



HAL
open science

Action d'un champ magnétique sur les trions excitoniques dans les semiconducteurs

El Mustapha Feddi

► **To cite this version:**

El Mustapha Feddi. Action d'un champ magnétique sur les trions excitoniques dans les semiconducteurs. Physique [physics]. Université Paul Verlaine - Metz, 1987. Français. NNT : 1987METZ007S . tel-01775522

HAL Id: tel-01775522

<https://hal.univ-lorraine.fr/tel-01775522>

Submitted on 24 Apr 2018

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



AVERTISSEMENT

Ce document est le fruit d'un long travail approuvé par le jury de soutenance et mis à disposition de l'ensemble de la communauté universitaire élargie.

Il est soumis à la propriété intellectuelle de l'auteur. Ceci implique une obligation de citation et de référencement lors de l'utilisation de ce document.

D'autre part, toute contrefaçon, plagiat, reproduction illicite encourt une poursuite pénale.

Contact : ddoc-theses-contact@univ-lorraine.fr

LIENS

Code de la Propriété Intellectuelle. articles L 122. 4

Code de la Propriété Intellectuelle. articles L 335.2- L 335.10

http://www.cfcopies.com/V2/leg/leg_droi.php

<http://www.culture.gouv.fr/culture/infos-pratiques/droits/protection.htm>



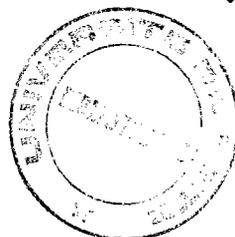
THESE

PRÉSENTÉE
A L'UNIVERSITE DE METZ
POUR OBTENIR LE GRADE DE
DOCTEUR DE TROISIÈME CYCLE
EN GÉNIE PHYSIQUE ET MÉCANIQUE

BIBLIOTHEQUE UNIVERSITAIRE - METZ	
N° inv.	19870165
Cote	SI M3 87/7
Loc	Magasin

PAR

El Mustapha FEDDI



ACTION D'UN CHAMP MAGNETIQUE SUR LES TRIONS EXCITONNIQUES

SOUTENUE LE 1ER JUILLET 1987 DEVANT LA COMMISSION D'EXAMEN

PRÉSIDENT : M. C. TAVARD, Professeur, Metz

EXAMINATEURS : M. C. CARABATOS-NEDELEC, Professeur, Metz

M. J. B. GRUN, Directeur de Recherches,
Strasbourg I

M. E. KARTHEUSER, Professeur, Liège
(Belgique)

M. D. SAYAH, Professeur, Rabat (Maroc)

M. B. STÉBÉ, Professeur, Metz

à mon père, ma mère
ma femme, mes soeurs et mes frères
et à tous ceux qui me sont très chers.

REMERCIEMENTS

Ce travail a été réalisé au Centre Lorrain d'Optique et Electronique des Solides (CLOES), sous la direction de Monsieur B. STEBE, Professeur à l'Université de Metz. Je tiens à lui exprimer ma profonde gratitude et à le remercier tout particulièrement pour l'esprit avec lequel il m'a dirigé le long de ce travail. Je lui suis reconnaissant d'avoir bien voulu me faire profiter de ses compétences scientifiques et pour nos nombreuses discussions très constructives.

- La première partie de ce mémoire a été réalisée en collaboration avec G. MUNSCHY, Directeur de Recherche au C.N.R.S du Laboratoire de Spectroscopie et d'Optique du Corps Solide de l'Université Louis Pasteur à Strasbourg. Je le remercie vivement.

- Monsieur C. TAVARD, Professeur à l'Université de Metz m'a fait le grand honneur de bien vouloir accepter de présider le jury de cette thèse. Je le prie d'accepter l'expression de ma profonde reconnaissance.

- Mes remerciements vont également à Monsieur J. B. GRUN, Directeur de Recherche au Laboratoire de Spectroscopie et d'Optique du Corps Solide à l'Université Louis Pasteur de Strasbourg, à Monsieur C. CARABATOS-NEDELEC, Professeur à l'Université de Metz et Directeur du Centre Lorrain d'Optique et Electronique des Solides, à Monsieur E. KARTHEUSER, Professeur à l'Université de Liège en Belgique, à Monsieur le Professeur D. SAYAH, Professeur à l'Université Mohamed V de Rabat au Maroc, pour l'honneur qu'ils me font en acceptant de juger ce travail.

Je tiens à exprimer ma gratitude à l'égard de Monsieur F. DUJARDIN qui m'a aidé et encouragé.

Je remercie Monsieur IBN CHAIKH pour son amitié et son soutien.

Je remercie également tous mes collègues du Laboratoire qui ont pu contribuer à l'ambiance amicale et stimulante que j'ai pu y trouver.

Je remercie enfin Madame J. ZAYER et Mademoiselle N. CHERRIER pour leur aide et leur sympathie.

SOMMAIRE

CHAPITRE I : INTRODUCTION GENERALE

CHAPITRE II : EXCITONS ET TRIONS EXCITONIQUES DANS LES SEMI- CONDUCTEURS EN PRESENCE D'UN CHAMP MAGNETIQUE UNIFORME

II.1. Introduction

II.2. Hamiltonien effectif d'interaction électron- défaut dans un modèle à deux bandes

II.2.1. Hamiltonien électronique du cristal

II.2.2. Fonction d'onde et niveau d'énergie dans un champ magnétique

II.2.3. Hamiltonien d'interaction électron-défaut dans le modèle à deux bandes

II.3. Etats excitoniques dans les semiconducteurs en présence d'un champ magnétique

II.3.1. Etats excitoniques

II.3.2. Equation effective pour les coefficients C_i

II.3.3. Equation effective pour la fonction enveloppe dans l'approximation de la masse effective

II.3.4. Résolution de l'équation de Schrödinger de l'exciton en champ magnétique

II.4. Etats des trions excitoniques dans les semicon- ducteurs en présence d'un champ magnétique

- II.4.1. Etats des trions excitoniques
- II.4.2. Equation effective pour la fonction enveloppe dans l'approximation de la masse effective

CHAPITRE III : ENERGIE DES TRIONS EXCITONIQUES EN CHAMP MAGNETIQUE

III.1. Introduction

III.2. Hamiltonien effectif pour la fonction d'onde enveloppe

III.2.1. Constantes du mouvement

III.2.2. Séparation du mouvement du centre de masse selon la direction du champ magnétique

III.3. Energie fondamentale dans l'approximation du champ faible

III.3.1. Approximation adiabatique

III.3.2. Fonction d'onde variationnelle pour le mouvement relatif

III.3.3. Energie de l'état fondamental du mouvement relatif

III.4. Résultats numériques

III.5. Energie de transition des trions excitoniques en champ magnétique

III.6. Conclusion du chapitre III

CHAPITRE IV : ABSORPTION OPTIQUE DES TRIONS EXCITONIQUES EN PRESENCE D'UN CHAMP MAGNETIQUE

IV.1. Introduction

IV.2. Interaction d'une onde électromagnétique avec un système électron-défaut en présence d'un champ magnétique uniforme

IV.2.1. Hamiltonien effectif d'interaction dans un modèle à deux bandes

IV.2.2. Absorption monophotonique

IV.3. Absorption optique par les trions excitoniques en champ magnétique

IV.3.1. Expression des éléments de matrice H'_{abs}

IV.3.2. Calcul des coefficients C_i

IV.3.3. Probabilité de transition totale

IV.3.4. Coefficient d'absorption en champ magnétique

IV.3.5. Comportement du coefficient d'absorption

IV.3.6. Calcul de l'intégrale $I(K_X^O, K_{OZ}^O)$

IV.4. Coefficient d'absorption en fonction de la température

IV.5. Résultats numériques et discussion

CONCLUSION GENERALE

APPENDICES

AII.2.1. Particule chargée dans un champ magnétique

AII.3.1. Calcul de l'interaction Coulombienne

AII.4.1. Equation de Schrödinger effective pour la
fonction d'onde enveloppe des trions excitoni
ques

BIBLIOGRAPHIE

CHAPITRE I : INTRODUCTION GENERALE

L'interaction coulombienne électron-trou dans les cristaux semiconducteurs peut donner naissance à des états excités électroniques particuliers : les excitons (Wannier 1937, Mott 1938, Dresslhauss 1957, Elliott 1957). Leurs propriétés essentielles peuvent être décrites à l'aide d'un modèle très simple, dans lequel l'électron et le trou sont considérés comme des quasiparticules de charges opposées interagissant par un potentiel coulombien. Les masses de ces quasiparticules sont les masses effectives des bandes de conduction et de valence. Les premières observations expérimentales des excitons sont dues à Nikitine et Gross, qui ont observé un spectre hydrogénoïde au voisinage du bord d'absorption principal (Knox 1963). La preuve directe du déplacement des excitons de Wannier a été obtenue par Hopfield et Thomas (1960). Depuis, les excitons ont été observés dans la plupart des matériaux semiconducteurs.

Généralisant le concept d'exciton de Wannier, Lampert (1958) a envisagé la possibilité de l'existence d'un certain nombre de complexes excitoniques résultant de la liaison d'un exciton avec d'autres quasiparticules neutres ou chargées ou avec certaines impuretés. Ces complexes peuvent être mobiles ou localisés, chargés ou neutres.

Parmi les complexes stables résultant de la liaison d'un exciton avec une impureté chargée ou neutre, citons par exemple les complexes exciton-donneur neutre (D^0, X), exciton accepteur neutre (A^0, X) et exciton donneur ionisé (D^+, X). Haynes (1960) a identifié pour la première fois des transitions faisant intervenir ces états dans le spectre de photoluminescence du silicium. Depuis, les complexes excitoniques ont été observés dans une grande variété de matériaux semi-conducteurs (Thomas et al. 1962), (Reynolds et al. 1965). Par ailleurs, la stabilité de leur liaison a été démontrée par différents calculs variationnels (Munschy 1967, 1972), (Munschy et Carabatos 1973), (Stébé et Elkomoss 1972), (Schröder 1973).

La liaison de deux excitons conduit à un complexe mobile neutre, le biexciton ou molécule excitonique X_2 . Les raies d'absorption et d'émission correspondantes sont situées au voisinage de la raie fondamentale de l'exciton, mais du côté des faibles énergies. Les biexcitons ont été observés dans plusieurs semi-conducteurs, notamment le silicium (Haynes 1966), CuCl (Nikitine 1969), ZnO (Packard 1967) et dans le germanium et le silicium (Benoit à la Guillaume 1969). Leur énergie de liaison a été calculée par différents auteurs .

Lampert a également envisagé l'existence de complexes mobiles et chargés : les trions excitoniques, qui résultent de la liaison d'un exciton avec un électron ou un trou libre. Dans sa représentation la plus simple, un trion excitonique est formé de trois particules liées entre elles par un potentiel coulombien conduisant aux trions négatifs $X^-(eeh)$, ou positifs $X_2^+(ehh)$. Du fait de cette charge, les trions excitoniques présentent certaines particularités qui les différencient des excitons et des biexcitons.

Munschy et Stébé (1974), Stébé et Munschy (1975) et Insepov et Norman (1975) ont prouvé la stabilité des ^{CB} complexes par un calcul variationnel de l'énergie de liaison. Cette stabilité est obtenue pour toutes les valeurs du rapport des masses effectives de l'électron et du trou. Les énergies de liaison restent généralement faibles. Ces premiers calculs ne tiennent compte ni des états de spin ni de la dégénérescence des bandes, et se placent dans l'approximation de la masse effective. Stébé et Comte (1977) ont donné la théorie de ces quasiparticules pour des matériaux à gap direct, en tenant compte du couplage spin-orbite et des interactions d'échange électrons-trous. Les études expérimentales (Insepov et al. 1976), (Zhidkov et Prokrovski 1979), (Stébé et al. 1978) ont montré l'existence des trions excitoniques dans quelques matériaux semiconducteurs.

Les trions excitoniques peuvent expliquer certaines particularités observées expérimentalement. Dans le spectre d'émission du germanium, Thomas et Rice (1977) ont attribué l'élargissement de la raie excitonique à la présence des biexcitons et des trions excitoniques. Par ailleurs, Kawabata et al. (1977) ont attribué l'apparition de nouvelles raies dans le spectre de résonance cyclotronique à des transitions faisant intervenir des trions excitoniques.

Toutefois, il est souvent difficile de distinguer expérimentalement les trions des autres complexes excitoniques (excitons et biexcitons), car les raies des transitions correspondantes apparaissent dans la même région spectrale.

L'objet essentiel de ce travail est de mettre en évidence certaines propriétés originales des trions excitoniques, afin de pouvoir les distinguer des autres complexes excitoniques. A cet effet, nous étudions l'influence d'un champ magnétique extérieur uniforme sur ces quasiparticules. Nous allons voir que l'application du champ magnétique apporte des propriétés originales qui n'ont pas été observées dans le cas de l'étude des autres complexes neutres : excitons (Knox 1963, Edel'shtein 1979, Monozon et al. 1981). En effet la quantité de mouvement du centre de masse dans le plan perpendiculaire au champ magnétique n'est pas une constante du mouvement par suite de la charge du

complexe qui, dans l'approximation du champ faible, fait apparaître des niveaux de Landau comme dans le cas d'une particule libre (Landau 1930, Johnson et Lippman 1949). Nous étudions également le coefficient d'absorption optique des trions excitoniques en présence d'un champ magnétique. Nous verrons que ce coefficient est caractéristique d'une magnéto-absorption oscillatoire analogue à celle observée dans le cas des transitions bandes à bandes dans les semiconducteurs (Roth et al. 1959, Burstein et al. 1959).

Au deuxième chapitre, nous généralisons la théorie des trions excitoniques établie par Stébé et Comte (1977) en tenant compte, ici, de l'influence d'un champ magnétique uniforme et constant. Nous transformons tout d'abord l'Hamiltonien du cristal en un Hamiltonien effectif dans un modèle à deux bandes. En négligeant les interactions d'échanges électrons-trous, et en utilisant l'approximation de la masse effective, les trions excitoniques peuvent être assimilés à des complexes à trois particules liées par un potentiel coulombien. Au troisième chapitre, nous résolvons l'équation de Schrödinger pour la fonction d'onde enveloppe en présence du champ magnétique. Nous montrerons que seul le mouvement du centre de masse dans la direction du champ magnétique peut être séparé du mouvement relatif. Toutefois, pour des champs suffisamment faibles, le couplage de ce dernier avec celui du centre de masse, dans le plan perpendiculaire au

champ magnétique, reste faible. Aussi pouvons nous séparer ces deux mouvements dans le sens de l'approximation de Born-Oppenheimer. De ce fait, le centre de masse se comporte approximativement comme une particule chargée dont les énergies correspondent à des niveaux de Landau. Finalement, nous calculons l'énergie relative par une méthode variationnelle en utilisant une fonction de type Hylleraas à 34 termes. Au quatrième chapitre, nous étudions les transitions optiques directes, faisant intervenir les états des trions excitoniques en champ magnétique. Nous généralisons l'étude des trions à champ nul (Stébé 1977) et la théorie de la magnéto-absorption bande à bande dans les semiconducteurs (Roth 1959, Callaway 1964). A cet effet, nous précisons tout d'abord l'expression de l'Hamiltonien effectif d'interaction rayonnement-matière, en présence d'un champ magnétique, dans un modèle à deux bandes. En nous limitant à l'absorption monophotonique, nous exprimons les éléments de matrice de transition ainsi que la probabilité de transition totale. Finalement nous calculons le coefficient d'absorption total à $T = 0^\circ\text{K}$ et $T \neq 0^\circ\text{K}$. Ce dernier présente une série d'oscillations analogues à celles observées dans le cas d'une particule libre. Au dernier chapitre, nous présentons la conclusion générale de notre étude.

CHAPITRE II

EXCITONS ET TRIONS EXCITONIQUES DANS LES SEMICONDUCTEURS EN PRESENCE D'UN CHAMP MAGNETIQUE UNIFORME

II.1. Introduction

Dans ce chapitre, nous présentons le formalisme général des trions excitoniques.

Au paragraphe II.2, nous établissons tout d'abord un Hamiltonien effectif d'interaction électron-défaut dans un modèle à deux bandes non dégénérées, en présence d'un champ magnétique extérieur uniforme. A cet effet, nous généralisons le formalisme de Haken (1976) valable en l'absence de champ magnétique. Dans la présente étude, les fonctions de base monoélectroniques ne sont plus des fonctions de Bloch, mais sont égales au produit de la partie périodique d'une fonction de Bloch avec celle d'un oscillateur harmonique. Dans l'écriture de l'Hamiltonien effectif, nous négligeons tous les termes correspondants à des transitions virtuelles et nous supposons que le nombre d'électrons et de défauts des deux bandes reste fixe. Cette approximation est bien justifiée dans le cas des excitations optiques.

Au paragraphe II.3, nous généralisons la théorie exci-

tonique de Haken en tenant compte ici de la présence d'un champ magnétique extérieur. Nous nous plaçons dans l'approximation des masses effectives isotropes et nous négligeons les interactions d'échange électron-défaut ainsi que les effets spécifiques au spin. Nous faisons abstraction de la contribution Zeeman linéaire en champ, nettement plus faible, comparée au terme correspondant aux énergies de Landau. Enfin, nous rappelons la résolution de l'équation de Schrödinger pour la fonction d'onde enveloppe dans le cas de l'exciton (Knox 1963 , Dimmock 1967).

Au paragraphe II.4, nous présentons la théorie de la masse effective des trions excitoniques en présence d'un champ magnétique extérieur. A cet effet, nous généralisons le formalisme utilisé par Stébé et Comte (1977) en l'absence du champ magnétique. Nous effectuons les mêmes approximations que dans le cas de l'exciton. Nous obtenons une équation de Schrödinger pour la fonction d'onde enveloppe qui sera résolue au chapitre III.

II.2. Hamiltonien effectif d'interaction électron-défaut d'électrons dans un modèle à deux bandes

II.2.1. Hamiltonien électronique du cristal

En seconde quantification et en faisant abstraction des effets du spin, l'Hamiltonien du système des électrons d'un cristal en présence d'un champ magnétique s'écrit :

$$H^{\text{el}} = \int d^3r \Psi^\dagger(\vec{r}) \left[\frac{1}{2m} (\vec{p} + \frac{e}{c} \vec{A})^2 + V_{\text{eff}} \right] \Psi(\vec{r}) + \frac{1}{2} \int d^3r d^3r' \Psi^\dagger(\vec{r}) \Psi^\dagger(\vec{r}') g(r, r') \Psi(\vec{r}') \Psi(\vec{r}) \quad (2.1)$$

$\Psi^\dagger(\vec{r})$ et $\Psi(\vec{r})$ désignent les opérateurs champ de fermions. $\Psi^\dagger(\vec{r})$ crée un électron au point \vec{r} tandis que $\Psi(\vec{r})$ l'annihile. $(\vec{p} + \frac{e}{c} \vec{A})$ désigne, en unités CGS électrostatique de Gauss, l'opérateur quantité du mouvement en présence d'un champ magnétique uniforme et constant, décrit par le potentiel vecteur \vec{A} , c étant la vitesse de la lumière dans le vide. m est la masse de l'électron au repos et e la valeur arithmétique de sa charge. V_{eff} et $g(r, r')$ représentent respectivement les opérateurs d'énergie potentielle d'un électron dans le champ des noyaux supposés fixes, et de corrélation coulombienne dans l'approximation non relativiste.

Les opérateurs champs de fermions $\Psi(\vec{r})$ peuvent être

développés dans une base de fonctions orthonormées :

$$\begin{aligned}\Psi^+(\vec{r}) &= \sum_{\lambda} a_{\lambda}^+ \varphi_{\lambda}^*(\vec{r}) \\ \Psi(\vec{r}) &= \sum_{\lambda} a_{\lambda} \varphi_{\lambda}(\vec{r})\end{aligned}\tag{2.2}$$

Ils vérifient les règles de commutation :

$$\begin{aligned}[\Psi(\vec{r}), \Psi^+(\vec{r}')]_+ &= \delta(\vec{r} - \vec{r}') \\ [\Psi(\vec{r}), \Psi(\vec{r}')]_+ &= \delta(\vec{r} - \vec{r}')\end{aligned}\tag{2.3}$$

Les coefficients du développement (2.2) sont les opérateurs de création (d'annihilation) a_{λ}^+ et a_{λ} d'un électron dans les états λ qui seront précisés ultérieurement. Les états électroniques du cristal sont construits à partir de l'action répétée des opérateurs de création a_{λ}^+ sur l'état vide $|\Phi_0\rangle$ qui est l'état de la bande de valence pleine en présence d'un champ magnétique :

$$|\Phi_{\text{crist}}\rangle = \prod_{i=1}^N a_{\lambda_i}^+ |\Phi_0\rangle\tag{2.4}$$

où N désigne le nombre d'électrons du cristal.

II.2.2. Fonction d'onde et niveaux d'énergie dans un champ magnétique

Dans ce paragraphe, nous précisons la forme des fonctions de base à un électron utilisées dans les développements (2.2). Nous définissons le champ magnétique $\vec{\mathcal{H}}$, dirigé selon l'axe des z, par son potentiel vecteur \vec{A} , qui dans la jauge de coulomb symétrique, s'écrit :

$$\vec{A} = + \frac{1}{2} \vec{\mathcal{H}} \wedge \vec{r} = + \frac{1}{2} \mathcal{H} (-y, x, 0) \quad (2.5)$$

La fonction $\varphi_\lambda(\vec{r})$ est solution de l'équation de Schrödinger :

$$\left[\frac{1}{2m} (\vec{p} + \frac{e}{c} \vec{A})^2 + v(r) \right] \varphi_\lambda(\vec{r}) = E \varphi_\lambda(\vec{r}) \quad (2.6)$$

où m est la masse de l'électron au repos et v(r) le potentiel périodique. En l'absence du champ magnétique ($\vec{A} = \vec{0}$), les solutions de l'équation (2.6) sont des fonctions de Bloch données par :

$$\varphi_\lambda(\vec{r}) = u_\lambda(\vec{r}) e^{i\vec{k} \cdot \vec{r}} \quad (2.7)$$

En présence d'un champ magnétique, ces solutions sont obtenues à partir du formalisme de la masse effective (Luttinger et Kohn 1955). Ces fonctions s'écrivent, au premier ordre d'approximation :

$$\varphi_\lambda(\vec{r}) = u_\lambda(\vec{r}) f_\lambda(\vec{r}) \quad (2.8)$$

où les fonctions $u(\vec{r})$ correspondent aux fonctions de Bloch du centre de la zone de Brillouin ($\vec{k}=\vec{0}$). Les fonctions $f_{\lambda}(\vec{r})$ décrivent une particule de masse effective m_e^* dans un champ magnétique (Appendice AII.2.1) et obéissent à l'équation suivante :

$$\left[-\frac{\hbar^2}{2m_e^*} \Delta - \frac{ie\hbar c}{2m_e^* c} \left(x \frac{\partial}{\partial y} - y \frac{\partial}{\partial x} \right) + \frac{e^2 \hbar^2}{8m_e^* c^2} (x^2 + y^2) \right] f_{\lambda}(\vec{r}) = E f_{\lambda}(\vec{r}) \quad (2.9)$$

En coordonnées cartésiennes, la solution (Landau 1930) de cette équation s'écrit :

$$f_{\lambda}(\vec{r}) = \exp i(k_z z + k_x x) \exp -i(e\hbar c / 2\hbar c) x y \times \Phi^{\lambda} \left[(e\hbar c / \hbar c)^{1/2} (y - c\hbar k_x / e\hbar c) \right] \quad (2.10)$$

Φ^{λ} est la fonction d'onde d'un oscillateur harmonique de "fréquence" $\omega_c = e\hbar c / m_e^* c$ dont les oscillations s'effectuent autour de $y_0 = c\hbar k_x / e\hbar c$. Elle s'écrit :

$$\Phi^{\lambda} = \mathcal{N} H_{\lambda} \left[(e\hbar c / \hbar c)^{1/2} (y - y_0) \right] \exp -\frac{1}{2} \frac{\hbar e}{\hbar c} (y - y_0)^2 \quad (2.11)$$

où H_{λ} est un polynôme d'Hermite de degré λ , et \mathcal{N} une constante de normation. Les valeurs propres de l'équa-

tion(2.6) sont données par :

$$E = E(0) + \frac{\hbar^2 k_z^2}{2m_e^*} + (l + 1/2) \hbar \omega_c \quad (2.12)$$

$E(0)$ est l'énergie de la bande à $\vec{k} = \vec{0}$. A chaque valeur de l correspond une énergie relative à un niveau de Landau bien déterminé.

II.2.3. Hamiltonien d'interaction électron-défaut dans un modèle à deux bandes

Les énergies des électrons dans un cristal semiconducteur sont regroupées en bandes permises et interdites. A température nulle, la première bande de conduction est vide tandis que toutes les bandes de valences sont occupées.

Nous nous plaçons ici dans un modèle à deux bandes où seuls les états de la dernière bande de valence et de la première bande de conduction interviennent pour construire les états excités du cristal. Cette approximation est justifiée par le fait que pour la plupart des semiconducteurs, la largeur de la bande interdite est de l'ordre de grandeur des énergies d'excitation optique. Nous nous limitons aux matériaux à "gap" direct à $\vec{k} = \vec{0}$ et nous intéressons aux états excités à vecteur d'onde petit, de sorte que les fonctions de Bloch des bandes de conduction et de valence sont approchées par leurs parties périodiques $c(\vec{r})$ et $v(\vec{r})$ à $\vec{k} = \vec{0}$.

Les fonctions des électrons des bandes de conduction et de valence s'écrivent, en présence d'un champ magnétique :

$$\begin{aligned}\Psi_{c\ell k}(\vec{r}) &= c(\vec{r}) f_{\ell k}^e(\vec{r}) = \Psi_{e\ell k}(\vec{r}) \\ \Psi_{v\ell k}(\vec{r}) &= v(\vec{r}) f_{\ell k}^v(\vec{r}) = \Psi_{h\ell k}^*(\vec{r})\end{aligned}\tag{2.13}$$

où les fonctions $f_{\ell k}(\vec{r})$ sont données par la relation (2.10) et $\vec{k} = (k_x, k_z)$. Les deux fonctions $\Psi_{e\ell k}(\vec{r})$ et $\Psi_{h\ell k}^*(\vec{r})$ correspondent respectivement aux énergies :

$$\begin{aligned}E_c(k, \ell) &= E_g + \hbar^2 k_z^2 / 2m_e^* + \hbar \omega_e (\ell + 1/2) \\ E_v(k, \ell) &= -\hbar^2 k_z^2 / 2m_h^* - \hbar \omega_v (\ell + 1/2)\end{aligned}\tag{2.14}$$

Les opérateurs champ de fermions s'écrivent alors :

$$\begin{aligned}\Psi^+(\vec{r}) &= \Psi_e^+(\vec{r}) + \Psi_v^+(\vec{r}) \\ \Psi(\vec{r}) &= \Psi_e(\vec{r}) + \Psi_v(\vec{r})\end{aligned}\tag{2.15}$$

où

$$\begin{aligned}\Psi_e^+(\vec{r}) &= \Psi_c^+(\vec{r}) = \sum_{k, \ell} a_{k, \ell}^+ \Psi_{e\ell k}^*(\vec{r}) \\ \Psi_v^+(\vec{r}) &= \Psi_h^+(\vec{r}) = \sum_{k, \ell} d_{k, \ell}^+ \Psi_{h\ell k}^*(\vec{r})\end{aligned}\tag{2.16}$$

a_{kl}^+ et d_{kl} sont respectivement les opérateurs de création et d'annihilation d'électron et de défauts d'électrons.

Ils sont définis par les relations suivantes :

$$\begin{aligned} a_{kl}^+ &= \int d^3r \varphi_{ekl}(\vec{r}) \Psi_e^+(\vec{r}) \\ d_{kl} &= \int d^3r \varphi_{hkl}^*(\vec{r}) \Psi_h(\vec{r}) \end{aligned} \quad (2.17)$$

Ces opérateurs vérifient les règles de commutation suivantes

$$\begin{aligned} [a_{kl}, a_{k'l'}^+]_+ &= \delta_{kk'} \delta_{ll'} \quad ; \quad [a_{kl}, a_{k'l'}]_+ = 0 \\ [a_{kl}^+, a_{k'l'}^+]_+ &= 0 \end{aligned} \quad (2.18)$$

Afin d'exprimer l'Hamiltonien électronique en présence du champ magnétique, nous reportons les expressions (2.15) et (2.16) dans (2.1) et nous supposons que le nombre d'électrons et de défauts d'électrons reste constant, de sorte que nous pouvons négliger tous les termes correspondants à des transitions virtuelles. L'Hamiltonien électronique défaut résultant s'écrit (Haken 1976) :

$$H_{\text{tot}} = H_0 + H_c \quad (2.19)$$

où :

$$H_0 = E_0 + \sum_{kl} E_c(k,l) a_{kl}^+ a_{kl} - \sum_{kl} E_v(k,l) d_{kl}^+ d_{kl} \quad (2.20)$$

décrit le système électrons-défauts non interagissants, E_0 étant l'énergie de la bande de valence pleine. L'Hamiltonien de corrélation H_c s'écrit :

$$\begin{aligned} H_c = & \sum_{k_1, k_2, k_3, k_4} \sum_{l_1, l_2, l_3, l_4} a_{k_1, l_1}^+ a_{k_4, l_4} d_{k_3, l_3}^+ d_{k_2, l_2} \quad * \\ & \left[\int d^3 r d^3 r' \varphi_{e, k_1, l_1}^+(\vec{r}) \varphi_{h, k_2, l_2}(\vec{r}') \frac{e^2}{|\vec{r} - \vec{r}'|} \varphi_{h, k_3, l_3}^+(\vec{r}') \varphi_{e, k_4, l_4}(\vec{r}) \right. \\ & \left. - \int d^3 r d^3 r' \varphi_{h, k_2, l_2}(\vec{r}) \varphi_{e, k_1, l_1}^+(\vec{r}') \frac{e^2}{|\vec{r} - \vec{r}'|} \varphi_{h, k_3, l_3}^+(\vec{r}') \varphi_{e, k_4, l_4}(\vec{r}) \right] \\ & + \frac{1}{2} \sum_{k_1, k_2, k_3, k_4} \sum_{l_1, l_2, l_3, l_4} a_{k_1, l_1}^+ a_{k_2, l_2}^+ a_{k_3, l_3} a_{k_4, l_4} \quad * \\ & \int d^3 r d^3 r' \varphi_{e, k_1, l_1}^+(\vec{r}) \varphi_{e, k_2, l_2}^+(\vec{r}') \frac{e^2}{|\vec{r} - \vec{r}'|} \varphi_{e, k_3, l_3}(\vec{r}') \varphi_{e, k_4, l_4}(\vec{r}) \\ & + \frac{1}{2} \sum_{k_1, k_2, k_3, k_4} \sum_{l_1, l_2, l_3, l_4} d_{k_3, l_3}^+ d_{k_4, l_4}^+ d_{k_1, l_1} d_{k_2, l_2} \quad * \\ & \int d^3 r d^3 r' \varphi_{h, l_1, k_1}(\vec{r}) \varphi_{h, l_2, k_2}(\vec{r}') \frac{e^2}{|\vec{r} - \vec{r}'|} \varphi_{h, k_3, l_3}^+(\vec{r}') \varphi_{h, k_4, l_4}^+(\vec{r}) \end{aligned} \quad (2.21)$$

Les deux premiers termes correspondent aux interactions électron-défaut coulombienne et d'échange. Les autres termes décrivent les interactions coulombiennes entre particules identiques.

II.3. Etats d'excitons dans les semiconducteurs en présence d'un champ magnétique

II.3.1. Etats excitoniques

La fonction d'onde pour une paire électron-défaut constituée par un électron dans l'état $\lambda_1 = (k_1, l_1)$ et d'un défaut dans l'état $\lambda_2 = (k_2, l_2)$, peut être obtenue en appliquant successivement les opérateurs a_{k_1, l_1}^+ et d_{k_2, l_2}^+ sur l'état de la bande de valence pleine en présence d'un champ magnétique :

$$|\Phi_{eh}\rangle = a_{k_1, l_1}^+ d_{k_2, l_2}^+ |\Phi_0\rangle \quad (2.22)$$

Ces fonctions sont les états propres de l'Hamiltonien (2.20). Les énergies correspondantes sont données par :

$$E_1 = E_0 + E_c(k_1, l_1) - E_v(k_2, l_2) \quad (2.23)$$

La combinaison linéaire des états (2.22) permet d'obtenir les états excitoniques qui sont des fonctions propres de l'Hamiltonien total (2.19) (Haken 1976) :

$$|\Phi_x\rangle = \sum_{k_1, l_1} \sum_{k_2, l_2} C_{\substack{k_1, k_2 \\ l_1, l_2}} |\Phi_{eh}\rangle \quad (2.24)$$

soit encore :

$$|\Phi_x\rangle = \sum_{k_1 l_1} \sum_{k_2 l_2} C_{\substack{k_1 k_2 \\ l_1 l_2}} a_{k_1 l_1}^+ d_{k_2 l_2}^+ |\Phi_0\rangle \quad (2.25)$$

Dans l'espace des coordonnées la relation (2.25) peut s'écrire en utilisant les relations (2.16) et (2.17) :

$$|\Phi_x\rangle = \int d^3 r_1 d^3 r_2 F_x(\vec{r}_1, \vec{r}_2) \Psi_e^+(\vec{r}_1) \Psi_h^+(\vec{r}_2) |\Phi_0\rangle \quad (2.26)$$

où

$$F_x(\vec{r}_1, \vec{r}_2) = \sum_{k_1 l_1} \sum_{k_2 l_2} C_{\substack{k_1 k_2 \\ l_1 l_2}} \varphi_{e k_1 l_1}(\vec{r}_1) \varphi_{h k_2 l_2}(\vec{r}_2) \quad (2.27)$$

est la fonction excitonique dans l'espace direct. Pour des excitons de Wannier (peu liés) nous ne conservons que le premier terme du développement en série de Taylor des parties périodiques des fonctions de Bloch au voisinage du centre de la zone de Brillouin. Soit :

$$\varphi_{e k l}(\vec{r}) = c(\vec{r}) f_{e k l}^e(\vec{r}) \quad (2.28)$$

$$\varphi_{h k l}(\vec{r}) = v^*(\vec{r}) f_{h k l}^h(\vec{r}) \quad (2.29)$$

où les fonctions f ont été déjà définies par (2.10). En reportant les expressions (2.28) et (2.29) dans la relation

(2.27) nous obtenons :

$$\overline{F}_x(\vec{n}_1, \vec{n}_2) = \Omega \varphi_x(\vec{n}_1, \vec{n}_2) f_x^{\text{crist}}(\vec{n}_1, \vec{n}_2) \quad (2.30)$$

où

$$\varphi_x(\vec{n}_1, \vec{n}_2) = \Omega^{-1} \sum_{k_1 l_1} \sum_{k_2 l_2} C_{\substack{k_1 k_2 \\ l_1 l_2}} f_{l_1 k_1}^e(\vec{n}_1) f_{l_2 k_2}^h(\vec{n}_2) \quad (2.31)$$

est la fonction enveloppe dans l'espace direct, tandis que :

$$f_x^{\text{crist}}(\vec{n}_1, \vec{n}_2) = \mathcal{L}(\vec{n}_1) v^*(\vec{n}_2) \quad (2.32)$$

représente la fonction cristalline.

II.3.2. Equation effective pour les coefficients C_i

Etant donné que l'exciton n'est constitué que d'un électron et d'un défaut, les deux derniers termes dans l'expression de H_c (2.21) qui correspondent aux interactions électron-électron et défaut-défaut conduisent à une contribution nulle. Dans ces conditions, les états excitoniques (2.25) sont les fonctions propres de l'équation :

$$[H_{\text{tot}} - E_0] |\Phi_x\rangle = E_{\text{crist}} |\Phi_x\rangle \quad (2.33)$$

où E_{crist} représente l'énergie d'excitation du cristal.

L'équation (2.33) peut s'écrire :

$$\begin{aligned}
 & \sum_{k_1, k_2} \sum_{l_1, l_2} C_{\substack{k_1, k_2 \\ l_1, l_2}} \left\{ \left[\sum_{k, l} a_{kl}^+ a_{kl} E_c(k, l) - \sum_{k, l} d_{kl}^+ d_{kl} E_v(k, l) \right] \right. \\
 & - \sum_{k_1, k_2, k_3, k_4} \sum_{l_1, l_2, l_3, l_4} a_{k_1, l_1}^+ a_{k_4, l_4} d_{k_3, l_3}^+ d_{k_2, l_2}^+ \times \\
 & \left. \left[\int d^3 r d^3 r' \varphi_{e, k_1, l_1}^*(\vec{r}) \varphi_{h, k_2, l_2}(\vec{r}') \frac{e^2}{|\vec{r} - \vec{r}'|} \varphi_{h, k_3, l_3}^*(\vec{r}') \varphi_{e, k_4, l_4}(\vec{r}) \right. \right. \\
 & \left. \left. - \int d^3 r d^3 r' \varphi_{h, k_2, l_2}(\vec{r}) \varphi_{e, k_1, l_1}^*(\vec{r}') \frac{e^2}{|\vec{r} - \vec{r}'|} \varphi_{h, k_3, l_3}^*(\vec{r}') \varphi_{e, k_4, l_4}(\vec{r}) \right] \right\} \times \\
 & a_{k_1, l_1}^+ d_{k_2, l_2}^+ |\Phi_0\rangle = E_{crist} \sum_{k_1, k_2} \sum_{l_1, l_2} C_{\substack{k_1, k_2 \\ l_1, l_2}} a_{k_1, l_1}^+ d_{k_2, l_2}^+ |\Phi_0\rangle
 \end{aligned}
 \tag{2.34}$$

En multipliant à gauche par la quantité $\langle \Phi_0 | d_{k_2, l_2}^+ a_{k_1, l_1}^+$ et en utilisant les règles de commutation (2.18), nous obtenons finalement l'équation effective pour les coefficients $C_{\substack{k_1, k_2 \\ l_1, l_2}}$

$$\begin{aligned}
 & \left[E_c(k_1, l_1) - E_v(k_2, l_2) - E_{crist} \right] C_{\substack{k_1, k_2 \\ l_1, l_2}} - \sum_{k_3, k_4} \sum_{l_3, l_4} C_{\substack{k_3, k_4 \\ l_3, l_4}} \times \\
 & \left[\int d^3 r d^3 r' \varphi_{e, k_1, l_1}^*(\vec{r}) \varphi_{h, k_4, l_4}(\vec{r}') \frac{e^2}{|\vec{r} - \vec{r}'|} \varphi_{h, k_2, l_2}^*(\vec{r}') \varphi_{e, k_3, l_3}(\vec{r}) \right. \\
 & \left. - \int d^3 r d^3 r' \varphi_{h, k_4, l_4}(\vec{r}) \varphi_{e, k_1, l_1}^*(\vec{r}') \frac{e^2}{|\vec{r} - \vec{r}'|} \varphi_{h, k_2, l_2}^*(\vec{r}') \varphi_{e, k_3, l_3}(\vec{r}) \right] = 0
 \end{aligned}
 \tag{2.35}$$

II.3.3. Equation effective pour la fonction enveloppe dans l'approximation de la masse effective

Au voisinage des extréma des bandes de conduction et de valence supposés à $\vec{k} = \vec{0}$, les énergies $E_c(k_1, l_1)$ et $E_v(k_2, l_2)$ s'écrivent :

$$E_c(k_1, l_1) = E_c(0) + \hbar^2 k_{13}^2 / 2m_e^* + (l_1 + 1/2) \hbar \omega_c \quad (2.36)$$

$$E_v(k_2, l_2) = E_v(0) - \hbar^2 k_{23}^2 / 2m_h^* - (l_2 + 1/2) \hbar \omega_v \quad (2.37)$$

En utilisant ces expressions ainsi que les fonctions $\psi(\vec{r})$ données en (2.10) et (2.13), l'équation (2.35) devient :

$$\begin{aligned} & C_{\substack{k_1, k_2 \\ l_1, l_2}} \left[E_g + \hbar^2 k_{13}^2 / 2m_e^* + \hbar^2 k_{23}^2 / 2m_h^* + (l_1 + 1/2) \hbar \omega_c + (l_2 + 1/2) \hbar \omega_v \right] \\ & - \sum_{k_3, k_4} \sum_{l_3, l_4} \left\{ W \begin{bmatrix} 1 & 4 & 2 & 3 \\ c & v & v & c \end{bmatrix} - W \begin{bmatrix} 4 & 1 & 2 & 3 \\ v & c & v & c \end{bmatrix} \right\} \\ & = E_{\text{crist}} C_{\substack{k_1, k_2 \\ l_1, l_2}} \end{aligned} \quad (2.38.a)$$

avec :

$$\begin{aligned} W \begin{bmatrix} 1 & 4 & 2 & 3 \\ c & v & v & c \end{bmatrix} &= \int d^3 r d^3 r' f_{l_1, k_1}^{*e}(\vec{r}) f_{l_4, k_4}^h(\vec{r}') \frac{e^2}{|\vec{r} - \vec{r}'|} f_{l_2, k_2}^{*h}(\vec{r}') f_{l_3, k_3}^e(\vec{r}) \\ & \times f_x^{* \text{crist}}(\vec{r}, \vec{r}') f_x^{\text{crist}}(\vec{r}, \vec{r}') \end{aligned} \quad (2.38.b)$$

de même :

$$\begin{aligned}
 W \left[\begin{array}{cccc} 4 & 1 & 2 & 3 \\ v & c & v & c \end{array} \right] &= \int d^3 r d^3 r' f_{l_4 k_4}^h(\vec{r}) f_{l_4 k_4}^e(\vec{r}') \frac{e^2}{|\vec{r} - \vec{r}'|} f_{l_2 k_2}^h(\vec{r}) f_{l_3 k_3}^e(\vec{r}) \\
 &\times \int_x f_x^{\text{crist}}(\vec{r}, \vec{r}') f_x^{\text{crist}}(\vec{r}, \vec{r}')
 \end{aligned}
 \tag{2.38.c}$$

$E_g = E_c(0) - E_v(0)$ désigne l'énergie de la bande interdite.

Le terme d'interaction coulombienne dans (2.38.a) peut être évalué en négligeant la contribution d'échange, qui reste faible en général pour des excitons faiblement liés. Du fait de leur périodicité, les fonctions $c(\vec{r})$ et $v(\vec{r})$ oscillent rapidement par rapport aux fonctions $f(\vec{r})$ et au potentiel coulombien supposés tous les deux constants à l'intérieur d'une cellule élémentaire. Par conséquent, nous remplaçons les intégrations de (2.38.b) par des sommations d'intégrales sur des cellules élémentaires. (appendice AIII.3.1).

$$\begin{aligned}
 W \left[\begin{array}{cccc} 1 & 4 & 2 & 3 \\ c & v & v & c \end{array} \right] &= \sum_{mm'} f_{l_4 k_4}^e(\vec{R}_m) f_{l_4 k_4}^h(\vec{R}_{m'}) \frac{e^2}{|\vec{R}_m - \vec{R}_{m'}|} f_{l_2 k_2}^h(\vec{R}_{m'}) f_{l_3 k_3}^e(\vec{R}_m) \\
 &\int_{\Omega_m} \int_{\Omega_{m'}} d^3 r d^3 r' |c(\vec{r})|^2 |v(\vec{r}')|^2
 \end{aligned}
 \tag{2.39}$$

En utilisant la périodicité des fonctions $c(\vec{r})$ et $v(\vec{r})$ dans l'espace direct ainsi que leur orthogonalité, nous obtenons:

$$\begin{aligned}
 W \left[\begin{array}{cccc} 1 & 4 & 2 & 3 \\ c & v & v & c \end{array} \right] &= \frac{1}{N^2} \sum_{mm'} f_{l_4 k_4}^e(\vec{R}_m) f_{l_4 k_4}^h(\vec{R}_{m'}) \frac{e^2}{|\vec{R}_m - \vec{R}_{m'}|} f_{l_2 k_2}^h(\vec{R}_{m'}) f_{l_3 k_3}^e(\vec{R}_m)
 \end{aligned}
 \tag{2.40}$$

Nous pouvons transformer la sommation en intégrale en appliquant le passage :

$$\frac{1}{N} \sum_m = \frac{1}{\Omega} \int_{\text{crist}} \quad (2.41)$$

Finalement, nous obtenons :

$$W \begin{bmatrix} 1 & 4 & 2 & 3 \\ c & v & v & c \end{bmatrix} = \frac{1}{\Omega^2} \int d^3r d^3r' f_{l_1 k_1}^{*e}(\vec{r}) f_{l_4 k_4}^h(\vec{r}') \frac{e^2}{|\vec{r} - \vec{r}'|} f_{l_2 k_2}^{*h}(\vec{r}') f_{l_3 k_3}^e(\vec{r}) \quad (2.42)$$

Dans ces conditions l'équation effective (2.38.a) devient :

$$\begin{aligned} & C_{\substack{l_1 l_2 \\ k_1 k_2}} \left[E_g + \hbar^2 k_{13}^2 / 2m_e^* + \hbar^2 k_{23}^2 / 2m_h^* + (l_1 + 1/2)\hbar\omega_c + (l_2 + 1/2)\hbar\omega_v \right] \\ & - \sum_{k_3 k_4} \sum_{l_3 l_4} C_{\substack{l_3 l_4 \\ k_3 k_4}} \left\{ \frac{1}{\Omega^2} \int d^3r d^3r' f_{l_1 k_1}^{*e}(\vec{r}) f_{l_4 k_4}^h(\vec{r}') \frac{e^2}{|\vec{r} - \vec{r}'|} f_{l_2 k_2}^{*h}(\vec{r}') f_{l_3 k_3}^e(\vec{r}) \right\} \\ & = E_{\text{crist}} C_{\substack{l_1 l_2 \\ k_1 k_2}} \end{aligned} \quad (2.43)$$

Pour obtenir une équation effective pour la fonction enveloppe $\varphi_x(\vec{r}_1, \vec{r}_2)$ nous multiplions la relation (2.43) par la quantité :

$$\Omega^{-1} f_{l_1 k_1}^e(\vec{r}_1) f_{l_2 k_2}^h(\vec{r}_2) \quad (2.44)$$

En effectuant la somme sur k_1, l_1, k_2 et l_2 et en remarquant que :

$$\begin{aligned} \rho_{lk}^e(\vec{r}) \left[(\hbar^2 k_z^2 / 2 m_e^*) + (\ell + 1/2) \hbar \omega_c \right] = \\ (1/2 m_e^*) \left[\vec{p} + (e/c) \vec{A} \right]^2 \rho_{lk}^e(\vec{r}) \end{aligned} \quad (2.45)$$

nous obtenons l'équation de Schrödinger effective pour l'exciton dans un champ magnétique :

$$\begin{aligned} \left\{ \frac{1}{2 m_e^*} \left(\vec{p}_1 + \frac{e}{c} \vec{A}_1 \right)^2 + \frac{1}{2 m_h^*} \left(\vec{p}_2 - \frac{e}{c} \vec{A}_2 \right)^2 - \frac{e^2}{\epsilon |\vec{r}_1 - \vec{r}_2|} \right\} \Psi_x(\vec{r}_1, \vec{r}_2) \\ = E_x \Psi_x(\vec{r}_1, \vec{r}_2) \end{aligned} \quad (2.46.a)$$

où

$$E_x = E_{\text{crist}} - (E_c(o) - E_v(o)) \quad (2.46.b)$$

désigne l'énergie relative de l'exciton. L'introduction de la constante diélectrique ϵ permet de tenir compte des effets de polarisation électronique et ionique qui peuvent jouer un rôle important dans les cristaux à caractère ionique.

I.3.4. Résolution de l'équation de Schrödinger effective de l'exciton en champ magnétique

L'expression de l'Hamiltonien (2.46) peut être réécrite

en développant les carrés des quantités de mouvement des deux particules de la façon suivante :

$$\begin{aligned}
 H = & -\frac{\hbar^2}{2m_e^*} \Delta_{\vec{r}_1} - \frac{\hbar^2}{2m_h^*} \Delta_{\vec{r}_2} + V_c \\
 & + \frac{e\hbar}{ic} \left[\vec{A}(\vec{r}_1) \cdot \vec{\nabla}_{\vec{r}_1} - \vec{A}(\vec{r}_2) \cdot \vec{\nabla}_{\vec{r}_2} \right] \\
 & + \frac{e^2}{2c^2} \left[\frac{A^2(\vec{r}_1)}{m_e^*} + \frac{A^2(\vec{r}_2)}{m_h^*} \right]
 \end{aligned} \tag{2.47}$$

Dans le but de séparer le mouvement relatif de celui du centre de masse, nous introduisons les coordonnées :

$$\vec{r} = \vec{r}_1 - \vec{r}_2 \tag{2.48}$$

$$\vec{R} = (m_e^* \vec{r}_1 + m_h^* \vec{r}_2) / (m_e^* + m_h^*) \tag{2.49}$$

Dans ces conditions, l'expression de l'Hamiltonien (2.47) s'écrit :

$$\begin{aligned}
 H = & -\frac{\hbar^2}{2M} \Delta_{\vec{R}} - \frac{\hbar^2}{2\mu} \Delta_{\vec{r}} + V_c \\
 & + \left(\frac{e\hbar}{ic} \right) \left\{ \frac{\vec{A}(\vec{r})}{M} \cdot \vec{\nabla}_{\vec{R}} + \frac{\vec{A}(\vec{R})}{\mu} \cdot \vec{\nabla}_{\vec{r}} + \left(\frac{1}{m_e^*} - \frac{1}{m_h^*} \right) \vec{A}(\vec{r}) \cdot \vec{\nabla}_{\vec{r}} \right\} \\
 & + \frac{e^2}{2c^2} \left\{ \frac{A^2(\vec{R})}{\mu} + \frac{m_h^{*3} + m_e^{*3}}{M^2 m_e^* m_h^*} A^2(\vec{r}) + 2 \vec{A}(\vec{R}) \cdot \vec{A}(\vec{r}) \left(\frac{1}{m_e^*} - \frac{1}{m_h^*} \right) \right\}
 \end{aligned} \tag{2.50}$$

où

$$\mu = m_e^* m_h^* / (m_e^* + m_h^*) \quad ; \quad M = m_e^* + m_h^* \quad (2.51)$$

La difficulté principale résulte de l'existence des termes couplant le champ magnétique avec les coordonnées du centre de masse. Ces termes peuvent être éliminés par une transformation de jauge analogue à celle utilisée par Lamb (1952) dans la théorie de l'atome de l'Hydrogène.

En effet, nous pouvons vérifier que l'opérateur

$$\begin{aligned} \vec{\Pi} &= \vec{p}_1 + \vec{p}_2 - \frac{e}{c} [\vec{A}(\vec{r}_1) - \vec{A}(\vec{r}_2)] \\ &= -i\hbar \vec{\nabla}_R - \frac{e}{c} \vec{A}(\vec{r}) \end{aligned} \quad (2.52)$$

commute avec l'Hamiltonien. Par conséquent $\vec{\Pi}$ et H peuvent être diagonalisés dans une même base de fonctions propres. De plus, les trois composantes de l'opérateur $\vec{\Pi}$, commutent entre elles. Nous utilisons cette propriété pour transformer la fonction d'onde $\Psi_x(\vec{r}, \vec{R})$. En effet, la résolution du système

$$\vec{\Pi} \Psi_x(\vec{r}, \vec{R}) = \hbar \vec{K} \Psi_x(\vec{r}, \vec{R}) \quad (2.53)$$

conduit à une fonction d'onde de la forme :

$$\varphi_x(\vec{r}, \vec{R}) = U \varphi'_x(\vec{r}) \quad (2.54)$$

où

$$U = \exp i \left[\vec{K} + \frac{e}{\hbar c} \vec{A}(\vec{r}) \right] \cdot \vec{R} \quad (2.55)$$

correspond à une transformation unitaire. L'Hamiltonien transformé s'écrit :

$$\begin{aligned} H' &= U^{-1} H U \\ &= p^2 / 2\mu - (e/2c) (1/m_k^* - 1/m_e^*) \vec{A}(\vec{r}) \cdot \vec{p} + (e^2/2\mu c^2) A^2(\vec{r}) \\ &\quad - e^2 / \epsilon |\vec{r}| + \hbar^2 k^2 / 2M - (2e\hbar/Mc) \vec{K} \cdot \vec{A}(\vec{R}) \end{aligned} \quad (2.56)$$

Le premier terme correspond à l'énergie cinétique du mouvement relatif. Le second terme s'écrit :

$$\frac{e}{2c} \left(\frac{1}{m_e^*} - \frac{1}{m_k^*} \right) \hbar c \cdot \vec{L} \quad (2.57)$$

Il représente le terme Zeeman, linéaire en champ, \vec{L} étant le moment orbital. Le troisième terme désigne le terme diamagnétique. Le dernier terme s'écrit :

$$(2e\hbar/Mc) \vec{K} \cdot \vec{A}(\vec{r}) = (e\hbar/Mc) \vec{v} \wedge \vec{\mathcal{H}} \quad (2.58)$$

\vec{v} étant la vitesse du centre de masse. Nous remarquons que

$$\vec{E} = \frac{1}{c} \vec{v} \wedge \vec{\mathcal{H}}$$

(2.59)

correspond à l'effet d'un champ électrique extérieur perpendiculaire à \vec{v} et $\vec{\mathcal{H}}$.

II.4. Etats des trions excitoniques en présence d'un champ magnétique

II.4.1. Etats des trions excitoniques

Nous traitons de façon explicite le cas du trion négatif X^- , l'étude du trion positif X_2^+ s'en déduisant par permutation des électrons et des trous. Nous construisons tout d'abord un état $|\Phi_{eeh}\rangle$ de triplet non lié, en appliquant successivement les opérateurs $a_{\lambda_1}^+$, $a_{\lambda_2}^+$ et $d_{\lambda_3}^+$ sur l'état de bande de valence pleine en présence d'un champ magnétique.

$$|\Phi_{eeh}\rangle = a_{\lambda_1}^+ a_{\lambda_2}^+ d_{\lambda_3}^+ |\Phi_0\rangle \quad (2.60)$$

$\lambda_1 \equiv (k_1, l_1)$, $\lambda_2 \equiv (k_2, l_2)$ et $\lambda_3 \equiv (k_3, l_3)$ caractérisent les états d'électrons et de défauts. Ce sont les fonctions propres de l'Hamiltonien H_0 (2.20), dont les énergies propres sont données par :

$$E_0 + E_c(\lambda_1) + E_c(\lambda_2) - E_v(\lambda_3) \quad (2.61)$$

Les états des trions excitoniques sont des fonctions propres de l'Hamiltonien total (2.19). Ils s'obtiennent comme combinaison linéaire des états à trois particules non liées (2.60)

$$|\Phi_{X^-}\rangle = \bar{2}^{-1/2} \sum_{\lambda_1 \lambda_2 \lambda_3} C_{\lambda_1 \lambda_2 \lambda_3} |\Phi_{eeh}\rangle \quad (2.62)$$

soit :

$$|\Phi_{X^-}\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \sum_{\lambda_1 \lambda_2 \lambda_3} C_{\lambda_1 \lambda_2 \lambda_3} a_{\lambda_1}^+ a_{\lambda_2}^+ d_{\lambda_3}^+ |\Phi_0\rangle \quad (2.63)$$

cette fonction possède la propriété d'antisymétrie relative à l'échange de deux particules identiques. Nous pouvons également exprimer la relation (2.63) dans l'espace des coordonnées en introduisant les relations (2.16) et (2.17),

$$|\Phi_{X^-}\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \int d^3r_1 d^3r_2 d^3r_3 F_{X^-}(\vec{r}_1, \vec{r}_2, \vec{r}_3) \cdot \Psi_e^+(\vec{r}_1) \Psi_e^+(\vec{r}_2) \Psi_h^+(\vec{r}_3) \cdot |\Phi_0\rangle \quad (2.64)$$

$|\Phi_{X^-}\rangle$ définit la fonction d'onde F_{X^-} des trions excitoniques

$$F_{X^-}(\vec{r}_1, \vec{r}_2, \vec{r}_3) = \sum_{\lambda_1 \lambda_2 \lambda_3} C_{\lambda_1 \lambda_2 \lambda_3} \varphi_{e\lambda_1}(\vec{r}_1) \varphi_{e\lambda_2}(\vec{r}_2) \varphi_{h\lambda_3}(\vec{r}_3) \quad (2.65)$$

En substituant les expressions des fonctions Ψ données en (2.10), la fonction F_{X^-} se décompose en un produit de deux termes φ_{X^-} et $f_{X^-}^{crist}$. Soit :

$$F_{x^-}(\vec{n}_1, \vec{n}_2, \vec{n}_3) = \Omega^{3/2} \Psi_{x^-}(\vec{n}_1, \vec{n}_2, \vec{n}_3) f_{x^-}^{crist}(\vec{n}_1, \vec{n}_2, \vec{n}_3) \quad (2.66)$$

où

$$\Psi_{x^-}(\vec{n}_1, \vec{n}_2, \vec{n}_3) = \Omega^{-3/2} \sum_{\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3} C_{\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3} f_{\lambda_1}^e(\vec{n}_1) f_{\lambda_2}^e(\vec{n}_2) f_{\lambda_3}^h(\vec{n}_3) \quad (2.67)$$

représente la fonction enveloppe et où

$$f_{x^-}^{crist}(\vec{n}_1, \vec{n}_2, \vec{n}_3) = c(\vec{n}_1) c(\vec{n}_2) v^*(\vec{n}_3) \quad (2.68)$$

est la fonction cristalline.

II.4.2. Equation effective pour la fonction enveloppe dans l'approximation de la masse effective

Les états des trions excitoniques (2.63) sont solutions de l'équation :

$$(H_{tot} - E_0) |\Phi_{x^-}\rangle = E_{crist} |\Phi_{x^-}\rangle \quad (2.69)$$

où H_{tot} est l'Hamiltonien électron-défaut donné par (2.19) et E_{crist} désigne l'énergie d'excitation du cristal.

Dans le but d'établir une équation effective pour la fonction enveloppe nous faisons abstraction du terme d'échange électron-défaut qui est considéré comme négligeable devant l'énergie d'excitation du cristal. Par ailleurs, le terme qui correspond aux interactions défaut-défaut dans la bande de valence, ne donne lieu à aucune contribution. Le formalisme développé pour les trions excitoniques, est analogue à celui déjà décrit ci-dessus dans le cas des excitons. Aussi nous nous contentons ici de donner les principaux résultats. Le lecteur intéressé pourra trouver les calculs détaillés à l'appendice (AII.4.1). L'équation effective pour les coefficients $C_{\lambda_1 \lambda_2 \lambda_3}$ s'écrit :

$$\begin{aligned}
 & C_{\lambda_1 \lambda_2 \lambda_3} \left[E_c(\lambda_1) + E_c(\lambda_2) - E_v(\lambda_3) \right] \\
 & - \sum_{\lambda'_1 \lambda'_2} C_{\lambda'_1 \lambda_2 \lambda'_2} W_1 \begin{bmatrix} \lambda_1 & \lambda'_2 & \lambda_3 & \lambda'_1 \\ c & v & v & c \end{bmatrix} \\
 & - \sum_{\lambda'_1 \lambda'_2} C_{\lambda_1 \lambda'_1 \lambda'_2} W_2 \begin{bmatrix} \lambda_2 & \lambda'_2 & \lambda_3 & \lambda'_1 \\ c & v & v & c \end{bmatrix} \\
 & + \sum_{\lambda'_1 \lambda'_3} C_{\lambda'_1 \lambda'_3 \lambda_3} W_3 \begin{bmatrix} \lambda_1 & \lambda_2 & \lambda'_3 & \lambda'_1 \\ c & c & c & c \end{bmatrix} \\
 & = E_{\text{crist}} C_{\lambda_1 \lambda_2 \lambda_3} \tag{2.70}
 \end{aligned}$$

où W_1 et W_2 représentent les interactions coulombiennes électron-défaut tandis que W_3 représente l'interaction coulombienne électron-électron dans la bande de conduction. En multipliant l'égalité (2.70) par :

$$\Omega^{-3/2} f_{\lambda_1}^e(\vec{r}_1) f_{\lambda_2}^e(\vec{r}_2) f_{\lambda_3}^h(\vec{r}_3) \quad (2.71)$$

et en sommant sur les λ_1 , λ_2 et λ_3 , nous obtenons finalement une équation effective pour la fonction enveloppe $\Psi_{X^-}(\vec{r}_1, \vec{r}_2, \vec{r}_3)$:

$$\left\{ \frac{1}{2m_e^*} (\vec{p}_1 + \frac{e}{c} \vec{A}_1)^2 + \frac{1}{2m_e^*} (\vec{p}_2 + \frac{e}{c} \vec{A}_2)^2 + \frac{1}{2m_h^*} (\vec{p}_3 - \frac{e}{c} \vec{A}_3)^2 + V_c \right\} \Psi_{X^-} = E_{X^-} \Psi_{X^-} \quad (2.72)$$

avec

$$V_c = \frac{e^2}{\epsilon} \left\{ \frac{1}{|\vec{r}_1 - \vec{r}_2|} - \frac{1}{|\vec{r}_2 - \vec{r}_3|} - \frac{1}{|\vec{r}_1 - \vec{r}_3|} \right\} \quad (2.73)$$

$$E_{X^-} = E_{\text{crist}} - 2E_c(0) + E_v(0) \quad (2.74)$$

représente l'énergie relative du trion $X^-(eeh)$ en champ magnétique. La constante diélectrique ϵ a la même signification que dans le cas de l'exciton.

La résolution de l'équation (2.72) sera l'objet du chapitre suivant.

CHAPITRE III

ENERGIE DES TRIONS EXCITONIQUES EN CHAMP MAGNETIQUE *

III.1. Introduction

Dans ce chapitre, nous montrons que par suite de l'application d'un champ magnétique uniforme, les trions excitoniques présentent des propriétés originales qui ne peuvent pas être observées dans le cas des autres quasi-particules neutres et mobiles.

En effet, pour des champs magnétiques pas trop élevés, le couplage entre le mouvement du centre de masse dans un plan perpendiculaire au champ magnétique et le mouvement relatif peut être négligé. De ce fait, et en raison de la charge du centre de masse, il y a apparition de niveaux de Landau de façon tout à fait analogue au phénomène observé dans le cas d'une particule chargée soumise à un champ magnétique.

Au paragraphe suivant, nous précisons les constantes du mouvement du système. Puis, en faisant subir une transformation unitaire à l'Hamiltonien du système, nous mettons en évidence un terme d'oscillateur harmonique qui correspond au mouvement transverse du centre de masse des trois parti-

* B. Stébé, E. Feddi et G. Munschy - *J. Phys. C* 19, 699 (1986)

B. Stébé, E. Feddi et G. Munschy - *Phys. Rev.* B35, 4 331 (1987)

cules. Au deuxième paragraphe, nous explicitons notre méthode pour déterminer l'énergie de l'état fondamental du trion excitonique. Nous verrons en particulier que dans l'approximation du champ faible, les mouvements relatif et du centre de masse peuvent être découplés. Au troisième paragraphe, nous détaillons le calcul variationnel de l'énergie en utilisant une fonction d'onde à 34 termes, analogue à celle utilisée par Stébé et Munschy (1975) lors de l'étude des trions à champ nul. Enfin, nous présentons nos résultats numériques et nous discutons les énergies de transition des trions X^- et X_2^+ .

III.2. Hamiltonien effectif pour la fonction d'onde enveloppe.

Nous discutons explicitement le cas du trion négatif X^- (eeh) formé par deux électrons et un trou, tout à fait analogue à celui du trion positif X_2^+ par échange des électrons et des trous. Dans ce qui suit, nous supposons toujours que l'approximation de la masse effective reste valable, que le milieu est non magnétique $\vec{B} = \vec{\mathcal{H}}$, et que les interactions spin-spin et spin-orbite peuvent être négligées. Par ailleurs, nous faisons abstraction de l'interaction d'échange électron-défaut ainsi que de l'influence des effets de polarisation. Nous décrivons toujours le champ magnétique dans une jauge de Coulomb symétrique dans laquelle le potentiel vecteur \vec{A} s'exprime en fonction du champ magnétique supposé uniforme, constant et dirigé selon l'axe des z :

$$\vec{A}_i = \vec{A}(\vec{r}_i) = (\mathcal{H}/2) (-y_i, x_i, 0) \quad (3.1)$$

$$\text{d'où } \text{div}(\vec{A}) = 0$$

III.2.1. Constantes du mouvement

L'Hamiltonien effectif pour la fonction d'onde enveloppe s'écrit:

$$H = \frac{1}{2m_e^*} \left(\vec{p}_1 + \frac{e}{c} \vec{A}_1 \right)^2 + \frac{1}{2m_h^*} \left(\vec{p}_2 + \frac{e}{c} \vec{A}_2 \right)^2 + \frac{1}{2m_h^*} \left(\vec{p}_h - \frac{e}{c} \vec{A}_h \right)^2 + V_c \quad (3.2)$$

soit encore :

$$\begin{aligned} H = & \frac{1}{2m_e^*} \left(p_1^2 + 2 \frac{e}{c} \vec{p}_1 \cdot \vec{A}_1 + \frac{e^2}{c^2} A_1^2 \right) \\ & + \frac{1}{2m_e^*} \left(p_2^2 + 2 \frac{e}{c} \vec{p}_2 \cdot \vec{A}_2 + \frac{e^2}{c^2} A_2^2 \right) \\ & + \frac{1}{2m_h^*} \left(p_h^2 - 2 \frac{e}{c} \vec{p}_h \cdot \vec{A}_h + \frac{e^2}{c^2} A_h^2 \right) + V_c \end{aligned} \quad (3.3)$$

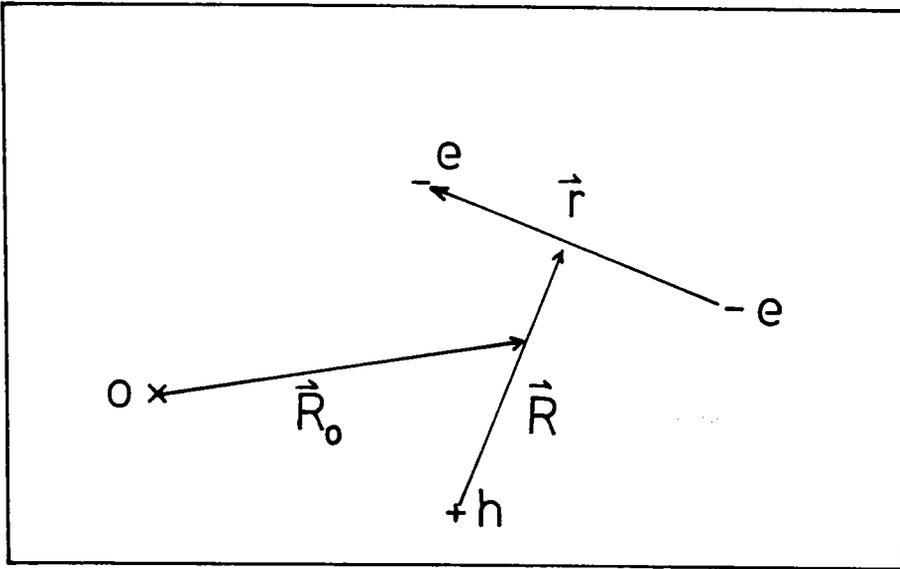
où m_e^* et m_h^* sont les masses effectives des électrons et du trou, supposées isotropes. V_c désigne le potentiel Coulombien :

$$V_c = \frac{e^2}{\epsilon} \left[\frac{1}{|\vec{r}_1 - \vec{r}_2|} - \frac{1}{|\vec{r}_1 - \vec{r}_h|} - \frac{1}{|\vec{r}_2 - \vec{r}_h|} \right] \quad (3.4)$$

ϵ est une constante diélectrique effective tenant compte des effets de polarisation ionique et électronique.

L'Hamiltonien (3.3) peut être transformé en utilisant les coordonnées relatives et du centre de masse définies par

$$\begin{aligned} \vec{r} &= \vec{r}_1 - \vec{r}_2 \\ \vec{R} &= 1/2 (\vec{r}_1 + \vec{r}_2) - \vec{r}_h \\ \vec{R}_0 &= m_e^* \vec{r}_1 + m_e^* \vec{r}_2 + m_h^* \vec{r}_h / (2m_e^* + m_h^*) \end{aligned} \quad (3.5)$$



Dans ces conditions :

$$H = H_0 + H_1 + H_2$$

(3.6)

où

$$H_0 = -\frac{\hbar^2}{2\mu} \vec{\nabla}_{\vec{r}}^2 - \frac{\hbar^2}{2M} \vec{\nabla}_{\vec{R}}^2 - \frac{\hbar^2}{2M_0} \vec{\nabla}_{\vec{R}_0}^2 + V_c$$

(3.7)

$$H_1 = (\hbar e / ic) \left\{ (1/m_e^*) \vec{A}(\vec{r}) \cdot \vec{\nabla}_{\vec{r}} + 1/2m_e^* (1 - 2\sigma^2 / 1 + 2\sigma) \vec{A}(\vec{R}) \cdot \vec{\nabla}_{\vec{R}} \right. \\ \left. + (1 + \sigma) \vec{A}(\vec{R}_0) \cdot \vec{\nabla}_{\vec{R}} + (1/M_0) \left[(2(1 + \sigma) / (1 + 2\sigma)) \vec{A}(\vec{R}) + \vec{A}(\vec{R}_0) \right] \cdot \vec{\nabla}_{\vec{R}_0} \right\}$$

(3.8)

et

$$H_2 = (e^2 / 2m_e^* c) \left\{ \frac{1}{2} A^2(\vec{r}) + [2(1+2\sigma^3)/(1+2\sigma)^2] A^2(\vec{R}) \right. \\ \left. + (2 + \sigma) A^2(\vec{R}_0) + 4[(1-\sigma^2)/(1+2\sigma)] \vec{A}(\vec{R}) \cdot \vec{A}(\vec{R}_0) \right\} \quad (3.9.a)$$

avec

$$\mu = m_e^* / 2 \quad ; \quad M = 2m_e^* m_h^* / 2m_e^* + m_h^* \\ \sigma = m_e^* / m_h^* \quad ; \quad M_0 = 2m_e^* + m_h^* \quad (3.9.b)$$

L'opérateur quantité de mouvement du centre de masse à champ nul $\vec{P}_0 = -i\hbar \vec{\nabla}_{\vec{R}_0}$ ne commute pas avec l'Hamiltonien par suite de la présence du facteur $\vec{A}(\vec{R}_0)$ dans les expressions (3.8) et (3.9). Seule sa composante P_{0z} est une constante du mouvement. Cependant, il est facile de vérifier que l'opérateur :

$$\vec{\Pi} = \vec{p}_1 + \vec{p}_2 + \vec{p}_h - \frac{e}{c} (\vec{A}_1 + \vec{A}_2 - \vec{A}_h) \\ = \vec{P}_0 - \frac{e}{c} [2(1+\sigma)/(1+2\sigma) \vec{A}(\vec{R}) + \vec{A}(\vec{R}_0)] \quad (3.10)$$

est une constante du mouvement. Contrairement aux cas de l'exciton (Knox 1963) et du biexciton (Edel'shtein 1979), les composantes Π_x et Π_y commutent avec $\Pi_z = P_{0z}$, mais ne commutent pas entre elles. En effet, il est facile de veri-

fier que:

$$[\Pi_x, \Pi_y] = i\hbar e \mathcal{H} / c \quad (3.11)$$

Ceci résulte du fait que le nombre des électrons est différent de celui des trous. Par conséquent, on ne peut mesurer simultanément que les composantes Π_x et Π_z ou Π_y et Π_z . En fait, d'après le principe d'incertitude de Heisenberg :

$$\Delta \Pi_x \cdot \Delta \Pi_y \geq (1/2) | \langle [\Pi_x, \Pi_y] \rangle | = \hbar e \mathcal{H} / 2c$$

$$\Delta \Pi_x \cdot \Delta \Pi_y \geq \hbar e \mathcal{H} / 2c \quad (3.12)$$

III.2.2. Séparation du mouvement du centre de masse selon la direction du champ magnétique

Puisque les deux composantes Π_x et Π_z commutent avec l'Hamiltonien, elle peuvent être diagonalisées simultanément dans une même base de fonctions propres. Nous utilisons cette propriété pour transformer la fonction d'onde enveloppe $\Psi_{x-}(\vec{r}, \vec{R}, \vec{R}_0)$ en éliminant les coordonnées x_0 et z_0 du centre de masse. En effet :

$$\Pi_x \Psi_{x-}(\vec{r}, \vec{R}, \vec{R}_0) = \hbar K_x \Psi_x(\vec{r}, \vec{R}, \vec{R}_0)$$

$$\Pi_z \Psi_{x^-}(\vec{z}, \vec{R}, \vec{R}_0) = \hbar K_z \Psi_{x^-}(\vec{z}, \vec{R}, \vec{R}_0) \quad (3.13)$$

soit:

$$\left\{ \frac{\hbar}{i} \frac{\partial}{\partial x_0} + (\hbar c / 2c) \left[\frac{2(1+\sigma)}{1+2\sigma} y - x_0 \right] \right\} \Psi_{x^-} = \hbar K_x \Psi_{x^-}$$

$$\frac{\hbar}{i} \frac{\partial}{\partial z_0} \Psi_{x^-} = \hbar K_z \Psi_{x^-}$$

(3.14)

La résolution de ce système conduit à une fonction d'onde de la forme :

$$\Psi_{x^-}(\vec{z}, \vec{R}, \vec{R}_0) = \mathbb{U} \Psi'_{x^-}(\vec{z}, \vec{R}, y_0)$$

(3.15)

où

$$\mathbb{U} = \exp i \left\{ \left[\vec{K} + (2e/\hbar c) (1+\sigma/1+2\sigma) \vec{A}(\vec{R}_0) \right] \cdot \vec{R}_0 - (e\hbar/2\hbar c) x_0 y_0 \right\}$$

(3.16)

Cette transformation unitaire est équivalente à une transformation de jauge. Remarquons que le vecteur $\vec{K}(K_x, 0, K_z)$ est différent du vecteur d'onde du centre de masse à champ nul. Seule la composante $K_{0z}=K_z$ de ce dernier peut être définie lorsque le champ est non nul. Ceci résulte du fait que les composantes Π_x et Π_y de l'opérateur $\vec{\Pi}$ ne commutent pas entre elles, contrairement aux cas de l'exciton et du biexciton, où il est toujours possible de définir un vecteur \vec{K}

à trois dimensions (Knox 1963, Edel'Stein 1979, Monozon 1981).

L'énergie du trion excitonique est donnée par :

$$E = \langle \Psi_x | H | \Psi_x \rangle / \langle \Psi_x | \Psi_x \rangle$$

$$= \langle \Psi'_x | H' | \Psi'_x \rangle / \langle \Psi'_x | \Psi'_x \rangle$$

(3.17)

où l'Hamiltonien transformé s'écrit :

$$H' = U^{-1} H U$$

$$= -\frac{\hbar^2}{2\mu} \vec{\nabla}_x^2 - \frac{\hbar^2}{2M} \vec{\nabla}_R^2 - \frac{\hbar^2}{2M_0} \vec{\nabla}_{R_0}^2 + V_c$$

$$- (i\hbar e/m_e^* c) \left\{ \vec{A}(\vec{r}) \cdot \vec{\nabla}_x + \frac{1-2\sigma^2}{1+2\sigma} \vec{A}(\vec{R}) \cdot \vec{\nabla}_R + \frac{4\sigma(1+\sigma)}{(1+2\sigma)^2} \vec{A}(\vec{R}) \cdot \vec{\nabla}_{R_0} \right.$$

$$+ \left. \left(\frac{\sigma}{1+2\sigma} + [\vec{A}(\vec{R}_0) - \vec{B}(\vec{R}_0)] \cdot \vec{\nabla}_{R_0} \right) - [i\hbar^2 \sigma / m_e^* (1+2\sigma)] \vec{K} \cdot \vec{\nabla}_{R_0} \right.$$

$$+ \left. (\hbar e / m_e^* c) \left\{ \frac{4\sigma(1+\sigma)}{1+2\sigma^2} \vec{K} \cdot \vec{A}(\vec{R}) + \frac{\sigma}{1+2\sigma} \vec{K} \cdot [\vec{A}(\vec{R}_0) - \vec{B}(\vec{R}_0)] \right\} \vec{\nabla}_{R_0} \right.$$

$$+ \left. (e^2 / m_e^* c^2) \left\{ \frac{A^2(\vec{r})}{4} + 4 \frac{\sigma(1+\sigma)}{(1+2\sigma)^2} \vec{A}(\vec{R}) \cdot [\vec{A}(\vec{R}_0) - \vec{B}(\vec{R}_0)] \right. \right.$$

$$\left. \left. + \frac{\sigma}{1+2\sigma} \vec{A}(\vec{R}_0) \cdot [\vec{A}(\vec{R}_0) - \vec{B}(\vec{R}_0)] + \frac{1+4\sigma(1+\sigma)(2+\sigma+\sigma^2)}{(1+2\sigma)^3} A^2(\vec{R}) \right\}$$

(3.18)

avec

$$\vec{B}(\vec{R}_0) = \frac{\hbar c}{2} (Y_0, X_0, 0) \quad (3.19)$$

Etant donné que la fonction $\psi'_x(\vec{r}, \vec{R}, Y_0)$ ne dépend pas des coordonnées X_0 ET Z_0 du centre de masse, les opérateurs $\vec{K} \cdot \vec{\nabla}_{\vec{R}}$ et $[\vec{A}(\vec{R}_0) - \vec{B}(\vec{R}_0)] \cdot \vec{\nabla}_{\vec{R}}$ ne donnent lieu à aucune contribution. Finalement l'Hamiltonien transformé peut s'écrire sous la forme d'une somme de cinq termes tels que :

$$H' = H'_1 + H'_2 + H'_3 + H'_4 + H'_5 \quad (3.20)$$

Le premier terme est indépendant du champ magnétique :

$$H'_1 = H_0^{rel} + \frac{\hbar^2 K_z^2}{2M_0} \quad (3.21)$$

où

$$H_0^{rel} = -\frac{\hbar^2}{2\mu} \nabla_{\vec{r}}^2 - \frac{\hbar^2}{2M} \nabla_{\vec{R}}^2 + V_c \quad (3.22)$$

est l'Hamiltonien du mouvement relatif à champ nul. Le deuxième terme :

$$H'_2 = (-ie\hbar/m_e^*c) \left[\vec{A}(\vec{r}) \cdot \vec{\nabla}_{\vec{r}} + [(1-2\sigma^2)/(1+2\sigma)] \cdot \vec{A}(\vec{R}) \cdot \vec{\nabla}_{\vec{R}} \right] \quad (3.23)$$

est la contribution Zeeman, linéaire en champ magnétique. Le troisième terme représente l'effet diamagnétique :

$$H'_3 = \frac{e^2}{m_e^* c^2} \left[\frac{1}{4} A^2(\vec{r}) + \lambda(\sigma) A^2(\vec{R}) \right] \quad (3.24)$$

où

$$\lambda(\sigma) = \frac{1 + 4\sigma(1+\sigma)(2+\sigma+\sigma^2)}{(1+2\sigma)^3} \quad (3.25)$$

Le quatrième terme :

$$H'_4 = -\frac{\hbar^2}{2M_0} \frac{\partial^2}{\partial \gamma_0^2} + \frac{M_0}{2} \left(\frac{e\mathcal{H}}{M_0 c} \right)^2 \left(\gamma_0 - \frac{\hbar c K_x}{e\mathcal{H}} \right)^2 \quad (3.26)$$

résulte du couplage entre le mouvement du centre de masse dans le plan xy et le champ magnétique. Il correspond à un oscillateur harmonique de masse $M=2m_e^*+m_h^*$ et de pulsation la pulsation de résonance cyclotronique $\omega_{CM} = e\mathcal{H}/M_0 c$. Les oscillations ont lieu autour du point $\gamma_0^0 = \hbar c K_x / e\mathcal{H}$. Enfin, le dernier terme :

$$H'_5 = \hbar \left(\frac{e\mathcal{H}}{M_0 c} \right) \left(\frac{2+2\sigma}{1+2\sigma} \right) \left[-i\chi \frac{\partial}{\partial \gamma_0} + \frac{e\mathcal{H}}{\hbar c} \gamma \left(\gamma_0 - \frac{\hbar c K_x}{e\mathcal{H}} \right) \right] \quad (3.27)$$

peut être interprété comme étant une correction du terme

oscillatoire H'_4 dû au couplage entre le mouvement relatif et celui du centre de masse dans le plan xy. Il est important de remarquer qu'aucun terme oscillatoire analogue à H'_4 n'apparaît dans le cas des quasiparticules neutres et mobiles (excitons et biexcitons). Nous verrons dans le calcul de l'énergie du trion excitonique que ce terme introduit une énergie supplémentaire (énergie des niveaux de Landau) qui permet de distinguer les trions des autres complexes excitoniques mobiles et neutres.

III.3. Energie de l'état fondamental dans l'approximation du champ faible

III.3.1. Approximation adiabatique

Par suite de la présence du terme de couplage H'_5 , il n'est en général pas possible de séparer le mouvement relatif de celui du centre de masse dans le plan perpendiculaire au champ magnétique. Toutefois, pour des champs suffisamment faibles, ce dernier reste lent par rapport au premier. En effet, dans ce cas, les orbites que décrit le centre de masse autour de la direction du champ magnétique sont grandes, de sorte que la vitesse du centre de masse est faible par rapport à celle relative au mouvement relatif. Dans ces conditions, nous pouvons tenter de découpler les deux mouvements en utilisant l'approximation adiabatique. On pose alors :

$$\Psi'_{x-}(\vec{r}, \vec{R}, \gamma_0) = \Psi_{rel}(\vec{r}, \vec{R}) \Phi_L(\gamma_0) \quad (3.28)$$

où $\Psi_{rel}(\vec{r}, \vec{R})$ est la fonction propre de l'Hamiltonien du mouvement relatif. Elle satisfait l'équation suivante :

$$H^{rel} \Psi_{rel}(\vec{r}, \vec{R}) = E_{rel} \Psi_{rel}(\vec{r}, \vec{R}) \quad (3.29)$$

avec

$$H^{rel} = H_0^{rel} + H'_2 + H'_3 \quad (3.30)$$

tandis que $\bar{\Phi}_L(\gamma_0)$ décrit l'état propre de :

$$H'_4 \bar{\Phi}_L(\gamma_0) = E_L \bar{\Phi}_L(\gamma_0) \quad (3.31)$$

Les énergies E_L correspondent aux niveaux de Landau sont :

$$E_L^n = (n + 1/2) \hbar (e \mathcal{H} / M_0 c) = (n + 1/2) \hbar \omega_{CM} \quad (3.32)$$

La fonction propre non normée du niveau fondamental s'écrit :

$$\bar{\Phi}_L(\gamma_0) = \exp - \frac{e \mathcal{H}}{2 \hbar c} \left(\gamma_0 - \frac{\hbar c}{e \mathcal{H}} K_x \right)^2 \quad (3.33)$$

Finalement, nous obtenons l'énergie totale du système :

$$E = \langle \Psi_{rel} | H_0^{rel} + \frac{\hbar^2 K_z^2}{2 M_0} + H'_2 + H'_3 + E_L^n | \Psi_{rel} \rangle / \langle \Psi_{rel} | \Psi_{rel} \rangle \quad (3.34)$$

Nous remarquons que le terme H'_5 n'apporte aucune contribution dans cette approximation. En effet :

$$\langle \Psi_{rel} | X | \Psi_{rel} \rangle = \langle \Psi_{rel} | Y | \Psi_{rel} \rangle = 0 \quad (3.35)$$

pour des fonctions d'onde à symétrie sphérique ou cylindrique. De même :

$$\langle \Phi_L | \partial/\partial y_0 | \Phi_L \rangle = \langle \Phi_L | y_0 - \frac{\hbar c}{e \lambda} k_x | \Phi_L \rangle = 0 \quad (3.36)$$

par suite de la parité des fonctions Φ_L .

III.3.2. Fonction d'onde variationnelle pour le mouvement relatif

L'étude de l'énergie de liaison de l'état fondamental du trion excitonique X^- à champ nul a été réalisée par Munschy et Stébé (1974, 1975). Dans ce cas, l'équation de Schrödinger peut être séparée en deux équations pour le mouvement du centre de masse et le mouvement relatif. Ce dernier peut être décrit par une fonction d'onde qui ne dépend que des trois distances mutuelles r_{12} , r_{1k} et r_{2k} . En effet à champ nul, l'état fondamental est invariant par rotation. Par conséquent :

$$\Psi_{rel}^0(\vec{r}, \vec{R}) = \Psi(r_{12}, r_{1k}, r_{2k}) \quad (3.37)$$

Stébé et Munschy (1975), ont utilisé une fonction d'onde variationnelle de type Hylleraas à 34 termes de la forme :

$$\Psi(s, t, u) = \Psi(k_s, k_t, k_u)$$

$$\Psi(s, t, u) = \sum_{mnp} c_{mnp} |m n p\rangle \quad (3.38)$$

où

$$|m n p\rangle = \exp(-\frac{s}{2}) s^m t^n u^p \quad (3.39)$$

s, t, et u désignent les coordonnées elliptique définies par :

$$\begin{aligned} \lambda &= r_{1k} + r_{2k} & ; & & t = r_{1k} - r_{2k} & ; & & u = r_{12} \\ \lambda &\gg 0 & & & -\lambda \leq t \leq \lambda & & & |t| \leq u < \lambda \end{aligned}$$

(3.40)

k est le facteur d'échelle. m, n et p sont des entiers positifs ou nuls tel que :

$$m+n+p \leq 5 \tag{3.41}$$

n est un entier pair, par suite de la symétrie de la fonction d'onde φ , quant à l'échange des deux électrons.

Dans la présente étude, et dans le cadre de l'approximation du champ faible, nous choisissons une fonction d'onde du même type :

$$\varphi_{rel}(\vec{r}, \vec{R}) \simeq \varphi_{rel}^{\circ}(\vec{r}, \vec{R}) \tag{3.42}$$

mais dont les paramètres c_{mnp} et le facteur d'échelle k sont déterminés par une méthode variationnelle, et dépendent donc du champ magnétique. La fonction (3.42) ne dépend pas des angles d'Euler définissant le triangle (eeh) dans l'espace. Par conséquent, le terme Zeeman H'_2 n'apporte aucune contribution dans l'équation (3.34), bien qu'une fonction d'onde mieux adaptée, puisse donner lieu à une contribution non nulle.

III.3.3. Energie de l'état fondamental du mouvement relatif

Avec ces approximations, l'énergie totale s'écrit :

$$E = E_{rel} + E_L^n + \hbar^2 k_2^2 / 2M_0 \quad (3.43)$$

où l'énergie relative E_{rel} , le facteur d'échelle k , et les paramètres c_{mnp} sont déterminés par la condition :

$$E_{rel} = \langle \Psi_{rel}^0 | H_0^{rel} + H_3' | \Psi_{rel}^0 \rangle / \langle \Psi_{rel}^0 | \Psi_{rel}^0 \rangle = \min \quad (3.44)$$

Nous transformons tout d'abord les opérateurs H_0^{rel} et H_3' en introduisant le système des coordonnées elliptiques s, t et u et en adoptant les unités atomiques effectives de Hartree :

$$\text{unité de longueur : } \quad \varepsilon \hbar^2 / m_e^* e^2 \quad (3.45)$$

$$\text{unité d'énergie : } \quad m_e^* e^4 / \varepsilon^2 \hbar^2 = 2R_y \quad (3.46)$$

alors :

$$H_0^{rel} = T + V_c = -\frac{1}{2} (\vec{\nabla}_1^2 + \vec{\nabla}_2^2) - \frac{\sigma}{2} \vec{\nabla}_h^2 + V_c \quad (3.47)$$

où

$$V_c = \frac{1}{r_{12}} - \frac{1}{r_{1h}} - \frac{1}{r_{2h}} \quad (3.48)$$

Nous obtenons :

$$\begin{aligned}
 H_0^{\text{rel}} = & - \left[\frac{\partial^2}{\partial s^2} + \frac{\partial^2}{\partial t^2} + \frac{4}{s^2 - t^2} \left(s \frac{\partial}{\partial s} - t \frac{\partial}{\partial t} \right) + \frac{\partial^2}{\partial u^2} + \frac{2}{u} \frac{\partial}{\partial u} \right. \\
 & \left. + \frac{2s(u^2 - t^2)}{u(s^2 - t^2)} \frac{\partial^2}{\partial s \partial u} + \frac{2t(s^2 - u^2)}{u(s^2 - t^2)} \frac{\partial^2}{\partial t \partial u} \right] \\
 & - \frac{2\sigma}{s^2 - t^2} \left[(s^2 - u^2) \frac{\partial^2}{\partial s^2} + (u^2 - t^2) \frac{\partial^2}{\partial t^2} + 2 \left(s \frac{\partial}{\partial s} - t \frac{\partial}{\partial t} \right) \right] \\
 & + \left(\frac{1}{u} - \frac{4s}{s^2 - t^2} \right)
 \end{aligned}
 \tag{3.49}$$

Le terme diamagnétique a pour expression :

$$H_3' = \frac{\gamma^2}{4} \left[\frac{1}{4} \int_n^2 + \lambda(\sigma) \int_R^2 \right]
 \tag{3.50.a}$$

et

$$\begin{aligned}
 \int_n^2 &= x^2 + y^2 & ; & \quad \int_R^2 = X^2 + Y^2 \\
 \gamma &= \hbar \omega_c / 2Ry & ; & \quad \omega_c = e\hbar c / m_e^* c
 \end{aligned}
 \tag{3.50.b}$$

soit :

$$H_3' = \frac{\gamma^2}{24} \left[\left(1 - \lambda(\sigma) \right) u^2 + \lambda(\sigma) (s^2 + t^2) \right]
 \tag{3.51}$$

L'énergie relative s'écrit :

$$E_{rel} = \hbar^2 M/N - \hbar L/N + P/\hbar^2 N \quad (3.52)$$

où les formes quadratiques définies, positives M, L, P et N ont pour expressions :

$$M = \underset{\sim}{C}^+ \underset{\sim}{T} \underset{\sim}{C} \quad L = -\underset{\sim}{C}^+ \underset{\sim}{V} \underset{\sim}{C} \quad P = \underset{\sim}{C}^+ \underset{\sim}{D} \underset{\sim}{C}$$

et

$$N = \underset{\sim}{C}^+ \underset{\sim}{S} \underset{\sim}{C} \quad (3.53)$$

$\underset{\sim}{C}$ est la matrice colonne des coefficients linéaires C_{mnp} . Les matrices $\underset{\sim}{T}$, $\underset{\sim}{V}$, $\underset{\sim}{D}$ et $\underset{\sim}{S}$ sont définies dans une base de fonctions $|mnp\rangle$ par :

$$T_{mnp}^{m'n'p'} = \langle m'n'p' | T | mnp \rangle$$

$$V_{mnp}^{m'n'p'} = \langle m'n'p' | V_c | mnp \rangle$$

$$D_{mnp}^{m'n'p'} = \langle m'n'p' | H_3 | mnp \rangle$$

et

$$S_{mnp}^{m'n'p'} = \langle m'n'p' | I | mnp \rangle$$

(3.54)

Ces éléments de matrices sont exprimés à l'aide de l'intégrale (m, n, p) définie pour des valeurs paires du paramètre n et qui s'écrit :

$$\begin{aligned}
 (m, n, p) &= \int_0^{+\infty} e^{-s} s^m ds \int_{-s}^{+s} t^m dt \int_{|t|}^s u^p du \\
 &= \frac{2(m+n+p+2)!}{(n+1)(m+p+2)} \quad (3.55)
 \end{aligned}$$

Les expressions de $T_{mnp}^{m'n'p'}$, $V_{mnp}^{m'n'p'}$ et $S_{mnp}^{m'n'p'}$ ont été déterminées par Munschy et Stébé (1974). Nous avons obtenu celle de $D_{mnp}^{m'n'p'}$ en utilisant la même procédure. Finalement :

$$\begin{aligned}
 T_{mnp}^{m'n'p'} &= \Pi^2 \left[\begin{aligned}
 &m(m-1)(m'+-2, n'+n+2, p'+p+1) \\
 &- m(m'+m-1, n'+n+2, p'+p+1) \\
 &- (m-n)(m+n+2p+3)(m'+m, n'+n, p'+p+1) \\
 &+ p(2m+p+1)(m'+m, n'+n+2, p'+p+1) \\
 &+ (1/4)(m'+m, n'+n+2, p'+p+1) \\
 &+(m+p+2)(m'+m+1, n'+n, p'+p+1) \\
 &- p(m'+m+1, n'+n+2, p'+p-1) \\
 &-n(n-1)(m'+m+2, n'+n-2, p'+p+1) \\
 &- p(2n+p+1)(m'+m+2, n'+n, p'+p-1) \\
 &- (1/4)(m'+m+2, n'+n, p'+p+1) \end{aligned} \right] \\
 &+ \sigma \Pi^2 \left[\begin{aligned}
 &2m(m-1)(m'+m-2, n'+n, p'+p+3) \\
 &- 2m(m'+m-1, n'+n, p'+p+3) \\
 &- 2n(n-1)(m'+m, n'+n-2, p'+p+3) \\
 &- 2(m-n)(m+n+1)(m'+m, n'+n, p'+p+1) \\
 &+ (1/2)(m'+m, n'+n, p'+p+3) \\
 &+ 2(m+1)(m'+m+1, n'+n, p'+p+1) \end{aligned} \right]
 \end{aligned}$$

$$V_{mnp}^{m'n'p'} = \Pi^2 \left[\begin{aligned} &-(m'+m, n'+n+2, p'+p) \\ &- 4(m'+m+1, n'+n, p'+p+1) \\ &+ (m'+m+2, n'+n, p'+p) \end{aligned} \right]$$

$$S_{mnp}^{m'n'p'} = -\Pi^2 \left[(m'+m, n'+n+2, p'+p+1) \right]$$

$$D_{mnp}^{m'n'p'} = (\delta^2 \Pi^2 / 24) \left\{ \begin{aligned} &\left[(m+m'+2, n+n', p+p'+3) \right. \\ &\quad \left. - (m+m', n+n'+2, p+p'+3) \right] \\ &+ \lambda(r) \left[(m+m'+4, n+n', p+p'+1) \right. \\ &\quad \left. - (m+m', n+n'+4, p+p'+1) \right. \\ &\quad \left. - (m+m'+2, n+n', p+p'+3) \right. \\ &\quad \left. + (m+m', n+n'+2, p+p'+3) \right] \end{aligned} \right\} \quad (3.56)$$

La condition d'extremum (3.44) peut s'écrire :

$$\frac{\partial E_{rel}}{\partial k} = 0 \quad ; \quad \frac{\partial E_{rel}}{\partial c_{mnp}} = 0 \quad \forall m, n, p \quad (3.57)$$

La première équation conduit à :

$$k^4 - (L/2M) k^3 - P/M = 0 \quad (3.58)$$

$$E_{rel} = -k^3 M/N + 3P/Nk^2 \quad (3.59)$$

La deuxième équation dans (3.57) est équivalente à un système d'équations linéaires pour les coefficients c_{mnp} :

$$\left[k^2 \tilde{T} + k \tilde{V} + \tilde{D}/k^2 - E_{rel} \tilde{S} \right] \tilde{C} = 0 \quad (3.60)$$

Les énergies E_{rel} et les coefficients c_{mnp} sont déterminés en utilisant une base à 34 termes définie par la condition (3.41). Le facteur d'échelle k est obtenu par une méthode itérative à partir des relations (3.58) et (3.59).

Pour δ et σ fixés, on utilise les valeurs de k déjà obtenues à champ nul par Stébé et Munsch. Nous déterminons alors les formes quadratiques (3.56) avec les paramètres c_{mnp} relatifs à la valeur propre fondamentale de l'équation (3.60). L'équation (3.58) est ensuite résolue numériquement. Nous en déduisons les valeurs de l'énergie données par (3.59), correspondant à chaque racine. La valeur de k donnant la plus petite énergie sera utilisée dans une seconde étape pour résoudre de nouveau l'équation (3.60), et ainsi de suite jusqu'à l'obtention de la précision souhaitée.

III.4. Résultats numériques

Dans le tableau (III.4.1) figurent les termes (m,n,p) du développement de la fonction d'onde caractérisée par : $m+n+p \leq 5$, avec n pair.

Tableau (III.4.1)

$\omega = m+n+p$	0	1	2	3	4	5
	000	001	002	003	004	005
		100	020	021	022	023
			101	102	040	041
			200	120	103	104
				201	121	122
				300	202	140
					220	203
					301	221
					400	302
						320
						401
						500

La figure (III.4.1) reproduit les variations de l'énergie relative en fonction du rapport des masses effectives de l'électron et du défaut pour le trion excitonique négatif X^- (eeh). les valeurs correspondantes pour le trion positif X_2^+ (ehh) peuvent être déduites de cette courbe. En effet, les propriétés de symétrie de l'Hamiltonien montrent que les énergies des deux complexes sont reliées par :

$$E_{X_2^+}(\sigma, \gamma') = \sigma^{-1} E_{X^-}(\sigma, \gamma) \quad (3.61)$$

γ' est déterminée de la même façon que γ en remplaçant m_e^* par m_h^* . Nous écrivons donc :

$$\gamma = \gamma' / \sigma^2 \tag{3.62}$$

La figure (III.4.2) montre comment le facteur d'échelle k augmente avec le champ magnétique. Celà résulte du rétrécissement des orbitales quand le champ magnétique augmente. La figure (III.4.3) décrit la variation de la différence entre l'énergie relative E^{rel} et l'énergie fondamentale de Landau $E_L^0(eeh)$ des trois particules non interagissantes. Nous remarquons que l'interaction coulombienne augmente comme prévu avec le champ magnétique. La figure (III.4.4) montre comment les niveaux de Landau correspondants au mouvement du centre de masse, lèvent la dégénérescence des niveaux d'énergies des trions excitoniques à champ nul.

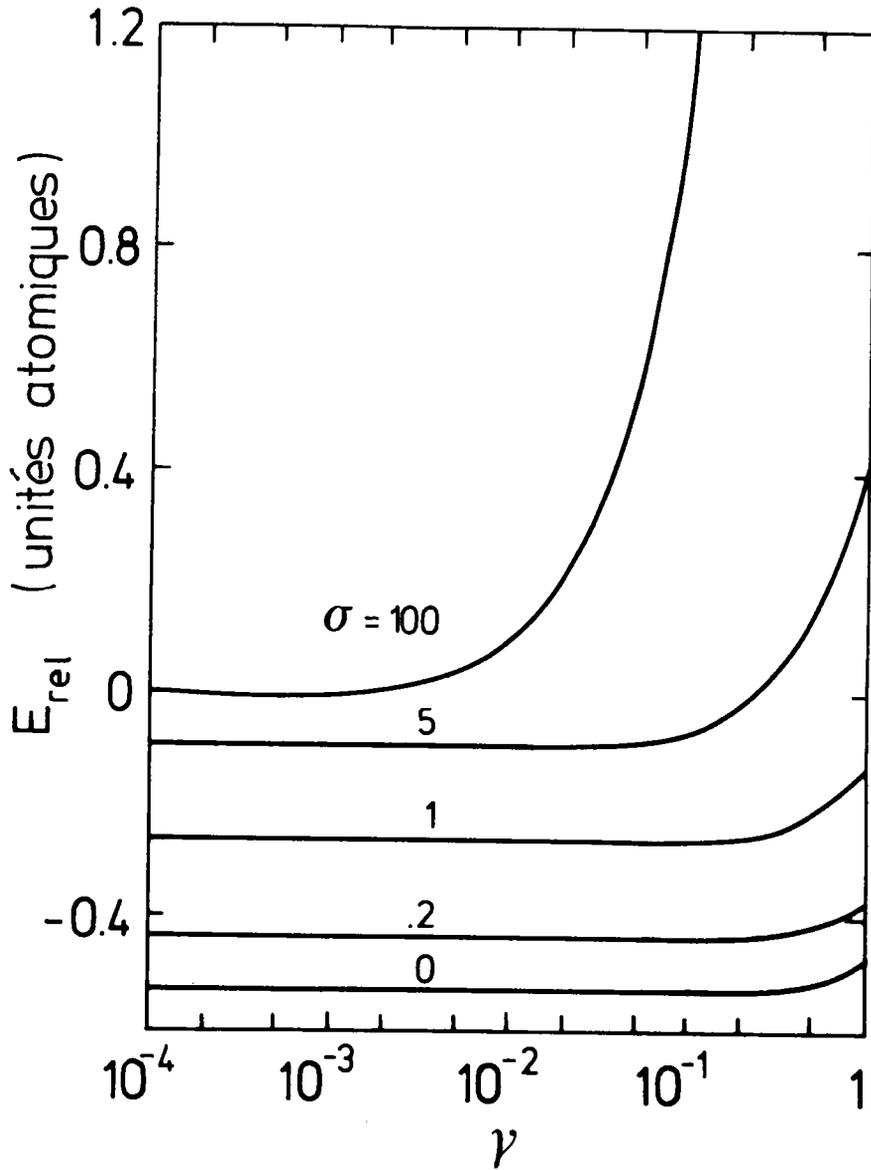


Fig. III.4.1 : Variation de l'énergie relative en fonction du champ magnétique effectif

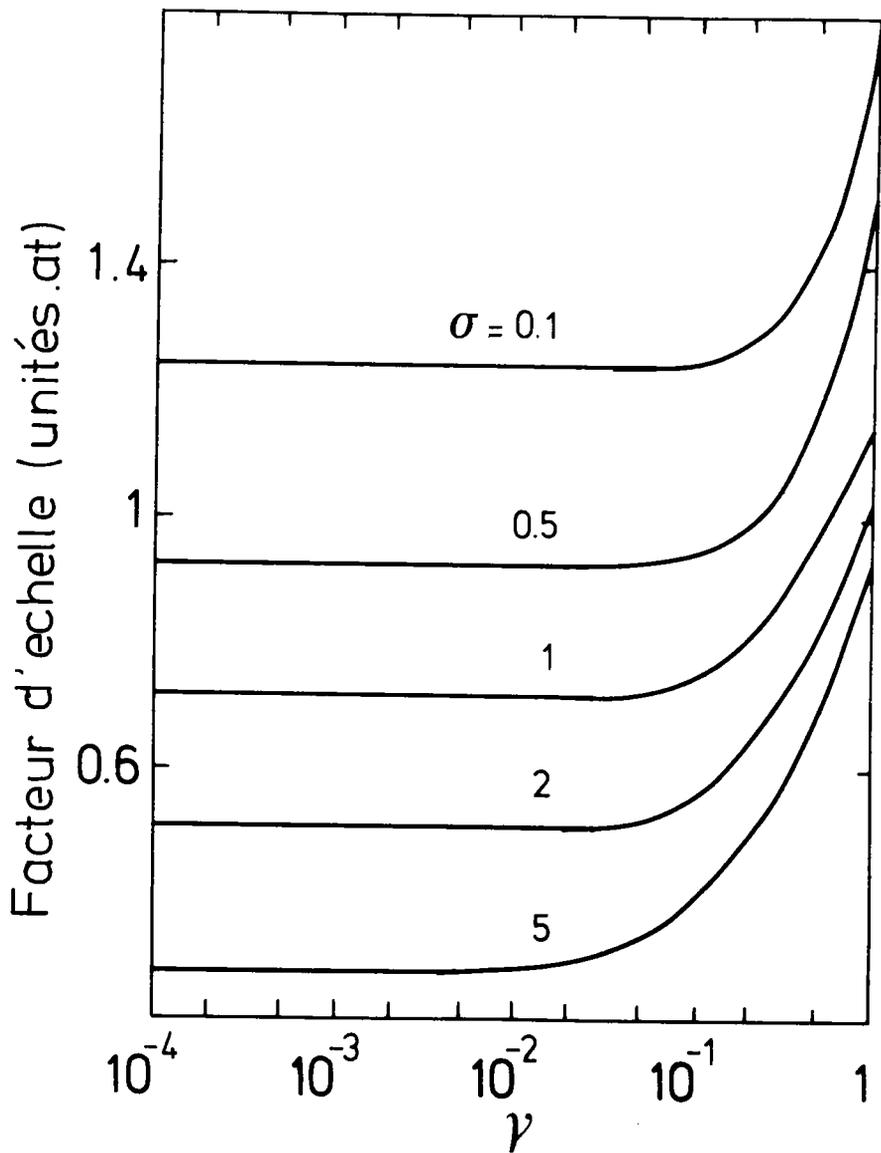


Fig III.4.2 : Variation du facteur d'echelle k en fonction du champ magnétique effectif

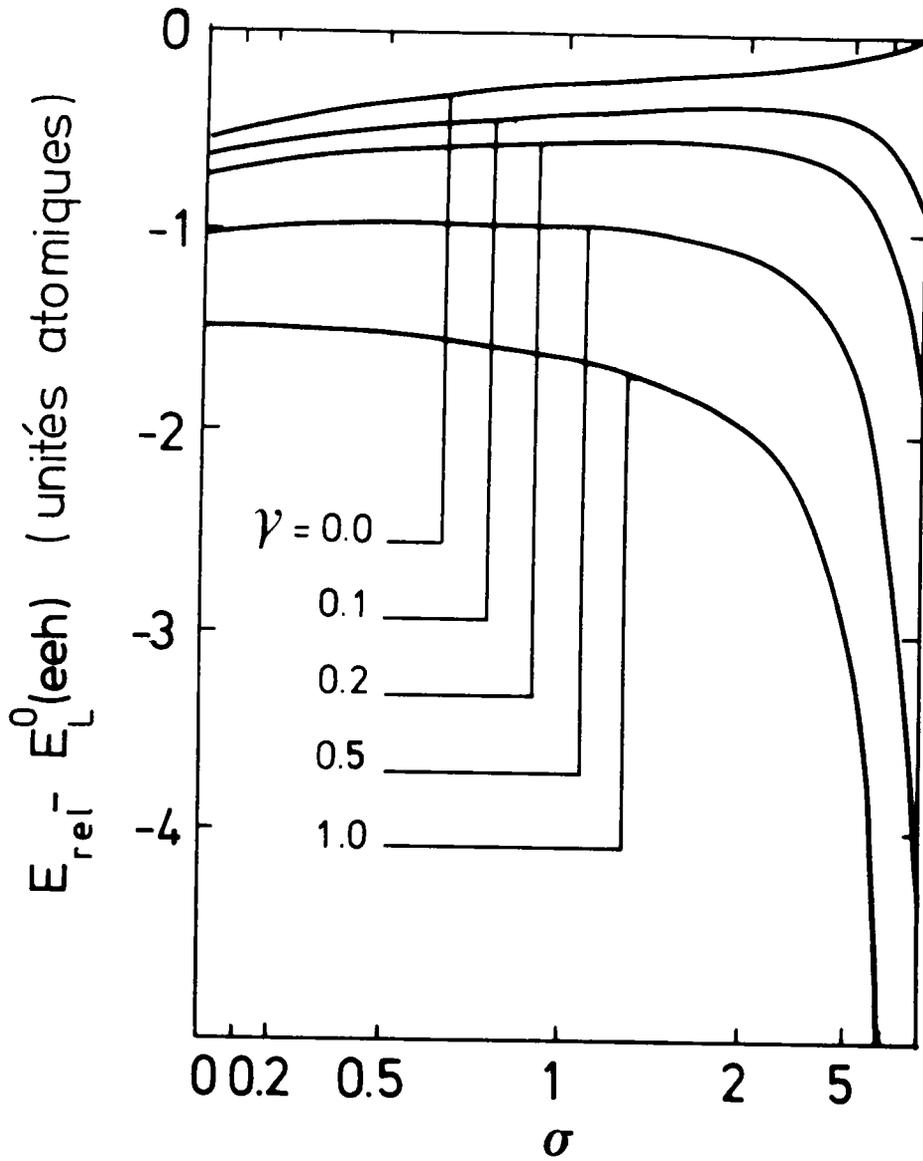


Fig. III.4.3 : Variation de la différence entre l'énergie relative E_{rel} et l'énergie fondamentale de Landau des trois particules non interagissantes

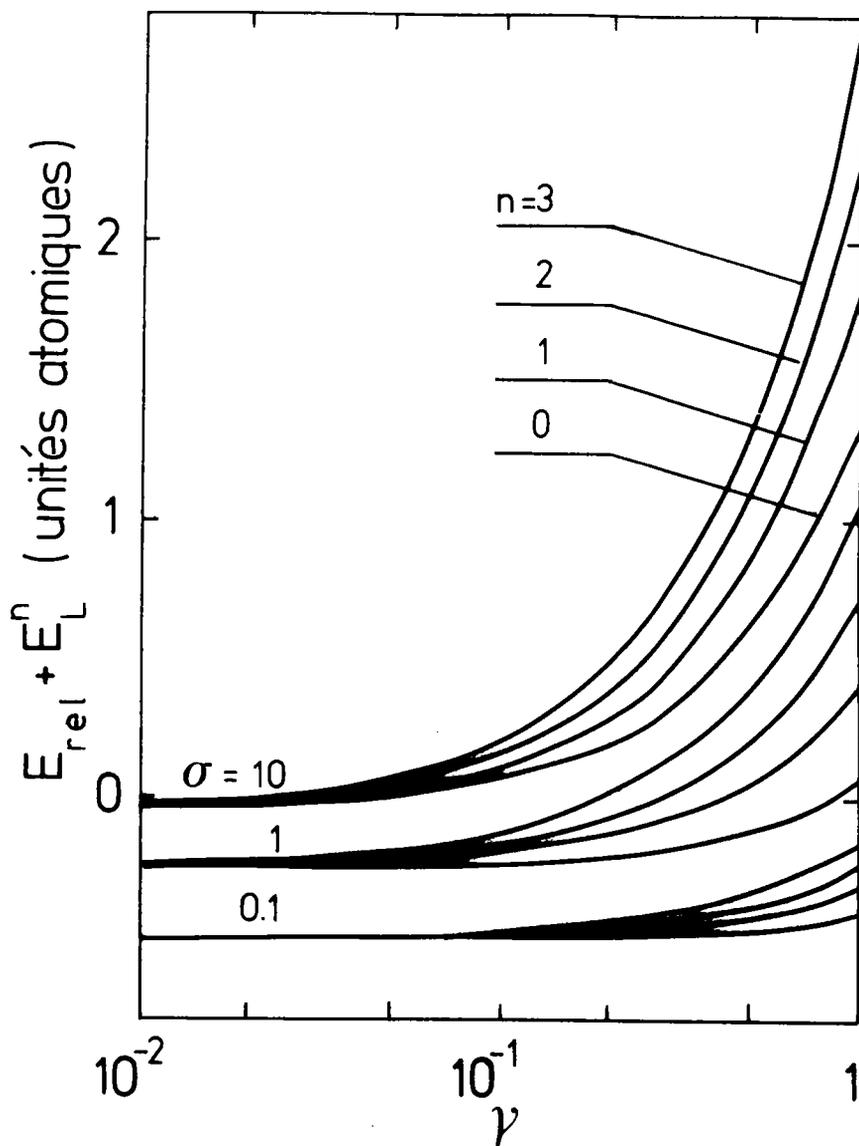
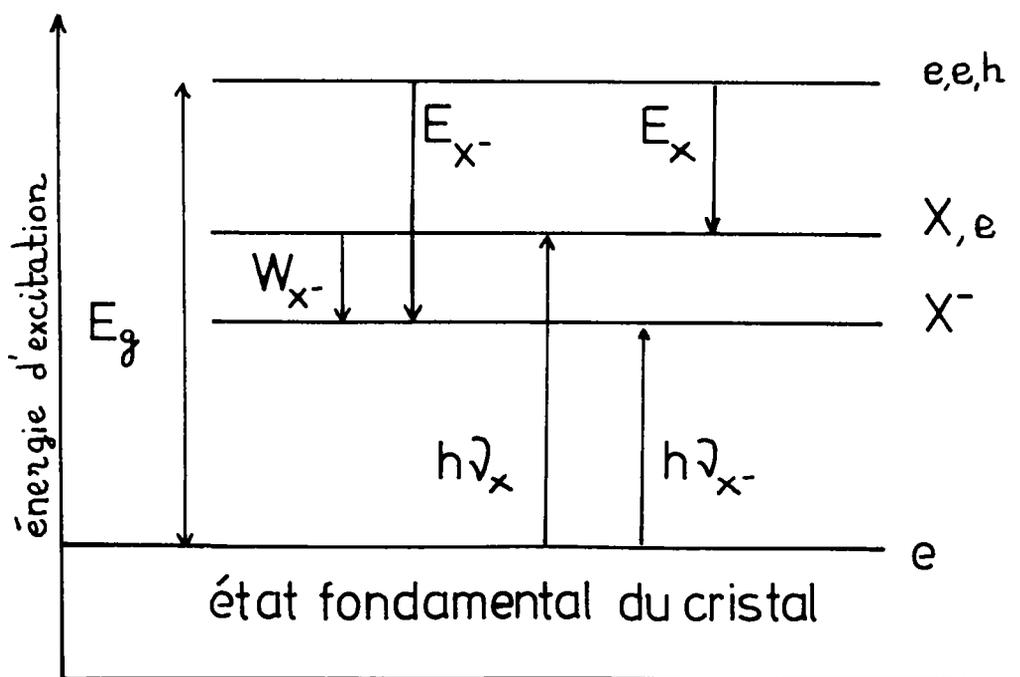


Fig. III.4.4 : Variation de $E_{rel} + E_L^n$ en fonction du champ magnétique effectif.

III.5. Energie de transition des trions excitoniques en champ magnétique

Il n'existe pas, à notre connaissance, d'étude expérimentale relative aux trions excitoniques en champ magnétique. Aussi, il nous semble utile, en vue d'éventuelles applications, de préciser les énergies de transition entre un état d'électron (trou) libre et un trion excitonique X^- (e, e, h) ($X_2^+(e, h, h)$) :



$$h\nu_{X^-} = h\nu_X + W_{X^-} - \left(\frac{\hbar^2 k_z^2}{2m_e^*} \right) \frac{\sigma+1}{2\sigma+1} + E_L^n(X^-) - E_L^{n'}(e) \quad (3.63)$$

$$h\nu_{X_2^+} = h\nu_X + W_{X_2^+} - \left(\frac{\hbar^2 k_z^2}{2m_e^*} \right) \frac{\sigma+1}{2\sigma+1} + E_L^n(X_2^+) - E_L^{n'}(e) \quad (3.64)$$

$\hbar\omega_x$ désigne l'énergie de transition d'un exciton en présence d'un champ magnétique, tandis que \mathcal{W}_{X^-} ($\mathcal{W}_{X_2^+}$) représente l'énergie de liaison du trion X^- (X_2^+).

L'énergie relative du trion excitonique X^- et celle de l'exciton sont reliées par :

$$E_{rel}^{X^-}(X^-) = E_X + \mathcal{W}_{X^-} \quad (3.65)$$

L'énergie de liaison peut être obtenue en utilisant les énergies relatives de la Fig. (III.4.1) et les énergies de liaison obtenues, par exemple par Cabib et al. (1971), dans le cas de l'étude des excitons en champ magnétique. Les énergies de Landau $E_L(X^-)$ et $E_L(e)$ sont données par :

$$E_L^n(X^-) = (n + 1/2) \hbar \omega_e \frac{\sigma}{1+2\sigma} \quad (3.66)$$

et

$$E_L^n(e) = (n + 1/2) \hbar \omega_e \quad (3.67)$$

avec

$$\omega_e = e \hbar c / m_e^* c \quad ; \quad n, n' = 0, 1, 2, \dots \quad (3.68)$$

III.6. Conclusion

Le résultat essentiel de cette étude est l'apparition des niveaux de Landau, qui traduit le fait que le centre de masse se comporte comme une particule chargée. Ces oscillations de Landau devraient permettre de distinguer expérimentalement les trions des autres complexes excitoniques mobiles neutres (excitons et biexcitons).

CHAPITRE IV

ABSORPTION OPTIQUE DES TRIONS EXCITONIQUES EN PRESENCE D'UN CHAMP MAGNETIQUE *

IV.1. Introduction

L'existence des niveaux de Landau relatifs aux trions excitoniques, est susceptible de donner lieu à un phénomène de magnéto-absorption oscillatoire analogue à celui déjà observé dans les semiconducteurs (Lax et al 1959), (Roth et al 1959), (Burstein et al 1959). Dans ce chapitre, nous étudions le coefficient d'absorption des trions excitoniques en présence d'un champ magnétique. Nous généralisons l'étude de Stébé (1977) pour les trions à champ nul, et celle de Roth (1959) concernant les transitions optiques dans les semiconducteurs. A cet effet, nous construisons tout d'abord l'Hamiltonien effectif d'interaction rayonnement-matière, dans un modèle à deux bandes. Nous ferons abstraction du terme quadratique en champ magnétique et nous nous limitons au cas de l'absorption à un photon. Dans ces conditions, nous calculons l'expression de l'élément de matrice de transition qui nous permet d'obtenir la probabilité de transition. Enfin, nous calculons le coefficient d'absorption total et nous discutons nos résultats numériques.

*B. Stébé et E. Feddi - à paraître

IV.2. Interaction d'une onde électromagnétique avec un système électron-défaut en présence d'un champ magnétique uniforme

IV.2.1. Hamiltonien effectif dans un modèle à deux bandes

L'Hamiltonien du système des électrons d'un cristal en interaction avec la lumière et en présence d'un champ magnétique extérieur, s'écrit en deuxième quantification :

$$\begin{aligned}
 H = & \int d^3 r \Psi^\dagger(\vec{r}) \left[\frac{1}{2m} \left(\vec{p} + \frac{e}{c} \vec{A}_{\text{ext}} + \frac{e}{c} \vec{A}_R \right)^2 + V(r) \right] \Psi(\vec{r}) \\
 & + \frac{1}{2} \int d^3 r d^3 r' \Psi^\dagger(\vec{r}) \Psi^\dagger(\vec{r}') \frac{e^2}{|\vec{r} - \vec{r}'|} \Psi(\vec{r}') \Psi(\vec{r})
 \end{aligned}
 \tag{4.1}$$

\vec{A}_R est le potentiel vecteur qui décrit l'onde électromagnétique pour une polarisation λ bien définie (Denisov et Makarov 1973) :

$$\vec{A}_R = \sum_{q\lambda} \frac{c}{n} \sqrt{\frac{2\pi\hbar}{\omega_{q\lambda}\Omega}} \left[\vec{\epsilon}_{q\lambda} b_{q\lambda} e^{i\vec{q}\cdot\vec{r}} + \vec{\epsilon}_{q\lambda}^* b_{q\lambda}^\dagger e^{-i\vec{q}\cdot\vec{r}} \right]
 \tag{4.2}$$

$b_{q\lambda}^\dagger$ désigne l'opérateur de création d'un photon de vecteur d'onde \vec{q} , de polarisation λ et de pulsation $\omega_{q\lambda}$. $\vec{\epsilon}_{q\lambda}$ est le vecteur unitaire de polarisation de la lumière tel que $\vec{\epsilon}_{q\lambda} \cdot \vec{q} = 0$, en accord avec la condition $\text{div } \vec{A} = 0$.

c désigne la vitesse de la lumière dans le vide, n l'indice de réfraction du matériau considéré. Le champ magnétique extérieur \vec{H} , constant est supposé dirigé selon l'axe des z. Dans ces conditions le potentiel vecteur \vec{A}_{ext} correspondant s'écrit dans la jauge de Coulomb symétrique :

$$\vec{A}_{ext} = 1/2 \vec{H} \wedge \vec{r} = (1/2) H (-y, x, 0) \quad (4.3)$$

d'où :

$$\text{div } \vec{A}_{ext} = 0 \quad (4.4)$$

L'Hamiltonien total (4.1) peut se réécrire sous la forme :

$$H = H^e + H^{e-d} + H_1^{e-z} + H_2^{e-z} \quad (4.5)$$

où

$$H^e = \int d^3 r \Psi^\dagger(\vec{r}) \left[\frac{1}{2m} (\vec{p} + \frac{e}{c} \vec{A}_{ext})^2 + V(r) \right] \Psi(\vec{r}) \quad (4.6)$$

est la contribution due aux électrons placés dans le champ extérieur.

$$H^{e-d} = \int d^3 r d^3 r' \Psi^\dagger(\vec{r}) \Psi^\dagger(\vec{r}') \frac{e^2}{|\vec{r} - \vec{r}'|} \Psi(\vec{r}') \Psi(\vec{r}) \quad (4.7)$$

traduit l'interaction Coulombienne électronique.

$$H_1^{e-r} = \int d^3 r \Psi^+(\vec{r}) \frac{e}{mc} (\vec{p} + \frac{e}{c} \vec{A}_{ext}) \cdot \vec{A}_R \Psi(\vec{r}) \quad (4.8)$$

est le terme d'interaction rayonnement-matière linéaire.

$$H_2^{e-r} = \int d^3 r \Psi^+(\vec{r}) \frac{e^2}{2mc^2} A_R^2 \Psi(\vec{r}) \quad (4.9)$$

désigne le terme d'interaction rayonnement-matière quadratique, dont nous ferons abstraction par la suite. Cette approximation est justifiée dans le mesure où nous pouvons négliger les effets d'optique non linéaire. Les opérateurs champ sont définis par les développements (2.14) et (2.15) que nous reportons dans l'expression (4.8). Nous obtenons :

$$H^{e-r} \approx H_1^{e-r} = \int d^3 r \left[\Psi_h^+(\vec{r}) + \Psi_e^+(\vec{r}) \right] (\vec{p} + \frac{e}{c} \vec{A}_{ext}) \cdot \vec{A}_R \left[\Psi_h^+(\vec{r}) + \Psi_e^+(\vec{r}) \right] (e/mc) \quad (4.10)$$

que l'on peut encore mettre sous la forme :

$$H^{e-r} = \frac{e}{mc} \int d^3 r \left\{ \begin{aligned} &\Psi_h^+(\vec{r}) (\vec{p} + \frac{e}{c} \vec{A}_{ext}) \cdot \vec{A}_R \Psi_h^+(\vec{r}) \\ &+ \Psi_h^+(\vec{r}) (\vec{p} + \frac{e}{c} \vec{A}_{ext}) \cdot \vec{A}_R \Psi_e^+(\vec{r}) + \Psi_e^+(\vec{r}) (\vec{p} + \frac{e}{c} \vec{A}_{ext}) \cdot \vec{A}_R \Psi_h^+(\vec{r}) \\ &+ \Psi_e^+(\vec{r}) (\vec{p} + \frac{e}{c} \vec{A}_{ext}) \cdot \vec{A}_R \Psi_e^+(\vec{r}) \end{aligned} \right\} \quad (4.11)$$

Pour la suite des calculs, nous ne tiendrons pas compte des termes correspondant à la création suivie de la destruction d'une même particule dans la même bande. L'Hamiltonien (4.11) se réduit à la contribution :

$$H^{e-r} = \frac{e}{mc} \left[\int d^3r \Psi_e^+(\vec{r}) \left(\vec{p} + \frac{e}{c} \vec{A}_{ext} \right) \cdot \vec{A}_R \Psi_h^+(\vec{r}) + \int d^3r \Psi_h^-(\vec{r}) \left(\vec{p} + \frac{e}{c} \vec{A}_{ext} \right) \cdot \vec{A}_R \Psi_e^-(\vec{r}) \right] \quad (4.12)$$

Soit encore :

$$H^{e-r} = \frac{e}{mc} \sum_{kk'} \sum_{ll'} a_{kl}^+ d_{k'l'}^+ \times \int d^3r \varphi_{ekl}^*(\vec{r}) \left(\frac{\hbar}{i} \vec{\nabla} + \frac{e}{c} \vec{A}_{ext} \right) \cdot \vec{A}_R \varphi_{hk'l'}^*(\vec{r}) + \frac{e}{mc} \sum_{kk'} \sum_{ll'} d_{kl} a_{k'l'} \times \int d^3r \varphi_{hkl}(\vec{r}) \left(\frac{\hbar}{i} \vec{\nabla} + \frac{e}{c} \vec{A}_{ext} \right) \cdot \vec{A}_R \varphi_{ek'l'}(\vec{r}) \quad (4.13)$$

Les fonctions d'onde $\varphi(\vec{r})$ sont données par les relations (2.8) et (2.10). Rappelons qu'elles s'écrivent sous la forme d'un produit de la partie périodique d'une fonction de Bloch par celle d'un oscillateur harmonique (Luttinger et Kohn 1955) :

$$\Psi_{ekl}(\vec{r}) = c(\vec{r}) f_{lk}^e(\vec{r})$$

$$\Psi_{hkl}(\vec{r}) = v^*(\vec{r}) f_{lk}^h(\vec{r})$$

(4.14)

En substituant (4.14) dans l'expression de l'Hamiltonien d'interaction (4.13), nous obtenons :

$$\begin{aligned} H^{e-r} &= \frac{e}{mc} \sum_{kk'} \sum_{ll'} a_{kl}^+ d_{l'l'}^+ \int d^3r \left[f_{lk}^{*e}(\vec{r}) f_{l'k'}^{*h}(\vec{r}) c^*(\vec{r}) \vec{A}_R \cdot \vec{p} v(\vec{r}) \right. \\ &\quad \left. + v(\vec{r}) c^*(\vec{r}) f_{lk}^{*e}(\vec{r}) (\vec{p} + \frac{e}{c} \vec{A}_{ext}) \cdot \vec{A}_R f_{l'k'}^{*h}(\vec{r}) \right] \\ &+ \frac{e}{mc} \sum_{kk'} \sum_{ll'} d_{kl} a_{l'l'} \int d^3r \left[f_{lk}^h(\vec{r}) f_{l'k'}^e(\vec{r}) v^*(\vec{r}) \vec{A}_R \cdot \vec{p} c(\vec{r}) \right. \\ &\quad \left. + v^*(\vec{r}) c(\vec{r}) f_{lk}^h(\vec{r}) (\vec{p} + \frac{e}{c} \vec{A}_{ext}) \cdot \vec{A}_R f_{l'k'}^e(\vec{r}) \right] \end{aligned}$$

(4.15)

Etant donné que les variations des fonctions $f(\vec{r})$, et du potentiel vecteur \vec{A}_{ext} sont lentes, comparées à celles des parties périodiques des fonctions périodique de Bloch $c(\vec{r})$ et $v(\vec{r})$, nous pouvons supposer que f^e , f^h et \vec{A}_{ext} sont constants à l'intérieur d'une cellule élémentaire du cristal (Roth et al. 1959) et (Burstein et al. 1959). Par conséquent, nous pouvons séparer l'intégrale (4.15) en un produit de deux contributions, dont l'une porte sur une

cellule élémentaire et l'autre sur tout le cristal. Nous supposons par ailleurs que les fonctions $c(\vec{r})$ et $v(\vec{r})$ sont normalisées sur une cellule unité et que les fonctions $f^e(\vec{r})$ et $f^h(\vec{r})$ sont normalisées sur tout le cristal. Ceci nous permet de réécrire l'Hamiltonien d'interaction sous la forme :

$$\begin{aligned}
 H^{e-r} &= \frac{e}{mc\Omega_0} \sum_{\mathbf{k}\mathbf{k}'} \sum_{\ell\ell'} a_{\mathbf{k}\ell}^+ d_{\mathbf{k}'\ell'}^+ \\
 &\left[\int d^3r f_{\ell\mathbf{k}}^{*e}(\vec{r}) f_{\ell'\mathbf{k}'}^{*h}(\vec{r}) \int_{\text{cel}} d^3r c^*(\vec{r}) \vec{A}_R \cdot \vec{p} v(\vec{r}) \right. \\
 &\left. + \int f_{\ell\mathbf{k}}^{*e}(\vec{r}) \left(\vec{p} + \frac{e}{c} \vec{A}_{\text{ext}} \right) \cdot \vec{A}_R f_{\ell'\mathbf{k}'}^{*h}(\vec{r}) \int_{\text{cel}} d^3r c^*(\vec{r}) v(\vec{r}) \right] \\
 &+ \frac{e}{mc\Omega_0} \sum_{\mathbf{k}\mathbf{k}'} \sum_{\ell\ell'} d_{\mathbf{k}\ell} a_{\mathbf{k}'\ell'} \\
 &\left[\int d^3r f_{\ell\mathbf{k}}^h(\vec{r}) f_{\ell'\mathbf{k}'}^e(\vec{r}) \int_{\text{cel}} d^3r v^*(\vec{r}) \vec{A}_R \cdot \vec{p} c(\vec{r}) \right. \\
 &\left. + \int f_{\ell\mathbf{k}}^h(\vec{r}) \left(\vec{p} + \frac{e}{c} \vec{A}_{\text{ext}} \right) \cdot \vec{A}_R f_{\ell'\mathbf{k}'}^e(\vec{r}) \int_{\text{cel}} d^3r v^*(\vec{r}) c(\vec{r}) \right]
 \end{aligned} \tag{4.16}$$

Ω_0 étant le volume d'une cellule unité avec $N\Omega_0 = \Omega$ où N est le nombre des cellules élémentaires dans le cristal. Par suite des propriétés d'orthogonalité :

$$\int f_{\ell\mathbf{k}}^e(\vec{r}) f_{\ell'\mathbf{k}'}^{*h}(\vec{r}) d^3r = \Omega \delta_{\ell\ell'} \delta_{k_x k'_x} \delta_{k_y k'_y} \tag{4.17}$$

et

$$\int d^3r \ c^*(\vec{r}) \ v(\vec{r}) = 0 \quad (4.18)$$

H^{e-r} s'écrit :

$$H^{e-r} = \frac{e}{mc} \sum_{kl} a_{kl}^+ d_{kl}^+ \int c^*(\vec{r}) \vec{A}_R \cdot \vec{p} \ v(\vec{r}) \ d^3r + \frac{e}{mc} \sum_{kl} d_{kl} a_{kl} \int v^*(\vec{r}) \vec{A}_R \cdot \vec{p} \ c(\vec{r}) \ d^3r \quad (4.19)$$

IV.2.2. Absorption monophotonique

Les deux termes de H^{e-r} correspondent respectivement à l'absorption et à l'émission de photons avec création ou destruction de paires électron-défaut. Dans ce qui suit, nous nous restreignons aux semiconducteurs à transitions directes permises. Pour des vecteurs d'onde photoniques $|\vec{q}|$ petits par rapport aux vecteurs de la zone de Brillouin, nous pouvons nous limiter au premier terme du développement de l'exponentielle intervenant dans l'expression (4.2) du potentiel vecteur \vec{A}_R , ce qui correspond à l'approximation dipolaire. Dans ces conditions, l'Hamiltonien traduisant l'absorption optique s'écrit :

$$H_{abs}^{e-r} = \frac{1}{nm} \sqrt{\frac{2n\hbar}{\omega_q \Omega}} \sum_{q_\lambda} \sum_{kl} a_{kl}^+ d_{kl}^+ b_{q_\lambda} \vec{E} \cdot \int c^*(\vec{r}) \ e \cdot \vec{p} \ v(\vec{r}) \ d^3r \quad (4.20)$$

Nous avons négligé, dans l'expression ci-dessus, les termes qui correspondent à la création suivie de la destruction simultanée de photon et de paire électron-défaut. Ces termes n'interviennent qu'à des ordres de perturbation supérieurs et peuvent être négligés en cas d'excitation optique conventionnelle. Nous pouvons encore exprimer H_{abs}^{e-r} en fonction des vecteurs dipolaires \vec{D}^* correspondant à la création d'une paire électron-défaut :

$$H^{e-r} = \frac{1}{mn} \sqrt{\frac{2\pi\hbar}{\omega_{q_\lambda}\Omega}} \sum_{q_\lambda} \sum_{kl} a_{kl}^+ d_{kl}^+ b_{q_\lambda} \vec{\epsilon} \cdot \vec{D}^* \quad (4.21)$$

où

$$\vec{D}^* = \int d^3r \ c^*(\vec{r}) e \vec{p} v(\vec{r}) \quad (4.22)$$

La probabilité de transition par unité de temps entre deux états $|i\rangle$ et $|f\rangle$ s'écrit :

$$W_{abs}^{if} = \frac{2\pi}{\hbar} \sum_{\substack{\text{états} \\ \text{possibles}}} |H'_{abs}|^2 \delta(E_f - E_i - \hbar\omega) \quad (4.23)$$

où H'_{abs} sont les éléments de transition donnés par:

$$H'_{abs} = \langle \Phi_f ; \{ \dots N_{q_\lambda} \pm 1 \dots \} | H_{abs}^{e^{-2}} | \{ \dots N_{q_\lambda} \dots \} ; \Phi_i \rangle \quad (4.24)$$

$|\Phi_f\rangle$ et $|\Phi_i\rangle$ désignent les états initiaux et finaux du système électronique. En utilisant les propriétés des opérateurs b_{q_λ} , nous obtenons une nouvelle expression pour l'élément de matrice :

$$H'_{abs} = \sqrt{N_q} \frac{1}{nm} \sqrt{\frac{2\pi\hbar}{\omega\Omega}} \langle \Phi_f | \sum_{kl} a_{kl}^+ d_{kl}^+ | \Phi_i \rangle \quad (4.25)$$

N_q est le nombre de photons de vecteur d'onde \vec{q} et de polarisation λ existant à l'état initial.

IV.3. Absorption par les trions excitoniques X^- en champ magnétique

IV.3.1. Expression des éléments de matrice

On peut envisager différents mécanismes d'absorption conduisant aux états des trions excitoniques. Nous nous limitons dans cette étude à l'absorption directe de photons d'énergie comparable à la largeur de la bande interdite. L'état initial est alors caractérisé par la présence d'électrons ou de trous excédentaires. Pour un trion excitonique X^- , L'état initial s'écrit :

$$|\Phi_i\rangle = |\Phi_e\rangle = a_{kl}^+ |\Phi_0\rangle \quad (4.26)$$

Les états des trions excitoniques ont été déjà définis en (2.63) :

$$|\Phi_f\rangle = |\Phi_{X^-}\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \sum_{k_1 k_2 k_3} \sum_{l_1 l_2 l_3} a_{k_1 l_1}^+ a_{k_2 l_2}^+ d_{k_3 l_3}^+ |\Phi_0\rangle \cdot C_{\substack{k_1 k_2 k_3 \\ l_1 l_2 l_3}} \quad (4.27).$$

Les éléments de matrice des transitions dipolaires électriques s'écrivent alors :

$$H'_{abs} = \sqrt{Nq} \frac{1}{mn} \sqrt{\frac{\pi \hbar}{\omega \Omega}} \sum_{kl} \sum_{k_1 k_2 k_3} \sum_{l_1 l_2 l_3} C_{\substack{k_1 k_2 k_3 \\ l_1 l_2 l_3}}^* \quad *$$

$$* \langle \Phi_0 | d_{k_3 l_3} a_{k_2 l_2} a_{k_1 l_1} a_{k l}^+ d_{k l}^+ a_{k' l'}^+ | \Phi_0 \rangle \vec{\varepsilon} \cdot \vec{D}^* \quad (4.28)$$

Par suite des relations de commutation entre les opérateurs de création et d'annihilation, ces éléments de matrice s'écrivent :

$$H'_{abs} = \left(\frac{4\pi\hbar\tilde{N}}{mn^2\omega} \right)^{1/2} \sum_{k l} C_{\substack{k k' k \\ l l' l}}^* \vec{\varepsilon} \cdot \vec{D}^* \quad (4.29)$$

où

$$\tilde{N} = \frac{N_q}{\Omega} \quad (4.30)$$

\tilde{N} désigne le nombre de photons incidents par unité de volume.

IV.3.2. Calcul des coefficients C_i

Rappelons que la fonction enveloppe relative aux trions s'écrit :

$$\Psi_{x^-} = \Omega^{-3/2} \sum_{k_1 k_2 k_3} \sum_{l_1 l_2 l_3} C_{\substack{k_1 k_2 k_3 \\ l_1 l_2 l_3}} f_{l_1 k_1}^e(\vec{\pi}_1) f_{l_2 k_2}^e(\vec{\pi}_2) f_{l_3 k_3}^h(\vec{\pi}_3) \quad (4.31)$$

où les fonctions $f(\vec{\pi})$ sont données par la relation (2.10).
Par conséquent :

$$\sum_{\ell k} c_{\ell k \ell k} = \Omega^{-\frac{1}{2}} \int d^3 r_1 d^3 r_2 d^3 r_3 f_{\ell k}^{*e}(\vec{r}_2) \varphi_{X^-}(\vec{r}_1, \vec{r}_2, \vec{r}_3) \delta(\vec{r}_1 - \vec{r}_3) \quad (4.32)$$

En utilisant les coordonnées relatives (3.5) et en remplaçant les fonctions $f(\vec{r})$ et $\Phi_{X^-}(\vec{r}_1, \vec{r}_2, \vec{r}_3)$ par leur valeurs données en (2.10) et (2.67), nous obtenons :

$$\begin{aligned} \sum_{\ell k} c_{\ell k \ell k} &= S_{K_x^0 k_x} S_{K_z^0 k_z} \\ &\int d\gamma_0 d^3 r \left[\exp -i \frac{1+\sigma}{1+2\sigma} (k_x x + k_z z) \right. \\ &\quad \times \exp \left\{ \left(\frac{ie \mathcal{H}}{\hbar c} \right) \left(\frac{1+\sigma}{1+2\sigma} \right) \left[x \gamma_0 + \frac{1}{2} \frac{\sigma+1}{1+2\sigma} x y \right] \right\} \\ &\quad \left. \times \varphi_{rel}(\vec{r}, \vec{r}/2) \Phi^L(\gamma_0) \Phi^{\ell'} \left(\frac{1+\sigma}{1+2\sigma} y + \gamma_0 \right) \right] \quad (4.33) \end{aligned}$$

Dans le cadre de l'approximation du champ faible, nous pouvons nous limiter au premier terme du développement de la deuxième exponentielle intervenant dans l'expression (4.33), qui dans ces conditions se réduit à l'unité. D'autre part, pour des champs suffisamment faibles, les déplacements moyens correspondant au mouvement relatif sont petits comparés à ceux de la projection du centre de masse dans le plan perpendiculaire au champ magnétique. Cela résulte du fait que, dans ces conditions, la vitesse du centre de masse est faible par rapport à celle correspondant au mouvement rela-

tif. Dans ces conditions, nous pouvons écrire :

$$\begin{aligned} \Phi^{\ell'} \left(\frac{1+\sigma}{1+2\sigma} y + \gamma_0 \right) &= \Phi^{\ell'} \left[\gamma_0 \left(1 + \frac{1+\sigma}{1+2\sigma} \frac{y}{\gamma_0} \right) \right] \\ &\simeq \Phi^{\ell'}(\gamma_0) \end{aligned} \quad (4.34)$$

Par conséquent, l'intégration sur γ_0 se réduit à $\delta_{L\ell'}$ par suite de l'orthogonalité des fonctions $\Phi(\gamma_0)$. La relation (4.33) s'écrit finalement :

$$\begin{aligned} \sum_{kl} C_{\substack{k k' k \\ l l' l}} &= \delta_{k_x K_x^0} \delta_{k_z K_z^0} \delta_{L\ell'} \\ &\times \int d^3 r \exp \left[-i \left(\frac{1+\sigma}{1+2\sigma} \right) (k_x \cdot x + k_z \cdot z) \right] \Psi_{\text{rel}} \left(\vec{r}, \frac{z}{2} \right) \end{aligned} \quad (4.35)$$

IV.3.3. Probabilité de transition totale

Nous avons vu que la probabilité de transition par unité de temp est donnée par :

$$W_{\text{abs}} = \frac{2\pi}{\hbar} \sum_{\substack{\text{états} \\ \text{possibles}}} | \langle f | H_{\text{abs}}^{e-r} | i \rangle |^2 \delta(E_f - E_i - \hbar\omega) \quad (4.36)$$

où E_f et E_i sont respectivement les énergies de l'état final et de l'état initial du système. La sommation s'étend à tous les états possibles. Si nous supposons que le mouve-

ment oscillatoire dans le plan xy soit délimité par une aire grande $S = L_x L_y$ (Landau et Lifchitz, Mécanique quantique, Editions MIR), les valeurs possibles de K_x^0 sont données par la condition :

$$0 \leq y_0^0 \leq L_y \tag{4.37}$$

où $y_0^0 = c\hbar K_x^0 / e\mathcal{H}$ désigne l'ordonnée du cercle que décrit le centre de masse du trion dans le plan perpendiculaire au champ magnétique. De la relation (4.37) on déduit :

$$0 \leq K_x^0 \leq \frac{e\mathcal{H}}{c\hbar} L_y \tag{4.38}$$

Si on remplace dans (4.36) la sommation par l'intégrale sur les vecteurs K_x^0 , on obtient :

$$W_{abs} = 2 \cdot \frac{2\pi}{\hbar} \frac{L_x L_z}{(2\pi)^2} \int_0^{\frac{e\mathcal{H}L_y}{c\hbar}} \left\{ \int_0^\infty |H'_{abs}|^2 \delta(E_f - E_i - \hbar\omega) dK_z^0 \right\} dK_x^0 \tag{4.39}$$

$(2\pi)^2 / L_x L_z$ désigne la surface relative à un état quantique dans l'espace des K . Le facteur 2 est introduit afin de tenir compte de la dégénérescence du spin. En remplaçant $|H'_{abs}|^2$ par sa valeur donnée par :

$$|H'_{abs}|^2 = \left(\tilde{N} 4\pi\hbar / m^2 n^2 \omega \right) \tilde{I}_{x-}(K_x^0, K_z^0) |\vec{\epsilon} \cdot \vec{D}^*|^2 \tag{4.40}$$

où

$$\tilde{I}_{X^-}(K_x^0, K_z^0) = \left| \sum_{k,l} c_{\substack{ll'l \\ kk'k}} \right|^2, \quad (4.41)$$

la probabilité de transition totale peut être réécrite :

$$W_{\text{abs}} = \frac{4\tilde{N}}{m^2 n^2} \frac{L_x L_z}{\omega} |\vec{E} \cdot \vec{D}^*|^2 \int_0^{(e\hbar L_y / \hbar c)} \left\{ \int_0^\infty \tilde{I}_{X^-}(K_x^0, K_z^0) \delta(E_f - E_i - \hbar\omega) dK_z^0 \right\} dK_x^0 \quad (4.42)$$

Nous déterminons tout d'abord l'expression :

$$D(K_x^0, K_z^0) = \int_0^\infty \tilde{I}_{X^-}(K_x^0, K_z^0) \delta(E_f - E_i - \hbar\omega) dK_z^0 \quad (4.43)$$

Les énergies correspondant aux états initiaux et finaux sont données par :

$$E_f = E_0 + 2E_g + \hbar^2 K_z^0^2 / 2M_0 + E_{\text{rel}} + \hbar\omega_{\text{CM}} (L + 1/2) \quad (4.44)$$

$$E_i = E_0 + E_g + \hbar^2 k_z^2 / 2m_e^* + \hbar\omega_e (l' + 1/2) \quad (4.45)$$

ω_{CM} étant la fréquence de résonance cyclotronique du centre de masse du trion excitonique. Elle s'écrit :

$$\omega_{CM} = (\sigma / 1 + 2\sigma) \omega_e \quad ; \quad \sigma = m_e^* / m_h^* \quad (4.46)$$

Les règles de sélection imposent que $K_z^0 = k_z$ et $L = l'$. La différence entre les énergies initiales et finales s'écrit :

$$E_f - E_i - \hbar\omega = E_g + E_{rel} - \frac{\hbar^2 \alpha}{2m_e^*} K_z^{02} - (L + \frac{1}{2}) \alpha \hbar\omega_e - \hbar\omega \quad (4.47)$$

avec :

$$\alpha = \frac{1 + \sigma}{1 + 2\sigma} \quad (4.48)$$

Pour exprimer l'intégrale (4.43), nous utilisons une des propriétés de la fonction de Dirac (Callaway 1964):

$$\int_a^b g(x) \delta[f(x)] = \sum_{x_0} g(x_0) \left| \frac{dx}{df} \right|_{x=x_0} \quad (4.49)$$

x_0 étant une des racines de $f(x)$, comprise entre a et b.

Posons :

$$f(K_z^0) = E_f - E_i - \hbar\omega \quad (4.50)$$

et

$$g(K_z^0) = \tilde{I}_{X-}(K_x^0, K_z^0) \quad (4.51)$$

$f(K_z^0)$ admet une racine positive K_{0z}^0 définie par :

$$K_{0z}^0 = (2m_e^* / \hbar^2 \alpha)^{1/2} [E_g + E_{rel} - \hbar \alpha (L + 1/2) \omega_e - \hbar \omega]^{1/2} \quad (4.52)$$

Par conséquent :

$$\left| \frac{dK_z^0}{d\beta} \right|_{K_{0z}^0} = \frac{1}{\hbar} \left(\frac{m_e^*}{2\alpha} \right)^{1/2} [E_g + E_{rel} - \alpha(L + 1/2)\hbar\omega_e - \hbar\omega]^{-1/2} \quad (4.53)$$

$\mathcal{D}(K_x^0, K_{0z}^0)$ s'écrit alors :

$$\begin{aligned} \mathcal{D}(K_x^0, K_{0z}^0) &= \left(\frac{m_e^*}{2\hbar^2 \alpha} \right)^{1/2} [E_g + E_{rel} - \alpha(L + \frac{1}{2})\hbar\omega_e - \hbar\omega]^{-1/2} \\ &\quad \times \tilde{I}_{x^-}(K_x^0, K_{0z}^0) \end{aligned} \quad (4.54)$$

avec

$$\begin{aligned} \tilde{I}_{x^-}(K_x^0, K_{0z}^0) &= \left| \int d^3r \varphi_{rel}(\vec{r}, \frac{\vec{r}}{2}) \exp -i\alpha K_x^0 \cdot x \right. \\ &\quad \left. \times \exp -i\alpha \left(\frac{2m_e^*}{\hbar^2 \alpha} \right)^{1/2} [E_g + E_{rel} - \alpha(L + \frac{1}{2})\hbar\omega_e - \hbar\omega] \right|^2 \end{aligned} \quad (4.55)$$

En reportant cette relation dans l'expression (4.42), qui donne la probabilité de transition pour un niveau de Landau, nous obtenons :

$$W_{abs}^L = \frac{2\sqrt{2} \tilde{N} L_x L_z}{m^2 n^2 \hbar \omega} \left(\frac{m_e^*}{\alpha}\right)^{\frac{1}{2}} |\vec{E} \cdot \vec{D}^*|^2 \times$$

$$\times \left[E_g + E_{rel} - \alpha \left(L + \frac{1}{2}\right) \hbar \omega_e - \hbar \omega \right]^{\frac{1}{2}} \int_0^{\frac{e\hbar L_y}{c\hbar}} \tilde{I}_{X-}(k_x^0, k_{oz}^0) dk_x^0 \quad (4.56)$$

IV.3.4. Coefficient d'absorption

Le coefficient d'absorption peut être défini, (Knox 1963, Denisov et Makarov 1973), comme étant la fraction d'énergie perdue par l'onde incidente par unité de volume, de temps et d'énergie.

Puissance dissipée par unité de volume

$$\rho = \frac{\text{Puissance dissipée par unité de volume}}{\text{Densité d'énergie} \times \text{Vitesse de propagation}}$$

$$\rho_L = \frac{W_{abs}^L \cdot \hbar \omega}{\Omega} \times \frac{1}{\tilde{N} \hbar \omega \frac{c}{n}} = \frac{n W_{abs}^L}{c \tilde{N} \Omega}$$

(4.57)

Le coefficient d'absorption total est obtenu en sommant sur tous les niveaux de Landau :

$$\rho = \sum_L \rho_L = \frac{2\sqrt{2} m_e^*}{c L_Y n \alpha^{1/2} m^2} |\vec{E} \cdot \vec{D}^*|^2 \frac{1}{\hbar \omega} \times$$

$$\sum_L \left[E_g + E_{rel} - \alpha(L + \frac{1}{2}) \hbar \omega_e - \hbar \omega \right]^{-1/2} \int_0^{\frac{eK_L Y}{c\hbar}} \tilde{I}_{X^-}(K_x^o, K_{oz}^o) dK_x^o \quad (4.58)$$

En utilisant les unités atomiques et en introduisant l'expression du champ magnétique effectif γ donnée en (3.50), le coefficient d'absorption total s'écrit :

$$\rho = c_1 \frac{1}{\omega} \sum_L \left[\omega_0 - \alpha(L + \frac{1}{2}) \gamma - \omega \right]^{-1/2} \int_0^{\gamma L_Y} \tilde{I}_{X^-}(K_x^o, K_{oz}^o) dK_x^o \quad (4.59.a)$$

où

$$c_1 = \left[\frac{2\sqrt{2}}{c L_Y n \alpha^{1/2} m^2} |\vec{E} \cdot \vec{D}^*|^2 \right]_{u. at} \quad (4.59.b)$$

$$\tilde{I}_{X^-}(K_x^o, K_{oz}^o) = \left| \int d^3 r \varphi_{rel}(\vec{r}, \vec{r}/2) \exp -i\alpha \left[K_x^o \cdot x + \left(\frac{2}{\alpha}\right)^{1/2} (\omega_0 - \omega - \alpha(L + \frac{1}{2})\gamma) z \right] \right|^2 \quad (4.59.c)$$

$$\hbar \omega_0 = E_g + E_{rel}.$$

$$(4.59.d)$$

En pratique, la borne supérieure de l'intégrale (4.58), γL_y peut être assimilée à l'infini. En effet, pour un échantillon dont les dimensions sont de l'ordre du millimètre, $L_y = 10^7$ unités atomiques, de sorte que même pour des champs très faibles, par exemple $\gamma = 10^{-3}$, le produit $\gamma L_y \approx 10^4$ reste grand. En introduisant la nouvelle variable définie par :

$$X = \frac{\omega}{\alpha \gamma} (\omega - \omega_0) \tag{4.60}$$

la relation (4.59.a) peut être réécrite :

$$\mu = \frac{\sqrt{2} C_1}{\sqrt{\alpha \gamma}} \cdot \frac{1}{[\omega_0 + \frac{\alpha}{2} \gamma X]} \sum_L \frac{\int_0^\infty \tilde{I}_{x-}(K_x^0, K_{0z}^0) dK_x^0}{\left\{ -[X + (2L + 1)] \right\}^{\frac{1}{2}}} \tag{4.61}$$

Nous nous intéressons au comportement de la relation (4.61) au voisinage des points de discontinuité donnés par $X + (2L + 1) = 0$. Nous faisons un changement de variable tel que

$$y = X + (2L + 1) \tag{4.62}$$

qui tend vers zéro lorsque X prend les valeurs $-(2L + 1)$. Dans ces conditions, le coefficient d'absorption peut se mettre sous la forme :

$$\mu = \frac{\sqrt{2} C_1}{\sqrt{\alpha \gamma}} \sum_L \frac{1}{(a + \alpha \frac{\gamma}{2} y)} \times \frac{\int_0^\infty \tilde{I}_{X^-}(K_x^\circ, K_{oz}^\circ) dK_x^\circ}{(-y)^{1/2}} \quad (4.63.a)$$

avec

$$a = \omega_0 - (2L+1) \frac{\alpha \gamma}{2} \quad (4.63.b)$$

En utilisant un développement limité au voisinage de $y=0$ de la quantité $a + \gamma \alpha y / 2$, que l'on peut arrêter au premier ordre, nous obtenons :

$$\mu_L = \frac{\sqrt{2} C_1}{a \sqrt{\alpha \gamma}} \times \frac{\int_0^\infty \tilde{I}_{X^-}(K_x^\circ, K_{oz}^\circ) dK_x^\circ}{(-y)^{1/2}} \quad (4.64)$$

Pour des champs suffisamment faibles, le premier facteur reste quasiment constant, de sorte que le comportement du coefficient d'absorption sera donné par :

$$\mu = \sum_L \mu_L = C_2 \sum_L \frac{1}{\gamma^{1/2}} \frac{\int_0^\infty \tilde{I}_{X^-}(K_x^\circ, K_{oz}^\circ) dK_x^\circ}{\left\{ - [X + (2L+1)] \right\}^{1/2}} \quad (4.65.a)$$

avec

$$C_2 = \left[\frac{4}{c L y n \alpha m^2} \cdot |\vec{E} \cdot \vec{D}^*|^2 \right]_{u.at} \frac{1}{[\omega_0 - (2L+1)\alpha \frac{\delta}{2}]} \quad (4.65.b)$$

V.3.5. Calcul de l'intégrale I_{X^-}

Nous commençons d'abord par donner l'expression de la fonction d'onde intervenant dans la relation (4.55) de l'intégrale $\tilde{I}_{X^-}(K_x^0, K_{0z}^0)$, soit :

$$\varphi_{rel}(\vec{r}, \frac{r}{2}) = \mathcal{N} \exp - k \frac{r}{2} \sum_{mnp} c_{mnp} (kr)^{m+n+p} = \varphi(r, r/2) \quad (4.66.a)$$

\mathcal{N} étant la constante de normation donnée par :

$$\mathcal{N} = \frac{k^3}{2\pi} \left\{ \sum_{mnp} \sum_{m'n'p'} c_{mnp} c_{m'n'p'} \cdot \left[\frac{(m+m'+n+n'+p+p'+5)! (p+p'+2(n+n')+6)}{(n+n'+1)(n+n'+3)(n+n'+p+p'+3)(n+n'+p+p'+5)} \right] \right\}^{-1/2} \quad (4.66.b)$$

et k représente le facteur d'échelle introduit au chapitre III. Nous calculons ensuite \tilde{I}_{X^-} , pour celà, nous écrivons (4.55) sous la forme :

$$\tilde{I}_{X^-}^{\frac{1}{2}}(K_x^0, K_{0z}^0) = \int d^3 r \exp - i \alpha \vec{K}^0 \cdot \vec{r} \varphi(r, r/2) \quad (4.66.c)$$

où \vec{k}^0 et \vec{r} sont deux vecteurs définis par :

$$\vec{k}^0 = (K_{OX}^0, 0, K_{OZ}^0) \quad ; \quad \vec{r} = (x, y, z)$$

$$\vec{k}^0 \cdot \vec{r} = K^0 r \cos \theta \tag{4.66.d}$$

θ est l'angle entre \vec{k}^0 et \vec{r}

En reportant la valeur de $\varphi(r, \frac{r}{2})$ donnée en (4.66) dans l'expression (4.66.c) et en utilisant les coordonnées sphériques, nous écrivons :

$$\begin{aligned} \tilde{I}_{X^-}^{1/2}(K_x^0, K_{Oz}^0) &= \mathcal{D}^p 2\pi \sum_{mnp} C_{mnp} \\ &\int_0^\infty r^2 \exp(-kr \frac{r}{2}) (kr)^{m+n+p} dr \int_0^\pi d\theta \sin \theta \exp -i\alpha K r \cos \theta \end{aligned} \tag{4.67}$$

Finalement, après intégration, nous obtenons :

$$\begin{aligned} \tilde{I}_{X^-}^{1/2}(K_x^0, K_{Oz}^0) &= \tilde{I}_{X^-}^{1/2}(|K^0|) \\ &= \frac{4\pi}{k^3} \sum_{mnp} C_{mnp} 2^{m+n+p+2} (m+n+p+1)! \\ &\delta^{-1} \frac{1}{(4\delta^2 + 1)^{m+n+p+2}} \cdot \sum_{0 \leq 2l \leq m+n+p+1} (-1)^l C_{2l+1}^{m+n+p+1} (2\delta)^{2l+1} \end{aligned} \tag{4.68}$$

avec :

$$\delta = \alpha (K_x^{\circ 2} + K_{Oz}^{\circ 2})^{1/2} / k; \quad \alpha = (\sigma + 1) / (2\sigma + 1)$$

(4.69)

l est un entier positif ou nul et K_{Oz}° est donné par la relation (4.52).

IV.4. Coefficient d'absorption en fonction de la température

Nous avons étendu les calculs précédents aux cas des températures non nulles. Nous supposons, Toutefois que les températures restent faibles de sorte que l'ensemble des électrons des états initiaux, peut être décrit par une distribution de Boltzman, qui est la limite classique de la distribution de Fermi-Dirac :

$$p(E_i) = n_x \left(\frac{2\pi\hbar^2}{m_e^* k_B T} \right)^{3/2} \exp - \frac{E_i}{k_B T} \quad (4.70)$$

n_x est la concentration électronique, k_B est la constante de Boltzman, et E_i est la valeur propre de l'Hamiltonien d'un électron en champ magnétique. Elle est donnée par :

$$E_i = \hbar^2 k_z^2 / 2 m_e^* + \hbar \omega_e \left(L + \frac{1}{2} \right) \quad (4.71)$$

Par la suite, nous ne tiendrons pas compte d'éventuels processus d'émission stimulée, négligeables dans la mesure où les états finaux, donc des trions excitoniques, sont supposés non occupés au début de l'excitation optique. Dans ces conditions seule la distribution des états initiaux intervient dans l'expression de la probabilité de transition totale :

$$W_{abs} = \frac{2\pi}{\hbar} \sum_{\substack{\text{états} \\ \text{possibles}}} |H'_{abs}|^2 f(E_i) \delta(E_f - E_i - \hbar\omega) \quad (4.72)$$

H'_{abs} désigne les éléments de matrice de transition définis par la relation (4.40).

En utilisant la même technique de calcul qu'au paragraphe (IV.3), nous obtenons l'expression suivante pour le coefficient d'absorption :

$$\begin{aligned} \mu &= \frac{8\pi^{3/2} \hbar^3 n_x}{c L_y m^2 m_e^* n \alpha^{1/2}} \frac{1}{(k_B T)^{3/2}} |\vec{E} \cdot \vec{D}^*|^2 \frac{1}{\hbar\omega} \\ &\times \exp \left[-\frac{1}{\alpha k_B T} (E_g + E_{rel} - \hbar\omega) \right] \times \\ &\sum_L [E_g + E_{rel} - \alpha(L + \frac{1}{2})\hbar\omega_e - \hbar\omega]^{-1/2} \int_0^{\frac{e\hbar L_y}{c\hbar}} \tilde{I}_{x^-}(K_x^o, K_{oz}^o) dK_x^o \end{aligned} \quad (4.73)$$

IV.5. Résultats et discussion

La contribution μ_L (4.65.a) n'est définie que pour des énergies telles que $\omega < \omega_0 - \alpha(L + \frac{1}{2})\gamma$. Lorsque ω tend vers $\omega_0 - \alpha(L + \frac{1}{2})\gamma$, μ_L devient infini, et se comporte comme $[-\omega + \omega_0 - \alpha(L + \frac{1}{2})\gamma]^{-1/2}$, près du bord d'absorption et comme $\omega^{-3/2}$ loin de l'asymptote. Le coefficient d'absorption devient très important au voisinage des niveaux de Landau et faible loin du bord d'absorption. En effet, en présence d'un champ magnétique, la densité d'état devient infiniment grande près des niveaux de Landau et négligeable entre ces derniers. Le spectre d'absorption présente une succession de raies, dont les maximums sont équidistants, mais dont la forme varie en fonction des niveaux considérés.

La figure (IV.4.1) présente la magnéto-absorption oscillatoire correspondant aux quatre premiers niveaux de Landau et pour deux valeurs du champ magnétique effectif. Nous constatons que pour une pulsation ω donnée, le coefficient d'absorption augmente avec le champ magnétique, alors que la figure (IV.4.1) pourrait laisser croire le contraire. En effet, du fait du choix de nos unités, les abscisses varient à la fois en fonction de ω et de γ . Par conséquent, deux points caractérisés par la même pulsation correspondent à des abscisses différentes.

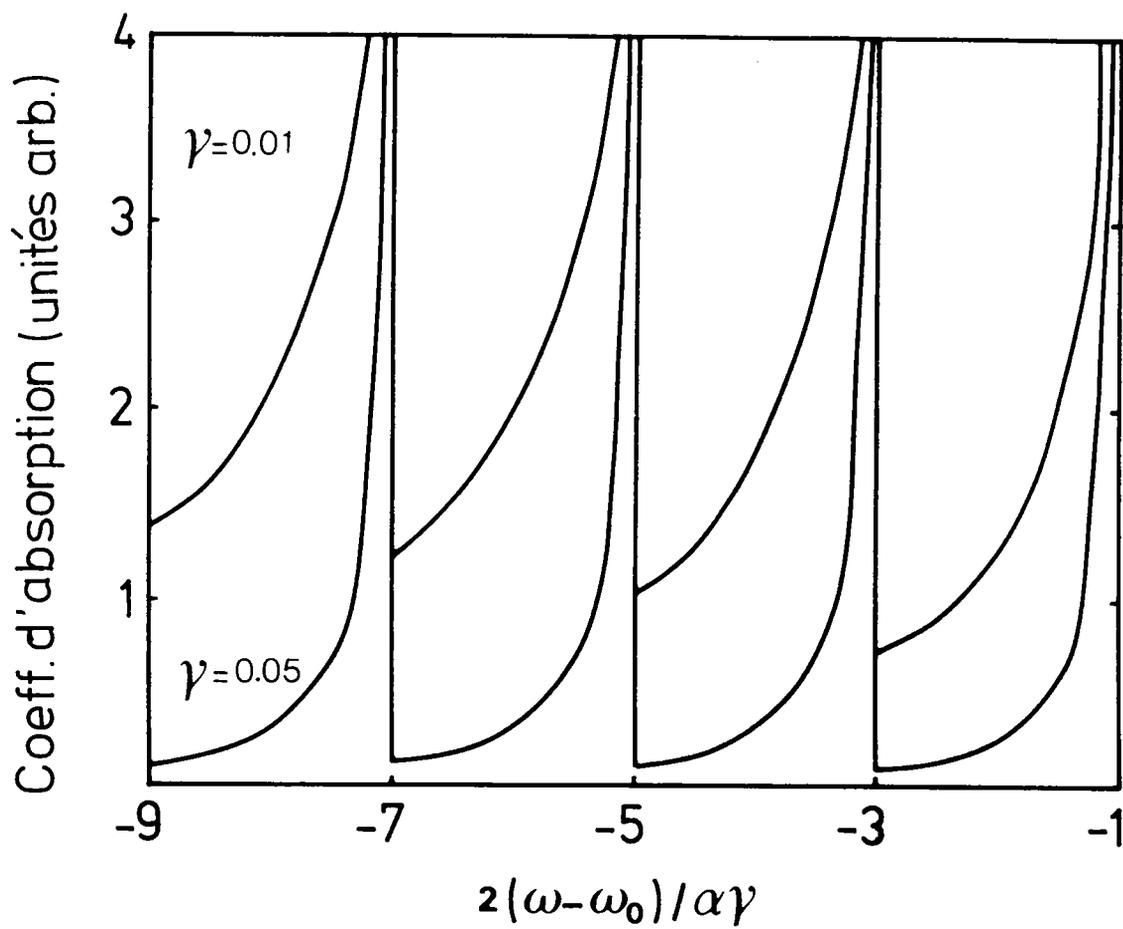


Fig. IV.4.1 : Magnéto-absorption des trions excitoniques en champ magnétique.

CONCLUSION GENERALE

Nous avons consacré l'essentiel de ce travail à l'étude de l'influence d'un champ magnétique uniforme sur les trions excitoniques. L'intérêt essentiel de cette étude réside dans le fait qu'en raison de leurs charges, ces quasiparticules présentent certaines particularités, qui les différencient des autres complexes excitoniques. Nous avons mis en évidence deux propriétés originales : l'apparition de niveaux de Landau ainsi que d'une magnéto-absorption oscillatoire.

En étudiant les constantes du mouvement, nous avons montré que seul le mouvement du centre de masse selon la direction du champ peut être séparé du mouvement relatif, contrairement à ce qui se passe dans les cas de l'exciton et du biexciton. Le découplage de ces deux mouvements peut être effectué lorsque les champs sont suffisamment faibles, auquel cas le mouvement du centre de masse est lent par rapport au mouvement relatif. Dans ces conditions, nous avons pu montrer l'apparition d'un terme d'oscillateur harmonique correspondant au mouvement du centre de masse dans le plan perpendiculaire au champ magnétique. Ce terme est responsable de la présence des niveaux Landau dus au mouvement du centre de masse. Nous avons ensuite calculé

l'énergie relative par une méthode variationnelle en utilisant une fonction d'onde de type atomique à 34 termes. Comme prévu, l'action du champ magnétique a pour conséquence une stabilisation de la liaison des trions excitonique par suite de retrécissement des orbitales.

Nous avons enfin étudié les transitions optiques directes relatives à l'absorption monophotonique en présence d'un champ magnétique uniforme, et calculé le coefficient d'absorption. L'étude du comportement de ce dernier montre l'existence d'oscillation dont les maxima correspondent aux niveaux de Landau.

Ces deux propriétés sont de nature à permettre de distinguer les raies des trions excitoniques dans les spectres d'absorption ou d'émission. Nous espérons que cette étude puisse susciter de nouvelles expériences et contribuer à une meilleure identification des trions excitoniques.

APPENDICES

AII.2.1. Particule libre dans un champ magnétique uniforme

L'Hamiltonien décrivant le mouvement d'une particule de charge $(-e)$ dans un champ magnétique, s'écrit en unités CGS

$$H = \frac{1}{2m} \left(\vec{p} + \frac{e}{c} \vec{A} \right)^2 \quad (1)$$

où \vec{p} désigne le vecteur impulsion généralisé tandis que :

$$\frac{1}{m} \left(\vec{p} + \frac{e}{c} \vec{A} \right) = \frac{d\vec{r}}{dt} = \vec{v} \quad (2)$$

représente la vitesse de la particule. L'Hamiltonien (1) peut être réécrite sous la forme :

$$H = \frac{p^2}{2m} + \frac{e}{2mc} \left(\vec{p} \cdot \vec{A} + \vec{A} \cdot \vec{p} \right) + \frac{e^2}{2mc^2} A^2 \quad (3)$$

En vertu de la règle de commutation de l'opérateur d'impulsion avec une fonction quelconque des coordonnées nous pouvons écrire :

$$\vec{p} \cdot \vec{A} - \vec{A} \cdot \vec{p} = (-i\hbar) \operatorname{div} \vec{A} \quad (4)$$

\vec{p} et \vec{A} ne commutent que si $\operatorname{div} \vec{A} = 0$. Cette condition se trouve réalisée en choisissant la jauge de Coulomb

symétrique :

$$\vec{A} = (1/2) \mathcal{H} \wedge \vec{r} = (1/2)(-y, x, 0) \mathcal{H} \quad (5)$$

L'équation de Schrödinger d'une particule dans un champ magnétique s'écrit :

$$\begin{aligned} H\Psi &= \left\{ \frac{1}{2m} \left(p_x - \frac{e\mathcal{H}}{2c} y \right)^2 + \frac{1}{2m} \left(p_y + \frac{e\mathcal{H}}{2c} x \right)^2 + \frac{p_z^2}{2m} \right\} \Psi \\ &= E\Psi \end{aligned} \quad (6)$$

Définissons l'opérateur :

$$\vec{\Pi} = \vec{p} - (e/c) \vec{A} \quad (7)$$

qui commute avec l'Hamiltonien. Par contre, ses composantes Π_x et Π_y qui commutent avec Π_z ne commutent pas entre elles. Par conséquent, seuls les opérateurs Π_x , Π_z et H ou Π_y , Π_z et H peuvent être diagonalisés dans une même base de fonctions propres. De ce fait, nous obtenons en particulier :

$$\left[p_x - \frac{e\mathcal{H}}{2c} y \right] \Psi(x, y, z) = \hbar k_x \Psi(x, y, z) \quad (8)$$

$$p_z \Psi(x, y, z) = \hbar k_z \Psi(x, y, z) \quad (9)$$

La résolution de ce système d'équations conduit à une fonction du type :

$$\Psi(x, y, z) = \exp(i k_z z) \cdot \exp(i k_x x) \exp\left(-\frac{e\mathcal{H}}{2\hbar c} xy\right) \Psi(y) \quad (10)$$

En substituant cette expression dans la relation (6) on obtient l'équation suivante pour la fonction $\Psi(y)$.

$$\frac{d^2 \Psi(y)}{dy^2} + \frac{2m}{\hbar^2} \left\{ E - \frac{\hbar^2 k_z^2}{2m} - \frac{m}{2} \left(\frac{e\mathcal{H}}{mc} \right)^2 \left(y - \frac{c\hbar}{e\mathcal{H}} k_x \right)^2 \right\} \Psi(y) = 0 \quad (11)$$

C'est l'équation de Schrödinger pour un oscillateur harmonique linéaire de "fréquence" $\omega_e = e\mathcal{H}/mc$ et dont les oscillations s'effectuent autour du point $y_0 = \frac{e\hbar k_x}{c\mathcal{H}}$. La constante $E - \frac{\hbar^2 k_z^2}{2m}$ joue le rôle de l'énergie de l'oscillateur et peut prendre les valeurs $(n + \frac{1}{2}) \hbar \omega_e$, n étant un entier positif. Ainsi nous obtenons l'expression suivante pour les niveaux d'énergie de la particule dans un champ magnétique uniforme.

$$E = \left(n + \frac{1}{2}\right) \hbar \omega_e + \frac{\hbar^2 k_z^2}{2m} \quad (12)$$

où ω_e est la "fréquence de cyclotron".

Les fonctions d'onde correspondantes sont égales (à une constante de normation près), à :

$$\Psi(x, y, z) = \exp i(k_z z + k_x x) \exp\left(-\frac{e\mathcal{H}xy}{2\hbar c}\right) \exp\left[-\frac{e\mathcal{H}}{2\hbar c} (y - y_0)^2\right] \\ \times H_n \left[\left(\frac{e\mathcal{H}}{c\hbar}\right)^{1/2} (y - y_0) \right] \quad (13)$$

où H_n est un polynôme d'Hermite.

L'énergie représentée par le premier terme dans (12) correspond au mouvement quantifié dans le plan xy tandis que le deuxième désigne l'énergie du mouvement de la particule dans la direction du champ.

III.3.1. Calcul de l'interaction Coulombienne

Le terme représentant l'interaction Coulombienne dans la relation (2.21) est donné par :

$$W \begin{bmatrix} 1 & 4 & 2 & 3 \\ c & v & v & c \end{bmatrix} = \int d^3 r d^3 r' f_1^*(\vec{r}) f_4^*(\vec{r}') \frac{e^2}{|\vec{r} - \vec{r}'|} f_2(\vec{r}') f_3(\vec{r}) \times |c(\vec{r})|^2 |v(\vec{r})|^2 \quad (1)$$

Les positions \vec{r} et \vec{r}' peuvent être exprimées en fonction des nouvelles coordonnées \vec{R}_m et $\vec{\rho}_m$ qui désignent respectivement la position de la cellule m par rapport à une origine fixe et le vecteur position de la particule dans un repère lié à la m -ième cellule unité

$$\vec{r} = \vec{R}_m + \vec{\rho}_m \quad ; \quad \vec{r}' = \vec{R}_{m'} + \vec{\rho}_{m'} \quad (2)$$

En remplaçant les intégrations (1) par des sommations sur des intégrations relatives à toutes les cellules élémentaires du cristal, nous obtenons :

$$W \begin{bmatrix} 1 & 4 & 2 & 3 \\ c & v & v & c \end{bmatrix} = \sum_m \sum_{m'} \int_{\Omega_m} \int_{\Omega_{m'}} d^3 \rho_m d^3 \rho_{m'} f_1^*(\vec{\rho}_m + \vec{R}_m) f_4^*(\vec{\rho}_{m'} + \vec{R}_{m'}) \frac{e^2}{|\vec{R}_m + \vec{\rho}_m - \vec{R}_{m'} - \vec{\rho}_{m'}|} f_2(\vec{R}_{m'} + \vec{\rho}_{m'}) f_3(\vec{R}_m + \vec{\rho}_m)$$



$$* | c(\vec{f}_m + \vec{R}_m) |^2 | v(\vec{f}_m + \vec{R}_m) |^2 \quad (3)$$

Etant donné qu' à l'interieur d'une cellule élémentaire, les parties périodiques $c(\vec{r})$ et $v(\vec{r})$ sont à variations rapides, tandis que les fonctions $f(\vec{r})$ et le potentiel coulombien peuvent être considérés comme constants. Nous séparerons la relation (3) en produit de deux contributions, dont l'une porte sur une cellule élémentaire et l'autre sur tout le cristal. Pour celà, nous effectuons un développement limité au voisinage de \vec{R}_m des deux fonctions $f(\vec{r})$ et $1 / |\vec{r} - \vec{r}'|$:

$$f(\vec{R}_m + \vec{f}_m) \approx f(\vec{R}_m) + \vec{f}_m \left[\vec{\nabla}_{\vec{f}_m} f(\vec{R}_m + \vec{f}_m) \right]_{f_m=0} + \dots \quad (4)$$

et

$$\frac{1}{|\vec{R} + \vec{f}|} \approx \frac{1}{|\vec{R}|} + \vec{f} \left[\vec{\nabla}_{\vec{f}} \frac{1}{|\vec{R} + \vec{f}|} \right]_{f=0} + \dots \quad (5a)$$

$$\vec{f} = \vec{f}_m - \vec{f}_m', \quad , \quad \vec{R} = \vec{R}_m - \vec{R}_m' \quad (5b)$$

En nous limitons au premier ordre du développement, l'expression (3) peut se mettre sous la forme :

$$W \begin{bmatrix} 1 & 4 & 2 & 3 \\ c & v & v & c \end{bmatrix} = \sum_m \sum_{m'} f_1^*(\vec{R}_m) f_4^*(\vec{R}_{m'}) \frac{e^2}{|\vec{R}_m - \vec{R}_{m'}|} f_2(\vec{R}_{m'}) f_3(\vec{R}_m) \\ \times \int_{\Omega_m} \int_{\Omega_{m'}} d^3 \rho_m d^3 \rho_{m'} |c(\vec{R}_m + \vec{\rho}_m)|^2 |v(\vec{R}_{m'} + \vec{\rho}_{m'})|^2$$

(6)

Du fait de la périodicité des fonctions $c(\vec{r})$ et $v(\vec{r})$:

$$\begin{aligned} c(\vec{R}_m + \vec{\rho}_m) &= c(\vec{\rho}_m) \\ v(\vec{R}_{m'} + \vec{\rho}_{m'}) &= v(\vec{\rho}_{m'}) \end{aligned}$$

(7)

ainsi que de la condition de normation

$$\int_{\Omega_0} |c(r)|^2 d^3 r = \frac{1}{N}$$

(8)

où N représente le nombre de cellules élémentaires, l'expression (6) peut être réécrite :

$$W = \frac{1}{N^2} \sum_m \sum_{m'} \left\{ f_1^*(\vec{R}_m) f_4^*(\vec{R}_{m'}) \frac{e^2}{|\vec{R}_m - \vec{R}_{m'}|} f_2(\vec{R}_{m'}) f_3(\vec{R}_m) \right\}$$

(9)

Finalement, nous retransformons la sommation discrète en intégrale double en remarquant que :

$$\frac{1}{N} \sum_m = \frac{1}{\Omega} \int d^3 r$$

(10)

Ω étant le volume de tout le cristal Nous obtenons :

$$W = \frac{1}{\Omega^2} \int d^3r d^3r' f_1^*(\vec{r}) f_4(\vec{r}') \frac{e^2}{|\vec{r} - \vec{r}'|} f_2(\vec{r}') f_3(\vec{r})$$

(11)

AII.4.1. Equation effective pour la fonction enveloppe des trions excitoniques

1. Equation effective pour les coefficients $C_{\lambda_1 \lambda_2 \lambda_3}$

Rappelons que les états des trions excitoniques sont donnés par :

$$|\Phi_{x^-}\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \sum_{\lambda_1 \lambda_2 \lambda_3} C_{\lambda_1 \lambda_2 \lambda_3} a_{\lambda_1}^+ a_{\lambda_2}^+ d_{\lambda_3}^+ |\Phi_0\rangle \quad (1)$$

où

$$\lambda_i \equiv (k_x, k_z, l)$$

Ces états sont des fonctions propres de l'opérateur (2.19) du chapitre II. Par conséquent ils vérifient la relation :

$$H_{\text{tot}} |\Phi_{x^-}\rangle = E_{\text{tot}} |\Phi_{x^-}\rangle \quad (2)$$

Cette équation peut se mettre sous la forme explicite suivante :

$$\begin{aligned} & \sum_{\lambda_1 \lambda_2 \lambda_3} C_{\lambda_1 \lambda_2 \lambda_3} \left\{ \sum_{\lambda} a_{\lambda}^+ a_{\lambda} E_c(\lambda) - \sum_{\lambda} d_{\lambda}^+ d_{\lambda} E_v(\lambda) \right. \\ & - \sum_{\lambda_e \lambda'_e} \sum_{\lambda_d \lambda'_d} a_{\lambda_e}^+ a_{\lambda'_e} d_{\lambda_d}^+ d_{\lambda'_d} W_1 \begin{bmatrix} \lambda_e & \lambda'_d & \lambda_d & \lambda'_e \\ c & v & v & c \end{bmatrix} \\ & \left. + \frac{1}{2} \sum_{\lambda_e \lambda'_e} \sum_{\lambda_d \lambda'_d} a_{\lambda_e}^+ a_{\lambda'_d}^+ a_{\lambda_d} a_{\lambda'_e} W' \begin{bmatrix} \lambda_e & \lambda'_d & \lambda_d & \lambda'_e \\ c & c & c & c \end{bmatrix} \right\} \times \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & \times a_{\lambda_1}^{\dagger} a_{\lambda_2}^{\dagger} d_{\lambda_3}^{\dagger} |\Phi_0\rangle \\
 & = E_{\text{crist}} \sum_{\lambda_1 \lambda_2 \lambda_3} C_{\lambda_1 \lambda_2 \lambda_3} a_{\lambda_1}^{\dagger} a_{\lambda_2}^{\dagger} d_{\lambda_3}^{\dagger} |\Phi_0\rangle
 \end{aligned} \tag{3}$$

$E_{\text{tot}} - E_0 = E_{\text{crist}}$ représente l'énergie d'excitation du cristal.

Pour les mêmes raisons que dans le cas de l'exciton, nous avons négligé le terme qui correspond aux interactions d'échange. W_1 et W' désignent respectivement les interactions coulombiennes électron-défaut et électron-électron. En utilisant les règles de commutation (2.18) entre les opérateurs d'annihilation et de création, nous obtenons :

$$\begin{aligned}
 & \sum_{\lambda_1 \lambda_2 \lambda_3} C_{\lambda_1 \lambda_2 \lambda_3} [E_c(\lambda_1) + E_c(\lambda_2) - E_v(\lambda_3)] a_{\lambda_1}^{\dagger} a_{\lambda_2}^{\dagger} d_{\lambda_3}^{\dagger} |\Phi_0\rangle \\
 & - \sum_{\lambda_1 \lambda_2 \lambda_3} \sum_{\lambda'_e \lambda'_d} C_{\lambda'_e \lambda'_d \lambda_3} a_{\lambda_1}^{\dagger} a_{\lambda_2}^{\dagger} d_{\lambda_3}^{\dagger} \\
 & \quad W_1 \begin{bmatrix} \lambda_1 & \lambda'_d & \lambda_3 & \lambda'_e \\ c & v & v & c \end{bmatrix} |\Phi_0\rangle \\
 & - \sum_{\lambda_1 \lambda_2 \lambda_3} \sum_{\lambda'_e \lambda'_d} C_{\lambda_1 \lambda'_e \lambda'_d} a_{\lambda_1}^{\dagger} a_{\lambda_2}^{\dagger} d_{\lambda_3}^{\dagger} \\
 & \quad W_2 \begin{bmatrix} \lambda_2 & \lambda'_d & \lambda_3 & \lambda'_e \\ c & v & v & c \end{bmatrix} |\Phi_0\rangle \\
 & + \sum_{\lambda_1 \lambda_2 \lambda_3} \sum_{\lambda'_e \lambda'_d} C_{\lambda'_e \lambda'_d \lambda_3} a_{\lambda_1}^{\dagger} a_{\lambda_2}^{\dagger} d_{\lambda_3}^{\dagger} W_3 \begin{bmatrix} \lambda_1 & \lambda_2 & \lambda'_d & \lambda'_e \\ c & c & c & c \end{bmatrix} |\Phi_0\rangle
 \end{aligned}$$

$$= E_{\text{crist}} \sum_{\lambda_1 \lambda_2 \lambda_3} C_{\lambda_1 \lambda_2 \lambda_3} a_{\lambda_1}^+ a_{\lambda_2}^+ d_{\lambda_3}^+ |\Phi_0\rangle \quad (4)$$

où les expressions de W_1, W_2, W_3 sont données par :

$$W_1 = \int d^3 r d^3 r' f_{\lambda_1}^*(\vec{r}) f_{\lambda_d}^*(\vec{r}') \frac{e^2}{|\vec{r} - \vec{r}'|} f_{\lambda_3}(\vec{r}') f_{\lambda_e}(\vec{r}) \\ \times |c(\vec{r})|^2 |v(\vec{r})|^2$$

$$W_2 = \int d^3 r d^3 r' f_{\lambda_2}^*(\vec{r}) f_{\lambda_d}^*(\vec{r}') \frac{e^2}{|\vec{r} - \vec{r}'|} f_{\lambda_3}(\vec{r}') f_{\lambda_e}(\vec{r}) \\ \times |c(\vec{r})|^2 |v(\vec{r})|^2$$

$$W_3 = \int d^3 r d^3 r' f_{\lambda_1}^*(\vec{r}) f_{\lambda_2}^*(\vec{r}') \frac{e^2}{|\vec{r} - \vec{r}'|} f_{\lambda_d}(\vec{r}') f_{\lambda_e}(\vec{r}) \\ \times |c(\vec{r})|^2 |v(\vec{r})|^2$$

(5)

Les deux membres de l'équation (4) sont des combinaisons linéaires des états $a_{\lambda_1}^+ a_{\lambda_2}^+ d_{\lambda_3}^+ |\Phi_0\rangle$ qui sont orthogonales entre eux. Par conséquent, cette égalité ne peut être réalisée que si les coefficients des combinaisons linéaires sont égaux. Nous obtenons, alors après simplification, l'équation effective des coefficients $C_{\lambda_1 \lambda_2 \lambda_3}$

$$C_{\lambda_1 \lambda_2 \lambda_3} [E_c(\lambda_1) + E_c(\lambda_2) - E_v(\lambda_3)] -$$

$$\begin{aligned}
 & - \sum_{\lambda'_e \lambda'_d} C_{\lambda'_e \lambda_2 \lambda'_d} W_1 \begin{bmatrix} \lambda_1 & \lambda'_d & \lambda_3 & \lambda'_e \\ c & v & v & c \end{bmatrix} \\
 & - \sum_{\lambda'_e \lambda'_d} C_{\lambda_1 \lambda'_e \lambda'_d} W_2 \begin{bmatrix} \lambda_2 & \lambda'_d & \lambda_3 & \lambda'_e \\ c & v & v & c \end{bmatrix} \\
 & + \sum_{\lambda'_e \lambda'_d} C_{\lambda'_e \lambda_d \lambda_3} W_3 \begin{bmatrix} \lambda_1 & \lambda_2 & \lambda_d & \lambda'_e \\ c & c & c & c \end{bmatrix} = C_{\lambda_1 \lambda_2 \lambda_3} E_{\text{crist}}
 \end{aligned} \tag{6}$$

2. Equation effective pour la fonction enveloppe

Au voisinage des extremas des bandes de conduction et de valence, supposé à $\vec{k}=\vec{0}$, les énergies $E_c(\lambda_1)$, $E_c(\lambda_2)$ et $E_v(\lambda_3)$ s'écrivent :

$$\begin{aligned}
 E_c(\lambda_1) &= E_c(0) + \frac{\hbar^2 k_{13}^2}{2m_e^*} + (\ell_1 + 1/2) \hbar \omega_e \\
 E_c(\lambda_2) &= E_c(0) + \frac{\hbar^2 k_{23}^2}{2m_e^*} + (\ell_2 + 1/2) \hbar \omega_e \\
 E_v(\lambda_3) &= E_v(0) - \frac{\hbar^2 k_{33}^2}{2m_h^*} - (\ell_3 + 1/2) \hbar \omega_v
 \end{aligned} \tag{7}$$

Dans le but d'évaluer les expressions de W_1 , W_2 et W_3 , nous utilisons le fait que dans une cellule élémentaire, les parties périodiques des fonctions de Bloch varient rapidement par rapport aux fonctions $f(\vec{r})$ et au potentiel d'interaction. En effectuant les mêmes calculs que dans le cas de l'exciton, nous obtenons :

$$\begin{aligned}
 W_1 &= \frac{1}{\Omega^2} \int d^3r d^3r' f_{\lambda_1}^*(\vec{r}) f_{\lambda'_d}^*(\vec{r}') \frac{e^2}{|\vec{r} - \vec{r}'|} f_{\lambda_3}(\vec{r}') f_{\lambda'_e}(\vec{r}) \\
 W_2 &= \frac{1}{\Omega^2} \int d^3r d^3r' f_{\lambda_2}^*(\vec{r}) f_{\lambda'_d}^*(\vec{r}') \frac{e^2}{|\vec{r} - \vec{r}'|} f_{\lambda_3}(\vec{r}') f_{\lambda'_e}(\vec{r}) \\
 W_3 &= \frac{1}{\Omega^2} \int d^3r d^3r' f_{\lambda_1}^*(\vec{r}) f_{\lambda_2}^*(\vec{r}') \frac{e^2}{|\vec{r} - \vec{r}'|} f_{\lambda_d}(\vec{r}') f_{\lambda'_e}(\vec{r})
 \end{aligned}$$

(8)

Afin d'obtenir une équation effective pour la fonction d'onde enveloppe Ψ_{x^-} (2.67), nous reportons les expressions W_1 , W_2 et W_3 données en (8) dans l'équation (6) et nous multiplions ensuite l'égalité par la quantité :

$$\frac{1}{\Omega^{3/2}} f_{\lambda_1}(\vec{r}_1) f_{\lambda_2}(\vec{r}_2) f_{\lambda_3}^*(\vec{r}_3)$$

(9)

nous effectuons ensuite, une somme sur l'ensemble des trois nombres λ_1 , λ_2 et λ_3 . Dans ces conditions nous obtenons des expressions simplifiées pour les interactions coulombiennes.

En effet :

$$\begin{aligned}
 \Omega^{-3/2} \left[\sum_{\lambda_1 \lambda_2 \lambda_3} W_1 f_{\lambda_1}(\vec{r}_1) f_{\lambda_2}(\vec{r}_2) f_{\lambda_3}^*(\vec{r}_3) \right] \Psi_{x^-} &= \frac{e^2}{|\vec{r}_1 - \vec{r}_3|} \Psi_{x^-} \\
 \Omega^{-3/2} \left[\sum_{\lambda_1 \lambda_2 \lambda_3} W_2 f_{\lambda_1}(\vec{r}_1) f_{\lambda_2}(\vec{r}_2) f_{\lambda_3}(\vec{r}_3) \right] \Psi_{x^-} &= \frac{e^2}{|\vec{r}_1 - \vec{r}_3|} \Psi_{x^-}
 \end{aligned}$$

$$\Omega^{-3/2} \left[\sum_{\lambda_1 \lambda_2 \lambda_3} W_3 f_{\lambda_1}(\vec{r}_1) f_{\lambda_2}(\vec{r}_2) f_{\lambda_3}^*(\vec{r}_3) \right] \Psi_{X^-} = \frac{e^2}{|\vec{r}_2 - \vec{r}_3|} \Psi_{X^-} \quad (10)$$

En utilisant le fait que :

$$f(\vec{r}) \left[\frac{\hbar^2 k_z^2}{2m_e^*} + \left(l + \frac{1}{2} \right) \hbar \omega_e \right] = \frac{1}{2m} (\vec{p} + \frac{e}{c} \vec{A})^2 f(\vec{r}) \quad (11)$$

nous obtenons l'équation de Schrödinger effective pour la fonction enveloppe décrivant le trion excitonique :

$$\left\{ \frac{1}{2m_e^*} (\vec{p}_1 + \frac{e}{c} \vec{A}_1)^2 + \frac{1}{2m_e^*} (\vec{p}_2 + \frac{e}{c} \vec{A}_2)^2 + \frac{1}{2m_h} (\vec{p}_3 - \frac{e}{c} \vec{A}_3)^2 + \frac{e}{\epsilon} \left(\frac{1}{r_{12}} - \frac{1}{r_{13}} - \frac{1}{r_{23}} \right) \right\} \Psi_{X^-} = E_{X^-} \Psi_{X^-} \quad (12)$$

où l'énergie totale du système à trois particules en champ magnétique est reliée à l'énergie d'excitation du cristal par la relation :

$$E_{X^-} = E_{crist} - 2E_c(0) + E_v(0) \quad (13)$$

L'introduction de la constante diélectrique ϵ permet de tenir compte des effets de polarisation dans le cristal.

BIBLIOGRAPHIE

- BENOIT à la GUILLAUME C.B., DEBEVER J. et SALVAN F. (1969).
Phys. Rev.177, 567.
- BURSTEIN E., PICUS G.S., WALIS R.F. et BLATT F. (1959).
Phys. Rev.113, 15.
- CABIB D., FABRI E. et FIORIO G. (1971).
Solid State Commun.9, 1517.
- CALLAWAY J. (1964).
"Energy Band Theory", Academic Press.
- DENISOV M.M. et MAKAROV V.P. (1973).
Phys. Stat. Sol(b)56, 9.
- DRESSLHAUSS D. (1959).
J. Phys. Chem. Sol.1, 14.
- EDEL'SHTEIN V. (1979).
Sov. Phys. JETP.50, 384.
- ELLIOTT R.J. (1959).
Phys. Rev.108, 1384.
- GROSSE.F., RAZBIRIN B.S., FEDOROV V.P. et NAUMOV Yu.P. (1968).
Phys. Stat. Sol. 30, 485.
- GROSS E.F. (1956).
Nuovo Cimento, Suppl.4, 672.
- HAKEN H. (1976).
"Quantum Field Theory of Solids", North Holland
Publishing Company

HAYNES J.R. (1960).

Phys. Rev. Letters4, 361.

HAYNES J.R. (1966).

Phys. Rev. Letters4, 866.

HYLLERAAS E.A. (1929).

Z. Phys.54, 347.

HOPFIELD J.J. et THOMAS D.G. (1960).

Phys. Rev. Letters5, 505.

INSEPOV Z.A. et NORMAN G.E. (1975).

Sov. Phys. JETP42, 674.

JOHNSON M.H. et LIPPMAN B.A. (1949).

Phys. Rev.76, 828.

KAWABATA T., MURO K. et NARITA S. (1977).

Solid State Commun.23, 267.

KNOX R.S. (1963).

"Theory of Excitons"

LAX B., ROTH L.M. ZWERDLING S. (1959).

J. Phys. Chem. Solids.8, 311.

LANDAU L.D. (1930).

Z. Phys.64, 629.

LANDAU L. et LIFCHITZ E. (1966).

"Mécanique quantique" édition MIR

LAMPERT M.A. (1958).

Phys. Rev. Letters 1, 450.

LUTTINGER J.M. et KOHN W. (1955).

Phys. Rev.97, 896.

- MONOZON M.A., ZHILICH A.G. et KHRTUNG E.F. (1981).
Sov. Phys. Sol. Stat. 23, 1358.
- MUNSCHY G. (1967).
J. Physique 28, 307.
- MUNSCHY G. (1972).
Phys. Stat. Sol(b). 53, 377.
- MUNSCHY G. et CARABATOS C. (1973).
Phys. Stat. Sol(b) 57, 523.
- MUNSCHY G. et STEBE B. (1975).
Phys. Stat. Sol(b). 72, 135.
- NIKITINE S. (1959).
Phil. Mag. 4, 1.
- NIKITINE S. (1969).
"Optical Proprieties Of Solids" Nudelman et Mitra
eds Pleunum press, New York.
- PACKARD J.R., CAMPBELL D.A. et TAIT W.C. (1967).
J. Appl. Phys. 38, 5255.
- REYNOLDS D.C., LITTON C.W. et COLLINS T.C. (1967).
Phys. Rev. 156, 881.
- ROTH L., LAX B. et ZWERDLING S. (1959).
Phys. Rev. 114, 90.
- STEBE B. et ELKOMOSS S.G. (1972).
J. Physique. 33, 877.
- STEBE B. et MUNSCHY G. (1973a).
Phys. Stat. Sol(b). 60, 133.
- STEBE B. et MUNSCHY G. (1973b).

"Communication Présentée Au Colloque sur les semi-conducteurs à Grands Gap"

STEBE B. (1977). Thèse D'état

STEBE B. et MUNSCHY G. (1975).

Solid State Commun17, 1051.

STEBE B. et COMTE C. (1977).

Phys. Rev.B15, 3967.

STEBE B. , SAUDER T. , CERTIER M. et COMTE C. (1978).

Solid. State.Commun26, 637.

STEBE B., FEDDI E. et MUNSCHY G. (1986).

J. Phys. C.19, 699.

STEBE B., FEDDI E. et MUNSCHY G. (1987).

Phys. Rev.B35, 4331.

STEBE B., FEDDI E. et MUNSCHY G. (1987).

"Communication présentée a la 7-ème conférence générale de la société européenne de physique section matière condensée, Pise."

THOMAS D.G. et HOPFIELD J.J. (1962).

Phys. Rev.128, 2135.

THOMAS D.G. et RICE T.M. (1977).

Solid State Commun.23, 359.

TIMOFEEV V.B. (1982).

"Excitons", eds RASHBA E.I., STURGE M., North-Holland

WANNIER G. (1937).

Phys. Rev.52, 191.

WILLIS E. et LAMB J.R. (1952).

Phys. Rev.85, 259.

ZHIDKOV A.E. et POKROVSKI Ya.E. (1979).

JETP. Letters30, 468.