HAL
open science

Prise en compte de l'endommagement mécanique et chimique dans le cas de surcharges mécaniques et thermiques en fatigue oligocyclique à chaud

Zitouni Azari

To cite this version:

Zitouni Azari. Prise en compte de l'endommagement mécanique et chimique dans le cas de surcharges mécaniques et thermiques en fatigue oligocyclique à chaud. Sciences de l'ingénieur [physics]. Université Paul Verlaine - Metz, 1985. Français. NNT : 1985METZ012S . tel-01775687

HAL Id: tel-01775687

https://hal.univ-lorraine.fr/tel-01775687v1

Submitted on 24 Apr 2018

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

UNIVERSITÉ DE LORRAINE

AVERTISSEMENT

Ce document est le fruit d'un long travail approuvé par le jury de soutenance et mis à disposition de l'ensemble de la communauté universitaire élargie.

Il est soumis à la propriété intellectuelle de l'auteur. Ceci implique une obligation de citation et de référencement lors de l'utilisation de ce document.

D'autre part, toute contrefaçon, plagiat, reproduction illicite encourt une poursuite pénale.

Contact : ddoc-theses-contact@univ-lorraine.fr

LIENS

Code de la Propriété Intellectuelle. articles L 122. 4
Code de la Propriété Intellectuelle. articles L 335.2- L 335.10
http://www.cfcopies.com/V2/leg/leg_droi.php
http://www.culture.gouv.fr/culture/infos-pratiques/droits/protection.htm

THESE

Présentée à l'Université de METZ

Pour obtenir le grade de

DOCTEUR Es–Sciences Physiques

par

AZARI Zitouni

Prise en compte de l'endommagement mécanique et chimique dans le cas de surcharges mécaniques et thermiques en fatigue oligocyclique à chaud.

Soutenue le 14 Mai 1985 devant la Commission d'examen

Examinateurs :

. Professeur GASC : ENSMA Poitiers
. Professeur MESMAQUE : Université de Lille
. Professeur PLUVINAGE : Université de Metz
. Monsieur BECKER : Université de Metz
. de Metz

Ir

. de Metz
. Monsieur LIEURADE : IRSID
Monsieur THAUVIN : ALSTHOM ATLANTIQUE

BIBLIOTHEQUE UNIVERSITAIRE DE METZ
022 420236 3

THESE

Présentée à l'Université de METZ

Pour obtenir le grade de

DOCTEUR Es–Sciences Physiques

par

AZARI Zitouni

Prise en compte de l'endommagement mécanique et chimique dans le cas de surcharges mécaniques et thermiques en fatigue oligocyclique à chaud.

Soutenue le 14 Mai 1985 devant la Commission d'examen

Examinateurs :

. Professeur GASC : ENSMA Poitiers
. Professeur MESMAQUE : Université de Lille
. Professeur PLUVINAGE : Université de Metz
. Monsieur BECKER : Université de Metz
. Monsieur LEBIENVENU : Université de Metz

Invités :

. Monsieur POKORNY : Université de Metz
. Monsieur LIEURADE : IRSID
. Monsieur THAUVIN : ALSTHOM ATLANTIQUE

BIBLIOTHEQUE UNIVERSITAIRE - METZ
N° inv. 19850245
Cote S/M3 85/12
Loc Magasin

R E M E R C I E M E N T S

Je remercie tous ceux qui m'ont guidé et encouragé dans mes recherches :

Messieurs G. PLUVINAGE, M. LEBIENVENU,
Monsieur et Madame POKORNY, Monsieur BECKER,
Mes Amis du laboratoire,
Messieurs GASC, MESMAQUE, LIEURADE et THAUVIN,

qui m'ont fait l'honneur de participer au jury.

SOMMAIRE

	Pages
INTRODUCTION GENERALE	1
CHAPITRE I : PROPOSITION D'UNE NOUVELLE ECRITURE DE LA FONCTION D'ENDOMMAGEMENT.	5
I-1) INTRODUCTION	6
I-2) EXEMPLE DE FONCTION D'ENDOMMAGEMENT	6
I-2.1.) Mesure à partir de dégâts	6
I-2-1.1.) Mesure à partir de longueurs de fissures	6
I-2-1.2.) Mesure de rayon de cavités	7
1-2.2.) Mesure à partir de l'altération d'une propriété	7
I-2-2.1.) Mesure à partir de l'évolution de l'amplitude de la déformation plastique	7
I-2-2.2.) Mesure à partir du module de YOUNG	8
I-2-2.3.) Mesure à partir de la résistance électrique du matériau	8
I-2-2.4.) Mesure relative à la densité	9
I-3) EVOLUTION DES DEGATS AU COURS DU CYCLAGE MECANIQUE	10
1-4) RELATION ENTRE LA LOI DE COMPORTEMENT D'UN MATERIAU ET L'APPARITION DES DEGATS PAR LE CONCEPT D'ENDOMAGEMENT	13
I-4.1.) Approche géométrique de KATCHANOV	13
I-4.2.) Cas du couplage élasticité-endommagement	14

I-4.3.) Nature tensorielle de la fonction d'endommagement 17

I-4.4.) Approche thermodynamique 22

I-5) CONCLUSION 35

CHAPITRE II : ETUDE EXPERIMENTALE 36

II-1) PROCEDES EXPERIMENTAUX 37

II-2) DETERMINATION DES COURBES DE RESISTANCE A LA FATIGUE OLIGOCYCLIQUE 39

II-3) CHOIX DES TEMPERATURES ET DES AMPLITUDES DE DEFORMATION TOTALE 44

II-4) ETUDE METALLURGIQUE 44

CHAPITRE III : PRINCIPAUX MODELES DE LA FONCTION D'ENDOMMAGEMENT ET LEURS APPLICATIONS 53

III-1) INTRODUCTION : ESSAIS A UN OU PLUSIEURS NIVEAUX DE DEFORMATION 54

III-2) LOI DE CUMULATION DE LA FONCTION D'ENDOMMAGEMENT SANS INTERACTION 54

III-3) LOI DE CUMULATION DE LA FONCTION D'ENDOMMAGEMENT AVEC INTERACTION 55

III-4) APPROCHE DE MINER 58

III-4.1.) Loi de MINER 59

III-4.2.) Discussion 60

III-4.3.) Conclusion 62

III-5) APPROCHE DE CHABOCHE 65

III-5.1.) Hypothèse et équations 65

III-5.2.) Résultats 67

III-5.3.) Modèle 68

III-5.4.) Méthode d'identification 71

III-5.5.) Résultats 72

III-5.6.) Essais à deux niveaux 74

III-5.7.) Résultats 77

III-5.8.) Discussion 78

III-6) MODELE DE T.H. ERISMANN 79

III-6.1.) Hypothèse 79

III-6.2.) Postulat de succession invariable 79

III-6.3.) Processus du dommage invariable 80

III-6.4.) Discussion 81

III-7) APPROCHE DE S.H. KIM 89

III-7.1.) Règles linéaires d'endommagement 89

III-7.2.) Remarque 90

III-7.3.) Résultats 92

III-7.4.) Discussion 93

III-8) APPROCHE DE Thang BUI-QUOC 94

III-8.1.) Fonction d'endommagement 94

III-8.2.) Identification 99

III-8.3.) Résultats 99

III-8.4.) Discussion 101

III-9) CONCLUSION 102

CHAPITRE IV : PROPOSITION D'UNE LOI D'ENDOMMAGEMENT ET MODELISATION 103

IV-1) INTRODUCTION : CHOIX DE LA DEFORMATION PLASTIQUE COMME PARAMETRE DEFINISSANT LA FONCTION D'ENDOMMAGEMENT 104

IV-1.1.) Evolution structurale 104

IV-1.2.) Relation de MANSON-COFFIN 105

IV-2) PROPOSITION D'UNE LOI D'ENDOMMAGEMENT BASEE SUR L'AMPLITUDE DE DEFORMATION PLASTIQUE 106

IV-2.1.) Introduction 106

IV-2.2.) Essai à un seul niveau 107

IV-2.3.) Essai à deux niveau 112

IV-2.4.) Essai à trois niveaux 117

IV-2.5.) Conclusion 118

IV-3) MODELISATION : EXTENSION DU MODELE DE MARQUIS DANS LE CAS D'UN MATERIAU QUI S'ADOUCIT 119

IV-3.1.) Introduction 119

IV-3.2.) Surface de charge 120

IV-3.3.) Matériaux standards généralisés 123

IV-3.4.) Etude d'un modèle non standard à écrouissage cinématique et isotrope 127

IV-3.5.) Discussion 138

IV-4) CONCLUSION 140

CHAPITRE V : INFLUENCE DE L'ENVIRONNEMENT SUR L'AMORCAGE DES FISSURES EN FATIGUE OLIGOCYCLIQUE 142

V-1) INTRODUCTION 143

V-2) CARACTERISTIQUES DE L'OXYDATION DES ACIERS 143

V-2.1.) Introduction à l'oxydation du fer 143

V-2.2.) Loi de cinétique d'oxydation 144

V-2.3.) Interaction métal-oxyde 146

V-2.4) Cinétique d'oxydation des aciers 146

V-3) INFLUENCE DES CHARGEMENTS EXTERIEURS ET DE L'ECROUISSAGE 148

V-4) INFLUENCE DE L'OXYDATION SUR LES ESSAIS DE FATIGUE OLIGOCYCLIQUE A HAUTE TEMPERATURE 149

V-4.1.) Introduction 149

V-4.2.) Définition de l'amorçage en fatigue à haute température 149

V-5) CONCLUSION 151

V-6) ETUDE DE L'OXYDATION DE L'ACIER NF 20 151

V-6.1.) Appareillage utilisé 152

V-6.2.) Essais isothermes sans chargement mécanique extérieur 152

V-6.3.) Essai de l'oxydation de l'acier NF 20 à l'air préalablement écroui par cyclage mécanique 157

V-6.4.) Aspect métallurgique de la pénétration de l'oxyde 163

V-7) CONCLUSION 170

V-8) PROPOSITION D'UN MODELE TENANT COMPTE DE L'EPAISSEUR DE L'OXYDE PRECEDANT LE DEBUT DU CYCLAGE 171

V-8.1.) Modèle 171

V-8.2.) Evolution de la longueur de fissure et de l'épaisseur de l'oxyde au cours du cyclage mécanique 172

V-8.3.) Conclusion 176

V-9) DETERMINATION DU NOMBRE DE CYCLES D'AMORCAGE 176

V-9.1.) A partir de l'intersection de la courbe donnant l'évolution de la longueur de fissure avec la courbe représentant la pénétration de l'oxyde en fonction du nombre de cycles 176

V-9.2.) A partir de la courbe d'énergie d'activation en fonction de la charge 177

V-9.3.) Résumé 179

V-10) ETUDE DU STADE 1 181

V-11) DISCUSSION 184

V-12) CONCLUSION 186

CONCLUSION GENERALE 188

BIBLIOGRAPHIE 191

L E X I Q U E

x	:	Propriétés
Y	:	Dégâts
D_X^Y	:	Fonction d'endommagement
n_i	:	Nombre de cycles effectués au cycle i
N_R	:	Nombre de cycles à rupture
$\Delta\varepsilon p_o$	:	Amplitude de déformation plastique au cycle stabilisé
$\Delta\varepsilon p_i$	:	Amplitude de déformation plastique au cycle i
m_c	:	Constante du matériau
β	:	Durée de vie
γ	:	Limite d'endurance addimensionnelle appliquée
γ_u	:	Limite d'endurance addimensionnelle ultime
a^*	:	Constante du matériau
R	:	Rayon de cavité
R_0	:	Rayon initial d'une cavité
E	:	Module d'élasticité lors du premier chargement
E'	:	Module d'élasticité après chaque décharge
d_i	:	Densité volumique au cycle i
d_o	:	Densité volumique initiale
σ	:	Contrainte apparente
$\tilde{\sigma}$	:	Contrainte effective

ε_e	:	Déformation élastique
W_e	:	Energie élastique
λ et μ	:	Coefficient de lamé
$\tilde{\Lambda}$	:	Opérateur du quatrième Ordre
ψ	:	Energie libre
$\mathbf{M}$	:	Opérateur du quatrième Ordre
S	:	Entropie interne spécifique
A_k	:	Forces généralisées
a_K	:	Vitesse
Ω (A)	:	Potentiel de Résistance
Ω * (a)	:	Potentiel de dissipation
e	:	Energie interne spécifique par Unité de Masse
s	:	Entropie spécifique
Θ	:	Température absolue
q	:	Flux de chaleur
ρ	:	Masse volumique
F	:	Gradient de la Transformation totale
E	:	Gradient de la Transformation élastique
P	:	Gradient de la Transformation plastique
Δ^e	:	Tenseur de déformation de GREEN
α_j	:	Paramètre interne caractérisant l'état d'écrouissage du matériau

π	:	Tenseur de KIRCHOFF
$\Phi 1$	:	Dissipation intrinsèque spécifique
$\Phi 2$	:	Dissipation thermique
$\mathcal{e}$	:	Déviateur de déformation élastique
σ_u	:	Contrainte ultime
σ_1	:	Limite d'endurance
σ_{eo}	:	Limite d'endurance initiale
S	:	Aire totale pour la courbe
k	:	niveau de sollicitation
$J(\sigma)$	:	Invariants élémentaires
$\mathcal{S}$	:	Déviateur de contrainte
$(\varepsilon^{\cdot p})_{II}$	:	Vitesse de déformation plastique cumulée
D	:	Coefficient de diffusion
Q	:	Energie d'activation
R	:	Constante des gaz parfaits
t	:	Temps
a	:	Longueur de fissure
a_o	:	Longueur de fissure initiale
n	:	Coefficient d'écrouissage
$\frac{da}{dN}$	:	Vitesse de fissuration

Δ_m	:	Variation de masse
T	:	Température
N_a	:	Nombre de cycle d'amorçage
N_p	:	Nombre de cycle de propagation
$\Delta\sigma_s$	:	Amplitude de contrainte au cycle stabilisé
$\Delta\sigma_{e\ cy}$	:	Amplitude de contrainte élastique cyclique

INTRODUCTION GENERALE

INTRODUCTION GENERALE

La résistance à la fatigue oligo–cyclique et son évolution en fonction de la température sont deux principales caractéristiques mécaniques qui interviennent dans le dimensionnement des pièces mécaniques. La rupture est alors l'aboutissement d'une succession de phénomènes physiques que les modes d'approches mécaniques classent en deux catégories :

– la naissance d'une fissure microscopique,

– la progression lente ou rapide de cette fissure.

L'étude de la durée de vie en fatigue d'un matériau peut se faire par l'utilisation de la théorie de l'endommagement associé éthymologiquement à la notion de dégâts.

Initialement, PALMGREN et MINER [I] avaient supposé que le dommage noté D est une fonction linéaire de la fraction de vie $\beta = \frac{n_i}{N_R}$ avec

$D = \sum_{i=1}^{N_R} \frac{n_i}{N_R}$ où n_i et N_R représentent respectivement pour un niveau de sollicitation donné le nombre de cycles effectué et le nombre de cycles à rupture.

CHABOCHE [2] propose une loi d'endommagement non linéaire basée sur la mesure de l'amplitude de la déformation plastique selon la relation :

$D = 1 - \left(\frac{\Delta\varepsilon po}{\Delta\varepsilon pi}\right)^{1/m_c}$ au cours du cyclage mécanique. $\Delta\varepsilon_{po}$ et $\Delta\varepsilon_{pi}$ représentent l'amplitude de déformation plastique au cycle stabilisé et au nième cycle.

m_c est une constante du matériau.

D'autres auteurs, tels BUI–QUOC [3] et POLHEMUS [4] formulent cette évolution de l'endommagement par la relation suivante :

BUI–QUOC [3] :
$$D = \frac{\beta}{\beta + (1 - \beta)\left(\frac{\gamma - (\gamma / \gamma u)^8}{(\gamma - 1)}\right)}$$

POLHEMUS [4] :
$$D = 1 - (1 - \beta)^{1/\grave{a}}$$

avec :

à : constante du matériau
β : durée de vie
γu : limite d'endurance ultime addimentionnelle
γ : limite d'endurance addimentionnelle

Tous ces auteurs proposent un endommagement global sans préciser l'influence particulière de l'environnement dans le processus de fatigue.

Dans cette étude, nous évoquerons l'interaction entre fatigue et oxydation. En effet, il est souhaitable pour tout matériau susceptible d'être sollicité mécaniquement à haute température de prendre en compte la présence d'oxygène dans le milieu environnant.

Plusieurs auteurs [5], [6], [7] ont cherché à relier la susceptibilité du matériau à s'oxyder au cours des essais en fatigue en distinguant dans le processus de ruine par fatigue deux stades : l'amorçage et la propagation d'une ou plusieurs fissures. Ils ont en outre tenté d'identifier les paramètres expérimentaux de nature physico–chimique dont l'influence est primordiale sur les deux stades envisagés.

L. REMY et J. RENCHET [5] à partir de résultats expérimentaux et d'hypothèses simplificatrices ont proposé un modèle d'endommagement assimilé à la propagation d'une fissure initiale unique s'initiant dès le début du cyclage.

L'interaction entre fatigue et oxydation a été prise en compte par la simple superposition d'une contribution mécanique et d'une contribution chimique due à la présence d'oxygène dans le milieu environnant à la croissance d'une fissure.

La première contribution traduit l'avance de la fissure au cours du cyclage, due à son ouverture sous l'influence de la contrainte cyclique appliquée, la seconde contribution est due à la rupture de la pellicule d'oxyde se formant à chaque cycle en fond de fissure.

Le processus d'endommagement est donc supposé prendre naissance à partir de deux phénomènes qui se développent simultanément au cours de la durée de vie du matériau.

Deux approches différentes ont été entreprises pour l'étude de l'endommagement en fatigue :

– plusieurs auteurs [1] , [2] , [3] , [4] traitent l'évolution de l'endommagement dans son aspect global dont la quantification s'obtient par le suivi de l'évolution d'un paramètre d'origine mécanique ou physico–chimique.

– une autre étude sépare l'endommagement global en deux parties [5] :

a) – un endommagement dû au cyclage mécanique,

b) – un endommagement dû à l'oxydation.

Il est à remarquer que le terme de dommage est associé éthymologiquement à la notion de dégât de nature microscopique ou macroscopique. La nature des dégâts à prendre en compte est très controversée ; il en est de même des mesures physiques utilisées pour les quantifier.
Pour relier l'influence des dégâts donnée à l'altération d'une propriété donnée, nous proposerons une nouvelle notation de la fonction d'endommagement, ce qui fera l'objet de la première partie de ce mémoire. Dans une seconde partie, nous discuterons les différents modèles existants.

A partir de nos résultats expérimentaux, nous proposerons, dans la troisième partie, une nouvelle loi de la fonction d'endommagement. Enfin, l'influence de l'oxydation sur la phase d'amorçage d'une fissure fera l'objet de la cinquième partie de ce mémoire.

CHAPITRE I

Proposition d'une nouvelle écriture de la fonction d'endommagement

I – 1) INTRODUCTION

Le terme de dommage est associé à la notion de dégât. Ces dégâts peuvent être de nature microscopique (défauts ponctuels, linéaires ou plans) ou macroscopique comme les fissures dans le cas de chargements mécaniques.

La définition des dégâts à considérer suscite actuellement des controverses, et diffère suivant les auteurs. Il en est de même des méthodes utilisées pour évaluer le dommage, ce terme désignant généralement la résultante de toutes les altérations subies par le matériau. Ces méthodes sont classées en deux catégories, d'une part celles qui s'intéressent à la quantification des dégâts, et d'autre part celles qui examinent l'évolution d'une propriété du matériau consécutive à l'introduction de ces dégâts. Aussi, pour relier l'influence de l'un ou plusieurs d'entre eux notés Y à l'altération d'une propriété notée X, on définit une fonction d'endommagement D^{Y}_{X} qui relie Y à X soit de façon directe, soit par l'intermédiaire d'une autre fonction indicatrice en terme de dégâts $\tilde{Y}$ ou de propriété $\tilde{X}$ suivant la relation :

$$D^{Y}_{X} = f(\tilde{y}, \tilde{x}) \qquad (1)$$

I – 2) EXEMPLES DE FONCTION D'ENDOMMAGEMENT

I-2-1) Mesures à partir de dégâts

Pour expliciter cette notion abstraite, nous allons citer quelques exemples de fonction d'endommagement de propriétés mécaniques prises à partir de dégâts se produisant lors de sollicitations mécaniques.

I–2–1.1.) Mesure à partir des longueurs de fissures

PINEAU et LEVAILLANT [8] considèrent la fonction d'endommagement

comme étant le rapport entre la longueur endommagée de joints de grains et la longueur moyenne des joints de grains. Nous pouvons définir la fonction d'endommagement :

$$D_X^Y = D^{\text{microfissure}}_{\text{durée de vie}} = f\ (\tilde{y}, \beta) = \frac{\text{Long. fiss. cumulée}}{L_{Moy}\ \text{au joint de grain}} \qquad (2)$$

I—2—1.2.) Mesure de rayon de cavités

Selon Mc CLINTOCK [9] la fonction d'endommagement dépend du rapport de l'évolution du rayon d'une cavité R et son rayon initial R_o, cavité qui se forme auteur des inclusions lors de la déformation plastique ε_p.

Dans ce cas, la fonction d'endommagement sera définie par :

$$D_X^Y = D^{\text{cavités}}_{\varepsilon_p} = f\ (\tilde{y}, \varepsilon_p) = L_n\ \frac{R}{R_o} \qquad (3)$$

I-2-2) Mesures à partir de l'altération d'une propriété

La fonction d'endommagement peut être également définie à partir de l'altération d'une propriété.

I—2—2.1.) Mesure à partir de l'évolution de l'amplitude de la déformation plastique

J.L. CHABOCHE [2] étudie l'évolution de l'amplitude de la déformation plastique au cours du cyclage mécanique et considère que les dégâts apparus correspondent à l'évolution des microfissures.

$$D_X^Y = D_{\Delta\varepsilon p}^{\text{microfissures}} = f\,(\text{microfissures}, \Delta\varepsilon_p) = 1 - \left(\frac{\Delta\varepsilon_{p_o}}{\Delta\varepsilon_{p_i}}\right)^{1/m_c} \qquad (4)$$

$\Delta\varepsilon_{p_o}$ amplitude de déformation plastique au cycle stabilisé

$\Delta\varepsilon_{p_i}$ amplitude de déformation plastique au cycle i

m_c : Constante du matériau.

I—2—2.2.) Mesure à partir du module de YOUNG

J. DUFAILLY [10] considère l'évolution de l'élasticité du matériau au cours du cyclage mécanique par la mesure du module de YOUNG.

La fonction d'endommagement est alors définie par :

$$D_X^Y = D_{\substack{\text{évolution de texture} \\ \text{évolution du module d'élasticité}}} = f\,(y, E) = \frac{E - E'}{E} \qquad (5)$$

E et E' étant respectivement les modules d'élasticité lors du premier chargement élastique et après chaque décharge.

I—2—2.3.) Mesure à partir de la résistance électrique du matériau

M. RAGUET [11] mesure la variation de résistance d'un corps liée aux défauts dans le matériau. Ces défauts peuvent être ponctuels, linéaires ou plans.

Cette méthode est principalement utilisée pour le suivi de la propagation de la fissure, d'où :

$$D_X^Y = D_R^{défauts} = \frac{R_N - R_o}{R_{N_R} - R_o} \qquad (6)$$

R_o et R_{N_R} étant respectivement la résistance du matériau vierge et à rupture.

I–2–2.4.) Mesure à partir de la densité

La méthode proposée par J.M. JALINER [12] consiste à peser alternativement un échantillon de référence et l'échantillon à analyser, dans l'air puis dans un liquide (diéthyle phtote). La fonction d'endommagement sera constituée par l'évolution de densité produite par les cavités qui naissent dans le matériau au cours du cyclage mécanique.

$$D_X^Y = D_{\varepsilon_p}^{cavités} = \frac{\Delta d}{d_o} = \frac{d_i - d_o}{d_o} \qquad (7)$$

d_o et d_i étant respectivement la densité volumique à l'état initial et au cycle i.

Les exemples sont multiples. Cependant, nous remarquons d'ores et déjà qu'une fonction d'endommagement ne sera correctement définie que si la nature des dégâts pris en compte et la propriété indicatrice sont précisées. En outre, les fonctions d'endommagement D_X^Y, $D_{X'}^Y$, $D_{X''}^Y$ caractérisées par un type de dégât Y mesuré par les propriétés X, X', X'', sont, selon ERRISMAN [13] reliées entre elles.

Ces fonctions d'endommagement peuvent être

– linéaires. Selon l'expression proposée par PALMGREEN–MINER (1)

$$D = \sum_{i=1}^{NR} \frac{n_i}{N_R} \qquad (8)$$

— non linéaires, en particulier, J.L. CHABOCHE [2] propose une loi de la forme :

$$D = 1 - \left(\frac{\Delta\varepsilon\ po}{\Delta\varepsilon\ pi} \right)^{1/m_c} \qquad (9)$$

D'autres auteurs comme M. RAGUET et G. PLUVINAGE [14] traduisent la fonction d'endommagement selon la loi :

$$D = \frac{X_i - X_o}{X_R - X_o} \qquad (10)$$

où X_i représente la propriété au cycle i

X_o représente la propriété au cycle initial

X_R représente la propriété à rupture

La figure (1) illustre ces différentes lois.

I – 3) EVOLUTION DES DEGATS AU COURS DU CYCLAGE MECANIQUE

Sous l'effet des sollicitations cycliques à déformation constante, l'amplitude de la déformation plastique d'une structure évolue en fonction du nombre de cycles. Cette évolution s'accompagne de changements structuraux du matériau qui se traduisent, selon RAGUET [11] , par la présence de trois stades constatés sur un acier chrome–nickel. (fig. 2) :

— Au cours du stade 1, on observe des cellules de dislocation dont les parois ne sont pas entièrement formées.

— Au stade 2 de nombreuses microfissures apparaissent.

— Au stade 3, une ou éventuellement plusieurs microfissures se propagent

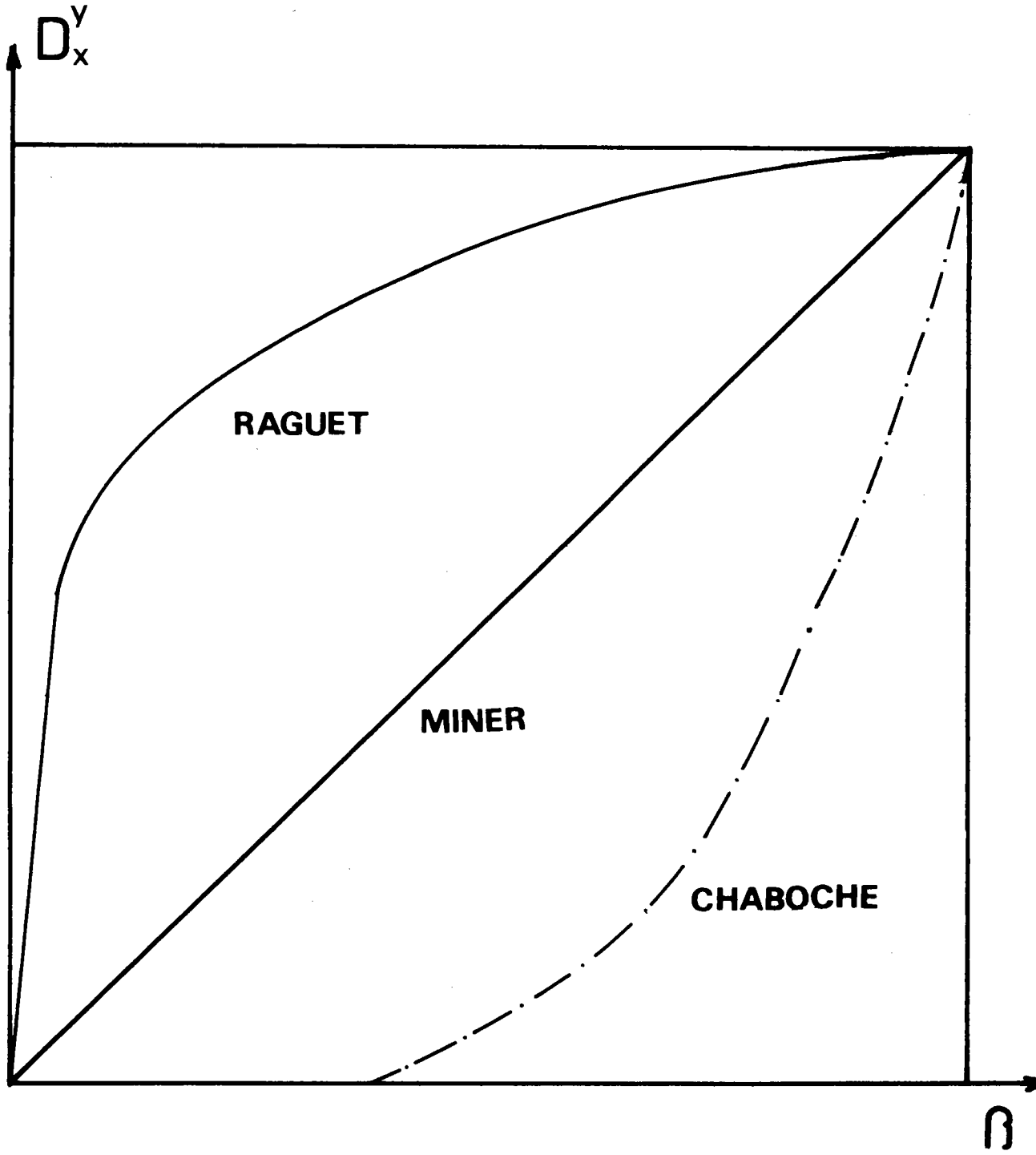


FIGURE 1 : Evolution de la fonction d'endommagement selon RAGUET, MINER et CHABOCHE

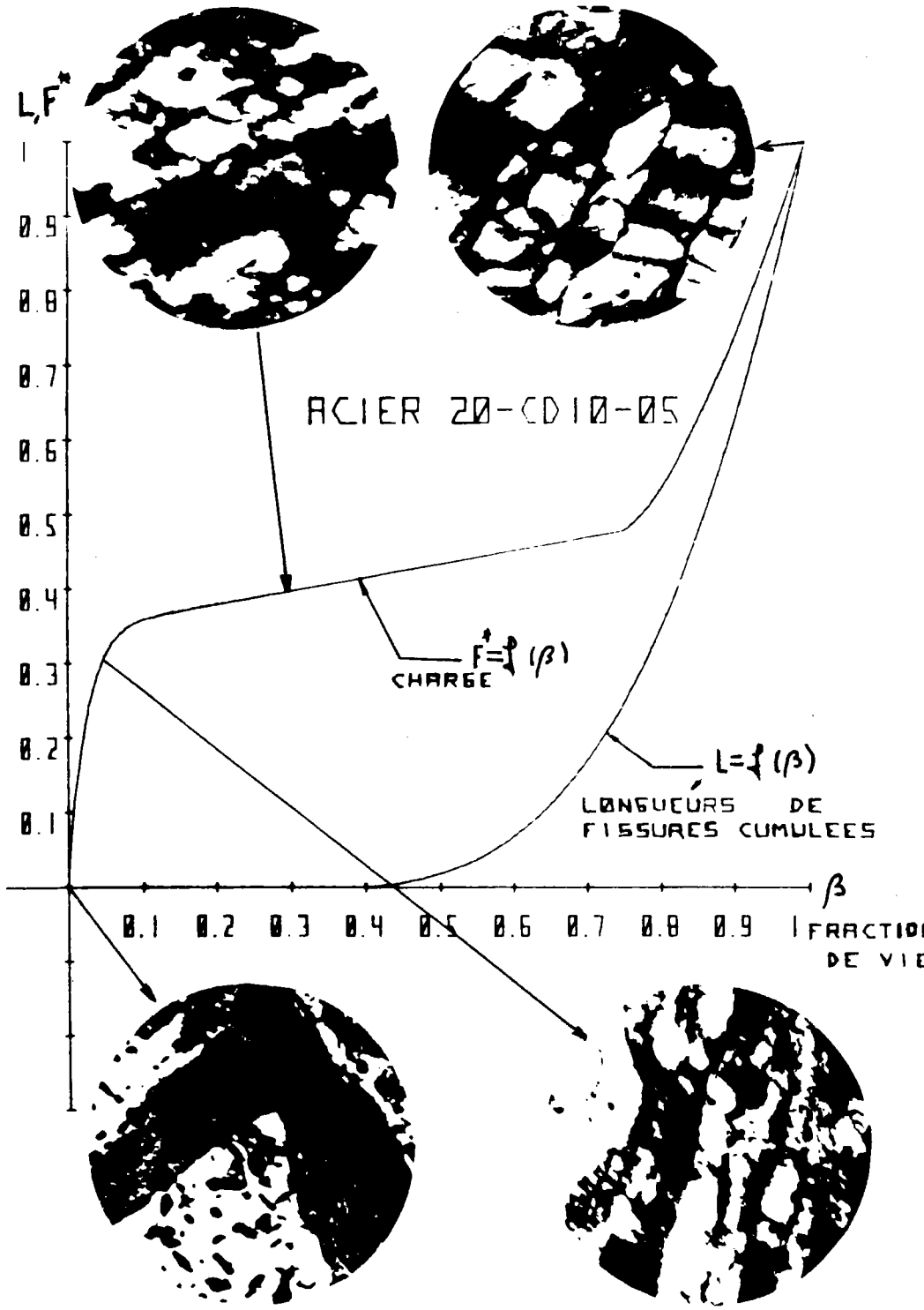


FIGURE 2 : Les trois stades constatés en fatigue oligo-cyclique selon (11)

rapidement dans l'échantillon.

Si l'on introduit la notion de fonction d'endommagement, la propriété mesurée sera l'amplitude de la déformation plastique et les dégâts seront caractérisés par la multiplication des dislocations, leur arrangement en parois de cellules bien formées et l'apparition de microfissures.

I – 4) RELATION ENTRE LA LOI DE COMPORTEMENT D'UN MATERIAU ET L'APPARITION DES DEGATS PAR LE CONCEPT D'ENDOMMAGEMENT

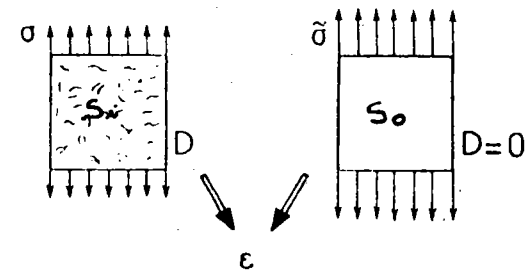
Une manière classique de traduire l'évolution de la fonction d'endommagement est d'introduire comme propriété indicatrice de cette évolution la loi de comportement.

I-4-1) Approche géométrique de KATCHANOV [15]

L'approche de KATCHANOV [15] est basée sur le concept de la contrainte effective.

L'utilisation de la notion de contrainte effective repose sur l'hypothèse suivante :

– les relations de comportement élastique, plastique, ou visco plastique du matériau endommagé s'écrivent sous la même forme que celle d'un matériau vierge en remplaçant les contraintes nominales $\sigma_{nom.}$ par les contraintes effectives $\tilde{\sigma}$. Cette dernière, introduite initialement par RABOTNOV [16] est la contrainte qui, appliquée à un élément de volume non endommagé, provoquerait une déformation égale à celle produite par la contrainte apparente σ appliquée à l'élément de volume endommagé.



élément de volume endommagé

élément de volume vierge

Matériau endommagé	Matériau vierge
$\tilde{\sigma} = \dfrac{\sigma}{1 - D_X^Y}$	$D_X^Y(\sigma, \varepsilon) = 0$
$\varepsilon(t) = f(\tilde{\sigma}, .., t)$	$\varepsilon(t) = F(\sigma, ..., t)$

L'évolution du dommage est donnée alors par

$$D_X^Y(\sigma, \varepsilon) = f(\tilde{\sigma}, \tilde{\sigma}^{\cdot}, D) \qquad (11)$$

1-4-2) Cas du couplage élasticité-endommagement

1-4-2.1.) Hypothèse :

– les matériaux sont sollicités à l'intérieur de leur domaine élastique et la loi de comportement considérée est la loi de HOOKE.

I—4—2.2.) Equations de comportement

L'équation d'évolution de la fonction endommagement s'écrit selon LEMAITRE [17] sous la forme :

$$D^{\cdot}{}_{X}^{Y} = f\,(\,\varepsilon^{e}_{ij}\,,\ D^{Y}_{X}\,,\ \dot{\varepsilon}^{e}_{ij},\ y) \qquad (12)$$

où ε^{e} est la déformation élastique et Y est une variable associée, s'identifiant à la moitié de la variation de l'énergie élastique engendrée par une variation de la fonction d'endommagement à contrainte et température constantes.

La variation de l'énergie élastique s'écrit :

$$dWe = \sigma_{ij}\ \ d\,\varepsilon_{ij}$$

avec $\sigma_{ij} = (1 - D^{Y}_{X})\,(\,2\,\mu\,\varepsilon^{e}_{ij} + \lambda\,\varepsilon^{e}_{ll}\ \delta_{ij}\,) = c^{te}$

d'où $d\,\sigma_{ij} = 0$

$$d\,\sigma_{ij} = (1 - D^{Y}_{X})(2\,\mu\,d\,\varepsilon^{e}_{ij} + \lambda\,d\,\varepsilon^{e}_{ll}\,\delta_{ij}) - (\lambda\varepsilon^{e}_{ll}\,\delta_{ij} + 2\,\mu\varepsilon_{ij})dD^{Y}_{X}$$

λ et μ coefficients de lamé.

Nous tirons ε^{e}_{ij} de l'expression $d\,\sigma_{ij} = 0$

$$d\,\varepsilon^{e}_{ij} = \varepsilon^{e}_{ij}\ \ \frac{d\ D^{Y}_{X}}{1 - D^{Y}_{X}}$$

d'où $$\frac{dWe}{d\,D^{Y}_{X}} = \frac{\sigma_{ij}}{1 - D^{Y}_{X}}\cdot\varepsilon^{e}_{ij} = (2\,\mu\,\varepsilon^{e}_{ij} + \lambda\,\varepsilon^{e}_{ll}\,\delta_{ij})\cdot\varepsilon^{e}_{ij}$$

$$\frac{dWe}{d\,D_X^Y} = 2\,\mu\,\varepsilon^e_{ij}\,.\,\varepsilon^e_{ij} + \lambda\,\varepsilon^e_{jj}\,.\,\varepsilon^e_{ii} \qquad (13)$$

D'autre part, la variable associée Y s'identifie à l'énergie libre Ψ par la relation :

$$Y = -\rho\,\frac{\partial\,\Psi}{\partial\,D_X^Y}\,(\,\varepsilon e,\ T,\ D_X^Y\,)$$

ρ = densité volumique
Ψ = énergie libre

avec $\rho\ \Psi = (1 - D_X^Y)\ [\ \frac{1}{2}\ (\lambda\varepsilon^e_{ii}\ \varepsilon^e_{jj} + 2\ \mu\varepsilon^e_{ij}\ \varepsilon^e_{ij}\ )\ ]$

ce qui donne $Y = \frac{1}{2}\ (\ \lambda\varepsilon^e_{ii}\ \varepsilon^e_{jj} + 2\,\mu\varepsilon^e_{ij}\ \ \varepsilon^e_{ij}\ )$ (14)

A partir des relations [13]et [14] nous tirons la relation

$$Y = \frac{1}{2}\ \left(\frac{dWe}{d\,D_X^Y}\right)_{\sigma\,,\,T} \qquad (15)$$

Il est intéressant de noter l'analogie entre l'équation (15) et la relation similaire de la mécanique de la rupture :

$$G = \frac{1}{2}\ \frac{d\ w_e}{dA} \qquad (16)$$

où $-\ w_e$ est cette fois le travail des efforts extérieurs appliqués à la structure fissurée.

— A (l'homologue de l'endommagement) est la surface de fissure

— G est le taux de restitution d'énergie.

Dans le cas unidimensionnel, Y s'exprime par :

$$Y = \frac{1}{2} E \, \varepsilon_e^2 \tag{17}$$

E étant le module de YOUNG.

Par ailleurs :

$$Y = \frac{1}{2} \left(\frac{d\, w_e}{dD_X^Y} \right)_{\sigma, T} = \frac{1}{2} \, \sigma \frac{d\, \varepsilon_e}{dD_X^Y} \tag{18}$$

où $Y \, dD_X^Y$ est l'énergie dissipée dans le processus d'accroissement d'endommagement à contrainte et température constantes selon la figure (3)

I-4-3) Nature tensorielle de la fonction d'endommagement

La représentation tensorielle est utilisée pour décrire le caractère anisotropique de la fonction d'endommagement.

Le couplage tensoriel de la fonction d'endommagement avec l' élasticité selon CHABOCHE [18] permet d'écrire la loi d'élasticité sous la forme :

$$\sigma = \tilde{\Lambda}(D) : \varepsilon_e \tag{19}$$

$\tilde{\Lambda}$ est un opérateur du quatrième ordre.

ε_e est le tenseur de déformation élastique.

Remarque

L'opérateur $\tilde{\Lambda}$ du quatrième ordre peut être lié à l'énergie libre ψ par la relation suivante :

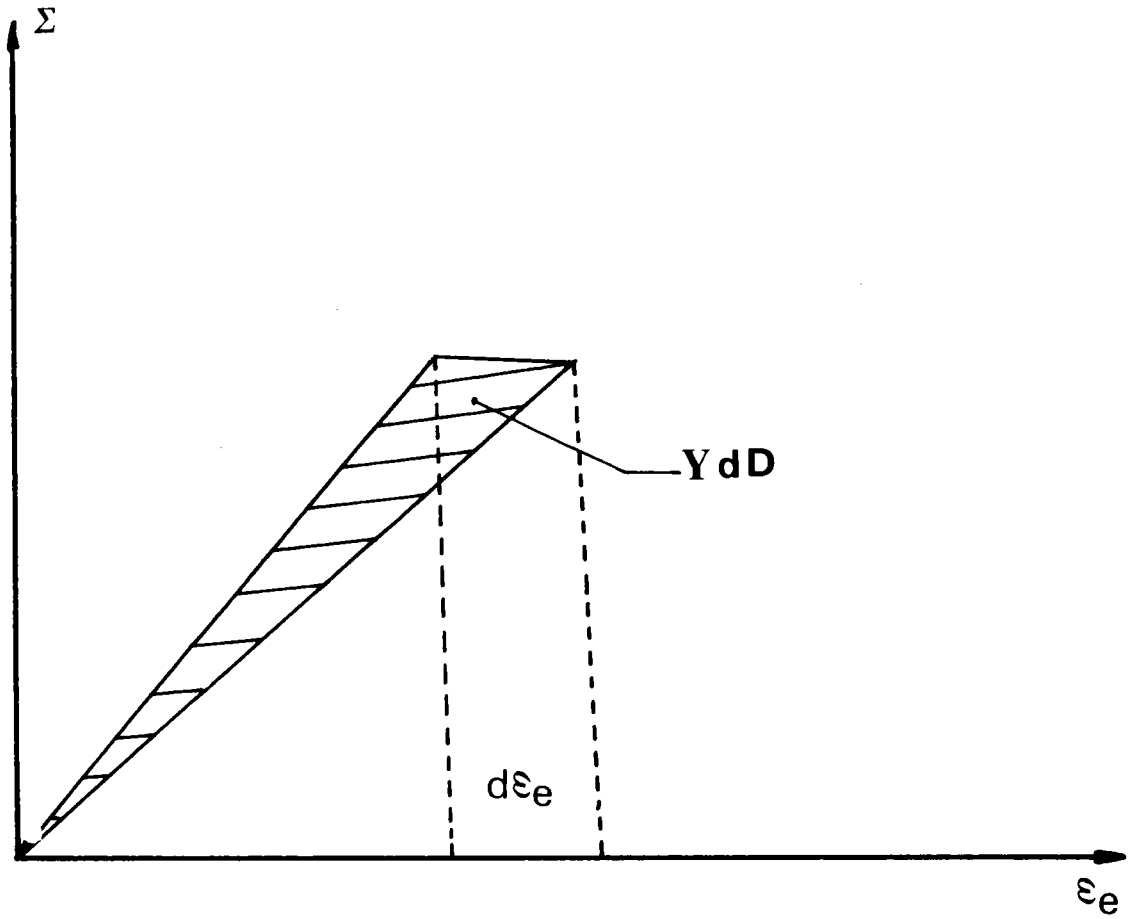


FIGURE 3 : Mécanisme d'accroissement de l'endommagement

$$\tilde{\Lambda}_{ijkl} = \rho \frac{\partial^2 \psi}{\partial \varepsilon^e_{ij} \partial \varepsilon^e_{kl}} \tag{20}$$

Ce qui implique les relations de symétries

$$\tilde{\Lambda}_{ijkl} = \tilde{\Lambda}_{klij} \tag{21}$$

Dans le cas où le matériau n'est pas endommagé ($D_X^Y = 0$) la loi élastique s'écrit :

$$\sigma = \Lambda : \varepsilon_e$$

où $\Lambda = \tilde{\Lambda}(0)$ tenseur de rigidité élastique initial.

La contrainte effective s'introduit par référence au comportement de l'élément de volume non endommagé ; sous la contrainte effective celui-ci doit conduire à la même déformation ε_e que l'élément de volume endommagé auquel on applique la contrainte σ.

$$\tilde{\sigma} = \Lambda : \varepsilon_e \tag{22}$$

La combinaison des deux relations (19) et (22) conduit à la relation :

$$\tilde{\sigma} = \Lambda : \tilde{\Lambda}^{-1}(D) : \sigma = \mathbb{M}(D) : \sigma \tag{23}$$

$\mathbb{M}$ est un opérateur du 4ème ordre. Dans le cas d'endommagement nul, $\mathbb{M} = \mathbb{1}$

Il est bien clair que l'utilisation de D_X^Y par sa forme scalaire ne permet de rendre compte que de l'endommagement isotrope, sauf si l'on introduit des coefficients supplémentaires qui joueront alors le rôle d'endommagement tensoriel.

Dans le cas isotrope, on peut en effet écrire :

$\tilde{\Lambda}_{ijkl} = \Lambda_{ijkl} \cdot f(D) = \Lambda_{ijkl} \ (1 - D_X^Y)$ et retrouver la contrainte effective :

$$\tilde{\sigma} = \frac{\sigma}{1 - D_X^Y} \qquad (24)$$

Si l'on considère la fonction d'endommagement comme un tenseur du second ordre, il est envisageable, par exemple, de décomposer $\boldsymbol{\sigma}$ selon la relation $\boldsymbol{\sigma} = \tilde{\boldsymbol{\Lambda}} : \boldsymbol{\varepsilon}_e$ à laquelle s'ajoutent des termes d'ordre supérieur D_X^Y selon l'expression $\sigma = \boldsymbol{\Lambda} : \boldsymbol{\varepsilon}_e + C_I \ (\mathbb{D} . \boldsymbol{\varepsilon}_e + \mathbb{D}_X^Y . \boldsymbol{\varepsilon}_e) + \ldots$

Ceci revient à écrire la matrice des coefficients d'élasticité du matériau endommagé sous la forme :

$$\tilde{\Lambda}_{ijkl} = \Lambda_{ijkl} + C_I \ (D_{ik} \ \delta_{jl} + D_{lj} \ \delta_{ik}) + \ldots$$

On constate que $\mathbb{D}_X^Y$ n'intervient pas directement sur les coefficients d'élasticité initiaux mais bien par l'intermédiaire d'un ou plusieurs coefficients supplémentaires (C_I ...).

Par conséquent, on peut envisager d'introduire la fonction d'endommagement à partir d'un tenseur $\mathbb{D}_X^Y$ d'ordre 4, qui modifie séparément chaque composante de la matrice des coefficients d'élasticité par la relation :

$$\tilde{\Lambda}_{ijkl} = \Lambda_{ijkl} - \Lambda_{ijkl} \ D_{IJKL} \qquad (25)$$

où I = i, J = j, K = k, L = l.

L'emploi d'indices minuscules et majuscules permet d'indiquer que la convention de sommation n'est pas appliquée.

La symétrie est bien respectée si $\mathbb{D}_X^Y$ est symétrique et on retrouve le cas isotrope en posant $D_{ijkl} = D \; \forall \; i, j, k, l$

Cette formulation a des conséquences inacceptables dans le cas où l'on envisage un chargement complexe dans lequel les directions des contraintes normales principales sont invariables. On remarque en effet que l'expression (25) n'est pas invariable par un changement de repère défini par la matrice β en posant $B_{ijkl} = \beta_{ik} \cdot \beta_{jl}$

$$\tilde{\Lambda}_{ijmn} = B_{ijkl} \cdot \tilde{\Lambda}_{klpq} \; B^T_{qpmn}$$

$$\tilde{\Lambda}_{ijmn} = \Lambda_{ijmn} - B_{ijkl} \; (\Lambda_{klpq} \; D_{klpq}) \; B^T_{qpmn} \qquad (26)$$

On constate que le deuxième terme ne peut pas se mettre sous la forme

$$\Lambda_{ijmn} \; D' \; IJMN$$

On introduit alors un opérateur d'endommagement d'ordre 8, pour lequel on peut écrire une relation invariante par changement de repère

$$\tilde{\mathbb{\Lambda}} = \mathbb{\Lambda} - D_X^Y \; : : \mathbb{\Lambda} \qquad (27)$$

(::) indique la contraction sur 4 indices

$$\tilde{\Lambda}_{ijkl} = \Lambda_{ijkl} - D_{ijklmnpq} \; \Lambda_{mnpq}$$

On remarque que $\tilde{\Lambda}$ est symétrique si $\mathbb{D}_X^Y$ est symétrique, et que le cas isotrope se retrouve facilement en supposant que $\mathbb{D}_X^Y$ est un tenseur sphérique (seuls les termes en i = p, j = q, k = m, ı = n, sont nuls et égaux).

La définition de l'opérateur endommagement semble complexe à utiliser. Il est vrai que la prise en compte d'un endommagement anisotrope dans les lois de comportement élasto-plastique reste difficile dans le cas général. On peut cependant proposer une hypothèse simplificatrice :

La direction de la contrainte principale la plus grande reste fixe. Dans ce cas, en se plaçant dans un repère fixe contenant cette direction, on peut se ramener à un tenseur du 4e ordre. Pour cela, il faut considérer le tenseur comme diagonal de composante :

$$D_{ijklmnpq} = D^*_{ijkl} \; \delta_{lm} \; \delta_{jn} \; \delta_{kp} \; \delta_{lq}$$

afin que la relation (20) puisse continuer à s'appliquer en cas de chargement quelconque ; on se ramène à une loi d'évolution portant sur le scalaire D_X^Y seulement (effet anisotrope indépendant du temps) par une relation telle que :

$$\mathbb{D}_X^{Y\cdot} = \varphi(\sigma) \; . \; D_X^{Y\cdot} \qquad (28)$$

où φ est un opérateur d'ordre 8 dépendant de l'état de contrainte et du matériau. C'est l'état actuel de contrainte qui indique comment se répartit l'accroissement de la fonction d'endommagement. Pour l'endommagement isotrope $\varphi = \mathbb{1}$.

I-4-4) Approche thermodynamique

I-4-4.1.) Introduction

Il est maintenant bien établi que la thermodynamique des milieux continus hors équilibre constitue un complément indispensable à l'étude du comportement des milieux continus dissipatifs, selon BIOT [19], COLEMAN [20] MANDEL [21]. Mais les relations qu'elles fournissent ne précisent pas suffisamment ces lois d'évolution.

ZIEGLER [22] a proposé un principe d'orthogonalité et de convexité dans le but de généraliser les relations de réciprocité d'Onsager.

L'utilisation du deuxième principe de la thermodynamique qui postule, pour un système en évolution, que la vitesse de production d'entropie interne spécifique $\dot{S}$ est positive ou nulle si le système est réversible

$$\dot{S} = A_k \; a_k \geq 0 \qquad k = 1 \text{ à } n \tag{29}$$

où

— a_k représente une vitesse (flux thermiques, vitesse de réaction chimique...)

— A_k sont les forces généralisées correspondantes (gradiant de température, affinité chimique, ...)

I—4—4.2.) Lois de comportement

— Cas linéaire :

La loi de comportement la plus simple est donnée par une relation linéaire entre les vitesses et les forces généralisées :

$a_k = L_{ki} \; A_i$ avec L_{ki} : opérateur linéaire

L'inégalité du second principe de la thermodynamique s'écrit alors :

$$\dot{S} = L_{ij} \; A_i \; A_j \geq 0 \tag{30}$$

Ce qui implique que L soit une matrice positive.

On pose $\quad \Omega(A) = \frac{1}{2} L_{ij} \; A_i \; A_j \qquad (31)$

$$\Omega^*(a) = \frac{1}{2} L_{ij}^{-1} \; a_i \; a_j \tag{32}$$

d'où $a_k = \dfrac{\partial \Omega}{\partial A_k}$, $A_k = \dfrac{\partial \Omega^*}{\partial a_k}$ (33)

On peut dire que les vitesses a_k et les forces généralisées A_k dérivent respectivement d'un potentiel de résistance $\Omega(A)$ et du potentiel de dissipation $\Omega^*(a)$, la matrice L étant positive. Ces potentiels quadratiques sont convexes.

— Cas non linéaire

Les vitesses et les forces généralisées peuvent s'écrire :

$$a_k = g_k \ (A_1, \ldots, A_n)$$

Les fonctions g_k vérifient les conditions de symétrie d'Onsager

$$\frac{\partial g_i}{\partial A_j} = \frac{\partial g_j}{\partial A_i} \qquad i, j = 1, \ldots, n$$

et dérivent d'un potentiel $\Omega(A)$.

Conclusion :

L'état thermodynamique d'un élément de matière élastoplastique et élasto-viscoplastique est défini d'une part par :

— la valeur de paramètres mécaniques ou thermiques,

et d'autre part par :

— la valeur des paramètres internes caractérisant son état physico-chimique.

1-4-4.3.) Hypothèse de dissipation normale

La configuration actuelle du système étudié étant repéré par un système de coordonnées cartésiennes orthonormées x_i, on désigne par σ_{ij} les composantes des tenseurs de contraintes de CAUCHY et D_{ij} les composantes des tenseurs de vitesse de déformation définies par :

$$D_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial v_i}{\partial x_j} + \frac{\partial v_j}{\partial x_i} \right) \tag{34}$$

v_i : composantes de la vitesse V d'un point matériel

soit ρ: masse de l'unité de volume actuel,

e : énergie interne spécifique par unité de masse,

s : entropie spécifique

Θ: température absolue d'un élément de matière dans la configuration actuelle,

Ψ: énergie libre spécifique telle que :

$$\Psi = e - \Theta . s \tag{35}$$

En l'absence de rayonnement, q désignant le vecteur flux de chaleur, l'expression locale du premier principe de la thermodynamique s'écrit :

$$\rho e^{\cdot} = \sigma_{ij} \quad D_{ij} - \operatorname{div} q \tag{36}$$

Le second principe de la thermodynamique indique que la vitesse de production d'entropie interne est positive :

$$\rho S^{\cdot} + \operatorname{div} \left(\frac{q}{\Theta}\right) \geqq o \tag{37}$$

Les relations (36) et (37) permettent de traduire le second principe sous la forme de l'inégalité de CLAUSSIUS–DUHEIM

$$\sigma_{ij} \; D_{ij} - \rho \left(\Psi^{\cdot} + s . \Theta^{\cdot} \right) - \frac{q}{\Theta} \operatorname{grad} \Theta \geqq o \tag{38}$$

Il est mathématiquement commode, pour discuter cette inégalité, de substituer aux coordonnées x_i les coordonnées X_α de l'élément dans une configuration de référence fixe, c'est-à-dire d'opérer en variable de LAGRANGE.

Soit (So) la configuration initiale d'un élément de matière sous contrainte nulle et à une température Θ_o.

et soit (S_I) la configuration actuelle de contrainte σ_I et de température Θ_I avec $\Theta_I > \Theta_o$.

supposant à partir de la configuration (S_I), on décharge l'élément de matière et qu'on le ramène à Θ_o, on obtient une configuration (S_p) dite intermédiaire relâchée.

La transformation qui fait passer de (S_p) à (S_I) est la transformation élastique.

La transformation qui fait passer de (S_o) à (S_p) est la transformation plastique.

On désigne par F le gradiant de la transformation totale $S_o \longrightarrow S_I$, par E le gradiant de la transformation élastique $S_p \longrightarrow S_I$, par P le gradiant de la transformation plastique $S_o \longrightarrow S_p$

Ces trois tenseurs sont liés par la relation :

$$F = E.\,P \tag{39}$$

L'état thermodynamique de l'élément de matière est défini par les variables d'état suivantes :

– Δ^e : tenseur de déformation de GREEN dans la transformation élastique

$$I + 2\ \Delta^e = E^T . E \tag{40}$$

– α_j : famille de paramètres internes caractérisant l'état d'écrouissage du matériau,

– Θ : température absolue.

De la relation (39) on déduit le gradiant de la vitesse de la transformation totale.

$$F^{\cdot}\ F^{-I} = E^{\cdot} . E^{-I} + E.\,P^{\cdot}.\,P^{-I} . E^{-I} \tag{41}$$

Soit π , tenseur de KIRCHHOFF rapportée à la configuration relâchée (S_p)

$$\pi = \frac{\rho\,(SP)}{\rho\,(S_o)} \cdot E^{-1} \cdot \sigma \cdot E^{T^{-1}} \qquad (42)$$

L'égalité précédente permet d'écrire :

$$\frac{\sigma_{ij}\, D_{ij}}{\rho\,(S_o)} = \mathrm{Tr}\,\frac{\sigma \cdot D}{\rho_o} = \frac{1}{\rho\,(SP)}\,\mathrm{Tr}\left(\pi\,\frac{d\Delta^e}{dt} + \pi \cdot E^T \cdot E \cdot \frac{dP}{dt}\,P^{-1}\right) \qquad (43)$$

L'énergie libre Ψne dépend que des variables indépendantes Δ^e, T, gradΘ, α

avec $\psi = \psi\ (\Delta e, T, \mathrm{grad}\,\Theta, \alpha_j)$.

L'inégalité de CLAUSSIUS–DUHEIM peut alors être transformée et écrite sous la forme :

$$\mathrm{Tr}\left\{\left(\frac{\pi}{\rho\,(SP)} - \frac{\delta\,\psi}{\delta\Delta^e}\right)\frac{d\,\Delta^e}{dt} - \left(s + \frac{\delta\,\Psi}{\delta\,\Theta}\right)\Theta^{\cdot} - \frac{\delta\,\Psi}{\delta\alpha_j} \cdot \frac{d\alpha_j}{dt}\right\}$$

$$+\ \mathrm{tr}\left\{\left(\frac{\pi}{\rho(SP)} \cdot E^T \cdot E \cdot \frac{dP}{dt} \cdot P^{-1}\right)\right\} - \frac{1}{\rho\Theta} \cdot q \cdot \mathrm{grad}\,\Theta \geq 0 \qquad (44)$$

En utilisant le fait qu'on peut imposer à $\frac{d\,\Delta^e}{dt}$, $\Theta^{\cdot}$ des valeurs arbitraires sans changer les valeurs actuelles des variables d'état, on déduit :

$$\frac{\pi}{\rho\,(SP)} = \frac{\delta\,\Psi}{\delta\,\Delta e}\ , \qquad s = -\frac{\delta\,\Psi}{\delta\,\Theta} \qquad (45)$$

Deux dissipations sont à remarquer :

– Dissipation intrinsèque spécifique qu'on note Φ_1

$$\Phi_1 = \mathrm{tr}\left\{\frac{\pi}{\rho\,(SP)} \cdot E^T \cdot E \cdot \frac{dP}{dt} \cdot P^{-1}\right\} - \frac{\delta\,\Psi}{\delta\alpha_j} \cdot \frac{d\,\alpha_j}{dt} \qquad (46)$$

qui peut s'écrire :

$$\rho\ (SP)\ .\ \Phi_1 = tr\left\{\pi\ .\ E^T\ .\ E\ .\ \frac{dP}{dt}\ .\ P^{-1}\right\} - \rho\ \frac{\delta\Psi}{\delta\alpha_j}\ .\ \frac{d\alpha_j}{dt} \qquad (47)$$

où $\frac{dp}{dt}\ .\ P^{-1}$ est le gradiant de la vitesse de déformation plastique.

On pose : $\rho\ \frac{\delta\ \Psi}{\delta\alpha_j} = A_j$

soit $$\rho\ (SP)\ .\ \Phi_1 = tr\left\{\pi\ .\ E^T\ .\ E\ .\ \frac{dP}{dt}\ .\ P^{-1}\right\} - A_j\ .\ \frac{d\alpha_j}{dt} \qquad (48)$$

— Dissipation thermique

$$\rho\ \Phi_2 = -\ \frac{1}{\Theta}\ .\ q\ .\ \text{grad}\ \Theta \qquad (49)$$

D'une manière générale, si, dans l'expression de Φ , Ψ est exprimé en fonction des dérivées particulières des variables d'état du matériau étudié, on peut mettre la dissipation intrinsèque spécifique sous la forme :

$$\Phi = A_i\ .\ a_i$$

MOREAU [23] définit l'hypothèse de dissipation normale sous la forme suivante :

"Il existe un potentiel φ (A) convexe semi continu tel que dans le processus thermodynamique réel, la vitesse a associée à la force A soit un sous-gradiant de φ ".

$$a \in \delta\ \varphi\ (A) \qquad (50)$$

ce qui signifie que a est la pente d'un hyperplan d'appui de la fonction $\mathcal{D}\varphi$ au point A. On démontre que :

$$a = \frac{\delta\ \varphi}{\delta\ A} \quad \text{et} \quad A = \frac{\delta\ \varphi^*}{\delta\ a} \qquad (51)$$

φ^* (a) transformée de FENCHEL de φ (A) défini par :

$$\varphi^*(a) = \mathrm{Sup}_{A^*} \left\{ A^* \cdot a - \varphi(A^*) \right\} \tag{52}$$

avec $A \in \delta\varphi^*(a)$

1-4-4.4.) Application à l'étude des matériaux standards généralisée

Le matériau subit de petits déplacements et de petites déformations plastiques.

Les tenseurs $\|\sigma\|$ et $\|\pi\|$ sont égaux et ρ est une constante (Relation 42)

soit :

ε_T : la déformation totale ,

ε_e : la déformation élastique,

ε_p : la déformation plastique,

Ψ : l'énergie libre spécifique

avec

$$\varepsilon_T = \varepsilon_e + \varepsilon_p \tag{53}$$

$$\Psi = \Psi(\varepsilon_e, \alpha, T) \tag{54}$$

$$\sigma = \rho \frac{\delta \Psi}{\delta \varepsilon_e} \tag{55}$$

$$s = -\frac{\delta \Psi}{\delta \Theta} \tag{56}$$

La dissipation intrinsèque volumique sera :

$$\Phi_I v = \rho \Phi I = \sigma_{ij} - A_j \dot{\alpha}_j \geq 0 \tag{57}$$

La dissipation thermique sera :

$$\Phi 2\ v = \rho\ \Phi 2 = -\frac{1}{\Theta} \cdot q \cdot \mathrm{grad}\,\Theta \,. \qquad (58)$$

La dissipation totale Φ sera :

$$\rho\,\Phi = \rho\ (\Phi_1 + \Phi_2)$$

d'où

$$\rho\,\Phi = \sigma_{ij}\,\dot{\varepsilon}_p - A_j \cdot \dot{\alpha}_j - \frac{1}{\Theta} \cdot q \cdot \mathrm{grad}\ \Theta \geq 0. \qquad (59)$$

I—4—4.5.) Introduction d'une variable d'endommagement

Ainsi que nous venons de le voir, les variables observables ont été introduites pour décrire la thermoplasticité : tenseur de déformation plastique ε_p, tempéra ture Θ, gradient de température grad Θ. A ces variables observables correspondent les variables associées : tenseur de contrainte $\|\sigma\|$, entropie $\|\Delta\|$ et le vecteur quantité de chaleur q.

Pour bien décire cette plasticité, des variables internes d'écrouissage notées symboliquement α_k ont été introduites.

I-4-4.5.2.) Variable d'endommagement

Pour compléter ce formalisme, une variable d'endommagement D_X^Y sera introduite dans l'énergie libre Ψ qui s'écrira :

$$\Psi = \Psi(\varepsilon^e,\ \alpha,\ D_X^Y,\ T) \qquad (60)$$

Il y correspond une variable duale Y, définie au chapitre (I.4.2.2.) .

de telle manière que la dissipation totale s'écrit :

$$\rho\,\Phi = \sigma_{ij}\cdot\dot{\varepsilon}_p - A_j\,.\,\dot{\alpha}_j - y\,.\,\dot{D}_X^Y - \frac{1}{\Theta}\,\mathrm{grad}\Theta > 0 \quad (61)$$

s , σ , A_j, y sont liés à l'énergie libre Ψ par les relations suivantes :

$$s = -\frac{\delta\Psi}{\delta\Theta} \quad (62)$$

$$\sigma = \rho\,\frac{\delta\Psi}{\delta\varepsilon_e} \quad (63)$$

$$A_j = \rho\,\frac{\delta\Psi}{\delta\alpha_j} \quad (64)$$

$$y = \rho\,\frac{\delta\Psi}{\delta D_X^Y} \quad (65)$$

L'énergie libre peut être définie comme une somme d'énergies élastiques et plastiques :

$$\Psi = \Psi_e\,(\mathfrak{E}_e, \Theta, D_X^Y) + \Psi_p\,(\Theta, P) \quad (66)$$

avec $$\dot{P} = \frac{dP}{dt} = \left(\frac{2}{3}\,.\,\dot{\mathfrak{E}}_p : \dot{\mathfrak{E}}_p\right)^{\frac{1}{2}} \quad (67)$$

Ψ_e est une fonction quadratique de ε_e et linéaire en $(1 - D_X^Y)$. Si $\mathfrak{a}$ est un tenseur de quatrième ordre, Ψ_e s'écrit :

$$\Psi_e = \frac{1}{2\rho}\,.\,\mathfrak{a} : \mathfrak{E}_e : \mathfrak{E}^e\,(1 - D_X^Y) \quad (68)$$

et $$\sigma = \rho\,\frac{\delta\Psi}{\delta\varepsilon_e} = \mathfrak{a} : \mathfrak{E}_e\,(1 - D_X^Y) \quad (69)$$

$$y = \rho\,\frac{\delta\Psi}{\delta D_X^Y} = -\frac{1}{2}\,\mathfrak{a} : \mathfrak{E}_e : \mathfrak{E}_e \quad (70)$$

L'énergie de déformation W_e s'écrit :

$$W_e = \int_0^{\varepsilon_e} \sigma : d\varepsilon_e = \tfrac{1}{2}\, \mathbb{C} : \mathbb{E}_e : \mathbb{E}_e \,(1 - D_X^Y) \tag{71}$$

Les relations (70) et (71) donnent :

$$-y = \frac{W_e}{1 - D_X^Y} \tag{72}$$

LEMAITRE [17] propose que cette énergie élastique peut elle aussi être décomposée en deux parties : une énergie élastique de volume et une énergie élastique de surface :

$$W_e = \int_0^{e} \mathbb{S} : de + \int_0^{\varepsilon_m} 3\, \sigma_h \cdot d\varepsilon_h \tag{73}$$

$\mathbb{e}$: déviateur de déformation élastique $= \mathbb{E}_e - \mathbb{E}^e_m \cdot \mathbb{1}$

$\mathbb{S}$: déviateur de contrainte $= \mathbb{\sigma} - \mathbb{\sigma}_m \cdot \mathbb{1}$

ε^e_h : déformation hydrostatique $= \frac{1}{3}\, \mathrm{Tr}\,(\mathbb{E})$

σ^e_h : contrainte hydrostatique $= \frac{1}{3}\, \mathrm{Tr}\,(\mathbb{\sigma})$

Le déviateur de déformation élastique et la déformation hydrostatique s'écrivent :

$$\mathbb{e} = \frac{(1 + \nu)}{E} \cdot \frac{\mathbb{S}}{(1 - D_X^Y)} \tag{74}$$

$$\mathbb{E}^e_h = \left(\frac{1 - 2\nu}{E}\right) \cdot \frac{\sigma_h}{(1 - D_X^Y)} \tag{75}$$

D'où $$-y = \frac{1}{2}\left[\left(\frac{1+\nu}{E}\right) \cdot \frac{\mathbf{s} : \mathbf{s}}{(1 - D_X^Y)^2} + 3 \cdot \left(\frac{1-2\nu}{E}\right) \cdot \frac{\sigma_h^2}{(1 - D_X^Y)^2}\right] \tag{76}$$

ou encore, avec l'équation seuil de VON-MISES :

$$\sigma_{ep} = \left[\frac{3}{2}(\mathbf{s} : \mathbf{s})\right]^{\frac{1}{2}}$$

Y s'écrit : $$-y = \frac{\sigma_{eq}^2}{2E(1 - D_X^Y)^2} \cdot \left[\frac{2}{3}(1+\nu) + 3(1-2\nu) \cdot \left(\frac{\sigma_h}{\sigma_{eq}}\right)\right] \tag{77}$$

<u>Remarque</u> :

Dans le cas d'un chargement unidimensionnel on a :

$$\sigma_{eq} = \sigma_I$$

$$\sigma_h = \frac{\sigma_I}{3}$$

D'où $$-y = \frac{\sigma_I^2}{2E(1 - D_X^Y)^2} \tag{78}$$

I-4-4-5.3.) Elaboration d'un modèle plastique d'endommagement

I-4-4-5.3.1.) Modèle de LEMAITRE [17]

Deux hypothèses ont été introduites :

a — la plasticité est supposée isotrope,

b – le dommage est isotrope

Ces deux hypothèses permettent une notation simple du pseudo-potentiel de dissipation φ, qui ne dépendra que de trois variables φ (y , $p^{\cdot}$,Θ) et sera choisi linéairement en $P^{\cdot}$, d'où :

$$\varphi = \left(\frac{S_o}{s_o + 1}\right) \left(\frac{-y}{S_o}\right)^{s_o + 1} . p^{\cdot} \tag{79}$$

s_o, S_o sont des constantes du matériau.

I-4-4-5.3.2.) Application au cas d'un chargement unidimensionnel

$$P^{\cdot} = \varepsilon^{\cdot}_p$$

– $y = \dfrac{\tilde{\sigma}^2}{2E}$ avec $\tilde{\sigma} = \dfrac{\sigma_I}{1 - D_X^Y}$ = contrainte effective.

mais $\dot{D}_X^Y = \dfrac{\delta\varphi}{\delta y}$, ce qui donne $\dot{D}_X^Y = \left(\dfrac{\tilde{\sigma}^2}{2E\,S_o}\right)^{s_o} . \varepsilon^{\cdot}_p$

$\varepsilon^{\cdot}_p$ est lié à la contrainte effective par la relation

$$\varepsilon_p = \left(\frac{\tilde{\sigma}}{K}\right)^M \tag{80}$$

K et M constantes du Matériau

Donc $\varepsilon^{\cdot}_p = \dfrac{M}{K} \left(\dfrac{\tilde{\sigma}}{K}\right)^{M-1} . \tilde{\sigma}$

D'où $$D_X^{Y\cdot} = \frac{\tilde{\sigma}^{(2s_o + M - 1)}}{(2E\,S_o)^{s_o} . \frac{K^M}{M}} \tag{81}$$

I – 5) CONCLUSION

La fonction d'endommagement permet de relier la quantification de dégâts qui apparaissent dans un matériau au cours de sollicitations (thermique, mécanique, chimique, etc.) à l'altération d'une propriété (physique, mécanique, etc.).

Cette fonction n'est donc clairement définie que si l'on précise la nature des dégâts et la propriété à laquelle on s'intéresse.

Le concept d'endommagement est surtout utilisé pour relier les défauts plans (microfissures) ou volumiques (cavités) qui apparaissent au cours des sollicitations mécaniques. La propriété examinée est alors liée au comportement sous sollicitations mécaniques (élasticité, plasticité, viscoplasticité). Dans ce cas particulier, les approches géométriques, tensorielles ou thermodynamiques peuvent être utilisées.

CHAPITRE II

Etude expérimentale

II – 1) PROCEDES EXPERIMENTAUX

II-1.1.) Description du dispositif d'essai

Les essais sont réalisés en traction–compression sur une machine électro–hydraulique, de capacité plus ou moins 10 tonnes. Un four à résistance assure le chauffage de l'éprouvette dont la température est contrôlée par un thermo–couple fixé sur l'éprouvette par un cordon d'amiante. Ce type de chauffage qui assure une bonne stabilité thermique, implique un système de renvoi pour l'extensomètre ne pouvant se trouver à l'intérieur du four. Les éprouvettes utilisées sont cylindriques à collerettes (figure 4), à grand rayon de raccor–dement. Sur les collerettes sont fixés les renvois pour l'extensométrie longi–tudinale.

Les renvois sont composés de coquilles en Invar sur lesquelles sont collés des tubes de silice qui assurent le transfert de la mesure à l'extérieur du four. L'axiabilité de la déformation est contrôlée par un système à bille et à métal de WOOD, qui supprime les flexions parasites, donc les risques de flambage.

II-1.2.) Matériaux testés

a) composition chimique (% poids)

Les essais sont réalisés sur deux aciers de caractéristiques assez proches, l'acier NF 30 et l'acier PM 20.

La composition chimique des deux aciers est représentée dans le tableau I

Tableau I

Acier	C	Cr	Mn	Mo	Si	Ni	S	P
PM 20	0.22	2.47	0.54	0.42	0.19	0.14	0.025	0.016
NF 30	0.27	0.98	0.53	0.98	0.26	–	0.013	0.011

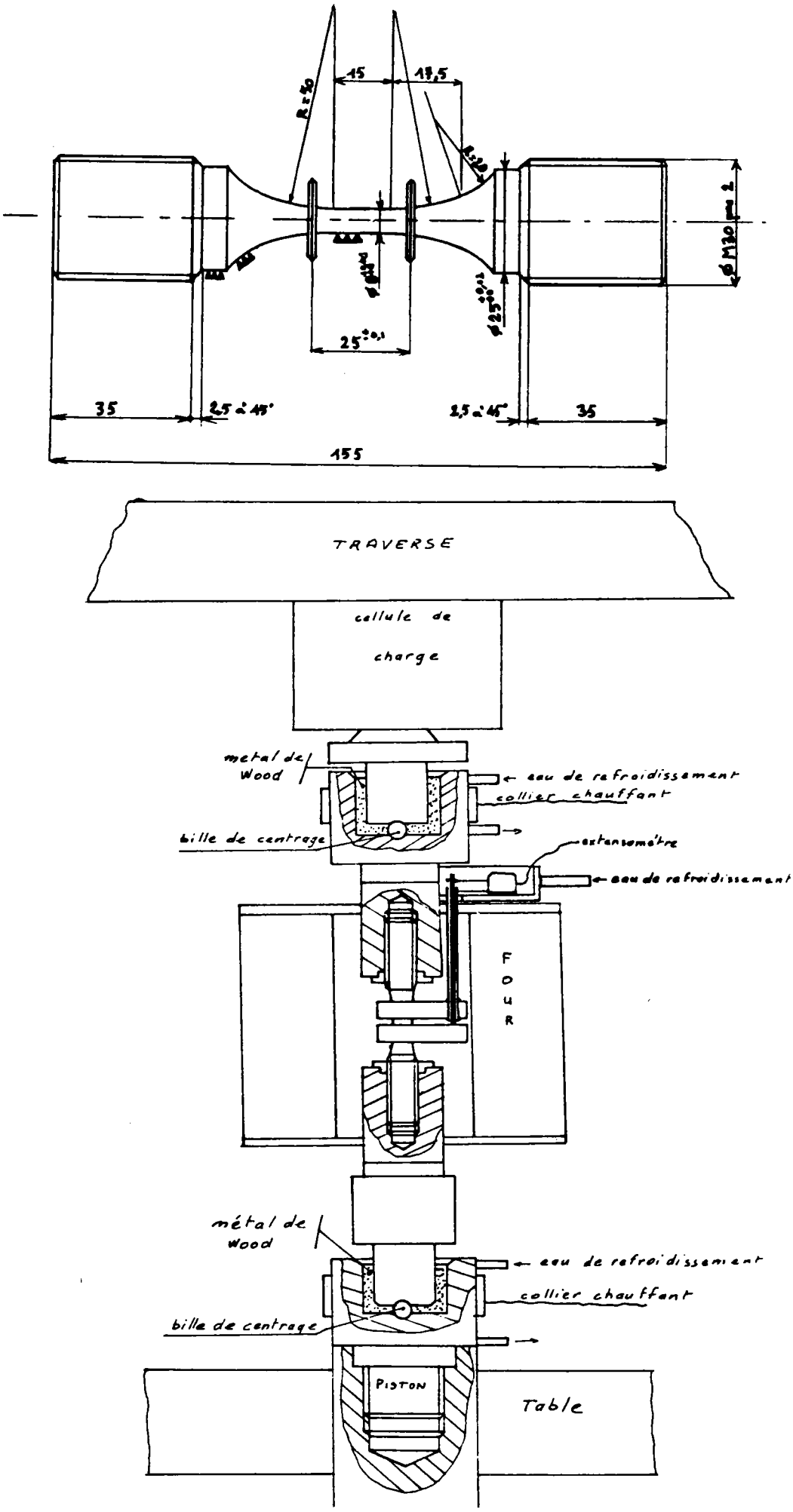


FIGURE 4 : Eprouvette de fatigue et schéma du montage.

b) Propriétés mécaniques

Matériau	PM 20	NF 30
charge à rupture σ_R	784 N/mm²	769 N/mm²

II-1.3.) Vitesse de déformation

Les essais ont été effectués jusqu'à rupture à amplitude de déformation totale imposée et à une vitesse de déformation de $3.2 \times 10^{-3}\ s^{-1}$. Le signal de la variation de cycle est triangulaire, garantissant ainsi une vitesse de déformation constante.

II – 2) DETERMINATION DES COURBES DE RESISTANCE A LA FATIGUE OLIGOCYCLIQUE

Ces courbes sont appelées courbe de MANSON–COFFIN – BASQUIN [25]

II-2.1.) Caractéristiques de la fatigue oligocyclique

La figure (5) illustre un cycle d'hystérésis obtenu à partir d'un essai de traction–compression

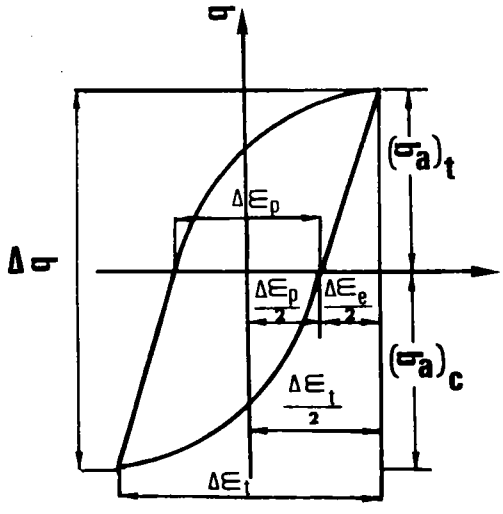


FIGURE 5 : Courbe d'hysteresis

$\Delta\varepsilon_t$: amplitude de la déformation totale

$\Delta\varepsilon_e$: amplitude de la déformation élastique

$\Delta\varepsilon_p$: amplitude de la déformation plastique

$\Delta\sigma$: amplitude de contrainte.

II-2.2.) Tracé des courbes de MANSON-COFFIN et BASQUIN

Pour tracer les courbes de MANSON–COFFIN – BASQUIN qui relient les déformations élastiques, plastiques et totale au nombre de cycles à rupture N_R, on est amené à déterminer une boucle d'hystérésis de référence sur laquelle on mesure ces différentes déformations.

On choisit la boucle d'hystérésis correspondant à la moitié du nombre de cycles de rupture, ce dernier étant le nombre de cycles pour lequel la chute de contrainte est égale à 50 % de la contrainte du cycle de départ.

Les points ainsi obtenus sont reportés dans un diagramme bilogarithmique (figures 6,7) $\frac{\Delta\varepsilon_t}{2} = f\ (N_R)$; $\frac{\Delta\varepsilon_p}{2} = f\ (N_R)$; $\frac{\Delta\varepsilon_e}{2} = f\ (N_R)$.

Les points correspondants aux déformations plastiques et élastiques se placent respectivement sur les droites de pentes c et b, comme le prévoient les lois de MANSON–COFFIN et BASQUIN.

$$\frac{\Delta\varepsilon_e}{2} = \frac{\sigma'_F}{E} \cdot (2\,N_R)^b \qquad (82)$$

$$\frac{\Delta\varepsilon_p}{2} = \varepsilon'_f \cdot (2\,N_R)^c \qquad (83)$$

et

$$\Delta\varepsilon_t = \Delta\varepsilon_e + \Delta\varepsilon_p \qquad (84)$$

avec :

E : module de YOUNG

σ'_f : coefficient de résistance à la fatigue

b : exposant de résistance à la fatigue

ε'_f : coefficient de ductilité en fatigue

c : exposant de ductilité en fatigue.

Les résultats sont présentés dans les tableaux II et III.

a) – T = 560° C

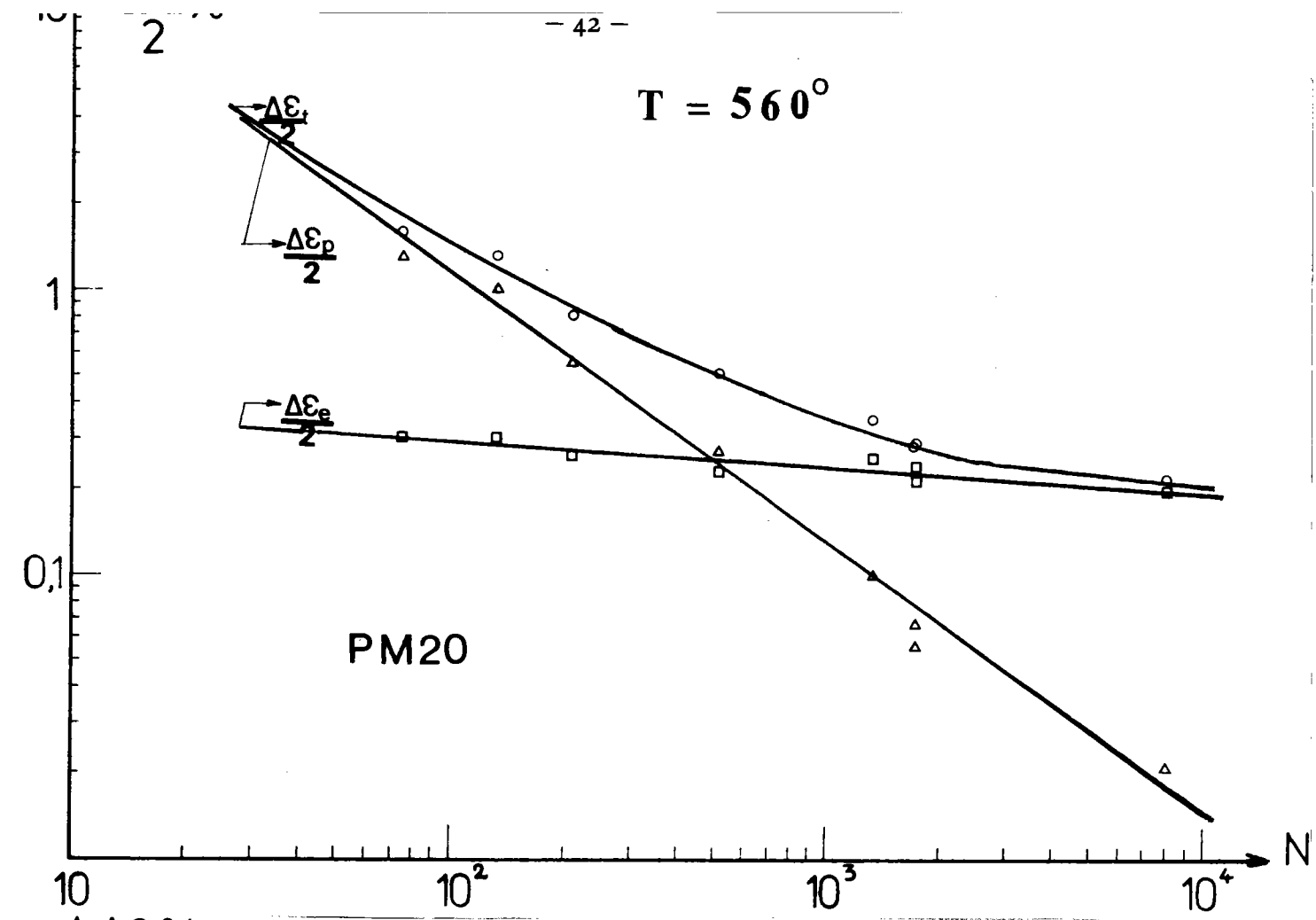
Tableau II

Matériau	b	c	$\frac{\sigma'_f}{E}$	ε'_f	E (da N /mm²)
NF 30	– 0.29	– 1.2	1.9 %	1 218 %	17 063
PM 20	– 0.095	– 0.96	0.44 %	90 %	–

b) – T = 650° C

Tableau III

Matériau	b	c	$\frac{\sigma'_f}{E}$	ε'_f	E (d / mm²)
NF 30	– 0.063	– 1.04	0.25 %	350 %	14 800
PM 20	– 0.045	– 0.91	0.27 %	60 %	–



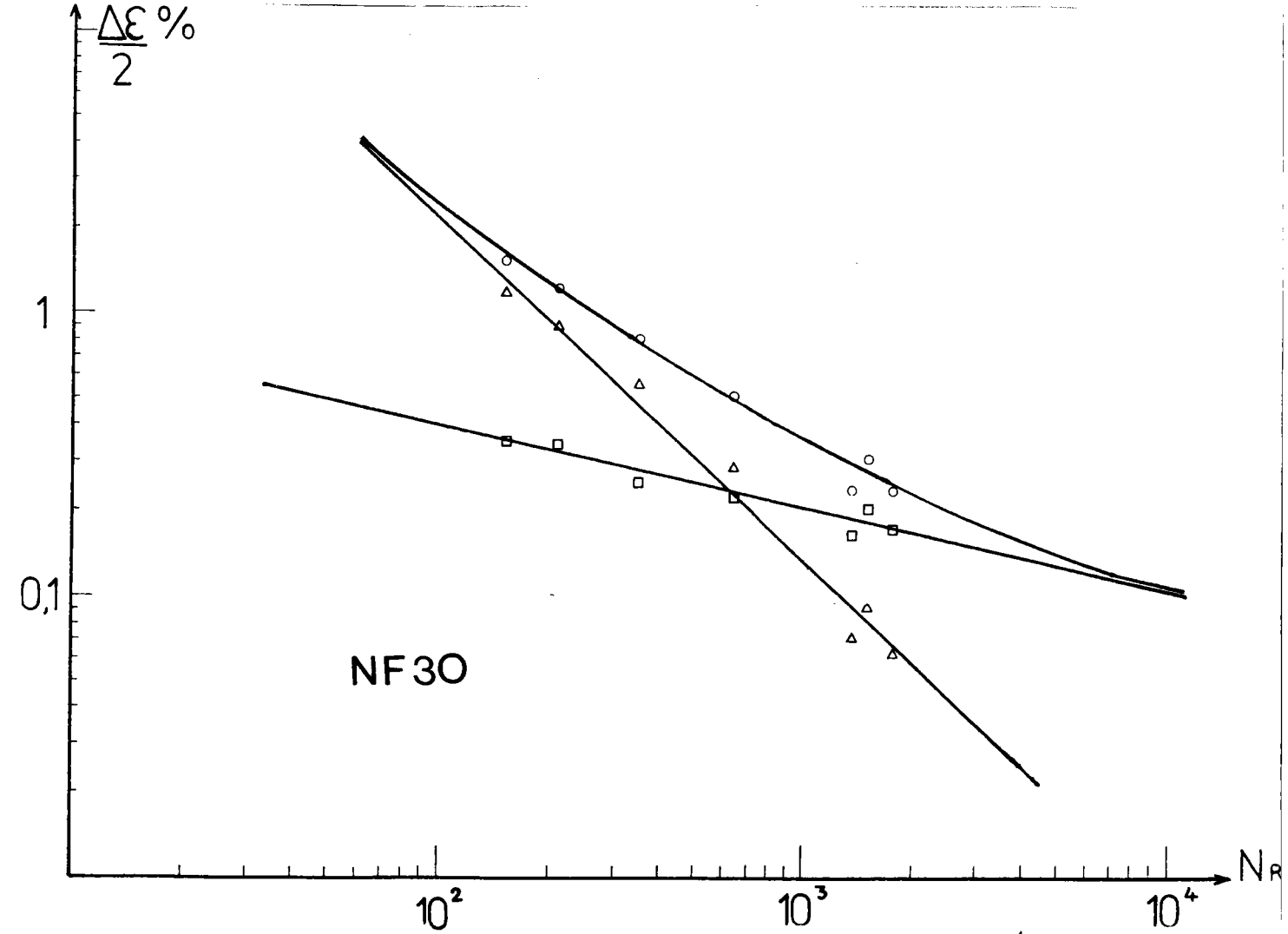


FIGURE 6 : Courbes de MANSON-COFFIN à la température de 560°C.

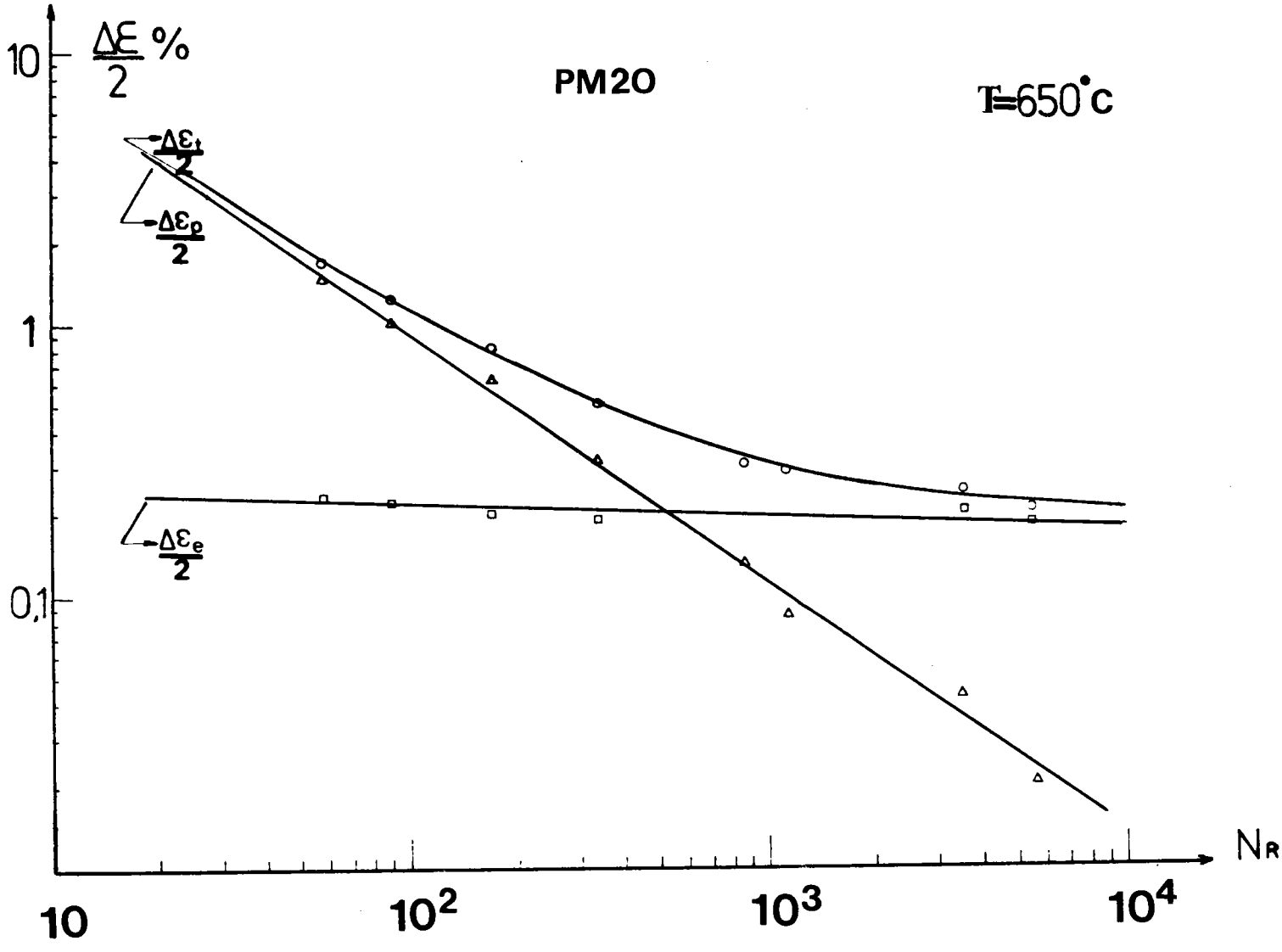


FIGURE 7 : Courbe de MANSON-COFFIN à la température de 650°C.

II – 3) CHOIX DES TEMPERATURES ET DES AMPLITUDES DE DEFORMATION TOTALE

Pour cette étude les deux amplitudes de déformation totale ainsi que les deux températures ont été choisies selon des critères d'intérêt pratique.

$\Delta\varepsilon_{t_1} = 0.63\ \%$; $T_1 = 560°C$

$\Delta\varepsilon_{t_2} = 0.74\ \%$; $T_2 = 610°C$

II – 4) ETUDE METALLURGIQUE

II-4.1.) Introduction

L'interprétation des phénomènes de fatigue oligocyclique et les solutions éventuelles qui peuvent être trouvées, en vue d'améliorer la longévité en service des pièces utilisées nécessite l'acquisition d'informations approfondies et précises, concernant le matériau à étudier.

Une telle étude nécessite préalablement de définir l'état microstructural du métal, son homogénéité ou son hétérogénéité, car toute hétérogénéité métallurgique peut modifier de façon sensible les mécanismes d'amorçage de fissure, c'est le cas des inclusions et des ségrégations favorisant les effets électrochimiques et mécaniques. Le rôle des inclusions métalliques doit également être considéré.

II-4.2.) Essais d'attaque chimique

II–4–2.1.) Essai BAUMANN

Ce réactif d'impression au sel d'argent et à l'acide sulfurique met en évidence l'hétérogénéité du matériau par la présence de sulfure de fer et de manganèse qui se traduit par un noircissement local du sel dans la couche sensible du papier photographique.

Résultats :

– L'acier NF 30 est caractérisé par une importante hétérogénéité, qui se traduit par la présence d'inclusions fines selon la figure 8. Cette hétérogénéité chimique laisse prévoir une structure secondaire ainsi qu'une macrodureté non uniforme.

– L'acier PM 20 comporte moins d'inclusions ; il est homogène, donc plus propre selon la figure 9.

II–4–2.2.) Essai d'attaque cuivrique

Ce réactif à l'acide chlorhydrique et au chlorure de cuivre met en évidence la structure primaire du matériau en creusant les axes dendritiques qui apparaissent en sombre sur la figure (10) alors que les zones interdentritiques ségrégées apparaissent en clair avec quelques points noirs traduisant la présence d'inclusions.

Résultats :

– Pour l'acier NF 30, les dendrites très marquées sont plus fines et orientées selon la figure (10).

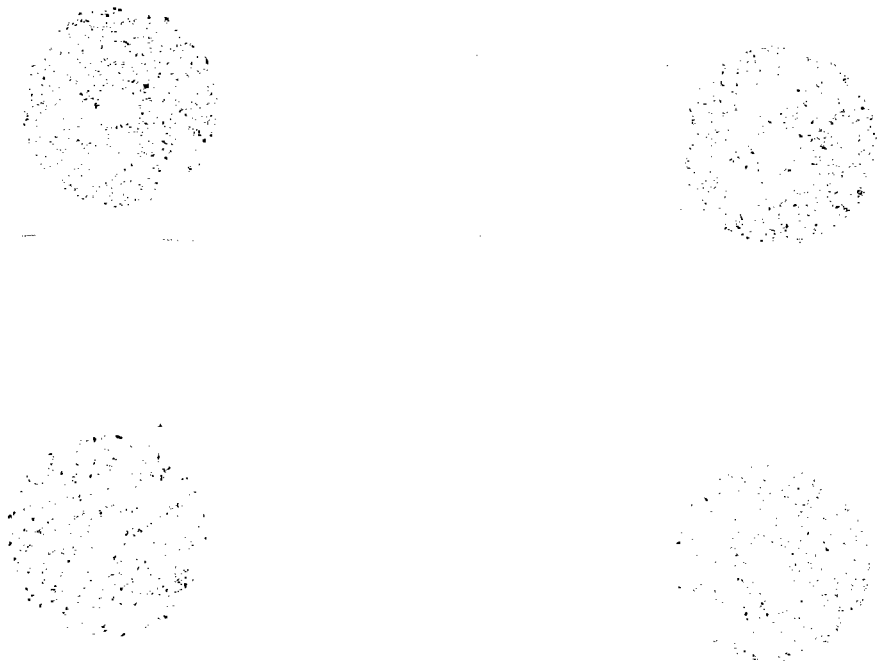


FIGURE 8 : Empreinte BAUMMAN relative à l'acier NF 30.

FIGURE 9 : Empreinte BAUMMAN relative à l'acier PM 20.

– Pour l'acier PM 20, on remarque une plus grande homogénéité.

II–4–2.3.) Essai d'attaque NITAL

Ce réactif laisse apparaître la structure secondaire du matériau.

– Pour l'acier NF 30, la partie aiguillée claire sur la figure (11) révèle la présence de bainite et la partie sombre la présence de sorbite (martensite revenue).

– Pour l'acier PM 20, nous remarquons une structure homogène, bainitique revenue, figure (12).

II-4.3) Essai de dureté

Le fait que les courbes de dureté de notre acier soient en dents de scie et, qui plus est, non symétriques (pas de centre de symétrie), montre l'hétérogénéité du métal, l'influence des endroits et le sens du prélèvement.

La figure (13) représente les variations de dureté relatives à l'acier NF 30 selon 2 prélèvements.

II-4.4.) Essai de grosseur de grain (attaque picrique-teepol)

Cet essai permet d'avoir une estimation de la grosseur de la taille des grains.

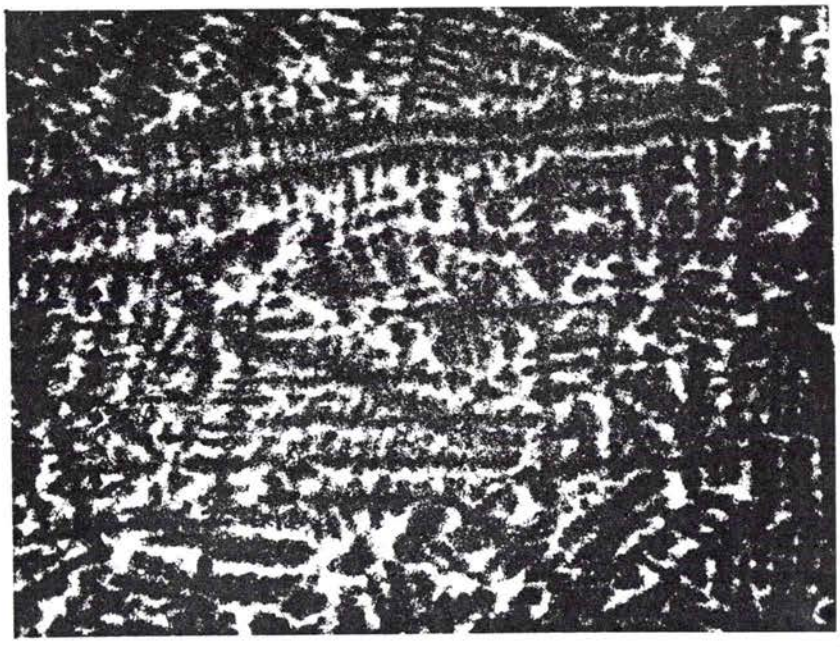


FIGURE 10 : Structure primaire relative à l'acier NF 30 (attaque cuivrique dans le sens travers de l'éprouvette), grossissement 8.2.

FIGURE 11 : Structure secondaire relative à l'acier NF 30 (attaque Nital dans le sens travers de l'éprouvette) grossissement 435.

FIGURE 12 : Structure primaire relative à l'acier PM 20 (attaque cuivrique dans le sens travers de l'éprouvette), grossissement 8.2.

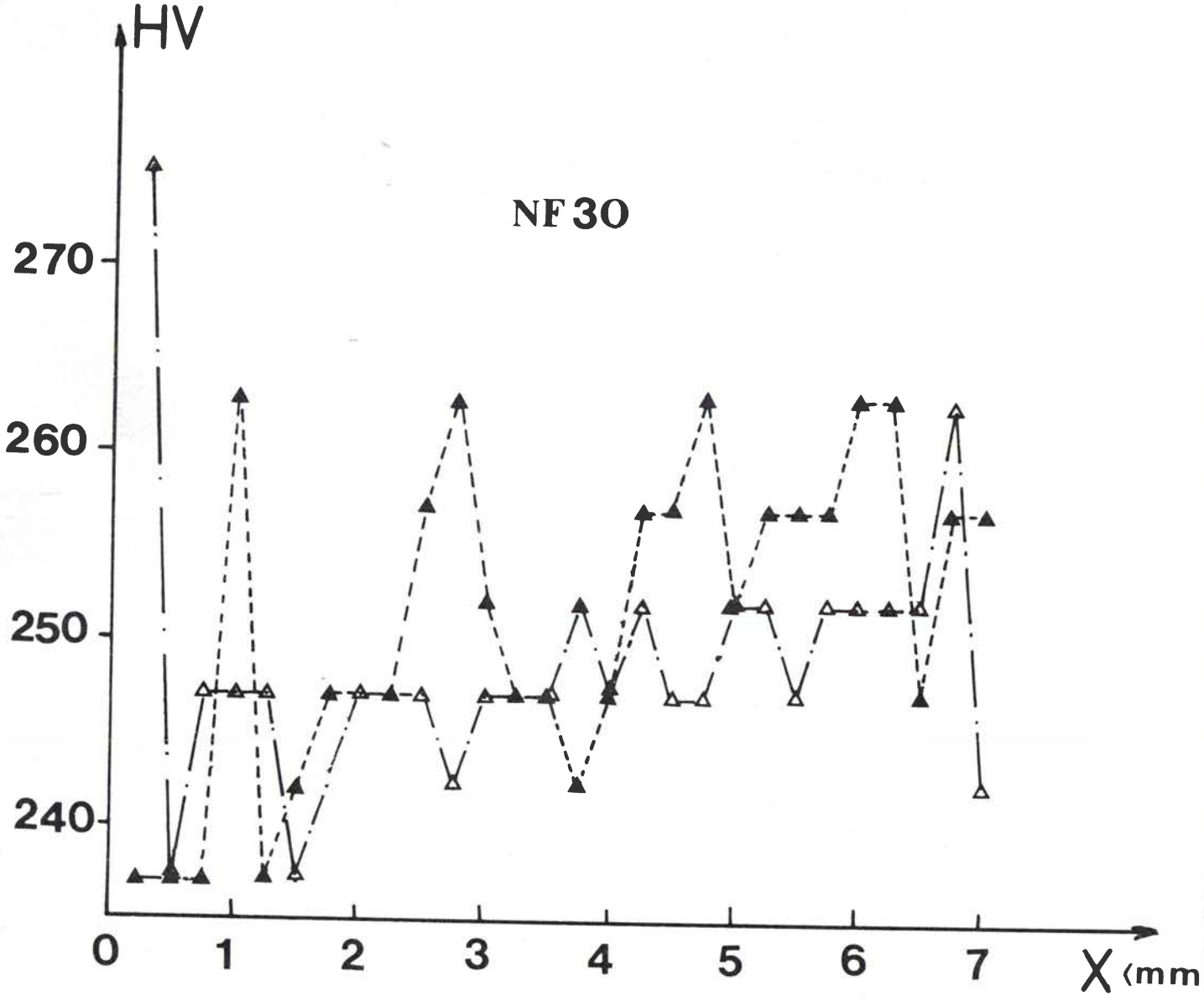


FIGURE 13 : Filiation de dureté HV 30.

Résultats :

– Pour l'acier NF 30, le diamètre moyen mesuré est de l'ordre de 37 μm. selon la figure (14).

– Pour l'acier PM 20, le diamètre moyen mesuré est de l'ordre de 18 μm. selon la figure (15).

FIGURE 14 : Grosseur du grain austenitique, relative à l'acier NF 30. Grossissement 420.

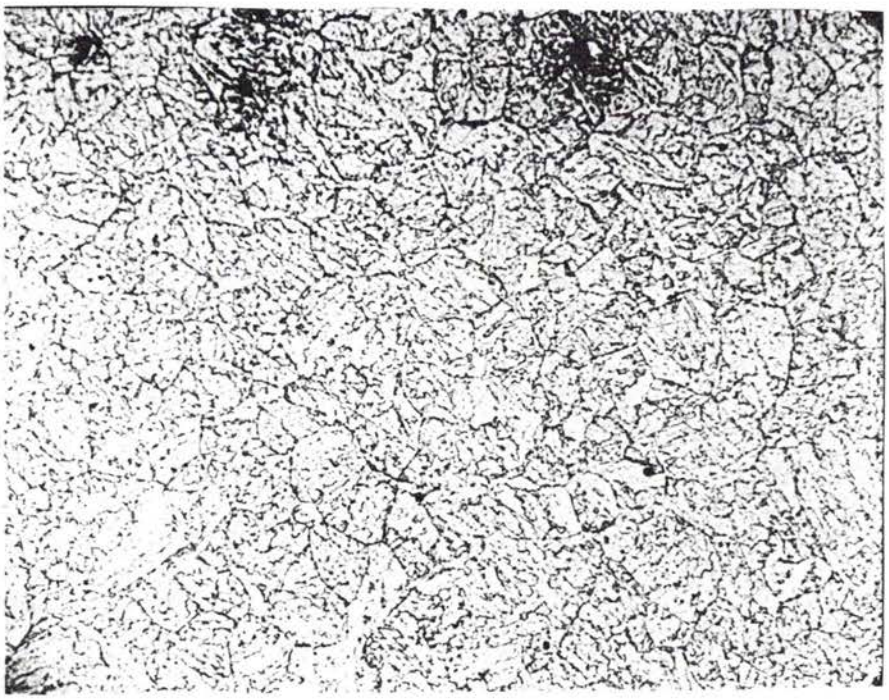


FIGURE 15 : Grosseur de grain relative à l'acier PM 20. Grossissement 420.

CHAPITRE III

Principaux modèles de la fonction d'endommagement et leurs applications

III – 1) INTRODUCTION : ESSAIS A UN OU PLUSIEURS NIVEAUX DE DEFORMATION

La prévision de la durée de vie des structures a toujours été au coeur des débats théoriques et expérimentaux.

Les chargements à amplitude de déformation constante appelés essais à un seul niveau de déformation représentent rarement les sollicitations rencontrées en service, où l'on est en général en présence de plusieurs niveaux d'amplitude de déformation.

Une approche expérimentale consiste à modéliser les sollicitations subies par une structure, par une éprouvette de fatigue, le spectre de chargement étant identique.

Ces essais à deux niveaux de déformation consistent à appliquer n_1 cycles au premier niveau à une amplitude de déformation totale $\Delta\varepsilon_{t_1}$, puis à poursuivre l'essai à un second niveau d'amplitude de déformation totale $\Delta\varepsilon_{t_2}$ jusqu'à rupture.

N_{R1} et N_{R2} sont le nombre de cycles à rupture correspondant successivement à $\Delta\varepsilon_{t_1}$ et $\Delta\varepsilon_{t_2}$, la température étant constante ou variable.

III – 2) LOI DE CUMULATION DE LA FONCTION D'ENDOMMAGEMENT SANS INTERACTION.

Lors d'un essai à deux niveaux successifs, le calcul de la fonction d'endommagement D_X^Y 1 provoqué par n_1 cycles à l'amplitude de déformation totale $\Delta\varepsilon_{t_1}$, permet de déterminer le nombre de cycles n_2 équivalent, correspondant

à l'amplitude de déformation totale $\Delta\varepsilon_{t_2}$ et qui provoque le même dommage.

Certains auteurs, tels MINER [1] CHABOCHE [18] , ont postulé que ce passage se fait à dommage constant et ont remarqué que la vitesse d'accumulation du dommage suit bien la courbe élémentaire du deuxième niveau.

La figure (16) décrite par J.L. CHABOCHE [18] illustre ce postulat.

Ce mode de passage permet de rendre compte des écarts par rapport à la loi de MINER [1].

III – 3) LOI DE CUMULATION DE LA FONCTION ENDOMMAGEMENT AVEC INTERACTION

J.L. CHABOCHE [18] H.T. CORTEN et DOLEN [24] ont remarqué que la vitesse d'accumulation du dommage à un second niveau était fonction du premier niveau subi par l'éprouvette. Ils constatent un ralentissement de la vitesse d'endommagement au second niveau, comme le montre la figure (17) décrite par J.L. CHABOCHE [18] .

– Exemple de loi d'endommagement avec interaction – loi de CORTEN et DOLEN [24] .

Cette loi prend en compte les effets de mémoire du matériau et la fonction d'endommagement due à n cycles d'amplitudes constante s'exprime par le relation suivante :

$$D_X^Y = r\, n^a \qquad (85)$$

où r est fonction de l'amplitude de contrainte, a est constante du matériau.

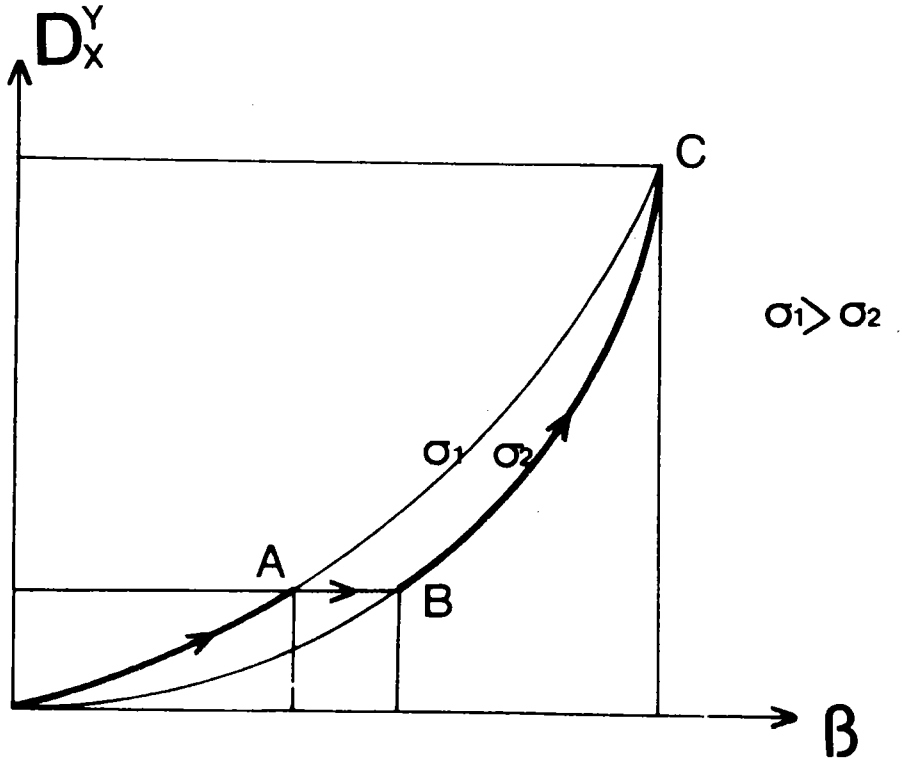


FIGURE 16 : Cumulation sans interaction [18]

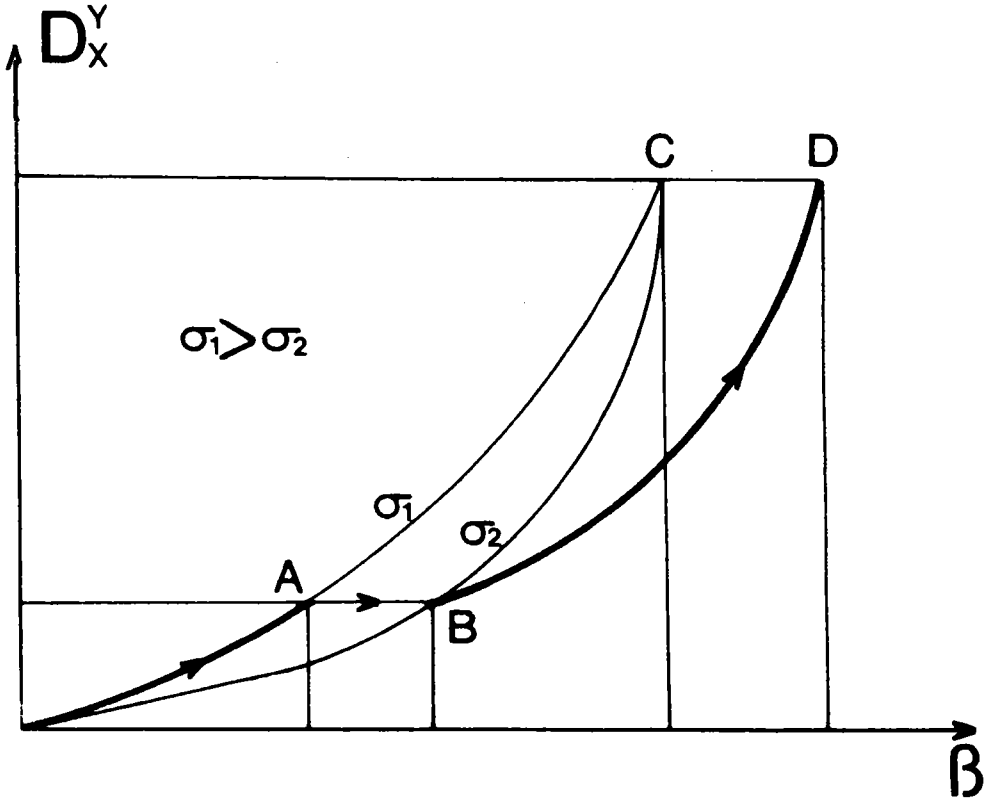


FIGURE 17 : Cumulation avec interaction [18]

– Lors d'un essai à deux niveau de contrainte σ_I et σ_2 , à la fin de la première sollicitation, la fonction endommagement D_X^Y s'exprime par :

$$D_X^Y{}_I = r_I \; n_I^a = n_{2I}^a \; r_2 \qquad (86)$$

où n_{2I} est le nombre de cycles équivalents au second niveau que provoque le même dommage.

$$n_{2I} = \left(\frac{r_I}{r_2}\right)^{\frac{I}{a}} \cdot n_I \qquad (87)$$

La durée de vie jusqu'à rupture à l'amplitude σ_2 est :

$$N_{R_2} = n_{2I} + n_2 \qquad (88)$$

soit

$$N_{R_2} = \left(\frac{r_I}{r_2}\right)^{\frac{I}{a}} \cdot n_I + n_2 \qquad (89)$$

– N_{R2} est déterminé à partir de la courbe de WOHLER.

– Les valeurs des constantes du matériau r_I et r_2 sont données à partir de différents essais à deux niveau par la relation suivante :

$$\frac{r_I}{r_2} = \left(\frac{\sigma_I}{\sigma_2}\right)^d \qquad (90)$$

où d est une constante du matériau.

La connaissance de toutes ces valeurs permet de déterminer le nombre de cycles n_2 au second niveau par la connaissance de la première sollicitation (n_I , σ_I).

La figure (18) représente l'interaction introduite par le premier chargement, par la modification des courbes : contrainte – nombre de cycles ($\sigma = f(N)$ au second niveau.

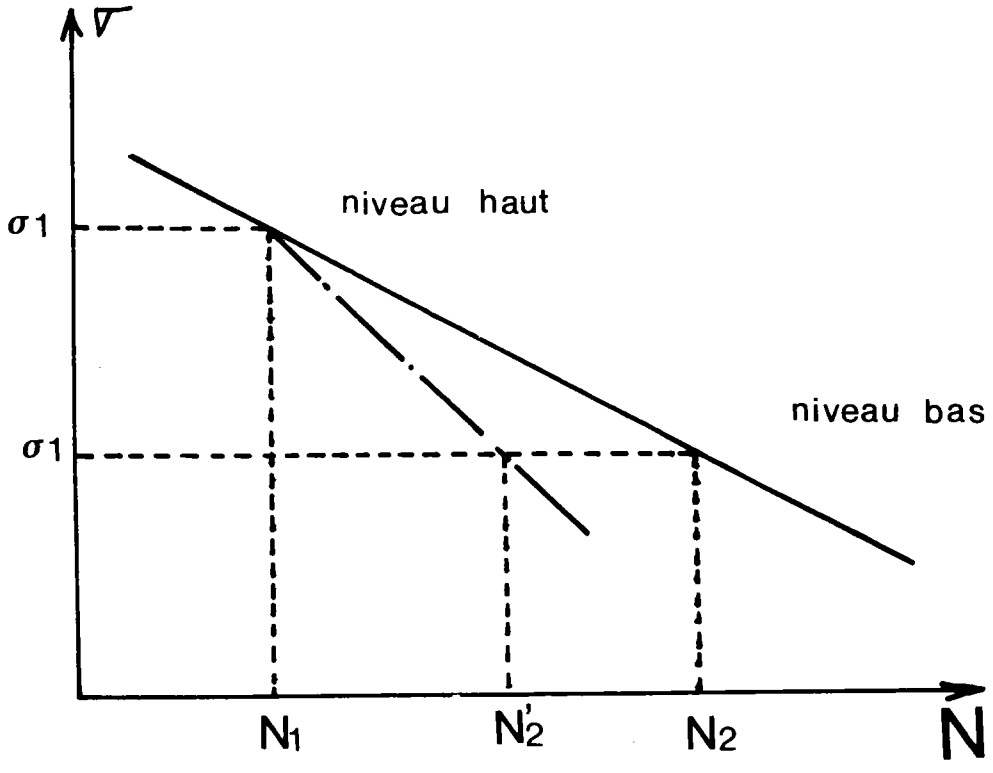


FIGURE 18 : Modèle de CORTEN-DOLAN [24]

III – 4) APPROCHE DE MINER

La plus ancienne et la plus courante fonction d'endommagement utilisée en fatigue oligocyclique est celle de MINER.

III-4.1.) Loi de MINER

MINER [1] suppose que la variation de la fonction endommagement est proportionnelle au nombre de cycles.

$$d\, D_X^Y = - K \; dN \tag{91}$$

Les conditions aux limites étant :

$D_X^Y = 0,\ N = 0$ état vierge

$D_X^Y = 1,\ N = N_R$ état de rupture.

– L'intégration de l'équation (91) entre 0 et 1 donne la constante K qui sera donc égale à $- \frac{1}{N_R}$

– L'intégration de l'équation (91) entre D_X^Y et $D_X^Y i$ donne :

$$D_X^Y i = \frac{N_i}{N_R} = \beta_i \tag{92}$$

β_i étant la durée de vie et représentant donc la propriété indicatrice de la fonction endommagement.

La figure (19) représente la fonction d'endommagement D_X^Y en fonction de la durée de vie.

Remarque : Lors d'un chargement à plusieurs niveau, D_X^Y sera :

$$D_X^Y = \sum D_X^Y i = \sum_{i=1}^{N_R} \frac{N_i}{N_{Ri}} \tag{93}$$

à rupture $\sum D_X^Y i = 1$

MANSON et Al [26] ont tiré une loi empirique de cumul du dommage qui rend compte de l'ordre d'application des niveaux de contraintes sur la durée de vie en fatigue et ils ont proposé que :

– si on passe d'un niveau haut de chargement à un autre niveau plus bas :

$$\sum_{i=1}^{N_R} \frac{N_i}{N_{Ri}} < 1 \qquad (94)$$

– si on passe d'un niveau bas de chargement à un autre niveau plus haut

$$\sum_{i=1}^{N_R} \frac{N_i}{N_{Ri}} > 1 \qquad (95)$$

III-4.2.) Discussion

L'application de la loi de MINER pose cependant quelques problèmes dont nous citons les principaux :

– L'effet du couplage entre le niveau de contrainte et l'évolution du dommage n'est pas du tout mis en évidence par cette équation. Un niveau de contrainte élevé entraîne un endommagement plus important de la structure.

– L'adaptation du matériau aux chargements à deux niveauxn'est pas traduit. La courbe du dommage, étant non unique, indique l'importance de l'ordre d'application des chargements sur la sommation des fractions de vie selon MANSON [26] .

Pour des niveaux de chargements décroissants, l'endommagement n'apparaît qu'à une importante amplitude de contrainte et de fraction de vie au premier niveau.

a) – dans le cas de faibles surcharges dont la durée de vie d'application est limitée, on observe une amélioration de la durée de vie du matériau selon KOMMERS [27] et on ne peut parler d'endommagement que lorsque la fraction de vie β au premier niveau est supérieure à 0.1

b) – Dans le cas de niveau de chargement croissant, le matériau s'adapte à la sollicitation et l'effet de chargement est bénéfique ($\beta > 1$).

CORDIER [28] constate que si le temps de maintien de la première sollicitation est assez long, la fraction de vie β est supérieure à l'unité ; sinon, elle sera inférieure. Cela provient du fait qu'au moment du passage au deuxième niveau de sollicitation, même si aucun endommagement ne s'est produit dans la structure, l'écrouissage des cristaux est assez important pour conduire à l'endommagement brutal si on augmente l'amplitude de déformation.

– Pour des contraintes moyennes constantes (mais différentes), E. GASSNER, W. SCUTZ [29] montrent une variation du dommage cumulé allant de 0.25 à 7, ce dommage étant calculé à partir de la loi de MINER. Par conséquent, si la durée de vie en fatigue telle qu'elle ressort des essais, est similaire à la durée de vie en service, la durée de vie calculée par MINER se situerait entre 0.15 et 4 fois la durée de vie en service selon la figure (20).

Nous avons appliqué à nos résultats expérimentaux la loi de MINER afin de déterminer la somme des facteurs d'usages obtenus pour chaque essai :

$$\sum_{i=1}^{N_R} \frac{N_i}{N_{Ri}} = 1$$

Dans le tableau IV, nous avons présenté les différentes valeurs expérimentales

et le pourcentage d'écart par rapport à la règle de MINER.

Une constatation sera faite d'après ce tableau I. L'hypothèse avancée par MANSON et AL [26] est mise en défaut. La durée de vie β est toujours supérieure à l'unité quelque soit le sens du chargement.

Dans le cas de chargement niveau haut de déformation suivi d'un niveau bas de déformation, deux explications peuvent être citées :

a) – Les essais expérimentaux sont exécutés à de faible surcharge : la contrainte maximale correspondant à l'essai a une amplitude de déformation totale $\Delta\varepsilon_t = 0.74$ % et une température T = 560°C.

b) – La durée d'application de cette surcharge est limitée dans le temps et se fait à de faibles durées de vie : 0.079, 0.09, 0.096 correspondant à 100 cycles.

Dans le cas de niveau de chargement croissant, les essais expérimentaux sont en accord avec MANSON et AL [26] , la fraction de vie est supérieure à l'unité.

III-4.3.) Conclusion

Ces remarques avancées par MANSON et AL [26] , CORDIER [28] , KOMMERS [27] , GASSNER [29] et nous-mêmes sont contradictoires et prouvent que chaque matériau a un comportement différent. Vouloir tirer une loi tenant compte de l'ordre d'application des chargements paraît délicat.

Néanmoins, nous pensons que l'établissement d'une telle loi doit tenir compte :

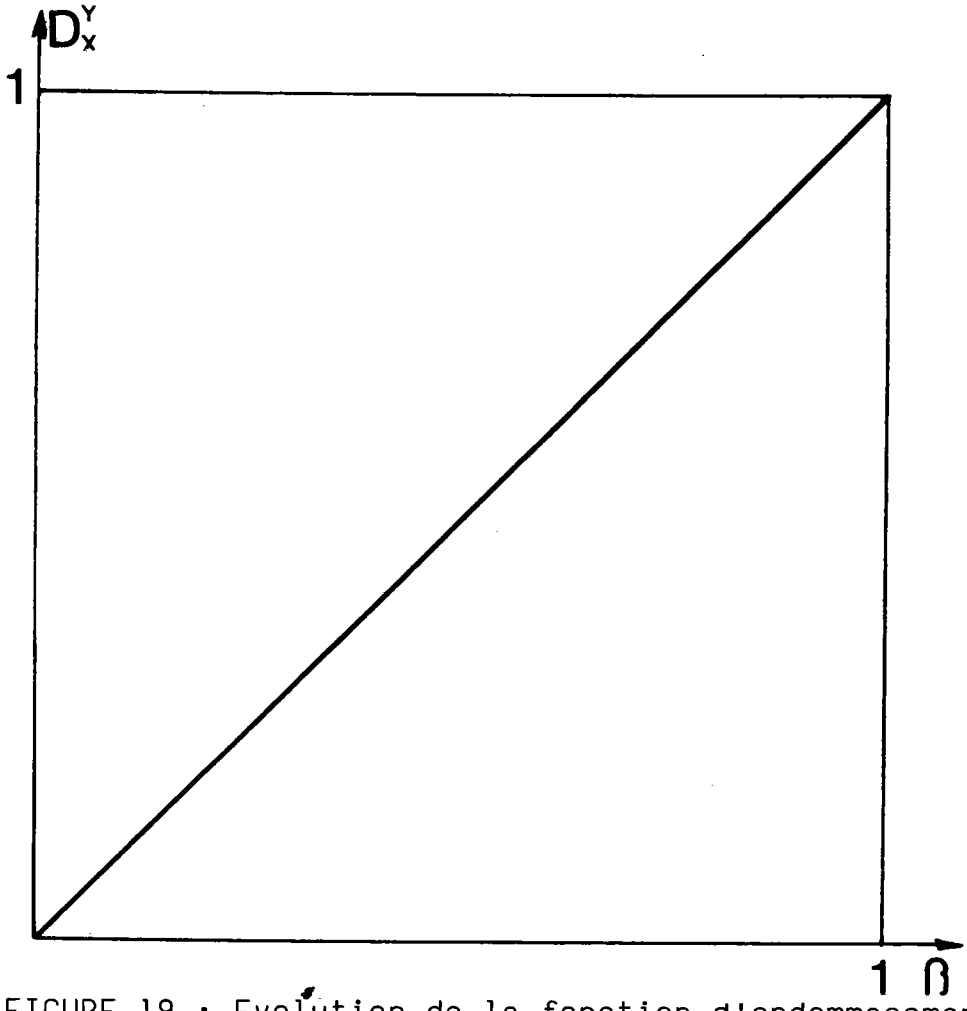


FIGURE 19 : Evolution de la fonction d'endommagement selon MINER

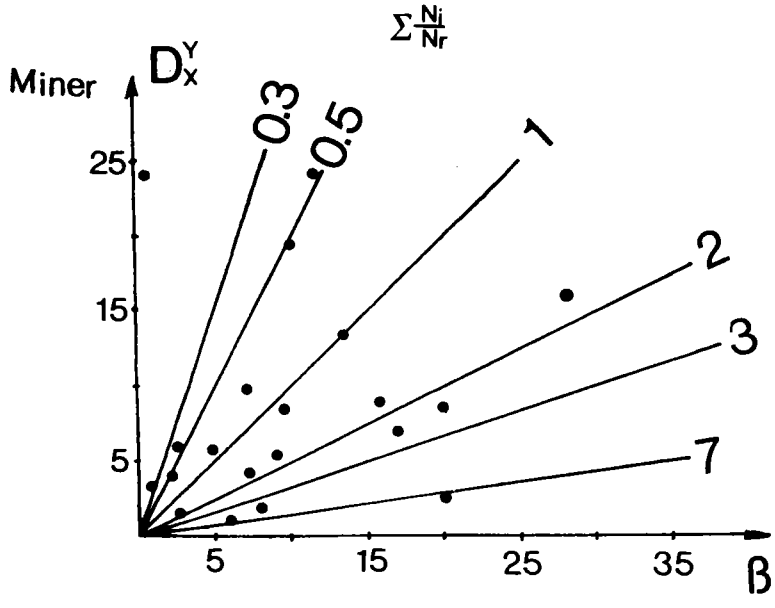


FIGURE 20 : Prévision de la durée de vie selon la loi de MINER.

Tableau IV

Acier NF 30

$T° - \Delta\varepsilon_t$ %	Nombre de cycles à rupture N_R		% d'écart
	$\sum \frac{N_i}{N_{Ri}} = 1$ (MINER)	Résultats expérimentaux	
$T_1 = 560° - \Delta\varepsilon t_1 = 0.63$ % $T_2 = 610° - \Delta\varepsilon t_2 = 0.63$ %	1 270	1 650	23,03
$T_1 = 560° - \Delta\varepsilon t_1 = 0.63$ % $T_2 = 560° - \Delta\varepsilon t_2 = 0.74$ %	1 121	1 200	6,59
$T_1 = 560° - \Delta\varepsilon t_1 = 0.63$ % $T_2 = 610° - \Delta\varepsilon t_2 = 0.74$ %	1 065	1 120	4,91
$T_1 = 610° - \Delta\varepsilon t_1 = 0.63$ % $T_2 = 560° - \Delta\varepsilon t_2 = 0.63$ %	1 388	1 700	18,35
$T_1 = 610° - \Delta\varepsilon t_1 = 0.74$ % $T_2 = 560° - \Delta\varepsilon t_2 = 0.63$ %	1 365	1 900	28,16

– du type de matériau,

– de contraintes appliquées,

– du temps de maintien de ces contraintes.

III – 5) APPROCHE DE J.L. CHABOCHE

J.L. CHABOCHE [30] considère que la fonction d'endommagement correspond à une évolution des microfissures, qu'elle est fonction de la déformation plastique traduite par la relation (4) et que les courbes d'évolution de cette fonction d'endommagement sont fortement non linéaires et dépendantes des contraintes appliquées.

III-5.1.) Hypothèses et Equations

Deux hypothèses sont posées :

a) – l'existence d'une loi cyclique permettant de relier les paramètres mécaniques aux cycles stabilisés, les deux relations de MANSON–COFFIN [25] sont utilisées pour calculer la durée de vie de la structure.

$$\Delta\sigma = C \quad N_R^{-\frac{1}{\gamma}} \tag{96}$$

$$\Delta\varepsilon_{po} = B \quad N_R^{-\frac{1}{b}} \tag{97}$$

D'où

$$\Delta\varepsilon_{po} = \left(\frac{\Delta\sigma}{K_c}\right)^{m_c} \tag{98}$$

N_R est le nombre de cycles à rupture, $\Delta\sigma$, $\Delta\varepsilon_{po}$ sont respectivement les amplitudes de contraintes, de déformation plastique au cycle stabilisé et enfin K_C , m_c , des constantes du matériau.

b) – La seconde hypothèse consiste à prendre non pas l'amplitude de la contrainte apparente $\Delta\sigma$ mais la contrainte effective $\Delta\sigma_{eff}$.

Cette amplitude de contrainte effective évolue au cours du processus d'endommagement à travers la relation :

$$\Delta\sigma_{eff} = \frac{\Delta\sigma}{1 - D^{\mu f}_{\varepsilon_p}} \qquad (99)$$

Les dégâts associés à cette fonction d'endommagement correspondent à des microfissures transcristallines, d'après CHABOCHE [30] et ne deviennent sensibles qu'assez tardivement dans la vie de l'élément de volume.

Le terme $(1 - D^{Y}_{X})$ correspond au rapport de la section résistante à la section nominale, ce qui donne :

$$(1 - D^{\mu f}_{\varepsilon_p}) = \frac{S_n}{S_o} \qquad (100)$$

Lorsque la déformation plastique est mesurée tout au long de l'essai, une relation entre l'amplitude de déformation plastique et l'amplitude de contrainte effective a été proposée :

$$\Delta\varepsilon_p = \left(\frac{\Delta\sigma_{eff}}{K_c}\right)^{m_c} = \left[\frac{\Delta\sigma}{K_c\,(1 - D^{\mu f}_{\varepsilon_p})}\right]^{mc} \qquad (101)$$

Les relations (98) et (101) donnent :

$$D^{\mu f}_{\varepsilon_p} = 1 - \left(\frac{\Delta\varepsilon_{po}}{\Delta\varepsilon_{pi}}\right)^{\frac{1}{m_c}} \qquad (102)$$

où $\quad m_c = \frac{\gamma}{b}$

Cette méthode a été utilisée pour l'alliage IN100 à température ambiante figure (21).

Deux remarques peuvent être faites :

a) – La fonction d'endommagement reportée en fonction de la durée de vie est fortement non linéaire.

b) – La fonction d'endommagement dépend de l'amplitude du chargement, ce qui montre son non–unicité :

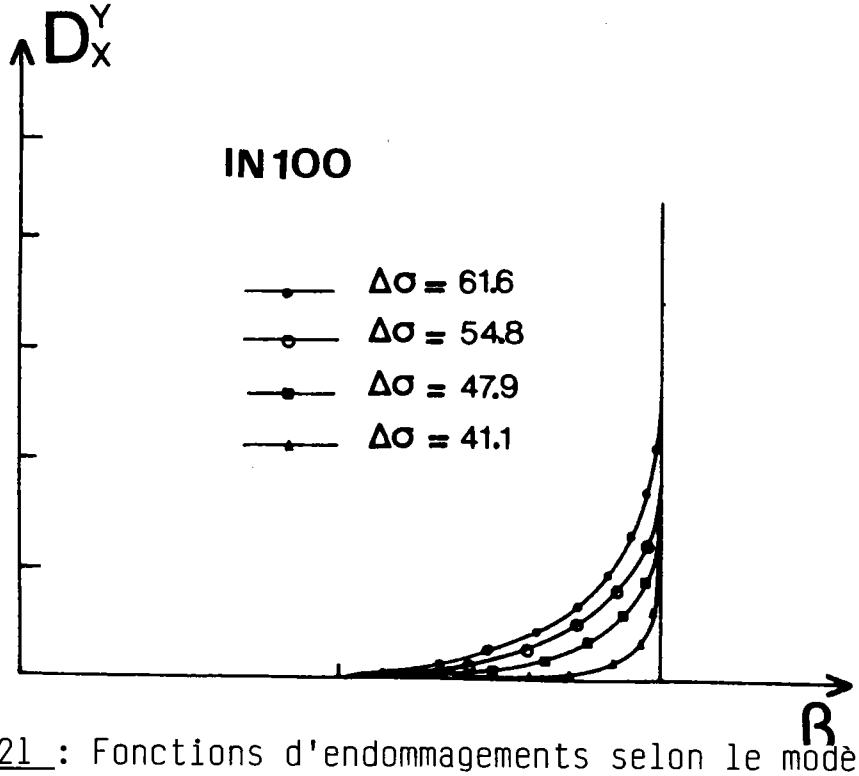


FIGURE 21 : Fonctions d'endommagements selon le modèle CHABOCHE

La figure (21) trace l'évolution de la fonction d'endommagement pour chargements différents.

III-5.2.) Résultats

Deux amplitudes de déformations totales imposées $\Delta\varepsilon t_I = 0{,}63$ % à une température

de 560°C et $\Delta\varepsilon t_2 = 0{,}74\%$ à une température de 610°C ont été appliquées. La constante m_c est donnée pour les deux températures dans le tableau suivant :

T°C	m_c
560	4.13
610	6.26

La figure (22) représente l'évolution de la fonction d'endommagement en fonction de la durée de vie pour l'acier NF 30.

III 5.3.) Modèle

En déduction des remarques précédentes, CHABOCHE [18] propose un modèle d'endommagement différentiel satisfaisant aux conditions aux limites observées sur les courbes tracées à partir de la relation (4)

Les deux conditions sont les suivantes :

$$D^{\mu}_{\varepsilon_p} \text{ fissures} = 0 \quad \text{(condition du non chargement du matériau)} \quad \frac{dD^{\mu f}_{\varepsilon_p}}{dN} = 0$$

$$D^{\mu}_{\varepsilon_p} \text{ fissure} = 1 \quad \text{(rupture du matériau)} = \frac{d\,D^{f}_{\varepsilon_p}}{d\,N} = \infty$$

et le modèle proposé s'écrit :

$$d\,D^{\mu f}_{\varepsilon_p} = \left(1 - \left(1 - D^{\mu f}_{\varepsilon p} \right)^{\beta + 1} \right]^{\alpha(\sigma M, \bar{\sigma})} \cdot \left[\frac{\sigma M - \bar{\sigma}}{M(\bar{\sigma})\,(1 - D^{\mu f}_{\varepsilon_p})} \right]^{\beta} \qquad (103)$$

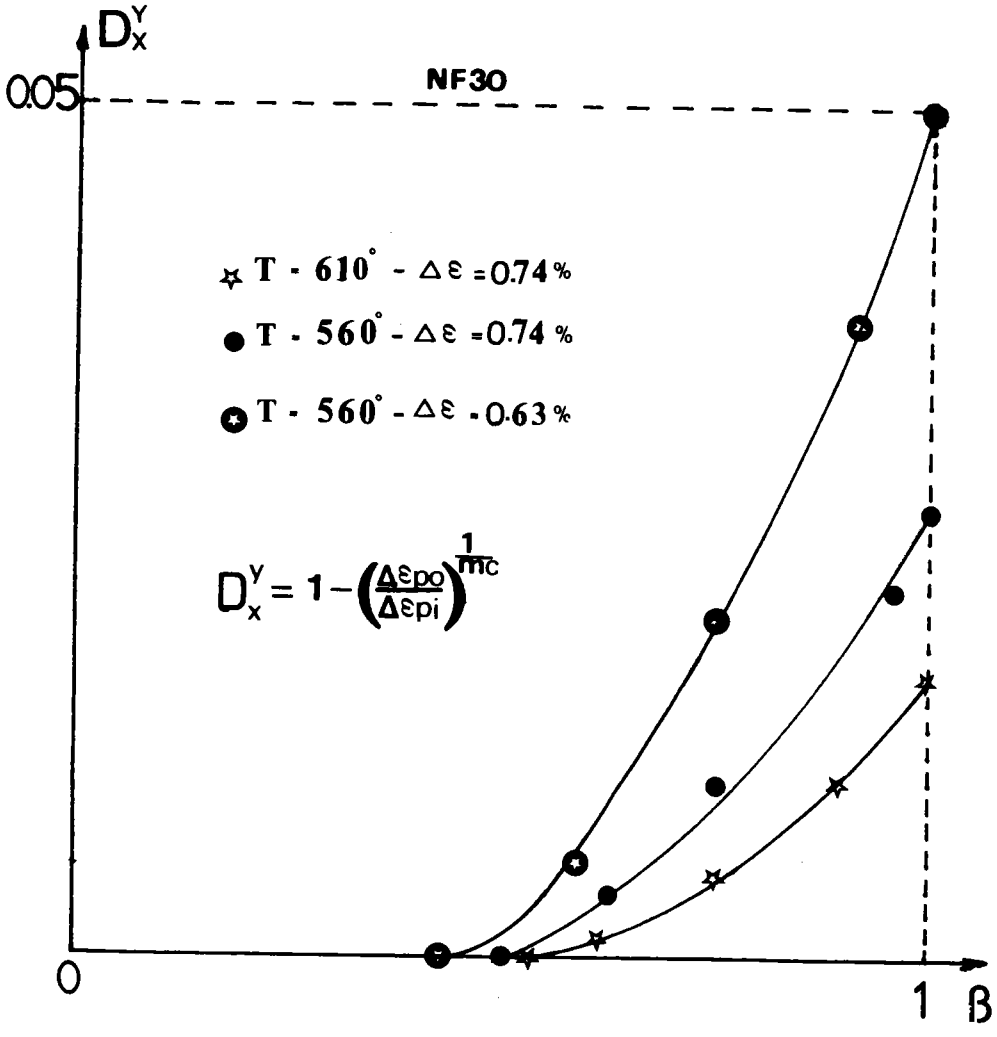


FIGURE 22 : Fonctions d'endommagements expérimentales selon le modèle de CHABOCHE [30]

σ_M : contrainte maximale déduite à partir de la courbe de WOHLER

$\bar{\sigma}$: contrainte moyenne = $\dfrac{\sigma_{max} + \sigma_{min}}{2}$

β : exposant positif dépendant de la température

α : exposant fonction de l'amplitude de contrainte nominale, à valeurs comprises entre o et 1 ; il indique la non–unicité de la fonction d'endommagement

M : coefficient constant pour une histoire de chargement donnée ; il dépend de la contrainte moyenne et prend la forme :

$$M(\bar{\sigma}) = M_o (1 - b\bar{\sigma}) \qquad (104)$$

avec b, constante à déterminer.

On intègre cette équation entre $D^{\mu f}_{\varepsilon_p} = o$ et $D^{\mu f}_{\varepsilon_p} = 1$

Posons :

$$u = (1 - D^{\mu f}_{\varepsilon_p})^{\beta + 1} \qquad du = -(\beta + 1)\,(1 - D^{\mu f}_{\varepsilon_p})^{\beta}\, dD$$

Ce qui nous donne :

$$-\frac{du}{(\beta + 1)} = (1 - u)^{\alpha} \cdot \left[\frac{\sigma_M - \bar{\sigma}}{M(\bar{\sigma})}\right]^{\beta} dN$$

ou

$$-\frac{du}{(1 - u)^{\alpha}} = (\beta + 1) \cdot \left[\frac{\sigma_M - \bar{\sigma}}{M(\bar{\sigma})}\right]^{\beta} dN$$

D'où

$$\frac{(1 - u)^{-\alpha + 1}}{(1 - \alpha)} = (\beta + 1) \left[\frac{\sigma_M - \bar{\sigma}}{M(\bar{\sigma})}\right]^{\beta} N$$

ce qui donne : $N = \dfrac{(1-u)^{1-\alpha}}{(1-\alpha)(\beta+1)} \cdot \left[\dfrac{\sigma_M - \bar{\sigma}}{M(\bar{\sigma})}\right]^{-\beta}$ (105)

Remplaçons u par sa valeur $u = (1-D)^{\beta+1}$

D'où $N = \dfrac{\left[(1-(1-D^{\mu f}_{\varepsilon_p})^{\beta+1}\right]^{1-\alpha} \cdot \left[\dfrac{\sigma_M - \bar{\sigma}}{M(\bar{\sigma})}\right]^{-\beta}}{(1-\alpha)(1+\beta)}$ (106)

entre $D^{\mu f}_{\varepsilon_p} = 0 \quad N = 0$

$D^{\mu f}_{\varepsilon_p} = 1 \quad N = N_R$

on obtient : $N_R = \dfrac{1}{(1-\alpha)(1+\beta)} \cdot \left[\dfrac{\sigma_M - \bar{\sigma}}{M(\bar{\sigma})}\right]^{-\beta}$ (107)

L'intégration de l'équation (103) entre $D^{\mu f}_{\varepsilon_p} = 0$ et $D^{\mu f}_{\varepsilon_p}$ ou seulement le rapport des équations (106) et (107) donne :

$$D^{\mu f}_{\varepsilon_p} = 1 - \left[1 - \left(\frac{N}{N_R}\right)^{\frac{1}{1-\alpha}}\right]^{\frac{1}{\beta+1}} \qquad (108)$$

Nous pouvons constater que la fonction d'endommagement est non linéaire.

III-5.4.) Méthode d'identification

III-5-4.1.) Les coefficients β, M , b et les valeurs discrètes de α (σ_m , $\bar{\sigma}$) peuvent être déterminés par identification avec les résultats

des essais de fatigue. Une méthode simplifiée, sans mesure de dommage peut être définie si l'on admet que la fonction α est de la forme :

$$\alpha\,(\sigma_m\,,\,\bar{\sigma}) = 1 - a < \frac{\sigma_M - \sigma_l^*}{\sigma_u - \sigma_M} > \qquad (109)$$

où σ^*_l est la limite d'endurance exprimée en contrainte moyenne.

$$\text{avec} \quad \sigma_l^*\,(\bar{\sigma}) = \sigma_l\,(0) + [\,1 - b\,\sigma_l\,(0)\,]\,.\,\bar{\sigma} \qquad (110)$$

σ_u est la contrainte ultime de rupture en un cycle vers laquelle tend la courbe cyclique si $N \longrightarrow 1$.

Le coefficient β qui règle la pente de la courbe de WOHLER est déterminé en comparant les équations (107) et (109).

La courbe est ensuite ajustée par les valeurs de a et de M ; en l'absence de mesure, le paramètre a sera choisi de la manière suivante :

$$0.05 < a < 0.25$$

III-5-4.2.) Les différentes contraintes σ_M , σ_l , σ_u sont déterminées expérimentalement en traçant la courbe de WOHLER qui relie le nombre des cycles à rupture au niveau de contrainte appliqué.

III-5.5.) *Résultats*

Le tableau V indique les différentes valeurs trouvées :

Tableau V

Matériau	T°C	σ_l (MPA)	σ_u (MPA)	a	β	M_o $(MPA)^{-1}$
NF 30	560	245	945	0.15	2.5	4 349
	610	207	799			
IN 100 (28)	700	300	950	0.12	2.6	4 750

Après ajustement de la courbe de WOHLER par les différents coefficients (α, β, M) le tableau VI peut être dressé pour l'acier NF 30.

Tableau VI

Acier NF 30

T°C	$\Delta\varepsilon_t$ %	N_R exp	N_R th
560	0.63	1 400	1 370
560	0.74	1 100	1 099
610	0.63	1 260	1 234
610	0.74	1 040	902

La figure (23) trace l'évolution de la fonction d'endommagement pour deux chargements différents.

III-5.6.) Essais à deux niveaux

Pour les essais à deux niveaux de contrainte $\Delta\sigma_1$ et $\Delta\sigma_2$, il est possible de prévoir la durée de vie au second niveau, connaissant le nombre de cycles appliqué au premier niveau.

Dans ce cas, le paramètre α introduit dans l'équation (99) dépendra de la nature du chargement.

soit $\alpha_1 = \alpha\ (\Delta\sigma_1)$

et $\alpha_2 = \alpha\ (\Delta\sigma_2)$

Le nombre de cycles au deuxième niveau est donné par la relation suivante :

$$\frac{N_2}{N_{R2}} = 1 - \left(\frac{N_1}{N_{R1}}\right)^{\frac{1-\alpha_2}{1-\alpha_1}} \qquad (111)$$

Démonstration :

Le rapport des équations (106) et (107) au premier niveau donne :

$$\frac{N_1}{N_{R1}} = \left[\ 1 - \left(1 - D_X^Y\right)^{\beta+1}\ \right]^{1-\alpha_1} \qquad \text{avec } x = \varepsilon_p$$

$y = \mu$ fissure

$D_X^Y{}_1$ = fonction d'endommagement au premier niveau,

d'où $$\left(\frac{N_1}{N_{R2}}\right)^{\frac{1}{1-\alpha_1}} = 1 - \left(1 - D_X^Y{}_1\right)^{\beta+1}$$

Pour déduire le nombre de cycles restant au deuxième niveau, quelques remarques sont nécessaires :

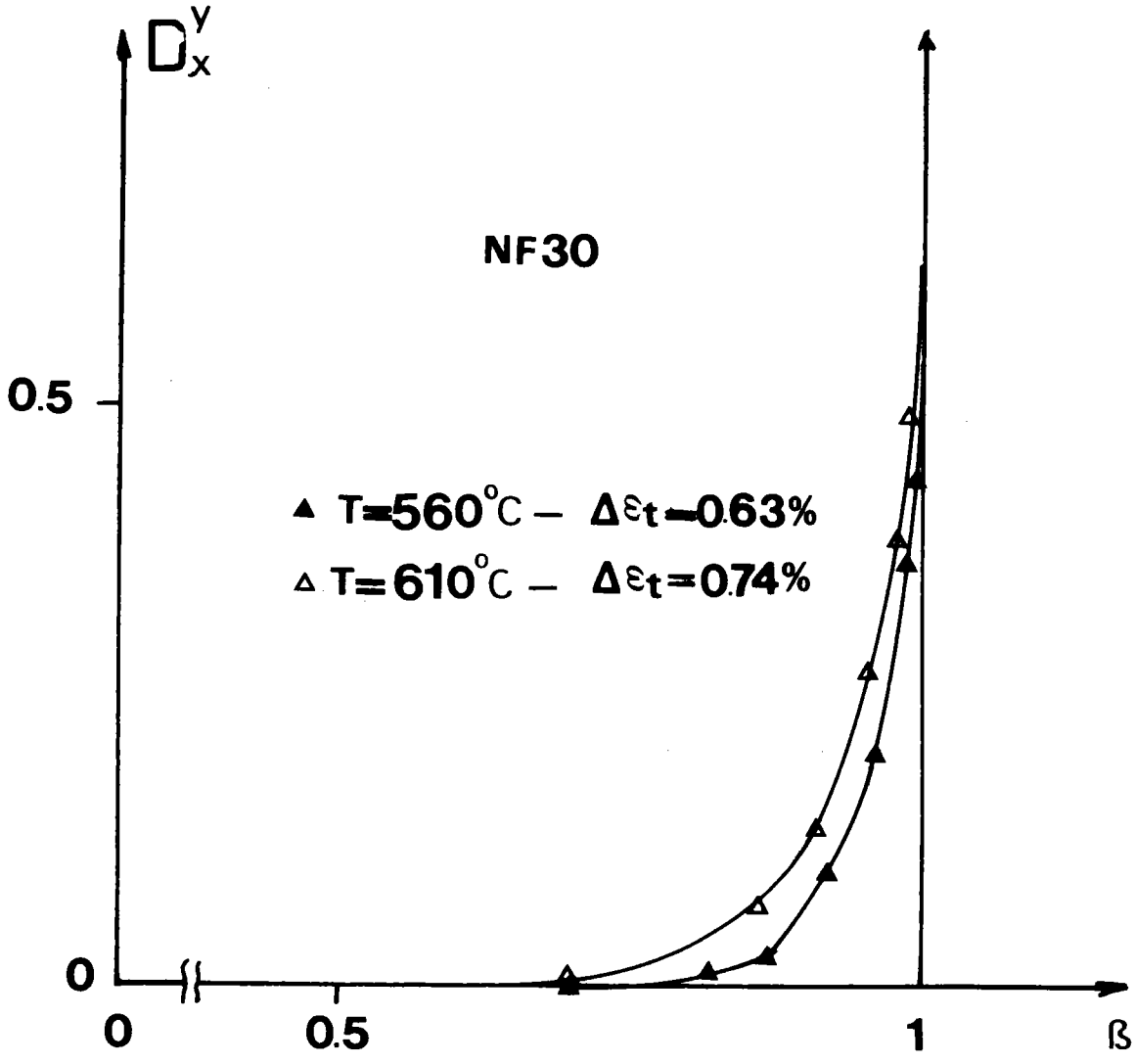


FIGURE 23 : Fonction d'endommagement expérimentales selon le modèle de CHABOCHE [18]

– Le passage d'une courbe d'amplitude de contrainte $\Delta\sigma_1$ et de durée de vie β_1 à une autre courbe ($\Delta\sigma_2$, β_2) se réalise à dommage constant.

Deux cas se présentent :

a) – Si on ne considère pas l'interaction du premier niveau sur le second, figure (16) on suit alors intégralement la courbe au second niveau ;

b) – S'il y a existence d'interaction du premier niveau sur le second, on constate un ralentissement de la fonction d'endommagement au second niveau figure (17)

Donc le nombre de cycles restant au deuxième niveau s'écrit :

$$\frac{N_2}{N_{R2}} = 1 - \left[1 - (1 - D_X^Y{}_2)^{\beta + 1} \right]^{1-\alpha_2}$$

Mais au passage de la courbe $\Delta\sigma_1$ a $\Delta\sigma_2$ on a $D_X^Y{}_1 = D_X^Y{}_2$

ce qui donne : $$\frac{N_2}{N_{R2}} = 1 - \left(\frac{N_1}{N_{R1}}\right)^{\frac{1-\alpha_2}{1-\alpha_1}}$$

qui peut également s'écrire :

$$\frac{N_2}{N_{R2}} = 1 - \left(\frac{N_1}{N_{R1}}\right)^{P}$$

où l'exposant P dépend du niveau de contrainte considéré par

$$P = \frac{1-\alpha_2}{1-\alpha_1} = \frac{N_{R1}}{N_{R2}} \cdot \left[\frac{1-b\bar{\sigma}_2}{1-b\bar{\sigma}_1} \cdot \left(\frac{\sigma_{M1} - \bar{\sigma}_1}{\sigma_{M2} - \bar{\sigma}_2}\right)^{\beta} \right]$$

(112)

si P = 1, on retrouve la loi de MINER

et si $\overline{\sigma} = 0$, chargement uniaxial symétrique, on trouve :

$$P = \frac{N_{R1}}{N_{R2}} \cdot \left(\frac{\sigma_{M1}}{\sigma_{M2}} \right)^{\beta} \qquad (113)$$

dont l'intérêt est de montrer que P est calculable à partir d'une courbe de WOHLER. Notons que P est inférieur à l'unité si $\Delta\sigma_1$ est inférieur à $\Delta\sigma_2$ et vice-versa.

III-5.7.) Résultats

Les résultats obtenus, relatifs à l'acier NF 30 sont représentés dans le tableau VII

Tableau VII — Acier NF 30

T°C — $\Delta\varepsilon_t$ %	Modèle utilisé		
	CHABOCHE sans interaction	MINER	Expérience
$T_1 = 560° - \Delta\varepsilon t_1 = 0.63$ % $T_2 = 610° - \Delta\varepsilon t_2 = 0.63$ %	1 323	1 270	1 650
$T_1 = 560° - \Delta\varepsilon t_1 = 0.63$ % $T_2 = 560° - \Delta\varepsilon t_2 = 0.74$ %	1 144	1 121	1 390
$T_1 = 560° - \Delta\varepsilon t_1 = 0.63$ % $T_2 = 610° - \Delta\varepsilon t_2 = 0.74$ %	1 124	1 065	1 120
$T_1 = 610° - \Delta\varepsilon t_1 = 0.63$ % $T_2 = 560° - \Delta\varepsilon t_2 = 0.63$ %	1 289	1 388	1 700
$T_1 = 610° - \Delta\varepsilon t_1 = 0.74$ % $T_2 = 560° - \Delta\varepsilon t_2 = 0.63$ %	1 179	1 365	1 900

III-5-8.) Discussion

III–5–8.1.) D'après l'équation de la fonction d'endommagement :

$$D^{\mu f}_{\varepsilon_p} = 1 - \left(\frac{\Delta \varepsilon_{po}}{\Delta \varepsilon_{pi}} \right)^{1/m_c}$$

et son application à notre acier, on constate que le modèle CHABOCHE :

– Ne tient compte du dommage qu'à partir du cycle stabilisé ; toutes les sollicitations mécaniques ou thermiques appliquées au début de la durée de vie n'interviennent pas dans son modèle.

– Le sens physique d'application des chargements est inversé. Une sollicitation d'amplitude de déformation totale $\Delta\varepsilon_t$ % = 0.63 et de température T = 560°C produit plus de dommage qu'une amplitude de déformation totale $\Delta\varepsilon_t$ % = 0.74 et de température T = 610°C selon la figure (22), ce qui est paradoxal.

Pour qu'il y ait un sens physique, il faut que le rapport de l'amplitude de la déformation plastique au cycle i soit beaucoup plus importante que l'amplitude de la déformation plastique au cycle stabilisé ce qui n'est pas le cas pour notre acier.

– A rupture, la fonction d'endommagement D^Y_X n'atteint jamais la valeur 1. Cela est dû aux valeurs assez proches entre l'amplitude de la déformation plastique au cycle stabilisé et l'amplitude plastique à rupture.

– D'après ce deuxième modèle de CHABOCHE, une contrainte σ_1 supérieure à une autre σ_2 entraîne plus d'endommagement.

– Pour un chargement bas–haut, les valeurs calculées suivant ce modèle sont légèrement supérieures à celles de la loi de MINER.

– Pour un chargement haut–bas, les résultats calculés sont supérieurs à la loi de MINER et l'écart est important comparé aux résultats expérimentaux. Ce phénomène est dû au faible nombre de cycles du premier niveau (dans notre cas 100 cycles) car ce modèle ne permet pas la prise en compte de l'effet bénéfique des petits cycles.

III – 6) MODELE DE T.H. ERISMANN

III-6.1.) Hypothèse

ERISMANN [13] postule qu'à chaque instant de la vie d'un matériau, un accroissement du spectre de chargement (σ_{ai}, Δ_{ni}) peut être remplacé par un quelconque autre accroissement (σ_{aj}, Δ_{nj}) sans affecter la durée de vie du matériau si :

$$\frac{\Delta n_i}{N_i} = \frac{\Delta n_j}{N_j} \qquad (114)$$

N_i , N_j : nombre de cycles à rupture,

ΔN_i , ΔN_j : nombre de cycles au cycle i, j

Le "dommage physique" étant une configuration entière de certains paramètres significatifs, le mécanisme d'accumulation de dommage, en accord avec l'équation (114) doit suivre deux postulats fondamentaux.

III-6.2.) Postulat de succession invariable

Pendant le déroulement d'un processus de fatigue, le matériau passe

par une succession invariable de configuration des paramètres significatifs, l'invariabilité devant être valable pour différentes organisations du spectre de charges (ordre des niveau σ_i, σ_j, ...)

III-6.3.) Processus de dommage invariable

L'équation (114) devant caractériser l'évolution de chaque paramètre significatif et traduire l'espérance de vie, la variation élémentaire de tout paramètre significatif due à(σ_i, Δn_i) doit être égale à la variation due à (σ_j, Δn_j), étant entendu que Δn_i et Δn_j vérifient l'équation (114).

Afin d'avoir une possibilité de comparaison entre ces paramètres "indicateurs de dommage", ERISMANN [13] propose une représentation standardisée de la forme :

$$D_X^Y = \frac{\Phi(X) - \Phi(X_o)}{\Phi(X_R) - \Phi(X_o)} \qquad (115)$$

Φ : fonction monotone bien définie de X

X : valeur de la propriété ou de dégâts

O, R : indice de début et de fin de vie.

On remarque que :

$D_X^Y = 0$ à l'état initial

$D_X^Y = 1$ à l'état final

Une telle fonction D_X^Y est une fonction d'endommagement où Φ (X) peut représenter par exemple l'évolution de la longueur l d'une fissure, on a alors $\Phi = f(l)$ ou une variation de la résistance résiduelle d'une structure, et on a alors $\Phi = f(R)$.

Grâce au processus de succession invariable, il existe une corrélation entre différentes fonctions D_X^Y correspondant au même matériau et sous amplitude de chargement constante figure (24).

La description d'une fonction d'endommagement quelconque $D_{X_2}^Y$ peut être obtenue à partir de la description complète d'une autre fonction $D_{X_1}^Y$ si au moins une description partielle de $D_{X_2}^Y$, caractérisée par une seule valeur de σ est disponible.

III-6.4.) *Discussion*

III-6-4.1.) Partant des résultats expérimentaux trouvés à partir de nos travaux, ainsi que de ceux de M. RAGUET [11], nous avons vérifié la corrélation établie par ERISMANN [13] entre les différentes fonctions d'endommagement.

Plusieurs sortes de courbes (figures 25 à 29) ont été tracées, où les différents paramètres sont :

- la chute de charge,
- l'amplitude de la déformation plastique,
- dureté,
- module de YOUNG,
- résistance,
- limite de réversibilité.

D'après ces courbes, nous constatons que la méthode graphique d'ERISMANN peut être appliquée pour les faibles évolutions de la fonction d'endommagement

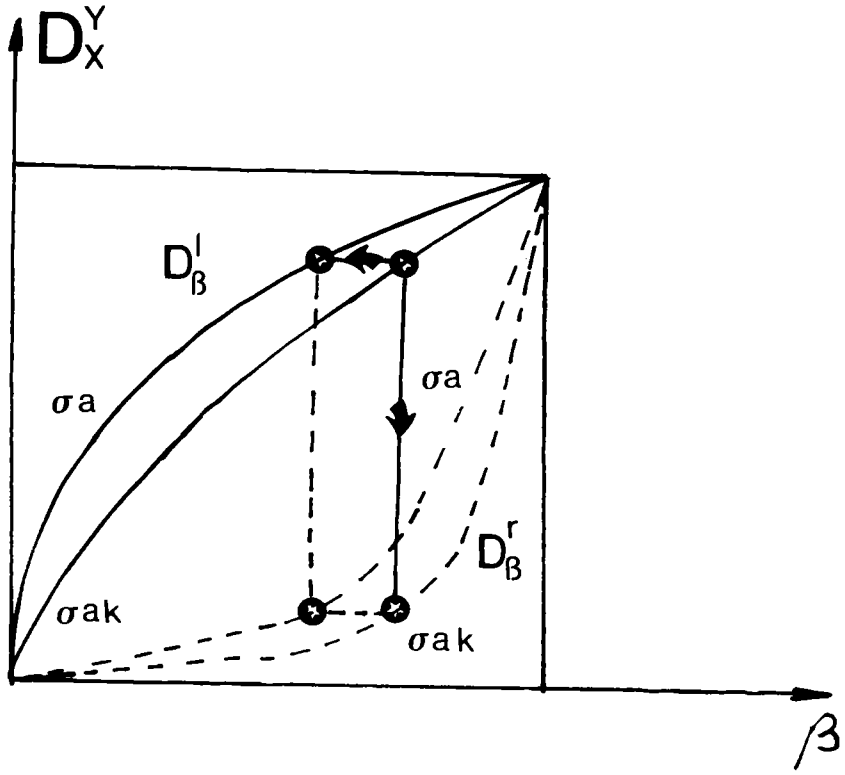


FIGURE 24 : Fonctions d'endommagements selon le modèle d'ERISMANN

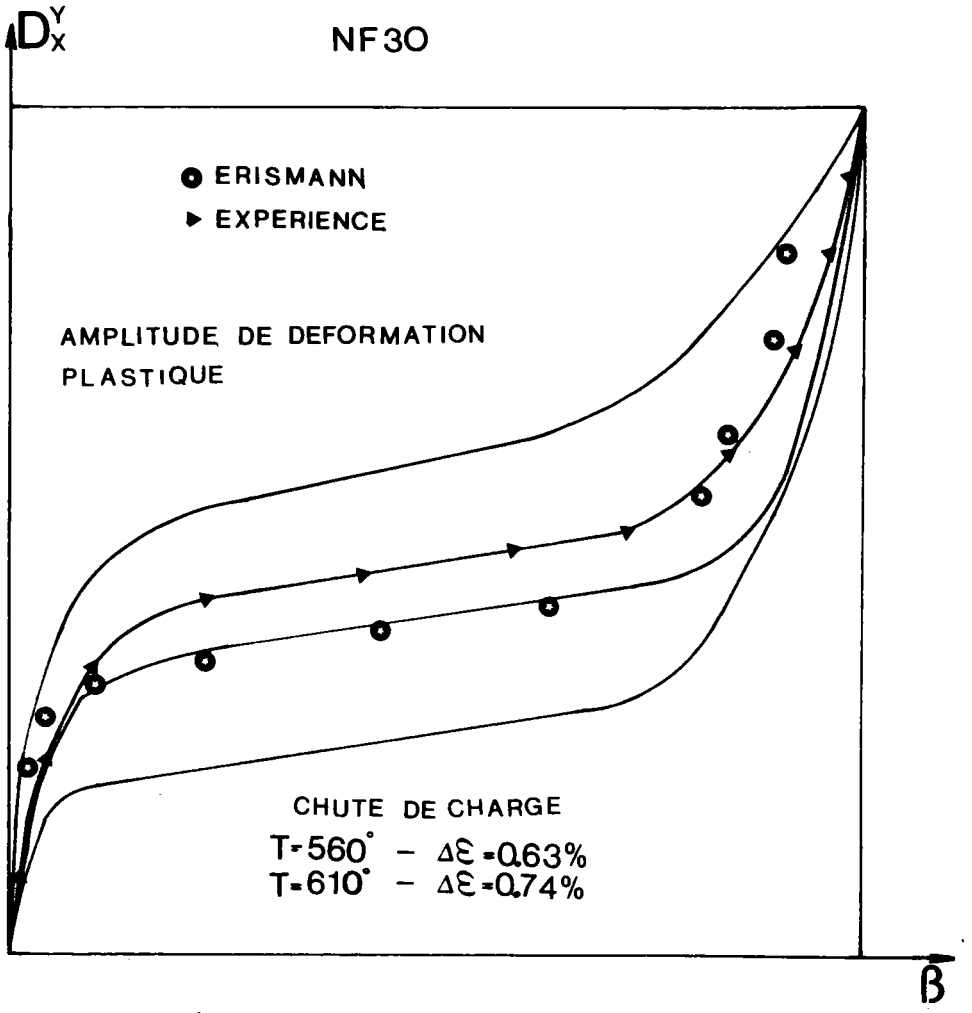


FIGURE 25 : Fonctions d'endommagements selon le modèle d'ERISMANN

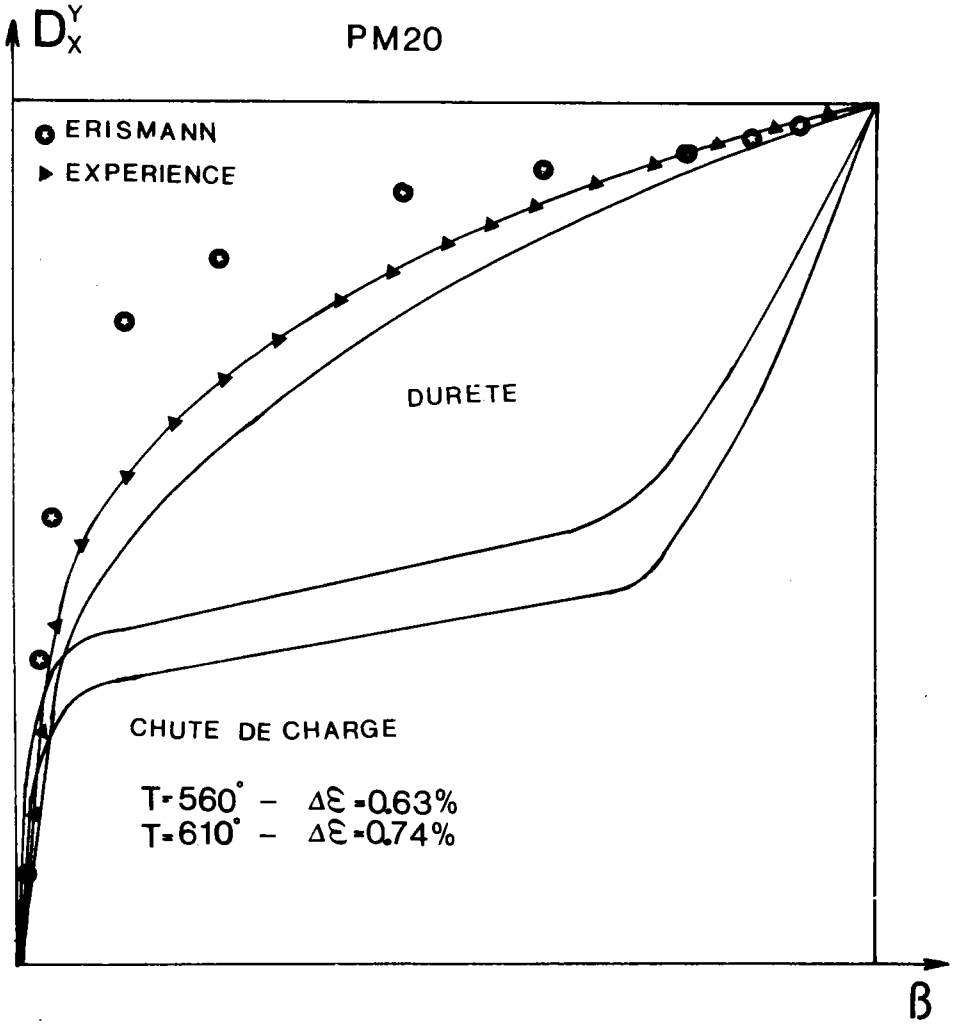


FIGURE 26 : Fonctions d'endommagements selon le modèle d'ERISMANN

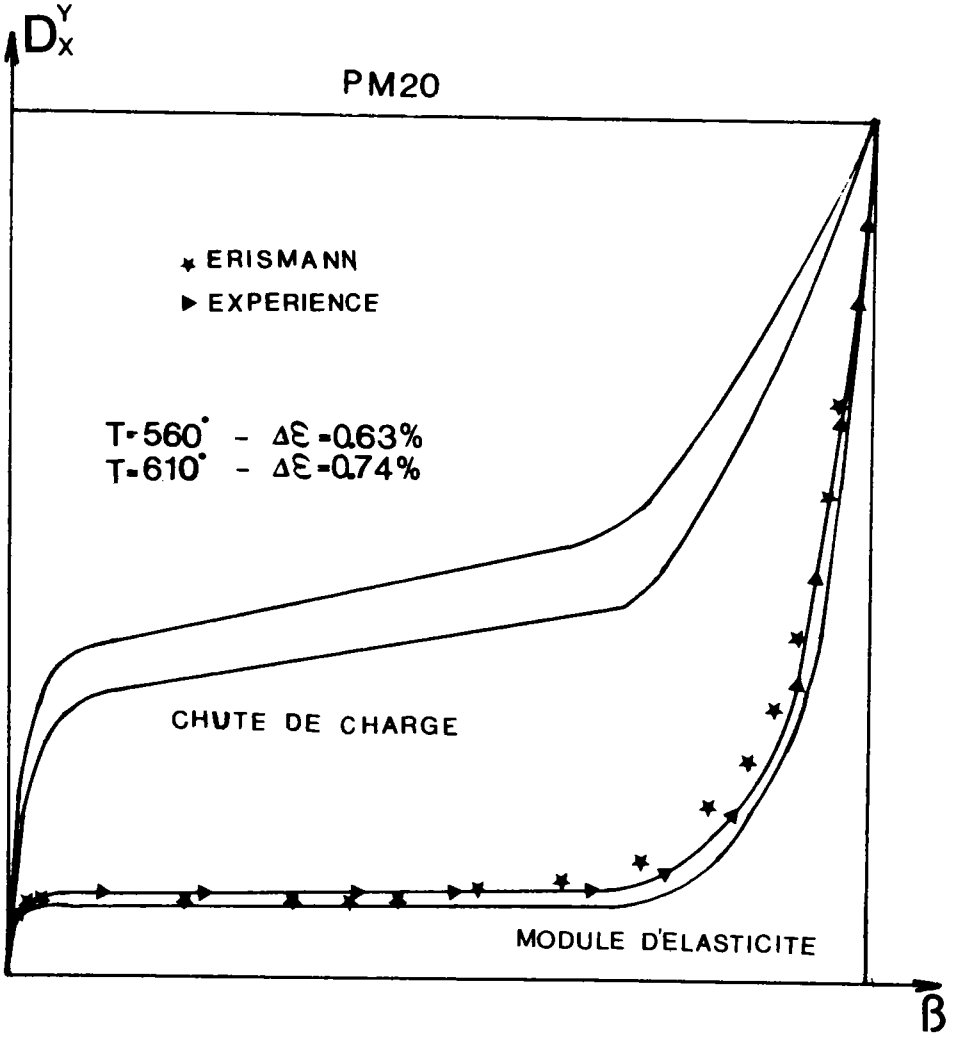


FIGURE 27 : Fonctions d'endommagements selon le modèle d'ERISMANN

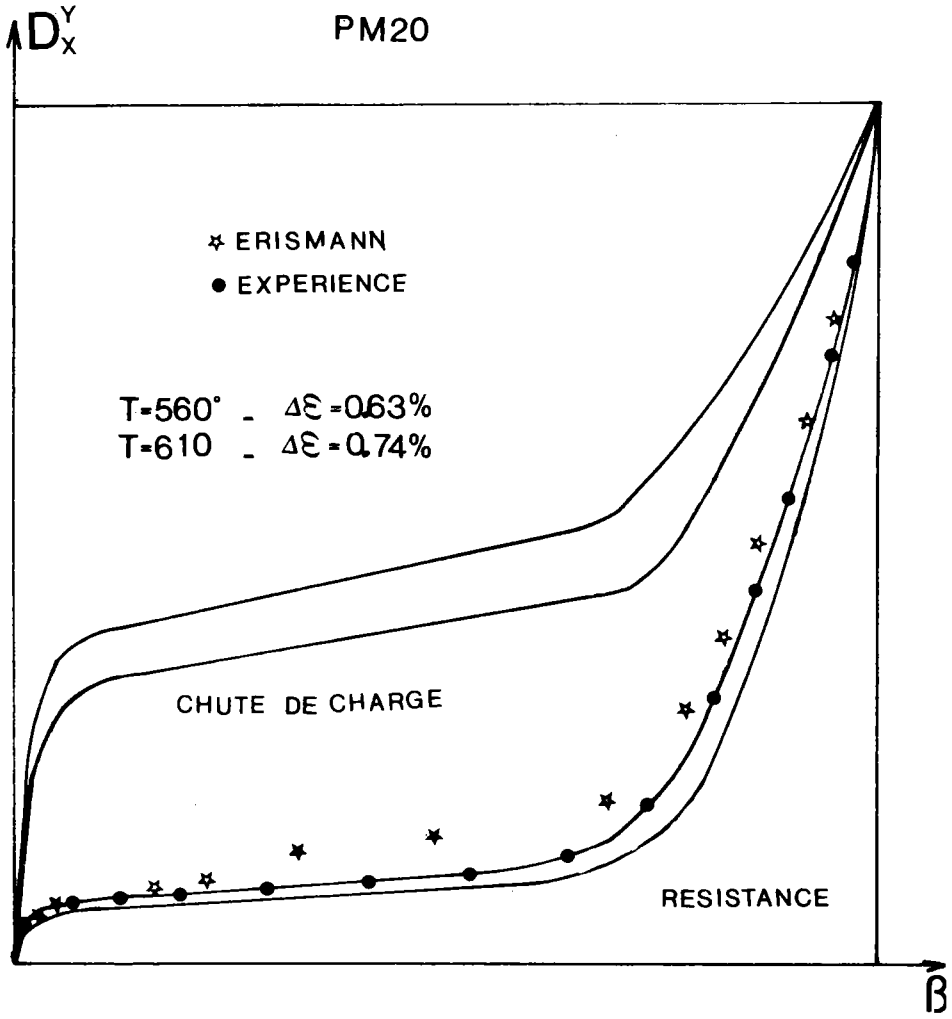


FIGURE 28 : Fonctions d'endommagements selon le modèle d'ERISMANN

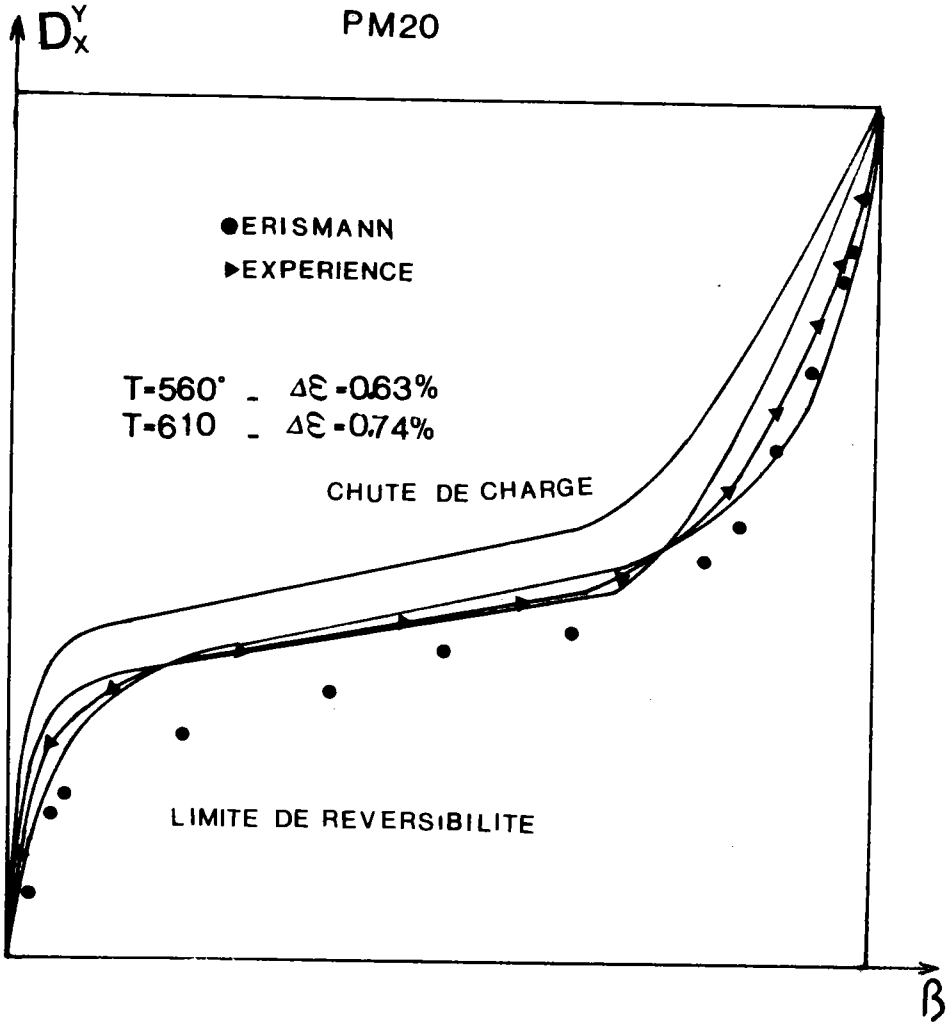


FIGURE 29 : Fonctions d'endommagements selon le modèle d'ERISMANN

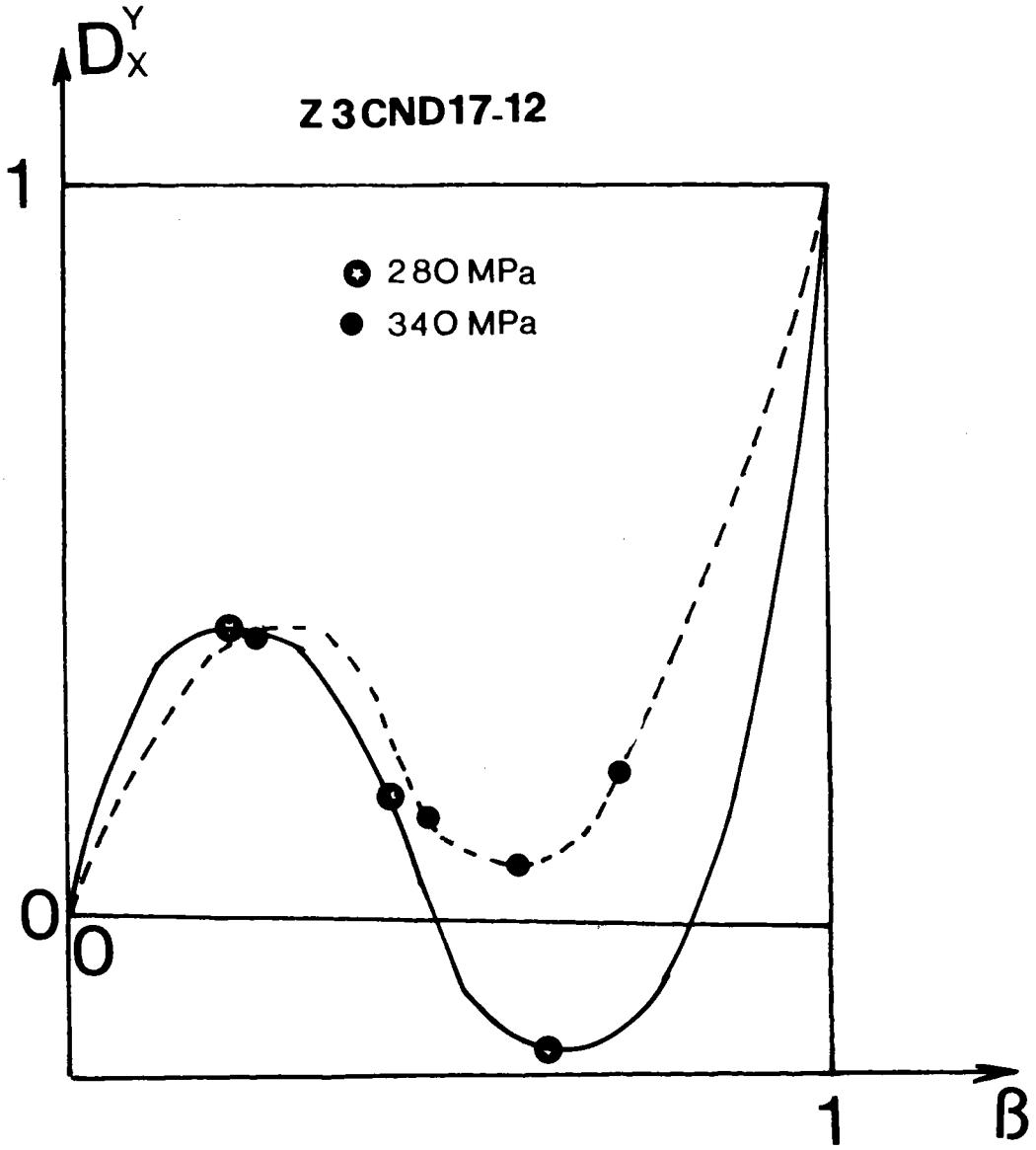


FIGURE 30 : Fonctions d'endommagements à partir de la vie résiduelle

comme le montrent les figures (25, 26), avec cependant des réserves pour les grandes évolutions (figures 27 à 29).

Cette solution graphique, qui ne tient pas compte des grandes dispersions des essais de fatigue, engendre sa limitation à des applications pratiques.

III–6–4.2.) Partant des résultats de TAHAN [31] et de la courbe fonction d'endommagement figure (30), nous constatons qu'après un endommagement net sur le premier quart de vie, celui–ci disparaît à mi–durée de vie avant de croître dans le dernier quart de vie. Ceci signifierait que le matériau présente une meilleure tenue en fatigue que le matériau vierge, ce qui physiquement apparaît peu probable.

III – 7) APPROCHE DE S.H. KIM

KIM [32] décrit certains aspects du comportement de l'acier inoxydable 4140 sous fatigue avec des périodes intermittentes de repos, à une température T = 300°C et à une déformation totale de 1 à 2 %.

Les résultats d'essais montrent qu'une augmentation de la durée de vie d'une structure résulte des périodes de repos intermittentes qui se succèdent à haute température, et surtout à une diminution de la contrainte après chaque période.

III-7.1.) Règles linéaires d'endommagement

A partir des équations de MANSON–COFFIN :

$$a)\ 2\,N_R = \left(\frac{\Delta\varepsilon_p}{2\varepsilon'_f} \right)^{\frac{1}{c}} \qquad (116)$$

b) $\Delta\varepsilon_t = \Delta\varepsilon_e + \Delta\varepsilon_p = \frac{\sigma'_f}{E} \cdot (2\,N_R)^b + \varepsilon'_f \cdot (2\,N_R)^c$ (117)

c) $\frac{\Delta\sigma}{2} = \dot{\sigma}_f \cdot (2\,N_R)^b$ ou $2\,N_R = \left(\frac{\Delta\sigma}{2\,\dot{\sigma}_f}\right)^{\frac{1}{b}}$ (118)

KIM suppose que l'endommagement peut être défini sous plusieurs formes à partir de :

– l'amplitude $\Delta\sigma$ de la contrainte appliquée

$$D(\Delta\sigma) = \sum_{i=1}^{N_R} (\Delta\sigma)_i^{-\frac{1}{b}} \qquad (119)$$

– l'amplitude $\Delta\varepsilon_p$ de la déformation plastique

$$D(\Delta\varepsilon_p) = \sum_{i=1}^{N_R} (\Delta\varepsilon_p)_i^{-\frac{1}{c}} \qquad (120)$$

– l'amplitude $\Delta\varepsilon_t$ de la déformation totale

$$D(\Delta\varepsilon_t) = \sum_{i=1}^{N_R} (\Delta\varepsilon_t)_i^{d} \qquad (121)$$

– l'amplitude ΔW_p de l'énergie plastique

$$D(\Delta W_p) = \sum_{i=1}^{N_R} (\Delta W_p)_{,i}^{-\frac{1}{F}} \qquad (122)$$

III-7.2.) Remarque

Ces équations permettent de constater que l'endommagement est décrit par l'aire sous les courbes qui expriment les propriétés indicatrices de la fonction d'endommagement en fonction du nombre de cycles. Ces propriétés

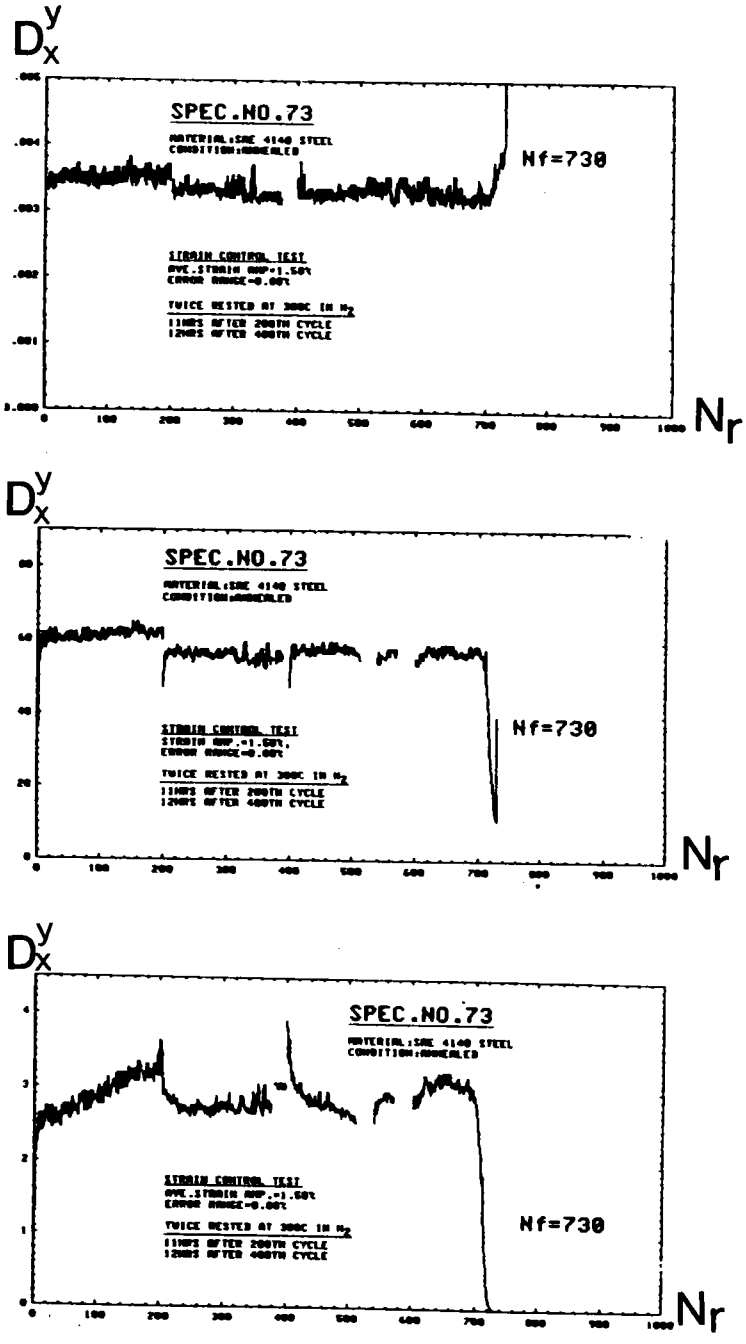


FIGURE 31 : Fonctions d'endommagement selon KIM

indicatrices sont $\Delta\varepsilon_p$, $\Delta\varepsilon_e$, $\Delta\varepsilon_t$ et ΔW_p. La figure (31) représente ces différentes évolutions.

III-7.3.) Résultats

L'hypothèse de KIM [32] est de supposer que l'aire S sous la courbe D ($\Delta\varepsilon_p$, $\Delta\varepsilon_e$, $\Delta\varepsilon_t$, ΔW_p) en fonction du nombre de cycles est une constante du matériau quelque soit le niveau de sollicitations.

Nous avons reporté sur le tableau ci-dessous les différentes valeurs trouvées par les essais à un seul niveau de sollicitation.

Tableau VIII Acier NF 30

T°	$\Delta\varepsilon$ t %	N_R	S
560	0.63	1 400	99
560	0.74	1 100	92
610	0.63	1 260	91
610	0.74	1 040	96

Pour les essais à deux niveaux de déformation, nous avons mesuré l'aire sous la courbe (la fonction d'endommagement est exprimée en amplitude de la déformation plastique en fonction du nombre de cycle), et nous sommes arrêtés au niveau de l'aire moyenne équivalente aux essais à un seul niveau, dans notre cas S = 95 (valeurs arbitraires.)

Le tableau IX indique les différents nombres de cycle à rupture obtenus expérimentalement et comparés aux différents modèles présentés.

Tableau IX

Acier NF 30

$T° - \Delta\varepsilon_t$ %	Nombre de cycles à rupture N_R		
	$\sum \frac{N_i}{N_{Ri}} = 1$ (MINER)	$D_X^Y = \sum (\Delta\varepsilon_p)_i^{N_R - \frac{1}{c}}$ (KIM)	Résultats expérimentaux
$T_1 = 560° - \Delta\varepsilon t_1 = 0.63$ % $T_2 = 610° - \Delta\varepsilon t_2 = 0.63$ %	1 270	1 340	1 650
$T_1 = 560° - \Delta\varepsilon t_1 = 0.63$ % $T_2 = 560° - \Delta\varepsilon t_2 = 0.74$ %	1 121	1 090	1 200
$T_1 = 560° - \Delta\varepsilon t_1 = 0.63$ % $T_2 = 610° - \Delta\varepsilon t_2 = 0.74$ %	1 065	920	1 120
$T_1 = 610° - \Delta\varepsilon t_1 = 0.63$ % $T_2 = 560° - \Delta\varepsilon t_2 = 0.63$ %	1 388	1 390	1 700
$T_1 = 610° - \Delta\varepsilon t_1 = 0.74$ % $R_2 = 560° - \Delta\varepsilon t_2 = 0.63$ %	1 365	1 380	1 900

III-7.4.) Discussion

D'après l'équation (120) exprimant l'évolution de la fonction d'endommagement en fonction du nombre de cycles, nous avons remarqué que :

1. L'aire sous la courbe à un seul niveau de sollicitations ainsi qu'à deux

niveaux de sollicitations n'est pas une constante intrinsèque du matériau.

2. L'équation (120) ne permet pas à elle seule d'estimer la durée de vie d'un matériau à plusieurs niveaux de sollicitations.

III – 8) APPROCHE DE THANG BUI–QUOC

III-8.1.) Fonction d'endommagement

THANG BUI–QUOC [33] définit l'accroissement de la fonction d'endommagement comme étant proportionnelle à l'évolution de la limite d'endurance adimensionnelle γ_e

$$\Delta D_X^Y = \Delta D_{\gamma_e}^{\mu \text{fissure}} = \mu \cdot \Delta\gamma_e \qquad (123)$$

μ : coefficient constant de proportionnalité,

γ_e : limite d'endurance adimensionnelle,

σ_e : limite d'endurance instantanée,

σ_{eo} : limite d'endurance du matériau vierge.

La propriété mesurée est la limite d'endurance.

Les dégâts sont les intrusions–extrusions (microfissures en surface).

La vitesse d'accroissement de la fonction d'endommagement est représentée par l'équation différentielle suivante :

$$\frac{d D_X^Y}{dN} = - \mu . \left(\frac{d\gamma_e}{dN} \right) \qquad (124)$$

N : nombre de cycles.

A partir des travaux de GATTS [34] , $\frac{d\gamma_e}{dN}$ sera défini comme suit :

$$\frac{d\gamma_e}{dN} = - \frac{1}{K_\sigma} \cdot \left(\frac{\gamma - \gamma'}{\gamma} \right) \cdot \gamma^b \cdot (\gamma - \gamma_e)^2 \qquad (125)$$

avec : $\gamma' = \frac{\sigma'}{\sigma_{eo}}$, $\gamma = \frac{\sigma}{\sigma_{eo}}$

σ' étant la contrainte minimale,

σ étant la contrainte maximale.

K_σ est une constante du matériau sous contrainte imposée.

L'intégration de l'équation (125) avec les conditions aux limites suivantes :

$N = 0 \qquad \gamma_e = \gamma_{eo} = 1$

$N = N \qquad \gamma_e = \gamma_e$

donne l'évolution du nombre de cycles

$$N = \frac{K_\sigma}{1 - R_\sigma} \cdot \frac{1}{\gamma^b} \cdot \left[\frac{1}{\gamma - 1} - \frac{1}{\gamma - \gamma_e} \right] \qquad (126)$$

R_σ : rapport de contrainte,

b : constance du matériau sous contrainte imposée.

Pour la rupture, nous avons :

$N = N_R$

$\gamma_e = \gamma_{ec}$

ce qui donne :

$$N_R = \frac{K_\sigma}{1 - R_\sigma} \cdot \frac{1}{\gamma^b} \cdot \left[\frac{1}{\gamma - 1} - \frac{1}{\gamma - \gamma_{ec}} \right] \tag{127}$$

Pour définir γ_{ec}, BUI-QUOC [33] utilise une relation proposée par GATTS [34] liant les valeurs instantanées de la limite d'endurance adimensionnelle et la contrainte de traction :

$$\gamma_e = \left(\frac{\gamma_s}{\gamma_u}\right)^m \tag{128}$$

$\gamma_s = \dfrac{\sigma_s}{\sigma_{eo}}$, avec σ_s contrainte de traction

$\gamma_u = \dfrac{\sigma_u}{\sigma_{eo}}$, avec σ_u contrainte ultime de rupture statique.

m est une constante > 1.

ce qui donne : $$\gamma_{ec} = \left(\frac{\gamma}{\gamma_u}\right)^m \tag{129}$$

Le nombre de cycles de rupture devient :

$$N_R = \frac{K_\sigma}{1 - R_\sigma} \cdot \frac{1}{\gamma^b} \cdot \left[\frac{1}{\gamma - 1} - \frac{1}{\gamma - \left(\frac{\gamma}{\gamma_u}\right)^m} \right] \tag{130}$$

Le rapport des équations (126) et (130) donne l'expression de la réduction de la limite de fatigue adimensionnelle après sollicitations :

$$\gamma_e = \gamma - \frac{1}{\dfrac{1-\beta}{\gamma - 1} + \dfrac{\beta}{\gamma - \left(\frac{\gamma}{\gamma_u}\right)^m}} \tag{131}$$

β étant la durée de vie $= \dfrac{N}{N_R}$

L'évolution de la fonction d'endommagement D_X^Y est obtenue par intégration de l'équation (125). Nous obtenons :

$$D_X^Y = \frac{1 - \gamma_e}{1 - \gamma_{ec}} \tag{132}$$

γ_e et γ_{ec} sont remplacées dans l'équation (131) par leurs valeurs trouvées précédemment, d'où

$$D_X^Y = \frac{\beta}{\beta + \dfrac{(1-\beta)\left[\gamma - \left(\dfrac{\gamma}{\gamma_u}\right)^m\right]}{\gamma - 1}} \tag{133}$$

La figure (32) illustre l'évolution de la fonction d'endommagement pour différentes valeurs de γ , et pour un seul niveau de contrainte.

Si nous appliquons une contrainte σ_I au premier niveau pendant n_I cycles, la fonction d'endommagement sera :

$$D_X^Y{}_I = \frac{\beta_I}{\beta_I + \dfrac{(1-\beta_I)\left[\gamma_I - \left(\dfrac{\gamma_I}{\gamma_{uI}}\right)^m\right]}{\gamma_I - 1}} \tag{134}$$

avec

$$\beta_I = \frac{n_I}{N_{RI}}$$

$$\gamma_{uI} = \frac{\sigma_{uI}}{\sigma_{eo}}$$

SAE – 4130

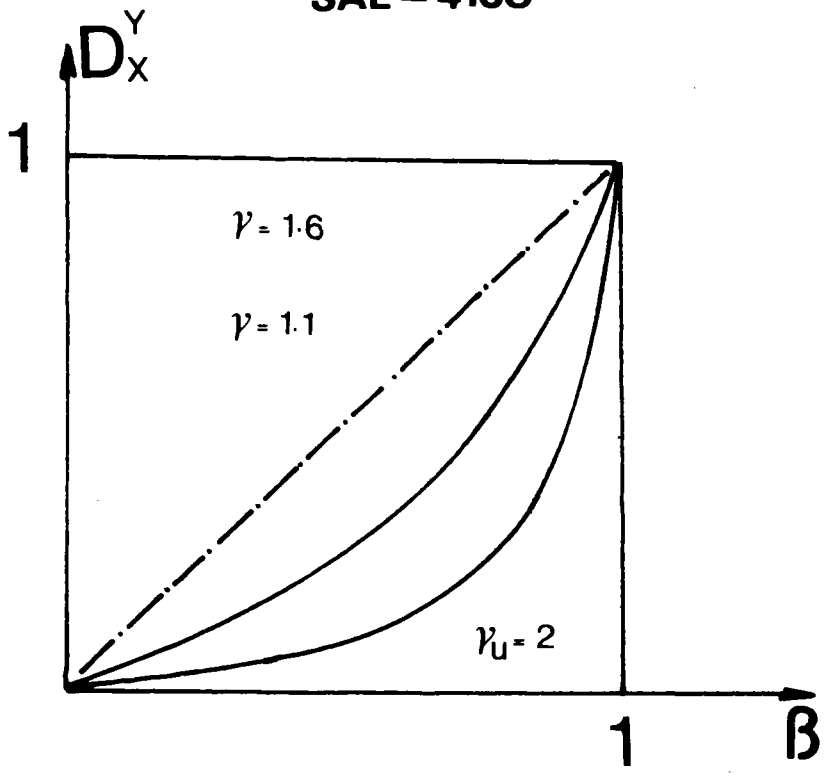


FIGURE 32 : Evolution de la fonction d'endommagement en fonction de la durée de vie [33]

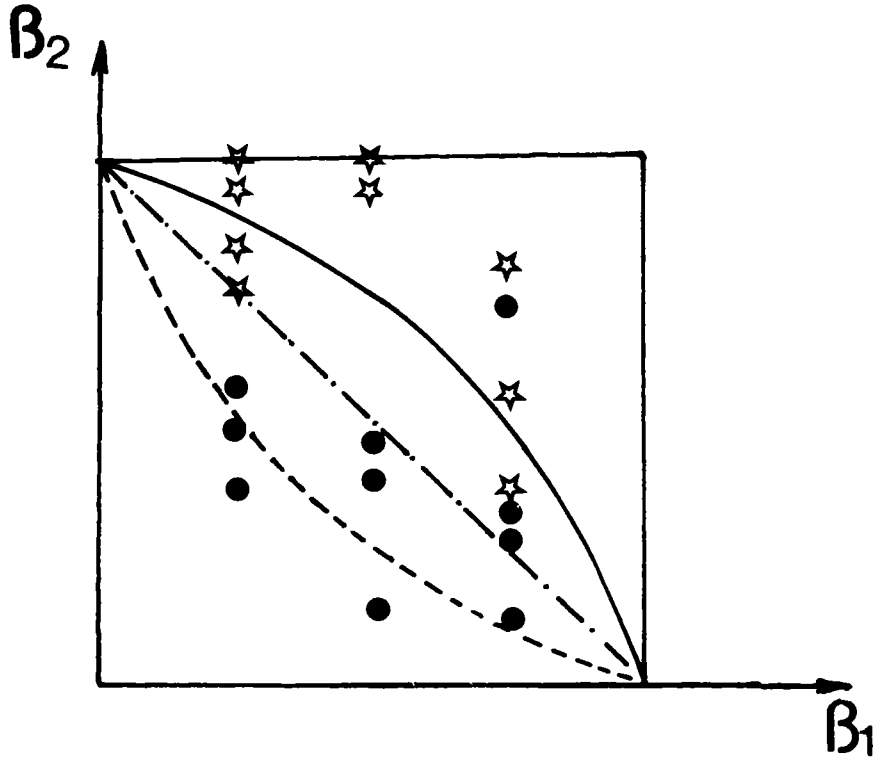


FIGURE 33 : Durée de vie au 1er niveau de sollicitation en fonction de la durée de vie au 2ème niveau [33]

Par contre, si nous appliquons une autre contrainte σ_2, la prédiction de la durée de vie équivalente β_{e2} au second niveau sera :

$$\beta_{e2} = \frac{D_X^Y \, 1 \, [\gamma_2 - (\frac{\gamma_2}{\gamma_{u2}})^m] \, / \, (\gamma_2 - 1)}{1 + D_X^Y \, 1 \, [1 - (\frac{\gamma_2}{\gamma_{u2}})^m] \, / \, (\gamma_2 - 1)} \qquad (135)$$

avec : $\gamma_{u2} = \frac{\sigma_{u2}}{\sigma_{eo}}$

La durée de vie réelle β_2 au second niveau et la durée de vie totale S seront respectivement :

$$\beta_2 = 1 - \beta_{e2}$$

$$S = \beta_1 = \beta_2 \qquad (136)$$

La figure (33) illustre ces évolutions.

III-8.2.) Identification

La constante m est prise égale à 8, BUI-QUOC [33] pose $m \geq 6$, et les différentes contraintes σ_M , σ_{eo}, et σ_u sont déterminées à partir de la courbe de WOHLER, ce qui permet de déterminer les différentes limites d'endurance adimensionnelles γ_u et γ .

III-8.3.) Résultats

– Le tableau X indique les différentes valeurs trouvées :

Tableau X

Acier NF 30

T° C	$\Delta\varepsilon_t$ %	σ_M (MPA)	σ_u (MPA)	σ_{eo} (MPA)	γ_u	γ
560	0.63	448	945	245	3.857	1.83
560	0.74	466	945	245	3.857	1.91
610	0.63	416	799	207	3.87	2.01
610	0.74	440	799	207	3.87	2.13

Nous avons appliqué à notre acier le modèle de BUI-QUOC pour deux niveaux de sollicitation (température et amplitude de déformation totale) afin de déterminer la durée de vie.

Le tableau XI indique les différents nombre de cycles à rupture obtenus expérimentalement et comparés aux différents modèles présentés.

$T - \Delta\varepsilon_t$ %	MINER	CHABOCHE	BUI-QUOC	Expérience
$T_1 = 560° - \Delta\varepsilon t_1 = 0.63$ % $T_2 = 610° - \Delta\varepsilon t_2 = 0.63$ %	1 270	1 323	1 278	1 650
$T_1 = 560° - \Delta\varepsilon t_1 = 0.63$ % $T_2 = 560° - \Delta\varepsilon t_2 = 0.74$ %	1 121	1 144	1 126	1 200
$T_1 = 560° - \Delta\varepsilon t_1 = 0.63$ % $T_2 = 610° - \Delta\varepsilon t_2 = 0.74$ %	1 065	1 124	1 071	1 120
$T_1 = 610° - \Delta\varepsilon t_1 = 0.63$ % $T_2 = 560° - \Delta\varepsilon t_2 = 0.63$ %	1 388	1 289	1 386	1 700
$T_1 = 610° - \Delta\varepsilon t_1 = 0.74$ % $T_2 = 560° - \Delta\varepsilon t_2 = 0.63$ %	1 365	1 179	1 345	1 900

III-8.4.) Discussion

a) — Une première remarque concerne les résultats trouvés par l'application du modèle de BUI-QUOC [33] qui sont similaires à ceux donnés par la loi de MINER [1], qu'il est préférable d'utiliser en raison de sa simplicité.

b) — La seconde remarque concerne la constante m que BUI-QUOC choisit $\geqq$ 6 dont le but est de minimiser la valeur de $\left(\frac{\gamma_i}{\gamma_u}\right)^m$ devant γ_i.

Nous avons calculé ce rapport, et il apparaît bien négligeable devant γ_i, ce qui n'influence en aucune façon les précédents résultats.

Nous proposons d'écrire la fonction d'endommagement, en négligeant le terme $\left(\frac{\gamma_i}{\gamma_u}\right)^m$ devant l'unité dans les équations (134) et (135). On obtient alors :

$$D_X^Y{}_1 = \frac{\beta_1}{\beta_1 + (1 - \beta_1).\gamma_1 \;/\; (\gamma_1 - 1)} \qquad (137)$$

La durée de vie équivalente du deuxième niveau s'écrirait :

$$\beta_{e2} = \frac{D_X^Y{}_1 \,.\, \gamma_2}{\gamma_2 - 1 + D_X^Y{}_1} \qquad (138)$$

III – 9) CONCLUSION

En fatigue oligocyclique, les fonctions d'endommagement relient les dégâts formés lors de sollicitations mécaniques cycliques (essentiellement des cellules de dislocations et des microfissures) à diverses propriétés, qui sont principalement :

- la durée de vie (MINER)
- la déformation plastique (CHABOCHE)
- la limite d'endurance (BUI-QUOC),
- la déformation plastique ou l'énergie cumulée (KIM)

L'évolution de la fonction d'endommagement en fonction de la fraction de vie, évolution linéaire dans le modèle de MINER, est maintenant abandonnée pour faire face à des évolutions non linéaires.

La cumulation de dommage par des essais à différents niveaux de sollicitation postule la constante du dommage lors de la transition. Cette cumulation peut être faite avec ou sans interaction.

CHAPITRE IV

Proposition d'une loi d'endommagement et modélisation

CHOIX DE LA DEFORMATION PLASTIQUE COMME PARAMETRE DEFINISSANT LA FONCTION D'ENDOMMAGEMENT

IV – 1) INTRODUCTION

Nous avons vu précédemment que l'évolution de l'amplitude de la déformation plastique peut être utilisée comme une mesure indirecte de la fonction d'endommagement en fatigue et qu'elle est reliée aux modifications internes.

Dans cette partie, nous évoquerons deux raisons essentielles justifiant ce choix ; l'une traduisant l'évolution structurale du matériau, l'autre tenant compte de l'expression des relations de MANSON–COFFIN.

IV-1.1.) Evolution structurale

La déformation plastique d'une structure est produite par le déplacement, sous l'action des contraintes, des dislocations. Le mécanisme de base est le glissement.

Les dislocations commencent à se déplacer lorsqu'une contrainte de cisaillement suffisante s'exerce dans leur plan de glissement. Pour se déplacer, elles doivent vaincre, ne serait–ce que les forces du réseau, la contrainte appliquée fournissant l'énergie nécessaire. Cependant, beaucoup de dislocations ne participent pas directement à la déformation, soit qu'elles sont géométriquement nécessaires pour adapter les réseaux cristallins des grains voisins, soit qu'elles sont épinglées par des impuretés à l'échelle macroscopique. Le glissement de nombreuses dislocations suivant une famille de plans bien déterminés, se traduit par des lignes parallèles, nettes et rectilignes. Ces bandes de glissement envahissent complétement les grains et la surface libre de l'éprouvette

qui prend un aspect tourmenté avec des changements de forme notable au niveau des joints qui coupent la surface libre. On obtient ainsi un effet d'entaille naturelle avec les intrusions profondes qui se développent aux joints et donnent naissance à des microfissures. Cet effet sera d'autant plus important que la taille de grains sera grande, comme l'attestent les résultats publiés par R.C. BOETTNER, C. LAIRD et A. Mc EVILY [35] .

Ces microfissures se propagent, ce qui provoque une diminution relative de la durée de vie. FOURNIER et PINEAU [36] montrent que le choix de la déformation plastique nous permet bien de donner un sens à la fonction d'endommagement.

IV-1.2.) Relation de MANSON-COFFIN

MANSON–COFFIN [25] supposent que la fonction d'endommagement de fatigue plastique englobant les phases d'accomodation, d'initiation et de propagation, est régie par une relation ne dépendant que de l'amplitude de la déformation plastique $\Delta\varepsilon_p$.

Si N est le nombre de cycles et $\frac{\delta D_X^Y}{\delta N}$ l'accroissement de la fonction d'endommagement par cycle :

$$\frac{\delta D_X^Y}{\delta N} \cdot g\,(\Delta\varepsilon_p) = \frac{1}{c} \cdot \Delta\varepsilon_p^{\gamma} \qquad (139)$$

c et γ étant des constantes du matériau.

L'intégration de cette équation différentielle donne :

$$\int_0^1 \gamma\, D_X^Y = \int_0^{N_R} \frac{1}{c}\, \Delta\varepsilon_p^{\gamma}\, \delta N \qquad (140)$$

Hypothèse :

Considérons que le cycle est stabilisé du premier cycle au dernier. $\Delta\varepsilon_p$ est alors constante et l'on trouve la relation exprimant le nombre de cycles à la rupture

$$N_R = C \cdot \Delta\varepsilon_p^{-\gamma} \tag{141}$$

où $C = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{2\varepsilon'_f} \right)^{\frac{1}{c}}$

et $\gamma = -\frac{1}{c}$

Ces 2 paramètres sont déduits de l'équation suivante

$$\frac{\Delta\varepsilon_p}{2} = \varepsilon'_f \, (2 N_R)^c \tag{142}$$

Nous remarquons d'après cette équation que le nombre de cycles à rupture est bien paramétré par l'évolution de l'amplitude de la déformation plastique, ce qui justifie encore une fois notre choix.

IV – 2) PROPOSITION D'UNE LOI D'ENDOMMAGEMENT

IV-2.1.) Introduction

Comme nous l'avons justifié, l'amplitude de la déformation plastique peut être un bon paramètre qui traduit l'endommagement subi par un matériau. Dans ce nouveau chapitre, nous proposerons donc une loi ne dépendant que de l'amplitude de la déformation plastique.

IV-2.2.) Essai à un seul niveau

IV—2—2.1.) Introduction de la notion de courbes élémentaires

L'évolution de la déformation plastique au cours du cyclage mécanique en fonction de la durée de vie se faisant à un seul niveau, c'est-à-dire à température et à amplitude de déformation totale constantes constitue les courbes élémentaires ou courbes à un seul niveau de sollicitation.

IV—2—2.2.) Critère de l'amplitude de la déformation plastique

L'ensemble de nos essais seront interprétés par le critère de l'amplitude de la déformation plastique qui apparaît comme un bon indicateur du dommage. Ce dernier pourra être cumulé pendant le cyclage mécanique.

Pour un niveau de déformation totale donnée, une large boucle d'hystérésis est un signe de faible durée de vie.

Comme on l'a vu, CHABOCHE [2] , à partir du formalisme de RABOTNOV [16] a introduit une expression du dommage utilisant la déformation plastique comme indicateur du dommage.

$$D^{\mu f}_{\Delta\varepsilon_p} = 1 - \left(\frac{\Delta\varepsilon_{po}}{\Delta\varepsilon_{pi}} \right)^{1/mc} \qquad (143)$$

Toutefois se pose la question de savoir si l'écart de l'amplitude de la déformation plastique par rapport à la valeur initiale représente le dommage

accumulé au cours des cyclages ou simplement le dommage qui s'accumule pendant le cyclage considéré.

Nous savons qu'ERISMANN [13] a pris implicitement la première hypothèse en proposant une fonction d'endommagement du type :

$$D_X^Y = \frac{\Delta\varepsilon_{pi} - \Delta\varepsilon_{po}}{\Delta\varepsilon_{pR} - \Delta\varepsilon_{po}} \tag{144}$$

X, Y étant respectivement l'amplitude de la déformation plastique et toute sorte de dégâts.

KIM [32] a considéré que l'amplitude de la déformation plastique traduisait le dommage de chaque cycle, de sorte que :

$$D^Y_{\Delta\varepsilon_p} = \sum_{i=1}^{NR} (\Delta\varepsilon_p)_i^{-\frac{1}{c}} \tag{145}$$

Nous suggérons que l'écart par rapport à la déformation plastique initiale représente en quelque sorte le dommage qui s'accumulera à chaque cycle, de façon qu'après normalisation, la fonction d'endommagement s'exprime par :

$$D^Y_{\Delta\varepsilon_p} = \sum_{i=1}^{NR} \left(\frac{\Delta\varepsilon_{pi} - \Delta\varepsilon_{po}}{\Delta\varepsilon_{pR} - \Delta\varepsilon_{po}}\right)^{-\frac{1}{c}} \tag{146}$$

Cette représentation, mieux que celle de CHABOCHE [18] permet de rendre compte des endommagements dans les débuts de la durée de vie dont l'importance n'est pas négligeable et, en outre, elle évite l'inconvénient de la loi d'ERISMANN [13] donnant un dommage négatif.

La représentation de la fonction d'endommagement en fonction du nombre de cycles figure (34), ou en fonction de la durée de vie figure (35) à partir de la déformation plastique au cours du cyclage, permet de remarquer la non linéarité de la fonction d'endommagement telle que le prévoit CHABOCHE [18] sans que cette non linéarité soit excessive.

Il est à remarquer que la non linéarité dépend du facteur $-\frac{1}{c}$ qui, dans notre cas, est proche de l'unité.

L'aire sous la courbe D_X^Y en fonction du nombre de cycles à rupture représente en quelque sorte la capacité du matériau à s'endommager.

Nous avons remarqué que cette capacité de matériau à s'endommager, ramenée au nombre de cycles à rupture était une constante de telle sorte que nous pouvons écrire :

$$\frac{1}{N_R} \int_0^{N_R} D_X^Y \, dN = \frac{S}{N_R} = cte \qquad (147)$$

S étant l'aire totale sous la courbe.

A partir des courbes des figures (34, 35), nous avons présenté dans le tableau XII l'aire totale S sous chaque courbe en fonction du nombre de cycle à rupture (unités arbitraires).

Tableau XII

T°	$\Delta\varepsilon$ t %	N_R	S	$\frac{S}{N_R}$
560°	0.63	1 400	739	0.53
560°	0.74	1 100	617	0.56
610°	0.63	1 260	671	0.54
610°	0.74	1 040	603	0.58

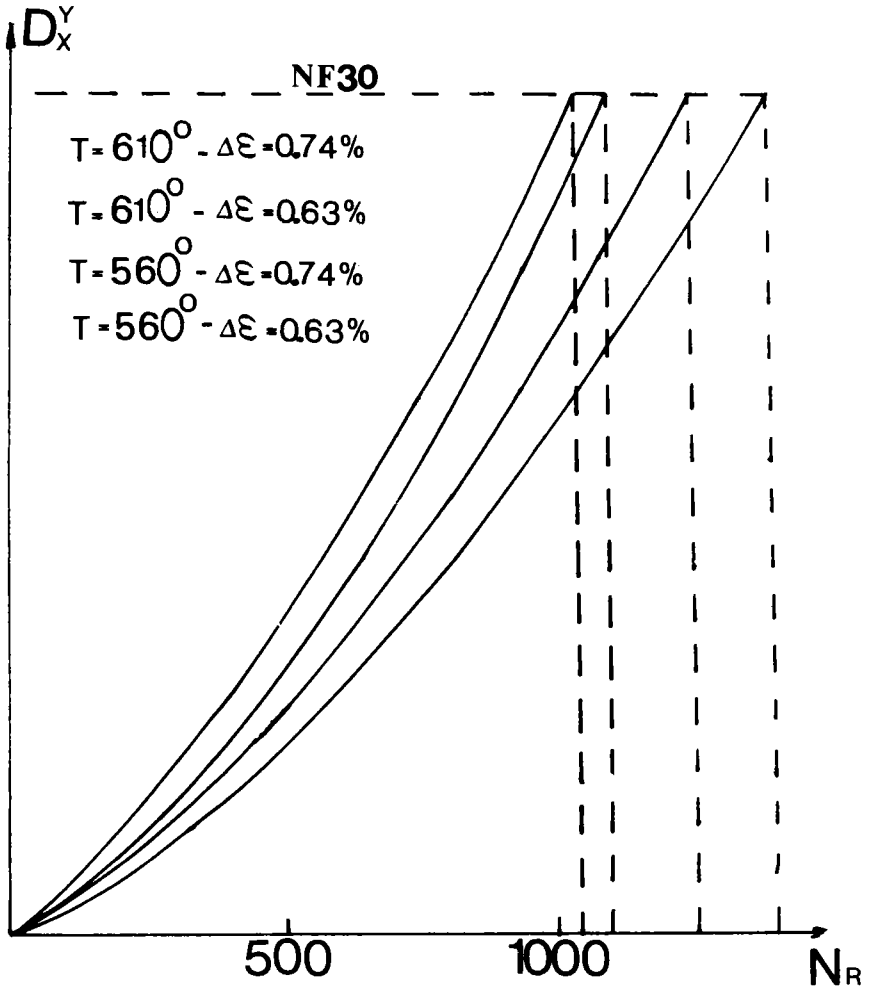


FIGURE 34 : Fonctions d'endommagements selon le modèle proposé

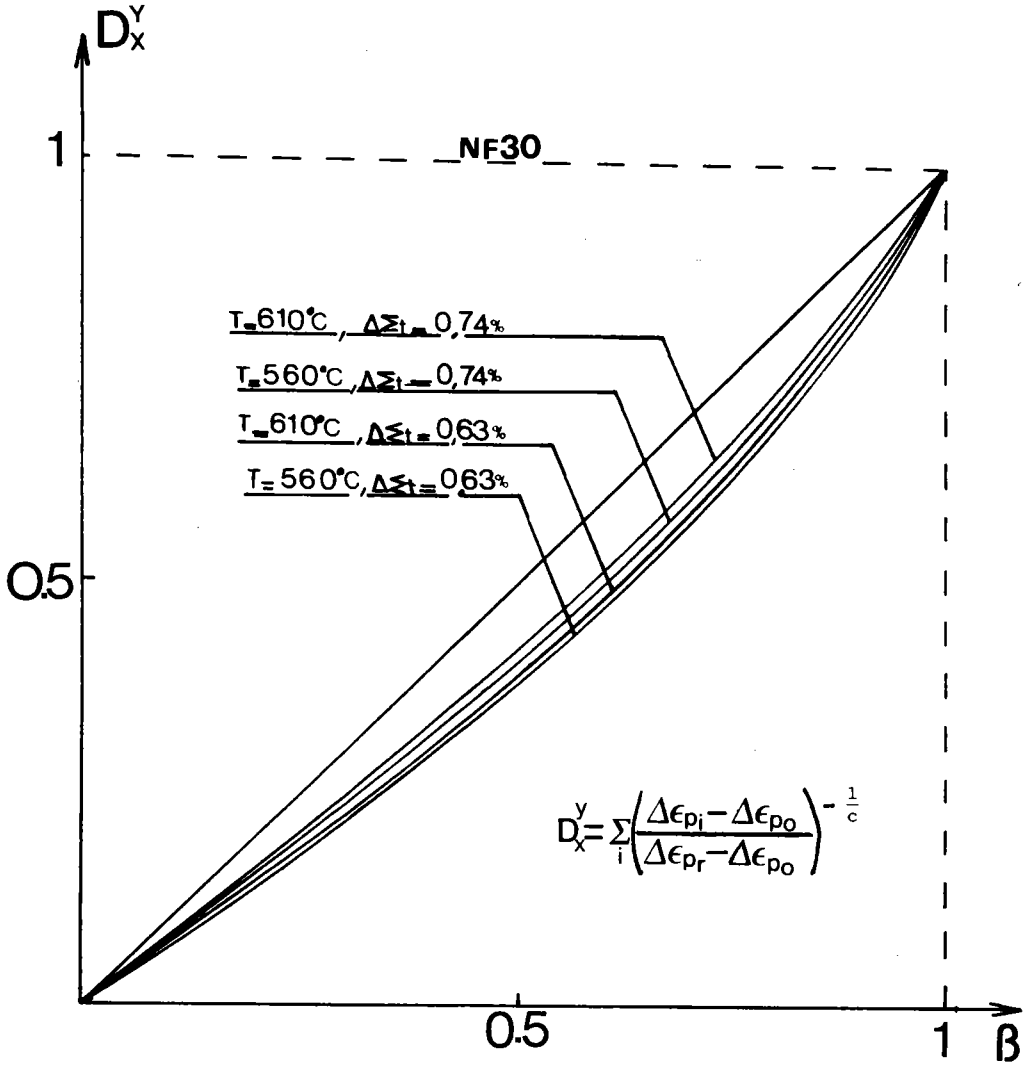


FIGURE 35 : Fonctions d'endommagements en fonction de la durée de vie

Il est à remarquer que la constante de la capacité d'endommagement du matériau ne semble pas affectée par les différentes sollicitations extérieures.

IV-2-3.) Essais à deux niveaux

IV–2–3.1.) Introduction

Ces essais ont pour but de mettre en évidence l'interaction, si elle existe, entre les vitesses d'accumulation du dommage, quand une structure est soumise à deux niveaux de chargement.

IV–2–3.2.) Essais expérimentaux

Nous avons fait une série d'essais à deux niveaux de sollicitation :

– deux niveaux de déformation à température constante,

– deux niveaux de température à $\Delta\varepsilon_t$ constante.

L'échantillon est cyclé à un premier niveau de déformation pendant une durée de vie β_I , correspondant à 100 cycles, puis l'essai est poursuivi jusqu'à rupture avec un second niveau de chargement.

Nous avons montré lors des essais à un seul niveau de déformation que l'aire sous la courbe représentant la fonction d'endommagement en terme d'amplitude de déformation plastique cumulée, en fonction du nombre de cycles effectués, divisée par le nombre de cycles à rupture est une constante.

Nous généraliserons la relation (147) pour k niveaux de sollicitations.

Nous avons :

$$\sum_{i=1}^{k} \frac{S_i}{N_{Ri}} = cte \qquad (148)$$

dont le parallèle avec la loi de MINER est apparent

$$\sum_{i=1}^{N_R} \frac{n_i}{N_{Ri}} = 1 \qquad (149)$$

Remarque : La généralisation de la relation (148) pour des essais à deux niveaux correspond à la somme de deux termes, ce qui donne :

$$\frac{S_1}{N_{R1}} + \frac{S_2}{N_{R2}} = cte \qquad (150)$$

Cette relation peut être utilisée pour prévoir la durée de vie à deux niveaux.

Plusieurs essais à deux niveaux de déformation ont été effectués et à partir de la loi générale précédemment établie, il nous est possible de prévoir la durée de vie du matériau (37).

Prenons un exemple pour illustrer cette idée :

– Appliquons au matériau 100 cycles au premier niveau, correspondant aux conditions expérimentales suivantes :

  température de 560°C et une amplitude de déformation totale 0.63 %
  Dans de telles conditions, la rupture interviendrait au bout de 1 400 cycles.

– le second niveau de déformation appliqué jusqu'à rupture a les caractéristiques suivantes :

température de 610°C et une amplitude de déformation totale de 0.63 %

Par application de la loi généralisée :

$$\frac{S_1}{N_{R1}} + \frac{S_2}{N_{R2}} = cte = 0.55$$

Le terme constant quelque soit les essais a été évalué à partir des courbes élémentaires (tableau XIII),où on constate que :

$$0.53 \leqq \frac{S}{N_R} \leqq 0.58$$

L'application de 100 cycles à ce premier niveau correspond à une aire S_1 = 12.08 (valeur arbitraire), ce qui donne :

$$\frac{S_1}{N_{R1}} = \frac{12.08}{1400} = 0.00862$$

Pour avoir la rupture, l'aire restante S_2 est tirée de la relation (150)

$$S_2 = 0.55 \times N_{R2} - \frac{N_{R2}}{N_{R1}} \cdot S_1$$

ce qui donne :

$$S_2 = 682.13$$

Une simple lecture de la courbe $D_X^Y = f(N_R)$ effectuée au second niveau élémentaire figure (36) donne le nombre de cycle à rupture correspondant.

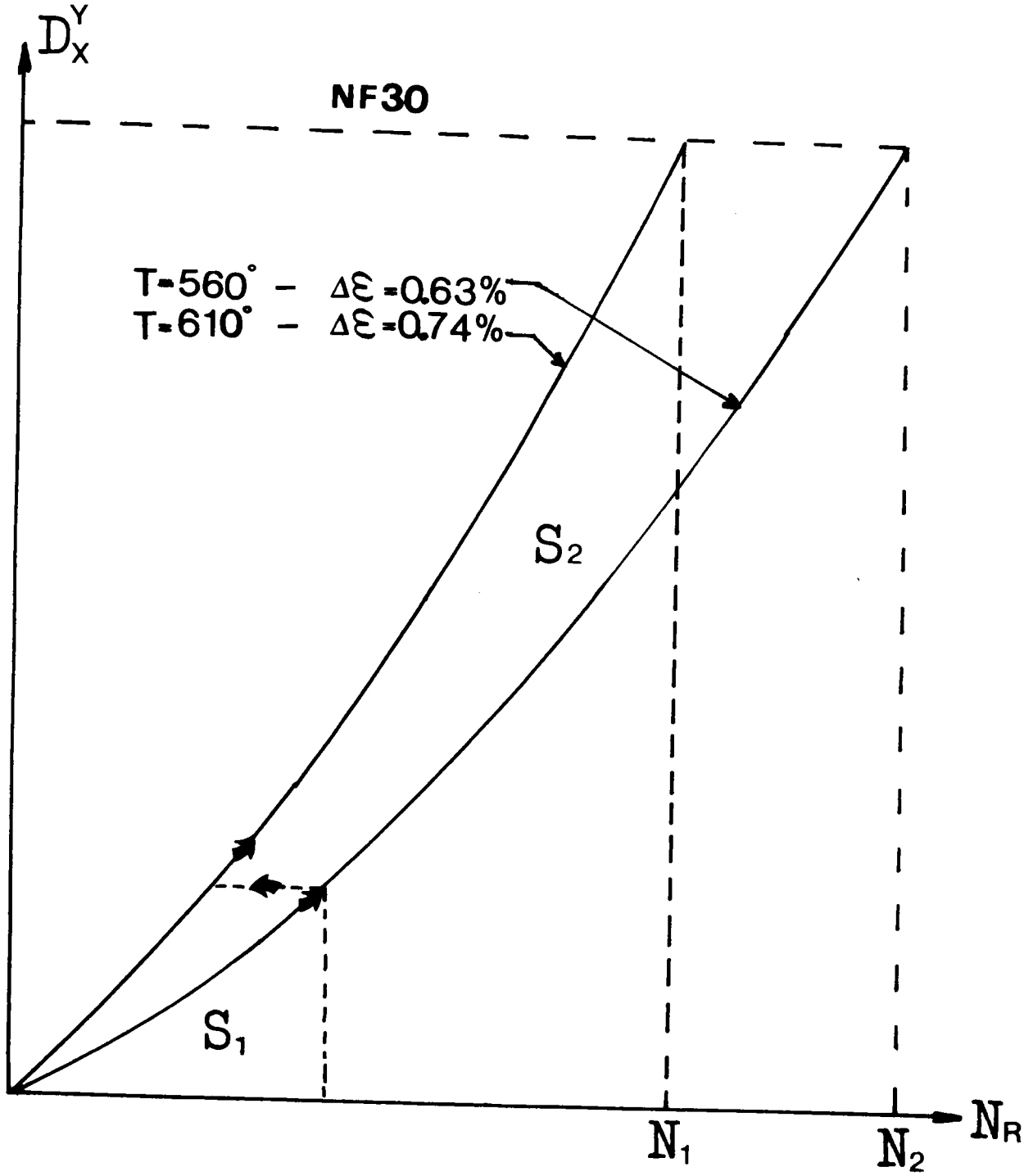


FIGURE 36 : Prévision de durée de vie à deux niveaux de déformation et de température

Nous obtenons N_R équivalent 1 365 cycles, le nombre total de cycles à rupture sera alors de 100 cycles effectués au premier niveau plus 1 365 cycles au second niveau, soit un nombre total de 1 465 cycles.

La prédiction des résultats de la durée de vie est reportée dans le tableau XIII et comparée aux résultats expérimentaux, ainsi qu'aux résultats prévus par la règle de MINER.

Nous remarquons que ce critère donne des prévisions plus proches de la réalité que celles données par la règle de MINER.

Tableau XIII Acier NF 30

$T° - \Delta\varepsilon_t$ %	Nombre de cycles à rupture N_R		
	$\sum \frac{N_i}{N_{Ri}} = 1$ (MINER)	$\sum \frac{S_i}{N_{Ri}} = cte$	Résultats expérimentaux
$T_1 = 560° - \Delta\varepsilon t_1 = 0.63$ % $T_2 = 610° - \Delta\varepsilon t_2 = 0.63$ %	1 270	1 465	1 650
$T_1 = 560° - \Delta\varepsilon t_1 = 0.63$ % $T_2 = 560° - \Delta\varepsilon t_2 = 0.74$ %	1 121	1 192	1 200
$T_1 = 560° - \Delta\varepsilon t_1 = 0.63$ % $T_2 = 610° - \Delta\varepsilon t_2 = 0.74$ %	1 065	1 078	1 120
$T_1 = 610° - \Delta\varepsilon t_1 = 0.63$ % $T_2 = 560° - \Delta\varepsilon t_2 = 0.63$ %	1 388	1 503	1 700
$T_1 = 610° - \Delta\varepsilon t_1 = 0.74$ % $T_2 = 560° - \Delta\varepsilon t_2 = 0.63$ %	1 365	1 438	1 900

IV-2.4.) Essais à trois niveaux

Nous avons généralisé la relation (148) pour des essais à trois niveaux, comme suit :

Nous avons intercalé un bloc de surcharge de 200 cycles à une température de 610° pour une amplitude de déformation totale de 0.74 %. Ce bloc étant intercalé après une fraction de vie β_I variable correspondant successivement à 20, 50, 100, 200, 400 cycles à la température T = 560° et 0.63 % d'amplitude de déformation totale. Ce régime est poursuivi après l'application du bloc de surcharge.

Les résultats expérimentaux de ces essais sont reportés dans le tableau XIV et ils sont comparés à la prédiction donnée par la loi de MINER ainsi qu'à notre loi.

$T_I = 560°$ $\Delta\varepsilon t_{I\%} = 0.63$

$T_2 = 610°$ $\Delta\varepsilon t_{2\%} = 0.74$

Tableau XIV Acier NF 30

n_I	n_2	Nombre de cycles à rupture N_R		
		$\sum \frac{N_i}{N_{Ri}} = 1$ (MINER)	$\sum \frac{S_i}{N_{Ri}} = cte$	Résultats expérimentaux
20	200	1 331	1 420	1 670
50	200	1 331	1 435	1 430
100	200	1 331	1 477	1 902
400	200	1 331	1 606	1 900

IV-2.5.) Conclusion

La prévision de la durée de vie en fatigue oligocyclique à chaud peut se faire en utilisant le concept d'endommagement.

Une propriété indicatrice de la fonction d'endommagement qui semble prometteuse d'utilisation paraît être l'évolution de la déformation plastique au cours du cyclage.

Il semble toutefois préférable d'utiliser cette propriété indicatrice en essayant de qualifier l'accumulation de dommage au bout d'un certain nombre de cycles sous la forme suivante :

$$D_X^Y = \sum_{i=1}^{i=N_R} \left(\frac{\Delta\varepsilon p_i - \Delta\varepsilon p_o}{\Delta\varepsilon p_R - \Delta\varepsilon p_o} \right)^{-\frac{1}{c}}$$

X = l'amplitude de la déformation plastique

Y = tous les dégâts.

La capacité d'accumulation de l'endommagement semble être une caractéristique intrinsèque du matériau et s'exprime par :

$$S = \int_o^{N_R} D_X^Y \, dN$$

et

$$\frac{S}{N_R} = cte$$

Ce point devrait être vérifié sur une large gamme de matériaux et de conditions d'essais.

Un critère de prédiction de durée de vie lors d'essais à k niveaux est proposé :

$$\sum_{i=1}^{k} \frac{S_i}{N_{Ri}} = cte$$

IV – 3) MODELISATION : EXTENSION DU MODELE DE MARQUIS DANS LE CAS D'UN MATERIAU QUI S'ADOUCIT

IV-3.1.) Introduction

Comme nous venons de le démontrer dans les différents chapitres précédents, la quantification de la fonction d'endommagement n'a été possible que par le relevé des valeurs expérimentales de l'amplitude de déformation plastique à différents cycles jusqu'à rupture.

Dans ce chapitre, nous allons développer un modèle proposé par MARQUIS [38] qui émet une loi de comportement permettant de déduire l'amplitude de la déformation plastique. Ce modèle a été appliqué sur l'acier 316 (matériau durcissant au cours du cyclage mécanique) et validé pour des valeurs d'amplitude de déformation totale allant jusqu'à 2 %.

Nos essais ne dépassant guère 0,74 %, nous allons appliquer ce modèle à un matériau qui s'adoucit, dans le but de :

– déterminer l'évolution de l'amplitude de la déformation plastique,

– déterminer la courbe d'évolution de la fonction d'endommagement en fonction du nombre de cycles,

– comparer cette évolution aux courbes expérimentales.

Le modèle de MARQUIS [38] a fait l'objet d'une thèse ; nous tenterons donc de l'éclaircir en posant quelques définitions facilitant la compréhension.

IV-3.2.) Surface de charge

La théorie est fondée sur la notion d'une surface de charge Σ séparant dans l'espace des contraintes σ_{ij}, pour l'état donné du milieu, le domaine de la déformation élastique et celui de la déformation plastique .

L'accroissement infiniment petit de la contrainte d'une quantité $d\sigma_{ij}$ conduit soit à la déformation élastique (décharge, si $d\sigma_{ij}$ est dirigé à l'intérieur de Σ), soit à une déformation plastique permanente (charge, si $d\sigma_{ij}$ est dirigé à l'extérieur de Σ).

La surface de charge se dilate et se déplace au fur et à mesure que se développe le chargement.

Deux cas d'écrouissage s'imposent alors.

IV–3–2.1.) Ecrouissage isotrope

Ce mode d'écrouissage, lors de la déformation plastique se développe de façon identique dans toutes les directions. Plus exactement, la surface de charge se dilate symétriquement autour de l'origine.

L'équation de cette surface de charge s'écrit :

$$f\ (\sigma, R) = J\ (\sigma) - R - R_0 \qquad (151)$$

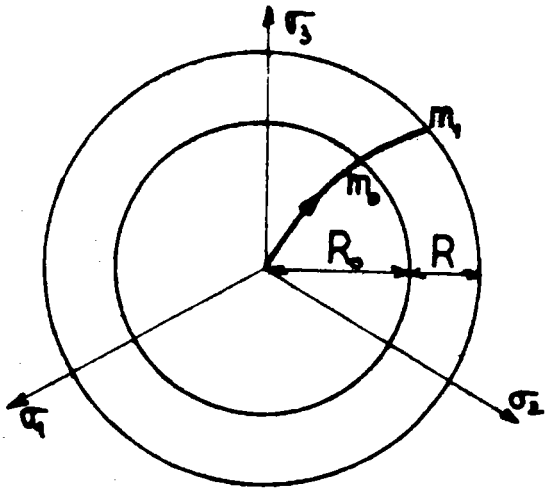


FIGURE 37 : Ecrouissage isotrope

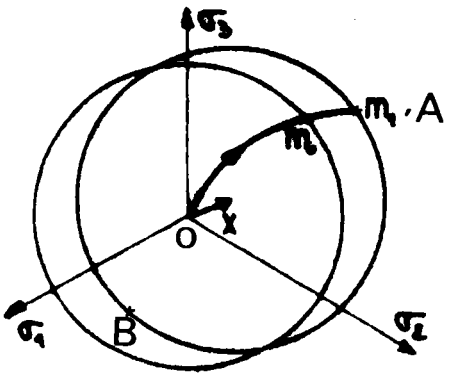


FIGURE 38 : Ecrouissage cinématique

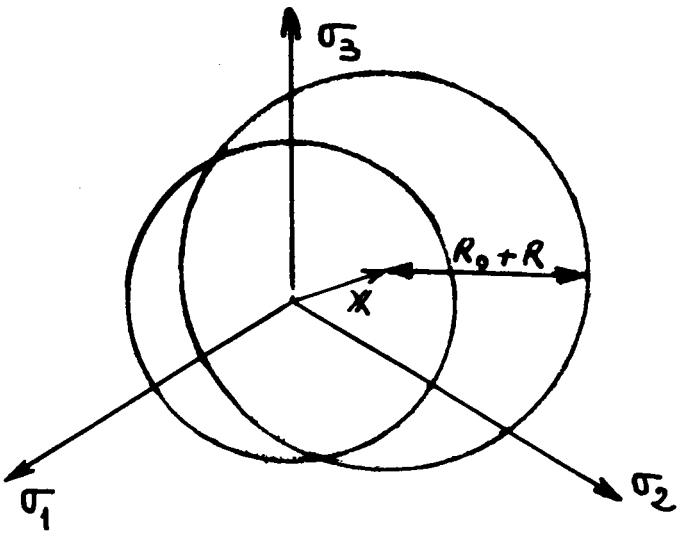


FIGURE 39 : Ecrouissages isotrope et cinématique

La quantité $(R - R_o)$ représente l'évolution de la surface de charge (figure 37).

J désigne symboliquement les 3 invariants élémentaires :

$$J_1 = tr\ (\boldsymbol{\sigma}) = \sigma_{ii} \tag{152}$$

$$J_2 = [\ tr\ (\boldsymbol{s}^2)\ ]^{\frac{1}{2}} = [\ s_{ij}\ s_{ij}\ ]^{\frac{1}{2}} \tag{153}$$

$$J_3 = [\ tr\ \boldsymbol{s}^3\ ]^{\frac{1}{3}} = [\ s_{ij}\ s_{jk}\ s_{ki}\ ]^{\frac{1}{3}} \tag{154}$$

IV—3—2.2.) Ecrouissage cinématique

Soit une surface de charge Σ de centre o dans sa position initiale. Si on charge le matériau, la limite élastique augmentera dans la direction de la déformation (trajet OA), marquant ainsi l'écrouissage qui s'est produit. Par contre, dans la direction inverse (trajectoire OB), la limite élastique diminue, ce qui explique en partie l'effet BAUSHINGER.

L'équation de la surface de charge prend la forme :

$$f\ (\sigma, x) = J\ (\sigma, x) - R_o \tag{155}$$

X représente les micro—contraintes internes engendrées par l'incompatibilité des différents grains du matériau. La figure (38) trace cette évolution.

Remarque : la fonction de charge est paramétrée par la variable X, celle—ci étant associée à la variable extensive α désignant la variable cachée qui caractérise l'état d'écrouissage.

IV—3—2.3.) Ecrouissages isotrope et cinématique

La combinaison des deux cas précédemment cités conduit, pour un milieu initialement isotrope, dont le comportement ne dépend que de l'invariant quadratique représentant l'intensité des contraintes tangentielles, à l'équation suivante :

$$f\ (\boldsymbol{\sigma}, \boldsymbol{\chi},\ R) = (\boldsymbol{s} - \boldsymbol{\chi})_{II} - R - R_o \qquad (156)$$

$\boldsymbol{s}$ est le déviateur du tenseur de contrainte avec :

$$(\boldsymbol{s} - \boldsymbol{\chi})_{II} = \sqrt{(\boldsymbol{s} - \boldsymbol{\chi}) : (\boldsymbol{s} - \boldsymbol{\chi})} \qquad (157)$$

et

$$s_{ij} = \sigma_{ij} - s\,\delta_{ij} \quad \text{avec} \quad s = \frac{\sigma 1 + \sigma 2 + \sigma 3}{3} \qquad (158)$$

La figure (39) illustre cette évolution.

IV-3-3.) Matériaux standards généralisés

IV—3—3.1.) Introduction

Nous appelons matériau standard généralisé un matériau élasto—visco—plastique et élasto—plastique à déformation plastique instantanée pour lequel il existe une famille de paramètres internes α_j tels que si A_j désigne la force associée par la relation :

$$A_j = -\ \rho\ \frac{\delta \Psi}{\delta \alpha} \qquad (159)$$

l'hypothèse de la positivité de la dissipation est vérifiée telle que :

$$\left[\ \frac{dP}{dt}\ .\ \ P^{-1}\ ,\ \ \frac{d\,\alpha}{dt}\ \right]\ \varepsilon\ \delta\ \varphi$$

où p et φ représentent la déformation plastique cumulée et le potentiel de dissipation.

IV—3—3.2.) Potentiel plastique

Pour les matériaux élastoplastiques, la théorie du potentiel plastique de GERMAIN [39] conduit à choisir comme potentiel de dissipation la fonction indicatrice de la fonction seuil.

— soit φ (A) : ce potentiel de dissipation pris convexe tel que les flux appartiennent au sous—différentiel de φ en A.

$$a^{\cdot} \in \delta \varphi \quad (A)$$

— soit I (A) une fonction indicatrice de la fonction seuil, ce qui nous permet d'écrire :

$$\varphi \quad (A) \quad = \quad I\,(A) \quad = \quad \begin{matrix} o & \text{si} & f\,(A) & \leqq & o \\ + \infty & \text{si} & f\,(A) & > & o \end{matrix}$$

Ce choix assure la positivité de la dissipation si f est convexe.

L'application de l'hypothèse de normalité généralisée donne :

$$a^{\cdot} \in \delta \quad I \quad (A)$$

et l'application de la théorie du potentiel plastique conduit à :

$$a^{\cdot} = \lambda \frac{\delta \; f}{\delta \; A} \tag{160}$$

$$\lambda = o \quad \text{si} \quad f\,(A) < o$$

IV—3—3.3.) Application du potentiel plastique

L'application du potentiel plastique se fait à partir de l'équation de dissipation thermique et mécanique :

$$- \frac{q}{\Theta} \quad \text{grad} \; \Theta + \mathbb{T} : \mathbb{E}^{\cdot p} - \mathbb{X} : \alpha^{\cdot} \quad - \; R. \; p^{\cdot} \quad \geqq o \tag{161}$$

Nous supposons le découplage de ces dissipations, ce qui nous permet de poser :

$$A = (\sigma, x, R)$$

$$a = (\varepsilon^p, \alpha, P)$$

avec $\quad A \; a^{\bullet} \geqq o$

Ces différents paramètres sont reliés entre eux comme suit :

$$\varepsilon^{\bullet} p = \lambda \frac{\delta f}{\delta \sigma} \tag{162}$$

$$\alpha^{\bullet} = - \lambda \frac{\delta f}{\delta x} \tag{163}$$

$$P^{\bullet} = - \lambda \frac{\delta f}{\delta R} \tag{164}$$

avec $\lambda = o$ si $\quad f < o$

$f = o$ et $\frac{\delta f}{\delta \sigma} \sigma^{\bullet} < o$

A partir de la fonction seuil de VON MISES

$$f(\sigma, x, R) = (s - x)_{II} - R - R_o$$

on définit

$$\varepsilon^{\bullet p} = \lambda \frac{\delta f}{\delta \sigma} = \lambda \frac{(s - x)}{(s - x)_{II}} \tag{165}$$

$$\alpha^{\bullet} = - \lambda \frac{\delta f}{\delta x} = \lambda \frac{(s - x)}{(s - x)_{II}} \tag{166}$$

$$P^{\bullet} = - \lambda \frac{\delta f}{\delta R} = \lambda \tag{167}$$

Nous constatons que la variable interne α associéeau paramètre d'écrouissage cinématique X est, par hypothèse de normalité généralisée, identifiée à la déformation plastique :

$$\alpha^{\bullet} = \varepsilon^{\bullet p}$$

En multipliant l'équation (165) par elle–même, nous obtenons :

$$\mathbf{\varepsilon}^{\bullet p} : \mathbf{\varepsilon}^{\bullet p} = \lambda^2 \frac{(\mathbf{s} - \mathbf{X}) : (\mathbf{s} - \mathbf{X})}{[\ (\mathbf{s} - \mathbf{X})_{II}\ ]^2} \tag{168}$$

ou $$\lambda = \sqrt{\mathbf{\varepsilon}^{\bullet p} : \mathbf{\varepsilon}^{\bullet p}} = (\mathbf{\varepsilon}^{\bullet p})_{II} \tag{169}$$

et $$P^{\bullet} = (\mathbf{\varepsilon}^{\bullet p})_{II} \tag{170}$$

<u>Remarque</u> : l'évolution des paramètres X et R sera définie selon le choix de l'énergie libre Ψ.

IV–3–3.4.) Choix des énergies

– <u>Cas de l'écrouissage isotrope</u>

Dans l'énergie libre, on introduit deux énergies :

– une énergie élastique W_e.

– une énergie plastique W_p.

ce qui donne la relation suivante :

$$\rho\,\Psi = W_e + W_p \tag{171}$$

<u>Remarque</u> : l'énergie plastique W_p est liée au paramètre d'écrouissage isotrope R par la relation :

$$R = \rho \frac{\delta \Psi}{\delta p} = W^{\bullet}_{p} \tag{172}$$

— Cas d'écrouissage cinématique

Dans ce cas, l'énergie libre ψ sera composée elle aussi de deux énergies :

— une énergie élastique $W_{e'}$

— une énergie plastique exprimée en terme de α et choisie quadratique.

$$\rho \psi = W_e + \frac{1}{2} B \boldsymbol{\alpha} : \boldsymbol{\alpha} \tag{173}$$

— Cas de l'écrouissage cinématique et isotrope

L'énergie libre ψ sécrit :

$$\rho \psi = W_e + \frac{1}{2} B \boldsymbol{\alpha} : \boldsymbol{\alpha} + W_p \tag{174}$$

IV—3—4.) Etude d'un modèle non standard à écrouissage cinématique et isotrope

IV—3—4.1.) Introduction

Dans ce modèle, les hypothèses d'écrouissage cinématique et isotrope, ainsi que la fonction seuil sont conservées, mais les hypothèses de normalité généralisée ne seront pas imposées. Les résultats de ces hypothèses seront modifiés pour obtenir des lois d'écrouissage avec un terme de rappel.

La variable extensive α s'écrira :

$$\alpha^{\bullet} = \boldsymbol{\varepsilon}^{\bullet p} - \Phi(P) \cdot \boldsymbol{\chi} \cdot p^{\bullet} \tag{175}$$

et nous déduisons la loi d'écrouissage cinématique introduite par ARMSTRONG et FREDERIK [40] .

$$X^{\bullet} = \beta \dot{\alpha} = \beta \left[\varepsilon^{\bullet p} - \Phi (p) \cdot X \cdot p^{\bullet} \right] \tag{176}$$

Φ (p) : fonction qui traduit le durcissement ou l'adoucissement du matériau.

β : pente de la courbe $X = f(\varepsilon p)$ au point $X = 0$, figure (40), d'où

$$\frac{dX}{d\varepsilon p} = \beta \tag{177}$$

<u>Remarque :</u>

– en chargement uniaxial, la loi d'écrouissage cinématique s'écrit :

$$X^{\bullet} = \beta \alpha^{\bullet} = \beta \left[\varepsilon^{\bullet p} - \varphi (\xi) \times \xi^{\bullet} \right] \tag{178}$$

– en chargement tridimensionnel R et K (limite élastique), sont reliées entre elles par la relation

$$R = \sqrt{\frac{2}{3}} \quad K \tag{179}$$

P et ξ sont reliées par la relation :

$$P = \sqrt{\frac{3}{2}} \; \xi \tag{180}$$

En outre, P et ξ sont reliées à la déformation plastique par la relation :

$$P^{\bullet} = \sqrt{\frac{3}{2}} \; | \varepsilon^{\bullet p} | \tag{181}$$

d'où $$\xi^{\bullet} = | \varepsilon^{\bullet p} | \tag{182}$$

φ (ξ): fonction monotone permettant l'adoucissement ou le durcissement du matériau.

– si $\varphi'(\xi)$ est négative, la loi cinématique conduit à un durcissement,

– si $\varphi'(\xi)$ est positive, elle conduit à un adoucissement,

– si $\varphi'(\xi)$ est nulle, elle conduit à une stabilisation directe.

Notre acier étant un matériau qui s'adoucit, nous choisirons $\varphi(\xi)$ de la forme :

$$\varphi(\xi) = \varphi(\infty) - \psi\, \bar{e}^{\omega\xi}. \qquad (183)$$

avec $\varphi(\infty) = \lim_{\xi \to \infty} \varphi(\xi)$

$\psi \bar{e}^{\omega\xi}$ = progression de φ en fonction de l'évolution de ξ

ω : étant la vitesse de stabilisation, et ψ le coefficient multiplicateur.

IV–3–4.2.) Méthode d'identification

IV-3-4-2.1.) Le module d'élasticité

Le module d'élasticité est donné par le domaine élastique du premier quart du cycle. La transition entre le domaine élastique et plastique étant difficile à apprécier sur une courbe expérimentale, un critère de déformation plastique de 0.02 % est adopté.

La figure (41) illustre ce mode de dépouillement relatif à l'acier NF 30 (T°C = 610), nous trouvons E = 161.323 MPA.

IV-3-4-2.2.) Détermination des coefficients d'écrouissage isotrope

La limite élastique initiale est déterminée elle aussi en toute logique à 0.02 %

de déformation plastique. La valeur retenue est :

$$K_o = 309 \text{ MPA.}$$

L'évolution de limite élastique est déterminée après chaque cycle mécanique.

Dans le tableau XV, on trouvera toutes les valeurs de la limite d'élasticité :

Tableau XV Acier NF 30

Nombre de cycles	$K_o + K_\infty$ (MPA)
1er	309
4	283
20	282
100	259
300	239
600	239
920	231
1 040	227

IV-3-4-2.3.) Détermination des coefficients de la loi d'écrouissage cinématique

Les coefficients β et $\varphi(\xi)$ sont à identifier dans la loi d'écrouissage cinématique :

$$x^{\cdot} = \beta\,(\varepsilon^{\cdot p} - \varphi(\xi) \times \xi^{\cdot})$$

avec $\varphi(\xi) = \varphi(\infty) - \Psi\, \bar{e}^{\,\omega\,\xi}$

— β et φ_∞ seront déterminés par la connaissance du cycle stabilisé,

— ψ et ω par la connaissance des premiers cycles d'un essai.

IV-3-4-2-3.1.) Comportement stabilisé

a) — Détermination de β

L'évolution de la contrainte en fonction de la déformation plastique est donnée par les boucles d'hystérésis. Par translation d'une valeur de $K_o + K_\infty$ nous pouvons déterminer x en fonction de la déformation plastique (figure 40).

La pente au point x = o nous donne β.

d'où $\beta = \dfrac{dx}{d\varepsilon^p} = 90.323$ MPA.

La figure (40) illustre ce mode de dépouillement.

b) — Détermination de $\varphi\infty$

La mesure des amplitudes $\Delta\sigma$ et $\Delta\varepsilon^p$ et la valeur de β permettent de déterminer $\varphi\infty$ par la relation :

$$\frac{\Delta\sigma}{2} = \frac{1}{\varphi\infty} \text{ Th } \left(\frac{\Delta\varepsilon^p \cdot \varphi\infty \cdot \beta}{2}\right) + K_o + K_\infty \qquad (184)$$

d'où l'on tire $\varphi\infty$ $(\Delta\sigma, \Delta\varepsilon p, \beta, K_o, K_\infty)$

Nous trouvons : $\varphi\infty = 0.00477 \text{ MPA}^{-1}$

c) — Démonstration de l'équation

$$\frac{\Delta\sigma}{2} = \frac{1}{\varphi\infty} \text{ Th } \left(\frac{\Delta\varepsilon^p \cdot \varphi\infty \cdot \beta}{2}\right) + K_o + K_\infty$$

Le cycle stabilisé sera obtenu pour ξ tendant vers l'infini. Dans ce cas, l'écrouissage isotrope n'intervient plus ; seul, l'écrouissage cinématique permettra

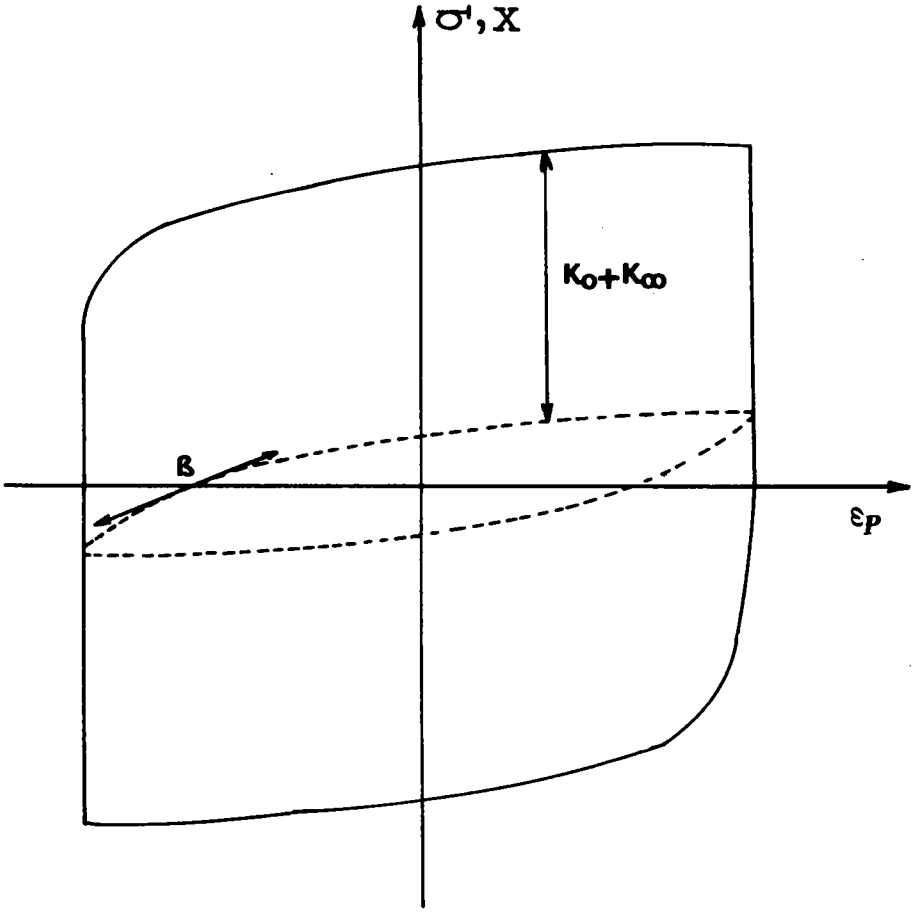


FIGURE 40 : Détermination de β à partir du cycle stabilisé

de décrire le cycle stabilisé.

La loi d'écrouissage cinématique s'écrit :

$$x^{\bullet} = \beta\,(\varepsilon^{\bullet\,p} - \varphi_{\infty}\,.\,x \;\; |\,\varepsilon^{\bullet p}\,|\,)$$

L'intégration de cette équation entre x_{max} et x_{min} correspondant à ε_{pmax} et ε_{pmin} donne :

$$\Delta\varepsilon_p = \varepsilon_{pmax} - \varepsilon_{pmin} = \frac{1}{\varphi_{\infty}} \operatorname{Log}\left[\frac{1 + \varphi_{\infty}\,.\,x_{max}}{1 + \varphi_{\infty}\,.\,x_{min}}\right]$$

avec

$$x_{max} = -\,x_{min} = \frac{\Delta\sigma}{2} - K_o - K_{\infty}$$

K_o étant la limite élastique initiale et

K_{∞} la progression de cette limite élastique.

D'où : $$\frac{\Delta\sigma}{2} = \frac{1}{\varphi_{\infty}} \operatorname{Th}\left[\frac{\Delta\varepsilon p \cdot \varphi_{\infty} \cdot \beta}{2}\right] + K_o + K_{\infty}$$

IV-3-4-2-3.2.) Détermination de ψ et ω

Ces coefficients sont déterminés avec les premiers cycles d'un essai. Les valeurs de ψ et ω sont obtenues par la mesure du module d'écrouissage en deux points du premier cycle.

La valeur du module d'écrouissage plastique en traction est donnée par la relation suivante :

$$\frac{d\sigma}{d\varepsilon_p} = \beta\,[\,1 - \varphi\;(\xi)\;\operatorname{sign}\;(\sigma - x)\;x\,] + \rho'(\xi) \qquad (185)$$

La fonction $\rho^{\bullet}(\xi)$ est liée à la limite élastique par la relation :

$$K^{\bullet} = \rho^{\bullet}(\xi) \cdot \xi^{\bullet} \tag{186}$$

Dans la relation (185), remplaçons $\varphi(\xi)$ par sa valeur :

$$\varphi(\xi) = \varphi_{\infty} - \Psi \, \bar{e}^{\omega \xi} \tag{187}$$

D'où nous déduisons :

$$\psi \, \bar{e}^{\omega\xi} = \frac{\text{sign}(\sigma - x)}{x} \left[1 - \frac{1}{\beta} \left(\frac{d\sigma}{d\varepsilon_p} - \rho^{\bullet}(\xi) \right] - \varphi_{\infty} \tag{188}$$

Cette équation décrite en deux points ξ très différents donne les valeurs Ψ et ω ; nous obtenons :

ψ = 0.0026 MPA

ω = 29

IV—3—4.3.) Etude des différents chargements

IV-3-4-3.1.) Introduction

Pour valider ce modèle, deux applications nous seront nécessaires :

— la vérification des contraintes ou des déformations plastiques au cours d'un chargement monotone.

— la vérification des contraintes ou des déformations plastiques au cours d'un chargement cyclique.

IV-3-4-3.2.) Chargement monotone

IV-3-4-3-2.1.) Introduction

En comportement uniaxial, la loi d'écrouissage cinématique s'écrit :

$$x^{\bullet} = \beta \left[\varepsilon^{\bullet} p - \varphi(\xi) \times \xi^{\bullet} \right] \qquad (189)$$

Hypothèses :

$$\xi = \varepsilon p > 0$$
$$\xi^{\bullet} = \varepsilon^{\bullet} p$$

La loi d'écrouissage cinématique s'écrit :

$$x^{\bullet} = \beta \left[\varepsilon^{\bullet} p - \varphi(\varepsilon p) \times \varepsilon^{\bullet} p \right] \qquad (190)$$

ou $$x^{\bullet} = \beta \varepsilon^{\bullet} p \left[1 - \varphi(\varepsilon p) \times \right]$$

IV-3-4-3-2.2.) Résultats

L'intégration de la relation (190) conduit aux résultats du Tableau XVI, (figure 41)

Tableau XVI Acier NF 30

εp %	x (MPA)	σ_{Th} (MPA)	σ_{exp} (MPA)
0	0	309	309
0.04	18.1	327.1	372
0.07	31.6	340.6	405
0.1	45	354	424
0.138	62	371	429

IV-3-4-3.3.) Chargement cyclique

La loi d'écrouissage cinématique relative aux cycles analogues à celui de la figure (40) restera entière et s'écrit :

$$\dot{x} = \beta \left[\dot{\varepsilon}p - \varphi(\xi) \times \dot{\xi} \right] \qquad (191)$$

et le tableau XVII illustre les différentes évolutions.

Tableau XVII Acier NF 30

Nombre de cycles	$\Delta\varepsilon p_{Th}$ %	$\Delta\varepsilon p_{exp}$ %
4	0.33	0.278
20	0.35	0.3
100	0.36	0.34
300	0.386	0.37
600	0.4	0.38
920	0.4	0.45
1 040	0.4	0.51

Remarque : Ces résultats ont été obtenus avec une erreur d'environ 10 % sur les contraintes théoriques introduites dans l'équation 191.

IV-3-4.4.) Courbes de fonction d'endommagement

L'extension du modèle de MARQUIS [38] nous a permis de déterminer l'évolution de l'amplitude de déformation plastique à chaque cycle et cela dans

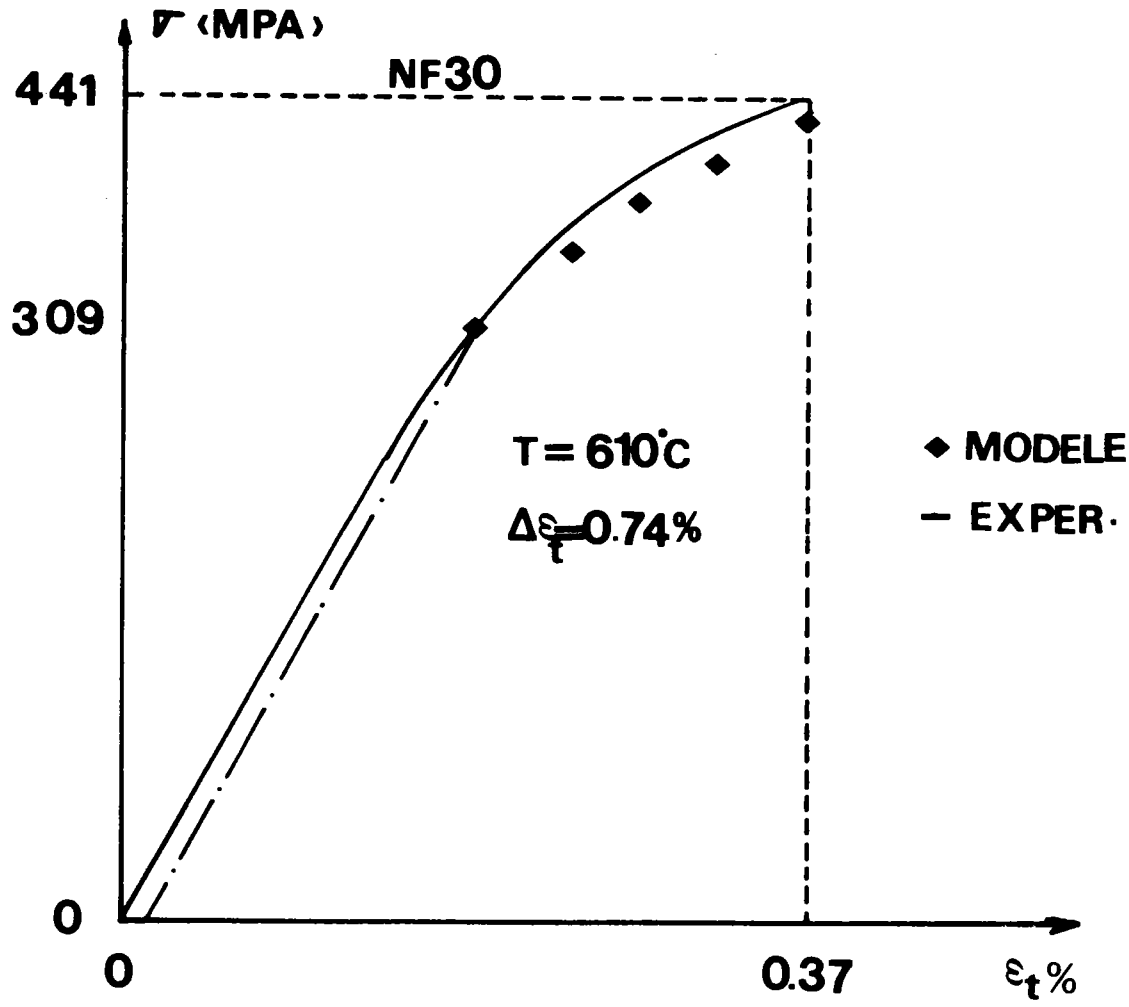


FIGURE 41 : Courbe de traction monotone

le but d'appliquer la loi :

$$D_X^Y = \sum_{i=1}^{N_R} \left(\frac{\Delta\varepsilon p_i - \Delta\varepsilon p_o}{\Delta\varepsilon p_R - \Delta\varepsilon p_o} \right)^{-\frac{1}{c}}$$

afin d'évaluer et de comparer les évolutions théorique et expérimentale de la fonction d'endommagement.

La figure (42) illustre ces deux évolutions.

IV-3.5.) Discussion

L'étude du modèle élasto–plastique non standard dans le cadre de la thermo–dynamique des processus irréversibles et de son application à notre acier (matériau qui s'adoucit) a permis d'introduire une relation liant l'amplitude de la contrainte à l'amplitude de la déformation plastique.

Quelques remarques peuvent cependant être formulées :

a) – pour une application uniaxiale, une erreur d'environ 10 % sur l'évolution des contraintes au cours du cyclage mécanique se manifeste.

b) – la détermination des différents coefficients du modèle est basée sur la mesure des tangentes aux courbes d'hystérésis, ce qui nécessite une grande précaution d'utilisation.

c) – la détermination des différents coefficients nécessite obligatoirement la connaissance des premiers cycles ainsi que du cycle stabilisé.

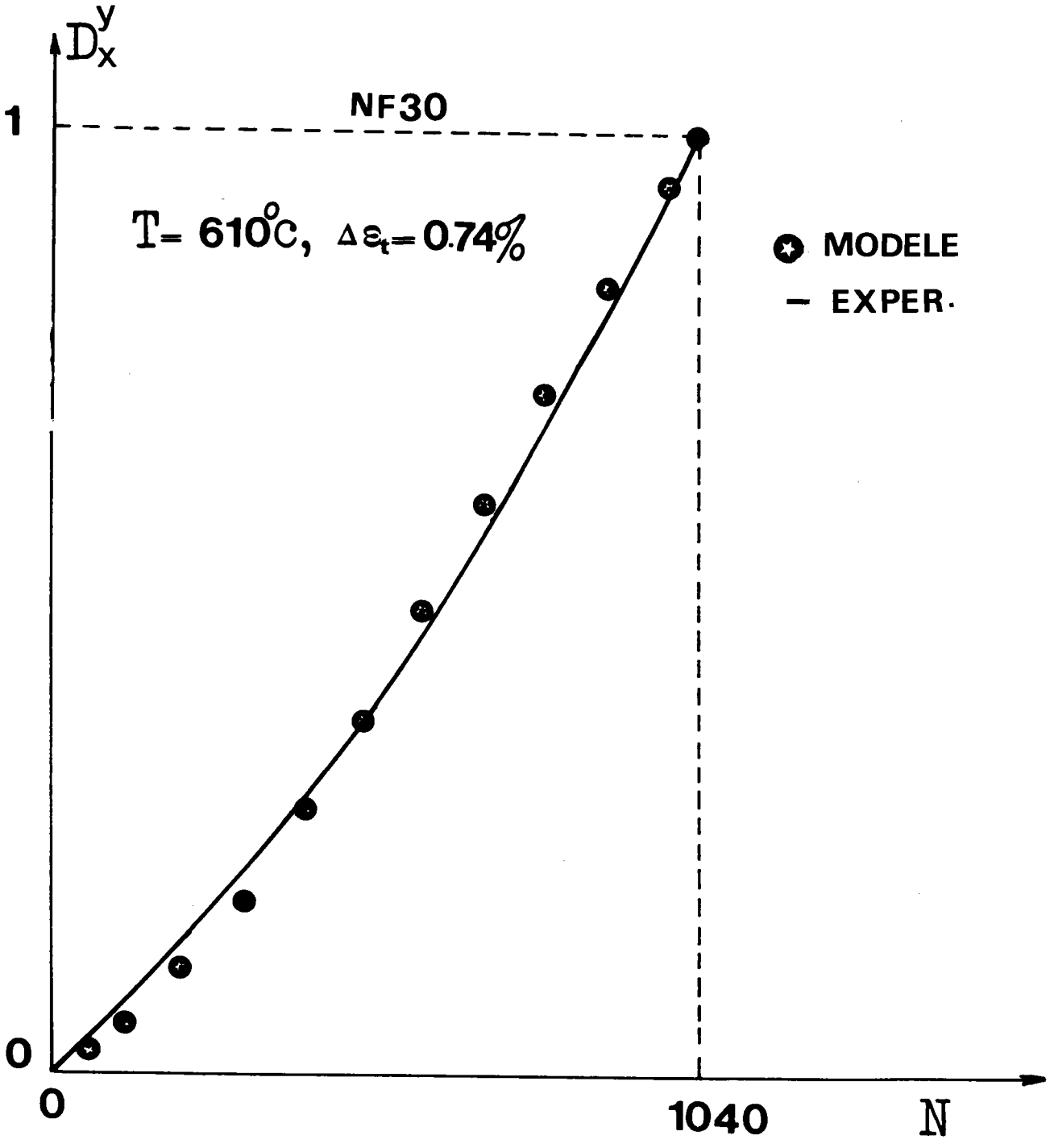


FIGURE 42 : Evolution théorique et expérimentale de la fonction d'endommagement

IV – 4) CONCLUSION

L'ensemble des résultats expérimentaux obtenus sur notre acier PM 30, comparés aux modèles présentés respectivement par MINER [1] , CHABOCHE [30] , BUI–QUOC [33] , KIM [32] et nous–mêmes figurent sur le tableau XVIII

Tableau XVIII Acier NF 30

$T - \Delta \varepsilon_t$ %	MINER	CHABOCHE	BUI–QUOC	KIM	$\frac{Si}{N_{Ri}}$ = cte	Expérience
$T_1 = 560° - \Delta\varepsilon t_1 = 0.63$ % $T_2 = 610° - \Delta\varepsilon t_2 = 0.63$ %	1 270	1 323	1 278	1 340	1 465	1 650
$T_1 = 560° - \Delta\varepsilon t_1 = 0.63$ % $T_2 = 560° - \Delta\varepsilon t_2 = 0.74$ %	1 121	1 144	1 126	1 090	1 192	1 200
$T_1 = 560° - \Delta\varepsilon t_1 = 0.63$ % $T_2 = 610° - \Delta\varepsilon t_2 = 0.74$ %	1 065	1 124	1 071	920	1 078	1 120
$T_1 = 610° - \Delta\varepsilon t_1 = 0.63$ % $T_2 = 560° - \Delta\varepsilon t_2 = 0.63$ %	1 388	1 289	1 386	1 390	1 503	1 700
$T_1 = 610° - \Delta\varepsilon t_1 = 0.74$ % $T_2 = 560° - \Delta\varepsilon t_2 = 0.63$ %	1 365	1 179	1 345	1 380	1 438	1 900

– Pour l'ensemble des essais présentés, les résultats obtenus par les modèles de MINER [1] et BUI–QUOC [33] sont très proches. Le premier modèle

ayant l'avantage d'une utilisation beaucoup plus simple que le second.

– Les résultats obtenus à partir des modèles de KIM [32] et de CHABOCHE [30] sont plus proches de nos résultats expérimentaux que ceux présentés par MINER [1] et BUI-QUOC [33] en ce qui concerne les essais à niveaux bas-haut de sollicitations. Pour des niveaux de sollicitations haut-bas, l'application du modèle de CHABOCHE [30] conduit à des résultats inférieurs à ceux déterminés par les autres modèles. Ce phénomène est dû au faible nombre de cycles du premier niveau (dans notre cas 100 cycles) car le modèle de CHABOCHE [30] ne permet pas la prise en compte de l'effet bénéfique des petits cycles.

– Les modèles [1], [2], et [33] permettent de déterminer dans le cas d'essais à deux niveaux de sollicitations la durée de vie du matériau, ce que ne peut prévoir le modèle de KIM [32].

– Le modèle que nous proposons donne pour l'acier PM 30 des résultats proches des essais expérimentaux.

D'une façon générale, il apparaît que le modèle de KIM [32] et le nôtre, basés sur une mesure directe de l'évolution de l'amplitude de la déformation plastique au cours du cyclage semblent mieux traduire la réalité physique, ce qui justifie le choix de l'utilisation de l'amplitude de la déformation plastique comme propriété indicatrice de la fonction d'endommagement.

CHAPITRE V

INFLUENCE DE L'ENVIRONNEMENT SUR L'AMORCAGE DES FISSURES EN FATIGUE OLIGOCYCLIQUE

V – 1) INTRODUCTION

La fatigue à haute température, en particulier dans le domaine oligocyclique, est l'un des modes de sollicitations primordiaux auxquels sont soumises les pièces dans les turbo–machines. La durée de vie à rupture est régie par l'interaction de deux phénomènes :

– phénomène mécanique dû aux charges extérieures,

– phénomène chimique dû à l'oxydation.

Dans ce chapitre, nous nous proposons d'étudier à partir des lois de la diffusion :

– le phénomène d'oxydation du métal,

– l'influence du cyclage mécanique sur le phénomène d'oxydation.

Nous proposerons ensuite un modèle qui prévoit le nombre de cycles d'amorçage. Nous limiterons notre étude à des essais de fatigue oligocyclique effectués à une amplitude de déformation totale $\Delta\varepsilon_t$ égale à 0,74 % à la température de 610°C pour l'acier NF 20.

V – 2) CARACTERISTIQUES DE L'OXYDATION DES ACIERS

V-2.1.) Introduction à l'oxydation du fer

De très nombreux travaux consacrés à ce thème [41] , [42] , [43] ont montré qu'à une température supérieure à 550°C, l'oxydation du fer dans l'air conduit, à l'interface gaz–métal, à la formation de trois couches compactes

formées des oxydes Fl_2 o3, Fe_3 o4 et protoxyde du fer (Fe o).

Les expériences réalisées par ces auteurs ont prouvé que la pellicule d'oxyde s'élabore à la faveur d'un double courant diffusionnel du fer vers l'extérieur et de l'oxygène vers l'intérieur.

V-2.2.) Lois de cinétique d'oxydation

Les cinétiques d'oxydation des nombreux métaux et alliages susceptibles de développer à haute température des couches d'oxyde sont essentiellement de la forme :

— Linéaire :

$$X = D_I \cdot t$$

avec D_I = coefficient de diffusion

t = temps

x = épaisseur de la couche d'oxyde.

Cette loi linéaire résulte en général d'une réaction qui se produit toujours au cours du temps entre le métal lui-même et le gaz d'attaque, ceci est le cas lorsque des fissures se forment constamment dans l'oxyde à travers lesquelles le gaz accède directement à la surface du métal. Dans ce cas, le coefficient de diffusion est élevé et la progression de l'interface réactionnelle est linéaire [42] .

— Parabolique :

$$X^2 = D_2 \cdot t$$

Cette loi parabolique s'applique aux températures élevées. Beaucoup de métaux, en particulier de la triade du fer (nickel, cobalt), s'oxydent conformément à cette loi. Elle correspond au cas selon Y. ADDA, J.M. DUPOUY, J. PHILIBERT, Y. QUERE [44] , où la vitesse de croissance de la pellicule est limitée par la diffusion des ions.

– Logarithmique :

$$X = D_3 \ \mathrm{Log}\ (Bt + 1)$$

Pour ces mêmes auteurs, c'est le cas de l'oxydation d'un grand nombre de métaux dans le domaine de basse température. Dans ce cas, la vitesse d'oxydation est initialement rapide, puis décroît jusqu'à des valeurs très faibles ou même négligeables.

La figure (43) montre l'évolution des diverses lois d'oxydation rencontrées :

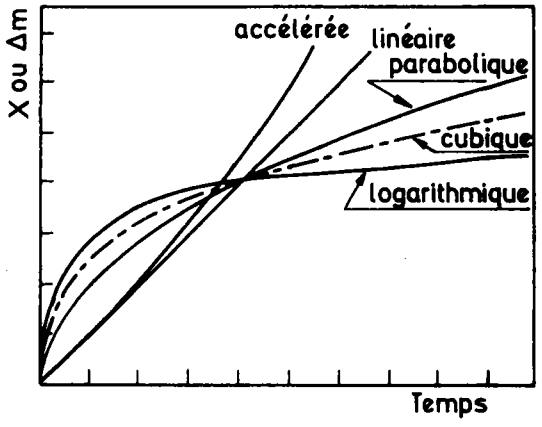


FIGURE 43 : Représentation des différentes lois cinétiques d'oxydation des métaux

V-2.3.) Interaction métal-oxyde

PETERS et ENGELL [41] ont montré que dans le cas des fers faiblement alliés, soumis à une température allant de 500° à 1 050°C, les éléments d'addition ayant une affinité plus forte pour l'oxygène que celle du fer donnent lieu à la formation d'une couche intermédiaire d'oxyde mixte et l'adhérence de la pellicule décroît. A l'inverse, dans le cas des éléments ayant une affinité plus faible pour l'oxygène que celle du fer, ces éléments d'addition précipitent à l'interface Fe – FeO à l'état d'inclusion plastique et l'adhérence de la pellicule d'oxyde augmente.

V-2.4.) Cinétique d'oxydation des aciers

La cinétique de l'oxydation de la plupart des aciers dans l'air ou l'oxygène à la pression atmosphérique, dans un intervalle de températures de 400 à 1 250° C allant de quelques minutes à 48 heures, est une loi parabolique liée, selon BENARD et PAIDASSI [42], à la croissance de la couche d'oxyde entraînant l'augmentation de la masse de l'échantillon étudié.

V—2—4.1.) Loi de diffusion

Cette loi est de la forme :

$$X^2 = D \cdot t \qquad (192)$$

D : coefficient de diffusion qui, suivant la loi d'Arrhenius est de la forme :

$$D = D_0 \cdot e^{-\frac{Q}{R.T.}} \qquad (193)$$

D_o : constante de diffusion

X : épaisseur de la couche d'oxyde

t : temps

Q : énergie d'activation

R : constante des gaz parfaits.

Si on porte LnD en fonction de $\frac{1}{T}$ à différentes températures, on obtient une droite dont la pente permet de déterminer Q.

L'énergie d'activation Q est l'énergie qui caractérise le processus d'oxydation.

Pour le fer, PAIDASSI et BENARD [42] ont trouvé, dans un intervalle de température allant de 400 à 600°C, une énergie d'activation de 36.000 cal/mole. Par contre, d'après BIRCHENALL [45], cette énergie est de 45.000 cal/mole.

V—2—4.2.) Loi de croissance (gain de masse)

Suivant TIKHOMIROV et AL [46], l'augmentation de poids Δ m (mg/cm²) obéit dans les conditions isothermes à la loi parabolique :

$$\Delta m^2 = k \cdot t \qquad (194)$$

La constante de croissance k, qui contient implicitement la valeur du coefficient de diffusion D, et l'influence de la température est exprimée par la relation suivante :

$$k = K_o \, e^{-\frac{Q}{R.T.}} \qquad (195)$$

avec k_o = constante.

V – 3) INFLUENCE DES CHARGEMENTS EXTERIEURS ET DE L'ECROUISSAGE

Selon BENARD [43] la cinétique d'oxydation est fonction du taux d'écrouissage, donc des charges extérieures appliquées au métal. La présence de contraintes extérieures de nature thermique, ou mécanique cyclique, conduit soit à la fissuration, soit au décollement de la couche d'oxyde permettant un contact direct entre le métal et l'environnement.

Deux cas se présentent :

– Si l'oxyde est très adhérent, il s'adaptera par glissement lorsqu'il est plastique, ou par fissuration lorsque la plasticité est insuffisante.

– Si l'adhérence est faible et l'oxyde plastique, il y aura formation de pustules présentant des fortes concentrations de contraintes conduisant ainsi à la rupture du matériau.

La figure (44) illustre ces deux évolutions.

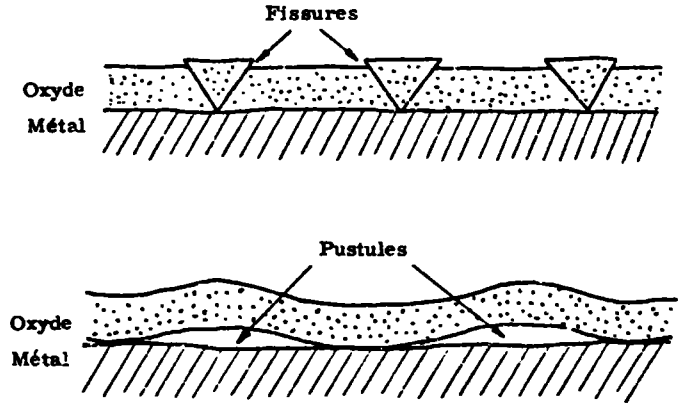


FIGURE 44 : Adhérence de l'oxyde

Remarque :

Le sens des contraintes a aussi son importance. Une contrainte de traction entraîne une fissuration rapide de la surface du métal ; inversement, les contraintes de compression contribuent à améliorer la tenue à l'oxydation, retardent et même empêchent l'amorçage et la propagation des fissures selon SPEIDEL [47].

V – 4) INFLUENCE DE L'OXYDATION SUR LES ESSAIS DE FATIGUE OLIGOCYCLIQUE A HAUTE TEMPERATURE

V-4.1.) Introduction

Un matériau soumis à un cyclage mécanique à contrainte ou déformation imposée à haute température est, en général, le siège d'une multiplication de la densité de dislocations et de leur réarrangement.

Celles-ci jouent un rôle important dans le mécanisme d'oxydation, puisque leur glissement et leur émergence à la surface du métal expliquent la rupture du film d'oxyde. En effet, cette couche subirait un cisaillement par les marches de glissement à la surface du métal d'où formation de piqûres conduisant à une localisation de la déformation plastique, phénomène essentiel en fatigue et fatigue corrosion puisque les diverses formes de localisation de marches de glissement sont à l'origine de l'amorçage des fissures selon LAIRD C. et DUQUETTE D.J. [48] ainsi que selon MAGNIN T [6] .

V-4.2.) Définition de l'amorçage en fatigue à haute température (influence de l'oxyde)

A haute température, l'environnement joue un rôle important dans l'amorçage

des fissures. L'oxydation dans l'air à des températures allant de 500 à 1 000° C favorise la cinétique de diffusion de l'oxyde à l'intérieur du métal provoquant ainsi lors d'un chargement mécanique un amorçage de fissure. Ce dernier se produit à la surface de l'éprouvette.

La fragilisation microstructurale des joints liés à l'environnement (oxydation au cours de la fatigue à chaud) entraîne la formation de sites d'amorçage d'autant plus privilégiés que la déformation est importante selon BOETTNER, C. LAIRD et A.J.M. EVILY [35].

LEVAILLANT, REZGUI et PINEAU [49] ont remarqué que, pour une température de 600°C et pour une même amplitude de déformation plastique, le nombre de cycles de rupture est beaucoup moins important dans l'air que dans le vide, malgré une même vitesse de déformation.

Les résultats obtenus sur l'acier Z3 CND 17–12 par ces auteurs sont inscrits dans le tableau XIX.

Tableau XIX

Environnement	$\Delta\varepsilon_p$	Nombre de cycles d'amorçage N_a	Nombre de cycles de propagation N_p	Nombre de cycles de rupture
Air	9.8×10^{-3}	225	570	795
Vide	9.8×10^{-3}	2 184	736	2 920

On peut remarquer que, dans le vide, le nombre de cycles d'amorçage représente environ 75 % de la durée de vie totale. Par contre, dans l'air, il n'est que de 28 %.

Remarque :

Selon LEVAILLANT et Al [49] l'examen détaillé de l'amorçage de la fissure en fatigue oligocyclique se heurte à la définition même d'une longueur de microfissure qui dépend directement de la résolution du moyen d'observation utilisé. Aussi en l'absence d'un accord général sur la définition de l'amorçage, il est préférable de rapporter le nombre de cycles d'amorçage Na pour une longueur conventionnelle de fissure. Cette longueur pourrait être de 25 µm correspondant à une taille de défauts comparable à la taille de grain [49].

V – 5) CONCLUSION

L'étude bibliographique concernant le phénomène d'oxydation nous a permis de mettre en évidence l'importance :

– des différentes lois de cinétique d'oxydation,

– de la loi de diffusion et loi de croissance de la couche d'oxyde,

– de l'influence des chargements extérieurs sur les essais en fatigue oligocyclique à haute température,

– de la définition de l'amorçage en fatigue à haute température.

Toutes ces constatations nous serviront comme base afin d'étudier l'influence du phénomène d'oxydation sur l'acier NF 20, en particulier dans la phase d'amorçage.

V – 6) ETUDE DE L'OXYDATION DE L'ACIER NF 20

Cette étude expérimentale nous permettra de déterminer les différents paramètres qui caractérisent le phénomène d'oxydation.

V-6.1.) Appareillage utilisé

L'évolution de la masse d'une substance soumise à des traitements physico-chimiques divers est susceptible de caractériser une cinétique ou un mécanisme de réaction d'oxydation. La température et la pression sont les facteurs déterminants de l'évolution. Une thermo-balance est utilisée pour quantifier ces évolutions.

La partie utile de l'éprouvette étudiée a été découpée en petites rondelles d'environ 0.3 mm d'épaisseur, le diamètre de l'éprouvette étant resté constant et égal à 8 mm.

V-6.2.) Essais isothermes sans chargement mécanique extérieur

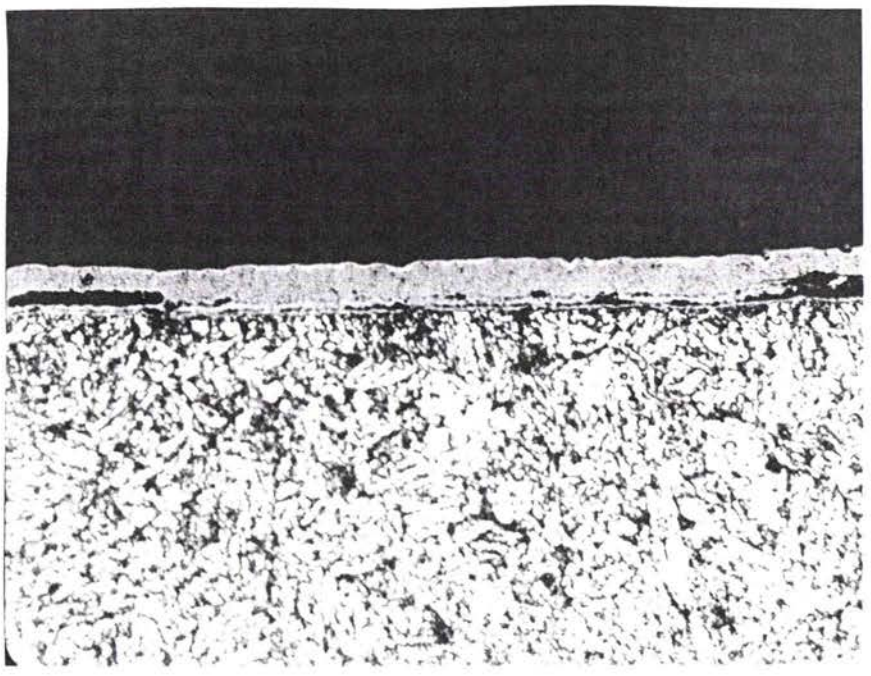
V-6-2.1.) Détermination de l'épaisseur moyenne de l'oxyde

Pour mettre en évidence les effets de l'oxydation dans l'air à haute température, nous avons provoqué une oxydation des éprouvettes à trois températures (610, 800 et 1 000°C) et à différentes durées afin de quantifier l'épaisseur moyenne de l'oxyde (interface métal – oxyde) ainsi que sa cinétique de croissance dans le métal.

Résultats :

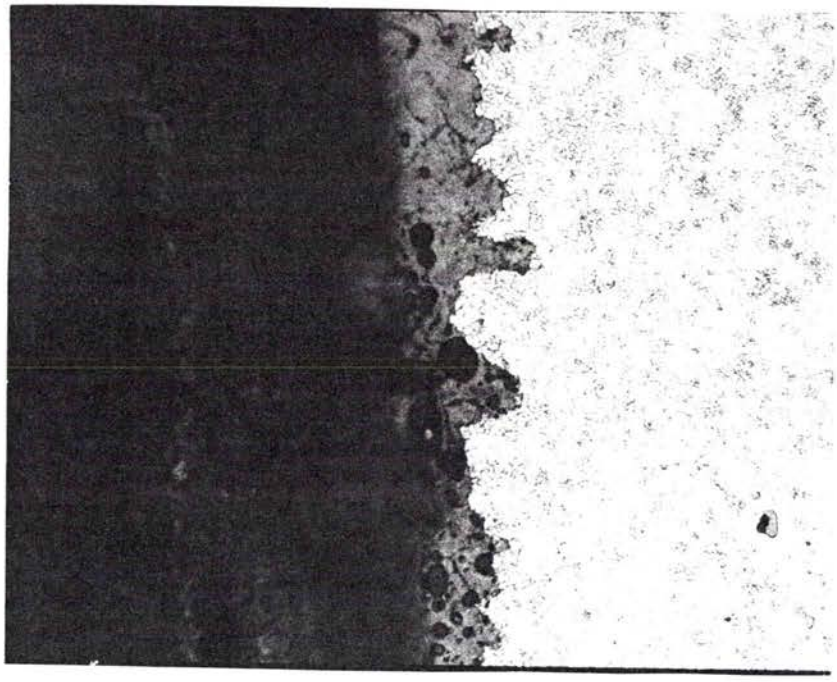
Une coupe transversale a été réalisée sur quatre éprouvettes permettant ainsi une bonne visualisation de la pénétration de l'oxyde à l'intérieur du métal. En se référant aux figures (45) on peut observer que, pour une durée d'oxydation de deux heures à 610°C, on ne remarque aucune pénétration de l'oxyde. Par contre, à 800°C et à 1 000°C, la pénétration intergranulaire de l'oxyde dans le métal est importante.

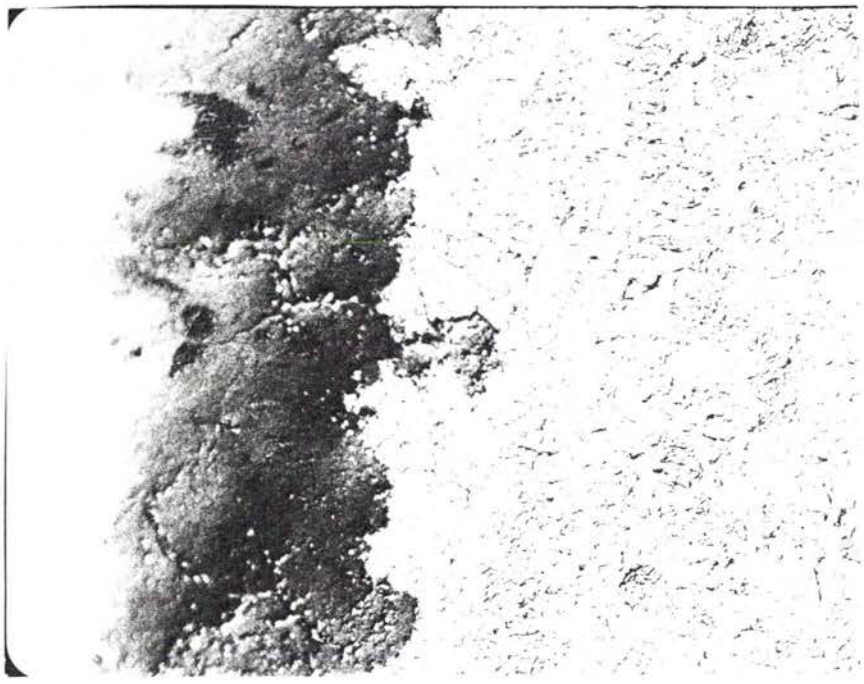
Figures 45 : Evolution de la couche d'oxyde en fonction de la température



T = 610C, couche d'oxyde (coupe en long) sur l'acier NF 20, grossissement x 500

T = 1000°C, Pénétration de l'oxyde aux joints de grains (coupe en long), x 700





T = 800°C, Pénétration de l'oxyde aux joints de grains (coupe en long), x 700
x 250

V–6–2.2.) Détermination de l'énergie d'activation du phénomène d'oxydation à l'air de l'acier NF 20

Nous avons réalisé cinq essais à différentes températures afin de déterminer :

– la loi cinétique de l'évolution de la masse de l'échantillon au cours du temps,

– l'énergie d'activation Q_0.

A partir de l'équation (195), si l'on porte Lnk en fonction de $\frac{1}{T}$ à différentes températures, on obtient une droite dont la pente permet de déterminer l'énergie d'activation du phénomène Q.

La figure (46) trace l'évolution de la masse Δ m de l'échantillon au cours du temps et le tableau XX indique les valeurs des différents paramètres. L'énergie d'activation moyenne est de 40. 100 cal/mole.

Cette valeur est du même ordre de grandeur que celles trouvées par d'autres auteurs [42] et [45]

Tableau XX Acier PM 20

T°C	T°K	ko (g/cm^{4}s)	k (g^2/cm^4.s)	Do (cm^2/s)	D (cm^2/s)
924	1 197		2.63×10^{-8}		1.056×10^{-7}
795	1 068		3.872×10^{-9}		1.4×10^{-8}
704	977	0.516	6.36×10^{-10}		2.45×10^{-9}
610	883		7.1×10^{-11}	1.89	2.78×10^{-10}
415	688		12.09×10^{-13}		4.55×10^{-13}

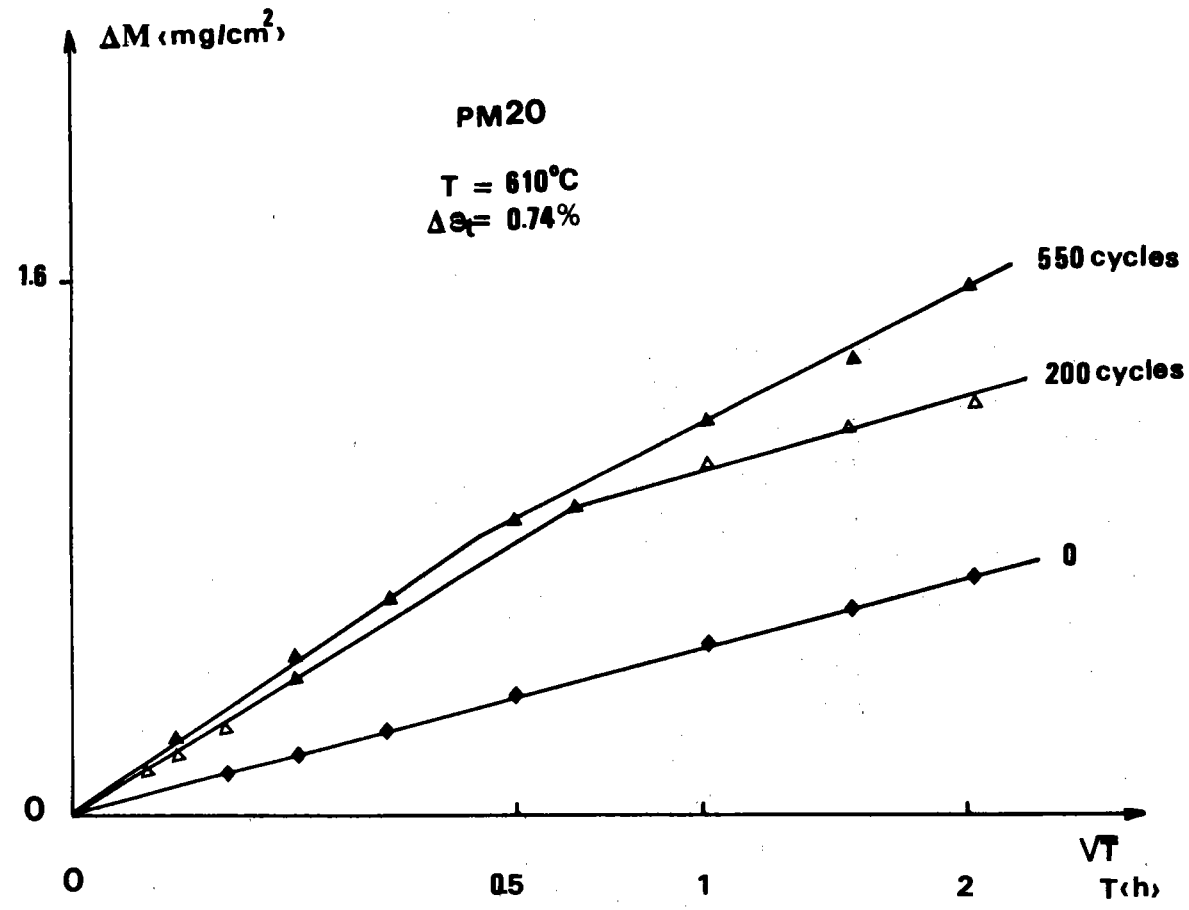


FIGURE 46 : Variation de la masse de l'échantillon au cours du temps et en présence de chargements mécaniques

V-6.3.) *Essais d'oxydation de l'acier NF 20 à l'air préalablement écroui par cyclage mécanique*

Lorsque nous réalisons des essais en fatigue oligocyclique à des températures différentes, l'amplitude de déformation totale étant imposée, on obtient des durées de vie différentes.

La connaissance du nombre de cycles à rupture à température ambiante, 20°C, permet de déterminer le nombre de cycles à rupture à une température de 610°C, et cela par application du modèle d'ERRISSMANN, qui est représenté par l'équation suivante : (voir paragraphe 6 – Chapitre III).

$$\frac{\Delta n_i}{N_i} = \frac{\Delta n_j}{N_j}$$

avec N_i, N_j : nombre de cycles à rupture à 610°C et à 20°C.

Δn_j est le nombre de cycle réalisé à 20°C et Δn_i le nombre de cycles équivalent, à dommage constant, réalisé à 610° C. Cette dernière équation permet de passer d'un niveau de sollicitation à un autre à dommage constant.

Dans le tableau XXI on a reporté les valeurs de n_i à chaud et de n_j correspondantes à température ambiante. Le nombre de cycles N_i est égal à 610 cycles et N_j égal à 7 200 cycles.

Tableau XXI

Acier PM 20

$\Delta\varepsilon_t$ = 0.74 %	
n_i (610°)	n_j (20°)
50	591
100	1 180
200	2 360
400	4 721
550	6 492
610	7 200

Le processus de détermination de l'énergie d'activation s'effectue en deux temps :

– endommagement cyclique de l'éprouvette à température ambiante.

– détermination de l'énergie d'activation à différentes températures.

Cependant, l'endommagement n'est pas réalisé à la température de 610°C, mais à 20°C.

V–6–3.1.) Interprétation de l'endommagement par la cinétique d'oxydation

Dans le cas d'essais isothermes avec chargement extérieur, la cinétique d'oxydation peut se mettre sous la forme :

$$x_I^2 = D_I \cdot t = D_O \cdot e^{-\frac{Q_I}{R.T}} \cdot t \qquad (196)$$

où Q_I est la valeur de l'énergie d'activation du phénomène sur métal cyclé.

La cinétique d'évolution de la masse de l'échantillon (mesure en thermo–balance) est une loi de la forme :

$$\Delta m^2{}_I = k_I \cdot t = k_O \; e^{-\frac{Q_I}{R.T}} \cdot t \qquad (197)$$

La figure (47) relate l'évolution de la masse de l'échantillon au cours du temps ; si l'on porte sur une courbe Lnk_I en fonction de $\frac{I}{T}$, T étant la température, la pente de ladroite sera – $Q/_R$

La figure (48) illustre cette procédure et le tableau XXII donne l'évolution de l'énergie d'activation après une certaine période de cyclage.

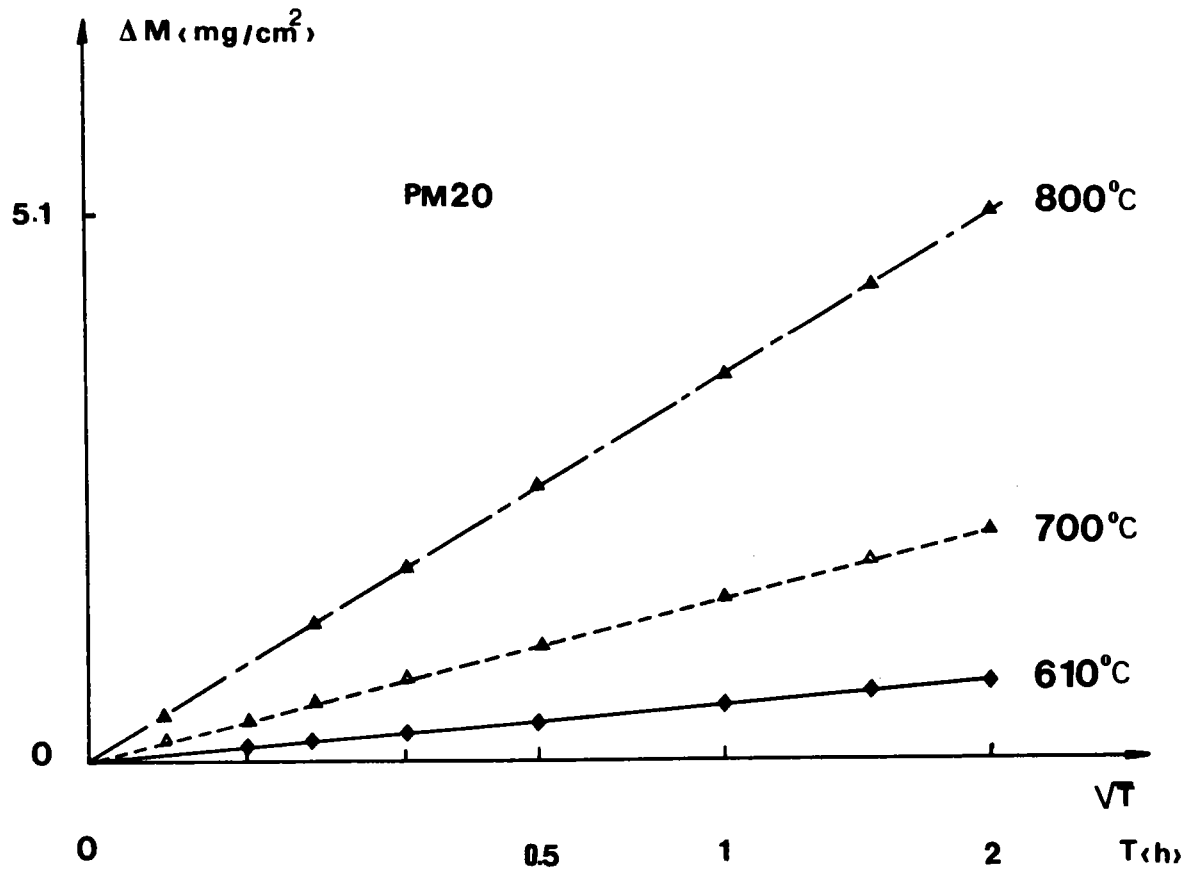


FIGURE 47 : Variation de la masse de l'échantillon au cours du temps en l'absence de chargement mécanique

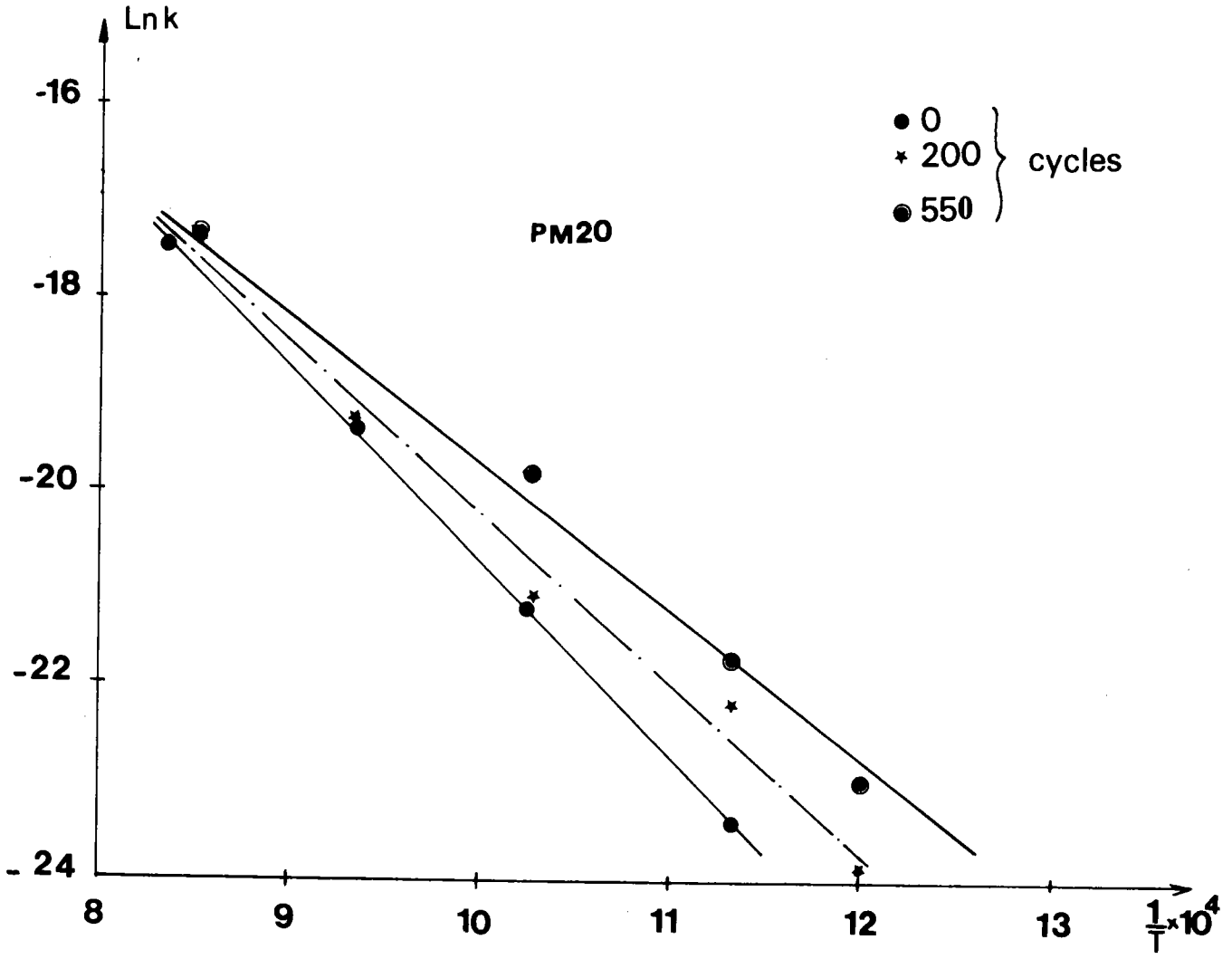


FIGURE 48 : Méthode de détermination de l'énergie d'activation

Tableau XXII

Acier PM 20

Nombre de cycle à 20°C	Equivalence du nombre de cycle à 610°C	Energie d'activation (cal/mole)	Energie d'activation selon l'équation $Q_1 = Q_0 (1 - aN^{\alpha'})$ (cal/mole)
12	1	40 100	40 028
591	50	38 600	38 633
1 180	100	37 600	37 597
2 360	200	35 000	35 832
4 721	400	32 600	32 822
6 492	550	30 700	30 800

La courbe (49) donne l'évolution de l'énergie d'activation Q_1 en fonction du nombre de cycles.

Cette évolution de l'énergie d'activation peut s'exprimer sous la forme :

$$Q_1 = Q_0 (1 - a . N^{\alpha'})$$

ou a et α' sont des constantes

N : nombre de cycles à endommagement constant

Les valeurs expérimentales de a et α' sont respectivement :

$a = 18 . 10^{-4}$ / cycles

$\alpha' = 0.77$

L'étude de la cinétique et des lois d'oxydation de notre acier a été complétée par des observations métallurgiques.

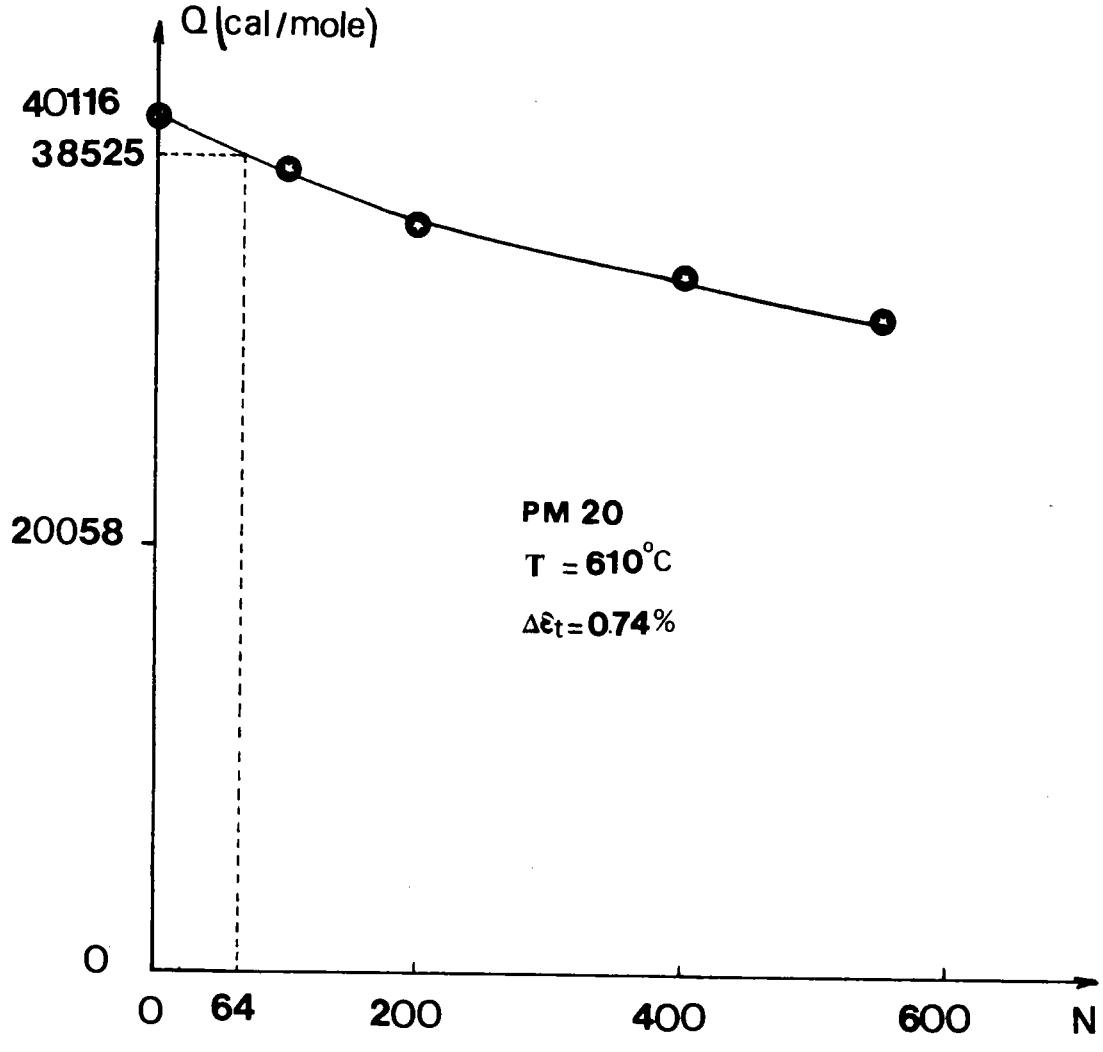


FIGURE 49 : Evolution de l'énergie d'activation en fonction du nombre de cycles

V-6.4.) Aspect métallurgique de la pénétration de l'oxyde

V–6–4.1.) Evolution de l'oxyde au cours du cyclage mécanique

– La partie utile de l'éprouvette vierge est mise dans le four à une température de 610°C pendant une période constante de deux heures. On ne constate sur la figure (45) aucune pénétration de l'oxyde dans le matériau.

– L'éprouvette vierge est ensuite cyclée avec des arrêts d'essai à 100, 200, 400, 550 cycles. On remarque la progression de l'oxyde au cours du cyclage selon la figure (50) réalisée par microfractographie optique.

– A 550 cycles, on constate que la fissure prend naissance à partir de l'oxyde pour terminer à l'intérieur du métal sur une profondeur de 0.21 mm – figure (51). La figure (52) présente une fissure branchée montrant son évolution à l'intérieur du métal.

V–6–4.2.) Etude sur la surface de rupture

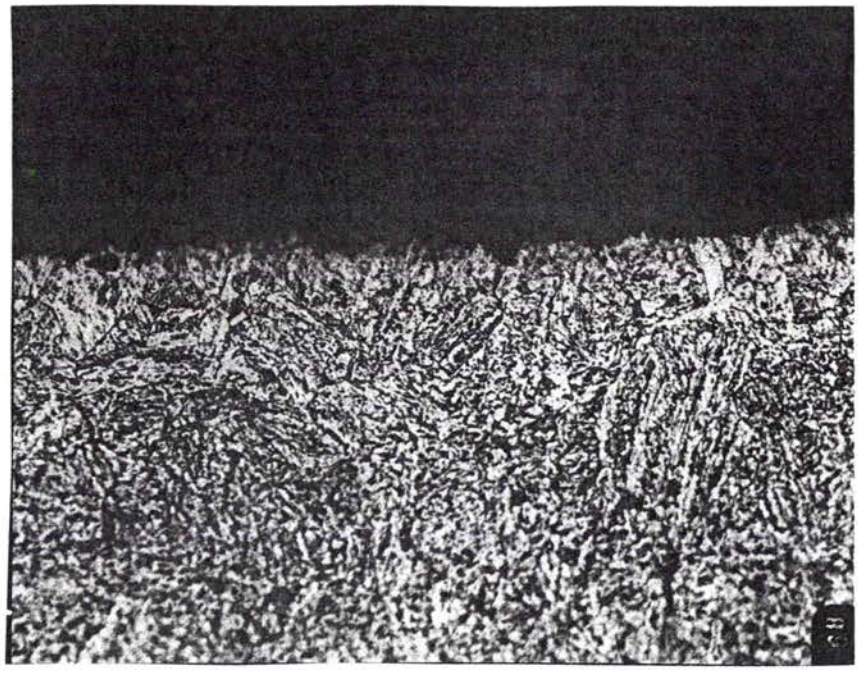
Sur une éprouvette cyclée jusqu'à rupture, on remarque une pénétration de l'oxyde dans le métal. Cette pénétration est importante près de la surface de rupture et va ensuite décroissant.

Les figures (53) réalisées en microfractographie électronique illustrent l'évolution de l'oxyde à l'intérieur du métal.

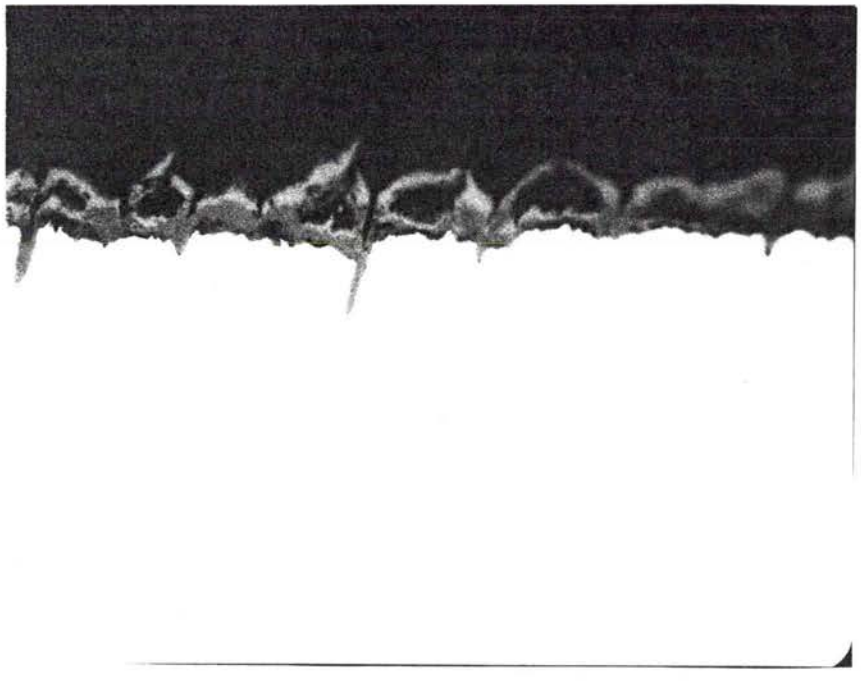
On distingue trois stades :

a) – un premier stade où la présence de l'oxyde est abondante, ce qui prouve sa nocivité au début du cyclage et montre le rôle important de

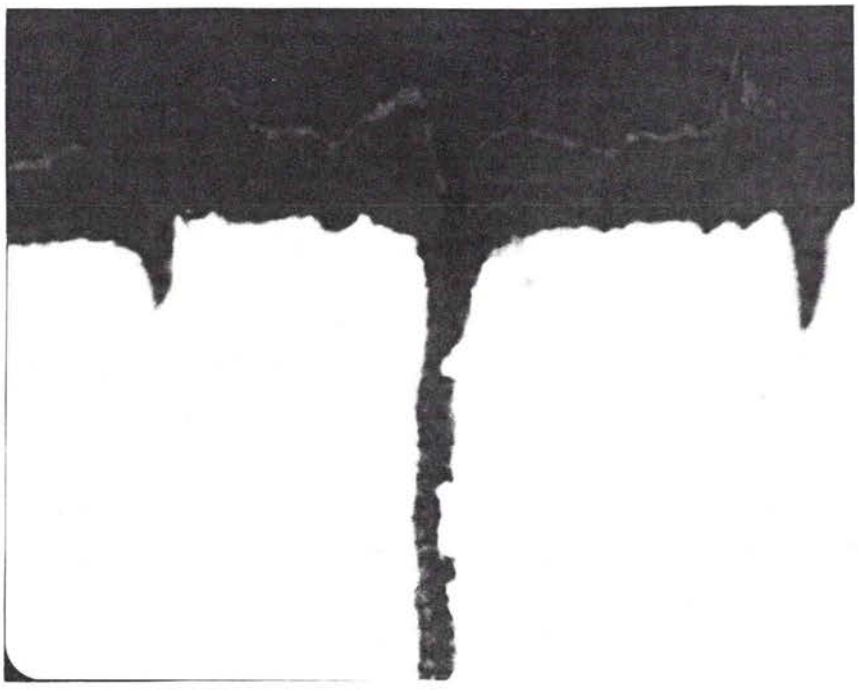
FIGURES 50 : Pénétration radiale de l'oxyde sur une éprouvette cyclée (coupe en long sur la surface). La température est de 610°C.



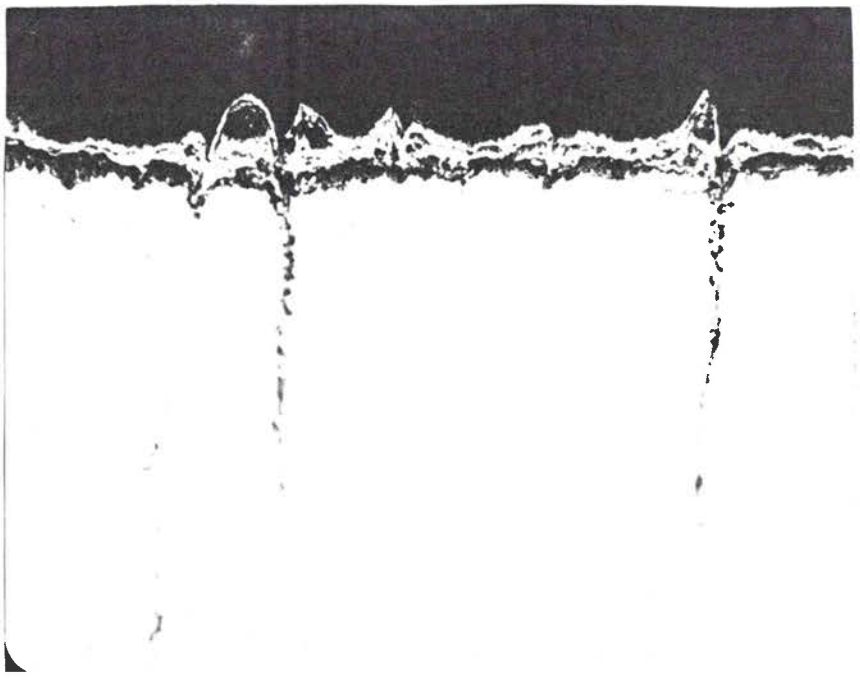
- Après 100 cycles, grossissement x 500



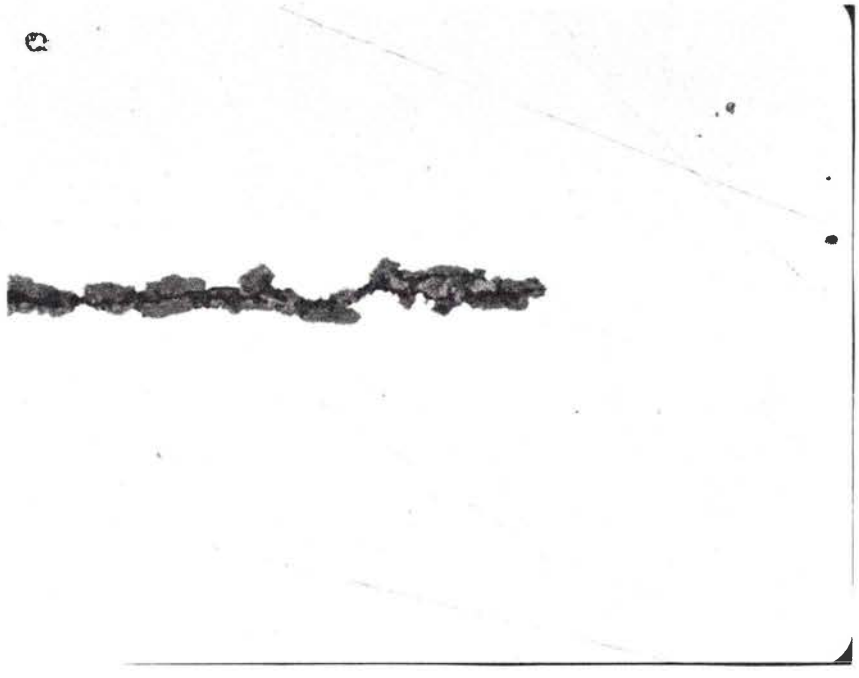
- Après 200 cycles, grossissement x 435



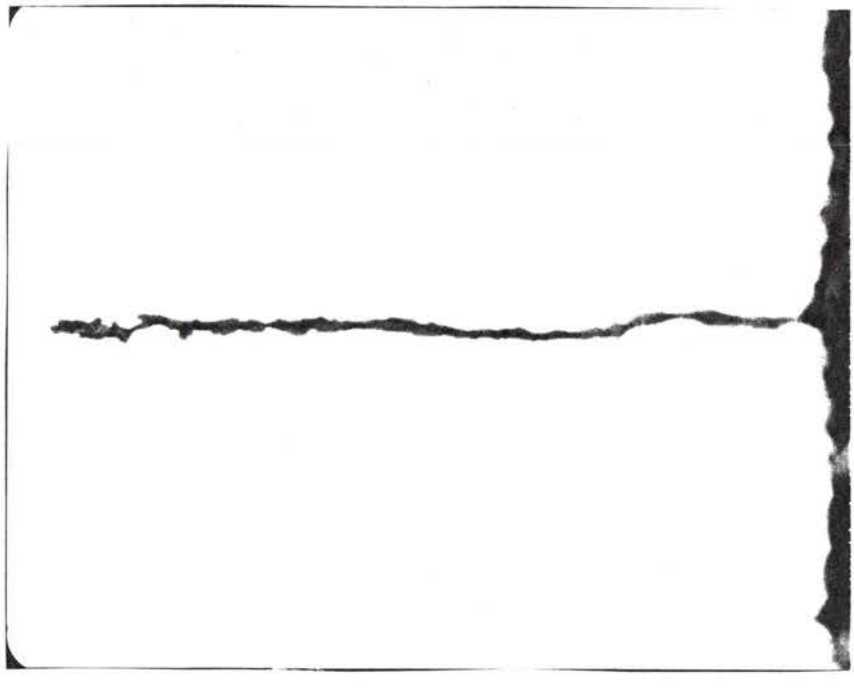
- Après 550 cycles, grossissement x 680



- Après 550 cycles, grossissement x 435



- Après 550 cycles, grossissement x 500



- Après 550 cycles, grossissement x 1100

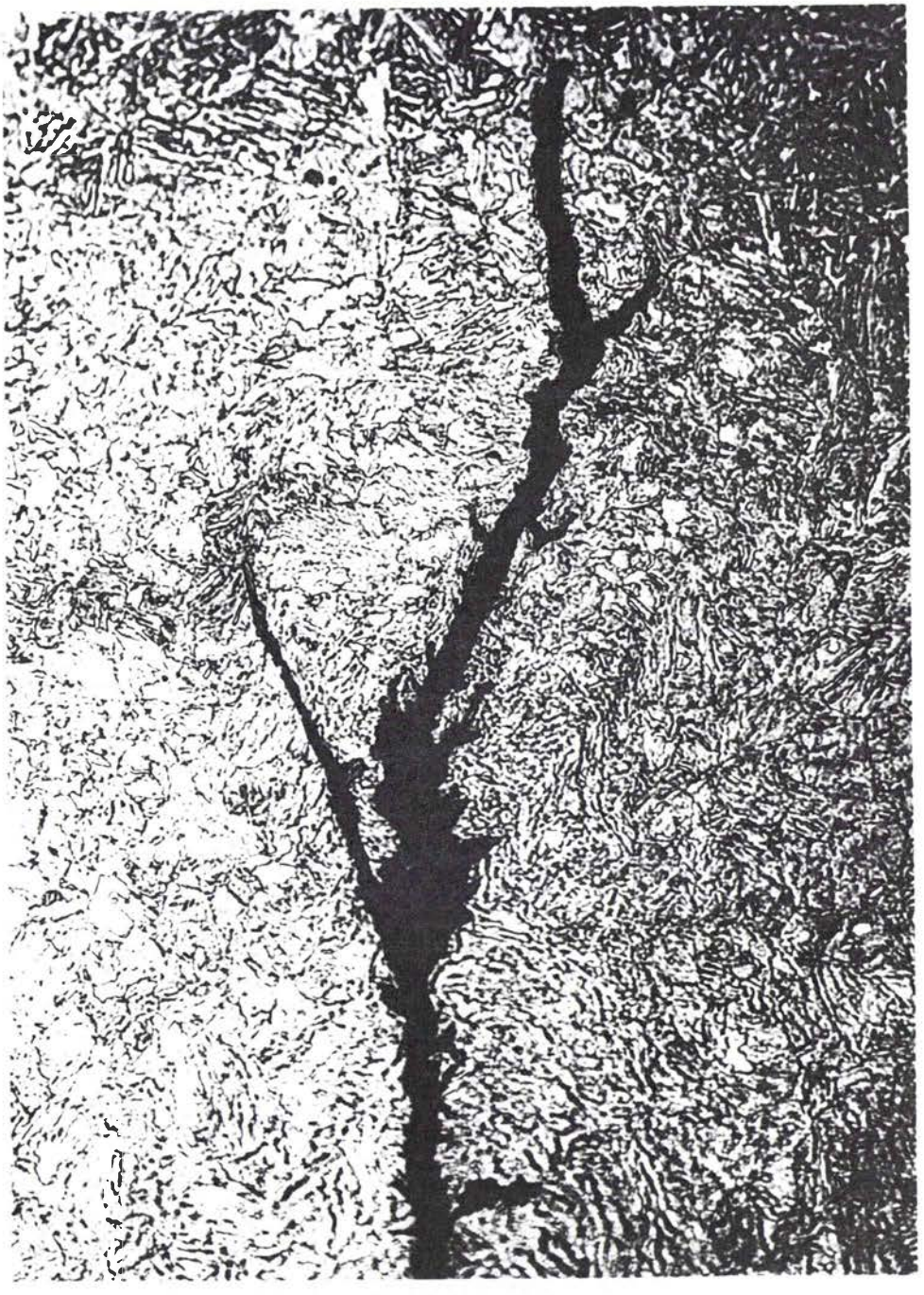
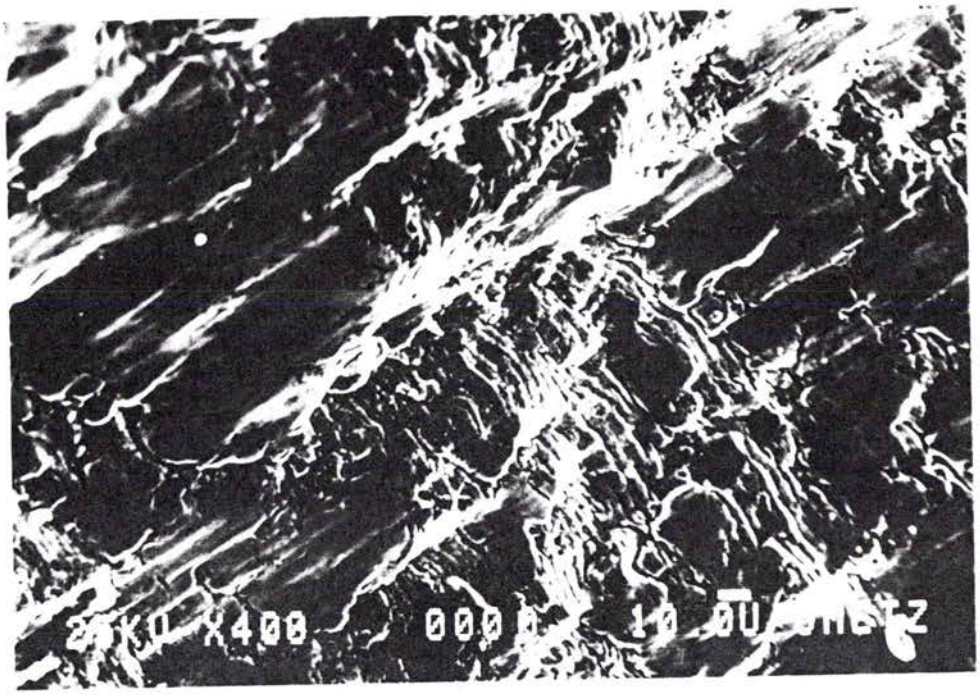
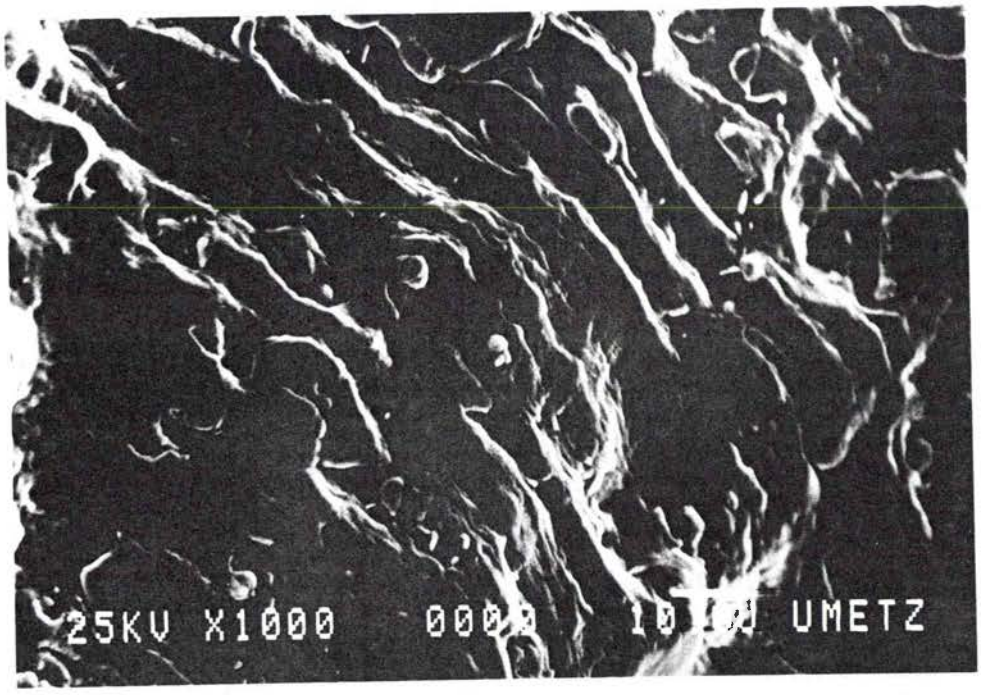


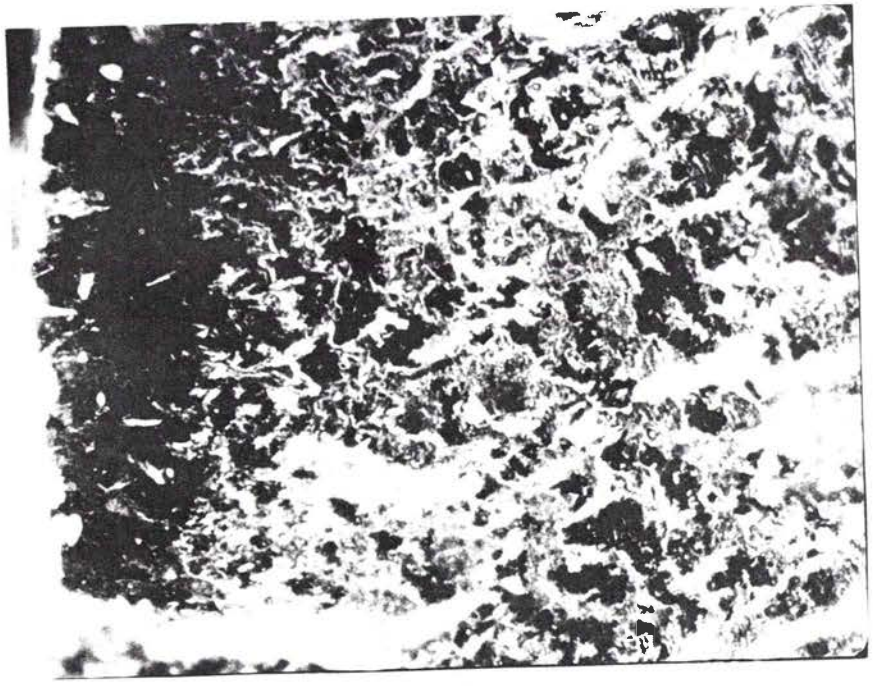
FIGURE 52 : Fissure branchée

FIGURE 53 : Faciès de rupture

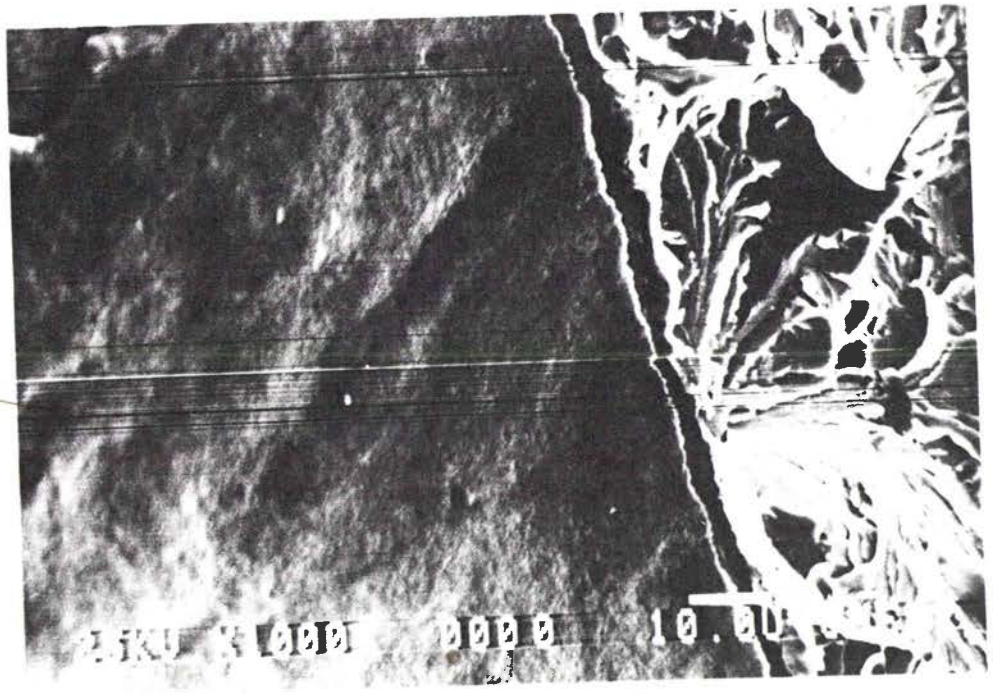




- Zone de cassure mixte, Partie lisse alternant avec plages striées de cassure par fatigue.



- Les trois stades de rupture, grossissement x 110



- Cassure fragile volontaire à l'azote liquide

l'endommagement chimique dans le phénomène d'amorçage : L'aspect du stade I est analogue à un clivage intergranulaire.

b) –un deuxième stade où l'on constate la progression d'une fissure oxydée. Cette progression est due à deux mécanismes, l'un mécanique et l'autre chimique. L'interaction entre les deux phénomènes se traduit par une accélération de la croissance de la fissure : L'aspect du stade II est mixte entre le premier et le troisième stade qui sont localement juxtaposés.

c) –un troisième stade, où la présence de l'oxyde est peu importante et où les effets du cyclage mécanique sont prédominants, la vitesse de propagation de la fissure étant élevée : L'aspect du stade III est la formation de stries à festons dont la convexité est tournée dans le sens de la propagation ces stries sont équidistants d'environ 5 μm.

V – 7) CONCLUSION

1) – L'oxydation de l'acier NF 20 au cours du cyclage mécanique à 610°C est caractérisée par une loi d'oxydation parabolique.

2) – L'utilisation du modèle d'ERISSMANN, qui traduit le passage des résultats expérimentaux des essais à froid à des résultats expérimentaux des essais à chaud, nous a permis de déterminer le nombre de cycles à haute température (T = 610°C) correspondant au nombre de cycles à température ambiante.

3) – L'énergie d'activation initiale Q_O est évaluée à :

$$Q_O = 40.100 \text{ cal/mole}$$

4) – L'évolution de l'énergie d'activation initiale au cours du cyclage mécanique est formulée par la relation :

$$Q_I = Q_O \, (1 - aN^{\alpha'})$$

avec $\alpha' = 0{,}77$

et $a = 18.10^{-4}$/ cycle.

5) — Les constatations microfractographie électronique montrent l'existence de trois stades de progression de la fissure :

. stade I, où le phénomène d'oxydation est important et où la fissuration n'est que la rupture du film d'oxyde.

. stade II, traduisant l'existence d'interactions entre le phénomène oxydation et le cyclage mécanique, ainsi que la progression d'une fissure très oxydée.

. stade III, où la vitesse de propagation de la fissure est importante, ce qui minimise l'influence de l'oxydation.

V — 8) PROPOSITION D'UN MODELE TENANT COMPTE DE L'EPAISSEUR DE L'OXYDE PRECEDANT LE DEBUT DU CYCLAGE

Introduction

En prenant pour base les faits expérimentaux reportés précédemment, nous nous proposons de développer un modèle qui permet de déterminer le nombre de cycles d'amorçage défini comme le nombre de cycle correspondant au stade I, caractérisé par la croissance du film d'oxyde et de sa rupture.

V-8.1.) Modèle

Ce modèle s'appuie sur deux hypothèses :

– Première hypothèse :

Cette hypothèse tient compte de la présence d'une couche d'oxyde dès le premier cycle (l'éprouvette étant mise dans le four pendant une heure afin d'obtenir une bonne stabilité de la température, du capteur utilisé pour la mesure de déformation) qui sera fissurée en renversant le signe du chargement (passage en compression). Une nouvelle pénétration de l'oxyde s'effectue au cours du cyclage mécanique. Ce phénomène est supposé évoluer au cours de chaque cycle mécanique.

– Deuxième hypothèse

On assimile l'épaisseur moyenne de la couche d'oxyde à une microfissure.

Au-delà d'une épaisseur x* correspondant au temps nécessaire à l'amorçage, le mécanisme est modifié. Une fissure mécanique fortement oxydée remplacera alors l'oxyde craquelé.

V-8.2.) *Evolution de la longueur de fissure et de l'épaisseur de l'oxyde au cours du cyclage mécanique*

Nous avons réalisé quatre essais à la température de 610°C pour une amplitude de déformation totale $\Delta\varepsilon_t$ = 0.74 % en arrêtant l'essai de fatigue à un nombre de cycles déterminé pour chaque essai (100, 200, 400, 550 cycles), dans le but de mesurer l'évolution de la longueur de la plus grande fissure ainsi que la pénétration de l'oxyde.

Les résultats trouvés sont présentés dans le tableau XXIII.

Tableau XXIII

Acier PM 20

Nombre de cycles	Longueur de fissure maximale (μ m) mesurée	Pénétration de l'oxyde (μ m) calculée
1	0	9.64
50	/	15.7
100	13	20.49
200	45	45.21
400	125	100
550	210	183
610	2 000	/

Remarque :

Les valeurs de la pénétration d'oxyde sont calculées à partir de l'équation suivante :

$$x = \left(D_o \cdot e^{\frac{-Q_o (1 - a \cdot N^{\alpha'})}{R.T.}} \cdot t\right)^{\frac{1}{2}} \qquad (198)$$

en prenant les valeurs expérimentales déterminées précédemment, à savoir :

Q_o = 40.100 cal/mole

R = 2 cal/mole/K

N = nombre de cycles

D_o = 1.89 cm^2/s

α' = 0.77

a = 18.10^{-4}/ cycle

On remarque, ce qui confirme notre hypothèse, que jusqu'à environ 200 cycles,

la longueur de fissure est inférieure à la pénétration de l'oxyde. Au-delà de 200 cycles, la croissance de la fissure est plus rapide. Pour tenir compte du maintien en température préalable d'une heure et avant le début de l'essai, on assimilera l'épaisseur initiale de la couche d'oxyde à une microfissure de longueur a_0, comme le justifie a priori la figure (50). Cette épaisseur sera calculée selon la relation (198) ce qui donne :

$$x_0 = a_0 = 9.64 \ \mu m$$

La longueur de fissure a sera pour différents nombres de cycles N : la somme de la longueur de fissure a_i mesurée au bout de N cycles augmentée de a_0.

Le tableau XXIV trace l'évolution de a et x en fonction du nombre de cycles :

Tableau XXIV Acier PM 20

Nombre de cycles	Longueur de fissure réelle	Pénétration de l'oxyde
N	$a = a_0 + a_i$ (μm)	x (μ m)
1	9.64	9.64
50	/	15.7
100	22.64	20.49
200	54.64	45.21
400	134.64	100
550	219.64	183
610	2 000	—

La figure (54) donne l'évolution de la longueur de fissure a et la pénétration de l'oxyde x en fonction du nombre de cycle appliqué.

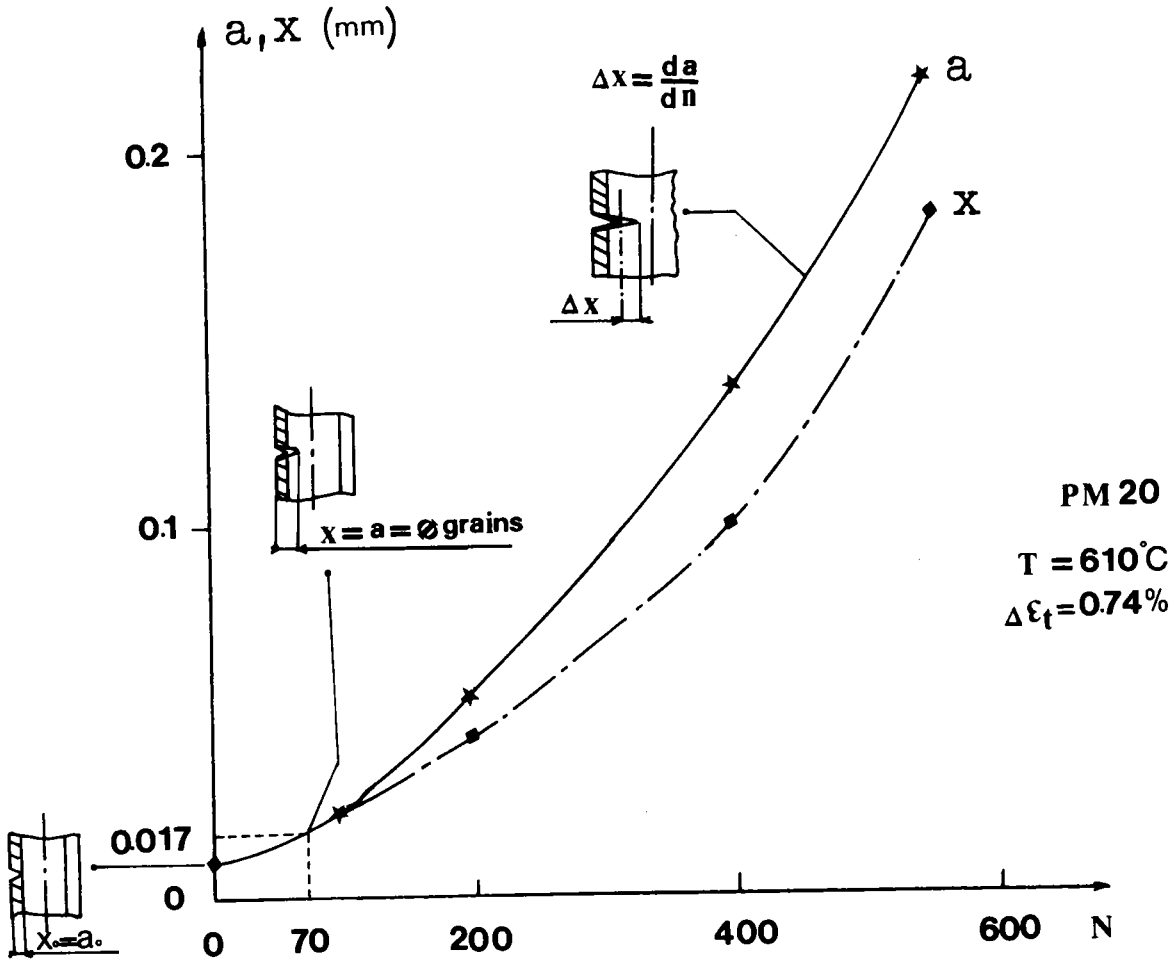


FIGURE 54 : Croissance de la couche d'oxyde et de la longueur de fissure

V-8.3.) Conclusion

A partir des constatations microfractographiques optiques et électroniques figures (50, 51 et 53) et de résultats expérimentaux sur la croissance de la couche d'oxyde et de la longueur de fissure figure (54), nous avons établi un modèle tenant compte de deux hypothèses :

1) – La présence d'une couche d'oxyde dès le premier cycle. Cette couche augmente par le mécanisme de diffusion de l'oxygène avec le temps de maintien préalable.

2) – L'épaisseur moyenne de la couche d'oxyde est assimilée à une micro–fissure.

Ces deux hypothèses complétées par l'application d'une loi de croissance de la couche d'oxyde du type d'Arrhenius nous a permis de tracer l'évolution de la couche d'oxyde au cours du cyclage mécanique.

Au cours de la période d'amorçage (stade I), ces deux courbes sont confondues. Au–delà du nombre de cycles d'amorçage N_a la croissance de la fissure est plus rapide que celle de l'oxyde. Nous allons donc tenter de déterminer le nombre de cycles d'amorçage.

V – 9) DETERMINATION DU NOMBRE DE CYCLES D'AMORCAGE

Dans ce paragraphe, nous allons essayer de déterminer le nombre de cycles d'amorçage de la fissure par différentes méthodes :

V–9.1.) - A partir de l'intersection de la courbe donnant l'évolution de la longueur de fissure avec la courbe représentant la pénétration de l'oxyde en fonction du nombre de cycles

Nous avons reporté sur une courbe l'évolution de la longueur maximale de fissure, ainsi que l'évolution de la pénétration de l'oxyde en fonction du nombre de cycles (figure 54).

Au départ, les deux courbes sont confondues jusqu'à un nombre de cycles N*.

La séparation des deux courbes traduit l'importance de la vitesse de propagation de la fissure, qui est supérieure à la vitesse de propagation de l'oxyde.

L'épaisseur d'oxyde de x* = a est trouvée comme étant égale à 17 μ m. Cette valeur est à comparer à la taille moyenne du grain mesurée 18 μm.

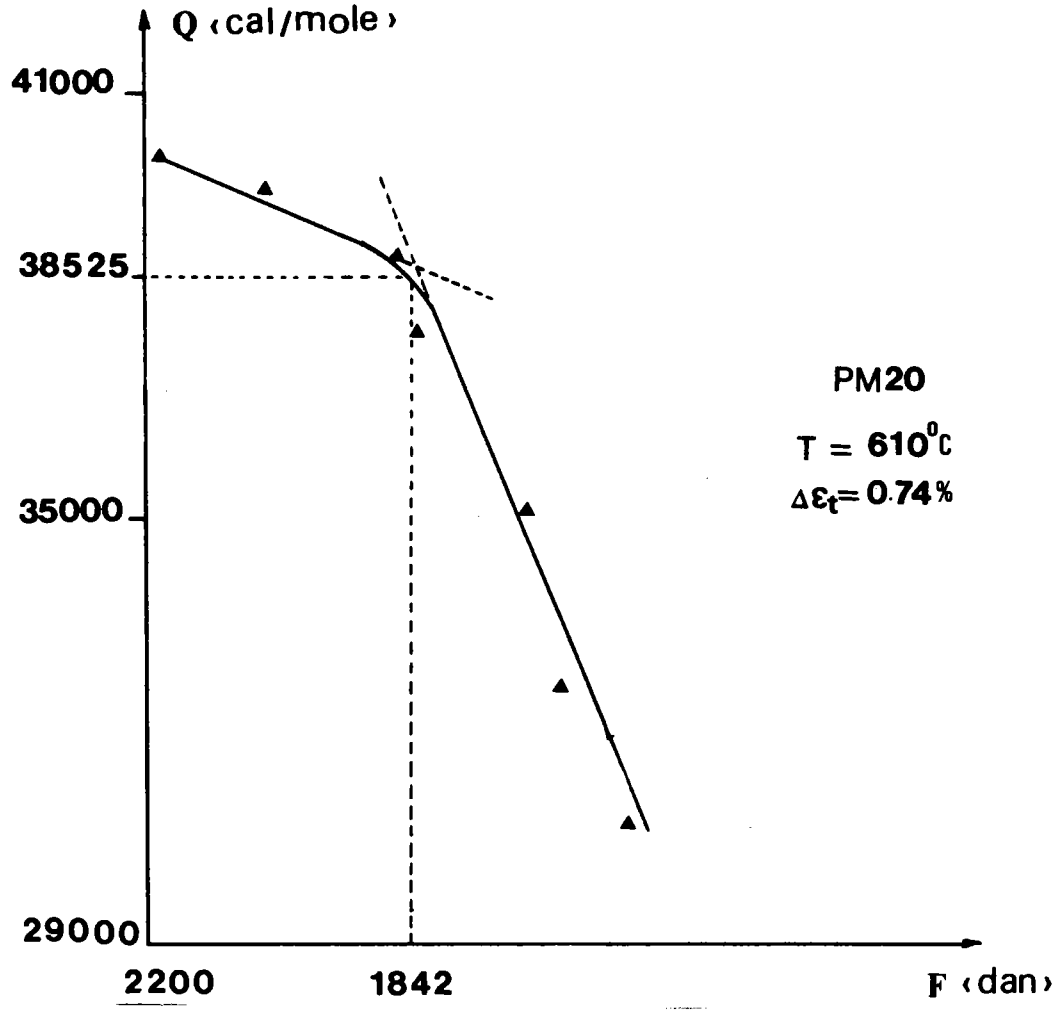
Nous trouvons par cette méthode le nombre de cycles d'amorçage qui est de l'ordre de 70 cycles, figure (54, 55).

Ce point (N*, a*), où les deux courbes se séparent, peut être considéré comme représentatif de l'amorçage.

V-9.2.) - A partir de la courbe d'énergie d'activation en fonction de la charge

Nous avons reporté sur une courbe figure (56) l'évolution de l'énergie d'activation en fonction de la charge appliquée F pour un certain nombre de cycles N effectués.

Nous remarquons une chute lente de l'énergie d'activation d'environ 4 %, suivie d'une chute rapide d'environ 23 %. Deux pentes peuvent être déduites de cette fonction continue Q = f (F). L'intersection des deux pentes correspond à une énergie d'activation critique Q_c^* . Cette dernière, relevée sur la courbe Q = f (N) donne le nombre de cycles critique N_C égal à 64 cycles, équivalent au nombre N^*_a de cycle d'amorçage définit précédemment (70 cycles).



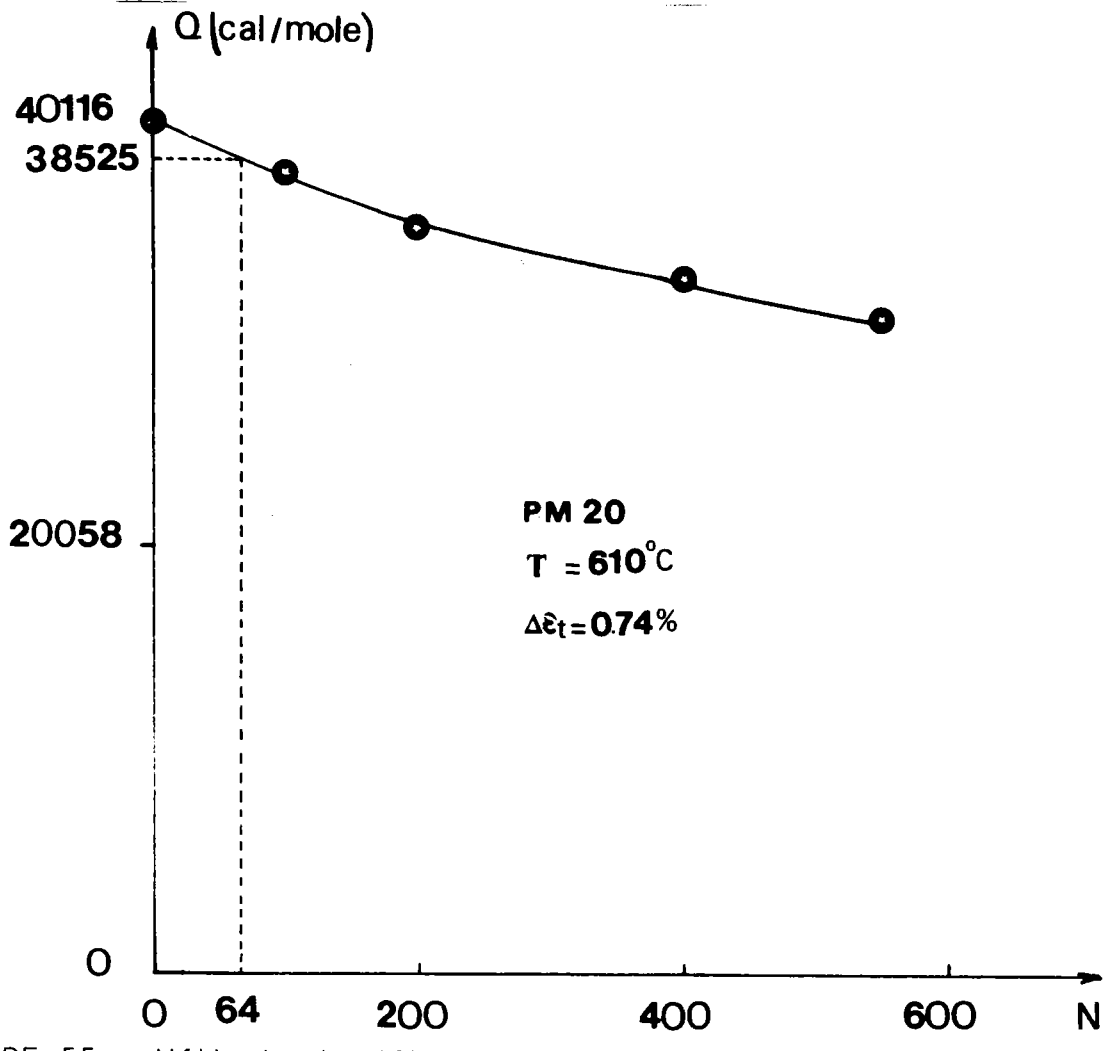


FIGURE 55 : Méthode de détermination du nombre de cycle d'amorçage

Remarque :

L'énergie d'activation liée à la diffusion de l'oxygène dans le matériau de départ, non cyclé, conduit à une valeur expérimentale Q_O = 40.100 cal/mole.

Au cours du cyclage mécanique, il se forme des défauts linéaires comme des dislocations dans le matériau. Ces défauts linéaires créent des court–circuits de diffusion, et la pénétration de l'oxygène devient plus aisée. Ce phénomène est traduit par la diminution de l'énergie d'activation au cours du cyclage mécanique.

V-9-3.) Résumé

Le nombre de cycle d'amorçage trouvé comme étant égal à 70 cycles correspond à une microfissure de 17 µm (longueur équivalente à la taille moyenne des grains), traduit la pénétration de l'oxyde dans le matériau.

Le tableau XXV résume les nombres de cycles d'amorçage obtenus par différentes méthodes :

Tableau XXV — Acier PM 20

Différentes méthodes	Nombre de cycles d'amorçage Na
Séparation des courbes traçant l'évolution de la pénétration de l'oxyde et celle de la fissure	70
Energie d'activation critique	64

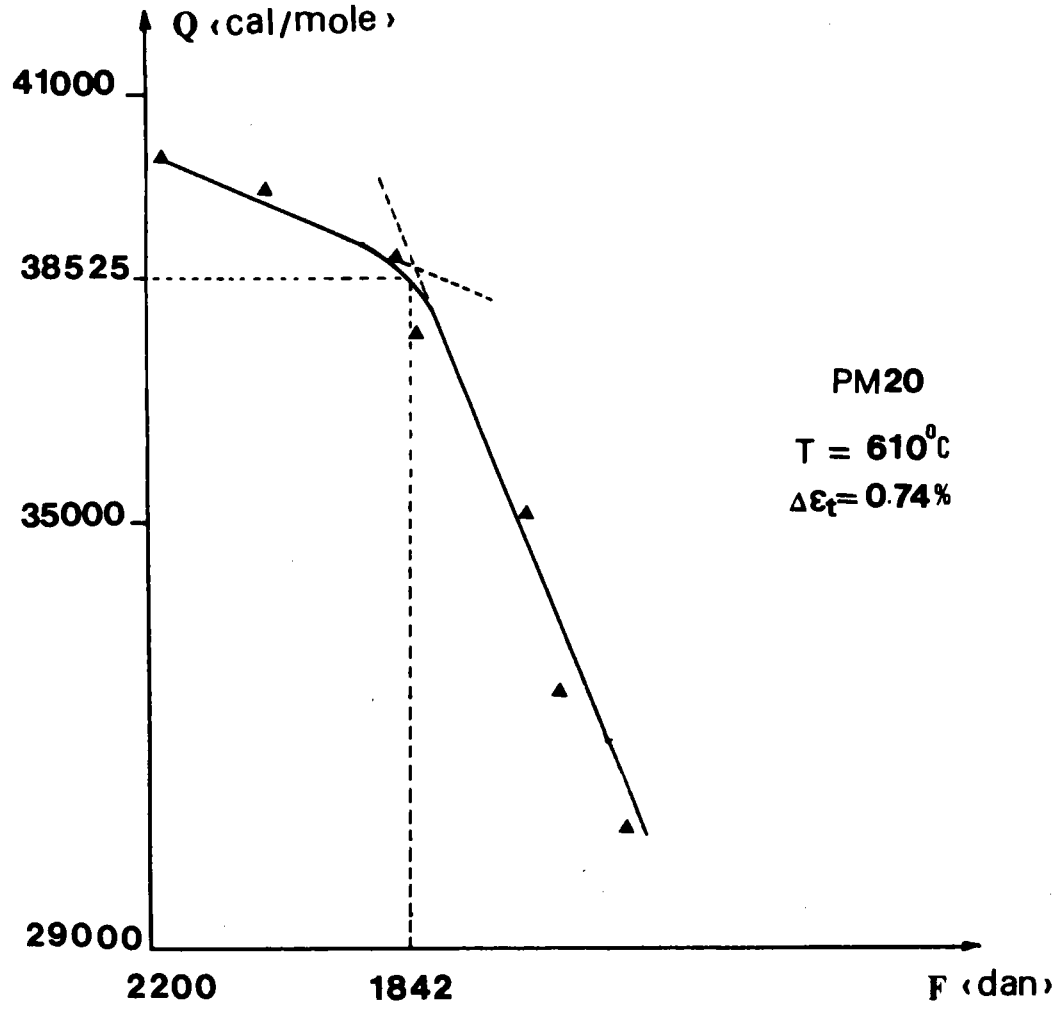


FIGURE 56 : Evolution de l'énergie d'activation en fonction de la charge appliquée

Le nombre de cycles d'amorçage trouvé par les deux méthodes est à peu près le même.

V – 10) ETUDE DU STADE I

Dans ce paragraphe, nous allons nous intéresser exclusivement à l'évolution du stade I. Seules quelques remarques concernant les stades II et III seront émises.

Dès les premiers cycles, la croissance de la couche d'oxyde suit une loi parabolique, le coefficient de diffusion obéit à la loi d'Arrhenius. La fissuration est ainsi provoquée par la rupture du film d'oxyde. Ce dernier évolue de cette façon jusqu'à atteindre une taille critique équivalente au diamètre moyen du grain du matériau. Le nombre de cycles correspondant à cette taille de grain est considéré comme étant égal au nombre de cycles d'amorçage.

Soit x l'épaisseur de l'oxyde et a la longueur de la fissure, N_a étant le nombre de cycles d'amorçage :

– au début de l'essai, on a :

$N = 0$

$x = x_0 = a_0$ = épaisseur initiale de l'oxyde.

– au cours de l'essai :

$N < N_a$

$a = x$

– à l'amorçage :

$N = N_a$

$x = x^* = \varnothing$ moyen des grains du matériau.

Remarques concernant les stades II et III :

– Stade II :

Le stade II est gouverné par l'interaction entre l'oxyde et le cyclage mécanique. La progression de la fissure est due aux efforts mécaniques extérieurs appliqués à l'éprouvette, ainsi qu'aux phénomènes chimique d'oxydation. A chaque cycle, l'oxyde se fissure et avance d'une valeur Δx.

La vitesse d'évolution de la couche d'oxyde s'exprime ainsi :

$$\frac{da}{dN} = \Delta x$$

– Stade III :

A ce stade, la vitesse de propagation de la fissure est tellement élevée que l'influence de l'oxyde est minimisée. Ce stade est gouverné par le seul effet du cyclage mécanique.

Une équation définissant la vitesse de propagation est proposée par TOMKINS [50] :

$$\frac{da}{dN} = \alpha \cdot \left(\frac{\Delta\sigma}{T}\right)^2 \cdot \Delta\varepsilon p \cdot a$$

α = 1 + 2 n avec n coefficient d'écrouissage. Dans notre cas,

n = 0.2 – figure (57)

$\Delta\sigma$ = variation de contrainte appliquée

T = résistance à la rupture

$\Delta\varepsilon p$ = amplitude de la déformation plastique

a = longueur de fissure.

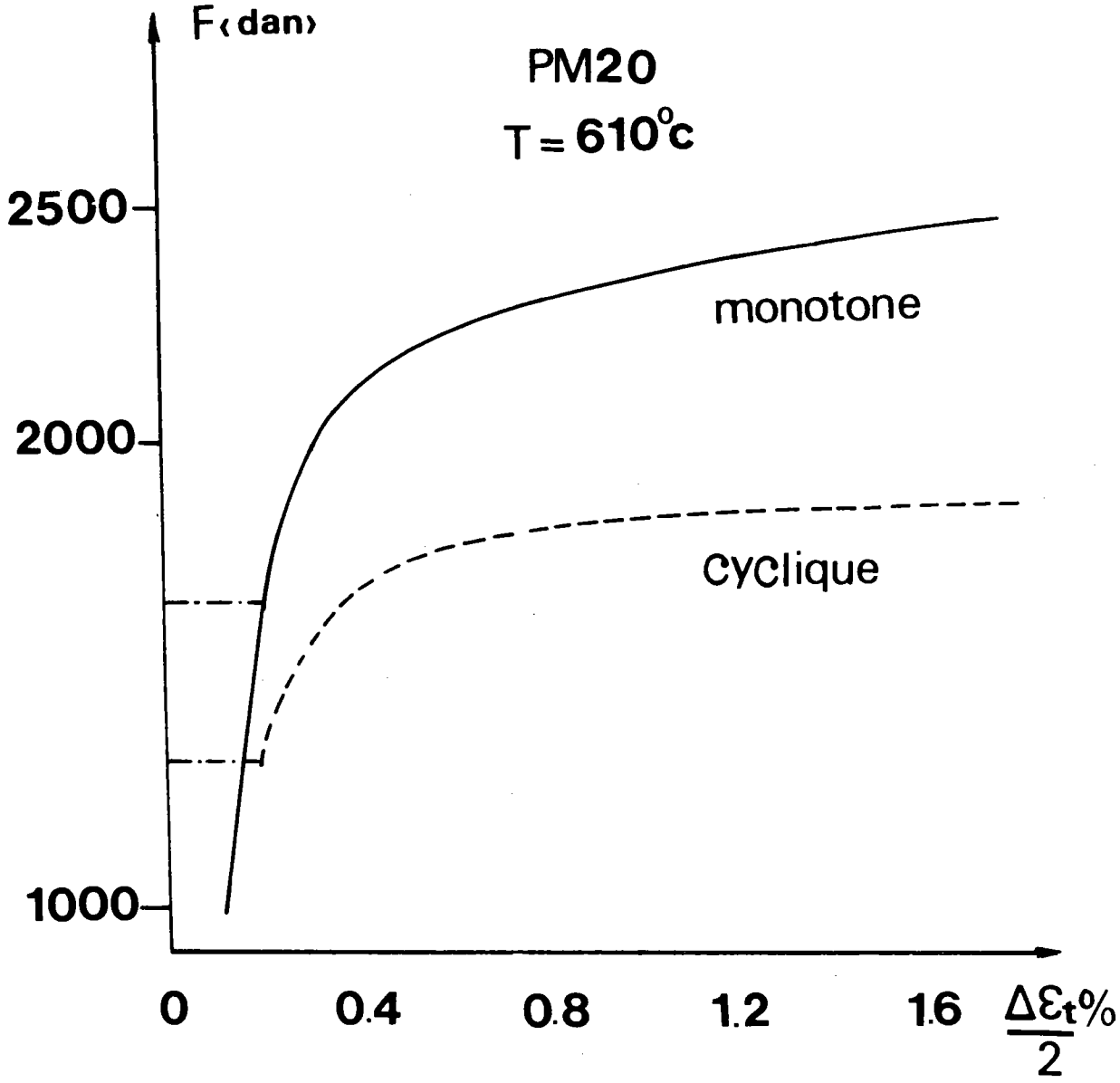


FIGURE 57 : Loi de comportement de l'acier PM 20

Selon les auteurs [5] et [49], T peut être égale à la contrainte de rupture [5] ou égale à la résistance à la traction cyclique [49].

Pour notre acier, l'évolution de la vitesse de la fissure est de la forme :

$$\frac{da}{dN} = \alpha \cdot \left(\frac{\sigma s}{\sigma cy}\right)^2 \cdot \Delta\varepsilon p \cdot a$$

σs : contrainte au cycle stabilisé,

σcy : contrainte élastique cyclique.

La figure (57) donne les valeurs de σs et σcy, et la figure (58) résume l'évolution de la longueur de fissure durant les trois stades.

V – 11) DISCUSSION

Peu d'auteurs ont étudié l'influence de l'oxyde sur la prévision de la durée de vie en fatigue oligocyclique à haute température.

PINEAU [49], se heurtant à la définition même de l'amorçage d'une fissure en présence d'oxyde, a préféré rapporter le nombre de cycles d'amorçage à une longueur prise conventionnellement égale à 25 µm, correspondant à une taille de défauts comparable à la taille de grains.

REMY et RENCHET [5], à partir des résultats expérimentaux, réalisés sur un superalliage (MARM 509) à 20 °C dans l'air et à 900°C dans le vide, ont pris l'hypothèse de l'existence d'une fissure de longueur a_0 égale à 1.5 µm dans le matériau dès le début du cyclage mécanique.

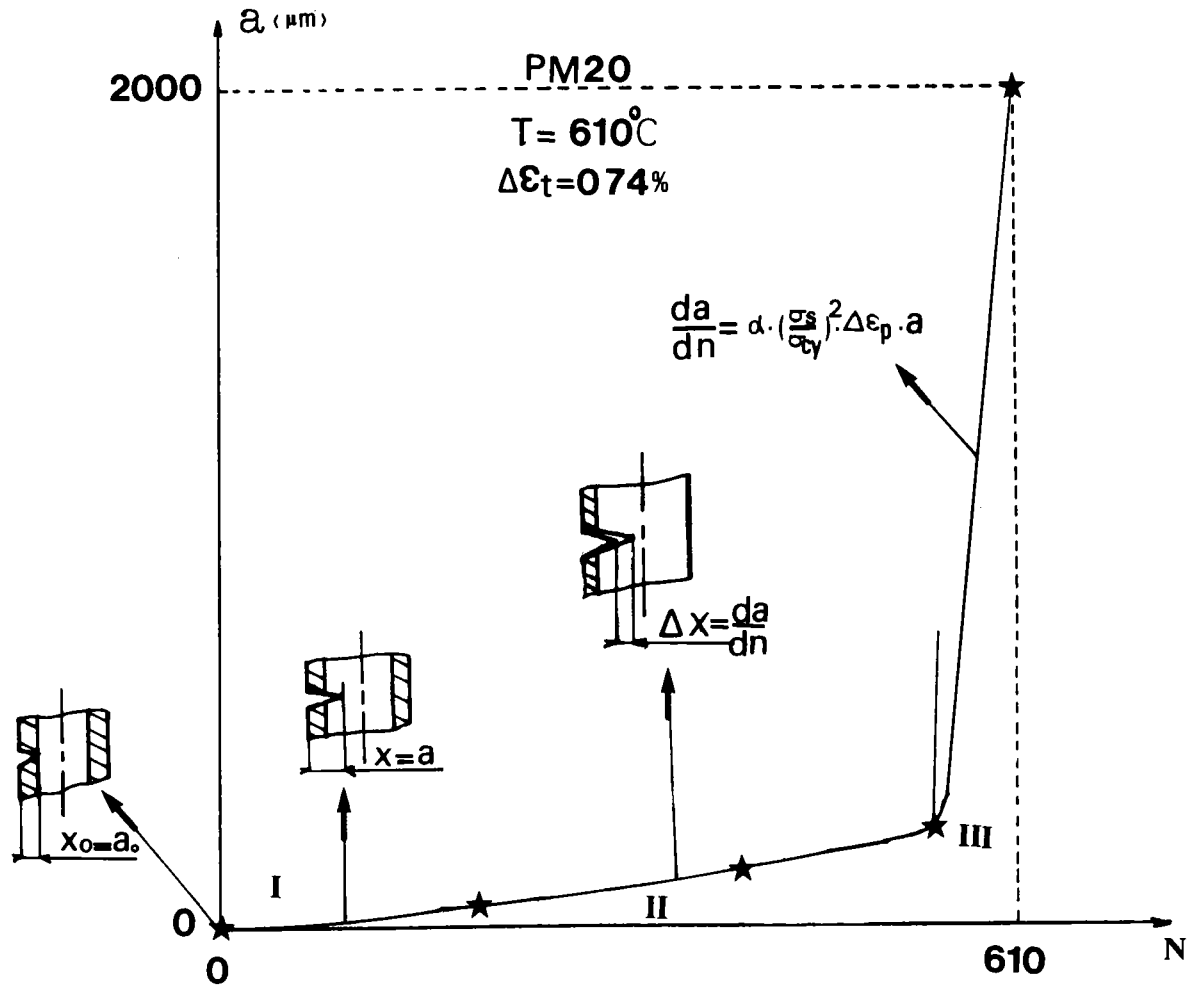


FIGURE 58 : Evolution de la longueur de fissure durant les trois stades

Nous avons proposé un modèle assimilant la couche d'oxyde présente au premier cycle à une microfissure de longueur a_0.

Cette couche d'oxyde diffuse dans le matériau et obéit à une loi parabolique.

Une taille critique de l'épaisseur de la couche d'oxyde équivalente au diamètre moyen de grains est déterminée. Cette taille correspondra ainsi au nombre de cycles d'amorçage.

Ce modèle a l'avantage de permettre de déterminer le nombre de cycles d'amorçage et permet de tenir compte de l'épaisseur de la couche d'oxyde formée au premier cycle.

V – 12) CONCLUSION

Nous venons de développer dans ce chapitre différentes méthodes permettant d'estimer le nombre de cycles d'amorçage. Pour cela, deux hypothèses ont été introduites :

1) – l'épaisseur de la couche d'oxyde initiale au premier cycle est considérée comme une fissure de longueur a_0.

2) – cette fissure fictive est supposée évoluer au cours du cyclage mécanique jusqu'à rupture.

La première des méthodes en question a été la comparaison de la loi d'Arrhenius donnant l'évolution de l'oxyde, et de la mesure expérimentale de la longueur de fissure augmentée de la couche d'oxyde initiale a_0 au cours du cyclage mécanique. La séparation de leurs courbes respectives nous a permis de déterminer le nombre de cycles d'amorçage ainsi que la longueur de fissure correspondante.

La deuxième méthode a été le changement de pente dans la courbe d'énergie d'activation en fonction de la charge ; le point critique correspondant à l'intersection des deux pentes, peut traduire le nombre de cycles d'amorçage.

Toutes ces méthodes nous ont permis de trouver le nombre de cycles d'amorçage.

Cependant, pour être confirmées, ces hypothèses devront être appliquées à une gamme d'aciers plus étendue.

CONCLUSION GENERALE

CONCLUSION GENERALE

Le concept d'endommagement peut être considéré comme permettant de rendre compte de l'altération de propriétés physiques, mécaniques ou autres au cours du temps ou au cours d'un cyclage mécanique dans le cas de la fatigue.

D'autre part, l'endommagement est associé à la notion de dégâts.

Ces deux faits nous ont incités à proposer pour les fonctions d'endommagement une écriture particulière notée :

$$D_X^Y = f(\tilde{x}, \tilde{y})$$

Dans cette formulation, $\tilde{x}$ et $\tilde{y}$ représentent successivement la fonction indicatrice utilisée et les dégâts considérés. Nous avons porté notre choix sur l'évolution de l'amplitude de la déformation plastique mesurée sur la boucle d'hystérésis comme propriété indicatrice, et ce en raison de sa facilité de mesure et des possibilités de prévisions.

La fonction d'endommagement ainsi obtenue est une fonction non linéaire du type :

$$D_X^Y = \sum_{i=1}^{N_R} \left(\frac{\Delta\varepsilon p_i - \Delta\varepsilon p_o}{\Delta\varepsilon p_r - \Delta\varepsilon p_o} \right)^{-\frac{1}{c}}$$

Pour des essais de surcharges thermiques ou mécaniques une loi de cumulation de dommage a été proposée :

$$\sum_{i=1}^{N_R} \frac{S_i}{N_{Ri}} = cte$$

Des expériences réalisées sur aciers ont montré la meilleure adéquation de cette loi avec les essais, comparée à la loi de MINER.

- L'évaluation de la fonction d'endommagement traduite par l'évolution de l'amplitude de la déformation plastique cumulée peut être prédite par un modèle basé sur un écrouissage cinématique, isotrope et négatif, dérivé de celui de MARQUIS.

L'oxydation inévitable des aciers à haute température a été prise en compte dans un modèle introduisant à la fois :

- L'épaisseur moyenne de la couche d'oxyde dès le premier cycle,
- La fissuration de l'oxyde au cours du cyclage mécanique,
- La propagation par progression d'une fissure oxydée et non d'un oxyde fissuré lorsque la couche d'oxyde atteint une épaisseur équivalente à la taille moyenne des grains.

Ce modèle permet de déterminer le nombre de cycles d'amorçage.

B I B L I O G R A P H I E

[1] PALMGREN—MINER : "Cumulatif damage in fatigue", journal of applied mechanics, 1945, vol. 67, p. 159—164.

[2] J.L. CHABOCHE : "Life time predictions and cumulative damage under high—température conditions", Low—cycle fatigue and life predictions, A.S.T.M. S.T.P. 770, 1982, p. 81—104.

[3] T. BUI—QUOC : "Comportement du matériau en fatigue à haute température".
Ecole Internationale d'été sur la fatigue des matériaux et des structures — 10—19 juillet (1978).

[4] J.F. POLHEMUS : "Ductility exhaustion model for prediction of thermal fatigue and creep interaction".
A.S.T.M., STP 520, 1973

[5] J.L. REMY, J. RENCHET : "Influence de l'oxydation en fatigue oligocyclique à haute température dans le cas de super—alliage".
E.N.S.M.P. Centre des matériaux.
E.R.A. C.N.R.S. 767 Evry
Revue de métallurgie — septembre 1982.

[6] T. MAGNIN : "Thèse de Doctorat d'état" (1980).

[7] A. PINEAU : "Mécanisme d'accomodation et fissuration en fatigue oligocyclique (1978), Centre des matériaux de l'école des Mines de Paris

[8] A. PINEAU, C. LEVAILLANT : "Austenitic steels by using intergranular damage as a correlating parameter". Low—cycle fatigue and life prediction, A.S.T.M.S.T.P. 770, Eds. American Society for testing and materiels, 1982, P. 169—193.

[9] F.A. Mc CLINTOCK : "Mechanical behaviour of materials",,1966, (Addison—Wesky Publisching Compagny in)

[10] J. DUFAILLY : "Modélisation mécanique et identification de l'endommagement plastique des métaux". Thèse de docteur de3ème cycle, 1980, université Marie—Curie.

[11] M. RAGUET : "Endommagement en fatigue oligocyclique à haute température, application aux essais à deux niveaux de déformations dans le cas d'un acier", thèse de docteur—ingénieur, 1981, Université de METZ.

[12] J.M. JALINIER : Mise en forme et endommagement", thèse de docteur—ès—sciences, 1981.

[13] T.H. ERISMANN : "Unconventionel reflection on damage accumulation", engineering fracture mechanics, 1976, P. 115—121.

[14] M. RAGUET et G. PLUVINAGE : "Physical and Mechanical Meassurements of damage in Low—cycle fatigue : Application for Two level Tests". A.S.T.M. STP 811 (1983)

[15] KATCHANOV : "Time of the rupture process under creep conditions", Izt. Akad. Navk. SSR Oddt. kh Navk, n° 8, 1958, p. 26—31.

[25] *MANSON—COFFIN—BASQUIN : "Fatigue a complexe pubject — Some simple approximation"*
Experimental Mechanics, 1965

[26] *MANSON S.S., FRECH J.C.*
ENSIGN C.R. : "Application of a double lineaire damage rule to cumulative fatigue.
NASA, TND, 38—39, april 1967.

[27] *KOMERS J.B. : "L'effet d'overstress sur l'endurance des aciers".*
proc. ASTM, vol. 45, p. 532, 1945

[28] *CORDIER G. : "Pour une nouvelle approche de l'analyse des structures soumises à la fatigue oligocyclique".*
Thèse de docteur—ingénieur, 1980, E.N.C.P. Paris.

[29] *E. GASSNER, W. SCUTZ : "Assesment of the allowable design stress and the corresponding fatigue life".*
Proceeding of the 4 th. I.C.A.P. symposium, "fatigue designe procedures pergamon press Oxford et Ny, 1969, p. 291 — 307.

[30] *J.L. CHABOCHE,*
H. POLICELLA : "Caractérisation expérimentale du matériau sous chargement cyclique à haute température".
Extrait de la recherche spatiale, n° 1977—5, p. 307—324.

[31] *Z. TAHAN : "Essai de fatigue par la méthode des "blocs—programmables", construction et exploitation d'une machine de flexion rotative".*
Thèse de docteur—ingénieur, I.N.S.A. de LYON, 1979.

[32] S.H. KIM : "The effect of intermittent rest Periods at elevated temperatures on fatigue resistance of 4140 steel".
Congrès de MELBOURNE, août 1982, A.F.G./lehigh conference on applied fracture mechanics technologie.

[33] T. BUI—QUOC : "Unifed theory of cumulative damage in metal fatigue".
W.R.C. Bulletin n° 62, 1971.

[34] GATTS R.R. : "Application of a cumulative damage concept to fatigue".
Trans. A.S.M.E. J.F. — of bas. eng. vol. 93, p. 529—540, 1961.

[35] R.C. BOETTNER, C. LAIRD, A.J. Mc EVILY : "Crak nucleation and growth in high strain low cycle fatigue".
Trans. A.I.M.E., 223, 1965, p. 373—383.

[36] A. FOURNIER, A. PINEAU :"Modes de déformation et de rupture en fatigue plastique d'un alliage base Nickel Inco 718".
Journée d'automne, 1975.

[37] Z. AZARI, M. LEBIENVENU, G. PLUVINAGE : "Fonction d'endommagement en fatigue oligocyclique".
Lab. Faib. Mécanique, Université de Metz.
Revue de Métallurgie, Mai 1984.

[38] MARQUIS : "Modélisation et identification de l'écrouissage anisotrope des métaux".
Thèse de docteur 3ème cycle, Université Pierre et Marie Curie, Paris VI, 1979.

[39] GERMAIN : "Cours de mécanique des milieux continus". Masson.

[40] AMSTRONG—FREDERIK : "A mathematical representation of the multiaxial Baushinger effect", C.E.G.B. report n° RB/B, n° 731, 1966

[41] K.K. PETERS, H.J. ENGELL: Arch ecsenhüll, 30, 1959 — p. 275.

[42] J. PAIDASSI et J. BENARD : Bull. soc. Chim. Tr. 1958 — p. 1964

[43] J. BENARD : Metallurgie. Ital. 42 — 1950 — p. 3

[44] Y. ADDA, J.M. DUPOUY, J. PHILIBERT et Y. QUERE : Corrosion Oxydation : quelques applications de la métallurgie physique (Tome 6.)

[45] C.E. BERCHENALL : Trans. A.I.M.E., 197, 1951, p. 889.

[46] TIKHOMIROV V.I., IPATIEV V.V. : Nauk. U.R.S.S., 95 (1954), 305.

[47] M.O. SPEIDEL : First.Int. Conf. on shot peeding, Paris 1981

[48] C. LAIRD et D.J. DUQUETTE : "Corrosion fatigue" . Nice ed. Huston (1972) p. 82.

[49] C. LEVAILLANT, B. REZGUI : "Effet of environment and hold Times on high Temperatures low cycles fatigues Behaviour of 316 L Stainless Steel". Third. Int. Conf. on mechanical. Behaviour Cambridge (1978).

[50] B. TOMKIN : "Fatigue Crak propagation, An analys" ; Phil. Mag. 19, (1969) — p. 1041.