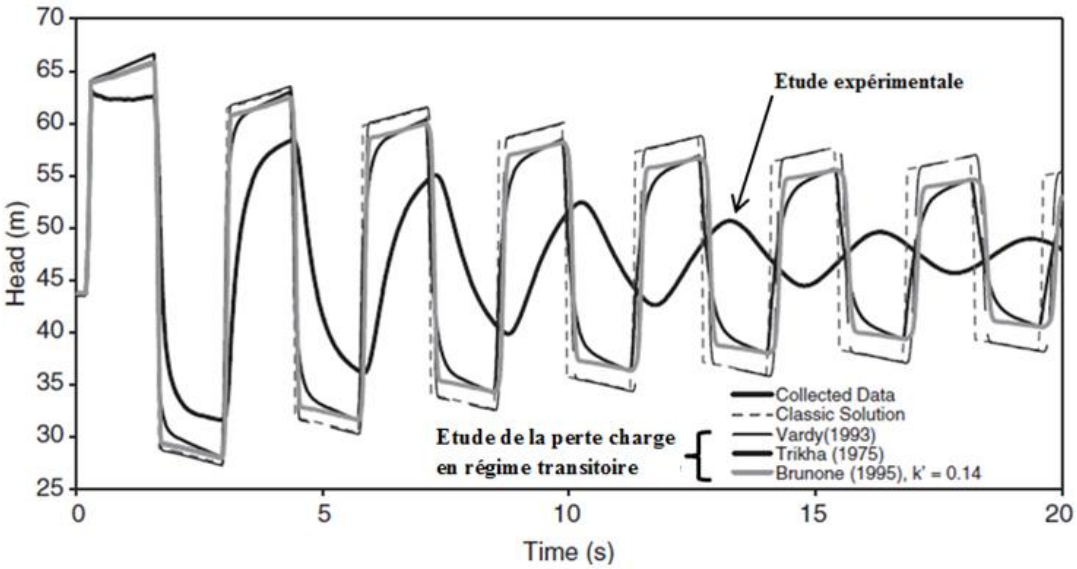


Figure II.5. Etude numérique de l'effet de la perte charge en régime transitoire dans un tube en PE100 [67]

En se basant sur ces résultats, plusieurs études n'introduisent pas la perte charge en régime transitoire dans leur modèle pour simplifier la méthode de résolution et minimiser le temps de calculs.

1.1.1. Pertes de charge singulières

Quand l'eau rencontre sur son parcours des obstacles locaux tels que vanne, té, coude .., des turbulences se créent causant également des pertes de pression connues sous l'appellation de pertes de charges singulières ou localisées. Elles sont exprimées par la relation suivante :

$$\Delta H = k \frac{V^2}{2g} \zeta \qquad \textbf{II.68}$$

où :

ΔH : Perte charge singulière en m

V : Vitesse moyenne de l'écoulement

k : Coefficient de perte de charge singulière

Afin de faciliter les calculs, nous transformons les pertes de charge singulières en leurs équivalents en pertes de charges linéaires. Pour cela, nous égalisons la formule qui correspond à la perte de charge singulière avec celle de la perte de charge linéaire, équation II.69.

$$k \frac{V^2}{2g} = \lambda \, L_{eq} \frac{V^2}{2g \, D} \qquad \textbf{II.69}$$

À partir de l'équation II.69 on peut calculer la longueur équivalente L_{eq} :

$$L_{eq} = \frac{k\ D}{\lambda} \qquad \textbf{II.70}$$

II.2.Résolution par la méthode des caractéristiques (Analyse Temporelle)

II.2.1. Introduction

Pour la conception des modèles numériques, différentes méthodes de résolution sont susceptibles d'être utilisées. Partant du même système d'équations, les diverses méthodes numériques peuvent se différencier par le degré de simplification des hypothèses qu'elles supposent, par la manière dont elles discrétisent l'approximation numérique et par l'ordre de précision que la discrétisation introduit.

Nous présentons par la suite la méthode de résolution numérique qui a finalement conduit à la réalisation du programme de calcul traitant les écoulements transitoires en conduites avec couplage fluide-structure. Il s'agit de la méthode des caractéristiques.

La résolution numérique, par cette méthode, est réalisée par une approximation aux différences finies. Elle est appliquée pour transformer un système d'équations aux dérivées partielles de type hyperbolique en un système d'équations différentielles ordinaires qui peuvent être intégrées numériquement sans difficulté. L'appellation « méthode des caractéristiques » est attribuée à Monge [113] [114]. En principe, la méthode est analytique plutôt que numérique. Cependant, l'intégration des équations différentielles obtenues est généralement effectuée numériquement.

Bien que les équations (II.47-II.50) peuvent être résolues par d'autres approches telles la méthode des volumes finis et la méthode des différences finies de Lax Wendroff [115], la méthode des caractéristiques est généralement choisie. Elle est basée sur le concept de propagation des ondes acoustiques, mécanisme principal de l'ensemble des événements transitoires considérés. Comme le système d'équations (II.47-II.50) est constitué de deux équations décrivant le mouvement du fluide, et deux autres du comportement de la structure conduite, Lavooij and Tijsseling [116] [117] ont proposé une méthode de résolution basée sur la combinaison de la méthode des caractéristiques avec la méthode des éléments finis.

II.2.2. Transformation par la méthode caractéristique

Rappelons tout d'abord les équations fondamentales II.71-II.74 régissant les écoulements transitoires.

Fluide:

$$\frac{\partial V}{\partial t}+\frac{1}{\rho_f}\frac{\partial p}{\partial x}=\mathrm{R}_1 \qquad \textbf{II.71}$$

$$\frac{\partial V}{\partial x}+\left[\frac{1}{K}+\frac{2R}{eE}\left(2a_2\left(1+\nu\right)+\frac{1}{1+a_2}\right)\right]\frac{\partial p}{\partial t}=\frac{2\nu}{E}\frac{\partial \sigma_x}{\partial t}-VE_1 \qquad \textbf{II.72}$$

Conduite:

$$\frac{\partial \dot{\bar{u}}_x}{\partial t}-\frac{1}{\rho_p}\frac{\partial \bar{\sigma}_x}{\partial x}=\mathrm{R}_2 \qquad \textbf{II.73}$$

$$\frac{\partial \dot{\bar{u}}_x}{\partial x}-\frac{1}{\rho_p c_p^2}\frac{\partial \bar{\sigma}_x}{\partial t}=-\frac{\nu}{E}\frac{\mathrm{R}}{e}\frac{1}{1+a_2}\frac{\partial p}{\partial t}+VE_2 \qquad \textbf{II.74}$$

Avec:

$$\mathrm{R}_1=g\ \sin\gamma-\lambda\frac{V_{rel}\left|V_{rel}\right|}{4\mathrm{R}} \qquad \textbf{II.75}$$

$$\mathrm{R}_2=\lambda\frac{\rho_f}{\rho_p}\frac{V_{rel}\left|V_{rel}\right|}{8e\left(1+a_2\right)}+g\ \sin\gamma \qquad \textbf{II.76}$$

$$VE_1=\frac{2R}{e}\left(2a_2\left(1+\nu\right)+\frac{1}{1+a_2}\right)\left(b_1\tilde{p}\left(t\right)+b_2^{\tilde{p}}\right)-2\nu\left(b_1\tilde{\sigma}_x\left(t\right)+b_2^{\tilde{\sigma}_x}\right) \qquad \textbf{II.77}$$

$$VE_2=\left(b_1\tilde{\sigma}_x\left(t\right)+b_2^{\tilde{\sigma}_x}\right)-\frac{\nu R}{e}\frac{1}{1+a_2}\left(b_1\tilde{p}\left(t\right)+b_2^{\tilde{p}}\right) \qquad \textbf{II.78}$$

La méthode des caractéristiques consiste à transformer le système d'équations aux dérivées partielles en un système d'équations différentielles ordinaires intégrées numériquement sur des lignes caractéristiques. Comme $V\left(x,t\right)$, $p\left(x,t\right)$, $\dot{\bar{u}}_x\left(x,t\right)$ et $\bar{\sigma}_x\left(\mathrm{x},\mathrm{t}\right)$ sont solutions de ces équations, on peut alors définir les équations II.79 et II.80:

$$\mathrm{dp}=\left(\frac{\partial \mathrm{p}}{\partial t}\right)\mathrm{d}t+\left(\frac{\partial \mathrm{p}}{\partial x}\right)\mathrm{d}x \ \text{ et } \ \mathrm{dV}=\left(\frac{\partial \mathrm{V}}{\partial t}\right)\mathrm{d}t+\left(\frac{\partial \mathrm{V}}{\partial x}\right)\mathrm{d}x \qquad \textbf{II.79}$$

$$\mathrm{d}\dot{\bar{u}}_x=\left(\frac{\partial \dot{\bar{u}}_x}{\partial t}\right)\mathrm{d}t+\left(\frac{\partial \dot{\bar{u}}_x}{\partial x}\right)\mathrm{d}x \ \text{ et } \ \mathrm{d}\bar{\sigma}_x=\left(\frac{\partial \bar{\sigma}_x}{\partial t}\right)\mathrm{d}t+\left(\frac{\partial \bar{\sigma}_x}{\partial x}\right)\mathrm{d}x \qquad \textbf{II.80}$$

A partir des équations (II.71-II.80), nous déduisons l'écriture matricielle II.81

$$\boldsymbol{A}Y = X \qquad \textbf{II.81}$$

Avec :

$$\boldsymbol{A} = \begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{\rho_f} & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{1}{K} + \frac{2R}{eE}\left(2a_2(1+\nu) + \frac{1}{1+a_2}\right) & 0 & 0 & 1 & -\frac{2\nu}{E} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{\rho_p} & 1 & 0 \\ \frac{\nu}{E}\frac{R}{e}\frac{1}{1+a_2} & 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{\rho_p c_p^2} & 0 & 0 & 1 \\ \mathrm{d}t & \mathrm{d}x & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \mathrm{d}t & \mathrm{d}x & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \mathrm{d}t & \mathrm{d}x & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \mathrm{d}t & \mathrm{d}x \end{bmatrix} \qquad \textbf{II.82}$$

$$Y = \begin{Bmatrix} \partial \mathrm{p}/\partial t \\ \partial \mathrm{p}/\partial x \\ \partial \mathrm{V}/\partial t \\ \partial \mathrm{V}/\partial x \\ \partial \bar{\sigma}_x/\partial t \\ \partial \bar{\sigma}_x/\partial x \\ \partial \bar{\dot{u}}_x/\partial t \\ \partial \bar{\dot{u}}_x/\partial x \end{Bmatrix} \text{ et } X = \begin{Bmatrix} \mathrm{R}_1 \\ VE_1 \\ \mathrm{R}_2 \\ VE_2 \\ \mathrm{dp} \\ \mathrm{dV} \\ \mathrm{d}\bar{\sigma}_x \\ \mathrm{d}\bar{\dot{u}}_x \end{Bmatrix} \qquad \textbf{II.83}$$

II.2.2.1. Directions caractéristiques

Les directions caractéristiques sont déterminées en annulant le déterminant (II.84) de la matrice A de l'équation II.82 [118].

$$\frac{\det(\boldsymbol{A})}{(\mathrm{d}t)^4} = -\frac{1}{\rho_f \rho_p} + \frac{1}{\rho_f \rho_p c_p^2}\left(\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}\right)^2 - \frac{1}{\rho_f c_f^2 \rho_p c_p^2}\left(\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}\right)^4 + \frac{1}{\rho_f c_f^2 \rho_p}\left(\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}\right)^2 + 2\frac{\nu^2 R}{eE\rho_p}\frac{1}{1+a_2}\left(\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}\right)^2 \qquad \textbf{II.84}$$

Dans la suite, on pose $\lambda = \frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}$. L'équation II.85 est obtenue après un simple arrangement de l'équation II.84.

$$\frac{\det(\boldsymbol{A})}{(\mathrm{d}t)^4} = -\frac{1}{\rho_f c_f^2 \rho_p c_p^2}\left\{\lambda^4 - \mathrm{Y}^2\lambda^2 + c_f^2 c_p^2\right\} = 0 \qquad \textbf{II.85}$$

où : $$\mathrm{Y}^2 = \mathrm{c}_f^2 + \mathrm{c}_p^2 + 2\frac{\rho_f \nu^2 R}{eE}\frac{1}{1+a_2}\mathrm{c}_f^2\mathrm{c}_p^2 = \left(1 + 2\nu^2 \frac{\rho_f}{\rho_p}\frac{R}{e}\frac{1}{1+a_2}\right)c_f{}^2 + c_p{}^2 \qquad \textbf{II.86}$$

$$c_p{}^2 = \frac{E}{\rho_p} \qquad \textbf{II.87}$$

où c_p est la célérité des ondes de contraintes (équation II.87) et c_f la célérité des ondes de pression (équation II.57) où le coefficient d'ancrage est défini par l'équation II.58. Ces célérités sont indépendantes. Elles ne prennent pas en considération l'effet de l'IFS. Cependant, les directions caractéristiques (équation II.88 et II.89), les solutions de l'équation II.85, représentent la vitesse de propagation des ondes de pression $\tilde{\mathrm{c}}_F$ (équation II.90) dans le milieu fluide et la vitesse de propagation des ondes de contrainte $\tilde{\mathrm{c}}_P$ (équation II.91) dans la paroi de la conduite en tenant compte de l'IFS.

$$\lambda_{1,2}{}^2 = \frac{1}{2}\left(\mathrm{Y}^2 - \left(\mathrm{Y}^4 - 4c_f{}^2c_p{}^2\right)^{\frac{1}{2}}\right) \qquad \textbf{II.88}$$

$$\lambda_{3,4}{}^2 = \frac{1}{2}\left(\mathrm{Y}^2 + \left(\mathrm{Y}^4 - 4c_f{}^2c_p{}^2\right)^{\frac{1}{2}}\right) \qquad \textbf{II.89}$$

$$\lambda_{1,2} = \pm\tilde{\mathrm{c}}_F \qquad \textbf{II.90}$$

$$\lambda_{3,4} = \pm\tilde{\mathrm{c}}_P \qquad \textbf{II.91}$$

La célérité des ondes de pression $\tilde{\mathrm{c}}_F$ est plus petite que la valeur classique de c_f, qui ne tient pas compte de l'inertie axiale de la paroi de la conduite. Au contraire, la célérité des ondes des contraintes axiales $\tilde{\mathrm{c}}_P$ est supérieure à la valeur classique de c_p, qui ne prend pas en considération les variations de la pression engendrées par les contraintes axiales. Ces célérités sont liées par les relations II.92 et II.93.

$$\tilde{c}_P\tilde{c}_F = c_p c_f \qquad \textbf{II.92}$$

$$\tilde{c}_P{}^2 + \tilde{c}_F{}^2 = \mathrm{Y}^2 = c_f^2 + c_p^2 + 2\frac{\rho_f \nu^2 R}{\rho_p e}\frac{1}{1+a_2}c_f^2 \qquad \textbf{II.93}$$

II.2.2.2. Equations de compatibilité

Les racines λ_i étant réelles, le système d'équations est de type hyperbolique. Ainsi, les équations de compatibilité peuvent être déterminées en remplaçant l'une des colonnes de la

matrice $\boldsymbol{A}$ par le vecteur colonne X et en annulant le déterminant de la matrice obtenue (équation II.94).

$$\det\begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{\rho_f} & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & \mathrm{R}_1 \\ \frac{1}{K}+\frac{2R}{eE}\left(2a_2(1+\nu)+\frac{1}{1+a_2}\right) & 0 & 0 & 1 & -\frac{2\nu}{E} & 0 & 0 & \mathrm{VE}_1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{\rho_p} & 1 & \mathrm{R}_2 \\ \frac{\nu}{E}\frac{\mathrm{R}}{e}\frac{1}{1+a_2} & 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{\rho_p \mathrm{c}_p^2} & 0 & 0 & \mathrm{VE}_2 \\ \mathrm{d}t & \mathrm{d}x & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \mathrm{dp} \\ 0 & 0 & \mathrm{d}t & \mathrm{d}x & 0 & 0 & 0 & \mathrm{dV} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \mathrm{d}t & \mathrm{d}x & 0 & \mathrm{d}\bar{\sigma}_x \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \mathrm{d}t & \mathrm{d}\dot{\bar{u}}_x \end{bmatrix} = 0 \quad \textbf{II.94}$$

Tout calcul fait et sachant que $\lambda_i = \frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}$, on obtient l'équation II.95.

$$\left[\frac{\mathrm{dV}}{\mathrm{d}t}+\frac{1}{\rho_f\lambda_i}\frac{\mathrm{dp}}{\mathrm{d}t}-\mathrm{R}_1+\lambda_i\mathrm{VE}_3\right]+\frac{\rho_p e(1+a_2)}{\rho_f \nu R}\left(1-\frac{\lambda_i^2}{c_f^2}\right)\left[\frac{\mathrm{d}\dot{\bar{u}}_x}{\mathrm{d}t}-\frac{1}{\rho_p\lambda_i}\frac{\mathrm{d}\bar{\sigma}_x}{\mathrm{d}t}-\mathrm{R}_2-\frac{c_p^2}{\lambda_i}VE_2\right]=0;\ \mathrm{i}=1,2,3,4 \quad \textbf{II.95}$$

où : $$VE3 = 2\frac{R}{e}cc\left(b_1 p(t)+b_2{}^p\right) \quad \textbf{II.96}$$

Les conditions de compatibilités, équations II.97-II.100, sont composées de deux blocs d'expression, le premier a pour variables la pression et la vitesse du fluide et il a la forme des conditions de compatibilités d'un modèle simplifié à deux équations (II.55-II.56). Par contre, le deuxième a comme variables la contrainte et la vitesse de déplacement dans la paroi de la conduite et a la forme des conditions de compatibilités d'un modèle simplifié pour étudier le mouvement de la structure conduite.

- *Fluide*

$$\lambda_1 = \tilde{\mathrm{c}}_F \Rightarrow \left[\frac{\mathrm{dV}}{\mathrm{d}t}+\frac{1}{\rho_f\tilde{\mathrm{c}}_F}\frac{\mathrm{dp}}{\mathrm{d}t}-\mathrm{R}_1+\tilde{\mathrm{c}}_F\mathrm{VE}_3\right]+\mathrm{COF}\left[\frac{\mathrm{d}\dot{\bar{u}}_x}{\mathrm{d}t}-\frac{1}{\rho_p\tilde{\mathrm{c}}_F}\frac{\mathrm{d}\bar{\sigma}_x}{\mathrm{d}t}-\mathrm{R}_2-\frac{c_t^2}{\tilde{\mathrm{c}}_F}VE_2\right]=0 \quad \textbf{II.97}$$

$$\lambda_2 = -\tilde{\mathrm{c}}_F \Rightarrow \left[\frac{\mathrm{dV}}{\mathrm{d}t}-\frac{1}{\rho_f\tilde{\mathrm{c}}_F}\frac{\mathrm{dp}}{\mathrm{d}t}-\mathrm{R1}-\tilde{\mathrm{c}}_F\mathrm{VE3}\right]+\mathrm{COF}\left[\frac{\mathrm{d}\dot{\bar{u}}_x}{\mathrm{d}t}+\frac{1}{\rho_p\tilde{\mathrm{c}}_F}\frac{\mathrm{d}\bar{\sigma}_x}{\mathrm{d}t}-\mathrm{R2}+\frac{c_t^2}{\tilde{\mathrm{c}}_F}VE2\right]=0 \quad \textbf{II.98}$$

avec : $\mathrm{COF} = \frac{\rho_p e(1+a_2)}{\rho_f \nu R}\left(1-\frac{\tilde{\mathrm{c}}_F{}^2}{c_f{}^2}\right)$

- *Conduite*

$$\lambda_3 = \tilde{c}_P \Rightarrow \left[\frac{dV}{dt} + \frac{1}{\rho_f \tilde{c}_P} \frac{dp}{dt} - R_1 + \tilde{c}_P VE_3 \right] + COP \left[\frac{d\bar{u}_x}{dt} - \frac{1}{\rho_p \tilde{c}_P} \frac{d\bar{\sigma}_x}{dt} - R_2 - \frac{c_p^{\,2}}{\tilde{c}_P} VE_2 \right] = 0 \quad \textbf{II.99}$$

$$\lambda_4 = -\tilde{c}_P \Rightarrow \left[\frac{dV}{dt} - \frac{1}{\rho_f \tilde{c}_P} \frac{dp}{dt} - R_1 - \tilde{c}_P VE_3 \right] + COP \left[\frac{d\bar{u}_x}{dt} + \frac{1}{\rho_p \tilde{c}_P} \frac{d\bar{\sigma}_x}{dt} - R_2 + \frac{c_p^{\,2}}{\tilde{c}_P} VE_2 \right] = 0 \quad \textbf{II.100}$$

avec : $COP = \dfrac{\rho_p e(1+a_2)}{\rho_f \nu R} \left(1 - \dfrac{\tilde{c}_P^{\,2}}{c_f^{\,2}} \right)$

II.2.3. Méthode de résolution basée sur les caractéristiques

II.2.3.1. Interpolation sur l'espace et sur le temps

Dans le cas où l'approximation acoustique est admise (V << C), les célérités de propagation des ondes sont constantes. Les mailles de calcul, définies par les lignes caractéristiques (lieux de propagation des ondes dans le domaine espace-temps), sont alors uniformes (de dimensions constantes). Ceci a pour avantage d'obtenir, pour certains problèmes, des solutions numériques exactes.

Pour la résolution du système d'équations II.97-II.100, on peut utiliser la méthode des caractéristiques avec interpolations sur le temps (*Figure II.6*) ou sur l'espace (*Figure II.7*).

* *Interpolation sur le temps*

Les variables au point P (*Figure II.6*) se calculent par interpolation linéaire (équation II.101 et II.102) en fonction de leurs valeurs au point R au temps t_R à partir des formules suivantes (cas général).

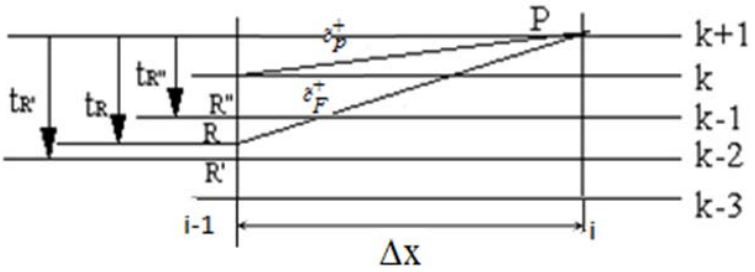


Figure II.6. Interpolation sur le temps

$$\varphi_R \approx \varphi_{R''} - \frac{(t_R - t_{R''})}{\Delta t} (\varphi_R' - \varphi_{R''}) \quad \textbf{II.101}$$

où : $t_R - t_{R''} = \left(\dfrac{\Delta x}{\tilde{c}_F} - n\Delta t \right)$ **II.102**

et n est la partie entière du rapport $\left(\frac{t_R}{\Delta t}\right)$

*Interpolation sur l'espace $\Delta t \le \Delta x / |\tilde{c}_p|$

En se référant à la *Figure II.7*, le calcul au temps $(k+1)\Delta t$ des paramètres $p, V, \bar{\dot{u}}_x, \bar{\sigma}_x$ au nœud « P » nécessite la connaissance de leurs valeurs aux points A, B, C et D au temps $k\Delta t$. Celles-ci peuvent être déduites des valeurs aux nœuds i-1, i, i+1 et au temps $k\Delta t$ par interpolation linéaire à partir des formules (II.103 et II.104). Le pas de temps, ici, doit satisfaire le critère de stabilité de Courant-Friedrich-Lewy [119] qui s'écrit : $\Delta t \le \Delta x / |\tilde{c}_P| \le \Delta x / |\tilde{c}_F|$.

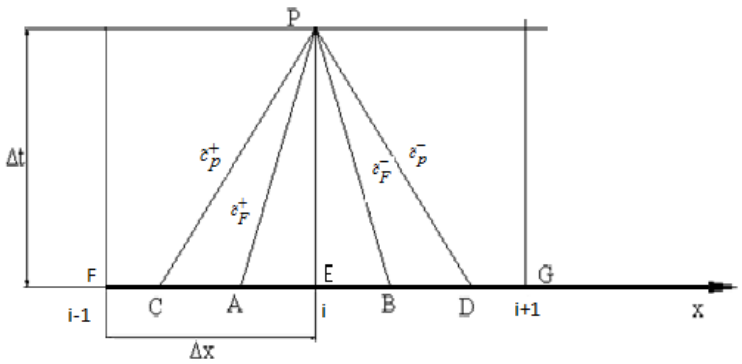


Figure II.7. Interpolation sur l'espace $\Delta t \le \Delta x / |\tilde{c}_P|$

$$
\begin{aligned}
x_A &\approx x_p - \tilde{c}_F \Delta t \\
x_B &\approx x_P + \tilde{c}_F \Delta t \\
x_C &\approx x_P - \tilde{c}_P \Delta t \\
x_D &\approx x_p + \tilde{c}_P \Delta t
\end{aligned}
\qquad \textbf{II.103}
$$

$$
\begin{aligned}
\varphi_A &\approx \varphi_E - \frac{(x_E - x_A)}{\Delta x}(\varphi_E - \varphi_F) \\
\varphi_B &\approx \varphi_E - \frac{(x_B - x_E)}{\Delta x}(\varphi_E - \varphi_G) \\
\varphi_C &\approx \varphi_E - \frac{(x_E - x_C)}{\Delta x}(\varphi_E - \varphi_F) \\
\varphi_D &\approx \varphi_E - \frac{(x_D - x_E)}{\Delta x}(\varphi_E - \varphi_G)
\end{aligned}
\qquad \textbf{II.104}
$$

** Interpolation sur l'espace* $\Delta x / |\tilde{c}_P| \leq \Delta t \leq \Delta x / |\tilde{c}_F|$

Cette méthode d'interpolation, *Figure II.8*, est très utilisée, elle a été établie par Tijssiling [99]. Les valeurs des paramètres aux points A, B, C et D au temps $k\Delta t$ sont déduites des valeurs aux nœuds E,F,G,H,I,J,K et au temps $k\Delta t$ par interpolation linéaire. Pour certains nœuds, $(i\Delta x \leq |\tilde{c}_P| \Delta t)$, l'interpolation sur le temps est nécessaire pour déterminer les variables antécédentes aux extrémités du maillage.

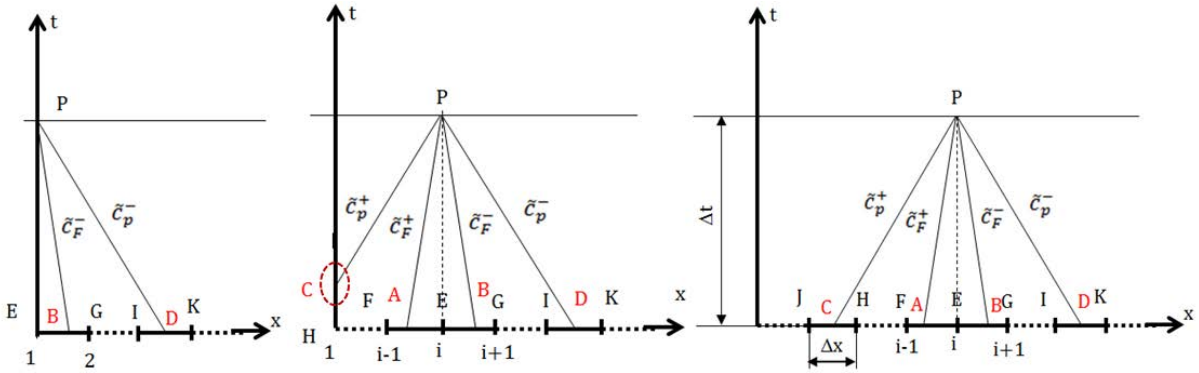


Figure II.8. Interpolation sur l'espace ($\Delta x / |\tilde{c}_P| \leq \Delta t \leq \Delta x / |\tilde{c}_F|$)

Dans ce qui suit nous retenons cette méthode d'interpolation sur l'espace avec la caractéristique ($\tilde{c}_F$).

II.2.3.2. Calcul de s variables de l'é coulement

La résolution des équations de comptabilité II.105-II.108 le long des courbes $\tilde{c}_F^{\pm}$ et $\tilde{c}_P^{\pm}$ écrites en terme de différences finies permet de calculer la pression, la vitesse du fluide, la vitesse de déplacement et la contrainte dans la conduite.

- *Fluide*

$$\left(V_p - V_A\right) + \frac{1}{\rho_f \tilde{c}_F}\left(p_p - p_A\right) - R_{1A}\Delta t_A + \tilde{c}_F VE_{3p}\Delta t_A$$
$$+COF\left[\left(\bar{\dot{u}}_{xp} - \bar{\dot{u}}_{xA}\right) - \frac{1}{\rho_p \tilde{c}_F}\left(\bar{\sigma}_{xp} - \bar{\sigma}_{xA}\right) - R_{2A}\Delta t_A - \frac{c_p^{\,2}}{\tilde{c}_F} VE_{2p}\Delta t_A\right] = 0 \qquad \textbf{II.105}$$

$$\left(V_p - V_B\right) - \frac{1}{\rho_f \tilde{c}_F}\left(p_p - p_B\right) - R_{1B}\Delta t_B - \tilde{c}_F VE_{3p}\Delta t_B$$
$$+COF\left[\left(\bar{\dot{u}}_{xp} - \bar{\dot{u}}_{xB}\right) + \frac{1}{\rho_p \tilde{c}_F}\left(\bar{\sigma}_{xp} - \bar{\sigma}_{xB}\right) - R_{2B}\Delta t_B + \frac{c_p^{\,2}}{\tilde{c}_F} VE_{2p}\Delta t_B\right] = 0 \qquad \textbf{II.106}$$

- *Conduite*

$$\left(V_p - V_C\right) + \frac{1}{\rho_f \tilde{c}_P}\left(p_p - p_C\right) - R_{1C}\Delta t_C + \tilde{c}_P VE_{3P}\Delta t_C$$
$$+COP\left[\left(\dot{\bar{u}}_{xp} - \dot{\bar{u}}_{xC}\right) - \frac{1}{\rho_p \tilde{c}_P}\left(\bar{\sigma}_{xp} - \bar{\sigma}_{xC}\right) - R_{2C}\Delta t_C - \frac{c_p^{\,2}}{\tilde{c}_P} VE_{2p}\Delta t_C\right] = 0 \qquad \textbf{II.107}$$

$$\left(V_p - V_D\right) - \frac{1}{\rho_f \tilde{c}_P}\left(p_p - p_D\right) - R_{1D}\Delta t_D - \tilde{c}_P VE_{3p}\Delta t_D$$
$$+COP\left[\left(\dot{\bar{u}}_{xp} - \dot{\bar{u}}_{xD}\right) + \frac{1}{\rho_p \tilde{c}_P}\left(\bar{\sigma}_{xp} - \bar{\sigma}_{xD}\right) - R_{2D}\Delta t_D + \frac{c_p^{\,2}}{\tilde{c}_P} VE_{2p}\Delta t_D\right] = 0 \qquad \textbf{II.108}$$

II.3.Méthode de d'analyse fréquentielle

II.3.1. Introduction

La modélisation d'un système mécanique consiste à élaborer une formulation mathématique qui permet de décrire ou prédire son comportement dynamique. Dans notre étude, la modélisation d'un élément d'une conduite rectiligne avec prise en compte du couplage fluide-structure nous a orienté vers une formulation d'une matrice de transfert reliant les fluctuations de pression, de débit, de déplacement axial et d'effort normal dans deux sections droites de la conduite. Cette formulation matricielle a été exploitée par Li et *al.*[120]. C'est une technique qui permet de déterminer le vecteur d'état dans une section connue avec une qualité largement améliorée par rapport à d'autres techniques d'analyse. Ceci nous a permis de déterminer les spectres de pressions, les fréquences propres du système, la matrice d'impédance et l'équation des fréquences qui seront également présentés et discutés par la suite.

II.3.2. Résolution par la méthode de la matrice de transfert (MMT)

II.3.2.1. Elaboration de l' équation matri cielle

Dans le domaine temporel, la méthode des caractéristiques (MOC) est utilisée pour trouver des formes différentielles ordinaires des équations II.47-II.50 qui sont applicables suivant des directions particulières. Une approche analogue est suivie dans le domaine fréquentiel. La transformée de Laplace des équations II.47-II.50 est choisie pour faire le passage du domaine temporel, dans lequel les entrées et sorties sont des fonctions du temps, au domaine fréquentiel, dans lequel les mêmes entrées et sorties seront des fonctions de la "fréquence" (complexe). Cette transformation (équations II.109-II.112) nous facilite l'analyse

des systèmes dynamiques linéaires et la résolution des équations différentielles linéaires à coefficient constant.

- Fluide

$$\left(sV(s)-V(0)\right)+\frac{1}{\rho_f}\frac{\partial P(s)}{\partial x}=\mathrm{R}_1(s) \qquad \textbf{II.109}$$

$$\frac{1}{K}\left(sP(s)-p(t=0)\right)+\frac{\partial V(s)}{\partial x}+\left[\frac{2R}{e}\left(2a_2(1+\nu)+\frac{1}{1+a_2}\right)\right]\left(s\left(sP(s)-p(t=0)\right)\bar{J}(s)\right) \qquad \textbf{II.110}$$
$$-2\nu\left(s\left(s\bar{\sigma}_x(s)-\bar{\sigma}_x(t=0)\right)\bar{J}(s)\right)=0$$

- Conduite

$$\left(s\bar{\dot{\mathrm{U}}}_x(s)-\bar{\dot{\mathrm{U}}}_x(0)\right)+\frac{1}{\rho_p}\frac{\partial\bar{\sigma}_x(s)}{\partial x}=\mathrm{R}_2(s) \qquad \textbf{II.111}$$

$$\frac{\partial\bar{\dot{\mathrm{U}}}_x(s)}{\partial x}-\left(s\left(s\bar{\sigma}_x(s)-\bar{\sigma}_x(t=0)\right)\bar{J}(s)\right)+\frac{\nu R}{(1+a_2)e}\left(s\left(sP(s)-p(t=0)\right)\bar{J}(s)\right)=0 \qquad \textbf{II.112}$$

Les équations qui régissent les écoulements en conduite peuvent être exprimées par une écriture matricielle (équation II.113).

$$s\mathbf{AA}(s)\mathbf{Y}(x,s)+\mathbf{B}(s)\frac{\partial\mathbf{Y}(x,s)}{\partial x}+\mathbf{C}(s)\mathbf{Y}(x,s)=\mathcal{L}\left(\mathbf{r}(x,t)\right)+\mathbf{AA}(s)*\mathbf{y}(x,t=0) \qquad \textbf{II.113}$$

où $\mathbf{y}(x,t=0)$ et $\mathbf{Y}(x,s)$ sont les vecteurs des inconnus physiques (vitesse, pression, etc.) et $\mathbf{AA}$, $\mathbf{B}$ et $\mathbf{C}$ des matrices de coefficients constants. Le vecteur $\mathbf{r}$ décrit les sources environnementales de l'excitation. Les deux vecteurs $\mathbf{y}$ et $\mathbf{r}$ représentent les quantités dynamiques (dépendant du temps).

Pour tous les cas considérés ici, les matrices $\mathbf{AA}$, $\mathbf{B}$ (la matrice $\mathbf{AA}$ sera définie après) sont régulières. La matrice $\mathbf{C}$ qui contient des termes de dispersion peut être singulière. La variable de Laplace s caractérise la fréquence particulière à l'étude.

Une matrice $\mathbf{A}$ est introduite uniquement pour plus de clarté, elle est définie par la relation II.114.

$$\mathbf{A}(s)=\mathbf{AA}(s)+\frac{\mathbf{C}(s)}{s} \qquad \textbf{II.114}$$

Ainsi l'équation II.113 est équivalente à l'équation II.115.

$$s\mathbf{A}(s)\mathbf{Y}(x,s)+\mathbf{B}(s)\frac{\partial\mathbf{Y}(x,s)}{\partial x}=\bar{\mathbf{r}}(x,s) \qquad \textbf{II.115}$$

avec :

$$\bar{\mathbf{r}}(x,s)=\mathcal{L}(\mathbf{r}(x,t))+\mathbf{A}\mathbf{A}(s)*\mathbf{y}(x,t=0) \qquad \textbf{II.116}$$

Dans le domaine fréquentiel, les matrices $\mathbf{A}$, $\mathbf{B}$ et $\mathbf{C}$ peuvent être complexes pour représenter les paramètres qui dépendent de la fréquence et les mécanismes d'amortissement. Le dernier terme du deuxième membre de l'équation II.116, $\mathbf{y}(x,t=0)$, décrit l'état d'équilibre dans le domaine temporel à l'instant $t=0$.

II.3.2.2. Détermination de la solution générale

Dans le but de déterminer la solution générale de l'équation II.115, nous cherchons, d'abord, une solution particulière sous la forme suivante:

$$\mathbf{Y}^p(x,s)=\mathbf{S}(s)\eta^p(x,s) \qquad \textbf{II.117}$$

L'objectif est de choisir $\mathbf{S}$ de sorte que l'équation II.115 devient découplée, c'est-à-dire avoir n équations indépendantes à un seul variable η_i ;$i=1,2,3,4$. Le rôle des variables η_i est analogue à celui des invariants de Riemann dans la méthode des caractéristiques.

La première étape de la résolution est le choix de la matrice $\mathbf{S}$. Après la substitution de l'équation II.117 dans l'équation II.115 et après arrangement, nous obtenons la relation II.118.

$$s\eta^p(x,s)+(\mathbf{\Lambda}(s))\frac{\partial\eta^p(x,s)}{\partial x}=s\boldsymbol{\eta}_\mathbf{r}(x,s) \qquad \textbf{II.118}$$

où $\boldsymbol{\eta}_\mathbf{r}$ et $\mathbf{\Lambda}$ sont définis, respectivement, par les relations II.119 et II.120.

$$\mathbf{\Lambda}(s)=\mathbf{S}^{-1}(s)\mathbf{A}^{-1}(s)\mathbf{B}(s)\mathbf{S}(s) \qquad \textbf{II.119}$$

$$\boldsymbol{\eta}_\mathbf{r}(x,s)=\frac{\mathbf{S}^{-1}(s)\mathbf{A}^{-1}(s)\bar{\mathbf{r}}(x,s)}{s} \qquad \textbf{II.120}$$

Nous cherchons maintenant à choisir $\mathbf{S}$ de sorte que $\mathbf{\Lambda}$ soit une matrice diagonale simple. Par l'inspection de l'équation II.119, il sera possible de faire un tel choix, si le produit $\mathrm{A}^{-1}\mathrm{B}$ a des valeurs propres réelles et distinctes ou si certaines valeurs propres se présentent en paires complexes conjuguées.

Les éléments diagonaux de $\mathbf{\Lambda}$ seront les valeurs propres de $A^{-1}B$. Les valeurs propres sont les solutions de l'équation II.121.

$$\det\left(\mathbf{A}^{-1}(s)\mathbf{B}(s)-\lambda(s)\right)=0 \qquad \textbf{II.121}$$

Après avoir déterminé la matrice $\mathbf{\Lambda}$, la matrice S (équation II.122) sera constituée des vecteurs propres ξ_i associés à chaque valeur propre λ_i.

$$\mathbf{S}(\mathrm{s})=\left(\xi_1(s),\xi_2(s)\ldots\xi_N(s)\right) \qquad \textbf{II.122}$$

Comme $\mathbf{\Lambda}$ est une matrice diagonale simple, la relation II.118 est un système d'équations différentielles d'ordre un avec second membre. Les composantes du vecteur η^p qui contient la solution particulière de ce type d'équations peuvent être définies par la relation II.123

$$\eta_i^p(x,s)=\frac{se^{-\frac{sx}{\lambda_i(s)}}}{\lambda_i(s)}\int^x \eta_{ri}(z,s)e^{\frac{sz}{\lambda_i(s)}}dz \qquad \textbf{II.123}$$

Maintenant, pour déterminer la solution homogène de l'équation II.115, nous supposons que le second membre est nul (équation II.124).

$$s\mathbf{Y}^h(x,s)+\mathbf{BB}(s)\frac{\partial\mathbf{Y}^h(x,s)}{\partial x}=0 \qquad \textbf{II.124}$$

avec $\mathbf{BB}(s)=\mathbf{A}^{-1}(s)\mathbf{B}(s)$

En se basant sur la solution homogène de l'équation II.118, la solution de l'équation II.124 est donnée par la relation II.125.

$$\mathbf{Y}^h(x,s)=\left[A(x,s)\right]\mathbf{Y}_0(s) \qquad \textbf{II.125}$$

Le vecteur $\mathbf{Y}_0(0)$ est déterminé à l'aide les conditions aux limites du système et la matrice $\left[A(x,s)\right]$ est définie par la relation II.126.

$$\left[A(x,s)\right]=\mathbf{S}(\mathbf{s}).\mathbf{EE}(x,s) \qquad \textbf{II.126}$$

où $\mathbf{EE}$ est une matrice diagonale définie par la relation II.127

$$\mathbf{EE}(x,s)=diag\left\{\exp\left(-\frac{sx}{\lambda_1(s)}\right),\exp\left(-\frac{sx}{\lambda_2(s)}\right),\exp\left(-\frac{sx}{\lambda_3(s)}\right),\exp\left(-\frac{sx}{\lambda_4(s)}\right)\right\} \qquad \textbf{II.127}$$

Aux extrémités de la conduite, nous pouvons, ainsi, définir les relations II.128 et II.129.

$$\mathbf{Y}(0,s)=\left[A(0,s)\right]\mathbf{Y}_0(s)+\mathbf{S}(s)\eta^p(0,s) \qquad \textbf{II.128}$$

$$\mathbf{Y}(L,s)=\left[A(L,s)\right]\mathbf{Y}_0(s)+\mathbf{S}(s)\eta^p(L,s) \qquad \textbf{II.129}$$

Nous supposons que les équations des conditions aux limites sont linéaires et connues aux extrémités $x=0$ et $x=L$ du domaine $0\le x\le L$. Pour un total de N équations à N inconnues, il y a généralement $N/2$ relations à chaque extrémité qui décrivent les conditions aux limites du système.

Afin de répondre aux besoins de la méthode de la matrice de transfert, il est nécessaire d'exprimer les conditions aux limites sous forme matricielle. Après avoir appliqué la transformée de Laplace, les conditions aux limites aux extrémités amont et aval de la conduite sont définies par les relations II.130 et II.131.

$$\left[G(0,s)\right]_{2\times4}\left\{\mathbf{Y}(0,s)\right\}_{4\times1}=\left\{F(0,s)\right\}_{2\times1} \qquad \textbf{II.130}$$

$$\left[G(L,s)\right]_{2\times4}\left\{\mathbf{Y}(L,s)\right\}_{4\times1}=\left\{F(L,s)\right\}_{2\times1} \qquad \textbf{II.131}$$

où G et F sont déterminé à partir des équations des conditions aux limites.

Après la combinaison des équations (II.128-II.131), nous obtenons la solution II.132.

$$\mathbf{Y}_0(s)=\mathbf{R}^{-1}(s)\mathbf{F}(s) \qquad \textbf{II.132}$$

où $\mathbf{R}(s)=\begin{bmatrix} G(0,s)\left[A(0,s)\right] \\ G(L,s)\left[A(L,s)\right]\end{bmatrix}$ et $\mathrm{F}(s)=\begin{bmatrix} F(0,s)-G(0,s)\mathbf{S}(s)\eta^p(0,s) \\ F(L,s)-G(L,s)\mathbf{S}(s)\eta^p(L,s)\end{bmatrix}$

$\mathbf{F}$, définie dans l'équation II.132, est l'excitation extérieure appliquée sur l'extrémité de la conduite (comme l'ouverture ou la fermeture brusque de la vanne, etc.).

En remplaçant l'équation II.132 dans l'équation II.126 et en ajoutant la solution particulière (II.117), nous trouvons la solution générale (II.124) qui va permettre de déterminer les spectres des fréquences de chaque paramètre physique (pression du fluide, contrainte,…etc.)

$$\mathbf{Y}(x,s)=\left[A(x,s)\right]\mathbf{R}^{-1}(s)\mathbf{F}(s)+\mathbf{S}(s)\eta^p(x,s) \qquad \textbf{II.133}$$

II.3.2.3. Matrice d'impédance et équation de la fréquence

Pour déterminer les fréquences propres d'un système, les conditions initiales et les excitations externes le long de la conduite sont éliminées. Cela signifie que le second membre de l'équation II.115 est nul et la solution générale est égale à la solution homogène II.134.

$$\mathbf{Y}(x,s)=\mathbf{Y}^{h}(x,s)=\left[A(x,s)\right]\mathbf{R}^{-1}(s)\mathbf{F}(s) \qquad \textbf{II.134}$$

$$\mathbf{H}(x,s)=\left[A(x,s)\right]\mathbf{R}^{-1}(s) \qquad \textbf{II.135}$$

La matrice $\mathbf{H}$ définie par l'équation II.135 représente la matrice de transfert du système de conduite soumis à l'excitation extérieure appliquée à ses extrémités. La matrice d'impédance est l'inverse de la matrice de transfert (équation II.136).

$$\mathbf{Z}(x,s)=\mathbf{H}^{-1}(x,s) \qquad \textbf{II.136}$$

Après la combinaison des équations II.129, II.130 et II.131, nous obtenons la relation matricielle II.137.

$$\begin{vmatrix} \left[G(0,s)\right]_{2\times4} & \left[0\right]_{2\times4} \\ \left[0\right]_{2\times4} & \left[G(L,s)\right]_{2\times4} \\ \left[A(L,s)\right]_{4\times4}\left[A^{-1}(0,s)\right]_{4\times4} & \left[-I\right]_{4\times4} \end{vmatrix}_{8\times8} \begin{Bmatrix} \mathbf{Y}(0,s) \\ \mathbf{Y}(L,s) \end{Bmatrix}_{8\times1} = \begin{Bmatrix} \left\{\mathbf{F}(s)\right\}_{4\times1} \\ \left\{0\right\}_{4\times1} \end{Bmatrix}_{8\times1} \qquad \textbf{II.137}$$

où $\left[I\right]$ est la matrice d'identité et $\left[0\right]$ la matrice nulle.

L'équation de la fréquence, souhaitée avec $s = j\omega$ comme variable, est le déterminant du premier terme de l'équation II.137. Les fréquences propres sont obtenues en annulant la partie réelle de l'équation de la fréquence.

II.4. Conclusion

Dans ce chapitre nous avons déterminé, suite à une démarche mathématique, les relations de base de l'écoulement axial dans une conduite viscoélastique en tenant compte de l'interaction fluide-structure. Nous avons démontré que les ondes de pression et les ondes de contraintes sont liées entre elles et dépendent les unes des autres. Ensuite, nous avons présenté deux méthodes de résolution. La première est la méthode des caractéristiques permettant de résoudre les équations aux dérivées partielles de type hyperbolique dans le domaine temporel. Par contre, la deuxième, qui est la méthode de la matrice de transfert, permet de résoudre ces équations dans le domaine fréquentiel. Ceci nous a permis de déterminer les fréquences propres et les spectres de fréquences associés à chaque variable d'état.

Dans le chapitre suivant, le modèle mathématique développé sera appliqué à un système de conduites et résolu à l'aide des méthodes numériques proposées. L'objectif sera d'étudier les effets dynamiques du comportement viscoélastique du PE100 sur l'écoulement transitoire et sur les fréquences propres d'un système de conduites.

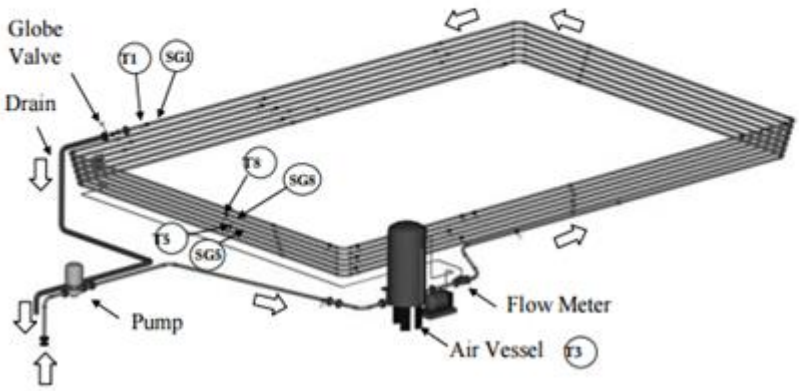
Chapitre III

Effet dynamique du comportement viscoélastique de la conduite sur l'écoulement transitoire

Dans ce chapitre, les équations régissant les écoulements transitoires sont appliquées sur un système hydraulique réservoir-vanne-conduite en PE100. D'abord, le modèle proposé est validé par l'étude expérimentale de Covas et al. [24] sur un banc d'essai. Ensuite, l'effet du couplage fluide structure sur la fréquence propre d'un système hydraulique est étudié. Enfin, l'effet dynamique du comportement viscoélastique sur le phénomène de coup de bélier est étudié dans un système de conduite relativement longue en PE100. La résolution numérique et le traitement des résultats sont réalisés à l'aide de MATLAB. L'objectif est de mettre en évidence les avantages de PE100 et le choix de modèle de résolution adéquate afin de déterminer avec précision les surpressions engendrées par l'écoulement transitoire.

III.1. Validation avec l'expérience de Covas 2004

Covas et al. [31] ont réalisé une étude expérimentale sur un système d'une seule conduite en polyéthylène à haute densité de 63mm de diamètre et 6,3mm d'épaisseur, PE100 SDR11 PN16. Le banc d'essai, *Figure III.1*, est assemblé au Département de génie civil et environnemental, Imperial College London. L'installation a été utilisée pour étudier l'écoulement transitoire en conduite viscoélastique. Les données de pressions et de contraintes sont exploitées pour analyser le comportement mécanique de la paroi de conduite, ainsi que pour la calibration et la validation du solveur de régime hydraulique transitoire développé par Covas et al. [31]. La longueur totale de la conduite, entre le réservoir en amont et la vanne en aval, est 271.5m. La conduite est maintenue contre le mouvement axial par des cadres métalliques au niveau des coudes et des colliers de fixation en plastique, espacés de 1m, qui l'attachent sur un mur vertical. La fonction de fluage de la conduite en PE100 est représentée par un modèle de Kelvin-Voigt généralisé à cinq éléments (*Tableau III.1*).



Locations	Distance from Upstream
Pump	(5.0)
3	0
7	79.99
5	116.42
6	160.26
8	196.93
4	237.48
2	245.38
1	271.00
GV	271.50

Figure III.1. Banc d'essai hydraulique [31]

Tableau III.1. Valeurs des paramètres de la fonction de fluage

J_0 $10^{-10}Pa^{-1}$	J_1 $10^{-10}Pa^{-1}$	J_2 $10^{-10}Pa^{-1}$	J_3 $10^{-10}Pa^{-1}$	J_4 $10^{-10}Pa^{-1}$	J_5 $10^{-10}Pa^{-1}$	τ_1 (s)	τ_2 (s)	τ_3 (s)	τ_4 (s)	τ_5 (s)
6.99	1.057	1.054	0.9051	0.2617	0.7456	0.05	0.5	1.5	5	10

L'écoulement transitoire est généré par la fermeture brusque d'une vanne. Afin d'étudier l'effet de perte charge linéaire, la formule de Colebrook, équation II.63, a été choisie pour déterminer le coefficient de perte charge. La rugosité de la paroi est prise égale à

0.006mm. Les variations de pression déterminées par la méthode des caractéristiques, dans les positions T1, T8 et T9, sont comparées avec celles mesurées expérimentalement par Covas et al. [31]. Il est clair que le modèle viscoélastique simule correctement l'écoulement transitoire dans l'installation, *Figure III.2*. Les variations de la pression obtenues avec le modèle proposé ont montré une bonne concordance avec les résultats expérimentaux. La viscoélasticité a un effet d'amortissement important et le calcul avec un modèle élastique ne peut prédire convenablement l'écoulement dans une conduite viscoélastique. Le faible décalage observé entre les résultats expérimentaux et numériques est dû au fait à l'effet de la perte charge en régime transitoire est négligé.

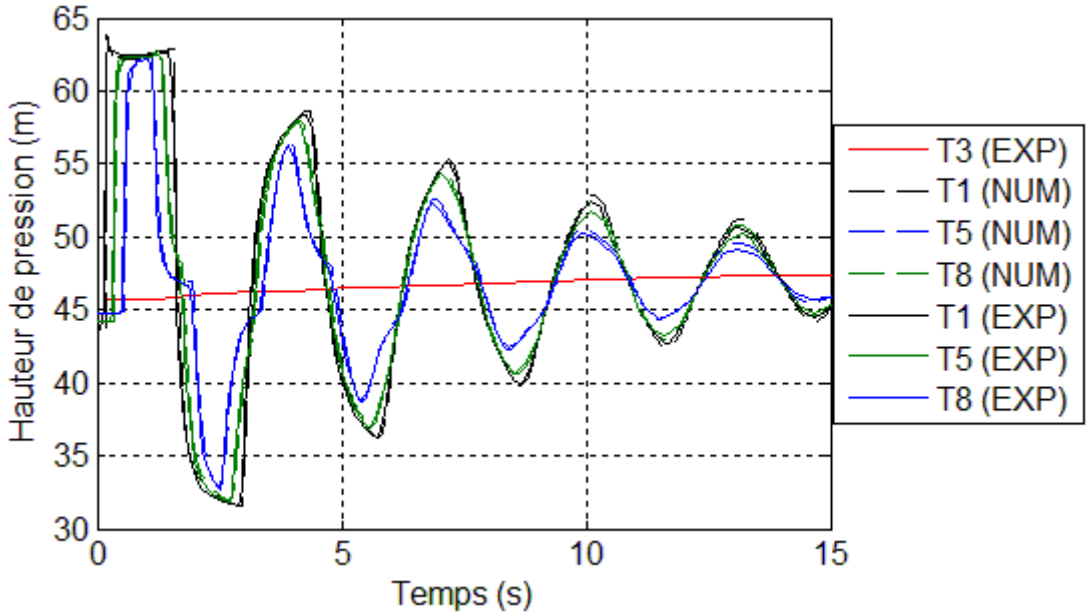


Figure III.2. Variations de pression dans les positions T1, T5 et T8

III.2. Effet de l'Interaction Fluide Structure (IFS) et du comportement viscoélastique sur les fréquences propres d'un système hydraulique

Dans cette partie, nous étudions l'effet de l'IFS et du comportement viscoélastique sur les valeurs des fréquences propres d'un système hydraulique. Pour ce faire, un système simple, réservoir-conduite-vanne, a été étudié, *Figure III.3*. La conduite en PE100 SDR11 PN16 de longueur 271.5m possède les mêmes caractéristiques géométriques et viscoélastiques utilisées par Covas et al.[31]. La hauteur de pression au pied du réservoir est maintenue constante, 45m, et le débit de l'écoulement initial est égal à 0.06l/s. Le régime transitoire est généré par la fermeture brusque de la vanne. Les pertes de charges linéaires ne sont pas prises

en compte dans cette partie. Les fréquences propres sont déterminées par la méthode de la matrice de Transfert.

Figure III.3. Système : Réservoir-conduite-vanne

III.2.1. Effet de l'interaction fluide-structure sur les fréquences propres d'un système hydraulique : Calcul pour un modèle élastique

Dans la première partie, La vanne est considérée rigidement ancrée à l'extrémité aval de la conduite. Ainsi, les conditions aux limites au niveau de la vanne sont définies par les équations III.1 et III.2.

$$\dot{U}_x(s) = 0 \qquad \textbf{III.1}$$

$$V(s) = V_0 \qquad \textbf{III.2}$$

où s est le paramètre de Laplace, V_0 la vitesse initiale, $\dot{U}_x(s)$ la vitesse de déplacement de la paroi de conduite et $V(s)$ la vitesse du fluide. La *Figure III.4* montre l'allure de l'impédance en fonction de la fréquence selon le modèle choisi, avec IFS ou simple (pour la conduite et le fluide). L'impédance est nulle aux fréquences propres reportées dans un tableau récapitulatif, *Tableau III.2*.

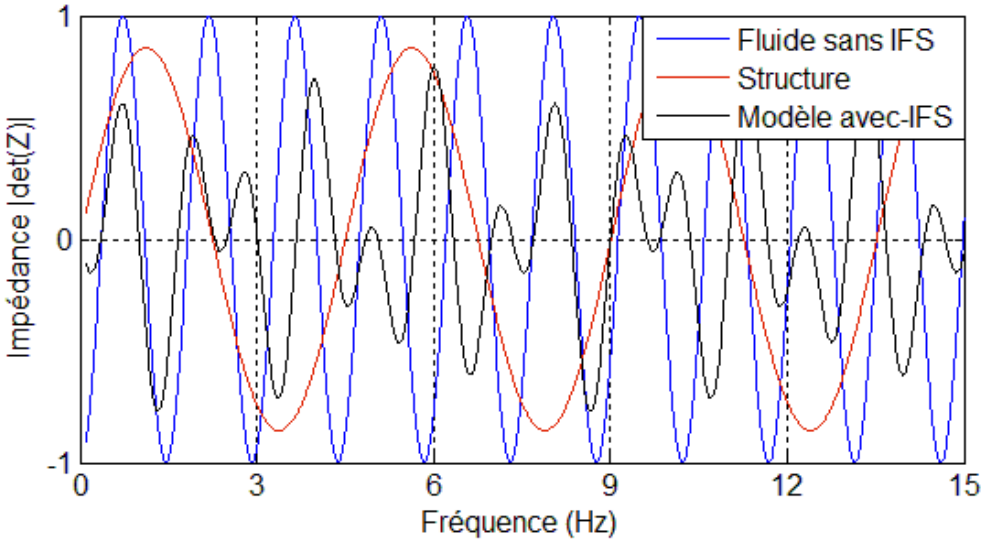


Figure III.4. Variation de l'impédance en fonction de la fréquence

Une étude comparative a été effectuée entre un système avec une conduite ancrée contre le mouvement axial et une autre libre, à l'aide d'un modèle sans IFS (deuxième et

troisième colonne du *Tableau III.2*). Nous constatons que les valeurs des fréquences propres correspondent à la fréquence fondamentale f_f, définie par la relation III.3, et ses harmoniques impaires d'ordre supérieur $(2n+1)f_f$:

$$f_f = \frac{c_f}{4L} \qquad \textbf{III.3}$$

où L est la longueur de la conduite et c_f la célérité d'onde de pression qui dépend du coefficient d'ancrage de la conduite, équation II.57. La célérité d'onde de pression à l'intérieur d'une conduite libre, $c_f = 396.67 m/s$ est légèrement supérieure à celle d'une conduite maintenue fixe contre le mouvement axial $c_f = 393.83 m/s$. Ceci explique le faible décalage observé entre les fréquences propres, *Tableau III.2*, et les fréquences de pression, *Figure III.5*. Vu que nous avons négligé l'effet des pertes de charges linéaires, les fréquences de résonance coïncident avec les fréquences propres du système. Ainsi, une amplification de l'amplitude de pression pour ces fréquences est observée, *Figure III.5*.

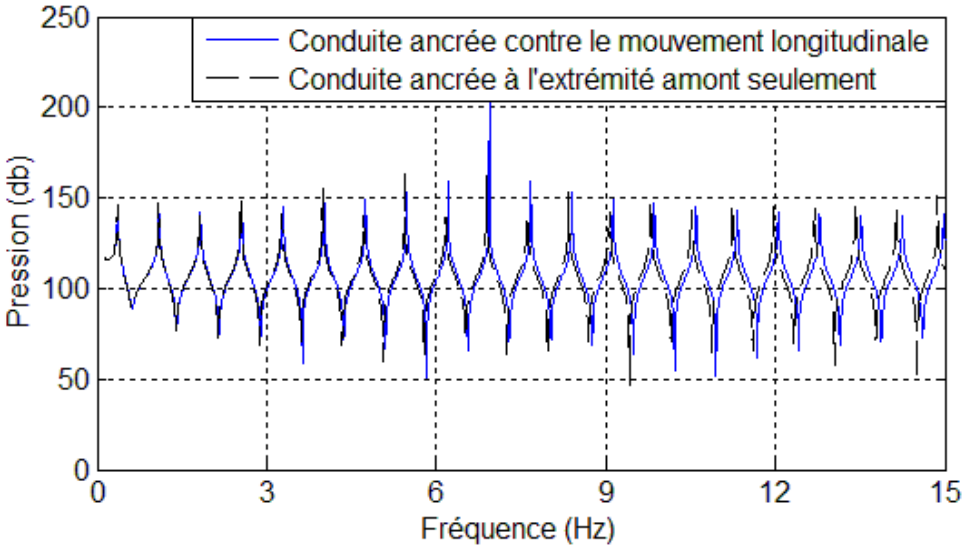


Figure III.5. Spectre des fréquences de la pression (Modèle élastique sans IFS)

De même pour une conduite fixée à une seule extrémité, les valeurs des fréquences propres sont données par la fréquence fondamentale f_P définie par la relation III.4, et leurs harmoniques supérieures impaires $(2n+1)f_P$. Par contre, les harmoniques supérieures paires définissent, théoriquement, les modes propres d'une conduite fixée aux deux extrémités $(2n)f_P$.

$$f_P = \frac{c_p}{4L} = \frac{1223.67}{1086} \approx 1.13 Hz \qquad \textbf{III.4}$$

Le couplage fluide-structure, modèle avec IFS, a engendré la diminution de la célérité des ondes de pression et l'augmentation de la célérité des ondes de contrainte $\tilde{c}_F = 362.39 m/s$ et $\tilde{c}_P = 1328.94 m/s$. Par conséquent, il y a une tendance que les valeurs des fréquences propres s'écartent des valeurs déterminées par un modèle découplé. Dans le même spectre de fréquence, le nombre des fréquences propres est la somme des nombres de fréquences dans l'ensemble des systèmes découplés (fluide et structure), *Figure III.1*. Les modes propres ne sont pas harmoniques à l'exception de la fréquence propre $f_s = 3.67 Hz$ et ces harmoniques supérieures nf_s.

Les spectres de fréquences d'onde de pression et de contrainte sont quasi-périodiques, *Figure III.6*. Sur une bande de $[0 \ (2n) f_s]$, le spectre est symétrique par rapport au $n^{\text{ième}}$ harmonique de la fréquence propre f_s. Nous constatons que l'amplitude de l'onde de pression à l'harmonique paire de fréquence f_s est faible. Ainsi, il n'y a pas de risque de résonance à signaler. Ceci s'explique par le fait qu'au voisinage de ces fréquences, l'amplitude de l'onde de pression, avec un modèle sans IFS, n'est pas amplifiée. Et comme la vanne est ancrée contre tout mouvement axial, l'effet de couplage de jonction est faible et ne génère pas la résonance de la pression. Cependant, les harmoniques paires de la fréquence f_s sont parmi les modes propres de la structure. Autrement dit, elles sont parmi les harmoniques paires de la fréquence fondamentale de la structure $c_p / 4L$. Par conséquent, ces fréquences représentent les fréquences de résonance de la structure.

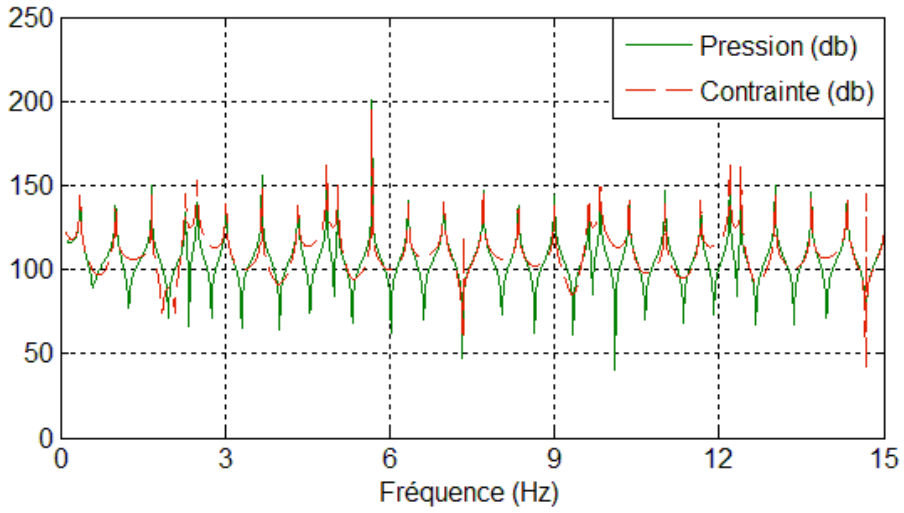


Figure III.6. Spectre de fréquence de la pression et de la contrainte (Modèle avec IFS)

La vanne est supposée immobile. Ainsi le couplage entre le fluide et la conduite est faible. Dans ce cas, après la fermeture de la vanne, la colonne liquide ressemble encore à un système hydraulique ouvert-fermé, observé avec un modèle sans IFS, avec une fréquence fondamentale $\tilde{c}_{F(IFS)} / 4L$ (avec harmonique impaire), quatrième colonne du *Tableau III.2*. La conduite est fixée des deux côtés et l'effet de couplage de jonction est faible. Par conséquent, la fréquence fondamentale $\tilde{c}_{P(IFS)} / 4L$ et ses harmoniques paires sont proches des fréquences propres, cinquième colonne du *Tableau III.2*.

Tableau III.2. Fréquence propre (Vanne fixe)

Structure	Fluide (Conduite encastrée)	Fluide (Conduite ancré à l'extrémité amont)		Rapport entre la fréquence propre et $\frac{\tilde{c}_{F(IFS)}}{4L}$	Rapport entre la fréquence propre et $\frac{\tilde{c}_{P(IFS)}}{4L}$
Sans IFS	Sans IFS	Sans IFS	IFS (vanne fixe)		
	0.36	0.37	0.36	**1.08**	
	1.09	1.1	1	**3**	
	1.81	1.83	1.66	**4.97**	
2.26			2.28	**6.83**	
	2.54	2.56	2.49		**2.03**
	3.26	3.29	3.02	**9.05**	
	3.99	4.02	3.67	**11**	
4.52			4.33	**12.98**	
	4.71	4.75	4.85		**3.96**
			5.06	**15.16**	
	5.44	5.48	5.68	**17.02**	
	6.17	6.21	6.34	**19**	
6.78	6.89	6.94	6.98	**20.91**	
			7.342054	22	**6**
	7.62	7.67	7.7	**23.07**	
	8.34	8.4	8.35	**25.02**	
9.04	9.07	9.13	9	**26.97**	
			9.62	**28.83**	
	9.79	9.86	9.84		**8.04**
	10.52	10.59	10.36	**31.05**	
11.3			11.01	**33**	
	11.24	11.32	11.67	**34.97**	
	11.97	12.05	12.19		**9.96**
			12.4	**37.16**	
	12.69	12.78	13.02	**39.01**	
13.56	13.42	13.51	13.68	**41**	
	14.14	14.25	14.33	**42.94**	
	14.87	14.98	14.684109	**44**	**12**

Afin d'étudier le couplage de jonction, nous supposons par la suite que la vanne, à l'extrémité aval de la conduite, est libre. Ainsi, les conditions aux limites au niveau de la vanne sont définies par les équations III.5 et III.6.

$$V(s) - \dot{U}_x = V_0 \qquad \textbf{III.5}$$

$$A_p \sigma(s) - A_f p(s) = s\, m_v \dot{U}_x(s) \qquad \textbf{III.6}$$

Où m_v est la masse de la vanne, A_p l'aire de la section transversale de la conduite et A_f l'aire de la section intérieure de la conduite

Le spectre de fréquence de la contrainte a la même allure que le spectre de fréquence de la pression au niveau de la vanne, *Figure III.7*. La proportionnalité entre l'amplitude de la pression et de la conduite est imposé par la relation III.6 avec $m_v = 0$.

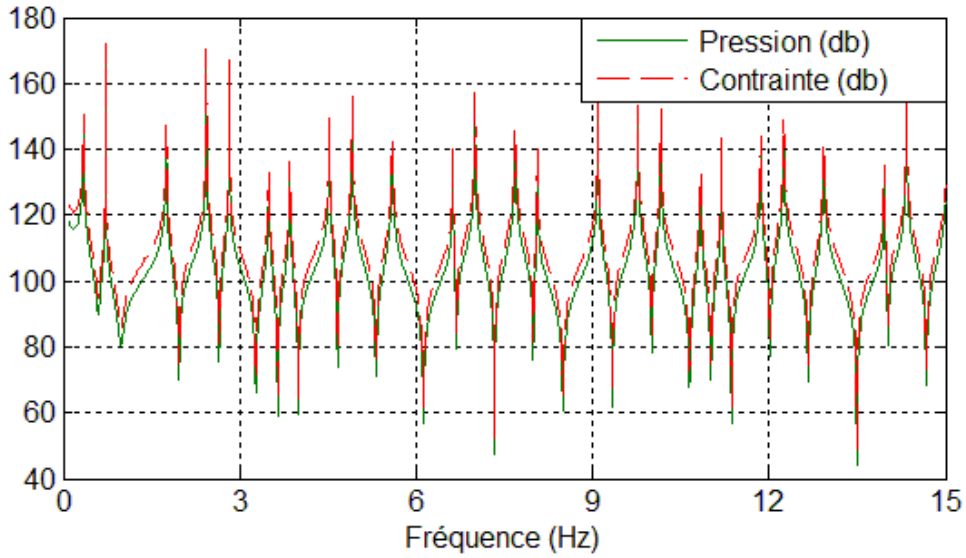


Figure III.7. Spectre des fréquences de la pression et de la contrainte (Vanne libre, $m_v = 0$)

Lorsque les fréquences propres du fluide et de la conduite sont proches les unes des autres, il y a tendance que les valeurs de la fréquence propre calculées par un modèle avec IFS s'écartent de celles déterminées avec un modèle découplé. Le cas de la fréquence propre du fluide du 2ième mode (modèle simple) avec la fréquence fondamentale de la conduite (*Tableau **III.3*** et *Figure **III.8***)).

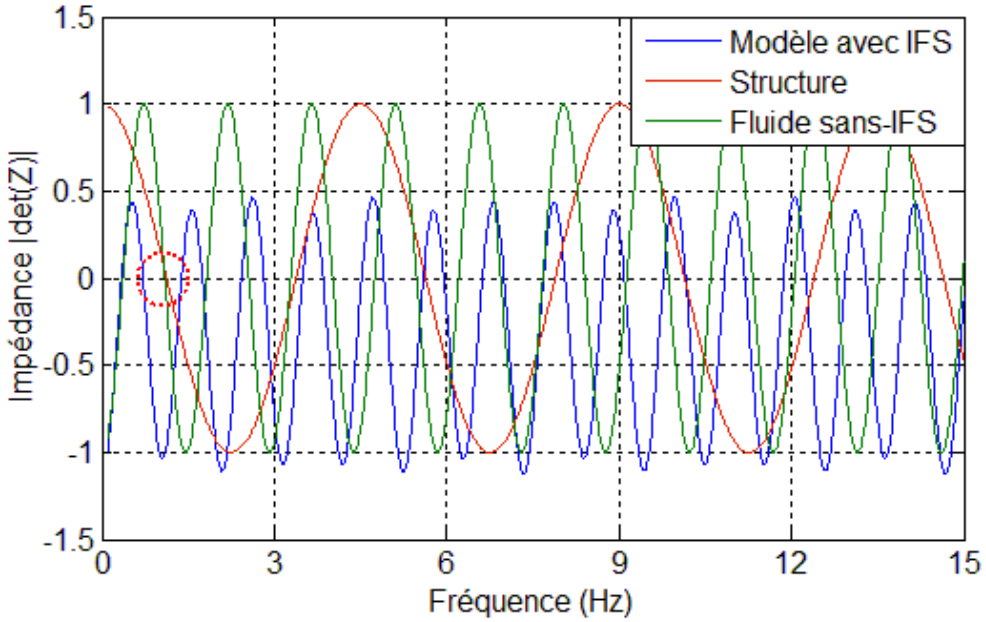


Figure III.8. Variation de l'impédance en fonction de la fréquence

Pour cette raison, *Figure* ***III.9***, le spectre de fréquence de la pression obtenue par le modèle couplé change complètement son allure par rapport à celui sans IFS au voisinage des fréquences propres de la conduite 1.1 Hz et 1.13 Hz.

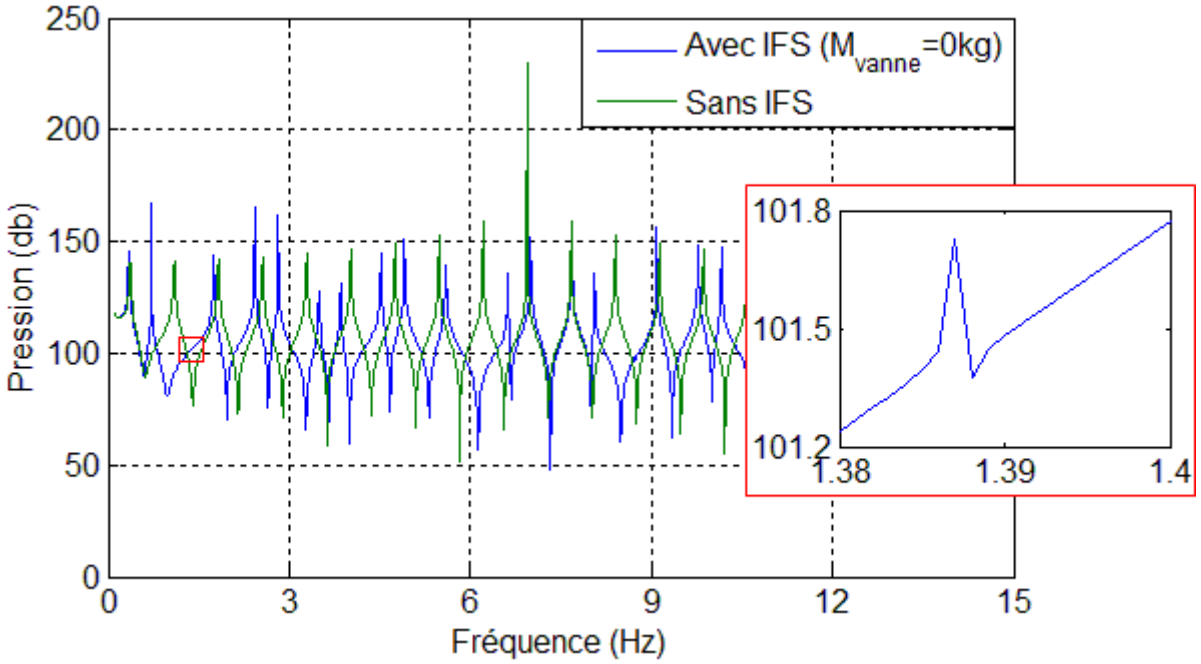


Figure III.9. Spectre des fréquences de la pression (Modèle sans et avec IFS)

Tableau III.3. Fréquences propres (Vanne libre)

Fluide Sans IFS	Structure Sans IFS	IFS (Vanne libre)		Fluide Sans IFS	Structure Sans IFS	IFS (Vanne libre)	
		(M=0kg)	(M=10kg)			(M=0kg)	(M=10kg)
0.37		0.34	0.34	7.67		7.68	7.68
1.1		0.72	0.71		7.89	8.06	7.98
	1.13	1.387	1.371	8.4		8.728	8.63
1.83		1.75	1.74	9.13		9.09	9.06
2.56		2.43	2.43	9.86		9.77	9.76
		2.82	2.81		10.14	10.16	10.11
3.29	3.38	3.49	3.46	10.59		10.84	10.72
4.02		3.85	3.81	11.32		11.19	11.11
4.75		4.52	4.5	12.05		11.86	11.82
		4.91	4.91		12.39	12.25	12.25
5.48	5.63	5.59	5.57	12.78		12.93	12.86
6.21		5.95433	5.89	13.51		13.296	13.16
		6.62	6.57	14.25		13.96	13.86
6.94		7	7			14.34	14.34

Au voisinage des fréquences propres ($f_e = 1.387 Hz$), l'amplitude des ondes de pression n'est pas amplifiée pour le modèle sans IFS, *Figure* ***III.9***. Comme la masse de la vanne est considérée négligeable, $m_v = 0$, l'effet de couplage est relativement faible sur la vibration de la colonne de liquide. Pour cela, il est difficile de déterminer la totalité des fréquences propres à partir du spectre de fréquence de la pression, *Figure* ***III.9***. Par contre, en tenant compte de la masse de la vanne, les fréquences propres sont légèrement modifiées, et la résonance est observée dans le spectre, pour la totalité des fréquences propres, *Figure* ***III.10***.

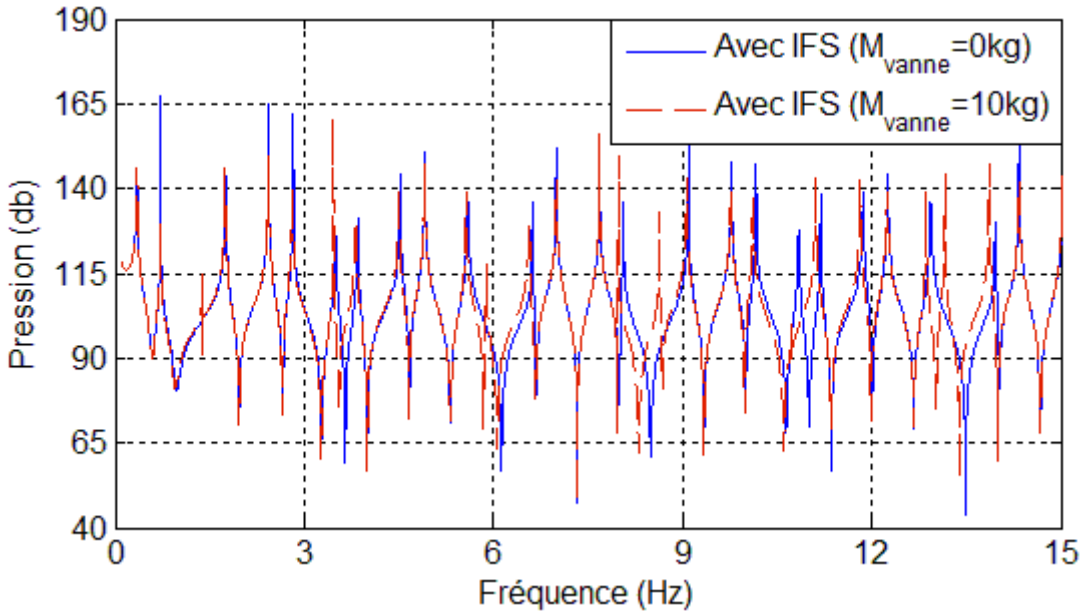
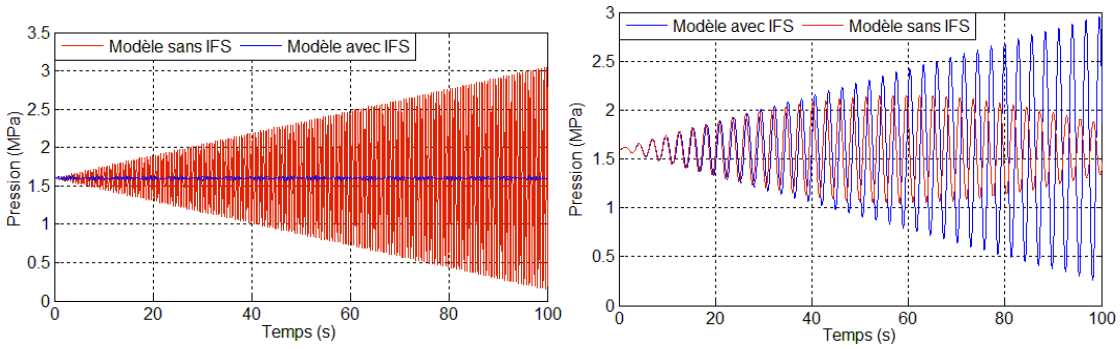


Figure III.10. Spectre des fréquences au niveau de la vanne libre (Modèle avec IFS)

Si la vanne se déplace, la modélisation avec IFS (couplage de jonction) est nécessaire, car il faut tenir compte de l'accouplement par jonction. Les variables du liquide et de la conduite sont couplées à la vanne par des conditions aux limites hybrides dans lesquelles les deux déplacements (ou vitesses) et les forces (ou pressions et contraintes) sont dépendants. Ceci a une grande influence sur les valeurs des fréquences propres. Pour mettre en évidence l'effet de l'IFS, le système hydraulique, *Figure III.3*, est excitée par une variation de pression à la fréquence d'excitation $f_e = 0.3567 Hz$ et $f_e = 1.8263 Hz$ en amont de la conduite, équation III.7. La vanne est maintenue fixe à l'extrémité amont.

$$p_{amont}(t) = 1.6 + 0.01 \sin(2\pi f_e \, t) \qquad \textbf{III.7}$$

Après une résolution par la méthode de caractéristique, nous avons déterminé la variation de la pression au niveau de la vanne, avec un modèle sans et avec IFS, *Figure III.11*. La fréquence $f_e = 1.8263 Hz$ correspondant aux harmoniques impaires de la fréquence fondamentale $C_F / 4L$. Pour cela, le phénomène de résonance apparaît pour le modèle sans-IFS, *Figure III.11*(a).



a) $f_e = 1.8263\ Hz$ b) $f_e = 0.3567 Hz$

Figure III.11. Evolution de la pression au niveau de la vanne

La fréquence d'excitation $f_e = 0.3567 Hz$ est parmi les modes propres d'un système avec IFS. Pour cela, le phénomène de résonance apparaît. Par contre avec un modèle sans IFS, la fréquence d'excitation est proche de celle de résonance 0.37Hz, *Figure III.11*(b). Ainsi, un phénomène de battement généré se manifeste par un signal vibratoire grandissant s'amenuisant périodiquement avec une période dépendante de la différence entre la fréquence d'excitation et la fréquence propre du système.

III.2.2. Effet du comportement viscoélastique sur les fréquences propres d'un système hydraulique : Calcul avec un modèle viscoélastique

Nous allons reprendre, le même système étudié auparavant. Les conditions aux limites au niveau de la vanne sont définies par les équations III.1 et III.2. Par la suite, la matrice d'impédance et le spectre des fréquences sont déterminés à partir d'un modèle viscoélastique. Le comportement viscoélastique a un rôle primordial pour l'amortissement des ondes de pression. L'amplitude de la réponse du système hydraulique est amortie à la résonance. Lorsque le système hydraulique possède deux modes propres voisins, (modèle élastique), le comportement viscoélastique les transforme en un seul mode propre amorti. Ainsi, les effets et les risques de résonance seront réduits, *Figure* ***III.12***.

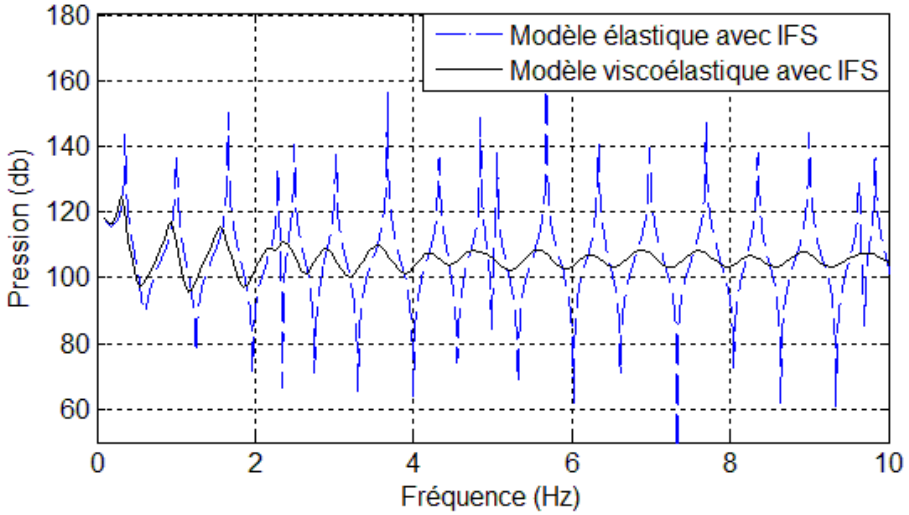


Figure III.12. L'effet du comportement viscoélastique sur le spectre de fréquence

La célérité des ondes de pression et de contrainte dans une conduite élastique est constante. Par contre, elles varient avec la fréquence d'excitation dans une conduite viscoélastique, *Figure* ***III.13***. Par conséquent, les fréquences propres sont légèrement modifiées par rapport à celles déterminées avec un modèle élastique, *Figure* ***III.12***.

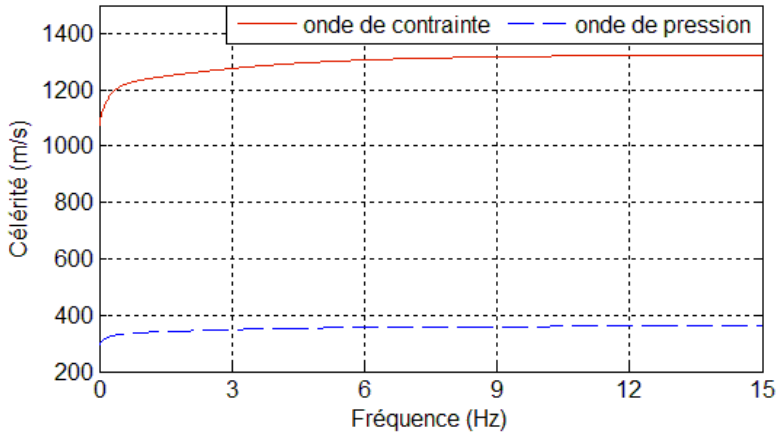


Figure III.13. Spectre de fréquence de la célérité de l'onde dans une conduite viscoélastique

Le comportement viscoélastique de PE 100 joue un rôle primordial sur l'amortissement de résonance. Mais les conditions environnementales et des dégradations chimiques à long terme entrainent un changement sur le comportement viscoélastique de PE100. En effet, le vieillissement affecte significativement le comportement dissipatif du matériau viscoélastique [121]. A ce moment, nous devons faire attention et en particularité à des sources d'excitations de faible fréquence, ***Figure III.12***, où le risque de résonance est plus probable. En cas de présence du couplage de jonction, ex : vanne libre, l'étude de l'effet de l'IFS est nécessaire afin de prédire correctement les fréquences propres d'un système de conduites en polyéthylène.

III.3. Etude d'un écoulement transitoire en conduite (PE100) relativement longue

L'étude des écoulements transitoires en conduites relativement longues est un peu compliquée. Les pertes de charge générées par frottement sont plus importantes qu'une surpression instantanée de coup de bélier provoquée par la fermeture brusque d'une vanne. Ce phénomène a été étudié et discuté dans des travaux de recherche sur un système de conduite rigide [122]. L'avantage de ce travail est d'analyser les effets dynamiques du comportement viscoélastique et de la faible rigidité d'une conduite en polyéthylène (PE100), relativement longue, sur l'écoulement transitoire, la célérité des ondes de pression et la variation de la pression le long de la conduite.

III.3.1. Application : Réservoir-conduite-vanne

III.3.1.1. Description du système

Nous nous intéressons à l'étude de l'écoulement transitoire dans une conduite d'adduction d'eau potable en PE100, relativement longue, suite à une fermeture brusque d'une vanne. La conduite, installée avec une pente de 0.1146 degré, est fixée à son extrémité amont à un réservoir de hauteur constante et liée à une vanne à son extrémité aval, *Figure **III.14***.

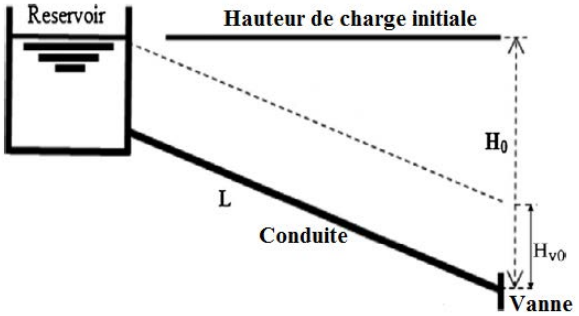


Figure III.14. Système : Réservoir-conduite relativement longue-vanne

Afin de mettre en évidence le comportement viscoélastique de la conduite relativement longue, une étude comparative a été réalisée entre une conduite en fonte grise et une autre en PE100, et entre les différents types de modèles mathématiques sans, $VE = 0$, ou en tenant compte du comportement viscoélastique du PE100. Les caractéristiques géométriques de la conduite sont données dans le *Tableau* ***III.4***, et les caractéristiques hydrauliques de l'écoulement sont présentées dans le *Tableau* ***III.5***.

Tableau III.4. Caractéristiques géométriques de la conduite

	Longueur, L, de la conduite (m)	Diamètre D (mm)	Epaisseur e (mm)	Module d'Young E (MPa)	Coefficient de Poisson ν	Rugosité k (mm)
Fonte grise	40000	313.5	10.9	170000	0.28	0.006
PE100	40000	290.6	54.7	1430	0.46	0.0014

Tableau III.5. Caractéristiques hydrauliques de l'écoulement

	Hauteur de charge initiale H_0 (m)	Débit Q_0 initial (m^3/s)	Célérité d'onde de pression C_f (ms^{-1})	Hauteur de charge au niveau de la vanne H_{v0} (m)
Fonte grise	300	0.0663	1223.67	228.61
PE100	300	0.0663	450.78	198.74

III.3.1.2. Résultats et Discussions

Les résultats sont déterminés sont déterminés par la méthode des caractéristiques à l'aide d'un programme informatique développé sous MATLAB. La conduite est subdivisée en $N = 1000$ tronçons. Ainsi, le pas de temps Δt est donné par le quotient du pas d'espace, $\Delta x = \frac{L}{N}$. La célérité de l'onde de pression C_f dépende de la rigidité de la paroi.

En régime permanent, la différence de hauteur géométrique entre l'extrémité amont et l'extrémité aval de la conduite provoque l'écoulement vers l'aval (écoulement en charge sous l'action de la pesanteur). La pression diminue le long de la conduite. La perte de charge linéaire générée par le frottement augmente avec la distance le long de la conduite. Les dimensions des conduites représentées dans le *Tableau* ***III.5*** existent dans le marché. Nous avons choisi deux conduites, PE100 et fonte grise, ayant deux diamètres intérieurs très voisins. Cela nous permet d'avoir presque la même vitesse de fluide afin d'observer que l'effet du comportement de matériau sur la surpression de coup de bélier. La perte de charge linéaire dépend du diamètre intérieur de la conduite et de la rugosité de paroi interne. Par conséquent, une différence de 20 m dans la valeur de hauteur de pression est observée sur la valeur de hauteur de pression au niveau de la vanne entre les deux configurations : conduite en PE100 et conduite en fonte grise.

Après la fermeture brusque de la vanne, le débit au niveau du réservoir ($x = 0$) et la pression à l'extrémité aval de la conduite ($x = L$) évoluent et convergent vers les valeurs finales de l'état d'équilibre $Q_e = 0$ et $H_{Ve} = H_0 = 300m$. À l'équilibre, la charge cinétique s'annule et la force de pression augmente le long de la conduite à cause de la perte de la hauteur géométrique.

En outre, à l'extrémité aval de la conduite en fonte (x = L), nous observons une augmentation brusque de la pression au moment de la fermeture de la vanne, *Figure* ***III.15***. Cette surpression de coup de bélier est suivie par une augmentation progressive jusqu'à une valeur maximale de 4 MPa, sous l'effet de la perte de charge. À l'instant $t = 2L / C_f$, temps nécessaire pour que l'onde de pression réfléchie retourne à la vanne, le débit le long de la totalité de la conduite est négatif. La pression à l'extrémité aval de la conduite devient supérieure à celle de l'extrémité amont. Ainsi, une ligne de charge de pente négative se produit et favorise l'écoulement dans la direction opposée. Ainsi, une dépression brusque est observée à $t * C_f / L = 2$ et suivie d'une dépression progressive. Ceci est expliqué par la présence deux forces s'opposant à l'onde de dépression : l'une de frottement générée par la perte de charge linéaire et l'autre due à l'action de la pesanteur qui s'oppose au sens de l'écoulement.

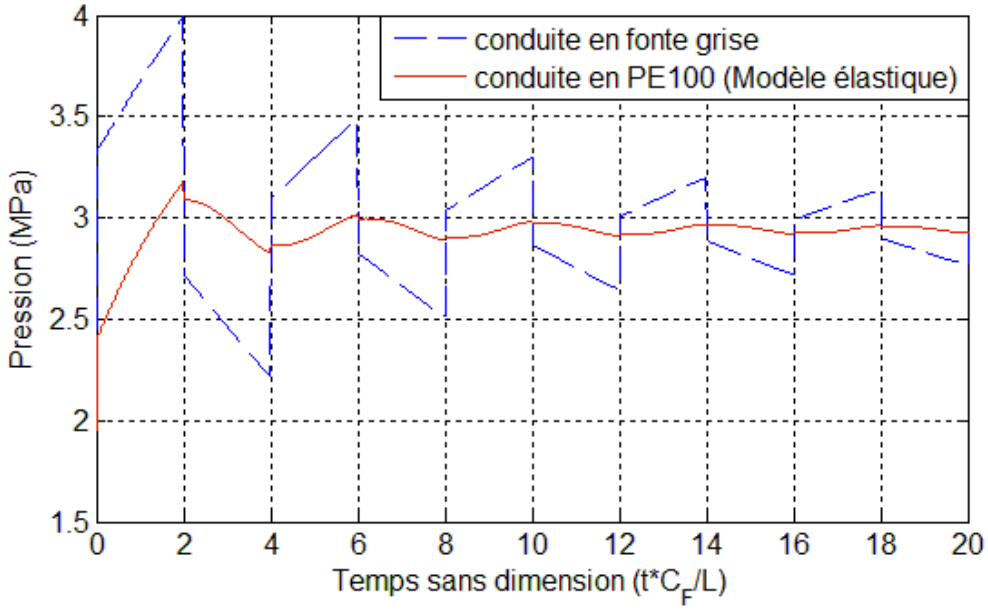


Figure III.15. Pression au niveau de la vanne

En remplaçant la conduite en fonte grise par une autre en PE100, la faible rigidité du PE100 réduit la célérité de l'onde de pression et joue un rôle important sur l'amortissement des surpressions. À l'extrémité aval de la conduite et la valeur de la surpression de coup de bélier, mesurée au moment de la fermeture de la vanne et la pression maximale atteinte à l'instant $t*C_f/L=2$, diminuent de 50%, *Figure* ***III.15***. A chaque période $2L/C_f$, la variation brusque de la pression, au niveau de la vanne ou au milieu de la conduite, signale le passage du front de l'onde de pression. Vu la faible célérité (450.7m/s), l'onde de dépression réfléchie au niveau de la vanne, à l'instant $t*C_f/L=2$, ne peut s'opposer à la force de pression dynamique dans le sens aval et à la force de frottement générée par la perte de charge. Pour cela, à chaque période $\tau=2L/C_f$, une dépression progressive est observée après une très faible chute de pression. Par la suite, les variations brusques de pression sont réduites, et le nombre de fluctuations de pression le long de la conduite est minimisé. Par conséquent, les vibrations dans le système sont diminuées.

Suite à la fermeture de la vanne, la pression augmente et se déplace en amont comme une onde superposée sur la ligne piézométrique initiale, *Figure* ***III.16***. Derrière le front d'onde, le débit ne se réduit pas à zéro, *Figure* ***III.17***. Malgré la fermeture de la vanne, le débit est toujours dans le sens de l'écoulement et la masse liquide est stockée du coté aval de la canalisation. Ceci est connu sous le nom de stockage en ligne. La pression continue

d'augmenter progressivement à l'extrémité aval, et la capacité stockage croît par l'expansion supplémentaire de la paroi de la conduite et la compressibilité du fluide.

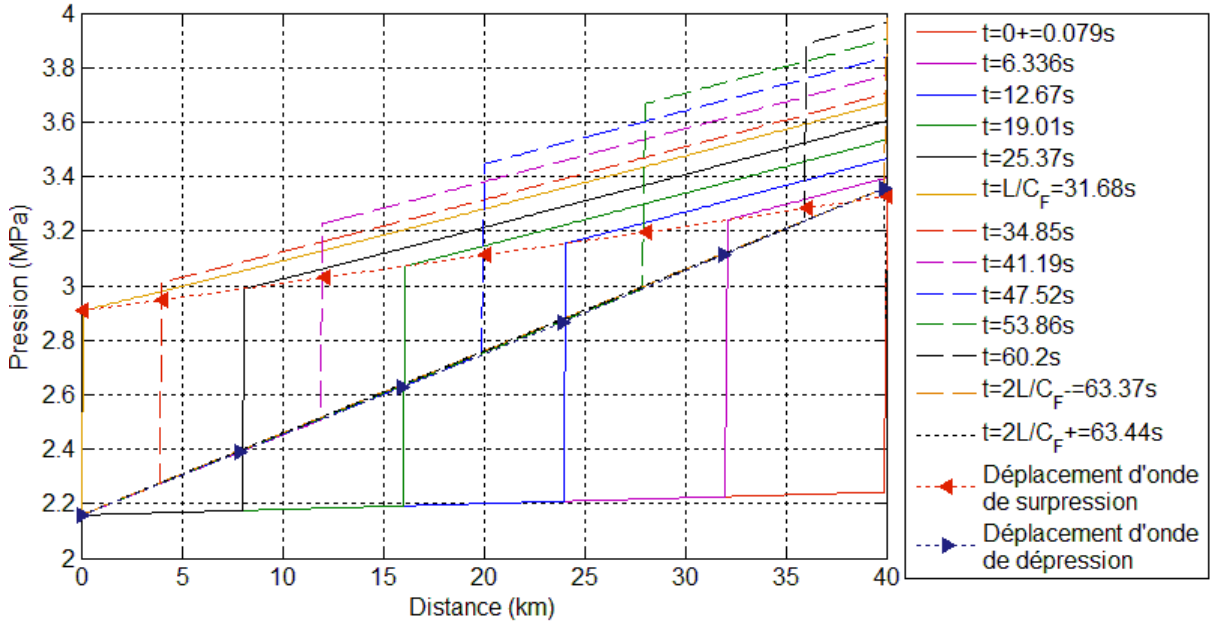


Figure III.16. Variation de la pression le long de la conduite en fonte grise

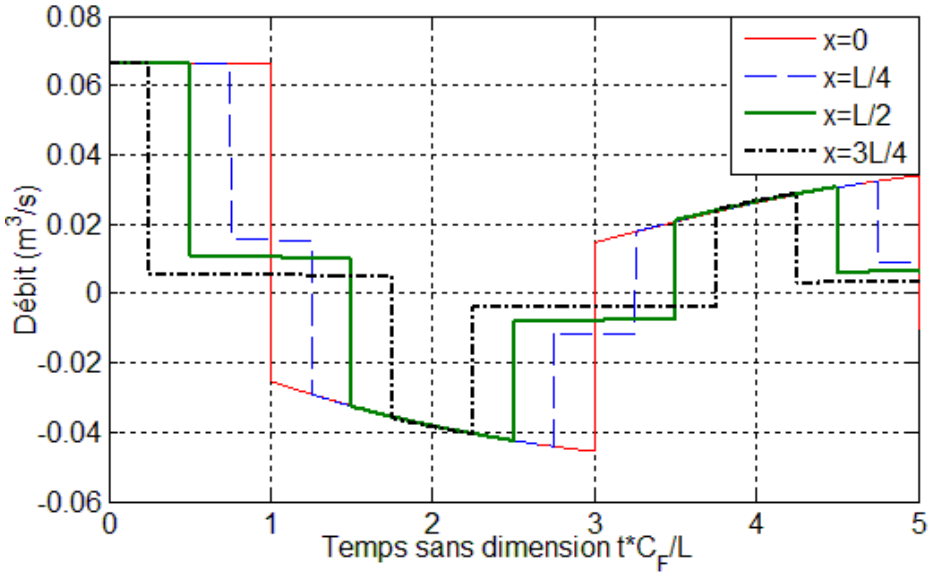


Figure III.17. Variation du débit dans une conduite en fonte grise

A $t = L / C_f = 31.68s$ après fermeture de la vanne, l'onde de pression atteint la limite amont et se réfléchit. Après la réflexion, la pression atteint sa valeur maximale dans les différentes sections de la conduite en fonte grise au moment de l'arrivée de l'onde de dépression, *Figure* ***III.16***. Cependant, dans le cas de la conduite en PE100 et entre les distances 13km et 27km, une baisse brusque de pression est observée sans que le débit ne s'annule, *Figure* ***III.18*** et *Figure* ***III.19***. Le débit est encore positif. La force de pression

cinétique est toujours dans le sens de l'écoulement. Ainsi, après une négligeable dépression, la pression augmente de nouveau progressivement jusqu'à atteindre son niveau maximal, *Figure* ***III.18***.

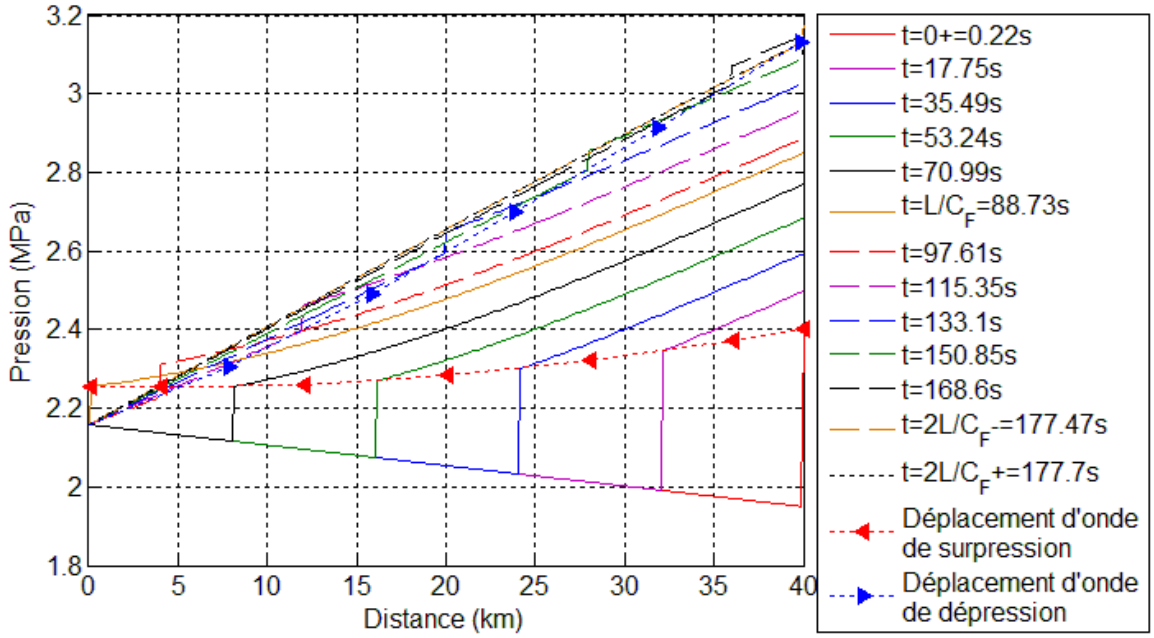


Figure III.18. Variation de la pression le long de la conduite en PE100 (Modèle élastique)

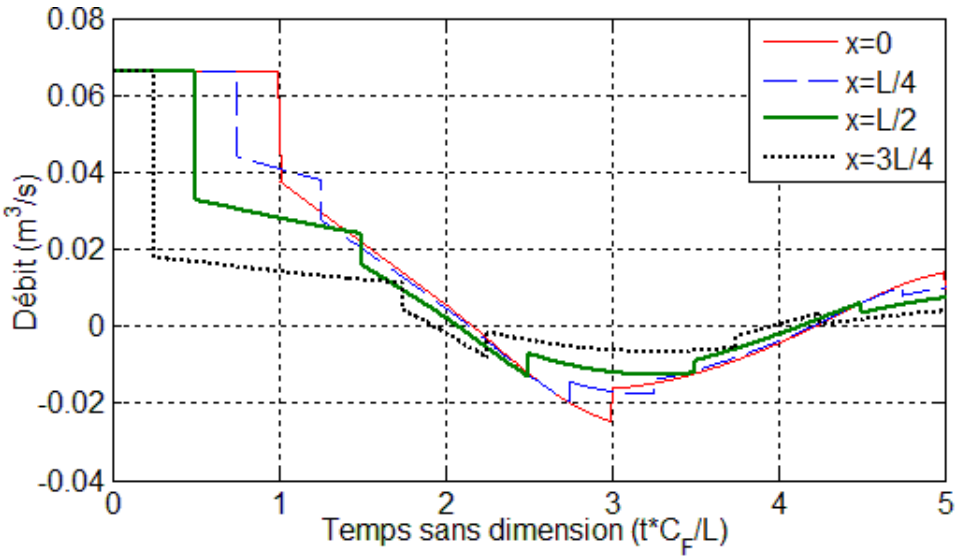


Figure III.19. Variation du débit dans une conduite en PE100 (Modèle élastique)

Pour bien comprendre, nous prenons l'exemple de la variation de pression à la moitié de la conduite en PE100, *Figure* ***III.20***. Le débit s'annule à l'instant sans dimension $t*C_f / L = 2.1$ au lieu de 1.5 correspondant au moment du passage d'onde de dépression réfléchie, *Figure* ***III.21***. À l'instant 2.1, l'onde de pression est déjà arrivée à la vanne et

recommence son aller dans le sens amont de la conduite. À ce moment, le débit à la moitié de la conduite s'annule et le fluide commence à changer son sens d'écoulement vers le réservoir comme l'onde. Malgré cela, la pression continue d'augmenter progressivement et atteint son maximum juste avant le passage de la deuxième onde de dépression, à l'instant $t*C_f / L = 2.5$, au lieu et au moment du passage de première onde de dépression ($t*C_f / L = 1.5$), exemple de la conduite en fonte grise. Cela est dû aux effets de pertes de charge linéaire et la pente de la conduite qui favorise l'écoulement dans le sens aval de la conduite et amortit les perturbations générées par l'onde de pression.

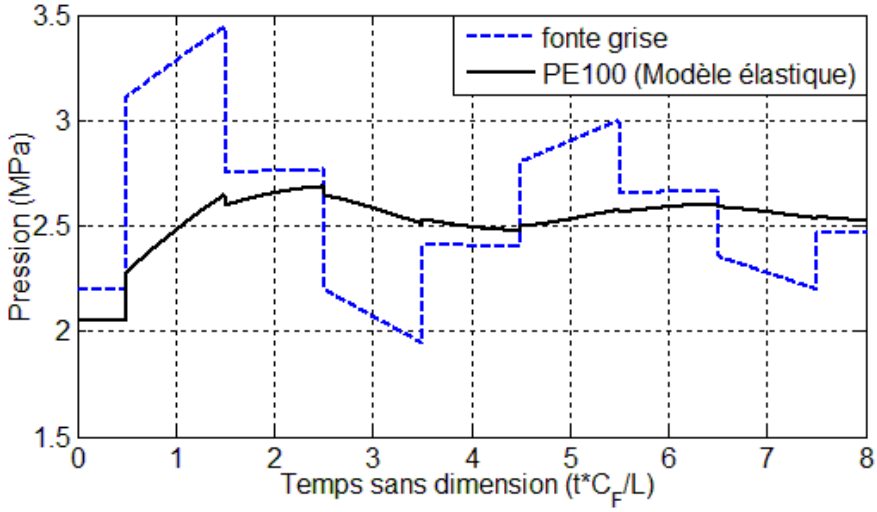


Figure III.20. Variation de pression au milieu de la conduite

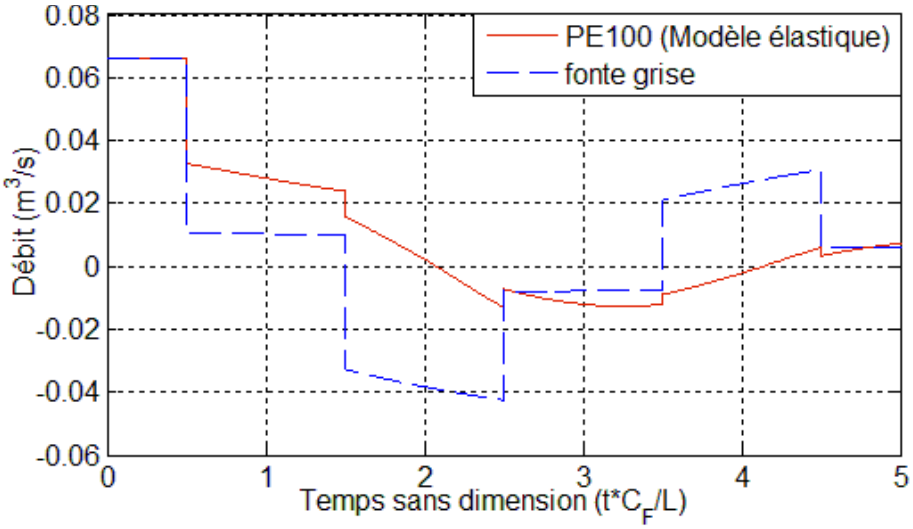


Figure III.21. Variation de débit au milieu de la conduite

Par la suite, une comparaison sera effectuée entre le modèle élastique et viscoélastique du PE100. On observe l'effet dynamique du comportement viscoélastique sur l'écoulement dans la totalité de la conduite. Vu l'amortissement des ondes de pression et le retard de réponse du système, la pression maximale se produit au niveau de la vanne à l'instant

$t*C_f / L = 3$ et non à l'instant $t*C_f / L = 2$ comme dans le cas des coups de bélier dans les conduites élastiques (quasi-rigides), *Figure* ***III.22***. A ce moment, le débit dans la totalité de la conduite est égal à zéro et le fluide commence à changer de sens d'écoulement, *Figure* ***III.23***. Par la suite, les fluctuations de pression sont amorties et la période du coup de bélier est augmentée. Cette période devient égale à $\tau \approx 4.5L / C_f$ au lieu de $4L / C_f$, le cas d'une conduite élastique, *Figure* ***III.22***. Cette différence est expliquée par le fait que l'expansion et la contraction radiale de la paroi du tube sont en retard par rapport à la pression fluctuante. Cet effet dynamique du comportement viscoélastique entraine l'amortissement des ondes de pression hydraulique. Pour cela, la célérité est plus faible que C_f qui dépend uniquement du module d'élasticité du matériau. La célérité dans une conduite viscoélastique dépend de la fonction de fluage et de la pression du coup de bélier appliqué. Cette interprétation est renforcée par la forme des fronts d'ondes présentée dans la *Figure* ***III.24***. A l'instant $t = 0^+ s$, la pression augmente brusquement de 1.95 à 2.37 MPa. Durant cette surpression, plusieurs ondes de pression de faibles amplitudes ou ondes élémentaires sont émises. Lorsque l'élasticité de la conduite ne dépend pas de la pression appliquée, les célérités de ces ondes sont les mêmes. Par conséquent, l'onde de pression observée dans la *Figure* ***III.16*** et la *Figure* ***III.18*** est à front raide. Cependant, pour une conduite viscoélastique, l'élasticité de la paroi dépend du chargement. Ainsi, les célérités des ondes élémentaires sont différentes. Par ce fait, le front d'onde observé, *Figure* ***III.24*** est étalé. La période T correspond au temps nécessaire pour que l'onde de pression fasse deux allers-retours le long d'une conduite quasi-rigide. Ainsi, la célérité est égale à $4L / T$. Les résultats de cette étude montrent que la célérité de pression moyenne dans une conduite viscoélastique PE100 est égale à $\approx 0.88C_f$, *Figure* ***III.22***.

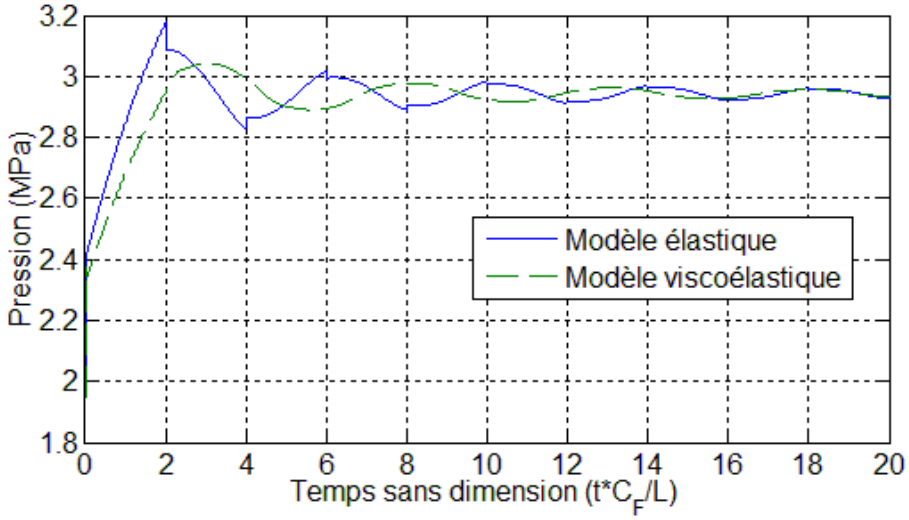


Figure III.22. Evolution de la pression au niveau de la vanne

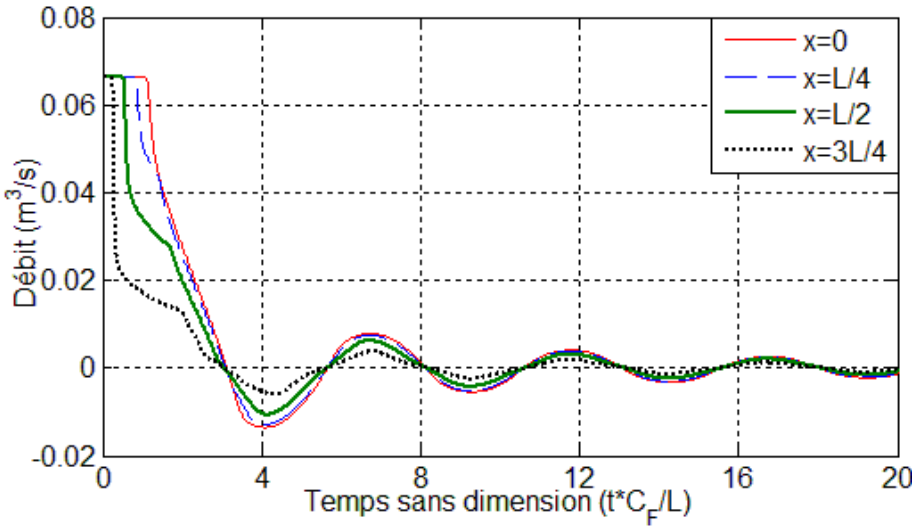


Figure III.23. Evolution du débit dans une conduite viscoélastique (PE100)

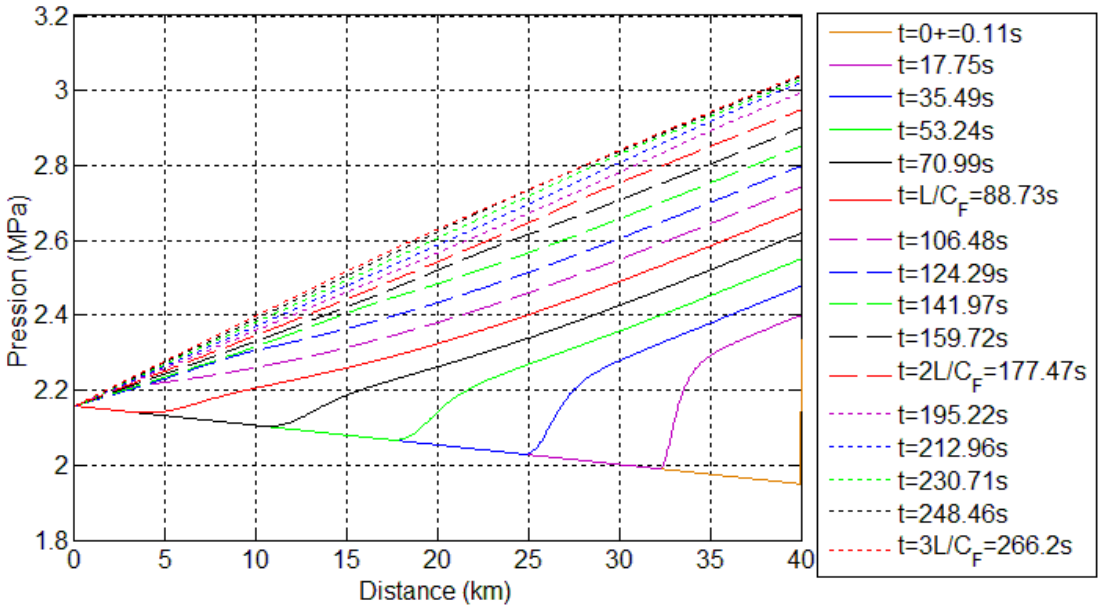


Figure III.24. Evolution du front d'onde le long d'une conduite en PE100 (Modèle VE)

En mesurant la distance entre deux fronts d'onde voisins, pour différentes valeurs de surpression, on déduit la variation de la célérité le long du front d'onde, *Figure* ***III.25***. Suite à une sollicitation instantanée générée par la surpression de coup de bélier, la réponse en déformation du PE 100 se compose d'une réponse élastique instantanée suivie d'une autre anélastique retardée. Dans la première réponse, la rigidité du matériau est à son niveau supérieur défini par le module d'Young $E_0 = 1/J_0 = 1450MPa$. Pour cela, la célérité de l'onde de pression est maximale au début de la surpression et reste la même, égale à C_f, pour n'importe quel front. Après, le matériau se comporte avec un temps de retard dû au fluage, pour amortir les surpressions. Ainsi, l'élasticité du matériau augmente en fonction du retard tant que la sollicitation est maintenue. Ceci a un effet sur la célérité de l'onde de pression inversement proportionnelle à la rigidité du matériau. Pour cette raison, la célérité diminue avec la surpression le long du front d'onde, *Figure* ***III.25***. Derrière le premier passage d'onde de surpression, le système se comporte encore en retard. L'accumulation des retards a un effet sur le comportement de la conduite. Pour ces raisons, la célérité de l'onde de surpression diminue dans le temps, avec le lieu du front d'onde, *Figure* ***III.25***.

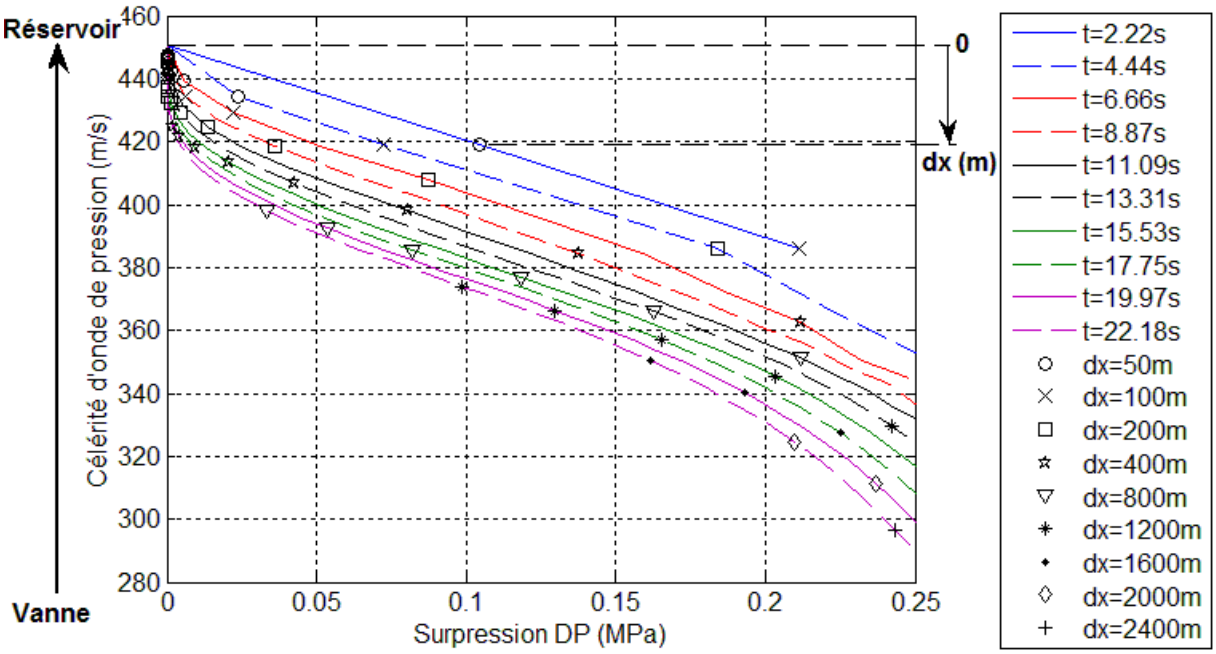


Figure III.25. Evolution de la célérité de son des de pression en front d'onde

Contrairement au modèle élastique, le fluide le long de la conduite se déplace presque en harmonie. Les allures de variation de débit, dans les différentes sections de la conduite, sont presque les mêmes. Elles s'annulent et atteignent leur minimum et maximum à des moments très voisins, *Figure* ***III.26***. Pour cela, après le premier passage d'onde de pression, on n'observe aucune variation brusque de pression le long de la conduite, *Figure* ***III.22*** et

Figure ***III.26***. La pression évolue progressivement dans les différentes sections de la conduite de la même manière et elle n'est pas perturbée par l'onde de pression réfléchie. Ainsi, il est difficile de localiser le front d'onde de pression le long de la conduite, *Figure* ***III.24***.

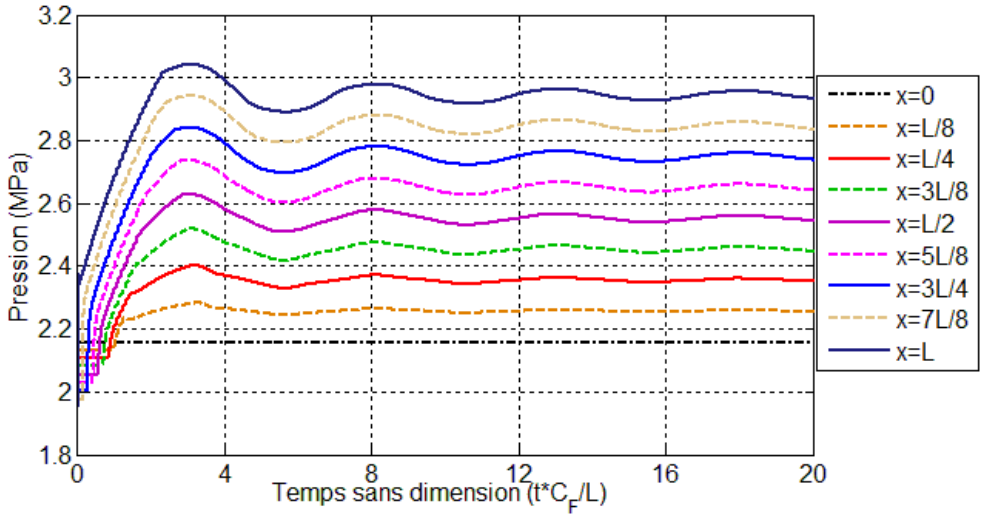


Figure III.26. Variation de pression dans les différentes sections (PE100, Modèle VE)

Dans cet exemple, la faible rigidité de la conduite affaiblit la célérité d'onde de pression ainsi que la surpression, *Figure* ***III.27***, et les fluctuations de coup de bélier. La perte de charge linéaire joue un rôle important pour atténuer la première surpression de coup de bélier. Cependant, la viscoélasticité du matériau joue le rôle premier d'amortir les variations brusques de pression et de minimiser les perturbations dans les différentes sections de la conduite. Ainsi, l'utilisation de PE100 permet de ne pas avoir à surdimensionner les différents composants d'un système hydraulique (tube, vanne, coude …).

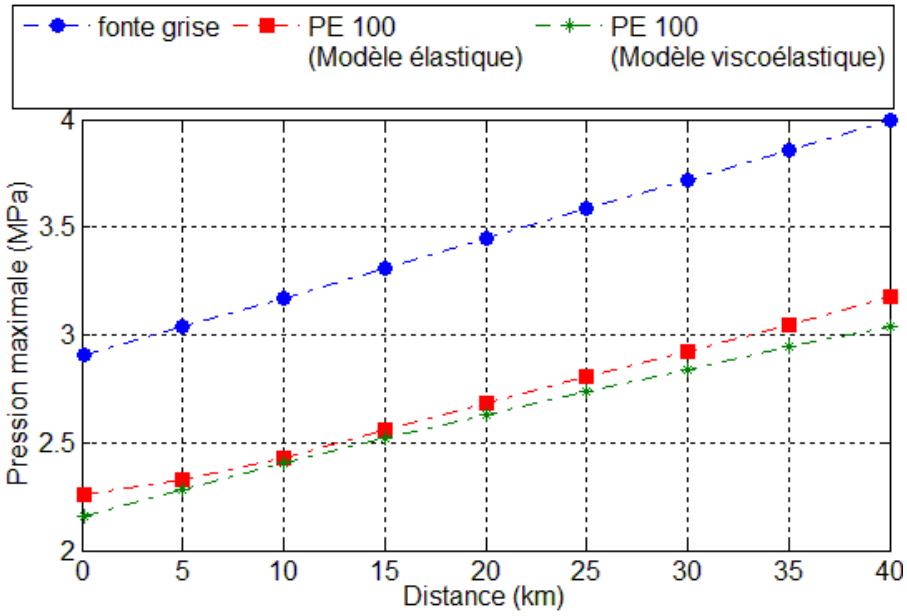


Figure III.27. Pression maximale le long de la conduite

L'étude de cette application par un modèle couplé avec IFS n'apporte pas un grand changement sur la variation globale de pression. Cependant, on observe de faibles perturbations sous forme de bruit signalant le passage d'onde de contrainte dans la paroi de la conduite et leur interférence avec l'onde de pression, *Figure* ***III.28***. En introduisant, un modèle viscoélastique, les bruits sont amortis et l'allure de la courbe de pression est lissée.

La célérité de l'onde de pression, déterminée par un modèle couplé, est légèrement inférieure à celle trouvée à l'aide d'un modèle simple, *Tableau* ***III.6***. Pour cette raison, la période d'une pulsation de pression augmente, *Figure* ***III.28***.

Tableau III.6. Célérité d'onde de pression et de contrainte

Modèle	Célérité d'onde de pression C_f (m/s)	Célérité d'onde de contrainte C_p (m/s)
Sans IFS	450.78	1223.67
Avec IFS	412.89	1328.22

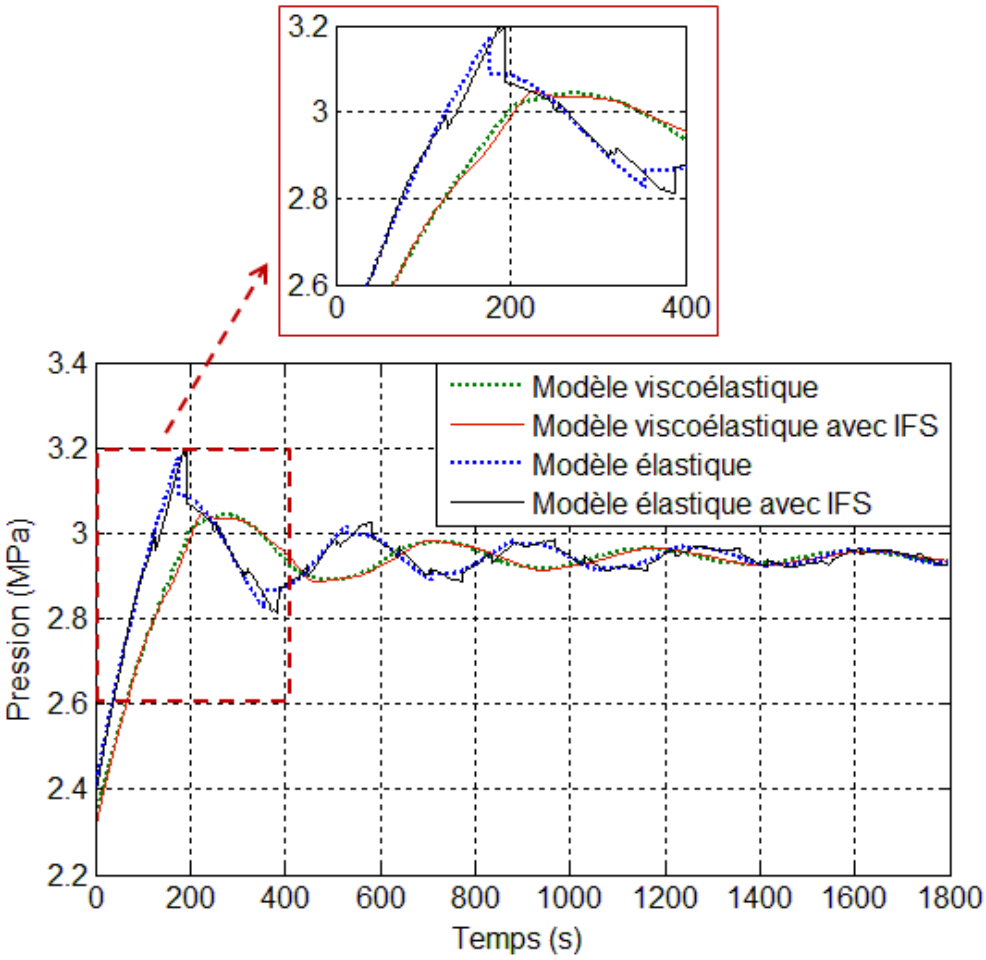


Figure III.28. Variation de pression au niveau de la vanne

III.3.2. Système anti bélier par l'adduction d'une conduite viscoélastique

La protection contre le phénomène de coup de bélier est indispensable dans les systèmes hydrauliques en conduites rigides. Les moyens de protection sont nombreux. A titre d'exemple, nous citons les réservoirs d'air, les ballons de protection et les soupapes de décharge. Hadj Taïeb et al. [69], [70] et Triki [86] ont proposé l'utilisation d'un tronçon viscoélastique pour la protection d'un système hydraulique. Leur étude a été appliquée à un système d'une conduite de faible diamètre et de 100m de longueur. La dernière étude de Triki [86], publié en 2015, est sujette à caution. La défaillance de son étude est dans la façon de traiter l'effet de la viscoélasticité. Il le traite simplement comme un matériau élastique avec une vitesse d'onde considérablement réduite. Dans certains cas, il utilise une célérité de 47 m/s. Cette approche est physiquement minimaliste.

Nous cherchons par la suite l'efficacité de l'idée, système anti-bélier, sur une conduite d'adduction d'eau potable relativement longue. Nous conservons les mêmes caractéristiques du système étudié précédemment en fonte grise où nous remplaçons un tronçon de 3 km de longueur, à l'extrémité aval, par une conduite en PE100, *Figure III.29*. Les caractéristiques mécaniques des conduites sont données par le *Tableau III.4*.

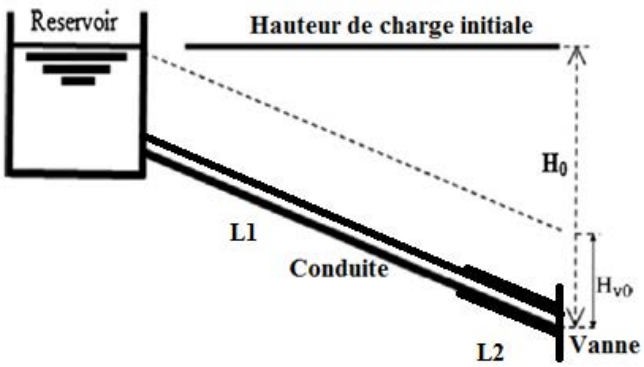


Figure III.29. Système : Réservoir-deux conduites en série-vanne

Lors de la résolution par la méthode des caractéristiques, le pas de temps Δt est choisi de façon à obtenir une subdivision entière des longueurs des deux conduites. Cependant, il est généralement impossible de réaliser de telles subdivisions à cause des longueurs et célérités réelles des conduites. Une modification légère de la longueur de l'une des deux conduites, équation III.8, est nécessaire pour vérifier les conditions de couplage et conserver un pas de temps constant [69]. Par conséquent, les problèmes de divergence et de dissipation numérique sont évités et le temps de calcul réduit.

$$L_2 = \frac{L_1}{N_1 C_{f1}} N_2 C_{f2} \qquad \textbf{III.8}$$

La jonction avec une conduite en viscoélastique atténue la variation de pression au niveau de la vanne, *Figure* ***III.30***. La pression maximale est obtenue au moment d'arriver de l'onde de dépression à la vanne, $t = 2L_1 / C_{f1} + 2L_2 / C_{f2}$, *Figure* ***III.30***. Après la fermeture brusque de la vanne, une onde de surpression est générée vers l'extrémité amont de la conduite. Après un parcours de 3 km, l'onde arrive à la jonction des deux conduites. Ainsi, une partie poursuivra son chemin à l'intérieur de la conduite en fonte grise et une onde de surpression se réfléchit et retourne vers la vanne. Pour cela, une augmentation de pression est observée à l'instant $t = 2.1L_2 / C_{f2}$, *Figure* ***III.31***. Dans une conduite quasi-rigide, le temps nécessaire pour que l'onde retourne à la vanne est $\tau = 2L_2 / C_{f2}$. Le retard dans la réponse et la montée progressive de la pression sont dus au comportement viscoélastique de la conduite. Ce phénomène est répétitif, chaque $\tau = 2.1L_2 / C_{f2}$, tant que l'onde de surpression n'a pas encore effectuée un aller-retour dans la conduite en fonte grise, *Figure* ***III.31***. Au niveau de la jonction, l'onde de dépression venant du réservoir se trouve en opposition avec une onde de surpression venant de la vanne ou dans le même d'une autre onde de pression allant à la vanne. Par conséquent, la période de pulsation est variable avec le temps, *Figure* ***III.30***.

La pression maximale, au niveau de la vanne, dépasse la pression maximale admissible de la conduite, 3.2MPa. Ainsi, une conduite de longueur 3km ne suffit pas à résoudre les problèmes liés au coup de bélier. Donc, il faut augmenter la longueur de la conduite en PE100 ou choisir une conduite avec un diamètre plus élevé que la conduite en fonte grise. En effet, la fréquence des ondes de pression et la surpression deviennent plus importantes en présence d'un rétrécissement [69].

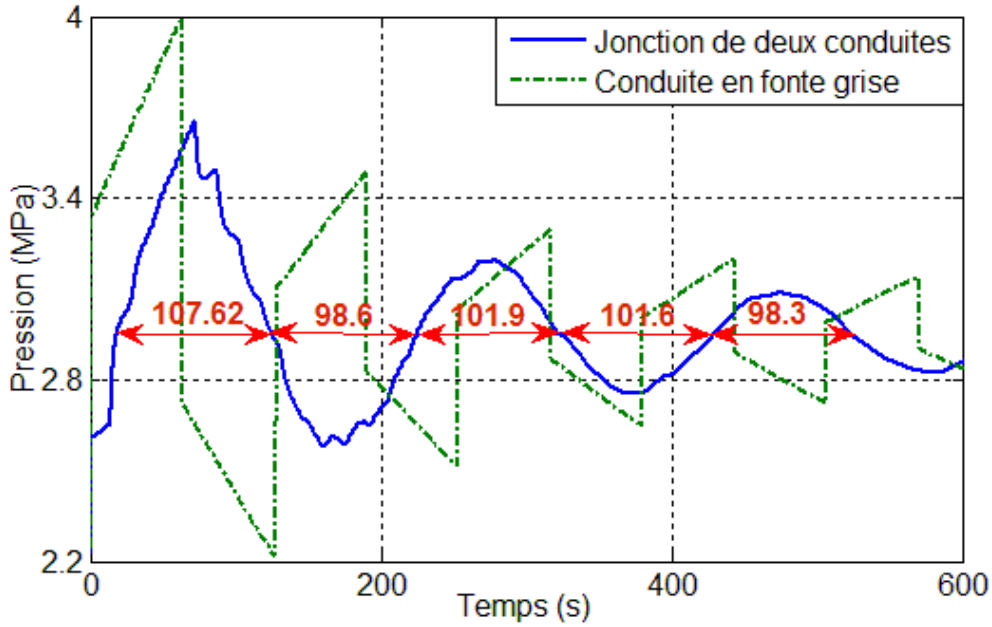


Figure III.30. Variation de pression au niveau de la vanne

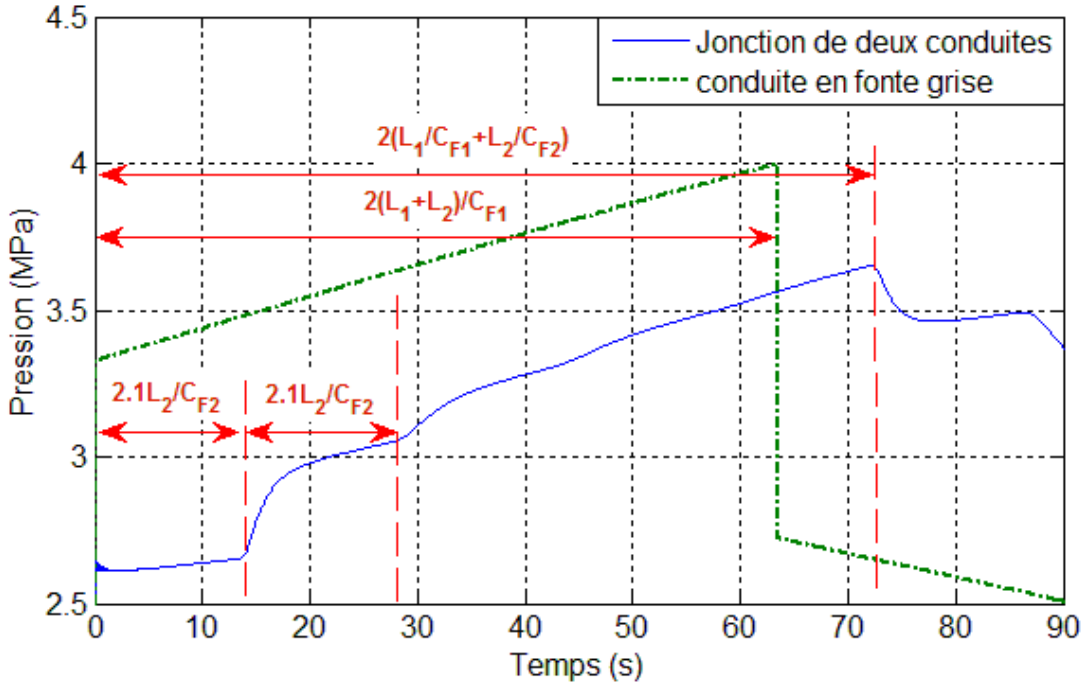


Figure III.31. Coup de bélier au niveau de la vanne

III.4. Conclusion

À l'aide d'un modèle simulant l'écoulement transitoire en conduite, nous avons démontré que :

- L'étude de l'interaction fluide-structure est nécessaire pour définir correctement les fréquences propres d'un système de conduites dans le cas de couplage de jonction.

- Le comportement viscoélastique du PE100 amortit l'amplitude de la pression de résonance.
- La faible rigidité de la conduite affaiblit la célérité de l'onde de pression ainsi que les surpressions et les fluctuations du coup de bélier.
- La perte de charge linéaire joue un rôle important pour atténuer les pressions maximales dans les différentes sections de la conduite. Par contre, la viscoélasticité du matériau a un effet dynamique sur l'écoulement et sur la célérité des ondes de pression qui diminue avec la surpression le long du front d'onde. Ce comportement de retard du PE100 joue un rôle primordial pour amortir les variations brusques de pression et minimiser les perturbations.

Étant donné que la résistance hydrostatique à 20°C est définie par la contrainte minimale requise (MRS), pour laquelle est appliqué un coefficient de sécurité (C=1.25 pour l'eau (EN 12-201)), un tube sans défaut en PE100 résiste à des surpressions répétées à court terme dues à des chargements cycliques ou à des effets transitoires comme le coup de bélier. Cependant, le dépassement de la pression maximale de fonctionnement d'un réseau, en présence d'un défaut et où la perturbation rapide et dynamique de la pression interne n'est pas rapidement atténuée, peuvent avoir un effet négatif sur la durée de vie normale de 50 ans. Dans les cas extrêmes, elles entraînent la rupture des conduites et des dégâts importants dans l'installation hydraulique même à court terme. Par la suite, nous étudions la nocivité de la présence d'un défaut dans une conduite en PE100 sous l'effet des surpressions en se basant sur l'intégrale-J. Afin d'atteindre cet objectif, une étude expérimentale du comportement mécanique du PE100 et des essais d'éclatements sur des tubes présentant un défaut ont été réalisés et seront présentés dans le chapitre suivant. L'exemple de la surpression générée par coup de bélier, dans l'application de conduite relativement longue ***Figure III.14***, sera introduite dans un critère de dimensionnement, développé dans le chapitre V, pour étudier la nocivité de la présence d'une fissure semi-elliptique à proximité de la vanne.

Chapitre IV

Etudes expérimentales : comportement mécanique, résistance à la fissuration par la courbe J-R et essais d'éclatement

Dans ce chapitre, nous étudions le comportement des tubes en polyéthylène d'adduction d'eau et nous analysons les conditions de rupture en cas de présence d'un défaut superficiel. Pour cela, des moyens expérimentaux ont été disposés afin d'atteindre cet objectif selon la démarche suivante : des essais de traction monotone sont réalisés sur des éprouvettes lisses, à différentes vitesses de déformation ou de déplacement, pour déterminer le comportement uniaxial du matériau, et sur des essais sur des anneaux entaillés pour générer et étudier la sollicitation multiaxiale dans la section minimale. Les résultats obtenus seront utilisés pour définir le matériau dans le calcul par éléments finis et pour améliorer et valider le modèle numérique. Ensuite, nous nous intéressons à étudier le comportement à la fissuration du matériau. Pour cela, des essais mécaniques de rupture sur des éprouvettes CT sont réalisés pour déterminer la résistance à la fissuration du PE. Enfin, nous effectuons des essais d'éclatements sur des éprouvettes de tube en PE 100, en présence d'un défaut superficiel à différentes vitesses de chargement, pour évaluer la nocivité de la présence d'une fissure semi-elliptique.

IV.1. Caractérisation du comportement mécanique

Bien que les études expérimentales sur le comportement du PE100 soient nombreuses, les chercheurs trouvent des difficultés à définir un modèle unique ou une loi générale qui le définit. L'explication est donnée par le fait que les caractéristiques du polyéthylène, en tant que matériau pour le tube, est sensible aux conditions internes et environnementales du fonctionnement [123] et que son comportement dépend considérablement des conditions d'essai comme la température, la vitesse de déformation. Il y avait eu des efforts pour étudier ces effets. Nous pouvons citer comme exemple l'étude expérimentale de Ferhoum [22] sur le comportement mécanique du PEHD à l'état vierge et après vieillissement thermique, et l'étude de Devilliers [36] sur la dégradation chimique du PE100 et son influence sur le comportement, l'endommagement et la rupture en fluage des canalisations sous pression d'adduction d'eau potable. Dans notre étude, nous exploitons quelques résultats expérimentaux.

IV.1.1. Comportement uniaxial (Traction)

IV.1.1.1. Introduction

L'essai de traction uniaxiale est parmi les essais les plus utilisés pour déterminer le comportement uniaxial du matériau. Il détermine les différents domaines du comportement et définit de nombreuses grandeurs normalisées tels le module d'Young, la limite d'élasticité, la contrainte de rupture, l'allongement à la rupture etc. Ces données seront utiles et nécessaires dans le calcul de structure.

L'évolution de la contrainte vraie en fonction de la déformation vraie, à différentes vitesses de déformation, a été déjà déterminée par Addiego [10] et Ferhoum [22]. Ce dernier a étudié l'effet de la température, du vieillissement et du choix de la vitesse de déformation sur le comportement du PEHD. Tandis que Addiego [10] a étudié l'influence des paramètres expérimentaux et microstructuraux sur les lois du comportement et sur la variation du volume. Leurs essais ont été réalisés sur des éprouvettes issues de plaque et de tube en PE100 à l'aide d'une machine universelle de traction de grande précision à pilotage vidéométrique. L'avantage de cette nouvelle technique est la détermination de la contrainte vraie du matériau, au cours de l'essai, par la régulation en permanence de la vitesse de déformation en fonction de la déformation vraie (*Figure IV.1*). Ceci est déterminé instantanément à partir de mesures vidéo de la déformation axiale d'un volume élémentaire représentatif. Nous estimons que les

efforts apportés par ses recherches sont assez satisfaisants. Ces résultats seront utilisés en partie (*Figure IV.1*) dans notre étude pour caractériser le PE100 sur ABAQUS.

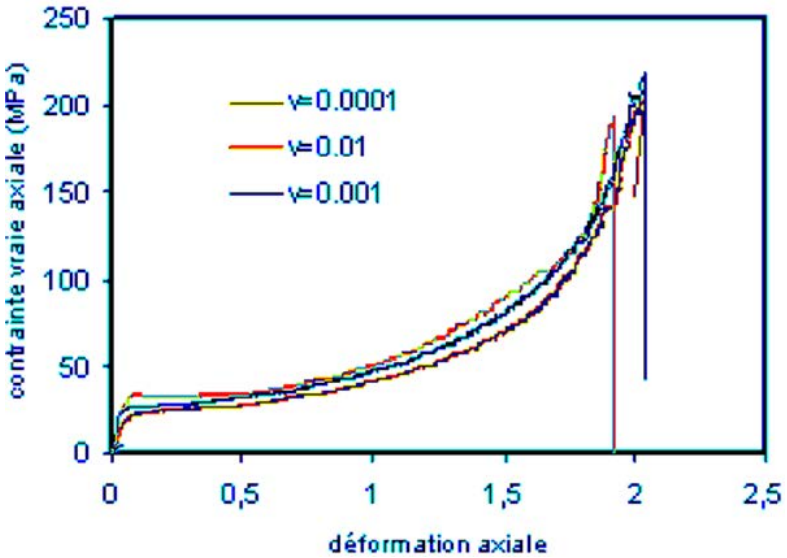


Figure IV.1. Courbe contrainte–déformation vraie du PE100 en traction uniaxiale [22]

Cependant, l'un des majeurs inconvénients du système de VideoTraction est la faible précision dans la caractérisation de la région viscoélastique (*Figure IV.1*). Au début de la déformation, la section transversale de l'échantillon ne change pas de manière significative et la précision du système d'acquisition des données, (généralement de l'ordre de +/- 30µm) dans des conditions normales d'utilisation, ne permet pas d'obtenir des mesures fiables [124]. Pour ces raisons, des essais de traction ont été réalisés sur une machine « Zwick Z250 » pilotée en mode de déplacement à l'aide d'un extensomètre, *Figure IV.2*. Ceci nous a permis de déterminer avec précision le module d'élasticité, le coefficient de Poisson du PE100 et la région à faible déformation (viscoélastique). La machine est équipée d'une cellule de charge de 250KN et d'un extensomètre déplacé dans la zone utile de l'éprouvette afin d'éviter les effets de triaxialité. Ces essais ont été effectués à différentes vitesses de déformations et déplacements. Ils ont été réalisés à température ambiante (20°C). Cela signifie que la phase amorphe du PE100 est toujours dans un état caoutchouteux.

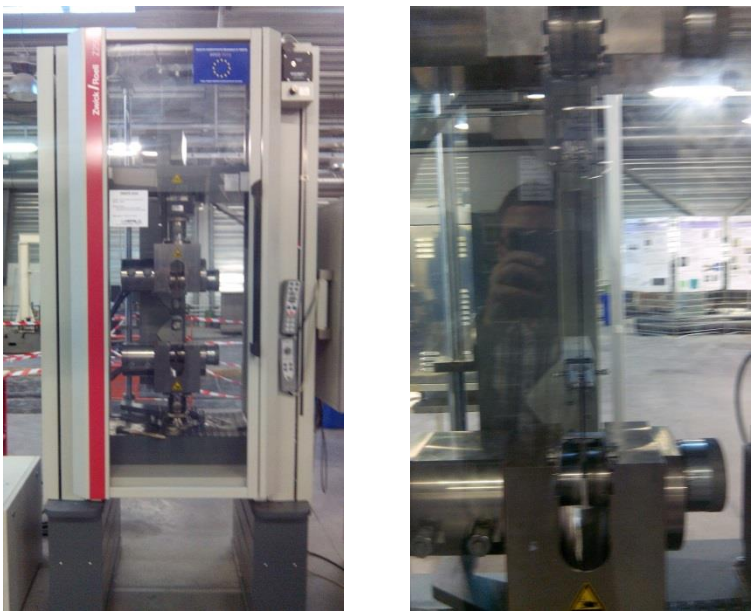


Figure IV.2. Machine de traction « Zwick Z 250 » équipée d'un extensomètre

IV.1.1.2. Préparation Eprouvette

Les éprouvettes sont usinées, dans un premier temps, à partir d'une plaque extrudée PE100 dans le sens de l'extrusion. La forme des éprouvettes est choisie en se basant sur la norme ISO 6259 [125] (*Figure **IV.3***). De la même façon, nous avons prélevé des éprouvettes de même forme à partir des tubes extrudés PE100 à bande bleue, de diamètre 125 mm et d'épaisseur 12 mm, destinés pour l'adduction d'eau potable. Le sens du prélèvement, est l'orientation principale des chaines de PEHD, ceci afin de s'assurer, malgré la mise en forme différente, que les chaines moléculaires de PEHD dans la plaque et le tube sont orientées de la même façon. La comparaison entre ces deux éprouvettes nous a permis d'avoir la représentativité des plaques PE100 vis-à-vis des tubes PE100 au niveau du comportement mécanique.

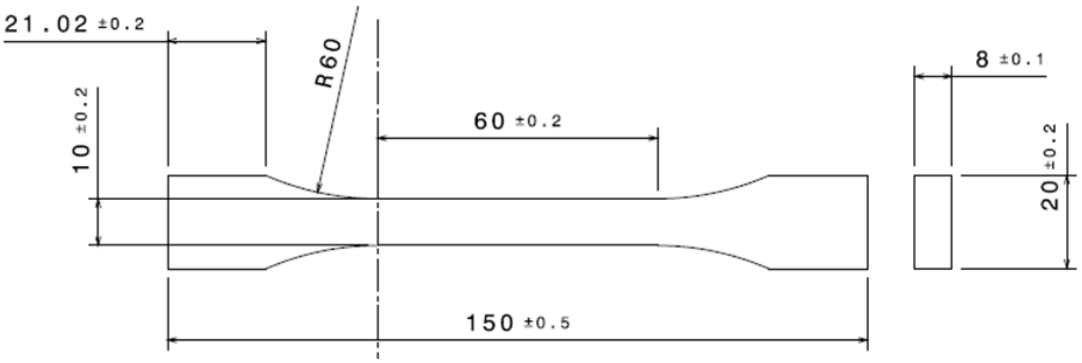


Figure IV.3. Géométrie et dimension de l'éprouvette (mm)

La *Figure IV.4* montre une éprouvette de traction usinée sur fraiseuse à commande numérique. On remarque que celles issue du tube sont un peu fléchies après l'ouverture des mors de serrage. Cela est dû à l'effet des contraintes résiduelles engendrées par le refroidissement différentiel pendant le processus de fabrication. Le sens de courbure montre que les contraintes résiduelles dans ce tube sont de compression sur le côté extérieur, et de traction sur le côté intérieur.

Figure IV.4. Eprouvette prélevée sur un tube PE100

IV.1.1.3. Discutions et résultats :

Les résultats, courbe contrainte-déplacement nominal, des essais de tractions pilotés à différentes vitesses de déformation sont représentés dans la *Figure IV.5*. Nous observons le domaine à faible déformation de chaque courbe avec précision. Le module d'Young et la contrainte nominale maximale déterminée de chaque courbe sont récapitulés dans le *Tableau IV.1*. L'accroissement de la contrainte et du module d'Young et la diminution de l'allongement à la rupture avec la vitesse de déformation traduisent l'augmentation de la rigidité du matériau. Cette sensibilité dans la réponse, contrainte-déplacement, à la vitesse de sollicitation est due à la composante visqueuse du polyéthylène. Pour une vitesse de déformation élevée de 10^{-1} s^{-1} l'allongement à la rupture est de 191.5%. Pour les autres vitesses, 10^{-2}, $5*10^{-3}$, 10^{-3} et $10^{-4}s^{-1}$, l'éprouvette a un pouvoir d'allongement très important dépassant le 500%. Ce qui traduit une ductilité élevée du matériau.

Tableau IV.1. Caractéristique du PE100 en traction

Vitesse de déformation(s^{-1})	10^{-1}	10^{-2}	$5*10^{-3}$	10^{-3}	10^{-4}
Module d'Young(MPa)	1527.87	1535.41	1383.4	1064.8	737
Contrainte nominal maximal(MPa)	27.62	25.12	24.03	20.8	18.6

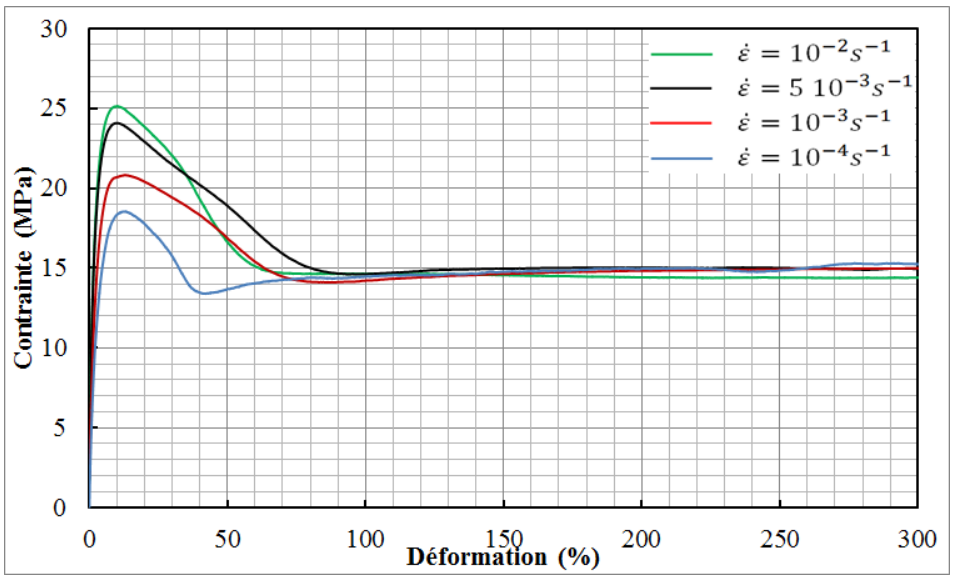


Figure IV.5. Courbe contrainte–déformation nominale du PE100 en traction uniaxiale

Le prélèvement des éprouvettes d'une plaque par rapport à un tube est plus facile et faisable. Afin de s'assurer de la représentativité de la plaque PE100, vis-à-vis du tube PE100, des essais de traction sur des éprouvettes issues de tube et de plaque ont été réalisées à vitesses de déplacement de 50 et 100 mm/min. Les courbes contraintes-déplacement, *Figure IV.6*, montrent l'absence de grandes différences entre les deux éprouvettes : Les contraintes maximales atteintes pour chaque éprouvette, à différentes vitesses de déplacement, sont les mêmes. Dans le domaine à faible déformation, les réponses mécaniques des deux éprouvettes sont très proches. A grand déformation, plusieurs points sont notés, dans la zone de striction et le plateau d'écoulement plastique. La courbe de traction, sur l'éprouvette issue de plaque, coïncide avec celle prélevée sur le tube. Par contre, nous constatons l'existence d'une différence au niveau de l'allongement à la rupture. Ceci s'explique par la présence de micro-rayures sur l'éprouvette pendant l'usinage qui amorce une fissure, à un moment donné, et accélérer la rupture. Les petites variations observées au niveau de déformation sont expliquées par les difficultés expérimentales. Avec un matériau ductile d'une grande capacité d'allongement, il est difficile de garder la zone de striction entre les deux pinces de l'extensomètre durant la totalité de l'essai.

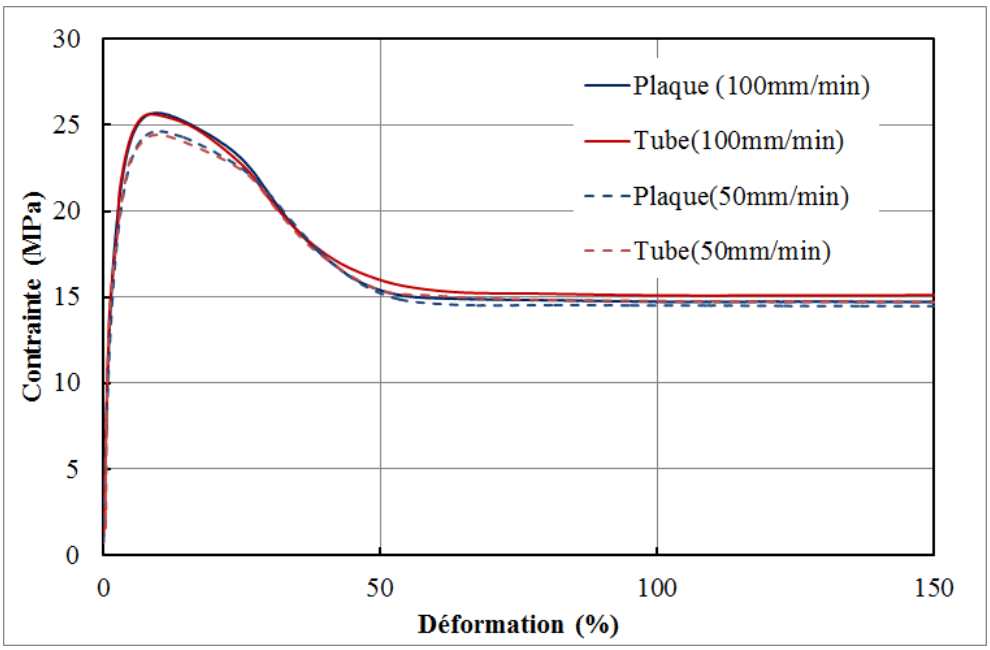


Figure IV.6. Courbe contrainte–déformation vraie du PE100 en traction uniaxiale

Néanmoins, il y a une conformité entre les deux types d'éprouvette et en particulier avant l'apparition de la striction. La mise en forme de matériaux, sous forme de plaque ou tube, ne change pas le comportement mécanique du matériau, PE100.

IV.1.2. Essai sur anneau

IV.1.2.1. Introduction

Au début, ces essais ont été recommandés, par la norme internationale ISO 8495-8496 [126], pour caractériser les tubes métalliques à paroi mince. L'appellation, Nol Ring, fait référence au nom du laboratoire qui a suggéré l'essai : Naval Ordnance Laboratory, [127]. L'objectif principal était la détermination de ses propriétés transversales. En se basant sur ces essais, des solutions exactes ont été proposées afin d'étudier la distribution des contraintes dans la section transversale d'un tube à un comportement linéaire élastique, isotrope. Arsène et Bai [128] [129] ont proposé une nouvelle approche en adaptant le dispositif expérimental, pour un matériau présentant une non-linéarité (plasticité) dans son comportement mécanique. Ce dispositif amélioré a été conçu afin d'éviter l'effet de flexion signalé sur la section transversale horizontale d'un anneau, prélevée d'un tube métallique, durant l'essai de traction. Ces essais ont été adaptés, ensuite, sur des tubes en polymères pour classer leur dégradation. En effet, les tubes en polyéthylène d'adduction d'eau potable sont en contact avec des désinfectants tels que le dioxyde de chlore ClO_2, [36]. Avec le temps, l'oxydation du matériau

conduit à une diminution de la masse molaire et la présence de fissures menant à la dégradation chimique. En particulièrement, la couche intérieure de la paroi, en contact avec le chlore, est plus menacée par l'oxydation [130]. Dans le but d'étudier l'effet de dégradation, Rozental-Levesque et al. [131] [132] ont utilisé, comme paramètre clé, la déformation à rupture des anneaux après un essai de traction (RING-NOL). Dans cette optique, les normes ASTM D 2290-04 [133] et XP T 54-986 [134] ont recommandé cet essai et l'ont spécifié comme une méthode de détermination des propriétés en traction dans le sens circonférentiel des tubes d'adduction d'eau potable sous pression en polyéthylène (PE). L'allure de la courbe force-déplacement et l'observation de l'aspect de la surface interne de plusieurs éprouvettes (anneaux), après rupture, permettent de les évaluer selon l'ordre de dégradation de chaque anneau, [135] [136]. La limitation de cet essai est applicable à un tube de diamètre inférieur à 63 mm, [134] [136]. Malgré cela, nous adaptons le dispositif ainsi que la méthode proposée par la norme AFNOR pour des éprouvettes prélevées d'un tube de diamètre 125 mm et de SDR11, pour plusieurs raisons ;

- Nous nous sommes limités à l'analyse des conditions de rupture des tubes neufs, sans présence de dégradations.
- Notre travail n'est pas délimité à l'étude des tubes de branchements à faible diamètre. L'intérêt principal est d'analyser à la rupture des conduites d'adduction d'eau potable dont le diamètre dépasse 100 mm
- Notre objectif premier est d'utiliser les données expérimentales sur les anneaux pour valider le modèle numérique sur ABAQUS.

En outre, nous avons souhaité bien garder la même dimension du tube utilisé pour la réalisation des essais d'éclatement pour avoir la même base de comparaison à partir de laquelle nous ajustons nos modèles numériques.

IV.1.2.2. Déroulement des essais :

En se référant à la norme XP T 54-986 [134], les anneaux sont chargés en traction, à l'aide de deux demi-disques (épais) en acier, à différentes vitesses de déplacement, 0.8, 0.16 et 0.32 mm/s. Le dispositif de préhension de cet essai et la dimension de l'éprouvette sont présentés sur la *Figure IV.7*. Entre le diamètre extérieur du demi-disque et le diamètre intérieur de l'éprouvette, il existe un faible jeu. Pour s'assurer du contact entre les deux

surfaces, une précharge de140N est appliquée sur la totalité des éprouvettes avant le début des essais.

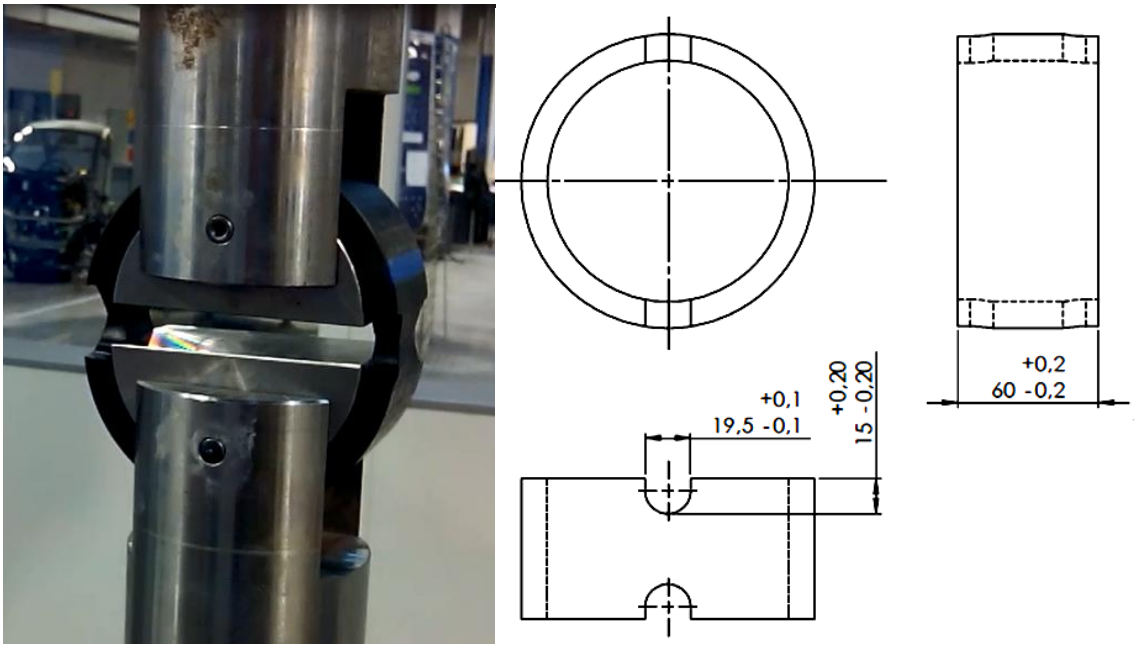


Figure IV.7. Dispositif de pré-hension et géométrie de l'éprouvette

Chaque anneau comporte deux gorges usinées par fraisage. Cela permet, selon Arsène et Bai [128], de minimiser les effets de flexion apparue dans l'anneau et éviter la génération d'un chargement multiaxial (apparition de contraintes longitudinales et radiales). Néanmoins, la présence des gorges est sujette à caution. Selon Pilato et al. [137], la réduction de la section d'anneau par deux encoches ne permet pas d'avoir un champ de contrainte circonférentielle uniforme. Au contraire, il améliore l'hétérogénéité et l'état de contrainte multiaxial dans la section transversale durant l'essai,[130]. Ceci est dû au comportement non-linéaire (plasticité) ainsi qu'à la déformation en fonction du temps du HDPE, même à température ambiante. Dans le chapitre suivant, la modélisation par éléments finis est utilisée pour tenir compte de la non-linéarité et l'état de contrainte multiaxial.

IV.1.2.3. Résultats

La variation de la contrainte nominale en fonction de la déformation nominale, à différentes vitesses de déplacement, est représentée sur la *Figure* ***IV.8***. La contrainte nominale est définie par le rapport entre la charge de traction et la section transversale restante des anneaux entaillés. La déformation nominale est définie par D_θ / D. D_θ est la variation du diamètre de l'anneau due au déplacement de la traverse et D le diamètre initial, [130].

Avec une précharge de 140N, le contact n'est pas encore total entre la totalité de la surface intérieure de l'anneau et des demi-disques. Ainsi, une faible partie non-linéaire est observée dans la courbe charge-déplacement au début de l'essai.

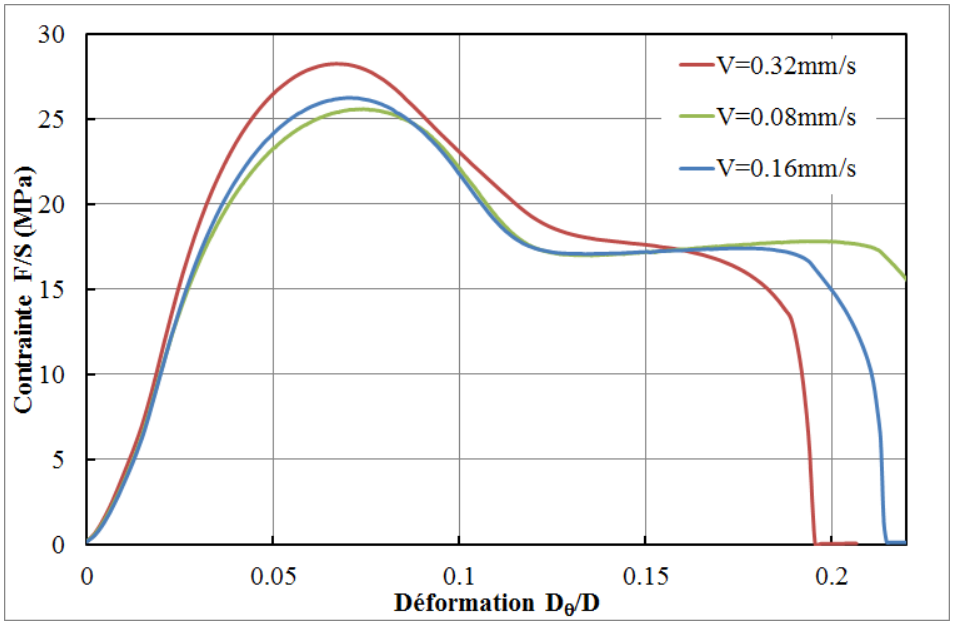


Figure IV.8. Courbe de traction sur des anneaux

La pente de la partie linéaire au début de la courbe contrainte-déformation est définie comme paramètre pour définir la rigidité. Les résultats expérimentaux, des valeurs de la rigidité et de la contrainte maximale, désigne l'apparition d'une striction, pour chaque essai, *Tableau* ***IV.2***. Il est clair que la rigidité du matériau augmente mais la ductilité diminue, avec la croissance de la vitesse de déplacement. Nous avons déjà mentionné qu'un effet de flexion puisse se produire dans la section transversale de l'anneau. Les courbes de traction obtenues sont basées sur des valeurs nominales, il est donc difficile d'étudier cet effet. Mais, la diminution de la valeur de rigidité (*Tableau* ***IV.2***) par rapport à celle obtenue par les essais de traction sur les éprouvettes de traction simple indique que l'effet de flexion n'est pas totalement éliminé par la présence des encoches.

Tableau IV.2. Caractéristique mécanique de PE100 (traction sur des anneaux)

Vitesse de déplacement (mm/s)	0.08	0.16	0.32
Module de rigidité(MPa)	330.99	417.05	502.96
Contraintes maximales, σ_{max}(MPa)	25.59	26.25	28.26
Déformation à σ_{max}(MPa)	0.074	0.069	0.067

Les résultats expérimentaux (*Figure* ***IV.8***) seront utilisés pour valider la modélisation par élément finis du comportement des tubes en PE.

IV.2. Comportement à la fissuration

IV.2.1. Introduction

La détermination de la ténacité du polyéthylène en grande déformation est basée sur le concept de la mécanique élasto-plastique de la rupture. Comme nous avons vu dans le premier chapitre, et dans le but de décrire l'amorçage et la propagation d'une fissure suite à la présence d'un défaut (fissure, entaille), nous avons choisi l'approche de l'intégrale-J. En se basant sur ce paramètre, de nombreuses études basées sur des hypothèses expérimentales ont été proposées et développées pour déterminer la résistance à la fissuration (J_{IC}) et évaluer la propagation de fissure dans des conditions de déformation ou de contrainte plane. Sous l'hypothèse d'élasticité, l'intégrale-J est l'énergie potentielle par unité de surface nécessaire pour créer de nouvelles surfaces, une zone rompue, autrement dit pour l'amorçage d'une fissure. Dans un problème de propagation de fissure unidimensionnelle [138], elle est définie par la relation IV.1.

$$J = -\frac{1}{B}\frac{dU}{da} \qquad \textbf{IV.1}$$

Cependant, dans un mode de déchirure ductile, l'effet de confinement plastique entre en jeu et la relation (IV.1) ne définit plus correctement l'amorçage de fissure. Pour cela, le paramètre J doit comprendre aussi l'énergie de dissipation due à la déformation plastique. Pour ce faire, l'énergie potentielle U est remplacée par le travail total U_T [138] [139], défini par l'aire située au-dessous de la courbe charge-déplacement d'un essai CT.

En se basant sur l'interprétation directe du paramètre J (équation IV.1), Begley et Landes [140] ont présenté une technique expérimentale qui nécessite de multiples éprouvettes. Pour minimiser le nombre d'éprouvettes requises, plusieurs méthodes ont été proposées à la suite des travaux de Rice et al.[141] et Sumpter [142]. Ces courbes montrent que le paramètre J est représenté par la relation (IV.2)

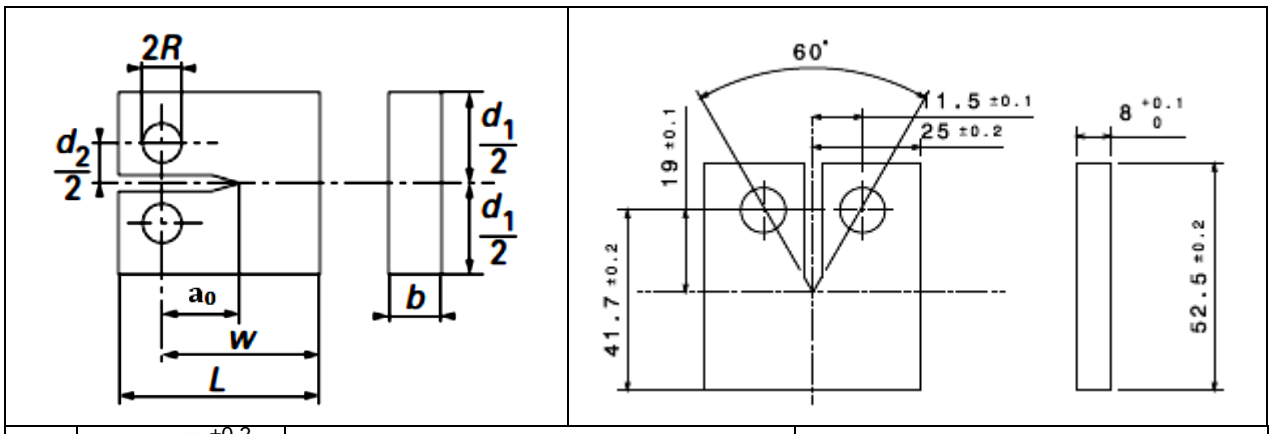
$$J = \frac{\eta U}{B(W - a_0)} \qquad \textbf{IV.2}$$

η est un facteur géométrique dépendant généralement de la géométrie de l'éprouvette et de la taille de la pré-fissure [138], U l'énergie par unité de surface requise pour la propagation de fissure et $(W - a_0)$ le reste du ligament.

ASTM D6068 [143] a développé deux méthodes expérimentales pour déterminer la courbe de résistance à l'extension de la fissure de matériaux polymères thermoplastiques. Cette courbe, connue sous le nom J-R, caractérise la résistance à la déchirure ductile en décrivant l'augmentation du paramètre J en fonction de l'accroissement de la taille de fissure propagée Δa. Elle est obtenue, selon ASTM D6068 [143], sur des éprouvettes de traction compact CT ou sur des éprouvettes de flexion avec entaille latérale. Il y a aussi d'autres types d'essais en littérature comme ceux basés sur des éprouvettes en forme d'arc usiné prélevé d'une conduite [144]. Cette méthode, non normalisée et dont l'application sur les polymères est rare, est encore en développement. Elle est plutôt utilisée pour étudier la résistance des tubes au choc par la détermination du taux de restitution d'énergie (G_{IC}),[145] [146]. L'inconvénient majeur de la courbe J-R est son dépendance au type de chargement et de la géométrie de l'éprouvette [139]. Pour cela, plusieurs recherches sont réalisées pour résoudre ce problème en choisissant la dimension adéquate de l'éprouvette, et en adaptant le coefficient de correction géométrique sur le paramètre Elmeguenni et al. [138] ont montré que l'éprouvette SENB n'est pas bien adaptée pour les essais de rupture sur le polyéthylène. Ceci est dû à la grande déformation observée au fond de fissure de sorte que le développement de l'émoussement au point fissure est remarquable. En effet, la difficulté d'observer l'extension de la fissure empêche la déduction convenable de la ténacité. Ce qui fait que les essais sur des éprouvettes de tractions compactes CT sont les plus utilisés dans la plupart des études, pour déterminer la courbe J-R.

IV.2.2. Préparation des éprouvettes

Les éprouvettes CT, *Figure IV.9*, sont découpées au jet d'eau dans une plaque PE100 extrudée d'épaisseur 8 mm. La matière de la plaque correspond à celle utilisée pour la construction des tubes PE100 neuf. Ce qui est confirmé par les essais de traction. Le sens de prélèvement est celui de la direction d'extrusion afin d'éviter tout risque de perturbations dans nos résultats. Vu l'épaisseur des plaques, les dimensions recommandées par ASTM D6068 [143] sont très faibles. Cela nous amène à augmenter la dimension (Lxd1) de l'éprouvette tout en respectant le rapport imposé par la norme ASTM D6068 entre la longueur de fissure a_0 et la largeur de l'éprouvette w, et en respectant la proportionnalité recommandée de toutes les dimensions à l'exception de l'épaisseur b avec la largeur w.



W	= 41.7 $^{\pm 0.2}$	Largeur	**Dimensions recommandées par ASTM D6068** [143]
L	= 52.5 $^{\pm 0.2}$	Longueur	(1,25 ***w*** ± 0,01 ***w***)
d_1	= 50 $^{\pm 0.1}$	Largeur transversale	(1,2 ***w*** ± 0,01 ***w***)
R	= 5$^{+0.1}$	Rayon	(0,125 ***w*** ± 0,005 ***w***)
b	= 8$^{-0.1}$	Epaisseur	(0,4 ***w*** < ***b*** < 0,6 ***w***)
a_0	= 21.5 $^{\pm 0.3}$	Longueur initiale de fissure	(0,45 ***w*** < a_0 < 0,55 ***w***)
d_2	= 23 $^{\pm 0.1}$		(0,55 ***w*** ± 0,005 ***w***)

Figure IV.9. Géométrie de l'éprouvette CT (mm)

Ce petit changement est accepté généralement par les expérimentateurs tant que la dimension moyenne de (50x50mm) de l'éprouvette n'est pas dépassée. Avant de commencer les essais, une pré-fissure de 3 mm a été générée sur toutes les éprouvettes à l'aide d'une lame cutter.

IV.2.3. Déroulement des essais CT

En se basant sur la norme ASTM D6068 [143], la méthode de construction de la courbe J-R consiste à réaliser des essais de traction compacte (CT), jusqu'à une ouverture imposée, à la même vitesse de déplacement de 10 mm/min [41], recommandée par la norme l'ISO 13586 [21]. Tous les essais sont réalisés à la température ambiante de 20°C, sur une machine de traction universelle. Pour mesurer la force, nous avons utilisé la cellule de charge de 50 KN. Le déplacement mesuré est celui de la traverse. Le montage de maintien de l'éprouvette CT est conforme à la norme ASTM D6068. Comme nous l'avons souligné, le seul paramètre qui varie pour chaque essai est l'ouverture imposée à l'éprouvette, autrement dit la distance parcourue par la traverse. Donc pour chaque éprouvette, on obtient une courbe charge-

déplacement (*Figure IV.10*) et l'extension de la fissure Δa. Au moment où l'essai est terminé, une peinture blanche a été pulvérisée sur la fissure pour marquer les deux faciès de ruptures. Après séchage parfait de la peinture, nous poursuivons l'essai de traction à une vitesse rapide pour couper l'éprouvette en deux.

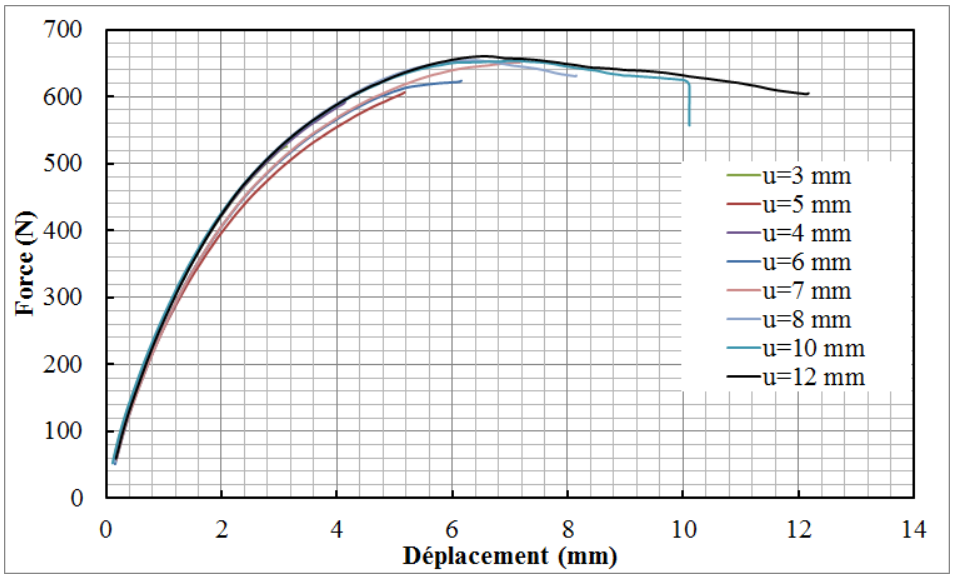


Figure IV.10. Courbe charge-déplacement en traction des éprouvettes CT

Afin de prendre en considération l'indentation de l'éprouvette en traction-flexion, la pénétration des tiges de maintien en traction et la complaisance de la machine, un seul essai d'indentation a été réalisé. C'est un essai de traction sur une éprouvette CT non entaillée à une charge maximale supérieure de 10% à celle obtenue dans l'ensemble des essais précédents. La vitesse de déplacement est maintenue toujours à 10 mm/min. La courbe charge-déplacement obtenue est nommée« une courbe d'indentation ».

IV.2.4. Observation microscopique et détermination de l'avancement de fissure

Les deux faciès de ruptures de chaque éprouvette sont observés par un système 3D optique, Alicona. La *Figure IV.6* montre l'une des surfaces de rupture de l'éprouvette CT. On remarque bien la présence des cupules caractérisant le mode de déchirure ductile. A l'échelle macroscopique, le faciès est rugueux, chaotique et terne. La longueur de la pré-fissure initiale, réalisée par une lame, est la moyenne de trois mesures de chaque côté de l'échantillon. Cependant, la valeur moyenne de l'avancée de fissure réelle Δa, générée pendant l'essai de traction, est déduite des mesures effectuées sur cinq endroits du faciès de rupture (*Figure IV.11*).

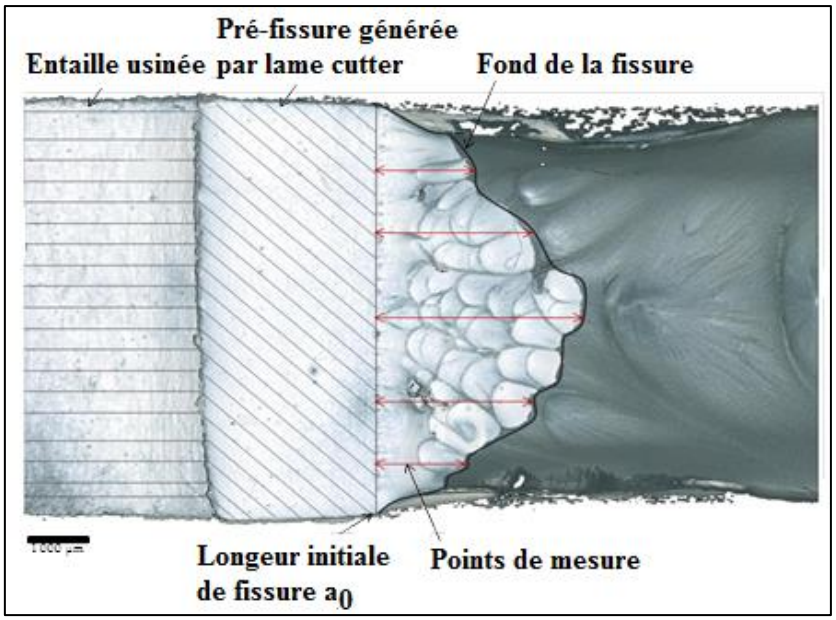


Figure IV.11. Observation microscopique d'un éprouvette de rupture

IV.2.5. Détermination de paramètre-J

L'énergie fournie U pour la propagation de la fissure dans chaque éprouvette CT entaillée est la différence entre l'énergie totale U_T et l'énergie d'indentation U_i, *Figure* ***IV.12***.

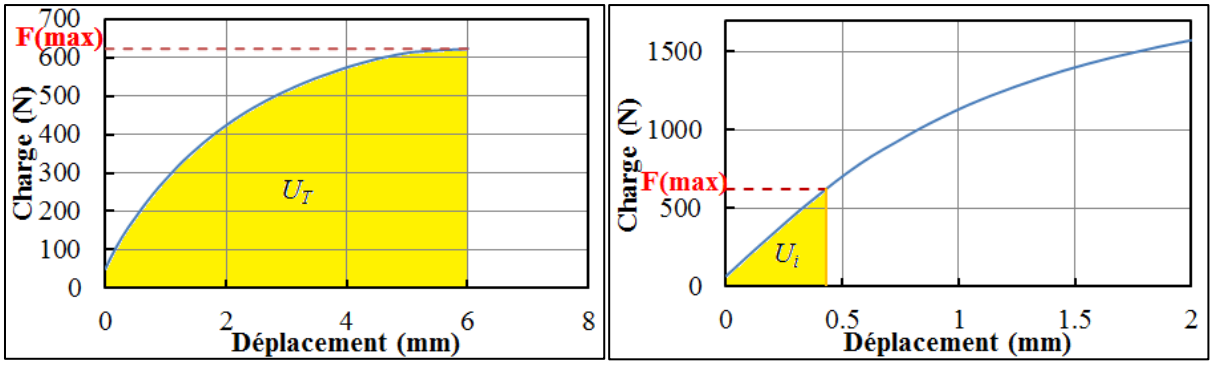


Figure IV.12. Détermination de l'énergie totale et d'indentation

L'énergie totale est égale à la totalité de l'aire située sous la courbe charge-déplacement de l'éprouvette CT. Par contre, l'énergie d'indentation correspond à l'aire sous la courbe d'indentation à la charge maximale obtenue dans l'essai de traction sur l'éprouvette CT entaillée. Ainsi le paramètre J peut être calculé pour tous les échantillons testés par la relation IV.2. Pour ce type d'essais, Garcia et al. [144] ont montré que le facteur sans dimension η, relation IV.2, est fonction de la longueur de fissure par rapport à la largeur de l'éprouvette (a/w). Clarke et Landes [147] ont défini le facteur η pour les essais de traction compact CT par la relation IV.3 recommandée par ASTM D6068.

$$\eta = 2 + 0.522(1 - a/w) \qquad \textbf{IV.3}$$

IV.2.6. Courbe J-R et la ténacité

Selon le mode opératoire décrit précédemment, chaque éprouvette CT nous permet d'avoir un couple de valeur (Δa , J). L'ensemble des points obtenus représente l'évolution de J avec l'avancement de fissure, *Figure IV.13*, selon une loi définie par la relation IV.4 [143].

$$J = c_1 \Delta a^{C_2} \qquad \textbf{IV.4}$$

où C1 et C2 sont deux constante et C2 doit être inférieur à 1.

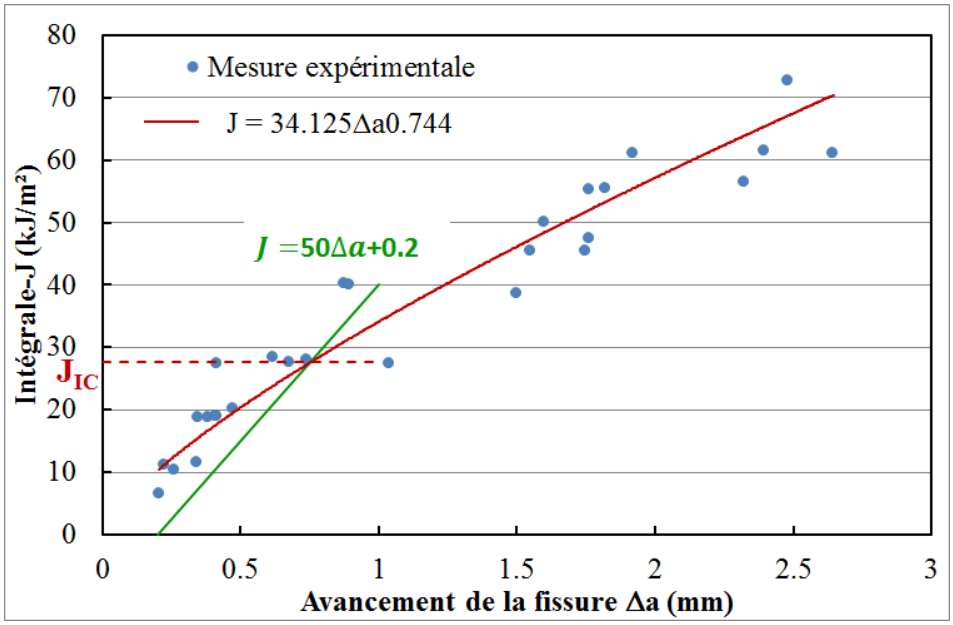


Figure IV.13. Courbe J-R

En regroupant les faciès de rupture sur une échelle représentant le déplacement appliqué sur la traverse, nous observons l'évolution de la forme de la fissure sur un axe de temps ou de déplacement. Il est clair que le fond de la fissure prend une forme parabolique au fur et à mesure avec l'ouverture de l'éprouvette CT. A un déplacement de traverse donné entre 6 et 7 mm, nommé d_{max} , la fissure est déjà amorcée sur la totalité de l'épaisseur de l'éprouvette et sa forme parabolique s'accomplie pour devenir évidente pour les ouvertures qui dépassent les 8 mm. La dénomination d_{max} vient du fait que la charge maximale, durant l'essai de traction CT, est obtenue au voisinage de ce déplacement où le fond de fissure a pris un profil parabolique. Juste après, la propagation de fissure devient plus rapide et stable ce qui explique la diminution progressive du chargement appliqué, *Figure IV.10*. Il est important de mentionner que, à ce stade, l'avancée de fissure en déchirure Δa est caractérisée par l'accroissement moyenné sur les 80% du front. Par conséquent, la valeur de la ténacité

désignant l'amorçage de la fissure ne peut être qu'inférieur à la valeur de J_{max} correspondant à une ouverture de d_{max} .

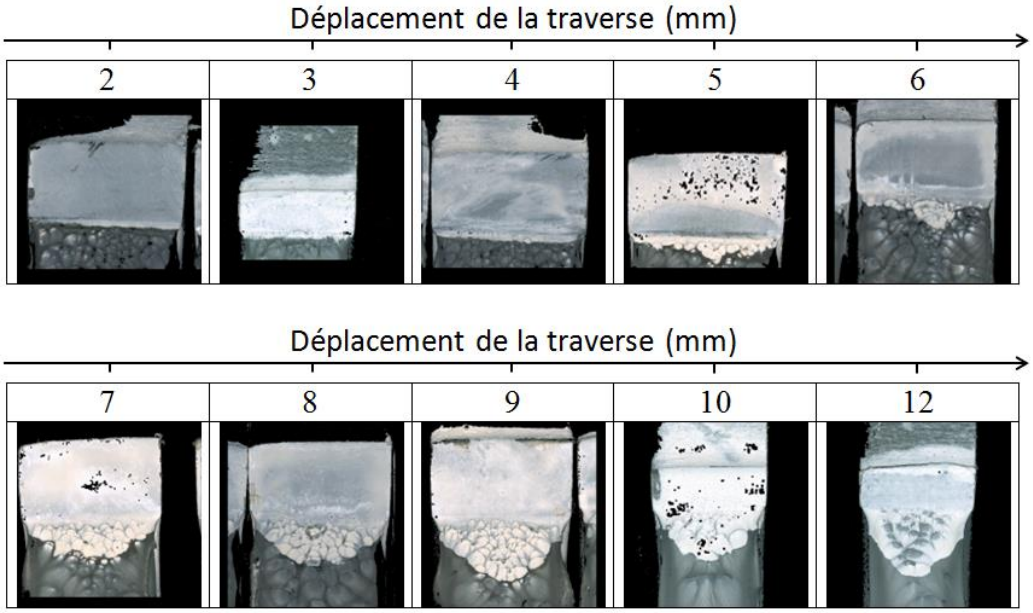


Figure IV.14. L'avancement de la fissure avec le déplacement

La détermination de la valeur critique de J, à partir la courbe J-R, est encore un sujet de recherche pour les matériaux thermoplastiques. Jusqu'à présent, il n'existe aucune méthode normalisée qui tranche sur le sujet de détermination de la ténacité. La majorité des études choisissent la méthode de la droite d'émoussement décalée de 0.2 mm sur l'axe d'avancement de fissure. La ténacité correspond, ainsi, à l'intersection de cette droite avec la courbe J-R (*Figure **IV.15***). Cette méthode est recommandée par la norme ASTM E 813 [148] pour les métaux. Elmeguenni et al. [138] ont considéré que l'allure de la courbe J-R suit une évolution bilinéaire, *Figure **IV.15***. La première a une allure très proche de celle de la droite d'émoussement et suit une loi de ($2\sigma_y\Delta a$) où σ_y est la contrainte au seul d'écoulement. Dans cette zone, nous considérons que la taille du défaut s'accroît sans que la déchirure ne soit, véritablement, amorcée. Par contre, la deuxième partie linéaire, avec une pente plus faible, indique que la propagation de fissure est plus rapide et que l'émoussement prédomine la zone de rupture. Par conséquent, l'intersection entre ses deux courbes peut marquer le moment d'amorçage de la fissure, autrement dit, la valeur de la ténacité.

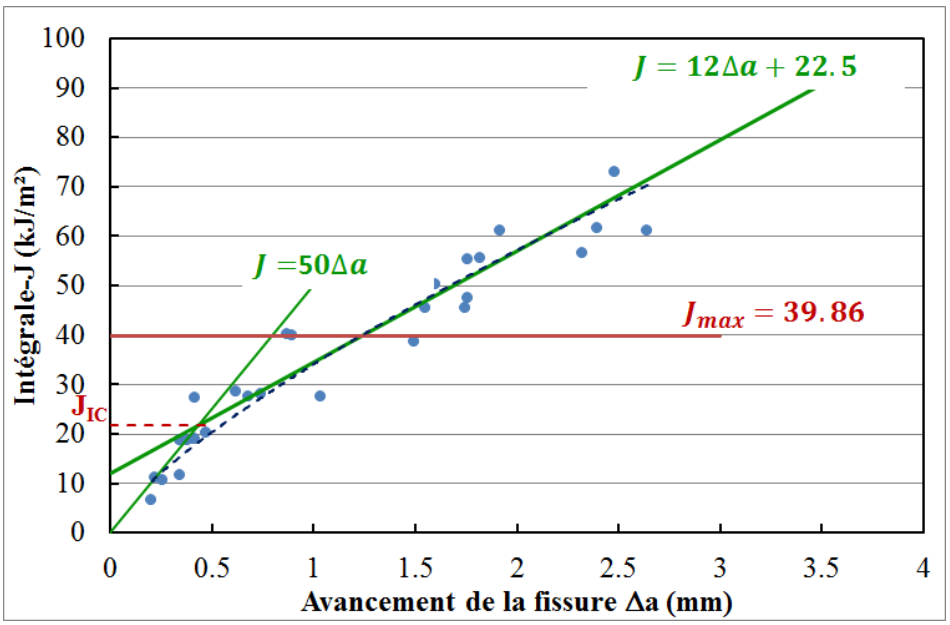


Figure IV.15. Détermination de la ténacité par la méthode à deux courbes

Certains auteurs choisissent de définir alternativement J_{IC}, pour les matériaux polymères, comme la valeur de l'intégrale-J pour une extension de fissure fixée arbitrairement entre 0,2 et 0,4 mm [149] [150]. Donc, pour des raisons conservatrices, $J_{0.2}$, correspondant à la valeur de l'intégrale de J à $\Delta a = 0.2mm$, peut être considérée comme une valeur critique caractérisant l'amorçage de la fissure [151] [152]. Les valeurs de ténacité possibles sont regroupées dans le *Tableau IV.3* selon la méthode choisie. A cette étape, nous trouvons des difficultés à choisir l'une parmi elles. La ténacité pour le PEHD, déterminée par d'autres études en utilisant les mêmes approches ont montré des variations importantes [45]. Tancrez [150] dans sa thèse a mentionné que « la détermination du point d'initiation réel de la fissuration dans les polymères est un problème très important qui est loin d'être résolu ». Afin de désigner la valeur de ténacité adéquate, une étude numérique sera effectuée dans le chapitre V.

Tableau IV.3. Résistance à la fissuration de PE100

$J_{0.2}(kJ/m^2)$	$J_{0.4}(kJ/m^2)$	$J_{IC}(kJ/m^2)$ (ASTM E813)	$J_{IC}(kJ/m^2)$ (Méthode à deux pentes)	$J_{max}(kJ/m^2)$
10.3	17.26	27.6	21.82	39.86

Pour enrichir la discussion, il serait intéressant de réaliser une étude comparative avec la celle de Tarek et al. . Ces auteurs ont déterminé la courbe J-R par la même démarche que nous avons suivie, en se basant sur de multiples essais de flexion trois points des éprouvettes (CTPB) prélevées sur des tubes PE100. Ce type d'essai n'a été pas normalisé pour tracer la

courbe de résistance à l'extension de la fissure et pour déterminer la ténacité des matériaux plastiques. Il est plutôt recommandé par la norme ASTM E399 [153] pour déterminer le facteur d'intensité de contraintes en déformation plane des matériaux métalliques. Malgré cela, l'avantage majeur de cette technique est l'utilisation des produits semi-finis, arc de tube, comme éprouvettes (CTPB). La *Figure IV.16* montre la ténacité mesurée par EL-Bagory et al.[154] en fonction de la vitesse de déplacement et de l'épaisseur de l'éprouvette. Avec la même géométrie, la ténacité est faiblement influencée par la vitesse de chargement. En prenant l'exemple de B/W=1, juste une augmentation de 2.72 kJ/m² est observée dans la ténacité pour une élévation de vitesse de 5 à 500 mm/min. Par contre, la valeur de ténacité est influencée par l'épaisseur de l'éprouvette. Dans notre étude, nous avons déterminé la valeur de la ténacité à travers des éprouvettes CT où le rapport entre l'épaisseur et le reste de ligament (w-a0) est égal à 0.33. Nous avons choisi une faible vitesse de chargement (10 mm/min). Sachant que la méthode de la droite d'émoussement décalé est utilisée pour déterminer les ténacités représentées dans la *Figure IV.16*, la valeur de la ténacité déterminée (J=27.6 kJ/mm²) à travers les essais de traction CT est plus élevée que celle donnée par EL-Bagory et al. [154], en se basant sur les essais de flexion sur des éprouvettes (CTPB) de faible épaisseur (B/w=0.3).

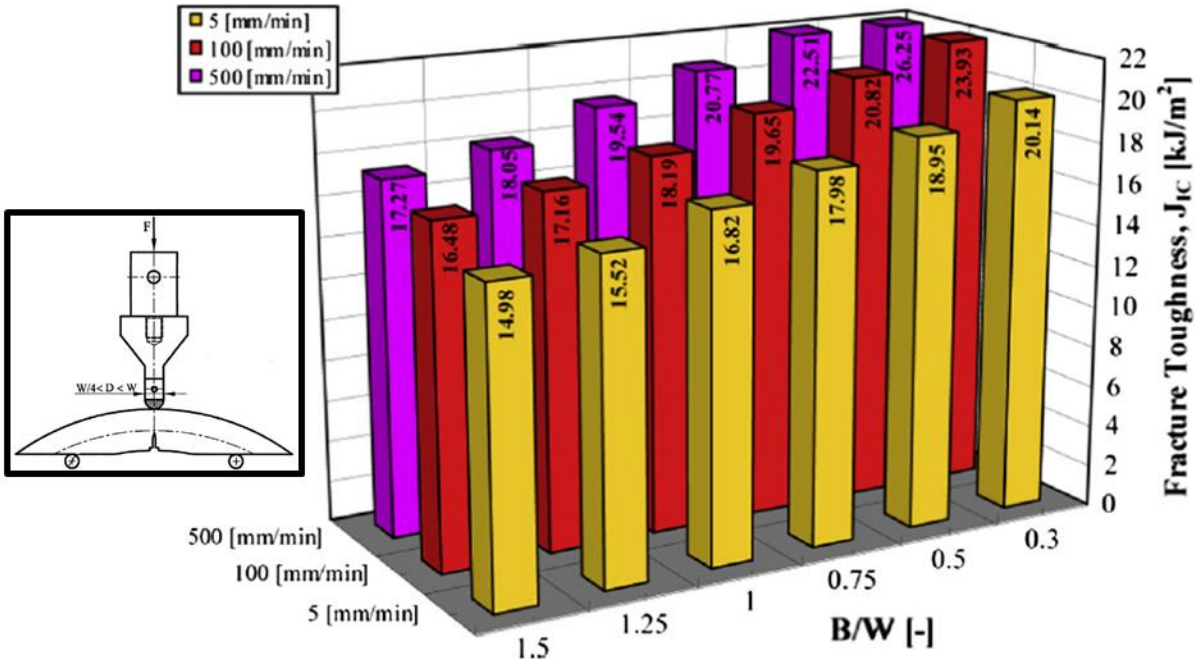


Figure IV.16. Ténacité déterminée par l'étude de Tarek et al.[154]

Dans cette première partie, nous avons étudié le comportement uniaxial et circonférentiel à l'aide des essais de traction sur des éprouvettes simples et sur des anneaux. Aussi, une étude sur la résistance à la fissuration a été présentée. Ces essais nous permettent

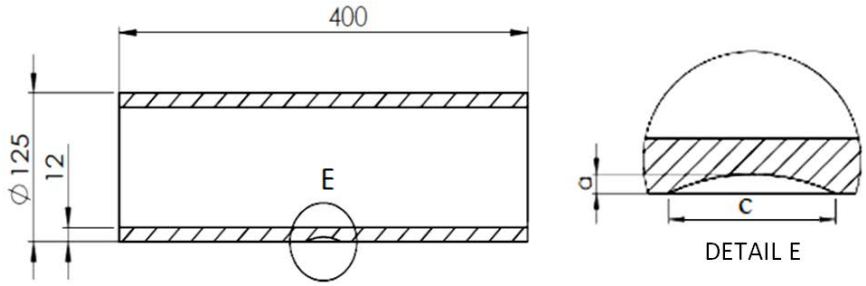
d'étudier le comportement local du matériau dans un tube en PE100 présentant un défaut. Les résultats obtenus seront utilisés dans le chapitre V pour définir les données du matériau dans le modèle en éléments finis d'une conduite pré-fissuré. Par la suite, des essais d'éclatements sont présentés pour observer le comportement global de la conduite et étudier l'effet de la taille du défaut et de la vitesse de chargement sur la pression d'éclatement.

IV.3. Essais d'éclatements

Nous sommes intéressés à la compréhension de la relation entre la taille d'un défaut longitudinal superficiel et la pression d'éclatement dans une conduite en se basant sur des essais d'éclatement à petite échelle. Les résultats seront utilisés pour valider notre modèle numérique par éléments finis et adapter une approche ou un modèle empirique permettant d'analyser les conditions de rupture dans une conduite en PE100.

IV.3.1. Préparation des éprouvettes

Les essais de rupture hydraulique sont menés sur 9 tubes entaillés de longueur 400 mm. Les dimensions des éprouvettes et la forme des entailles sont indiquées dans la *Figure IV.17*.



a (profondeur d'entaille mm)				
2	4	5	6	8

$$c = 2\sqrt{a\left(d_e - a\right)}$$

Figure IV.17. Géométrie de l'éprouvette pour l'essai d'éclatement

Les entailles sont réalisées à l'aide d'une fraise scie de diamètre 80 mm et de faible épaisseur, 0.5 mm, afin de minimiser l'effet de fond d'entaille sur la concentration de contrainte et se rapprocher le plus possible du concept de fissures. La géométrie de l'entaille est un secteur circulaire. Sa forme dépend de la valeur de pénétration de la scie dans la paroi du tube, *Figure IV.17*. Une silicone en pâte a été utilisée pour la prise de l'empreinte de l'entaille. Ensuite, une mesure optique 3D a été effectuée pour déterminer la forme du fond d'entaille, *Figure IV.18*. Ceci, nous permet de modéliser avec plus de précision l'entaille dans le chapitre suivant.

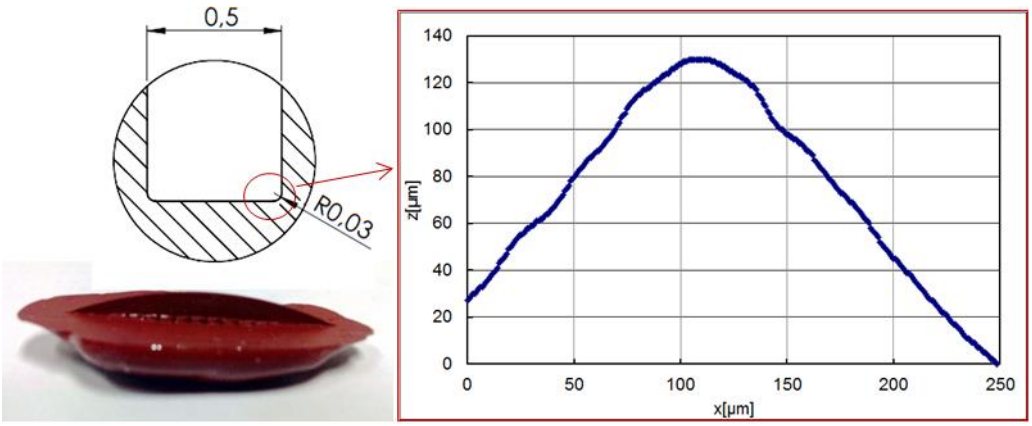


Figure IV.18. Détermination de la forme du fond d'entaille

A chaque extrémité du tube un bouchon de longueur 100mm est monté avec un joint torique pour maintenir l'étanchéité. Un orifice sert à introduire l'eau dans le tube, mais peut aussi recevoir un capteur de pression. Le bouchon et le montage de serrage sont détaillés dans la *Figure **IV.19***.

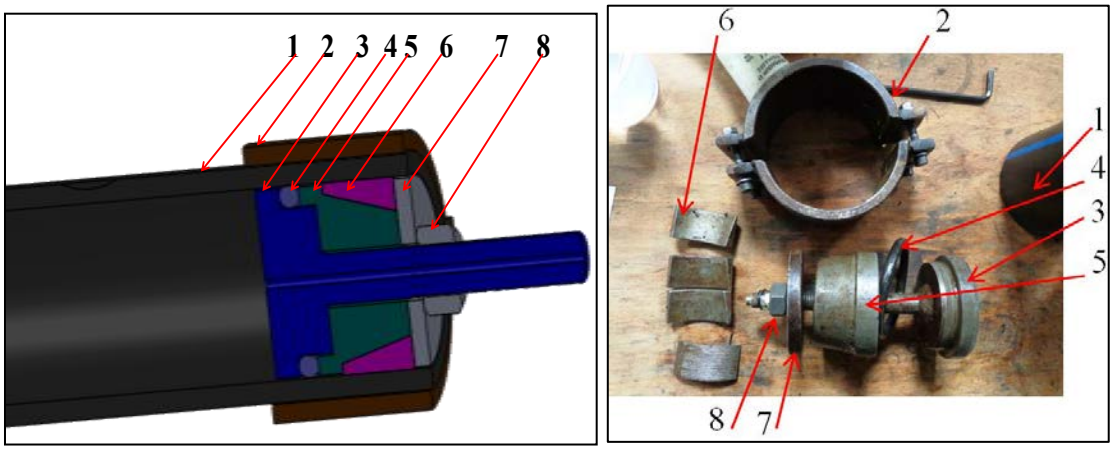


Figure IV.19. Composantes du bouchon de serrage; 1: Tube PE100; 2: bride; 3: mandrin; 4: joint torique; 5, 6: composantes de serrage; 7: bride; 8: écrou

Pour mesurer la variation de la déformation au voisinage de l'entaille, un tube de longueur 600 mm est équipé par des rosettes qui contiennent deux jauges de déformation de directions opposées, *Figure **IV.20***. Une, pour mesurer la déformation axiale de tube et l'autre la déformation circonférentielle. Les positions des rosettes sont présentées dans la *Figure **IV.20***.

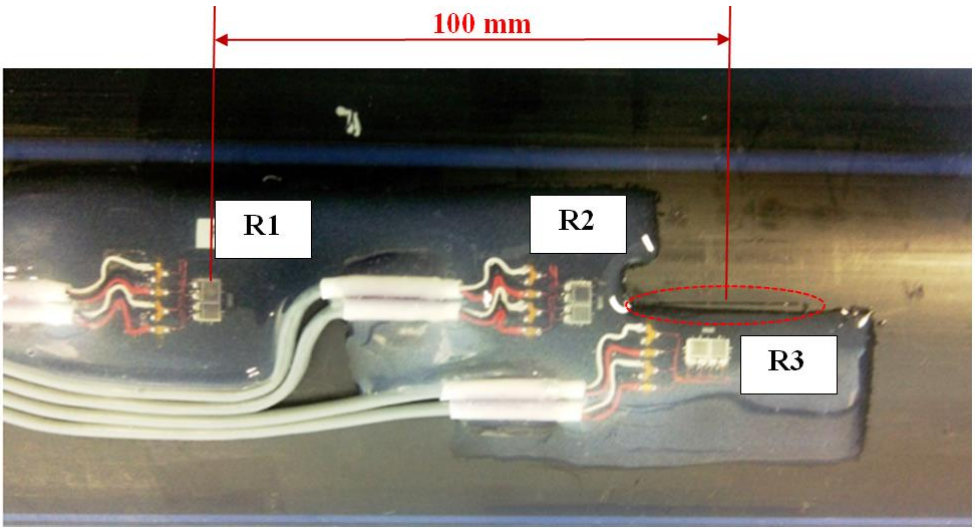


Figure IV.20. L'emplacement des rosettes sur le tube en PE100

Deux rosettes sont collées à l'extrémité de l'entaille de 4 mm de profondeur, et une autre à 100 mm du défaut : une zone non influencée par le défaut. Le type et la caractéristique des rosettes sont donnés par le *Tableau IV.4*.

Tableau IV.4. Caractéristiques des rosettes

Désignation rosette/jauge	Type de jauge	Coefficient de jauge	Résistance d'une jauge	Déséquilibre initiale (mV/V)
R1/J1	EP-08-125TQ-350	2.07	350Ω	-1.467
R1/J2	EP-08-125TQ-350	2.09	350Ω	-1.662
R2/J1	EP-08-125TQ-350	2.07	350Ω	-1.672
R2/J2	EP-08-125TQ-350	2.09	350Ω	-2.033
R3/J1	EP-08-125TQ-350	2.07	350Ω	-2.431
R3/J2	EP-08-125TQ-350	2.09	350Ω	-1.264

Toutes les mesures données par les jauges sont effectuées à l'aide de montage 1/4 pont et d'une centrale d'acquisition automatique.

IV.3.2. Moyens expérimentaux :

Les essais d'éclatement ont été effectués au moyen d'un banc d'essai de test hydraulique comportant :

- Groupe motopompe (11Kw)
- Accumulateur
- Servovalve
- système de commande proportionnelle électronique
- multiplicateur transfert (huile-eau)
- caisson de conditionnement thermique

L'appareillage utilisé est décrit par la *Figure IV.21*. Un groupe hydraulique délivre une pression de 250 bras, reprise dans un accumulateur. Grâce à un multiplicateur, la pression maximum d'essai peut atteindre 1000 bars. La mise sous pression de l'éprouvette est réalisée par une servovalve et la vitesse de chargement est maintenue constante grâce à un automate programmable. Les essais sont réalisés à température ambiante.

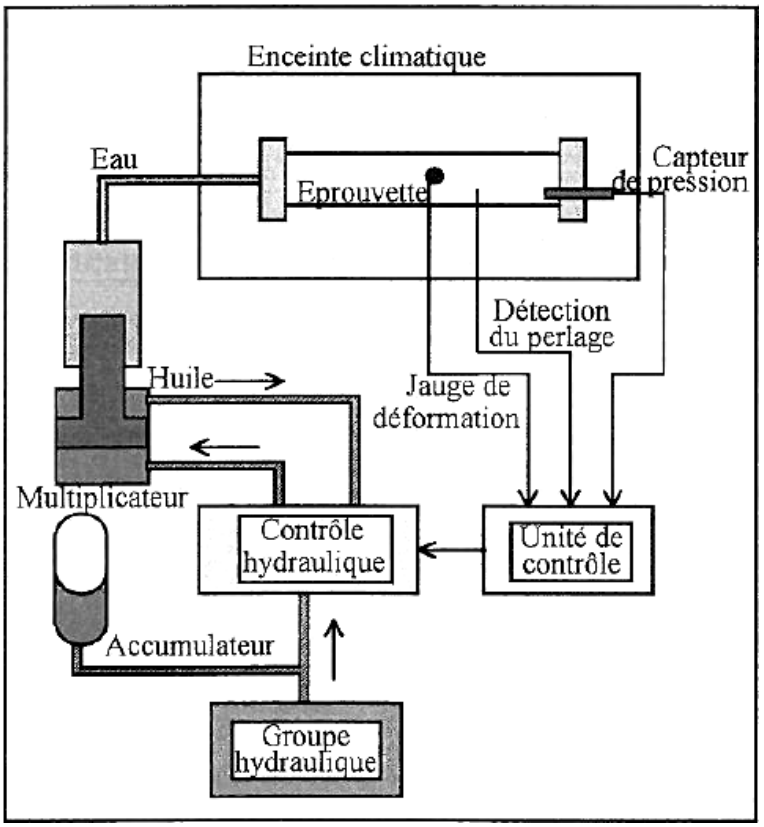


Figure IV.21. Banc d'essai de test hydraulique

Dans le chapitre précédent, nous avons démontré que la viscoélasticité des parois amortit les surpressions, et que la pression atteint son maximum après une augmentation progressive. Pour cela, on s'intéresse à une étude quasi-statique. Notre choix de vitesse de chargement est fixé à 12, 30 et 60 bar/min.

Les différentes étapes de chargement du tube sont :

- Purger les éprouvettes par leur remplissage total en eau en position verticale afin d'éliminer l'air dans le tube.
- La mise sous pression de l'éprouvette avec une vitesse de chargement constante donnée.
- Monter en pression hydraulique interne jusqu'à l'éclatement, *Figure IV.22*.

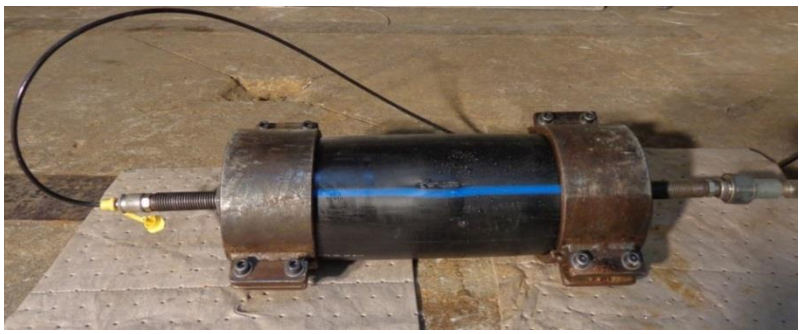


Figure IV.22. Montage d'essai d'éclatement, éprouvette après sa rupture

IV.3.3. Résultats et discussion.

La variation de la pression en fonction du volume d'eau ajoutée à l'intérieur du tube, avec une vitesse de chargement de 12 bar/min, est représentée dans la *Figure* ***IV.23*** . Nous remarquons que la variation de pression est la même pour les profondeurs d'entaille supérieure à 4 mm, correspondant au deux tiers de l'épaisseur. La faible dispersion observée est due au problème d'étanchéité, du positionnement des bouchons et du glissement des éléments de serrage menant à la faible variation de la zone utile. La déformation plastique, dans un tube avec un défaut à faible profondeur (a=2 mm), n'est pas localisée au fond d'entaille. Elle est observée sur une grande partie de l'éprouvette. Avec une éprouvette sans entaille, l'apparition d'une hernie caractérise la rupture ductile, *Figure* ***IV.24***.

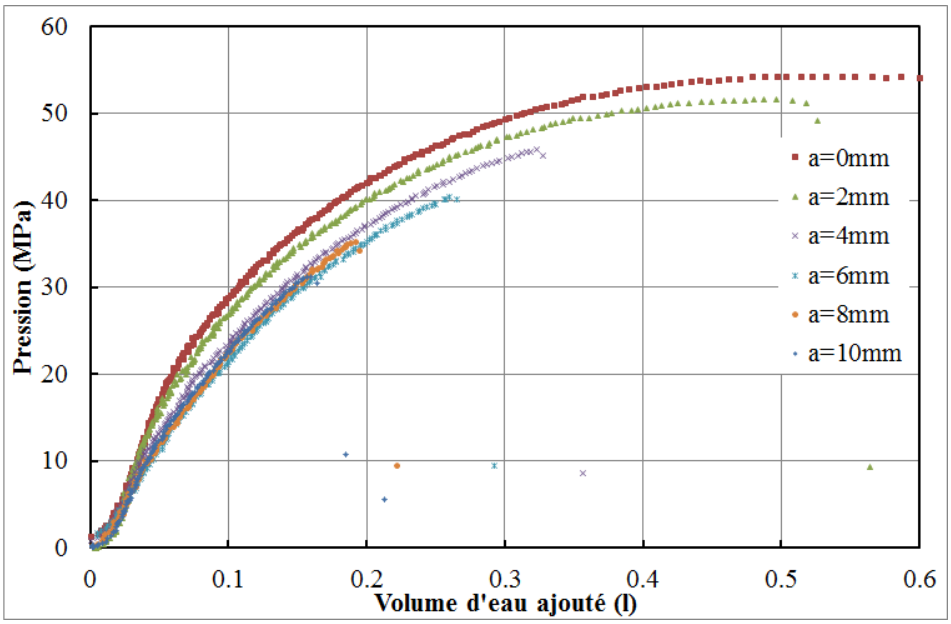


Figure IV.23. Variation de la pression en fonction du volume d'eau ajouté

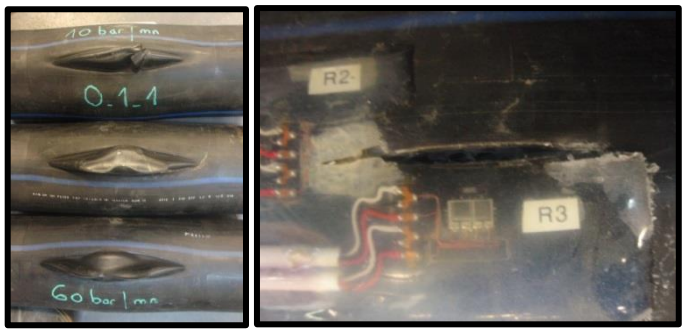


Figure IV.24. Eprouvettes éclatées : a) Tube sans entaille b) Tube instrumenté de Jauges (a=4mm)

Comme conséquence du comportement visco-élastoplastique de PE100, avec une vitesse de chargement plus élevée, moins de volume d'eau est injecté pour arriver à la même pression intérieure. Donc, le matériau augmente sa rigidité avec la montée de la vitesse de chargement, *Figure* ***IV.25***. Malgré cela, une faible variation sur la pression d'éclatement est observée.

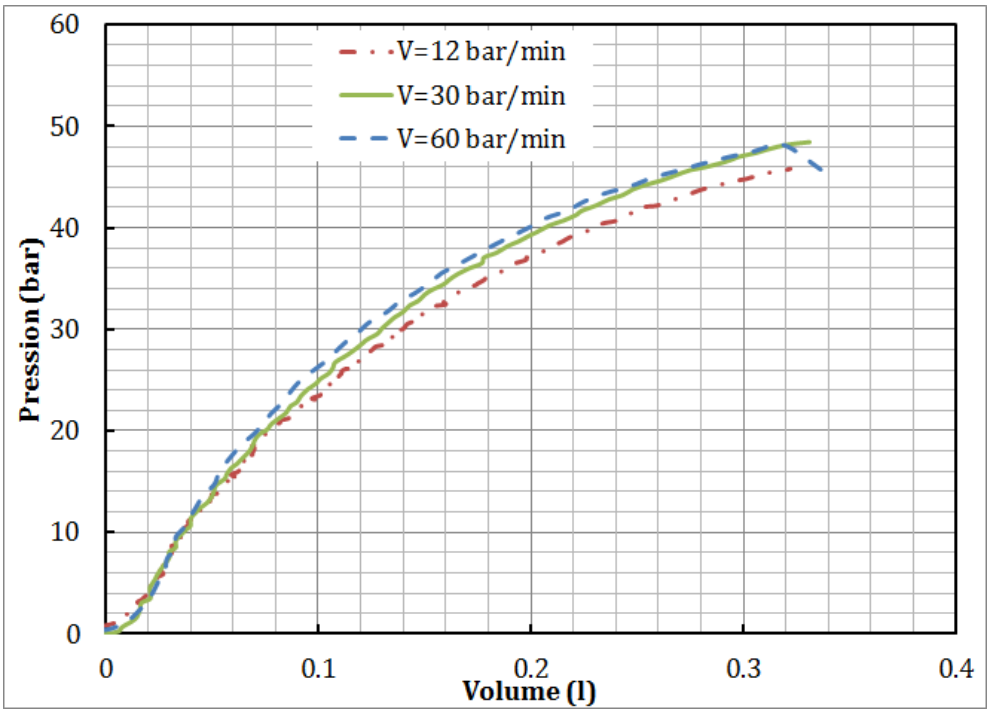


Figure IV.25. L'effet de la vitesse de chargement sur la variation de la pression

Pour un défaut de 6 mm de profondeur, la pression d'éclatement augmente avec la vitesse de chargement. Mais, à 4 et 8 mm de profondeur, on ne peut définir une loi entre la pression d'éclatement et la vitesse de chargement, *Tableau* ***IV.5***. Aussi, la variation globale observée entre les courbes est très faible. Par conséquent, nous concluons que la pression d'éclatement est faiblement influencée par la vitesse de chargement et que les perturbations de

la pression d'éclatement observées sont dues aux conditions expérimentales. En effet, le rôle de la déformation viscoplastique de PE100 se manifeste dans le cas de rupture en fluage où le facteur temps doit être pris en considération.

Dans le chapitre suivant et pour des raisons conservatrices, la vitesse de chargement de 12 mm/min sera utilisée pour analyser les conditions de rupture à l'aide d'une modélisation par éléments finis.

Tableau IV.5. Pression d'éclatement (bar) selon la profondeur d'entaille et la vitesse de chargement

	Profondeur d'entaille (mm)					
Vitesse de chargement (bar/min)	Sans entaille	a=2mm	a=4mm	a=6mm	a=8mm	a=10mm
12	54	51.6	45.8	40.3	35.2	31.1
30			48.4	40.5	35.9	
60	56.3		48.1	42.5	35.8	

➢ **<u>Résultats de mesure de déformation par les rosettes (tube instrumenté)</u>**

Les rosettes R2 et R3 sont collées à proximité de l'entaille, *Figure* ***IV.20***. R1 est collé à une distance de 100 mm du défaut. Les jauges R1-J1, R2-J1 et R3-J2 mesurent les déformations circonférentielles et les jauges R1-J2, R2-J2 et R3-J1 mesurent les déformations longitudinales. Les allures des déformations en fonction de la pression données par les rosettes R1 et R2 sont les mêmes, *Figure* ***IV.26***. Ceci est expliqué, d'une part, par le fait qu'elles soient collées sur le même plan de fissure. D'autre part, l'entaille est de faible épaisseur afin de minimiser la concentration de contraintes et la zone de confinement. Ainsi, le défaut se rapproche du concept de fissure et les déformations mesurées par R2 sont légèrement supérieures à celles mesurées par R1. Avec une conduite élastique soumise à faible pression interne, la déformation suit une loi linéaire avec le chargement. Ainsi, le rapport, Rε, entre la déformation circonférentielle et la déformation longitudinale est constant. Dans le cas de l'acier, le rapport Rε ne dépasse pas 4. Par contre, le polyéthylène est un matériau viscoélastique et la déformation est en retard par rapport au chargement appliqué. Pour cela, même à faible pression, la variation de la déformation donnée par la rosette R1 n'est pas linéaire et le rapport des déformations, Rε, augmente avec la pression, *Figure* ***IV.28***. Entre 9 et 12 bar, le rapport Rε se stabilise à 20 bar, puis il remonte de nouveau en valeur jusqu'à une pression de 22 bar, au voisinage de la pression de service admissible. Ensuite, le rapport de déformation Rε diminue avec la montée de pression jusqu'à la rupture de la

conduite. Ainsi, la baisse du rapport peut être une indication d'une plastification locale ou de l'endommagement du matériau.

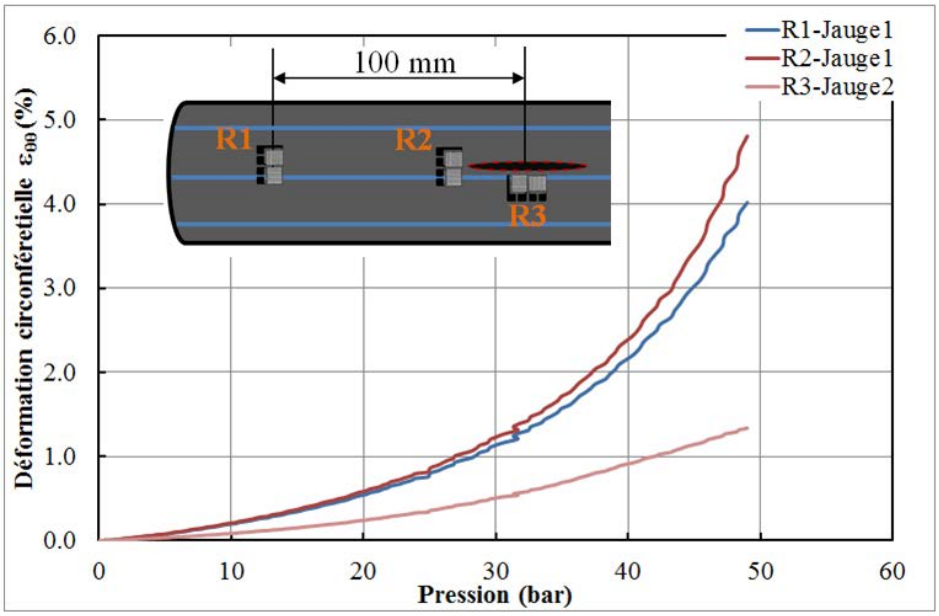


Figure IV.26. La variation de la déformation circonférentielle avec la pression

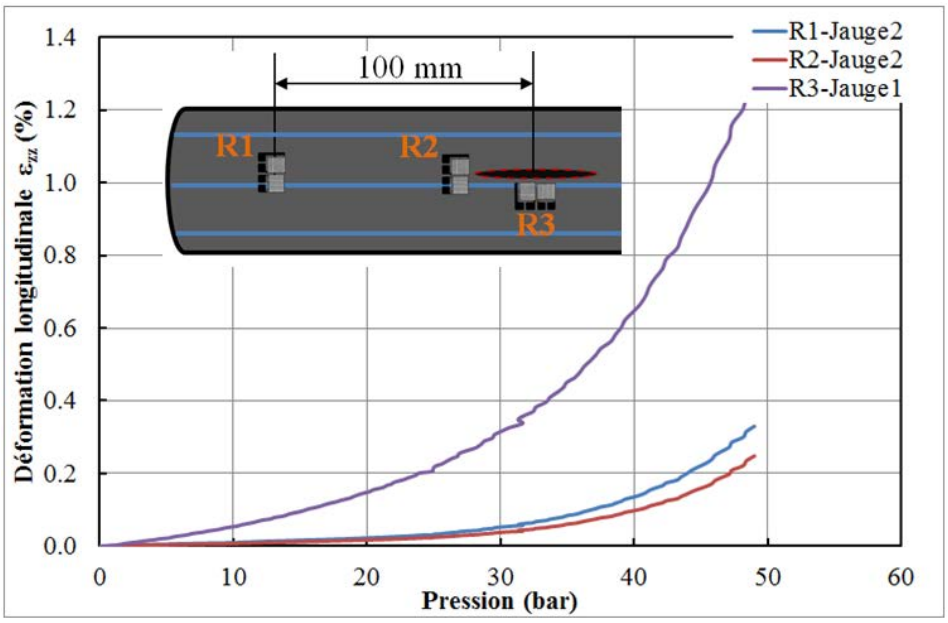


Figure IV.27. La variation de la déformation dans le sens longitudinal du tube avec la pression

Le même phénomène est observé avec la rosette R2, sauf que le rapport est plus élevé et atteint la valeur 35, parce que la déformation dans le sens longitudinal, au plan de fissure, est négligeable. Elle ne dépasse pas 0.05% à 20 bar de pression, *Figure IV.27*. Cependant, le rapport de déformation Rε donné par la rosette 3 ne dépasse pas 1.6. La rosette R3 est collée

dans la zone la plus proche de la base de l'entaille où la concentration de contraintes est faible. Ainsi, leur déformation circonférentielle est la plus faible. Mais vu l'effet de bord, la déformation dans le sens longitudinal est importante.

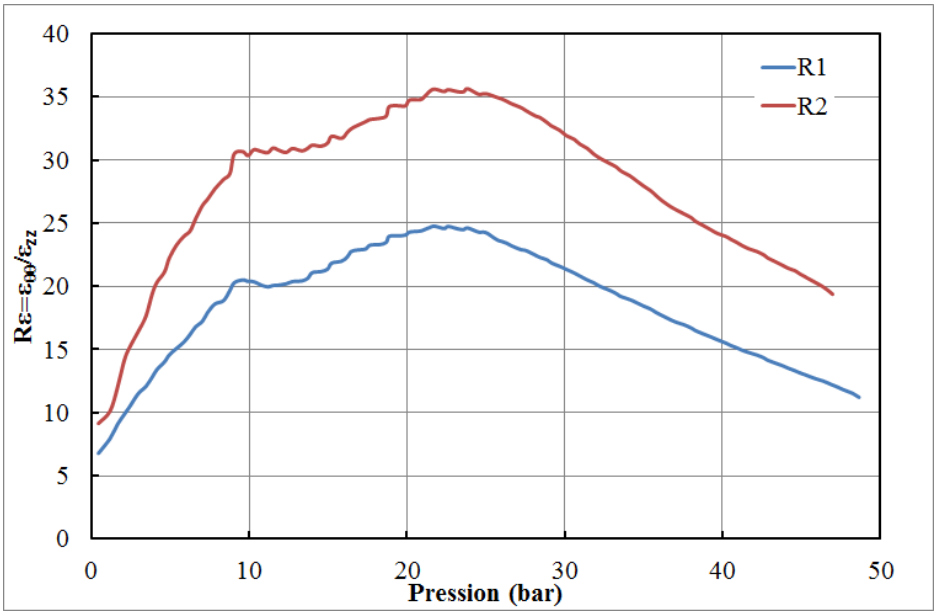


Figure IV.28. La variation du rapport de déformation avec la pression

IV.4. Conclusion

Dans la première partie de ce chapitre, le comportement uniaxial et circonférentiel de tube PE100 a été étudié à l'aide d'essais de traction simple et d'essais sur des anneaux (Nol ring test). Nous avons démontré que la rigidité du matériau augmente avec la vitesse de déformation. La résistance à la fissuration du matériau est évaluée par la théorie de la mécanique de la rupture élastique-plastique basée sur le concept de l'integrale-J. Une étude expérimentale sur des éprouvettes CT a été menée pour tracer la courbe J-R et déduire la valeur critique J_{IC} selon plusieurs approches. Nous avons constaté que la valeur de J_{IC} varie entre $J_{0.2}$=10.3 et $J_{IC\ (ASTM\ E813)}$=27.6 kJ /m².

Dans la deuxième partie, des essais d'éclatement sur des tubes en PE100 ont été réalisés afin de définir la pression d'éclatement selon la taille du défaut, entaille de faible épaisseur (0.5 mm). Nous avons constaté que la vitesse de chargement en pression, entre 12 et 60 bar /min, a une influence négligeable sur la pression d'éclatement. Une, parmi les éprouvettes éclatées, a été instrumentée de rosettes au voisinage et loin d'un défaut de 4 mm. L'objectif a été de suivre la déformation circonférentielle et longitudinale durant l'essai d'éclatement. Nous avons constaté que la déformation longitudinale est négligeable devant la déformation

circonférentielle sur le plan de fissure. Par contre, sur le plan perpendiculaire et à proximité de l'entaille, la paroi subit une grande déformation longitudinale qui se traduit par la formation d'une « hernie ».

Chapitre V

Modélisation numérique : Analyse des conditions de rupture en se basant sur l'intégrale de contour J

Ce chapitre est constitué de deux parties. La première est la modélisation numérique des essais expérimentaux réalisés précédemment au chapitre IV : chargement en traction sur des anneaux entaillés et en pression interne sur des tubes en présence d'un défaut superficiel. Ainsi, dans le but de valider le modèle numérique, une étude comparative est effectuée entre les résultats expérimentaux et numériques. La deuxième partie est exploite les résultats d'une série de modélisations numériques sur des conduites pré-fissurées, fissure semi-elliptique. L'objectif est d'étudier l'influence de la taille du défaut et de la dimension de la conduite sur la résistance à la fissuration.

V.1. Introduction

Plusieurs travaux ont traité les défauts dans les conduites métalliques en se basant sur la mécanique de la rupture et sur l'analyse limite. Les résultats obtenus ont été présentés sous forme de modèles analytiques. Ils ont permis d'établir des codes de calculs utilisés pour l'étude et l'évaluation de la nocivité d'un défaut dans une conduite sous pression. Par contre, peu d'études ont analysé les conditions de rupture d'une conduite en PE100, en se basant sur à un modèle semi-empirique. Ceci est dû à plusieurs raisons. D'une part, le comportement viscoélasto-plastique du PE100 et sa sensibilité à la vitesse de déformation et à la température rendent difficile l'établissement d'un tel modèle. D'autre part, les conduites en PE100 sont surdimensionnées afin de garantir 50 ans de fonctionnement. Les problèmes proviennent de la surpression sont rares devant les risques de rupture en fluage à long terme. Ajoutant à cela que le comportement viscoélastique amortit rapidement les surpressions générées pendant l'écoulement transitoire. Par conséquent, les recherches sont plutôt orientées vers l'étude des effets de vieillissement et de dégradation chimique sur la durée de vie d'une conduite. Cependant, la présence d'un défaut a un effet sur la pression ultime de la conduite. Dans cette étude, une nouvelle méthode est proposée pour évaluer la nocivité de la présence d'un défaut superficiel longitudinal dans la paroi d'une conduite en PE100. Pour ce faire, une série de modélisations numériques des conduites en présence d'un défaut, de type fissure semi-elliptique, a été effectuée sur ABAQUS. Ceci permet de déterminer les variations des contraintes et de l'intégrale J au fond de la fissure utilisées pour trouver une relation liant la pression d'amorçage de fissure, la taille du défaut (fissure semi-elliptique) et la géométrie de la conduite.

V.2. Modélisations des essais expérimentaux et études comparatives

A la fin de cette partie, nous définissons la pression menant à l'amorçage de fissure à l'aide d'un outil de calcul numérique par éléments finis, ABAQUS. L'intégrale J, un concept élasto-plastique implanté dans Abaqus, est utilisée pour étudier la résistance à la fissuration d'un tube pré-fissuré. Pour atteindre cet objectif, des essais de traction sur anneaux et des essais d'éclatement sont modélisés par éléments finis. Ainsi, une étude comparative est effectuée entre les résultats expérimentaux et numériques afin de valider la façon et la démarche de modélisation. Vu notre peu d'intérêt à l'étude de la propagation de la fissure après amorçage et afin de simplifier notre analyse, le modèle simplifié n'utilise pas un critère

d'endommagement du matériau. Dans cette modélisation, le matériau est considéré homogène isotrope et le calcul est effectué sur Abaqus-standard (implicite).

V.2.1. Chargement en traction des Anneaux en PE100

V.2.1.1. Géométrie, chargement et conditions aux limites

Dans cette partie, la modélisation et la simulation en 3D de l'essai de traction des anneaux, Nol ring, sont effectuées. L'éprouvette, anneau, est symétrique par rapport au trois plans principaux (X, Y), (X, Z) et (Y, Z). Ainsi, le 1/8 de l'anneau est simulé et les trois conditions aux limites de symétrie ont été imposées, *Figure V.1*.

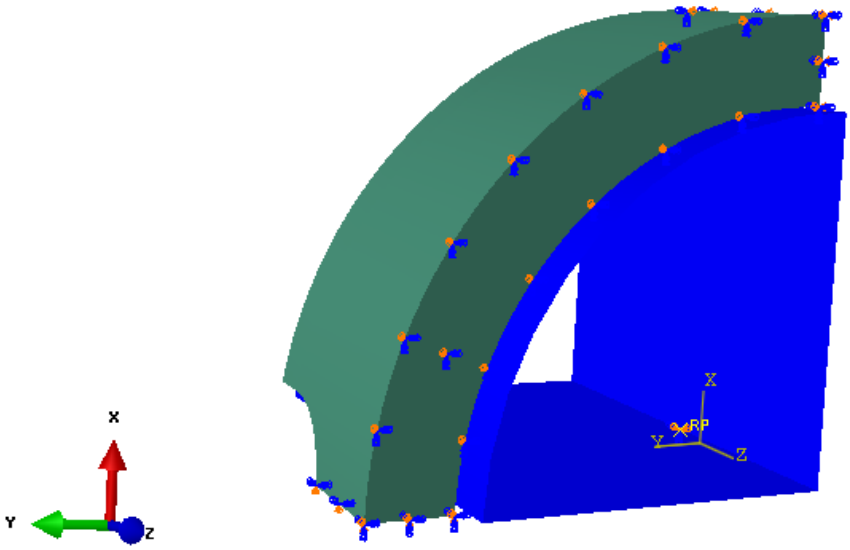


Figure V.1. Conditions aux limites de symétries appliquées sur le 1/8 de l'anneau

La partie supérieure du demi-cylindre, dispositif de traction, est représentée par un corps rigides. Le contact est assuré à l'interface entre la surface rigide et le PEHD, avec un coefficient de frottement de 0,2 [130].

Le déplacement imposé sur le corps rigide, suivant la direction X, dépend de la vitesse de la traverse appliquée durant l'essai de traction.

V.2.1.2. Maillage

Les éléments utilisés dans le maillage du modèle sont de type hexaédrique quadratique C3D20R. Le maillage est raffiné au voisinage d'entaille, zone la plus sollicitée, *Figure V.2*. L'intégration réduite est effectuée dans les calculs. Par conséquent, la charge calculatoire est

allégée et la réponse des éléments est assouplie. Aussi, l'option non linéaire géométrique est activée, vue la présence de grandes déformations non linéaires.

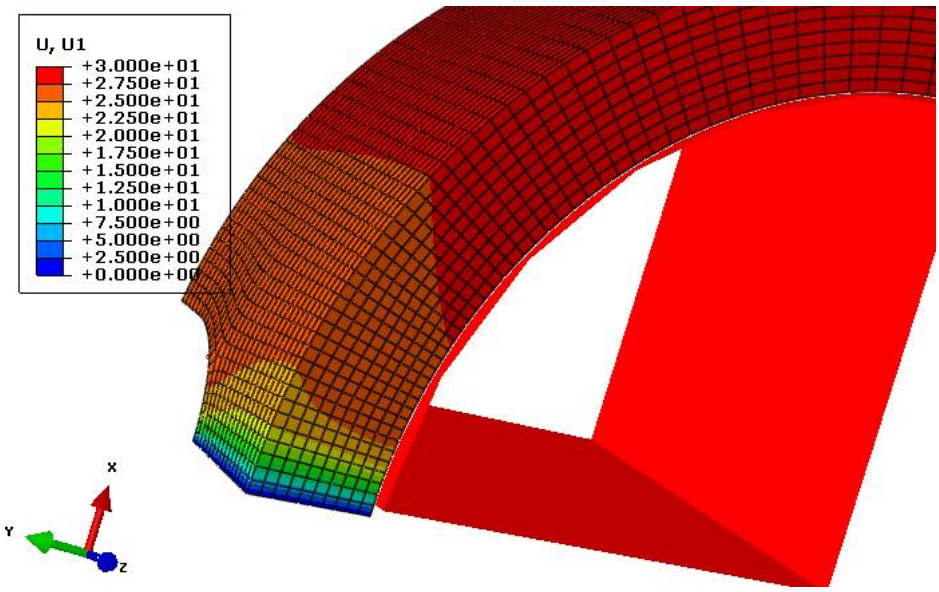


Figure V.2. Maillage 3D appliquée sur la géométrie de l'anneau (U1 : déplacement selon l'axe X)

V.2.1.3. Données du matériau :

Comme le PEHD est un matériau sensible à la vitesse de déformation, le modèle EF tient compte de la variation de la vitesse de déformation en se basant sur les données expérimentales des essais de traction simple. Les données d'essais sont définies sous forme de tableau représentant les valeurs de contrainte vraie par rapport à la déformation plastique équivalente à différentes vitesses de déformation. La limite d'élasticité est définie à chaque vitesse de déformation. Ainsi, par interpolation des données de ce tableau, Abaqus définit la limite élastique et la déformation plastique pour telle vitesse de déformation.

Le PE100 est défini en tant que matériau isotrope élasto-plastique dépendant de la vitesse de déformation. Afin de minimiser l'erreur et de se rapprocher le plus possible de la configuration réelle, la méthode inverse est utilisée. L'idée est d'optimiser les paramètres du matériau en se basant sur les données expérimentales et numériques des essais de traction des anneaux et d'éclatement de tube instrumenté par des rosettes. Après traitement constitutif des valeurs vraies de la courbe de traction, la *Figure V.3* représente les courbes finales de la contrainte vraie en fonction de la déformation vraie. La zone de déformation élastique et viscoélastique linéaire est approchée par une déformation élastique. Par contre, la zone de déformation viscoélastique non linéaire est définie dans le tableau de plasticité.

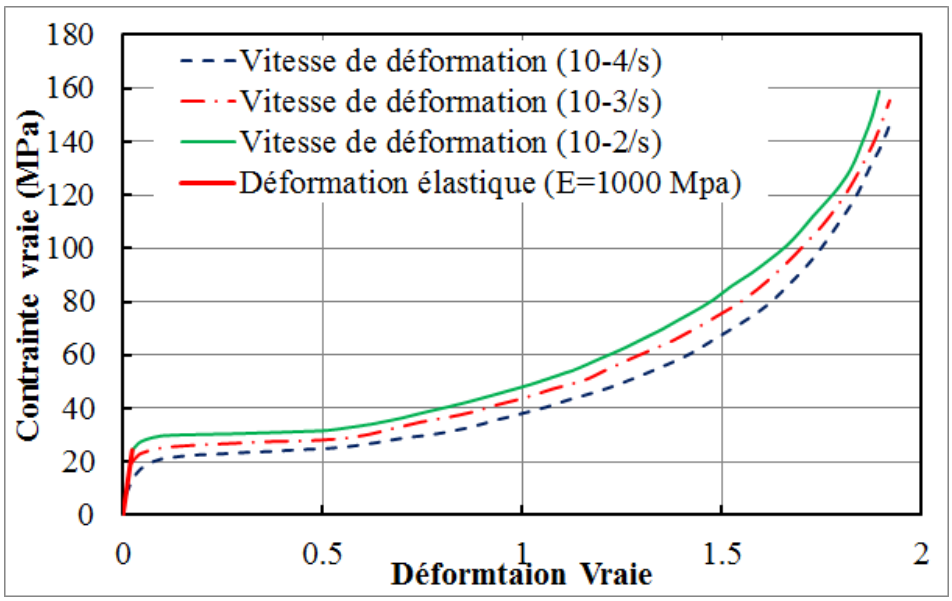


Figure V.3. Courbe de traction utilisée pour définir le matériau sur Abaqus

V.2.1.4. Résultats et discussions

Entre le diamètre extérieur du demi-disque et le diamètre intérieur de l'éprouvette existe un faible jeu. En raison du contact progressif entre les deux surfaces, une partie non linéaire est observée dans la courbe charge-déplacement au moment du commencement de l'essai, *Figure IV.5*.

Nous observons que toutes les courbes simulées sont en bon accord avec valeurs expérimentales, *Figure V.4*. À savoir que les effets de la vitesse de déplacement sont bien ajustés. Ainsi, les effets de la vitesse de la déformation sont comptabilisés par l'analyse EF. Vu que le critère d'endommagement n'est pas introduit dans le modèle et que le matériau est considéré homogène isotrope, les résultats numériques ne coïncident pas exactement avec l'expérimentaux en grande déformation [155] [156] [157].

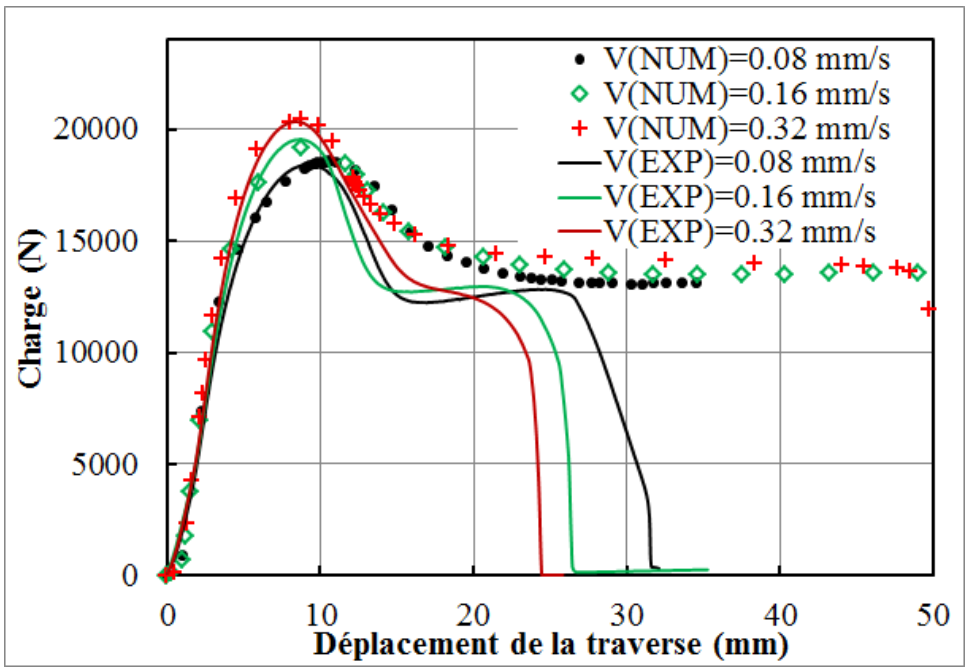


Figure V.4. Comparaison des données expérimentales et numériques de la courbe charge déplacement

V.2.2. Essais d'éclatement

Dans cette partie, les essais de chargement des tubes sous pression en PE100 sont modélisés en présence d'un défaut superficiel. Vu les moyens expérimentaux, nous avons trouvé des difficultés pour réaliser une fissure externe avec une forme bien définie. Pour cela, des entailles de faibles épaisseurs, 0.5 mm, sont usinées à l'aide de fraises disque pour se rapprocher le maximum de la configuration d'une fissure. Par contre, la conception d'une pré-fissure sur la surface de la conduite est réalisable par Abaqus. Ces deux configurations, éprouvette avec pré-fissure et éprouvette avec entaille à faible épaisseur, sont modélisées par éléments finis afin d'étudier leurs comportements à la fissuration et réaliser une étude comparative entre elles. Les profondeurs et les longueurs des défauts sont celles utilisées dans les essais d'éclatements, ***Figure IV.17***. Ceci nous permet de déterminer l'effet de la taille du défaut sur la résistance à la fissuration et, plus précisément, sur la pression conduisant à l'amorçage de la fissure dans la conduite en PE100. Rappelons que la longueur du défaut, c, n'est pas constante. Elle varie avec sa profondeur a, autrement dit, avec la pénétration de la fraise disque dans la paroi de la conduite, *Figure V.5*. Ainsi, il obéit à l'équation V.1.

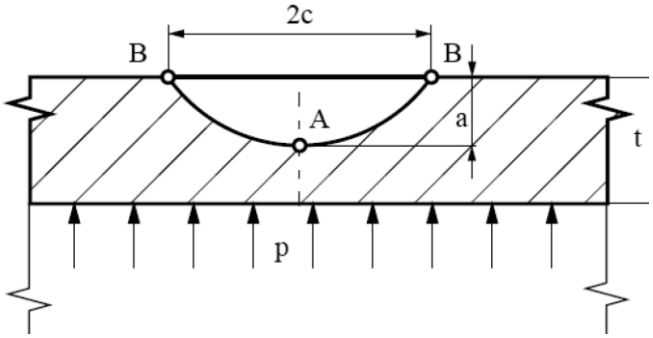


Figure V.5. Géométrie du défaut

$$c = \sqrt{a(d_e - a)} \qquad \textbf{V.1}$$

$d_e = 80mm$ est le diamètre de la fraise disque

V.2.2.1. Géométrie, conditions aux limites et chargement

Vu la symétrie de l'éprouvette et afin de réduire le temps de calcul, uniquement un quart de tube est modélisé, *Figure* ***V.6***. Ainsi, les conditions aux limites de symétrie sont appliquées dans le modèle. Le bouchon, assemblé à l'extrémité de la conduite, est modélisé par des éléments rigides d'épaisseur 20 mm. Le bouchon est libre de se déplacer dans la direction axiale de la conduite. L'éprouvette a été chargée avec une pression interne uniformément répartie sur toute la surface intérieure du modèle (tube + bouchons) avec une vitesse de chargement constante de 12 bar / min, *Figure* ***V.6***.

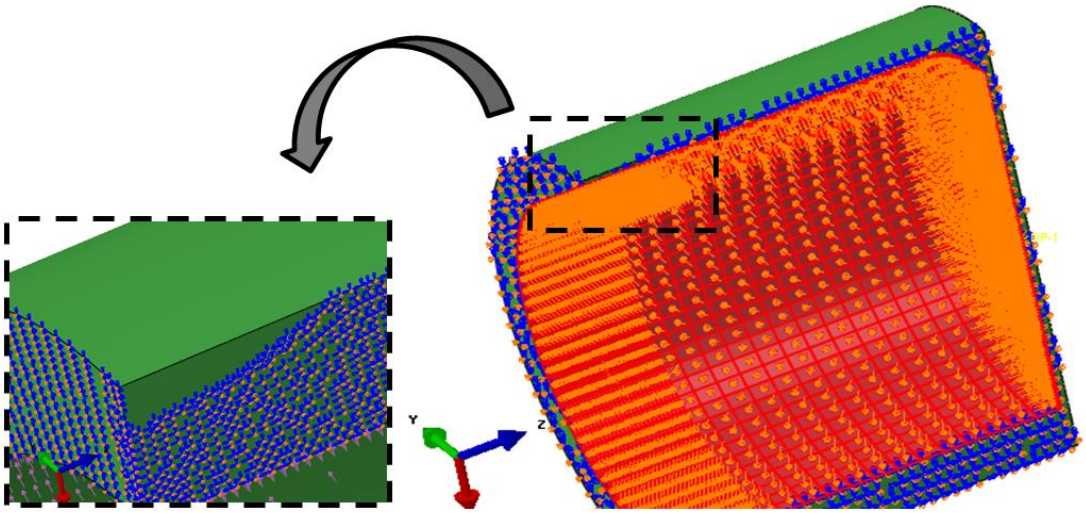


Figure V.6. Les conditions aux limites et le chargement de l' éprouvette (tube avec bouchons)

V.2.2.2. Introduire le matériau ; PE100

Vu que nous ne sommes pas concernés par l'étude de la propagation de fissure après l'amorçage, le critère d'endommagement du matériau n'est pas introduit dans le modèle.

L'effet de vitesse de déformation est pris en considération et le matériau est défini de la même manière que l'application précédente en se référant aux courbes contrainte-déformation, ***Figure V.3***. Le polyéthylène est un matériau ductile et la conduite subit une grande déformation durant l'essai. Ainsi, l'option NLGEOM_ABAQUS est activée afin d'inclure l'effet non linéaire géométrique en grands déplacements.

V.2.2.3. Maillage

L'étude numérique de l'amorçage de fissure dans un modèle 3D est connue pour être difficile à réaliser. Ceci pour des raisons liées à la méthode de maillage au voisinage du défaut.

Les matériaux thermoplastiques tels que les PE 100 ont un comportement visco-élastoplastiqe et un haut degré de ductilité. Pour ce type de matériaux, l'intégrale-J, parmi les concepts de la mécanique élastoplastique à la rupture, étudie le comportement à la fissuration (l'amorçage de fissure) avec une précision acceptable [12]. La mesure d'intégrale-J par le logiciel ABAQUS nécessite un maillage particulier au fond de fissure. Le maillage est suffisamment raffiné à proximité de la pointe de fissure pour bien définir la distribution de contrainte au fond du défaut. Plusieurs éléments entourant le fond du défaut (à la pointe de la fissure) ont été utilisés pour évaluer les intégrales de contour. Ces contours d'éléments fermés sont définis de manière récursive pour entourer tous les contours précédents. Le premier contour était la pointe de la fissure dans la configuration d'une conduite pré-fissurée. Par contre, avec une entaille, le premier contour est défini par le fond d'entaille causée par la pénétration de la fraise scie dans la paroi, *Figure V.7* et *Figure V.8*. La direction de l'extension virtuelle de la fissure est définie en spécifiant la normale au plan de la fissure.

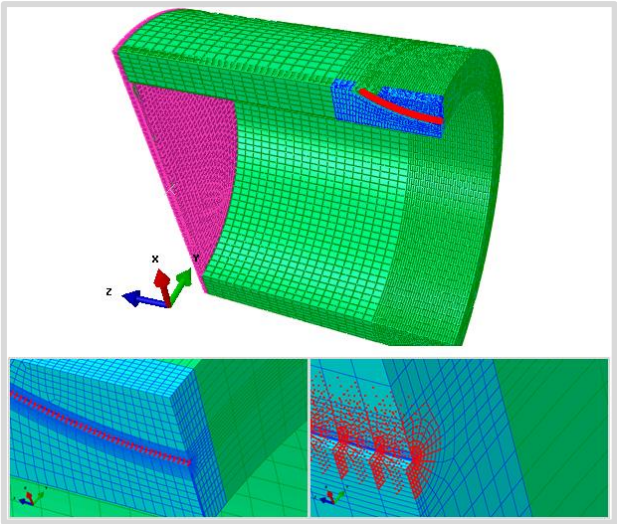


Figure V.7. Maillage 3D d'une éprouvette présentant un défaut: entaille

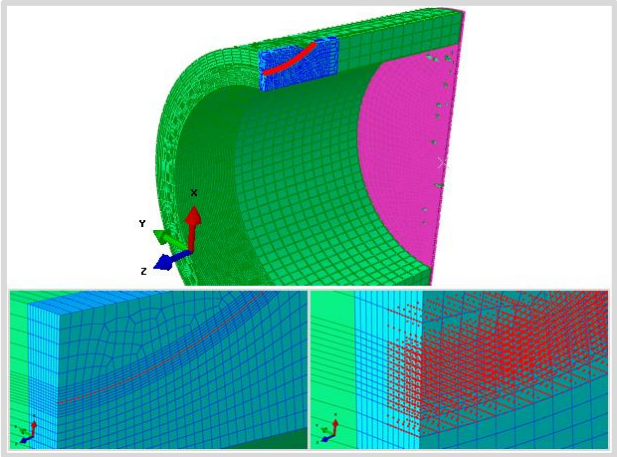


Figure V.8. Maillage 3D d'une éprouvette présentant un défaut: pré-fissure

Le maillage est effectué par des éléments hexaédriques quadratiques C3D20R à l'aide du logiciel Hypermesh. Le nombre de nœuds dans un modèle dépend de la taille du défaut. Il est compris entre 200.000 et 320.000 nœuds. L'intégration réduite a été appliquée. Ceci réduit considérablement le temps de calcul et les problèmes de verrouillage volumétrique rencontrés lors de la mise en œuvre numérique des éléments.

V.2.2.4. Résultats de simulations numériques

Nous avons étudié l'évolution de l'intégrale J des différents contours dans le plan normal à la pointe de la fissure, pour les deux configurations : tube pré-fissuré et tube entaillé, *Figure* ***V.9***. Les résultats convergent vers des valeurs de saturation à partir du 14ème contour. Cette convergence prouve qu'un bon maillage a été adopté. Néanmoins, dans les tubes avec entaille de profondeur 8 et 10mm, l'intégrale J converge à partir du 14ème contour à faible

chargement. Par contre, à grand chargement, l'intégrale J dépend légèrement du contour d'intégration. Cette dépendance provient du fait que la zone plastique est bien étendue sur le domaine d'intégration, *Figure V.10*. Dans ce cas, La valeur de J est évaluée sur le contour le plus éloigné de la pointe de la fissure. L'énergie de dissipation par déformation plastique doit toujours être positive. Ainsi les valeurs calculées de J augmentent de façon monotone avec la taille du domaine d'évolution. Par conséquent, la valeur la plus élevée de J, calculée pour chaque contour pour une pression donnée, est la meilleure approximation de la valeur de convergence dans un champ d'évaluation lointain de la fissure, [54].

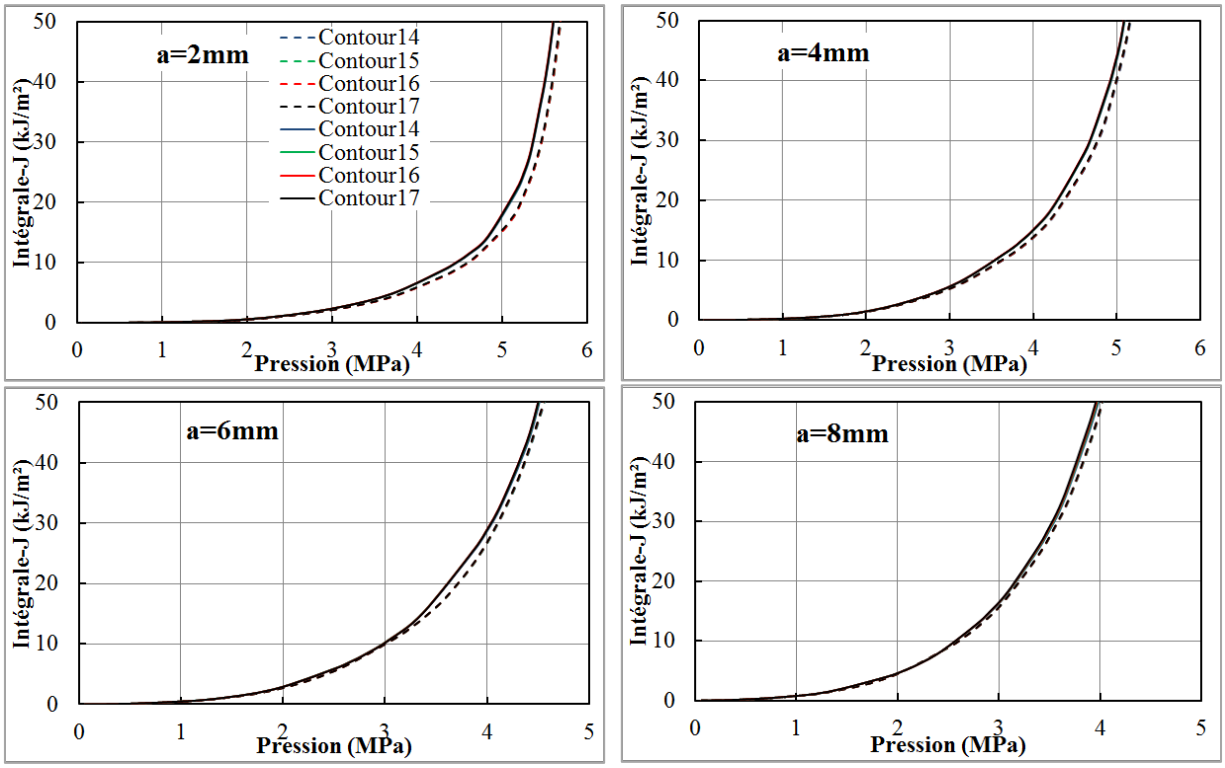
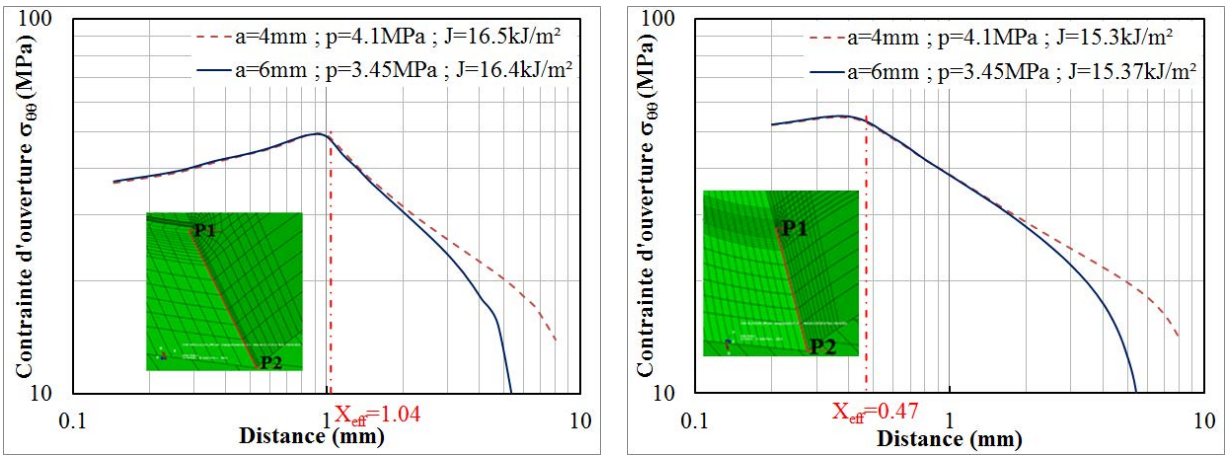


Figure V.9. Variation de l' intégrale de contour J avec la pression interne (a=profondeur de défaut, ligne interrompue: tube pré-fissuré, ligne continue: tube présentant une entaille)

Dans le cas d'une conduite entaillée, une zone plastique commence à apparaître et à s'étendre sur une distance, X_{eff}. Par contre, en présence d'une pré-fissure, la zone plastique apparaît plus tard et est confinée à la pointe de la fissure. Par conséquent, l'intégrale J, un paramètre décrivant l'état de la croissance de la fissure, est plus élevée dans la configuration d'une conduite entaillée, *Figure V.10*. Cependant, la concentration de contraintes est considérablement plus élevée à la pointe de la fissure dans le cas de la conduite pré-fissurée.



a) *Entaille* ***b)*** *Pré-fissure*

Figure V.10. Distribution de la contrainte d'ouverture le long du ligament (P1-P2)

Maintenant, il est possible d'observer l'évolution de la distribution de contraintes le long du ligament avec la variation de l'intégrale J. En se basant sur ces courbes, *Figure* ***V.11*** et *Figure* ***V.12***, il est possible de discuter et justifier le choix de la valeur critique de J. Nous constatons l'apparition d'une zone d'endommagement (durcissement à la pointe de fissure) lorsque la pression interne, p_a, atteint les valeurs représentées par le *Tableau* ***V.1***, selon le type du défaut. En dépassant ces pressions, la zone endommagée devient plus remarquable. Ainsi, pour des raisons conservatrices, la valeur de J correspondant à l'apparition de la zone d'endommagement sera considérée comme étant la valeur de la résistance à la fissuration J_{IC}. Il est clair que la valeur critique de J dépend de la profondeur du défaut. Si nous prenons le cas des tubes pré-fissurés, nous constatons qu'entre 4 et 8 mm de profondeur, la valeur critique de J ne dépend pas de la profondeur du défaut. Cependant, lorsque la taille du défaut est faible (a=2mm), la pression atteint une valeur excessive et génère une déformation plastique sur une région étendue du tube. Aussi, le gonflement du tube modifie les conditions de chargement au voisinage de défaut. Par conséquent la valeur de J_{IC} change. La même chose, se produit pour un défaut de profondeur importante (a=10mm), l'effet de bord perturbe aussi la valeur de la résistance à la fissuration, *Figure* ***V.13***.

Tableau V.1. Valeur de J_{IC} et de la pression d'amorçage de fissure, p_a, en fonction de la profondeur du défaut

	Profondeur du défaut a (mm)	2	4	6	8	10
Pré-fissure	Pression p_a (MPa)	4.7	4	3.34	2.89	2.45
	J_{IC} (kJ/m²)	11.1	13.9	14	13.9	12.2
Entaille	Pression p_a (MPa)	4.95	4.2	3.55	3.02	2.5
	J_{IC} (kJ/m²)	16.3	18.2	18.3	16.6	14.2

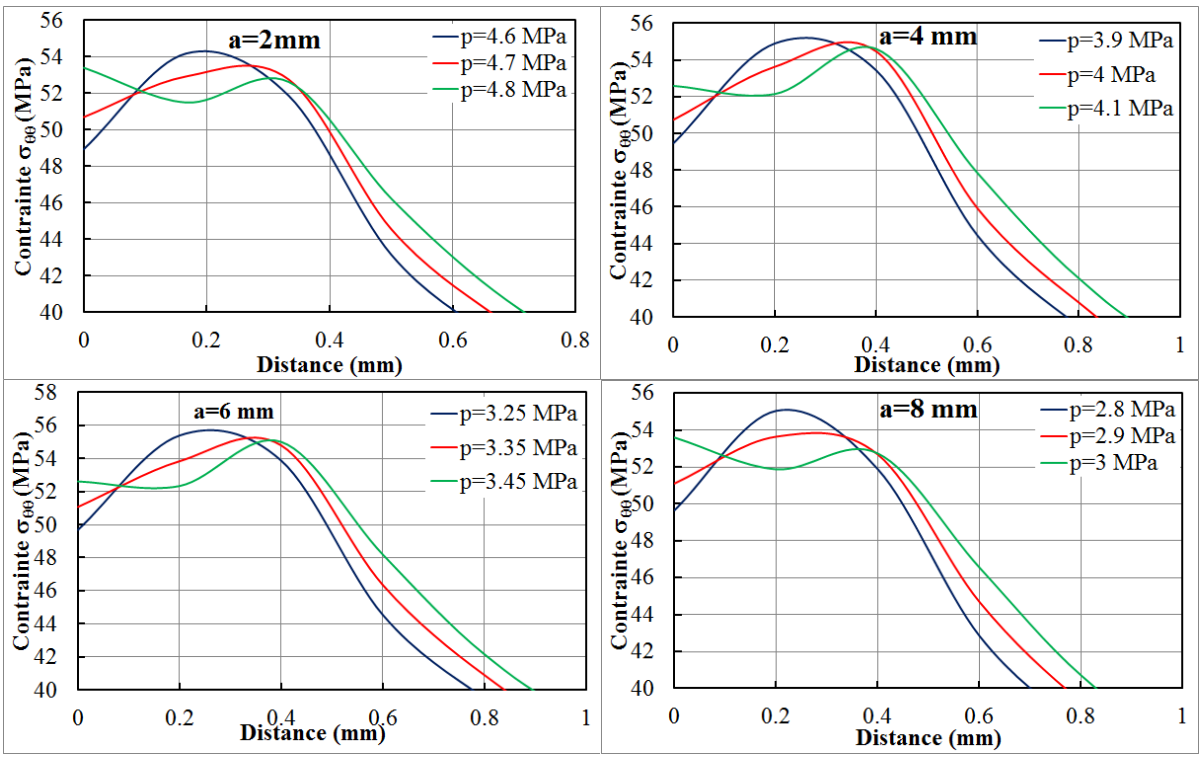


Figure V.11. Distribution de la contrainte circonférentielle ($\sigma_{\theta\theta}$) le long de ligament (au voisinage de la pointe de fissure ; défaut=pré-fissure)

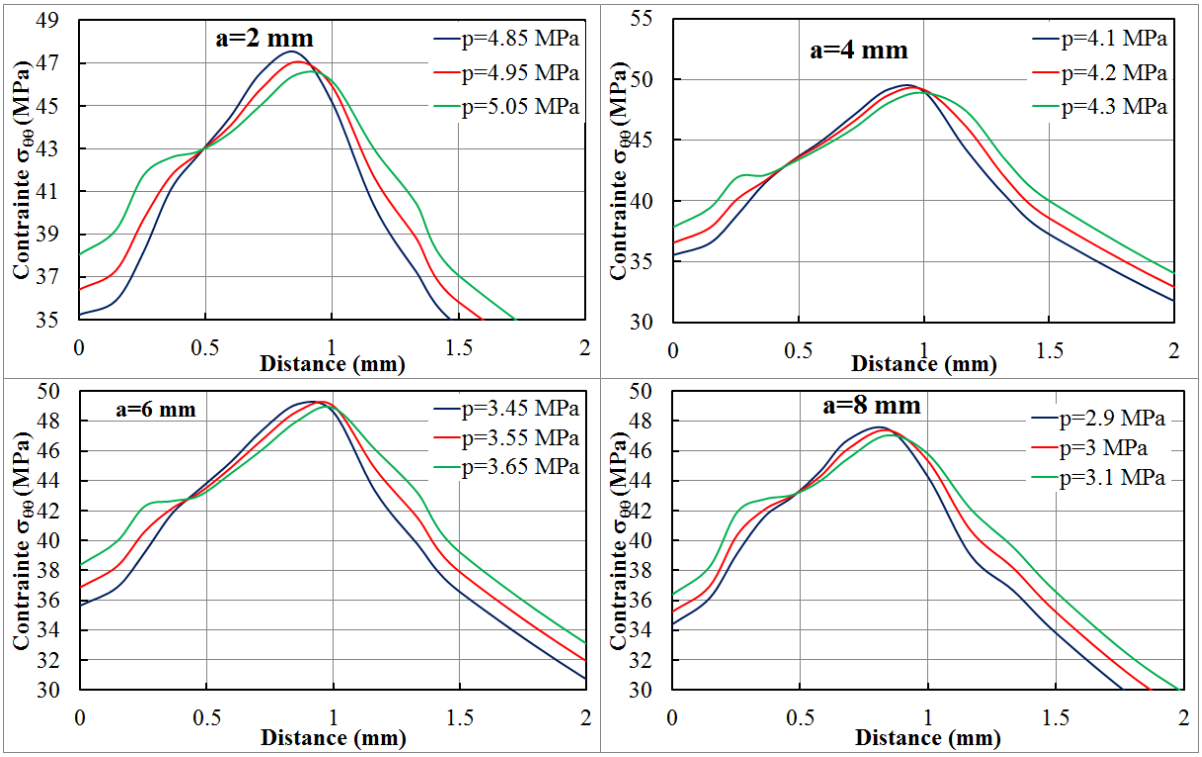


Figure V.12. Distribution de la contrainte circonférentielle ($\sigma_{\theta\theta}$) le long du ligament (au fond d'entaille; défaut=entaille)

La valeur de la résistance à la rupture critique J_{IC} détermine la pression interne conduisant à l'amorçage de la fissure. Les valeurs de ces pressions sont déduites de la ***Figure V.9*** et sont représentées dans la ***Figure V.13*** en fonction de la profondeur du défaut.

La concentration de contraintes est localisée à la pointe de fissure dans le cas d'une conduite pré-fissurée. Donc, c'est tout à fait logique que la pression d'amorçage de fissure et la valeur de J_{IC} soit plus importantes dans le cas d'une conduite entaillée. En comparant les deux configurations, l'effet d'entaille sur la résistance à la fissuration diminue avec la profondeur de défaut.

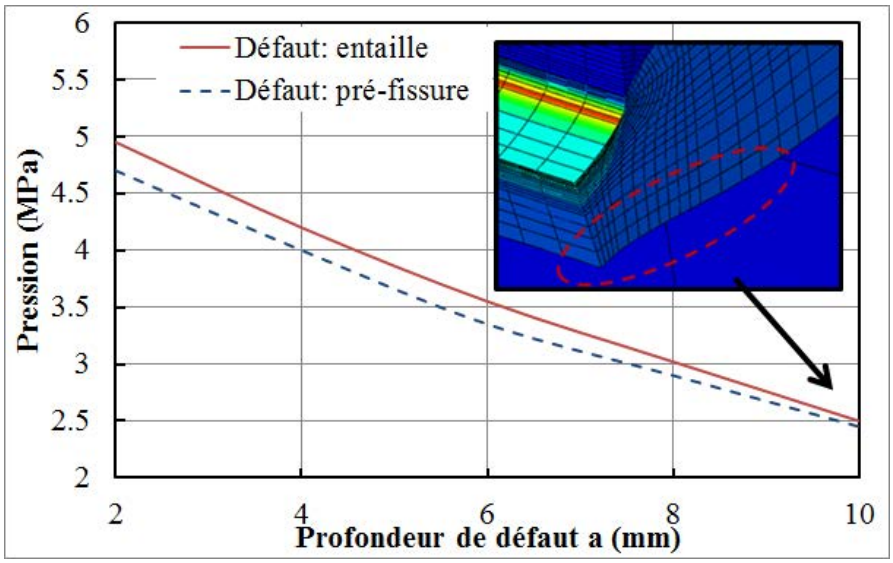


Figure V.13. Pression d'amorçage de fissure en fonction de la dimension de défaut

V.2.2.5. Comparaison des résultats expérimentaux

➢ ***Comparaison avec les données des rosettes (Tube instrumenté) :***

Comme on l'a vu dans le chapitre précédent, un essai d'éclatement a été réalisé sur un tube instrumenté par des rosettes dont deux sont collées à proximité de l'entaille, *Figure IV.20*. Rappelons que l'entaille est de profondeur 4 mm et que chaque rosette contient deux jauges afin de déterminer la déformation longitudinale et circonférentielle. Dans cette partie, une modélisation par éléments finis a été effectuée.

❖ Comparaison avec les mesures des rosettes R1 et R2 :

Les deux rosettes, R1 et R2 sont situées sur le plan de fissure. La rosette R1 est collée loin du défaut. Par contre, R2 est située à proximité du défaut. Elles mesurent :

- La déformation circonférentielle correspondant à la direction principale d'ouverture de la fissure
- La déformation longitudinale correspondant à la direction de l'extension de la fissure dans le sens longitudinal de tube.

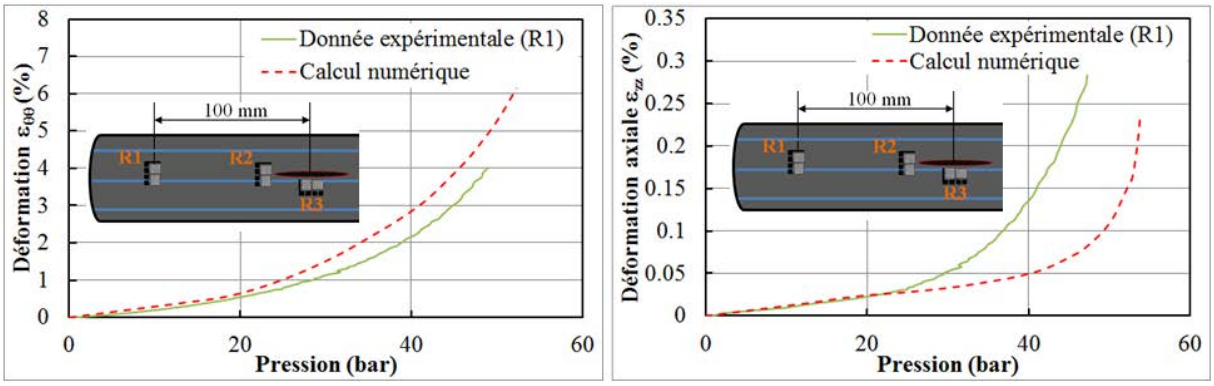


Figure V.14. Comparaison avec les données expérimentales de la rosette R1

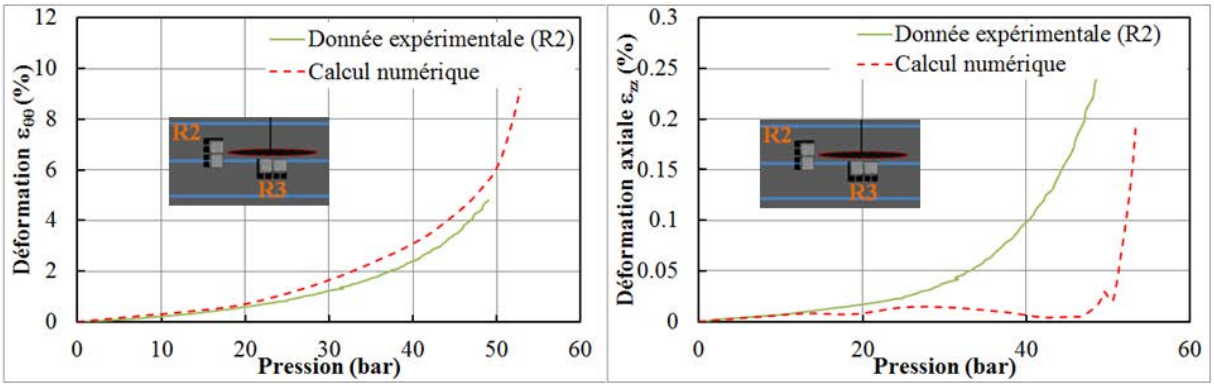
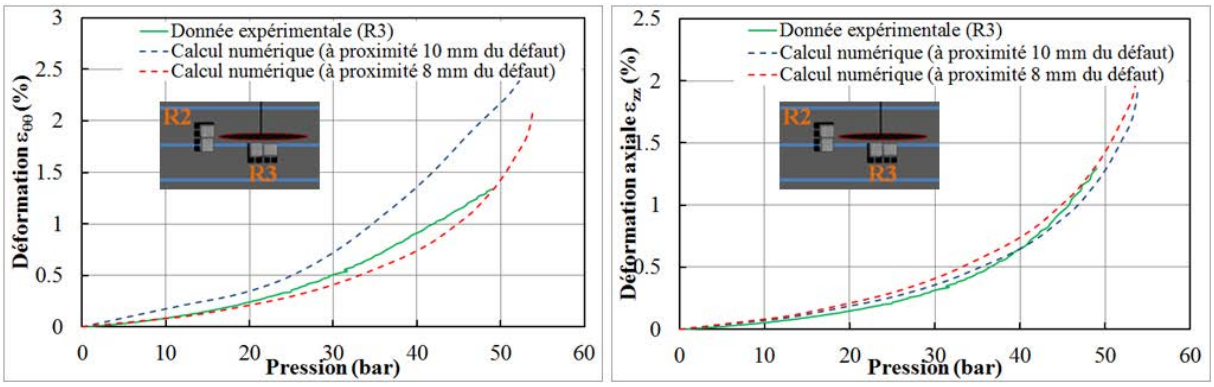


Figure V.15. Comparaison avec les données expérimentales de la rosette R2

Après calcul par ABAQUS, les déformations sont calculées à l'emplacement du collage des rosettes. Globalement, il y a un bon accord entre les déformations circonférentielles mesurées et calculées, *Figure* ***V.14*** et *Figure* ***V.15***. L'erreur observée à chargement élevé, plus de 20 bars, est due à l'absence d'un critère d'endommagement dans le modèle [157]. La déformation longitudinale calculée est très faible. Elle coïncide avec les valeurs mesurées expérimentalement à faible pression. Par contre, un grand décalage est observé à chargement élevé. Ceci est justifié pour deux raisons. La première est que le critère d'endommagement n'est pas introduit. La deuxième est que la déformation longitudinale maximale ne dépasse pas 0.3%. Le décalage maximal est de l'ordre de 0.2%, *Figure* ***V.14*** et *Figure* ***V.15***. A ces faibles taux de déformation, les erreurs des approximations numériques se manifestent.

❖ Comparaison avec les mesures de la rosette R3 :

La rosette R3 est collée à proximité du défaut dans le sens circonférentiel du tube, perpendiculaire à l'axe principal de l'entaille. Les déformations calculées par éléments finis sont comparées à celles mesurées. Nous observons, *Figure V.16*, la bonne corrélation entre les déformations longitudinales calculées et mesurées. Dans cet endroit la paroi de la conduite subit une forte déformation. Sachant que la dimension de la rosette est 10.7x11.9 mm, une faible erreur de positionnement. Le collage peut perturber les mesures de la déformation circonférentielle, *Figure V.16* (a).



a) Déformation circonférentielle $\varepsilon_{\theta\theta}$ b) Déformation longitudinale ε_{zz}

Figure V.16. Comparaison avec les données expérimentales de la rosette R3

➢ ***Comparaison avec la déformation globale de l'éprouvette :***

Les deux courbes expérimentales et numériques de la pression interne en fonction du volume d'eau ajouté à l'éprouvette, lors des essais d'éclatement, sont présentées dans la *Figure V.17*. Il y a un accord acceptable entre les allures des deux courbes. Les erreurs observées sont dues principalement à deux facteurs. D'une part, le PEHD est en fait un matériau visco-élastoplastique, tandis que, dans le modèle numérique, il est défini par un matériau élastoplastique. Ainsi, l'effet du paramètre viscosité n'est pas introduit. Sans oublier l'effet d'endommagement non introduit dans le modèle. Ceci mène à la surestimation des propriétés mécaniques du polyéthylène. D'autre part, le décalage entre les deux courbes peut être provoqué par des erreurs expérimentales de type fuite par exemple.

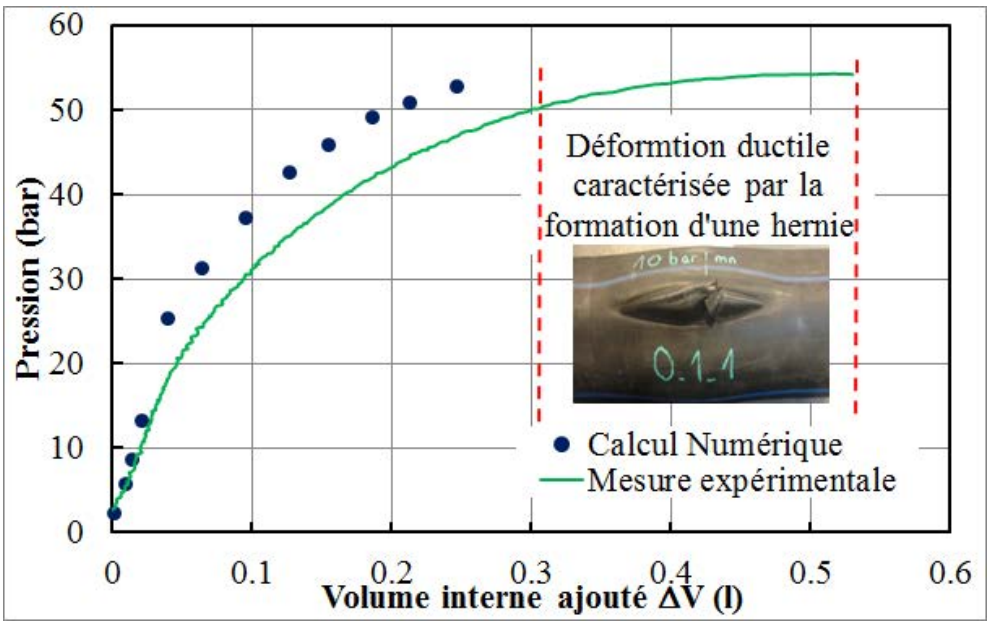


Figure V.17. Variation de la pression interne avec le volume d'eau ajouté de l'éprouvette, durant l'essai

➢ ***Comparaison avec les pressions d'éclatement :***

La pression d'éclatement déterminée expérimentalement et la pression d'amorçage de fissure déterminée par éléments finis sont représentées dans la *Figure* ***V.18***. En dépassant la pression d'amorçage, la région endommagée prend de l'ampleur au fil du temps, et la fissure se propage rapidement jusqu'à la rupture de la conduite.

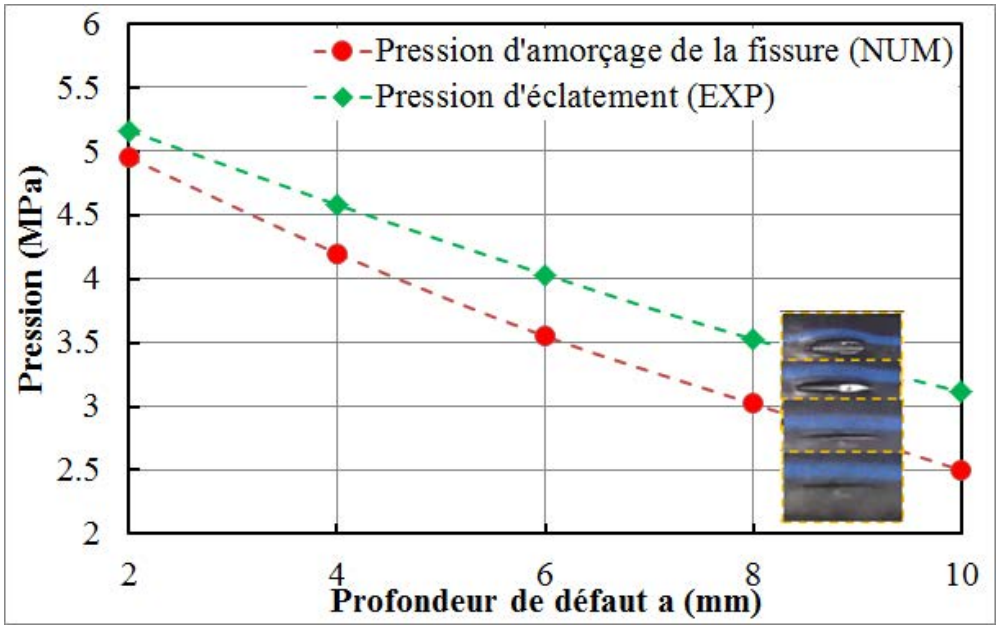


Figure V.18. Variation de la pression d'éclatement et d'amorçage de la fissure en fonction de la profondeur de l'entaille

En observant la ***Figure V.18*** , nous constatons que l'écart entre la pression d'amorçage de fissure et la pression d'éclatement, à 2mm de profondeur d'entaille, est la plus faible. A première vue, cela résultat paraît illogique vu que le reste du ligament ($t-a=10mm$) est le plus important. Le fait de penser que cette constatation est due uniquement à des erreurs expérimentales ou manques de précision numérique n'est pas tout à fait juste. Afin d'avoir la bonne explication, des mesures 3D optique de haute qualité des faciès de rupture ont été effectuées à l'aide d'un système de métrologie 3D « Alicona » et d'un logiciel d'analyse de surface « MountainsMap ».

Une forte déformation est observée au voisinage du défaut de 2mm de profondeur, *Figure* ***V.19***. De telle sorte que le reste du ligament, **A**, est réduit de 10 mm à 5.6 mm et l'épaisseur de la paroi, au voisinage du défaut, de 12 mm à 9 mm.

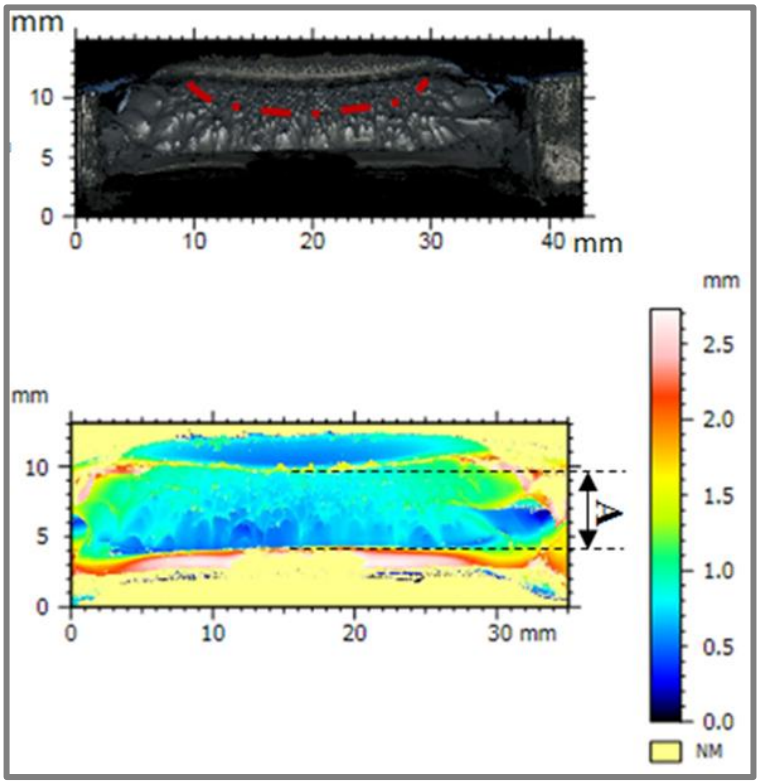


Figure V.19. Observation microscopique d'un faciès de rupture (a=2mm)

Les cupules observées caractérisent le mode de déchirure ductile. La ligne rouge, *Figure* ***V.19***, signale un changement rapide dans la taille des cupules, et sépare deux parties. La première est la zone d'amorçage et de propagation lente de fissure. La deuxième partie est la zone de propagation rapide ou instantanée de fissure. Pour un défaut de 2mm de profondeur, la première zone est très faible et les petites cupules sont concentrées juste au fond d'entaille. En effet, avant l'amorçage de fissure, la pression de chargement est très

élevée, 50bar, et le matériau subit une grande déformation plastique au voisinage du défaut. Ainsi, dès que la fissure s'amorce, elle se propage rapidement. Ce qui explique la formation de grosses cavités, *Figure V.21*. Par contre, dans le cas des défauts de 6 et 10 mm, la taille des cupules est petite sur une large partie du faciès de rupture. Elle augmente progressivement avant rupture, *Figure V.20*.

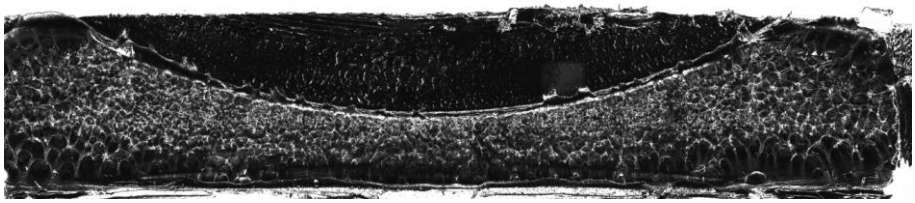


Figure V.20. Observation microscopique d'un faciès de rupture (a=6mm)

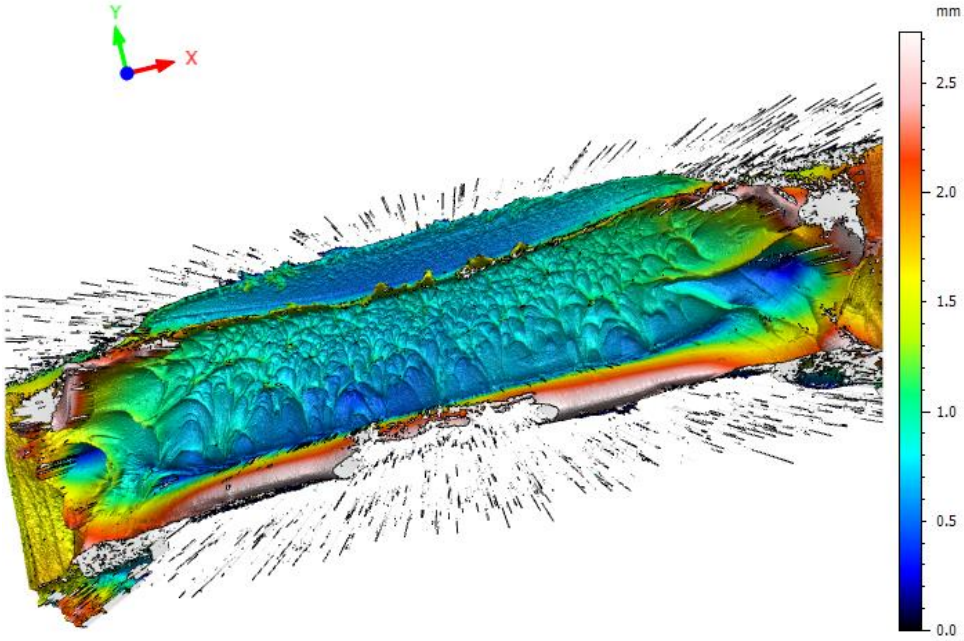


Figure V.21. Observation 3D d'un faciès de rupture (a=2mm) (Hauteur amplifié 20%)

La pression de service d'un tube en PE100 SDR 11, à une température de 20°C, est 16 bar. Dans le cas extrême et sans perturber la durée de vie, 50 ans de service, le tube peut transporter l'eau potable avec une pression de 20 bar. Le débit de service conseillé est de 8.2 l/s. Dans ces conditions, la surpression de coup de bélier ne dépasse pas, au pire des cas, 24.5 bar. Ainsi, dans un fonctionnement normal, le coup de bélier n'entraîne pas la rupture de la conduite en PE100 même en présence d'un défaut de faible dimension, a/t<1/3. Par contre pour un défaut de profondeur 10 mm, a/t=1/6, le risque de rupture immédiate est fort probable.

V.2.3. Essai de traction sur une éprouvette CT

La ténacité J_{IC} dépend de la géométrie du défaut, du type d'éprouvette et du mode de chargement. Dans le but de réaliser un modèle semi-empirique, nous avons besoin d'avoir une valeur de J_{IC} de base. Ainsi, nous pensons prendre comme référence la valeur $J_{IC\text{-}CT}$ donnée par les essais multiples de traction CT. Dans le chapitre précédent, nous avons expliqué la démarche expérimentale pour tracer la courbe J-R. Nous avons examiné et discuté la divergence des études sur la manière de déterminer la valeur critique à partir de la courbe J-R. Selon les différentes approches, nous constatons que la valeur de J_{IC} est comprise entre 10.3 et 27 kJ/mm². Afin de justifier notre choix final de $J_{IC\text{-}CT}$, une modélisation 3D de l'essai de traction sur éprouvette CT est effectuée.

V.2.3.1. Préparation du modèle

Nous avons suivi la même démarche que lors de la modélisation de l'essai d'éclatement. La géométrie de l'éprouvette est celle définie dans l'étude expérimentale, *Figure IV.9*. Nous avons imposé une condition à la limite de symétrie sur le plan de fissure (Y, Z), *Figure V.22*. Le dispositif de traction est représenté par un cylindre où le déplacement est imposé tout en respectant une vitesse de 10mm/min. Le PE100 est défini comme un matériau élasto-plastique dépendant de la vitesse de déformation. Le maillage est raffiné à la pointe de fissure afin d'observer avec précision l'évolution de la contrainte d'ouverture le long du ligament durant le chargement, *Figure V.22*. Les éléments du maillage sont de type hexaédrique quadratique C3D20R. L'intégration réduite et l'option de la géométrie non linéaire « NLGEOM » sont activées. La ligne et les flèches rouge dans la *Figure V.22* représentent l'arête de la fissure, le premier contour d'évaluation de l'intégrale J et le sens de sa propagation.

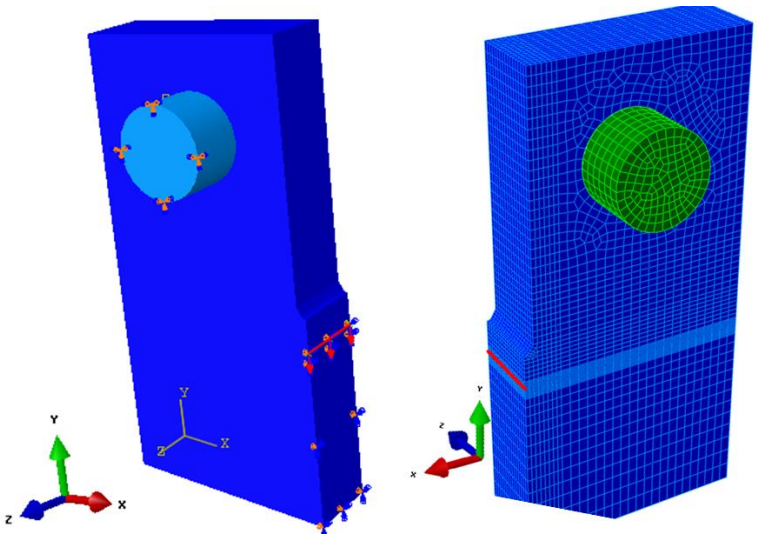


Figure V.22. Modélisation 3D de l'éprouvette CT

V.2.3.2. Résultats et discussions

La variation de chargement avec le déplacement imposé par la traverse est représentée dans la *Figure V.23*. Un bon accord est observé entre la donnée numérique et la mesure expérimentale. Expérimentalement, nous avons prouvé qu'à partir d'un déplacement de 6 mm, la fissure est déjà amorcée et sa propagation rapide a débuté. Vu que la propagation de fissure n'est pas modélisée et le critère d'endommagement n'est pas introduit, nous n'avons pas étudié l'évolution de la courbe de traction après 6 mm de déplacement.

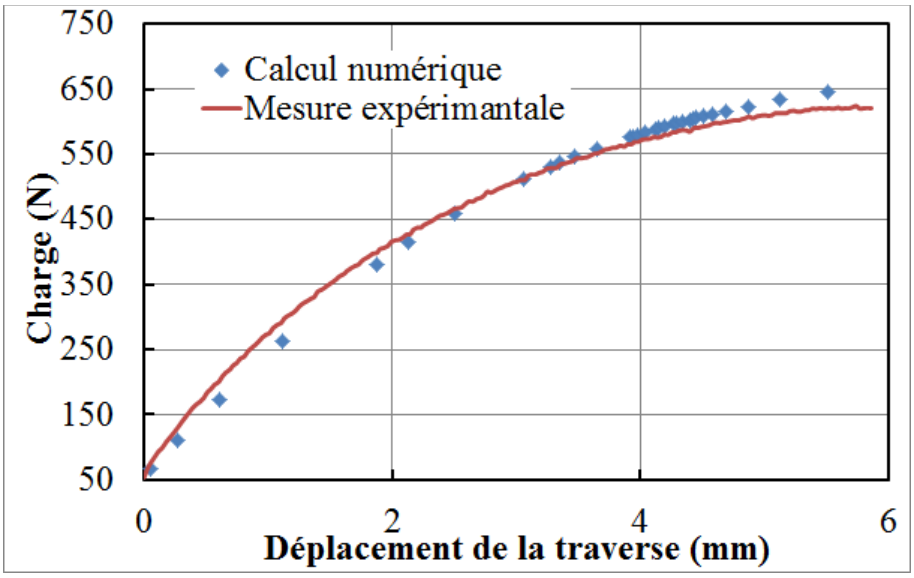


Figure V.23. Courbe charge-déplacement

L'évolution de l'intégrale J des différents contours dans le plan normal à la pointe de la fissure est représentée dans la *Figure V.24*. Les résultats convergent vers des valeurs de saturation à partir du 11ème contour. A proximité de 6mm de déplacement, nous avons déterminé expérimentalement la valeur de J_{max} égale à 39.8 kJ/mm². Par contre, numériquement, la valeur de J déduite de la courbe J-R, *Figure IV.13*, à 6mm de déplacement, est égale à 37.4 kJ/mm². Donc, la concordance entre les deux études est acceptable.

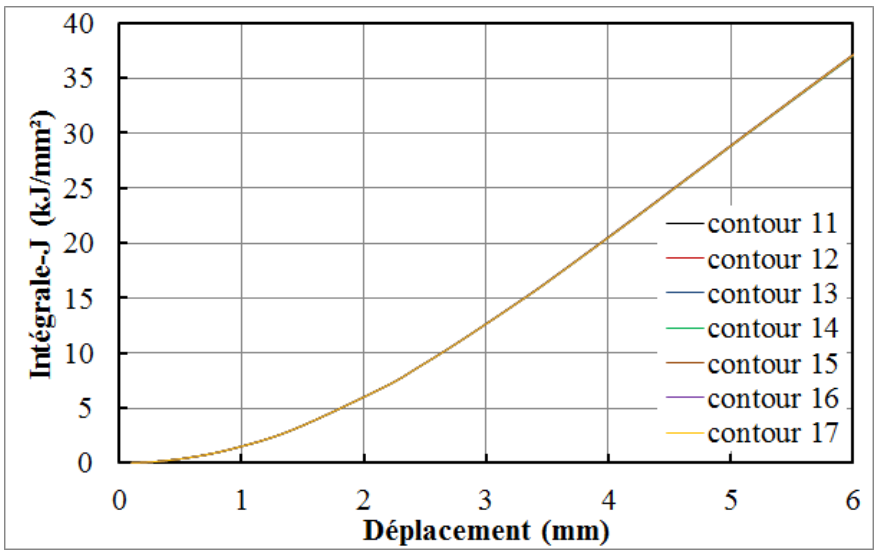


Figure V.24. Variation de l'intégrale de contour J avec le déplacement de la traverse

La *Figure* ***V.25*** représente l'évolution de la distribution de la contrainte d'ouverture avec le déplacement imposé. Il est clair qu'une zone de durcissement apparaît à la pointe de fissure à un déplacement de 3.08 mm. La valeur de J, 13.29 kJ/m², qui lui correspond sera considérée comme la valeur de J_{IC} minimale nécessaire pour amorcer une fissure. Ainsi, $J_{IC\text{-}CT}$ est définie comme étant la valeur de la valeur de la résistance à la fissuration de l'éprouvette CT. En projetant la valeur de $J_{IC\text{-}CT}$ sur la courbe J-R, *Figure* ***IV.13***, nous constatons que cette valeur correspond à la valeur de $J_{0.27}$ donnée pour un avancement de fissure Δa égale à 0.27 mm.

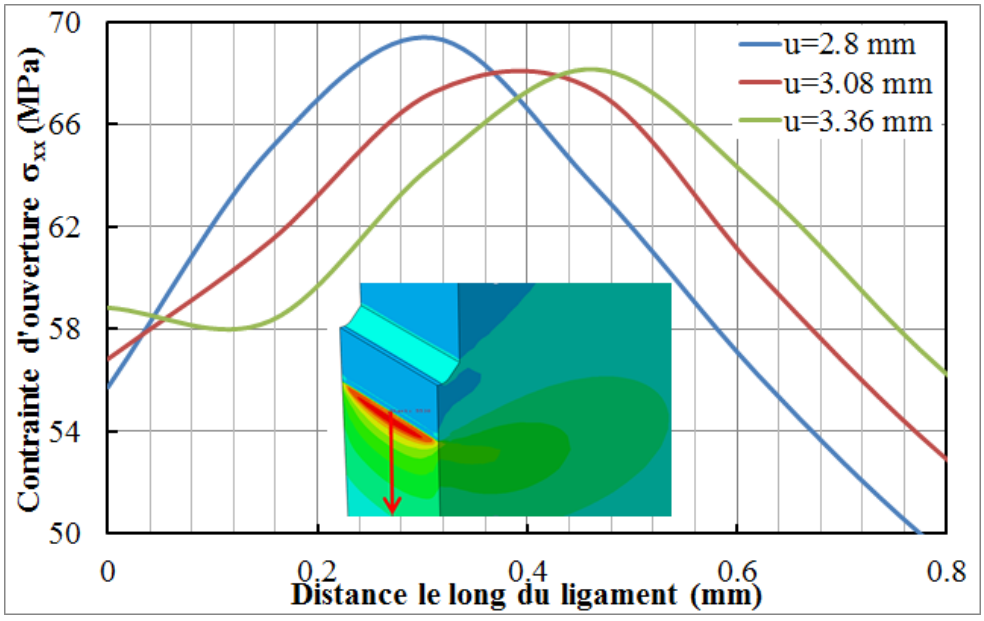


Figure V.25. Distribution de la contrainte d'ouverture (σ_{xx}) le long du ligament, u : déplacement de la traverse

V.3. Modèle semi-empirique : étude de la nocivité d'un défaut

Dans cette partie, nous évaluons la nocivité de la présence d'une fissure superficielle semi-elliptique dans la direction longitudinale d'une conduite en PE100, *Figure V.26*. La méthode est basée sur la détermination de l'intégrale-J à l'aide d'un modèle semi-empirique. Ainsi, la connaissance de la dimension critique de la fissure ou de la pression d'amorçage de fissure est basée sur la détermination de l'intégrale-J et sur la connaissance de la valeur de la résistance à la fissuration J_{IC}.

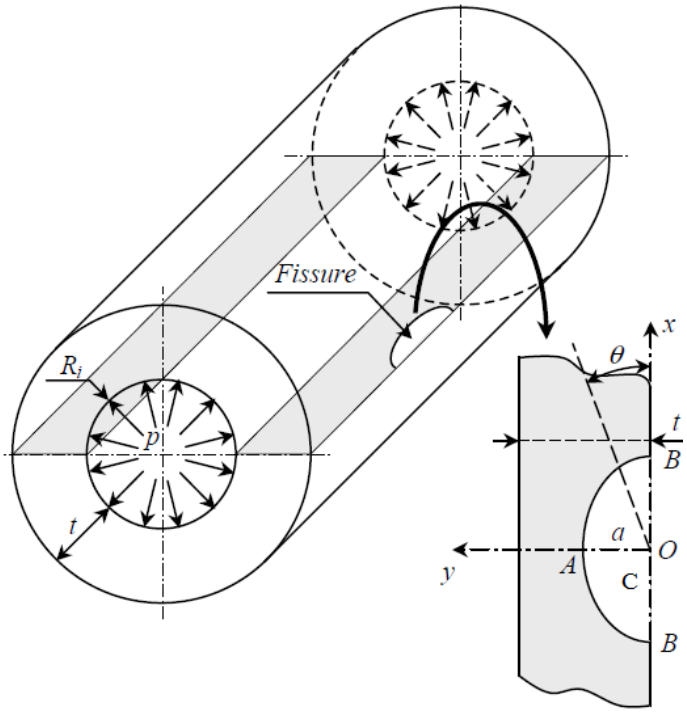


Figure V.26. Fissure semi-elliptique [158]

Le sens de propagation d'une fissure semi-elliptique est plutôt dans le sens de l'épaisseur que dans le sens de la surface externe de tube. Même pour une fissure semi-elliptique de longueur et de profondeur égales ($a/c=1$), la propagation est uniforme dès le début [158]. Pour cela, dans notre étude nous nous intéressons à évaluer l'intégrale-J au fond de fissure $\theta=\frac{\pi}{2}$, *Figure V.26*.

V.3.1. Formulation du modèle semi-empirique

La démarche théorique est semblable à celle de la méthode FC, [159] [160]. C'est une méthode appliquée pour les gazoducs à paroi mince fabriquée d'un matériau de haute ténacité

où les déformations plastiques prennent de l'ampleur avant que la fissure ne s'amorce [159]. La méthode FC, proposée par Addendum A16 [161], découle de la deuxième solution, $f_2(L_r)$, permettant de décrire l'état de transition entre le comportement parfaitement élastique et celui plastique d'un matériau. La fonction $f_2(L_r)$ est défini par la règle R6 (Milne et al.[162]) pour tracer la courbe d'évaluation des risques de rupture, [163] [160]. Cette fonction est donnée par la relation suivante :

$$f_2(L_r) = \left(\frac{E\varepsilon_{ref}}{L_r\sigma_0} + \frac{L_r^{\,3}\sigma_0}{2E\varepsilon_{ref}} \right)^{-1/2} \; ; \; L_r = \sigma_{ref} / \sigma_0 \qquad \textbf{V.2}$$

où E est le module d'Young, σ_0 est généralement considéré comme limite élastique [159], σ_{ref} est la contrainte nominale et ε_{ref} est la déformation nominale correspondant à la contrainte σ_{ref} .

Dans une conduite présentant une fissure superficielle longitudinale, semi-elliptique, σ_{ref} est la contrainte agissant dans le plan où la fissure se produit [160]. En se référant à la méthode R6 [17], elle est définie par l'équation V.3 :

$$\sigma = \sigma_{\phi,Hoop} \Big/ \left(1 - \frac{\pi ac}{2t(t+2c)} \right) \qquad \textbf{V.3}$$

où $\sigma_{\phi,Hoop}$ est la contrainte circonférentielle définie, dans le cas d'une conduite à paroi épaisse, par l'équation V.4.

$$\sigma_{\phi,Hoop} = F(SDR) \times p = \left(\frac{(SDR-2)}{2} + \frac{1+2/(SDR-2)}{2+2/(SDR-2)} \right) p \qquad \textbf{V.4}$$

où $SDR = \frac{D_e}{t}$ est le rapport entre le diamètre extérieur D_e et l'épaisseur t de la conduite.

En égalisant la fonction $f_2(L_r)$ avec la fonction $f_3(L_r) = (J/J_e)^{-1/2}$ [163] et en tenant compte de la description de la dépendance contrainte-déformation, dans la zone plastique, par la relation V.6 de Hollomon JH [164], l'intégrale-J peut être définie par l'équation V.5.

$$J = J_e \left[A + \frac{0.5\left(\sigma / \sigma_0\right)^2}{A} \right] \qquad \textbf{V.5}$$

$$\sigma = C\ \varepsilon^N \qquad \textbf{V.6}$$

où C et N sont des constantes liées au matériau.

où $A = C_1 \left(\frac{\sigma}{\sigma_0} \right)^{(1/N-1)}$, J_e est l'intégrale-J élastique, $C_1 = \frac{E}{\sigma_0} \left(\frac{\sigma_0}{C} \right)^{1/N}$ et σ déterminée par la relation V.6.

Vu que la relation V.6 de Hollomon [164] décrit le comportement plastique du PEHD sans tenir compte de l'effet de la vitesse de déformation au voisinage de l'entaille, la constante J_e est remplacée par une fonction de correction dépendant de la dimension de la fissure semi-elliptique, équation V.7.

$$J = M\left(\frac{a}{t}, \frac{c}{t} \right) \left[A + \frac{0.5\left(\sigma / \sigma_0\right)^2}{A} \right] \qquad \textbf{V.7}$$

V.3.2. Ajustement du modèle à l'aide de simulation par éléments finis

Dans l'intention de définir l'intégrale-J sous condition quasi statique, un modèle selon le schéma Statique/implicite a été développé. Nous avons suivi la même démarche utilisée auparavant dans la modélisation des essais d'éclatement pour déterminer l'intégrale-J au fond de fissure et la distribution de contrainte le long du reste du ligament, paragraphe V-2. Le seul changement est que le bouchon n'existait plus à l'extrémité du tube, *Figure V.27*. La longueur, L, du tube modélisé est suffisamment importante afin d'éviter l'effet de bord et toute perturbation dans les résultats, équation V.8 [163].

$$L > \sqrt{D_e t} \qquad \textbf{V.8}$$

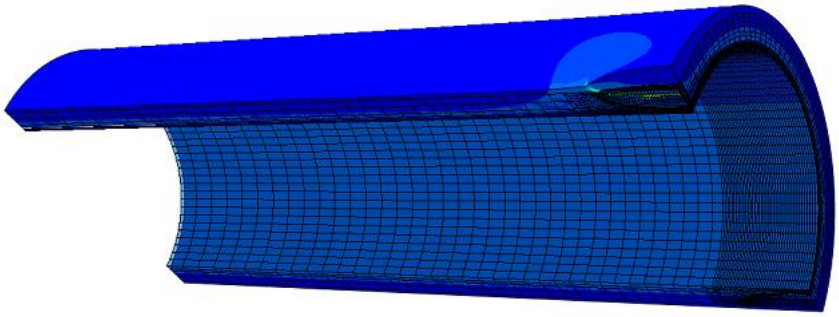


Figure V.27. Déformation d'un tube pré-fissuré après chargement en pression interne

L'ajustement du modèle est réalisé en trois étapes. D'abord, nous avons étudié l'effet de la dimension de la fissure semi-elliptique sur la courbe de l'intégrale-J. Ensuite, nous avons observé l'effet de la géométrie du tube en PE100 avec un rapport diamètre extérieure/épaisseur constante, SDR11. Enfin, nous avons fixé le diamètre extérieur, De=125mm, et étudié l'influence de la variation de l'épaisseur, autrement dit du SDR, sur l'intégrale-J et la valeur de la ténacité.

V.3.2.1. Ajustement avec la taille du défaut :

Dans cette partie, le tube PE100, de diamètre extérieur De=125 mm et d'épaisseur t=12 mm, est choisi comme une référence pour étudier l'effet de la taille de la fissure sur l'intégrale-J.

Dans un premier temps, nous avons choisi les mêmes tailles du défaut utilisé dans l'étude expérimentale et numérique des essais d'éclatement, *Tableau* ***V.2***. Les défauts sont de même longueur et profondeur mais de formes différentes. En effet, Cette fois nous nous intéressons à étudier une fissure de forme semi-elliptique au lieu de forme d'arc de cercle, *Figure* ***V.28***. Rappelons que le choix de défaut en forme d'arc dans les essais d'éclatement et dû à des difficultés de l'usinage d'une forme semi-elliptique.

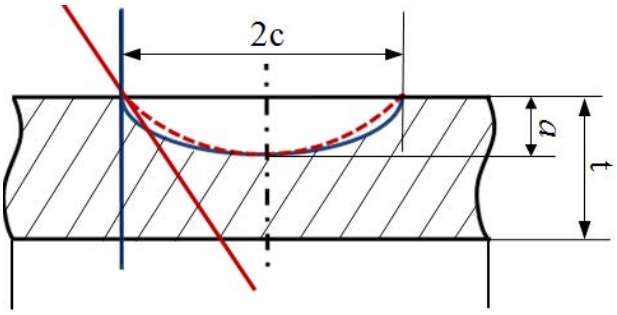


Figure V.28. Géométries d'une fissure semi-elliptique et en forme d'arc

Tableau V.2. Dimensions de la fissure semi-elliptique

a/t	1/6	1/3	1/2	2/3	5/6
c/t	1.04	1.45	2.08	1.96	1.58

C'est tout à fait logique que les valeurs de la courbe de l'intégrale-J dans le cas des fissures semi-elliptiques soient situées au-dessus de celle d'une fissure sous forme d'arc, *Figure* ***V.29***. En effet, l'aire d'une fissure semi-elliptique est plus importante. Ainsi, l'énergie nécessaire pour l'amorçage de la fissure est plus faible et le choix d'étudier une fissure semi-elliptique est plus conservateur. Le décalage entre les deux courbes diminue avec la taille du défaut parce que l'énergie de dissipation due à la déformation plastique est plus importante.

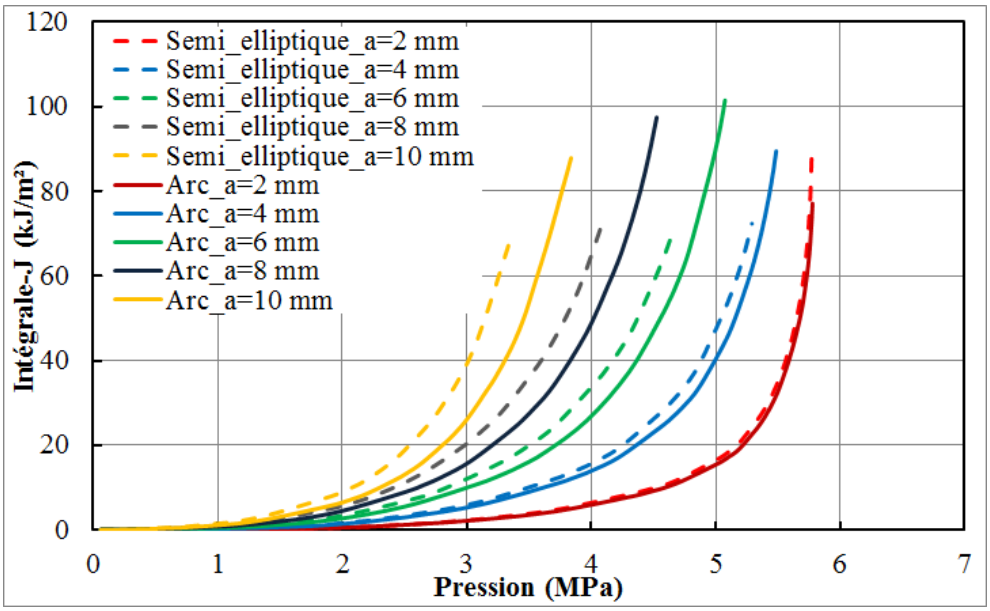


Figure V.29. Variation d'intégrale-J avec la pression (fissure sous forme d'arc et semi-elliptique)

Dans le but de définir la valeur de ténacité, nous avons observé la distribution de contrainte le long du ligament d'une fissure semi-elliptique afin de définir l'instant de l'apparition d'une zone d'endommagement (durcissement) à la pointe de fissure. Les valeurs de ténacité J_{IC} trouvées sont reportées dans le *Tableau* ***V.3***.

Tableau V.3. Valeurs de la ténacité, J_{IC} (kJ/m²), selon le type de fissure

a/t	1/6	1/3	1/2	2/3	5/6
J_{IC} (arc)	11.1	13.9	14	13.9	12.2
J_{IC} (semi-elliptique)	12.9	13.9	14.1	13.6	12.9

La valeur de la résistance à la fissuration J_{IC} est faiblement influencée par la taille de la fissure semi-elliptique. Ceci est expliqué par le fait que la fissure semi-elliptique garde une forme constante. La tangente de l'arête de la fissure à la surface externe du tube est toujours verticale, *Figure* ***V.28***. Par contre, dans le cas d'un arc, la pente de la tangente dépend de la dimension du défaut. Ainsi, la variation dans la géométrie de la pré-fissure perturbe la valeur de la ténacité. Le fait d'avoir une ténacité constante a un avantage qui facilite l'étude de la nocivité d'une fissure semi-elliptique. Vu que la ténacité est de l'ordre de 13 kJ/m² et que l'intégrale-J est utilisée pour définir le moment d'amorçage de fissure, l'ajustement du modèle semi-empirique est réalisé pour des valeurs de J entre 2 et 18 MPa. Ceci permet d'augmenter la précision de l'interpolation et de minimiser l'erreur.

Afin d'ajuster le modèle semi-empirique, nous avons modélisé par éléments finis d'autres tubes fissurés, où $0.16 < \frac{a}{t} < 0.89$ et $a < \frac{c}{t} \leq 2.5$. L'ajustement est effectué sur Matlab. Les courbes d'intégrale-J, déterminées par éléments finis, *MEF*, et les courbes de tendance selon la formulation mathématique du modèle semi-empirique, *MSE*, sont représentées dans la ***Figure V.30***.

Les variables du modèle de Hollomon JH [164] caractérisant la déformation plastique du matériau sont prises constantes, *Tableau* ***V.4***.

Tableau V.4. Paramètres du modèle de Hollomon JH [164]

σ_0 (MPa)	C_1	N
22	7	0.225

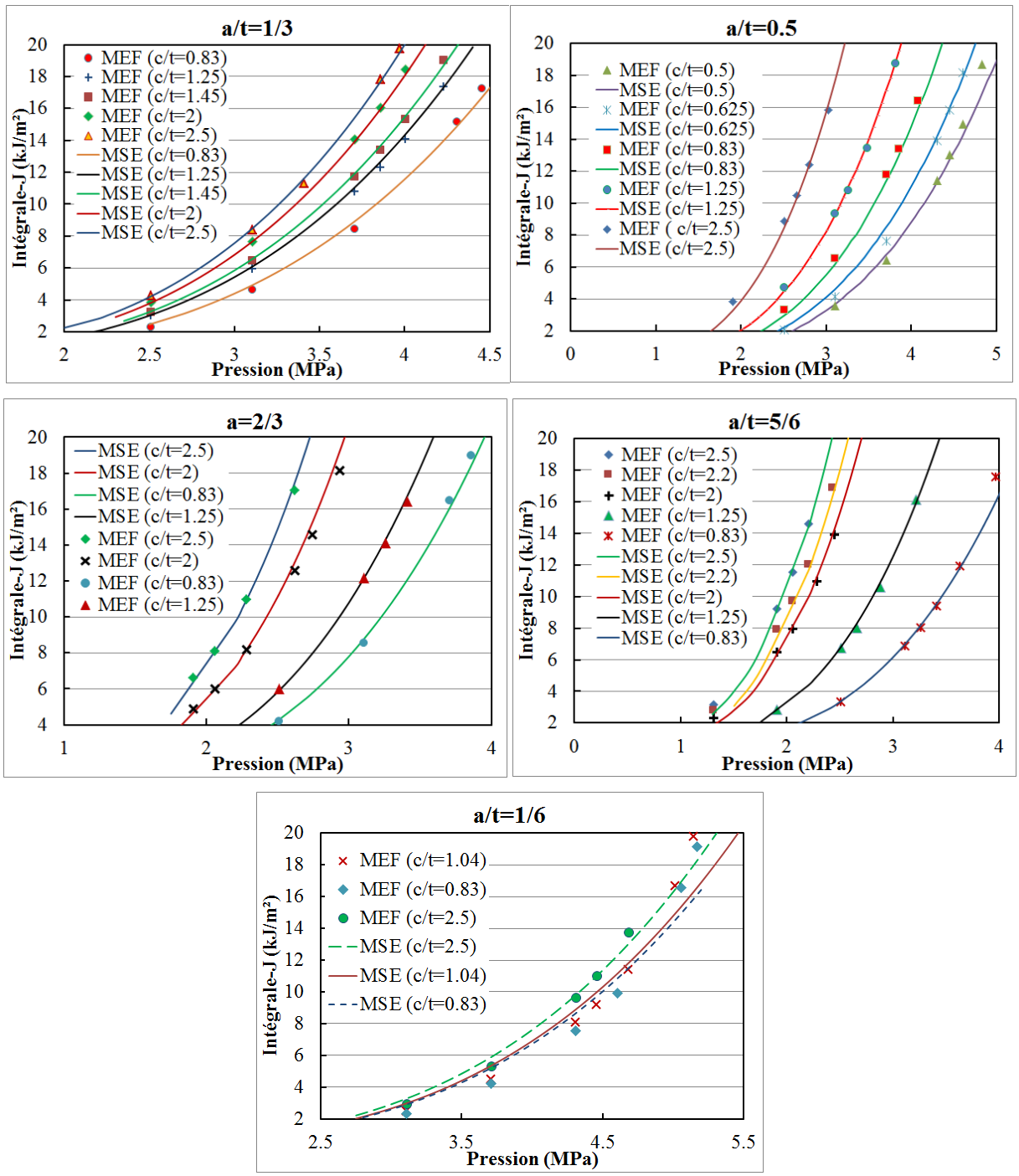


Figure V.30. Ajustement du modèle semi-empirique, MSE, (Tube de diamètre D_e=125 mm et épaisseur t=12mm)

Nous constatons qu'il y a une bonne concordance entre les courbes de l'intégrale-J pour un rapport profondeur de la fissure et épaisseur de tube supérieur à 0.3, *Figure* ***V.30***. Par contre, pour $\frac{a}{t}=\frac{1}{6}$, un faible décalage est observé entre les résultats numériques et analytiques donnés par le modèle semi-empirique. Ce décalage peut être minimisé en

changeant les paramètres du matériau, *Tableau V.4*. Mais, vu que la courbe analytique est plus conservatrice et que c'est une exception, nous allons accepter cet ajustement afin de faire un compromis entre la complexité du modèle et la justesse de ses résultats.

Les variations de la fonction de correction, $M(a/t, c/t)$, selon la taille du défaut, sont représentées dans les *Figure V.31*.

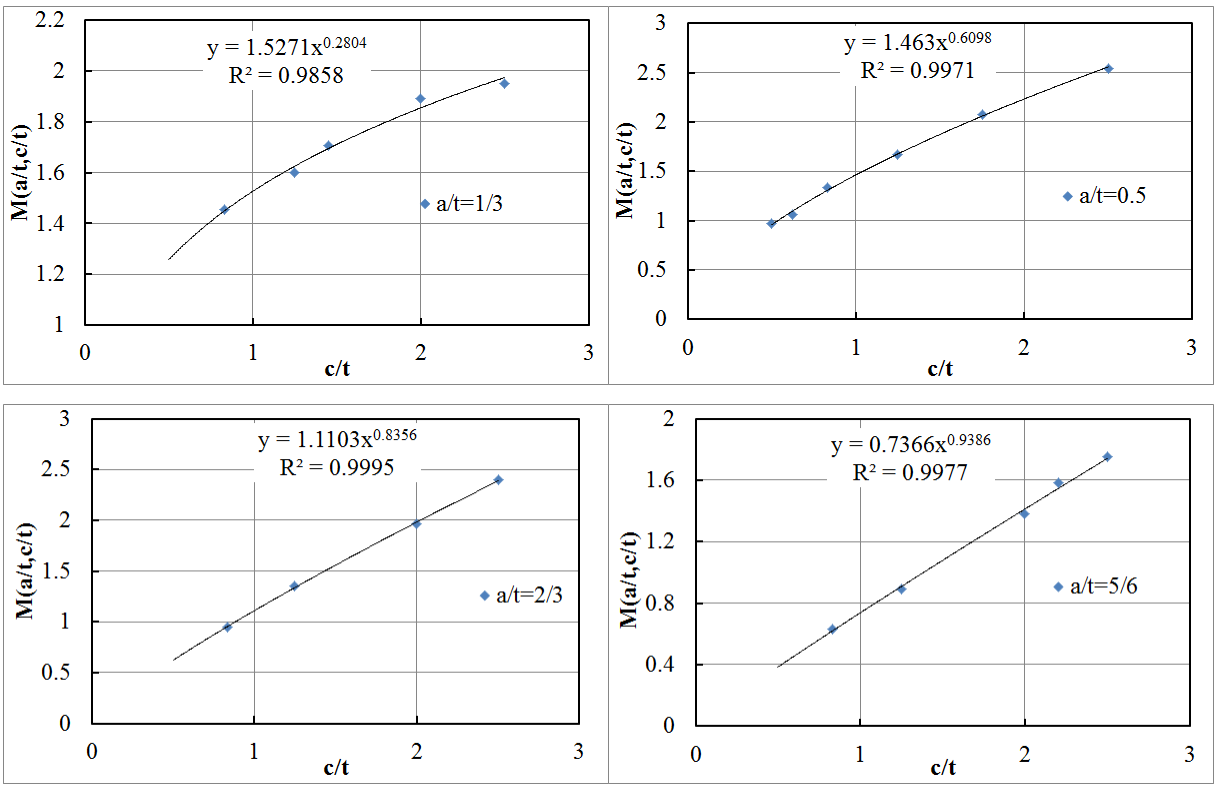


Figure V.31. Variation de la fonction de correction avec la taille de la fissure

Il est clair que pour n'importe quelle profondeur, la fonction de correction varie avec la largeur du défaut selon une loi de puissance, $b_1 x^{b_2}$. Ceci peut être vérifié à l'aide d'une courbe de tendance avec un coefficient de détermination supérieure à 0.98. Le coefficient b_1 et l'exposant b_2 de la fonction de puissance dépendent de la profondeur de la fissure semi-elliptique, *Figure V.31* et *Figure V.32* . Les variations de b_1 et b_2 en fonction de a/t sont ajustées par une courbe polynomiale d'ordre 3 avec une détermination égale à 0.9994, *Figure V.32*. Ainsi, la fonction de correction sera définie par la relation V.9.

$$M\left(\frac{a}{t},\frac{c}{t}\right)=b_1(a/t)\left(\frac{c}{t}\right)^{b_2(a/t)} \qquad \textbf{V.9}$$

$$\text{où : } b_1\left(\frac{a}{t}\right)=\left(7.3026\left(\frac{a}{t}\right)^3-15.483\left(\frac{a}{t}\right)^2+8.5525\left(\frac{a}{t}\right)+0.1335\right) \qquad \textbf{V.10}$$

$$\text{et } b_2\left(\frac{a}{t}\right)=\left(-3.5154\left(\frac{a}{t}\right)^3+4.2152\left(\frac{a}{t}\right)^2+0.1846\left(\frac{a}{t}\right)+0.1103\right) \qquad \textbf{V.11}$$

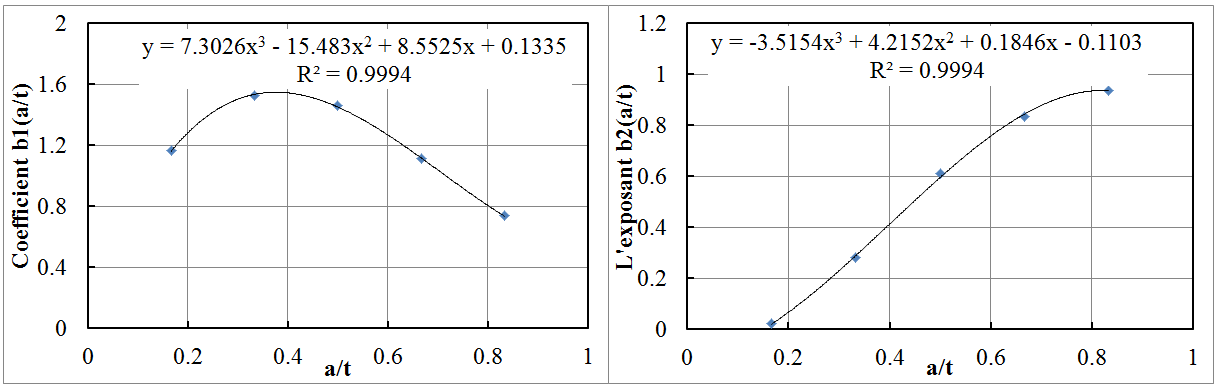


Figure V.32. Variation des fonctions $b_1\left(\frac{a}{t}\right)$ *et* $b_2\left(\frac{a}{t}\right)$ *avec la profondeur de la fissure*

Dans cette étude, nous avons ajusté le modèle semi-empirique selon la taille du défaut pour une conduite de diamètre extérieur 125 et d'épaisseur 12 mm. Aussi, nous avons montré que la ténacité $J_{IC\text{-réf}}$ est de l'ordre de 13 kJ/m². Dans ce qui suit, nous allons étudier l'influence de l'épaisseur de la conduite sur la ténacité et l'intégrale-J.

V.3.2.2. Effet de l'épaisseur sur la ténacité et l'intégrale-J (SDR de la conduite constante)

Par la suite, la proportionnalité entre la taille du défaut et l'épaisseur de la paroi est maintenu constante, c/t=1 et a/t=0.5. Le rapport du diamètre extérieur avec l'épaisseur, SDR, est égal à 11. Ainsi, l'épaisseur de la conduite varie proportionnellement avec le diamètre et la taille de la fissure afin de garder la même forme et éviter l'effet de la taille du défaut. Trois tubes de diamètre extérieur 75, 125 et 250 mm sont modélisés.

Après l'observation de la distribution de contrainte au fond de la fissure, nous constatons que pour un chargement donné, la contrainte maximale et l'allure de distribution de contrainte sont les mêmes, *Figure V.33*.

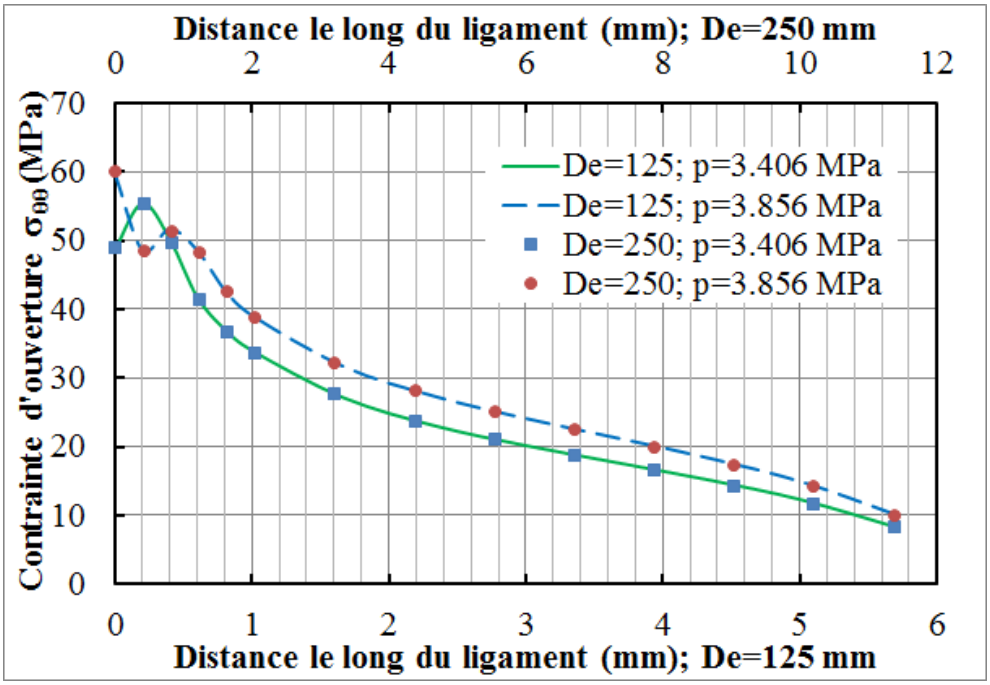


Figure V.33. Distribution de contrainte d'ouverture $\sigma_{\theta\theta}$ le long de ligament

Les contraintes sont distribuées le long du ligament de la même façon. La taille de la zone de confinement et l'énergie nécessaire à l'amorçage de fissure varient proportionnellement avec la géométrie de la conduite. Par conséquent, l'intégrale-J et la ténacité J_{IC} augmente proportionnellement avec l'épaisseur de la paroi pour un chargement de pression donné, *Figure V.34*. Vu que nous avons désigné comme référence le tube d'épaisseur 12 mm, un terme multiplicatif est ajouté à la fonction de correction égale à t/12, équation V.12. Ainsi, la forme finale du modèle semi-empirique est définie par d'équation V.13

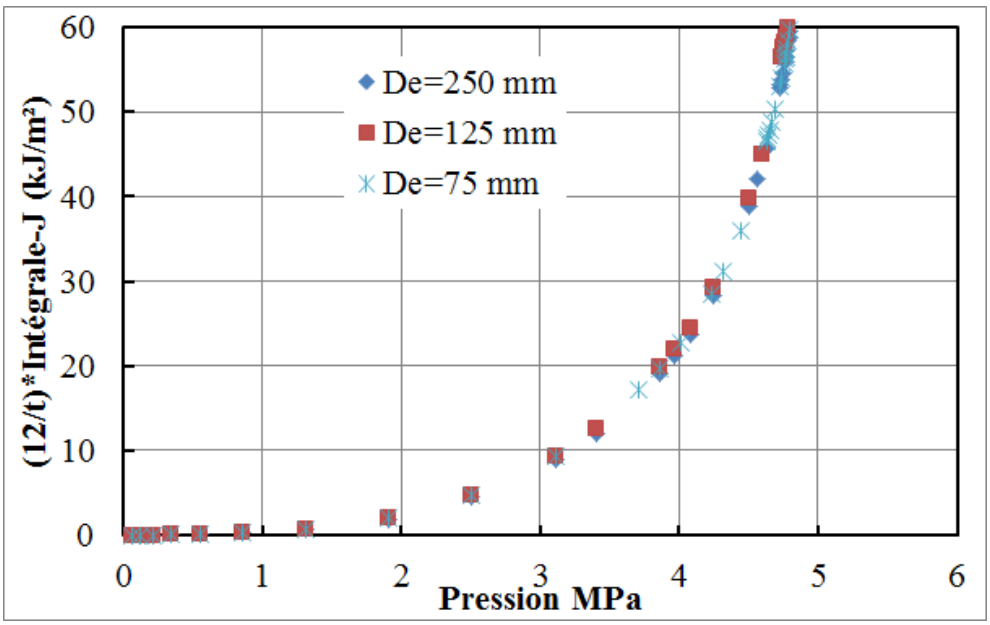


Figure V.34. Variation de l' intégrale-J en fonction de la pression (SDR=11)

$$M\left(\frac{a}{t},\frac{c}{t}\right)=\frac{t\times b_1(a/t)}{12}\left(\frac{c}{t}\right)^{b_2(a/t)} \qquad \textbf{V.12}$$

$$J=\frac{t\times b_1(c/t)}{12}\left(\frac{a}{t}\right)^{b_2(c/t)}\left[A+\frac{0.5(\sigma/22)^2}{A}\right] \qquad \textbf{V.13}$$

où $A=7\left(\frac{\sigma}{22}\right)^{(31/9)}$ et $\sigma=\sigma_\phi/\left(1-\frac{\pi ac}{2t(t+2c)}\right)$

Ce modèle est vérifié pour être appliqué sur un tube contenant une fissure semi-elliptique longitudinale de dimension $0.16<\frac{a}{t}<0.89$ et $\frac{a}{t}<\frac{c}{t}\leq 2.5$. Par contre, il n'est applicable que lorsque la contrainte agissant dans le plan de fissure, σ, est supérieure à 8 MPa. Cette limitation ne pose pas de problème dans notre étude vu qu'il n'y a aucun risque de rupture à signaler avec une faible contrainte σ de 8 MPa.

V.3.2.3. Effet de SDR sur la ténacité et l'intégrale-J (Diamètre extérieur constant)

Dans cette étude, le diamètre extérieur du tube est maintenu constant, égale à 125 mm. La taille de la fissure semi-elliptique varie proportionnellement avec le SDR de la conduite,

c/t=1 et a/t=0.5. Les géométries des tubes modélisés dans cette étude sont représentées dans le *Tableau V.5*.

Tableau V.5. Géométries des tubes (De=125 mm)

SDR	7.4	11	17	26
Epaisseur *t* (mm)	16.89	11.36	7.35	4.8

La *Figure V.35* représente l'allure des courbes de l'intégrale-J en fonction de la pression pour les différents tubes. Il est clair qu'il y a une bonne concordance entre les valeurs calculées par éléments finis, MEF, et celles obtenues par le modèle semi-empirique, MSE.

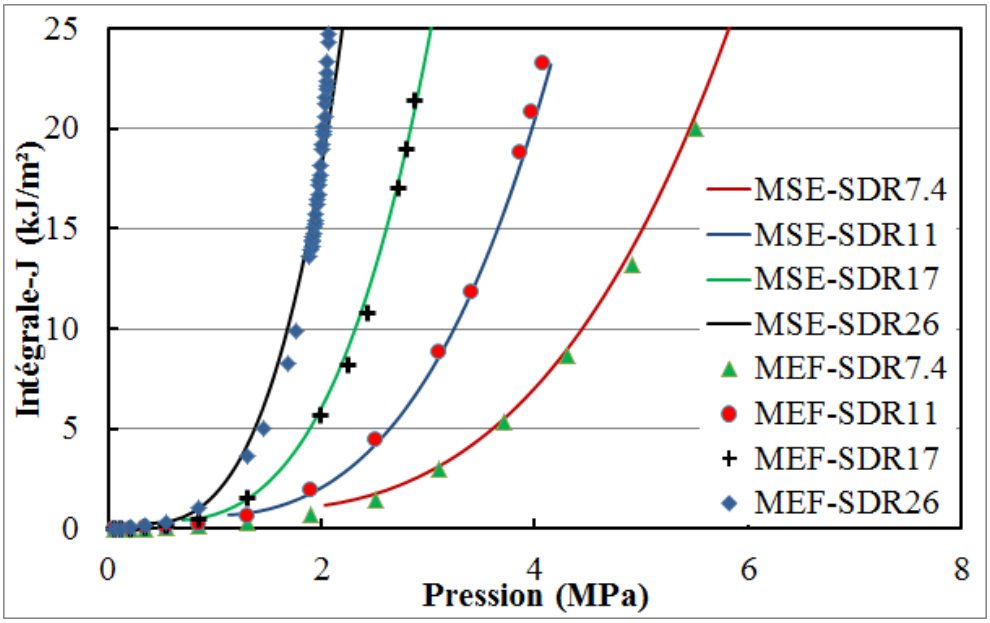


Figure V.35 L'effet du SDR sur l'intégrale-J (Validation du modèle semi-empirique, MSE)

Les valeurs de ténacité selon la valeur de SDR sont données dans le *Tableau V.6*. Elles sont déterminées, après l'observation de la distribution de contrainte el long du ligament, au moment du durcissement du matériau à la pointe de fissure.

Tableau V.6. Variation de ténacité avec le SDR (De=125 mm)

SDR	7.4	11	17	26
Ténacité (kJ/m²)	13.41	13.92	12	12.85

Contrairement à l'épaisseur, le changement de SDR a un effet inverse sur la ténacité, équation V.14. C'est tout à fait logique vu que la contrainte circonférentielle, $\sigma_{\phi,Hoop}$, dépend

du SDR. En effet, pour un SDR faible, nous avons besoin plus d'énergie pour générer la rupture. Ainsi, le paramètre géométrique principal qui influe sur la valeur de ténacité est le diamètre extérieur De, équation V.14. La formule proposée de la ténacité est approximative afin d'avoir un paramètre intrinsèque indépendant de la taille du défaut, a/t et c/t. Vu la faible influence de la taille du défaut sur la ténacité, *Tableau V.3*, et la présence des faibles erreurs d'approximation et de modélisation *Tableau V.6*, un coefficient de sécurité $cs = 1.2$ est ajouté à l'équation V.15 de ténacité. Cette valeur est déterminée après évaluation des erreurs dans l'ensemble des calculs et des mesures. A la fin, nous avons exprimé la valeur de J_{IC} en fonction de la ténacité mesuré à travers les essais de traction compact CT, $J_{IC-CT} = J_{\Delta a=0.27} = 13.29 kJ/m^2$.

$$J_{IC} = \frac{t}{12}\frac{SDR_{Tube(réf)}}{SDR} J_{IC-réf} = \frac{D_e}{125} J_{IC-réf} \qquad \textbf{V.14}$$

$$J_{IC} = \frac{D_e}{cs \times 125}\frac{13}{13.29} J_{IC-CT} \approx \frac{D_e}{153.35} J_{IC-CT} \qquad \textbf{V.15}$$

V.3.3. Application :

Dans le chapitre III, nous avons étudié l'effet du comportement viscoélastique sur l'écoulement transitoire dans une conduite relativement longue. Par la suite, la nocivité de la présence d'un défaut est évaluée.

La conduite concernée est de diamètre extérieur 400 mm et d'épaisseur 54.7 mm. Un défaut présenté dans la conduite, à proximité de la vanne, de dimension a =38.2 mm (a/t=0.7) et c=140 mm (c/t=2.56). Ces valeurs sont générées aléatoirement à l'aide de la fonction « random » de Matlab. Pour donner une valeur approximative de la ténacité, il suffit d'appliquer l'équation V.15. Dans cette étude, la ténacité J_{IC} est égale à 34.66 kJ/m².

Les données géométriques du tube et de la fissure sont introduites dans le modèle semi-empirique développé, équationV.13. Ceci nous permet de déterminer l'évolution de l'intégrale-J avec la pression. Pour valider les résultats, une modélisation par éléments finis, MEF, est effectuée. Nous constatons que l'intégrale-J donnée par le modèle semi-empirique est toujours en concordance avec celle obtenue par MEF, *Figure V.36*.

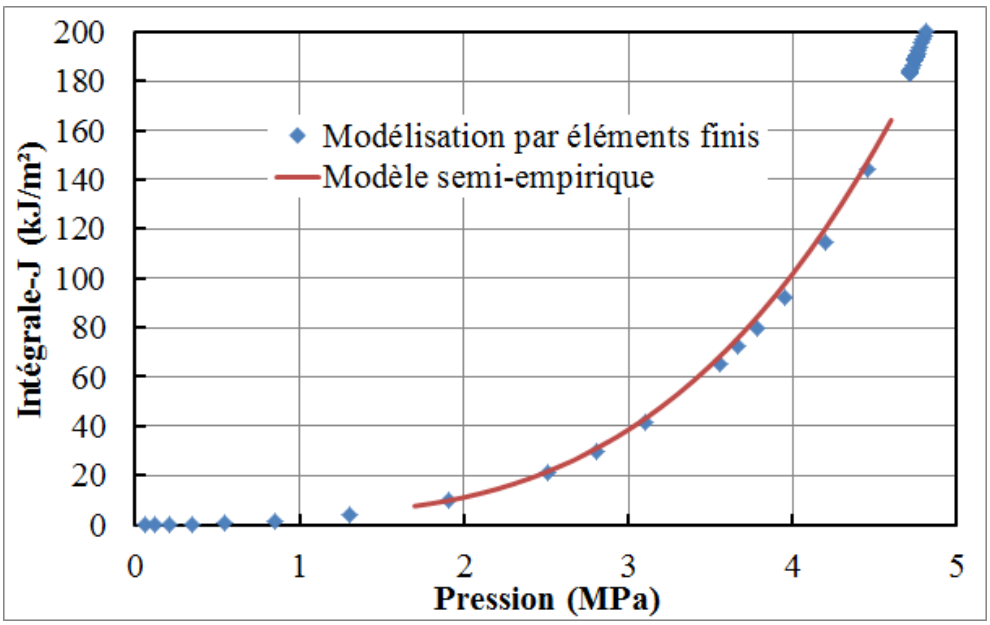


Figure V.36. Variation de l' intégrale-J avec la pression (a/t=0.7, c/t=2.56)

Dans le chapitre III, nous avons démontré que la surpression (le coup de bélier) au niveau de la vanne est égale à 3.05 MPa. Ceci correspond à une valeur de J égale à 40.75 kJ/m². Par conséquent le risque de rupture existe et le changement du tronçon de tube à proximité de la vanne est nécessaire.

V.4. Conclusion

A l'aide d'une modélisation élasto-plastique dépendant de la vitesse de déformation, nous avons démontré que le concept de la mécanique élasto-plastique de rupture, l'intégrale-J, peut définir avec une précision acceptable le comportement à la fissuration d'une conduite en PE100. La méthode de modélisation est vérifiée et comparée avec les résultats expérimentaux. Et un accord acceptable entre les résultats est observé. La valeur de l'intégrale-J au moment de l'apparition de la zone d'endommagement, durcissement à la pointe fissure, est considéré, numériquement, comme étant la valeur de la ténacité. Ceci nous a permis de définir la pression de chargement menant à l'amorçage de la fissure. En se basant sur ces résultats nous avons démontré dans la première partie de cette étude que :

- L'effet de la présence d'une entaille de faible épaisseur sur l'instant de l'amorçage de fissure diminue avec la profondeur du défaut. Ceci est dû à la présence de l'effet de bord qui augmente le degré de triaxialité.

- La ténacité est faiblement influencée par la dimension de la pré-fissure et il atteint sa valeur maximale avec une profondeur de défaut a/t=0.5
- Dans un tube avec un défaut de faible profondeur, une déformation plastique bien étendue au voisinage du défaut est observée et la pression atteint une valeur importante avant la génération de la fissure. Par conséquent, la propagation de la fissure est très rapide et le temps entre l'amorçage de la fissure et la rupture de la conduite est très réduit.
- Après modélisation numérique de l'essai CT compact, la valeur de J, déterminée à partir de la courbe J-R, pour une avancée de fissure Δa de 0.27 mm, est considérée comme étant la valeur de ténacité J_{IC} du PE100.

Dans la deuxième partie, nous avons développé un modèle semi-empirique permettant de déterminer la variation de l'intégrale-J avec la pression. Nous avons proposé une formule approximative de la valeur de la ténacité. Nous avons démontré que le diamètre extérieur du tube est le premier paramètre géométrique agissant sur la valeur de la ténacité. Ainsi, en se basant sur la courbe J-R et la connaissance de la ténacité, la nocivité de la présence d'un défaut à une pression de chargement donné est connue. Le modèle semi-empirique est ajusté en se basant sur des simulations par éléments finis des tubes présentant une fissure semi-elliptique. Le modèle est vérifié être appliqué sur un tube contenant une fissure semi-elliptique longitudinale de dimensions $0.16 < \frac{a}{t} < 0.89$ et $\frac{a}{t} < \frac{c}{t} \leq 2.5$.

Conclusion générale

Dans ce travail, nous avons présenté, dans un premier temps, une étude bibliographique mettant en évidence les caractéristiques et les propriétés des conduites en PE100. L'état de l'art sur le mécanisme et les différents concepts de mécanique à la rupture ont été discutés. Nous avons mis aussi l'accent sur l'importance d'introduire le comportement viscoélastique dans un modèle de simulation d'écoulement transitoire dans une conduite en PEHD. Pour cela, nous avons rappelé la théorie de la mécanique des milieux continus et développé son application élémentaire aux deux milieux, solide et fluide. Par conséquent, nous avons obtenu les relations de base de l'écoulement axial dans les conduites en tenant compte de l'interaction fluide-structure et du comportement viscoélastique. Ensuite, à l'aide de la méthode de la matrice de transfert et de la méthode des caractéristiques, nous avons démontré que, dans les conditions de fonctionnement normal :

- Le comportement en retard du PE100 joue un rôle principal pour amortir les variations brusques de pression et minimiser les risques de résonance
- En cas de présence de couplage de jonction, l'étude de l'interaction fluide-structure est nécessaire pour définir correctement les fréquences propres d'un système de conduites
- La faible rigidité de la conduite permet d'affaiblir la célérité de l'onde de pression ainsi que les surpressions et les fluctuations du coup de bélier
- La perte de charge linéaire joue un rôle important pour atténuer les pressions maximales dans les différentes sections d'une conduite relativement longue
- la viscoélasticité du matériau a un effet dynamique primordial sur l'écoulement et sur la célérité d'onde de pression qui diminue avec la surpression le long du front d'onde

Dans un second temps, nous avons étudié expérimentalement le comportement mécanique à la fissuration du PE100. Les essais multiples de traction sur des éprouvettes CT ont permis de tracer la courbe J-R afin de déterminer la résistance à la fissuration du PE100. De plus, des essais d'éclatement ont été réalisés sur des tubes en présence d'un défaut de faible épaisseur. Nous avons constaté que, généralement, les surpressions de coup de bélier n'arrivent pas à générer la rupture immédiate de la conduite en PE100 en présence des défauts de faible dimension ; a/t=1/6. Nous avons démontré expérimentalement que la vitesse de chargement en pression des tubes, entre 10 et 60 bars, n'a pas une grande influence sur la

pression d'éclatement. En se basant sur ces résultats expérimentaux et sur des simulations par éléments finis des essais d'éclatements, nous avons démontré que l'intégrale J peut prédire avec précision acceptable le comportement à la fissuration d'une conduite fissurée. Nous avons constaté que la valeur critique de J, dans une conduite en PE100, est faiblement influencée par la taille de défaut et qu'elle dépend principalement du diamètre extérieur De. Dans notre étude, la ténacité est défini en fonction de De avec un facteur de sécurité égal à 1.2. A titre d'exemple, en gardant le même SDR de la conduite et le même rapport entre la taille de la pré-fissure et de l'épaisseur, la résistance à la fissuration J_{IC} varie proportionnellement avec l'épaisseur de la conduite.

Une comparaison numérique a été effectuée entre une conduite pré-fissurée et une autre ayant un défaut sous forme d'entaille de faible épaisseur, 0.5 mm. Nous avons constaté que la pression d'amorçage de fissure et la valeur de J_{IC} sont plus faibles dans le cas d'une conduite pré-fissurée. En comparant les deux configurations, l'effet d'entaille sur la résistance à la fissuration diminue avec la profondeur du défaut.

A la fin de cette étude et dans le but d'analyser les conditions à la rupture à court terme d'une conduite pré-fissurée, nous avons proposé un modèle semi-empirique d'évaluation du risque de rupture. Sa construction est basée sur la détermination de l'intégrale de contour J. Le modèle est déterminé et validé à l'aide des données des simulations numériques des conduites présentant une fissure semi-elliptique longitudinale de dimension $0.16 < \frac{a}{t} < 0.89$ et $\frac{a}{t} < \frac{c}{t} \leq 2.5$.

Perspectives

Les perspectives de ce travail sont nombreuses, à savoir :

- Amélioration du modèle d'écoulement transitoire avec IFS afin de tenir compte de l'effet de perte charge instable et de cavitation
- Étude de l'effet viscoélastique non linéaire et de vieillissement de matériau sur l'écoulement transitoire dans un système de conduite en PE100
- Amélioration de l'expression de ténacité afin de tenir compte de faible effet de taille de défaut par un coefficient de correction géométrique.
- Introduire un critère d'endommagement afin d'étudier convenablement l'effet de bord et de triaxilité sur la ténacité de matériau dans un tube en polyéthylène.
- Introduire l'effet du vieillissement sur le comportement de matériau dans le modèle semi-empirique.
- Généralisation du modèle semi-empirique pour étudier la présence de fissure semi-elliptique dans la direction circonférentielle

Bibliographie

[1] C. O'Connor, "The Nature of Polyethylel Pipe Failure," *Pipeline Gas J.*, no. December, pp. 19–21, 2012.

[2] "TECHNICAL REPORT: Impact of Potable Water Disinfectants on PE Pipe," *Jana Laboratories Inc.*, 2010.

[3] R. Khelif, "Analyse de la rupture et évaluation de la durée de vie basée sur la fiabilité des tubes en polyethylene pour le transport du gaz," 2007.

[4] R. K. Krishnaswamy, "Analysis of ductile and brittle failures from creep rupture testing of high-density polyethylene (HDPE) pipes," *Polymer (Guildf).*, vol. 46, no. 25, pp. 11664–11672, Nov. 2005.

[5] *Guide d'étude des Réseaux en Polyéthylène*, 2011th–2012th ed. Association pluridisciplinaire Réso-PE, 2012.

[6] L. H. Gabriel, *The complete corrugated polyethylene pipe design manual and installation guide*. 1988.

[7] "History of HDPE and HDPE pipe products," *PE Specialisten Technology*, pp. 1–2.

[8] K. Ziegler, "Consequences and development of an invention," *Rubber Chem. Technol.*, 1965.

[9] H. Brömstrup, *PE 100 Pipe Systems*. Vulkan-Verlag GmbH, 2004.

[10] F. Addiego, "Caractérisation de la variation volumique du polyéthylène au cours de la déformation plastique en traction et en fluage," 2006.

[11] R. Arieby, "Caractérisation mécanique et modélisation thermodynamique du comportement anisotrope du polyéthylène à haute densité. Intégration des effets d'endommagement," 2007.

[12] C. Julien, "Sur le compromis rigidité / durabilité du Polyéthylène Haute Densité en relation avec la structure de chaîne , la microstructure et la topologie moléculaire issues de la Sommaire," 2005.

[13] A. Peterlin, "Molecular model of drawing polyethylene and polypropylene," *J. Mater. Sci.*, vol. 6, no. 6, pp. 490–508, Jun. 1971.

[14] C. Zhang and I. D. Moore, "Nonlinear mechanical response of high density polyethylene. Part I: Experimental investigation and model evaluation," *Polym. Eng. Sci.*, vol. 37, no. 2, pp. 404–413, Feb. 1997.

[15] C. Zhang and I. D. Moore, "Nonlinear mechanical response of high density polyethylene. Part II: Uniaxial constitutive modeling," *Polym. Eng. Sci.*, vol. 37, no. 2, pp. 414–420, Feb. 1997.

[16] K. Chua, "Time-dependent interaction of soil and flexible pipe," Texas A & M University, College station, Tex, 1986.

[17] N. Hashash, "Design and analysis of deeply buried polyethylene drainage pipes," University of Massachusetts at Amherst, Amherst, Mass, 1991.

[18] I. D. Moore and F. Hu, "Linear viscoelastic modelling of profiled high density polyethylene pipe," *Can. J. Civ. Eng.*, vol. 23, no. 2, pp. 395–407, Apr. 1996.

[19] H. Liu, “Material Modelling for Structural Analysis of Polyethylene,” 2007.

[20] I. M. Ward, “Review: The yield behaviour of polymers,” *J. Mater. Sci.*, vol. 6, no. 11, pp. 1397–1417, Nov. 1971.

[21] A. Ghafar Chehab and I. D. Moore, “A uniaxial linear viscoelastic- viscoplastic model for high density polyethylene,” in *57Th Canadian Geotechnical Conference*, 2004, pp. 1–6.

[22] R. Ferhoum, “Etude Expérimentale et Modélisation Numérique du comportement mécanique du PEHD à l’état vierge et après vieillissement thermique.”

[23] J. Zhang, “Experimental study of stress cracking in high density polyethylene pipes,” 2005.

[24] L. E. Janson, *Plastics pipes for water supply and sewage disposal*. 2003.

[25] A. Kazakov, “An automated method for the measurement of residual stress in melt-extruded plastic pipes,” *Polym. Test.*, vol. 17, no. 6, pp. 443–450, Sep. 1998.

[26] J. M. Hodgkinson and J. G. Williams, “The measurement of residual stresses in plastic pipes,” *Plast. Rubber Process. Appl.*, vol. 3, pp. 37–42, 1983.

[27] H. FADDA, K. Mounia, N. HAMLAOUI, and K. CHAOUI, “Détermination des déformations résiduelles dans les tubes HDPE-100 par la méthode d ’ enlèvement de couches,” *Commun. Sci. Technol. N° 14*, 2014.

[28] L. Alimi, W. Ghabeche, W. Chaoui, and K. Chaoui, “Étude des propriétés mécaniques à travers la paroi d’un tube HDPE-80 extrudé destiné à la distribution du gaz naturel,” *Matériaux Tech.*, vol. 100, no. 1, pp. 79–86, Mar. 2012.

[29] M. Larson and L. Jönsson, “Elastic Properties of Pipe Materials during Hydraulic Transients,” *J. Hydraul. Eng.*, vol. 117, no. 10, pp. 1317–1331, Oct. 1991.

[30] A. Ivankovic and G. P. Venizelos, “Rapid crack propagation in plastic pipe: predicting full-scale critical pressure from S4 test results,” *Eng. Fract. Mech.*, vol. 59, no. 5, pp. 607–622, Jul. 1998.

[31] D. Covas, I. Stoianov, H. Ramos, N. Graham, and C. Maksimovic, “The dynamic effect of pipe-wall viscoelasticity in hydraulic transients. Part I—experimental analysis and creep characterization,” *J. Hydraul. Res.*, vol. 42, no. 5, pp. 517–532, Jan. 2004.

[32] B.-H. Choi, A. Chudnovsky, R. Paradkar, W. Michie, Z. Zhou, and P.-M. Cham, “Experimental and theoretical investigation of stress corrosion crack (SCC) growth of polyethylene pipes,” *Polym. Degrad. Stab.*, vol. 94, no. 5, pp. 859–867, May 2009.

[33] “ISO 13477:2008 - Tubes en matières thermoplastiques pour le transport des fluides -- Détermination de la résistance à la propagation rapide de la fissure (RCP) -- Essai à petite échelle à état constant (essai S4).” .

[34] A. Guevara-Morales and P. Leevers, “Experimental investigation of the effect of residual stresses on rapid crack propagation in polyethylene (PE100) pipes,” *Polym. Eng. Sci.*, vol. 53, no. 6, pp. 1217–1222, Jun. 2013.

[35] J. J. Cheng, “Mechanical and Chemical Properties of High Density Polyethylene: Effects of Microstructure on Creep Characteristics.” University of Waterloo, 01-Dec-2008.

[36] C. Devilliers, “Dégradation chimique du PE et influence sur le comportement, l’endommagement et la rupture en fluage : application à la durabilité des canalisations sous pression.” École Nationale Supérieure des Mines de Paris, 15-Dec-2011.

[37] P. Béguelin, “Approche expérimentale du comportement mécanique des polymères en sollicitation rapide - RERO DOC,” Ecole polytechnique fédérale de Lausanne EPFL, 1996.

[38] V. Ulmanu, G. Draghici, and V. Aluchi, “Fracture mechanics testing of high density polyethylene (hdpe) pipe material with compact tension (Ct) specimens,” *J. Eng. Stud. Res.*, vol. 17, no. 3, pp. 98–103, Sep. 2011.

[39] R. Schouwenaars, V. H. Jacobo, E. Ramos, and A. Ortiz, “Slow crack growth and failure induced by manufacturing defects in HDPE-tubes,” *Eng. Fail. Anal.*, vol. 14, no. 6, pp. 1124–1134, Sep. 2007.

[40] A. Redhead, A. Frank, and G. Pinter, “Investigation of slow crack growth initiation in polyethylene pipe grades with accelerated cyclic tests,” *Eng. Fract. Mech.*, vol. 101, pp. 2–9, Mar. 2013.

[41] P. Krawczak, “Essais mécaniques des plastiques-Caractéristiques à long terme et ténacité,” *Tech.l’I ngénieur*, vol. AM3511, no. 0, pp. 0–29, 1999.

[42] K. B. Broberg, “Critical review of some theories in fracture mechanics,” *Int. J. Fract. Mech.*, vol. 4, no. 1, Mar. 1968.

[43] Y. Mai, S. Wong, and X. Chen, “Application of fracture mechanics for characterization of toughness of polymer blends,” *Polym. blends*, 2000.

[44] T. Bárány, T. Czigány, and J. Karger-Kocsis, “Application of the essential work of fracture (EWF) concept for polymers, related blends and composites: A review,” *Prog. Polym. Sci.*, vol. 35, no. 10, pp. 1257–1287, Oct. 2010.

[45] H. J. Kwon and P.-Y. B. Jar, “New energy partitioning approach to the measurement of plane-strain fracture toughness of high-density polyethylene based on the concept of essential work of fracture,” *Eng. Fract. Mech.*, vol. 74, no. 16, pp. 2471–2480, Nov. 2007.

[46] F. M. Peres, J. R. Tarpani, and C. G. Schön, “Essential Work of Fracture Testing Method Applied to Medium Density Polyethylene,” *Procedia Mater. Sci.*, vol. 3, pp. 756–763, 2014.

[47] T. L. Anderson and T. L. Anderson, *Fracture Mechanics: Fundamentals and Applications, Third Edition*. CRC Press, 2005.

[48] F. Berto and P. Lazzarin, “Relationships between J-integral and the strain energy evaluated in a finite volume surrounding the tip of sharp and blunt V-notches,” *Int. J. Solids Struct.*, vol. 44, no. 14–15, pp. 4621–4645, Jul. 2007.

[49] W. Brostow, M. Fleissner, and W. F. Müller, “Slow crack propagation in polyethylene: determination and prediction,” *Polymer (Guildf).*, vol. 32, no. 3, pp. 419–425, Jan. 1991.

[50] V. Favier, T. Giroud, E. Strijko, J. M. Hiver, C. G’Sell, S. Hellinckx, and A. Goldberg, “Slow crack propagation in polyethylene under fatigue at controlled stress intensity,” *Polymer (Guildf).*, vol. 43, no. 4, pp. 1375–1382, Feb. 2002.

[51] A. Benhamena, B. Bachir Bouiadjra, A. Amrouche, G. Mesmacque, N. Benseddiq, and M. Benguediab, “Three finite element analysis of semi-elliptical crack in high density poly-ethylene pipe subjected to internal pressure,” *Mater. Des.*, vol. 31, no. 6, pp. 3038–3043, Jun. 2010.

[52] A. Benhamena, L. Aminallah, B. B. Bouiadjra, M. Benguediab, A. Amrouche, and N. Benseddiq, “J integral solution for semi-elliptical surface crack in high density poly-ethylene pipe under bending,” *Mater. Des.*, vol. 32, no. 5, pp. 2561–2569, May 2011.

[53] J. R. Rice, “A Path Independent Integral and the Approximate Analysis of Strain Concentration by Notches and Cracks,” *J. Appl. Mech.*, vol. 35, no. 2, p. 379, Jun. 1968.

[54] W. Brocks and I. Scheider, “Reliable J-values - numerical aspects of the path-dependence of the J-integral in incremental plasticity,” *Materialprüfung*, vol. 45, no. Nr.6, pp. 264 – 275, 2003.

[55] A. S. Kobayashi, S. T. Chiu, and R. Beeuwkes, “A numerical and experimental investigation on the use of J-integral,” *Eng. Fract. Mech.*, vol. 5, no. 2, pp. 293–305, Jun. 1973.

[56] X.-K. Zhu and J. A. Joyce, “Review of fracture toughness (G, K, J, CTOD, CTOA) testing and standardization,” *Eng. Fract. Mech.*, vol. 85, pp. 1–46, May 2012.

[57] B. Kärandet and G. Sanζ, “recueil de recherche acier: Mécanique de la rupture,” 1977.

[58] J. W. Hutchinson, “Singular behaviour at the end of a tensile crack in a hardening material.,” Jan. 1968.

[59] J. R. Rice and G. F. Rosengren, “Plane strain deformation near a crack tip in a power-law hardening material,” *J. Mech. Phys. Solids*, vol. 16, no. 1, pp. 1–12, Jan. 1968.

[60] E. Nezbedová, P. Hutař, M. Zouhar, Z. Knésl, J. Sadílek, and L. Náhlík, “The applicability of the Pennsylvania Notch Test for a new generation of PE pipe grades,” *Polym. Test.*, vol. 32, no. 1, pp. 106–114, Feb. 2013.

[61] M. K. V. Chan and J. G. Williams, “Slow stable crack growth in high density polyethylenes,” *Polymer (Guildf).*, vol. 24, no. 2, pp. 234–244, Feb. 1983.

[62] D. . Leslie and A. . Vardy, “Practical Guidelines for fluid-structure interaction in pipelines: A review,” in *Proc. of the 10th international meeting of the work group on the behavior of hydraulic machinery under steady oscillatory conditions*, 2001, pp. 1–8.

[63] J. Gale, “Fluid-Structure Interaction for simulations of fast transients,” 2008.

[64] M. Prek, “Analysis of wave propagation in fluid-filled viscoelastic pipes,” *Mech. Syst. Signal Process.*, vol. 21, no. 4, pp. 1907–1916, May 2007.

[65] F. Rachid and S. Stuckenbruck, “Transients in liquid and structure in viscoelastic pipes,” *Proc 6th Int Conf Press. Surges, BHRA*, 1989.

[66] H.-B. Horlacher, “Transient Behavior of HDPE Pipes due to Pressure Fluctuations,” *3rd Int. Conf. Hydro-Science -Engineering*, pp. 1–12, 1998.

[67] D. Covas, I. Stoianov, J. F. Mano, H. Ramos, N. Graham, and C. Maksimovic, “The dynamic effect of pipe-wall viscoelasticity in hydraulic transients. Part II—model development, calibration and verification,” *J. Hydraul. Res.*, vol. 43, no. 1, pp. 56–70, Jan. 2005.

[68] H.-F. Duan, M. Ghidaoui, P. J. Lee, and Y.-K. Tung, “Unsteady friction and visco-elasticity in pipe fluid transients,” *Journal of hydraulic research*, vol. 48, no. 3. pp. 354–362, 2010.

[69] L. Hadj Taîeb, S. Elaoud, and E. Hadj Taîeb, “Protection anti-bélier des conduites hydrauliques par un tronçon viscoélastique,” in *4ième Congrès International Conception et Modélisation des Systèmes Mécaniques CIMSM’2011*, 2011, pp. 1–8.

[70] L. Hadj-Taïeb, S. Elaoud, and H.-T. Ezzeddine, “Numerical Study of Anti-ram of Hydraulic Lines by an Additional Viscoelastic Pipe,” in *Design and Modeling of Mechanical Systems*, 2013, pp. 461–468.

[71] A. Bergant, Q. Hou, A. Keramat, and a S. Tijsseling, “Experimental and Numerical Analysis of Water Hammer in a Large-Scale PVC Pipeline Apparatus,” 2011.

[72] D. Covas, I. Stoianov, H. Ramos, N. Graham, Č. Maksimović, and D. Butler, “Water hammer in pressurized polyethylene pipes: conceptual model and experimental analysis,” *Urban Water J.*, vol. 1, no. 2, pp. 177–197, Jun. 2004.

[73] A. K. Soares, D. I. Covas, and L. F. Reis, “Analysis of PVC Pipe-Wall Viscoelasticity during Water Hammer,” *J. Hydraul. Eng.*, vol. 134, no. 9, pp. 1389–1394, Sep. 2008.

[74] A. Bergant, A. S. Tijsseling, J. P. Vítkovský, D. I. C. Covas, A. R. Simpson, and M. F. Lambert, “Parameters affecting water-hammer wave attenuation, shape and timing—Part 1: Mathematical tools,” *J. Hydraul. Res.*, Apr. 2010.

[75] A. Bergant, A. S. Tijsseling, J. P. Vítkovský, D. I. C. Covas, A. R. Simpson, and M. F. Lambert, “Parameters affecting water-hammer wave attenuation, shape and timing—Part 2: Case studies,” *J. Hydraul. Res.*, Apr. 2010.

[76] A. Bergant, J. M. C. van ’t Westende, T. Koppel, J. Gale, Q. Hou, Z. Pandula, and A. S. Tijsseling, “Water Hammer and Column Separation Due to Accidental Simultaneous Closure of Control Valves in a Large Scale Two-Phase Flow Experimental Test Rig,” in *ASME 2010 Pressure Vessels and Piping Conference: Volume 3*, 2010, pp. 923–932.

[77] M. Bughazem and A. Anderson, “Investigation of an unsteady friction model for waterhammer and column separation,” in *Proceedings of the Eighth International Conference on Pressure Surges, The Hague, The Netherlands*, 2000, pp. 483–498.

[78] A. S. Elansary, M. H. Chaudhry, and W. Silva, “Numerical and experimental investigation of transient pipe flow,” *J. Hydraul. Res.*, vol. 32, no. 5, pp. 689–706, Sep. 1994.

[79] A. Tijsseling and A. Vardy, “On the suppression of coupled liquid/pipe vibrations,” *Hydraul. Mach. Cavitation*, 1996.

[80] A. S. Tijsseling and A. E. Vardy, “Fluid–structure interaction and transient cavitation tests in a T-piece pipe,” *J. Fluids Struct.*, vol. 20, no. 6, pp. 753–762, Aug. 2005.

[81] D. Fan and A. Tijsseling, “Fluid-Structure Interaction With Cavitation in Transient Pipe Flows,” *J. Fluids Eng.*, vol. 114, no. 2, p. 268, Jun. 1992.

[82] L. Hadj-Taïeb and E. Hadj-Taïeb, “Numerical simulation of transient flows in viscoelastic pipes with vapour cavitation,” *Int. J. Model. ...*, vol. 29, pp. 206–213, 2009.

[83] A. Soares and D. Covas, “Unsteady flow with cavitation in viscoelastic pipes,” *... J. Fluid Mach. ...* , 2009.

[84] A. K. Soares, D. I. C. Covas, and N. J. G. Carriço, “Transient vaporous cavitation in viscoelastic pipes,” *J. Hydraul. Res.*, Apr. 2012.

[85] A. Keramat, A. S. Tijsseling, and A. Ahmadi, “Investigation of transient cavitating flow in viscoelastic pipes,” *IOP Conf. Ser. Earth Environ. Sci.*, vol. 12, no. 1, p. 012081, Aug. 2010.

[86] A. Triki, “Water-hammer control in pressurized-pipe flow using an in-line polymeric short-section,” *Acta Mech.*, vol. 227, no. 3, pp. 777–793, Oct. 2015.

[87] T. Neuhaus and A. Dudlik, “Experiments and comparing calculations on thermohydraulic pressure surges in pipes,” *Kerntechnik*, vol. 71, no. 3, pp. 87–94, May 2006.

[88] H. A. Warda and Y. Elashry, “Towards an Improved Understanding of Water-Hammer Column-Separation Due to Rapid Valve Closure,” in *ASME 2010 Pressure Vessels and Piping Conference: Volume 7*, 2010, pp. 379–395.

[89] A. Keramat, A. G. Kolahi, and A. Ahmadi, “Waterhammer modelling of viscoelastic pipes with a time-dependent Poisson’s ratio,” *J. Fluids Struct.*, vol. 43, pp. 164–178, Nov. 2013.

[90] E. H. Achouyab and B. Bahrar, “Numerical modeling of phenomena of waterhammer using a model of fluid–structure interaction,” *Comptes Rendus Mécanique*, vol. 339, no. 4, pp. 262–269, Apr. 2011.

[91] A. Keramat, A. S. Tijsseling, Q. Hou, and A. Ahmadi, “Fluid–structure interaction with pipe-wall viscoelasticity during water hammer,” *J. Fluids Struct.*, vol. 28, pp. 434–455, Jan. 2012.

[92] F. B. F. Rachid and H. S. C. Mattos, “Modelling the Damage Induced by Pressure Transients in Elasto-Plastic Pipes,” *Meccanica*, vol. 33, no. 2, pp. 139–160.

[93] F. B. de Freitas Rachid, R. M. S. da Gama, and H. da Costa Mattos, “Modelling of hydraulic transient in damageable elasto-viscoplastic piping systems,” *Appl. Math. Model.*, vol. 18, no. 4, pp. 207–215, Apr. 1994.

[94] F. B. de F. Rachid and H. S. da C. Mattos, “Modeling of the Fluid-Structure Interaction in Inelastic Piping Systems,” *J. Brazilian Soc. Mech. Sci.*, vol. 24, no. 1, pp. 62–69, Mar. 2002.

[95] E. B. Wylie and V. L. Streeter, *Fluid transients*. 1983.

[96] E. B. Wylie, V. L. Streeter, and L. Suo, *Fluid transients in systems*. 1993.

[97] K. Sirvole, “Transient analysis in pipe networks,” 2007.

[98] A. S. Tijsseling, “Fluid-structure interaction in liquid-filled pipe systems: a review,” *J. Fluids Struct.*, vol. 10, no. 2, pp. 109–146, Feb. 1996.

[99] A. S. Tijsseling, “Exact solution of linear hyperbolic four-equation system in axial liquid-pipe vibration,” *J. Fluids Struct.*, vol. 18, no. 2, pp. 179–196, Sep. 2003.

[100] A. Moreau, “Identification de propriétés viscoélastiques de matériaux polymères par mesures de champs de réponses en fréquences de structures,” Institut National des Sciences Appliquées de Rouen, 2007.

[101] A. Tijsseling, “Fluid-Strucutre Interaction in case of waterhammer with cavitation,” 1993.

[102] S. Timoshenko and J. Goodier, *Theory of Elasriciry*, (3rd edn) . 1970.

[103] R. Zanganeh, A. Ahmadi, and A. Keramat, "Fluid–structure interaction with viscoelastic supports during waterhammer in a pipeline," *J. Fluids Struct.*, vol. 54, pp. 215–234, Apr. 2015.

[104] V. L. Streeter and E. B. Wylie, *Hydraulic transients*. New York: McGraw-Hill, 1967.

[105] Q. B. Travis and L. W. Mays, "Relationship between Hazen–William and Colebrook–White Roughness Values," *J. Hydraul. Eng.*, vol. 133, no. 11, pp. 1270–1273, Nov. 2007.

[106] H.-F. Duan, "A turbulent approach to unsteady friction," *Journal of Hydraulic Research*. Taylor & Francis Group, 26-Apr-2010.

[107] Z. Zarzycki, S. Kudźma, and K. Urbanowicz, "Improved method for simulating transients of turbulent pipe flow," *J. Theor. Appl. Mech.*, vol. Vol. 49 nr, pp. 135–158, 2011.

[108] K. Urbanowicz, Z. Zarzycki, and S. Kudźma, "Universal weighting function in modeling transient cavitating pipe flow," *J. Theor. Appl. Mech.*, vol. Vol. 50 nr, pp. 889–902, 2012.

[109] A. K. Soares, N. Martins, and D. I. C. Covas, "Investigation of Transient Vaporous Cavitation: Experimental and Numerical Analyses," *Procedia Eng.*, vol. 119, pp. 235–242, 2015.

[110] H. Shamloo, R. Norooz, and M. Mousavifard, "A review of one-dimensional unsteady friction models for transient pipe flow," *Cumhuriyet Science Journal*, vol. 36, no. 3. pp. 2278–2288, 2015.

[111] W. Zielke, "Frequency-Dependent Friction in Transient Pipe Flow," *J. Basic Eng.*, vol. 90, no. 1, p. 109, Mar. 1968.

[112] A. E. VARDY and J. M. B. BROWN, "Transient turbulent friction in smooth pipe flows," *J. Sound Vib.*, vol. 259, no. 5, pp. 1011–1036, Jan. 2003.

[113] P. O. K. Krehl, *History of Shock Waves, Explosions and Impact: A Chronological and Biographical Reference*. Springer Science & Business Media, 2008.

[114] D. L. Blackmore, N. K. Prykarpats'ka, V. H. Samoilenko, E. Wachnicki, and M. Pytel-Kudela, "The Cartan-Monge geometric approach to the characteristic method for nonlinear partial differential equations of the first and higher orders," *Nonlinear Oscil.*, vol. 10, no. 1, pp. 22–31, Jan. 2007.

[115] G. P. Greyvenstein, "An implicit method for the analysis of transient flows in pipe networks," *Int. J. Numer. Methods Eng.*, vol. 53, no. 5, pp. 1127–1143, Feb. 2002.

[116] C. Lavooij and A. Tusseling, "Fluid-structure interaction in liquid-filled piping systems," *J. Fluids Struct.*, 1991.

[117] S. Li, B. W. Karney, and G. Liu, "FSI research in pipeline systems – A review of the literature," *J. Fluids Struct.*, vol. 57, pp. 277–297, Aug. 2015.

[118] M. Abbott, "An introduction to the method of characteristics," 1966.

[119] S. Elaoud and E. Hadj-Taïeb, "Transient flow in pipelines of high-pressure hydrogen–natural gas mixtures," *Int. J. Hydrogen Energy*, vol. 33, no. 18, pp. 4824–4832, Sep. 2008.

[120] Q. S. Li, K. Yang, L. Zhang, and N. Zhang, “Frequency domain analysis of fluid–structure interaction in liquid-filled pipe systems by transfer matrix method,” *Int. J. Mech. Sci.*, vol. 44, no. 10, pp. 2067–2087, Oct. 2002.

[121] M. Ben Hasine, “Modélisation du vieillissement thermique et mécanique d’une protection externe en EPDM de jonctions rétractables à froid,” École Nationale Supérieure d’Arts et Métiers, 2013.

[122] M. Dallali, M. A. Guidara, M. A. Bouaziz, C. Schmitt, E. Haj-Taieb, and Z. Azari, “Accuracy and security analysis of transient flows in relatively long pipelines,” *Eng. Fail. Anal.*, vol. 51, pp. 69–82, May 2015.

[123] R. Ferhoum, M. Aberkane, and M. Ould Ouali, “Distribution of nonliner relaxation (DNLR) approach of the annealing effects in semicristalline polymers: structure–property relation for high-density polyethylene (HDPE),” *Contin. Mech. Thermodyn.*, vol. 26, no. 3, pp. 373–385, Jun. 2013.

[124] C. G’Sell, J. . Hiver, and A. Dahoun, “Experimental characterization of deformation damage in solid polymers under tension, and its interrelation with necking,” *Int. J. Solids Struct.*, vol. 39, no. 13–14, pp. 3857–3872, Jun. 2002.

[125] “ISO 6259-3:2015 - Thermoplastics pipes -- Determination of tensile properties -- Part 3: Polyolefin pipes.” .

[126] “ISO 8496:2013 - Metallic materials -- Tube -- Ring tensile test.” .

[127] M. Plöckl, M. G. R. Sause, J. Scharringhausen, and S. Horn, “Failure Analysis of NOL-Ring Specimens by Acoustic Emission,” in *30th European Conference on Acoustic Emission Testing & 7th International Conference on Acoustic Emission*, 2012, no. September, pp. 9–14.

[128] D. Petersen, R. Link, S. Arsene, and J. Bai, “A New Approach to Measuring Transverse Properties of Structural Tubing by a Ring Test,” *J. Test. Eval.*, vol. 24, no. 6, p. 386, Nov. 1996.

[129] D. Petersen, R. Link, S. Arsène, and J. Bai, “A New Approach to Measuring Transverse Properties of Structural Tubing by a Ring Test—Experimental Investigation,” *J. Test. Eval.*, vol. 26, no. 1, p. 26, Jan. 1998.

[130] L. Laiarinandrasana, C. Devilliers, S. Oberti, E. Gaudichet, B. Fayolle, and J. M. Lucatelli, “Ring tests on high density polyethylene: Full investigation assisted by finite element modeling,” *Int. J. Press. Vessel. Pip.*, vol. 88, no. 1, pp. 1–10, Jan. 2011.

[131] M. Rozental-Evesque, B. Rabaud, and M. Sanchez, “The Nol Ring test: an improved tool for characterizing the mechanical degradation of non-failed polyethylene pipes house connections,” *Plast. Pipes Congr.*, 2008.

[132] C. Devilliers, L. Laiarinandrasana, B. Fayolle, and E. Gaudichet-Maurin, “Characterisation of aged HDPE pipes from drinking water distribution : investigation of crack depth by Nol ring tests under creep loading,” *Fracture of materials and structures from micro to macro scale - ECF 18*. DVM, p. 8 p., 30-Aug-2010.

[133] “ASTM D2290 - 12 Standard Test Method for Apparent Hoop Tensile Strength of Plastic or Reinforced Plastic Pipe.” .

[134] “XP T54-986 (2013): Polyethylene pipes for the conveyance of water under pressure - Determination of circumferential tensile properties of a pipe.” .

[135] D. Duvall and D. Edwards, “Oxidative Degradation of High Density Polyethylene Pipes from Exposure to Drinking Water Disinfectants,” *ESI Report, File*, 2009.

[136] B. Rabaud, M. Sanchez, and S. Louis, “the Nol Ring Test an Improved Tool for Characterising the Mechanical Degradation of Non-Failed Polyethylene Pipe House Connections,” no. 1.

[137] A. PILATO, N. PERRY, C. BOIS, and J.-C. WAHL, “Démarche de conception d’un essai de caractérisation mécanique multi-instrumente : cas d'un test de mise sous pression d'anneau composite,” in *13e Colloque National AIP PRIMECA*.

[138] M. Elmeguenni, M. Naït-Abdelaziz, F. Zaïri, and J. M. Gloaguen, “Fracture characterization of high-density polyethylene pipe materials using the J -integral and the essential work of fracture,” *Int. J. Fract.*, vol. 183, no. 2, pp. 119–133, 2013.

[139] P. Gilles, S. Marie, and P. Ould, “Détermination de courbes de résistance à la déchirure ductile dans les joints soudés,” *Mécanique Ind.*, vol. 11, no. 3–4, pp. 189–196, Nov. 2010.

[140] J. Begley and J. Landes, *The J Integral as a Fracture Criterion*. 100 Barr Harbor Drive, PO Box C700, West Conshohocken, PA 19428-2959: ASTM International, 1972.

[141] J. Rice, P. Paris, and J. Merkle, “Some Further Results of J-Integral Analysis and Estimates.”

[142] J. D. G. Sumpter, “Jc Determination for shallow notch welded bend specimens,” *Fatigue Fract. Eng. Mater. Struct.*, vol. 10, no. 6, pp. 479–493, Nov. 1987.

[143] “ASTM D6068 - 10 Standard Test Method for Determining J-R Curves of Plastic Materials.” .

[144] V. García Brosa, C. Bernal, and P. Frontini, “Calibration of fracture mechanics parameters and J–R curve determination in polyethylene side-grooved arc-shaped specimens,” *Eng. Fract. Mech.*, vol. 62, no. 2–3, pp. 231–248, Jan. 1999.

[145] P. Özbek, C. Argyrakis, and P. Leevers, “Fracture mechanics analysis of arc shaped specimens for pipe grade polymers,” *Polym. Test.*, vol. 28, no. 3, pp. 357–361, May 2009.

[146] J. Niglia, A. Cisilino, R. Seltzer, and P. Frontini, “Determination of impact fracture toughness of polyethylene using arc-shaped specimens,” *Eng. Fract. Mech.*, vol. 69, no. 12, pp. 1391–1399, Aug. 2002.

[147] G. Clarke and J. Landes, “Evaluation of the J Integral for the Compact Specimen,” *J. Test. Eval.*, 1979.

[148] “ASTM E813 - 89E01 Test Method for JIC, A Measure of Fracture Toughness (Withdrawn 1997).” .

[149] D. D. Huang, “The application of fracture mechanics to materials selection,” *Polym. Eng. Sci.*, vol. 36, no. 18, pp. 2270–2274, Sep. 1996.

[150] J.-P. TANCREZ, “Contribution a l’étude de la fragilité de composites polypropylène-fibres de verre courtes moules par injection,” UNIVERSITE DES SCIENCES ET TECHNOLOGIES DE LILLE, 1994.

[151] R. Machado, M. Gonzalez, and J. Gonzalez, “Experimental Study of Crack Growth in HDPE PE100 Pipes,” in *Volume 6B: Materials and Fabrication*, 2013, p. V06BT06A050.

[152] D. R. Moore, J. G. Williams, and A. Pavan, *Fracture Mechanics Testing Methods for Polymers, Adhesives and Composites*. Elsevier, 2001.

[153] “ASTM E399 - 12e3 Standard Test Method for Linear-Elastic Plane-Strain Fracture Toughness KIc of Metallic Materials.” .

[154] T. M. A. A. EL-Bagory, H. E. M. Sallam, and M. Y. A. Younan, “Effect of strain rate, thickness, welding on the J–R curve for polyethylene pipe materials,” *Theor. Appl. Fract. Mech.*, vol. 74, pp. 164–180, Dec. 2014.

[155] S. Muhammad and P.-Y. B. Jar, “Effect of aspect ratio on large deformation and necking of polyethylene,” *J. Mater. Sci.*, vol. 46, no. 4, pp. 1110–1123, Sep. 2010.

[156] N. Brusselle-Dupend and L. Cangémi, “A two-phase model for the mechanical behaviour of semicrystalline polymers. Part I: Large strains multiaxial validation on HDPE,” *Mech. Mater.*, vol. 40, no. 9, pp. 743–760, Sep. 2008.

[157] Y. Zhang and P.-Y. Ben Jar, “Quantitative assessment of deformation-induced damage in polyethylene pressure pipe,” *Polym. Test.*, vol. 47, pp. 42–50, Oct. 2015.

[158] B. E. K. Hachi, “Analyse des fissures elliptiques en statique et en fatigue par hybridation de fonctions de Green,” Institut National Polythechnique de Lorraine, 2007.

[159] Ľ. Gajdoš and M. Šperl, “Application of a Fracture-Mechanics Approach to Gas Pipelines,” *Int. J. Mech. Aerospace, Ind. Mechatron. Manuf. Eng.*, vol. 5, no. 1, pp. 480–487, 2011.

[160] M. El-Sayed, A. El Domiaty, and A.-H. I. Mourad, “Fracture Assessment of Axial Crack in Steel Pipe under Internal Pressure,” *Procedia Eng.*, vol. 130, pp. 1273–1287, 2015.

[161] A. française pour les règles de conception and de construction et de surveillance en exploitation des matériels des chaudières électro-nucléaires, *RCC-MR, Design and Construction Rules for Mechanical Components of FBR Nuclear Islands: Addendum N°1, November 1987 [to The] June 1985 Edition*. 1987.

[162] I. Milne, R. . Ainsworth, A. . Dowling, and A. . Stewart, “Assessment of the integrity of structures containing defects,” *Int. J. Press. Vessel. Pip.*, vol. 32, no. 1–4, pp. 3–104, Jan. 1988.

[163] I. Delvallée, “Nocitivité d’un défaut semi-elliptique d'orient complexe dans une coque cylindrique fermée soumise à une presion interne,” Université des sciences et technologies de lille 1 U.F.R. de mathématique, 1999.

[164] S. Muhammad and P.-Y. B. Jar, “Determining stress–strain relationship for necking in polymers based on macro deformation behavior,” *Finite Elem. Anal. Des.*, vol. 70–71, pp. 36–43, Aug. 2013.