



Etude de la commande optimale du processus d'usinage dans un îlot de fabrication mécanique

Bernard Mutel

► To cite this version:

Bernard Mutel. Etude de la commande optimale du processus d'usinage dans un îlot de fabrication mécanique. Automatique / Robotique. Université Paul Verlaine - Metz, 1978. Français. NNT : 1978METZ007S . tel-01775594

HAL Id: tel-01775594

<https://hal.univ-lorraine.fr/tel-01775594>

Submitted on 24 Apr 2018

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



AVERTISSEMENT

Ce document est le fruit d'un long travail approuvé par le jury de soutenance et mis à disposition de l'ensemble de la communauté universitaire élargie.

Il est soumis à la propriété intellectuelle de l'auteur. Ceci implique une obligation de citation et de référencement lors de l'utilisation de ce document.

D'autre part, toute contrefaçon, plagiat, reproduction illicite encourt une poursuite pénale.

Contact : ddoc-theses-contact@univ-lorraine.fr

LIENS

Code de la Propriété Intellectuelle. articles L 122. 4

Code de la Propriété Intellectuelle. articles L 335.2- L 335.10

http://www.cfcopies.com/V2/leg/leg_droi.php

<http://www.culture.gouv.fr/culture/infos-pratiques/droits/protection.htm>

THESE

PRESENTEE A
L'UNIVERSITE DE METZ

Pour obtenir

LE GRADE DE DOCTEUR ES SCIENCES

PAR

Bernard MUTEL

Ingénieur I. S. I. N.

Master of Science

Maître Assistant à l'Université de Metz

BIBLIOTHEQUE UNIVERSITAIRE - METZ	
N° 154	1978 0165
Cote	S/M3 78/7
Lpc	Magasin



ETUDE DE LA COMMANDE OPTIMALE
DU PROCESSUS D'USINAGE DANS UN
ILOT DE FABRICATION MECANIQUE

Soutenue le 5 Juin 1978 devant la commission d'examen :

MM.

F. LHOTE
M. AUBRUN
M. VERON
G.F. MICHELETTI
R. BARO
C. CARABATOS
C. SAUVAIRE
P. LAJOYE

Président

Examineurs

Invités

UNIVERSITE DE METZ

Président : M. FERRARI Pierre

U.E.R. "SCIENCES EXACTES ET NATURELLES"

Directeur : M. RHIN Georges

Professeurs

M. LONCHAMP	Jean-Pierre	T.T.P. Physique
M. BARO	Raymond	T. Physique
Mme GAGNIANT	Denise	T.T.P. Chimie
M. LERAY	Joseph	P.S.C. Physique
M. BLOCH	Jean-Michel	T. Chimie
M. KLEIM	Roland	P.S.C. Physique
M. CHARLIER	Alphonse	P.S.C. Physique
M. TAVARD	Claude	P.S.C. Physique
M. WENDLING	Edgar	P.S.C. Chimie
M. BAUDELET	Bernard	P.S.C. Physique
M. CERTIER	Michel	P.S.C. Physique

Maitres de Conférences

M. WEBER	Jean-Daniel	Mécanique
M. CARABATOS	Constantin	Physique
M. FALLER	Pierre	Chimie
M. RHIN	Georges	Mathématiques
Mme SEC	Antoinette	Mathématiques
M. DAX	Jean-Pierre	Mathématiques
M. SCHMITT	Bruno	Mathématiques
M. PLUVINAGE	Guy	Physique
M. HEIZMANN	Jean-Julien	Physique
M. ROUX	André	Mathématiques

A V A N T - P R O P O S

Cette étude a été effectuée dans le cadre des activités du Groupe de Recherche en Automatique Industrielle et Médicale (G.R.A.I.M.).

Ce groupe de Recherche est dû aux efforts des responsables du Laboratoire de Physique des Milieux Condensés (L.P.M.C.), pour promouvoir l'automatique au sein de l'Université de Metz.

Nos premiers remerciements vont donc à tous ceux qui ont permis de créer le GRAIM et plus particulièrement à Monsieur le Professeur CARABATOS, Co-Directeur du L.P.M.C. pour la bienveillance qu'il nous a toujours manifestée, l'aide et les conseils qu'il n'a cessé d'apporter dans la réalisation de cette étude.

En tant que responsable du Centre Universitaire de Commande Numérique (C.U.C.N.), Monsieur le Professeur VERON est sans doute une des personnes à qui ce travail doit le plus. Nous souhaitons lui associer les chercheurs de son laboratoire et plus particulièrement Monsieur MARTIN pour les remarques constructives et l'excellent accueil qu'ils nous ont toujours réservés.

Nous sommes très reconnaissant envers Monsieur le Professeur LHOTE, Responsable du Laboratoire d'Automatique de l'Ecole Nationale Supérieure de Chronométrie et de Micromécanique de Besançon, d'avoir accepté de présider notre Jury et nous sommes extrêmement sensible à l'intérêt et aux conseils qu'il a bien voulu porter à notre travail.

Nous tenons à exprimer notre gratitude à Monsieur le Professeur AUBRUN, pour sa participation à notre jury, mais également et surtout pour l'intérêt qu'il a bien voulu accorder à notre travail.

Nous sommes particulièrement honoré par la présence à notre jury de Monsieur le Professeur MICHELLETI de l'Institut Polytechnique de Turin et à travers lui, du Comité International pour la Recherche sur la Productivité (C.I.R.P.) dont il est le Président du groupe sur la coupe des métaux ; les discussions constructives que nous avons eues lors de réunions de ce comité nous ont été d'une aide précieuse.

Ce travail a, par ailleurs, bénéficié de l'appui de l'I.U.T. de Metz. Nous en remercions son Directeur, Monsieur le Professeur BARO, pour l'excellent accueil qu'il nous a toujours réservé. Nous sommes très reconnaissant, en outre, à Monsieur le Professeur BARO d'avoir accepté de participer à notre Jury.

Nous tenons à exprimer notre gratitude à Monsieur Ch. SAUVAIRE, Directeur de l'Agence Nationale pour le Développement de la Production Automatisée (A.D.E.P.A.) pour sa participation à notre Jury de Thèse. Nous souhaitons remercier à travers lui, les différentes personnes des départements Développement et, Gestion de Production qui ont contribué, par leurs expériences, au murissement des idées présentées dans cette étude et ce, dans le cadre de contrats de recherche passés avec notre groupe. Par ses relations privilégiées avec les entreprises de fabrication mécanique, l'ADEPA nous a permis d'entrer en collaboration avec des industriels intéressés par nos travaux ; nous l'en remercions vivement.

Nous sommes très honoré par la participation à ce Jury de Monsieur LAJO E, Président de l'Union Patronale Interprofessionnelle de la Moselle et Président Directeur Général de la Société Les Bronzes d'Industrie et à travers lui, par l'intérêt accordé à nos recherches par l'Industrie Lorraine.

Nous remercions également tous nos camarades du Laboratoire et plus particulièrement ceux du Groupe d'Automatique pour l'atmosphère amicale qu'ils ont contribué à faire régner. Nous tenons à exprimer notre reconnaissance envers Messieurs V. LEMOINE, N. WESTPHAL, R. BURNER et A. ALVES, pour l'aide importante et efficace qu'ils ont apportée dans la réalisation de ce mémoire.

Enfin, la dactylographie a été assurée, avec beaucoup de soin et de compétence par Madame NOBLE. Nous l'en remercions très sincèrement.

TABLE DES MATIERES

CHAPITRE I - INTRODUCTION

I.1 - GENERALITES	1
I.2 - COMMANDE DE PROCESSUS DE FABRICATION	3
I.3 - CHOIX D'UNE PROBLEMATIQUE	7

CHAPITRE II - DEFINITION D'UNE STRUCTURE HIERARCHIQUE D'OPTIMISATION DU PROCESSUS D'USINAGE

II.1 - OPTIMISATION EN FABRICATION MECANIQUE DE PETITES SERIES. ETUDES ET REALISATIONS ANTERIEURES	10
II.1.1 - Généralités	10
II.1.2 - Etude analytique du processus de coupe	11
II.1.3 - Détermination des conditions de coupe pour une opération	13
II.1.4 - Automatisation des conditions de coupe au niveau de la phase	18
II.1.5 - Automatisation de la gamme d'usinage	20
II.1.6 - Système intégré de fabrication	23
II.2 - STRUCTURE D'UN ILOT DE FABRICATION	24
II.3 - STRUCTURE DE LA COMMANDE D'UNE MACHINE-OUTIL	28
II.4 - CONCLUSION	30

CHAPITRE III - ETUDE DU NIVEAU D'ADAPTATION

III.1 - DEFINITION DU PROBLEME	31
III.2 - INITIALISATION DES MODELES PAR TRIS SUCCESSIFS	32
III.2.1 - Principe	32
III.2.2 - Application à la détermination des durées de vie d'outil	33
III.2.3 - Remarques	37

III.3 - INITIALISATION DES MODELES PAR ANALYSE DISCRIMINANTE TYPOLOGI- QUE SOUS CONTRAINTES.....	37
III.3.1 - Enoncé du problème	37
III.3.2 - Principe de la méthode des nuées dynamiques ...	41
III.3.3 - Etude de l'analyse dis- criminante typologique .	43
III.3.4 - Applications à la recon- naissance des lois d'ef- forts de coupe	49
III.4 - CONCLUSION	57

CHAPITRE IV - ETUDE DU NIVEAU OPTIMISATION

IV.1 - INDICE DE PERFORMANCE	60
IV.1.1 - Calcul du temps d'occupa- tion du poste de travail	62
IV.1.2 - Calcul du coût de fabri- cation	64
IV.1.3 - Critères	65
IV.2 - MODELE D'USINAGE	68
IV.2.1 - Représentation	68
IV.2.2 - Contraintes	69
IV.2.3 - Stratégie	72
IV.2.4 - Cas particuliers	73
IV.3 - OPTIMISATION DES CONDITIONS DE COUPE EN TOURNAGE	75
IV.3.1 - Généralités	75
IV.3.2 - Cas de l'ébauche	77
IV.3.3 - Etude du modèle de tour- nage	78
IV.3.4 - Exemple de programmation	79
IV.3.5 - Remarques	80
IV.4 - OPTIMISATION DES CONDITIONS DE COU- PE EN POINT A POINT	80
IV.4.1 - Généralités	80
IV.4.2 - Réalisation d'un modèle et tests	81

IV.4.3 - Exemple de programmation..	82
IV.4.4 - Remarques	84
IV.5 - CONCLUSION	84

CHAPITRE V - COMMANDE D'UN ILOT DE FABRICATION

V.1 - INTRODUCTION	86
V.2 - ORDONNANCEMENT DES SERIES DE PIECES	87
V.3 - DETERMINATION DES CONDITIONS DE COUPE ET DE L'ORDONNANCEMENT DANS LE CAS GENERAL	89
V.3.1 - Généralités	89
V.3.2 - Recherche d'un coût total minimum	91
V.3.3 - Recherche du temps minimum .	91
V.3.4 - Synthèse des études précédentes	92
V.3.5 - Optimisation du processus d'usinage lors de la fabrication d'un produit sur M machines	93
V.4 - APPLICATION	96
V.4.1 - Détermination du coût pour une opération d'usinage	96
V.4.2 - Détermination du taux de profit, de rentabilité et du taux de rentabilité pour une machine	98
V.4.3 - Cas d'une séquence d'opération	99
V.4.4 - Exemple de calcul du temps optimal de cycle pour trois machines	100
V.4.5 - Cas d'une fabrication de plusieurs produits	102
V.5 - CONCLUSION	103

CONCLUSION GENERALE ET PERSPECTIVES D'AVENIR	104
--	-----

BIBLIOGRAPHIE

REFERENCES I	108
REFERENCES II	110

ANNEXES

- 1 - REGRESSION ORTHOGONALE
- 2 - ETUDE DES CONTRAINTES EN TOURNAGE
- 3 - ETUDE DES CONTRAINTES EN PERCAGE
- 4 - ANALYSE DISCRIMINANTE TYPOLOGIQUE
- 5 - BANQUES DE DONNEES TECHNOLOGIQUES
- 6 - DONNEES NUMERIQUES DES EXEMPLES DE L'A.D.T.C.
- 7 - CAS DE CONTRAINTES STOCHASTIQUES
- 8 - CAS D'UNE SEQUENCE D'OPERATION
- 9 - CALCUL DE $V^{-1}B$
- 10 - ANALYSE EN COMPOSANTES PRINCIPALES ET
DISCRIMINATION.

CHAPITRE I

INTRODUCTION

CHAPITRE I

INTRODUCTION

I.1 - GENERALITES

Dans l'industrie mécanique des pays développés, la production en petite et moyenne série, est un facteur important pour l'économie nationale. En fait, 75 % des pièces mécaniques sont fabriquées en séries de moins de 50 unités [II.1]. Lorsque l'on considère le temps d'utilisation d'un équipement industriel ordinaire, le temps d'emploi réel du matériel est réduit à 6 % du temps total de fabrication. La diminution des pertes de temps dans les systèmes de production apparaît donc comme une première nécessité. Ainsi, 95 % du séjour d'une pièce à l'atelier représente un temps d'attente ; sur les 5 % des temps d'occupation machine, seuls 30 % sont utilisés pour l'usinage. Cependant, c'est principalement pendant le temps d'usinage que la pièce acquiert sa plus-value.

L'utilisation des machines-outils à commande numérique a justement permis d'augmenter cette proportion à 80 %.

Un système de fabrication de grande série, bien qu'étant souvent très compliqué du point de vue technologique, est relativement simple à exploiter car il peut être assimilé à un processus continu et ainsi optimisé par rapport à sa fonction spécifique à peu près constante dans le temps. Par contre, un système de fabrication en petite et moyenne série est caractérisé par une variété de situations qui ne se rencontrent

pas en production de grande série. Elles sont liées aux modifications dans le temps des produits à fabriquer, ainsi qu'à l'importance des séries de pièces ; c'est-à-dire des lots et, des délais de livraison.

Dans la phase d'étude d'un système de fabrication, il faut en premier lieu définir les objectifs de la production, c'est-à-dire la gamme des produits et les lots à fabriquer pendant une période donnée. Dans un système de fabrication en petite et moyenne série, on fixe des limites supérieures et inférieures aux conditions de fonctionnement de chaque composant du système sur la base des prévisions concernant la variété des produits à fabriquer et le volume des lots.

Ainsi, l'optimisation en production est particulièrement nécessaire en fabrication par lots de petites séries ; elle n'est pas uniquement un problème d'optimisation de l'usinage proprement dit, mais aussi la recherche de l'équilibre des différents temps de production en vue de minimiser un critère global.

La complexité de ce problème d'optimisation conduit à définir une structure hiérarchisée à plusieurs niveaux de décision caractérisés par des fonctions et échelles de temps différents [II.2] (Figure I.1).

Pour l'atelier de fabrication, ces fonctions sont :

- N lots de travaux à réaliser sur M machines
- Chaque travail est caractérisé par un ensemble d'opérations à exécuter dans un ordre imposé. Chaque opération nécessite l'utilisation d'un poste de travail bien défini pendant un temps à déterminer.

- Une opération ne peut être fractionnée
- Deux opérations ne peuvent être exécutées simultanément sur une même machine.

Ces caractéristiques définissent le modèle central d'une cellule de production.

I.2 - COMMANDE DE PROCESSUS DE FABRICATION

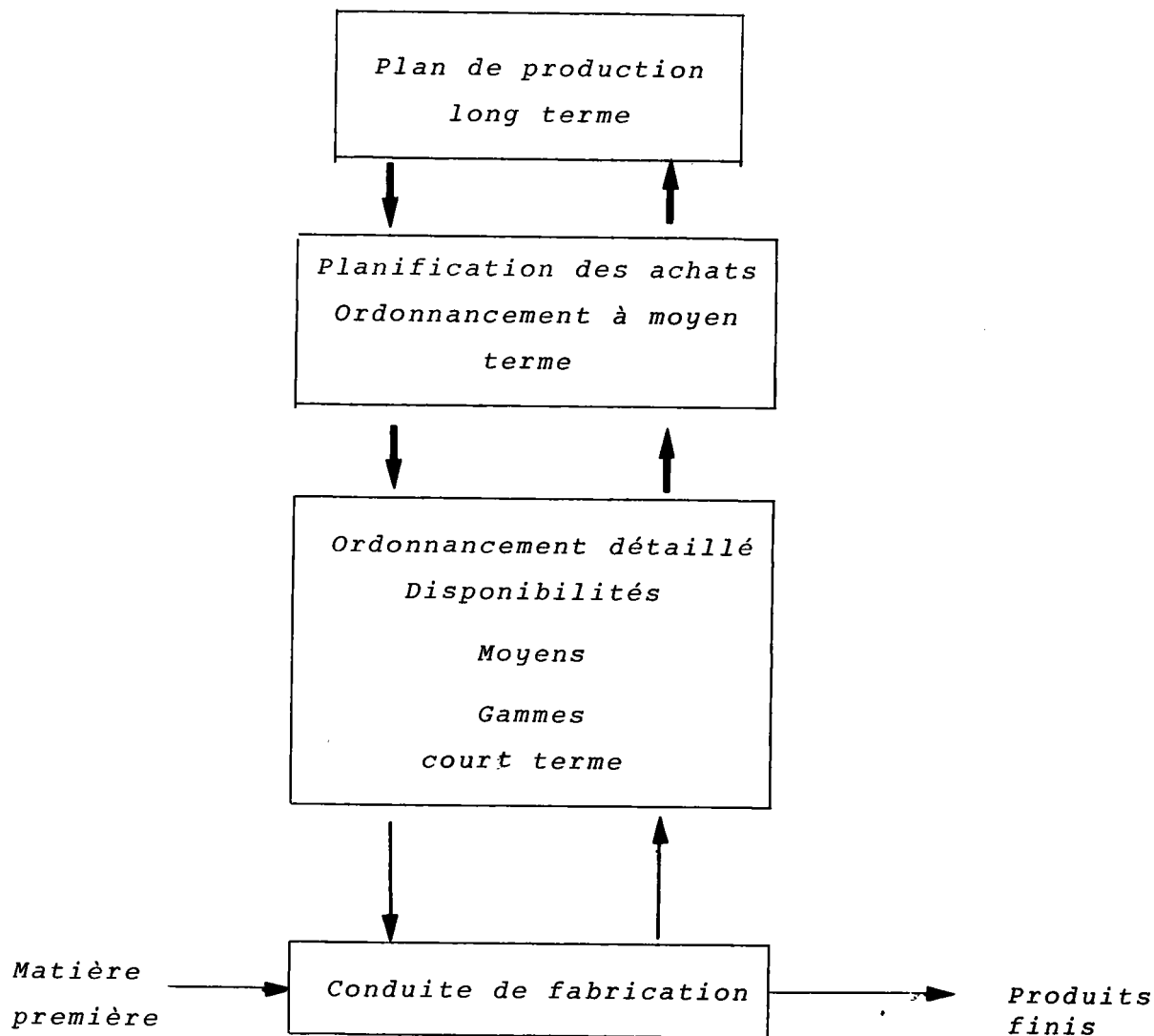
Un procédé de fabrication est caractérisé par les vecteurs ⁽¹⁾ suivants :

- Variables d'entrées $\tilde{y}$ (pièces brutes, caractéristiques mécaniques du matériau des pièces, quantités de pièces,....)
- Variables d'actions $\tilde{u}$ (conditions d'usinage, alimentation des machines en pièces,.....)
- Variables d'états $\tilde{x}$ et paramètres $\tilde{a}$ qui définissent le système d'équations différentielles représentant le processus.
- Spécifications $\tilde{z}$ du produit à fabriquer.

Les spécifications observables $\tilde{y}$ du produit correspondent à des fonctions de certaines composantes de $\tilde{x}$. Des variables aléatoires $\tilde{v}$ et $\tilde{\eta}$ peuvent perturber le processus de fabrication et les mesures des capteurs de contrôle de production (figure I.2).

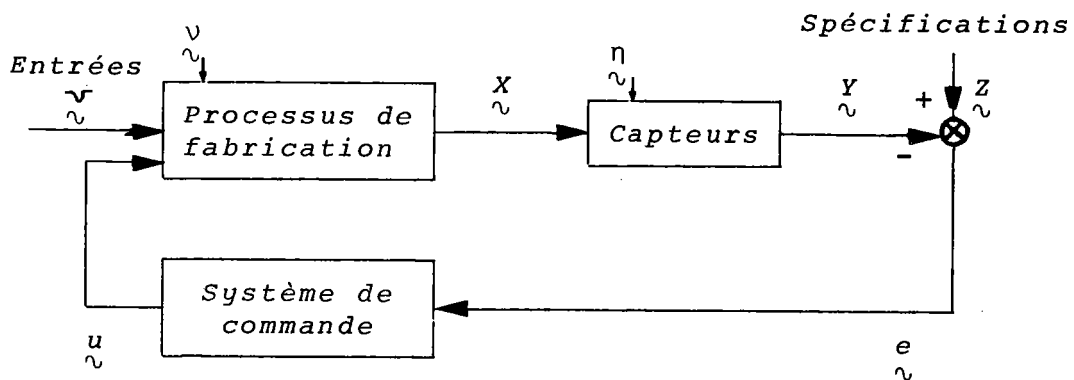
Le but de la conduite du procédé de fabrication est de déterminer une loi de commande $\tilde{u}$ telle que l'état du système change dans un temps le plus court possible et que la sortie $\tilde{y}$ soit la plus proche des spécifications $\tilde{z}$.

(1) Nous différencierons une grandeur scalaire d'une matrice en soulignant cette dernière par le signe "tilde" $\tilde{}$.



Structure d'un système de fabrication

FIGURE 1.1



Processus de fabrication

FIGURE 1.2

Les équations d'état régissant l'évolution du procédé sont :

$$(1) \quad \begin{cases} \dot{\tilde{X}} = F(\tilde{X}, \tilde{a}, \tilde{u}, \tilde{v}, \tilde{v}, \tilde{t}) \\ \tilde{Y} = G(\tilde{X}) \end{cases}$$

Le système est invariant si F ne dépend pas explicitement du temps :

$$(2) \quad \dot{\tilde{X}} = F(\tilde{X}, \tilde{a}, \tilde{u}, \tilde{v}, \tilde{v})$$

Il est stochastique s'il fait intervenir des variables aléatoires définies par leurs propriétés statistiques.

Si les équations se résument à un système algébrique, le système est dit statique :

$$(3) \quad \begin{cases} 0 = F(\tilde{X}, \tilde{a}, \tilde{u}, \tilde{v}, \tilde{v}) \\ \tilde{Y} = G(\tilde{X}) \end{cases}$$

Le processus de fabrication est complètement commandable si, quel que soit l'instant initial t_0 et l'état initial $\tilde{X}(t_0)$, le transfert de $\tilde{X}(t_0)$ à $\tilde{X}(t)$ se fait en un temps fini avec une énergie ni nulle, ni infinie.

Théoriquement, à partir de (1), il est possible de calculer u en fonction de la matrice d'erreurs (4) pour que l'énergie dépensée ou tout autre critère J soit minimisé :

$$(4) \quad e = Z - Y$$

Il est fréquemment imposé aux états et aux commandes de vérifier :

- Des contraintes instantanées

$$(5) \quad q_i(Y, u, t) \leq 0$$

et

- Des contraintes globales

$$(6) \quad \int_{t_0}^{t_f} q_J(Y, u, t) dt < 0 \quad \begin{array}{l} \text{où } t_f \text{ est l'ins-} \\ \text{tant final avec} \\ t_f > t_0 \end{array}$$

afin de respecter les caractéristiques technologiques du procédé.

La fonction-coût J tient compte de l'erreur $g_1(e)$, du coût d'application de la commande $g_2(u)$ et de frais w tels que l'amortissement des machines, les salaires etc: $g_3(w)$. Ainsi, u sera déterminée par la minimisation de :

$$(7) \quad J = \int_{t_0}^{t_f} [g_1(e) + g_2(u) + g_3(w)] dt + h(x_0, t_0, x_f, t_f)$$

respectant (5) et (6) où h est une fonction dépendant des conditions initiales et finales lorsque celles-ci ne sont pas imposées.

Selon le procédé de fabrication et le niveau d'analyse considéré, trois types de processus sont à envisager.

a) - Processus de fabrication continue

La principale caractéristique des processus de fabrication continue est que le matériau brut et les produits finis sont constamment introduits et sortis du processus. Ainsi, à l'échelle macroscopique, dans le domaine de la mécanique, un atelier de fabrication de grandes séries peut être assimilé à un processus continu.

Comme les spécifications des produits sont bien définies, le processus est invariant et opère, en l'absence de perturbation, en régime statique. De plus, si l'installation peut être représentée par un chaînage de différentes sections, la mise en équation du système sera simple.

b) - Processus de fabrication par quasi-lot

Mis à part les raffineries et les installations de l'industrie chimique, peu de processus continus fonctionnent en régime statique. Dans d'autres industries, telles que les fabriques de papier, de verre, d'acier, de textile, de mécanique générale, l'installation de production travaille la plupart du temps à spécifications constantes mais selon la demande. Des changements de consignes peuvent arriver plusieurs fois par jour. Dans ces conditions, les gains sont à réaliser non seulement dans la commande des régimes stationnaires mais également par l'optimisation des régimes transitoires afin de minimiser les déchets. Nous devons donc, dans ce cas, utiliser le modèle (1) avec le temps comme variable indépendante, où les paramètres du processus sont constants pour chaque lot.

c) - Processus de fabrication par lots

C'est le cas de la fabrication, dans un atelier conventionnel, de petites séries répétitives de pièces. Les gains les plus importants sont à réaliser en diminuant les temps de changements des régimes stationnaires (temps de réglage des machines, de transport et de fixation des pièces,.....).

Avant de décrire, dans les chapitres suivants, la structure que nous proposons, nous résumons les buts que nous avons poursuivis et les études effectuées.

I.3 - CHOIX D'UNE PROBLEMATIQUE

Dans cette étude, nous considérons la transformation de lots de pièces mécaniques par usinage dans un atelier de fabrication équipé de machines-outils à commande numérique travaillant par enlèvement de copeaux. Cet atelier est composé de cellules ou îlots de production spécifiques à la fabrication complète d'une gamme ou famille de pièces. Les machines-outils sont disposées en ligne dans l'ordre d'exécution des phases d'usinage afin de rendre minima les temps de transfert des pièces. Nous sommes ainsi en présence d'un processus de fabrication par quasi-lots.

Le problème est de déterminer les lois de commandes pour chaque machine-outil telles que les régimes stationnaires et transitoires rendent extremum le critère global J fonction des coûts et des temps de fabrication.

Après avoir présenté les résultats obtenus par d'autres chercheurs en automatisation et optimisation du processus d'usinage, nous définissons, dans le deuxième chapitre, les transferts des informations dans un îlot de

fabrication. Puis, pour une machine-outil, nous décomposons la commande en niveaux fonctionnels : régulation, optimisation, adaptation, tandis qu'un niveau de coordination assure l'optimisation du critère global.

Le niveau adaptation est étudié dans le chapitre III où deux approches sont proposées. D'une part, l'interrogation directe, par le préparateur du bureau des méthodes, d'une banque de données dont le logiciel d'exploitation est décrit dans l'annexe 5 et d'autre part, l'analyse discriminante typologique sous contraintes de modèles basée sur la méthode de nuées dynamiques de classification automatique. Les contraintes dues à l'identification de modèles sont traitées par pénalisations du critère lié à cette méthode. Des résultats portant sur le choix de la structure de modèle représentant la durée de vie d'outil ainsi que sur la reconnaissance de lois d'efforts de coupe, illustrent les possibilités de ces deux approches.

Les paramètres des lois de coupe du niveau optimisation étant ainsi déterminés, dans le chapitre IV nous définissons des modèles de représentation du processus d'usinage pour des opérations de tournage et de perçage ainsi que les différents indices de performances utilisés dans l'industrie.

La fin du chapitre est consacrée au calcul des conditions de coupe pour l'usinage de pièces mécaniques.

Dans le chapitre V nous étudions le niveau de coordination conduisant à une optimisation de l'ilot et nous illustrons par un exemple la commande de trois machines-outils.

L'automatisation de ces différents niveaux correspond à des tâches précises du bureau des méthodes. Aussi, les résultats de l'étude peuvent être utilisés, en

simulation de processus, pour une aide au choix des phases d'usinages, des outils, des machines-outils. Les logiciels ont été écrits en FORTRAN IV standard et sont utilisés sur mini-ordinateur.

Les méthodes d'analyse et de calcul de la commande optimale étudiées dans le cas particulier de l'usinage par outils coupants sont en fait très générales et applicables à d'autres domaines de production tels que : la fabrication par machine à bois, l'usinage électrochimique,..... etc.

Dans l'annexe 4, nous présentons des applications de l'analyse discriminante typologique sous contraintes aux problèmes de régression ou de discrimination typologiques.

La bibliographie est regroupée en deux thèmes :

- les références I se rapportent aux publications à caractères essentiellement mathématiques concernant principalement l'analyse de données.
- les références II se rapportent aux publications relatives à l'automatisation en fabrication mécanique.

CHAPITRE II

DEFINITION D'UNE STRUCTURE HIERARCHIQUE D'OPTIMISATION

DU PROCESSUS D'USINAGE

C H A P I T R E I I

DEFINITION D'UNE STRUCTURE HIERARCHIQUE D'OPTIMI- SATION DU PROCESSUS D'USINAGE

II.1 - OPTIMISATION EN FABRICATION MECANIQUE DE PETITE SERIE : ETUDES ET REALISATIONS ANTERIEURES

II.1.1 - Généralités

L'objectif de la commande du processus d'usinage est de déterminer une stratégie telle que partant d'une pièce brute, l'usinage conduise à une pièce de formes désirées avec les tolérances et qualités de surface demandées, un prix de revient minimum et un rythme de production maximum.

Le nombre de paramètres intervenant dans la réalisation d'une pièce est très important. On peut les rattacher à plusieurs domaines : la machine-outil, la pièce, les outils.

Il est intéressant de définir une classification représentant les différents niveaux de réalisation qui interviennent dans la fabrication d'une pièce :

Niveau_opération

Il recouvre la mise en oeuvre d'un seul procédé d'usinage sur une machine. Par exemple : finition longitudinale en tournage ou perçage de trous de même diamètre.

Niveau phase

Il regroupe l'ensemble des opérations exécutées sur une même machine-outil pour une pièce donnée. Par exemple : centrage - perçage - taraudage.

Niveau gamme

Il correspond à l'ensemble des opérations à exécuter pour transformer une pièce brute en pièce finie. Il regroupe donc les phases de fabrication d'une pièce sur les différentes machines-outils.

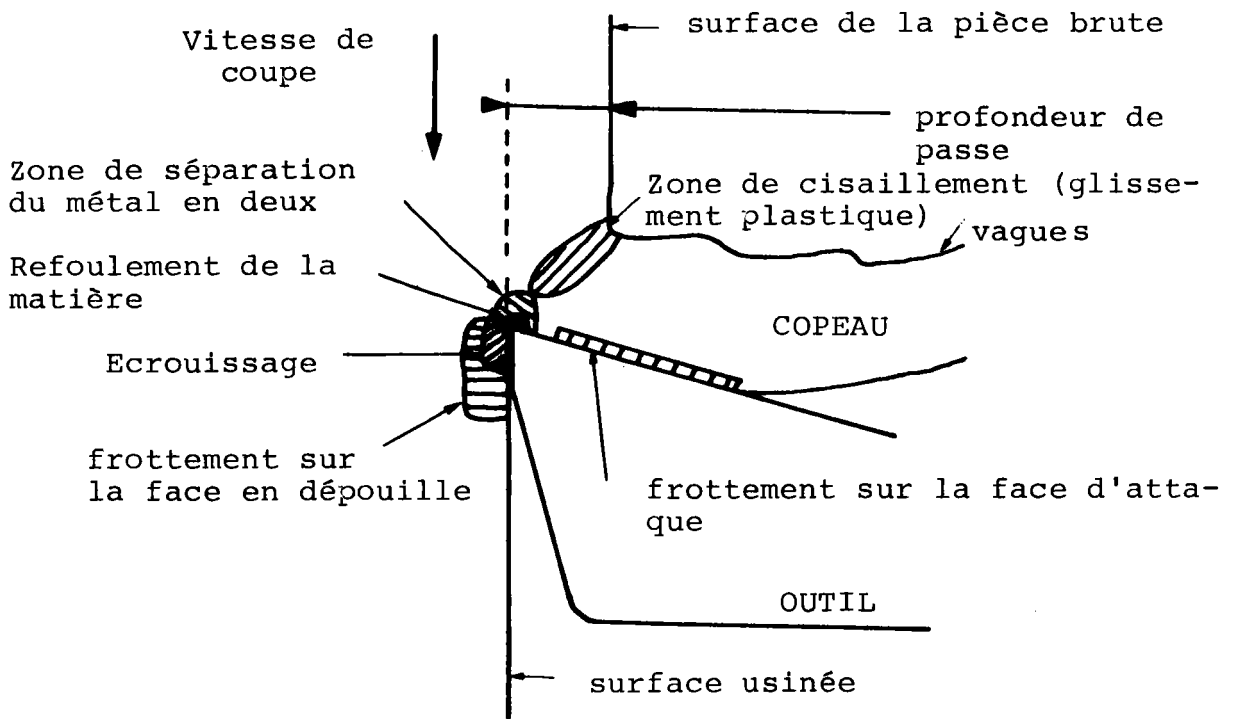
Niveau ordonnancement

Il prend en compte les délais de fabrication, les "en cours", la gestion du personnel et des machines. Ce niveau précisant l'aspect temporel du déroulement des séquences d'usinage est complémentaire à la gamme.

Après avoir défini les phénomènes mis en jeu dans le processus de coupe des métaux, nous présentons les études et réalisations antérieures effectuées pour chacun de ces niveaux.

II.1.2 - Etude analytique du processus de coupe

La séparation du métal de la pièce lors du déplacement de l'outil par rapport à la surface usinée, conduit aux travaux de forces de cisaillement, de frottement et d'écrouissage superficiel. Ces travaux sont presque totalement transformés en chaleur qui se répartit en quantités variables dans le copeau, dans l'outil et la pièce, selon les vitesses de coupes et, également, suivant les chaleurs spécifiques et les conductibilités thermiques des matériaux constituant la pièce et l'outil (Figure II.2).



Mécanisme de la coupe des métaux

FIGURE II.1

L'analyse du mécanisme de la coupe montre l'importance des phénomènes de déformation plastique au sein du matériau usiné, mais aussi celle des phénomènes interfaciaux qui déterminent les actions réciproques de l'outil sur le copeau et la surface de la pièce et vice-versa.

Si les théories élémentaires de ERNST et MERCHANT [II.66] prennent seulement en compte les actions des frottements sur la face de coupe, les modèles plus élaborés tel que celui de ALBRECHT [II.66] mettent en évidence l'importance des forces de frottement et de refoulement au niveau de l'arrondi du bec de l'outil. D'autre part, l'analyse des déformations au sein du matériau, montre que les phénomènes à l'interface copeau-outil ne se limitent pas à une action de frottement classique, mais font intervenir des glissements au sein même du matériau

usiné. Ces glissements sont particulièrement favorisés par des phénomènes instables de plastification adiabatique [II.67] responsables des effets de vagues périodiques sur la surface externe du copeau [II.68].

L'usure de l'outil découle des sollicitations très sévères que subit le tranchant au contact de la pièce. Celles-ci sont de nature mécanique (contraintes statiques et dynamiques, frottement) ce qui exige pour l'outil des qualités de dureté remarquables. L'importance de ces sollicitations se trouve accentuée par des effets thermiques intenses donnant naissance à des phénomènes physico-chimiques qui aggravent l'usure de l'outil par diffusion des éléments durs de l'outil vers le copeau [II.15].

Malgré de nombreuses recherches effectuées en particulier dans le cadre du groupe "coupe des métaux" du CIRP⁽¹⁾, aucun des modèles analytiques proposés actuellement ne peut prédire le comportement du matériau de la pièce et de l'outil durant l'usinage sauf dans des cas extrêmes ou triviaux. Aussi, on considèrera le mécanisme de la coupe comme un processus stochastique et on cherchera à déterminer simplement des lois expérimentales.

II.1.3 - Détermination des conditions de coupe pour une opération

Depuis très longtemps, des études ont été faites pour rechercher des conditions de coupe adaptées à chaque opération d'usinage et de les consigner dans des manuels. L'un de ces recueils de données les plus connus est le Machining Data Handbook édité par METCUT [II.29]; plus récemment, le Centre Technique des Industries Mécaniques a édité plusieurs manuels concernant le tournage et le fraisage. Afin de ne pas alourdir la recherche d'un cas, ces manuels ne prennent en compte qu'un faible nombre de paramètres.

(1) Comité International pour la recherche sur la productivité.

Les banques de données automatisées utilisant des consoles d'interrogation ne sont apparues que très récemment. Elles se justifient pour les raisons suivantes :

- prise en charge de nombreux paramètres même mal interprétés actuellement, mais dont la signification pourrait être ultérieurement expliquée.
- mise à jour et correction permanente
- Traitement de ces données suivant les applications envisagées.

La plupart des pays industrialisés travaillent à la mise au point de ces banques centrales de données technologiques [II.30] [II.31]. La collecte des données est réalisée soit à partir de résultats d'expériences de laboratoire (R.F.A., Japon) soit à partir d'informations recueillies dans les entreprises (France).

Des banques particulières (mini-banques) issues de la banque centrale sont créées pour des applications spécifiques. Elles sont ainsi peu volumineuses, économiques et compatibles avec les moyens de traitement de la mini-informatique utilisés dans les ateliers.

En France, une banque de données technologiques, que nous présentons en Annexe 5, a été développée par nos soins sous l'égide de l'Agence Nationale pour le Développement de la Production Automatisée (A.D.E.P.A.).

L'interrogation directe d'une banque de données fournit au plus que les valeurs moyennes des variables de coupe. Pour optimiser celles-ci, il faut utiliser un critère et un modèle, les calculs se faisant a priori ou en temps réel.

a) - Simulation- Modèles d'usinage

De nombreux auteurs ont proposé des modèles statiques représentant le processus d'usinage. Tous ces modèles sont basés sur la loi de durée de vie d'outil (Taylor, Depyereux, Koenig, Colding) [II.32]. La plupart des auteurs ont considéré que les variables d'actions, vitesse de coupe V , vitesse d'avance S , profondeur de passe A , étaient indépendantes. Ainsi, la durée de vie de l'outil ne dépend que de la vitesse de coupe, l'avance de l'état de surface, la puissance de la profondeur. De plus, ils ne tiennent pas compte des contraintes mécaniques sur l'outil, la machine-outil, la pièce [II.33] [II.34] [II.38] [II.41] [II.43] [II.44] [II.51].

Plus récemment, ces contraintes ont été prises en considération [II.35] [II.37] [II.42] [II.46] [II.49].

D'autres auteurs ont recherché une solution dans l'espace $V \times A \times S$ [II.39] [II.22] [II.23].

Par ailleurs, les modèles sont considérés comme déterministes. Les auteurs ayant introduit l'aspect stochastique du processus de coupe dans des cas simples sont peu nombreux [II.52] [II.56]. Enfin, indiquons que IAWATA a envisagé le cas général avec des contraintes non linéaires [II.55].

- Critères

Un modèle mathématique du processus d'usinage étant envisagé, il faut choisir une fonctionnelle que l'on cherchera à rendre extréma. Les critères retenus pour optimiser une opération d'usinage sont :

- Production maxima H_1 . On recherche dans ce cas le minimum du temps de production.
- Coût minimum H_2 . On cherche ici à minimiser le coût de la production.
- Taux de profit H_3 . Si R est la valeur ajoutée à la pièce due à une opération d'usinage alors les conditions de coupe seront celles rendant maximum la fonction :

$$H_3 = \frac{R - H_2}{H_1}$$

Il peut être intéressant de combiner les critères H_2 et H_3 en introduisant un facteur de productivité ρ [II.22].

$$H_4 = \frac{R - H_2}{(H_1)^\rho}$$

Les performances des différents modèles d'optimisation dépendent de leur complexité et des valeurs d'initialisation. L'efficacité dans l'industrie d'un modèle est fonction du rapport fiabilité des résultats sur le coût d'obtention de ces résultats. Il y a donc lieu de rechercher un compromis entre la complexité et le coût de calcul.

b) - Commande adaptative

La grande dispersion des paramètres relevés en production mécanique due à la nature stochastique du processus de coupe, a conduit à la conception de machines-outils à commande numérique capables de modifier en temps réel des variables d'action en fonction de valeurs prises par certaines grandeurs mesurées. Lors de la modification de la loi de commande, il n'est pas tenu compte de l'aspect dynamique du changement de régime. Aussi l'on ne s'intéresse qu'à optimiser différentes valeurs de consigne.

Le vocable machine à commande adaptative recouvre en fait deux systèmes distincts :

- commande adaptative par contrainte (ACC)
- commande adaptative par optimisation (ACO)

Chacune de ces commandes peut avoir pour but de contrôler les grandeurs technologiques d'une part, [II.57], [II.58] [II.59] [II.60] [II.61] ou de respecter les tolérances géométriques de la pièce, d'autre part [II.62] [II.63] [II.64].

Si pour les machines ACC on se limite à ne surveiller que certaines grandeurs physiques ne dépassent pas des bornes prédéterminées, pour les machines ACO, la difficulté est de définir un indice de performance instantané relié à l'un des critères H_1 , H_2 ou H_3 . Les facteurs les plus couramment utilisés pour le choix d'un indice de performance sont [II.65] :

- Taux d'enlèvement de métal
- Taux d'usure de l'outil
- Puissance effective de coupe
- Energie et couple à la broche.

Si les premières machines à commande adaptative étaient du type ACO [II.57] [II.58] [II.59], les gains de production résultants ne justifiaient pas l'emploi de systèmes aussi compliqués, donc coûteux. Aussi, plus récemment, les constructeurs ont commercialisé des machines travaillant aux limites de contraintes prédéterminées ou plus simplement des machines déplaçant en vitesse rapide l'outil lorsque celui-ci n'est pas engagé dans la matière.

La commande adaptative ne se développe que lentement en raison de la difficulté de disposer de capteurs de mesure fiables. Cependant, l'apparition d'atelier à système intégré de fabrication, éliminant toute surveillance humaine, imposera l'utilisation de telles machines travaillant en boucle fermée sur l'usinage.

II.1.4 - Automatisation des conditions de coupe au niveau de la phase

L'automatisation des phases d'usinage a été faite dans le cadre d'extension des langages de programmation automatique des machines-outils à commande numérique. Il s'agit de faciliter la tâche du programmeur du bureau des méthodes qui n'a plus à prendre en compte qu'un nombre restreint de données (langages : APT - AUTOSPOT - PROTOUR) [II. 7].

Ainsi, le programmeur connaissant la machine-outil et la pièce définit :

- la géométrie de la pièce
- les positions de l'usinage
- les tolérances sur ces positions
- les tolérances sur l'usinage
- les états de surface.

Le logiciel détermine alors :

- la fixation de la pièce
- les outils
- les trajectoires d'outil
- les conditions de coupe.

Le calcul automatique des données technologiques nécessite l'utilisation de deux algorithmes, l'un effectuant le choix des outils, l'autre calculant les conditions de coupe.

S'il n'est pas prévu dans le langage de définitions de tolérances sur l'usinage, le choix des outils s'effectue simplement par l'utilisation de séquences d'opérations normalisées. Dans le cas contraire, le choix des outils est plus délicat car il met en jeu des critères heuristiques de qualité.

En ce qui concerne les conditions de coupe, il y a lieu de discerner également deux types de réalisations :

- Les données de coupe utilisées par le bureau de fabrication sont mises en mémoire sur fichiers d'ordinateur. Les conditions de coupe sont alors relues à partir d'un programme d'interrogation de ces fichiers (langages : EXAPT, ROMANCE, OCTAL). Cette lecture n'effectue aucune optimisation. Les valeurs déterminées ne sont ni meilleures ni plus mauvaises que celles indiquées manuellement par le préparateur. Le temps de recherche sur fichiers est non négligeable étant donné le volume de ceux-ci.
- Les données de coupe sont déterminées à partir d'un modèle mathématique simulant les phénomènes d'usinage. Il est alors possible de déterminer des conditions optimales de coupe en tenant compte non seulement de critères technologiques mais également économiques.

Au point de vue mode d'exploitation, l'on trouve, d'une part des programmes généraux nécessitant une mémoire centrale d'ordinateur importante (EXAPT, AUTOPLAN, GEPLAD), d'autre part, des programmes modulaires spécifiques implantés sur petit ordinateur (PROTOUR, PROPOINT) qui s'adaptent aux exigences des petites et moyennes entreprises.

Un autre cas intéressant d'optimisation des phases d'usinage est celui des outils multiples. Avec une machine à outils multiple, on combine les opérations entre elles pour gagner du temps, en temps masqué, tout en respectant des contraintes, par exemple : perçage avant taraudage, puissance à la broche..... etc [II.43][II.17].

II.1.5 - Automatisation de la gamme d'usinage

Le problème général de l'optimisation de la gamme d'usinage consiste à déterminer la suite des séquences d'opérations à exécuter sur les différentes machines en tenant compte de l'ensemble des pièces à produire, c'est-à-dire, de l'ordonnancement.

Actuellement, on ne sait pas automatiser entièrement ce niveau, aussi :

- soit il s'agit de systèmes plus ou moins interactifs de conduite de production, étroitement liés à la gestion de fabrication ; on suppose alors que les conditions technologiques d'obtention des pièces (gamme d'usinage, condition de coupe) ont été élaborées séparément. Nous rattacherons ces travaux à ceux de l'automatisation de l'ordonnancement.

- soit au contraire, on considère que l'ordre d'exécution des lots de pièces est déterminé et on optimise les conditions technologiques pour l'ensemble des machines.

En fait, ces deux conceptions se justifient par la structure de l'organisation de l'atelier. En effet, si les machines-outils sont regroupées en sections homogènes, le problème principal à résoudre est la gestion des "en cours" tandis que souvent il est possible d'organiser les postes de travail afin de satisfaire les impératifs de la gamme d'usinage. Par contre, si l'atelier est structuré en flots de production, l'optimisation des conditions technologiques est importante afin de réduire le temps d'attente ; l'ordonnement des lots peut se faire de façon indépendante. Ce sont les travaux réalisés dans ce dernier cas que nous examinerons ci-après.

Automatisation des séquences d'usinage

Pour une pièce quelconque, l'automatisation des séquences d'usinage est très complexe. En effet, en plus des problèmes de reconnaissance de formes, de tolérances et d'état de surface s'ajoutent tous les problèmes de méthode de fabrication, souvent empiriques et mal définis, utilisés dans l'entreprise. Aussi, les logiciels existants ne considèrent que certaines familles de pièces de tournage [II.47], d'opération point à point [II.48] [II.54], où les formes codifiées de la pièce sont simples à reconnaître.

A partir d'une gamme idéale correspondant à la famille identifiée, des programmes élaborent, par décisions logiques, une ou plusieurs gammes de la pièce réelle en tenant compte ou non de l'importance du lot [II.48]. Les résultats donnent alors :

- les machines utilisées
- les outillages correspondants
- les montages
- la gamme d'opérations
- les coûts.

Automatisation globale des conditions technologiques

Les machines-outils et les séquences d'opérations étant déterminées, il s'agit d'optimiser les conditions d'usinage afin qu'un indice de performance englobant l'ensemble des machines de l'îlot soit extremum.

Dans le cas de la production en ligne, Hitomi [II.45] a calculé le coût correspondant à la production maxima lorsque la vitesse de coupe est le seul paramètre ajustable. Il considère que la production est maxima quand le temps du cycle de travail correspond au plus élevé des temps minimum de chaque poste de la chaîne. Lorsque le temps de production est fixé, Ravignani [II.44] donne une méthode graphique de détermination des conditions de coupe.

Ces deux auteurs ne tiennent pas compte des limitations technologiques. Iawata [II.46] a traité le cas plus général de recherche du coût minimal d'une production en ligne sur m machines pour des opérations de tournage où chaque tour n'effectue qu'une opération.

II.1.6 - Système intégré de fabrication

La notion de système intégré de fabrication, formulée pour la première fois par Merchant en 1961, rassemble l'automatisation des différentes phases de production, depuis la conception du produit jusqu'à la fabrication de celui-ci.

On cherche à automatiser toutes les fonctions du système y compris la manutention, le positionnement et la commande. L'idée de base du système intégré est de gagner du temps en agissant sur les temps d'attente et autres temps morts du cycle de travail, tout en utilisant comme élément de base les mêmes machines-outils que pour une production ordinaire.

Ce concept s'applique à des systèmes spécifiques de production destinés à la fabrication de familles de pièces dans une technologie de groupe. C'est-à-dire, que l'on cherche à réunir dans un même îlot ou cellule, des opérateurs et des machines pour la fabrication complète d'une gamme de pièces. Cette organisation repose sur deux principes :

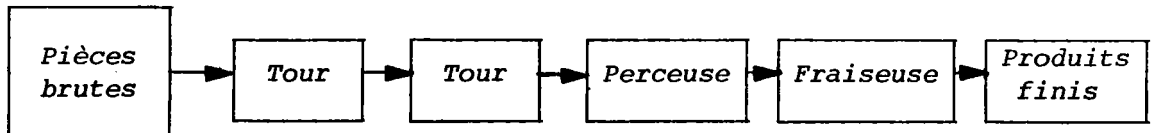
- la gamme des pièces de la famille nécessite des usinages similaires (figure II.3).
- l'îlot ou cellule de machines réalise la fabrication totale de la famille de pièces avec un nombre de réglages minimum.

Un tel système, qui nécessite une mobilité de l'ouvrier et un changement des pratiques traditionnelles, présente les avantages suivant :

- gamme d'usinage identique

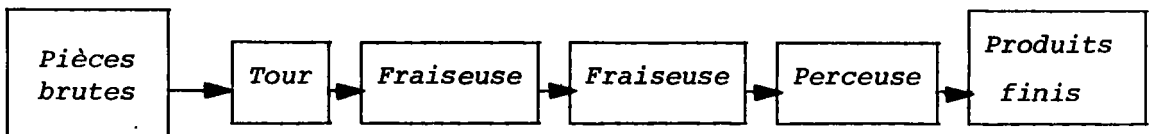
GRUPE A

Pièces cylindriques



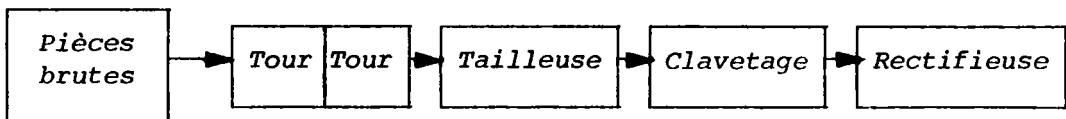
GRUPE B

Pièces de fonderies



GRUPE C

Arbres



Gamme d'usinage de différentes familles de pièces.

FIGURE II.3

- choix de machines-outils plus facile et parc machines minimum.
- magasin d'outils restreint
- programmation simplifiée par l'utilisation de sous-programmes paramétrés.
- temps de réglages diminué.
- réduction des "en cours"

De plus, des améliorations sont apportées sur le plan de la qualité du produit, des prévisions et des conditions de travail. La comparaison des coûts montre un gain de 25 % par année [II.3], les coûts d'investissement sont par contre lourds. Globalement, on peut dire que l'efficacité d'une fabrication par technologie de groupe dépend de :

- l'adaptation à une famille de pièces qui entraîne l'utilisation de méthodes de codage et de classification des gammes d'usinage.
- la mise au point du logiciel de conduite de fabrication basé sur l'analyse de production en ligne.

II.2 - STRUCTURE D'UN ILOT DE FABRICATION

(figure II.4)

La gestion de la fabrication est déterminée par l'ordonnancement à court terme (figure I.1) qui prend en compte la capacité existante du système de fabrication et les dates d'achèvement des travaux. Pour une période donnée (1 jour, 1 semaine) l'atelier connaît ainsi toutes les opérations d'usinage, leurs ordres

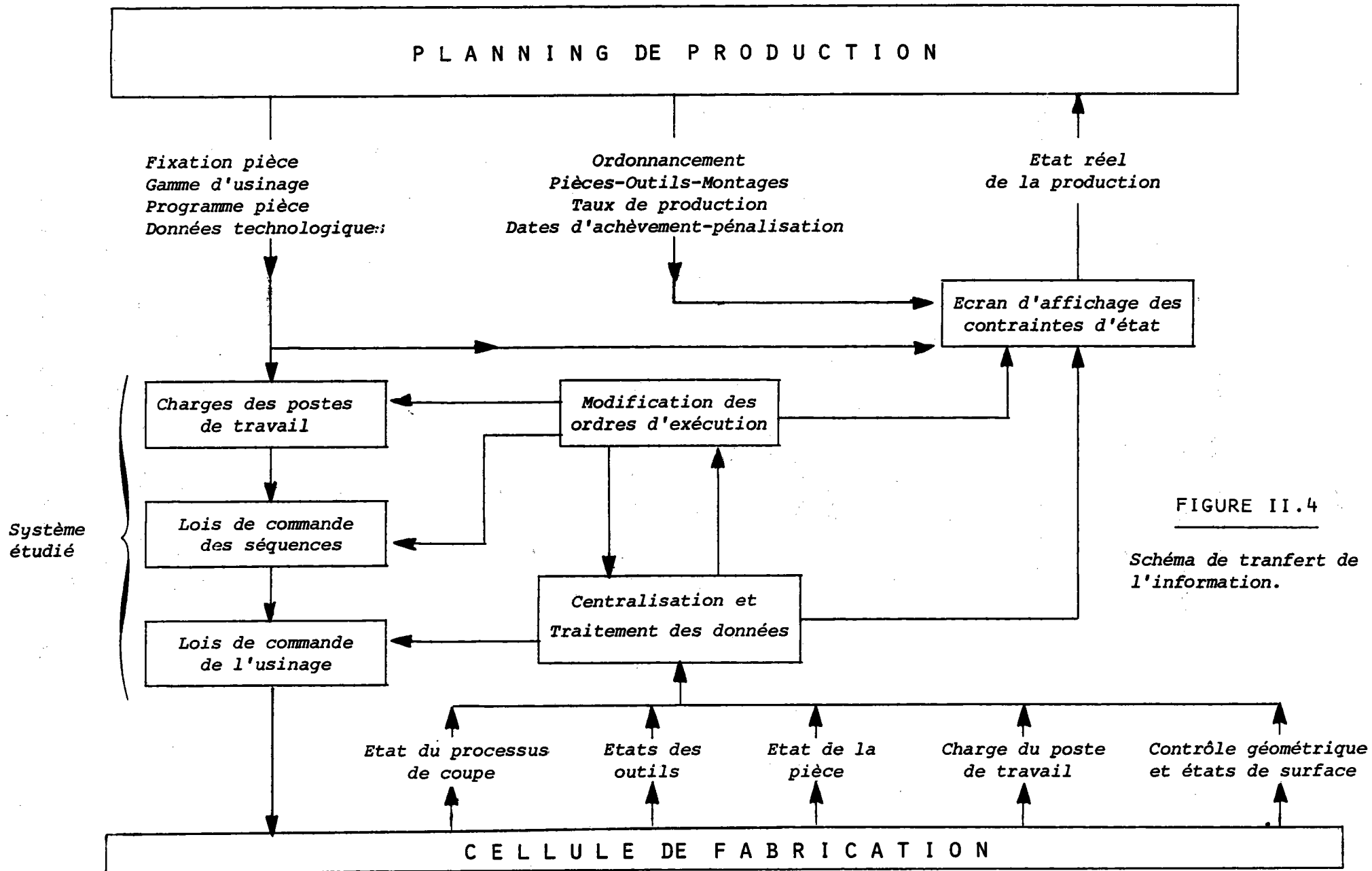


FIGURE II.4

Schéma de transfert de l'information.

d'exécution sur des machines données, les programmes pièces, les outils....etc.

Pour la détermination du plan de fabrication, les informations de retour de la cellule sont :

- les pièces achevées
- les arrêts accidentels des machines
- l'état actuel de l'usinage des pièces
- le facteur de production
- les contrôles des pièces terminées
- la consommation des outils....etc.

Afin que le système garde une souplesse de fonctionnement suffisamment grande, la cellule, outre l'exécution des travaux, doit pouvoir s'adapter aux situations suivantes :

- variations des temps d'exécution des travaux tandis que leurs ordres sont conservés
- changement de l'ordre des séquences d'opération avec la possibilité d'exécuter certains usinages sur d'autres machines.

Dans le cas de perturbations, une modification interne de la loi de commande doit permettre à la cellule de continuer de fonctionner tout en ramenant la fabrication à son point de consigne.

La commande de l'alimentation des machines en pièces doit se faire selon le principe de charge maxima du poste de travail. Ainsi, dès la fin d'un usinage sur une machine, l'opération suivante doit débiter immédiatement. Cependant, la réduction des temps morts nécessite des frais d'ordonnancement considérables et le fonctionnement de l'ilot devient très

sensible aux perturbations. En pratique, on prévoit un temps improductif entre la fin de l'usinage sur un poste et le début d'un nouveau cycle de travail (paragraphe IV.2). De plus, le transport des pièces se fait par des palettes qui regroupent le rassemblement de plusieurs pièces. Cette organisation entraîne une souplesse de fonctionnement permettant de maintenir le point de consigne tout en ne remettant pas en cause le principe de charge maximum.

L'automatisation d'une cellule de fabrication suppose qu'il n'y aura plus un opérateur pour surveiller chaque usinage. Un système supplémentaire d'acquisition et de prétraitement rapide des données est donc nécessaire afin de :

- fournir au superviseur des renseignements sur chaque machine (temps d'usinage - usure des outils, formes des copeaux)
- prévenir des perturbations pouvant apparaître lors de l'usinage (cassures d'outils vibrations des machines-outils)
- ramener le processus d'usinage à son point de fonctionnement optimum.

L'utilisation de machines-outils à commande adaptative permettant une modification en temps réel des conditions d'usinage, semble alors bien adaptée au concept de fabrication intégrée [II.4].

Nous venons de voir qu'une production par îlot utilisant un système multistations en ligne, présente de nombreux intérêts économiques et constitue une solution d'avenir certaine pour des productions en

petites et moyennes séries. Ce concept modifie profondément l'organisation de la préparation du travail et la structure de l'atelier. En ce qui concerne les problèmes d'usinage, cette méthode multiplie par huit le temps d'occupation des machines, par rapport aux méthodes conventionnelles. Dans ce cas, la détermination de conditions optimales de coupe prend une grande importance.

Le calcul de bonnes conditions de coupe suppose l'utilisation de :

- modèles mathématiques de simulation des postes de travail, plus fins que ceux existant actuellement.
- valeurs numériques correctes d'initialisation des modèles.
- un critère de performance représentant l'évolution globale de la cellule.

Dans cette étude sur la commande du processus d'usinage, nous considérons que la gamme d'usinage est entièrement déterminée.

La complexité du problème nous amène à définir une structure hiérarchique verticale pour la commande de chacune des machines-outils, tandis que les interactions entre les machines seront prises en compte par un niveau de coordination (figure II.6).

Dans le paragraphe suivant, nous ne considérons que le cas de la conduite d'une machine-outil. L'étude de la coordination des machines composant l'îlot de production sera faite dans le chapitre V.

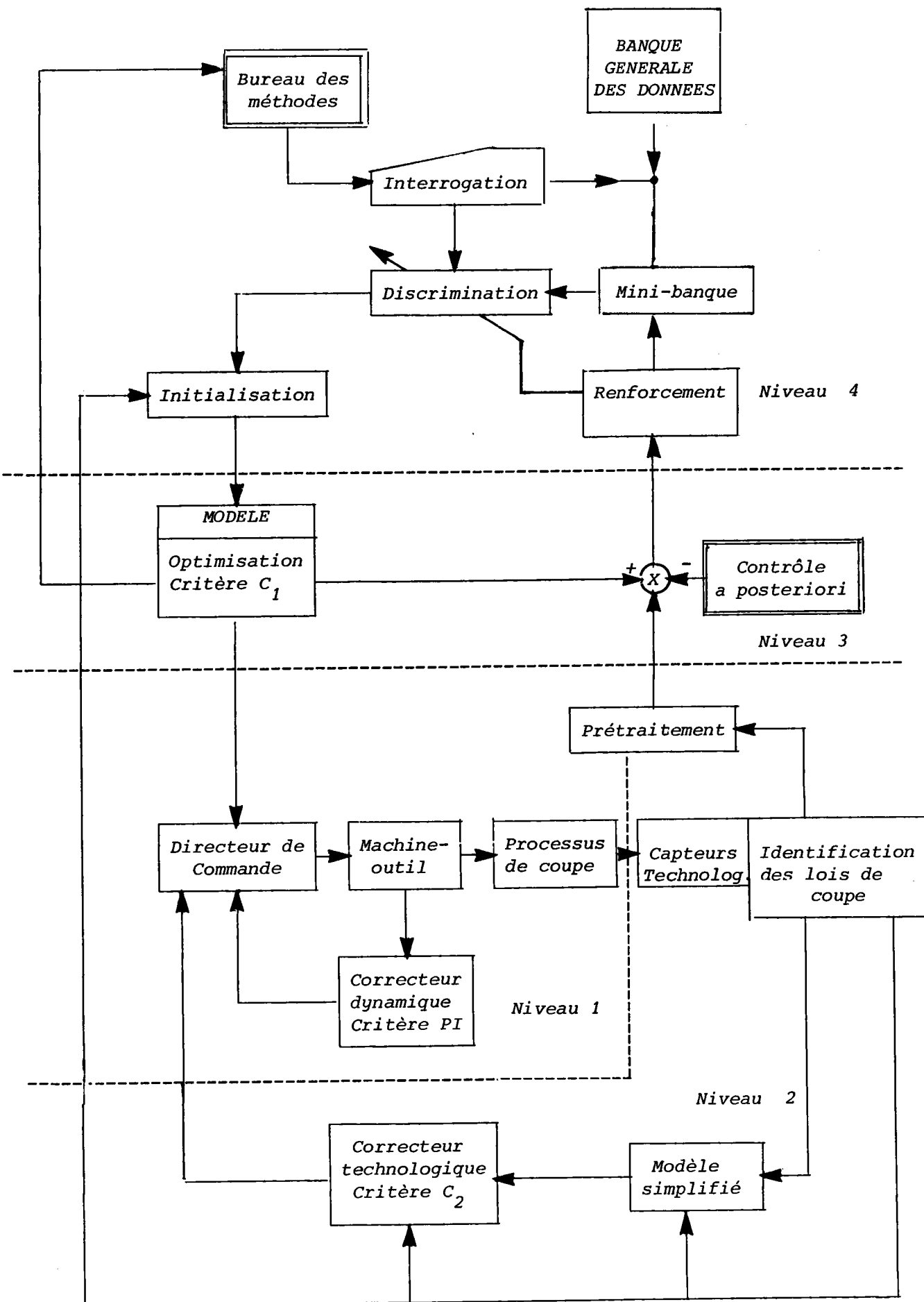


Schéma de la commande du processus d'usinage pour une machine-outil.

FIGURE II.5

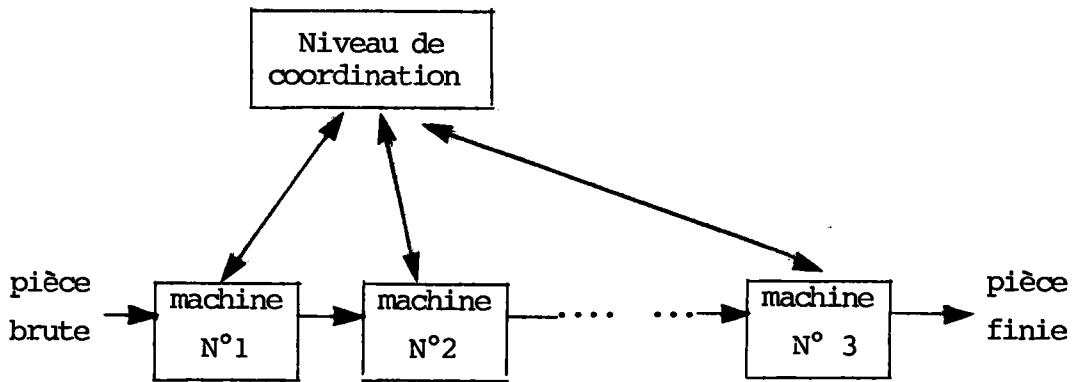


FIGURE II.6

Niveau de coordination entre les machines-outils.

II.3 - STRUCTURE DE LA COMMANDE D'UNE MACHINE-OUTIL.[II.28]

Le processus est décomposé en sous-systèmes. Il est alors commandé suivant des critères locaux correspondant à chaque sous-système plus simple, les actions de commandes locales sont coordonnées par les niveaux supérieurs de la hiérarchie (figure [II.5]).

- Le niveau 1 de commande est constitué d'un système asservi classique position-vitesse. La commande doit assurer le non dépassement des cotes en régime transitoire, les séquences d'accélération-décélération de la table, compatibles avec les caractéristiques mécaniques de la machine-outil. Nous avons déjà étudié ces problèmes en particulier dans le cas d'un tour vertical Berthiez [II.8].

- Le niveau 2 correspond à la boucle de régulation sur le processus de coupe. C'est la finalité des machines-outils à commande adaptative. Le critère C_2 sera une fonction, du temps et du coût de l'usinage,

compatible avec le critère du niveau optimisation. En [II.5], nous avons présenté des réalisations dans ce domaine.

- Le niveau 3 élabore les valeurs optimales de consignes de la machine-outil à partir d'un modèle mathématique du processus d'usinage et d'un critère économique C_1 précisé dans le chapitre IV.

- Le niveau 4 a pour but de déterminer les paramètres des niveaux inférieurs (initialisation) et de mémoriser de façon permanente et concise les caractéristiques de l'usinage, les outils, la machine-outil.

Pour une gamme d'usinage et une machine donnée, le préparateur du bureau des méthodes engendre une mini-banque correspondant à son problème spécifique à partir d'une banque générale de données technologiques (Annexe 5). A partir de cette mini-banque, propre à une technique d'usinage, le préparateur recherche pour chaque opération les structures et les valeurs numériques utilisées dans les modèles des niveaux 2 et 3.

La pièce réalisée, on obtient des informations sur l'usinage qui proviennent d'une part, des capteurs continus disposés sur la machine-outil et d'autre part, du contrôle de qualité fait en laboratoire. Par comparaison de ces résultats avec les données du modèle, on peut alors se rendre compte de la nécessité ou non d'améliorer les données de la banque.

La structure globale présentée sur la figure II.5 correspond à une automatisation complète de l'usinage. Cependant, l'utilisation des logiciels des niveaux d'adaptation et d'optimisation présente un grand intérêt même dans un atelier conventionnel pour la détermination des conditions de coupe. Néanmoins, disposant dans ce cas d'informations moins nombreuses et

moins précises, les incertitudes sur les valeurs de consignes seront plus importantes.

Une autre application de ces logiciels est l'utilisation des résultats de simulations comme aide à la décision pour le choix des outils, des machines-outils et de la gamme d'usinage. Dans ce cas, il s'agit d'un système d'aide à la fabrication qui peut être inclus dans le langage de programmation automatique de machine-outil à commande numérique [II.9, II.10, II.11].

Dans le chapitre III, nous présentons deux méthodes d'automatisation du niveau 4 d'adaptation. L'une se compose d'un programme d'interrogation, l'autre cherche à regrouper les usinages peu différents entre eux et à générer une fonction discriminante simple permettant le choix de paramètres initiaux.

II.4 - CONCLUSION

Nous avons présenté dans ce chapitre une décomposition de la commande d'une machine-outil conduisant à la définition de niveaux compatibles avec l'organisation d'un atelier de fabrication. Cette approche permet de tester séparément les concepts et réalisations de chacun des niveaux facilitant ainsi la phase de validation industrielle.

Les niveaux adaptation et optimisation (figure II.5) réalisent le calcul automatique des séquences des opérations et des conditions d'usinage, tandis que le niveau de coordination (figure II.6) assure la charge des postes de travail.

CHAPITRE III

ETUDE DU NIVEAU ADAPTATION

C H A P I T R E I I I

ETUDE DU NIVEAU ADAPTATION

III.1 - DEFINITION DU PROBLEME

A partir d'informations acquises par l'expérience et mémorisées dans un fichier (banque de données), le niveau adaptation a pour but de déterminer, pour un nouvel usinage, la structure et les valeurs numériques des paramètres des lois de simulation du processus de coupe. Ces valeurs seront utilisées par les niveaux optimisation et régulation (affectation). Pour la détermination des lois de coupe, la banque est constituée de données caractérisant chacune des opérations d'usinage. Parmi ces données nous distinguons les causes : variables explicatives (caractéristiques des matériaux de la pièce et de l'outil,..) et les effets : variables à expliquer (vitesse de coupe, usure de l'outil,...).

Suivant l'importance de la banque et la nature des données (parfaitement définies ou non), nous avons étudié deux techniques de résolution de ce problème :

- 1 - Tri déterministe des expériences, selon des valeurs fixées par le préparateur, à l'aide d'un logiciel d'interrogation de données.
- 2 - Regroupement des individus en classes par affinité et reconnaissance de l'appartenance à un groupe selon une fonction de discrimination simple, représentative du classement.

La première technique fait uniquement appel aux méthodes informatiques d'accès rapide à des enregistrements de fichiers de grande taille.

La seconde technique effectue tout d'abord une analyse de la donnée pour la classer, puis recherche une représentation simplifiée de ce classement. Elle est basée sur les méthodes d'analyse de données et de perception par ordinateur.

Dans le paragraphe III.2, nous présentons une application d'un programme de tri d'expériences à la recherche de modèles de coupe. Dans le paragraphe III.3, nous présentons l'analyse discriminante typologique qui est une méthode de classification et de classement.

III.2 - INITIALISATION DES MODELES PAR TRIS SUCCESSIFS

III.2.1 - Principe

La génération d'une classe, d'expériences voisines, se fait par tris des individus de la banque selon des valeurs de paramètres fixées par l'utilisateur. A partir de cette classe, un programme d'identification paramétrique détermine les coefficients des modèles recherchés.

Dans l'annexe 5, nous définissons la base de données utilisée et les programmes d'interrogation associés. Actuellement, pour 1000 expériences de 70 paramètres, le temps de réponse à une interrogation est de l'ordre de la seconde sur un ordinateur "MITRA 15".

C'est à partir de ces programmes d'interrogation que nous déterminons ci-après les coefficients des lois de durée de vie de l'outil.

III.2.2 - Application à la détermination des durées de vie d'outils

a) - Modèle

La machine-outil, l'outil, la pièce, l'usinage et le montage étant fixés, les principales variables d'action u contrôlables du processus de coupe sont :

- vitesse de coupe V m/mn
- vitesse d'avance S mm/tours
- profondeur de passe A mm

Les principales variables de sorties y sont alors :

- usure de l'outil mm
- état de surface (μm)
- forces de coupe daN
- durée de vie outil min

Durant l'exécution d'une opération d'usinage, les variables explicatives restent constantes. Dans le cas le plus fréquent, de coupe continue (contact permanent entre l'outil et la pièce), les phénomènes transitoires à l'échelle macroscopique peuvent être négligés. Aussi, on ne s'intéresse qu'aux régimes statiques.

Dans l'application envisagée, nous rechercherons les lois de coupe reliant la durée de vie outil T_d aux variables V , S , A :

$$T_d = \phi (V, S, A)$$

Plusieurs structures de modèles mathématiques de la fonction ϕ ont été proposées [II.15]. Compte tenu de l'importante dispersion des résultats, nous avons choisi une structure de loi de Taylor généralisée :

$$T_d = K_0 V^{K_1} S^{K_2} A^{K_3}$$

Par transformation logarithmique sur les variables, cette loi devient :

$$\text{Log } T = \text{Log } K_0 + K_1 \cdot \text{Log } V + K_2 \cdot \text{Log } S + K_3 \cdot \text{Log } A$$

C'est l'équation d'un hyperplan dans R^4 que nous identifions par la méthode de régression orthogonale (Annexe 1).

b) - Compatibilité physique

Les données de la banque ADEPA provenant d'expériences relevées à l'atelier, il arrive que les individus sélectionnés aient des conditions de coupe très peu différentes entre elles, tout au moins pour certaines variables. Dans ces conditions, l'estimation des coefficients du modèle relatif à ces variables sera mauvaise, voire incompatible avec les propriétés du processus d'usure de l'outil. Il faut donc adapter le modèle à la population étudiée.

Dans la procédure d'identification utilisée, nous commençons à déterminer dans R^p un hyperplan qui nous donne les p paramètres du modèle. Nous vérifions alors si chacun de ces paramètres est compris dans une fourchette de deux valeurs (données a priori) fixant le domaine physique de variation. Si le paramètre w^J n'est pas compatible, nous recherchons un nouveau modèle dans R^{p-1} et remplaçons le paramètre w^J par la valeur moyenne de la $J^{\text{ième}}$ variable explicative (I). Cette procédure est recommencée jusque dans R^2 si nécessaire. Nous associons alors au modèle final retenu un identificateur de structure ($K_{\text{mod.}}$).

Afin de diminuer le nombre de recherches de modèles, nous avons admis que si le coefficient (K_1) reliant les variables T et V n'était pas interprétable physiquement alors les expériences triées

ne pouvaient être représentées par un plan (tableau III.1).

$$\text{Modèle général} \quad T = K_0 \cdot V^1 A^2 S^3$$

Identificateur de structure K_{mod}	Interprétation des coefficients			
	w^1	w^2	w^3	w^4
4	K_0	K_1	K_2	K_3
3	K_0	K_1	K_2	$\bar{S}$
2	K_0	K_1	$\bar{A}$	K_3
1	K_0	K_1	$\bar{A}$	$\bar{S}$
0	$\bar{T}$	$\bar{V}$	$\bar{A}$	$\bar{S}$

TABLEAU III.1

c) - Exemples

Nous avons choisi les bornes de compatibilité physique suivantes :

$$K_0 > 0 \quad ; \quad 0 > K_1, K_2, K_3 > -10$$

- 1) - Neuf expériences ont été sélectionnées dans ce premier exemple. Elles correspondent à un usinage longitudinal extérieur d'ébauche pour un acier au carbone XC 20 et des outils à plaquette carbure rapportée p_{10} et p_{20} .

Les écarts types de la profondeur de passe étant nuls, la matrice de covariance est d'ordre 3, la plus petite valeur propre est zéro ($0,9 \cdot 10^{-12}$) (figure III.1). Dans ces conditions, la structure du modèle est $K_{\text{mod}} = 0$ et nous obtenons :

Log $\bar{T}$	Log $\bar{V}$	Log $\bar{A}$	Log $\bar{S}$
3,01	5,86	3,22	3,32

- 2) - Pour le même type d'usinage que précédemment mais avec un outil p_{20} et un matériau 25 ND7, la figure III.2 donne les résultats de l'identification résumés ci-après ($K_{\text{mod}} = 4$) :

K_0	K_1	K_2	K_3
$2,28 \cdot 10^{16}$	- 4,36	- 1,04	- 2,35

- 3) - Dans les mêmes conditions qu'en 2) mais avec un matériau XC 38, nous obtenons une structure numéro 3 (figure III.3) résumée ci-dessous :

K_0	K_1	K_2	Lg $\bar{S}$
$1,03 \cdot 10^3$	- 0,384	- 0,715	3,07

ZR
CLASSE NO: 1 NOMBRE D EX: 9
MAT. PIECE XC20,OUTIL P10-P20,COUPE LONG. EXTER. -EBAUCHE COUPE CONT.

NO. ENREGISTREMENTS
309 310 311 312 313 314 317 318 319
NOMBRE D EXPERIENCES RETENUES: 9

VARIABLE	MOYENNE	ECART-TYPE
LT	3.0090	0.4803
LV	5.8580	0.3377
LA	3.2189	0.0000
LS	3.3243	0.6792

FIGURE III.1

MATRICE DE CVARIANCE

.231E+00	-.452E-01	.356E-11	-.113E-01
-.452E-01	.114E+00	.380E-11	-.834E-01
.356E-11	.380E-11	.909E-12	.347E-11
-.113E-01	-.834E-01	.347E-11	.441E+00

NO: 4

VALEURS PROPRES			
.245E+00	.806E-01	.909E-12	.480E+00
VECTEURS PROPRES			
.955E+00	-.290E+00	.000E+00	-.619E-01
.296E+00	.931E+00	.000E+00	.213E+00
.000E+00	.000E+00	.100E+01	.000E+00
-.409E-02	-.222E+00	.000E+00	.975E+00

MODELE CLASSE NO: 1

STRUCTURE NO: 0

NOYAUX : .301E+01 .586E+01 .322E+01 .332E+01

CLASSE NO: 2 NOMBRE D EX: 11
MAT. PIECE 25ND7,OUTIL P20,COUPE LONG. EXTER.-EBAUCHE COUPE CONTINUE

NO. ENREGISTREMENTS
130 131 132 133 134 135 136 137 138 139 140
NOMBRE D EXPERIENCES RETENUES: 11

VARIABLE	MOYENNE	ECART-TYPE
LT	2.7259	0.5294
LV	5.4337	0.2315
LA	3.1380	0.2952
LS	3.4045	0.4133

FIGURE III.2

MATRICE DE CVARIANCE

.280E+00	-.301E-01	.346E-01	-.740E-01
-.301E-01	.536E-01	-.175E-01	-.661E-01
.346E-01	-.175E-01	.872E-01	-.180E-01
-.740E-01	-.661E-01	-.180E-01	.171E+00

NO: 4

VALEURS PROPRES			
.327E+00	.688E-02	.824E-01	.176E+00
VECTEURS PROPRES			
.876E+00	.198E-02	.169E+00	-.452E+00
.194E+00	.845E+00	.203E+00	.455E+00
-.233E+00	-.127E+00	.960E+00	-.925E-01
.376E+00	-.519E+00	.959E-01	.742E+00

MODELE CLASSE NO: 1

STRUCTURE NO: 4

NOYAUX : .228E+17 -.436E+01 -.104E+01 -.235E+01

CLASSE NO: 4 NOMBRE D EX: 12
MAT. PIECE CODE 207

NO. ENREGISTREMENTS
51 55 54 75 78 90 200 202 203 204 205 220
NOMBRE D EXPERIENCES RETENUES: 11

VARIABLE	MOYENNE	ECART-TYPE
LT	3.2051	0.7933
LV	4.5024	0.8307
LA	2.8038	0.9097
LS	3.0744	0.2254

FIGURE III.3

MATRICE DE CVARIANCE

.629E+00	-.175E+00	-.404E+00	.255E-01
-.175E+00	.690E+00	-.209E-01	.330E-01
-.404E+00	-.209E-01	.827E+00	-.303E-01
.255E-01	.330E-01	-.303E-01	.508E-01

NO: 4

VALEURS PROPRES			
.274E+00	.699E+00	.118E+01	.448E-01
VECTEURS PROPRES			
.775E+00	.293E+00	.558E+00	.543E-01
-.784E-01	.919E+00	-.381E+00	.615E-01
-.625E+00	.254E+00	.737E+00	-.245E-01
-.554E-01	-.646E-01	.116E-01	.996E+00

NO: 3

VALEURS PROPRES			
.273E+00	.696E+00	.118E+01	.448E-01
VECTEURS PROPRES			
.777E+00	.298E+00	.555E+00	-.778E-01
.919E+00	-.384E+00	-.625E+00	.254E+00
.737E+00	.254E+00	.737E+00	-.245E-01
-.554E-01	-.646E-01	.116E-01	.996E+00

MODELE CLASSE NO: 1

STRUCTURE NO: 3

NOYAUX : .103E+04 -.384E+00 -.715E+00 .307E+01

III.2.3 - Remarques

Cette méthode de recherche de modèles à partir d'expériences triées selon des valeurs des variables explicatives, bien qu'assez rapide en temps calcul, nécessite un logiciel d'exploitation lourd et une capacité importante des mémoires périphériques. La recherche d'une sous-population ne dépend que de l'expérience du préparateur du bureau des méthodes. Cette façon de faire trouve son emploi surtout dans le cadre d'ateliers conventionnels où l'utilisateur se contente d'un nombre restreint de paramètres de sélection.

Cette procédure est mal adaptée au cas de très grande population. Dans le concept d'îlot de fabrication intégrée, la population s'accroît continuellement ; de plus, on recherche des modèles fins de représentation du processus d'usinage. Aussi, dans ce cas, l'emploi de méthodes de reconnaissance de forme s'impose.

III.3 - INITIALISATION DES MODELES PAR LA METHODE DE DISCRIMINATION TYPOLOGI- QUE SOUS CONTRAINTES.

III.3.1 - Enoncé du problème

La population E (banque à étudier) est composée de n expériences d'usinages décrites par deux groupes de variables explicatifs et à expliquer. Nous désirons déterminer :

- une classification descriptive de la population regroupant des expériences étalons.
- une fonction de classement à but décisionnel.

- une modélisation mathématique de chacune des classes représentant les propriétés des variables à expliquer.

La classification descriptive doit permettre de regrouper des expériences à "usinabilités" équivalentes et de représenter de façon synthétique, par une population étalon restreinte, les propriétés de l'ensemble de la banque de données.

Lorsqu'une nouvelle expérience est à réaliser (définie uniquement par la connaissance de ses variables explicatives), la fonction de classement ou fonction de discrimination doit lui affecter, a priori, un modèle mathématique à partir duquel les variables de commandes du processus d'usinage seront optimisées.

Nous avons donc à résoudre un problème d'analyse de données, de discrimination et de modélisation.

Compte tenu du grand nombre de variables de natures diverses interagissant entre elles, l'utilisation de l'informatique est nécessaire afin de structurer les données, étape indispensable avant la phase de commande.

Puisque l'on ne peut prendre en compte tout le système dans tous ses détails, le but visé de l'analyse est l'extraction de sous-systèmes faiblement liés entre eux (classes ou familles d'une partition). Cette décomposition peut se faire en particulier par analyse informationnelle [I.1] ou par des méthodes de classification automatique et d'analyse linéaire.

a) - Analyse multidimensionnelle linéaire

Dans ce paragraphe, nous ne donnerons pas une description détaillée de ces différentes méthodes présentées par exemple dans les ouvrages [I.2], [I.3]. Le tableau III.1 dresse la liste des principales techniques utilisées qui peuvent toutes être considérées comme des cas particuliers des deux techniques fondamentales suivantes :

- l'analyse en composantes principales et
- l'analyse canonique.

En annexe 10, nous rappelons les principes de l'analyse en composantes principales et de l'analyse discriminante (voir le tableau III.2) auxquelles nous nous référerons par la suite.

b) - Classification automatique

En analyse linéaire, les partitions obtenues ne sont pas toujours exemptes de critiques car elles ne restituent pas toute l'information, de plus, si le nombre d'observations est grand, le classement devient fastidieux voire impossible.

Par classification automatique, on entend les méthodes qui fournissent directement une ou plusieurs partitions de E . Les nombreux critères utilisés ne font en général plus référence à la statistique et le choix d'une méthode est dicté par sa capacité d'appréhender de gros fichiers de données et par sa souplesse d'utilisation.

TABLEAU III.2

TECHNIQUES	Nombre et nature des variables	
	Variables à expliquer	Variables explicatives
Régression multiple	1 quantitative	p quantitatives
Analyse de variance	1 quantitative	p qualitatives
Analyse de covariance	1 quantitative	p_1 quantitatives + p_2 qualitatives
Analyse factorielle des correspondances	1 qualitative	p qualitative
Analyse canonique	q quantitatives	p quantitatives
Analyse factorielle dimensionnelle	q quantitatives	p qualitatives
Analyse de variance multidimensionnelle	q quantitatives	p qualitatives
Analyse de covariance multidimensionnelle	q quantitatives	p_1 quantitatives + p_2 qualitatives

Les méthodes de classification hiérarchique présentent l'avantage de fournir un arbre de classification. Les partitions obtenues décrivent de plus en plus schématiquement (méthode agglomérative) ou de plus en plus finement (méthode décisive) l'ensemble des individus. On obtient des partitions compatibles avec une hiérarchie en coupant par des horizontales l'arbre de classification (figure III.4).

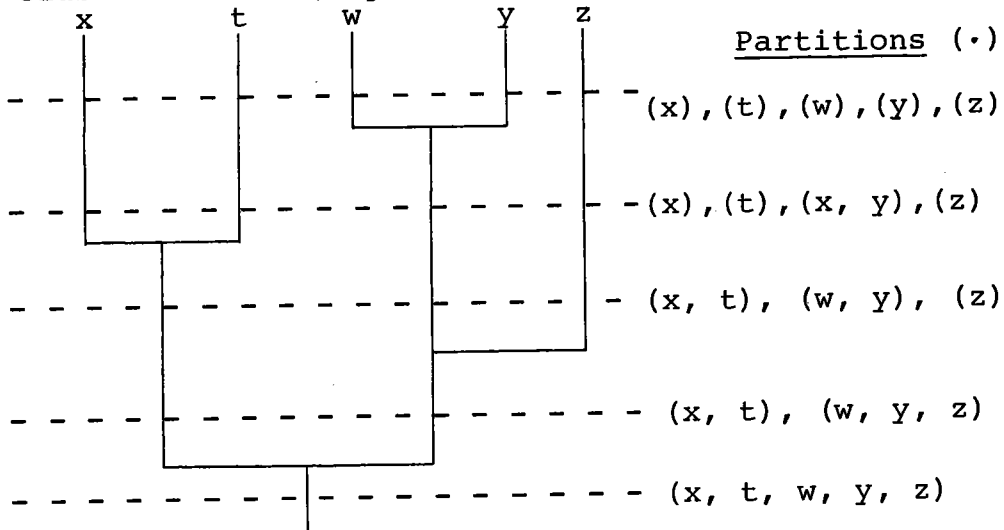


FIGURE III.4

Chaque individu étant décrit par q caractères qualitatifs, chacun de ces caractères induit sur I_E une partition en classes monothétiques par rapport à ce caractère. Dans les méthodes de segmentation, on recherchera la partition, optimisant un critère dans l'ensemble des partitions induites par les caractères. On répète le procédé sur les différentes classes obtenues d'où un arbre de classification où les classes seront monothétiques pour un nombre croissant de caractères.

Cependant, le temps de calcul des méthodes précédentes les rend prohibitives dès que le tableau dépasse quelques centaines d'observations. De plus, elles sont très critiquables du point de vue théorique car elles classent une population même si il n'existe pas de partition naturelle.

La méthode des nuées dynamiques a été introduite par E. Diday [I.4]. L'idée de base est de construire itérativement, à partir d'une partition initiale donnée ou choisie au hasard, des noyaux (ensemble d'étalons représentant au mieux chaque classe) et des partitions (ensemble des individus les plus proches des noyaux). Au bout d'un nombre (faible) d'itérations, on obtient des couples noyaux-partitions stables. C'est à partir de cette méthode, économique en occupation mémoire et en temps de calcul, que nous avons développé dans notre laboratoire*, l'analyse typologique discriminante sous contrainte de modèle, qui réalise les objectifs fixés par le niveau adaptation.

III.3.2 - Principe de la méthode des nuées dynamiques

a) - Vocabulaire

Une opération d'usinage, une expérience est un individu x_i . L'ensemble des individus forme la population à classer, c'est-à-dire à répartir en classes disjointes deux à deux.

Chaque individu est défini par p paramètres. Le groupe représentatif d'une classe est le noyau de la classe et les éléments du noyau s'appellent : étalons.

b) - But de la méthode

On se fixe pour objectif de trouver si il existe des zones à forte densité de population. On procède à plusieurs classifications successives et on s'intéresse aux groupements ~~stables~~ ou "formes fortes" qui apparaîtront.

* En collaboration avec M. LEMOINE Y.

c) - Initialisation du processus

L'utilisateur fixe a priori : le nombre K de classes qu'il demande et le nombre d'étalons par noyau .

Le programme initialise en tirant au hasard ou selon une procédure fixée par l'utilisateur les K classes de départ.

d) - Processus itératif

L'essentiel de la méthode consiste à appliquer deux fonctions l'une après l'autre plusieurs fois. Les deux fonctions peuvent être modifiées au gré de l'utilisateur selon les applications envisagées :

- fonction identification. Elle répartit la population en K classes à partir de K noyaux en fonction de la distance (ou mesure de ressemblance) de chaque individu à chacun des noyaux.
- fonction représentation. Elle génère K noyaux à partir de K classes.

Un critère W interne à la méthode est alors testé afin de vérifier s'il y a eu amélioration dans la classification, pour décider s'il faut ou non recommencer le processus.

Moyennant certaines conditions sur ces fonctions, on démontre que l'algorithme fait décroître le critère W jusqu'à la convergence.

e) - Nécessité de plusieurs tirages

On démontre aussi que la classification obtenue après une convergence n'est pas unique et qu'elle

peut être influencée par le tirage initial. On supprime cette influence en effectuant plusieurs tirages et en étudiant les formes fortes obtenues.

En [I.8] nous avons analysé et résumé les propriétés des critères et des mesures de ressemblances utilisées dans les méthodes de nuées dynamiques.

Dans le paragraphe suivant, nous présentons le principe de la méthode d'analyse discriminante typologique sous contraintes de modèles. Ces contraintes d'identification sont prises en compte par pénalisation du critère.

III.3.3 - Etude de l'analyse discriminante typologique sous contraintes de modèles (ADTC)

III.3.3.1 - Introduction

Soit une population E composée d'individus $x_i \in E$. Chaque individu x_i est représenté par le vecteur :

$$x_i = \begin{bmatrix} x_i^1 \\ \vdots \\ x_i^p \end{bmatrix}$$

défini par le groupe J^1 de p_1 paramètres explicatifs et le groupe J^2 de p_2 paramètres à expliquer ($p = p_1 + p_2$). Les individus sont liés sur J^2 par des modèles ϕ dont les coefficients w dépendent de J^1 .

Le problème est de décrire les fonctions ϕ par l'étude de la population E (dans laquelle, pour chaque individu, J^1 et J^2 sont connus) afin d'affecter par la suite à un nouvel individu (pour lequel seul J^1 est connu) un modèle bien adapté.

Nous recherchons une partition de $\mathbb{E}$ en K classes notées $\mathbb{P} = (P_1, \dots, P_K)$, un k -uplet de modèles $\phi = (\phi_1, \dots, \phi_K)$ et, des variables $Y = (y_1, \dots, y_r)$ discriminantes qui représentent, au mieux, la séparation des classes.

Nous noterons L_m le noyau de la classe P_m formée par l'ensemble des indices $[P_m]$ des individus x_i appartenant à cette classe et, $\mathbb{L} = (L_1, \dots, L_K)$ l'ensemble des noyaux.

III.3.3.2 - Algorithme A d'analyse discriminante typologique sous contraintes de modèles.

a) - Principe

Soit $d_2(x_i, \phi_\ell)$ la distance mesurant la proximité d'une observation x_i à un modèle ϕ_ℓ .

La somme des carrés des dispersions des classes par rapport à leur modèle est notée :

$$W_2(\mathbb{P}, \phi) = \sum_{\ell=1}^k \left(\sum_{i \in [P_\ell]} d_2^2(x_i, \phi_\ell) \right)$$

Soit $Y = (y_1, \dots, y_r)$, r variables combinaisons linéaires des

$$x_i^j / j \in J^1, i = 1, \dots, n$$

$$y_s = b_s^1 x_i^1 + b_s^2 x_i^2 + \dots + b_s^{p_1} x_i^{p_1}$$

qui minimisent la variance intra-classe de $\mathbb{P}$:

$$W_1(\mathbb{P}, Y) = \sum_{s=1}^r \text{Var}_{\text{intra}}(y_s)$$

Nous recherchons le triplet $(\mathbb{P}, \phi, Y)$ qui minimise

$$W(\mathbb{P}, \phi, Y) = \alpha_1 W_1(\mathbb{P}, Y) + \alpha_2 W_2(\mathbb{P}, \phi).$$

Si a_{ℓ}^j est le centre de gravité de la classe P_{ℓ} pour les $x_i^j / j = 1, \dots, p_1, i \in P_{\ell}$ alors :

$$W_1(P, Y) = \frac{1}{n} \sum_{s=1}^r \sum_{\ell=1}^k \sum_{i \in P_{\ell}} \left(\sum_{j=1}^{p_1} b_s^j (x_i^j - a_{\ell}^j) \right)^2$$

$$W_1(P, Y) = \frac{1}{n} \sum_{i \in E} \sum_{s=1}^r \left(\sum_{j=1}^{p_1} b_s^j (x_i^j - a_{\ell(i)}^j) \right)^2$$

avec $\ell(i)$ classe d'appartenance de l'individu x_i ,
d'où :

$$\begin{aligned} W(P, \phi, Y) &= \sum_{i \in E} \alpha_1 \cdot \frac{1}{n} \sum_{s=1}^r \left(\sum_{j=1}^{p_1} b_s^j (x_i^j - a_{\ell(i)}^j) \right)^2 \\ &\quad + \alpha_2 d_2^2(x_i, \phi_{\ell(i)}) \end{aligned}$$

b) - Fonctions associées à l'algorithme

Fonction représentation f

Soit à la $n^{\text{ième}}$ itération de l'algorithme :

$$\phi^{(n)} = (\phi_1, \dots, \phi_k); \quad Y^{(n)} = (y_1, \dots, y_r),$$

$$P^{(n)} = (P_1, \dots, P_k)$$

alors F est telle que :

$$f_{(\phi^{(n)}, Y^{(n)}, P^{(n)})} = P^{(n+1)}$$

La mesure de ressemblance individu-noyau étant :

$$\begin{aligned} d(x_i, L_m) &= \alpha_1 \sum_{s=1}^r \left(\sum_{j=1}^{p_1} b_s^j (x_i^j - a_m^j) \right)^2 \\ &\quad + \alpha_2 d_2^2(x_i, \phi_m) \end{aligned}$$

la classe ℓ sera constituée d'individus x_i tels que :

$$P_\ell = \{x_i \in E / d(x_i, L_\ell) < d(x_i, L_m), \forall m \neq \ell\}$$

Par convention, en cas d'égalité on affecte x_i à la classe de plus petit indice.

Fonction identification g

La fonction g associe à une partition $\mathbb{P}$, un k -uplet de modèles $\phi = (\phi_1, \phi_2, \dots, \phi_k)$ où ϕ_m ne dépend que de P_m . Aussi, :

$$g(P_1, \dots, P_k) \text{ est de la forme } (\phi(P_1), \dots, \phi(P_k))$$

D'une façon générale, toute méthode d'identification paramétrique convient. Cependant, on ne connaît ni le nombre d'individus, ni la qualité de représentations de ceux-ci localement pour chaque classe P_ℓ . Aussi, les méthodes d'estimations classiques peuvent être de mauvaise qualité voire inopérantes. C'est le cas lorsque le nombre d'observations $\text{Card}(P_\ell)$ est faible par rapport au nombre de variables indépendantes du modèle ou lorsque les variables sont colinéaires ou non orthogonales.

En annexe 1, nous présentons une méthode de régression orthogonale locale avec dégénérescence éventuelle du modèle ne nécessitant pas d'inversion de matrice.

D'autres procédures telles que les méthodes de moindre carrés utilisant les matrices pseudo-inverses ainsi que la méthode des valeurs absolues permettant de réduire l'importance des points aberrants, peuvent également être utilisées.

Fonction discriminante h

Soit $\mathbb{P} = (P_1, \dots, P_k)$, une partition de $\mathbb{E}$. Alors $h(\mathbb{P})$ est l'ensemble Y , des r variables $y_1, \dots, y_r$ combinaisons linéaires des x_i^j , $j \in J^1$, qui rend maxima la variance inter-classe.

Comme montré en l'annexe 10, si $\tilde{V}$ est la matrice de variance-covariance totale des variables x_i , la solution est donnée par les r vecteurs propres R_s ; $s = 1, \dots, r$ associés aux r plus grandes valeurs propres de $\tilde{V}^{-1} B$ (B matrice de variance inter-classe).

c) - Convergence de l'algorithme A

$$\text{Soit } W_n = W(P^{(n)}, L^{(n)})$$

- Proposition : la suite W_n converge en décroissant

- Démonstration :

Montrons tout d'abord que $W(P^{(n)}, L^{(n)}) > W(P^{(n)}, L^{(n+1)})$

$$W(P^{(n)}, L^{(n)}) = W(P^{(n)}, (Y^{(n)}, \phi^{(n)})) \geq W(P^{(n)}, (Y^{(n)}, \phi^{(n+1)}))$$

En effet $\phi^{(n+1)}$ est l'ensemble des modèles qui minimisent dans chaque classe les écarts pour la partition $P^{(n)}$.

De plus,

$$W(P^{(n)}, (Y^{(n)}, \phi^{(n+1)})) \geq W(P^{(n)}, (Y^{(n+1)}, \phi^{(n+1)}))$$

car $Y^{(n+1)}$ minimise $W_1(P^{(n+1)}, Y^{(n+1)})$.

Montrons maintenant que $W(P^{(n)}, L^{(n)}) \geq W(P^{(n+1)}, L^{(n+1)})$

$$W(P^{(n)}, L^{(n+1)}) = \sum_{\ell=1}^k \sum_{x_i \in [P_\ell^{(n)}]} d(x_i, L_\ell^{(n+1)})$$

$$W(P^{(n+1)}, L^{(n+1)}) = \sum_{\ell=1}^k \sum_{x_i \in [P_\ell^{(n+1)}]} d(x_i, L_\ell^{(n+1)})$$

Prenons un individu quelconque x_i appartenant à la classe $P_j^{(n)}$, d'où le terme $d(x_i, L_j^{(n+1)})$. Pour une classe $P_\ell^{(n+1)}$ nous aurons le terme $d(x_i, L_\ell^{(n+1)})$. Par construction de $P^{(n+1)}$ il vient :

$$d(x_i, L_\ell^{(n+1)}) \leq d(x_i, L_j^{(n+1)}).$$

Nous pouvons faire le même raisonnement pour tous les individus d'où : $W(P^{(n+1)}, L^{(n+1)}) \leq W(P^{(n)}, L^{(n+1)})$. Il s'ensuit que $W_{n+1} \leq W_n$, donc cette suite est décroissante et converge en un nombre fini d'itérations car $W_n \geq 0$ par construction et $\text{Card}(\mathcal{E})$ est fini.

Cet algorithme A est résumé sur la figure III.5.

d) - Test d'arrêt

En pratique, nous prendrons plusieurs partitions initiales $P^{(0)}$ et la comparaison des résultats se fera sur les triplets (P^*, Y^*, ϕ^*) . L'utilisateur recherchera alors une valeur de $W_2(P^*, \phi^*)$ aussi faible que possible et une discrimination des classes P^* par les variables Y^* aussi bonne que possible. La qualité de la discrimination peut être mesurée par $W_1(P^*, Y^*)$ mais aussi par le pourcentage d'individus bien classés sur $\mathcal{E}$.

Il est à noter que dans le cas de non amélioration simultanée des qualités des couples (partition, modèles), (partition, discrimination) seul l'utilisateur peut choisir entre les différents triplets proposés.

Algorithme A d'analyse discriminante typologique sous contraintes

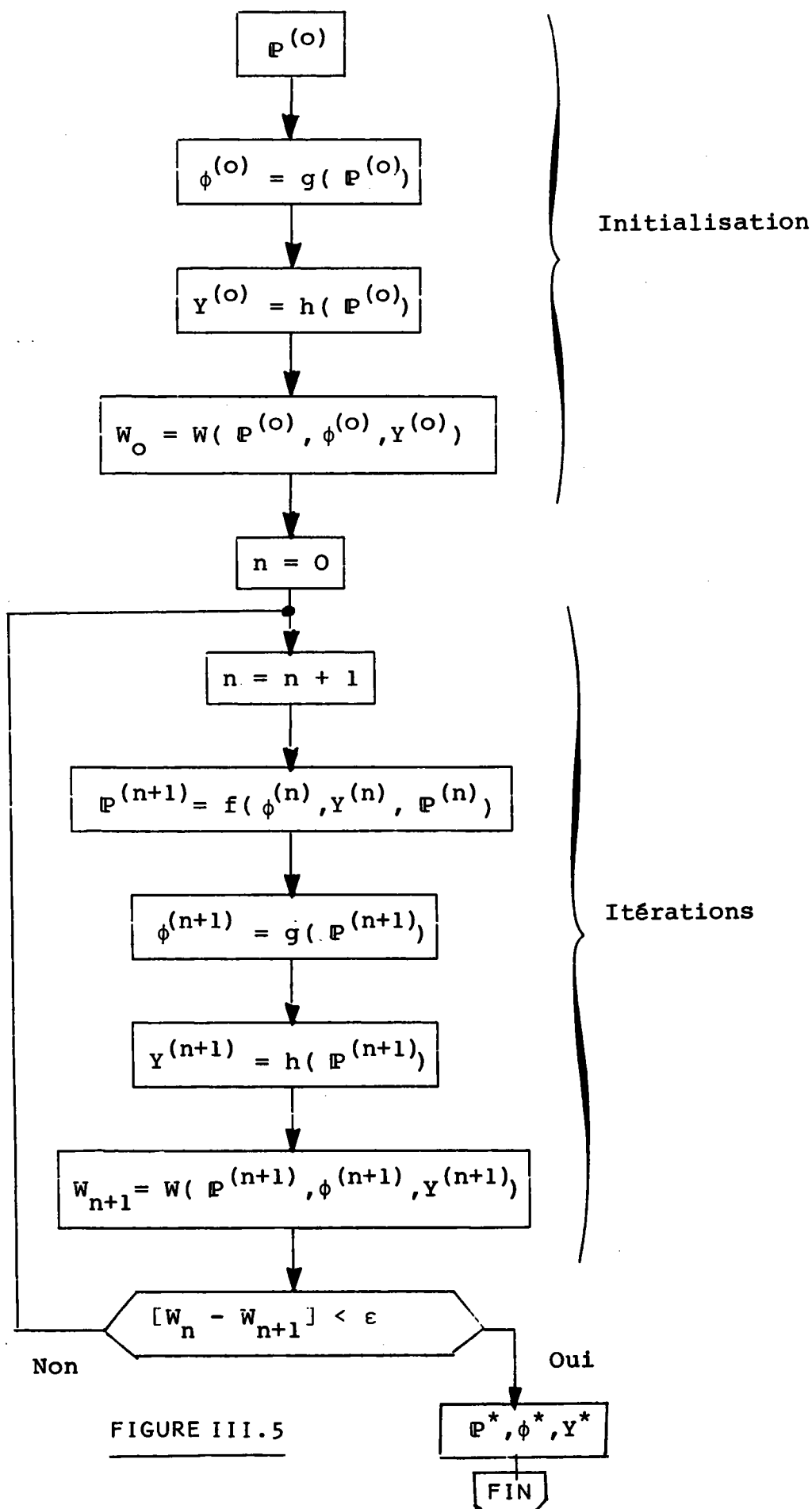


FIGURE III.5

La construction du tableau des formes fortes rassemblant les résultats des différentes partitions et l'analyse de ce tableau par la méthode hiérarchique, par exemple, aident à l'interprétation de ces résultats.

e) - Conclusion

Nous avons programmé, en Fortran IV, cette méthode qui a été implantée sur les ordinateurs MI-TRA 15 et UNIVAC 1108.

Dans l'annexe 4, nous définissons plusieurs variantes de l'algorithme A selon le choix des distances d_1 et d_2 et des coefficients de pondération α_1 et α_2 . Nous analysons ensuite les problèmes posés par la mise en oeuvre de A. Enfin, nous traitons quatre exemples se rapportant aux différentes variantes, qui mettent en évidence les propriétés de l'analyse discriminante typologique sous contraintes.

III.3.4 - Application à la reconnaissance des lois d'efforts de coupe

Nous avons effectué dans notre laboratoire* plus de 500 mesures d'efforts de coupe (figure III.6) en tournage longitudinal [II.16]. Ces essais ont été réalisés pour différentes géométries de l'outil et différents matériaux. Les paramètres relevés à chaque expérience sont définis dans le tableau III.2. C'est à partir d'une banque de données, rassemblant tous ces essais, que nous appliquons ci-après la méthode de discrimination typologique à la reconnaissance de lois d'efforts de coupe [II.24].

* En collaboration avec M. BURNER R.

Système des forces mesurables

- F_X force axiale
 F_Y force radiale
 F_Z force tangentielle (souvent appelée force verticale)
 F force résultante de coupe

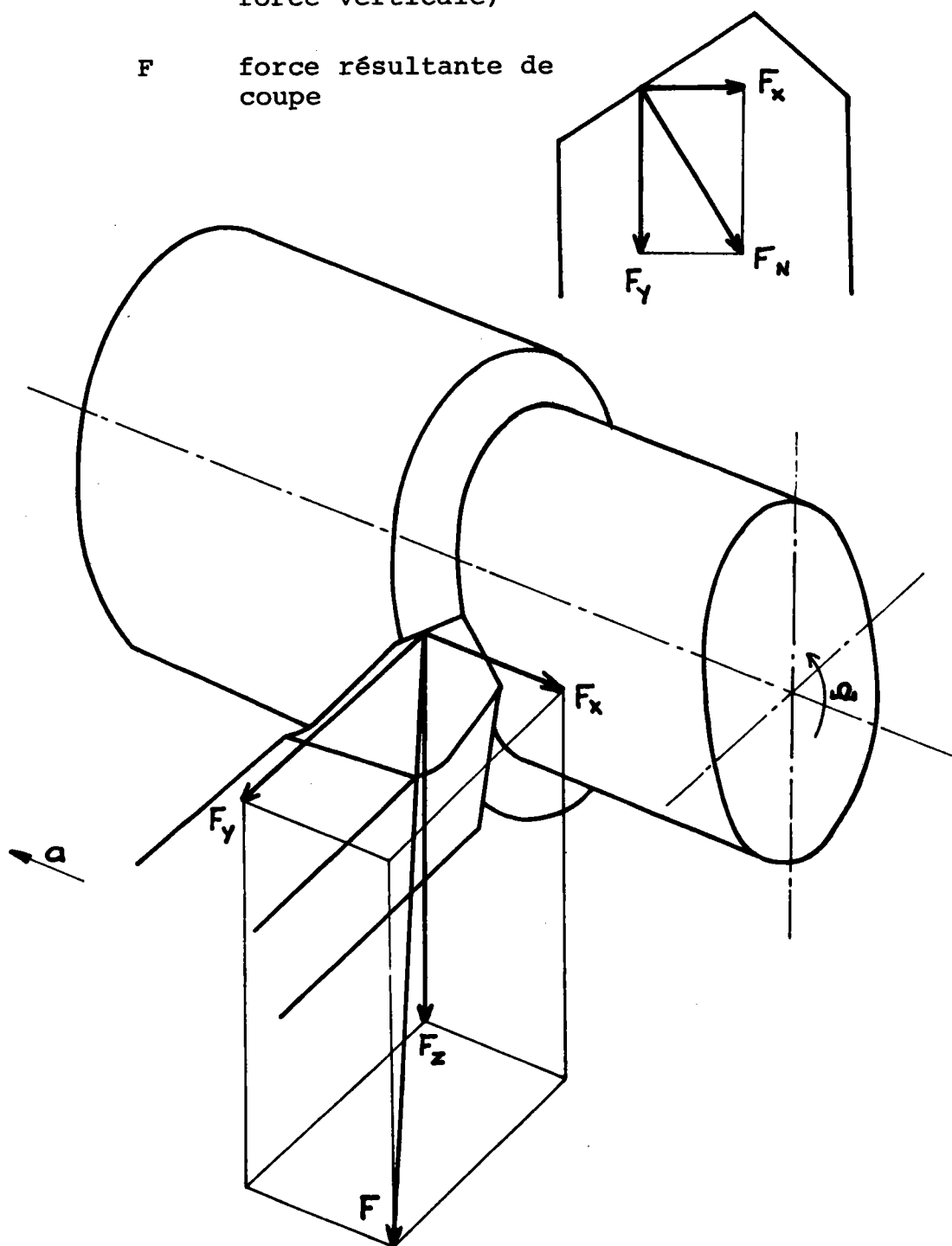


FIGURE III.6

Matériau Pièce NF : Obtention brut Traitement										Outil Nuance Forme										Fabricant																			
COMPOSITION - 10 ⁻⁴										caractéristiques										Porte-outil mm			Fixation			OUTIL													
C	Mn	Si	Ni	Cr	Mo	W	Cu			R	H _B	Re	σ	R _S						ℓ	B	H				Plaquette r ^N	K°	α°	γ°										
1	6	9	12	15	18	21	24	27	30	36	39	42	45	48						51	54	57				60	62	65	68	71	74								
IDENTIFICATION R : résistance à la rupture daN/mm ² H _O : Dureté Brinell R _e : Limite d'élasticité daN/mm ² σ : Limite de fatigue daN/mm ² R _S : Allongement ℓ : longueur du porte à faux mm B : base porte-outil mm H : Hauteur porte-outil mm										r : rayon pointe de l'outil K : angle de direction principale α : angle de dépouille γ : angle d'attaque T _y : type d'usinage Pri: Prise de pièce LT : longueur totale de la pièce mm Z : position outil/extrémité pièce mm										Ø : diamètre pièce mm L : lubrification s : stabilité machine K _w : puissance à la broche kw c : for du copeau V _b : usure en dépouille																			
1	6	8	10	13	16	19	24		30	32	35		41	44	47		50						58	62	66		70												
Ty Pri LT Z Ø L										s kw										V m/mn A 1/10 mm S 1/100 mm										F _x F _y F _z V _b daN 1/100 mm									
lubrification opération										type machine										Conditions de coupe										Résultats									

III.3.4.1 - Choix de modèles en fonction de la géométrie de l'outil et de la pièce

Dans cette première application, toutes les données sont relatives à un même matériau pièce : 35 CD4.

Les variables discriminantes sont :

γ, v_b, ϕ, Z (voir tableau III.2)

Le modèle de représentation des efforts de coupe est :

$$F_Z = w_O V^{w_1} A^{w_2} S^{w_3}$$

a) - Résultats

Nombre de classes : $K = 6$.

Coefficients de pondération $\alpha_1 = 1, \alpha_2 = 100$

Nombre d'axes discriminants : $NB = 2$

Plusieurs tirages initiaux différents ont donné des résultats sensiblement identiques consignés ci-dessous (tableaux III.3 à III.5).

Valeurs propres : $\lambda_1 = 0,83$; $\lambda_2 = 0,78$

Pourcentage d'individus expliqué : 96 %

Valeurs des critères : $w_1 = 0,4$; $w_2 = 0,28$

Composantes des axes discriminants :

$Y_1 = - 14,42. \gamma + 0,09.Z + 2,2.\phi + 6,5. v_b$

$Y_2 = - 0,3.\gamma + 0,1.Z - 5,1.\phi + 18. v_b$

TABLEAU III.3

Coordonnées des centres de gravité	N° classes					
	1	2	3	4	5	6
γ	- 4,9	1,82	3,08	11,1	10,4	- 5,56
z	134	150	105	122	127	129
$\varnothing$	72,9	74,9	48,9	74,7	60,8	60,6
v_b	1,96	2,34	9,1	2	6,62	6,65
y_1	2,688	1,770	1,274	3,978	0,478	2,769
y_2	- 2,975	- 3,057	- 0,610	- 3,130	- 1,613	- 1,475

TABLEAU III.4

Coefficients des modèles	N° classes					
	1	2	3	4	5	6
w_0	5,66	10,7	22,3	5,91	7,67	18,6
w_1	- 0,076	- 1,23	- 0,027	0,046	-0,05	- 0,181
w_2	1,41	0,924	0,595	0,829	0,954	1,4
w_3	0,688	0,790	0,676	0,773	0,737	0,336
Stabilité des classes en %	92	90	71	92	95	88
Pourcentage d'individus bien classés : 86						

TABLEAU III.5

b) - Interprétation des résultats

- Choix du nombre de classes K

Pour K supérieur à 6, nous trouvions des coefficients aberrants des modèles provenant d'un nombre d'individus trop faible pour certaines classes. Pour K égal à 4 et 5, les partitions ne sont pas stables. Pour 6 classes, la partition résultante est stable par rapport aux tirages initiaux de même, le pourcentage d'individus bien classés est excellent ; nous retiendrons donc ce nombre de classes.

- Choix des pondérations

Les coefficients α_1 et α_2 sont choisis de façon qu'à la convergence, les poids des critères W_1 et W_2 aient des valeurs comparables.

- Signification des classes (tableau III.6)

Les regroupements des individus selon leurs propriétés sont vérifiés par les composantes des axes discriminants. En première approximation, Y_1 effectue un classement selon l'angle γ et Y_2 effectue un classement selon v_b (tableau III.3).

c) - Choix d'un modèle à l'aide de la fonction discriminante

Soit à usiner une pièce en acier 35 CD4 de diamètre 100 mm et $Z = 250$ mm avec un outil de chariotage d'angle d'attaque $\gamma = 11^\circ$ et d'usure en dépouille $v_b = 0,1$ mm.

La classe d'appartenance de ce nouvel usinage x est celle dont le centre de gravité, dans le plan $Y_1 Y_2$ est le plus proche de x . D'après la figure III.8

<i>Classes</i>	<i>Regroupements</i>
1	44 expériences avec $\gamma = -6^\circ$ et 9 expériences $\gamma = 0^\circ$ pour des usures faibles
2	15 expériences avec $\gamma = 6^\circ$ (usures moyennes), 56 expériences avec $\gamma = -6^\circ$ (usures faibles) et 54 expériences avec $\gamma = 6^\circ$ (usures faibles)
3	31 expériences avec $\gamma = 6^\circ$ et des usures fortes
4	64 expériences avec $\gamma = 12^\circ$ et des usures faibles
5	52 expériences avec $\gamma = 12^\circ$ (usures fortes) et 16 expériences avec $\gamma = 6^\circ$ (usures fortes)
6	56 expériences avec $\gamma = 6^\circ$ (usures fortes) et 5 expériences avec $\gamma = 0^\circ$ (usures fortes)

TABLEAU III.6

la classe n° 5 est la plus proche, le modèle d'effort de coupe pour cet usinage sera donc :

$$F_z = 7,67 \cdot v^{-0,05} \cdot A^{0,954} \cdot s^{0,737}$$

III.3.4.2 - Choix de modèles en fonction du matériau de la pièce

Dans cette seconde application, nous recherchons une classification en fonction des caractéristiques mécaniques des matériaux pièces.

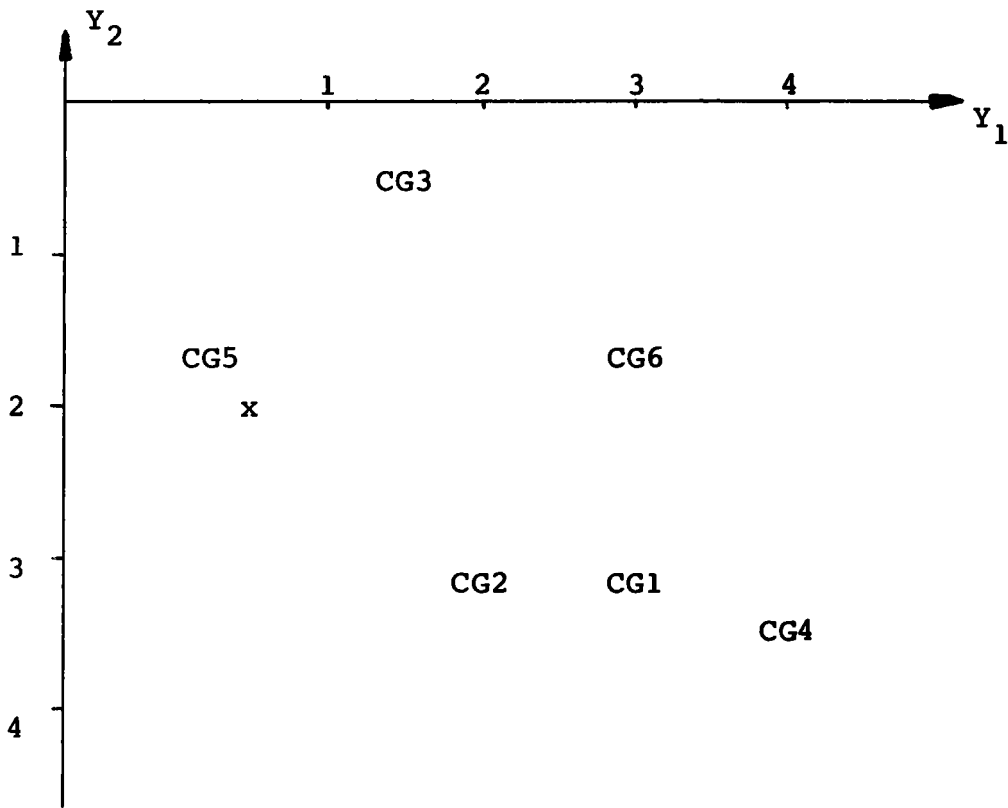


FIGURE III.8

Projections des centres de gravité des classes dans le plan discriminant.

Les variables explicatives sont :

$R, Re, \sigma, Z, \emptyset, v_b$ (voir tableau III.2)

La structure des modèles d'effort de coupe

est :

$$F_Z = w_0 \cdot V^{w_1} \cdot A^{w_2} \cdot S^{w_3}$$

a) - Résultats (tableaux III.7 à III.9).

- . Nombre de classes : $K = 3$
- . Coefficients de pondération : $\alpha_1 = 1, \alpha_2 = 100$
- . Nombre d'axes discriminants : $NB = 2$
- . Plusieurs tirages initiaux ont donné la même partition finale

<i>Composantes des axes discriminants :</i>	
Y_1	$= 0,17.R + 2,67.R_e + 1,9.\sigma - 2,5.10^{-8}.Z + 1,4.10^{-8}.\phi + 1.10^{-5}.v_b$
Y_2	$= 19,23.R - 5,9.R_e + 3,2.\sigma + 1,7.10^{-7}.Z - 1,3.10^{-4}.\phi - 4,5.10^{-4}.v_b$

TABLEAU III.7

<i>Coefficients des modèles</i>			
	<i>N° classes</i>		
	<i>1</i>	<i>2</i>	<i>3</i>
w_0	23,8	8,27	21
w_1	- 0,068	- 0,089	- 0,166
w_2	0,635	0,837	0,979
w_3	0,705	0,839	0,611

TABLEAU III.8

<i>Projection des centres de gravité des classes sur le plan discriminant</i>			
	<i>N° classes</i>		
	<i>1</i>	<i>2</i>	<i>3</i>
Y_1	3,889	1,642	1,88
Y_2	12,31	11,42	13,84

TABLEAU III.9

b) - Interprétation

N° classe	regroupement
1	35 CD4
2	XC 35
3	XC 55

TABLEAU III.10

c) - Choix d'un modèle à l'aide de la fonction discriminante

Soit à usiner une pièce en acier XC 42, de diamètre 120 mm et d'usure $v_b = 0$ mm. Les caractéristiques mécaniques de cet acier sont :

$$R = 69 \quad R_e = 36 \quad \sigma = 30$$

D'après la fonction discriminante, cet usinage appartient à la classe n° 2. La loi d'effort de coupe correspondante est :

$$F_z = 8,27 \cdot v^{-0,089} \cdot A^{0,837} \cdot s^{0,839}$$

Remarque

Si l'analyse des données nécessite des moyens importants de calcul, la programmation de l'algorithme d'affectation d'un nouvel usinage peut se faire par un calculateur de bureau.

III.4 - CONCLUSION

L'utilisation d'un programme d'interrogation de banque de données technologiques pour la modélisation des expériences triées doit être considérée comme une méthode d'aide par ordinateur aux choix de paramètres. L'utilisateur définit à tout instant les expériences sélectionnées et la qualité de la sous-population ainsi construite ne dépend que de la connaissance, sur le processus de coupe, du préparateur du bureau des méthodes.

Le logiciel d'interrogation en mode conversationnel que nous avons défini dans l'annexe 5, outre qu'il ne nécessite pas de moyens informatiques autres que ceux utilisés en programmation automatique de machine-outil, présente les possibilités suivantes :

- adaptation aisée du programme à des configurations différentes de la base de donnée, la structure des fichiers et du programme étant paramétrée .
- temps de réponse très faible, même pour une population nombreuse
- sélection des expériences par relations de réunion ou d'intersection sur les sous-populations présélectionnées et possibilité de mémoriser de façon permanente des questionnaires.
- système de sauvegarde des fichiers pendant leur exploitation vis-à-vis d'interruptions externes ou internes.
- mise à jour et modification d'expériences enregistrées

- définition d'un dictionnaire selon l'utilisateur
- appel direct de programmes utilisateurs par des clés de commande.

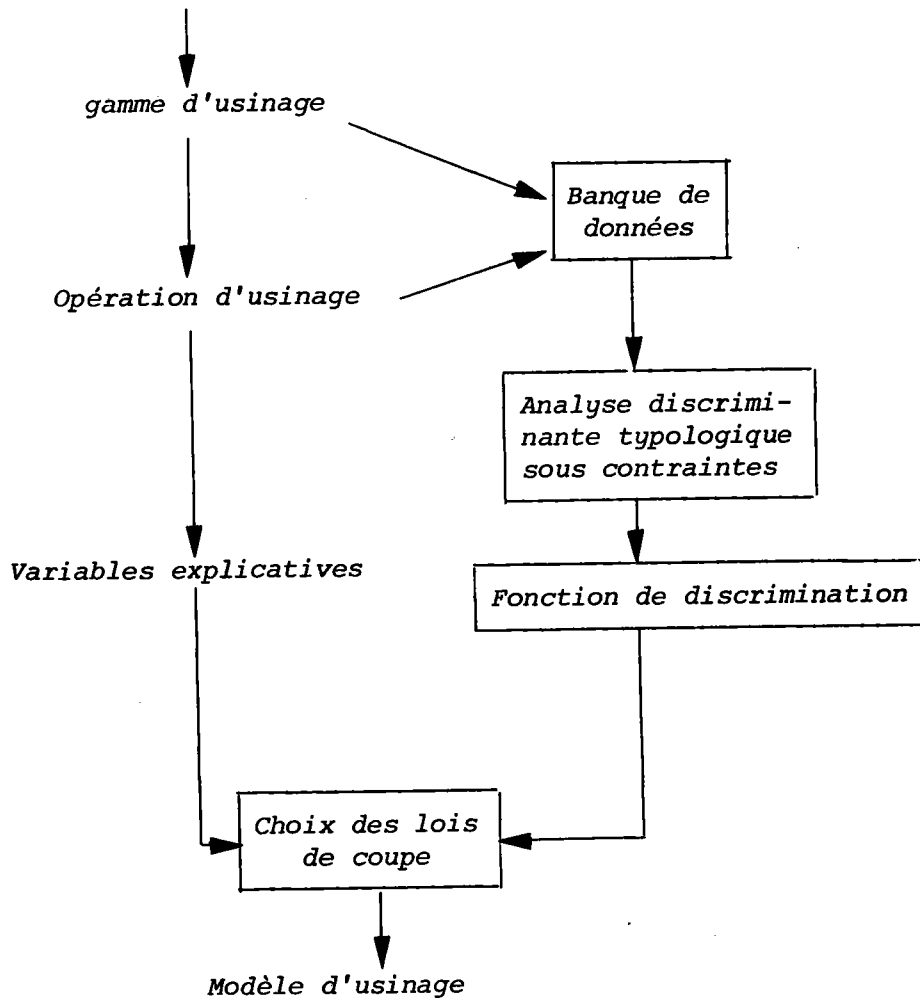
En ce qui concerne l'identification de modèles, la nécessité de rechercher une structure adaptée à la classe étudiée montre les inconvénients d'une banque de données constituée d'expériences relevées dans les ateliers de fabrication.

Conçue pour la recherche de modèles représentant le processus d'usinage, l'analyse discriminante typologique sous contraintes offre des possibilités d'applications dépassant largement ce cadre :

- discrimination typologique : c'est-à-dire recherche d'un algorithme de classification et de classement d'une population quelconque.
- régression typologique : synthèse des techniques de régression et de classification automatique non hiérarchique.
- sélection de paramètres : c'est-à-dire choix des paramètres les plus représentatifs des propriétés internes des modèles de chaque classe, ou de leurs différences.
- discrimination typologique sous contraintes pour laquelle le critère de classification tient compte non seulement de la ressemblance des variables explicatives définissant les individus mais également de l'adéquation des variables explicatives de ces individus à appartenir à une famille de représentations mathématiques.

Les applications traitées dans ce chapitre ont permis de mettre en évidence les performances de cette méthode. Nous avons en particulier défini une fonction discriminante permettant le choix des formules de représentation des efforts de coupe, en tournage en fonction de la géométrie de l'outil et des caractéristiques mécaniques des matériaux pièces.

L'automatisation complète du niveau 4 d'adaptation, de la structure de commande d'une machine-outil, est ainsi réalisée (figure III.9).



Principe de la détermination du modèle d'usinage

FIGURE III.9

CHAPITRE IV

ETUDE DU NIVEAU OPTIMISATION.

C H A F I T R E I V

ETUDE DU NIVEAU OPTIMISATION

IV.1 - INDICE DE PERFORMANCE

Les lois fondamentales représentant les phénomènes de coupe étant choisies par le niveau adaptation, le but de l'optimisation est de déterminer la loi de commande appliquée au processus d'usinage telle qu'un indice de performance soit extrémisé.

Le processus d'usinage est caractérisé par la machine-outil, l'outil, le montage d'usinage, l'opérateur. Il comprend non seulement la coupe du métal mais également la fixation de la pièce, les changements d'outil, les déplacements en vitesse rapide.... L'ensemble de ces données constitue les variables explicatives spécifiques du processus.

Les variables d'actions sont les conditions de coupe : vitesses de coupe et d'avance, profondeur de passe et nombre de passes en ébauche.

Les variables d'observations sont : la durée de vie d'outil, la qualité de surface, les efforts de coupe (figure IV).

L'optimisation de cette loi nécessite la définition :

- d'un modèle mathématique représentant les différentes opérations d'usinage.

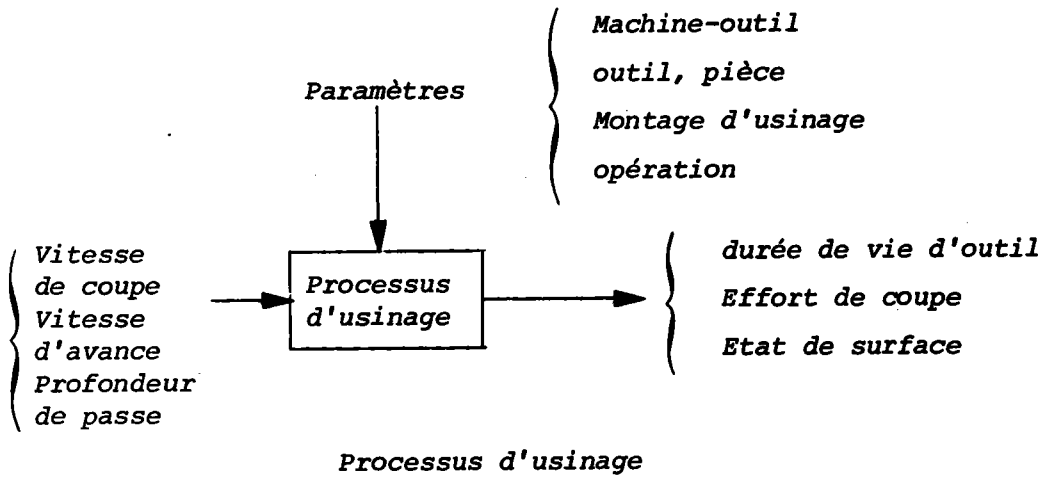


FIGURE IV

- d'un indice ou critère de performance représentant l'utilisation de la machine-outil ou plus précisément du poste de travail.

L'optimisation des conditions d'usinage est réalisée par la minimisation d'un critère caractérisant la bonne marche de l'unité de production.

Selon le régime de fonctionnement désiré du processus de fabrication, nous serons amené à définir plusieurs critères afin de répondre aux préoccupations différentes des industriels. Cependant, tous ces critères sont fonction du temps d'occupation du poste de travail : H_1 et du coût : H_2 correspondant. Aussi, nous allons tout d'abord déterminer ces deux fonctions objectives pour une opération élémentaire d'usinage.

IV.1.1 - Calcul du temps d'occupation du poste de travail : H_1

Le temps d'occupation du poste de travail se décompose en (figure IV.1)

- temps fixe de manutention de la pièce
 - temps de déplacement de l'outil hors de la pièce
 - temps de coupe
 - temps de changement d'outil
 - temps mort : T_s
 - temps improductif d'attente : T_i
- } T_p

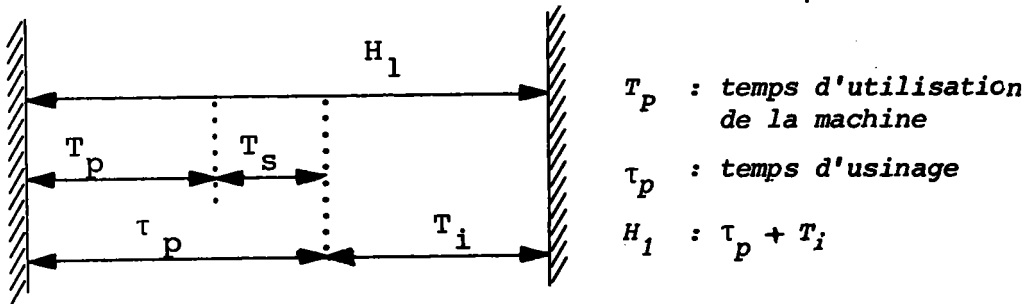


FIGURE IV.1

En [II.17], nous avons étudié en détail ces temps ainsi que les différentes expressions du temps d'usinage en fonction des types d'opérations :

- opérations de tournage
- opérations point à point
- opérations de fraisage
- cas de machines à outils multiples
- cas de séquences d'opérations

Nous résumons ci-dessous les expressions du temps d'usinage τ_p pour le tournage et le point à point.

- Cas du tournage - N passes d'ébauche

$$\tau_p = \frac{T_{t_o}}{\rho \cdot N_{op}} + \frac{T_{Nop_o}}{\rho \cdot \alpha} + \sum_{j=1}^N \left\{ \frac{T_{R_o}}{\rho} + \frac{L_j}{\rho \cdot \alpha} \cdot \frac{1}{v_R} \right. \\ \left. + \frac{T_o}{\rho \cdot \alpha} \left(\epsilon \left(\frac{T_{m_j}}{T_d} \right) + 1 \right) (1 + K') + T_{m_j} \right\}$$

- Cas d'opérations point à point sur M usinages identiques

$$\tau_p = \frac{T_{t_o}}{\rho \cdot N_{op}} + \frac{T_{Nop_o}}{\rho \cdot \alpha} + M \left\{ \frac{\bar{T}_R}{\rho \cdot \alpha} + \frac{T_o}{\rho \cdot \alpha} \left(\epsilon \left(\frac{T_m}{T_d} \right) + 1 \right) (1 + K') + T_m \right\}$$

où :

T_{t_o} : temps de chargement et de déchargement d'une pièce

T_{Nop_o} : temps standard de mise en position d'une opération

T_{R_o} : temps de dégagement de l'outil

$\bar{T}_R$: temps moyen de positionnement de l'outil y compris les dégagements

T_{m_j} : temps de coupe pour la $j^{ième}$ passe

T_m : temps de coupe pour l'opération considérée

T_d : temps de durée de vie de l'outil

N_{op} : Nombre d'opérations d'usinages nécessitant un nouveau positionnement de la pièce

ρ : facteur de productivité

α : facteur d'automatisation du poste de travail

L_j : longueur de la $j^{ième}$ passe

v_R : vitesse de déplacement en rapide

T_o : temps standard de changement d'outil

$\epsilon(.)$: partie entière de $(.)$

K' : facteur de pondération dépendant de ρ

Les formules précédentes de τ_p se différencient des expressions de Colding par une décomposition plus fine des temps élémentaires (dégagement de l'outil, positionnement d'une opération,....) et par l'introduction du facteur d'automatisation α . Ce dernier facteur permet en particulier de comparer des usinages à réaliser sur des machines de technologies différentes [II.18].

IV.1.2 - Calcul du coût de fabrication H_2

Le coût de fabrication sur un poste de travail est la somme de :

- coût d'occupation plancher
- coût des outils

Soit :

$$H_2 = (P_M + P_L) \tau_p + C(T_i) + \epsilon\left(\frac{T_m}{T_d}\right) \cdot W$$

avec :

P_M : coût plancher de la machine-outil

P_L : coût de la main d'oeuvre

W : coût d'un outil

$C(T_i)$: coûts improductifs, fonction du temps d'attente : $\frac{C_1}{T}$ et du coût du plancher : $(P_M + P_L) T_i$.

IV.1.3 - Critères

Soit $\tilde{x}_i^*$ le vecteur des variables d'action extrémisant selon les différents cas la fonction objective :

$$H_i^* = H_i(\tilde{x}_i^*)$$

a) - Production maxima H_i^*

On recherche le temps minimum d'usinage sans se préoccuper du coût, ce qui revient à minimiser τ_p

$$\text{Min}(H_i) = \text{Min}(\tau_p) = H_1^*$$

à H_1^* correspond un coût H_{21}^*

b) - Coût minimum H_2^*

On recherche maintenant à minimiser le coût de fabrication indépendamment du temps

$$\text{Min}(H_2) = H_2^*$$

à ce coût correspond un temps d'usinage H_{12}^* .

Compte tenu des grandeurs optimisées, on a les relations :

$$H_1^* < H_{12}^*$$

$$H_2^* < H_{21}^*$$

c) - Taux de profit maximum H_3^*

Si $(R - H_2)$ est le profit réalisé par l'usinage de la pièce, au profit maximum correspond un coût minimum H_2^* .

$$\text{Soit } H_3 = \frac{R - H_2}{H_1} \text{ le taux de profit.}$$

Ce critère est choisi lorsque en période de plein emploi on a le choix entre plusieurs productions possibles. Le maximum de H_3 sera réalisé pour des valeurs X_3^* intermédiaires entre X_1^* et X_2^* :

$$H_1(X_1^*) \leq H_1(X_3^*) \leq H_1(X_2^*)$$

$$H_2(X_2^*) \leq H_2(X_3^*) \leq H_2(X_1^*)$$

Il peut être intéressant de combiner les critères H_2 et H_3 en introduisant le facteur de productivité ρ :

$$H_4 = \frac{R - H_2}{(H_1)^\rho}$$

pour $\rho = 0$ on a $X_4^* = X_2^*$ alors que pour

$$\rho = 1 \text{ on a } X_4^* = X_3^* \text{ et } H_4^* = H_3^*$$

d) - Rentabilité H_5

$$\text{Soit } H_5 = \frac{R - H_2}{H_2}$$

Ce critère exprime le pourcentage de profit réalisé lors de la fabrication. Il ne fait pas intervenir la période de temps pendant laquelle ce profit a été effectué :

$$\text{Min}(H_5) = \text{Min}\left(\frac{R}{H_2} - 1\right) = H_5^*$$

d'où

$$\tilde{x}_5^* = \tilde{x}_2^*$$

e) - Taux de rentabilité maximum H_6^*

Si on fait intervenir le temps sur la rentabilité, nous obtenons un critère représentant les intérêts :

$$H_6 = \frac{R - H_2}{H_1 \cdot H_2}$$

Ces deux derniers critères sont comparables aux indices p et r définis par Colding [II.18].

Il est à noter que l'extremum des critères H_3 , H_4 , H_6 sont des fonctions de la plus value R. Les conditions de coupe correspondantes $\tilde{x}^*$ dépendent donc du prix de vente des produits.

f) - D'autres critères ne faisant plus intervenir directement le coût et le temps d'usinage peuvent caractériser le fonctionnement de l'atelier :

- les délais qui, si ils ne sont pas respectés, entraînent les pénalisations et une mauvaise image de marque

- le taux d'occupation du personnel et des machines
- le volume des stocks et des "en-cours" immobilisant un capital.

IV.2 - MODELE D'USINAGE

IV.2.1 - Représentation

Dans les différents critères définis, les variables d'action n'apparaissent pas explicitement. En fait, elles interviennent dans le calcul de la durée de vie outil T_d , le temps de coupe T_m , la longueur de l'usinage L_J .

a) - Durée de vie outil T_d

D'une façon générale la durée de vie outil est définie par une relation :

$$T_d = f(A, V, S) \quad (\text{cf. III.2.2})$$

Selon la nature du couple pièce-outil et de la précision avec laquelle on désire représenter le processus d'usure, de nombreuses lois ont été proposées [II. 15]. Toutes mettent en évidence le fait que T_d est fortement corrélé avec V , plus faiblement avec S et ne dépend que peu de A .

b) - Temps de coupe T_m

Nous avons $T_m = \int_0^{L_J} \frac{dx}{v_f(x)}$. Les vitesses d'avance étant modifiées par palier, il vient :

$$T_m = \sum_{i=1}^K \frac{L_i}{v_{f_i}} \quad \text{où } v_f \text{ est la vitesse d'avance en mm/mn}$$

Une opération élémentaire d'usinage est caractérisée par $K = 1$.

Lorsque l'outillage est standard ou lorsqu'on fabrique plusieurs lots identiques, les outils sont réutilisés. D'où, pour N pièces :

$$N \cdot T_m \gg T_d \Rightarrow \varepsilon \left(\frac{N \cdot T_m}{T_d} \right) + 1 \neq \frac{NT_m}{T_d}$$

c) - Longueur d'usinage L_J

- La longueur d'usinage est une donnée géométrique de la pièce :

$L_J = L(A, \phi_J)$ en tournage où ϕ_J est le diamètre de la pièce.

d) - Remarque

- Pour une opération élémentaire, la profondeur A d'usinage est fixée, nous sommes donc ramené à l'étude d'une application dans le plan (V, S) .

e) - Exemples

La figure IV.2 représente les lignes isoniveaux du coût H_2 dans un plan bilogarithmique $V-S$ pour une loi binomiale de durée de vie d'outil. Les figures IV.3 et IV.4 représentent les temps et coûts de fabrication pour différents facteurs de productivité.

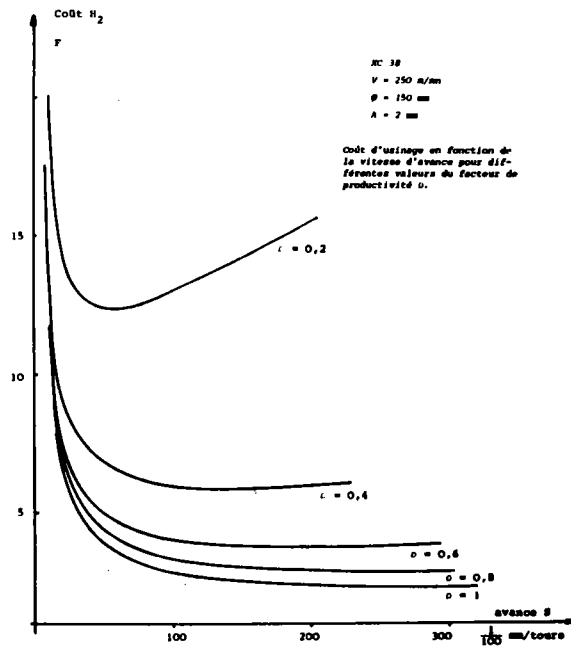
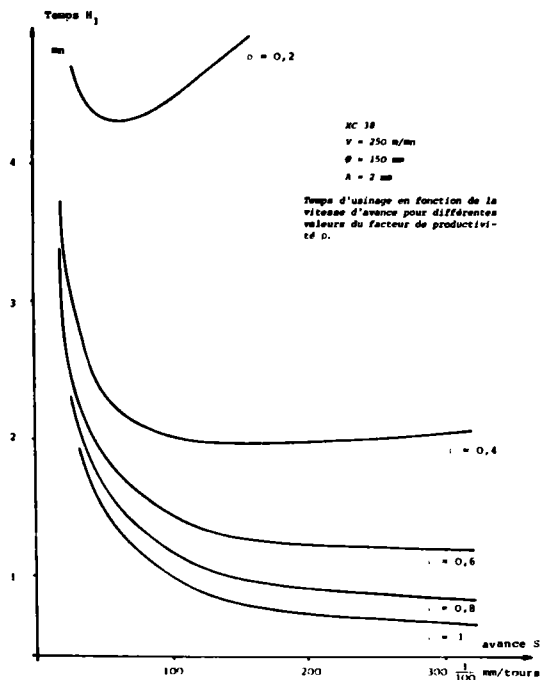
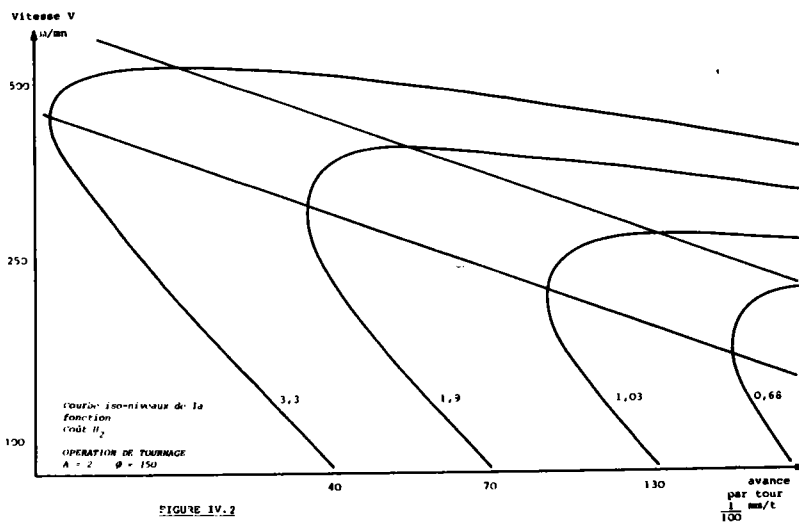
IV.2.2 - Contraintes

La nature physique des éléments mis en jeu lors de l'usinage impose des limitations aux variables de commande. Ces contraintes proviennent essentiellement de la machine-outil, de la pièce et de l'outil.

a) - Contraintes sur la machine-outil

- La capacité du moteur de broche principale impose la puissance disponible.

- La résistance mécanique des engrenages de la boîte de vitesse, la fixation de la pièce et le moteur définissent un couple maximum admissible.



- La conception de la machine entraîne une plage de variations des vitesses d'avance et de broche.

- Les jeux et la rigidité de la machine-outil peuvent provoquer, sous certaines conditions, un broutement de l'outil.

- Pour certaines opérations demandant une grande précision, il y a lieu de considérer la déformation de la machine-outil due aux efforts et à la température.

b) - Contraintes sur la pièce

- La qualité de la pièce : précision, état de surface, erreur de forme.... définissent des limitations.

- La stabilité de la pièce pendant la coupe est également à prendre en compte.

c) - Contraintes sur l'outil

- Les efforts de coupe entraînent une déflexion de l'outil et des vibrations.

- La géométrie de la pointe de l'outil impose un copeau de longueur et épaisseur minima.

- Le mode de fixation de l'outil et sa résistance mécanique à l'écrasement définissent une épaisseur maximum du copeau.

- La longueur de l'arête tranchante de l'outil limite l'épaisseur du copeau.

- La précision d'usinage sur la pièce définit une usure maxima admissible de l'outil.

d) - Conditions normales d'usinage

En plus de ces limitations dues à des entités physiques, le respect du domaine de validité de la loi de coupe choisie impose de nouvelles contraintes :

- Epaisseur minimale du copeau afin qu'il se fractionne.
- Condition de formation de l'arête rapportée
- Gamme de variation des variables du modèle expérimental de coupe
- Vitesse de coupe maxima pour garder l'efficacité du brise-copeau et éviter l'effondrement de la plaquette
- Durée de vie d'outil supérieure à un temps prédéterminé.

Toutes ces contraintes $G_j(V,S)$ sont représentées dans le plan (V,S) par des droites séparant l'espace en zones admissibles et zones interdites définissant ainsi un domaine convexe D à l'intérieur duquel l'extremum du critère est à rechercher.

En fait, de par la nature stochastique du processus de coupe et d'une modélisation trop grossière du procédé d'usinage, les coefficients des formules des lois de coupe et des contraintes sont de nature probabiliste. Aussi, ces grandeurs doivent être traitées comme des variables aléatoires.

En annexe 7, nous montrons comment transformer ce problème d'optimisation à variables stochastiques en un problème déterministe lorsque la probabilité de "bonne exécution" est fixée a priori.

IV.2.3 - Stratégie

La fonctionnelle à optimiser est de la forme :

$$H = \sum_p A_p \prod_K x_k^{m_{p,K}}$$

somme de t termes ($p = 1, \dots, t$) fonctions de n variables $\underline{x} = (x_1 \dots x_n)$.

Les coefficients A_p sont positifs et les puissances $m_{p,K}$ sont positives et négatives.

Si tous les $m_{p,K}$ et les variables sont positifs, le minimum absolu de H est zéro pour $\underline{x} = \underline{0}$.

Si tous les $m_{p,K}$ sont négatifs, le minimum de H est atteint pour $\underline{x} = \underline{\infty}$.

H est une fonction convexe avec un minimum absolu X^* compris dans l'intervalle $]0, \infty[$ si les $m_{p,K}$ sont positifs et négatifs [II.19]. Dans cette hypothèse, le problème est de trouver le :

$$\text{Min } H(X)$$

$$X \in D$$

$$\text{avec } \left\{ \begin{array}{l} G_J(X) \leq b_J \\ \text{ou} \\ G_J(X) \geq b_J \end{array} \right. \quad \text{quel que soit } J.$$

Il existe de nombreuses méthodes pour résoudre numériquement ce problème où cependant il faut remarquer que plusieurs minima locaux peuvent exister le long de la frontière bien que H soit convexe.

Compte tenu du fait que :

- les variables $\underline{x}$ sont continues ou discrètes.

- la structure des applications représentant les contraintes sont du type binominale
- le nombre de contraintes est élevé
- $H(X)$ n'est pas dérivable en tout point,

nous avons choisi, pour résoudre ce problème la méthode heuristique d'optimisation de Fibonnaci dont la simplicité de mise en oeuvre compense un nombre d'itérations peut être supérieur à celui d'autres méthodes pour arriver à convergence.

Dans ces conditions, la figure IV.5 représente l'organigramme général du programme d'optimisation de l'usinage.

IV.2.4 - Cas particuliers

a) - Durée de vie d'outil fixée

Quelquefois, le bureau des méthodes désire procéder aux changements de tous les outils à heures fixes (au moment du changement d'équipe par exemple), dans d'autres cas, l'industriel définit a priori une durée de vie économique. Il s'en suit une relation supplémentaire :

$$T_d = f(A, V, S) = T_{d_0}$$

Ce problème correspond à celui d'une contrainte égalité qui, avec la procédure d'optimisation adoptée, peut être résolu en transformant cette contrainte en deux contraintes inégalités :

$$\begin{aligned} g_i(A, V, S, T_{d_0} + \epsilon) &> 0 \\ g_{i+1}(A, V, S, T_{d_0} - \epsilon) &< 0 \end{aligned}$$

avec ϵ arbitraire, choisi aussi petit que l'on veut.

Programme d'optimisation des conditions d'usinage

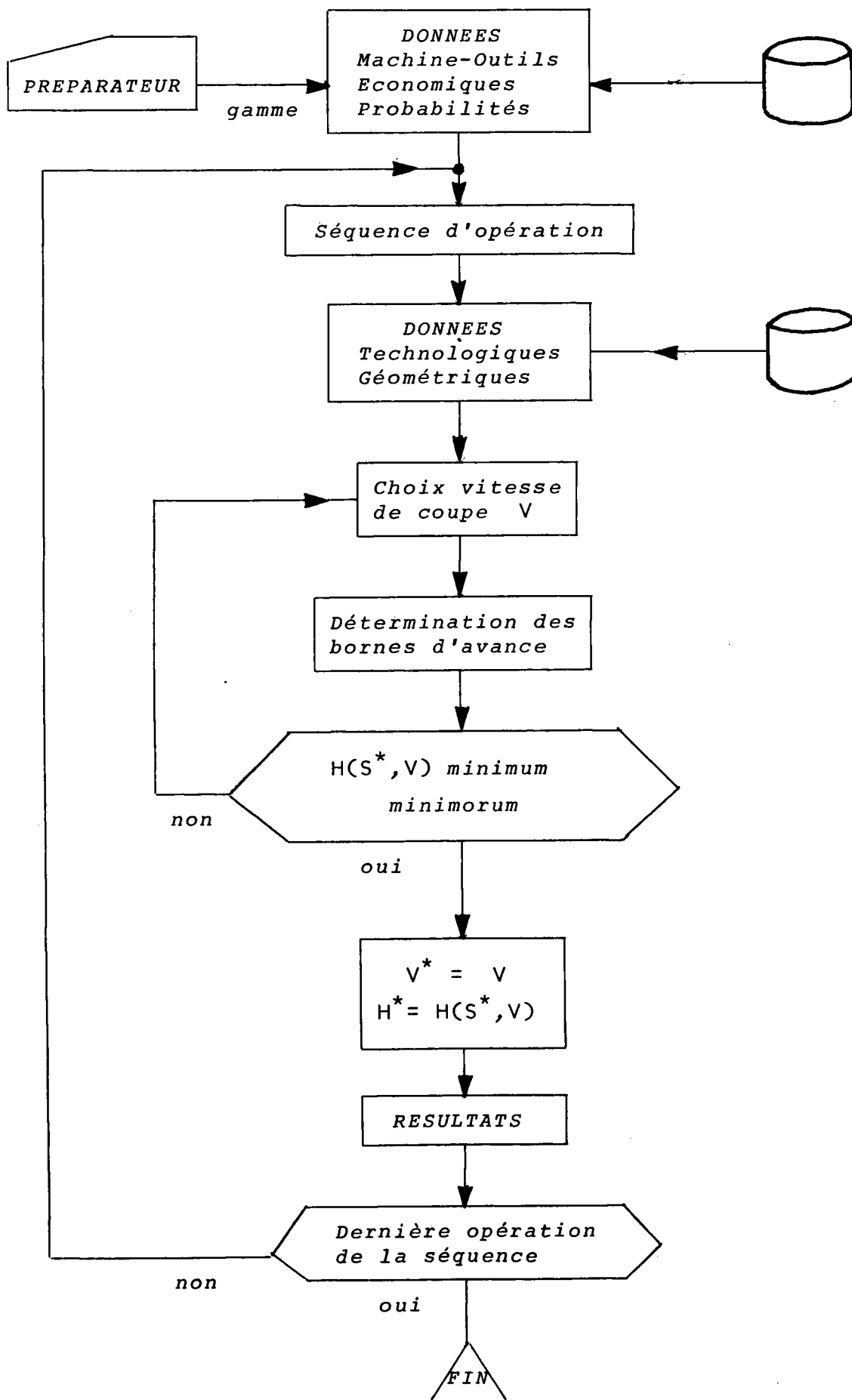


FIGURE IV.5

b) - Temps d'occupation du poste de travail fixé

Dans ce cas $\tau_p = \tau_{p_o}$. Si $\tau_{p_o} \geq H_1^*$, il existe une solution unique qui est $H^*(\tau_{p_o})$. Ce problème sera étudié au chapitre V.

c) - Grande profondeur de passe

Pour certaines opérations d'usinage d'ébauche en tournage, perçage de trous profonds en point à point, l'hypothèse de stationnarité n'est plus valable et une opération doit être décomposée en plusieurs passes de profondeurs A_i . Les fonctions temps et coûts se mettent alors sous la forme :

$$H_1 = H_1^O + \sum_{i=1}^N H_1^i$$

$$H_2 = H_2^O + \sum_{i=1}^N H_2^i$$

avec la contrainte:

$$\sum_{i=1}^N A_i = A_O - A_f = \Delta A \quad \left\{ \begin{array}{l} A_O : \text{ cote initiale} \\ A_f : \text{ cote finale} \end{array} \right.$$

Le problème devient :

$$\text{Minimiser } H(X) = \sum_{i=1}^N H^i(X) \text{ sous la contrainte } X \in D$$

$$\text{intégrale } \sum_{i=1}^N A_i = \text{constante et, } N \text{ non fixé.}$$

Nous avons déjà présenté des solutions exactes à ce type de problème en tournage et perçage en utilisant la programmation dynamique [II.22] [II.23].

Compte tenu du volume de calcul nécessaire à la détermination d'une solution, l'algorithme de programmation dynamique n'est rentable que dans le cas

d'enlèvement d'un volume de copeaux important sur des matériaux de faible "usinabilité". En pratique, en mécanique générale, on se contentera d'une solution approchée déduite des stratégies obtenues en [II.22] et [II.23]

d) - Séquence d'opérations

D'après le paragraphe IV.1 , pour une phase d'usinage, le critère prendra la forme ci-dessous :

$$H = H_o + \sum_{n=1}^{N_{op}} H_n$$

Le problème devient :

$$H^* = \min_{X \in D} H(X) = H_o + \min_{X \in D} \sum_{n=1}^{N_{op}} H_n(X)$$

Comme les H_n , ($n = 1 \dots N_{op}$) sont indépendants, il vient :

$$H^* = H_o + \sum_{n=1}^{N_{op}} \min_{X \in D} H_n(X)$$

Il suffit donc, dans ce cas, d'optimiser pour chaque opération la fonctionnelle correspondante.

IV.3 - OPTIMISATION DES CONDITIONS DE COUPE EN TOURNAGE

IV.3.1 - Généralités

Nous avons réalisé un programme d'optimisation des conditions d'usinage basé sur l'organigramme de la figure IV.5. Les possibilités du logiciel sont :

- Tournage extérieur
- Dressage de face
- Ecroutage
- Ebauche
- Finition
- Minimisation du coût ou du temps de fabrication en tenant compte de la probabilité de bonne exécution P_i .

Dans ce chapitre, nous déterminons les conditions de coupe pour une machine-outil, aussi il n'y a pas lieu de prendre en compte, dans le critère, des temps improductifs qui correspondent à l'attente de la disponibilité du poste de travail suivant.

Dans l'annexe 2, nous définissons les valeurs numériques et le champ de contraintes utilisé dans ce programme.

Ainsi, dans le plan Log V-Log S, ces contraintes deviennent :

$$S_L \leq A_i \cdot V_L + B_i - \psi(P_i) \cdot \sigma_{g_i} \quad \text{ou}$$

$$S_L \geq A_i \cdot V_L + B_i - \psi(P_i) \cdot \sigma_{g_i}$$

avec :

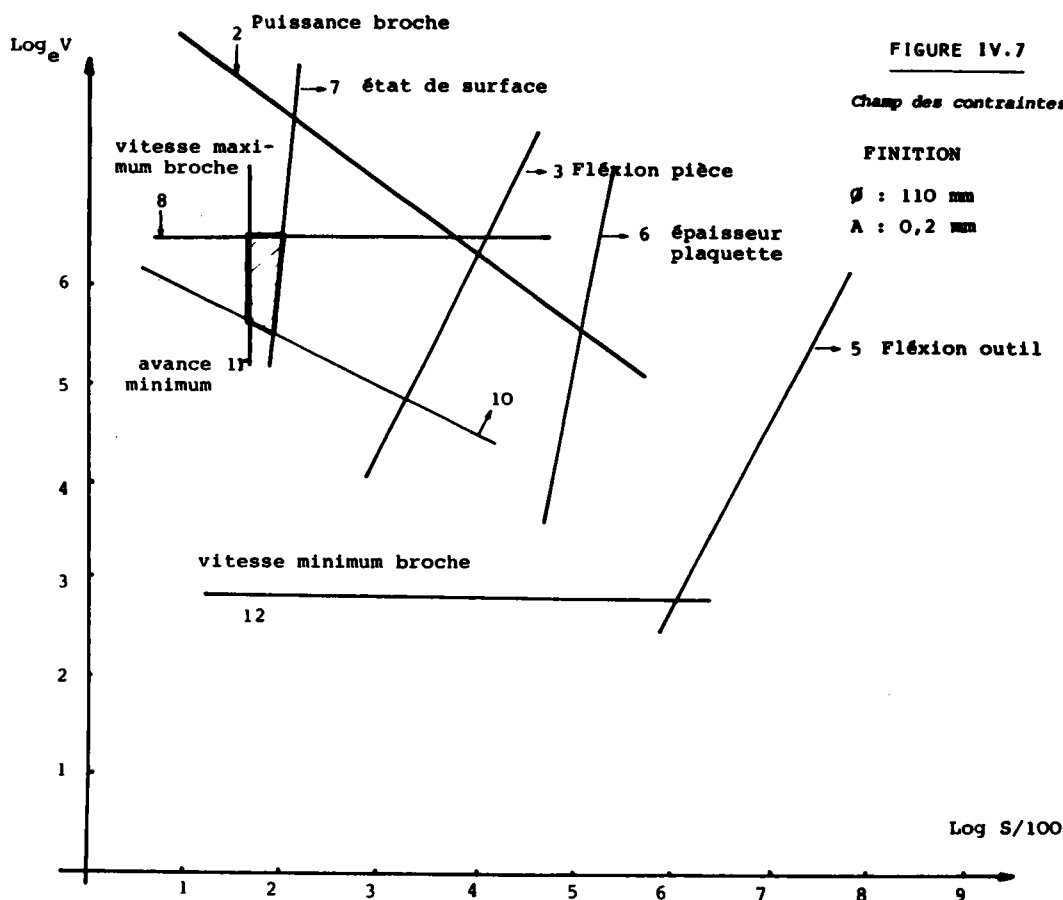
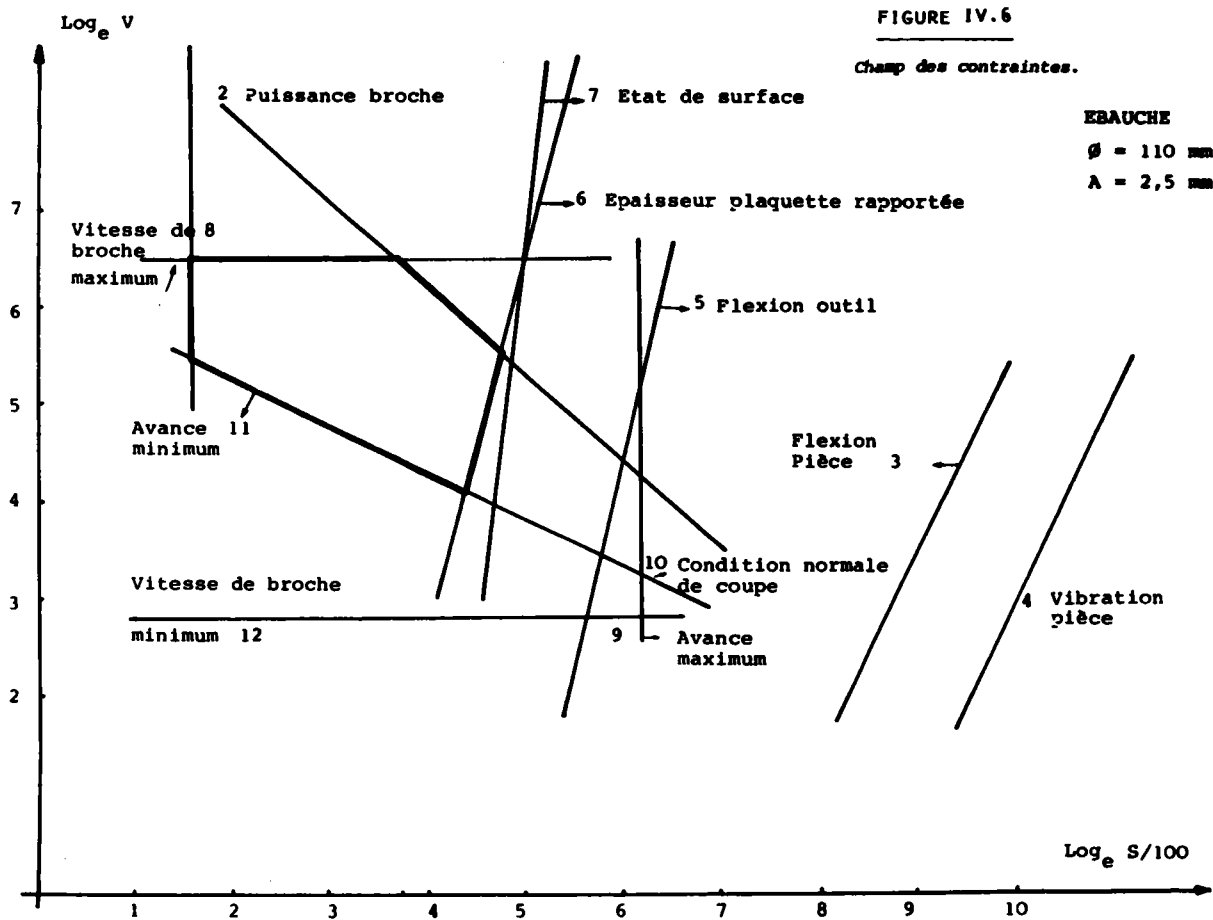
A_i, B_i constantes dépendant de la contrainte

$$S_L = \text{Log } S, \quad V_L = \text{Log } V$$

tandis que $\psi(P_i)$ et σ_{g_i} , représentant respectivement la fonction Erf de la probabilité de bonne exécution P_i et la variance de la contrainte g_i , sont définis dans l'annexe 7 et utilisés lorsqu'on connaît les propriétés statistiques des contraintes.

Les figures IV.6 et IV.7 représentent les domaines convexes engendrés par ces droites dans le cas d'ébauche et de finition.

Le cas particulier de l'optimisation de N passes d'ébauche est étudié ci-après.



IV.3.2 - Cas de l'ébauche

Nous présentons ici une solution approchée au problème d'optimisation des passes d'ébauches, en considérant la profondeur : A d'usinage de chaque passe identique tandis que la longueur d'usinage est $L(\phi)$.

Le choix d'une profondeur de passe constante se justifie pour les raisons suivantes :

- A chaque nouvelle passe correspond un coût supplémentaire dû au dégagement et au retour de l'outil. Il y a donc intérêt à travailler avec un nombre de passes minimum ce qui correspond à une profondeur de passe maximum.
- La durée de vie d'outil dépend très peu de A , aussi dans l'indice de performance c'est le terme $\sum_{i=1}^N \frac{L_J}{V_R}$ qui sera prépondérant.
- Seules les contraintes sur la pièce et la machine-outil différencient les conditions d'usinage sur un diamètre ϕ_1 par rapport à un diamètre $\phi_2 \neq \phi_1$. Lorsque les variations de ϕ sont faibles, nous considérons que la variation de la profondeur de passe est d'un effet secondaire par rapport aux autres grandeurs de coupe.

La figure IV.8 résume, dans ces conditions, l'algorithme de calcul des passes en ébauche où il est admis que le critère est unimodal par rapport au nombre de passes à déterminer N .

Programme d'ébauche de N passes en tournage

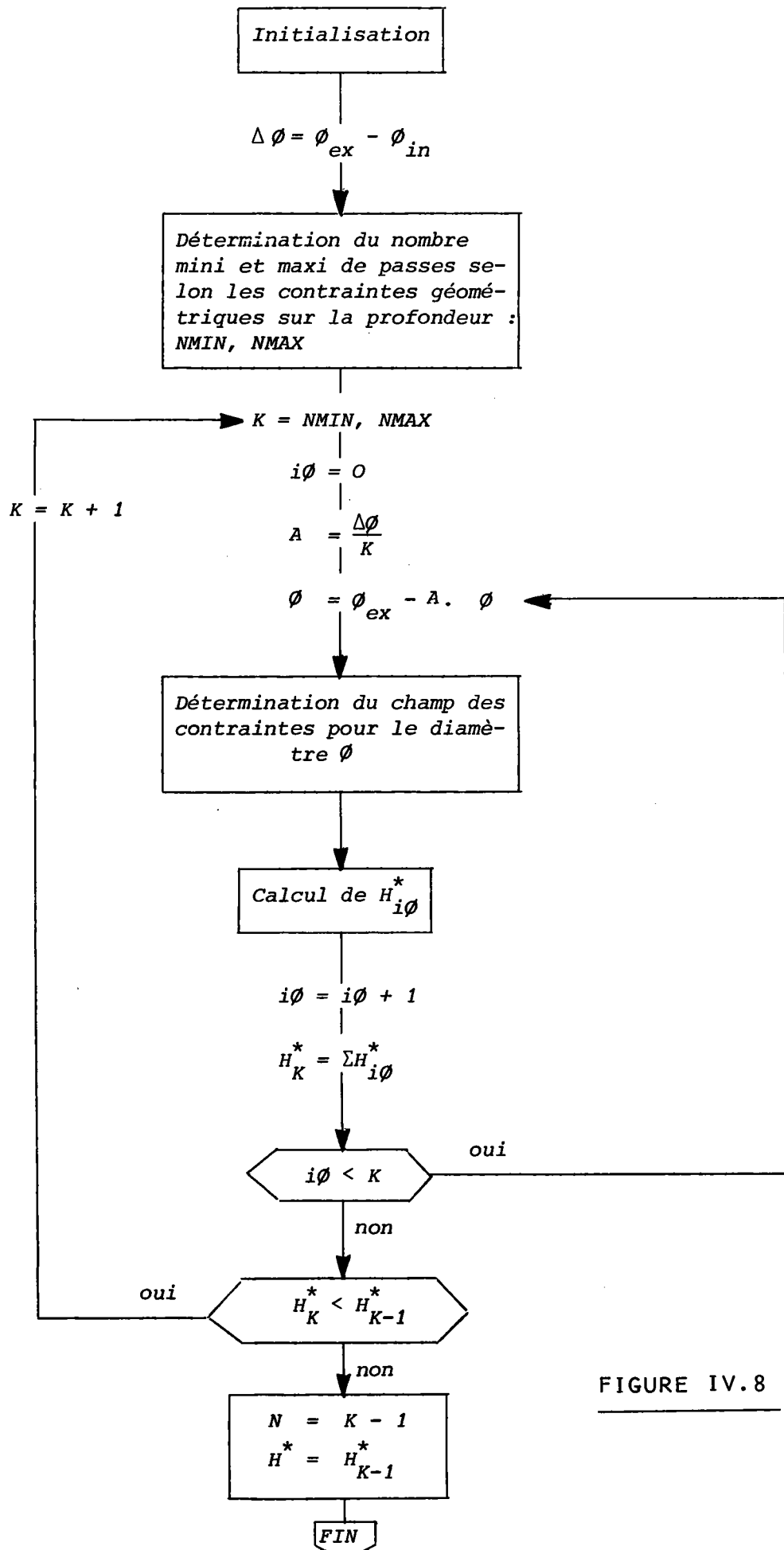


FIGURE IV.8

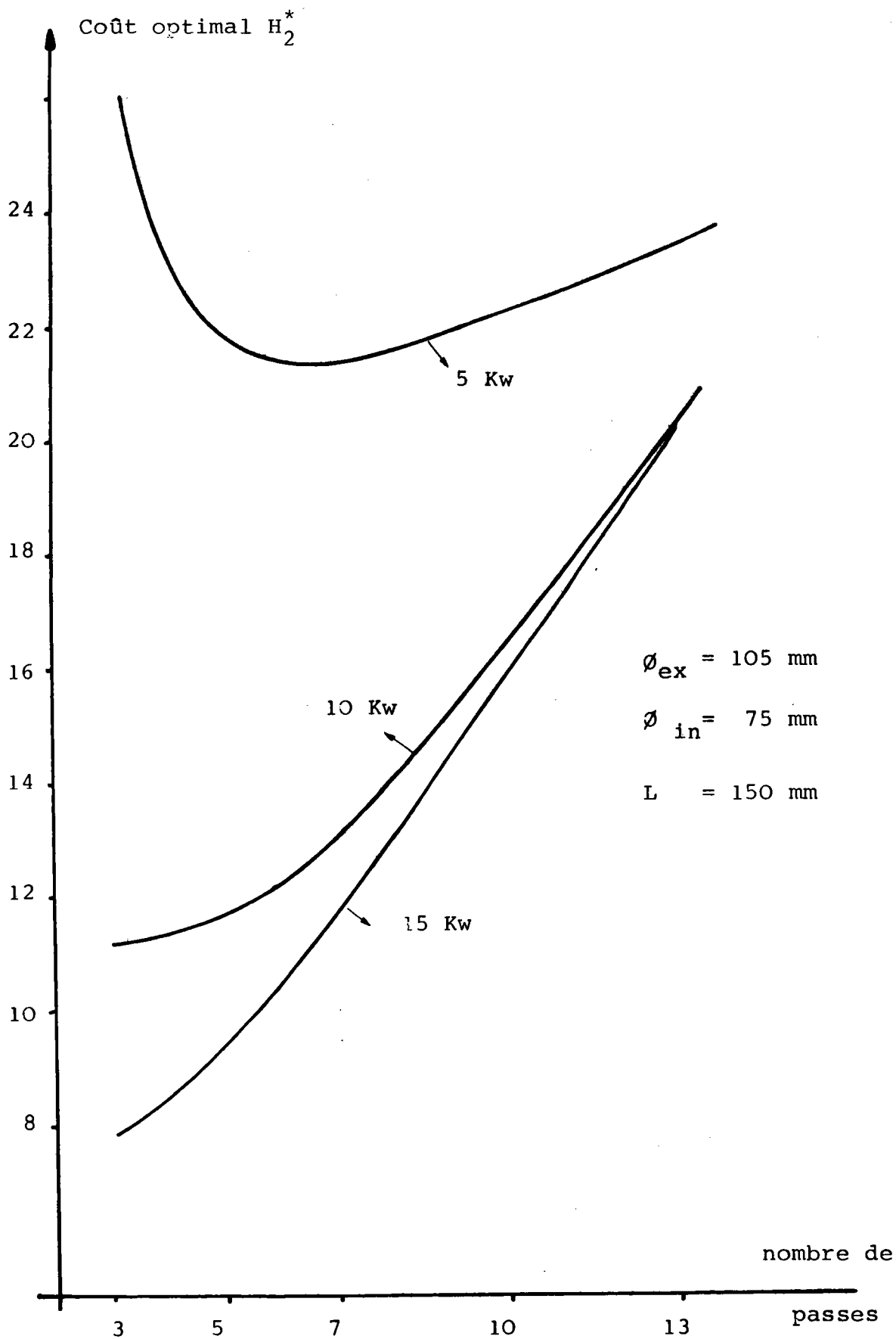


FIGURE IV.9

Coût de l'ébauche en tournage en fonction du nombre de passes pour différentes puissances à la broche.

La figure IV.9 représente la variation du coût H_2^* en fonction du nombre de passes pour différentes puissances à la broche, tous les autres paramètres étant identiques.

IV.3.3 - Etude du modèle de tournage

Le programme défini précédemment (figure IV.5) a été implanté sur un MITRA 15. L'une des caractéristiques essentielles de ce logiciel est sa rapidité de traitement. En effet, le temps moyen de calcul des conditions optimales de coupe pour une opération est de l'ordre de la seconde. Ce faible temps permet l'utilisation de ce programme sous forme conversationnelle à partir de consoles situées dans le bureau des méthodes. Il constitue ainsi un outil intéressant d'aide au choix des phases d'usinage. Des essais systématiques de "comportement" du modèle vis-à-vis de variations des paramètres ont été effectués. Nous ne présenterons ci-après que l'étude sur les variations des conditions de coupe en fonction des probabilités P de bonne exécution (tableau IV.1).

TABLEAU IV.1

Probabilité	Vitesse de coupe (m/mn)	Profondeur de passe (mm)	Avance (mm/t)	Type d'usinage
0,5	314	0,5	0,25	Finition
0,8	314	0,5	0,18	
0,9	314	0,5	0,16	
0,98	393	0,5	0,12	
0,5	176	4	0,84	ébauche
0,8	176	4	0,76	
0,9	223	4	0,75	
0,98	223	4	0,58	

Conditions des essais :

Diamètre de la pièce $\varnothing = 100 \text{ mm}$

Longueur de la pièce $L = 250 \text{ mm}$

Résistance à la traction
 $Re = 65 \text{ daN/mm}^2$

Les autres conditions sont celles définies dans l'Annexe 2.

IV.3.4 - Exemple de programmation de l'usinage d'une pièce de tournage

Nous avons traité un exemple d'usinage d'une pièce réalisée, sur un tour à commande numérique Ernault Somua V100N, par la Société CEM* (figure IV.1). Il s'agit de la fabrication d'arbres de moteurs électriques de forte puissance. Cette société propose une gamme étendue de moteurs, chacun conduisant à la fabrication d'arbres de dimensions spécifiques mais de gammes d'usinage identiques.

Les figures IV.11 à IV.18 définissent les outils utilisés et les phases d'usinage tandis que le tableau IV.2 présente le listing ordinateur des résultats de l'optimisation des conditions de coupe .

* Nous remercions la Compagnie Electromécanique (CEM) de Nancy d'avoir mis à notre disposition ses dossiers de fabrication d'arbres moteurs.

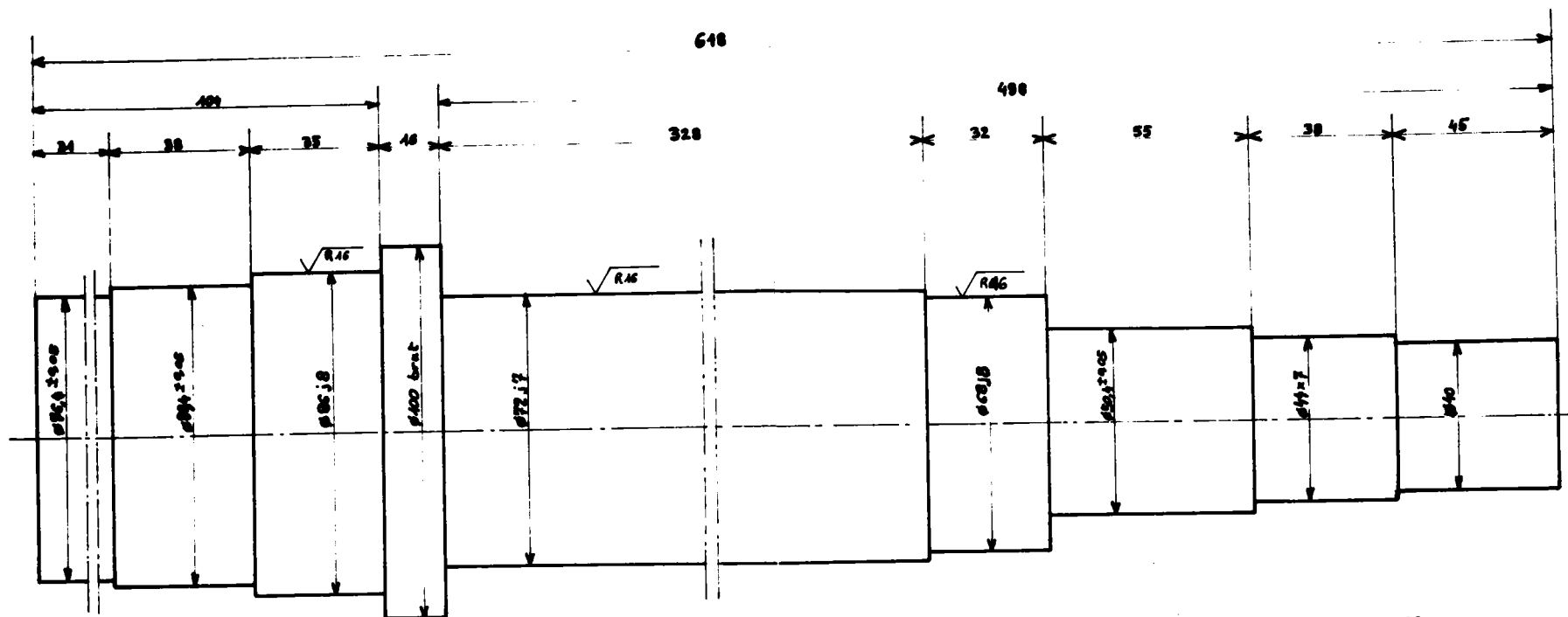
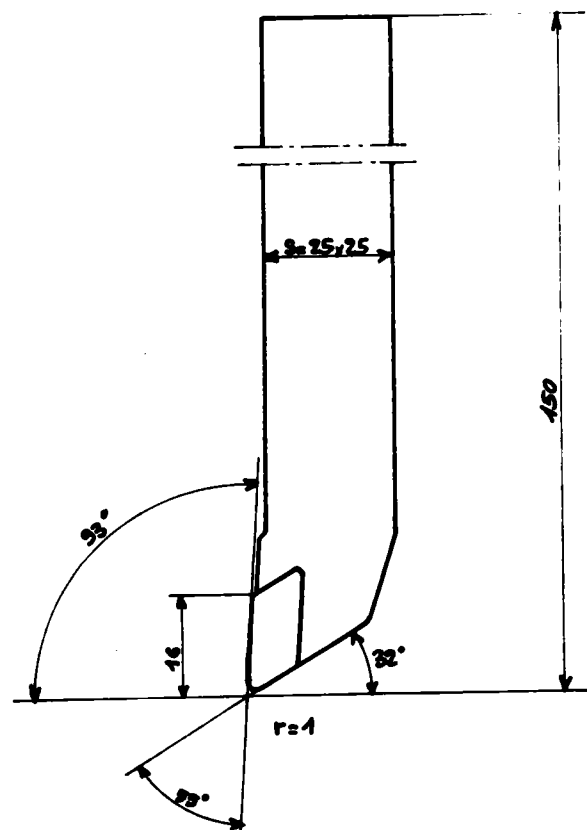


FIGURE IV.10

Arbre de moteur électrique.

Pièce N°2 pour essais de programmation

Désignation outil OUTIL DE COPIAGE A GAUCHE
Référence

**CARACTERISTIQUES**

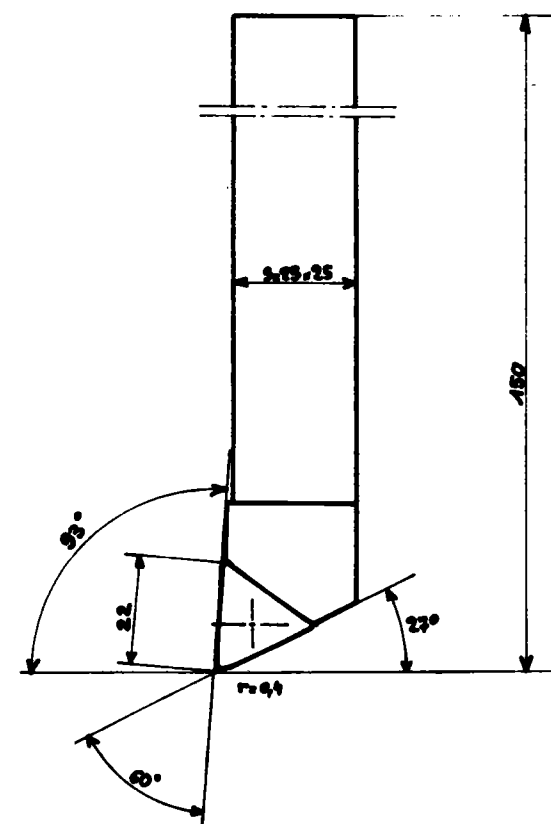
Section 25 x 25

Longueur totale 150

Angle d'attaque : 93°
Angle de pointe : 55°
Copiage décroissant : 30°
Plaquette rhomboïdale : Longueur d'arête : 16 mm

FIGURE IV.11

Désignation outil OUTIL DE COPIAGE A GAUCHE
Référence

**Caractéristiques**

Section 25 x 25

Longueur totale 150

Angle d'attaque : 93°
Angle de pointe : 60°
Copiage décroissant : 25°
Plaquette triangulaire : longueur d'arête : 22 mm

FIGURE IV.12

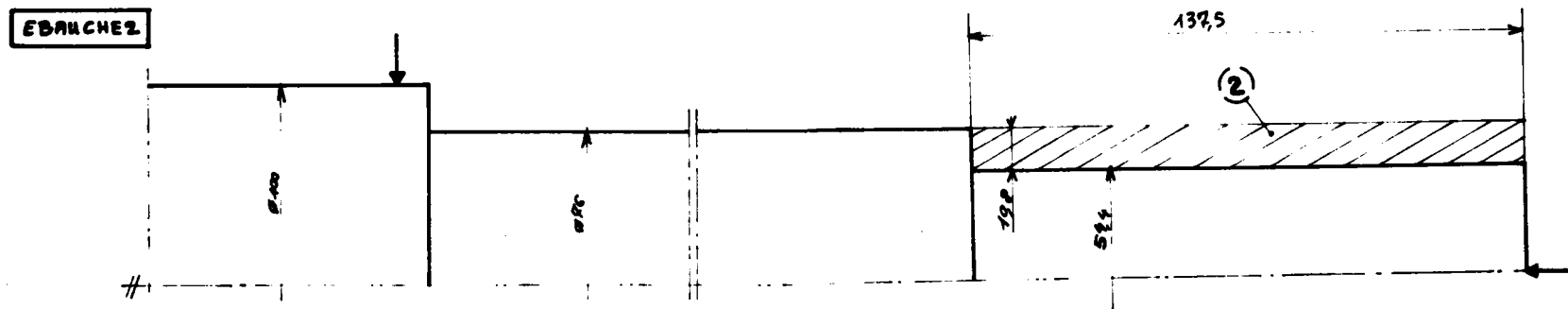
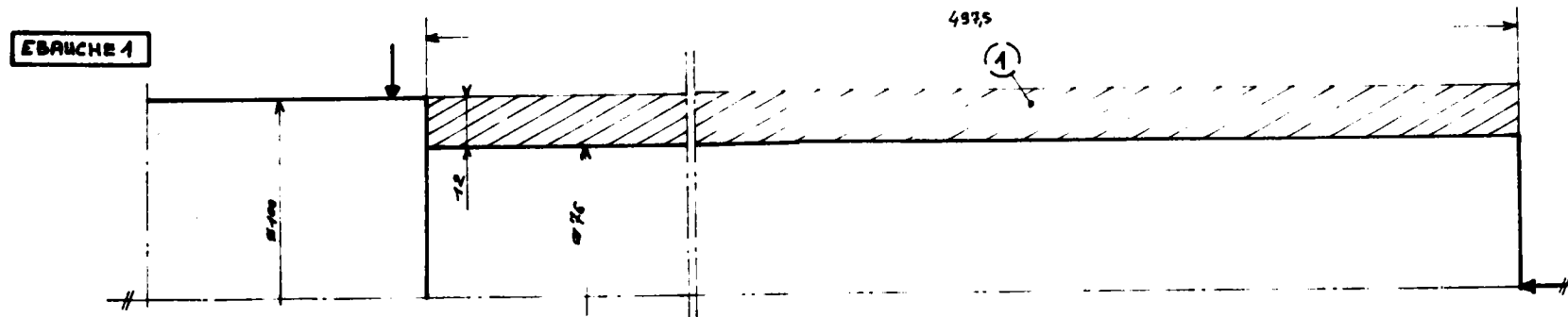


FIGURE IV.13

Détail des opérations d'ébauche.

Technical drawing of a stepped profile with dimensions and labels. The profile consists of several horizontal and vertical segments. Key dimensions include a total width of 360, a total height of 137.5, and a total length of 82.5. The profile is divided into sections labeled 3, 4, 5, 6, and 7. A vertical dimension of 15 is shown for the first step, and a horizontal dimension of 32 is shown for the first step. The profile is shown in a side view with a dashed line indicating the back edge.

Diagram showing a stepped profile with dimensions and numbered points (13) through (22). The profile starts at a height of 6400 on the left. The first step down is 200 units, reaching a height of 6200. The second step down is 32 units, reaching a height of 6168. The third step down is 55 units, reaching a height of 6113. The fourth step down is 38 units, reaching a height of 6075. The fifth step down is 44.8 / 45 units, reaching a height of 6030.2. The profile ends at a height of 6030.2 on the right. The dimensions are labeled as 200, 32, 55, 38, and 44.8 / 45. The numbered points are (13), (8), (14), (9), (15), (10), (16), (11), (17), and (12).

Détail des opérations de finition.

Pièce : N° 2 Machine : V100 N

GAMME D'USINAGE

FIGURE IV.15 A

Matière : NE40

Montage : mandrin et pointe

BEAUCHE / 1h. FINITION PARTIE 1

Lg / Ø : 498/100

Re : 38

	1	2	3	4	5	6	7	
Type de passe	Ebauche	Ebauche	1/2 finition	1/2 finition	1/2 finition	1/2 finition	1/2 finition	
Ø fin de passe	76	54,4	73	69	51,4	45	41	
V								
S								
A	12	10,8	1,5	2	1,5	3,2	2	
Longueur de passe	497,5	137,5	360	32	137,5	82,5	44,5	
Pente								
Tolérance mm	0,5	0,5	0,2	0,2	0,2	0,2	0,2	
Etat de surface U	50	50	50	50	50	50	50	
Outil	1	1	1	1	1	1	1	
Plaquette								

Pièce : N° 2 Machine : V100 M

GAMME D'USINAGE

FIGURE IV.15 B

Matière : XC48

Montage : mandrin et pointe

**FINITION PARTIE I
DRESSAGE**

Lg/Ø : 498/100

Ref : 38

[illegible]

GAMME D'USINAGE

FIGURE IV.18

Pièce n° 2 Machine : V100 N

Matière : XC48

Montage : mandrin

Lg/0 : 110/100

Re : 30

EBAUCHE ET 1/2 FINITION PARTIE 2
FINITION/DRESSAGE

[illegible]

ÉBAUCHE

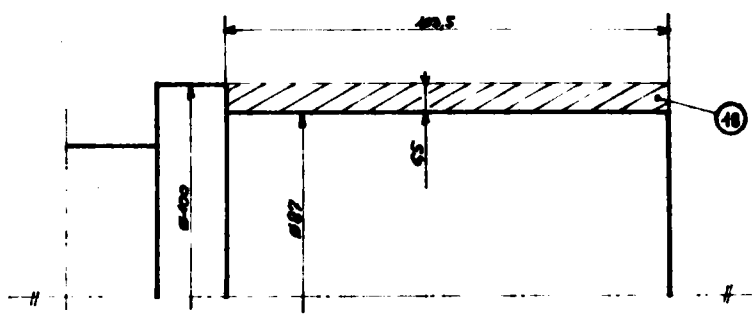


FIGURE IV.16 A

1/2 FINITION

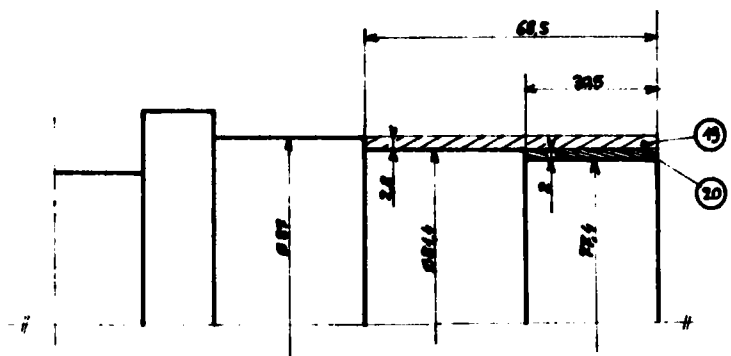


FIGURE IV.16 B

Opérations d'ébauche et de semi-finition sur la deuxième face.

FINITION

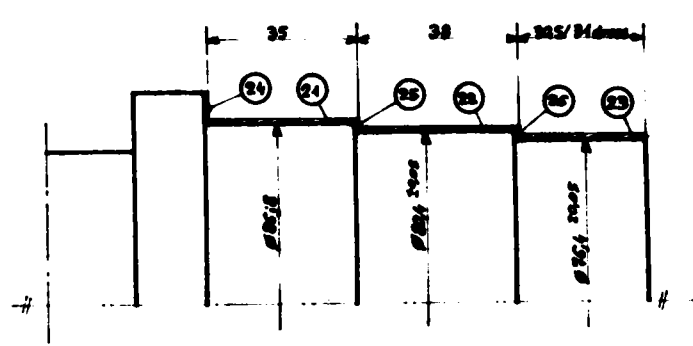


FIGURE IV.17

Opérations de finition sur la deuxième face.

DOSSIER PIERCE NO. 2

* OPTIMISATION DES CONDITIONS *
* DE COUPE EN TOURNAGE *

TABLEAU IV.2

NO OF	TY*	US*	*NBR P*	*PROF*	*DIA*	*S*	*IS*	*V*	*IV*	*CON1*	*1 OUTIL*	DUREE*	*CFITERE*
1	Y	2	1	12.00	100.00	56.36	0	111.53	6	2	3676.71	2.86	7.96
2		2	1	10.80	76.00	59.22	0	119.38	9	7	2596.48	3.52	1.86
3		2	1	1.50	76.00	68.02	0	477.52	19	7	10.60	4.11	1.72
4		2	1	2.00	73.00	67.75	0	458.67	19	7	16.35	4.29	0.52
5		2	1	1.50	54.40	67.27	1	427.26	20	27	18.96	4.56	0.81
6		2	1	3.20	51.40	66.89	1	403.69	20	27	14.45	4.80	0.66
7		2	1	2.00	45.00	66.01	1	353.43	20	27	33.45	4.99	0.53
8		3	1	0.50	73.00	19.60	1	573.34	20	27	20.77	5.98	3.43
9		3	1	0.50	69.00	19.49	1	541.92	20	27	27.69	6.21	4.07
10		3	1	0.50	51.40	26.76	1	403.69	20	27	87.91	6.46	4.78
11		3	1	0.50	45.00	32.34	1	353.43	20	27	329.77	6.46	5.35
12		3	1	0.50	41.00	32.04	1	322.01	20	27	535.86	6.88	5.96
13		4	1	0.50	86.00	28.17	1	675.14	20	27	6.37	7.05	6.46
14		4	1	0.50	70.00	27.60	1	549.78	20	27	18.19	7.20	6.36
15		4	1	0.50	59.20	31.24	1	464.95	20	27	79.77	7.35	7.33
16		4	1	0.50	47.20	32.49	1	370.71	20	27	257.59	7.50	7.74
17		4	1	0.50	42.00	32.12	1	329.87	20	27	471.27	7.45	8.16
18		2	1	3.50	100.00	58.19	0	223.05	11	2	172.09	8.08	1.23
19		2	1	2.80	87.00	67.43	0	437.31	17	7	10.51	8.35	0.70
20		2	1	2.00	81.40	67.78	0	460.31	18	7	10.35	8.51	0.53

```

*****
* 21 * 3 * 1 * 0.50 * 87.00 * 18.61 * 0 * 341.65 * 15 * 7 * 13.73 * 8.84 * 1.48 *
* 22 * 3 * 1 * 0.50 * 81.40 * 26.14 * 0 * 319.66 * 15 * 7 * 13.63 * 9.12 * 2.33 *
* 23 * 3 * 1 * 0.50 * 77.40 * 26.30 * 0 * 340.42 * 16 * 7 * 9.89 * 9.37 * 3.07 *
* 24 * 4 * 1 * 0.50 * 93.00 * 26.49 * 0 * 365.21 * 15 * 7 * 6.91 * 9.50 * 3.56 *
* 25 * 4 * 1 * 0.50 * 83.20 * 32.45 * 0 * 365.93 * 16 * 7 * 12.95 * 9.70 * 3.99 *
* 26 * 4 * 1 * 0.50 * 78.40 * 32.69 * 0 * 394.08 * 17 * 7 * 8.85 * 9.85 * 4.41 *
*****

```

SIGNIFICATION DU LISTING

NO.OP : numéro de la séquence d'opération
 TYP.US1 : type d'usinage - 1 ébroutage - 2 ébauche
 3 finition - 4 dressage de face.
 NBR.P : nombre de passes (ébauche)
 PROF : profondeur de passe - mm -
 DIA : diamètre de la pièce avant usinage
 S : vitesse d'avance 1/100° mm par tour
 IS : indice de la vitesse d'avance (0 ou 1 dans
 le cas d'avance continue)
 V : vitesse de coupe m/mm
 IV : indice de la vitesse de broche
 CONT : numéro de la contrainte active (voir figu-
 re IV.6). 27 indique que la gamme de vitesse
 n'est pas suffisante pour atteindre la durée
 optimale de vie de l'outil.
 T.UTIL : durée de vie de l'outil - mn -
 DUREE : durée de l'opération d'usinage T_p - mn
 CRITERE : coût minimal dans cet exemple F.

IV.3.5 - Remarques sur les résultats du programme

- a) - Les contraintes de numéros supérieurs à 20 indiquent que la gamme de vitesses de broche n'a pas permis d'atteindre le régime économique.
- b) - En ébauche, pour les opérations 1 et 2, les durées de vie calculées sont très grandes. Ceci provient des faibles vitesses de coupe, imposées par la puissance à la broche, qui sont imparfaitement représentées par la loi de durée de vie d'outil.

IV.4 - OPTIMISATION DES CONDITIONS DE COUPE EN POINT A POINT

IV.4.1 - Généralités

Comme dans le cas du tournage, les contraintes en perçage engendrent un domaine polygonal convexe.

Dans l'annexe 3, nous définissons les valeurs numériques et le champ de contraintes utilisé dans le programme d'optimisation en point à point.

La figure IV.19 représente le domaine admissible correspondant au perçage d'un trou de diamètre $\varnothing = 16$ mm dans un acier XC 38.

Pour les opérations d'alésage, il n'est pas effectué d'optimisation. Seules les relations : états de surface en fonction de l'avance et les conditions normales de coupes, définissent les conditions d'usinage.

 * - CONDITIONS DE COUPE - *

TABLEAU IV.5

Usinage de l'appareil à aléser.

PERCAGE DE ⑦ :

 * NO USI * NO PAS * DIAM * PROF * VRUT * V.AV * CCUT * CONT * T.CUTI
 * 1 * 1 * 20.00 * 42.00 * 380.0 * 53.34 * 2.58 * 3 * 155.29

ALESAGE 1/2 FINITION DE ⑦ :

 * NO USI * NO PAS * DIAM * PROF * VRUT * V.AV * CCUT * CONT * T.CUTI
 * 2 * 2.000 * 24.80 * 38.00 * 240.0 * 74.60 * 3.26 * 3 * 155.29

ALESAGE FINITION DE ⑦ :

 * NO USI * NO PAS * DIAM * PROF * VRUT * V.AV * CCUT * CONT * T.CUTI
 * 3 * 0.100 * 25.00 * 38.00 * 170.0 * 109.50 * 3.14 * 3 * 155.29

PERCAGE DE ③ :

 * NO USI * NO PAS * DIAM * PROF * VRUT * V.AV * CCUT * CONT * T.CUTI
 * 1 * 1 * 2.00 * 40.00 * 850.0 * 49.52 * 1.59 * 4 * 15.46

PERCAGE DE ④ :

 * NO USI * NO PAS * DIAM * PROF * VRUT * V.AV * CCUT * CONT * T.CUTI
 * 1 * 1 * 4.00 * 20.00 * 2700.0 * 14.63 * 0.22 * 14 * 37.53
 * 1 * 2 * 4.00 * 12.00 * 2700.0 * 10.24 * 0.18 * 14 * 126.25
 * 1 * 3 * 4.00 * 28.00 * 2700.0 * 7.31 * 0.57 * 14 * 409.99
 * 1 * 4 * 4.00 * 1.40 * 2700.0 * 7.31 * 0.03 * 5 * 409.99

PERCAGE DE ⑤ :

 * NO USI * NO PAS * DIAM * PROF * VRUT * V.AV * CCUT * CONT * T.CUTI
 * 1 * 1 * 15.00 * 75.00 * 600.0 * 46.60 * 1.20 * 4 * 52.58
 * 1 * 2 * 15.00 * 36.00 * 600.0 * 32.62 * 0.77 * 4 * 125.09
 * 1 * 3 * 15.00 * 5.25 * 600.0 * 23.30 * 0.15 * 5 * 290.11

ALESAGE 1/2 FINITION DE ⑤ :

 * NO USI * NO PAS * DIAM * PROF * VRUT * V.AV * CCUT * CONT * T.CUTI
 * 2 * 2.350 * 19.70 * 51.20 * 380.0 * 64.40 * 1.00 * 3 * 155.29

PERCAGE DE ⑥ :

NO USI	NO PAS	DIAM	PROF	VRUT	V.AV	COUT	CONT	T.OUT1
1	1	20.00	100.00	380.0	46.60	2.32	4	217.70
1	2	20.00	50.00	360.0	32.02	1.63	4	517.92
1	3	20.00	7.00	360.0	23.30	0.32	5	

ALESAGE 1/2 FINITION DE ⑥ :

NO USI	PR PAS	DIAM	PROF	VRUT	V.AV	COUT
2	2.400	24.80	150.00	170.0	74.60	6.06

ALESAGE DE FINITION DE ⑥ :

NO USI	PR PAS	DIAM	PROF	VRUT	V.AV	COUT
3	0.100	25.00	150.00	170.0	109.50	4.13

PERCAGE DE ① :

NO USI	NO PAS	DIAM	PROF	VRUT	V.AV	COUT	CONT	T.OUT1
1	1	4.00	20.00	2700.0	26.11	0.18	15	6.39
1	2	4.00	12.00	2700.0	18.28	0.12	15	16.63
1	3	4.00	23.00	2700.0	13.05	0.28	15	53.99

ALESAGE 1/2 FINITION DE ① :

NO USI	PR PAS	DIAM	PROF	VRUT	V.AV	COUT
2	1.375	6.75	17.00	850.0	38.50	0.23

PERCAGE DE ② :

NO USI	NO PAS	DIAM	PROF	VRUT	V.AV	COUT	CONT	T.OUT1
1	1	4.00	20.00	2700.0	26.11	0.18	25	6.39
1	2	4.00	2.00	2700.0	18.28	0.02	25	16.63

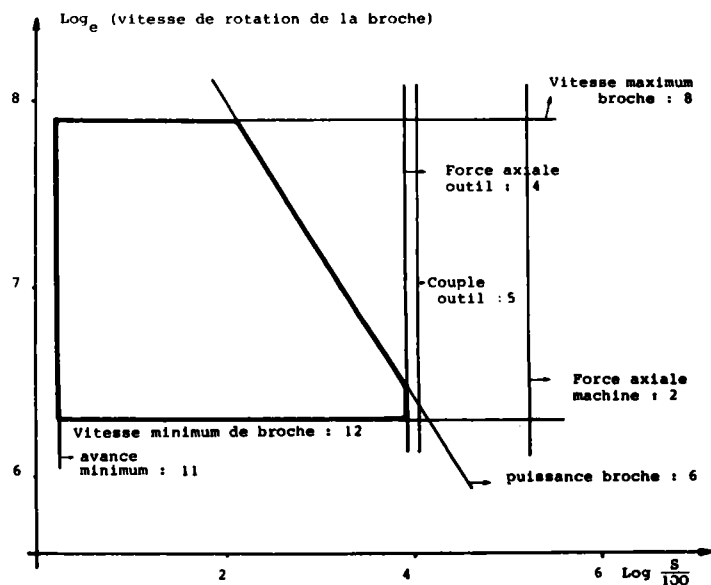


FIGURE IV.19

Exemple de domaine admissible en perçage
Diamètre du foret : $\phi = 16$ mm
Longueur du foret : L = 150 mm

IV.4.2 - Réalisation du modèle et tests

Un modèle général de perçage et d'alésage a été programmé selon une structure modulaire identique à celle utilisée en tournage. Seul, le programme principal est différent car il tient compte des spécificités des opérations point à point :

- état de surface brut de la pièce
- réduction des vitesses d'avance en fonction de la profondeur de perçage selon des paliers que nous avons étudiés en [II.22].
- perçage de trous borgnes ou non.

Nous avons réalisé différents essais de ce programme afin de tester ses résultats en fonction de variations de certains paramètres :

- Variation du temps d'usinage en fonction du diamètre de perçage : $H_1^*(\varnothing)$
- Variation du coût d'usinage en fonction du diamètre : $H_2^*(\varnothing)$
- Influence de la résistance à la traction de la pièce : $H_2^*(R_e)$
- Influence de la longueur du foret : $H_2^*(L)$
- Influence du coût de réaffutage : $H_2^*(w)$
- Influence du coût plancher machine : $H_2^*(p_o)$
- Influence de la puissance à la broche : $H_2^*(P_{MB})$

Les résultats de ces essais sont résumés graphiquement sur la figure IV.20 tandis que les conditions expérimentales sont précisées dans l'annexe 3.

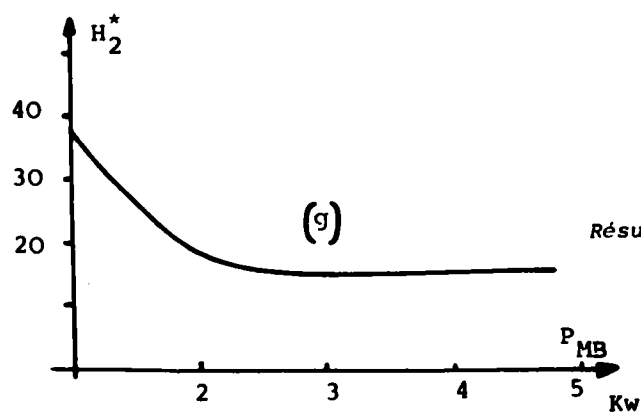
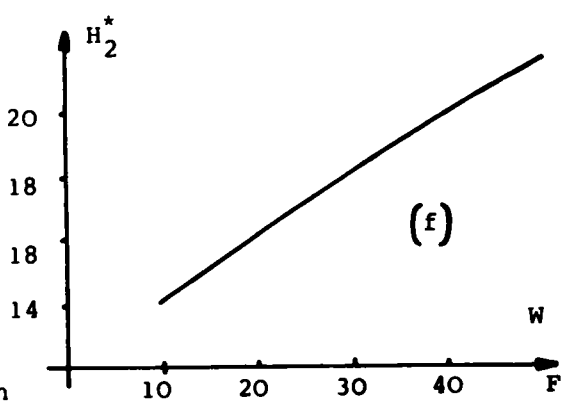
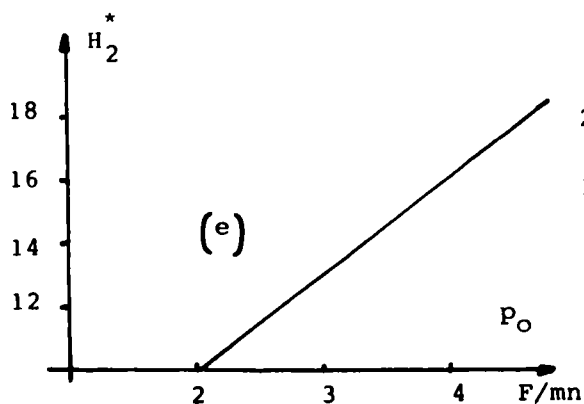
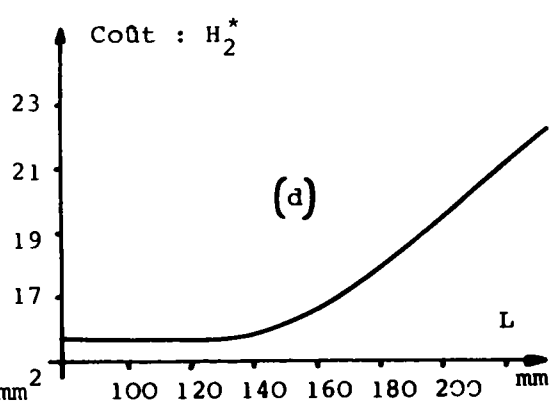
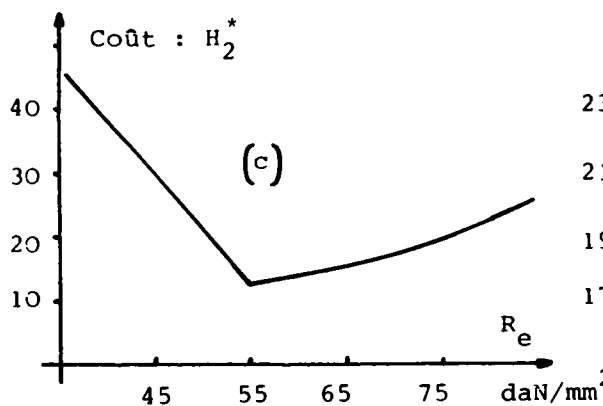
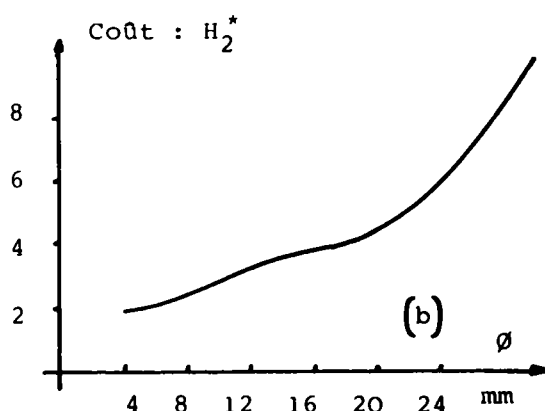
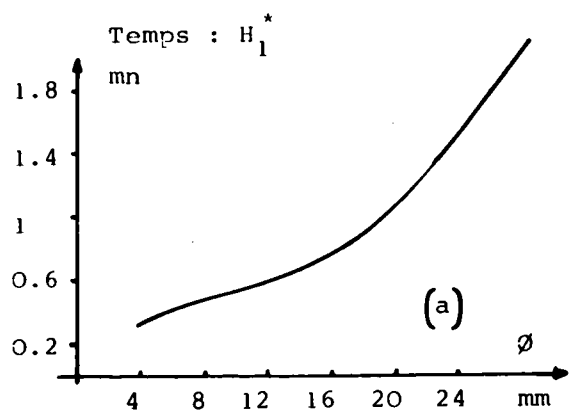


FIGURE IV.20

Résultats des tests du modèle de perçage

IV.4.3 - Exemple de programmation

Nous avons traité l'usinage d'un appareil à aléser, sur une machine à commande numérique OLIVETTI AUCTOR CNZ. Le tableau IV.3 donne la gamme d'usinage de cette pièce (figure IV.21).

Les données économiques et techniques correspondantes, autres que celles définies dans l'annexe 3, sont résumées sur le tableau IV.4.

Les calculs des conditions optimales de coupe de cette gamme ont été effectuées avec le programme défini sur la figure IV.5.

Le tableau IV.5 donne le listing des résultats ordinateur, les temps de calcul pour chaque opération d'usinage étant de l'ordre de la seconde.

TABLEAU IV.4

Usinage							
NO. USI	1 : 2 :	1	1	1	1 . 2 .	1 : 2 : 3 :	1 : 2 : 3 :
M	1	1	3	1	1	1	3
W	10	10	20	10	20	20 : 30 : 30 :	20 : 30 : 30 :
L	60	60	60	90	150	200	150
IBOR	0	0	0	1	1	1	0

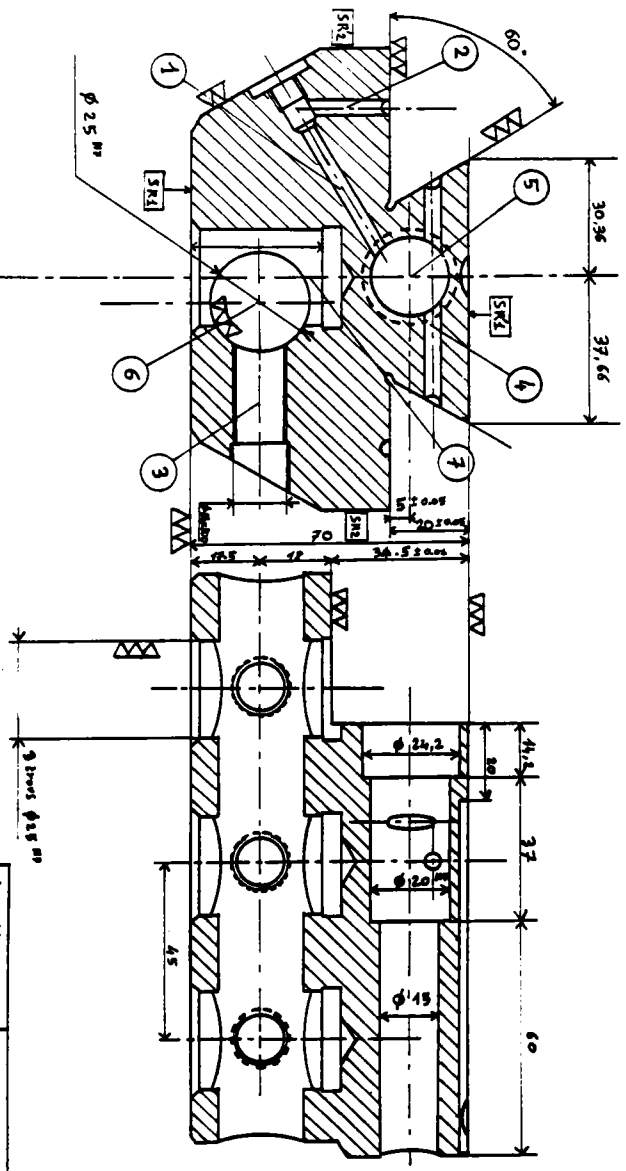
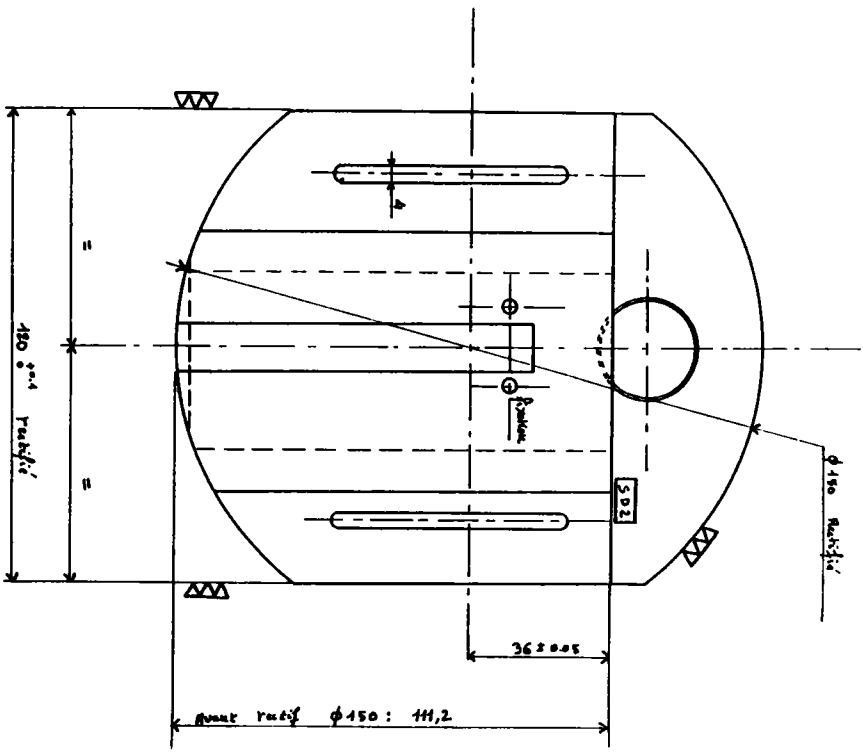
avec :

W = coût (francs) d'une arête tranchante

L = longueur de l'outil en mm

IBOR = 0 (trou borgne), IBOR = 1 (trou débouchant)

M = nombre de trous identiques.



Bezeichnung:	Maschine: XC 415
Hersteller:	WERNER

Gamme d'usinage de l'appareil à aléser

TABLEAU IV.3

N° Phase	Phases, sous-phase, opérations	Machine	Appareillage
30	PERÇAGE DE TROUS DE CENTRAGE		
40	PERCAGE	OLIVETTI AUCTOR CNZ	
	. Montage "au plafond", position SRA (appui plan), SD2 (appui ponctuel) SR'2 (appui linéaire), immobilisation en SR'1 et SR2		
a	. Percer 7 , 3 trous prof. 42, non débouchants		. foret ARES Ø20
b	. aléser 7 , 1/2 finition, 3 trous, prof 38, non débouchants.		. alésoir ARES Ø = 24.8
c	. aléser 7 , finition, 3 trous, prof. 38, non débouchants		. alésoir ARES Ø = 25
d	. (terminer 7 : gorges, chanfreins) . basculer la pièce pour usinage 3		
e	. percer 3 , 3 trous, prof. 40, non débouchants		. foret ARES Ø 12
f	. (lamer 3 , 3 trous)		. fraise à lamer
g	. (tarauder 3 , 3(Ø14x200)		. (ap. à tarauder)
h	. percer 4 , prof. 60, débouchant . basculer la pièce pour usinage 6		. foret ARES Ø4
i	. percer 6 , prof. 150, débouchant		. foret ARES Ø2
j	. aléser 6 , 1/2 finition, prof. 150		. alés. ARES Ø 24,5
k	. aléser 6 , finition, prof. 150 . Montage spécial (surfaces de référence définies par la queue d'aronde) pour usinage 1		. alés. ARES Ø25
.	.		.
.	.		.
.	.		.
.	.		.

TABLEAU IV.3 (Suite)

l	. Percer 1 , prof. 55, non débouchant	. foret ARES Ø 4
m	. aléser 1/2 finition 1 , prof. 17	. alés. ARES Ø 6,75
n	. (lamer 1)	. (fraise à lamer)
o	. (tarauder 1 , Ø 8x125) . Pièce en position SR1 (appui plan) SR2 (appui linéaire) SR'2 (appui ponctuel) immobilisation SR'1	. (ap. à tarauder)
p	. Percer 2 , prof. 22, non débouchant . basculer la pièce pour usinage 5 , arrêt opposé à l'effort de coupe	. foret ARES Ø 4
q	. Percer 5 , prof. 111, débouchant	. foret ARES Ø 15
r	. aléser 5 , 1/2 finition, prof. 51,2	. alés. ARES Ø 19
s	. (dresser 5 à la cote 20 H7)	. (outil à grain)
t	. (aléser 5 , prof. 14,2)	

Notation du listing ordinateur (Tableau IV.5)

NO USI	:	N° de l'usinage (1 : perçage, 2 : alésage d'ébauche, 3 : alésage de finition)
NO PAS	:	N° de la passe d'usinage
DIAM	:	diamètre du foret (ou de l'alésoir) en mm
PROF	:	profondeur de la passe d'usinage en mm
VROT	:	vitesse de rotation de la broche en tours/mn
V.AV	:	vitesse d'avance de la broche en 100ème de mm/tour
COUT	:	coût optimal de la passe d'usinage en francs
CONT	:	contrainte limitant V.AV (lorsque $CONT \geq 10$ cela signifie que la broche tourne à vitesse maximum.
T.OUTI	:	durée de vie de l'outil en mn

IV.4.4 - Remarques

Le programme d'optimisation des conditions d'usinage pour les opérations point à point a été particulièrement étudié pour les cas de perçage difficile (trous profonds, grande longueur de foret). L'étude de l'évolution des critères temps et coût d'usinage en fonction de différents paramètres, montre le comportement cohérent du modèle de perçage vis-à-vis de ces paramètres.

Aussi, les figures IV.20 a et b montrent que la machine est bien adaptée aux perçages de trous de diamètres compris entre 12 et 18 mm pour des aciers dont la résistance à la traction varie entre 55 et 70 daN (figure IV.20 c) et des longueurs de forets inférieures à 170 mm.

Ces résultats illustrent l'utilisation de ces programmes d'optimisation, en simulation d'usinage, pour l'aide au choix de phase.

IV.5 - CONCLUSION

Dans ce chapitre, nous avons étudié des modèles de processus d'usinage pour les opérations de tournage et de point à point. Les principales caractéristiques de ces modèles sont :

- prise en compte de nombreuses contraintes sur la machine-outil, l'outil, la pièce et le type d'usinage.
- optimisation dans l'espace, vitesse d'avance vitesse de coupe en considérant la nature stochastique des contraintes.
- implantation sur minicalculateur et exploitation en mode conversationnel.

Des applications de calcul des conditions d'usinage de pièces industrielles ont également été présentées.

A notre connaissance, il n'existe pas encore en France, d'atelier de fabrication de petite série de pièces mécaniques, organisé en îlot. Une vérification dans des conditions industrielles des valeurs obtenues par simulation, n'a pu être faite. Une comparaison avec les conditions de coupe utilisées dans les ateliers conventionnels n'offre que peu d'intérêt. En effet, pour une organisation de machine-outil à section homogène,

les conditions d'usinage ne sont pas fixées à partir de critères économiques mais uniquement par des considérations technologiques (cf. chapitre I).

La cohérence des résultats obtenus pour différents types d'usinage et leur compatibilité avec les valeurs communément admises dans l'industrie, en particulier dans l'automobile, permettent une première validation de la simulation.

CHAPITRE V

COMMANDE D' UN ILOT DE FABRICATION

C H A P I T R E V

COMMANDE D'UN ILOT DE FABRICATION

V.1 - INTRODUCTION

Un îlot, ou cellule de fabrication, est composé de plusieurs machines, disposées en ligne ; il fabrique plusieurs séries de produits en un temps donné.

L'optimisation globale des conditions technologiques de cet îlot consiste à rendre maximum un critère qui prend en compte : les séries de chaque famille de pièces, la gamme d'usinage, l'ordre d'exécution des pièces, les matériaux disponibles, les dates de fabrication "au plus tôt" et "au plus tard", les temps d'usinage et de transferts des pièces, les prix de revient et de vente, le plein emploi des ouvriers,.... etc.

En fait, nous ne savons pas définir un tel critère et le cas échéant, nous n'aurions probablement pas les moyens nécessaires pour traiter ce problème. Aussi, en pratique, nous décomposons le critère global en sous-critères indépendants ou faiblement liés entre eux. Evidemment, dans ce cas, la minimisation locale des sous-critères ne conduit pas obligatoirement à l'extremum du critère global.

Ainsi, la conception de la gamme d'usinage a été faite lors de la définition de la famille de pièces à produire, tandis que le calcul des séries économiques peut s'effectuer selon la méthode proposée en [II.20]. L'ajustement du facteur de productivité défini dans les modèles du chapitre IV, permet de tenir compte d'une politique de plein emploi. Les conditions de coupe et le temps d'utilisation des machines sont calculés pour un îlot et une série de pièces, tandis que l'ordonnement détermine l'ordre de passage des séries afin que le temps total d'utilisation de la cellule soit minimum tout en respectant les dates de livraison.

Selon les données disponibles dans l'entreprise, deux cas sont à considérer :

- le temps d'occupation d'un poste de travail est calculé simplement ou mesuré directement, l'usinage sur une machine est indépendant des autres. Le temps de passage d'une pièce sur une machine est alors fixe, mais l'ordonnancement sera complexe et il sera difficile d'établir une corrélation entre les ordres de passage et les conditions de travail.
- La détermination du temps de cycle de travail est effectuée à partir de modèles mathématiques tels que ceux définis au chapitre IV. Les conditions de coupe sont alors ajustées afin que le temps de cycle soit le même sur toutes les machines et l'ordonnancement sera simple. Une politique globale de bonne marche de l'îlot peut être dégagée.

V.2 - ORDONNANCEMENT DES SERIES DE PIECES LORSQUE LES TEMPS D'USINAGE SONT FIXES

Les conditions de coupe sur chaque machine sont déterminées de sorte que l'un des critères du paragraphe IV.1.3 soit extremum. Ainsi, dans ce cas, il n'y a pas d'interaction entre l'ordonnancement et les conditions de coupe.

Soit un îlot composé de $m = 1, \dots, M$ machines ou postes de travail disposés en ligne. Chaque série ou lot i ; $i = 1, \dots, N$ comprend l'usinage de n_i pièces ou travaux identiques. Le temps d'exécution de la pièce j du lot i de la machine m est τ_{ijm} .

Le temps de réglage de la machine m pour le lot i est s_{im} .

Nous considérons que tous les bruts sont disponibles et que les séquences d'exécution des opérations sur les machines sont les mêmes pour tous les lots.

Soit la séquence σ_i d'exécution de i travaux et t un nouveau travail conduisant à la séquence σ_{i+1} , le temps d'exécution de la séquence σ_{i+1} s'écrit alors :

$$T(\sigma_{i+1}, m) = \text{Max} \left(T(\sigma_i, m), T(\sigma_{i+1}, m-1) \right) + \tau_{im}$$

avec

$$\begin{aligned} \tau_{im} &= s_{im} + n_i \cdot \tau_{iJm} & i &= 1, \dots, N \\ & & m &= 1, \dots, M \\ & & \forall J \end{aligned}$$

et

$$T(\sigma, 0) = T(0, m) = 0; \forall \sigma, m$$

Ce problème d'ordonnancement a déjà fait l'objet de nombreuses recherches [II.21]. Nous présentons en [II.26], dans le cadre d'une résolution sur mini-ordinateur, une solution heuristique basée sur la méthode de Gupta [II.25].

V.3 - DETERMINATION DES CONDITIONS OPTI- MALES DE COUPE ET DE L'ORDONNANCE- MENT DANS LE CAS GENERAL

V.3.1 - Généralités

La séquence d'exécution des travaux étant définie, on peut se demander comment modifier les temps d'exécution afin de minimiser un indice global.

a) - Temps total de fabrication : T

Le temps total est défini par l'équation récurrente suivante :

$$T(\sigma_i, m) = \text{Max} \left(T(\sigma_{i-1}, m), T(\sigma_i, m-1) \right) + \tau_{im}$$

avec

$$i = 1, \dots, N; m = 1, \dots, M$$

Ce temps est composé des temps d'usinage et de manutention : $\Sigma \tau_{im}$ et de temps d'attente $\Sigma \tau_{wim}$ correspondant au fait que le $i^{\text{ième}}$ travail n'est pas fini sur la $(m-1)^{\text{ième}}$ machine ou que la $m^{\text{ième}}$ machine n'est pas encore disponible.

b) - Coût total de fabrication : Q₂

Nous avons :

$$Q_2^m(T) = \sum_{i=1}^N \sum_{m=1}^M Q_2^m(\tau_{im}, \tau_{wim})$$

avec, pour la $m^{\text{ième}}$ machine et le $i^{\text{ième}}$ travail :

$$Q_2^m = H_2^*(\tau) \quad \text{pour } 0 \leq \tau < \tau_{im}$$

et

$$Q_2^m = H_2^*(\tau_{im}) + (P_C + P_M)\tau \quad \text{pour } \tau_{im} < \tau < \tau_{wim}$$

où $H_2^*(\tau)$ est le coût minimum pour un temps τ donné et $(P_C + P_M)$ le coût plancher du poste de travail (cf. paragraphe IV.1.2).

Pour un temps d'occupation T_C donné du poste de travail, la figure V.1 montre les coûts Q_2^a et Q_2^b résultants de :

- a) - Un arrêt de la machine après un temps τ_{im} puis un temps d'attente $\tau_{wim} = T_C - \tau_{im}$.
- b) - Un ajustement des conditions de coupe afin que l'usinage dure un temps $\tau_{im} = T_C$.

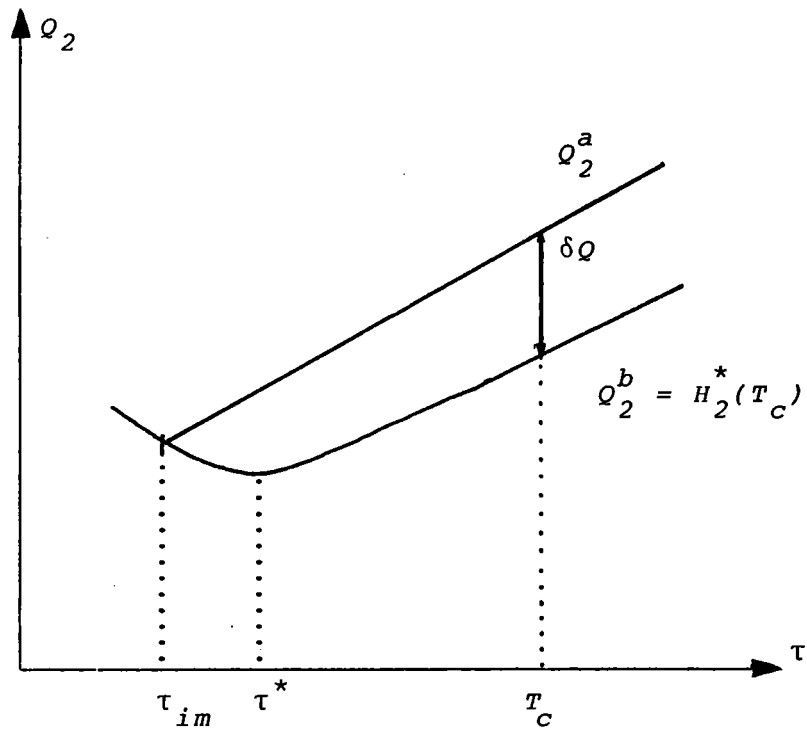


FIGURE V.1

De cette figure V.1, il ressort que pour un temps d'occupation du poste de travail, le coût sera plus faible si on ajuste les conditions de coupe afin que l'usinage dure un temps T_C au lieu d'arrêter la machine après un temps τ^* correspondant au coût minimum.

Dans le paragraphe V.4.1, nous montrerons que la différence de coûts $\delta Q = Q_2^a(T_C) - H_2^*(T_C)$ est essentiellement fonction du type d'usinage et des coûts de réaffutage de l'outil.

V.3.2 - Recherche d'un coût total minimum

D'après les remarques ci-dessus, une première amélioration des résultats du paragraphe V.2 peut être apportée par la procédure suivante :

- 1 - Calculer pour chaque phase d'usinage sur chaque machine le coût minimum
- 2 - Ordonnancer les travaux de manière que les temps d'attentes soient minima.
- 3 - Ajuster les temps d'usinage sur chaque poste de travail pour que chaque machine ne reste pas inoccupée.

Cependant, cette procédure ne permet pas d'atteindre un optimum global car elle ne tient pas compte des coûts relatifs d'exploitation de chaque machine.

Soit, par exemple, dans une ligne de fabrication une machine M_1 (deux axes et demi) à commande numérique suivie d'un centre d'usinage M_2 et $\tau_{11} > \tau_{12}$. Il sera vraisemblablement plus économique de prendre des conditions de coupe pour la machine M_1 , plus sévères que celles correspondant au coût minimum afin de ne pas faire attendre la machine M_2 , plutôt que le contraire.

V.3.3 - Recherche d'un temps minimum

Si τ_{im}^{**} est le temps minimum d'exécution du travail i sur la machine m , par définition, il n'est pas possible de diminuer ce temps. Dans ces conditions,

la productivité maxima sera atteinte par la procédure suivante :

- 1 - Calcul pour chaque phase d'usinage sur chaque machine du temps minimum.
- 2 - Ordonnancement des travaux pour un temps, d'occupation de l'îlot, minimum.
- 3 - Augmentation éventuelle des temps d'usinage sur les machines qui attendent afin de diminuer le coût total de fabrication (objectif secondaire).

V.3.4 - Synthèse des études précédentes

Des équations de définition de $T(\sigma_{i,m})$ et $Q_2(T)$ (paragraphe V.3.1), il ressort que :

- a) - Pour τ_{im} donné, $T(\sigma_N, M)$ sera d'autant plus faible que les temps morts seront peu importants. A la limite, si tous les τ_{im} sont identiques et égaux à un temps commun de cycle τ_C , les temps morts seront nuls.
- b) - Si tous les temps d'usinage sont égaux à τ_C alors $\tau_{wim} = 0, \forall i, m$ et le coût total de fabrication sera minimum pour $T_C = \tau_C^*$ tel que

$$Q_2(\tau_C^*) = \min_{\tau} Q_2(\tau_C)$$

L'ordre de passage des lots est quelconque, on s'arrangera seulement à respecter au mieux les délais de fabrication compte tenu des dates de disponibilités des bruts.

Ainsi, le problème se ramène à la détermination d'un temps de cycle T_C tel qu'un indice de performance Q_j choisi soit extremum.

V.3.5 - Optimisation du processus d'usinage lors de la fabrication d'un produit sur M machines

Soit la structure d'un flot de fabrication en ligne représenté par la figure V.2 où les directeurs de commande D_{Cm} commandent les machines-outils m avec les variables d'actions $u_{\sim m}$. Chaque machine-outil (ou poste de travail) est lié aux postes qui l'encadrent par les temps d'occupation τ_{m-1} , τ_{m+1} .

L'optimisation générale de l'flot sera atteinte lorsque les objectifs locaux seront rendus cohérents et compatibles avec l'objectif global. Ceci est réalisé par un niveau supérieur de coordination, avec τ_C comme paramètre de coordination (figure V.3).

Chacun des sous-systèmes étant défini par un modèle mathématique ϕ_m et un critère Q_j^m , le critère global est :

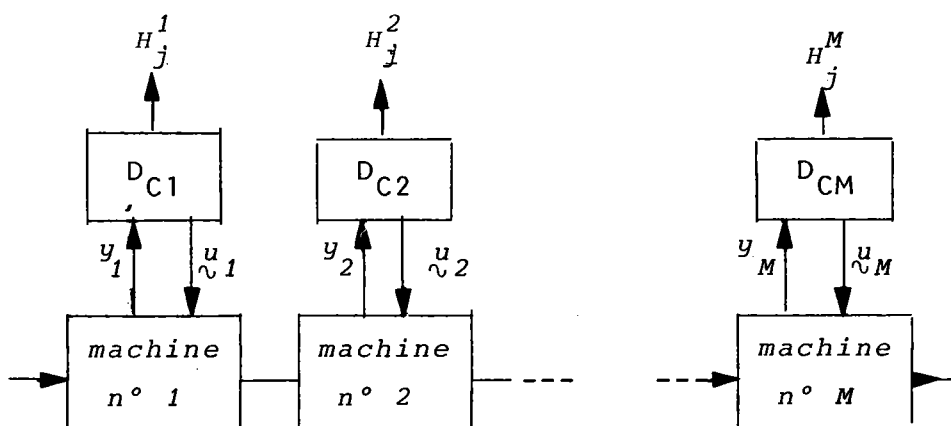
avec

$$Q_j = Q_j(u, y) \text{ avec } u = \begin{bmatrix} u_{\sim 1} \\ \vdots \\ u_{\sim M} \end{bmatrix}; \quad y = \begin{bmatrix} y_{\sim 1} \\ \vdots \\ y_{\sim M} \end{bmatrix}$$

$$y_{\sim m} = \phi_m(u_{\sim m}, \tau_m)$$

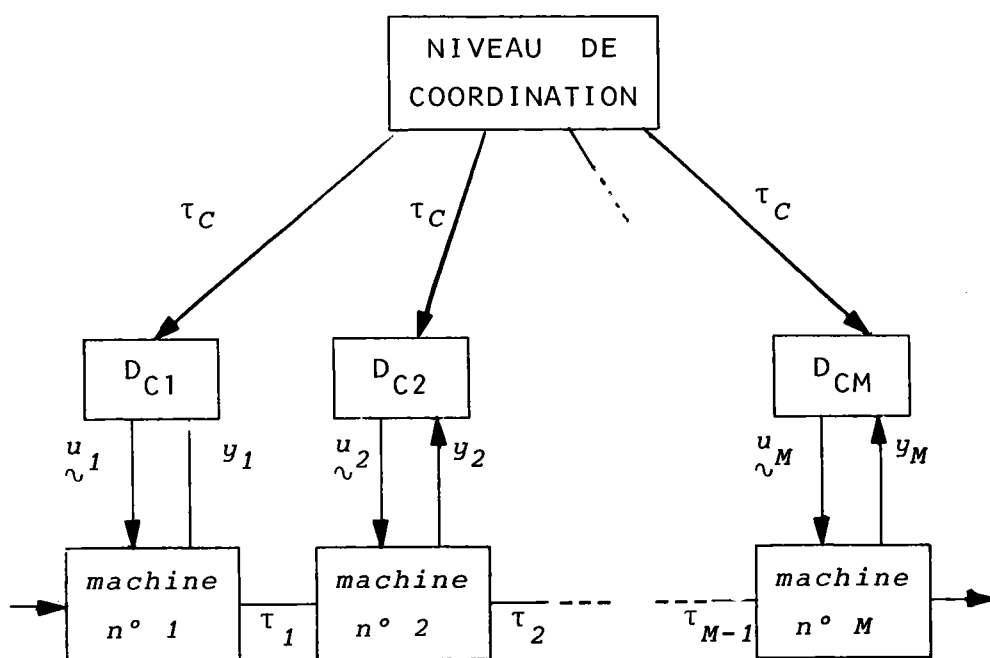
La coordination est réalisée en agissant sur les fonctions critères. Pour τ_C donné, chaque unité de commande locale résoud son problème, d'où $u_{\sim m}(\tau_C)$ et $y_{\sim m}(\tau_C)$.

Les principaux critères réalisant un objectif économique global, déduits du paragraphe VI.1.3, sont :



Structure d'un flot de fabrication

FIGURE V.2



Structure hiérarchique de l'flot avec un niveau de coordination des temps de cycles.

FIGURE V.3

a) - Coût minimum

Si l'objectif global est le coût minimum H_2 , alors ce critère se met sous la forme additive et "séparable" :

$$Q_2 = \sum_{m=1}^M Q_2^m(\tau_C) \quad \text{avec}$$

$$Q_2^m = \text{Min } H_2^m(\tau)$$

En effet, pour un temps déterminé, il peut exister plusieurs stratégies conduisant à des coûts différents (voir le paragraphe V.4.1).

Nous rechercherons alors $T_C = \tau_C^*$ tel que $Q_2(T_C)$ soit minimum.

b) - Taux de profit

Soit R la plus-value d'une pièce résultant de sa transformation, sur les M postes de travail, de produit brut en produit fini, le taux de profit de l'îlot est :

$$Q_3 = \frac{R - \sum_{m=1}^M Q_2^m(\tau_C)}{M \cdot T_C}$$

En effet, pour une pièce donnée, le temps d'occupation est le même pour toutes les machines d'où

$$\sum_{m=1}^M \tau_m = M \cdot \tau_C = M \cdot T_C$$

c) - Taux de rentabilité

Avec la même définition de R que précédemment, nous avons, d'après le paragraphe IV.1.3 :

$$Q_6 = \frac{R - \sum_{m=1}^M Q_2^m(\tau_C)}{M \cdot T_C \left(\sum_{m=1}^M Q_2^m(\tau_C) \right)}$$

Ainsi, la connaissance, pour chaque poste de travail des fonctions $Q_2^m(\tau)$, permet de rechercher l'extremum de Q_j correspondant à $\tau_m = T_C$, $m = 1, \dots, M$. Les variables d'actions pour chaque machine sont alors données par les relations :

$$u_m^* = u_m(\tau_C^*)$$

Les fonctions Q_j présentent plusieurs extrema, aussi la recherche du maximum-maximorum s'effectue par une méthode de stratification dans l'intervalle de variation de τ_C .

La borne inférieure de cet intervalle est définie par le plus grand des temps d'occupation des postes de travail correspondant à une productivité maximale :

$$\tau [\text{Max}_m (H_1^{*m})] = \tau_1$$

Par définition de H_1^* , il sera impossible de travailler avec un temps de cycle plus petit.

La borne supérieure de l'intervalle est donnée par le plus grand des temps d'occupation correspondant au coût minimum :

$$\tau [\text{Max}_m (H_2^{*m})] = \tau_2$$

A partir de cette valeur, toutes les fonctions H_j^{*m} sont monotones. Il s'en suit que les bornes de variations de τ_C sont :

$$\tau_1 = \tau [\text{Max}_m (H_1^{*m})] \leq \tau_C \leq \tau [\text{Max}_m (H_2^{*m})] = \tau_2$$

V.4 - APPLICATIONS

V.4.1 - Détermination de $Q_2(\tau)$ pour une opération d'usinage et une machine-outil.

Le calcul de ces fonctions coûts de fabrication, pour un temps donné d'occupation du poste de travail, se fait à partir des modèles mathématiques de tournage et perçage définis dans les paragraphes IV.3 et IV.4.

L'usinage étant stationnaire, à un temps de coupe τ_0 fixé, correspond une vitesse d'avance linéaire théorique v_{fo} .

La réalisation de cet usinage ne sera possible que s'il existe, dans le plan logarithme de V -logarithme de S , au moins un point $(V, S_0 = \frac{\pi \phi v_{fo}}{V})$ compris à l'intérieur du domaine convexe défini par les contraintes.

D'une façon générale, nous rechercherons, parmi tous les points réalisables, celui qui minimise H_2 .

- Applications au tournage

Les figures V.4 et V.5 montrent les résultats obtenus dans les cas d'ébauche et de finition d'une pièce de diamètre de 100 mm sur un tour V100 N. Les données numériques non-précisées se trouvent dans l'annexe 2.

- Applications au perçage

De même, les figures V.6 a et b présentent les résultats obtenus pour le perçage de 8 trous de diamètre 10 et de 40 mm de profondeur. La figure V.6a se rapporte à la machine-outil AUTOR CNZ équipée d'une boîte

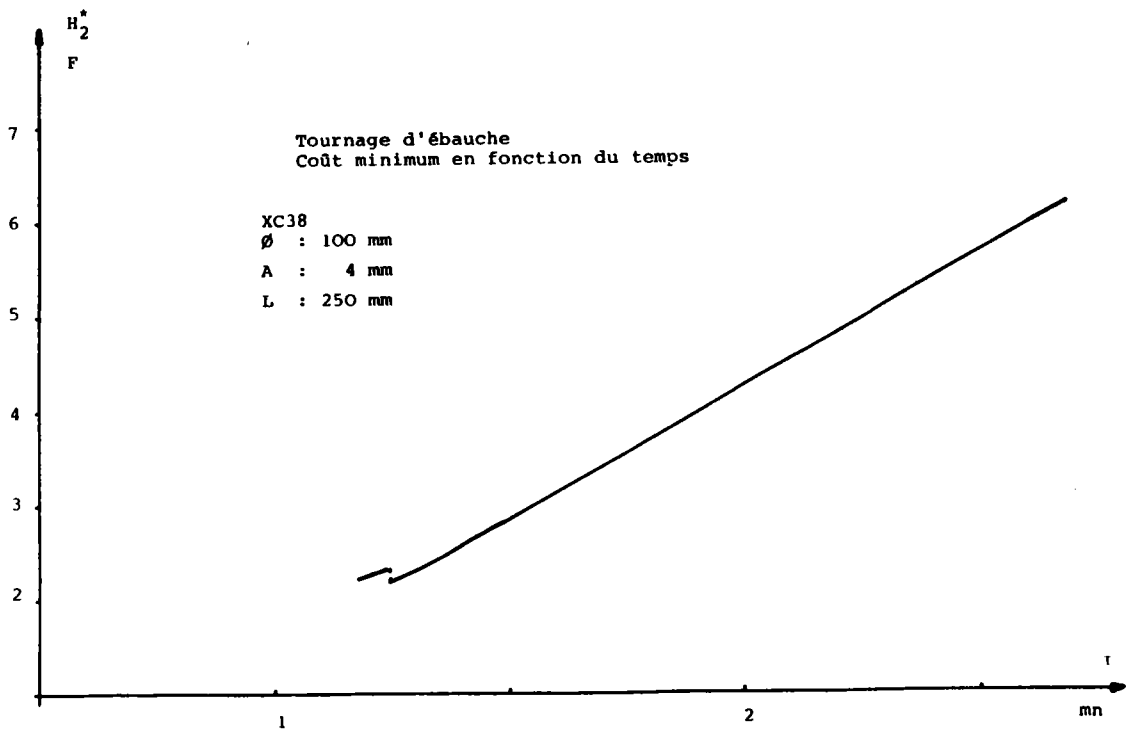


FIGURE V.5

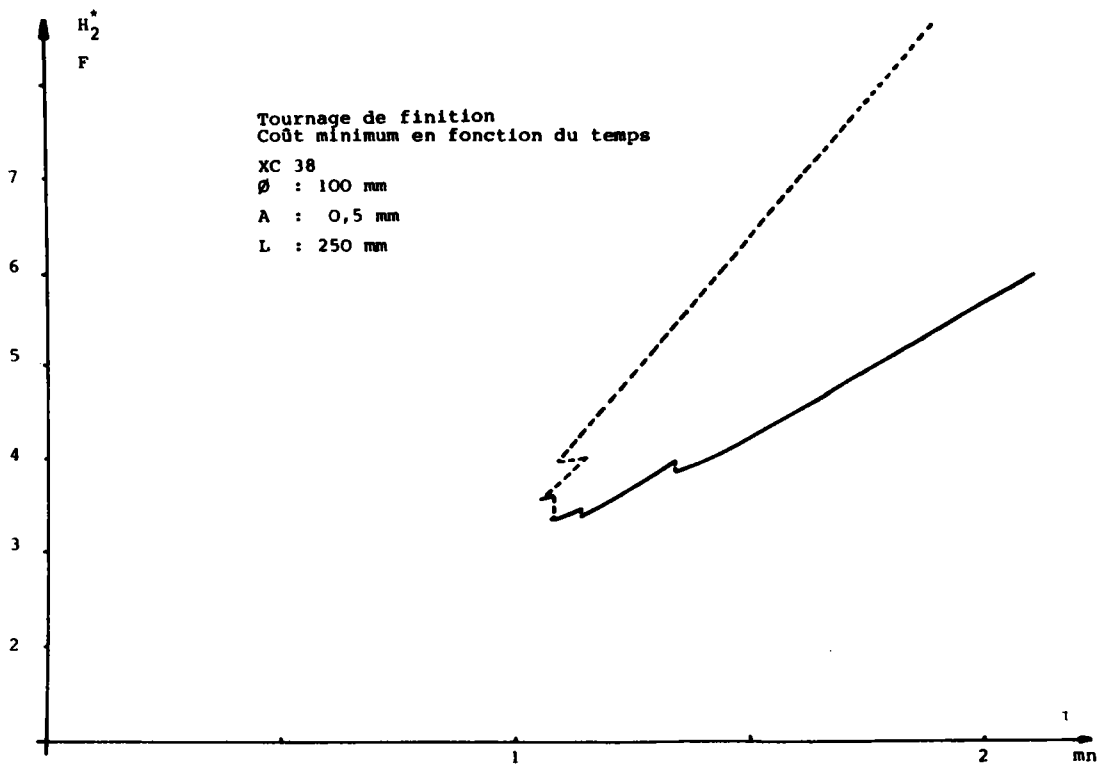


FIGURE V.4

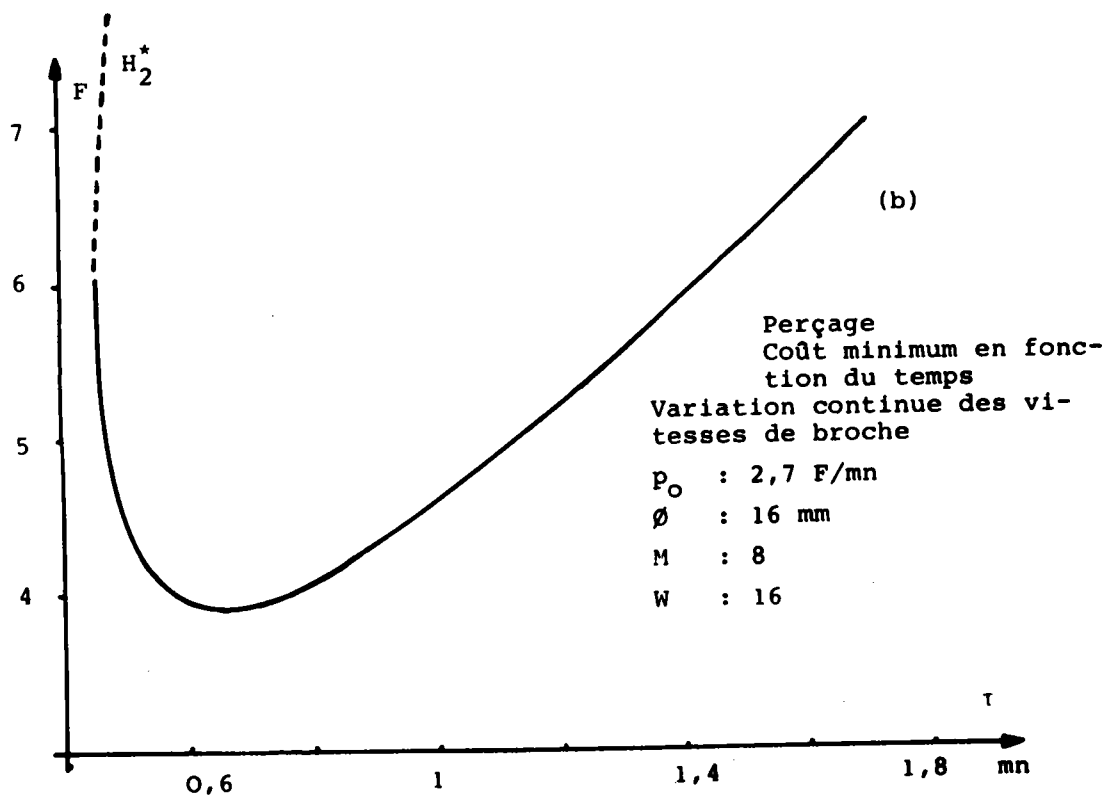
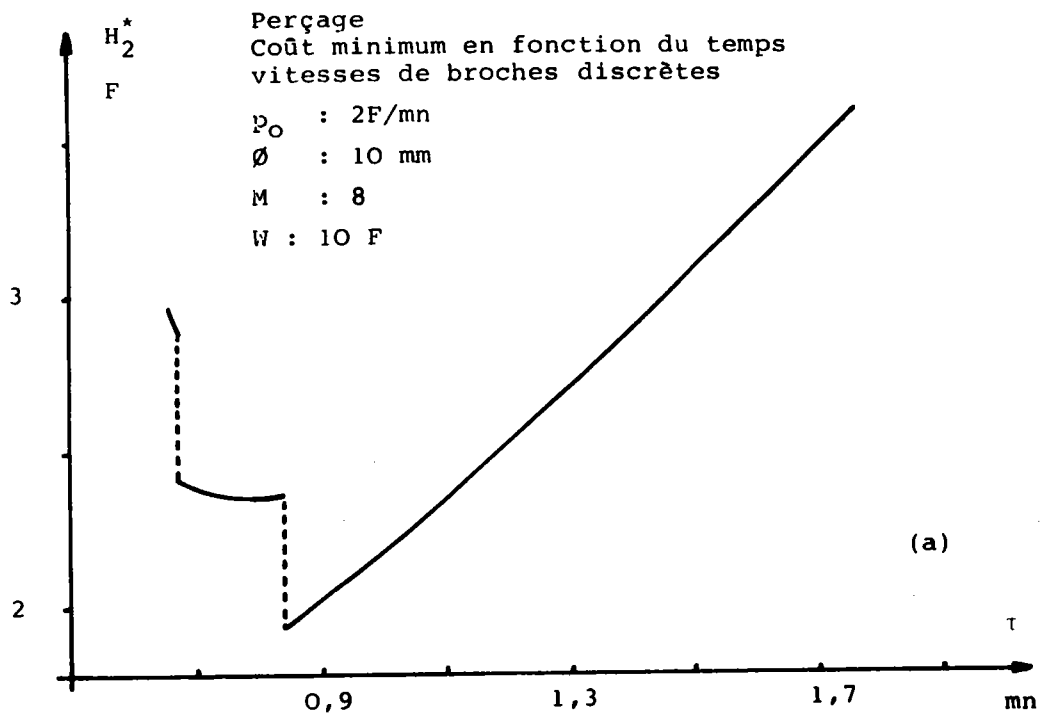


FIGURE V.6

de vitesse de broche tandis que la figure V.6 b se rapporte au cas d'une variation de vitesse continue de broche sur cette même machine.

Des différentes courbes précédentes, nous pouvons déduire les remarques suivantes :

- a) - Les discontinuités des courbes sont dues au changement discret de vitesse de broche. Il apparaît clairement que la gamme de vitesse de broche a une influence importante sur les caractéristiques $Q_2(\tau)$.
- b) - Ces courbes se divisent en trois groupes selon les caractéristiques de la machine-outil et le type d'usinage.

Groupe 1 (Exemple figure V.9)

La puissance à la broche limite les conditions de coupe. Dans ce cas, les courbes $Q_2(\tau)$ ne présentent pas de minima et travailler à la productivité maxima implique un coût minimum. Ce cas se présente souvent dans les opérations d'ébauche en tournage car le faible coût de réaffutage d'une arête tranchante, entraîne une durée de vie optimale d'outil faible et donc de grandes vitesses de coupe.

Groupe 2 (Exemple figure V.5)

Les courbes $Q_2(\tau)$ présentent un minimum mais pas de tangente verticale pour le temps minimal. Ceci s'explique par le fait que la puissance à la broche de la machine ou les contraintes mécaniques, ne permettent pas de travailler en productivité théorique maxima, mais ces caractéristiques sont suffisantes pour le régime économique.

Groupe 3 (Exemple figure V.6a)

Les courbes $Q_2(\tau)$ présentent un minimum et une tangente verticale. Dans ce cas, les deux objectifs coût minimum et temps minimum peuvent être atteints. Les caractéristiques mécaniques de la machine-outil sont bien adaptées à l'usinage considéré.

- c) - τ^{**} étant le temps correspondant à la productivité maxima et τ^* le temps correspondant au régime économique, en tournage, ces deux temps sont peu différents, au moins dans le cas de l'utilisation de plaquette rapportée, aussi travailler à productivité maxima implique un coût proche du minimum. Ceci justifie la commercialisation de tour à commande adaptative aux contraintes sur la puissance et le couple à la broche. Par contre, pour des opérations point à point et de fraisage $Q_2(\tau^*) \gg Q_2(\tau^{**})$, d'où l'intérêt de développer dans ce cas des fraiseuses à commande adaptative par optimisation sur le coût de l'usinage ou la durée de vie de l'outil.

V.4.2 - Détermination de $Q_3(\tau)$, $Q_5(\tau)$, $Q_6(\tau)$ pour une opération et une machine-outil

A partir des courbes $Q_2(\tau^*)$ obtenues dans le cas du perçage, nous montrons, figures V.7 et V.8, l'évolution des autres critères définis au paragraphe V.3.5, pour différentes valeurs de R fixées respectivement à 50 %, 100 %, 150 %, 200 % de la plus-value réalisée par rapport au minimum de $H_2^*(\tau)$ de la figure V.6a.

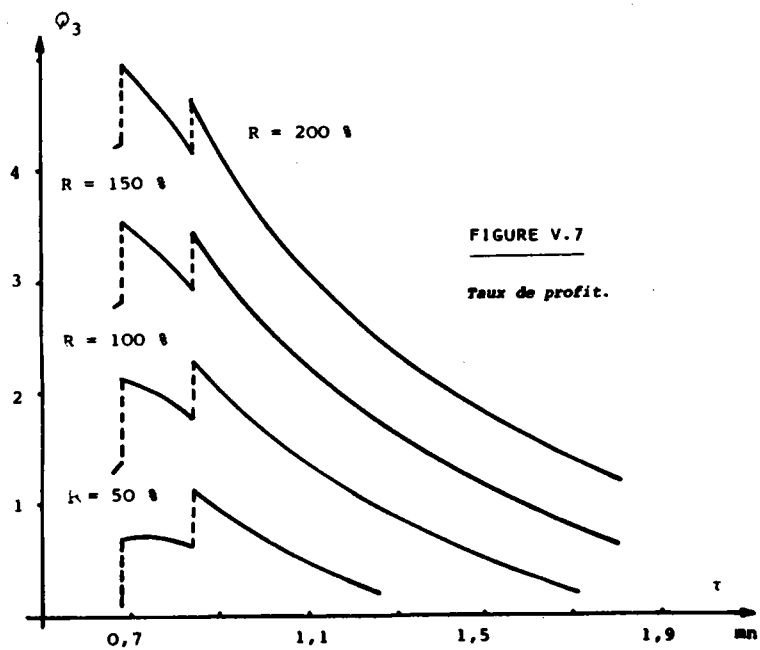


FIGURE V.7

Taux de profit.

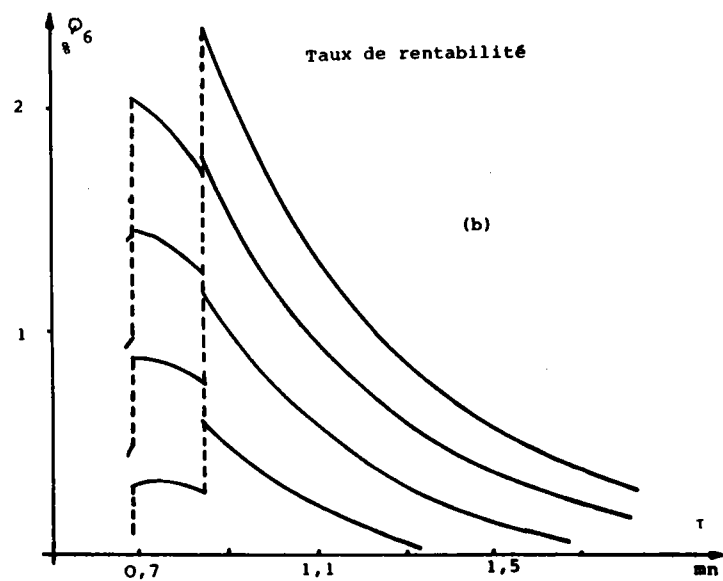
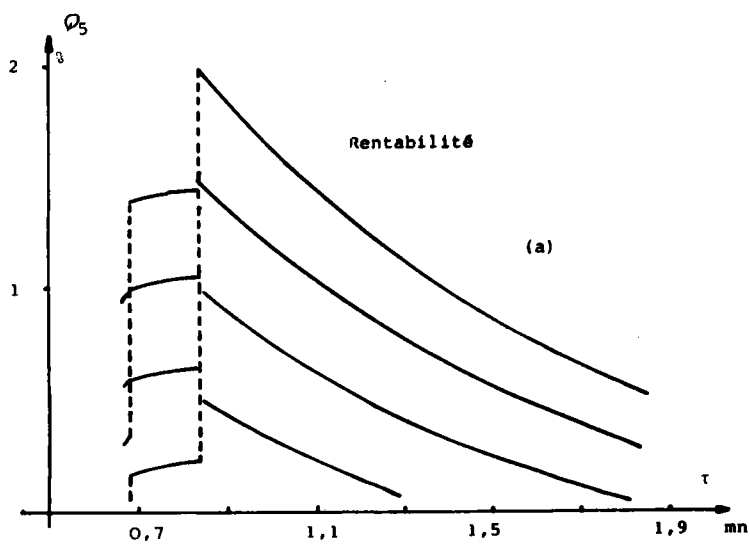


FIGURE V.8

Sur les figures V.7 et V.8 b, il apparaît clairement que le maximum de Q_3 et Q_6 est fonction de la plus-value R , tandis que le maximum de Q_5 est le même que celui de Q_2 . Nous pouvons remarquer également que le taux d'intérêt qui est le critère financier le plus représentatif de la marche de l'entreprise, est maximum pour un temps supérieur à celui du maximum du taux de profit.

V.4.3 - Cas d'une séquence d'opérations

Soit N_{op} le nombre d'opérations à exécuter séquentiellement sur une machine-outil, le problème est de déterminer :

$$\text{Min } Q_2(\tau) = \text{Min } \sum_{n=1}^{N_{op}} Q_2^n(\tau_n) \text{ tel que}$$

$$\sum_{n=1}^{N_{op}} \tau_n = \tau_C$$

D'une façon générale, les fonctions Q_2 étant tabulées et non linéaires, la résolution de ce problème se fera à l'aide de la programmation dynamique.

Cependant, dans certains cas, en tournage en particulier, comme $Q_2(\tau^{**}) \neq Q_2(\tau^*)$ et $\tau^{**} \neq \tau^*$ les fonctions Q_2 peuvent être approchées par des droites de même pente (coûts planchers identiques) en fonction de τ d'où

$$\tau_n \neq \tau_n^* + \frac{\tau_C - \sum_{n=1}^{N_{op}} \tau_n^*}{N_{op}}$$

et

$$\text{Min } Q_2(\tau_C) \neq \sum_{n=1}^{N_{op}} \text{Min } Q_2^n(\tau_n)$$

Dans l'annexe 8, nous déterminons par construction graphique la répartition des temps d'usinage pour une séquence de deux opérations.

V.4.4 - Exemple de calcul du temps optimal de cycle T_c
pour trois machines-outils

La figure V.9 représente les coûts d'usinage sur trois machines différentes en fonction du temps d'occupation des postes respectifs de travail selon les données de base ci-dessous :

TABLEAU V.1

	<i>machine n° 1</i>	<i>machine n° 2</i>	<i>machine n° 3</i>
ϕ_{mm}	4	10	20
D_{mm}	20	40	30
M	300	80	40
ρ	0,7	0,7	0,7
W	10	10	20
$P_o F/mn$	1	2	3
$L_o mm$	50	100	185
Re daN/mm	65	65	65

Pour chacun de ces usinages, les temps correspondant à une productivité maxima τ_i^{**} et à un coût minimum τ_i^* sont :

TABLEAU V.2

	<i>machine n° 1</i>	<i>machine n° 2</i>	<i>machine n° 3</i>
τ^{**}	8,5	8,7	8,2
τ^*	9,7	10,4	8,2

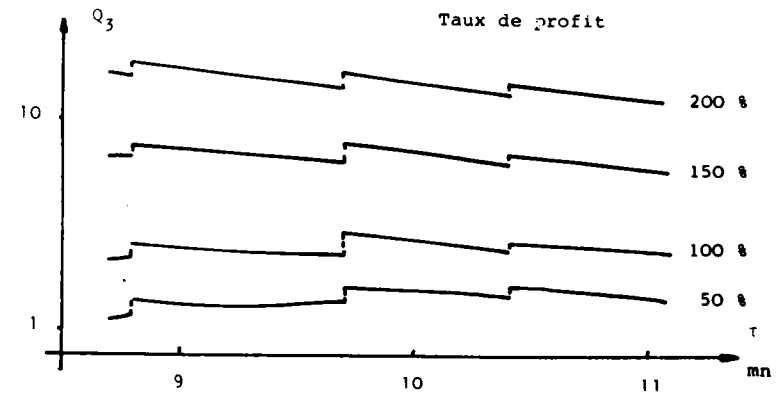
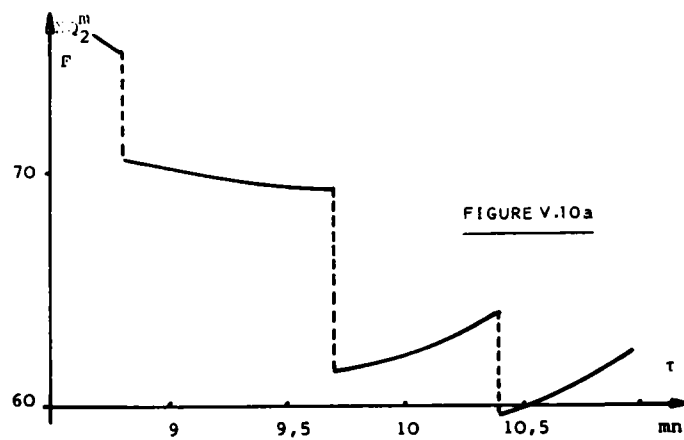


FIGURE V.10 b

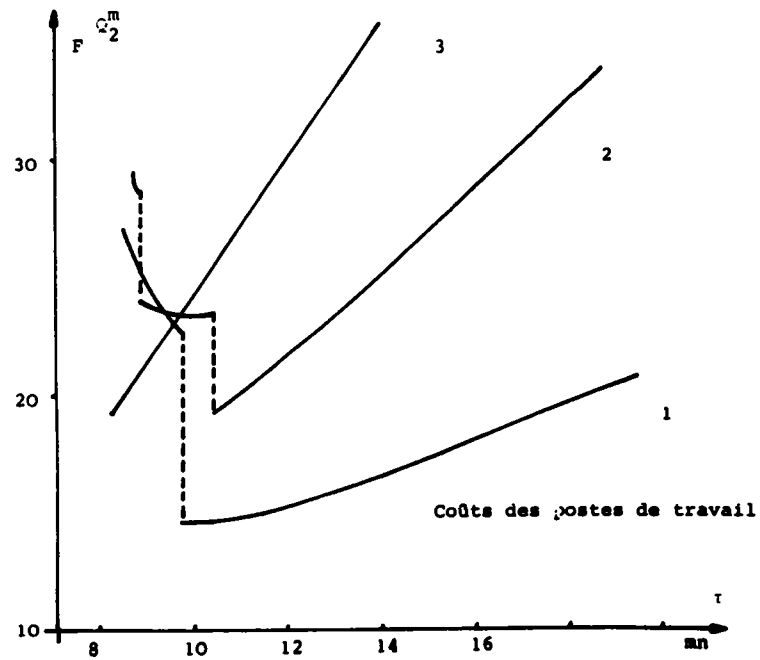


FIGURE V.9

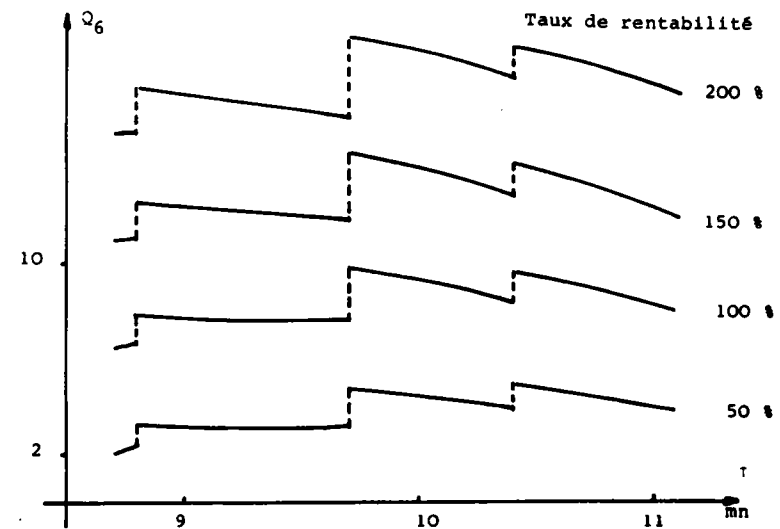


FIGURE V.10 c

D'après le tableau V.2 , l'intervalle de recherche de l'extremum de Q_j est :

$$8,7 \leq \tau_C \leq 10,4$$

Les figures V10 a,b et c représentent respectivement les critères Q_2 , Q_3 et Q_6 en fonction du temps de cycle de l'îlot de fabrication constitué par ces trois machines.

Le tableau V.3 résume les valeurs des temps de cycle optimum,obtenues pour les différents critères économiques étudiés.

TABLEAU V.3

Temps de cycle							Coût correspon- dant
Critère			Plus value %				
			50	100	150	200	
Q_2	Coût global	10,4					59,8
Q_3	Taux de pro- fit		9.7	9.7	9.7	8.8	61,7
Q_6	Taux d'inté- rêt		10.4	9.7	9.7	9.7	59.8
Q_1	Productivité max.	8.7					76.8
$\sum_{m=2}^{H^*m}$	Σ Coût par ma- chine	10.4					60.5

Ainsi, dans cet exemple où les variations de τ_C sont faibles, l'optimisation des différents critères Q_2 , Q_3 , Q_6 , $\sum_{m=2}^{H^*m}$ conduit à des variations des coûts correspondants, inférieures à 2 %. Au maximum du taux d'intérêt correspondent des conditions de coupes peu

différentes de celles obtenues par la minimisation des coûts sur chaque machine . Cette conclusion se généralise chaque fois que les courbes $H_2^{*m}(\tau)$ présentent des temps τ_m^* et τ_m^{**} peu différents pour tout $m = 1, \dots, M$. Seuls les usinages nécessitant l'utilisation d'outillages coûteux par rapport au coût plancher machine, entraînent une variation importante du taux d'intérêt par ajustement des conditions de coupe.

Ces résultats obtenus entièrement par simulation corroborent les méthodes de planification utilisées dans la plupart des entreprises.

V.4.5 - Cas de la fabrication de plusieurs produits

Le temps d'occupation de l'ilot pour la fabrication du $i^{\text{ième}}$ lot de n_i pièces est :

$$T_i = n_i T_{C_i} + s_i$$

où s_i est le temps de réglage des machines et de mise en place des montages de fixation des pièces pour le lot i .

Cet îlot est assimilé à un seul poste de travail, l'ordre de passage des lots et éventuellement les nombres de pièces n_i par lot, seront donc déterminés uniquement par les dates d'approvisionnement et les dates de livraison des séries de pièces [II.27].

V.5 - CONCLUSION

Nous avons envisagé dans ce chapitre, le cas général de l'optimisation des conditions d'usinage pour plusieurs machines-outils disposées en ligne. Ceci nécessite la prise en compte de l'ordonnancement des travaux selon les temps d'occupation de chaque poste de travail. Nous avons montré que l'extremum d'un critère économique implique la recherche d'un temps de cycle de travail unique pour toutes les machines.

Dans le cas de l'utilisation d'outillage standard, la minimisation du coût de l'usinage sur chaque machine donne des conditions de coupe peu différentes de celles obtenues par l'optimisation d'autres critères économiques. Un temps de cycle compris à l'intérieur des bornes τ_1 , τ_2 a peu d'influence (cf. paragraphe V.3.5).

Le problème qui se pose en priorité pour une conduite optimale d'un îlot de fabrication n'est donc pas le choix d'un critère économique plutôt qu'un autre, mais la détermination de gammes d'usinage conduisant à des temps τ_1 et τ_2 peu différents.

Remarquons cependant que l'élaboration automatique de gammes nécessite l'utilisation de modèles de simulation et de procédures d'initialisation tels que ceux présentés dans les chapitres III et IV.

CONCLUSION GENERALE

ET

PERSPECTIVES D'AVENIR

La présente étude propose une commande du processus d'usinage d'un îlot de fabrication de mécanique générale. Dans ce concept, l'accroissement sensible de la productivité nécessite une analyse fine du processus de fabrication afin de diminuer les temps improductifs et d'améliorer la qualité des produits.

Pour une machine, nous avons décomposé la commande en niveaux fonctionnels : régulation, adaptation, optimisation, tandis qu'un niveau de coordination assure une optimisation globale.

Après avoir rappelé les caractéristiques d'une fabrication de lots de pièces, nous avons défini, pour le niveau régulation, les transferts d'informations des variables du processus vers les niveaux supérieurs. Des travaux relatifs à la commande directe de la machine-outil, afin de maintenir un point de consigne en dépit des perturbations, ont été présentés par ailleurs [II.5].

La définition des points de consigne est réalisée au niveau optimisation. Nous avons défini un modèle de simulation du processus d'usinage déterminant les conditions de coupe et les contraintes de sécurité telles qu'un critère de productivité représentant l'occupation du poste de travail soit optimisé. La recherche de l'extremum du critère s'effectue dans un domaine fermé défini par les contraintes sur la machine-outil, l'outil, la pièce, dans l'espace vitesse de coupe-vitesse d'avance. Le temps de calcul, pour un ordinateur MITRA 15, des conditions de coupe est de l'ordre d'une seconde par opération

d'usinage. Des applications à la fabrication de pièces industrielles comportant des opérations de point à point et de tournage, montrent les bonnes performances du modèle.

L'évaluation des paramètres du modèle est élaborée par le niveau adaptation à partir de banque de données technologiques telles que celles développées par l'ADEPA et notre laboratoire. Selon les informations disponibles, nous avons proposé deux approches à ce problème d'estimation des paramètres et de configuration des lois :

- a) - La première approche consiste, pour un type d'usinage, à fournir au préparateur, un outil informatique de classification et d'identification de paramètres d'expériences semblables, déjà enregistrés dans la banque de données. Dans ce cas, les performances du système ne dépendent que de l'expérience humaine. Nous avons réalisé un logiciel d'interrogation et de tri , en conversationnel, de la banque ADEPA. Ainsi, pour 70.000 paramètres enregistrés, le temps de recherche des expériences comprenant une même valeur donnée de paramètres, est inférieur à la seconde pour le même ordinateur que précédemment.
- b) - La seconde approche est basée sur l'analyse de données par la méthode des nuées dynamiques. Nous avons développé une nouvelle méthode : l'analyse discriminante typologique sous contraintes, qui permet de décrire les modèles par l'étude de la population de la banque puis d'affecter par la suite à un nouvel usinage (non encore réalisé et caractérisé seulement par ses paramètres explicatifs) un modèle bien adapté. Des applications à la reconnaissance des lois d'effort de coupe en tournage illustrent les possibilités de la méthode.

Connaissant, pour chaque poste de travail, le coût de fabrication en fonction du temps d'occupation du poste, le niveau de coordination détermine le temps de cycle de travail correspondant à l'optimisation du critère global de productivité. Pour un îlot de production composé de trois machines-outils, nous avons comparé les lois de commandes obtenues par l'application de différents critères : production, coût, taux de profit, taux de rentabilité.

Cette structure hiérarchique permet une adaptation aisée du système de commande aux conditions d'utilisation changeantes. De plus, les différentes étapes du système, correspondant à des besoins précis dans la fabrication, peuvent être testées séparément. Par rapport à un système de commande numérique, le coût de la commande hiérarchique est faible et dépend surtout des capteurs de suivi de fabrication.

Il entre dans les préoccupations du GRAIM-LPMC de développer d'autres modèles pour les opérations de tronçonnage, filetage, fraisage, rectification et d'étudier de façon plus précise les temps de manutention.

Conçue pour le cas particulier de l'usinage, l'analyse discriminante typologique est en fait une méthode très générale s'appliquant à des domaines variés (contrôle de qualité, synthèse de systèmes complexes, diagnostic...). Ainsi, des applications sont envisagées dans les domaines de reconnaissance de spectres vibratoires et de détection des maladies cardiaques. Des études complémentaires sur le cas des variables explicatives hétérogènes, le choix d'une métrique bien adaptée à un problème et sur les tests d'arrêts sont à envisager.

En ce qui concerne la commande de l'îlot, une modification en temps réel de la gamme d'usinage, par exemple lors d'une panne de machine-outil, et l'affectation du personnel devra être étudiée afin de rendre la chaîne de fabrication moins dépendante des perturbations.

Les logiciels correspondant aux niveaux adaptation et optimisation ont été implantés à l'Agence Nationale pour le Développement de la Production Automatisée (ADEPA) . La Régie Nationale des Usines Renault (RNUR-Billancourt) utilise notre système d'interrogation et d'exploitation de banques de données technologiques.

Plusieurs centaines d'entreprises françaises utilisent en 1978 la programmation, assistée par ordinateur, de machines-outils à commande numérique. La diminution sensible des coûts de la mini-informatique, les difficultés de trouver du personnel technique très qualifié, l'augmentation des temps d'occupation des machines due à l'utilisation de centres d'usinage et d'îlots de production en ligne, enfin l'accroissement de la compétitivité entraîneront les petites et moyennes industries à automatiser la préparation et la conduite de fabrication. Aussi, nous espérons, dans un avenir proche, pouvoir tester dans un plus grand nombre d'entreprises ce système de commande du processus d'usinage.

B I B L I O G R A P H I E

REFERENCES I

- I.1 - DUFOUR J.
Méthodes de partition des systèmes complexes.
Journée commande et gestion de systèmes complexes
Toulouse - Juin 1976.
- I.2 - BERTIER P. - BOUROCHE J.M.
Analyse de données multidimensionnelles.
P.U.F. - Collection système et décision.
- I.3 - CAILLIEZ F. - PAGES J.P.
Introduction à l'analyse des données.
SMASH Editeurs - 1976.
- I.4 - DIDAY E.
Nouvelles méthodes et nouveaux concepts en classification automatique et reconnaissance de formes.
Thèse de doctorat ès Sciences Mathématiques, Paris VI,
1972.
- I.5 - ROMEDER J.M.
Méthodes de discrimination.
Editions DUNOD, 1972.
- I.6 - NAKACHE J.P.
Comparaison des règles d'affectations associées à différentes méthodes de discrimination.
Rapport U88 - Méthodologie informatique et statistique en médecine - INSERM - 1976.
- I.7 - BENZECRI J.P.
Analyse des correspondances.
Tome II - Edition Dunod, 1973.
- I.8 - MUTEL B., LEMOINE Y.
Rapport Convention ADEPA-GRAIM, 1977.
2ème partie : reconnaissance d'usinage.

I.9 - SCHROEDER A.

Reconnaissance des composants d'un mélange.
Thèse 3ème cycle, Paris VI, mai 1974.

I.10 - DEVIJER A.

Sur la signification de certains critères de
l'analyse discriminante appliqués au problème
de reconnaissance de forme.
Séminaire IRIA, 1974.

I.11 - DEVIJER A.

Entropie quadratique et reconnaissance de forme.
Computed oriented learning process.
Série E, pp. 257-278 Noodhoff Leyden International
publisching 1976.

I.12 - BOUROCHE J.M., TENNENHAUS M.

Méthode typologique sur variables hétérogènes.
Note de travail n° 10 COREF - Juin 1976.

I.13 - MUROTSU Y., OBA F.

A study on linear programming under uncertainty.
Bulletin of University of Osaka Prefectures
Série A - vol. 23, n° 1, 1974.

REFERENCES II

II.1 - MERCHANT E.

The manufacturing system concept in production research.

Ann. CIRP, 1971, vol. 20, n° 2, pp. 1070-1074.

II.2 - DOUMEINGTS G.

Système de conduite de production et d'aide à la décision.

Journées AFCET. Commande et Gestion de systèmes complexes- Toulouse - octobre 1976.

II.3 - WEILL R.

Optimalisation des travaux d'usinage par l'emploi de modèles de calculs et de banques de données technologiques.

- Journées d'Etudes sur l'optimalisation des techniques d'usinage traditionnel - Avril 1975, Lyon.

II.4 - MUTEL B.

Machines-outils à commandes adaptatives.

Séminaire C.A.S.T./I.N.S.A. sur la coupe des métaux pp. 575-629, Lyon, 1971.

II.5 - MARTIN P., MUTEL B., RICHARD J.

A global system of optimal adaptive control for machine-tool.

8th Seminar on Manufacturing System, Turin, 1976.

II.6 - MUTEL B.

La fabrication assistée par ordinateur.

A paraître dans Mécanique/Electricité mai-juin 1978.

II.7 - MUTEL B.

Les données technologiques dans les langages de commande numérique.

Conférence à l'Association des Ingénieurs du Sud-Ouest, Tarbes (1971).

II.8 - MUTEL B.

Introduction à la commande numérique quasi-optimale de processus industriel. Applications à la fabrication mécanique.

Rapport interne C.E.C.N, I.N.S.A., Lyon, 1972.

- II.9 - MUTEL B., FISCHER G., MAY P.
 Introduction des données technologiques dans
 un langage de programmation automatique ;
 ROMANCE - 1ère partie - Principes
 Usine et Automation, décembre 1969, pp. 29-37.
- II.10 - MUTEL B., MAY P.
 Introduction des données technologiques dans un
 langage de programmation automatique :
 ROMANCE - 2ème partie - Applications
 Usine et Automation, décembre 1970, pp. 31-40.
- II.11 - CHASEZ G., MUTEL B., MAY P.
 Mise au point sur calculateur d'une bande de
 programme de commande numérique.
 La machine-Outil n° 287 - juillet 1972, pp. 161-169.
- II.12 - MUTEL B.
 Compte rendu du groupe ADEPA.
 Recherche/industrie : banques de données techno-
 logiques.
 Journées d'Etude sur l'automatisation en fabrica-
 tion, Paris, Mai 1977.
- II.13 - A.D.E.P.A.
 Banque de données optimisées.
 Action concertée D.G.R.S.T., Mécanique, 1976.
- II.14 - MUTEL B., WESTPHAL N., LEMOINE Y.
 Compte rendu convention ADEPA-GRAIM, 1976
 Compte rendu convention ADEPA-GRAIM 1977
 3ème partie : banque de données technologiques.
- II.15 - MUTEL B.
 Modèles mathématiques et processus de coupe.
 Journées CAST-INSA Lyon, pp. 573-627, février 1976.
- II.16 - BURNER R., MUTEL B.
 Mesures des efforts de coupe et des vibrations
 en tournage.
 A paraître dans l'Ingénieur et le Technicien de l'E.T.
- II.17 - MUTEL B., WESTPHAL N., BURNER R.
 Rapport convention ADEPA-GRAIM, 1977.
 1ère partie - optimisation en production.

- II.18 - COLDING B.
A cost model and a performance index for a manufacturing.
Ann. CIRP vol. 24, n° 1, 1975 pp. 447-452.
- II.19 - APPELBAUM J., ERLECKI M.S.
A problem of economic optimization of electric equipment design.
IEEE Trans. Communication and Electronics
Vol. 83, Nov. 1964, pp. 773-776.
- II.20 - MATHIEU J.P.
La rentabilité des machines-outils en fonction des conditions d'exploitation.
Journées d'étude sur l'optimisation INSA, Av. 1975.
- II.21 - ERSCHLER J.
Analyse sous contrainte et aide à la décision pour certains problèmes d'ordonnancement.
Thèse d'Etat - Université P. Sabatier, Toulouse, 1976.
- II.22 - MUTEL B., MARTIN P.
Détermination "off line" des conditions optimales de coupe. Cas du perçage.
Mécanique/Electricité n° 298 octobre 1974, pp. 3-8.
- II.23 - MUTEL B., MARTIN P.
Détermination "off line" des conditions optimales de coupe. Cas du tournage.
Mécanique/Electricité n° 298, octobre 1974, pp. 9-13.
- II.24 - MUTEL B., LEMOINE Y., BURNER R.
Determination of cutting laws informations for machining operation.
Publication acceptée - 19ème MTDR Manchester 1978.
- II.25 - GUPTA J.
A heuristic algorithm for the flow shop scheduling problem.
RAIRO. Recherche opérationnelle.
vol. 10, n° 6, Juin 1976, p. 63-73.
- II.26 - MUTEL B., BURNER R. MARTIN P.
Comparaison of production system control for a multi-stage machining systems.
10th Seminary on Manufacturing System
Haifa, Juillet 1978.

- II.27 - GOYAL S.K., MARSHALL L.
A dual algorithm for the one-machine scheduling problem.
Math. Prog. (Hollande) vol. 11, N° 3, 1976, pp. 229-251.
- II.28 - MUTEL B., LEMOINE Y., MARTIN P.
A new method of industrial process recognition.
Applications to the machining process optimal control.
Publication proposée au 4ème Congrès IFIP-IFAC
PROLAMAT 79.
- II.29 - Machining data Handbook
Metcut research associates, Cincinnati, Ohio, 1972.
- II.30 - INFOS
Technische Hochschule d'Aachen, R.F.A.
- II.31 - PERA
Production engineering research association
Melton Mowbray - Leicestershire, GB.
- II.32 - ROUMESI Y.
Déterminations des lois d'usure des outils de coupe.
Machine-Outil Française, n° 319 à 323, mai 1975.
- II.33 - FROST T., SMITH P.
Optimization of the machining process and overall system concept.
Ann. CIRP, vol. XVIV, 1971, pp. 385-394.
- II.34 - WEILL R., MEGRELIS C.
Optimalisation des conditions d'usinage.
Automatismes, tome IX, 1962, pp. 32-40.
- II.35 - GORANSKI G.K.
Calculation of cutting conditions by means of electronic computer.
National Lending Library for Science and Technology
pp. 186, 1967.
- II.36 - FIELD J.
Computerized determination and analysis of cost and production rate for machining operations.
Trans. ASME, 1968, pp. 455-466.

- II.37 - A.P.T.
Programme d'optimisation des conditions de coupe pour le perçage.
 A.L.R.P. Europe - Rapport H 8051, 1968.
- II.38 - COLDING B.
Automatic digital computer determination of tool wear relationship and of machining economics.
 2th Seminar on Manufacturing System, Trondheim, juin 1970.
- II.39 - CROOKALL J., VENKOTARAMANI N.
Computer optimization of multi-pass turning.
Int. Jour. Prod. Res. vol., 9, 1971, pp. 247-258.
- II.40 - TAKEYAMA H., HONDA T.
Study automatic programming for numerical control automatic determination of cutting conditions in longitudinal rough turning.
Ann. CIRP, vol. XVIV, 1971.
- II.41 - SAVAIL A., DARIS G.
Utilisation d'un ordinateur électronique pour la recherche des meilleures conditions d'usinage.
Revue du GAMI, n° 3, 1962, pp. 14-18.
- II.42 - OPITZ H.
The EXAPT programming language for machine production.
Technica n° 24, 1967, pp. 2459-2460.
- II.43 - BERTALUCCI B., BELINI R.
Economics in machining : optimization on automatic lathes.
Society of Manufacturing Engineers, Dearborn, 1972.
- II.44 - RAVIGNANI G.L.
Les aspects économiques de l'optimisation des conditions d'usinage.
Journée d'Etudes du GAMI, Lyon, 1975.
- II.45 - HITOMI K.
Optimization of multistage machining system : analysis of optimal machining conditions.
Paper n° 70, WA/Prod 15, ASME, 1970.
- II.46 - IWATA K., MURATSU Y., OBA F.
Optimum machining conditions for flowtype machining system.
Ann. CIRP, 1974, vol. XXII, n° 2, pp. 175-176.

II.47 - HALEVI G.

A system approach to economics of part turning.

Mécanique/Electricité, n° 299, nov. 1974, pp. 23-29.

II.48 - AUTOPROS

Automated process planning system.

Conference CIRP on Application of computers to manufacturing, Genève 1969.

II.49 - BEDRIN N.

Exploitation statistique des données expérimentales.

Conférence C.A.S.T., Lyon, 1976.

II.50 - FILIPPI A. de, IPPOLITO R.

The influence of constraints on cutting conditions optimizations.

Ann. CIRP, vol. 24, 1975, pp. 417-421.

II.51 - BARROW G.

Tool life equations and machining economics.

12th MTDR, Birmingham, 1971.

II.52 - CROOKALL J., MOLTBY R.

The effect of component tolerance on optimum machining conditions.

12th MTDR, Birmingham, 1971.

II.53 - IAWATA K., MUROTSU Y.

A probabilistic approach to the determination of the optimum cutting conditions non linear constraints.

J. Engineering of Industry, nov. 1972, pp. 1099-1107.

II.54 - KISHINAMI T., SAITO K.

On a method of determining the optimum assigned operation for a multi-stage manufacturing system.

Assemblée Générale CIRP, sept. 1974, pp. 106-111, Kyoto, Japan.

II.55 - IWATA K., MUROTSU Y., OBA F.

Analysis of optimum loading sequence of parts and optimum machining conditions for flow type multistage machining system.

Ann. CIRP, vol. 24, n° 1, 1975, pp. 465-470.

II.56 - KEGG R.L.

Selection of cutting speeds based on uncertain data.

Ann. CIRP, vol. XXV, pp. 58-61, 1976.

II.57 - CENTNER R.M., IDELSOHN J.M.

Application of adaptative control to manufacturing processes.

IFAC Proceedings paper nb 27 c., 1966.

II.58 - PORTER B. et SUMMERS R.D.

The performance of self-optimizing strategies in the adaptive control process.

Int. J. MTD.R., vol. 8, 1968, pp. 217-237.

II.59 - Document BENDIX Co.

Adaptative control of milling machines.

Biennale de la Machine-Outil, 1970.

II.60 - DAPIRAN A.

Technical and economical potential of adaptively controled transfer lines.

8th Seminar on Manufacturing Systems conf. 1/4, Ivrea Italie.

II.61 - COLE L.M.

The Cincinnati acramizer adaptative control system.

Prolamat. North Holland, Amsterdam 1969, pp. 302-303.

II.62 - LOWELL M.

Adaptive control for metalworking applications.

Automation, vol. 2, n° 8, 1967.

II.63 - MAYER K. et SATTER K.

Système à commande adaptative pour machines-outils.

Revue Siemens, n° 3, 1970, pp. 54-61.

II.64 - PEKLENIK J.

Geometrical adaptive control of manufacturing systems.

Ann. CIRP, vol. 18, 1970. pp.383-388.

II.65 - SELIM I.M., MOISAN A.

Détermination d'un indice de performance pour la commande adaptative des machines-outils.

Mécanique/Electricité, janvier 1974, pp. 3-6.

II.66 - KRONENBERG M.

Machining Science and applications.

Pergamon Press, 1966.

II.67 - POMEY J.

*Phénomènes de mécanique physique qui régissent
la coupe des métaux.*

Mécanique-Matériau-Electricité, n° 256, Av. 1971, pp. 8-36.

II.68 - LEMAITRE F.

*Influence des paramètres de coupe sur les déformations
dans la pièce et le copeau.*

Mécanique-Matériau-Electricité, n° 278, Fév. 1973, pp. 2-10.

A N N E X E S

A N N E X E 1

IDENTIFICATION PAR REGRESSION

ORTHOGONALE
1. 1 - REGRESSION ORTHOGONALE
1.1.1 - Principe

Par ce vocable, nous désignons la méthode qui consiste à minimiser la somme des carrés des distances ⁽¹⁾ séparant chaque point d'observation à l'hyperplan à identifier dans $\mathbb{R}^p$.

Soit x_i^J la i ème observation de la J ème variable, n et p les dimensions des espaces respectivement des observations et des variables et :

$$\bar{x}^{-J} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i^J ; \quad \bar{x}_{\sim} = \begin{bmatrix} \bar{x}^1 \\ \vdots \\ \bar{x}^p \end{bmatrix} ; \quad x_{\sim i} = \begin{bmatrix} x_i^1 \\ \vdots \\ x_i^p \end{bmatrix}$$

Cherchons l'hyperplan H passant par l'origine de vecteur, cosinus directeurs $\underset{\sim}{w}$ et d'équation :

(1) Nous appellerons distance la longueur du segment de droite joignant le point d'observation au pied de la perpendiculaire à l'hyperplan.

$$\sum_{J=1}^p w^J x^J = 0 \quad \text{avec} \quad w = \begin{bmatrix} w^1 \\ \vdots \\ w^p \end{bmatrix}$$

qui représente au mieux le nuage des points d'observation .

La somme des carrés des distances de ces points au plan H est :

$$I = \sum_{i=1}^n |w' (x_i - \bar{x})|^2$$

$$I = \sum_{i=1}^n w' (x_i - \bar{x}) (x_i - \bar{x})' w = w' M w$$

où M est la matrice de covariance expérimentale des p variables. Le problème est donc de minimiser I sous la contrainte $w'w = 1$.

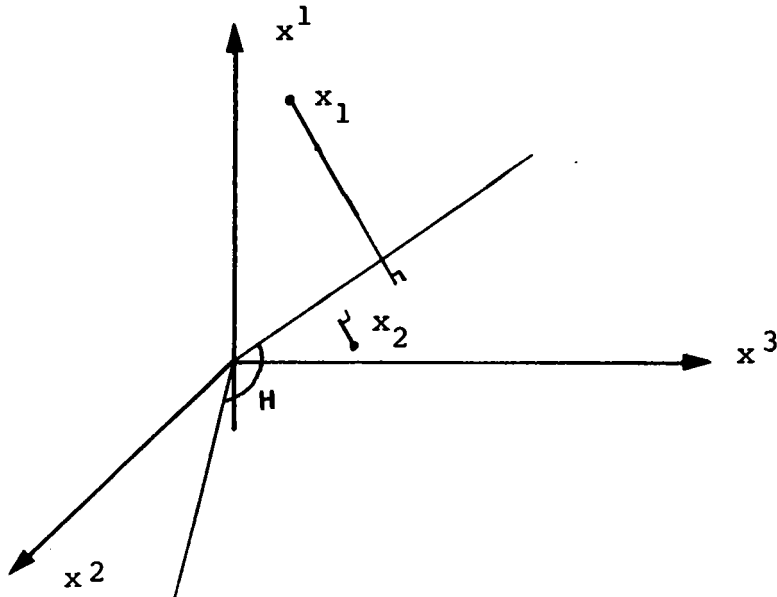


FIGURE 1.1

La méthode des multiplicateurs de Lagrange donne :

$$\frac{\partial}{\partial \underset{\sim}{w}} [\underset{\sim}{w}' \underset{\sim}{M} \underset{\sim}{w} - \lambda (\underset{\sim}{w}' \underset{\sim}{w} - 1)] = 0$$

Soit $\underset{\sim}{M} \underset{\sim}{w} - \lambda \underset{\sim}{w} = 0$

D'où, $\underset{\sim}{w}$ est le vecteur propre de la matrice $\underset{\sim}{M}$ correspondant à la valeur propre λ . Comme nous recherchons le minimum de I , $\underset{\sim}{w}$ sera donc le vecteur propre associé à la plus petite valeur propre λ_p de $\underset{\sim}{M}$.

L'hyperplan H de cosinus directeurs $\underset{\sim}{w}_p$ minimise ainsi le carré des distances points-plan.

1.1.2 - Lien avec l'analyse en composantes principales

Soit Δ_1 la droite passant par l'origine qui ajuste au mieux le nuage et $\underset{\sim}{\Delta}$ le vecteur unitaire porté par cette droite.

La projection d'un point x_i sur Δ_1 s'écrit :

$$\underset{\sim}{\Delta}' (\underset{\sim}{x}_i - \underset{\sim}{\bar{x}}) = \sum_{J=1}^p \underset{\sim}{\Delta}^J (x_i^J - \bar{x}^J)$$

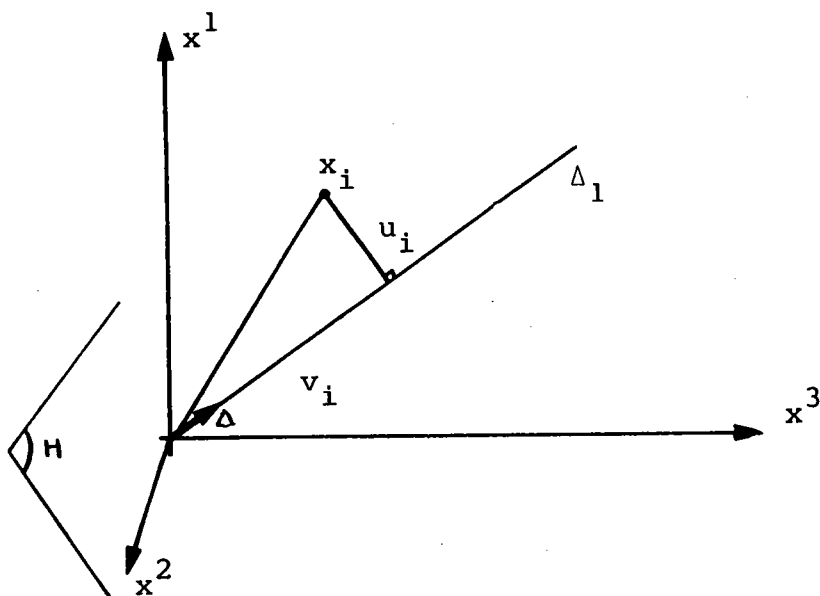


FIGURE 1.2

D'après le théorème de Huygens , le carré de la distance à l'origine d'un point du nuage est la somme des carrés de la projection de ce point sur la droite Δ_1 : u_i^2 augmentée du carré de la distance à Δ_1 : v_i^2 (figure 1.2).

Rendre minimum u_i^2 revient donc à rendre maximum v_i^2 . Or, les composantes du vecteur w_p sont les cosinus directeurs du plan H perpendiculaire à Δ_1 . w_p sera le vecteur propre de l'analyse en composantes principales correspondant à la plus petite valeur propre de la matrice de covariance du nuage.

1.2 - COMPARAISON AVEC LA METHODE DE REGRESSION SUR

VARIABLES INDEPENDANTES

Soit :

x_i^J les variables indépendantes $J_1 = 1, \dots (p-1)$

x_i^P la variable dépendante

En régression linéaire classique la minimisation des carrés des écarts par rapport à la variable dépendante conduit au problème de minimisation par moindres carrés dont la solution est :

$$\underset{\sim}{w} = (X X')^{-1} X Y'$$

$\underset{\sim}{w}$: vecteur colonne des coefficients de l'hyperplan

$\underset{\sim}{X}$: matrice observation des variables x_i^J ,
 $J = 1, \dots (p-1)$

$\underset{\sim}{Y}$: matrice colonne des n observations x_i^P

Ainsi, selon la figure ci-après, les coefficients de la droite Δ seront obtenus par la minimisation de la quantité

$$I = \sum_{i=1}^4 d_i \quad (\text{figure 1.3})$$

Cette méthode très répandue appelle les remarques suivantes :

1.2.1 - Inversion de la matrice de covariance

L'inversion de la matrice $(X X')$ n'est possible que si au moins n_K expériences sont linéairement indépendantes, avec $p \leq n_K < n$, ce qui nécessite un choix des observations. Si cette condition est facilement vérifiée lorsque l'expérimentateur choisit lui-même ses conditions expérimentales, il n'en est plus de même en analyse de données où les observations peuvent provenir d'expériences identiques ou peu différentes les unes des autres. En régression orthogonale, cet inconvénient n'apparaît pas (pas d'inversion de matrice). Il est toujours possible de déterminer les valeurs propres et vecteurs propres des variables à variance non nulle.

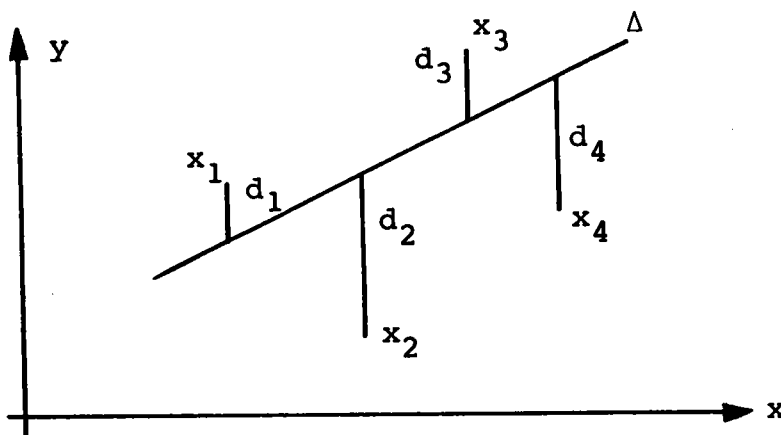


FIGURE 1.3

1.2.2 - Précision des calculs

Lorsque la pente de la droite est grande (en valeur absolue), une faible variation de celle-ci entraîne une grande variation des écarts. De plus, dans certains cas, la méthode des moindres carrés peut conduire à des résultats très différents de ceux escomptés. Sur la figure 1.4 ci-dessous, par exemple, on obtient une droite Δ tandis que la droite F obtenue par régression orthogonale semble plus plausible.

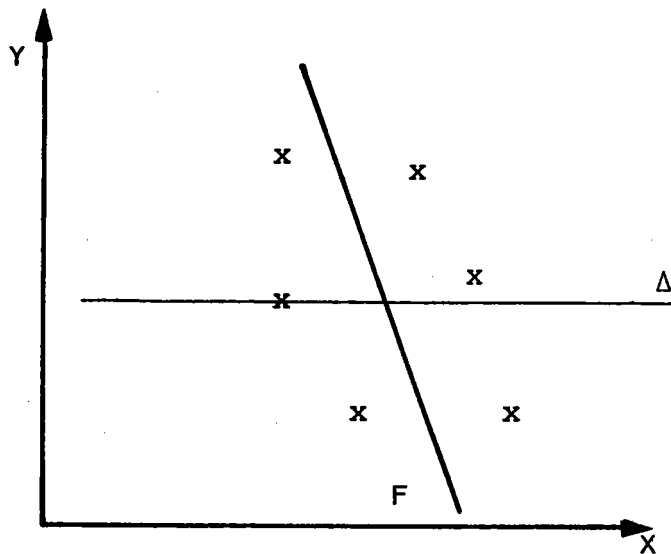


FIGURE 1.4

1.2.3 - Interprétation physique

Une régression sur les variables indépendantes se justifie physiquement lorsque les entrées du processus sont supposées parfaitement connues tandis que la sortie de celui-ci est perturbée par du bruit (figure 1.5).

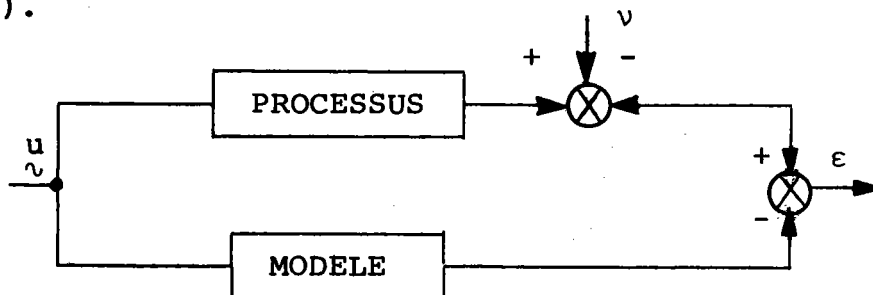


FIGURE 1.5

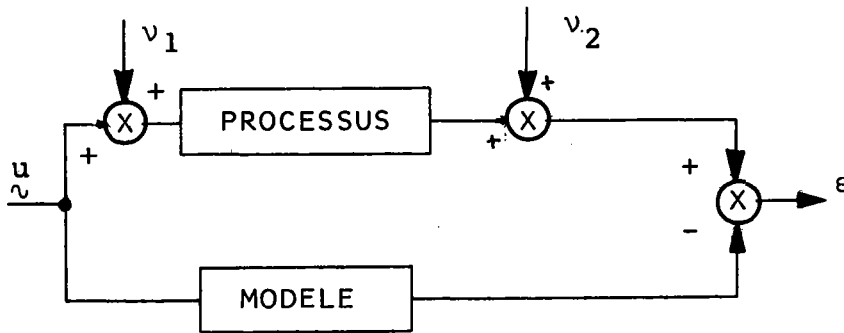


FIGURE 1.6

Pour certains processus, les entrées ne sont pas précisément connues ou sont perturbées (figure 1.6) ; aussi, il y a lieu de prendre en considération ces perturbations dans la méthode d'identification paramétrique. C'est le cas de la régression orthogonale.

L'identification paramétrique par régression orthogonale semble donc bien adaptée, tant du point de vue mathématique que physique, à la modélisation du processus d'usinage.

ANNEXE 2

ETUDE DES CONTRAINTES EN TOURNAGE

2.1 - INTRODUCTION

Dans cette annexe nous donnons , pour les opérations de tournage, les différentes contraintes dues à la machine-outil, l'outil, la pièce et le processus de coupe. Toutes ces contraintes se transforment dans le plan bilogarithmique $\log V - \log S$ en des droites divisant l'espace en un domaine admissible et un domaine interdit.

Les valeurs numériques des coefficients des formules de contraintes sont définies dans le tableau 2.1, tandis que le tableau 2.2 donne les autres valeurs numériques des paramètres, utilisées dans le paragraphe IV.3. Ces valeurs sont issues de la bibliographie [II.32] et d'essais complémentaires effectués dans notre laboratoire.

2.2 - Champ de contraintes

La force de coupe due à l'arrachement de copeaux par l'outil se décompose en trois forces F_X , F_Y , F_Z (figure 2.1). Pour notre modèle, les expressions des forces sont de la forme ;

$$F_i = K_i^O A^{K_i^1} S^{K_i^2} V^{K_i^3} \quad , \quad i = 1, 2, 3$$

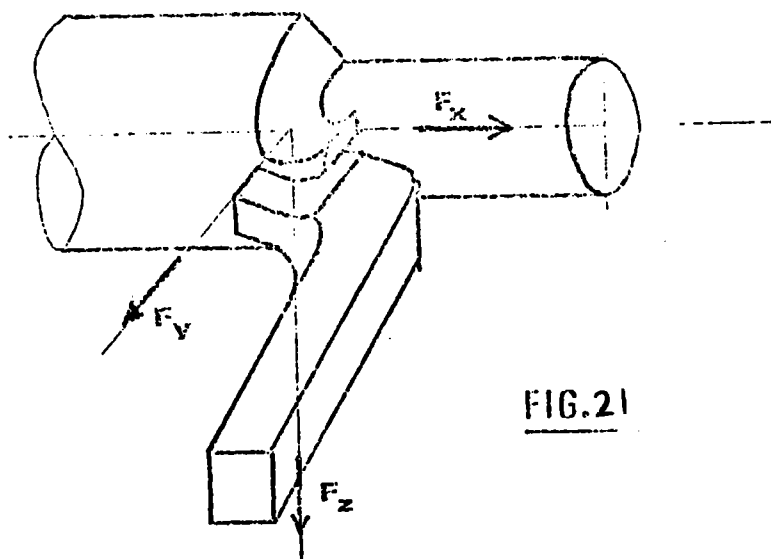


FIG.21

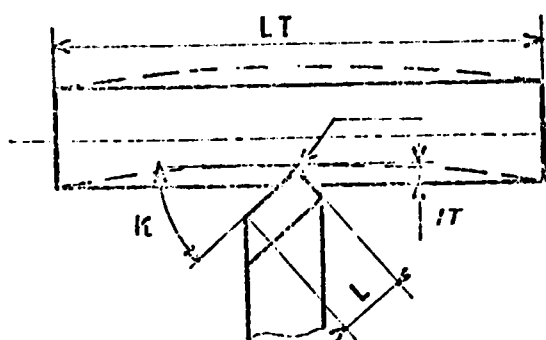


FIG.22

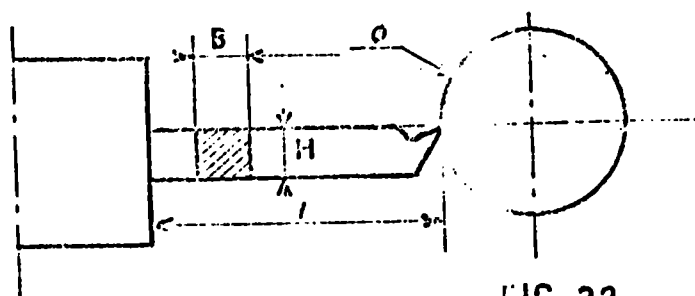


FIG.23

avec $K_i^O = K_i^{OO} \left(\frac{Re}{65}\right)^{K_i^{O1}}$ pour les aciers au carbone.

Re : résistance à la traction du matériau pièce.

Ces forces ne doivent pas dépasser certaines valeurs afin de respecter les limitations mécaniques de la machine-outil, de l'outil, de la pièce.

- Contraintes machine-outil

- Couple moteur

$$F_Z < \frac{2 \cdot C_{MB}}{\phi} \quad C_{MB}: \text{couple moteur disponible à la broche}$$

- Puissance moteur

$$F_Z < \frac{60 \cdot P_{MB}}{\Pi \cdot S \cdot \phi} \quad P_{MB}: \text{puissance moteur disponible à la broche}$$

- Gammes des vitesses d'avances et de rotation ou vitesses minimum et maximum dans le cas d'un variateur continu.

- Poussées maximales sur le chariot porte-outil et la pointe.

Contraintes pièces

- Tolérance sur le diamètre de la pièce due à la flexion de celle-ci (figure 2.2).

$$F_Y^2 + F_Z^2 \leq \frac{K_Y \cdot i_T \cdot E \cdot \phi}{F_K \cdot L_T}$$

i_T : tolérance sur le diamètre

E : module de Young

L_T : longueur totale de la pièce

F_K : Coefficient dépendant du mode de fixation de la pièce égal à :

$\frac{3}{20}$ pour une pièce en mandrin

$\frac{5}{27}$ pour une pièce entre mandrin et pointe

$\frac{5}{12}$ pour une pièce entre pointe.

K_Y : Coefficient dépendant de la forme de la pièce

- Vibration pièce

$$\sqrt{F_Y^2 + F_Z^2} \leq \frac{K_Y \cdot K_P \cdot E \cdot \phi}{F_K \cdot L_T}$$

K_P déformation limite de la pièce

- Etat de surface

$$h \geq \frac{\exp(\alpha_g) \cdot S^2}{8 \cdot \Omega}$$

h : état de surface en mm.

Ω : rayon de la pointe de l'outil

- Contraintes sur l'outil

- Flexion outil (figure 2.3)

$$F_Z \leq \frac{B \cdot H^2 \cdot Re}{6 \cdot l}$$

B : base porte-outil

H : hauteur porte-outil

l : longueur du porte à faux

Re : résistance à la traction du porte-outil

- Fixation de la plaquette rapportée

$$F_Z^2 + F_Y^2 + F_X^2 \leq K_f \cdot A^{\alpha_1} \cdot e_p^{\alpha_2} \left(\frac{\sin 60^\circ}{\sin K} \right)^{\alpha_3}$$

e_p : épaisseur de la plaquette

K_f : coefficient dépendant du mode de fixation

K : angle de direction principale

- Profondeur de passe (ébauche)

$$A \leq \alpha_4 \cdot L_p \cdot \sin K \quad L_p : \text{longueur de l'arête tranchante}$$

- Usure de l'outil

$$V = \alpha_5 T_d^{-\alpha_6} A^{-\alpha_7} S^{-\alpha_8} \quad \text{avec } \alpha_8 = f(S)$$

- Conditions normales d'usinage

- Profondeur minima . (finition)

$$A > \alpha_{10}$$

- Formation de l'arête rapportée

$$S \cdot V^{\alpha_{11}} \geq \exp(\alpha_{12})$$

- Vitesse de coupe maximum (effondrement de l'arête)

$$V \leq \alpha_{13}$$

TABLEAU 2.2

Données économiques et machine - outil.

$T_O = 1 \text{ mn}$	$T_{C_O} = 4,5 \text{ mn}$
$\alpha = 1$	$T_{R_O} = 0,1 \text{ mn}$
$W = 4 \text{ F}$	$T_{NoP_O} = 1 \text{ mn}$
$P_M = 10/6 \text{ F}$	$K' = 0,1$
$P_L = 7/6 \text{ F}$	$\rho = 0,7$
Tour VIOON Ernault So.mua	
$P_{MB} = 18 \text{ Kw}$	$S_{min} = 0.05 \text{ mm/t}$ variation continue de la vitesse d'avance
$C_{MB} = 30 \text{ daN/M}$	$S_{max} = 5 \text{ mm/t}$
$v_R = 4 \text{ m/mn}$	20 vitesses de rotation de la broche de 50 t/mn à 2500 t/mn.

TABLEAU 2.1

<u>Acier au carbone</u>		
$K_1^O = 300 \cdot \left(\frac{Re}{75}\right)^{0.35}$	$K_2^O = 243 \left(\frac{Re}{75}\right)^{1.35}$	$K_3^O = 339 \left(\frac{Re}{75}\right)$
$\sigma_1 = 0.13$	$\sigma_2 = 0.2$	$\sigma_3 = 0.3$
$K_1^1 = 1$	$K_2^1 = 0.9$	$K_3^1 = 1$
$K_1^2 = 0.75$	$K_2^2 = 0.6$	$K_3^2 = 0.5$
$K_1^3 = -0.15$	$K_2^3 = -0.3$	$K_3^3 = -0.4$
<u>Fonte grise</u>		
$K_1^O = 92 \left(\frac{H_B}{190}\right)^{0.4}$	$K_2^O = 54 \left(\frac{H_B}{190}\right)$	$K_3^O = 46 \left(\frac{H_B}{190}\right)^{0.8}$
$\sigma_1 = 0.13$	$\sigma_2 = 0.2$	$\sigma_3 = 0.3$
$K_1^1 = 1$	$K_2^1 = 0.9$	$K_3^1 = 1.05$
$K_1^2 = 1$	$K_2^2 = 0.75$	$K_3^2 = 0.4$
$K_1^3 = 0$	$K_2^3 = 0$	$K_3^3 = 0$

TABLEAU 2.1a - EFFORTS DE COUPE

$E = 21.000$	$K_g = 0.1$	$K_p = 0.05$	$\alpha_1 = 0.77$
$\alpha_9 = 0.5$	$\sigma_9 = 0.35$		$\alpha_2 = 1.25$
$\alpha_4 = 1$	$\alpha_{10} = 0.015$		$\alpha_3 = 0.8$
$\alpha_{11} = 2$	$\alpha_{12} = 8$		$\alpha_{12} = 0.35$
$\alpha_{13} = 450$			

TABLEAU 2.1b - CARACTERISTIQUES MECANIQUES

$\alpha_5 = 500 \left(\frac{65}{Re}\right)$	$\alpha_6 = 0.2$	$\alpha_7 = 0.15$	$\sigma_5 = 1.4$
$\alpha_4 = 0.2$ pour $0 < 5 < 0.3$	$\alpha_4 = 0.35$ pour $0.3 < 5 < 0.75$		
$\alpha_5 = 0.45$ pour $0.75 < 5 < \infty$			

Tableau 2.1c - Durée d'outil

ANNEXE 3

ETUDE DES CONTRAINTES EN PERCAGE

3.1 - INTRODUCTION

Dans cette annexe nous donnons , pour les opérations de perçage, les différentes contraintes dues à la machine, l'outil, le processus de coupe.

Les valeurs numériques, des coefficients des formules de contraintes, sont définies dans le tableau 3.1, tandis que le tableau 3.2 donne les autres valeurs utilisées dans le paragraphe IV.4. Ces valeurs sont issues de la bibliographie [II.6] et de [II.22].

Le paragraphe 3.3 envisage les modifications des lois de coupe dans le cas d'état de surface brut, de trous profonds et de trous débouchants.

Les conditions expérimentales des tests effectués dans le paragraphe IV.4.2 sont définies dans les tableaux 3.3 à 3.9.

3.2 - CHAMP DES CONTRAINTES

Les forces de coupe réparties le long du listel du foret et les forces de frottement du foret et des copeaux le long de la paroi du trou, se décomposent en une force axiale parallèle à l'axe du foret F_z et un couple résistant M_t :

$$F_z = K_1^0 \varnothing^{\frac{K_1^1}{S^{\frac{K_1^2}{S}}}} \quad \text{avec } \varnothing \text{ diamètre du foret}$$

$$M_t = K_2^0 \varnothing^{\frac{K_2^1}{S^{\frac{K_2^2}{S}}}}$$

- Contraintes machine-outil

- Couple moteur

$$M_t < C_{MB_i}$$

C_{MB_i} : couple moteur de la broche à la vitesse de rotation i

- Puissance moteur

$$M_t < \frac{P_{MB_i}}{\pi \cdot S}$$

P_{MB_i} : puissance disponible à la broche pour la vitesse i

- Force axiale machine

$$F_Z < F_M$$

F_M : effort maximum admissible par le servo-mécanisme de descente de la broche

- Gammes de vitesses (voir tableau 3.2)

- Contraintes sur l'outil

- Force axiale outil

L'effort axial produit un flambage du foret encastré dans la broche et supposé libre à l'autre extrémité.

Soit : L' longueur libre de voilement du foret

L longueur du foret

R rayon de giration

F_X force axiale admissible par le foret

On peut considérer que $20 < \frac{L'}{R} < 100$ et $L' = 2L$, la formule de Rankine convient donc, dans ce cas :

$$F_X = \frac{Re \cdot \sigma}{1 + \beta^2 \left(\frac{L'}{R} \right)^2} \quad \text{avec} \quad \beta^2 = \frac{Re}{\pi \cdot E}$$

3.3

R'_e : limite d'élasticité du foret

E : module de Young

σ : section droite du foret

R_p : résistance pratique à la compression

d'où la contrainte de flambage :

$$F_Z < F_X$$

- Couple outil

La résistance à la torsion du foret est :

$$M_t < \frac{2 \cdot R'_p \cdot I_o}{\phi}$$

I_o : moment d'inertie polaire de la section droite du foret

R'_p : résistance pratique au cisaillement

- Usure de l'outil

$$V = \alpha_{14} T_d^{\alpha_{15}} \phi^{\alpha_{16}} S^{\alpha_{17}} \quad \text{avec} \quad \begin{aligned} \alpha_{17} &= f(S) \\ \alpha_{14} &= g(S) \end{aligned}$$

3.3 - MODIFICATIONS DE LA LOI DE COMMANDE

a) - Surface brute

Lorsque la surface de la pièce est brute, l'usinabilité de la croute est moindre que celle du matériau situé au coeur de la pièce. Dans ces conditions, la durée de vie d'outil est plus faible et les forces en jeu sont plus élevées. Nous tenons compte de ce phénomène en multipliant par $(1,2)$, R_e ou H_B nominal.

b) - Trous profonds

A partir des travaux que nous avons réalisés en [II.22] la loi de réduction de la vitesse d'avance en fonction de la profondeur de perçage P pour un foret de diamètre $\varnothing$ est :

$P \leq 5.\varnothing$, vitesse d'avance nominale S_n

$5.\varnothing \leq P < 8.\varnothing$ $S = 0,7.S_n$

$P > 8.\varnothing$ $S = 0,5.S_n$

c) - Trous débouchants

En plus du calcul d'une profondeur de perçage supplémentaire pour assurer la sortie du foret et l'ébavurage du trou, il est prévu, pendant cette phase transitoire, la réduction de la vitesse d'avance à : $0,5.S_n$.

Effet de coupe

TABLEAU 3.1a

Acier carbone

$$K_1^0 = 61.2 \left(\frac{Re}{65} \right)^{0.75} \quad K_1^1 = 1 \quad K_1^2 = 0.7 \quad Re : \text{résistance à la traction daN/mm}^2$$

$$K_2^0 = 0.031 \left(\frac{Re}{65} \right)^{0.75} \quad K_2^1 = 2 \quad K_2^2 = 0.8$$

Fonte grise

$$K_1^0 = 61.2 \left(\frac{H_b}{195} \right)^{0.6} \quad K_1^1 = 1 \quad K_1^2 = 0.7 \quad H_b : \text{dureté Brinnell}$$

$$K_2^0 = 0.031 \left(\frac{H_b}{195} \right)^{0.6} \quad K_2^1 = 2 \quad K_2^2 = 0.7$$

Caractéristiques mécaniques

TABLEAU 3.1b

$$E = 20\ 000 \quad Re = 90 \text{ (outil)} \quad R_p = 10$$

$$S = \frac{x \phi^2}{8} \quad I_o = \frac{x \phi^4}{64} \quad R'_p = 12.5$$

Durée de vie d'outil

TABLEAU 3.1c

Acier au carbone

$$S \leq 0.2 \quad \alpha_{14} = 8 \quad \alpha_{15} = -0.2 \quad \alpha_{16} = 0.4 \quad \alpha_{17} = -0.7$$

$$S > 0.2 \quad \alpha_{14} = 11.2 \quad \alpha_{15} = -0.2 \quad \alpha_{16} = 0.4 \quad \alpha_{17} = -0.5$$

Fonte grise

$$S \leq 0.3 \quad \alpha_{14} = 14.2 \quad \alpha_{15} = -0.125 \quad \alpha_{16} = 0.25 \quad \alpha_{17} = -0.55$$

$$S > 0.3 \quad \alpha_{14} = 16.5 \quad \alpha_{15} = -0.125 \quad \alpha_{16} = 0.25 \quad \alpha_{17} = -0.4$$

$$\alpha_{18} = 40$$

Données économiques

TABLEAU 3.2a

Données économiques

$$\rho = 0.7 \quad T_g \text{ outil} : 0.5$$

$$W = 10 \quad d = 0.8$$

$$P_o = 8/6$$

$$P_{MB} = 4/6$$

$$K = 0.08$$

Données machine-outil

TABLEAU 3.2b

Fraiseuse OLIVETTI AUCTOR 460 CNZ

$$P_{WB} = 4 \text{ KW}$$

14 vitesses de broche

1	CWB daNm	N T/mn
1	25	60
2	18	85
3	24	120
4	17	170
5	12	240
6	10	270
7	7.5	380
8	5	550
9	4.7	600
10	3.3	850
11	2.3	1220
12	2.1	1350
13	1.5	1900
14	1	2700

Gamme d'avance continue 0.01 à 3000 mm/mn

TABLEAU 3.3

 $H_1^*(\varnothing)$

$\varnothing$	4	8	12	16	20	24	30
D	20	20	20	20	20	20	20
M	10	10	10	10	10	10	10
ρ	0.7	0.7	0.7	0.7	0.7	0.7	0.7
W	10	10	20	20	20	30	30
L	50	85	115	150	185	215	250
Re	65	65	65	65	65	65	65
Pas de lubrifiant, surface non brute, trou borgne							
V	1900	1220	850	600	380	270	240
S	33.88	42.73	49.52	51.10	52.09	48.45	34.83
H_1^*	0.37	0.50	0.58	0.72	1.03	1.54	2.4
CONT	4	4	4	4	4	3	3
T. OUTI. T_d	5.2	3.34	4.16	9.27	44.38	170	375.85

TABLEAU 3.4

 $H_2^*(\varnothing)$

$\varnothing$	4	8	12	16	30	24	30
N	1900	850	600	550	380	270	240
S	33.88	42.73	49.52	51.10	52.09	48.45	34.83
H_2^*	2.08	2.59	3.38	4.06	4.59	6.43	9.80
CONT	4	4	4	4	4	3	3
T. OUTI. T_d	5.2	20.32	23.76	14.32	44.38	170	357.85

TABLEAU 3.5

$\varnothing = 16 \text{ mm}$, $D = 80 \text{ mm}$, $M = 10$, $\rho = 0.7$, $W = 20 \text{ francs}$, $P = 4 \text{ Fr./mm}$ $L = 150$, pas de lubrifiant, surface non brute, trou borgne						
Re	35	45	55	65	75	85
N	550	550	550	550	550	550
S	17.20	31.77	61.11	51.10	43.83	37.27
COUT : H_2^*	47.32	30.55	13.27	16.22	20.15	26.03
CONT	0	0	4	4	4	4
T. OUTI. T_d	14.86	8.86	15.42	14.32	11.73	8.88

TABLEAU 3.6

$\varnothing = 16 \text{ mm}$, $D = 80 \text{ mm}$, $M = 10$ trous, $\rho = 0.7$, $W = 20 \text{ francs}$ $P_O = 4 \text{ francs/mm}$, $Re = 65 \text{ daN/mm}^2$, pas de lubrifiant, surface non brute, trou borgne							
L	80	100	125	150	175	200	250
N	550	550	550	550	550	600	600
S	58.95	58.95	58.95	51.10	41.00	33.88	24.63
COUT : H_2^*	15.85	15.85	15.85	16.22	17.66	19.44	23.94
CONT	3	3	3	4	4	4	4
T. OUTI. T_d	10.01	10.01	10.01	14.32	23.83	25.89	57.45

TABLEAU 3.7

$\varnothing = 16 \text{ mm}$, $D = 80 \text{ mm}$, $M = 10$ trous, $\rho = 0.7$, $W = 20 \text{ francs}$, $L = 150 \text{ mm}$, $Re = 65 \text{ daN/mm}^2$ pas de lubrifiant, surface non brute, trou borgne				
P_O	2	3	4	5
N	550	550	550	550
S	47.93	51.10	51.10	51.10
COUT : H_2^*	10.12	13.18	16.22	19.25
CONT	0	4	4	4
T. OUTI. T_d	16.38	14.32	14.32	14.32

TABLEAU 3.8

 $H_2(W)$

$\varnothing = 16 \text{ mm}$, $D = 80 \text{ mm}$, $M = 10$ trous, $\rho = 0.7$, $P_O = 4 \text{ francs/mm}$. $L = 150 \text{ mm}$, $Re = 65 \text{ daN/mm}^2$ pas de lubrifiant, surface non brute, trou borgne					
W	10	20	30	40	50
N	550	550	550	550	550
S	51.10	51.10	51.10	47.93	44.08
COUT : H_2^*	14.18	16.22	18.25	20.23	21.97
CONT	4	4	4	0	0
T. OUTI. T_d	14.32	14.32	14.32	16.38	20.2

TABLEAU 3.9

 $H_2(P_{MB})$

$\varnothing = 16 \text{ mm}$, $D = 80 \text{ mm}$, $M = 10$ trous, $\rho = 0.7$, $W = 20 \text{ francs}$, $L = 150 \text{ mm}$, $Re = 65 \text{ daN/mm}^2$ pas de lubrifiant, surface non brute, trou borgne					
P_{MB}	1	2	3	4	5
N	550	550	550	550	550
S	15.53	36.60	51.10	51.10	51.10
COUT : H_2^*	38.56	18.81	16.22	16.22	16.22
CONT	6	6	4	4	4
T. OUTI. T_d	56.42	32.08	14.32	14.32	14.32

A N N E X E 4

ANALYSE TYPOLOGIQUE SOUS CONTRAINTE
4.1 - ETUDE DES VARIANTES DE L'ANALYSE
4.1.1 - Principe

Soit un individu (expérience, processus, forme) caractérisé par deux groupes J^1 et J^2 de paramètres où :

J^1 sont les paramètres explicatifs qui définissent les conditions d'identification de l'individu.

J^2 sont les paramètres à expliquer, dont les valeurs numériques sont obtenues pendant le déroulement de l'expérience, soit directement (mesure des entrées-sorties d'un processus par exemple) soit indirectement par identification d'un modèle mathématique représentant le procédé étudié.

Le but de la méthode est de déterminer les paramètres ou des fonctions sur J^1 qui expliquent au mieux le champ de modèles flous, imprécis, caractérisés par J^2 . Nous rechercherons donc simultanément des relations sur J^1 et les formes sur J^2 telles que ces modèles soient significatifs et expliqués par J^1 . Ainsi, dans ce formalisme, la partition résultante n'est imposée ni par les variables à expliquer (discrimination) ni par les variables explicatives (segmentation).

4.1.2 - Critère général

Soit h_1 et h_2 deux applications $P(\mathbb{E})$ telles que $h_1(P_\ell)$ et $h_2(P_\ell)$ donnent respectivement les éléments du noyau de P_ℓ pour les paramètres J^1 et J^2 . Pour les variantes étudiées ci-dessous, ces applications sont définies dans le tableau 4.1.

Variante	h_1	h_2
a	Axes discriminants Y	-
b	-	Modèles $\emptyset$
c	Paramètres de plus grande variance inter-classe	Paramètres de plus petite variance inter-classe
d	Axes discriminants Y	Modèles $\emptyset$ au centre de gravité

TABLEAU 4.1

Il s'agit d'optimiser le critère W tel que :

$$W(L, P) = \sum_{\ell=1}^k \sum_{i \in [P_\ell]} (\alpha_1 \cdot d_1(h_1(P_\ell), x_i) + \alpha_2 \cdot d_2(h_2(P_\ell), x_i))$$

où d_1 et d_2 sont des distances individus-noyaux à définir.

4.1.3 - Variantes de l'analyse

Afin de mieux percevoir les propriétés du critère W , montrons quelques variantes possibles.

a) - Discrimination typologique (sans contrainte)

Soit $\alpha_2 = 0$, on recherche des combinaisons linéaires de variables explicatives telles que la variance inter-classes pour une partition P soit maximale. Puis on construit une nouvelle partition par affectation des individus selon une règle tenant compte de la représentation précédente et ainsi de suite jusqu'à convergence. Ainsi, à partir d'un ensemble d'individus

non classés, avec cet algorithme, nous déterminons simultanément une partition de la population et la fonction discriminante permettant de classer de nouveaux individus.

b) - Régression typologique (sans discrimination)

Soit $\alpha_1 = 0$ et $d_2(\phi_\ell, x_i)$ les distances séparant les individus aux modèles mathématiques ϕ_ℓ , ($\ell = 1, \dots, k$) qui représentent chaque classe P_ℓ . Par la procédure identification-affectation, nous obtiendrons une partition des individus et les modèles mathématiques locaux représentant au mieux, au sens d'un critère W_2 chacune de ces classes. En introduisant une contrainte sur l'ordre des individus, cette partition sera composée de classes connexes.

c) - Sélection de paramètres

Si maintenant, $d_1(a_\ell, x_i)$ est la distance individu-centre de gravité d'une classe, en sélectionnant à chaque itération les paramètres de J^1 ayant la plus grande variance inter-classe (représentation globale) ou la plus petite variance intra-classe (représentation locale), nous obtiendrons les modèles locaux et les variables explicatives différenciant ou représentant au mieux chaque classe.

En prenant pour J^2 les coefficients des modèles et $J^1 = J^2$, cette procédure nous donnera outre l'agrégation des modèles, les principaux coefficients expliquant au mieux chacune des classes. Ceci permettra, éventuellement, de choisir une représentation mathématique plus simple des modèles ϕ .

d) - Discrimination typologique sous contrainte

- Analyse de données statistiques

Etant donné une population de n individus caractérisés par p paramètres, il s'agit de déterminer simultanément k classes d'individus et l'hyperplan factoriel le plus discriminant de ces classes avec la condition que les classes obtenues soient de variance minimale sur J^2 au sens d'une distance à préciser.

Soit par exemple a_{ℓ}^j le centre de gravité de la classe P_{ℓ} pour le paramètre j , alors :

$$\text{var}_{J^2}(P_{\ell}) = \sum_{i \in P_{\ell}} \sum_{J \in J^2} e_J (x_i^J - a_{\ell}^J)^2 \quad \text{où}$$

$e = (e_1 \dots e_p)$ est une pondération à définir par l'utilisateur.²

- Reconnaissance de processus

Soit un ensemble de processus de même nature caractérisés par des paramètres $x_{\nu p}$ et des essais $z_{\nu p} = \{u, v\}$ où u est le vecteur de commande et v le vecteur de sortie (figure 4.1).

Nous recherchons k classes de processus et l'hyperplan factoriel sous une contrainte telle que ces classes soient de variance minimale au sens de modèles mathématiques locaux ϕ_{ℓ} associés à P_{ℓ} .

Après une première phase d'initialisation prenant en compte l'expérience passée, un nouvel essai

(1) Les modèles peuvent être déterministes ou stochastiques [I.9]

est à réaliser. La fonction de discrimination détermine, a priori, le modèle mathématique local correspondant aux caractéristiques de cet essai. La connaissance de ce modèle permet alors le calcul d'une loi u de commande optimale au sens d'un critère fixé d'avance. L'essai étant réalisé, nous disposons alors de $Z = \{u, v\}$. Selon une méthode semblable à celle des nuées dynamiques séquentialisées, une procédure d'apprentissage par renforcement peut alors être envisagée afin d'améliorer la partition, la fonction discriminante et les modèles locaux (figure 4.2).

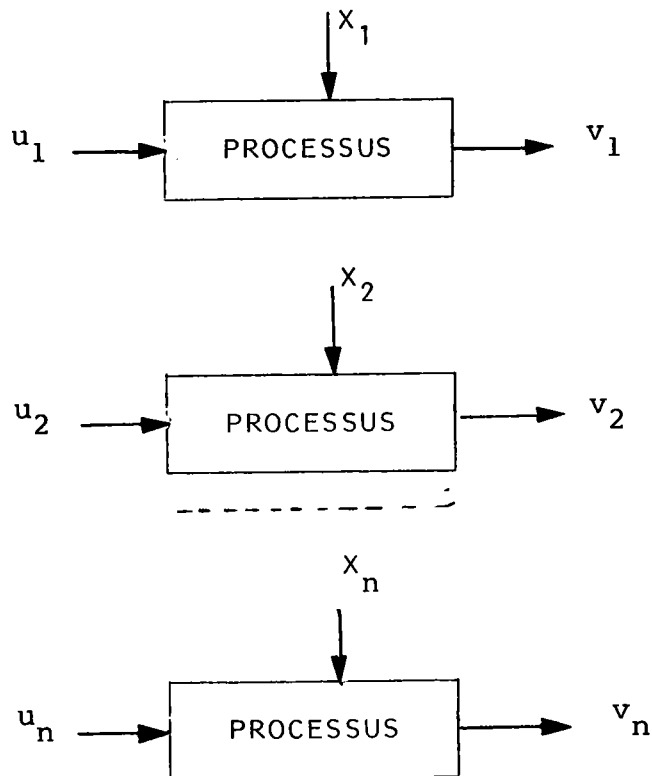


FIGURE 4.1

Remarque

Si pour les caractéristiques d'un seul essai X_m on obtient des suites $\{u_m\}$, $\{v_m\}$ permettant

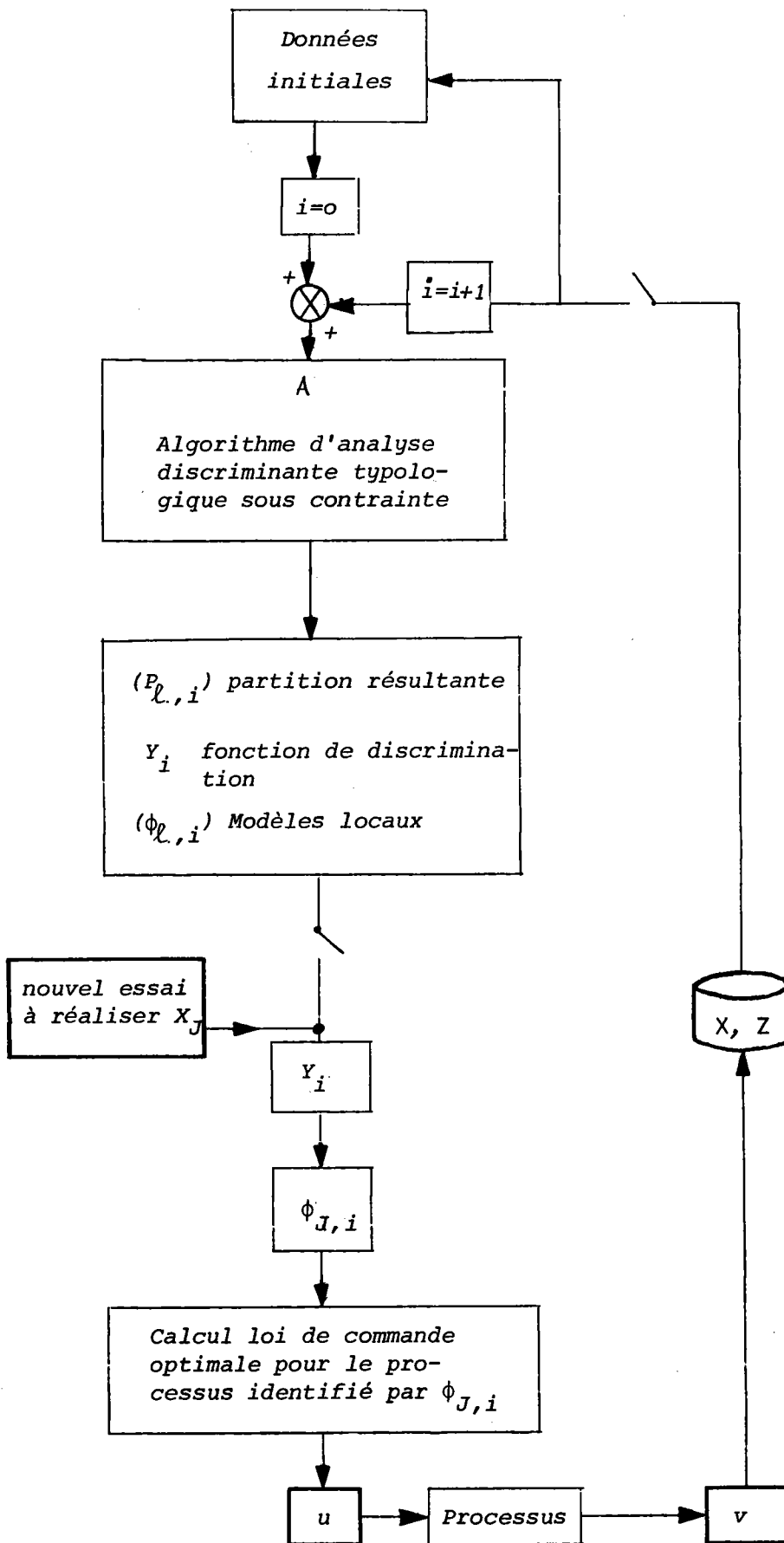


FIGURE 4.2

d'identifier directement le processus alors, $\tilde{Z}$ sera constitué des coefficients $\tilde{w}$ du modèle. Dans ce cas, la contrainte sur J^2 sera la variance par rapport au centre de gravité ou aux étalons de chaque classe. Dans le cas d'une commande dynamique donnée, Z peut être l'ensemble des coefficients du correcteur optimal.

e) - Conclusion

Les variantes a et b sont des cas particuliers de l'algorithme A (cf. paragraphe III.3). A la fin de cette annexe, nous présentons des exemples mettant en évidence les propriétés des variantes a, b, d.

Selon le domaine d'application, d'autres variantes du critère peuvent être envisagées selon les mesures de ressemblance et les applications choisies.

4.2 - MISE EN OEUVRE DE LA METHODE D'ANALYSE DISCRIMINANTE TYPOLOGIQUE SOUS CONTRAINTE.

4.2.1 - Modification de l'algorithme d'affectation sur J^1

Par définition, l'analyse factorielle discriminante détermine les projections des individus dans l'espace restreint de l'hyperplan factoriel.

Soit $\tilde{b}_r$ le vecteur directeur de l'axe discriminant Y :

$$b_r = \begin{bmatrix} b_r^1 \\ \vdots \\ p_1 \\ b_r \end{bmatrix} \quad \text{et} \quad \|b_r\| = 1$$

$(x_i - a_m)$ le vecteur résiduel d'un individu i au centre de gravité de la classe m :

$$(x_i - a_m) = \begin{bmatrix} x_i^1 - m, 1 \\ \vdots \\ p_1 - m \end{bmatrix}$$

L'affectation sur J^1 de l'individu x_i à la classe P_ℓ est telle que le module de la projection, sur l'axe factoriel, du vecteur résiduel de cet individu au centre de gravité de la classe P_ℓ , soit minima (voir l'exemple dans R^2 de la figure 4.3).

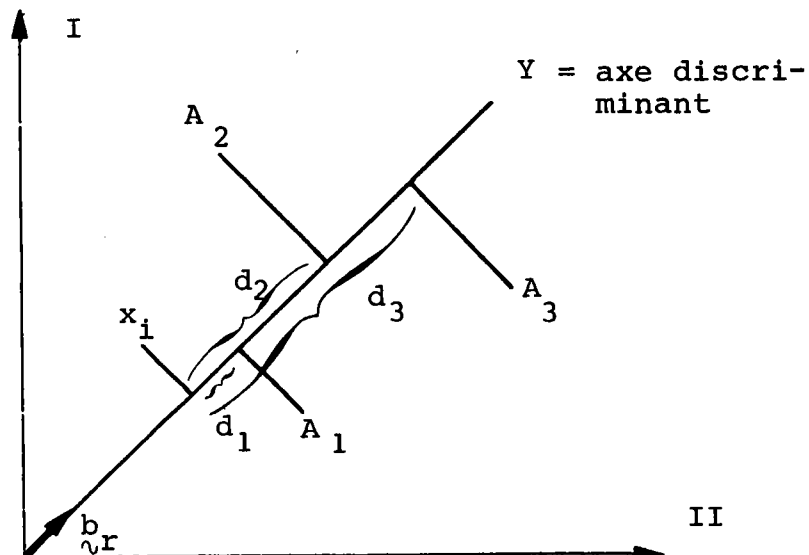


FIGURE 4.3

Les distances comparées sont donc les projections sur Y de $(x_i - a_m)$:

$$\text{Proj}/Y (x_i - a_m) = b'_r \cdot (x_i - a_m)$$

$$= \sum_{j=1}^{P_1} b_{r_j} \cdot (x_i^j - a_m^j)$$

et

$$d^2[\text{Proj}/Y(x_i), \text{Proj}/Y(a_m)] = \|\text{Proj}/Y(x_i - a_m)\|^2$$

$$= \left[\sum_{j=1}^{P_1} b_{r_j} \cdot (x_i^j - a_m^j) \right]^2$$

Ainsi, selon l'exemple de la figure 4.3, x_i sera, en ce qui concerne la discrimination, affecté à la classe P_1 car :

$$d_1^2 < d_2^2 < d_3^2$$

Pour la première itération de l'algorithme A, afin de ne pas converger sur un minimum local correspondant à une mauvaise partition initiale dans le calcul de la distance sur J^1 , nous avons ajouté un terme tenant compte de la variance globale sur J^1 selon une métrique choisie par l'utilisateur :

$$- (1) \quad \text{diagonale de } V^{-1}$$

ou

$$- (2) \quad V^{-1}$$

avec V matrice de variance-covariance totale.

Dans ces conditions, la nouvelle distance sur J^1 est pour :

$$\begin{aligned}
 - (1) \quad d_1(x_i, P_\ell) &= \alpha_1 \sum_{s=1}^r \left(\sum_{j=1}^{p_1} b_s^J (x_i^J - a_\ell^J) \right)^2 \\
 &+ \alpha_n \sum_{j=1}^{p_1} \frac{1}{v_j} (x_i^J - \bar{x}_\ell^J)^2
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 - (2) \quad d_1(x_i, P_\ell) &= \alpha_1 \sum_{s=1}^r \left(\sum_{j=1}^{p_1} b_s^J (x_i^J - a_\ell^J) \right)^2 \\
 &+ \alpha_n \sum_{j=1}^{p_1} \sum_{k=1}^{p_1} (x_j^k - a_\ell^k) v_{jk}^{-1} (x_i^k - a_\ell^k)
 \end{aligned}$$

4.2.2 - Détermination du nombre d'axes discriminants

A priori, nous ne connaissons pas le nombre NB d'axes discriminants qui différencient convenablement une partition. Dans le programme nous commençons l'analyse en fixant un nombre minimal d'axes (NBMIN). La convergence de l'algorithme étant atteinte, nous recommençons l'analyse avec $NB = NB + 1$ à partir de la partition obtenue précédemment et ainsi de suite jusqu'à NBMAX : nombre maximum d'axes discriminants fixé par l'utilisateur.

Evidemment, plus NB est grand, plus W_1 sera faible, en pratique on testera les quantités $\eta_1, \dots, \eta_2$ où

$$\eta_1 = \frac{\text{valeur propre correspondant au } i^{\text{ième}} \text{ axe}}{\text{trace de } \tilde{V}^{-1} \tilde{B}}$$

avec $\tilde{B}$: matrice de variance-covariance inter-classe.

Lorsque $\eta_1 \geq 70 \%$, la représentation de la partition par $(y_1, \dots, y_r)$ sera jugée satisfaisante.

Ce test pourra être complété par le pourcentage d'individus bien classés sur une population expérimentale ainsi que par les tests utilisés en analyse de dispersion [I.5] ou par le calcul de la probabilité d'erreur de la fonction discriminante aux données d'apprentissage [I.10, I.11].

De plus, dans cette méthode, la connaissance du pourcentage d'individus changeant de classes lorsque α_1 passe à zéro et du pourcentage d'individus changeant de classes lorsque $\alpha_2 = 0$ (discrimination sur J^1), donnera une indication sur la qualité de la représentation.

4.2.3 - Détermination des vecteurs propres de $\tilde{Y}^{-1}B$

La matrice $\tilde{Y}^{-1}B$ de dimension $p_1 \times p_1$ est non symétrique. En annexe 9 nous montrons comment ce calcul peut être ramené à celui d'une matrice symétrique d'ordre $K.K$. Comme en général, $K \ll p_1$, cette procédure est particulièrement avantageuse en temps calcul.

4.2.4 - Types de contraintes sur J^2

Le programme est prévu pour l'utilisation de deux types de contraintes sur J^2

a) - Centre de gravité

La distance prise en compte est :

$$d_2(x_i, a_\ell) = \sum_{J=1}^{p_2} e_J (x_i^J - a_\ell^J)^2$$

avec

$$e_J = \frac{1}{n} \sum_{i \in E^1} (x_i^J)^2 - \left(\frac{1}{n} \sum_i x_i^J \right)^2$$

afin d'avoir une métrique comparable à celle de J^1 .

b) - Modèle linéaire

Les individus d'une classe étant connus, la détermination du modèle linéaire local se fait par regression orthogonale (annexe 1)

L'équation de l'hyperplan local ℓ étant :

$$\phi_\ell(z) = \phi_\ell(o) + \sum_{m=1}^{p_2} w_\ell^m z^m$$

avec

$$\phi_\ell(o) = - \sum_{m=1}^{p_2} w_\ell^m z^{-m}, \quad z^m \in J^2$$

et

$$z^{-m} = \frac{1}{\text{Card}(\mathbb{E})} \sum_{i=1}^n z_i^m$$

La distance d'un individu x_i à l'hyperplan ϕ_ℓ est :

$$d_2(x_i, \phi_\ell) = (\phi_\ell(o) + \sum_{m=1}^{p_2} w_\ell^m z_i^m)^2$$

Dans ce cas, la pondération α_2 sur cette distance devra tenir compte des grandeurs relatives de p_2 par rapport à p_1

c) - Organigramme

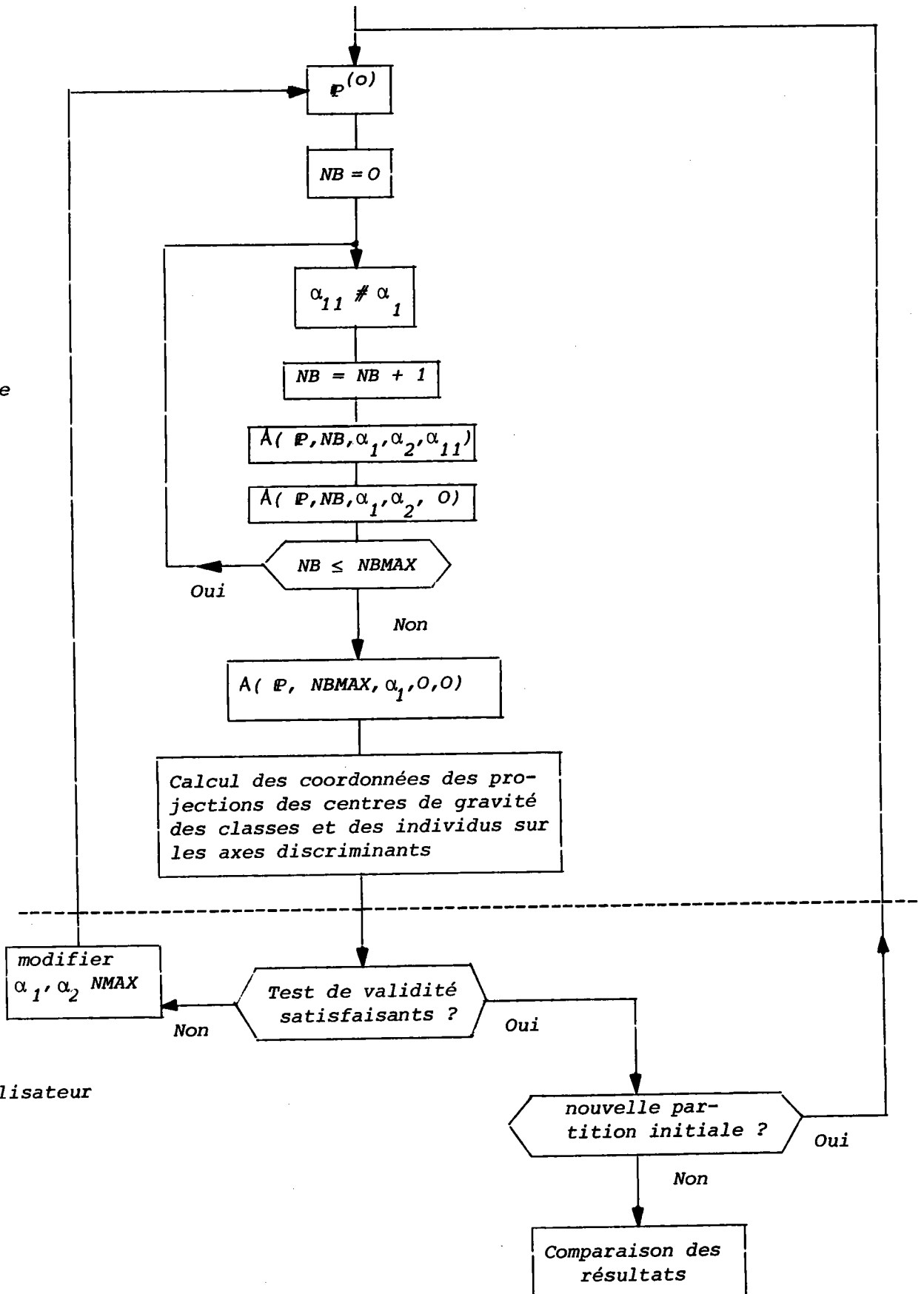
La figure 4.4 présente l'organigramme général de l'algorithme A modifié.

Algorithme A modifié.

FIGURE 4.4

Programme

Utilisateur



4.3 - EXEMPLES

Les valeurs numériques des exemples présentés dans ce chapitre sont données en annexe 6.

4.3.1 - Discrimination typologique

a) Exemple 1

Soit 50 points dans $\mathbb{R}^2$ (figure 4.6) représentant les coordonnées des paramètres de J^1 . Nous désirons regrouper ces points en K classes, $K = 3, 4, 5, 6, 7$ et déterminer le ou les axes discriminants correspondants (figure 4.6).

Les figures 4.7.1 à 4.7.5 montrent les résultats obtenus selon le nombre de classes. Des essais effectués avec différentes partitions initiales ont donné les mêmes partitions finales. La métrique utilisée pour d_{11} à la première itération est du type* (1).

Au vu de la figure 4.6, l'information contenue par les axes 1 et 2 semble équivalente. Dans ces conditions, il n'est pas étonnant d'obtenir une représentation assez pauvre avec un axe discriminant. Cependant, sur cet exemple, il apparaît très clairement la propriété d'affectation des individus sur les axes discriminants qui ont tendance à former des classes perpendiculaires à ceux-ci.

Le tableau 4.2 regroupe les valeurs numériques obtenues lors de ces essais avec :

- W_{11} : valeur, à la convergence, du critère sur les distances $d_{11} \dots (\alpha_{11} \neq 0)^*$.
- % BC1 : pourcentage d'individus ne changeant pas de classe lorsque α_{11} devient nul.*
- W_1 : valeur du critère sur J^1 après convergence de l'algorithme pour $\alpha_{11} = 0$.

* cf. paragraphe 4.2.1

λ_1, λ_2 : les deux plus grandes valeurs propres de $V^{-1}B$

% Exp. : pourcentage d'individus "expliqués" et, défini par :

$$\frac{\sum_{i=1}^m \lambda_i}{m \text{ trace}(V^{-1}B)} \quad (\text{voir annexe 4})$$

I, II : nombre d'axes discriminants choisi.

Métrique (1)	Nombre de Classes									
	3		4		5		6		7	
	I	II	I	II	I	II	I	II	I	II
W_{11}	0,618	0,616	0,320	0,336	1,17*	0,214	0,315	0,176	0,153	0,138
%BC	72	100	78	100	100	100	72	100	68	100
W_1	0,078	0,908	0,542	0,406	0,193	0,254	0,032	0,179	0,023	0,154
%Exp	99,8	100	86	100	100	100	97	100	81	100
λ_1	0,928	0,745	0,953	0,863	0,838	0,916	0,969	0,939	0,978	0,945
λ_2		0,639		0,801		0,860		0,897		0,912

* Trois classes vides à la convergence

TALBEAU 4.2

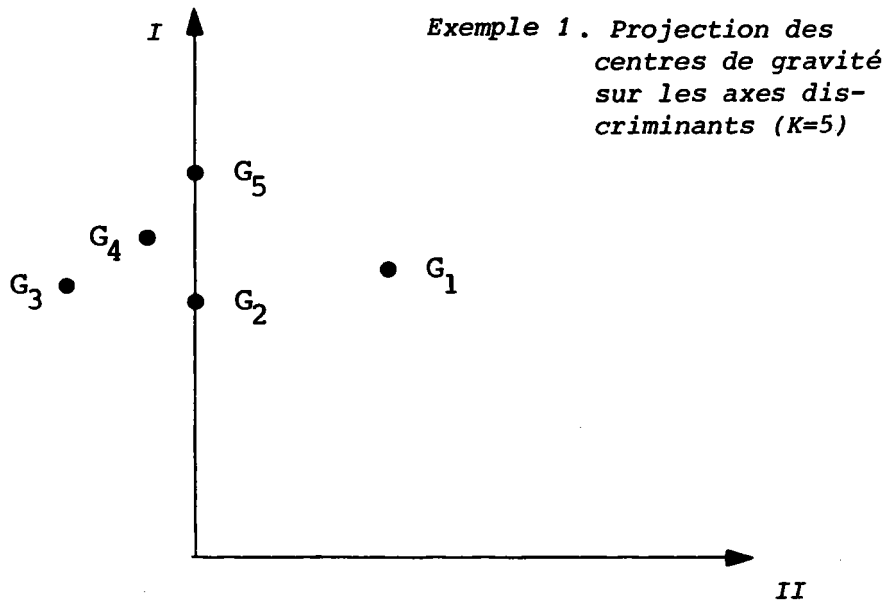


FIGURE 4.8

EXEMPLE 1

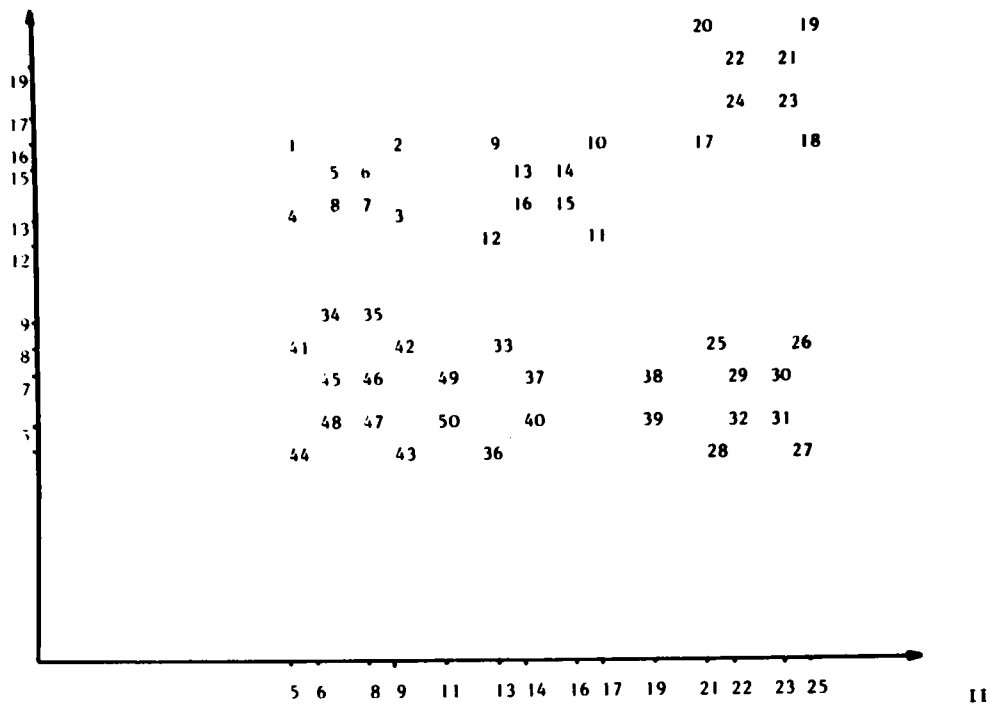


FIGURE 4.6

EXEMPLE 1

2 axes discriminants

K = 3

% expliqué : 100

% bien classe : 100

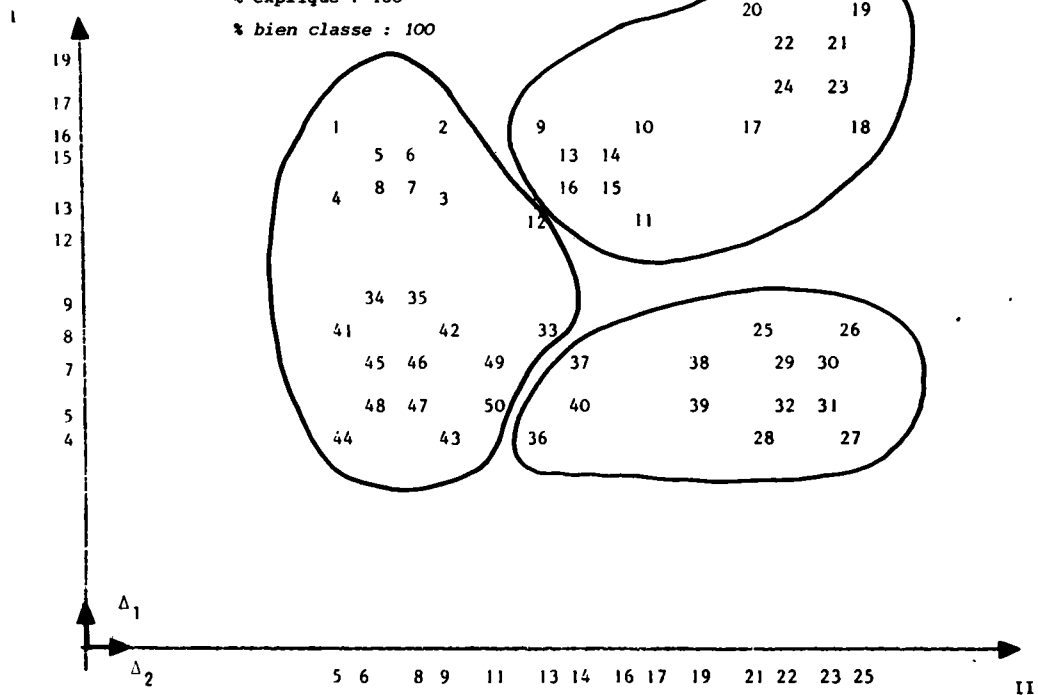


FIGURE 4.7.1

EXEMPLE 1

2 axes discriminants

$K = 4$

% expliqué : 100

% bien classé : 100

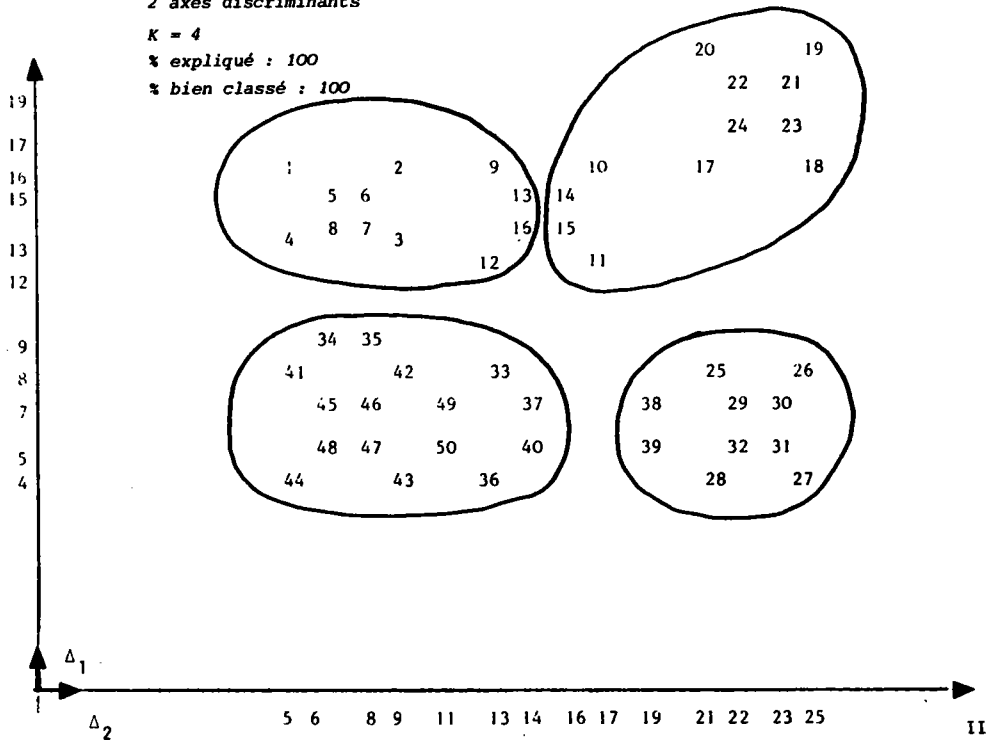


FIGURE 4.7.2

EXEMPLE 1

2 axes discriminants

$K = 5$

% expliqué 100

% bien classé 100

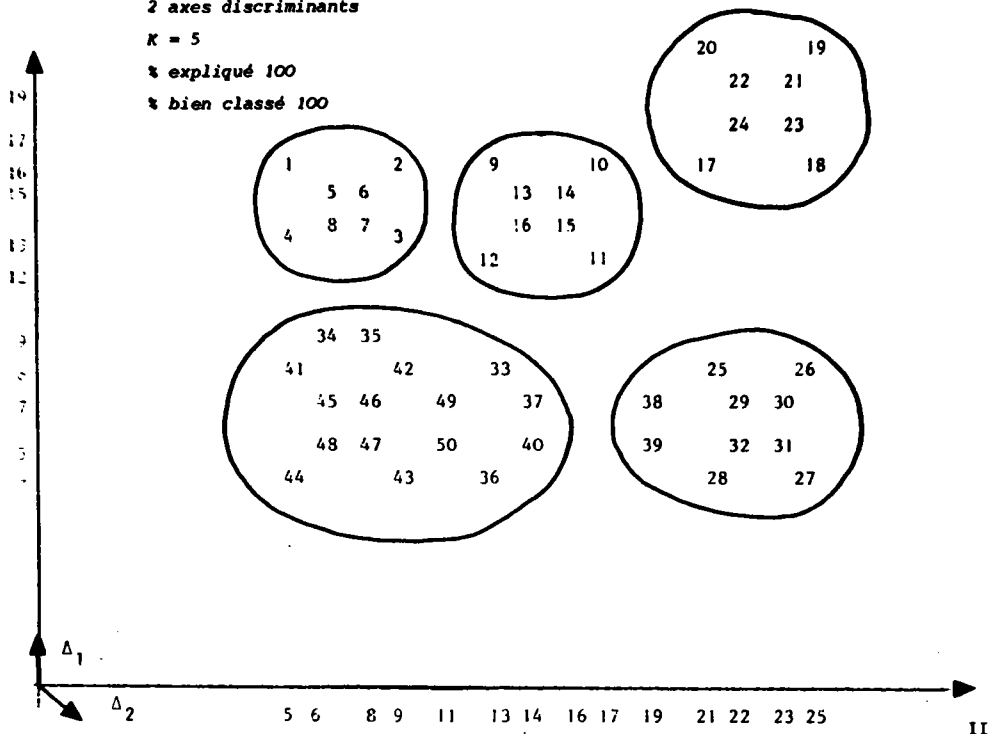


FIGURE 4.7.3

EXEMPLE 1

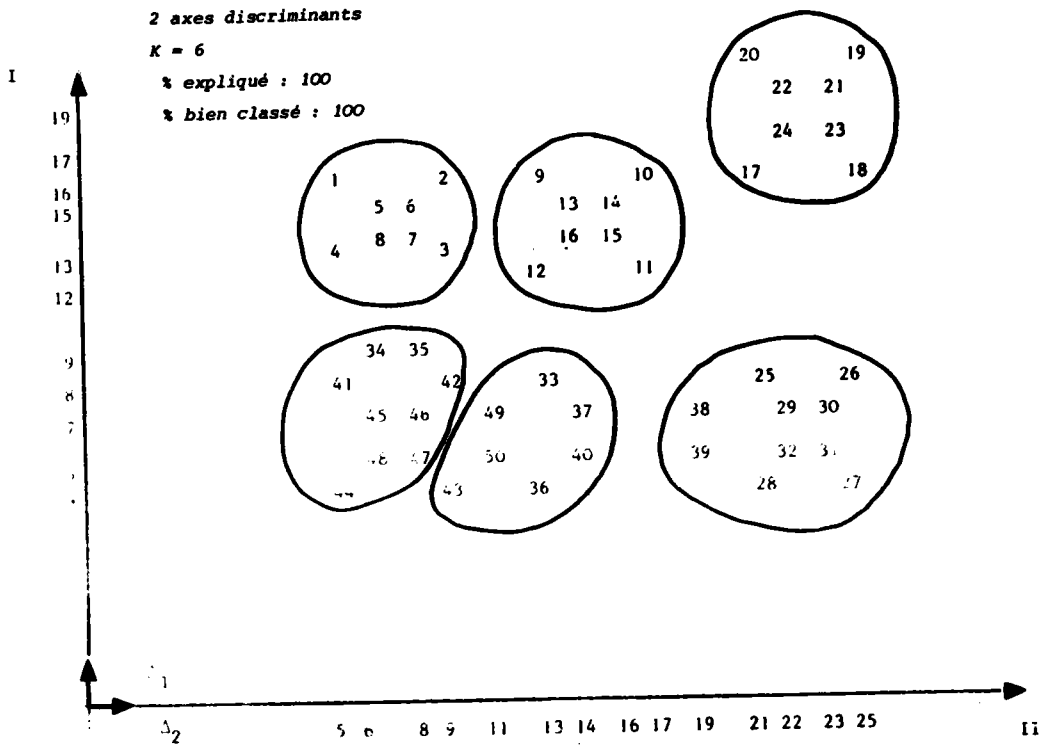


FIGURE 4.7.4

EXEMPLE 1

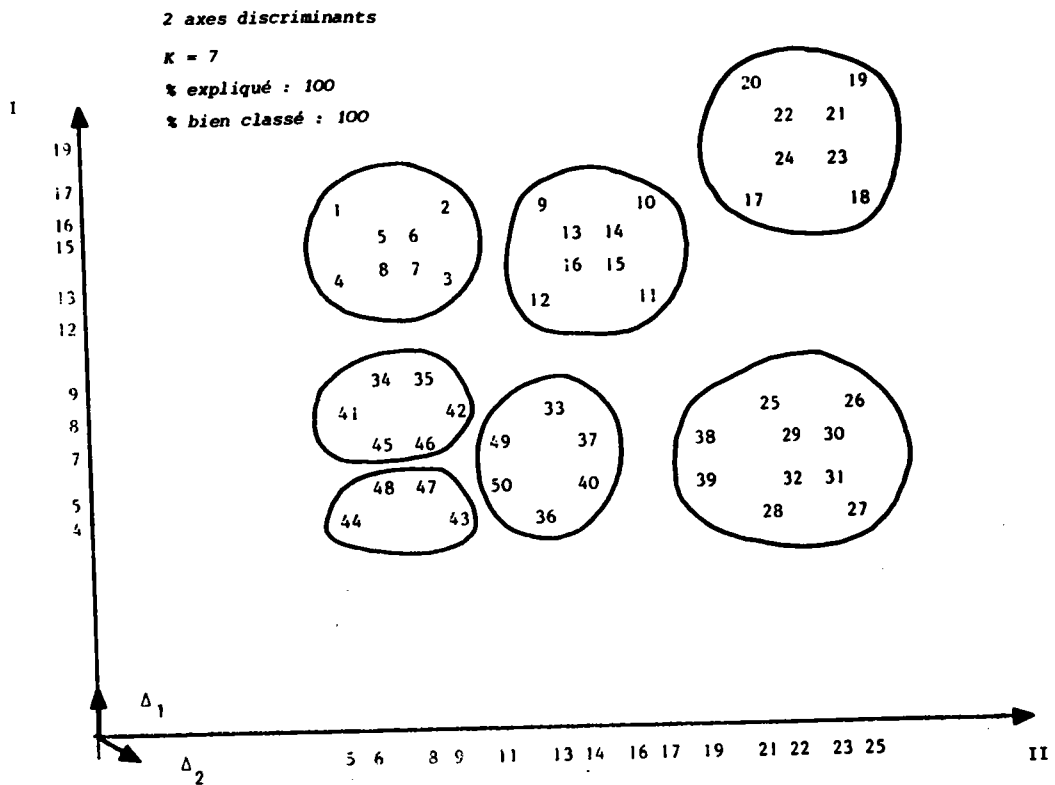
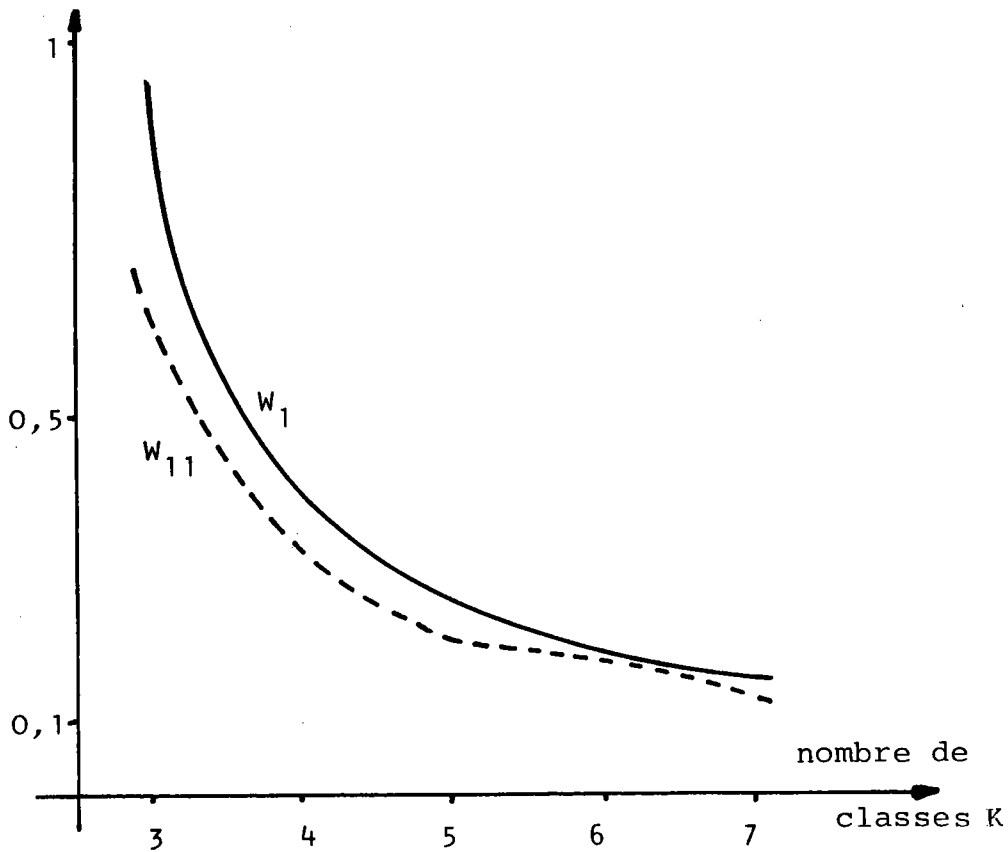


FIGURE 4.7.5

La figure 4.8 représente la projection des centres de gravité des classes sur le plan des deux axes discriminants pour cinq classes.

La figure 4.9 donne les variations de W_1 et W_{11} en fonction du nombre de classes. On peut remarquer que W_{11} présente un palier entre $K = 5$ et $K = 6$. D'où le nombre de classes $K = 5$ semble bien adapté au problème considéré puisque le fait d'ajouter une classe n'améliore pas sensiblement ce critère.



Variation des critères sur J^1
en fonction du nombre de
classes.

FIGURE 4.9

b) - Exemple 2

Soit 21 points situés dans $\mathbb{R}^3$ l'espace de composantes X, Y, Z . L'analyse discriminante typologique a donné les résultats du tableau 4.3.

La figure 4.10 représente la répartition des individus, pour trois classes, le long du premier axe discriminant de composante :

$$I = 0,149.X + 0,274.Y + 0,191.Z$$

TABLEAU 4.3

	Nombre de classes							
	I	2 II	I	3 II	I	4 II	I	5 II
W_{11}	0,876	-	0,063	0,838	0,063*	-	0,051	-
% BC	100	-	100	90	100	-	90	-
W_1	0,3	-	0,009	1,23	0,009	-	0,004	-
% Exp	100	-	99	100	99	-	90	-
λ_1	0,769	-	0,99	0,786	0,99	-	0,996	-
λ_2				0,573				

* Une classe vide à convergence

Répartition des individus sur le premier axe discriminant.

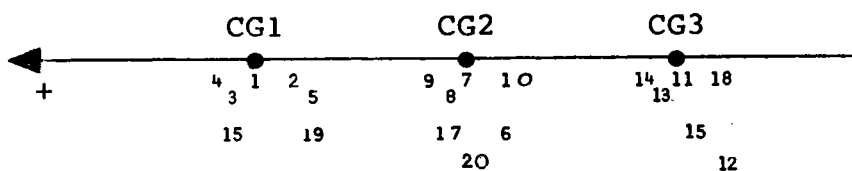


FIGURE 4.10

4.3.2 - Regression typologique

Dans cet exemple, la partie discriminante sur J^1 du programme est supprimée. Connaissant le nombre de classes (modèles) à identifier, nous désirons calculer les coefficients des modèles locaux tels que :

- les fonctions représentent au mieux les individus classés selon un certain ordre
- les classes obtenues soient connexes.

Afin de respecter cette deuxième condition, nous introduisons une contrainte α_{11} avec la métrique v_{jj}^{-1} . En commençant les calculs avec $\alpha_{11} = 1$, nous diminuons après convergence cette valeur, itérativement, jusqu'à la détection de deux classes non connexes.

L'exemple 3 est composé de 30 points numérotés de 1 à 30 dans $\mathbb{R}^2$ (figure 4.11).

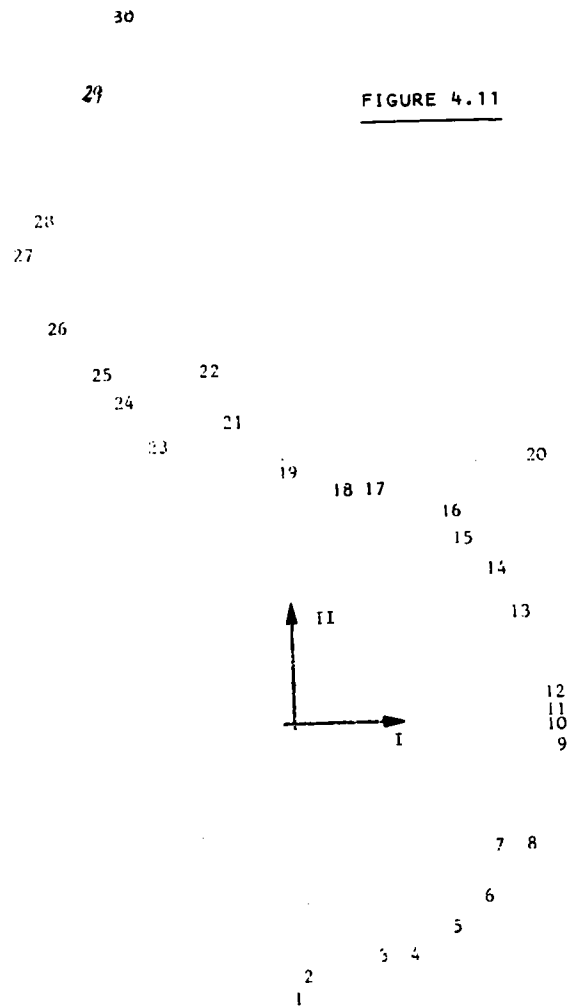
Les figures 4.12 à 4.15 montrent, pour des partitions de 2, 3, 4, 5 classes, les modèles linéaires locaux obtenus, ainsi que les valeurs de α_{11} et du critère W_2 . Le tableau 4.4 donne des valeurs numériques des droites de regression mises sous la forme canonique :

$$w_1 x^1 + w_2 x^2 - w_0 = 0$$

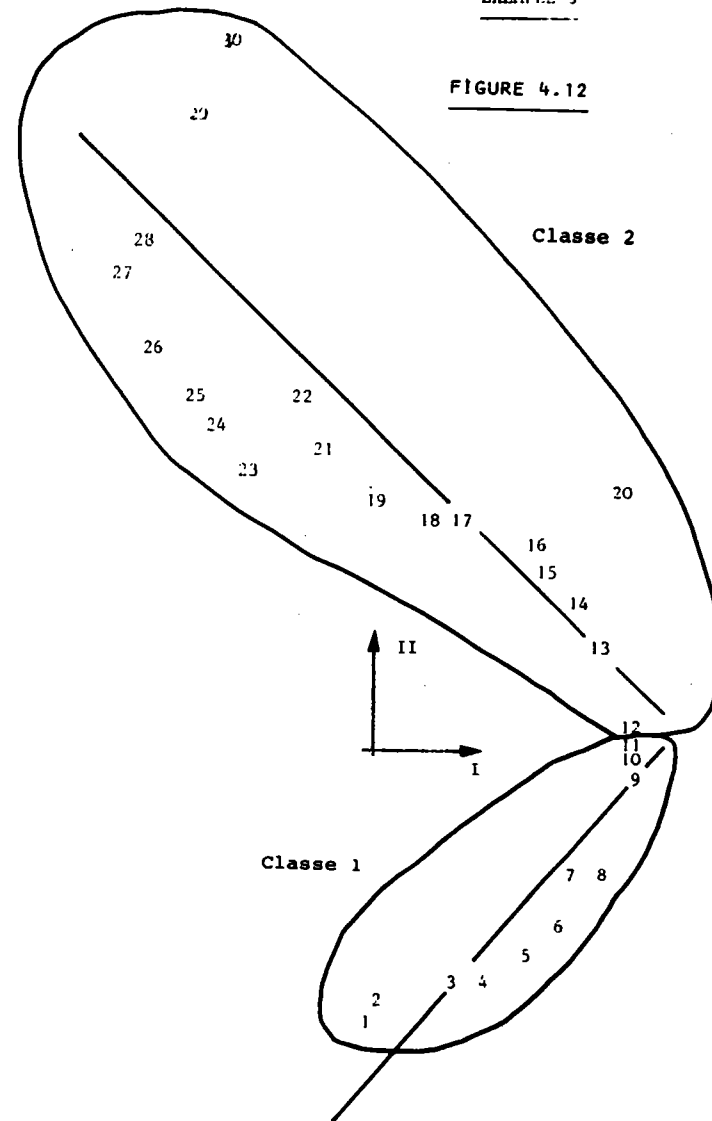
Les valeurs numériques des paramètres w sont rangés dans le tableau 4.4 selon l'ordre ci-dessous :

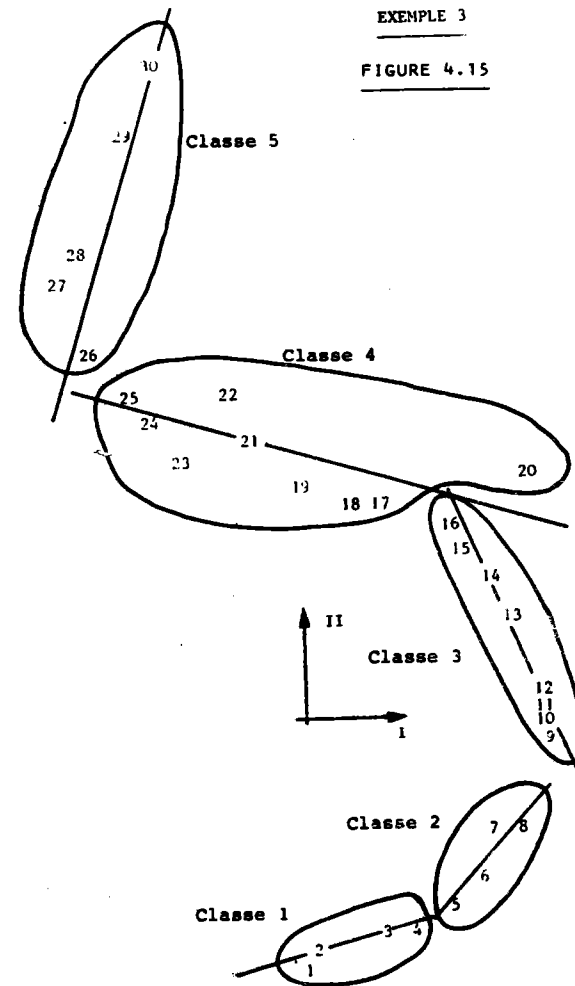
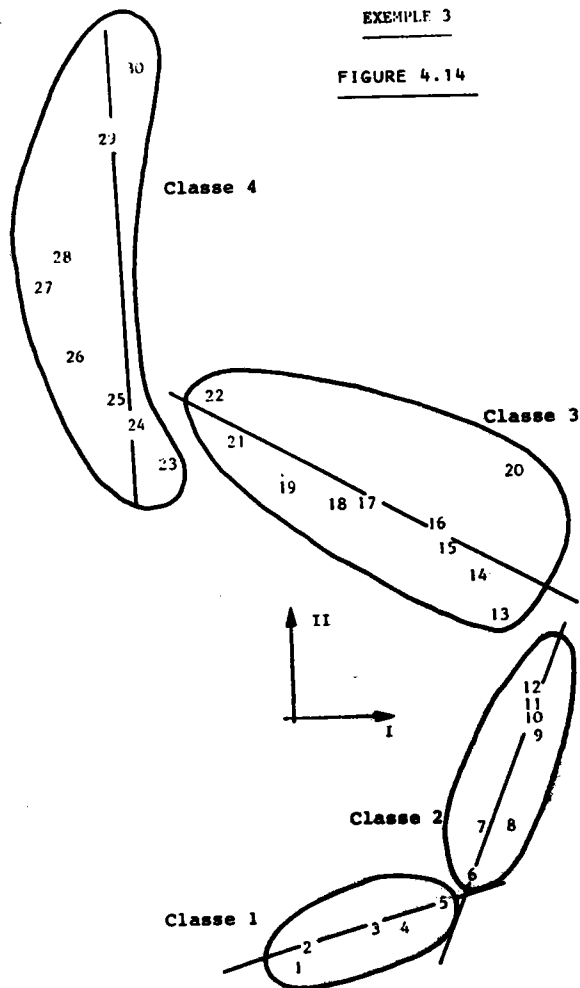
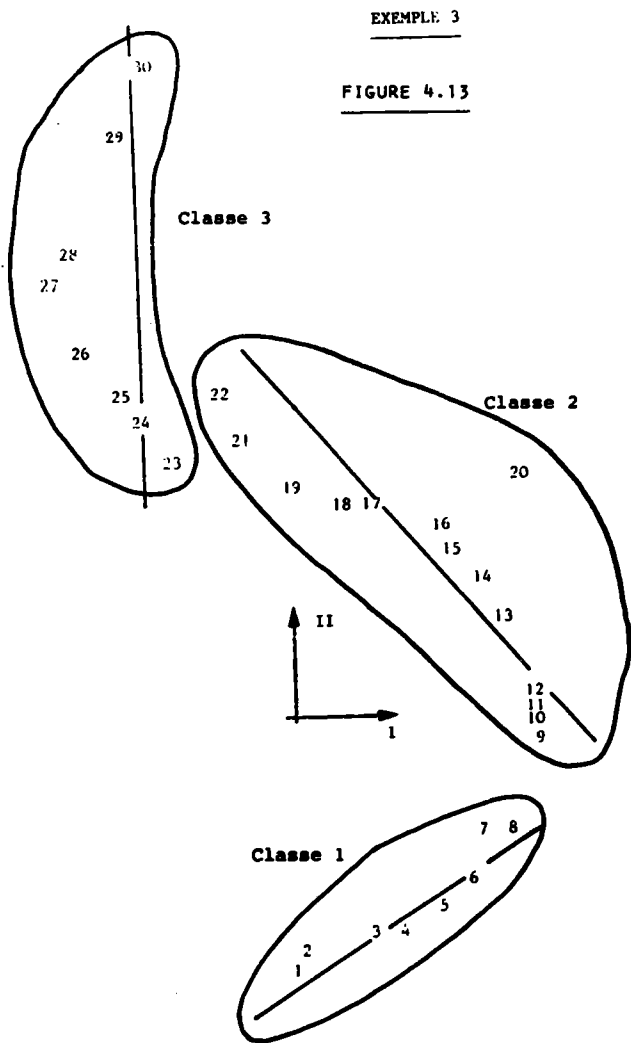
$$\tilde{w} = \begin{bmatrix} w_1 \\ w_2 \\ w_0 \end{bmatrix}$$

EXEMPLE 3



EXEMPLE 3





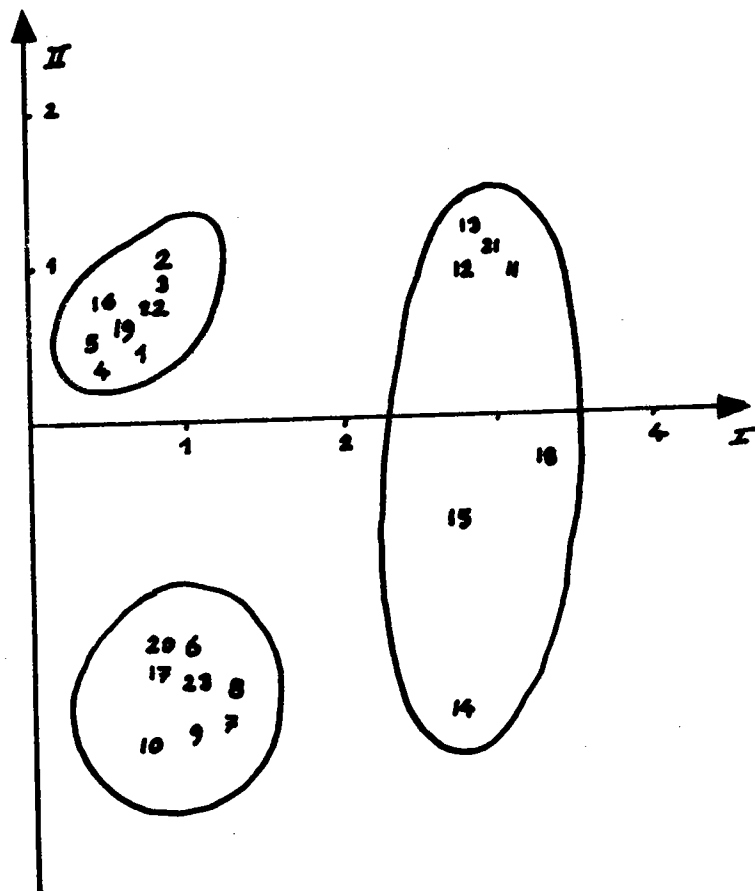
N° Classe	Nombre de Classes			
	2	3	4	5
1	0,732	- 0,492	- 0,288	- 0,237
	- 0,682	0,871	0,958	0,971
	- 0,839	0,914	0,953	0,962
2	0,682	0,706	0,949	0,748
	0,731	0,708	- 0,314	- 0,664
	- 0,889	- 0,877	- 0,938	- 0,974
3		0,998	0,470	0,910
		- 0,059	0,882	0,415
		0,615	- 0,991	- 0,934
4			0,998	0,269
			0,059	0,963
			0,615	- 1,08
5				0,961
				- 0,278
				1,38

TABLEAU 4 . 4

4.3.3 - Discrimination typologique sous contrainte

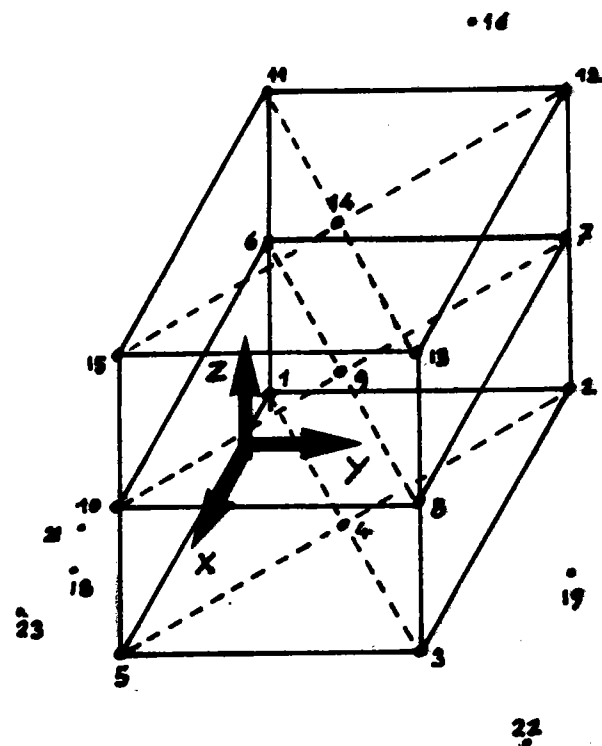
Dans ce quatrième exemple, nous avons cinq paramètres explicatifs sur J^1 et nous désirons déterminer une famille de plans expliquant les points de $\mathbb{R}^3$ (figure 4.16).

Pour une partition en trois classes, nous recherchons les axes discriminants (1 ou 2) et les plans associés à chacune des classes avec plusieurs partitions initiales tirées au hasard.



EXEMPLE 4 : points projetés sur le plan discriminant

FIGURE 4.17



EXEMPLE 4 : points expérimentaux dans J^2

FIGURE 4.16

Le tableau 4.5 donne les résultats obtenus à la convergence après 5 itérations. Les partitions résultantes ont été identiques indépendamment des partitions initiales.

Nombre axes	W_1	W_2	% Exp	% BC
1	0,0596	0,179	77	78
2	0,023	0,01	100	95

% BC : Pourcentage d'individus ne changeant pas de classe lorsque les individus sont affectés par la fonction de discrimination ($\alpha_2 = 0$)

TABLEAU 4.5

La figure 4.17 représente la distribution des individus dans l'espace restreint des axes discriminants.

Nous retiendrons la solution à deux axes discriminants qui sépare bien les classes. Les composantes de ces axes sont données au tableau 4.6 tandis que les coefficients des plans locaux sont définis tableau 4.7

	Composantes selon les axes de J^1				
	1	2	3	4	5
1er axe	0,115	0,056	0,184	0,089	- 0,061
2ème "	- 2,47	0,109	0,855	- 0,919	- 0,142

TABLEAU 4.6

N° des modèles ℓ	Coefficients des modèles			
	w_1	w_2	w_3	w_0
1	0,005	- 0,001	1	- 2,02
2	- 0,002	- 0,006	1	- 4,01
3	- 0,015	0,005	1	- 5,97

Equation d'un modèle ϕ_ℓ :

$$\phi_\ell = w_{1,\ell}x_1 + w_{2,\ell}x_2 + w_{3,\ell}x_3 - w_{0,\ell} = 0$$

TABLEAU 4.7

A N N E X E 5

BANQUE DE DONNEES TECHNOLOGIQUES ADEPA/GRAIM(LPMC)GENERALITES

La nécessité d'une banque de données technologiques est apparue par le besoin d'informations de l'industrie qui désire améliorer ses conditions de travail alors qu'elle trouve de moins en moins de technicité dans le personnel de fabrication. Une autre raison du développement de banques de données est la nécessité de disposer de données d'entrées aux différents modèles d'optimisation des conditions d'usinage et d'ordonnancement.

En France, l'A.D.E.P.A.* a été chargée de définir, dans le cadre d'une action concertée D.G.R.S.T [II.B] une banque de données technologiques, dans le domaine du tournage, à partir d'informations provenant d'usinages réalisés en production industrielle. C'est dans ce cadre que nous avons développé les travaux résumés dans cette annexe [II.12], [II.14].

BANQUE DE TOURNAGE

Une opération élémentaire d'usinage en tournage est caractérisée par :

- la machine-outil
- la pièce

* Agence Nationale pour le Développement de la Production Automatisée.

5.2

- l'outil
- le montage d'usinage
- le type d'opération.

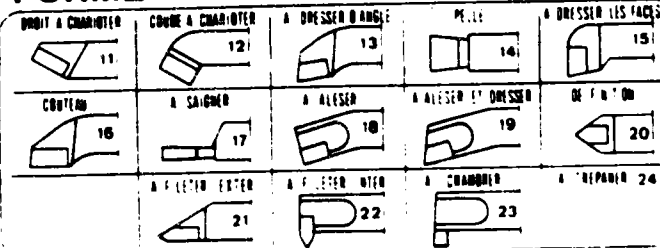
Ces différentes entités sont définies à partir de 70 paramètres comptabilisés sur un bordereau d'enquête (Tableaux 5.1 & 5.2) constituant la base de données.

L'une des originalités de la banque ADEPA est le fait de choisir des expériences correspondant à des cas industriels concrets. L'intérêt de cette procédure est de ne posséder que des informations vérifiées en production et de ne pas avoir à effectuer des essais systématiques longs et coûteux en laboratoire qui ne correspondent pas toujours à la réalité industrielle.

Cependant, ce choix implique, au niveau de l'exploitation de la base de données, des logiciels particuliers tenant compte :

- du relevé incomplet des paramètres d'une expérience.
- de la concentration des valeurs autour de points moyens, ce qui entraîne lors de l'identification de modèles mathématiques un manque de sensibilité de certains paramètres de ce modèle vis-à-vis de ces variables.
- d'une grande dispersion des résultats pouvant entraîner la détermination de modèles non interprétables physiquement.
- d'un nombre de plus en plus important d'expériences enregistrées.

La collecte des données faites par des consultants a déjà fourni près de 1.000 expériences.

OUTIL**FABRICANT****NUANCE** FABRICANT :**GROUPE ISO / NUANCE NF****FORME**

MISE SOUDEE OU BRASEE

CARBURE

P=1 K=2 M=3
 EXEMPLE K10-210

ACIER RAPIDE

	ACIER	RAPIDE	
12 2 2	411	6 5 2	431
12 0 4	412	6 5 4	432
12 0 5 5	413	6 5 5 5	433
12 0 5 10	414	7 5 5 5	434
10 0 1	421	7 5 5 10	435
0 0 2	422	2 0 2	441
0 0 5	423	2 0 5	442
0 0 0	424		

PARTIE ACTIVE

CARBURE AMOVIBLE	1
CARB AMOV REVETU	2
CARBURE BRASE	3
CARBURE BARBEAU	4
ACIER RAPIDE	5
AC RAPIDE BARBEAU	6
CERAMIQUE AMOVIBLE	7
CERAM BRASEE	8
DIAMANT	9
STELLITE	0

PLAQUETTE

22	24	26	27	29	31	M 166 310
----	----	----	----	----	----	-----------

AMOVIBLE**PLAQUETTE AMOVIBLE**

HEXAGONALE	31
OCTOGONALE	32
PENTAGONALE	33
RONDE	34
CARREE	35
TRIANGULAIRE	36
CARREUSE	37
55	38
55	39
55	40
RECTANGULAIRE	41
PARALLELE 30	42
02	43
55	44

24 DEPOUILLE

A	03	VALEUR EN°	C	30
B	05	15	H	00
C	07	20	P	11
		25		

26 TOLERANCE

A	11	E	15	L	19
B	12	G	16	H	20
C	13	J	17	U	21
H	14	I	18		

27 ECOULEMENT

FIXATION					
H	SANS BRISE COPEAU	SANS TROU		1	
A	AVEC			2	
H	AVEC BRISE COPEAU	FACE SANS TROU		3	
B	AVEC			4	
F	AVEC BRISE COPEAU	2 FACES SANS TROU		5	
G	AVEC			6	

29 LONGUEUR DE L'ARRETE EN MM
 31 EPaisseur EN MM 153 - 39

34 RAYON A A POINTS 35 ARRETE DE COUPE VUE 36 SYSTEME NORMAL
 1 10 MM 24-004 ARRONDI 2 31 ORTHOGONAL 2
 CHAMFRE REL 31

SYSTEME NORMAL

PLAN DE SECTION
 A L'ARRETE

A B C D E

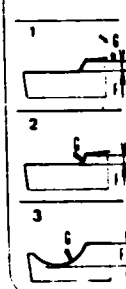
SYSTEME ORTHOGONAL

PLAN DE SECTION

AU PLAN D'APPUI ET

A LA PROJECTION DE

L'ARRETE SUR CEU C

GEOMETRIE DE COUPE**TYPE****001****SANS**

HAUTEUR EN MM
 LARGEUR EN MM
 PORTÉE A TANG EN MM

BRISE COPEAU**CORPS****ADEPA**

M.B.73

PIECE

AVANT
OPERATION MATERIAU NFOBTENTION DU BRUT
TRAITEMENT

CARACTERISTIQUES

MECANIQUES

- 20 DURETE BRINELL
23 R TRACTION HBAR
26 RESILIENCE J/CM²

-27 DE SURFACE

- RES GROSSIERE 1
BRUTE 2
SABLEE 3
PRETOURNEE 4

16 MECANIQUE

- SANS 1
ECROU 2

17 THERMIQUE

- SANS 1
RECUIT 2
TREMPE 3
TREMPE & REVEUR 4
TREMPE & MUR 5
STABILISE 6

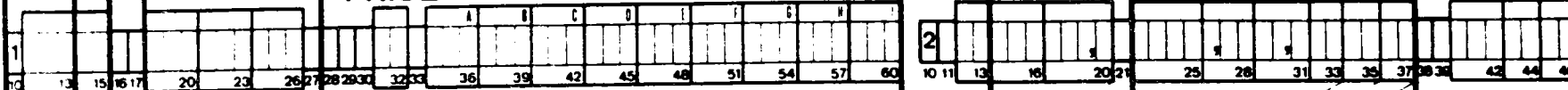
MOULAGE

- NON SPECIFIE 11
SABLE 12
COQUILLE 13
SANS PRESSION 14
PAR CONCRECTION 15
CENTRIFUGE 16

CORROYAGE

- NON SPECIFIE 21
FORGE 22
ESTAMPE / ENDOUT 23
FILE A LA PRESSE 24
LAMINE A CHAUD 25
A FROID 26
ETIRE 27

PRISE DE PIECE



- 28 TYPE

- EN L'AR 1
ENTRE POINTS 2
MITE 3
- 29
SANS LUNETTE 1
AVEC LUNETTE 2

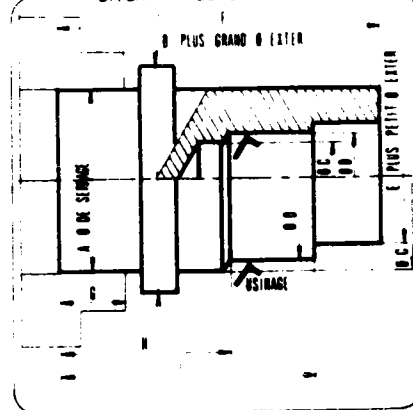
- 30 STABILITE

- GRANDE 1
NORMALE 2
MOYENNE 3
PASSABLE 4

32 QUALITE
DENOMEE EN USINAGE

- 33 COTATION EN MM 1
CM 2

SITUATION DE L'USINAGE



OPERATION

11 TOURNAGE

- EDANCO COUPE CONTINU 1
INTERMITTENT 2
TRES INTERMITT 3
FINITION COUPE CONTINU 4
INTERMITTENTE 5
TRES INTERMITT 6

13

- LONGITUDINAL ENTER 11
INTER 12
TRANSVERSAL ENTER 13
INTER 14
DE CONTOUR ENTER 15
INTER 16
FILETAGE ENTER 17
INTER 18
A L OUTIL A SAIGNER 19
CHAMFREIN 20
TRE PHER 21

MACHINE

CONSTRUCTEUR

TYPE _ ANNEE

20 PUISSANCE

MOTORE EN KW

21 STABILITE

- GRANDE 1
NORMALE 2
MOYENNE 3
PASSABLE 4

CONDITIONS
DE COUPE

33 35 37 LIMITATIONS

- VITESSE DE AVANCE MAX ATTENTE 11
COUPE MAX ATTENTE 12
PUISSANCE MAX ATTENTE 13
LIMITE EN CHARGE AXIALE 14
POUR LE SERVOAGE 15
LA LUNETTE 16
LONGUEUR ARETE DE COUPE 17
IMPOSEE GARANTIE USINAGE 18
ETAT DE SURFACE DEBARR 19
FLEXION PIECE OU OUTIL 20
DEFORMATION DE L OUTIL 21
COMPORTEMENT INSTABLE 22
MANIPULS FORMATION COPEAN 23
MANIPULS ECHOLEMENT COPEAN 24
RISQUE ACCIDENT COPEAN 25
CRITERE DE DUREE 26

LUBRIFICATION

-38 MODE

- SANS 1
JET 2
JET SUR DEPOUILLE 3
BRUILLARD 4

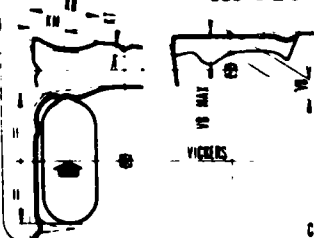
-39 LUBRIFIANT

- POUR LUTTER 1
EMULSION 2
SYNTHETIQUE 3
SEMI SYNTHETIQUE 4

FABRICANT

DESIGNATION

USURE - CRITERES DE DUREE

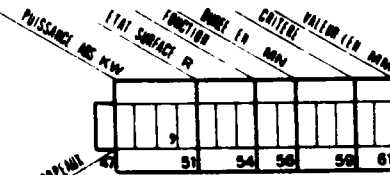
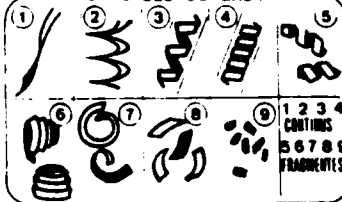


- VB MAX 11
LT 12
K = RT/KN 13
SURLEVATION ARETE 14
AFFAISSEMENT ARETE 15
ARETE RAPPORTEE 16
EBOUCHURES 17
FISSURATION 18
OXYDATION AIR SECONDAIRE 19
ETAT SURFACE PIECE 20
MORT D OUTIL 21
22

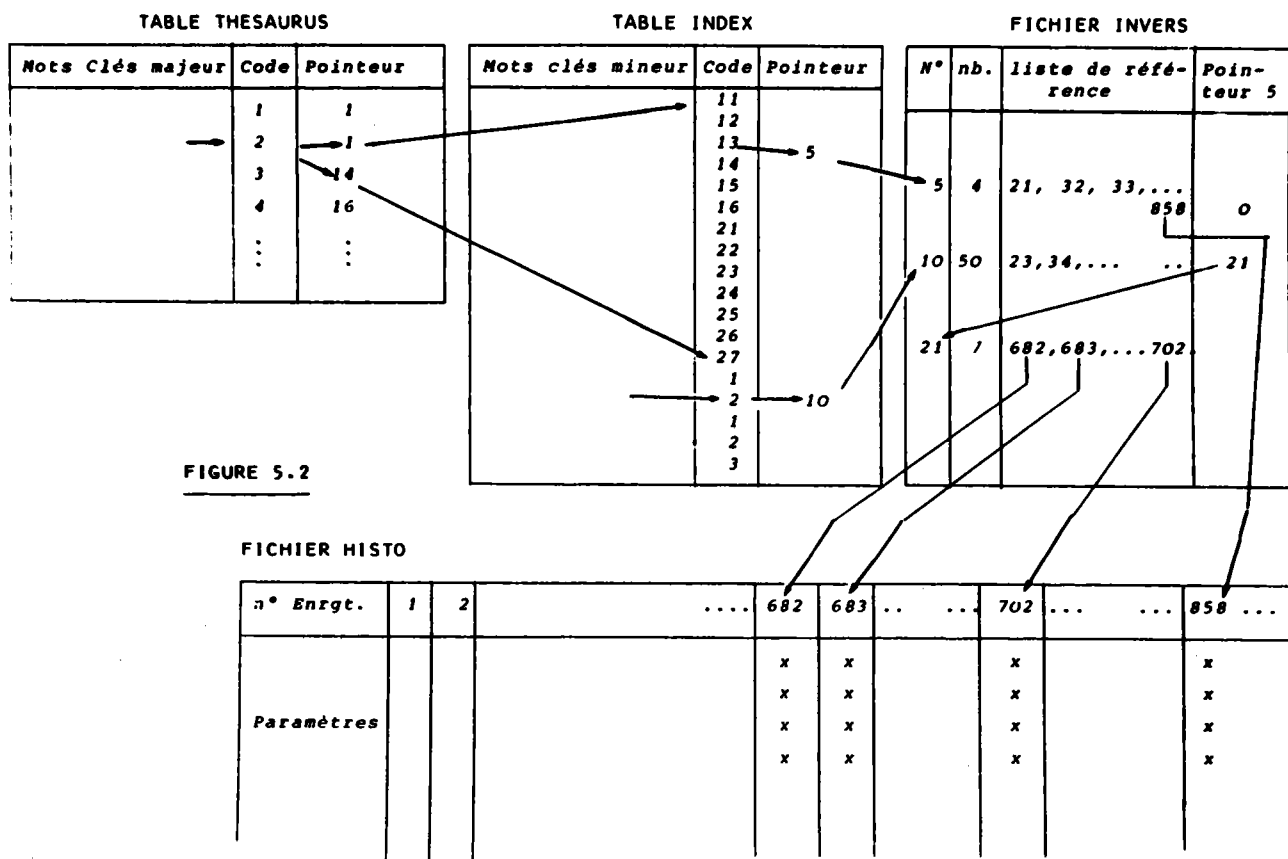
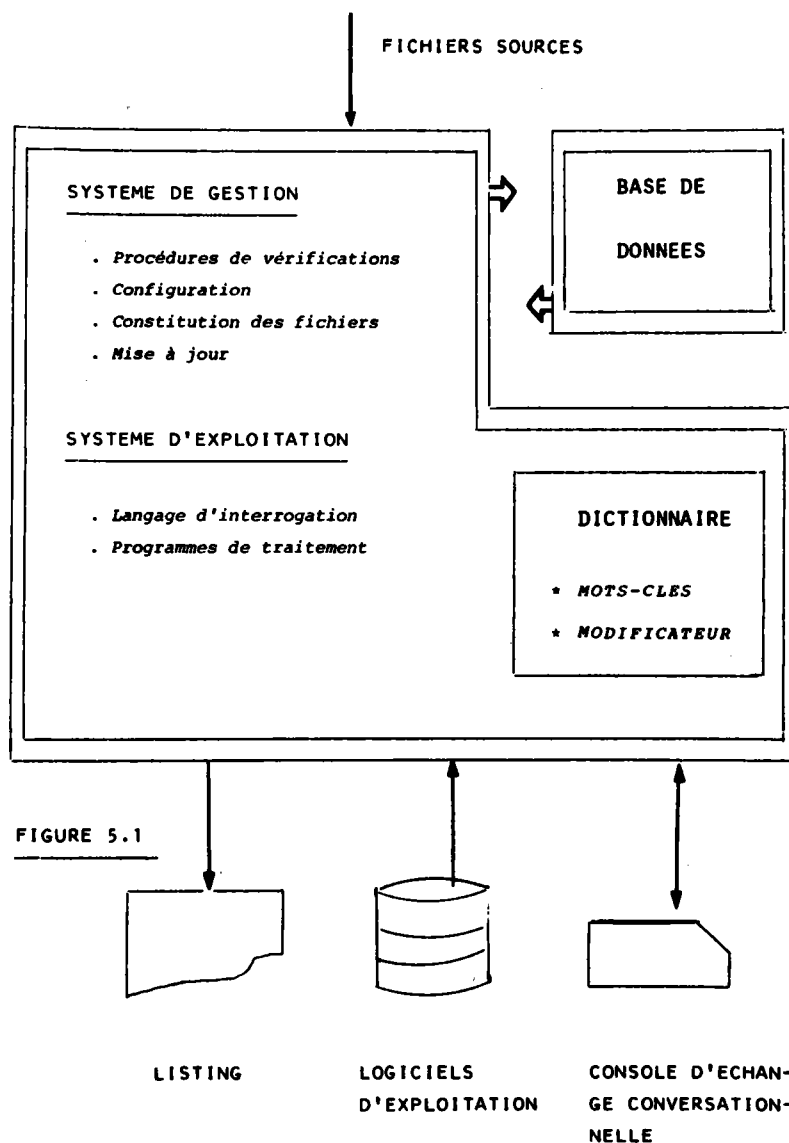
E.S. FONCTION

- FC 11
R 12
OB 13
FI 14
ED 15
ES 16
AC 17
AB 18
DE 19
RE 20
FA 21

FORME DES COPEAUX



RESULTATS



5.3- BASE DE DONNEES

Les principes directeurs retenus pour définir la base de données et son logiciel d'exploitation ont été de :

- être compatibles avec un système automatique de traitement de l'information de taille modeste et comparables à ceux utilisés dans les systèmes de programmation automatique de machine-outil à commande numérique.
- posséder un langage d'interrogation conversationnel afin de disposer d'un outil performant d'aide à la décision dans les bureaux des méthodes.
- pouvoir servir de prototypes à la mise au point de banques individualisées spécifiques aux entreprises, et permettre une mise à jour facile.
- Etre généraux afin de s'appliquer à différentes banques de données.

La figure 5.1 montre l'organisation de la base de données ADEPA dont nous ne présenterons que le système d'exploitation.

5.4- SYSTEME D'EXPLOITATION

a) - Principe du tri d'expériences

Les informations vérifiées sont rangées dans un fichier séquentiel HISTO à raison d'une expérience par enregistrement. Une table THESAURUS associe à chaque mot clé majeur, son code et le pointeur sur une table INDEX.

La table INDEX associe à chaque mot mineur, son code et le pointeur du fichier INVER.

Le fichier "inverse" INVER, à accès direct, est une succession d'enregistrements dont le premier mot contient le nombre de références de la liste, le dernier mot le pointeur de chaînage et les mots intermédiaires les adresses dans le fichier HISTO de la liste de référence (Figure 5.2).

Exemple : sont à déterminer les expériences traitant de l'obtention du brut par moulage en coquille. On a les codes :

Thésaurus "2", Index "13"

Pointeur (2) :	1	}	On recherche dans la table INDEX si on a le code 13 entre les lignes 1 à 13.
Pointeur (3) =	14		

Pointeur (13) = 5 Le 5ème enregistrement du fichier "inverse" contient la liste de référence des expériences correspondant au cas considéré.

On trouve 10 expériences sans pointeur de chaînage :
Pointeur (10) = 0

Il ne reste plus qu'à lire dans le fichier HISTO, par accès directs, les enregistrements n° 21, 22, ... 28.

b) - Langage d'interrogation

Les instructions sont à formats variables et se composent de mots majeurs définissant le type de la

commande et de mots mineurs spécifiant la nature du tri ou des programmes de traitement. Les commandes permettent, outre la sélection d'expériences, un certain nombre d'exploitations des données triées (valeur moyenne, loi de Taylor....etc.). La liste des commandes et des mots mineurs est résumée tableau 5.3

c) - Exploitation

A partir d'une console, l'opérateur définit les instructions de tris. Pour un questionnaire, les opérations de tri sont en relation "ET". Cependant, afin d'assouplir la procédure d'interrogation, la commande STOR/ permet de mémoriser de façon permanente tout un questionnaire. Celui-ci peut alors, par la suite être rappelé avec d'autres, en mémoire centrale, pour affiner le tri ou servir de bases de données aux logiciels d'exploitation. Nous réalisons ainsi l'équivalent à des macroinstructions (figure 5.4).

5.5-EXEMPLE

Le logiciel décrit précédemment a été implanté sur ordinateurs SEMS.

A titre d'exemple, pour un ordinateur MITRA 15 de 24 K mots, équipé d'un disque amovible de 5 mégaoctets, le temps de recherche pour une interrogation portant sur le tri primaire (instruction TRPR/...) est d'une seconde tandis que le temps de réponse pour un tri secondaire est proportionnel au nombre d'expériences présélectionnées (4 secondes pour 80 expériences). Ces temps sont à diviser pour un facteur 4 pour un ordinateur MITRA 125 avec un disque de 10 mégaoctets.

FIGURE 5.3

* COMMANDES

SPCH / *Insertion de commentaires sur le listing de sortie.*

TRPR / *Tri primaire sur les mots-clés et leurs valeurs qualitatives associées.*

TRSD / *Tri secondaire sur les mots-clés par comparaison à des valeurs qualitatives ou quantitatives. Autorise la définition de tris par relation "OU".*

IMPR / *Impressions partielles ou totales des expériences triées.*

STAT / *Calcul valeur moyenne ou valeur la plus fréquente des paramètres sélectionnés.*

STØR / *Stockage sur fichier permanent référencé des résultats d'un questionnaire.*

OPTI / *Appel de programmes d'exploitation initialisés par les expériences des fichiers permanents référencés.*

FINI / *Fin d'un questionnaire.*

IOUT / *Abandon du programme d'interrogation.*

* MOTS MINEURS

GRI. *Différencie les fichiers HISTO*

KEY. *Mot-clé sur lequel porte le tri.*

VAL. *Valeur numérique du mot-clé.*

COM. *Sens de comparaison.*

* PONCTUATIONS

] *Annulation du caractère précédent.*

* *Fin de la question (validation)*

\$ *Suite de la question sur la ligne suivante.*

< *Annulation ligne*

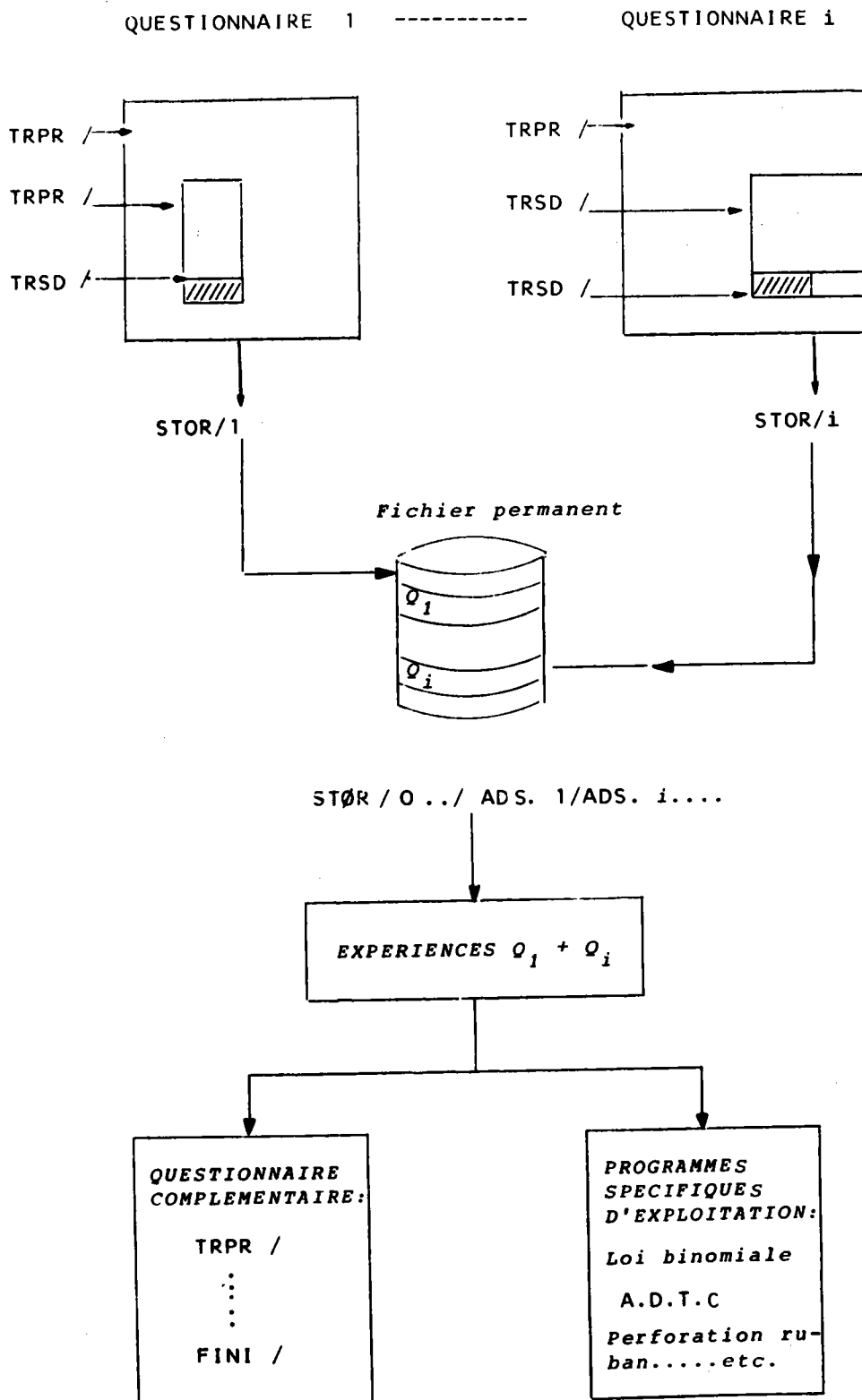


FIGURE 5.4

Une version est actuellement développée pour l'interrogation de la banque à partir de "menus" affichés sur écran cathodique ce qui supprime, pour l'utilisateur, le code des informations. Le listing ci-après montre un exemple d'utilisation de ce logiciel sur MITRA 15.

5.6 - REMARQUES

Nous n'avons présenté dans cette annexe que le langage d'interrogation de la banque. En fait, le programme général offre d'autres possibilités [II.14] telles que :

- Adaptation du programme à une famille de base de données par paramétrage des tableaux en mémoire centrale et des tailles des fichiers permanents.
- Modification, suppression, extension des expériences enregistrées.
- Sauvegarde des fichiers de travail en cas d'interruption prioritaire.
- Adaptation du dictionnaire selon l'utilisateur.
- Impossibilité d'accès à des informations "réservées".

En ce qui concerne l'origine des expériences constituant la banque, nous devons noter que le relevé de données, sur le poste de travail, par un enquêteur, assure la prise en compte d'informations réelles pour un faible coût. Cependant, cette façon de procéder présente deux inconvénients :

- relevé d'informations fortement liées entre elles par des contraintes sur la phase d'usinage (profondeur de passe identique, vitesse de broche constante....).

- relevé incomplet des paramètres du bordereau d'enquête dû à l'impossibilité de recueillir dans un atelier toutes les caractéristiques demandées.

Aussi, la fiabilité de cette banque nécessite l'enregistrement d'un nombre beaucoup plus important d'expériences que dans le cas d'une banque constituée de données de laboratoire.

Le nombre d'expériences complètes enregistrées dans la banque A.D.E.P.A. n'est actuellement pas suffisante pour permettre une analyse discriminante typologique.

==DEBUT DU QUESTIONNAIRE== COMMENCEZ PAR LIBL/..

TRPR/ Tri primaire
ORI. 1 banque de tournage
CLE. 1 sélection selon les
matériaux

TRPR/ORI. 1./CLE. 1./VAL. 207.*

VAL.207 Matériau XC 30

TRI PRIMAIRE NOMBRE D EXPERIENCES RETENUES: 87

NO. D ENREGISTREMENT

44	51	52	53	54	55	56	63	66	71
74	75	76	78	90	91	92	93	94	95
200	201	202	203	204	205	206	207	208	209
210	211	212	213	214	215	216	217	218	219
220	221	222	223	224	225	226	227	228	229
230	231	232	233	234	235	236	237	238	239
304	307	409	443	445	446	448	449	450	461
469	492	544	545	546	547	548	549	570	580
601	602	603	604	605	606	635			

TRSD/CLE. 54./CON. 1./VAL. 4.*

TRSD/Tri secondaire
CLE. 54
CON. 1
VAL. 4

TRI SECONDAIRE NOMBRE D EXPERIENCES RETENUES: 48

NO. D ENREGISTREMENT

51	53	54	55	56	64	71	74	75	76
78	90	91	92	93	94	202	204	205	206
207	208	215	216	217	219	220	221	222	225
226	227	228	229	230	231	232	233	234	235
237	238	239	409	443	445	446	448	449	450
461	469	492	544	545	546	547	548	549	570
580	601	602	603	604	605	606	635		

TRPR/BRI. 1./CLE. 12./VAL. 130.*

TRPR/Tri primaire
CLE.12 type d'outil
VAL.130 plaquette car-
bure P30

TRI PRIMAIRE NOMBRE D EXPERIENCES RETENUES: 1

NO. D ENREGISTREMENT

54

INPR/TYP. 1.*

IMP.1 Impression totale
de l'expérience
sélectionnée

IMPRESSION TOTALE DES EXPERIENCES SELECTIONNEES (CLE 4

ENREGISTREMENT NO.	54	EXPERIENCE NO.	54	FIRME : 2	ORIGINE: 3
1 A 10 *	207*	23*	0*	0*	0*
11 A 20 *	0*	130*	0*	35*	0*
21 A 30 *	1*	2*	-6*	6*	21*
31 A 40 *	0*	0*	0*	0*	1*
41 A 50 *	0*	0*	0*	0*	12*
51 A 60 *	0*	0*	0*	0*	3*
61 A 70 *	0*	2*	0*	0*	0*
71 A 73 *	23*	11*	0*	0*	0*

FIN1*

Fin du questionnaire

==DEBUT DU QUESTIONNAIRE== COMMENCEZ PAR LIBL/..

Nouveau questionnaire

TRPR/BRI. 1./CLE. 1./VAL. 148.*

VAL.148 Matériau XC 40

TRI PRIMAIRE NOMBRE D EXPERIENCES RETENUES: 4

NO. D ENREGISTREMENT

36 37 38 39 710 711

TRSD/CLE. 54./CON. 4./VAL. 3.*

TRI SECONDAIRE NOMBRE D EXPERIENCES RETENUES: 5

NO. D ENREGISTREMENT

37 38 39 710 711

Demande de calcul des valeurs
moyennes ou les plus fréquen-
tes des paramètres.

STAT/CLE. 12./CLE. 57./CLE. 58./CLE. 56./CLE. 71.*

OUTIL GROUPE ISO/HUANCE NF
PREMIERE VALEUR LA PLUS COURANTE: 110 FREQUENCE: 2
SUR: 5 EXPERIENCES RETENUES FREQUENCE EN X: 40.0
PREMIERE VALEUR LA PLUS COURANTE: 135 FREQUENCE: 2

CUR: 5 EXPERIENCES RETENUES FREQUENCE EN X: 40.0
SECONDE VALEUR LA PLUS COURANTE: 120 FREQUENCE: 1
SUR: 5 EXPERIENCES RETENUES FREQUENCE EN X: 20.0

CONDITIONS DE COUPE AVANCE 0.01 MM/TR
VALEUR MOYENNE: 60.00 SUR: 5 EXPERIENCES

CLE.13 groupe d'ou-
til carbure

CONDITIONS DE COUPE PROF.PASSE 0.1 MM
VALEUR MOYENNE: 61.00 SUR: 5 EXPERIENCES

CLE.57 vitesse d'avance

CONDITIONS DE COUPE VITESSE EN M/MN.
VALEUR MOYENNE: 130.40 SUR: 5 EXPERIENCES

CLE.58 profondeur de
passe

RESULTATS DUREE DE L USINAGE
VALEUR MOYENNE: 22.40 SUR: 5 EXPERIENCES

CLE 56 vitesse de
coupe
CLE.71 durée de vie
outil.

A N N E X E 6

DONNEES NUMERIQUES DES EXEMPLES DE L'A.D.T.C.
EXEMPLE 1

Numéro individu	Coordonnées		Numéro individu	Coordonnées	
1	16.0	5.0	26	8.0	25.0
2	16.0	9.0	27	4.0	25.0
3	12.0	9.0	28	4.0	21.0
4	12.0	5.0	29	7.0	22.0
5	15.0	6.0	30	7.0	24.0
6	15.0	8.0	31	5.0	24.0
7	13.0	8.0	32	5.0	22.0
8	13.0	6.0	33	8.0	13.0
9	16.0	13.0	34	9.0	6.0
10	16.0	17.0	35	9.0	8.0
11	12.0	13.0	36	4.0	13.0
12	12.0	13.0	37	7.0	14.0
13	15.0	14.0	38	7.0	19.0
14	15.0	16.0	39	5.0	19.0
15	13.0	16.0	40	5.0	14.0
16	13.0	14.0	41	8.0	5.0
17	16.0	21.0	42	8.0	9.0
18	16.0	25.0	43	4.0	9.0
19	20.0	25.0	44	4.0	5.0
20	20.0	21.0	45	7.0	6.0
21	19.0	24.0	46	7.0	8.0
22	19.0	22.0	47	5.0	8.0
23	17.0	24.0	48	5.0	6.0
24	17.0	22.0	49	7.0	11.0
25	8.0	21.0	50	5.0	11.0

EXEMPLE 2

Numéro individu	Coordonnées J_1		
1	2.0	2.0	2.0
2	1.8	1.8	1.8
3	2.2	2.2	2.2
4	1.5	2.0	1.5
5	2.0	1.5	2.0
6	4.0	4.0	4.0
7	3.8	3.8	3.8
8	4.2	4.2	4.2
9	3.5	4.0	3.5
10	4.0	3.5	4.0
11	6.0	6.0	6.0
12	6.2	6.2	6.2
13	5.8	5.8	5.8
14	5.5	6.0	5.5
15	6.0	5.5	6.0
16	1.7	2.1	2.3
17	3.9	4.1	4.1
18	6.1	6.1	5.7
19	2.3	2.0	1.5
20	4.3	4.3	3.7
21	5.9	5.9	6.1

EXEMPLE 3

Numéro individu	J_1		J_2	
1	1.0	0.0	-1.0	
2	2.0	0.0	-1.0	
3	3.0	0.3	-0.9	
4	4.0	0.4	-0.9	
5	5.0	0.6	-0.8	
6	6.0	0.7	-0.7	
7	7.0	0.8	-0.5	
8	8.0	0.9	-0.5	
9	9.0	1.0	0.0	
10	10.0	1.0	0.0	
11	11.0	1.0	0.0	
12	12.0	1.0	0.1	
13	13.0	0.9	0.4	
14	14.0	0.8	0.6	
15	15.0	0.7	0.7	
16	16.0	0.6	0.8	
17	17.0	0.4	0.9	
18	18.0	0.3	0.9	
19	19.0	0.0	1.0	
20	20.0	1.0	1.0	
21	21.0	-0.2	1.2	
22	22.0	-0.3	1.4	
23	23.0	-0.5	1.1	
24	24.0	-0.6	1.3	
25	25.0	-0.7	1.4	
26	26.0	-0.9	1.6	
27	27.0	-1.0	1.9	
28	28.0	-0.9	2.0	
29	29.0	-0.7	2.5	
30	30.0	-0.6	2.8	

EXEMPLE 4

Numéro individu	Composantes sur J_1					Composantes sur J_2		
						X	Y	Z
1	0.0	10.0	1.0	1.0	4.8	1.0	1.0	2.0
2	0.0	10.2	1.5	1.5	3.8	1.0	9.0	2.0
3	0.0	9.8	2.0	1.0	3.7	9.0	9.0	2.0
4	0.0	9.5	0.5	0.5	4.2	5.0	5.0	2.0
5	0.0	9.5	0.7	0.7	4.0	9.0	1.0	2.0
6	0.1	10.5	2.0	4.0	3.2	1.0	1.0	4.0
7	0.1	9.8	2.5	4.3	4.0	1.0	9.0	4.0
8	0.2	9.6	1.8	3.5	3.7	9.0	9.0	4.0
9	0.1	10.1	1.8	4.0	3.8	5.0	5.0	4.0
10	0.1	10.3	2.1	4.2	4.2	9.0	1.0	4.0
11	-0.1	9.8	10.0	10.0	4.0	1.0	1.0	6.0
12	-0.2	9.3	10.5	11.0	4.2	1.0	9.0	6.0
13	-0.1	10.4	9.0	10.0	3.7	9.0	9.0	6.0
14	-0.1	10.1	8.5	12.0	3.8	5.0	5.0	6.0
15	0.1	10.2	9.5	8.0	4.0	9.0	1.0	6.0
16	0.0	9.8	0.5	0.4	3.2	-10.0	6.0	2.1
17	0.2	10.2	2.2	4.0	4.1	2.0	12.0	4.2
18	-1.0	9.8	9.5	11.0	3.8	12.0	3.0	6.3
19	0.0	9.7	0.8	0.7	3.0	12.0	11.0	1.8
20	0.2	9.3	2.4	4.2	3.5	4.0	-12.0	3.8
21	-0.5	10.3	9.8	9.8	3.8	11.0	4.0	6.1
22	0.0	10.0	0.9	0.7	2.9	13.0	13.0	2.1
23	0.1	9.0	2.0	3.8	3.2	6.0	-5.0	4.3

ANNEXE 7

CONTRAINTES STOCHASTIQUES

Lorsque les contraintes ou la fonction objective sont obtenues à partir d'estimations expérimentales, elles sont sujettes à erreur. Dans de tels cas une solution optimale peut être calculée - valeur moyenne par exemple - mais ce n'est pas général. De plus, la solution recherchée se situant souvent sur une frontière définie par une contrainte active, celle-ci n'est satisfaite qu'avec une probabilité de 0,5 dans le cas d'une distribution normale.

Afin de déterminer une solution plus proche de la réalité, nous utilisons une approche probabiliste où les contraintes ou la fonction objective sont traitées comme des variables aléatoires. La méthode proposée ici est une application des travaux réalisés par Y. Murotsu et F. Oba [I.13].

Soit à déterminer l'extremum de la fonction

$$H(\underset{\sim}{x}, \underset{\sim}{\alpha}) \quad \text{sous les contraintes}$$

$$g_i(\underset{\sim}{x}, \underset{\sim}{\beta}) \geq 0 \quad i = 1, \dots, q$$

où les paramètres α et β sont des variables aléatoires de densité de probabilité donnée.

Le problème peut être formulé en ces termes :
 Trouver x qui minimise la valeur moyenne de la fonction objective $\bar{H}$ sous les conditions :

$$(1) \quad \text{Prob} \{g_i(x, \beta) \geq 0\} \geq P_i ; \quad i=1 \dots q$$

$$(2) \quad \text{Prob} \{H \geq \xi \bar{H}\} \leq P_H$$

où P_i , P_H , ξ sont des constantes données.

a) - Calcul de la valeur moyenne et de la variance de $g_i(x, \beta)$

Par développement en série de Taylor autour des valeurs moyennes $\bar{\beta}$ nous avons :

$$g_i(x, \beta) = g_i(x, \bar{\beta}) + \sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n!} \left(\sum_{J=1} \frac{\partial}{\partial \beta_J} g_i(x, \bar{\beta}) d\beta_J \right)$$

avec

$$d\beta_J = \beta_J - \bar{\beta}_J$$

$$\begin{aligned} \overline{g_i(x, \beta)} &= g_i(x, \bar{\beta}) \\ &+ \frac{1}{2} \sum_{J,K} \sum \frac{\partial^2 g_i}{\partial \beta_J \partial \beta_K} \overline{d\beta_K d\beta_J} \\ &+ \frac{1}{6} \sum_{J,K,\ell} \sum \sum \frac{\partial^3 g_i}{\partial \beta_J \partial \beta_K \partial \beta_\ell} \overline{d\beta_J d\beta_K d\beta_\ell} \\ &+ \frac{1}{24} \sum_{J,K,\ell,M} \sum \sum \sum \sum \frac{\partial^4 g_i}{\partial \beta_J \partial \beta_K \partial \beta_\ell \partial \beta_M} \overline{d\beta_J d\beta_K d\beta_\ell d\beta_M} \\ &+ \dots \end{aligned}$$

De même, la variance est :

$$\begin{aligned} \sigma_{g_i}^2 &= \overline{g_i(x, \beta)^2} - \overline{g_i(x, \beta)}^2 \\ &= \sum_J \sum_K \frac{\partial g_i}{\partial \beta_J} \frac{\partial g_i}{\partial \beta_K} \overline{d\beta_J d\beta_K} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + \sum_J \sum_K \sum_\ell \frac{\partial g_1}{\partial \beta_J} \frac{\partial^2 g_1}{\partial \beta_K \partial \beta_\ell} \overline{d\beta_J d\beta_K d\beta_\ell} \\
& + \frac{1}{12} \sum_J \sum_K \sum_\ell \sum_M \left[3 \frac{\partial^2 g_1}{\partial \beta_J \partial \beta_K} \frac{\partial^2 g_1}{\partial \beta_\ell \partial \beta_M} \right. \\
& \quad \left. + 4 \frac{\partial g_1}{\partial \beta_J} \frac{\partial^3 g_1}{\partial \beta_K \partial \beta_\ell \partial \beta_M} \right] \overline{d\beta_J d\beta_K d\beta_\ell d\beta_M}
\end{aligned}$$

b) - Applications

Si les paramètres β_i sont statistiquement indépendants, les équations précédentes deviennent en ne retenant que les termes jusqu'à l'ordre quatre :

$$\begin{aligned}
(3) \quad \overline{g_1(x, \beta)} &= g_1(x, \bar{\beta}) + \frac{1}{2} \sum_J \frac{\partial^2 g_1}{\partial \beta_J^2} d^2 \beta_J \\
&+ \frac{1}{8} \sum_J \sum_K \frac{\partial^2 g_1}{\partial \beta_J^2 \partial \beta_K^2} d^2 \beta_J d^2 \beta_K
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
(4) \quad \sigma_{g_1}^2 &= \sum_J \left(\frac{\partial g_1}{\partial \beta_J} \right)^2 d^2 \beta_J \\
&+ \sum_J \sum_K \left[\frac{1}{2} \left(\frac{\partial^2 g_1}{\partial \beta_J \partial \beta_K} \right)^2 + \frac{\partial g_1}{\partial \beta_J} \frac{\partial^3 g_1}{\partial \beta_J \partial \beta_K^2} \right] d^2 \beta_J d^2 \beta_K
\end{aligned}$$

Si de plus les β_i sont gaussiens [II.49] l'inégalité de Tchebychev nous donne :

$$\text{Prob} [|g_1 - \bar{g}_1| \geq \lambda_1 \sigma_{g_1}] \leq \frac{1}{\lambda_1^2}$$

soit

$$\text{Prob} [g_1 \geq \bar{g}_1 + \lambda_1 \sigma_{g_1} \text{ ou } g_1 \leq \bar{g}_1 - \lambda_1 \sigma_{g_1}] \leq \frac{1}{\lambda_1^2}$$

donc en particulier :

$$\text{Prob} [g_i \leq \bar{g}_i - \lambda_i \sigma_{g_i}] \leq \frac{1}{\lambda_i^2}$$

doit être vérifié.

Or,

$$\text{Prob} [g_i < 0] \leq \text{Prob} [g_i \leq \bar{g}_i - \lambda_i \sigma_{g_i}]$$

mais

$$\text{Prob} [g_i < 0] = 1 - \text{Prob} [g_i \geq 0]$$

$$\text{Prob} [g_i \geq 0] = 1 - \frac{1}{\lambda_i^2}$$

d'où

$$(5) \quad \lambda_i \geq \frac{1}{\sqrt{1-P_i}}$$

L'équation (1) se ramène donc à l'étude de contraintes déterministes de la forme :

$$(6) \quad \overline{g_i(x, \beta)} - \lambda_i \sigma_{g_i} \geq 0$$

De façon similaire, l'équation (2) représentant la fonction objective devient :

$$(7) \quad (\xi - 1) \bar{H} - \lambda_H \sigma_H \geq 0$$

Si maintenant les contraintes sont linéaires par rapport aux paramètres :

$$g_i(x, \beta) = \sum_J \beta_{iJ} \cdot g_{iJ}(x)$$

La valeur moyenne et la variance deviennent :

$$(9) \quad \overline{g_i(x, \beta)} = \sum_J \bar{\beta}_{iJ} \cdot g_{iJ}(x)$$

$$(10) \quad \sigma_{g_i}^2 = \sum_J \sum_K g_{iJ}(x) \cdot g_{iK}(x) \overline{d\beta_i d\beta_K}$$

L'équation (1) s'écrit alors :

$$\text{Prob } [g_{i \sim \sim}(x, \beta)] \geq 0 = \int_{\psi(P_i)}^{\infty} \zeta(t) dt = \int_{-\frac{\bar{g}_i}{\sigma_{g_i}}}^{\infty} \zeta(t) dt$$

avec

$$\zeta(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{t^2}{2}} \quad \text{et} \quad \psi(P_i) = \text{ERF}(P_i)$$

soit encore

$$(11) \quad \bar{g}_{i \sim \sim}(x, \beta) + \psi(P_i) \sigma_{g_i} \geq 0$$

Dans les applications traitées ici $g(x, \beta)$ est également linéaire par rapport à x

$$g_{i \sim \sim}(x, \beta) = \sum_J \beta_{i_J} \cdot x_J - b_i$$

Dans le cas général où les paramètres sont corrélés, les équations (2) et (4) deviennent :

$$(12) \quad \bar{g}_{i \sim \sim}(x, \beta) = \sum_J \bar{\beta}_{i_J} \cdot x_J - \bar{b}_J$$

$$(13) \quad \sigma_{g_i} = \sum_J \sum_K r_{i_J i_K} \sigma_{i_J} \sigma_{i_K} x_J x_K - 2 \sum_J r_{i_J i} \sigma_{i_J} \sigma_i x_J + \sigma_i^2$$

avec r_{i_J} : coefficient de corrélation entre les paramètres β_{i_J} et β_{i_K}

$r_{i_J i}$: coefficient de corrélation entre les paramètres β_{i_J} et b_i

σ_{i_J} : variance de β_{i_J}

σ_i : variance de b_i .

ANNEXE 8

DETERMINATION DES CONDITIONS OPTIMALES D'USINAGE D'UNE
SEQUENCE D'OPERATIONS EN UN TEMPS FIXE.

Pour une séquence de deux opérations de perçage de trous de diamètres différents, déterminons, par construction graphique, les temps d'usinage et les conditions de coupe correspondant à un temps total τ_C de deux minutes.

Les autres données sont précisées dans le tableau 8.1 ci-dessous et dans l'annexe 3.

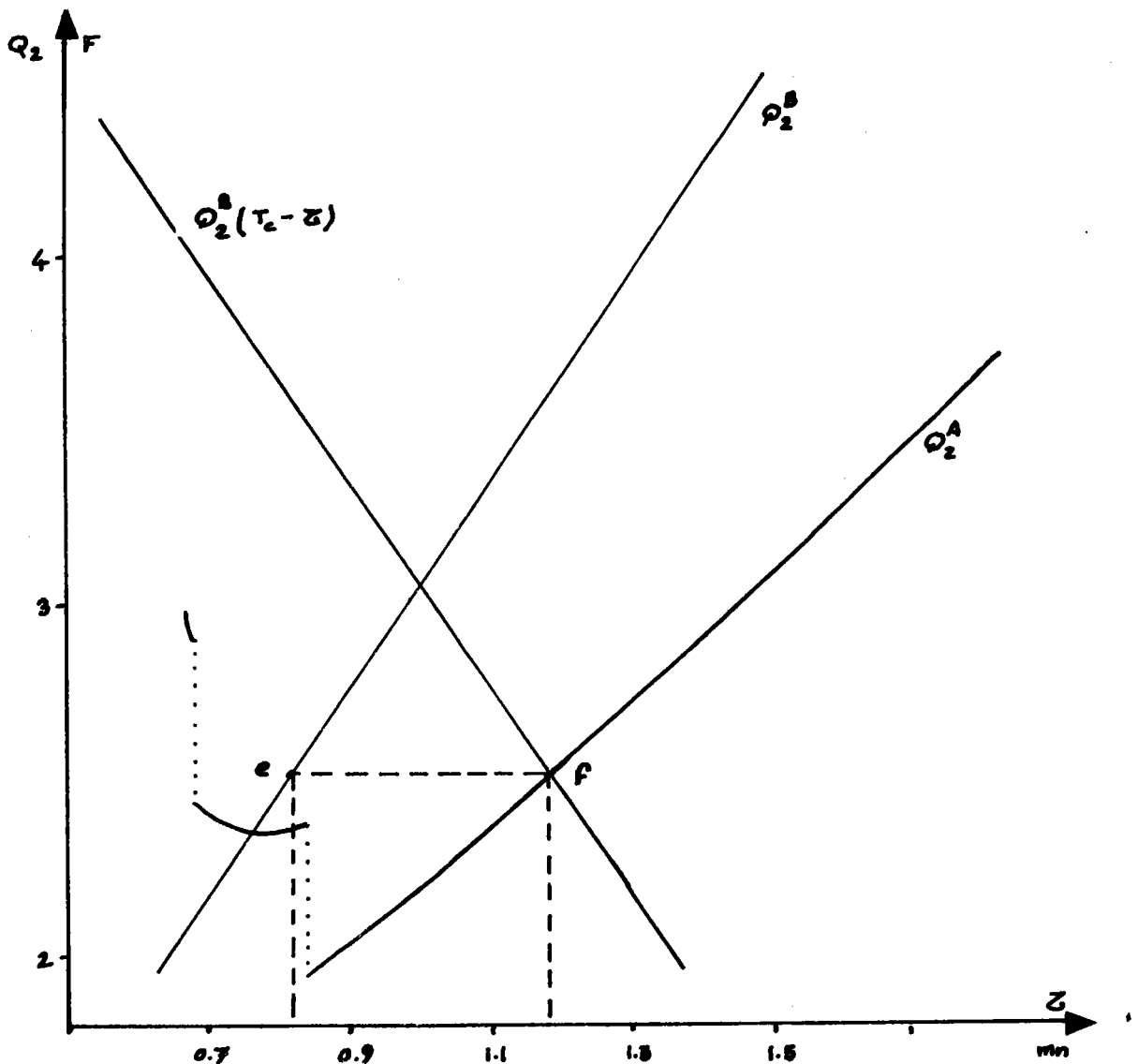
La figure 8.1 montre les fonctions Q_C^A et $Q_2^B(\tau)$.

TABLEAU 8.1

$T_C = 2 \text{ min}$ premier usinage A	$\tau_A + \tau_B = 2$ deuxième usinage B
$\phi = 10 \text{ mm}$ profondeur $D = 40 \text{ mm}$ $M = 8$ $W = 10 \text{ F}$ $p_O = 2 \text{ F/mn}$ $L_O = 100 \text{ mm}$ (longueur foret) $\rho = 0,7$ $Re = 65 \text{ daN/mm}^2$ lubrifiant	$\phi = 20 \text{ mm}$ $D = 30 \text{ mm}$ $M = 4$ $W = 20 \text{ F}$ $p_O = 3 \text{ F/mn}$ $L_O = 185 \text{ mm}$ $\rho = 0,7$ $Re = 65 \text{ daN/mm}^2$ lubrifiant

Soit f le point d'intersection de $Q_2^A(\tau)$ et $Q_2^B(\tau_C - \tau)$. De f menons une parallèle à l'axe des temps qui coupe $Q_2^B(\tau)$ en e . L'abscisse des points e et f représente les temps d'usinage τ_B et τ_A respectivement alloués aux opérations B et A. Les conditions de coupe correspondantes sont :

$\tau_A = 1,18$	$S = 0,32 \text{ mm/t}$	$N = 850 \text{ t/mn}$
$\tau_B = 0,82$	$S = 0,4 \text{ mm/t}$	$N = 380 \text{ t/mn}$



Optimisation des conditions d'usinage pour une séquence de deux opérations.

FIGURE 8.1

A N N E X E 9

ALGORITHME DE CALCUL DES VALEURS PROPRES DE $V_{\sim}^{-1} B_{\sim}$ [I.4]

Soit $V_{\sim}$ la matrice de variance-covariance totale et $B_{\sim}$ la matrice de variance inter-classe. Par définition, les vecteurs propres $u_{\sim}$ de $V_{\sim}^{-1} B_{\sim}$ vérifient l'équation :

$$V_{\sim}^{-1} \cdot B_{\sim} \cdot u_{\sim} = \lambda \cdot u_{\sim} \quad (1) \quad \lambda \text{ valeur propre associée au vecteur } u_{\sim}$$

ou $B_{\sim} \cdot u_{\sim} = \lambda V_{\sim} u_{\sim}$

Décomposons la matrice carrée $B_{\sim pp}$ d'ordre $p \times p$ en :

$$B_{\sim pp} = C_{\sim p, K} \cdot C_{\sim K, p} \quad (2)$$

avec
$$C_{JK} = \sqrt{\frac{\text{Card}(P_K)}{\text{Card}(E)}} \cdot (a_K^J - \bar{x}^J)$$

a_K^J : centre de gravité du $J^{\text{ième}}$ paramètre de la classe P_K

$\bar{x}^J$: valeur moyenne sur E du $J^{\text{ième}}$ paramètre

En remplaçant (2) dans (1), il vient :

$$C_{\sim} \cdot C_{\sim} \cdot u_{\sim} = \lambda \cdot V_{\sim} \cdot u_{\sim} \quad (3)$$

Posons $u_{\sim} = V_{\sim}^{-1} \cdot C_{\sim} \cdot v_{\sim}$

$$u_{\sim} = \frac{1}{\lambda} V_{\sim}^{-1} C_{\sim} C_{\sim} u_{\sim} = V_{\sim}^{-1} \cdot C_{\sim} \cdot v_{\sim}$$

d'où (2) $C_{\sim} \cdot (C_{\sim}' V_{\sim}^{-1} C_{\sim}) v_{\sim} = \lambda \cdot V_{\sim} \cdot V_{\sim}^{-1} \cdot C_{\sim} \cdot v_{\sim}$

$$C_{\sim} \cdot Q_{\sim} \cdot v_{\sim} = \lambda C_{\sim} v_{\sim} = C_{\sim} \cdot (\lambda v_{\sim})$$

Or, $C_{\sim}' V_{\sim}^{-1} C_{\sim} = Q_{\sim}$ est une matrice symétrique d'ordre K, K de valeur propre λ et de vecteur propre $v_{\sim}$

Donc, les valeurs propres de $\tilde{Q}$ sont les valeurs propres de $\tilde{V}^{-1}B$. Les vecteurs propres associés à $\tilde{u}$ se déduisent des vecteurs propres de $\tilde{Q}$ par la transformation

$$\tilde{u} = \tilde{V}^{-1} \cdot \tilde{C} \cdot \tilde{v}$$

10.1 - Analyse en composantes principales

On dispose d'un tableau $\tilde{X}$ représentant les n valeurs prises par p variables quantitatives $x^1, x^2, \dots, x^p$ sur une population d'individus $E = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ munis de masses $\{\mu_1, \mu_2, \dots, \mu_n\}$ où x_i est un individu représenté par le vecteur colonne $\tilde{x}_i$.

$$\tilde{X} = \begin{bmatrix} x_1^1 & \dots & x_n^1 \\ \vdots & & \vdots \\ x_1^p & \dots & x_n^p \end{bmatrix}$$

Soit N le nuage de ces points dans $\mathbb{R}^p$

$$N = \{x_i, \mu_i / \tilde{x}_i \in \mathbb{R}^p, \mu_i > 0; x_i \in E\}$$

Lorsque $p \leq 3$, l'oeil sait regarder dans cet espace et le classement des individus ne représente pas de difficulté. Mais pour $p > 3$, il n'en est plus de même, aussi le but de l'analyse en composantes principales est de rechercher une représentation Euclidienne plus simple (sous-espace) de la population E par la connaissance de la droite affine la plus proche de N , la connaissance du plan affine le plus proche de N , etc....

$$\text{Soit } \bar{x}^j = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \mu_i x_i^j \quad \text{et} \quad \tilde{\bar{x}} = \begin{bmatrix} \bar{x}^1 \\ \vdots \\ \bar{x}^p \end{bmatrix}$$

La composante principale d'un ensemble d'observations sur p grandeurs $x_i^1 \dots x_i^p$ est de toutes les formes linéaires :

$$v = A' (x_i - \bar{x}) = \sum_{j=1}^p A_j (x_i^j - \bar{x}^j)$$

celle qui rend maximum la somme des carrés des projections v_i du vecteur de composante $(x_i^j - \bar{x}^j)$, $v_i = 1, \dots, n$ sur la droite Δ_1 , passant par le point moyen $\bar{x}$ avec $A' A = 1$ (figure 10.1)

Soit :

$$D = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n |v_i|^2 = A' M A$$

avec

$$M = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(x_i - \bar{x})'$$

matrice symétrique
définie positive.

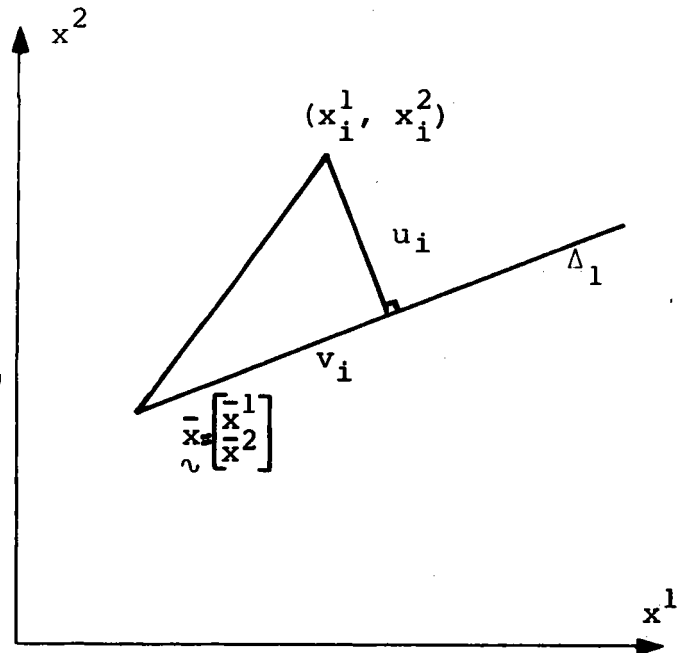


FIGURE 10.1

Afin que D soit maximum sous $A' A = 1$, il faut que la dérivée première de $(A' M A - \lambda A' A)$ par rapport à A soit égale à zéro où λ est le multiplicateur de Lagrange. Toutes les racines en λ de $|M - \lambda I| = 0$ sont positives.

A la plus grande valeur propre λ_1 , on associe A_1 première composante principale.

La seconde composante principale sera parmi toutes les formes linéaires orthogonales à la première composante principale celle qui correspondra à la plus grande valeur propre.

C'est-à-dire $A_{\sim 2}$ telle que $A_{\sim}' M_{\sim} A_{\sim}$ soit maximum sous $A_{\sim}' A_{\sim} = 1$ et $A_{\sim}' A_{\sim 1} = 0$.

On montre que $A_{\sim 2}$ est le vecteur propre associé à $\lambda_2 < \lambda_1$ deuxième plus grande valeur propre.

On démontrerait de façon identique que les q premiers axes factoriels ayant la propriété d'extraire progressivement le plus d'informations concernant les proximités entre points d'observation de $\mathbb{R}^p$ sont portés par les q vecteurs propres correspondant aux q plus grandes valeurs propres de $M_{\sim}$.

REMARQUES

- a) - Si u_i mesure la distance orthogonale de x_i à la droite Δ_1 , la somme $u_i^2 + v_i^2 = (x_i^1 - \bar{x}^1)^2 + (x_i^2 - \bar{x}_i^2)^2$ est constante et indépendante de la position de Δ_1 . La droite Δ_1 qui rend maxima $\sum_i v_i^2$ est donc celle qui rend minima $\sum_i u_i^2$.
- b) - La coordonnée le long de Δ_K par rapport à $\bar{x}_{\sim}$ de la projection de x_i sur l'axe Δ_K est donnée par la relation :

$$d_i^K = A_{\sim K}' x_i$$

- c) - On appelle pourcentage d'inertie expliquée par l'axe Δ_K la quantité :

$$\eta = \frac{\lambda_K}{\text{Trace de } M_{\sim}}$$

10.2 - Discrimination

L'analyse discriminante présente deux buts :

- Discrimination à but descriptif au cours de laquelle on s'assure que l'ensemble des valeurs caractérisant les individus permet une bonne séparation des différents groupes. Ainsi, ces groupes étant définis sur une population échantillon, on connaît leurs classes d'appartenance et l'on vérifie le pouvoir discriminant des variables caractérisant chaque individu. C'est un problème de classification c'est-à-dire savoir comment classer ces individus.
- Discrimination à but décisionnel où étant donné les caractères de l'individu, on désire l'affecter à une classe parmi les autres. On recherchera ici une règle d'affectation, en travaillant sur une population échantillon que l'on vérifiera sur une population test. C'est un problème de classement, car connaissant les classes, on se demande où classer l'individu.

Les données se présentant sous forme de n individus caractérisés par p variables quantitatives explicatives x_i^p et une variable qualitative à expliquer y_i , il s'agit de répartir les individus en K classes distinctes.

Il existe différentes méthodes de discriminations [I.5] et de règles d'affectation associée : discrimination linéaire, quadratique, bayessienne [I.6], par voisinage [I.7].

En discrimination typologique, nous rechercherons simultanément les classes et les variables discriminantes. C'est donc une méthode de classification et de classement. Nous rappellerons ici quelques résultats de l'analyse factorielle discriminante qui sera utilisée dans cette méthode.

Principe de l'analyse factorielle discriminante

Les individus étant repérés dans l'espace $\mathbb{R}^p$, on cherche à déterminer un nouveau repère tel qu'en projection sur les nouveaux axes, les points moyens (centre de gravité) des classes se séparent le plus possible avec un regroupement des individus autour de chaque centre.

a) - Notations

Soit : $N = \{x_i / i = 1, \dots, n\} \in \mathbb{E}$ nuage des individus

$P = \{x^j / j = 1, \dots, p\}$ nuage des caractères.

Le centre de gravité a du nuage N est supposé être placé à l'origine :

$$\underset{\sim}{a} = \sum_{i=1}^n \{\mu_i, \underset{\sim}{x}_i / x_i \in \mathbb{E}\} = 0$$

L'ensemble des modalités q^j de la variable à expliquer y est Q avec $\text{Card}(Q) = q$. Cette variable induit sur $\mathbb{E}$ une partition $(P_j / j = 1, \dots, q)$ où P_j désigne l'ensemble des individus qui ont la modalité q^j du caractère y avec :

$$\text{Card}(P_j) = n_j \quad \text{et} \quad n = \sum_j n_j$$

A cette partition sont associés les sous-nuages N_j

$$N_j = \{x_i = 1, \dots, n_j\} = \{x_i / y_i = q^j\}$$

$$\text{Card}(N_j) = n_j$$

auxquelles correspondent :

$$\text{les poids} \quad \mu_j = \sum_{i=1}^{n_j} \mu_i$$

$$\text{les centres de gravité} \quad \tilde{a}_j = \frac{1}{\mu_j} \sum_{i=1}^{n_j} \mu_i \tilde{x}_{ij}$$

la matrice d'inertie :

$$T_j = \frac{1}{\mu_j} \sum_{k=1}^{n_j} \mu_k (\tilde{x}_{kj} - \tilde{a}_j)' (\tilde{x}_{kj} - \tilde{a}_j), \quad K \in P_j$$

La variance totale intra-classe représentant la dispersion des individus autour du centre de gravité de leur classe est :

$$W = \sum_{j=1}^q T_j$$

tandis que

$$B = \sum_{j=1}^q \mu_j \tilde{a}_{j\sim} \tilde{a}_{j\sim}'$$

est la variance inter-classe qui représente la dispersion des centres de gravité autour de l'origine. D'après le théorème de Huygens, la variance totale du nuage E est :

$$(1) \quad V = W + B$$

b) - Algorithme

Nous désirons trouver l'axe factoriel, c'est-à-dire la forme linéaire u qui discrimine au mieux l'ensemble des modalités $\tilde{q}^j$ des classes P_j d'individus. Il est clair que cette discrimination sera d'autant plus aisée que ces classes seront distinctes (variance inter-classe grande) et que les individus d'une même classe seront proches (variance intra-classe petite).

D'où, le premier axe factoriel discriminant u_1 sera l'élément u qui rend maximum :

$$H(u) = \frac{u' B u}{u' W u} \quad \text{d'après (1) il vient :}$$

$$u' B u + u' W u = u' V u$$

$$\text{Max} \frac{u' B u}{u' W u} \Rightarrow \text{Min} \frac{u' W u}{u' B u} \Rightarrow \text{Min} \frac{u' W u}{u' B u} + 1 \Rightarrow \text{Max} \frac{u' B u}{u' V u}$$

Le premier axe factoriel discriminant u_1 est le vecteur propre de $V^{-1}B$ correspondant à la plus grande valeur propre λ_1 . Le vecteur propre de $V^{-1}B$ relatif à la deuxième valeur propre $\lambda_2 < \lambda_1$ constitue le deuxième axe discriminant et ainsi de suite pour les $(q - 1)$ vecteurs propres successifs.

En conclusion, faire une analyse discriminante descriptive revient à effectuer une analyse en composantes principales sur le nuage des centres de gravité des q classes, de variance B , repéré dans l'espace $\mathbb{R}^p$ de métrique V^{-1} ou W^{-1} .

Si la description est correcte, une règle d'affectation peut être la suivante :

On définit la distance d'un nouvel individu x_ℓ à une classe P_j par sa distance au centre de gravité de la classe :

$$d^2(x_\ell, a_j) = (x_\ell - a_j)' W^{-1} (x_\ell - a_j)$$

On affectera donc le nouvel individu à la classe r si :

$$d^2(x_\ell, a_r) = \text{Min} \{d^2(x_\ell, a_j) ; j = 1, 2, \dots, q\}$$