



**HAL**  
open science

# Etude en fatigue oligocyclique multiaxiale en phase et hors phase d'un alliage de magnésium-lithium

Saâdia Bentachfine

► **To cite this version:**

Saâdia Bentachfine. Etude en fatigue oligocyclique multiaxiale en phase et hors phase d'un alliage de magnésium-lithium. Génie mécanique [physics.class-ph]. Université Paul Verlaine - Metz, 1993. Français. NNT : 1993METZ014S . tel-01775429

**HAL Id: tel-01775429**

**<https://hal.univ-lorraine.fr/tel-01775429v1>**

Submitted on 24 Apr 2018

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



## AVERTISSEMENT

Ce document est le fruit d'un long travail approuvé par le jury de soutenance et mis à disposition de l'ensemble de la communauté universitaire élargie.

Il est soumis à la propriété intellectuelle de l'auteur. Ceci implique une obligation de citation et de référencement lors de l'utilisation de ce document.

D'autre part, toute contrefaçon, plagiat, reproduction illicite encourt une poursuite pénale.

Contact : [ddoc-theses-contact@univ-lorraine.fr](mailto:ddoc-theses-contact@univ-lorraine.fr)

## LIENS

Code de la Propriété Intellectuelle. articles L 122. 4

Code de la Propriété Intellectuelle. articles L 335.2- L 335.10

[http://www.cfcopies.com/V2/leg/leg\\_droi.php](http://www.cfcopies.com/V2/leg/leg_droi.php)

<http://www.culture.gouv.fr/culture/infos-pratiques/droits/protection.htm>

# THESE

présentée à

L'UNIVERSITE DE METZ

par

Saâdia BENTACHFINE

en vue de l'obtention du titre de

DOCTEUR DE L'UNIVERSITE DE METZ

Mention : Sciences de l'Ingénieur N° 7642  
Intitulé : Génie Mécanique

Titre :

BIBLIOTHEQUE UNIVERSITAIRE - METZ	
N° inv.	19930445
Cote	SM3 93/14
Loc	Magasin

ETUDE EN FATIGUE OLIGOCYCLIQUE MULTIAXIALE EN PHASE  
ET HORS PHASE D'UN ALLIAGE DE MAGNESIUM-LITHIUM

---

Soutenue le 17 Décembre 1993, devant la Commission d'Examen :

M <sup>r</sup>	G. PLUVINAGE	:	Professeur à l'Université de Metz	(Président)
M <sup>r</sup>	H.P. LIEURADE	:	CETIM de Senlis	(Rapporteur)
M <sup>lle</sup>	C. ROBIN	:	Professeur à l'Ecole des Mines de Douai	(Rapporteur)
M <sup>me</sup>	M.J. PHILIPPE	:	Professeur à l'ISGMP (Metz)	
M <sup>r</sup>	Z. AZARI	:	Maître de Conférences à l'INSSET de St Quentin	
M <sup>r</sup>	L.S. TOTH	:	Maître de Conférences à l'Université de Metz	

## **AVANT PROPOS**

Ce travail a été effectué au Laboratoire de Fiabilité Mécanique de l'Université de METZ sous la direction de Monsieur le Professeur G. PLUVINAGE. Qu'il trouve ici l'expression de ma profonde gratitude pour le soutien et l'aide qu'il m'a constamment fournie.

Mes remerciements s'adressent également à Monsieur Z. AZARI dont l'aide importante et toujours amicale m'a été du plus grand secours tout le long de cette étude.

Je tiens à remercier Monsieur P. JODIN pour sa collaboration efficace contribuant ainsi à la bonne marche des essais.

Je remercie très chaleureusement Madame PHILIPPE et Monsieur THIL de la part importante qu'ils ont su prendre dans les observations et analyses des textures dans ce travail.

Tous mes remerciements aussi à Mesdames ROBIN et PHILIPPE ainsi que messieurs LIEURADE, TOTH, AZARI et PLUVINAGE qui ont bien voulu prendre le temps d'examiner ce travail et qui m'ont fait l'honneur de participer au Jury.

Je tiens à exprimer ma profonde reconnaissance à mes collègues, Messieurs SHI et CHEHIMI ainsi à mes copains surtout à Monsieur A. MOHAMADOU, auprès d'eux j'ai toujours reçu une aide précieuse.

Je dédie cette Thèse à ma famille qui m'a prodiguée le soutien nécessaire à l'accomplissement de ce travail.

A mon père et à ma mère sans lesquels rien n'aurait jamais pu être pareil.

# SOMMAIRE

LISTE DES SYMBOLES.....	1
LISTE DES FIGURES.....	6
LISTE DES TABLEAUX.....	14
LISTE DES PHOTOS.....	16
INTRODUCTION.....	17
<b>CHAPITRE 1 : ETUDE BIBLIOGRAPHIQUE.....</b>	<b>20</b>
<b>I. INTRODUCTION GENERALE.....</b>	<b>21</b>
<b>II. LA FATIGUE OLIGOCYCLIQUE MULTIAXIALE.....</b>	<b>22</b>
II.1. Introduction.....	22
II.2. Critères de fatigue oligocyclique multiaxiale.....	23
II.2.1. Les critères globaux.....	24
II.2.1.1. Modèles dérivants des critères de plasticité.....	24
II.2.1.1.1. Le critère de TRESCA.....	24
II.2.1.1.2. Le critère de VON MISES.....	25
II.2.1.1.3. Le critère de la contrainte octaédrale.....	25
II.2.1.2. Critères empiriques.....	26
II.2.2. Les critères locaux.....	27
II.2.2.1. Le critère de BROWN et MILLER.....	28
II.2.2.1.1. Définition.....	28
II.2.2.1.2. Analyse du critère.....	31

II.2.2.2.	Le critère de KANDIL.....	34
II.2.2.3.	Le critère de LOHR et ELLISON.....	34
II.2.2.4.	Le critère de KONTER et al .....	36
II.2.3.	Critère énergétique.....	36
<b>III.</b>	<b>CAS DE FATIGUE OLIGOCYCLIQUE MULTIAXIALE</b>	
	<b>DEPHASEE.....</b>	<b>39</b>
III.1.	Travaux de KANAZAWA et al.....	39
III.2.	Travaux de CAILLETAUD et al.....	44
III.3.	Travaux de JACQUELIN et al.....	45
<b>IV .</b>	<b>CONCLUSION.....</b>	<b>56</b>
<b>CHAPITRE 2</b>	<b>: ETUDE EXPERIMENTALE.....</b>	<b>58</b>
<b>I .</b>	<b>PRESENTATION DU MATERIAU.....</b>	<b>59</b>
<b>II .</b>	<b>PROCEDURE EXPERIMENTALE.....</b>	<b>60</b>
II.1.	Installation d'essai.....	60
II.2.	Géométrie de l'éprouvette.....	62
II.3.	Montage des éprouvettes.....	63
II.4.	Description du montage extensométrique.....	64
II.5.	L'unité informatique.....	68
II.5.1.	Caractéristiques de l'ordinateur.....	68
II.5.2.	Description du logiciel.....	68
II.6.	Description des essais.....	70
II.6.1.	Conditions d'essai.....	70
II.6.2.	Types de chargements.....	72
<b>CHAPITRE 3</b>	<b>: RESULTATS EXPERIMENTAUX..</b>	<b>72</b>
<b>I .</b>	<b>INTRODUCTION.....</b>	<b>73</b>

<b>II . ESSAIS DE FATIGUE OLIGOCYCLIQUE EN TRACTION-COMPRESSION.....</b>	<b>73</b>
II.1. Evolution de la contrainte et de la déformation durant le cyclage.....	74
II.2. Courbe d'écrouissage cyclique et monotone.....	76
II.3. Courbe de résistance à la fatigue oligocyclique.....	78
II.4. Conclusion.....	79
<b>III . ESSAIS DE FATIGUE OLIGOCYCLIQUE EN TORSION ALTERNEE.....</b>	<b>80</b>
III.1. Evolution du couple et du cisaillement durant le cyclage.....	82
III.2. Loi de comportement cyclique en torsion.....	84
III.3. Courbe de résistance à la fatigue plastique.....	85
III.4. Conclusion.....	87
<b>IV . ESSAIS DE FATIGUE OLIGOCYCLIQUE EN TRACTION-TORSION EN PHASE.....</b>	<b>87</b>
IV.1. Application des critères de fatigue oligocyclique multiaxiale.....	88
IV.2. Conclusion.....	97
<b>V. ESSAIS DE FATIGUE OLIGOCYCLIQUE EN TRACTION-TORSION HORS PHASE.....</b>	<b>98</b>
V.1. Evolution du nombre de cycles à rupture en fonction du déphasage $\phi$ .....	98
V.2. Calcul de la déformation équivalente.....	99
V.3. Conclusion.....	105
<b>VI. ASPECT ENERGETIQUE.....</b>	<b>106</b>
VI.1. Conclusion.....	114

<b>CHAPITRE 4</b>	<b>:</b>	<b>ETUDE METALLOGRAPHIQUE</b>	<b>115</b>
<b>I.</b>	<b>INTRODUCTION</b>		<b>116</b>
<b>II.</b>	<b>MECANISMES DE DEFORMATION DES HEXAGONAUX COMPACTES</b>		<b>116</b>
	II.1. Déformation par glissement		118
	II.2. Déformation par maclage		118
<b>III.</b>	<b>ETUDE MICROGRAPHIQUE</b>		<b>119</b>
	III.1. Préparation des échantillons		120
	III.2. Etude de la microstructure		121
	III.2.1. Faciès de rupture		122
	III.2.2. Orientation des fissures		125
	III.2.3. Existence de maclage		126
	III.2.3.1. Analyse d'image		128
	III.3. Etude de la texture		130
	III.3.1. Introduction		130
	III.3.2. Analyse		131
	III.3.3. Synthèse		135
<b>CHAPITRE 5</b>	<b>:</b>	<b>MODELISATION</b>	<b>136</b>
<b>I.</b>	<b>INTRODUCTION</b>		<b>137</b>
<b>II.</b>	<b>PRESENTATION DES TROIS MODELES PROPOSES</b>		<b>137</b>
<b>III.</b>	<b>DISCUSSION DES RESULTATS</b>		<b>144</b>
<b>IV.</b>	<b>CONCLUSION</b>		<b>148</b>
<b>V.</b>	<b>ETUDE DE L'INFLUENCE DU DEPHASAGE</b>		<b>149</b>
	V.1. Synthèse		153



<b>CONCLUSION GENERALE.....</b>	<b>154</b>
<b>ANNEXES.....</b>	<b>157</b>
<b>REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES.....</b>	<b>165</b>

**LISTE DES SYMBOLES**

$a_{i=1 \text{ à } 22}$	:	Constantes dépendants du matériau
$b_\gamma$	:	Exposant de résistance à la fatigue en cisaillement
$b_\varepsilon$	:	Exposant de résistance à la fatigue en traction
$c_\gamma$	:	Exposant de ductilité à la fatigue en cisaillement
$c_\varepsilon$	:	Exposant de ductilité à la fatigue en traction
$E$	:	Module de Young en traction
$G$	:	Module de Young en cisaillement
$K'$	:	Coefficient de la loi d'écrouissage cyclique en traction-torsion
$K_\gamma$	:	Coefficient de la loi d'écrouissage monotone en cisaillement
$K'_\gamma$	:	Coefficient de la loi d'écrouissage cyclique en cisaillement
$K_\varepsilon$	:	Coefficient de la loi d'écrouissage monotone en traction
$K'_\varepsilon$	:	Coefficient de la loi d'écrouissage cyclique en traction
$m$	:	Coefficient de sensibilité à la vitesse
$M_t$	:	Moment de torsion
$n'$	:	Exposant de la loi d'écrouissage cyclique en traction-torsion

$n_\gamma$	:	Exposant de la loi d'écrouissage monotone en cisaillement
$n'_\gamma$	:	Exposant de la loi d'écrouissage cyclique en cisaillement
$n_\varepsilon$	:	Exposant de la loi d'écrouissage monotone en traction
$n'_\varepsilon$	:	Exposant de la loi d'écrouissage cyclique en traction
$N_a$	:	Nombre de cycles d'amorçage
$N_o$	:	Paramètre pouvant être calculé à partir d'essais de fatigue oligocyclique alternée
$N_{Rexp}$	:	Durée de vie expérimentale
$N_{Rth}$	:	Durée de vie théorique
$V_m$	:	Fraction volumique maclée
$W_R$	:	Energie de déformation totale
$W^*_{pl}(\sigma_i)$	:	Energie plastique statique sous la courbe contrainte-déformation pour un niveau de contrainte $\sigma_i$
$\gamma_a$	:	Amplitude du cisaillement
$\gamma_y$	:	Contrainte d'écoulement de cisaillement
$\gamma'_f$	:	Coefficient de ductilité à la fatigue en cisaillement
$\nu$	:	Coefficient de poisson
$r, \theta, z$	:	Coordonnées cylindriques
$\varepsilon_{i=1 \text{ à } 3}$	:	Déformations principales suivant les axes principaux (1,2,3)

$\varepsilon(t)$	:	Déformation axiale instantanée
$\varepsilon_a$	:	Amplitude de déformation axiale
$\varepsilon_{a,\psi}$	:	Amplitude de déformation axiale dépendant de $\psi$
$\varepsilon_e$	:	Déformation élastique
$\varepsilon_{eq,VM}$	:	déformation équivalente au sens de VON MISES
$\varepsilon_{eq,T}$	:	déformation équivalente au sens de TRESCA
$\varepsilon'_f$	:	Coefficient de ductilité en traction
$\varepsilon_n$	:	Déformation normale au plan de cisaillement maximum
$\varepsilon_{po'}$	:	Déformation plastique menée de l'origine $o'$
$\varepsilon^*$	:	Déformation normale au plan de cisaillement où opère $\gamma^*$
$\gamma(t)$	:	Déformation de cisaillement instantanée
$\gamma^*$	:	Cisaillement rentrant dans le matériau
$\gamma_{max}$	:	Amplitude de cisaillement maximum
$\gamma_{a,\psi}$	:	Amplitude de déformation de cisaillement dépendant de $\psi$
$\theta_a$	:	Angle entre l'axe de révolution de l'éprouvette et la direction des fissures
$\lambda$	:	Rapport de la déformation de cisaillement et de la déformation axiale
$\sigma_e$	:	Contrainte élastique
$\sigma_{o'}$	:	Contrainte menée de l'origine $o'$

$\sigma_y$	:	Contrainte d'écoulement
$\sigma_n$	:	Contrainte normale aux facettes d'amorçage
$\sigma_{eq}^y$	:	Contrainte équivalente d'écoulement
$\sigma_{i=1 \text{ à } 3}$	:	Contraintes principales suivant les axes principaux (1,2,3)
$\sigma'_f/E$	:	Coefficient de résistance à la fatigue en traction
$\tau'_f/G$	:	Coefficient de résistance à la fatigue en cisaillement
$\tau_{oct}$	:	Contrainte octaédrale
$\tau_{max}$	:	Contrainte de cisaillement maximale
$\psi$	:	Angle entre la déformation normale $\epsilon_n$ et l'axe de l'éprouvette
$\Gamma$	:	Plan de cisaillement maximum défini par $(\gamma_{max}, \epsilon_n)$
$\omega$	:	Pulsation
$\xi$	:	Déphasage de la $\epsilon_n(t)$ par rapport à $\epsilon_{a\psi}$
$\chi$	:	Déphasage de la $\gamma(t)$ par rapport à $\gamma_{a\psi}$
$\phi$	:	Angle de déphasage entre la traction et la torsion
$\Delta C$	:	Amplitude du couple de torsion
$\Delta F$	:	Amplitude de charge
$\Delta \epsilon_e$	:	Amplitude de déformation élastique à mi-durée de vie
$\Delta \epsilon_p$	:	Amplitude de déformation plastique à mi-durée de vie

$\Delta\varepsilon_t$	:	Amplitude de déformation totale à mi-durée de vie
$\Delta\varepsilon_{p,eq}$	:	Amplitude de déformation plastique équivalente accumulée dans un cycle
$\varepsilon_{p,eq}$	:	Durée de vie en traction-torsion
$\Delta\varepsilon_{t,eq}$	:	Amplitude de déformation totale équivalente accumulée dans un cycle
$\Delta\sigma$	:	Amplitude de contrainte en traction
$\Delta\sigma_{a,VM}$	:	Amplitude de contrainte équivalente selon VON MISES
$\Delta\tau$	:	Amplitude de contrainte de cisaillement
$\Delta\gamma_e$	:	Amplitude de cisaillement élastique à mi-durée de vie
$\Delta\gamma_p$	:	Amplitude de cisaillement plastique à mi-durée de vie
$\Delta\gamma_t$	:	Amplitude de cisaillement totale à mi-durée de vie
$\Delta W_p$	:	Energie plastique par cycle en uniaxial
$\Delta W_{p,eq}$	:	Energie plastique équivalente par cycle en biaxial
$\Delta W_{pl}^*(\sigma_i)$	:	Energie plastique cyclique stabilisée pour un niveau de contrainte $\sigma_i$
$b$	:	Module du vecteur de Burgers
$\rho$	:	Densité de dislocations

## **LISTE DES FIGURES**

- Figure 1 : Nomenclature des termes et symboles utilisés pour les essais de fatigue oligocyclique.
- Figure 2 : Application du critère de la déformation équivalente du type TRESCA [7].
- Figure 3 : Application du critère de la déformation équivalente du type VON MISES [7].
- Figure 4 : Les plans de cisaillement maximum et la direction de fissuration pour le cas A.
- Figure 5 : Les plans de cisaillement maximum et la direction de fissuration pour le cas B.
- Figure 6 : Courbe d'isodurée de vie pour l'acier 1% Cr.Mo.V à 20°C [10].
- Figure 7 : Courbe d'isodurée de vie pour l'acier 1% Cr.Mo.V à 565°C [10].
- Figure 8 : Représentation du plan  $\Gamma$  en fatigue multiaxiale proportionnelle [11].
- Figure 9 : Illustration des chargements obtenus dans le plan  $\Gamma$  en considérant une réponse élastique puis élastoplastique du matériau [11].
- Figure 10 : Réponse en contrainte-déformation pour un chargement non proportionnel [11].
- Figure 11 : Evolution de la déformation normale  $\epsilon_n$  et la déformation de cisaillement  $\gamma$  pour trois plans de cisaillement [11].

- Figure 12 : Corrélation avec l'équation (15) pour un acier 1% Cr.Mo.V [12, 13].
- Figure 13 : Calcul de l'aire d'une boucle d'hystérésis.
- Figure 14 : Déformations dans les éprouvettes tubulaires.
- Figure 15 : Prédiction de la direction de la déformation [19].
- Figure 16 : Distribution des directions de fissures [19].
- Figure 17 : Durée de vie en fonction de la déformation normale  $\Delta\varepsilon_n$  au plan de cisaillement maximum pour  $\Delta\gamma_{\max} = 3 \%$  [19].
- Figure 18 : Représentation schématique de la distance entre les stries de fatigue (i) en fonction de la profondeur de la fissure (a) [21].
- Figure 19 : Relation expérimentale entre le nombre de cycles à l'amorçage ( $N_a$ ) et le nombre de cycles à rupture ( $N_R$ ) [21].
- Figure 20 : Les quatre configurations d'essais étudiées et les types de fissures associés [21].
- Figure 21 : Acier 316 L. Traction alternée  
 (a) Sans application d'un couple constant  
 (b) Avec application d'un couple constant [21].
- Figure 22 : Acier 316 L. Traction répétée avec superposition d'une pression interne constante.  
 (a) Sans pression (observation en surface)  
 (b) Avec pression  
 Répartition des amorces de type A et B vues en coupe [21].
- Figure 23 : Acier 316 L. Torsion alternée. Répartition des fissures selon leur orientation en surface [21].



- Figure 24 : Inconel 718. (a) Torsion alternée simple ou avec superposition d'un couple. (b).Répartition des amorces de type A ou B vues en coupe [21].
- Figure 25 : Inconel 718. Torsion alternée. Répartition des fissures selon leur orientation en surface [21].
- Figure 26 : Prévion des durées de vie par le critère ( $N_c$ ) et des durées d'amorces expérimentales ( $N_a$ ) [21].
- Figure 27 : Essais de torsion alternée sur l'acier 316 L et l'Inconel 718. Corrélation entre le nombre de cycles à l'amorçage calculé par le critère ( $N_{ac}$ )et le nombre de cycles à rupture ( $N_R$ ). Comparaison avec la corrélation  $N_a$ - $N_R$  obtenue en traction alternée (courbe en pointillés) [21].
- Figure 28 : Schéma élémentaire de commande asservie.
- Figure 29 : Circuits d'asservissement communs aux systèmes d'essais électrohydrauliques : déformation, force et position.
- Figure 30 : Géométrie de l'éprouvette utilisée.
- Figure 31 : Montage de l'éprouvette utilisée.
- Figure 32 : Partie inférieure du système de mesure de la déformation en torsion.
- Figure 33 : Partie supérieure du système de mesure de la déformation en torsion.
- Figure 34 : Algorithme du logiciel d'acquisition des boucles d'hystérésis de traction-compression et de torsion.
- Figure 35 : Signal triangulaire en traction-torsion en phase.
- Figure 36 : Signal triangulaire en traction-torsion hors phase.

- Figure 37 : Représentation schématique dans le plan ( $\epsilon$ ,  $\gamma$ ) des différents types de chargement utilisés.
- Figure 38 : Allure des boucles d'hystérésis en traction-compression.
- Figure 39 : Evolution de l'amplitude de contrainte en fonction du nombre de cycles en traction-compression.
- Figure 40 : Evolution de la contrainte moyenne en fonction du nombre de cycles en traction-compression.
- Figure 41 : Evolution de la déformation plastique durant le cyclage en traction-compression.
- Figure 42 : Courbe d'érouissage cyclique et monotone en traction-compression.
- Figure 43 : Courbe de résistance à la fatigue en traction-compression.
- Figure 44 : Allure des boucles d'hystérésis en torsion alternée.
- Figure 45 : Evolution de l'amplitude du couple de torsion en fonction du nombre de cycles.
- Figure 46 : Evolution du couple de torsion moyen en fonction du nombre de cycles.
- Figure 47 : Evolution de l'amplitude de cisaillement plastique durant le cyclage.
- Figure 48 : Loi de comportement cyclique et monotone en torsion alternée.
- Figure 49 : Courbe de résistance à la fatigue en torsion alternée.
- Figure 50 a : Amplitude de déformation plastique équivalente en fonction de la durée de vie selon le critère de TAIRA du type TRESCA.

- Figure 50 b : Durée de vie expérimentale en fonction de la durée de vie théorique selon le critère de TAIRA du type TRESCA.
- Figure 51 a : Amplitude de déformation plastique équivalente en fonction de la durée de vie selon le critère de TAIRA du type VON MISES.
- Figure 51 b : Durée de vie expérimentale en fonction de la durée de vie théorique selon le critère de TAIRA du type VON MISES.
- Figure 52 a : Amplitude de déformation plastique équivalente en fonction de la durée de vie selon le critère de la déformation plastique octaédrale.
- Figure 52 b : Durée de vie expérimentale en fonction de la durée de vie théorique selon le critère de la déformation plastique octaédrale.
- Figure 53 a : Amplitude de déformation plastique équivalente en fonction de la durée de vie selon le critère de BROWN-MILLER.
- Figure 53 b : Durée de vie expérimentale en fonction de la durée de vie théorique selon le critère de BROWN-MILLER.
- Figure 54 a : Amplitude de déformation plastique équivalente en fonction de la durée de vie selon le critère de KANDIL.
- Figure 54 b : Durée de vie expérimentale en fonction de la durée de vie théorique selon le critère de KANDIL.
- Figure 55 a : Amplitude de déformation plastique équivalente en fonction de la durée de vie selon le critère de LOHR-ELLISON.
- Figure 55 b : Durée de vie expérimentale en fonction de la durée de vie théorique selon le critère de LOHR-ELLISON.
- Figure 56 a : Amplitude de déformation plastique équivalente en fonction de la durée de vie selon le critère de KONTER.

- Figure 56 b : Durée de vie expérimentale en fonction de la durée de vie théorique selon le critère de KONTER.
- Figure 57 : Courbe d'isodurée de vie selon BROWN-MILLER.
- Figure 58 : Courbe d'isodurée de vie selon LOHR-ELLISON.
- Figure 59 : Evolution de la durée de vie en fonction de l'angle de déphasage.
- Figure 60 : Trajet de déformation dans le plan  $\left(\frac{\gamma}{\sqrt{3}}, \epsilon\right)$ .
- Figure 61 : Allure des boucles d'hystérésis en traction et en cisaillement pour  $\phi = 0^\circ$  et  $90^\circ$ .
- Figure 62 : Evolution de l'énergie plastique dissipée durant le cyclage en traction-compression.
- Figure 63 : Evolution de l'énergie plastique dissipée durant le cyclage en torsion alternée.
- Figure 64 : Evolution de la composante énergétique de traction en fonction du nombre de cycles pour les essais de traction-torsion en phase.
- Figure 65 : Evolution de la composante énergétique de torsion en fonction du nombre de cycles pour les essais de traction-torsion en phase.
- Figure 66 : Courbe reliant l'énergie plastique dissipée en fonction de la durée de vie pour les différents types de chargement.
- Figure 67 : Evolution de l'énergie plastique en fonction de la déformation plastique équivalente selon VON MISES pour les différents types de chargement.

- Figure 68 :** Evolution de l'énergie totale dissipée en fonction de la durée de vie pour les différents types de chargement.
- Figure 69 :** Evolution de la déformation totale équivalente selon VON MISES en fonction de l'énergie totale dissipée pour les différents types de chargement.
- Figure 70 :** Evolution de la déformation totale équivalente selon VON MISES en fonction du nombre de cycles à rupture pour les différents types de chargement.
- Figure 71 :** Systèmes de glissement dans la structure hexagonale compacte.
- Figure 72 :** Déformation par glissement.
- Figure 73 :** Macle mécanique (schéma bidimensionnel).
- Figure 74 :** Préparation des échantillons pour l'analyse de la texture.
- Figure 75 :** Représentation schématique du montage utilisé pour le traitement et l'analyse d'images.
- Figure 76 :** Tube soumis à un essai de traction-torsion.
- Figure 77 :** Evolution des déformations  $\epsilon_2$  et  $\epsilon_3$  pour une période.
- Figure 78 :** Figure de Pôles dans le plan (0002) d'un échantillon de magnésium-lithium sollicité en traction-torsion en phase.
- Figure 79 :** Figure de Pôles dans le plan (0002) d'un échantillon de magnésium-lithium sollicité en traction-torsion déphasées de  $90^\circ$ .
- Figure 80 :** Détermination d'orientations individuelles (matrice et macles) de l'alliage de magnésium-lithium.
- Figure 81 :** Courbe reliant les énergies plastiques statique  $W^*_{pl}(\sigma_i)$  et cyclique stabilisée en traction-compression  $\Delta W^*_{pl}(\sigma_i)$  pour un niveau de contrainte donné  $\sigma_i$ .

- Figure 82 : Détermination de l'énergie plastique statique à partir de la courbe de traction monotone.
- Figure 83 : Courbe de MANSON COFFIN en traction-compression.
- Figure 84 : Courbe reliant les points expérimentaux en traction-compression et en torsion alternée.
- Figure 85 : Durée de vie expérimentale en fonction de la durée de vie théorique selon le modèle 1 en traction-torsion en phase.
- Figure 86 : Durée de vie expérimentale en fonction de la durée de vie théorique selon le modèle 2 en traction-torsion en phase.
- Figure 87 : Durée de vie expérimentale en fonction de la durée de vie théorique selon le modèle 3 en traction-torsion en phase.
- Figure 88 : Evolution de la déformation plastique équivalente et de la fraction volumique maclée en fonction de l'angle de déphasage.
- Figure 89 : Evolution de la fraction volumique maclée en fonction de la déformation totale équivalente.

## **LISTE DES TABLEAUX**

- Tableau 1 : Composition chimique de l'alliage de magnésium-lithium.
- Tableau 2 : Propriétés physiques de l'alliage de magnésium-lithium.
- Tableau 3 : Propriétés mécaniques à température ambiante de l'alliage de magnésium-lithium.
- Tableau 4 : Résultats des essais de traction-compression.
- Tableau 5 : Coefficients de la loi de comportement monotone et cyclique en traction-compression.
- Tableau 6 : Coefficients de la courbe de résistance à la fatigue en traction-compression.
- Tableau 7 : Résultats des essais de torsion alternée.
- Tableau 8 : Coefficients de la loi de comportement monotone et cyclique en torsion alternée.
- Tableau 9 : Coefficients de la courbe de résistance à la fatigue en torsion alternée.
- Tableau 10 : Résultats des essais de traction-torsion en phase.
- Tableau 11 : Coefficients de la relation  $\Delta\varepsilon_{p,eq} = \varepsilon_f^* (N_R)^{c^*_{eq}}$ , de régression et facteur multiplicatif de dispersion des valeurs expérimentales et théoriques de la durée de vie pour les différents critères étudiés.
- Tableau 12 : Résultats des essais de traction-torsion déphasées.
- Tableau 13 : Valeurs des déformations équivalentes plastique et totale calculées à partir des équations (57-60, 62-65).

- Tableau 14 : Valeurs expérimentales de l'énergie plastique dissipée au cycle stabilisé et de son cumul en traction-compression.
- Tableau 15 : Valeurs expérimentales de l'énergie plastique dissipée au cycle stabilisé et de son cumul en torsion alternée.
- Tableau 16 : Valeurs expérimentales de l'énergie plastique dissipée au cycle stabilisé et de son cumul en traction-torsion en phase.
- Tableau 17 : Valeurs de l'énergie plastique dissipée et de son cumul en traction-torsion hors phase.
- Tableau 18 : Valeurs trouvées de la fraction volumique maclée pour chaque angle de déphasage  $\phi$ .
- Tableau 19 : Comparaison des déformations  $\epsilon_2$  et  $\epsilon_3$  pour le cas en phase et en quadrature de phase.
- Tableau 20 : Calcul de l'énergie plastique statique à partir des deux expressions (75) et (76).
- Tableau 21 : Prévisions de la durée de vie en traction-torsion combinées en phase à partir des trois modèles proposés.
- Tableau 22 : Prévisions de la durée de vie en traction-torsion combinées hors phase à partir des trois modèles proposés.
- Tableau 23 : Coefficients de la relation  $N_{\text{Rexp}} = a_{21} (N_{\text{Rth}})^{a_{22}}$  et de ceux de régression  $r$  ainsi que la dispersion entre les durées de vie expérimentales et théoriques pour le cas en phase.
- Tableau 24 : Coefficients de la relation  $N_{\text{Rexp}} = a_{21} (N_{\text{Rth}})^{a_{22}}$  et de ceux de régression  $r$  ainsi que la dispersion entre les durées de vie expérimentales et théoriques pour le cas hors phase.



## **LISTE DES PHOTOS**

- Photo 1 : Installation générale du banc d'essais.
- Photo 2 : Système de mesure de la déformation en torsion alternée.
- Photo 3 : Extensomètre optique pour la mesure de la déformation axiale.
- Photo 4 : Nature transgranulaire des fissures pour le cas en phase.
- Photo 5 : Nature transgranulaire des fissures pour le cas d'une quadrature de phase.
- Photo 6 : Vue de la faciès de rupture pour le cas en phase (présence de pseudo-clivages).
- Photo 7 : Vue de la faciès de rupture pour le cas d'une quadrature de phase (présence de pseudo-clivages).
- Photo 8 : Vue de la faciès de rupture pour le cas en phase (présence des traces de macles).
- Photo 9 : Vue de la faciès de rupture pour le cas d'une quadrature de phase (présence des traces de macles).
- Photo 10 : Fissuration du type B en traction-compression.
- Photo 11 : Fissuration du type A en torsion alternée.
- Photo 12 : Vue des macles en traction-torsion en phase.
- Photo 13 : Vue des macles en traction-torsion déphasées de 90°.
- Photo 14 : Montage utilisé pour le traitement et l'analyse d'images.

# *INTRODUCTION*

## INTRODUCTION

L'aéronautique moderne fait appel à des matériaux d'une grande résistance mécanique, de meilleure tenue en température et de faible densité.

Or, les alliages de magnésium (densité de 1,8), malgré des caractéristiques spécifiques supérieures à celles de l'aluminium (densité de 2,7) et une meilleure résistance thermique, restent relativement peu utilisés, du fait de leur mauvaise tenue à la corrosion.

Les progrès enregistrés ces dernières années (alliages de plus grande pureté résistant mieux à l'oxydation, développement de composites à matrice métallique) et au plan des techniques d'élaboration (solidification rapide, métallurgie des poudres, etc...) laissent espérer, dans le futur, une amélioration des caractéristiques de ces alliages.

Les développements récents portent sur les alliages à très haute pureté (type AZ91E ou WE 43). Ces derniers ont une tenue à la corrosion proche de celle des alliages d'aluminium-cuivre, associé à une résistance et une tenue à chaud satisfaisantes.

De nombreuses études ont été engagées à la fin des années 1980. Elles portent sur des matériaux composites à matrice magnésium avec renforcement soit par particules ( $\text{SiC-Al}_2\text{O}_3$ ), soit par préformes de fibres localisées dans certaines parties de pièces. Actuellement la recherche est orientée vers l'élaboration en solidification rapide d'alliages ou de composites renforcés par particules ou fibres.

en vue de développer le peu de travaux qui ont été menés dans le cadre de cette étude surtout dans le domaine de fatigue sous chargement non proportionnel, notre objectif est d'étudier l'influence du déphasage en fatigue oligocyclique d'un alliage de magnésium-lithium et de décrire ses caractéristiques mécaniques et cristallographiques.

Ce travail sera organisé de la manière suivante : dans le premier chapitre, nous exposerons l'étude bibliographique se rapportant à la fatigue oligocyclique sous sollicitation multiaxiale en phase et hors phase, ainsi que les différents critères de dimensionnement en fatigue existants dans la littérature.

Le deuxième chapitre, concernera les conditions expérimentales. La machine de fatigue et le matériau utilisés seront décrits dans leur principe, ainsi que les différents types d'essais effectués.

Le troisième chapitre sera consacré à une discussion des résultats expérimentaux.

Dans le quatrième chapitre, une étude métallographique du matériau utilisé, nous permettra d'éclaircir et donner ainsi une explication physique aux différents résultats rencontrés.

Nous présenterons dans le chapitre cinq, plusieurs modélisations de la durée de vie du matériau en fatigue oligocyclique multiaxiale en phase et hors phase.

Enfin, une conclusion générale fera le bilan de ce mémoire.

***CHAPITRE 1:***  
***ETUDE BIBLIOGRAPHIQUE***

- I. INTRODUCTION GENERALE**
- II. CRITERES DE FATIGUE OLIGOCYCLIQUE MULTIAXIALE**
- III. CAS DE FATIGUE OLIGOCYCLIQUE MULTIAXIALE DEPHASEE**
- IV. CONCLUSION**

## **I. INTRODUCTION GENERALE**

Le phénomène de fatigue caractérise l'altération et la rupture d'une pièce soumise à des efforts variables au cours du temps, cette même pièce pouvant supporter sans risque un effort statique d'intensité supérieure.

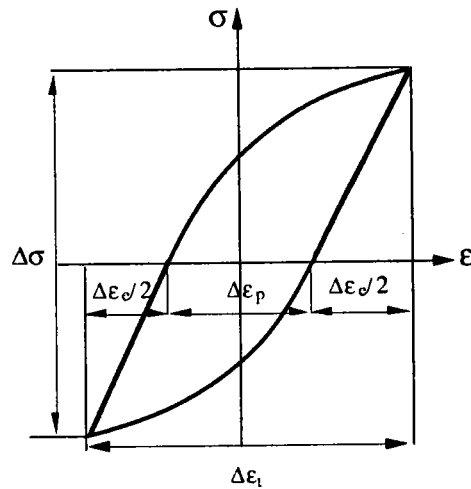
La plupart des fissures de fatigue qui conduisent à la rupture des pièces mécaniques s'amorcent dans des zones critiques se situant soit en surface, où les contraintes imposées sont souvent maximales, soit dans des zones de concentration de contraintes.

Dans ces régions, bien avant la rupture, la structure subit des dommages. C'est la phase d'amorçage qui correspond à la naissance et à la croissance stable de microfissures représentant la quasi-totalité de la durée de vie de la pièce.

La progression de ces microfissures conduit à des macrofissures. Il y a alors endommagement macroscopique. Le matériau ne peut être considéré comme un milieu continu. C'est la phase de propagation instable conduisant à la rupture du matériau.

Les recherches sur la rupture par fatigue oligocyclique c'est à dire celle provoquée par un faible nombre de cycles ont surtout pris de l'importance depuis 1960 grâce aux travaux de COFFIN [1], MANSON [2], MORROW [3], d'une part et à l'évolution importante des techniques expérimentales d'autre part.

COFFIN [1] définit le domaine de fatigue oligocyclique comme celui où la rupture se produit en moins de 50.000 cycles. Il est caractérisée par l'existence d'une hystérésis mécanique et se mesure par l'amplitude de la déformation plastique de l'éprouvette. Depuis quelques années, le champ d'étude de la fatigue oligocyclique s'est précisé. Il est considéré comme un moyen d'investigation particulier qui se réfère plutôt à l'amplitude de la déformation plastique et non à la contrainte ; de ce fait, le nombre de cycles à rupture peut être supérieur à 50.000 (figure 1).



**Figure 1** : Nomenclature des termes et symboles utilisés pour les essais de fatigue oligocyclique.

## **II . LA FATIGUE OLIGOCYCLIQUE MULTIAXIALE**

### **II.1. Introduction :**

Pendant longtemps, les études dans le domaine de la fatigue oligocyclique multiaxiale ont été menées surtout à l'aide d'essais de fatigue uniaxiale.

Depuis une vingtaine d'années, l'évolution technologique des moyens expérimentaux donnent aux chercheurs grâce aux bancs d'essais plus sophistiqués, les différentes possibilités de simuler les situations les plus proches de la réalité. Cependant l'analyse reste difficile de part la multiplicité des paramètres : le déphasage entre les différentes sollicitations, l'ampleur des efforts et le trajet de chargement.

Devant la diversité des cas possibles, il est nécessaire de distinguer deux types de sollicitations combinées :

- \* les chargements proportionnels : la sollicitation appliquée peut être décomposée en efforts simples variant en phase. Les essais classiques de fatigue alternée ou non répondent à cette définition.

- \* les chargements non proportionnels : ils représentent la majorité des configurations que l'on rencontre dans la pratique.

Quelque soit le type de chargement, la détérioration de pièces mécaniques par fatigue est un problème très important pour le coût et la sécurité. De nombreux systèmes complexes tels que avions, automobiles, réacteurs nucléaires et autres, sont constitués de différents éléments soumis à des sollicitations variables. Il est indispensable de les dimensionner correctement à la fatigue afin d'en assurer la sécurité et la fiabilité. L'industriel a donc besoin pour cela d'un outil de calcul et de critères.

## **II.2. Critères de fatigue oligocyclique multiaxiale :**

Jusqu'à une époque très récente, la prévision en fatigue multiaxiale se faisait à l'aide de lois simples, établis à partir d'essais uniaxiaux, telles que la loi de MANSION-COFFIN ou celle de BASQUIN qui relie respectivement le nombre de cycles à rupture à la déformation plastique et à la contrainte d'écrouissage cyclique. Les contraintes et les déformations utilisées sont calculées par des moyens plus réalistes en utilisant par exemple des calculs numériques par éléments finis.

Aujourd'hui la réalisation de pièces de plus en plus complexes, soumises à des états de contraintes bi ou tridimensionnels nécessite de nouvelles approches expérimentales et des calculs de plus en plus raffinés.

Afin de prévoir la durée de vie de pièces soumises à des sollicitations de fatigue, les bureaux d'étude disposent de différents critères de dimensionnement.

Depuis 1886, date des premiers travaux connus en fatigue multiaxiale, diverses méthodes de calcul de pièces soumises à des chargements complexes de fatigue ont été proposées. Ces méthodes doivent répondre aux exigences suivantes :

- être intrinsèque, c'est à dire indépendant du choix de repères,
- rendre compte du plus grand nombre de résultats expérimentaux possibles avec une formulation unique, si possible simple et nécessitant peu de paramètres,
- traduire au mieux l'influence du trajet de chargement.



Les différents critères peuvent se regrouper en deux groupes suivant le concept qu'ils utilisent [4] :

- les critères globaux,
- les critères locaux.

### **II.2.1. Les critères globaux**

Ce sont les critères dont nous qualifions la formulation de globale car ils sont généralement basés sur les théories de la plasticité ou développés de façon empirique.

#### **II.2.1.1. Modèles dérivants des critères de plasticité**

L'amorçage des fissures de fatigue, comme la déformation, résulte du glissement dans des grains qui a pour origine le cisaillement des plans cristallographiques. C'est pourquoi de nombreux critères de dimensionnement en fatigue dérivent des lois de la plasticité des métaux ductiles sous chargement monotone.

Parmi les critères les plus utilisés [5, 6] nous avons étudié :

- le critère de TRESCA,
- le critère de VON MISES,
- le critère de la contrainte octaédrale.

##### **II.2.1.1.1. Le critère de TRESCA**

Ce critère fait appel à la théorie de la contrainte tangentielle maximale  $\tau_{\max}$ . Si les contraintes principales sont notées  $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$  et  $Re$  la limite d'élasticité en traction, le critère a la forme suivante :

$$\tau_{\max} \geq Re \quad (1)$$

avec

$$\tau_{\max} = \text{Sup}_{i \neq j} (|\sigma_i - \sigma_j|) \quad (i, j = 1, 2, 3) \quad (2)$$

### II.2.1.1.2. Le critère de VON MISES

Cette théorie considère la contrainte tangentielle octaédrale maximale  $\tau_{\text{oct}}$ . Elle s'exprime par :

$$\tau_{\text{oct}} \geq \sqrt{2} \text{ Re} \quad (3)$$

avec

$$\tau_{\text{oct}} = \sqrt{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2} \quad (4)$$

### II.2.1.1.3. Le critère de la contrainte octaédrale

Ce critère fait appel à la théorie d'écoulement plastique en terme de la contrainte octaédrale  $\tau_{\text{oct}}$  et s'énonce de la manière suivante :

$$\tau_{\text{oct}} \geq \frac{\sqrt{3}}{2} \text{ Re} \quad (5)$$

avec

$$\tau_{\text{oct}} = \sqrt{\frac{1}{3} \left\{ (\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2 \right\}} \quad (6)$$

### II.2.1.2. Critères empiriques

Différents auteurs, TAIRA et al [7], NISHIHARA et KAWAMOTO [8] ou GOUGH et POLLARD [9], ont établi des critères empiriques afin de corréler les résultats d'essais.

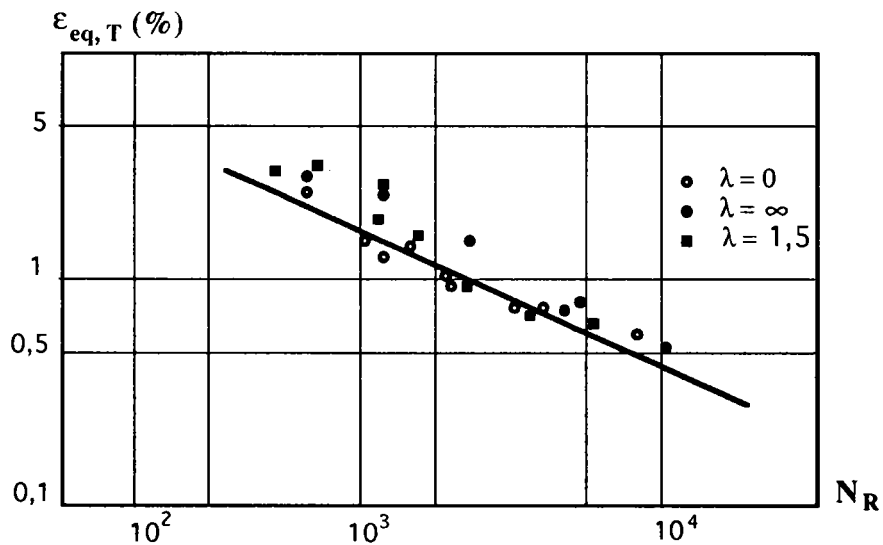
TAIRA et al [7] ont réalisé des essais de fatigue oligocyclique sur des éprouvettes tubulaires en acier (0,16% de carbone) sous sollicitations combinées, et ont établi une corrélation liant les déformations équivalentes au sens de VON MISES ou au sens de TRESCA, aux déformations définies de la façon suivante :

- au sens de VON MISES : 
$$\epsilon_{eq,VM} = \epsilon \sqrt{1 + \frac{\lambda^2}{3}} \quad (7)$$

- au sens de TRESCA : 
$$\epsilon_{eq,T} = \epsilon \sqrt{1 + \frac{\lambda^2}{4}} \quad (8)$$

où  $\epsilon_{eq,VM}$  : la déformation équivalente au sens de VON MISES,  
 $\epsilon_{eq,T}$  : la déformation équivalente au sens de TRESCA,  
 $\lambda$  : le rapport de déformations angulaire  $\gamma$  et axiale  $\epsilon$ .

Les auteurs [7] ont montré que les déformations équivalentes au sens de TRESCA donnent une meilleure corrélation comparée à celles obtenues au sens de VON MISES (figure 2 et 3).



**Figure 2** : Application du critère de la déformation équivalente du type TRESCA [7].

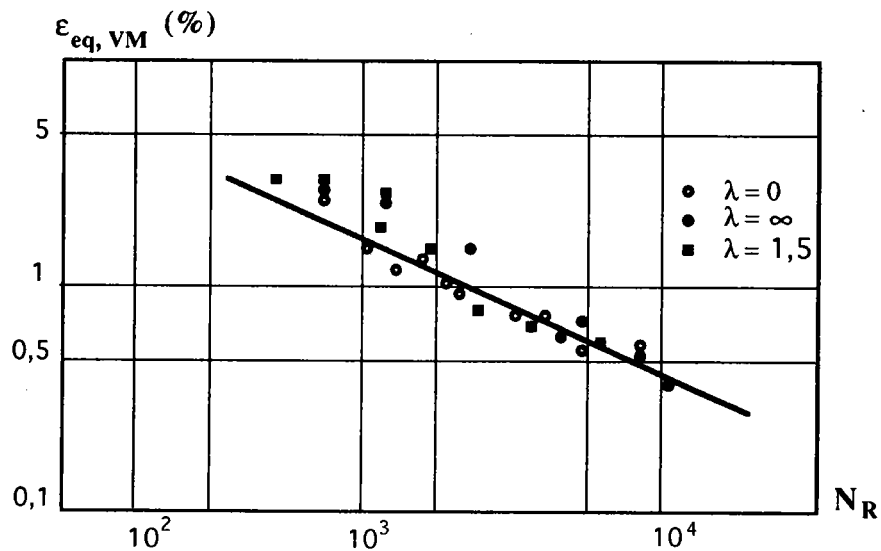


Figure 3: Application du critère de la déformation équivalente du type VON MISES [7].

## II.2.2. Les critères locaux

La formulation de ces critères est qualifiée de locale car ils sont développés à partir de l'observation des mécanismes physiques conduisant à la rupture. On peut citer à titre d'exemple :

- le critère de BROWN et MILLER,
- le critère de KANDIL,
- le critère de LOHR et ELLISON,
- le critère de KONTER.

### II.2.2.1. Le critère de BROWN et MILLER [10]

#### II.2.2.1.1. Définition

Ce critère découle de considérations empiriques et s'exprime en déformation. Les paramètres qui influencent la rupture sont :

- le cisaillement maximum  $\gamma_{max}$ ,
- la déformation normale au plan de cisaillement maximum  $\epsilon_n$ .

En notant  $\epsilon_1$ ,  $\epsilon_2$  et  $\epsilon_3$  les déformations principales ( $\epsilon_1 > \epsilon_2 > \epsilon_3$ ), pour une endurance donnée, leur critère s'écrit sous la forme générale :

$$\frac{\epsilon_1 - \epsilon_3}{2} = f\left(\frac{\epsilon_1 + \epsilon_3}{2}\right) \quad (9)$$

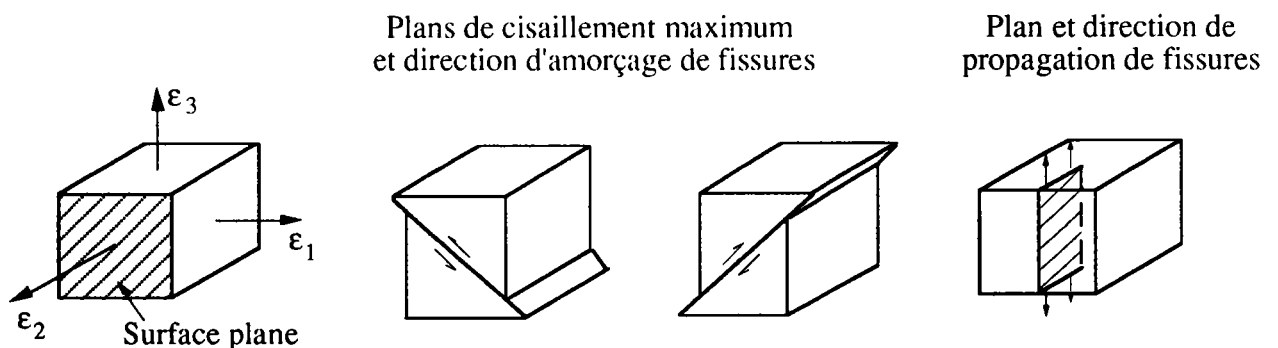
Lors d'un chargement symétrique, la durée de vie est fonction de ces deux paramètres :  $\gamma_{\max}$  et  $\epsilon_n$ . Dans le plan  $\Gamma$  défini par  $(\gamma_{\max}, \epsilon_n)$ , les courbes d'isodurée de vie sont représentées par :

$$\frac{\gamma_{\max}}{2} = f(\epsilon_n, N_R) \quad (10)$$

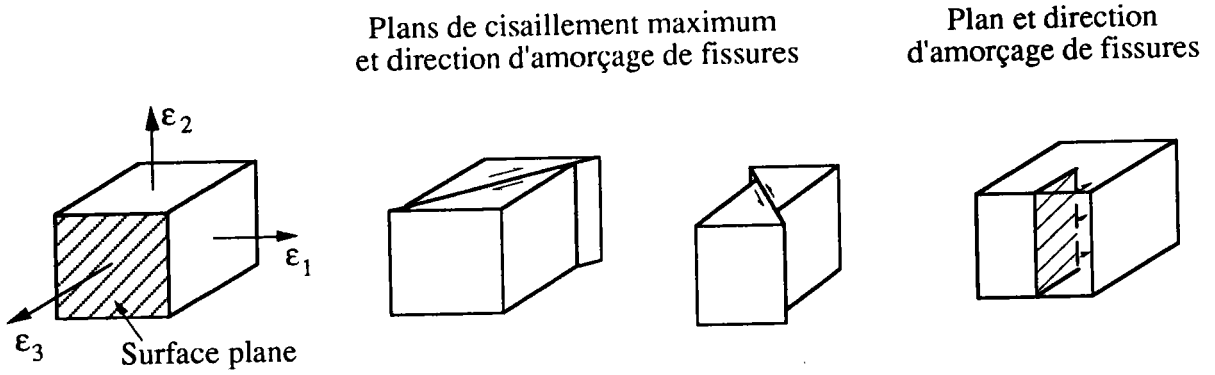
Deux cas sont possibles. Ils correspondent à l'orientation de la surface libre par rapport aux axes principaux de déformation.

Cas A : la déformation principale maximale est parallèle à la surface libre (figure 4),

Cas B : la déformation principale maximale est perpendiculaire à la surface libre (figure 5).

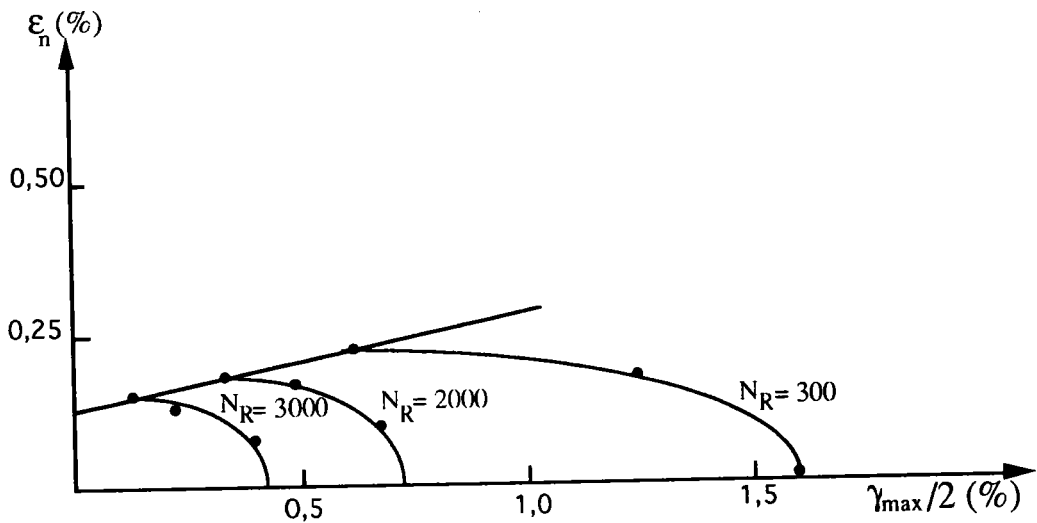


**Figure 4** : Les plans de cisaillement maximum et la direction de fissuration pour le cas A.

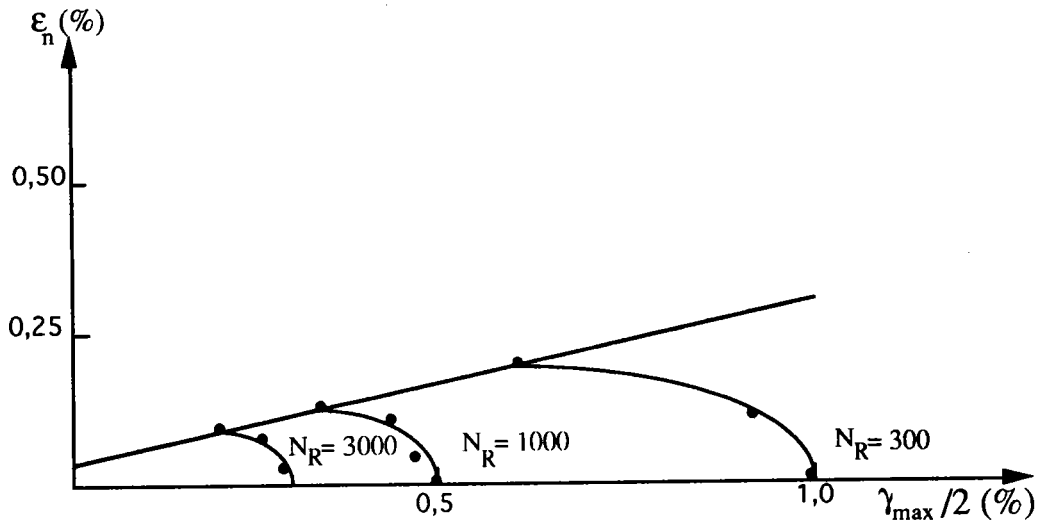


**Figure 5** : Les plans de cisaillement maximum et la direction de fissuration pour le cas B.

Les figures (6 et 7) représentent ces courbes dans le plan  $\Gamma \left( \frac{\gamma_{\max}}{2}, \epsilon_n \right)$  pour un acier du type : 1% Cr.Mo.V à température ambiante et à 565 °C.



**Figure 6** : Courbe d'isodurée de vie pour l'acier 1 % Cr.Mo.V à 20°C [10].



**Figure 7** : Courbe d'isodurée de vie pour l'acier 1 % Cr.Mo.V à 565°C [10].

Dans le cas d'un chargement traction-torsion, les courbes d'isodurée de vie peuvent être représentées par une équation du type :

$$\left(\frac{\gamma_{\max}}{2g}\right)^j + \left(\frac{\epsilon_n}{h}\right)^j = 1 \quad (11)$$

où  $g, h, j$  sont des paramètres qui dépendent de la durée de vie  $N_R$ .

La déformation équivalente selon BROWN et MILLER se formule de la façon suivante :

**Cas A :** 
$$\epsilon_{\text{eq}}^{a_1} = \left(\frac{\gamma_{\max}}{2a_2}\right)^{a_1} + \left(\frac{\epsilon_n}{a_3}\right)^{a_1} \quad (12)$$

**Cas B :** 
$$\epsilon_{\text{eq}} = \frac{\gamma_{\max}}{2} \quad (13)$$

avec  $a_1 = 2$  pour les matériaux ductiles  
 $a_1 = 1$  pour les matériaux fragiles.  
 $a_2$  et  $a_3$  sont des constantes.

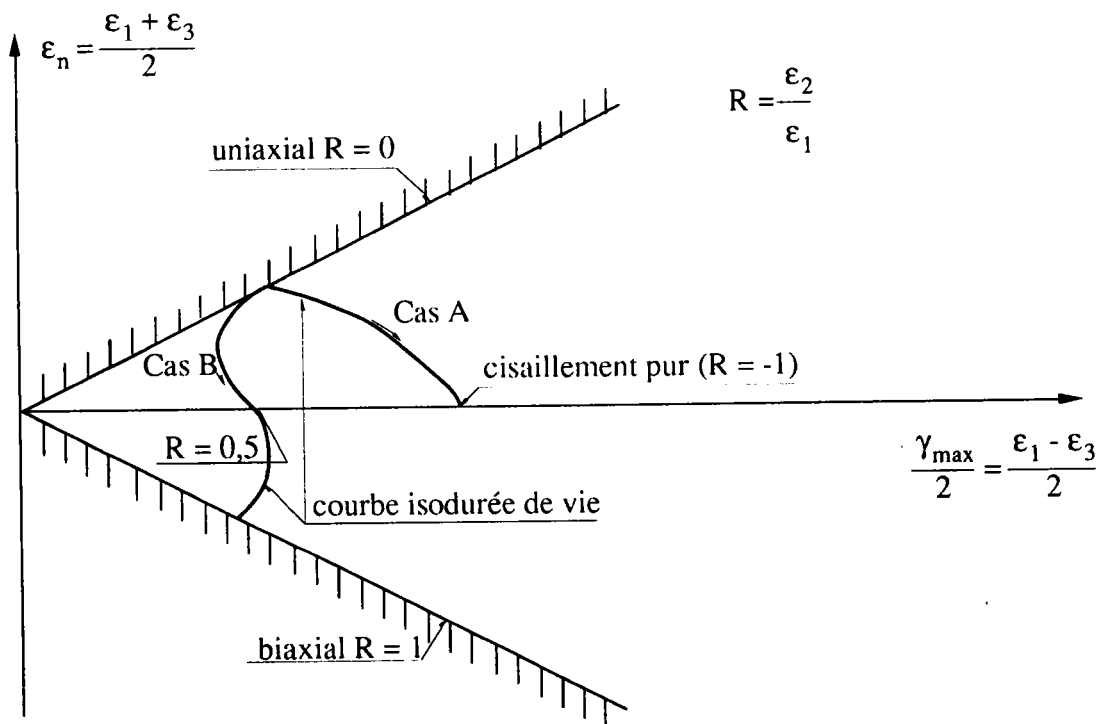
**II.2.2.1.2. Analyse du critère [10]**

- Le choix des paramètres  $\gamma_{\max}$  et  $\epsilon_n$ , fait de ce critère un critère non intrinsèque.
- Le cas d'un cyclage proportionnel à amplitude variable inclut à la fois des déformations élastiques et inélastiques. Les résultats d'essais en fatigue multiaxiale tracés dans le plan  $\Gamma$  dépendent fortement du domaine anélastique.

Les figures (8 et 9), illustrent les déformations obtenues dans le plan  $\Gamma$ .

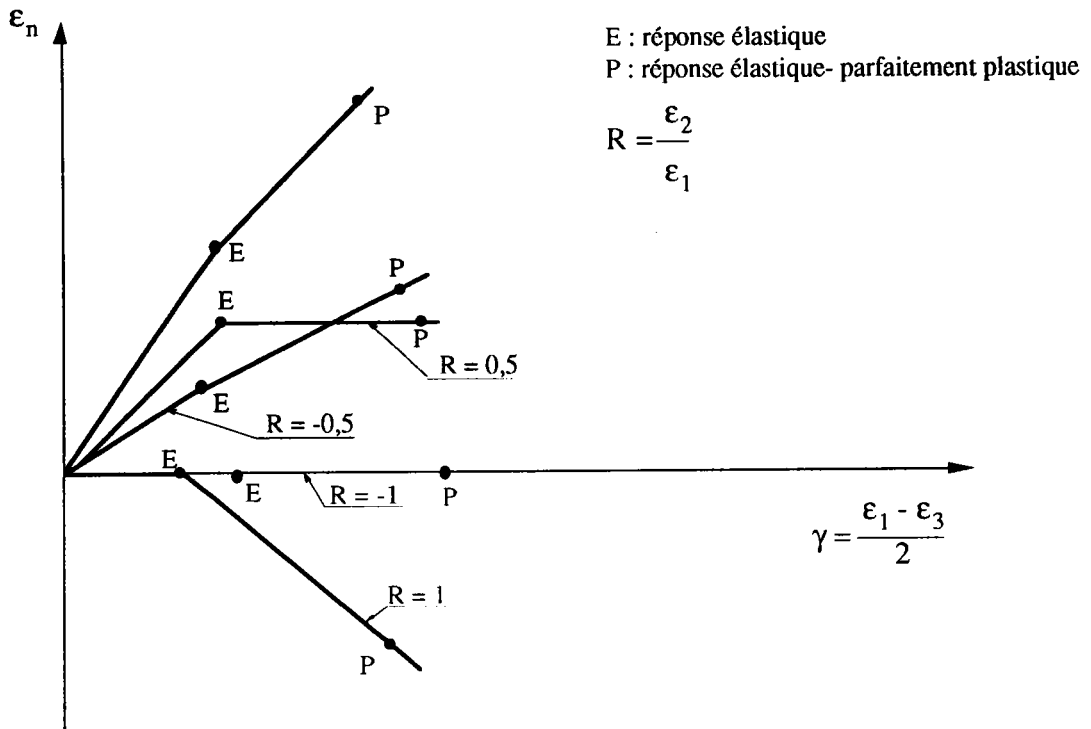
- Dans le cas d'un chargement non proportionnel à directions principales fixes, la difficulté réside dans le choix du plan  $\Gamma$  approprié pour définir l'endommagement.

Dans ce cas la courbe réponse en contrainte-déformation est donnée par la (figure 10), l'évolution des paramètres  $\gamma_{\max}$  et  $\epsilon_n$  a été étudiée dans les trois plans de cisaillement  $(z ; \theta)$ ,  $(z ; r)$  et  $(r ; \theta)$  (figure 11).

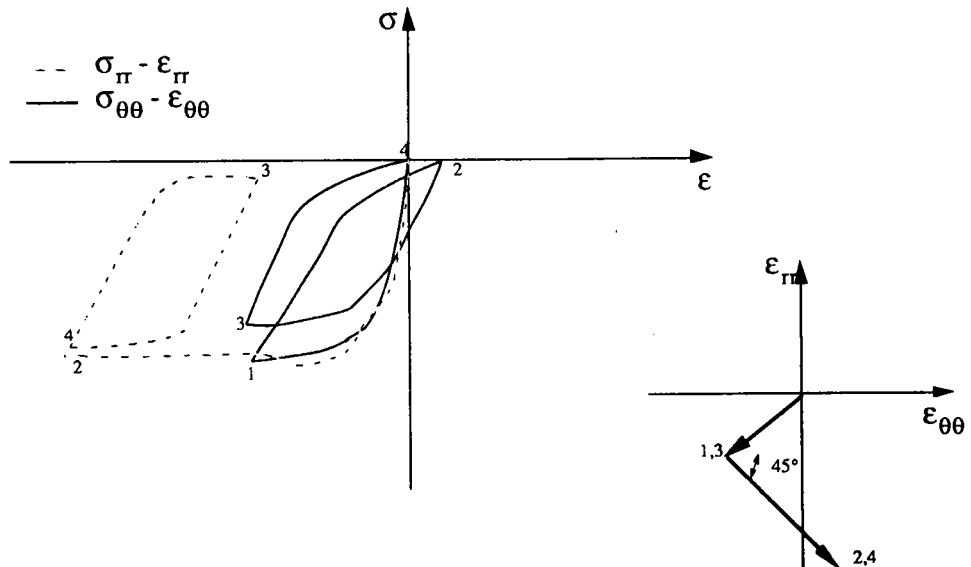


**Figure 8** : Représentation du plan  $\Gamma$  en fatigue multiaxiale proportionnelle [11].

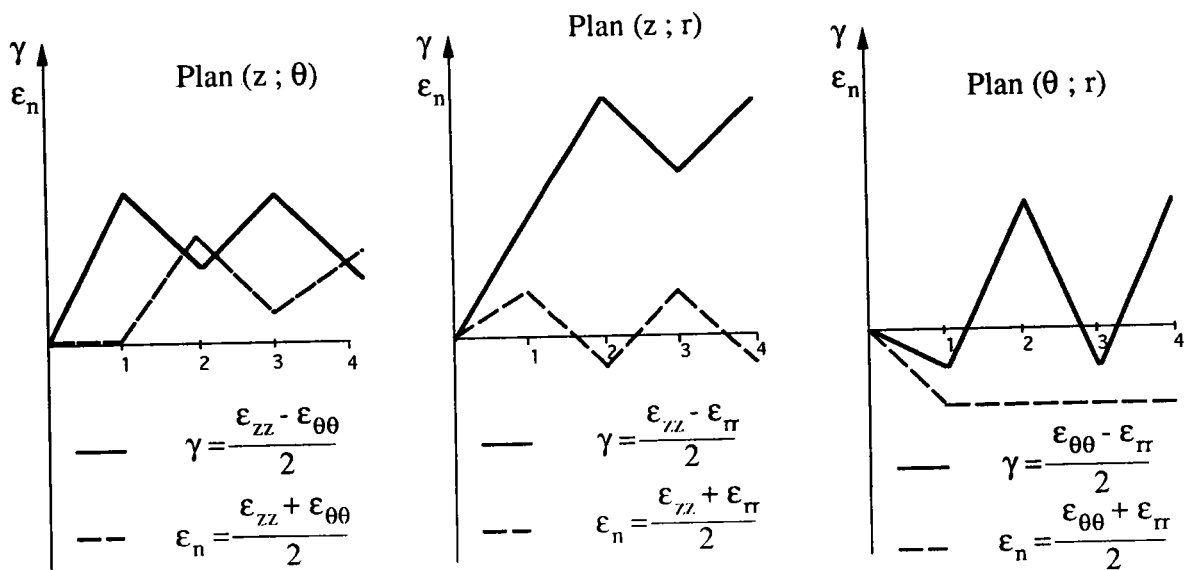




**Figure 9** : Illustration des changements obtenus dans le plan  $\Gamma$  en considérant une réponse élastique puis élastoplastique du matériau [11].



**Figure 10** : Réponse en contrainte-déformation pour un chargement non proportionnel [11].



**Figure 11** : Evolution de la déformation normale  $\epsilon_n$  et la déformation de cisaillement  $\gamma$  pour trois plans de cisaillement [11].

Les observations suivantes ont été faites :

- le plan de cisaillement maximum est le plan (z ; r),
- le plan d'amplitude de cisaillement maximum est le plan (r ;  $\theta$ ),
- le plan de déformation normale  $\epsilon_n$  maximale est le plan (z ;  $\theta$ ).

Tout plan de cisaillement peut être potentiellement le plan approprié pour définir l'endommagement dans le cas de chargements non proportionnels.

Pour le cas d'un chargement non proportionnel dont les plans principaux tournent, le choix de la valeur de  $\gamma_{\max}$  est insuffisant.

En résumé, le critère de BROWN et MILLER met en valeur la nature directionnelle de l'endommagement, mais a le désavantage d'être basé uniquement sur la déformation. La généralisation au cas de chargement non proportionnel pour des histoires d'amplitude variable reste difficile.

### II.2.2.2. Le critère de KANDIL [10]

A partir d'une extension de la théorie de BROWN et MILLER, l'auteur a proposé pour la déformation plastique équivalente, la définition suivante :

$$\epsilon_{eq} = \gamma_{max} + a_4 \cdot \epsilon_n \quad (14)$$

où  $a_4$  est une constante du matériau qui est égale à l'unité pour les essais de traction-torsion en phase.

### II.2.2.3. Le critère de LHOR et ELLISON [12, 13]

LHOR et ELLISON ont développé un dispositif d'essai permettant d'obtenir des cycles de fatigue alternée pour tout rapport de contraintes ou de déformations biaxiées.

A partir d'expériences sur un acier à 1 % Cr.Mo, ils ont conclu au plus grand danger du cisaillement rentrant de type B, quelque soit la configuration du chargement. Les auteurs [12, 13] ont proposé alors de modifier le paramètre choisi par BROWN et MILLER, en remplaçant  $\gamma_{max}$  par  $\gamma^*$  qui est le cisaillement rentrant dans le matériau (fissuration de type B) et  $\epsilon_n$  par la déformation normale  $\epsilon^*$  au plan de cisaillement où opère  $\gamma^*$ .

Le critère proposé est une loi du type :

$$\gamma^* + a_5 \cdot \epsilon^* = f(N_R) \quad (15)$$

$$\text{avec} \quad \gamma^* = \frac{\epsilon_1 - \epsilon_2}{2} \quad \text{et} \quad \epsilon^* = \frac{\epsilon_1 + \epsilon_2}{2} \quad (16)$$

où  $a_5$  est une constante empirique.

Ce critère procure une bonne corrélation avec les données expérimentales concernant l'acier QT 35 (figure 12).

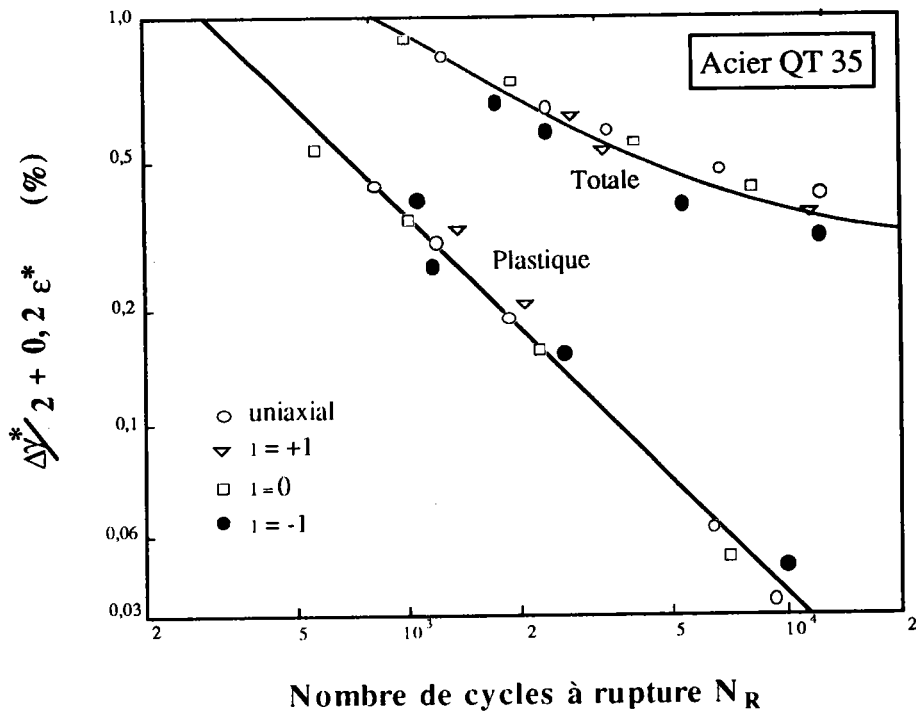


Figure 12 : Corrélation de l'équation (15) pour un acier à 1 % Cr.Mo.V [12, 13].

#### II.2.2.4. Le critère de KONTER et al [14]

Ces auteurs ont mené des essais sur deux types d'acier, le premier est un acier austénitique 18Cr-11Ni testé à 20°C et 550°C, l'autre est un acier ferritique Cr-Mo testé à 550°C. Ces essais ont été effectués en fatigue oligocyclique pour plusieurs rapports de déformation. A partir des données obtenues, ils ont proposé une expression quadratique pour le cisaillement du type A.

$$\Delta \epsilon_{\text{eq}}^2 = (16 - 9a_6) \cdot \Delta \epsilon_n^2 + a_6 \cdot \Delta \gamma_{\text{max}}^2 \quad (17)$$

où  $a_6$  est une constante du matériau.

Cette relation est élargie au type B, en remplaçant la constante  $a_6$  par la constante  $a_7$  :

$$a_7 = \frac{8}{3} - a_6 \quad (18)$$

### II.2.3. Critère énergétique

En fatigue oligocyclique, l'énergie est dissipée par la déformation plastique, une partie de cette énergie est convertie en chaleur et l'autre partie en énergie de déformation plastique.

La résistance du matériau à la fatigue peut être caractérisée en terme de capacité à absorber ou dissiper une grande quantité d'énergie de déformation plastique.

Par conséquent, pour prédire la durée de vie en fatigue oligocyclique d'un métal, une estimation de l'énergie de déformation plastique par cycle est nécessaire.

HALFORD [15] a proposé une relation qui exprime l'énergie de déformation plastique par cycle  $\Delta W_{pl}$ , en mesurant l'aire d'une boucle d'hystérésis obtenue en fatigue oligocyclique uniaxiale (figure 13).

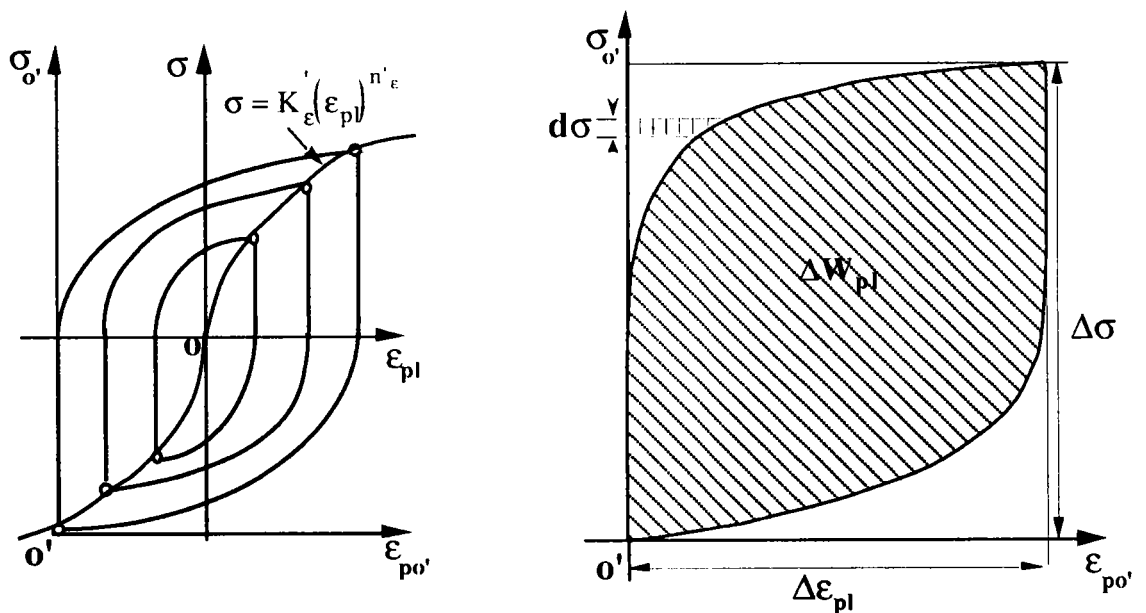


Figure 13 : Calcul de l'aire d'une boucle d'hystérésis.

$$\Delta W_{pl} = \int_0^{\Delta \varepsilon_{pl}} \Delta \sigma \cdot d\varepsilon_{pl} = \Delta \sigma \cdot \Delta \varepsilon_{pl} - 2 \int_0^{\Delta \sigma} \varepsilon_{po'} \cdot d\sigma \quad (19)$$

Il a pu établir aussi à partir de nouvelles coordonnées  $\sigma_o'$  et  $\varepsilon_{po}'$  menées depuis  $o'$ , une fonction de la forme :

$$\varepsilon_{po'} = \Delta \varepsilon_{pl} \left( \frac{\sigma_o'}{\Delta \sigma} \right)^{\frac{1}{n'_\varepsilon}} \quad (20)$$

où  $n'_\varepsilon$  est le coefficient d'érouissage cyclique.

Si dans l'équation (19) on remplace  $\varepsilon_{po}'$  par l'expression (20) et que l'on intègre, on obtient après réduction :

$$\Delta W_{pl} = \Delta \sigma \cdot \Delta \varepsilon_{pl} \left( \frac{1 - n'_\varepsilon}{1 + n'_\varepsilon} \right) \quad (21)$$

En substituant dans l'équation (21) la relation contrainte-déformation [16] :

$$\Delta \varepsilon_{pl} = (K'_\varepsilon)^{-\frac{1}{n'_\varepsilon}} (\Delta \sigma)^{\frac{1}{n'_\varepsilon}} \quad (22)$$

On obtient l'expression de l'énergie plastique dissipée par cycle proposée par HALFORD [15] :

$$\Delta W_{pl} = (K'_\varepsilon)^{-\frac{1}{n'_\varepsilon}} \left( \frac{1 - n'_\varepsilon}{1 + n'_\varepsilon} \right) (\Delta \sigma)^{\frac{1 + n'_\varepsilon}{n'_\varepsilon}} \quad (23)$$

Cette énergie par cycle est globalement constante durant le cyclage. Dans ce cas l'énergie totale  $W_R$  est alors :

$$W_R = \Delta W_{pl} * N_R = \left[ (K'_\varepsilon)^{-\frac{1}{n'_\varepsilon}} \left( \frac{1 - n'_\varepsilon}{1 + n'_\varepsilon} \right) (\Delta \sigma)^{\frac{1 + n'_\varepsilon}{n'_\varepsilon}} \right] * N_R \quad (24)$$

L'extension du travail de HAVARD [17] à l'état de contrainte biaxiale a été suggérée par LEFEBVRE [18]. Ce dernier a proposé pour définir l'énergie plastique par cycle l'équation suivante :

$$\Delta W_{pl,eq} = (K')^{-\frac{1}{n'}} \left( \frac{1 - n'}{1 + n'} \right) (\Delta \sigma_{a,VM})^{\frac{1+n'}{n'}} \quad (25)$$

Les coefficients  $K'$  et  $n'$  sont déterminés à partir de la relation cyclique contrainte-déformation :

$$\Delta \varepsilon_{pl,VM} = (K')^{-\frac{1}{n'}} (\Delta \sigma_{a,VM})^{\frac{1}{n'}} \quad (26)$$

où  $\Delta \varepsilon_{pl,VM}$  et  $\Delta \sigma_{a,VM}$  sont les amplitudes de la déformation plastique et de la contrainte équivalentes de VON MISES.

### III - CAS DE FATIGUE OLIGOCYCLIQUE MULTIAXIALE DEPHASEE

Peu de chercheurs ont étudié ce cas de chargement nous citerons :

- les travaux de KANAZAWA et al [19],
- les travaux de CAILLETAUD et al [20],
- les travaux de JACQUELIN et al [21].

#### III.1. Travaux de KANAZAWA et al

La nouvelle approche proposée par ces auteurs [19] en fatigue multiaxiale est basée sur des observations physiques du processus de déformation et sur la propagation des fissures. Elle permet d'aboutir aux paramètres  $\gamma_{max}$  et  $\varepsilon_n$  pour corréler le comportement en fatigue multiaxiale.

Cette approche peut être étendue au chargement cyclique hors phase [22] pour prédire non seulement la durée de vie mais aussi les plans de fissuration.

Les auteurs [19] ont procédé à l'étude en fatigue multiaxiale déphasée sur un acier à 1% de chrome pour caractériser l'influence du déphasage sur les paramètres  $\gamma_{\max}$  et  $\epsilon_n$ .

Les éprouvettes tubulaires testées sont sollicitées en traction-torsion en phase et hors phase. Les déformations sinusoïdales appliquées sont définies par :

$$\epsilon(t) = \epsilon_a \sin(\omega t) \quad (27)$$

$$\gamma(t) = \lambda \epsilon_a \sin(\omega t - \phi) \quad (28)$$

avec  $\lambda$  : le rapport des amplitudes de déformation axiale  $\epsilon_a$  et angulaire  $\gamma_a$ ,  
 $\epsilon_a$  : l'amplitude de déformation axiale,  
 $\phi$  : l'angle de déphasage,  
 $\epsilon(t)$  : la déformation axiale instantanée,  
 $\gamma(t)$  : la déformation angulaire instantanée,  
 $\omega$  : la pulsation.

Leurs travaux ont permis de constater :

- les effets du déphasage  $\phi$  sur la durée de vie et sur le développement des fissures,

- les paramètres critiques qui gouvernent l'amorçage des fissures de fatigue sont l'amplitude maximale de cisaillement  $\Delta\gamma_{\max}$  et l'amplitude de la déformation normale au plan de cisaillement maximum  $\Delta\epsilon_n$ .

Le plan de cisaillement maximum est définie comme étant l'angle  $\psi$  entre la déformation normale  $\epsilon_n$  et l'axe de l'éprouvette (figure 14). La détermination de ce plan se fait à partir de l'analyse des déformations.



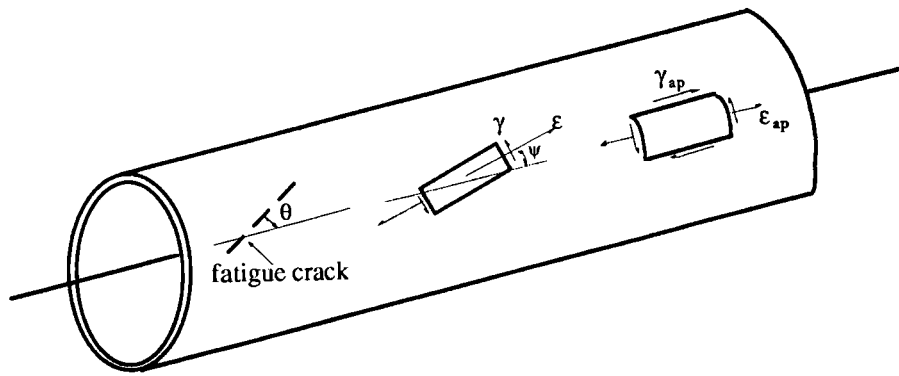


Figure 14 : Déformations dans les éprouvettes tubulaires.

La formulation de la déformation de cisaillement est donnée par l'équation (29) :

$$\gamma(t) = \epsilon_a \sqrt{[\lambda \cos(2\psi) \cos(\phi) - (1 + \nu) \sin(2\psi)]^2 + [\lambda \cos(2\psi) \sin(\phi)]^2} \sin(\omega t + \chi) \quad (29)$$

$$\gamma(t) = \gamma_{a\psi} \sin(\omega t + \chi) \quad (30)$$

avec 
$$\gamma_{a\psi} = \epsilon_a \sqrt{[\lambda \cos(2\psi) \cos(\phi) - (1 + \nu) \sin(2\psi)]^2 + [\lambda \cos(2\psi) \sin(\phi)]^2}$$

où  $\gamma_{a\psi}$  : l'amplitude de déformation angulaire dépendant de  $\psi$   
 $\chi$  : le déphasage de la déformation  $\gamma(t)$  par rapport à  $\gamma_{a\psi}$  tel que :

$$\text{tg}(\chi) = - \frac{\lambda \cos(2\psi) \sin(\phi)}{\lambda \cos(2\psi) \cos(2\phi) - (1 + \nu) \sin(2\psi)} \quad (31)$$

De même celle de la déformation normale au plan est du type :

$$\epsilon_n(t) = \epsilon_a \sqrt{[2(1 + \nu) \cos^2(\psi) - 2\nu + \lambda \sin(2\psi) \cos(\phi)]^2 + [\lambda \sin(\phi) \sin(2\psi)]^2} \sin(\omega t - \xi) \quad (32)$$

soit : 
$$\epsilon_n(t) = \epsilon_{a\psi} \sin(\omega t - \xi) \quad (33)$$

$$\text{avec } \varepsilon_{a\psi} = \varepsilon_a \sqrt{\left[2(1 + \nu) \cos^2(\psi) - 2\nu + \lambda \sin(2\psi) \cos(\phi)\right]^2 + [\lambda \sin(\phi) \sin(2\psi)]^2}$$

où  $\varepsilon_{a\psi}$  : l'amplitude de déformation axiale dépendant de  $\psi$ ,  
 $\nu$  : le coefficient de poisson,  
 $\xi$  : le déphasage de la déformation  $\varepsilon_n(t)$  par rapport à  $\varepsilon_{a\psi}$  tel que :

$$\text{tg}(\xi) = \frac{\lambda \sin(\phi) \sin(2\psi)}{(1 + \nu) \cos(2\psi) + (1 - \nu) + \lambda \cos(\phi) \sin(2\psi)} \quad (34)$$

Le plan de la déformation de cisaillement maximale est celui où l'amplitude de cisaillement est maximale pour l'angle  $\psi_m$  soit :  $d\gamma_{a\psi}/d\psi = 0$ . Ce qui permet d'accéder à l'angle  $\psi_m$  :

$$\text{tg}(4\psi_m) = \frac{2 \lambda (1 + \nu) \cos(\phi)}{(1 + \nu)^2 - \lambda^2} \quad (35)$$

Les auteurs [19] ont déduit ainsi l'amplitude de déformation de cisaillement maximale  $\Delta\gamma_{\max}$  et l'amplitude de déformation normale  $\Delta\varepsilon_n$  par les expressions suivantes :

$$\Delta\gamma_{\max} = \sqrt{2} \varepsilon_a \sqrt{\lambda^2 + (1 + \nu)^2 + \sqrt{\left[(1 + \nu)^2 - \lambda^2\right]^2 + [2\lambda (1 + \nu) \cos(\phi)]^2}} \quad (36)$$

$$\Delta\varepsilon_n = \frac{\varepsilon_a}{2} \sqrt{\left[2(1 + \nu) \cos^2(\phi) - 2\nu + \lambda \sin(2\psi) \cos(\phi)\right]^2 + [\lambda \sin(2\psi) \sin(\phi)]^2} \quad (37)$$

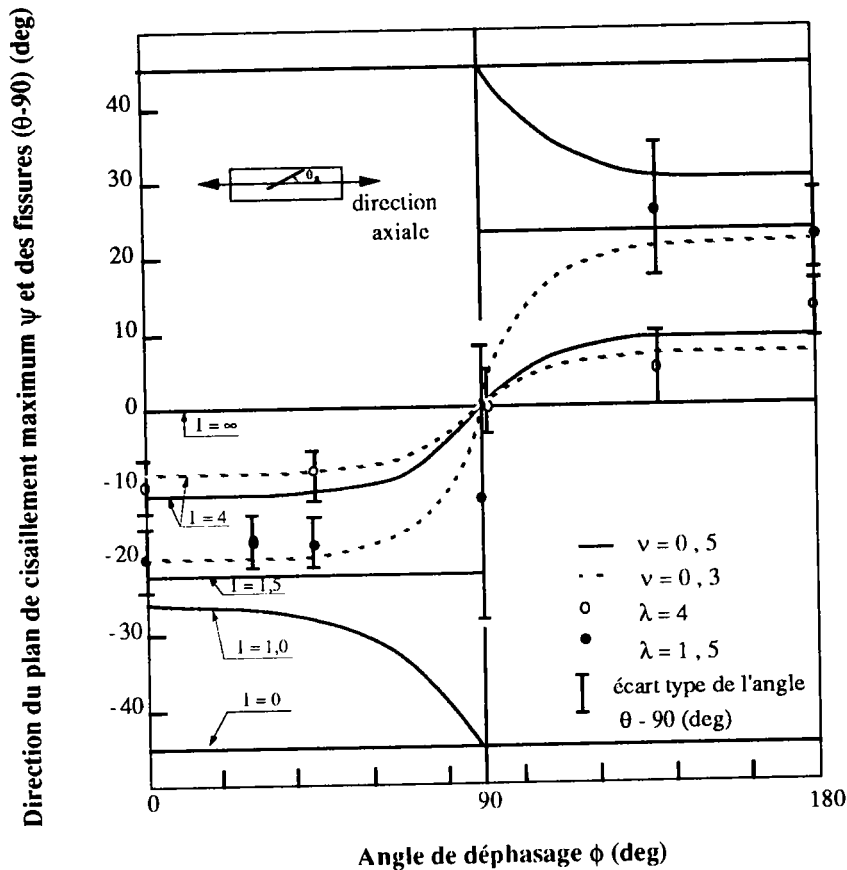


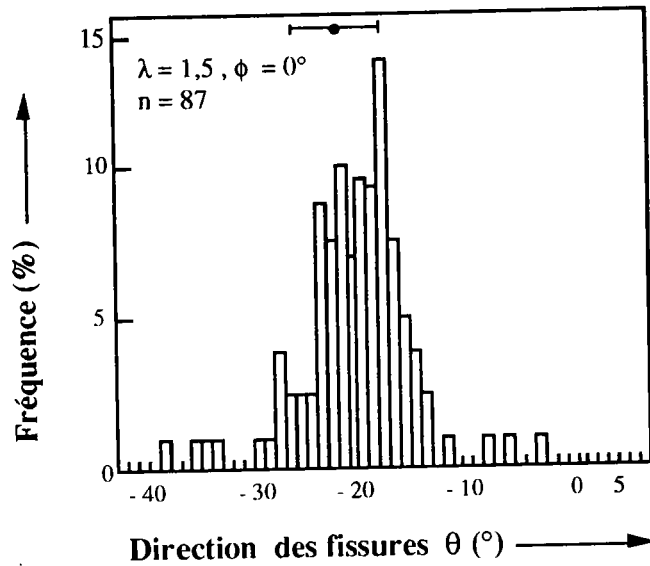
Figure 15 : Prédiction de la direction de la déformation [19].

Les différentes études en fatigue oligocyclique multiaxiale suggèrent que l'amorçage des fissures se produit dans le plan de cisaillement maximum sans que cela soit parfaitement établi. Pour clarifier le problème, KANAZAWA et al [19] ont proposé d'établir une comparaison entre les directions d'amorçage  $\theta_a$  (angle entre l'axe de révolution de l'éprouvette et la direction des fissures) observées sur les échantillons et la direction théorique  $\psi$  de la normale au plan de cisaillement (figure 15).

Les auteurs [19] ont émis alors les remarques suivantes :

- pour des essais en phase ( $\phi = 0^\circ$ ); il existe deux plans de cisaillement maximum orthogonaux entre eux. Les écarts des résultats expérimentaux exprimés en distribution de fissures se révèlent être les plus faibles.

- pour des essais déphasés de  $90^\circ$ , les écarts sont importants. Cette constatation est issue de l'allure des histogrammes (figure 16) montrant que la distribution des directions de fissures est la plus large pour  $\phi = 90^\circ$ .



n : nombre de fissures observées

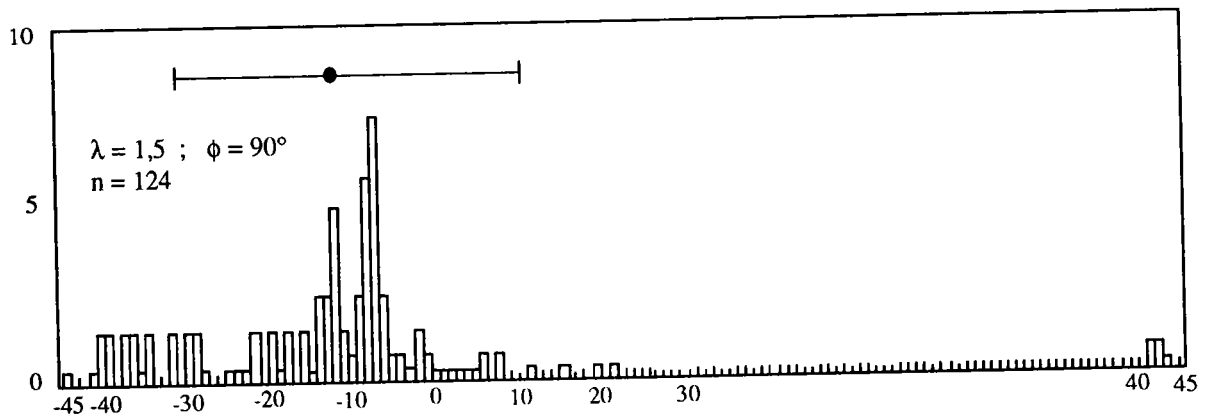
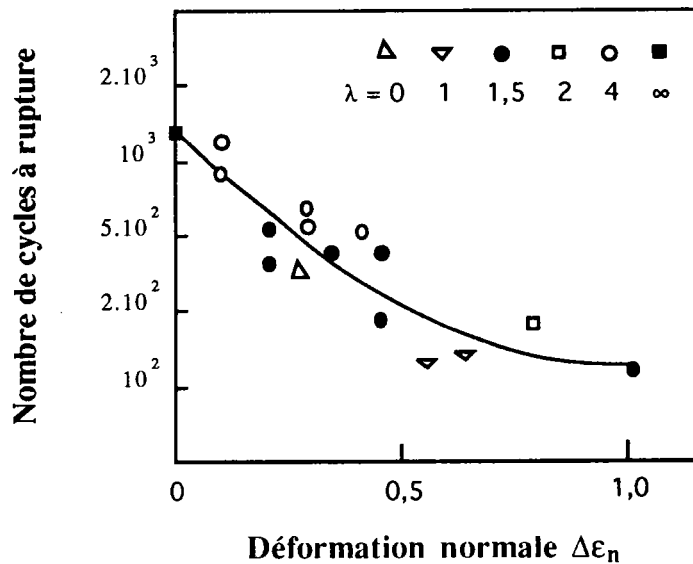


Figure 16 : Distribution des directions de fissures [19].

Par ailleurs, la représentation du nombre de cycles à rupture en fonction de l'amplitude de déformation normale au plan de cisaillement maximum  $\Delta\varepsilon_n$  (figure 17) décrit bien l'influence de cette dernière sur la durée de vie pour un  $\Delta\gamma_{\max}$  donné et pour différent rapport de déformations  $\lambda$ .



**Figure 17** : Durée de vie en fonction de la déformation normale  $\Delta\epsilon_n$  au plan de cisaillement maximum pour  $\Delta\gamma_{\max} = 3\%$  [19].

Les auteurs [19] concluent que l'amplitude de déformation de cisaillement  $\Delta\gamma$  et l'amplitude de la déformation normale  $\Delta\epsilon_n$  dans le plan de cisaillement maximum sont les deux paramètres qui gouvernent la fatigue multiaxiale hors phase. De plus, ils ont montré que ce cas de chargement peut conduire à des diminutions importantes de la durée de vie.

### **III.2. Travaux de CAILLETAUD et al**

A partir des essais réalisés à l'ONERA sur des éprouvettes en acier inoxydable Z2.CND 17.B (type 316 L) sollicitées en traction-torsion en phase et hors phase, les auteurs [20] ont pu faire les remarques suivantes :

- la mise en évidence d'un durcissement supplémentaire dû à la multiaxialité pour un trajet de chargement non proportionnel. Ce durcissement est très important dans le cas où l'angle de déphasage entre la traction et la torsion est de  $90^\circ$ ,

- les contraintes atteintes pour ce même angle de déphasage deviennent très rapidement supérieures aux valeurs qui correspondent aux chargements en phase,

- sur les boucles contrainte-déformation en traction et en cisaillement, ils [20] ont noté dans le cas d'une quadrature de phase, une diminution de l'amplitude de déformation au cours du cyclage correspondant à un durcissement de la partie utile de l'éprouvette.

### **III.3. Travaux de JACQUELIN et al**

L'étude développée par les auteurs [21, 23] est basée sur un acier inoxydable du type 316 L, l'alliage 800 et l'alliage Inconel 718. Diverses configurations ont été adoptées (traction-compression avec superposition d'un couple ou d'une pression constante et torsion ondulée).

Ils [21] ont examiné attentivement les phénomènes mis en jeu lors d'une sollicitation de fatigue oligocyclique en distinguant les phases d'amorçage et de propagation [24, 25].

Deux questions ont été formulées :

- quels sont les endroits et en combien de cycles des amorces de fissures risquent-elles d'apparaître ?
- quelle est l'orientation de ces amorces ?

Dans cette étude, l'amorçage est défini comme étant le nombre de cycles ( $N_a$ ) nécessaire à la fissure principale (c'est à dire celle qui conduit à la rupture de l'éprouvette) pour atteindre une dimension égale à la taille de grain [26, 27].

L'ensemble des résultats obtenus sur les trois matériaux ont permis de recueillir les informations nécessaires pour évaluer le nombre de cycles ( $N_a$ ) d'amorçage de la fissure principale (figure 18 et 19). Le nombre de cycles à rupture étant défini à 10% de la chute de charge.

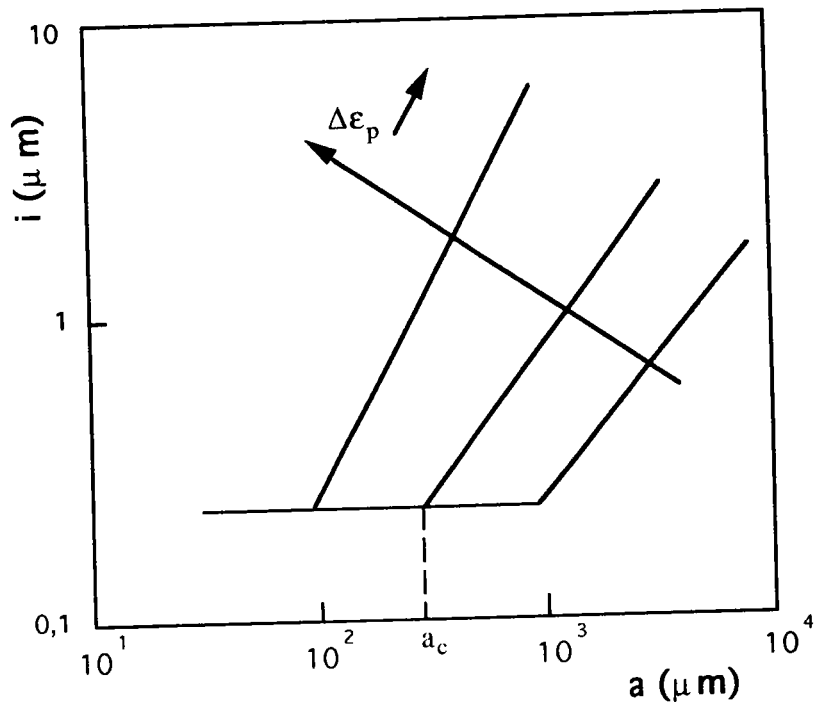


Figure 18 : Représentation schématique de la distance entre stries de fatigue ( $i$ ) en fonction de la profondeur de la fissure ( $a$ ) [21].

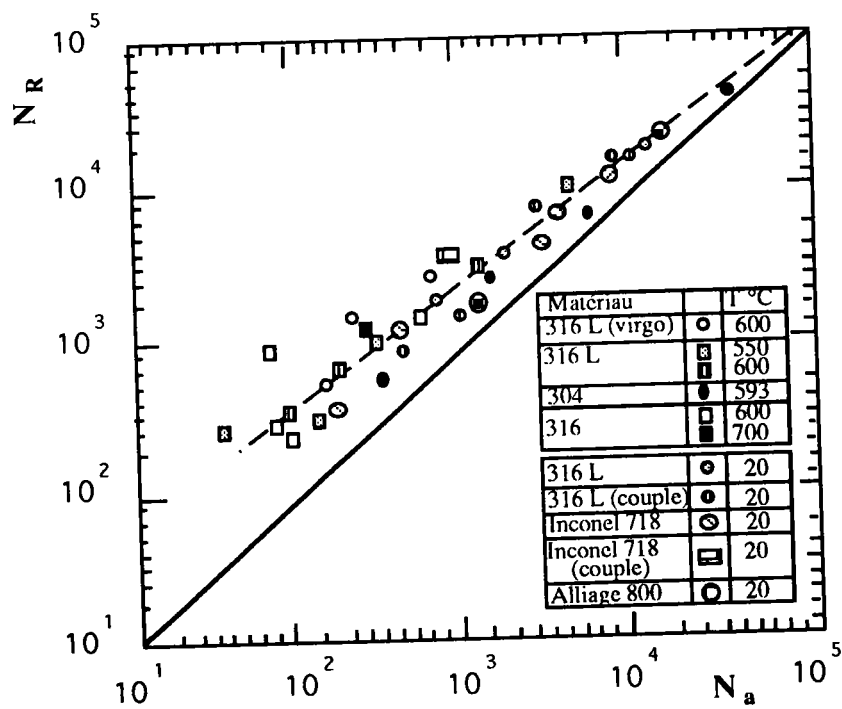


Figure 19 : Relation expérimentale entre le nombre de cycles à l'amorçage ( $N_a$ ) et le nombre de cycles à rupture ( $N_R$ ) [21].

Les éprouvettes ont été observées par microscopie optique sur leur surface extérieure et sur coupe longitudinale de façon à déterminer l'orientation des microfissures amorçées dans les bandes de glissement intense.

De façon à faciliter la discussion, les auteurs [21] ont utilisé l'orientation théorique correspondant aux facettes de types A ou B pour les divers cas de chargement étudiés (figure 20).

Pour l'acier 316 et l'alliage 800 qui ont des comportements très proches, l'ensemble des observations sont résumées de la façon suivante :

Dans tous les essais effectués en traction-compression, les fissures de type B sont prédominantes (figure 21 a). Lorsqu'un couple est appliqué, une augmentation du nombre de fissures de type A a été constatée (figure 21 b). De plus, sur les éprouvettes tubulaires et pleines, la distribution des fissures de type B est prédominante, en l'absence de pression interne (figure 22 a). Lorsqu'une pression interne est appliquée, les auteurs [21] ont remarqué une augmentation sensible du nombre de fissures de type A (figure 22 b).

Cependant les examens sur coupe montrent une prédominance des facettes de type B (figure 22 c).

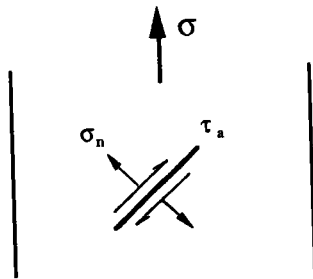
Dans le cas des essais de torsion alternée, les histogrammes de répartition des fissures à la surface des éprouvettes ont mis en évidence la présence préférentielle des fissures de type A (figure 23). Dans cette configuration d'essai, l'amorçage de type B n'opère quasiment pas. La prédominance des fissures du type A suivant l'axe des éprouvettes s'exprime par la présence d'inclusions alignées préférentiellement suivant cette direction [23].

Les examens de même nature pratiqués sur l'alliage Inconel 718 se résument de la manière suivante :

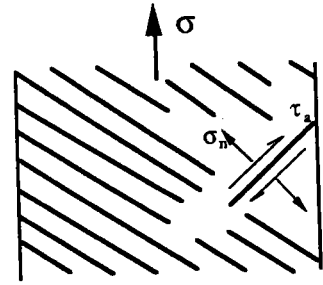
- pour les essais de traction-compression simple, l'amorçage se produit également sur les facettes de type B. Par contre l'application d'un couple de torsion favorise l'amorçage suivant les facettes de type A (figure 24 a et 24 b),

- pour les essais de torsion, l'amorçage se produit également selon des facettes de type A, longitudinales ou transversales, qui donnent ainsi naissance à un réseau de fissures réparties en damier (figure 25).

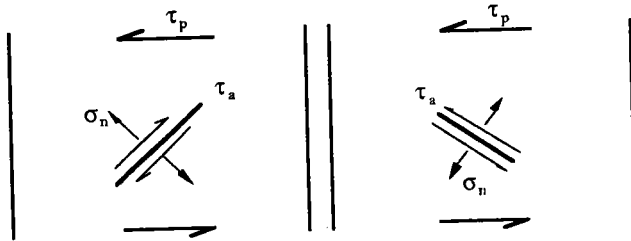




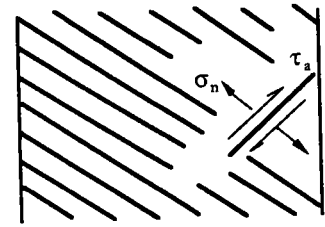
(a) Traction-compression  
Type A  
 $\sigma_n = \sigma/2$  ;  $\tau_{max} = \sigma/2$   
 $\Delta\gamma_p = (\sqrt{3}/2) \Delta\epsilon_p$



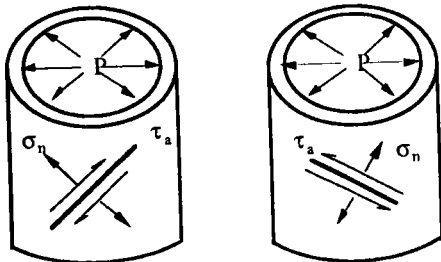
Type B  
 $\sigma_n = \sigma/2$  ;  $\tau_{max} = \sigma/2$   
 $\Delta\gamma_p = (\sqrt{3}/2) \Delta\epsilon_p$



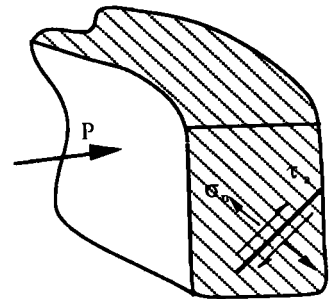
(b) Traction alternée avec superposition d'un couple  
Type A  
 $\sigma_n = \sigma/2 \pm \tau_p$  ;  $\tau_{max} = \sigma/2$   
 $\Delta\gamma_p = (\sqrt{3}/2) \Delta\epsilon_p$



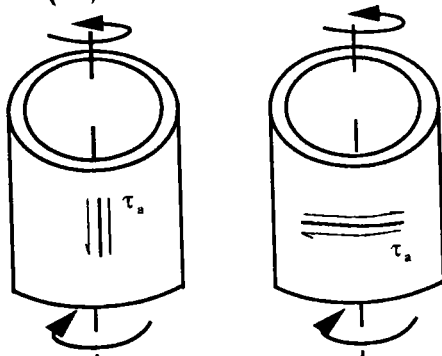
Type B  
 $\sigma_n = \sigma/2$  ;  $\tau_{max} = \frac{1}{2} \sqrt{\sigma^2 + 2\tau^2}$   
 $\Delta\gamma_p = (\sqrt{3}/2) \Delta\epsilon_p$



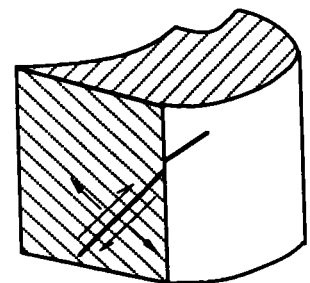
(c) Traction répétée avec superposition d'une pression  
Type A  
 $\sigma_n = (\sigma + \sigma_0)/2$  ;  $\tau_{max} = (\sigma - \sigma_0)/2$   
 $\Delta\gamma_p = (\sqrt{3}/2) \Delta\epsilon_p$



Type B  
 $\sigma_n = \sigma/2$  ;  $\tau_{max} = \sigma/2$   
 $\Delta\gamma_p = (\sqrt{3}/2) \Delta\epsilon_p$



(d) Torsion alternée  
Type A  
 $\sigma_n = 0$  ;  $\tau_{max} = \tau_a$   
 $\Delta\gamma_p = \Delta\gamma_p \text{ nominale}$



Type B  
 $\sigma_n = (\sqrt{3}/3) \tau$  ;  $\tau_{max} = \sqrt{3}/3 \tau_a$   
 $\Delta\gamma_p = (\sqrt{2}/3) \Delta\gamma_p \text{ nominale}$

Figure 20 : Les quatre configurations d'essais étudiées et les types de fissures associés[21].

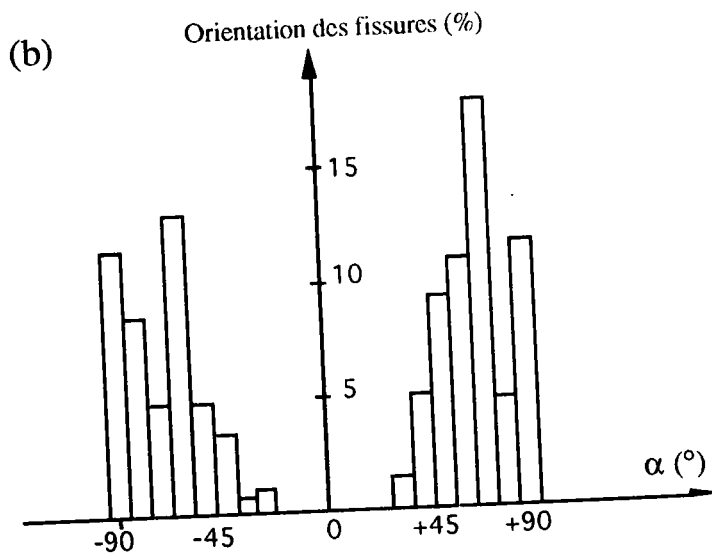
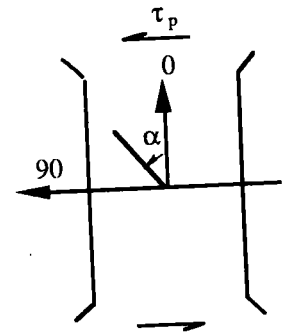
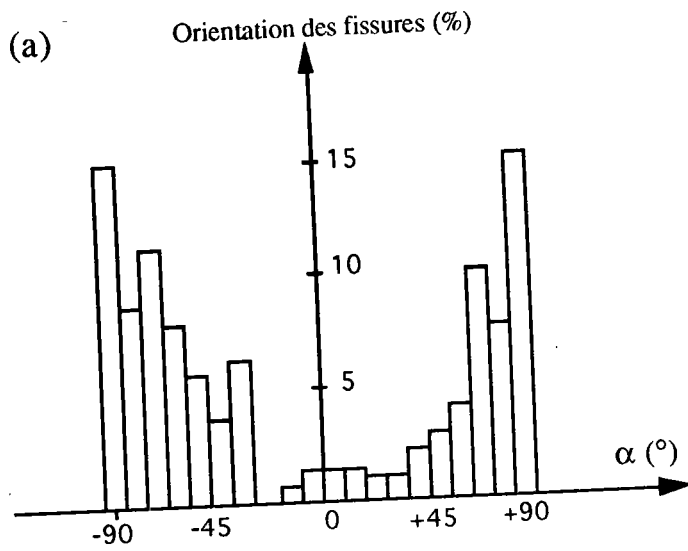
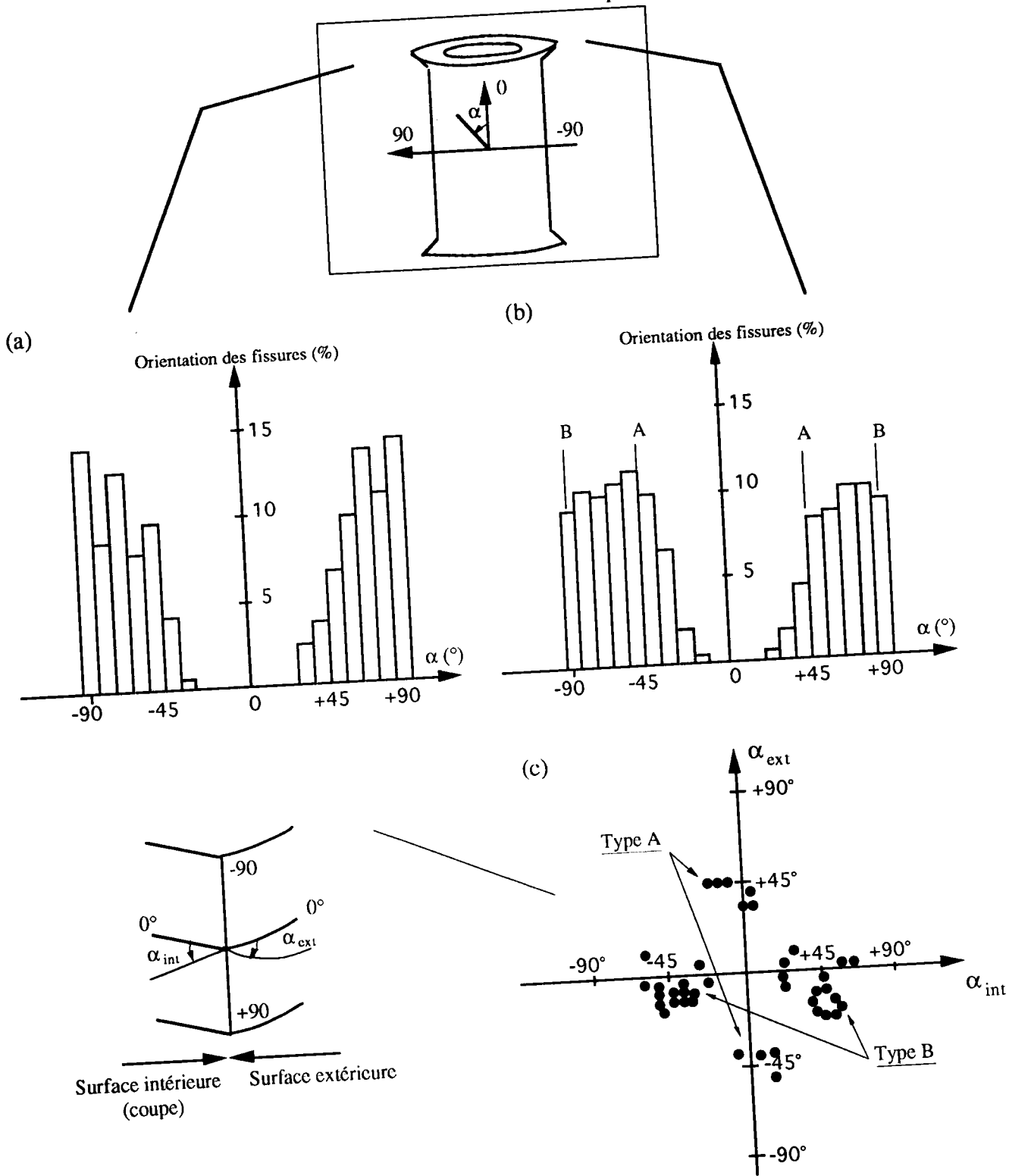


Figure 21 : Acier 316 L. Traction alternée  
 (a) Sans application d'un couple constant  
 (b) Avec application d'un couple constant [21].



**Figure 22** : Acier 316 L. Traction répétée avec superposition d'une pression interne constante.  
 (a) Sans pression (observation en surface)  
 (b) Avec pression (observation en surface)  
 (c) Avec pression  
 Répétition des amorces de type A et B vues en coupe [21].

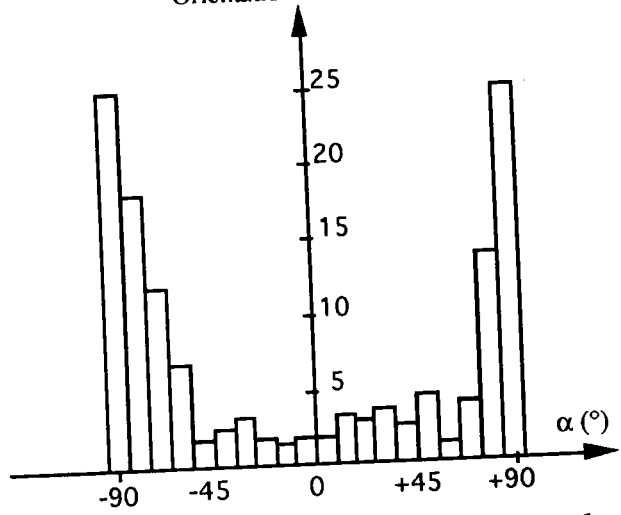
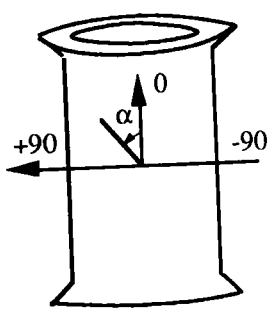


Figure 23 : Acier 316 L. Torsion alternée. Répartition des fissures selon leur orientation en surface [21].

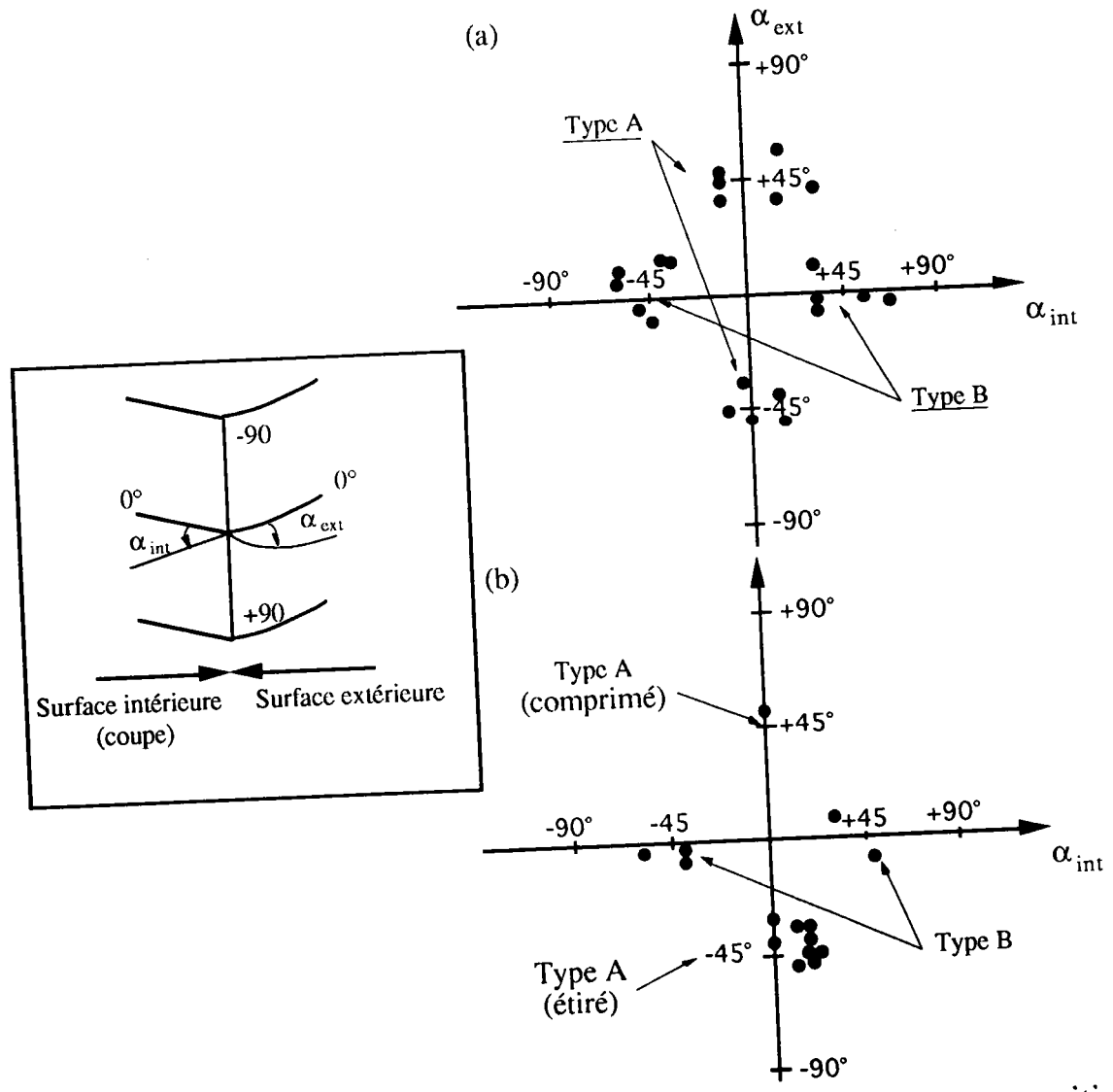


Figure 24 : Inconel 718. (a) Torsion alternée simple ou avec superposition d'un couple. (b) Répartition des amorces de type A ou B vues en coupe [21].

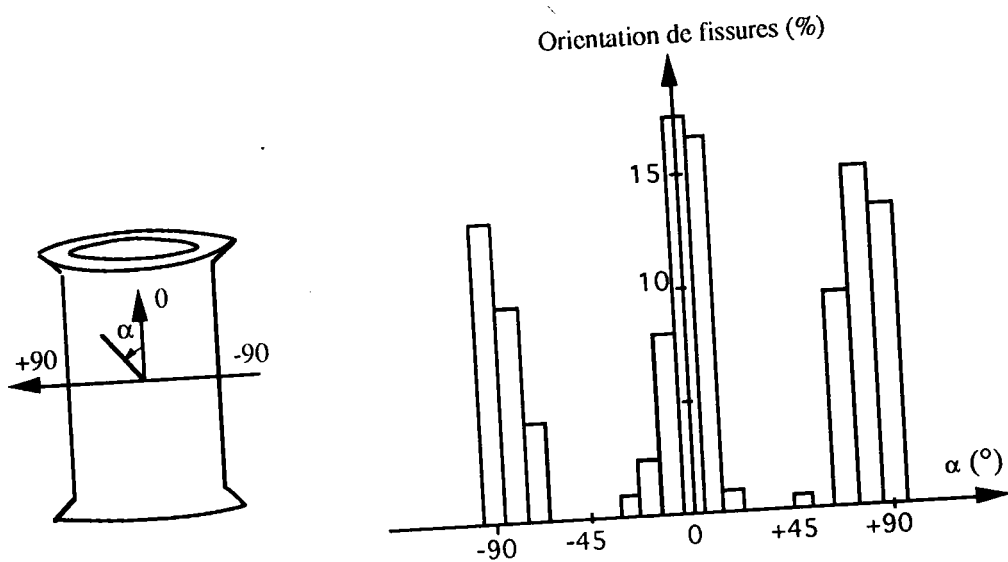


Figure 25 : Inconel 718. Torsion alternée. Répartition des fissures selon leur orientation en surface [21].

Les auteurs [21] ont indiqué que l'amorçage s'effectue toujours de façon préférentielle dans les plans de glissement qui sont soumis à de fortes déformations cycliques de cisaillement. Cependant ceci reste difficile à préciser : en effet, pour une même configuration d'essai, JACQUELIN et al [22] ont constaté que les directions d'amorçage sont différentes suivant les matériaux considérés (type B dans l'acier 316 L et type A dans l'alliage 718 pour l'essai de traction-compression avec superposition d'un couple).

Ils ont montré les difficultés qui peuvent être rencontrées, lors de l'établissement d'un critère général portant sur l'orientation des microfissures donnant lieu à l'amorçage. De plus, ils ont souligné que l'ambiguïté de la théorie de BROWN et MILLER [28] réside dans le fait que c'est un critère basé sur des données décrivant plutôt des mécanismes d'amorçage de fissures.

A la suite des constatations issues des essais réalisés sur les deux matériaux, l'acier inoxydable du type 316 et l'alliage Inconel 718, JACQUELIN et al [22] ont proposé de formuler un critère où deux paramètres doivent intervenir.

Il est clair que le premier paramètre est l'amplitude de déformation plastique de cisaillement  $\Delta\gamma_p$ , puisqu'elle joue un rôle critique dans la formation des microfissures : en effet, la création des bandes de glissement, leurs orientations et leur densité dépendent de l'amplitude du cisaillement. Pour le deuxième paramètre, le choix fût moins évident : une première démarche [26] avait conduit les auteurs à considérer la contrainte normale aux facettes d'amorçage  $\sigma_n$ . L'utilisation possible de cette contrainte est inspirée d'une idée de DANG VAN [29] qui avait retenu comme paramètres dans le domaine de l'endurance, l'amplitude de cisaillement  $\Delta\gamma$  et la pression hydrostatique P, que JACQUELIN et al [23] ont pu considérer comme paramètre d'ouverture de la fissure.

Or la contrainte  $\sigma_n$  ne permet pas de rendre compte des essais de torsion, aussi les auteurs ont choisi de faire intervenir la cission maximale  $\tau_{max}$  qui prend en compte l'effet de la contrainte moyenne et de l'écroissage du matériau.

La présence simultanée des deux types de facettes A ou B, dans certains cas, a conduit les auteurs à admettre que l'amorçage n'est pas fortement lié à l'orientation du cisaillement.

Le critère s'énonce de la façon suivante :

$$N_a = N_o (\Delta\gamma_p)^\alpha (\tau_{max})^\beta \quad (38)$$

où  $N_a$  : le nombre de cycles à l'amorçage,  
 $\Delta\gamma_p$  : l'amplitude de cisaillement plastique,  
 $\tau_{max}$  : la cission maximale,  
 $N_o, \alpha, \beta$  : des paramètres déterminés à partir de la relation de MANSON COFFIN et d'écroissage cyclique.

Les courbes d'isodurée de vie peuvent être approchées par une relation du type :

$$N_a = K_1 (\Delta\gamma_p)^{a_8} \quad (39)$$

où  $K_1$  est une fonction empirique du nombre de cycles à l'amorçage et  $a_8$  est une constante dépendant du matériau.

Dans le cas des essais de fatigue alternée, la relation de MANSON COFFIN appliquée à l'amorçage peut être écrite sous la forme :

$$N_a = a_9 (\Delta\gamma_p)^{a_{10}} \quad (40)$$

où  $a_9$  et  $a_{10}$  sont des constantes dépendant du matériau.

Tandis que la courbe d'érouissage cyclique peut être exprimée par la relation :

$$\tau = a_{11} (\Delta\gamma_p)^{a_{12}} \quad (41)$$

où  $a_{11}$  et  $a_{12}$  sont aussi des constantes du matériau.

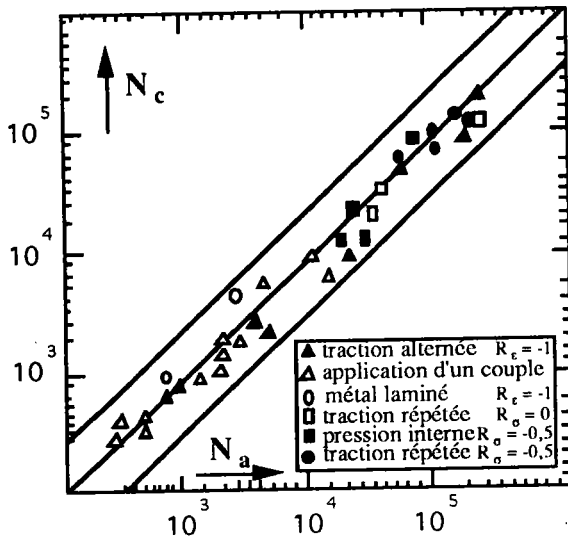
Les expressions (39), (40) et (41) permettent de déterminer les valeurs des coefficients  $\alpha$  et  $\beta$  à partir du système d'équations (42) et (43) :

$$-\frac{\alpha}{\beta} = a_8 \quad (42)$$

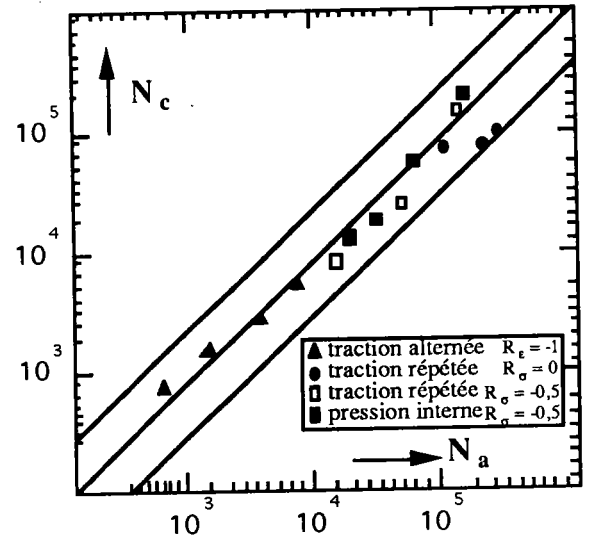
$$\alpha + \beta.a_{12} = a_{10} \quad (43)$$

La corrélation des résultats expérimentaux avec les prévisions du modèle sont données par la figure 26 pour chacun des matériaux étudiés et tous les essais sauf celui de torsion.

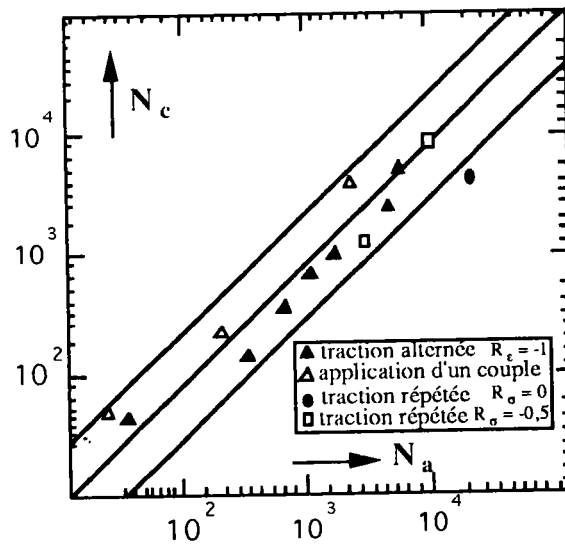
JACQUELIN et al [21] ont noté que les relations établies permettent une prévision globalement satisfaisante des expériences.



(a) Acier 316 L



(b) Alliage 800

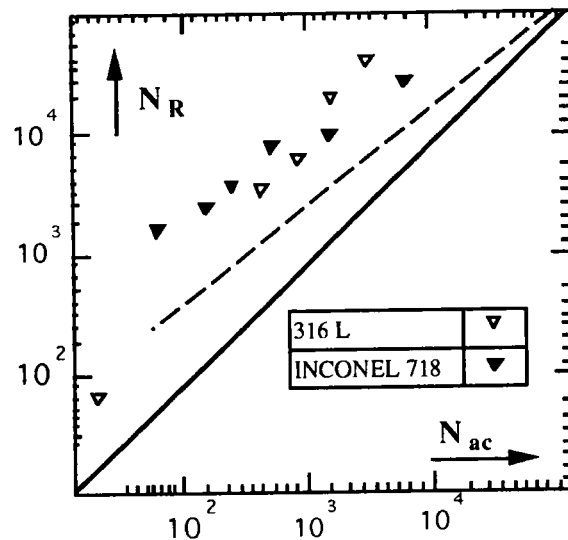


(c) Inconel 718

**Figure 26** : Prédiction des durées calculées par le critère ( $N_c$ ) et de durées d'amorçage expérimentales ( $N_a$ ) [21].

Pour les données en torsion, la figure (27) montre une mauvaise corrélation. Des essais complémentaires [23, 30] ont montré que le nombre de cycles d'amorçage prévu par le critère correspondait effectivement à l'expérience et qu'en conséquence, la différence est attribuée à une propagation relativement lente en torsion alternée.





**Figure 27** : Essais de torsion alternée sur l'acier 316 L et l'Inconel 718. Corrélation entre le nombre de cycles à l'amorçage calculé par le critère ( $N_{ac}$ ) et le nombre de cycles à rupture ( $N_R$ ). Comparaison avec la corrélation  $N_a$ - $N_R$  obtenue en traction alternée (courbe en pointillés) [21].

#### IV - CONCLUSION

L'étude bibliographique présentée met en évidence deux types de critères pour traduire au mieux le comportement des matériaux et des structures soumises à des sollicitations de fatigue multiaxiale :

- les critères globaux : ils sont généralement des critères basés sur la théorie de la plasticité ou ceux développés de façon empirique,
- les critères locaux : ils sont développés à partir de l'observation des mécanismes d'amorçage de fissures conduisant à la rupture.

l'examen de ces mécanismes a permis de faire les remarques suivantes :

- l'orientation des fissures en surface des éprouvettes, se fait dans le plan subissant le cisaillement maximum [19, 21],

- il existe deux types de facettes suivant lesquelles les fissures peuvent s'amorcer, celles pour lesquelles le cisaillement est parallèle à la surface de la matière (cas A) et celles pour lesquelles le cisaillement pénètre à l'intérieur de la matière (cas B),

- pour illustrer la physique de la rupture, deux paramètres sont nécessaires : le premier est l'amplitude de cisaillement maximum  $\gamma_{\max}$ , suivant BROWN et MILLER [10] ou la déformation de cisaillement entrant dans le matériau  $\gamma^*$  suivant LOHR et ELLISON [12, 13]. Le second est un paramètre complémentaire qui est la déformation normale  $\varepsilon_n$  au plan de cisaillement maximum,

- pour les essais en phase, il existe deux plans de cisaillement maximum orthogonaux entre eux. Les écarts des résultats expérimentaux se révèlent être les plus faibles [19],

- pour le cas d'une quadrature de phase, les écarts expérimentaux sont importants [19], la durée de vie est la plus faible, les contraintes atteintes sont supérieures aux valeurs qui correspondent aux chargements en phase et la déformation diminue au cours du cyclage [20],

- pour différents rapports de déformations  $\lambda$  et quelque soit le déphasage  $\phi$  imposé, l'amorçage des fissures se produit dans le plan où règne le cisaillement maximum. Ce résultat confirme que le cisaillement  $\gamma_{\max}$  suivant BROWN et MILLER [19] et la déformation normale  $\varepsilon_n$ , qui sont déduites du plan de cisaillement maximum, sont bien les deux paramètres qui gouvernent l'amorçage des fissures,

Cette bibliographie fournit essentiellement des résultats relatifs à des essais de fatigue sous chargement multiaxiale surtout en phase. Le problème de déphasage a été très peu étudié.

***CHAPITRE 2 :***  
***ETUDE EXPERIMENTALE***

**I . PRESENTATION DU MATERIAU**

**II . PROCEDURE EXPERIMENTALE**

## I. PRESENTATION DU MATERIAU

Le matériau utilisé pour nos essais est un alliage de magnésium-lithium, de structure hexagonale compacte, fournie par la société TIMINCO S.A, sous forme de barres extrudées de 35 mm de diamètre.

C'est un alliage pour tôles, d'une légèreté remarquable (densité égale à  $1,74 \text{ g/cm}^3$ ) et dont la composition chimique, physique et mécanique sont présentées dans les tableaux (1, 2 et 3).

Li (%)	Al (%)	Fe (%)	Mg
4,1	1,2	0,0016	Reste

Tableau 1 : Composition chimique de l'alliage de magnésium-lithium.

Densité à 20°C	Point de fusion	Point d'ébullition	Chaleur latente de fusion	Chaleur latente de vaporisation
1,74 g/cm <sup>3</sup>	649 °C	1090 °C	8,71 KJ/mol	134 KJ/mol

Tableau 2 : Propriétés physiques de l'alliage de magnésium-lithium.

	limite d'élasticité Re 0,2% (MPa)	résistance ultime R <sub>m</sub> (MPa)	allongement A (%)
Traction	150	260	10
Compression	120	/	/
Cisaillement	90	125	/

Tableau 3 : Propriétés mécaniques à température ambiante de l'alliage de magnésium-lithium..

## II. PROCEDURE EXPERIMENTALE

### II.1. Installation d'essai :

Pour réaliser des essais de fatigue oligocyclique multiaxiale, il est nécessaire de disposer d'une machine possédant une boucle d'asservissement (figure 28).

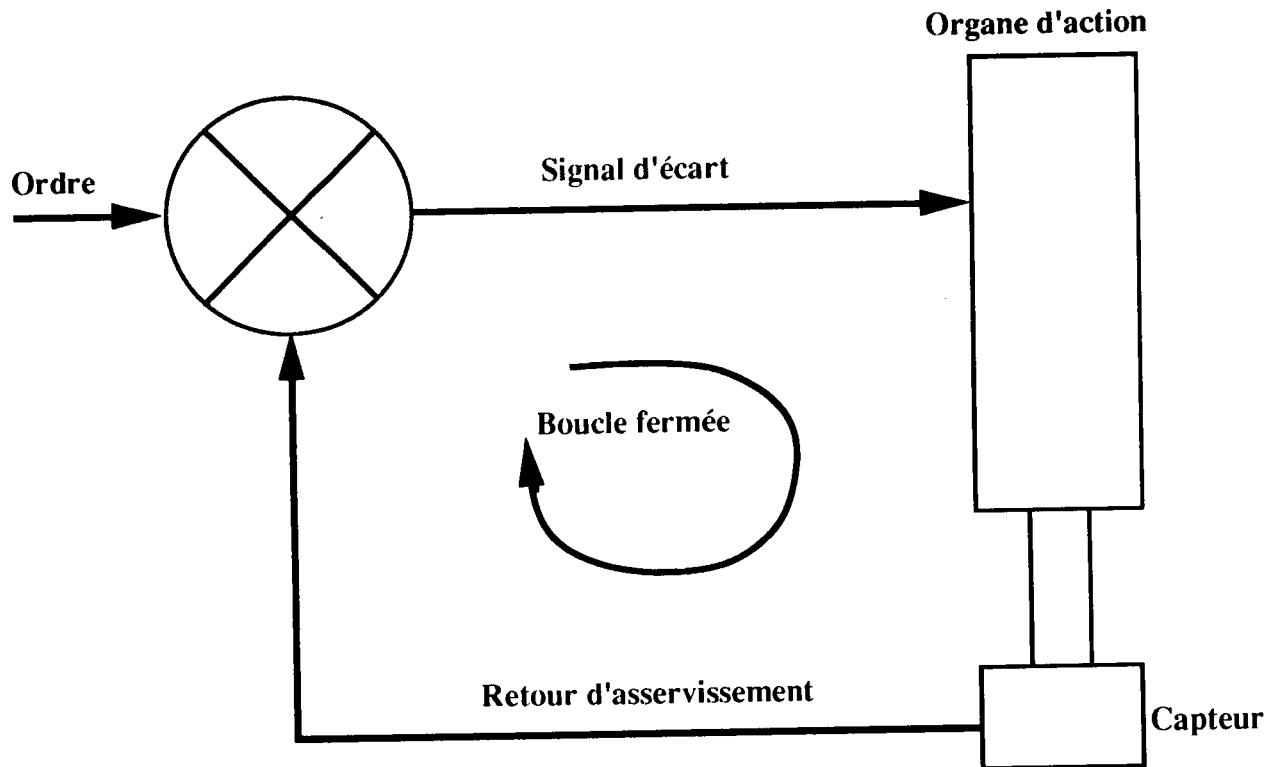


Figure 28 : Schéma élémentaire de commande asservie.

Les machines électro-hydrauliques à servocommande sont particulièrement bien adaptées à ce type d'essai. Pour ces dernières, la sollicitation est appliquée à l'éprouvette par un vérin hydraulique à double effet, piloté par une servovalve. Celle-ci reçoit un signal du générateur de fonction, modulé par l'armoire de commande et corrigé à chaque instant par la fonction d'erreur entre le signal de retour provenant des capteurs de mesure (figure 29).

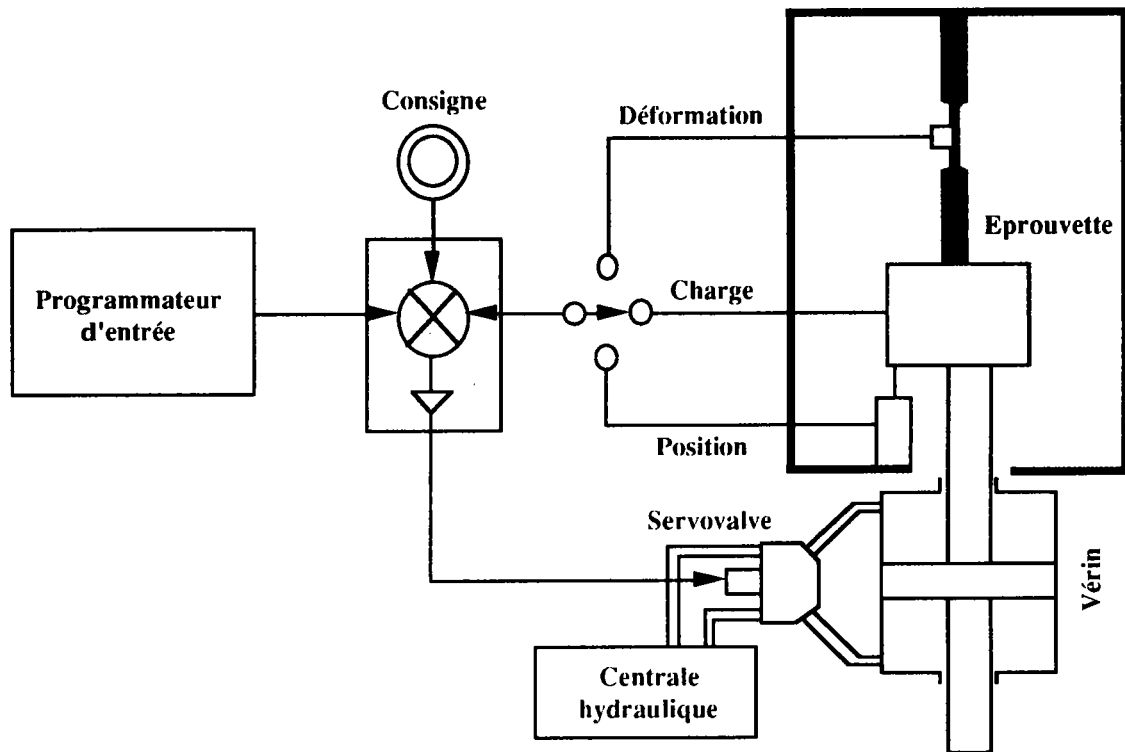


Figure 29 : Circuits d'asservissement communs aux systèmes d'essais électrohydrauliques : déformation, force et position.

L'installation de fatigue multiaxiale que nous avons utilisée est montrée par la photo 1.

La sollicitation en traction-torsion est obtenue par l'intermédiaire d'un vérin hydraulique d'une machine électrohydraulique asservie "INSTRON 1343" de capacités  $\pm 100$  KN de charge et  $\pm 1000$  Nm de couple. Ces vérins sont commandés via un interface à double générateurs de signaux d'une résolution de 12 bits sur bus "IEEE 488". Cet interface permet de générer des signaux simples de type carré, sinus, triangle, rampe. De plus l'interface permet la conversion en signaux numériques des données issues des différents tiroirs de mesure et de contrôle de déplacement des vérins, de charge, de couple de torsion et d'extensométrie.

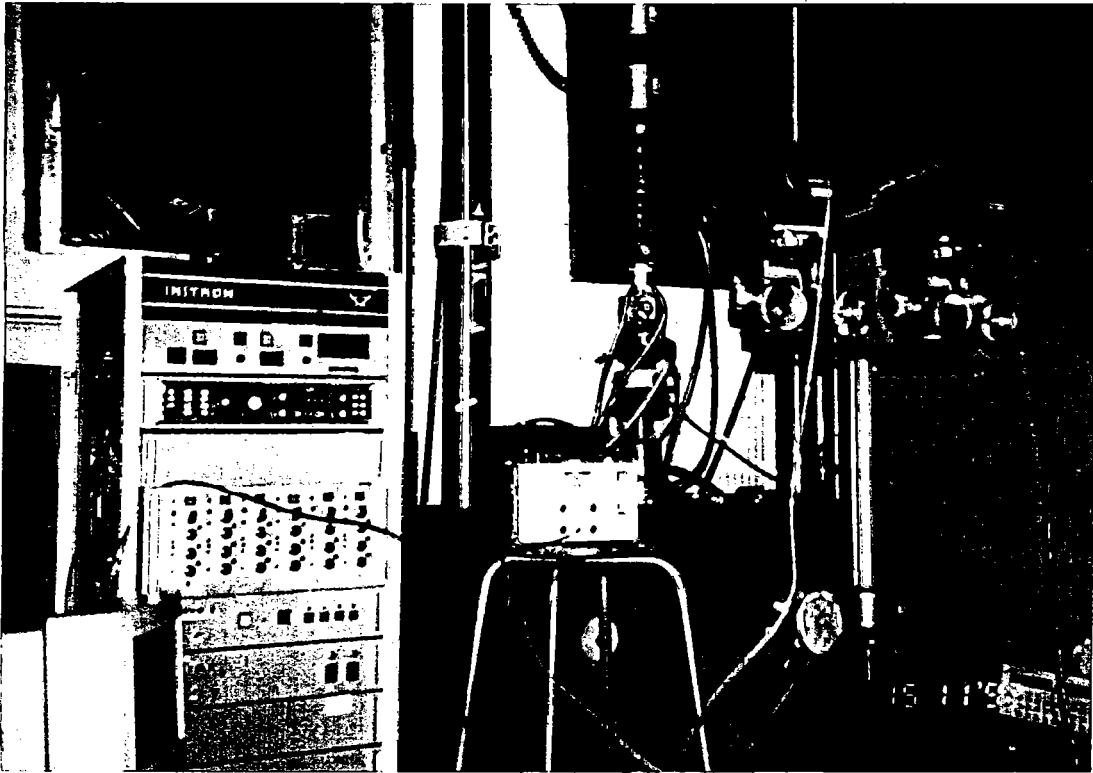


Photo 1 : Installation générale du banc d'essais.

## **II.2. Géométrie de l'éprouvette :**

Pour étudier le comportement et l'endommagement des matériaux, il faut définir l'éprouvette de façon à éviter les possibilités de flambage susceptibles de fausser les mesures et les problèmes de concentration de contraintes influençant la rupture. Le flambage peut être évité en réduisant la longueur utile de l'éprouvette et en minimisant les concentrations de contraintes par la réalisation d'éprouvettes sans variation brutale de section.

Par ailleurs, l'épaisseur de l'éprouvette doit être aussi faible que possible pour rester dans un domaine de déformation en torsion assez homogène dans toute la section.

Compte tenu de ces impératifs, l'éprouvette choisie est de forme tubulaire, dont les diamètres intérieur et extérieur sont respectivement de 15 mm et 18 mm avec une partie de longueur utile 25 mm et un rayon de raccordement de 23 mm (figure 30).

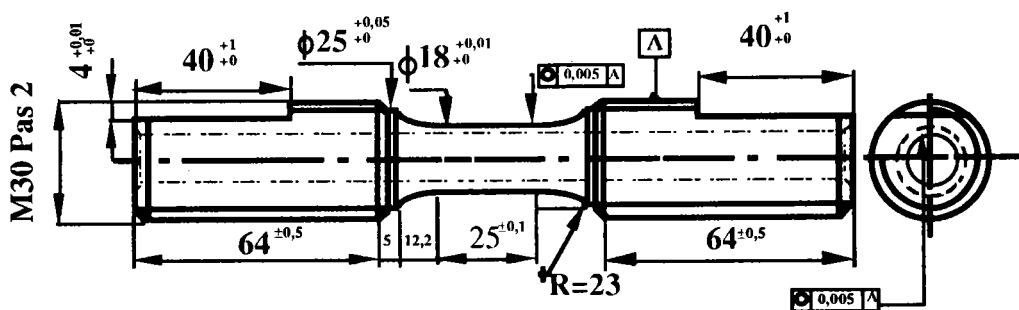


Figure 30 : Géométrie de l'éprouvette utilisée.

### II.3. Montage des éprouvettes :

L'amarrage des éprouvettes nécessite certaines précautions de manière à éliminer des composantes en flexion qui peuvent augmenter les possibilités de flambage de l'éprouvette.

C'est pourquoi, il est recommandé avant chaque essai de vérifier l'axialité des têtes d'amarrage dont les défauts d'alignement doivent être réduits (< 5%) [31]. Cette axialité est assurée par un système à billes et à métal de Wood (figure 31).



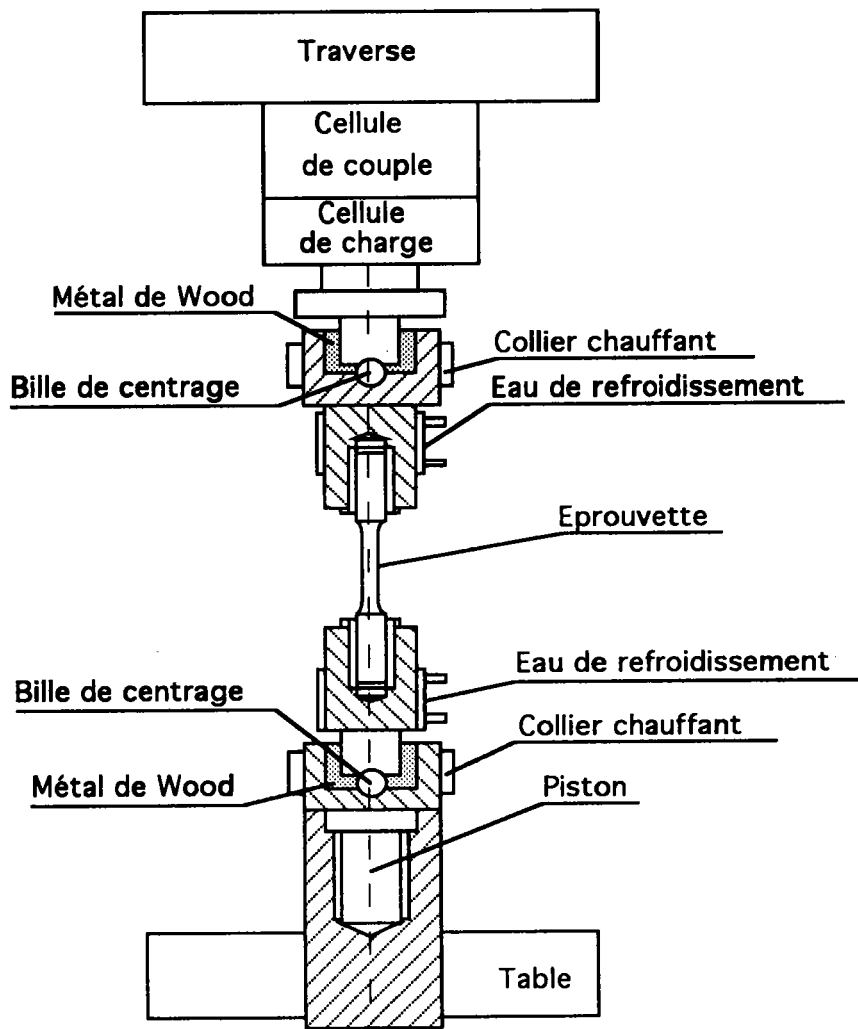


Figure 31 : Montage de l'éprouvette utilisée.

#### II.4. Description du montage extensométrique :

La réalisation d'essais en fatigue oligocyclique multiaxiale en contrôle de déformation, nécessite l'utilisation de capteurs capables d'effectuer cette mesure.

Dans ce contexte, un système à came associé à un capteur LVDT a été conçu pour les essais de torsion.

Le capteur que nous avons choisi est du type SHAEVITZ 100 MHR, à cause de sa légèreté et ses dimensions réduites.

La came et le capteur sont montés respectivement sur une partie inférieure (figure 32) et une partie supérieure (figure 33) du montage (photo 2).

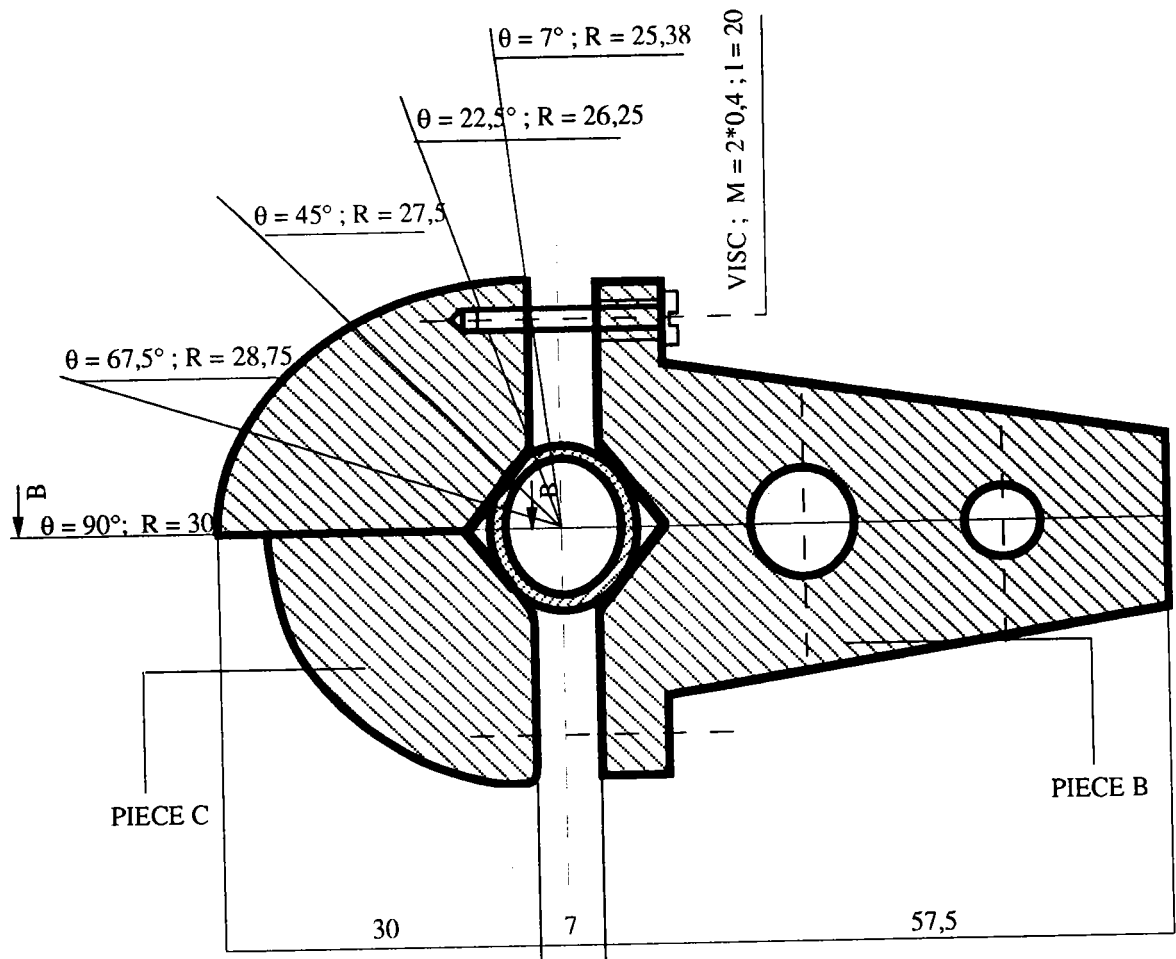
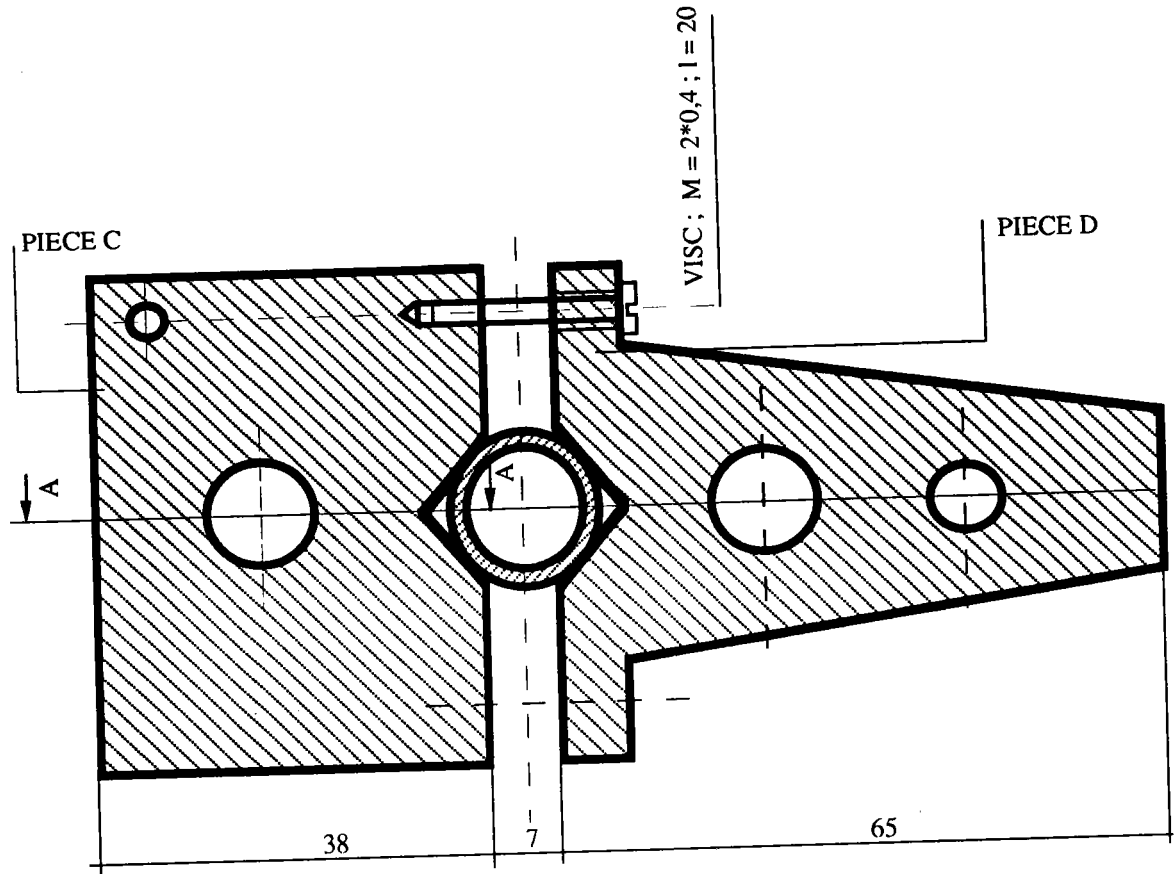


Figure 32 : Partie inférieure du système de mesure de la déformation en torsion.



**Figure 33** : Partie supérieure du système de mesure de la déformation en torsion.

Dans le but d'éviter des contraintes supplémentaires sur l'éprouvette, nous avons choisi de l'aluminium pour sa faible densité pour les deux parties.

Par contre, pour les essais de traction-compression nous avons proposé comme extensométrie un capteur optique OPTRON modèle 5100X. Celui-ci permet de faire une mesure précise et sans contact de l'écartement relatif de deux cibles positionnés sur l'éprouvette, aussi proche que possible de la zone utile (photo 3). Cet extensomètre comporte deux capteurs indépendants, deux convertisseurs d'image (transformation par photocathode et optique électronique). Après comparaison, les deux signaux obtenus sont transformés en une tension proportionnelle à la distance des deux cibles. La principale difficulté réside dans le choix et le positionnement des cibles pour obtenir un contraste noir-blanc.

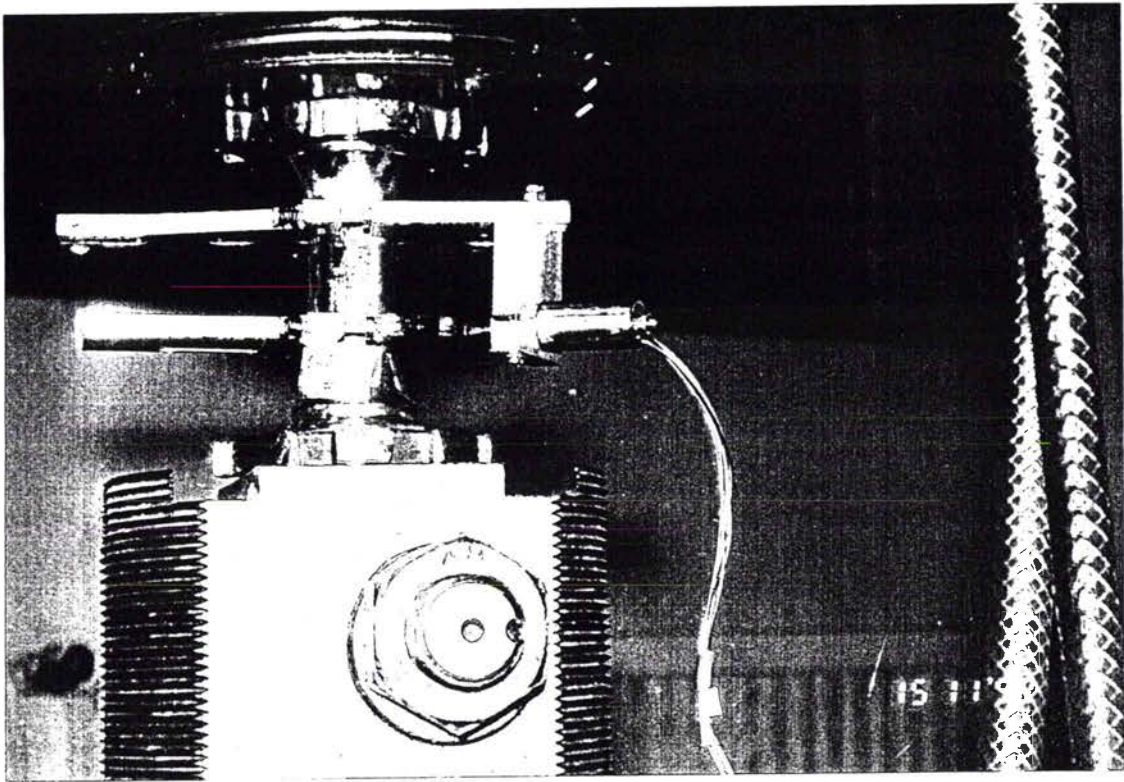


Photo 2 : Système de mesure de la déformation en torsion alternée.

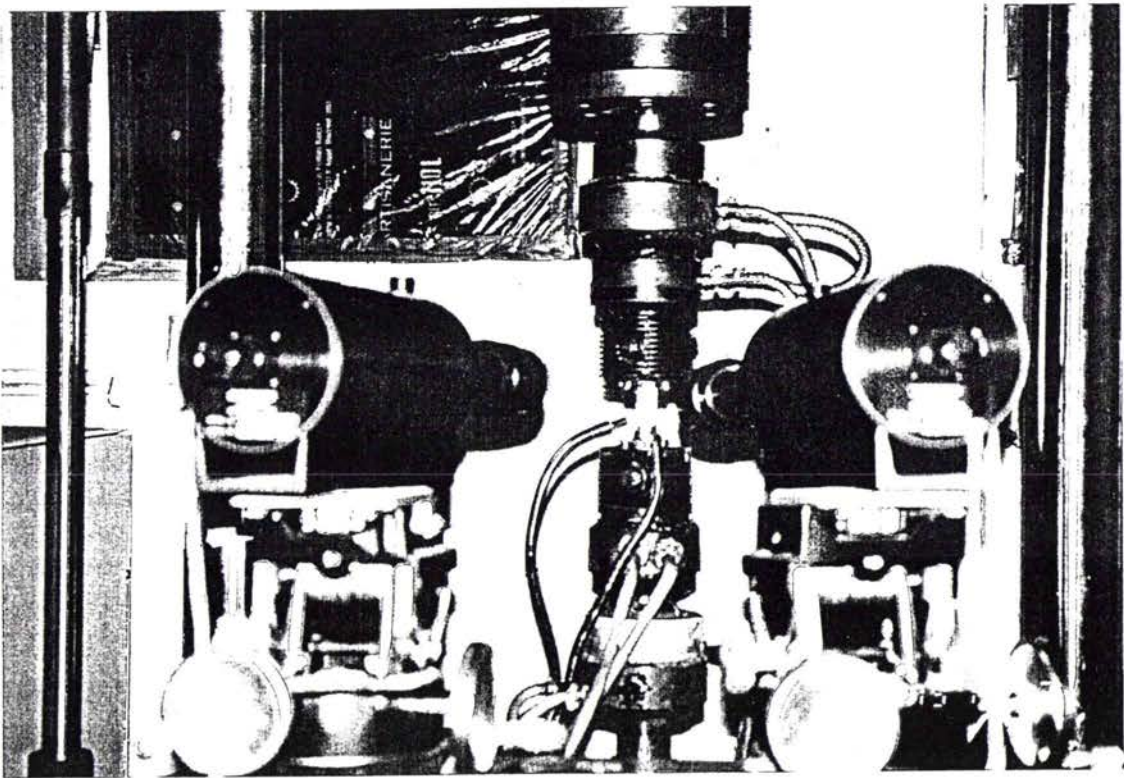


Photo 3 : Extensomètre optique pour la mesure de la déformation axiale.

## **II.5. L'unité informatique**

### **II.5.1. Caractéristiques de l'ordinateur**

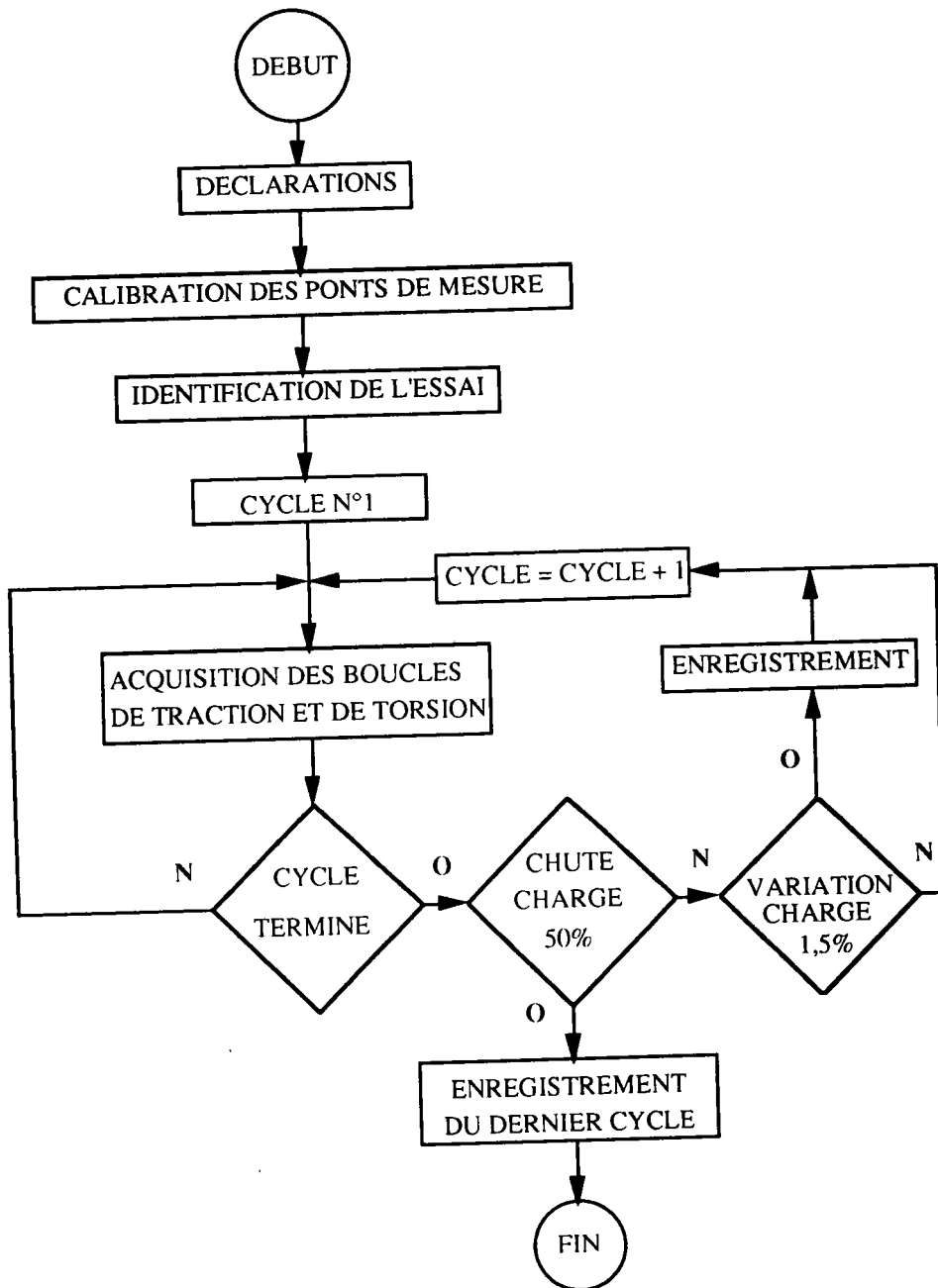
L'installation informatique comporte un ordinateur de type Macintosh II, deux interfaces "National Instruments" : la carte NB-GPIB pour la connexion IEEE-488 d'un instrument d'affichage et la carte NB-MIO-16 pour l'acquisition et la numérisation d'un signal obtenu à partir d'un générateur d'onde périodique de formes multiples.

### **II.5.2. Description du logiciel**

Le logiciel utilisé est de marque LabVIEW, c'est un langage de programmation graphique ou iconique.

L'acquisition des données se fait à l'aide d'une carte d'entrée et de conversion analogique/numérique connectée à l'intérieur de l'ordinateur. Les signaux sont directement reliés à la carte et celle-ci est entièrement contrôlée, configurée et initialisée par programme.

Ce logiciel permet l'enregistrement des boucles d'hystérésis force-déformation et moment de torsion-cisaillement pour les cycles où la charge varie de façon significative (approximativement de 1,5%). La structure de ce logiciel est représentée sur la figure (34 ).



**Figure 34** : Algorithme du logiciel d'acquisition des boucles d'hystérésis de traction-compression et de torsion alternée.

## II.6. Description des essais

### II.6.1. Conditions d'essai :

Les essais ont été effectués jusqu'à rupture à amplitude de déformations totales imposées et à vitesse de déformation de  $3 \cdot 10^{-2} \text{ s}^{-1}$ . Le signal de la variation de cycle est triangulaire (figure 35 et 36), garantissant ainsi une vitesse de déformation constante.

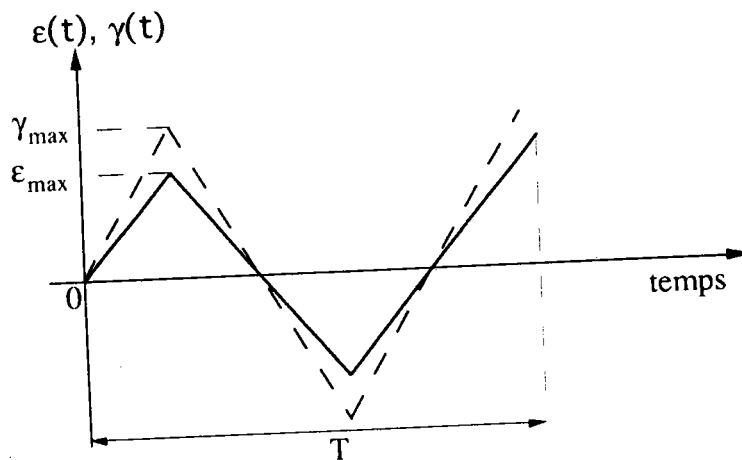


Figure 35 : Signal triangulaire en traction-torsion en phase.

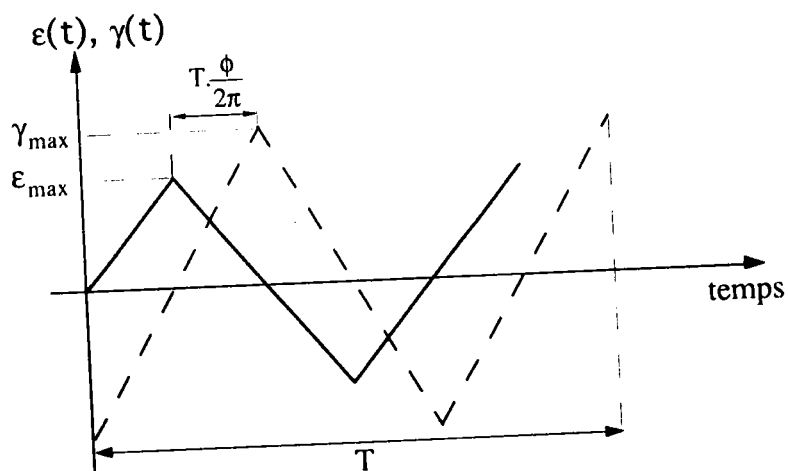
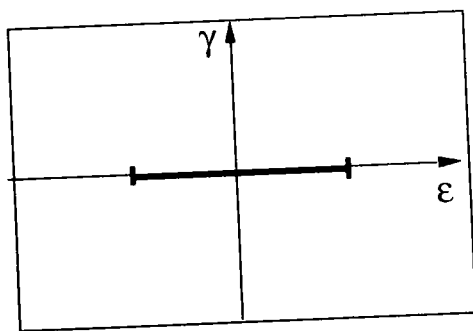


Figure 36 : Signal triangulaire en traction-torsion hors phase.

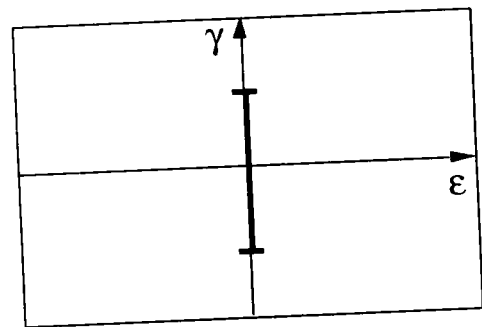
### II.6.2. Types de chargements

Quatre types de chargements ont été réalisés (figure 37) :

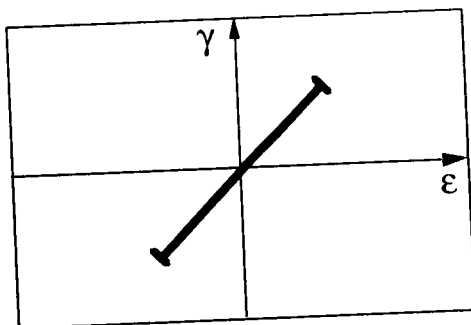
- essais de traction-compression en contrôle de déformation axiale totale,
- essais de torsion alternée en contrôle de déformation angulaire totale,
- essais de traction-torsion combinées en phase en contrôle des déformations totales axiale et angulaire,
- essais de traction-torsion combinées hors phase en contrôle de déformations totales axiale ( $\Delta\varepsilon/2 = 0,50 \%$ ) et angulaire ( $\Delta\gamma/2 = 0,75 \%$ ) et variation de l'angle de déphasage ( $\phi = 0^\circ, 10^\circ, 30^\circ, 60^\circ, 90^\circ, 120^\circ, 150^\circ$  et  $180^\circ$ ).



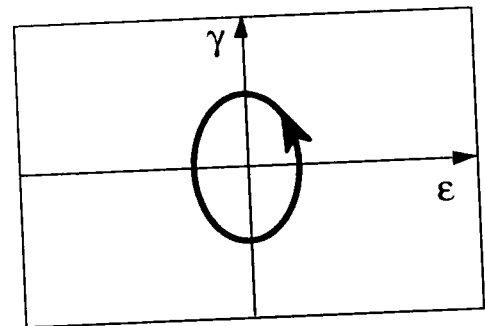
a) Traction



b) Torsion



c) Traction-torsion en phase



d) Traction-torsion hors phase

Figure 37 : Représentation schématique dans le plan  $(\varepsilon, \gamma)$  des différents types de chargement utilisés.



# **CHAPITRE 3 :**

## **RESULTATS EXPERIMENTAUX**

**I. INTRODUCTION**

**II. ESSAIS DE FATIGUE OLIGOCYCLIQUE EN TRACTION-COMPRESSION**

**III. ESSAIS DE FATIGUE OLIGOCYCLIQUE EN TORSION ALTERNEE**

**VI. ESSAIS DE FATIGUE OLIGOCYCLIQUE EN TRACTION-TORSION EN PHASE**

**V. ESSAIS DE FATIGUE OLIGOCYCLIQUE EN TRACTION-TORSION HORS PHASE**

## I. INTRODUCTION

Ce chapitre regroupe les résultats expérimentaux que nous avons obtenus. Le comportement en fatigue oligocyclique sous sollicitations biaxiales du Magnésium-Lithium a été étudié suivant quatre types de configuration de chargements : en traction-compression, en torsion alternée, en traction-torsion combinées en phase et en traction-torsion combinées hors phase.

## II. ESSAIS DE FATIGUE OLIGOCYCLIQUE EN TRACTION-COMPRESSION

Ces essais ont été réalisés en contrôle de la déformation totale axiale en vue de définir l'évolution de la contrainte et de la déformation durant le cyclage, la courbe de résistance à la fatigue et la loi d'écrouissage cyclique et monotone.

Les boucles d'hystérésis donnant la charge appliquée en fonction de la déformation présente une dissymétrie (figure 38).

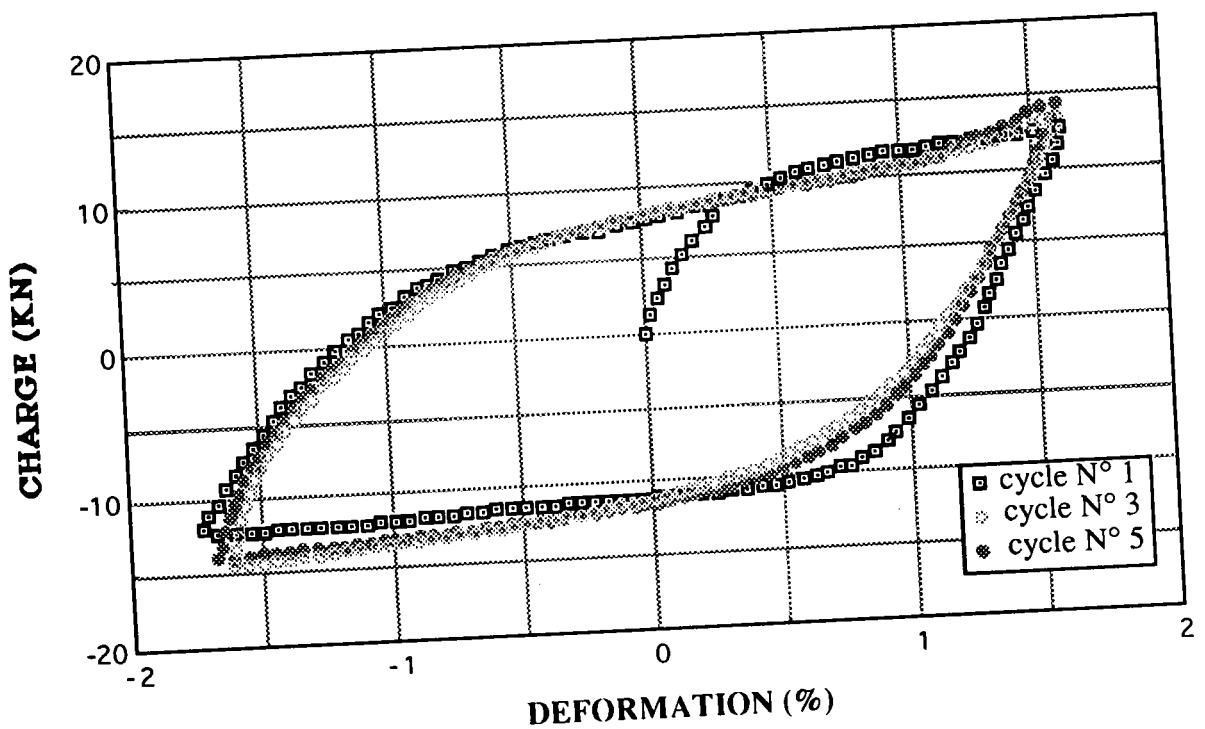


Figure 38 : Allure des boucles d'hystérésis en traction-compression.

La durée de vie du matériau a été déterminée en utilisant la convention de chute de charge de 50% par rapport au niveau du premier cycle.

Les résultats obtenus au cycle stabilisé sont donnés par le tableau 4.

N°	$\Delta\varepsilon_t/2$ (%)	$\Delta\varepsilon_p/2$ (%)	$\Delta\varepsilon_e/2$ (%)	$\Delta\sigma/2$ (MPa)	NR
TC 5	0,510	0,130	0,380	154	870
TC 6	0,620	0,210	0,410	158	622
TC 1	0,830	0,385	0,445	162	369
TC 3	1,255	0,765	0,490	172	127
TC 4	1,655	1,110	0,545	181	60
TC 8	1,865	1,215	0,650	187	40

Tableau 4 : Résultats des essais de traction-compression .

## **II.1. Evolution de la contrainte et de la déformation durant le cyclage :**

Au cours des essais de traction-compression, nous avons observé que l'amplitude de contrainte croît sensiblement au début de la durée de vie, elle diminue ensuite légèrement après avoir atteint un niveau maximal puis chute rapidement en fin d'essai (figure 39). On a remarqué aussi l'existence d'une contrainte moyenne (figure 40). Ceci rejoint la remarque faite par l'auteur [32] lors d'une étude en fatigue oligocyclique multiaxiale d'un alliage de magnésium GA3Z1.

L'évolution de l'amplitude de la déformation plastique en fonction du nombre de cycles est présentée sur la figure (41). On constate que la déformation plastique maximale apparaît au premier cycle. Après une diminution rapide due à l'augmentation de la contrainte (figure 39), l'amplitude de la déformation plastique se stabilise.

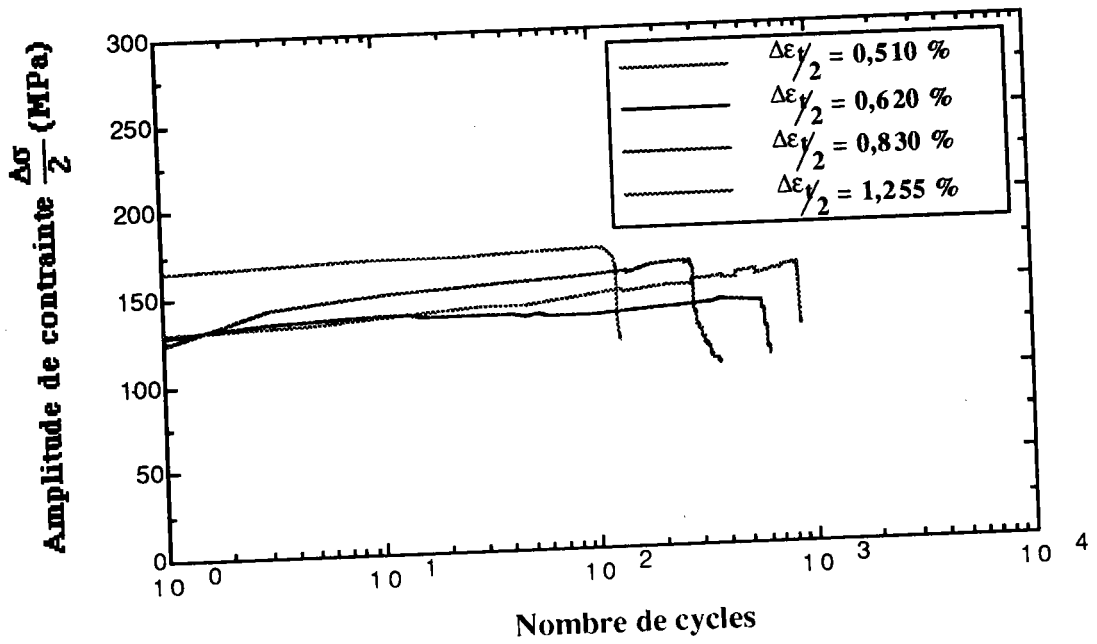


Figure 39 : Evolution de l'amplitude de contrainte en fonction du nombre de cycles en traction-compression.

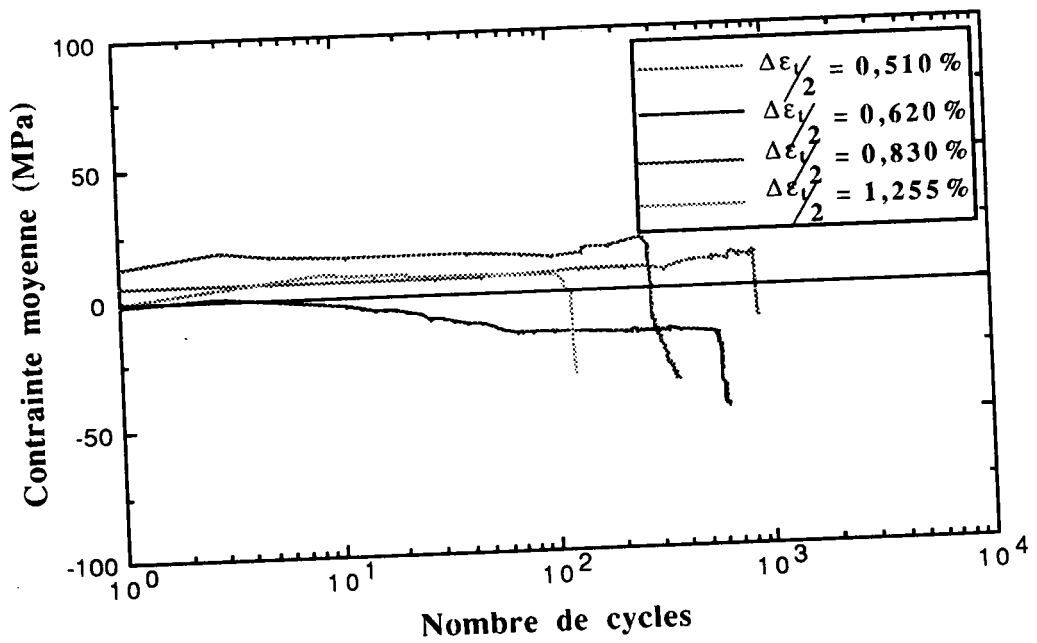


Figure 40 : Evolution de la contrainte moyenne en fonction du nombre de cycles en traction-compression.

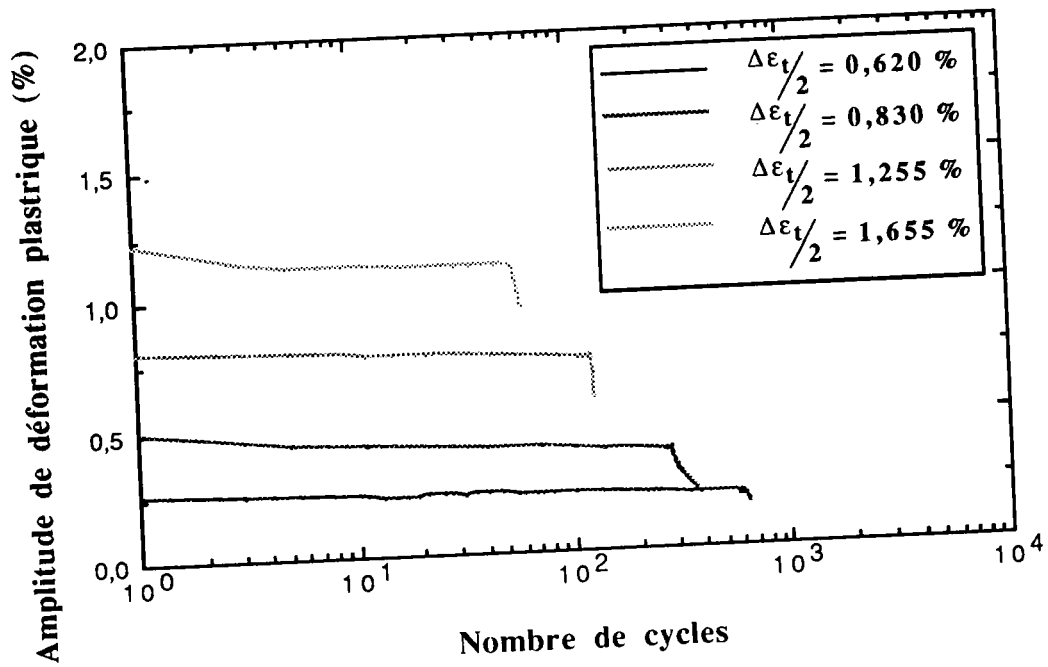


Figure 41 : Evolution de la déformation plastique durant le cyclage en traction-compression.

## II.2. Courbe d'érouissage cyclique et monotone :

Lors d'un essai de fatigue oligocyclique, on observe une évolution de la contrainte maximale enregistrée à chaque cycle, qui est fonction de l'état initial du matériau. Ainsi pour chaque amplitude de déformation totale cyclique imposée, on peut déterminer un comportement stabilisé qui occupe la plus grande partie de la durée de vie de l'éprouvette et tracer la courbe contrainte-déformation (figure 42). Cette dernière tiendra compte du comportement plastique stabilisé du matériau : La courbe d'érouissage cyclique. Cette courbe sera au dessus de la courbe de traction monotone lors d'un durcissement et en dessous dans le cas d'adoucissement.

Comme la courbe de traction monotone, la courbe d'érouissage est approximée par la relation :

$$\frac{\Delta\sigma}{2} = K'_\epsilon \left( \frac{\Delta\epsilon_p}{2} \right)^{n'_\epsilon} \quad (44)$$

avec  $\Delta\sigma$  : amplitude de contrainte au cycle stabilisé,  
 $\Delta\varepsilon_p$  : amplitude de déformation plastique stabilisée,  
 $K'_\varepsilon$  : coefficient de résistance à la déformation cyclique,  
 $n'_\varepsilon$  : coefficient d'érouissage cyclique.

Dans le cas considéré, on observe un durcissement cyclique du matériau. Les valeurs des lois d'érouissage cyclique ont été calculées par la méthode des moindres carrés et sont données par le tableau 5.

Monotone			Cyclique		
n	K (MPa)	E (MPa)	$n'_\varepsilon$	$K'_\varepsilon$ (MPa)	$E'$ (MPa)
0,1150	280	31939	0,1145	283	32512

Tableau 5 : Coefficients de loi de comportement monotone et cyclique en traction-compression.

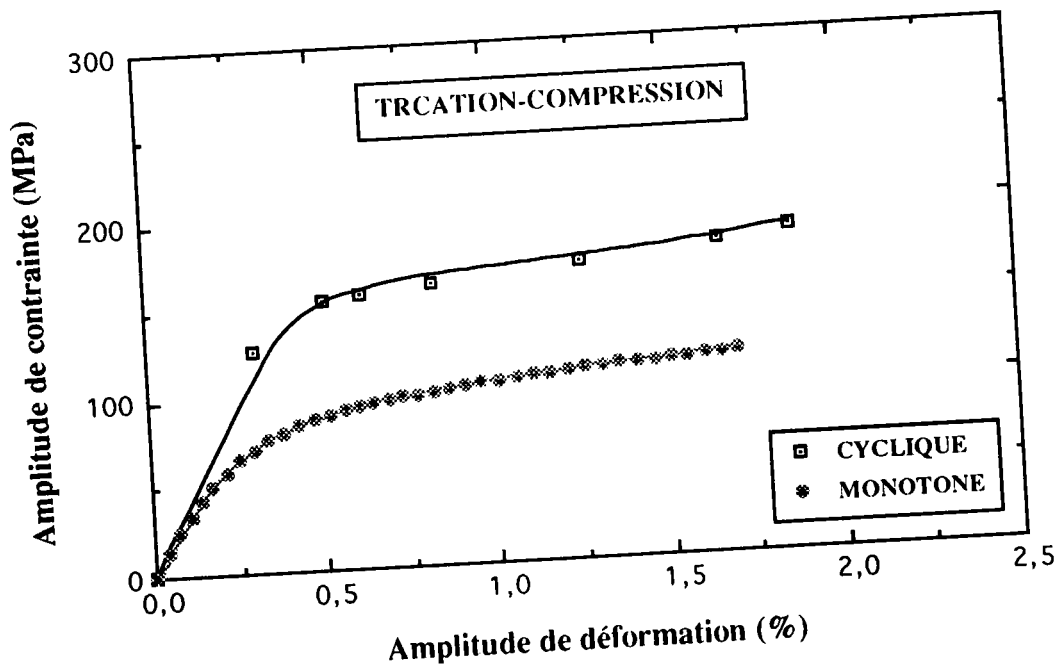


Figure 42 : Courbe d'érouissage cyclique et monotone en traction-compression.

### II.3. Courbe de résistance à la fatigue oligocyclique :

Ces courbes tracées à partir d'essais de fatigue oligocyclique permettent de déterminer les relations qui relient respectivement les contributions élastique et plastique de la déformation à la durée de vie des éprouvettes. On a choisi la boucle d'hystérésis stabilisée correspondant à la moitié du nombre de cycles à rupture.

Les propriétés qui se rapportent aux déformations plastique et élastique sont respectivement appelées propriétés de ductilité en fatigue et propriétés de résistance à la fatigue.

L'expression de la déformation plastique en fonction du nombre de cycles à rupture prend la forme :

$$\frac{\Delta \epsilon_p}{2} = \epsilon'_f (2N_R)^{c_\epsilon} \quad (45)$$

avec  $\epsilon'_f$  : coefficient de ductilité en fatigue,  
 $c_\epsilon$  : exposant de ductilité en fatigue.

BASQUIN [33] a proposé une expression de la déformation élastique en fonction du nombre de cycles à rupture  $N_R$  :

$$\frac{\Delta \epsilon_e}{2} = \frac{\sigma'_f}{E} (2N_R)^{b_\epsilon} \quad (46)$$

avec  $\frac{\sigma'_f}{E}$  : coefficient de résistance à la fatigue,  
 $b_\epsilon$  : exposant de résistance à la fatigue.

En additionnant les équations (45) et (46), on obtient l'expression de la déformation totale en fonction du nombre de cycles à la rupture, ou loi de MANSON COFFIN (figure 43).

$$\frac{\Delta \epsilon_t}{2} = \frac{\sigma'_f}{E} (2N_R)^{b_\epsilon} + \epsilon'_f (2N_R)^{c_\epsilon} \quad (47)$$

Les coefficients obtenus expérimentalement sont donnés par le tableau 6.

Coefficient élastique		Coefficient plastique	
$b_\epsilon$	$\sigma'_f/E$	$c_\epsilon$	$\epsilon'_f$
-0,177	0,0136	-0,865	0,765

Tableau 6 : Coefficients de la courbe de résistance à la fatigue en traction-compression.

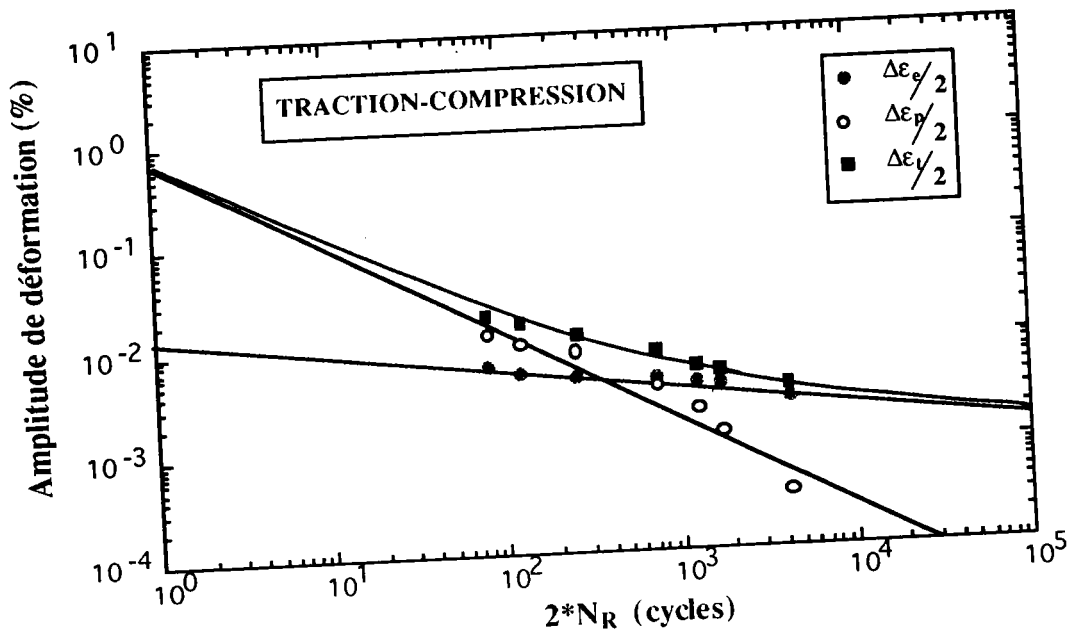


Figure 43 : Courbe de résistance à la fatigue en traction-compression.

## II.4. Conclusion

A partir des résultats obtenus lors des essais de traction-compression, nous avons étudié la loi de comportement du matériau, la courbe de résistance à la fatigue plastique ainsi que l'évolution de la contrainte et de la déformation en fonction du nombre de cycles.

Nous pouvons résumer ces résultats en faisant les remarques suivantes :



- présence d'une dissymétrie des boucles d'hystérésis,
- existence d'un durcissement cyclique du matériau,
- évolution de l'amplitude de la contrainte et de la déformation plastique

durant l'essai, présentent trois stades :

- \* la croissance de la contrainte et la diminution de la déformation plastique qui traduisent la phase d'écrouissage du matériau,

- \* la stabilisation de la contrainte et de la déformation plastique pendant un grand nombre de cycles,

- \* la chute de contrainte qui correspond à la phase de rupture du matériau,

- \* durant le cyclage, la présence d'une contrainte moyenne montre que notre matériau est sensible à l'effet BAUSCHINGER.

### **III . ESSAIS DE FATIGUE OLIGOCYCLIQUE EN TORSION ALTERNEE**

Les essais de torsion alternée ont été menés en contrôle de déformation totale angulaire.

Les boucles d'hystérésis sont obtenues à partir de la mesure du moment de torsion appliqué à l'éprouvette (figure 44). Elles présentent aussi une dissymétrie moins marquée que dans le cas des essais de traction-compression.

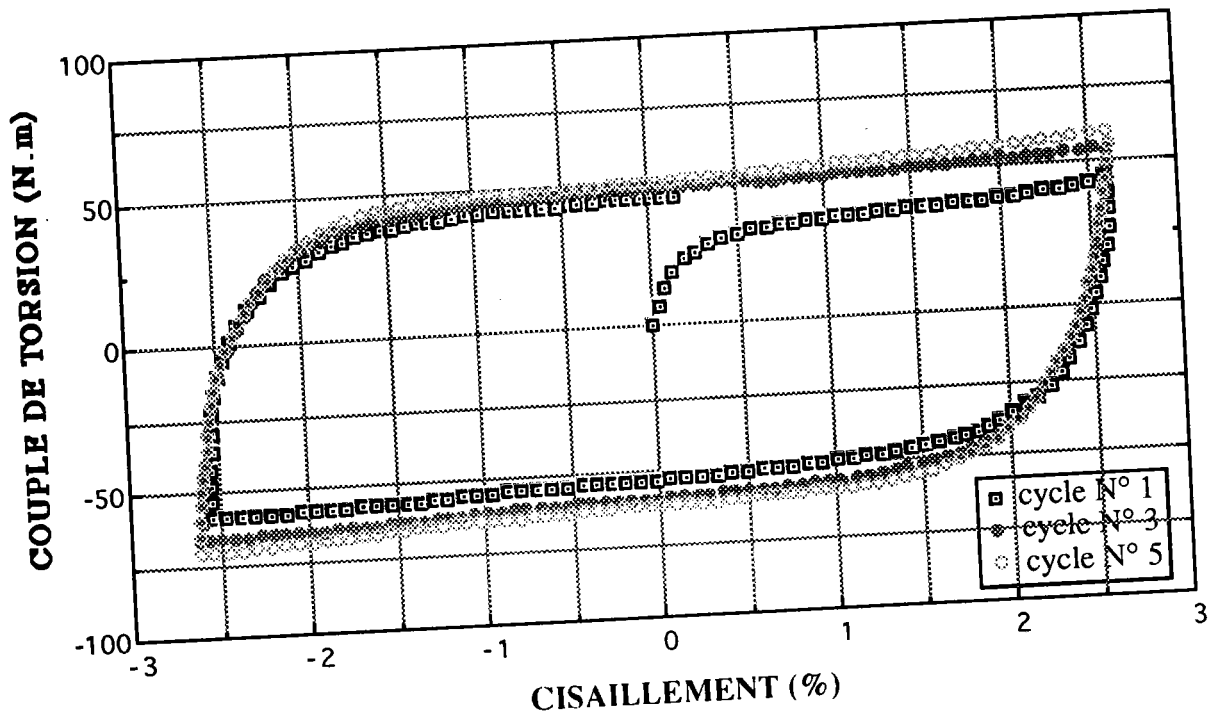


Figure 44 : Allure des boucles d'hystérésis en torsion alternée.

La durée de vie a été déterminée pour une chute de couple de torsion de 50% par rapport au niveau du premier cycle.

Les résultats obtenus au cycle stabilisé sont donnés par le tableau 7.

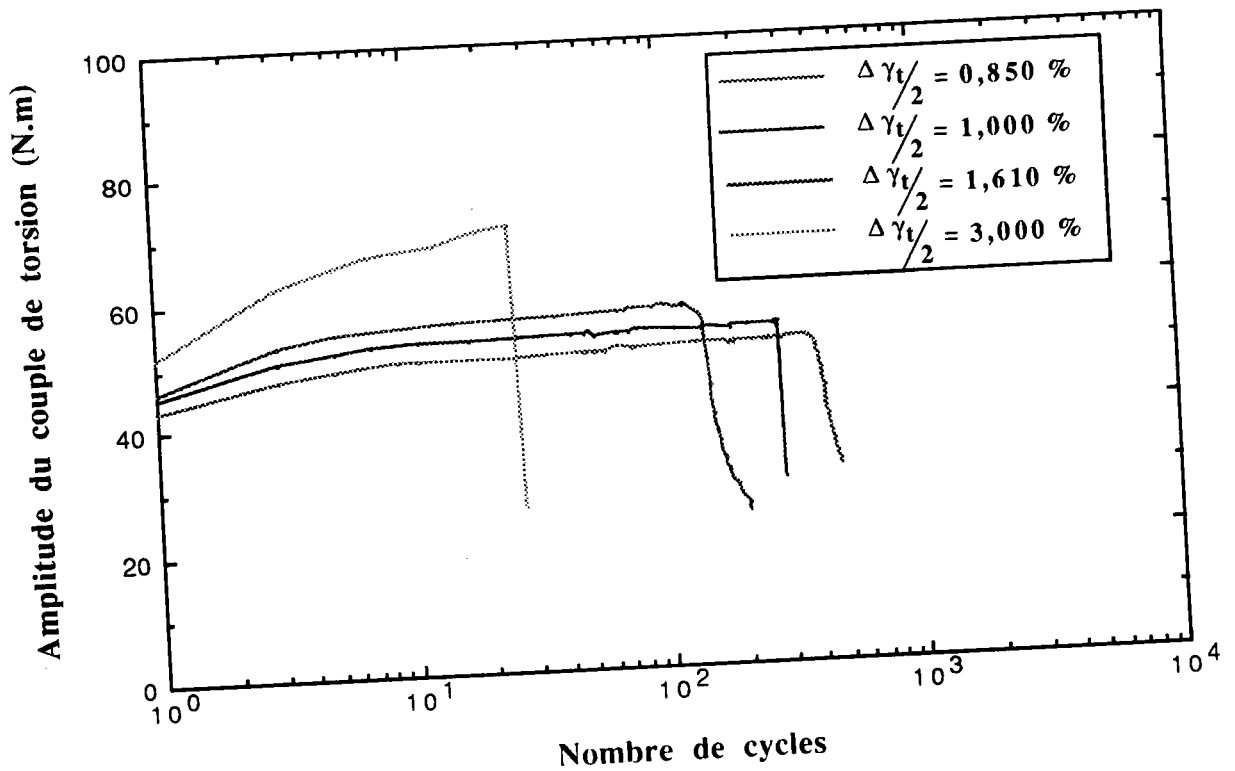
N°	$\Delta\gamma_t/2$ (%)	$\Delta\gamma_p/2$ (%)	$\Delta\gamma_e/2$ (%)	$\Delta\tau/2$ (MPa)	N <sub>R</sub>
T 1	0,300	0,230	0,070	66	2160
T 3	0,850	0,650	0,200	81	483
T 4	1,000	0,650	0,350	84	287
T 5	1,610	1,390	0,220	90	207
T 6	2,000	1,725	0,275	96	105
T 9	3,000	2,655	0,345	106	27

Tableau 7 : Résultats des essais de torsion alternée.

### III.1. Evolution du couple et du cisaillement durant le cyclage

Lors des essais de torsion alternée, nous avons constaté que l'amplitude du couple croît au début de l'essai, se stabilise pendant un nombre de cycles plus ou moins important, puis chute rapidement (figure 45). On a observé aussi l'existence d'un couple moyen dont la valeur est moins significative par rapport aux essais de traction-compression (figure 46).

L'évolution de l'amplitude de cisaillement plastique en fonction du nombre de cycles est la même que celle du couple de torsion (figure 47).



**Figure 45** : Evolution de l'amplitude du couple de torsion en fonction du nombre de cycles.

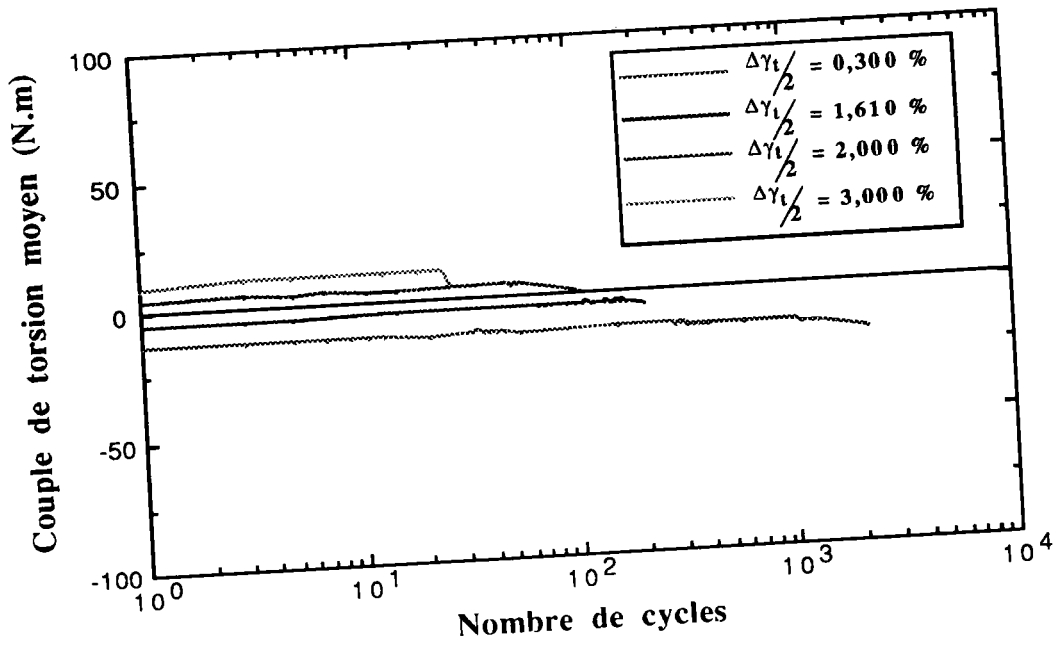


Figure 46 : Evolution du couple de torsion moyen en fonction du nombre de cycles.

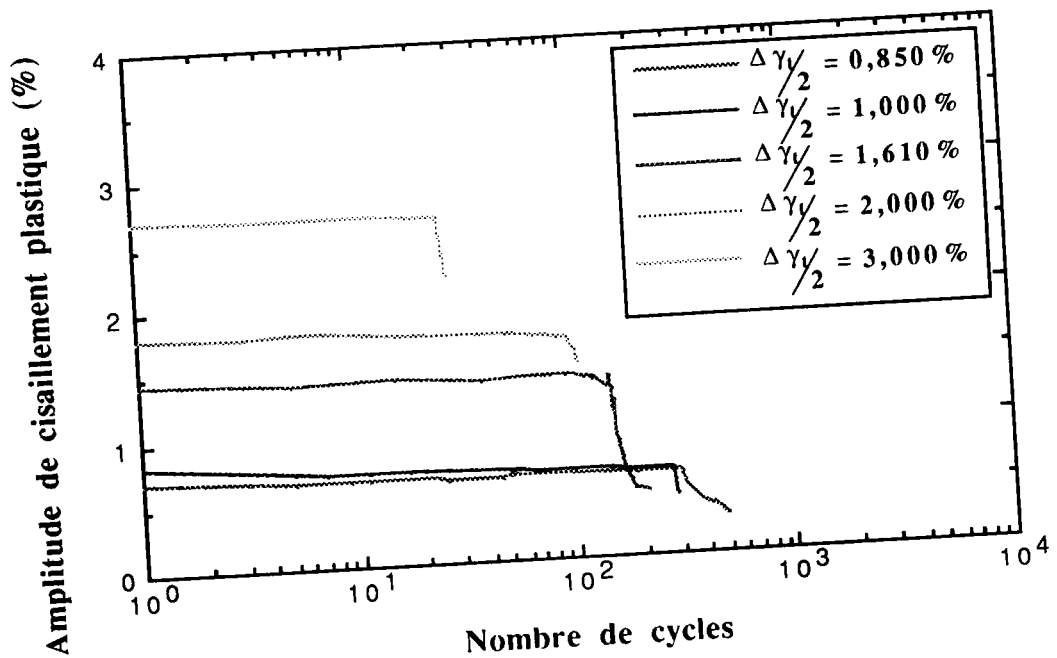


Figure 47 : Evolution de l'amplitude de cisaillement plastique durant le cyclage.

### III.2. Loi de comportement cyclique en torsion :

Comme la courbe de torsion monotone, la courbe d'écrouissage est approximée par la relation :

$$\frac{\Delta\tau}{2} = K'_{\gamma} \left( \frac{\Delta\gamma_p}{2} \right)^{n'_{\gamma}} \quad (48)$$

avec  $\Delta\tau$  : amplitude de contrainte de cisaillement,  
 $\Delta\gamma_p$  : amplitude de cisaillement plastique,  
 $K'_{\gamma}$  : coefficient de résistance à la déformation cyclique,  
 $n'_{\gamma}$  : coefficient d'écrouissage cyclique.

A partir de la courbe couple de torsion-déformation, nous avons déterminé la contrainte de cisaillement s'appliquant à la surface de l'éprouvette tubulaire par un calcul prenant en compte le gradient des déformations selon la relation de BROWN [34] (ANNEXE 1). La figure (48) montre le comportement monotone et cyclique du matériau en cisaillement.

Nous avons noté là aussi que le matériau durcit cycliquement. Les lois de comportement ont été calculées par la méthode des moindres carrées et sont données par le tableau 8.

$n_{\gamma}$	Monotone		Cyclique		
	$K_{\gamma}$ (MPa)	G (MPa)	$n'_{\gamma}$	$K'_{\gamma}$ (MPa)	G' (MPa)
0,1178	145	29189	0,1866	206	29775

Tableau 8 : Coefficients de la loi de comportement monotone et cyclique en torsion alternée.

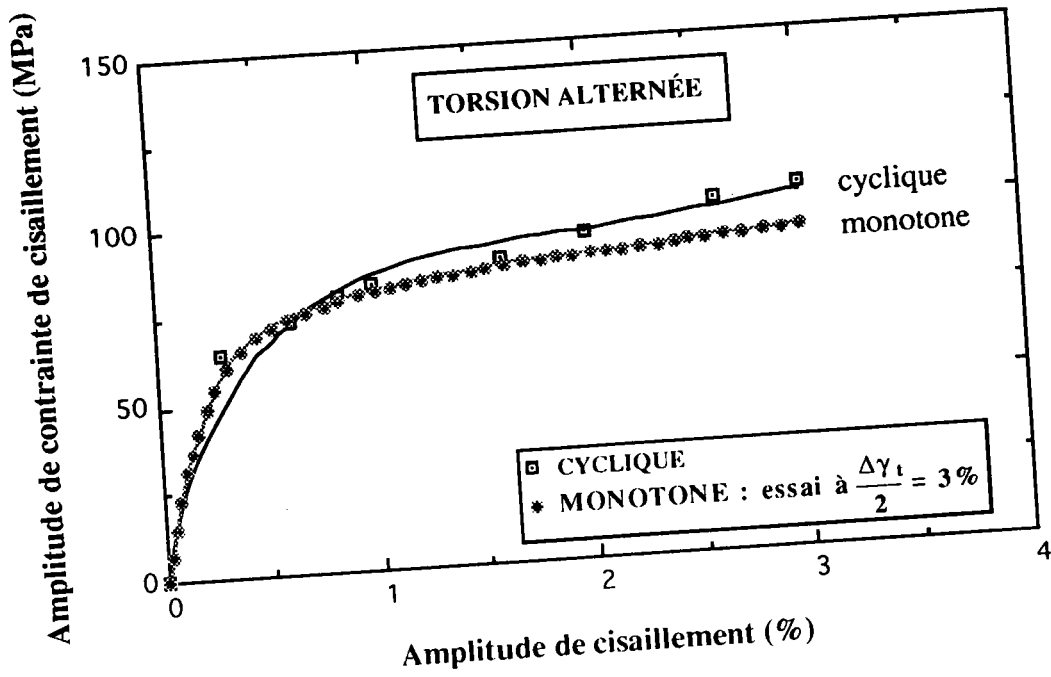


Figure 48 : Loi de comportement cyclique et monotone en torsion alternée.

### III.3. Courbe de résistance à la fatigue plastique :

Nous avons déterminé les courbes d'endurance en torsion (figure 49) selon les relations de WATSON et WETZEL [36, 37] :

$$\frac{\Delta\gamma_c}{2} = \frac{\tau'_f}{G} (2N_R)^{b_\gamma} \quad (49)$$

où  $\tau'_f/G$  et  $b_\gamma$  sont respectivement le coefficient et l'exposant de résistance en cisaillement.

De même :

$$\frac{\Delta\gamma_p}{2} = \gamma'_f (2N_R)^{c_\gamma} \quad (50)$$

où  $c_\gamma$  et  $\gamma'_f$  sont respectivement l'exposant et le coefficient de ductilité en fatigue et en cisaillement.

A partir des expressions (49) et (50), on peut déduire la loi de résistance à la déformation de cisaillement totale :

$$\frac{\Delta\gamma_t}{2} = \frac{\Delta\gamma_e}{2} + \frac{\Delta\gamma_p}{2} = \frac{\tau'_f}{G}(2N_R)^{b_\gamma} + \gamma'_f(2N_R)^{c_\gamma} \quad (51)$$

Les coefficients de ces lois sont reportés dans le tableau 9.

Coefficient élastique		Coefficient Plastique	
$b_\gamma$	$\tau'_f/G$	$c_\gamma$	$\gamma'_f$
-0,225	0,0085	-0,532	0,252

Tableau 9 : Coefficients de la courbe de résistance à la fatigue en torsion alternée.

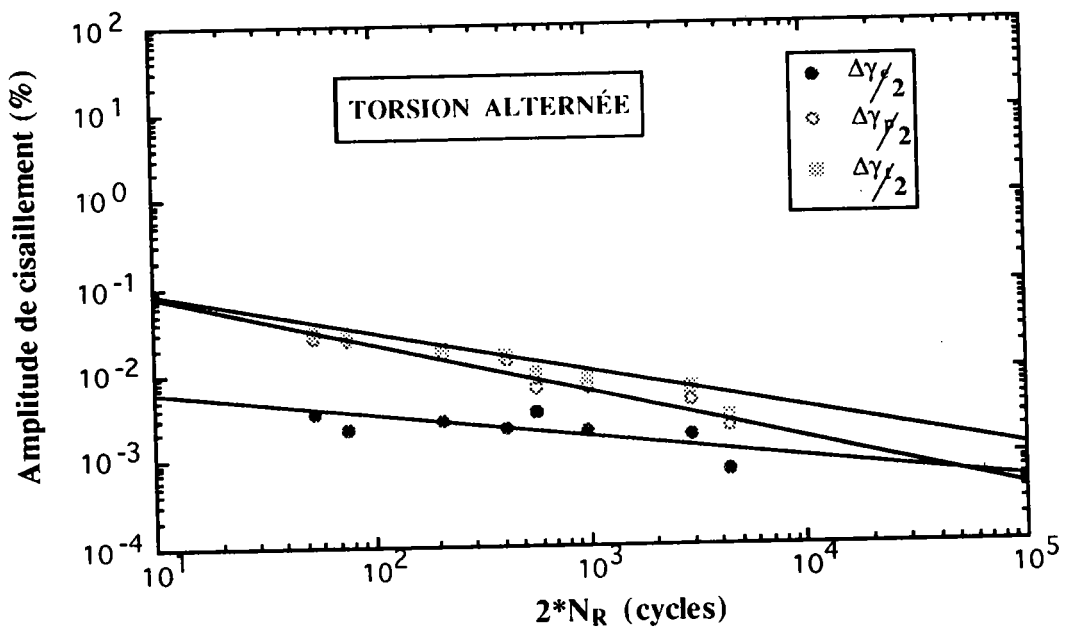


Figure 49 : Courbe de résistance à la fatigue en torsion alternée.

### III.4. Conclusion

Pour les essais de torsion alternée, nous avons fait les mêmes remarques que celles citées pour les essais de traction-compression, sauf que la dissymétrie des boucles d'hystérésis est moins marquée lors de ce type d'essai.

### IV . ESSAIS DE FATIGUE OLIGOCYCLIQUE EN TRACTION-TORSION EN PHASE

Les essais de traction-torsion en phase ont été menés en contrôle des déformations totales axiale et angulaire. Ces déformations ont été choisies de telle façon que la durée de l'essai ne dépasse pas 28 heures.

Pour la détermination des amplitudes de contrainte  $\Delta\sigma$  et  $\Delta\tau$ , nous avons utilisé la méthode de DELOBELLE [38] qui tient compte des effets de couplage (ANNEXE 2).

Les résultats de ces essais figurent dans le tableau 10.

$\Delta\epsilon_t/2$ (%)	$\Delta\epsilon_p/2$ (%)	$\Delta\epsilon_e/2$ (%)	$\Delta\gamma_t/2$ (%)	$\Delta\gamma_p/2$ (%)	$\Delta\gamma_e/2$ (%)	$\Delta F/2$ (KN)	$\Delta C/2$ (Nm)	$\Delta\sigma/2$ (MPa)	$\Delta\tau/2$ (MPa)	NR
0,874	0,571	0,303	4,260	3,720	0,540	4,300	33,91	52,0	74,6	47
0,618	0,352	0,266	2,049	1,675	0,374	4,990	27,75	60,5	61,2	120
0,535	0,369	0,166	1,617	1,268	0,349	5,765	23,97	70,4	53,2	145
0,539	0,252	0,287	0,983	0,716	0,267	5,865	20,27	72,0	45,2	200
0,601	0,218	0,383	0,363	0,208	0,155	7,400	11,31	93,8	26,0	300
0,424	0,134	0,290	0,739	0,456	0,283	5,705	21,40	69,7	47,7	500
0,323	0,084	0,239	0,123	0,030	0,093	5,830	7,44	74,8	17,2	2500

Tableau 10 : Résultats des essais de traction-torsion en phase.



Ces résultats nous permettront de discuter certains critères applicables en fatigue oligocyclique multiaxiale.

#### IV.1. Application des critères de fatigue oligocyclique multiaxiale :

Dans ce paragraphe, nous nous intéressons aux critères globaux et locaux. Les résultats obtenus lors des essais de traction-compression, de torsion alternée et de traction-torsion en phase ont été analysés en utilisant les critères suivants :

- \* le critère de TAIRA du type TRESCA (figure 50 a et 50 b),
- \* le critère de TAIRA du type VON MISES (figure 51 a et 51 b),
- \* le critère de la déformation plastique octaédrale (figure 52 a et 52 b),
- \* le critère de BROWN et MILLER (figure 53 a et 53 b),
- \* le critère de KANDIL (figure 54 a et 54 b),
- \* le critère de LOHR et ELLISON (figure 55 a et 55 b),
- \* le critère de KONTER (figure 56 a et 56 b).

L'ensemble des points expérimentaux a fait l'objet d'une régression dans laquelle les paramètres  $\epsilon^*_{eq,f}$  et  $c^*_{eq}$  de la relation  $\Delta\epsilon_{p,eq} = \epsilon^*_{eq}(N_R)^{c^*_{eq}}$  qui lie l'amplitude de la déformation équivalente  $\Delta\epsilon_{p,eq}$  et de la durée de vie  $N_R$ , ont été évalués, ainsi que le facteur multiplicatif sur la bande de dispersion entre les valeurs théoriques  $N_{Rth}$  et expérimentales  $N_{Rexp}$  de la durée de vie pour chacun des critères définis ci dessus (tableau 11).

Critères	$\epsilon^*_{ca,f}$	$c^*_{ca}$	Coefficient de régression r	Facteur de dispersion
TAIRA du type TRESCA	0,187	-0,684	0,963	1,923
TAIRA du type VON MISES	0,210	-0,691	0,955	2,040
Déformation octaédrale	0,297	-0,691	0,955	2,040
BROWN et MILLER	0,128	-0,697	0,945	2,127
KANDIL	0,193	-0,687	0,962	1,890
LOHR et ELLISON	0,149	-0,684	0,965	2,074
KONTER	0,103	-0,646	0,919	3,037

Tableau 11 : Coefficient de la relation  $\Delta\epsilon_{p,eq} = \epsilon^*_{eq}(N_R)^{c^*_{eq}}$ , de régression et facteur multiplicatif de dispersion des valeurs expérimentales et théoriques de la durée de vie pour les différents critères étudiés.

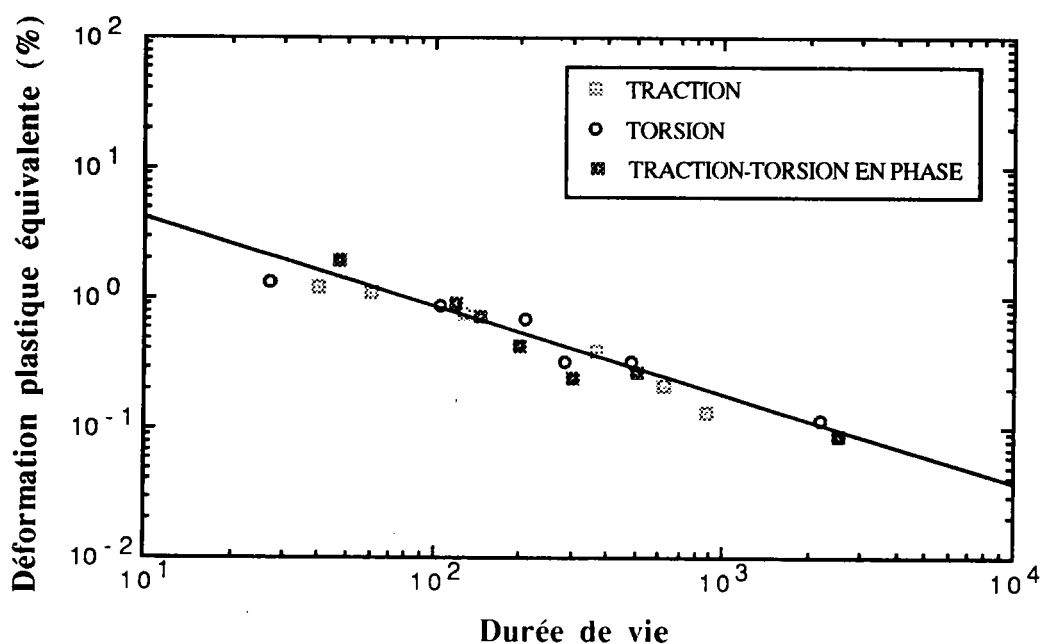


Figure 50 a : Amplitude de déformation plastique équivalente en fonction de la durée de vie selon le critère de TAIRA du type TRESCA.

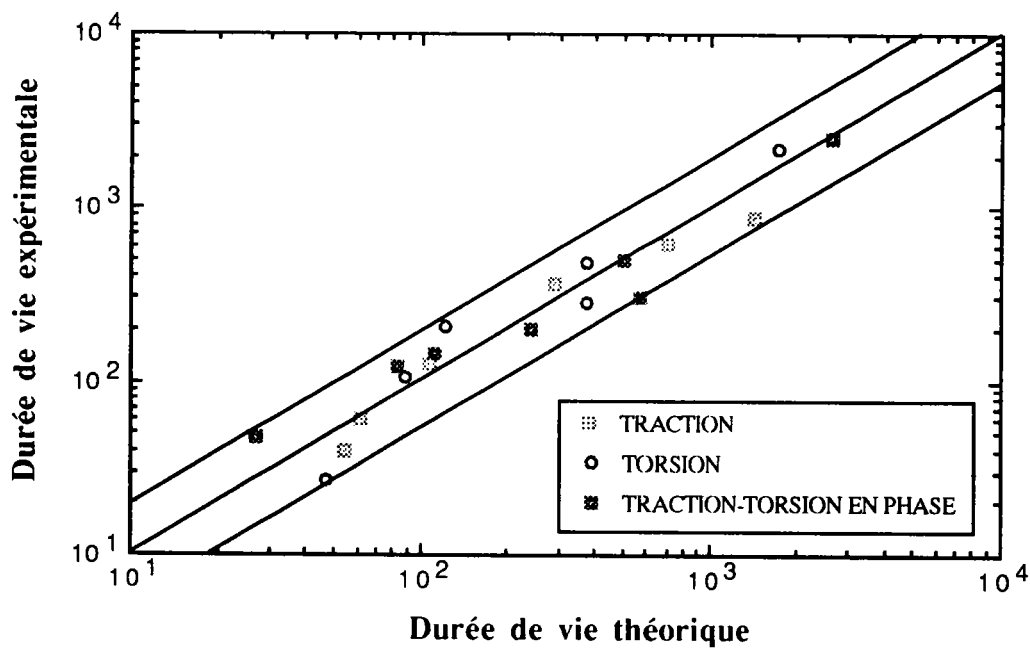


Figure 50 b : Durée de vie expérimentale en fonction de la durée de vie théorique selon le critère de TAIRA du type TRESCA.

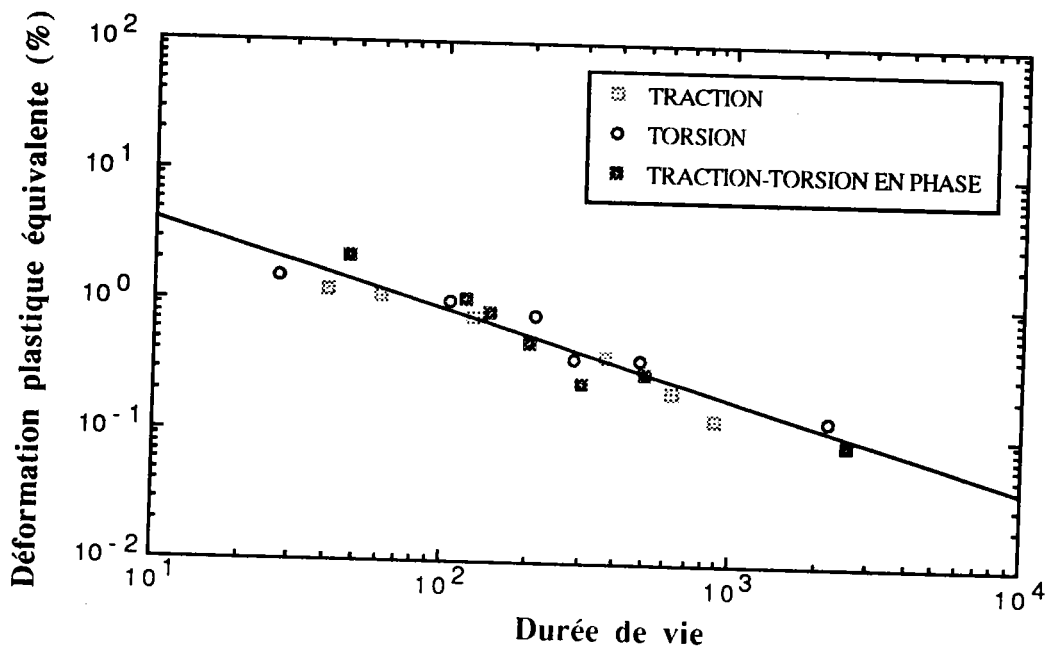


Figure 51 a : Amplitude de déformation plastique équivalente en fonction de la durée de vie selon le critère de TAIRA du type VON MISES.

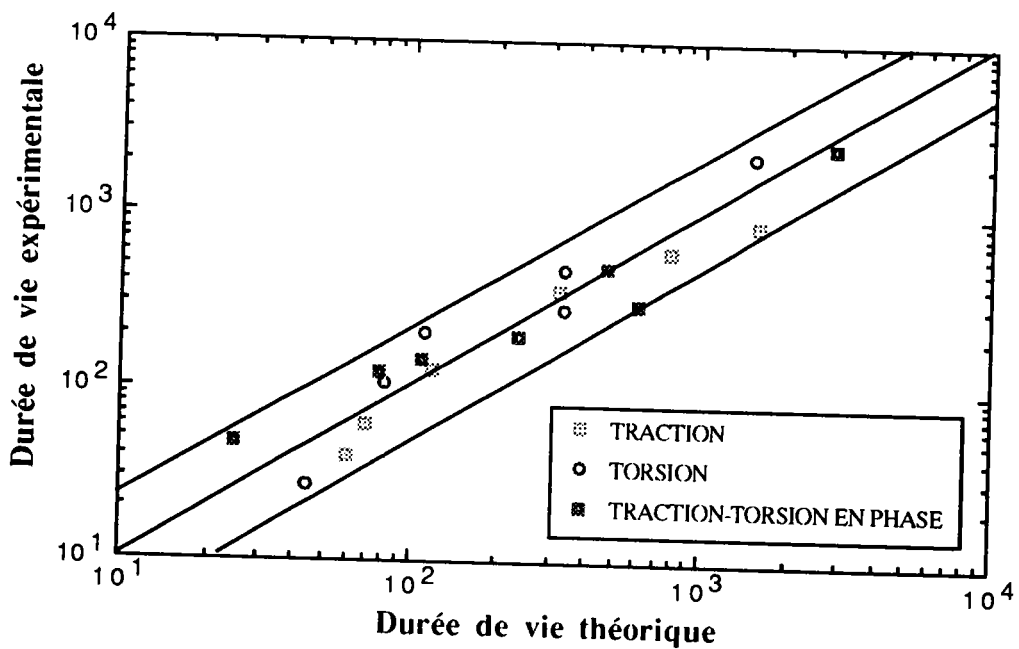


Figure 51 b : Durée de vie expérimentale en fonction de la durée de vie théorique selon le critère de TAIRA du type VON MISES.

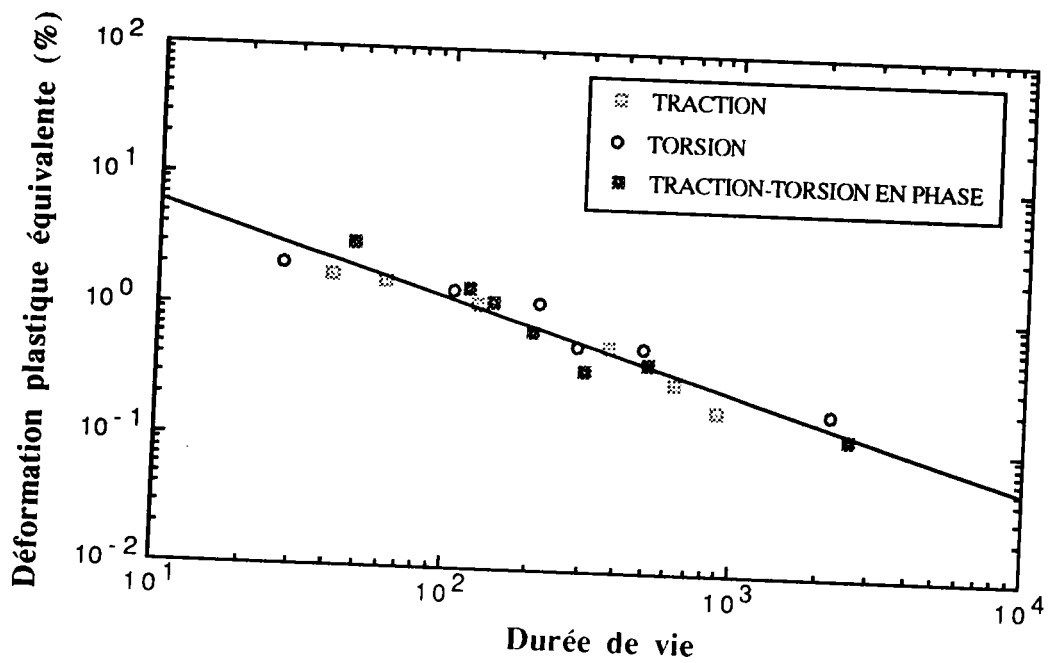


Figure 52 a : Amplitude de déformation plastique équivalente en fonction de la durée de vie selon le critère de la déformation plastique octaédrale.

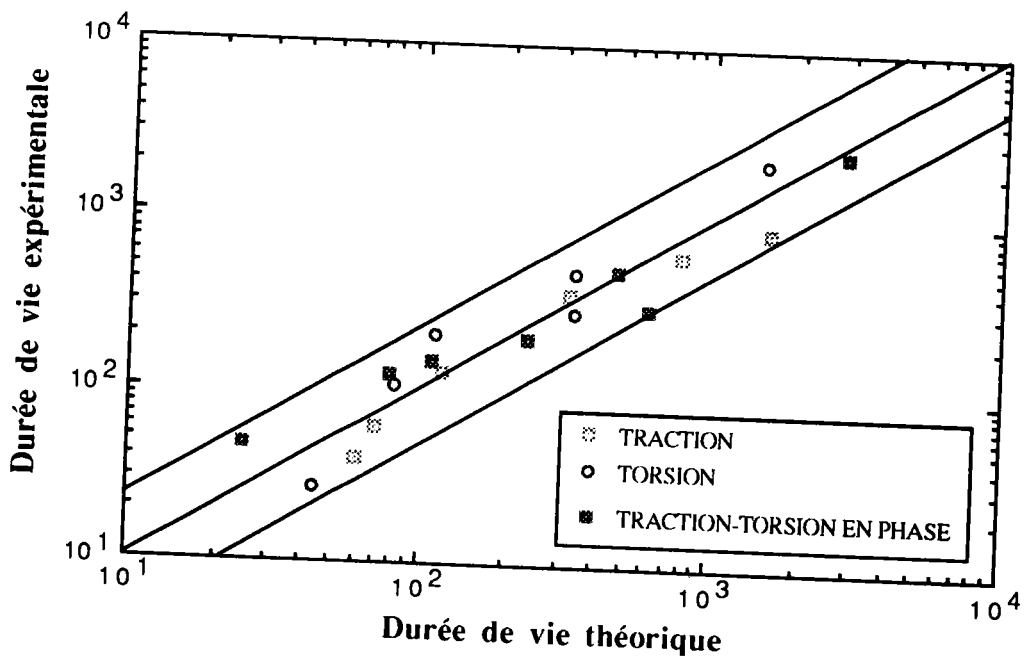


Figure 52 b : Durée de vie expérimentale en fonction de la durée de vie théorique selon le critère de la déformation plastique octaédrale.

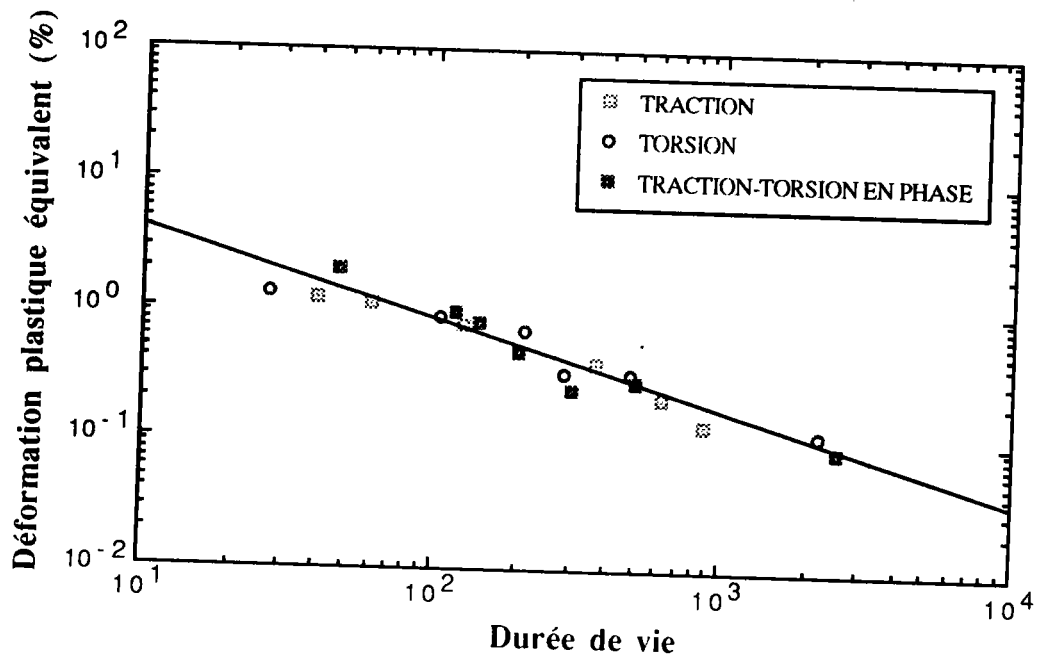


Figure 54 a : Amplitude de déformation plastique équivalente en fonction de la durée de vie selon le critère de KANDIL.

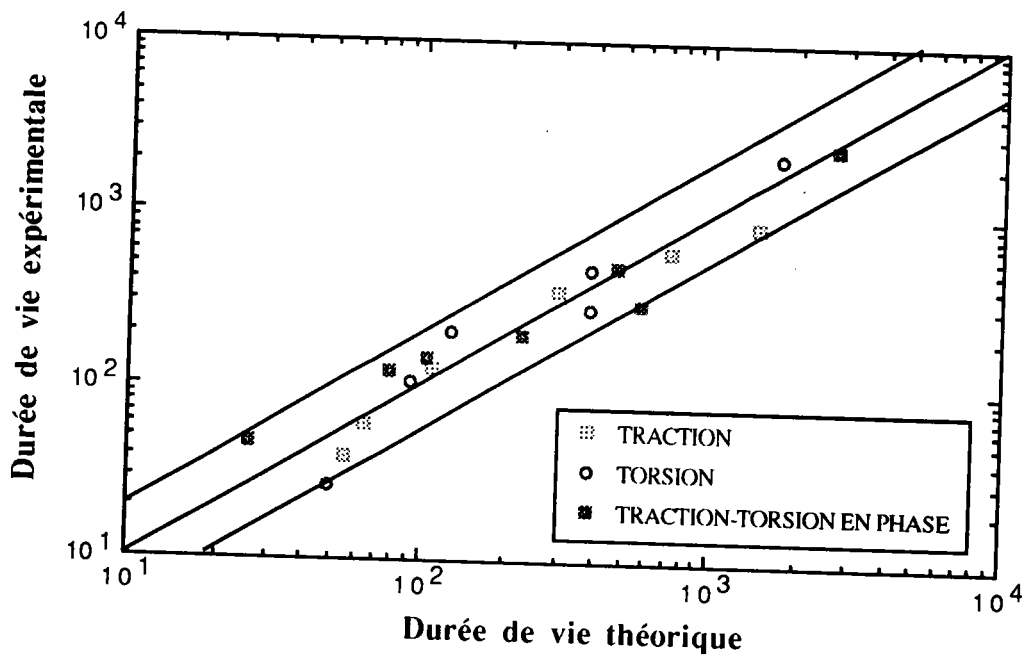


Figure 54 b : Durée de vie expérimentale en fonction de la durée de vie théorique selon le critère de KANDIL.

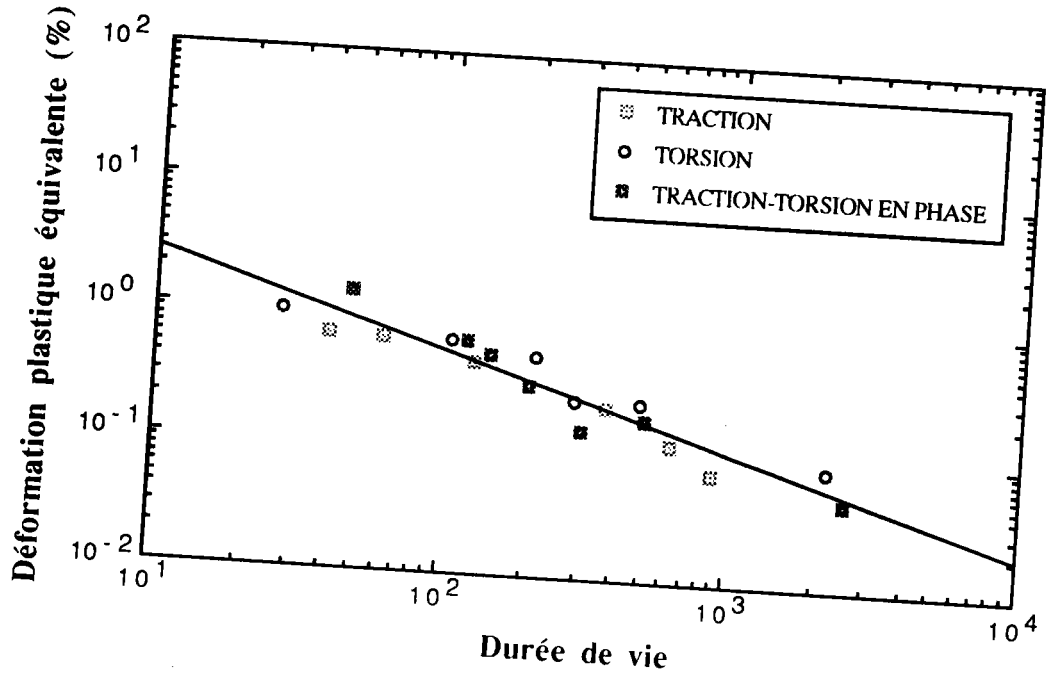


Figure 53 a : Amplitude de déformation plastique équivalente en fonction de la durée de vie selon le critère de BROWN-MILLER.

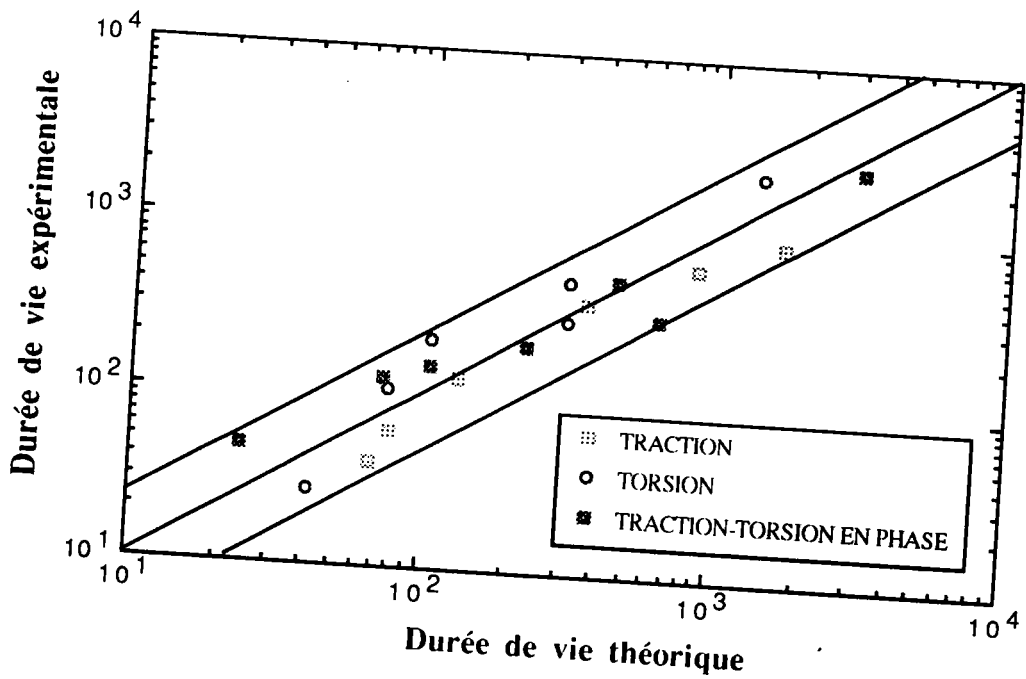


Figure 53 b : Durée de vie expérimentale en fonction de la durée de vie théorique selon le critère de BROWN-MILLER.

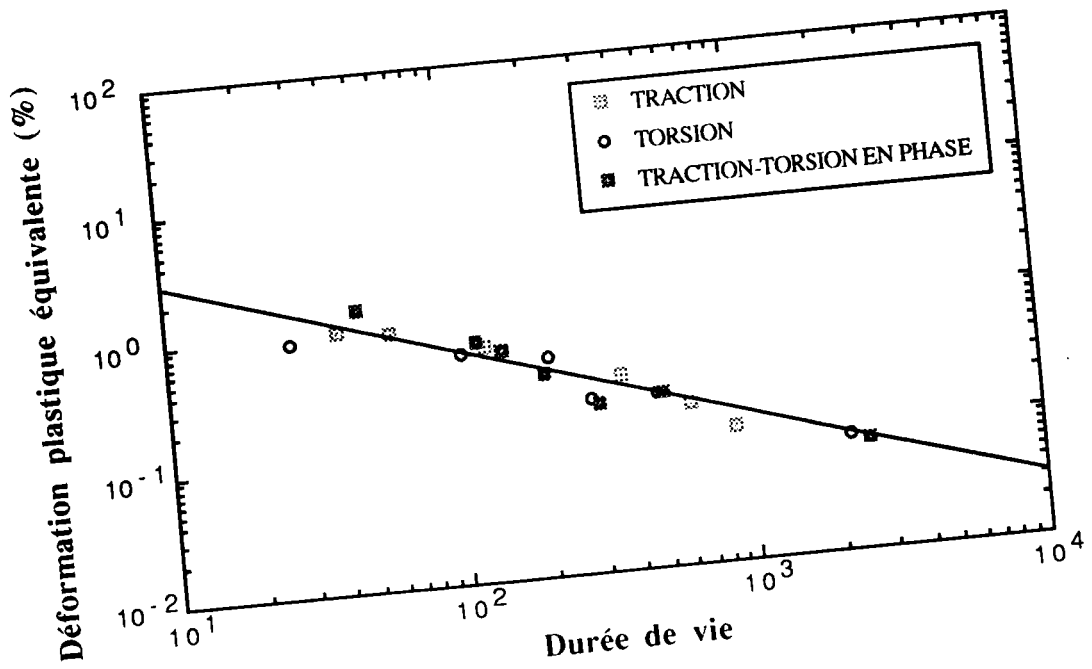


Figure 55 a : Amplitude de déformation plastique équivalente en fonction de la durée de vie selon le critère de LOHR-ELLISON.

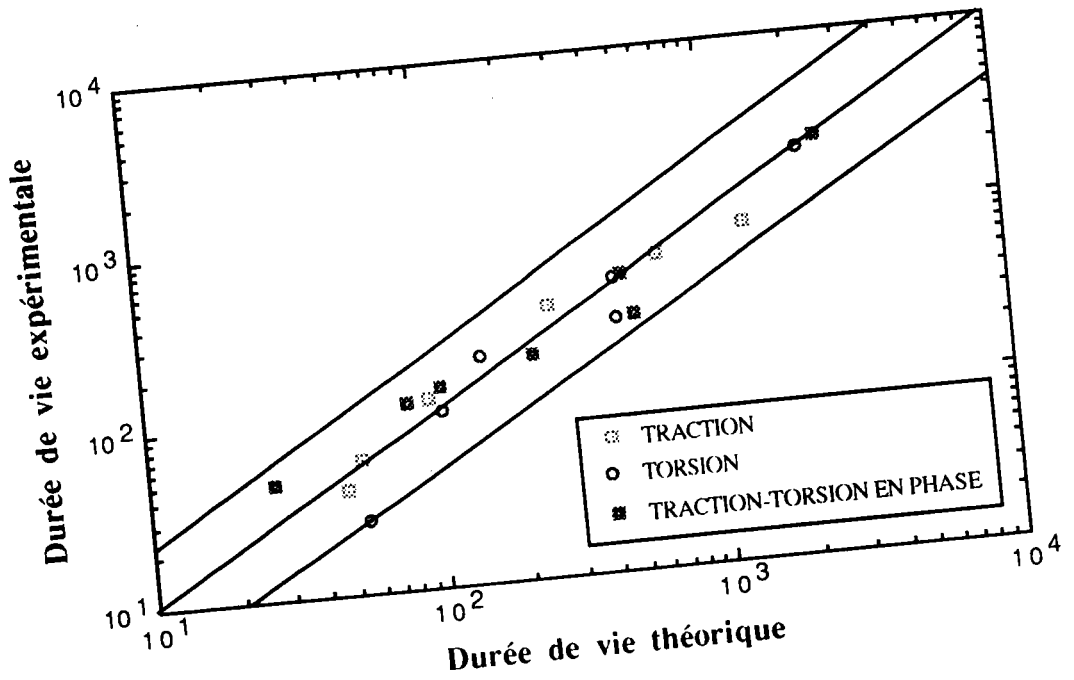


Figure 55 b : Durée de vie expérimentale en fonction de la durée de vie théorique selon le critère de LOHR-ELLISON.

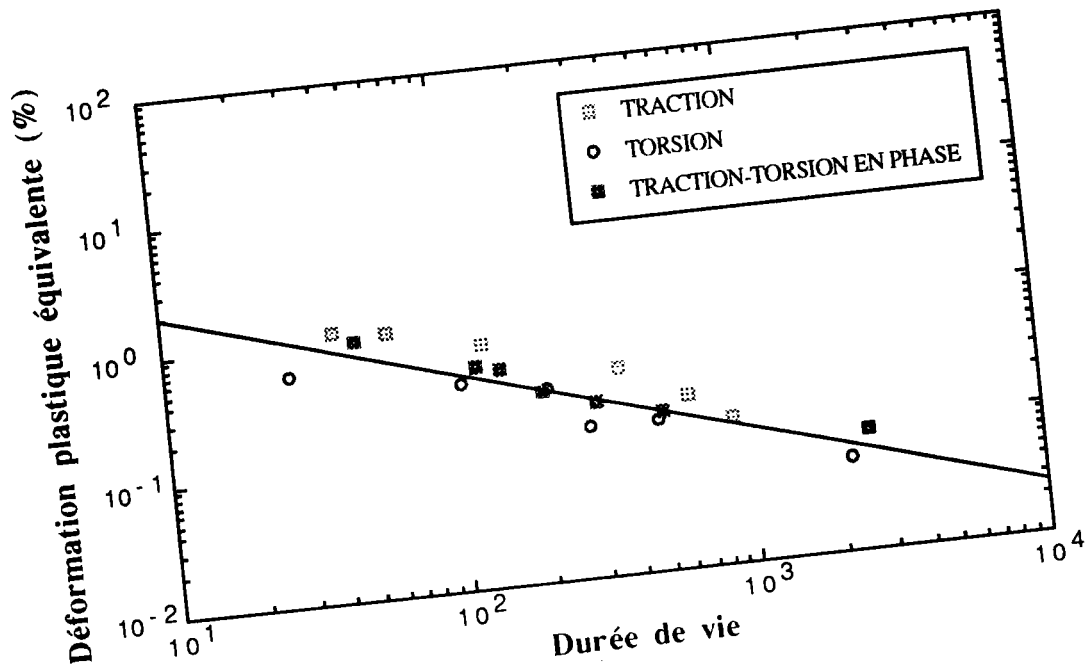


Figure 56 a : Amplitude de déformation plastique équivalente en fonction de la durée de vie selon le critère de KONTER.

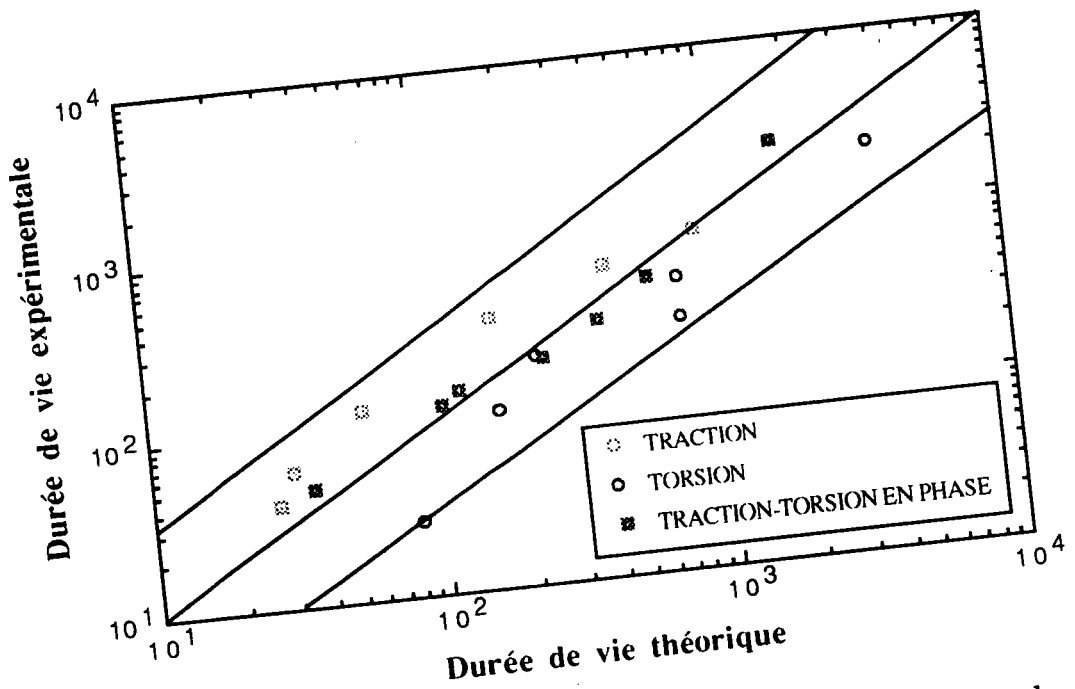


Figure 56 b : Durée de vie expérimentale en fonction de la durée de vie théorique selon le critère de KONTER.



Nous avons constaté que, pour une même amplitude de déformation plastique équivalente, les durées de vie diffèrent en moyenne d'un facteur 3.

En comparant chacun des coefficients de corrélation, nous avons pu déduire que le critère de TAIRA, du type TRESCA, pourrait corréler nos résultats expérimentaux pour les critères globaux et celui de KANDIL pour les critères locaux.

Nous avons aussi étudié les contours d'isodurée de vie selon BROWN-MILLER [10] et LOHR-ELLISON [12, 13]. Les figures (57) et (58) représentent respectivement le tracé de ces contours  $\epsilon_n$  en fonction de  $\gamma_{\max}/2$  et  $\epsilon^*$  en fonction de  $\gamma^*/2$ .

On remarque que dans chacune des représentations, les points expérimentaux en traction-compression, en torsion alternée et en traction-torsion en phase se situent sur un même segment de droite pour une durée de vie supérieure à 300 cycles et sur deux segments différents dans le cas contraire ( $N_R < 300$ ).

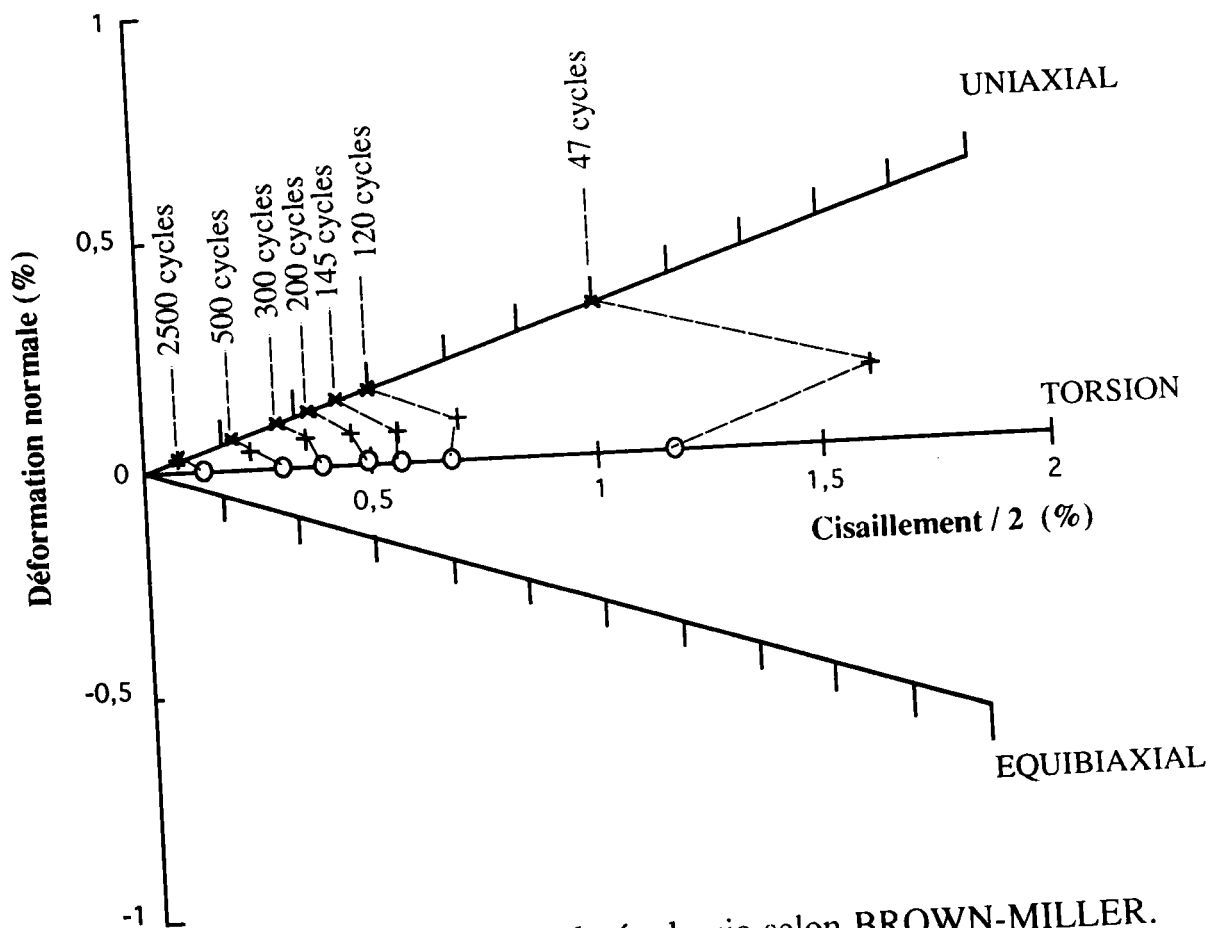


Figure 57 : Courbe d'isodurée de vie selon BROWN-MILLER.

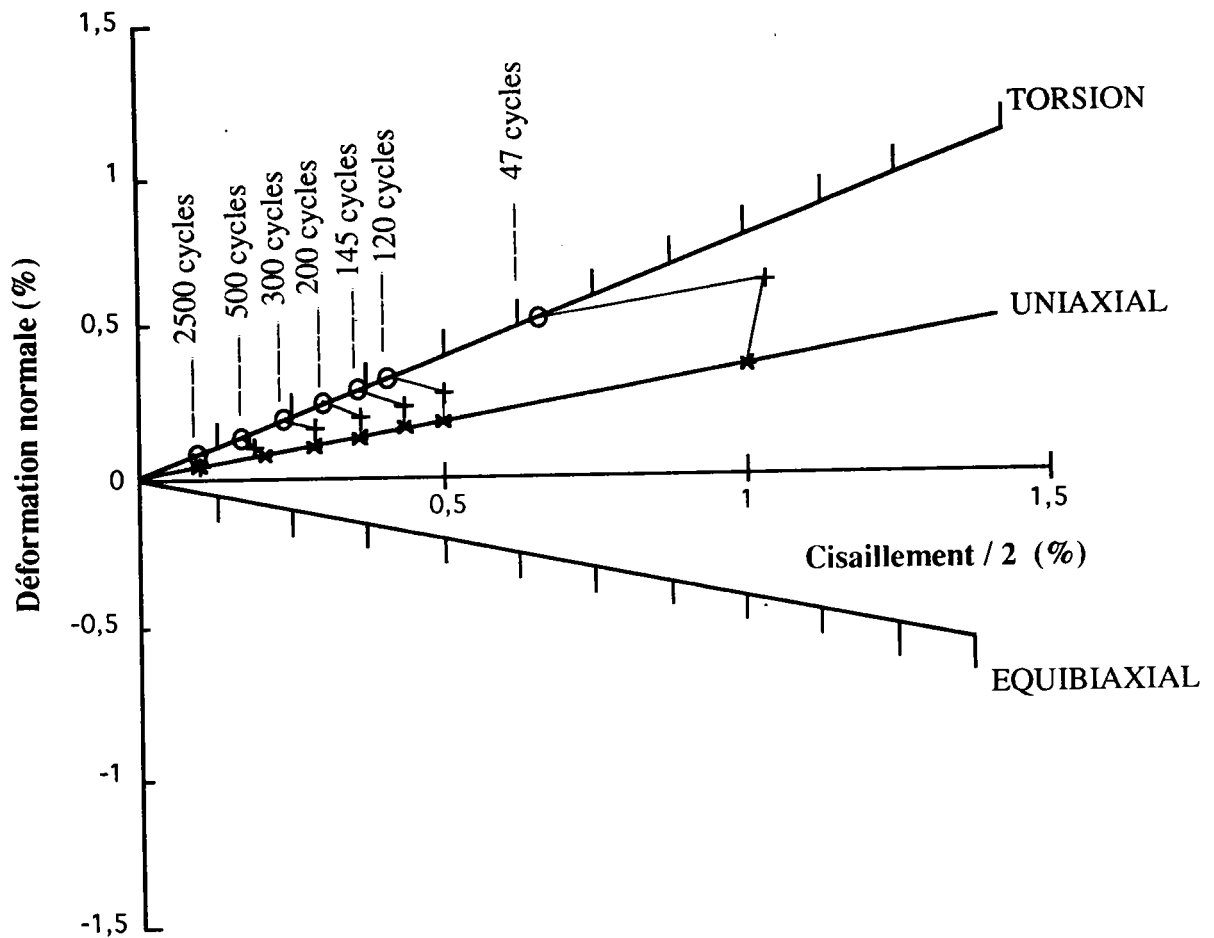


Figure 58 : Courbe d'isodurée de vie selon LOHR-ELLISON.

#### IV.2. Conclusion :

Les résultats obtenus en fatigue oligocyclique multiaxiale peuvent être résumés comme suit :

- les critères globaux ou locaux pourraient corrélérer l'ensemble de nos données expérimentales puisqu'ils présentent un coefficient de corrélation qui est supérieur à 0,9

- le tracé des contours d'isodurée de vie selon le critère de BROWN-MILLER [10] et celui de LOHR-ELLISON [12, 13], sont très différents selon que la durée de vie est supérieure ou inférieure à 300 cycles. Ce qui montre que ces contours d'isodurée de vie ne peuvent pas être décrits par une relation simple. Par conséquent, l'application de ce principe à notre matériau n'est pas valable.

## **V. ESSAIS DE FATIGUE OLIGOCYCLIQUE EN TRACTION-TORSION HORS PHASE**

Les essais de traction-torsion déphasés ont été réalisés en contrôle des déformations totales axiale  $\Delta\varepsilon_t/2$  et angulaire  $\Delta\gamma_t/2$ . Ces déformations sont maintenues constantes ( $\Delta\varepsilon_t/2 = 0,50 \%$  et  $\Delta\gamma_t/2 = 0,75 \%$ ) durant tous les essais et l'angle de déphasage  $\phi$  entre la traction et la torsion a varié entre  $0^\circ$  et  $180^\circ$ .

La torsion est en retard de phase par rapport à la traction.

Le nombre de cycles à rupture du matériau a été déterminée en utilisant comme pour les autres type de chargement, la convention de chute de charge de 50% par rapport au niveau du premier cycle.

Les résultats obtenus sont donnés par le tableau 12. Ces derniers sont la moyenne de trois essais.

$\phi$ ( $^\circ$ )	$N_R$
0	370
10	300
30	225
60	200
90	202
120	199
150	230
180	360

Tableau 12 : Résultats des essais de traction-torsion déphasés.

### **V.1. Evolution du nombre de cycles à rupture en fonction du déphasage $\phi$**

A partir de la courbe (figure 59) donnant l'évolution du nombre de cycles à rupture en fonction de l'angle de déphasage  $\phi$ , on peut constater que ce nombre décroît d'abord d'une façon exponentielle pour des angles de déphasage variant entre  $0^\circ$  et  $60^\circ$ , se stabilise entre  $60^\circ$  et  $120^\circ$ , puis croît exponentiellement pour  $\phi$  compris entre  $120^\circ$  et  $180^\circ$ .

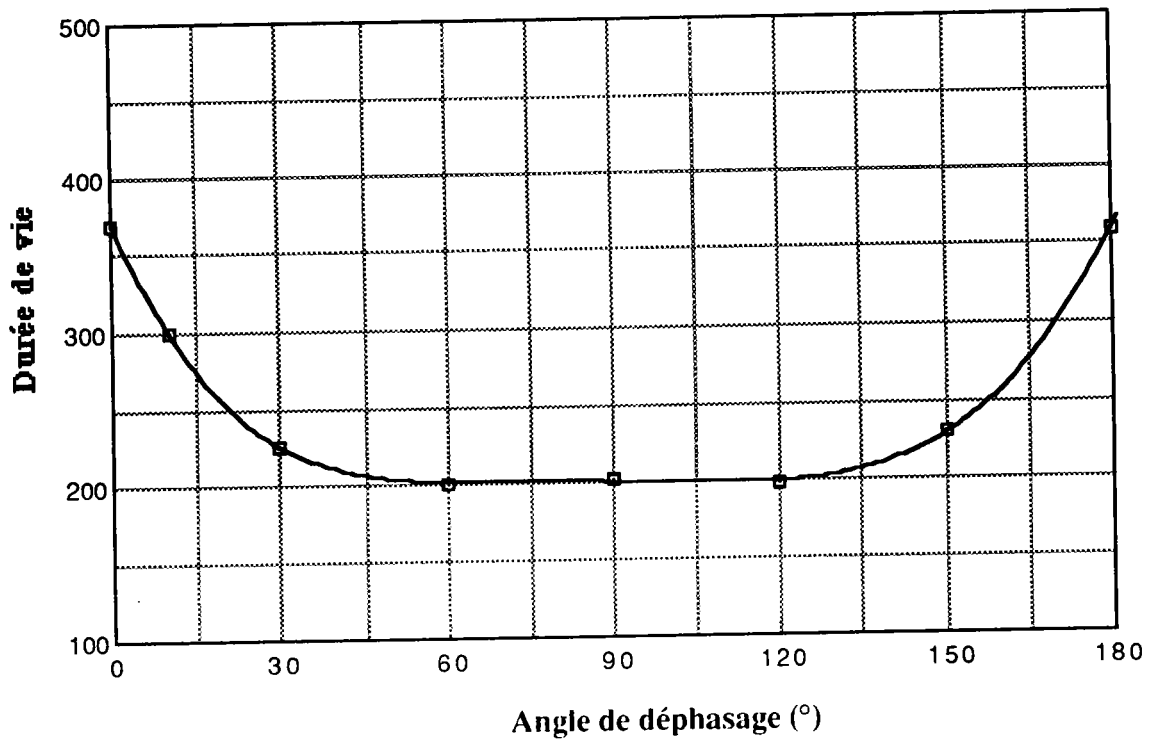


Figure 59 : Evolution de la durée de vie en fonction de l'angle de déphasage.

Dans ce cas précis, le déphasage peut réduire la durée de vie d'un rapport de 1,8.

## V.2. Calcul de la déformation équivalente

Les déformations triangulaires imposées en traction-compression et en torsion ont été approximées par des fonctions sinusoïdales, définies de la façon suivante :

$$\varepsilon(t) = \varepsilon_a \sin(\omega t) \quad (52)$$

$$\gamma(t) = \gamma_a \sin(\omega t - \phi) \quad (53)$$

où  $\epsilon_a$  : l'amplitude de la déformation axiale,  
 $\gamma_a$  : l'amplitude du cisaillement,  
 $\phi$  : l'angle du déphasage.

Les expressions (52) et (53) montrent bien que la déformation équivalente est décrite par une ellipse (figure 60). Pour un incrément de déformation axiale  $d\epsilon$  et de cisaillement  $d\gamma$ , celui de la déformation équivalente selon VON MISES est donné par la relation (54) :

$$d\epsilon_{eq} = \sqrt{(d\epsilon)^2 + \left(\frac{d\gamma}{\sqrt{3}}\right)^2} \quad (54)$$

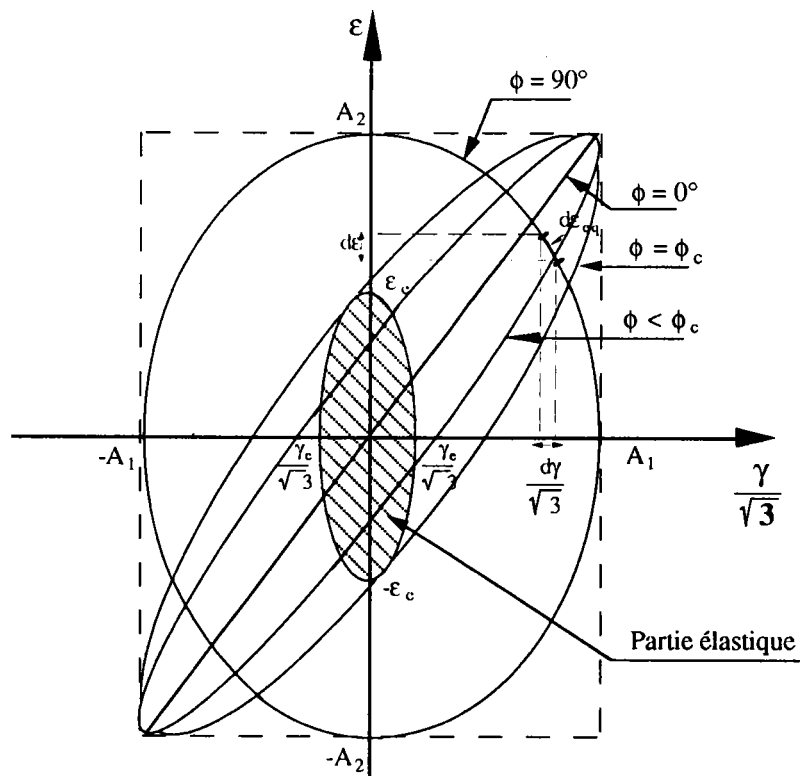


Figure 60 : Trajet de déformation dans le plan  $\left(\frac{\gamma}{\sqrt{3}}, \epsilon\right)$ .

Dans la figure 60, l'axe horizontal contient le cisaillement divisé par  $\sqrt{3}$  car pour un incrément de temps  $dt$ , la distance entre les états de déformation aux instants  $t$  et  $t+dt$  est égale à l'augmentation de la déformation équivalente plastique, comme le montre l'équation (54) et la figure 60. De cette manière, la déformation totale équivalente est égale au périmètre de l'ellipse.

On constate d'après la figure 60 que pour  $\phi \neq 90^\circ$ , le grand axe de l'ellipse est parallèle à la ligne correspondant au cas  $\phi = 0$ , alors que le petit axe augmente avec  $\phi$  (figure 60). Ainsi, il est évident que pour des valeurs de  $\phi$  qui sont inférieures à l'angle critique  $\phi_c$ , la déformation totale traverse la région élastique. Par contre, au delà de  $\phi_c$ , la déformation reste toujours plastique sans déchargement.

- Calcul de la partie élastique :

Pour définir la partie élastique de la déformation, le critère de VON MISES a été utilisé. Pour le cas biaxial ce dernier peut s'écrire comme suit :

$$\sigma_{eq}^y = \sqrt{\sigma_y^2 + \frac{\tau_y^2}{3}} \quad (55)$$

où  $\sigma_y$  et  $\tau_y$  sont respectivement les contraintes d'écoulement axiale et de cisaillement au point de transition entre les étapes de déformations élastique et plastique,  $\sigma_{eq}^y$  est la contrainte d'écoulement équivalente.

En utilisant la loi de Hooke pour la déformation élastique, l'équation (55) devient :

$$\varepsilon_e^2 + \left(\frac{G}{E}\right)^2 \left(\frac{\gamma_e}{\sqrt{3}}\right)^2 = \left(\frac{\sigma_{eq}^y}{E}\right)^2 \quad (56)$$

où  $\varepsilon_e$  : la déformation élastique,  
 $\gamma_e$  : le cisaillement élastique,  
 $E, G$  : les modules d'Young et de cisaillement.

L'expression (56) représente bien l'équation d'une ellipse dont le petit et le grand axe sont respectivement  $\frac{\gamma_c}{\sqrt{3}}$  et  $\epsilon_c$ .

La forme de l'ellipse représentant la déformation élastique ne change pas durant l'essai, elle est donc indépendante de l'angle de déphasage  $\phi$ . Cependant, celle décrivant la déformation totale dépend de  $\phi$ .

- Calcul de la déformation équivalente :

Par la suite nous allons présenter les équations permettant de déterminer les déformations équivalentes totale et plastique pour un angle de déphasage  $\phi$  donné.

Pour le cas en phase, la déformation équivalente totale s'exprime sous la forme suivante :

$$\Delta\epsilon_{t,eq}/_{\phi=0^\circ} = 4 \sqrt{A_1^2 + A_2^2} \quad (57)$$

où les amplitudes  $A_1$  et  $A_2$  sont définies par :

$$A_1 = \frac{\Delta\gamma_v/2}{\sqrt{3}} \quad (58)$$

$$A_2 = \frac{\Delta\epsilon_v/2}{\epsilon_c} \quad (59)$$

En retranchant la partie élastique de la déformation totale, la déformation plastique équivalente s'écrit :

$$\Delta\epsilon_{p,eq}/_{\phi=0^\circ} = 4 \sqrt{1 + \left(\frac{A_2}{A_1}\right)^2} \left[ A_1 - \left( \frac{3}{2} + \frac{1}{2} \left(\frac{A_2}{A_1}\right)^2 \right)^{-\frac{1}{2}} \right] \quad (60)$$

Pour le cas  $\phi \neq 0^\circ$ , la déformation totale équivalente  $\Delta\varepsilon_{t,eq}$  est égale au périmètre de l'ellipse. L'équation paramétrique de cette ellipse peut s'écrire sous la forme suivante :

$$\frac{\left(\frac{\gamma}{\sqrt{3}}\right)^2}{A_1^2} + \frac{\varepsilon^2}{A_2^2} - \frac{2\left(\frac{\gamma}{\sqrt{3}}\right)\varepsilon}{A_1 \cdot A_2} \cos(\phi) = \sin^2(\phi) \quad (61)$$

Le périmètre  $P$  de cette ellipse peut être approximativement exprimé selon la relation suivante :

$$P \cong \pi \left[ 1,5 (a^* + b^*) - \sqrt{a^* b^*} \right] \quad (62)$$

où  $a^*$  et  $b^*$  sont respectivement le grand et le petit axe de l'ellipse. Ces derniers peuvent être obtenus à partir des relations (63) et (64).

$$a^* = \frac{A_1 \sin(\phi)}{\sqrt{2(1 - \cos(\phi))}} \sqrt{1 + \frac{A_2^2}{A_1^2}} \quad (63)$$

$$b^* = \frac{\sin(\phi)}{\sqrt{\frac{1}{A_1^2} + \frac{A_1^2}{A_2^4} + \frac{2}{A_2^2} \cos(\phi)}} \sqrt{1 + \frac{A_1^2}{A_2^2}} \quad (64)$$

Par contre, la déformation plastique équivalente peut être obtenue à partir de l'expression (65).

$$\Delta\varepsilon_{p,eq} = \Delta\varepsilon_{t,eq} - 2 \sqrt{(X_i - X_j)^2 + (Y_i - Y_j)^2} \quad (65)$$

où  $(X_i, Y_i)_{i=1,4}$  sont les quatre points d'intersection de deux ellipses, l'une élastique et l'autre totale pour un  $\phi$  donné, inférieur à l'angle critique  $\phi_c$ . Les formules permettant de définir ces points sont données par l'annexe 3.



- Calcul de  $\phi_c$  :

L'angle critique  $\phi_c$ , s'exprime selon une équation du type :

$$a' \cos^4(\phi_c) + b' \cos^2(\phi_c) + c' = 0 \quad (66)$$

où  $a'$ ,  $b'$  et  $c'$  sont des paramètres qui s'expriment en fonction de  $A_1$ ,  $A_2$ ,  $\epsilon_e$  et  $\gamma_e$  (voir annexe 4).

Dans notre cas on trouve  $\phi_c = 39,92^\circ$  et par symétrie  $140,08^\circ$ .

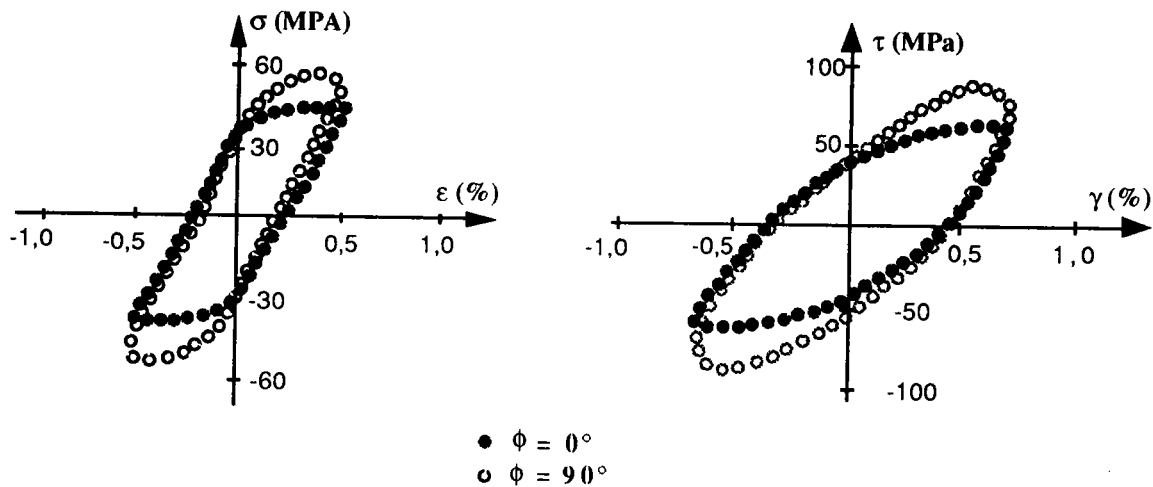
Les déformations équivalentes totale et plastique ont été calculées à partir des paramètres expérimentaux utilisant les équations (57-60, 62-65), les valeurs trouvées sont reportées dans le tableau 13.

$\phi$ ( $^\circ$ )	$N_R$	$\Delta\epsilon_{t,eq}$ (%)	$\Delta\epsilon_{p,eq}$ (%)
0	370	2,646	1,849
10	300	2,765	1,994
30	225	2,775	2,266
60	200	2,879	2,879
90	202	2,909	2,909
120	199	2,879	2,879
150	230	2,775	2,266
180	360	2,646	1,849

**Tableau 13** : Valeurs des déformations équivalentes plastique et totale calculées à partir des équations (57-60, 62-65).

D'après le tableau 13, on constate que la durée de vie évolue dans le sens opposé de la déformation plastique équivalente, ce qui vérifie bien la loi de MANSON COFFIN. Cette déformation étant maximale pour un déphasage de  $90^\circ$ .

Un exemple de boucles d'hystérésis contrainte-déformation en traction et en cisaillement est donné par la figure 61. Ces dernières illustrent le très important durcissement observé pour le cas d'une quadrature de phase et montre que les contraintes atteintes deviennent très rapidement supérieures aux valeurs qui correspondent au cas en phase.



**Figure 61** : Allure des boucles d'hystérésis en traction et en cisaillement pour les deux cas  $\phi = 0^\circ$  et  $90^\circ$ .

### V.3. Conclusion

L'étude de l'influence du déphasage sur la durée de vie en fatigue oligocyclique multiaxiale d'un alliage de magnésium-lithium a montré que :

- la durée de vie dépend de l'angle de déphasage  $\phi$ ,
- le maximum de cette durée de vie est obtenu pour le cas en phase,
- la déformation plastique équivalente évolue dans un sens opposé de la durée de vie, ce qui vérifie bien la loi de MANSOON-COFFIN,
- la déformation équivalente reste toujours plastique quand  $\phi$  dépasse l'angle critique  $\phi_c$ . Dans le cas contraire, cette déformation est la somme d'une partie élastique et d'une partie plastique,

- la mise en évidence pour le cas d'une quadrature de phase, d'un durcissement qui est très important et d'une augmentation de contrainte.

## VI. ASPECT ENERGETIQUE

Les différentes approches énergétiques proposées consistent à déterminer soit expérimentalement, soit théoriquement l'énergie dissipée jusqu'à rupture.

Pour chaque type d'essai, nous avons mesuré l'énergie de déformation plastique pour chaque cycle. Nous avons constaté que cette énergie de déformation, la contrainte et la déformation plastique ont la même évolution en fonction du nombre de cycles et ce pour les essais de fatigue en traction-compression, en torsion alternée et en traction-torsion en phase (figure 62, 63, 64 et 65).

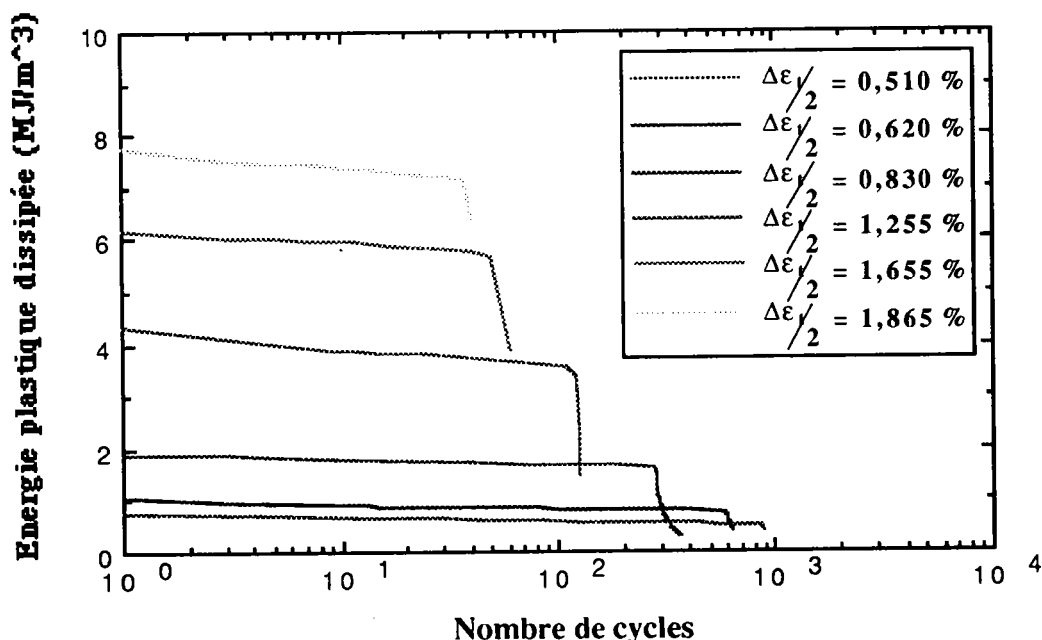


Figure 62 : Evolution de l'énergie plastique dissipée durant le cyclage en traction-compression.

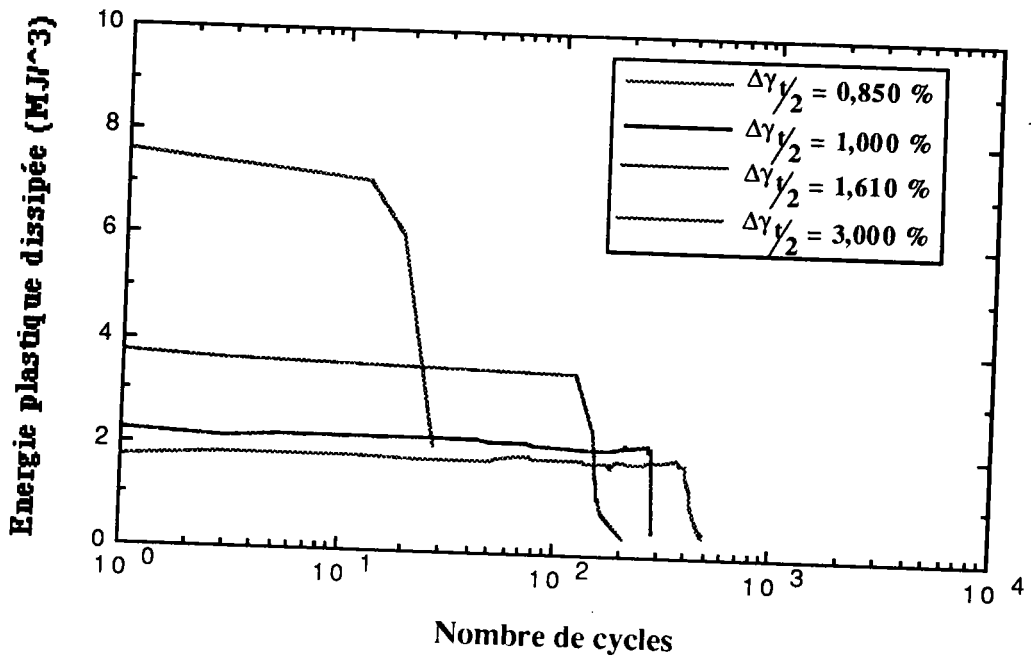


Figure 63 : Evolution de l'énergie plastique dissipée durant le cyclage en torsion alternée.

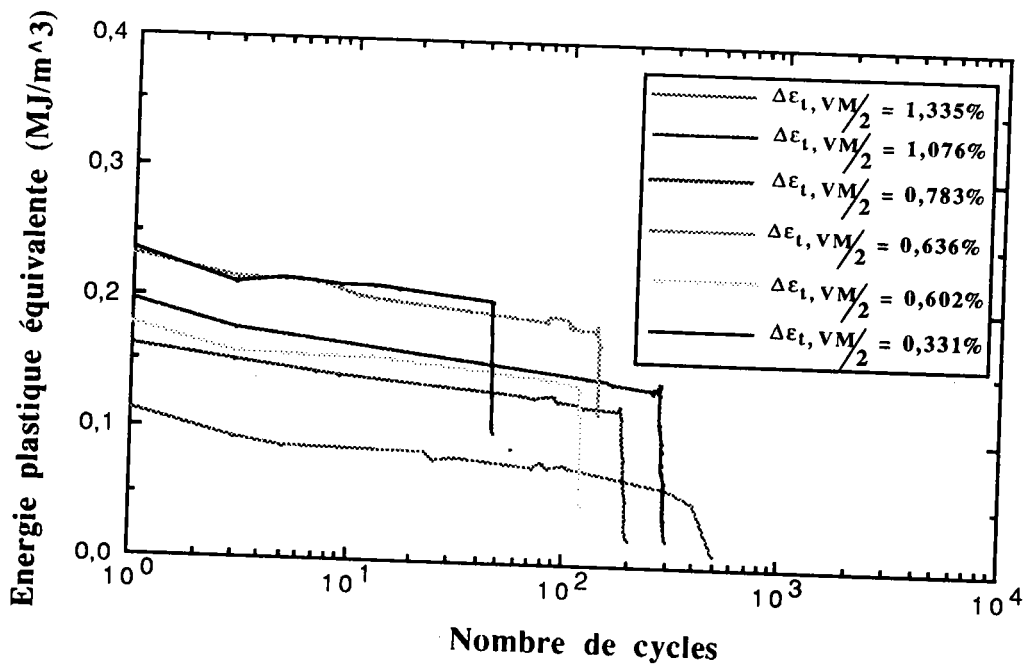
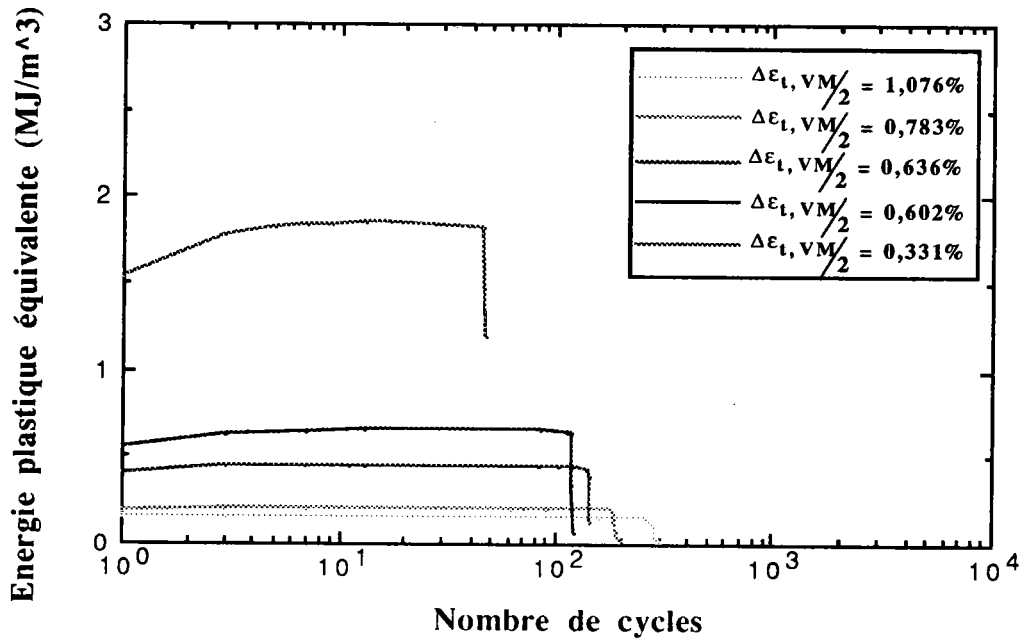


Figure 64 : Evolution de la composante énergétique de traction en fonction du nombre de cycles pour les essais de traction-torsion en phase.



**Figure 65** : Evolution de la composante énergétique de torsion en fonction du nombre de cycles pour les essais de traction-torsion en phase.

Si on trace en échelle bilogarithmique, la courbe donnant l'évolution des énergies plastiques dissipées par cycle en fonction de la durée de vie et ce pour les quatre configurations d'essai (figure 66), on obtient une droite décroissante ayant pour équation :

$$\Delta W_p = a_{13} (N_R)^{a_{14}} \quad (67)$$

avec  $a_{13}$  et  $a_{14}$  des constantes du matériau déterminées par la méthode des moindres carrés.

On considère donc que cette énergie est constante pour une amplitude de déformation totale donnée.

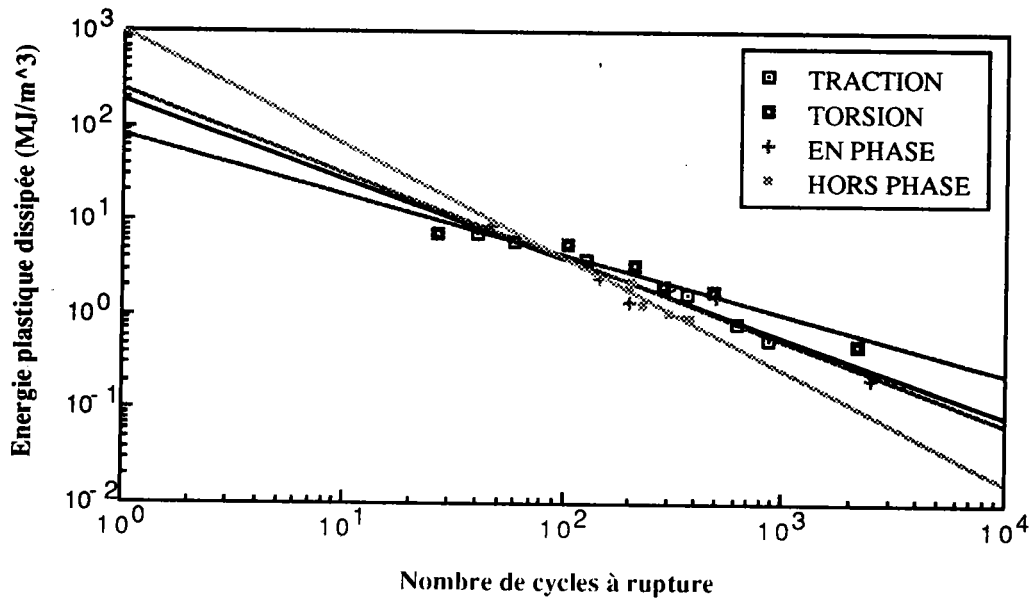


Figure 66 : Courbe reliant l'énergie plastique dissipée au cycle stabilisé en fonction de la durée de vie pour les différents types de chargement.

En multipliant l'équation (67) par le nombre de cycles à rupture, on obtient l'énergie totale dissipée au cours de l'essai qui s'exprime selon la relation (68).

$$W_R = \Delta W_p * N_R = a_{13} (N_R)^{(a_{14} + 1)} \quad (68)$$

Les tableaux (14, 15, 16 et 17) montrent les valeurs expérimentales de l'énergie plastique dissipée au cycle stabilisé  $\Delta W_p$  et de son cumul  $W_R$  pour les quatre configurations d'essai.

$\Delta W_p$ (MJ/m <sup>3</sup> )	$N_R$	$W_R$ (MJ/m <sup>3</sup> )
0,537	870	467
0,811	622	504
1,660	369	613
3,749	127	476
5,886	60	353
7,225	40	289

Tableau 14 : Valeurs expérimentales de l'énergie plastique dissipée au cycle stabilisé et de son cumul en traction-compression.

$\Delta W_p$ (MJ/m <sup>3</sup> )	$N_R$	$W_R$ (MJ/m <sup>3</sup> )
0,500	2160	1080
1,810	483	874
2,040	287	585
3,458	207	716
5,736	105	602
7,100	27	192

**Tableau 15 :** Valeurs expérimentales de l'énergie plastique dissipée au cycle stabilisé et de son cumul en torsion alternée.

$\Delta W_p$ (MJ/m <sup>3</sup> ) composante traction	$\Delta W_p$ (MJ/m <sup>3</sup> ) composante torsion	$\Delta W_{p,eq}$ (MJ/m <sup>3</sup> )	$W_R$ (MJ/m <sup>3</sup> )	$N_R$
0,208	1,848	8,826	415	47
0,140	0,651	3,566	428	120
0,185	0,439	2,510	364	145
0,125	0,201	1,387	277	200
0,141	0,033	1,928	578	300
0,069	0,125	1,549	775	500
0,022	0,003	0,205	513	2500

**Tableau 16 :** Valeurs expérimentales de l'énergie plastique dissipée au cycle stabilisé et de son cumul en traction-torsion en phase.

$\phi$ (°)	$\Delta W_{p,eq}$ (MJ/m <sup>3</sup> )	$N_R$	$W_R$ (MJ/m <sup>3</sup> )
0	0,940	370	347,800
10	1,032	300	309,600
30	1,286	225	289,350
60	1,882	200	376,400
90	2,272	202	458,944
120	1,882	199	374,518
150	1,286	230	295,780
180	0,940	360	338,400

Tableau 17 : Valeurs de l'énergie plastique dissipée et de son cumul  $W_R$  en traction-torsion hors phase.

A l'aide des résultats de l'énergie plastique équivalente dissipée au cycle stabilisé  $\Delta W_{p,eq}$ , nous avons déterminé pour les quatre configurations d'essai, le rapport de cette énergie plastique  $\Delta W_{p,eq}$  sur l'amplitude de la déformation plastique équivalente selon VON MISES  $\Delta \epsilon_{p,eq}$ .

Pour les différents cas de chargement étudiés, la figure 67 met en évidence la relation linéaire entre  $\Delta W_{p,eq}$  et  $\Delta \epsilon_{p,eq}$ .

Si on s'intéresse au cumul de l'énergie de déformation  $W_R$ , la figure 68 montre une dispersion des résultats. On remarque en outre qu'en torsion on consomme plus d'énergie qu'en traction-compression et cela pour un même nombre de cycles. De même on rencontre cette dispersion dans la courbe  $\Delta \epsilon_{t,eq}=f(W_R)$  (figure 69). Par contre la courbe  $\Delta \epsilon_{t,eq}=f(N_R)$  (figure 70) montre une bonne corrélation des résultats.



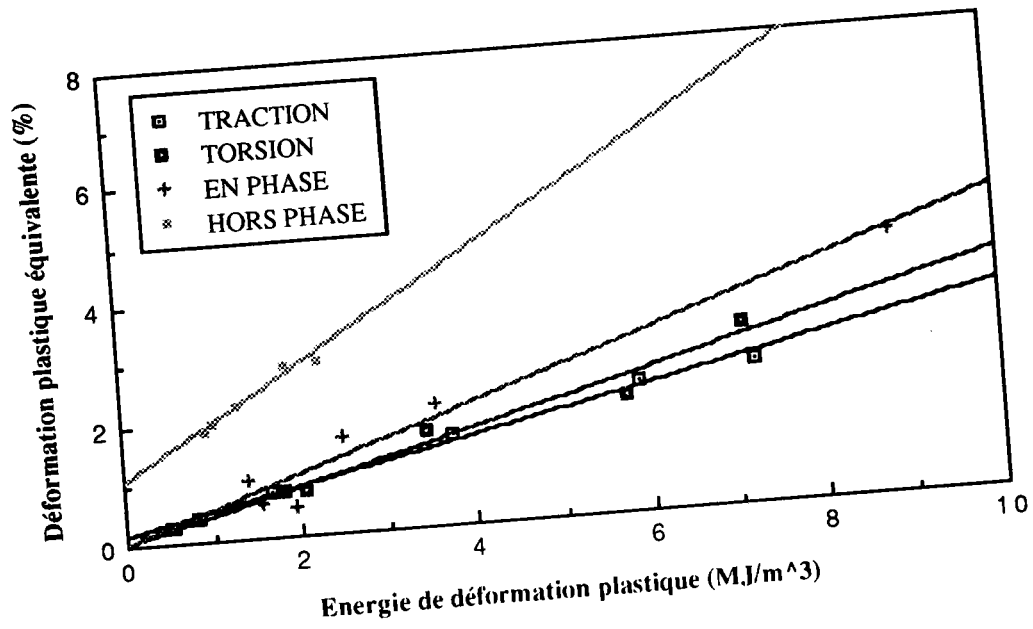


Figure 67 : Evolution de l'énergie plastique en fonction de la déformation plastique équivalente selon VON MISES pour les différents types de chargement.

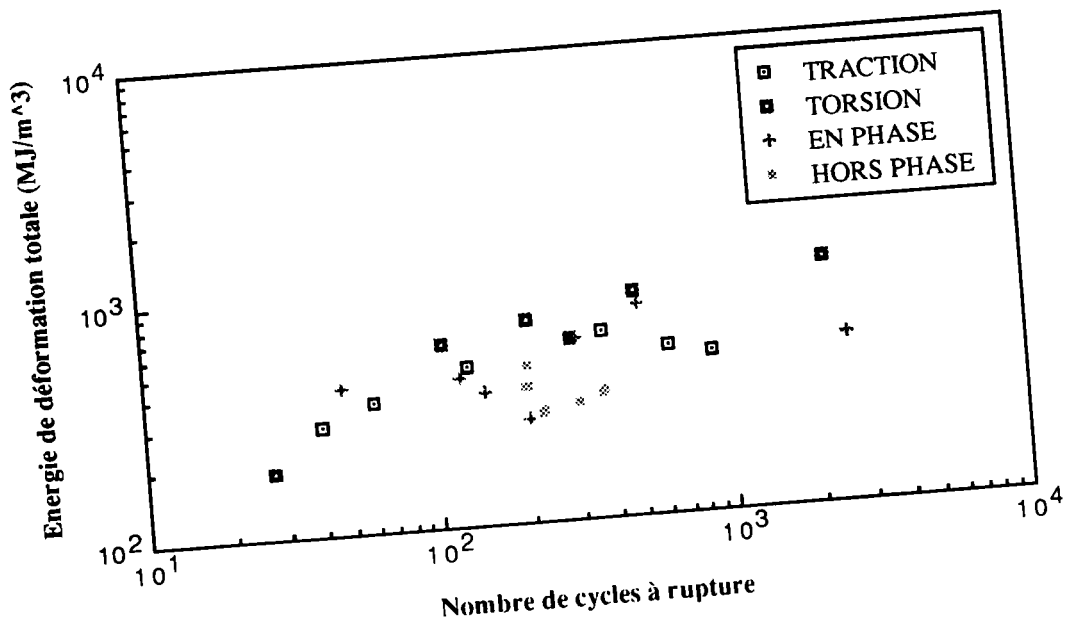


Figure 68 : Evolution de l'énergie totale dissipée en fonction de la durée de vie pour les différents types de chargement.

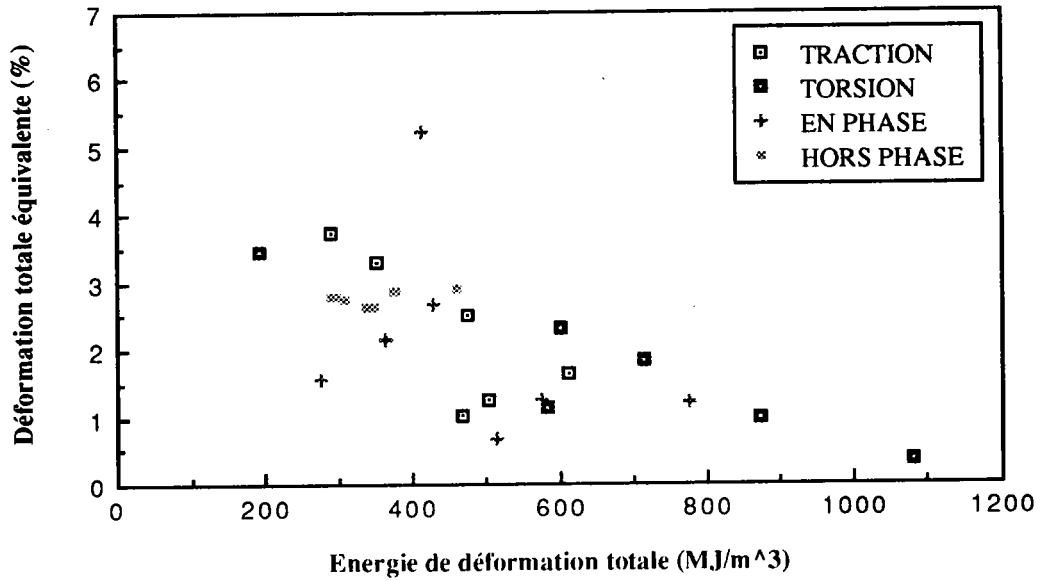


Figure 69 : Evolution de la déformation totale équivalente selon VON MISES en fonction l'énergie totale dissipée pour les différents types de chargement.

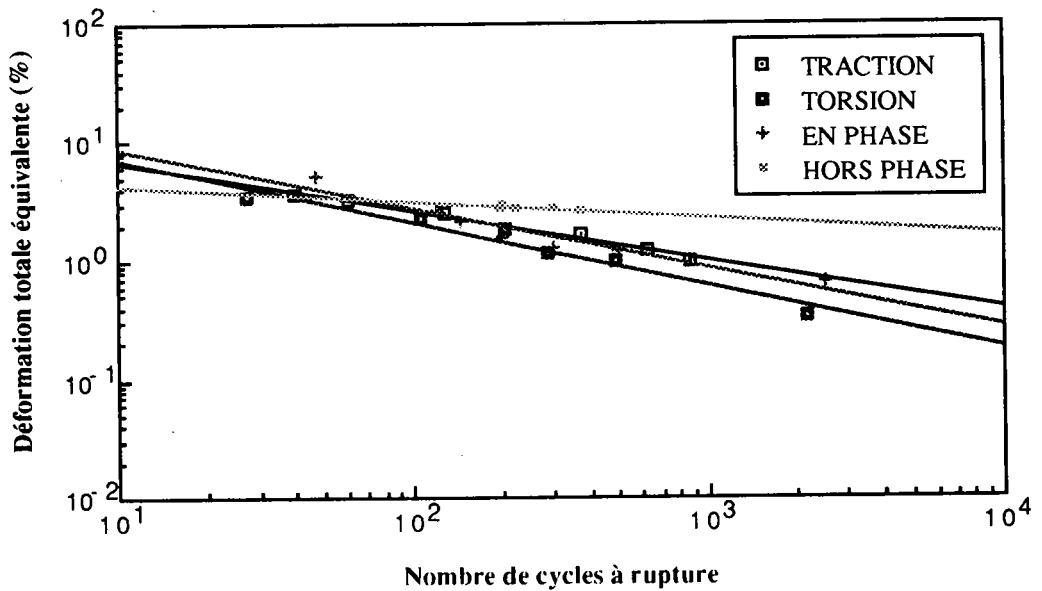


Figure 70 : Evolution de la déformation totale équivalente selon VON MISES en fonction du nombre de cycles à rupture pour les différents types de chargement.

## **VI.1. Conclusion**

Pour les quatre types de chargement étudiés nous avons mis en évidence une relation linéaire entre l'énergie plastique équivalente dissipée au cycle stabilisé et la déformation plastique équivalente selon VON MISES. Ce résultat est très intéressant puisqu'il montre que  $\Delta W_{p,cq}$  peut être aussi bien utilisée que  $\Delta \epsilon_{p,eq}$  pour caractériser le comportement du matériau en fatigue oligocyclique multiaxiale sous chargement proportionnel et non proportionnel.

Par contre cette linéarité ne figure pas entre le cumul de l'énergie  $W_R$  et la déformation totale équivalente selon VON MISES  $\Delta \epsilon_{t,eq}$ .

# ***CHAPITRE 4 :***

## ***ETUDE METALLOGRAPHIQUE***

**I. INTRODUCTION**

**II. MECANISMES DE DEFORMATION DES HEXAGONAUX  
COMPACTES**

**III. ETUDE MICROGRAPHIQUE**

## I. INTRODUCTION

La théorie de la plasticité permet de décrire le comportement macroscopique au cours de la déformation plastique. Cependant elle ne renseigne pas sur les phénomènes physiques mis en jeu. Dans ce chapitre, nous allons rechercher l'origine physique de la plasticité des métaux et comprendre les mécanismes microscopiques qui interviennent.

## II. MECANISMES DE DEFORMATION DES HEXAGONAUX COMPACTES

Les métaux de structure hexagonale compacte (H.C) se déforment généralement par glissement et par maclage.

Il existe essentiellement quatre modes de glissement [39] (figure 71) :

- le glissement basal sur le plan (0001) selon la direction  $\langle 11\bar{2}0 \rangle$ ,
- le glissement prismatique sur le plan (10 $\bar{1}$ 1) selon la direction  $\langle 11\bar{2}0 \rangle$ ,
- le glissement pyramidal de première espèce sur le plan (10 $\bar{1}$ 1) selon la direction  $\langle 11\bar{2}0 \rangle$ ,
- le glissement pyramidal de seconde espèce sur le plan (11 $\bar{2}$ 2) selon la direction  $\langle 11\bar{2}3 \rangle$ .

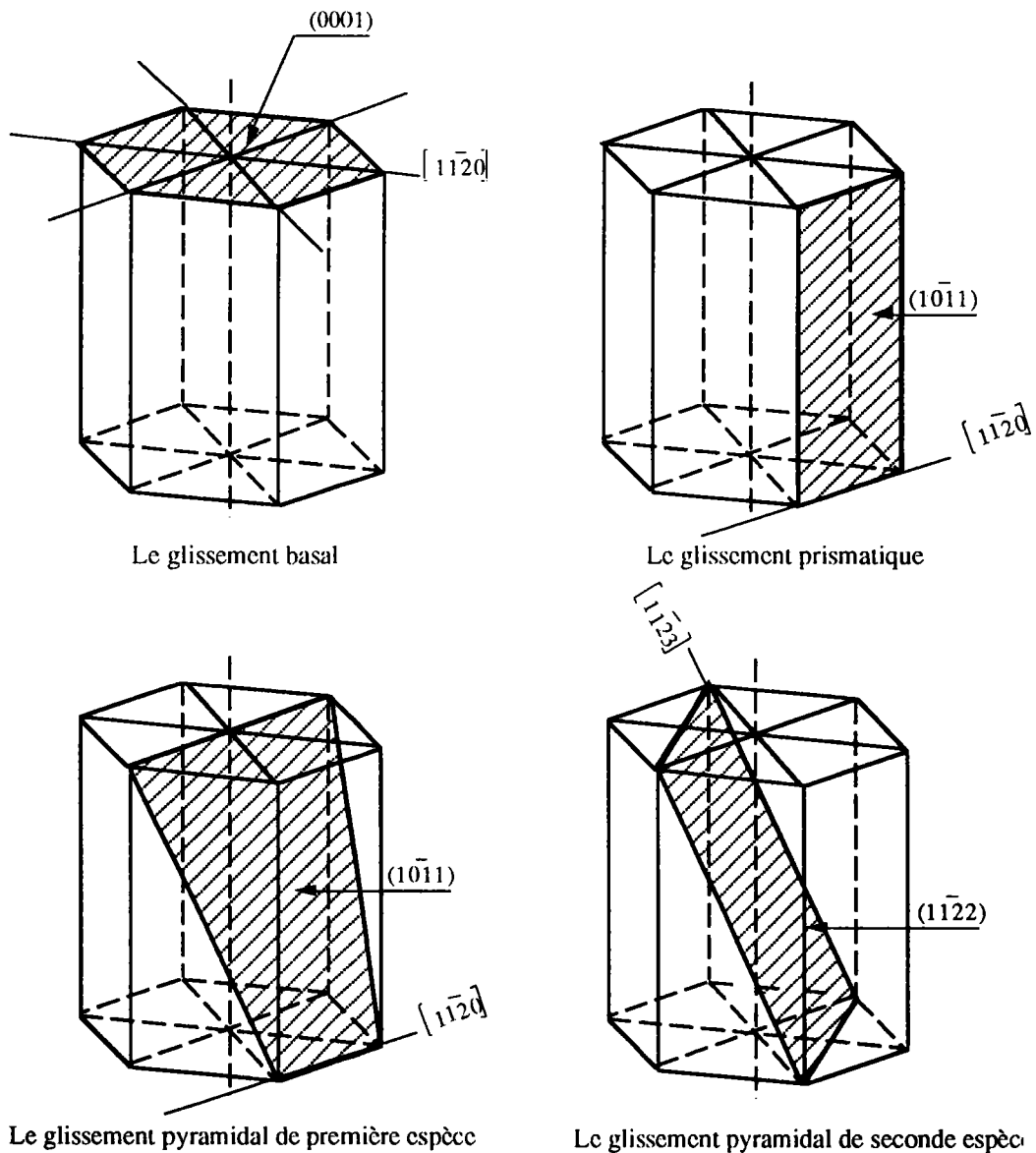
En général, il existe un mode principal, plus facile à déclencher que les autres, ces derniers n'étant observés que dans des conditions particulières.

Le magnésium, étant de structure (H.C), se déforme principalement par glissement basal et par maclage sur le plan (10 $\bar{1}$ 2) selon la direction  $\langle 11\bar{2}0 \rangle$ .

Une étude récente sur des monocristaux de magnésium pur, un alliage de magnésium avec 4 % de lithium et un autre avec 0,5 % de thorium [40], a montré que le magnésium et ses alliages se déforiment à température ambiante en plus du glissement basal, par :

- maclage sur le plan  $(10\bar{1}1)$  combiné avec le maclage sur le plan  $(10\bar{1}2)$ , suivi par un glissement basal sur la partie doublement maclée.

- maclage sur les plans  $(30\bar{3}4)$  et  $(10\bar{1}3)$ .



**Figure 71 :** Systèmes de glissement dans la structure hexagonale compacte.

## II . 1 . Déformation par glissement [41, 42]

Les systèmes cristallins se déforment sous l'effet des contraintes. Une série d'atomes du cristal se déplace parallèlement à une direction du vecteur de translation. Cette translation amène un glissement de certains bandes de cristal les unes sur les autres et ces mouvements sont concentrés dans une succession de plans dits plans de glissement. Les portions de cristal comprises entre deux plans de glissement restent inchangées (figure 72).

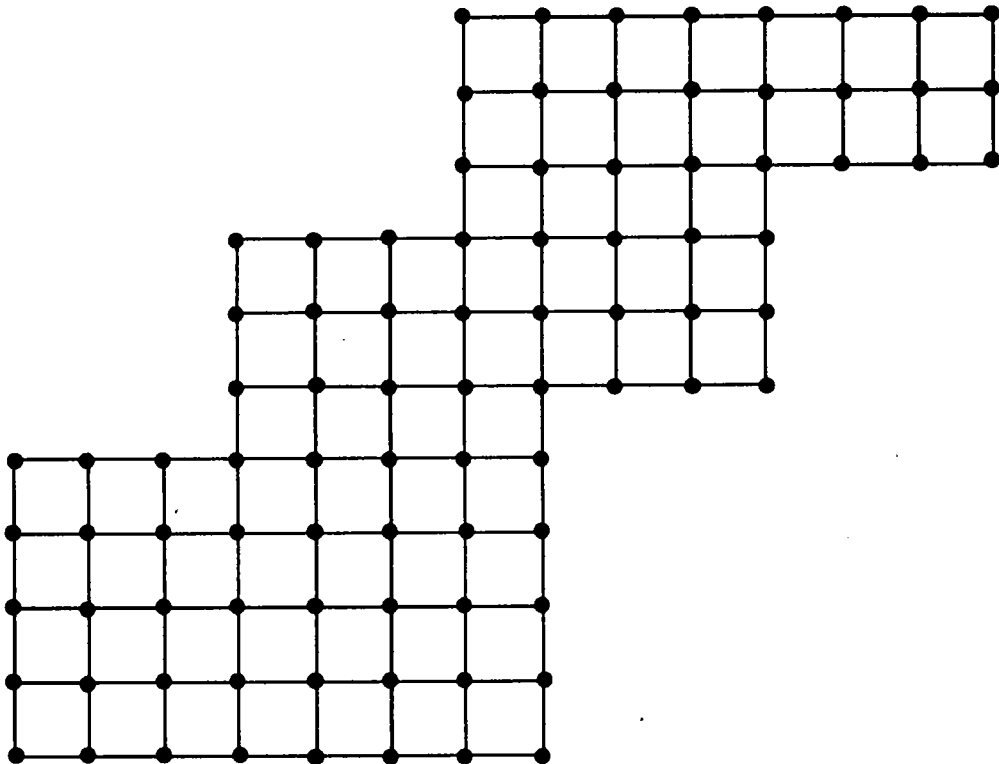


Figure 72 : Déformation par glissement.

## II . 2 . Déformation par maclage [43]

Le maclage est un mode de déformation plastique qui s'accompagne d'une modification cristalline en volume. Il peut se décrire comme un cisaillement homogène d'une partie du cristal située entre deux plans d'accolement ou plans de macles (figure 73).

Les macles se présentent sous forme de lignes droites parallèles selon une direction donnée dépendant de l'orientation du grain et donc de la direction du maillage.

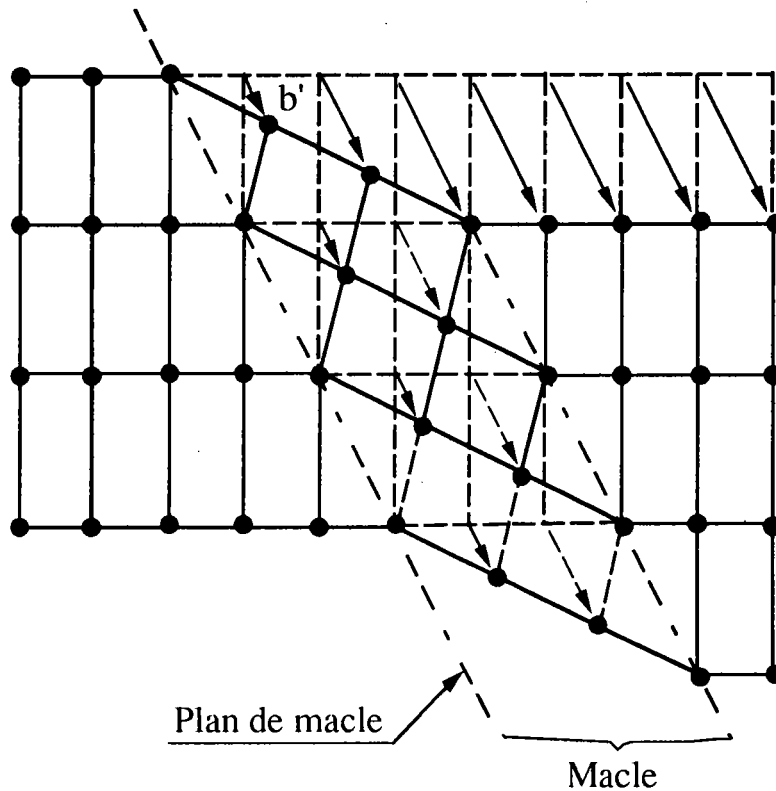


Figure 73 : Macle mécanique (schéma bidimensionnel).

### III . ETUDE MICROGRAPHIQUE

Cette étude consiste à mettre en évidence l'existence et l'évaluation de la déformation par maillage en fatigue oligocyclique multiaxiale d'un alliage de magnésium-lithium.

Le principe de cette étude est le suivant :



- étude de la microstructure et analyse de la texture des échantillons prélevés sur des éprouvettes rompues en traction-torsion combinées en phase et hors phase,
- évaluation de la densité des macles à partir de l'analyse d'image.

### **III . 1 . Préparation des échantillons**

Pour l'étude de la microstructure du matériau, nous avons prélevé des échantillons sous forme de bague à proximité de la zone de rupture. Ces derniers ont été enrobés par une couche de résine, puis polis mécaniquement.

Par contre pour l'analyse en texture, une surface d'au moins  $1 \text{ cm}^2$  est nécessaire. Pour cela nous avons découpé des tranches sur toute la longueur de la partie utile de l'éprouvette, puis on a collé ces tranches l'une contre l'autre dans le sens de l'épaisseur, comme le montre la figure 74.

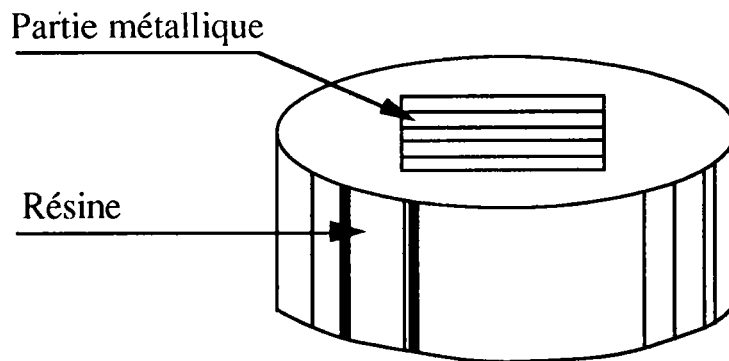


Figure 74 : Préparation des échantillons pour l'analyse de la texture.

Ces échantillons, ainsi préparés, ont été attaqués pendant quelques secondes par un réactif dont la composition est la suivante :

- 50 ml d'acide glacial,
- 10 ml d'eau distillée,
- 6 g d'acide picrique,
- 100 ml d'éthanol dénaturé.

### **III . 2 . Etude de la microstructure**

Les examens au microscope optique et électronique à balayage (MEB) réalisés sur des éprouvettes rompues en fatigue oligocyclique, nous ont permis de mettre en évidence les observations suivantes :

- l'aspect du faciès de rupture au MEB,
- la direction de propagation des fissures à la surface extérieure des éprouvettes,
- la présence des macles.

#### **III.2.1. Faciès de rupture**

Les examens au MEB des faciès de rupture, montrent la nature transgranulaire des fissures. Celles ci correspondent à des éprouvettes testées en traction-torsion en phase et déphasées de  $90^\circ$  pour des déformations totales axiale  $\Delta\varepsilon_i/2$  de 0,50 % et angulaire  $\Delta\gamma_i/2$  de 0,75%. La taille moyenne des grains est de  $70 \mu\text{m}$  (photos 4 et 5).

Pour ces deux cas de chargement, on observe des pseudo-clivages (photos 6 et 7) sur lesquels on voit la présence d'une intense déformation plastique. A l'intérieur de ces pseudo-clivages, on met en évidence l'existence des traces de macles dont les orientations changent selon la cristallographie des grains (photos 8 et 9).

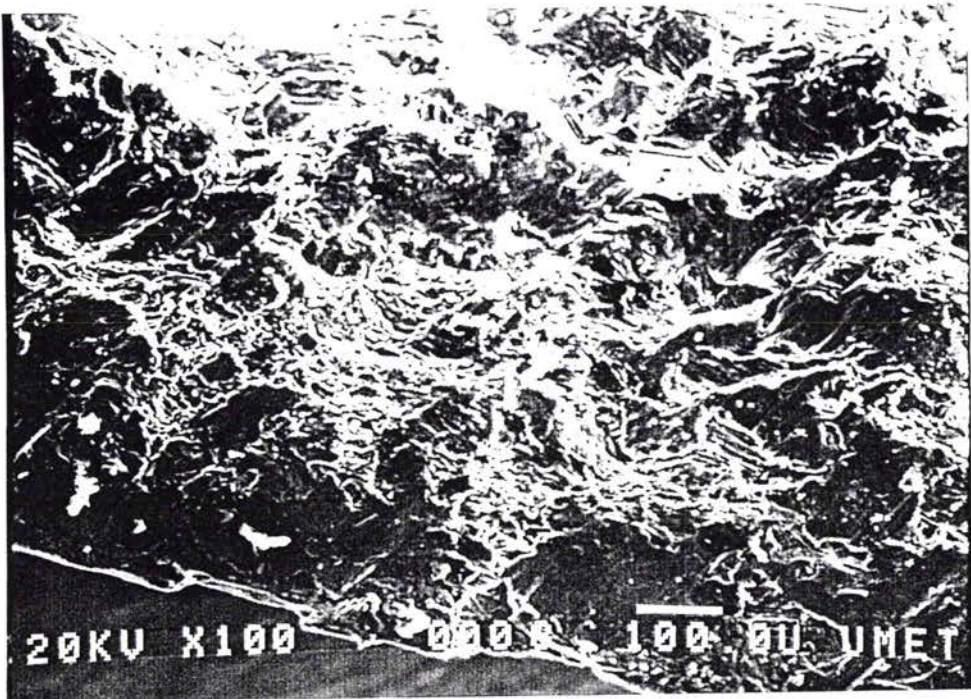


Photo 4 : Nature transgranulaire des fissures pour le cas en phase.

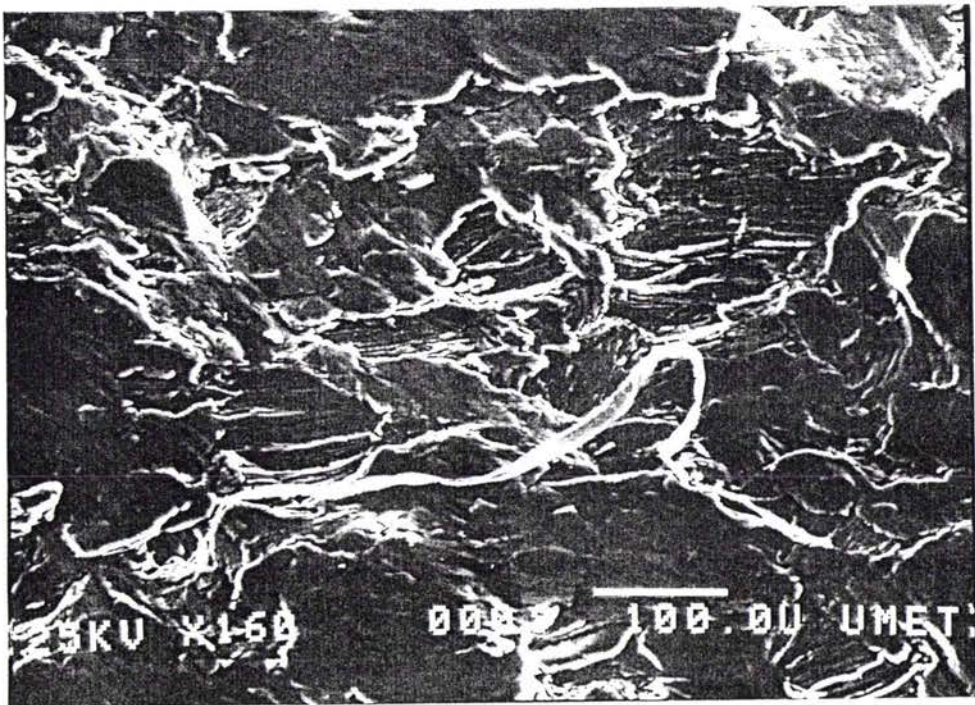


Photo 5 : Nature transgranulaire des fissures pour le cas d'une quadrature de phase.



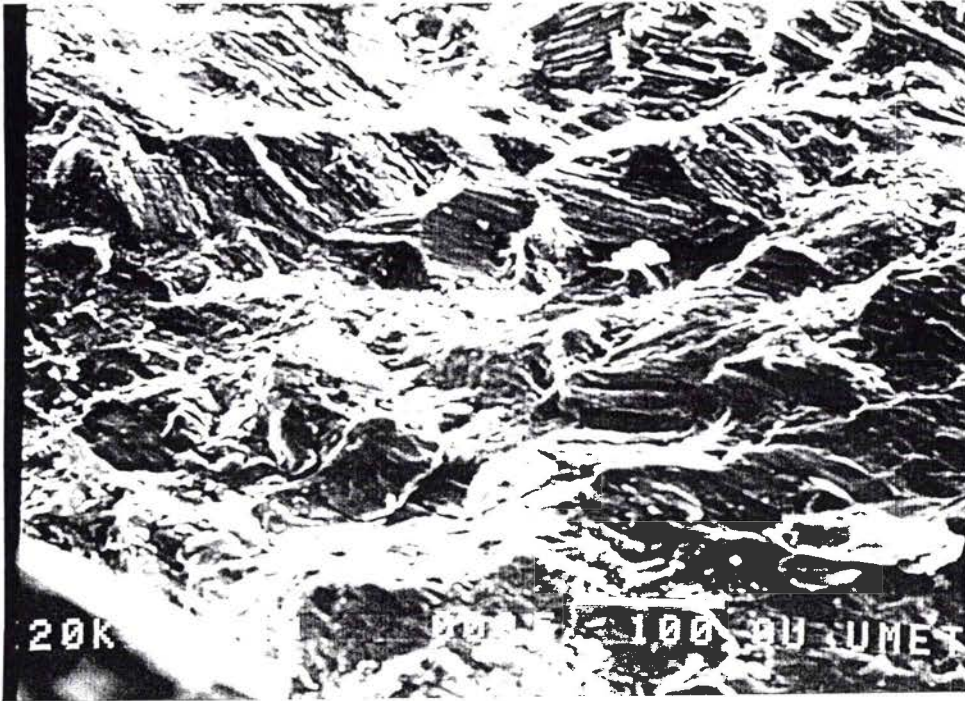


Photo 6 : Vue de la faciès de rupture pour le cas en phase (présence de pseudo-clivages).

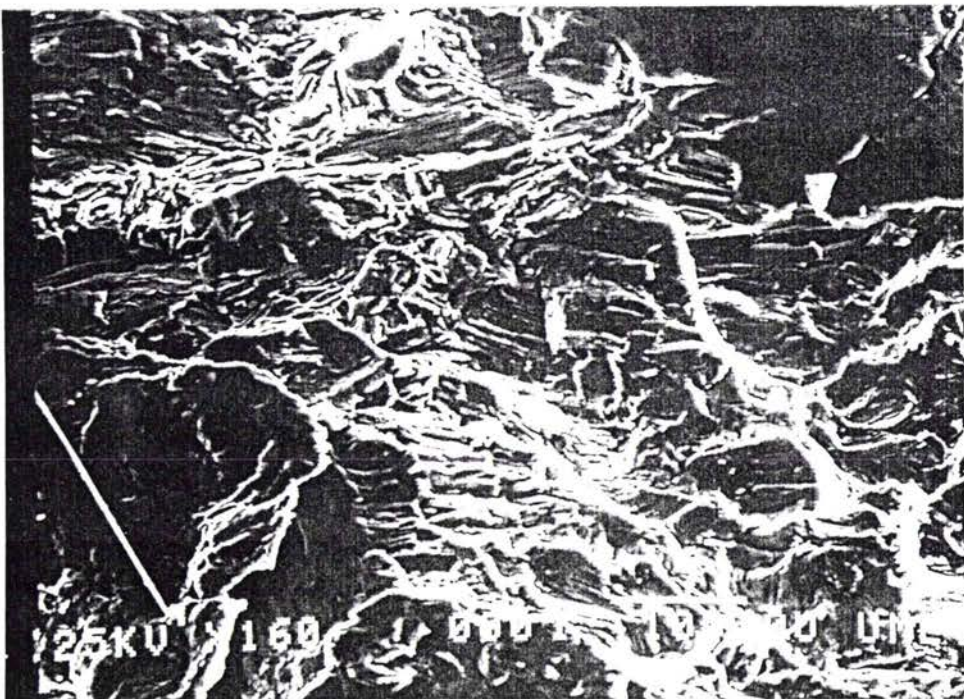


Photo 7 : Vue de la faciès de rupture pour le cas d'une quadrature de phase (présence de pseudo-clivages).



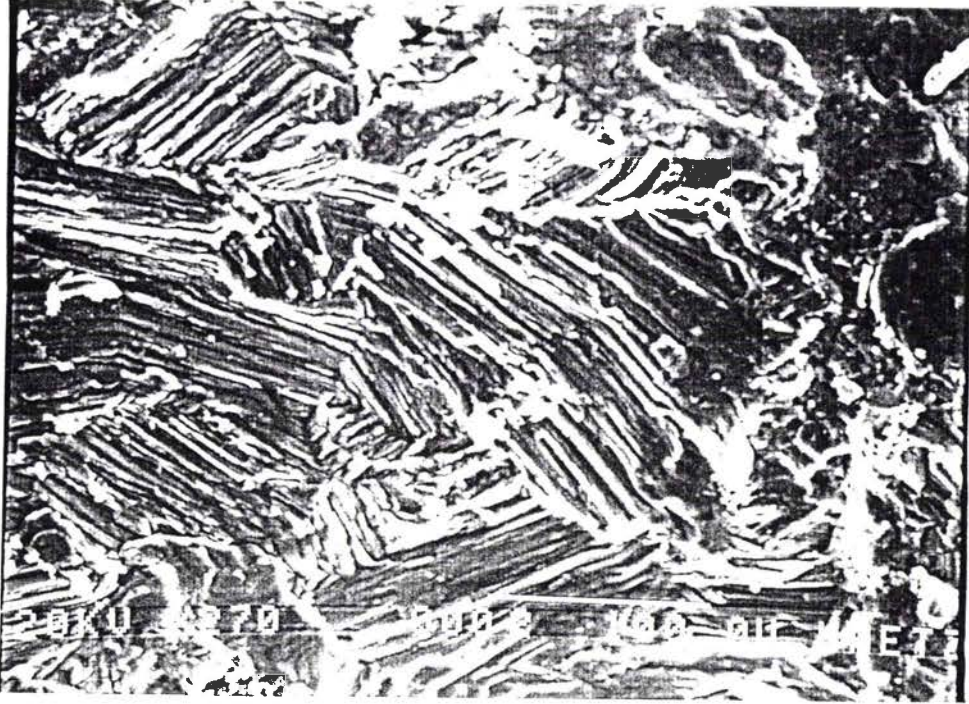


Photo 8 : Vue de la faciès de rupture pour le cas en phase (présence des traces de macles).

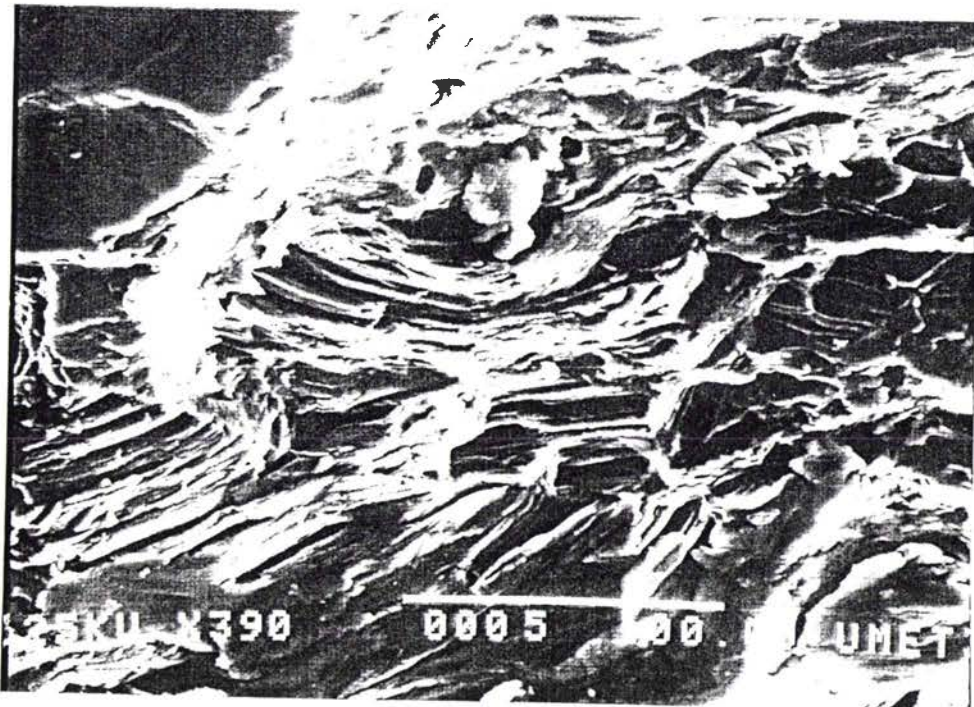


Photo 9 : Vue de la faciès de rupture pour le cas d'une quadrature de phase (présence des traces de macles).

### III.2.2. Orientation des fissures

Les auteurs BROWN et MILLER [10] ont distingué deux types de facettes suivant lesquelles les fissures peuvent s'amorcer :

type A : le cisaillement est parallèle à la surface de l'éprouvette

type B : le cisaillement pénètre à l'intérieur de l'éprouvette

Dans le cas des essais de fatigue en traction-compression, le profil du faciès de rupture correspond à une fissure du type B. La fissure s'amorce dans le plan de cisaillement maximum et progresse perpendiculairement à la contrainte normale (photo 10).

Alors que dans celui des essais de fatigue en torsion alternée, la fissure s'amorce à la surface intérieure du tube et se propage selon la direction longitudinale de l'éprouvette (photo 11). Il s'agit donc d'une fissuration du type A.

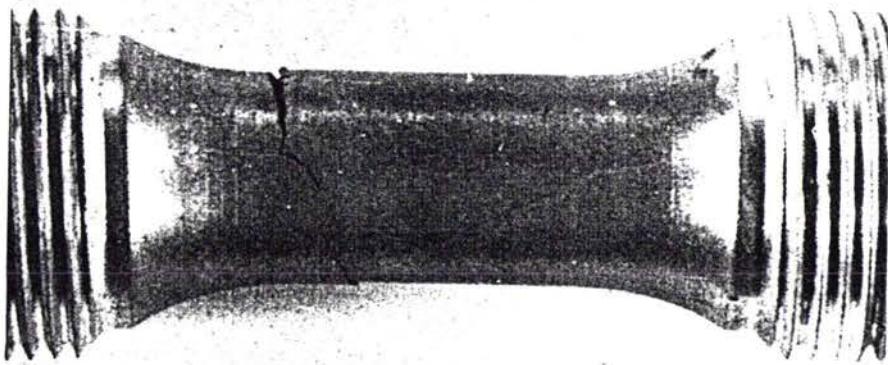


Photo 10 : Fissuration du type B en traction-compression.

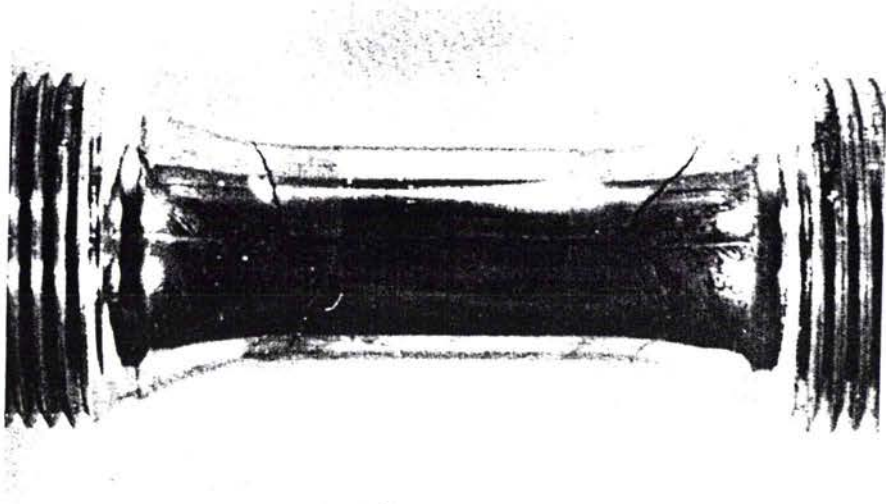


Photo 11 : Fissuration du type A en torsion alternée.

### III.2.3. Existence de maillage

L'examen au microscope optique des échantillons testés en traction-torsion en phase et hors phase montre que l'alliage de magnésium-lithium se déforme par maillage. La densité des macles augmente quand l'angle de déphasage diminue de 90° à 0° (photo 12 et 13).

La quantification de ce maillage reste approximative. Nous avons utilisé la méthode d'analyse d'image qui nous a permis de calculer la fraction volumique maillée. Celle-ci est définie comme étant égale au rapport des grains maillés sur la surface totale visualisée [44].

Soit :

$$V_m = \frac{\text{Surface des grains maillés}}{\text{Surface totale visualisée}} \quad (69)$$



Les résultats trouvés sont donnés par le tableau 18.

$\phi$ (°)	$V_m$ (%)
0	22,24
10	21,90
30	20,19
60	15,18
90	14,50
120	15,19
150	20,19
180	22,25

Tableau 18 : Valeurs trouvées de la fraction volumique maclée pour chaque angle de déphasage  $\phi$ .

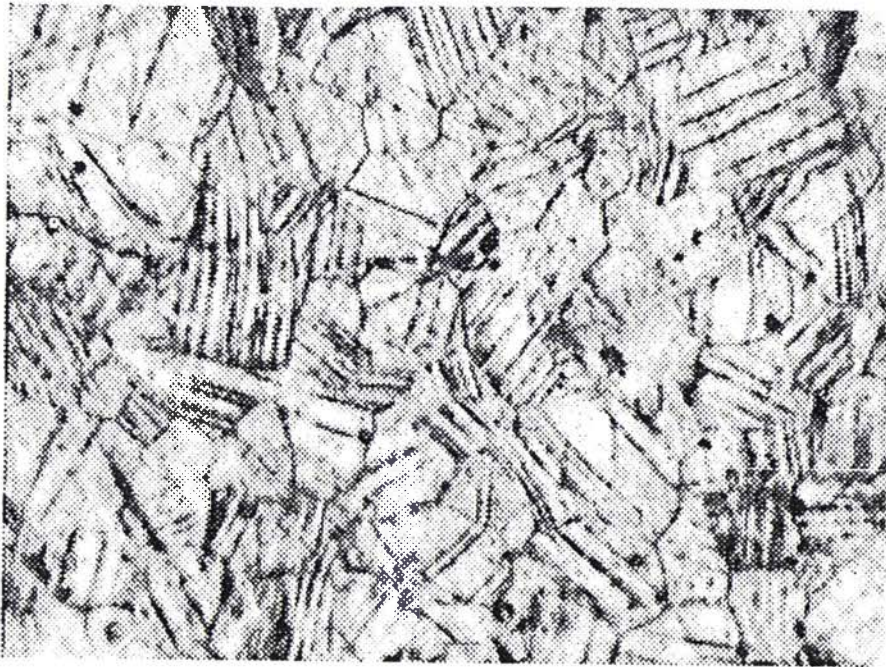


Photo 12 : Vue des macles en traction-torsion en phase.



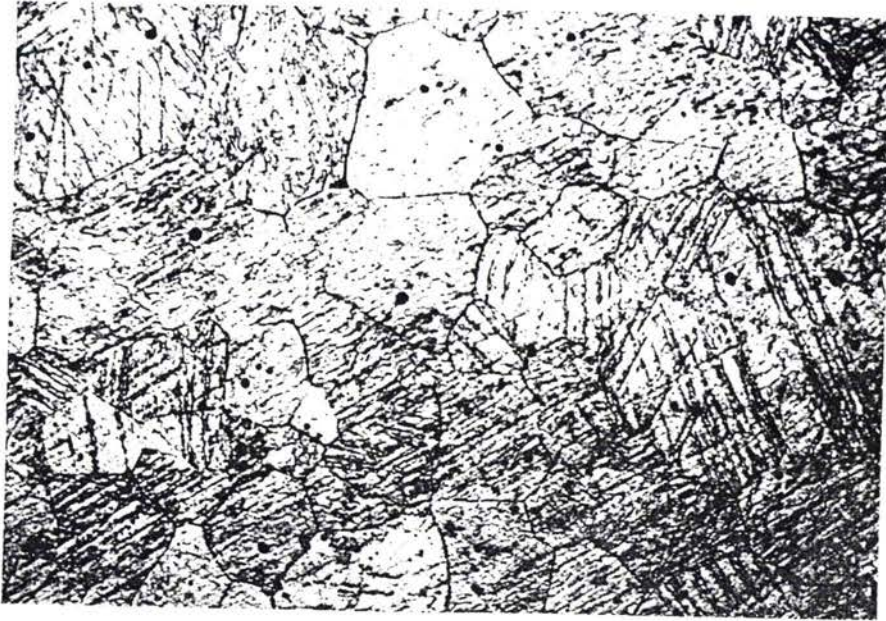


Photo 13 : Vue des macles en traction-torsion déphasées de  $90^\circ$ .

### III.2.3.1. Analyse d'image

L'analyse d'image est une science basée sur l'outil mathématique. Les méthodes et les techniques employées dépendent essentiellement de la nature des images à analyser et du but que se fixe l'expérimentateur.

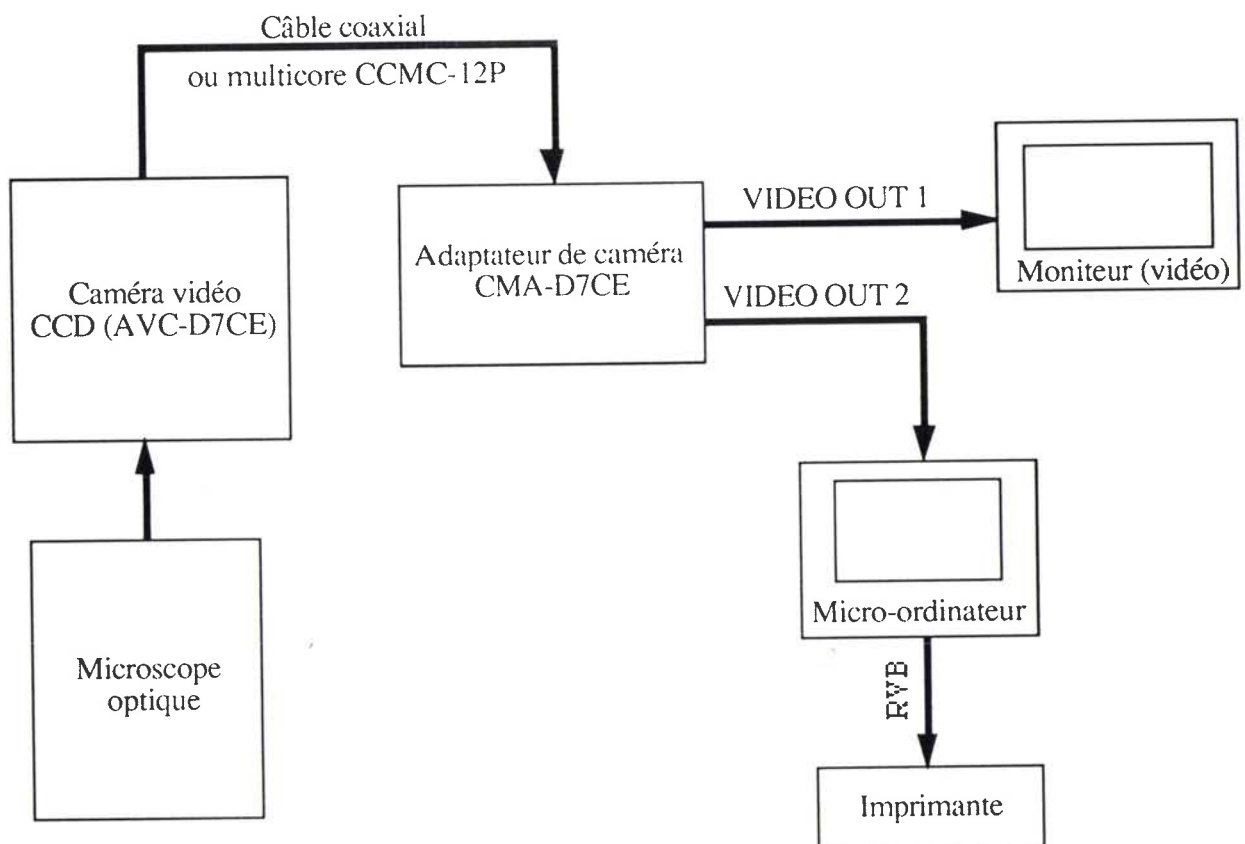
Cette science a pour objectif :

- l'identification des formes en les comparant à celles d'images types,
- l'analyse morphologique des structures et la quantification de cette morphologie par des paramètres. C'est l'analyse quantitative d'image.

Le montage (figure 75 et photo 14) que nous avons conçu pour la détermination de la densité des macles comporte les éléments suivants :

- un microscope optique,
- une caméra vidéo CCD (charge coupled device),
- un adaptateur de caméra CMA-D7CE,
- un moniteur (vidéo),
- un micro-ordinateur,
- une imprimante.

Pour le traitement d'image, nous avons utilisé "OPTILAB 2.0" comme logiciel.



**Figure 75 :** Présentation schématique du montage utilisé pour le traitement et l'analyse d'images.

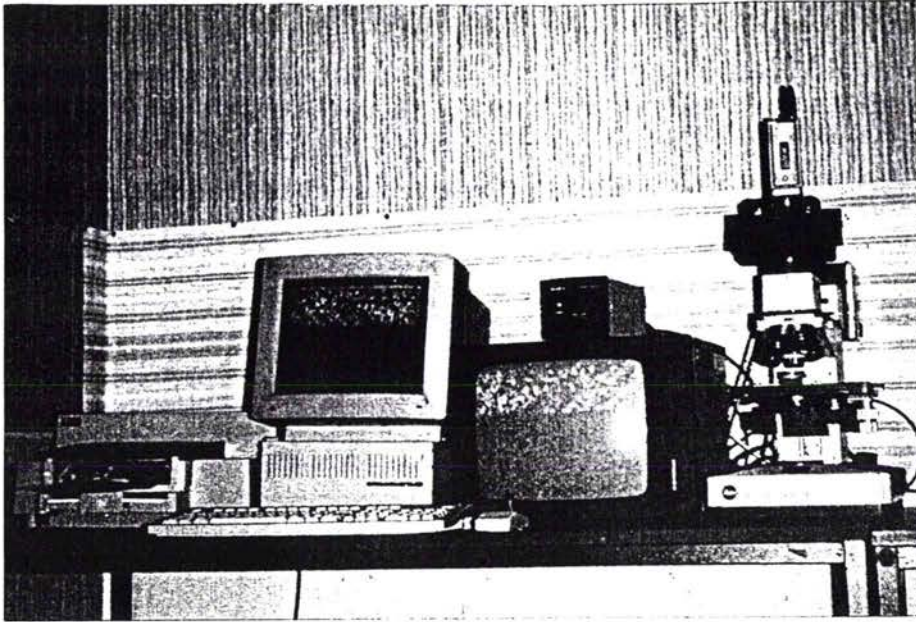


Photo 14 : Montage utilisé pour le traitement et l'analyse d'images.

### Principe :

La caméra, alimentée en courant continu, reçoit le signal de synchronisation et fournit le signal vidéo à l'adaptateur de caméra au niveau d'un câble CCMC à 12 broches. Ce signal sort au niveau des connecteurs de sortie vidéo (VIDEO OUT 1, 2) (type BNC), ce qui permet la visualisation de l'image sur l'écran du moniteur, du micro-ordinateur et par la suite son traitement et son analyse.

## III.3 . Etude de la texture

### III.3.1. introduction

On appelle texture cristallographique d'un polycristal, la statistique d'orientation des cristaux individuels au sein d'un échantillon polycristallin. Les figures de pôles directes ou inverses sont utilisées à cet effet [42].

La figure de pôles directe représente la distribution dans l'espace des pôles d'une famille de plans cristallographiques bien définie (plan de base dans les hexagonaux). Pour le même échantillon, des figures de pôles peuvent être tracées pour plusieurs familles de plans différentes. Il est donc plus facile de définir les composantes de la texture (orientation idéale principale, orientations idéales secondaires ou mineures).

Par contre la figure de pôles inverse indique, sous forme de projection stéréographique dans le triangle standard, la projection de cristaux ayant une orientation donnée par rapport à une direction de référence.

Par la suite, nous allons utiliser pour l'analyse de la texture, les figures de pôles directes puisqu'elles sont les plus utilisées.

Afin de déterminer la distribution des orientations des grains, nous avons procédé à l'étude de la texture du matériau pour établir les conditions mécanique et cristallographique conduisant à l'apparition du maillage. Nous avons pris en considération pour cette étude, des échantillons qui sont à l'état brut et sollicités en traction-torsion en phase et en quadrature de phase.

### **III.3.2. Analyse**

Soit un tube soumis à un essai de traction-torsion combinées. Les déformations s'appliquant sur un élément de surface de ce tube sont :  $\epsilon_y$ ,  $\epsilon_z$  et  $\gamma_{yz}$  (figure 76).

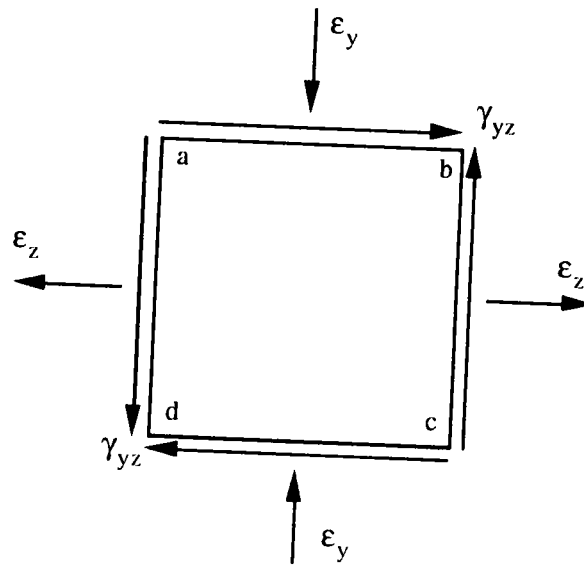
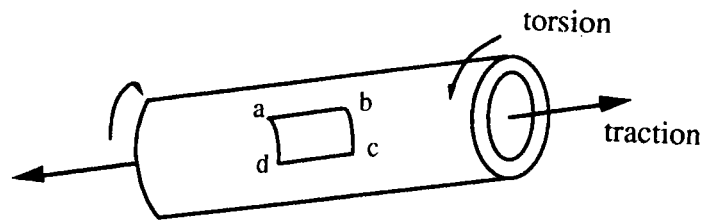


Figure 76 : Tube soumis à un essai de traction-torsion.

Dans le cas de la traction-torsion, les tenseurs de contrainte et de déformation peuvent être représentés par :

$$\bar{\sigma} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \tau \\ 0 & \tau & \sigma \end{bmatrix} \quad \bar{\varepsilon} = \begin{bmatrix} \varepsilon_x & 0 & 0 \\ 0 & \varepsilon_y & \frac{\gamma_{yz}}{2} \\ 0 & \frac{\gamma_{yz}}{2} & \varepsilon_z \end{bmatrix}$$

où

$$\begin{aligned} \varepsilon_x &= -\nu \varepsilon \\ \varepsilon_y &= -\nu \varepsilon \\ \varepsilon_z &= \varepsilon \\ \gamma_{yz} &= \gamma \end{aligned}$$

En tenant compte de la conservation du volume ( $v = 1/2$ ), les déformations principales s'expriment selon les équations suivantes :

$$\varepsilon_1 = -\frac{\varepsilon}{2}$$

$$\varepsilon_2 = \frac{1}{4} \left\{ \varepsilon + \sqrt{9\varepsilon^2 + 4\gamma^2} \right\}$$

$$\varepsilon_3 = \frac{1}{4} \left\{ \varepsilon - \sqrt{9\varepsilon^2 + 4\gamma^2} \right\}$$

avec

$$\varepsilon = \varepsilon_a \sin(\omega t)$$

$$\gamma = \gamma_a \sin(\omega t - \phi)$$

Nous avons reporté les valeurs de ces déformations principales pour une période sur la figure 77 et dans le tableau 19. On remarque que la déformation en tension est maximale pour le cas en phase; Ce qui tendrait à prouver que dans ce type de chargement, la fraction volumique maclée est la plus grande. Cette constatation confirme bien nos résultats.

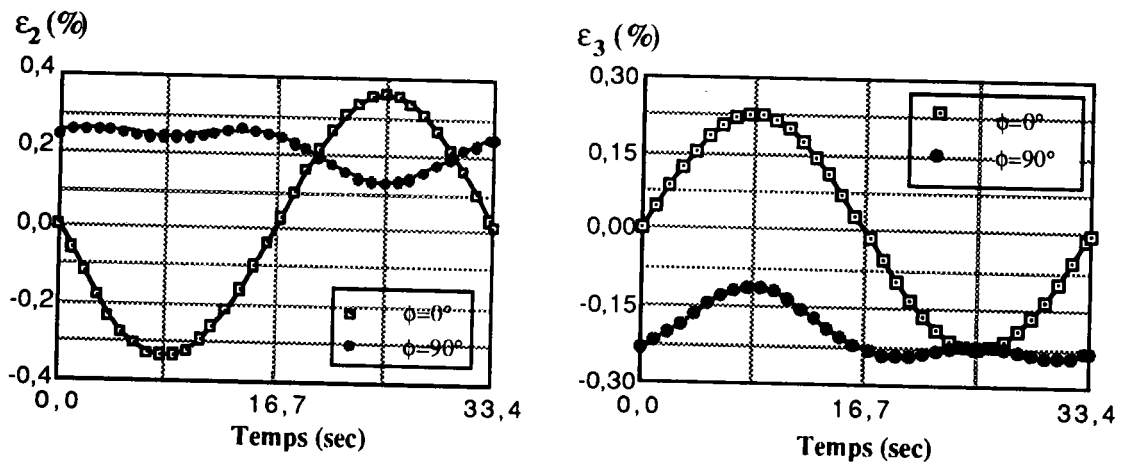


Figure 77 : Evolution des déformations  $\varepsilon_2$  et  $\varepsilon_3$  pour une période.

	Cas en phase		Cas en quadrature de phase	
	$\epsilon_2$ (compression puis tension)	$\epsilon_3$ (tension puis compression)	$\epsilon_2$ (tension)	$\epsilon_3$ (compression)
Maximum en compression	- 0,35 %	- 0,25 %	/	- 0,24 %
Maximum en tension	+ 0,35 %	+ 0,25 %	+ 0,22 %	/

**Tableau 19** : Comparaison des déformations  $\epsilon_2$  et  $\epsilon_3$  pour les cas en phase et en quadrature de phase.

De plus, la mesure des figures de pôles (0002) (figures 78 et 79), ainsi que la détermination d'orientations individuelles (matrice et macle) (figure 80) montrent bien que :

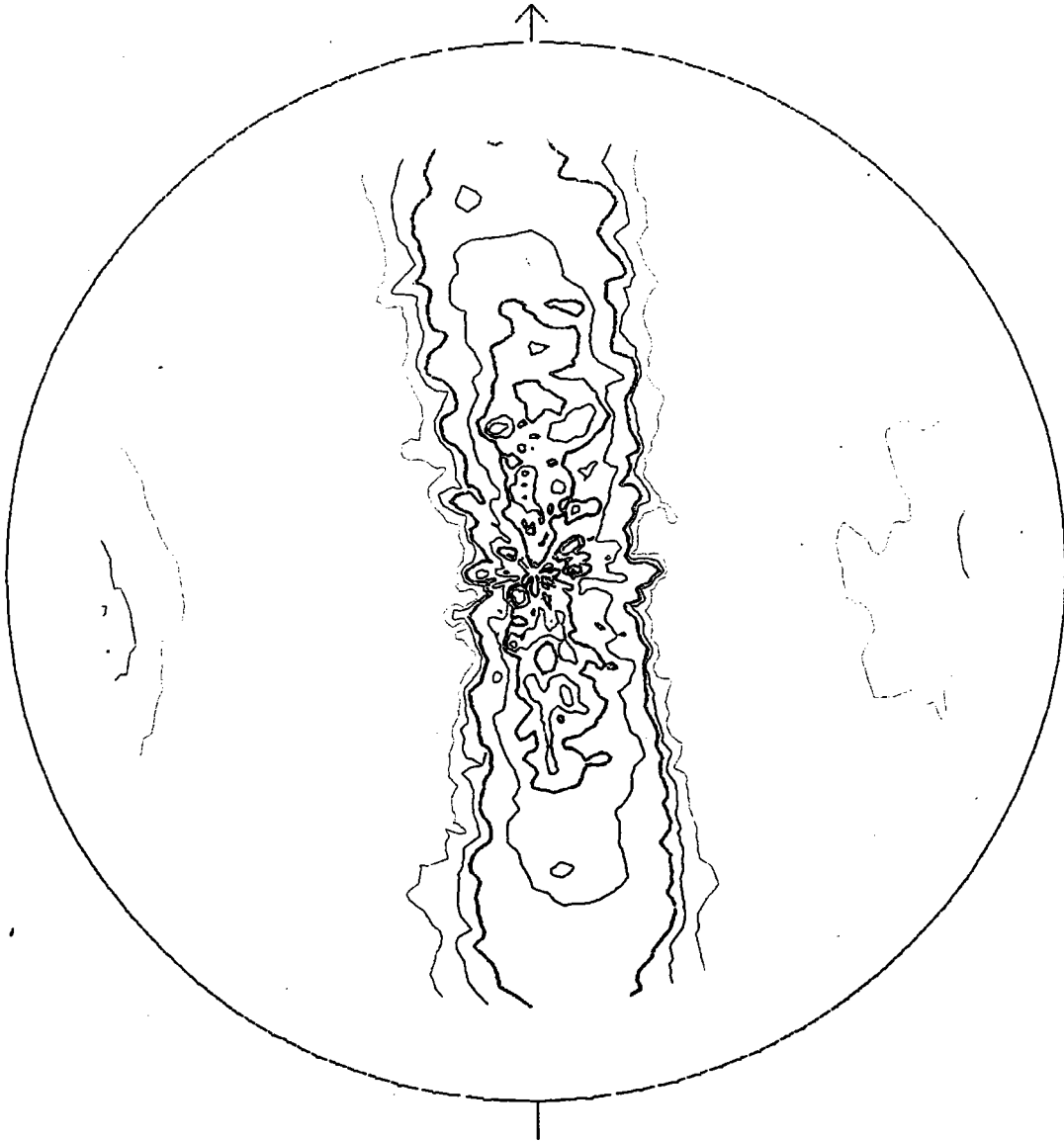
- le maillage s'initie dans les grains dont les axes  $\vec{c}$  sont perpendiculaires à la direction axiale de l'éprouvette
- les parties maclées ont des axes  $\vec{c}$  ensuite parallèle à l'axe de l'éprouvette.

Sample : Mg/Li 0

POLE FIGURE: 002

0.50 0.75 1.00 2.00 3.00 4.00 5.00

Reference axis: -



**Figure 78** : Figure de pôles dans le plan (002) d'un échantillon de magnésium-lithium sollicité en traction-torsion en phase.

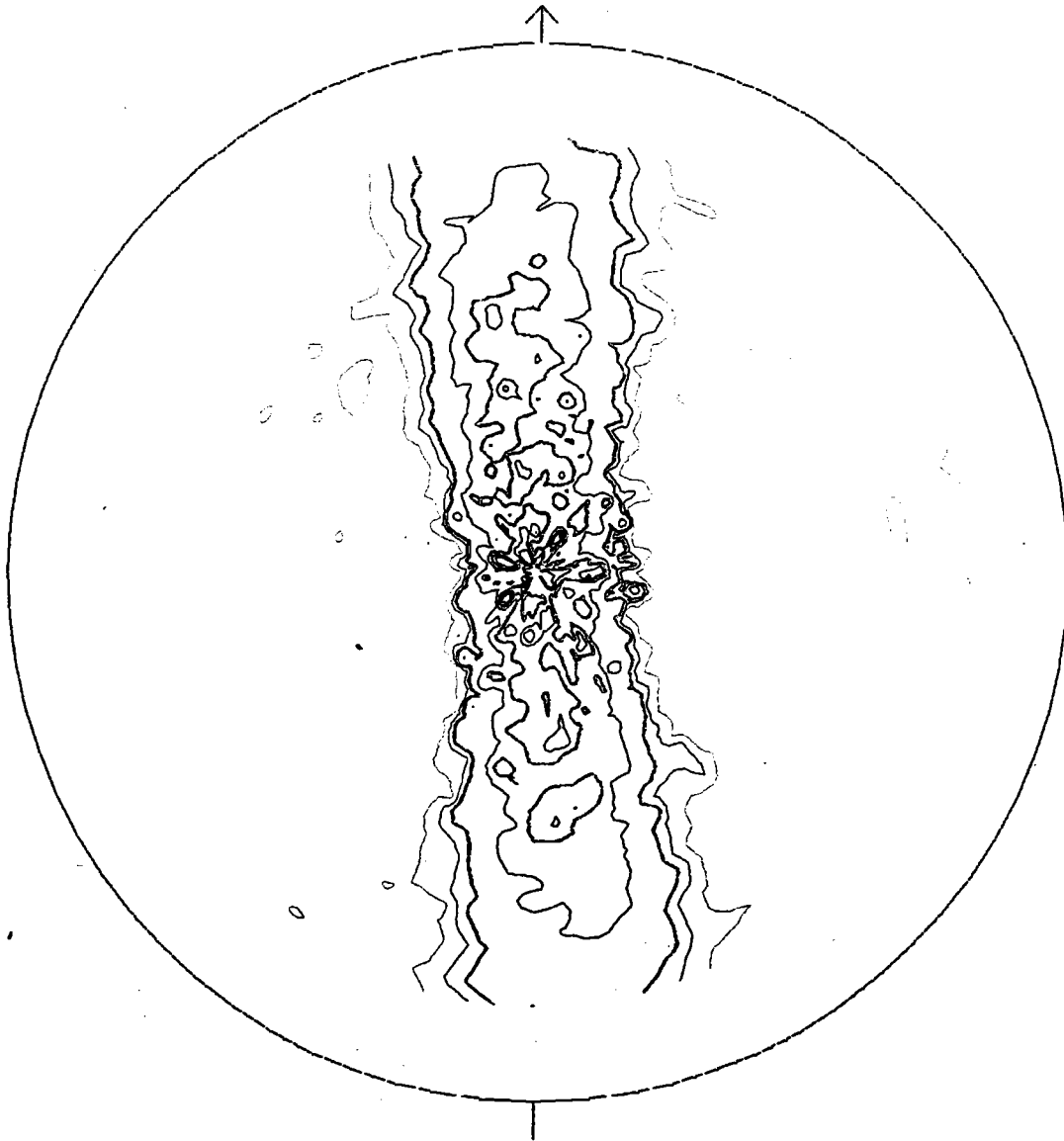


Sample : Mg/Li 90

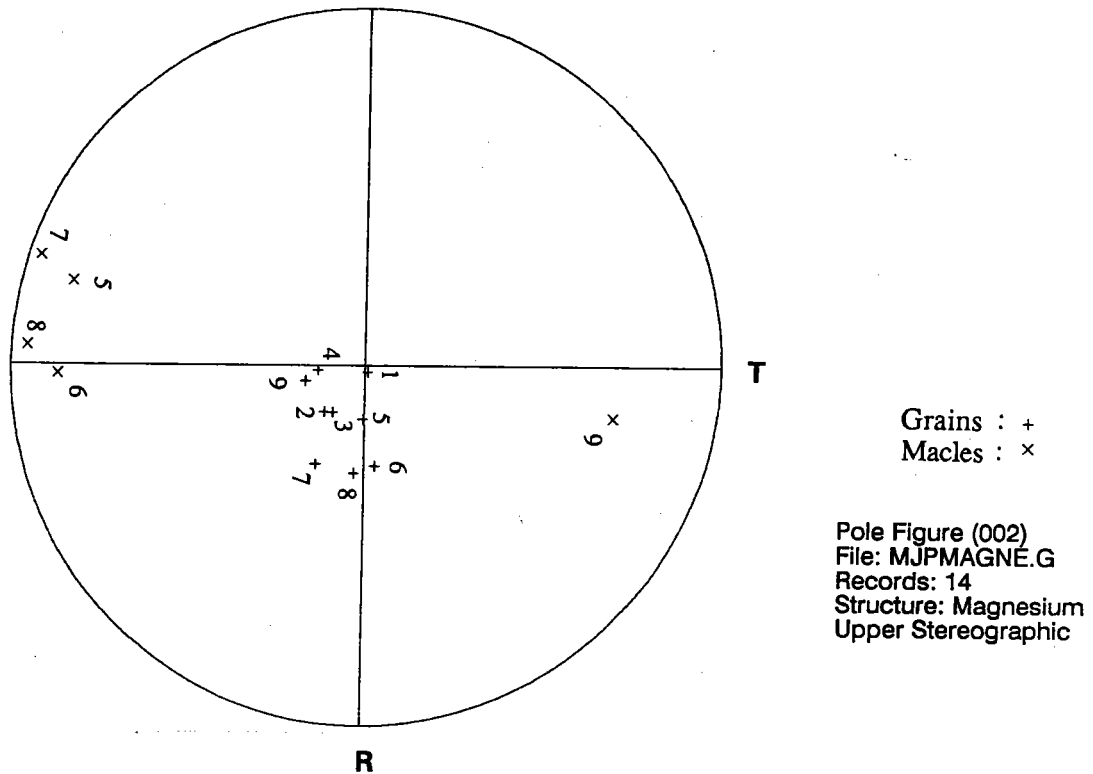
POLE FIGURE: 002

0.50 0.75 1.00 2.00 3.00 4.00 5.00

Reference axis: -



**Figure 79** : Figure de pôles dans le plan (002) d'un échantillon de magnésium-lithium sollicité en traction-torsion déphasées de 90°.



**Figure 80** : Détermination d'orientations individuelles (matrice et macle) de l'alliage de magnésium-lithium.

Ces constatations sont très intéressantes puisqu'elles rejoignent celles émises par [45] lors d'une étude sur la déformation par maclage des hexagonaux. Ce dernier a montré d'une part que le maclage qui se produit pour une tension parallèle à l'axe  $\vec{c}$  est du type  $\{10\bar{1}2\}$  et qu'il y a plus de maclage  $\{10\bar{1}2\}$  quand le taux de déformation est élevé. D'autre part, après maclage, les axes  $\vec{c}$  de la partie maclée se trouvent dans une zone de compression à  $90^\circ$  et près de l'axe de la matrice de départ.

Nos expérimentations confirment ces résultats. En effet le maclage  $\{10\bar{1}2\}$  va être activé dans nos échantillons sous l'effet d'une compression axiale qui induit une tension parallèle à l'axe  $\vec{c}$ . La fraction volumique maclée sera donc d'autant plus grande que les déformations en tension  $\varepsilon_2$  et  $\varepsilon_3$  seront importantes. Ceci est clairement confirmé puisque nous avons une fraction volumique maclée plus importante dans le cas de la traction-torsion en phase ( $\varepsilon_2$  est maximale).

### III.3.3. Synthèse

L'étude de la texture de notre matériau a montré que la distribution statistique des orientations des axes  $\vec{c}$  correspond à une direction perpendiculaire à l'axe de l'éprouvette et qu'une tension de l'axe  $\vec{c}$  permet la naissance des macles du type  $\{10\bar{1}2\}$ . La densité de ces macles est maximale pour le cas de la traction-torsion en phase.

# ***CHAPITRE 5 :***

# ***MODELISATION***

- I. INTRODUCTION**
- II. PRESENTATION DES TROIS MODELES PROPOSES**
- III. DISCUSSION DES RESULTATS**
- IV. CONCLUSION**
- V. ETUDE DE L'INFLUENCE DU DEPHASAGE**

## **I . INTRODUCTION**

Dans ce chapitre, nous présenterons les modèles proposés pour la prédiction de la durée de vie en fatigue oligocyclique multiaxiale en phase et hors phase de l'alliage de magnésium-lithium.

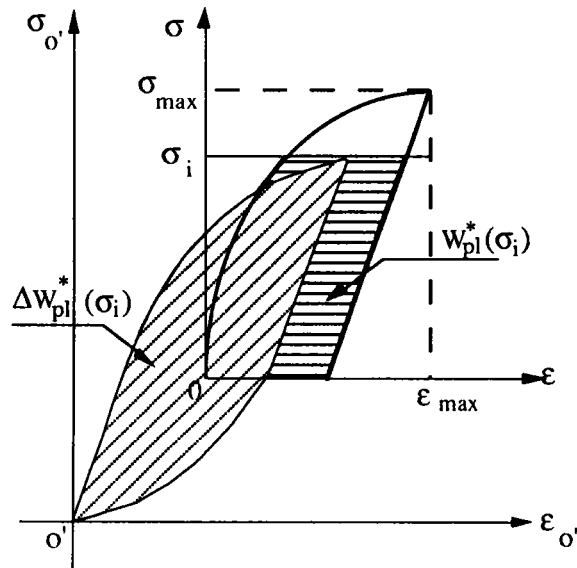
## **II . PRESENTATION DES TROIS MODELES PROPOSES**

Afin de déterminer le nombre de cycles à rupture  $N_R$  en fatigue oligocyclique multiaxiale, nous proposons trois modèles :

- un modèle basé sur une corrélation empirique entre l'énergie dissipée dans la boucle d'hystérésis et une fraction de l'énergie dissipée dans la courbe de traction monotone (modèle 1),
- un modèle étendant aux sollicitations biaxiales la loi de MANSON-COFFIN obtenue en traction-compression (modèle 2),
- un modèle utilisant la courbe moyenne de la loi de MANSON-COFFIN en traction-compression et en torsion alternée (modèle 3).

### **Modèle 1 :**

A partir de la courbe de traction monotone qui sera limitée à  $(\sigma_{max}, \epsilon_{max})$ , nous avons calculé la portion de l'énergie de déformation plastique statique  $W^*_{pl}(\sigma_i)$  pour un niveau de contrainte  $\sigma_i$  (figure 81).



**Figure 81 :** Courbe reliant les énergies plastiques statique  $W_{pl}^*(\sigma_i)$  et cyclique stabilisée en traction-compression  $\Delta W_{pl}^*(\sigma_i)$  pour un niveau de contrainte donné  $\sigma_i$ .

L'énergie plastique cyclique au cycle stabilisé  $\Delta W_{pl}^*(\sigma_i)$  a été calculée à partir de la relation de HALFORD [15] :

$$\Delta W_{pl}^*(\sigma_i) = \sigma_i \varepsilon_{pi} \left( \frac{1 - n'_\varepsilon}{1 + n'_\varepsilon} \right) \quad (70)$$

Cette relation (70) jointe à celle donnant l'expression de la courbe d'écrouissage cyclique :

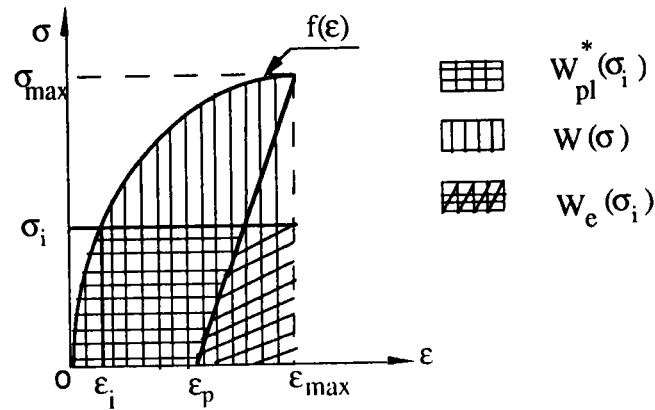
$$\varepsilon_{pi} = \left( \frac{\sigma_i}{k'_\varepsilon} \right)^{\frac{1}{n'_\varepsilon}} \quad (71)$$

conduit à une expression du type suivant :

$$\Delta W_{pl}^*(\sigma_i) = K'_\varepsilon \left( \frac{-1}{n'_\varepsilon} \right) \left( \frac{1 - n'_\varepsilon}{1 + n'_\varepsilon} \right) (\sigma_i)^{\left( \frac{1 + n'_\varepsilon}{n'_\varepsilon} \right)} \quad (72)$$

où  $n'_\varepsilon$  et  $K'_\varepsilon$  sont les coefficients d'écrouissage cyclique.

Alors que la portion de l'énergie de déformation plastique statique  $W_{pl}^*(\sigma_i)$  a été déterminée à partir de la courbe de traction monotone (figure 82), de la manière suivante :



**Figure 82** : Détermination de l'énergie plastique statique à partir de la courbe de traction monotone.

$$W_{pl}^*(\sigma_i) = W(\sigma_i) - W_e(\sigma_i)$$

avec

$$W(\sigma_i) = \int_0^{\varepsilon_{\max}} f(\varepsilon) \cdot d\varepsilon - \int_{\varepsilon_i}^{\varepsilon_{\max}} (f(\varepsilon) - \sigma_i) \cdot d\varepsilon \quad (73)$$

$$f(\varepsilon) = \sigma_e + K_e (\varepsilon - \varepsilon_e)^{n_e}$$

$$W_e(\sigma_i) = \frac{\sigma_{\max} \varepsilon_e}{2} - \frac{\varepsilon_e}{2\sigma_{\max}} (\sigma_{\max} - \sigma_i)^2 \quad (74)$$

où  $\sigma_e$  : la contrainte élastique,  
 $\varepsilon_e$  : la déformation élastique,  
 $n_e$  et  $K_e$  : les coefficients d'écroissage monotone.

En remplaçant  $W(\sigma_i)$  et  $W_e(\sigma_i)$  par leurs expressions (73) et (74), on obtient la relation de l'énergie plastique statique :

$$W_{pl}^*(\sigma_i) = \sigma_e \varepsilon_i + \sigma_i (\varepsilon_{max} - \varepsilon_i - \varepsilon_d) + \frac{\varepsilon_e}{2\sigma_{max}} \sigma_i^2 + \frac{K_\varepsilon}{(n_\varepsilon + 1)} (\varepsilon_i - \varepsilon_d)^{(n_\varepsilon + 1)} \quad (75)$$

Nous avons constaté que pour notre matériau, cette relation donne des valeurs de  $W_{pl}^*(\sigma_i)$  à peu près égales à une expression qui est plus simple :

$$W_{pl}^*(\sigma_i) \cong \sigma_i \varepsilon_{max} \quad (76)$$

Le tableau (20) montre les valeurs de  $W_{pl}^*(\sigma_i)$  calculées à partir des deux expressions (75) et (76).

$\sigma_i$ (MPa)	$W_{pl}^*(\sigma_i)$ (MJ/m <sup>3</sup> ) expression (75)	$W_{pl}^*(\sigma_i)$ (MJ/m <sup>3</sup> ) expression (76)
154	15,219	15,4
158	15,877	15,8
162	17,089	16,2
172	18,581	17,2
181	19,462	18,1
187	19,876	18,7

Tableau 20 : Calcul de l'énergie plastique statique à partir des deux expressions (75) et (76).

Une remarque très importante à mentionner est que notre matériau présente à peu près les même valeurs des coefficients d'érouissage cyclique et monotone :

$$n'_\varepsilon \cong n_\varepsilon = 0,1145$$

$$K'_\varepsilon \cong K_\varepsilon = 283 \text{ MPa}$$

Les expressions (72) et (76) permettent de déduire une relation puissance entre l'énergie plastique statique  $W_{pl}^*(\sigma_i)$  et l'énergie plastique cyclique stabilisée en traction-compression  $\Delta W_{pl}^*(\sigma_i)$  :



$$W_{pl}^*(\sigma_i) = a_{15} \left( \Delta W_{pl}^*(\sigma_i) \right)^{a_{16}} \quad (77)$$

avec  $a_{15}$  et  $a_{16}$  des constantes déterminées à partir des coefficients d'érouissage monotone  $n_\epsilon$  et  $K_\epsilon$  comme suit :

$$a_{15} = \epsilon_{\max} \left( \frac{1+n_\epsilon}{1-n_\epsilon} \right)^{\left( \frac{n_\epsilon}{1+n_\epsilon} \right)} \cdot K \left( \frac{1}{1+n_\epsilon} \right)$$

$$a_{16} = \frac{n_\epsilon}{1+n_\epsilon}$$

On trouve :  $a_{15} = 16,223$   
 $a_{16} = 0,103$

Par ailleurs l'énergie plastique cyclique est reliée à la durée de vie par la relation (76) :

$$\Delta W_{pl}^*(\sigma_i) = a_{17} (N_R)^{(a_{18}-1)} \quad (78)$$

où  $a_{17}$  et  $a_{18}$  sont des coefficients.

avec  $a_{17} = 180,462$   
 $a_{18} = 0,1674$

Le coefficient  $a_{18}$  est généralement compris entre 0,15 et 0,40 [15]. On peut prendre une valeur moyenne de 0,20 pour les autres matériaux.

Les expressions (77) et (78) permettent de déduire la relation (79) donnant le nombre de cycles à rupture en fonction de l'énergie plastique statique :

$$N_R = a_{19} \left( W_{pl}^*(\sigma_i) \right)^{a_{20}} \quad (79)$$

avec

$$a_{19} = \left( a_{15} \cdot a_{17} \right)^{a_{16}} \left( \frac{1}{a_{16} \cdot a_{18}} \right)$$

$$a_{20} = \frac{1}{a_{16} \cdot a_{18}}$$

On trouve :  $a_{19} = 7,282.10^{+16}$   
 $a_{20} = -11,695$

On remarque que la connaissance de la loi de comportement du matériau ainsi que les constantes ( $a_{15}$ ,  $a_{16}$ ,  $a_{17}$ ,  $a_{18}$ ) déterminées à partir de l'énergie plastique statique et cyclique de la traction-compression seule, nous permet de déterminer aisément le nombre de cycles à rupture. Cette relation peut être étendue aux essais biaxiaux.

### Modèle 2 :

Par définition, la loi de MANSON-COFFIN donne l'évolution des amplitudes de déformation plastique, élastique et totale en fonction de la durée de vie du matériau sous sollicitation traction-compression ou torsion alternée. Nous avons donc pensé étendre cette loi aux essais biaxiaux.

Les points expérimentaux en traction-compression de la déformation plastique au cycle stabilisé et du nombre de cycles à rupture sont représentés par la (figure 83).

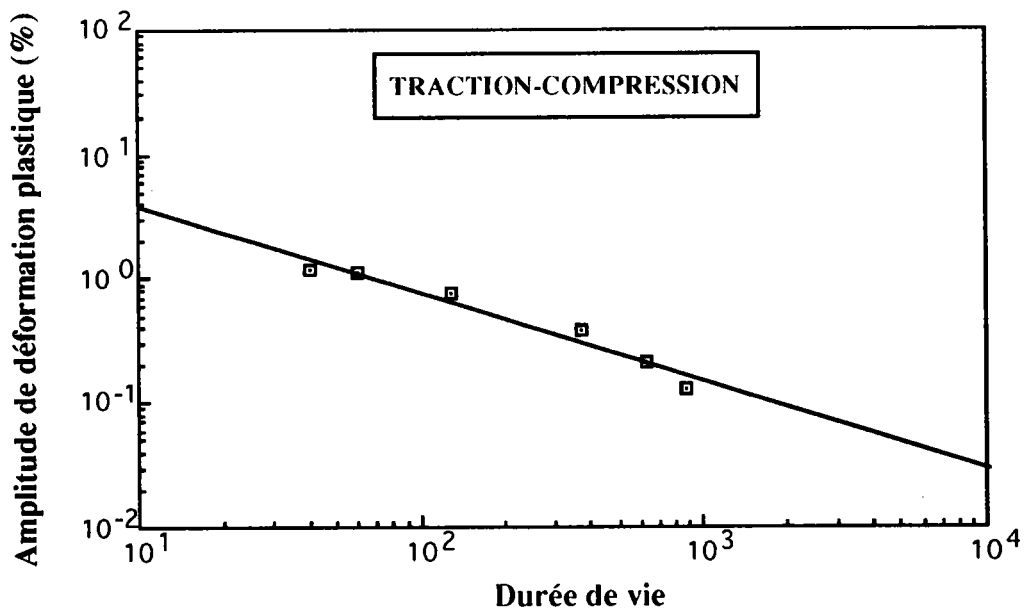


Figure 83 : Courbe de MANSON COFFIN en traction-compression.

La loi de MANSOON-COFFIN donne :

$$\frac{\Delta \epsilon_{pl}}{2} = \epsilon'_f (N_R)^c \quad (80)$$

D'où

$$N_R = \left( \frac{\Delta \epsilon_{pl}}{2 \epsilon'_f} \right)^{\frac{1}{c}} \quad (81)$$

avec  $\epsilon'_f$  : coefficient de ductilité en fatigue,  
 $c$  : exposant de ductilité en fatigue.

On trouve  $\epsilon'_f = 0,1987$   
 $c = -0,7076$

Nous avons remarqué, à partir de l'équation (81) que l'on peut déterminer la durée de vie du matériau lors d'essais biaxiaux. Il suffit seulement de remplacer la déformation plastique en traction-compression par celle en traction-torsion combinées en phase. Cette dernière est calculée à partir le critère de TAIRA au sens de TRESCA [7] selon la relation (82):

$$\Delta \epsilon_{p,eq} = \sqrt{\Delta \epsilon_p^2 + \frac{\Delta \gamma_p^2}{4}} \quad (82)$$

### Modèle 3 :

Nous avons reporté dans un même graphe les points expérimentaux en traction-compression ( $\Delta \epsilon_t/2 = f(N_R)$ ) et en torsion alternée ( $\Delta \gamma_t/2 = f(N_R)$ ).

L'ensemble de ces points traduit une seule courbe (figure 84) dont l'équation s'écrit :

$$\frac{\Delta \epsilon_{t,eq}}{2} = \epsilon'_f (N_R)^{c_{eq}} \quad (83)$$

d'où

$$N_R = \left( \frac{\Delta \varepsilon_{t,eq}}{2\varepsilon'_f} \right)^{\frac{1}{c_{eq}}} \quad (84)$$

avec  $\varepsilon'_{f,eq} = 0,140$   
 $c_{eq} = -0,480$

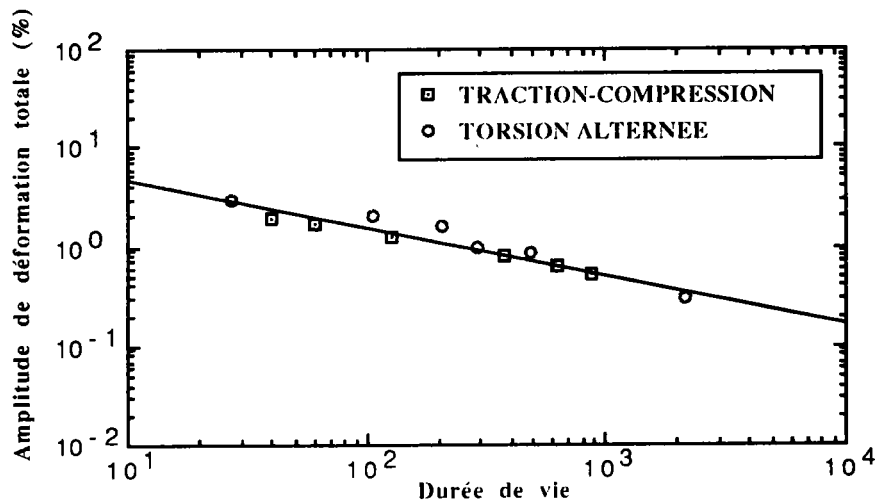


Figure 84 : Courbe reliant les points expérimentaux en traction-compression et en torsion alternée.

La courbe utilisée sera donc une courbe moyenne résultant de la superposition des deux types de données (traction-compression et torsion alternée).

### III . DISCUSSION DES RESULTATS

Les prévisions de la durée de vie  $N_{R,th}$  en traction-torsion en phase et hors phase à partir des trois modèles proposés sont reportées dans les tableaux (21 et 22) et comparées aux valeurs expérimentales.

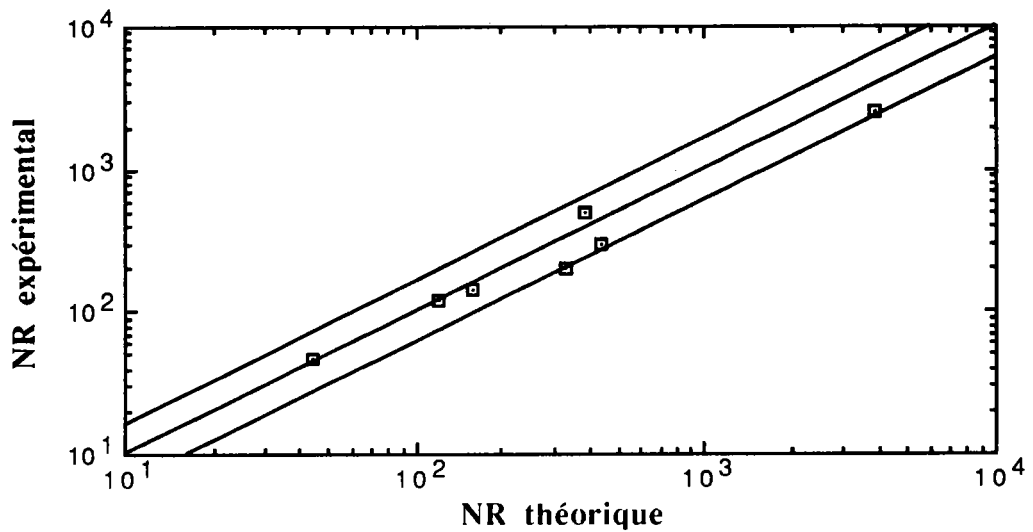
$N_{R_{exp}}$	$N_{R_{th}}$ Modèle 1	$N_{R_{th}}$ Modèle 2	$N_{R_{th}}$ Modèle 3
47	44	27	43
120	120	78	168
145	158	106	260
200	330	219	471
300	437	507	643
500	380	449	811
2500	3834	2226	2475

**Tableau 21** : Prévisions de la durée de vie en traction-torsion combinées en phase à partir des trois modèles proposés.

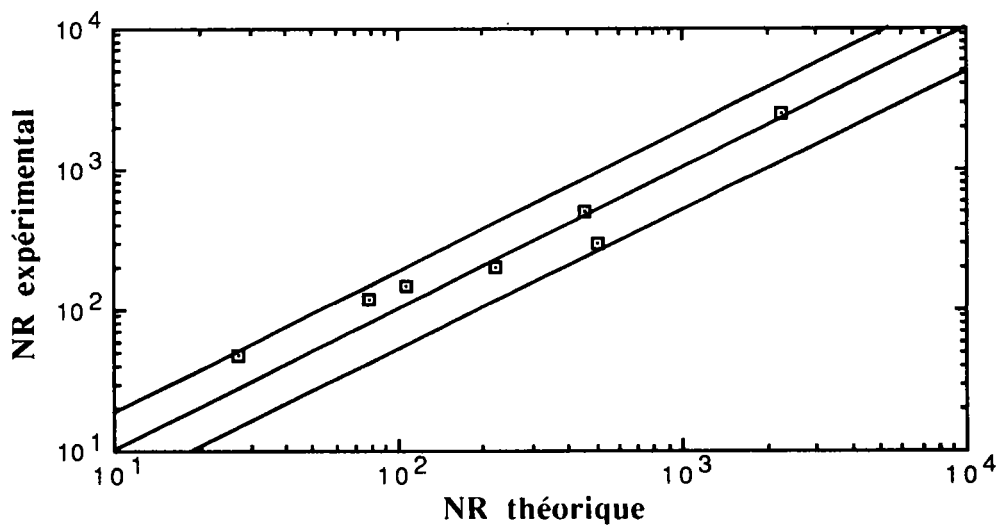
$\phi$ (°)	$N_{R_{exp}}$	$N_{R_{th}}$ Modèle 1	$N_{R_{th}}$ Modèle 2	$N_{R_{th}}$ Modèle 3
0	370	646	307	578
10	300	659	310	582
30	225	781	323	621
60	200	1290	373	771
90	202	1848	446	1035
120	199	1290	373	771
150	230	781	323	621
180	360	646	307	578

**Tableau 22** : Prévisions de la durée de vie en traction-torsion combinées hors phase à partir des trois modèles proposés.

La comparaison pour le cas en phase, entre les valeurs expérimentales du nombre de cycle à rupture et celles calculées à partir des trois modèles, est illustrée dans les figures (85, 86 et 87).



**Figure 85** : Durée de vie expérimentale en fonction de la durée de vie théorique selon le modèle 1 en traction-torsion en phase.



**Figure 86** : Durée de vie expérimentale en fonction de la durée de vie théorique selon le modèle 2 en traction-torsion en phase.

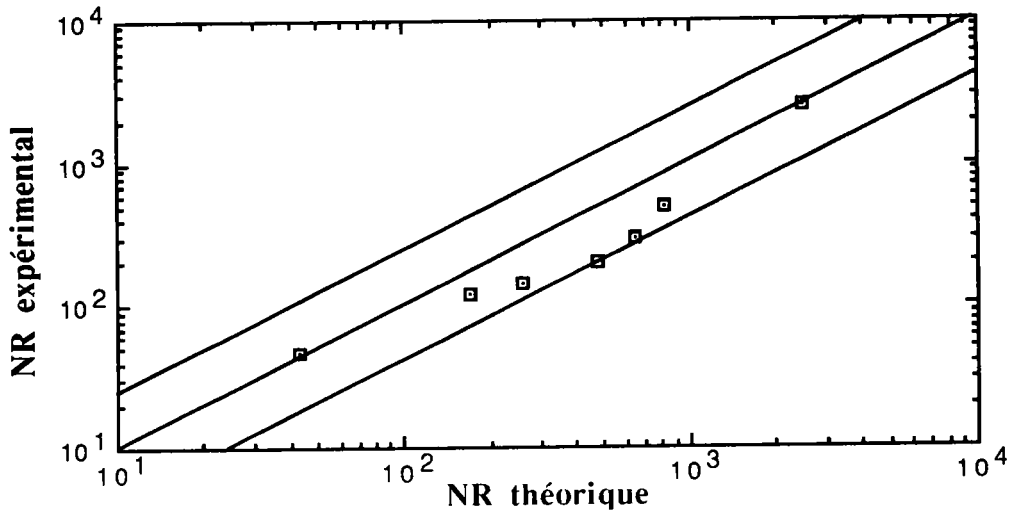


Figure 87 : Durée de vie expérimentale en fonction de la durée de vie théorique selon le modèle 3 en traction-torsion en phase.

Les tableaux 23 et 24 permettent de déduire les coefficients de la relation  $N_{R_{exp}}=a_{21}(N_{R_{th}})^{a_{22}}$  et de ceux de régression  $r$  ainsi que la dispersion  $((1-régression r)*100)$  entre les valeurs théoriques et expérimentales du nombre de cycles à rupture.

Modèles	$a_{21}$	$a_{22}$	Régression $r$	Dispersion
Modèle 1	1,6377	0,8866	0,982	1,8 %
Modèle 2	2,6046	0,8465	0,980	2,0 %
Modèle 3	0,9593	0,9367	0,973	2,7 %

Tableau 23 : Coefficients de la relation  $N_{R_{exp}}=a_{21}(N_{R_{th}})^{a_{22}}$  et de ceux de régression  $r$  ainsi que la dispersion entre les durées de vie expérimentales et théoriques pour le cas en phase.

Modèles	$a_{21}$	$a_{22}$	Régression $r$	Dispersion
Modèle 1	9401,0409	-0,5299	0,81	19%
Modèle 2	$1,401 \cdot 10^{+6}$	-1,4771	0,75	25%
Modèle 3	$1,009 \cdot 10^{+5}$	-0,9305	0,73	27%

Tableau 24 : Coefficients de la relation  $N_{R_{exp}}=a_{21}(N_{R_{th}})^{a_{22}}$  et de ceux de régression  $r$  ainsi que la dispersion entre les durées de vie expérimentales et théoriques pour le cas hors phase.

On remarque que la prévision du nombre de cycles à rupture en fatigue multiaxiale à partir des trois modèles proposés est satisfaisante pour le cas en phase. Le modèle 1 présente un résultat très proche des données expérimentales et la dispersion dans ce cas est la plus faible (1,8 %).

Par contre pour le cas hors phase, on constate que la dispersion entre les valeurs expérimentales et théoriques du nombres de cycles à rupture est très importante. Ce qui permet de conclure que ces trois modèles ne conduisent pas à de bonnes prédictions.

#### **IV . CONCLUSION**

L'ensemble des bureaux d'études sont confrontés à un problème de dimensionnement en fatigue oligocyclique multiaxiale. Dans le but de prévoir de façon simple et rapide la durée de vie en fatigue oligocyclique multiaxiale nous avons proposé trois modèles :

- le premier est basé sur un critère énergétique obtenu à partir de la courbe de traction monotone. Il est simple d'utilisation et donne une bonne prédiction de la durée de vie en traction-torsion en phase (1,8% de dispersion).

- le deuxième est une extension de loi de MANSO-COFFIN en traction-compression aux essais biaxiaux. Les prévisions obtenues sont acceptables (2,0% de dispersion).

- le troisième marque une extension des deux lois de MANSO-COFFIN en traction-compression et en torsion pour en faire qu'une seule. la dispersion entre les valeurs théoriques et expérimentales est de l'ordre de 2,7%.

Ces trois modèles permettent donc avec simplicité et précision de prédire la durée de vie en fatigue oligocyclique multiaxiale pour le cas en phase et non pour celui hors phase. Leurs validités restent à confirmer par de larges applications sur différents matériaux.

Ces modèles étant posés et discutés, nous nous sommes intéressés à l'étude du déphasage et son importance en fatigue oligocyclique multiaxiale.



## V. ETUDE DE L'INFLUENCE DU DEPHASAGE

Le but de cette étude est de déterminer l'influence du déphasage sur la durée de vie en fatigue oligocyclique multiaxiale (traction-torsion combinées) d'un alliage de magnésium-lithium.

On constate d'après les tableaux (13 et 18) que la durée de vie et la fraction volumique maclée que nous avons définie à partir de l'expression (70) diminuent quand l'angle de déphasage augmente. Pour l'interprétation de ce résultat expérimental, une analyse du mécanisme de déformation au niveau de la microstructure est nécessaire.

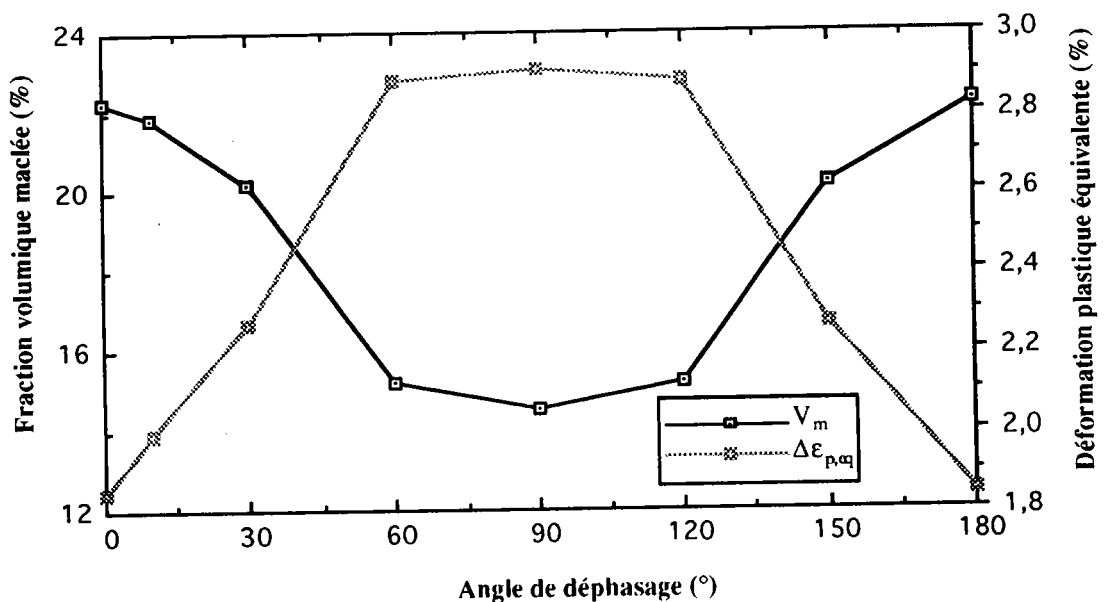
On sait que la déformation plastique dans les hexagonaux est produite par l'activité des systèmes de glissement et aussi par maclage. Ces deux processus sont dûs respectivement au mouvement de dislocations et au cisaillement dans un plan et une direction donnés.

La nécessité du maclage comme mode de déformation provient du manque de systèmes de glissement disponibles dans les polycristaux de structure hexagonale. Les systèmes de glissement les plus facilement actifs pour le magnésium se situent dans le plan basal. Il existe trois autres systèmes de glissement indépendants qui ont le même plan de glissement et pas la même direction. Si la déformation plastique est concentrée dans un monocristal lors d'un chargement uniaxial, seuls les systèmes de glissement dans le plan basal sont opérables et le changement de forme du cristal se produit seulement par ces trois systèmes. Quand le même cristal est pris dans un agrégat polycristallin, cependant, le nombre de contraintes augmente considérablement.

En effet, la déformation imposée à chaque grain est formée de six composantes. La condition de conservation du volume réduit à cinq le nombre de composantes indépendantes. Ces composantes sont celles du tenseur vitesse de déformation. Pour assurer à chaque grain une déformation compatible avec l'ensemble, il faut pouvoir réaliser la combinaison des cinq composantes indépendantes qui correspond à l'état de déformation du grain considéré. Evidemment, les trois systèmes ne suffisent pas pour produire une telle déformation qui est prescrite par les cinq composantes indépendantes. Ainsi, d'autres systèmes de glissement doivent être actifs (par exemple les

prismatiques ou les pyramidaux). La contribution du maclage peut être aussi très importante si la cission critique initiant le glissement sur les systèmes prismatiques ou pyramidaux est très élevée. L'activité de la déformation par maclage peut être facilement vérifiée sur une micrographie optique.

Dans la présente étude, la déformation plastique équivalente accumulée dans un cycle évolue dans le sens opposé de la fraction volumique maclée (figure 88).



**Figure 88:** Evolution de la déformation plastique équivalente et de la fraction volumique maclée en fonction de l'angle de déphasage.

Quand  $\phi=0^\circ$ , le mode de déformation des constituants du cristal ne change pas lorsque les composantes de la déformation restent toujours dans la même proportion. C'est seulement l'ampleur de la déformation qui change. Bien sûr en raison du chargement cyclique, la direction de déformation peut s'orienter dans le sens opposé. Par conséquent, les mêmes systèmes de glissement peuvent être actifs. Ceci représente une certaine stabilisation du processus de déformation, ce qui signifie que les mêmes dislocations peuvent glisser dans la direction opposée quand le mode de déformation est inversé.

Les mêmes sources et puits de dislocations restent disponibles. En même temps, les cissions critiques restent élevées dans le glissement non actif et les systèmes de maclage, en raison du durcissement. Quand le mode de déformation par maclage s'opère seulement dans une direction dite de maclage, une dissymétrie dans la déformation se produit. Pour la direction de chargement où le plus grand nombre de macles restent actives, la partie plastique de la déformation totale est évidemment plus grande. Cette dissymétrie dans les déformations s'identifie bien dans les boucles d'hystérésis (figure 61). On peut donc, on conclure que l'activité du maclage conduit à une dissymétrie des boucles d'hystérésis.

Pour interpréter la diminution de la durée de vie quand l'angle de déphasage  $\phi \neq 0^\circ$ , nous avons considéré que les déformations étaient non proportionnelles. Nous avons montré dans le paragraphe V.2 du chapitre 3 que l'amplitude de déformation équivalente décrit une ellipse dans l'espace déformation-cisaillement. Par conséquent, l'état de contrainte varie aussi non proportionnellement. Ainsi, les grains sont soumis à un chargement qui tourne constamment avec les axes. La conséquence de ceci est que le plan et la direction de contrainte de cisaillement maximale tournent. Les combinaisons des différents systèmes de glissement et de maclage deviennent actives en état soumis à une déformation. Donc, les processus de multiplication et d'annihilation de dislocations ne peuvent pas persister. Pour le fonctionnement de nouveaux systèmes de glissement, la formation de nouvelles sources de dislocation est nécessaire. On peut dire que le processus de déformation n'est pas stabilisé. Puisque les systèmes de glissement changent constamment, de nouvelles dislocations doivent se créer quand l'annihilation de ces dernières deviennent très difficile. Par conséquent, le nombre de défauts augmente plus rapidement que dans le cas du mode de déformation stabilisé (c'est à dire quand  $\phi = 0^\circ$ ). Du fait du grand nombre de défauts accumulés dans le cas  $\phi \neq 0^\circ$ , la durée de vie doit diminuer.

La présence de plusieurs cumuls de dislocations conduit aussi un niveau élevé de contrainte d'écoulement. La contrainte de cisaillement dans un système de glissement est reliée à la densité de dislocations totale  $\rho$  [46] selon l'expression (85) :

$$\tau = \alpha G b \sqrt{\rho} \quad (85)$$

où  $\alpha$  est une constante et  $b$  est le module du vecteur de Burgers de la dislocation dans un système de glissement donné.

D'après l'équation (85), le niveau de contrainte est maximal quand la densité de dislocations atteint son maximum, ce qui se produit pour le cas  $\phi = 90^\circ$ . Ceci explique donc, l'augmentation de la contrainte d'écoulement dans le cas d'une quadrature de phase par rapport au cas en phase (figure 61).

Une étude plus détaillée [47] a montré que la densité des macles est fonction de la déformation totale imposée selon une loi :

$$V_m = 1 - \exp\left(A^* \Delta\varepsilon_t^{d^*}\right) \quad \text{pour } \Delta\varepsilon_t > 0,4 \text{ \%} \quad (86)$$

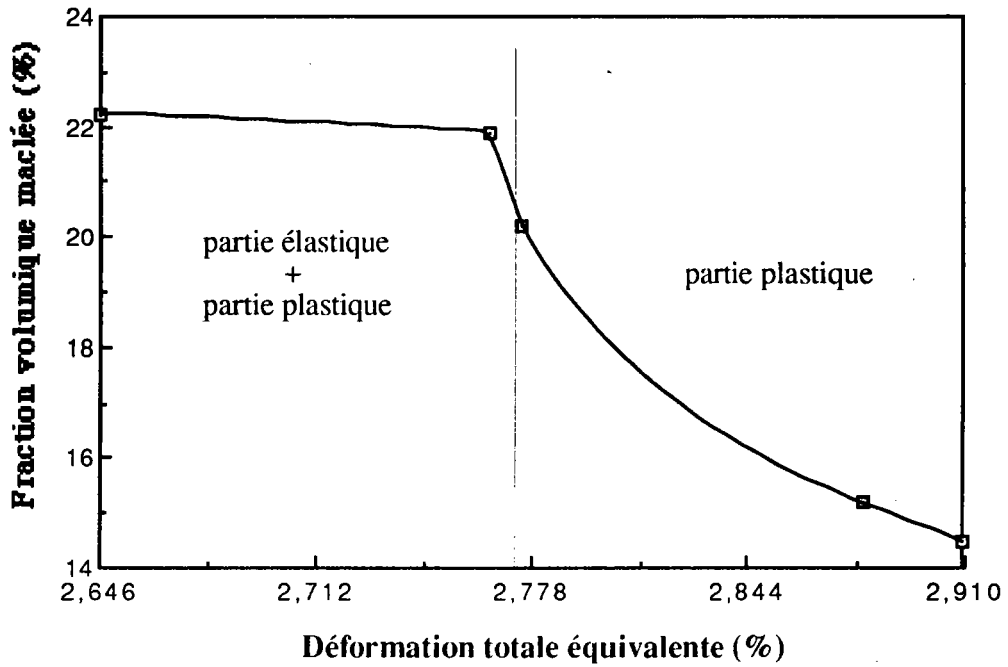
où  $V_m$  : la fraction volumique maclée,  
 $\Delta\varepsilon_t$  : l'amplitude de déformation totale imposée,  
 $A^*$  et  $d^*$  : des constantes qui dépendent du matériau.

Dans notre cas, nous avons trouvé que cette densité est fonction de la déformation totale équivalente  $\Delta\varepsilon_{t,cq}$  selon la relation (figure 89) :

$$V_m = 1 - \exp\left(A^* \Delta\varepsilon_{t,cq}^{d^*}\right) \quad \text{pour } \Delta\varepsilon_{t,cq} \geq 2,775 \text{ \%} \quad (87)$$

$$V_m = \text{Cste} \cong 22 \text{ \%} \quad \text{pour } \Delta\varepsilon_{t,cq} < 2,775 \text{ \%}$$

où  $A^* = - 882,8303$   
 $d^* = - 8,1059$



**Figure 89** : Evolution de la fraction volumique maclée en fonction de la déformation totale équivalente.

### V.1. Synthèse

L'étude de l'influence du déphasage sur la durée de vie en fatigue oligocyclique multiaxiale nous a permis de montrer que la déformation plastique équivalente évolue dans le sens opposé de la fraction volumique maclée et de la durée de vie. Ce qui explique que la déformation plastique équivalente peut être un paramètre adopté pour déduire la durée de vie en fatigue oligocyclique multiaxiale.

## ***CONCLUSION GENERALE***

L'étude en fatigue oligocyclique multiaxiale d'un alliage de magnésium-lithium sollicité en traction-torsion combinées, nous a permis de mettre en évidence les remarques suivantes :

- en traction-compression, nous avons observé une dissymétrie des boucles d'hystérésis, la présence d'une contrainte moyenne et un durcissement cyclique du matériau.

- en torsion alternée, nous avons noté là aussi un durcissement cyclique du matériau ainsi qu'une dissymétrie des boucles d'hystérésis. Toutefois, la présence d'une contrainte moyenne est moins marquée que pour les essais de traction-compression.

- en traction-torsion combinées, nous avons constaté parmi les critères de fatigue multiaxiale étudiés, que celui de KANDIL corrèle mieux nos résultats expérimentaux.

Pour un chargement non proportionnel, l'étude de l'influence du déphasage entre la traction et la torsion cycliques sur la durée de vie a montré que :

- la durée de vie dépend de l'angle de déphasage,
- le maximum de cette durée de vie est obtenu pour le cas en phase,
- les déformations équivalentes totale et élastique sont reportées par une ellipse dans le plan  $\left(\frac{\gamma}{\sqrt{3}}, \varepsilon\right)$ . En dessous d'un angle critique  $\phi_c$ , la déformation cyclique contient deux parties élastiques durant lesquelles le déchargement de l'éprouvette peut avoir lieu. Au delà de  $\phi_c$ , la déformation est toujours plastique donc aucun déchargement ne peut s'effectuer. Ceci montre bien que la déformation plastique accumulée dans un cycle augmente avec l'angle de déphasage.

- La densité de macles suit la même évolution que la durée de vie.

- la diminution de la durée de vie et l'augmentation de la contrainte en traction et en cisaillement dans le cas d'une quadrature de phase sont une conséquence de changement de mode de déformation. Ceci est dû à la croissance de la densité de dislocations.

- cette augmentation de la densité de dislocations est supposée être responsable de la croissance de la déformation plastique équivalente et de la diminution de la densité de macles.

La prévision de la durée de vie en fatigue oligocyclique multiaxiale, peut être faite trois modèles :

- le premier est basé sur un critère énergétique obtenu à partir de la courbe de traction monotone,

- le second est une extension aux essais biaxiaux de la loi de MANSON-COFFIN déterminée en traction-compression,

- le troisième est basé sur une moyenne des deux lois de MANSON-COFFIN en traction-compression et en torsion alternée.

Ces modèles ont permis avec simplicité et précision de prédire le nombre de cycles à rupture en traction-torsion en phase. Toutefois en hors phase, ces modèles ne donnent pas des résultats satisfaisants.

Leurs validités restent à confirmer par d'autres essais sur différents matériaux.



# ***ANNEXES***

## ANNEXE 1

### EVALUATION DE LA CONTRAINTE DE CISAILLEMENT A LA PERIPHERIE DE L'EPROUVETTE :

En torsion, la connaissance des contraintes vraies à la surface de l'éprouvette, est délicate en raison du gradient.

Dans le domaine des déformations élastiques, le problème est simple, on a :

$$\tau = \frac{16M_t}{\pi d^3} \quad (88)$$

$\tau$  étant la cission atteinte à la surface et  $M_t$  le moment de torsion.

Dès que l'on aborde les déformations plastiques, la cission à la surface n'est plus proportionnelle à ce moment de torsion.

Son calcul nécessite la connaissance de la relation cission-cisaillement, qu'on peut déterminer par le calcul à partir du graphe moment de torsion-cisaillement.

#### Hypothèses :

Soit une éprouvette cylindrique de révolution soumise à un moment de torsion  $M_t$ . On suppose que, dans le domaine élastique ou plastique, la rotation de chaque section se fait en bloc, autrement dit :

$$\gamma = R_o\theta \quad (89)$$

La relation de base entre l'amplitude du moment de torsion  $M_t$  et la contrainte de cisaillement  $\tau$  est donnée par l'expression suivante pour un cylindre plein [35]:

$$M_t = 2\pi \int_0^R \tau(r) r^2 dr \quad (90)$$

Cette équation d'intégration a été résolue par NADAI [35] pour un chargement monotone et elle a été étendue au chargement cyclique. Elle s'exprime par la formule suivante :

$$\tau_r = \left( \frac{1}{2\pi R_0^3} \right) \left[ 3M_t + \theta \frac{dM_t}{d\theta} \right] \quad (91)$$

BROWN [35] a étendu cette analyse aux cylindres à parois minces et a abouti à la formulation suivante :

$$\tau_r = \left( \frac{1}{2\pi} \right) \left[ \frac{3M_t}{(R_0^3 - R_1^3)} + \left[ \frac{4R_0}{(R_0^4 - R_1^4)} - \frac{3}{(R_0^3 - R_1^3)} \right] \theta \frac{dM_t}{d\theta} \right] \quad (92)$$

avec :

$$\frac{dM_t}{d\theta} = \frac{M_t}{\left[ \frac{M_t}{J_G} + \left( \frac{1}{n} \right) \left( \frac{M_t}{K} \right)^{\frac{1}{n}} \right]} \quad (93)$$

où  $R_0$  est le rayon extérieur,  $R_1$  le rayon intérieur et  $J_G$  est déduit de la courbe de torsion monotone qui a pour équation  $M_t = f(\gamma)$ ,

$n$ ,  $K$  sont des constantes déterminées par la droite  $M_t = f(\gamma)$  en coordonnées bilogarithmiques, les valeurs de  $M_t$  et  $\gamma_p$  sont tirées des essais cycliques.

L'approximation de la relation (92) est exacte pour une distribution de contrainte élastique complètement plastique; elle est valable pour les cylindres pleins et elle tend vers la solution exacte pour les cylindres à parois minces.

## ANNEXE 2

### I. EFFETS DE COUPLAGE EN TRACTION-TORSION :

DELOBELLE et al [38] ont traité le problème de couplage en traction-torsion en utilisant la méthode de HILL [48].

$$\dot{\epsilon}_{zz} = \dot{\epsilon}_a = C \cdot \sigma_{a,VM}^{(m-1)} \cdot \sigma_{zz}$$

$$\dot{\epsilon}_{z\theta} = \frac{\dot{\gamma}}{2} = C \cdot \sigma_{a,VM}^{(m-1)} \cdot \sigma_{z\theta}$$

- où
- C : constante thermiquement activée,
  - m : coefficient de sensibilité à la vitesse de déformation du matériau,
  - $\sigma_{a,VM}$  : contrainte équivalente au sens de VON MISES.

Les relations intégrales liant la force F à la contrainte axiale  $\sigma$  et le couple  $M_t$  à la contrainte tangentielle  $\tau$  sont :

$$F = \int_{r_1}^{r_2} 2\pi r dr$$

$$M_t = \int_{r_1}^{r_2} 2\pi r^2 \tau dr$$

Elles conduisent ainsi aux rapports  $\sigma/F$  et  $\tau/M_t$  :

$$\frac{\sigma}{F} = \left(\frac{m+1}{2m\pi}\right) \left(\frac{\dot{\gamma}}{r}\right)^2 \left[ \frac{\left(\dot{\gamma} + 3\epsilon\right)^{\left(\frac{1-m}{2m}\right)}}{\left(\dot{\gamma}\left(\frac{r_2}{r}\right)^2 + 3\epsilon\right)^{\left(\frac{m+1}{2m}\right)} - \left(\dot{\gamma}\left(\frac{r_1}{r}\right)^2 + 3\epsilon\right)^{\left(\frac{m+1}{2m}\right)}} \right]$$

$$\frac{\tau}{M_t} = \left(\frac{2m+1}{2m\pi}\right) \left(\frac{\dot{\gamma}}{r}\right)^3 *$$

$$* \frac{\left[\left(\dot{\gamma} + 3\epsilon\right)^{\left(\frac{1-m}{2m}\right)}\right]}{\left[\left(\dot{\gamma}\left(\frac{r_2}{r}\right)^2 + 3\epsilon\right)^{\left(\frac{m+1}{2m}\right)} \left(\dot{\gamma}\left(\frac{r_2}{r}\right)^2 - \frac{6m\epsilon}{m+1}\right)\right] - \left[\left(\dot{\gamma}\left(\frac{r_1}{r}\right)^2 + 3\epsilon\right)^{\left(\frac{m+1}{2m}\right)} \left(\dot{\gamma}\left(\frac{r_1}{r}\right)^2 - \frac{6m\epsilon}{m+1}\right)\right]}$$

La pente de la droite  $\text{Ln}(\epsilon_{a,vM}) = f(\text{Ln}(\sigma_{a,vM}/G))$  permet de déduire la valeur de  $m$ .

où  $\sigma_{a,vM}/G$  est la contrainte réduite généralisée, et  $\epsilon_{a,vM}$  est la vitesse stationnaire généralisée au sens de VON MISES.

Dans notre cas nous avons trouvé  $m = 4,2425$ .

### ANNEXE 3

#### DETERMINATION DES PARAMETRES $X_i$ ET $Y_i$

$(X_i, Y_i)_{i=1,4}$  étant les quatre points d'intersection des deux ellipses, l'une élastique et l'autre plastique pour un angle de déphasage  $\phi$  inférieur à  $\phi_c$ . Les équations paramétriques de ces deux ellipses en ces points sont données par les relations (94) et (95).

$$\frac{X_i^2}{\left(\frac{\gamma_c}{\sqrt{3}}\right)^2} + \frac{Y_i^2}{\epsilon_c^2} = 1 \quad (94)$$

$$\frac{X_i^2}{A_1^2} + \frac{Y_i^2}{A_2^2} - \frac{2 X_i Y_i}{A_1 A_2} \cos(\phi) = \sin^2(\phi) \quad (95)$$

A partir des expressions (94) et (95) on obtient un système de deux équations à deux inconnus  $X_i$  et  $Y_i$ .

$$a X_i^4 + b X_i^2 + c = 0 \quad (96)$$

$$Y_i = \left( \frac{1}{2 \cos(\phi)} \right) \left( \frac{A_2}{A_1} \right) \left[ \left( 1 - 3 \left( \frac{A_1 \epsilon_c}{A_2 \gamma_c} \right)^2 \right) X_i + \frac{1}{X_i} \left( \frac{A_1}{A_2} \right)^2 \left( \epsilon_c^2 - A_2 \sin^2(\phi) \right) \right] \quad (97)$$

où

$$a = \left( \frac{A_2}{A_1} \right)^2 - 3 \left( \frac{\epsilon_c}{\gamma_c} \right)^2 \left[ 2 - 3 \left( \frac{A_1 \epsilon_c}{A_2 \gamma_c} \right)^2 - 4 \cos^2(\phi) \right]$$

$$b = 2 \left( \epsilon_c^2 - A_2^2 \right) \left( 1 - 3 \left( \frac{A_1 \epsilon_c}{A_2 \gamma_c} \right)^2 \right) + 2 \left( A_2^2 - 2 \epsilon_c^2 - 3 A_1^2 \left( \frac{\epsilon_c}{\gamma_c} \right)^2 \right) \cos^2(\phi)$$

$$c = \left( \frac{A_1}{A_2} \right)^2 \left( \epsilon_c^2 - A_2^2 \right) \left( \epsilon_c^2 + A_2^2 \cos(2\phi) \right) + (A_1 A_2)^2 \cos^4(\phi)$$

Les expressions (96) et (97) permettent donc de trouver facilement les points  $(X_i, Y_i)_{i=1,4}$  selon les formules suivantes :

$$X_i = \pm \sqrt{\frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}} \quad (98)$$

$$Y_i = \left( \frac{1}{2 \cos(\phi)} \right) \left( \frac{A_2}{A_1} \right) \left[ \left( 1 - 3 \left( \frac{A_1}{A_2} \cdot \frac{\epsilon_c}{\gamma_e} \right)^2 \right) X_i + \frac{1}{X_i} \left( \frac{A_1}{A_2} \right)^2 \left( \epsilon_c^2 - A_2 \sin^2(\phi) \right) \right] \quad (99)$$

avec la condition :

$$b^2 - 4ac > 0 \text{ et } \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{a} > 0$$

## ANNEXE 4

### DETERMINATION DE $\phi_c$ ET DES PARAMETRES $a'$ , $b'$ , $c'$

L'angle critique  $\phi_c$ , s'exprime selon une équation du type :

$$a' \cos^4(\phi_c) + b' \cos^2(\phi_c) + c' = 0 \quad (100)$$

Les racines de l'équation (100) permettent de déterminer aisément  $\phi_c$  selon la formule (101).

$$\phi_c = \text{Arcos} \left[ \pm \sqrt{\frac{-b' \pm \sqrt{b'^2 - 4a'c'}}{2a'}} \right] \quad (101)$$

avec la condition :  $b'^2 - 4a'c' > 0$  et  $\frac{-b' \pm \sqrt{b'^2 - 4a'c'}}{a'} > 0$

Les paramètres  $a'$ ,  $b'$  et  $c'$  s'expriment en fonction des constantes  $A_1$ ,  $A_2$ ,  $\epsilon_c$  et  $\gamma_c$  selon les relations suivantes :

$$a' = -3(A_1 A_2)^2 \left( \frac{\epsilon_c}{\gamma_c} \right)^2$$

$$b' = \epsilon_c^2 (\epsilon_c^2 - A_2^2) - 3 A_1^2 \left( \frac{\epsilon_c}{\gamma_c} \right)^2 (\epsilon_c^2 - 2 A_2^2)$$

$$c' = (A_2^2 - \epsilon_c^2) \left( \epsilon_c^2 - 3 A_1^2 \left( \frac{\epsilon_c}{\gamma_c} \right)^2 \right)$$



## **REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES**

- [1] **L. F COFFIN**  
Manual on low fatigue testing, ASTM STP 465, Introduction, (1969).
- [2] **S. S MANSON**  
"Fatigue : a complexe subject. Some simple approximation"  
Experimental Mechanics, (1965).
- [3] **J. D MORROW**  
"Cyclic plastic strain energy and fatigue of metals"  
ASTM STP 378 , pp 47 - 87.
- [4] **J. L ROBERT**  
"Contribution à l'étude de la fatigue multiaxiale sous sollicitations périodiques ou aléatoires"  
Thèse de l'INSA de LYON , (1992).
- [5] **W. J EVANS**  
"Deformation and failure under multiaxial stresses. A survey of Laboratory Techniques and experimental data"  
N.G.T.E Note N.T 833 , (1972).
- [6] **D. L Mc DIARMID**  
"Failure criteria and cumulative damage in fatigue under multiaxial stresses conditions"  
Ph.D Thesis , City University , London , (1972).
- [7] **S. TAIRA , T. INOUE and T. YOSHIDA**  
"Low cycle fatigue under multiaxial stresses (in case of combined cyclic tension-compression and cyclic torsion at room temperature)"  
In proceeding, 12<sup>th</sup> Japan Congress on Material Research, pp 5055 , (1969).

- [8] **T. NISHIHARA , and M. KAWAMOTO**  
"A new criterion for the strength of metals under combined alternating stresses"  
Memoires of the College of Engineering, Kyoto Imperial University, vol.11, (1944).
- [9] **H. J GOUGH and H. V POLLARD**  
"Some experiments on the resistance of metals to fatigue under combined stresses"  
Aeronautical Research concil Report and Memoranda. His Majestey's stationary office, London, (1951).
- [10] **K. J MILLER**  
Journal of Fatigue of Engineering Materials and Structures, vol.1, N° 2, (1979).
- [11] **B. N LEIS, J. H LAFLEN**  
"Problems in damage analysis under non proportional cycling"  
Journal of Engineering Materials and Technology, (1980).
- [12] **R. D LOHR and E.G ELLISON**  
"A simple theory low cycle multiaxial fatigue"  
Fatigue of Engineering Materials and Structures , vol.3 , pp 1-7 , (1980).
- [13] **R. D LOHR and E. G ELLISON**  
"Biaxial high strain Testing of 1 % Cr.Mo.V steel"  
Fatigue of Engineering Materials and Structures , vol.3 , pp 19-37 , (1980).
- [14] **A. W KONTER, G.T. H JANSSEN, W. HUSSLAGE**  
"Effet of biaxial loading and geometry on prediction on low cycle fatigue life"  
BERLIN, Division L, paper 13/1, (1979).
- [15] **G. R HALFORD**  
"The energy requierd for fatigue"  
Journal of Materials, vol.1 , N° 1 , pp 3-17 , (Mars 1966).

- [16] **J. D MORROW and F. R TULLER**  
"Low cycle evaluation of Inconel and Wespaloy"  
ASME Journal of Basis Engineering , vol.87 , N° 2 , pp 275-289 , (1965).
- [17] **D. G HAVARD**  
"Fatigue of deformation of normalised mild steel sujet to biaxial cyclic straining"  
Ph.D Thesis, University of Waterloo, (1970).
- [18] **D. LEFEBVRE , K. W NEALE, F. ELLYIN**  
"A criterion for low cycle fatigue under biaxial states of stresses"  
Journal of Engineering Materials and Technology, vol.103 , pp 1-6, (1981).
- [19] **K. KANAZAWA , K. J MILLER, M. W BROWN**  
"Low cycle fatigue under out of phase loading conditions"  
Transactions of the ASME , pp 222-228 , (1977).
- [20] **G. CAILLETAUD et H. KACZMAREK**  
"Prévision d'amorçage en fatigue oligocyclique sous sollicitations multiaxiales"  
Société Française de Métallurgie, Journées Internationales de Printemps, (22 - 23 Mai 1984).
- [21] **B. JACQUELIN , F. HOURLIER and A. PINEAU**  
"Amorçage des fissures an fatigue oligocyclique multiaxiale"  
Centre des matériaux, Ecole des Mines de Paris, ERA CNRS N° 76 , pp 30-52.
- [22] **K. J MILLER**  
"Multiaxial fatigue"  
Society of environmental Engineers Conference, Fatigue Testing and Resign, paper 13, (April 1976).
- [23] **B. JACQUELIN**  
"Amorçage des fissures en fatigue oligocyclique sous chargement multiaxiale"  
Thèse de Docteur-Ingénieur de l'ENSMP (Mars 1983).

- [24] P. PETREQUIN et A. PINEAU  
"La fatigue des matériaux et des structures"  
Edition C. BATHIAS et J. P BAILON Paris (Maloine), pp 161-167 , (1980).
- [25] C. LEVAILLANT, B. REZGUI, A. PINEAU  
ICM 3, Conf , Cambridge (Angleterre), vol.2 , pp 163 , (1979).
- [26] B. JACQUELIN, F. HOURLIER, A. PINEAU  
Transaction ASME Journal of Pressure Vessel and Technology, vol.105, pp 138, (1983).
- [27] B. JACQUELIN, F. HOURLIER, A. PINEAU  
"Inelastic analysis and life prediction in high temperature environment"  
Paris (FRANCE), 24-25 , (Août 1982).
- [28] M. W BROWN and K. J MILLER  
"A theory for fatigue failure under multiaxial stress-strain conditions"  
Instn Mech Engrs , vol.187 , pp 745-747 , (1973).
- [29] K. DANG VAN  
Etude DGRST-IRSID-MATRA  
Ecole Polytechnique , décision d'ande N° 76-7.1294 , note de synthèse.(1976).
- [30] B. JACQUELIN, F. HOURLIER, A. PINEAU  
"Crack initiation under low cycle multiaxial fatigue"  
ASTM symposium , multiaxial fatigue , San Fransisco (CALIFORNIA), 15-17,  
(Decembre 1982).
- [31] C. E FELINER and M. R MICHELL  
"Basic Research on the cyclic deformation and fracture behavior of materials"  
Publication ASTM STP 465 , pp 27-60 , (1969).
- [32] N. ATTARI  
"Etude en fatigue oligocyclique multiaxiale d'un alliage de magnésium GA3Z1"  
Thèse de Docteur de l'I.N.P.L (30 Janvier 1991).

- [33] **J.O. H BASQUIN**  
"The experimental law of endurance test"  
ASTM, Vol.10, pp 625.
- [34] **RAO.K. BHANU SAN KARA, M. VALSAN, R. SANDHYA, S.K RAY, S. L MANNAN, P. RODRIGUEZ**  
"On the failure condition in strain controlled low cycle fatigue"  
International Journal fatigue, pp 141-147, (1985).
- [35] **M. W BROWN**  
"High temperature multiaxial fatigue"  
Ph.D Thesis, Cambridge University, (1975).
- [36] **P. WATSON and S. J HILL**  
"In design of fatigue and fracture resistant structures"  
ASTM STP 761, pp 5-27 , (1982).
- [37] **R. M WETZEL**  
"Analysis and Experiments"  
Society of Automotive Engineers, Warrenda, Pa advances in Engineering, vol.6, (1977).
- [38] **P. DELOBELLE, C. OYTANA, A. MERMET**  
"Appareillage pour des propriétés rhéologiques des matériaux en régime biaxial à vitesses linéaires, contraintes ( $\sigma_{zz}, \sigma_{z\theta}$ ) ou déformations ( $\epsilon_{zz}, \epsilon_{z\theta}$ ) constantes"  
Revue de physique appliquée, vol.14 , pp 933-938, (1978).
- [39] **P. G PARTRIDGE**  
Metall. Reviews, Vol.12, pp 169, (1967).
- [40] **W. F HOSFORD, E. W KELLY**  
"The deformation characteristics of textured magnesium"  
Transaction of the metallurgical society of ASME, Vol.242, pp 654-660, (1968).

[41] **A. ROOS**

Précis de Métallographie appliquée (Aciers et fontes), Paris, (1957).

[42] **Y. ADDA, J. M DUPOUY, J. PHILIBERT, Y. QUERE**

"Description de la déformation plastique des métaux purs"

Element de métallurgie physique, Tome 5, C.E.A, (1991).

[43] **G. CHAMPIER, G. SAADA**

"Déformation plastique des métaux et alliages"

Ecole d'Été de Pont à Mousson, MASSON, Paris, (1968).

[44] **J. MEFTAH**

"Contribution à l'étude des mécanismes de déformation plastique d'un alliage de magnésium en fatigue oligocyclique"

Magister, Haut Commissariat à la Recherche, Algérie, (1990).

[45] **M.H YOO**

"Slip, twinning and fracture in hexagonal close packed metals"

Metallurgical Transactions, Vol.12 A, pp 409-418, (Mars 1981).

[46] **F.R.N. NABARRO, Z.S. BASINSKI, D.B. HOLT**

"The plasticity of pure single crystals"

Advances in physics, Vol.13, p 193, (1964).

[47] **W.N. FINDLEY**

"A theory for effect of mean stress on fatigue of metals under combined torsion and axial load on bending"

Trans. Am. Soc. Mech. Engrs, Vol.81, séries B, pp 301-306, (1959).

[48] **R. HILL**

"Mathematical theory of plasticity"

Oxford University press, LONDON, (1969).