HAL
open science

Modélisation de l'usure par diffusion des outils de coupe en usinage à grande vitesse

Mohammed Nouari

To cite this version:

Mohammed Nouari. Modélisation de l'usure par diffusion des outils de coupe en usinage à grande vitesse. Mécanique [physics.med-ph]. Université Paul Verlaine - Metz, 2000. Français. NNT : 2000METZ039S . tel-01775403

HAL Id: tel-01775403

https://hal.univ-lorraine.fr/tel-01775403v1

Submitted on 24 Apr 2018

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

UNIVERSITÉ DE LORRAINE

AVERTISSEMENT

Ce document est le fruit d'un long travail approuvé par le jury de soutenance et mis à disposition de l'ensemble de la communauté universitaire élargie.

Il est soumis à la propriété intellectuelle de l'auteur. Ceci implique une obligation de citation et de référencement lors de l'utilisation de ce document.

D'autre part, toute contrefaçon, plagiat, reproduction illicite encourt une poursuite pénale.

Contact : ddoc-theses-contact@univ-lorraine.fr

LIENS

Code de la Propriété Intellectuelle. articles L 122. 4
Code de la Propriété Intellectuelle. articles L 335.2- L 335.10
http://www.cfcopies.com/V2/leg/leg_droi.php
http://www.culture.gouv.fr/culture/infos-pratiques/droits/protection.htm

S/M2 00139

INSTITUT SUPERIEUR DE GENIE MECANIQUE ET PRODUCTIQUE

THESE

Présentée à

UNIVERSITE DE METZ

Par

Mohammed NOUARI

Pour l'obtention du grade de :

DOCTEUR de L'UNIVERSITE de METZ

SPECIALITE : *Sciences de l'ingénieur*
OPTION : *Mécanique*

Modélisation de l'usure par diffusion des outils de coupe en usinage à grande vitesse

Soutenue le 19 décembre 2000 devant le jury composé de :

A. MOLINARI	Professeur à l'Université de Metz	Directeur de thèse
C. LEXCELLENT	Professeur à l'Université de Franche-Comté	Rapporteur
P. MARTIN	Professeur à l'ENSAM de Metz	Rapporteur
D. DUDZINSKI	Professeur à l'Université de Metz	Examinateur
F. LEROY	Directeur technique du CREAS (USINOR)	Examinateur
E. PATOOR	Professeur à l'ENSAM de Metz	Examinateur

Laboratoire de Physique et Mécanique des Matériaux **U.M.R. C.N.R.S.** N°7554

Remerciements

Ce travail a été réalisé au Laboratoire de Physique et Mécanique des Matériaux de l'Université de Metz, sous la direction du Professeur Alain MOLINARI.

Ma gratitude et ma profonde reconnaissance s'adressent tout d'abord à Monsieur Alain MOLINARI qui a accepté de diriger cette thèse. Grâce à sa rigueur, son expérience et ses compétences, il a su diriger ce travail tout en me laissant une complète autonomie. Je tiens à lui exprimer également ma sincère reconnaissance pour les précieux conseils qu'il m'a prodigués ainsi que pour la confiance et le soutien qu'il m'a apportés aux cours de mes travaux.

J'adresse mes plus vifs remerciements à Monsieur Christian LEXCELLENT, Professeur à l'Université de Franche-Comté (Besançon), et à Monsieur Patrick MARTIN, Professeur à l'ENSAM de Metz, pour l'intérêt qu'ils ont bien voulu porter à cette thèse et pour avoir accepté la lourde tâche de rapporteur.

J'exprime mes plus sincères remerciements à Monsieur Daniel DUDZINSKI, Professeur à l'Université de Metz, et à Monsieur François LEROY, Directeur technique du CREAS (Centre de Recherches des Aciers Spéciaux groupe USINOR), pour avoir accepté d'examiner ce travail.

J'exprime aussi ma reconnaissance à Monsieur Etienne PATOOR, Professeur à l'ENSAM de Metz, pour son intéressement à cette étude et pour sa participation au jury.

Je tiens également à remercier tous les collègues du LPMM, chercheurs et techniciens, en particulier Abdelhadi MOUFKI, pour leur précieuse collaboration.

Enfin, je remecie ma femme et ma fille pour leur soutien permanent et leur sacrifice pour l'aboutissement de ce travail.

BIBLIOTHEQUE UNIVERSITAIRE - METZ

N° inv.	20000535
Cote	S/M3 00/39
Loc	Magasin

Table des matières

Introduction générale **6**

I Généralités sur la coupe des métaux et aspect global de l'usure des outils de coupe **9**

1 Modélisation analytique de la coupe des métaux **10**

1.1 Introduction 11

1.2 Approches purement mécaniques: modèle de Merchant 13

1.3 Approche thermomécanique d'Oxley 16

1.3.1 Étude du cisaillement primaire 18

1.3.2 Étude du cisaillement secondaire 20

1.3.3 Conclusion 23

1.4 Modèle de la bande de cisaillement de Molinari et Dudzinski 24

1.4.1 Mise en place des équations du modèle 24

1.4.2 Analyse dimensionnelle 27

1.4.3 Solution stationnaire, cisaillement adiabatique 30

1.4.4 Forces et énergie consommée 31

1.4.5 Longueur de contact l_c 32

1.4.6 Conclusion 33

2 Description générale de l'usure des outils de coupe **34**

2.1 Manifestation de l'usure des outils de coupe 34

2.1.1 Usure en cratère 35

2.1.2 Usure frontale ou usure en dépouille 36

2.1.3 Usure par déformation plastique 37

2.1.4 Usure par ébréchure et par fissuration d'arête 37

2.1.5 Rupture brutale de la pointe de l'outil 38

2.1.6 Arête rapportée 38
2.1.7 Usure en entaille 39
2.2 Mécanismes de l'usure des outils de coupe 39
2.2.1 L'abrasion 39
2.2.2 L'adhésion 40
2.2.3 La diffusion 41
2.3 Critères et lois d'usure en usinage 42
2.3.1 Les critères d'usure directs et indirects 42
2.3.2 Lois d'usure des outils de coupe 43

II Modélisation de l'usure par diffusion en coupe des métaux 45

1 Introduction 46
1.1 Mécanismes élémentaires et mise en évidence de la diffusion en usinage 46
1.1.1 Mécanismes élémentaires de la diffusion 46
1.1.2 Mise en évidence de la diffusion en usinage 47
1.2 Présentation générale de la théorie de la diffusion 52
1.2.1 Bilan de conservation de soluté 52
1.2.2 Loi de Fick et équation générale de la diffusion 53
1.3 Cadre de l'étude 55

2 Modèles analytiques existants 57
2.1 Modèle de Loladze 57
2.2 Modèle de Bhattacharyya & Ghosh 61
2.3 Modèle de Cook & Nayak 65
2.4 Limitation des modèles antérieurs 66

3 Modèles développés 68
3.1 Diffusion à l'interface outil-copeau 68
3.1.1 Application de l'équation générale de la diffusion à la coupe 68
3.1.2 Calcul des coefficients de diffusion D_{i1} et D_{i2} 69
3.1.3 Détermination de la température à l'interface outil-copeau 72
3.2 Modélisation de la masse transférée par diffusion dans le copeau 76
3.2.1 Résolution du problème dans un élément de copeau (bloc élémentaire) . . 76
3.2.2 Calcul de la masse diffusée et emportée dans le copeau 79
3.3 Usure de l'outil 80

3.3.1 Modélisation de l'usure par diffusion en utilisant la température moyenne à l'interface (Modèle I) 81
3.3.2 Modélisation de l'usure par diffusion aux grandes vitesses de coupe (Modèle II) 87
3.4 Utilisation des modèles I et II 90

4 Résultats et discussions **93**
4.1 Application aux outils en carbures métalliques frittés 93
4.2 Application du modèle I d'usure par diffusion 96
4.2.1 Profondeur du cratère K_T 97
4.2.2 Durée de vie T 100
4.2.3 Identification du paramètre η de la loi de frottement (4.1) et validation du modèle I 102
4.3 Application du modèle II d'usure par diffusion 104
4.4 Validation expérimentale des modèles d'usure par diffusion 105
4.5 Étude paramétrique et optimisation d'une opération d'usinage 109
4.5.1 Influence du temps d'usinage et de la profondeur de coupe t_1 109
4.5.2 Influence de l'angle de coupe α 112
4.5.3 Influence de la vitesse de coupe V et optimisation d'un processus de coupe 114
4.6 Conclusion 117

Conclusion générale **121**

Annexe A. Calcul de la concentration dans un élément de copeau **123**

Annexe B. Transformée de Laplace **125**

Annexe C. Calcul de la concentration dans l'outil **126**

Bibliographie **128**

"La fusion de la théorie et de la pratique doit aujourd'hui être la préoccupation dominante de tous ceux qui s'intéressent tant au progrès de la science qu'à celui de l'industrie. Faute d'une semblable collaboration, la science, privée de tout contrôle effectif, se perd en vaines imaginations; et l'industrie, privée d'une direction précise, s'immobilise dans des tatonnements empiriques sans issue"

Henry le Chatellier

Introduction générale

Malgré leur utilisation courante et importante dans l'industrie automobile et aéronautique notamment, les procédés d'usinage par enlèvement de matière sont mal connus et ont fait l'objet de peu d'études scientifiques.

Les études précédentes montrent que l'usinage est l'objet d'interactions complexes entre phénomènes thermiques, mécaniques, et physico-chimiques. Ainsi, un effort de recherche commun doit être déployé de la part des métallurgistes et des mécaniciens pour permettre une évolution constante des connaissances de ce procédé.

Bien qu'il soit l'un des procédés de mise en forme les plus anciens et les plus utilisés, l'usinage semble prendre aujourd'hui un nouveau tournant. La demande croissante d'une plus grande productivité, et la mise au point de nouvelles machines sophistiquées ont conduit les industriels à adopter des paramètres de coupe plus sévères, (augmentation des vitesses de coupe, d'avances, etc. ...). L'usinage se trouve alors confronté à de nouveaux problèmes dont le plus déterminant est l'usure rapide des outils. Dans le cadre de l'optimisation du processus de coupe, la connaissance de la phénoménologie de l'usinage est importante mais celle de l'usure est elle, indispensable. De ce fait, la modélisation de l'usure figure parmi les principaux objectifs de la recherche actuelle sur la coupe des métaux.

La majeure partie des investigations dans ce domaine est basée sur des approches empiriques, et fait intervenir plusieurs paramètres dont l'identification nécessite des essais longs et coûteux. De plus, leurs domaines de validité sont restreints à l'usinage conventionnel, et par conséquent ne peuvent être extrapolés au delà de ces domaines, sans conduire à des erreurs notables. Cela remet en question leur potentialité en matière de prédiction d'usure, et en matière d'optimisation du procédé. Le peu d'études analytiques qui ont abordé le problème de l'usure en usinage ne

tiennent pas compte de tous les phénomènes mis en jeu lors du processus de coupe; aussi, les solutions apportées sont incomplètes. Par ailleurs, les résultats des mesures expérimentales qui servent de banque de données sont obtenus, pour la plupart, dans un objectif bien précis souvent orienté par les besoins industriels. A leur tour, ces données ne sont pas exploitables de manière générale.

Afin de construire une approche scientifique et rigoureuse permettant de développer des modèles prédictifs d'usure, on ne doit pas se contenter de la considération d'une partie des phénomènes mis en jeu, mais de l'ensemble des facteurs (température, frottement intense, comportement des matériaux, convection de la matière, ...) conduisant à l'usure de l'outil. C'est dans cet objectif que nous allons oeuvrer.

En général, on distingue trois modes d'usure essentiels: l'abrasion , l'adhésion et la diffusion. Aux grandes vitesses de coupe, le gradient de température à l'interface outil-copeau est particulièrement important. La diffusion étant le seul phénomène thermiquement activé (contrairement à l'abrasion et à l'adhésion), elle demeure le mode d'usure prépondérant aux hautes températures. La perte par diffusion des composants chimiques réduit considérablement la résistance mécanique de l'outil et son efficacité.

L'objet de cette thèse est la modélisation de l'usure par diffusion des outils de coupe en usinage à grande vitesse. Ce travail se décompose en deux parties. La première partie est consacrée à l'étude des différentes modélisations de la coupe des métaux. Au cours de cette étude, nous nous sommes restreints au cas de coupe orthogonale dans la mesure où cette dernière reproduit les principaux phénomènes physiques présents lors de l'enlèvement de matière par outil coupant. Un aperçu général sur les différents mécanismes d'usure figure également dans cette première partie.

Dans la deuxième partie, on cherche à modéliser analytiquement le problème de l'usure par diffusion. Après une revue des travaux antérieurs dans ce domaine, nous développons deux modèles selon que l'on tienne compte de la température moyenne uniforme, ou de la distribution non uniforme de la température à l'interface outil-copeau. Ces modèles permettent de calculer la distribution de la concentration des espèces chimiques due au flux diffusionnel, la masse perdue par l'outil, et le profil

du cratère formé à la surface de coupe. On établit ainsi deux lois d'usure donnant la durée de vie de l'outil en fonction des conditions de coupe, et des paramètres physico-chimiques des matériaux de l'outil et de la pièce. Une étude paramétrique dont les résultats sont présentés dans le dernier chapitre permet d'illustrer l'influence des conditions de coupe sur l'usure, et sur la productivité lors d'un processus de coupe. Dans ce même chapitre, une confrontation avec les résultats expérimentaux est effectuée afin de valider l'approche proposée.

L'originalité de ce travail réside dans le fait qu'on a établi deux lois d'usure par diffusion. l'aspect analytique de ces lois les rend facilement exploitables, notamment dans la recherche des conditions de coupe pour lesquelles la productivité et l'usure de l'outil sont en équilibre optimal. Cela était jusqu'à lors difficile à réaliser avec les lois d'usure existantes.

Première partie

Généralités sur la coupe des métaux et aspect global de l'usure des outils de coupe

Chapitre 1

Modélisation analytique de la coupe des métaux

La modélisation de la coupe a été et reste un des objectifs principaux de la recherche industrielle. Ainsi, ces dernières années nous avons assisté à la mise en place de plans de recherche sur l'usinage. Malgré le développement de machines sophistiquées et l'introduction de la grande vitesse (vitesses de 5 à 8 fois supérieures à celle du domaine conventionnel), les connaissances scientifiques liées aux phénomènes de la formation du copeau et leurs modélisations restent limitées.

Dans ce chapitre nous proposons de rappeler brièvement les théories analytiques permettant la modélisation de la formation du copeau en coupe orthogonale. Ce type de coupe est rarement rencontré en usinage industriel, néanmoins nous trouvons lors de la coupe orthogonale les principaux phénomènes physiques présents lors de l'enlèvement de matière par outil coupant (zones primaire et secondaire de cisaillement, frottement intense à l'interface outil-copeau, ...).

Compte-tenu de la faible part accordée à la simulation numérique dans notre travail, nous n'effectuerons pas de revue bibliographique sur les aspects numériques de la simulation de la coupe.

1.1 Introduction

On parle de coupe orthogonale lorsque l'arête de coupe est rectiligne et perpendiculaire à la direction donnée par la vitesse d'avance V_a; (Fig. 1.1). Lorsque la largeur usinée w est grande devant l'avance t_1, on peut alors considérer que le copeau se forme suivant les conditions de déformations planes.

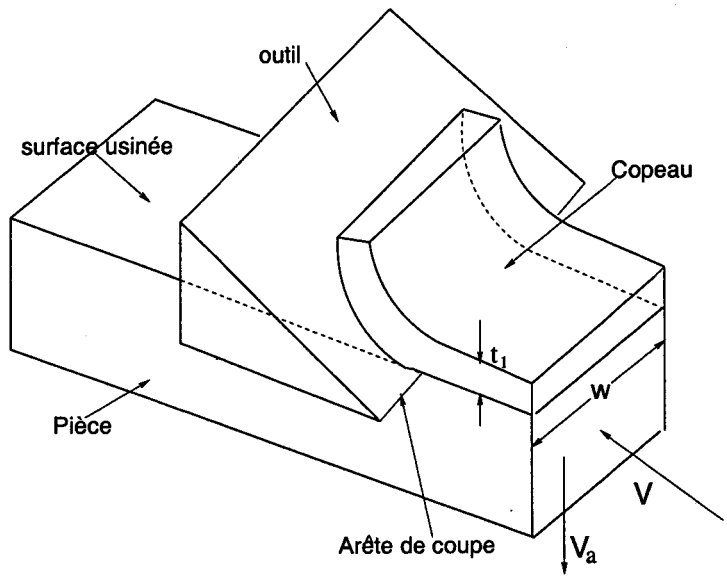


FIG. 1.1 - *Présentation de la coupe orthogonale.*

Quand l'outil entre en contact avec la couche superficielle de la pièce, l'avance de celui-ci provoque une forte compression de la matière et génère un cisaillement intense entre la pointe de l'outil et la surface de la pièce, Merchant (1945). Cette zone de formation du copeau est appelée zone de cisaillement primaire et s'étend de l'arête de coupe à la surface externe du copeau. Celui-ci ainsi formé frotte sur la face de coupe de l'outil; cette zone de frottement entre l'outil et le copeau est appelée zone de cisaillement secondaire, Pomey (1971). Une troisième zone que l'on nomme zone tertiaire de cisaillement est le résultat du frottement entre la surface usinée et la face en dépouille de l'outil (Fig. 1.2). Les déformations plastiques engendrées par cisaillement dans la zone primaire peuvent atteindre des valeurs très élevées, et les vitesses de déformation sont souvent comprises entre 10^3 et 10^6 s^{-1}. La génération de la chaleur induite d'une part par la déformation plastique, et d'autre part par les frottements outil-copeau et outil-pièce conduit à une élévation de la température dans cette zone. La répartition de la chaleur ainsi produite se fait entre le copeau, l'outil, et la pièce.

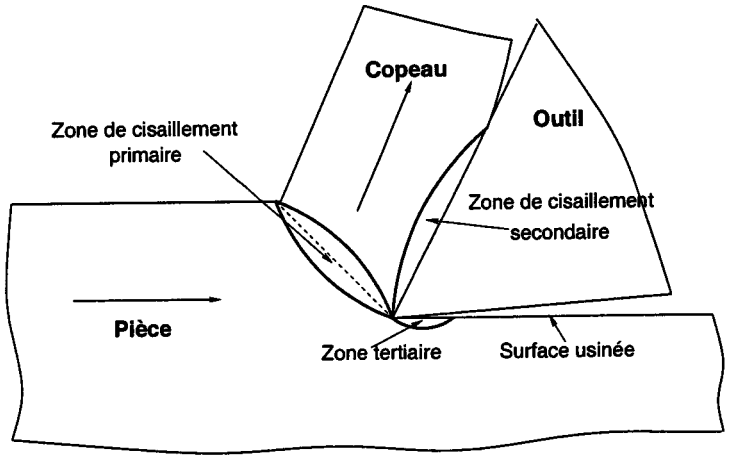


FIG. 1.2 - *Définition des zones de cisaillement.*

Le copeau formé lors du processus de coupe peut être de différents types: continu avec ou sans bande de cisaillement adiabatique, ou discontinu avec ou sans segmentation (Fig. 1.3). La formation d'un copeau continu ne fait intervenir, d'un point de vue mécanique, qu'un processus de déformation plastique par cisaillement dans la zone primaire. La valeur de la contrainte de cisaillement n'atteint pas la limite de rupture du métal et celui-ci s'écoule de manière continue le long de la face de coupe de l'outil. Ce type de copeau est observé en général pour des faibles valeurs de la profondeur de passe t_1 et de la vitesse de coupe V, Heim (1996), Faure (1998). Dans le cas de copeaux discontinus, un mécanisme d'instabilité dans la zone de cisaillement primaire conduit à la rupture du matériau. Cette rupture peut être de type fragile pour des matériaux durs. Une rupture de type ductile apparaîtra pour des matériaux moins durs mais pour des vitesses de déformation plus importantes. Elle est alors souvent accompagnée de la formation de bandes de cisaillement dans la zone primaire.

Les modélisations des phénomènes physiques intervenant en coupe des métaux commencent toutes par poser des hypothèses simplificatrices quant à la nature du processus, à la géométrie de l'outil, à ses conditions d'engagement, et pour certaines au comportement thermomécanique du matériau usiné. Ainsi, l'intérêt de ces modélisations est de comprendre les phénomènes physiques qui sont à l'origine de la création et de l'évacuation du copeau pendant le processus de coupe.

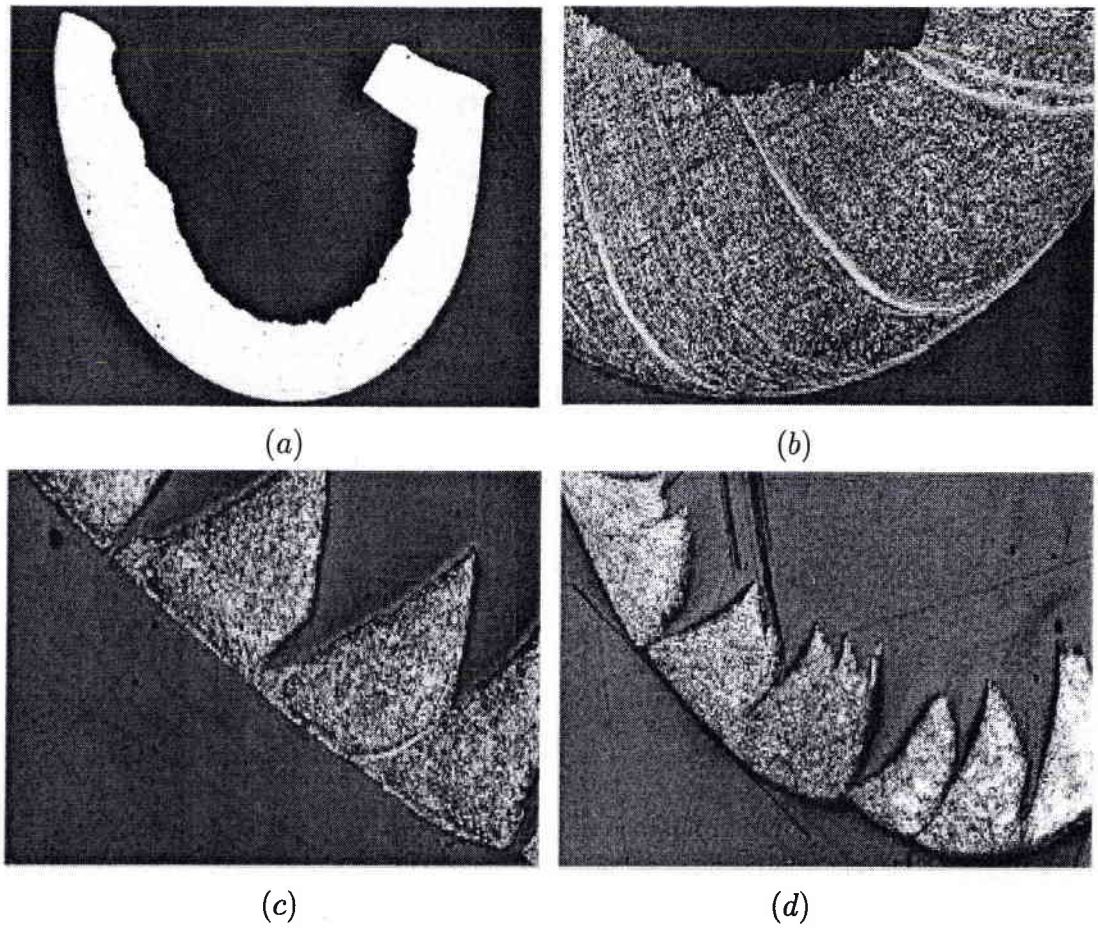


FIG. 1.3 – *Différents types de copeaux.* (*a*)– *Copeau continu à surface lisse sans bande de cisaillement.* (*b*)– *Copeau continu à surface lisse avec bande de cisaillement.* (*c*)– *Copeau segmenté régulier.* (*d*)– *Copeau segmenté irrégulier. Heim,* (1996), *Sutter et al* (1997), *Faure* (1998).

1.2 Approches purement mécaniques: modèle de Merchant

Le modèle de Merchant (1945) est l'un des premiers modèles de la coupe orthogonale. Ce modèle utilise une formulation énergétique en déformation plane et suppose que la formation du copeau se produit suite à un cisaillement intense le long d'un plan dont l'inclinaison ϕ (angle de cisaillement primaire), par rapport à la direction de la vitesse de coupe V (Fig. 1.4) peut être déterminée par un calcul de minimisation de l'énergie de coupe.

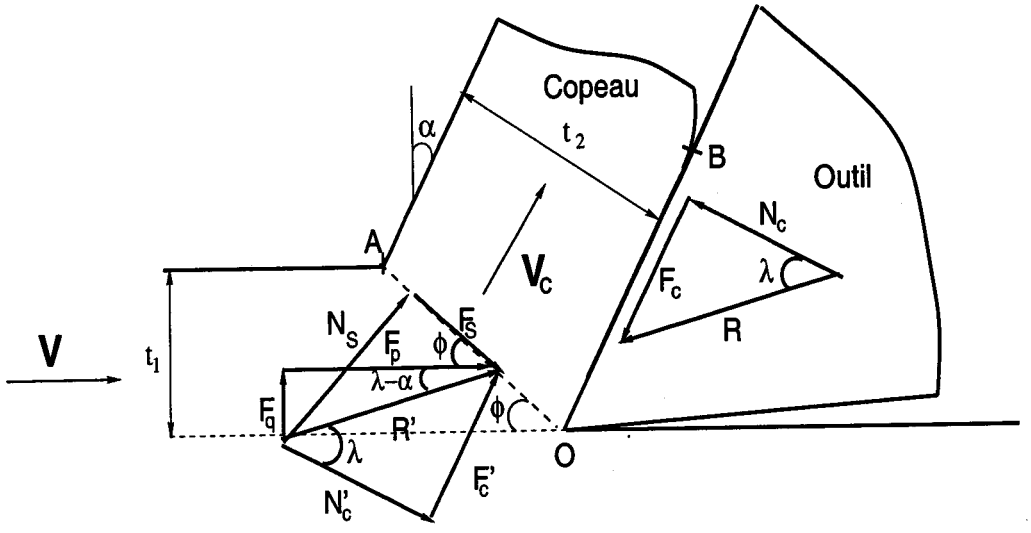


FIG. 1.4 – *Représentation de la coupe selon le modèle de Merchant* (1945). *Le plan de cisaillement (OA) est incliné d'un angle ϕ par rapport à la direction de la vitesse de coupe V.*

La démarche de l'étude est de déterminer l'angle de cisaillement, par minimisation de la puissance dissipée, et de prédire les efforts de coupe (effort de coupe F_p et effort d'avance F_q). L'épaisseur du copeau et la longueur de contact peuvent ensuite être déterminées respectivement par la conservation du flux de matière et par l'équilibre des moments appliqués au copeau. La mise en équation requiert des hypothèses complémentaires sur le matériau usiné et sur les conditions de contact à l'interface outil-copeau. Aussi, le matériau usiné est supposé homogène et isotrope et est assimilé à un corps rigide parfaitement plastique. Le contact outil-copeau est censé être le siège d'un frottement de Coulomb (angle λ) supposé constant quelles que soient les conditions de coupe (angle de coupe α, vitesse de coupe V, profondeur de coupe $t_1$et largeur de coupe w). L'équilibre des efforts appliqués au copeau est schématisé par la figure 1.4. Lors du processus de la coupe, la force résultante R' des efforts appliqués par le matériau usiné peut être décomposée de trois manières différentes:

1. suivant les directions horizontale et verticale par l'effort de coupe F_p et l'effort d'avance F_q,
2. dans le plan de cisaillement (OA) et perpendiculaire à celui-ci: F_S et N_S,
3. dans le plan de coupe et perpendiculairement à celui-ci: F_c et N_c.

En supposant la contrainte de cisaillement uniforme dans le plan primaire de cisaillement, la composante F_s dans ce plan est donnée en fonction de la contrainte

d'écoulement en cisaillement τ par:

$$\mathrm{F_S} = wl_{OA}\tau = \frac{wt_1}{sin\phi}\tau \tag{1.1}$$

où w désigne la largeur de coupe, t_1 la profondeur de coupe et l_{OA} la longueur OA. Le diagramme des efforts appliqués au copeau, comme le montre la figure 1.4, permet alors de déterminer les autres composantes comme suit:

$$\begin{aligned} N_s &= F_s \tan(\phi + \lambda - \alpha) \\ F_p &= N_s \sin\phi + F_s \cos\phi \\ F_q &= N_s \cos\phi - F_s \sin\phi \\ F_c &= F_p \sin\alpha + F_q \cos\alpha \\ N_c &= F_p \cos\alpha - F_q \sin\alpha \end{aligned} \tag{1.2}$$

N_S représente la résultante des contraintes normales le long du plan de cisaillement OA. Le rapport entre F_c et N_c donne le coefficient de frottement à l'interface outil-copeau:

$$\mu = \tan\lambda = \frac{F_p \tan\alpha + F_q}{F_p - F_q \tan\alpha} \tag{1.3}$$

La puissance totale nécessaire à la coupe est:

$$U = F_p V = \frac{\cos(\lambda - \alpha)}{\sin\phi \cos(\phi + \lambda - \alpha)} wt_1 \tau V \tag{1.4}$$

Merchant suppose que l'angle de cisaillement ϕ est tel que l'énergie consommée par la coupe est minimale. La dérivation de l'équation (1.4) par rapport à ϕ, en supposant la contrainte de cisaillement τ et l'angle de frottement λ indépendants de ϕ, permet d'obtenir l'énergie minimale consommée pour la valeur de ϕ suivante:

$$\phi = \frac{\pi}{4} + \frac{\alpha - \lambda}{2} \tag{1.5}$$

L'épaisseur du copeau déformé t_2 est donnée par la relation géométrique suivante, (Fig. 1.4):

$$t_2 = t_1 \frac{\cos(\phi - \alpha)}{\sin\phi} \tag{1.6}$$

Enfin, l'équilibre des moments appliqués au copeau permet de déterminer la lon-

gueur de contact outil-copeau l_c en supposant la répartition des contraintes normales comme étant uniforme à l'interface:

$$l_c = \frac{t_1}{\cos\lambda}\tan(\frac{\pi}{4} + \frac{\lambda - \alpha}{2}) \tag{1.7}$$

D'autres auteurs ont cherché à améliorer le modèle de Merchant. Albrecht (1960) a développé une théorie de "refoulement du copeau" pour rendre compte des variations du coefficient de frottement μ. Lee et Shaffer (1951) ont modélisé la formation du copeau continu en coupe orthogonale en utilisant la théorie des lignes de glissement. Cette méthode permet de résoudre aisément les problèmes de plasticité sans écrouissage en déformations planes. Les modèles proposés ultérieurement par Kudo (1965) et Dewhurst (1978) tiennent compte de la courbure du copeau et des effets des paramètres géométriques de l'outil.

Dans ces modèles simplifiés, on considère que le matériau se déforme avec une contrainte de cisaillement constante. Pour une meilleure estimation de l'angle de cisaillement ϕ et de la contrainte de cisaillement dans la bande, on doit utiliser une approche prenant en compte la variation de la contrainte de cisaillement en fonction de la vitesse de déformation et de la température. C'est sur cette base que sont construits les modèles thermomécaniques.

1.3 Approche thermomécanique d'Oxley

Les modèles purement mécaniques énoncés précédemment reposent tous sur l'hypothèse d'un comportement parfaitement plastique du matériau. Ils sont donc incomplets dans la mesure où ils ne prennent pas en compte la sensibilité de la contrainte d'écoulement à l'écrouissage, à la température et à la vitesse de déformation. Dans le but de mettre en place une approche plus réaliste, Oxley (1989) a considéré un comportement thermoviscoplastique du matériau usiné. Ainsi, la loi de comportement utilisée a la forme suivante:

$$\overline{\sigma} = \overline{\sigma}(\overline{\varepsilon}, \dot{\overline{\varepsilon}}, \Theta) = \sigma_1(\dot{\overline{\varepsilon}}, \Theta)\overline{\varepsilon}^{n(\dot{\overline{\varepsilon}},\Theta)} \tag{1.8}$$

où $\overline{\sigma}$ et $\overline{\varepsilon}$ représentent la contrainte équivalente de Von Misès et la déformation plastique cumulée, Θ la température absolue, n le coefficient d'écrouissage et σ_1 un coefficient ayant la dimension d'une contrainte, σ_1 et n dépendent de la vitesse de déformation et de la température.

L'analyse expérimentale de la coupe et les observations micrographiques du copeau ont mis en évidence l'existence de deux zones de déformation plastique par cisaillement: une zone de cisaillement primaire dont l'épaisseur se répartit de part et d'autre du plan de cisaillement, et une zone de cisaillement secondaire caractérisée par une épaisseur δt_2 (Fig. 1.5).

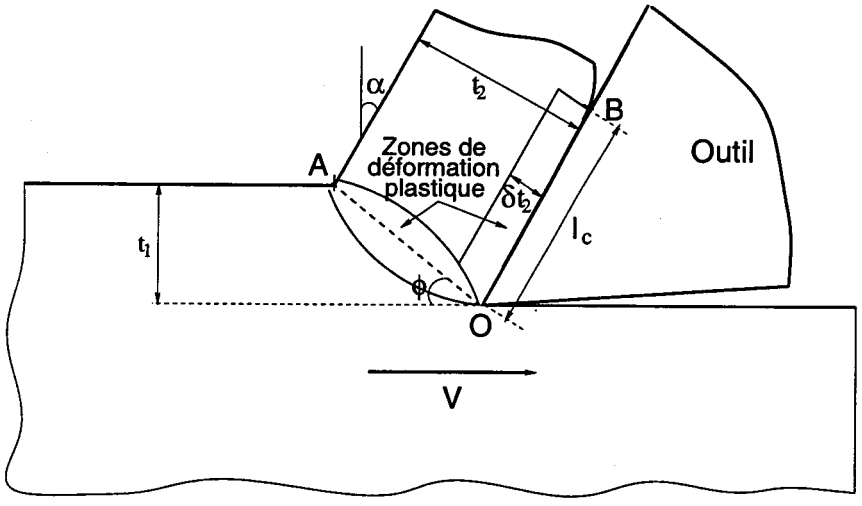


FIG. 1.5 – *Représentation de la coupe selon le modèle thermomécanique d'Oxley.*

Le problème consiste d'une part à déterminer la contrainte d'écoulement dans chacune de ces deux zones, et d'autre part à écrire les équations d'équilibre et l'équation énergétique afin d'obtenir:

1. la valeur de l'angle de cisaillement ϕ,
2. la longueur de contact l_c,
3. l'épaisseur de la zone de cisaillement secondaire δt_2,
4. la valeur des efforts de coupe.

1.3.1 Étude du cisaillement primaire

- Déformation et vitesse de déformation

La zone de cisaillement primaire est une bande d'épaisseur h qui se situe au voisinage de la ligne OA (Fig. 1.5) séparant le matériau non déformé du copeau.

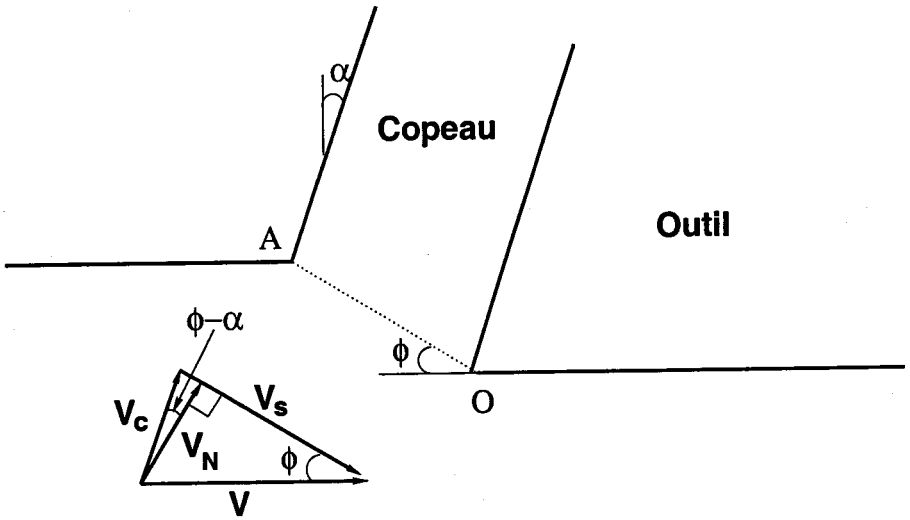


FIG. 1.6 - *Diagramme des vitesses.*

La vitesse de déformation moyenne dans la zone primaire vaut:

$$\dot{\gamma} = \frac{V_s}{h} \tag{1.9}$$

où V_s est la vitesse de cisaillement. L'évolution de V_s dans la bande de cisaillement ne peut être déterminée que par une approche thermomécanique détaillée de l'écoulement de la matière dans cette bande. Ne connaissant ni l'épaisseur de la bande h, ni V_s, Oxley suppose que la vitesse de cisaillement le long de OA est fournie par la relation suivante:

$$\dot{\gamma}_{OA} = C\frac{V_s}{l_{OA}} = C\frac{V_s \sin\phi}{t_1} \tag{1.10}$$

dans cette relation empirique, $l_{OA} = \frac{t_1}{\sin\phi}$ désigne la longueur OA (Fig. 1.5), et C un paramètre qui sera défini ultérieurement.

La décomposition de la vitesse de coupe V, comme le montre la figure 1.6, donne:

$$\begin{aligned} V_c &= \frac{\sin\phi}{\cos(\phi-\alpha)}V \\ V_s &= \frac{\cos\alpha}{\cos(\phi-\alpha)}V \\ V_N &= V\sin\phi \end{aligned} \tag{1.11}$$

où V_c est la vitesse de glissement du copeau par rapport à l'outil et V_N la vitesse de traversée de la zone de cisaillement. En admettant que la déformation le long de OA est la moitié de la déformation totale, on peut écrire:

$$\gamma_{OA} = \frac{1}{2}\int_0^{\Delta t} \dot{\gamma} dt \tag{1.12}$$

où $\Delta t = \frac{h}{V_N}$ est le temps nécessaire à la traversée de la bande d'épaisseur h. La combinaison des équations (1.9), (1.10), (1.11) et (1.12) permet finalement d'avoir la déformation plastique cumulée:

$$\overline{\varepsilon}_{OA} = \frac{\gamma_{OA}}{\sqrt{3}} = \frac{1}{2\sqrt{3}}\frac{\cos\alpha}{\cos(\phi-\alpha)\sin\phi} \tag{1.13}$$

et la vitesse de déformation équivalente:

$$\dot{\overline{\varepsilon}}_{OA} = \frac{\dot{\gamma}_{OA}}{\sqrt{3}} = \frac{C}{\sqrt{3}t_1}\frac{\sin\phi\cos\alpha}{\cos(\phi-\alpha)}V \tag{1.14}$$

- **Température**

L'énergie de déformation plastique dans la zone de cisaillement primaire est donnée par:

$$\int_0^{\overline{\varepsilon}(t)} \overline{\sigma} d\overline{\varepsilon} = \int_0^{2\gamma_{OA}} \tau d\gamma = 2\tau_{OA}\gamma_{OA} = \frac{2\gamma_{OA}}{\sqrt{3}}\overline{\sigma}(\overline{\varepsilon}_{OA}, \dot{\overline{\varepsilon}}_{OA}, \Theta_{OA}) \tag{1.15}$$

En supposant que seule une fraction $(1-\beta)$ de cette énergie est transformée en chaleur, la température le long de OA est de la forme:

$$\Theta_{OA} = \Theta_0 + \eta\left(\frac{1-\beta}{\rho c}\right)\frac{2\gamma_{OA}}{\sqrt{3}}\overline{\sigma}(\overline{\varepsilon}_{OA}, \dot{\overline{\varepsilon}}_{OA}, \Theta_{OA}) \tag{1.16}$$

où ρ est la masse volumique du matériau et c la capacité calorifique. θ_0 présente la température initiale de la pièce, le coefficient η traduit le fait que la déformation plastique se poursuit au delà de OA. D'après les travaux de Tay *et al* (1976), le coefficient η est fixé à 0.7. Le paramètre β, $(0 \leq \beta \leq 1)$, est déterminé à l'aide des formules empiriques de Boothroyd (1963):

$$\begin{aligned} \beta &= 0.5 - \ln(\tan\phi/P_e) \quad si \quad 0.04 < \tan\phi/P_e < 10.0 \\ \beta &= 0.3 - 0.15\ln(\tan\phi/P_e) \quad si \quad \tan\phi/P_e > 10.0 \end{aligned} \tag{1.17}$$

P_e est le nombre de Péclet de l'écoulement:

$$P_e = \frac{k}{\rho c V t_1} \tag{1.18}$$

k est le coefficient de conduction du matériau usiné.

L'équation (1.16) est une équation implicite en Θ_{OA}. La résolution de cette équation pourra se faire par une méthode itérative.

1.3.2 Étude du cisaillement secondaire

La zone de cisaillement secondaire se situe à l'interface outil-copeau (Fig. 1.7). Après avoir traversée la zone primaire, la matière s'écoule au contact de la face de coupe. Ceci va provoquer des déformations plastiques supplémentaires dans la zone de cisaillement secondaire.

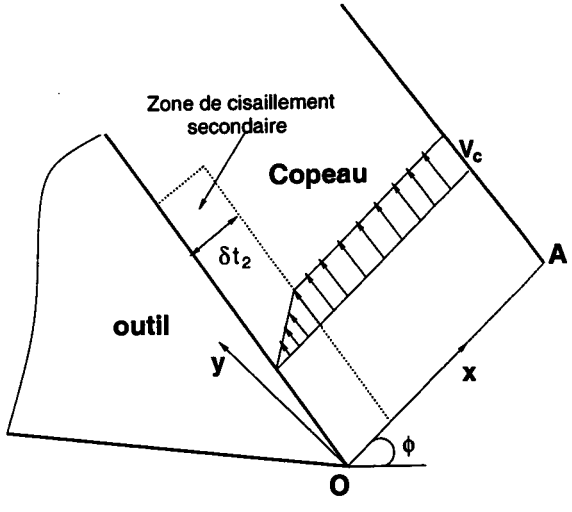


FIG. 1.7 – *Profil de la vitesse dans la zone de cisaillement secondaire.*

En supposant que l'écrouissage du matériau est saturé dans cette zone, la loi de comportement (1.8) devient:

$$\overline{\sigma}_{OB} = \sigma_1(\overline{\dot{\varepsilon}}_{OB}, \Theta_{OB}) \tag{1.19}$$

La vitesse est prise nulle à l'interface (hypothèse du contact collant) et puis elle augmente de manière linéaire jusqu'à l'extrémité de la zone secondaire où la vitesse est prise égale à V_c (Fig. 1.7). La vitesse de déformation s'écrit alors:

$$\dot{\gamma}_{OB} = \frac{V_c}{\delta t_2} = \frac{V \sin\phi}{\delta t_2 \cos(\phi - \alpha)} \tag{1.20}$$

L'épaisseur du copeau t_2 est donnée par la relation (1.6) et la température à l'interface est prise égale à la moyenne le long du contact outil-copeau:

$$\overline{\Theta}_{OB} = \Theta_0 + \Theta_{OA} + \psi \Delta\Theta_M \tag{1.21}$$

A La suite des travaux de Tay *et al* (1976), Oxley pose $\psi = 0.7$. L'expression de $\Delta\Theta_M$ est donné par Boothroyd (1963) sous la forme suivante:

$$\ln\left(\frac{\Delta\Theta_M}{\Delta\Theta_c}\right) = 0.06 - 0.195\delta\sqrt{\frac{t_2}{P_e l_c}} + 0.5\ln\left(\frac{t_2}{P_e l_c}\right) \tag{1.22}$$

$\Delta\Theta_c = \frac{\tau_{OB} l_c}{\rho c t_2}$ représente l'échauffement moyen dans le copeau. La longueur de contact outil-copeau l_c est obtenue en écrivant l'égalité des moments M_{OA} et M_{OB}, (par rapport à O), des forces appliquées au copeau (Fig. 1.4). La distribution des contraintes normales à l'interface est supposée uniforme, on a donc:

$$M_{OB} = N_c \frac{l_c}{2} = R\cos\lambda \frac{l_c}{2} \tag{1.23}$$

Le moment M_{OA} est défini par:

$$M_{OA} = \int_{OA} wxp(x)dx \tag{1.24}$$

où $p(x)$ est la pression hydrostatique le long du plan (OA) déterminée à partir de l'équilibre d'un élément de matière de la zone primaire, Gilormini (1982):

$$p(x) = \tau_{OA}\left(1 + 2(\frac{\pi}{4} - \phi) - 2Cn\frac{(l_{OA} - x)}{l_{OA}}\right) \tag{1.25}$$

avec $l_{OA} = \frac{t_1}{\sin\phi}$ et x désigne l'abscisse curviligne le long de OA (Fig. 1.7).

La combinaison des équations (1.23), (1.24) et (1.25) permet alors d'aboutir à:

$$l_c = \frac{t_1\cos(\phi + \lambda - \alpha)}{\sin\phi\cos\lambda}\left[1 + 2\left(\frac{\pi}{4} - \phi\right) - 2\frac{Cn}{3}\right] \tag{1.26}$$

Le coefficient C peut être calculé en utilisant les deux équations donnant la pression hydrostatique à la pointe de l'outil O: la première équation est obtenue en supposant uniforme la contrainte normale le long de l'interface:

$$p_O = \frac{N_c}{wl_c} = \frac{\tau_{OB}}{\tan\lambda} \tag{1.27}$$

et la deuxième en utilisant les relations de Henckey, Gilormini (1982):

$$p_O = \tau_{OA}\left[1 + 2\left(\frac{\pi}{4} - \alpha\right) - 2Cn\right] \tag{1.28}$$

Le paramètre C vaut alors:

$$C = \frac{1}{n}\left[\frac{1}{2} + \frac{\pi}{4} - \alpha - \frac{\tau_{OB}}{2\tau_{OA}\tan\lambda}\right] \tag{1.29}$$

L'angle de cisaillement primaire n'est pas obtenu par minimisation de l'énergie, comme dans le cas du modèle de Merchant, mais par l'équilibre des efforts appliqués au copeau (Fig. 1.4). En écrivant:

$$R = \frac{F_c}{\sin\lambda} = \frac{l_c w}{\sin\lambda}\tau_{OB} = \frac{F_s}{\cos(\phi + \lambda - \alpha)} \tag{1.30}$$

et

$$\tau_{OB} = \frac{\overline{\sigma}_{OB}}{\sqrt{3}} = \frac{\sigma_1(\overline{\dot{\varepsilon}}_{OB}, \Theta_{OB})}{\sqrt{3}} \tag{1.31}$$

l'angle de cisaillement ϕ est calculée à l'aide ce ces deux équations en remplaçant

F_s, l_c et C par leurs expressions respectives (1.1), (1.26) et (1.29):

$$\phi = \arcsin\left(\frac{\tau_{OA}}{\tau_{OB}}\frac{t_1 \sin\lambda}{\cos(\phi+\lambda-\alpha)}\right) \tag{1.32}$$

L'épaisseur de la zone secondaire δt_2 est choisie de sorte à minimiser la puissance totale dissipée nécessaire à la coupe U donnée par la relation (1.4).

Finalement, les efforts de coupe et d'avance sont déterminés à l'aide des formules suivantes (Fig. 1.4):

$$\begin{aligned} F_p &= R\cos(\lambda-\alpha) \\ F_q &= R\sin(\lambda-\alpha) \end{aligned} \tag{1.33}$$

où R représente la résultante des efforts donnée par:

$$R = \frac{t_1 w}{\sin\phi\cos(\phi+\lambda-\alpha)}\tau_{OA} \tag{1.34}$$

1.3.3 Conclusion

Oxley est le premier à proposer une modélisation thermomécanique de la coupe orthogonale. Les résultats de ce modèle sont plus ou moins en accord avec l'expérience. On retrouve notament l'augmentation de l'angle de cisaillement avec la vitesse de coupe. Toutefois, l'approche d'Oxley utilise plusieurs relations empiriques permettant d'estimer la vitesse de déformation dans le plan de cisaillement et le champ de température dans le copeau. De plus, le comportement du matériau a été déterminé par des essais de compression dynamiques pour lesquels les vitesses de déformation sont faibles (maximum $500s^{-1}$). En réalité, les vitesses de glissement sont de l'ordre de 10^4 à $10^6 s^{-1}$ dans la zone primaire. Par conséquent, il est préférable d'identifier le comportement du matériau à usiner par des essais pour lesquels les vitesses sont assez élevées; par exemple lors des essais de torsion dynamique, les vitesses de déformation peuvent atteindre $5{\cdot}10^3 s^{-1}$. Enfin, on peut dire que les résultats du modèle d'Oxley sont relatifs à une gamme de vitesses allant au maximum jusqu'à 400m/min, et les forces d'inerties ne sont pas prises en compte.

1.4 Modèle de la bande de cisaillement de Molinari et Dudzinski

Le modèle de la bande de cisaillement fait partie des modèles analytiques de représentation de la coupe orthogonale. Contrairement au modèle purement mécanique de Merchant et à l'approche thermomécanique d'Oxley, le modèle de la bande de cisaillement, Molinari & Dudzinski (1992), Dudzinski & Molinari (1997), suppose que le matériau usiné est isotrope, rigide (l'élasticité est négligée), viscoplastique, et thermoadoucissant, et prend en compte les forces d'inertie qui ne sont plus négligeables lorsque les vitesses de coupe sont élevées (application à l'usinage à très grande vitesse).

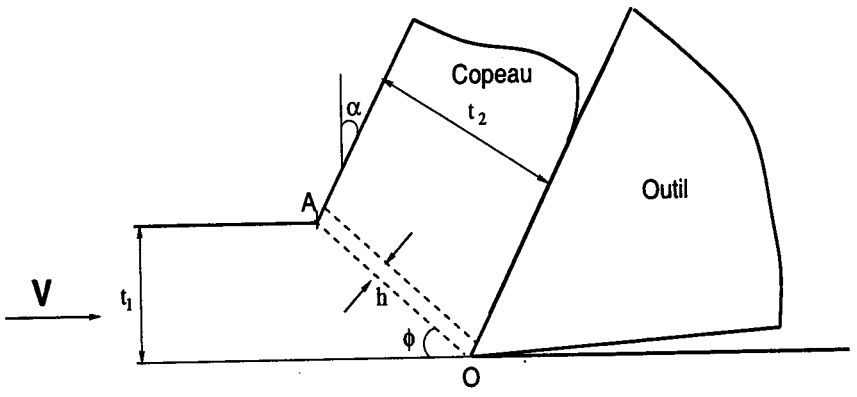


FIG. 1.8 – *Modèle de la bande de cisaillement de Molinari & Dudzinski* (1992).

Ce modèle suppose également que la zone primaire de cisaillement est assimilée à une couche d'épaisseur constante h, petite et inclinée d'un angle ϕ (angle de cisaillement) par rapport à la surface libre de la pièce, comme le montre la figure (1.8), t_1 représente la profondeur de coupe et t_2 l'épaisseur du copeau. Les paramètres α et V désignent respectivement l'angle et la vitesse de coupe.

1.4.1 Mise en place des équations du modèle

– Loi de comportement du matériau

Le comportement du matériau est gouverné par la loi suivante, Molinari & Clifton (1983):

$$\widetilde{\tau} = \mu_0(\gamma_0 + \gamma)^n \widetilde{\dot{\gamma}}^m \widetilde{\Theta}^\nu \tag{1.35}$$

$\widetilde{\tau}$ est la contrainte d'écoulement en cisaillement, γ_0 est une prédéformation et $\widetilde{\Theta}$ correspond à la température absolue. γ et $\widetilde{\dot{\gamma}}$ représentent respectivement la déformation et la vitesse de déformation en cisaillement. Le coefficient d'adoucissement thermique ν ($\nu < 0$) , la sensibilité à la vitesse de déformation m, le module d'écrouissage n, et μ_0 sont des paramètres constants qui caractérisent le comportement du matériau.

- **Vitesses**

Le diagramme des vitesses associé à la zone primaire est donné par la figure 1.9. V_c est la vitesse du copeau par rapport à l'outil suivant la face de coupe, elle est supposée uniforme dans le copeau. V_{S1} et V_{S2} sont les vitesses de cisaillement aux extrémités de la bande, V_N est la vitesse normale à la bande.

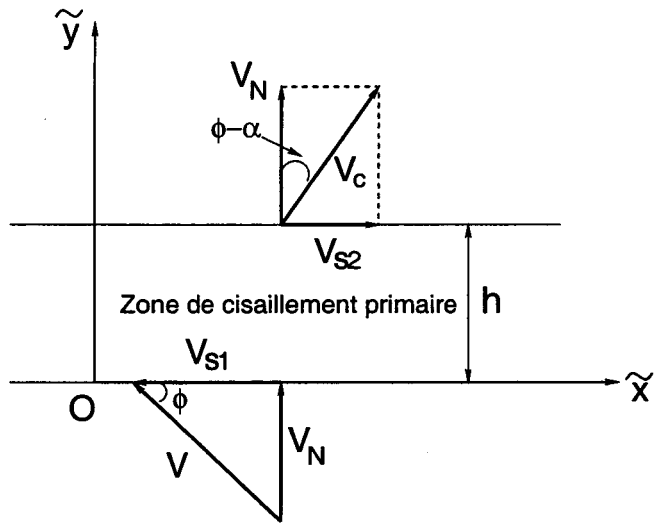


FIG. 1.9 - *Diagramme des vitesses associé à l'entrée et à la sortie de la bande de cisaillement.*

L'hypothèse d'un écoulement unidimensionnel de la matière dans la bande implique que les variables sont définies en fonction de $\widetilde{y}$ et du temps $\widetilde{t}$. Ainsi, les composantes de la vitesse d'une particule dans le repère ($\widetilde{x}$, $\widetilde{y}$) lié à la bande sont données par:

$$\begin{aligned} \widetilde{v}_x &= \widetilde{v}_x(\widetilde{y}, \widetilde{t}) \\ \widetilde{v}_y &= \widetilde{v}_y(\widetilde{y}, \widetilde{t}) \\ \widetilde{v}_z &= 0 \end{aligned} \tag{1.36}$$

La condition d'incompressibilité ($\frac{\partial \widetilde{v}_y}{\partial \widetilde{y}} = 0$) impose que la vitesse normale V_N soit constante dans toute la bande:

$$\widetilde{v}_y(\widetilde{y}, \widetilde{t}) = V_N = V sin\phi \tag{1.37}$$

les vitesses suivant l'axe $\widetilde{x}$ à l'entrée et à la sortie de la bande sont:

$$\begin{aligned} \widetilde{v}_x(\widetilde{y} = 0, \widetilde{t}) = \quad V_{S1} = \quad -V\cos\phi \\ \widetilde{v}_x(\widetilde{y} = h, \widetilde{t}) = \quad V_{S2} = \quad V_N \tan(\phi - \alpha) \end{aligned} \tag{1.38}$$

et la vitesse de glissement du copeau par rapport à l'outil s'écrit:

$$V_c = \frac{V_N}{\cos(\phi - \alpha)} = \frac{V\sin\phi}{\cos(\phi - \alpha)} \tag{1.39}$$

L'angle de cisaillement ϕ est calculé à partir de la formule de Merchant (1.5). Recht (1984) a montré que cette dernière est valable quelle que soit la vitesse de coupe à condition d'appliquer l'hypothèse de stationnarité; ce que nous supposons dans la suite.

- **Équations du mouvement**

Les équations de conservation du mouvement se réduisent dans le cas d'un problème unidimensionnel à:

$$\frac{d\widetilde{\tau}}{d\widetilde{y}} = \rho\left(\frac{\partial \widetilde{v}_x}{\partial \widetilde{t}} + \widetilde{\dot{\gamma}} V_N\right) \tag{1.40}$$

où ρ est la masse volumique du matériau usiné et $\widetilde{\dot{\gamma}}$ la vitesse de déformation de la bande qui est reliée à la vitesse $\widetilde{v}_x$ par l'équation de compatibilité suivante:

$$\widetilde{\dot{\gamma}} = \frac{d\widetilde{v}_x}{d\widetilde{y}} \tag{1.41}$$

La vitesse de déformation correspond aussi à la dérivée particulaire du glissement γ comme ceci:

$$\widetilde{\dot{\gamma}} = \frac{\partial \gamma}{\partial \widetilde{t}} + \frac{d\gamma}{d\widetilde{y}} V_N \tag{1.42}$$

- **Équation de l'énergie**

L'évolution de la température dans la bande de cisaillement est gouvernée par l'équa-

tion de la chaleur. En supposant que la fraction β (coefficient de Taylor-Quinney) de l'énergie de déformation plastique est convertie en chaleur, la conservation de l'énergie conduit dans le cas d'un écoulement unidimensionnel à l'équation suivante:

$$\rho c\left(\frac{\partial\widetilde{\Theta}}{\partial\widetilde{t}}+\frac{d\widetilde{\Theta}}{d\widetilde{y}}V_N\right)=k\frac{d^2\widetilde{\Theta}}{d\widetilde{y}^2}+\beta\widetilde{\tau}\widetilde{\dot{\gamma}} \tag{1.43}$$

Les constantes c et k sont respectivement la capacité calorifique et la conduction thermique du matériau.

1.4.2 Analyse dimensionnelle

Afin d'obtenir des équations adimensionnelles, nous définissons les variables sans dimension suivantes:

$$\begin{array}{lll} y=\frac{\widetilde{y}}{h} & ; \quad \Theta=\frac{\widetilde{\Theta}}{\widetilde{\Theta}_0} & ; \quad t=\widetilde{t}\widetilde{\dot{\gamma}}_R \\ v_x=\frac{\widetilde{v}_x}{V_N} & ; \quad \dot{\gamma}=\frac{\widetilde{\dot{\gamma}}}{\widetilde{\dot{\gamma}}_R} & ; \quad \tau=\frac{\widetilde{\tau}}{\widetilde{\tau}_R} \end{array} \tag{1.44}$$

où h, $\widetilde{\Theta}_0$ et $\widetilde{\dot{\gamma}}_R$ sont respectivement l'épaisseur de la bande, la température absolue de la pièce avant l'usinage et la vitesse de déformation de référence. Cette dernière est prise égale à la vitesse de déformation moyenne de la bande:

$$\widetilde{\dot{\gamma}}_R=\frac{1}{h}\int_0^h\widetilde{\dot{\gamma}}d\widetilde{y}=\frac{V_{S2}-V_{S1}}{h} \tag{1.45}$$

$\widetilde{\tau}_R$ est une contrainte de cisaillement de référence égale à:

$$\widetilde{\tau}_R=\mu_0\widetilde{\dot{\gamma}}_R^m\widetilde{\Theta}_0^\nu \tag{1.46}$$

En utilisant les équations (1.44), (1.45) et (1.46), les expressions (1.35), (1.40), (1.41), (1.42) et (1.43) se mettent sous la forme suivante:

$$\tau=\Theta^\nu\dot{\gamma}^m(\gamma+\gamma_0)^n \tag{1.47}$$

$$\frac{d\tau}{dy} = D\left(\frac{\partial v_x}{\partial t} + \dot{\gamma}\right) \tag{1.48}$$

$$\dot{\gamma} = C\frac{dv_x}{dy} = \frac{\partial \gamma}{\partial t} + C\frac{d\gamma}{dy} \tag{1.49}$$

$$\frac{\partial \Theta}{\partial t} + C\frac{d\Theta}{dy} = K\frac{d^2\Theta}{dy^2} + B\tau\dot{\gamma} \tag{1.50}$$

Les nombres sans dimension B, C, D et K introduits sont définis par:

$$B = \frac{\beta}{\rho c}\frac{\widetilde{\tau}_R}{\widetilde{\Theta}_0} \tag{1.51}$$

$$C = \frac{V_N}{h\widetilde{\dot{\tau}}_R} = \frac{\sin\phi\cos(\phi-\alpha)}{\cos\alpha} \tag{1.52}$$

$$D = \rho h V_N \frac{\widetilde{\dot{\gamma}}_R}{\widetilde{\tau}_R} = \frac{\rho V^2}{\widetilde{\tau}_R}\frac{\sin\phi\cos\alpha}{\cos(\phi-\alpha)} \tag{1.53}$$

$$K = \frac{k}{\rho c h^2}\frac{1}{\widetilde{\dot{\gamma}}_R} = \frac{k}{\rho c h V}\frac{\cos(\phi-\alpha)}{\cos\alpha} \tag{1.54}$$

Ces paramètres caractérisent respectivement la production de chaleur par déformation plastique, l'écoulement de matière au travers de la bande, les effets d'inertie, et le phénomène de conduction thermique. $D = 0$ correspond au problème quasi-statique, et $K = 0$ au problème adiabatique.

Les conditions aux limites de type mécanique à l'entrée de la bande de cisaillement sont:

$$\gamma(y=0) = 0 \quad ; \quad \tau(y=0) = \tau_0 \tag{1.55}$$

$$v_x(y=0) = \frac{V_{S1}}{V_N} = -cotan\phi \tag{1.56}$$

avec τ_0 une constante. A la sortie de la bande on a:

$$v_x(y=1) = \frac{V_{S2}}{V_N} = \tan(\phi-\alpha)$$

$$\gamma(y=1) = \gamma_1 = \frac{V_{S2} - V_{S1}}{V_N} = \frac{\cos\alpha}{\sin\phi\cos(\phi-\alpha)} \tag{1.57}$$

où γ_1 est la déformation maximale à la sortie de la bande.

Pour écrire les conditions aux limites de type thermique, la matière est supposée se déformer seulement lorsqu'elle atteint la bande de cisaillement. A l'extérieur de cette bande la vitesse de cisaillement est nulle.

Dans ces conditions:

$$\dot{\gamma} = 0 \quad pour \quad y \in]-\infty, 0[\bigcup]1, +\infty[$$

L'équation gouvernant la distribution de la température (1.50) s'écrit alors dans cette région:

$$K\frac{d^2\Theta}{dy^2} = C\frac{d\Theta}{dy} \quad pour \quad y \in]-\infty, 0[\bigcup]1, +\infty[$$

La solution de cette équation différentielle est:

$$\begin{cases} \Theta = a + b\exp(\frac{Cy}{K}); & y \in]-\infty, 0[\\ \Theta = c + d\exp(\frac{Cy}{K}); & y \in]1, +\infty[\end{cases}$$

avec comme conditions aux limites à la sortie de la bande:

$$\begin{aligned} \Theta(y=-\infty) = 1 \quad & \Rightarrow \quad a = 1 \\ \Theta(y=+\infty) \ est \ \ finie \quad & \Rightarrow \quad d = 0 \end{aligned}$$

et à l'entrée de la bande:

$$\left.\begin{aligned} \Theta(y=0) &= 1 + b \\ \frac{d\Theta}{dy}(y=0) &= \frac{C}{K}b \end{aligned}\right\} \Rightarrow \frac{d\Theta}{dy}(y=0) = (\Theta(y=0) - 1)\frac{C}{K} \tag{1.58}$$

Cette dernière relation constitue une condition à la limite de type mixte, (combinaison linéaire de la température Θ et de son gradient $\frac{d\Theta}{dy}$ en $y = 0$), permettant de résoudre le problème de la température dans la bande de cisaillement primaire.

A la sortie de bande on a:

$$\frac{d\Theta}{dy}(y=1) = 0 \tag{1.59}$$

1.4.3 Solution stationnaire, cisaillement adiabatique

Dans le cas d'un écoulement stationnaire adiabatique dans la zone de cisaillement primaire, ($\frac{\partial}{\partial t}= 0$ et $K = 0$), les équations (1.47), (1.48), (1.49), (1.50) deviennent:

$$\dot{\gamma} = \Theta^{-\frac{\nu}{m}} \tau^{\frac{1}{m}} (\gamma + \gamma_0)^{-\frac{n}{m}} \tag{1.60}$$

$$\frac{d\tau}{dy} = D\dot{\gamma} \tag{1.61}$$

$$\frac{\dot{\gamma}}{C} = \frac{dv_x}{dy} = \frac{d\gamma}{dy} \tag{1.62}$$

$$C\frac{d\Theta}{dy} = B\tau\dot{\gamma} \tag{1.63}$$

En appliquant dans ce cas les conditions aux limites à l'entrée et à la sortie de la bande, les équations (1.60), (1.61), (1.62) et (1.63) nous donnent:

$$\tau = DC\gamma + \tau_0 \tag{1.64}$$

$$\Theta = 1 + B(\tau_0\gamma + DC\frac{\gamma^2}{2}) \tag{1.65}$$

$$\frac{d\gamma}{dy} - \frac{1}{C}(DC\gamma + \tau_0)^{\frac{1}{m}} \left[1 + B(\tau_0\gamma + DC\frac{\gamma^2}{2})\right]^{-\frac{\nu}{m}} (\gamma + \gamma_0)^{-\frac{n}{m}} = 0 \tag{1.66}$$

La résolution de cette dernière équation avec les conditions aux limites (1.55) et (1.57) nous permettent de calculer la distribution de la déformation γ et la contrainte τ_0 à l'entrée de la bande est choisie de manière à satisfaire la condition à la limite $\gamma(y = 1) = \gamma_1$.

L'écriture en terme dimensionnelle des équations (1.64) et (1.65) à la sortie de la bande est comme suit:

$$\widetilde{\tau}_1 = \rho V^2 \sin^2 \phi \gamma_1 + \widetilde{\tau}_0 \tag{1.67}$$

$$\widetilde{\Theta}_1 = \widetilde{\Theta}_0 + \frac{\beta}{\rho c}\left[\rho(V\sin\phi)^2\frac{\gamma_1^2}{2} + \widetilde{\tau}_0\gamma_1\right] \tag{1.68}$$

avec γ_1 la déformation maximale à la sortie de la bande, et $\widetilde{\tau}_0 = \tau_0\widetilde{\tau}_R$ la contrainte de cisaillement à l'entrée de la bande primaire. La température $\widetilde{\Theta}_1$ est utilisée ultérieurement pour le calcul de la température à l'interface outil-copeau.

1.4.4 Forces et énergie consommée

La résultante des contraintes de cisaillement donnée par l'équation (1.1) s'écrit maintenant comme suit:

$$F_S = \frac{wt_1}{\sin\phi}\tau_1\widetilde{\tau}_R = \frac{wt_1}{\sin\phi}(DC\gamma_1 + \tau_0)\widetilde{\tau}_R \tag{1.69}$$

avec τ_1, $\widetilde{\tau}_R$ et γ_1 représentent respectivement, la contrainte de cisaillement à la sortie de la bande, la contrainte de référence introduite par l'équation (1.46) et le glissement à la sortie de la bande donnée par la relation (1.57).

Les efforts de coupe et d'avance prévus par le modèle sont:

$$F_p = wt_1\widetilde{\tau}_R\frac{(DC\gamma_1 + \tau_0)\cos(\lambda - \alpha)}{\sin\phi\cos(\phi - \alpha + \lambda)} \tag{1.70}$$

$$F_q = wt_1\widetilde{\tau}_R\frac{(DC\gamma_1 + \tau_0)\sin(\lambda - \alpha)}{\sin\phi\cos(\phi - \alpha + \lambda)} \tag{1.71}$$

La puissance totale dissipée pendant la coupe s'écrit:

$$U = F_pV = \frac{(DC\gamma_1 + \tau_0)\widetilde{\tau}_R\cos(\lambda - \alpha)}{\sin\phi\cos(\phi - \alpha + \lambda)}wt_1V \tag{1.72}$$

Enfin, l'énergie consommée pendant le processus de coupe par unité de volume vaut:

$$u = \frac{U}{Vwt_1} = \frac{(DC\gamma_1 + \tau_0)\cos(\lambda - \alpha)}{\sin\phi\cos(\phi - \alpha + \lambda)}\widetilde{\tau}_R \tag{1.73}$$

où ϕ est l'angle de cisaillement donné par le modèle de Merchant, λ l'angle de frottement, ($\lambda = \arctan\mu$), et α l'angle de coupe.

1.4.5 Longueur de contact l_c

Comme dans le cas du modèle d'Oxley, la longueur de contact l_c est obtenue en écrivant l'égalité des moments M_{OA} et M_{OB}, par rapport à O (Fig. 1.4). Les observations expérimentales montrent que la contrainte normale présente une distribution décroissante le long de la face de coupe de l'outil, Usui et Takeyama (1960), Zorev (1963), Kato *et al* (1972), Buryta *at al* (1994). On peut alors supposer la distribution suivante pour la pression $p(x)$, Moufki *et al* (1998):

$$p(x) = p_0 \left(1 - \frac{x}{l_c}\right)^{\xi} \tag{1.74}$$

où p_0 est la pression à la pointe de l'outil ($x = 0$), et $\xi \geq 0$ est un entier positif. Pour $\xi > 0$, la pression est considérée nulle à l'extrémité de la zone du contact outil-copeau en $x = l_c$. La résultante normale N_c est exprimée par les relations suivantes:

$$N_c = \int_0^{l_c} w p_0 \left(1 - \frac{x}{l_c}\right)^{\xi} dx = w p_0 \frac{l_c}{\xi + 1} \tag{1.75}$$

$$N_c = F_s \frac{\cos\lambda}{\cos(\phi + \lambda - \alpha)} \tag{1.76}$$

Les équations (1.75) et (1.76) permettent le calcul de p_0:

$$p_0 = F_s \frac{\cos\lambda}{\cos(\phi + \lambda - \alpha)} \frac{(\xi + 1)}{w l_c} \tag{1.77}$$

et le moment résultant M_{OB} est fournie par:

$$M_{OB} = \int_0^{l_c} p_0 \left(1 - \frac{x}{l_c}\right)^{\xi} x dx = p_0 \frac{w l_c^2}{(\xi + 1)(\xi + 2)} \tag{1.78}$$

En utilisant l'équation (1.2), le moment M_{OA} est calculé, en supposant une répartition uniforme de la pression le long de OA, par:

$$M_{OA} = N_s \frac{OA}{2} = F_s \frac{t_1}{2\sin\phi} \tan(\phi + \lambda - \alpha) \tag{1.79}$$

L'égalité des moments M_{OA} et M_{OB}, avec l'équation (1.77) donne finalement la

longueur de contact l_c sous la forme suivante:

$$l_c = t_1 \frac{(\xi + 2)}{2} \frac{\sin(\phi + \lambda - \alpha)}{\sin\phi \cos\lambda} \tag{1.80}$$

1.4.6 Conclusion

Le modèle de la bande de cisaillement de Molinari & Dudzinski montre qu'une analyse unidimensionnelle simple de la zone primaire de cisaillement, assimilée à une couche d'épaisseur constante h, permet de calculer les différents paramètres physiques dans cette zone: le champ de température, le champ de déformation et la distribution de la vitesse de déformation. Contrairement aux modèles de Merchant et d'Oxley, le modèle de Molinari & Dudzinski prend en compte le comportement thermoviscoplastique du matériau aux grandes vitesses de déformation, les effets d'inertie, et la conduction thermique du matériau. Ces derniers aspects sont fondamentaux dans la modélisation de la coupe orthogonale, par exemple la considération des effets d'inertie permet l'application du modèle à la l'usinage à grande vitesse. De plus, cette approche a l'avantage d'être relativement simple pour pouvoir clairement et rapidement mettre en évidence le rôle joué par chacun des paramètres du problème.

Le modèle de la bande de cisaillement a été complété ultérieurement par Moufki *et al* (1998) en introduisant une loi prenant en considération le frottement au niveau du contact outil-copeau (zone de cisaillement secondaire). Le frottement à l'interface n'est plus décrit par un coefficient constant mais dépendant de la température moyenne à l'interface. Ainsi, la distribution de la température à l'interface outil-copeau est déterminée. Ceci présente une étape très importante dans la modélisation de la coupe, dans la mesure où la connaissance du champs de température à l'interface va contribuer considérablement à la modélisation de l'usure des outils de coupe.

Chapitre 2

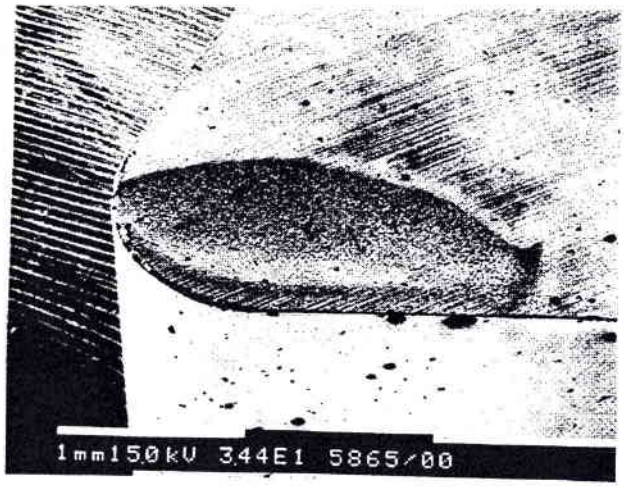
Description générale de l'usure des outils de coupe

L'usure de l'outil de coupe résulte des sollicitations très sévères subies par les faces de coupe et de dépouille de celui-ci. Ces sollicitations sont d'abord de nature mécanique (contraintes permanentes ou cycliques, action du frottement, etc. ...), ce qui exige pour l'outil des qualités de dureté et de ténacité remarquables. La sévérité de ces sollicitations se trouve accentuée par les effets thermiques qui tendent à dégrader la résistance du matériau coupant. Par ailleurs, ces effets peuvent donner naissance à des réactions physico-chimiques essentiellement au niveau de la face de coupe (interface outil-copeau), ce qui aggrave davantage l'usure de l'outil.

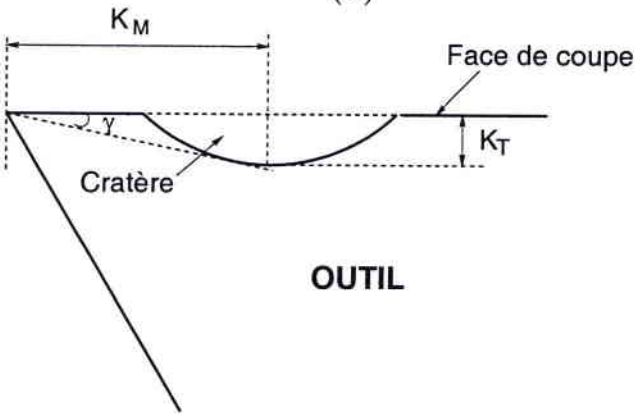
2.1 Manifestation de l'usure des outils de coupe

Les formes d'usure des outils de coupe dépendent des paramètres essentiels suivants, Trent (1952):

- la nature de l'outil,
- le matériau de la pièce usinée,
- les conditions de coupe,
- et le type d'usinage utilisé (tournage, fraisage, perçage, etc. ...).



(*a*)



(*b*)

FIG. 2.1 – *Usure en cratère.* (*a*) *Cliché obtenu par MEB, d'après Gekonde & Subramanian* (1997). *Les conditions de coupe sont:* $V = 300m/min$, $\alpha = 5°$, $t_1 = 0.259mm$ *et le temps de coupe=* $20s$. *Le couple outil/pièce est: WC-Co (carbure de tungstène)* $K1/AISI$ 1020. (*b*) *Schématisation du cratère à la surface de l'outil. La profondeur maximale est désignée par* K_T *et la distance du centre du cratère à la pointe de l'outil par* K_M.

2.1.1 Usure en cratère

La formation du copeau et le passage de celui-ci sur la face de coupe de l'outil sont à l'origine de l'usure en cratère. En effet, les hautes températures régnant dans la zone de contact outil-copeau induisent une diffusion importante des constituants chimiques de outil et ceux du copeau à travers l'interface. Cette diffusion entraîne une perte importante de la masse de l'outil, provoquant ainsi la formation d'un cratère au niveau de la face de coupe (Fig. 2.1 (*a*)). La forme du cratère est souvent définie par sa profondeur maximale K_T, par la distance de son centre à la pointe de

l'outil K_M, et par le rapport $\gamma = \frac{K_T}{K_M}$ appelé l'angle de cratérisation, voir figure 2.1 (*b*).

L'usure en cratère se manifeste pour la plupart des outils de coupe, (outils carbures, outils en aciers rapides, outils céramiques, etc. ...).

2.1.2 Usure frontale ou usure en dépouille

L'usure frontale résulte du frottement de la pièce contre la face en dépouille de l'outil, et se manifeste par l'apparition d'une bande striée appelée zone d'usure frontale; sa hauteur est plus ou moins régulière (Fig. 2.2 (*a*)).

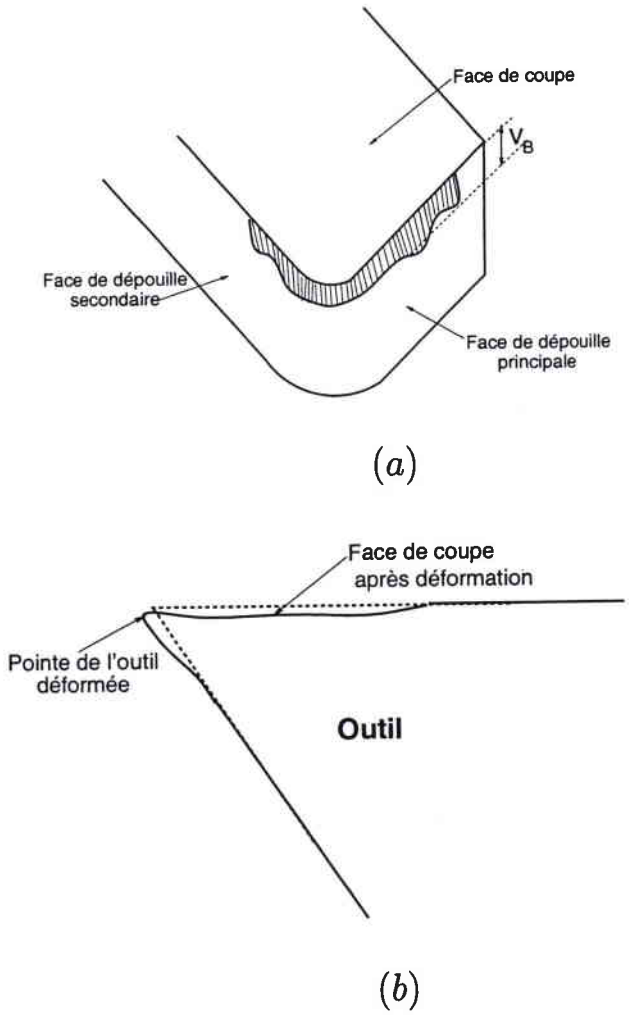


FIG. 2.2 – (*a*) *Usure en dépouille.* (*b*) *Usure par déformation plastique.*

On désigne par le symbole V_B la hauteur moyenne de la partie centrale de la zone d'usure en dépouille. L'usure en dépouille détermine l'état de surface de la pièce usinée et sa précision dimensionnelle.

2.1.3 Usure par déformation plastique

Sous l'effet des hautes pressions et des températures élevées dans la zone de coupe, il arrive que la pointe de l'outil subisse une déformation plastique permanente. Cette déformation se traduit par un affaissement de la pointe de l'outil comme le montre la figure 2.2 (b); ce phénomène se produit particulièrement dans le cas de la coupe des alliages réfractaires, Addhoum (1989), Pantale (1996).

2.1.4 Usure par ébréchure et par fissuration d'arête

Sous l'effet des températures de coupe élevées, ou sous l'effet des efforts périodiques provoqués par les vibrations, on observe l'apparition de fissures ou d'ébréchures (Fig. 2.3 (a) et (b)), près de l'arête de coupe (et ceci) quand les conditions de coupe sont très sévères (grandes vitesses de coupe et grandes profondeurs de passe). En effet, pendant une opération de coupe, les chocs mécaniques et thermiques provoquent des contraintes qui entraînent ensuite des fissures ou des ébréchures au niveau de l'arête de coupe de l'outil.

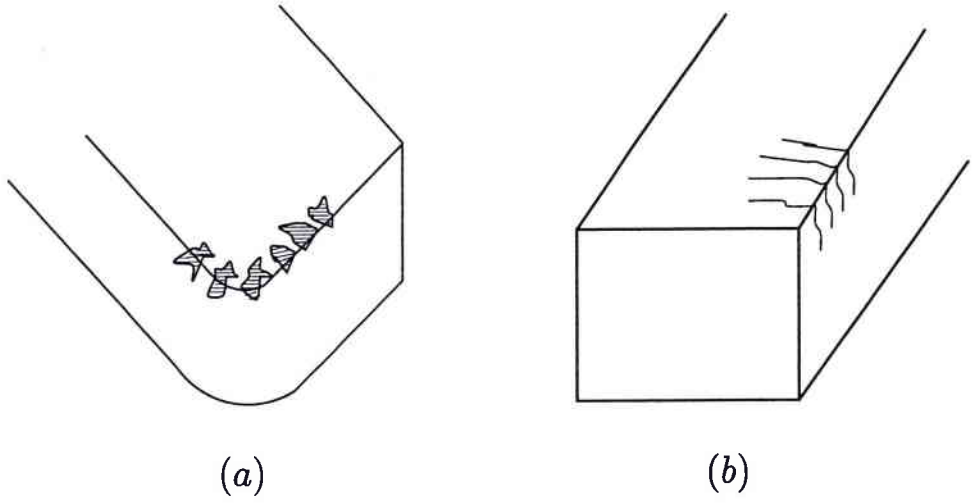


FIG. 2.3 – (a) *Usure par ébréchure d'arête.* (b) *Usure par fissuration d'arête.*

2.1.5 Rupture brutale de la pointe de l'outil

On rencontre ce type de défaillance d'outil dans le cas de la coupe des matériaux très durs ou dans le cas d'outils constitués de matériaux fragiles. Les outils céramiques par exemple s'usent souvent par rupture brutale de la pointe quand ils usinent dans des conditions de coupe mal définies, Addhoum (1989).

2.1.6 Arête rapportée

L'arête rapportée se forme par accumulation de matière sur le tranchant d'outil dont la stabilité est variable (Fig. 2.4). Elle est constituée principalement de ferrite (fer α) très fortement écrouie et peut protéger dans certains cas la face de coupe ou la face de dépouille. Cependant, l'arête rapportée peut être indésirable et peut accélérer l'usure de l'outil; les conséquences de sa formation sont:

- une modification des angles de coupe,
- des vibrations du système outil-pièce,
- une dégradation de la rugosité de la pièce usinée,
- et une variation des côtes de la pièce.

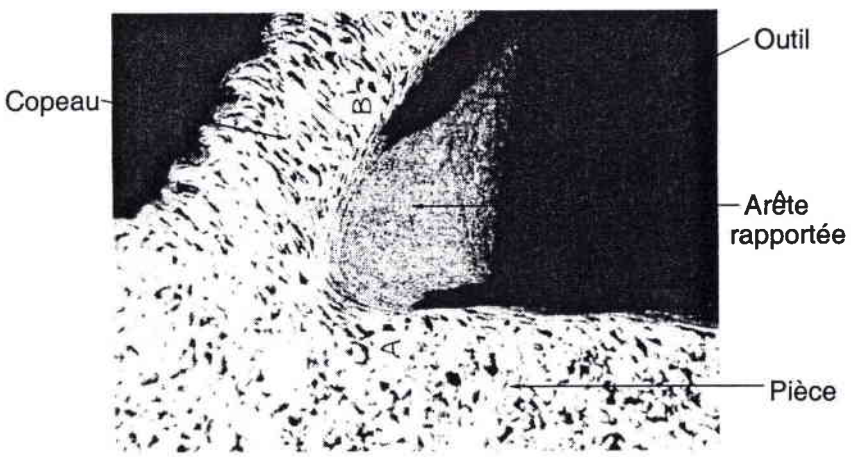


FIG. 2.4 – *Usure de l'outil de coupe par formation de l'arête rapportée, Trent* (1988).

L'arête rapportée se forme facilement dans le cas de l'usinage des alliages réfractaires. Sa formation peut être évitée par augmentation de la vitesse de coupe, d'où l'intérêt de l'usinage à grande vitesse, Trent (1963), (1988).

2.1.7 Usure en entaille

Dans le cas des outils carbure et pour certaines conditions de coupe, il se produit une entaille sur l'arête tranchante. Ceci est la conséquence de forts écrouissages du matériau de la pièce. Au niveau de cette entaille, un refoulement de matière sur la périphérie de la pièce provoque une auto-accélération du phénomène. L'entaille peut alors atteindre une valeur V_N importante par rapport à celle de la largeur de la bande d'usure frontale V_B , et affaiblir considérablement le bec de l'outil; voir figure 2.5. L'usure en entaille se manifeste souvent dans le cas de l'usinage de métaux ductiles à faibles vitesses de coupe, Roumesy (1974).

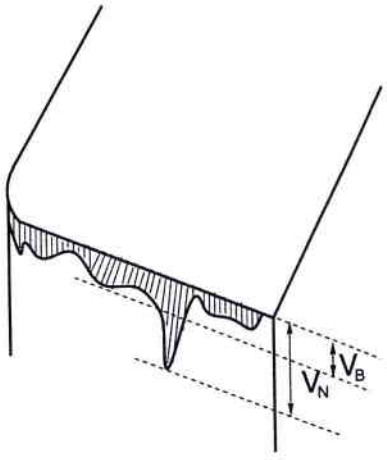


FIG. 2.5 – *Usure en entaille.*

2.2 Mécanismes de l'usure des outils de coupe

Les différentes formes d'usure décrites précédemment, font intervenir plusieurs mécanismes à des degrés plus ou moins importants. Fondamentalement, on distingue trois mécanismes d'usure: l'abrasion, l'adhésion et la diffusion.

2.2.1 L'abrasion

Suite à des arrachements en surface par des particules souvent anguleuses et de grande dureté, l'outil s'use par abrasion. Ces particules contenues dans le matériau usiné sous forme de précipités ou d'inclusions, Bittès (1993); sont toujours renouvelées lors d'un processus de coupe. Dans le cas où ces éléments abrasifs proviennent

d'une dégradations préalables de l'outil, on parle d'usure par attrition. La vitesse d'usure par abrasion croît avec la quantité de particules abrasives et leurs tailles, Weill (1966), Leroy (1993). Par conséquent, l'usure par abrasion dépend à la fois de la composition chimique et du procédé d'élaboration du matériau usiné. Ce type d'usure prédomine dans le cas de l'usinage à faible vitesse de coupe et à faible profondeur de passe.

2.2.2 L'adhésion

L'usure par adhésion est aussi une usure par arrachement mécanique de particules d'outil mais après formation d'une microsoudure. Cette soudure est favorisée par des pressions locales importantes entre aspérités du copeau et de l'outil. Les efforts cisaillent ensuite les jonctions métalliques formées et les particules arrachées sont transportées par le copeau. Ces jonctions peuvent se rompre à plusieurs endroits, Addhoum (1989). Dans le cas où ces jonctions sont plus résistantes que le métal du copeau, les ruptures se produisent dans le copeau et des fragments de celui-ci viennent adhérer à la surface de l'outil; ceci va provoquer la formation d'une arête rapportée (paragraphe 2.1.6 et Fig. 2.4). Si les jonctions sont moins résistantes que les matériaux de l'outil et du copeau, les ruptures s'effectuent là où le contact se crée; dans ce cas l'usure de l'outil n'est pas importante. Enfin, si les jonctions sont à la fois plus résistantes que le métal du copeau et que le matériau de l'outil, les ruptures se produisent en majorité dans le copeau, et pour quelques unes dans l'outil.

L'adhésion dépend principalement de la pression de contact outil-copeau, de la structure cristalline des matériaux en présence et de leur contrainte d'écoulement, Trigger & Chao (1956), Lescalier (1998). L'usure par adhésion est observée en particulier pour des outils en carbures métalliques usinant avec des vitesses de coupe relativement faibles. Pour éviter ce type d'usure, on utilise souvent des lubrifiants ou des matériaux traités contenant des éléments d'addition tels que le plomb et les sulfures, Bittès (1993).

2.2.3 La diffusion

L'usure par diffusion est un transfert de constituants chimiques de l'outil vers le copeau et inversement. On peut assister par exemple à la diffusion du cobalt (Co) de l'outil en carbure de tungstène (WC-Co) vers la pièce (FeC), et simultanément à la diffusion du fer de la pièce vers l'outil (Fig. 2.6). L'enlèvement de matière provoque le creusement d'un cratère à la surface de l'outil (paragraphe 2.1.1). Ainsi, la perte des constituants et les réactions chimiques provoquées affaiblissent la résistance mécanique de l'outil en surface.

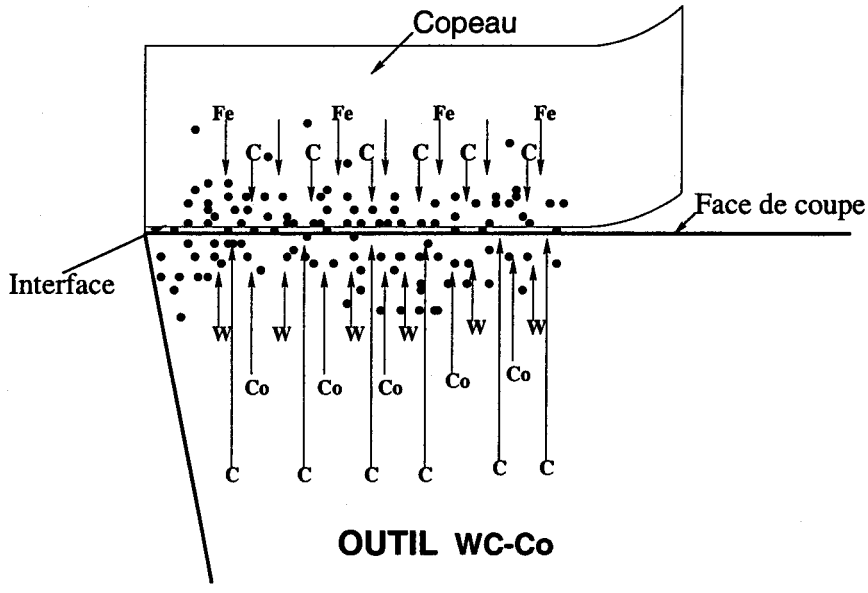


FIG. 2.6 – *Schématisation de la diffusion.*

Contrairement à l'abrasion et à l'adhésion, la diffusion est un phénomène thermiquement activé. Ce mécanisme d'usure se produit essentiellement à l'interface outil-copeau où la température est très élevée. En usinage à grande vitesse de coupe ou à grande profondeur de passe, la température interfaciale peut atteindre facilement les 1200°C, et donc le mode d'usure dominant dans ces conditions est celui par diffusion. Lors du processus de diffusion, les éléments de l'outil sont aspirés en continu par le copeau, et comme il y a renouvellement permanent de la matière à la surface de l'outil, la demande en éléments diffusants reste constante au cours de l'opération.

Weill (1966) a montré, en effectuant des essais sur le couple outil-pièce: carbure de tungstène-molybdène, qu'il y a trois modes d'usure suivant la vitesse de coupe utilisée. En effet, jusqu'à 35m/min, il a observé des arrachements de grosses particules au niveau de la surface d'attaque de l'outil sans changement en fonction de la vitesse (usure constante), ceci décrit l'usure par abrasion. Entre 35m/min et 110m/min, le phénomène se poursuit mais les fragments sont plus petits et l'usure diminue. Weill (1966) explique cette diminution par le fait qu'il s'agit de l'usure par adhésion qui ne dépend pas de la température dans cette gamme de vitesses. Et enfin, il a été montré que l'usure par diffusion augmente très rapidement avec la vitesse au delà de 110 m/min et pour des températures au dessus de 800 °C. Ultérieurement, Subramanian *et al* (1993) (1998) (1999) ont confirmé la domination de l'usure par diffusion à l'interface outil- pièce du couple carbure de tungstène-AISI 1045, et ce pour des vitesses de coupe supérieures à 175 m/min.

2.3 Critères et lois d'usure en usinage

Les critères actuellement utilisés pour les outils de coupe, et notamment ceux recommandés par les normes ISO, se divisent en deux catégories: les critères d'usure directs et les critères d'usure indirects.

2.3.1 Les critères d'usure directs et indirects

Les critères d'usure directs utilisés en usinage sont ceux de l'usure en cratère limite K_{Tlim}, de l'usure en dépouille limite V_{Blim}, et de l'usure limite en entaille V_{Nlim} (Fig. 2.1 (*b*) et Fig. 2.5). Ces valeurs limites au-delà desquelles l'outil est considéré comme hors service, dépendent des conditions de coupe du couple outil-pièce, et de l'opération d'usinage utilisée. A titre d'exemple, pour des outils en acier rapide ou en carbure et pour une opération de finition, les valeurs limites ci-dessous déterminent les critères les plus souvent pris en compte en pratique.

$$\begin{aligned} V_{Blim} &= 0.3mm \\ K_{Tlim} &= 0.06 + 0.3t_1(mm) \\ V_{Nlim} &= 2mm \end{aligned}$$

Il existe d'autres critères directs (beaucoup moins utilisés en industrie) comme le critère d'usure volumétrique ou massique caractérisé par la perte en poids de l'outil mesurée par pesée, ou à l'aide des traceurs radioactifs, et le critère de variations de côtes des surfaces usinées.

On peut aussi rencontrer des critères d'usure indirects qui sont basés sur la variation de certaines grandeurs physiques en fonction de l'usure. Parmi ces grandeurs, on peut citer par exemple les efforts et le travail spécifique de coupe, la température de la pointe de l'outil, et la rugosité de la surface usinée.

2.3.2 Lois d'usure des outils de coupe

Il existe plusieurs modèles empiriques de lois d'usure donnant l'évolution de la durée de vie d'un outil en fonction des conditions de coupe. Le plus courant de ces modèles est celui de Taylor (1907). L'une des expressions de la loi de Taylor est donnée par:

$$T = C_V V^n f^x a_p^y \tag{2.1}$$

avec C_V, n, x et y des constantes qui caractérisent le couple outil-pièce, V est la vitesse de coupe, f l'avance et a_p la profondeur de passe.
D'autres modèles sont aussi utilisés:

- **le modèle de Gilbert en *1950*:**

$$T = Ca^x p^y V^n \tag{2.2}$$

où a est l'avance, p est la profondeur de passe et x, y , n sont des constantes.

- **Le modèle de Colding en *1959*:**

$$k + Ax + Bx^2 + Cy + Dy^2 - z + Ez^2 + Fxy + Gyz + Hxz = 0 \tag{2.3}$$

k, A, B, C, D, E, F, G et H sont des constantes, $x = lna$, $y = lnV$ et $z = lnT$.

- **Le modèle de Konig-Depiéreux en *1969*:**

$$T = \exp(-\alpha V^\nu - \gamma a^\mu - \sigma a^\lambda) \tag{2.4}$$

- **Le Modèle de Kronenberg en *1970*:**

$$T = C(V + k)^m \tag{2.5}$$

k, C et m sont des constantes.

Les différents modèles présentés ici montrent bien l'évolution de l'usure des outils en fonction des conditions d'usinage telles que la vitesse de coupe, l'avance et la profondeur de passe. Toutefois, ces modèles sont basés sur des approches empiriques et ne sont valables que dans le domaine usuel des conditions de coupe (usinage conventionnel). Au-delà de ce domaine, ces modèles conduisent à des erreurs notables, Roumesy & Bedrin (1973), Roumesy (1975). De plus, ces lois d'usure font intervenir plusieurs paramètres dont l'identification nécessite des essais longs et coûteux pour l'industriel.

Notre objectif dans ce travail est donc la mise en place d'un modèle analytique représentatif de la loi d'usure. Cette dernière doit être directement liée au critère d'usure adopté pour la détermination de la durée de vie de l'outil (par exemple K_{Tlim}). Ce modèle doit être valable quelles que soient les conditions de coupe, (et donc applicable en usinage à grandse vitesses ou à grandes avances), et quel que soit le couple outil-pièce considéré. Il doit aussi tenir compte des paramètres physico-chimiques du couple outil-pièce qui jouent un rôle important dans l'usure.

Deuxième partie

Modélisation de l'usure par diffusion en coupe des métaux

Chapitre 1

Introduction

1.1 Mécanismes élémentaires et mise en évidence de la diffusion en usinage

1.1.1 Mécanismes élémentaires de la diffusion

D'une manière générale, la diffusion signifie la migration des atomes, des ions ou des molécules dans un milieu solide, liquide ou gazeux. L'existence d'un gradient de concentration dans ces milieux donne naissance à un flux de matière. Ainsi, le mouvement des particules se fait des régions les plus concentrées vers les régions les moins concentrées. La diffusion contrôle beaucoup de phénomènes tels que la solidification, La transformation de phase, la précipitation, la recristalisation , la déformation plastique, l'oxydation des métaux, etc. .... Elle peut donc intervenir à chaque étape de l'histoire d'un métal depuis son élaboration jusqu'à sa finition. De ce fait, le processus de diffusion joue un rôle capital en métallurgie.

Lors de la diffusion, les atomes se déplacent d'une position d'équilibre à une autre position d'équilibre dans le réseau cristallin selon les mécanismes ci-dessous (Fig. 1.1):

- Mécanismes d'échanges simples et cycliques
- Mécanismes interstitiels directs et indirects
- Mécanismes lacunaires.

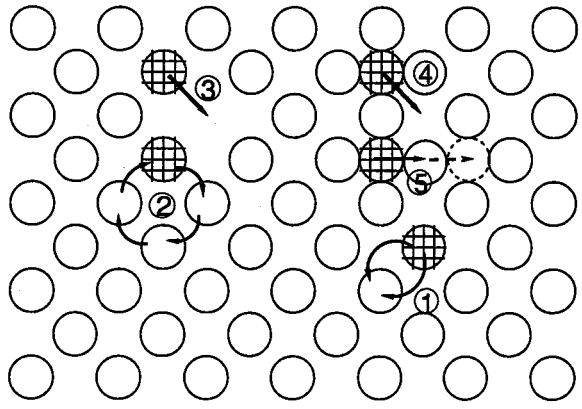


FIG. 1.1 – *Schéma des principaux mécanismes de diffusion, Adda & Philibert* (1966)*:*
1)- échange simple
2)- échange cyclique
3)- lacunaire
4)- interstitiel direct
5)- interstitiel indirect.

1.1.2 Mise en évidence de la diffusion en usinage

En usinage, le processus de diffusion est très actif à proximité de la zone de contact outil-copeau. Ceci est dû aux gradients de température et aux gradients de concentration particulièrement importants au niveau de cette zone. Les températures sont élevées à cause des frottements intenses à l'interface, et le gradient de concentration est dû à la quasi-absence des éléments de l'outil dans le copeau, et vice-versa. Loladze (1962)-(1981) est l'un des premiers auteurs a avoir étudié les phénomènes de diffusion. Par de nombreuses expériences, il a procédé à des recherches approfondies sur les mécanismes d'usure par diffusion des outils carbures métalliques; ainsi il a éclairci une partie importante de ces phénomènes à l'interface outil-copeau. Loladze a montré que la diffusion (de la pluspart des espèces chimiques) devient importante avec la température tandis que l'adhésion diminue; et ceci à cause de la baisse des efforts de coupe, et des résistances mécaniques de l'outil et de la pièce. Il a aussi montré que pendant la coupe d'un acier par un outil carbure de tungstène, la migration des atomes de carbone entraîne une décarburation de l'outil. Du fait de leur petite taille, ces atomes diffusent plus rapidement (que les autres constituants: W, Co, Fe, etc...) par un mécanisme interstitiel (Fig. 1.1).

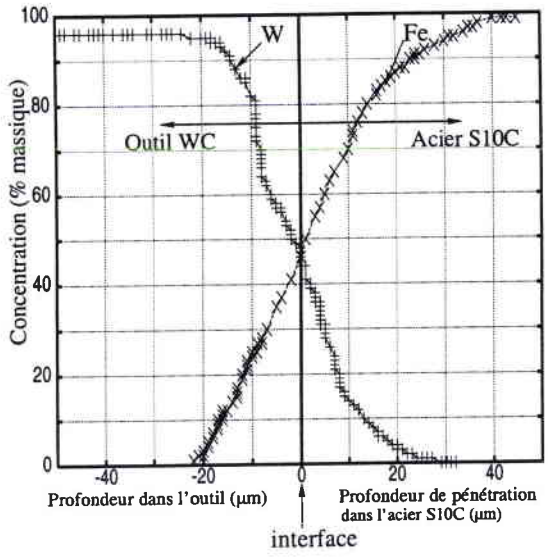


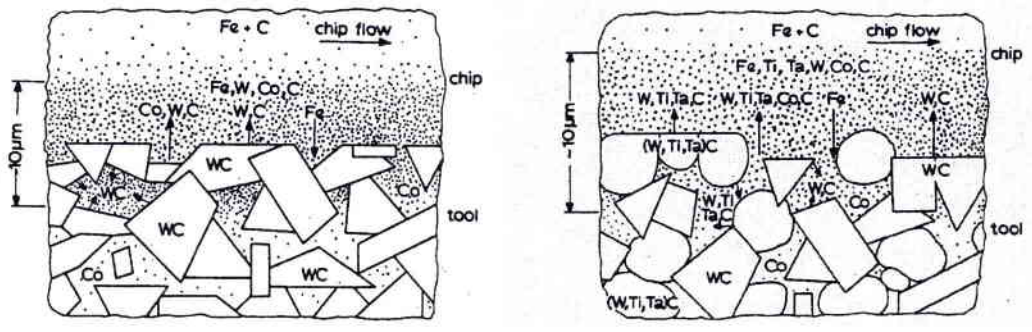
FIG. 1.2 - *Distribution de la concentration des différents constituants chimiques de part et d'autre de l'interface. Le couple outil-pièce est:* $WC(5.5\%Co)$ – $S10C(0.1\%C)$; *Fukatsu & Yuhara* (1965)

Altenwerth (1960) a réalisé des essais d'usure en trempant d'une part, des échantillons de l'outil dans des bains de fusion d'acier, et d'autres part en chauffant à l'état solide des plaquettes d'acier et de carbure sous haute pression. En comparant ses résultats aux réactions qui se produisent dans le cratère, Altenwerth (1960) a confirmé la diffusion des carbures de tungstène dans l'acier. Il a aussi rapporté que la présence de carbure de titane ou de tantale ne freine pas la diffusion du tungstène mais gêne leur migration. Ultérieurement, et pour la première fois, Fukatsu & Yuhara (1965) ont réussi à obtenir des profils de diffusion des espèces chimiques de l'outil et de la pièce dans le cas du couple $WC(5.5\%Co) - S10C(0.1\%C)$ (Fig. 1.2). Au cours de ces essais, l'outil et de la pièce sont maintenus collés pendant deux heures dans un four à 1200°C et sous haute pression. Ils ont ainsi constaté l'existence de trois couches de composition chimique différente: deux couches se situent du côté de l'outil (dans la matrice de l'outil), et une troisième du côté du copeau. Fukatsu & Yuhara (1965) ont affirmé que ces couches sont formées par diffusion mutuelle à travers l'interface.

En s'appuyant sur les expériences de Axer, Bhattachryya & Ghost (1964)-(1968) ont confirmé que la perte de stabilité de l'arête de coupe est provoquée par la diffusion du tungstène dans le copeau.

Par ailleurs, en réalisant des expériences analogues à celles de Fukatsu & Yuhara (1965), Optiz & Konig (1970) ont constaté la diffusion du cobalt et du carbone dans le fer ainsi que la formation de nouveaux carbures W_xC moins durs et moins résistants.

A la suite d'une étude sur l'usure des outils carbures, Naerheim & Trent (1977) expliquent que la formation du cratère à l'interface est le résultat d'une diffusion atomique au niveau de la face de coupe lors de l'usinage des aciers à grandes vitesses. Ainsi, il a été montré que la situation à l'interface outil-copeau pendant l'usinage est complètement différente de celle d'un couple outil-pièce maintenu collé sous pression et sous haute température. Dans ce dernier cas on parle de "diffusion statique". La diffusion en usinage est considérablement accélérée par rapport à la diffusion statique; selon Weill (1966), elle est 1000 fois plus rapide à cause du renouvellement continu de la matière à la surface de l'outil à chaque passage du copeau. Les figures 1.3 (a) et (b) illustrent schématiquement d'après Naerheim et Trent (1977) la diffusion des principaux éléments de l'outil et du copeau dans le cas de deux outils carbures: un carbure simple $WC - Co$ et un carbure mixte $WC(Ti, Ta, W) - Co$.

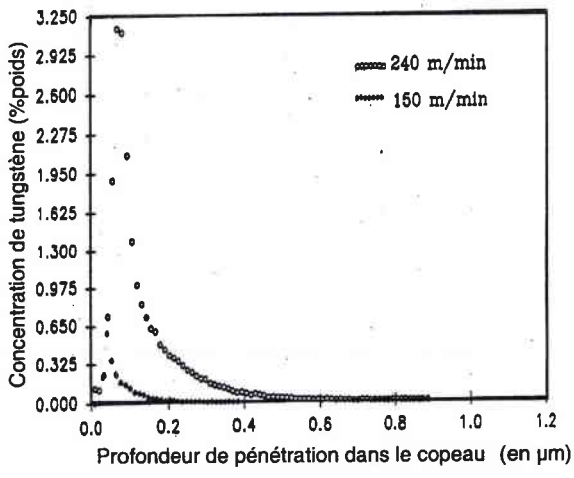


(a) (b)

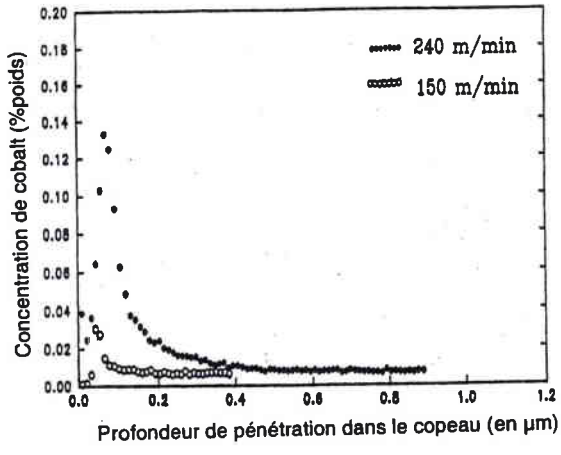
FIG. 1.3 – *Schématisation du phénomène de diffusion lors du passage du copeau à la surface de l'outil selon Naerheim & Trent* (1977)*:*
(a)- cas de l'outil carbure WC-Co,
(b)- cas de l'outil carbure WC-(Ti, Ta, W)C-Co.

D'autres auteurs ont mis en évidence la diffusion en usinage par l'existence de flux diffusionnels à l'interface. Parmi ces auteurs, on peut citer Wang & Youzhen (1988) qui ont observé la diffusion du cobalt et du carbone, et qui ont constaté l'existence d'une couche riche en atomes de carbone à l'interface. Mais la diffusion du tungstène n'a pas été mise en évidence à cause de la faible épaisseur de la couche de diffusion et à cause de la précision insuffisante de leurs mesures.

Quant à Subramanian *et al* (1993), ils ont mesuré les concentrations des atomes de tungstène et de cobalt dans le copeau après un temps d'usinage de $30s$ (Fig. 1.4 (a) et (b)). Le couple outil-pièce considéré est $K11 - AISI$ 1045. Ces profils de concentration ont été expliqués par l'augmentation de la température à l'interface de coupe lorsque l'on augmente la vitesse de coupe.
En dehors du tungstène et du cobalt, des éléments du copeau comme le fer et le carbone peuvent également diffuser dans l'outil, et contribuer à la dégradation chimique de celui-ci, mais cela ne peut se produire qu'à des vitesses de coupe relativement faibles.

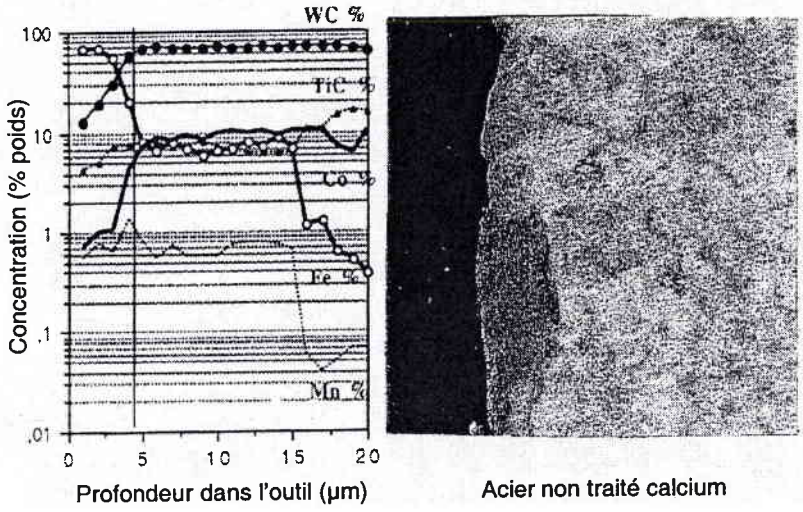


(a)

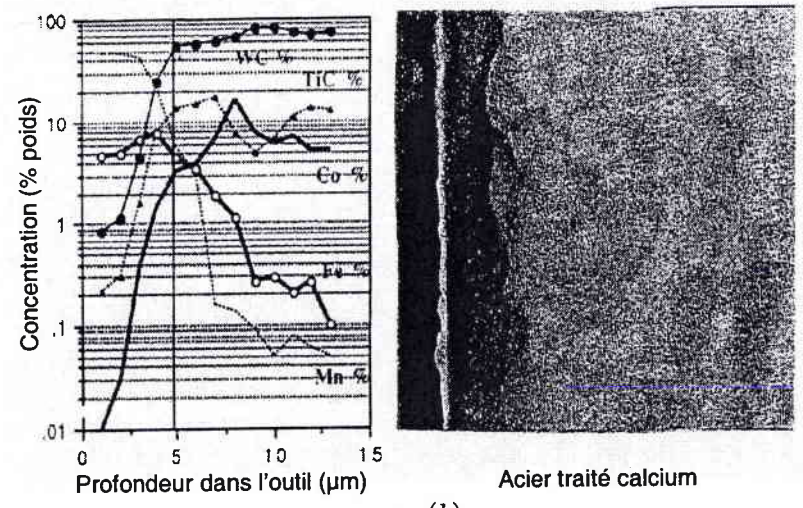


(b)

FIG. 1.4 - *Profils de concentration des espèces diffusantes obtenus lors de l'usinage d'un acier AISI* 1045 *par un outil carbure de tungstène WC (K-11) pendant* 30*s et pour deux vitesses de coupe: 150m/min et 240m/min. Les autres conditions sont:* $t_1 = 0.173mm$, $w = 2mm$, $\alpha = 5°$. *Subramanian et al* (1993).
(a)- Tungstène.
(b)- Cobalt.



(*a*)



(*b*)

FIG. 1.5 – *Profils de diffusion des principaux éléments chimiques présents à l'interface outil-copeau, selon Bittès* (1993). *Le couple outil-pièce considéré est: WC(P30)-42CD4, les conditions de coupe sont:* $V = 200m/min$, $\alpha = 5°$, $t_1 = 0.4mm$, $w = 2mm$ *et le temps de coupe est de* $2min$.

Bittès (1993) a mis en évidence l'usure par diffusion dans le cas d'un outil $P30$ ayant usiné deux types d'acier: un acier dont la population inclusionnaire en sulfure a été enrichie en calcium, et un autre acier sans traitement particulier. L'usinage pour ces deux aciers a été réalisé sur des temps courts ($\approx 2min$) pour minimiser un effet de cratérisation trop marqué sur les outils de coupe. Les profils de diffusion visualisés sont présentés sur les figures 1.5 (*a*) et (*b*). Les résultats de Bittès (1993) postulent que cette diffusion est plus ou moins importante selon que l'usinabilité de l'acier ait été améliorée ou non.

1.2 Présentation générale de la théorie de la diffusion

1.2.1 Bilan de conservation de soluté

On considère un volume matériel Ω pris dans le matériau, et $\partial\Omega$ sa frontière (Fig. 1.6); bien que la matière soit discontinue à l'échelle atomique ou moléculaire, ou encore granulaire à l'échelle de la microstructure, elle sera considérée comme continue et homogène à l'échelle qui nous intéresse. Nous nous placerons donc à une échelle telle qu'un élément de volume contienne un nombre significatif d'atomes ou de grains. Il est alors possible de définir des grandeurs moyennes macroscopiques telles que la concentration d'un élément de soluté i $C_i(r,t)$ et la vitesse $V(r,t)$.

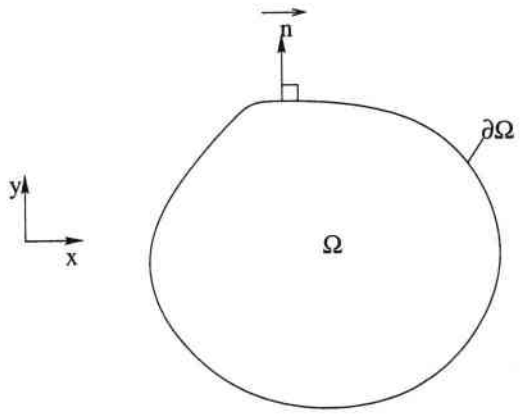


FIG. 1.6 – *Description du domaine d'étude.*

Le cadre général étant posé, on choisit une approche eulérienne pour écrire le bilan de conservation pour la concentration. Dans cette représentation, on fixe le référentiel d'observation, et l'on regarde ce qui se passe localement en un point en fonction du temps.

En exprimant la concentration volumique C_i d'un constituant i en unité de masse par unité de volume:

$$C_i = \frac{dm_i}{d\Omega} \tag{1.1}$$

le bilan de conservation pour ce constituant i, au niveau du domaine Ω, s'écrit de la façon suivante:

$$\frac{\partial m_i}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial t}\int_\Omega C_i d\Omega = -\int_{\partial\Omega} \vec{J_i}\cdot\vec{n}\,dS \tag{1.2}$$

où ∂m_i est la masse élémentaire de l'élément i contenu dans $d\Omega$, $\vec{J_i}$ le vecteur flux, et $\vec{n}$ le vecteur normal à la surface S de Ω.

En appliquant le théorème de la divergence, l'équation (1.2) devient:

$$\int_{\Omega} \frac{\partial C_i}{\partial t} d\Omega + \int_{\Omega} \vec{\nabla} \cdot \vec{J_i} d\Omega = 0 \tag{1.3}$$

La contribution du terme de source (ou de puits) lié à des réactions chimiques pouvant faire apparaître (ou disparaître) des atomes ou des molécules de l'élément de soluté i est supposée nulle.
Le résultat (1.3) est valable pour tout domaine Ω pris dans la matière, on peut alors écrire le bilan local pour la conservation de soluté comme suit:

$$\frac{\partial C_i}{\partial t} + \vec{\nabla} \vec{J_i} = 0 \tag{1.4}$$

1.2.2 Loi de Fick et équation générale de la diffusion

En présence d'un gradient de concentration d'un constituant, Fick (1855) admet qu'il s'établit un flux de particules dans le sens descendant le gradient, et que ce flux est proportionnel au gradient correspondant:

$$\vec{J_i} = -D\vec{\nabla} C_i \tag{1.5}$$

D est appelé coefficient de diffusion ou diffusivité ($m^2 s^{-1}$).
La loi exprimée par l'équation (1.5), appelée loi de Fick, est formellement identique à la loi de Fourier (1822) pour l'écoulement de la chaleur:

$$\vec{J_q} = -k\vec{\nabla} T \tag{1.6}$$

où k est la conductibilité thermique, $\vec{J}_q$ est le flux de chaleur, et T la température.

En fait, l'écoulement de particules peut avoir deux origines, l'une est comme on l'a vu le gradient de concentration, et l'autre est le transport convectif sous l'effet du mouvement d'ensemble des particules matérielles se déplaçant avec une vitesse $\vec{V}$; la loi de Fick s'écrit alors:

$$\vec{J_i} = -D\vec{\nabla} C_i + C_i \vec{V} \tag{1.7}$$

On peut avoir d'autres cas de transport que le transport convectif; par exemple le transport sous l'effet d'un champ électrique ou encore sous l'effet d'un potentiel chimique. Dans ces conditions, l'équation de Fick s'écrit d'une manière plus générale comme suit :

$$\vec{J_i} = -D\vec{\nabla}C_i + \frac{D\vec{F}}{kT}C_i \tag{1.8}$$

où k est la constante de Boltzmann, et $\vec{F}$ la force de transport. L'expression analytique de cette force dépend du problème de diffusion étudié; le tableau 1.1 présente quelques exemples de cette force. En usinage, le transport est dû essentiellement à la convection de la matière.

Nature	Expression	Remarques
Gradient de potentiel	$q^*\vec{E}$	q^*charge effective
Gradient de température	$-\frac{Q^*}{T}\vec{\nabla}T$	Q^* chaleur de transport
Gradient de potentiel chimique	$-kT\frac{\partial \ln \gamma}{\partial x}$	γ coefficient d'activité thermodynamique
Gradient de contrainte	$-\vec{\nabla}U$	U énergie d'interaction élastique
Force centrifuge	mw^2r	m est la masse molaire effective et w est la vitesse angulaire

TAB. 1.1 – *Exemples de Forces de transport, Guy* (1971), *Philibert* (1990).

En combinant (1.4) et (1.7), on aboutit à:

$$\frac{\partial C_i}{\partial t} - \vec{\nabla}(D\vec{\nabla}C_i) + \vec{\nabla}(C_i\vec{V}) = 0 \tag{1.9}$$

Cette relation est connue sous le nom de l'équation générale de la diffusion.
A noter qu'il y aura autant d'équations analogues à (1.9), qu'il y aura d'éléments de soluté dans le matériau étudié.

1.3 Cadre de l'étude

Comme on l'a déjà dit dans la première partie de ce manuscrit, un outil de coupe s'use selon plusieurs modes:

- par cratérisation
- par usure frontale
- par formation d'arête rapportée, etc...

Chacun de ces modes peut faire intervenir différents mécanismes à la fois: l'abrasion, l'adhésion, et la diffusion.

De nombreux auteurs ont montré, qu'à des vitesses de coupe relativement élevées, les outils s'usent principalement par cratérisation de la face de coupe, Loladze (1962), Trent (1952), Weill (1966), Subramanian *et al* (1993), etc. .... Il a aussi été montré que le seul mécanisme responsable de la formation du cratère est la diffusion des constituants chimiques de l'outil. Trent (1952)-(1963), a constaté que la surface au fond du cratère est régulière, et ne présente aucune discontinuité (absence d'arrachement mécanique de particules). Il a ainsi démontré que la cratérisation est essentiellement due à la diffusion. Ce qui a été confirmé entre autres par Subramanian *et al*, (1993)-(1998)-(1999), qui ont affirmé que la contribution de l'abrasion et de l'adhésion devient très faible par rapport à celle de la diffusion dans la formation du cratère quand on augmente la vitesse de coupe (Fig. 1.7 et Tab. 1.2). Il apparaît donc, suite à ces travaux, que pour modéliser l'usure des outils, on doit considérer la diffusion à l'interface outil-copeau comme un phénomène essentiel.

Dans cette étude, nous nous focaliserons sur la modélisation de l'usure par diffusion en coupe orthogonale. Les autres mécanismes tels que l'abrasion et l'adhésion peuvent être négligés dans le cas de l'usinage à grande vitesse de coupe, et à grande avance. Nous analyserons aussi l'influence des paramètres de coupe et celle des paramètres physico-chimiques sur l'usure, en effectuant une étude paramétrique détaillée. Une perspective importante et novatrice de cette étude réside dans la possibilité d'optimiser la durée de vie de l'outil de coupe et la productivité, en jouant sur les conditions de coupe et sur les caractéristiques des matériaux constituant l'outil et la pièce.

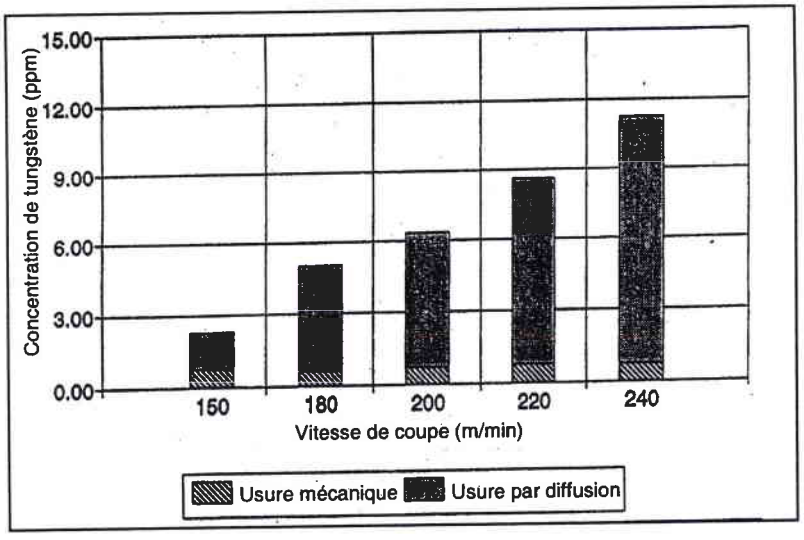


FIG. 1.7 – *Concentration de tungstène dans le copeau en fonction de la vitesse de coupe. La région hachurée correspond à la quantité de tungstène perdue par l'outil sous forme de particule WC et donc par arrachement mécanique (usure mécanique). La région grisée du diagramme correspond à la présence dans le copeau du tungstène sous forme d'atomes isolés (usure par diffusion), Subramanian et al* (1993). *Le couple outil-pièce est: WC (97%W)-AISI1045 (0.4%C). Les conditions de coupe sont:* $t_1 = 0.173mm$, $\alpha = 5°$, $w = 2mm$ *et le temps de coupe*=30s.

Vitesse de coupe (m/min)	Usure mécanique (%)	Usure par diffusion (%)
150	33.6	66.4
180	12.1	87.9
200	11.1	88.9
220	9.2	90.8
240	6.6	93.4

TAB. 1.2 – *Influence de la vitesse de coupe sur la contribution des différents mécanismes d'usure, (abrasion, adhésion et diffusion) à l'usure totale. Les conditions de coupe sont identiques à celles de la figure 1.7. Subramanian et al* (1993).

Chapitre 2

Modèles analytiques existants

Les phénomènes d'usure par diffusion ont fait l'objet de plusieurs travaux de recherche qui ont commencé à jeter une certaine lumière sur les mécanismes de diffusion. Ces derniers sont réputés pour être des phénomènes complexes en coupe des métaux. De ces travaux se détachent trois études particulièrement intéressantes: l'étude de Loladze en (1962) – (1981), l'étude de Battachryya & Ghosh en (1964) – (1968), et l'étude de Cook et Nayak en (1966).

2.1 Modèle de Loladze

Par ses nombreux essais, Loladze (1962) – (1981) semble avoir éclairci une partie importante des mécanismes d'usure par diffusion. Ses hypothèses sont basées sur des observations expérimentales approfondies et précises. Il a notamment déterminé l'existence de trois couches de diffusion qui sont formées par réactions chimiques pendant le processus de coupe d'un acier par un outil carbure:

- une couche carburée Fe(C) en phase γ,
- une solution solide de carbone et de tungstène ou de carbone, de tungstène et de tantale selon qu'il s'agisse d'un outil carbure simple ou mixte,
- une couche intermétallique de carbure, de ferro-tungstène ou d'un carbure plus complexe (FeW_2C).

Les couches de diffusion ont été mises en évidence à des vitesses de coupe relativement faibles; ainsi, quand on augmente la vitesse de coupe, ces couches deviennent

très difficile à observer. Loladze (1962) – (1981) a aussi constaté que plus la vitesse croît plus la diffusion des atomes de fer dans l'outil devient faible devant celle du carbone dans le copeau. La diffusion du tungstène devient quant à elle prépondérante aux grandes vitesses de coupe. Il assimile alors l'usure par diffusion à la perte du seul élément de l'outil, le tungstène.

En se basant sur ces hypothèses, Loladze résout le problème dans l'outil en le considérant comme un milieu semi-infini, chimiquement homogène, isotrope et immobile (Fig. 2.1).

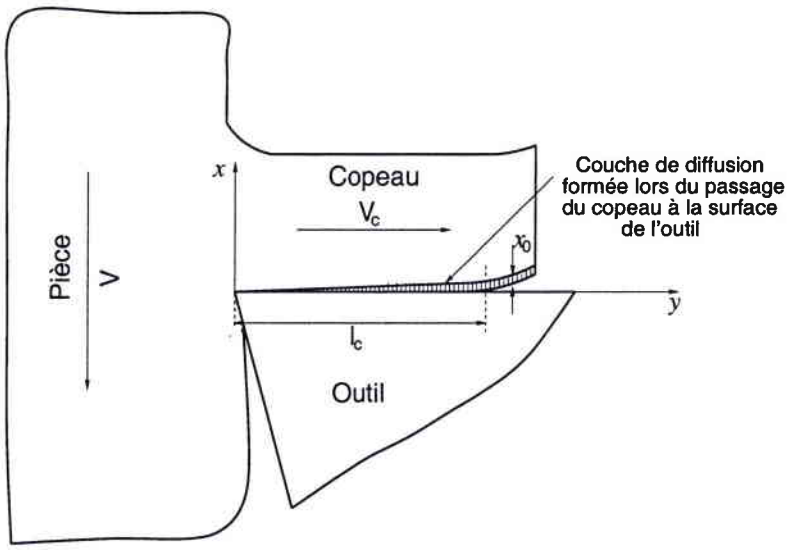


FIG. 2.1 – *Formation d'une couche de diffusion pendant le contact outil-coupeau lors d'une opération de coupe selon Loladze* (1962) – (1981).

La longueur de contact outil-copeau , ainsi que la vitesse du copeau le long de la face de coupe sont prises constantes et indépendantes du temps quelque soit le point du contact. De plus, la température à l'interface est supposée uniforme, et l'écoulement de particules est considéré linéaire et normal à la surface de contact. Dans ces conditions, l'évolution de la concentration d'un élément diffusant est gouvernée par l'équation suivante:

$$\frac{\partial C(x,t)}{\partial t} - D\frac{\partial^2 C(x,t)}{\partial x^2} = 0 \tag{2.1}$$

Comme la diffusion entre deux éléments est continue jusqu'à la solubilité limite correspondant au diagramme d'équilibre de ces deux éléments (Fig. 2.2), Loladze

(1962) – (1981) admet que la concentration à l'interface outil-copeau est fixe et connue. Elle est prise égale à la concentration de solubilité limite C_0:

$$C(x=0,t) = \rho_s \frac{m_d}{m_s} C_0 \tag{2.2}$$

où C_0 est le poucentage atomique, m_d et m_s sont respectivement les masses atomiques de la solution et du soluté, et ρ_s est la densité de la solution.

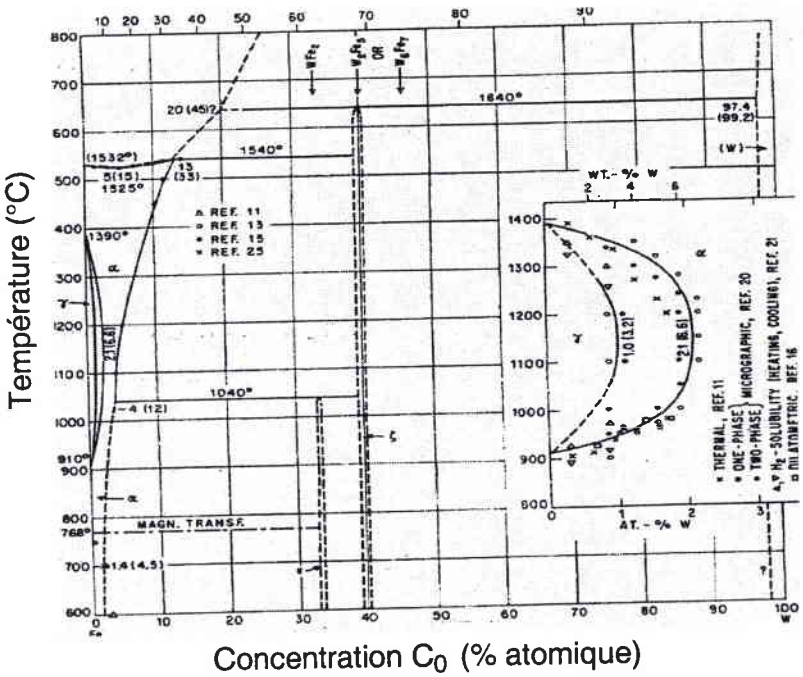


FIG. 2.2 – *Diagramme d'équilibre Fe-W.*

En tenant compte, entre autres, de la condition à la limite (2.2), la solution de l'équation (2.1) donnant l'évolution de la concentration d'un élément diffusant dans l'outil est obtenue comme suit:

$$C(x,t) = \rho_s \frac{m_d}{m_s} C_0 erfc\left(\frac{x}{2\sqrt{Dt}}\right) \tag{2.3}$$

La fonction erreur complémentaire $erfc(u)$ est définie à partir de la fonction erreur *erf(u)* par:

$$\begin{aligned} erfc(u) &= 1 - erf(u) \\ erf(u) &= \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^u e^{-z^2} dz \end{aligned} \tag{2.4}$$

La vitesse de diffusion q est exprimée par:

$$q(x,t) = \rho_s \frac{m_d}{m_s} C_0 \sqrt{\frac{D}{\pi t}} \exp(-\frac{x^2}{4\pi t}) \tag{2.5}$$

et à l'interface on a:

$$q(t) = \rho_s \frac{m_d}{m_s} C_0 \sqrt{\frac{D}{\pi t}} \tag{2.6}$$

Le coefficient de diffusion D joue un rôle très important, il sera étudié en détail ultérieurement. Loladze (1962) – (1981) suppose en fait que l'espèce diffusante est déposée sous forme d'une couche mince à la surface du copeau après le passage de celui-ci à la surface de coupe (Fig. 2.1). La croissance de cette couche de diffusion se fait suivant la loi parabolique:

$$x^2 = 4ADt \tag{2.7}$$

où $A = \frac{4}{\pi}$ est une constante qui dépend de la concentration à la profondeur x. Quand le copeau quitte la surface de l'outil, l'épaisseur maximale de cette couche vaut x_0, comme le montre la figure 2.1:

$$x_0 = 4\sqrt{\frac{Dt_c}{\pi}} \tag{2.8}$$

avec $t_c = \frac{l_c}{V_c}$ le temps de contact outil-copeau, V_c et l_c sont respectivement la longueur de contact et la vitesse de glissement du copeau sur la face de coupe de l'outil. Bien que tous les constituants chimiques de l'outil diffusent, Loladze (1962) – (1981) postule que seul le tungstène est déterminant pour l'enlèvement de matière. En appliquant ces équations, La quantité de matière diffusée dans le copeau est donnée par l'expression suivante:

$$M(t) = S \int_0^{x_0} C(x,t)dx = \frac{1}{2} S \rho_s \frac{m_d}{m_s} C_0 x_0 \tag{2.9}$$

où $S = wL_{copeau}$ est la surface de contact; w est la largeur de coupe, et $L_{copeau} = V_c t$ est la longueur usinée pendant le temps t.

La masse $M(t)$ diffusée occupait un volume v à la surface de l'outil. Ce volume correspond à celui du cratère formé et dont la profondeur peut être calculée par la relation suivante:

$$K_T(t) = \frac{M(t)}{wl_c\rho_{outil}} = 2C_0\frac{\rho_s t}{\rho_{outil}}\frac{m_d}{m_S}\sqrt{\frac{DV_c}{\pi l_c}} \tag{2.10}$$

avec ρ_{outil} la masse volumique du matériau constituant l'outil, ρ_s la densité de la couche diffusée. C_0 est la concentration de solubilité limite donnée par le diagramme d'équilibre du couple solution-soluté mis en jeu, (Fig. 2.2). Dans le cas de la coupe d'un acier par un outil carbure de tungstène (WC-FeC), Loladze (1962) – (1981) a mesuré une température de 950°C à l'interface pour les conditions de coupe suivantes:

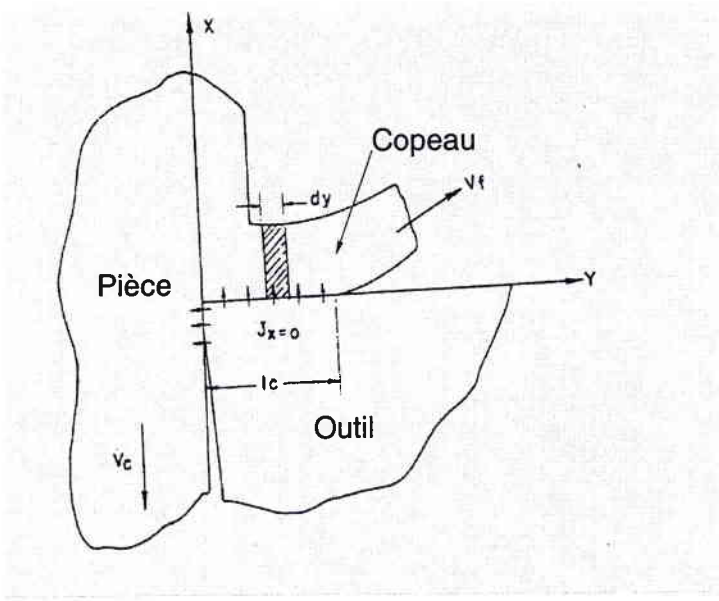
- Vitesse de coupe $V = 190.2m/min$,
- Avance $t_1 = 0.21mm$,
- temps de coupe $t = 1800s$.

La solubilité limite du tungstène dans une solution de fer correspondant à cette température est de 2.8% (% en masse), d'après le diagramme d'équilibre Fe-W donnée sur la figure 2.2. Dans ces conditions, la quantité de matière calculée par le modèle de Loladze est de l'ordre de $18.6 \cdot 10^{-3}g$.

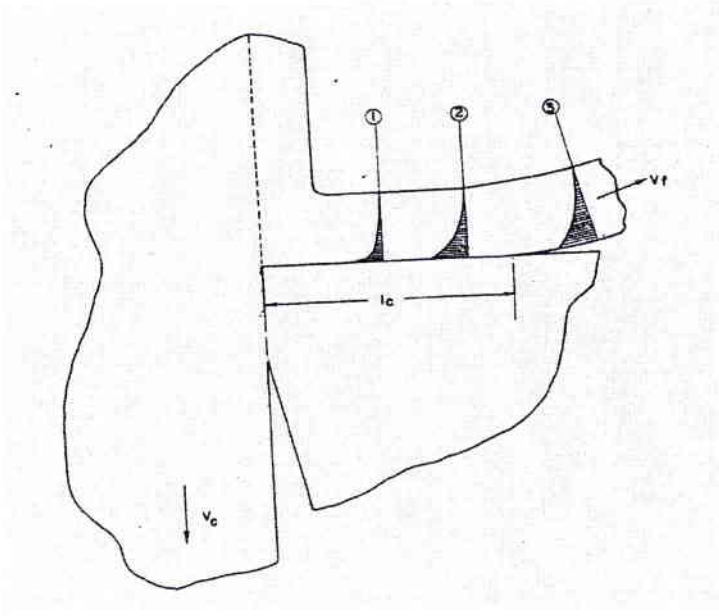
Une comparaison avec le modèle de Loladze (1962) – (1981) sera effectuée dans le prochain chapitre afin de mettre en valeur l'apport de la modélisation développée dans le cadre de cette thèse.

2.2 Modèle de Bhattacharyya & Ghosh

En se basant sur les travaux de Loladze, Bhattacharyya & Ghosh (1964) – (1968) supposent que le copeau absorbe en continu les éléments diffusants, et ce depuis l'arête de coupe jusqu'à l'extrémité de la zone de contact. Le problème est schématisé par la figure 2.3. Le contact est supposé plan et continu, et la longueur de contact est prise constante.



(*a*)



(*b*)

FIG. 2.3 - *Modèle de Bhattacharyya & Ghosh* (1964) – (1968). (*a*) *Formation du copeau.* (*b*) *Représentation schématique de la diffusion lors du passage du copeau à la surface de l'outil.*

Contrairement au modèle de Loladze (1962) – (1981), Bhattacharyya & Ghosh (1964) – (1968) prennent en compte la variation de la concentration et du coefficient de diffusion le long du contact outil-copeau (Fig. 2.4). Le gradient de la concentration est pris normal à la surface de contact, et l'évolution de la température dans cette même direction est négligée.

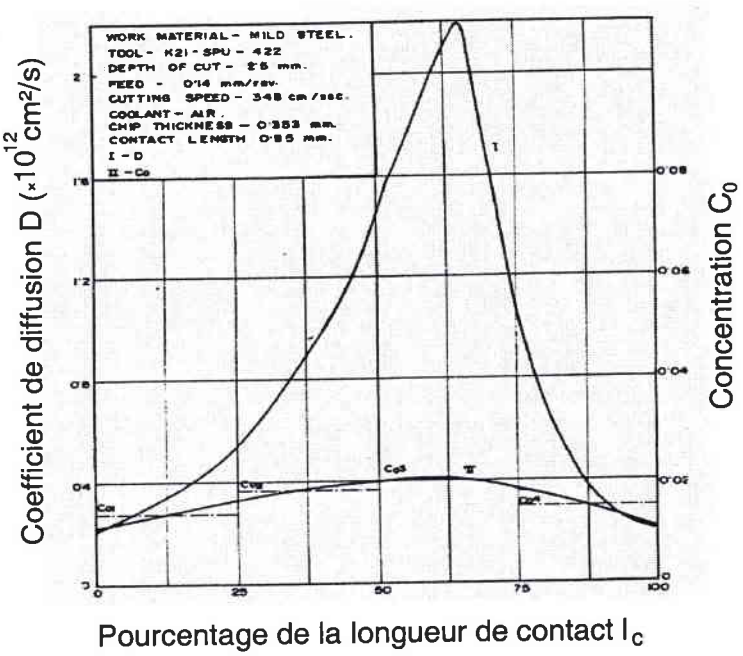


FIG. 2.4 - *Distribution du coefficient de diffusion D et de la concentration C_0 à l'interface outil-copeau.*

Dans le cas de la diffusion d'un constituant dans un milieu semi-infini ayant une concentration C_0 à sa surface, l'évolution de la concentration peut être représentée par le profil suivant:

$$C(x,t) = \rho_s \frac{m_d}{m_s} C_0 erfc(\frac{x}{2\sqrt{\phi(t_c)}}) \tag{2.11}$$

où C_0 est la solubilité limite du soluté dans la solution, et $\phi(t_c)$ est une fonction du temps de contact t_c.

La quantité de matière diffusée par unité de surface est donnée par:

$$M = \rho_s \frac{m_d}{m_s} C_0 \int_0^\infty erfc(\frac{x}{2\sqrt{\phi(t_c)}})dx = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \rho_s \frac{m_d}{m_s} C_0 \sqrt{\phi(t_c)} \tag{2.12}$$

Bhattacharyya & Ghosh (1964) – (1968) suggèrent que la concentration C_0 n'est plus constante (comme dans le cas de Loladze) mais variable en fonction de la longueur de contact l_c. Cette variation est due en fait à l'évolution de la température à l'interface dans le sens de l'écoulement du copeau. Ainsi, C_0 sera représentée par des fonctions de t_c constantes par morceau, comme le montre la figure 2.4. Le temps t_c est alors subdivisé en plusieurs petits intervalles Δt_i.

Pendant le premier intervalle de temps Δt_1, la concentration d'un élément à l'inter-

face vaut C_{01}. La masse diffusée correspondante à cet élément est calculée comme suit:

$$M_1 = \frac{2}{\sqrt{\pi}}\rho_s\frac{m_d}{m_s}C_{01}\sqrt{\phi(\Delta t_1)} \tag{2.13}$$

$$\phi(\Delta t_1) = \int_0^{\Delta t_1} D dt = A_1 \tag{2.14}$$

où A_1 représente l'aire sous la courbe D-t, (Fig. 2.4).
Si $\Delta t_1^{'}(\neq \Delta t_1)$ représente l'intervalle de temps pendant lequel la même quantité de matière M_1 a diffusé, on a:

$$M_1 = \frac{2}{\sqrt{\pi}}\rho_s\frac{m_d}{m_s}C_{02}\sqrt{\phi(\Delta t_1^{'})} \tag{2.15}$$

avec C_{02} la concentration à la surface de l'outil pendant le temps $\Delta t_1^{'}$. La fonction $\phi(\Delta t_1^{'})$ déduite de (2.5) est la suivante:

$$\phi(\Delta t_1^{'}) = \left(\frac{M_1 m_s\sqrt{\pi}}{2\rho_s m_d C_{02}}\right)^2 \tag{2.16}$$

Pendant le deuxième intervalle de temps Δt_2, la masse diffusée s'écrit:

$$M_2 = \frac{2}{\sqrt{\pi}}\rho_s\frac{m_d}{m_s}C_{02}\left(\sqrt{\phi(\Delta t_2 + \Delta t_1^{'})} - \sqrt{\phi(\Delta t_1^{'}))}\right) \tag{2.17}$$

Ainsi la masse totale perdue est la somme des masses diffusées pendant les deux intervalles de temps considérés:

$$M_{12} = M_1 + M_2 = \frac{2}{\sqrt{\pi}}\rho_s\frac{m_d}{m_s}C_{02}\left(\sqrt{\phi(\Delta t_2 + \Delta t_1^{'})}\right) \tag{2.18}$$

De la même manière, la quantité de matière M_{12} est obtenue pendant l'intervalle $\Delta t_2^{'}$ en considérant la condition à la limite C_{03}, ceci permet d'écrire:

$$\phi(\Delta t_2^{'}) = A_2^{'} = \left(\frac{(M_1 + M_2)m_s\sqrt{\pi}}{2\rho_s m_d C_{03}}\right)^2 \tag{2.19}$$

En appliquant le même raisonnement, on aboutit à la quantité de matière totale

diffusée en considérant quatre subdivisions du temps. Finalement on obtient:

$$M_T = \frac{2}{\sqrt{\pi}}\rho_s \frac{m_d}{m_s} C_{04} \sqrt{\left(\frac{C_{03}}{C_{04}}\right)^2 \left[\left(\frac{C_{02}}{C_{03}}\right)^2 \left\{\left(\frac{C_{01}}{C_{02}}\right)^2 A_1 + A_2\right\} + A_3\right] + A_4} \quad (2.20)$$

où $A_1 = \phi(\Delta t_1)$, $A_2 = \phi(\Delta t_2)$, $A_3 = \phi(\Delta t_3)$ et $A_4 = \phi(\Delta t_4)$ désignent les aires sous la courbe *D-t*.

2.3 Modèle de Cook & Nayak

Contrairement à Loladze (1962) – (1981) et à Bhattacharyya & Ghosh (1964) – (1968), Cook et Nayak (1966) supposent que l'outil est un milieu semi-infini mobile, se déplaçant à la vitesse v; la pièce, quant à elle, reste fixe, (Fig. 2.5).

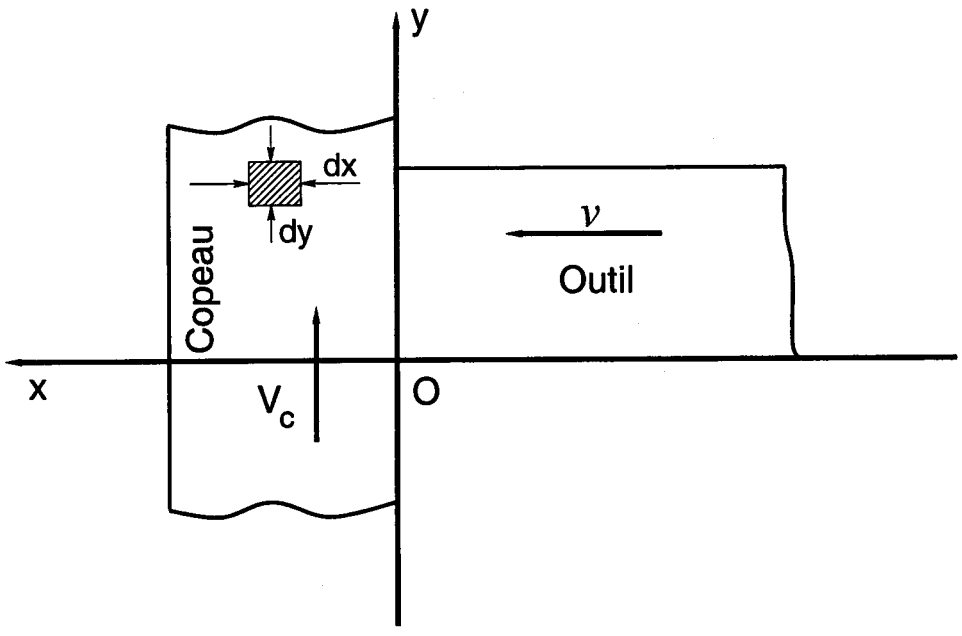


FIG. 2.5 – *Modèle de Cook et Nayak* (1966).

La concentration à l'interface ($x = 0$) est prise égale à la concentration initiale C_i dans l'outil. Dans le demi espace $y < 0$, la concentration des constituants de l'outil dans le copeau est nulle. Dans ces conditions, la solution donnant l'évolution de la concentration de l'espèce diffusante dans le copeau est donnée par la fonction ci-dessous:

$$C(x,t) = C_i erfc(\frac{x}{2\sqrt{Dt}}) \quad (2.21)$$

Cook et Nayak (1966) relient la position y au temps t et à la vitesse de glissement du copeau par l'expression suivante:

$$y = V_c t \tag{2.22}$$

Le flux de transport étant supposé égal au flux diffusionnel à l'interface outil-copeau, on peut écrire:

$$J(x=0,y) = vC_i = -D\frac{\partial C}{\partial x}(x=0,y) = C_i\sqrt{\frac{DV_c}{\pi y}} \tag{2.23}$$

Le coefficient de diffusion D a pour origine la loi d'Arrhenius. Par conséquent, le rapport des vitesses caractérisant l'usure selon Cook et Nayak (1966) est donnée par:

$$\frac{v}{V_c} = \sqrt{\frac{D_0}{\pi V_c y}} e^{-\frac{Q/2}{RT}} \tag{2.24}$$

avec D_0, Q, R et T sont respectivement le facteur de fréquence, l'énergie d'activation, la constante des gaz, et la température absolue supposée uniforme à l'interface. Ainsi, Cook et Nayak (1966) considèrent le fait que ce rapport augmente quand $y \rightarrow 0$ traduit bien l'évolution et la rapidité de l'usure au voisinage de la pointe de l'outil.

2.4 Limitation des modèles antérieurs

Les modèles d'usure existants présentent l'avantage d'être simples; ils sont toutefois limités par plusieurs points.

Dans le cas du modèle de Loladze (1962) – (1981), les lois de la diffusion sont appliquées au seul élément de l'outil qui est le tungstène. Ce dernier est le constituant majoritaire de la plupart des outils carbure utilisés en industrie (plus de 80%); de ce fait l'usure est supposée causée par la perte de ce seul élément. Loladze (1962) – (1981) admet aussi que la température est constante et uniforme à l'interface; le tungstène diffuse alors dans le copeau jusqu'à ce que la concentration à l'interface atteigne la valeur de solubilité limite C_0. La variation de cette dernière

en fonction de la température, pour un couple solution-soluté, est donnée par le diagramme d'état (Fig. 2.2). Par conséquent, la concentration de l'espèce diffusante est supposée fixe et connue à l'interface. En réalité, les expériences montrent que toutes les espèces chimiques diffusent à travers l'interface, aussi bien les constituants de l'outil que ceux du copeau. De plus, à l'interface la concentration n'est pas fixe comme le prétend Loladze dans son modèle, mais évolue à cause de la variation de la solubilité limite pour une même température comme le montre le diagramme d'état de la figure 2.2. On peut ajouter à cela que ce modèle ne tient pas compte du transport convectif des particules. Ce transport permet le renouvellement continu de la matière, et donc la demande en éléments diffusants n'est pas atténuée au cours du processus. Ceci montre l'importance de la prise en compte du phénomène de convection dans la modélisation de l'usure par diffusion. Enfin, on peut dire que le modèle de Loladze (1962) – (1981) met en avant beaucoup d'hypothèses qui limitent davantage son application, notamment en usinage à grande vitesse où il faut tenir compte entre autres de la distribution de la température à l'interface.

En ce qui concerne le modèle de Bhattacharyya & Ghosh (1964) – (1968), on remarque qu'il se base sur les mêmes hypothèses que Loladze excepté pour la concentration à l'interface. Cette dernière, ainsi que le coefficient de diffusion sont pris variables en fonction de la longueur de contact comme le montre la figure 2.4. Aussi, les critiques faites sur le modèle de Loladze restent valables pour le modèle de Bhattacharyya & Ghosh (1964) – (1968).

Enfin, l'approche de Cook et Nayak (1966) considère la convection du copeau à la surface de l'outil; cependant, la concentration à l'interface est supposée encore une fois ici comme étant fixe et connue. En outre, ce modèle caractérise l'usure par un rapport (expression (2.24)) qui ne permet pas la description quantitative de l'usure.

En conclusion, on peut dire que les approches antérieures ne tiennent pas compte de tous les phénomènes entrant en jeu lors de la formation du coupeau; notamment la convection de la matière et l'évolution de la concentration à l'interface pendant le processus de diffusion. Par ailleurs, la majeure partie de ces modèles ne considère pas la distribution de la température, et par conséquent ne permet pas la prédiction du profil du cratère.

Chapitre 3

Modèles développés

3.1 Diffusion à l'interface outil-copeau

3.1.1 Application de l'équation générale de la diffusion à la coupe

La figure ci-dessous schématise le passage d'un copeau à la surface de l'outil. Le matériau usiné est supposé isotrope; ainsi, ses propriétés sont indépendantes des directions considérées. Le copeau, caractérisé par l'indice 2 sur la figure 3.1, est en mouvement avec la vitesse V_c (selon l'axe x) par rapport à l'outil (caractérisé par l'indice 1) supposé fixe.

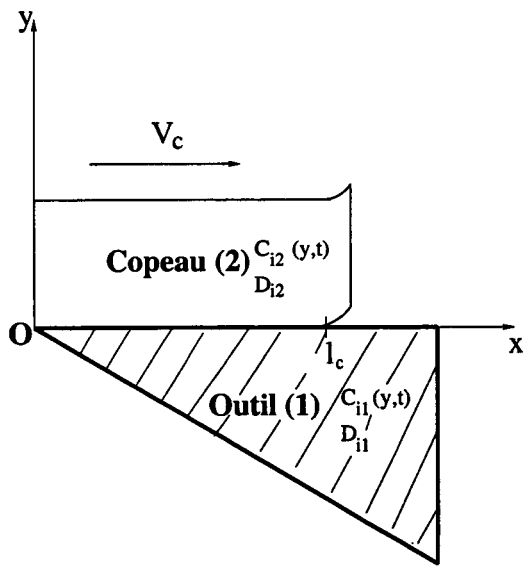


FIG. 3.1 – *Passage d'un copeau à la surface de l'outil de coupe.*

L'équation générale de la diffusion (1.9-partie II), s'écrit alors dans le cas de l'outil:

$$\frac{\partial C_{i1}}{\partial t} = D_{i1}\frac{\partial^2 C_{i1}}{\partial y^2} \tag{3.1}$$

et dans le cas du copeau:

$$\frac{\partial C_{i2}}{\partial t} = D_{i2}\frac{\partial^2 C_{i2}}{\partial y^2} - V_c\frac{\partial C_{i2}}{\partial x} \tag{3.2}$$

$C_{i1}(y,t)$, $C_{i2}(y,t)$, D_{i1} et D_{i2} représentent respectivement les concentrations et les coefficients de diffusion de l'espèce i dans l'outil et dans le copeau. V_c est la vitesse de glissement du copeau et t est le temps absolu de diffusion.

La diffusion des espèces dans la direction normale à l'interface outil-copeau (direction y) est prise en compte dans les équations (3.1) et (3.2), mais la diffusion dans la direction x est négligée. Cette simplification résulte du fait que le gradient de concentration dans cette direction est trop faible devant le gradient de concentration dans la direction y (absence des constituants majoritaires de l'outil dans le copeau et vice-versa). Cette situation est vérifiée à l'état initial et reste approximativement correcte pendant tout le processus. Le dernier terme de l'équation (3.2) représente l'effet de la convection de la matière due au glissement du copeau le long de la surface de l'outil (Fig. 3.1). Ce terme ne peut pas être négligé quand V_c est suffisamment grand même si la concentration $C_{i2}(y,t)$ varie faiblement en fonction de x. Il est aussi supposé dans l'écriture de l'équation (3.2) que toutes les particules dans le copeau se déplacent à la même vitesse V_c. Toutefois, au voisinage de la surface de l'outil, une couche limite dans laquelle la vitesse de l'écoulement décroît peut exister; dans cette étude l'effet de cette couche limite n'est pas pris en compte.

3.1.2 Calcul des coefficients de diffusion D_{i1} et D_{i2}

Le coefficient de diffusion D caractérise la diffusion de l'espèce chimique mise en jeu. Le phénomène de diffusion est un phénomène thermiquement activé. La dépendance du coefficient de diffusion par rapport à la température est gouvernée par la loi d'Arrhenius:

$$D = D_0 \exp(-\frac{Q}{R\Theta}) \tag{3.3}$$

D_0 est appelé facteur de fréquence ou facteur entropique, il est exprimé dans les mêmes unités que D (m^2/s), Q est l'énergie d'activation exprimée en cal/mol, R est la constante des gaz parfaits (égale à 1.985 cal/mol. °C), et Θ est la température absolue. Les quantités D_0 et Q sont mesurées expérimentalement pour différents intervalles de température, des températures élevées en général comme le montre le tableau 3.1 et la figure 3.2.

A/B *Diffusion de A dans B*	*Température* Θ *(°C)*	*Énergie d'activation* *Q (kcal/mole)*	*Facteur de fréquence* $D_0 \cdot 10^4$ *(m^2/sec)*
Fe/Fe	715-890	77.2	34
Fe/Fe	1000-1200	64.0	0.16
W/Fe	700-900	63.5	69
Co/Co	1050-1250	67.0	0.367
Fe/W	940-1240	66.0	0.014
C/W	1200-1600	53.5	$8.9 \cdot 10^{-3}$

TAB. 3.1 – *Diffusion dans quelques matériaux, Askou* (1970).

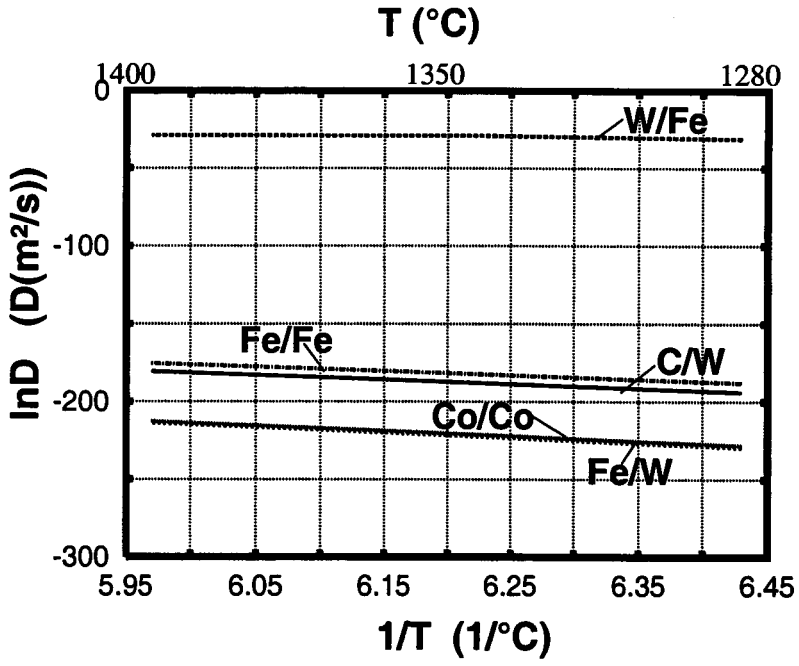


FIG. 3.2 – *Variation du logarithme des coefficients de diffusion en fonction de l'inverse de la température pour différents couple A/B (A/B: diffusion de A dans B).*

En réalité, le coefficient de diffusion peut aussi dépendre (de façon très complexe) d'autres paramètres telle que la concentration des espèces chimiques. Dans le tableau 3.2, on présente les valeurs du coefficient de diffusion D mesurées dans le cas du couple de diffusion tungstène/Cobalt-tungstène ($W/W-Co$) pour différentes concentrations, et différentes températures. Les températures considérées sont très proches de celles observées à la surface de l'outil de coupe lors de l'usinage à grande vitesse. Les valeurs illustrées dans le tableau (3.2), montrent que la dépendance du coefficient de diffusion D par rapport à la concentration est réduite aux hautes températures. Dans ce travail, on néglige l'effet de la concentration par rapport à celui de la température sur D. Ainsi, dans tous nos calculs ultérieurs, le coefficient D considéré sera celui qui correspond à la concentration initiale de l'espèce étudiée. Par conséquent, une légère sous-estimation de l'usure (à cause de la croissance de D quand la concentration diminue) sera obtenue en fixant ce paramètre à la valeur correspondant à la concentration initiale.

Tungsten concentration	$\Theta = 1000°C$	$\Theta = 1200°C$	$\Theta = 1400°C$
5%	$7.79 \cdot 10^{-17}(m^2/s)$	$2.43 \cdot 10^{-15}$	$3.34 \cdot 10^{-14}$
20%	$4.47 \cdot 10^{-17}$	$1.64 \cdot 10^{-15}$	$2.55 \cdot 10^{-14}$
32.5%	$4.16 \cdot 10^{-17}$	$1.63 \cdot 10^{-15}$	$2.66 \cdot 10^{-14}$

TAB. 3.2 - *Coefficient de diffusion du tungstène (W) dans le matériau tungstène-cobalt (W-Co) pour différentes concentrations et différentes températures* Θ, *Kaur et al* (1989)-(1995).

L'équation (3.3) s'écrit pour l'outil et pour copeau comme suit:

$$D_{i1} = D_{i01} \exp(-\frac{Q_{i1}}{R\Theta_1}) \tag{3.4}$$

$$D_{i2} = D_{i02} \exp(-\frac{Q_{i2}}{R\Theta_2}) \tag{3.5}$$

où Θ_1 et Θ_2 sont respectivement les températures absolues de l'outil et du copeau. La zone de contact outil-copeau dans laquelle se produit l'essentiel du phénomène de diffusion est de quelques dizaines de microns. Pour simplifier, on suppose que la température de l'outil et celle du copeau sont égales dans un voisinage immédiat de l'interface.

Si Θ_{int} désigne la température à l'interface, on a alors au voisinage du contact outil-copeau:

$$\Theta_1 \simeq \Theta_2 \simeq \Theta_{int} \tag{3.6}$$

et les équations (3.4) et (3.5) deviennent:

$$D_{i1} = D_{i01} \exp(-\frac{Q_{i1}}{R\Theta_{int}}) \tag{3.7}$$

$$D_{i2} = D_{i02} \exp(-\frac{Q_{i2}}{R\Theta_{int}}) \tag{3.8}$$

La résolution du problème de diffusion nécessite maintenant la connaissance de Θ_{int}.

3.1.3 Détermination de la température à l'interface outil-copeau

Des températures supérieures à 1000°C peuvent être atteintes facilement à l'interface outil-copeau pendant l'usinage de matériaux durs. Ces températures très élevées affectent l'outil de coupe et limitent considérablement sa durée de vie.

La température peut être mesurée expérimentalement; néanmoins il est très important de déterminer cette température en utilisant des approches analytiques afin de développer des modèles prédictifs.

Le problème thermique dans le copeau a été résolu par Moufki, Molinari et Dudzinski (1998). La solution obtenue permet de calculer la distribution stationnaire de la température dans le copeau en fonction des conditions de coupe, et en fonction des propriétés du matériau usiné. Dans cette approche, le frottement à l'interface n'est plus décrit par un coefficient constant, mais dépendant de la température moyenne à l'interace $\overline{\Theta}_{int}$. Aussi, l'influence dominante de la température sur le frottement est décrite par une loi $\mu = \overline{\mu}(\overline{\Theta}_{int})$ identifiée à partir de l'expérience. Ici, on se contente de citer les principales étapes de cette résolution.

Le problème thermique est schématisé sur la figure 3.3. Le contact à l'interface outil-copeau est supposé plan et glissant.

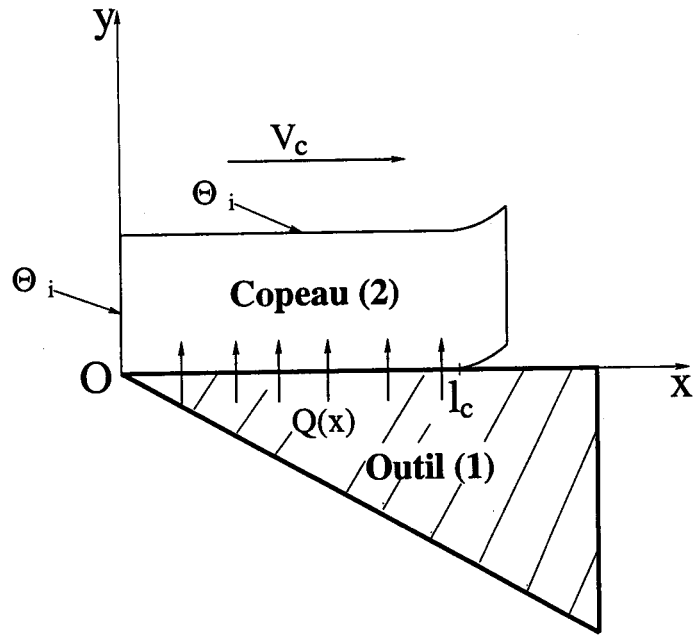


FIG. 3.3 – *Une vue schématique des conditions aux limites utilisées pour la résolution du problème thermique dans le copeau.*

L'équation de la chaleur gouvernant l'évolution de la température dans le copeau est donnée par:

$$a\frac{\partial^2\Theta(x,y)}{\partial y^2} = V_c\frac{\partial\Theta(x,y)}{\partial x} \tag{3.9}$$

où $a=\frac{k}{\rho c}$ est la diffusibilité thermique du matériau usiné, k est la conductivité supposée indépendante de la température, ρ est la masse volumique, et c est la capacité calorifique. Là encore, on considère que la diffusion de la chaleur dans la direction x est négligée devant celle dans la direction y. Comme le montre la figure 3.3, les conditions aux limites du problème sont:

$$\Theta(0,y) = \Theta_i \tag{3.10}$$

$$-k\frac{\partial\Theta}{\partial y}(x,y=0) = Q(x) \tag{3.11}$$

avec $\Theta_i = \widetilde{\Theta}_1$ est la température absolue à la sortie de la bande de cisaillement primaire obtenue par le modèle de Molinari et Dudzinski. Ce modèle a été évoqué

dans le chapitre 1 de la première partie (voir expression (1.68)). $Q(x)$ est la source de chaleur surfacique due au frottement supposé stationnaire; elle est donnée par la relation suivante:

$$Q(x) = \overline{\mu} V_c p(x) \tag{3.12}$$

Il est admis ici que la totalité de la chaleur est transférée dans le copeau (Fig. 3.3); cette hypothèse est vérifiée aux grandes vitesses de glissement du copeau V_c. Dans l'expression (3.12), $\overline{\mu}$ représente le coefficient de frottement moyen à l'interface outil-copeau, et $p(x)$ la distribution de la pression le long de l'interface calculée dans le paragraphe 1.4.5 de la partie I par la relation (1.74).

La solution de l'équation (3.9) avec les conditions aux limites (3.10) et (3.11), donnant le champ stationnaire de température, est obtenue comme suit:

$$\Theta(x,y) = \Theta_i + \frac{\overline{\mu} V_c p_0}{k} \sqrt{\frac{a}{\pi V_c}} \int_0^x \left(1 - \frac{x-u}{l_c}\right)^{\xi} \frac{1}{\sqrt{u}} \exp\left(-\frac{V_c y^2}{4au}\right) du \tag{3.13}$$

La température à l'interface est calculée par:

$$\Theta(x, y=0) = \Theta_{int}(x) = \Theta_i + \frac{\overline{\mu} V_c p_0}{k} \sqrt{\frac{a}{\pi V_c}} \int_0^x \left(1 - \frac{x-u}{l_c}\right)^{\xi} \frac{1}{\sqrt{u}} du \tag{3.14}$$

Le développement de l'expression $\left(1 - \frac{x-u}{l_c}\right)^{\xi}$ nous donne:

$$\left(1 - \frac{x-u}{l_c}\right)^{\xi} = \frac{1}{l_c^{\xi}} \sum_{i=0}^{\xi} C_{\xi}^{i} (l_c - x)^{\xi - i} u^i \tag{3.15}$$

après intégration:

$$\Theta_{int}(x) = \Theta_i + \frac{\overline{\mu}\sqrt{V_c} p_0}{\sqrt{\pi k \rho c}} \left[\frac{1}{l_c^{\xi}} \sum_{i=0}^{\xi} \frac{2}{2i+1} C_{\xi}^{i} (l_c - x)^{\xi - i} x^{\frac{2i+1}{2}} \right] \tag{3.16}$$

avec

$$C_{\xi}^{i} = \frac{\xi!}{(\xi - i)! i!} \tag{3.17}$$

La température moyenne à l'interface définie par:

$$\overline{\Theta}_{int} = \frac{1}{l_c} \int_0^{l_c} \Theta_{int}(x) dx \tag{3.18}$$

vaut finalement:

$$\overline{\Theta}_{int} = \Theta_i + \overline{\mu}\left(\overline{\Theta}_{int}\right) p_0 \sqrt{\frac{V_c l_c}{\pi k \rho c}} \sum_{i=0}^{\xi} \frac{2}{2i+1} C_{\xi}^{i} \left(\sum_{j=0}^{\xi-i} (-1)^j C_{\xi-i}^{j} \frac{2}{2(i+j)+3} \right) \quad (3.19)$$

Dans l'équation (3.19), le coefficient moyen de frottement $\overline{\mu}$ est supposé dépendre de la température moyenne à l'interface $\overline{\Theta}_{int}$, d'où l'aspect implicite de cette équation en $\overline{\Theta}_{int}$. Le frottement peut être également influencé par d'autres paramètres tels que la dureté des matériaux en contact, la pression de contact, la nature du troisième corps etc. .... Cependant, comme les températures observées à l'interface sont très importantes (atteignant les 1200°C pour certains couples outil/pièce), on suppose que le frottement est principalement contrôlé par l'échauffement. De cette manière, la loi donnant $\overline{\mu}$ en fonction de $\overline{\Theta}_{int}$ va être identifiée à partir de données expérimentales (Fig. 3.4).

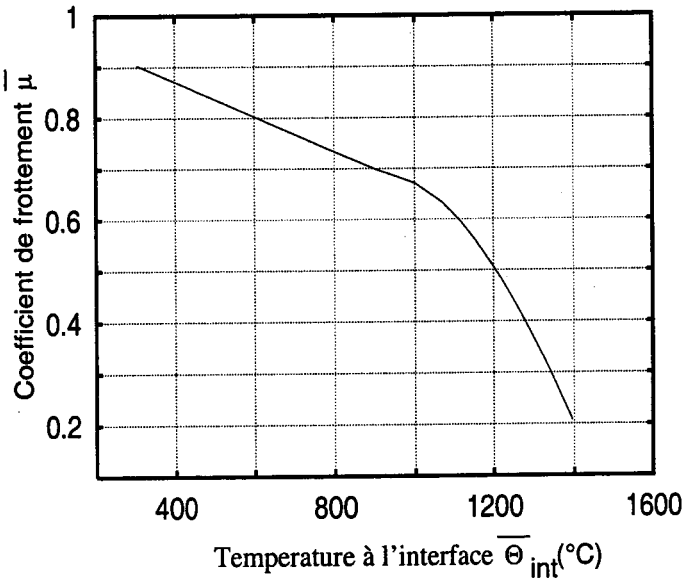


FIG. 3.4 - *Loi de frottement pour le couple outil-pièce: $K1 - CRS$ 1018. Le coefficient de frottement moyen $\overline{\mu}$ à l'interface outil-copeau est supposé dépendre de la température moyenne à l'interface $\overline{\Theta}_{int}$.*

3.2 Modélisation de la masse transférée par diffusion dans le copeau

L'outil et le copeau sont considérés comme étant deux milieux semi-infinis, isotropes et chimiquement homogènes. La diffusion d'une espèce i est gouvernée par les équations (3.1) et (3.2). La solution de ces équations nous donne une répartition complète des espèces chimiques diffusantes. Toutefois, compte tenu des conditions aux limites complexes, il est impossible d'obtenir une solution analytique exacte de ce problème à la fois bidimensionnel et instationnaire; par conséquent nous allons poser un certain nombre d'hypothèses simplificatrices qui permettent d'arriver à une solution approchée.

3.2.1 Résolution du problème dans un élément de copeau (bloc élémentaire)

Le modèle de résolution est basé sur une décomposition du copeau le long de la surface de l'outil en un ensemble de petits éléments (ou blocs élémentaires) de largeur $a \ll l_c$ et d'épaisseur t_2 (épaisseur du copeau) (Fig. 3.5). Le nombre d'éléments qui est en contact avec l'outil pendant le temps t_c (temps de contact) est donné par la relation suivante:

$$N = \frac{l_c}{a} = \frac{V_c t_c}{a} \tag{3.20}$$

où l_c désigne la longueur de contact outil-copeau.

Comme on l'a dit auparavant, la diffusion entre deux blocs voisins est négligée. De plus, les coefficients de diffusion sont calculés pour les valeurs initiales de la concentration des différentes espèces chimiques considérées; l'effet de la variation de la concentration est négligé comme on l'a précisé dans le paragraphe 3.1.2.

La figure 3.5 schématise le passage d'un bloc élémentaire à la surface de l'outil. Pour un observateur attaché à ce bloc, l'évolution de la concentration C_{i2} est gouvernée par l'équation suivante:

$$\frac{dC_{i2}}{dt} = D_{i2}\frac{\partial^2 C_{i2}}{\partial y^2} \qquad y \geq 0 \tag{3.21}$$

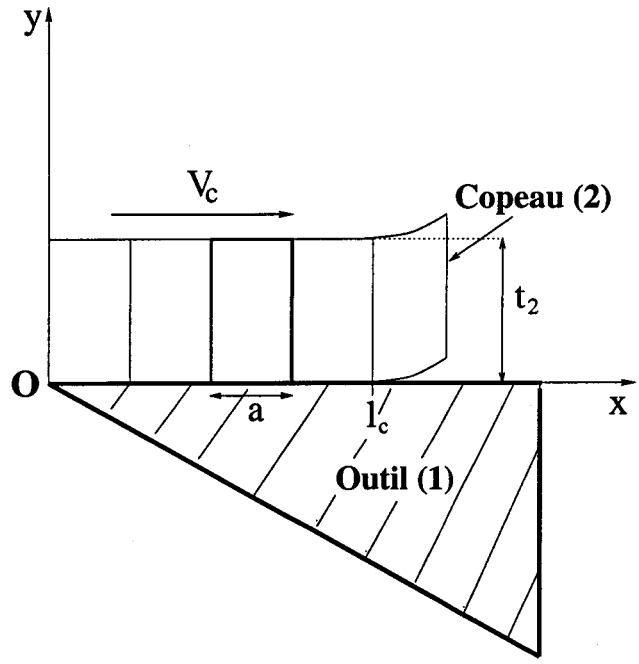


FIG. 3.5 – *Bloc élémentaire se déplaçant le long de la surface de l'outil à la vitesse V_c.*

L'équation (3.21) est la forme lagrangienne de la relation (3.2). Ici, les coordonnées lagrangiennes et eulériennes Y et y sont identiques. On suppose dans un premier temps que la distribution réelle de la température à l'interface outil-copeau est remplacée par la température moyenne $\overline{\Theta}_{int}$ donnée par la relation (3.19). Par conséquent le coefficient de diffusion D_{i2} est pris constant à l'interface. En outre, la zone où se produit l'essentiel du phénomène de diffusion est très petite (à peine quelques dizaines de microns), (voir plus loin); aussi la valeur de D_{i2} dans cette zone pourra être considérée comme uniforme à l'interface ($\simeq D_{i2}$ à l'interface).

On définit t_0 comme étant l'instant quand le bloc élémentaire rentre en contact avec l'outil au niveau de la pointe O ($x = 0$), et $t_1 = t_0 + t_c$ comme étant l'instant quand l'élément quitte la surface de l'outil en $x = l_c$, avec $l_c = V_c t_c$. La condition à l'interface s'écrit:

$$C_{i2}(y = 0, t) = C_{i1}(y = 0, t_0) \qquad pour \;\; t_0 < t < t_1 \tag{3.22}$$

En général, deux surfaces plaquées l'une contre l'autre sont en contact par l'intermédiaire de leurs aspérités. Il est indispensable alors de distinguer l'aire réelle de contact (aire de contact mesurée au niveau de ces aspérités) et l'aire apparente

(aire des surfaces en contact). En usinage à grande vitesse, ces aspérités subissent des déformations importantes; ainsi l'aire réelle de contact entre l'outil et le copeau devient très proche de l'aire apparente. Ceci renforce l'hypothèse du contact parfait pour la modélisation du transfert diffusionnel à l'interface outil-copeau.

Dans l'écriture de l'équation (3.22) plusieurs hypothèses sont faites. La concentration de l'outil C_{i1} est supposée uniforme le long de l'interface; ceci est dû au fait que la température prise en compte à l'interface est une température moyenne. Il est aussi supposé que C_{i1} ne varie pas de façon significative pendant le temps de contact très court t_c (quelques microsecondes).
En plus de la condition à la limite (3.22) on a:

$$C_{i2}(y = \infty, t) = C_{i2}^0 \tag{3.23}$$

où C_{i2}^0 est la concentration initiale de l'espèce i dans le matériau usiné. Cette relation est obtenue en considérant que l'épaisseur du copeau est très grande devant l'épaisseur de la zone affectée par la diffusion le long de la surface de l'outil. L'évolution de la concentration C_{i2} dans un bloc élémentaire de largeur a est maintenant calculée en utilisant les équations (3.21)-(3.23), avec la condition initiale suivante:

$$C_{i2}(y, t = t_0) = C_{i2}^0 \tag{3.24}$$

Le problème formulé ainsi est résolu en utilisant la technique des transformées de Laplace (Annexes A et B).

La distribution de la concentration dans un élément du copeau est donnée alors en fonction du temps t ($t_0 \leq t \leq t_0 + t_c$) par:

$$C_{i2}(y,t) = \left[C_{i1}(y = 0, t_0) - C_{i2}^0\right] erfc(\frac{y}{2\sqrt{D_{i2}(t - t_0)}}) + C_{i2}^0 \qquad pour\ y \geq 0 \tag{3.25}$$

La fonction erreur complémentaire $erfc(u)$ est définie à partir de la fonction erreur *erf(u)* par:

$$\begin{aligned} erfc(u) &= 1 - erf(u) \\ erf(u) &= \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^u e^{-z^2} dz \end{aligned} \tag{3.26}$$

Il est à noter que la solution obtenue ici correspond à un bloc élémentaire avec l'hypothèse d'un temps de contact $t_c = \frac{l_c}{V_c}$ assez bref.

3.2.2 Calcul de la masse diffusée et emportée dans le copeau

La masse Δm_{ia} de l'espèce chimique i transférée dans l'élément du copeau de largeur a pendant son contact avec l'outil est donnée par:

$$\Delta m_{ia} = \int_{t_0}^{t_0+t_c} aw J_{i2}(t) dt \tag{3.27}$$

où aw est l'aire de contact (w = largeur de coupe) et J_{i2} le flux diffusionnel de l'espèce i à l'interface outil-bloc. Ce flux est relié au gradient de la concentration par la loi de Fick qui a été donnée dans le paragraphe (1.2.2) (voir équation (1.5)):

$$J_{i2}(t) = -D_{i2} \frac{\partial C_{i2}}{\partial y}(y = 0, t) \tag{3.28}$$

En utilisant l'expression (3.25) le calcul du gradient donne:

$$\frac{\partial C_{i2}(y,t)}{\partial y} = -(C_{i1}(y = 0, t_0) - C_{i2}^0) \frac{e^{\frac{-y^2}{4D_{i2}(t-t_0)}}}{\sqrt{\pi D_{i2}(t - t_0)}} \tag{3.29}$$

et l'équation (3.28) s'écrit sous la forme:

$$J_{i2}(t) = (C_{i1}(y = 0, t_0) - C_{i2}^0) \sqrt{\frac{D_{i2}}{\pi(t - t_0)}} \tag{3.30}$$

Ainsi, la masse transporté dans le bloc élémentaire est finalement:

$$\Delta m_{ia} = 2aw(C_{i1}(y = 0, t_0) - C_{i2}^0) \sqrt{\frac{D_{i2} t_c}{\pi}} \tag{3.31}$$

La quantité de matière transférée dans l'ensemble des éléments du copeau pendant un temps Δt peut être calculée par la relation suivante:

$$\Delta m_i(t_0, \Delta t) = \frac{V_c \Delta t}{a} \Delta m_{ia} = 2w(C_{i1}(y = 0, t_0) - C_{i2}^0) \sqrt{\frac{D_{i2} t_c}{\pi}} V_c \Delta t \tag{3.32}$$

Notons ici que Δm_i est positive dans le cas de la migration de l'espèce i de l'outil

vers le copeau, et négative dans le cas contraire.

Dans le problème de l'usure de l'outil considéré ici, on suppose que la migration des particules du copeau vers l'outil est négligée (le coefficient de diffusion du fer dans le tungstène est faible par rapport à celui du tungstène dans le fer). Par conséquent, dans la suite de ce travail, on ne tiendra compte que de la diffusion dans le sens de l'outil vers le copeau.

En introduisant le flux diffusionnel de l'outil $J_{i1}(t)$ à l'interface outil-copeau, on a:

$$\Delta m_i = -l_c w \int_{t_0}^{t_0+\Delta t} J_{i1}(t)dt = -l_c w D_{i1} \int_{t_0}^{t_0+\Delta t} \frac{\partial C_{i1}}{\partial y}(y=0,t)dt \tag{3.33}$$

avec $l_c w$ l'aire de contact totale entre l'outil et le copeau.

Le temps Δt étant supposé petit, l'équation (3.33) se met sous la forme:

$$\Delta m_i(t,\Delta t) \approx -l_c w D_{i1} \frac{\partial C_{i1}}{\partial y}(y=0,t)\Delta t \tag{3.34}$$

En combinant les expressions (3.32) et (3.33), la relation suivante est obtenue à la surface de l'outil:

$$\frac{\partial C_{i1}}{\partial y}(y=0,t) = -\frac{\alpha_i}{\sqrt{D_{i1}}}(C_{i1}(y=0,t) - C_{i2}^0) \tag{3.35}$$

avec

$$\alpha_i = 2\sqrt{\frac{D_{i2}V_c}{D_{i1}\pi l_c}} \tag{3.36}$$

Cette relation constitue une condition à la limite de type mixte (combinaison linéaire de C_{i1} et de $\frac{\partial C_{i1}}{\partial y}$ en $y=0$). Elle sera utilisée pour la résolution du problème de diffusion dans l'outil.

3.3 Usure de l'outil

Deux modèles d'usure par diffusion sont présentés dans cette partie, selon que l'on tienne compte de la température moyenne uniforme $\overline{\Theta}_{int}$, ou de la distribution non uniforme $\Theta_{int}(x)$ de la température à l'interface outil-copeau. L'hypothèse d'une température uniforme permet la résolution du problème de diffusion dans l'outil pour n'importe quelle vitesse de coupe V. Aux grandes vitesses de coupe,

une solution peut être obtenue sans d'éventuelles hypothèses simplificatrices. Donc la non uniformité de la distribution de la température pourra être prise en compte dans cette gamme de vitesses.

3.3.1 Modélisation de l'usure par diffusion en utilisant la température moyenne à l'interface (Modèle I)

Ici la température moyenne à l'interface outil-copeau $\overline{\Theta}_{int}$ est utilisée pour la résolution du problème de diffusion dans l'outil. Cette hypothèse permet d'admettre que la concentration C_{i1} d'une espèce chimique i dans l'outil est indépendante de la variable x.

L'équation de diffusion (3.1) peut être résolue en considérant la condition mixte (3.35), et la condition à la limite suivante:

$$C_{i1}(y = -\infty, t) = C_{i1}^0 \tag{3.37}$$

où C_{i1}^0 représente la concentration initiale de l'espèce chimique i dans l'outil. Dans l'écriture de (3.37) il est supposé que les dimensions de la zone affectée par le processus de diffusion sont très faibles par rapport à celles de l'outil. La condition initiale est:

$$C_{i1}(y, t = 0) = C_{i1}^0 \tag{3.38}$$

Là encore, en utilisant la technique des transformées de Laplace (Annexes B et C) la solution est obtenue pour $y \leq 0$:

$$C_{i1}(y,t) = C_{i1}^0 + (C_{i1}^0 - C_{i2}^0)\left[exp\left(\alpha_i^2 t - \alpha_i \frac{y}{\sqrt{D_{i1}}}\right) erfc\left(\alpha_i\sqrt{t} - \frac{y}{2\sqrt{D_{i1}t}}\right) - erfc\left(-\frac{y}{2\sqrt{D_{i1}t}}\right)\right] \tag{3.39}$$

L'évolution de la concentration des espèces diffusantes étant connue, on se propose à présent de déterminer la masse perdue par l'outil, ainsi que la profondeur du cratère formé à la surface de celui-ci.

- **Masse totale perdue par l'outil de coupe**

La concentration $C_{i1}(y,t)$ donnée par l'expression (3.39) permet le calcul du flux

diffusionnel de l'outil comme suit:

$$J_{i1}(y,t) = -D_{i1}\frac{\partial C_{i1}}{\partial y}(y,t) = \alpha_i\sqrt{D_{i1}}(C_{i1}^0 - C_{i2}^0)\left[\exp(\alpha_i^2 t - \frac{\alpha_i y}{\sqrt{D_{i1}}})erfc(\alpha_i\sqrt{t} - \frac{y}{2\sqrt{D_{i1}t}})\right] \tag{3.40}$$

La masse de l'espèce i perdue par l'outil au temps t est donnée par:

$$M_{i1}(t) = \int_0^t wl_c J_{i1}(y=0,t)dt = wl_c\alpha_i\sqrt{D_{i1}}(C_{i1}^0 - C_{i2}^0)\int_0^t \exp(\alpha_i^2 t)erfc(\alpha_i\sqrt{t})dt \tag{3.41}$$

En effectuant une intégration par parties on obtient:

$$M_{i1}(t) = wl_c\sqrt{D_{i1}}(C_{i1}^0 - C_{i2}^0)\left(\frac{\exp(\alpha_i^2 t)erfc(\alpha_i\sqrt{t}) - 1}{\alpha_i} + 2\sqrt{\frac{t}{\pi}}\right) \tag{3.42}$$

où C_{i1}^0 et C_{i2}^0 sont respectivement les concentrations initiales de l'espèce i dans l'outil et dans le copeau. En tenant compte de la contribution de toutes les espèces diffusantes, La masse totale perdue par diffusion au temps t est finalement fournie par l'expression suivante:

$$M_T(t) = \sum_{i=1}^{n} M_{i1}(t) \tag{3.43}$$

où n est le nombre des espèces chimiques dans l'outil (la diffusion du fer du copeau vers l'outil est négligée).

Remarque: Les calculs ont été effectués en modélisant l'outil comme étant un massif semi-infini dans la direction y normale à la face de l'outil . Ceci est justifié pour des temps assez petits, car alors les effets relatifs à l'autre bord de l'outil peuvent être négligés. En effet, le temps caractéristique de diffusion dans l'épaisseur e de l'outil est de l'ordre de $t_c \sim \frac{e^2}{D}$, où D est le coefficient de diffusion considéré. Pour $e = 3 \times 10^{-3}m$ et $D = 10^{-10}m^2/s$, on obtient t_c=9 × 10^4s. Pour $t \ll t_c$, l'hypothèse d'un massif semi infini est justifiée.

- **Volume et profondeur du cratère formé par diffusion**

La disparition des constituants de l'outil entraîne la formation d'un cratère à la surface de celui-ci. Le volume de ce cratère est estimé en fonction de la masse totale

perdue par la relation suivante:

$$M_T(t) = \overline{\rho}_{outil}(t)\vartheta(t) \tag{3.44}$$

où $\overline{\rho}_{outil}(t)$ est la valeur moyenne de la masse volumique au temps t. Pour simplifier il convient ici de remplacer cette valeur moyenne par la valeur initiale de la densité de l'outil ρ^0_{outil}; ainsi une légère souestimation du volume du cratère pourra être obtenue:

$$\vartheta(t) \approx \frac{M_T(t)}{\rho^0_{outil}} \approx \frac{wl_c}{\rho^0_{outil}} \sum_{i=1}^{n} \sqrt{D_{i1}}(C^0_{i1} - C^0_{i2}) \left(\frac{\exp(\alpha_i^2 t) erfc(\alpha_i\sqrt{t}) - 1}{\alpha_i} + 2\sqrt{\frac{t}{\pi}} \right) \tag{3.45}$$

La profondeur du cratère K_T est une information très importante souvent utilisée pour la détermination de l'état d'usure ainsi que la durée de vie d'un outil de coupe (critère d'usure direct, voir paragraphe 2.3.1 partie I). Les expériences d'usure montrent que le profil de ce cratère dépend fortement de la distribution de la température à l'interface outil-copeau, Trent (1988)-(1991)-(2000), Lim *et al* (1989), Gekonde et Subramanian (1997). La profondeur K_T sera donc plus importante aux endroits où la température de coupe est plus élevée, en particulier en $x = \frac{l_c}{3}$ où elle atteint son maximum, Moufki *et al* (1998), Moufki (1998). La figure 3.6 montre que K_T est maximale au point $x = 0.49mm$ pour $V = 200m/min$, et au point $x = 0.41mm$ pour $V = 300m/min$, ce qui correspond à peu près au 1/3 des longueurs de contact pour ces deux vitesses: ($l_c(V = 200m/min) = 1.41mm$ *et* $l_c(V = 300m/min) = 1.26mm$).

Le profil expérimental du cratère justifie l'hypothèse faite toute au long de cette étude, à savoir qu'en usinage à grande vitesse, l'usure des outils de coupe est essentiellement due à la la diffusion contrôlée par les hautes températures au niveau de la face de coupe. Dans l'approche proposée, La profondeur du cratère n'est pas calculée directement. Cependant, une estimation de K_T pourra être obtenue en faisant une hypothèse sur le profil du cratère. L'hypothèse la plus simple est celle d'un profil parabolique (Fig. 3.7) $y = f(x)$ avec $f(0) = 0$ et $f'\left(\frac{l_c}{3}\right) = 0$ (maximum en $x = \frac{l_c}{3}$), $f(l_1) = 0$. $l_1 = \frac{2l_c}{3}$ est la largeur du cratère déterminée en utilisant le volume ϑ par:

$$\int_0^{l_1} f(x)dx = -\frac{\vartheta}{w} \tag{3.46}$$

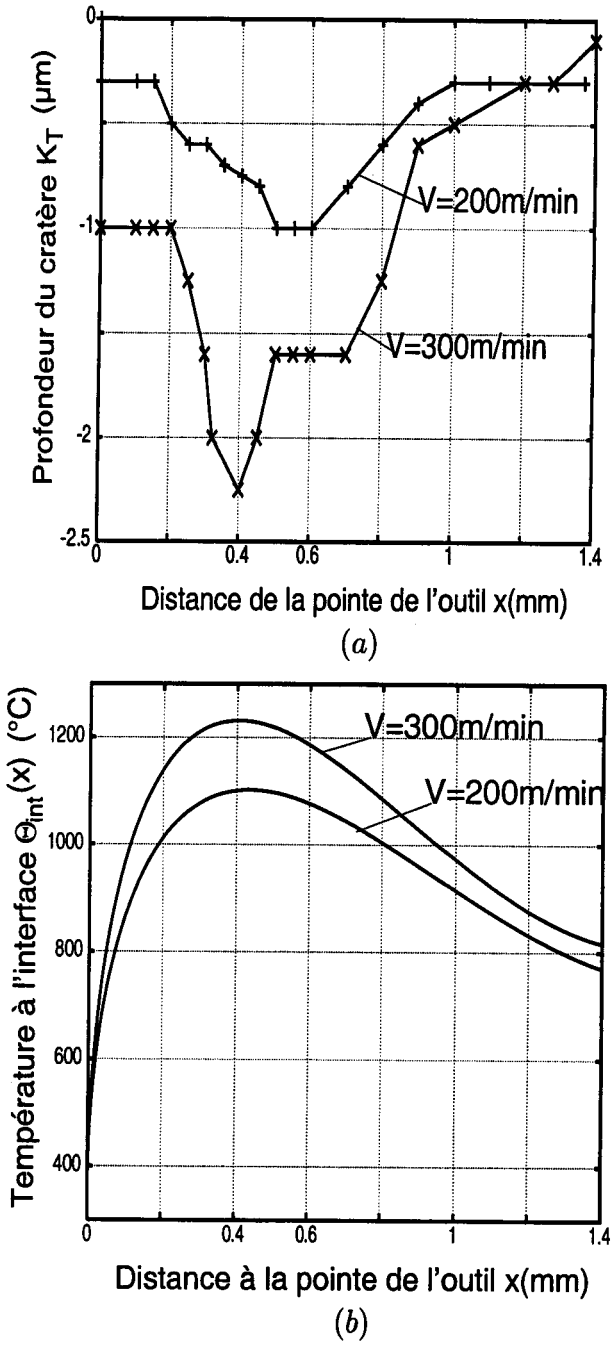


FIG. 3.6 – (*a*) *Profils expérimentaux des cratères formés à la surface d'un outil de classe* $K1$ *(85%*WC – 11%*) pendant l'usinage de l'acier AISI* 1020 *pour deux vitesses de coupe* $V = 200m/min$ *et* $V = 300m/min$*, d'après Gekonde et Subramanian* (1997). *Les conditions de coupe sont:* $\alpha = 5°$, $t_1 = 0.259mm$, $w = 2mm$, *temps de coupe=* $20s$. (*b*) *Calcul théorique de la distribution de la température à l'interface outil-copeau à partir de l'équation (3.16). Le couple outil-pièce et les conditions de coupe considérés dans ce calcul sont identiques à ceux utilisés dans les expériences de Gekonde et Subramanian* (1997).

Ainsi, Le profil suivant est obtenu:

$$y = \frac{9K_T}{l_c^2}x^2 - \frac{6K_T}{l_c}x \tag{3.47}$$

En combinant (3.46) et (3.47), et en remplaçant ϑ par son expression (3.45) donnée par le modèle I, on aboutit finalement à la profondeur maximale du cratère K_T comme suit:

$$K_T(t) = \frac{9}{4}\frac{\vartheta}{wl_c} = \frac{9}{4\rho^0_{outil}}\sum_{i=1}^{n}\sqrt{D_{i1}}(C^0_{i1} - C^0_{i2})\left(\frac{\exp(\alpha_i^2 t)erfc(\alpha_i\sqrt{t}) - 1}{\alpha_i} + 2\sqrt{\frac{t}{\pi}}\right) \tag{3.48}$$

Dans le cas de l'hypothèse d'un profil rectangulaire (cas éloigné de la réalité), on obtient une sous-estimation de la profondeur maximale:

$$K_{Trectangulaire} = \frac{4}{9}K_{Tparabolique} \tag{3.49}$$

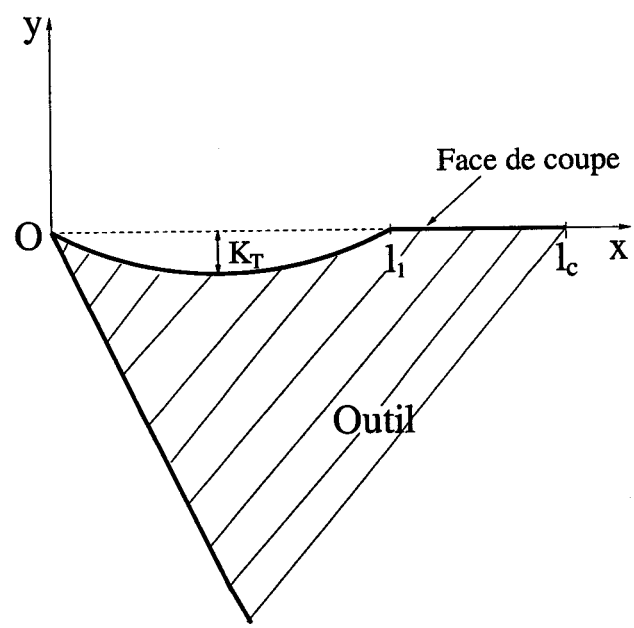


FIG. 3.7 - *Vue schématique du cratère formé au niveau de la face de coupe.*

- Durée de vie. Loi d'usure

La durée de vie de l'outil est définie comme le temps de coupe au bout du quel on atteint une usure maximale admissible. Cette dernière est définie par des critères

de référence (K_{Tlim}, V_{Blim}, V_{Nlim}, etc. ...) selon le mode d'usinage utilisé (ébauche, finition, ...) (paragraphe 2.3 partie I).

Pour les outils carbure, la cratérisation devient relativement importante devant l'usure frontale dans les cas de l'usinage à grande profondeur de passe, et à grande vitesse de coupe (Fig. 3.8). Par conséquent, l'usure limite sera définie par un critère de cratérisation. A titre d'exemple, en ébauche le critère suivant est souvent utilisé:

$$K_{Tlim} = 0.1 + 0.3t_1 \qquad (en\ mm) \tag{3.50}$$

où t_1 est la profondeur de coupe. Donc, lorsque $K_T = K_{Tlim}$, l'outil est considéré comme hors service.

En remplaçant $K_T(t)$ par $K_{Tlim}(T)$, l'expression (3.48) fournie par le modèle I, s'écrit:

$$\sum_{i=1}^{n} \sqrt{D_{i1}}(C_{i1}^0 - C_{i2}^0)\left(\frac{\exp(\alpha_i^2 T) erfc(\alpha_i\sqrt{T}) - 1}{\alpha_i} + 2\sqrt{\frac{T}{\pi}}\right) = \frac{4}{9}\rho_{outil}^0 K_{Tlim} \tag{3.51}$$

La résolution de l'équation non linéaire ci-dessus permet le calcul de la durée de vie T. On obtient ainsi une loi d'usure donnant l'évolution de T non seulement en fonction des conditions de coupe, mais aussi en fonction des paramètres physico-chimiques des matériaux utilisés, et de leur comportement thermomécanique.

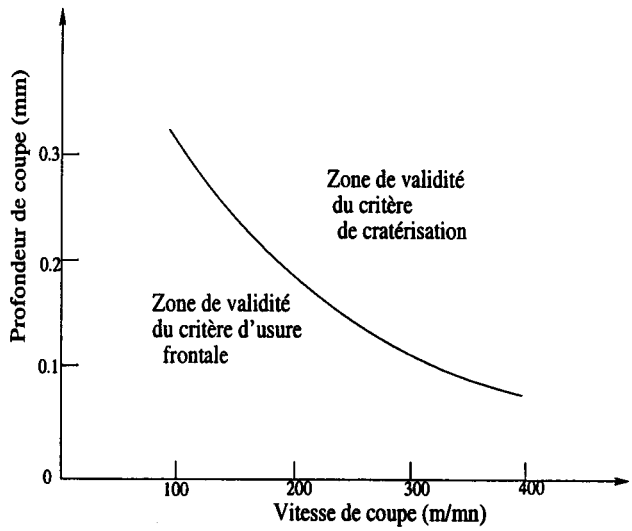


FIG. 3.8 - *Limite d'utilisation du critère d'usure frontale pour le couple outil-pièce: P30 – XC38 d'après Roumesy* (1974) (1975).

3.3.2 Modélisation de l'usure par diffusion aux grandes vitesses de coupe (Modèle II)

Le modèle développé dans cette partie tient compte de la distribution non uniforme de la température à l'interface outil-copeau (température réelle). Toutefois, ce modèle est limité aux grandes vitesses de coupe. Dans le cas de l'usinage à grande vitesse, la vitesse d'écoulement du copeau V_c le long de l'outil est grande, par conséquent la matière "fraîche" du copeau de concentration C_{i2}^0 (concentration initiale) est constamment en contact avec l'outil. Alors, on a la condition à la limite suivante:

$$C_{i1}(y=0,t) = C_{i2}^0 \tag{3.52}$$

A un point x donné du contact outil-copeau, on considère une bande de part et d'autre de l'interface de largeur dx (Fig. 3.9 (a)).
La diffusion dans la direction x étant toujours supposée négligeable, le problème de diffusion dans cette bande est gouverné par les équations (3.1), (3.52) et la condition initiale (3.38). La solution pour $y \leq 0$ est:

$$C_{i1}(y,t) = C_{i1}^0 - (C_{i1}^0 - C_{i2}^0) erfc\left(-\frac{y}{2\sqrt{D_{i1}t}}\right) \tag{3.53}$$

A noter ici que les équations (3.52) et (3.53) sont des cas particuliers des équations (3.35) et (3.39) quand le paramètre $\alpha_i \to \infty$, autrement dit quand $V \to \infty$ (voir expression (3.36)). Ceci résulte du développement asymptotique suivant (pour Z suffisamment grand), Abramowitz (1970):

$$exp(Z^2) erfc(\sqrt{Z}) \approx \frac{1}{Z\sqrt{\pi}} \tag{3.54}$$

où $Z = \alpha_i\sqrt{t} - \frac{y}{2\sqrt{D_{i1}t}}$. On rappelle que les équations (3.35) et (3.39) ont été obtenues sous l'hypothèse d'une température moyenne uniforme à la surface de l'outil $\overline{\Theta}_{int}$ (paragraphe (3.3.1)), alors que les équations (3.52) et (3.53) sont obtenues directement sans aucune hypothèse sur la température de coupe.

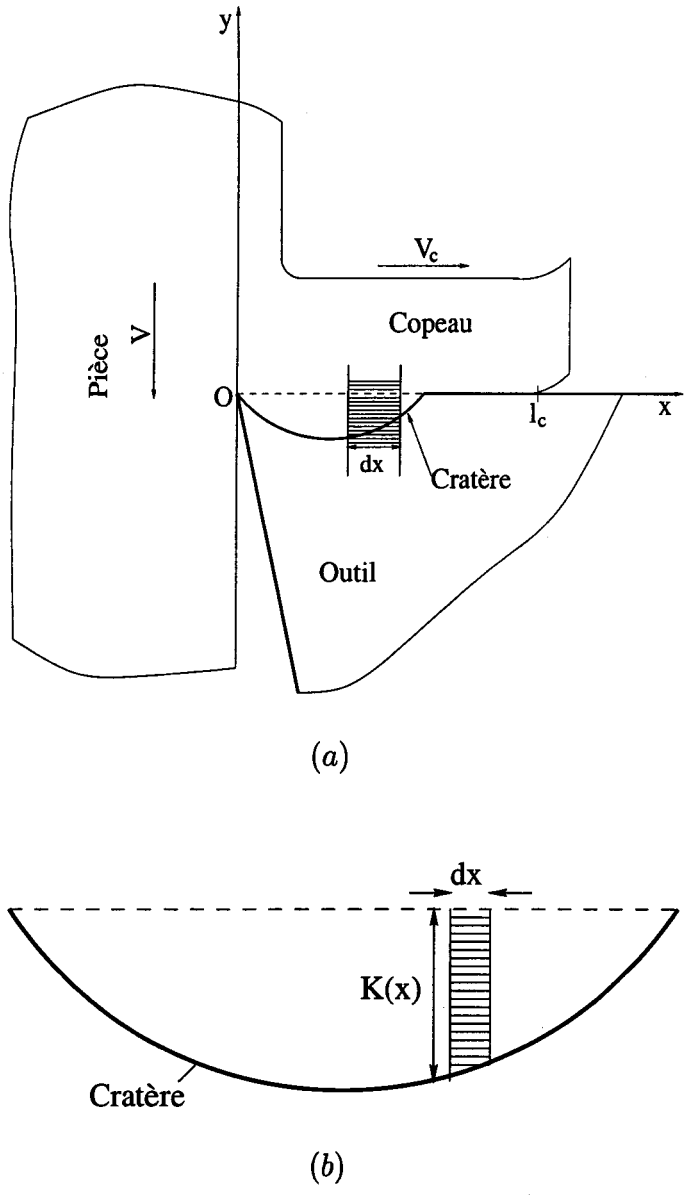


FIG. 3.9 – *Représentation schématique du cratère au niveau de la face de coupe de l'outil.*

L'équation (3.53) permet le calcul du flux diffusionnel de l'espèce i comme suit:

$$J_{i1}(y,t) = -D_{i1}(\Theta_{int}(x))\frac{\partial C_{i1}}{\partial y}(y,t) = (C_{i1}^0 - C_{i2}^0)\sqrt{\frac{D_{i1}(\Theta_{int}(x))}{\pi t}}\exp(-\frac{y^2}{4D_{i1}t}) \tag{3.55}$$

où D_{i1} est le coefficient de diffusion de l'espèce i dans l'outil dépendant de la température à l'interface $\Theta_{int}(x)$. La quantité de matière de l'espèce i transférée

par diffusion dans le copeau à l'instant t à travers l'élément de surface wdx est:

$$dM_{i1}(x,t) = \int_0^t wdxJ_{i1}(y=0,t')dt' = 2wdx\sqrt{\frac{t}{\pi}D_{i1}(\Theta_{int}(x))}(C_{i1}^0 - C_{i2}^0) \quad (3.56)$$

En tenant compte de la contribution de toutes les espèces chimiques, La masse perdue par l'outil à l'instant t relative à l'élément de surface wdx est comme suit:

$$dM(x,t) = \sum_{i=1}^{n} dM_{i1}(x,t) \quad (3.57)$$

Il est supposé ici que la masse transférée par diffusion dans le copeau, au point x et à l'instant t, correspond au transfert d'une tranche rectangulaire de l'outil de base wdx et de hauteur $K(x)$ (Fig. 3.9 (b)).
Ainsi, la profondeur du cratère à un point x du contact, et à l'instant t est donnée par la relation suivante:

$$K(x,t) = \frac{dM(x,t)}{\rho_{outil}^0 wdx} = \frac{2}{\rho_{tool}^0}\sum_{i=1}^{n}\left[\sqrt{\frac{t}{\pi}D_{i1}(\Theta_{int}(x))}(C_{i2}^0 - C_{i1}^0)\right] \quad (3.58)$$

La profondeur maximale du cratère K_T correspond à la température maximale localisée approximativement en $x = \frac{l_c}{3}$:

$$K_T = K(x = \frac{l_c}{3}, t) = \frac{2}{\rho_{tool}^0}\sum_{i=1}^{n}\left[\sqrt{\frac{t}{\pi}D_{i1}(\Theta_{max})}(C_{i2}^0 - C_{i1}^0)\right] \quad (3.59)$$

avec

$$\Theta_{max} = \max_{x}\ (\Theta_{int}(x)) \quad (3.60)$$

De la même façon que dans le paragraphe (3.3.1), la loi d'usure dans le cas du modèle II (cas de l'usinage à grande vitesse) est obtenue à partir de la relation (3.58) comme suit:

$$T = \left(\sum_{i=1}^{n}\left[\frac{K_{Tlim}\rho_{tool}^0}{2(C_{i2}^0 - C_{i1}^0)}\sqrt{\frac{\pi}{D_{i1}(\Theta_{max})}}\right]\right)^2 \quad (3.61)$$

3.4 Utilisation des modèles I et II

Pour des conditions de coupe données: V, α, t_1 et w (Fig. 3.10) le matériau usiné a un comportement thermoviscoplastique modélisé par la loi (1.35) de la partie I. La loi de friction $\mu = \overline{\mu}(\overline{\Theta}_{int})$ est supposée connue, elle est identifiée à partir de données expérimentales en coupe orthogonale (Fig. 3.4).

On commence tout d'abord par le calcul de la température moyenne à l'interface $\overline{\Theta}_{int}$ donnée par la relation (3.19). A cette fin, on détermine l'angle de cisaillement ϕ en utilisant la loi de de Zvorykin (1893):

$$\phi = A + \frac{\alpha - \lambda}{2} \tag{3.62}$$

où $\lambda = \arctan \overline{\mu}$ est l'angle caractérisant le frottement moyen (supposé de type Coulomb-Amonton) le long de l'interface outil-copeau, et A est une constante déterminée à partir de données expérimentales; dans le cas des aciers $A \simeq 35°$, Moufki *et al* (1998).

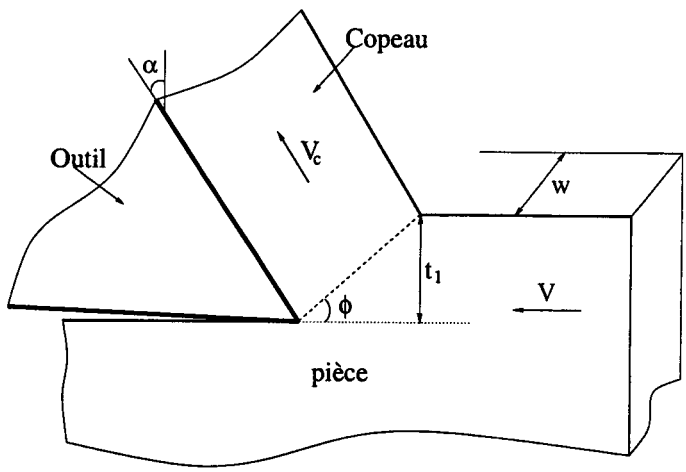


FIG. 3.10 – *Définition des paramètres géométriques en coupe orthogonale.*

Un simple schéma itératif est utilisé pour le calcul de la température moyenne $\overline{\Theta}_{int}$. On considère qu'à la nième itération, $\overline{\Theta}^n_{int}$ est connu. Les variables ϕ^n, $\overline{\mu}^n$, l^n_c, V^n_c, γ^n_1, et p^n_0 sont calculées respectivement à partir des relations (1.39), (1.80), (1.57), (1.39) et (1.74) de la partie I. La température absolue à la sortie de la bande $\Theta^n_i = \widetilde{\Theta}^n_1$ est donnée par le modèle de Molinari et Dudzinski (expression (1.68) partie I). Finalement, une nouvelle estimation de la température moyenne

à l'interface $\overline{\Theta}_{int}^{n+1}$ est obtenue par la relation (3.19). Le schéma itératif est arrêté quand:

$$\frac{\left|\overline{\Theta}_{int}^{n+1} - \overline{\Theta}_{int}^{n}\right|}{\overline{\Theta}_{int}^{n}} \leq \varepsilon$$

Le modèle de formation de copeau continu, Molinari & Dudzinski (1992), Dudzinski & Molinari (1997), Moufki *et al* (1998), nous donne alors:

- la distribution de la déformation γ, la vitesse de déformation $\widetilde{\dot{\gamma}}$ et la contrainte de cisaillement $\widetilde{\tau}$,
- la température $\widetilde{\Theta}$ dans la bande de cisaillement primaire et la distribution de la pression $p(x)$.
- Et enfin l'estimation des efforts de coupe et de la longueur de contact l_c.

Dans le cas du modèle I développé dans cette thèse et pour une conbinaison de conditions de coupe (V, α, $t_1$et w) donnée, la température moyenne à l'interface est utilisée pour le calcul des coefficients $D_{i1}(\overline{\Theta}_{int})$ et $D_{i2}(\overline{\Theta}_{int})$ de l'espèce diffusante i dans l'outil et dans le copeau (équations (3.7) et (3.8)). Les profils de concentrations $C_{i1}(y,t)$ et $C_{i2}(y,t)$ sont alors obtenues à partir des expressions (3.25) et (3.39). Cela permet le calcul du flux diffusionnel (équation (3.40)) et de la masse perdue par diffusion relative à une espèce i de l'outil (équation (3.42)). En tenant compte de la contribution de toutes les espèces diffusantes, la masse totale perdue par diffusion au temps t est déduite à partir de la relation (3.43). Le volume $\vartheta(t)$ et la profondeur maximale K_T du cratère sont ensuite évalués par les expressions (3.45) et (3.48). En définissant un critère d'usure en cratère K_{Tlim}, par exemple le critère donné par (3.50), la durée de vie de l'outil T est finalement déterminée par la loi d'usure (3.51).

Aux grandes vitesses de coupe (cas du modèle II, paragraphe (3.3.2)), la distribution de la température $\Theta(x)$ est prise en compte dans le calcul des coefficients de diffusion de l'espèce i. La masse totale perdue $dM(x,t)$ et le profil du cratère $K(x,t)$ à un point x du contact outil-copeau et au temps t sont alors fournis par les relations (3.56), (3.57) et (3.58). Et enfin, la valeur maximale du cratère K_T et la durée de vie T de l'outil de coupe sont estimées à partir de la relation (3.59) et

de la loi d'usure (3.61) dans le cas de l'usinage à grande vitesse.

Chapitre 4

Résultats et discussions

Après avoir défini le cadre général de l'étude, et proposé deux modèles d'usure par diffusion permettant de prédire les grandeurs caractéristiques de l'usure, (masse perdue, profodeur du cratère, durée de vie, etc. ...), il est intéressant maintenant d'appliquer ces modèles aux outils de coupe souvent utilisés dans l'industrie, notamment les outils en carbures métalliques.

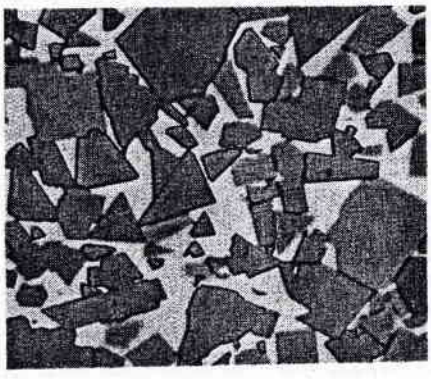
4.1 Application aux outils en carbures métalliques frittés

Les outils en carbures métalliques frittés sont principalement composés d'éléments durs tels que les carbures de tungstène, de titane, et de tantale dans une proportion volumique d'environ 80%. Ces carbures se caractérisent par une dureté exceptionnelle les classant parmi les matériaux les plus adaptés aux grandes vitesses de coupe; d'où leur performance en usinage à très grande vitesse.

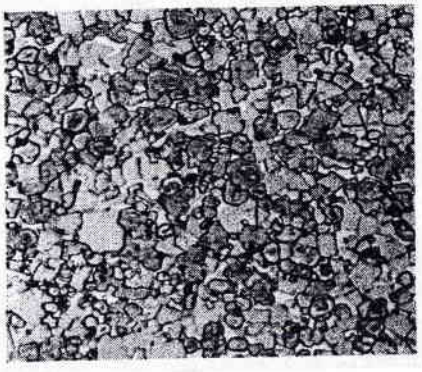
Les carbures de tungstène simples ont un grand succès pour l'usinage des alliages non-ferreux et des fontes, mais ils subissent une importante usure en cratère lors de l'usinage des aciers. L'addition d'autres carbures tels que TaC, TiC, NbC, etc. ... permet d'accroître la vitesse de coupe limite pour la quelle l'usure en cratère de l'outil apparaît. Les carbures sont cependant divisés en deux grandes classes:

- Les carbures simples WC de structure cristalline hexagonale avec le liant cobalt Co,
- les carbures composés ou mixtes avec WC comme base, et TaC, TiC, NbC

(de structure cubique à faces centrées) comme divers éléments d'addition.



(*a*)



(*b*)

FIG. 4.1 - *Micrographie des carbures métalliques.* (*a*) *Carbure simple* $WC - Co$. (*b*) *Carbure mixte* $WC - (Ta, Ti, Nb)C - Co$.

L'examen micrographique de ces carbures montre une granulométrie plus fine et plus homogène dans le cas des carbures mixtes. Dans les clichés de la figure 4.1, les phases grisâtres polyédriques correspondent à des carbures de tungstène, les phases claires sont identifiées comme du cobalt, élément de liaison des grains; et enfin les phases sombres sur la figure 4.1 (*b*) correspondent aux carbures mixtes de Ti, Ta et Nb. L'addition de ces éléments améliore considérablement la résistance à l'usure, et renforce la ténacité des outils de coupe, Trent (1991) (2000). Les caractéristiques physiques et mécaniques principales de ces carbures sont indiquées dans le tableau (4.1) en comparaison avec celles des corps durs classiques. Il est à noter tout particulièrement la valeur élevée du module d'élasticité du carbure de tungstène, le classant immédiatement après le diamant.

Dans cette étude, deux outils carbures de classe $K1$ et $K11$ de composition chimique différente sont utilisés (Tab. 4.2). Quant à la pièce usinée, on a choisi un acier CRS 1018 ($AISI$ 1018 cold rolled steel). La composition chimique de cet acier laminé à froid est fournie par la table 4.3, et son comportement est modélisé par la loi puissance (1.35) donnée dans la première partie de ce manuscrit. L'identification de ce comportement a été faite au moyen des barres de torsion lors de tests dynamiques pour des vitesses de déformation comprises entre 700 et 1200 s^{-1}. Cette loi est utilisée avec les valeurs des paramètres thermomécaniques suivantes, Clifton *et al*

Formule	Microdureté à 20°C	Masse volumique $\times 10^{-3}$(Kg/m^3)	Point de fusion (°C)	Module d'élasticité à 20°C (hbar)	Conductivité thermique (Watt/m°C)
WC (Hex)	1750	15.77	2776	71000	29.3
$Diamant$ (C)	7850	3.5155	3727	114000	1000
TiC (CFC)	3000	4.92	3067	46000	36.4
NbC (CFC)	2000	7.82	3600	34500	18.4
TaC (CFC)	1700	14.4	4000	29100	22.2

TAB. 4.1 - *Propriétés des carbures métalliques.*

(1984):

$$\nu = -0.38; \qquad n = 0.015; \qquad m = 0.019$$
$$\mu_0 = 3579 \cdot 10^6 SI; \quad c = 500 j/kg \cdot K$$
$$k = 54 w/m \cdot K; \quad \rho = 7800 kg/m^3$$

Notre choix s'est porté spécialement sur ce matériau car en plus de la connaissance de sa loi de comportement pour les grandes vitesses de déformation, la loi de friction nécessaire pour le calcul de la température à l'interface, et dont notre modèle dépend, a été identifiée par Moufki *et al* (1998) en s'appuyant sur les travaux de Lim *et al* (1989).

Classe d'outil	$K1$	$K11$
WC	85%	97%
$TaC - NbC$	4%	0.4%
Co	11%	2.6%

TAB. 4.2 - *Composition chimique des outils carbures de tungstène de classe $K1$ et $K11$.*

Éléments	C	Mn	P	S
%	0.18	0.71	0.02	0.022

TAB. 4.3 - *Composition chimique de l'acier CRS* 1018.

Les coefficients de diffusion des espèces chimiques étudiées sont répertoriés dans la table 4.4.

Constituants chimiques diffusantes i	*Outil*	*Copeau*
Tungstène W	$D_{1W} = 2.36 \cdot 10^{-4} exp(-\frac{66950}{R\overline{\Theta}_{int}}) m^2/s$	$D_{2W} = 2.475 \cdot 10^{-1} exp(-\frac{75000}{R\overline{\Theta}_{int}})$
Cobalt Co	$D_{1Co} = 4.3 \cdot 10^{-4} exp(-\frac{100000}{R\overline{\Theta}_{int}})$	$D_{2Co} = 9 \cdot 10^{-3} exp(-\frac{80000}{R\overline{\Theta}_{int}})$
Carbone C	$D_{1C} = 8.9 \cdot 10^{-7} exp(-\frac{53500}{R\overline{\Theta}_{int}})$	$D_{2C} = 0.15 \cdot 10^{-4} exp(-\frac{32000}{R\overline{\Theta}_{int}})$

TAB. 4.4 - *Coefficients de diffusion des différentes espèces chimiques considérées, Adda & Philibert* (1966), *Askou* (1970), *Ingle et al* (1991), *Kaur et al* (1989) (1995).

La principale difficulté dans la modélisation de l'usure par diffusion est le manque d'information sur le frottement à l'interface outil-copeau. Dans le travail de Moufki *et al* (1998), la loi de frottement notée par $\overline{\mu}_M(\overline{\Theta}_{int})$ a été identifiée pour le couple outil-pièce: $P30 - CRS$ 1018; dans notre cas, l'outil est différent (outil $K1$ ou $K11$). Par conséquent, cette loi doit être modifiée. Pour simplifier, on suppose que la dépendance de la loi de frottement par rapport à la température pour le couple $K1 - CRS$ 1018 et pour le couple $K11 - CRS$ 1018 est similaire à celle de la loi de frottement du couple $P30 - CRS$ 1018. En d'autres termes, on suppose l'existence d'une constante η telle que:

$$\overline{\mu}(\overline{\Theta}_{int}) = \eta \overline{\mu}_M(\overline{\Theta}_{int}) \tag{4.1}$$

Ainsi, le niveau de frottement sera contrôlé par le scalaire η.

Par manque de mesures directes du coefficient de frottement dans la littérature, le paramètre η sera calibré indirectement en utilisant des mesures expérimentales d'usure par diffusion, voir plus loin.

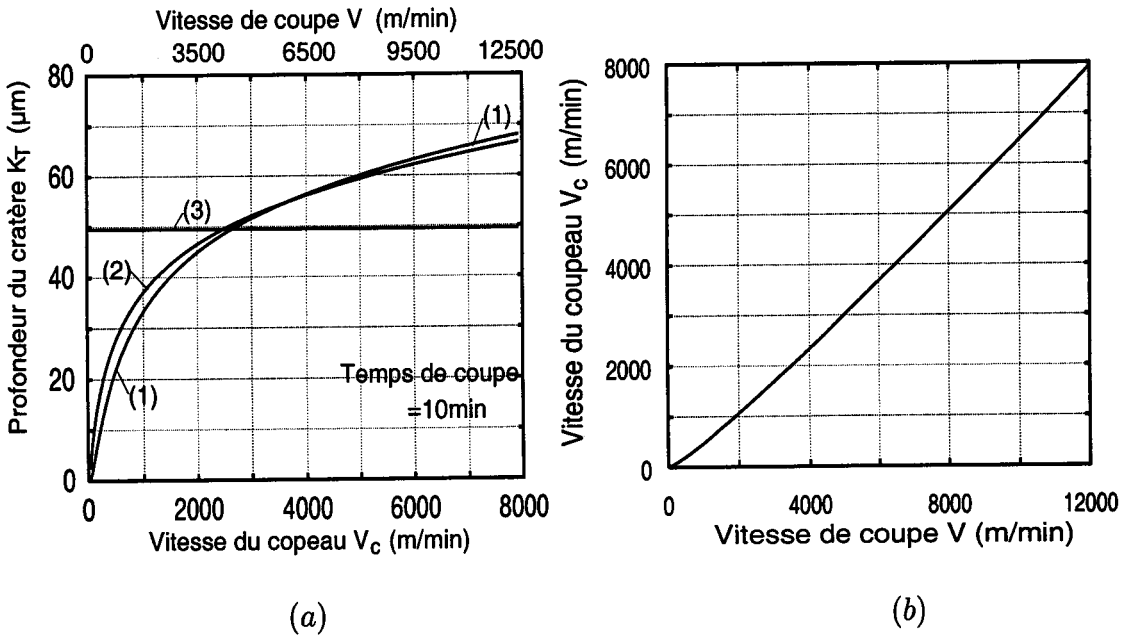
4.2 Application du modèle I d'usure par diffusion

L'usure par diffusion de l'outil de coupe est évaluée par le modèle I utilisant la

température moyenne $\overline{\Theta}_{int}$ à l'interface outil-copeau (paragraphe 3.3.1).

4.2.1 Profondeur du cratère K_T

La profondeur du cratère est représentée en fonction de la vitesse de glissement du copeau V_c, et en fonction de la vitesse de coupe V sur la figure 4.2 (a) (courbe (1)), pour un temps de coupe de $10min$. Les conditions de coupe orthogonale (Fig. 3.10) sont: vitesse de coupe $0 \leq V \leq 12500m/min$, angle de coupe $\alpha = 5°$, profondeur de coupe $t_1 = 0.25mm$ et largeur de coupe $w = 2mm$.



(a) (b)

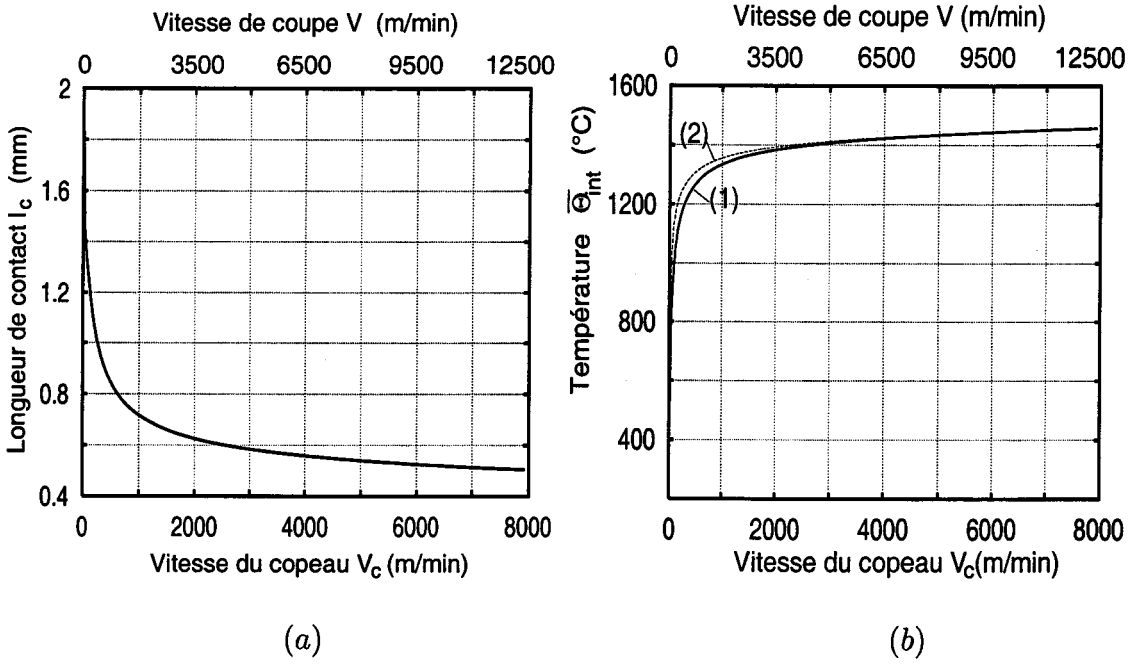
FIG. 4.2 – (a): *Prédiction de la profondeur du cratère K_T par le modèle I pour le couple outil-pièce: $K1 - CRS$ 1018et pour Les conditions de coupe: $\alpha = 5°$, $t_1 = 0.25mm$, $w = 2mm$, les courbes* (1), (2) *et* (3) *sont comme suit:*
(1) *est obtenue en calculant l_c et $\overline{\Theta}_{int}$ suivant la procédure indiquée dans le paragraphe (3.3.2).*
(2) *Correspond aux valeurs calculées de $\overline{\Theta}_{int}$, pour lesquelles l_c est prise constante, $l_c = 0.5mm$.*
(3) *$l_c = 0.5mm$ et $\overline{\Theta}_{int} = 1400°C$ sont prises constantes.*

(b) *Variation de la vitesse de glissement du copeau V_c en fonction de la vitesse de coupe V.*

La température moyenne à l'interface $\overline{\Theta}_{int}$ outil-copeau, la vitesse de glissement du copeau V_c, et la longueur de contact l_c sont calculées suivant la procédure indiquée dans le paragraphe 3.3.2. Quant à la loi de frottement, elle est identifiée dans la figure

3.4. La correspondance entre la vitesse de coupe V et la vitesse du copeau V_c est illustrée sur la figure 4.2 (b).

L'effet de la vitesse de coupe sur l'usure en cratère prédit par (3.48) apparaît de deux façons différentes. D'un côté la vitesse V a une influence directe sur l'usure via $V_c = V\frac{\sin\phi}{\cos(\phi-\alpha)}$ dans l'expression du paramètre $\alpha_i = 2\sqrt{\frac{D_{i2}V_c}{D_{i1}\pi l_c}}$ et de l'autre V a une influence indirecte par l'intermédiaire de la longueur de contact l_c, et de la température via les coefficients de diffusion D_{i1} et D_{i2}, (Fig. 4.3 (a) et (b)). Comme on peut le remarquer, la température moyenne $\overline{\Theta}_{int}$ à l'interface outil-copeau dépend fortement de V_c (ou V) avant de se stabiliser pour les grandes vitesses de coupe.



(a) (b)

FIG. 4.3 – *Influence de la vitesse de glissement du copeau V_c: (a) sur la longueur de contact outil-copeau. (b) sur la température moyenne $\overline{\Theta}_{int}$ à l'interface, les courbes* (1) *et* (2) *sont comme suit:*
(1) *est obtenue en calculant l_c et $\overline{\Theta}_{int}$ suivant la procédure indiquée dans le paragraphe (3.3.2).*
(2) *Correspond aux valeurs calculées de $\overline{\Theta}_{int}$, pour les quelles l_c est prise constante, $l_c = 0.5mm$.*

Il est à noter que dans l'expression de la profondeur du cratère (3.48), si le terme $\alpha_i\sqrt{t}$ est supérieur à la valeur 30, le développement asymptotique donné par la relation (3.54) doit être utilisé. Pour un temps de coupe de $10min$, les calculs montrent que $\alpha_i\sqrt{t} \geq 2500$ quelque soit l'espèce chimique i considérée. Par conséquent, l'ex-

pression de la profondeur du cratère K_T (3.48), (sous l'hypothèse d'un profil parabolique), s'écrit en utilisant le développement asymptotique (3.54) comme suit:

$$K_T(t) = \frac{9}{4\rho^0_{tool}} \sum_{i=1}^{n} \sqrt{D_{i1}}(C^0_{i1} - C^0_{i2}) \left(\frac{1}{\alpha_i^2\sqrt{\pi t}} - \frac{1}{\alpha_i} + 2\sqrt{\frac{t}{\pi}} \right) \tag{4.2}$$

Cette expression peut encore se simplifier si $\alpha_i \to \infty$:

$$K_T(t) = \frac{9}{2\rho^0_{tool}} \sum_{i=1}^{n} (C^0_{i1} - C^0_{i2}) \sqrt{\frac{D_{i1}t}{\pi}} \tag{4.3}$$

Il faut remarquer que le résultat (4.3) correspond aux grandes vitesses de coupe. Ce résultat peut être obtenu directement en résolvant le problème de diffusion (3.1) dans l'outil, avec la condition à la limite (3.35) dans laquelle on fait tendre α_i vers l'infini:

$$C_{i1}(y = 0, t) \approx C^0_{i2} \tag{4.4}$$

L'interprétation de la condition (4.4) est la suivante: pour les grandes vitesses de coupe, la matière en contact avec l'outil se renouvelle constamment et très rapidement, par conséquent la concentration à la surface de l'outil reste très proche de la concentration initiale du copeau C^0_{i2} à l'interface.

La courbe (1) de la figure 4.2 (a) correspond à la relation (4.2). On note une saturation de l'usure de l'outil aux grandes vitesses de coupe. Ceci est en relation directe avec la stabilisation de la température moyenne $\overline{\Theta}_{int}$ à l'interface dans cette gamme de vitesses, voir figure 4.3 (b).

Comme on l'a déjà expliqué, la profondeur du cratère K_T dépend de façon complexe de V_c, l_c et $\overline{\Theta}_{int}$. Afin de séparer l'effet de chacun de ces paramètres, la courbe (2) de la figure 4.2 (a) est réalisée en fixant la longueur de contact l_c à $0.5mm$; la température et la vitesse restent en revanche variables. La courbe (3) est obtenue en gardant constants $\overline{\Theta}_{int}$ et l_c ($\overline{\Theta}_{int} = 1400°C$ et $l_c = 0.5mm$). On montre ainsi que l'augmentation de l'usure avec V_c, illustrée par la courbe (2) (Fig. 4.2 (a)) est essentiellement provoquée par l'augmentation de la température à l'interface. Quant à la courbe (3) (Fig. 4.2 (a)), on peut l'interpréter par le fait que la vitesse de coupe n'a aucun effet sur l'usure en cratère quand la température n'évolue pas (fig. 4.2).

4.2.2 Durée de vie T

La durée de vie de l'outil peut être calculée à partir de la relation (4.2) en remplaçant la profondeur du cratère K_T par la valeur limite autorisée, (critère d'usure en cratère K_{Tlim}):

$$2T\sum_{i=1}^{n}\Gamma_i - \sqrt{T}\left(\sqrt{\pi}\sum_{i=1}^{n}\left(\frac{\Gamma_i}{\alpha_i}\right) + K_{Tlim}\right) + \sum_{i=1}^{n}\left(\frac{\Gamma_i}{\alpha_i^2}\right) = 0 \tag{4.5}$$

où

$$\Gamma_i = \frac{9}{4}\sqrt{\frac{D_{i1}}{\pi}}\frac{(C_{i1}^0 - C_{i2}^0)}{\rho_{outil}} \tag{4.6}$$

On obtient ainsi une équation du second ordre en $\sqrt{T}$ dont la seule solution ayant un sens physique est :

$$T = \left(\frac{K_{Tlim} + \sqrt{\pi}\sum_{i=1}^{n}\left(\frac{\Gamma_i}{\alpha_i}\right) + \left[\left(\sqrt{\pi}\sum_{i=1}^{n}(\frac{\Gamma_i}{\alpha_i}) + K_{Tlim}\right)^2 - 8\sum_{i=1}^{n}\Gamma_i\sum_{i=1}^{n}(\frac{\Gamma_i}{\alpha_i^2})\right]^{\frac{1}{2}}}{4\sum_{i=1}^{n}\Gamma_i}\right)^2 \tag{4.7}$$

L'autre solution fournit des valeurs extrêmement grandes de la durée de vie de l'outil. Il est à noter que $\alpha_i = 2\sqrt{\frac{D_{i2}V_c}{D_{i1}\pi l_c}}$ doit être différent de 0 en raison de l'application de l'approximation donnée par la relation (3.54). Dans le cas où $\alpha_i \to \infty$, on a:

$$T = \left(\frac{2K_{Tlim}}{9\sum_{i=1}^{n}\Gamma_i}\right)^2 \tag{4.8}$$

Sur la figure 4.4 on présente l'évolution de la durée de vie T en fonction des vitesses V_c et V. Une importante réduction de la durée de vie est observée aux grandes vitesses de coupe. Comme le montre la comparaison avec la courbe (3), pour laquelle $\overline{\Theta}_{int}$ a été fixée, l'effet de la température est le facteur principal qui affecte la durée de vie de l'outil.

Gekonde & Subramanian (1997) ont analysé l'usure de l'outil $K1$ après l'usinage d'un acier $AISI$ 1020. Une gamme de vitesses de coupe allant de 100 à $300m/min$ a été considérée. Gekonde & Subramanian (1997) ont ainsi montré que pour une vitesse de coupe supérieure à $175m/min$, l'usure est principalement gouvernée par

la diffusion. Ceci a été confirmé ultérieurement par Subramanian *et al* (1998) (1999) après avoir effectué des essais d'usure sur le couple $K11-AISI$ 1045, (voir table 4.2). De ce fait, sur la figure 4.4, on distingue deux domaine de vitesses: un premier domaine correspondant à la gamme $V \leq 175m/min$ où tous les mécanismes d'usure peuvent contribuer à l'usure totale de l'outil, et un deuxième domaine de vitesses $V \geq 175m/min$ où seul le mécanisme de diffusion prédomine.

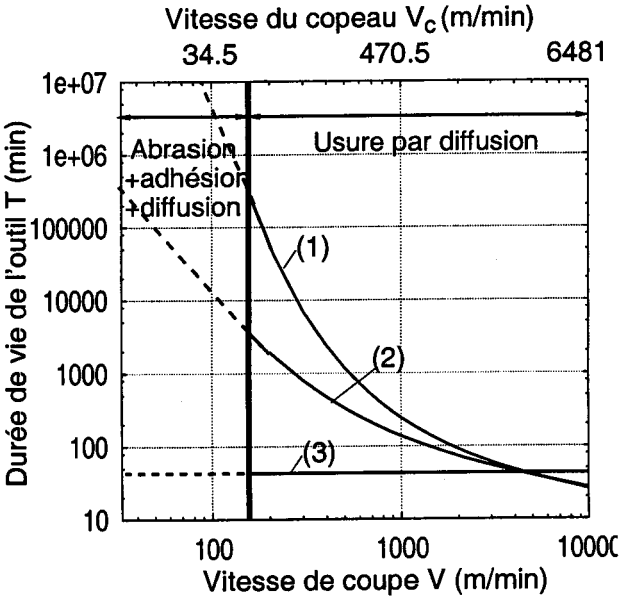


FIG. 4.4 – *Prédiction de la durée de vie de l'outil carbure de tungstène de classe $K1$ pour l'usinage de l'acier CRS 1018. Les conditions de coupe sont similaires à celles de la figure (4.2), V et V_c sont respectivement la vitesse de coupe et la vitesse de glissement du copeau. Les courbes (1), (2) et (3) sont comme suit:*
(1) *est obtenue en calculant l_c et $\overline{\Theta}_{int}$ suivant la procédure indiquée dans le paragraphe (3.3.2).*
(2) *Correspond aux valeurs calculées de $\overline{\Theta}_{int}$, pour les quelles l_c est prise constante, $l_c = 0.5mm$.*
(3) *$l_c = 0.5mm$ et $\overline{\Theta}_{int} = 1400°C$ sont prises constantes.*

Les courbes en pointillé sur la figure (4.4) indiquent que les durées de vie prédites par le modèle n'ont pas de signification physique dans le domaine des vitesses $V \leq 175m/min$. Ceci est dû au fait que dans cette gamme de vitesses, plusieurs mécanismes d'usure peuvent être activés à la fois (l'abrasion, l'adhésion et la diffusion).

4.2.3 Identification du paramètre η de la loi de frottement (4.1) et validation du modèle I

Il est intéressant maintenant de comparer les prédictions du modèle I avec d'un coté, les observations expérimentales de Gekonde et Subramanian (1997), et de l'autre avec l'approche théorique de Loladze (1962) – (1981); cette dernière a été détaillée dans le paragraphe 2.1.

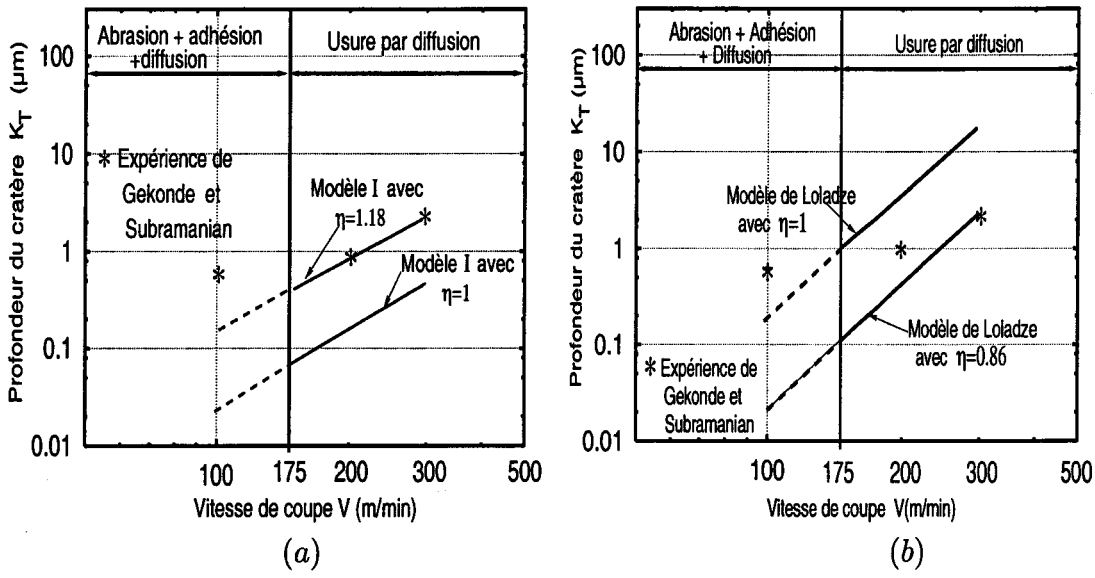


FIG. 4.5 - *Profondeur du cratère K_T en fonction de la vitesse de coupe V.*
(a) Comparaison des prédiction du modèle I d'usure par diffusion avec les résultats expérimentaux de Gekonde et Subramanian (1997). *Le couple outil-pièce est: $K1 - AISI$ 1020. Les conditions de coupe sont: angle de coupe=5°, profondeur de coupe=0.259mm, temps de coupe=20s. Deux valeurs de η de la loi de frottement (4.1) sont considérées pour le calcul de la température moyenne à l'interface.*
(b) Comparaison du modèle de Loladze (1962) – (1981) *avec les résultats expérimentaux, le couple outil-pièce et les conditions de coupe sont similaires à ceux de la figure (a).*
Il faut noter que la pente prédite par le modèle I n'est pas affectée par les valeurs de η et que la pente expérimentale est bien restituée, contrairement au modèle de Loladze.

Sur les figure 4.5 (*a*) et (*b*), La profondeur maximale du cratère K_T est donnée en fonction de la vitesse de coupe. Trois points expérimentaux correspondant aux vitesses de coupe: 100, 200 et $300m/min$ sont exploités. Comme on l'a précisé auparavant, l'usure par diffusion prédomine pour les vitesses de coupe supérieur à $175m/min$. Dans cette gamme de vitesses, on observe une excellente adéquation

entre la pente expérimentale donnée par les points mesurés et celle de la courbe prédite par le modèle I.

Afin de reproduire les points donnés par l'expérience, la valeur du coefficient η introduit dans la loi de frottement (4.1) est ajustée à 1.18. La valeur $\eta = 1$ correspondant à la loi de frottement qui a été identifiée par Moufki *et al* (1998) pour le couple $P30 - CRS$ 1018, donne une sous-estimation de l'usure, comme on peut le remarquer sur la figure 4.5 (a). Cependant, la pente qui est indépendante de la valeur de η est la caractéristique importante du modèle. Une fois le paramètre η calibré ($\eta = 1.18$), le modèle pourra être utilisé pour la prédiction quantitative de l'usure par diffusion des outils en fonction des conditions de coupe (vitesse de coupe, angle de coupe, profondeur de coupe, etc. ...).

La comparaison avec les résultats du modèle de Loladze (1962) – (1981) est illustrée sur la figure 4.5 (b). Contrairement aux prédictions du modèle I d'usure par diffusion, une différence notable existe entre la pente donnée par le modèle de Loladze et celle fournie par l'expérience.

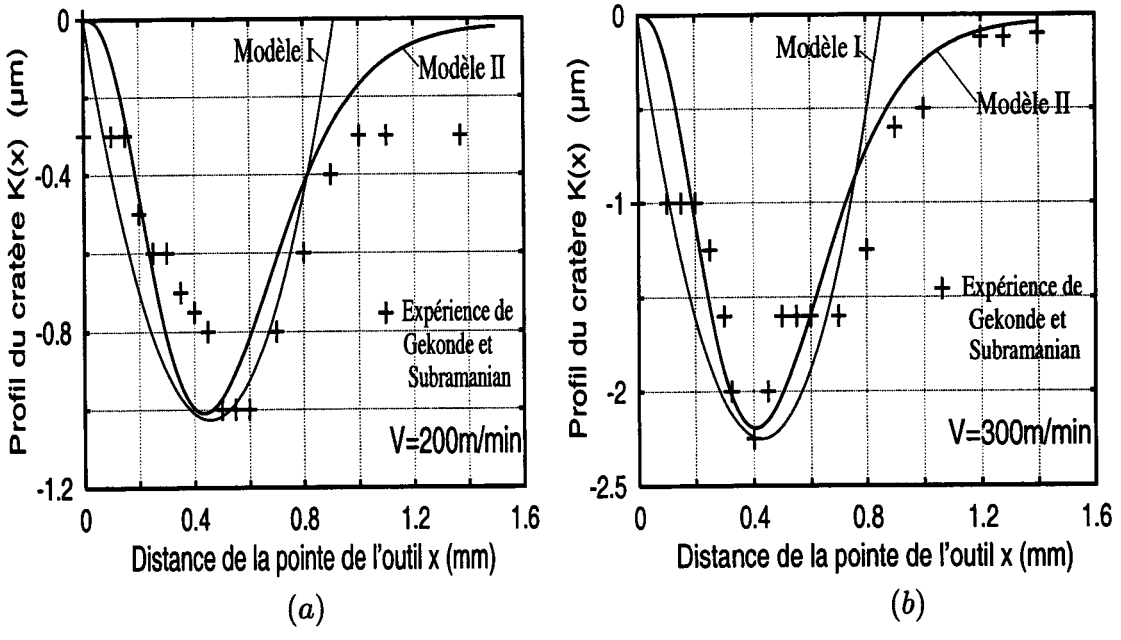


FIG. 4.6 – *Comparaison des profils des cratères prédit par le modèle I (avec $\eta = 1.18$) et le modèle II (avec $\eta = 1.12$) avec les profils mesurés expérimentalement par Gekonde et Subramanian* (1997).
(a) $V = 200m/min$.
(b) $V = 300m/min$.

Sur la figure 4.6, le profil du cratère obtenu par le modèle I, supposé de forme parabolique, est confronté au profil expérimental mesuré par Gekonde et Subramanian

(1997). Ainsi, la comparaison pour Les vitesses de coupe de $200m/min$ (Fig. 4.6 (a)) et $300m/min$ (Fig. 4.6 (b)) montre une bonne concordance entre les prédiction du modèle I et les observations expérimentales.

4.3 Application du modèle II d'usure par diffusion

Le modèle II d'usure par diffusion est utilisé dans la gamme des grandes vitesses de coupe (usinage à grandes vitesses), (paragraphe 3.3.2). Dans ce modèle, la non uniformité de la distribution de la température à l'interface a été prise en compte. La température est calculée à partir de la relation (3.14) suivant la procédure indiquée dans le paragraphe 3.3.2 et la loi de frottement est donnée par l'équation (4.1).

La prédiction du profil du cratère est obtenue par l'expression (3.58). La profondeur maximale du cratère K_T est représentée en fonction de la vitesse de coupe, et comparée avec les mesures expérimentales de Gekonde et Subramanian (1997) sur la figure 4.7. Deux valeurs de η sont considérées dans le calcul de la distribution de la température le long de l'interface outil-copeau, $\eta = 1$ et $\eta = 1.12$.

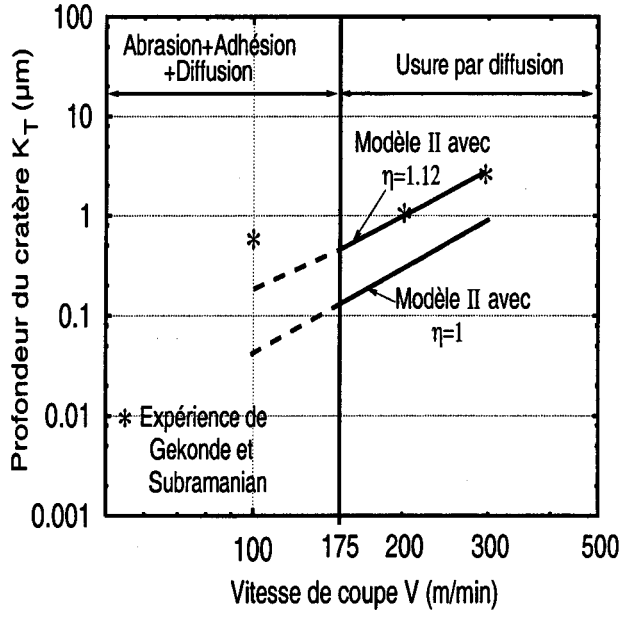


FIG. 4.7 – *Profondeur du cratère en fonction de la vitesse de coupe V. Les prédictions du modèle II sont confrontées aux résultats expérimentaux de Gekonde et Subramanian* (1997) *pour le couple $K1 - AISI$ 1020. Les conditions de coupe sont: angle de coupe=5°, profondeur de coupe=0.259mm, temps de coupe=20s. Deux valeurs de η de loi de frottement (4.1) sont considérées, $\eta = 1$ et $\eta = 1.12$.*

Il est important de souligner ici que la pente de la courbe $K_T - V$ obtenue par le modèle II est similaire à celle fourni par le modèle I, et représente correctement les résultats expérimentaux quand l'usure est dominée par le mécanisme de diffusion ($V \geq 175m/min$). Quant à la valeur de η, elle est ajustée à 1.12 au lieu de 1.18 dans le cas du modèle I. Cette différence est due au fait que le modèle II utilise la distribution non uniforme de la température à l'interface. La comparaison du profil du cratère prédit par le modèle II avec les mesures de Gekonde et Subramanian (1997) est illustrée sur la figure (4.6) (*b*). Un meilleur accord avec l'expérience est observé par rapport au modèle I.

4.4 Validation expérimentale des modèles d'usure par diffusion

Après avoir identifié le coefficient η et effectué une première comparaison avec les résultats de Gekonde et Subramanin (1997), il convient maintenant de confronter les prédictions des modèles d'usure proposés à d'autres données expérimentales. Dans cette section, la confrontation sera uniquement d'ordre qualitatif car il est très difficile de trouver dans la littérature des résultats expérimentaux donnant toute l'information sur les caractéristiques des matériaux de l'outil et de la pièce. Ces caractéristiques sont nécessaires pour l'application des modèles développés. Donc, on va se contenter ici d'une comparaison qualitative réservant la comparaison quantitative pour une prochaine étude expérimentale, (la préparation d'une campagne d'essais d'usure est en cours).

La profondeur du cratère K_T est représentée en fonction du temps de coupe sur la figure 4.8 (*a*), pour différentes valeurs de vitesses de coupe ($V = 400m/min$, $1000m/min$ et $4000m/min$); les autres conditions de coupe sont: $\alpha = 5°$ et $t_1 = 0.25mm$. Une saturation de la profondeur du cratère est observée pour des temps de coupe assez grands. La même tendance est retrouvée dans la courbe expérimentale de la figure 4.8 (*b*) rapportée par Fang (1994) pour le couple $SECO$ 883 $-$ $AISI$ 4140.

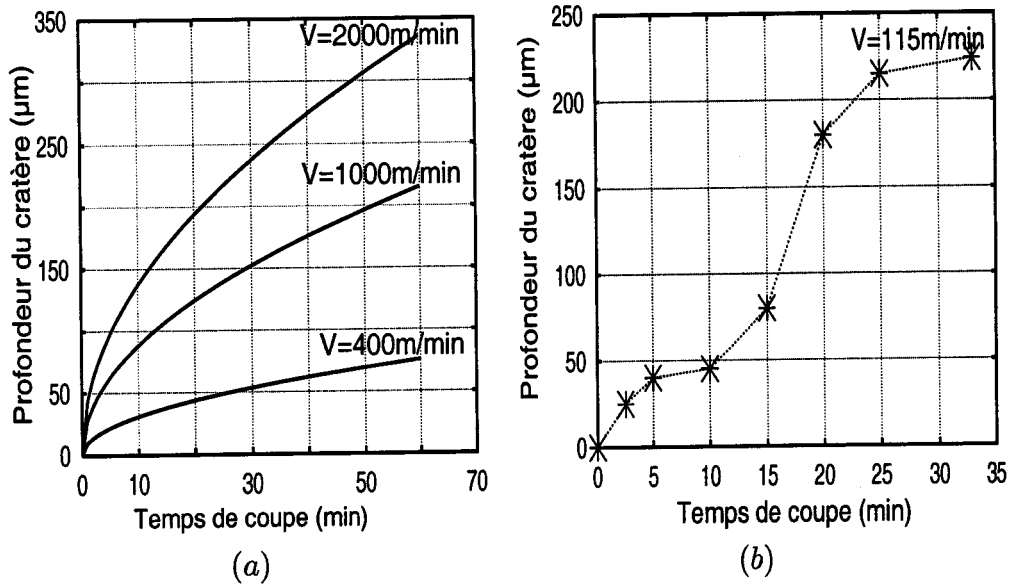


FIG. 4.8 – (*a*) *Évolution de la profondeur du cratère* K_T *en fonction du temps de coupe pour différentes vitesses de coupe:* 400, 1000 *et* $4000m/min$. *Le couple outil-pièce est:* $K11 - CRS$ 1018. *Angle de coupe* $\alpha = -5°$, *avance* $t_1 = 0.25mm$. (*b*) *Mesures expérimentales selon Fang* (1994) *pour le couple* $SECO$ 883 – $AISI$ 4140. *Les conditions de coupe sont:* $V = 115m/min$, $\alpha = -6°$ *et* $t_1 = 0.1mm$.

Les mesures expérimentales de la durée de vie en fonction de la vitesse de coupe réalisées par Volf (1995), sont illustrées sur la figure 4.9 (*a*). Ces résultats sont relatifs à deux aciers de même désignation $42CD4$ mais de nuances différentes: une nuance classique "U", et une nuance dite de meilleure usinabilité "SVA" (Super Vitac A). Contrairement à la nuance standard "U", la nuance "SVA" contient des inclusions de sulfure. Le rôle de ces inclusion est de réduire le niveau de frottement à l'interface outil-copeau, voir figure 4.10. Ainsi, la température de coupe pour l'acier $42CD4$ "SVA" est diminuée, ce qui explique l'augmentation de la durée de vie relative à l'usinage de cet acier par rapport à la nuance standard "U" (Fig. 4.9 (*a*)).

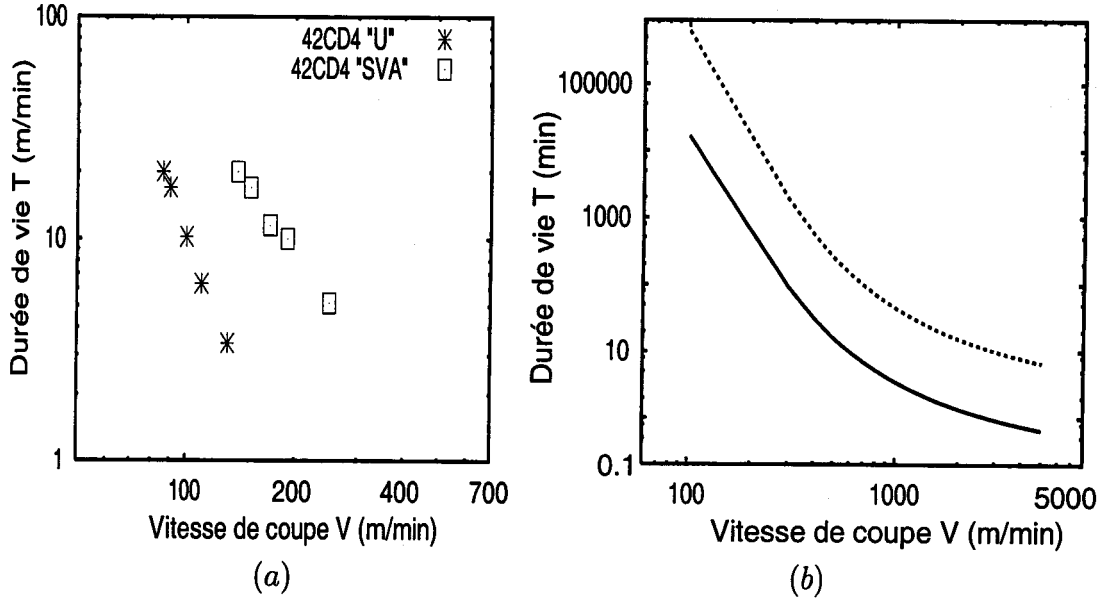


FIG. 4.9 - (*a*) *Mesures expérimentales de la durée de vie dans le cas de l'usinage de deux aciers: 42CD4 "U" et 42CD4 "SVA" par un outil carbure de tungstène de classe P30, selon Volf* (1995). *Les conditions de coupe sont:* $t_1 = 0.2mm$, $\alpha = 5°$, $K_{Tlim} = 100\mu m$. (*b*) *Effet du coefficient de frottement sur la durée de vie T prédite par le modèle, les conditions de coupe sont les mêmes que celle de la figure* (*a*). *Le couple outil-pièce est:* $K_1 - CRS$ 1018. *Deux lois de frottement de type (4.1), pour lesquelles* $\mu = 0.54$ ($\eta = 0.7$, *ligne pointillée) et* $\mu = 0.64$ ($\eta = 0.83$, *ligne continue) pour* $V = 200m/min$, *sont comparées.*

Pour une profondeur de coupe $t_1 = 0.2mm$ et une vitesse $V = 200m/min$, le coefficient de frottement a été mesuré directement par Volf (1995) pour un outil $P30$, la valeur trouvée est de l'ordre de 0.54 dans le cas de l'acier $42CD4$ "SVA", et de 0.64 dans le cas du $42CD4$ "U" (Fig. 4.10). Les conditions de coupe sont: $V = 200m/min$, $t_1 = 0.2mm$ et $\alpha = 5°$. Les matériaux de ces deux aciers ont la même loi de comportement, par conséquent la différence dans la durée de vie de l'outil usinant ces matériaux (Fig. 4.9 (*a*)) est essentiellement due au changement du coefficient de frottement μ .

La simulation montrée sur la figure 4.9 (*b*) est obtenue en considérant l'acier CRS 1018 et deux lois de frottement différentes. Les conditions de coupe sont les mêmes que celles de Volf (1995), la loi de frottement (4.1) est exploitée pour reproduire la valeur $\mu = 0.54$ ($\eta = 0.7$, ligne pointillée) et la valeur $\mu = 0.64$ ($\eta = 0.83$, ligne continue) pour $V = 200m/min$. Ainsi, on remarque que l'effet du coefficient de frottement μ sur la durée de vie prédite par le modèle est similaire aux observations

expérimentales. Bien que les matériaux considérés dans le cas des figures 4.9 (a) et (b) soient différents, il est important de noter que les pentes des courbes sont identiques dans la gamme des vitesses expérimentales (pente=-2.475).

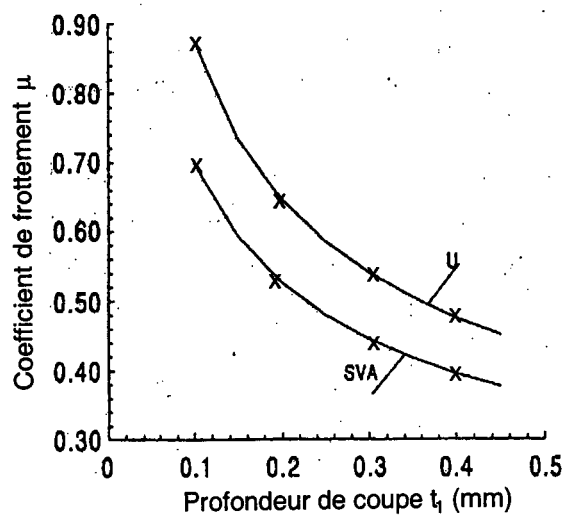


FIG. 4.10 – *Mesure des coefficients de frottement pour les aciers* $42CD4$ *"U" et* $42CD4$ *"SVA" avec un outil* $P30$*, selon Volf* (1995). *Les conditions de coupe sont:* $V = 200m/min$ *et* $\alpha = 5°$.

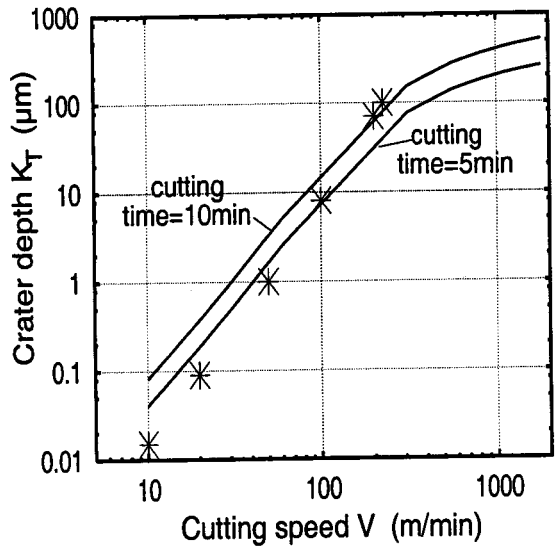


FIG. 4.11 – *Profondeur du cratère prédit pour le couple* $K1 - CRS$ 1018, *comparée aux valeurs expérimentales relatives au couple* $P30 - 42CD4$ *mesurées par Bittès* (1993). *Les conditions de coupe sont:* $t_1 = 0.4mm$, $\alpha = 5°$. *Les calculs sont réalisés en utilisant la loi de frottement (4.1) avec* $\eta = 1.27$. *Deux temps de coupe sont considérés:* $5min$ *et* $10min$.

Enfin, sur la figure 4.11, La profondeur du cratère est représentée en fonction de la vitesse de coupe pour une combinaison outil-pièce: $P30-42CD4$ (Bittès (1993)) et $K1-CRS$ 1018 (simulation). Les temps de coupe sont de 5 et 10 minutes. Les lois de frottement pour ces combinaisons sont différentes (voir figure 3.4 pour $K1-CRS$ 1018). Par conséquent, la comparaison des résultats du modèle avec ceux de Bittès (1993) sur la figure 4.11 ne doit pas être d'ordre quantitative mais plutôt qualitative. On note ainsi un bon accord entre la tendance expérimentale et celle donnée par le modèle.

4.5 Étude paramétrique et optimisation d'une opération d'usinage

Afin de montrer l'influence des conditions de coupe (Vitesse de coupe V, angle de coupe α, et avance t_1) sur l'usure, une étude paramétrique est effectuée. Cette étude est d'un intérêt majeur car elle facilite considérablement la recherche des conditions de coupe optimales pour une opération d'usinage.

Les calculs exploités dans ce paragraphe ont été réalisés en utilisant le modèle I, (sous l'hypothèse d'une température moyenne uniforme à l'interface outil-copeau). Le couple outil-pièce considéré est: $K1-CRS$ 1018. La loi de frottement pour ce couple a été calibrée dans le paragraphe (4.2.3) en ajustant le paramètre η à la valeur 1.18.

4.5.1 Influence du temps d'usinage et de la profondeur de coupe t_1

Pour cette étude, la valeur de l'angle de coupe est fixée à $-10°$. L'évolution de la profondeur du cratère K_T est donnée en fonction du temps de coupe pour différentes valeurs de t_1 ($0.1mm$, $0.5mm$, et $1.5mm$) (Fig. 4.12 (a)), et en fonction de la profondeur de coupe, pour trois vitesses, ($V = 400m/min$, $V = 1000m/min$, et $V = 2000m/min$) (Fig. 4.12 (b)).

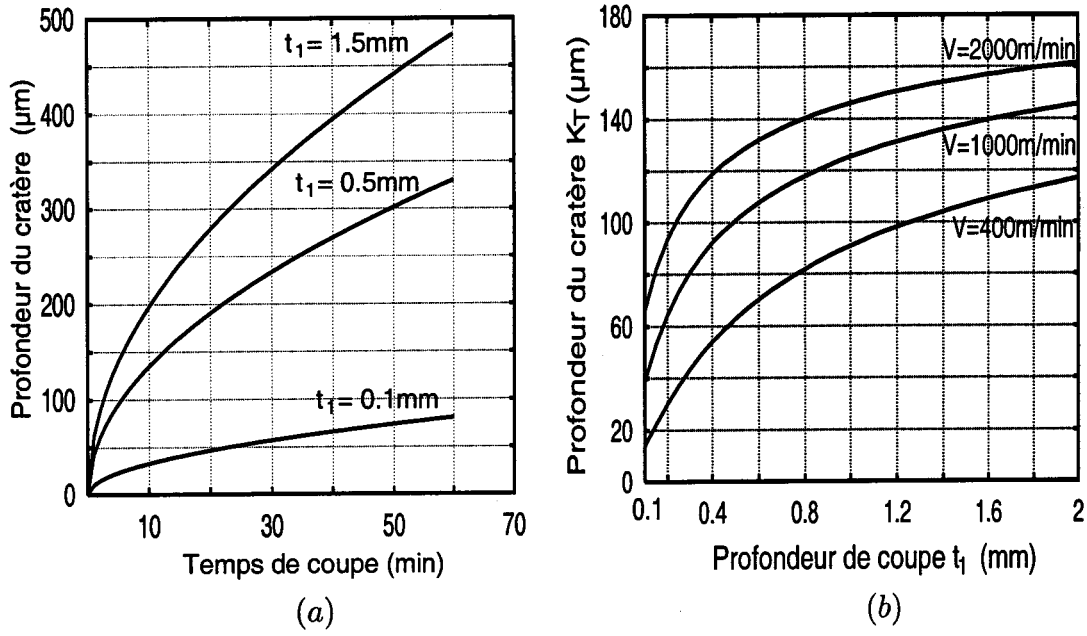


FIG. 4.12 - *Influence des conditions de coupe sur la profondeur du cratère K_T dans le cas de l'outil carbure de tungstène de classe K1 et de l'acier CRS 1018. (a) Évolution de K_T en fonction du temps de coupe pour différentes valeurs de la profondeur de coupe t_1, 0.1mm, 0.5mm et 1.5mm. Les autres conditions de coupe sont: $\alpha = -10°$ et $V = 1000m/min$. (b) Variation de K_T en fonction de la profondeur de coupe t_1 pour trois vitesses de coupe temps de coupe: $V = 400m/min$, $V = 1000m/min$ et $V = 2000m/min$. $\alpha = -10°$.*

La variation de K_T en fonction du temps de coupe montre une croissance significative suivie d'une saturation pour les grandes passes t_1 (Fig. 4.12 (*a*)). Cela est dû au terme $\sqrt{t}$ dans l'expression de K_T (relation (4.2)). La même tendance est retrouvée sur la figure 4.12 (*b*) mais avec une saturation plus prononcée de K_T en fonction de la profondeur de coupe t_1. Ces résultats sont en parfait adéquation avec les tendances expérimentales (Roumesy (1974) (1975), Moisan *et al* (1978), Trent (1991) (2000), Fang (1993), Balazinski & Ennajimi (1994)).

La profondeur du cratère K_T dépend de façon complexe de t_1. En effet, K_T dépend de t_1 par l'intermédiaire de V_c, ($V_c = V\frac{\sin\phi(t_1)}{\cos(\phi(t_1)-\alpha)}$, fig. 4.13 (*a*)), et l_c (relation (1.80) partie I et Fig. 4.13 (*b*)) via le paramètre α_i ($\alpha_i = \sqrt{\frac{D_{i2}V_c}{D_{i1}\pi l_c}}$). K_T dépend aussi de t_1 par l'intermédiaire de la température moyenne à l'interface via le coefficient de diffusion D_i (relation (3.7) et Fig. 4.13 (*c*)).

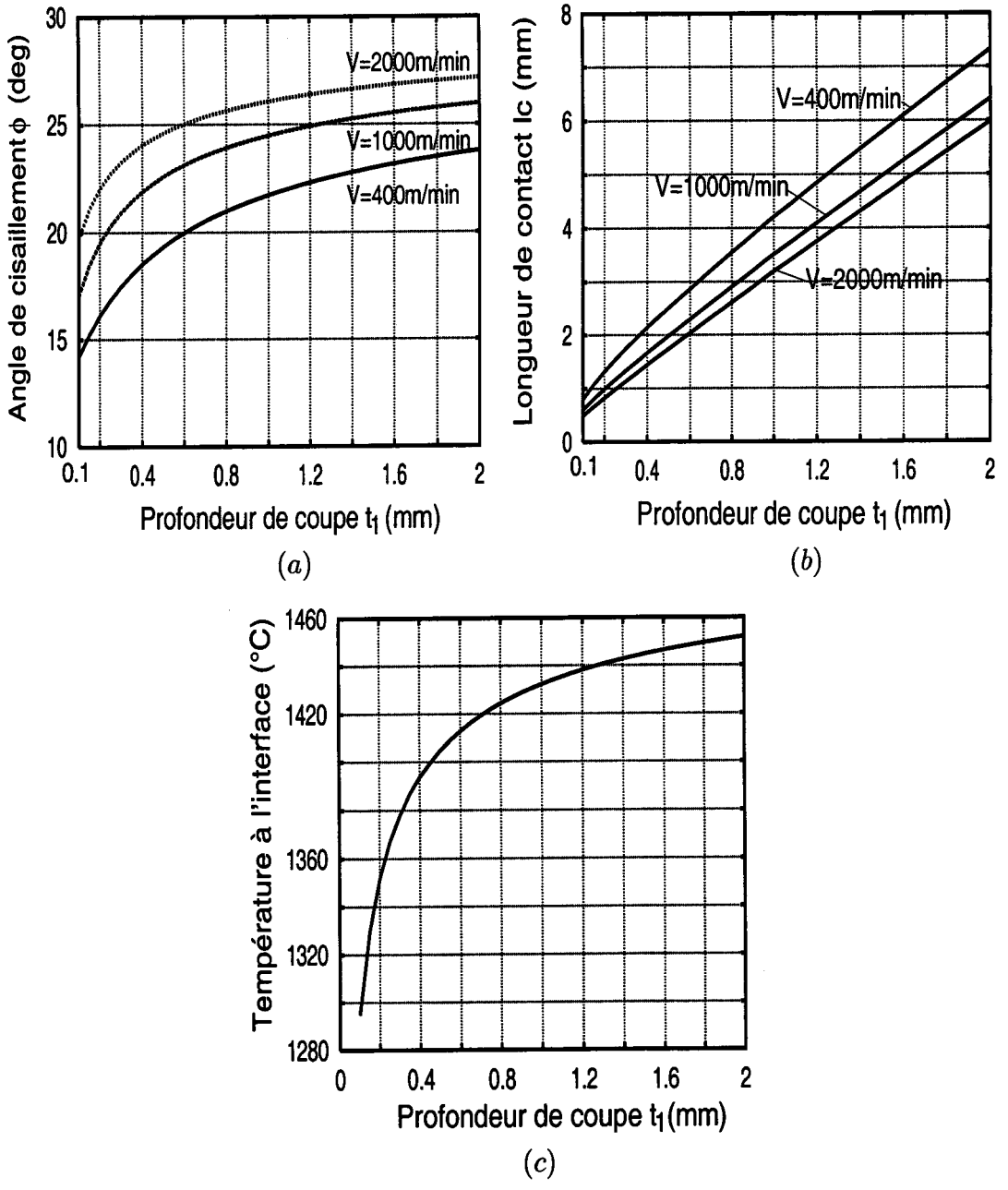


FIG. 4.13 - *Influence de la profondeur de coupe t_1 sur: (a) l'angle de cisaillement primaire ϕ, (b) la longueur de contact l_c. (c) la température moyenne à l'interface $\overline{\Theta}_{int}$ ($V = 2000m/min$). Le couple outil-pièce est le même que celui de la figure 4.12, $\alpha = -10°$.*

Dans le paragraphe (4.2), l'analyse de l'effet de la vitesse V_c sur K_T a montré que celle-ci n'a pratiquement pas d'influence sur l'usure quand la température est fixée artificiellement[1] à l'interface outil-copeau, voir figure 4.2 (a) courbe (1). On peut déduire alors que l'influence de t_1 sur K_T passe essentiellement par $\overline{\Theta}_{int}$ et par l_c. Effectivement, une augmentation de la profondeur de coupe induit un accroissement de la longueur de contact (Fig. 4.13 (b)). Cela implique un échauffement plus important à l'interface et par conséquent une élévation de la température $\overline{\Theta}_{int}$ (Fig. 4.13 (c)). Pour les grandes profondeurs de coupe, on note une stabilisation de la profondeur du cratère K_T. Cette tendance ne peut être dû qu'à l'effet de la température qui présente la même allure dans cette gamme de profondeurs de coupe t_1 (Fig. 4.13 (c)). Quant à la longueur de contact l_c, elle continue toujours à augmenter avec t_1 et ceci quelque soit la gamme considérée (Fig. 4.13 (b)). On peut déduire alors que le profil de la profondeur du cratère K_T, illustré sur la figure 4.12 (a) est le fruit d'une compétition entre l'effet de l_c et celui de $\overline{\Theta}_{int}$. Cette compétition est plus ou moins partagée, mais aux grandes valeurs de t_1 c'est l'effet de la température qui s'impose donnant ainsi naissance à une stabilisation de l'usure.

4.5.2 Influence de l'angle de coupe α

Sur la figure 4.14 (a), on visualise l'évolution de K_T en fonction du temps de coupe pour trois valeurs de l'angle de coupe α ($-10°$, $0°$ et $10°$). La figure 4.14 (b) présente la variation de la profondeur du cratère en fonction de α pour deux vitesses de coupe $V = 400m/min$ et $V = 1000m/min$. La profondeur de coupe est fixée à $0.25mm$.

On note une croissance rapide de la profondeur du cratère K_T en fonction du temps de coupe accompagnée d'une saturation. Ceci est valable aussi bien pour les angles de coupe positifs que pour les angles négatif, comme le montre la figure 4.14 (a). Par ailleur, La tendance illustrée sur la figure 4.14 (b) montre que K_T est une fonction décroissante de α pour une vitesse de coupe fixée. Cette évolution est due en fait à la baisse de la longueur de contact l_c (Fig. 4.15 (a)), et à la chute de la température à

1. En réalité la température ne peut pas être fixe à l'interface si la vitesse est variable. Toutefois, la température est fixée artificiellement afin de montrer séparément l'effet de la vitesse et celui de la température moyenne à l'interface sur l'usure.

l'interface outil-copeau (Fig. 4.15 (*b*)) lors d'une augmentation de l'angle de coupe.

Pour les grands angles de coupe, une saturation de la profondeur du cratère K_T est observée. Cette saturation est plus marquée pour les angles positifs que pour les angles négatifs. Cela s'explique en majeure partie par l'effet de l_c qui semble l'emporter cette fois ci sur l'effet de la température dans cette gamme d'angles de coupe (Fig. 4.15 (*a*) et (*b*)). L'expérience montre qu'en règle générale, seuls des angles positifs sont choisis pour avoir une productivité optimale lors d'une opération d'usinage, Schultz (1997). Ceci est confirmé par les résultats du modèle comme on peut le remarquer sur la figure 4.14 (*b*), (stabilité de l'usure pour les angles de coupe positifs).

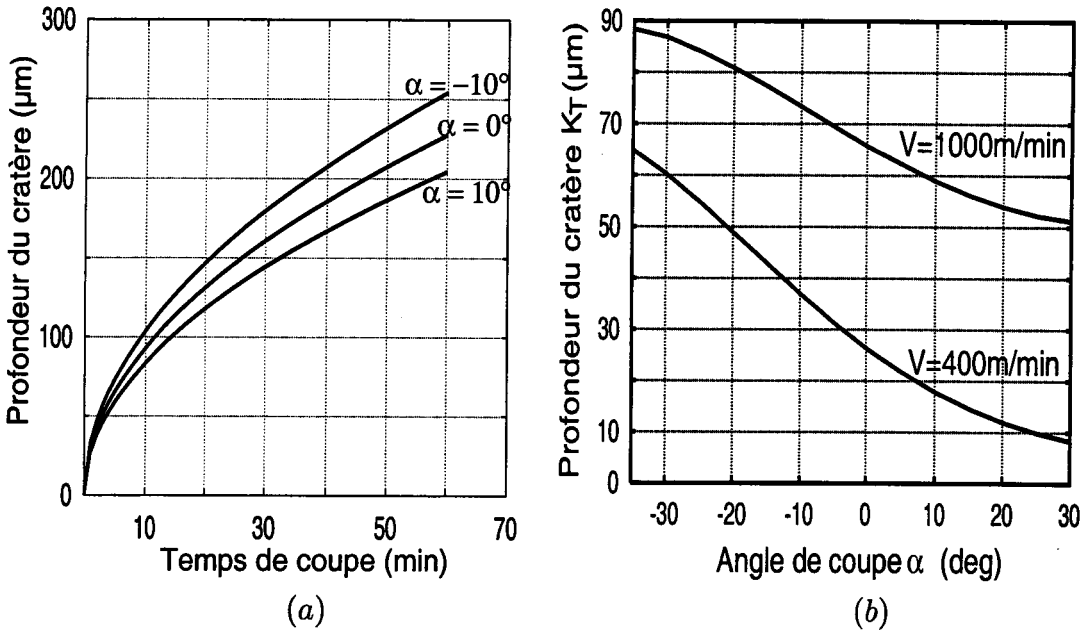


FIG. 4.14 – *Influence des conditions de coupe sur la profondeur du cratère K_T dans le cas de l'usinage d'un acier CRS* 1018 *par un outil carbure de tungstène de classe* $K1$. (*a*) *Évolution de K_T en fonction du temps de coupe pour différentes valeurs de la profondeur de coupe α : $-10°$, $0°$ et $10°$. Les autres conditions de coupe sont: $t_1 = 0.25mm$ et $V = 1000m/min$.* (*b*) *Variation de K_T en fonction de l'angle de coupe α pour deux vitesses de coupe: $V = 400m/min$ et $V = 1000m/min$. $t_1 = 0.25mm$.*

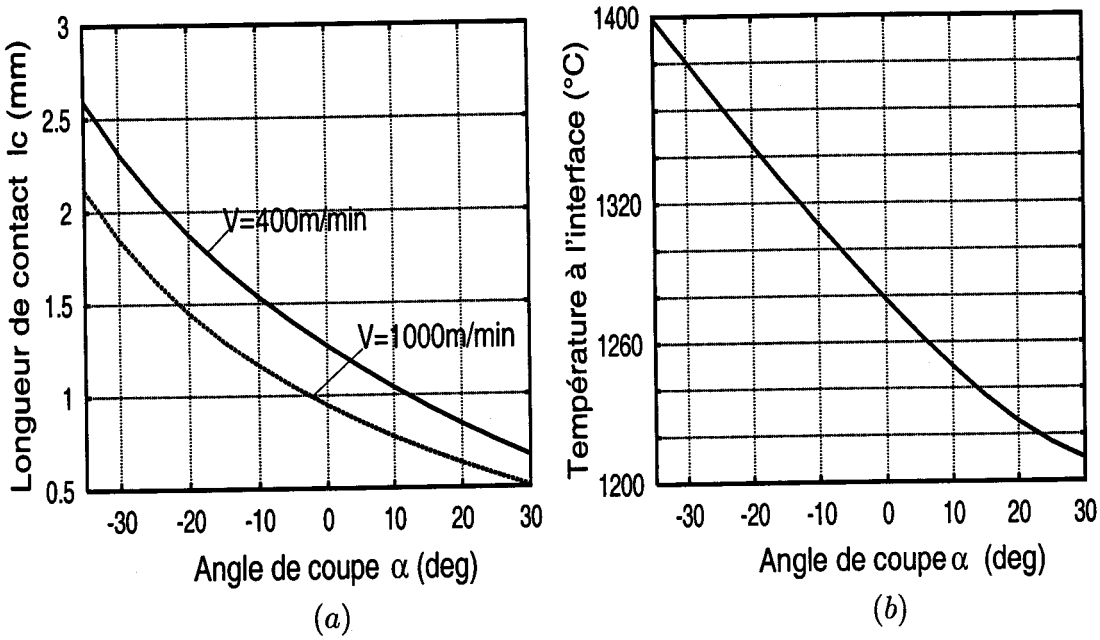


FIG. 4.15 – *Influence de l'angle de coupe α sur: (a) la longueur de contact l_c. (c) la température moyenne à l'interface $\overline{\Theta}_{int}$ ($V = 2000m/min$). Le couple outil-pièce: $K1 - CRS$ 1018, $t_1 = 0.25mm$.*

4.5.3 Influence de la vitesse de coupe V et optimisation d'un processus de coupe

L'influence de la vitesse de coupe a déjà été discutée dans la section (4.2). Toutefois, l'effet de ce paramètre, notamment sur la durée de vie T et sur le volume d'enlèvement de matière W sera rediscuté ici dans la mesure où c'est le paramètre crucial pour une éventuelle optimisation d'une opération de coupe.

L'évolution de la durée de vie T est visualisée sur la figure (4.16) (a) pour différentes valeurs de la profondeur de coupe t_1 ($0.1mm$, $0.5mm$ et $1.5mm$). La vitesse de coupe V varie dans une large gamme allant de faibles vitesses à de grandes vitesses de coupe, $100m/min \leq V \leq 10000m/min$. Le couple outil-pièce $K1$-CRS 1018 est toujours considéré et l'angle de coupe est fixé à la valeur $-5°$. L'analyse qui va suivre est relative aux vitesses supérieures à $175m/min$, intervalle de vitesses où les modèles d'usure par diffusion proposés pourront être utilisés.

Sur la figure 4.16 (a) on délimite deux domaine de durée de vie:

- dans le domaine 1: $V \leq 1000m/min$, la durée de vie décroît rapidement quand la vitesse ou la profondeur de coupe augmente. Cette décroissance est plus prononcée pour les faibles profondeurs de coupe ($t_1 = 0.1mm$). Ceci vient du fait que la température à l'interface augmente de façon significative dans la gamme des vitesses $V \leq 1000m/min$ pour les faibles passes t_1 (Fig. 4.3 (b) et 4.13 (c)). Cette élévation brutale de la température à l'interface accélère considérablement la diffusion des espèces chimiques de l'outil. Ainsi, le cratère formé sur la face de coupe voit sa profondeur augmenter pour atteindre plus rapidement la valeur limite autorisée K_{Tlim} d'où la réduction significative de la durée de vie dans ce premier domaine de vitesse de coupe.
- Dans le domaine 2: ($V \geq 1000m/min$), la décroissance de la durée de vie se trouve ralentie pour aboutir enfin à une stabilisation de T pour les vitesses de coupe se trouvant à la fin de ce deuxième domaine. Comme le montre la figure 4.3 (b), là encore la température est responsable de cette saturation pour les grandes vitesses de coupe.

L'existence de ces deux domaines a été confirmée par les essais de Schulz (1997) effectués dans le cas de l'usinage d'un acier CK 45 par deux outils carbure de tungstène de classe $P20$ et $P25$ (sans revêtement). Une très large gamme de vitesses a été considérée lors des ces essais allant de $100m/min$ à $3000m/min$.

Un autre paramètre est souvent pris en compte pour l'optimisation d'un processus d'usinage, il s'agit du volume d'enlèvement de matière W que peut usiner un outil de coupe durant son exploitation. Ce paramètre est donné en fonction de la durée de vie T par la relation suivante:

$$W = t_1 w V T \tag{4.9}$$

où w est la largeur de coupe.

Sur la figure 4.16 (b), le volume d'enlèvement de matière W est tracé en fonction de la vitesse de coupe V pour différentes profondeurs de coupe t_1. Les autres conditions de coupe sont similaires à celles de la figure 4.16 (a).

Pour un t_1 fixe, on note l'existence d'une vitesse critique pour la quelle le volume d'enlèvement de matière W est minimal, (pour $t_1 = 0.1mm$ $V_{crit} = 4200m/min$, pour $t_1 = 0.5mm$ $V_{crit} = 800m/min$ et pour $t_1 = 1.5mm$ $V_{crit} = 300m/min$). L'existence de cette correspondant au minimum de W peut s'expliquer de la façon suivante: la durée de vie est une fonction décroissante de la vitesse V (Fig. 4.16 (b)). Cependant, dans l'expression (4.9) le volume d'enlèvement de matière est contrôlé par la fonction $f(V) \rightarrow VT(V)$. Il y a alors une compétition entre les termes V et $T(V)$. Pour des vitesses $V \leq V_{crit}$, la chute de la durée de vie est tellement brutale qu'elle ne peu être compensée par l'augmentation de V. Au delà de la vitesse critique, on assiste à une stabilisation de la durée de vie T alors que V continue à augmenter de façon significative. Ce qui explique le passage de la fonction W par un minimum pour croître ensuite très rapidement avec la vitesse de coupe dans la gamme $V \geq V_{crit}$. Il est intéressant de remarquer aussi que cette vitesse critique diminue quand la profondeur de coupe t_1 augmente, elle vaut $4200m/min$ pour $t_1 = 0.1mm$ et se réduit à $300m/min$ pour $t_1 = 1.5mm$. La figure (4.17) illustre la croissance rapide du volume d'enlèvement de matière avec t_1 pour les grandes vitesses de coupe (voir la courbe correspondant à $V = 2000m/min$ sur la figure 4.17).

Dans un processus de coupe, le choix de l'angle de coupe α joue un rôle considérable pour réduire l'effort de coupe et parvenir à un écoulement de copeaux favorable avec une cratérisation limitée.

La figure 4.18 présente l'évolution de la durée de vie (figure (a)) et le volume d'enlèvement de matière W (figure (b)) en fonction de la vitesse de coupe, pour trois différentes valeurs de l'angle de coupe: $\alpha = -10°$, $\alpha = 0°$ et $\alpha = 10°$. On remarque des durées de vie plus importantes dans le cas des angles positifs (Fig. 4.18 (a)), et aux grandes vitesses de coupe la valeur de α n'affecte pas T. Dans le cas de la figure 4.18 (b), là encore on note l'existence d'une vitesse critique pour la quelle W est minimal, (pour $\alpha = 0°$, $V_{crit} = 1800m/min$).

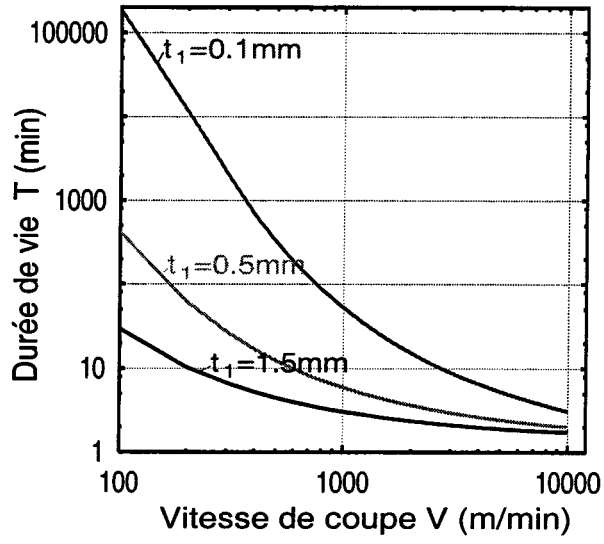
Par ailleurs, il est très intéressant de noter que pour les angles de coupe négatifs le volume d'enlèvement de matière est plus faible. En fait, l'expérience montre que l'usinage avec des angles négatives entraîne une augmentation de la profondeur du

cratère, ceci implique une réduction de la durée de vie, et par conséquent le volume de matière usinée est moins important. Les résultats d'essais de Schulz (1997) pour les couples $P20 - CK$ 45 et $P25 - CK$ 45 ont montré que lors du passage de l'angle de coupe neutre $\alpha = 0°$ à l'angle positif $\alpha = 8°$, le rendement est meilleur. Ces tendances expérimentales sont bien restituées par les modèles d'usure proposés.

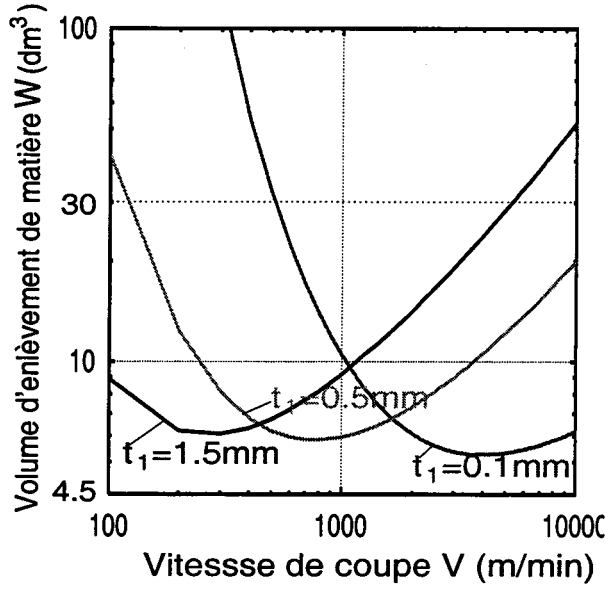
4.6 Conclusion

Dans l'industrie, le choix des conditions de coupe est souvent basé sur des essais longs et coûteux; ce qui augmente davantage le prix de revient des pièces usinées. A l'aide de l'étude paramétrique effectuée dans le paragraphe 4.5, ce choix est désormais facile à faire. Ainsi, on a pu montrer que pour avoir une meilleure productivité, il convient de choisir à la fois des grandes vitesses de coupe ($V \geq V_{crit}$), des grandes avances ($t_1 \geq 0.1mm$) et des angles de coupe positifs ($\alpha \geq 0°$). Ceci est dû au fait que l'équilibre optimal entre le volume d'enlèvement de matière et l'usure de l'outil se situe dans ces zones.

La comparaison avec les mesures et les tendances expérimentales montre la potentialité de la modélisation.



(*a*)



(*b*)

FIG. 4.16 – (*a*) *Variation de la durée de vie T en fonction de la vitesse de coupe V et en fonction de la vitesse de glissement du copeau pour différentes valeurs de la profondeur de coupe t_1: 0.1mm, 0.5mm et 1.5mm. La valeur limite de la profondeur du cratère considérée est: $K_{Tlim} = 100\mu m$.* (*b*) *Évolution du volume d'enlèvement de matière W en fonction des mêmes paramètres que la figure* (*a*). *Le couple outil-pièce est: $K1 - CRS$ 1018, et $\alpha = -5°$.*

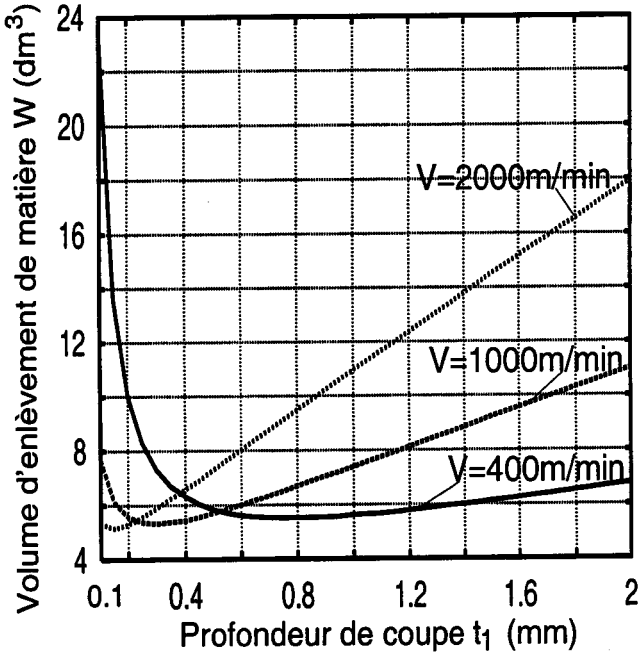
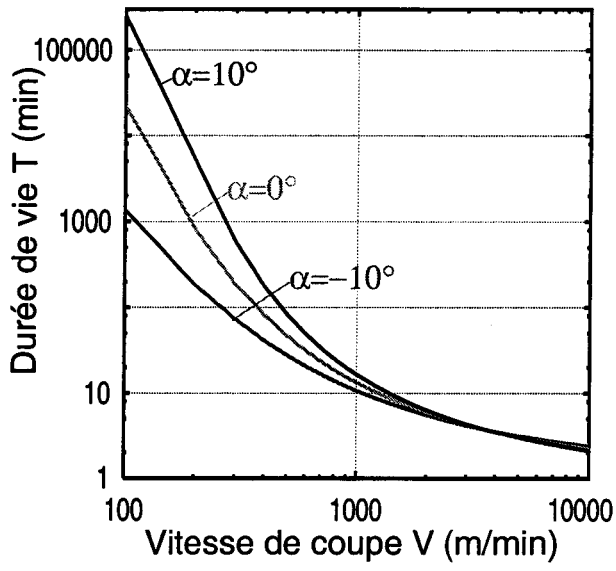
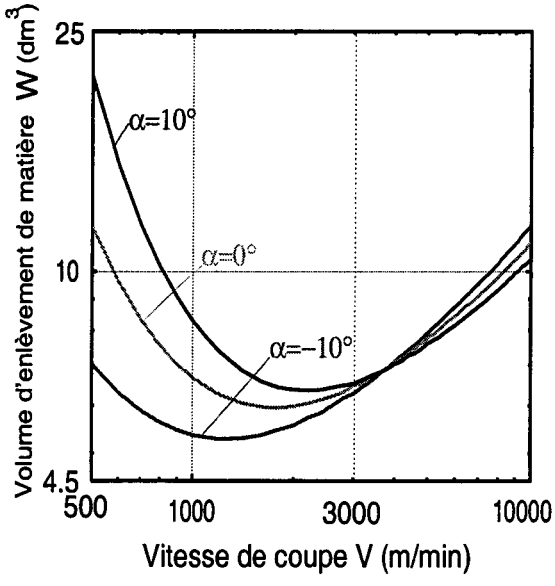


FIG. 4.17 – *Effet de la profondeur de coupe* t_1 *sur le volume d'enlèvement de matière* W *. Trois vitesses de coupe sont considérées (*$V = 400m/min$*),* $V = 1000m/min$ *et* $V = 2000m/min$*). Le couple outil-pièce est:* $K1 - CRS$ 1018*. Les condition de coupe sont* $\alpha = -10°$*.*



(*a*)



(*b*)

FIG. 4.18 - (*a*) *Variation de la durée de vie T en fonction de la vitesse de coupe V et en fonction de la vitesse de glissement du copeau pour différentes valeurs de l'angle de coupe α:* 10°, 0° *et* −10°. *La valeur limite de la profondeur du cratère considérée est: $K_{Tlim} = 100\mu m$.* (*b*) *Évolution du volume d'enlèvement de matière W en fonction des mêmes paramètres que la figure* (*a*). *Le couple outil-pièce est: $K1 - CRS$ 1018, et $t_1 = 0.25mm$.*

Conclusion générale

Nous avons présenté une modélisation de l'usure par diffusion des outils de coupe. L'usure par diffusion est le mécanisme d'endommagement dominant à cause des hautes températures essentiellement produites par le frottement intense à l'interface outil-copeau.

Les modèles d'usure proposés sont basés sur quelques hypothèses simplificatrices. L'écoulement diffusionnel des espèces chimiques est supposé plus important dans la direction normale à l'interface en vue de l'absence de la majorité des constituants de l'outil dans le copeau, et vice-versa.

A la suite de cette étude, il s'est avéré que la température est le facteur principal contrôlant le taux de diffusion. La dépendance de la distribution de la température vis à vis des conditions de coupe et des propriétés du matériau est obtenue en exploitant les modèles de Molinari & Dudzinski (1992), de Dudzinski & Molinari (1997), ainsi que celui de Moufki *et al* (1998).

L'usure par diffusion des outils de coupe est évaluée par le développement de deux modèles. Dans le premier, le taux de diffusion est contrôlé par la température moyenne uniforme à l'interface outil-copeau. La vitesse de glissement du copeau affecte le transfert diffusionnel de la masse de deux façons différentes: directement par l'écoulement de la matière le long de la surface de l'outil, et indirectement en influençant la température à l'interface, et par conséquent le taux de diffusion. Dans le second modèle, la distribution réelle (non uniforme) de la température le long de la surface de l'outil est prise en compte. Toutefois ce modèle n'est valable que pour des vitesses de coupe suffisamment grandes.

La connaissance du frottement sous des conditions sévères (températures élavées, grandes vitesses de glissement, hautes pressions, etc. ...) en usinage est une information capitale. Dans ce travail, il est supposé que ce frottement est de type Coulomb-Amonton. La dépendance de la température par rapport au coefficient de frottement est la caractéristique essentielle des modèles proposés.

L'application aux outils de coupe en carbure métallique a montré une bonne concordance avec les mesures expérimentales rapportées par Gekonde & Subramanian (1997). Les effets des conditions de coupe (V, t_1, α) et du frottement sur l'usure ont été analysés et comparés avec d'autres données expérimentales.

Finalement, nous avons montré qu'une étude paramétrique est désormais facile à réaliser à l'aide des lois d'usure proposées. Ceci a contribué par la suite à l'optimisation du processus de coupe en fonction de la durée de vie et du volume d'enlèvement de matière. Ainsi, on a mis en évidence l'existence d'une vitesse critique au delà de la quelle la productivité croît de façon significative avec la vitesse de coupe.

L'originalité de ce travail montre que même si la connaissance actuelle du procédé d'usinage permet de franchir le seuil d'une application industrielle élargie, on ne doit pas considérer la recherche fondamentale et le développement comme totalement clos.

Annexes

Annexe A. Calcul de la concentration dans un élément de copeau

On définit la concentration C^*_{i2} dans le copeau:

$$C^*_{i2}(y, t') = C_{i2}(y, t) \tag{4.10}$$

où

$$t' = t - t_0 \tag{4.11}$$

La transformée de Laplace par rapport au temps t' de C^*_{i2} est définie par:

$$\widetilde{C^*_{i2}}(y, s) = \int_0^\infty \exp(-st')C^*_{i2}(y, t')dt' \tag{4.12}$$

et l'équation de la diffusion (3.21) se transforme comme suit, voir ():

$$D_{i2}\frac{d^2\widetilde{C^*_{i2}}(y, s)}{dy^2} = s\widetilde{C^*_{i2}}(y, s) - C^0_{i2}, \qquad y \geq 0, \;\; s \geq 0 \tag{4.13}$$

Les conditions aux limites (3.22) et (3.23) deviennent:

$$\widetilde{C^*_{i2}}(y = 0, s) = C_{i1}(y = 0, t_0)\frac{1}{s} \tag{4.14}$$

$$\widetilde{C^*_{i2}}(y = \infty, s) = \frac{C^0_{i2}}{s} \tag{4.15}$$

La solution de l'équation (4.13)-(4.15) est:

$$\widetilde{C^*_{i2}}(y, s) = B\exp\left(-y\sqrt{\frac{s}{D_{i2}}}\right) + \frac{C^0_{i2}}{s} \tag{4.16}$$

avec

$$B = \frac{C_{i1}(y = 0, t_0) - C_{i2}^0}{s} \tag{4.17}$$

La distribution de la concentration dans le bloc élémentaire donnée par l'expression (3.25) est enfin obtenue en utilisant la transformée inverse de la relation (4.16), voir annexe (B).

Annexe B. Transformée de Laplace

$F(t)$	$f(s) = \int_0^\infty e^{-st} F(t) dt$
$F'(t)$	$sf(s) - F(0)$
$F''(t)$	$s^2 f(s) - sF(0) - F'(0)$
$aF_1(t) + bF_2(t)$	$af_1(s) + bf_2(s)$
1	$\frac{1}{s}$
$\frac{1}{\sqrt{\pi t}}$	$\frac{1}{\sqrt{s}}$
t	$\frac{1}{s^2}$
$\frac{1}{\sqrt{\pi t}} - ae^{a^2 t} erfc(a\sqrt{t})$	$\frac{1}{\sqrt{s}+a}$
$e^{a^2 t} erfc(a\sqrt{t})$	$\frac{1}{\sqrt{s}(\sqrt{s}+a)}$
$erfc(\frac{a}{2\sqrt{t}})$ $(a \geq 0)$	$\frac{e^{-a\sqrt{s}}}{s}$
$\frac{1}{\sqrt{\pi t}} exp(-\frac{a^2}{4t})$ $(a \geq 0)$	$\frac{e^{-a\sqrt{s}}}{\sqrt{s}}$
$\frac{1}{\sqrt{\pi t}} exp(-\frac{a^2}{4t})$ $(a > 0)$	$e^{-a\sqrt{s}}$
$-e^{ba} e^{b^2 t} erfc(b\sqrt{t} + \frac{a}{2\sqrt{t}}) + erf(\frac{a}{2\sqrt{t}})$ $(a \geq 0)$	$\frac{be^{-a\sqrt{s}}}{s(b+\sqrt{s})}$
$e^{at} \left\{ \frac{1}{\sqrt{\pi t}} - be^{b^2 t} erfc(b\sqrt{t}) \right\}$	$\frac{1}{b+\sqrt{s-a}}$
$\int_0^t F(u) G(t-u) du$	$f(s) g(s)$

Annexe C. Calcul de la concentration dans l'outil

En utilisant la transformée de Laplace par rapport au temps t de $C_{i1}(y,t)$:

$$\widetilde{C}_{i1}(y,s) = \int_0^\infty C_{i1}(y,t)e^{-st}dt \tag{4.18}$$

l'équation différentielle (3.1) s'écrit sous la forme:

$$\frac{d^2\widetilde{C}_{i1}(y,s)}{dy^2} - \frac{s}{D_{i1}}\widetilde{C_{i1}}(s,y) + \frac{C_{i1}^0}{D_{i1}} = 0 \qquad y \leq 0 \tag{4.19}$$

La solution de cette équation est comme suit:

$$\widetilde{C}_{i1}(y,s) = C\exp(\sqrt{\frac{s}{D_{i1}}}y) + D\exp(-\sqrt{\frac{s}{D_{i1}}}y) + \frac{C_{i1}^0}{s} \tag{4.20}$$

Les transformées de Laplace par rapport au temps t des conditions aux limites (3.35) et (3.37) s'écrivent:

$$\frac{d\widetilde{C_{i1}}}{dy}(y=0,s) = -\frac{\alpha_i}{\sqrt{D_{i1}}}\left(\widetilde{C}_{i1}(y=0,s) - \frac{C_{i2}^0}{s}\right) \tag{4.21}$$

$$\widetilde{C}_{i1}(y=-\infty,s) = \frac{C_{i1}^0}{s}$$

La concentration $C_{i1}(y,t)$, ainsi que sa transformée $\widetilde{C}_{i1}(y,s)$ ne pouvant pas tendre vers l'infini pour $y \to -\infty$, la constante D est nécessairement nulle:

$$D = 0 \tag{4.22}$$

La condition donnée par la relation (4.21) implique:

$$C = -\alpha_i \frac{(C_{i1}^0 - C_{i2}^0)}{s(\alpha_i + \sqrt{s})} \tag{4.23}$$

et l'équation (4.20) se met sous la forme suivante:

$$\widetilde{C}_{i1}(y, s) = \frac{C_{i1}^0}{s} - \alpha_i \frac{(C_{i1}^0 - C_{i2}^0)}{s(\alpha_i + \sqrt{s})} \exp(\sqrt{\frac{s}{D_{i1}}} y) \tag{4.24}$$

En utilisant les propriétés des transformées de Laplace inverses données dans l'annexe (B), la solution (3.39) est obtenue.

Bibliographie

Abramowitz, M., Stegun, I. A., "Handbook of mathematical function, with formules, graphs and mathematical tables", Dover publication, New York, pp. 298, (1970).

Adda, Y., Philibert, J., "La diffusion dans les solides", Presses universitaires de France, Paris, Tome I-II, (1966). **Addhoum, H.**, "Etude du comportement d'outils de coupe céramiques dans l'usinage des superalliages et des aciers inoxydables austénitiques", Thèse de Doctorat, ENSAM de Paris, (1989).

Askou, J., "Tracer diffusion data for metals, alloys and simples oxydes", Plenum, New York, pp. 27-81, (1970).

Albrecht, P., "New developments in the theory of the metal cutting process, part I", Journal of Engineering for Industry, (1960).

Balazinski, M., Ennajimi, E., "Influence of feed variation on tool wear when milling stainless steel 17-4Ph", Transactions of ASME, 116, pp. 516-520, (1994).

Bhattacharyya, A., Ghosh, A., "Diffusion wear of cutting tools", Proc. 5th Int. Mach. Tool Des. Res. Conf. Birmingham, pp. 225-242, (1964).

Bhattacharyya, A., Ghosh, A., "Diffusion wear of cutting tools", Annals of C.I.R.P., XVI, pp. 369-375, (1968).

Bittès, G., "Contribution à la connaissance des mécanismes fondamentaux liés à l'usinabilité des aciers de construction mécanique", Thèse de doctorat, Université de Toulon et du Var, (1993).

Boothroyd, G., "Temperatures in orthogonal metal cutting ", Proc. Inst. Eng., 177, pp. 789-802, (1963).

Buryta, D., Sowerby, R., Yellowley, I., "Stress distributions on the rake face during orthogonal machining", Int. J. Mach. Tool Manufact. 34, pp. 721-739, (1994).

Clifton, R. J., Duffy, J., Hartley, K. A., Shawki, T. G., "On critical conditions

for shear band formation in high-starin rates", Scripta Mater., 18, pp. 443, (1984).

Colding, B. N., "A tree-dimensional, tool-life equation-machining economics", Journal of Engineering for Industry, pp. 239-250, (1959)

Cook, N. H., Nayak, P. N., "The thermal mechanism of tool wear", Journal of Engineering for Industry, 2, pp. 93-100, (1966).

Dewhurst, P., "On the non-uniqueness of the machining process", Proc. of Roy. Soc., London, 360, pp. 587-610, (1978).

Dudzinski, D., Molinari, A., "A modelling of cutting for viscoplastic materials", Int. J. Mech. Sci., 39, pp. 369-389, (1997).

Fang, X. D., "Experimental investigation of overall machining performance with overall progressive tool wear at different tool faces", Wear, 173, 171-178, (1994) .

Faure, L., "Conception d'un dispositif d'usinage à très grande vitesse: UTGV", Mémoire de DEA, LPMM-ISGMP, Université de Metz, (1992).

Faure, L., "Etude expérimentale de la fissuration des aciers 40-NCD-16 et XC-18 par impact et usinage rapide, Application à l'analyse des déformations par imagerie numérique", Thèse de Doctorat, Université de Metz, (1997).

Fukatsu, T., Yuhara, K., "On welding between cemented carbide and carbone steel" J. Jpn. Inst. Met., 29, pp. 582-588, (1965).

Gekonde, H. O., Subramanian, S. V., "Influence of phase transformation on tool crater wear", 1st Frensh and German conference on high speed machining, Université de Metz, pp. 49-62, (1997).

Gilormini, P., "Contribution à la modélisation de la formation du copeau en usinage des métraux", Thèse de Doctorat, ENSAM de Paris, 1982.

Guy, A. G., "Transport in materials", Introduction to Materials Science, McGraw-Hill, New York, pp. 247-295, (1971).

Heim, F., "Etude de l'influence des paramètres de coupe sur la morphologie du copeau en usinage à très grande vitesse", Mémoire de DEA, LPMM-ISGMP, Université de Metz, (1996).

Ingle, S. S., Subramanian, S. V., Kay, D. A. R., "Micromechanisms of crater wear", Proceedings of the 2nd. International Conference on the Behaviour of Materials in Machining, York (UK), pp. 112-125, (1991).

Kaur, I., Gust, W., Kosma, L., "Handbook of grain and interphase boundary

diffusion data", I-II, Ziegler press, Stuttgart, (1989).

Kaur, I., Mishin, Y., Gust, W., "Fundamentals of grain and interphase boundary diffusion", John Wiley & Sons LTD, New York, (1995).

Kronenberg, M., "Replacing the Taylor formula by new tool life equation", Int. J. Mach. Tool Des. Res., pp. 193-202, (1970).

Kudo, H., "Some new slip line solution for two dimensionnal steady state machining", Int. J. of Mech. Sci., 7, pp. 43-55, (1965).

Lee, E. H., Shaffer, B. W., "The theory of plasticity applied to the problem of machining", Journal of Applied Physics, 18, pp. 405-413, (1951).

Leroy, F., "Endommagement des outils de coupe", Traité Mécanique et Chaleur B7042, 2, pp. 1-13, (1993).

Leroy, F., "Usinage et usinabilité", Traité Mécanique et Chaleur M 725, 2, pp. 1-21, (1993).

Lescalier, C., "Contribution à la surveillance de l'usinage par mesure de la température: Approches théorique, numérique et expérimentale", Thèse de Doctorat, Université de Nancy I, (1998).

Lim, S. C., Ashby, M. F., Brunton, J. H., "The effects of sliding conditions on the dry friction of metals", Acta Metallurgica, pp. 767-772, (1989).

Loladze, T. N., "Adhesion and diffusion wear in metal cutting", Journal of the Institution of Engineers, 3, pp. 108-141, (1962).

Loladze, T. N., "On the theory of diffusion wear", Journal of the C.I.R.P, 1, pp. 71-75, (1981).

Merchant, E., "Mechanics of the metal cutting process. Orthogonal cutting", Journal Applied Physics, pp. 318-324, (1945).

Moisan, A., Lapujoulade, F., Selim, I. H., Chabrely, G., "Détermination expérimentale de l'usure d'outils en carbure métalliques en fraisage de face", Annals of the CIRP, 27, pp. 29-30, (1978).

Molinari, A., Clifton, R. J., "Localisation de la déformation viscoplastique en cisaillement simple", C. R. Acad. Sci. Paris, 296, pp. 1-4, (1983).

Molinari, A., Dudzinski, D., "Stationary shear band in high speed machining", C. R. Acad. Sci. Paris, 315, pp. 399-405, (1992).

Moufki, A., Molinari, A., Dudzinski, D., "Modelling of orthogonal cutting with

a temperature dependent friction law", J. Mech. Phys. Solids, 10, pp. 2103-2138, (1998).

Moufki, A., "Contribution à la modélisation de l'usinage par une approche thermo-viscoplastique. Application à la coupe orthogonale et oblique", thèse de Doctorat, Université de Metz, (1998).

Naerheim, Y, Trent, E. M., "Diffusion wear of cemented carbide tools when cutting steel at high speeds", Metals Technology, pp. 548-555, (1977).

Optiz, H., Konig, W., "Basic research on the wear of high-speed steel cutting tools", Iron and Steel Institute, pp. 6-14, (1970).

Oxley, P. L. B., "Mechanics of Machining: an analytical approach to assessing machinability", Ellis Horwood in Mechanical Engineering, Chichester, U. K., (1989).

Philibert, J., "Diffusion et transport de matière dans les solides", Les éditions de physique, Les Ulis, (1990).

Pantale, O., "Modélisation et simulation tridimensionnelle de la coupe des métaux", Thèse de Doctorat, Université de Bordeaux I, (1996).

Pomey, J., "Phénomène de mécanique physique qui régissent la coupe des métaux", Mécanique-Matériaux-Electricité, 256, pp. 8-36, (1971).

Recht, R. F., "A dynamic analysis of high speed machining", pp. 83-93, High Speed Machining, ASME Editor, pp. 83-93, (1984)

Roumesy, B., Bedrin, C., "Remarques sur la représentativité comparée des modèles de la loi d'usure des outils carbure", Machine-Outil, pp. 149-161, (1973).

Roumesy, B., "Etude expérimentale de l'usure des outils", Centre d'Actualisation Scientifique et Technique, Recueil des conférences, Lyon, pp.117-165, (1974).

Roumesy, B., "Détermination des lois d'usure des outils de coupe", Machine-Outil, 320, pp. 269-279, (1975).

Schulz, H., "Fraisage grande vitesse des matériaux métalliques et non métalliques", SOFETEC, (1997).

Subramanian, S. V., Ingle, S. S., Kay, D. A. R., "Design of coatings to minimize tool crater wear", Surface and Coatings Technology, 61, p. 293-299, (1993).

Subramanian, S. V., Gekonde, H. O., Zhang, X., Gao, J., "Inclusion engineering of steels for high speed machining", CIM Bulletin, 1021, pp. 107-115, (1998).

Subramanian, S. V., Gekonde, H. O., Zhang, X., Gao, J., "Design of steels

for high speed machining", Ironmaking and Steelmaking, 5, pp. 333-338, (1999).

Sutter, G., Faure, L., Molinari, A., Delime, A., Duidzinski, D., "Experimental analysis of the cutting process and chip formation at high speed machining", J. Physi., pp. 33-37, (1997).

Taylor, F. W., "On the art of cutting metals", Transactions of the ASME, 1119, pp. 31-58, (1907).

Trent, E. M., "Some factors affecting wear on cemented carbide tools", Proceeding of the Institution of Mechanical Engineers, 1, pp. 64-75, (1952).

Trent, E. M., "Cutting steel and iron with cemented carbide tools: part I an analysis of tool wear", Journal of the Iron and Steel Institute, pp. 847-855, (1963).

Trent, E. M., "Cutting steel and iron with cemented carbide tools: part II conditions of seizure at the tool/work interface", Journal of the Iron and Steel Institute, pp. 923-932, (1963).

Trent, E. M., "Metal cutting and ther tribology of seizure: movement of work material over the tool in metal cutting", Wear, 128, pp. 47-64, (1988).

Trent, E. M., "Metal Cutting", Butterworth-Heinemann, third edition, (1991).

Trent, E. M., Wright, P. K., "Metal cutting", Butterworth-Heinemann, Fourth Edition, (2000).

Trigger, K. J., Chao, B. T., "The mechanism of crater wear of cemented carbide tools", Transactions of the ASME, 78, pp. 1119-1126, (1956).

Usui, E., Takeyama, H., "A photoelastic analysis of machining stress", J. Eng. Ind., 82, pp. 303-308, (1960).

Volf, L., "Modélisation de l'écoulement viscoplastique dans la coupe orthogonale des métaux", Rapport de DEA, LPMM-ISGMP, Univesité de Metz, (1995).

Weill, R., "Les phénomènes d'usure au contact du copeau et de l'outil; formation de couches de diffusion à la surface des outils en carbures métalliques", Revue Française de Mécanique, 18-19, pp. 63-72, (1966).

Wang, M. , Youzhen, Z., "Diffusion wear in milling titanium alloys", Materials Science and Technology, pp. 548-553, (1988).

Zorev, N. N., , K. A., International Research in Production Engineering. ASME, New York, pp. 42-49, (1963).

Zvorykin, K. A., Proceedings of the Kharko Technological Institute, Ukraine, (1893).