



HAL
open science

Programme de calcul des contraintes par la méthode des éléments finis : application au cas d'un cristal dans une matrice isotrope

Marc Chabaud

► To cite this version:

Marc Chabaud. Programme de calcul des contraintes par la méthode des éléments finis : application au cas d'un cristal dans une matrice isotrope. Physique [physics]. Université Paul Verlaine - Metz, 1973. Français. NNT : 1973METZ002S . tel-01775537

HAL Id: tel-01775537

<https://hal.univ-lorraine.fr/tel-01775537v1>

Submitted on 24 Apr 2018

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



AVERTISSEMENT

Ce document est le fruit d'un long travail approuvé par le jury de soutenance et mis à disposition de l'ensemble de la communauté universitaire élargie.

Il est soumis à la propriété intellectuelle de l'auteur. Ceci implique une obligation de citation et de référencement lors de l'utilisation de ce document.

D'autre part, toute contrefaçon, plagiat, reproduction illicite encourt une poursuite pénale.

Contact : ddoc-theses-contact@univ-lorraine.fr

LIENS

Code de la Propriété Intellectuelle. articles L 122. 4

Code de la Propriété Intellectuelle. articles L 335.2- L 335.10

http://www.cfcopies.com/V2/leg/leg_droi.php

<http://www.culture.gouv.fr/culture/infos-pratiques/droits/protection.htm>

THÈSE

S/M₃ - 73/2
2^e ex.

présentée
A L'U.E.R. « SCIENCES EXACTES ET NATURELLES »
DE L'UNIVERSITÉ DE METZ

pour obtenir le titre de
DOCTEUR - INGENIEUR

par

Marc CHABAUD

Assistant à l'I.U.T. de Metz

BIBLIOTHEQUE UNIVERSITAIRE - METZ	
N° inv.	19730065
Cote	S/M ₃ 73/2
Loc	Magasin

PROGRAMME DE CALCUL DES CONTRAINTES PAR LA METHODE DES ELEMENTS FINIS. APPLICATION AU CAS D'UN CRISTAL DANS UNE MATRICE ISOTROPE.

Soutenu le 2 Juin 1973 devant la commission d'examen :

Président : R. BARO

Examineurs : J.D. WEBER

C. CARABATOS

J. GREMILLARD

R. CHALEAT

U N I V E R S I T E D E M E T Z

Président : M. LONCHAMP J.P.

U.E.R. "Sciences Exactes et Naturelles"

Directeur : M. BLOCH J.M.

PROFESSEURS :

- | | |
|-------------------|----------------------|
| - M. LONCHAMP | T.T.P. Physique |
| - M. BARO R. | T. Physique |
| - Mme CAGNIANT D. | P.S.C. Chimie |
| - M. LERAY J. | P.S.C. Physique |
| - M. BLOCH J.M. | T. Chimie |
| - M. PELT J.M. | T. Biologie Végétale |

MAITRES DE CONFERENCES :

- | | |
|-------------------|--------------|
| - M. KLEIM R. | Physique |
| - M. CERTIER M. | Physique |
| - M. CHARLIER A. | Physique |
| - M. TAVARD C. | Physique |
| - M. WEBER J.D. | Mécanique |
| - M. WEIL M. | Mathématique |
| - M. WENDLING E. | Chimie |
| - M. BAUDELET B. | Physique |
| - M. CARABATOS C. | Physique |
| - M. FALLER P. | Chimie |
| - M. JOUANY J.M. | Toxicologie |
| - M. RHIN G. | Mathématique |
| - Mme SEC A. | Mathématique |

MAITRE DE CONFERENCES ASSOCIE :

- | | |
|--------------|--------------|
| - M. YUEN P. | Mathématique |
|--------------|--------------|

CHARGE D'ENSEIGNEMENT :

- | | |
|---------------|--------------|
| - M. MORIN B. | Mathématique |
|---------------|--------------|

A MA FEMME,

A V A N T - P R O P O S

Le présent travail a été réalisé au Laboratoire de Métallurgie Structurale de l'Université de METZ. Je remercie son Directeur, Monsieur le Professeur R. BARO de m'avoir accueilli dans son équipe. Je lui exprime également ma profonde gratitude pour l'aide qu'il m'a apportée et pour l'intérêt qu'il a porté à ce problème.

Je remercie très vivement Messieurs les Professeurs CHALEAT et GREMILLARD, de la Faculté des Sciences de BESANÇON, de leur participation à ce jury.

Mes remerciements vont aussi à Messieurs C. CARABATOS et J. WEBER pour l'intérêt qu'ils ont bien voulu porter à ce travail, leur aide précieuse et leur participation à mon jury.

Que Messieurs QUINTIN, SIMON et PIGNON qui m'ont aidé dans les différents passages-machine, soient remerciés très sincèrement.

Je remercie également Madame ZAYER, Monsieur HENRY, ainsi que toutes les personnes ayant participé à son impression.

ooOoo

TABLE DES MATIERES

	PAGES
INTRODUCTION	1
1 METHODE DES ELEMENTS FINIS	3
11. Principe	3
12. Matrice de rigidité élémentaire	3
13. Matrice de rigidité globale	6
14. Conclusions sur la méthode	6
15. Programme ELF	7
2 APPLICATION AU MONOCRISTAL	12
21. Problème traité	12
22. Méthode	13
23. Résultats	13
231. Résultats en déplacements	13
232. Résultats en contraintes	27
3 CONCLUSIONS	35
ANNEXE 1 - Rappels d'élasticité linéaire isotrope	36
ANNEXE 2 - Calcul de $[M^{-1}]$	38
ANNEXE 3 - Relations contraintes déformations	41
ANNEXE 4 - Matrice de rigidité élémentaire	44
ANNEXE 5 - Programme ELF et utilisation	46
BIBLIOGRAPHIE	60

INTRODUCTION :

Lorsqu'un matériau est soumis à des forces extérieures (forces, pressions ou couples), chaque point de ce matériau subit des déplacements, ce qui engendre des contraintes dans le solide.

Mathématiquement, le problème de la connaissance des déplacements consiste à trouver trois fonctions déplacements $U(x, y, z)$, $V(x, y, z)$ et $W(x, y, z)$. Ces fonctions doivent vérifier les équations aux dérivées partielles de l'élasticité, en respectant les conditions aux limites.

Par exemple, pour un corps homogène, élastique et isotrope, les équations sont (Annexe 1) :

$$(\lambda + \mu) \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} \right) + \mu \Delta u + F_x = 0$$

$$(\lambda + \mu) \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} \right) + \mu \Delta v + F_y = 0$$

$$(\lambda + \mu) \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} \right) + \mu \Delta w + F_z = 0$$

λ et μ étant les coefficients de Lamé du matériau
 Δ désignant le Laplacien des fonctions déplacements
 F_i étant les composantes des forces de volume.

La formulation du problème général est donc relativement simple, mais il n'existe pas de méthode analytique générale permettant la résolution de ces équations, compte tenu des conditions aux limites.

C'est pourquoi, lors de l'étude mécanique des cristaux constitutifs d'un polycristal, on est habituellement conduit à faire des hypothèses simplificatrices, afin de pouvoir intégrer ces équations. Ainsi, on a pu déterminer la solution analytique pour un cristal ellipsoïdal isotrope dans une matrice isotrope (9), pour un grain ellipsoïdal anisotrope dans une matrice isotrope (10), ainsi que pour un grain ellipsoïdal anisotrope dans une matrice anisotrope (11).

L'apparition des ordinateurs a ouvert la voie à d'autres méthodes qui permettent soit la résolution numérique des équations (méthode des différences finies), soit le calcul direct des déplacements (méthode des éléments finis).

Nous nous sommes donc proposés, dans le cadre du Laboratoire de Métallurgie Structurale, de développer une méthode d'éléments finis permettant de calculer les déplacements, les contraintes et les déformations dans une pièce de forme et de chargement quelconques, quelles que soient les caractéristiques mécaniques des matériaux.

Nous avons appliqué cette méthode au calcul de l'influence mécanique d'un monocristal de symétrie cubique dans une matrice isotrope en déformation plane élastique.

1 - METHODE DES ELEMENTS FINIS

11. Principe

La méthode des éléments finis, introduite par ARGYRIS (8) et ZIENKIEWICZ (6), consiste à choisir arbitrairement des fonctions déplacements définies sur des domaines suffisamment petits pour que l'approximation des déplacements réels soit valable. Le choix de ces fonctions implique une forme particulière pour les domaines et les forces appliquées sur leurs frontières. On réalise ensuite l'assemblage des domaines de façon à reconstituer l'échantillon initial. On obtient ainsi un système d'équations linéaires reliant les forces et les déplacements. Il suffit alors de résoudre ce système pour trouver les paramètres des fonctions déplacements.

Prenons le cas d'un problème plan, et choisissons une fonction déplacement linéaire :

$$\left[\begin{array}{l} U(x,y) = A_0 + A_1x + A_2y \\ V(x,y) = B_0 + B_1x + B_2y \end{array} \right. \quad \text{(Relation 1.1)}$$

$A_0, A_1, A_2, B_0, B_1, B_2$ sont des constantes inconnues.

12. Matrice de rigidité élémentaire

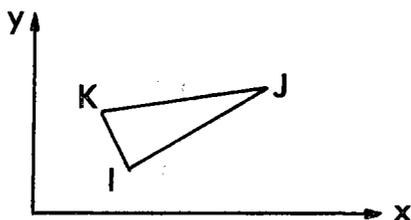
Un triangle possédant 6 degrés de liberté dans le plan et la fonction choisie 6 inconnues ($A_0, A_1, A_2, B_0, B_1, B_2$), il semble logique de choisir, comme domaine de validité de la fonction, un triangle. On peut vérifier que cette fonction appliquée à domaine triangulaire linéaire, assure la continuité du milieu.

L'apparition des ordinateurs a ouvert la voie à d'autres méthodes qui permettent soit la résolution numérique des équations (méthode des différences finies), soit le calcul direct des déplacements (méthode des éléments finis).

Nous nous sommes donc proposés, dans le cadre du Laboratoire de Métallurgie Structurale, de développer une méthode d'éléments finis permettant de calculer les déplacements, les contraintes et les déformations dans une pièce de forme et de chargement quelconques, quelles que soient les caractéristiques mécaniques des matériaux.

Nous avons appliqué cette méthode au calcul de l'influence mécanique d'un monocristal de symétrie cubique dans une matrice isotrope en déformation plane élastique.

On obtient pour un triangle IJK



$$\begin{bmatrix} U_I \\ V_I \\ U_J \\ V_J \\ U_K \\ V_K \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & x_i & y_i & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & x_i & y_i \\ 1 & x_j & y_j & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & x_j & y_j \\ 1 & x_k & y_k & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & x_k & y_k \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_0 \\ A_1 \\ A_2 \\ B_0 \\ B_1 \\ B_2 \end{bmatrix}$$

$$[U] = [M] [A] \quad \text{(Relation 1.2)}$$

En dérivant la relation 1.1, on obtient les déformations (Annexe 1)

$$\begin{bmatrix} \epsilon_{xx} \\ \epsilon_{yy} \\ \gamma_{xy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \times [A_0 \ A_1 \ A_2 \ B_0 \ B_1 \ B_2]^t$$

$$\text{où} \begin{cases} \epsilon_{xx} & = & \frac{\partial u}{\partial x} \\ \epsilon_{yy} & = & \frac{\partial u}{\partial y} \\ \gamma_{xy} & = & \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial u}{\partial x} \end{cases}$$

$$[\epsilon] = [B] [A] \quad \text{Relation 1.3}$$

La théorie de l'élasticité linéaire nous donne (Annexe 3)

$$[\sigma] = [T] [\varepsilon] \quad (\text{Relation 1.4})$$

avec $[\sigma] = [\sigma_{xx} \quad \sigma_{yy} \quad \sigma_{xy}]^t =$ matrice des contraintes

et $[T] =$ matrice d'élasticité

d'où, en tenant compte des relations 1.4, 1.3 et 1.2 :

$$[\sigma] = [T] [B] [M^{-1}] [U] \quad (\text{Relation 1.5})$$

Le lecteur trouvera en annexe 2, le calcul de $[M^{-1}]$

En appliquant le théorème des travaux virtuels, on peut lier les forces aux sommets du triangle, à leurs déplacements $[U]$ (Annexe 4) on trouve :

$$[F] = S [M^{-1}]^t [B]^t [T] [B] [M^{-1}] [U]$$

$$\text{avec } [F] = [F_{Ix} \quad F_{Iy} \quad F_{Jx} \quad F_{Jy} \quad F_{Kx} \quad F_{Ky}]^t$$

$S =$ aire du triangle

soit :

$$[F] = [K_e] [U] \quad (\text{Relation 1.6})$$

Par analogie avec un ressort, $[K_e]$ est appelée matrice de rigidité élémentaire du triangle.

13. Matrice de rigidité globale

Nous décrivons ici la méthode des forces ; on pourrait également imposer que les déplacements aux noeuds soient identiques pour 2 éléments voisins, et minimiser l'énergie élastique du système, ce qui est la méthode des déplacements. Les 2 méthodes sont équivalentes. On fait donc la somme en chaque noeud du système des forces provenant des éléments adjacents. La somme d'équations linéaires étant une équation linéaire, on peut écrire une relation de la forme :

$$[F] = [K] [U] \quad (\text{Relation 1.7})$$

$[K]$ est appelée matrice de rigidité globale du système = $\sum [K_e]$

En général $[F]$ est connue, \vec{F}_i est égal soit à zéro, soit aux :

- forces extérieures appliquées,
- forces de volume, s'il en existe.

on peut de même tenir compte des conditions aux limites sur $[U]$.

Il suffit donc de résoudre le système (1-7) pour trouver $[U]$; en appliquant les relations (1-2), (2-3) et (2-4) on détermine $[\epsilon]$ et $[\sigma]$

14. Conclusions sur la méthode des éléments finis

La méthode permet donc de calculer les déplacements, les contraintes et les déformations pour tout système dont on connaît les conditions aux limites.

La fonction déplacement choisie doit approximer convenablement la réalité (ce qui est vrai sur un domaine infiniment petit), et par conséquent, dans une région à fort gradient de contrainte, il faut prendre un grand nombre d'éléments ; On voit apparaître la limite pratique de la méthode car la dimension de la matrice de rigidité globale est de $2N \times 2N$

(N étant le nombre de noeuds) pour un problème plan, ($3N \times 3N$ pour un problème tridimensionnel), et la précision de l'ordinateur utilisé sont incompatibles avec un trop grand nombre d'éléments.

15. Programme ELF

Le programme que nous avons réalisé répond aux critères suivants :

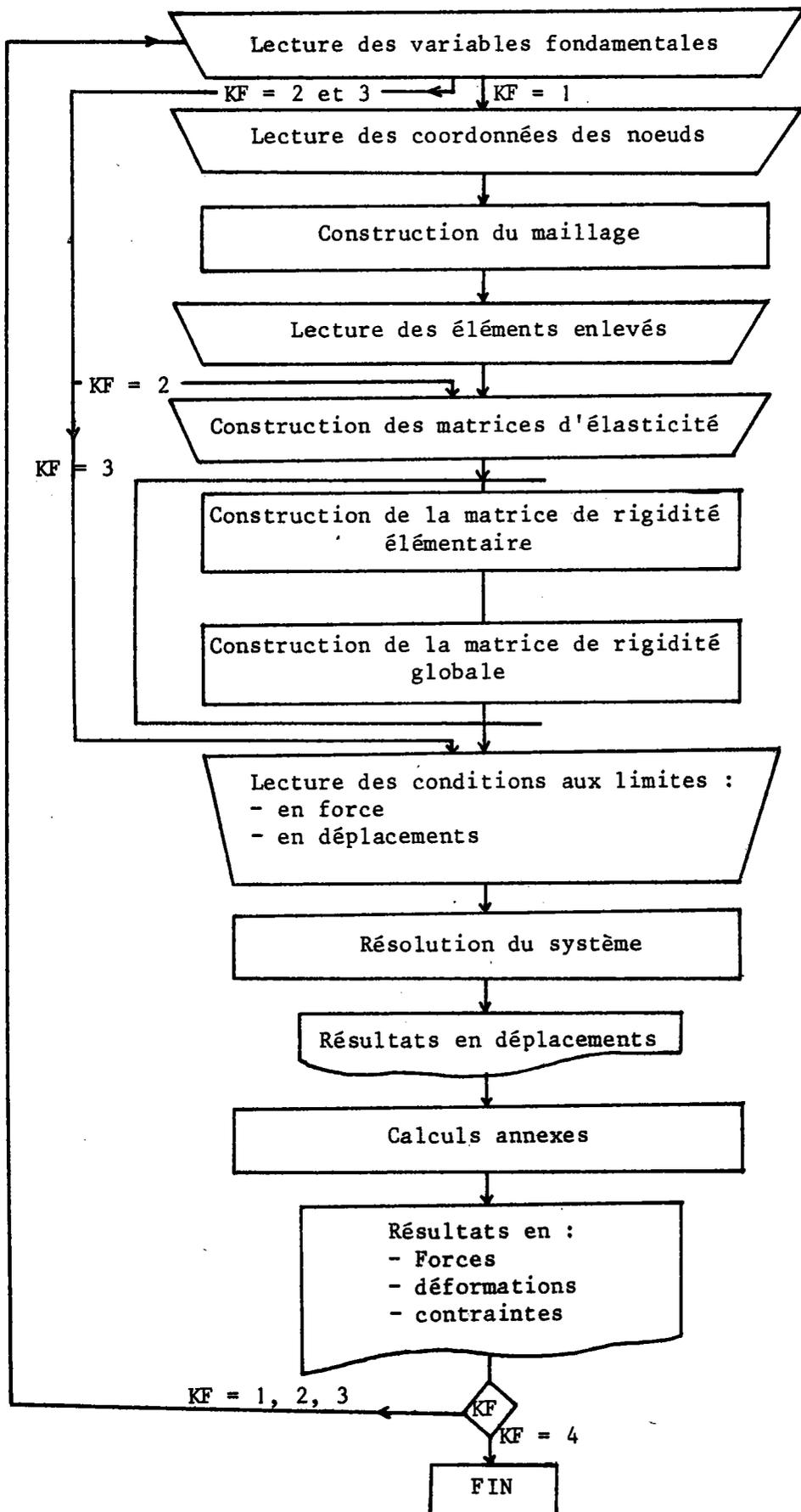
- 1) Afin de pouvoir traiter les agrégats, les matrices d'élasticité de chaque élément sont stockées (en mémoire centrale).
- 2) Dans un intérêt pédagogique, le traitement doit être possible sur un petit ordinateur (ex. I.B.M. 1130) avec un faible nombre de points (possibilité de découpage en phases et langage simple).

Il a été écrit en FORTRAN IV

151 Ordinogramme du programme ELF

voir page suivante

Le programme ELF est donné en annexe 5

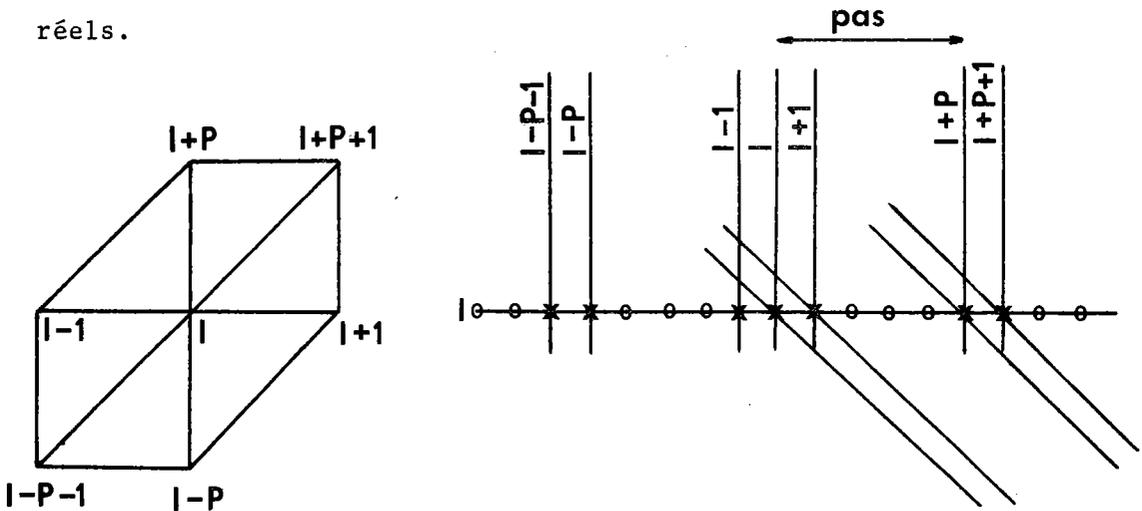


152 Remarques sur la programmation

1) Réduction de la matrice de rigidité globale -

La taille théorique est $2N \times 2N$, il serait donc impossible de traiter ne serait-ce que 500 points, ce qui entrainerait un stockage de 10^6 nombres réels.

Un algorithme (4) permet de réduire fortement cette dimension. En effet, si l'on impose un pas P dans la numérotation des noeuds, c'est-à-dire que les 6 points adjacents d'un point I ont toujours les mêmes indices, la matrice de rigidité globale n'a que 7 diagonales non nulles. De plus, elle est symétrique (théorème de Maxwell-Betti) ; Il suffit donc de conserver 4 diagonales de la matrice. Un terme non nul étant une sous-matrice 2×2 , on ne stocke donc que $16 N$ nombres réels.



Le mode de stockage choisi est une matrice RIGLO (I1, I2, I3)

- I1 indice du noeud (de 1 à N)
- I2 indice de la diagonale non nulle (de 1 à 4)
- I3 indice des éléments de la sous-matrice (de 1 à 4)

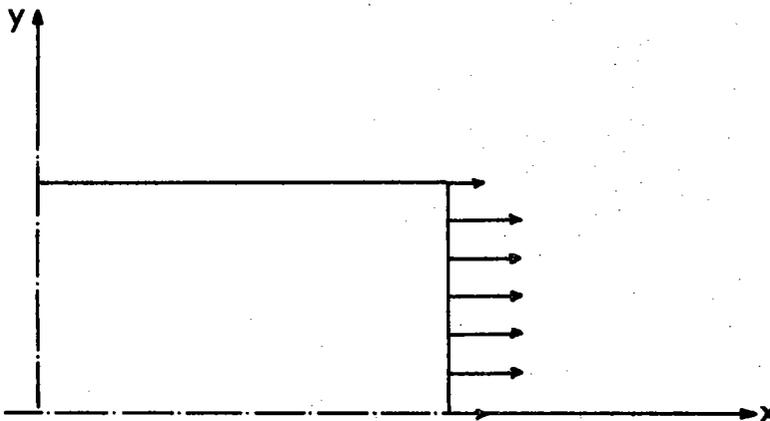
Ces deux algorithmes permettent donc de ne stocker que 16 N Nombres réels au lieu de $4 N^2$. Ce sont eux qui permettent la réalisation pratique de cette méthode.

2) Résultat du système :

Dans le but de réduire la taille mémoire, nécessaire pour le programme, nous avons utilisé une méthode itérative afin de résoudre ce système. Nous avons choisi la méthode de Gauss-Seidel avec surrelaxation (7). Cette méthode nous a toujours donné satisfaction avec un coefficient de surrelaxation de l'ordre de 1,5.

153 Test du programme

Le programme a été contrôlé sur des problèmes dont on connaît la solution analytique, en particulier un test a été effectué sur une éprouvette soumise à une traction simple en état plan de contrainte.



Le maillage est de [121 points, 200 triangles]

L'état de contrainte théorique est : [1, 0, 0] daN/mm²

Le calcul a donné, en précision standard, la solution analytique à 0,5 % près (0,995 au lieu de 1).

Le temps de calcul, sur UNIVAC 1108 est de 2 mn y compris la compilation (traduction de programme en langage binaire) et les calculs annexes.

On voit donc que la méthode des éléments finis permet un calcul précis des contraintes dans une pièce dont on connaît les conditions aux limites en forces et en déplacements.

2 - APPLICATION DU MONOCRISTAL

21. Problème traité

Nous avons appliqué le modèle des éléments finis au calcul du champ des déplacements et des contraintes pour un monocristal de cuivre de forme carrée situé dans une matrice isotrope également de cuivre. (figure 1).

Les valeurs des constantes élastiques sont extraites de (12). Elles ont pour valeurs :

Cu isotrope :

$$C_{11} = 20\ 000 \text{ daN/mm}^2$$

$$C_{12} = 10\ 800 \text{ daN/mm}^2$$

$$C_{44} = 4\ 600 \text{ daN/mm}^2 \quad (= \frac{1}{2} (C_{11} - C_{12}))$$

Cu monocristal dans ses axes cristallins

$$C_{11} = 16\ 905 \text{ daN/mm}^2$$

$$C_{12} = 12\ 193 \text{ daN/mm}^2$$

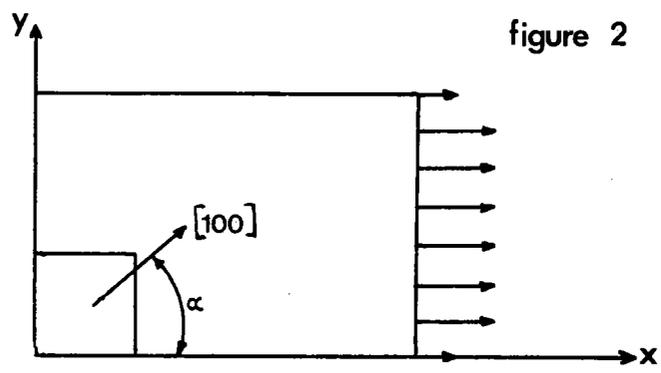
$$C_{44} = 7\ 550 \text{ daN/mm}^2$$

avec $[T_0] =$
$$\begin{bmatrix} C_{11} & & & & & \\ C_{12} & C_{11} & & & & \\ C_{12} & C_{12} & C_{11} & & & \\ 0 & 0 & 0 & C_{44} & & \\ 0 & 0 & 0 & 0 & C_{44} & \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & C_{44} \end{bmatrix}$$

$[T_0]$ est la matrice d'élasticité dans les axes cristallographiques

Le calcul a été fait en déformation plane, afin de traiter une tranche d'un problème tridimensionnel.

Nous avons étudié l'influence sur les déplacements et les contraintes de l'orientation de l'axe $[100]$ du monocristal dans le plan de la figure par rapport à l'axe de traction (angle α)



22. Méthode

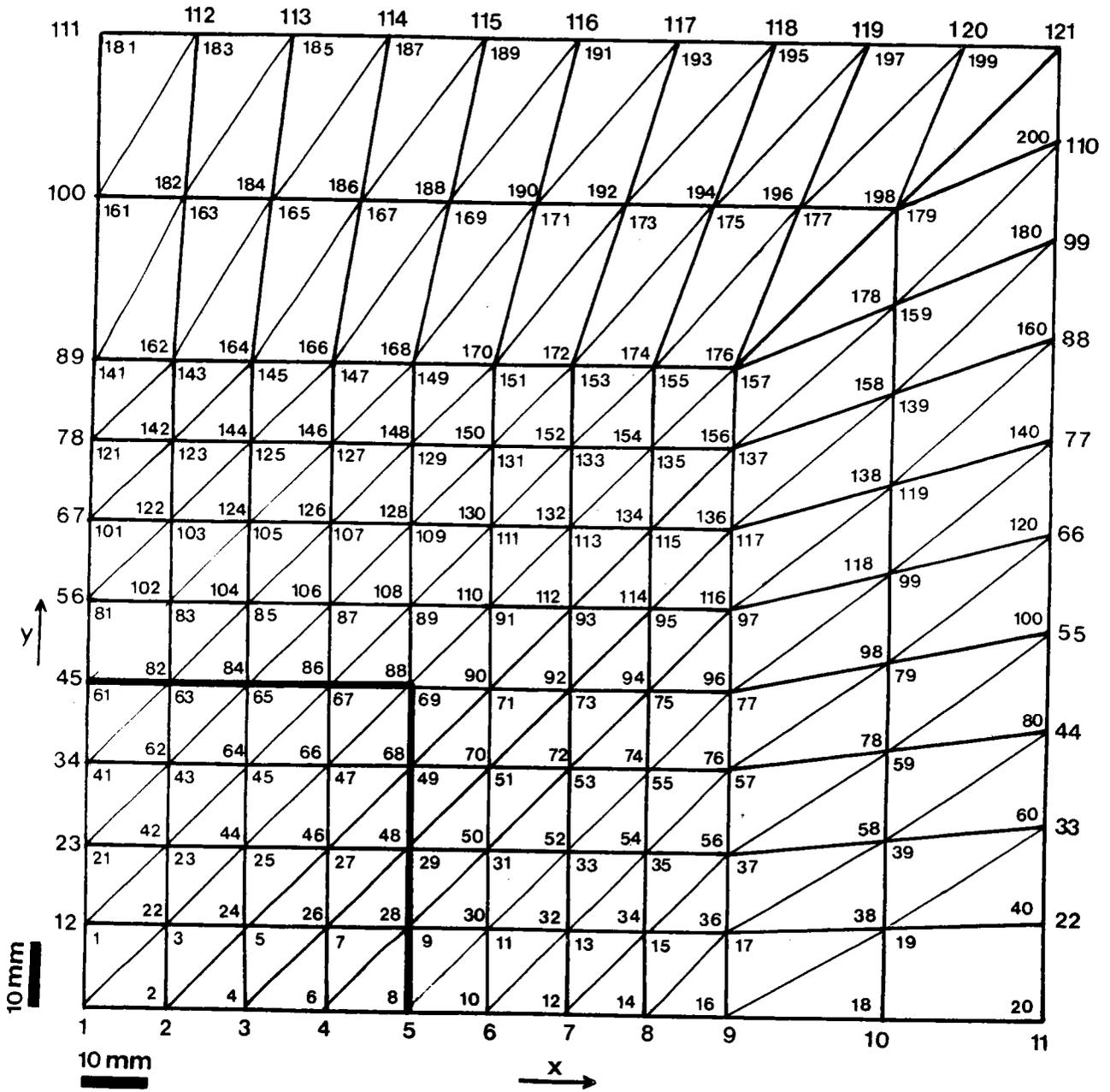
Le calcul a été fait par la méthode des éléments finis. Le maillage est de 121 points et de 200 triangles. Le cristal comporte 32 éléments (figure 1)

Un sous-programme a calculé les matrices d'élasticité dans les nouveaux axes du monocristal pour les différentes valeurs de α (figure 2).

23. Résultats

231 Résultats en déplacements

- 1) Nous constatons que le déplacement suivant l'axe des x (u) ne varie pas linéairement en fonction de l'abscisse x. (figure 3)
Nous voyons que la courbe s'éloigne progressivement de la droite obtenue.



Maillage utilise

FIGURE I

X_{mm}	$U_{\text{isotrope}} \times 10^3$ mm	$U_{\alpha = 0} \times 10^3$ mm
0	0	0
12,5	0,583	0,722
25	1,165	1,461
37,5	1,750	2,230
50	2,343	3,052
62,5	2,953	3,659
75	3,587	4,261
87,5	4,253	4,888
100	4,949	5,548
125	5,962	6,491

TABLEAU n° 1

Déplacement U en fonction de l'abscisse X pour Y = 0

voir figure 3.

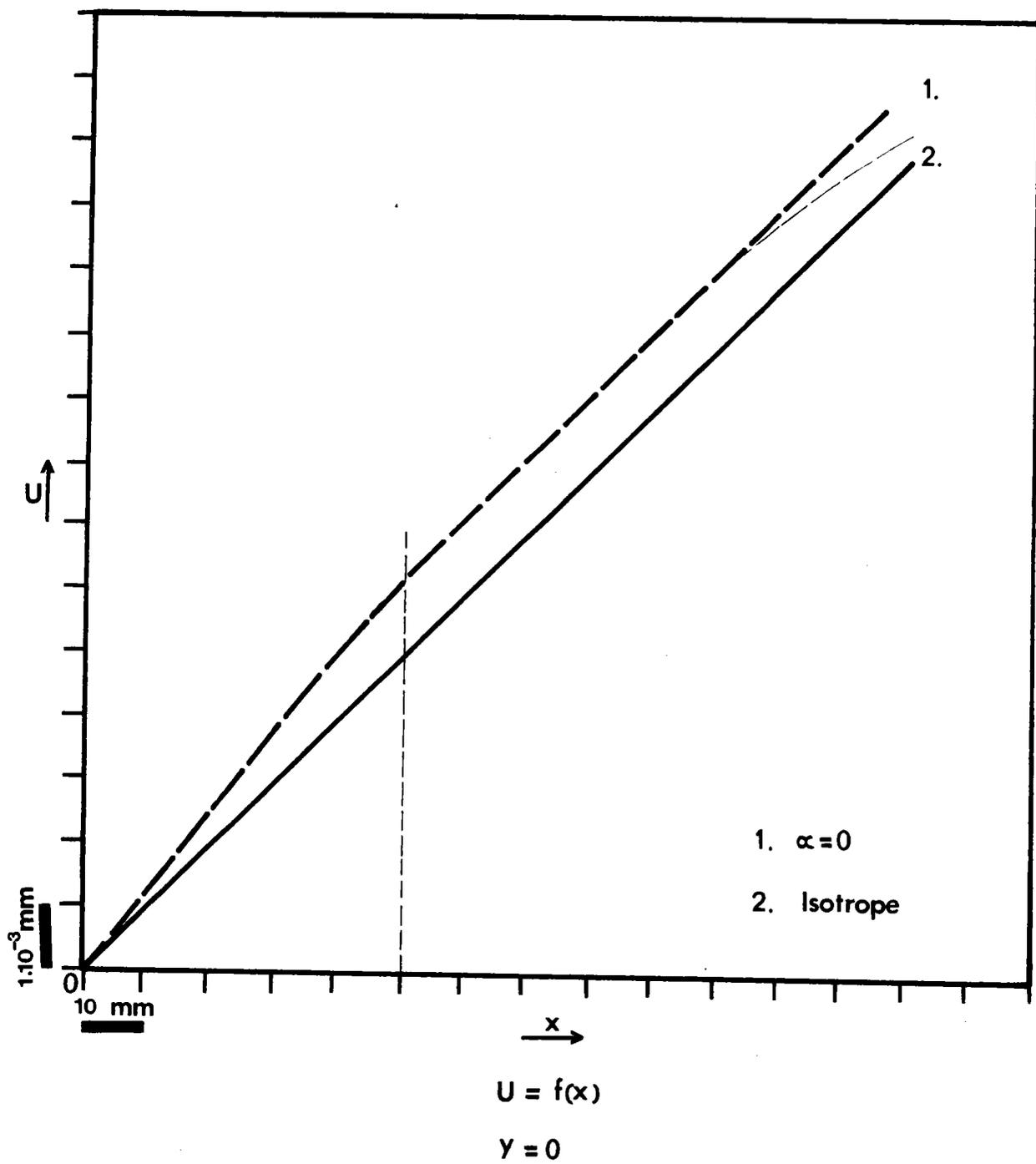


FIGURE 3

dans le cas isotrope jusqu'au franchissement du joint de grain ; ensuite la courbe se linéarise parallèlement à la droite. La dérivée première du déplacement par rapport à l'abscisse (ϵ_{xx}) sera donc constante à l'extérieur immédiat du cristal.

- 2) Si l'on trace la différence des déplacements entre le cas isotrope et le cas anisotrope en fonction de l'ordonnée y (figure 4), nous voyons que les dérivées premières présentent une discontinuité au passage du joint de grain, et que ces différences s'annulent à une distance du monocristal de l'ordre de grandeur de ses dimensions.
- 3) Si l'on trace par un point donné, le déplacement en fonction de la position de l'axe $[100]$ dans le plan de la figure, nous voyons (figure 5) que le déplacement varie sinusoïdalement en fonction de α . Le phénomène est très important puisque l'on trouve des variations de 80 % de la valeur moyenne.

$$U = U_0 + A_1 \cos (\lambda \alpha + \gamma_1)$$

$$V = V_0 + A_2 \cos (\lambda \alpha + \gamma_2)$$

A l'aide d'une méthode de moindres carrés non linéaires, nous avons déterminé les valeurs des paramètres pour différents points. Si l'on porte ces valeurs, pour des points ayant même ordonnée, en fonction de l'abscisse des points (figure 6) nous constatons que :

- U_0 est linéaire et proche des valeurs de U dans le cas isotrope,
- γ est décroissant, au début linéairement, et ensuite plus lentement après le passage du joint de grain,
- A est tout d'abord croissant, passe par un maximum au passage du joint de grain, et ensuite décroît,

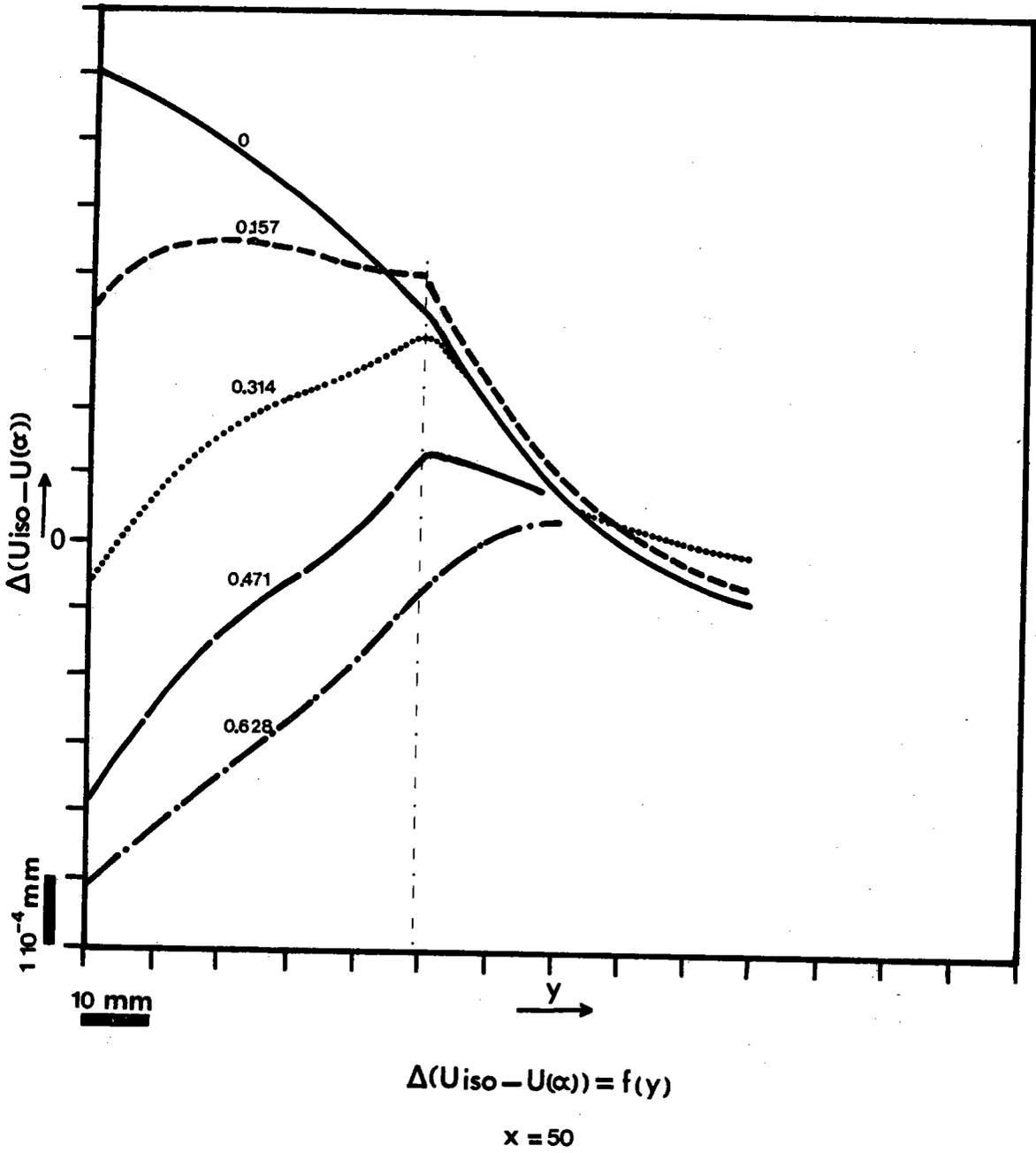


FIGURE 4

α radian	$U_{(3)} \times 10^3$ mm	$U_{(5)} \times 10^3$ mm	$U_{(9)} \times 10^3$ mm
0	1,461	3,052	5,548
0,157	1,201	2,693	5,369
0,314	0,954	2,283	5,090
0,471	0,799	1,962	4,819
0,628	0,787	1,837	4,654
0,785	0,929	1,954	4,650
0,942	1,190	2,295	4,809
1,1	1,475	2,749	5,086
1,257	1,653	3,113	5,375
1,414	1,641	3,223	5,554
1,57	1,461	3,052	5,548

TABLEAU n° 2

Déplacement U en fonction de α .

$$Y = 0$$

voir figure 5.

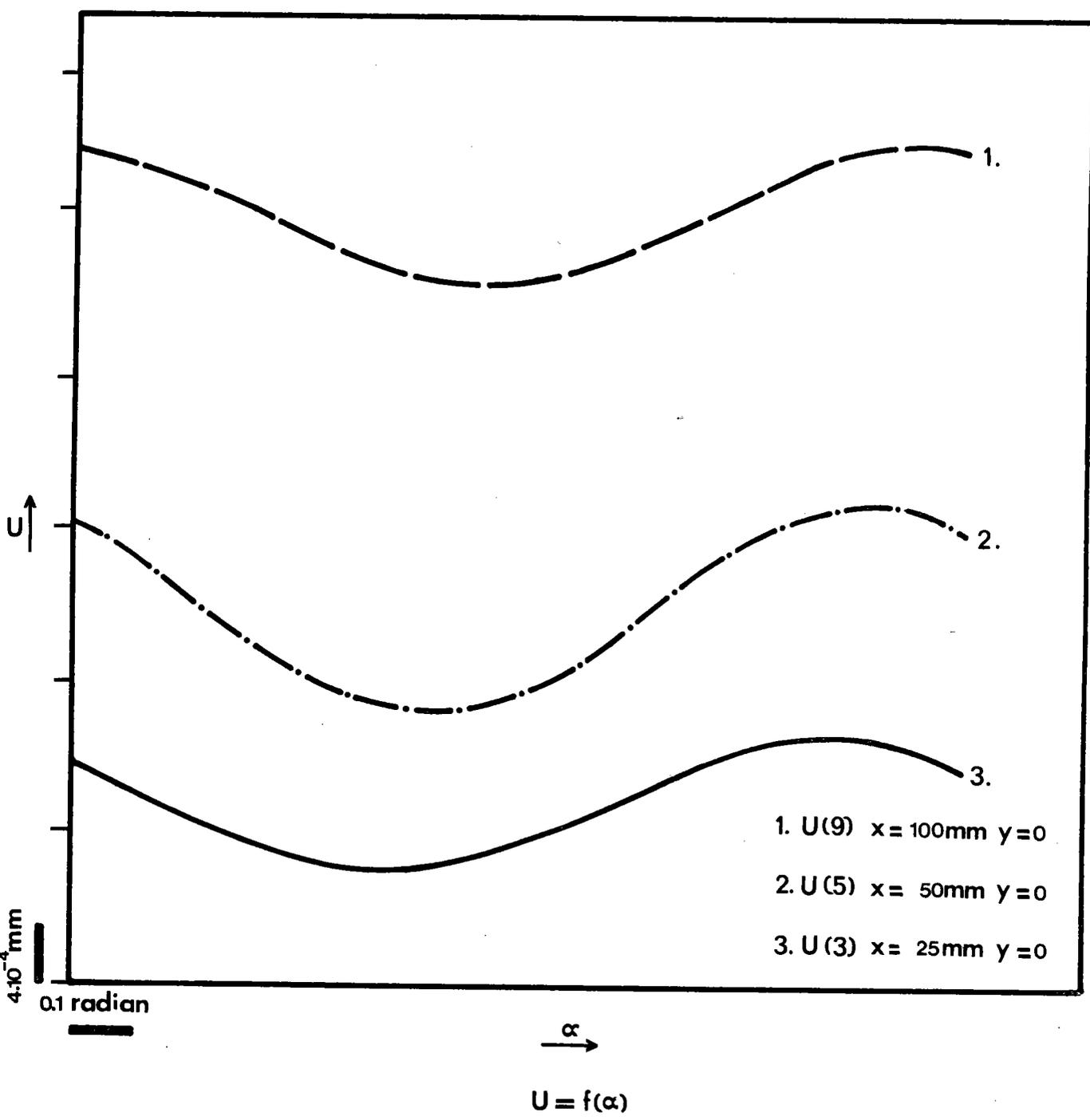
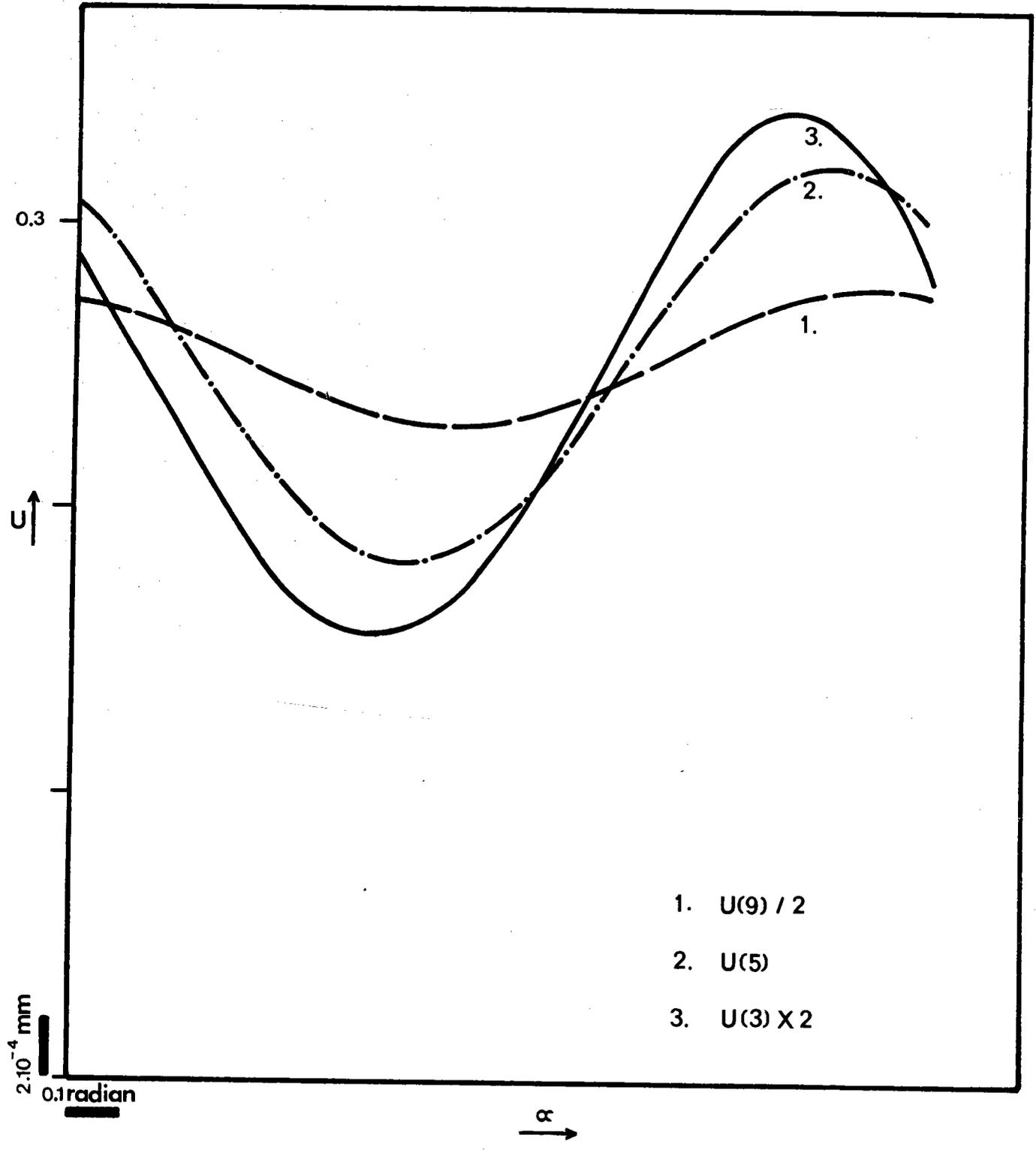


FIGURE 5



$U=f(\alpha)$

FIGURE 5bis

X	$U_o \frac{\text{mm}}{y} 10^3$	$A_{\text{mm}} y 10^4$	radian
12,5	0,603	2,615	1,049
25	1,208	4,496	0,934
37,5	1,833	5,831	0,789
50	2,516	6,944	0,656
62,5	3,129	6,170	0,520
75	3,754	5,569	0,423
87,5	4,408	5,093	0,355
100	5,095	4,730	0,311
125	6,090	4,140	0,280

TABLEAU n° 3

U_o , A et en fonction de X

y = 6 mm

voir figure 6.

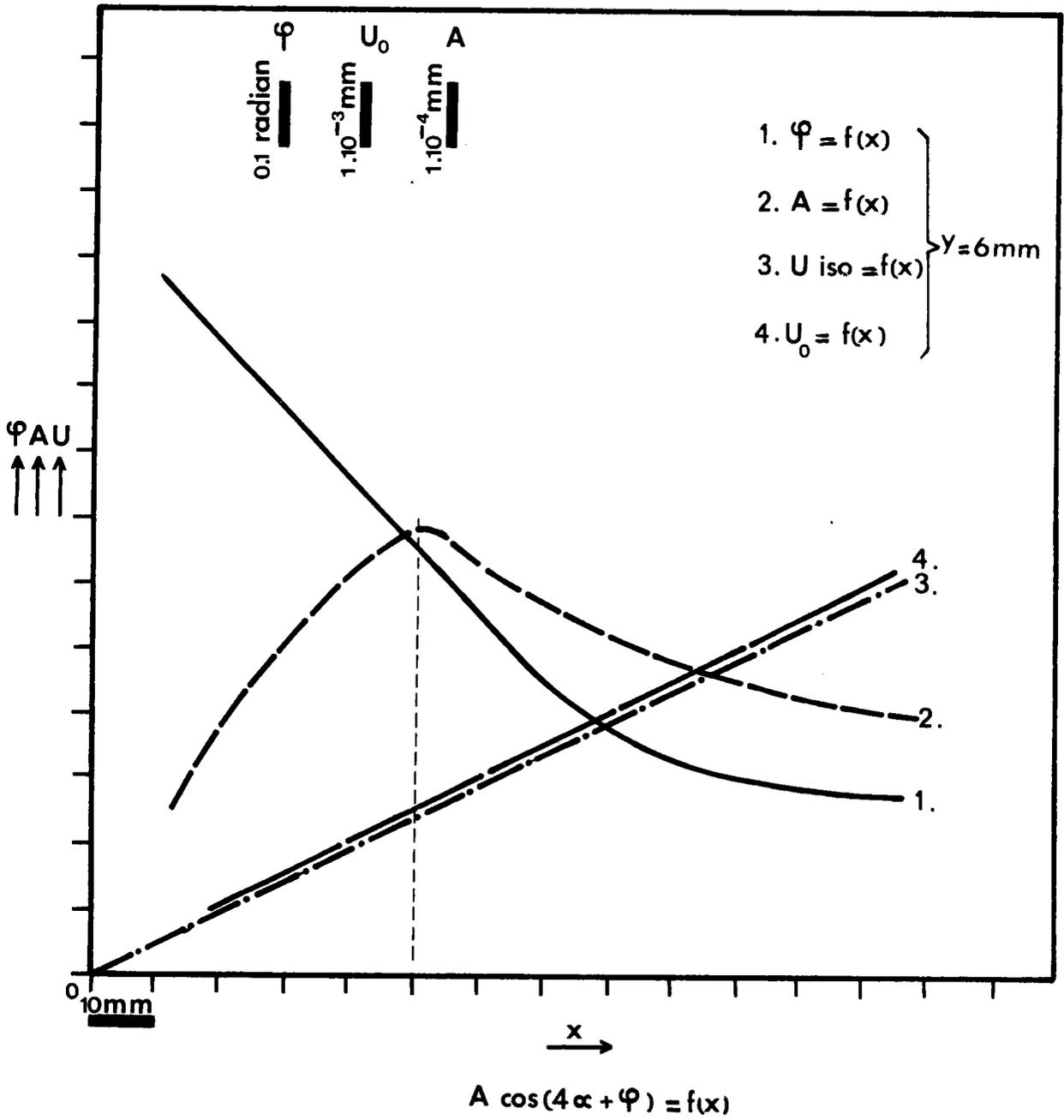


FIGURE 6

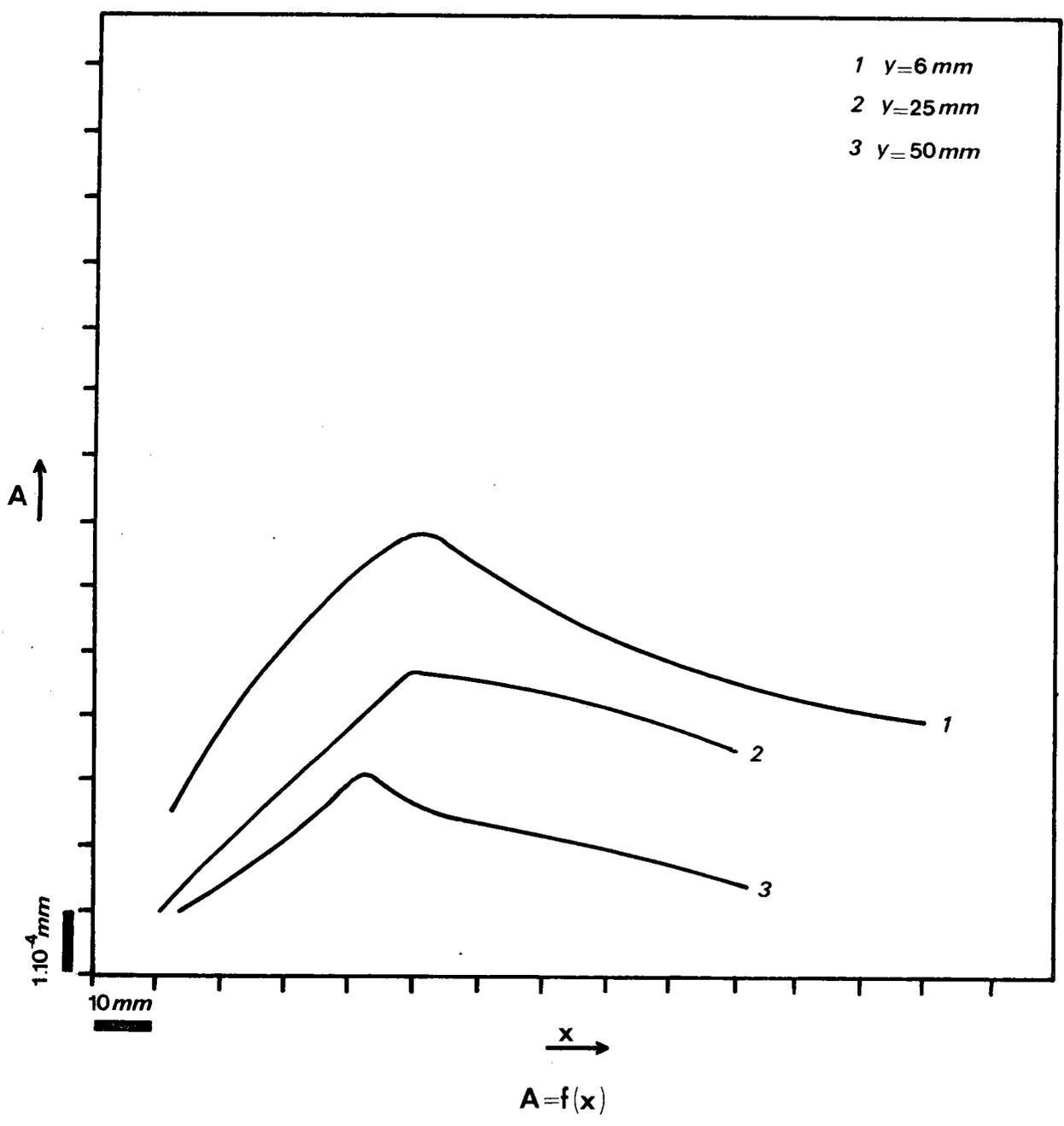


FIGURE 6.1

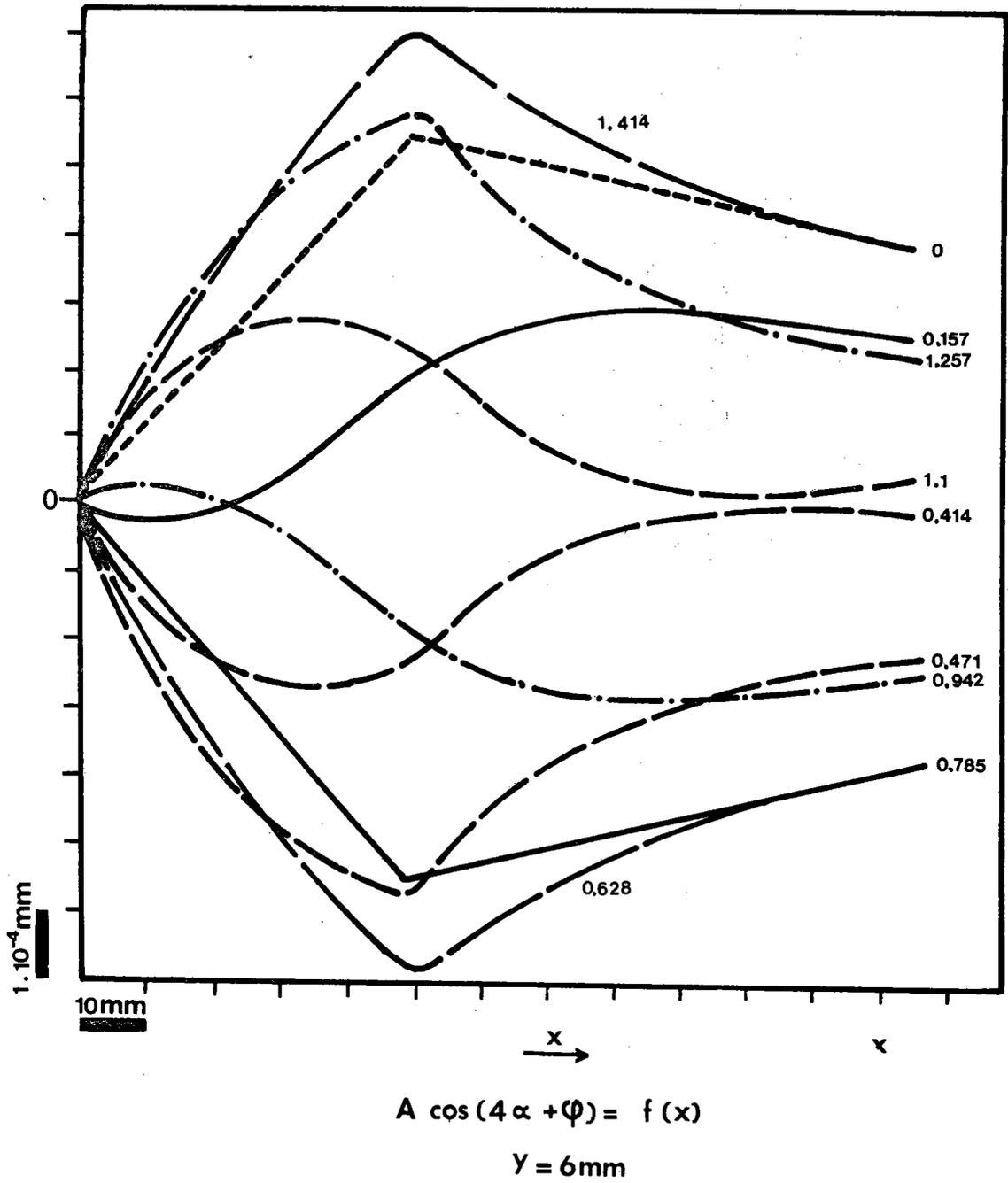
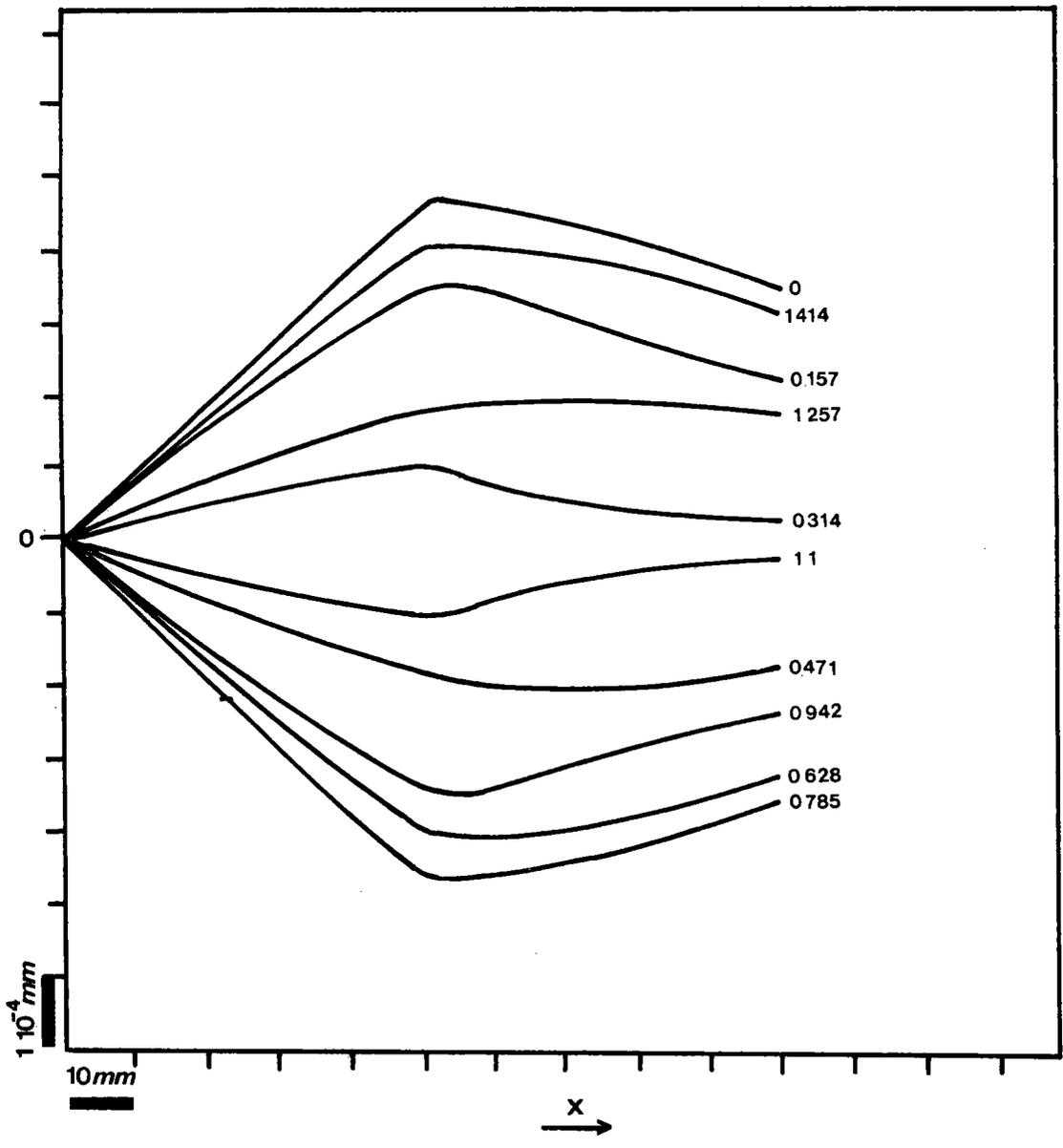


FIGURE 6.2



$$A \cos(4\alpha + \varphi) = f(x)$$

$$y = 25\text{mm}$$

FIGURE 6.3

- on retrouve l'importance du joint de grain si l'on trace (figure 6 bis) $A \cos (4\alpha + \gamma)$ en fonction de l'abscisse x ,
- nous avons toujours trouvé $\lambda = 4$, ce qui est logique car une rotation de $\frac{\pi}{2}$ transforme l'axe $[100]$ en $[010]$ qui lui est équivalent.

232 Résultats en contraintes

Les résultats trouvés pour les déplacements sont transposables pour les contraintes.

- 1) Les contraintes ne sont pas constantes dans l'échantillon.
- 2) Pour un point donné, les contraintes varient sinusoidalement en fonction de α (figure 7).
- 3) De plus, si l'on trace la variation de la différence des contraintes principales, à ordonnée constante, en fonction de l'abscisse (figure 8), ce qui est un critère de résistance généralement adapté puisque c'est le double du cisaillement maximum, on constate que :
 - les courbes présentent un maximum au voisinage du joint de grain ; le joint de grain est donc la zone la plus sollicitée.
 - les différences s'annulent à une distance du monocristal de l'ordre de grandeur de ses dimensions.
- 4) Nous avons également tracé les isochromes, courbes d'égales différences des contraintes principales (figures 9, 10 et 11). Nous constatons une continuité dans les figures, mais nous n'avons pu en tirer une loi générale. Ceci est probablement dû à la complexité du phénomène et en particulier à la non linéarité des paramètres A et ψ .

α radian	$\sigma_{(7-8)}$ daN/mm ²	$\sigma_{(3-4)}$ daN/mm ²	$\sigma_{(13-14)}$ daN/mm ²
0	0,582	0,519	0,611
0,157	0,635	0,485	0,697
0,314	0,694	0,496	0,829
0,471	0,743	0,549	0,965
0,628	0,772	0,634	1,050
0,785	0,772	0,726	1,044
0,942	0,728	0,782	0,944
1,1	0,651	0,765	0,792
1,257	0,583	0,686	0,659
1,414	0,558	0,592	0,596
1,57	0,582	0,519	0,611

TABLEAU n° 4

Contraintes σ_{xx} en fonction de α .

$y = 6$ mm

voir figure 7.

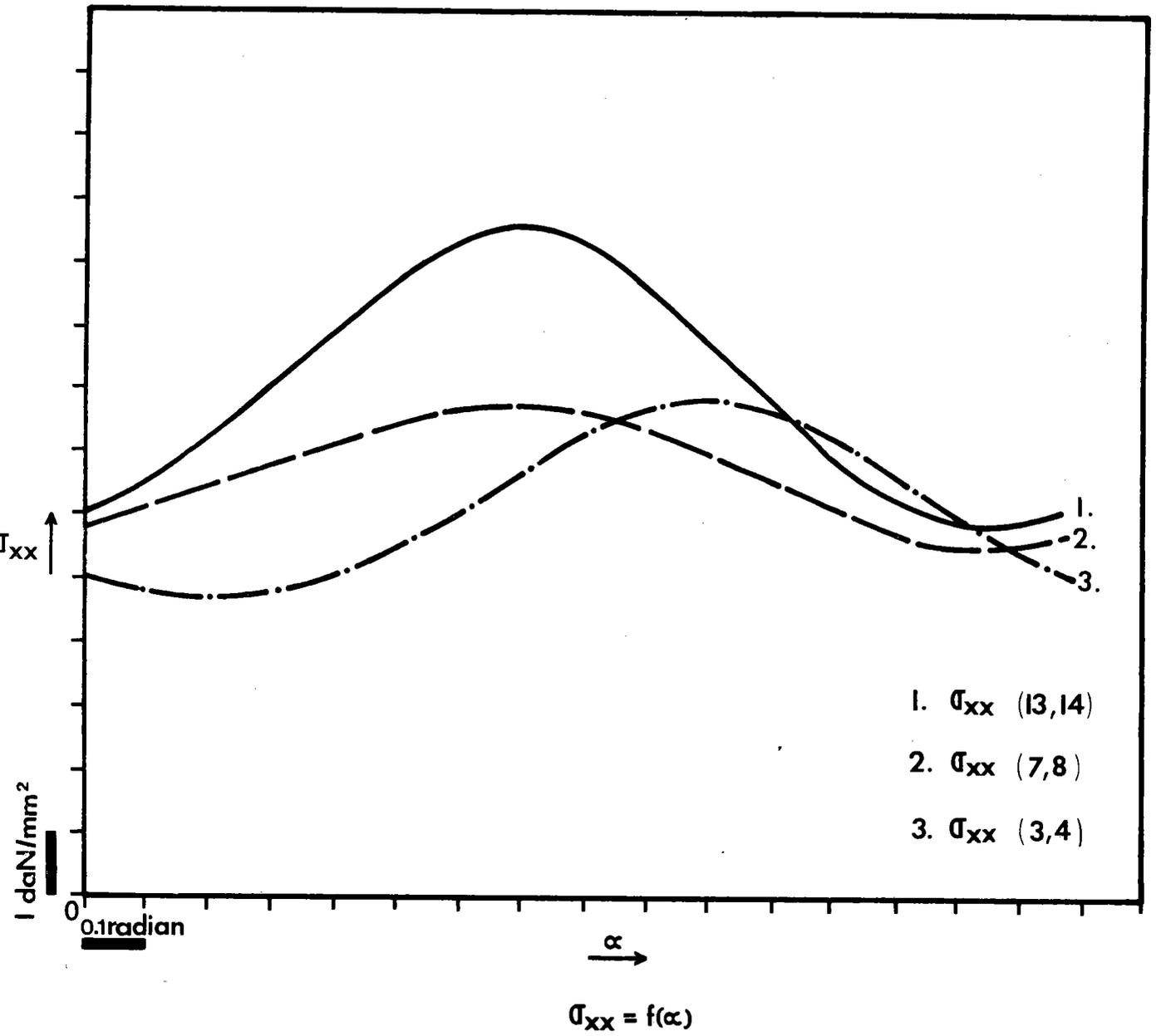


FIGURE 7

$$\Delta (\sigma_1 - \sigma_2) \quad \alpha = 0$$

daN/mm²

X _{mm}	y = 6,25 _{mm}	y = 32 mm
6,25	0,198	0,142
18,75	0,184	0,157
31,25	0,161	0,154
43,75	0,128	0,104
56,25	0,233	0,189
68,75	0,261	0,012
81,25	0,223	- 0,020
93,75	0,125	- 0,041
112,5	0	- 0,084

TABLEAU n° 5

Variation de la différence des contraintes principales
en fonction de x.

voir figure 8.

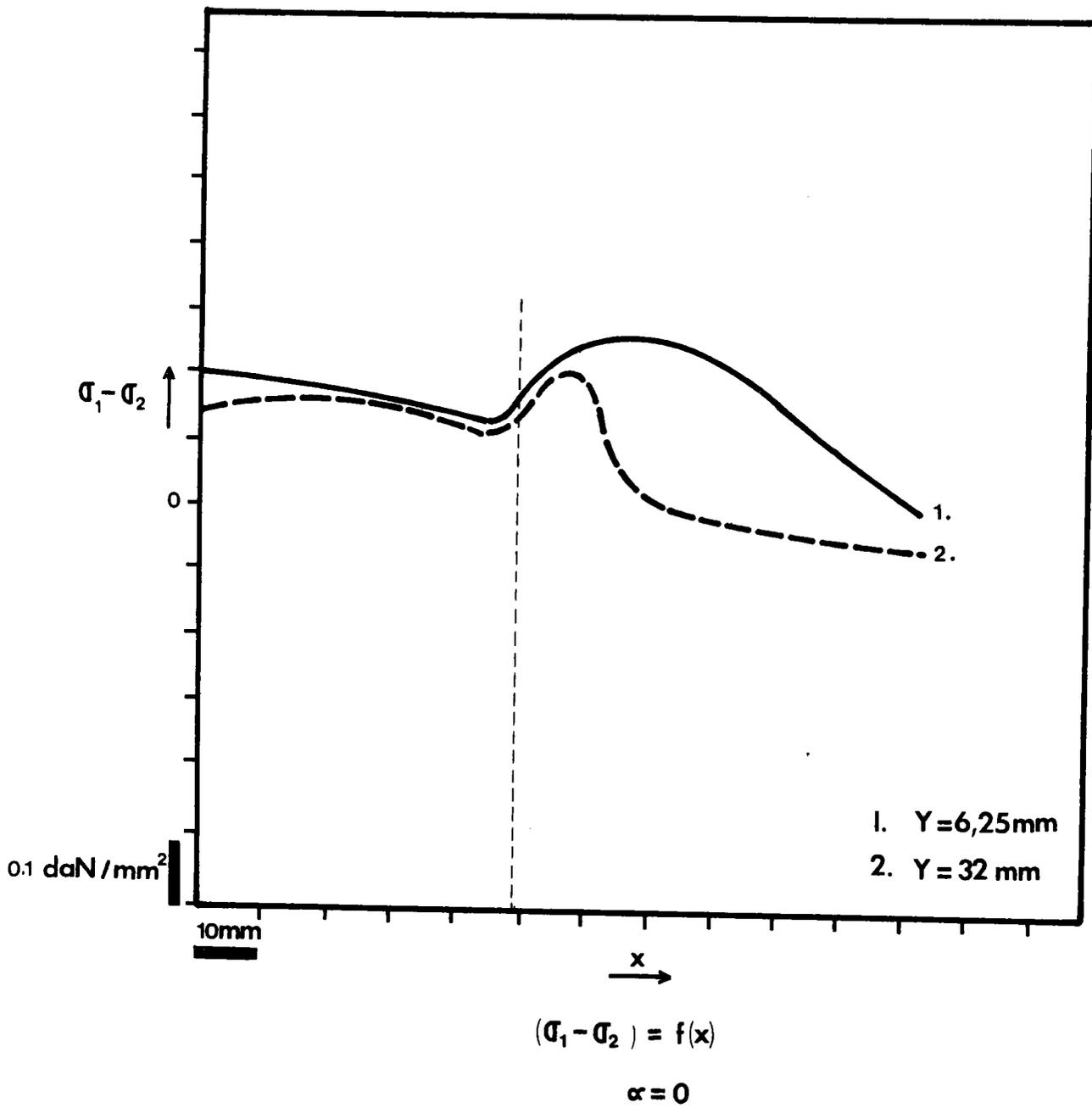
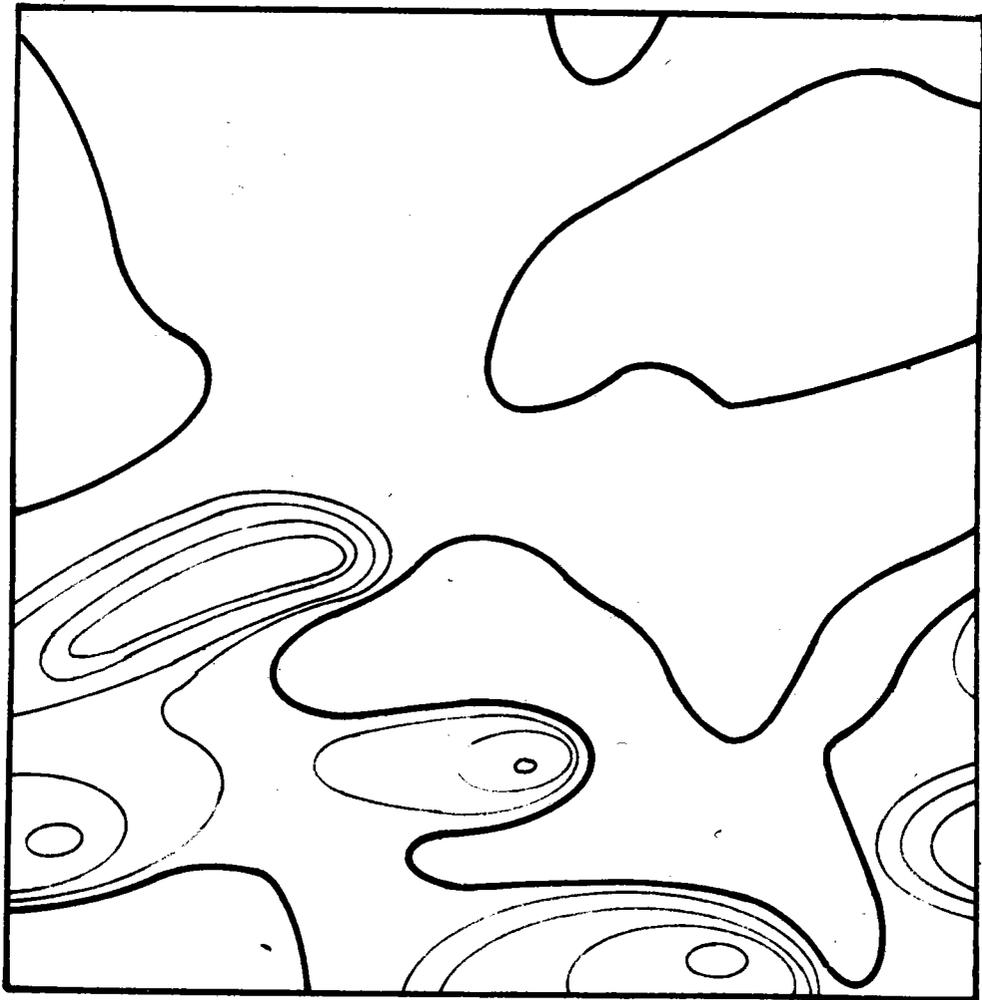


FIGURE 8

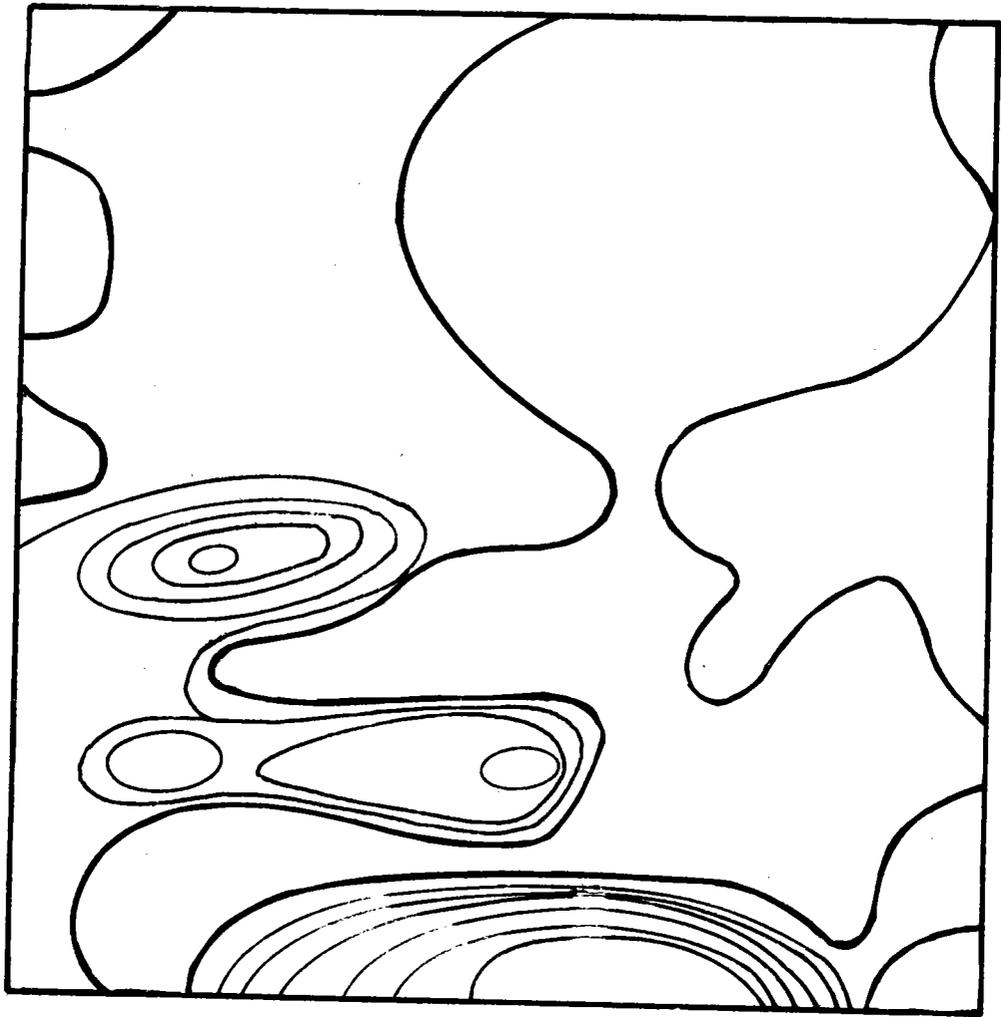


— 1
— +0.05

ISOCHROMES THEORIQUES

$\alpha = 0.314$

FIGURE 9

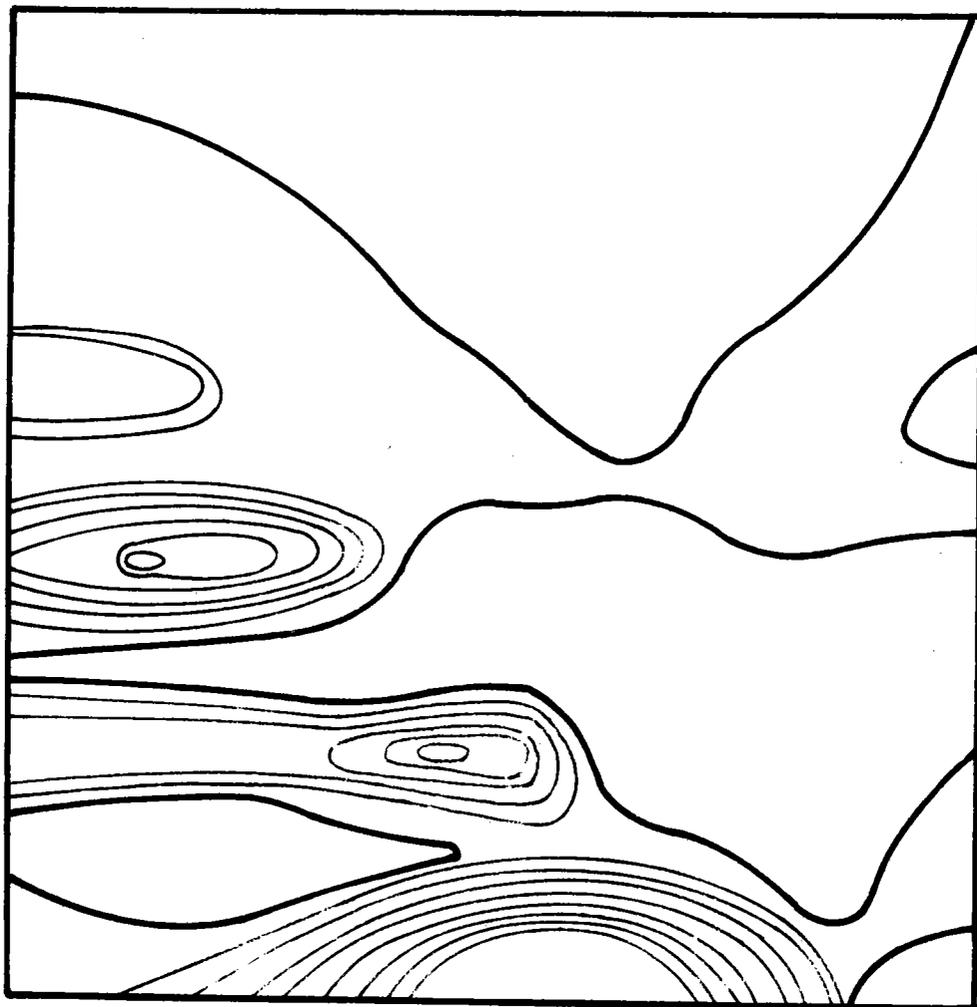


— 1
— +0.05

ISOCHROMES THEORIQUES

$\alpha = 0.471$

FIGURE 10



— 1
— + 005

ISOCHROMES THEORIQUES

$\alpha = 0.628$

FIGURE 11

3 - CONCLUSIONS

31. Conclusions sur le problème

Il est possible d'affirmer que dans une matrice isotrope soumise à une traction simple, la présence d'un monocristal introduit une distorsion des effets mécaniques. Les déplacements et les contraintes varient sinusoïdalement en fonction de l'angle α qui définit la position d'un axe cristallin du monocristal dans le plan considéré. La zone du joint de grain est la plus sollicitée du point de vue du cisaillement et joue un rôle capital pour la variation des grandeurs caractéristiques du champ des contraintes et des déplacements. L'influence du monocristal devient négligeable à une distance de l'ordre de grandeur de ses dimensions. La configuration des isochromes ne peut s'expliquer à l'aide d'hypothèses simples.

32. Conclusions sur la méthode

La méthode considérée et le programme mis au point permettent d'étudier une grande variété de cas, en particulier les effets des forces ponctuelles ou non uniformément réparties et les formes planes quelconques de matériaux anisotropes de structure composite. L'extension du programme au cas tridimensionnel devrait permettre la comparaison avec les données expérimentales d'échantillons réels.

ANNEXE 1. - RAPPELS D'ELASTICITE LINEAIRE ISOTROPE

Les déplacements élémentaires des particules d'un corps ayant subi une déformation sont en général exprimés à l'aide de leurs composants u , v et w sur les trois axes de coordonnées x , y et z .

En admettant que ces composantes soient des infiniments petits qui varient d'une manière continue dans le volume du corps, on appelle déformations les quantités :

$$\epsilon_{xx} = \frac{\partial u}{\partial x} ; \quad \epsilon_{yy} = \frac{\partial v}{\partial y} ; \quad \epsilon_{zz} = \frac{\partial w}{\partial z} ; \text{ dilatations linéiques}$$

$$\gamma_{xy} = \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} ; \quad \gamma_{yz} = \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} ; \quad \gamma_{zx} = \frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial z} ; \text{ distorsions}$$

Les équations d'équilibre des contraintes à l'intérieur du solide doivent être satisfaites. En exprimant ces équations, on trouve (1) :

$$I \left[\begin{array}{l} (\lambda + \mu) \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} \right) + \mu \Delta u + F_x = 0 \\ (\lambda + \mu) \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} \right) + \mu \Delta u + F_y = 0 \\ (\lambda + \mu) \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} \right) + \mu \Delta u + F_z = 0 \end{array} \right.$$

λ μ : coefficients de Lamé du matériau

Δ : Laplacien des fonctions u , v ou w

F_i : Composante sur l'axe i des forces de volume

Les équations précédentes doivent être satisfaites quelle que soit la position du point considéré, et en particulier à la frontière du solide. On en déduit les conditions aux limites (1) :

$$\bar{X} = \lambda \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} \right) l + \mu \left(\frac{\partial u}{\partial x} l + \frac{\partial u}{\partial y} m + \frac{\partial u}{\partial z} n \right) + \mu \left(\frac{\partial u}{\partial x} l + \frac{\partial v}{\partial x} m + \frac{\partial w}{\partial x} n \right)$$

$$\bar{Y} = \lambda \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} \right) m + \mu \left(\frac{\partial v}{\partial x} l + \frac{\partial v}{\partial y} m + \frac{\partial v}{\partial z} n \right) + \mu \left(\frac{\partial u}{\partial y} l + \frac{\partial v}{\partial y} m + \frac{\partial w}{\partial y} n \right)$$

$$\bar{Z} = \lambda \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} \right) n + \mu \left(\frac{\partial w}{\partial x} l + \frac{\partial w}{\partial y} m + \frac{\partial w}{\partial z} n \right) + \mu \left(\frac{\partial u}{\partial z} l + \frac{\partial v}{\partial z} m + \frac{\partial w}{\partial z} n \right)$$

l, m, n : cosinus directeurs de la frontière au point considéré

$\bar{X}, \bar{Y}, \bar{Z}$: composantes des forces réparties appliquées au point considéré.

Le problème consiste à trouver 3 fonctions $u(x, y, z)$, $v(x, y, z)$ et $w(x, y, z)$ qui satisfassent les 2 groupes d'équations. Il n'existe pas de procédé général d'intégration.

ANNEXE 2. - CALCUL DE M^{-1}

$$\begin{matrix}
 & A_0 & A_1 & A_2 & B_0 & B_1 & B_2 & \\
 \left[M \right] = & \begin{bmatrix}
 1 & x_i & y_i & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 1 & x_i & y_i \\
 1 & x_j & y_j & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 1 & x_j & y_j \\
 1 & x_k & y_k & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 1 & x_k & y_k
 \end{bmatrix} & \begin{matrix}
 u_i \\
 v_i \\
 u_j \\
 v_j \\
 u_k \\
 v_k
 \end{matrix}
 \end{matrix}$$

Sous cette forme le calcul littéral est trop lourd, on étudie donc

$$\begin{matrix}
 & A_0 & A_1 & A_2 & B_0 & B_1 & B_2 & \\
 \left[M' \right] = & \begin{bmatrix}
 1 & x_i & y_i & & & & \\
 1 & x_j & y_j & & 0 & & \\
 1 & x_k & y_k & & & & \\
 & & & 1 & x_i & y_i & \\
 & & & 1 & x_j & y_j & \\
 & 0 & & 1 & x_k & y_k &
 \end{bmatrix} & \begin{matrix}
 u_i \\
 u_j \\
 u_k \\
 v_i \\
 v_j \\
 v_k
 \end{matrix}
 \end{matrix}$$

Pour inverser cette matrice, on partitionne en sous-matrices (5) :

$$\left[M' \right] = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{bmatrix} \quad \left[M'^{-1} \right] = \begin{bmatrix} B_{11} & B_{12} \\ B_{21} & B_{22} \end{bmatrix}$$

En posant :

$$[X] = [A_{11}^{-1}] [A_{12}] = [0]$$

$$[Y] = [A_{21}] [A_{11}^{-1}] = [0]$$

$$[Z] = [A_{22}] - [Y] [A_{12}] = [A_{22}]$$

La théorie des sous-matrices montre que l'on a :

$$[B_{11}] = [A_{11}^{-1}] + [X] [Z^{-1}] [Y] = [A_{11}^{-1}]$$

$$[B_{12}] = - [X] [Z^{-1}] = [0]$$

$$[B_{21}] = - [Z^{-1}] [Y] = [0]$$

$$[B_{22}] = [Z^{-1}] = [A_{11}^{-1}]$$

Il suffit donc d'inverser $[A_{11}]$

Le déterminant de la matrice $[A_{11}]$ a pour valeur :

$$\Delta = x_j \cdot y_k + x_i \cdot y_j + x_k \cdot y_i - x_j \cdot y_i - x_k \cdot y_j - x_i \cdot y_k$$

On trouve :

$$[A_{11}^{-1}] = \frac{1}{\Delta} \begin{bmatrix} x_j y_k - x_k y_j & x_k y_i - x_i y_k & x_i y_j - x_j y_i \\ y_j - y_k & y_k - y_i & y_i - y_j \\ x_k - x_j & x_i - x_k & x_j - x_i \end{bmatrix}$$

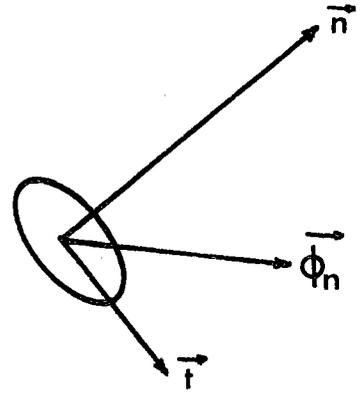
d'où :

$$[M^{-1}] = \begin{bmatrix} [A_{11}^{-1}] & [0] \\ [0] & [A_{11}^{-1}] \end{bmatrix}$$

On en déduit $[M^{-1}]$ en permutant les colonnes :

$$\begin{bmatrix}
 x_j y_k - x_k y_j & 0 & x_i y_k - x_k y_i & 0 & x_j y_i - x_i y_j & 0 \\
 y_j - y_k & 0 & y_i - y_k & 0 & y_j - y_i & 0 \\
 x_k - x_j & 0 & x_k - x_i & 0 & x_i - x_j & 0 \\
 0 & x_k y_i - x_j y_k & 0 & x_k y_i - x_i y_k & 0 & x_i y_j - x_j y_i \\
 0 & y_k - y_j & 0 & y_i - y_k & 0 & y_i - y_j \\
 0 & x_j - x_k & 0 & x_k - x_i & 0 & x_j - x_i
 \end{bmatrix}$$

ANNEXE 3. - RELATIONS CONTRAINTE DEFORMATIONS



31. Contraintes

On considère une facette ds orientée par sa normale \vec{n}

On appelle vecteur contrainte $\vec{\phi}_n (= [\sigma_{nn} \ \sigma_{nt}])$ la résultante des forces de liaison agissant sur ds.

32. Relations contraintes - déformations

Les déformations ont été définies à l'annexe 1.

321. Cas général

Dans le cas de l'élasticité linéaire, on peut écrire :

$$[\sigma] = [T] [\epsilon]$$

$$\text{avec } [\sigma] = [\sigma_{xx} \ \sigma_{yy} \ \sigma_{zz} \ \sigma_{xy} \ \sigma_{xz} \ \sigma_{yz}]^t$$

$$[\epsilon] = [\epsilon_{xx} \ \epsilon_{yy} \ \epsilon_{zz} \ \epsilon_{xy} \ \epsilon_{xz} \ \epsilon_{yz}]^t$$

Dans le cas général, les propriétés de symétrie entraînent (2) 21 coefficients indépendants pour la matrice T. La symétrie respectant un plan en entraîne 13, celle respectant 2 plans orthogonaux 9, l'isotropie transverse (également appelée orthotropie) 5 et l'isotropie "classique" 2.

En isotropie on a :

$$[T] = \begin{bmatrix} \lambda+2\mu & & & & & \\ \lambda & \lambda+2\mu & & -s & & \\ \lambda & \lambda & \lambda+2\mu & & & \\ 0 & 0 & 0 & \mu & & \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \mu & \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \mu \end{bmatrix} \quad (\text{Loi de Hooke généralisée})$$

λ et μ étant les 2 coefficients caractéristiques du matériau (coefficient de Lamé) les mécaniciens utilisent plus couramment E (module d'Young) et ν (coefficient de Poisson) on a les relations :

$$\lambda = \frac{E\nu}{(1+\nu)(1-2\nu)} \quad \mu = \frac{E}{2(1+\nu)}$$

322. Problème plan isotrope

Dans le cas des problèmes plans, il faut distinguer 2 cas. L'état plan de déformation (ex. $\epsilon_{zz} = \gamma_{xz} = \gamma_{yz} = 0$)

On a :

$$[T] = \begin{bmatrix} \lambda+2\mu & & -s \\ \lambda & \lambda+2\mu & \\ 0 & 0 & \mu \end{bmatrix}$$

L'état plan de contrainte : (ex. $\sigma_{zz} = \sigma_{xz} = \sigma_{yz} = 0$)

$$[T'] = \frac{E}{1-\nu^2} \begin{bmatrix} 1 & & -s \\ \nu & 1 & \\ 0 & 0 & \frac{1-\nu}{2} \end{bmatrix}$$

323. Changement d'axe (problème plan)

Pour passer d'un repère xoy dans lequel on connaît T_0 à un repère $x' o y'$ faisant un angle θ avec xoy , on démontre (6) que l'on a :

$$[T] = [R] [T_0] [R]^t$$

$$\text{avec } [R] = \begin{bmatrix} \cos^2 \theta & \sin^2 \theta & -2 \sin \theta \cdot \cos \theta \\ \sin^2 \theta & \cos^2 \theta & 2 \sin \theta \cdot \cos \theta \\ \cos \theta \cdot \sin \theta & -\sin \theta \cdot \cos \theta & \cos^2 \theta - \sin^2 \theta \end{bmatrix}$$

33. Remarques

Pour pouvoir appliquer la méthode des éléments finis, il suffit de connaître la matrice $[T]$. La méthode est donc applicable quelles que soient les symétries du matériau considéré.

ANNEXE 4. - MATRICE DE RIGIDITE ELEMENTAIRE (6)

Théorème des travaux virtuels :

Quel que soit le déplacement virtuel $[\delta u]$ compatible avec les liaisons, la somme des travaux des forces extérieures est égale à la somme des travaux de déformation.

- Travail de déformation :

$$\begin{aligned} \delta(dw_i) &= [\delta \varepsilon]^t [\sigma] dv \\ [\varepsilon] &= [B] [M^{-1}] [u] \quad (\text{relation 1-3}) \\ \text{d'où : } [\delta \varepsilon] &= [B] [M^{-1}] [\delta u] \\ [\delta \varepsilon]^t &= [\delta u]^t [M^{-1}]^t [B]^t \\ \delta(dw_i) &= [\delta u]^t [M^{-1}]^t [B]^t [\sigma] dv \\ [\sigma] &= [T] [B] [M^{-1}] [u] \quad (\text{relation 1-5}) \\ \delta(dw_i) &= [\delta u]^t [M^{-1}]^t [B]^t [T] [B] [M^{-1}] [u] dv \\ dw_i &= [\delta u]^t [M^{-1}]^t [\int \int \int_V [B]^t [T] [B] dv] [M^{-1}] [u] \end{aligned}$$

- Travail des forces extérieures :

$$dw_E = [\delta u]^t [F]$$

- Il vient donc :

$$[F] = [M^{-1}]^t [\int \int \int_V [B]^t [T] [B] dv] [M^{-1}] [U]$$

- D'où la matrice de rigidité élémentaire :

$$[K_e] = [M^{-1}] [\int \int \int_V [B]^t [T] [B] dv] [M^{-1}]$$

Dans le cas où $U(x,y)$, $V(x,y)$ sont linéaires, la matrice $[B]$ est une constante (relation 1-3), et la relation devient, pour un problème plan :

$$[K_e] = S [M^{-1}]^t [B]^t [T] [B] [M^{-1}]$$

ANNEXE 5

PROGRAMME ELF

NOTATIONS

AM1 MATRICE COEFFICIENTS-DEPLACEMENTS
 AUX MATRICE AUXILIAIRE DE CALCUL
 B MATRICE DEFORMATIONS-COEFFICIENTS
 COAEL CONTRAINTES DANS L'ELEMENT
 COPCI COORDONNEES DES NOEUDS
 DEFEL DEFORMATIONS DANS L'ELEMENT
 DEPEL MATRICE COLONNE DONNANT LES DEPLACEMENTS AUX NOEUDS
 E MODELE DE COLONNE
 ECHLX ECHELLE DE LECTURE DES X
 ECHLY ECHELLE DE LECTURE DES Y
 ELELE MATRICES D'ELASTICITE DES ELEMENTS
 FEREL MATRICE COLONNE DONNANT LES FORCES AUX NOEUDS
 IDIM LONGUEUR DE RIGLC = NTPCI + 1
 IECR NUMERO DE L'IMPRIMANTE RAPIDE
 IELEM NOMBRE D'ELEMENTS
 IEZ NUMERO DE L'IMPRIMANTE DU PUPITRE
 IFCRM DEFINIT LE FORMAT DE LECTURE
 IFCRM=1 8CF1.0
 2 40F2.0
 3 26F3.0
 4 20F4.0
 5 16F5.0
 ILEC NUMERO DU LECTEUR DE CARTES
 INFLC MATRICE INDICANT LES PROCHES VOISINS
 IPRCB DEFINIT LE TYPE DE PROBLEME
 IPRCB=1 ISOTROPE CONTRAINTE PLANE
 IPRCB=2 ISOTROPE DEFORMATION PLANE
 IPRCB=3 ORTHOTROPE PROBLEME PLAN
 KLEC DEFINIT L'UNITE DE LECTURE DES COORDONNEES
 LIMCE MATRICE INDICANT LA PRESENCE DE LIMITES
 NTPCI NOMBRE TOTAL DE NOEUDS
 NU COEFFICIENT DE POISSON
 NUC NUMERO DES QUADRILATERES ENLEVES
 NULE NUMEROS DES NOEUDS DES ELEMENTS
 NUPCI NUMERO DES NOEUDS
 NXPCI NOMBRE DE NOEUDS SUR L'AXE DES X
 NYPCI NOMBRE DE NOEUDS SUR L'AXE DES Y
 RIELE MATRICES DE RIGIDITE ELEMENTAIRES
 RIGLC MATRICES DE RIGIDITE GLOBALE
 T MATRICE CONTRAINTES-DEFORMATIONS

DIMENSIONS

AM1 = 6,6
 AUX = 6,6
 B = 3,6
 COPCI = 2,NTPCI
 DEPEL = ICIM,2
 ELELE = IELEM,4
 ENTET = 20
 FEREL = ICIM,2
 INFLC = 6
 LIMCE = ICIM,2
 NIC = 26
 NUC = 260
 NULE = IELEM,3
 RIELE = 6,6
 RIGLC = ICIM,4,4
 T = 3,3

REAL NU
 DIMENSION ENTET (20)
 DIMENSION NIC (26)
 COMMON COPCI(2,15),DEPEL(16,2) ,FEREL(16,2)
 COMMON NCMIT,RELAX,NTPCI,NXPCI
 COMMON NUC(26),NULE(16,3),RIELE(6,6),ELELE(16,6)
 COMMON IELEM
 COMMON RIGLC(16,4,4)

LECTURE DES VARIABLES FONDAMENTALES

ILEC = 2
 IECR = 5
 READ(ILEC,12) (ENTET(1),I=1,20)
 12 FORMAT(20A4)
 WRITE(IECR,13) (ENTET(1),I=1,20)
 13 FORMAT(1F1,///,2CX,20A4,///)
 READ(ILEC,10) NTPCI, NXPCI, NYPCI, IFORM, ECHLX, ECHLY, IELEM, NCMIT, RELAX
 1, CRIC
 10 FORMAT(3I4,11,2F8.3,14,14,F7.3,E11.4)
 IELEM=2*(NXPCI-1)*(NYPCI-1)
 WRITE(IECR,11) NTPCI, NXPCI
 11 FORMAT(1H',42X','PROBLEME A',14,3X,'POINTS AU PAS DE ',14,///)
 WRITE(IECR,15) NYPCI, IFORM, ECHLX, ECHLY, IELEM, NCMIT, RELAX, CRIC
 15 FORMAT(1H', 'NY=',14,5X,'IFORM=',11,5X,'ECHLX=',F8.3,5X,'ECHLY=',F8
 S.3,5
 1X,/,10X,'NOMBRE D'ELEMENTS =',14,5X,'NOMBRE D'ITERATIONS =',14,
 25X,'RELAX =',F7.3,/,110,'CRIC =',E11.4,///)
 READ(ILEC,20) E, NU, IPRCB
 20 FORMAT(F8.0,F5.2,11)
 WRITE(IECR,16) E, NU, IPRCB

```

C
C      LECTURE DES COORDONNES DES POINTS
C      ON LIT D'ABORD LES CARTES DES X, PUIS CELLES DES Y
C      NLEC EST LE NOMBRE DE CARTES DE COORDONNEES EN X ET EN Y
C
C      CCPOI(1,N)=X
C      CCPCI(2,N)=Y
C
C      LECTURE DES X
C
C      NLEC =NTPCI/NXPCI
C      DO 100 K=1,NLEC
C      JC=((K-1)*NXPCI)+1
C      JF=K*NXPCI
C      GO TC(101,102,103,104,105),IFCRN
C
C 101 READ(ILEC,1001) (CCPOI(1,J),J=JC,JF)
C      GO TC 100
C
C 102 READ(ILEC,1002) (CCPOI(1,J),J=JC,JF)
C      GO TC 100
C
C 103 READ(ILEC,1003) (CCPOI(1,J),J=JC,JF)
C      GO TC 100
C
C 104 READ(ILEC,1004) (CCPOI(1,J),J=JC,JF)
C      GO TC 100
C
C 105 READ(ILEC,1005) (CCPOI(1,J),J=JC,JF)
C
C 100 CONTINUE
C
C      LECTURE DES Y
C
C      DO 110 L=1,NLEC
C      JC=((L-1)*NXPCI)+1
C      JF=L*NXPCI
C      GO TC(111,112,113,114,115),IFCRN
C
C 111 READ(ILEC,1001) (CCPCI(2,J),J=JC,JF)
C      GO TC 110
C
C 112 READ(ILEC,1002) (CCPCI(2,J),J=JC,JF)
C      GO TC 110
C
C 113 READ(ILEC,1003) (CCPCI(2,J),J=JC,JF)
C      GO TC 110
C
C 114 READ(ILEC,1004) (CCPCI(2,J),J=JC,JF)
C      GO TC 110
C
C 115 READ(ILEC,1005) (CCPCI(2,J),J=JC,JF)
C
C 110 CONTINUE
C
C 1001 FORMAT(8F1.0)
C 1002 FORMAT(40F2.0)
C 1003 FORMAT(26F3.0)
C 1004 FORMAT(20F4.0)
C 1005 FORMAT(16F5.0)
C
C      FIN DE LECTURE DES COORDONNEES
C
C      RETABLISSEMENT DE L'ECHELLE
C
C      IF(ECHLY)121,121,120
C 121 ECHLX=1.
C      ECHLY=1.
C 120 CONTINUE
C      DO 122 I=1,NTPCI
C      CCPOI(1,I)=CCPOI(1,I)*ECHLX
C      CCPCI(2,I)=CCPCI(2,I)*ECHLY
C 122 CONTINUE
C
C      LECTURE DES QUADRILATERES ENLEVES
C
C      10 CARTES AU MAXIMUM
C      1 EN COLONNE 1 = CARTE DE DONNEES
C      9 EN COLONNE 1 = FIN DE DONNEES
C
C      DO 130 I=1,260
C 130 NUC(I)=0
C      ICCMP=0
C      DO 135 K=1,10
C      READ(ILEC,1030)ICCDE,(NIC(I),I=1,26)
C 1030 FORMAT(I1,26I3)
C      IF(ICCDE-8)131,132,132
C 131 DO 133 J=1,26
C      I1=ICCP+J
C 133 NUC(I1)=NIC(J)
C      ICCMP=ICCP+26
C 135 CONTINUE
C 132 CONTINUE
C      WRITE(IECR,466)
C 466 FORMAT(1H1,///,45X,'NUMERCS DES ELEMENTS ENLEVES',///)

```


C AM1 EST LA MATRICE M-1
 C B EST LA MATRICE DEPLACEMENT -DEFORMATION
 C T EST LA MATRICE D'ELASTICITE
 C AUX EST LA MATRICE TEMPORAIRE DE CALCUL

XI=COPCI(1,I)
 XJ=COPCI(1,J)
 XK=COPCI(1,K)
 YI=COPCI(2,I)
 YJ=COPCI(2,J)
 YK=COPCI(2,K)
 XIJ=XI-XJ
 XJI=XJ-XI
 XIK=XI-XK
 XKI=XK-XI
 XJK=XJ-XK
 XKJ=XK-XJ
 YIJ=YI-YJ
 YJI=YJ-YI
 YIK=YI-YK
 YKI=YK-YI
 YJK=YJ-YK
 YKJ=YK-YJ

C DETER=XJ*YK+XI*YJ+XK*YI-XJ*YI-XK*YJ-XI*YK
 C PRC=-1./DETER

C DENNEES
 CC 800 I1=1,6
 CC 800 I2=1,6
 800 AM1(I1,I2)=C.

C AM1(1,1)=XK*YJ-XJ*YK
 AM1(1,3)=XI*YK-XK*YI
 AM1(1,5)=XJ*YI-XI*YJ
 AM1(2,1)=YKJ
 AM1(2,3)=YIK
 AM1(2,5)=YJI
 AM1(3,1)=XJK
 AM1(3,3)=XKI
 AM1(3,5)=XIJ
 AM1(4,2)=AM1(1,1)
 AM1(4,4)=AM1(1,3)
 AM1(4,6)=AM1(1,5)
 AM1(5,2)=AM1(2,1)
 AM1(5,4)=AM1(2,3)
 AM1(5,6)=AM1(2,5)
 AM1(6,2)=AM1(3,1)
 AM1(6,4)=AM1(3,3)
 AM1(6,6)=AM1(3,5)

C DE 810 I1=1,6
 CC 810 I2=1,6
 810 AM1(I1,I2)=AM1(I1,I2)*PRC

C DE 801 I1=1,3
 CC 801 I2=1,6
 801 B(I1,I2)=C.

B(1,2)=1.
 B(2,3)=1.
 B(3,3)=1.
 B(3,5)=1.

C DE 802 I1=1,6
 CC 802 I2=1,6
 802 AUX(I1,I2)=C.

C PRCCU11 B*AM1
 CC 803 I1=1,3
 CC 803 I2=1,6
 AUX(I1,I2)=C.
 CC 803 I3=1,6

803 AUX(I1,I2)=AUX(I1,I2)+B(I1,I3)*AM1(I3,I2)

C DE 804 I1=1,6
 CC 804 I2=1,6
 804 RIELE(I1,I2)=C.

C DE 805 I1=1,3
 CC 805 I2=1,3
 805 T(I1,I2)=C.
 T(1,1)=ELELE(ICCMP,1)
 T(2,2)=ELELE(ICCMP,2)
 T(3,3)=ELELE(ICCMP,3)
 T(1,2)=ELELE(ICCMP,4)
 T(2,1)=ELELE(ICCMP,4)
 T(2,3)=ELELE(ICCMP,5)
 T(3,2)=ELELE(ICCMP,5)
 T(1,3)=ELELE(ICCMP,6)
 T(3,1)=ELELE(ICCMP,6)

C PRCCU11 T*AUX
 CC 806 I1=1,3
 CC 806 I2=1,6
 RIELE(I1,I2)=C.
 CC 806 I3=1,3

806 RIELE(I1,I2)=RIELE(I1,I2)+T(I1,I3)*AUX(I3,I2)

```

C
C
C
C      PRCLUT ET*RIELE
      DO 807 I1=1,6
      DO 807 I2=1,6
      AUX(I1,I2)=0.
      DO 807 I3=1,3
      807 AUX(I1,I2)=AUX(I1,I2)+8(I3,I1)*RIELE(I3,I2)
C
C      CALCUL DE AMIT*AUX
      DO 808 I1=1,6
      DO 808 I2=1,6
      RIELE(I1,I2)=0.
      DO 808 I3=1,6
      808 RIELE(I1,I2)=RIELE(I1,I2)+AM1(I3,I1)*AUX(I3,I2)
C
      DO 812 I1=1,6
      DO 812 I2=1,6
      812 RIELE(I1,I2)=RIELE(I1,I2)*CETER/2.

```

```

C
C
C
C      MATRICE DE RIGIDITE GLOBALE
C
      DO 330 IPAIR=2,IELEM,2
      IF((ICOMP-IPAIR)330,340,330
      330 CONTINUE
      CAS ICOMP IMPAIR
      RIGLO(I,1,1)=RIGLO(I,1,1)+RIELE(1,1)
      RIGLO(I,1,2)=RIGLO(I,1,2)+RIELE(1,2)
      RIGLO(I,1,3)=RIGLO(I,1,3)+RIELE(1,2)
      RIGLO(I,1,4)=RIGLO(I,1,4)+RIELE(2,2)
      RIGLO(I,3,1)=RIGLO(I,3,1)+RIELE(1,5)
      RIGLO(I,3,2)=RIGLO(I,3,2)+RIELE(1,6)
      RIGLO(I,3,3)=RIGLO(I,3,3)+RIELE(2,5)
      RIGLO(I,3,4)=RIGLO(I,3,4)+RIELE(2,6)
      RIGLO(I,4,1)=RIGLO(I,4,1)+RIELE(1,3)
      RIGLO(I,4,2)=RIGLO(I,4,2)+RIELE(1,4)
      RIGLO(I,4,3)=RIGLO(I,4,3)+RIELE(2,3)
      RIGLO(I,4,4)=RIGLO(I,4,4)+RIELE(2,4)
      RIGLO(J,1,1)=RIGLO(J,1,1)+RIELE(3,3)
      RIGLO(J,1,2)=RIGLO(J,1,2)+RIELE(3,4)
      RIGLO(J,1,3)=RIGLO(J,1,3)+RIELE(3,4)
      RIGLO(J,1,4)=RIGLO(J,1,4)+RIELE(4,4)
      RIGLO(K,1,1)=RIGLO(K,1,1)+RIELE(5,5)
      RIGLO(K,1,2)=RIGLO(K,1,2)+RIELE(5,6)
      RIGLO(K,1,3)=RIGLO(K,1,3)+RIELE(5,6)
      RIGLO(K,1,4)=RIGLO(K,1,4)+RIELE(6,6)
      RIGLO(K,2,1)=RIGLO(K,2,1)+RIELE(3,5)
      RIGLO(K,2,2)=RIGLO(K,2,2)+RIELE(4,5)
      RIGLO(K,2,3)=RIGLO(K,2,3)+RIELE(3,6)
      RIGLO(K,2,4)=RIGLO(K,2,4)+RIELE(4,6)
      GO TO 310

```

```

C
C
C
C      CAS ICOMP PAIR
      340 RIGLO(I,1,1)=RIGLO(I,1,1)+RIELE(1,1)
      RIGLO(I,1,2)=RIGLO(I,1,2)+RIELE(1,2)
      RIGLO(I,1,3)=RIGLO(I,1,3)+RIELE(1,2)
      RIGLO(I,1,4)=RIGLO(I,1,4)+RIELE(2,2)
      RIGLO(I,2,1)=RIGLO(I,2,1)+RIELE(1,3)
      RIGLO(I,2,2)=RIGLO(I,2,2)+RIELE(1,4)
      RIGLO(I,2,3)=RIGLO(I,2,3)+RIELE(2,3)
      RIGLO(I,2,4)=RIGLO(I,2,4)+RIELE(2,4)

```

```

      RIGLO(I,4,1)=RIGLO(I,4,1)+RIELE(1,5)
      RIGLO(I,4,2)=RIGLO(I,4,2)+RIELE(1,6)
      RIGLO(I,4,3)=RIGLO(I,4,3)+RIELE(2,5)
      RIGLO(I,4,4)=RIGLO(I,4,4)+RIELE(2,6)
      RIGLO(J,1,1)=RIGLO(J,1,1)+RIELE(3,3)
      RIGLO(J,1,2)=RIGLO(J,1,2)+RIELE(3,4)
      RIGLO(J,1,3)=RIGLO(J,1,3)+RIELE(3,4)
      RIGLO(J,1,4)=RIGLO(J,1,4)+RIELE(4,4)
      RIGLO(J,3,1)=RIGLO(J,3,1)+RIELE(3,5)
      RIGLO(J,3,2)=RIGLO(J,3,2)+RIELE(3,6)
      RIGLO(J,3,3)=RIGLO(J,3,3)+RIELE(4,5)
      RIGLO(J,3,4)=RIGLO(J,3,4)+RIELE(4,6)
      RIGLO(K,1,1)=RIGLO(K,1,1)+RIELE(5,5)
      RIGLO(K,1,2)=RIGLO(K,1,2)+RIELE(5,6)
      RIGLO(K,1,3)=RIGLO(K,1,3)+RIELE(5,6)
      RIGLO(K,1,4)=RIGLO(K,1,4)+RIELE(6,6)

```

```

C
      310 CONTINUE

```

```

C
      CALL LINK(NAME3)
      END

```



```

C INFLU(1)=I-P-1
C INFLU(2)=I-P
C INFLU(3)=I-1
C INFLU(4)=I+1
C INFLU(5)=I+P
C INFLU(6)=I+P+1

```

```

C INFLU(J) POSITIF
C CC 411 J=1,6
C IF(INFLU(J)-1)412,411,411
C 412 INFLU(J)=NTPCI+1
C 411 CONTINUE

```

```

C INFLU(J) INFERIEUR A NTPCI+1
C CC 413 J=1,6
C IF(INFLU(J)-NTPCI)413,413,414
C 414 INFLU(J)=NTPCI+1
C 413 CONTINUE

```

```

C INFLU(J) PROCHE VOISIN
C NYPCI=NTPCI/NXPDI
C CC 415 J=1,NYPDI
C J1=J+P
C J2=J+P+1
C IF(I-J1)416,417,416
C 417 INFLU(4)=NTPCI+1
C INFLU(6)=NTPCI+1
C 416 IF(I-J2)415,418,415
C 418 INFLU(3)=NTPCI+1
C INFLU(1)=NTPCI+1
C 415 CONTINUE

```

```

C KN1=INFLU(1)
C KN2=INFLU(2)
C KN3=INFLU(3)
C KN4=INFLU(4)
C KN5=INFLU(5)
C KN6=INFLU(6)

```

C CALCUL DES RESTES

```

C LIMITES EN U
C IF(LIMDE(I,1)-1)640,641,640
C 641 R1=C.
C GO TO 642
C 640 CONTINUE

```

```

C INFLUENCE DE I
C R1= RIGLC(I ,1,1)*CEPEL(I ,1)
C 1 +RIGLC(I ,1,2)*CEPEL(I ,2)
C INFLUENCE DE I+1
C R1=R1+RIGLC(I ,2,1)*CEPEL(KN4,1)
C 1 +RIGLC(I ,2,2)*CEPEL(KN4,2)
C INFLUENCE DE I+P
C R1=R1+RIGLC(I ,3,1)*CEPEL(KN5,1)
C 1 +RIGLC(I ,3,2)*CEPEL(KN5,2)
C INFLUENCE DE I+P+1
C R1=R1+RIGLC(I ,4,1)*CEPEL(KN6,1)
C 1 +RIGLC(I ,4,2)*CEPEL(KN6,2)
C INFLUENCE DE I-1
C R1=R1+RIGLC(KN3,2,1)*CEPEL(KN3,1)
C 1 +RIGLC(KN3,2,2)*CEPEL(KN3,2)
C INFLUENCE DE I-P
C R1=R1+RIGLC(KN2,3,1)*CEPEL(KN2,1)
C 1 +RIGLC(KN2,3,2)*CEPEL(KN2,2)
C INFLUENCE DE I-P-1
C R1=R1+RIGLC(KN1,4,1)*CEPEL(KN1,1)
C 1 +RIGLC(KN1,4,2)*CEPEL(KN1,2)
C R1=R1-FGREL(I,1)

```

```

C LIMITES EN V
C 642 IF(LIMDE(I,2)-1)643,644,643
C 644 R2=C.
C GO TO 409
C 643 CONTINUE

```

```

C INFLUENCE DE I
C R2= RIGLC(I ,1,3)*CEPEL(I ,1)
C 1 +RIGLC(I ,1,4)*CEPEL(I ,2)
C INFLUENCE DE I+1
C R2=R2+RIGLC(I ,2,3)*CEPEL(KN4,1)
C 1 +RIGLC(I ,2,4)*CEPEL(KN4,2)
C INFLUENCE DE I+P
C R2=R2+RIGLC(I ,3,3)*CEPEL(KN5,1)
C 1 +RIGLC(I ,3,4)*CEPEL(KN5,2)
C INFLUENCE DE I+P+1
C R2=R2+RIGLC(I ,4,3)*CEPEL(KN6,1)
C 1 +RIGLC(I ,4,4)*CEPEL(KN6,2)
C INFLUENCE DE I-1
C R2=R2+RIGLC(KN3,2,3)*CEPEL(KN3,1)
C 1 +RIGLC(KN3,2,4)*CEPEL(KN3,2)
C INFLUENCE DE I-P
C R2=R2+RIGLC(KN2,3,3)*CEPEL(KN2,1)
C 1 +RIGLC(KN2,3,4)*CEPEL(KN2,2)
C INFLUENCE DE I-P-1
C R2=R2+RIGLC(KN1,4,3)*CEPEL(KN1,1)
C 1 +RIGLC(KN1,4,4)*CEPEL(KN1,2)

```

```

C 409 COR1 = RELAX*R1/RIGLC(1,1,1)
COR2 = RELAX*R2/RIGLC(1,1,4)
CEPEL(1,1)=CEPEL(1,1)-CCR1
CEPEL(1,2)=CEPEL(1,2)-CCR2
C
SOMC1=SOMC1+ABS(COR1)
SOMC2=SOMC2+ABS(COR2)
C
410 CONTINUE
C
DO 440 K=1,NCMEC
IF(ITERA-10*K)440,441,440
441 WRITE(IECR,442)ITERA,SOMC1,SOMC2
442 FORMAT(1H , 10X,'ITERATION NUMERO',15,2X,'SOMMES DES CORRECTIO
INS =',2X,E10.3,2X,'=',2X,E10.3)
C
440 CONTINUE
C
IF ( SOMC1 - CRICL ) 451,451,400
451 IF(SOMC2-CRICC)450,450,400
C
C
400 CONTINUE
C
C
450 CONTINUE
C
WRITE(IECR,465)
465 FORMAT(1H1,///,50X,'RESULTATS EN DEPLACEMENTS',///)
DC 460 I=1,NTPCI
WRITE(IECR,461)I,CCPCI(1,1),CCPCI(2,1),DEPEL(1,1),DEPEL(1,2)
461 FORMAT(1H ,10X,'PCINT NUMERO ',15,2X,'X=',E14.7,2X,'Y=',E14.7,2X,'
IU=',E14.7,2X,'V=',E14.7,/)
460 CONTINUE
CALL LINK(ELFFC)
END

```

```

DIMENSION INFLU(6)
COMMON CCPCI(2,15),DEPEL(16,2) ,FOREL(16,2)
COMMON NCM1,RELAX,NTPCI,NXPCI
COMMON NCC(260),NLELE(16,3),RIELE(6,6),ELELE(16,6)
COMMON IELEM
COMMON RIGLC(16,4,4)
IECR = 5
P=NXPCI
C
CALCLL DES FORCES
WRITE(IECR,709)
709 FORMAT(1H1,///,50X,'FORCES AUX NOEUDS',///)
C
C
DC 710 I=1,NTPCI
C
INFLU(1)=I-P-1
INFLU(2)=I-P
INFLU(3)=I-1
INFLU(4)=I+1
INFLU(5)=I+P
INFLU(6)=I+P+1
C
INFLU(J) POSITIF
DC 711 J=1,6
IF(INFLU(J)-1)712,711,711
712 INFLU(J)=NTPCI+1
711 CONTINUE
C
INFLU(J) INFERIEUR A NTPCI+1
DC 713 J=1,6
IF(INFLU(J)-NTPCI)713,713,714
714 INFLU(J)=NTPCI+1
713 CONTINUE
C
INFLU(J) PROCHE VOISIN
NXPIC=NTPCI/NXPCI
DC 715 J=1,NXPIC
J1=J*NXPIC
J2=J*NXPIC+1
IF(I-J1)716,717,716
717 INFLU(4)=NTPCI+1
INFLU(6)=NTPCI+1
716 IF(I-J2)715,718,715
718 INFLU(3)=NTPCI+1
INFLU(1)=NTPCI+1
715 CONTINUE
C
KN1=INFLU(1)
KN2=INFLU(2)
KN3=INFLU(3)
KN4=INFLU(4)
KN5=INFLU(5)
KN6=INFLU(6)

```

```

C
R1= RIGLC(I ,1,1)*CEPEL(I ,1)
I +RIGLC(I ,1,2)*CEPEL(I ,2)
R1=R1+RIGLC(I ,2,1)*CEPEL(KN4,1)
I +RIGLC(I ,2,2)*CEPEL(KN4,2)
R1=R1+RIGLC(I ,3,1)*CEPEL(KN5,1)
I +RIGLC(I ,3,2)*CEPEL(KN5,2)
R1=R1+RIGLC(I ,4,1)*CEPEL(KN6,1)
I +RIGLC(I ,4,2)*CEPEL(KN6,2)
R1=R1+RIGLC(KN3,2,1)*CEPEL(KN3,1)
I +RIGLC(KN3,2,2)*CEPEL(KN3,2)
R1=R1+RIGLC(KN2,3,1)*CEPEL(KN2,1)
I +RIGLC(KN2,3,2)*CEPEL(KN2,2)
R1=R1+RIGLC(KN1,4,1)*CEPEL(KN1,1)
I +RIGLC(KN1,4,2)*CEPEL(KN1,2)
C
R2= RIGLC(I ,1,3)*CEPEL(I ,1)
I +RIGLC(I ,1,4)*CEPEL(I ,2)
R2=R2+RIGLC(I ,2,3)*CEPEL(KN4,1)
I +RIGLC(I ,2,4)*CEPEL(KN4,2)
R2=R2+RIGLC(I ,3,3)*CEPEL(KN5,1)
I +RIGLC(I ,3,4)*CEPEL(KN5,2)
R2=R2+RIGLC(I ,4,3)*CEPEL(KN6,1)
I +RIGLC(I ,4,4)*CEPEL(KN6,2)
R2=R2+RIGLC(KN3,2,3)*CEPEL(KN3,1)
I +RIGLC(KN3,2,4)*CEPEL(KN3,2)
R2=R2+RIGLC(KN2,3,3)*CEPEL(KN2,1)
I +RIGLC(KN2,3,4)*CEPEL(KN2,2)
R2=R2+RIGLC(KN1,4,3)*CEPEL(KN1,1)
I +RIGLC(KN1,4,4)*CEPEL(KN1,2)
C
710 WRITE(IECR,72C)I,R1,R2
720 FORMAT(1F ,'POINT NUMER' ,I4,2X,'FX=',E14.7,3X,'FY=',E14.7,/)
C
CALL LINK(NAME4)
END

```

```

C
C DIMENSION EPS(IELEM,3),SIG(IELEM,3)
C
C EPS(L,1)=EPSX
C EPS(L,2)=EPSY
C EPS(L,3)=EPSXY
C SIG(L,1)=SIGX
C SIG(L,2)=SIGY
C SIG(L,3)=SIGXY
C
COMMON CCPCI(2,15),DEPEL(16,2) ,FCMEL(16,2)
COMMON NCMIT,RELAX,NTPOI,NXPOI
COMMON NLC(26),NUELE(16,3),RIELE(6,6),ELELE(16,6)
COMMON IELEM
COMMON EPS(16,3),SIG(16,3)
IECR=5
C
EPSXM=C.
EPSYM=C.
EPXY=C.
SIGXM=C.
SIGYM=C.
SIXYM=C.
C
C CALCUL LES DEFORMATIONS
C
CG 500 ICCMP=1,IELEM
C
I=NUELE(ICCMP,1)
J=NUELE(ICCMP,2)
K=NUELE(ICCMP,3)
XI=CCPCI(1,1)
XJ=CCPCI(1,J)
XK=CCPCI(1,K)
YI=CCPCI(2,1)
YJ=CCPCI(2,J)
YK=CCPCI(2,K)
ETER=XJ*YK+XI*YJ+XK*YI-XJ*YI-XK*YJ-XI*YK
PRC=-1/ETER
LI=DEPEL(I,1)
VI=DEPEL(I,2)
LJ=DEPEL(J,1)
VJ=DEPEL(J,2)
LK=DEPEL(K,1)
VK=DEPEL(K,2)
XIJ=XI-XJ
XKI=XK-XI
XJK=XJ-XK
YKJ=YK-YJ
YIK=YI-YK
YJI=YJ-YI
C
EPSX=PRC*(YKJ*LI+YIK*UJ+YJI*UK)
EPSY=PRC*(XJK*VI+XKI*VJ+XIJ*VK)
EPSXY=PRC*(XJK*LI+YKJ*VI+XKI*LJ+YIK*VJ+XIJ*UK+YJI*VK)*0.5
EPS(ICCMP,1)=EPSX
EPS(ICCMP,2)=EPSY

```

```

C
C      CALCUL DES CONTRAINTES
C
SIGX =EPSX*ELELE(1,1)+EPSY*ELELE(1,4)+EPSXY*ELELE(1,6)
SIGY =EPSX*ELELE(1,4)+EPSY*ELELE(1,2)+EPSXY*ELELE(1,5)
SIGXY=(EPSX*ELELE(1,6)+EPSY*ELELE(1,5)+EPSXY*ELELE(1,3))*2.
SIG(ICMP,1)=SIGX
SIG(ICMP,2)=SIGY
SIG(ICMP,3)=SIGXY
C
EPSXM=EPSXM+EPSX
EPSYM=EPSYM+EPSY
EPXYM=EPXYM+EPSXY
SIGXM=SIGXM+SIGX
SIGYM=SIGYM+SIGY
SIXYM=SIXYM+SIGXY
500 CONTINUE
EPSXM=EPSXM/FLCAT(IELEM)
EPSYM=EPSYM/FLCAT(IELEM)
EPXYM=EPXYM/FLCAT(IELEM)
SIGXM=SIGXM/FLCAT(IELEM)
SIGYM=SIGYM/FLCAT(IELEM)
SIXYM=SIXYM/FLCAT(IELEM)
C
WRITE(IECR,501)
501 FORMAT(1H1,///,45X,'RESULTATS EN DEFORMATIONS',///)
C
DO 530 L=1,IELEM
EPS1=((EPS(L,1)+EPS(L,2))/2.)+(0.5*(SQRT(((EPS(L,1)-EPS(L,2))**2)+
1(4.*(EPS(L,3)**2))))))
EPS2=((EPS(L,1)+EPS(L,2))/2.)-(0.5*(SQRT(((EPS(L,1)-EPS(L,2))**2)+
1(4.*(EPS(L,3)**2))))))
ALPHA=C.5*(ATAN((2.*EPS(L,3))/(EPS(L,1)-EPS(L,2))))*180./3.1415926
WRITE(IECR,510)L,EPS(L,1),EPS(L,2),EPS(L,3),EPS1,EPS2,ALPHA
510 FORMAT(1H , 'ELEMENT NUMERO',15,2X,'EPSX=',E14.7,2X,'EPSY=',E14.7,2
1X,'EPSXY=',E14.7,/,22X,'EPS1=',E14.7,2X,'EPS2=',E14.7,2X,'ALPHA=',
2E14.7,/)
530 CONTINUE
C
WRITE(IECR,502)
502 FORMAT(1H1,///,45X,'RESULTATS EN CONTRAINTES ',///)
C
DO 531 L=1,IELEM
SIG1=((SIG(L,1)+SIG(L,2))/2.)+(0.5*(SQRT(((SIG(L,1)-SIG(L,2))**2)+
1(4.*(SIG(L,3)**2))))))
SIG2=((SIG(L,1)+SIG(L,2))/2.)-(0.5*(SQRT(((SIG(L,1)-SIG(L,2))**2)+
1(4.*(SIG(L,3)**2))))))
ALPHA=C.5*(ATAN((2.*SIG(L,3))/(SIG(L,1)-SIG(L,2))))*180./3.1415926
SIG12=SIG1-SIG2
WRITE(IECR,520)L,SIG(L,1),SIG(L,2),SIG(L,3),SIG1,SIG2,ALPHA,SIG12
520 FORMAT(1H , 'ELEMENT NUMERO',15,2X,'SIGX=',E14.7,2X,'SIGY=',E14.7,2
1X,'SIGXY=',E14.7,/,22X,'SIG1=',E14.7,2X,'SIG2=',E14.7,2X,'ALPHA=',
2E14.7,2X,'SIG1-SIG2=',E14.7,/)
531 CONTINUE
C
WRITE(IECR,70)
70 FORMAT(1H1,///,T50,'RESULTATS MOYENS',///)
DO 550 L=2,IELEM,2
LM1=L-1
SIXM=(SIG(L,1)+SIG(LM1,1))/2.
SIYM=(SIG(L,2)+SIG(LM1,2))/2.
SXYM=(SIG(L,3)+SIG(LM1,3))/2.
I=NELE(LM1,1)
J=NELE(LM1,2)
XM=(CCPCI(L,1)+CCPCI(I,J))/2.
YM=(CCPCI(L,2)+CCPCI(I,J))/2.
S1M=((SIXM+SIYM)/2.)+(0.5*(SQRT(((SIXM-SIYM)**2)+(4.*(SXYM**2))))))
S2M=((SIXM+SIYM)/2.)-(0.5*(SQRT(((SIXM-SIYM)**2)+(4.*(SXYM**2))))))
ALPM=C.5*(ATAN((2.*SXYM)/(SIXM-SIYM))*180./3.1415926)
S12M=S1M-S2M
550 WRITE(IECR,551)L,LM1,SIXM,SIYM,SXYM,XM,YM,S1M,S2M,ALPM,S12M
551 FORMAT(T20,'ELEMENTS NUMEROS',2X,I4,2X,I4,/,T2,'SIGX MOY=',E11.4
1,T2,'SIGY MOY=',E11.4,T52,'SIGXY MOY=',E11.4,T86,'XM=',E11.4
2,T102,'YM=',E11.4,/,T2,'SIG1 MOY=',E11.4,T27,'SIG2 MOY=',E11.4
3,T52,'ALPHA MOY=',E11.4,T77,'SIG1M-SIG2M=',E11.4,/)
WRITE(IECR,71)EPSXM,EPSYM,EPXYM,SIGXM,SIGYM,SIXYM
71 FORMAT(1H , ///,T02,'EPSX =',E11.4,T22,'
1EPSY =',E11.4,T42,'EPSXY=',E11.4,/,T02,'SIGX =',E11.4,T22,'SIGY
2',E11.4,T42,'SIGXY=',E11.4,/)
CALL LINK(CALC1)
ENC

```

```

** MATRICES DE RIGIDITE ISOTROPE CONTRAINTE PLANE
SUBROUTINE ISOCP(ELELE, IELEM, E, NU)
REAL NU
DIMENSION ELELE(16,6)
E1=E/(1.-(NU*2.))
E2=E/(2.*(1.+NU))
E3=E1*NU
DO 8101 I=1, IELEM
  ELELE(I,1)=E1
  ELELE(I,2)=E1
  ELELE(I,3)=E2
  ELELE(I,4)=E3
  ELELE(I,5)=0.
  ELELE(I,6)=0.
8101 CONTINUE
RETURN
END

```

```

SUBROUTINE ISODP(ELELE, IELEM, E, NU)
REAL NU
DIMENSION ELELE(16,6)
E1=(E*NU)/((1.+NU)*(1.-(2.*NU)))
E2=E/(2.*(1.+NU))
DO 8102 I=1, IELEM
  ELELE(I,1)=E1+(2.*E2)
  ELELE(I,2)=E1+(2.*E2)
  ELELE(I,3)=E2
  ELELE(I,4)=E1
  ELELE(I,5)=0.
  ELELE(I,6)=0.
8102 CONTINUE
RETURN
END

```

```

** ORTHO MATRICES DE RIGIDITE ORTHOTROPE PROBLEME PLAN
SUBROUTINE ORTHO(ELELE, ILEC)
DIMENSION ELELE(16,6), TC(3,3), R(3,3), T(3,3)
C
7002 READ(ILEC,7000)KFIN, IDEB, IFIN, IPAS, TO(1,1), TO(1,2), TO(2,2), TO(3,3)
S, ITETA, TETA
7000 FORMAT(11,3I4,4E11.4,11,4E11.4)
C
IF(KFIN-8)7003,7003,7999
C
7003 TO(1,3)=0.
TO(2,3)=0.
TO(3,1)=0.
TO(3,2)=0.
TO(2,1)=TO(1,2)
C
IF(ITETA-8)7005,7005,7998
C
7005 R(1,1)= COS(TETA)*COS(TETA)
R(1,2)= SIN(TETA)*SIN(TETA)
R(1,3)= SIN(TETA)*CCS(TETA)*(-2.)
R(2,1)= R(1,2)
R(2,2)= R(1,1)
R(2,3)=(-1.)*R(1,3)
R(3,1)= SIN(TETA)*COS(TETA)
R(3,2)=(-1.)*R(3,1)
R(3,3)=(COS(TETA)*COS(TETA))-(SIN(TETA)*SIN(TETA))
C
DO 7006 L=1,3
DO 7006 J=1,3
T(L,J)=0.
DO 7006 K=1,3
7006 T(L,J)=T(L,J)+TC(L,K)*R(J,K)
C
DO 7007 L=1,3
DO 7007 J=1,3
TO(L,J)=0.
DO 7007 K=1,3
7007 TO(L,J)=TO(L,J)+R(L,K)*T(K,J)
C
7998 DO 7004 I=IDEB, IFIN, IPAS
ELELE(I,1)=TO(1,1)
ELELE(I,2)=TO(2,2)
ELELE(I,3)=TO(3,3)
ELELE(I,4)=TO(1,2)
ELELE(I,5)=TO(2,3)
ELELE(I,6)=TO(1,3)
7004 CONTINUE
C
GO TO 7002
C
7999 RETURN
END

```

UTILISATION DU PROGRAMME ELF

1. Définir dans le programme ILEC et IECR, numéros des unités de lecture et d'écriture.

2. Cartes de données

21. une carte d'entête - 80 colonnes

22. une carte pour :

NTPOI nombre de points

NXPOI nombre de points sur l'axe x

NYPOI nombre de points sur l'axe y

IFORM définit le format de lecture

IFORM = 1 : 80 F1.0

2 : 40 F2.0

3 : 26 F3.0

4 : 20 F4.0

5 : 16 F5.0 (5 colonnes/coordonnées
16 coordonnées/carte)

ECHLX échelle de lecture des x

ECHLY échelle de lecture des y

IELEM nombre d'éléments

NOMIT nombre d'itérations

RELAX coefficient de surrelaxation

23. une carte pour :

E module d'Young du matériau

NU coefficient de Poisson du matériau

IPROB définit le type de problème :

IPROB = 1 isotrope contrainte plane

2 isotrope déformation

3 anisotrope problème plan

24. cartes de lecture des coordonnées :

La disposition est donnée et définie par IFORM.

On lit d'abord les abscisses de tous les points, puis les ordonnées.

25. cartes de lecture des numéros des éléments enlevés (trous)

10 cartes au maximum

1 en colonne 1 : carte de données

9 en colonne 1 : fin de données (ou pas d'éléments enlevés)

26. si IPROB = 3 (cas anisotrope) lecture des coefficients d'élasticité.

$T(1,1)$, $T(1,2)$, $T(2,2)$, $T(3,3)$

1 en colonne 1 : carte de données

9 en colonne 1 : fin de données

27. lecture des conditions aux limites.

Limites en forces puis en déplacements.

9 en colonne 1 : fin de données

28. Lecture de KFIN.

3. Cartes de contrôle.

Varié suivant le type d'ordinateur utilisé.

4. Exécution.

Si le maillage choisi est rationnel (voir p. 6), la méthode doit conduire au résultat, plus ou moins rapidement suivant la valeur de RELAX (en principe $v \leq 1,5$). La plupart des erreurs se situent dans la lecture des coordonnées des points ; il vaut mieux, si le maillage le permet, les faire générer automatiquement.

BIBLIOGRAPHIE

- 1 Timoshenko - Goodier
Théorie de l'Elasticité - Béranger - 1961
- 2 AE. Green - W. Zerna
Theoretical Elasticity - Clarendon Press - 1968
- 3 J. Fine - G. Vouille
La méthode des éléments finis appliquée à la mécanique des Roches
C E M R Fontainebleau
- 4 J. Fine - La méthode des éléments finis
Séminaire à l'E.N.S.M. de Paris - Mars 1971
- 5 J.S. Przemieniecki
Theorie of matrix structural analysis - Mc Graw-Hill - 1968.
- 6 O.C. Zienkiewicz ; Y.K. Cheung
The Finite Element Method in Structural and Continuum Mechanics.
Me Graw-Hill - 1967
- 7 J. Johnson, A. Korganoff
Eléments de calcul numérique - compagnie Bull
- 8 J.H. Argyris ; S. Kelsey ; H. Kamel
Matrix methods in structural analysis. Pergamon Press - 1964
- 9 J.D. Eshelby
Proc. R. Soc. A 252 - p. 561 - 1957
- 10 E. Kröner
Z. Phys. 151 p. 504 - 1958
- 11 P.R. Morris
Int. J. Engny. SCI 8 p. 49 - 1970
- 12 G. Simmons H. Wang
Single Crystal Elastic Constants and Calculated Aggregate Properties
the M.I.T. Press