



**HAL**  
open science

# Méthodes de réalisation et d'interprétation des figures de pôles directes

Daniel Ruer

► **To cite this version:**

Daniel Ruer. Méthodes de réalisation et d'interprétation des figures de pôles directes. Matériaux. Université Paul Verlaine - Metz, 1971. Français. NNT : 1971METZ003S . tel-01775547

**HAL Id: tel-01775547**

**<https://hal.univ-lorraine.fr/tel-01775547v1>**

Submitted on 24 Apr 2018

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



## AVERTISSEMENT

Ce document est le fruit d'un long travail approuvé par le jury de soutenance et mis à disposition de l'ensemble de la communauté universitaire élargie.

Il est soumis à la propriété intellectuelle de l'auteur. Ceci implique une obligation de citation et de référencement lors de l'utilisation de ce document.

D'autre part, toute contrefaçon, plagiat, reproduction illicite encourt une poursuite pénale.

Contact : [ddoc-theses-contact@univ-lorraine.fr](mailto:ddoc-theses-contact@univ-lorraine.fr)

## LIENS

Code de la Propriété Intellectuelle. articles L 122. 4

Code de la Propriété Intellectuelle. articles L 335.2- L 335.10

[http://www.cfcopies.com/V2/leg/leg\\_droi.php](http://www.cfcopies.com/V2/leg/leg_droi.php)

<http://www.culture.gouv.fr/culture/infos-pratiques/droits/protection.htm>

S/M<sub>3</sub> - 71/3

# THÈSE

présentée  
A LA FACULTÉ DES SCIENCES DE L'UNIVERSITÉ DE METZ

pour obtenir le titre de  
DOCTEUR-INGÉNIEUR

par  
**Daniel RUER**  
Ingénieur C. N. A. M.

BIBLIOTHEQUE UNIVERSITAIRE - METZ	
N° inv.	19710055
Cote	S/M <sub>3</sub> 71/3
Loc	

## MÉTHODES DE RÉALISATION ET D'INTERPRÉTATION DES FIGURES DE POLES DIRECTES

Soutenu le 27 novembre 1971 devant la commission d'examen :

MM. R. BARO . . . . Président  
P. COULOMB }  
C. TAVARD } . . Examineurs

U.E.R. "SCIENCES EXACTES ET NATURELLES"

de METZ

(Faculté des Sciences)

PROFESSEURS

- |                    |                     |
|--------------------|---------------------|
| - M. LONCHAMP J.P. | T.T.P. Physique     |
| - Mme CAGNIANT D.  | P.S.C. Chimie       |
| - M. LERAY J.      | P.S.C. Physique     |
| - M. BLOCH J.M.    | T. Chimie           |
| - M. GERARD R.     | P.S.C. Mathématique |

MAITRES DE CONFERENCES

- |                  |           |
|------------------|-----------|
| - M. CHARLIER A. | Physique  |
| - M. TAVARD C.   | Physique  |
| - M. WEBER J.D.  | Mécanique |
| - M. WENDLING E. | Chimie    |

CHARGES D'ENSEIGNEMENT

- |              |              |
|--------------|--------------|
| - Mme SEC A. | Mathématique |
| - M. WEIL M. | Mathématique |

## AVANT-PROPOS

Le présent travail a été réalisé au Laboratoire de Métallurgie Structurale de la Faculté des Sciences de METZ sous la direction de Monsieur le Professeur R. BARO que je prie d'accepter l'expression de ma profonde gratitude pour l'intérêt et la confiance indéfectible qu'il n'a cessé de me manifester ainsi que pour son attitude libérale et constamment bienveillante à mon égard.

J'adresse mes plus vifs remerciements à Monsieur le Professeur P. COULOMB, de la Faculté des Sciences de TOULOUSE, pour l'intérêt qu'il porte à mes travaux et suis très touché de l'honneur qu'il me fait en participant à mon jury.

Je remercie Monsieur C. TAVARD de m'avoir permis, par ses conseils et ses critiques, de formuler plus clairement ma conception de l'analyse des textures.

Je n'oublie pas de remercier tout spécialement, pour la qualité exceptionnelle de son travail, Monsieur A. THIL à qui nous devons la réalisation des circuits imprimés et des plans du traceur automatique de figures de pôles, la construction des nouveaux canevas stéréographiques ainsi que la présentation des figures illustrant ce texte.

Mes remerciements vont également à  
Monsieur A. BILOCQ pour le soin apporté dans la construction  
et la finition de notre appareil ainsi qu'à Monsieur R. SALMON  
pour son importante contribution dans la mise au point du  
dernier prototype.

Je remercie de même tous ceux qui ont facilité  
la réalisation de ce travail, en particulier  
Monsieur J.J. HEIZMANN, pour son aide expérimentale,  
Monsieur P. MAURICE, Directeur de l'Ecole Nationale d'Ingénieurs  
de METZ, pour les facilités offertes dans l'utilisation des  
installations de traitement automatique de son établissement,  
Monsieur A. VADON pour la programmation et le tracé automatique  
des canevas ainsi que Madame A. PROFIZI, pour ses travaux photo-  
graphiques.

Mes sincères remerciements vont aussi à  
Monsieur H. METZINGER pour sa coopération en général et, en  
particulier, pour les facilités accordées dans la réalisation  
des travaux de reproduction et de reliure.

Enfin, j'exprime mon entière satisfaction à  
Mademoiselle N. MORITZ pour le soin apporté à la présentation  
du texte ainsi qu'à toutes les personnes ayant participé à son  
impression.

-:-:-:-:-

## TABLE DES MATIERES

	<u>Pages</u>
<u>INTRODUCTION</u>	1
<u>Chapitre 1. - NOTION DE TEXTURE</u>	3
1.1 : Notion d'orientation	4
1.2 : Notion de texture simple	6
1.3 : Texture de fibre complète	7
1.4 : Texture de fibre partielle	8
<u>Chapitre 2. - REPRESENTATION GRAPHIQUE DE                   <u>LA TEXTURE</u></u>	11
2.1 : La projection stéréographique	12
2.2 : Figures de pôles d'une texture simple	14
2.3 : Figures de pôles d'une texture de fibre partielle	15
<u>Chapitre 3. - CONSTRUCTION DES FIGURES DE                   <u>POLES EXPERIMENTALES</u></u>	21
3.1 : Les méthodes utilisées	22
3.2 : Rappel de la méthode de SCHULZ	22
3.3 : Réalisation d'une figure de pôles expérimentale	25
3.4 : Construction automatique des figures de pôles	26
3.5 : Le traceur automatique TEXTUREX	27
3.6 : Remarques sur les limitations expérimentales	31

<u>Chapitre 4. - L'ANALYSE DES TEXTURES</u>	37
4.1 : Introduction	38
4.2 : Etude des figures de pôles directes	38
4.2.1 : Utilisation des textures de fibres	42
4.3 : Etude des figures de pôles inverses	48
4.4 : Réflexions sur les différentes méthodes d'analyse	51
<u>Chapitre 5. - INTERET D'UNE NOUVELLE METHODE</u>	54
5.1 : Introduction	55
5.2 : La méthode idéale	55
5.3 : La méthode GREWEN-WASSERMANN	55
5.4 : Remarques sur le "modèle GREWEN-WASSERMANN"	56
<u>Chapitre 6. - REALISATION DE NOUVEAUX CANEVAS STEREOGRAPHIQUES</u>	59
6.1 : Présentation des canevas	66
6.2 : Intérêt des canevas	64
<u>Chapitre 7. - METHODE D'ANALYSE A L'AIDE DES CANEVAS</u>	70
7.1 : Méthode utilisée	71
7.2 : Résultats obtenus	73
<u>Chapitre 8. - ANALYSE DE LA TEXTURE DE LAMINAGE DE L'ALUMINIUM D'APRES LES FIGURES DE POLES PUBLIEES PAR J. GREWEN ET G. WASSERMANN EN 1955</u>	75



<u>Chapitre 9.</u> - <u>ANALYSE DE LA TEXTURE DE LAMINAGE</u> <u>DU CUIVRE D'APRES LES FIGURES DE</u> <u>POLES PUBLIEES PAR H.J. BUNGE ET</u> <u>F. HAESSNER EN 1968</u>	89
<u>Chapitre 10.</u> - <u>ANALYSE DE LA TEXTURE DE LAMINAGE</u> <u>D'UN ECHANTILLON DE CUIVRE PRESEN-</u> <u>TANT UNE IMPORTANTE ORIENTATION</u> <u>(001) <math>\langle \bar{1}00 \rangle</math></u>	109
<u>RESUME ET CONCLUSION GENERALE</u>	123
<u>ANNEXE.</u> - <u>CALCUL ET CONSTRUCTION DES CANEVAS</u> <u>STEREOGRAPHIQUES</u>	126
<u>BIBLIOGRAPHIE</u>	138

## I N T R O D U C T I O N

Depuis une dizaine d'années, l'étude des textures s'est considérablement développée et intéresse des domaines de recherches de plus en plus variés. La publication de volumineux ouvrages sur ce sujet, notamment par G. WASSERMANN et J. GREWEN en 1962 [1] [2], par I.D. DILLAMORE et W.T. ROBERTS en 1965 [3] et par J. BUNGE en 1969 [4] est la preuve de l'importance croissante de cette discipline. En particulier, l'étude des textures joue un rôle de plus en plus grand dans certaines technologies de pointe comme, par exemple, la fabrication de couches minces pour circuits intégrés électroniques. [5].

Le point de départ de l'étude des textures étant évidemment la détermination précise de celles-ci, différentes méthodes d'analyse ont été imaginées. Certaines méthodes très récentes traitent directement les données expérimentales à l'aide de calculateurs de grande capacité. La représentation de la texture est obtenue, dans ce cas, sous la forme d'un ensemble de graphes, chaque graphe correspondant à une valeur constante de l'un des paramètres utilisés. Les résultats obtenus sont difficiles à exprimer de façon simple. En particulier, dans le cas où une texture est constituée de plusieurs textures de fibres partielles, ces méthodes ne permettent pas la mise en évidence simple des axes de fibres.

Nous présentons ici une nouvelle méthode d'analyse des textures basée sur la notion de fibre partielle introduite par J. GREWEN et G. WASSERMANN en 1955 [6]. La détermination de la répartition des orientations s'obtient directement à partir des figures de pôles directes et les résultats obtenus s'expriment de façon simple. Nous comparerons les résultats obtenus par cette nouvelle méthode avec ceux obtenus à l'aide d'un développement en série sur la base des harmoniques sphériques généralisés dans le cas de la texture de laminage du cuivre.

Nous appliquerons aussi notre méthode à l'analyse de la texture de laminage de l'aluminium publiée par J. GREWEN et G. WASSERMANN ainsi qu'à la détermination de la texture de laminage d'un échantillon de cuivre présentant une orientation (001) [100] très importante.

-:-:-:-:-

Chapitre 1

NOTION DE TEXTURE

## 1 - NOTION DE TEXTURE

Les matériaux polycristallins (métaux, roches, etc...) peuvent être considérés comme essentiellement formés d'un assemblage de grains. Chaque grain peut être assimilé à un petit monocristal et désigné sous le nom de cristallite.

Tout cristallite est défini par sa position, sa forme et son orientation dans l'échantillon du matériau considéré. Seule son orientation intervient dans la détermination de sa texture.

### 1.1 : Notion d'orientation -

Un cristallite étant assimilé à un monocristal, son orientation sera déterminée par la connaissance des angles que font les plans réticulaires du cristallite avec des plans ou des directions fixes par rapport à l'échantillon étudié.

Dans tout ce qui suit, nous nous limiterons volontairement au cas des matériaux appartenant au système cubique. L'échantillon étudié sera supposé avoir la forme d'un prisme droit à base rectangulaire de sorte que le référentiel orthogonal lié à l'échantillon sera formé respectivement par les trois directions parallèles à la longueur, à la largeur et à l'épaisseur de celui-ci.

Dans le cas particulier des échantillons de tôles laminées, les axes du référentiel fixe seront donc la direction de laminage  $O\vec{L}$ , la direction transverse  $O\vec{T}$  et la normale  $O\vec{N}$  au plan de laminage (figure 1).

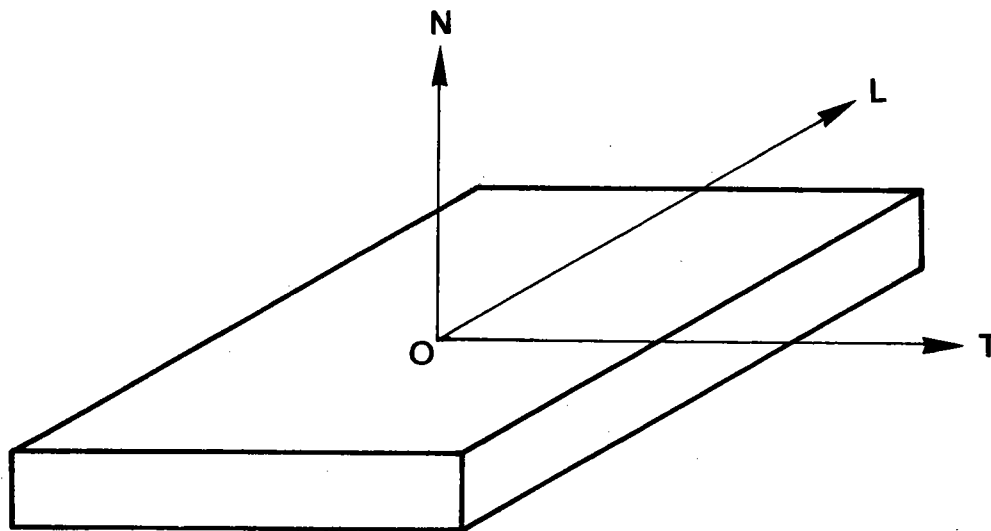


Fig.1. Référentiel lié à l'échantillon.

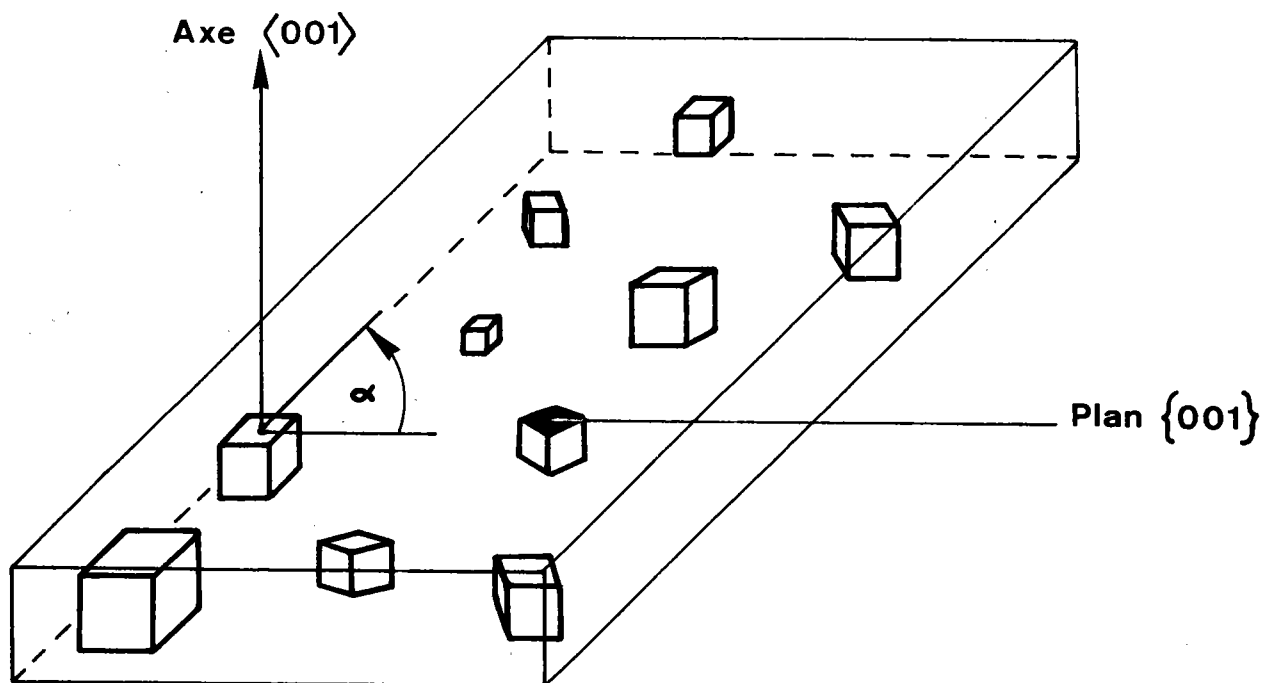


Fig.2. Ensemble de cristallites appartenant à une texture de fibre d'axe  $\langle 001 \rangle$  normal à la surface de l'échantillon.

L'orientation d'un cristallite peut être déterminée de plusieurs façons. Nous choisirons pour le moment la convention utilisée en métallurgie. L'orientation d'un cristallite sera connue par la donnée, d'une part, du plan réticulaire parallèle au plan de l'échantillon ( $O\vec{L}$ ,  $O\vec{T}$ ) et, d'autre part, par l'indication de la rangée parallèle à la direction  $O\vec{L}$ .

Ainsi, l'orientation  $(001) \langle \bar{1}10 \rangle$  signifie que le plan  $(001)$  est parallèle au plan de l'échantillon et que la rangée  $\langle \bar{1}10 \rangle$  est parallèle à la direction  $O\vec{L}$ .

En fait, il n'est généralement pas possible de distinguer les uns des autres les plans réticulaires ayant les mêmes indices de Miller. Pour cette raison, nous adopterons désormais la notation plus correcte  $\{h k l\} \langle u v w \rangle$  ce qui, dans le cas précédent, donne  $\{001\} \langle \bar{1}10 \rangle$ , par exemple.

## 1.2 : Notion de texture simple -

Il est dans certains cas possible que, à la suite de différents traitements mécaniques ou thermiques, une très grande proportion des cristallites prennent une même orientation. Cette orientation est alors appelée orientation préférentielle et l'on dit alors que l'échantillon possède une texture simple.

L'un des exemples les plus connus est celui de la texture de Goss des tôles d'acier dites "à grains orientés"

utilisées notamment pour la confection des circuits magnétiques de transformateurs. La texture de Goss est caractérisée par l'existence d'une seule orientation préférentielle, l'orientation  $\{110\} \langle 001 \rangle$  .

Lorsqu'aucune orientation préférentielle n'est présente, il y a absence de texture et l'échantillon présente des propriétés physiques isotropes. Il apparaît donc que l'étude de la texture est liée à celle de l'anisotropie "directionnelle" des cristallites.

### 1.3 : Texture de fibre complète -

Une texture de fibre est la réunion d'un grand nombre d'orientations préférentielles admettant une direction commune fixe à la fois dans le trièdre attaché à l'échantillon et dans le cristal. Cette direction commune qui, dans le système cubique, est perpendiculaire au plan réticulaire commun, prend le nom d'axe de fibre.

La figure 2 montre la disposition de cristallites appartenant à une texture de fibre dont l'axe de fibre est normal au plan de l'échantillon. Tous les cristallites représentés ont un même plan  $\{001\}$  parallèle au plan de l'échantillon, de sorte que l'axe de fibre sera la rangée  $\langle 001 \rangle$  .

Une texture de fibre sera définie si l'on donne la position de l'axe de fibre par rapport à l'échantillon. Les différentes orientations préférentielles constituant la texture de fibre se déduisent les unes des autres par une rotation  $\alpha$  autour de l'axe de fibre. Lorsque  $\alpha$  prend toutes les valeurs possibles comprises entre  $0^\circ$  et  $360^\circ$  on dit qu'il s'agit d'une texture de fibre complète.



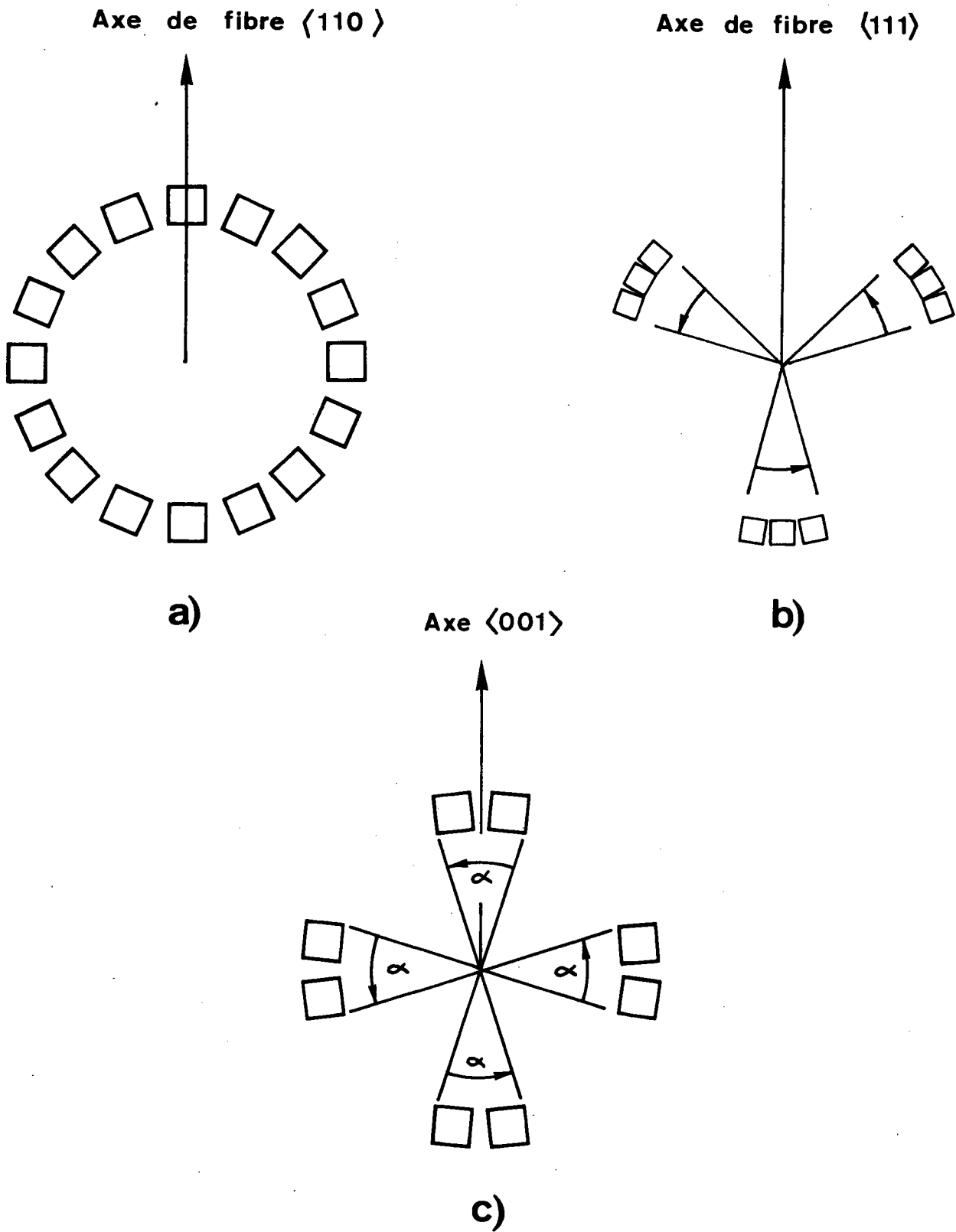
#### 1.4 : Texture de fibre partielle -

La notion de texture de fibre partielle a été introduite par GREWEN-WASSERMANN [6]. D'après la définition de la fibre complète donnée au paragraphe précédent, une fibre partielle serait donc caractérisée par une valeur de  $\alpha$  inférieure à  $360^\circ$ . Or, les figures 3a, 3b et 3c montrent qu'il n'est pas nécessaire que  $\alpha$  prenne toutes les valeurs possibles de  $0$  à  $360^\circ$  pour qu'une fibre soit complète. En effet, si l'axe de fibre est un axe de symétrie cristallographique d'ordre 2, 3 ou 4, il suffit que  $\alpha$  prenne respectivement toutes les valeurs comprises entre  $0^\circ$  et  $180^\circ$ ,  $0^\circ$  et  $120^\circ$ ,  $0^\circ$  et  $90^\circ$ . La figure 3a qui représente symboliquement une fibre complète d'axe  $\langle 110 \rangle$  peut tout aussi bien être considérée comme une fibre partielle d'axe  $\langle 110 \rangle$  pour laquelle  $\alpha$  varie de  $0$  à  $180^\circ$ . La distinction entre fibre complète et fibre partielle est donc inutile puisque, si l'on tient compte de l'ordre de symétrie de l'axe cristallographique parallèle à l'axe de la fibre, toute fibre complète peut être considérée comme une fibre partielle.

Dans ces conditions, nous pouvons désigner une texture de fibre, qu'elle soit complète ou partielle, par une expression unique :

$$\langle u \ v \ w \rangle \quad (\omega, \psi, \alpha)$$

Dans cette expression  $\langle u \ v \ w \rangle$  indique la nature de l'axe de fibre, les angles  $\omega$  et  $\psi$  donnant sa position  $O\vec{\omega}$



**Fig. 3.** a) Exemple de fibre complète d'axe  $\langle 110 \rangle$  ou encore fibre partielle  $\langle 110 \rangle$  ( $\omega, \psi, 180$ ).  
 b) et c) Exemples de fibres partielles (les axes sont perpendiculaires au plan des figures).

dans l'échantillon et  $\alpha$  l'amplitude de la rotation autour de  $O\vec{\Omega}$  (figure 4). Nous conviendrons de prendre comme sens positif pour  $\omega$ ,  $\psi$  et  $\alpha$  le sens trigonométrique usuel (sens inverse des aiguilles d'une montre).

-:-:-:-:-

## Chapitre 2

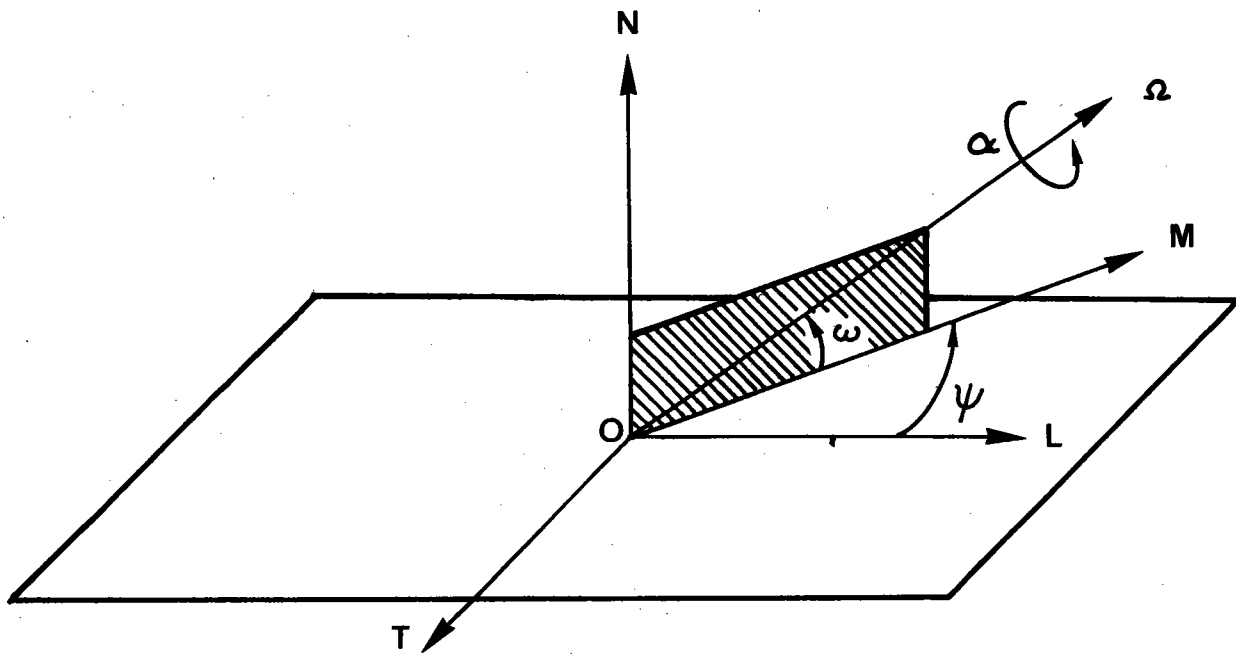
REPRESENTATION GRAPHIQUE DE LA TEXTURE

## 2 - REPRESENTATION GRAPHIQUE DE LA TEXTURE -

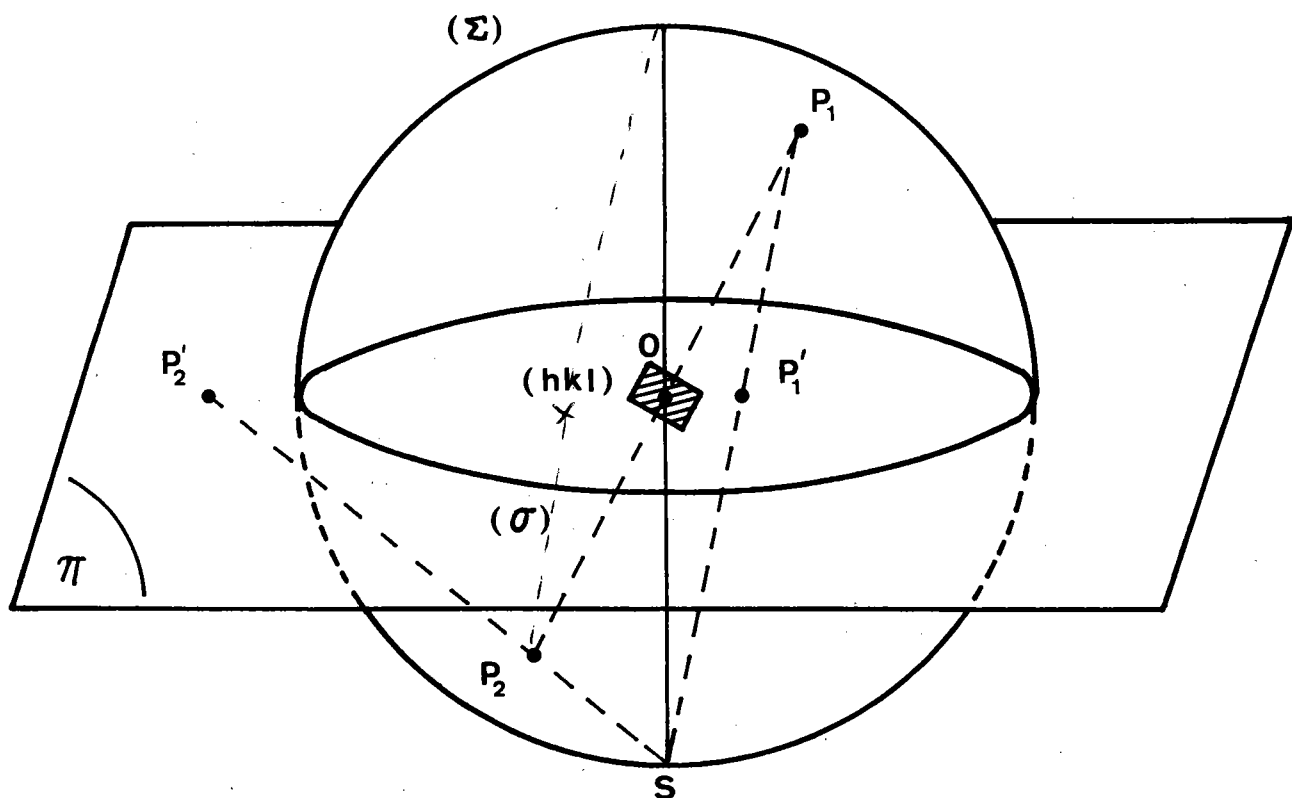
### 2.1 : La projection stéréographique -

La représentation graphique d'une orientation préférentielle est identique à celle d'un monocristal ayant une certaine position spatiale. Cette représentation graphique étant nécessairement une figure plane, il est donc indispensable de représenter la position du monocristal représentant symboliquement l'orientation préférentielle par une projection de celui-ci sur un plan. Le plan de projection sera, en général, le plan TOL de l'échantillon examiné (figure 1). La projection généralement utilisée est la projection stéréographique qui permet d'établir une correspondance biunivoque entre tous les plans réticulaires du monocristal et les points du plan de projection tout en conservant, ce qui est essentiel, les angles formés par les plans réticulaires entre eux.

La correspondance biunivoque entre les plans réticulaires et les points du plan de projection se fait en deux étapes. Un plan réticulaire  $(h\ k\ l)$  étant supposé placé au centre  $O$  d'une sphère imaginaire  $(\Sigma)$ , la normale à ce plan coupe  $(\Sigma)$  en deux points  $P_1$  et  $P_2$  (figure 5).  $P_1$  est désigné comme le pôle du plan  $(h\ k\ l)$  alors que  $P_2$  est le pôle du plan  $(\bar{h}\ \bar{k}\ \bar{l})$ . On voit qu'il existe une correspondance biunivoque entre l'ensemble des plans réticulaires et les points de la sphère  $(\Sigma)$  qui prend alors le nom de sphère des pôles. Soit  $S$  le pôle de la projection stéréographique et  $(\pi)$  le plan de projection. Les pôles  $P_1$  et  $P_2$  se projettent respectivement en  $P'_1$  et  $P'_2$ . On voit (figure 5) que les pôles, tels que  $P_2$ ,



**Fig. 4.** Représentation géométrique d'une fibre partielle à l'aide des 3 paramètres  $\omega$ ,  $\psi$  et  $\alpha$ . L'axe de fibre coïncide avec  $\vec{O\Omega}$ .



**Fig. 5.** Principe de la projection stéréographique.

situés sur la demi-sphère inférieure au plan ( $\pi$ ), se projettent en  $P'_2$ , dans la région du plan ( $\pi$ ) extérieure au cercle ( $\sigma$ ).

Dans la pratique, la projection stéréographique est généralement restreinte à la demi-sphère des pôles supérieure au plan ( $\pi$ ) (figure 5). La surface de projection se réduit alors au disque limité par le cercle ( $\sigma$ ) déterminé par l'intersection de sphère ( $\Sigma$ ) et du plan ( $\pi$ ). L'ensemble des points  $P'_1$  intérieurs à ( $\sigma$ ) interviennent dans la construction d'une figure de pôles.

## 2.2 : Figures de pôles d'une texture simple -

Dans l'étude de la texture, une figure de pôles ne comprend que les pôles correspondant à une même forme de plan. On conçoit donc qu'une même orientation puisse être représentée théoriquement par une infinité de figures de pôles, une par forme de plan  $\{h k l\}$ . En fait, seules certaines formes de plans d'indices de Miller faibles sont susceptibles de diffracter les rayons X de façon sensible. Dans la pratique, le nombre total de figures de pôles réalisables expérimentalement se réduit au maximum à quatre ou cinq.

Dans le système cubique centré, les figures de pôles correspondant aux formes de plans  $\{200\}$ ,  $\{110\}$ ,  $\{211\}$ ,  $\{222\}$ ,  $\{310\}$  et  $\{321\}$  sont réalisables.

Dans le système cubique à faces centrées, les seules figures pratiquement réalisables correspondent aux formes de plans  $\{200\}$ ,  $\{111\}$ ,  $\{220\}$  et  $\{311\}$ .

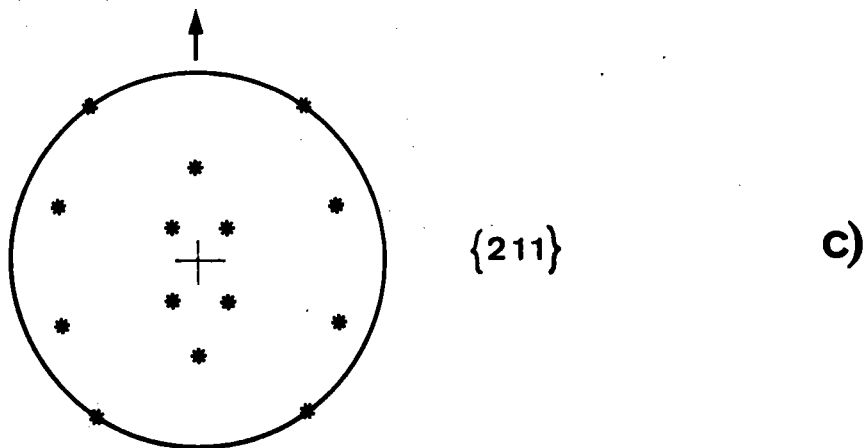
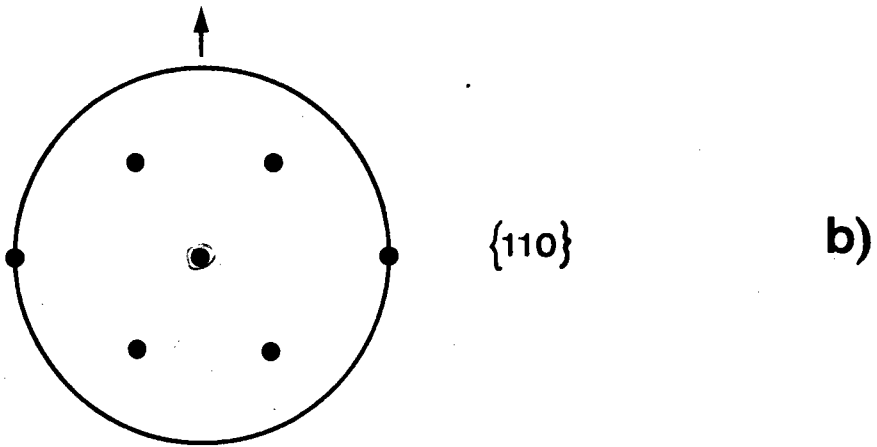
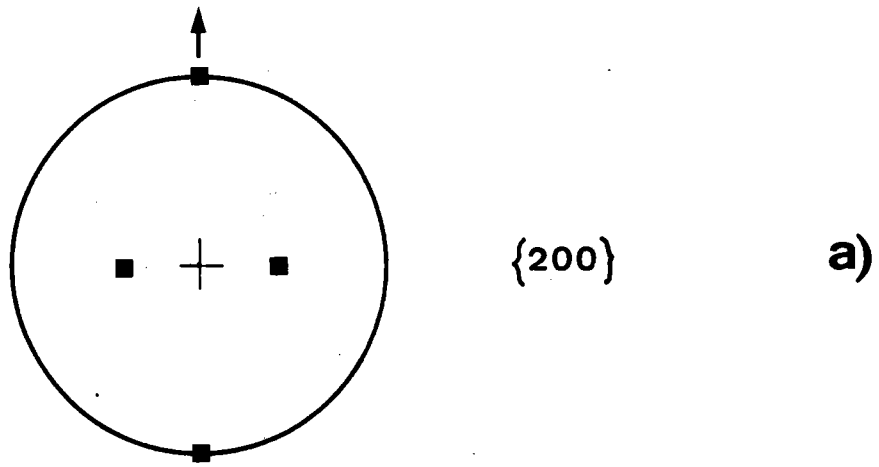
La texture de Goss, par exemple, pourra être indifféremment représentée par l'une des figures de pôles de la figure 6 qui sont équivalentes.

L'exemple précédent montre que si, théoriquement, toutes les figures sont équivalentes, certaines sont plus simples en raison de la plus faible multiplicité du plan  $(h\ k\ l)$  considéré. La figure 6a ne présente que 4 pôles alors que la figure 6c en présente 14. Le nombre de pôles correspondant à une seule orientation est au moins égal à  $\frac{n}{2}$ ,  $n$  désignant sa multiplicité. Ce nombre augmente d'une unité lorsqu'un pôle est situé sur le cercle  $(\sigma)$ , c'est-à-dire sur la circonférence de la figure. Comme, en général, une texture est souvent composée de plusieurs orientations préférentielles, on voit qu'il faut préférer les figures de pôles d'indices les plus faibles si l'on veut espérer pouvoir les interpréter. Heureusement, ce sont les figures de pôles les plus simples qui, expérimentalement, sont obtenues avec le plus de facilité et avec la plus grande précision.

### 2.3 : Figures de pôles d'une texture de fibre partielle -

Une texture de fibre partielle est constituée d'un grand nombre de cristallites d'orientations très voisines se succédant les unes aux autres par rotation autour de l'axe de fibre. Si le nombre des orientations constituant la fibre est suffisamment grand, on peut remplacer la succession discrète des pôles représentatifs de ces orientations par des lignes continues, ces lignes étant des arcs de cercles. D'un point de





**Fig. 6.** Représentations équivalentes de la texture de Goss par des figures de pôles suivant trois formes de plans différentes.

vue purement géométrique, il est équivalent de considérer une texture de fibre partielle comme la texture engendrée par la rotation d'un cristallite unique autour de l'axe de fibre. Cela permet alors de représenter symboliquement une texture de fibre par l'expression :

$$\langle u_1 \ v_1 \ w_1 \rangle \{h_0 \ k_0 \ l_0\} \langle u_0 \ v_0 \ w_0 \rangle (\omega, \psi, \alpha).$$

Dans cette expression,  $\{h_0 \ k_0 \ l_0\} \langle u_0 \ v_0 \ w_0 \rangle$  représente la position initiale d'un cristallite, position à partir de laquelle celui-ci tourne d'un angle  $\alpha$  autour de l'axe  $\langle u_1 \ v_1 \ w_1 \rangle$ . La position de cet axe dans l'échantillon est repéré par les angles  $\omega$  et  $\psi$ .

On remarque que l'expression proposée utilise douze paramètres qui ne sont pas tous indépendants. S'il est indispensable de préciser l'orientation initiale :

$$\{h_0 \ k_0 \ l_0\} \langle u_0 \ v_0 \ w_0 \rangle ,$$

la donnée de la rangée  $\langle u_1 \ v_1 \ w_1 \rangle$  parallèle à l'axe de fibre n'est pas nécessaire car celle-ci peut se déduire de la connaissance simultanée de  $\{h_0 \ k_0 \ l_0\} \langle u_0 \ v_0 \ w_0 \rangle$  et de  $(\omega, \psi, \alpha)$ . Par contre, la connaissance de :

$$\langle u_1 \ v_1 \ w_1 \rangle \text{ et de } \{h_0 \ k_0 \ l_0\} \langle u_0 \ v_0 \ w_0 \rangle$$

ne permet de trouver que  $\omega$  et  $\psi$ . L'expression :

$$\langle u_1 \ v_1 \ w_1 \rangle \{h_0 \ k_0 \ l_0\} \langle u_0 \ v_0 \ w_0 \rangle$$

ne peut donc pas représenter une texture de fibre car elle ne permet pas de connaître la valeur de  $\alpha$ . Par conséquent, la représentation symbolique la plus simple d'une texture de

fibre sera obligatoirement :

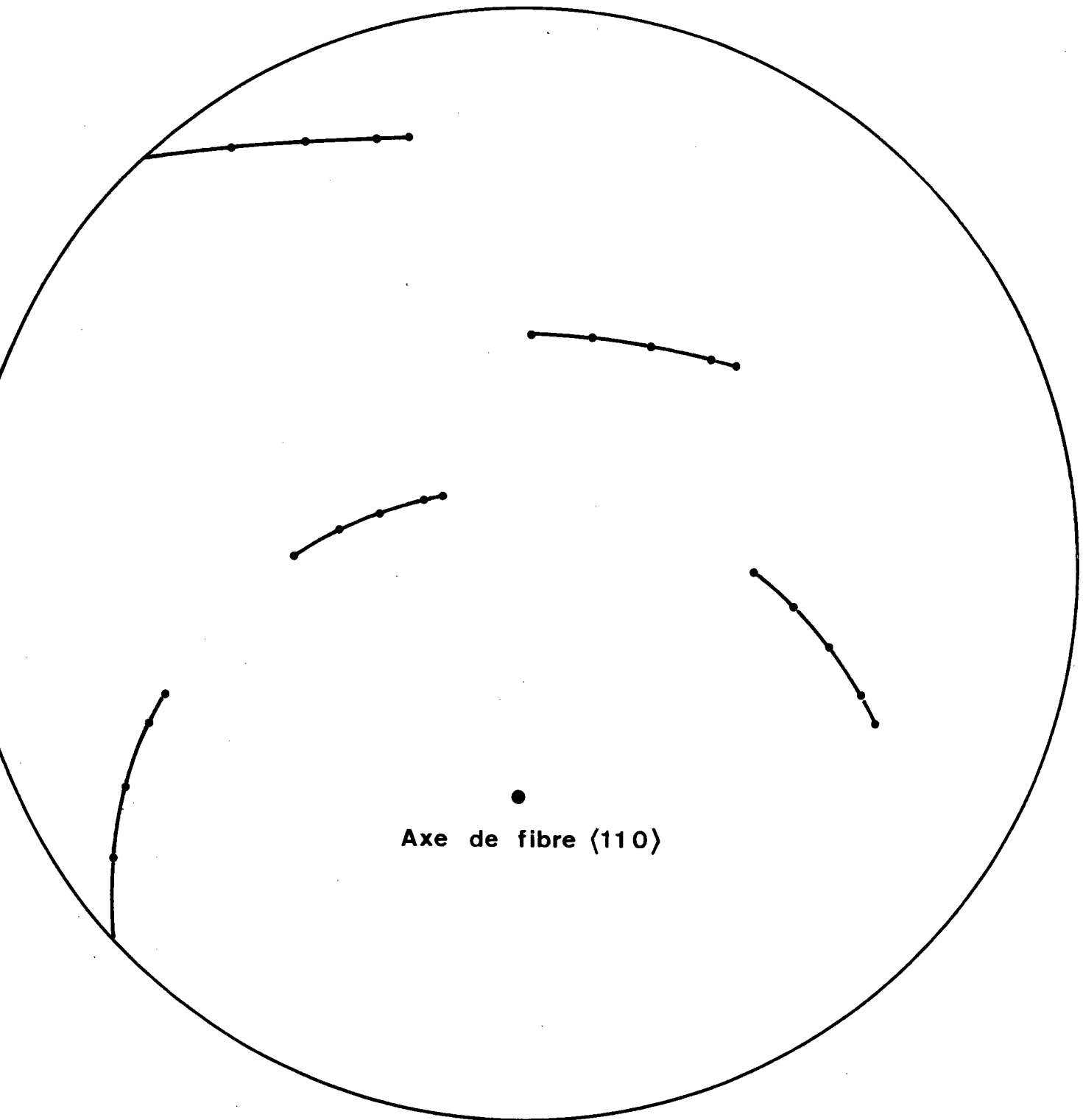
$$\{h_0 \ k_0 \ l_0\} \langle u_0 \ v_0 \ w_0 \rangle \quad (\omega, \psi, \alpha)$$

Ainsi, la texture de fibre représentée par la figure 7 pourra être notée :  $\{001\} \langle \bar{1}00 \rangle (45, 180, -35)$  au lieu de :  $\langle 110 \rangle \{001\} \langle \bar{1}00 \rangle (45, 180, -35)$ .

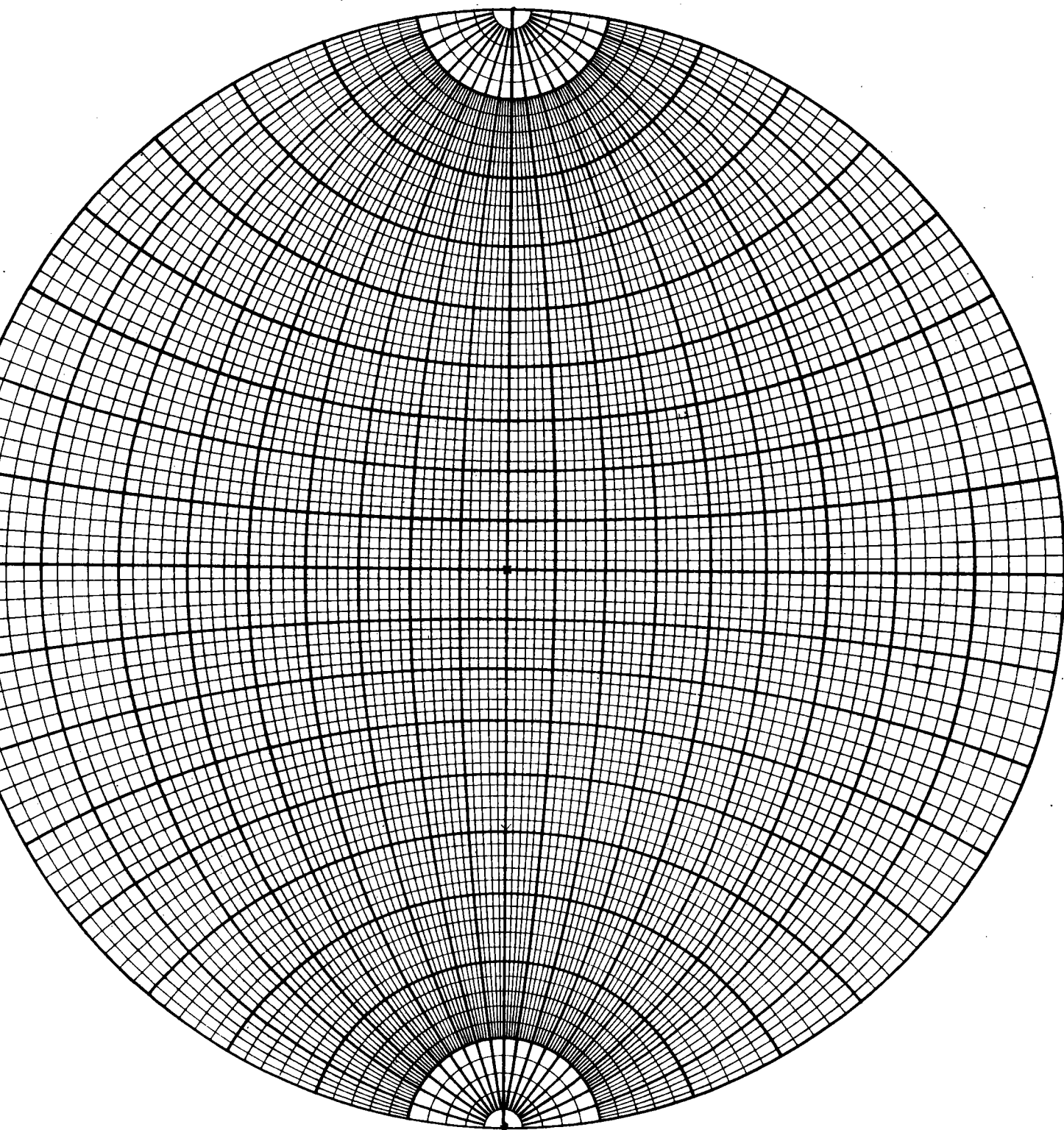
Pour construire les différentes projections stéréographiques de la figure 7, on peut utiliser l'abaque connu sous le nom de canevas de Wulff (figure 8).

La représentation graphique d'une texture connue n'offre guère de difficultés lorsque cette texture est relativement simple. Malheureusement, dans la pratique, les textures sont souvent très complexes et le problème de la construction précise des figures de pôles expérimentales ne peut s'obtenir que par des procédés modernes de traitement automatique.

--:--:--:--



**Fig.7.** Représentation des pôles {110} appartenant à la texture de fibre  $\langle 110 \rangle \{001\} \langle \bar{1}00 \rangle (45, 180, -35)$ .



**Fig. 8.** Canevas de Wulff

Chapitre 3

CONSTRUCTION DES FIGURES DE POLES EXPERIMENTALES

### 3 - CONSTRUCTION DES FIGURES DE POLES EXPERIMENTALES

#### 3.1 : Les méthodes utilisées -

A l'heure actuelle, la détermination expérimentale des textures se fait essentiellement par diffraction des rayons X suivant la méthode très connue due à Schulz [7] [8] [9] [10] [11]. Certains auteurs ont utilisé la diffraction des électrons grâce au microscope électronique [12] [13] [14] [15] [16] [17] [18] alors que d'autres commencent à utiliser la diffraction des neutrons [19].

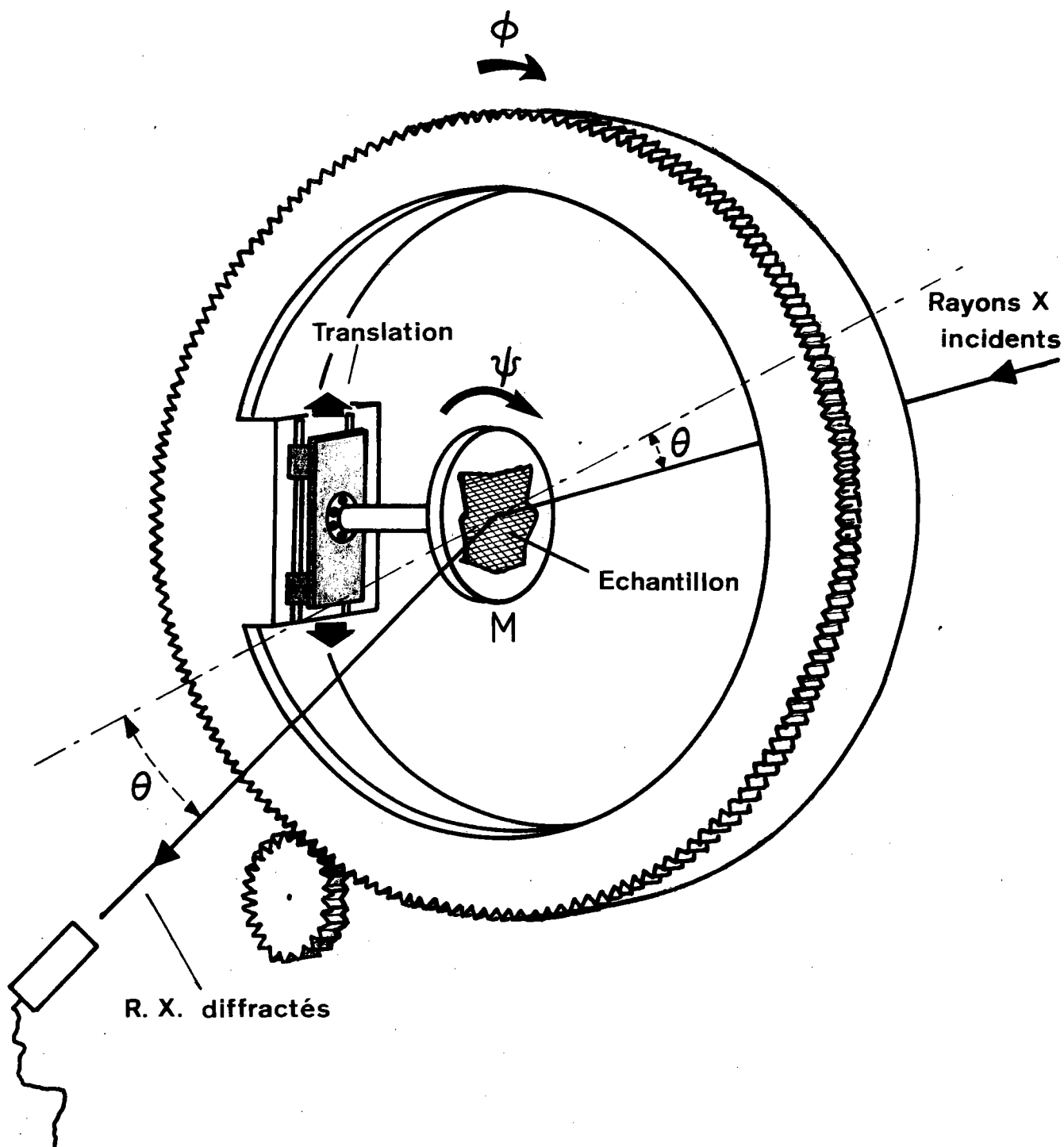
Les résultats obtenus par ces différentes méthodes concordent bien, mais les rayons X permettant une étude beaucoup plus rapide et plus facile conservent, pour cette raison, une nette préférence.

#### 3.2 : Rappel de la méthode de Schulz -

Le problème consiste à obtenir la distribution statistique des normales d'une forme du plan  $\{h\ k\ l\}$  donnée à l'intérieur d'un échantillon polycristallin.

On place pour cela l'échantillon de telle façon que les rayons X incidents fassent, avec le plan de l'échantillon, un angle  $\theta$  égal à l'angle de Bragg correspondant à la condition de diffraction d'un plan réticulaire  $(h\ k\ l)$  donné (figure 9).

L'échantillon est soumis à deux rotations simultanées. La rotation azimutale  $\psi$  correspond à une rotation de l'échantillon sur lui-même. La seconde rotation est la déclinaison  $\phi$ .



**Fig.9.** Principe de la méthode de Schulz.

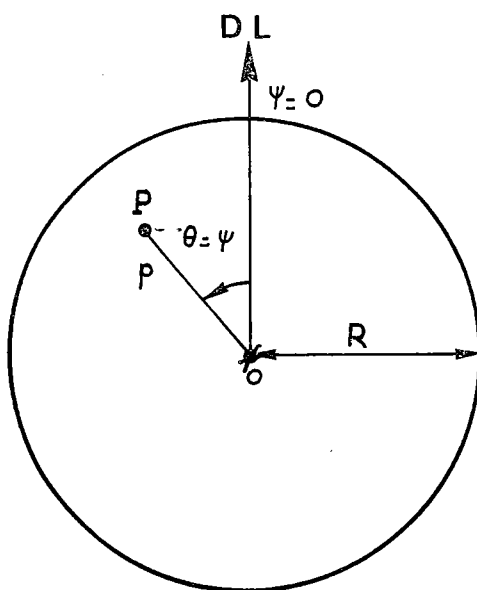


Les angles  $\psi$  et  $\varnothing$  sont des fonctions du temps. A un instant  $t$  donné, le plan  $(h k l)$  se trouvant en position de diffraction sera repéré par les angles  $\psi (t)$  et  $\varnothing (t)$ .  $\psi (t)$  représente la position angulaire par rapport à une direction fixe qui, dans le cas des tôles, est généralement la direction de laminage.  $\varnothing (t)$  représente l'angle que fait la normale au plan  $(h k l)$  qui diffracte avec la normale au plan de l'échantillon.

Le plan situé en position de diffraction sera représenté sur la figure de pôles par la projection stéréographique de son pôle. En raison de cette projection, la position du plan  $(h k l)$  considéré sera représentée sur la figure de pôles par le point  $P$  dont les coordonnées polaires  $(\rho, \theta)$  seront :

$$\begin{aligned} OP &= \rho = R \operatorname{tg} \varnothing/2 (t) \\ \theta &= \psi (t) \end{aligned}$$

où  $R$  est le rayon de la figure de pôles (figure 10).



**Fig.10.** Représentation d'un plan par un point sur une figure de pôles.

De plus, à tout point P sera associée une valeur  $I(h\ k\ l)$  de l'intensité X diffractée.

Les rotations  $\psi$  et  $\varnothing$  étant des fonctions continues linéaires du temps, on voit que l'ensemble des points P est une spirale. Le pas de cette spirale dépend des valeurs respectives de  $\psi(t)$  et de  $\varnothing(t)$ .

Le goniomètre de texture Siemens que nous avons utilisé permet le tracé d'une spirale complète en 3 h 36 mn. De plus, il soumet l'échantillon à un mouvement de translation alternative dans son plan de façon à réduire l'influence d'une éventuelle anomalie locale dans la distribution des orientations. Grâce à l'adjonction d'un dispositif supplémentaire que nous avons réalisé, le pas de la spirale décrite en 3 h 36 mn est de  $1,25^\circ$  au lieu de  $2,50^\circ$ .

### 3.3 : Réalisation d'une figure de pôles expérimentale -

Les rayons X diffractés par l'échantillon étant captés par un compteur Geiger-Muller (figure 9), les impulsions reçues sont comptées et intégrées de façon à produire une tension électrique proportionnelle au taux de comptage. La baie de mesure Siemens utilisée donne une tension variable entre 0 et 10 volts. Cette tension est normalement enregistrée sur un diagramme linéaire à l'aide d'un enregistreur potentiométrique traditionnel. C'est à partir de ce diagramme que l'on construit la figure de pôles.

#### Principe de la transformation du diagramme en figures de pôles

La tension enregistrée sur le diagramme représente la fonction  $I(h\ k\ l)$  où I est la densité de pré-

sence de la forme de plan  $\{h k l\}$  visée pour tout couple de valeurs  $(\psi(t), \varnothing(t))$ . Cela revient donc à associer à tout point  $P(\psi, \varnothing)$  de la projection stéréographique la valeur correspondante de  $I$ .

Cette opération qui demandait autrefois des heures de travail est aujourd'hui grandement facilitée grâce aux différents procédés de traçage automatique mis au point ces trois dernières années et que nous rappellerons brièvement.

#### 3.4 : Construction automatique des figures de pôles -

Le problème du traçage automatique des figures de pôles a été résolu de nombreuses manières. On peut classer les traceurs en trois catégories, suivant le procédé utilisé.

La première catégorie comprend les traceurs basés sur l'impression d'un film photographique à développement rapide [20], [21]. Ce procédé est très rapide mais il est peu précis et les figures de pôles obtenues sont d'un format trop petit pour permettre une étude directe.

La seconde catégorie comprend les traceurs digitaux utilisés comme terminaux d'ordinateurs [22]. Dans certains cas, le traçage se fait directement par l'imprimante de l'ordinateur [23] à l'aide de symboles alphanumériques. Il existe également un programme permettant la visualisation de la figure de pôles sur un écran cathodique [24]. Tous ces procédés ont en commun le fait qu'ils nécessitent l'emploi d'un

ordinateur, ce qui implique un prix de revient relativement élevé. La qualité des figures obtenues varie considérablement suivant les auteurs. L'utilisation de l'imprimante, en particulier, nous paraît un procédé mal adapté.

La troisième catégorie comprend les traceurs à plumes commandés par des dispositifs séquentiels simples et relativement bon marché tels les traceurs de GEISSLER [25] et de CHIRER [26] que nous avons déjà décrits par ailleurs [27]. L'appareil que nous avons conçu, réalisé et mis au point appartient à cette catégorie. Il est commercialisé sous le nom de TEXTUREX et, actuellement, cinq exemplaires sont déjà en service dont un aux U.S.A.. Les principales caractéristiques de notre appareil sont rappelées au paragraphe suivant.

### 3.5 : Le traceur automatique TEXTUREX -

Le traceur automatique que nous avons réalisé en 1968 [27] a été amélioré [28]. Les figures 11 et 12 montrent respectivement le prototype de 1968 et sa version commerciale actuelle. La figure 13 montre le schéma général de l'appareil.

L'intérêt de ce traceur automatique est de supprimer totalement le temps nécessaire au tracé d'une figure de pôles. Celle-ci est en effet tracée en temps réel pendant le déroulement de l'expérience.

Le synchronisme parfait indispensable entre le traceur et le goniomètre est obtenu grâce à des moteurs synchronisés sur la fréquence du courant secteur. Cela permet

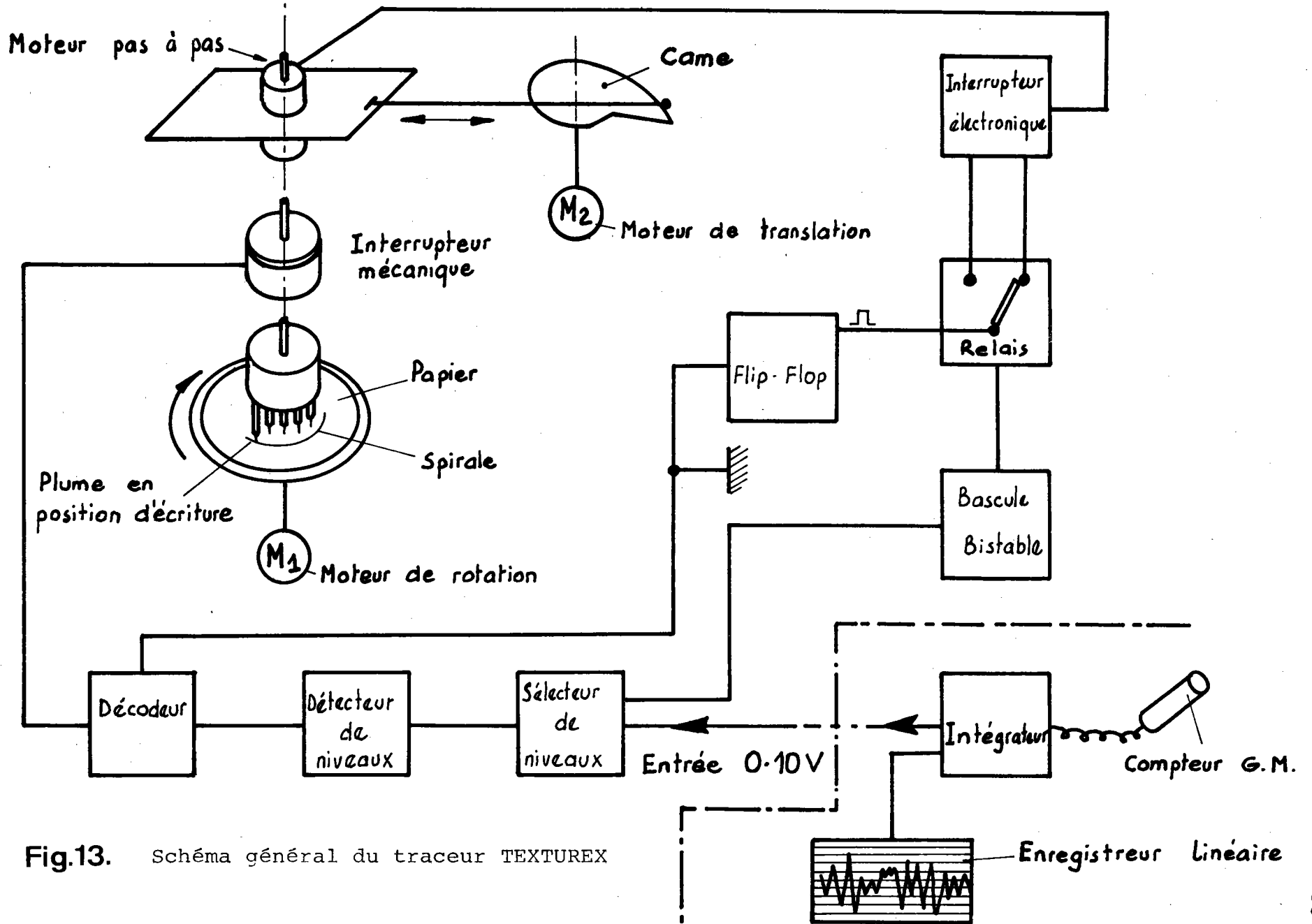


Fig.13. Schéma général du traceur TEXTUREX

d'utiliser le TEXTUREX avec n'importe quelle installation de goniométrie de texture. Les intervalles  $\Delta I$  de l'intensité diffractée peuvent être choisis par l'opérateur lui-même et leur nombre (10 au maximum) peut être réduit à volonté. Enfin, le tracé obtenu est définitif et le tracé manuel des lignes de niveaux n'est plus nécessaire si l'on choisit un pas de spirale de  $1,25^\circ$ . Chaque niveau est représenté par une couleur et une épaisseur de trait déterminées. Le code des couleurs utilisé est donné par le tableau I.

A titre de comparaison, nous présentons (figure 14) une figure de pôles  $\{200\}$  tracée manuellement et (figure 15) la même figure obtenue automatiquement avec le TEXTUREX. La figure 16 représente la figure de pôles  $\{110\}$  du même échantillon.

### 3.6 : Remarques sur les limitations expérimentales -

La méthode de Schulz en réflexion que nous utilisons ne permet généralement pas d'obtenir une figure de pôles complète. Pour des valeurs de  $\varnothing$  supérieures à  $60^\circ$ , la défocalisation du faisceau X diffracté ajoutée à l'augmentation de l'influence de l'absorption massique de l'échantillon font que la valeur de I obtenue est inférieure à sa valeur réelle.

Les renseignements fournis par une figure de pôles non corrigée pour les valeurs de  $\varnothing$  supérieures à  $60^\circ$  ne sont pas pour autant inutiles, car ils permettent de déterminer la position des maximums de diffraction et, par voie de conséquence, de déterminer les orientations préférentielles les plus importantes.

TABLEAU I  
CODE DES COULEURS

Couleurs		Intervalles correspondants de la tension d'entrée
blanc	0	moins de 1 V
jaune	1	de : 1 V à : 2 V
rouge	2 fin	de : 2 V à : 3 V
	3 épais	de : 3 V à : 4 V
vert	4 fin	de : 4 V à : 5 V
	5 épais	de : 5 V à : 6 V
marron	6 fin	de : 6 V à : 7 V
	7 épais	de : 7 V à : 8 V
bleu	8 fin	de : 8 V à : 9 V
	9 épais	de : 9 V à : 10 V
noir	10	plus de 10 V

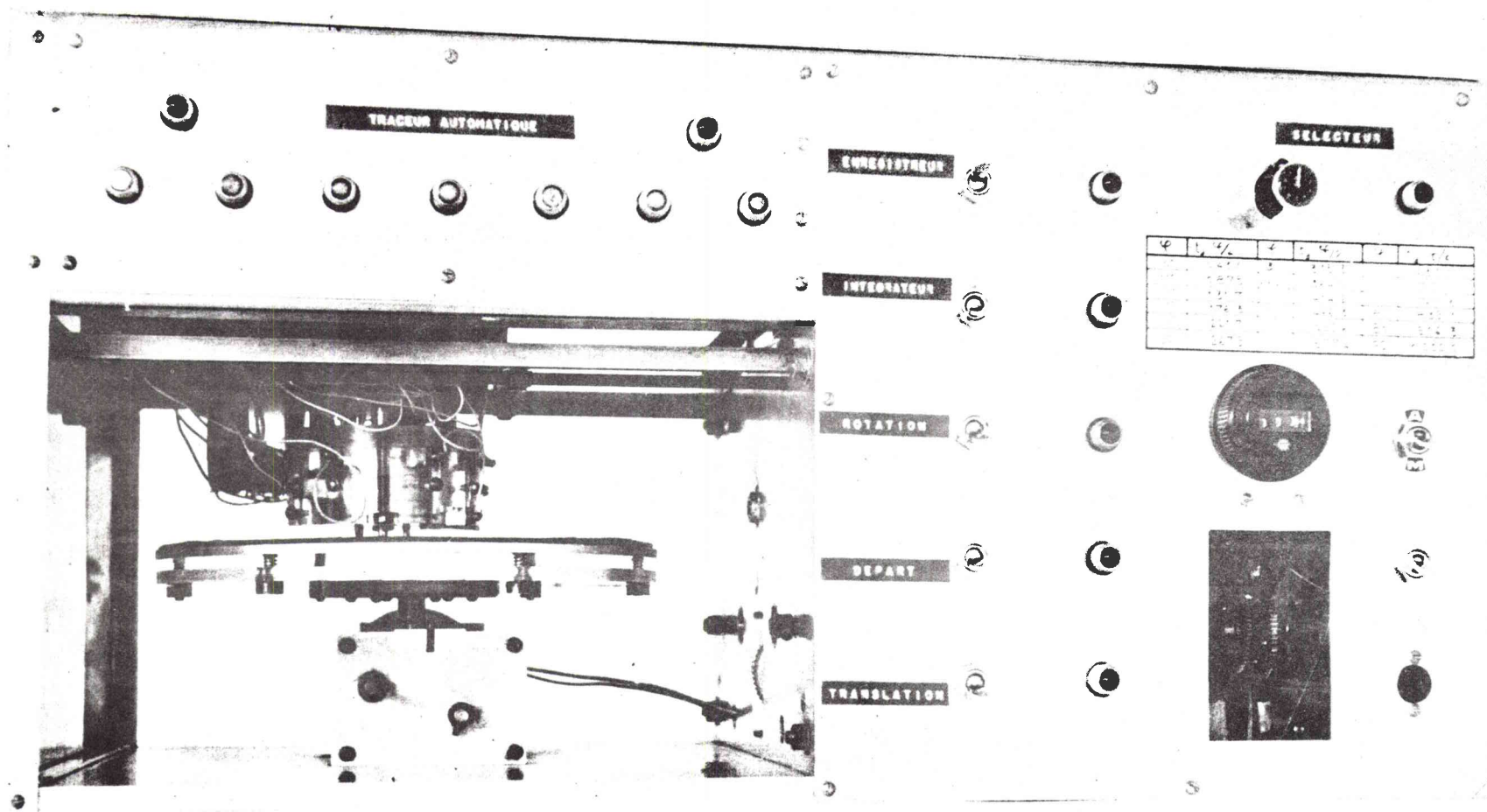
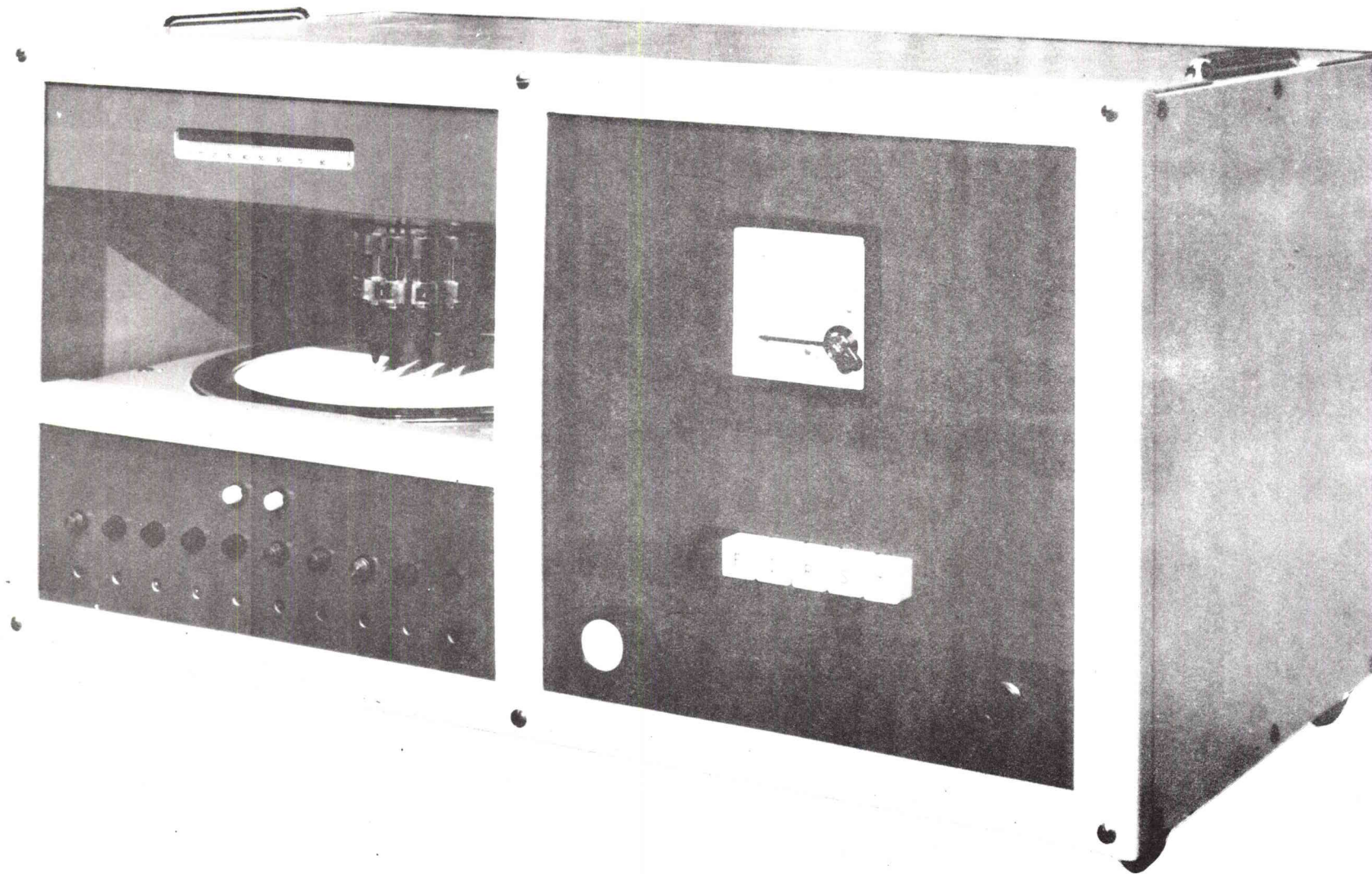


Fig.11. Prototype du traceur automatique TEXTUREX (1968).





**Fig.12.** Présentation actuelle du traceur automatique de figures de pôles TEXTUREX.

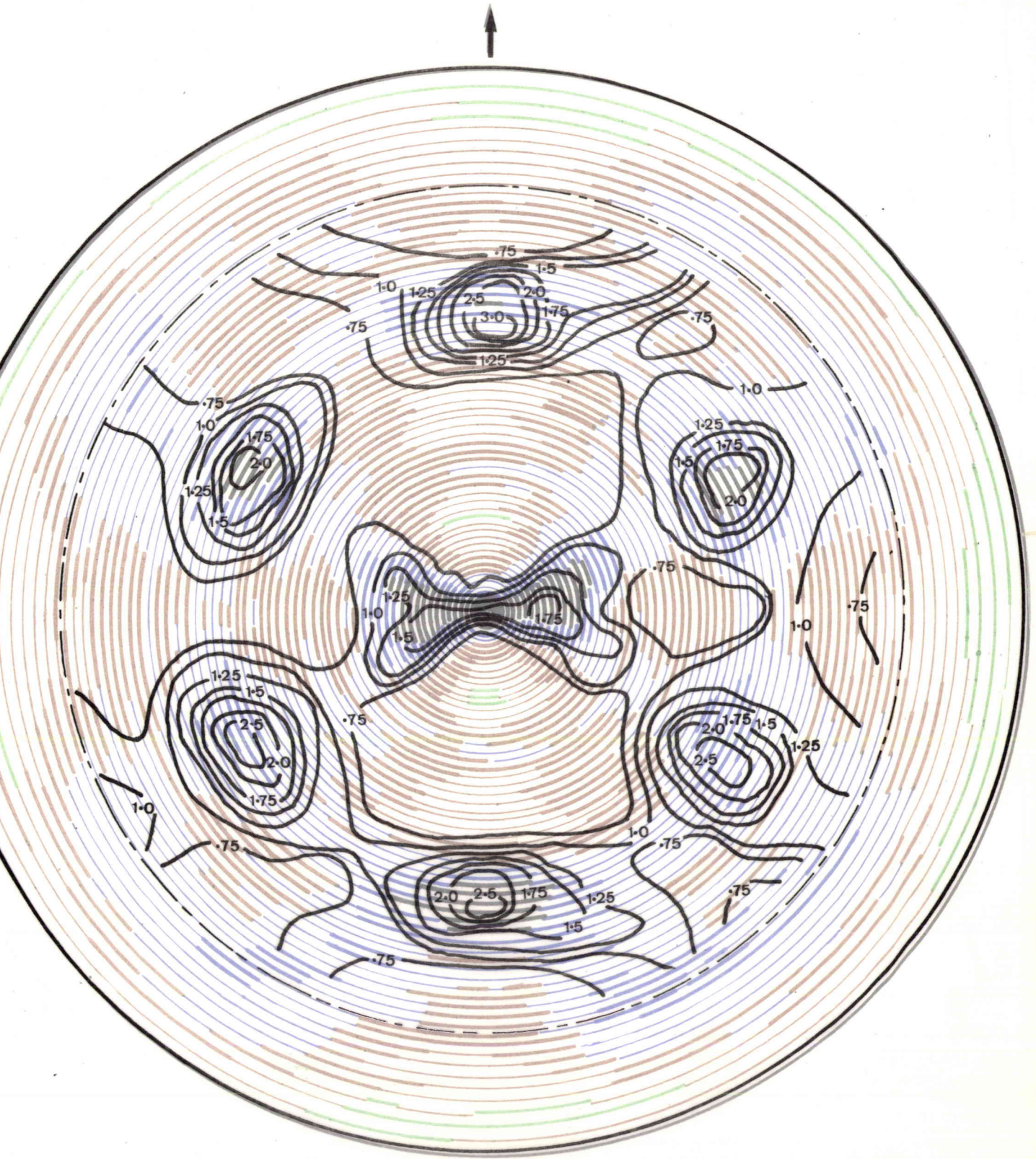
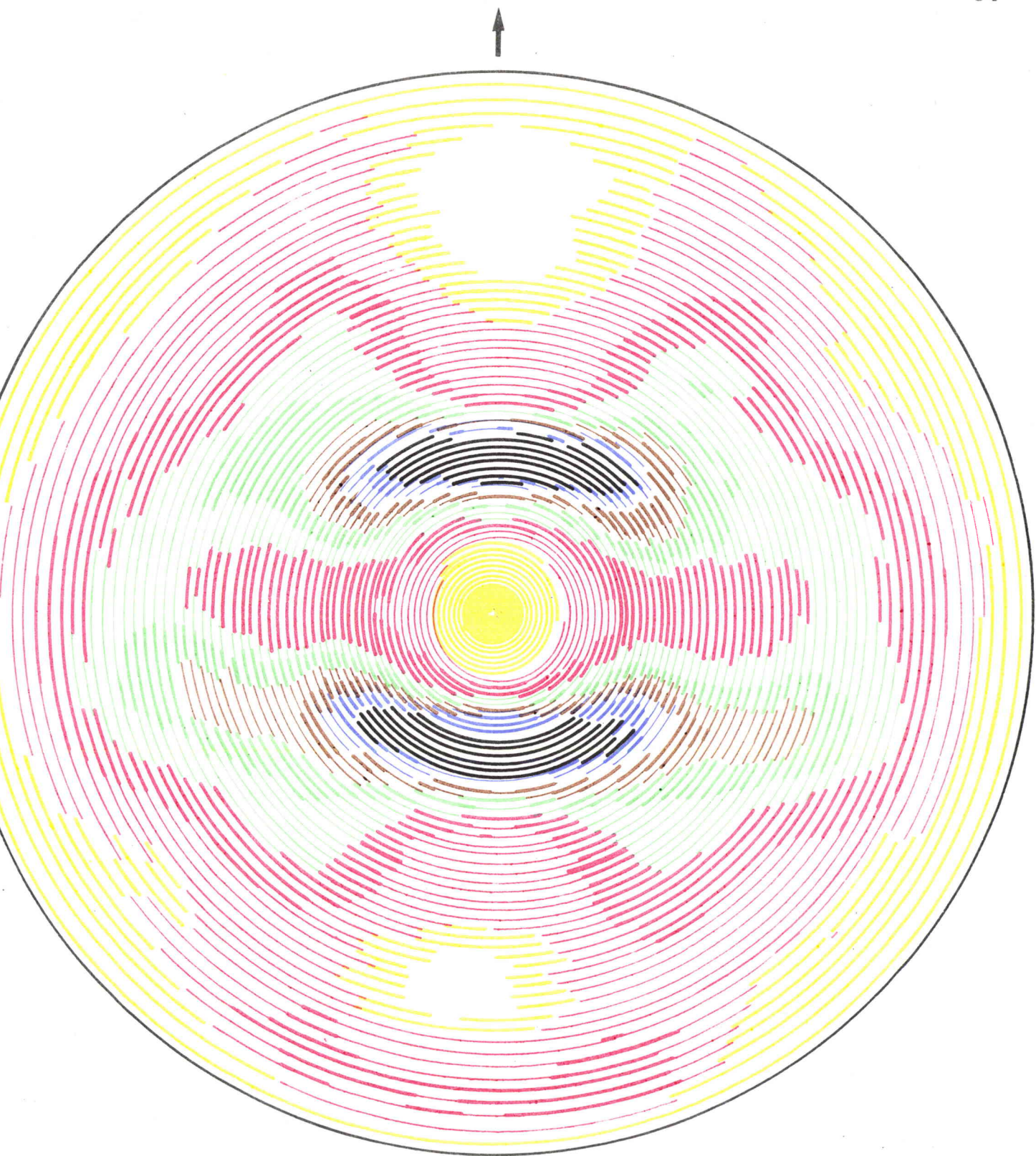


Fig.14. (Calque) - Figure de pôles  $\{200\}$  réalisée manuellement (échantillon de fer doux).

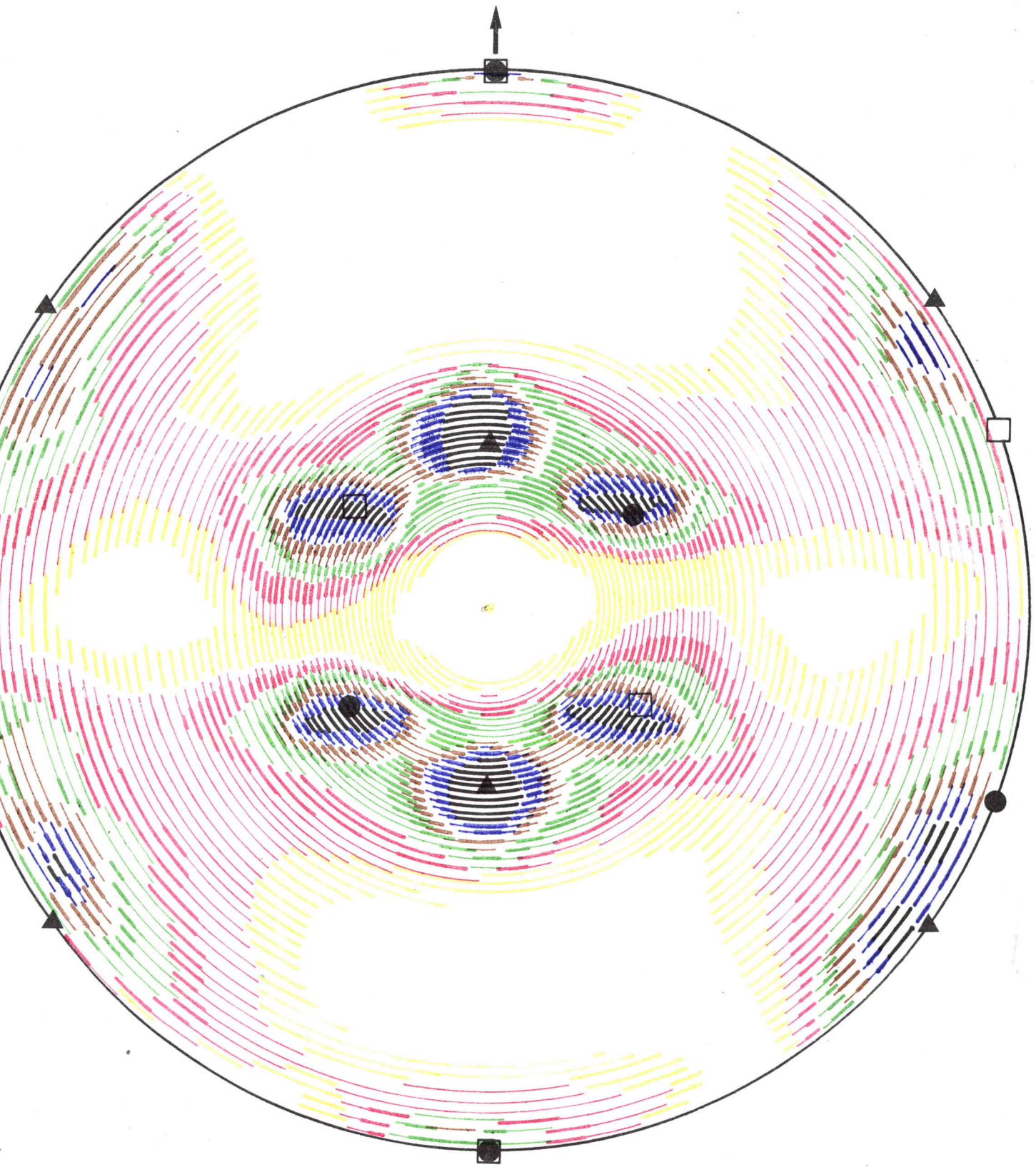
Fig.15.14 Figure de pôles  $\{200\}$  en couleurs du même échantillon réalisée automatiquement par le traceur TEXTUREX.



**Fig.16.** Figure de pôles  $\{110\}$  du même échantillon que sur la figure 15.

La figure 17 montre une figure de pôles complète, sans correction, obtenue par réflexion des rayons X sur les plans (111) d'un échantillon de cuivre polycristallin. Bien que les intensités diffractées pour des valeurs de  $\theta$  voisines de  $90^\circ$  soient incorrectes, il n'en reste pas moins qu'elles permettent de déterminer sans ambiguïté la présence des 3 orientations préférentielles importantes qui constituent la texture. Ces orientations admettent une forme de plan {110} parallèle au plan de l'échantillon. La texture de cet échantillon est donc presque exclusivement composée par les trois orientations idéales  $\{011\} \langle \bar{1}00 \rangle$ ,  $\{011\} \langle \bar{1}\bar{1}1 \rangle$  et  $\{011\} \langle \bar{1}\bar{1}\bar{1} \rangle$ . Malheureusement, l'analyse d'une texture est rarement aussi facile et ce problème fondamental, malgré les progrès spectaculaires de ces trois dernières années, reste un problème très difficile.

---:---:---:---



**Fig.17.** Figure de pôles  $\{111\}$  d'un échantillon de cuivre montrant une texture composée essentiellement des 3 orientations idéales: ▲  $\{011\} \langle \bar{1}00 \rangle$   
 ◻  $\{011\} \langle \bar{1}\bar{1}\bar{1} \rangle$  et ●  $\{011\} \langle \bar{1}\bar{1}1 \rangle$ .

Chapitre 4

L'ANALYSE DES TEXTURES

## 4 - L'ANALYSE DES TEXTURES

### 4.1 : Introduction -

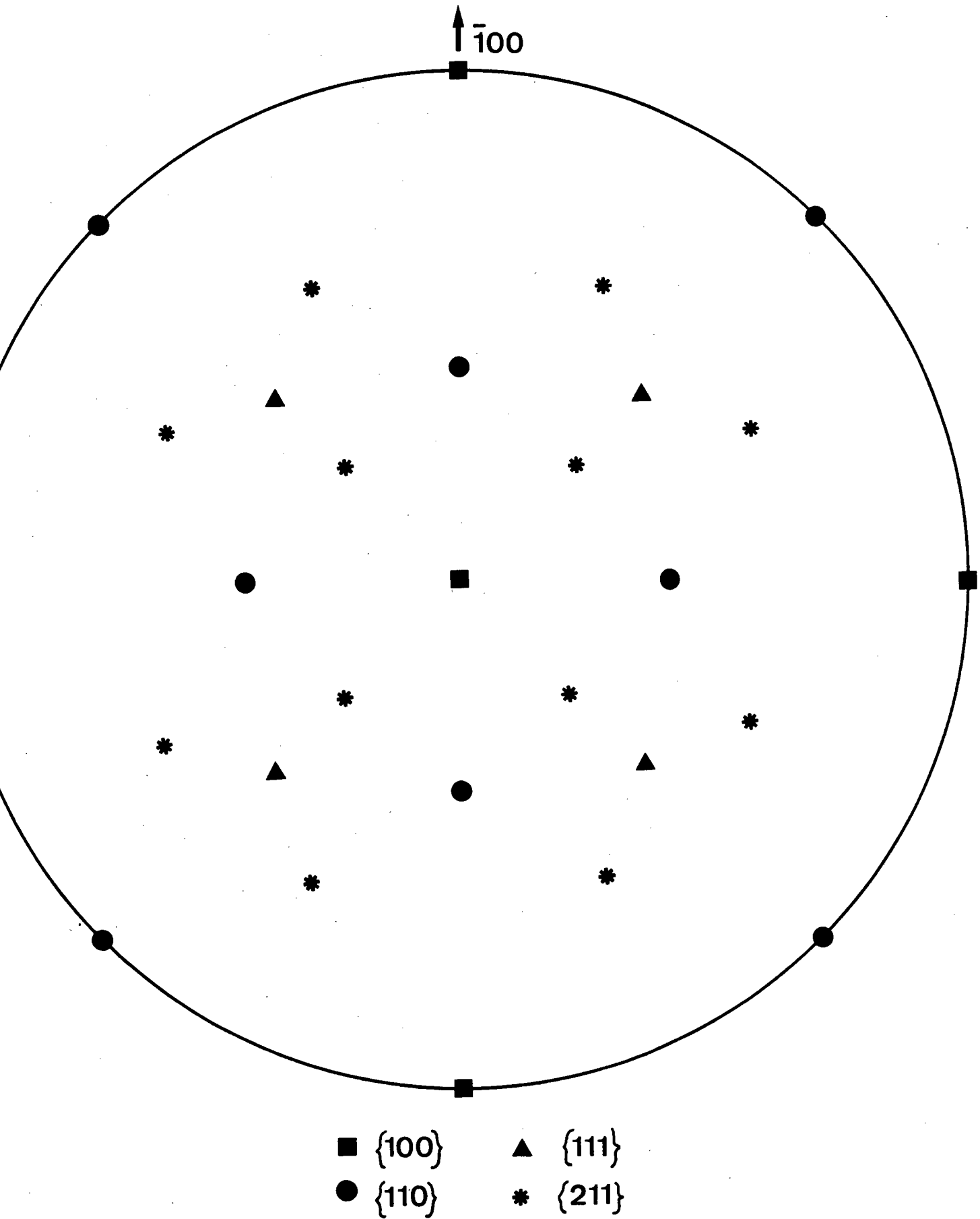
Nous classerons les différentes solutions proposées pour résoudre le problème de l'analyse des textures en deux groupes.

Le premier groupe comprend les solutions obtenues à partir des figures de pôles dont nous venons de parler. Ces figures sont appelées figures de pôles directes, par opposition aux figures de pôles inverses qui sont à la base des solutions proposées dans le second groupe. Il existe également des méthodes optiques, magnétiques et ultrasoniques dont nous ne parlerons pas.

### 4.2 : Etude des figures de pôles directes -

Il s'agit, à l'aide de projections stéréographiques standards de quelques orientations idéales simples telles que celles des figures 18, 19 et 20, de déterminer celles qui coïncident avec les taches de diffraction les plus importantes des différentes figures de pôles d'un même échantillon.

Les résultats obtenus de cette manière peuvent être excellents si la texture est simple (cas de la figure 17). Généralement, la description de la texture par superposition d'orientations idéales est cependant décevante. Ou bien cette description est très médiocre, ou bien elle fait intervenir des orientations d'indices  $\{h\ k\ l\}$   $\langle u\ v\ w \rangle$  très élevés, d'où une notation peu pratique qui fait référence à des plans réticulaires



**Fig.18.** Orientation  $(100) \angle \bar{1}00$ .



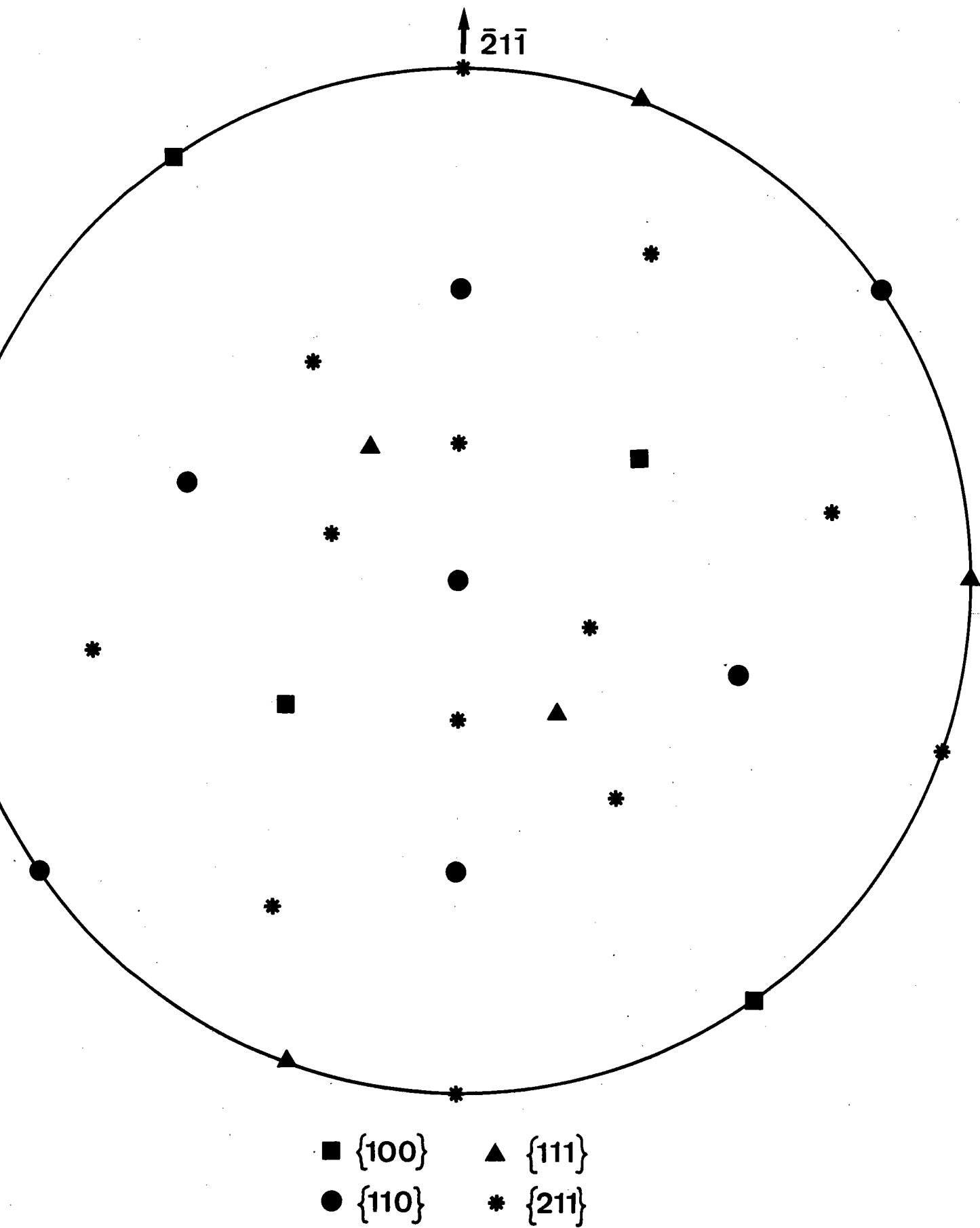


Fig.19. Orientation (110)  $\angle \bar{2}1\bar{1} \_7$  .

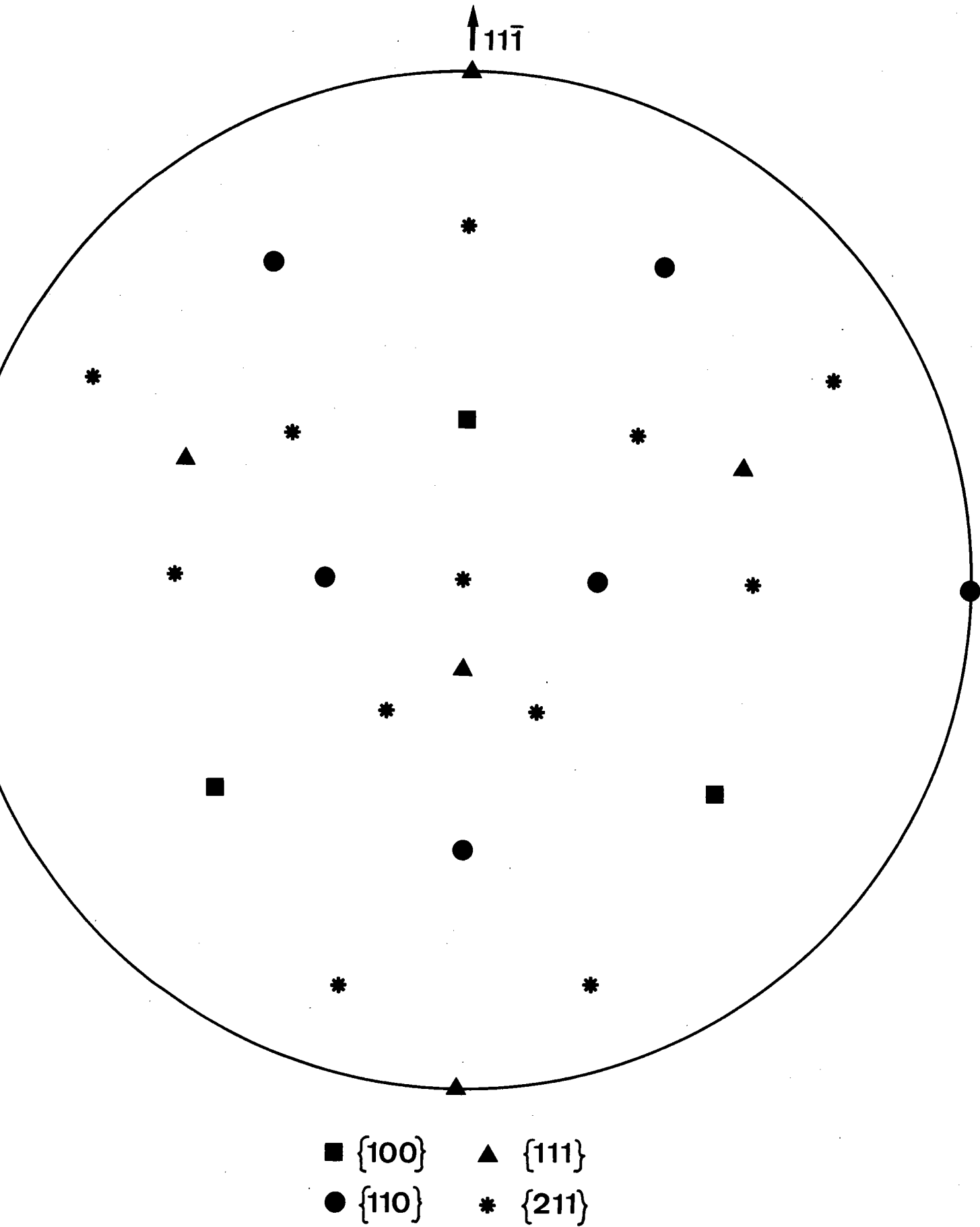
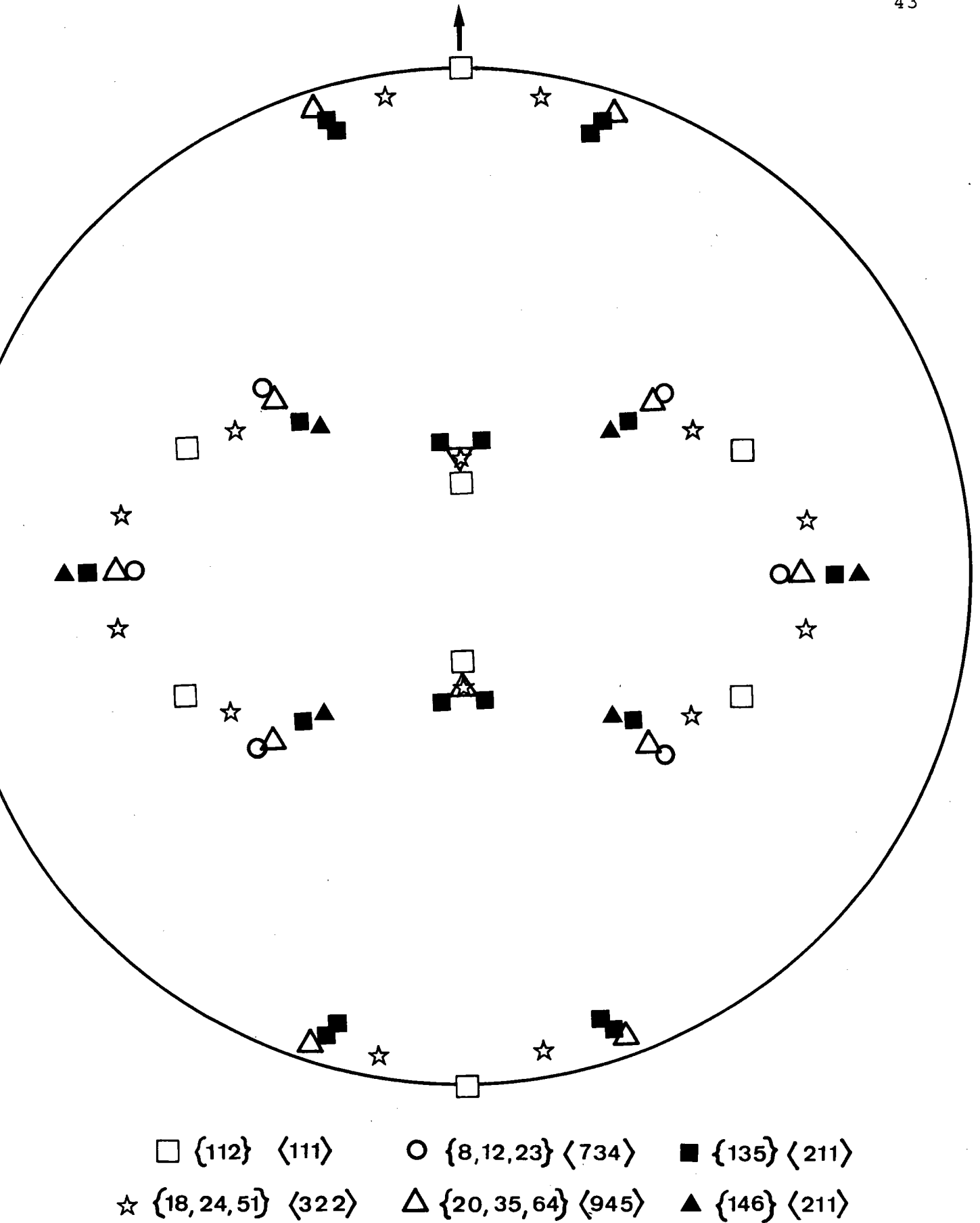


Fig. 20. Orientation (112)  $\langle \bar{1}1\bar{1} \rangle$ .

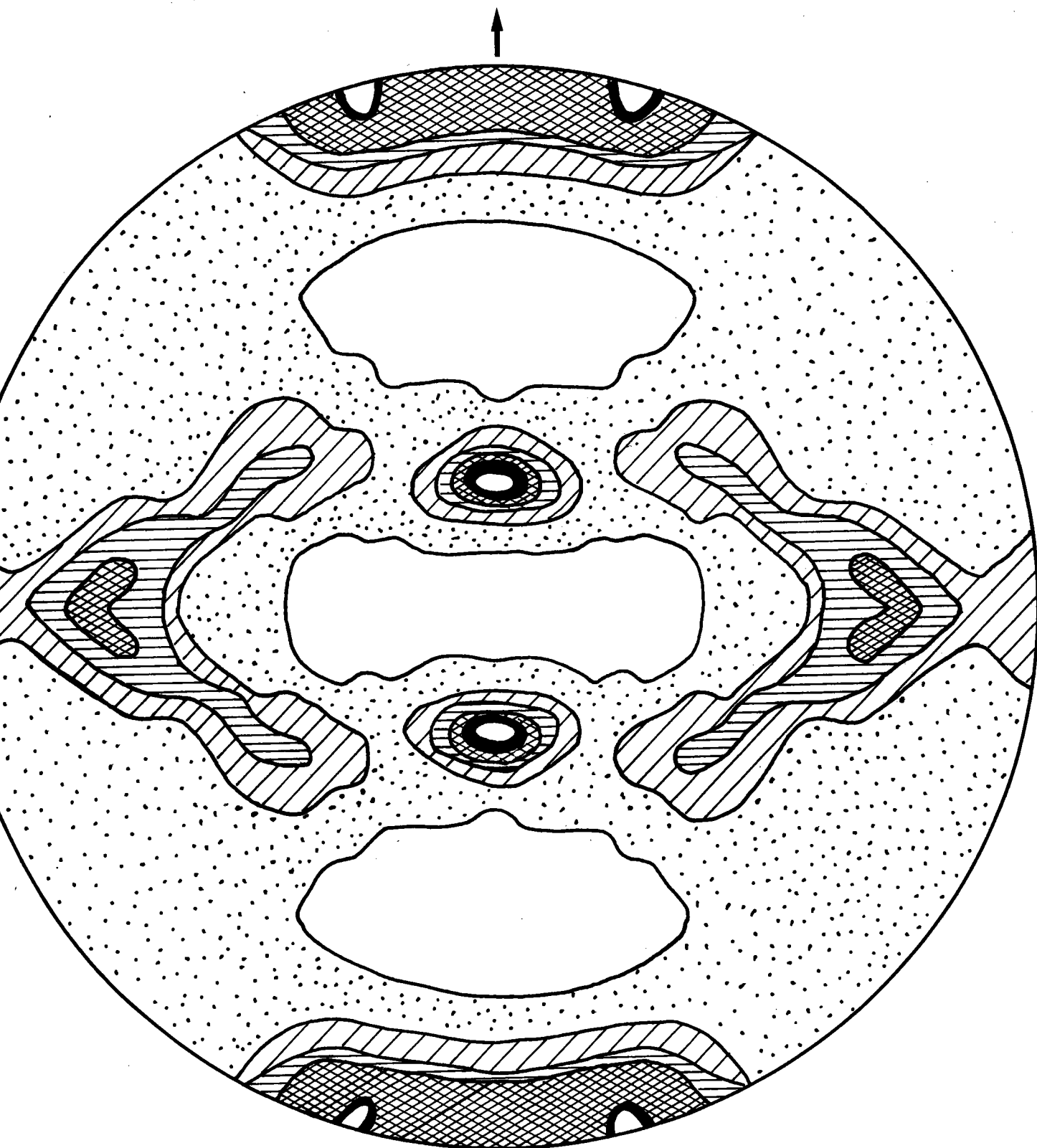
de si faible densité atomique qu'ils n'ont guère d'intérêt physique. L'étude des orientations par microscopie électronique conduit notamment à des orientations de ce type, telles que par exemple  $(18\ 24\ 51)$   $\bar{3}\ 2\ 2$  ou  $(20\ 35\ 64)$   $\bar{9}\ 4\ 5$  citées par certains auteurs  $\bar{24}$ . L'examen de la figure 21 montre cependant que le résultat peut être très bon. Cette figure représente l'analyse de la texture de laminage d'un échantillon de cuivre d'après DILLAMORE et ROBERTS  $\bar{3}$ .

#### 4.2.1 Utilisation des textures de fibres

A l'origine, les textures de fibres complètes sont intervenues pour décrire la texture des fils métalliques. Il est apparu cependant que cette notion ne s'adaptait pas à la description des textures de feuilles laminées. Dès 1955, J. GREWEN et G. WASSERMANN  $\bar{6}$  ont utilisé la notion de texture de fibre limitée que nous appelons également texture de fibre partielle. Les résultats obtenus de cette manière apparaissent sur les figures 22a, 23a et 24a qui représentent la texture idéale de laminage de l'aluminium. Les figures 22b, 23b et 24b représentent les figures de pôles expérimentales correspondantes. Cette texture se composerait, d'après les auteurs, de deux fibres partielles d'axes  $\langle 111 \rangle$  et d'une fibre partielle d'axe  $\langle 100 \rangle$ . La position des axes est visible sur les figures 22a et 23a. L'amplitude de la rotation autour



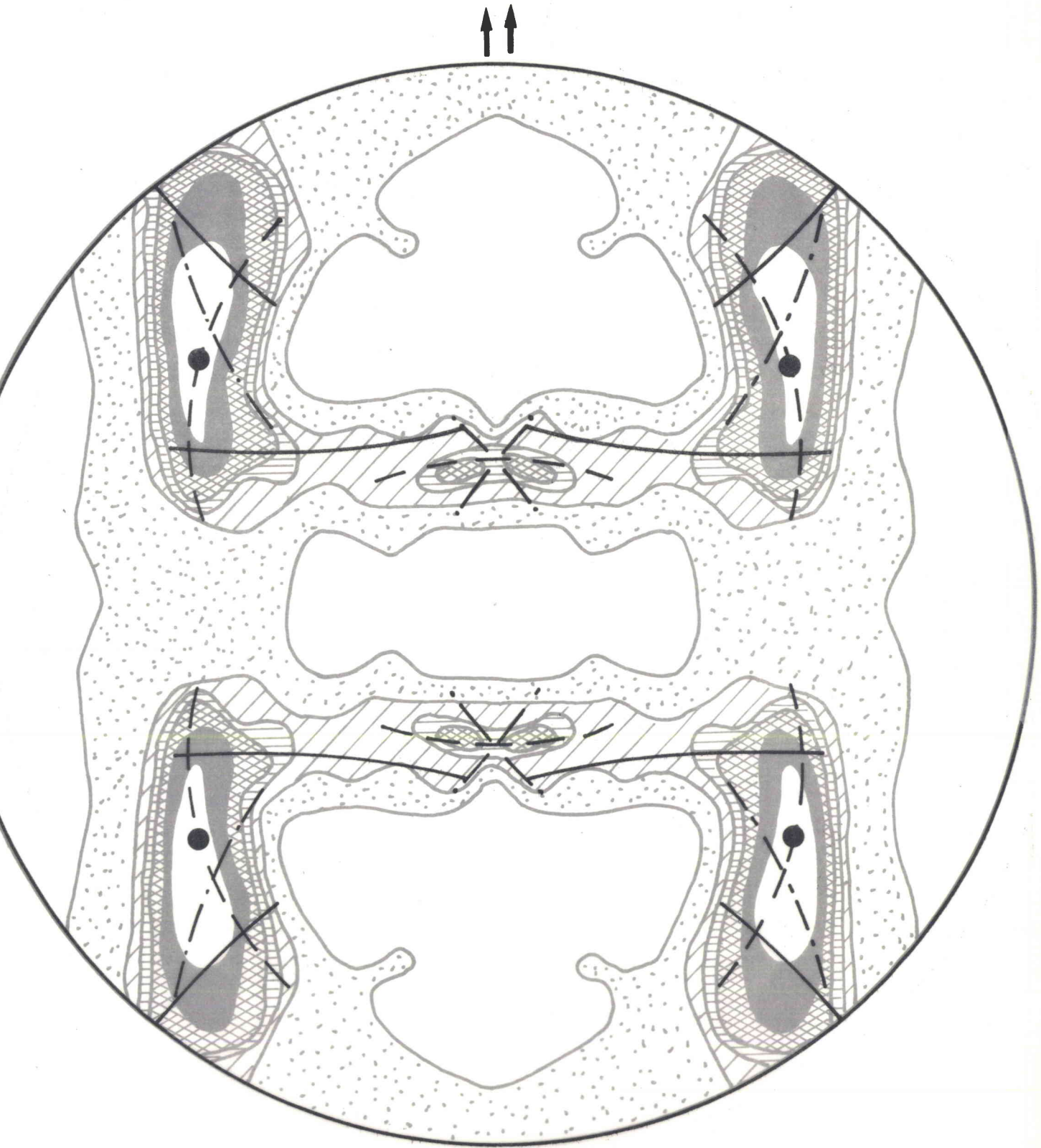
**Fig. 21.** Description de la texture de laminage du cuivre d'après DILLAMORE et ROBERTS, à partir d'une figure de pôles  $\{111\}$ .



**Fig. 22 a)** (Calque) - Figure de pôles théorique  $\{111\}$  proposée par J. GREWEN et G. WASSERMANN.

**Fig. 22 b)** Figure de pôles expérimentale  $\{111\}$  d'après J. GREWEN et G. WASSERMANN.

● Axes de fibres  $\langle 111 \rangle$  .



**Fig. 23 a)** (Calque) - Figure de pôles théorique  $\{200\}$  .  
proposée par J. GREWEN et G. WASSERMANN.

**Fig. 23 b)** Figure de pôles expérimentale  $\{200\}$  d'après  
J. GREWEN et G. WASSERMANN.

● Axes de fibres  $\langle 100 \rangle$  .

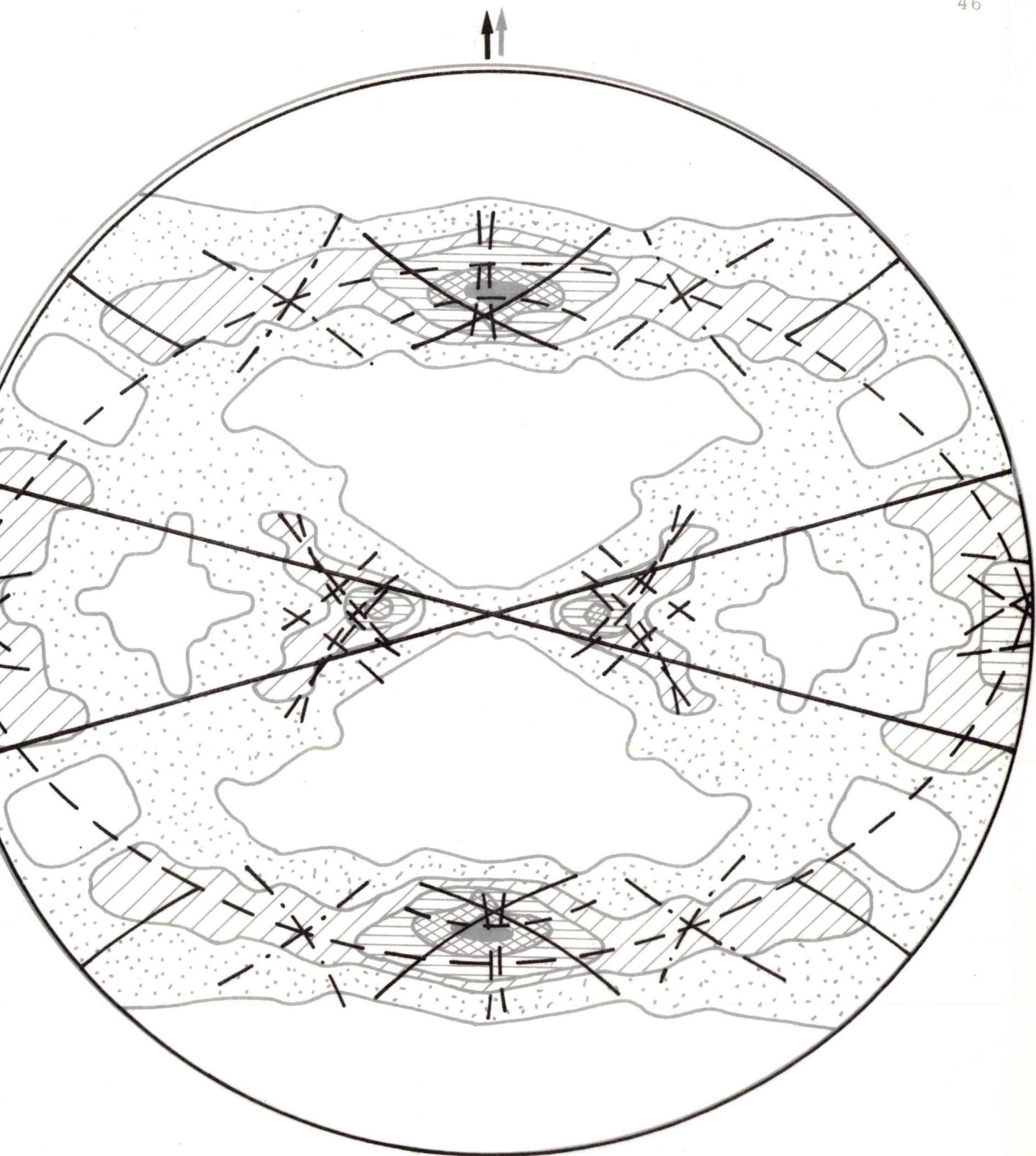


Fig. 24 a) (Calque) - Figure de pôles théorique  $\{220\}$  proposée par J. GREWEN et G. WASSERMANN.

Fig. 24 b) Figure de pôles expérimentale  $\{220\}$  d'après J. GREWEN et G. WASSERMANN.

des axes est de  $\pm 30^\circ$  autour de  $\langle 111 \rangle$  et de  $\pm 15^\circ$  autour de  $\langle 100 \rangle$ .

Si l'on excepte le fait que HEYE et WASSERMANN [46] ont montré que l'amplitude de la rotation des cristallites autour des axes de fibres n'était pas constante mais dépendait des conditions du laminage, on peut dire que cette méthode d'analyse directe des figures de pôles n'a absolument pas évolué depuis sa création. Par contre, des progrès importants ont été réalisés grâce à l'utilisation d'une méthode mathématique issue de la théorie du groupe des rotations. Il s'agit de la méthode de détermination de la fonction de répartition des orientations grâce à un développement en série sur la base des harmoniques sphériques généralisés. Les deux variantes de cette même méthode dues respectivement à BUNGE [4] et à ROE [29] n'ont pu se développer que grâce à l'apparition de calculateurs électroniques de grande capacité. Avec ces nouveaux procédés entièrement automatiques, le tracé des figures de pôles n'est plus nécessaire si ce n'est pour vérifier le bon déroulement du programme et la précision de l'analyse obtenue.

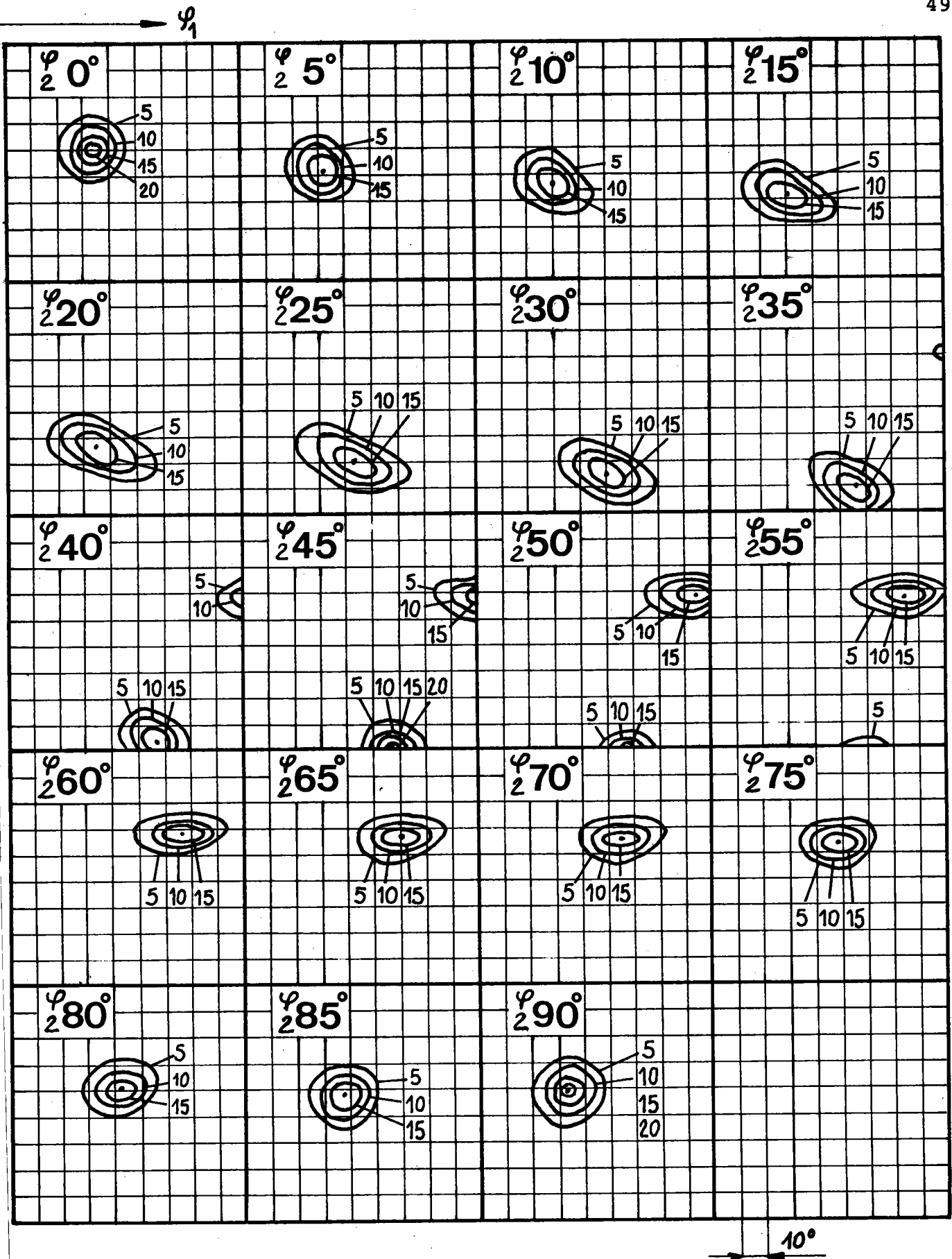
Ces nouvelles méthodes présentent cependant des inconvénients. Elles sont difficiles à mettre en oeuvre et les résultats obtenus sont présentés



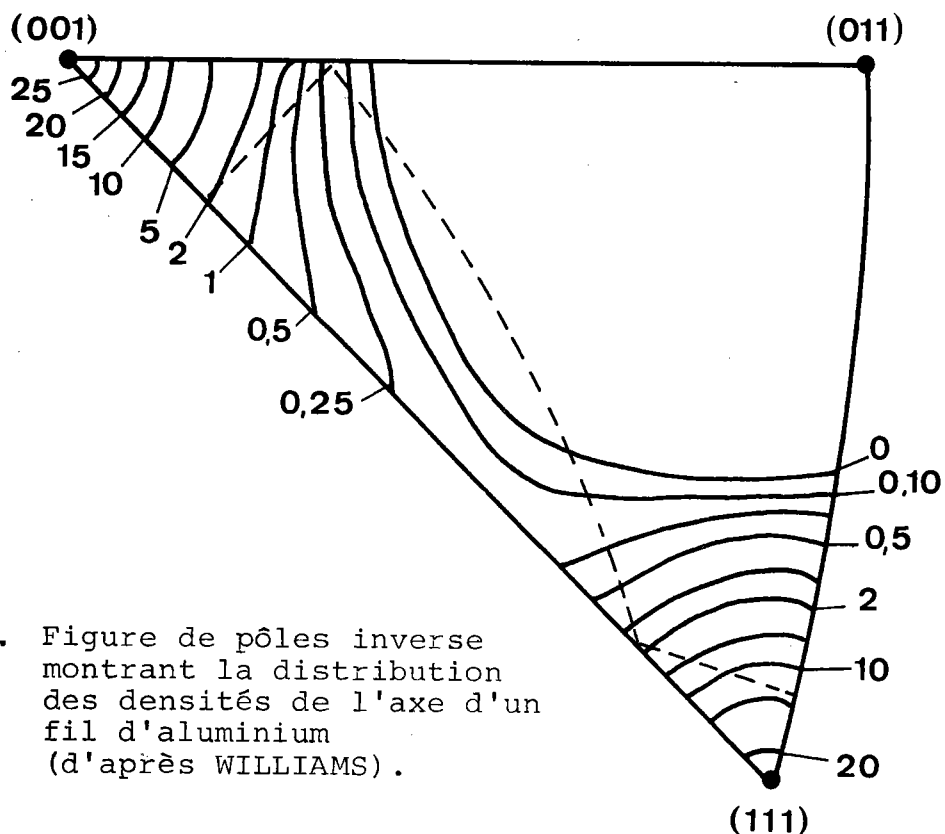
sous une forme compliquée (figure 25). Afin de permettre d'expliquer ces résultats de manière plus compréhensible, certains chercheurs ont calculé et construit des abaques  $\overline{\langle 30 \rangle}$  à partir desquels on peut exprimer les résultats de l'analyse sous la forme d'orientations idéales  $(h\ k\ l) \overline{\langle u\ v\ w \rangle}$ .

#### 4.3 : Etude des figures de pôles inverses -

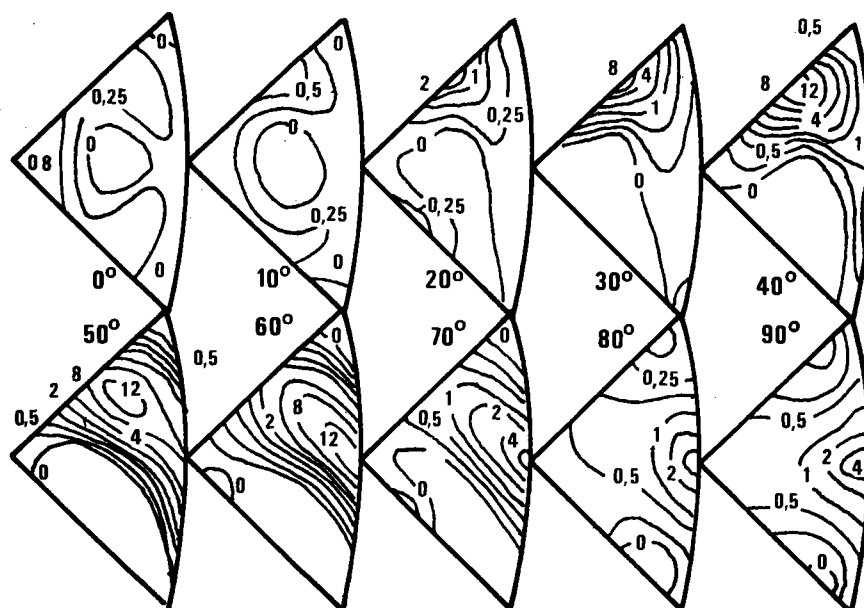
Les figures de pôles inverses sont appelées également figures de pôles axiales. A l'origine, elles représentaient la projection stéréographique dans le triangle 001-011-111 de la distribution des densités de l'axe d'un fil (figure 26). De nombreux auteurs ont proposé des méthodes différentes pour la construction et l'interprétation des figures de pôles inverses : HARRIS  $\overline{\langle 31 \rangle}$ , JETTER, McHARGUE et WILLIAMS  $\overline{\langle 32 \rangle}$ , MITCHELL et ROWLAND  $\overline{\langle 33 \rangle}$ , ROE et KRIGBAUM  $\overline{\langle 34 \rangle}$ , BUNGE  $\overline{\langle 35 \rangle}$ . L'intérêt de ces figures est de permettre, dans le cas des fils, une analyse complète avec une seule figure axiale, alors qu'il faudrait obligatoirement plusieurs figures de pôles directes. Dans le cas de la figure 26, par exemple, il faudrait évidemment au moins deux figures de pôles directes pour déceler la présence des deux fibres d'axes respectifs  $\langle 111 \rangle$  et  $\langle 100 \rangle$ . Dans le cas des tôles, par contre, il faudrait réaliser au moins deux figures de pôles inverses par échantillon. Même dans ce cas, MUELLER, CHERNOCK et BECK  $\overline{\langle 36 \rangle}$  ont montré qu'il n'était pas possible de déterminer la



**Fig. 25.** Fonction de répartition des orientations de la texture de laminage du cuivre  $f(\varphi_1, \varphi$  et  $\varphi_2)$  d'après J. BUNGE ( $\varphi_1, \varphi$  et  $\varphi_2$  sont les angles d'Euler du repère formé par 3 axes  $\langle 001 \rangle$  dans les cristallites).



**Fig.26.** Figure de pôles inverse montrant la distribution des densités de l'axe d'un fil d'aluminium (d'après WILLIAMS).



**Fig. 27.** Représentation de la texture de laminage du cuivre à l'aide de figures de pôles inverses biaxiales (d'après WILLIAMS).

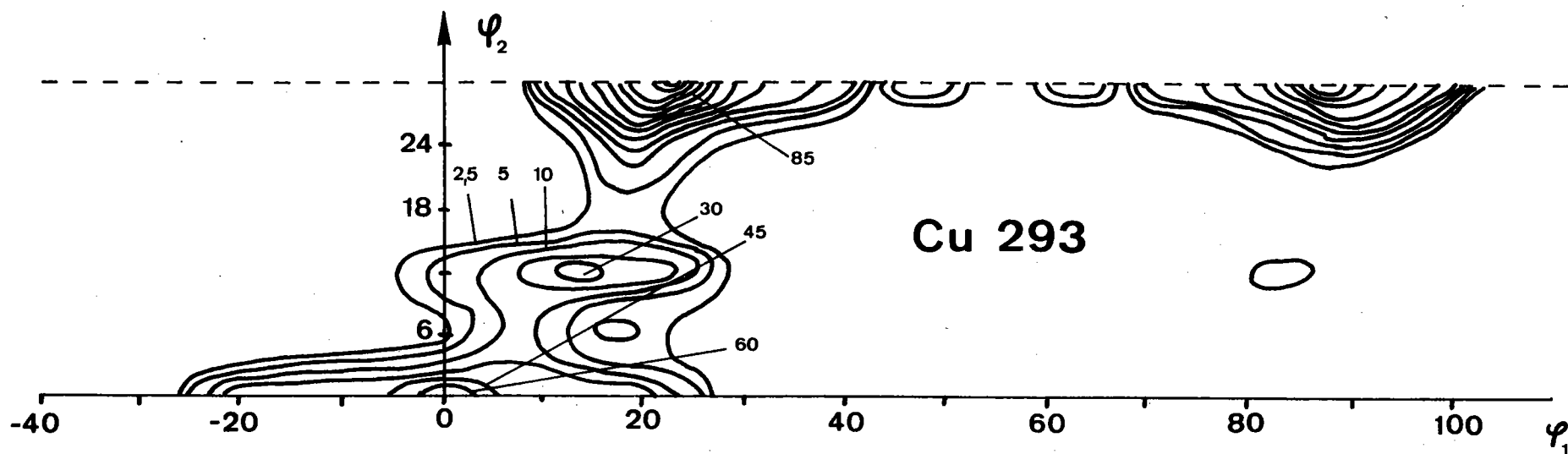
texture de façon certaine et qu'il était indispensable, pour éviter toute erreur, d'utiliser des figures inverses tridimensionnelles. Cette constatation a incité WILLIAMS à développer une nouvelle méthode d'analyse de la texture à l'aide de figures de pôles biaxiales. Cette méthode nécessite aussi l'emploi d'un ordinateur. Comme la méthode de BUNGE-ROE, bien que faisant appel à des techniques mathématiques différentes, elle aboutit à des résultats se présentant sous forme d'un ensemble de courbes d'interprétation difficile (figure 27). Tout essai de simplification des résultats se traduit également par une liste d'orientations idéales.

#### 4.4 : Réflexions sur les différentes méthodes d'analyse -

Les différentes méthodes d'analyse des textures que nous venons de présenter rapidement ne nous paraissent résoudre qu'imparfaitement le problème posé. Les plus récentes méthodes dues à BUNGE, ROE et WILLIAMS sont à la fois très ingénieuses et très puissantes, mais elles manquent de simplicité et, surtout, elles ne font jamais apparaître de fibres partielles. Or la notion de fibre partielle est une notion physique importante qui est intimement associée à toute déformation plastique, aussi bien du monocristal que d'un agrégat polycristallin. Les travaux de BUNGE [37] concernant l'application stricte de la théorie de TAYLOR [38] à la déformation plastique des polycristaux cubiques montrent l'existence de relations étroites entre déformation et axes de fibres partielles. D'autres auteurs, notamment LUCKE [39], ont essayé de décrire la texture à l'aide de fibres partielles, mais les

résultats obtenus sont compliqués (figure 28). Leur simplification ne peut également se faire que sous forme d'orientations idéales.

-:-:-:-:-



**Fig. 28.** Représentation partielle ( $\psi_3 = 0$ ) de la texture de laminage du cuivre à partir de la notion de fibre partielle d'après LUCKE.  
 Les angles ( $\psi_1, \psi_2, \psi_3$ ) correspondent aux angles ( $\omega, \psi, \alpha$ ) utilisés par nous-même pour décrire les textures de fibres partielles.

Chapitre 5

INTERET D'UNE NOUVELLE METHODE

## 5 - INTERET D'UNE NOUVELLE METHODE

### 5.1 : Introduction -

Parmi toutes les méthodes proposées, aucune ne nous paraît fournir de résultats qui soient à la fois précis et faciles à interpréter. Il nous paraît donc souhaitable soit d'améliorer ou de compléter les méthodes existantes, soit d'en trouver une nouvelle. Avant toute chose, cependant, il convient de déterminer les qualités que devrait, à notre avis, posséder une méthode idéale d'analyse de la texture.

### 5.2 : La méthode idéale -

Il serait souhaitable de disposer d'une méthode qui soit simple à mettre en oeuvre et qui donne des résultats précis, ayant un sens physique et faciles à interpréter.

Une telle méthode devrait permettre, pensons-nous, à partir d'une ou d'un petit nombre de figures de pôles directes, même incomplètes et non corrigées, de faire une analyse précise de la texture à l'aide de composantes formées de fibres partielles.

En fait, une telle méthode avait déjà été esquissée par GREWEN et WASSERMANN [6].

### 5.3 : La méthode de GREWEN-WASSERMANN -

Cette méthode est basée sur l'hypothèse que seules quelques rangées cristallographiques bien précises peuvent occuper des directions bien définies dans les échantillons de tôles. Ces rangées cristallographiques sont assimilées à des



axes de fibres partielles  $\overline{[1]}$ . Dans le cas particulier de la texture de laminage de l'aluminium, GREWEN et WASSERMANN ont supposé que ces axes de fibres étaient des axes  $\langle 111 \rangle$  et  $\langle 100 \rangle$ . Les résultats obtenus ont été reproduits au chapitre précédent (figures 22, 23 et 24). Les figures de pôles théoriques construites à l'aide de cette méthode sont en bon accord avec les figures de pôles expérimentales. Dans la littérature, cet exemple remarquable est souvent cité comme le "modèle GREWEN-WASSERMANN".

Bien que ces auteurs n'aient pas expliqué leur façon de procéder, il ne fait pas de doute qu'ils ont utilisé pour leurs constructions géométriques le seul outil à leur disposition : le canevas de Wulff. Connaissant les distances angulaires entre les rangées  $\langle 111 \rangle$  et  $\langle 100 \rangle$  avec les normales aux plans  $\{111\}$ ,  $\{200\}$  et  $\{220\}$  ils ont dû, par une méthode d'essais et d'erreurs, déterminer la position sur les figures de pôles des axes de fibres  $\langle 111 \rangle$  et  $\langle 100 \rangle$  choisis a priori. Ils ont ensuite déterminé l'amplitude des rotations autour de ces axes de façon à suivre le plus fidèlement possible les zones de forte densité des différentes figures de pôles.

#### 5.4 : Remarques sur le "modèle GREWEN-WASSERMANN" -

Il apparaît immédiatement que la méthode utilisée par GREWEN-WASSERMANN n'est pas systématique. En particulier, notre tentative d'application de cette méthode à la détermination de la texture de laminage du cuivre présentant une importante orientation  $\{001\}\langle \bar{1}00 \rangle$  s'est soldée par un échec.

Cet échec nous a amené à choisir entre les deux conclusions suivantes :

- ou bien la texture ne peut généralement pas être décrite à l'aide d'un petit nombre de fibres partielles.

- ou bien la méthode de GREWEN-WASSERMANN n'est pas adaptée pour mettre ces fibres partielles en évidence.

Nous avons retenu la seconde conclusion parce que nous avons pensé que l'échec que nous avons rencontré était dû au fait que cette méthode comportait une hypothèse non justifiée : le choix a priori de la rangée cristallographique parallèle à l'axe de fibre. Nous en avons conclu qu'il était nécessaire de trouver une méthode qui soit plus systématique et qui ne comporte plus d'éléments choisis arbitrairement.

Malheureusement la mise en oeuvre d'une telle méthode lorsqu'on ne dispose que du canevas de Wulff et du canevas polaire est une chose pratiquement impossible.

En effet, le canevas de Wulff est bien adapté à la mise en évidence d'axes de fibres lorsque ceux-ci sont situés dans le plan de projection, c'est-à-dire dans le plan de l'échantillon. Le canevas polaire ne convient que pour les axes de fibres perpendiculaires au plan de projection. Or, en général, les axes de fibres sont inclinés. Il apparaît donc indispensable de posséder des canevas stéréographiques intermédiaires qui seraient bien adaptés pour mettre en évidence les axes de fibres ayant une inclinaison quelconque par

rapport au plan de projection.

Nous avons, pour cette raison, calculé et réalisé de nouveaux canevas stéréographiques.

Pour décrire les rotations effectuées à l'aide de ces canevas, nous avons adopté la notation symbolique suivante :

$$\{h \ k \ l\} \langle u \ v \ w \rangle (p, \omega, \psi, \alpha).$$

On reconnaît dans cette expression, à l'exception de la variable  $p$ , la notation symbolique présentée au chapitre 2. La variable supplémentaire  $p$  représente ici un coefficient de pondération associé à chaque fibre partielle et destiné à permettre une description quantitative de la texture. L'expression  $\{h \ k \ l\} \langle u \ v \ w \rangle (0, \omega, \psi, \alpha)$  ne représente donc pas une texture de fibre, mais seulement une rotation au sens géométrique. Dans le cas où l'analyse n'est que qualitative, nous donnerons arbitrairement à  $p$  la valeur 1.

---:---:---

Chapitre 6

REALISATION DE NOUVEAUX CANEVAS

STEREOGRAPHIQUES

## 6 - REALISATION DE NOUVEAUX CANEVAS STEREOGRAPHIQUES

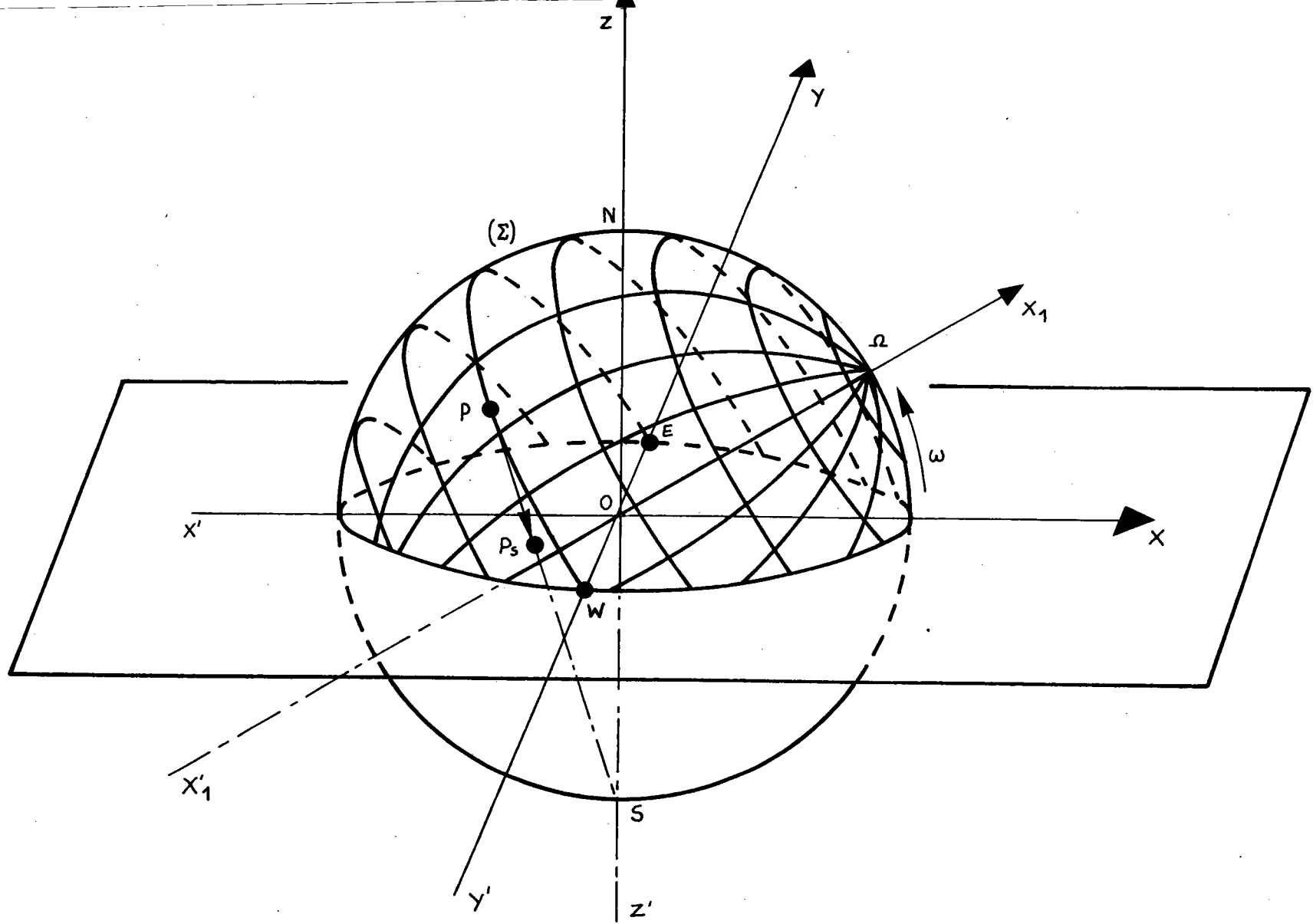
### 6.1 : Présentation des canevas -

Considérons une sphère de 10 cm de rayon sur laquelle on a tracé un réseau de méridiens et de parallèles. Cette sphère est mobile autour d'un axe horizontal  $y'y$  contenu dans le plan de projection supposé fixe (figure 29). L'axe joignant les points de concours des méridiens est supposé faire un angle  $\omega$  avec le plan de projection. Nous avons réalisé la projection stéréographique des méridiens et des parallèles de cette sphère en faisant varier  $\omega$  avec un pas de  $5^\circ$ , depuis  $0^\circ$  jusqu'à  $90^\circ$ , ce qui semble suffisant dans la pratique. Le canevas de Wulff et le canevas polaire apparaissent donc ici comme deux cas particuliers correspondant respectivement à  $\omega = 0^\circ$  et  $\omega = 90^\circ$ . La figure 30 représente un ensemble des canevas lorsque l'on fait varier  $\omega$  de  $10^\circ$  en  $10^\circ$ . Les méridiens et les parallèles sont également tracés de  $10^\circ$  en  $10^\circ$ . On remarque que le canevas  $30^\circ$  est différent des autres. En effet, nous avons réalisé deux sortes de canevas :

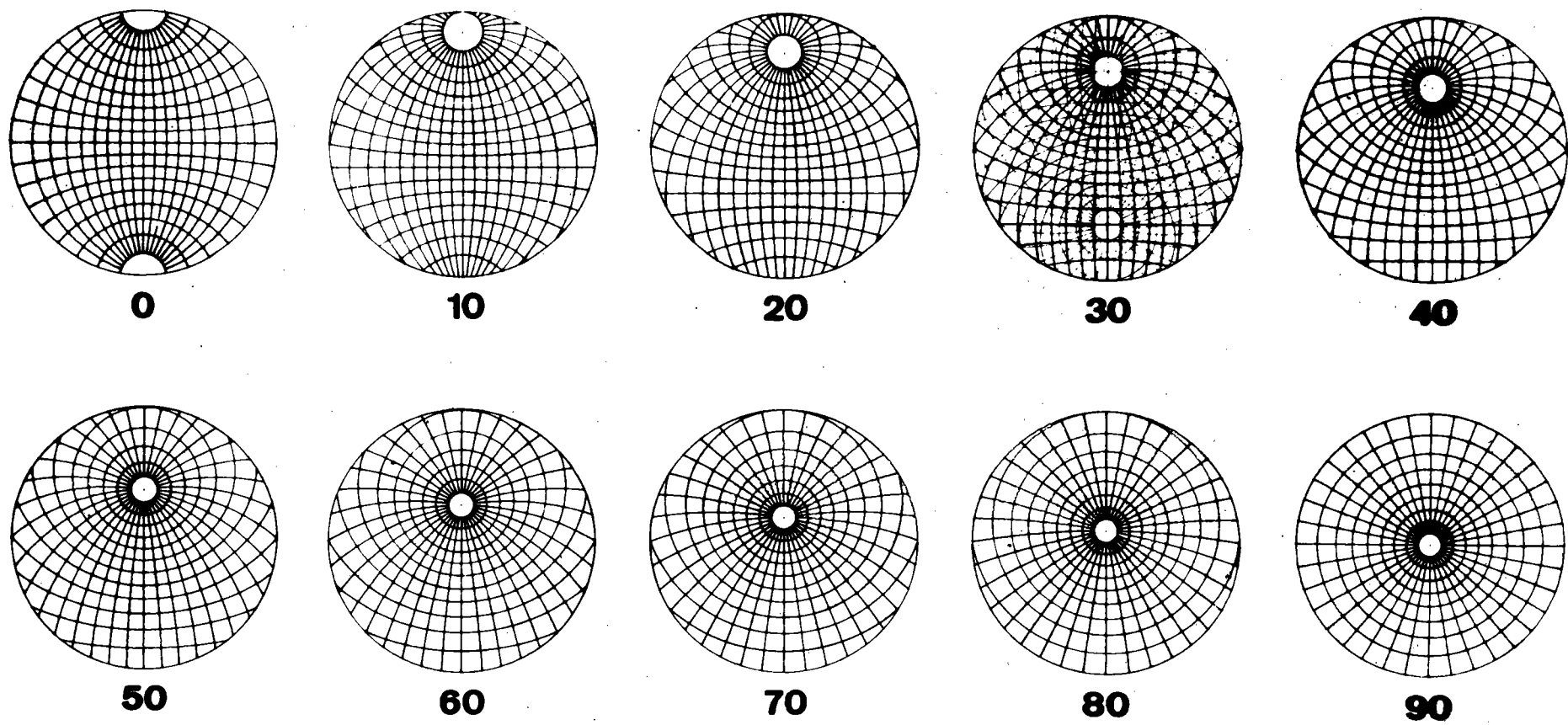
a) les canevas simples qui sont la projection de la demi-sphère située au-dessus du plan de projection ;

b) les canevas doubles qui sont la projection de la sphère complète, la projection de la demi-sphère inférieure étant tracée en traits plus fins (figure 31).

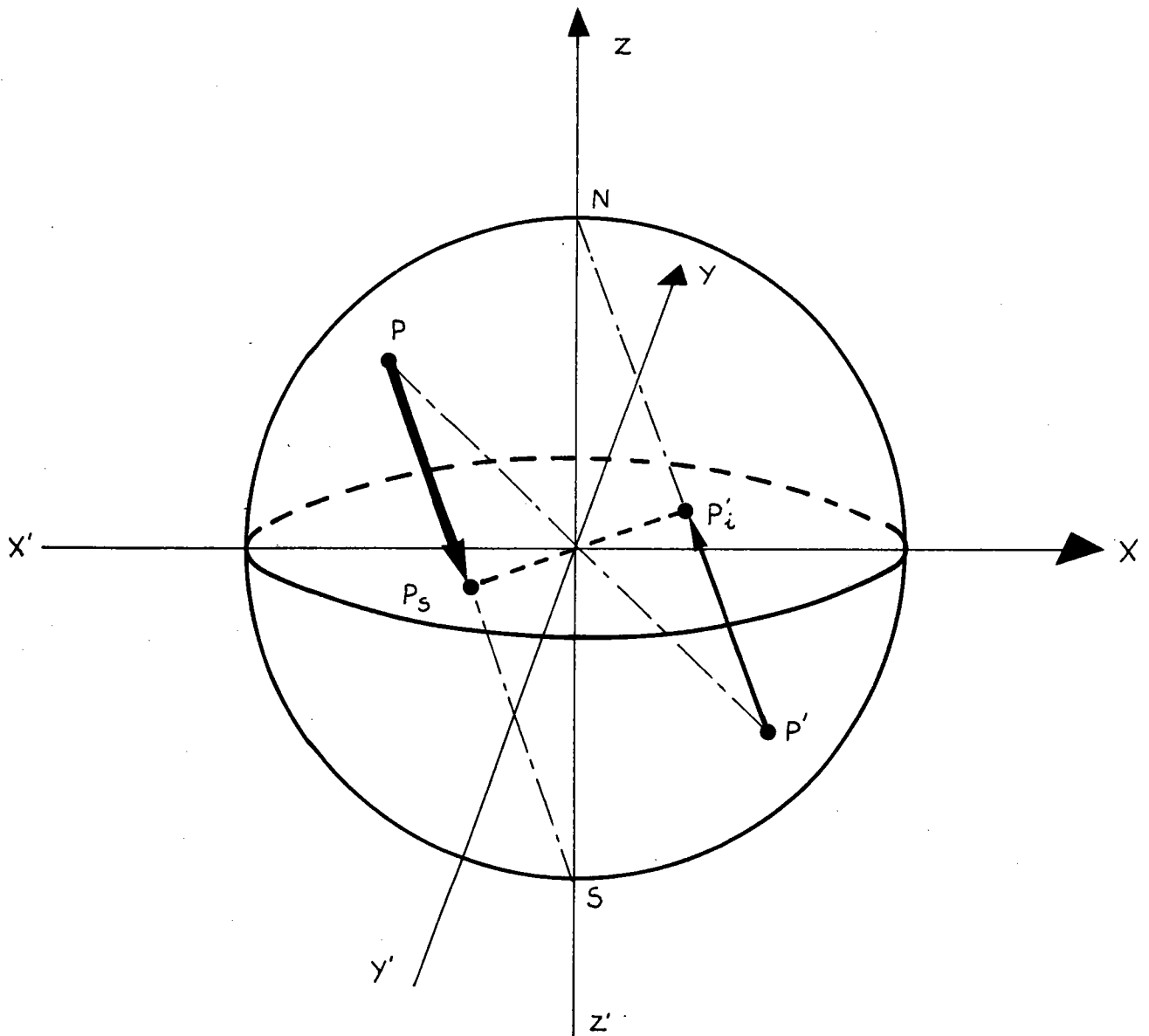
Nous ferons observer que les projections des deux demi-sphères peuvent se déduire l'une de l'autre par une



**Fig. 29.** Les canevas simples sont la projection stéréographique du réseau de cercles tracés sur  $(\Sigma)$ .  $P_s$  est la projection stéréographique du point  $P$  sur le plan  $xOy$ .



**Fig. 30.** Ensemble de canevas lorsque  $\omega$  varié de  $10^\circ$  en  $10^\circ$ . Le canevas 30 est dit double.



**Fig. 31.** Les canevas doubles représentent la sphère complète. Le point  $P$  situé sur la demi-sphère supérieure se projette suivant  $PP_s$  le point  $P'$  situé sur la demi-sphère inférieure se projette suivant  $P'P'_i$ .



rotation de  $180^\circ$  autour de la normale au centre de la projection. Les canevas doubles, tels le canevas  $30^\circ$  de la figure 32, ne sont donc pas indispensables, mais ils permettent un gain de temps lorsqu'on désire représenter la sphère complète.

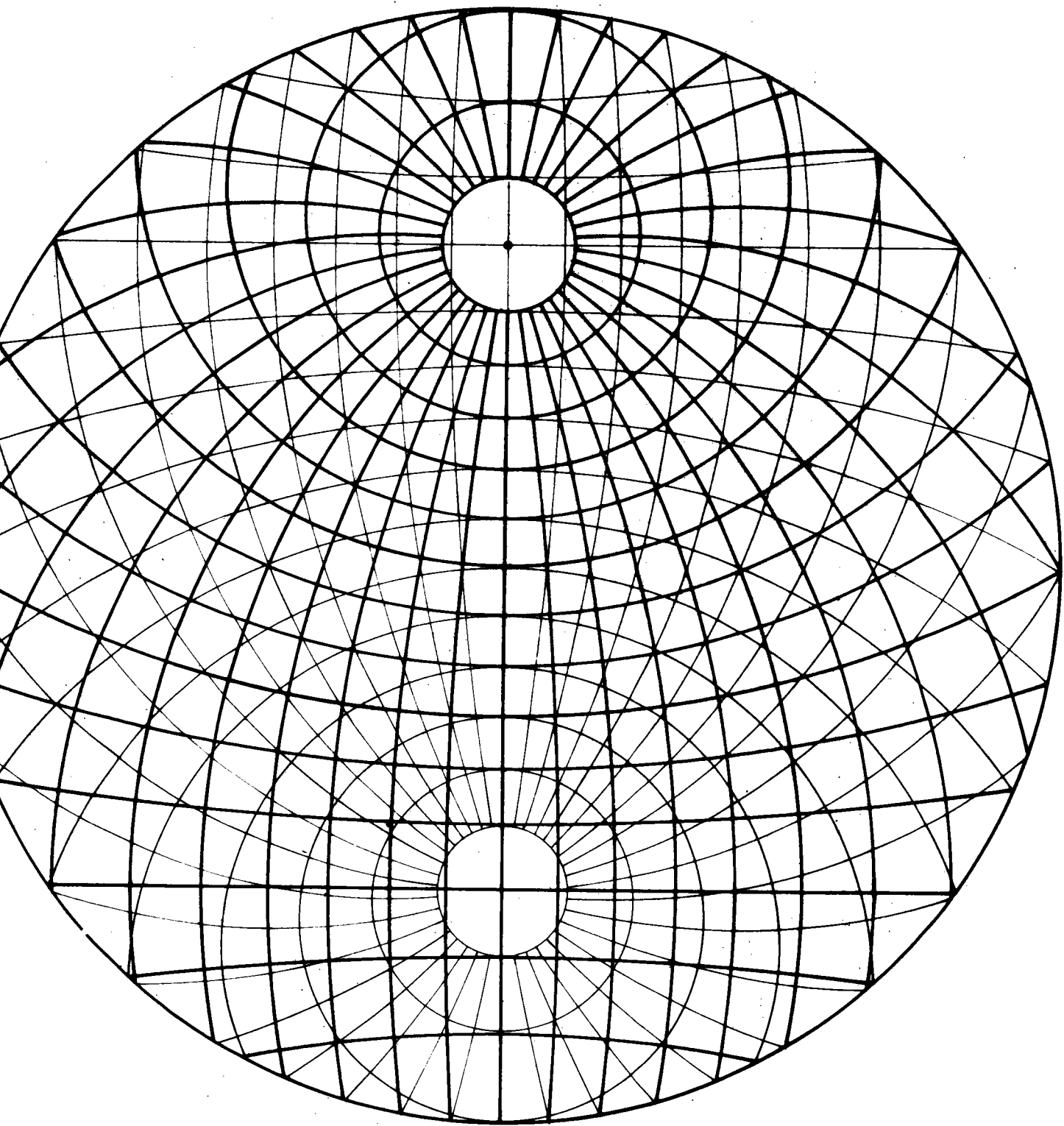
## 6.2 : Intérêt des canevas -

Les canevas ainsi réalisés présentent les avantages suivants :

1°) ils permettent de vérifier immédiatement par simple lecture l'hypothèse d'une texture de fibre dont l'axe est supposé faire un angle  $\omega$  arbitraire avec la surface de l'échantillon. Il suffit pour cela de superposer à la figure de pôles étudiée le canevas correspondant à cette valeur de  $\omega$ .

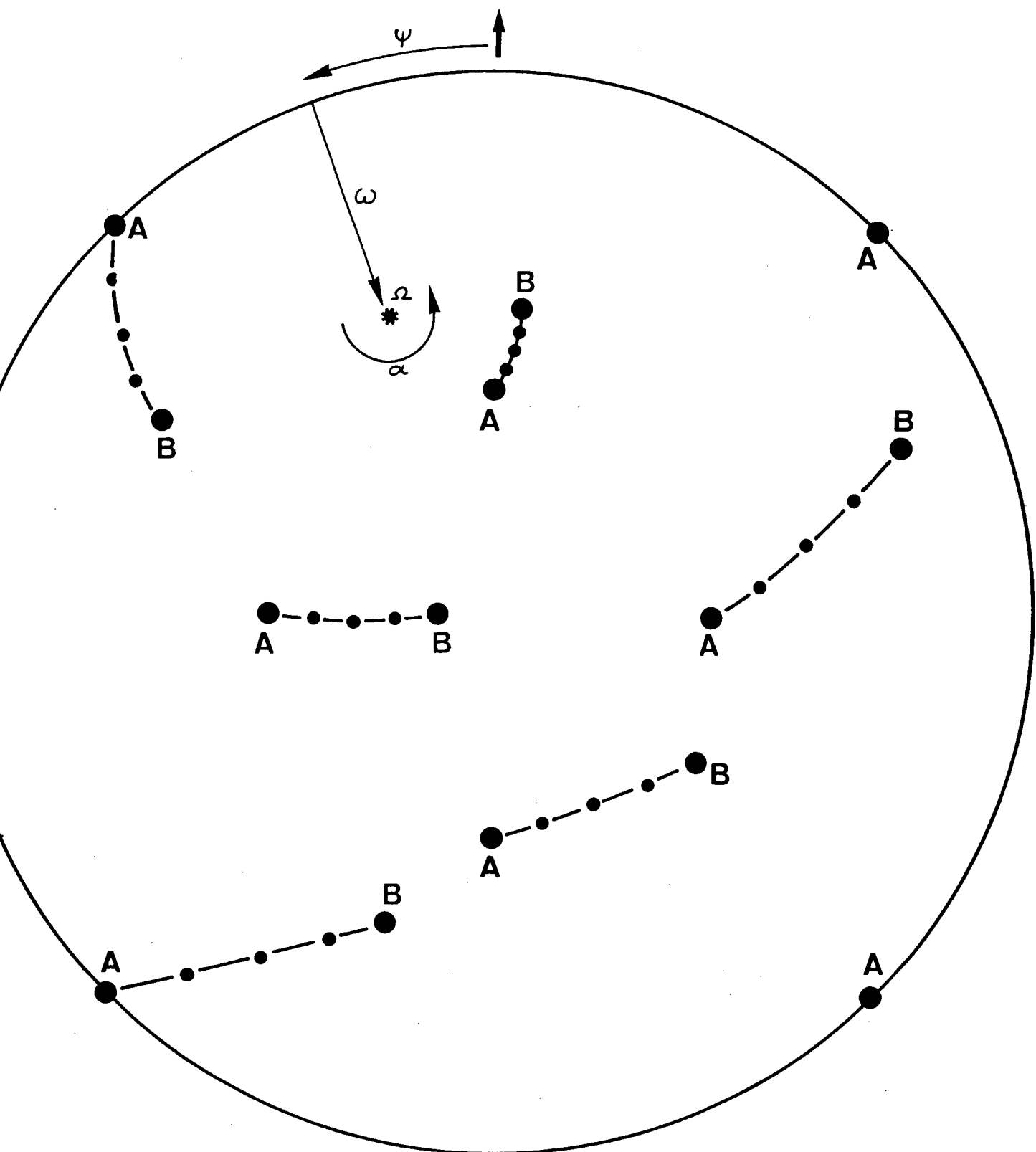
2°) la projection stéréographique d'une texture de fibre quelconque est immédiate. La figure 33 montre une texture de fibre partielle  $\{001\} \langle 100 \rangle$  (1, 30, 20, 40) telle qu'elle apparaîtrait sur une figure de pôles directe suivant les plans  $\{110\}$ . Cette construction est obtenue très facilement à l'aide du canevas 30.

3°) ces canevas sont intéressants également pour traiter le problème classique de la détermination des distances angulaires séparant deux pôles donnés. En effet, si nous choisissons un canevas tel que le point  $\Omega$  de celui-ci coïncide avec un pôle quelconque de la projection stéréographique, tous les autres pôles de la projection se trouvent alors obligatoirement sur des méridiens. Cela permet d'obtenir, par simple



**Fig. 32.** Canevas double représenté à l'échelle 1 : 1.

( $\omega = 30^\circ$ )



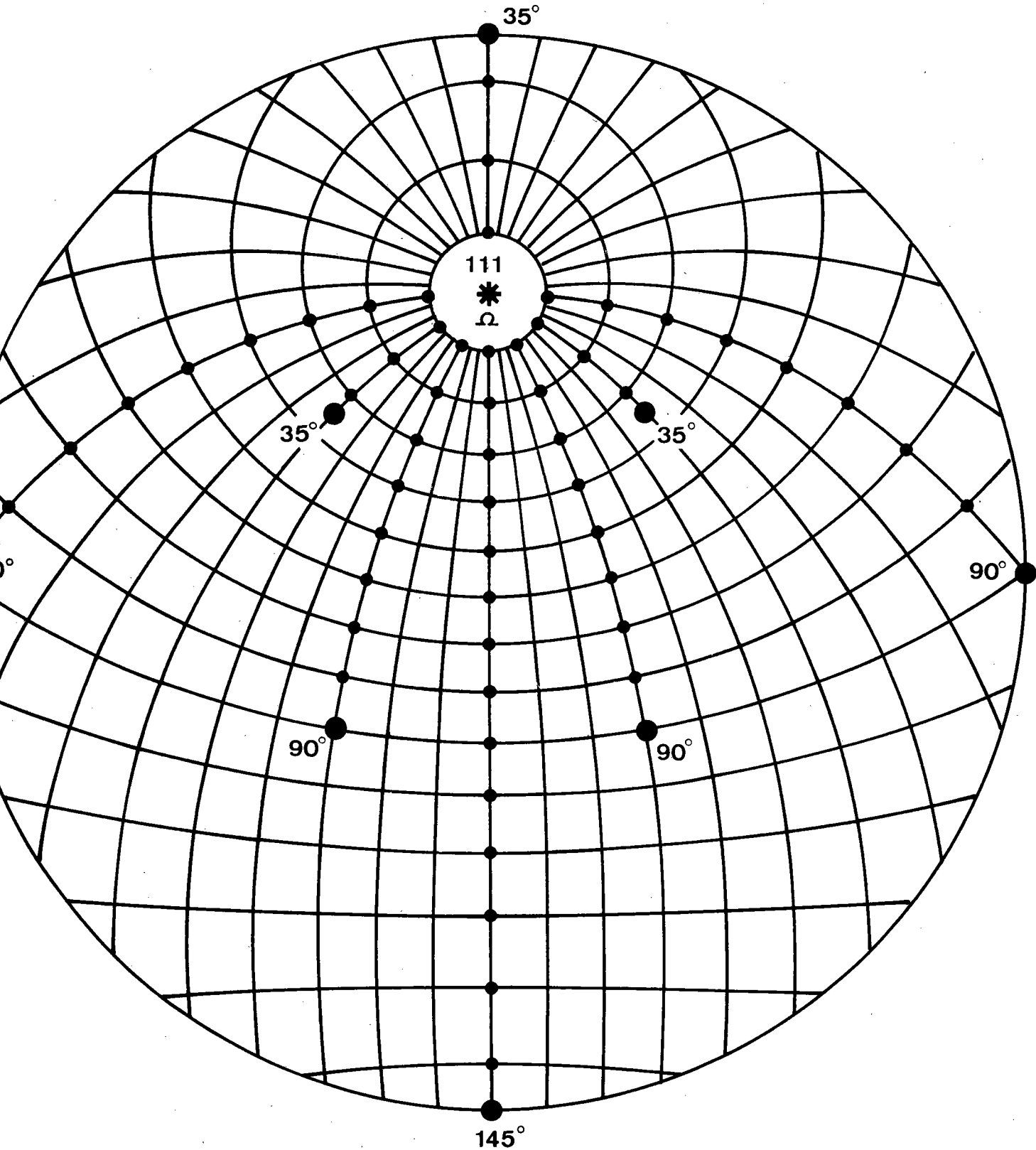
**Fig. 33.** Figure de pôles théorique  $\{110\}$  représentant la texture de fibre partielle  $\{001\} \langle 100 \rangle (1, 30, 20, 40)$  tracé à l'aide du canevas de la figure 32.  $\psi$   $\psi$   $\alpha$

lecture, les distances angulaires du premier pôle par rapport à tous les autres (figure 34).

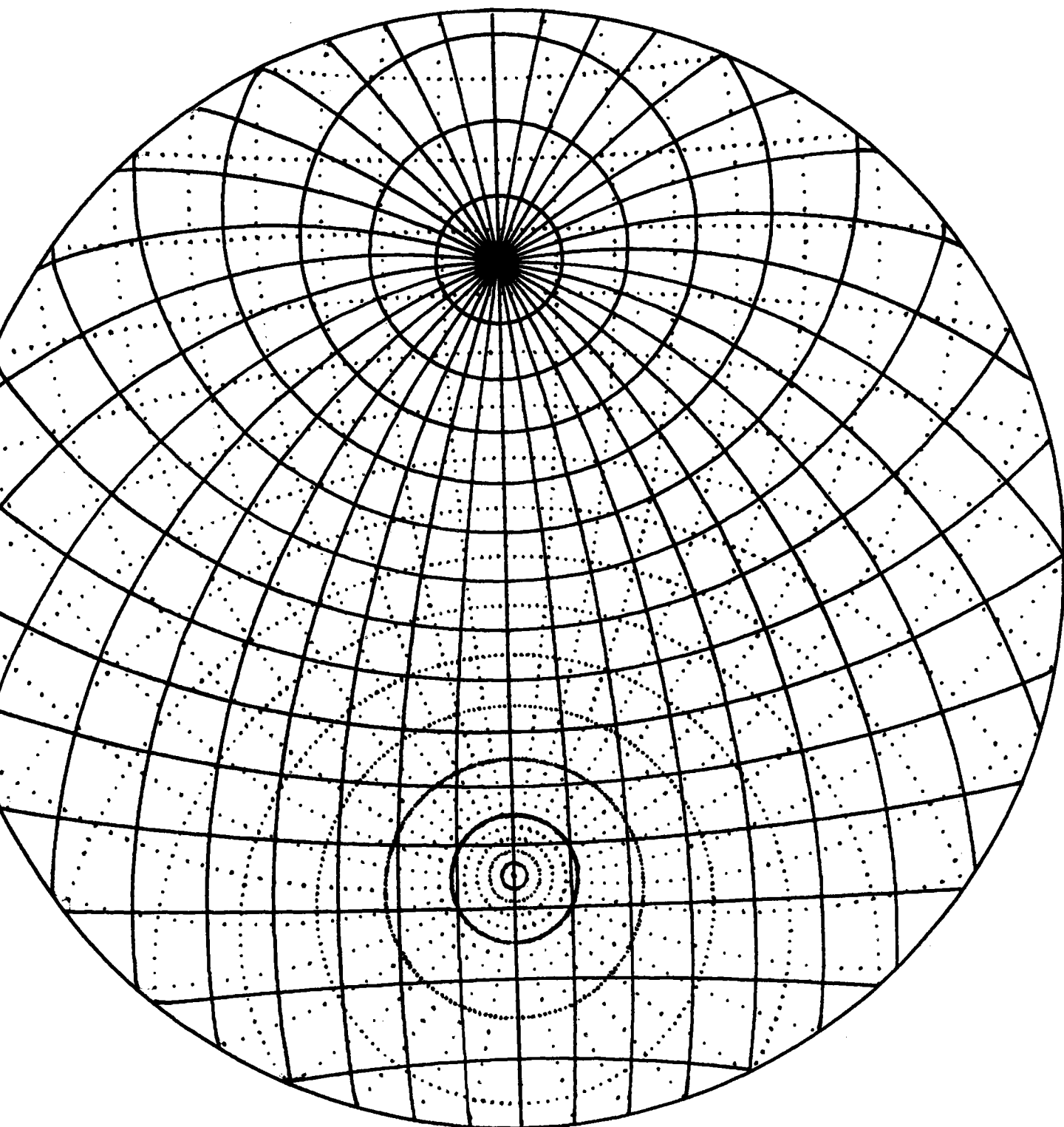
Remarque : lorsque  $\omega$  n'est pas un multiple exact de  $5^\circ$ , l'erreur que l'on commet est faible et, dans un premier temps, peut toujours être négligée. En cas de nécessité, il est toujours possible de construire le canevas correspondant exactement au cas étudié. La figure 34 montre le canevas tracé automatiquement par une table traçante BENSON-120 pilotée par un ordinateur IBM 1130. Ce canevas correspond à  $\omega = 32,5^\circ$ . Le programme FORTRAN et le tracé de ce canevas ont été réalisés par A. VADON [40]. La demi-sphère inférieure est représentée ici par des pointillés tels que l'espace entre deux points consécutifs correspond à un intervalle de deux degrés. Les canevas que nous avons personnellement utilisés ont été dessinés par A. THIL [41].

On trouvera en annexe les renseignements relatifs au calcul et à la construction géométrique de ces nouveaux canevas.

--:--:--:--:--



**Fig. 34.** Projection standard des pôles  $\{110\}$  de l'orientation  $(001) \llbracket 110 \rrbracket$ . Les distances angulaires entre le pôle  $\{111\}$  et les pôles  $\{110\}$  de cette figure se lisent directement sur le canevas ( $\omega = 35^\circ$ ). Il suffit d'amener le point  $\Omega$  en coïncidence avec le pôle  $\{111\}$ .



**Fig. 35.** Canevas double correspondant à  $\omega = 32,5^\circ$   
tracé automatiquement par une table BENSON 120  
pilotée par un ordinateur IBM 1130  
(d'après A. VADON).

Chapitre 7

METHODE D'ANALYSE A L'AIDE DES CANEVAS

## 7 - METHODE D'ANALYSE A L'AIDE DES CANEVAS

### 7.1 : Méthode utilisée -

La méthode de recherche que nous utilisons est une méthode d'essais et d'erreurs. Nous décrirons brièvement notre manière de procéder.

1°) nous choisissons, pour commencer, une figure de pôles {200} et nous reproduisons sur un calque les lignes correspondant aux plus fortes intensités. Nous traçons donc ce que BUNGE appelle la ligne de squelette  $\overline{[4]}$ . Le choix de la figure {200} n'est pas arbitraire mais correspond à un ensemble d'orientations dont chacune n'est représentée que par 3 points seulement. Les figures de pôles {200} sont donc celles qui, théoriquement, devraient être les plus faciles à dépouiller.

2°) nous cherchons une orientation idéale simple  $\{h_0 \ k_0 \ l_0\} \langle u_0 \ v_0 \ w_0 \rangle$  dont les 3 pôles se trouvent sur la ligne de squelette.

3°) nous recherchons le canevas qui permette de trouver la position d'un axe de fibre autour duquel on puisse faire tourner l'orientation idéale origine de façon à ce que les 3 pôles correspondants restent sur la ligne de squelette. Lorsque l'un de ces pôles au moins quitte cette ligne de squelette, nous arrêtons la rotation et nous déterminons ainsi l'amplitude de celle-ci. Nous avons alors décelé la présence probable de la texture de fibre partielle :

$$\{h_0 \ k_0 \ l_0\} \langle u_0 \ v_0 \ w_0 \rangle (1, \omega_1, \psi_1, \alpha_1).$$



Nous ne recherchons donc pas la position de l'axe de fibre dans le cristal, mais seulement sa position probable dans l'échantillon, position repérée par le couple  $(\omega, \psi)$ .

4°) nous traçons, toujours à l'aide des nouveaux canevas, la projection stéréographique de la fibre partielle trouvée telle qu'elle devrait apparaître sur une autre figure de pôles du même échantillon (par exemple sur la figure de pôles  $\{111\}$  pour les métaux cubiques faces centrées ou sur la figure de pôles  $\{222\}$  pour les métaux cubiques centrés). Si cette projection stéréographique coïncide avec la ligne de squelette de la deuxième figure de pôles, nous considérons que le résultat obtenu est acceptable. Dans le cas contraire, nous recommençons.

5°) la présence d'une première fibre partielle étant admise, il existe une orientation idéale correspondant à la position spatiale du cristallite au moment où nous avons arrêté la rotation autour de l'axe de fibre. Cette position est l'orientation idéale finale de la première fibre. Cette orientation finale devient alors la position initiale de la fibre suivante dont la recherche va s'effectuer comme indiqué au 3°). Nous allons ainsi mettre en évidence une succession de deux fibres partielles. Le résultat obtenu sera alors noté :

$$\{h_0 \ k_0 \ l_0\} \langle u_0 \ v_0 \ w_0 \rangle (1, \omega_1, \psi_1, \alpha_1) (1, \omega_2, \psi_2, \alpha_2).$$

6°) nous continuons à déterminer successivement les différentes fibres partielles jusqu'au moment où nous estimons

que la recherche de nouvelles fibres devient inutile, c'est-à-dire lorsque celles-ci se déduiraient de celles déjà obtenues grâce à des opérations de symétrie par rapport à l'axe de laminage ou par rapport à l'axe transverse.

7°) nous effectuons les opérations de symétrie citées au 6°) et nous comparons les deux figures de pôles théoriques ainsi obtenues avec les deux figures expérimentales ayant servi à l'étude.

8°) nous déduisons de nos résultats la figure de pôles théorique correspondant à une troisième forme de plan (par exemple {220} pour les métaux cubiques faces centrées ou {110} pour les métaux cubiques centrés). Nous avons toujours constaté une très bonne ressemblance entre la 3ème figure de pôles théorique et la 3ème figure de pôles expérimentale correspondante.

9°) dans le cas où les figures de pôles théoriques ne recouvriraient qu'imparfaitement les figures de pôles expérimentales, nous cherchons s'il n'existerait pas une seconde orientation origine  $\{h' k' l'\} \langle u' v' w' \rangle$  et nous recommençons comme indiqué au 3°).

10°) nous recherchons la position des axes de fibres dans le cristal.

## 7.2 : Résultats obtenus -

Le résultat de l'analyse précédente est une fonction qui est une bonne approximation de la fonction de répartition des orientations. Cette fonction s'exprime simplement

par un produit de rotations. Nous présentons ci-après les résultats obtenus par cette nouvelle méthode en l'appliquant successivement à la détermination de trois textures de laminage de métaux cubiques faces centrées. En particulier, nous avons repris l'étude faite par GREWEN-WASSERMANN sur l'aluminium  $\langle \bar{6} \bar{7} \rangle$  et par BUNGE sur le cuivre  $\langle \bar{4} \bar{2} \bar{7} \rangle$ .

--:--:--:--:--

Chapitre 8

ANALYSE DE LA TEXTURE DE LAMINAGE DE L'ALUMINIUM

D'APRES LES FIGURES DE POLES PUBLIEES

PAR J. GREWEN ET G. WASSERMANN EN 1955

8 - ANALYSE DE LA TEXTURE DE LAMINAGE DE L'ALUMINIUM D'APRES LES FIGURES DE POLES PUBLIEES PAR J. GREWEN ET G. WASSERMANN

EN 1955

Les figures de pôles publiées par GREWEN-WASSERMANN [6], pour l'étude de la texture de laminage idéale de l'aluminium à l'aide de fibres partielles, ne sont pas des figures de pôles expérimentales réelles. Ces figures représentent la texture moyenne déduite de l'examen de 17 échantillons pris à des endroits différents d'une même tôle. Ces auteurs ont constaté, en effet, que des écarts d'environ 6 mm entre deux échantillons pouvaient faire apparaître des modifications dans la texture. D'autre part, les figures de pôles expérimentales présentaient généralement des défauts de symétrie, défauts qui disparaissent dans les figures publiées. Nous avons déjà reproduit ces figures au chapitre 4 (figure 22b, 23b et 24b). Afin de pouvoir appliquer la méthode décrite au chapitre précédent, nous avons fait des agrandissements photographiques des figures de pôles réalisées par GREWEN et WASSERMANN et publiées en 1955 [6].

L'orientation idéale origine de notre analyse est représentée par l'orientation (001) [211] à laquelle nous avons fait subir la rotation (90, 0, -4). Cette position de départ sera donc représentée symboliquement par :

$$(001) [211] (0, 90, 0, -4).$$

Nous avons trouvé que la texture représentée par ces figures de pôles est formée d'une succession de quatre fibres par-

tielles. Le résultat obtenu se présente sous forme du produit ordonnée des quatre rotations suivantes : (25, 176, 30), (45, 176, 6), (60, 176, 25) et (0, 190, 18).

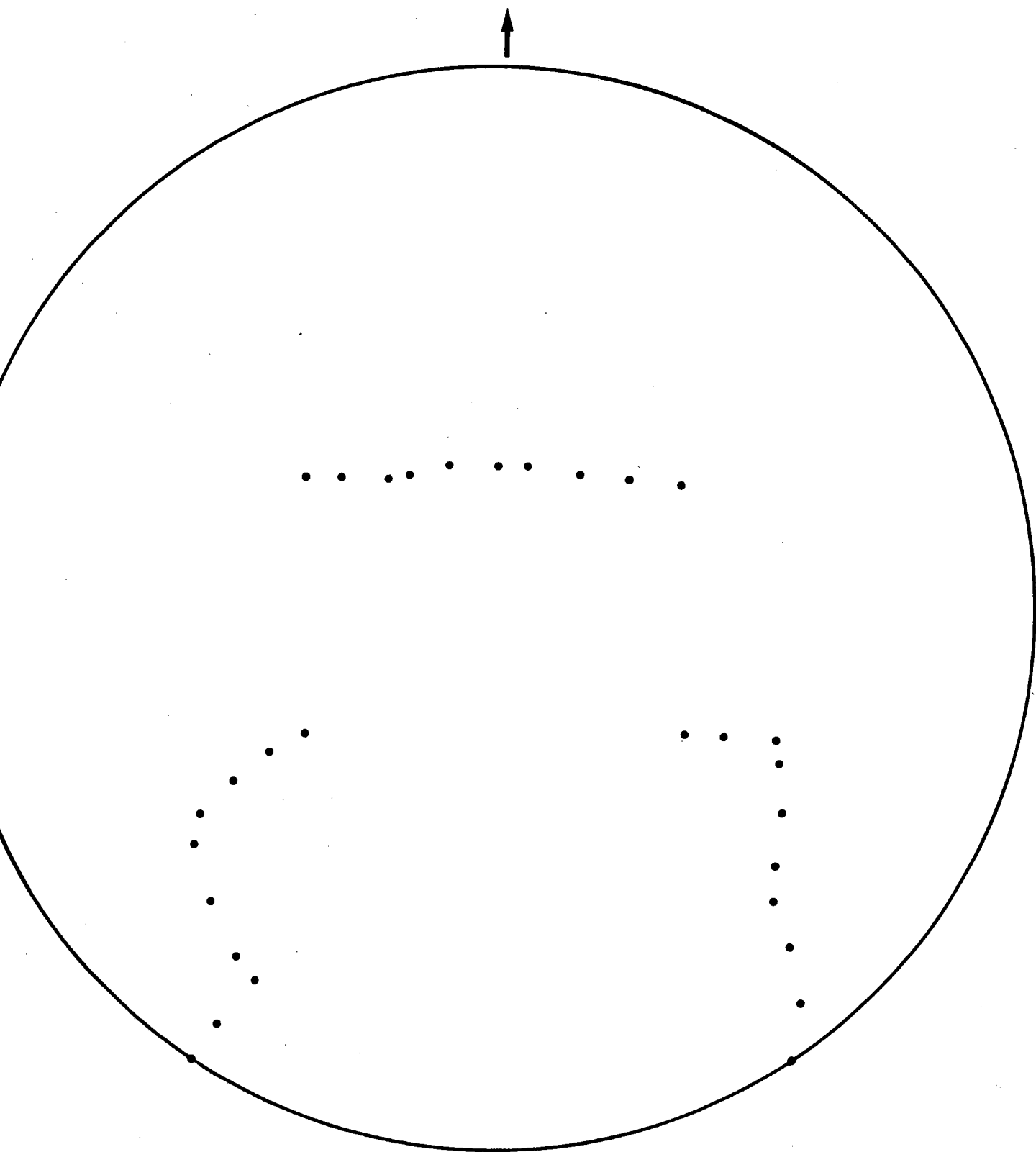
La texture idéale de laminage de l'aluminium d'après les figures réalisées par GREWEN-WASSERMANN s'écrira donc :

$$\begin{aligned}
 (011) \left[ \bar{2}11 \right] (0, 90, 0, -4) & \quad (1, 25, 176, 30) \\
 & \quad (1, 45, 176, 6) \quad (1) \\
 & \quad (1, 60, 176, 25) \\
 & \quad (1, 0, 190, 18)
 \end{aligned}$$

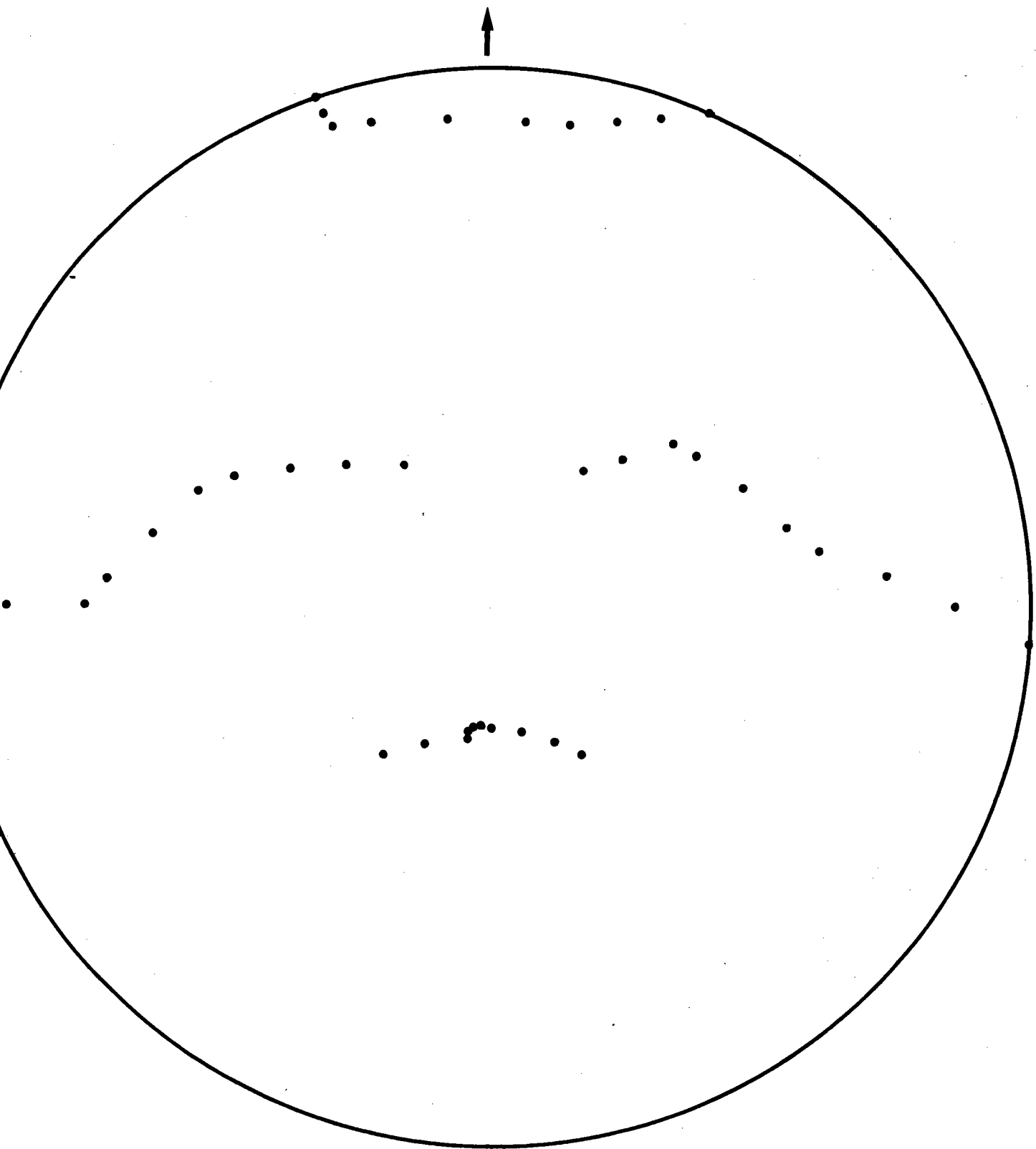
Remarques :

1°) L'expression (1) ci-dessus représente une fonction de répartition des orientations. C'est une fonction continue de 4 variables. Nous ne donnons à p que les valeurs 0 ou 1 ce qui signifie que notre analyse n'est encore que qualitative. Dans cette étude préliminaire, l'aspect quantitatif sera toujours négligé. Nous considérons en effet cet aspect comme un raffinement de la méthode actuelle qui justifiera sans doute de nouvelles études.

D'autre part, l'expression (1) ne présente en fait que le quart des orientations existantes. L'expression (1) représente donc ce que nous appellerons la texture réduite, telle qu'elle apparaît sur les figures 36, 37 et 38. La texture totale s'obtient en prenant en compte toutes les orien-

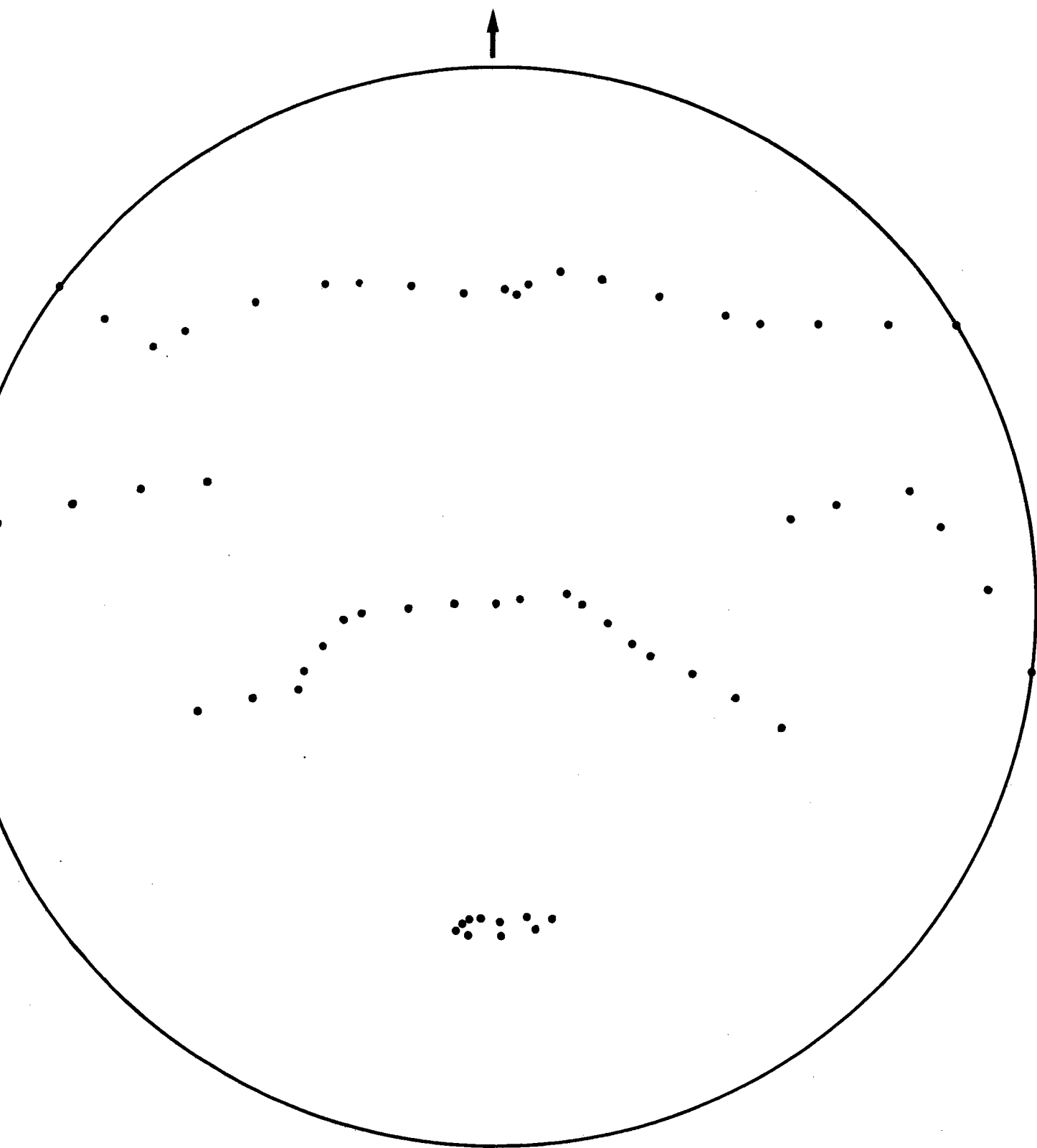


**Fig.36.** Figure de pôles  $\{200\}$  montrant la texture réduite de laminage de l'aluminium.



**Fig. 37.** Figure de pôles  $\{111\}$  montrant la texture réduite de laminage de l'aluminium.





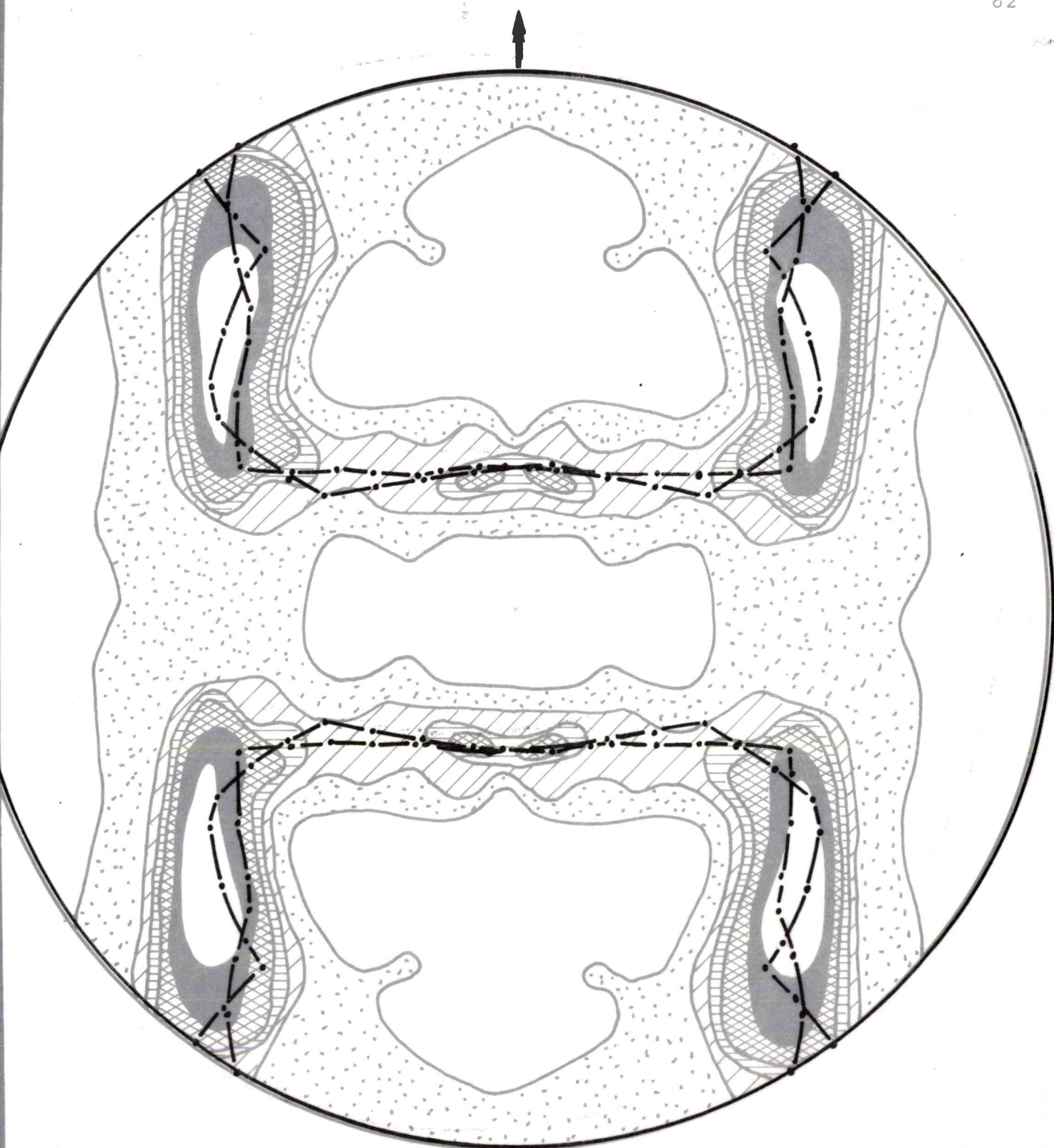
**Fig. 38.** Figure de pôles  $\{220\}$  montrant la texture réduite de laminage de l'aluminium.

tations déduites des orientations constituant la texture réduite en effectuant les symétries par rapport à la direction de laminage et par rapport à la direction transverse. Le résultat final apparaît sur les figures 39a, 40a et 41a. La comparaison avec les figures expérimentales correspondantes (figures 39b, 40b et 41b) met en évidence la précision des résultats obtenus.

2°) Un des grands avantages de cette technique d'analyse est de pouvoir préciser la position des axes de fibres partielles. La figure 42 montre la position des axes de fibres que nous avons mis en évidence, cette position des axes de fibres étant représentée en projection stéréographique sur le plan de laminage. Il apparaît clairement que les axes de fibres sont tous très proches du plan  $(\vec{ON}, \vec{OL})$ . Trois axes sont distants de 4 degrés et le quatrième de 6 degrés seulement de ce plan. Nous avons représenté sur cette même figure, à titre de comparaison, les axes de fibres proposés par GREWEN-WASSERMANN.

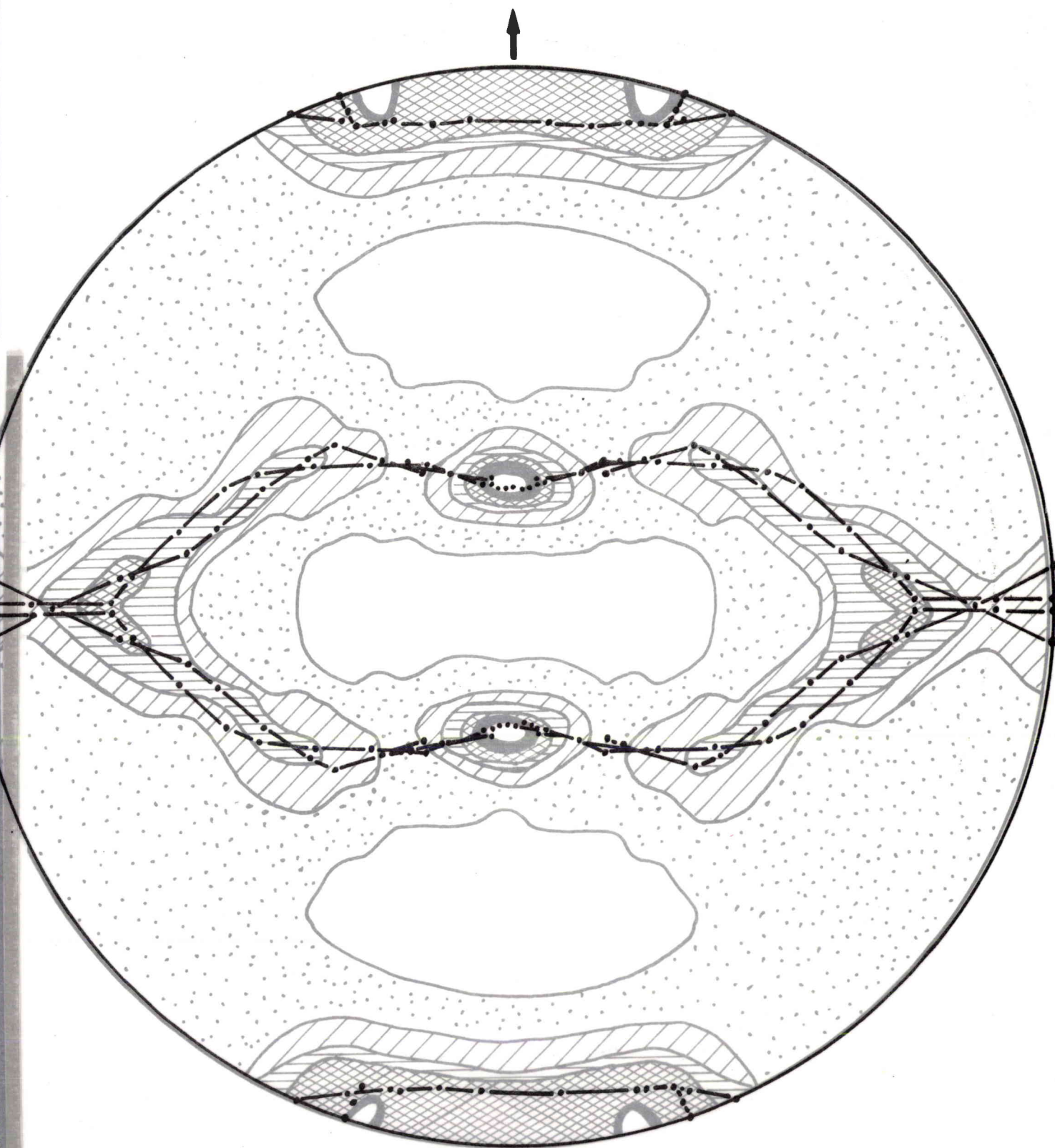
La position des axes de fibres dans le cristal est représentée par la figure 43. Cette figure est analogue à une figure axiale classique sur laquelle nous avons fait figurer (entre parenthèses) les amplitudes des rotations autour des différents axes.

On voit que les axes de fibres sont proches de  $\langle 110 \rangle$ ,  $\langle 111 \rangle$  et  $\langle 211 \rangle$  en les classant suivant l'importance de l'amplitude  $\alpha$  qui leur correspond. Il existe un axe de



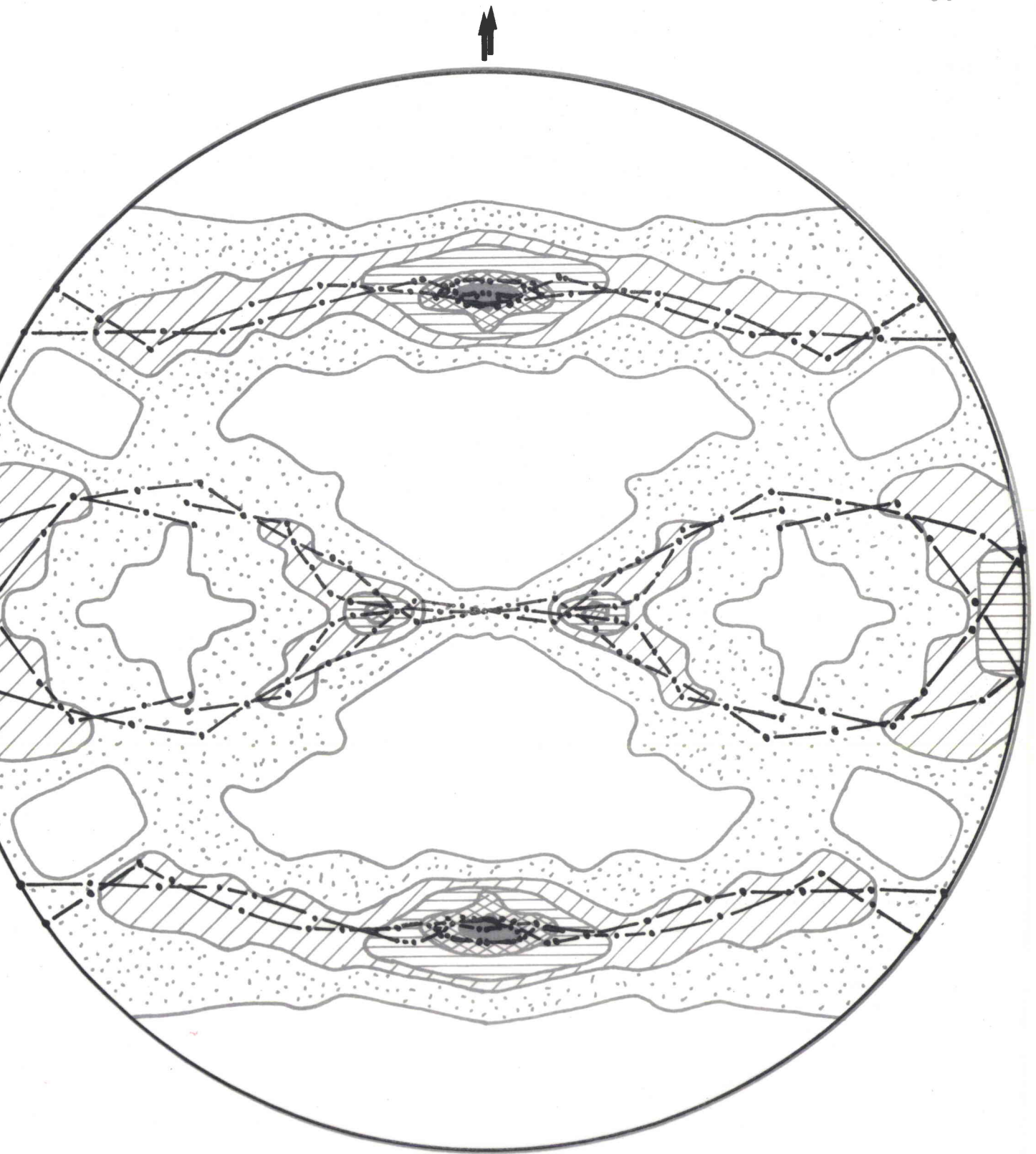
**Fig. 39 a)** (calque) - Figure de pôles théorique  $\{200\}$  obtenue par notre méthode.

**Fig. 39 b)** Figure de pôles expérimentale correspondante (d'après J. GREWEN et G. WASSERMANN).



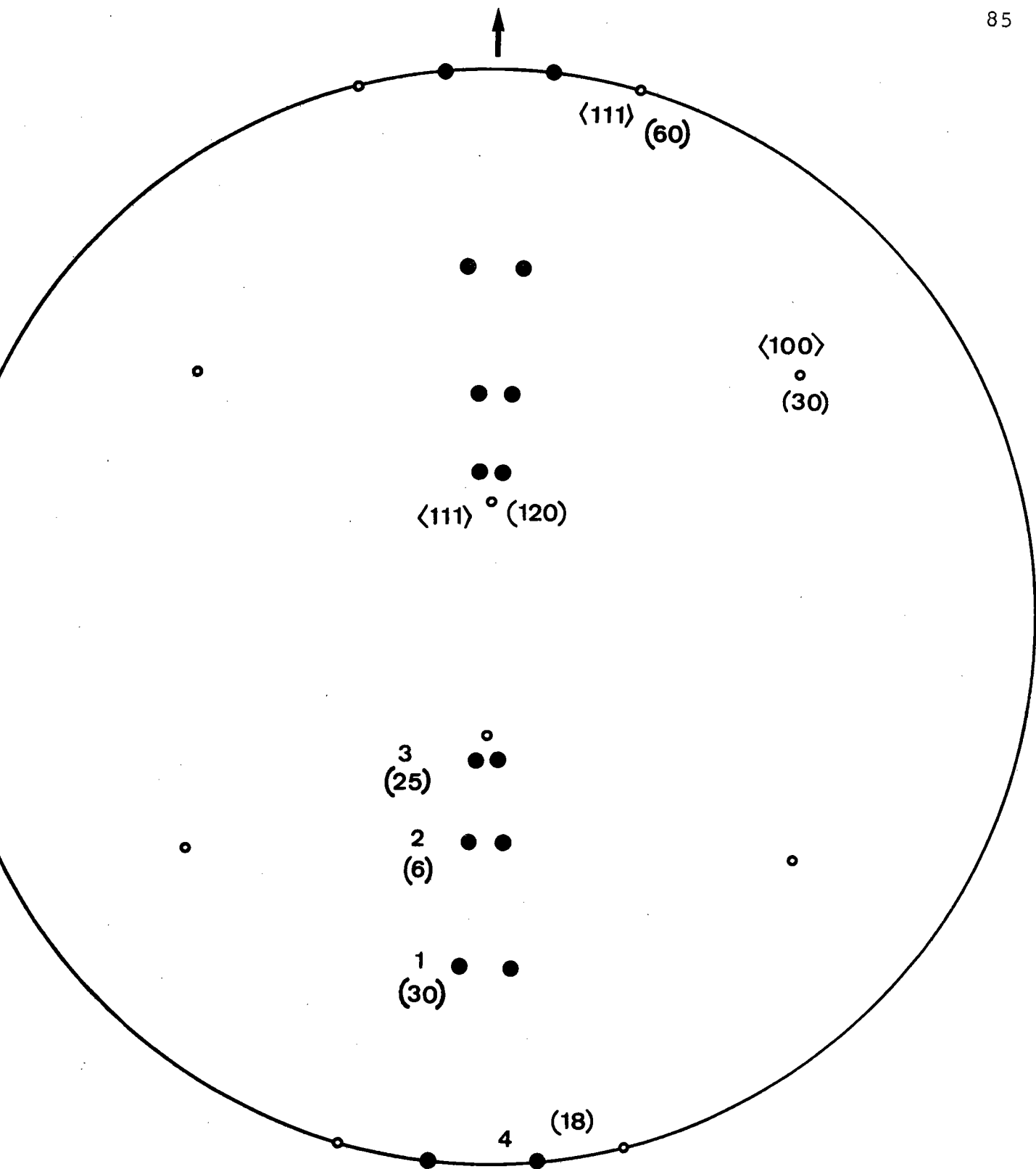
**Fig.40 a)** (calque) - Figure de pôles théorique  $\{111\}$   
obtenue par notre méthode.

**Fig.40 b)** Figure de pôles expérimentale correspondante  
d'après J. GREWEN et G. WASSERMANN.



**Fig. 41 a)** (Calque) - Figure de pôles théorique  $\{220\}$  obtenue par notre méthode.

**Fig. 41 b)** Figure de pôles expérimentale correspondante (d'après J. GREWEN et G. WASSERMANN).

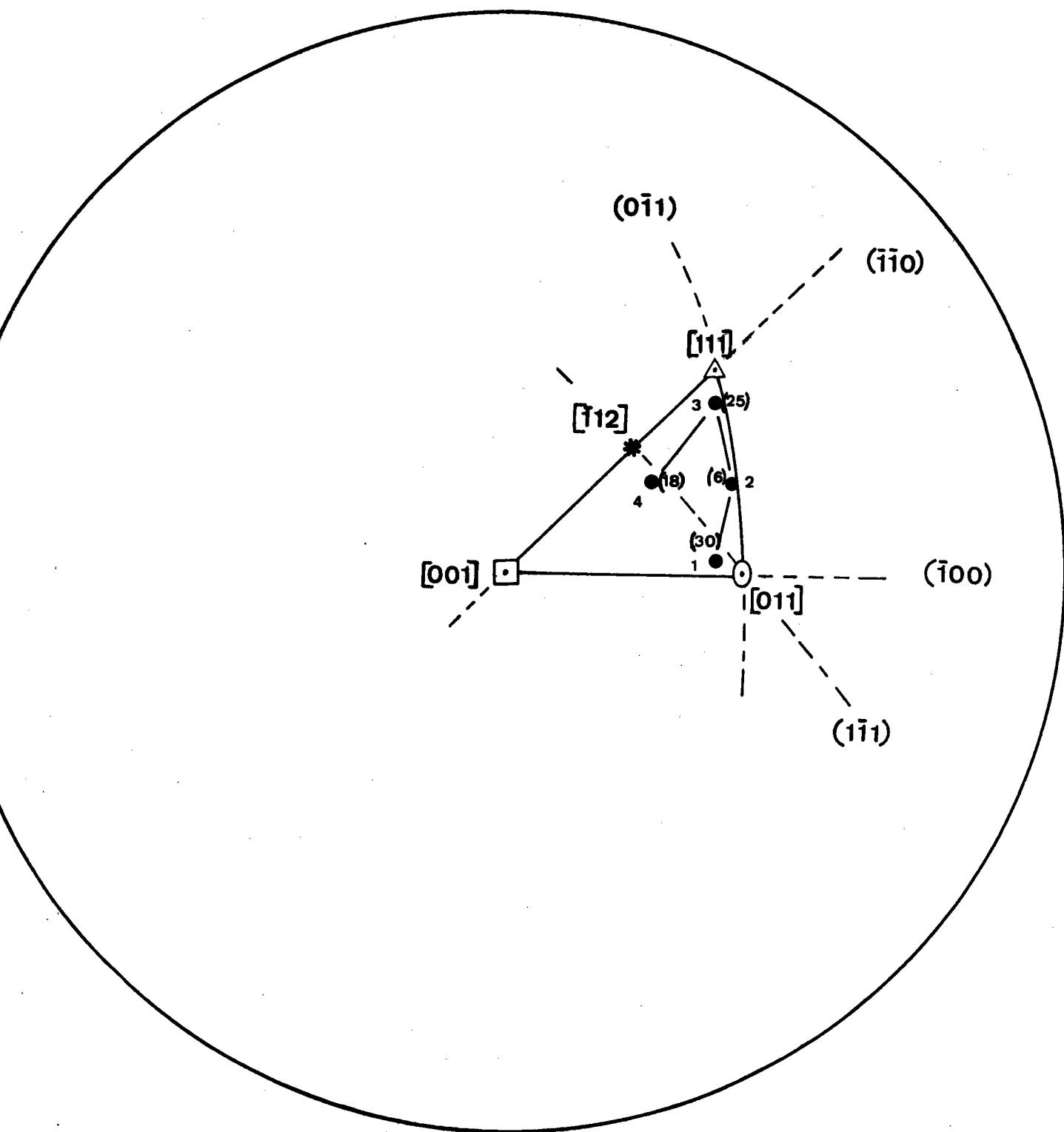


**Fig. 42.** Position des axes de fibres partielles par rapport au plan de laminage de l'aluminium

● : axes obtenus par notre méthode

○ : axes proposés par J. GREWEN et G. WASSERMANN

Les nombres entre parenthèses indiquent l'amplitude de  $\alpha$ .



**Fig.43.** Position des axes de fibre partielles par rapport aux cristallites. Les nombres entre parenthèses représentent la valeur correspondante de  $\alpha$ .

fibre d'importance secondaire situé environ à mi-distance entre  $\langle 110 \rangle$  et  $\langle 111 \rangle$  .

3°) L'orientation  $(011) \lceil \bar{2}\bar{1}1 \rceil$  que nous avons prise comme point de départ de notre analyse est en fait une orientation finale bien connue dans la formation de la texture des métaux cubiques faces centrées. Il apparaît donc probable que le point de départ de notre analyse coïncide avec le point d'arrivée de la modification des orientations au cours du laminage.

Sur la figure 42, l'ordre d'apparition des axes lors de l'analyse de la texture est indiqué par des numéros. De l'examen des figures 42 et 43 il semble ressortir que le déplacement des axes n'est pas un déplacement continu. Les axes semblent changer brusquement de position, aussi bien dans le cristal que dans l'échantillon, tout en faisant toujours un angle assez faible soit avec un plan  $(0\bar{1}1)$ , soit avec un plan  $(1\bar{1}1)$ . Enfin, nous ferons remarquer que, contrairement aux suppositions de GREWEN-WASSERMANN, il ne semble pas qu'il existe d'axe de fibre voisin de  $\langle 001 \rangle$ .

-:-:-:-:-



Chapitre 9

ANALYSE DE LA TEXTURE DE LAMINAGE DU CUIVRE

D'APRES LES FIGURES DE POLES PUBLIEES

PAR H.J. BUNGE ET F. HAESSNER EN 1968

9 - ANALYSE DE LA TEXTURE DE LAMINAGE DU CUIVRE D'APRES LES FIGURES DE POLES PUBLIEES PAR H.J. BUNGE ET F. HAESSNER

EN 1968

Parmi les nombreuses études de la texture de laminage du cuivre pur polycristallin, nous avons surtout retenu celle due à BUNGE-HAESSNER  $\langle \bar{4}2\bar{2} \rangle$ . Nous avons donc étudié la texture de laminage du cuivre à partir des figures de pôles expérimentales publiées par ces auteurs. Nous avons trouvé cette fois deux possibilités pour décrire la ligne de squelette. Nous sommes parti tout d'abord de l'orientation (011)  $\langle \bar{2}1\bar{1} \rangle$ . Nous nous sommes aperçu ensuite qu'il était également possible de suivre la ligne de squelette en partant de l'orientation (112)  $\langle \bar{1}1\bar{1} \rangle$ , ce qui ne paraissait pas possible dans le cas de l'aluminium. Nous en avons conclu que la texture de laminage pouvait être décrite par la superposition de deux composantes, chaque composante étant constituée d'une succession de fibres partielles. La première composante ayant pour origine (011)  $\langle \bar{2}1\bar{1} \rangle$  a été notée A et la seconde, dont l'origine est (112)  $\langle \bar{1}1\bar{1} \rangle$ , a été notée B. La texture totale est donc représentée par l'égalité :

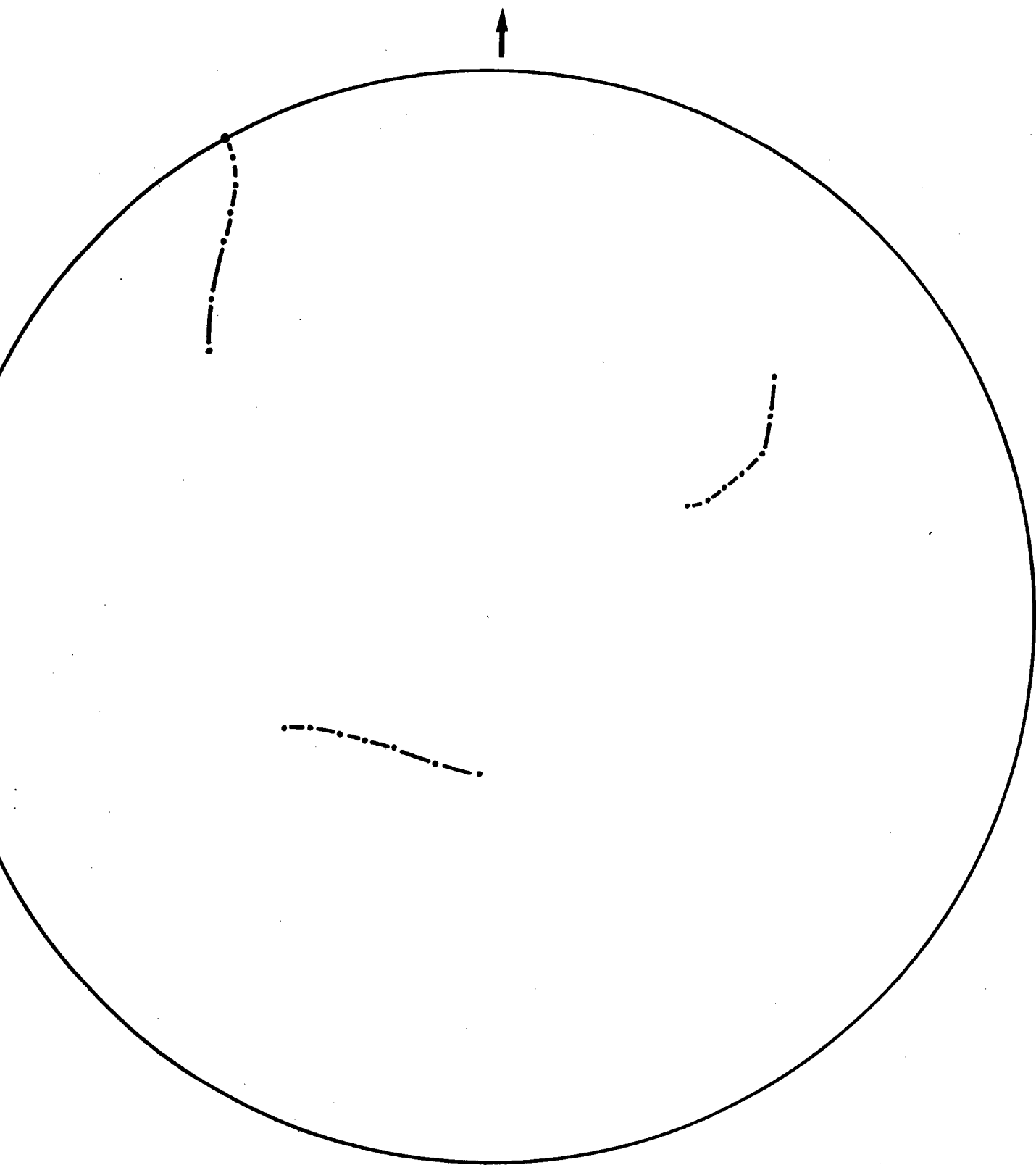
$$T = A + B \quad (2)$$

Les composantes A et B sont définies par :

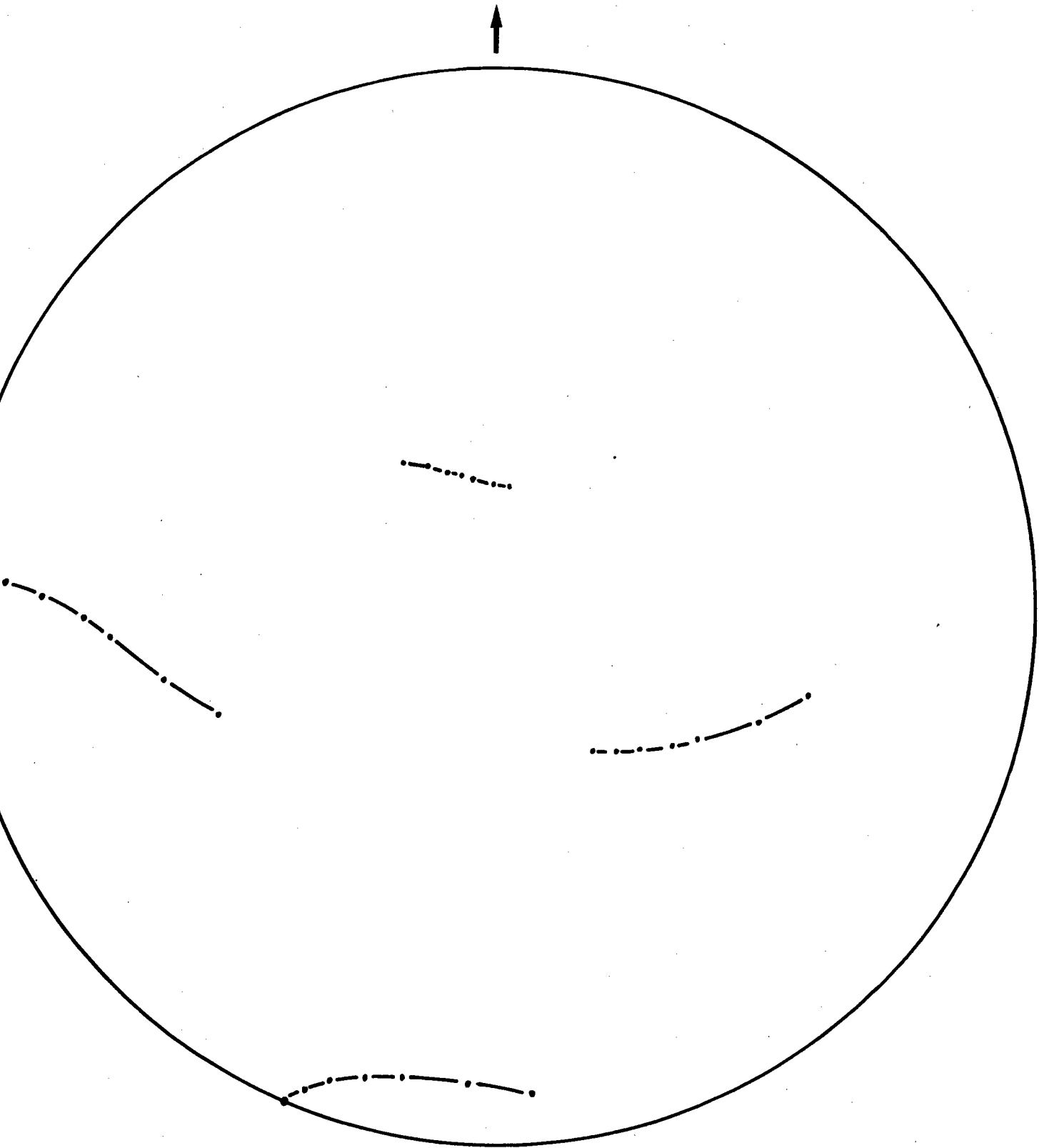
$$A = (011) \left[ \bar{2}1\bar{1} \right] \begin{matrix} (0, 90, 0, -2,5) & (1, 10, -2,5, 5) \\ & (1, 20, -2,5, 5) \\ & (1, 30, -2,5, 5) \\ & (1, 35, -2,5, 5) \\ & (1, 45, -10, 20) \end{matrix}$$

$$B = (112) \left[ \bar{1}1\bar{1} \right] \begin{matrix} (1, 50, 180, 10) \\ (1, 55, 180, 10) \\ (1, 10, 195, 10) \\ (1, 10, 210, 10) \end{matrix}$$

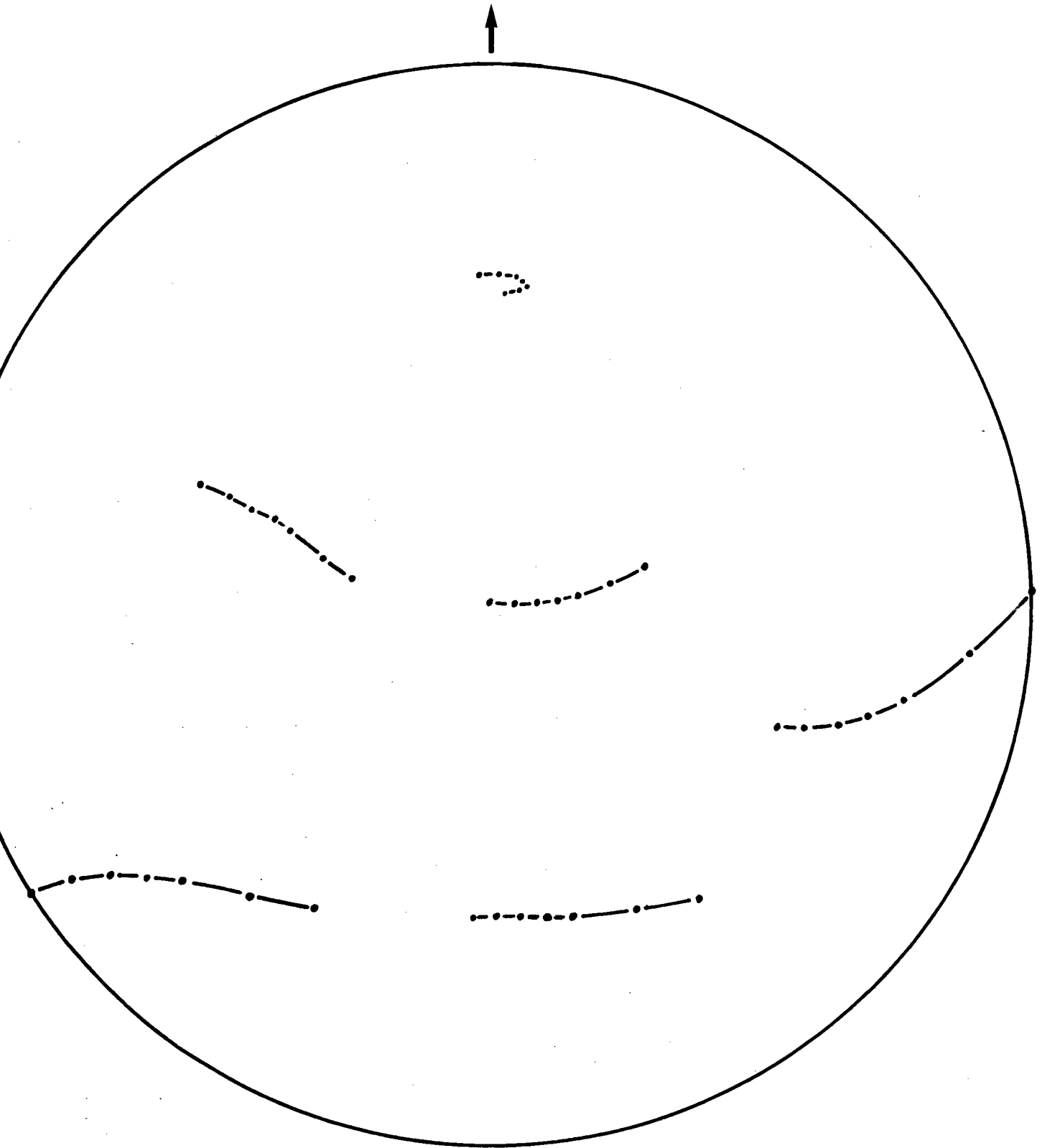
La texture réduite correspondante est représentée sur les figures 44, 45 et 46 pour la composante A et sur les figures 47, 48 et 49 pour la composante B. L'examen de la figure 25 qui représente la fonction de répartition des orientations obtenue par le traitement analytique de BUNGE  $\left[ \bar{4}2 \right]$  montre également l'existence de deux composantes qui semblent formées d'orientations se succédant de façon continue pour former ce que BUNGE appelle une "texture-tuyau". Afin de pouvoir comparer nos résultats à ceux de BUNGE, nous avons relevé les angles d'Euler  $\psi_1, \phi$  et  $\psi_2$  correspondant aux maximums d'intensité relevés sur la figure 25. Aux erreurs de lecture près, les maximums d'intensité appartenant aux deux composantes trouvées par BUNGE sont celles qui figurent dans le tableau II.



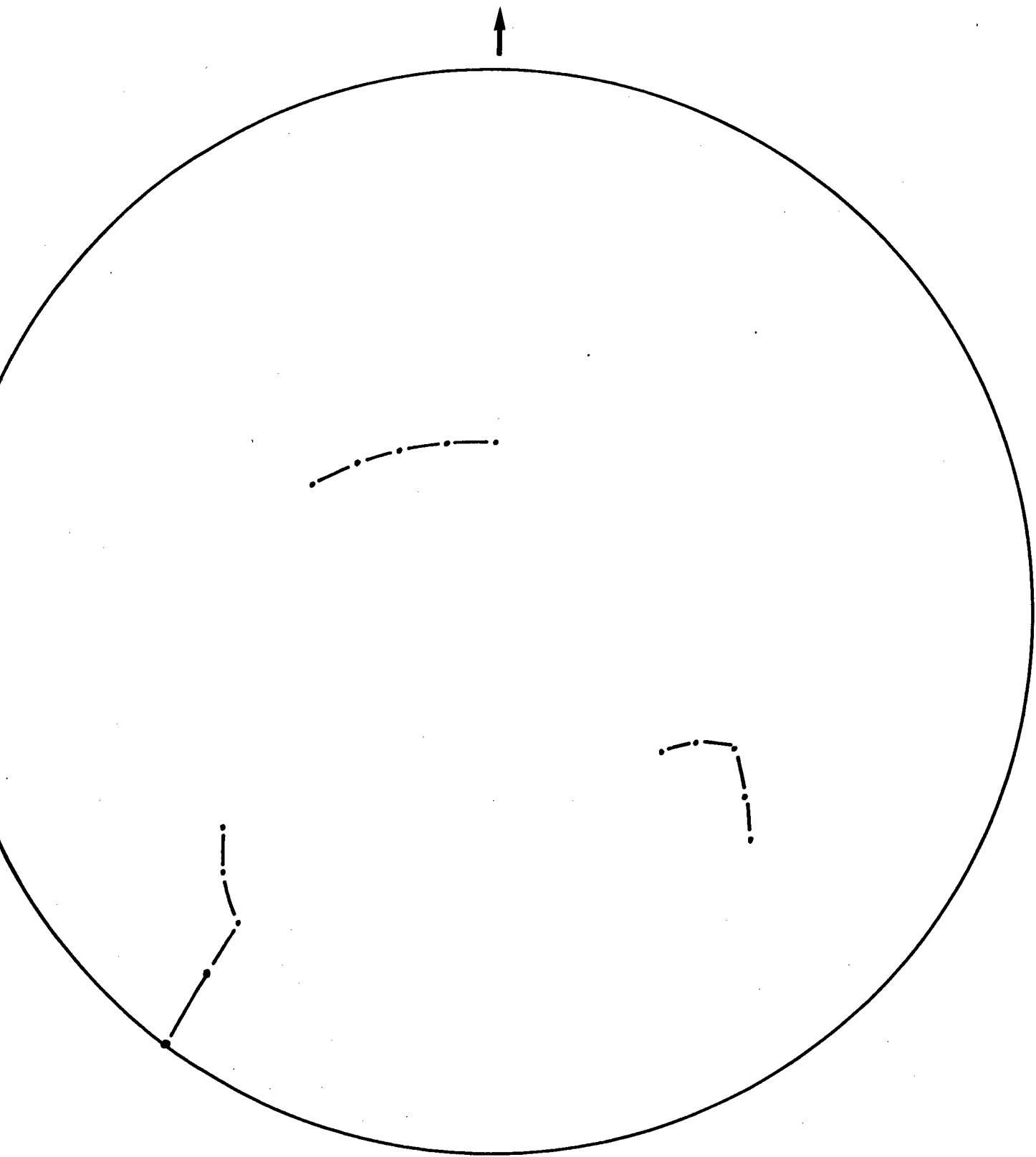
**Fig. 44.** Figure de pôles  $\{200\}$  montrant la composante A réduite de la texture de laminage du cuivre.



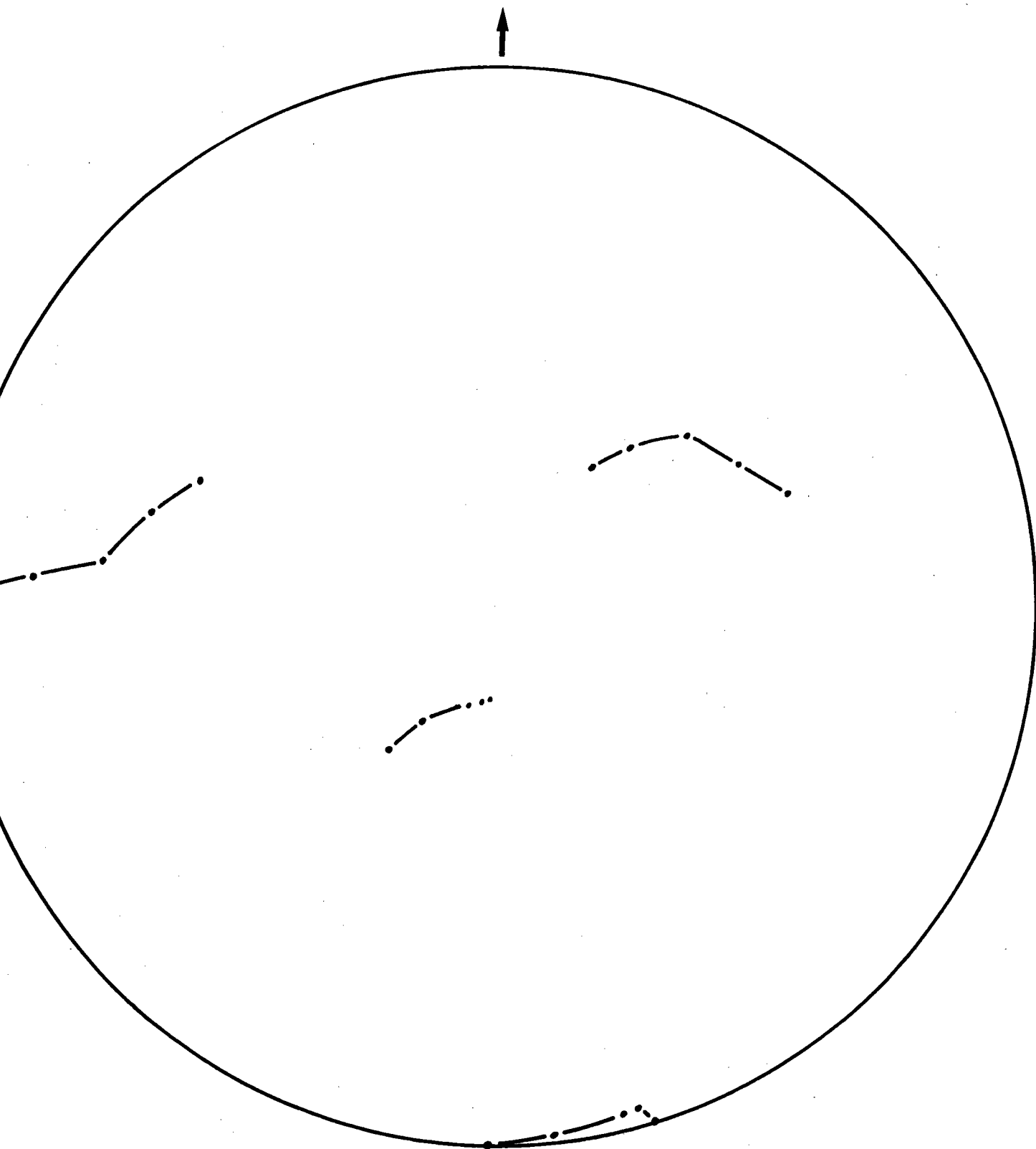
**Fig. 45.** Figure de pôles  $\{111\}$  montrant la composante A réduite de la texture de laminage du cuivre.



**Fig. 46.** Figure de pôles  $\{220\}$  montrant la composante A réduite de la texture de laminage du cuivre.

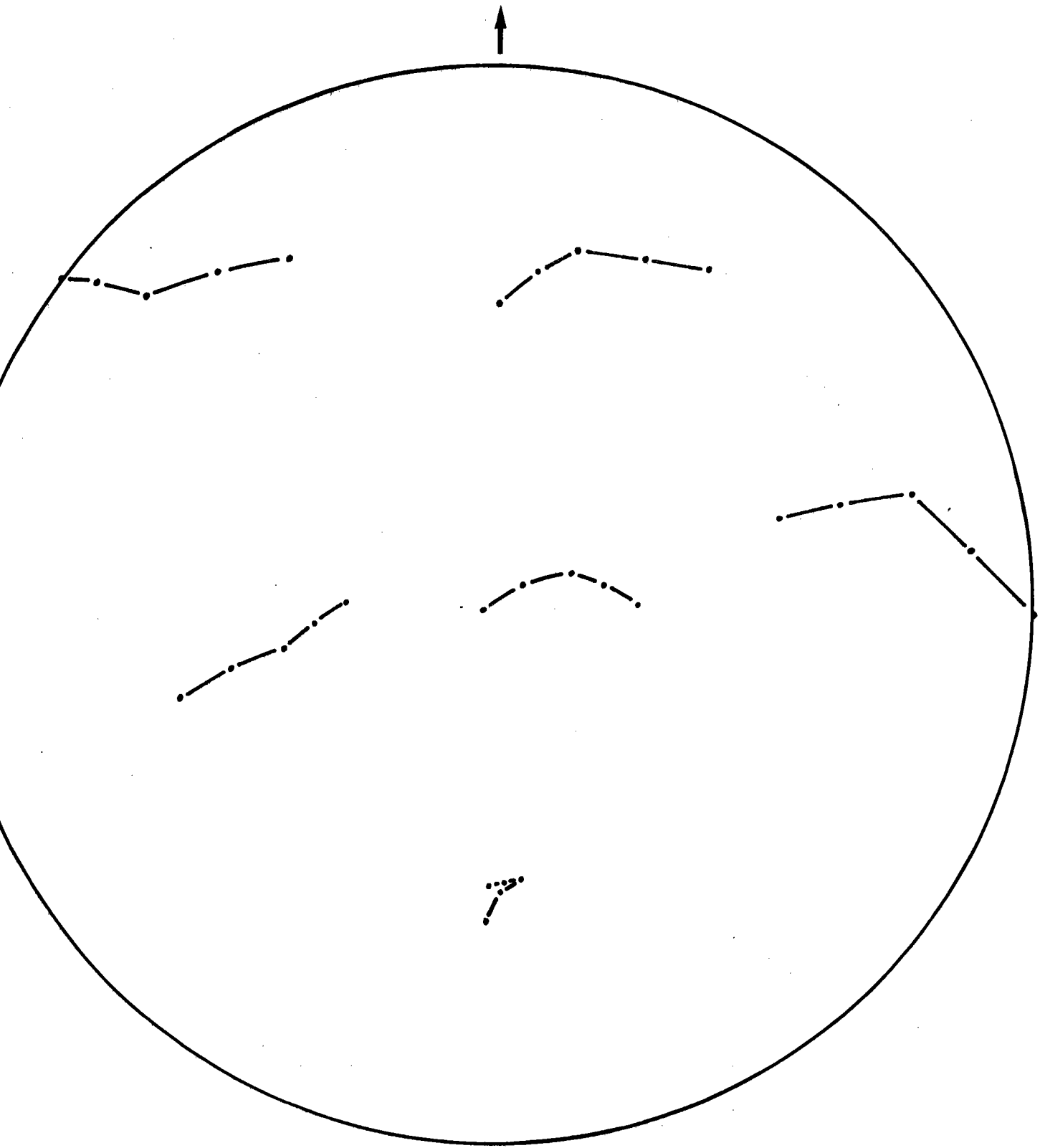


**Fig.47.** Figure de pôles  $\{200\}$  montrant la composante B réduite de la texture de laminage du cuivre.



**Fig.48.** Figure de pôles  $\{111\}$  montrant la composante B réduite de la texture de laminage du cuivre.





**Fig.49.** Figures de pôles {220} montrant la composante B réduite de la texture de laminage du cuivre.

TABLEAU II

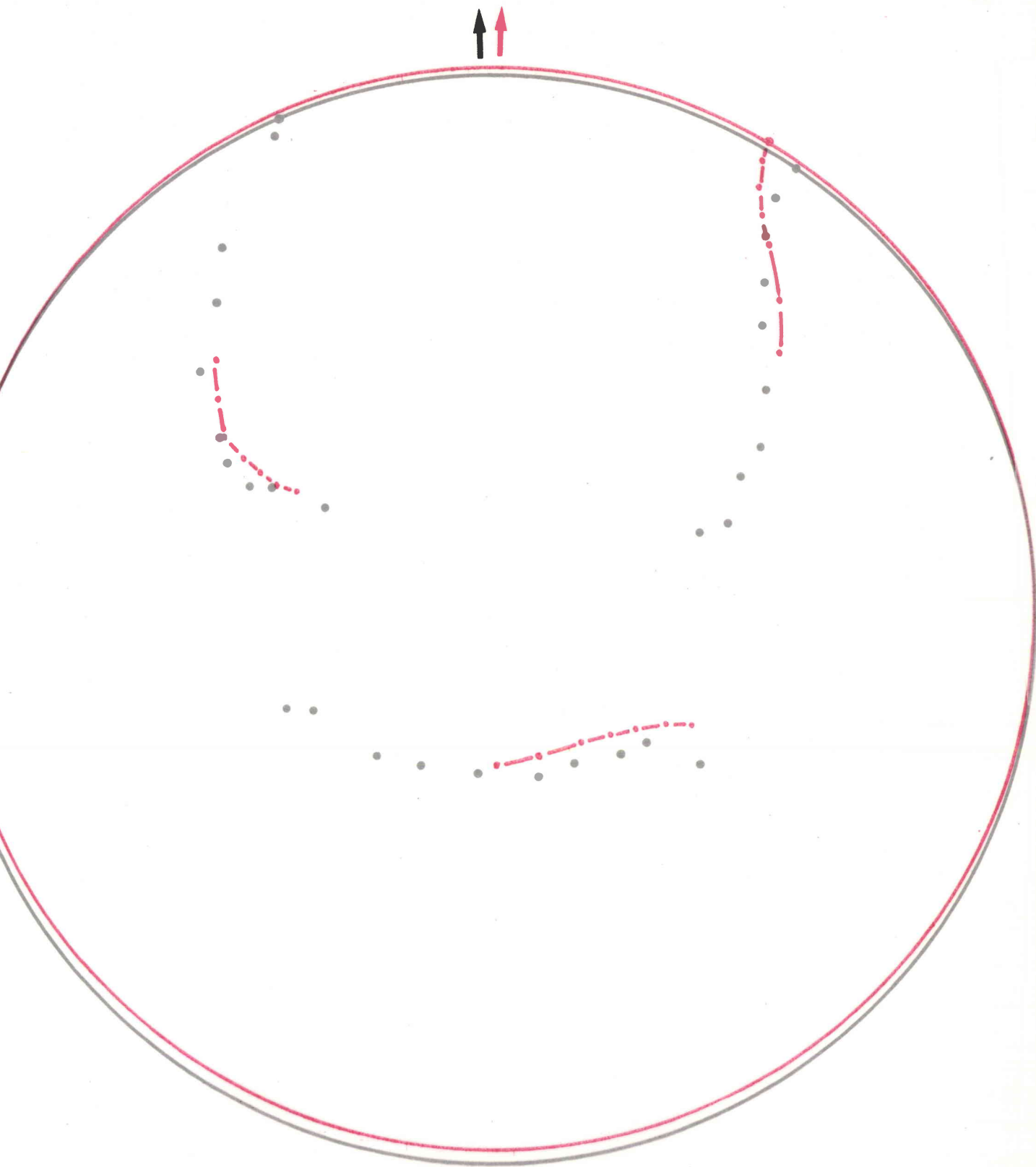
Composante I			Composante II		
$\varphi_1$	$\phi$	$\varphi_2$	$\varphi_1$	$\phi$	$\varphi_2$
35	40	0			
32	50	5			
30	53	10			
31	59	15			
35	62	20			
42	70	25			
50	75	30			
55	80	35			
67	88	40			
68	90	45	90	32	45
			85	32	50
			75	33	55
			68	32	60
			60	33	65
			55	35	70
			48	38	75
			45	40	80
			38	40	85
			34	42	90

Ensemble des maxima de la fonction de répartition des orientations  $f(\varphi_1, \phi, \varphi_2)$  relevés sur le tableau de la figure 25.

A l'aide de nos canevas, il a été possible d'effectuer la projection stéréographique des plans  $\{200\}$  correspondant aux orientations figurant dans le tableau II. La texture réduite correspondante a été comparée à la texture réduite que nous avons trouvée. Cette comparaison est représentée par les figures 50 et 51. Les résultats que nous avons obtenus sont en excellent accord avec ceux de BUNGE. La similitude des résultats obtenus apparaît encore plus nettement sur les figures 52 et 53 obtenues en faisant subir aux différentes composantes les opérations de symétrie nécessaires à l'obtention de la texture complète. Les figures 54, 55 et 56 permettent de comparer les figures de pôles théoriques  $\{200\}$ ,  $\{111\}$  et  $\{220\}$  obtenues avec notre méthode avec les figures expérimentales et calculées publiées par BUNGE-HAESSNER [42]. La concordance des figures, cette fois encore, est très bonne.

La figure 57 représente la position des axes de fibres dans l'échantillon. On constate que presque tous les axes de fibres sont, encore une fois, très proches du plan  $(\vec{ON}, \vec{OL})$ . La moitié des axes de fibres de la composante B font un angle de  $10^\circ$  avec le plan de laminage.

La figure 58 représente la position des axes de fibres dans le cristal. On constate que les axes de la composante A sont tous très proches d'un plan  $\{111\}$  alors que les 4 axes de la composante B appartiennent tous à des plans  $\{110\}$ . Nous remarquons que les figures de pôles très semblables représentant la texture de laminage du cuivre et de l'aluminium correspondent en fait à des textures apparemment assez différentes.



**Fig. 50 a)** (Calque) - Composante A réduite obtenue par notre méthode.

**Fig. 50 b)** Composante réduite correspondante déduite de la figure 25. (Composante II)

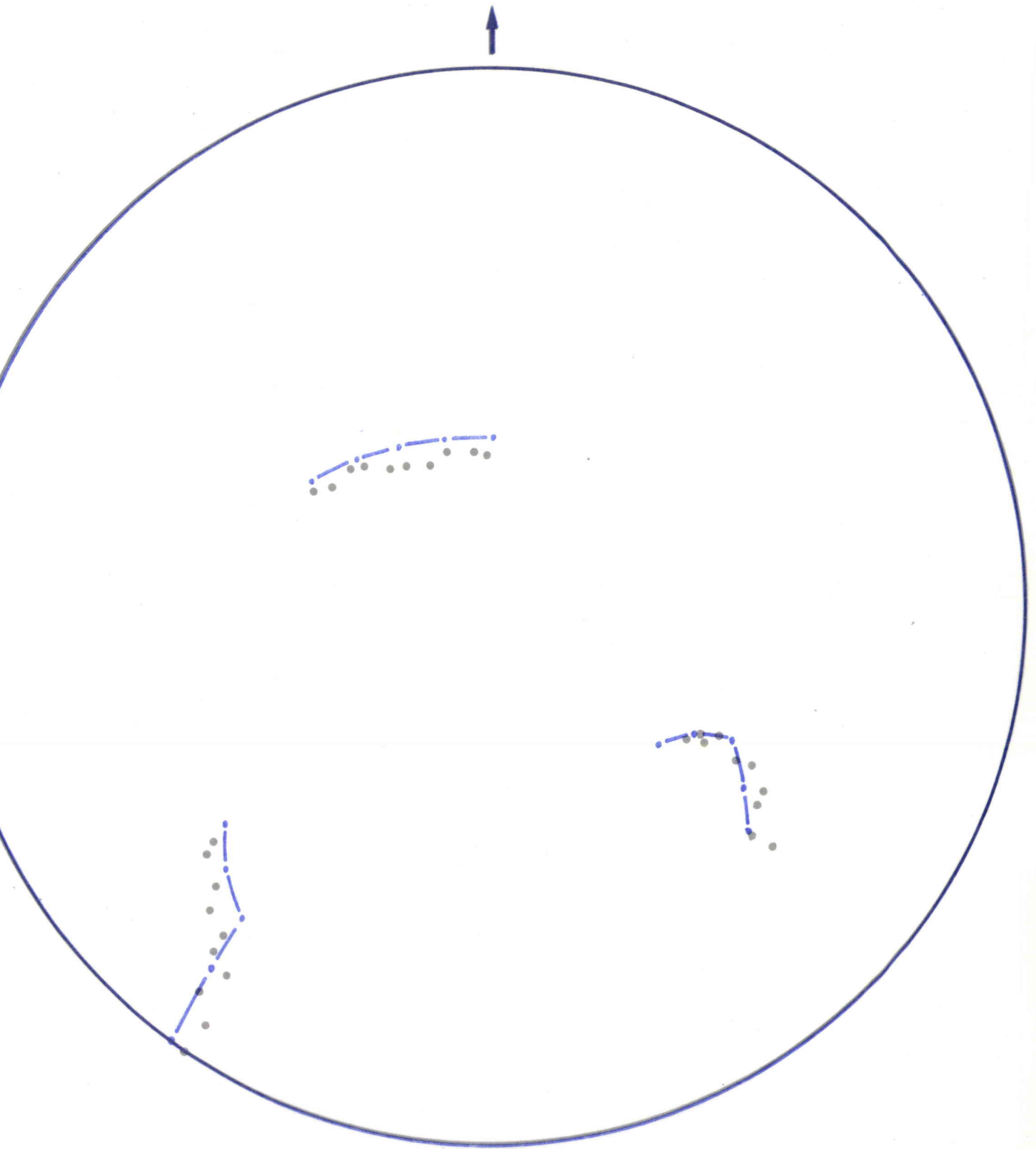
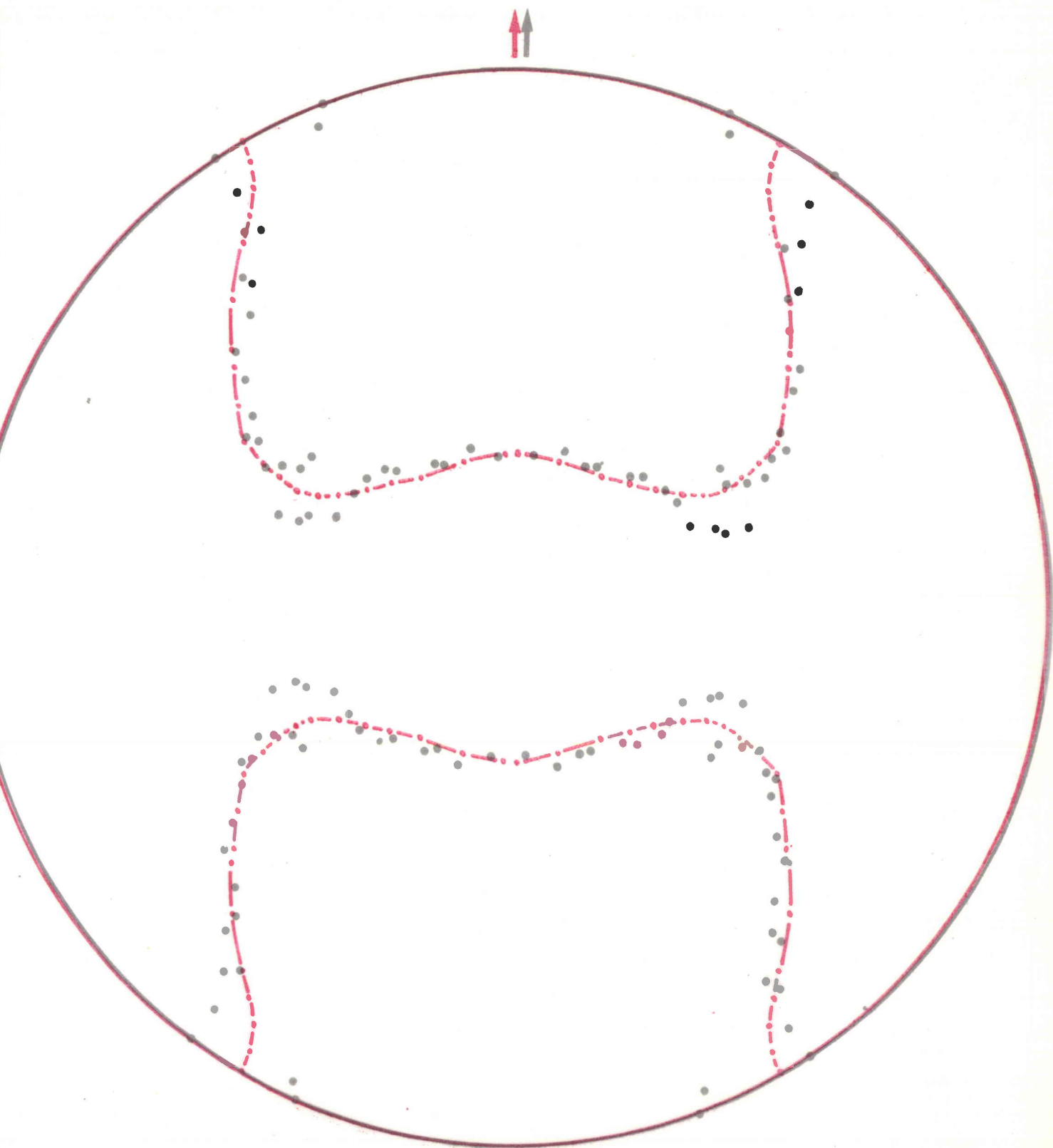


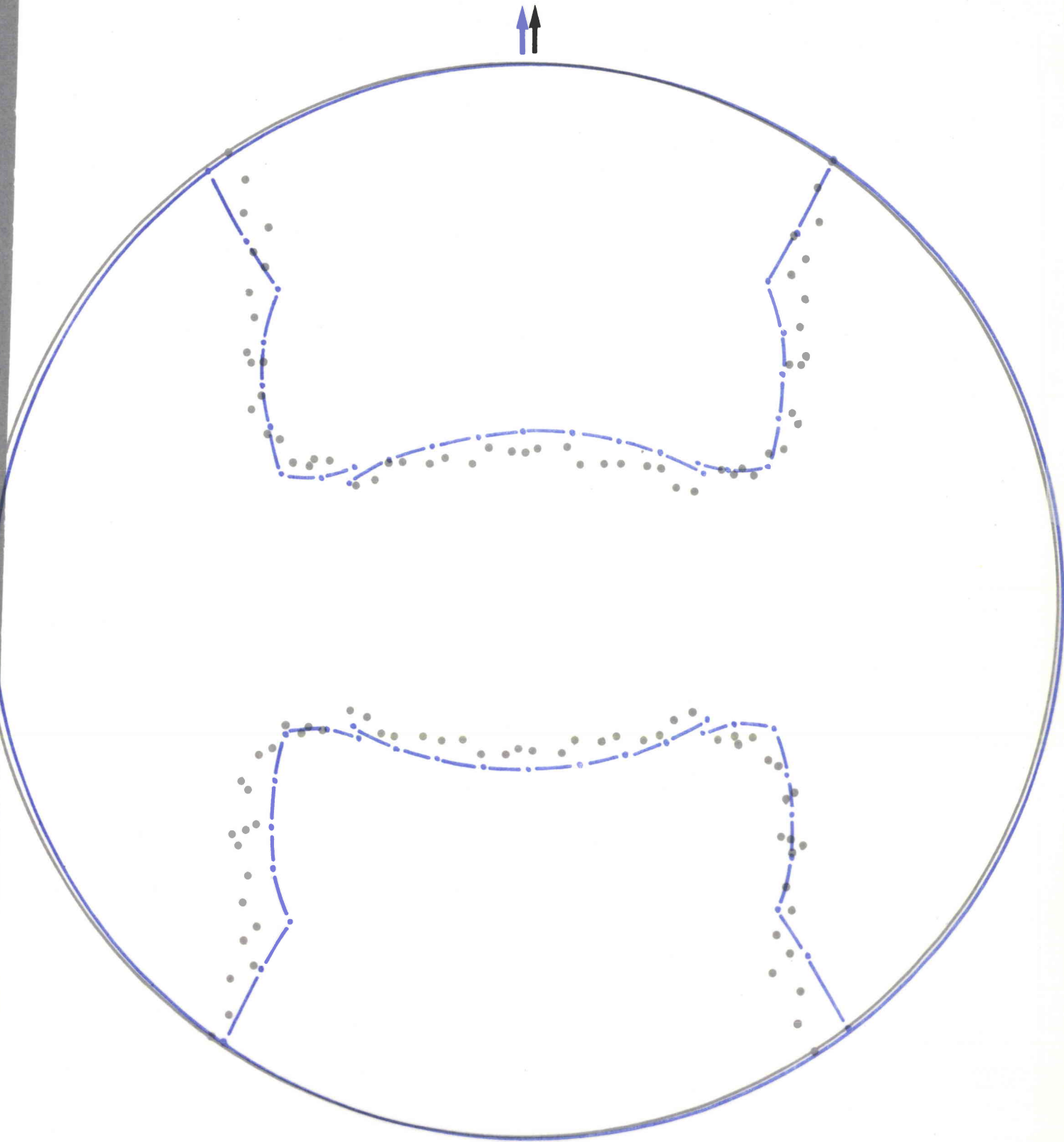
Fig. 51 a) (Calque) - Composante B réduite obtenue par notre méthode.

Fig. 51 b) Composante réduite correspondante déduite de la figure 25. (Composante I)



**Fig. 52 a)** (Calque) - Composante A obtenue par notre méthode.

**Fig. 52 b)** Composante II déduite de la figure 25. (d'après J. BUNGE)



**Fig. 53 a)** (calque) - Composante R obtenue par notre méthode.

**Fig. 53 b)** Composante I déduite de la figure 25.  
(d'après J. BUNGE)

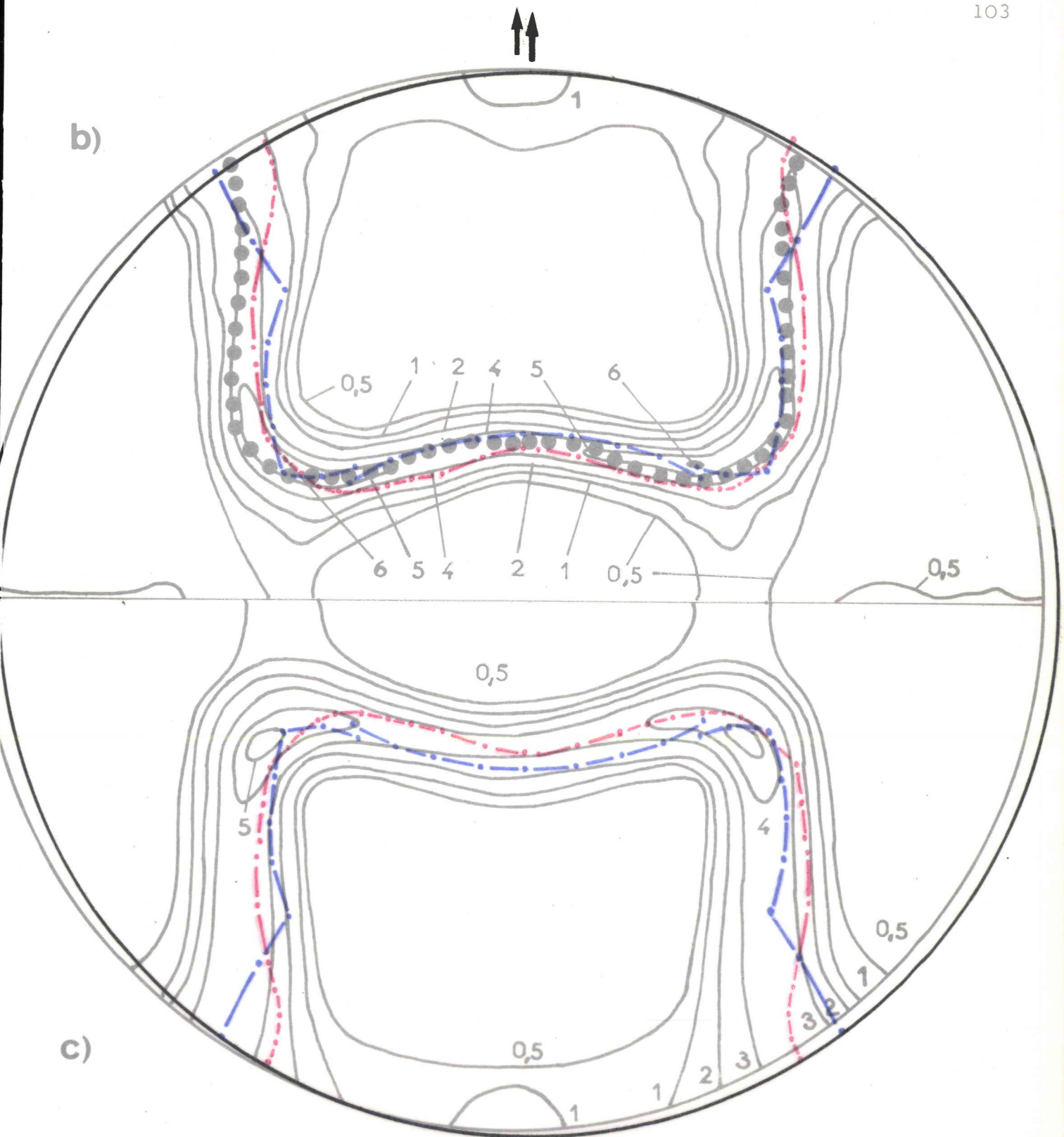


Fig. 54 a) (calque) - Ligne rouge : composante A  
Ligne bleue : composante B

Fig. 54 b), c) Figure de pôles  $\{200\}$  expérimentale et calculée d'après J. BUNGE.

●●● ligne de squelette.



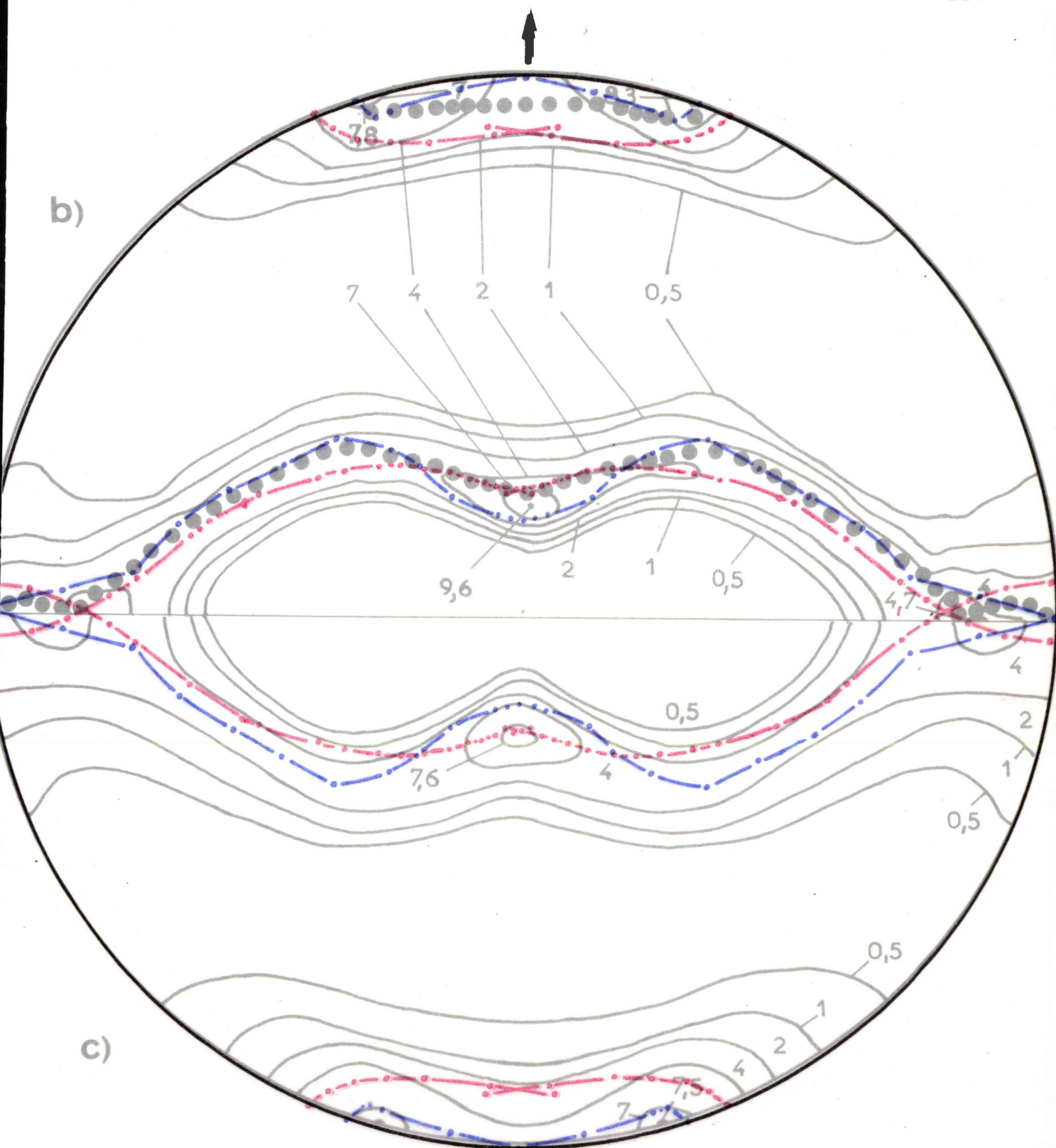
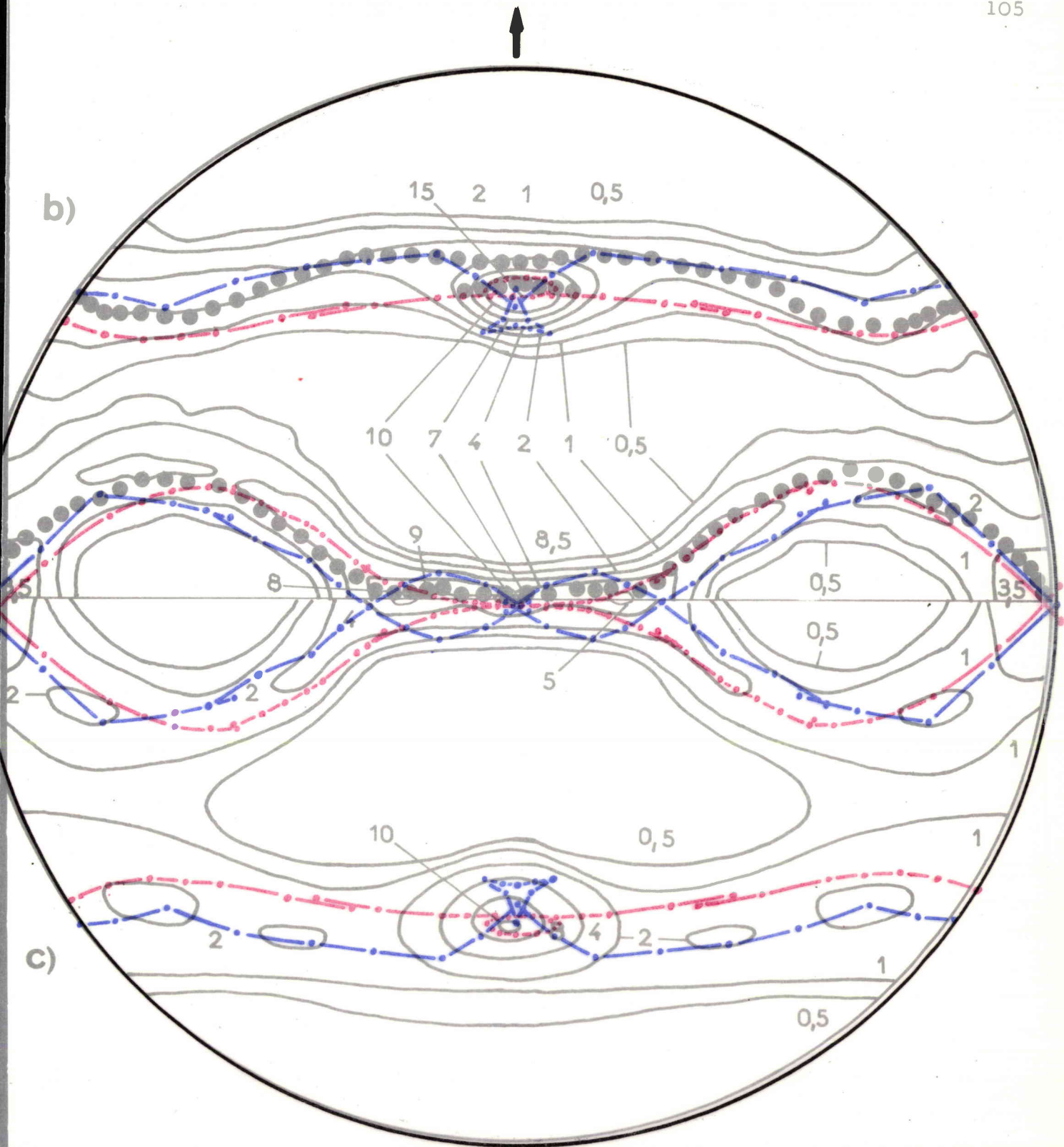


Fig. 55 a) (Calque) - Ligne rouge : composante A  
 Ligne bleue : composante B

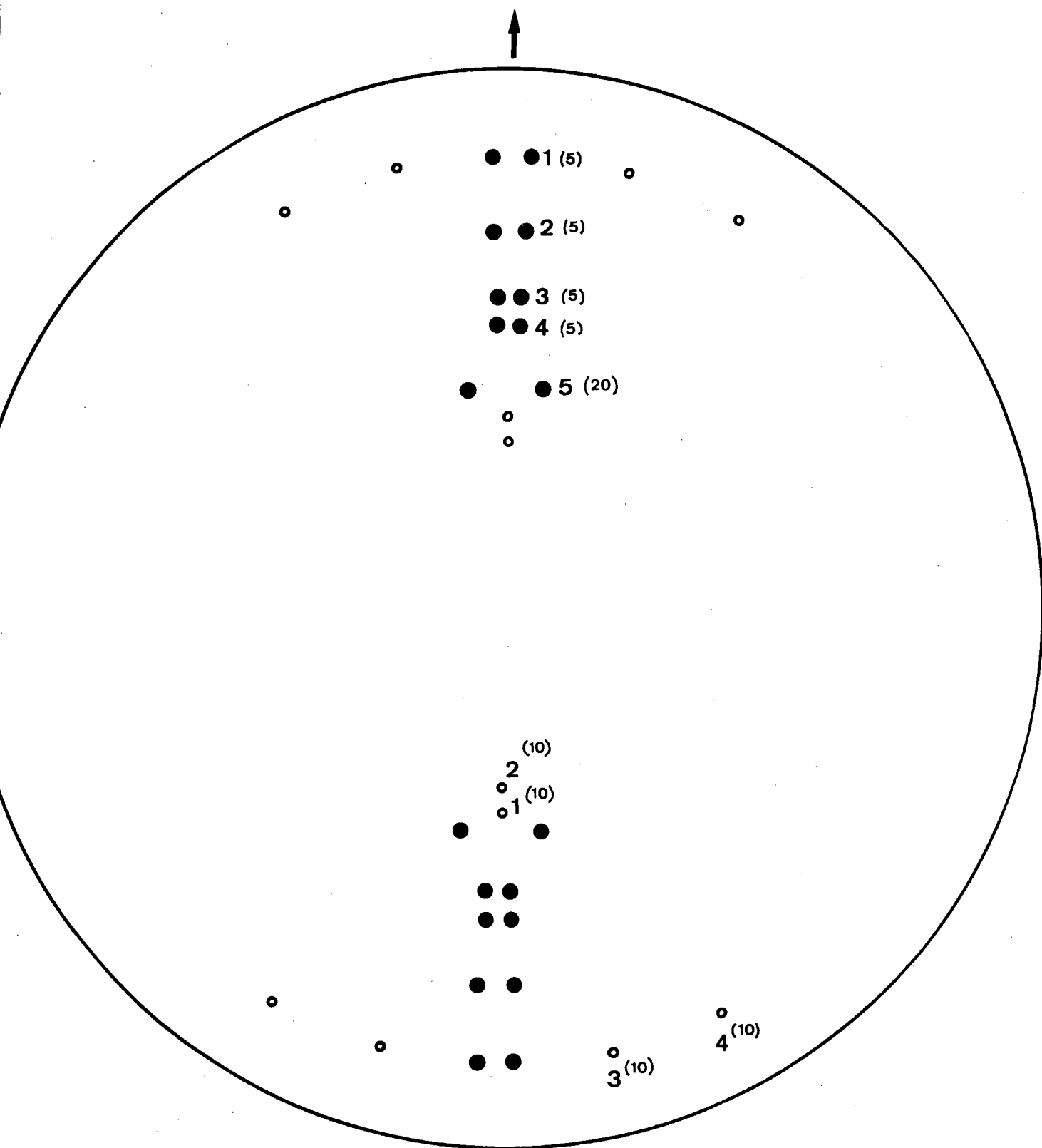
Fig. 55 b), c) Figures de pôles  $\{111\}$  expérimentale et  
 calculée d'après J. BUNGE.  
 ●●● ligne de squelette.



**Fig 56 a)** (calque) - Ligne rouge : Composante A  
Ligne bleue : Composante B

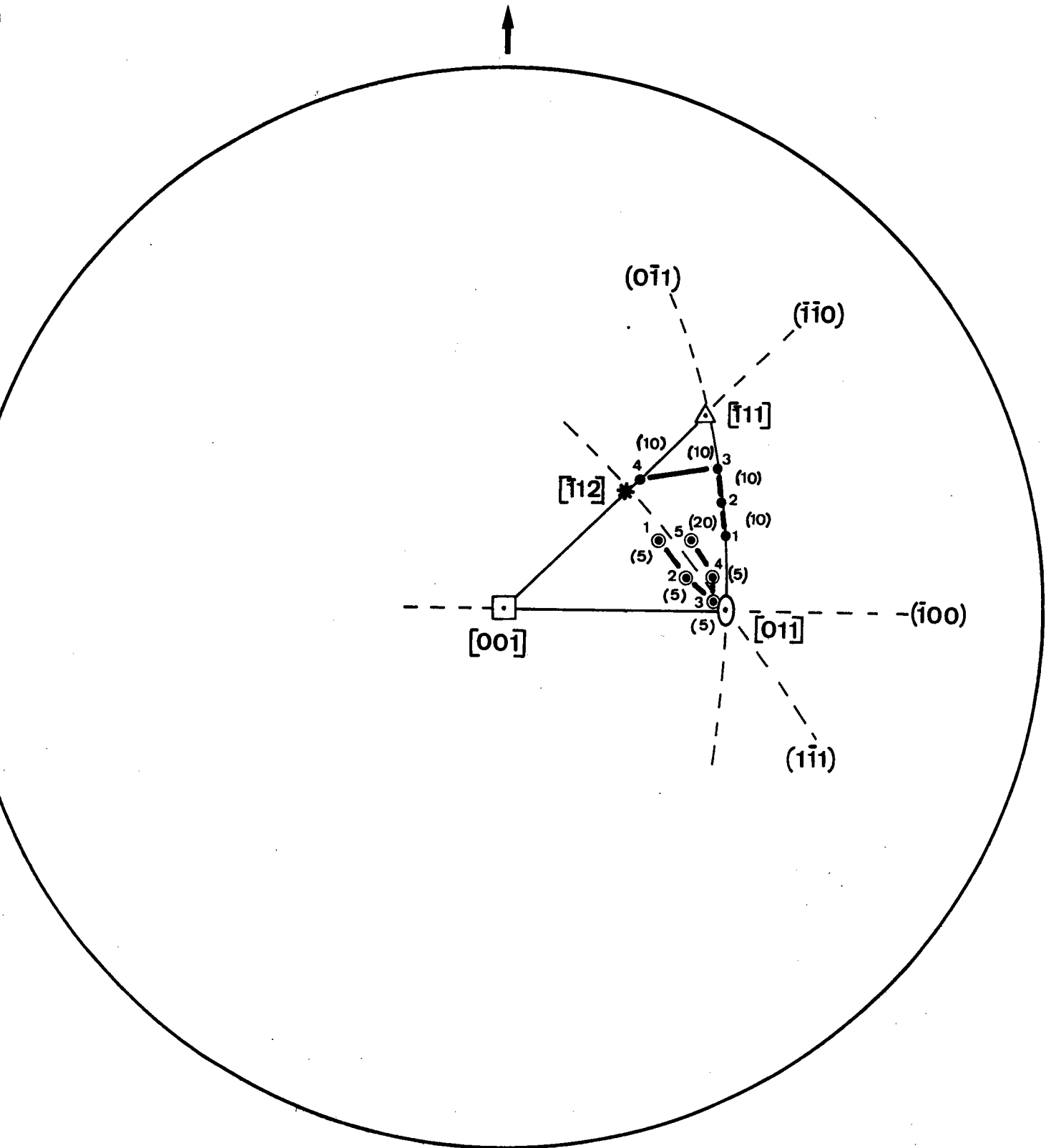
**Fig 56 b), c)** Figures de pôles {220} expérimentales  
et calculées d'après J. BUNGE.

●●● ligne de squelette.



**Fig. 57.** Position des axes de fibres partielles dans l'échantillon de cuivre

- axes de la Composante A
- axes de la Composante B



**Fig. 58.** Position des axes de fibres partielles par rapport aux cristallites du cuivre laminé

- ⊙ axes de la Composante A
- axes de la Composante B

D'autre part, la composante A est formée d'axes de fibres qui nous paraissent très proches des vecteurs rotations  $r_k$  introduits par BUNGE dans son application de la théorie de TAYLOR à la déformation par laminage du cuivre polycristallin [37]. Ces vecteurs  $r_k$  sont en effet contenus dans le plan de glissement.

Nous remarquons également que nous n'avons trouvé jusqu'ici aucun axe de fibre au voisinage de  $\langle 001 \rangle$  .

-:-:-:-:-

Chapitre 10

ANALYSE DE LA TEXTURE DE LAMINAGE D'UN ECHANTILLON DE CUIVRE

PRESENTANT UNE IMPORTANTE ORIENTATION (001)  $\langle \bar{1}00 \rangle$

10 - ANALYSE DE LA TEXTURE DE LAMINAGE D'UN ECHANTILLON DE CUIVRE  
PRESENTANT UNE IMPORTANTE ORIENTATION (001)  $\langle \bar{1}00 \bar{1} \rangle$ .

Dans la texture de laminage du cuivre, les orientations (011)  $\langle \bar{2}1\bar{1} \bar{1} \rangle$  et (112)  $\langle \bar{1}1\bar{1} \bar{1} \rangle$  correspondent à des orientations finales stables bien connues. Il existe également une autre orientation remarquable qui apparaît seulement lorsque des conditions particulières de fabrication des feuilles de cuivre sont réalisées. Il s'agit de l'orientation (001)  $\langle \bar{1}00 \bar{1} \rangle$  qui, pour cette raison, est appelée orientation métastable. L'une des conditions d'apparition de cette orientation (001)  $\langle \bar{1}00 \bar{1} \rangle$  est la réalisation du laminage avec un taux de réduction très élevé (par exemple 99 %). Les conditions de la déformation lors de la formation de cette composante métastable ont été étudiées par T. KAMIJO pour le cuivre polycristallin  $\langle \bar{1}43 \bar{1} \rangle$  et par W. TRUSKOWSKI et J. GRZYIECKI pour un monocristal d'aluminium  $\langle \bar{1}44 \bar{1} \rangle$ .

Nous avons étudié la texture d'un échantillon de cuivre dont nous ignorons les conditions de fabrication mais dont les figures de pôles {200} et {111} sont identiques à celles publiées par TAICHI KAMIJO  $\langle \bar{1}43 \bar{1} \rangle$ . En plus des figures de pôles {200} et {111} nous avons réalisé également les figures de pôles expérimentales {220} et {311}.

Bien que les composantes A et B précédentes se situent approximativement dans les zones de forte intensité, elles nous semblent peu représentatives de cette nouvelle texture. Nous avons donc cherché une troisième composante qui, à

elle seule, permet de reconstituer très nettement les différentes figures de pôles. La texture que nous avons trouvée s'écrit :

$$\begin{aligned}
 C = (001) \langle \bar{1}00 \rangle & (1, 0, 0, 20) \\
 & (1, 35, 115, 5) \\
 & (1, 0, 0, -35) \\
 & (1, 40, -28, -20) \\
 & (1, 80, 0, -20) \\
 & (1, 0, 0, -20) \cdot (1, 40, 20, -30) \\
 & (1, 0, 0, -10) \cdot (1, 40, 45, -15)
 \end{aligned}$$

Les fibres partielles  $(1, 40, 20, -30)$  et  $(1, 40, 45, -15)$  sont en quelque sorte des "dérivations" aux extrémités respectives des avant-dernière et dernière fibres principales.

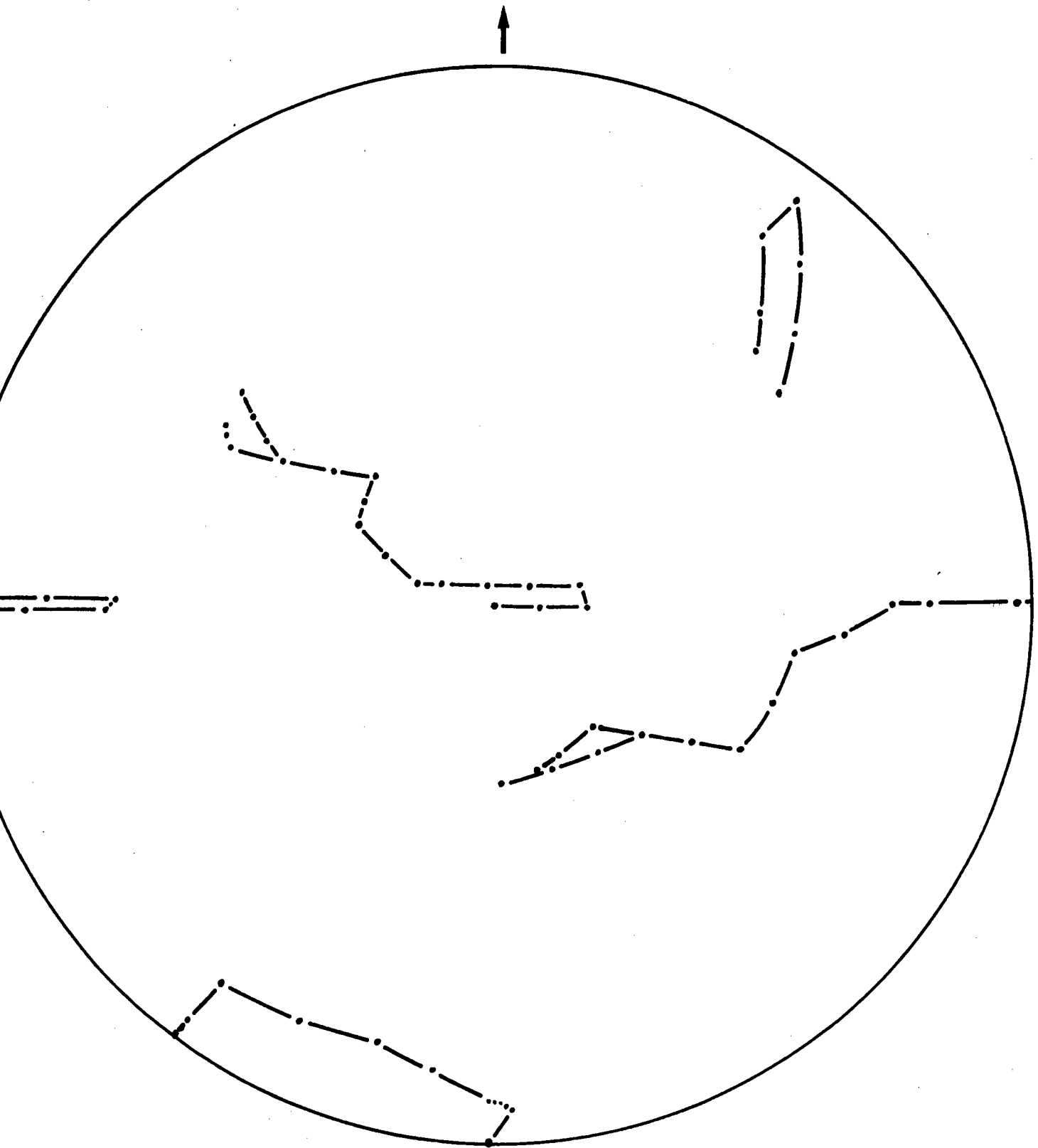
Les figures 59, 60, 61 et 62 représentent la texture réduite suivant les plans  $\{200\}$ ,  $\{111\}$ ,  $\{220\}$  et  $\{311\}$ . Les figures de pôles théoriques 63a, 64a, 65a et 66a comparées aux figures de pôles expérimentales 63b, 64b, 65b et 66b montrent la précision de notre analyse. Les figures 67 et 68 indiquent la position des axes de fibre dans l'échantillon et dans le cristal.

On remarque la grande différence entre cette texture et les deux textures précédentes. En effet, bien que les axes de fibres les plus importants soient toujours situés dans des plans voisins du plan  $(O\vec{L}, O\vec{N})$ , nous trouvons, pour la première fois, des axes de fibres importants voisins de  $\langle 001 \rangle$ .

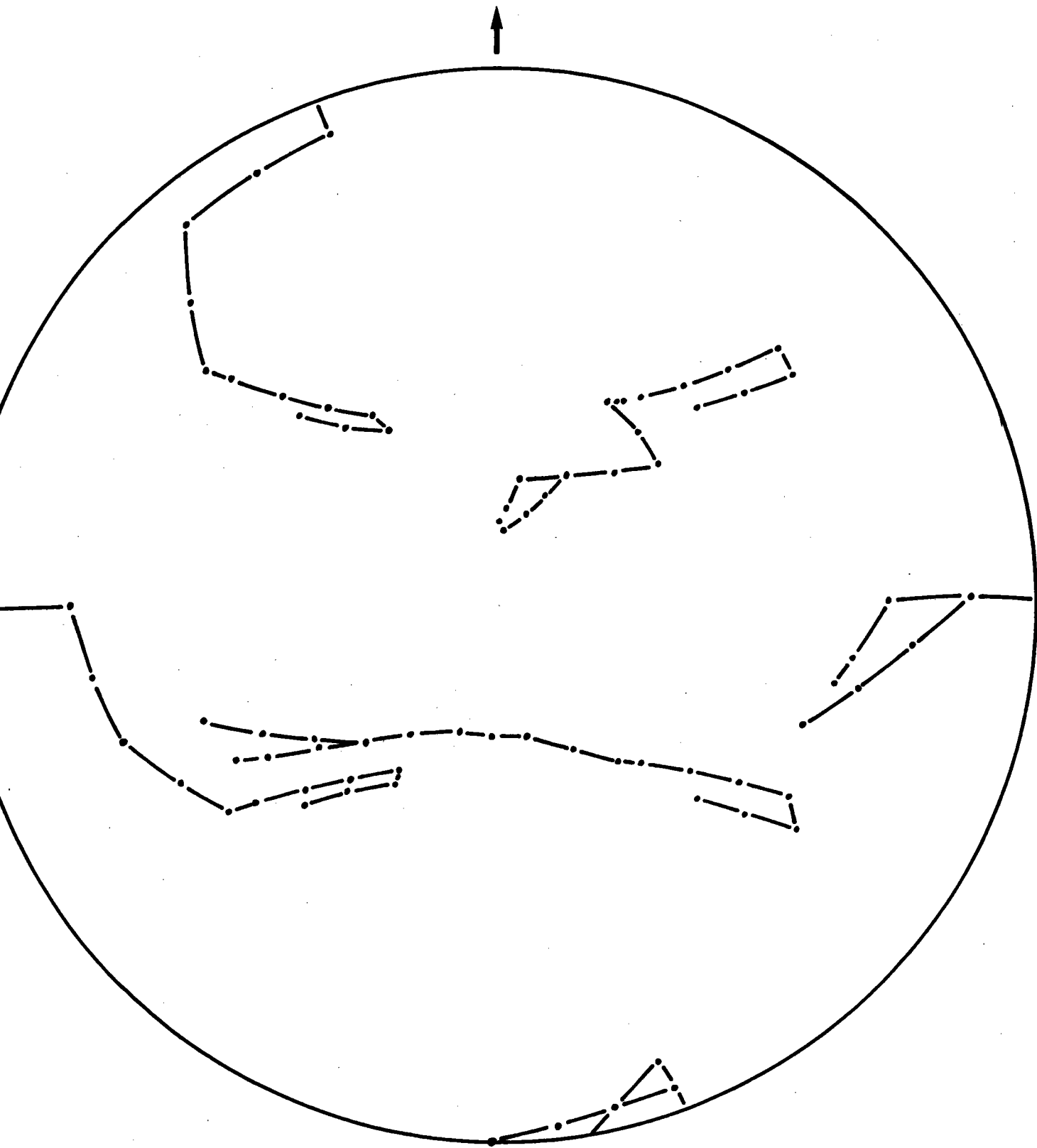


D'autre part, sur huit axes de fibres, six sont situés dans des plans voisins de  $(\bar{1}\bar{1}0)$ , deux dans des plans voisins de  $(\bar{1}00)$  et aucun dans des plans voisins de  $(\bar{1}11)$  ou de  $(0\bar{1}1)$ . L'examen des figures 43, 58 et 68 montre que les axes de la figure 68 sont situés dans les régions inoccupées des figures 43 et 68.

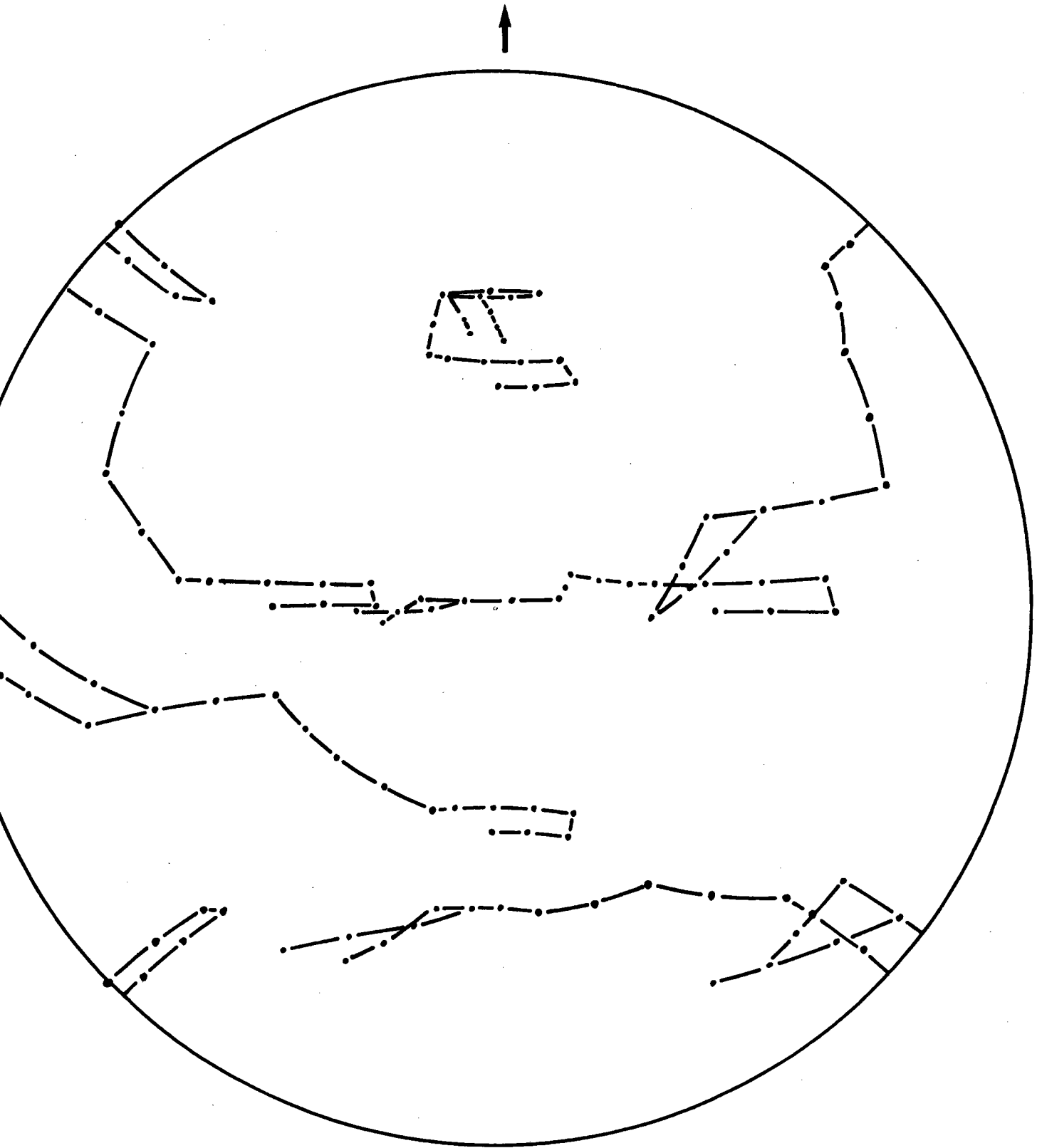
-:-:-:-



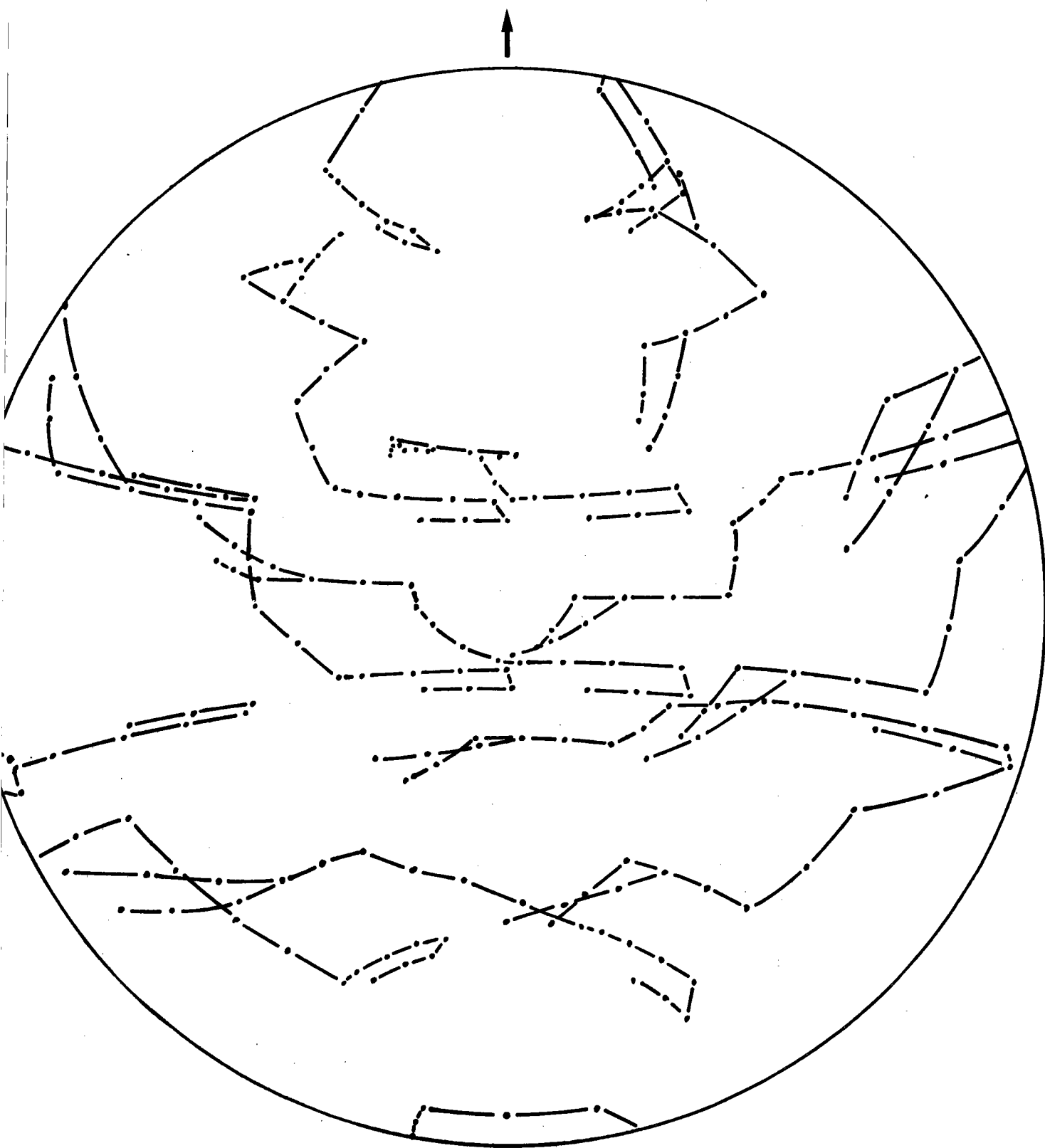
**Fig.59.** Figure de pôles montrant la texture réduite suivant les plans  $\{200\}$ . (Echantillon de cuivre présentant une importante orientation  $\{001\} \langle \bar{1}00 \rangle$ ).



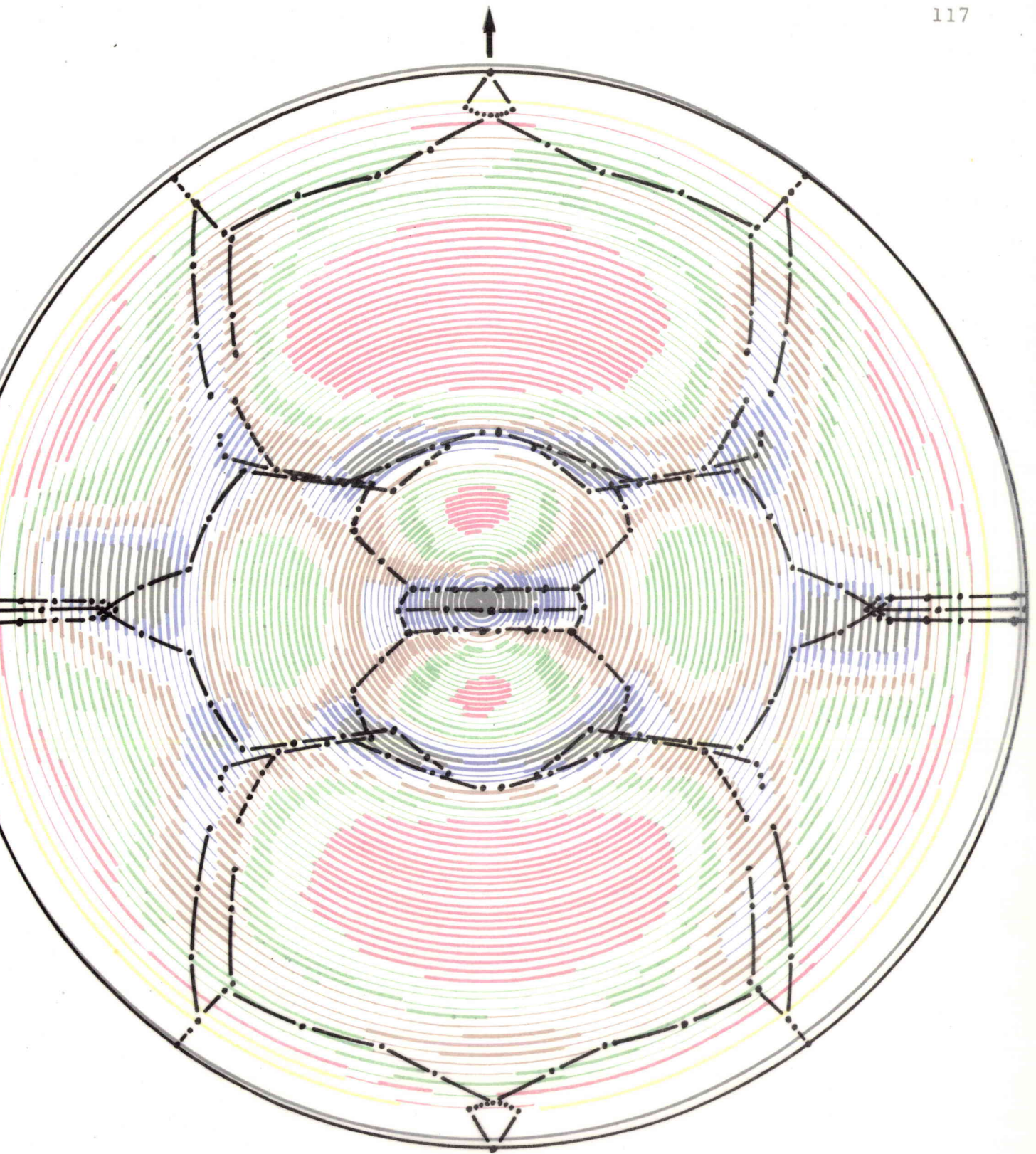
**Fig.60.** Figure de pôles montrant la texture réduite suivant les plans  $\{111\}$ . (Echantillon de cuivre présentant une importante orientation  $\{001\}\langle\bar{1}00\rangle$ ).



**Fig.61.** Figure de pôles montrant la texture réduite suivant les plans  $\{220\}$ . (Echantillon de cuivre présentant une importante orientation  $\{001\} \langle \bar{1}00 \rangle$ ).



**Fig.62.** Figure de pôles montrant la texture réduite suivant les plans  $\{311\}$ . (Echantillon de cuivre présentant une importante orientation  $\{001\} \langle \bar{1}00 \rangle$ ).



**Fig.63 a)** (calque) - Figure de pôles  $\{200\}$  théorique.

**Fig.63 b)** Figure de pôles  $\{200\}$  expérimentale (Cuivre polycristallin laminé présentant une importante orientation  $\{001\} \langle \bar{1}00 \rangle$ ).

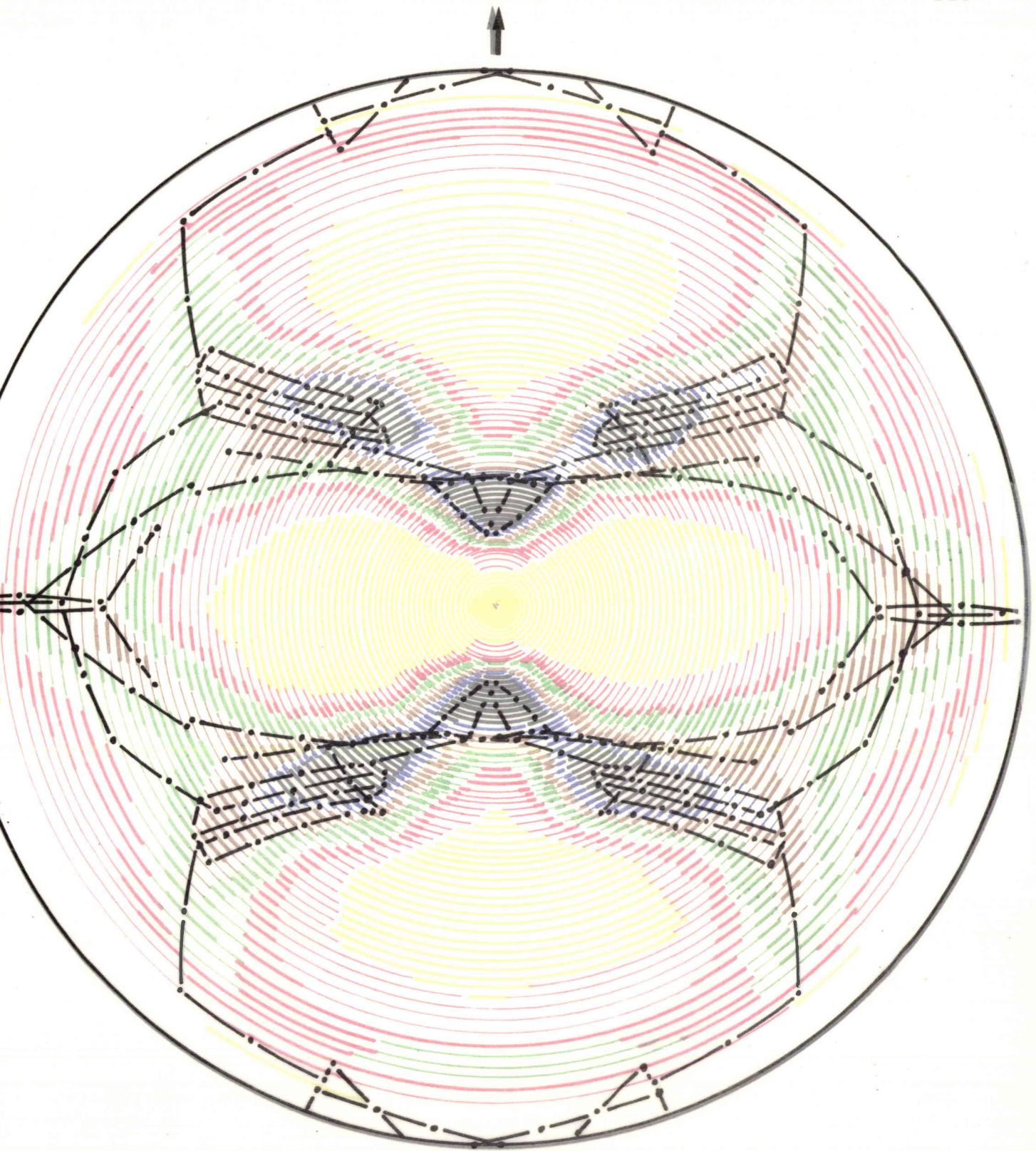


Fig.64 a) (calque) - Figure de pôles  $\{111\}$  théorique.

Fig.64 b) Figure de pôles  $\{111\}$  expérimentale (Cuivre polycristallin laminé présentant une importante orientation  $\{001\} \langle \bar{1}00 \rangle$ ).

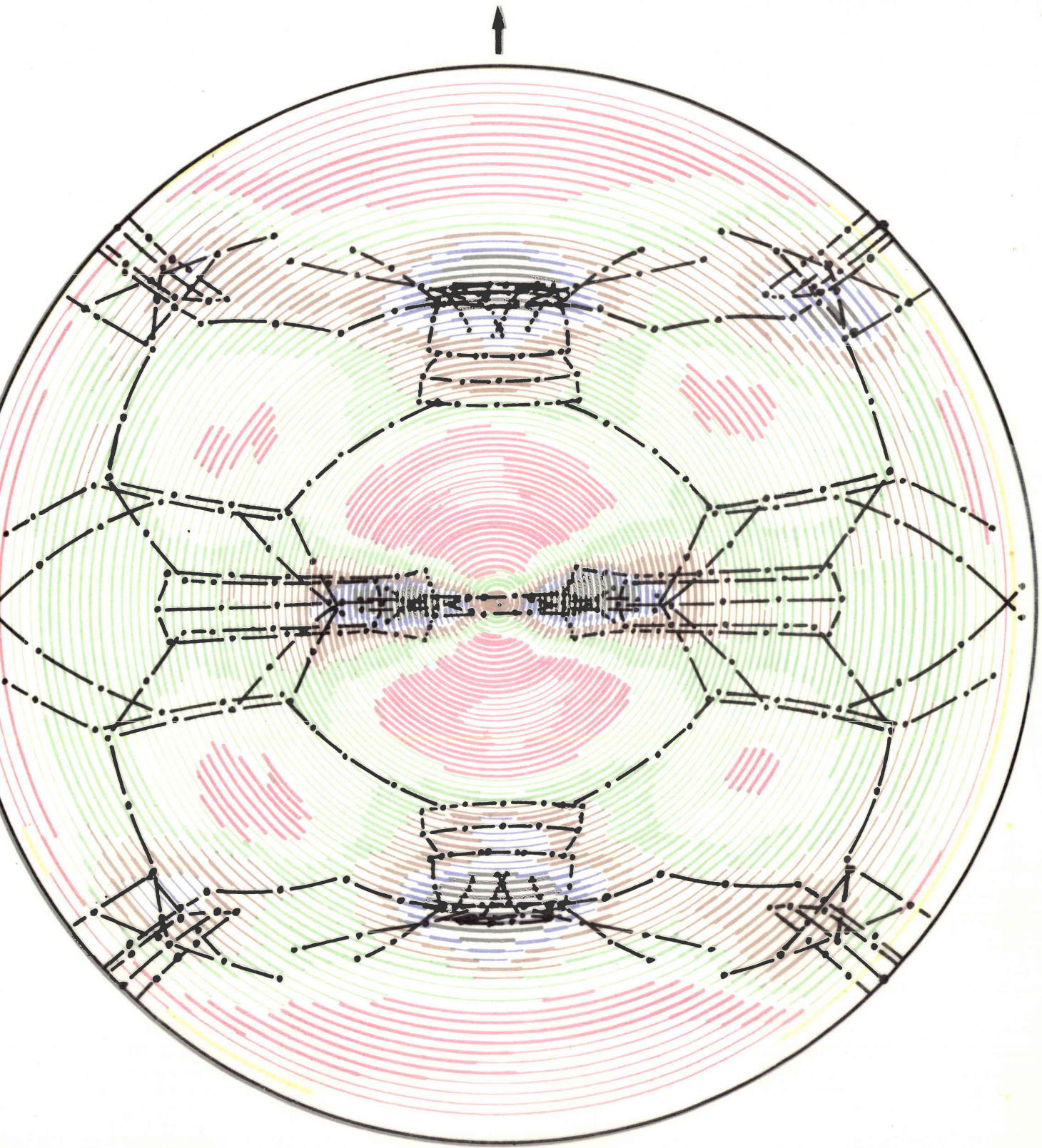


Fig.65 a) (calque) - Figure de pôles  $\{220\}$  théorique

Fig.65 b) Figure de pôles  $\{220\}$  expérimentale (cuivre polycristallin laminé présentant une importante orientation  $\{001\} \langle \bar{1}00 \rangle$  ).



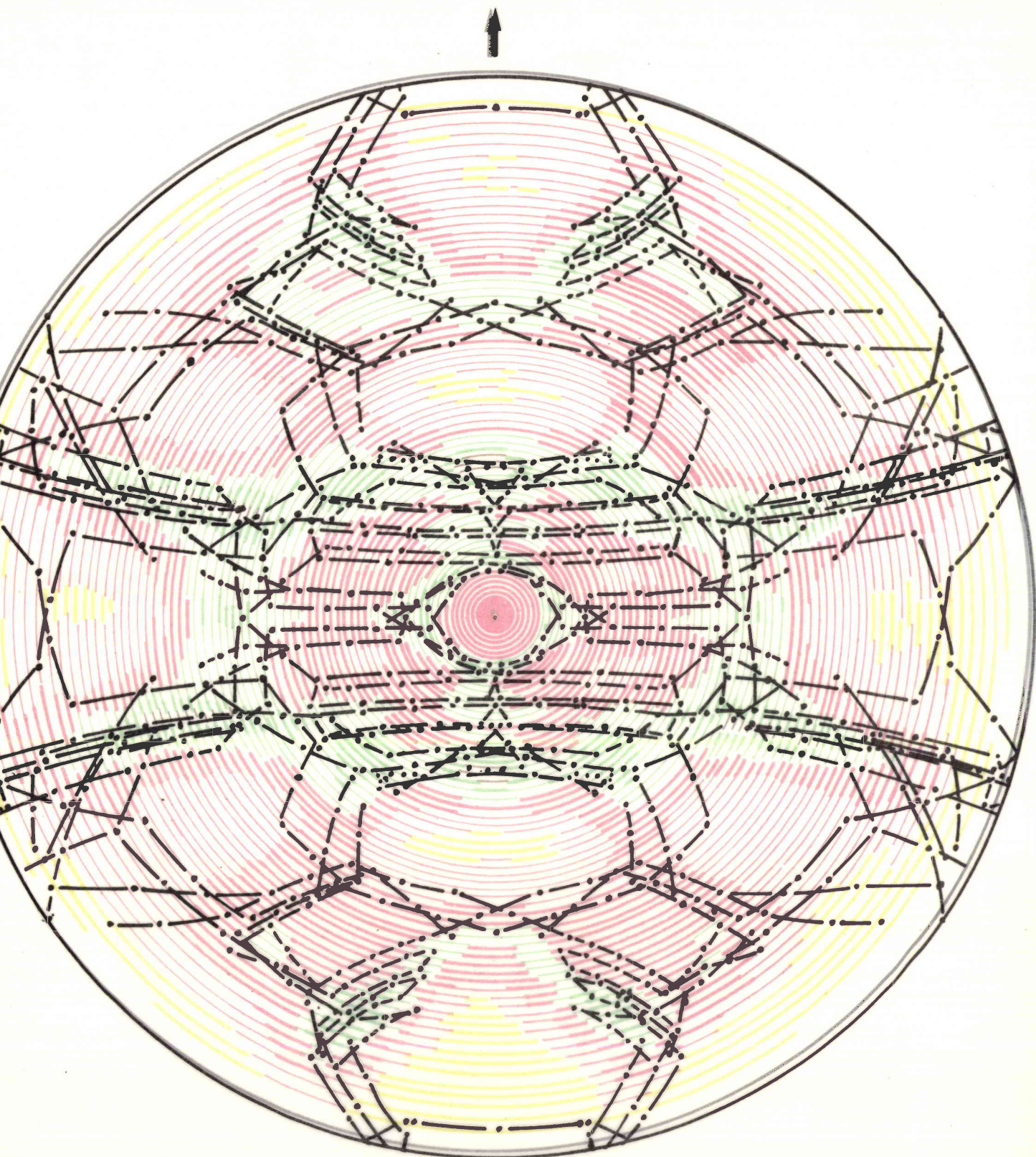
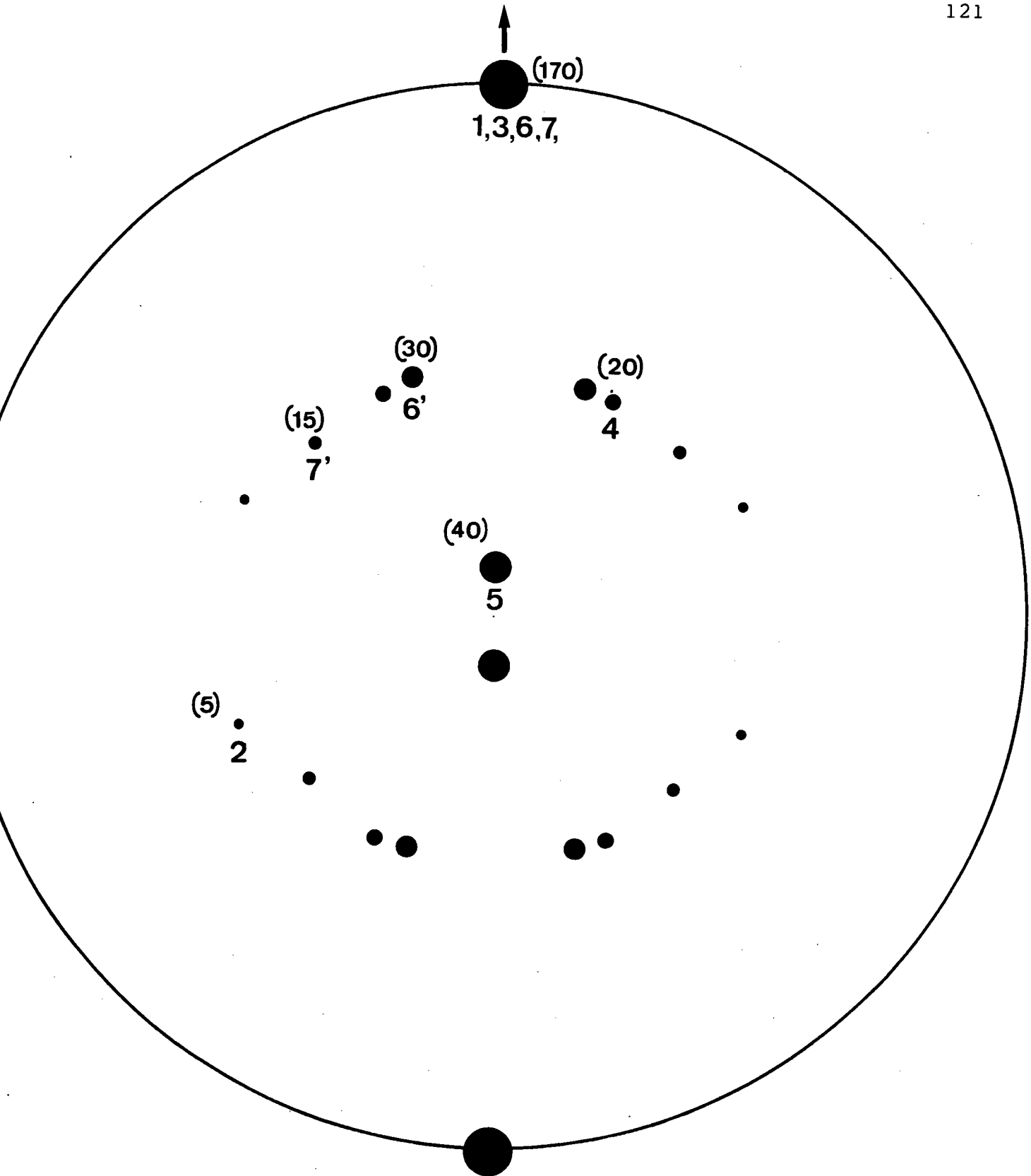
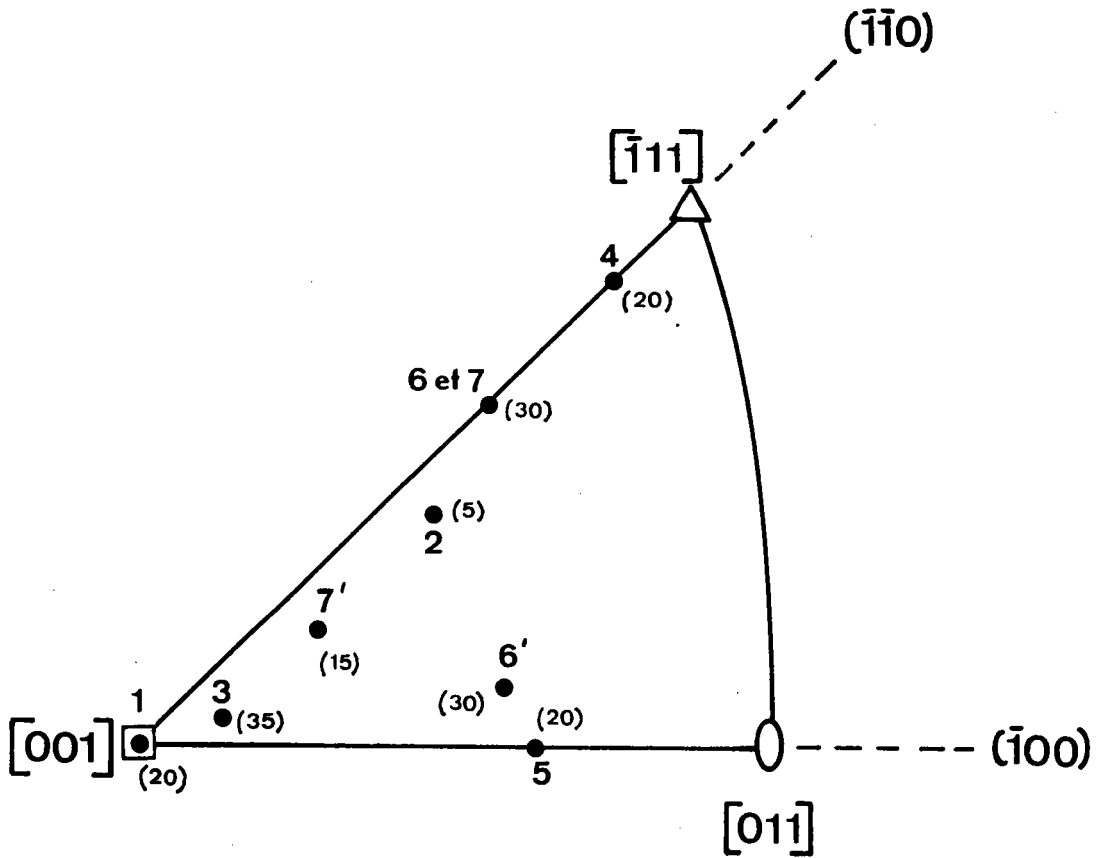


Fig.66 a) (calque) - Figure de pôles  $\{311\}$  théorique.

Fig.66 b) Figure de pôles expérimentale  $\{311\}$  (cuivre polycristallin laminé présentant une importante orientation  $\{001\} \langle \bar{1}00 \rangle$ ).



**Fig.67.** Position des axes de fibres partielles par rapport à l'échantillon de cuivre présentant une importante orientation  $\{001\} \langle \bar{1}00 \rangle$ .



**Fig.68.** Position des axes de fibres partielles par rapport aux cristallites contenus dans l'échantillon de cuivre présentant une importante orientation  $\{001\}\langle\bar{1}00\rangle$ .

RESUME ET CONCLUSION GENERALE

## RESUME ET CONCLUSION GENERALE

Le travail décrit dans le présent mémoire a eu pour but de trouver de nouveaux moyens permettant une étude concrète et plus facile de la texture des matériaux polycristallins soumis à des déformations.

Nous avons tout d'abord conçu et réalisé un traceur automatique de figures de pôles en couleurs à dix niveaux. Les figures de pôles sont obtenues en temps réel pendant le déroulement de l'examen de l'échantillon. Le tracé des figures de pôles se fait suivant une spirale au pas de  $1,25^\circ$  au lieu de  $5^\circ$  dans les méthodes plus courantes. Dans un deuxième temps, nous nous sommes efforcé de mettre au point une méthode d'analyse de la texture. La précision des résultats obtenus grâce à notre appareil nous a incité à choisir, parmi les différentes méthodes possibles et contrairement à la tendance actuelle, celles qui sont basées sur l'étude des figures de pôles directes.

Les méthodes existantes ne nous ayant pas semblé correspondre exactement au but poursuivi, nous avons imaginé une nouvelle méthode d'analyse basée sur l'hypothèse de l'existence de fibres partielles. Il s'agit d'une méthode, dérivée de celle proposée par GREWEN et WASSERMANN [6], dans laquelle nous avons supprimé le choix a priori de la position des axes de fibres.

Afin de pouvoir effectivement appliquer notre méthode, nous avons été amené à imaginer et à réaliser de nou-

veaux canevas stéréographiques permettant la mise en évidence d'axes de fibre d'inclinaison quelconque.

Dans une troisième partie, nous avons voulu tester la méthode ainsi mise au point en l'appliquant à l'étude de la texture de laminage de l'aluminium à partir des figures de pôles publiées par GREWEN et WASSERMANN en 1955 [6] ainsi qu'à l'étude de la texture de laminage du cuivre à partir des figures de pôles publiées par BUNGE et HAESSNER en 1968 [42].

Enfin, nous avons analysé la texture de laminage d'un échantillon de cuivre laminé présentant une importante orientation  $\{001\} \langle \bar{1}00 \rangle$ .

A partir des textures de fibres ainsi mises en évidence, nous avons reconstitué les figures de pôles théoriques et nous les avons comparées aux figures de pôles expérimentales. Dans tous les cas, même lorsque les figures de pôles sont incomplètes et non corrigées, les résultats de ces reconstitutions sont en excellent accord avec les résultats expérimentaux.

Un avantage de la méthode que nous proposons est de fournir les résultats de l'analyse sous une forme simple, claire et compacte grâce à une notation symbolique appropriée. Cette méthode n'est toutefois pas automatique et n'est encore que semi-quantitative. L'élimination de ces inconvénients nécessitera sans doute de nouvelles études.

---:---:---:---:---

ANNEXE

CALCUL ET CONSTRUCTION  
DES CANEVAS STEREOGRAPHIQUES

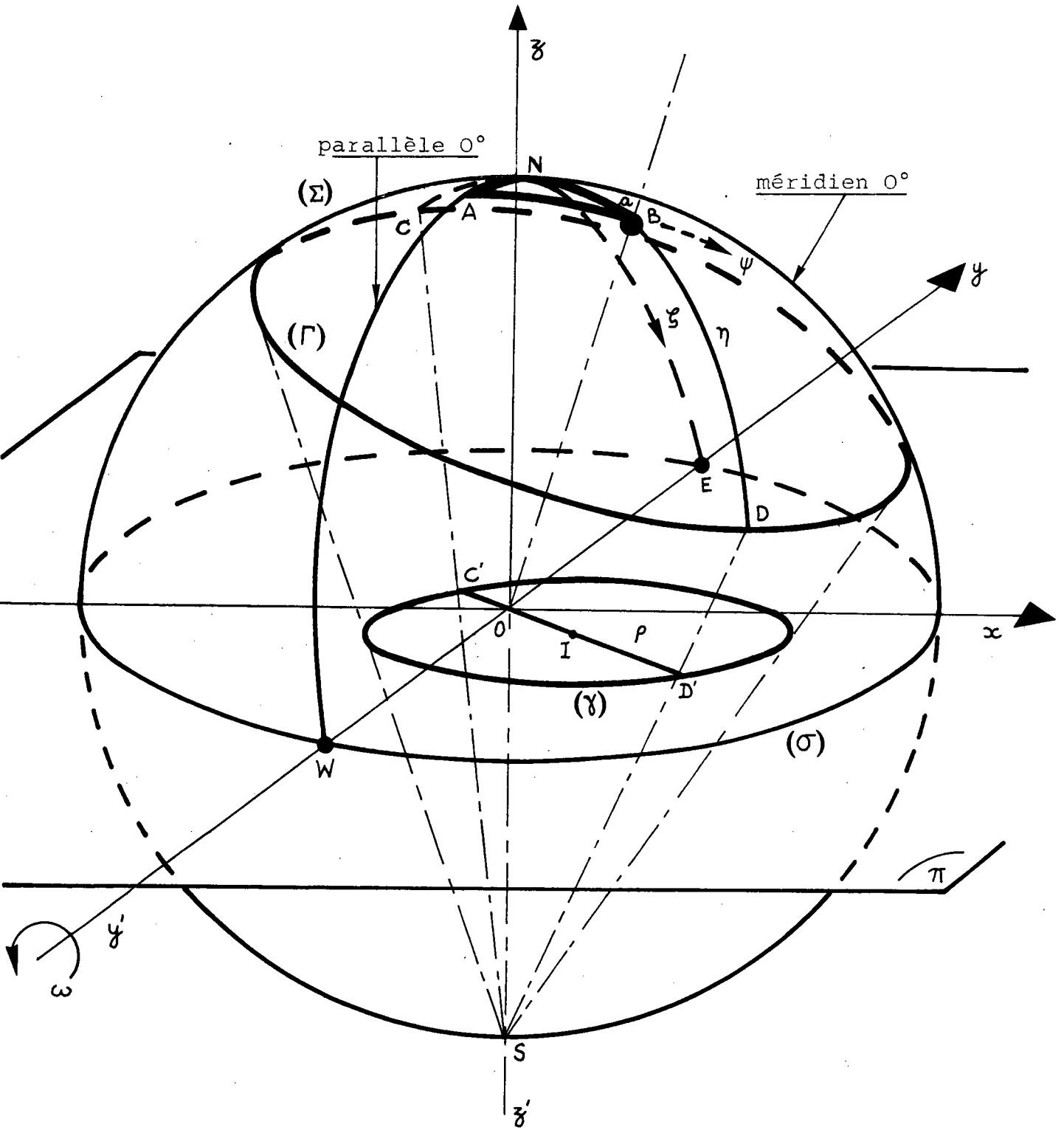
I - EQUATION GENERALE DE LA PROJECTION STEREOGRAPHIQUE D'UN CERCLE TRACE SUR UNE SPHERE

Soit  $Oxyz$  un repère orthonormé direct et  $(\Sigma)$  une sphère de centre  $O$  et de rayon  $R$  (figure 69). Le plan de projection  $(\pi)$  est confondu avec le plan  $(O\vec{x}, O\vec{y})$ .  $(\Gamma)$  est un cercle arbitraire tracé sur  $(\Sigma)$  et  $(\gamma)$  est sa projection stéréographique sur  $(\pi)$ , le pôle de la projection stéréographique étant le point  $S$ , intersection de  $(\Sigma)$  et de  $O\vec{z}'$ ; soit  $B$  le sommet de la calotte sphérique limitée par  $(\Gamma)$  sur  $(\Sigma)$ . Nous dirons que  $B$  est le pôle du cercle  $(\Gamma)$  et nous repèrerons  $B$  sur  $(\Sigma)$  par sa longitude  $\zeta$  et sa latitude  $\psi$ , le méridien origine étant contenu dans le plan  $(O\vec{x}, O\vec{z})$  et l'équateur dans le plan  $(O\vec{y}, O\vec{z})$ . Le point  $(O, O)$  est donc le point  $N$  diamétralement opposé à  $S$ . Les coordonnées  $(\zeta, \psi)$  de  $B$  seront obtenues par deux rotations successives, premièrement une rotation  $\zeta$ , autour de  $x'x$ , amenant le point  $N$  en  $A$  sur le méridien de  $B$ , deuxièmement une rotation  $\psi$ , autour de l'axe du méridien de  $B$ , amenant le point  $A$  sur le point  $B$ .

Le sens positif choisi pour  $\zeta$  et  $\psi$  est indiqué par des flèches (figure 69). Sur cette figure,  $\widehat{NA} = \zeta$  est négatif alors que  $\widehat{AB} = \psi$  est positif.

Le triangle sphérique  $NAB$  est, par hypothèse, rectangle en  $A$ , ce qui entraîne les formules de résolution





**Fig.69.** Projection stéréographique d'un cercle arbitraire  $(\Gamma)$  défini par son "pôle"  $B(\zeta, \psi)$  et son "rayon"  $\widehat{BD} = \eta$ .

suivantes :

$$\cos a = \cos \psi \cos \zeta \quad (1)$$

$$\cos N = \operatorname{tg} \zeta \operatorname{cotg} a \quad (2)$$

$$\sin N = \frac{\sin \psi}{\sin a} \quad (3)$$

où  $a = \widehat{NB}$

Nous désignerons par C et D les intersections du grand cercle de  $(\Sigma)$  passant par B et N avec le cercle  $(\Gamma)$  et soit  $\eta = \widehat{BC} = \widehat{BD}$ . La projection stéréographique de  $\widehat{CD}$  est le diamètre C'D' de  $(\gamma)$ . Comme  $\widehat{CD}$  contient le point N, cela implique que C'D' contient la projection stéréographique de N, donc que C'D' passe par O. Soit I  $(x_I, y_I)$  le centre du cercle  $(\gamma)$  et  $\rho = IC' = ID'$  son rayon.

Exprimons  $\rho$  en fonction de a et de  $\eta$  :

$$\rho = \frac{\overline{C'D'}}{2} = \frac{\overline{OD'} - \overline{OC'}}{2} = R \frac{\operatorname{tg} \frac{a + \eta}{2} - \operatorname{tg} \frac{a - \eta}{2}}{2}$$

d'où, en tenant compte de (1) :

$$\rho = R \frac{\sin \eta}{\cos \eta + \cos \psi \cos \zeta} \quad (4)$$

D'autre part :

$$x_I = \overline{OI} \sin N \quad \text{et} \quad y_I = \overline{OI} \cos N$$

$$\text{où } N = (\overrightarrow{OD'}, \overrightarrow{OW}) \quad (\text{figure 69})$$

$$\text{et où } \overline{OI} = \frac{\overline{OC'} + \overline{OD'}}{2} = R \frac{\sin a}{\cos \eta + \cos a}$$

Cela entraîne :

$$x_I = R \frac{\sin \psi}{\cos \eta + \cos \psi \cos \zeta} \quad (5)$$

$$y_I = R \frac{\cos \psi + \sin \zeta}{\cos \eta + \cos \psi \cos \zeta} \quad (6)$$

On déduit immédiatement des relations (4), (5) et (6) l'équation générale de la projection stéréographique sur  $(\pi)$  d'un cercle arbitraire  $(\Gamma)$  tracé sur  $(\Sigma)$  :

$$\begin{aligned} \left( x - R \frac{\sin \psi}{\cos \eta + \cos \psi \cos \zeta} \right)^2 + \left( y - R \frac{\cos \psi \sin \zeta}{\cos \eta + \cos \psi \cos \zeta} \right)^2 \\ = \left( \frac{R \sin \eta}{\cos \eta + \cos \psi \cos \zeta} \right)^2 \quad (7) \end{aligned}$$

On trouvera également cette équation dans les Tables Internationales de Cristallographie [45].

## II - EQUATION GENERALE DE LA PROJECTION STEREOGRAPHIQUE D'UN PARALLELE

Désignons par  $(\Sigma')$  la sphère de même centre et de même rayon que  $(\Sigma)$  mais dont l'axe  $x'_1 x_1$  fait un angle  $\omega$  avec l'axe  $x'x$  de  $(\Sigma)$ . L'ensemble de tous les parallèles de  $(\Sigma')$  admet comme axe commun  $x'_1 x_1$  dont l'intersection avec  $(\Sigma')$  est le point  $\Omega$  (figure 70). Ce point  $\Omega$  est aussi le parallèle  $90^\circ$  de  $(\Sigma')$  et ses coordonnées sur  $(\Sigma)$  sont  $\zeta = 0$  et  $\psi = \frac{\psi}{2} - \omega$ . Pour une latitude  $\phi$  donnée, on voit que la valeur correspondante de  $\eta$  est  $\frac{\pi}{2} - \phi$ . Portons les valeurs de  $\zeta$ ,  $\psi$  et  $\eta$  dans (7). Nous obtenons l'équation générale (8) de la projection stéréographique des parallèles de  $(\Sigma')$  en fonction de  $\omega$  :

$$\left( x - R \frac{\cos \omega}{\sin \phi + \sin \omega} \right)^2 + y^2 = \left( \frac{R \cos \phi}{\sin \phi + \sin \omega} \right)^2 \quad (8)$$

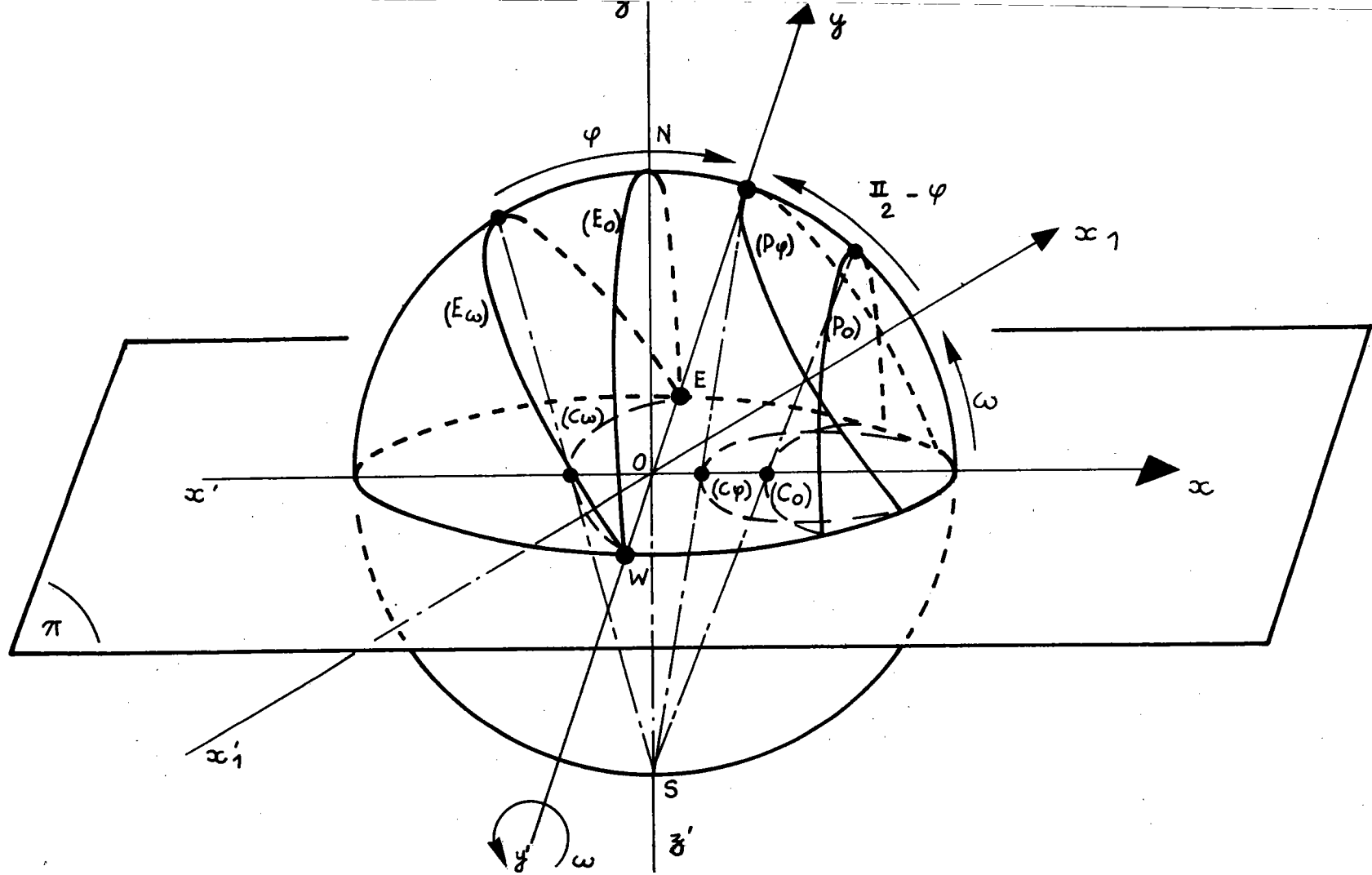
Cas particuliers :

a) le canevas de Wulff : ( $\omega = 0$ )

$$\left( x - \frac{R}{\sin \phi} \right)^2 + y^2 = \left( \frac{R}{\operatorname{tg} \phi} \right)^2$$

b) le canevas polaire : ( $\omega = \frac{\pi}{2}$ )

$$x^2 + y^2 = \left( \frac{R \cos \phi}{\sin \phi + 1} \right)^2 = R^2 \operatorname{tg}^2 \left( \frac{\pi}{4} - \frac{\phi}{2} \right)$$



**Fig. 70.** Projection stéréographique d'un parallèle :  $(P_0)$  est le parallèle de latitude  $\psi$  sur  $(\Sigma)$  ; il se projette suivant  $(C_0)$ . L'équateur  $(E_0)$  de  $(\Sigma)$  se projette suivant le segment  $WE$ . Après la rotation  $\omega$ ,  $(P_0)$  devient  $(P_\varphi)$  et se projette en  $(C_\varphi)$ , tandis que  $(E_0)$  devient  $(E_\omega)$  et se projette suivant  $(C_\omega)$ .

III - EQUATION GENERALE DE LA PROJECTION STEREOGRAPHIQUE  
D'UN MERIDIEN

Dans le cas des méridiens (figure 71), l'ensemble des pôles B est l'équateur de ( $\Sigma'$ ). Le méridien origine de ( $\Sigma'$ ) étant confondu avec le méridien origine de ( $\Sigma$ ), le pôle du méridien origine de ( $\Sigma'$ ) est le point E (ou W) quelle que soit la valeur donnée à  $\omega$ . Le pôle du méridien ( $M_\alpha$ ) de longitude  $\alpha$  sur ( $\Sigma'$ ) est donc le point N tel que  $\widehat{NA} = \omega$  et  $\widehat{AB} = \frac{\pi}{2} - \alpha$ .

Lorsque  $\omega$  varie,  $\alpha$  restant fixe, le point B décrit un parallèle ( $P_B$ ) de ( $\Sigma$ ). Par conséquent,  $\widehat{AB}$  représente une latitude et  $\widehat{NA}$  une longitude. Il n'est donc pas possible d'exprimer les coordonnées de B dans le repère Oxyz. Il faut par conséquent permuter le parallèle  $0^\circ$  et le méridien origine de ( $\Sigma$ ). L'équation (7) reste alors valable si le repère Oxyz est remplacé par le trièdre OXYZ déduit du précédent par une rotation de  $\frac{\pi}{2}$  autour de Oz, à condition de changer dans cette équation x en X et y en Y (figure 71).

Pour obtenir l'équation d'un méridien ( $M_\alpha$ ) dans le repère initial Oxyz, il faut donc reporter, dans l'équation (7) ainsi modifiée, les égalités suivantes :

$$X = y$$

$$Y = -x$$

$$\zeta = \omega$$

$$\psi = \frac{\pi}{2} - \alpha$$

$$\eta = \frac{\pi}{2}$$



On trouve ainsi l'équation générale (9) de la projection stéréographique d'un méridien de longitude  $\alpha$  de ( $\Sigma'$ ) en fonction de  $\omega$  :

$$(x + R \operatorname{tg} \omega)^2 + \left( y - \frac{R}{\operatorname{tg} \alpha \cos \omega} \right)^2 = \left( \frac{R}{\sin \alpha \cos \omega} \right)^2 \quad (9)$$

Cas particuliers :

a) le canevas de Wulff :  $\omega = 0$

$$x^2 + \left( y - \frac{R}{\operatorname{tg} \alpha} \right)^2 = \left( \frac{R}{\sin \alpha} \right)^2$$

b) le canevas polaire :  $\omega = \frac{\pi}{2}$

Quel que soit  $\alpha$ , le rayon est infini et les méridiens se projettent suivant des droites ( $D_\alpha$ ).

Si nous faisons  $y = 0$  dans (9), nous obtenons :

$$x^2 + R x \operatorname{tg} \omega - R^2 = 0 \quad (10)$$

L'équation (10) n'admet que la solution pour laquelle  $|x| \leq R$ , c'est-à-dire :

$$x = \frac{R}{2} \cdot \frac{1 - \sin \omega}{\cos \omega},$$

expression qui tend vers 0 lorsque  $\omega$  tend vers  $\frac{\pi}{2}$ .

Les droites ( $D_\alpha$ ) sont donc concourantes en O. Pour les déterminer complètement, remarquons que, d'après (9), les coordonnées du point à l'infini sur une normale à ( $D_\alpha$ ) sont :



$$x = - R \operatorname{tg} \omega$$

$$y = \frac{R}{\operatorname{tg} \alpha \cos \omega} \text{ lorsque } \omega \text{ tend vers } \frac{\pi}{2}$$

La pente  $m$  de  $(D_\alpha)$  sera donc :

$$m = - \frac{x}{y} = \lim_{\omega \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{R \operatorname{tg} \omega}{R \operatorname{tg} \alpha \cos \omega} = \operatorname{tg} \alpha$$

On retrouve bien l'équation des méridiens du canevas polaire :

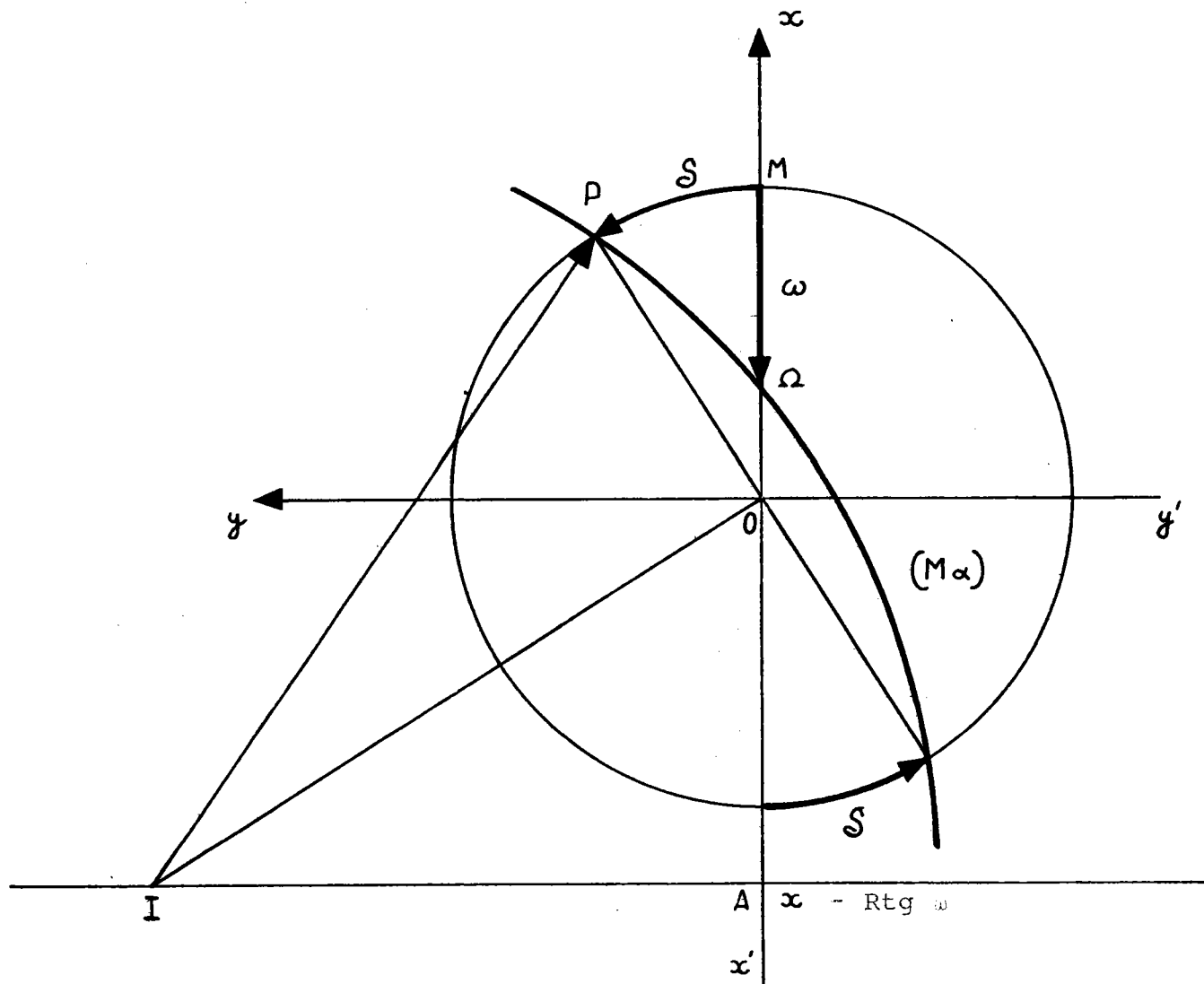
$$y = x \operatorname{tg} \alpha$$

#### IV - CONSTRUCTION DES CANEVAS

La réalisation des canevas ne présente pas de difficultés particulières. Nous ferons cependant remarquer que, d'après l'équation (8), tout parallèle de latitude  $\phi = -\omega$  se projette suivant une droite et que cette droite, d'équation  $x = -R \operatorname{tg} \omega$ , est le lieu géométrique des centres des méridiens, ainsi que le montre l'équation (9). Il conviendra donc de tracer cette droite lors de la réalisation de chaque canevas. D'autre part, la connaissance des points d'intersection des méridiens avec le bord du canevas est utile dans le but d'augmenter la précision du tracé. Ces points d'intersection sont déterminés par l'arc  $\delta$  (figure 72) dont un calcul simple donne la valeur :

$$\delta = \operatorname{Arc} \operatorname{tg} (\operatorname{tg} \alpha \sin \omega)$$

--:--:--:--



**Fig.72**

Construction géométrique d'un méridien  $(M_\alpha)$  pour une valeur de  $\omega$  donnée

$$\overline{OA} = -R \operatorname{tg} \omega, \quad \overline{AI} = \frac{R}{\operatorname{tg} \alpha \cos \omega}, \quad \overline{IP} = \frac{R}{\sin \alpha \cos \omega} \text{ et } \delta = \widehat{MP} = \operatorname{Arc} \operatorname{tg} (\operatorname{tg} \alpha \sin \omega)$$

**BIBLIOGRAPHIE**

B I B L I O G R A P H I E

- [1\_] G. WASSERMANN and J. GREWEN  
Texturen Metallischer Werkstoffe  
Springer-Verlag - BERLIN 1962
- [2\_] J. GREWEN und G. WASSERMANN  
Texturen in Forschung und Praxis  
Springer-Verlag - BERLIN 1969
- [3\_] I.D. DILLAMORE and W.T. ROBERTS  
Metallurgical Reviews 1965, 10, n° 39, p. 271 à 380
- [4\_] H.J. BUNGE  
Mathematische Methoden der Texturanalyse  
Akademieverlag - BERLIN 1969
- [5\_] G.Y. CHIN  
Bell Laboratories Record - 1971 p. 71 à 76
- [6\_] J. GREWEN und G. WASSERMANN  
Acta Metall. - 1955, p. 354 à 360
- [7\_] L.G. SCHULZ  
J. of Appl. Physics - 1949, 20, p. 1030 à 1033
- [8\_] M.H. MUELLER and H.W. KNOTT  
Rev. of Sc. Instr. - 1954, p. 1115 à 1118
- [9\_] J. GREWEN, A. SEGMULLER und G. WASSERMANN  
Arch. für das Eisenhüttenwesen - 1958, p. 115 à 119
- [10\_] D.I. LAINER, A.I. RADISHEVSKII and E.S. SOLLERTINSKAYA  
Industrial Laboratory - 1970, 36, p. 39

- [ 11 ] K. VON GEHLEN  
Beiträge zur Mineralogie und Petrographie  
1960, 7, p. 340 à 388
- [ 12 ] K. LUCKE, H. PERLWITZ und W. PITSH  
Phys. Stat. Sol. - 1964, 7, p. 733
- [ 13 ] F. HAESSNER, U. JAKUBOWSKI and M. WILKENS  
Phys. Stat. Sol. - 1964, 7, p. 701 à 710
- [ 14 ] F. HAESSNER, U. JAKUBOWSKI und M. WILKENS  
Acta Metall. - 1966, 14, p. 454 à 456
- [ 15 ] F. HAESSNER, U. JAKUBOWSKI und M. WILKENS  
Mater. Sc. Eng. - 1966, 1, p. 30 à 41
- [ 16 ] F. HAESSNER und W. HEMMINGER  
Z. Metallkunde - 1967, 58, p. 104 à 110
- [ 17 ] F. HAESSNER, U. JAKUBOWSKI and M. WILKENS  
Tr. Met. Soc. AIME - 1966, 236, p. 228
- [ 18 ] W. PITTSCH, H.J. PERLWITZ und K. LUCKE  
Z. Metallkunde - 1970, 61, p. 231 à 236
- [ 19 ] JAAKKO KAJAMAA  
Tr. AIME - 1968, p. 973 à 977
- [ 20 ] H. EBEL and B. ORTNER  
J. Sc. Instr. - 1966, 43
- [ 21 ] Y. HUKAO  
Communication personnelle
- [ 22 ] A. J. HECKLER, J.A. ELIAS and A.P. WOODS  
Tr. AIME - 1967, 239, p. 1241
- [ 23 ] G.L. MONTGOMERY  
Tr. AIME - 1968, 242, p. 762

- [24] A. SEGMULLER  
J. Appl. Cryst. - 1969, 2, p. 259 à 261
- [25] A.H. GEISLER  
Rev. Sc. Instr. - 1954, 25, p. 727 à 732
- [26] E.G. CHIRER  
Notes on Experimental Technique and Apparatus
- [27] D. RUER  
Mémoire C.N.A.M. - 1968
- [28] R. BARO and D. RUER  
J. of Physics E, 1970, 3, p. 541 à 543
- [29] R.J. ROE  
J. Appl. Phys. - 1965, 36, p. 2024
- [30] G.J. DAVIES, D.J. GOODWILL and J.S. KALLEND  
J. Appl. Cryst. - 1971, 4, n° 67, p. 67 à 70
- [31] G. B. HARRIS  
Phil. Mag. - 1952, 43, p. 113
- [32] L.K. JETTER, C.J. MCHARGUE and R.O. WILLIAMS  
J. Appl. Phys. - 1956, 27, p. 368
- [33] C.M. MITCHELL and J.F. ROWLAND  
Acta Met. - 1954, 2, p. 559
- [34] R.J. ROE and W.R. KRIGBAUM  
J. Chem. Phys. - 1964, 40, p. 2608
- [35] H.J. BUNGE  
Monatsber. Deut. Akad. Wiss. - BERLIN  
Volume 1 - 1959, p. 27 à 400  
Volume 2 - 1961, p. 97

- [ 36 ] M.H. MUELLER, W.P. CHERNOCK und P.A. BECK  
 Tr. AIME - 1958, 212, p. 39 à 40
- [ 37 ] H.J. BUNGE  
 Kristall und Technik - 5 janvier 1970, p. 145 à 175
- [ 38 ] G.I. TAYLOR  
 J. Inst. Met. - 1938, 62, p. 307
- [ 39 ] K. LUCKE  
 Texturen in Forschung und Praxis  
 Springer-Verlag - BERLIN 1969, p. 36 à 50
- [ 40 ] A. VADON  
 Travail non publié
- [ 41 ] D. RUER et R. BARO  
 J. Appl. Cryst. - 1971, 4, p. 321 à 324
- [ 42 ] H.J. BUNGE and F. HAESSNER  
 J. Appl. Phys. - 1968, 39, p. 5503 à 5514
- [ 43 ] TAICHI KAMIJO  
 Trans. J. I. M. - 1969, 10, p. 235 à 237
- [ 44 ] W. TRUSZKOWSKI and J. GRZYIECKI  
 Bulletin de l'Acad. Polonaise des Sciences  
 1970, XVIII, n° 11 p. 63 à 69
- [ 45 ] International Tables for X-Ray Crystallography  
 1962, III, p. 300  
 BIRMINGHAM : Kynoch Press.
- [ 46 ] W. HEYE and G. WASSERMANN  
 Zeit. Metallk. - 1968, 59, p. 617 à 624