



**HAL**  
open science

# Caractérisation mécanique d'un matériau composite en tissu de verre et matrice polyamide 6 sous différents types de chargement dynamique

Abdellah Massaq

► **To cite this version:**

Abdellah Massaq. Caractérisation mécanique d'un matériau composite en tissu de verre et matrice polyamide 6 sous différents types de chargement dynamique. Sciences de l'ingénieur [physics]. Université Paul Verlaine - Metz, 1999. Français. NNT : 1999METZ019S . tel-01775807

**HAL Id: tel-01775807**

**<https://hal.univ-lorraine.fr/tel-01775807>**

Submitted on 24 Apr 2018

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



## AVERTISSEMENT

Ce document est le fruit d'un long travail approuvé par le jury de soutenance et mis à disposition de l'ensemble de la communauté universitaire élargie.

Il est soumis à la propriété intellectuelle de l'auteur. Ceci implique une obligation de citation et de référencement lors de l'utilisation de ce document.

D'autre part, toute contrefaçon, plagiat, reproduction illicite encourt une poursuite pénale.

Contact : [ddoc-theses-contact@univ-lorraine.fr](mailto:ddoc-theses-contact@univ-lorraine.fr)

## LIENS

Code de la Propriété Intellectuelle. articles L 122. 4

Code de la Propriété Intellectuelle. articles L 335.2- L 335.10

[http://www.cfcopies.com/V2/leg/leg\\_droi.php](http://www.cfcopies.com/V2/leg/leg_droi.php)

<http://www.culture.gouv.fr/culture/infos-pratiques/droits/protection.htm>

615/101

S 1 M 3 99/19



INSTITUT SUPERIEUR DE GENIE MECANIQUE  
ET PRODUCTIQUE

# THESE

Présentée à



UNIVERSITE DE METZ

PAR

## Abdellah MASSAQ

Pour l'obtention du grade de :  
**DOCTEUR de L'UNIVERSITÉ de METZ**

**SPECIALITE :** *Sciences de l'Ingénieur*

**OPTION :** *Mécanique*

**CARACTERISATION MECANIQUE D'UN MATERIAU  
COMPOSITE EN TISSU DE VERRE ET MATRICE  
POLYAMIDE 6 SOUS DIFFERENTS TYPES DE  
CHARGEMENT DYNAMIQUE**

A soutenir le 25 Mars 1999 devant le jury composé de :

Messieurs	<b>J. C. GRANDIDIER</b>	(L3MA-SP2MI Université de Poitiers)	Rapporteur
	<b>J. R. KLEPACZKO</b>	(L.P.M.M Université de Metz)	Directeur
	<b>M. MAIER</b>	(Université de Kaiserslautern-Germany)	Rapporteur
	<b>M. POTIER-FERRY</b>	(L.P.M.M Université de Metz)	Examineur
	<b>B. TROCLET</b>	(AEROSPATIALE- Les Mureaux)	Examineur

BIBLIOTHEQUE UNIVERSITAIRE DE METZ



022 304489 6

BIBLIOTHEQUE UNIVERSITAIRE  
- METZ

N° inv.	19990475
Cote	S/M3 99/19
Loc	Magasin

## *Remerciements*

Le présent mémoire est la synthèse du travail de recherche que j'ai effectué au sein du Laboratoire de **Physique et Mécanique des Matériaux** de l'Université de Metz sous la direction scientifique de Monsieur J. R. KLEPACZKO, directeur de recherche au C.N.R.S.

J'exprime mes remerciements à Monsieur J. R. KLEPACZKO pour m'avoir précieusement aidé dans ce travail, je le remercie sincèrement pour sa sympathie et ses valeurs scientifiques.

Messieurs J.C. GRANDIDIER, Professeur à l'Université de Poitiers, et M. MAIER, Professeur à l'Université de Kaiserslautern, qui ont bien voulu participer à ce jury, et de se charger de la lourde tâche de rapporteurs, qu'ils veuillent bien trouver ici l'expression de ma profonde reconnaissance.

Monsieur M. POTIER-FERRY, Professeur à l'Université de Metz, a accepté d'examiner ce travail et de présider mon jury de thèse et ce malgré les responsabilités qu'il assume. Je le prie d'accepter ma reconnaissance et mes vifs remerciements.

Je tiens aussi à exprimer ma gratitude et ma profonde reconnaissance à Monsieur B. TROCLET, docteur ingénieur et chef de service vibroacoustique et dynamique rapide à l'Aérospatiale de Les Mureaux, d'avoir accepté d'examiner mon travail.

Je remercie également notre équipe de Recherche, pour leur amical et agréable soutien.

Je remercie mes parents Haj Abbes et Haja Lakbira ainsi que toute ma famille, mes frères et mes sœurs, sans qui ce travail ne serait pas réalisé. Je tiens à les remercier pour le soutien financier de cette thèse et les encouragements qu'ils m'ont apportés.

Que tous mes amis trouvent ici l'expression de mes remerciements, sans oublié X, je la remercie pour son soutien moral et ses encouragements qu'elle m'a apporté durant mes dernières années de thèse.

Merci enfin à tous ceux que j'aurai pu malencontreusement oublier. Qu'ils ne me tiennent pas rigueur de mon étourderie.

# SOMMAIRE

## *Chapitre I* **COMPORTEMENT DES MATERIAUX COMPOSITES SOUS CHARGEMENTS DYNAMIQUES**

<b>I-1 INTRODUCTION.....</b>	<b>3</b>
<b>I-2 TECHNOLOGIES DES ESSAIS DYNAMIQUES APPLIQUEES AUX MATERIAUX COMPOSITES.....</b>	<b>3</b>
2-1) Essais aux barres de Hopkinson (Essais fondamentaux).....	4
2-1-1 Les barres de Hopkinson en compression.....	4
2-1-2 Les barres de Hopkinson en traction.....	6
2-1-3 Les barres de Hopkinson en cisaillement.....	8
2-1-4 Essais de flexion sur les barres de Hopkinson en compression.....	9
2-1-5 Perforation à l'aide des barres de Hopkinson.....	12
2-2) Essais de structures.....	14
2-2-1 Essais Charpy / Izod.....	14
2-2-2 Essais Poids tombant.....	16
<b>I-3 APERCU DES RESULTATS EXPERIMENTAUX D'IMPACT DES MATERIAUX COMPOSITES.....</b>	<b>18</b>
3-1) Essai de compression dynamique .....	18
3-2) Essais de traction dynamique .....	20
3-3) Essai de cisaillement dynamique.....	22
3-4) Essai de flexion dynamique.....	23
3-5) La perforation.....	25
3-6) Essais Charpy.....	29
3-7) Essais par la méthode de chute de poids.....	31
<b>I-4 INFLUENCE DES PROPRIETES DES CONSTITUANTS SUR LA REPONSE EN IMPACT DES COMPOSITES.....</b>	<b>33</b>
4-1) Influence de la matrice.....	33
4-2) Influence des fibres.....	35
4-3) Influence de l'interface.....	37
4-4) Influence de la séquence d'empilement.....	39
<b>I-5 CONCLUSION.....</b>	<b>41</b>

*Chapitre II*  
**PROPAGATION DES ONDES DANS  
LES MATERIAUX COMPOSITES**

<b>II-1 INTRODUCTION.....</b>	<b>42</b>
<b>II-2 PROPAGATION DES ONDES ELASTIQUES DANS LES MATERIAUX COMPOSITES.....</b>	<b>42</b>
2-1) Propagation des ondes élastiques dans un composite orthotrope.....	45
2-2) Vitesses d'ondes élastiques dans les poutres composites.....	47
2-3) Vitesses d'ondes élastiques dans une plaque composite laminaire orthotrope.....	49
<b>II-3 PROPAGATION DES ONDES ELASTIQUES ENGENDREES PAR UN CHOC DANS UN MATERIAU COMPOSITE.....</b>	<b>51</b>
<b>II-4 CONCLUSION.....</b>	<b>56</b>

*Chapitre III*  
**DETERMINATION DES MODULES ELASTIQUES  
DYNAMIQUES LONGITUDINAUX**

<b>III-1) INTRODUCTION.....</b>	<b>57</b>
<b>III-2) MATERIAU ETUDIE.....</b>	<b>57</b>
<b>III-3) DISPOSITIF EXPERIMENTAL.....</b>	<b>60</b>
<b>III-4) MESURE DE LA VITESSE DE PROPAGATION D'ONDE DANS LE COMPOSITE PA6/VERRE.....</b>	<b>61</b>
4-1) Caractérisation par propagation d'ondes élastiques longitudinales.....	61
4-2) Principe de mesure.....	63
4-3) Résultats des essais.....	64
4-4) Ajustement par la loi normale .....	68
4-5) Test d'ajustement.....	69
<b>III-5) MODULE D'ELASTICITE LONGITUDINALE DYNAMIQUE EN COMPRESSION DU COMPOSITE PA6/VERRE.....</b>	<b>71</b>
<b>III-6) CONCLUSION.....</b>	<b>72</b>

*Chapitre IV*  
**ESSAIS D'IMPACT ET RESULTATS**

<b>IV-1) INTRODUCTION.....</b>	<b>73</b>
<b>IV-2) PROBLEMES LIES A L'ADAPTATION DES BARRES DE HOPKINSON AUX MATERIAUX COMPOSITES.....</b>	<b>73</b>
<b>IV-3) METHODES DE CARACTERISATION PAR COMPRESSION.....</b>	<b>75</b>
3-1) Type d'éprouvettes utilisées.....	75
3-2) Essais de compression quasi-statiques.....	75
3-2-1 Moyen d'essais et de mesure.....	75
3-2-2 Calcul des déplacements, vitesses de déformation et des contraintes dans l'échantillon.....	76
3-3) Essais de compression dynamique.....	78
3-3-1 Dispositif expérimental.....	78
3-3-2 Calcul des déformations, vitesses de déformation et des contraintes.....	78
3-3-3 Corrections apportées.....	81
<b>IV-4) METHODES DE CARACTERISATION PAR PERFORATION.....</b>	<b>87</b>
4-1) Eprouvette et projectile utilisés.....	87
4-2) Présentation du dispositif de poinçonnement quasi-statique.....	88
4-3) Perforation dynamique.....	89
4-3-1 Nouvelle technique expérimentale pour l'étude de la perforation par impact direct.....	89
4-3-2 Résultats des essais de perforation dynamique.....	90
Impact non perforant.....	90
Impact perforant.....	91
<b>IV-5) METHODE DE CARACTERISATION PAR FLEXION.....</b>	<b>92</b>
5-1) Type d'éprouvettes utilisées en flexion trois points.....	93
5-2) Flexion trois points quasi-statique.....	94
5-2-1 Instrumentation.....	94
5-2-2 Principe de mesure.....	94
5-3) Flexion dynamique.....	96
5-3-1 Nouvelle technique expérimentale de flexion trois points dynamique (version LPMM).....	99
5-3-2 Calcul des déplacements, des vitesses de déplacement et de la force transmise.....	116
<b>IV-6) CONCLUSION.....</b>	<b>103</b>



*Chapitre V*  
**ANALYSE ET EXPLOITATION  
DES RESULTATS**

<b>V-1) INTRODUCTION.....</b>	<b>104</b>
<b>V-2) COMPORTEMENT DU COMPOSITE PA6/VERRE EN COMPRESSION.....</b>	<b>104</b>
2- 1) Essais quasi-statiques.....	105
2-2) Etude de la compression dynamique du PA6/verre.....	107
2-3) Effets de la vitesse de déformation.....	108
2-3-1 Influence de la vitesse de déformation sur la contrainte de rupture.....	108
2-3-2 Influence de la vitesse de déformation sur le module d'élasticité.....	111
2-3-3 Influence de la vitesse de déformation sur l'énergie de rupture.....	112
2-3-4 Couplage thermomécanique.....	112
2-4 Modes de rupture du composite PA6/verre.....	113
2-4-1 Mécanismes de rupture en quasi-statique.....	113
2-4-2 Mécanismes de rupture en dynamique.....	113
2-5) Conclusions.....	114
<b>V-3) COMPORTEMENT DU COMPOSITE PA6/VERRE EN PERFORATION.....</b>	<b>114</b>
3-1) Introduction.....	114
3-2) Poinçonnement statique.....	115
3-3) Impact dynamique non perforant.....	116
3-3-1 Analyse et discussion.....	116
3-3-2 Etude du délaminage dans le composite PA6/verre.....	118
3-3-3 Forme de la zone délaminée.....	119
3-3-4 Détermination de la vitesse limite de perforation.....	119
3-3-5 Bilan énergétique.....	120
3-4) Impact dynamique perforant.....	121
3-4-1 Sensibilité à la vitesse.....	122
3-4-2 Observations Post-Mortem (Analyse des dommages).....	123
3-4-3 Mesure de la vitesse de propagation du délaminage.....	123
3-4-4 Effet de la vitesse sur la pénétration.....	126
3-4-5 Force critique résiduelle (après perforation).....	127
3-4-6 Calcul des énergies.....	128
3-4-7 Conclusion.....	130
<b>V-4) COMPORTEMENT DU COMPOSITE PA6/VERRE EN FLEXION.....</b>	<b>131</b>
4-1) Essais de flexion quasi-statique.....	131
4-1-1) Résultats expérimentaux.....	132
4-1-2) Mesure de l'énergie de rupture.....	133
4-2) Comportement à la rupture de matériau PA6/verre en flexion dynamique.....	134

4-2-1 Résultats obtenus.....	135
4-2-2 Analyse des phénomènes vibratoires.....	137
a) Vibration d'une éprouvette isotrope.....	137
b) Méthode de Rayleigh.....	139
4-2-3 Influence de la vitesse de chargement.....	140
4-2-4 Influence du champ d'accélération.....	145
4-2-5 Utilisation des modèles masse-ressort.....	149
a) Modèle de WILLIAMS.....	149
b) Comparaison modèle-expérience .....	150
4-2-6 Conclusion.....	153

<b>CONCLUSION GENERALE.....</b>	<b>154</b>
---------------------------------	------------

<b>REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES.....</b>	<b>157</b>
---	------------

<b>ANNEXES.....</b>	<b>167</b>
---------------------	------------

## NOMENCLATURE

$A_b$  : section des barres

$A_s$  : section initiale de l'éprouvette

$A_b$  : section des barres

$A_s$  : section initiale de l'éprouvette

$A_{\text{tub}}$  : section du tube

$E_b$  : module de Young des barres de compression

$B$  : largeur de l'éprouvette

$C$  : vitesse de l'onde

$C_{\text{os}}$  : célérité de propagation de l'onde dans le matériau

$D_{\text{ext}}$  : Diamètre extérieur du tube

$D_{\text{int}}$  : Diamètre intérieur du tube.

$d_0$  : diamètre de l'éprouvette

$d$  : diamètre de l'éprouvette

$E$  : module d'élasticité longitudinal

$E_b$  : module de Young des barres de compression

$E_d$  : module élastique longitudinal dynamique du matériau

$E_{\text{tub}}$  : module de Young du tube Hopkinson

$E_0$  : module quasi-statique en sens de compression transversal

$E_T$  : module élastique dynamique en sens de compression transversal

$E_{\text{tub}}$  : module de Young du tube Hopkinson.

$F_{\text{ru}}$  : force à la rupture

$F_1(t)$  : force sur la face de l'éprouvette en contact avec la barre incidente

$F_2(t)$  : force sur la face de l'éprouvette en contact avec la barre de transmission

$F_I$  : force appliquée au point d'impact de l'éprouvette

$F(t)$  : force appliquée à l'échantillon

$I(t)$  : onde incidente

$I$  : moment quadratique

$K_0$  : raideur de l'éprouvette

$L_b$  : longueur biseautée du projectile

$L_p$  : longueur du projectile.

$l$  : épaisseur de l'éprouvette  
 $l_0$  : longueur de l'échantillon  
 $l_f$  : pénétration du projectile dans l'éprouvette  
 $L$  : sens de compression longitudinale  
 $m_1$  : masse du projectile  
 $m_e$  : masse de l'éprouvette  
 $m_i$  : masse de l'échantillon  
 $m_0$  : masse entre appuis de l'échantillon.  
 $N$  : nombre d'observations  
 $R(t)$  : onde réfléchie  
 $S$  : distance entre appuis.  
 $S$  : distance entre appuis  
 $S_{ech}$  : section initiale de l'éprouvette  
 $S_{opt}$  : rapport optimal  $l/d$ .  
 $T$  : sens de compression transversale  
 $T(t)$  : onde transmise  
 $u_1(t)$  : déplacement sur la face de la barre incidente  
 $u_2(t)$  : déplacement sur la face de la barre de transmission  
 $V_{lb}$  : vitesse limite balistique  
 $v$  : vitesse de sollicitation  
 $V$  : vitesse de déplacement  
 $V_i$  : volume de l'échantillon  $i$   
 $V_i$  : vitesse d'impacte  
 $V_{ip}$  : vitesse limite de perforation  
 $W$  : épaisseur de l'éprouvette  
 $W_t$  : Energie totale absorbée par l'éprouvette.  
 $W_r$  : Energie résiduelle du projectile après impact  
 $W_f$  : énergie de fissuration  
 $W_r$  : énergie de recul du projectile  
 $x$  : flèche de l'éprouvette  
 $x(\omega)$  : nombre d'onde

## Symboles grecs

- $\omega$  : pulsation de l'onde harmonique
- $\mu$  : coefficient de frottement mesuré expérimentalement
- $\sigma_{ru}$  : contrainte de flexion à rupture
- $\Delta t_s$  : temps de transmission de l'onde élastique dans le matériau
- $\Delta t_0$  : temps écoulé pour la transmission de l'onde élastique entre les jauges  $T_1$  et  $T_2$
- $\Delta t_s$  : temps de parcours de l'onde le long du composite
- $\overline{\Delta t}$  : valeurs moyennes
- $\delta_1(t)$  et  $\delta_2(t)$  : déplacements réels des capteurs
- $\delta_{ext}$  : déplacement mesuré par l'extensomètre optique
- $\delta_{rub}$  : déplacement du tube d'Hopkinson
- $\delta_s(t)$  : déplacement de l'échantillon
- $\delta_s$  : déplacement réel du point central de la face tendue de l'éprouvette
- $\beta$  : représente le coefficient de sensibilité du module élastique à la vitesse de déformation
- $\kappa_{d1}$  et  $\kappa_{d2}$  : coefficients d'étalonnage des deux capteurs LVDT
- $k_F$  : coefficient d'étalonnage de la force
- $k_F$  : coefficient d'étalonnage de la force
- $\kappa_{d1}$  et  $\kappa_{d2}$  : coefficients d'étalonnage des deux capteurs LVDT
- $\mu$  : coefficient de frottement de coulomb
- $\sigma_z$  : contrainte axiale moyenne mesurée
- $\varepsilon$  : déformation longitudinale
- $\dot{\varepsilon}$  : vitesse de déformation
- $\ddot{\varepsilon}$  : accélération de la déformation
- $\rho$  : masse spécifique du matériau

# LISTES DES FIGURES

## CHAPITRE I

- Figure 1-1** : Aspects dynamiques des essais mécaniques
- Figure 1-2** : Diagramme schématique des barres de Hopkinson en compression
- Figure 1-3** : Diagramme schématique des barres de Kolsky en traction
- Figure 1-4** : Barres de Kolsky en traction
- Figure 1-5** : Eprouvette haltère pour des essais de traction dynamique
- Figure 1-6** : Système de fixation de l'éprouvette sur les barres de traction dynamique
- Figure 1-7** : Eprouvettes de traction dynamique : deux géométries différentes
- Figure 1-8** : Barres de Kolsky en compression modifiées pour le cisaillement
- Figure 1-9** : Configurations de mise en charge des échantillons
- Figure 1-10** : Géométrie de l'éprouvette de torsion
- Figure 1-11** : Essai de cisaillement à grande vitesse
- Figure 1-12** : Montage de flexion quatre points dynamique adapté aux barres d'Hopkinson
- Figure 1-13** : Contrainte de cisaillement dans les éprouvettes : simulation par éléments finis
- Figure 1-14** : Dispositif de flexion trois points dynamique
- Figure 1-15** : Essai de flexion sur barres de Hopkinson
- Figure 1-16** : Essai Hopkinson de flexion trois points avec barres de sorties
- Figure 1-17** : Schéma d'essai de flexion dynamique, essai Izod modifié
- Figure 1-18** : Dispositif de poinçonnement
- Figure 1-19** : Dispositif expérimental de l'essai de
- Figure 1-20** : Géométrie de l'éprouvette circulaire en acier
- Figure 1-21** : Dispositif de Charpy
- Figure 1-22** : Principe de l'essai par poids tombant
- Figure 1-23** : Effet de la vitesse de déformation sur la résistance à la compression
- Figure 1-24** : Courbes contrainte-déformation en compression du composite carbone/époxy
- Figure 1-25** : Influence de longueur utile de l'échantillon sur la courbe 'contrainte-déformation' en compression
- Figure 1-26** : Effet de la vitesse de déformation sur la contrainte maximale des composites à fibres de verre
- Figure 1-27** : Comportement de composites tissés à fibres de verre

**Figure 1-28** : essais de cisaillement à grande vitesse utilisant une barre de torsion

**Figure 1-29** : Evolution de la longueur moyenne des fibres extraites

**Figure 1-30** : Endommagements finaux de plusieurs plis, simulation hybride endommageable

**Figure 1-31** : Epreuve rompue avant et après essai

**Figure 1-32** : Histoire des ondes incidentes pour différents temps de montée

**Figure 1-33** : Effet de la vitesse de déformation sur la résistance à la rupture en mode II

**Figure 1-34** : Principe de détermination graphique de la vitesse limite balistique

**Figure 1-36** : Effet du nombre de plis sur la résistance à la perforation des matériaux composites renforcés

**Figure 1-37** : Effet du nombre de plis sur l'énergie de rupture absorbée des matériaux composites renforcés

**Figure 1-38** : Effet de la vitesse de chargement sur les éprouvettes à 16 plis

**Figure 1-39** : Effet de la vitesse de chargement sur les éprouvettes à 24 plis

**Figure 1-40** : Comparaison de la surface délaminée à basse et à grande vitesse pour un composite à fibres de carbone

**Figure 1-41 a** : Effet de la vitesse de déformation sur la contrainte en flexion des matériaux composites graphite/epoxy et Boron/Aluminium

**Figure 1-41 b** : Effet de la vitesse de déformation sur l'énergie d'absorption des matériaux composites graphite/epoxy et Boron/Aluminium

**Figure 1-42 a** : Influence de la fraction volumique de Kevlar sur l'énergie totale

**Figure 1-42 b** : Influence de la fraction volumique de Kevlar sur l'énergie totale

**Figure 1-43** : Courbes contrainte-déformation en traction dynamique et statique pour les composites verres/polyester

**Figure 1-44** : Les paramètres de l'impact.

**Figure 1-45** : Influence de la résine d'un matériau renforcé de fibres de verre sur la pénétration

**Figure 1-46** : Relation entre l'énergie d'impact et l'énergie spécifique de rupture des fibres en tension

**Figure 1-47** : Comparaison de la vitesse limite de perforation de différents types de composites impactés par un projectile cylindrique

**Figure 1-48** : Courbes contrainte-déformation de composites à renfort carbone, verre et hybride

**Figure 1-49** : Influence de l'interface fibre-matrice sur la vitesse limite de perforation

d'un composite verre R/polyester

**Figure 1-50** : Effet de l'énergie incidente sur la résistance résiduelle à la flexion pour des composites à fibres traitées et non traitées

**Figure 1-51** : Influence de l'énergie d'impact sur la surface délaminée

## CHAPITRE II

**Figure 2-1** : Système de coordonnées pour un composite unidirectionnel

**Figure 2-2** : Poutre uniaxiale avec fibres unidirectionnelles

**Figure 2-3** : Célérité de l'onde pour une poutre composite epoxy renforcée par des filaments d'acier

**Figure 2-4** : Plaque composite avec des fibres unidirectionnelles

**Figure 2-5** : Schéma d'impact de la plaque composite

## CHAPITRE III

**Figure 3-1** : Machine à "Double Belt Press"

**Figure 3-2** : Cycle de réticulation pour plaques composites Polyamide 6/verre

**Figure 3-3** : Volume élémentaire représentatif.

**Figure 3-5** : Diagramme de Lagrange

**Figure 3-6** : Courbe caractéristique et représentation du module élastique dynamique.

**Figure 3-9** : Evolution de  $\Delta t^*$  et  $\Delta t_0^*$  en fonction du numéro d'essai : Sens de compression T

**Figure 3-10** : Evolution de  $\Delta t^*$  et  $\Delta t_0^*$  en fonction du numéro d'essai : Sens de compression L1.

**Figure 3-11** : Evolution de  $\Delta t^*$  et  $\Delta t_0^*$  en fonction du numéro d'essai : Sens de compression L2.

**Figure 3-12** : Distributions fréquentielles de  $\Delta t$  et  $\Delta t_0$  représentées sous forme d'histogramme et ajustées par la distribution normale : Sens de compression T.

**Figure 3-13** : Distributions fréquentielles de  $\Delta t$  et  $\Delta t_0$  représentées sous forme d'histogramme et ajustées par la distribution normale : Sens de compression L1.

**Figure 3.14** : Distributions fréquentielles de  $\Delta t$  et  $\Delta t_0$  représentées sous forme d'histogramme et ajustées par la distribution normale : Sens de compression L2.

**Figure 3-15** : Ajustement graphique à une loi de Laplace-Gauss.

**Figure 3-16** : Fonctions de probabilités obtenues pour les deux sens de compression L1 et L2

**Figure 3-17** : Fonctions de probabilités obtenues pour le sens de compression T.



## CHAPITRE IV

- Figure 4-1** : Schéma du mode de découpe des éprouvettes composites PA6/verre
- Figure 4-3** : Oscillogrammes de déplacement  $V_1(t)$ ,  $V_2(t)$ , (1) et (2), et de force  $V_f(t)$ , (3).
- Figure 4-4** : Montage de compression dynamique sur les barres d'Hopkinson
- Figure 4-5** : Evolution du coefficient de frottement d'un contact dynamique et à sec entre l'acier et le composite PA6/verre, à l'aire libre. Surface apparente de contact  $S_1$  (ou  $S_2$ ).
- Figure 4-6** : Evolution du coefficient de frottement d'un contact dynamique et à sec entre l'acier et le composite PA6/verre, à l'aire libre. Surface apparente de contact  $S_3$ .
- Figure 4-7** : Exemple d'oscillogramme d'ondes brut et corrigé lors d'un essai de compression dynamique.
- Figure 4-8** : Variation du déphasage en fonction de la fréquence.
- Figure 4-9** : Spectre du signal obtenu lors d'un essai de compression du PA6/verre.
- Figure 4-12** : Courbe force-déplacement sur machine rapide, essais avec support plan
- Figure 4-13** : Courbe force-déplacement sur machine rapide, essais avec support de perforation
- Figure 4-15** : Courbes force-temps, impact non perforant pour différentes vitesses d'impact
- Figure 4-16** : Courbes force-temps, impact perforant pour différentes vitesses d'impact
- Figure 4-17** : Géométrie de l'éprouvette de flexion trois points, version LPMM
- Figure 4-19** : Exemple d'oscillogrammes de déplacement (1) et (2) et de la force (3).
- Figure 4-20** : Exemple d'oscillations dues à l'inertie radiale des barres.
- Figure 4-21** : Géométrie du bouchon
- Figure 4-23** : Diagramme de Lagrange pour les essais de flexion dynamiques, projectile court
- Figure 4-24** : Oscillogrammes du déplacement (2) et de la force (1).
- Figure 4-25** : Mise en évidence des phénomènes inertiels
- Figure 4-26** : Evolution de la déformation de l'éprouvette au début du choc
- Figure 4-27** : Chargement inertiel

## CHAPITRE V

- Figure 5-1** : Courbes contrainte-déformation en compression quasi-statique, sens de compression T.
- Figure 5-2** : Courbes contrainte-déformation en compression quasi-statique, sens de compression L1.

- Figure 5-3** : Courbes contrainte-déformation en compression quasi-statique, sens de compression L2.
- Figure 5-4** : Comparaison des courbes contraintes-déformation à différentes vitesses, sens de compression L1 et T.
- Figure 5-5** : Comparaison des courbes contraintes-déformation à différentes vitesses, sens de compression L2 et T.
- Figure 5-6** : Influence de la vitesse de déformation sur la contrainte de rupture, sens de compression L1
- Figure 5-7** : Influence de la vitesse de déformation sur la contrainte de rupture, sens de compression L2.
- Figure 5-8** : Influence de la vitesse de déformation sur la contrainte de rupture, sens de compression T
- Figure 5-9** : Influence de la vitesse de déformation sur la contrainte, pour une déformation de 0.01.
- Figure 5-10** : Influence de la vitesse de déformation sur le module d'élasticité
- Figure 5-11** : Influence de la vitesse de déformation sur l'énergie de rupture
- Figure 5-12** : Initiation de la bande pliée
- Figure 5-13** : Evolution de l'énergie de rupture en fonction du déplacement
- Figure 5-14** : Evolution de la force du premier pic F1 en fonction de la vitesse d'impact
- Figure 5-15** : Influence de la vitesse de chargement sur la force critique
- Figure 5-18** : Evolution en profondeur de la surface délaminée à  $V_i = 20.5$  m/s
- Figure 5-19** : Evolution de la surface délaminée en fonction de la vitesse d'impact.
- Figure 5-20** : Effet de la vitesse d'impact sur l'énergie de fissuration
- Figure 5-21** : Influence de la vitesse d'impact sur la force du premier pic F1.
- Figure 5-22** : Influence de la vitesse de chargement sur la force critique
- Figure 5-23** : Influence de la vitesse d'impact sur la force critique.
- Figure 5-24** : Evolution du déplacement de la face latérale de l'éprouvette en fonction du temps.
- Figure 5-25** : Schéma d'illustration de la rupture par délaminage
- Figure 5-26** : Evolution du délaminage en fonction du temps pour une vitesse d'impact  $V_i = 40$  m/s.
- Figure 5-27** : Influence de la vitesse d'impact sur le temps de propagation des délaminages.
- Figure 5-28** : Influence de la vitesse d'impact sur la vitesse de propagation des délaminages.
- Figure 5-29** : Influence de la vitesse d'impact sur la pénétration du projectile.

- Figure 5-30** : Profil complet de la force-déplacement
- Figure 5-31** : Influence de la vitesse d'impact sur la force critique résiduelle
- Figure 5-32** : Evolution de l'énergie de rupture à vitesse d'impact  $V_i = 45$  m/s.
- Figure 5-33** : Effet de la vitesse sur les énergies critiques et totales.
- Figure 5-34** : Influence de la vitesse d'impact sur les énergies totale et résiduelle
- Figure 5-35** : Comparaison des courbes quasi-statiques force-déplacement à différentes vitesses de déplacement.
- Figure 5-36** : Evolution de l'énergie en fonction du déplacement à différentes vitesses de déplacement.
- Figure 5-37** : Evolution de la force mesurée en fonction du temps
- Figure 5-38** : Evolution du déplacement en fonction du temps
- Figure 5-39** : Perte de contact aux appuis
- Figure 5-40** : Allure des cinq premiers modes de vibration d'une poutre en flexion.
- Figure 5-41** : Essai de rebond sur une éprouvette en PA6/verre. Vitesse d'impact  $V_i = 7.4$  m/s
- Figure 5-42** : Evolution de la force transmise en fonction du déplacement pour différentes vitesses d'impact.
- Figure 5-43** : Influence de la vitesse d'impact sur le temps de choc
- Figure 5-44** : Evolution des énergies cinétique et de déformation en fonction du temps
- Figure 5-45** : Influence de la vitesse d'impact sur la contrainte de rupture.
- Figure 5-46** : Influence de la vitesse d'impact sur la force maximale aux appuis.
- Figure 5-47** : Influence de la vitesse d'impact sur l'énergie de rupture.
- Figure 5-48** : Influence de la vitesse de chargement sur l'énergie totale.
- Figure 5-49** : Schématisation de la correction d'inertie.
- Figure 5-50** : Correction dynamique pour une vitesse d'impact  $V_i = 25$  m/s
- Figure 5-51** : Correction dynamique pour une vitesse d'impact  $V_i = 58$  m/s.
- Figure 5-52** : Comparaison de la force calculée au point d'impact et celle mesurée aux appuis
- Figure 5-53** : Modèle masse-ressort de Williams
- Figure 5-54** : Comparaison du modèle avec la force calculée au point d'impact
- Figure 5-55** : Facteur de correction dynamique basé sur le modèle de Williams pour différentes valeurs de  $\alpha$ .
- Figure 5-56** : Evolution du facteur de correction dynamique et de la force de contact en fonction du temps (modèle de Williams).

# INTRODUCTION GENERALE

## INTRODUCTION GENERALE

L'évolution continue des matériaux utilisés par l'homme et la recherche des performances en conditions "extrêmes" posent avec une acuité accrue la problématique des méthodes de caractérisation du comportement de ces matériaux sous des sollicitations complexes. Toute réflexion à caractère expérimental sur ce sujet se trouve donc en prise directe avec les sciences de l'ingénieur. La mécanique des matériaux occupe une place de choix dans cette problématique.

Les matériaux d'usage, comme les métaux et les alliages, les polymères et les composites, les verres..., nécessitent des travaux sur des objectifs permettant une meilleure connaissance de leur réponse à des sollicitations rapides et fortes pour une bonne maîtrise des conditions d'emploi.

Parmi leurs faiblesses, on peut citer les difficultés de mise en œuvre dans le cas de pièces non planes, la faible résistance à la chaleur, les problèmes de recyclage et le coût. De plus, les techniques de calculs de ces matériaux n'étant pas parfaitement maîtrisées, les coefficients de sécurité sont parfois mal estimés. De plus, par la nature de leurs applications, les composites peuvent être menés à subir en service des vitesses de sollicitation élevées. Or on constate dans la littérature que leurs caractéristiques mécaniques sont souvent mesurées dans le cadre d'essais sous sollicitations quasi-statiques.

La spécificité de ce travail s'inscrit sous le sceau d'une double préoccupation :

- Mettre en œuvre de nouvelles techniques fondées sur le principe des barres de Hopkinson pour décrire la tenue au choc *des matériaux composites* soumis à des sollicitations dynamiques.
- Tester, étudier, analyser et améliorer le champ d'application et les performances des moyens d'expérimentation développés dans ce travail.

Pour ce faire, nous nous sommes orientés essentiellement vers l'étude du comportement mécanique des composites et plus particulièrement d'un nouveau matériau composite à matrice polyamide 6 renforcée par des tissus de fibres de verre (PA 6/verre). Ce choix est intéressant dans la mesure où la complexité des phénomènes mis en jeu ainsi que la mauvaise adaptation des barres de Hopkinson aux matériaux composites servent de filtre extrêmement sévère à l'imagination de l'expérimentateur. Par ailleurs, le marché économique dans lequel s'insèrent progressivement ces matériaux impose des contraintes de plus en plus pressantes au niveau de la qualité de la caractérisation de leurs comportements.

C'est l'ensemble de ces raisons qui a motivé la nature du travail exposé dans ce mémoire. Notre objectif est d'apporter notre pierre à la construction de cet édifice. A cet effet, notre travail de recherche ne peut donc être exhaustif et ne doit être considéré que comme une modeste contribution à un programme beaucoup plus vaste développé depuis quelques années dans le

cadre de l'équipe **Klepaczko** du laboratoire de Physique et Mécanique des Matériaux (U.M.R. C.N.R.S. 7554).

Le contenu du présent mémoire s'articule de la façon suivante :

La présentation du sujet, suivie de généralités concernant la description du comportement au choc des matériaux composites, centrée essentiellement sur : la technologie des essais dynamiques appliqués aux composites, les résultats expérimentaux typiques issus de ces techniques et enfin une rapide analyse de l'influence des paramètres structuraux, telles que la nature de la matrice et des fibres, sur la réponse à l'impact des matériaux composites, sont exposées dans le premier chapitre.

Le deuxième chapitre est consacré à la théorie de propagation des ondes élastiques dans les matériaux composites. Dans l'esprit de ce chapitre, nous n'avons pas cherché à présenter une bibliographie exhaustive. Seules quelques résultats typiques sont donnés pour illustrer l'importance de cette théorie comme outil incontournable pour remonter aux grandeurs intrinsèques des composites.

Le procédé développé par notre groupe de recherche pour déterminer le module d'élasticité dynamique moyennant le dispositif des barres de Hopkinson ainsi que les résultats obtenus dans le cas du matériau étudié à savoir le composite PA 6/verre font l'objet du troisième chapitre.

La description du dispositif expérimental et les nouvelles techniques développées pour tester les performances du composite PA6/verre, dans des essais de compression, de perforation et de flexion, sont décrites dans le quatrième chapitre. Pour chaque type d'essai, nous avons pris le soin d'apporter les corrections nécessaires sur les erreurs qui peuvent surgir lors de l'étude expérimentale envisagée.

Dans le cinquième chapitre, nous présentons l'exploitation de l'ensemble des résultats expérimentaux relatifs à la réponse mécanique du composite PA6/verre aux différentes sollicitations quasi-statiques et dynamiques auxquelles il est soumis. En perforation, nous mettrons en évidence les principaux mécanismes d'absorption d'énergie ainsi que leurs effets sur la progression du projectile dans l'épaisseur de l'éprouvette, puis nous étudierons l'évolution de ces mécanismes en fonction des conditions d'impact. Nous discuterons notamment les résultats en précisant dans quels cas nous privilégierons l'absorption d'énergie au détriment de la perforation. En flexion dynamique, nous proposerons une approche méthodologique en se basant sur la recherche des raideurs de contact.

Enfin, ce travail s'achève par une conclusion qui expose les points forts de notre étude et ouvre de nouvelles perspectives.

## CHAPITRE I

# COMPORTEMENT DES MATERIAUX COMPOSITES SOUS CHARGEMENTS DYNAMIQUES

## Chapitre I COMPORTEMENT DES MATERIAUX COMPOSITES SOUS CHARGEMENTS DYNAMIQUES

### I-1 INTRODUCTION

La sensibilité des matériaux et des structures composites aux vitesses de chargement rapides est à présent un fait bien établi même s'il reste mal compris et insuffisamment exploré. Ceci s'explique par la variété des cas de figures rencontrés tels que les éléments constitutifs et les structures géométriques du composite et, par la complexité des mécanismes d'endommagement qui interviennent simultanément dans un même processus, tout en interagissant entre eux, ce qui rend la modélisation des phénomènes très complexe.

Le terme de composite recouvre un éventail très large de produits : composites à fibres courtes, à fibres longues parmi lesquelles il faut distinguer celles obtenues par tissage, drapage, stratification en discernant le cas des plis unidirectionnels ou encore tissés (satins, sergés, toiles, etc.), hybridés ou pas. Il est évident que le type de matrice utilisé influe considérablement sur les comportements observés de même que la qualité des interfaces entre le ou les renfort (s) et la matrice.

Par ailleurs, les configurations de chocs sont extrêmement nombreuses (*chocs localisés, chocs répartis, etc...*). De plus, la diversité des paramètres mis en jeu pour chaque configuration (*énergie d'impact, géométrie et masse de l'impacteur, éléments de structures sollicités, conditions aux limites, etc...*) explique la nécessité de mettre en œuvre des moyens d'expérimentation adéquats pour mieux appréhender la tenue des structures au choc. La littérature est riche en travaux et méthodes d'essais visant à reproduire ce type de sollicitation pour caractériser le matériau.

### I-2 TECHNOLOGIES DES ESSAIS DYNAMIQUES APPLIQUEES AUX MATERIAUX COMPOSITES

Les essais dynamiques ont pour objectif la compréhension du comportement dynamique que l'on peut classer en trois catégories :

- le comportement en fatigue des matériaux sous sollicitations fluctuantes ou répétées.
- le comportement en amortissement des matériaux sous sollicitations vibratoires ou en résonance.
- le comportement aux chocs des matériaux sous sollicitations rapides.

Les essais de choc quant à eux peuvent être classés non seulement selon la nature de la sollicitation, mais aussi selon la vitesse d'impact ou de déformation. Par souci de clarté pour la suite, nous avons classé ces essais en fonction de la vitesse, comme l'illustre la figure 1-1.



Ce classement n'est considéré qu'à titre indicatif car l'on s'aperçoit dans la littérature que la terminologie varie énormément.

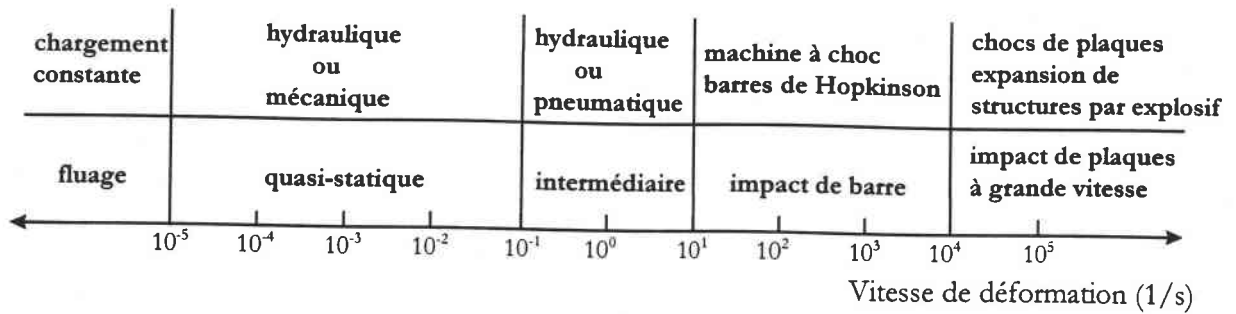


Figure 1-1 : Aspects dynamiques des essais mécaniques

Notre étude bibliographique se limitera aux thèmes concernant le comportement aux chocs des matériaux composites. A cet effet, parmi les types d'essais les plus couramment utilisés pour caractériser le comportement au choc des matériaux composites, on distingue deux grandes catégories : d'une part, les configurations qui essayent de reproduire le type de sollicitation réelle lors d'un choc, et d'autre part, des essais plus fondamentaux permettant de remonter à certaines grandeurs intrinsèques du matériau. Les essais aux barres de Hopkinson font partie de la dernière configuration.

## 2-1) Essais aux barres de Hopkinson (Essais fondamentaux)

Le système des barres de Hopkinson ou encore système SHPB (*Split Hopkinson Pressure Bar*) doit son nom à **Beltram Hopkinson** qui fut le premier, en 1914, à avoir réalisé des mesures dynamiques de pression basées sur les propriétés de propagation d'ondes élastiques dans les barres [1]. Quelques années plus tard, en 1948, **Davies** reprend cette étude en discutant les problèmes liés à la propagation des ondes élastiques dans les barres [2]. Puis, en 1949, **Kolsky** [3] développe un dispositif expérimental dans lequel une éprouvette est introduite entre les deux barres. Le chargement de celle-ci est produit par un explosif placé à l'extrémité d'une des barres. Ainsi, au fil du temps, les techniques expérimentales reposant sur le principe des barres de Hopkinson ont pris une grande dimension. Actuellement, elles sont dotées d'instrumentation électronique. Très développée permettant de réaliser des mesures précises. Ces mesures conduisent, par la suite, à déterminer les grandeurs mécaniques de base ainsi que les propriétés intrinsèques du matériau (*contrainte, déformation, module d'élasticité, ect...*). De plus, elles se sont diversifiées et peuvent être classées selon cinq versions : compression, traction, cisaillement, flexion et perforation.

### 2-1-1 Les barres de Hopkinson en compression

Une des présentations de base du dispositif de barres de Hopkinson en compression est illustrée sur la figure suivante [4] :

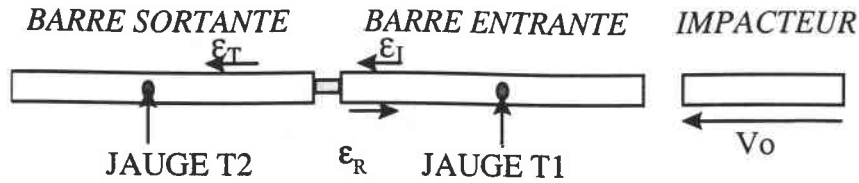


Figure 1-2 : Diagramme schématisé des barres de Hopkinson en compression montrant les jauges de déformation [4].

Dans le domaine dynamique, la technique des barres de Hopkinson en compression est l'un des essais le plus fréquemment employé. En effet, il est plus facile d'exercer une charge de compression qu'une charge de traction dans le cas des matériaux fragiles en raison des problèmes de fixation. De plus, de part de leurs structures hétérogènes et leur diversité d'orientation des fibres, les matériaux composites présentent plus de difficultés lorsqu'il s'agit d'appliquer un chargement en traction ou en compression. Cependant, une force axiale de compression est facile à exercer par l'intermédiaire de deux faces planes, parallèles, agissant à chaque extrémité d'une éprouvette cylindrique. Par conséquent, l'essai de compression s'emploie couramment dans l'étude des matériaux composites.

La technique des barres de Hopkinson en compression utilise la propagation des ondes élastiques dans les barreaux cylindriques afin de charger une éprouvette en compression selon un état de contraintes uniaxiales. Considérant une barre élastique, homogène, dont la section est suffisamment petite devant sa longueur pour que l'on puisse faire l'hypothèse d'unidirectionnalité des contraintes et négliger l'effet des déplacements radiaux. Les contraintes et les déformations sont donc des fonctions de  $x$  et  $t$  qui représentent respectivement l'abscisse d'un point courant de l'éprouvette et le temps.

En notant  $u$  le déplacement, l'équation du mouvement s'écrit :

$$\frac{\partial \sigma}{\partial x} = \rho \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \quad (1-1)$$

Comme la barre est élastique, la contrainte vaut :  $\sigma = E \varepsilon = E (\partial u / \partial x)$ .

L'équation du mouvement peut s'écrire sous la forme d'une équation différentielle dont le déplacement  $u$  est solution de l'équation suivante :

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} - c^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = 0, \text{ où } c = \sqrt{\frac{E}{\rho}} \quad (1-2)$$

Cette équation admet comme solution générale des fonctions de type :

$$u(x, t) = f(x - c t) + g(x + c t) \quad (1-3)$$

où  $c$  est la célérité des ondes longitudinales dans le matériau constituant la barre.

Le déplacement  $u$  représente, en effet, la somme de deux ondes, l'une se propageant dans le sens des positifs et l'autre dans le sens opposé.

La vitesse et la contrainte en un point courant de la barre valent :

$$\begin{cases} v(x,t) = \frac{\partial u(x,t)}{\partial t} = -c f' + c g' \\ \sigma(x,t) = E \frac{\partial u}{\partial x} = E (f' + g') \end{cases} \quad (1-4)$$

Bien que la charge en compression offre des avantages dans certaines études, elle présente néanmoins des difficultés. Nous reviendrons en détail, au cours de cette étude, à cette technique pour mieux la cerner.

### 2-1-2 Les barres de Hopkinson en traction

Les essais de traction à grande vitesse sur les composites sont principalement mis en œuvre à l'aide d'un dispositif de barre de Hopkinson modifié. L'un des problèmes majeurs étant la fixation de l'éprouvette sur les barres. Afin de surmonter cette difficulté, **Nicolas [6]** a modifié la longueur de la barre d'entrée en mettant une demi-coquille entre deux barres afin de transformer leur rôle (figure 1-3). Ainsi, la barre de sortie devient la barre incidente, et celle d'entrée fonctionne comme une barre de transmission. La figure 1-3 présente trois types de dispositif, y compris celui de **Nicolas [6]**, utilisé en traction suivant la conception de l'échantillon.

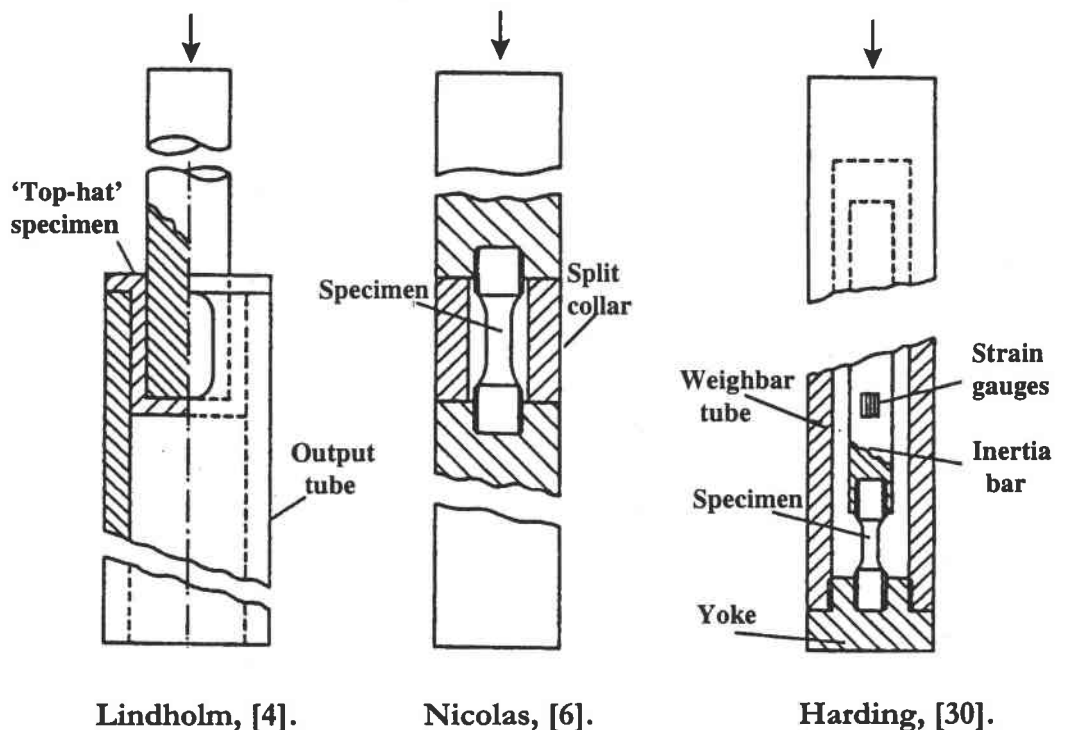


Figure 1-3 : Diagramme schématique des barres de Kolsky en traction montrant les systèmes de montage des échantillons.

La figure 1-4 présente le dispositif de traction conçu par Nojima et coll. [5], permettant de tester deux éprouvettes en même temps.

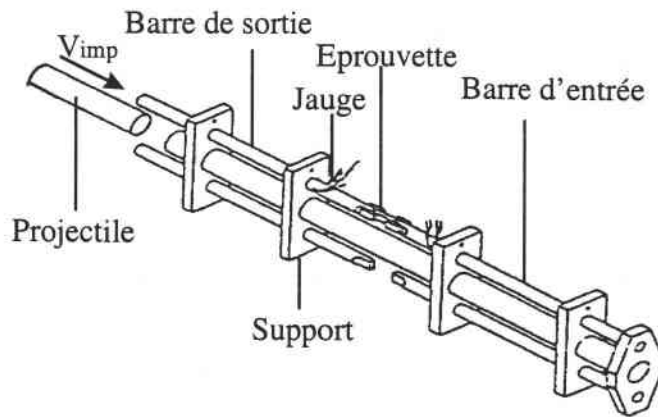


Figure 1-4 : Barres de Kolsky en traction [5].

Pour tester un composite chargé par des particules SiC dans une matrice d'aluminium 6061, Ross et coll. [7] proposent un montage d'éprouvette adapté à celui de Nicolas [6] (figure 1-5).

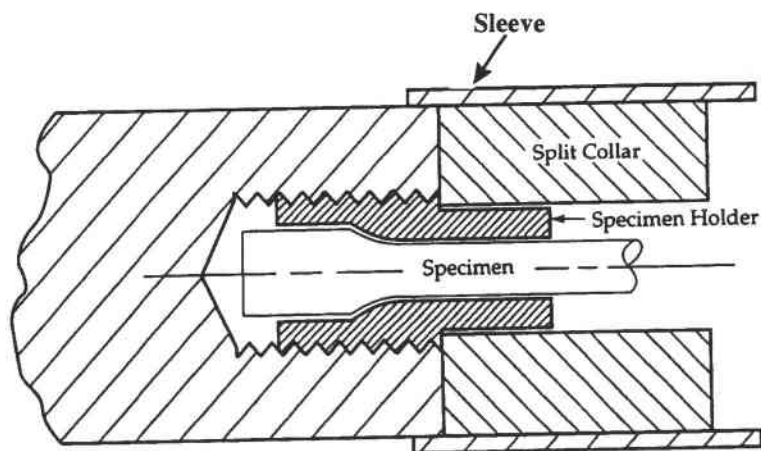


Figure 1-5 : Eprouvette haltère pour des essais de traction dynamique [7].

Bras [8] a effectué des essais de traction dynamique sur des composites stratifiés Sic-Sic. Compte tenu de la sensibilité de ces matériaux, l'auteur propose un montage de fixation adapté à une géométrie d'éprouvette simple de type parallélépipédique (figure 1-6).

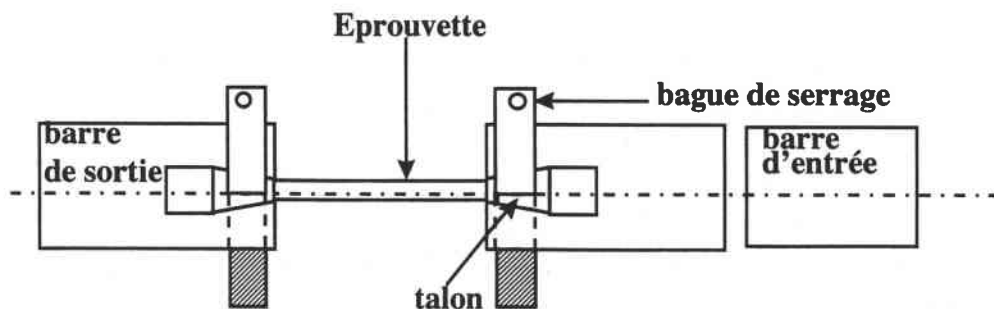


Figure 1-6 : Système de fixation de l'éprouvette sur les barres de traction dynamique, [8].

**Kammerer et coll. [9]**, ont développé une nouvelle fixation d'éprouvette adaptée aux matériaux orthotropes et permettant de réaliser des essais de traction dynamique au moyen des barres de Hopkinson (figure 1-7). Cette nouvelle fixation permet d'éviter l'emploi d'un troisième matériau autre que ceux des barres et de l'éprouvette.

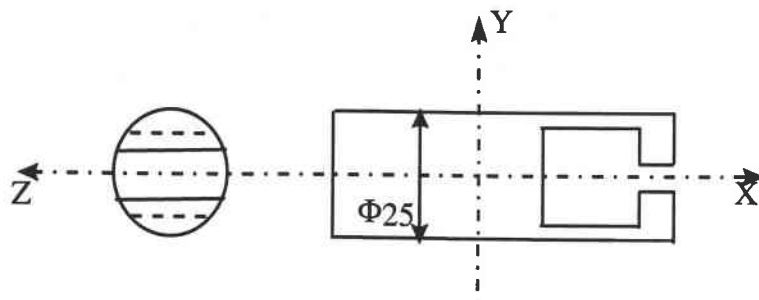


Figure 1-7 : Eprouvettes de traction dynamique : deux géométries différentes, [9].

Bien que cet exposé ne soit pas exhaustif, il donne une idée sur la grande imagination de la part des expérimentateurs pour ce qui concerne les systèmes de fixation de l'éprouvette. Cette fixation qui se fait, souvent, sans filetage à cause de la grande sensibilité des composites stratifiés à ce type d'usinage.

### 2-1-3 Les barres de Hopkinson en cisaillement

La figure 1-8 montre une représentation du dispositif S.H.P.B en compression modifié pour le cisaillement.

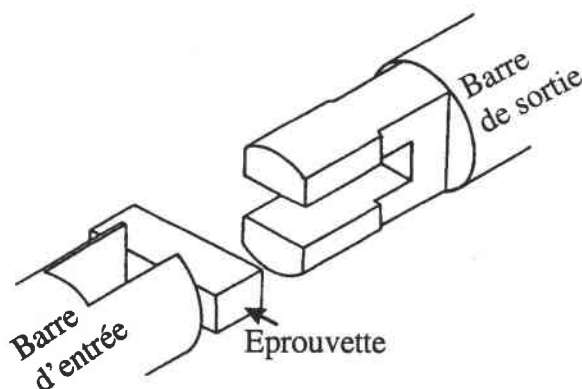
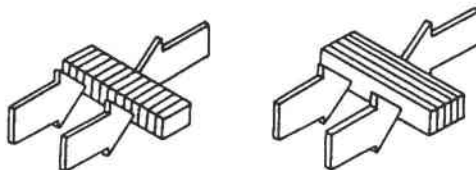


Figure 1-8 : Barres de Kolsky en compression modifiées pour le cisaillement [10].

Sur les figures 1-9 et 1-10, nous avons regroupé quelques géométries utilisées pour effectuer des essais de cisaillement sur les matériaux composites.



a) Cisaillement interlaminaire    b) Cisaillement transversal  
Figure 1-9 : Configurations de mise en charge des échantillons [10].

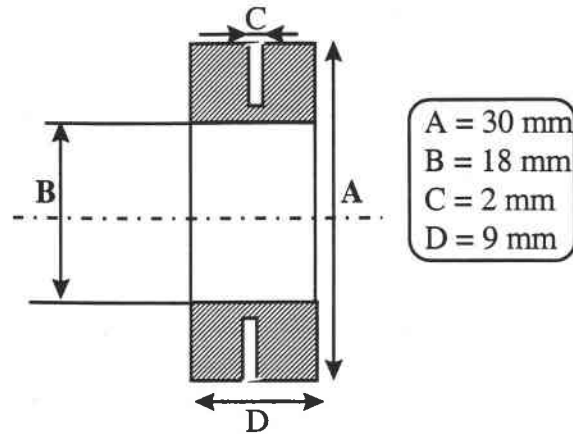


Figure 1-10 : Géométrie de l'éprouvette de torsion [11].

La figure 1-11 quant à elle illustre le dispositif adopté par **Harding et coll.** [35] pour effectuer des essais de cisaillement interlaminaire en traction sur des échantillons de carbone/époxyde. Dans cette étude, les auteurs ont souligné que l'usinage des échantillons est relativement délicat et largement limité pour ce type de composites.

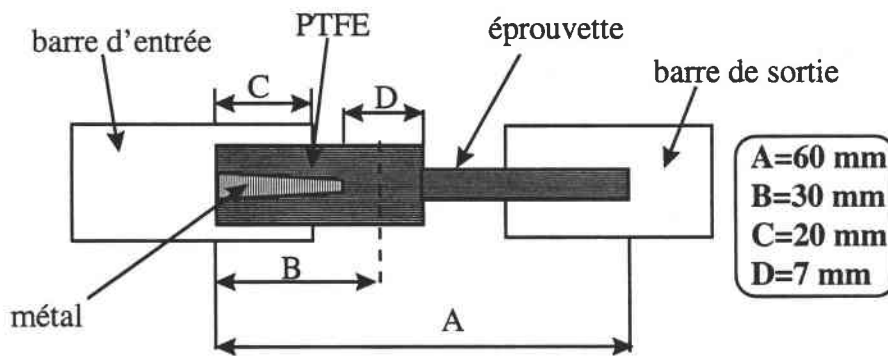


Figure 1-11 : Essai de cisaillement à grande vitesse [35].

#### 2-1-4 Essais de flexion sur les barres de Hopkinson en compression

Le concept des barres de Hopkinson peut être étendu à plusieurs types d'essais. Nous citerons, en particulier, le dispositif qui nous intéressera dans la suite, à savoir le dispositif des barres de Hopkinson en flexion trois points. Les essais de flexion à l'aide des barres de Hopkinson sur les matériaux composites sont, à notre connaissance, relativement peu nombreux.

Pour évaluer les caractéristiques dynamiques des composites Sic-LAS à fibres tissées, **Nazarenko [12]** a utilisé les barres de Hopkinson en compression adaptées à la flexion quatre points (figure 1-12).

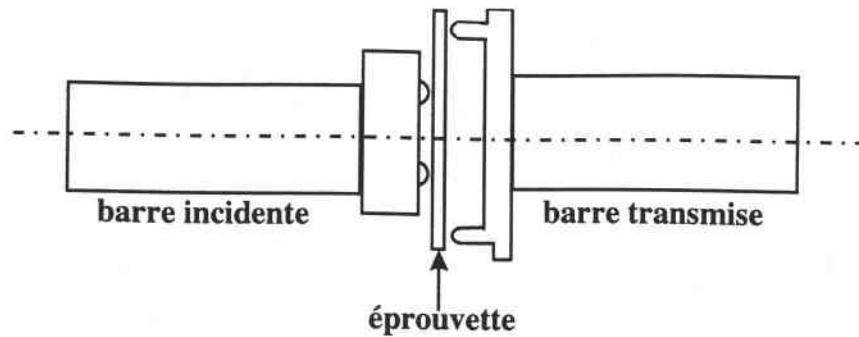


Figure 1-12 : Montage de flexion quatre points dynamique adapté aux barres d'Hopkinson [12].

La comparaison des résultats expérimentaux et numériques obtenus par cette étude a montré les limites de la méthode utilisée. De plus, l'examen des éprouvettes rompues au moyen de ce dispositif met en évidence une double rupture, localisée au droit des deux rouleaux d'appui centraux au lieu de la rupture unique souhaitée. Nazarenko [12] a également noté la présence d'un cisaillement important dans la zone comprise entre les appuis centraux (figure 1-13).

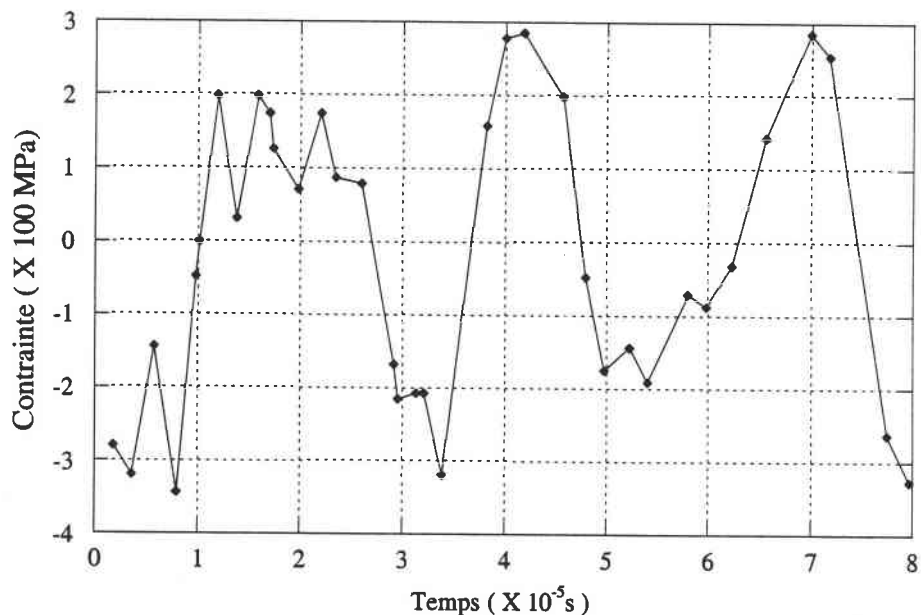


Figure 1-13 : Contrainte de cisaillement dans les éprouvettes : simulation par éléments finis [12].

Cette limitation des essais de flexion quatre points, aux grandes vitesses de sollicitation, a conduit l'auteur à utiliser le dispositif de flexion trois points (figure 1.14). Ce système permet de mesurer directement la force sous le point d'appui à l'aide d'un capteur de force piézo-électrique.

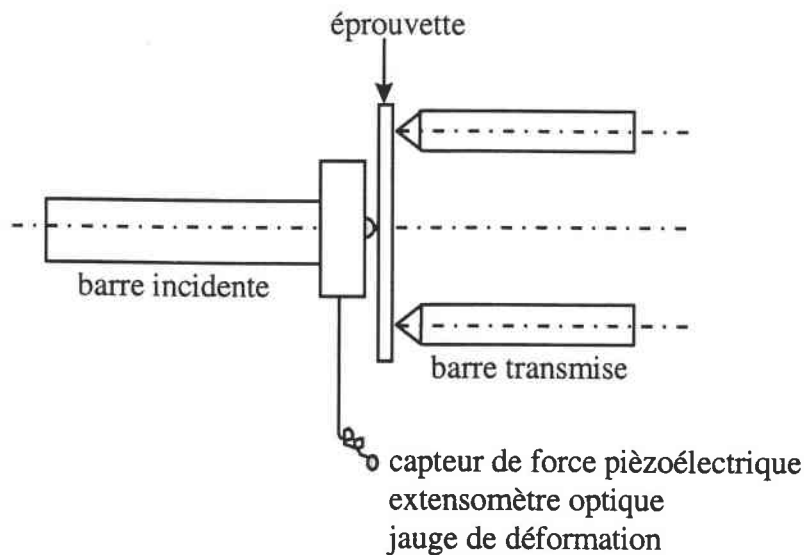


Figure 1-14 : Dispositif de flexion trois points dynamique, [12].

Afin d'évaluer la résistance à la rupture dynamique des matériaux, **Nicholas**. [13] et **Mines et coll.** [14], ont utilisé les barres de Hopkinson en flexion trois points (figure 1-15). Cette technique a été également utilisée par **Ruiz et coll.** [15] pour calculer l'énergie emmagasinée dans l'éprouvette. Ce calcul nécessite la connaissance de la force appliquée et de la flèche centrale de l'éprouvette. La rupture doit intervenir avant que l'onde ait effectué des allers-retours dans l'impacteur, entraînant ainsi des superpositions d'ondes incidentes et réfléchies. Le découplage de ces ondes serait alors impossible en utilisant la méthode classique. Dans cet essai, la déformation des appuis n'est pas prise en compte. L'ajout de deux barres de sortie servant d'appuis permet de remédier à cet handicap.

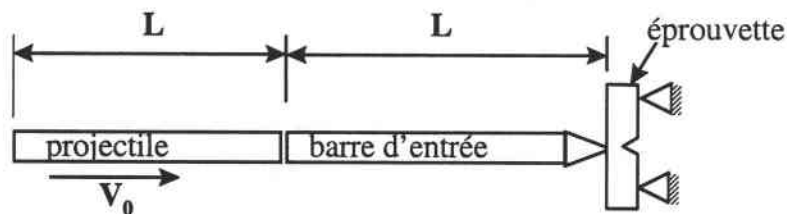


Figure 1-15 : Essai de flexion sur barres de Hopkinson [13], [14].et [15].

Pour leur part, **Tanaka et coll.** [16] et **Yokoyama et coll.** [17], ont instrumenté les deux barres de sortie (figure 1-16). Il s'agit d'un montage inspiré de celui des barres de Hopkinson en compression ; il permet de déterminer les efforts au niveau des appuis. Ainsi, les forces déterminées à l'aide d'un dépouillement simplifié permettent de calculer le facteur d'intensité de contrainte dynamique. Notons que ces auteurs n'exploitent pas le fait qu'ils puissent calculer la flèche de l'éprouvette.



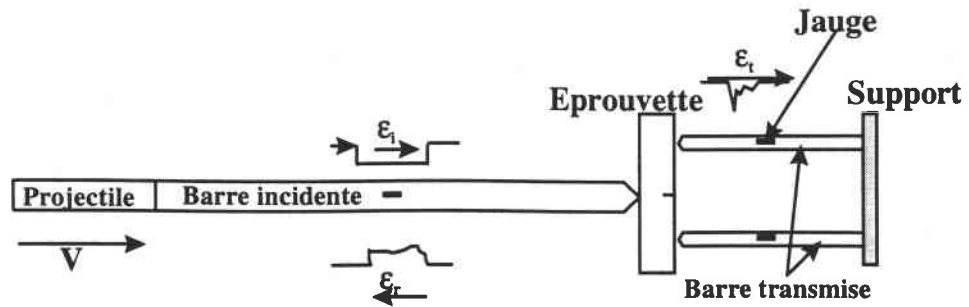


Figure 1-16 : Essai Hopkinson de flexion trois points avec barres de sorties [16].et [17].

La majorité des montages de flexion a montré que la principale difficulté lors d'un essai dynamique était le décollement de l'éprouvette de ses appuis. Dans le but de limiter ce décollement, **Bras [8]** a réalisé des essais de flexion dynamique sur un composite Sic-Sic moyennant les barres de Hopkinson adaptées à l'essai Izod (figure 1-17).

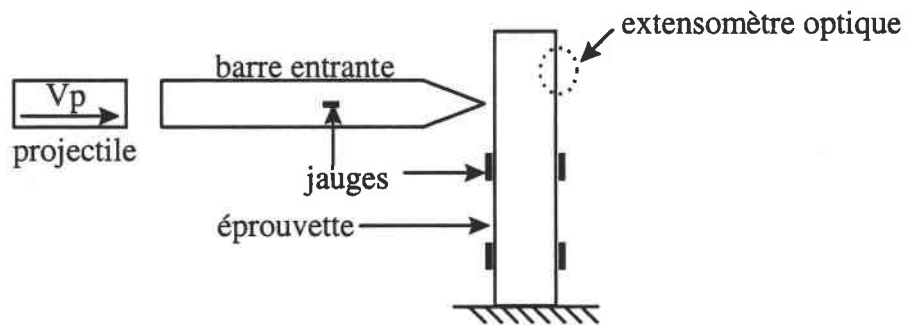


Figure 1-17 : Schéma d'essai de flexion dynamique, essai Izod modifié [8].

En conclusion, nous pouvons dire que l'essai de flexion trois points sur barres d'Hopkinson possède un intérêt majeur. Moyennant ce type d'essai, il est possible de déterminer la force appliquée et la flèche d'une éprouvette avec une métrologie relativement simple et peu coûteuse. Cependant, utilisé de manière classique, il impose des restrictions sur le choix du projectile et sur la durée de l'essai (*il ne faut pas qu'il y ait de superpositions d'ondes au niveau du pont de jauges*). De plus, nous verrons que l'utilisation de barres à impédance variable est impossible avec la méthode classique.

#### 2-1-5 Perforation à l'aide des barres de Hopkinson

Les essais de perforation par impact ont fait l'objet de nombreuses recherches. Dans ce cadre, **Dowling et coll. [18]**, ont effectué des essais de perforation en utilisant un tube au lieu de la barre de transmission (figure 1-18).

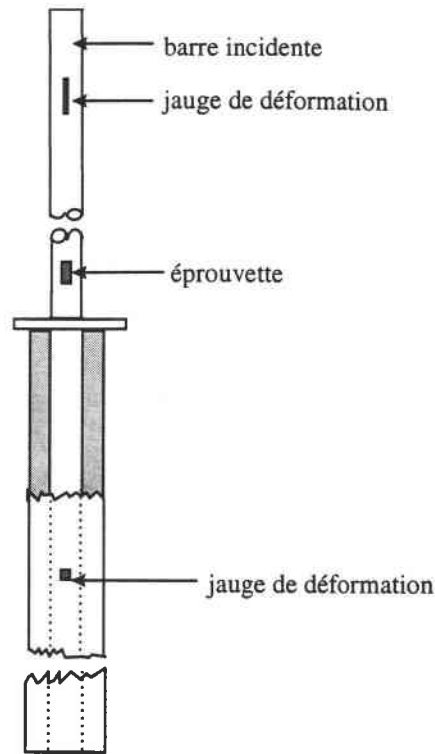


Figure 1-18 : Dispositif de poinçonnement, [18].

La barre d'entrée peut ainsi coulisser dans le tube et percer l'éprouvette en forme de plaque mince. Cette technique a été, également, utilisée pour étudier la sensibilité de plusieurs métaux et composites à la vitesse de déformation.

Pour réaliser des essais de poinçonnement dynamique, **Boumaiz et Klepaczko [19]** ont développé un dispositif expérimental basé sur le concept du tube d'Hopkinson avec impact direct (figure 1-19). A partir d'un ensemble E constitué d'une photodiode et de sources d'éclairage du projectile  $L_1$  et  $L_2$ , les auteurs ont pu mesurer le signal de déplacement du projectile en utilisant des lignes collées sur le projectile.

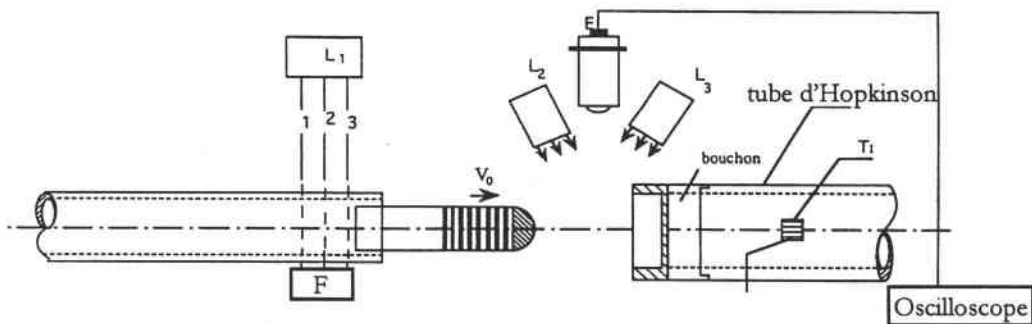


Figure 1-19 : Dispositif expérimental de l'essai de perforation réalisé à l'aide du canon à air comprimé et du tube d'Hopkinson, [19].

L'un des principaux avantages de cette technique est la possibilité d'atteindre des vitesses d'impact de l'ordre de 200 m/s. Le principe de son instrumentation est basé sur les

techniques développées par Klepaczko [20] dans le cadre des essais de double cisaillement. Pour limiter les vibrations créées par le chargement, les auteurs ont utilisé des éprouvettes de 1 mm d'épaisseur fixées avec des vis sur un anneau circulaire (figure 1-20).

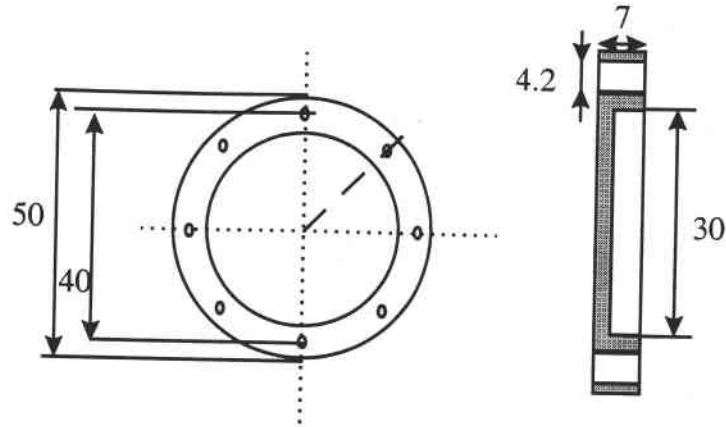


Figure 1-20 : Géométrie de l'éprouvette circulaire en acier, [20].

## 2-2) Essais de structures

Dans cette seconde catégorie, reproduisant plus ou moins une configuration réelle de choc, figurent en particulier les essais appelés "Poids tombant" ou "Drop Weight" et les essais en flexion de type "Charpy", "Izod", etc. Ces essais sont considérés comme des essais de structure dans la mesure où les grandeurs dépendent de la géométrie, des conditions aux limites, etc.

### 2-2-1 Essais Charpy / Izod

Historiquement, l'essai de Charpy [14] fut un des essais de choc les plus répandus aussi bien pour l'étude de la résistance à la rupture fragile que pour le contrôle en usine (figure 1-21b). Ce n'est cependant pas le seul essai de flexion par choc. Les autres essais se distinguent essentiellement par le mode de sollicitation et de fixation de l'éprouvette. On peut citer, à titre d'exemple, l'essai Izod (figure 1-21b), qui permet d'évaluer l'énergie absorbée par l'éprouvette. Dans ce type d'essai, l'éprouvette entaillée est encastrée à une extrémité tandis que l'extrémité libre est sollicitée en flexion par un pendule (figure 1-21b). L'essai Charpy est utilisé à partir des normes établies sur des matériaux métalliques, notamment pour dimensionner les éprouvettes. Il permet de générer des impacts de très faible énergie (inférieure à 10 J). L'énergie absorbée par l'éprouvette lors du choc est fournie par la masse du pendule mis en mouvement. Il en résulte que la vitesse du pendule n'est pas rigoureusement constante pendant la durée de l'essai. Il consiste, souvent, à rompre par l'intermédiaire d'un percuteur en mouvement pendulaire, une éprouvette à section rectangulaire entaillée, sollicitée en flexion trois points (figure 1-21a). L'impact se produit au centre de la face opposée à la fissure. L'énergie potentielle perdue par ce marteau est considérée comme l'énergie nécessaire à la rupture de l'éprouvette.

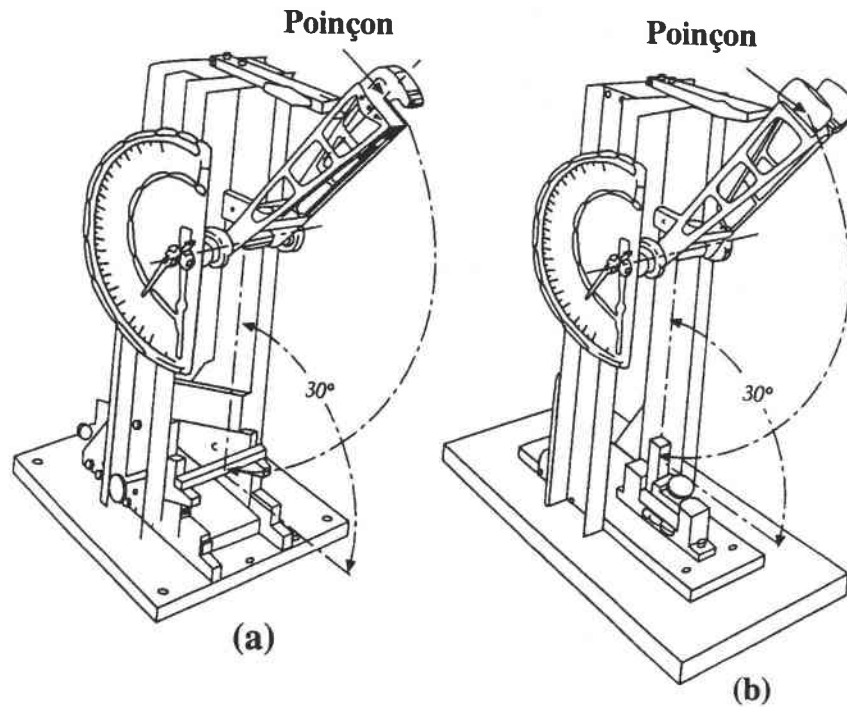


Figure 1-21 : Dispositif de Charpy

- a) Montage pour test Charpy  
 b) Montage pour test Izod, [14].

Cependant, l'essai Charpy ne permettant pas de différencier le caractère ductile ou fragile de la rupture, une observation "post-mortem" du faciès de rupture est nécessaire. Ceci encouragea, avec l'amélioration des techniques métrologiques, l'utilisation de l'essai Charpy instrumenté. Cette technique nécessite l'emploi de jauges de déformation, à bande passante importante, et d'enregistreurs de signaux transitoires, ce qui explique sa naissance tardive. L'instrumentation de l'impacteur avec des jauges de déformation permet de mesurer la force appliquée au centre de l'éprouvette et d'éviter ainsi l'observation systématique du faciès de rupture. En effet, l'analyse des courbes force-temps obtenues renseigne sur le caractère fragile ou ductile de la rupture et permet une analyse plus fine des mécanismes mis en jeu.

Pour conclure, l'essai Charpy instrumenté présente les avantages suivants :

- un faible coût relatif à son équipement, à la préparation et à la réalisation des essais et une simplicité de mise en œuvre ;
- un dispositif expérimental très répandu, donc une grande accumulation de résultats acquis sur divers matériaux testés.

Toutefois, de cette simplicité de mise en œuvre découlent les inconvénients suivants :

- une gamme de vitesses de déformation comprise entre 1 et 5 m/s (*on ne peut pas atteindre des grandes vitesses d'impact*) ;
- pour les matériaux composites, l'état de sollicitation réelle de l'éprouvette est mal connu, que ce soit en contrainte ou en déformation ;
- des effets dynamiques de type inertiel ou vibratoire compliquent l'exploitation des signaux enregistrés.

2-2-2 *Essais par Poids tombant*

L'essai par poids tombant fut développé pour pallier à quelques inconvénients de l'essai Charpy. C'est un essai à vitesse de déformation relativement élevée. Ce type d'essai est généralement facile à réaliser. Dans le cas de la perforation, la méthode consiste à fixer une plaque sous un poids tombant par gravité dont la vitesse et la masse peuvent être variées selon le type de choc souhaité (figure 1-22).

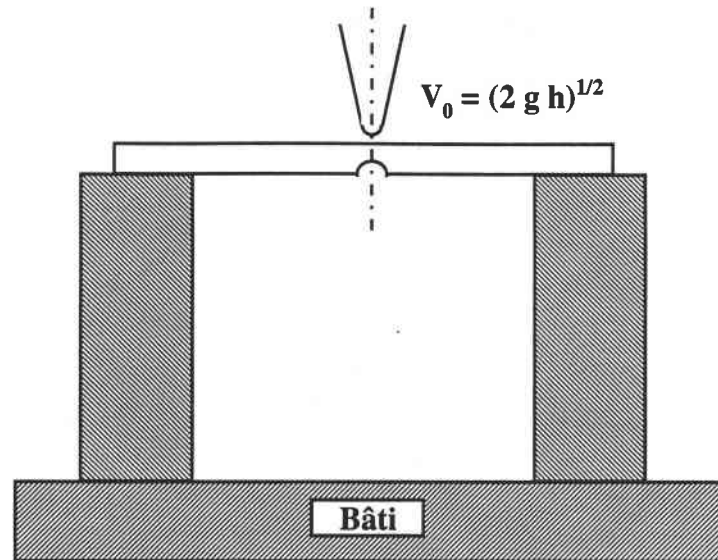


Figure 1-22 : Principe de l'essai par poids tombant.

Dans ce type d'essai, les conditions de fixation de l'éprouvette ainsi que sa géométrie jouent un rôle prépondérant. L'impacteur est instrumenté de façon à connaître la force et le déplacement en fonction du temps et d'en déduire l'énergie. La hauteur de chute disponible reste un facteur limitatif. Cependant, certains systèmes sont maintenant développés pour permettre une accélération de la masse tombante et, par conséquent, une augmentation de sa vitesse d'impact et de l'énergie fournie à la structure. Les vitesses d'impact obtenues par ce type d'essai varient dans une gamme allant de 1 à 10 m/s.

Enfin, l'essai par poids tombant est simple et répandu à vitesse de déformation relativement élevée. Les éprouvettes normalisées correspondantes sont plus épaisses que celles de Charpy, si bien que les coûts de l'équipement, de la préparation et de la réalisation des essais sont plus onéreux. Cependant, il est toujours possible de modifier les dimensions de l'éprouvette, voire de modifier la distance entre les appuis pour se ramener à une configuration de test de type Charpy.

Pour clore cette partie, le tableau suivant résume les principales méthodes utilisées pour caractériser le comportement des matériaux composites en dynamique.

types d'essais	matériaux testés	gamme de vitesse	configuration d'éprouvette	résultats obtenus
<b>Poinçonnement</b>	tissés, stratifiés (Permaglass, Graphite)	10 <sup>-7</sup> à 10 m/s 10 <sup>-5</sup> à 1/s	plaque, poutre	-énergie d'absorption, fissuration, délaminage.
<b>Charpy / Izod</b>	E-verre/epoxy, S-verre/epoxy, Kevlar 49, HMS-Graphite/epoxy, Thornel 75/epoxy, Boron/epoxy, Modmor I /epoxy, ModmorII/epoxy, Boron/aluminium	1 à 5 m/s 10 <sup>2</sup> à 10 <sup>3</sup> 1/s	essais de flexion trois points	-énergie d'absorption, -sensibilité à l'entaille, -comportement à la rupture, -effet de la vitesse.
<b>Poids tombant</b>	E-verre/epoxy, S-verre/epoxy, Graphite/epoxy hybrides(ACIF-HT Carbone/Kevlar 49/AralditeF/AT 972)	1 à 10 m/s 10 <sup>2</sup> à 10 <sup>3</sup> 1/s	poutre, éprouvette de flexion trois points, perforation	-énergie d'absorption, -résistance à la rupture, -mécanismes de la rupture, -sensibilité à l'entaille.
<b>Machine hydraulique</b>	résine pur (PMMA, CAB, Nylon, Polypropylène) S-verre/epoxy(828,871)	10 <sup>-1</sup> à 5 m/s 1 à 100 s <sup>-1</sup>	éprouvette de traction	-sensibilité à la vitesse de déformation, -les modes de rupture, -les propriétés mécaniques, -modélisations.
<b>Barre d'Hopkinson en compression</b>	Epoxy C124, Acier/epoxy (Epon815, 828), E-verre/(Epon 815, 828), CuW, Al-Al <sub>3</sub> Ni, Ni-Nb-AlDu/W, St/W, W/Al, W/Acier	10 à 10 <sup>4</sup> s <sup>-1</sup>	éprouvette de compression	-sensibilité à la vitesse - les mécanismes de rupture - modélisation - les propriétés des constituants -initiation à l'endommagement
<b>Barre d'Hopkinson en traction</b>	Al-Al <sub>3</sub> Ni, Ni-Nb-Al, FP/Al, SiC/6061, SMC,CFR (polyester),KFR (polyester), verre/epoxy, Carbone/verre/epoxy Carbone/Kevlar/epoxy Carbone tissu/epoxy, Graphite/epoxy	10 à 10 <sup>4</sup> s <sup>-1</sup>	éprouvette de traction	-sensibilité à la vitesse, - les mécanismes de rupture, - modélisation, - les propriétés des constituants, -initiation à l'endommagement, - mise en forme des impulsions de contraintes.
<b>Barre d'Hopkinson en flexion</b>	Acier, PMMA	10 à 10 <sup>4</sup> s <sup>-1</sup>	poutre	-résistance à la rupture, -initiation à la rupture, -histoire de chargement.
<b>Barre d'Hopkinson en torsion.</b>	Polycarbonate Graphite/epoxy polyamide	10 à 10 <sup>4</sup> s <sup>-1</sup>	- petite éprouvette - poutres - tubes à paroi mince	-sensibilité à la vitesse, - les propriétés des constituants, -initiation à l'endommagement, -les mécanismes de rupture, - mise en forme des impulsions de contraintes.

Tableau 1-1

## I-3 APERÇU DES RESULTATS EXPERIMENTAUX D'IMPACT DES MATERIAUX COMPOSITES

### 3-1) Essai de compression dynamique

Amijima et coll. [21], ont effectué des essais de compression longitudinale ou excentrique pour des vitesses de déformation allant jusqu'à  $10^3 \text{ s}^{-1}$  sur des composites en verre/polyester à tissu équilibré unidirectionnel. Ils ont montré que la résistance au chargement d'impact dépend d'une façon significative de la vitesse de déformation ainsi que de l'orientation des fibres (jusqu'à  $45^\circ$ ) (figure 1-23).

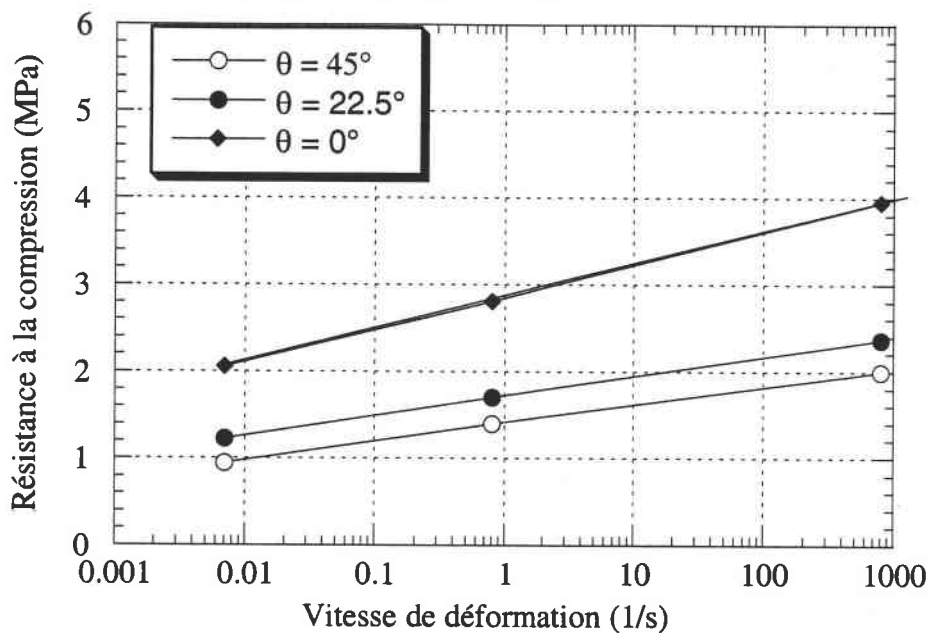


Figure 1-23 : Effet de la vitesse de déformation sur la résistance à la compression [21].

Griffiths et coll. [22], ont étudié le comportement des composites carbone/epoxy en faisant varier l'orientation et la fraction volumique des fibres. Les courbes contrainte-déformation, obtenues pour différentes directions de chargement, ont montré un comportement différent entre les modes statiques et dynamiques.

La question de la forme de l'éprouvette lors des essais de compression dynamique sur des composites à matrice polymère est souvent traitée. Ainsi, El habak [23] a effectué des essais de compression dynamique sur des éprouvettes cylindriques ou parallélépipédiques usinées à partir de composites unidirectionnels en verre/polyester ou verre/époxy. Il a étudié, en particulier, l'influence de la forme de l'éprouvette et du rapport longueur/diamètre à partir des données mesurées au niveau des jauges collées sur les barres d'entrée et de sortie. De même, Harding et coll. [24] ont effectué des essais de compression sur des éprouvettes cylindriques usinées à partir de composites en carbone/époxyde. Ils ont noté un effet très net de la vitesse de déformation sur le module de Young (figure 1-24).

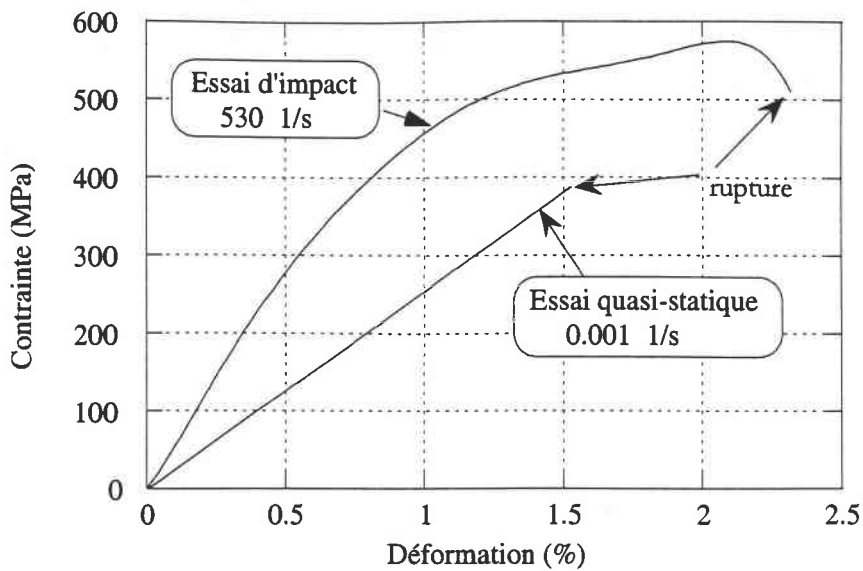


Figure 1-24 : Courbes contrainte-déformation en compression du composite carbone/époxy, [24].

La figure 1-25 montre que la contrainte maximale n'est pas influencée par la longueur utile de l'éprouvette et une caractéristique différente au niveau de la déformation à rupture avec la contrainte maximale en quasi-statique et en dynamique.

Par ailleurs, des essais de compression sur verre/époxy et sur carbone/époxy, présentés par **Harding** [25], montrent une influence notable de la vitesse de déformation sur la contrainte à rupture. Un changement de mode de rupture a également été observé par **Bai et Harding** [26]. Ceci mettrait en évidence un effet de friction des faces de l'éprouvette en contact avec les barres qui apparaît à grande vitesse de sollicitation.

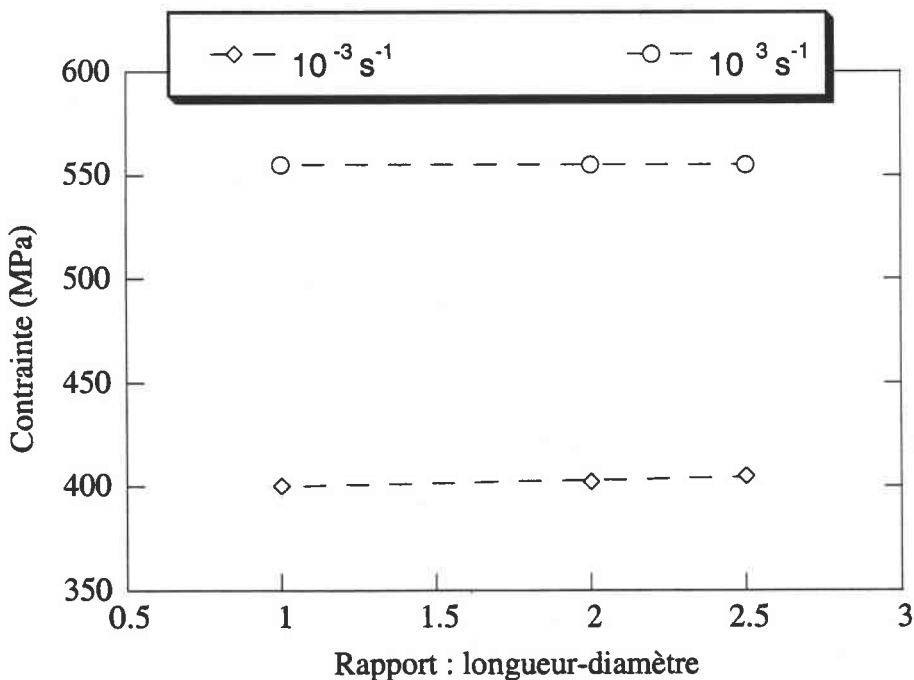


Figure 1-25 : Influence de longueur utile de l'échantillon sur la courbe 'contrainte-déformation' en compression, [24].



**Pintado et coll. [27]**, ont étudié l'évolution de la réponse dynamique d'éprouvettes parallélépipédiques stratifiées carbone/epoxy en fonction de leurs épaisseurs avec les signaux de jauges placées sur les barres entrante et sortante. **Bragov. et coll. [28]**, ont appliqué la même démarche pour des essais de compression dynamique sur des polymères et des composites verre/époxy à différentes séquences d'empilement. Ils ont noté un accroissement du module d'élasticité et des efforts de rupture en augmentant la vitesse de déformation.

En conclusion, nous retiendrons pour les essais de compression dynamique des composites et des matériaux de faible déformation à la rupture, la diversité du choix de la forme de l'éprouvette et l'idée de placer directement des jauges sur l'éprouvette pour obtenir une information plus précise.

### 3-2) Essais de traction dynamique

Les principaux travaux que l'on peut relever concernant la traction dynamique des matériaux composites sont ceux de **Saka et coll. [29]**. Une relative dépendance de la vitesse de sollicitation a pu être notée sur des unidirectionnels de verre/époxy, avec une augmentation de la contrainte à rupture et de la non-élasticité, donc de l'énergie absorbée. En revanche, les auteurs ne notent aucune influence de la vitesse de sollicitation sur le comportement des composites unidirectionnels à fibres de carbone.

**Harding et Welsh [30]** ont utilisé deux types de chargement à tube pour les essais de traction dynamique. Un système avec une barre de transmission dans un tube a été testé pour les essais effectués sur des plastiques renforcés par des fibres de carbonées (C.F.R.P.). Un second système avec deux barres dans un tube a été utilisé pour tester les matériaux plastiques renforcés par des fibres de verres (G.F.R.P.). Les auteurs ont noté l'existence de deux domaines d'influence de la vitesse de déformation sur les matériaux à fibres de verre E et à matrice époxyde sollicités en traction (figure 1-26). Tout d'abord, en dessous de 100 1/s, un faible effet de vitesse apparaît sur l'évolution des contraintes à rupture des composites tissés (*sens chaîne à 0° ou 45 degrés*), ensuite, dans le domaine des impacts à grandes vitesses (*jusqu'à 1000 1/s*), une forte dépendance de la vitesse est mise en évidence pour ces matériaux sollicités en traction.

Dans une autre étude [31], les mêmes auteurs ont testé trois composites ayant la même matrice polyester, la même géométrie de renforcement en tissu satin et la même fraction volumique (40%) de fibres, mais avec des fibres de verre, carbone ou kevlar. La figure 1-27 présente le comportement obtenu en traction du composite verre/polyester sous différentes vitesses de déformation. Ici, il y a un effet très net de la vitesse de déformation sur le module de Young. Cependant, la contrainte maximale est moins élevée pour les essais à grande vitesse que pour ceux à vitesse moyenne. Les auteurs ont également observé un changement de mode de rupture à grande vitesse de déformation. En effet, aux faibles et moyennes vitesses, la rupture du matériau est gouvernée par la résistance des fibres de verre. Le faciès de rupture est alors caractérisé par de nombreuses fibres rompues dans une

zone restreinte de l'échantillon. Par contre, aux vitesses élevées, la dégradation du matériau est contrôlée par des arrachements de torons de fibres dus à la fragilisation de liaisons fibre-matrice.

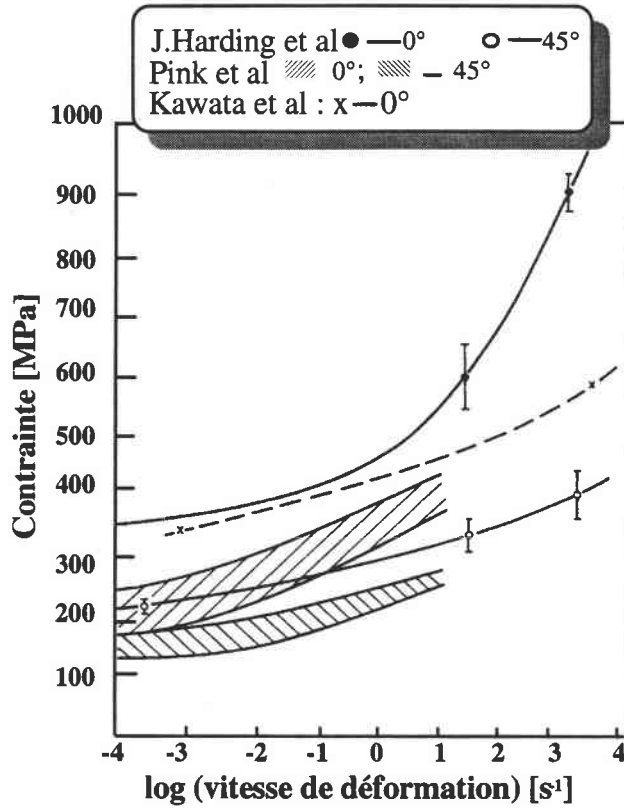


Figure 1-26 : Effet de la vitesse de déformation sur la contrainte maximale des composites à fibres de verre, [30].

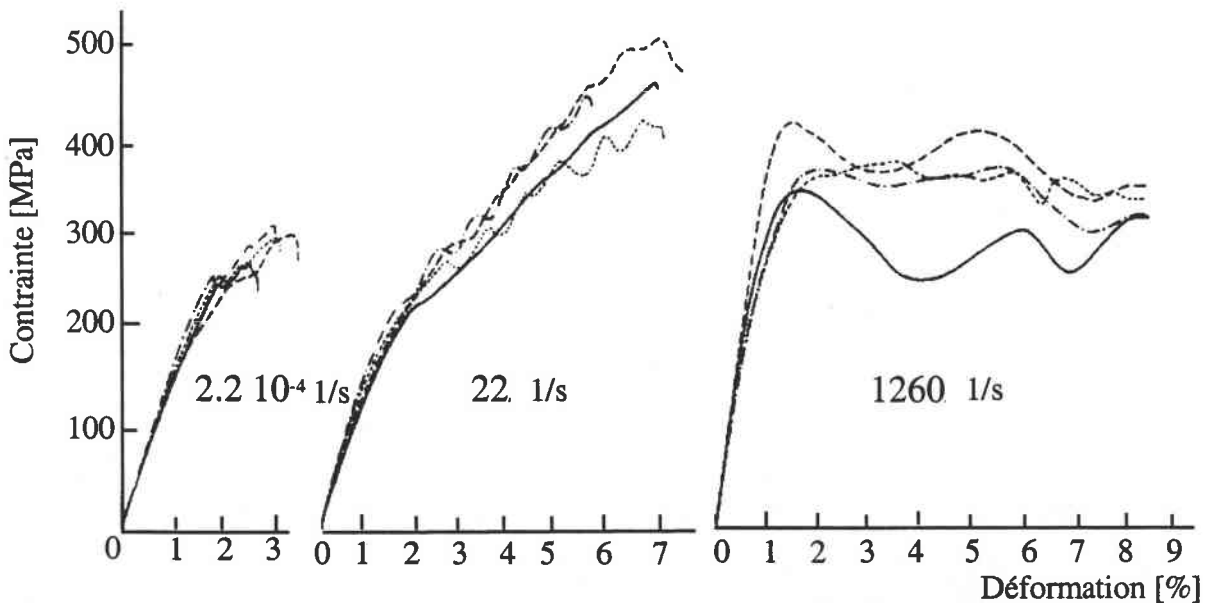


Figure 1-27 : Comportement de composites tissés à fibres de verre, [31].

### 3-3) Essai de cisaillement dynamique

Quelques auteurs se sont intéressés au cisaillement des composites à grande vitesse. C'est dans ce cadre que s'inscrit l'étude de **Parry et Harding [32]** qui a porté sur des matériaux composites verre/époxyde. Les auteurs définissent une loi de puissance pour décrire, en fonction de la vitesse de déformation, le comportement dynamique de ces composites en cisaillement interlaminaire. Ils ont observé également une augmentation des contraintes à la limite élastique et à la rupture des matériaux.

En adaptant un système de barres d'Hopkinson en compression pour réaliser du cisaillement (figure 1-9), **Werner et Dharan [33]** ont atteint des vitesses de déformation très grandes ( $1.8 \cdot 10^4 \text{ s}^{-1}$ ). Ils ont effectué des essais de cisaillement dans les sens interlaminaire et transversal sur un composite carbone/époxy. Les auteurs n'ont observé aucune influence sur la contrainte à rupture en cisaillement interlaminaire et ont constaté que cette contrainte décroît lorsque la vitesse croît pour les sollicitations en cisaillement transverse.

A partir des essais menés sur des composites à matrice époxy encastés dans des barres de Hopkinson en torsion (figure 1-28), **Liu et coll. [34]** ont montré que les valeurs des contraintes à rupture en cisaillement augmentent avec la vitesse de sollicitation.

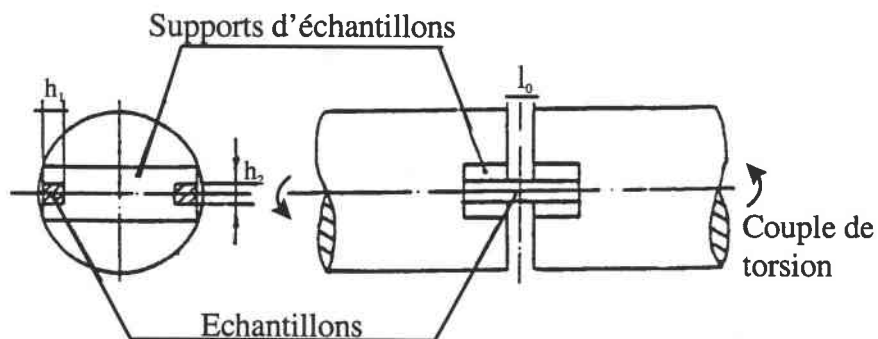


Figure 1-28 : essais de cisaillement à grande vitesse utilisant une barre de torsion, [34].

La plus intéressante tentative est à mettre à l'actif de **Harding et coll. [35]** et **Li et coll. [36]** qui génèrent du cisaillement interlaminaire par de traction. Ces auteurs mettent en évidence une augmentation des contraintes à rupture en fonction de la vitesse de sollicitation sur les différents matériaux composites étudiés, cette évolution étant plus ou moins marquée selon le type de composite étudié (verre/époxy ou carbone/époxy).

L'intérêt des essais en cisaillement basés sur le principe des barres de Hopkinson réside dans le fait qu'au cours de la propagation d'une onde de cisaillement dans un matériau, le dit matériau peut être considéré comme ébranlé successivement lors du passage de l'onde. Ceci a un intérêt dans l'étude d'un matériau laminé, constitué de tranches successives de fibres de verre et de résine.

### 3-4) Essai de flexion dynamique

La technique des barres de Hopkinson est très peu utilisée pour caractériser le comportement dynamique en flexion des matériaux composites. Le milieu viscoélastique de la matrice est en effet dispersif et la vitesse de propagation des ondes de flexion est faible. Celle-ci dépend de la fréquence de l'onde émise qui se transforme en paquet d'ondes parées à traverser le matériau composite.

Comme on l'a signalé précédemment, en régime dynamique, **Nazarenko [12]** a préféré la flexion trois points à la flexion quatre points. Il a déterminé les énergies de rupture sous sollicitations statiques et dynamiques de plusieurs lots de Sic-Las. L'auteur a constaté que l'énergie de rupture augmente avec la vitesse de sollicitation. Cette augmentation est importante dans le cas des matériaux quasi fragiles, mais devient négligeable ou nulle pour les matériaux à hautes performances. L'auteur a également noté une augmentation de la longueur extraite des fibres sur les faciès de rupture par rapport aux résultats enregistrés sous sollicitations statiques (figure 1-29).

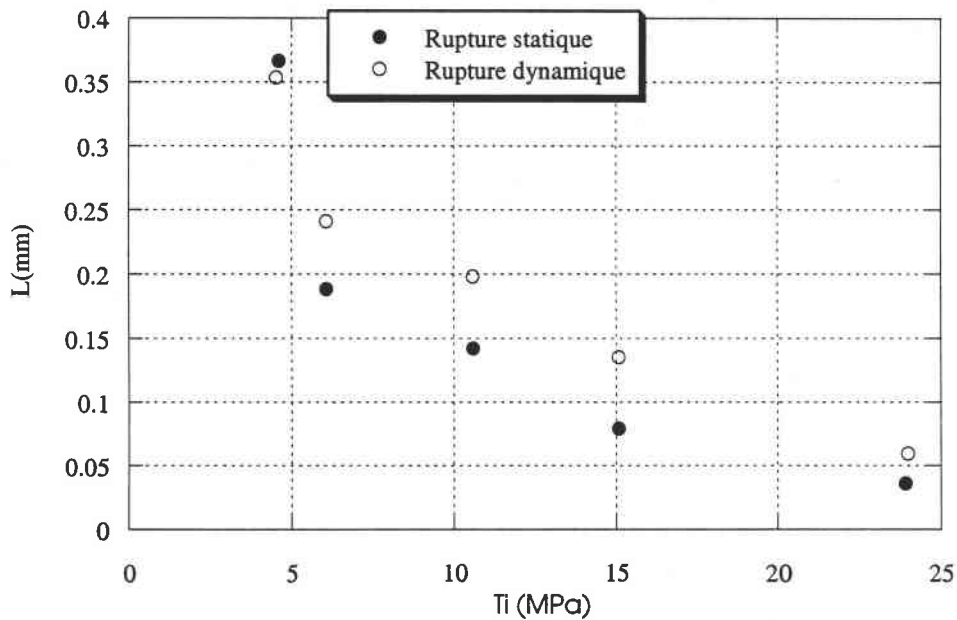


Figure 1-29 : Evolution de la longueur moyenne des fibres extraites, [12].

**Bras [8]** a effectué des essais de flexion dynamique sur un composite Sic-Sic à l'aide du montage illustré par la figure 1-17. Ces essais avaient pour but de montrer l'influence des conditions aux limites sur le comportement en flexion dynamique du composite.

Pour ce faire, l'auteur a réalisé une simulation hybride : en vitesse, lors du contact barre-éprouvette ; en effort sinon. L'analyse des résultats a montré que l'endommagement survient principalement dans les plis transverses où il atteint des valeurs supérieures à 0.85 (courbes b et d dans la figure 1-30), et est localisé près de l'encastrement ( $L < 0.015$  m) (figure 1-30). Ceci correspond, au moins qualitativement, aux expériences où les ruptures ont lieu près de l'encastrement (figure 1-31). Suivant la direction des fibres les valeurs sont plus ou moins faibles (valeur maximale pour le pli supérieur à l'encastrement  $< 0.40$ ), et, à l'intérieur du stratifié, elles sont nulles (courbe g dans la figure 1-30). Ainsi, le

comportement global du stratifié est peu touché par un endommagement qui n'affecte de manière significative que les plis transverses supérieurs à la ligne géométrique moyenne, et dans une zone proche de l'encastrement. Par exemple, au milieu de l'éprouvette, l'auteur montre que les endommagements des différents plis font baisser la rigidité globale d'un élément de 6% environ par rapport à sa valeur élastique linéaire.

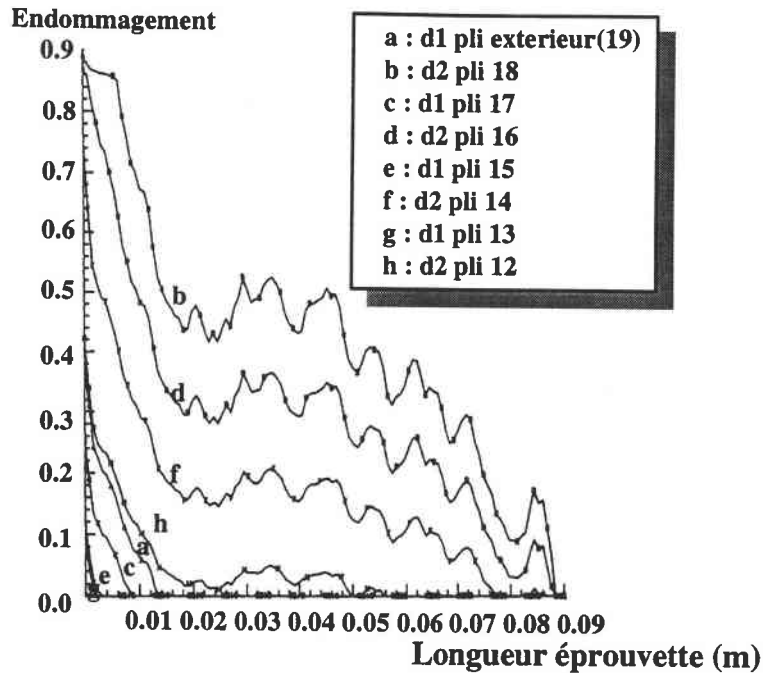


Figure 1-30 : Endommagements finaux de plusieurs plis, simulation hybride endommageable, [8].



Figure 1-31 : Eprouvette rompue avant et après essai, [8].

En utilisant le principe de la flexion trois points, réalisé sur un montage proche de celui présenté sur la figure 1-16, **Kusaka et coll. [37]** ont examiné la relation entre la vitesse de déformation et la résistance à la rupture interlaminaire en mode II d'un composite unidirectionnel CF/époxy. En effet, les auteurs ont placé un métal doux "buffer" sur la face de collision entre le projectile et la barre d'entrée afin d'engendrer des ondes incidentes de forme exponentielle. Ceci permet d'éviter le problème de vibrations parasites aux hautes fréquences créées en flexion dynamique (figure 1-32). La résistance à la rupture interlaminaire en mode II tend, comme le montre bien la figure 1-33, à diminuer quand la vitesse de déformation augmente.

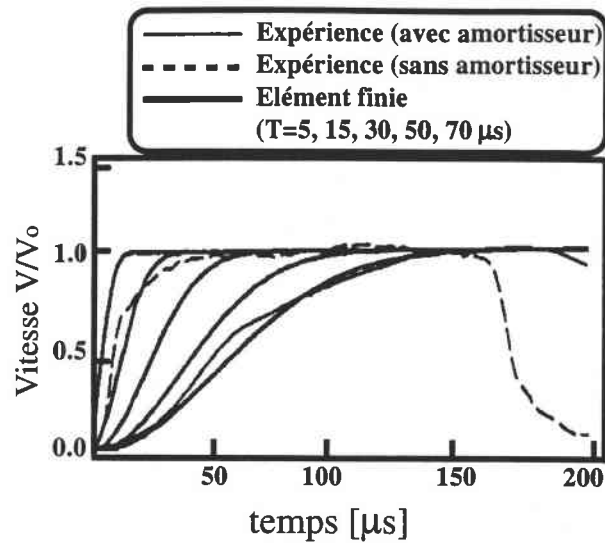


Figure 1-32 : Histoire des ondes incidentes pour différents temps de montée, [37].

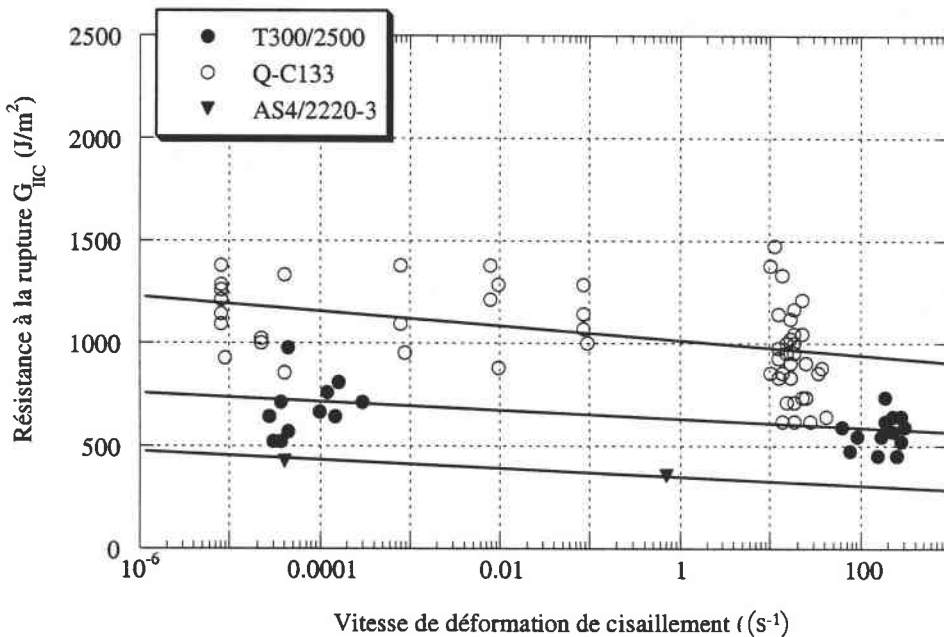


Figure 1-33 : Effet de la vitesse de déformation sur la résistance à la rupture en mode II, [37].

### 3-5) La perforation

La perforation des plaques est un mode de rupture macroscopique qui survient quand les fibres atteignent un certain seuil de rupture permettant au projectile une pénétration complète (Lee et coll. [38]). Ce type d'essai est utilisé comme moyen pour tester la résistance à la pénétration d'une cible composite ; il est généralement employé pour avoir une idée sur la résistance au cisaillement et à la flexion, d'un composite et de sa matrice.

Le rapport de l'épaisseur  $h$  de la cible au rayon  $R$  du projectile est un paramètre important pour la perforation :

- $h/R < 1$  : les contraintes de flexion sont les plus importantes et les couches superficielles se déforment. La rupture qui s'initie dans l'axe du projectile, sur la face opposée, s'effectue par rupture en tension.

-  $h/R > 1$  : la cible devient très rigide et ne fléchit plus. Quand les contraintes à la périphérie de la zone de contact deviennent supérieures à la contrainte de cisaillement maximale, il y a formation d'un bouchon.

Les performances balistiques d'un matériau peuvent être évaluées à partir de trois types de mesures :

- profondeur de pénétration ;
- vitesse limite de perforation ( $V_p$ ) ou vitesse limite balistique ;
- vitesse résiduelle du projectile après perforation.

La mesure d'une profondeur de pénétration est généralement utilisée dans les études d'impact sur cibles d'épaisseur supposée semi-infinie.

La vitesse limite de perforation est aujourd'hui le moyen d'évaluation le plus répandu dans les essais de tir (figure 1-34). Elle est définie comme étant la vitesse selon laquelle la probabilité de perforer une cible est égale à 50 %.

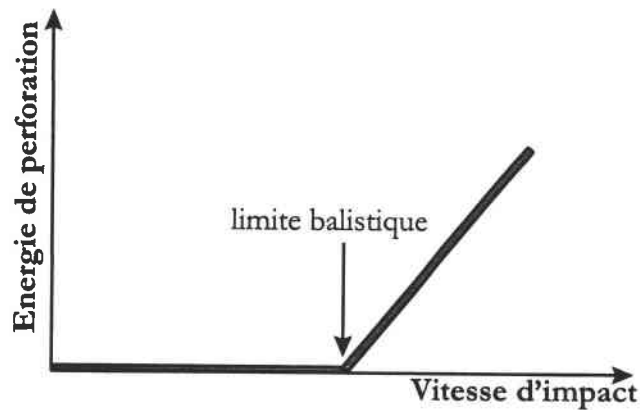


Figure 1-34 : Principe de détermination graphique de la vitesse limite balistique.

Enfin, la mesure d'une vitesse résiduelle peut être utilisée pour comparer la capacité d'absorption d'énergie de différents matériaux ou bien pour déterminer graphiquement la vitesse limite de perforation.

Dans le cadre de la perforation, **Harding [39]** a testé des matériaux composites tissés et stratifiés dans une gamme de vitesse s'échelonnant de  $10^{-7}$  m/s à 25 m/s. Il a noté une augmentation de la force maximale de poinçonnement avec la vitesse d'impact. En dynamique, cette augmentation atteint 250 % pour les composites à matrice epoxy par rapport à celle obtenue en statique. Cependant, pour les matériaux à matrice polyester, l'effet de la vitesse était significatif mais moins dramatique (une augmentation de la charge de 100%). La figure 1-35 montre quelques résultats obtenus sur les composites à matrice epoxy.

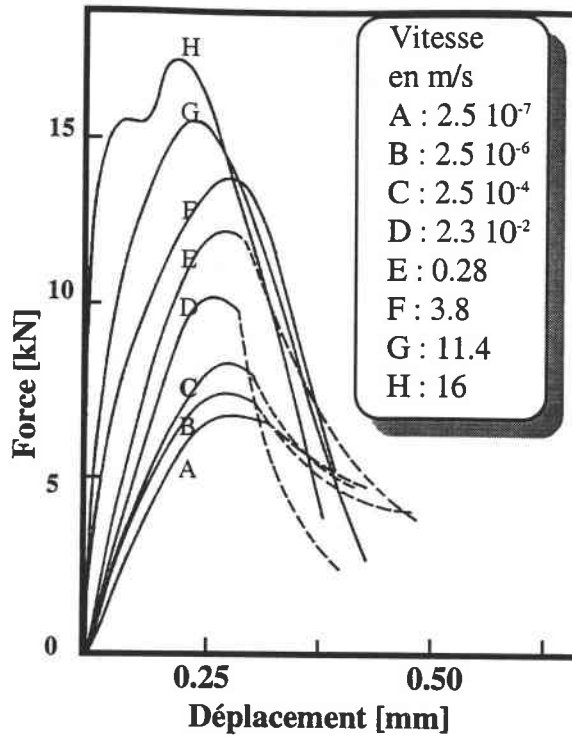


Figure 1-35 : Courbes charge-déplacement pour différentes vitesses de poinçonnement, [39].

En utilisant un montage de perforation similaire à celui représenté par la figure 1-18, Elhabak [40] a testé une variété de matériaux composites renforcés par des fibres de verre (GFRP). L'auteur a constaté que le traitement des fibres de verre joue un rôle majeur sur la force de perforation ainsi que sur l'énergie de rupture absorbée (figure 1-36 et 1-37). Au contraire, l'effet de la matrice est faible.

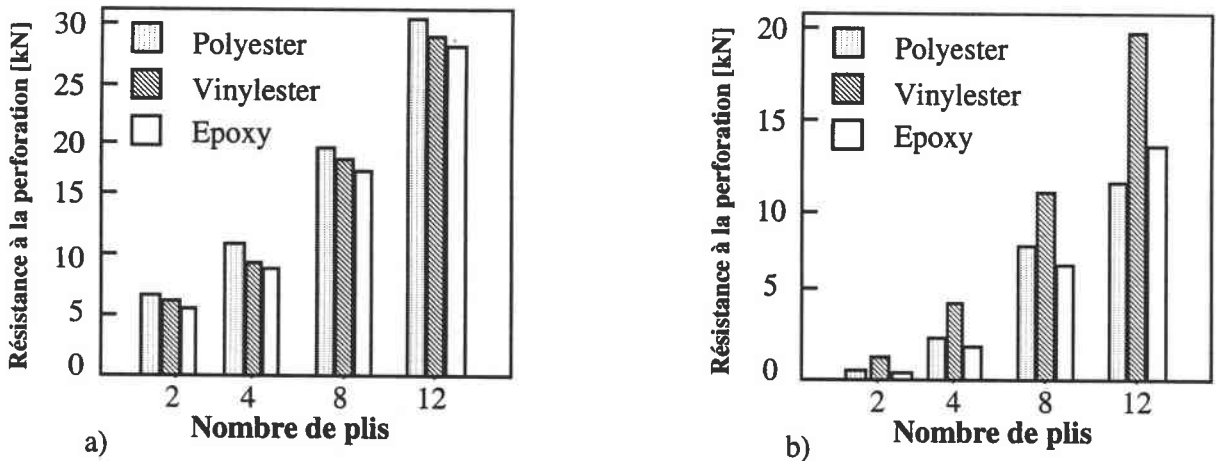


Figure 1-36 : Effet du nombre de plis sur la résistance à la perforation des matériaux composites renforcés avec :

a) Fibres de verre type A, b)Fibres de verre type B, [40].



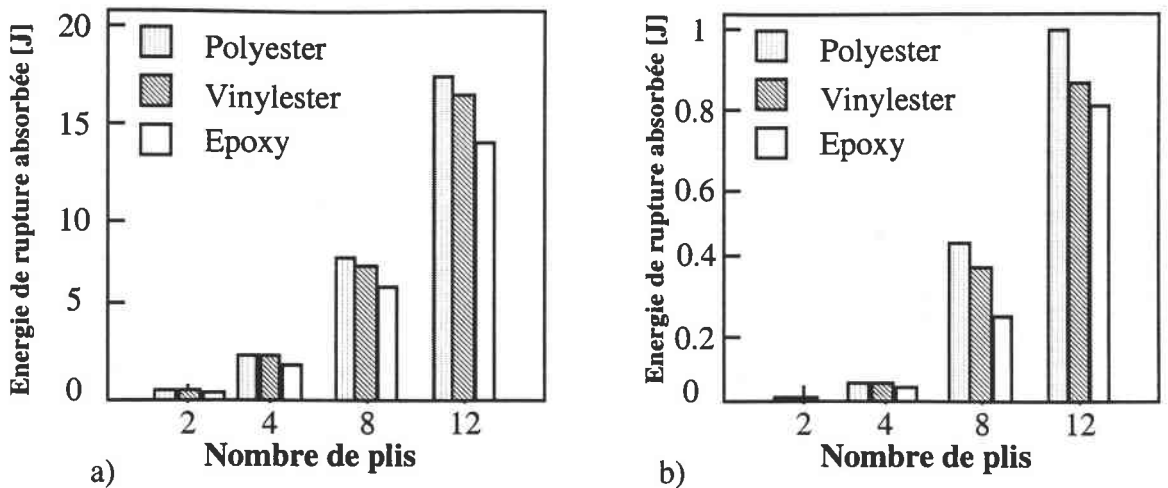


Figure 1-37 : Effet du nombre de plis sur l'énergie de rupture absorbée des matériaux composites renforcés avec :

a) Fibres de verre type A, b) Fibres de verre type B, [40].

En ce qui concerne l'influence de la vitesse sur la perforation des composites, Nemes et coll. [41], ont étudié ce phénomène sur des matériaux composites graphite/époxy. Ils ont noté un effet significatif de la vitesse de chargement sur la perforation de ces matériaux. Les auteurs ont choisi deux types de matériaux : des éprouvettes de type C constituées de 16 couches (figure 1-38), et des éprouvettes de type K constituées de 24 couches (figure 1-39). Ils ont aussi utilisé un montage de perforation semblable à celui présenté en figure 1-18.

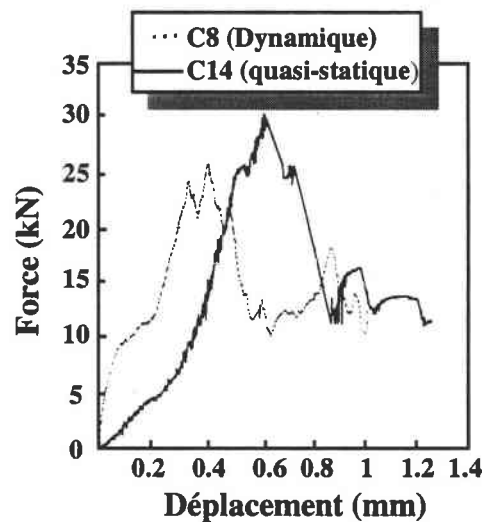


Figure 1-38 : Effet de la vitesse de chargement sur les éprouvettes à 16 plis (dynamique : 4.2 m/s et quasi-statique : 0.001 m/s), [41].

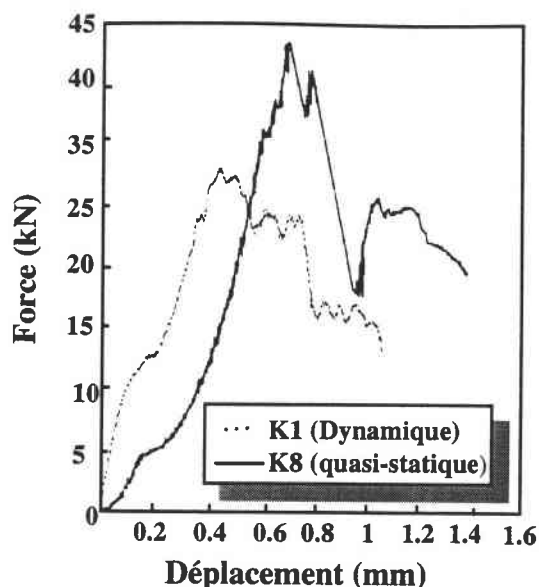


Figure 1-39 : Effet de la vitesse de chargement sur les éprouvettes à 24 plis (dynamique : 4.2 m/s et quasi-statique : 0.001 m/s), [41].

Par ailleurs, **Cantwell et Morton [42]** ont travaillé sur les mécanismes d'absorption d'énergie d'une plaque composite dans le cas d'un impact non perforant. Ils ont constaté que les énergies élastiques absorbées, correspondant au seuil d'apparition des dommages, deviennent négligeables devant les énergies incidentes (figure 1-40), prouvant ainsi que ceux sont essentiellement les ruptures de fibres et les endommagements qui absorbent de manière irréversible l'énergie du projectile.

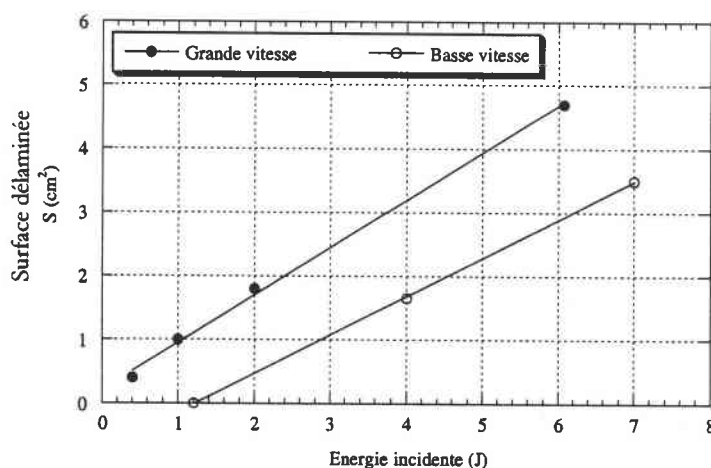


Figure 1-40 : Comparaison de la surface délaminée à basse et à grande vitesse pour un composite à fibres de carbone, [42].

### 3-6) Essais Charpy

**Krinke et coll. [43]** ont effectué des essais de Charpy sur des éprouvettes entaillées et non entaillées en graphite/époxy et boron/aluminium. Les figures 1-41a et 1-41b montrent l'effet de la vitesse de déformation sur la résistance en flexion et sur l'énergie absorbée par l'éprouvette.

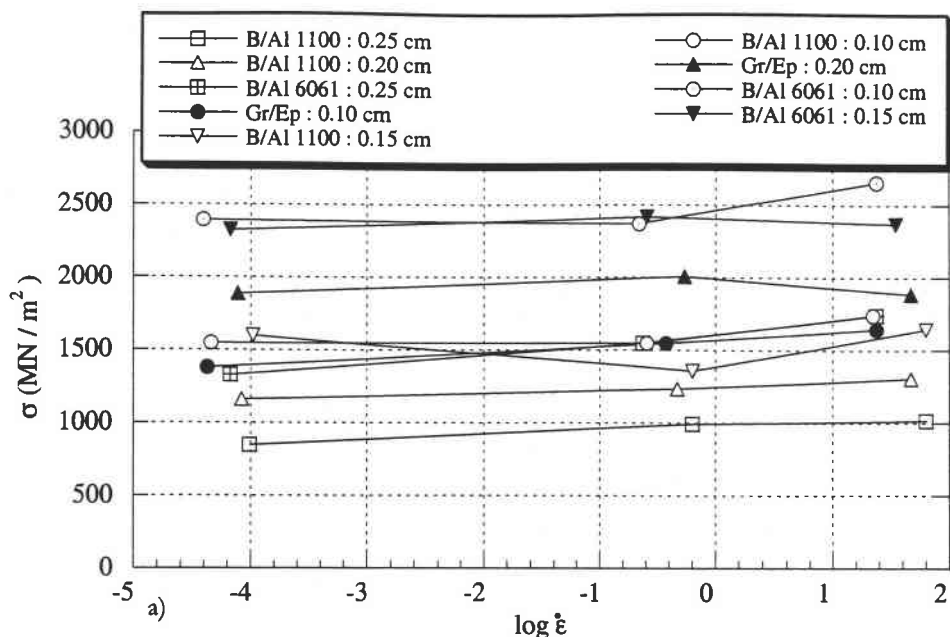


Figure 1-41 a: Effet de la vitesse de déformation sur la contrainte en flexion des matériaux composites graphite/epoxy et Boron/Aluminium, [43].

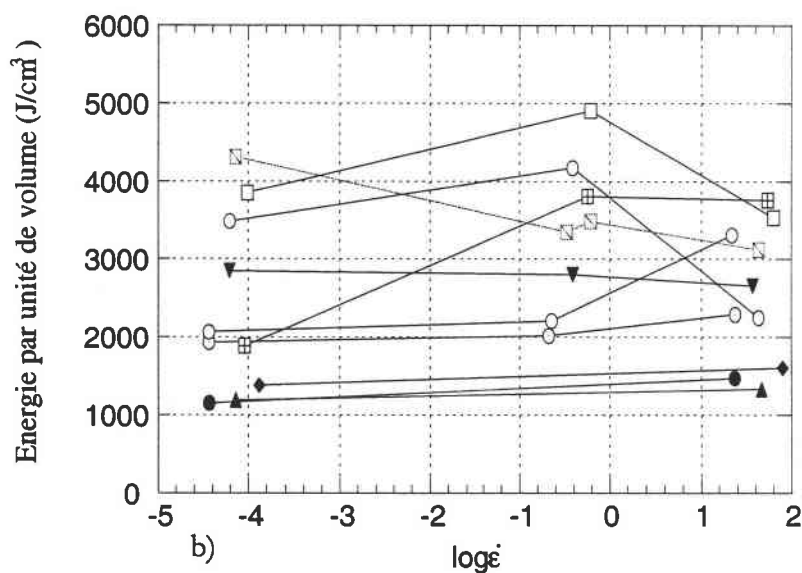


Figure 1-41 b: Effet de la vitesse de déformation sur l'énergie d'absorption des matériaux composites graphite/epoxy et Boron/Aluminium, [43].

**Helfistine [44]** a testé les composites hybrides carbone/aramide/époxy avec trois types de renforcement :

Lots A : plis carbone-kevlar-carbone ;

Lots B : plis kevlar-carbone-kevlar ;

Lots C : plis symétriques.

La figure 1-42 présente l'énergie totale et l'énergie d'amorce de fissures par unité de surface en fonction de la fraction volumique de kevlar. Les lots C sont avantagés au niveau de l'énergie totale moyenne par unité de surface, tandis que l'énergie d'amorce des fissures par

unité de surface pour les lots A est largement supérieure à celles des lots B et C lorsque la fraction volumique du Kevlar est inférieure à 40%.

3-7) Essais par la méthode de chute de poids

L'étude de McAbee et coll. [45], sur les composites verre/polyester avec trois géométries de renforts (fibres courtes, "roving" tissé et tissu équilibré) montre une augmentation significative de la contrainte maximale en dynamique par rapport au chargement statique (figure 1-43) dans les deux directions : parallèle et perpendiculaire aux fibres. Aussi, le module de Young en dynamique est supérieur à celui en statique sauf dans le cas où la traction est parallèle aux fibres pour le composite à tissu équilibré (figure 1-43d).

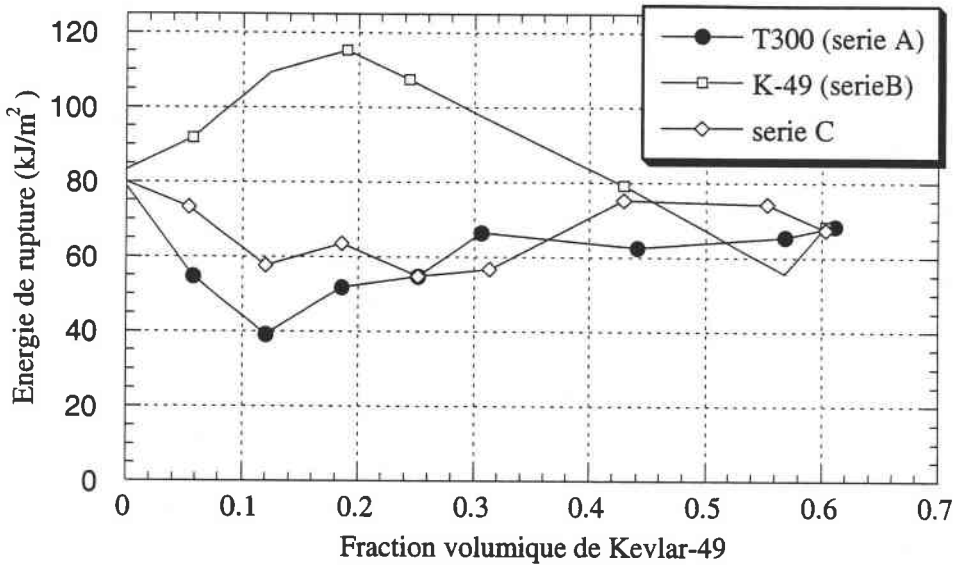


Figure 1-42 a: Influence de la fraction volumique de Kevlar sur l'énergie totale, [44].

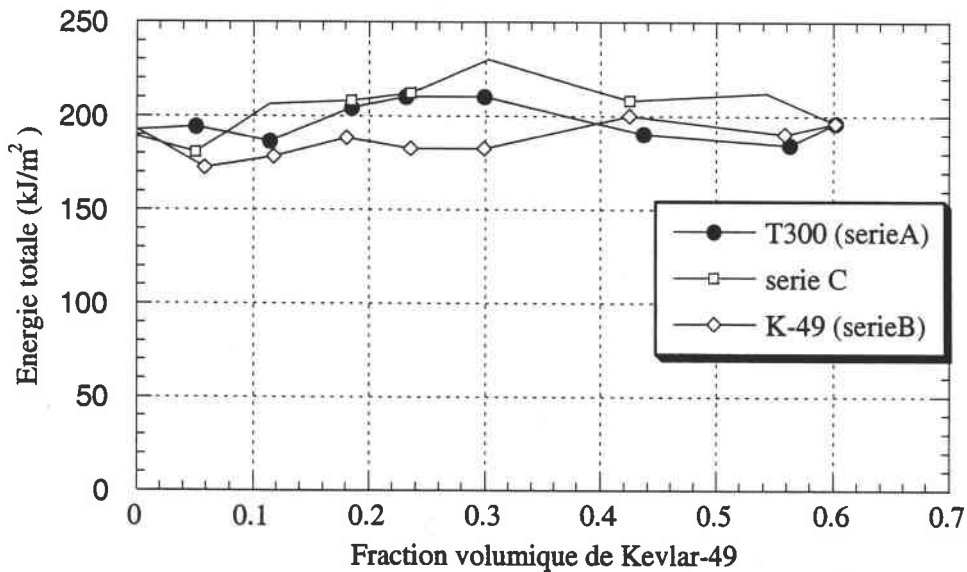


Figure 1-42 b: Influence de la fraction volumique de Kevlar sur l'énergie totale, [44].

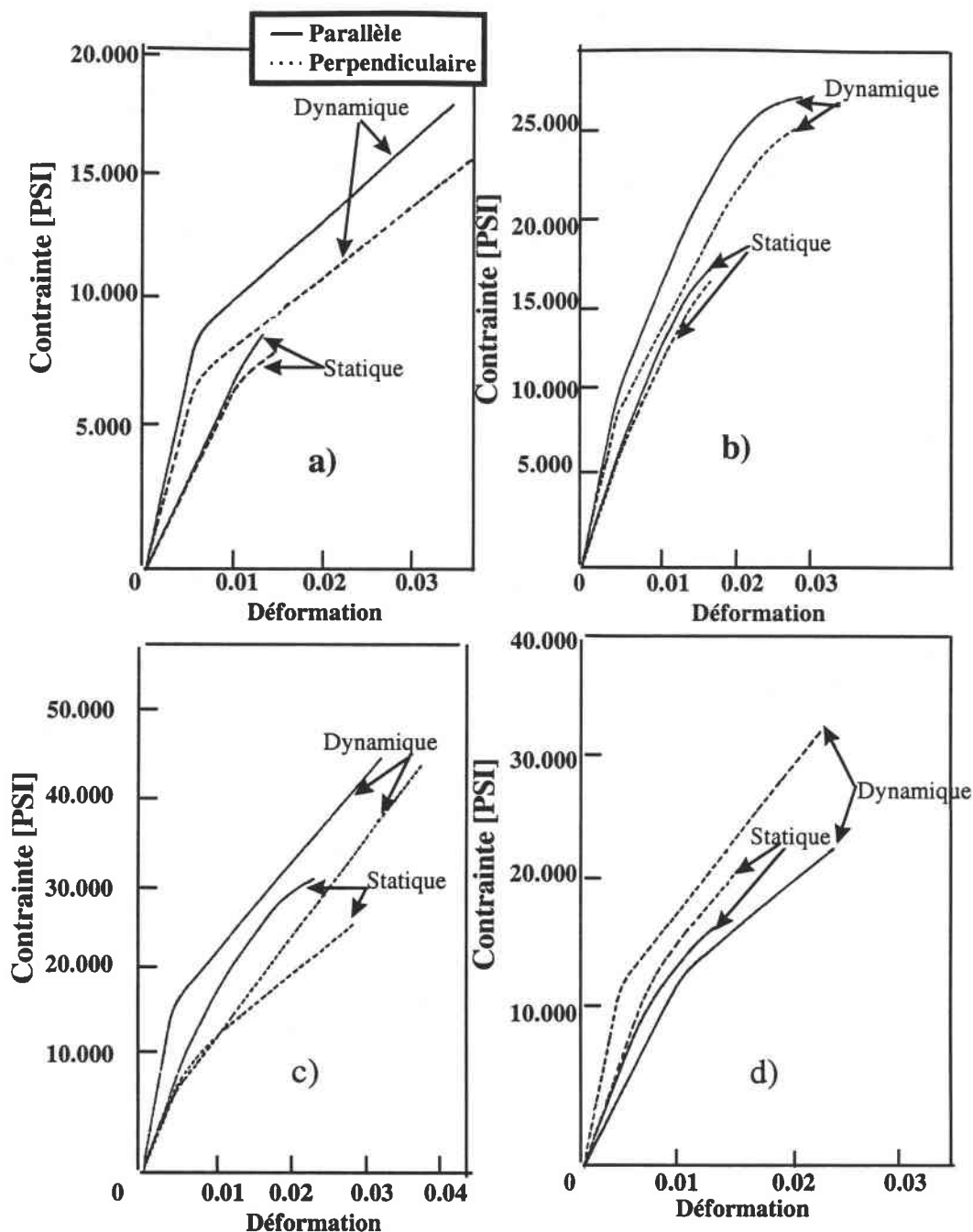


Figure 1-43 : Courbes contrainte-déformation en traction dynamique et statique pour les composites verres/polyester (dynamique : 150 1/s, statique : 0.1 1/s)  
 a) Renfort en fibres courtes (épaisseur de l'échantillon 1/8 pouce)  
 b) Renfort en fibres courtes (épaisseur de l'échantillon 1/4 pouce)  
 c) Renfort en 'roving tissé' (1/8 pouce)  
 d) Renfort en tissu équilibré 1/8 pouce), [45].

Il est probable que de tels essais ne soient pas des indicateurs adéquats de la résistance au choc des matériaux composites du fait des vitesses de chargement relativement peu élevées et du manque de représentativité de leurs configurations mécaniques (accélération non constante lors de l'essai). De plus, ce sont des essais sur structure, ceci rend difficile toute interprétation relative au comportement du matériau en tant que tel.

## I-4 INFLUENCE DES PROPRIETES DES CONSTITUANTS SUR LA REPONSE EN IMPACT DES COMPOSITES

A la lumière des résultats expérimentaux présentés auparavant, il s'avère que le comportement, à l'impact, des matériaux composites dépend de plusieurs paramètres. Ceux-ci peuvent être résumés par la figure suivante :

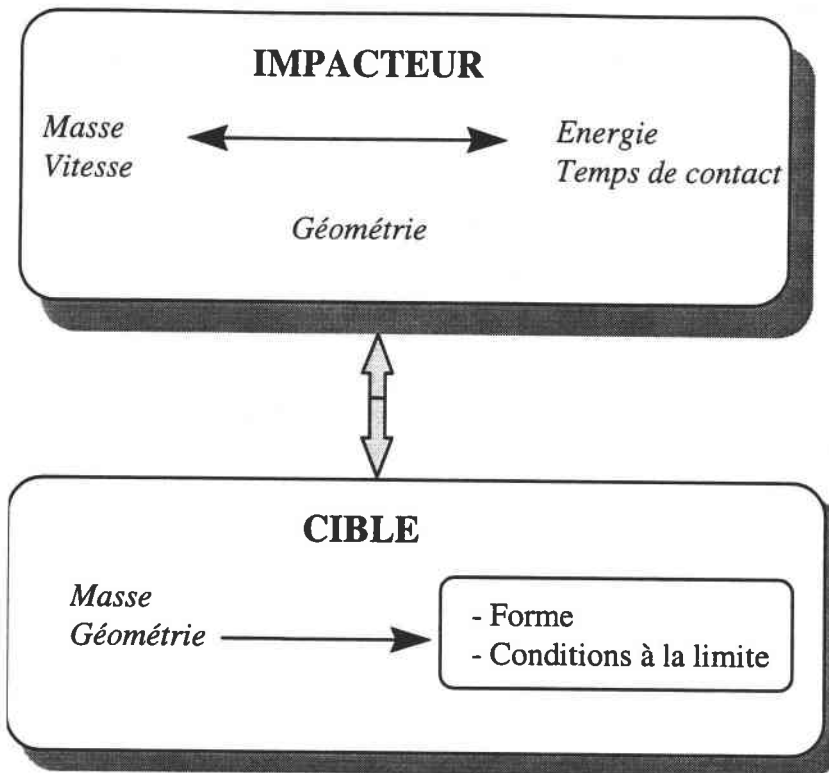


Figure 1-44 : Les paramètres de l'impact.

De plus, les propriétés mécaniques d'un matériau composite sont fortement liées aux propriétés mécaniques de ses différents constituants majeurs (fibre, matrice, interface) liées à leur taille et à leur répartition dans le volume. Ainsi, dans la partie qui va suivre, nous examinerons l'influence des propriétés de chacun de ces constituants sur la réponse en impact des matériaux composites.

### 4-1) Influence de la matrice

La matrice constitue la phase continue du composite. Elle a pour fonction principale, d'une part, d'assurer la cohésion entre les fibres et de les protéger vis à vis des agressions extérieures et, d'autre part, d'assurer le transfert des charges mécaniques sur les fibres.

Plusieurs auteurs se sont penchés sur l'étude de l'influence de la matrice sur la réponse en impact des matériaux composites.

Ainsi, Williams et coll. [46], et Disalvo et coll. [47] se sont intéressés aux propriétés des résines epoxy. Ils ont montré que celles-ci présentent une bonne résistance au choc, une haute résistance à la traction et une grande déformation à la rupture soit  $\sigma_r > 69$  MPa et

$\epsilon_r > 4\%$ , [46], mais ceci signifie également que  $\epsilon_r$  est élevé.

Les meilleurs résultats ont été obtenus avec des résines à base de Bisphénol A, [46].

Pour une meilleure résistance à l'impact en compression, il est nécessaire d'avoir un module d'élasticité (E) élevé. En effet, **Williams et coll.** [46] ont montré que des résines de faible module ( $E < 3.1$  GPa) donnent des composites unidirectionnels à faible résistance à l'impact en compression. Ceci est dû au fait que la résine intervient dans le mécanisme de micro-flambage. En ce qui concerne la résistance à la traction de la matrice, **Palmer** [48] a observé que celle-ci n'a pratiquement pas d'influence sur la résistance au choc. Au contraire, elle modifie significativement la résistance à la rupture.

Pour des mesures effectuées dans le sens des fibres d'un matériau composite à matrice de résine, **Palmer** [48] a montré que les propriétés de la matrice influent significativement sur le comportement du composite. En effet, l'auteur a noté que la résistance à la traction de la matrice influe, d'une part, sur la résistance à la traction, à la flexion et à la compression du composite et ce pour une valeur de  $\sigma_r \geq 55$  MPa. D'autre part, elle modifie significativement la résistance au cisaillement du composite, atteignant un maximum pour des valeurs de celle-ci, comprises entre  $48\text{MPa} \leq \sigma_r \leq 90$  MPa.

En ce qui concerne l'effet du module d'élasticité de la résine, l'auteur a remarqué que pour une valeur  $E_{\text{résine}} \leq 3.4$  GPa, la résistance du composite à la compression, à la flexion ainsi qu'au cisaillement chute brutalement, alors que sa résistance à la traction diminue d'une façon régulière. Enfin, il a été également montré que seulement pour une déformation à la rupture de la résine  $\epsilon_r = 5\%$ , la résistance du composite à la flexion diminue. A l'opposé, la résistance du composite à la traction augmente jusqu'à  $\epsilon_r = 5\%$ , puis demeure constante, alors que la résistance en compression décroît régulièrement au fur et à mesure que  $\epsilon_r$  augmente. Dans le cas des essais de perforation et pour d'importantes énergies incidentes, **Dannawie et coll.** [49] ont noté que les composites à matrice Vinylester offrent de meilleurs résultats par rapport à ceux obtenus par des matériaux à matrice Polyester. Les composites verre E / epoxyde résistent moins à la pénétration (figure 1-45).

Il faut en outre remarquer que dans certains des cas cités ci dessus, comme la traction, il faut s'attendre à ce que les propriétés des fibres jouent un rôle prépondérant.

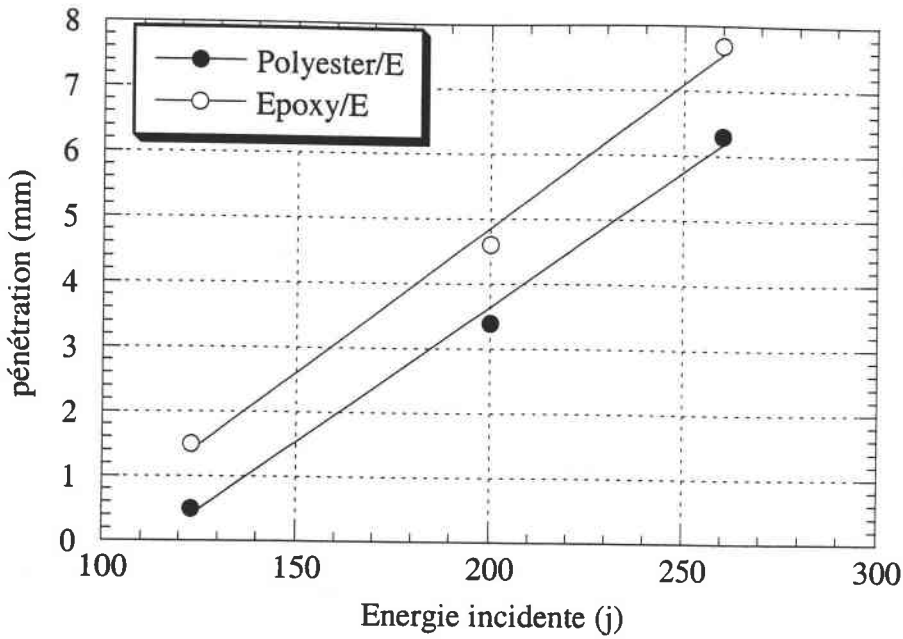


Figure 1-45 : Influence de la résine d'un matériau renforcé de fibres de verre sur la pénétration, [49].

#### 4-2) Influence des fibres

Les fibres apportent au matériau composite leurs caractéristiques mécaniques : rigidité, résistance à la rupture, dureté, etc. Les renforts les plus utilisés sont : le verre, le carbone et le Kevlar. L'observation "post mortem" d'une plaque composite perforée montre clairement que les fibres sont rompues en traction et que les mécanismes de délaminage sont pratiquement inexistantes. En effet, les résultats obtenus par une méthode menée sur des composites à base de Kevlar® 29 [50] ont montré que l'énergie d'impact, c'est à dire l'énergie consommée dans le processus de perforation, est parfaitement corrélée à l'énergie spécifique de rupture des fibres en tension, soit :  $\sigma_R^2/E$  ; où  $\sigma_R$  désigne la contrainte de rupture mesurée sous traction quasi-statique, et E le module de Young de la fibre (figure 1-46).

Ainsi, certains auteurs comme Mehlane [51] et Hartman [52] s'accordent à dire qu'il est préférable d'utiliser des fibres raides et résistantes (verre R ou S) pour augmenter les propriétés balistiques d'une plaque en favorisant la perforation des délaminages (figure 1-47).



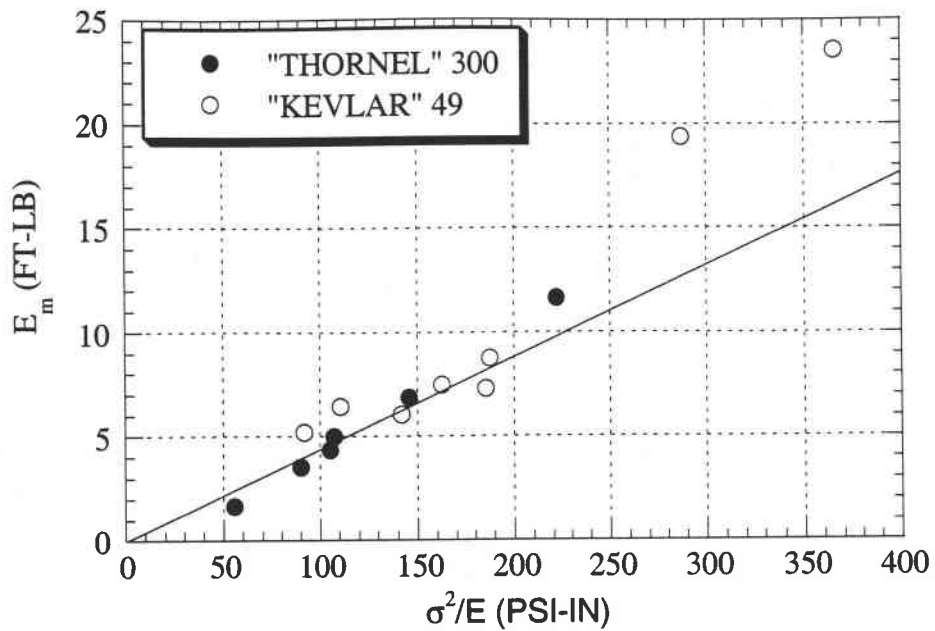


Figure 1-46 : Relation entre l'énergie d'impact et l'énergie spécifique de rupture des fibres en tension, [50].

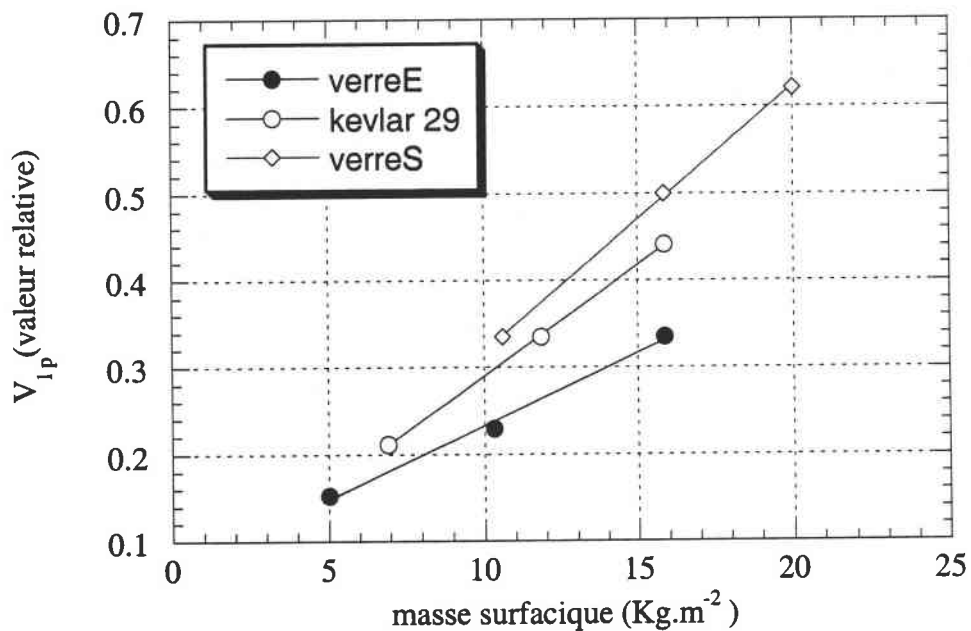


Figure 1-47 : Comparaison de la vitesse limite de perforation de différents types de composites impactés par un projectile cylindrique, [51].

Les travaux d'Elber [53] indiquent que les propriétés de la matrice gouvernent l'utilisation du dommage et déterminent son étendue, tandis que les propriétés des fibres contrôlent la résistance à la pénétration. Cependant, l'arrangement des fibres intervient également dans les mécanismes d'endommagement. En effet, Ayax [54] a montré que la quantité totale d'énergie emmagasinée par un composite unidirectionnel est bien supérieure à celle emmagasinée par un composite tissé. Ainsi, des structures fortement anisotropes résistent mieux à la perforation.

Par ailleurs, plusieurs travaux ont confronté cette idée, à savoir, le rôle prépondérant des fibres dans la résistance à la perforation. Dans ce cadre, **Bhatnagar [55]**, **Hsieh [56]** et **Cuniff [57]** ont montré que les matériaux à base de fibres ductiles (aramide, polyéthylène) absorbent davantage d'énergie par déformation et résistent mieux à la perforation que les matériaux renforcés de fibres de verre.

Quant à **Harding et coll. [58, 59]**, ils ont mis en évidence, à l'aide des essais de traction dynamique, des processus de ruine différents selon que les chargements sont statiques ou dynamiques. En particulier, pour les composites à renforts de verre, on passe d'une rupture de traction assez fragile à une ruine par cisaillement interfacial (le déchaussement des fibres est précédé de la rupture de la matrice). C'est cette aptitude du verre à consommer de l'énergie dans un choc qui conduit certains élaborateurs à produire des matériaux hybridés, conçus par alternance de couches à base de verre et de couches à base de carbone. La présence des plis de carbone semble restreindre l'étendue du dommage dans les plis de verre, telle que l'on observe dans des éprouvettes sans carbone. Ceci se vérifie sur les courbes contrainte - déformation (figure 1-48).

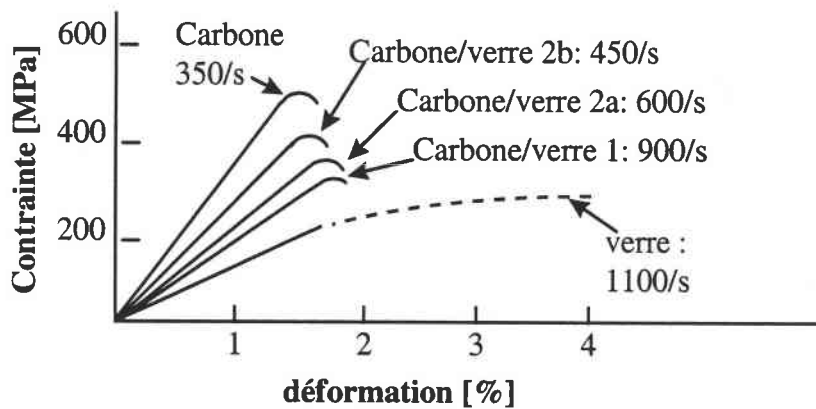


Figure 1-48 : Courbes contrainte-déformation de composites à renfort carbone, verre et hybride, [58].

**Adams et coll. [60]** ont montré, par des essais de flexion dynamique Charpy, que la résistance à l'impact des matériaux composites renforcés par des fibres de verre S ou de Kevlar est cinq fois plus grande que celle d'un composite renforcé par du carbone type Madmor II.

#### 4-3) Influence de l'interface

La présence d'une interface (fibre-matrice) d'adhérence modérée et surtout suffisamment complaisante joue un rôle très efficace dans la protection de la fibre vis à vis des ondes de choc. La nature de cette interface et son épaisseur sont les paramètres déterminants de ce rôle protecteur.

Afin d'élucider le rôle de l'interface sur la réponse en impact des composites, **Hartman [52]** a effectué des essais de perforation sur un matériau composite verre/Polyester. Il a montré que lorsque les qualités d'interfaces sont bonnes, la perforation est favorisée par les fissurations de la matrice. Au contraire, pour des interfaces présentant une faible

adhérence, ce sont les effets de délaminage interlaminaire et intralaminaire qui favorisent la perforation (figure 1-49). Ce résultat montre l'influence de l'adhésion entre la matrice et les fibres sur la résistance à l'impact des matériaux composites. A cet effet, la surface des fibres subit systématiquement un traitement chimique. Sur ce plan, **Bless et coll. [61]** ont montré que le seuil d'énergie de perforation pour un composite à surface traitée est plus bas que celui pour un composite dont la surface des fibres est non traitée. Ce comportement a été expliqué par **Dorey [62]**, qui a montré que l'énergie de rupture transversale d'un matériau composite, paramètre fondamental pour déterminer la résistance en perforation, était étroitement liée à la force de liaison entre la fibre et la matrice.

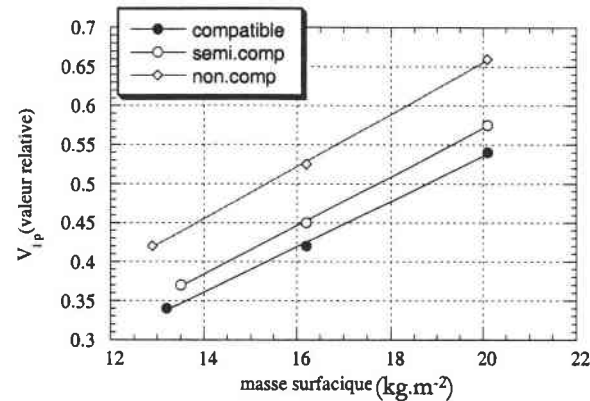


Figure 1-49: Influence de l'interface fibre-matrice sur la vitesse limite de perforation d'un composite verre R/polyester, [52].

On définit les propriétés résiduelles par les propriétés restantes dans le matériau après impact. Comme il en ressort de la figure 1-50, les propriétés résiduelles en post perforation d'un composite à fibres traitées sont généralement supérieures à celles d'un composite à fibres non traitées.

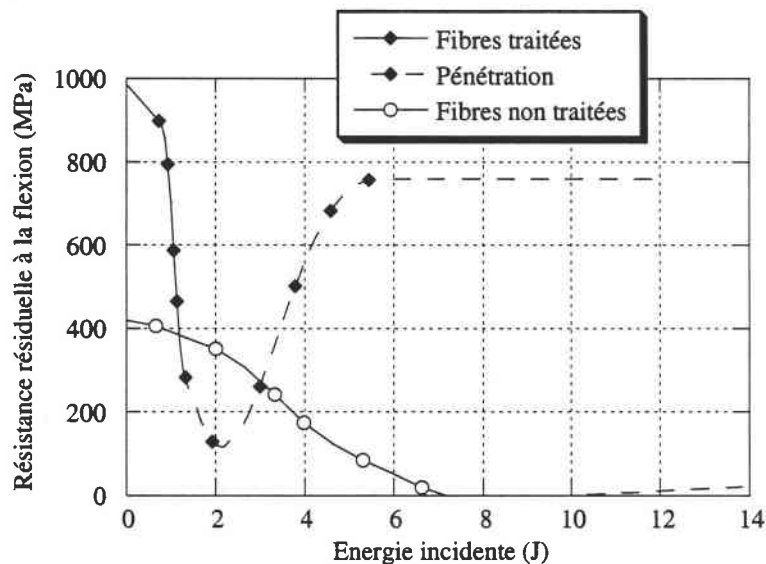


Figure 1-50 : Effet de l'énergie incidente sur la résistance résiduelle à la flexion pour des composites à fibres traitées et non traitées, [62].

A présent, intéressons-nous au comportement de l'interface fibre-matrice traitée thermiquement et chimiquement. A cet effet, **Le Petit-Corps [63]** a étudié l'influence de

l'interface fibre matrice sur la rupture, par choc, d'un matériau composite à matrice de titane et renfort filamentaire unidirectionnel de carbure de Silicium ( $Sic = \Phi = 140\text{mm}$ ). Ce matériau a été soumis à un traitement thermique isotherme à  $850\text{ }^{\circ}\text{C}$  pendant trois durées différentes 10h, 33h et 136h. Un maintien de longue durée (136h) à haute température provoque la formation d'une interphase épaisse et fragile, ainsi qu'une fragilisation de la matrice faisant chuter l'énergie de rupture et la force maximale en cours d'essai. Au contraire, un traitement thermique de courte durée (10h) conduit à une faible adhérence interfaciale entre fibre et matrice. ceci correspond à une faible adhérence interfaciale entre fibre et matrice, et donc à une force d'initiation de rupture modérée et à un important travail de déchaussement. Un traitement thermique intermédiaire (33h) permet le renforcement de l'adhérence interfaciale grâce à la formation d'une fine interface : l'effort d'initiation est maximal mais le temps total de rupture est plus court.

**Macke [64]**, quant à lui, a étudié l'influence de l'interface sur la réponse au choc, moyennant un essai de type Charpy, d'un matériau composite constitué d'une performe réalisée par empilement de tissus équilibrés de SiC. Au préalable, les fibres ont été revêtues par des couches minces au moyen d'une infiltration chimique en phase gazeuse (C.V.I). Selon la durée de l'infiltration (allant de 2h à 48h), la nature et l'épaisseur du dépôt (1 à 4 mm), l'auteur a réalisé différents types de revêtement. Pour des épaisseurs variées, l'auteur a remarqué que le revêtement des fibres a pour effet une amélioration très significative de toutes les caractéristiques au choc des composites 2D-SiC/revêtement/SiC quel que soit la nature du traitement. Cette amélioration se manifeste par une augmentation correspondant au temps de rupture, un accroissement des effets maximaux, des caractéristiques de résistance à l'initiation de la rupture, une meilleure résistance à la propagation de la fissure et une augmentation très sensible des énergies de rupture. Toutefois, les traitements manifestent une efficacité différente vis-à-vis des divers paramètres de résistance au choc. L'effet bénéfique du traitement de l'interface fibre-matrice se manifeste dès qu'une très faible épaisseur de revêtement de ce traitement est déposée sur les fibres. Les accroissements qui correspondent aux caractéristiques de résistance au choc suivant l'épaisseur, semblent se stabiliser et conduire à un palier lorsque l'épaisseur comprise entre 1.2 mm à 2 mm.

#### 4-4) Influence de la séquence d'empilement

Des travaux considérables ont montré que la résistance en impact des matériaux composites dépend aussi de l'empilement des plis [ 64, 65, 66, 67 et 68 ].

Sur des matériaux composites renforcés par des fibres de carbone, **Beaumont [91]** montre que l'empilement de ces matériaux influe sur l'absorption d'énergie au cours de l'impact des plaques composites.

**Dorey [69]** et **Morton et coll. [66]** ont montré, par des essais d'impact sur une série de composites stratifiés ( $0^{\circ}$ ,  $\pm 45^{\circ}$ ), que les composites avec des plis  $\pm 45^{\circ}$ , offrent une résistance élevée à l'impact. Il était suggéré par **Dorey [70]** que les plis présentant cette configuration augmentent la flexibilité des composites et, de ce fait, ils améliorent leur

capacité à absorber l'énergie élastique. Dans le même esprit, **Stevanovic et coll. [68]** ont effectué des essais de type Charpy sur une série de matériaux composites multidirectionnels renforcés par des fibres de carbone T300. Les auteurs ont montré que les composites (+/-45) ont une capacité d'absorption d'énergie plus élevée que celle des stratifiés (0°, 90°) et (0°, 90°, +/-45°).

Il ressort également de ces études que le mode d'assemblage des plis ainsi que l'orientation des fibres de deux plis adjacents, pilotent les mécanismes d'initiation, de localisation et d'orientation des dommages dans la structure, et ce plus particulièrement dans le délaminage. Le délaminage n'apparaît qu'entre plis dont l'orientation des fibres diffère. Ainsi, on ne note pas de délaminage dans une plaque unidirectionnelle [53]. Le nombre de strates constitutives de la structure détermine, donc, le nombre de délaminage induit si toutefois l'énergie d'impact est suffisamment importante pour initier ces dommages.

Une étude détaillée par **Hong et Liu [65]** identifie les aspects fondamentaux du développement des dommages dans les plastiques renforcés par des fibres de verre (GFRP) au cours d'un impact. Ainsi, il a été montré que pour une énergie incidente donnée, une augmentation de l'angle d'inclinaison "q" des plis dans un stratifié (0<sub>5</sub>°, q°, 0<sub>5</sub>°) accroît la surface délaminée (figure 1-51).

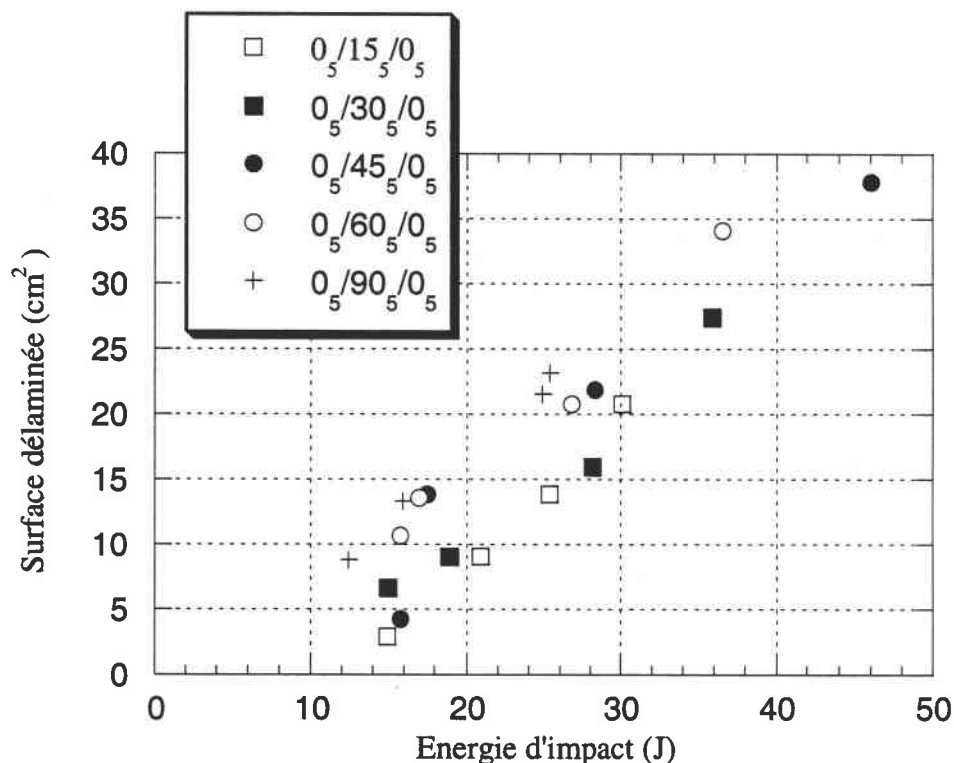


Figure 1-51 : Influence de l'énergie d'impact sur la surface délaminée, [65].

## I-5 CONCLUSION

Dans cette étude bibliographique, nous retenons l'extrême diversité et complexité des cas de figures rencontrés dans la pratique pour ce qui concerne le choc des composites et des facteurs qui interviennent dans la tenue à l'impact de ces matériaux. Forme et architecture des corps en collision, nature des renforts, type de matrice, qualité des interfaces, sont des paramètres qui expliquent la prédominance de tel ou tel mode de rupture : délaminage, décollement avec déchaussement, rupture des fibres, fissuration de la matrice.

Cependant, cette étude bibliographique donne un aperçu général sur ces problèmes dont nous pouvons tirer les conclusions suivantes :

- Les matériaux composites sont sensibles à la vitesse de déformation ou à la vitesse de chargement lorsqu'ils sont soumis à des sollicitations rapides.
- Bien que les mécanismes d'endommagement des matériaux composites soient très variés, nous pouvons distinguer, principalement, le délaminage entre les plis et le décollement entre des fibres et la matrice.
- Il y a toujours des dispersions importantes sur les valeurs mesurées. Négliger ce facteur conduit à fournir des propriétés non-intrinsèques des composites.
- Il faut faire très attention au choix de la géométrie des échantillons pour éviter l'influence de celle-ci sur les valeurs mesurées. Dans le cas contraire, on risque de fournir des propriétés non intrinsèques des composites.

Tout essai dynamique est un chargement d'éprouvette par train d'ondes de contrainte. Il est donc important de connaître le comportement des composites vis-à-vis de ces ondes. En effet, contrairement aux matériaux homogènes, toute structure présentant des interfaces internes est intrinsèquement dispersive. Or les composites, du fait de leur microstructure, se rapprochent plus d'une structure que d'un matériau homogène. Dans le chapitre suivant nous allons traiter le problème de propagation des ondes dans les matériaux composites.

## CHAPITRE II

# PROPAGATION DES ONDES DANS LES MATERIAUX COMPOSITES

## Chapitre II PROPAGATION DES ONDES DANS LES MATERIAUX COMPOSITES

### II-1 INTRODUCTION

La rupture locale des conditions d'équilibre d'un milieu crée en général une perturbation qui se propage. Celle-ci est appelée onde progressive.

Ainsi, durant ces dernières décennies, la propagation des ondes de contraintes dans les solides a fait l'objet d'importantes études.

L'objectif de ce chapitre est d'illustrer, par *une étude bibliographique*, l'importance de la théorie des ondes élastiques comme outil incontournable pour caractériser le comportement des composites soumis aux sollicitations dynamiques. Pour cela, nous retiendrons le cas d'un composite orthotrope dont nous déterminerons l'évolution des caractéristiques élastiques en fonction des paramètres inhérentes à la propagation des ondes élastiques. Par la suite, nous déterminerons les vitesses de propagation des ondes élastiques dans une poutre composite ainsi que dans une plaque laminaire composite orthotrope. Enfin, nous nous intéresserons au phénomène de propagation des ondes élastiques engendrées par un choc dans un matériau composite.

### II-2 PROPAGATION DES ONDES ELASTIQUES DANS LES MATERIAUX COMPOSITES

Les ondes sont définies comme étant élastiques lorsqu'elles se propagent dans des milieux solides élastiques. Ce sont des ondes de matière résultant des déplacements de particules. A l'opposé des ondes électromagnétiques, elles ne se propagent pas dans le vide. Pour la propagation d'une onde élastique dans un matériaux composites, on considère généralement que ce dernier est homogène et élastique.

Dans cette partie, notre attention se porte essentiellement sur la propagation des ondes dans les matériaux composites orthotropes. A cet effet, il convient de rappeler les équations de **Cauchy**, relatives au mouvement, données par **Malvern [72]** :

$$\sigma_{ij,j} = \rho \ddot{u}_i \quad (2.1)$$

où,  $\sigma_i$  sont les composantes de la contrainte,  $u_i$  le déplacement et  $\rho$  la masse volumique.

Selon la théorie des petites déformations, l'expression de la déformation en fonction du déplacement s'écrit :

$$\varepsilon_{kl} = \frac{1}{2}(u_{k,l} + u_{l,k}) \quad (2.2)$$



En supposant que les tenseurs des contraintes  $\sigma_{ij}$  et des déformations  $\epsilon_{ij}$  sont symétriques, la relation constitutive d'un matériau anisotrope linéaire élastique peut être exprimé par la forme suivante :

$$\sigma_{ij} = C_{ijkl} \epsilon_{kl} \quad (2.3)$$

où  $C$  est le tenseur des modules d'élasticité. Ce tenseur de rigidités élastiques possède 81 composantes. Les tenseurs  $\sigma_{ij}$  et  $\epsilon_{ij}$  étant symétriques, les constantes élastiques définies par la relation (2.3) ne changent pas lors d'une permutation des deux premiers ou des deux derniers indices :

$$C_{ijkl} = C_{jikl} = C_{ijlk} \quad (2.4)$$

De plus, la relation de Maxwell qui résulte des considérations thermodynamiques est valable dans tout milieu, ainsi :

$$C_{ijkl} = C_{klij} \quad (2.5)$$

Ces relations réduisent de 81 à 21 le nombre de constantes élastiques indépendantes. Cette réduction varie, suivant les symétries qui peuvent exister dans un matériau anisotrope.

La substitution des deux équations (2.3) et (2.2) dans l'équation (2.1) conduit à l'équation suivante :

$$C_{ijkl} u_{k,jl} = \rho \ddot{u}_i \quad (2.6)$$

Une solution de l'équation d'une onde plane (2.6), se propageant dans la direction définie par le vecteur unitaire  $\vec{n}$  ( $n_1, n_2, n_3$ ) perpendiculaire au plans d'équation  $\vec{n} \cdot \vec{x} = \text{constante}$ , est donnée par Musgrave [73] sous la forme :

$$u_i = A_i f(n_i x_i - c_n t) \quad (2.7)$$

avec  $A_i$  les composantes du vecteur amplitude. Ces composantes sont indépendantes du temps et des coordonnées spatiales.

$c_n$  : La vitesse de phase;

$n_i$  : Les cosinus directeurs de la normale au front d'onde;

$f$  : La fonction de phase.

La vitesse de phase  $c_n$  est liée au nombre d'onde par la relation suivante :

$$c_n = \frac{\omega}{r} = \frac{\omega \lambda}{2\pi} \quad (2.8)$$

où,  $\omega$  est la pulsation,  $r$  est le nombre d'onde et  $\lambda$  est la longueur d'onde.

La substitution de la solution (2.7) dans l'équation (2.6) fournit, comme pour les ondes de volume, l'équation de **Christoffel** :

$$(C_{ijkl} n_j n_l - \rho c_n^2 \delta_{ik}) A_k = 0 \quad (2.9)$$

$\delta_{ik}$  est le symbole de Kronecker.

Les rigidités de Christoffel sont données par :

$$\Gamma_{ik} = \Gamma_{ki} = C_{ijkl} n_j n_l \quad (2.10)$$

L'équation 2-9 montre que la polarisation  $A_k$  est un vecteur propre du tenseur  $\Gamma_k$  avec comme valeur propre  $\rho c_n^2$ .

Ainsi, les vitesses et les polarisations des ondes planes, se propageant suivant une direction  $\bar{n}$  dans un matériau anisotrope de rigidité  $C_{ijk}$ , s'obtiennent en cherchant les valeurs propres et les vecteurs propres du tenseur  $\Gamma_k$  (Equation 2.10). Il y a, en général, pour une direction donnée, il existe trois vitesses de propagation, qui sont des racines de l'équation séculaire :

$$\det|\Gamma_{ki} - \rho c_n^2 \delta_{ik}| = 0 \quad (2.11)$$

En raison des propriétés de symétrie du tenseur de rigidité (formules 2.4 et 2.5), le tenseur de Christoffel est aussi symétrique (Equation 2-10). Ses valeurs propres sont, donc, réelles et ses vecteurs propres sont orthogonaux. De plus, les valeurs propres  $\rho c_n^2$  sont positives (condition nécessaire pour que la vitesse de propagation  $c_n$  soit réelle). Par conséquent, on peut affirmer que les caractéristiques des ondes élastiques planes dans un matériau anisotrope peuvent être définies par le tenseur d'élasticité et la direction de propagation des ondes. Généralement, on peut noter que les ondes dans un milieu anisotrope sont en mode mixte. Ce n'est que suivant des directions de propagation particulières que les ondes sont purement longitudinales ou transversales (**Borgnis [74]**).

Afin d'étudier la propagation dans des directions liées aux éléments de symétries, établissons l'expression des composantes du tenseurs de Christoffel (2.10). En développant la somme sur les indices  $j$  et  $k$ , il vient :

$$\begin{aligned} \Gamma_{ik} = & C_{i11k} n_1^2 + C_{i22k} n_2^2 + C_{i33k} n_3^2 + (C_{i12k} + C_{i21k}) n_1 n_2 \\ & + (C_{i13k} + C_{i31k}) n_1 n_3 + (C_{i23k} + C_{i32k}) n_2 n_3 \end{aligned} \quad (2.12)$$

d'où les six composantes :

$$\begin{aligned} \Gamma_{11} = & C_{11} n_1^2 + C_{66} n_2^2 + C_{55} n_3^2 + 2C_{16} n_1 n_2 + 2C_{15} n_1 n_3 + 2C_{56} n_2 n_3 \\ \Gamma_{12} = & C_{16} n_1^2 + C_{26} n_2^2 + C_{45} n_3^2 + (C_{12} + C_{66}) n_1 n_2 \\ & + (C_{56} + C_{14}) n_1 n_3 + (C_{46} + C_{25}) n_2 n_3 \\ \Gamma_{13} = & C_{15} n_1^2 + C_{46} n_2^2 + C_{35} n_3^2 + (C_{56} + C_{14}) n_1 n_2 \\ & + (C_{13} + C_{55}) n_1 n_3 + (C_{35} + C_{36}) n_2 n_3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \Gamma_{22} &= C_{66} n_1^2 + C_{22} n_2^2 + C_{44} n_3^2 + 2C_{26} n_1 n_2 + 2C_{46} n_1 n_3 + 2C_{24} n_2 n_3 \\
 \Gamma_{23} &= C_{56} n_1^2 + C_{24} n_2^2 + C_{34} n_3^2 + (C_{25} + C_{46}) n_1 n_2 \\
 &\quad + (C_{36} + C_{45}) n_1 n_3 + (C_{23} + C_{44}) n_2 n_3 \\
 \Gamma_{33} &= C_{55} n_1^2 + C_{44} n_2^2 + C_{33} n_3^2 + 2C_{45} n_1 n_2 + 2C_{35} n_1 n_3 + 2C_{34} n_2 n_3
 \end{aligned} \tag{2.13}$$

La matrice de rigidité a pour expression :

$$\begin{Bmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{33} \\ \sigma_{23} \\ \sigma_{13} \\ \sigma_{12} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & C_{14} & C_{15} & C_{16} \\ & C_{22} & C_{23} & C_{24} & C_{25} & C_{26} \\ & & C_{33} & C_{34} & C_{35} & C_{36} \\ & & & C_{44} & C_{45} & C_{46} \\ & & & & C_{55} & C_{56} \\ & & & & & C_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \epsilon_{11} \\ \epsilon_{22} \\ \epsilon_{33} \\ 2\epsilon_{23} \\ 2\epsilon_{13} \\ 2\epsilon_{12} \end{Bmatrix} \tag{2.14}$$

symétrie

### 2-1) Propagation des ondes élastiques dans un composite orthotrope

Un matériau orthotrope, présentant trois plans de symétrie élastique orthogonaux et est caractérisé par neuf constantes élastiques indépendantes. Dans ce cas l'équation (2.3) s'écrit :

$$\begin{Bmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{33} \\ \sigma_{23} \\ \sigma_{13} \\ \sigma_{12} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & 0 & 0 & 0 \\ & C_{22} & C_{23} & 0 & 0 & 0 \\ & & C_{33} & 0 & 0 & 0 \\ & & & C_{44} & 0 & 0 \\ & & & & C_{55} & 0 \\ & & & & & C_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \epsilon_{11} \\ \epsilon_{22} \\ \epsilon_{33} \\ 2\epsilon_{23} \\ 2\epsilon_{13} \\ 2\epsilon_{12} \end{Bmatrix} \tag{2.15}$$

symétrie

Ainsi, les termes de rigidités de Christoffel  $\Gamma_{ii}$  de l'équation 2.13 se réduisent à :

$$\begin{aligned}
 \Gamma_{11} &= C_{11} n_1^2 + C_{66} n_2^2 + C_{55} n_3^2 \\
 \Gamma_{12} &= (C_{12} + C_{66}) n_1 n_2 \\
 \Gamma_{13} &= (C_{13} + C_{55}) n_1 n_3 \\
 \Gamma_{22} &= C_{66} n_1^2 + C_{22} n_2^2 + C_{44} n_3^2 \\
 \Gamma_{23} &= (C_{23} + C_{44}) n_2 n_3 \\
 \Gamma_{33} &= C_{55} n_1^2 + C_{44} n_2^2 + C_{33} n_3^2
 \end{aligned} \tag{2.16}$$

Dans la figure 2-1, l'axe  $x_1$  est parallèle aux fibres d'un composite unidirectionnel dont les trois axes  $x_1, x_2, x_3$  sont les axes principaux. Lorsqu'une onde élastique plane se propage suivant la direction  $x_1$ , elle excite les deux particules sur les deux directions  $x_2$  et  $x_3$  suivant les trois axes. Cependant, chaque mouvement particulière doit être indépendamment associé à la vitesse de propagation de l'onde élastique. Par exemple, l'onde élastique associée à la direction  $x_1$  sur la figure 2-1 peut être appelée "onde élastique longitudinale" et les deux autres ondes élastiques

associées aux deux directions  $x_2$  et  $x_3$  peuvent être appelées, respectivement, "onde élastique transversale" et "onde élastique de cisaillement".

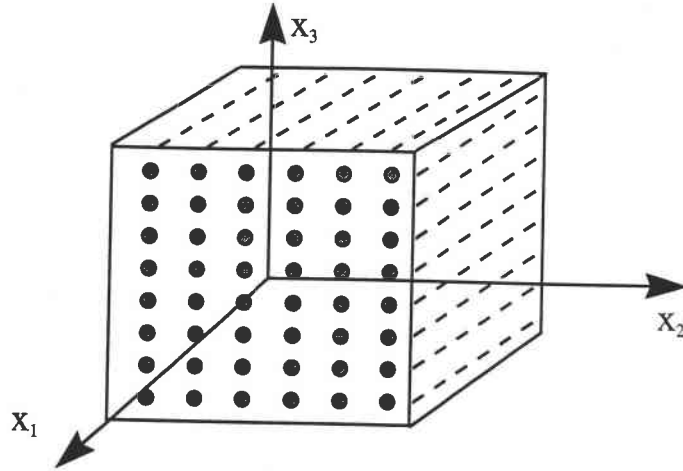


Figure 2-1 : Système de coordonnées pour un composite unidirectionnel.

Si l'onde élastique plane se propage suivant la direction  $x_1$  (figure 2-1), les modules des vecteurs de normalité sont  $n_1 = 1$  et  $n_2 = n_3 = 0$ , l'équation (2.16) se réduit donc à :

$$\begin{aligned} \Gamma_{11} &= C_{11}, \quad \Gamma_{22} = C_{66}, \quad \Gamma_{33} = C_{55}, \\ \Gamma_{12} &= \Gamma_{13} = \Gamma_{23} = 0 \end{aligned} \quad (2.17)$$

En introduisant l'équation (2.17) dans l'équation (2.11), on obtient :

$$(C_{11} - \rho c_n^2)(C_{66} - \rho c_n^2)(C_{55} - \rho c_n^2) = 0 \quad (2.18)$$

Les racines caractéristiques de l'équation (2.18) impliquent la possibilité des trois vitesses de propagation d'onde élastique suivantes :

$$c_{11L} = \sqrt{\frac{C_{11}}{\rho}}, \quad c_{12T} = \sqrt{\frac{C_{66}}{\rho}}, \quad c_{13T} = \sqrt{\frac{C_{55}}{\rho}} \quad (2.19)$$

Le tableau 2-1 résume les résultats des diverses possibilités de propagation d'ondes élastiques en fonction des vecteurs de normalité  $n_1$ ,  $n_2$  et  $n_3$ .

Onde normale	Direction particulière	Onde	Vitesse de phase
$n_1 = 1$	$x_1$	longitudinale	$\rho c_{11L} = C_{11}$
$n_2 = 0$	$x_2$	transversale	$\rho c_{12T} = C_{66}$
$n_3 = 0$	$x_3$	transversale	$\rho c_{13T} = C_{55}$
$n_1 = 0$	$x_1$	transversale	$\rho c_{21T} = C_{66}$
$n_2 = 1$	$x_2$	longitudinale	$\rho c_{22L} = C_{22}$
$n_3 = 0$	$x_3$	transversale	$\rho c_{23T} = C_{44}$
$n_1 = 0$	$x_1$	transversale	$\rho c_{31T} = C_{55}$
$n_2 = 0$	$x_2$	transversale	$\rho c_{32T} = C_{44}$
$n_3 = 1$	$x_3$	longitudinale	$\rho c_{33L} = C_{33}$
$n_1 = 0$	$x_1$	quasi-transversale	$\rho c_n^2 = C_{66} n_2^2 + C_{55} n_3^2$
$n_2 \neq 0$	$x_2 - x_3$	quasi-longitudinale	$(C_{22} n_2^2 + C_{44} n_3^2 - \rho c_n^2) (C_{44} n_2^2 + C_{33} n_3^2 - \rho c_n^2)$
$n_3 \neq 0$	plane	quasi-transversale	$= (C_{23} + C_{44})^2 n_2^2 n_3^2$
$n_2 = 0$	$x_3$	transversale	$\rho c_n^2 = C_{66} n_1^2 + C_{44} n_3^2$
$n_1 \neq 0$	$x_1 - x_3$	quasi-longitudinale	$(C_{11} n_1^2 + C_{55} n_3^2 - \rho c_n^2) (C_{55} n_1^2 + C_{33} n_3^2 - \rho c_n^2)$
$n_3 \neq 0$	Plane	quasi-transversale	$= (C_{13} + C_{55})^2 n_1^2 n_3^2$
$n_3 = 0$	$x_3$	transversale	$\rho c_n^2 = C_{55} n_1^2 + C_{44} n_2^2$
$n_1 \neq 0$	$x_1 - x_2$	quasi-longitudinale	$(C_{11} n_1^2 + C_{66} n_2^2 - \rho c_n^2) (C_{66} n_1^2 + C_{22} n_2^2 - \rho c_n^2)$
$n_2 \neq 0$	Plane	quasi-transversale	$= (C_{12} + C_{66})^2 n_1^2 n_2^2$

Tableau 2-1 : Relation entre les constantes élastiques et les vitesses d'onde élastique pour un matériau orthotrope élastique [75, 76].

2-2) Vitesses d'ondes élastiques dans les poutres composites

Considérons à présent le cas d'un composite sous forme d'une poutre unidirectionnelle. Pour remonter à la vitesse de propagation d'une onde élastique dans la poutre composite et ce, suivant le sens d'orientation des fibres, nous ferons appel à la théorie du module équivalent. A cet effet, dans le cas où les fibres seraient parallèles à l'axe de la poutre (figure 2-2 (a)), le module équivalent  $E_{1L}$ , ainsi que la densité équivalente du composite peuvent être obtenus, en utilisant la loi de mélange donnée par l'expression suivante :

$$\begin{aligned}
 E_{1L} &= E_f V_f + E_m V_m \\
 \rho_c &= \rho_f V_f + \rho_m V_m
 \end{aligned}
 \tag{2.20}$$

$V_f$  et  $V_m$  représentent respectivement la fraction volumique des fibres et celle de la matrice. Ces deux fractions vérifient  $V_f + V_m = 1$ .

$E_f$ ,  $E_m$  et  $\rho_f$ ,  $\rho_m$ , représentent les modules de Young et les densités des fibres et de la matrice. Comme la densité est une grandeur scalaire, la densité équivalente des matériaux composites est identique dans toutes les directions.

A partir de la relation  $c = \sqrt{\frac{E}{\rho}}$ , on peut déduire la vitesse de propagation de l'onde élastique dans la direction parallèle aux fibres :

$$c_{1L} = \sqrt{\frac{C_{11}}{\rho_c}} = \sqrt{\frac{E_{1L}}{\rho_c}} = \left( \frac{E_f V_f + E_m V_m}{\rho_f V_f + \rho_m V_m} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (2.21)$$

Concernant le cas où les fibres sont perpendiculaires à l'axe de la poutre (figure 2-2b), le module équivalent du composite est estimé par [75] :

$$E_{2L} = \frac{E_m(1 + 2\eta V_f)}{1 - \eta V_f} \quad (2.22)$$

avec,

$$\eta = \frac{(E_f/E_m) - 1}{(E_f/E_m) + 2}$$

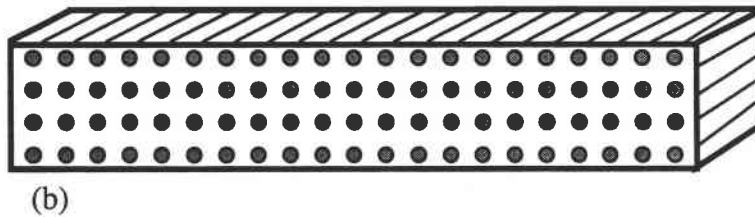
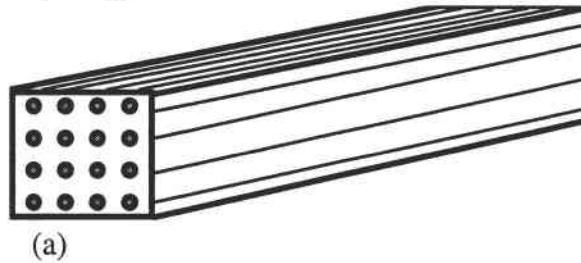


Figure 2-2 : Poutre uniaxiale avec fibres unidirectionnelles :  
(a) Longitudinale (b) Transversale.

Ainsi, la vitesse de propagation de l'onde élastique dans la direction perpendiculaire à l'axe de la poutre est donnée par l'expression suivante :

$$c_{2L} = \left[ \frac{E_m(1 + 2\eta V_f)}{(\rho_f V_f + \rho_m V_m)(1 - \eta V_f)} \right] \quad (2.23)$$

Il est évident de constater que  $E_{1L} > E_{2L}$ , et ainsi  $C_{1L} > C_{2L}$ .

En conclusion, la vitesse de propagation d'une onde élastique parallèle aux fibres, est toujours supérieure à celle perpendiculaire aux fibres. Les résultats expérimentaux obtenus par **Ross et coll.** [75], dans le cas des poutres composites epoxy renforcées par des filaments d'acier

(figure 2-3), montrent que la vitesse de propagation d'onde perpendiculaire aux fibres reste plus faible que celle de l'onde parallèle aux fibres. Ceci étant valable jusqu'à une fraction volumique des fibres voisine de 0.7.

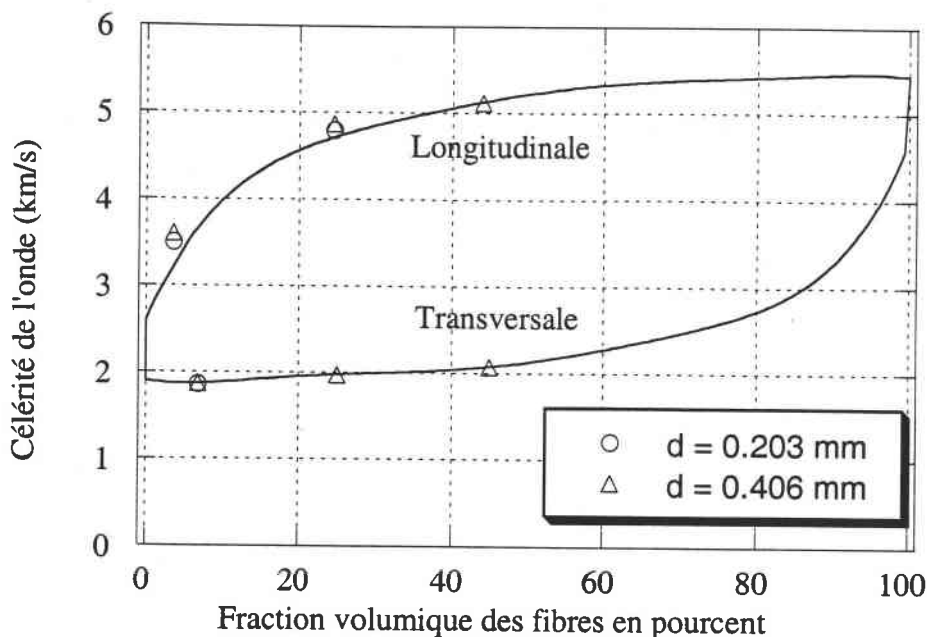


Figure 2-3 : Célérité de l'onde pour une poutre composite epoxy renforcée par des filaments d'acier [75].

### 2-3) Vitesses d'ondes élastiques dans une plaque composite laminaire orthotrope

Considérons à présent le cas d'une plaque composite laminaire orthotrope avec des fibres unidirectionnelles. Comme le montre la figure 2-4, les fibres sont orientées suivant l'axe  $x_1$ .

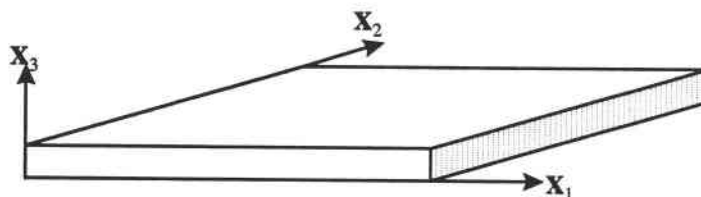


Figure 4 : Plaque composite avec des fibres unidirectionnelles

Les vitesses de propagation d'ondes élastiques longitudinales au plan  $(x_1, x_2)$  sont données, d'après Daniel et coll. [77] et Takeda [78], par les expressions suivantes :

$$c_{11L} = \sqrt{\frac{C_{11}}{\rho}} = \sqrt{\frac{E_{11}}{\rho(1 - \nu_{12}\nu_{21})}}$$

$$c_{22L} = \sqrt{\frac{C_{22}}{\rho}} = \sqrt{\frac{E_{22}}{\rho(1 - \nu_{12}\nu_{21})}} \quad (2.24)$$

Les vitesses de propagation d'ondes élastiques de cisaillement perpendiculaires à la plaque suivant l'axe  $x_3$  s'écrivent :

$$\begin{aligned} c_{13T} &= \sqrt{\frac{C_{55}}{\rho}} = \sqrt{\frac{G_{13}}{\rho}} = \sqrt{\frac{G_{12}}{\rho}} \\ c_{23T} &= \sqrt{\frac{C_{44}}{\rho}} = \sqrt{\frac{G_{23}}{\rho}} = \sqrt{\frac{E_{33}}{2\rho(1+\nu_{23})}} = \sqrt{\frac{E_{22}}{2\rho(1+\nu_{23})}} \end{aligned} \quad (2.25)$$

Une onde de cisaillement qui se propage suivant le plan  $(x_1, x_2)$  à  $45^\circ$  avec  $n_1 = n_2 = 1/\sqrt{2}$ ,  $n_3=0$ , présente une vitesse de propagation donnée par la relation suivante :

$$c_{(45)T} = \sqrt{\frac{C_{44} + C_{55}}{2\rho}} = \sqrt{\frac{G_{13} + G_{23}}{2\rho}} = \sqrt{\frac{c_{13T}^2 + c_{23T}^2}{2}} \quad (2.26)$$

Les vitesses de propagation d'ondes dans des plaques à plis renforcés ou croisés dépendent aussi bien du nombre de plis que d'autres propriétés. Par exemple, pour une plaque composite laminaire orthotrope avec des fibres unidirectionnelles  $[0^\circ 90^\circ 0^\circ]$ , les vitesses de propagation d'ondes élastiques sont associées aux directions des axes  $x_1$  et  $x_2$  [79] :

$$\begin{aligned} c_{xxL} &= \sqrt{\frac{E_{xx}}{\rho(1-\nu_{xy}\nu_{yz})}}, \quad c_{yyL} = \sqrt{\frac{E_{yy}}{\rho(1-\nu_{xy}\nu_{yz})}} \\ c_{xxT} &= \sqrt{\frac{G_{xz}}{\rho}}, \quad c_{yyT} = \sqrt{\frac{G_{yz}}{\rho}} \end{aligned} \quad (2.27)$$

Etant données que  $E_{22[0^\circ]} = E_{11[90^\circ]}$ ,  $E_{22[90^\circ]} = E_{11[0^\circ]}$ ,  $G_{23[0^\circ]} = G_{13[90^\circ]}$ ,  $G_{23[90^\circ]} = G_{13[0^\circ]}$ ,  $\nu_{12[90^\circ]} = \nu_{21[0^\circ]}$  et  $\nu_{21[90^\circ]} = \nu_{12[0^\circ]}$ , on a donc en moyenne :

$$\begin{aligned} E_{xx} &= \frac{2E_{11[0^\circ]} + E_{11[90^\circ]}}{3} = \frac{2E_{11[0^\circ]} + E_{22[0^\circ]}}{3} \\ E_{yy} &= \frac{2E_{22[0^\circ]} + E_{22[90^\circ]}}{3} = \frac{2E_{22[0^\circ]} + E_{11[0^\circ]}}{3} \\ G_{xz} &= \frac{2G_{13[0^\circ]} + G_{13[90^\circ]}}{3} = \frac{2G_{13[0^\circ]} + G_{23[0^\circ]}}{3} \\ G_{yz} &= \frac{2G_{23[0^\circ]} + G_{23[90^\circ]}}{3} = \frac{2G_{23[0^\circ]} + G_{13[0^\circ]}}{3} \\ \nu_{xy} &= \frac{2\nu_{12[0^\circ]} + \nu_{12[90^\circ]}}{3} = \frac{2\nu_{12[0^\circ]} + \nu_{21[0^\circ]}}{3} \\ \nu_{yz} &= \frac{2\nu_{21[0^\circ]} + \nu_{21[90^\circ]}}{3} = \frac{2\nu_{21[0^\circ]} + \nu_{12[0^\circ]}}{3} \end{aligned} \quad (2.28)$$

où  $E$ ,  $G$  et  $\nu$  sont respectivement le module de Young, le module de cisaillement et le coefficient de Poisson. Les indices 1, 2 et 3 représentent les directions principales de la couche.



### II-3 PROPAGATION DES ONDES ELASTIQUES ENGENDREES PAR UN CHOC DANS UN MATERIAU COMPOSITE

Pour étudier la propagation des ondes élastiques engendrées par un choc, **Moon [81]** considère le cas d'un composite orthotrope sous forme d'une plaque. Cette dernière a été fabriquée de telle sorte que le couplage flexion-extension est négligeable, afin d'avoir une longueur d'onde plus grande que l'épaisseur du pli et cent fois plus grande que le diamètre des fibres. La plaque est un composite stratifié constitué de  $n$  plis, et est considérée comme un matériau anisotrope. Ses propriétés élastiques principales sont calculées à partir de l'analyse statique d'une plaque de  $n$  plis.

Les équations de base pour la propagation d'ondes élastiques dans de telles plaques sont données par l'équation 2.7.

Ainsi, pour un élément de la plaque d'épaisseur  $2b$  (**figure 2-5**), soumis à une pression  $p(x_1, x_2, t)$ , **Moon [80]** décrit les mouvements de la plaque en supposant que celle-ci est soumise à des déplacements du même type que ceux développés par **Mindlin [80]**.

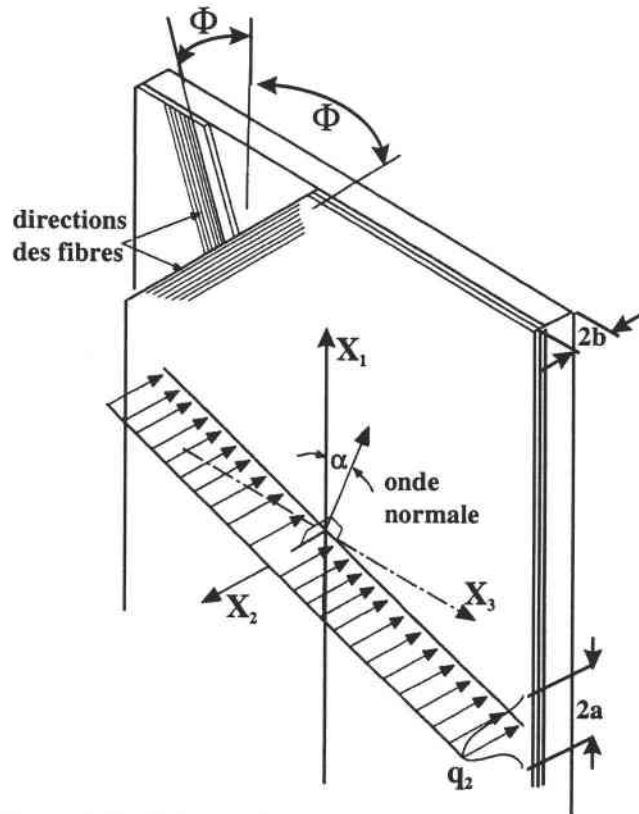


Figure 2-5 : Schéma d'impact de la plaque composite.

Ce type de déplacement permet de prendre en compte les cisaillements transversaux dans la plaque composite. Les composantes des déplacements peuvent être exprimées sous forme d'une

série de polynômes de Legendre :

$$u_i = \sum P_n(h) u_i^{(n)}(x_1, x_3, t)$$

avec

$$h = \frac{x_2}{b}, \quad p_0(h) = 1, \quad p_1(h) = h \quad \text{et} \quad p_2(h) = \frac{3h^2 - 1}{2} \quad (2.29)$$

Les quantités  $u_i^{(n)}$  ont les significations suivantes :

$u_1^0$  et  $u_3^0$  : déplacements dans le plan,

$u_2^0$  : déplacement transversal de la plaque,

$u_1^1$  et  $u_3^1$  : déplacements en flexion,

$u_2^1$  : allongement mesuré dans la direction de l'épaisseur de la plaque.

Au lieu de résoudre directement l'équation 2.6, on passe par un problème variationnel ; l'intégration de ces équations donne :

$$\int_A \int_{-1}^1 (\sigma_{ij,j} - \rho \ddot{u}_i) \delta u_i b \, dh \, dA = 0 \quad (2.30)$$

ici,  $\delta u_i$  et  $\sigma_{ij}$  peuvent être déterminés en utilisant l'équation (2.29), l'équation (2.30) conduit à :

$$b \sigma_{\beta i}^{(n)} + [p_n(h) \sigma_{2i}]_{-1}^1 - \sigma_{2i}^{(n)} = \rho b \frac{2}{2h+1} \ddot{u}_i^{(n)}$$

où  $\beta = 1, 3$

$$\sigma_{\beta i}^{(n)} = \int_{-1}^1 p_n(h) \sigma_{\beta i} \, dh$$

$$\sigma_{2i}^{(n)} = \int_{-1}^1 \frac{dp_n}{dh} \sigma_{2i} \, h \quad (2.31)$$

En appliquant une force d'impact ( $-q_2$ ) sur la surface supérieure de la plaque, les conditions aux limites peuvent être exprimées par :

$$\sigma_{22}(h = 1) = -q_2$$

$$\sigma_{22}(h = -1) = \sigma_{22}(h = \pm 1) = \sigma_{23}(h = \pm 1) = 0 \quad (2.32)$$

L'ensemble infini d'équations peut être tronqué en négligeant tous les termes d'ordre élevé, tels que  $u_1^{(2)}$ ,  $u_3^{(2)}$ , et ainsi de suite. De plus, pour une symétrie orthogonale, il est estimé que  $n=0, 1$  et  $2$ , et certains termes contenant des dérivés seconds pour  $n = 2$  dans l'équation 2.29 sont négligés. Physiquement, cela implique que les termes de fréquences élevées sont ignorés. Les termes restant sont  $u_1^0$ ,  $u_2^0$ ,  $u_3^0$ ,  $u_1^1$ ,  $u_2^1$ ,  $u_3^1$ ,  $u_2^{(2)}$  : En combinant les équations 2.29, 2.15 et les conditions aux limites (Equation 2.32) en  $h = 1$  et  $h=-1$ , on peut écrire :

$$\begin{aligned} C_{12} \left( \frac{\partial u_1^0}{\partial x_1} + \frac{\partial u_1^1}{\partial x_1} \right) + C_{22} \left( \frac{u_2^1}{b} + \frac{3u_2^2}{b} \right) + C_{23} \left( \frac{\partial u_3^0}{\partial x_3} + \frac{\partial u_3^1}{\partial x_3} \right) &= q_2 \\ C_{12} \left( \frac{\partial u_1^0}{\partial x_1} - \frac{\partial u_1^1}{\partial x_1} \right) + C_{22} \left( \frac{u_2^1}{b} + \frac{3u_2^2}{b} \right) + C_{23} \left( \frac{\partial u_3^0}{\partial x_3} - \frac{\partial u_3^1}{\partial x_3} \right) &= 0 \end{aligned} \quad (2.33)$$

Ainsi, en ajoutant ces équations, les relations exprimant les déformations en flexion  $u_2^1$  et  $u_2^2$  s'écrivent :

$$\begin{aligned} q_2 - 2 \left[ C_{22} \frac{u_2^1}{b} + C_{12} \frac{\partial u_1^0}{\partial x_1} + C_{23} \frac{\partial u_3^0}{\partial x_3} \right] &= 0 \\ q_2 - 2 \left[ C_{22} \frac{2u_2^{(2)}}{b} + C_{12} \frac{\partial u_1^1}{\partial x_1} + C_{23} \frac{\partial u_3^1}{\partial x_3} \right] &= 0 \end{aligned} \quad (2.34)$$

En éliminant les termes  $u_2^1$  et  $u_2^{(2)}$  de l'équation 2.31, les équations de propagation d'ondes s'expriment par :

$$\rho \frac{\partial^2 u_1^0}{\partial t^2} = C_{11}^* \frac{\partial^2 u_1^0}{\partial x_1^2} + C_{55} \frac{\partial^2 u_1^0}{\partial x_3^2} + (C_{55} + C_{13}^*) \frac{\partial^2 u_3^0}{\partial x_1 \partial x_3} + \frac{C_{12}}{2C_{22}} \frac{\partial q_2}{\partial x_1} \quad (2.35)$$

$$\rho \frac{\partial^2 u_3^0}{\partial t^2} = C_{33}^* \frac{\partial^2 u_3^0}{\partial x_3^2} + C_{55} \frac{\partial^2 u_3^0}{\partial x_1^2} + (C_{55} + C_{13}^*) \frac{\partial^2 u_1^0}{\partial x_1 \partial x_3} + \frac{C_{23}}{2C_{22}} \frac{\partial q_2}{\partial x_3} \quad (2.36)$$

$$\rho \frac{\partial^2 u_2^0}{\partial t^2} = C_{66} \frac{\partial^2 u_2^0}{\partial x_1^2} + C_{44} \frac{\partial^2 u_2^0}{\partial x_3^2} + C_{66} \frac{1}{b} \frac{\partial u_1^1}{\partial x_1} + C_{44} \frac{1}{b} \frac{\partial u_3^1}{\partial x_3} + \frac{1}{2b} q_2 \quad (2.37)$$

$$\rho \frac{\partial^2 u_1^1}{\partial t^2} = C_{11}^* \frac{\partial^2 u_1^1}{\partial x_1^2} + C_{55} \frac{\partial^2 u_1^1}{\partial x_3^2} + (C_{55} + C_{13}^*) \frac{\partial^2 u_3^1}{\partial x_1 \partial x_3} \quad (2.38)$$

$$- \frac{3}{b} C_{66} \left( \frac{\partial u_2^0}{\partial x_1} + \frac{u_1^1}{b} \right) + \frac{C_{12}}{2C_{22}} \frac{\partial q_2}{\partial x_1}$$

$$\rho \frac{\partial^2 u_3^1}{\partial t^2} = C_{33}^* \frac{\partial^2 u_3^1}{\partial x_3^2} + C_{55} \frac{\partial^2 u_3^1}{\partial x_1^2} + (C_{55} + C_{13}^*) \frac{\partial^2 u_1^1}{\partial x_1 \partial x_3} \quad (2.39)$$

$$- \frac{3}{b} C_{44} \left( \frac{\partial u_2^0}{\partial x_3} + \frac{u_3^1}{b} \right) + \frac{C_{23}}{2C_{22}} \frac{\partial q_2}{\partial x_3}$$

où

$$C_{11}^* = C_{11} - \frac{C_{12}^2}{C_{22}}$$

$$C_{33}^* = C_{33} - \frac{C_{23}^2}{C_{22}}$$

$$C_{13}^* = C_{13} - \frac{C_{12} C_{23}}{C_{22}}$$

Les équations (2.35) et (2.36) sont relatives aux propagations des ondes dans le plan, tandis que les équations (2.37- 2.39) sont relatives aux propagations des ondes transversales.

En supposant que le choc perpendiculaire à la plaque puisse engendrer des ondes planes et des ondes transversales, ces deux types d'ondes sont responsables de la propagation des dommages dans les plaques stratifiées.

En considérant les équations de mouvement dans le plan (Equations 2.35 et 2.36) et en utilisant la solution générale représentée par l'équation 2.7, on aura :

$$\begin{aligned} u_1^0 &= A_1 f(n_i x_i - c_n t) \\ u_3^0 &= A_3 f(n_i x_i - c_n t) \end{aligned} \quad (2.40)$$

En substituant la solution précédente dans les équations 2.35 et 2.36, l'équation algébrique pour un vecteur normal  $n_i$  prend la forme suivante :

$$\begin{bmatrix} \Gamma_{11}^* & \Gamma_{13}^* \\ \Gamma_{31}^* & \Gamma_{33}^* \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_1 \\ A_3 \end{bmatrix} = c_n^2 \begin{bmatrix} A_1 \\ A_3 \end{bmatrix} \quad (2.41)$$

$$\begin{aligned} \Gamma_{11}^* &= C_{11}^* n_1^2 + C_{55} n_3^2 \\ \Gamma_{33}^* &= C_{33}^* n_3^2 + C_{55} n_1^2 \\ \Gamma_{13}^* &= \Gamma_{31}^* = (C_{13}^* + C_{55}) n_1 n_3 \\ n_1 &= \cos \alpha, \quad n_3 = \sin \alpha \end{aligned}$$

Les termes  $\Gamma_{ij}^*$ , définis positivement, assurent l'existence de deux racines positives. chacune d'entre elles correspond à deux ondes propagées dans le plan. Ces racines sont tirées de l'équation suivante :

$$\det[\Gamma_{ij}^* - \rho c_n^2 \delta_{ij}] = 0 \quad (2.42)$$

Pour des matériaux isotropes, la plus grande racine correspond à l'onde longitudinale tandis que la plus petite correspond à l'onde transversale.

Considérons les mouvements d'ondes transversales représentés par les équations (2.37-2.39), les solutions d'onde plane données par l'équation 2.40 sont représentées par Moon [80] sous forme de fonctions harmoniques :

$$\begin{bmatrix} u_1^1 \\ u_3^1 \\ u_2^0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -b\psi_3 \\ b\psi_1 \\ A_2 \end{bmatrix} e^{ik(n_i x_i - c_n t)} \quad (2.43)$$

où  $\psi_1$  et  $\psi_3$  sont les pentes du plan médian de la plaque dues à la flexion. La vitesse de phase  $c_n$  dépend de la normale  $n_i$  et de la fréquence  $\omega = kc_n$ .

La procédure utilisée pour déterminer les ondes de flexion est basée sur les hypothèses suivantes :

1/ Les déplacements et les contraintes sont continus sur le front d'onde.

- 2/ Les dérivés seconds de A, sont discontinus sur le front d'onde.  
 3/ La fonction  $\Psi(x_1, x_3)$  est discontinue sur le front d'onde.  
 Par conséquent,

$$\begin{aligned} [u_{2,1}^0] &= [u_{2,3}^0] = 0 \\ [u_{1,1}^1] &= [u_{1,3}^1] = 0 \\ [u_{3,1}^1] &= [u_{3,3}^1] = 0 \end{aligned} \quad (2.44)$$

Les équations de mouvement (Equations 2.37-2.39) sont valables pour les deux formes de l'onde. Ces relations peuvent être simplifiées :

$$\begin{aligned} \rho \left[ \frac{\partial^2 u_2^0}{\partial t^2} \right] &= C_{66} \left[ \frac{\partial^2 u_2^0}{\partial x_1^2} \right] + C_{44} \left[ \frac{\partial^2 u_2^0}{\partial x_3^2} \right] \\ \rho \left[ \frac{\partial^2 u_1^1}{\partial t^2} \right] &= C_{11}^* \left[ \frac{\partial^2 u_1^1}{\partial x_1^2} \right] + C_{55} \left[ \frac{\partial^2 u_1^1}{\partial x_3^2} \right] + (C_{55} + C_{13}^*) \left[ \frac{\partial^2 u_3^1}{\partial x_1 \partial x_3} \right] \\ \rho \left[ \frac{\partial^2 u_3^1}{\partial t^2} \right] &= C_{33}^* \left[ \frac{\partial^2 u_3^1}{\partial x_3^2} \right] + C_{55} \left[ \frac{\partial^2 u_3^1}{\partial x_1^2} \right] + (C_{55} + C_{13}^*) \left[ \frac{\partial^2 u_1^1}{\partial x_1 \partial x_3} \right] \end{aligned} \quad (2.45)$$

En considérant des sauts en accélération et, par conséquent, en déformation d'un front d'onde plane de vecteur unitaire normal  $n_i$ , on obtient les relations suivantes :

$$\Psi_{,ij} = \frac{n_i n_j}{c_n^2} \ddot{\Psi} \quad (2.46)$$

En introduisant l'équation 2.46 dans l'équation 2.45, les équations algébriques linéaires d'accélération s'écrivent :

$$\begin{aligned} \rho c_n^2 &= C_{66} n_1^2 + C_{44} n_3^2 \\ \begin{bmatrix} \Gamma_{11}^* & \Gamma_{13}^* \\ \Gamma_{13}^* & \Gamma_{33}^* \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{\partial^2 u_1^1}{\partial t^2} \\ \frac{\partial^2 u_3^1}{\partial t^2} \end{bmatrix} &= c_n^2 \begin{bmatrix} \frac{\partial^2 u_1^1}{\partial t^2} \\ \frac{\partial^2 u_3^1}{\partial t^2} \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (2.47)$$

où  $\Gamma_{ij}$  est donnée par l'équation 2.41.

Ce résultat est intéressant puisque la relation obtenue ci-dessus indique que les ondes d'accélération en flexion  $\frac{\partial^2 u_1^1}{\partial t^2}$  et  $\frac{\partial^2 u_3^1}{\partial t^2}$  se propagent avec la même vitesse que les ondes planes.

**II-4 CONCLUSION**

Dans ce chapitre nous avons passé en revue quelques développements théoriques sur la propagation des ondes élastiques dans les matériaux composites. Que ce soit par l'étude de la propagation proprement dite ou celle engendrée par un choc au sein des composites étudiés, nous nous sommes limités à des configurations simplifiées.

Dans les deux chapitres qui vont suivre, nous allons voir comment nous nous servons de la théorie des ondes élastiques pour caractériser le composite étudié.

## CHAPITRE III

# DETERMINATION DES MODULES ELASTIQUES DYNAMIQUES LONGITUDINAUX

### Chapitre III

## DETERMINATION DES MODULES ELASTIQUES DYNAMIQUES LONGITUDINAUX

### III-1) INTRODUCTION

Les constantes élastiques des matériaux sont d'une grande importance, autant pour les sciences de l'ingénieur que pour la technologie, car elles décrivent le comportement mécanique du matériau. Pour les solides, ces constantes sont généralement représentées par les modules élastiques longitudinaux  $E$  ou transversaux  $G$  et par le coefficient de Poisson  $\nu$ . Contrairement aux cas où les chargements sont statiques, pour lesquels ces constantes sont bien définies, lorsque le matériau est soumis à des efforts dynamiques, leur détermination s'avère très compliquée. Pendant longtemps, les constantes dynamiques ont été estimées à partir des grandeurs statiques. Par la suite, elles ont été mesurées par des méthodes acoustiques. Cependant, celles-ci ne permettent pas de couvrir une gamme de contraintes très étendue et ne donnent la matrice de rigidité complexe qu'à hautes fréquences (0.5 à 10 MHz).

Ce chapitre présente l'étude que nous avons menée pour déterminer le module élastique dynamique, caractéristique du matériau composite étudié. Pour ce faire, nous avons utilisé le dispositif des barres de Hopkinson. Contrairement aux méthodes acoustiques, ce type d'appareillage couvre une large gamme de contraintes dans une gamme de fréquences très basse. De plus, le dispositif des barres de Hopkinson a été retenu suite au nouveau procédé développé par **Klepaczko [83]** pour déterminer le module d'élasticité. Celui-ci a été appliqué avec succès dans le cas du mortier. Aussi nous est-il paru normal de l'appliquer dans le cas des composites.

### III-2) MATERIAU ETUDIE

Les composites à matrice thermoplastique suscitent un grand intérêt dans le domaine de l'industrie automobile : leurs temps de cycle courts en fait des concurrents sérieux des métaux et composites thermodurcissables.

La transformation des composites à matrice thermodurcissable, renforcés de fibres continues, est un procédé très répandu. Cela présente un coût qui concurrence la production de pièces métalliques. Par contre, en ce qui concerne les moyennes et grandes séries, ce n'est plus le cas, car leur temps de cycle pénalise les composites thermodurcissables. Les composites thermoplastiques, quant à eux, permettent entre autres avantages, des temps de cycle très courts. A l'heure actuelle, on distingue trois sortes de composites thermoplastiques : tout d'abord les GMT (Glassmat Reinforced Thermoplastic) à matrice PP principalement renforcés de fibres longues qui sont des produits "bon marché" utilisés fréquemment par l'industrie automobile, ensuite les "Advanced Composites", des produits renforcés de fibres continues avec matrices à hautes températures de type PSU, PES, PEI, PEKK et PEEK qui trouvent dans l'aérospatial l'essentiel de leurs applications. Entre ces deux extrêmes, on trouve les composites



thermoplastiques dits "plastiques techniques", de plus en plus présents, qui conservent les propriétés mécaniques que leurs confèrent les fibres lorsque la matrice peut supporter les efforts d'une fibre à l'autre et conserver une liaison suffisante avec chacune des fibres. Le Polyamide 6 fait partie des plastiques techniques appropriés.

Les composites à matrice polyamide 6 effectuent une percée dans de nombreux secteurs grâce à leurs propriétés mécaniques. Toutefois, pour optimiser leur résistance à la traction, à la flexion et au choc, le choix du renfort est déterminant.

Le polyamide n'a pas fini de nous étonner. Avec un renfort adéquat, certaines applications sont ainsi optimisées. Depuis quelques années, les PA occupent une bonne place dans les plastiques techniques. Cette position résulte de leurs bonnes propriétés thermiques, mécaniques, électriques ainsi que de leurs caractéristiques tribologiques remarquables. En outre, leur transformation est aisée. Pour un grand nombre d'applications, surtout dans le cas du remplacement des métaux, les exigences, au niveau de la rigidité, de la stabilité dimensionnelle et de la température de fléchissement sous charge, imposent un renforcement. Les PA renforcés par des fibres de verre satisfont à la plupart de ces exigences. L'anisotropie de ces matériaux entraîne, dans certaines applications, un gauchissement des pièces. L'orientation des fibres de verre entraîne également une anisotropie des propriétés mécaniques. Depuis une dizaine d'années, les PA renforcés apportent d'autres solutions tout aussi fiables.

Le matériau auquel cette étude s'intéresse est un nouveau composite constitué par une matrice de type Polyamide 6 renforcée par des tissus en fibre de verre avec une séquence d'empilement  $0^\circ/90^\circ$ . Il nous a été fourni sous forme d'une plaque d'épaisseur 9 mm, élaboré par l'**Université de Kaiserslautern Institut For Composite Materials GmbH**, fabriqué à l'aide d'une machine à double ceinture "Double Belt Press" (figure 3-1).

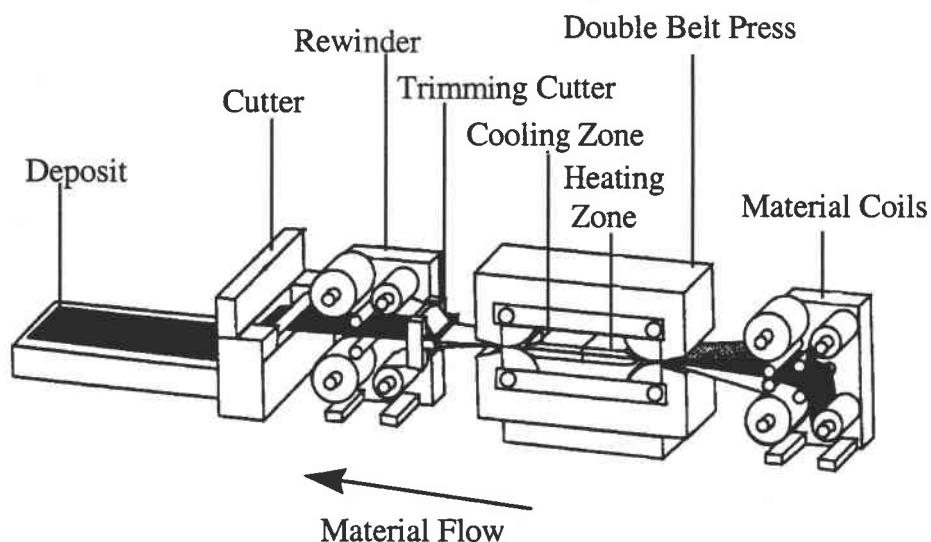


Figure 3-1 : Machine à "Double Belt Press" [85].

Les cycles employés pour la mise en oeuvre de ce matériau sont préconisés par le fournisseur (figure 3-2) (Ostgathe et coll. [84].)

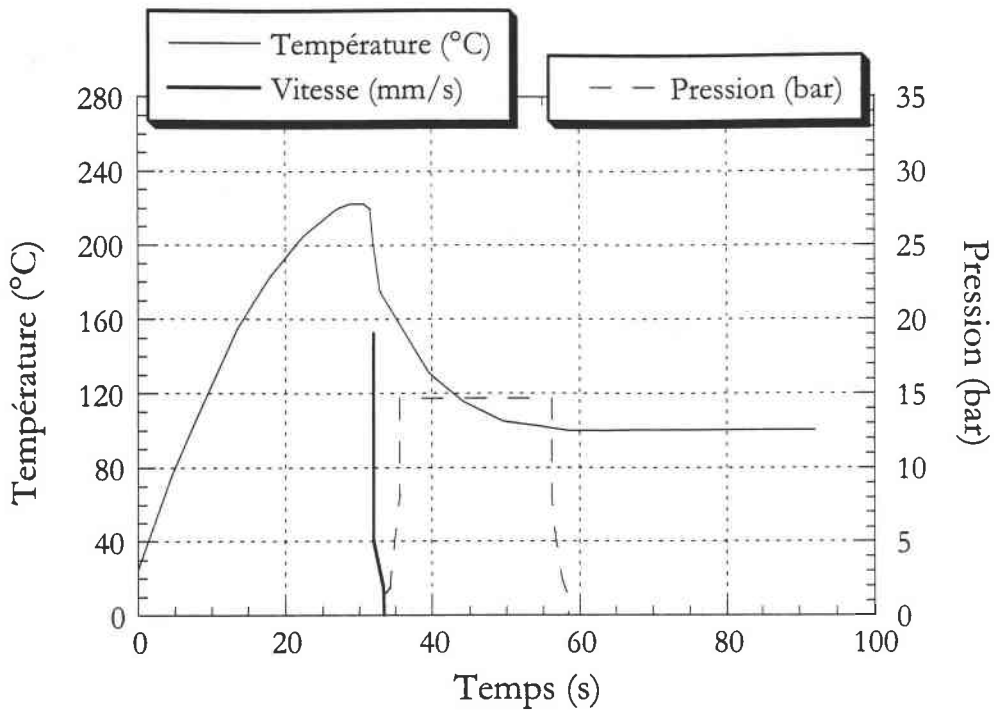


Figure 3-2 : Cycle de réticulation pour plaques composites Polyamide 6/verre [84].

Les fibres de verre ont un diamètre moyen de  $10 \mu\text{m}$  et représentent 50% du volume du composite. Elles sont groupées par paquets d'environ 1430 filaments pour constituer des mèches qui sont réunies par couches formant des plis. La structure du renfort fibreux est représentée sur la figure 3-3. Les fils de chaîne (longitudinaux) passent alternativement par-dessus et par-dessous des fils transversaux de trame et vice-versa.

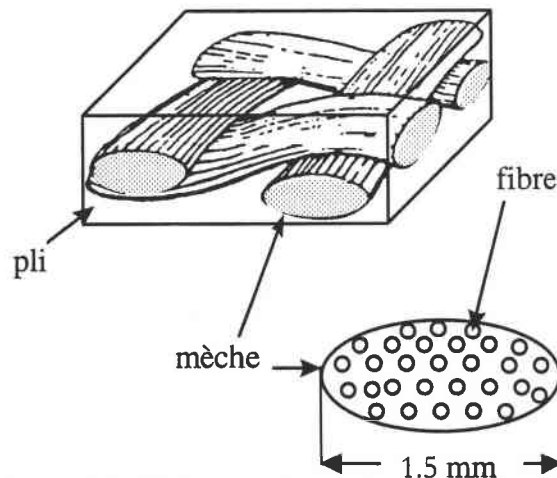


Figure 3-3 : Volume élémentaire représentatif.

La masse volumique de notre matériau composite est établie à partir de la moyenne des rapports  $m_i/V_i$ , où  $m_i$  et  $V_i$  sont respectivement la masse et le volume de l'échantillon  $i$ . Elle est de l'ordre de  $1834 \text{ Kg/m}^3$ .

## III-3) DISPOSITIF EXPERIMENTAL

Afin de déterminer les propriétés dynamiques de ce nouveau composite PA6/verre, nous avons utilisé des essais de compression sur les barres de Hopkinson. En effet, cette technique est devenue le système le plus adapté et le plus utilisé pour déterminer les propriétés dynamiques des matériaux composites. Le banc d'essai utilisé est composé de trois parties ayant des fonctions distinctes. L'ensemble du dispositif est schématisé sur la figure 3-4. La première partie est constituée par un lanceur pneumatique qui propulse un projectile à la vitesse désirée. La deuxième partie est formée par trois barres dites incidentes et transmises, de même diamètre, parfaitement alignées, entre lesquelles l'éprouvette est insérée. Le chargement est produit par l'impact du projectile sur l'extrémité libre de la barre incidente qui génère une onde de compression longitudinale se propageant le long de cette barre. A l'arrivée de l'onde incidente sur l'éprouvette, une partie est réfléchie, l'autre partie est transmise dans la barre transmise (phénomène dû à la désadaptation d'impédance mécanique). On peut mesurer au moyen des jauges collées sur les deux barres les signaux des ondes incidente et réfléchie. Le diagramme de marche, illustré par la figure 3-5, permet de suivre la propagation des ondes à partir de l'instant d'impact  $t = 0$ .

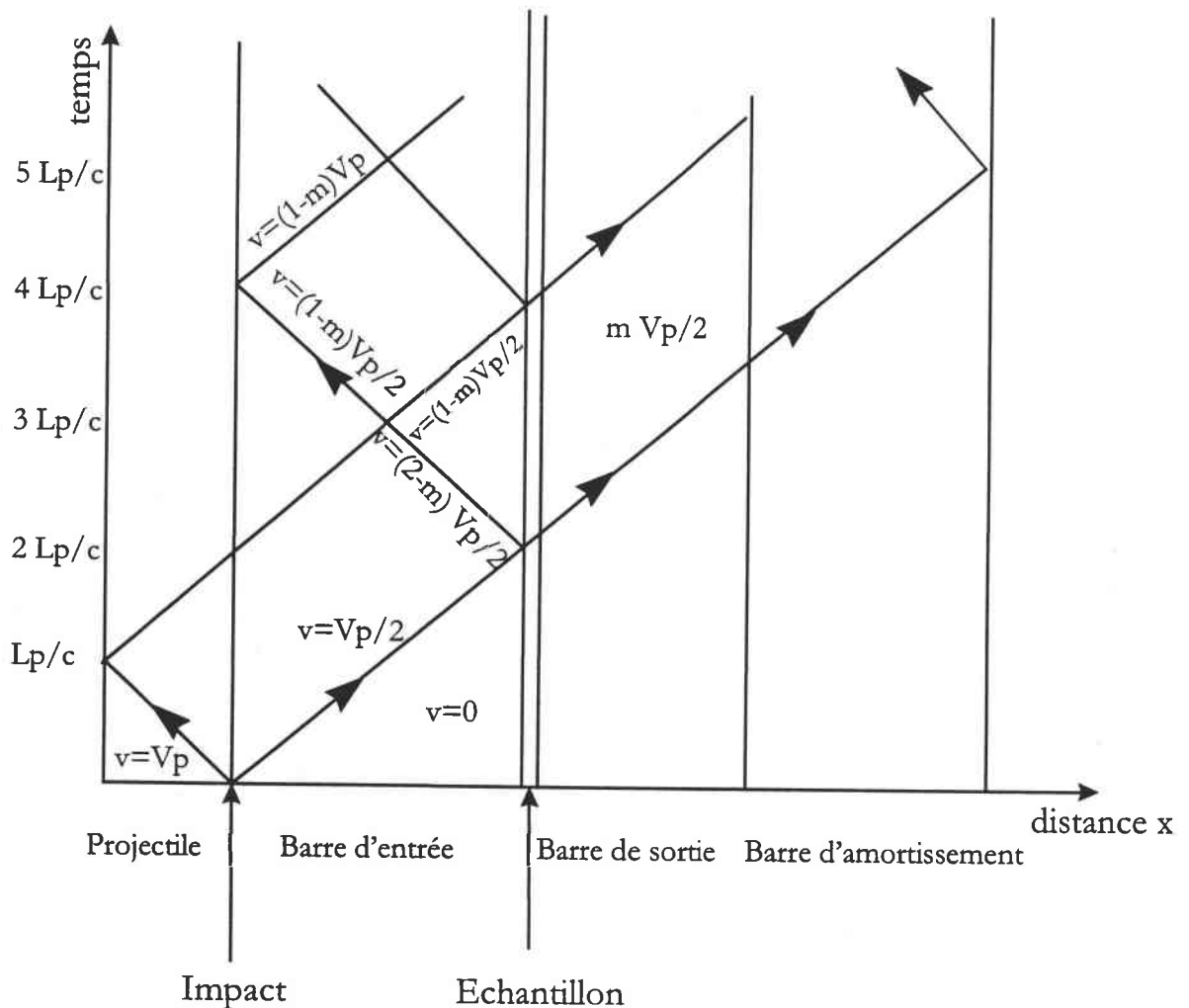


Figure 3-5 : Diagramme de Lagrange.

- 1 : Oscilloscope numérique
- 2 : Compteurs du temps
- 3 : Photodiodes
- 4 : Eprouvette
- 5 : Canon à gaz
- 6 : PC-Ordinateur
- 7 : Imprimante
- 8 : Amplificateurs
- 9 : Alimentations
- 10 : Impacteur
- 11 : Jauges
- 12 : Barre incidente
- 13 : Barre transmise

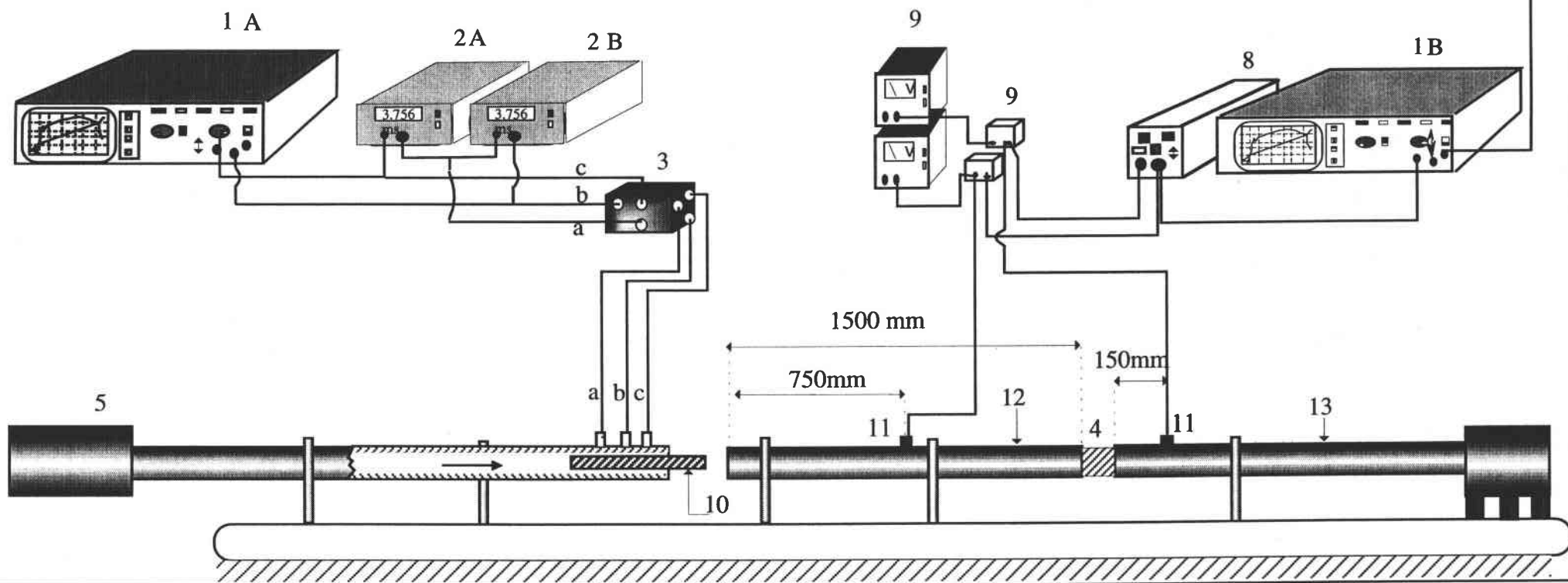
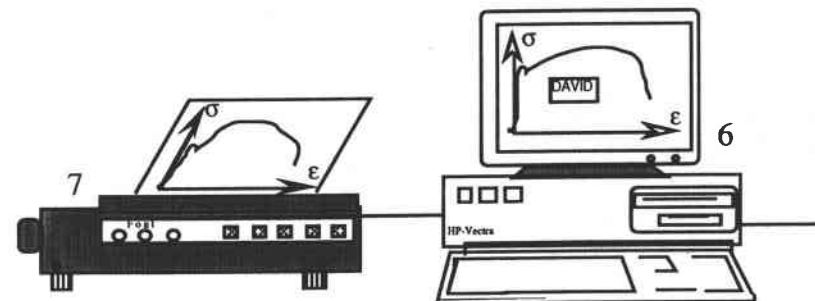


Figure 3-4 : Montage des barres d'Hopkinson en compression utilisé dans le cadre de cette étude.

Afin de limiter les effets d'inertie radiale, nous avons utilisé des barres de diamètre  $\phi = 20$  mm. La troisième partie du banc d'essai englobe l'ensemble des appareil d'enregistrement relié à un PC permettant le dépouillement et le traitement des signaux.

**III-4) MESURE DE LA VITESSE DE PROPAGATION D'ONDE DANS LE COMPOSITE PA6/VERRE**

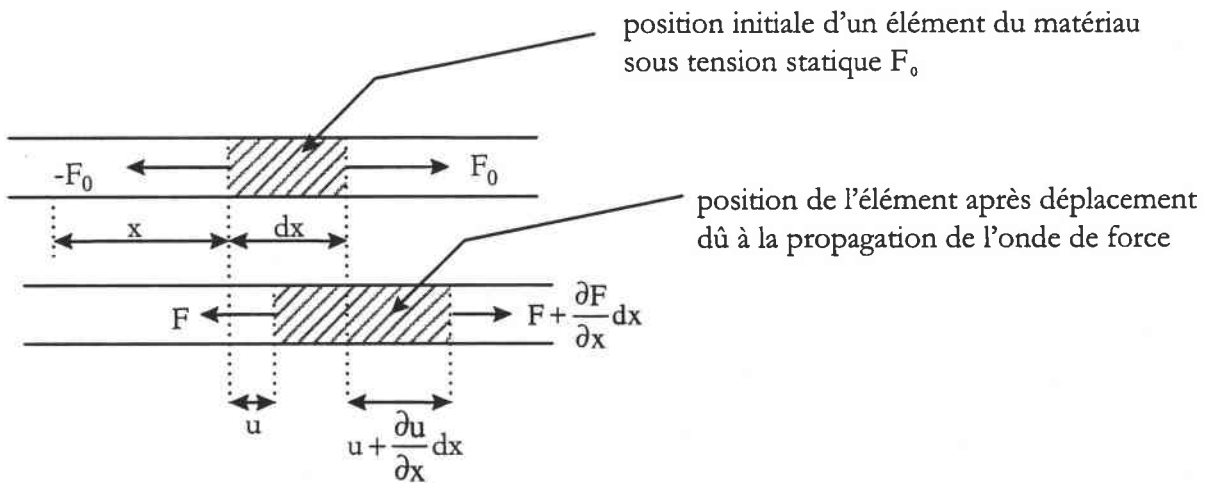
**4-1) Caractérisation par propagation d'ondes élastiques longitudinales**

Le but de cette technique est de déterminer le module dynamique d'un matériau. Son principe consiste à mesurer la vitesse de propagation d'une onde élastique au travers de la section du matériau. Théoriquement, cette technique repose sur la formule suivante :

$$E = \rho C^2 \tag{3.1}$$

- où E : le module d'élasticité longitudinal,
- $\rho$  : masse spécifique du matériau,
- C : vitesse de l'onde.

L'analyse mathématique, à la base, prend néanmoins référence, dans un premier temps, à un matériau du type linéaire et homogène en terme d'élasticité soumis à une prétension  $F_0$ .  
 Suivant la propagation d'onde longitudinale le long du matériau, l'élément  $dx$  s'écartera de sa position initiale et sera légèrement étiré comme l'indique la figure ci-dessous. A cet effet, la tension subit une variation le long de l'élément  $dx$  dans le même rapport que l'accélération occasionnée. Celle-ci se traduit par la seconde loi de Newton appliquée aux déplacements :



$$\left( F + \frac{\partial F}{\partial x} dx \right) - F = (\rho A dx) \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \tag{3.2}$$

$$\frac{\partial F}{\partial x} = \rho A \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \tag{3.3}$$

Pour un matériau linéaire élastique, en négligeant les effets de la force transversale, la déformation longitudinale et la contrainte sont reliées par la loi de Hooke :

$$\sigma = E \varepsilon \quad (3.4)$$

Par ailleurs, en considérant l'uniformité de l'allongement (compression) à travers toute la section de l'élément, la tension (ou force en compression) prend la forme de l'expression suivante :

$$F = \sigma A = E A \varepsilon \quad (3.5)$$

L'élimination de F entre les équations (3.5) et (3.3) en terme  $\varepsilon$  donne :

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial x} = \frac{\rho}{E} \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \quad (3.6)$$

A présent, il faut admettre que  $\varepsilon$  puisse se décomposer en deux fractions bien distinctes : un paramètre constant dû à la contrainte statique initiale et une autre variable due à la propagation d'ondes.

$$\varepsilon = \varepsilon_0 + \varepsilon' \quad (3.7)$$

Le déplacement  $u$  de l'élément à partir de sa position initiale  $x$  dépend essentiellement de la composante d'allongement variable  $\varepsilon'$ . Il est exprimé par la relation :

$$\varepsilon' = \frac{\partial u}{\partial x} \quad (3.8)$$

En introduisant les équations (3.7) et (3.8) dans l'équation (3.6), on aboutit à l'équation (3.9) :

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = \frac{\rho}{E} \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \quad (3.9)$$

Cette équation représente l'équation différentielle gouvernant la propagation unidimensionnelle d'ondes dans un matériau homogène élastique. Sa résolution donne le déplacement  $u$  d'un élément à partir de sa localisation initiale comme fonction du temps. La solution générale de cette équation peut être exprimée sous plusieurs formes mathématiques dont l'examen révèle que la vitesse avec laquelle l'onde est propagée vérifie l'équation :

$$E = \rho C^2 \quad (3.10)$$

Il convient de noter que, pour un matériau linéaire élastique, la vitesse de propagation d'ondes est uniquement fonction des propriétés du matériau et n'est en aucun cas affectée par la tension statique initiale appliquée au matériau.

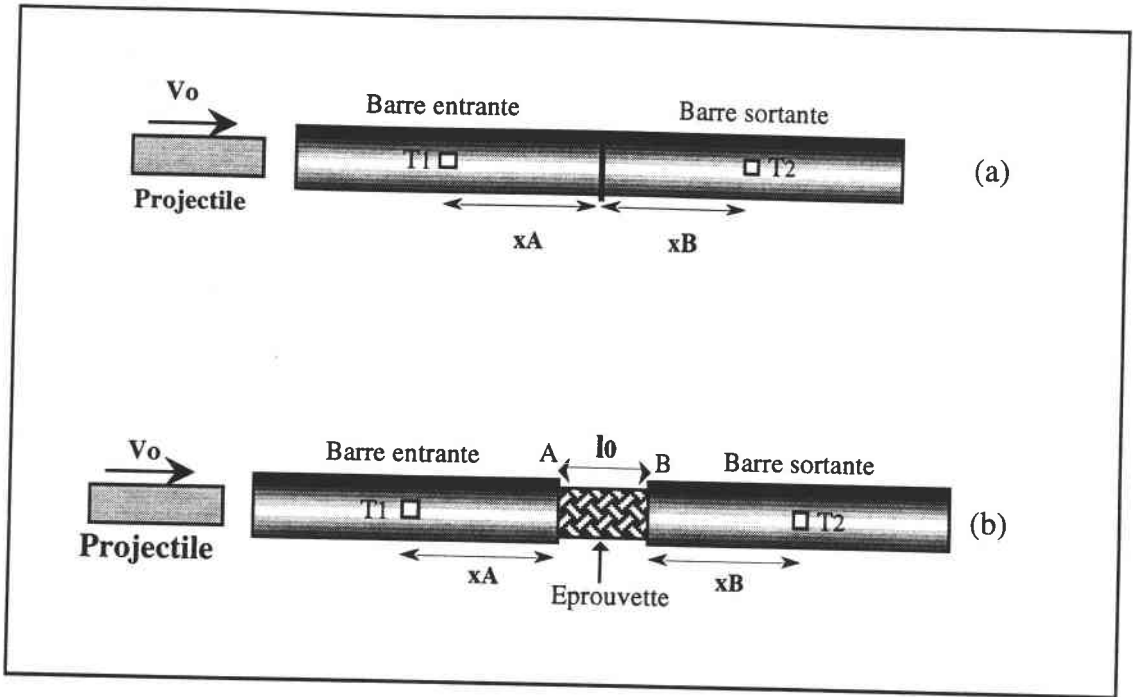


Figure 3-7 : Principe de la méthode déterminant le temps transmis par l'onde élastique dans le matériau

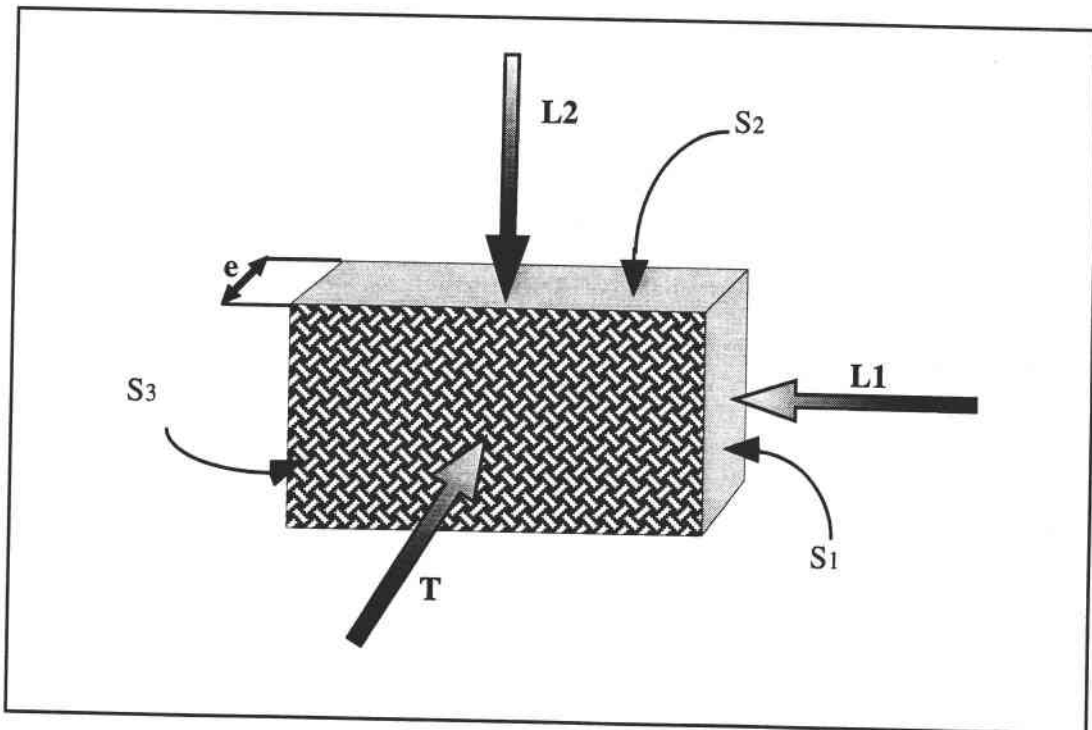


Figure 3-8 : Sens de compression  
 Sens **T** : compression perpendiculaire aux fibres,  
 Sens **L1** et **L2** : compression dans le sens principal des fibres.

4-2) Principe de mesure

La méthode consiste à utiliser la technique des barres de Hopkinson (décrite ci-dessus) à court temps de chargement  $0 < t < 2\Delta t_s$ , où  $\Delta t_s$  est le temps de transmission de l'onde élastique dans le matériau. Cette méthode permet la détermination du module élastique longitudinal dynamique du matériau à contrainte proche de zéro :

$$E_d = \lim_{\sigma \rightarrow 0} \left( \frac{\partial \sigma}{\partial \varepsilon} \right) \quad (3.11)$$

C'est la pente en un point de la courbe caractéristique contrainte-déformation, comme le montre la figure 3-6 au point zéro.

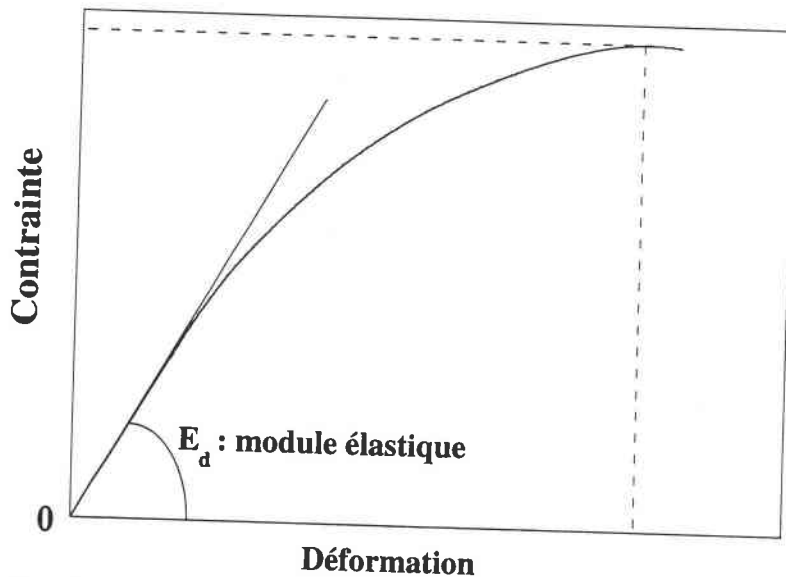


Figure 3-6 : Courbe caractéristique et représentation du module élastique dynamique.

Le principe de la méthode est indiqué sur la figure 3-7. Ce principe repose sur la détermination du temps mis par l'onde élastique pour traverser le composite. Cette mesure du temps  $\Delta t_s$  s'effectue en deux étapes :

Dans un premier temps, l'analyse d'un oscillogramme obtenu pour un essai à vide, c'est à dire en l'absence de l'échantillon et en maintenant les barres jointives (figure 3-7a), permet de relever le temps  $\Delta t_0$  écoulé pour la transmission de l'onde élastique entre les jauges  $T_1$  et  $T_2$ .

Dans un second temps, un essai est réalisé en insérant un échantillon de longueur  $l_0$  entre les deux barres comme le montre la figure 3-7b. Dans ce cas, on mesure le temps  $\Delta t$  de la transmission de l'onde élastique entre les jauges  $T_1$  et  $T_2$  du système : barre-échantillon-barre.

Ainsi, la différence entre ces deux intervalles de temps est égale au temps de parcours  $\Delta t_s$  de l'onde le long du composite, et ce, pour un chargement nul. C'est à dire :

$$\Delta t_s = \Delta t - \Delta t_0 \quad (3.12)$$



La vitesse de l'onde élastique dans la barre est :

$$C_0 = \frac{x_A + x_B}{\Delta t_0} \quad (3.13)$$

La célérité de propagation de l'onde dans notre matériau  $C_{0s}$  est définie par :

$$C_{0s} = \left[ \frac{l_0}{\Delta t_s} \right]_{\sigma} \quad (3.14)$$

$l_0$  : longueur de l'échantillon,

$\sigma$  : chargement donné.

La vitesse de propagation de l'onde élastique longitudinale est indépendante de la vitesse locale, c'est-à-dire de la vitesse des éléments qui transmettent l'onde. Elle dépend seulement des propriétés élastiques du matériau et de la température.

#### 4-3) Résultats des essais

Afin de déterminer le module d'élasticité dynamique en compression du matériau composite PA6/verre, nous avons réalisé des essais sur des éprouvettes cylindriques sollicitées selon trois sens de compression **L1**, **L2** et **T** (figure 3-8).

La recherche des conditions optimales pour l'obtention de résultats expérimentaux exploitables et reproductibles avec un minimum d'erreurs dus au facteur temps, nous a conduit à utiliser des éprouvettes relativement longues (16 mm). De plus, sur chaque éprouvette nous avons effectué deux séries d'essais. Chaque série est constituée de 100 essais. La première série de mesures permet de déterminer la valeur moyenne  $\overline{\Delta t}$  et la deuxième, permet d'évaluer  $\overline{\Delta t_0}$ . Les essais avec ou sans éprouvette ont été alternés. Les résultats caractéristiques de ces essais sont présentés sur les figures 3-9, 3-10 et 3-11. Dans un souci de graphisme, nous avons retenu comme temps de base  $\Delta t_b = 222 \mu s$ , d'où :

$$\Delta t_0 = \Delta t_0^* + \Delta t_b \text{ et } \Delta t = \Delta t^* + \Delta t_b \quad (3.15)$$

Dans cette configuration,  $\Delta t_0^*$  et  $\Delta t^*$  représentent les nouvelles échelles de temps.

Pour éviter tout risque de fissuration au sein de notre matériau, nous avons mené ces essais à des vitesses de déformation très faibles allant de  $0.8 \text{ s}^{-1}$  à  $3 \text{ s}^{-1}$ , la . Le nombre élevé d'essais a permis de réaliser une analyse statistique de  $\Delta t$  et  $\Delta t_0$ , ainsi qu'un calcul très précis du temps de transmission de l'onde dans notre matériau composite.

A cet effet, les fréquences relatives en fonction des temps  $\Delta t$  et  $\Delta t_0$  pour les trois sens de compression, peuvent être représentées par des histogrammes comme le montrent les figures 3-12, 3-13 et 3-14.

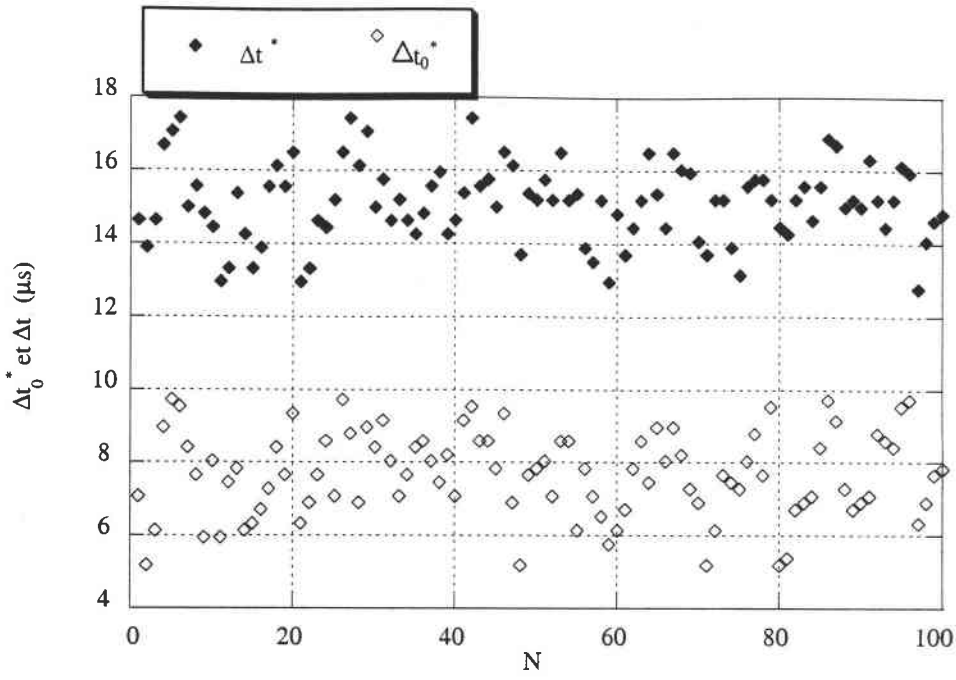


Figure 3-9 : Evolution de  $\Delta t^*$  et  $\Delta t_0^*$  en fonction du numéro d'essai :  
Sens de compression **T**.

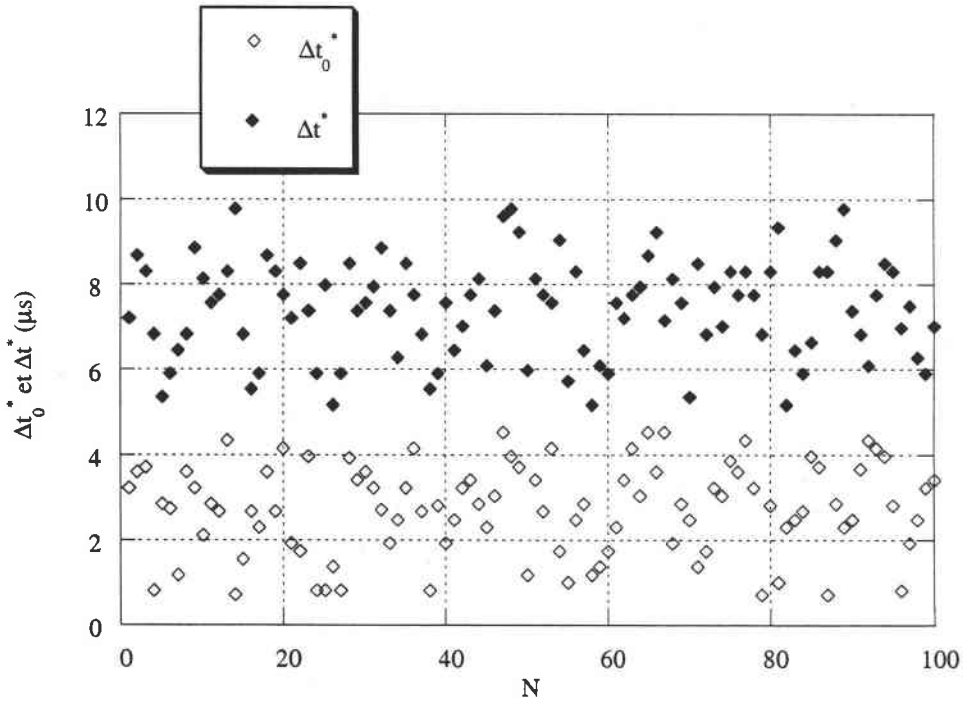


Figure 3-10 : Evolution de  $\Delta t^*$  et  $\Delta t_0^*$  en fonction du numéro d'essai :  
Sens de compression **L1**.

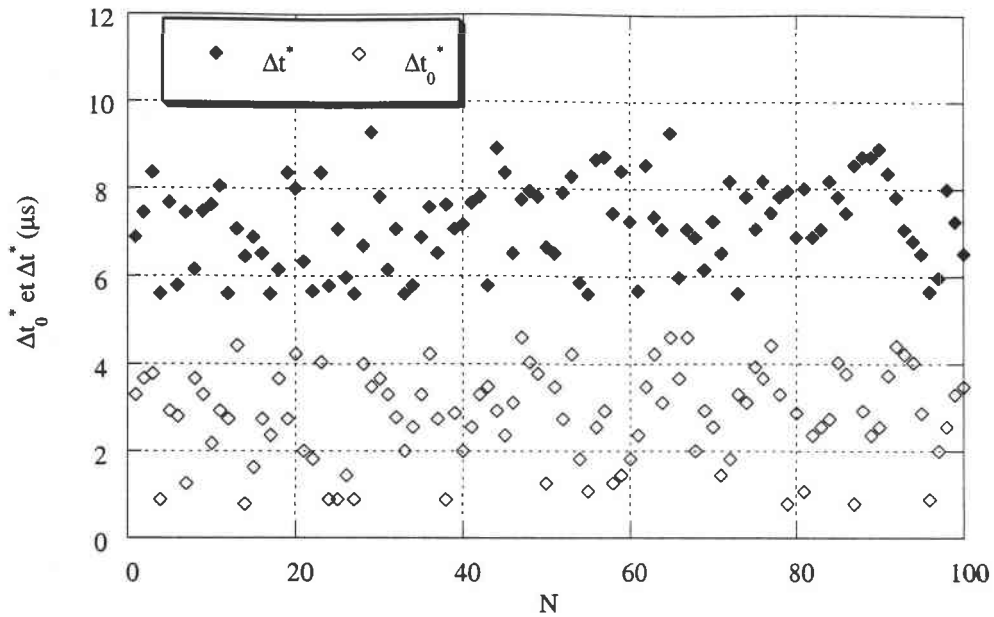


Figure 3-11 : Evolution de  $\Delta t^*$  et  $\Delta t_0^*$  en fonction du numéro d'essai :  
Sens de compression L2.

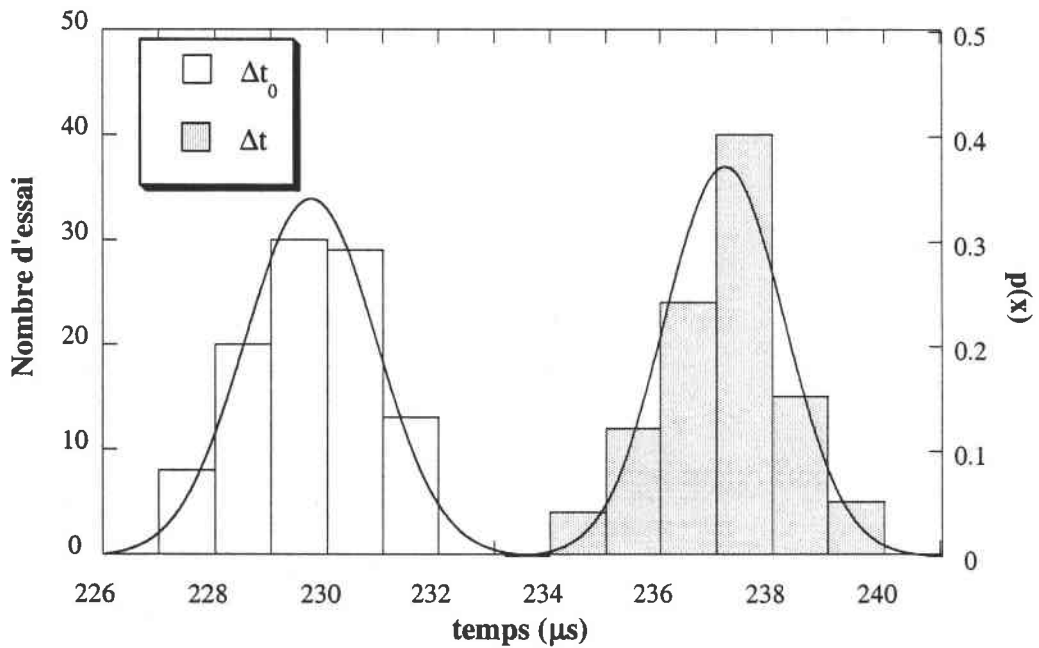


Figure 3-12 : Distributions fréquentielles de  $\Delta t$  et  $\Delta t_0$  représentées sous  
forme d'historgramme et ajustées par la distribution normale :  
Sens de compression T.

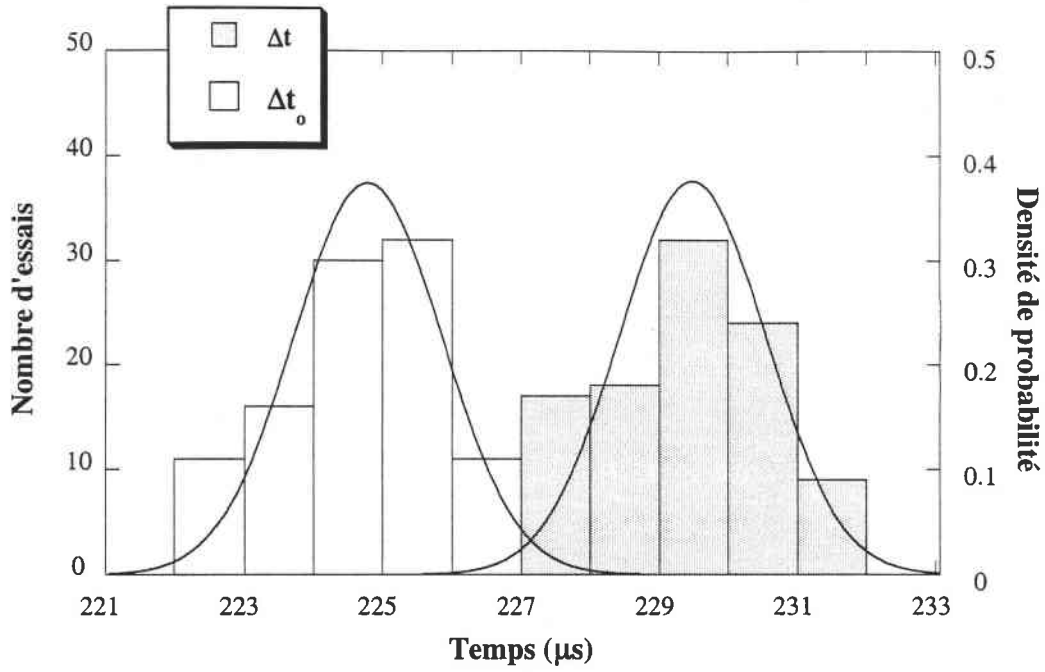


Figure 3-13 : Distributions fréquentielles de  $\Delta t$  et  $\Delta t_0$  représentées sous forme d'histogramme et ajustées par la distribution normale :  
Sens de compression L1.

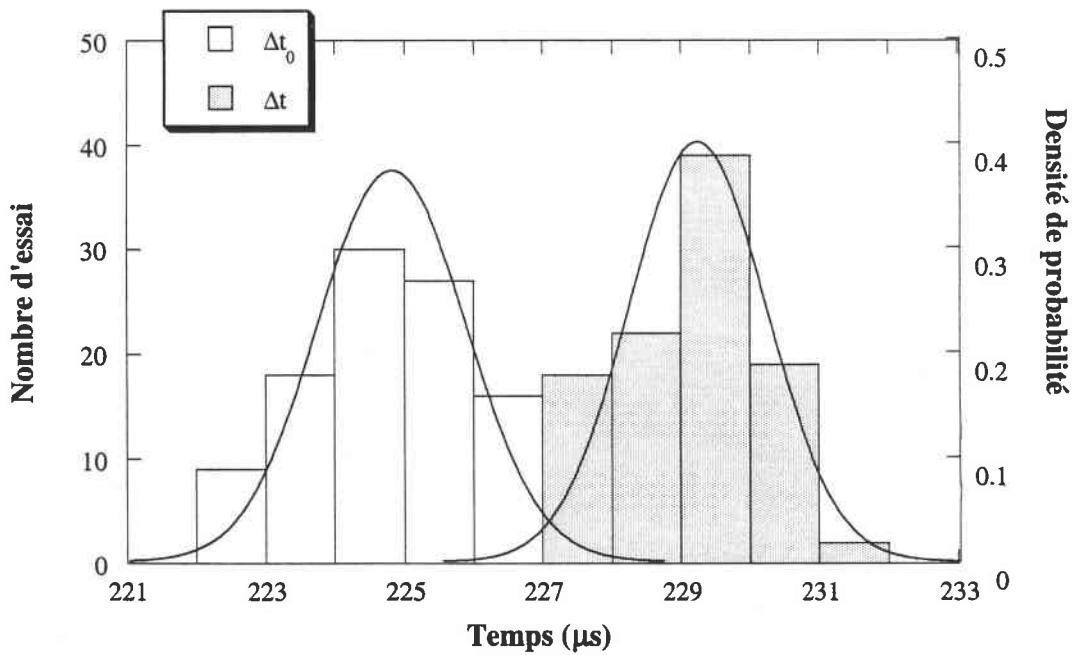


Figure 3.14 : Distributions fréquentielles de  $\Delta t$  et  $\Delta t_0$  représentées sous forme d'histogramme et ajustées par la distribution normale :  
Sens de compression L2.

Le tableau 3-1 reporte les fréquences relatives maximales ainsi que leurs intervalles de temps pour les trois sens de compression L1, L2 et T.

Sens de compression	L1		L2		T	
	$\Delta t_0$	$\Delta t$	$\Delta t_0$	$\Delta t$	$\Delta t_0$	$\Delta t$
Classe ( $\mu s$ )	[225-226[	[229-230[	[224-225[	[229-230[	[229-230[	[237-238[
Fr max %	32	32	30	39	30	40

Tableau 3-1 : Fréquences relatives maximales et leurs classes pour les trois sens de compression.

La distribution fréquentielle relative permet d'avoir un premier aperçu, d'une part, de l'évolution des temps de propagation de l'onde élastique et, d'autre part, de la représentation de la probabilité cumulée. La maîtrise de l'évolution de cette dernière fonction, à savoir la probabilité cumulée, est capitale à l'approche stochastique du dimensionnement. Malheureusement, l'application pratique des méthodes statistiques n'est pas encore passée dans les moeurs des milieux industriels.

#### 4-4) Ajustement par la loi normale

La connaissance de la fonction de la densité de probabilité est fondamentale pour toute analyse basée sur une approche statistique. Il est connu que la fonction de la densité de probabilité de variable  $\Delta t$  est une distribution normale donnée par l'expression suivante :

$$p(\Delta t) = \left[ \frac{1}{S} \sqrt{2\pi} \cdot \exp\left(-\frac{1}{2} \left(\frac{\Delta t - \bar{\Delta t}}{S}\right)^2\right) \right], S > 0 \quad (3.16)$$

La moyenne des temps  $\bar{\Delta t}$  et l'écart-type S de cette population s'exprime respectivement par les relations suivantes :

$$\bar{\Delta t} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (\Delta t)_i \quad (3.17)$$

$$S = \left[ \frac{1}{(N-1)} \sum_{i=1}^N (\Delta t - \bar{\Delta t})^2 \right]^{1/2} \quad (3.18)$$

où N représente le nombre d'observations.

Tous les histogrammes obtenus lors des essais que nous avons effectués, ont été ajustés par la loi normale décrite ci-dessus. Ainsi nous avons reporté, sur le tableau 3-2, les valeurs moyennes  $\bar{\Delta t}_0$  et  $\bar{\Delta t}$  déduites à partir des histogrammes (figures : 3-12, 3-13 et 3-14) après ajustement par la loi normale.

La durée moyenne de parcours de l'onde à travers l'échantillon,  $\bar{\Delta t}_s$ , est définie par :

$$\bar{\Delta t}_s = \bar{\Delta t} - \bar{\Delta t}_0 \quad (3.19)$$

La célérité  $C_0$  est déduite à partir de l'expression (3.14).

	$\overline{\Delta t_0}(\mu s)$	$\overline{\Delta t}(\mu s)$	$\overline{\Delta t_s}(\mu s)$	$C_{0s}(\text{mm}/\mu s)$
Sens de compression L1	224.72	229.42	4.69	3.359
Sens de compression L2	224.79	229.21	4.42	3.548
Sens de compression T	229.67	237.11	7.44	2.346

Tableau 3-2

Il convient de rappeler qu'à partir de  $\overline{\Delta t_0}$ , on a pu évaluer la vitesse de propagation d'onde élastique dans la barre en acier à :  $C_{\text{acier}} = 4895 \text{ m/s}$ .

Cette valeur est comparable avec celle que l'on relève dans la littérature.

4-5) Test d'ajustement

Dans le souci d'assurer la validité des résultats obtenus par l'analyse statistique et ajustés par la loi normale, nous les avons comparés à ceux ajustés par la méthode d'Henry [86]. Cette dernière repose sur le traitement graphique des données. Ce qui permet de vérifier rapidement si une distribution statistique d'une variable continue peut s'apparenter à une distribution normale.

L'ajustement graphique par la méthode de Henry (figure 3-15) est également satisfaisant.

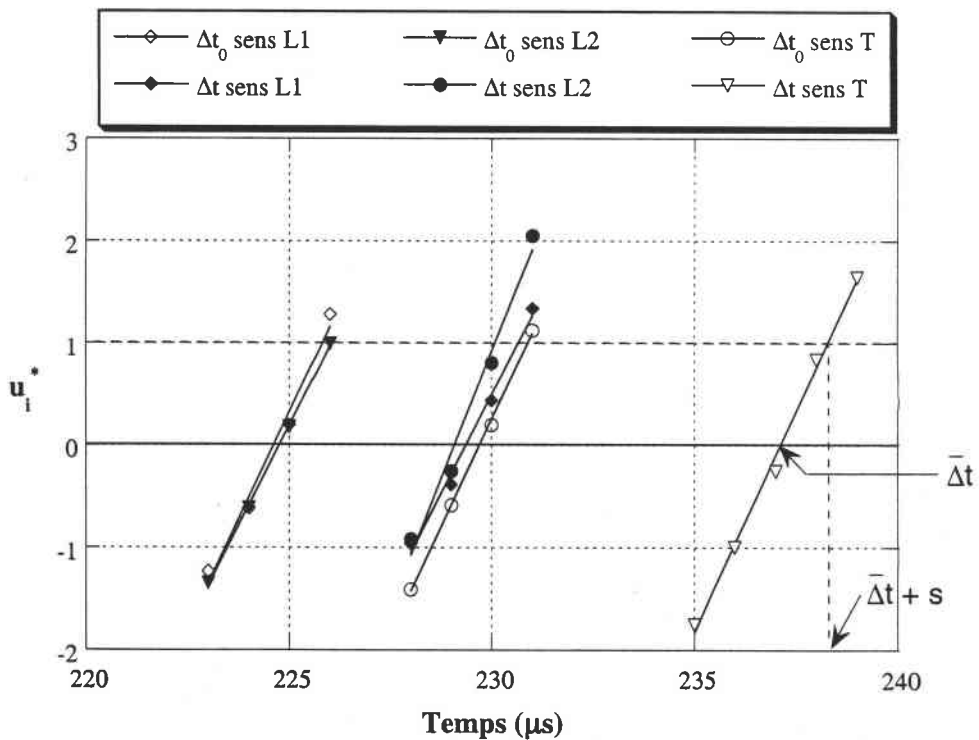


Figure 3-15 : Ajustement graphique à une loi de Laplace-Gauss.

Nous constatons que les estimations graphiques de  $\bar{\Delta t}$ ,  $\bar{\Delta t}_0$  et S diffèrent peu des valeurs de  $\bar{\Delta t}_0$  (thé),  $\bar{\Delta t}$  (thé) et S(thé) déterminées par cette méthode (Tableau 3-3).

		L1		L2		T	
		$\Delta t_0$	$\Delta t$	$\Delta t_0$	$\Delta t$	$\Delta t_0$	$\Delta t$
Méthode d'Henry	Ecart type	1.2000	1.3000	1.2888	1.0000	1.1889	1.1666
	Moyenne ( $\mu s$ )	224.6	226.36	224.76	229.08	229.70	237.12
Méthode expérimentale	Ecart type	1.0671	1.1604	1.0671	0.9947	1.1686	1.0726
	Moyenne ( $\mu s$ )	224.72	229.42	224.79	229.21	229.67	237.11

Tableau 3-3

Il ressort de cette comparaison que la loi normale est largement suffisante pour décrire l'évolution fréquentielle des temps de propagation des ondes élastiques dans les barres de Hopkinson (avec ou sans éprouvette). C'est cette méthode d'ajustement, à savoir la loi normale, que nous avons retenue dans la suite pour le traitement statistique de nos résultats expérimentaux. Sur les figures 3-16 et 3-17, nous avons représenté les fonctions de répartition des variables  $\Delta t_0$  et  $\Delta t$  pour les trois sens de compression testés. Elles sont définies par la relation suivante:

$$P(\Delta t) = \int_{-\infty}^{+\infty} p(\Delta t) d(\Delta t) \tag{3.20}$$

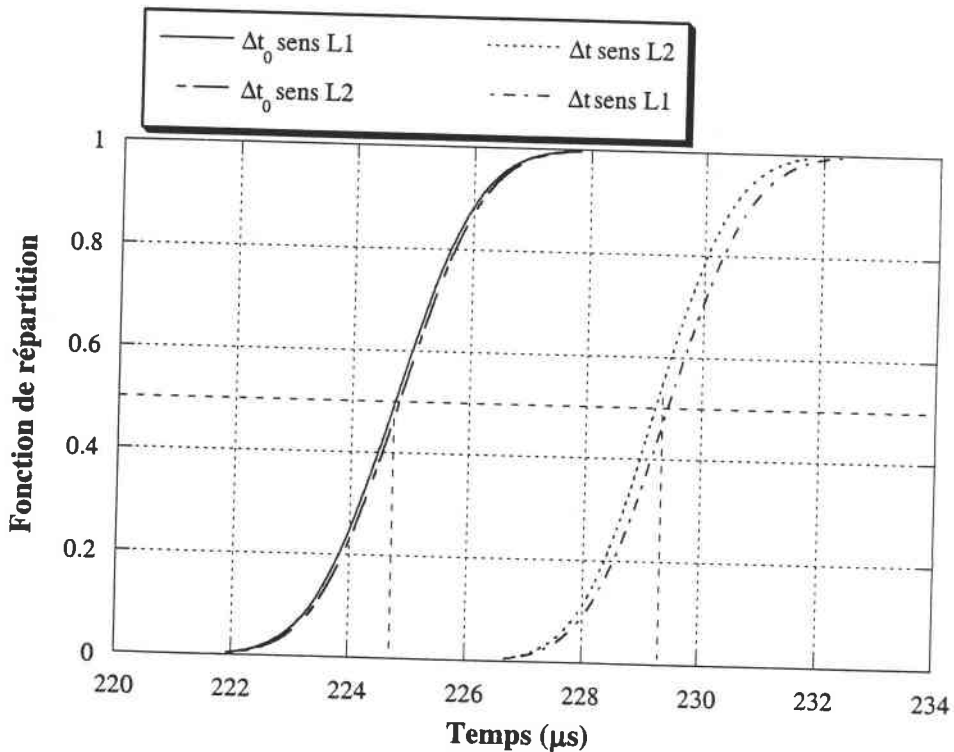


Figure 3-16 : Fonctions de probabilités obtenues pour les deux sens de compression L1 et L2.

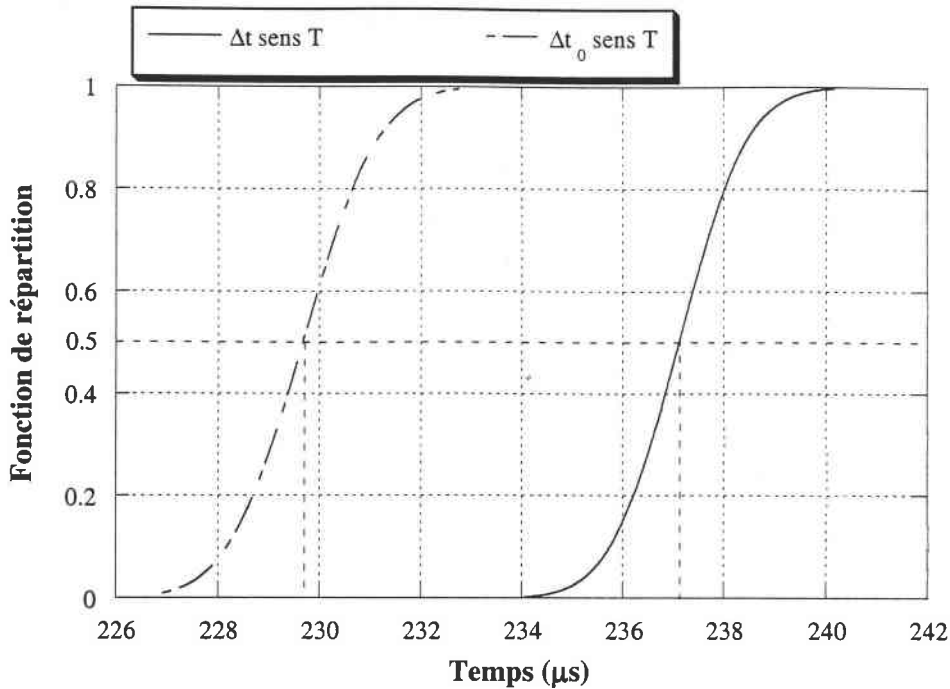


Figure 3-17 : Fonctions de probabilités obtenues pour le sens de compression **T**.

Les fonctions probabilités obtenues ont une allure générale semblable que se soit en sens de compression **T** ou en sens de compression **L**.

### III-5 MODULE D'ELASTICITE LONGITUDINAL DYNAMIQUE EN COMPRESSION DU COMPOSITE PA6/VERRE

S'il est raisonnable de supposer que le module d'élasticité est pratiquement insensible à la vitesse de déformation dans les matériaux métalliques (conservation de la valeur statique), il n'en est certainement pas de même pour les matériaux viscoélastiques, comme la plupart des polymères et des composites à matrice polymère. Sous l'effet de la vitesse de sollicitation des phénomènes de rotation et de glissement, des chaînes peuvent changer la structure moléculaire de la matrice aussi bien dans la phase cristalline que dans la phase amorphe [87]. Ce changement de structure peut varier la valeur du module de Young qui est une grandeur physique liée à l'état structural du matériau, notamment à son orientation moléculaire [88], d'où l'intérêt de définir le module de Young en régime dynamique. Un autre intérêt réside dans la détermination de la partie initiale de la courbe "contrainte-déformation".

Comme nous l'avons mentionné auparavant, le module d'élasticité dynamique instantané  $E_d$  est donné par :

$$E_d(\sigma) = \left( \frac{\partial \sigma}{\partial \varepsilon} \right)_\sigma ; \sigma > 0 \quad (3.21)$$

Pour  $\sigma = 0$ , la célérité de l'onde ne dépend pas de sa fréquence,  $E_d$  se réduit à :

$$E_d = \rho_0 C_{0s}^2 \quad (3.22)$$



où  $\rho_0$  est la valeur moyenne de la densité de l'échantillon du composite utilisé.

La variation de  $\sigma$  en fonction de  $\varepsilon$  sera donc définie par l'intégration de l'équation :

$$\varepsilon = \frac{1}{\rho_0} \int_0^{\sigma} \frac{d\sigma^*}{C_{os}^2(\sigma^*)}; \quad \sigma = \text{constante} \quad (3.23)$$

Pour  $\sigma = \text{constante}$ ,  $C_{os}(\sigma)$  est une fonction légèrement décroissante de  $\sigma$ .

Sur le tableau 3-4, nous présentons les valeurs des modules élastiques, en dynamique et quasi-statique, pour les trois sens de compression.

	$E_d(\text{MPa})$	$E_s(\text{MPa})$	$E_d/E_s$	$(E_d-E_s)/E_s(\%)$
Sens de compression L1	20691	11281	1.8	83.4
Sens de compression L2	23085	11466	2.0	101.3
Sens de compression T	10098	5265	1.9	91.8

Tableau 3-4

Le module dynamique est nettement plus élevé que le module quasi-statique obtenu lors des essais de compression quasi-statique (chapitre V). Le tableau 3-4 résume cette différence qui témoigne d'une forte viscosité de la matrice.

### III-6 CONCLUSION

A partir de ces résultats, nous pouvons confirmer que le système des barres de Hopkinson permet de mesurer la vitesse de propagation d'une onde dans un matériau composite pour remonter ensuite à son module élastique dynamique. Contrairement aux méthodes acoustiques, cette technique permet de déterminer le module d'élasticité dans une large gamme de contraintes et dans une gamme de fréquences très basse. Ceci ouvre une perspective pour évaluer toutes les caractéristiques élastiques dynamiques ( $\nu$ ,  $G$  et  $E$ ) des matériaux viscoélastiques fragiles ou semi-fragiles.

## CHAPITRE IV

### ESSAIS D'IMPACT ET RESULTATS

## Chapitre IV ESSAIS D'IMPACT ET RESULTATS

### IV-1) INTRODUCTION

De nombreuses méthodes expérimentales ont été développées dans la littérature consacrée au comportement mécanique des matériaux composites. Il n'en existe toutefois aucune qui soit spécifiquement adaptée à l'évaluation des caractéristiques mécaniques des composites sous sollicitations dynamiques. Un des aspects de notre travail consiste donc à développer des techniques capables de répondre à ces objectifs. Deux nouvelles méthodes expérimentales sont élaborées dans cette étude pour réaliser deux types d'essais : essais de perforation et de flexion dynamique. Au cours du développement de ces méthodes, nous avons veillé à ce que les éprouvettes utilisées soient simples à usiner et que le traitement des résultats obtenus n'implique pas de moyens de calcul compliqué.

### IV-2) PROBLEMES LIES A L'ADAPTATION DES BARRES DE HOPKINSON AUX MATERIAUX COMPOSITES

Dans le domaine des structures mécaniques soumises à l'impact, l'incertitude principale des termes mécaniques réside essentiellement dans la non-prise en compte de l'endommagement du matériau lors de l'agression au point d'impact et de la réponse dynamique de la structure. Ce problème est particulièrement critique dans le cas des composites dont la perte de résistance mécanique sous choc est préoccupante et encore très mal caractérisée. A l'heure actuelle, les types d'essais rencontrés sont très variés que ce soit par la nature des composites ou le dispositif expérimental de tir utilisé. Les résultats issus de ces essais sont donc difficilement comparables. Devant cette diversité d'équipements, il y a certes une nécessité de prénormalisation des essais de choc des matériaux composites pour répondre aux besoins urgents des industriels. Mais, les problèmes posés sont assez complexes. En effet, pour chaque composite, le degré d'anisotropie dépend de l'orientation des fibres, des séquences d'empilement et du type de plis. La nature anisotrope du matériau composite complique la liaison à l'interface barre de chargement/échantillon.

L'influence de l'adaptation d'impédance, ainsi que la nature des supports utilisés pour le montage des éprouvettes sur les appareils d'essais, posent un problème de dimensionnement des éprouvettes. Un mauvais choix du matériau, de la géométrie des barres et des supports fournit des résultats imprévisibles avec des signaux d'ondes de contraintes inexploitable (Liu [89] et Duffy [90]). A ce problème de choix s'ajoute une autre difficulté due à la nature dispersive de la matrice de certains matériaux composites : en effet la vitesse de propagation des ondes dépend de la fréquence. Ainsi l'onde incidente se transforme en paquet d'ondes paré à traverser le matériau composite.

De plus, les réflexions des ondes aux interfaces fibres-matrice engendrent des problèmes de dispersion d'onde au niveau du matériau. Dans le cas général, une interaction entre une onde élastique et une interface crée jusqu'à six ondes : trois réfléchies et trois transmises [91].

Afin de minimiser l'inertie radiale et les effets de propagation d'ondes dans l'échantillon, l'utilisation d'éprouvette de petite taille peut être en contradiction avec le besoin d'avoir un échantillon représentatif du comportement global du composite à l'impact. La taille des éprouvettes doit être grande par rapport aux dimensions des plis et doit contenir un nombre important de mèches de fibres pour que les résultats obtenus représentent bien le comportement du composite.

Certains composites sollicités en compression dynamique montrent un déséquilibre bien marqué ( la force entrante peut devenir inférieure à la force sortante ) car l'endommagement apparaît de façon localisée. Ce qui rend l'exploitation des résultats très difficile.

Le comportement au choc des matériaux composites se situe entre la réponse du matériau et la réponse de la structure. En effet, un composite est déjà une "mini-structure" dont la réponse dépend de chaque composant. Ainsi, un essai d'impact effectué avec une éprouvette de taille trop importante équivaut à un essai de structure (réponse globale) ; il existe dans ce cas une zone d'endommagement localisée tridimensionnelle où l'endommagement engendre des faciès de rupture importants suivie d'une zone de faible délaminage due à une propagation d'ondes de contraintes élastiques assez complexes. Dans un cas pareil, le principe de mesure des barres de Hopkinson est moins fiable.

L'exploitation des essais aux barres de Hopkinson classique ne pourra être faite qu'à partir d'un certain taux de déformation. Ceci implique qu'il est difficile de déterminer la limite d'élasticité et le module élastique d'un matériau composite avec la technique des barres de Hopkinson classique.

Les polymères étant de mauvais conducteurs thermiques, il est tout à fait logique que leurs matrices soient parfaitement sensibles aux phénomènes d'adiabacité thermique à grande vitesse de déformation (entre  $10^2 \text{ s}^{-1}$  et  $10^3 \text{ s}^{-1}$ ) [89].

Tous ces paramètres ne facilitent pas la tâche des chercheurs et ingénieurs et expliquent la nécessité de mettre en œuvre des moyens d'expérimentation et de calcul diversifiés et combinés afin de pouvoir appréhender la tenue des structures composites au choc.

L'évaluation des caractéristiques dynamiques des composites PA6/verre est complexe : à l'absence de normalisation des essais sur les composites à matrice fragile, s'ajoute l'absence de normalisation des essais dynamiques. Pour sortir de cette impasse, nous avons donc pris le pari de développer nos propres systèmes de caractérisation de ce composite sous sollicitations dynamiques.

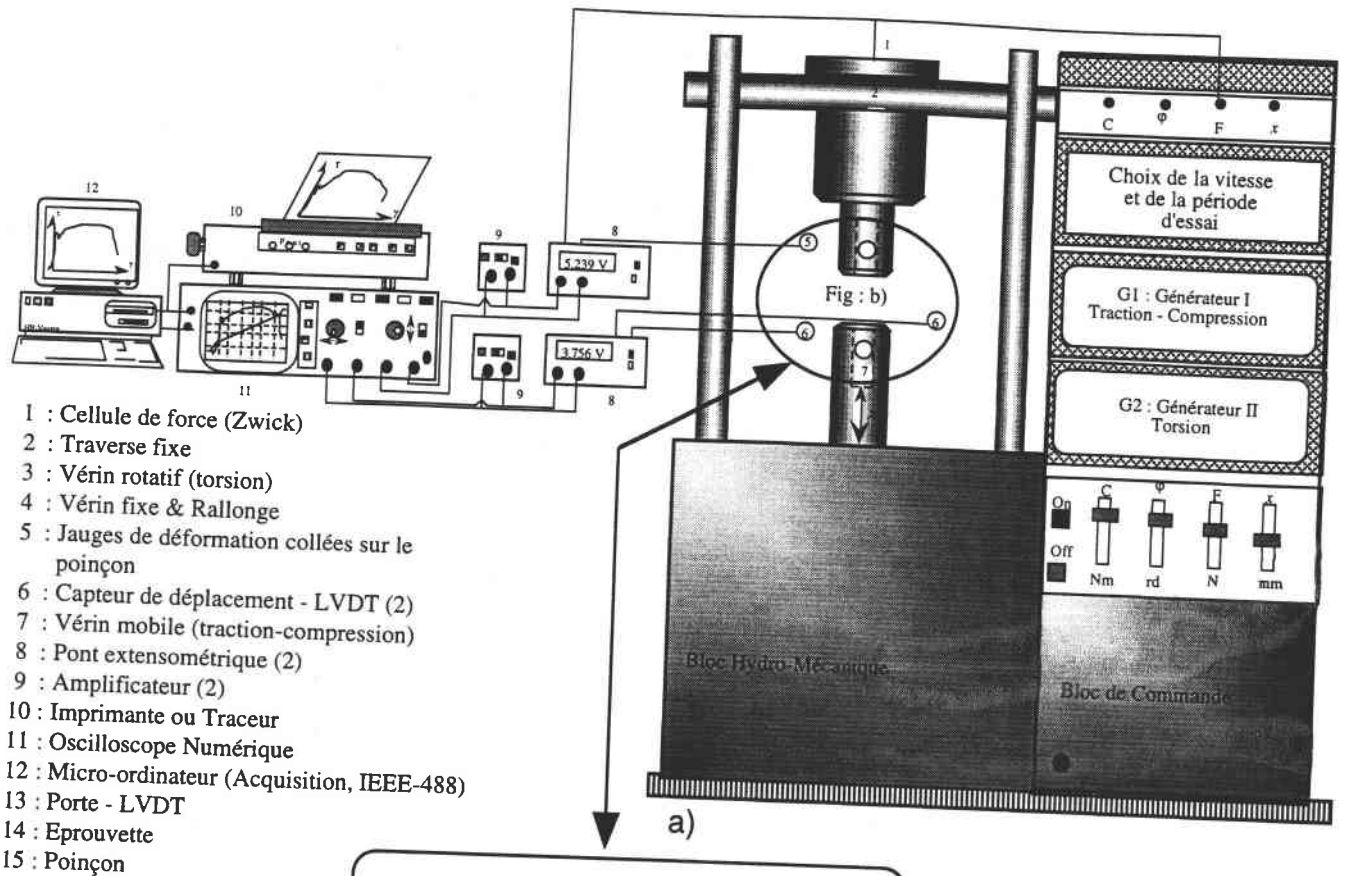


Fig 4-2 : Schéma du dispositif de la compression quasi-statique

### IV-3) METHODES DE CARACTERISATION PAR COMPRESSION

#### 3-1) Type d'éprouvettes utilisées

Le matériau est testé en compression statique et dynamique dans les trois sens de compression illustrés par la figure 3-8. Pour tenir compte de la mésostructure du matériau à l'échelle de l'épaisseur des plaques commerciales (9 mm), il est indispensable de prélever des éprouvettes dont la longueur est égale à l'épaisseur des plaques commerciales. La géométrie retenue est un cylindre qui s'adapte aux caractéristiques du dispositif de Hopkinson. Afin de minimiser les erreurs dues aux frottements et celles dues aux effets d'inertie radiale, nous avons choisi des éprouvettes relativement courtes avec un rapport : longueur sur diamètre voisin de l'unité.

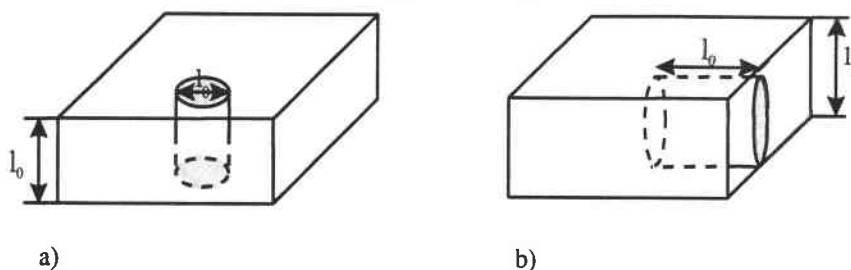


Figure 4-1 : Schéma du mode de découpe des éprouvettes composites PA6/verre :

- a) Sens transversal,
- b) Sens longitudinal.

Les éprouvettes ont été découpées soigneusement dans la plaque du composite, comme l'indique la figure 4-1. La vitesse d'usinage a été contrôlée de sorte à éviter le surchauffage de la matière.

#### 3-2) Essais de compression quasistatiques

##### 3-2-1 Moyen d'essais et de mesure

Pour une étude complète, dans un large domaine de vitesse de déformation, nous avons réalisé des essais de compression quasi-statiques sur une machine hydraulique (Zwick REL). Ce dispositif nous a permis d'avoir des vitesses de déformation comprises entre  $10^{-5} \text{ s}^{-1}$  et  $1 \text{ s}^{-1}$ . Cette machine peut être décomposée en deux sous ensembles : une partie hydromécanique et une partie commandes et mesures (figure 4-2).

##### - *Partie hydromécanique*

La partie hydromécanique est composée d'un premier bloc purement mécanique, équipé de deux vérins hydrauliques indépendants. Le premier vérin réalise la traction et la compression alors que le second commande la torsion. Le premier vérin est capable de délivrer une force maximale de 100 kN et un déplacement allant jusqu'à 300 mm.

Le deuxième bloc est constitué d'un groupe hydraulique titulaire d'une puissance de 20 kW fournissant ainsi une pression de 260 bars et un débit de 200 l/min à une température de 60°C. Le système est refroidi par un circuit d'eau glacée.

*- Partie commandes et mesures*

Cette deuxième partie prévoit les trois possibilités de commandes : en traction, en torsion et en compression. Comme le montre la figure 4-2b, l'acquisition des données repose sur le principe suivant:

Un pont extensométrique est relié à deux cellules formées par deux capteurs de déplacement de type L.V.D.T ( Linear Variable Differential Transducer ). Celles-ci sont montées symétriquement sur la rallonge de la traverse fixe (poinçon) de façon à obtenir, le plus précisément possible, le déplacement du vérin mobile. Ainsi, le déplacement est directement lié à la déformation de l'éprouvette. De plus, la force est mesurée par des jauges extensométriques collées sur le poinçon.

Enfin, grâce à l'oscilloscope numérique relié à la machine, il est possible de visualiser, en temps réel, l'évolution de la force et des déplacements en fonction du temps.

### 3-2-2 Calcul des déplacements, vitesses de déformation et des contraintes dans l'échantillon

Les déplacements réels  $\delta_1(t)$  et  $\delta_2(t)$  des deux capteurs sont exprimés en fonction des tensions  $V_1(t)$  et  $V_2(t)$  fournies par le pont de jauges.

$$\begin{aligned}\delta_1(t) &= \kappa_1 \cdot V_1(t) \\ \delta_2(t) &= \kappa_2 \cdot V_2(t)\end{aligned}\tag{4-1}$$

$\kappa_1$  et  $\kappa_2$  étant les sensibilités des deux capteurs de déplacement (L.V.D.T).

La force  $F(t)$  appliquée à l'échantillon est déterminée à partir de la tension du signal  $V_F(t)$  fournie par le pont de jauges. Elle s'exprime de la façon suivante :

$$F(t) = \kappa_F \cdot V_F(t)\tag{4-2}$$

où  $\kappa_F$  est le facteur de calibration des jauges.

Un exemple de signaux  $V_F(t)$ ,  $V_1(t)$  et  $V_2(t)$ , enregistrés sur notre unité d'acquisition, est illustré par la figure 4-3.

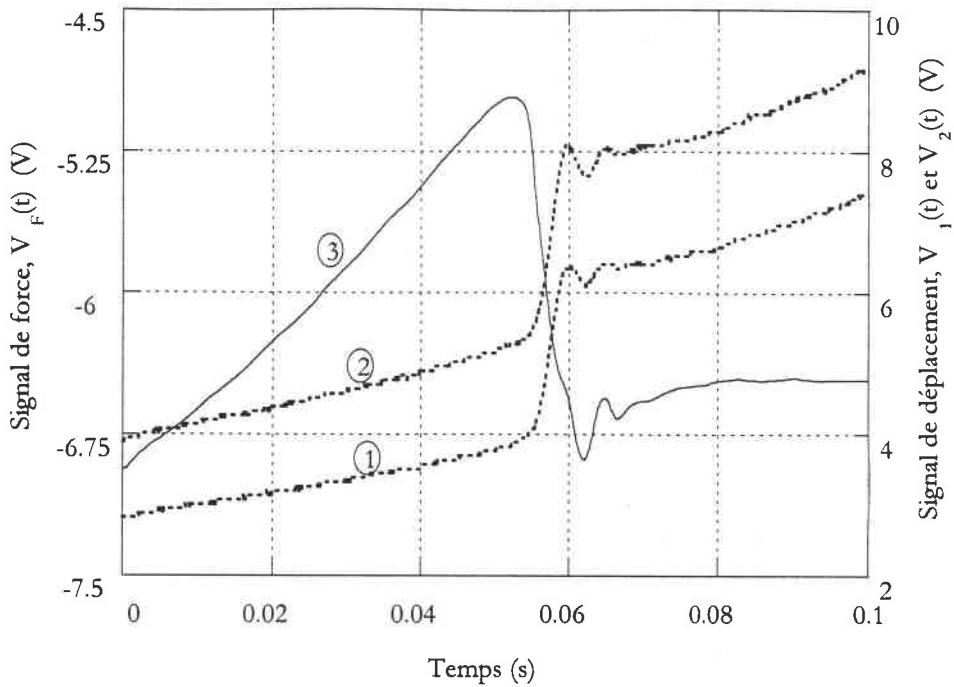


Figure 4-3 : Oscillogrammes de déplacement  $V_1(t)$ ,  $V_2(t)$ , (1) et (2), et de force  $V_f(t)$ , (3).

Le déplacement de l'échantillon, en fonction du temps, est exprimé comme la moyenne des déplacements mesurés par les deux L.V.D.T :

$$\delta_s(t) = \frac{\delta_1(t) + \delta_2(t)}{2} \quad (4-3)$$

En divisant le déplacement par la longueur initiale de l'échantillon, la déformation est donnée par :

$$\varepsilon(t) = \frac{\delta_s(t)}{l_0} \quad (4-4)$$

Par dérivation de l'équation (4-4) par rapport au temps, la vitesse de déformation s'écrit :

$$\dot{\varepsilon}(t) = \frac{1}{l_0} \frac{d}{dt}(\delta_s(t)) \quad (4-5)$$

Finalement, la contrainte est donnée par la relation :

$$\sigma(t) = \frac{F(t)}{S_{\text{éch}}} \quad (4-6)$$

où  $S_{\text{éch}}$  est la section initiale de l'éprouvette.

En substituant l'équation (4-1) dans les équations (4-3), (4-4) et (4-5), ainsi que l'équation



(4-2) dans l'équation (4-6), nous obtenons les déformations et les contraintes en fonction des voltages :

$$\delta_s(t) = \frac{\kappa_1 \cdot V_1(t) + \kappa_2 \cdot V_2(t)}{2} \quad (4-7)$$

$$\varepsilon(t) = \frac{\kappa_1 \cdot V_1(t) + \kappa_2 \cdot V_2(t)}{2l_0} \quad (4-8)$$

$$\dot{\varepsilon}(t) = \frac{1}{2l_0} \left[ \kappa_1 \frac{d}{dt}(V_1(t)) + \kappa_2 \frac{d}{dt}(V_2(t)) \right] \quad (4-9)$$

$$\sigma(t) = \frac{\kappa_F V_F(t)}{S_{éch}} \quad (4-10)$$

### 3-3) Essais de compression dynamique

#### 3-3-1 Dispositif expérimental

Les essais de compression dynamiques sont fréquemment employés. Ils sont uniaxiaux en contraintes et multiaxiaux en déformations. Le système des barres de Hopkinson que nous utilisons dans cette partie, est le même que celui employé dans le chapitre précédent (système illustré par la figure 3-4). Cette technique permet d'effectuer des essais jusqu'à des vitesses de déformation d'environ  $5 \cdot 10^3 \text{ s}^{-1}$ . Sa mise au point est malgré tout délicate, suite à de nombreux problèmes de propagation d'ondes et de géométrie d'éprouvette.

#### 3-3-2 Calcul des déformations, vitesses de déformation et des contraintes

La connaissance des ondes incidentes  $\varepsilon_I$ , réfléchies  $\varepsilon_R$  et transmises  $\varepsilon_T$  permet de remonter à l'histoire de la déformation et de la contrainte dans l'éprouvette. Il est possible de démontrer par la théorie de la propagation des ondes élastiques que les déplacements  $u(t)$  dans un milieu sont reliés aux déformations  $\varepsilon(t)$  par la relation :

$$u(t) = c_0 \int_0^t \varepsilon(\xi) d\xi \quad (4-11)$$

avec  $c_0$  la célérité des ondes élastiques dans la barre.

Comme il ressort de la figure 4-4, le déplacement  $u_1(t)$  sur la face de la barre incidente à l'interface avec l'éprouvette est la conséquence de deux déformations  $\varepsilon_I(t)$  et  $\varepsilon_R(t)$  se propageant respectivement dans la direction des "x positifs" et des "x négatifs". Ainsi,  $u_1(t)$  s'exprime de la façon suivante :

$$u_1(t) = c_0 \int_0^t \varepsilon_I(\xi) d\xi + (-c_0) \int_0^t \varepsilon_R(\xi) d\xi \quad (4-12)$$

ou encore :

$$u_1(t) = c_0 \int_0^t [\epsilon_I(\xi) - \epsilon_R(\xi)] d\xi \quad (4-13)$$

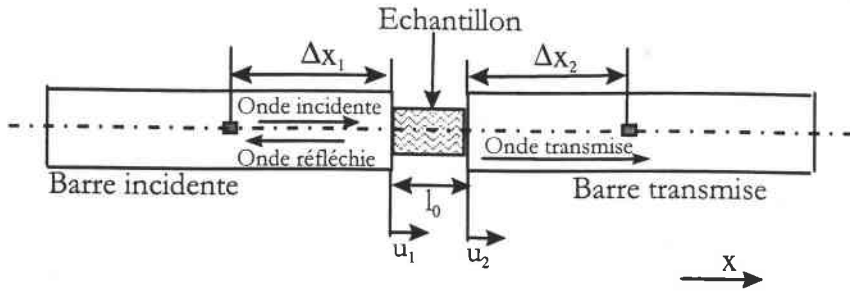


Figure 4-4 : Montage de compression dynamique sur les barres d'Hopkinson.

Sur la face de la barre de transmission, le déplacement  $u_2(t)$ , il est obtenu seulement à partir de la déformation  $\epsilon_T(t)$ , cette dernière se propageant vers les "x positifs". Il s'écrit :

$$u_2(t) = c_0 \int_0^t \epsilon_T(\xi) d\xi \quad (4-14)$$

Connaissant donc les déplacements à chaque interface de l'éprouvette, sa vitesse moyenne de déformation est :

$$\dot{\epsilon}_s(t) = \frac{\partial}{\partial t} \left[ \frac{u_1(t) - u_2(t)}{l_0} \right] = \frac{c_0}{l_0} [\epsilon_I(t) - \epsilon_R(t) - \epsilon_T(t)] \quad (4-15)$$

avec  $l_0$  la longueur initiale de l'éprouvette.

Cette expression se simplifie en considérant l'éprouvette comme suffisamment petite pour que puisse y être appliquées l'hypothèse d'une contrainte et d'une déformation constante au moment du passage des ondes. Cette hypothèse se traduit au niveau des déformations par la relation :

$$\epsilon_I(t) + \epsilon_R(t) = \epsilon_T(t) \quad (4-16)$$

Dans ce cas, la vitesse moyenne de déformation  $\dot{\epsilon}_s(t)$  dans l'échantillon est égale à :

$$\dot{\epsilon}_s(t) = 2 \frac{c_0}{l_0} \epsilon_R(t) \quad (4-17)$$

Enfin, on remonte à la déformation nominale dans l'éprouvette  $\varepsilon_s(t)$  par une simple intégration de sa vitesse de déformation par rapport au temps :

$$\varepsilon_s(t) = 2 \frac{c_0}{l_0} \int_0^t \varepsilon_R(\xi) d\xi \quad (4-18)$$

En ce qui concerne le calcul de la contrainte à laquelle l'éprouvette est soumise, il suffit de considérer les forces appliquées à chacune de ses faces.

Soit  $F_1(t)$  la force sur la face de l'éprouvette en contact avec la barre incidente :

$$F_1(t) = E_b A_b [\varepsilon_I(t) + \varepsilon_R(t)] \quad (4-19)$$

et  $F_2(t)$  la force sur la face de l'éprouvette en contact avec la barre de transmission :

$$F_2(t) = E_b A_b \varepsilon_T(t) \quad (4-20)$$

avec  $E_b$  : module de Young des barres de compression,

$A_b$  : section des barres.

La contrainte moyenne dans l'éprouvette  $\sigma_s(t)$  est donc égale à :

$$\sigma_s(t) = \frac{F_1(t) + F_2(t)}{2 A_s} \quad (4-21)$$

ou encore en terme de déformation :

$$\sigma_s(t) = \frac{E_b A_b}{2 A_s} [\varepsilon_I(t) + \varepsilon_R(t) + \varepsilon_T(t)] \quad (4-22)$$

avec  $A_s$  : section initiale de l'éprouvette.

Suivant l'hypothèse traduite par l'équation (4-16), cette expression se simplifie et finalement la contrainte nominale subie par l'éprouvette est donnée par la relation suivante :

$$\sigma_s(t) = E_b \left( \frac{A_b}{A_s} \right) \varepsilon_T(t) \quad (4-23)$$

Les difficultés de ce système, à savoir les barres de Hopkinson, tiennent essentiellement au problème du transport des ondes. Expérimentalement, les déformations sont mesurées à la surface de la barre. Théoriquement, elles doivent correspondre au déplacement axial d'une section entière de cette barre. Or, ce n'est effectivement le cas que si la propagation de l'onde à l'intérieur de la barre est unidimensionnelle, c'est à dire que le déplacement de tous les points d'une section est uniforme. Cependant, lors de l'impact du projectile sur la barre incidente, l'onde générée est très complexe au départ. Ceci est dû en particulier aux irrégularités géométriques à l'interface barre-projectile et à la propagation d'autres types d'ondes élastiques. Néanmoins, ces effets parasites s'amenuisent lorsque les ondes parcourent une distance

équivalente à environ 10 fois le rayon de la barre. Nous voyons donc ici la nécessité de ne pas placer les jauges de déformation trop proches du point d'impact. Afin de détourner cet handicap, nous avons collé les jauges à une distance supérieure à 10 rayons de la barre afin que l'onde soit "propre".

Un autre problème est lié à la vitesse de déformation, qui est limitée par les hypothèses d'homogénéité et d'uniaxialité des contraintes dans l'échantillon. Nous verrons plus tard comment nous avons surmonté ce problème.

Après avoir posé le principe des essais en compression dynamique et la méthode de dépouillement simplifiée, intéressons-nous à présent aux corrections des erreurs qui peuvent surgir lors de l'étude du comportement en compression dynamique du composite PA6/verre.

### 3-3-3) Corrections apportées

Pour une meilleure description du comportement en compression dynamique d'un matériau composite basé sur l'utilisation du système des barres de Hopkinson, il est nécessaire de tenir compte des erreurs dues à des phénomènes qui interviennent systématiquement au cours des essais. Ces erreurs proviennent essentiellement des problèmes propres aux essais de comportement dynamique tels que le frottement, l'inertie ou la dispersion des ondes.

#### \* *Correction des erreurs engendrées par le frottement et l'inertie :*

Le passage de l'onde de choc à l'interface barre incidente - éprouvette est susceptible d'être accompagné par un phénomène de frottement. Ce dernier induit un effort radial créant ainsi un état de contrainte non parfaitement uniaxial dans l'échantillon et conduisant à des erreurs dans la détermination du comportement du matériau.

Pour étudier l'influence du frottement sur les résultats d'un essai de compression sur barres de Hopkinson, **Malinowski et Klepaczko [92]** ont entrepris une analyse numérique. Ils ont combiné les effets du frottement et de l'inertie en se fondant sur des considérations énergétiques. La différence entre la contrainte idéale  $\sigma_0$  (telle qu'elle serait sans frottement et sans effet d'inertie) et celle donnée par l'analyse classique  $\sigma_z$  est fonction de divers paramètres tels que,  $\dot{\epsilon}$ ,  $\ddot{\epsilon}$ , (dérivées, première et seconde par rapport au temps de la déformation vraie), la géométrie de l'échantillon et le coefficient de frottement de coulomb  $\mu$ . On peut donc écrire:

$$\Delta\sigma = f(\dot{\epsilon}, \ddot{\epsilon}, \mu, S) \quad (4-24)$$

où  $\Delta\sigma = \sigma_z - \sigma_0$ ,  $\ddot{\epsilon} = d^2\epsilon/dt^2$ ,  $S = l/d_0$

S est donc l'élanement initial d'un échantillon cylindrique. La formulation explicite de l'équation (4-24) telle qu'elle a été calculée dans la référence [92] s'écrit :

$$\sigma_z - \sigma_0 = \frac{\mu\sigma_z}{3S} + \frac{\rho d^2}{12} \left(S^2 - \frac{3}{16}\right) (\dot{\epsilon}^2 + \ddot{\epsilon}) + \frac{3\rho d^2}{64} \ddot{\epsilon} \quad (4-25)$$

où  $S$  et  $d$  sont les valeurs actuelles de l'élanement et du diamètre de l'échantillon. Le premier terme provient des effets de frottement et les deux derniers des effets d'inertie. Les auteurs ont établi une correction sur le rapport  $S$  en déterminant une valeur optimale  $S_{opt}$  qui s'exprime de la manière suivante :

$$S_{opt} = \left[ \frac{2 \mu \sigma_z}{\rho d^2 (\dot{\epsilon}^2 + \ddot{\epsilon})} \right]^{1/3} \quad (4-26)$$

avec  $\sigma_z$  : Contrainte axiale moyenne mesurée

$\dot{\epsilon}$  : Vitesse de déformation

$\ddot{\epsilon}$  : Accélération de la déformation

$l$  : Epaisseur de l'éprouvette

$d$  : Diamètre de l'éprouvette

$S_{opt}$  : Rapport optimal  $l/d$ .

En effet, durant le processus de déformation, les termes  $\mu\sigma_z$  et  $(\dot{\epsilon}^2 + \ddot{\epsilon})$  changent continuellement. Une valeur particulière de  $S_{opt}$  est adéquate pour seulement un couple de valeur  $\mu\sigma_z$  et  $(\dot{\epsilon}^2 + \ddot{\epsilon})$ . Ainsi,  $S_{opt}$  doit être calculée pour les régions de déformation et de vitesse de déformation qui présentent un intérêt pour l'expérimentateur. En l'occurrence, l'équation (4-26) qui exprime la contrainte en fonction de la déformation, montre clairement qu'il n'existe qu'une seule valeur optimale  $S_{opt}$ . Cependant, cette valeur est fonction des conditions expérimentales.

Afin d'intégrer les effets du frottement et de corriger les incertitudes résultantes, nous avons mené quelques séries d'essais pour caractériser le comportement dynamique en frottement du matériau composite PA6/verre lors du glissement sur une contreface d'acier XC48. Le comportement de PA6/verre envers la contreface d'acier a été étudié à sec (sans lubrification), à l'air ambiant et à charge dynamique constante, en fonction de l'orientation des fibres par rapport à la direction du glissement.

Cette étude a été réalisée au sein de l'équipe d'Etude et de Recherche en Mécanique et Energétique des Surfaces (E.R.M.E.S.) à l'I.N.P.L de Nancy. Les expériences ont été réalisées à l'aide d'un tribomètre classique de type pion sur disque à contact plan/plan, situé dans une enceinte à vide, permettant de faire varier l'environnement gazeux. La vitesse linéaire de glissement relative du contact est fixée à  $0.5 \text{ ms}^{-1}$ , la charge normale appliquée, correspond à  $\vec{N} = 316 \text{ g}$ . Les échantillons testés sont des disques en acier XC48 de 60 mm de diamètre, épais de 10 mm et des pions cylindriques en PA6/verre avec un diamètre de 8 mm et une longueur de 20 mm. Pour toutes nos expériences, nous avons utilisé de l'acier XC48 (0.48 % de carbone). Afin d'obtenir un état de surface conduisant à un comportement en frottement reproductible, les échantillons sont polis mécaniquement. Le polissage s'effectue sous jet d'eau à l'aide de papier émeri (SiC) de grade allant de 600 jusqu'à 1200 pour assurer une bonne finition de la surface. La description complète du dispositif utilisé et des techniques de mesure est détaillée dans l'annexe 1.

Pour caractériser l'état du frottement de l'interface barre (acier)-échantillon (PA6/verre) dans les trois sens de compression (**L1**, **L2** et **T**), nous avons subdivisé les échantillons usinés à partir du PA6/verre, sous forme des pions, en deux catégories :

**Catégorie n°1** : Ce type d'échantillons va caractériser l'état du frottement du composite dans le sens L ( $\mu_{\perp}$ ). Ainsi, les pions ont été usinés de telle sorte que la surface du pion  $S_1$  (ou  $S_2$ ) présente des fibres orientées perpendiculairement à la direction de glissement.

**Catégorie n°2** : Cette catégorie a pour fin d'atteindre l'état du frottement caractéristique dans le sens T ( $\mu_{//}$ ). Afin de parvenir à ce but, la surface du pion ( $S_3$ ) a été usinée dans le sens des fibres. Les surfaces  $S_1$ ,  $S_2$  et  $S_3$  sont représentées par la figure 3-8.

Sur la figure 4-9, nous avons reporté l'évolution de la valeur moyenne du coefficient de frottement  $\mu_{\perp}$  en fonction du paramètre temps (distance parcourue), obtenue pour les échantillons de la première catégorie. A partir de cette courbe, on distingue deux zones :

**a) Première zone** : il s'agit d'une phase transitoire (adaptation des surfaces) qui dure environ 5 à 25 min et au cours de laquelle on observe un accroissement du coefficient de frottement.

**b) Deuxième zone** : elle caractérise le régime de frottement stationnaire dans lequel l'état d'équilibre est établi par stabilité des conditions de fonctionnement à l'interface [93]. L'état du frottement du matériau composite PA6/verre lorsque les fibres sont orientées parallèlement à la direction du glissement, est caractérisé par une valeur moyenne du coefficient de frottement de l'ordre  $\mu_{\perp} = 0.3$ .

Cependant, le comportement en frottement du matériau composite dans le cas où les fibres présenteraient une orientation parallèle à la direction du frottement (catégorie n°2), est représenté par la courbe présentée sur la figure 4-10. On note ici que l'évolution de la valeur moyenne du coefficient de frottement  $\mu_{//}$  varie de façon aléatoire avant d'osciller périodiquement. Dans cette configuration, le matériau composite présente un régime de frottement oscillatoire. Nous avons testé la reproductibilité d'un tel comportement en reconduisant plusieurs fois l'expérience avec d'autres pions, issus du même bloc de PA6/verre, et nous avons pu constater que l'instabilité réapparaît systématiquement après la mise en frottement pour les mêmes conditions d'expérience. Ainsi, dans une configuration où l'orientation des fibres est parallèle à la direction de glissement, l'état du frottement du PA6/verre est caractérisé par une valeur moyenne du coefficient de frottement de l'ordre de  $\mu_{//} = 0.25$ .

En conclusion, l'état du frottement caractéristique du composite PA6/verre dans le sens L diffère de celui dans le sens T. Nous assistons à un régime du frottement relativement plus sévère dans le cas où le composite présente des fibres normales à la surface de frottement (sens L). Cette augmentation du coefficient de frottement s'explique par un accroissement de la résistance au glissement, qui correspond aux forces nécessaires pour cisailer les fibres.

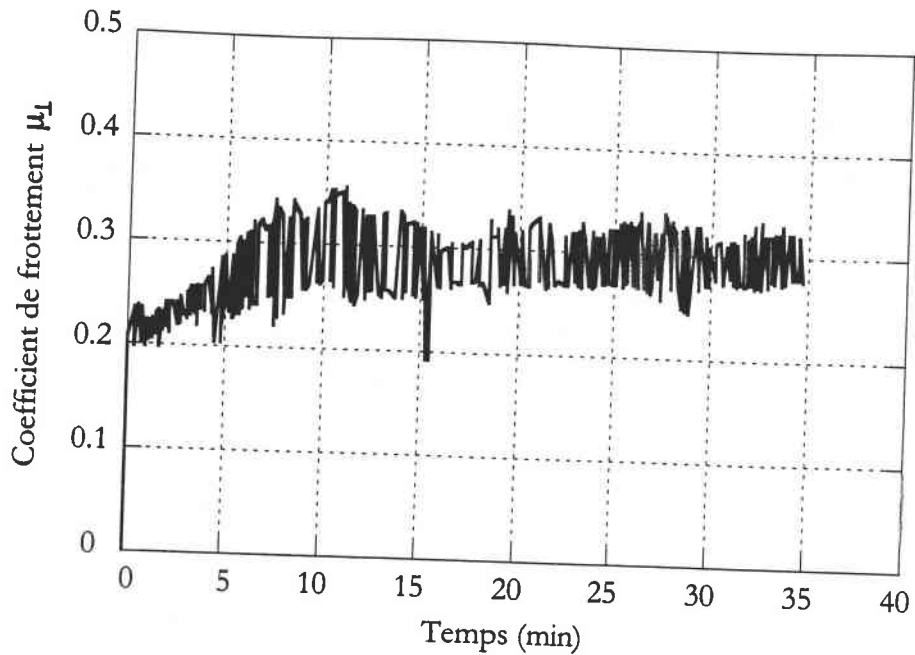


Figure 4-5 : Evolution du coefficient de frottement d'un contact dynamique et à sec entre l'acier et le composite PA6/verre, à l'aire libre. Surface apparente de contact  $S_1$  (ou  $S_2$ ).

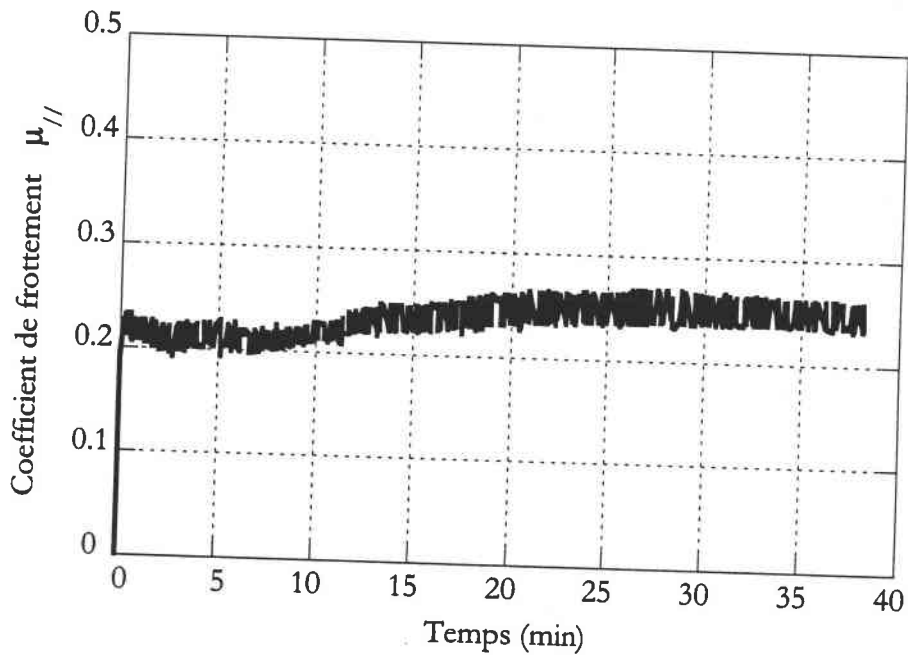


Figure 4-6 : Evolution du coefficient de frottement d'un contact dynamique et à sec entre l'acier et le composite PA6/verre, à l'aire libre. Surface apparente de contact  $S_3$ .

Pour tenir compte des effets de frottement au cours de nos essais dynamiques, nous avons utilisé la correction sur la contrainte due aux frottements aux interfaces barre-échantillon donnée par Malinowski et Klepaczko [92] :

$$\Delta\sigma = \mu\sigma \frac{d_0}{3l} \quad (4-27)$$

où  $d_0$  est le diamètre de l'éprouvette,

$l$  : hauteur de l'éprouvette,

$\mu$  : coefficient de frottement mesuré expérimentalement.

Ainsi, pour les trois sens de compression qui nous intéressent dans cette étude, l'erreur commise sur les contraintes due aux frottements aux interfaces barre-échantillons est évaluée par :

$\Delta\sigma = 0.022 \sigma$ , sens de compression **L**.

$\Delta\sigma = 0.033 \sigma$ , sens de compression **T**.

En pratique, nous avons mis une couche mince de lubrifiant  $\text{MoS}_2$  à l'interface barre-échantillon pour atténuer l'effet de frottement à ce niveau.

**\* Correction des erreurs engendrées par la dispersion des ondes :**

La réalité des barres n'est évidemment pas unidimensionnelle et leur caractère tridimensionnel entraîne une modification du processus de propagation des ondes. Ceci se traduit par le fait que la vitesse de propagation varie avec la longueur d'onde. Ainsi, à hautes fréquences les ondes se propagent moins vite qu'à basses fréquences. Ce phénomène a pour effet de créer des petites oscillations derrière le front d'onde principal, connues sous le nom de **Pochhammer et Chree**.

Ce problème de dispersion a été surmonté par une correction fondée sur la solution de l'équation de fréquence relative à un cylindre élastique infini [94], obtenue par **Pochhammer et Chree**. Cette méthode a été testée et validée par **Zhao [94]**. En utilisant la même démarche, nous avons effectué une décomposition de l'onde par une transformation de Fourier directe (FFT). Ensuite, nous avons procédé à une correction du déphasage, à l'aide de la solution de l'équation de fréquence. Ainsi, nous reconstituerons les signaux par une transformation de Fourier inverse :

$$\begin{aligned} I'(t) &= \text{FFT}^{-1} \left[ e^{-i \Delta x_1 \left[ \xi(\omega) - \frac{\omega}{c_0} \right]} \text{FFT}(I(t)) \right] \\ R'(t) &= \text{FFT}^{-1} \left[ e^{-i \Delta x_1 \left[ \xi(\omega) - \frac{\omega}{c_0} \right]} \text{FFT}(R(t)) \right] \\ T'(t) &= \text{FFT}^{-1} \left[ e^{-i \Delta x_2 \left[ \xi(\omega) - \frac{\omega}{c_0} \right]} \text{FFT}(T(t)) \right] \end{aligned} \quad (4-28)$$

avec  $\Delta x_1$  et  $\Delta x_2$  les distances entre les points de mesures et les interfaces barres/échantillon.

$I(t)$  : Onde incidente mesurée à une distance  $\Delta x_1$  de l'interface gauche (figure 4-4).

$R(t)$  : Onde réfléchie mesurée à une distance  $\Delta x_1$  de l'interface gauche.

$T(t)$  : Onde transmise mesurée à une distance  $\Delta x_2$  de l'interface droite.

$\omega$  : La pulsation de l'onde harmonique.

$x(\omega)$  : Nombre d'onde (représente aussi le coefficient de déphasage du déplacement de l'onde).



La figure 4-7 illustre un exemple représentatif de la correction apportée à la dispersion des ondes au cours d'un essai de compression transversale du composite PA6/verre. Il ressort de la comparaison du signal brut et de celui corrigé, que cette correction est négligeable. Cela est dû au fait que lors des essais, la distance parcourue par l'onde dans les barres entrante et sortante est de l'ordre 1500 mm.

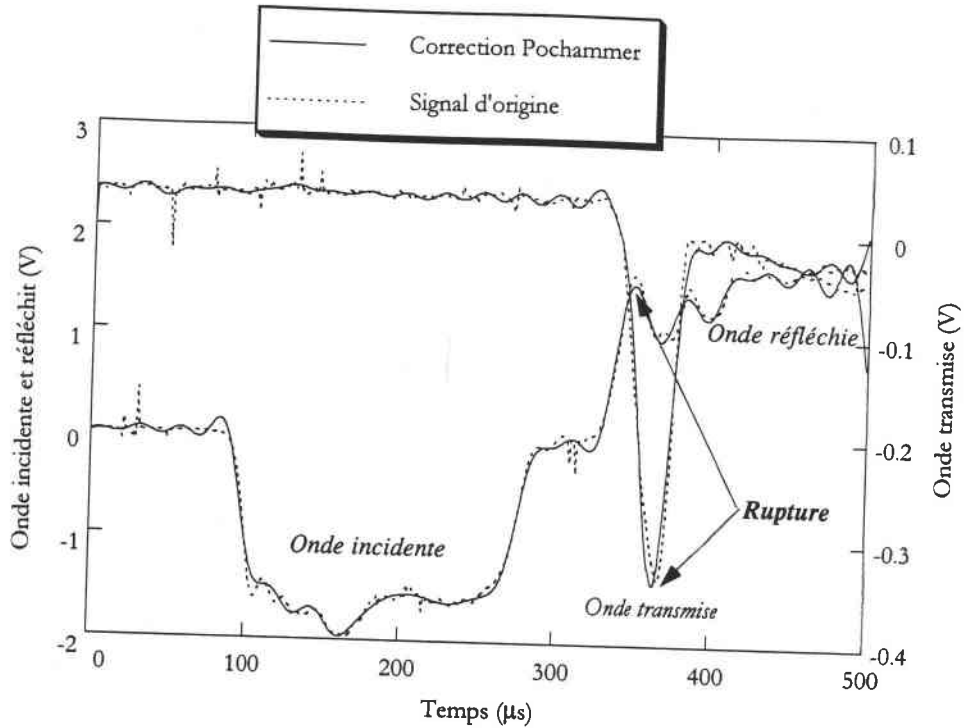


Figure 4-7 : Exemple d'oscillogramme d'ondes brut et corrigé lors d'un essai de compression dynamique.

La variation du déphasage du déplacement de l'onde en fonction de la fréquence est représentée sur la figure 4-8. Le spectre correspondant à cette variation est la figure 4-9. On note ici que les amplitudes sont quasiment nulles pour des fréquences supérieures à 150 kHz.

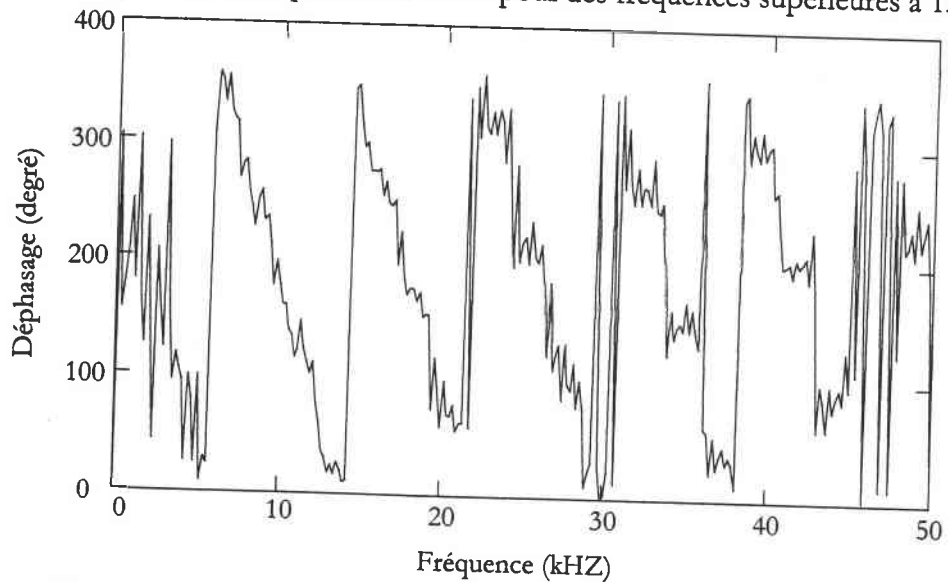


Figure 4-8 : Variation du déphasage en fonction de la fréquence.

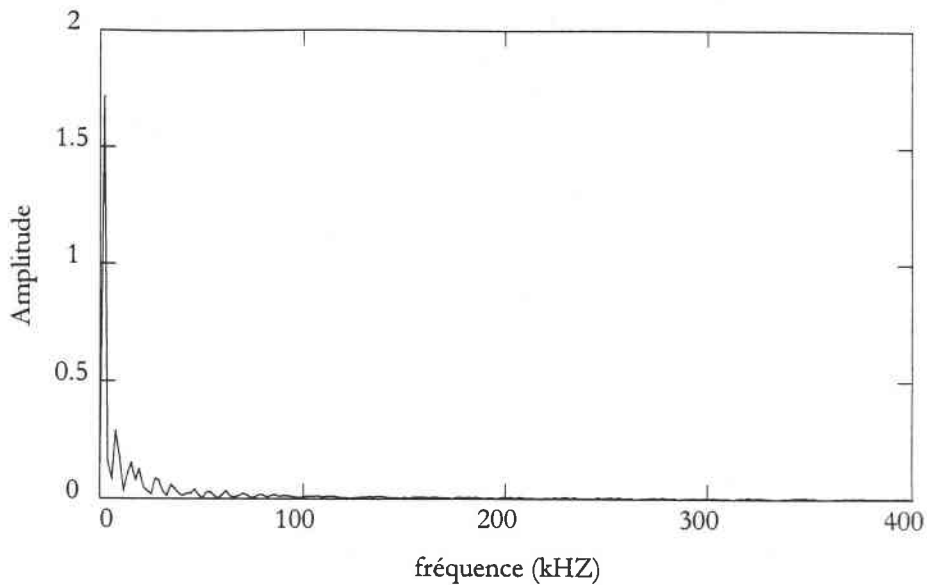


Figure 4-9 : Spectre du signal obtenu lors d'un essai de compression du PA6/verre.

L'utilisation de la compression constitue une bien meilleure plate-forme pour l'extension des essais statiques vers les grandes vitesses de sollicitation. Mais une connaissance approfondie du comportement de ce matériau demande encore une analyse plus détaillée des mécanismes de rupture et d'endommagement du composite PA6/verre. C'est ainsi que la perforation dynamique s'est présentée pour résoudre ce problème.

#### IV-4) METHODES DE CARACTERISATION PAR PERFORATION

Cette partie passe en revue la technique expérimentale développée dans la perforation dynamique des matériaux composites par impact direct.

##### 4-1) Eprouvette et projectile utilisés

Les éprouvettes de PA6/verre ont été préparées et usinées à partir de la même plaque utilisée pour les essais de compression.

Afin de minimiser les vibrations, nous avons choisi des éprouvettes circulaires avec un diamètre relativement, petit d'environ 20 mm. Les faces supérieures et inférieures ne sont pas usinées ni rectifiées de manière à n'induire aucune population supplémentaire de défauts de surface. L'épaisseur est celle de la plaque d'origine à savoir 9 mm.

Nous utilisons, un projectile poinçon cylindrique, en acier MARVAL 18, est plat de diamètre 10 mm. Pour évaluer l'influence de la vitesse, il serait intéressant de voir le comportement du matériau composite PA6/verre en poinçonnement quasi-statique.

#### 4-2) Présentation du dispositif de poinçonnement quasi-statique

Un dispositif de poinçonnement quasi-statique a été développé à partir de la même machine Zwick utilisée pour la compression. Le schéma du montage conçu pour les essais de poinçonnement quasi-statiques, adaptable sur la machine Zwick est illustré sur la figure 4-10. Afin de se placer dans des conditions de contact projectile-éprouvette identiques à celles imposées dans les essais dynamiques, la géométrie de l'extrémité du poinçon est plate de diamètre 10 mm. Il est placé sur la partie mobile du dispositif. Les supports et la géométrie des éprouvettes sont les mêmes que ceux utilisés en perforation dynamique.

Les essais du poinçonnement quasi-statiques sont réalisés à deux vitesses  $V_1 = 1.4 \cdot 10^{-7}$  mm/s et  $V_2 = 2.5 \cdot 10^{-4}$  mm/s, pour les deux supports (plan et de perforation).

L'ensemble des résultats obtenus est représenté sur les figures 4-12 et 4-13. Ces courbes représentent une légère dispersion. On peut remarquer que l'utilisation du support de perforation diminue la force critique à la rupture et augmente son déplacement critique  $\delta_c$ .

On constate aussi que dans le cas des essais avec support de perforation, le sommet de la courbe Force-Déplacement est arrondi, contrairement au cas des essais avec support plan où la rupture était caractérisée par une chute brutale de la force exercée par le poinçon.

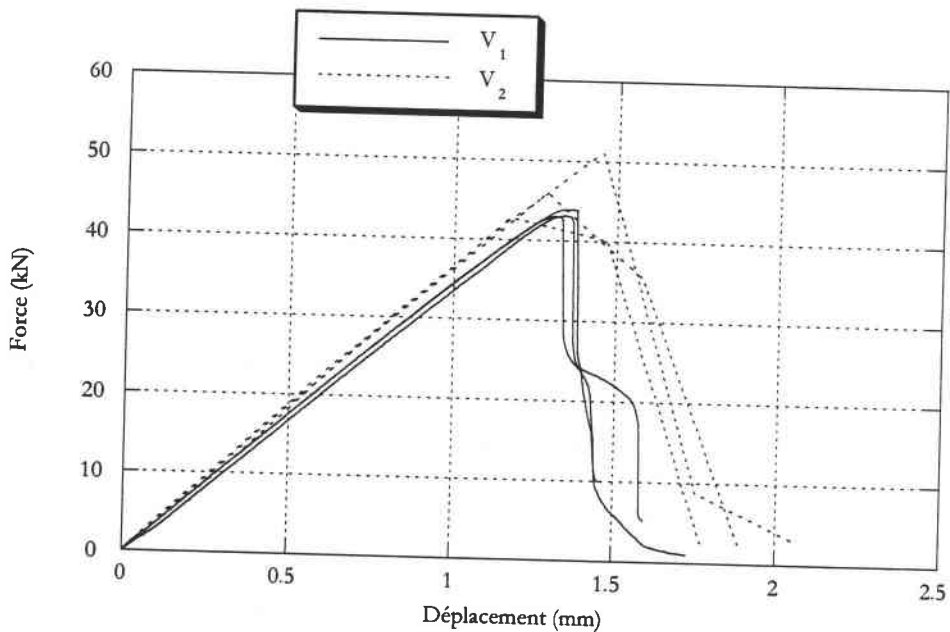


Figure 4-12 : Courbe force-déplacement sur machine rapide, essais avec support plan.  $V_1 = 1.4 \cdot 10^{-7}$  mm/s et  $V_2 = 2.5 \cdot 10^{-4}$  mm/s.

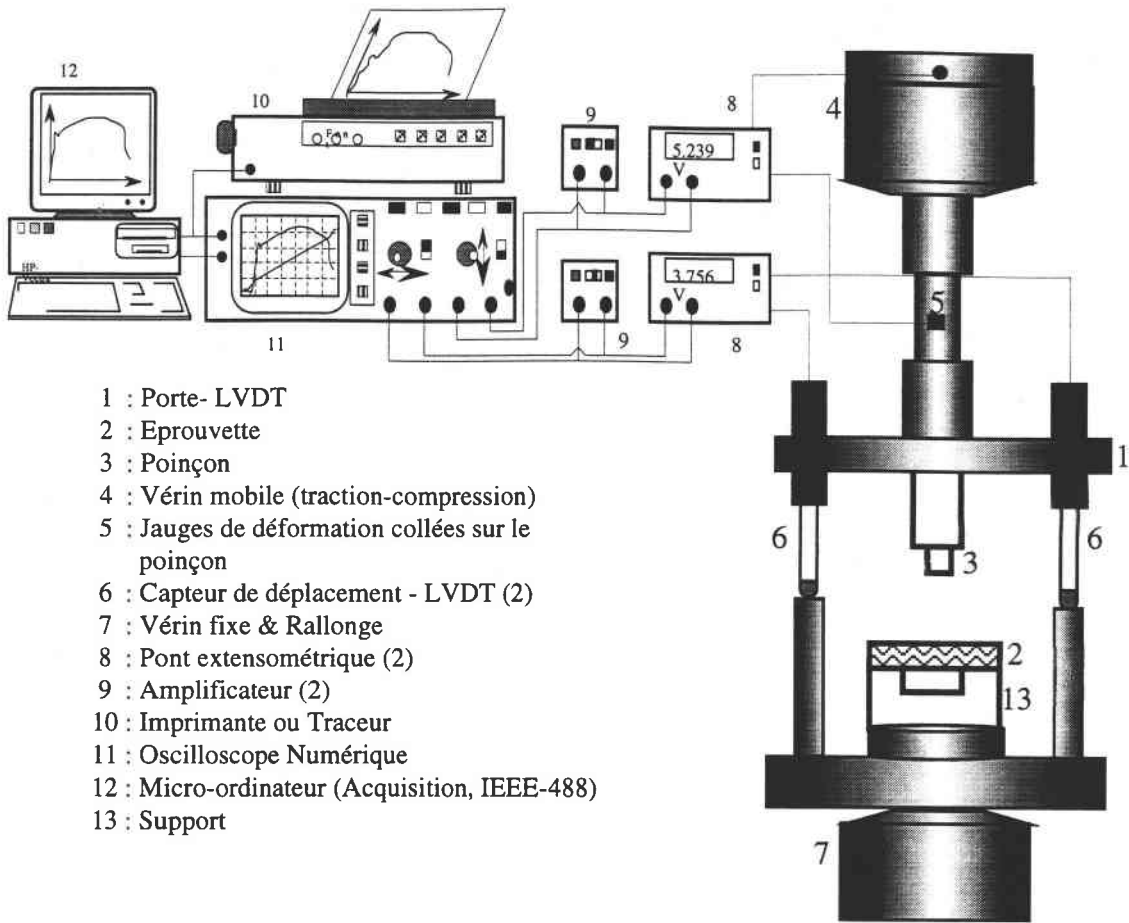


Figure 4-10 : Dispositif expérimental des essais quasi-statique du poinçonnement

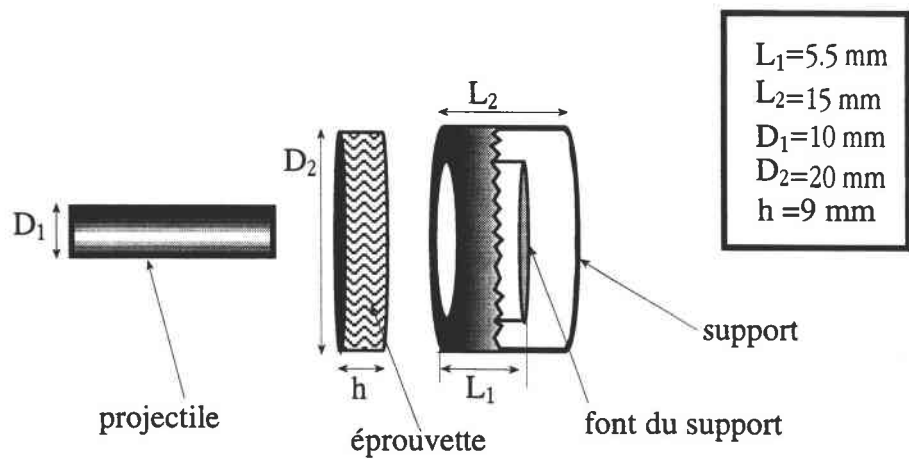


Figure 4-11 : Représentation schématique du projectile, de l'éprouvette et du support de perforation

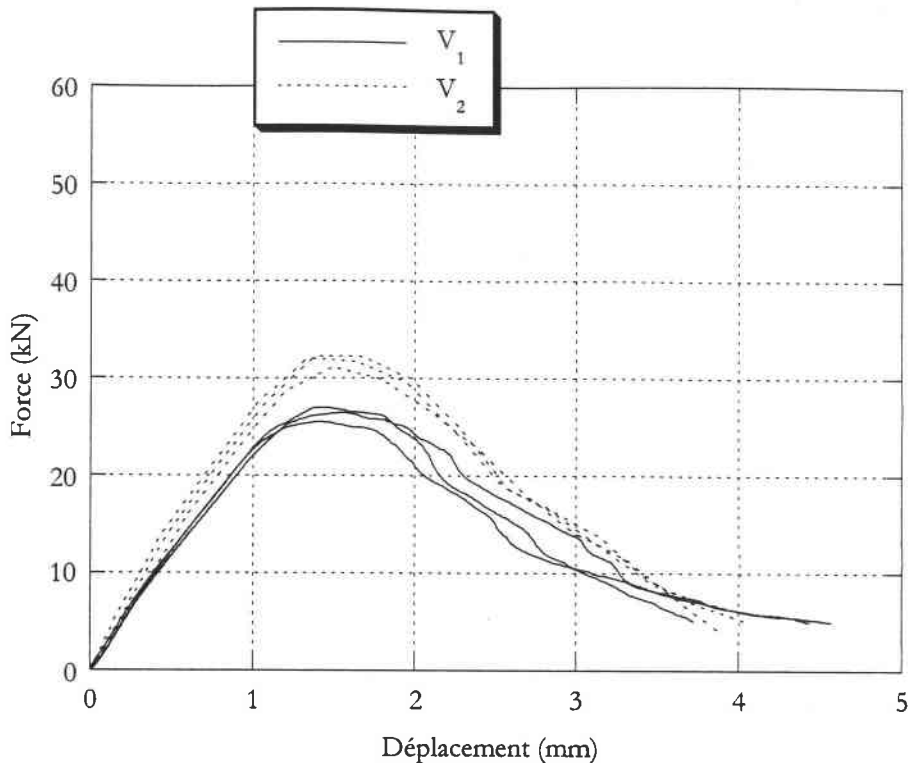


Figure 4-13 : Courbe force-déplacement sur machine rapide, essais avec support de perforation.  $V_1 = 1.4 \cdot 10^{-7}$  mm/s et  $V_2 = 2.5 \cdot 10^{-4}$  mm/s.

### 4-3) Perforation dynamique

#### 4-3-1) Nouvelle technique expérimentale pour l'étude de la perforation par impact direct

Plusieurs auteurs ont utilisé la version du dispositif de Hopkinson à poinçon dans laquelle la barre de sortie est remplacé par un tube, la barre d'entrée pouvant ainsi coulisser dans le tube. La violence de l'impact peut provoquer un matage du tube d'Hopkinson par le projectile. Il serait très ennuyeux d'avoir à changer le tube en entier. Afin de palier à ce problème et à d'autres problèmes sur lesquels nous reviendrons au cours de cette étude, nous avons remplacé le tube par une barre pleine entre l'éprouvette et la barre pleine nous avons intercalée par un support (plan ou de perforation) en acier traité thermiquement. L'utilisation de ce support présente l'avantage de ne pas réuser, après endommagement, un tube très long, difficile à usiner. En revanche, l'utilisation de ce support peut être très néfaste : en effet, cette interface supplémentaire peut provoquer une désadaptation d'impédance mécanique. Ceci a pour effet d'engendrer des réflexions d'ondes à cette interface tout en conservant la continuité de déplacements et de forces. Afin de minimiser ces réflexions, il faut que l'impédance mécanique du bouchon soit très proche de celle du tube. Mais comme les impédances acoustiques sont identiques (la barre et le support sont issus du même acier), alors seules les sections droites doivent être égales. C'est pourquoi on a choisi un support de perforation de face arrière fermée et de diamètre proche de celui de la barre de sortie (figure 4-14).

Les essais dynamiques consistent à utiliser un canon à air comprimé ; avec l'utilisation de l'Hélium, on peut atteindre des vitesses d'impact de l'ordre de 600 m/s. Pour déterminer la vitesse du projectile, nous avons utilisé le même système de mesure adopté pour les essais de la compression dynamique. La longueur de la barre de sortie doit être suffisamment grande afin d'empêcher la superposition de l'onde incidente (image de l'effort exercé par le projectile sur l'éprouvette) et de l'onde réfléchie (par l'extrémité de la barre).

A l'aide des jauges collées sur la barre de sortie, on peut détecter le signal de la force axiale transmise par l'échantillon à partir d'une onde de déformation longitudinale transmise. La mesure du mouvement de l'éprouvette se fait par l'intermédiaire d'un capteur optique de type Zimer OHG 200X. Celui-ci régit le déplacement axial de petites trames noires et blanches collées sur la face latérale de l'échantillon. Un ensemble E constitué d'une photodiode reliée à une fibre optique, sert à mesurer le signal de déplacement du projectile au cours de la perforation. Nous avons collé des stries sur le projectile. En présence de lumière, la photodiode émet un signal contenant des maxima (lorsqu'une strie noire se situe sous l'extrémité libre de la fibre optique) et des minima (lorsqu'une strie noire se situe sous la fibre). En effet, les stries sur le projectile constituent une sorte de codes barres. Le signal ainsi détecté, est amplifié par l'amplificateur A2 avant d'être visualisé sur l'oscilloscope DO et stocké dans le micro-ordinateur PC.

Cette configuration permet le suivi de la force exercée par le projectile sur l'éprouvette mais aussi le suivi du déplacement de l'éprouvette et du projectile à chaque instant, on observe ainsi une caractérisation temporelle de la perforation dynamique. De plus, elle permet d'atteindre des vitesses d'impact très élevées. Le principe du dépouillement est le même que celui utilisé pour les essais de compression.

#### 4-3-2) Résultats des essais de perforation dynamique

Les résultats expérimentaux sont regroupés selon les deux mécanismes d'endommagement que nous distinguerons dans cette partie : le délaminage et la perforation.

##### Impact non perforant

Dans un premier temps, nous nous limiterons à étudier l'évolution de la surface délaminée du matériau composite PA6/verre en fonction de la vitesse d'impact jusqu'à une vitesse limite de perforation. Pour cela, nous avons effectué une série d'essais d'impact direct avec support plan. L'impact atteint le centre de la cible dans la direction normale à son plan. La figure 4-15 montre un exemple de courbes force-temps obtenues dans cette série d'essais. La moyenne du temps de montée est de l'ordre de 16  $\mu$ s ; c'est le temps nécessaire pour que la force appliquée par le projectile atteigne son maximum.

L'examen de ces courbes permet de distinguer plusieurs phases pendant la durée du choc :

- Pendant une première phase, la force évolue linéairement en fonction du temps et de l'enfoncement du projectile;

- |                            |                           |
|----------------------------|---------------------------|
| 1 : Oscilloscope numérique | 8 : Amplificateurs        |
| 2 : Compteurs du temps     | 9 : Alimentations         |
| 3 : Photodiodes            | 10 : Impacteur            |
| 4 : Eprouvette             | 11 : Jauges               |
| 5 : Canon à gaz            | 12 : Barre de sortie      |
| 6 : PC-Ordinateur          | 13 : Extensomètre optique |
| 7 : Imprimante             | 14 : Support              |
|                            | 15 : Fibre optique        |

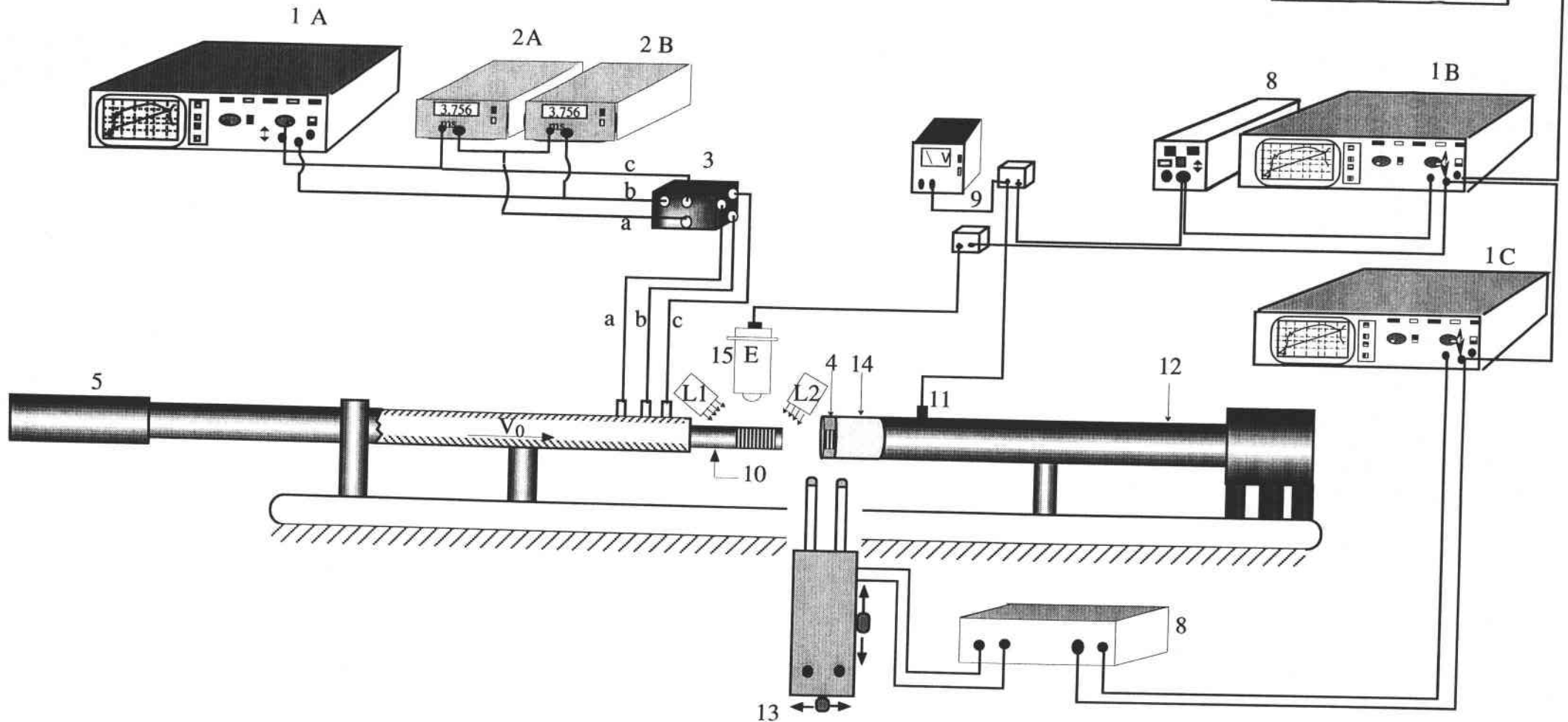


Figure 4-14 : Dispositif expérimental de l'essai de perforation dynamique.

- Une deuxième période se traduit par une légère incurvation de la courbe. La force atteint une valeur maximale  $F_1$ ;
- La troisième partie montre une nouvelle augmentation de la force jusqu'à une valeur maximale;
- La dernière partie est caractérisée par une diminution de la force, cette partie montre de fortes oscillations.

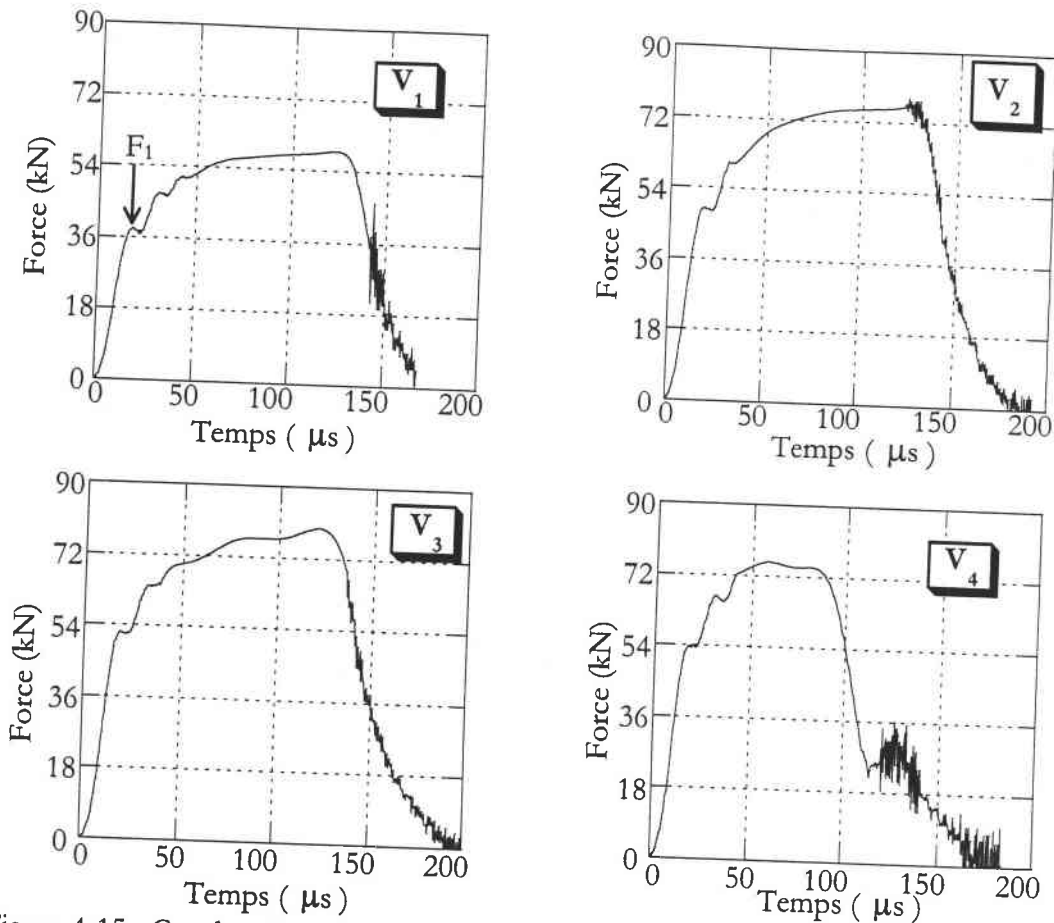


Figure 4-15 : Courbes force-temps, impact non perforant pour différentes vitesses d'impact  $V_1=19.45\text{m/s}$ ,  $V_2=26.00\text{m/s}$ ,  $V_3=27.50\text{m/s}$ ,  $V_4=29.07\text{m/s}$ .

Impact perforant

Afin d'étudier l'influence de la vitesse d'impact sur la perforation, nous avons intercalé le support de perforation (figure 4-11) entre l'éprouvette et la barre de sortie, ce qui favorise les effets de cisaillement et la rupture des fibres, permettant ainsi de diminuer la résistance à la perforation du matériau tout en restant dans la même gamme de vitesses (la gamme des moyennes vitesses).

La figure 4-16 représente un exemple de l'évolution du chargement dynamique en fonction du déplacement du projectile pour certaines gammes de vitesse d'impact.

Nous constatons l'existence de trois régions caractéristiques :

- La première est quasi linéaire, la force évolue linéairement jusqu'au pic  $F_1$  (déjà vu dans les essais avec support plan).
- La seconde région correspond à l'augmentation de la force appliquée par le projectile jusqu'à l'obtention de la force maximale où la pénétration commence.



- La troisième région est caractérisée par une diminution de la force et par la perforation de l'éprouvette. Le mouvement du projectile est décéléré à chaque rupture de plis. A partir de ces résultats, on observe l'effet du support de perforation sur la force. Son utilisation minimise la force résistante du matériau à la perforation.

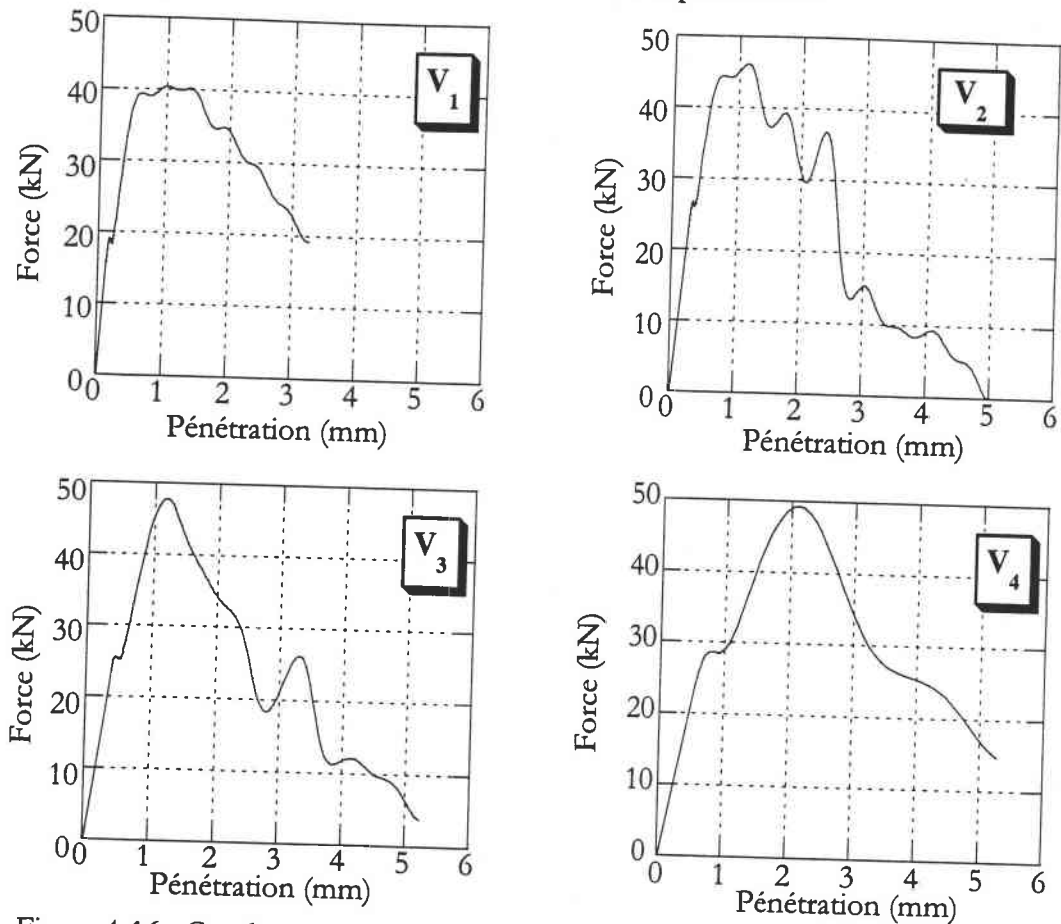


Figure 4-16 : Courbes force-temps, impact perforant pour différentes vitesses d'impact  $V_1=28\text{m/s}$ ,  $V_2=40\text{m/s}$ ,  $V_3=45\text{m/s}$ ,  $V_4=90\text{m/s}$ .

Compte tenu de ces résultats, une autre voie de recherche qui s'offre à nous est la flexion. Nous proposons, donc, d'étudier la flexion trois points, qui présente une plus grande souplesse entre régimes quasi-statique et dynamique.

#### IV-5) METHODE DE CARACTERISATION PAR FLEXION

L'intérêt de l'essai de flexion réside dans l'utilisation d'une géométrie d'éprouvette relativement simple et très familière en milieu industriel.

La caractérisation des matériaux composites par des essais de flexion est la technique la plus répandue dans ce domaine. Cependant, un essai de flexion n'est pourtant pas une sollicitation simple à comprendre et à exploiter. Malgré sa complexité, de nombreux auteurs se servent de la flexion comme support expérimental fiable, ce qui n'est sans doute pas étranger au coût réduit de ce type d'essais. Les essais de flexion quasi-statique sur des composites sont généralement effectués selon la norme ISO 178 ou ASTM D790. En ce qui concerne les essais

de flexion par choc sur éprouvettes entaillées, la plus communément utilisée est la configuration Charpy.

Lors d'un essai Charpy instrumenté, la courbe force-temps enregistrée par les jauges du percuteur (ou des appuis) présente de nombreuses oscillations d'amplitude plus ou moins importantes. Ces oscillations rendent délicate l'interprétation des résultats. Le signal obtenu est en réalité une combinaison complexe de la réponse de l'éprouvette, du chargement inertiel résultant de l'accélération de l'échantillon, du trajet des ondes de tension et de compression dans l'éprouvette et dans l'impacteur. En effet, l'impacteur instrumenté est parcouru par des ondes élastiques qui rendent l'exploitation des signaux mesurés difficile. Si le matériau testé est fragile, la rupture de l'échantillon peut intervenir dès les premières oscillations, voire lors du pic inertiel, rendant de ce fait la détermination du comportement réel de l'éprouvette encore plus difficile. Cependant, lors d'un essai Charpy instrumenté, seule la force appliquée à l'éprouvette est mesurée. La relation donnant la flèche en fonction de la force est donc nécessaire.

Afin de palier à ces problèmes et à d'autres problèmes sur lesquels nous reviendrons au cours de l'étude, nous avons développé une nouvelle technique expérimentale basée sur le dispositif des barres de Hopkinson et qui permet de mesurer le déplacement au centre du spécimen.

#### 5-1) Type d'éprouvettes utilisées en flexion trois points

Nos essais de flexion dynamique et quasi-statique ont été réalisés sur des éprouvettes parallélépipédiques non entaillées issues de la même plaque du composite PA6/verre et présentant les mêmes caractéristiques en longueur, largeur et rapport d'élançement.

La géométrie de l'éprouvette est représentée par la figure 4-17. Elle se rapproche de celle de l'éprouvette Charpy, puisque la longueur  $S$  entre appuis est de 40 mm [95]. Elle a une longueur de 50 mm, une largeur  $B$  de 10 mm et l'épaisseur de la plaque d'origine, à savoir 9 mm. Nous avons retenu une configuration d'éprouvette rigide caractérisée par un rapport  $S/W$  de l'ordre de 4.5, afin de diminuer l'influence des forces d'inertie sur la mesure de la force transmise à grandes vitesses d'impact. Les faces supérieures et inférieures ne sont pas usinées ni rectifiées de manière à n'induire aucune population supplémentaire de défauts de surface.

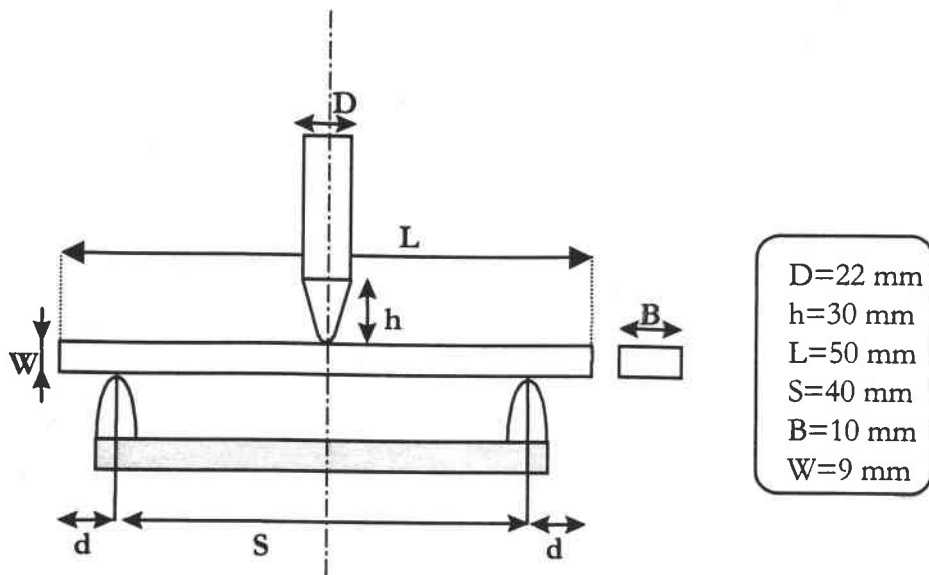


Figure 4-17 : Géométrie de l'éprouvette de flexion trois points, version LPMM.

Pour comparer les propriétés statiques et dynamiques du composite que nous étudions, il est souhaitable de disposer d'essais quasi-statiques présentant le plus de similitudes possibles avec les essais dynamiques.

### 5-2) Flexion trois points quasi-statique

La technique de flexion trois points est bien connue en régime quasi-statique et permet la mesure des contraintes de rupture et de l'énergie de rupture des matériaux testés. Nous allons décrire dans la suite le dispositif de flexion trois points en quasi-statique que nous avons mis en oeuvre.

#### 5-2-1) Instrumentation

Les essais de flexion quasi-statique sont réalisés sur la machine Zwick traction-compression. Le schéma du montage conçu pour les essais de flexion trois points quasi-statiques, adaptable sur la machine Zwick est illustré sur la figure 4-18. Le projectile (poinçon) et le support sont les mêmes que ceux utilisés en flexion dynamique.

La force est mesurée directement sur la cellule de charge de la machine d'essai. La flèche est mesurée par les deux capteurs de déplacement du type LVDT montés symétriquement sur la rallonge de la traverse mobile de façon à obtenir le plus précisément possible le déplacement du point d'appui central. Ce point est celui où la déformation en tension est maximale et où la rupture se produit. La qualité du montage se traduit par l'égalité des déplacements mesurés par chacun des capteurs. Ainsi, le déplacement que nous avons utilisé pour le traitement final est la moyenne des deux mesures. Les signaux de sortie sont reliés à un système d'acquisition semblable à celui utilisé en compression quasi-statique. La géométrie des éprouvettes est identique à celle utilisée pour les essais dynamiques. L'essai a lieu à déplacement imposé et à des vitesses de déplacement de la traverse variant de  $3.33 \cdot 10^{-6}$  à  $8.33 \cdot 10^{-3}$  mm.min<sup>-1</sup>. Il est poursuivi jusqu'à la rupture du matériau.

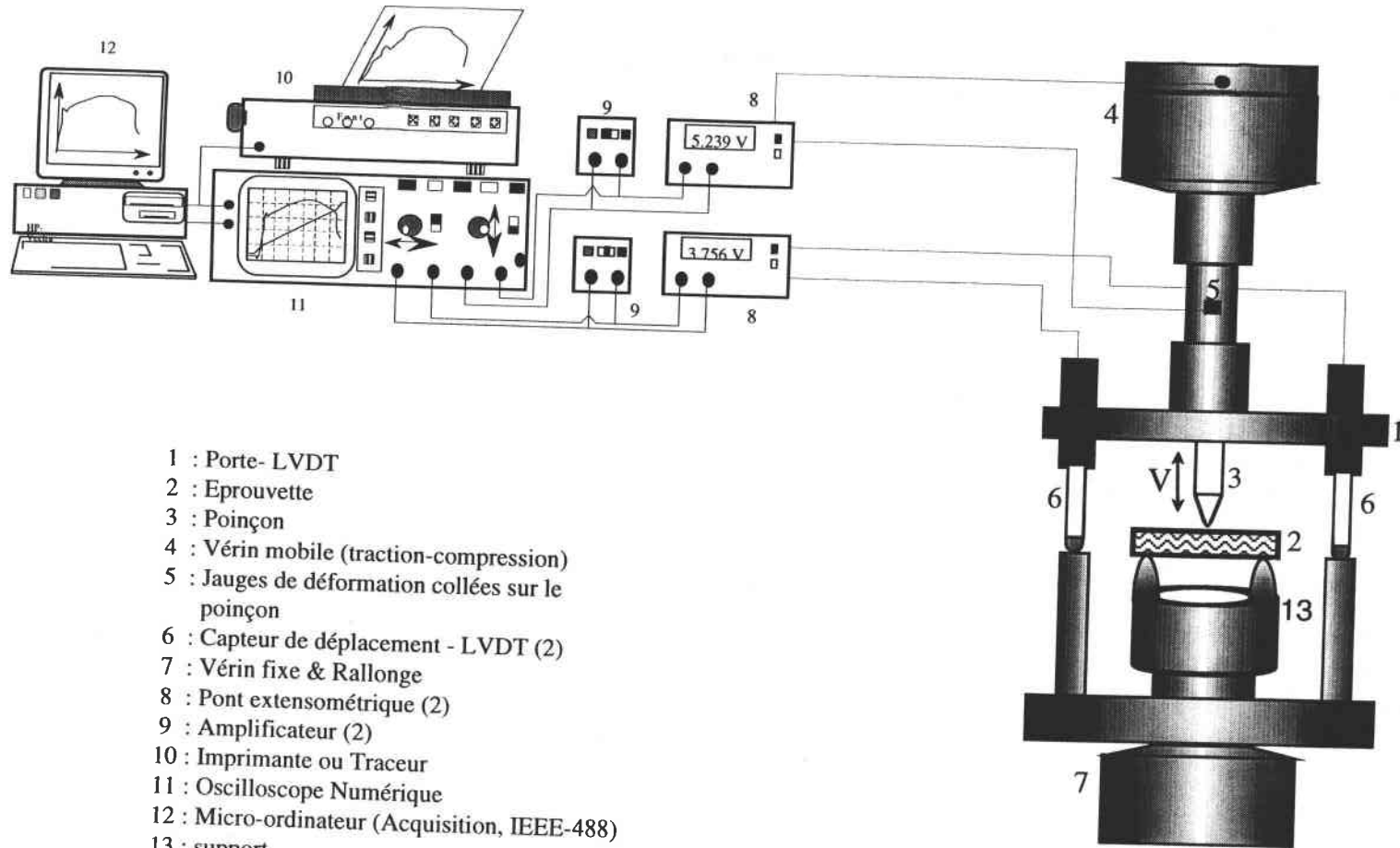


Figure 4-18 : Dispositif expérimental des essais quasi-statiques du flexion-trois points.

## 5-2-2) Principe de mesure

Le déplacement du point d'appui central est obtenu par une moyenne des déplacements mesurés par les deux LVDT :

$$\delta_{\text{éch}}(t) = \frac{\delta_1(t) + \delta_2(t)}{2} \quad (4-29)$$

Les déplacements réels  $\delta_1(t)$  et  $\delta_2(t)$  des capteurs, sont exprimés en fonction des tensions  $V_1(t)$  et  $V_2(t)$  fournies par le pont des jauges

$$\begin{aligned} \delta_1(t) &= \kappa_{d1} \cdot V_1(t) \\ \delta_2(t) &= \kappa_{d2} \cdot V_2(t) \end{aligned} \quad (4-30)$$

$\kappa_{d1}$  et  $\kappa_{d2}$  étant les coefficients d'étalonnage des deux capteurs LVDT.

Par dérivation, par rapport au temps de l'équation (4-29), la vitesse de déplacement s'écrit :

$$V(t) = \frac{d}{dt}(\delta_{\text{éch}}(t)) \quad (4-31)$$

La vitesse de déformation du matériau dans la fibre la plus tendue est donnée par :

$$\dot{\epsilon} = \frac{6 B}{S^2} V \quad (4-32)$$

V: Vitesse de déplacement,

B : Largeur de l'éprouvette,

S : Distance entre appuis.

La force appliquée au point d'appui central est donnée par :

$$F(t) = \kappa_F \cdot V_F(t) \quad (4-33)$$

où  $\kappa_F$  est le coefficient d'étalonnage de la force.

Un exemple des signaux  $V_1(t)$ ,  $V_2(t)$  et  $V_F(t)$  mesurés, est illustré par la figure (4-19).

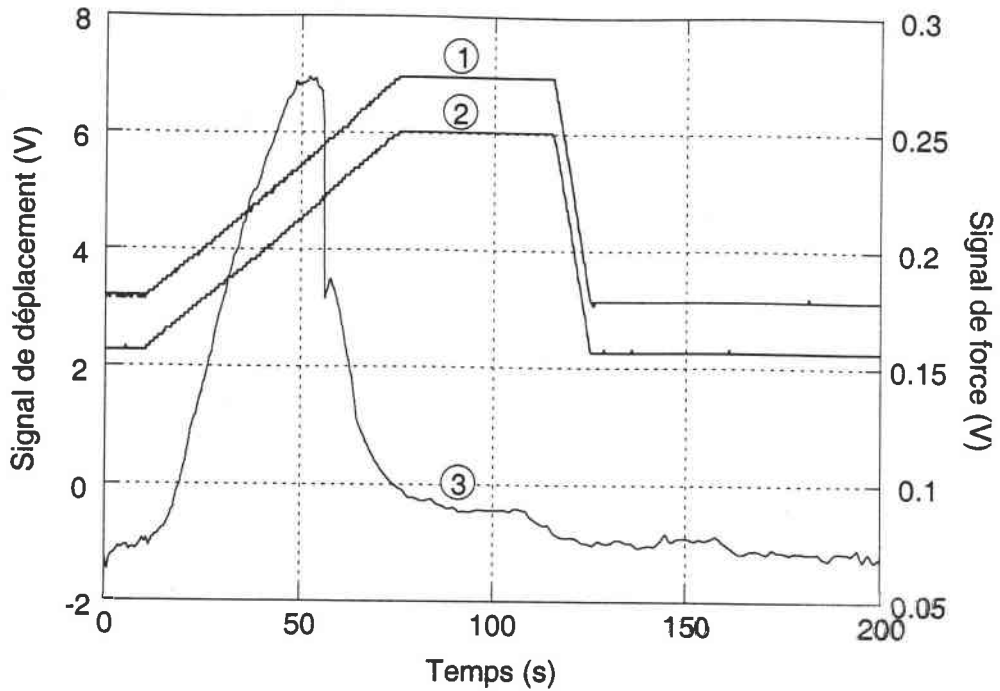


Figure 4-19 : Exemple d'oscillogrammes de déplacement (1) et (2) et de la force (3).

La contrainte de flexion à rupture  $\sigma_{ru}$  :

$$\sigma_{ru} = \frac{3 F_{ru} S}{2 B W^2} \quad (4-34)$$

$F_{ru}$  : Force à la rupture

$W$  : Epaisseur de l'éprouvette.

### 5-3) Flexion dynamique

Nous avons montré au chapitre I certains dispositifs et de quelques difficultés liées aux essais de flexion dynamique. Dans la partie suivante, nous allons présenter une nouvelle technique expérimentale développée au L.P.M.M. et qui permet d'étudier le comportement dynamique des matériaux composites en flexion. Nous montrerons ensuite, les avantages de cette nouvelle technique et sa capacité d'atteindre de très grandes vitesses d'impact, qui sont de l'ordre de 200 m/s.

#### 5-3-1) Nouvelle technique expérimentale de flexion trois points dynamique (version LPMM)

Généralement, la flexion ne permet pas d'avoir de bonnes informations sur la rupture à partir de la mesure des forces. Les ondes de flexion sont relativement lentes et la vibration des éprouvettes génère beaucoup de perturbations. L'utilisation du dispositif à barre de Hopkinson permet d'éliminer certains de ces problèmes, surtout pour obtenir une meilleure qualité de mesure.

La technique que nous avons élaborée lors de cette étude repose sur le principe des essais de flexion trois points Hopkinson. Les essais de flexion trois points Hopkinson les plus couramment utilisés instrumentent deux barres de sortie [17] afin de pouvoir déterminer la réaction au niveau des appuis. Pour minimiser les vibrations de types Pochhammer-Chree enregistrées lors d'un impact sur l'extrémité de la barre (figure 4-20), nous avons remplacé les deux barres de sortie par un tube, cette technique a été utilisée en double cisaillement par **Klepaczko et coll.** [96 et 97]. Ils ont montré que l'inertie radiale est beaucoup plus petite dans un tube que dans une barre pleine et ce pour un même diamètre extérieur. En effet, dans un tube les dispersions (déplacements) radiales sont partagées extérieurement et intérieurement.

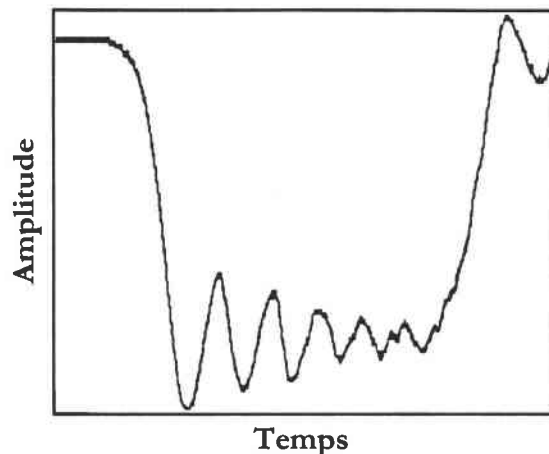


Figure 4-20 : Exemple d'oscillations dues à l'inertie radiale des barres.

Pour réaliser un contact linéaire entre l'impacteur et l'éprouvette lors du choc, les essais de flexion trois points Hopkinson nécessitent un impacteur dont l'extrémité est biseautée. Il en découle, donc, une variation d'impédance acoustique d'autant plus grande que l'extrémité biseautée est longue. Ainsi, l'onde incidente se réfléchit dès que la section de la barre d'entrée varie et se superpose à l'onde réfléchie. A cet effet, la méthode de dépouillement Hopkinson classique peut entraîner des erreurs non négligeables puisqu'une partie de l'onde réfléchie, utilisée lors du calcul, n'aura pas connaissance de la présence de l'éprouvette.

**Bacon [98]** a développé une méthode en prenant en compte les variations d'impédance le long de l'impacteur grâce à une discrétisation de ce dernier en segments à impédance constante. Il a montré que les erreurs engendrées par l'utilisation de la méthode classique sont d'autant plus importantes que la partie biseautée est longue. Il convient donc de trouver le bon compromis afin de mesurer correctement les déformations. Pour éviter ce problème de perturbations, nous avons chargé l'éprouvette avec un impact direct à l'aide d'un projectile biseauté, c'est à dire que la barre entrante est supprimée et le projectile vient directement en contact avec l'échantillon. Ainsi, la mesure du déplacement dans le temps, se fait par l'intermédiaire d'un extensomètre optique sans contact. Celui-ci réagit au déplacement axial de petites trames noires et blanches collées sur la partie centrale de la face tendue de l'échantillon.

Dans notre cas, l'appui de l'éprouvette sur le tube est réalisé par l'intermédiaire d'un bouchon, en acier 35NCD16 traité thermiquement : une trempe pour augmenter sa dureté et lui assurer

une bonne tenue lors des essais, ensuite un recuit permettant de réduire les contraintes internes dues au refroidissement rapide lors de la trempe.

Ce bouchon est monté par filetage sur le tube de sortie (figure 4-21). En revanche, l'utilisation de ce bouchon peut être très néfaste. En effet, cette interface supplémentaire peut provoquer une désadaptation d'impédance mécanique ( $\rho C S$ ). Ceci a pour effet d'engendrer des réflexions d'ondes à cette interface tout en conservant la continuité de déplacements et de forces. Ces réflexions parasites seront défavorables à l'avantage des résultats. Afin de les minimiser, il faut que l'impédance mécanique du bouchon soit très proche de celle du tube. Comme les impédances acoustiques ( $\rho C$ ) sont identiques (le tube et le bouchon sont en acier), alors seules les sections droites doivent être égales. L'utilisation du bouchon présente l'avantage de ne pas réuser ce tube après endommagement, tube qui, par sa longueur est très difficile à usiner. Dans notre cas il suffit d'usiner un nouveau bouchon.

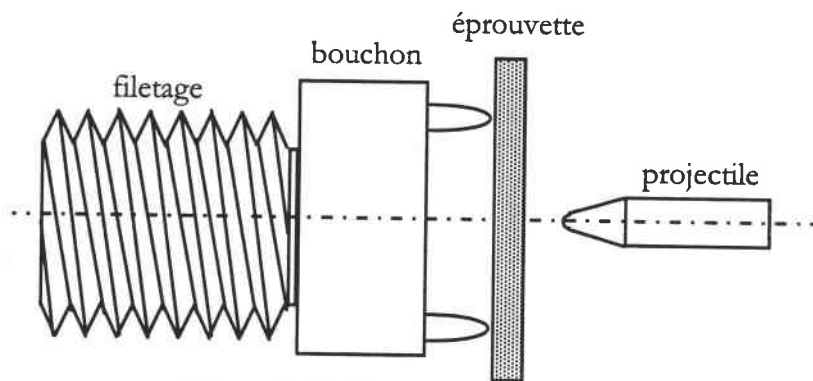


Figure 4-21 : Géométrie du bouchon

Une représentation schématique du montage est illustrée sur la figure 4-22, les diamètres extérieur et intérieur du tube sont respectivement de l'ordre de  $D_{\text{ext}} = 50$  mm et  $D_{\text{int}} = 30$  mm, sa longueur  $L_h = 4000$  mm. L'extrémité du projectile est biseautée de longueur  $L_b = 30$  mm ; la longueur du projectile  $L_p$  qui est un paramètre très important est égale à 100 mm. La figure 4-23 illustre le diagramme de Lagrange pour un projectile court.



- |                            |                           |
|----------------------------|---------------------------|
| 1 : Oscilloscope numérique | 8 : Amplificateurs        |
| 2 : Compteurs du temps     | 9 : Alimentations         |
| 3 : Photodiodes            | 10 : Impacteur            |
| 4 : Epreuve                | 11 : Jauges               |
| 5 : Canon à gaz            | 12 : Tube d'Hopkinson     |
| 6 : PC-Ordinateur          | 13 : Extensomètre optique |
| 7 : Imprimante             | 14 : Support              |

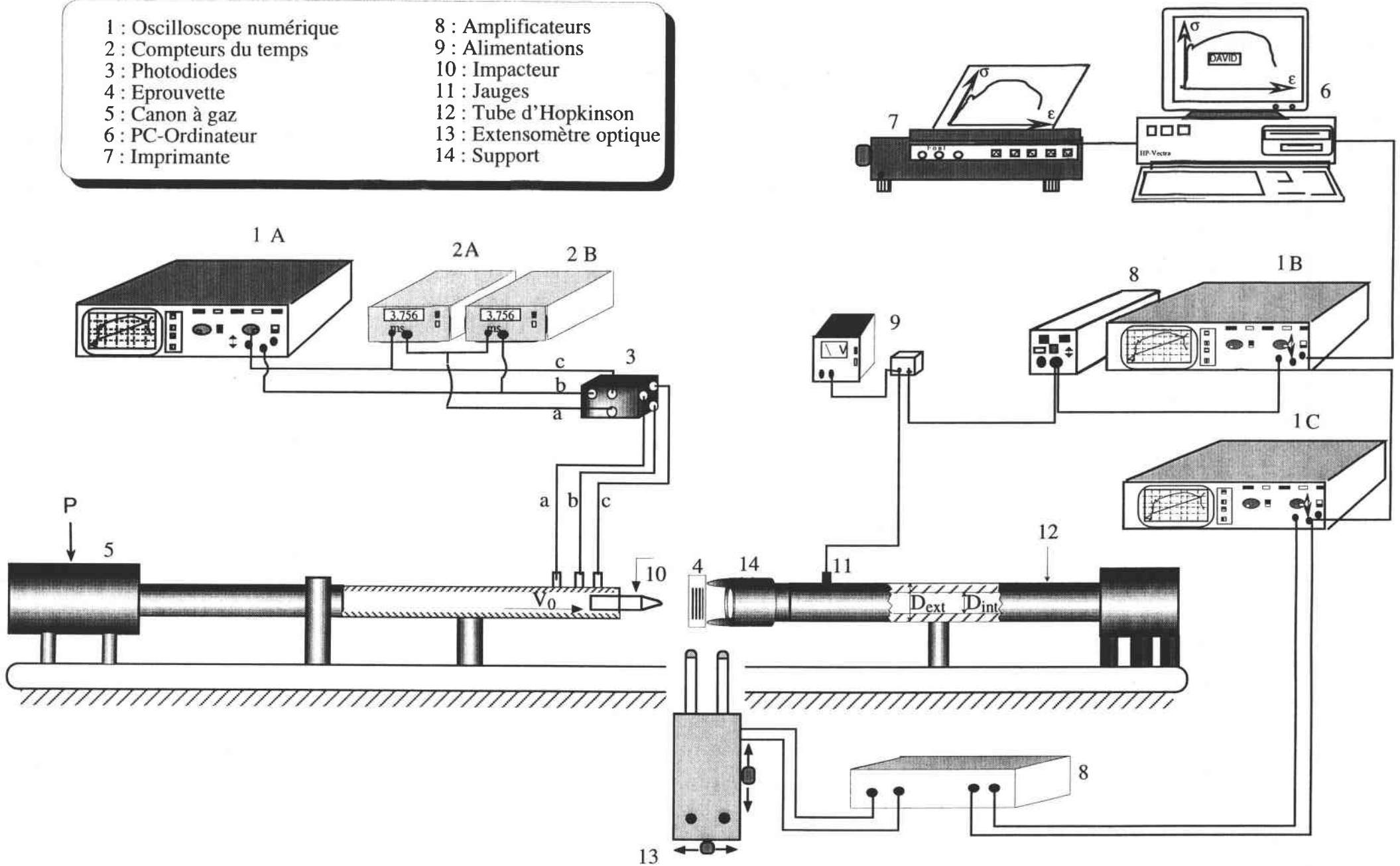


Figure 4-22 : Dispositif expérimental de l'essai de flexion dynamique.

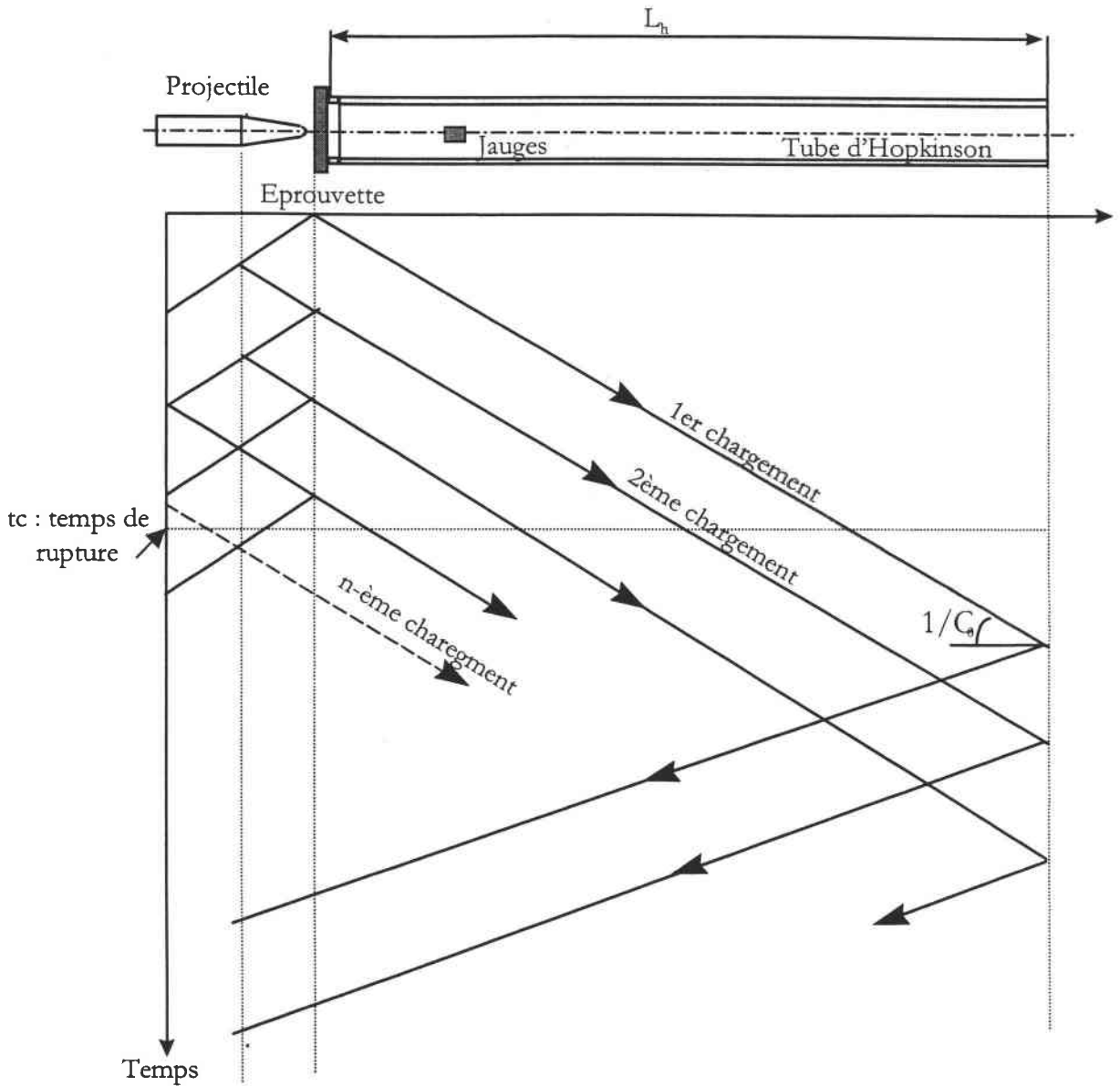


Figure 4-23 : Diagramme de Lagrange pour les essais de flexion dynamique, projectile court.

Le système de mesure de vitesse d'impact qu'on a adopté est le même que celui utilisé pour la compression. Il est constitué de trois couples lumière - photodiode placés sur l'extrémité libre du tube. Les intervalles de temps  $\Delta t_{12}$  et  $\Delta t_{23}$  sont mesurés par des compteurs de temps. On peut ainsi déterminer l'accélération (ou la décélération) du projectile après avoir parcouru une distance d'environ 2.5 m dans le tube du canon. Connaissant la distance entre l'échantillon et le dernier point de mesure, on peut calculer avec précision la vitesse du projectile au point d'impact.

Les autres avantages de cette configuration, à savoir flexion trois points Hopkinson, basée sur l'impact direct sont :

- \* Atteindre de grandes vitesses d'impact allant jusqu'à 200 m/s, ce qui n'est pas le cas des essais de type Charpy qui sont limités à 5 m/s,

- \* Un chargement par impact direct élimine le temps de montée entre l'onde incidente sur la barre et l'onde transmise sur le tube de sortie.
- \* Une réduction des dimensions de l'appareillage.

### 5-3-2) Calcul des déplacements, des vitesses de déplacement et de la force transmise

Dans ces essais de compression, la déformation et la vitesse de déformation sont déterminées par les ondes incidente et réfléchie. Par contre dans le cas de la flexion trois points Hopkinson, la mesure du déplacement est facilitée par l'utilisation très efficace de l'extensomètre optique sans contact du type Zimer OHG 200. Il mesure directement le déplacement du point central de la face tendue de l'éprouvette en fonction du temps.

La force axiale transmise par l'échantillon aux appuis, peut être déterminée comme une fonction du temps du signal de l'onde longitudinale de transmission. Celle-ci est mesurée par deux jauges de déformation collées sur le tube à deux endroits diamétralement opposés afin d'éliminer une éventuelle flexion de ce dernier. Ainsi, la réaction au niveau des appuis s'écrit :

$$F(t) = A_{\text{tub}} \cdot E_{\text{tub}} \cdot \varepsilon_T(t) \quad (4-35)$$

avec  $E_{\text{tub}}$  : Module de Young du tube Hopkinson.

$A_{\text{tub}}$  : Section du tube

$$A_{\text{tub}} = \frac{\pi}{4} (D_{\text{ext}}^2 - D_{\text{int}}^2) \quad (4-36)$$

où  $D_{\text{ext}}$  : Diamètre extérieur du tube

$D_{\text{int}}$  : Diamètre intérieur du tube.

Après amplification, le signal des jauges mesuré  $V_F(t)$  s'exprime en fonction du signal de l'onde transmise  $\varepsilon_T(t)$  par :

$$V_F(t) = \kappa_F \cdot \varepsilon_T(t) \quad (4-37)$$

$\kappa_F$  étant le facteur de calibration des jauges.

L'expression finale de la réaction au niveau des appuis s'exprime par la relation suivante :

$$F(t) = \frac{A_{\text{tub}} \cdot E_{\text{tub}}}{\kappa_F} \cdot V_F(t) \quad (4-38)$$

Le déplacement réel du point central de la face tendue de l'éprouvette  $\delta_s$ , imposé par le

projectile sur l'éprouvette s'exprime comme suit :

$$\delta_s(t) = \delta_{\text{ext}}(t) - \delta_{\text{tub}}(t) \quad (4-39)$$

où  $\delta_{\text{ext}}$  et  $\delta_{\text{tub}}$  représentent respectivement le déplacement mesuré par l'extensomètre optique et le déplacement du tube d'Hopkinson. Une analyse de la propagation des ondes élastiques dans les barres ou les tubes élastiques permet de déterminer le déplacement du tube  $\delta_{\text{tub}}$  en fonction de l'onde transmise  $\varepsilon(t)$ . Ainsi  $\delta_{\text{tub}}$  s'écrit sous la forme suivante :

$$\delta_{\text{tub}}(t) = c_0 \int_0^t \varepsilon_T(\xi) d\xi \quad (4-40)$$

On constate que la relation force-flèche de l'échantillon est déterminée à partir de l'onde transmise dans le tube d'Hopkinson. Les différentes expressions de  $\delta_{\text{ext}}(t)$  et de  $\delta_{\text{tub}}(t)$  sont obtenues sous forme de tensions recueillies tout au long des essais par les jauges de résistance placées sur le tube à une distance d'environ  $3D_{\text{ext}}$  du bouchon. On passera forcément par un calcul intermédiaire pour transformer ces grandeurs dans leurs unités correspondantes avec :

$$\delta_{\text{ext}}(t) = \kappa_d \cdot V_d(t) \quad (4-41)$$

$\kappa_d$  étant un facteur de calibration du déplacement obtenu par étalonnage.

La combinaison des équations (4-41), (4-40) et (4-39), nous donne la flèche réelle au centre de l'éprouvette :

$$\delta_s(t) = \kappa_d \cdot V_d(t) - \frac{c_0}{k_F} \int_0^t V_F(\xi) d\xi \quad (4-42)$$

Les oscillogrammes caractéristiques des signaux mesurés  $V_d(t)$  et  $V_F(t)$  sont représentés sur la figure 4-24. Ils sont obtenus pour un essai réalisé à une vitesse d'impact égale à 17 m/s. Le signal force enregistré par les jauges de la barre transmise comporte de nombreuses oscillations. On observe, en réalité, une perte de contact entre l'éprouvette et les appuis 85  $\mu\text{s}$  après le début du choc. Ainsi, pendant pratiquement 36  $\mu\text{s}$ , l'échantillon ne repose pas sur les appuis (figure 4-24). Ceci montre que les phénomènes mis en jeu sont beaucoup plus complexes que dans le cas d'un simple essai de flexion trois points statique. Il convient donc d'interpréter physiquement ces phénomènes.

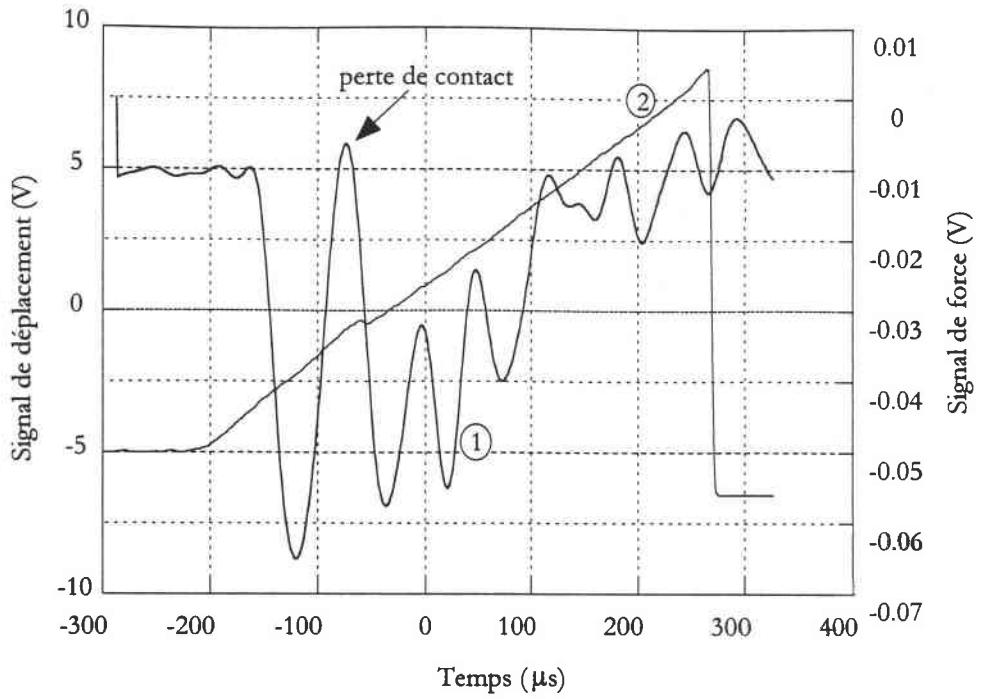


Figure 4-24 : Oscillogrammes du déplacement (2) et de la force (1).

**Interprétations**

Une étude assez complète des phénomènes inertiels a été effectuée par **Kalthoff [99]** sur une éprouvette en araldite. De nombreuses mesures ont été réalisées au niveau des contacts avec les appuis et l'impacteur ainsi qu'en pointe de fissure (figure 4-25).

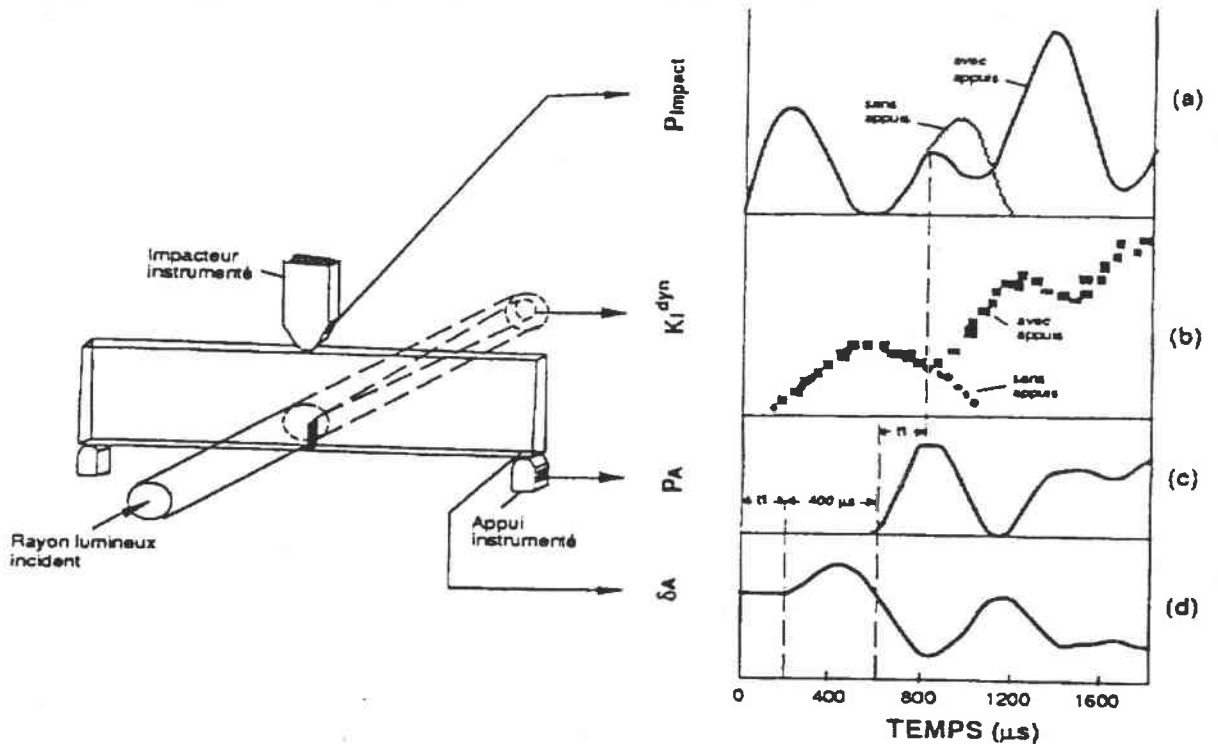


Figure 4-25 : Mise en évidence des phénomènes inertiels, [99].

La figure 4-25 compare la force mesurée sur l'impacteur (a), le facteur d'intensité des contraintes (b) mesuré par la méthode des caustiques, la force appliquée aux appuis (c) et le déplacement d'une extrémité de l'éprouvette par rapport aux appuis (d). La comparaison de ces quatre signaux montre que les appuis sont chargés après un temps de  $600 \mu\text{s}$  suivant le début de l'impact. Ce temps est à peu près trois fois supérieur au temps que met une onde pour se propager depuis l'impacteur jusqu'à un appui. En fait, une perte de contact est observée au niveau des appuis (signal d) car les extrémités de l'éprouvette partent en arrière. Cet événement se produit à  $200 \mu\text{s}$ , ce qui correspond à la durée du trajet de l'onde dans l'éprouvette.

Les signaux (a) et (b) de la figure 4-25 ont été mesurés avec et sans appuis. On s'aperçoit que ces signaux sont identiques au début de l'impact. Ceci montre que l'éprouvette se trouve en flexion un point ; elle n'est pas encore sur les appuis. Le mode de flexion trois points quasi-statique n'est donc pas encore établi et la déformation est due uniquement aux efforts d'inertie.

Pendant la mise en charge, l'éprouvette passe donc par plusieurs étapes, résumées sur la figure 4-26.

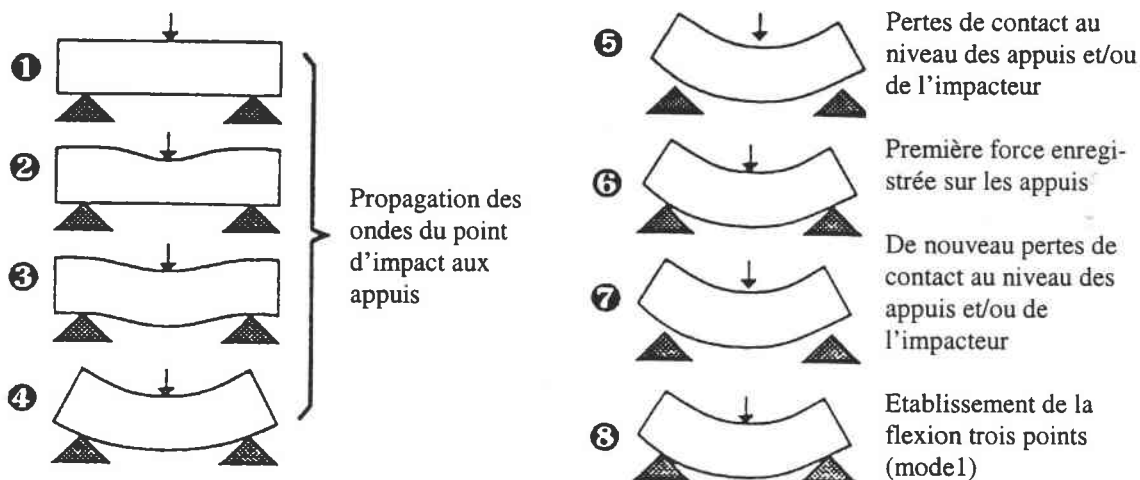


Figure 4-26 : Evolution de la déformation de l'éprouvette au début du choc, [99].

**Saxton et coll. [100]** ont étudié le premier pic d'inertie. D'après eux, les forces d'inertie auxquelles l'éprouvette est soumise sont maximales au moment du choc ( $t = 0$ ) puisque la différence entre la vitesse de l'impacteur et celle de l'éprouvette est la plus importante à cet instant. Une schématisation grossière peut être faite (figure 4-27). L'amplitude du premier pic est gouvernée par les impédances acoustiques de l'impacteur et de l'éprouvette.

D'après **Saxton et coll. [100]**, le temps de montée observé sur les enregistrements est dû au système de mesure (temps de réponse des jauges et de l'électronique associées) et masque la réponse mécanique du système. Ceci paraît peu plausible compte tenu du temps de réponse des instruments modernes.

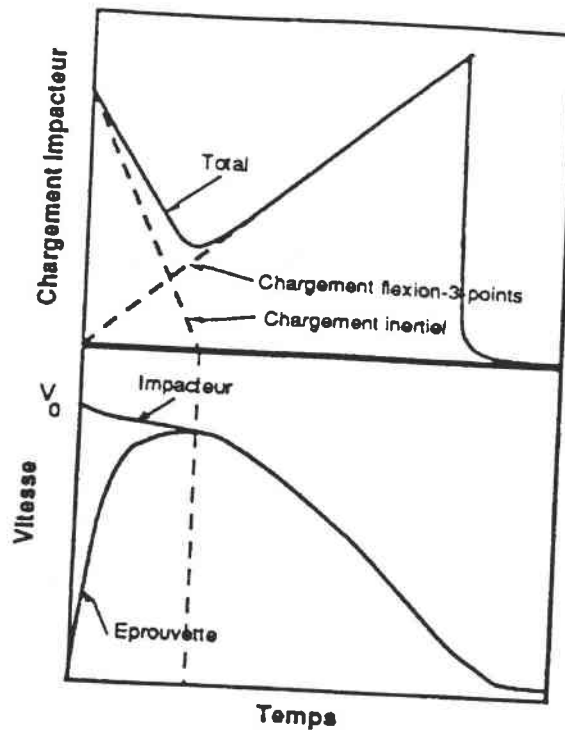


Figure 4-27 : Chargement inertiel, [100].

Nous pouvons dire en conclusion que la sollicitation dynamique d'une éprouvette de flexion trois points entraîne des effets inertiels non négligeables. C'est pourquoi il convient de les considérer lors de nos essais de mesure.

#### IV-6) CONCLUSION

En flexion trois points, nous avons choisi un montage qui limite les fluctuations obtenues à basse fréquence, ce qui permet de mieux décrire les amplitudes des oscillations de la courbe force-temps. Contrairement aux tests effectués par l'essai Charpy instrumenté, cette nouvelle configuration permet de mesurer non seulement la force appliquée mais aussi le déplacement du point d'application de cette force à partir des mesures immédiates. Cependant, des obstacles demeurent et constituent les perspectives d'amélioration de ce moyen d'essai, éviter par exemple le décollement de l'éprouvette des appuis et la mesure immédiate de la force au point d'impact.

En perforation dynamique, nous avons mis en évidence une nouvelle technique expérimentale permettant d'atteindre des vitesses d'impact très élevées ainsi que l'évaluation des performances balistiques (vitesse limite de perforation, profondeur de pénétration et force résiduelle du projectile après perforation) du matériau composite PA6/verre.

L'exploitation de ces résultats expérimentaux n'est pas immédiate. Dans le chapitre suivant, ces données seront analysées et exploitées afin de montrer l'influence de la vitesse d'impact sur les valeurs caractéristiques des composites polyamide 6/verre.

## CHAPITRE V

# ANALYSE ET EXPLOITATION DES RESULTATS



## Chapitre V

### ANALYSE ET EXPLOITATION DES RESULTATS

#### V-1) INTRODUCTION

Si le comportement mécanique de différents matériaux composites sous l'effet de sollicitation dynamique a suscité plusieurs travaux, il n'a pas été trouvé, dans la littérature, d'étude concernant l'influence des sollicitations dynamiques sur le comportement mécanique des composites PA6/verre. Les résultats que nous exposons dans ce chapitre contiennent une certaine part d'originalité, liée aux nouvelles techniques élaborées pour leur obtention. Celle-ci correspondent donc à une évolution en matière de recherche dans le domaine du comportement au choc des matériaux composites. Ce chapitre se divise en trois parties :

La première partie présente tout d'abord les résultats relatifs à l'influence de la vitesse de sollicitation en compression sur la réponse mécanique du composite PA6/verre. Ensuite sont rapportés les résultats d'analyse des surfaces où le choc a eu lieu. Une discussion de ces résultats permet de remonter aux mécanismes de rupture en statique ou en dynamique du composite PA6/verre.

La seconde partie a pour but d'examiner les mécanismes de rupture intervenant au cours du processus de perforation des composites PA6/verre et de déterminer l'effet de la vitesse de sollicitation sur les principales quantités mesurables lors des essais de perforation, à savoir la vitesse limite de perforation, la profondeur de pénétration et la force résiduelle du projectile après impact.

Enfin, la troisième partie s'articule de la même façon que la première, elle a pour but de discuter les résultats obtenus en flexion. De plus, une comparaison de ces résultats expérimentaux avec ceux issus de quelques modélisations appliquées à notre composite permettra une meilleure appréciation de ces résultats.

#### V-2) COMPORTEMENT DU COMPOSITE PA6/VERRE EN COMPRESSION

Tous les résultats relatifs au comportement du composite PA6/verre en compression sont issus des essais effectués à température ambiante. Pour chaque vitesse de déformation retenue, trois ou quatre échantillons sont testés afin de minimiser la dispersion des résultats et de disposer ainsi d'un comportement moyen et représentatif du matériau. Au cours de l'interprétation des résultats, nous nous limiterons à une analyse des courbes moyennes représentatives.

2-1) Essais quasi-statiques

Pour une meilleure analyse globale du comportement de notre composite soumis à des vitesses de déformation différentes, nous avons mené en premier lieu une étude en compression quasi-statique. Celle-ci permet de déterminer l'évolution des caractéristiques du composite PA6/verre dans le domaine des faibles vitesses de déformation. Pour chaque sens de compression **L1**, **L2** et **T** (précisé auparavant au chapitre III), nous avons choisi cinq vitesses de déformation.

Sens de compression **L1** :  $\dot{\epsilon}_1 = 10^{-5} \text{ s}^{-1}$ ,  $\dot{\epsilon}_2 = 3.7 \cdot 10^{-4} \text{ s}^{-1}$ ,  $\dot{\epsilon}_3 = 2.2 \cdot 10^{-2} \text{ s}^{-1}$ ,  $\dot{\epsilon}_4 = 0.4 \text{ s}^{-1}$ ,  $\dot{\epsilon}_5 = 1.3 \text{ s}^{-1}$ .

Sens de compression **L2** :  $\dot{\epsilon}_1 = 10^{-5} \text{ s}^{-1}$ ,  $\dot{\epsilon}_2 = 3 \cdot 10^{-4} \text{ s}^{-1}$ ,  $\dot{\epsilon}_3 = 10^{-2} \text{ s}^{-1}$ ,  $\dot{\epsilon}_4 = 0.3 \text{ s}^{-1}$ ,  $\dot{\epsilon}_5 = 0.7 \text{ s}^{-1}$ .

Sens de compression **T** :  $\dot{\epsilon}_1 = 1.6 \cdot 10^{-5} \text{ s}^{-1}$ ,  $\dot{\epsilon}_2 = 6.4 \cdot 10^{-4} \text{ s}^{-1}$ ,  $\dot{\epsilon}_3 = 3.4 \cdot 10^{-2} \text{ s}^{-1}$ ,  $\dot{\epsilon}_4 = 0.5 \text{ s}^{-1}$ ,  $\dot{\epsilon}_5 = 1 \text{ s}^{-1}$ .

Les essais ont été arrêtés au moment où la première amorce de rupture est apparu. Après la rationalisation des courbes force/allongement, nous avons obtenu les faisceaux de courbes contrainte-déformation pour les différents sens de compression reportés sur les figures 5-1, 5-2 et 5-3.

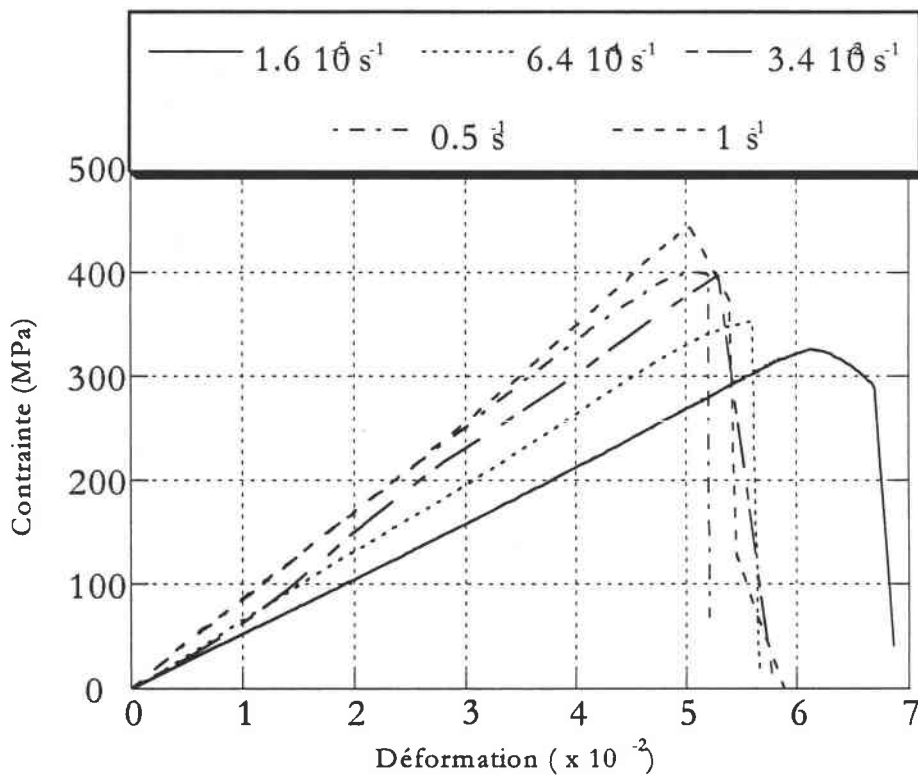


Figure 5-1 : Courbes contrainte-déformation en compression quasi-statique, sens de compression T.

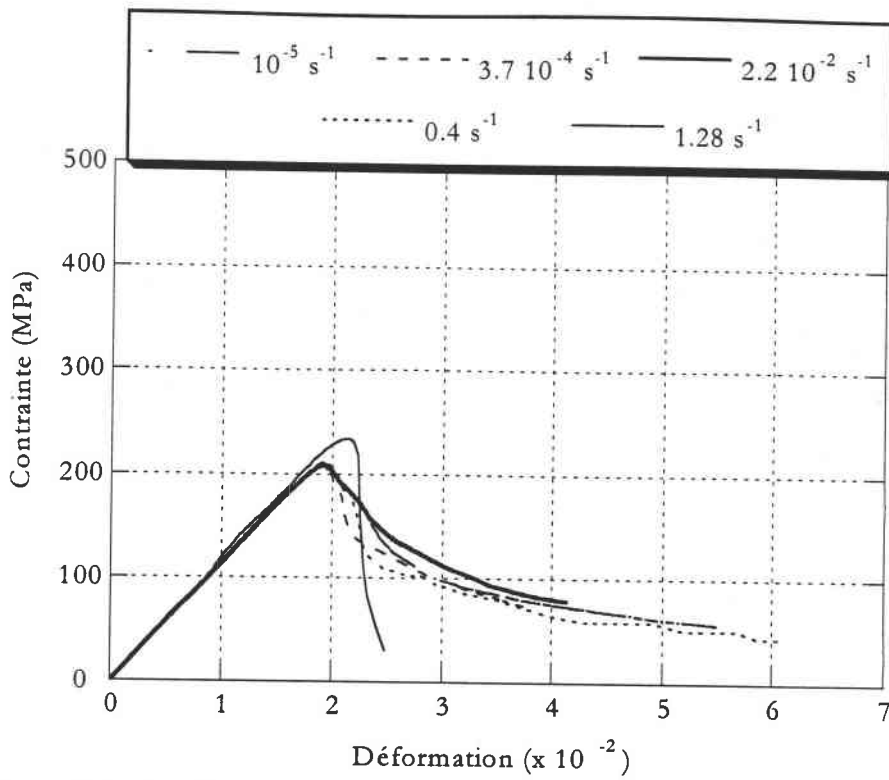


Figure 5-2 : Courbes contrainte-déformation en compression quasi-statique, sens de compression L1.

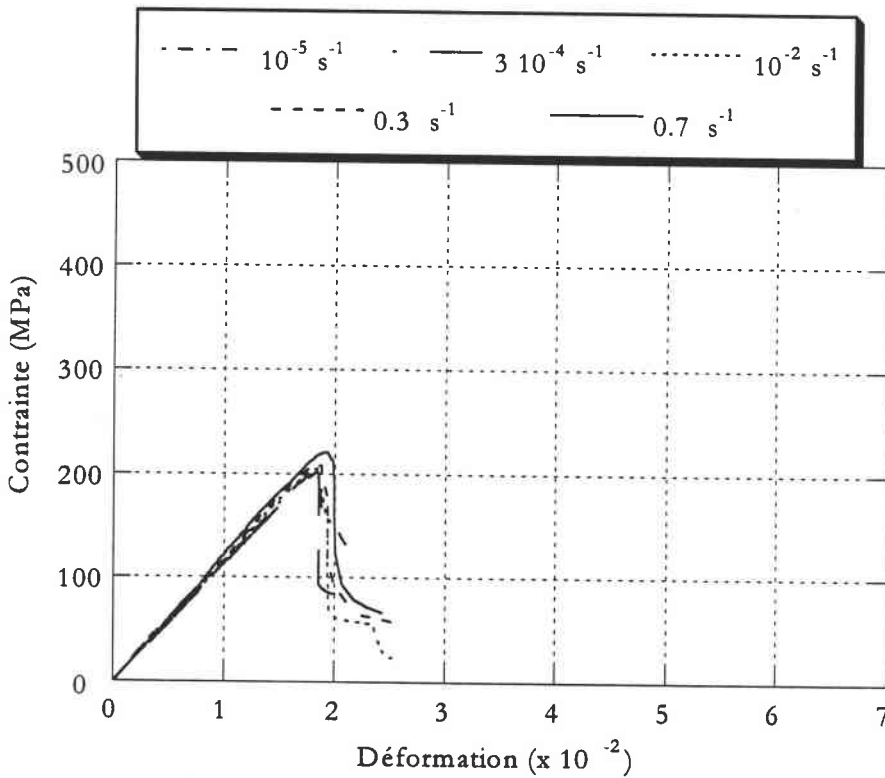


Figure 5-3 : Courbes contrainte-déformation en compression quasi-statique, sens de compression L2.

Pour les trois sens de compression, le tracé des courbes contrainte-déformation montre que le comportement est de type semi-fragile. Ce comportement qui est plus visible en compression dans le sens des fibres (L1 et L2), il se traduit par une faible résistance à la rupture. Dans le sens de compression L, ces figures ne montrent qu'une légère variation du module élastique en fonction de la vitesse de déformation. Par contre en sens de compression T, ce module est très fortement influencé par la vitesse de déformation. Afin d'élucider l'effet de la vitesse de déformation dans le domaine de grandes vitesses, nous verrons par la suite l'influence de celle-ci sur l'évolution du module d'élasticité.

## 2-2) Etude de la compression dynamique du PA6/verre

En général, le comportement dynamique d'un matériau composite est exprimé par ses caractéristiques mécaniques, lorsqu'il est soumis aux grandes vitesses de déformation. Dans cette étude, pour mieux apprécier le comportement dynamique en compression du composite PA6/verre, nous nous sommes intéressés à l'évolution de sa résistance à la compression, à celle de son module d'élasticité ainsi qu'à celle de l'énergie de rupture en fonction de la vitesse de déformation. Pour ce faire, nous avons travaillé sur une gamme de vitesse de déformation allant de  $100 \text{ s}^{-1}$  à  $2300 \text{ s}^{-1}$ .

Pour chaque condition d'essai, trois échantillons ont été testés. Les figures 5-4 et 5-5 représentent la synthèse des courbes contrainte-déformation du composite PA6/verre, sollicité parallèlement et perpendiculairement aux fibres.

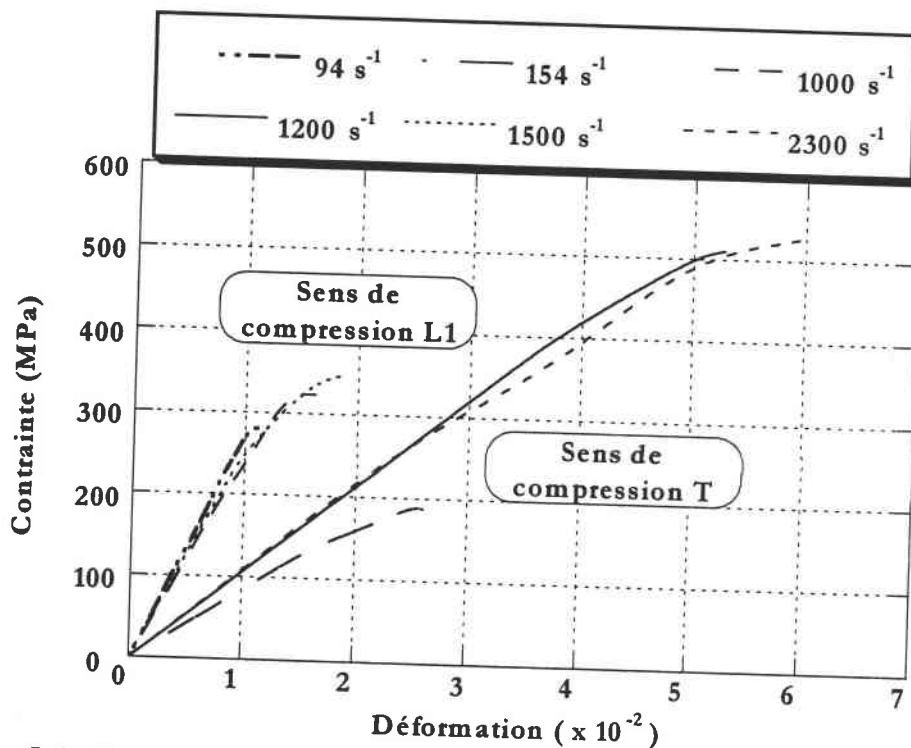


Figure 5-4 : Comparaison des courbes contraintes-déformation à différentes vitesses, sens de compression L1 et T.

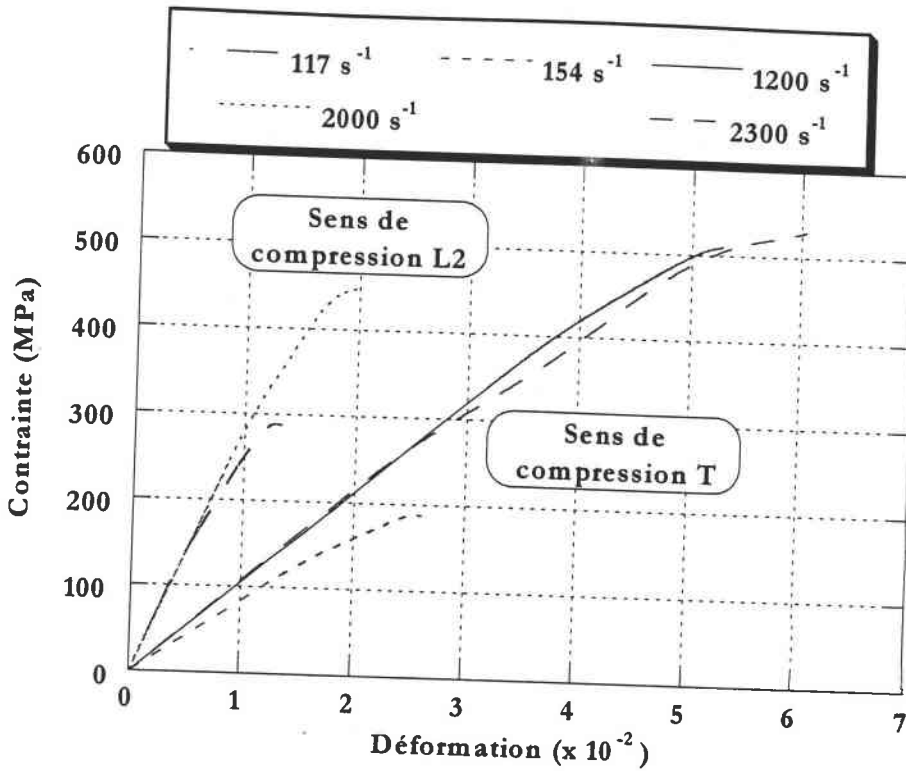


Figure 5-5 : Comparaison des courbes contraintes-déformation à différentes vitesses, sens de compression L2 et T.

L'allure des courbes contrainte-déformation dépend essentiellement de la vitesse de déformation et du sens de compression des fibres. A partir de ces courbes, il est clair que le module élasticité du composite en sens de compression L est supérieur à celui du composite en sens de compression T. Par contre, la sensibilité de la contrainte maximale à la vitesse de déformation est plus importante dans le sens de compression T que dans le sens de compression L. Dans la configuration L, les fibres travaillent directement en compression, ce qui explique les faibles déformations dans ce sens, étant donné leur module élasticité élevé. La résistance à la rupture du matériau est plus élevée en sens T que celle en sens L. La chute de la contrainte au-delà de la rupture s'établit rapidement. La rupture du matériau est de type fragile dans les deux sens de sollicitation, cela est probablement dû à la fragilisation de la matrice du fait de la diminution de la mobilité des chaînes moléculaires [110].

### 2-3) Effets de la vitesse de déformation

#### 2-3-1 Influence de la vitesse de déformation sur la contrainte à rupture

L'exploitation des essais quasi-statiques nous a permis de déterminer la valeur de la contrainte à rupture en compression du composite PA6/verre. Parallèlement, pour le régime dynamique, nous avons mis en évidence une influence de la vitesse de déformation, celle-ci affecte les valeurs de la contrainte de rupture sont plus élevées que celle obtenues lors des essais.

Les figures 5-6, 5-7 et 5-8 montrent l'influence de la vitesse de déformation sur la contrainte de rupture pour les trois sens de compression L1, L2 et T.

De ces résultats, nous pouvons déduire que la contrainte à rupture en compression présente une sensibilité à la vitesse de déformation positive.

En sens de compression des fibres (L1, L2), la contrainte de rupture est insensible à la vitesse de déformation dans le domaine quasi-statique. Au contraire, en compression dynamique la vitesse de déformation a un effet prépondérant sur la contrainte de rupture du composite PA6/verre. A l'opposé des résultats obtenus en sens de compression L1 et L2, la contrainte de rupture en sens de compression T est une fonction presque linéaire de la vitesse de déformation. Elle présente une grande sensibilité à la vitesse de déformation dans les deux domaines : quasi-statique et dynamique. Dans ce sens de sollicitation, l'écoulement du matériau est de type visqueux, cela est dû au caractère viscoélastique de la matrice Polyamide 6.

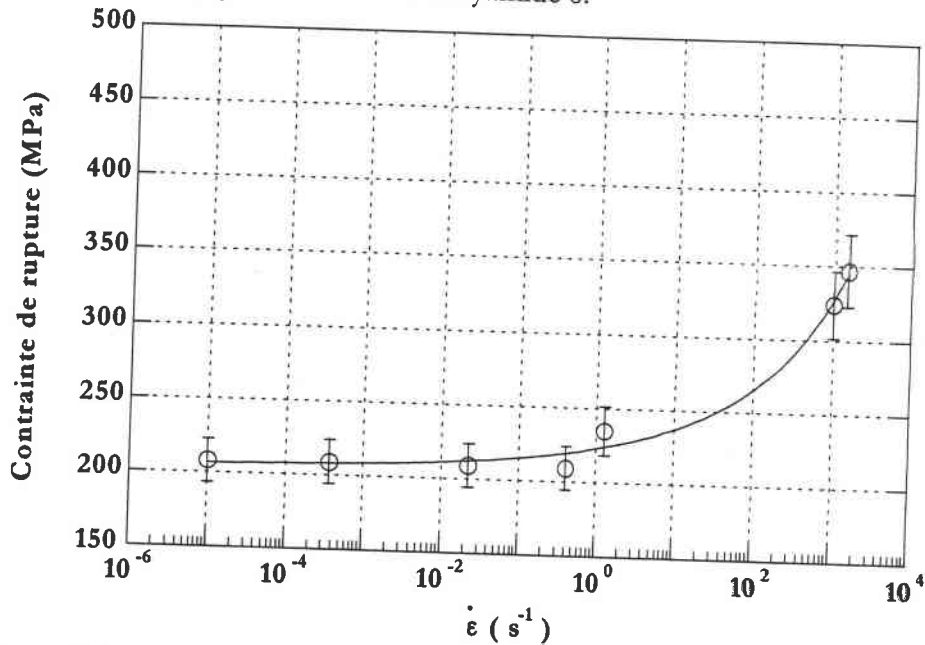


Figure 5-6 : Influence de la vitesse de déformation sur la contrainte de rupture, sens de compression L1.

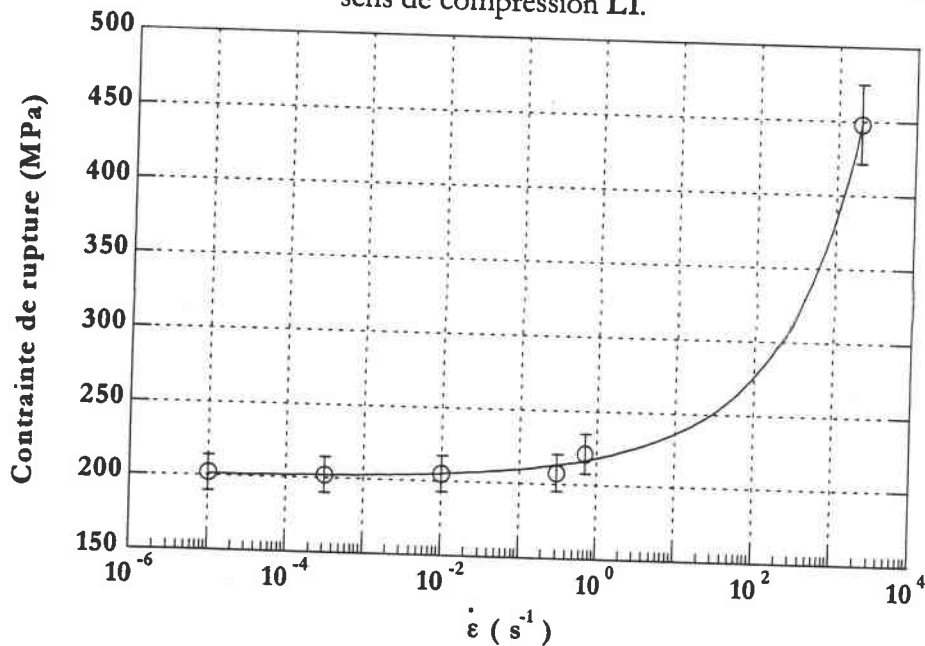


Figure 5-7 : Influence de la vitesse de déformation sur la contrainte de rupture, sens de compression L2.

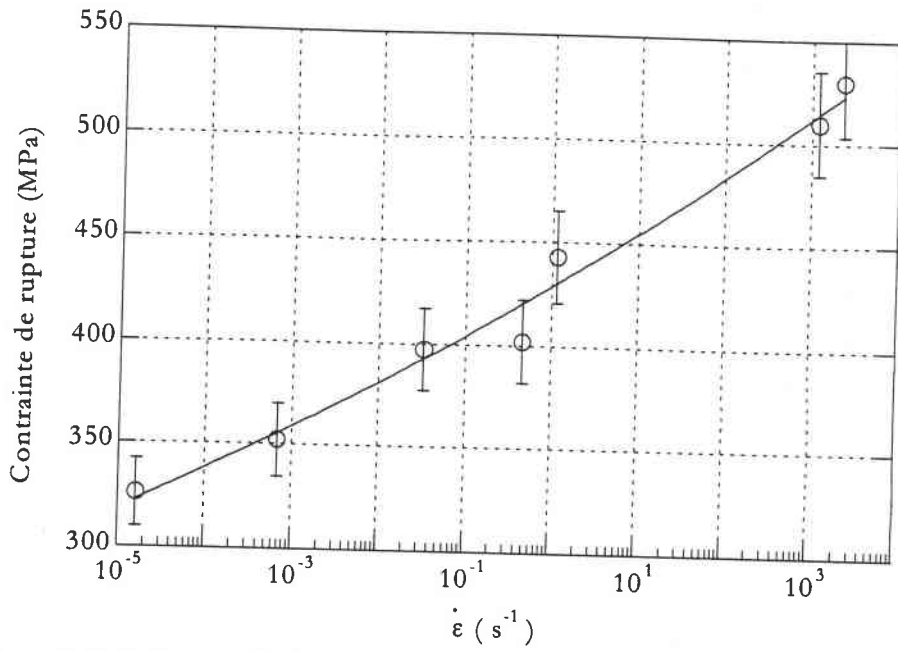


Figure 5-8 : Influence de la vitesse de déformation sur la contrainte de rupture, sens de compression T.

La figure 5-9 illustre la sensibilité de la contrainte à la vitesse de déformation du PA6/verre pour une déformation de 0.01 et ce, pour les trois sens de compression L1, L2 et T.

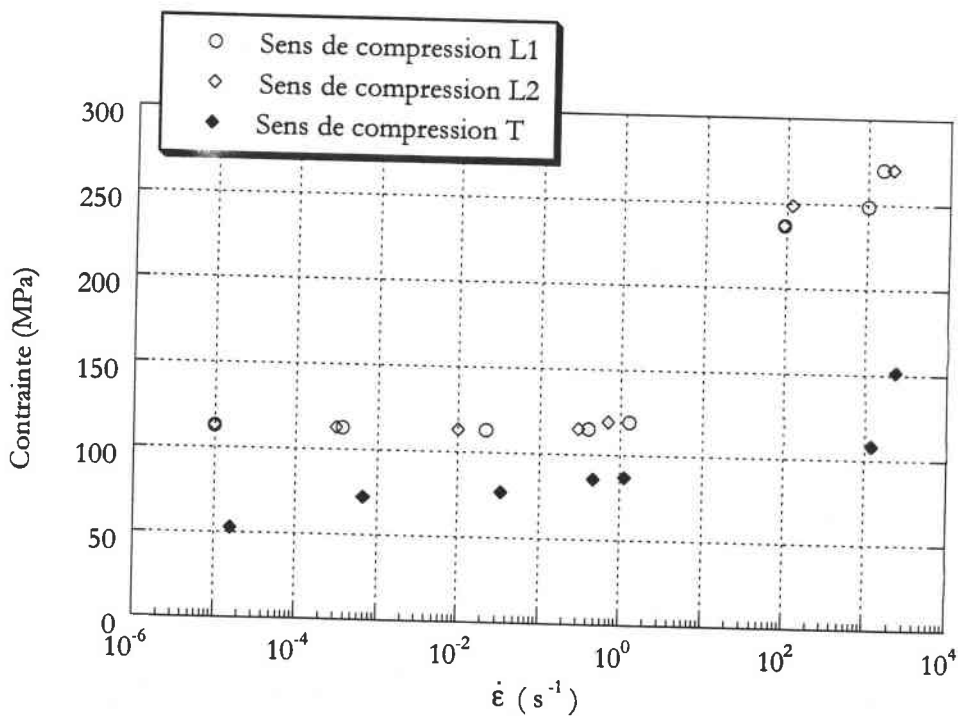


Figure 5-9: Influence de la vitesse de déformation sur la contrainte, pour une déformation de 0.01.

La figure ci dessus montre l'existence de trois domaines de vitesse de déformation. Le premier domaine correspond à des chargements lents, la contrainte est très faiblement sensible (**L1** et **L2**), voire insensible à la vitesse. Le second correspond à un domaine dans lequel la variation de la contrainte en fonction de la vitesse est quasiment logarithmique (sens **T**). Le troisième domaine correspond à des chargements très rapides, la contrainte est très fortement influencée par la vitesse. Dans cette dernière zone, il semble que le composite se comporte comme un matériau quasi-visqueux.

2-3-2 Influence de la vitesse de déformation sur le module d'élasticité

La figure 5-10 montre que le module élastique est sensible à la vitesse de déformation puisque les valeurs obtenues à partir des essais dynamiques sont supérieures à celles déduites des essais réalisés en compression quasi-statique.

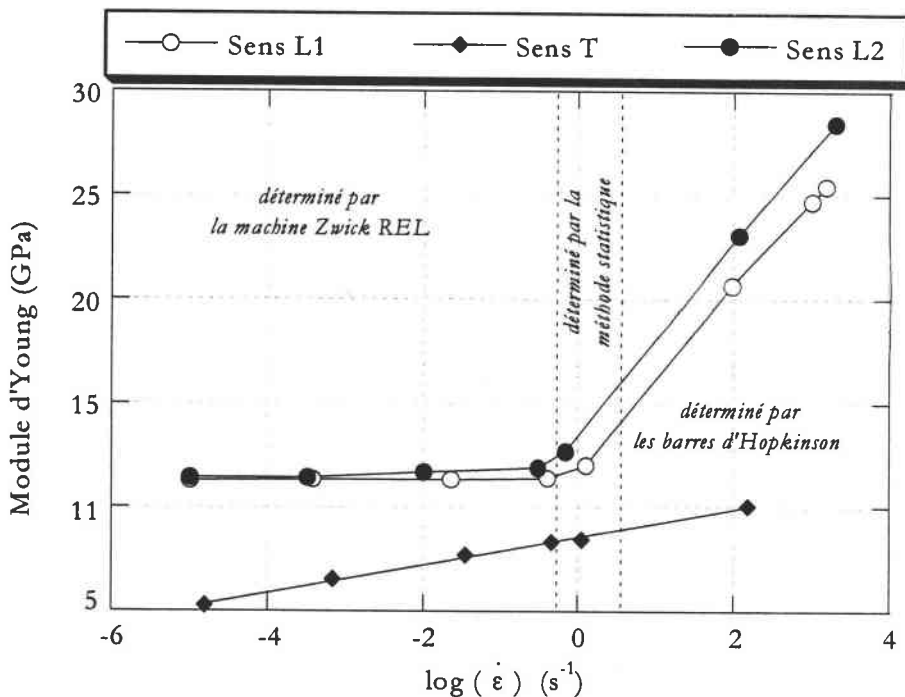


Figure 5-10 : Influence de la vitesse de déformation sur le module d'élasticité.

Dans le sens de compression des fibres, on peut noter dans le domaine quasi-statique une légère sensibilité du module élastique à la vitesse de déformation. Par contre, ce module augmente d'une façon linéaire au-delà de  $\dot{\epsilon} = 1 \text{ s}^{-1}$ . Dans le sens de compression **T**, le module élastique semble évoluer linéairement en fonction du  $\log \dot{\epsilon}$  pour les deux domaines quasi-statique et dynamique. Une corrélation linéaire conduit à l'équation suivante :

$$E_T = E_0 + \beta \log (\dot{\epsilon} / \dot{\epsilon}_0) \tag{5-1}$$

où  $\dot{\epsilon}_0 = 1 \text{ s}^{-1}$ ,

$E_0$  est le module quasi-statique en sens de compression **T**,  $E_0 = 8577.7 \text{ MPa}$ ,



et  $\beta$  représente le coefficient de sensibilité du module élastique à la vitesse de déformation,  $\beta = 673.41$ .

### 2-3-3 Influence de la vitesse de déformation sur l'énergie de rupture

L'énergie totale de rupture est donnée par l'aire délimitée par la courbe contrainte-déformation et s'exprime par l'équation suivante :

$$W_r = S_0 l_0 \int_0^{\epsilon_r} \sigma(\epsilon) d\epsilon \quad (5-2)$$

où  $S_0$  et  $l_0$  sont respectivement la section et la longueur initiale de l'échantillon et  $\epsilon_r$ , la déformation à la rupture. La variation de l'énergie de rupture du composite PA6/verre en fonction de la vitesse de déformation, pour les trois sens de compression **L1**, **L2** et **T**, est reportée sur la figure 5-11. Elle croît avec la vitesse, cette augmentation est plus importante dans le sens de compression **T** que dans le sens de compression des fibres.

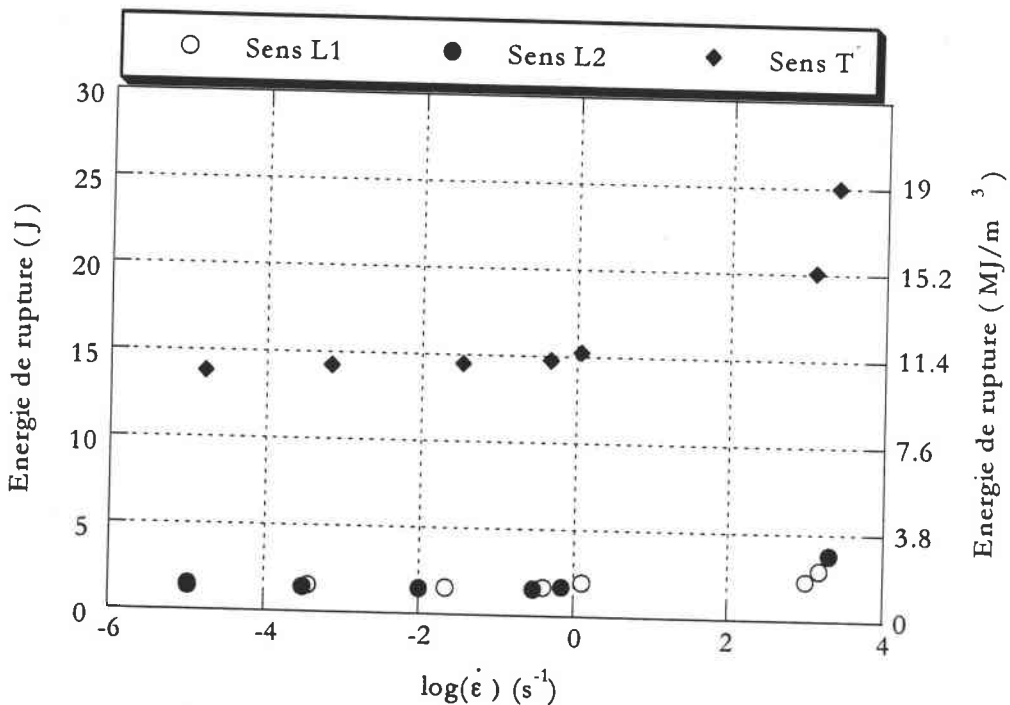


Figure 5-11: Influence de la vitesse de déformation sur l'énergie de rupture

### 2-3-4 Couplage thermomécanique :

Au cours de nos essais dynamiques, nous avons constaté l'absence de la déformation plastique du composite PA6/verre. Ceci laisse supposer que le couplage thermomécanique est négligeable, c'est à dire que l'élévation de la température au sein de notre matériau composite au cours de la déformation est très faible.

## 2-4) Modes de rupture du composite PA6/verre

Dans le but de dégager qualitativement les modes d'endommagement et les mécanismes de rupture du composite étudié, des observations des faciès de rupture ont été effectuées.

### 2-4-1 Mécanismes de rupture en quasi-statique

La rupture en compression est un phénomène si brutal qu'il est impossible d'observer les mécanismes de dégradation. Aujourd'hui, on distingue deux manières de procéder pour prévoir la résistance en compression [101]. Certains auteurs s'intéressent à la stabilité du mécanisme de microflambage plastique [102-103] alors que d'autres étudient la phase finale correspondante à la création d'une bande de pliage. Le mécanisme de formation des bandes de pliage dans les composites n'est pas encore bien expliqué. Mais certains auteurs comme **Effendi** [104], proposent de l'attribuer à une instabilité plastique de la matrice et à des imperfections géométriques initiales des fibres (ondulations, désalignement...). Sous une charge de compression, ces imperfections s'amplifient et des zones de concentration de contrainte de cisaillement apparaissent dans la matrice. Ce processus conduit à des instabilités entraînant la formation de zones de cisaillement intense dans la matrice et précipite la rupture finale du composite. Une étude détaillée du processus de formation des bandes de cisaillement a été menée par **Steff** [105]. Il suggère que la rupture des fibres est l'étape nécessaire à l'apparition des bandes de cisaillement et propose le scénario reporté sur la figure 5-12 :

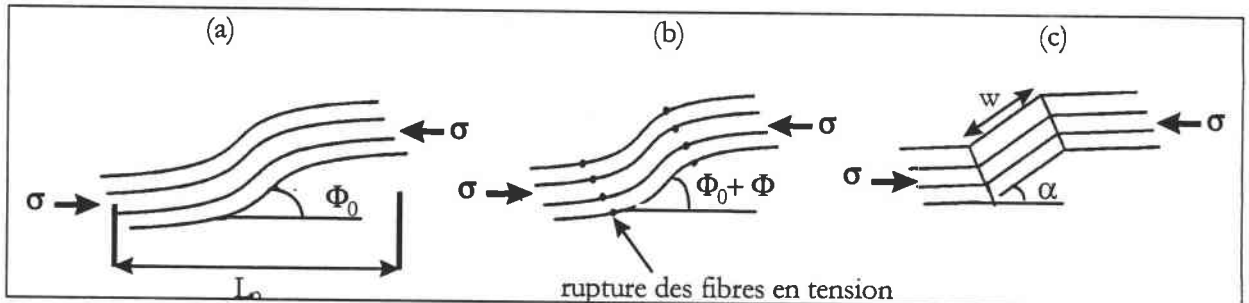


Figure 5-12 : Initiation de la bande pliée [105].

- un paquet de fibres possédant un défaut de rectitude (angle  $\Phi_0$ ,  $\frac{1}{2}$  longueur d'onde  $L_0$ ) est soumis à la compression ;
- les fibres fléchissent jusqu'à rompre aux points d'inflexion ;
- la bande pliée tourne sous l'action du chargement de compression et atteint sa configuration finale. Ensuite, les conditions sont atteintes, et même dépassées, pour que la bande puisse se propager aux fibres adjacentes.

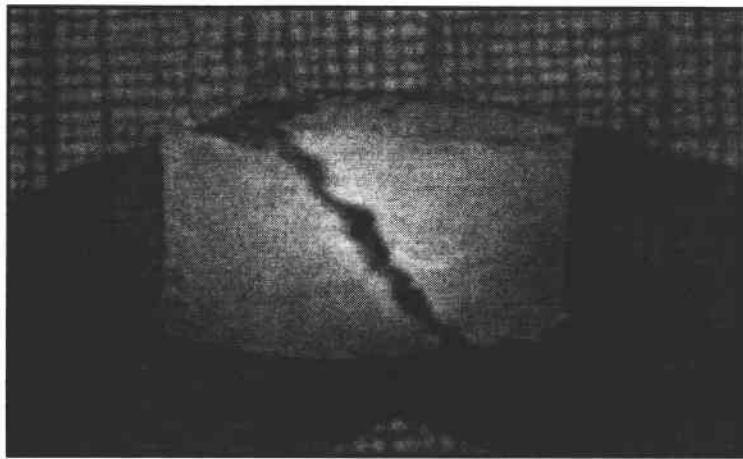
Pour les trois sens de compression, notre matériau testé en compression quasi-statique, périt par formation de bandes de cisaillement ; la photo 5-1 illustre l'état des échantillons écrasés en quasi-statique. La photo 5-2 donne un exemple de rupture par bande de cisaillement en PA6/verre. Les bandes de cisaillements séparent l'éprouvette en plusieurs parties. Les surfaces de rupture sont inclinées à  $\approx 54^\circ$  et partent des coins de l'échantillon.

### 2-4-2 Mécanismes de rupture en dynamique

Dans le sens de compression **T**, la rupture apparaît quand une zone de cisaillement se crée. Par contre, dans le sens **L**, elle intervient par cisaillement des fibres, suivi d'un délaminage, puis



(a)

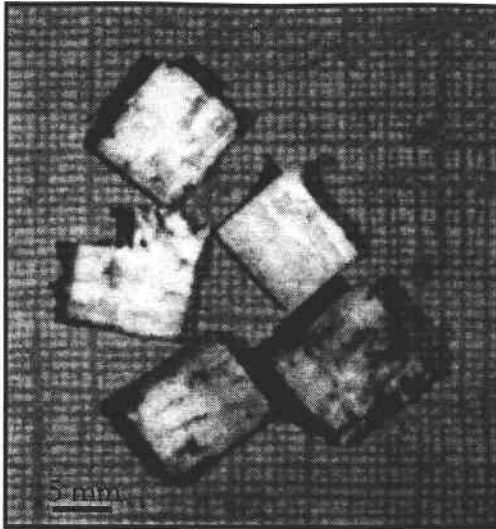


(b)

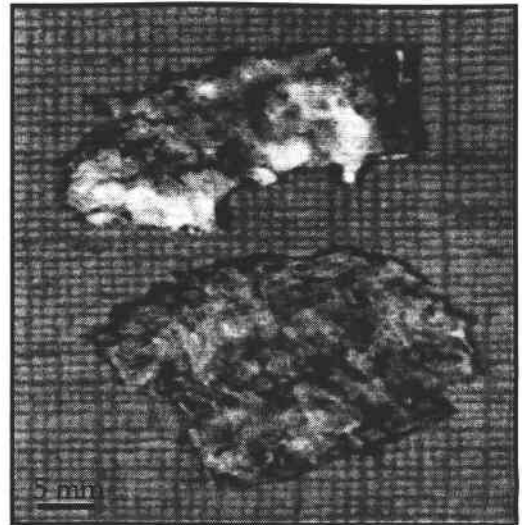
Photo 5-1 : Cisaillement dans des éprouvettes en compression quasi-statique,  
(a) Sens de compression L1,  
(b) Sens de compression T.



Photo 5-2 : Double bande de pliage.



(a)



(b)

Photo 5-3 : Ruptures en compression dynamique.

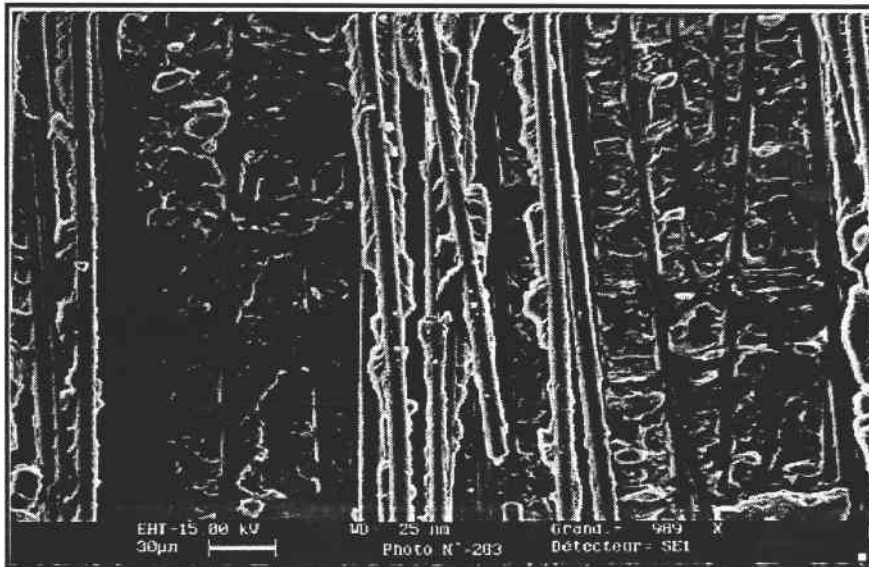


Photo 5-4 : Rupture d'un toron de fibres de verre en bloc.

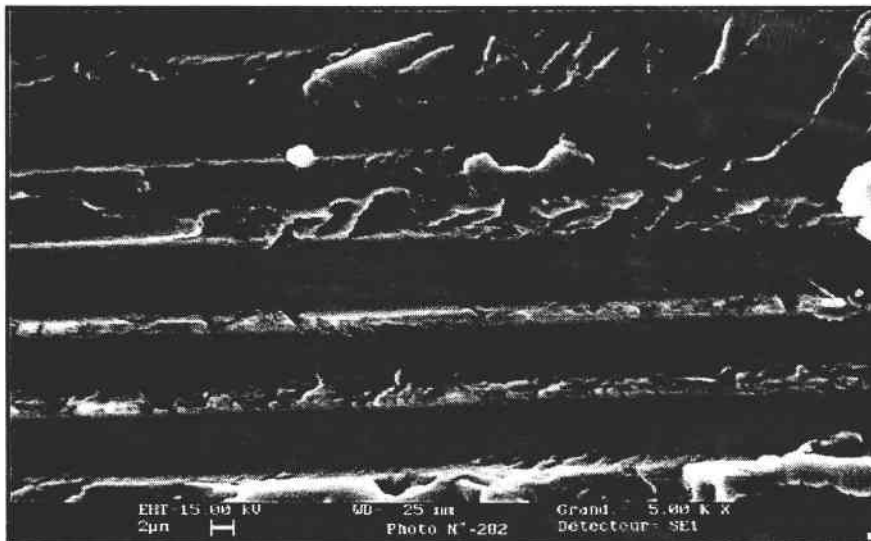


Photo 5-5 : Matrice après décohésions de fibres au niveau d'une rupture.

l'échantillon se décompose en plusieurs tranches (photo 5-3a). Parfois un état de ruine quasi-général (photo 5-3b) est observé, celui-ci est dû à des décollements de fibres et à la propagation de quelques fissures dans la matrice. Les observations au microscope électronique à balayage sur les faciès de rupture montrent les aspects de la rupture fragile en dynamique du matériau testé (photo 5-4 et photo 5-5).

## 2-5) Conclusions

L'exploitation des essais de compression en quasi-statique et en dynamique a permis la détermination des évolutions de certaines caractéristiques du composite sur un domaine étendu de vitesses de déformation. Ces essais ont montré que la contrainte à la rupture, du module élastique et de l'énergie de rupture du composite testé présentent une importante sensibilité à la vitesse de la déformation, notamment pour les vitesses de déformation supérieures à  $1 \text{ s}^{-1}$ . Cette sensibilité à la vitesse dépend aussi du sens de compression des fibres. En plus, ces tests ont prouvé que notre matériau est faiblement résistant au choc et qu'il est fragile dans les trois sens de sollicitation **L1**, **L2** et **T** étudiés. Pour ce qui est du couplage thermomécanique, on note une très faible élévation de température dans les éprouvettes au cours des essais dynamiques. Ceci confirme une fois de plus le caractère fragile du matériau étudié.

Ces résultats expérimentaux donnent également accès aux déformations à rupture et aux modes de rupture du composite PA6/verre. Par ailleurs, la rupture est la conséquence directe du développement de l'endommagement qui la précède. Cette phase d'endommagement est donc particulièrement intéressante pour la compréhension des mécanismes de rupture du composite PA6/verre. Ainsi, afin d'illustrer les modes d'endommagement dans notre matériau, nous avons étudié son comportement en perforation. La perforation est étudiée au travers de l'évolution de ses caractéristiques principales à savoir, la vitesse limite de perforation, la profondeur de pénétration, l'énergie totale de perforation et la force résiduelle du projectile après impact. Ensuite, nous nous intéressons aux différents mécanismes de rupture.

## V-3) COMPORTEMENT DU COMPOSITE PA6/VERRE EN PERFORATION

### 3-1) Introduction

Les processus de perforation dans les matériaux composites font intervenir simultanément plusieurs mécanismes de rupture et d'endommagement propres à chacun des éléments constitutifs. Ceci est dû au caractère hétérogène et anisotrope de ces matériaux. De plus, les différents mécanismes sont transitoires et interdépendants au cours de la perforation, d'où la difficulté particulière d'identifier et de modéliser les phénomènes physiques qui contribuent à l'absorption d'énergie du matériau-cible. L'objectif de cette partie est double : dans un premier temps, nous allons exploiter les résultats expérimentaux des essais de perforation et de poinçonnement, présentés au chapitre IV, afin d'étudier l'effet de la vitesse d'impact sur les principales caractéristiques mécaniques d'évaluation de la perforation. Après, nous décrirons les mécanismes élémentaires d'endommagement qui régissent les processus de perforation du

matériau composite PA6/verre en nous appuyant sur des moyens d'analyse sophistiqués tel que le microscope à ultrasons.

### 3-2) Poinçonnement statique

La figure 4-21 du chapitre IV montre l'influence de la vitesse sur le déplacement du poinçon à la rupture  $\delta_c$ . Il en ressort que lorsque la vitesse du poinçon augmente, son déplacement critique  $\delta_c$  diminue alors que la force critique à rupture  $F_c$  augmente. Ce phénomène correspond à la relaxation du matériau à faible vitesse engendré par le caractère viscoélastique de la matrice.

Sur les courbes de la même figure, on peut distinguer trois parties :

- dans la première partie, la courbe est quasi linéaire et la pente augmente légèrement avec la vitesse. Cette région coïncide probablement avec la déformation élastique de l'éprouvette sous l'effet de la flexion.
- dans la seconde partie, la courbe s'arrondit ; cette partie correspond au début de la pénétration du poinçon.
- dans la troisième partie, la force diminue ; la pénétration se poursuit, jusqu'à la formation d'un bouchon appelé en anglais "plugg-in".

Pour mettre en évidence l'effet de la vitesse sur l'évolution de l'énergie absorbée par l'échantillon, nous avons calculé numériquement l'énergie de déformation à chaque vitesse. Cette énergie représente l'aire située sous la courbe force-déplacement :

$$W(\delta) = \int F(\delta) d\delta \quad (5-3)$$

La figure 5-13 montre que l'augmentation de la vitesse du poinçon conduit à une augmentation de l'énergie critique de rupture de l'éprouvette.

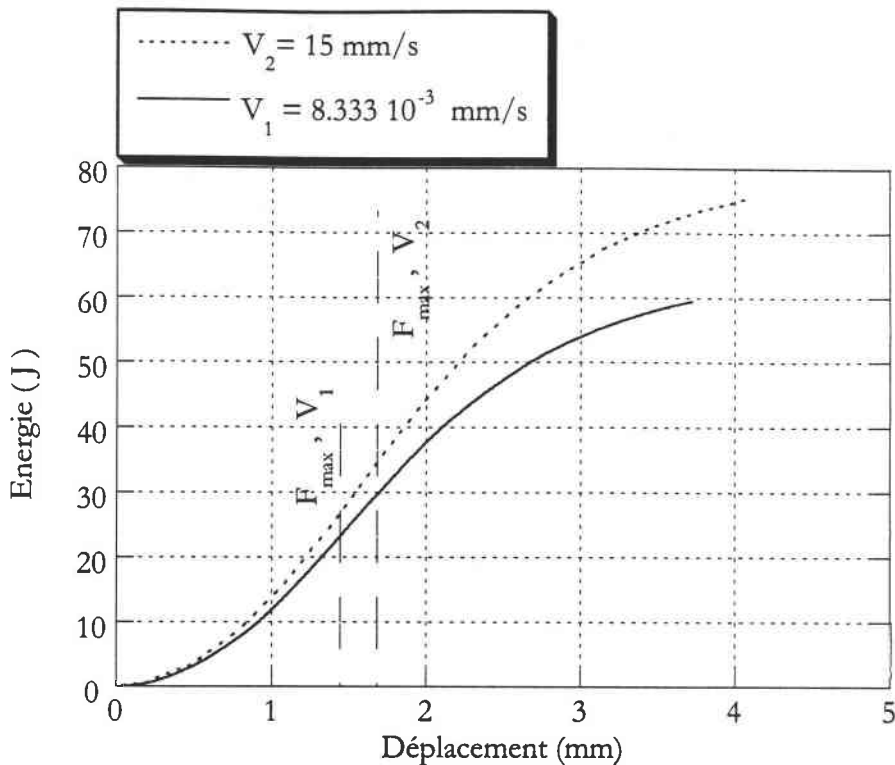


Figure 5-13 : Evolution de l'énergie de rupture en fonction du déplacement

### 3-3) Impact dynamique non perforant

#### 3-3-1 Analyse et discussion

La figure 4-14 du chapitre IV, montre l'évolution du chargement dynamique en fonction du temps pour quelques vitesses d'impact. Comme nous l'avons précisé dans le chapitre IV, la force atteint le premier pic F1 qui correspond probablement à l'apparition de la première fissure dans le matériau. Ce phénomène n'apparaît pas dans le cas quasi-statique. Dès le contact, il y a propagation dans l'éprouvette d'une onde due au choc. Le déplacement du projectile induit une flexion locale du pli supérieur donnant des ruptures de fibres (compression) et des fissures superficielles dans la matrice.

A partir d'une certaine valeur de la force, les dommages deviennent plus importants, ce qui perturbe l'action de la force de contact comme on le voit sur la figure 4-15 du chapitre IV. La zone de contact subit des cycles rapides de charge-décharge-recharge, ce phénomène a été déjà observé par Peter et coll. [113].

Sur les figures 5-14 et 5-15, nous avons reporté respectivement les valeurs de la force au point F1 et celles des forces critiques à la rupture en fonction de la vitesse de sollicitation. L'objectif est de montrer l'effet de la vitesse du poinçon ou du projectile sur l'effort appliqué lors des essais quasi-statiques et dynamiques.

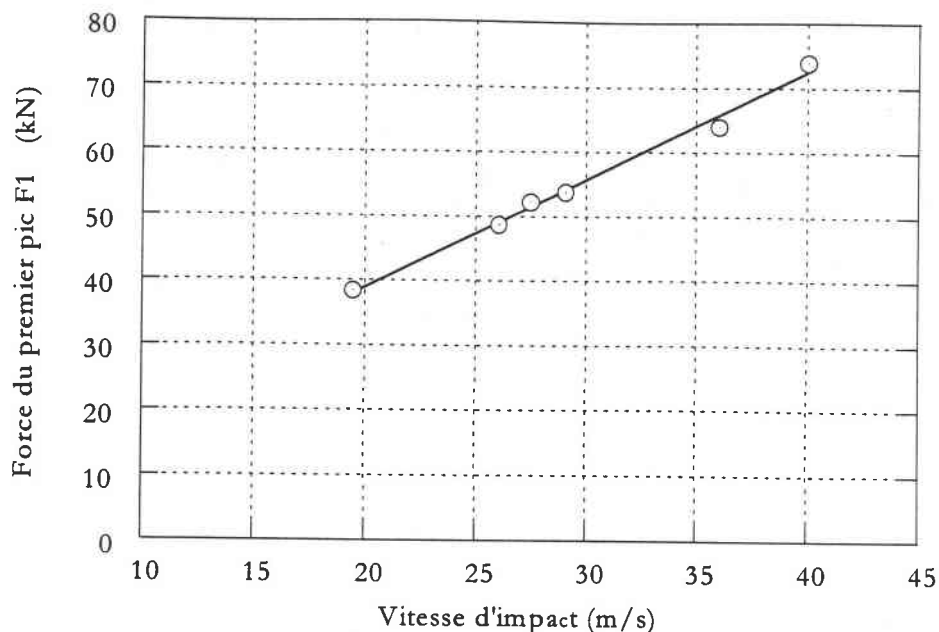


Figure 5-14 : Evolution de la force du premier pic F1 en fonction de la vitesse d'impact.

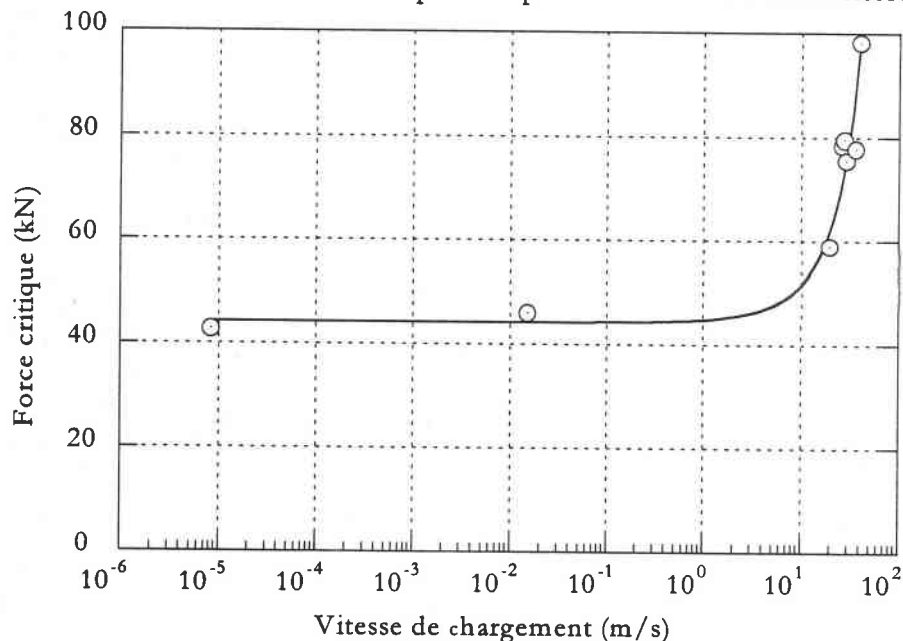


Figure 5-15 : Influence de la vitesse de chargement sur la force critique.

La figure 5-14 montre une sensibilité importante de la force du premier pic F1 à la vitesse d'impact. Celle-ci augmente de façon linéaire avec la vitesse.

La force critique, quant à elle, augmente rapidement dans le domaine dynamique en fonction du logarithme de la vitesse. A l'opposé, elle dépend peu de la vitesse dans le domaine quasi-statique (figure 5-15).

Pour mieux comprendre ces phénomènes, il est donc nécessaire d'analyser l'évolution des dommages occasionnés après chaque essai en fonction de la vitesse d'impact. Cependant, l'analyse macroscopique des éprouvettes, montre que le délaminage est de loin le mécanisme le plus important. Nous allons donc nous intéresser dans cette partie à l'évolution de l'endommagement par délaminage.



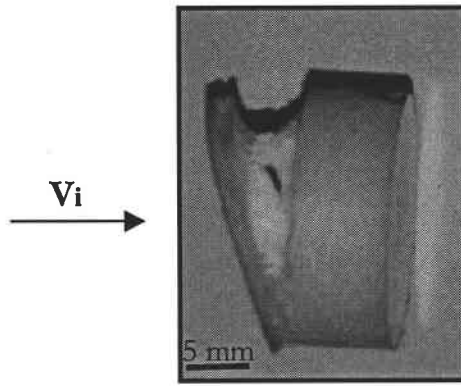


Photo 5-6 : Délaminage d'une éprouvette impactée à une vitesse  $V_i = 20.5$  m/s.

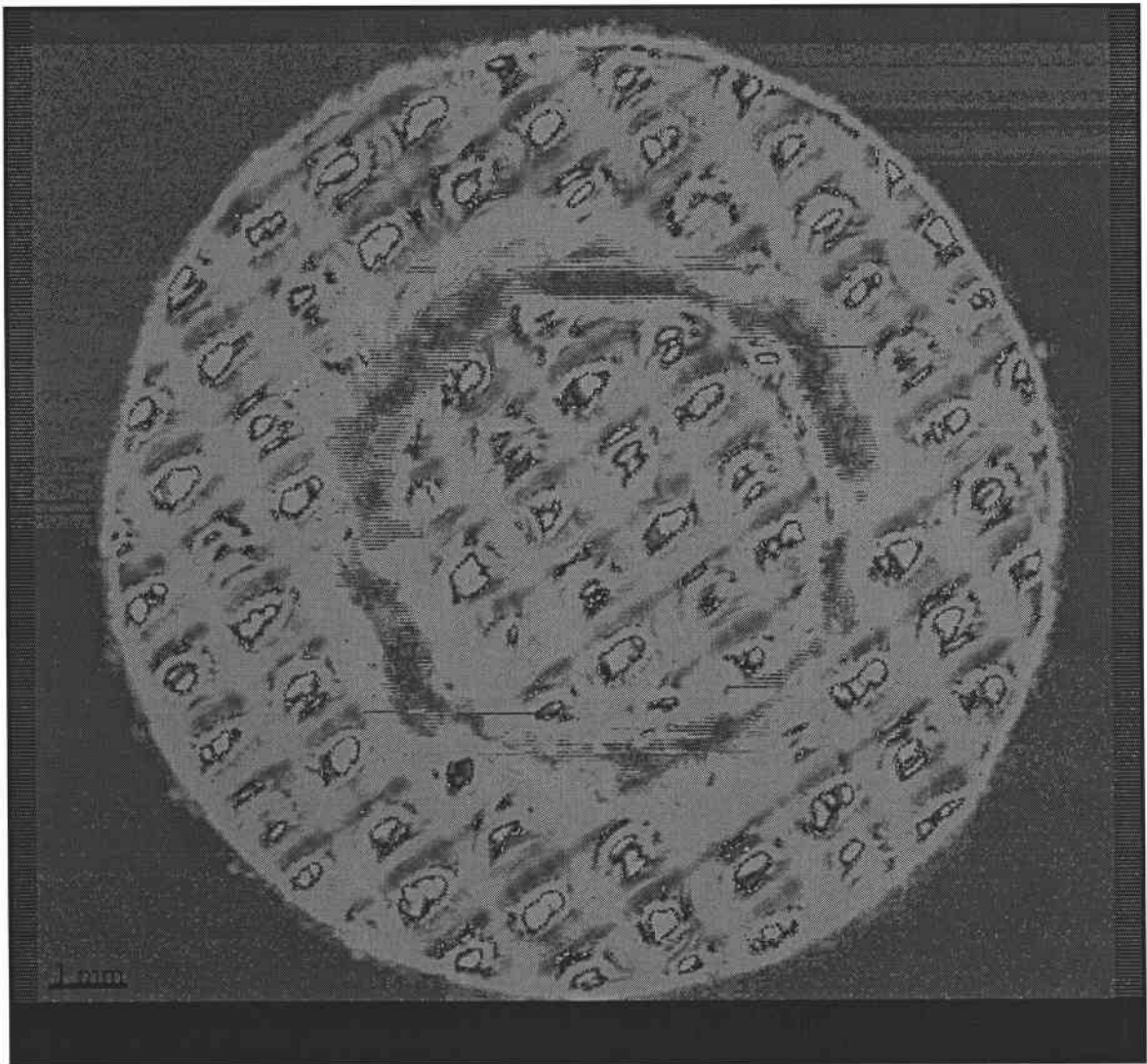
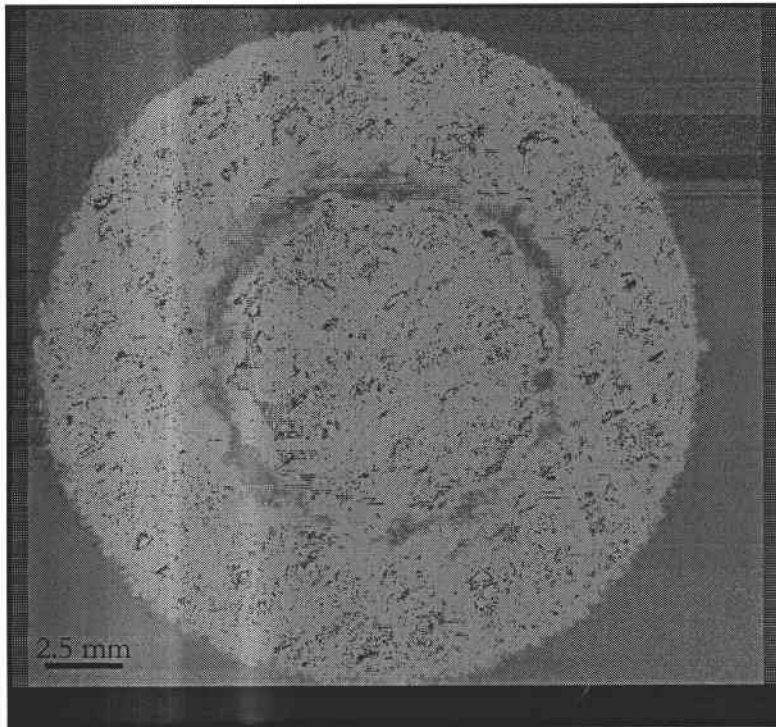
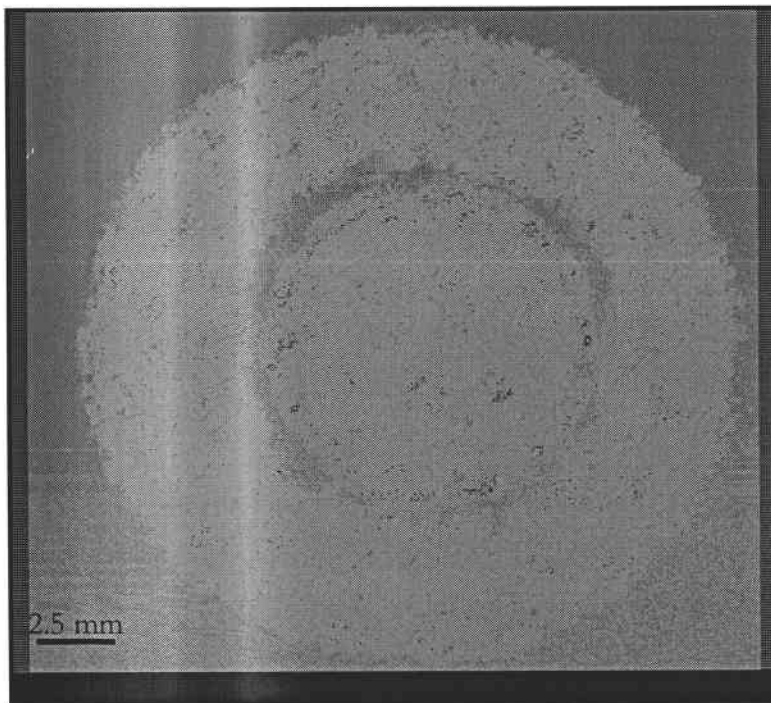


Figure 5-16 : Cartographie de l'écho de la surface impactée à une vitesse  $V_i = 20.5$  m/s.



(a)



(b)

Figure 5-17 : Cartographie de l'écho mesuré à une profondeur :

(a) :  $l = 1.27$  mm

(b) :  $l = 2.28$  mm.

## 3-3-2 Etude du délaminage dans le composite PA6/verre

Nous allons débiter cette partie par une description des faciès de rupture et des fissures de délaminage. Ceci nous permettra de dégager quelques informations quant aux modes de propagation du délaminage. Les mesures de surfaces délaminées vont nous permettre de mettre en évidence l'évolution du délaminage en fonction de la vitesse d'impact jusqu'à une vitesse limite de perforation.

En effet, le délaminage est la conséquence de la fissuration de la matrice. C'est un phénomène de fissuration dans le plan, à l'interface de deux plis d'une structure dont l'orientation des fibres est différente d'un angle donné. Il est dû à un cisaillement important provenant de la flexion locale dans l'éprouvette lors du poinçonnement.

L'estimation de la surface endommagée n'est pas toujours simple, sauf dans le cas de composites à fibres de verre qui présentent l'avantage de s'opacifier en se délaminant. Etant donné la complexité de notre matériau due à la nature polymérique de la matrice et de la texture des fibres du composite PA6/verre, le contrôle non destructif ultrasonore de nos éprouvettes a été effectué dans une gamme de fréquences très élevées, en utilisant un microscope acoustique à hautes fréquences (20 à 500 MHz) qui permet de détecter les dommages en profondeur de l'éprouvette. Son principe de fonctionnement est expliqué dans l'Annexe 2.

Tous nos échantillons ont été contrôlés du côté de la face impactée. La figure 5-16 montre les cartographies de l'écho de la surface d'une éprouvette impactée à la vitesse  $V_i=20.5$  m/s.

L'observation en profondeur de la même éprouvette montre que le délaminage n'apparaît pas sur les plis proches de la face arrière (photo 5-6). Toutefois, le délaminage diminue progressivement en profondeur (figure 5-17) car l'épaisseur des éprouvettes est importante et la cible est rigide à la flexion. Sur la figure 5-18, on a reporté l'évolution en profondeur de la surface délaminée pour la même éprouvette impactée à la vitesse  $V_i=20.5$  m/s.

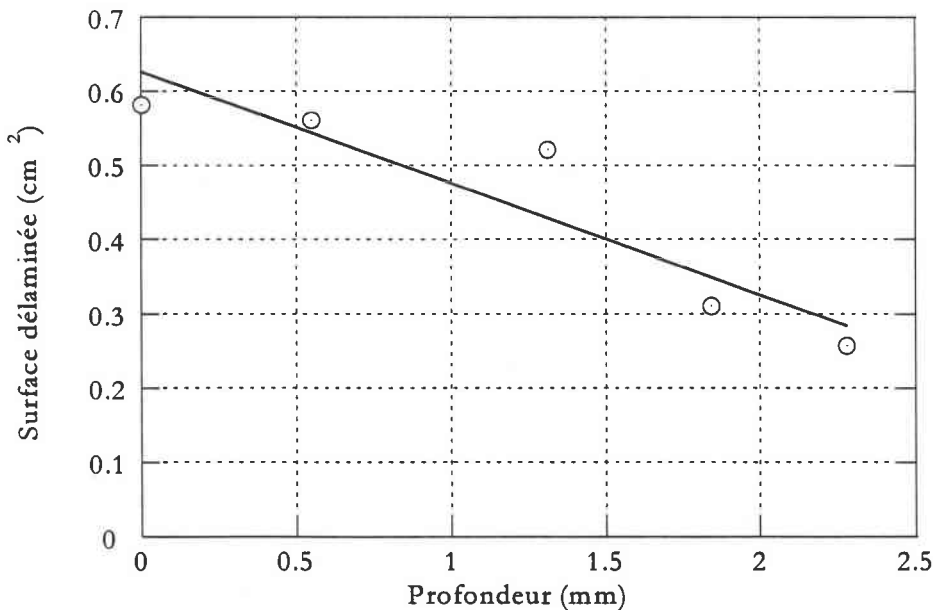


Figure 5-18 : Evolution en profondeur de la surface délaminée à  $V_i = 20.5$  m/s.

### 3-3-3 Forme de la zone délaminée

L'étendue de la zone délaminée dépend essentiellement de la géométrie de l'impacteur, de la vitesse d'impact, des épaisseurs des plis, du type de matériau et des conditions aux limites. La séquence d'empilement a également un effet sur l'interaction délaminage fissures.

Pour des tissus déséquilibrés, certains auteurs [53] ont observé une forme en "ailes de papillon". Ce type de tissu conserve une direction privilégiée, en l'occurrence la direction de la chaîne où le nombre de fibres est maximal ( $\approx 83\%$ ). Dans notre cas les délaminages se propagent en forme d'anneau dans le plan de l'éprouvette (figure 5-16), comme le tissu utilisé dans notre cas est équilibré, il ne conserve pas une direction privilégiée.

### 3-3-4 Détermination de la vitesse limite de perforation

La vitesse limite de perforation  $V_{lp}$  est définie ici comme la vitesse minimale pour laquelle il y a perforation partielle du matériau. Cette vitesse dépend des caractéristiques géométriques et mécaniques de l'éprouvette. Pour déterminer cette vitesse limite de perforation, il est nécessaire de réaliser des essais d'impact à vitesse croissante, comme nous l'avons effectué plus haut (Photo 5-7).

Sur la figure 5-19, nous avons reporté les valeurs de la surface délaminée en augmentant la vitesse d'impact jusqu'à  $V_{lp}$  c'est à dire jusqu'à l'apparition d'une perforation partielle. La vitesse limite de perforation partielle mesurée pour le composite PA6/verre est :  $V_{lp} = (27.5 \pm 1)$  m/s.

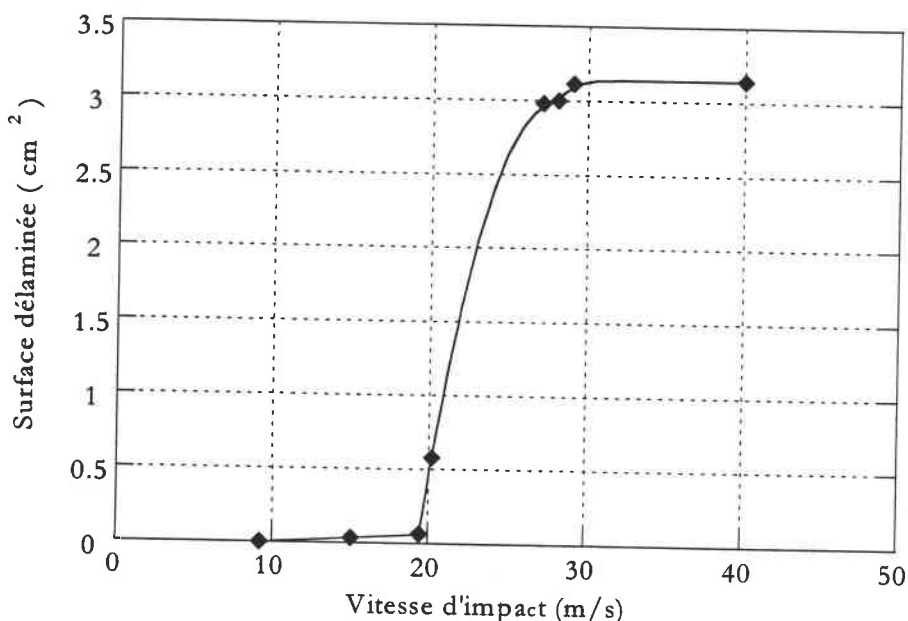


Figure 5-19 : Evolution de la surface délaminée en fonction de la vitesse d'impact.

Il apparaît que la surface délaminée augmente avec la vitesse d'impact jusqu'à la vitesse limite de perforation. Au-delà de cette vitesse, la surface délaminée se propage sur toute la face avant et semble converger vers un disque du diamètre de l'éprouvette. On constate que la courbe reportée sur la figure 5-19 ne passe pas par l'origine puisqu'il existe une valeur de la vitesse d'impact en dessous de laquelle le dommage n'apparaît pas.

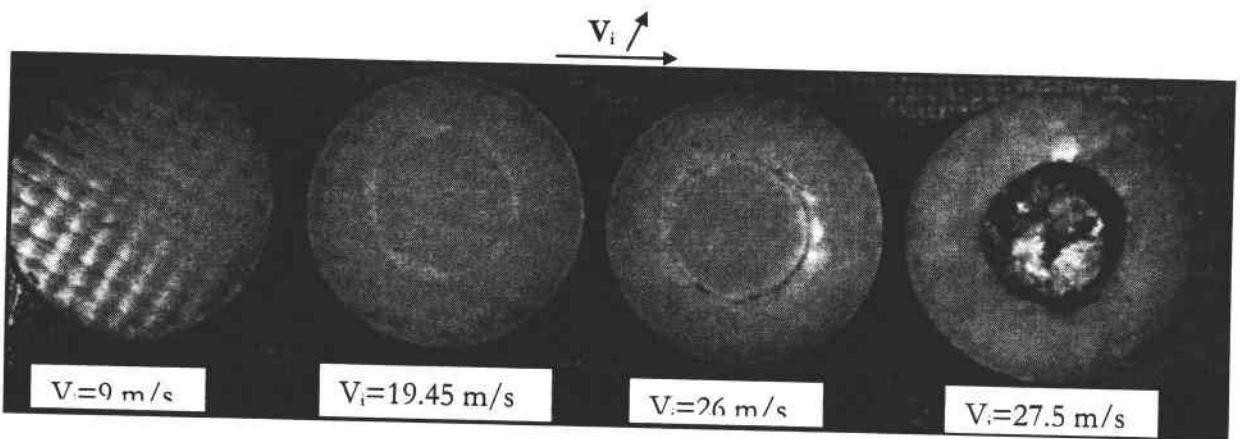


Photo 5-7 : Eprouvettes sollicitées à vitesses d'impact croissantes.

## 3-3-5 Bilan énergétique

Le bilan énergétique permet de connaître globalement le comportement du système projectile/cible. A l'instant initial, l'éprouvette est au repos et le projectile est animé de la vitesse  $V_i$ . Au moment du choc, l'énergie cinétique du projectile est transmise à l'éprouvette, puis se transforme en différents types d'énergie. Parmi celles-ci, on distingue les énergies thermiques et les énergies mécaniques. Comme nous l'avons signalé auparavant (§2-3), l'échauffement adiabatique de notre matériau composite est négligeable, donc la contribution thermique peut être négligée. Ainsi, on obtient :

$$W_{cp} = W_f + W_T + W_s + W_r \quad (5-4)$$

où  $W_{cp}$ ,  $W_T$ ,  $W_s$ ,  $W_r$ , et  $W_f$  expriment respectivement :

- L'énergie cinétique du projectile :

$$W_{cp} = \frac{1}{2} m_1 v_i^2 \quad (5-5)$$

avec  $m_1$  la masse du projectile, et  $V_i$  sa vitesse.

- L'énergie de l'onde transmise dans la barre d'Hopkinson :

$$W_T = C_0^3 \rho S_b \int_0^{t_f} \varepsilon_T^2(t) dt \quad (5-6)$$

$\rho$  étant la masse volumique de la barre de sortie,  $S_b$  sa section et  $\varepsilon_T$  le signal de l'onde transmise mesuré par la jauge collée sur la surface de la barre de sortie et se propageant avec une vitesse  $C_0$ .

- L'énergie cinétique de l'éprouvette :

$$W_s = \frac{1}{2} m_e v_e^2 \quad (5-7)$$

ou encore :

$$W_s = \frac{1}{2} m_e (\varepsilon_T(t) C_0)^2 \quad (5-8)$$

où  $m_e$  est la masse de l'éprouvette.

- L'énergie de recul du projectile :  $W_r$ .

-  $W_f$  est l'énergie de fissuration.

Pour un impact non perforant, on néglige l'énergie cinétique après rebond,  $W_r$  est donc négligeable. Puisque les déplacements de l'éprouvette sont faibles,  $W_s$  est aussi négligeable. Finalement on arrive à la relation suivante :

$$W_f = W_{cp} - W_T \tag{5-9}$$

ou encore,

$$W_f = \frac{1}{2} m_1 v_i^2 - C_0^3 \rho S_b \int_0^{t_f} \epsilon_T^2(t) dt \tag{5-10}$$

Nous avons reporté les énergies de fissuration correspondants à chacune des vitesses d'impact sur la figure 5-20.

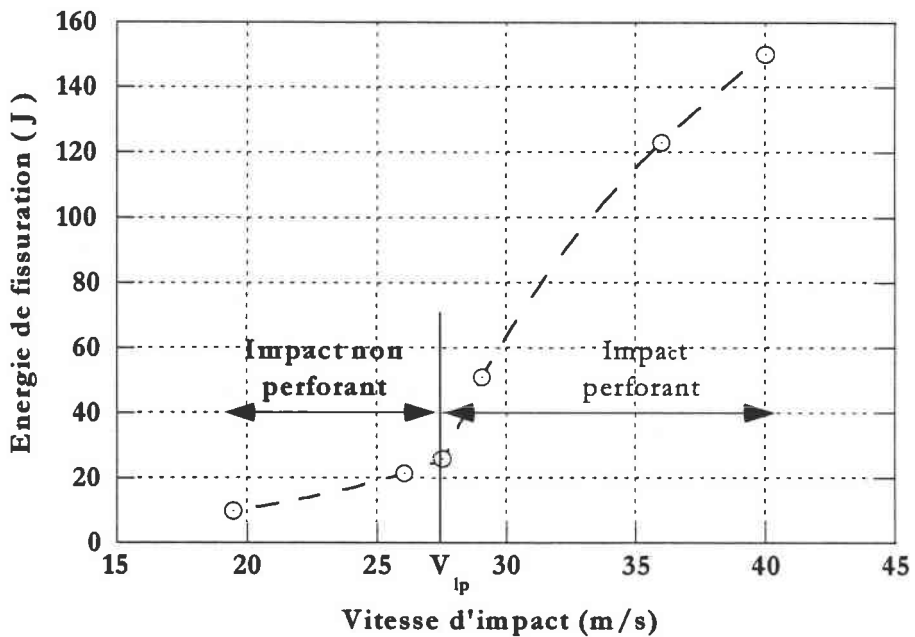


Figure 5-20 : Effet de la vitesse d'impact sur l'énergie de fissuration.

L'objectif est de montrer l'effet de la vitesse du projectile sur l'énergie d'endommagement. Cette courbe montre qu'à partir d'une certaine vitesse critique, proche de la vitesse limite de perforation, l'énergie de fissuration augmente rapidement. A partir de cette vitesse, les mécanismes d'endommagement deviennent plus importants. Une partie de l'énergie incidente n'est donc pas seulement absorbée en délaminage mais aussi en perforation.

### 3-4) Impact dynamique perforant

Pour faciliter la perforation dans notre matériau composite, tout en restant dans la même gamme de vitesse, nous avons intercalé un support de perforation entre l'éprouvette et la barre de sortie (figure 4-11).

## 3-4-1 Sensibilité à la vitesse

Comme dans le cas d'un impact non perforant, les courbes de la figure 4-16 du chapitre IV, montrent l'apparition du pic F1 qui correspond probablement au déclenchement d'un mécanisme de rupture par perforation dans le matériau. Les figures 5-21 et 5-22 représentent l'influence de la vitesse de sollicitation sur les forces aux points F1 et sur les forces critiques à la rupture.

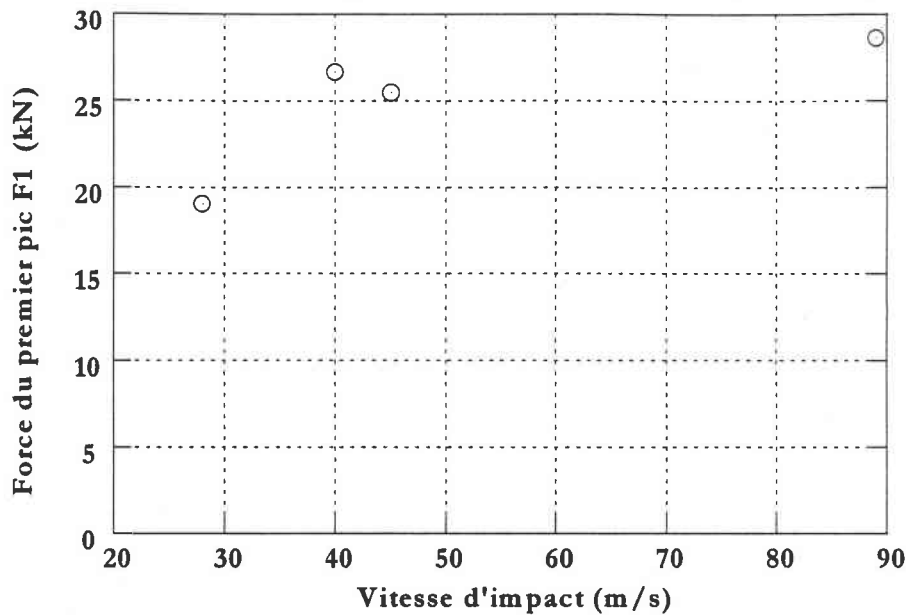


Figure 5-21 : Influence de la vitesse d'impact sur la force du premier pic F1.

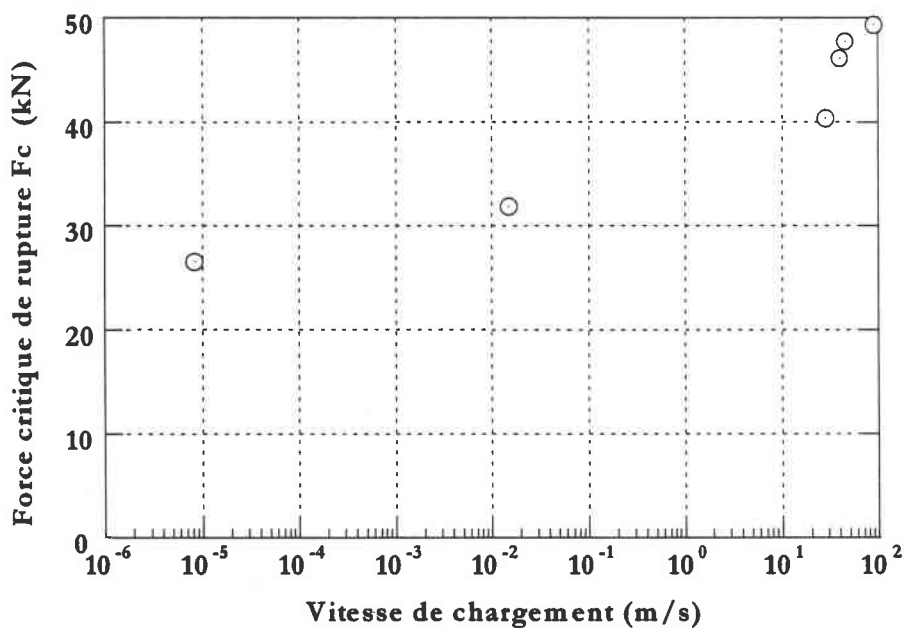


Figure 5-22 : Influence de la vitesse de chargement sur la force critique.

Comme dans le cas d'un impact non perforant, la force critique et la force au point F1 augmentent avec la vitesse d'impact. La nouveauté se situe dans l'apparition d'un palier pour le cas de la force critique à des vitesses d'impact supérieures à 45 m/s environ (figure 5-23). Ce palier s'établit à 49 kN.



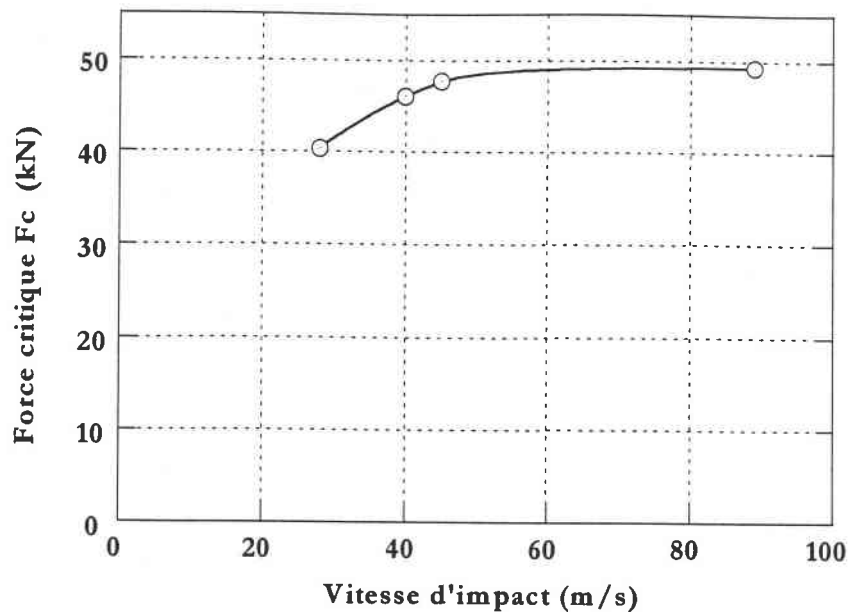


Figure 5-23 : Influence de la vitesse d'impact sur la force critique.

L'analyse des éprouvettes après impact montre qu'à vitesse  $V_b = 45$  m/s, on assiste à une perforation totale des cibles. Le bout du projectile traverse entièrement l'échantillon (photo 5-8). Cette vitesse critique correspond à la vitesse limite balistique définie comme la vitesse limite de perforation totale des éprouvettes.

#### 3-4-2 Observations Post-Mortem (Analyse des dommages)

La photo 5-9 montre une éprouvette semi-perforée ; les dommages sont visibles au point de poinçonnement. La face latérale de cette éprouvette (photo 5-10) montre la propagation des délaminages dans l'épaisseur de l'éprouvette et la formation d'un bouchon sur la face arrière de l'échantillon ; le bouchon reste dans l'éprouvette.

La photo 5-11 montre que les fibres sont cisailées à la périphérie du projectile, au passage de celui-ci. La forme cylindrique du projectile induit de fortes concentrations de contraintes sur son bord, favorisant ainsi les effets de cisaillement et les ruptures des fibres. En plus la structure a un comportement rigide, ce qui donne la création du bouchon "pulg-in" qui caractérise une rupture fragile du matériau. Ce comportement rigide de la structure provoque une rupture en cisaillement transversal des fibres, suivie de multiples délaminages (Photo 5-12).

Sous le point d'impact, on observe une zone qui a été endommagée en compression. Sur cette zone, il est difficile de distinguer les différents modes d'endommagement. A vitesse d'impact supérieur à  $V_b=45$  m/s, le bouchon est éjecté avec une certaine énergie cinétique.

#### 3-4-3 Mesure de la vitesse de propagation du délaminage

Comme nous l'avons décrit au chapitre IV, l'un des avantages de la technique utilisée est de pouvoir suivre le mouvement de l'éprouvette en fonction du temps. La figure 5-24 montre un exemple d'évolution du déplacement de la face latérale de l'éprouvette  $\delta_m$  en fonction du temps mesurée par le capteur Zimer. La partie descendante de la courbe correspond au temps  $\Delta t_d$  de

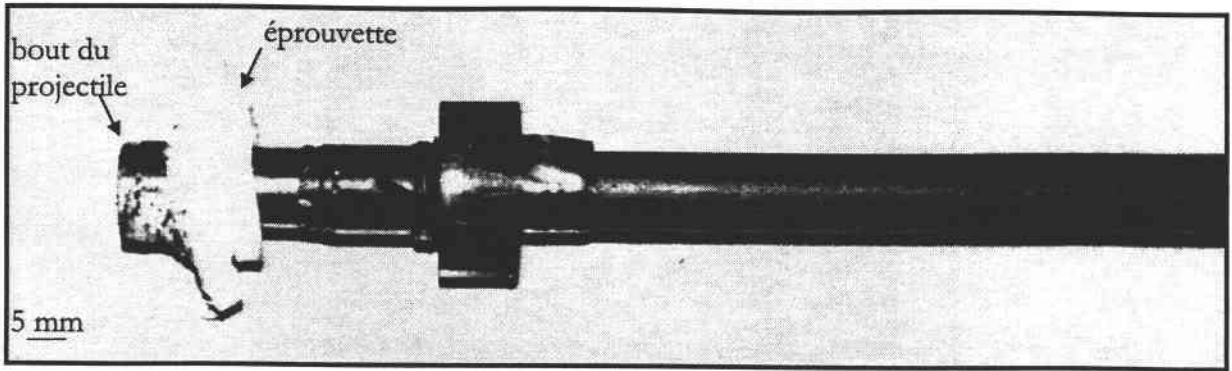


photo 5-8 : projectile traverse entièrement l'échantillon.

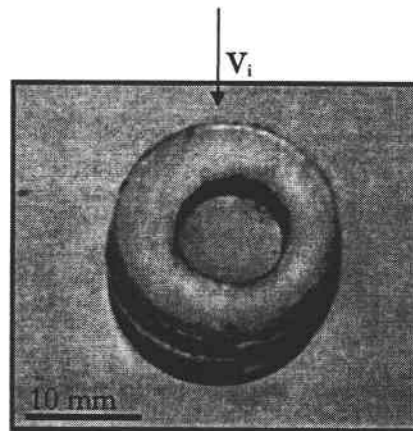


Photo 5-9 : Epreuve semi-perforée

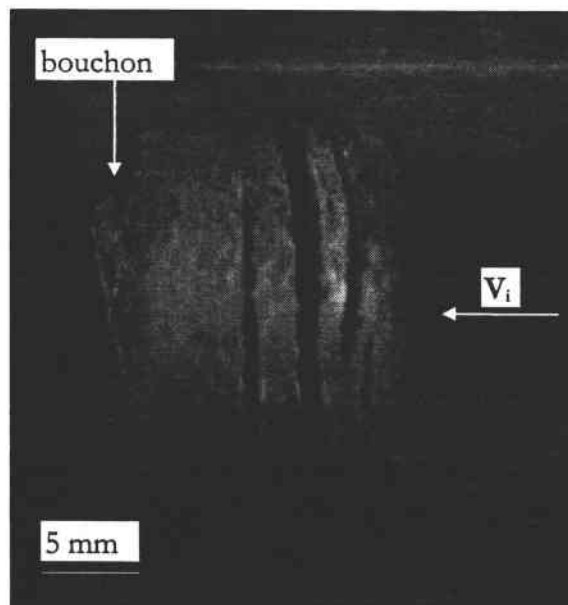


Photo 5-10 : Propagation de délaminage et formation d'un bouchon.

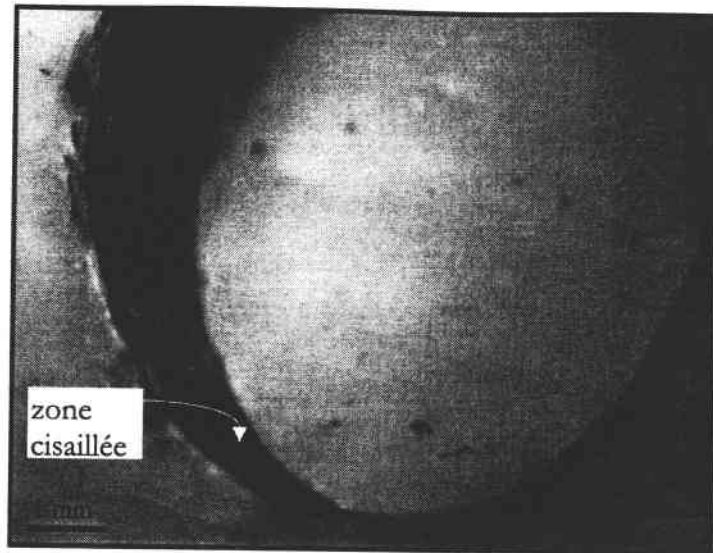


photo 5-11 : Eprouvette perforée partiellement.

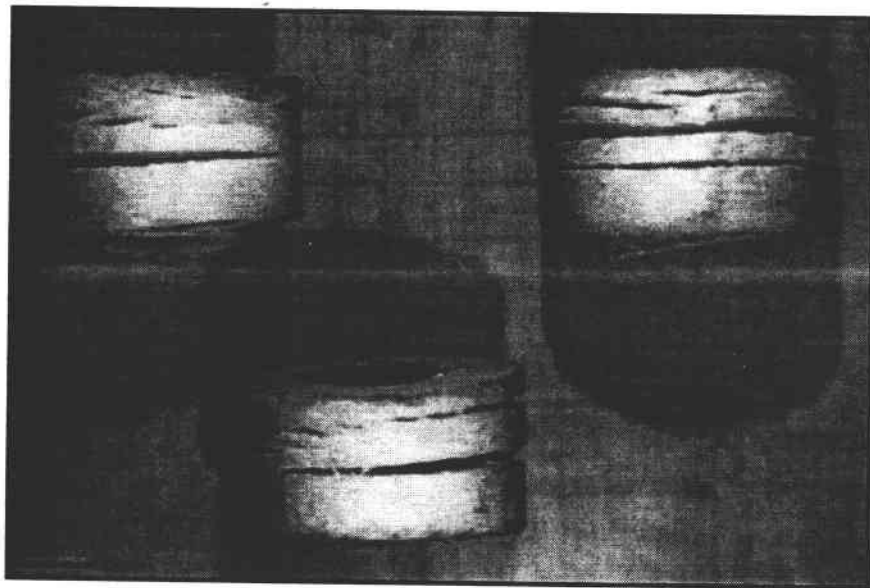


photo 5-12 : Propagation des délaminages au cours de la perforation.

propagation du délaminage dans l'épaisseur de l'éprouvette. Pour toutes les vitesses d'impact, ce temps ne dépasse pas 220  $\mu\text{s}$ . Cette descente s'explique par l'expansion de l'éprouvette au cours de la propagation du délaminage. Cette expansion se traduit par un déplacement de la face impactée vers l'arrière. Ce phénomène est illustré par la figure 5-25. Les deux parties ascendantes de la courbe correspondent à la perforation de l'éprouvette.

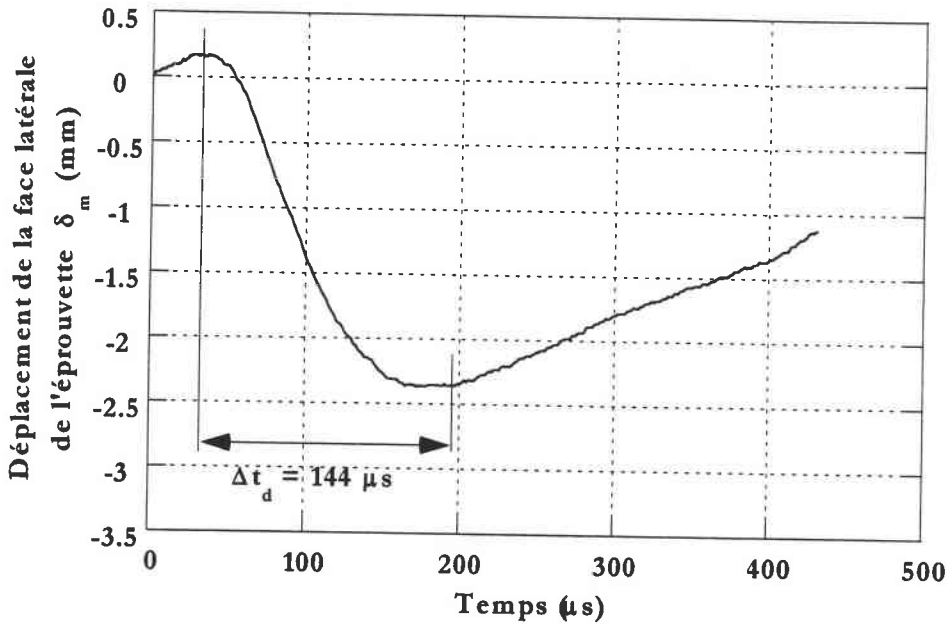


Figure 5-24 : Evolution du déplacement de la face latérale de l'éprouvette en fonction du temps.

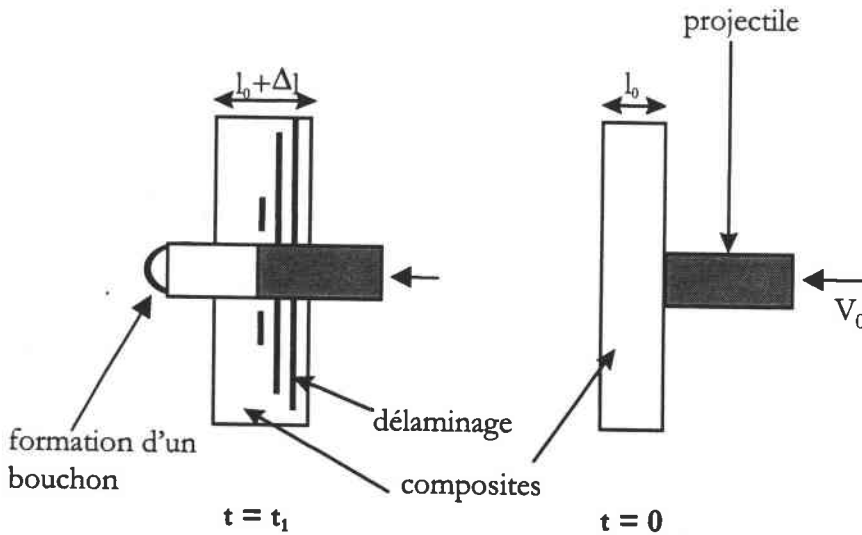


Figure 5-25 : Schéma d'illustration de la rupture par délaminage.

La figure 5-26 montre l'évolution du déplacement de la propagation du délaminage  $\delta_d$  et de sa vitesse  $V_d$  dans l'épaisseur de l'éprouvette au cours du temps pour une éprouvette impactée à 40 m/s. Au début de la perforation, le dommage par délaminage se propage rapidement d'un pli à l'autre jusqu'à un moment où la vitesse de propagation du délaminage dans l'épaisseur décélère. En effet, le mouvement du projectile est freiné à chaque rupture de plis.

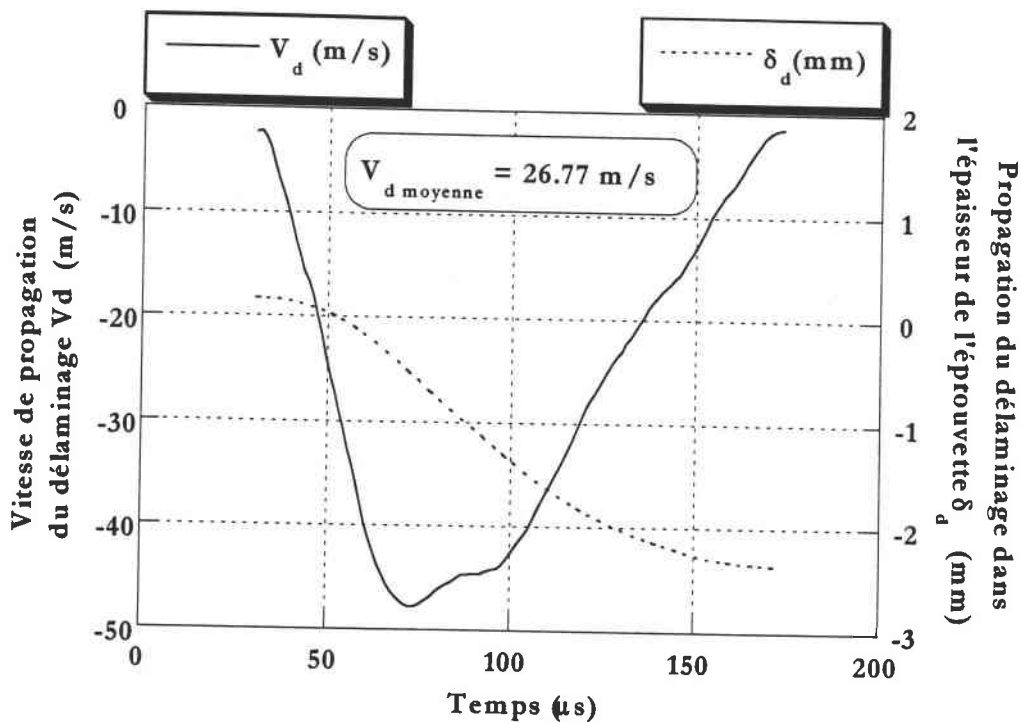


Figure 5-26 : Evolution du délaminage en fonction du temps pour une vitesse d'impact  $V_i = 40$  m/s.

Lorsque la vitesse d'impact augmente, la perforation intervient de plus en plus rapidement. Ainsi, le délaminage se propage pendant une durée moins importante. Comme le montre la figure 5-27, à partir d'une certaine vitesse critique, proche de la vitesse limite balistique  $V_{lb}$ , ce temps devient très limité. Ceci laisse supposer qu'à partir de la vitesse limite balistique  $V_{lb}$ , la vitesse de propagation du délaminage atteint un seuil (figure 5-28).

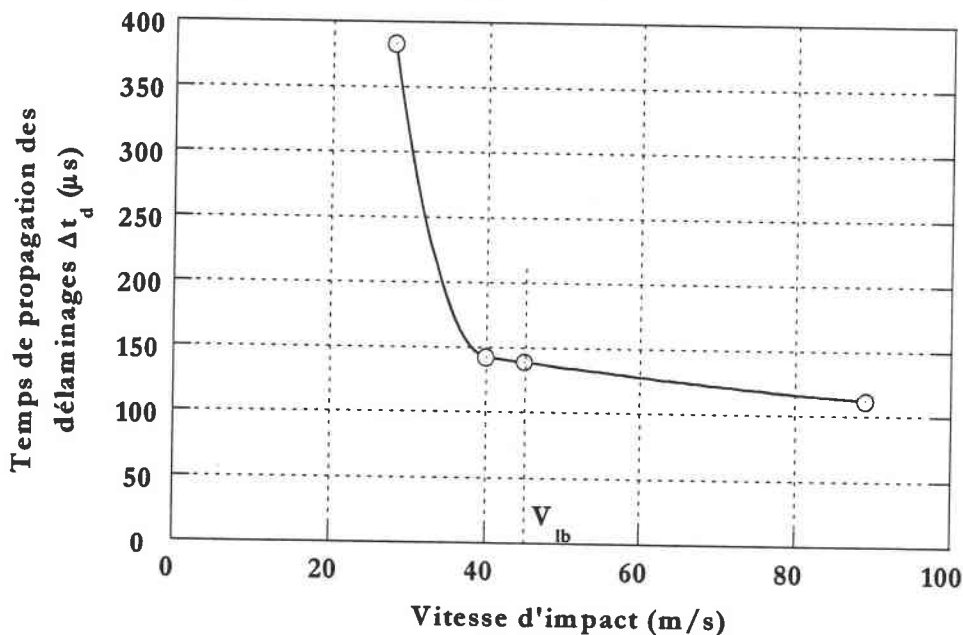


Figure 5-27 : Influence de la vitesse d'impact sur le temps de propagation des délaminages.

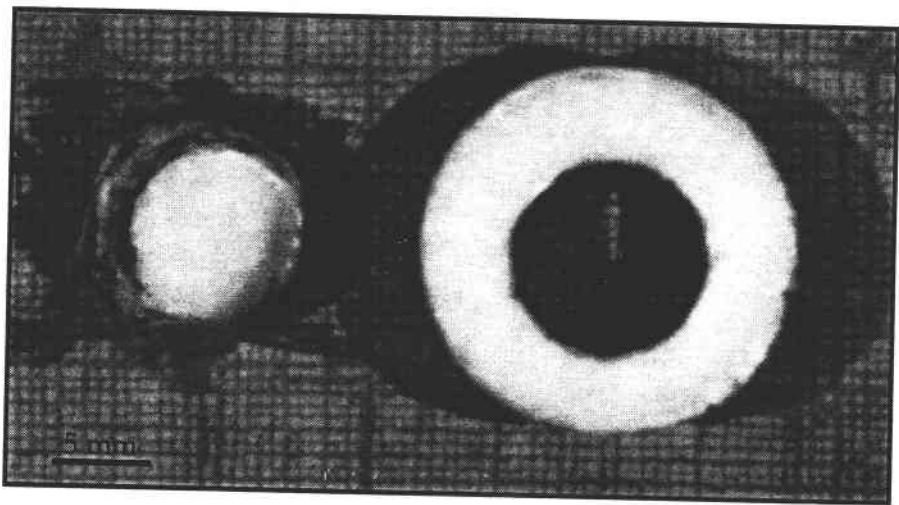


photo 5-13 : Eprouvette perforée totalement avec bouchon éjecté.

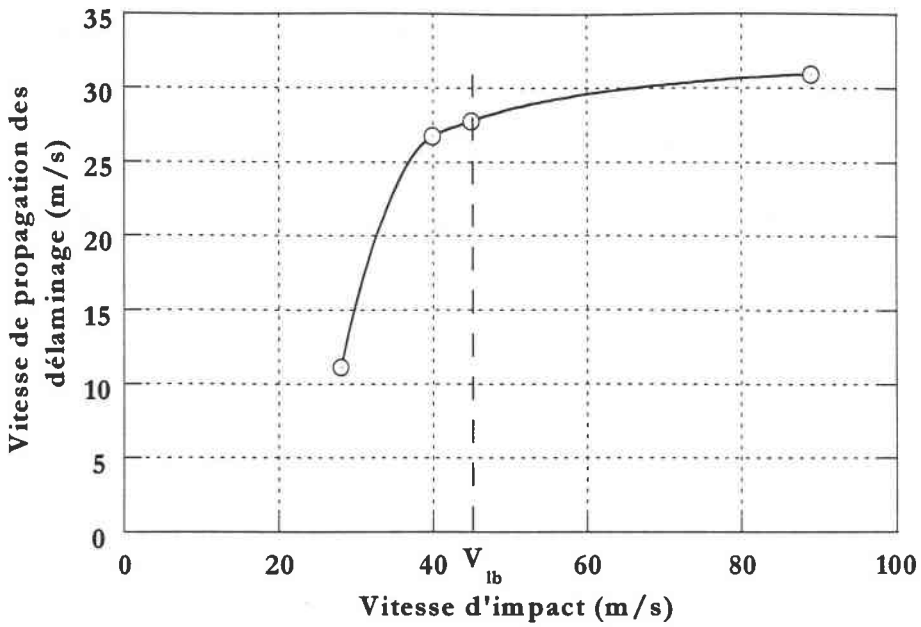


Figure 5-28 : Influence de la vitesse d'impact sur la vitesse de propagation des délaminages.

3-4-4 Effet de la vitesse sur la pénétration

On définit la pénétration  $l_f$  comme la distance parcourue par le projectile à l'intérieur de la cible. Sur la figure 5-29, nous avons représenté la variation de la pénétration en fonction de la vitesse d'impact. Nous avons relevé un phénomène surprenant : en effet, la profondeur  $l_f$  atteinte par le projectile à l'intérieur de la cible augmente avec la vitesse d'impact jusqu'à la limite balistique. Au-delà de cette vitesse,  $l_f$  reste presque constante. Ceci correspond à l'éjection du bouchon.

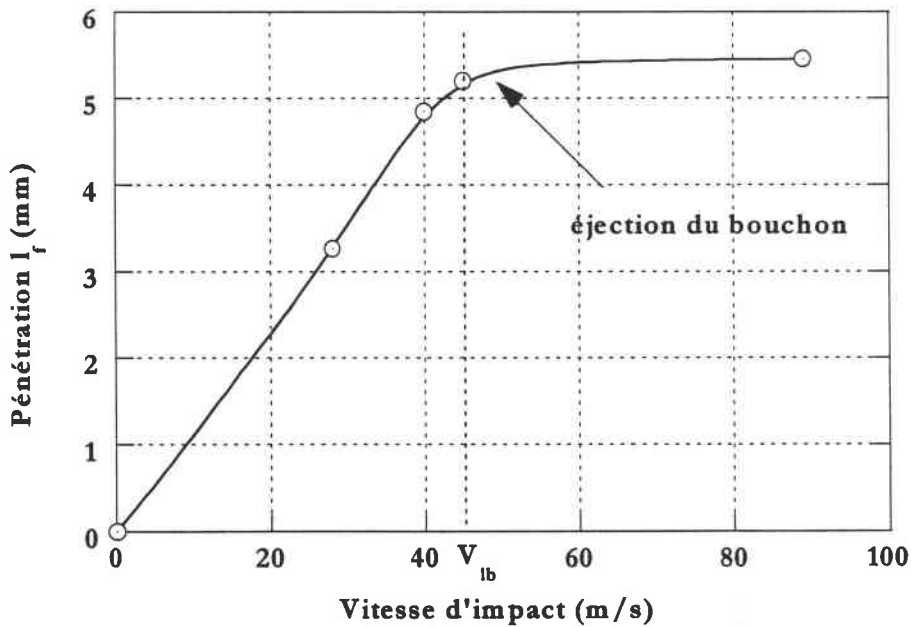


Figure 5-29 : Influence de la vitesse d'impact sur la pénétration du projectile.

L'analyse macroscopique des éprouvettes impactées à la même vitesse, montre que cette éjection du bouchon se fait par cisaillement et par arrachement des fibres (photo 5-13). Le bouchon est de forme cylindrique avec un diamètre de l'ordre de celui du poinçon ( $d \approx 10$  mm).

### 3-4-5 Force critique résiduelle (après perforation)

La mesure de la force critique résiduelle peut être utilisée dans le calcul de l'énergie résiduelle du projectile après perforation. En réalité, les courbes indiquées sur la figure 4-16 ne représentent pas la totalité du signal enregistré par les jauges de déformation : elles ont été tronquées.

La figure 5-30 représente l'évolution de la courbe force-temps durant et après le choc d'un essai effectué à la vitesse d'impact  $V_i = 45$  m/s. La région "A" représente un second chargement de l'éprouvette après impact, qui correspond au contact projectile-bouchon avec le fond du support de perforation (figure 4-11). Ainsi, on peut déterminer facilement la force critique résiduelle  $F_{rc}$  exercée par le projectile sur le bouchon après perforation.

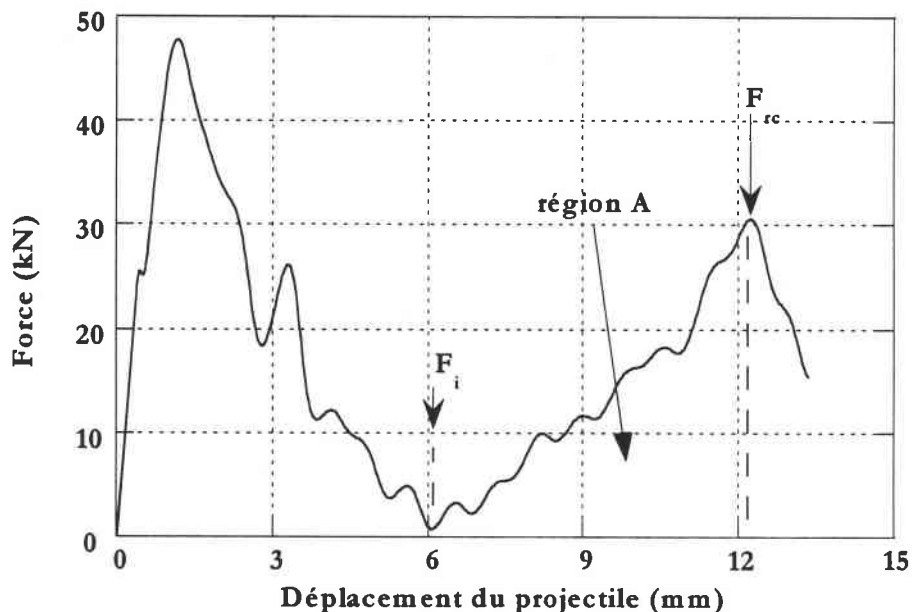


Figure 5-30 : Profil complet de la force-déplacement.

La figure 5-31 montre l'évolution de cette force en fonction de la vitesse d'impact du projectile. Nous constatons une augmentation de la force critique résiduelle en fonction de la vitesse. Après un impact perforant, le projectile perd jusqu'à 50% de sa force de perforation.



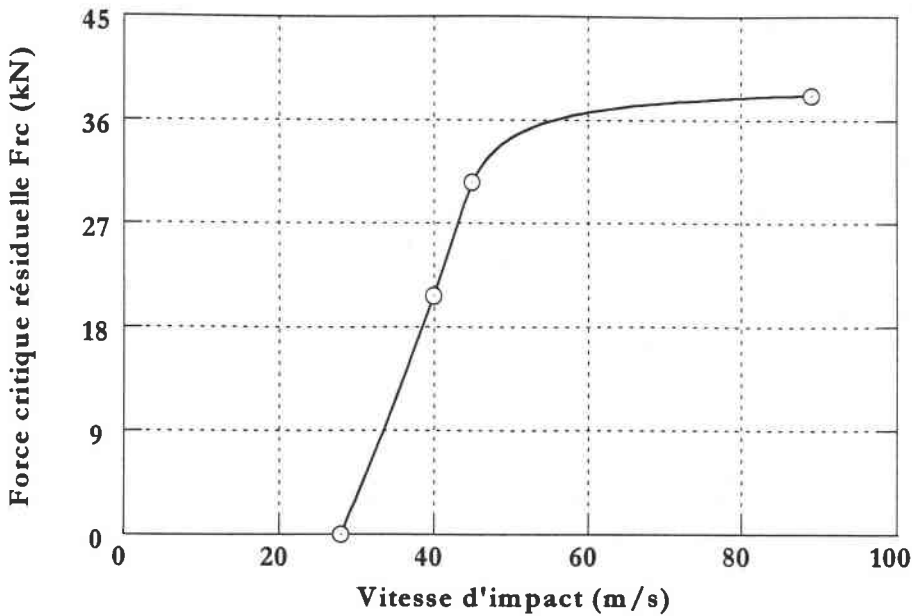


Figure 5-31 : Influence de la vitesse d'impact sur la force critique résiduelle.

3-4-6 Calcul des énergies

L'énergie de perforation totale de l'éprouvette est obtenue par simple intégration de la courbe force-déplacement :

$$W_t = \int_0^{l_f} F(\delta) d\delta \tag{5-11}$$

$$W_{rc} = \int_0^{\delta_{rc}} F(\delta) d\delta \tag{5-12}$$

$l_f$  et  $\delta_{rc}$  représentent respectivement les déplacements du projectile aux points  $F_i$  et  $F_{rc}$  (figure 5-30). L'estimation de l'énergie résiduelle du projectile est donnée par :

$$W_r = W_{rc} - W_t \tag{5-13}$$

avec  $W_r$  : Energie résiduelle du projectile après impact.

$W_{rc}$  : Energie au point  $F_{rc}$  (figure 5-32).

$W_t$  : Energie totale absorbée par l'éprouvette.

La figure 5-32 montre la variation de l'énergie de rupture des éprouvettes pour une vitesse  $V_i=45$  m/s en fonction du déplacement du projectile.

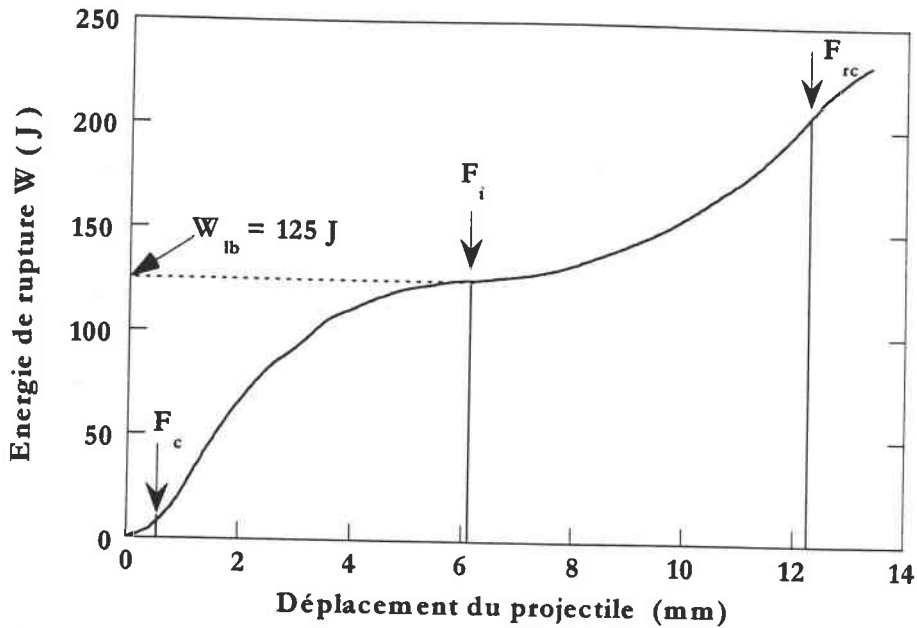


Figure 5-32 : Evolution de l'énergie de rupture à vitesse d'impact  $V_i = 45$  m/s.

La relation entre la vitesse du projectile (poinçon), l'énergie critique à la rupture ainsi que l'énergie totale, est montrée dans la figure 5-34. En dessous de 10 m/s, nous constatons que l'énergie critique à la rupture augmente linéairement avec le logarithme de la vitesse. Cette augmentation est plus rapide dans le domaine des vitesses élevées, aussi bien pour l'énergie critique à la rupture que pour l'énergie totale absorbée.

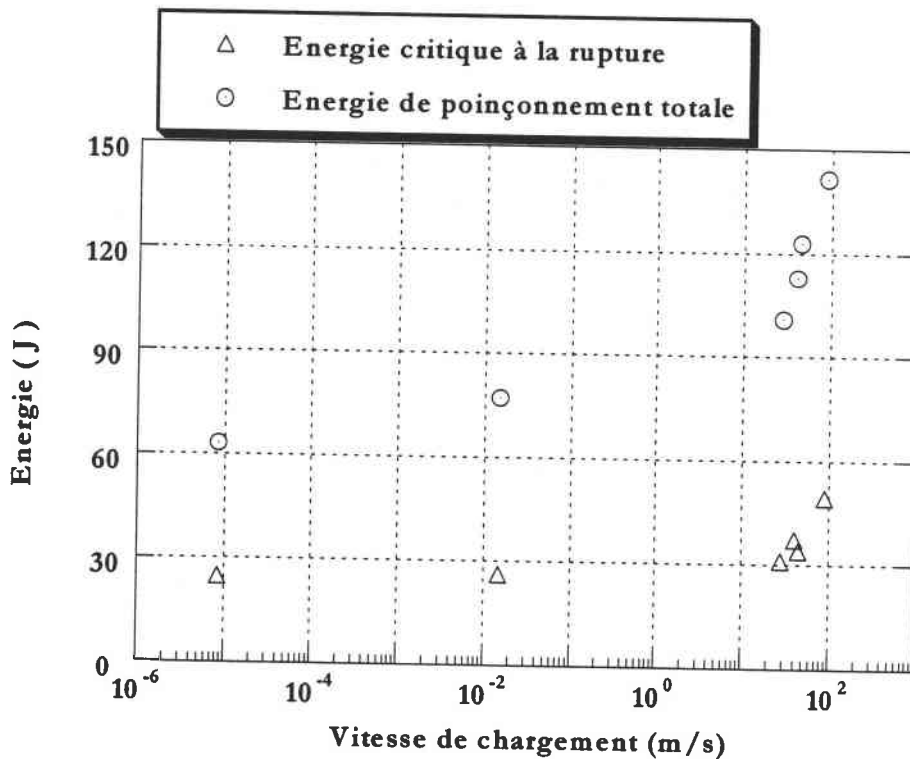


Figure 5-33 : Effet de la vitesse sur les énergies critiques et totales.

Sur la figure 5-34, on constate que l'énergie résiduelle du projectile augmente avec la vitesse d'impact et tend vers une valeur asymptotique. Ce phénomène semble pouvoir s'expliquer par le fait qu'à partir de la vitesse limite balistique  $V_{lb}$ , les processus de délaminage deviennent saturés, la

vitesse incidente du projectile n'a plus d'influence sur l'apparition des délaminages, ce qui limite l'absorption de l'énergie par la cible (figure 5-34).

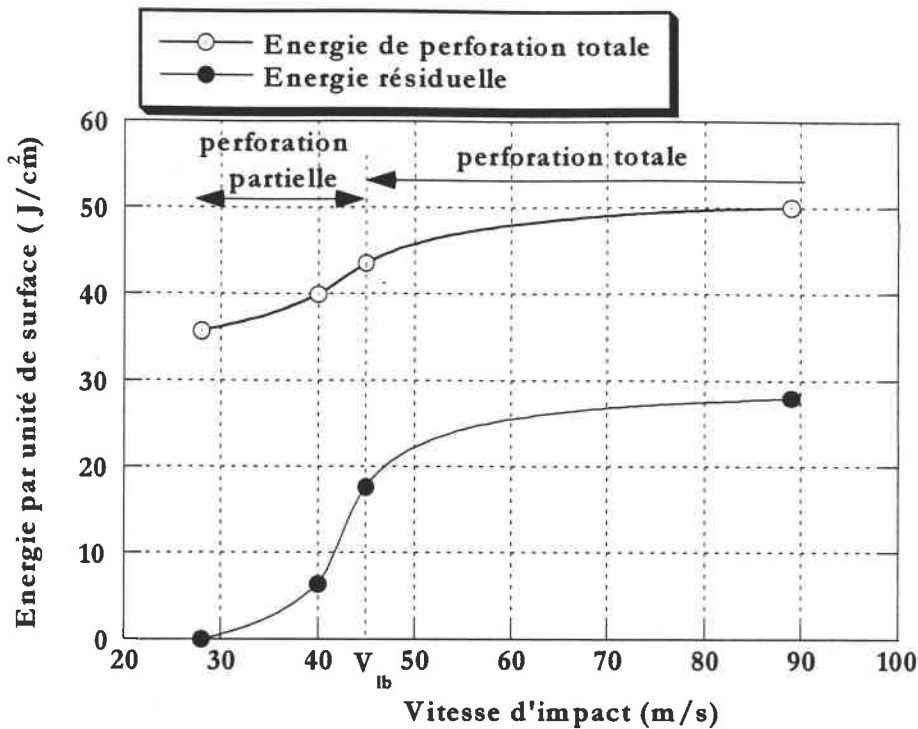


Figure 5-34 : Influence de la vitesse d'impact sur les énergies totale et résiduelle

En effet, dans des gammes de vitesse inférieures à la limite balistique, l'augmentation de la vitesse incidente permet de solliciter un plus grand nombre de plis et donc d'accroître le temps laissé à la propagation des délaminages dans l'éprouvette. Par contre, lorsque la vitesse incidente est supérieure à la limite balistique, le temps de rupture des plis diminue et les délaminages n'ont plus suffisamment de temps pour se propager dans l'éprouvette.

### 3-4-7 Conclusion

Dans cette partie, nous avons distingué deux types d'endommagement : à savoir la perforation et les dommages par délaminages.

Dans le cas d'un impact non perforant, l'augmentation de la vitesse incidente du projectile provoque l'apparition des délaminages. Nous avons montré une croissance des surfaces délaminées en fonction de la vitesse d'impact et une prédominance du délaminage aux interfaces les plus proches de l'impact. Nous avons également constaté l'absence de tous mécanismes d'endommagement sur la face arrière de l'éprouvette.

A partir de la vitesse limite de perforation partielle  $V_{lb}$ , nous avons distingué deux types d'endommagement : la perforation et les dommages par délaminages. Au-delà de cette vitesse  $V_{lb}$ , l'énergie cinétique du projectile est transférée dans les mécanismes de perforation et de délaminage des interfaces supérieures.

Par contre, lorsqu'il y a perforation, le délaminage est stoppé au moment où la perforation est totale, c'est la saturation.

Dans ce travail, nous avons mis en évidence une nouvelle technique expérimentale qui permet de déterminer l'énergie résiduelle du projectile et l'énergie totale de perforation et également de suivre l'évolution de la propagation du délaminage en fonction de la vitesse d'impact.

Pour une étude complémentaire, il serait intéressant d'un point de vue fondamental, de confronter le problème de rupture dans un essai de flexion. En effet, dans ce type d'essai le matériau subira une sollicitation de traction de façon indirecte. Ainsi l'étude du comportement du composite sous des sollicitations dynamiques en flexion s'impose. Nous allons présenter, dans la partie suivante, les résultats des essais effectués en flexion dynamique du composite PA6/verre.

#### V-4) COMPORTEMENT DU COMPOSITE PA6/VERRE EN FLEXION

Les opinions sur ce type d'essais sont très variées. On leur reconnaît le mérite d'être souvent plus représentatif que les essais de traction des sollicitations qu'aura à subir le matériau en service. Malgré leur complexité, ces essais permettent par ailleurs d'observer des mécanismes de déformation que l'on aurait pu manquer en se cantonnant aux essais de compression.

Dans cette partie, nous allons examiner le comportement de notre composite au cours des essais de flexion quasi-statiques et dynamiques. Nous allons mettre l'accent sur les modes de rupture observés et nous allons donner les résultats quantitatifs obtenus.

##### 4-1) Essais de flexion quasi-statique

L'étude du comportement du matériau sous sollicitation quasi-statique a pour objectif de déterminer l'énergie de rupture et d'identifier les principaux mécanismes d'endommagement intervenant dans le processus de rupture de l'échantillon. Pour évaluer l'influence de la vitesse de sollicitation, nous avons choisi trois vitesses de déplacement :  $3.33 \cdot 10^{-6}$ ,  $166 \cdot 10^{-4}$  et  $8.33 \cdot 10^{-3}$  mm/min. Les essais de flexion sont décrits dans la norme ASTM D790 qui donne les procédures à suivre pour obtenir des résultats fiables. La norme ASTM D790 analyse les essais de flexion trois points au moyen de la théorie des poutres d'Euler-Bernoulli. Celle-ci permet d'exprimer respectivement :

- La contrainte maximale par :

$$\sigma_r = \frac{3 F_r S}{2 B W^2} \quad (5-14)$$

- La contrainte de cisaillement interlaminaire maximale par :

$$\tau_{\max} = \frac{3 F}{4 B W} \quad (5-15)$$

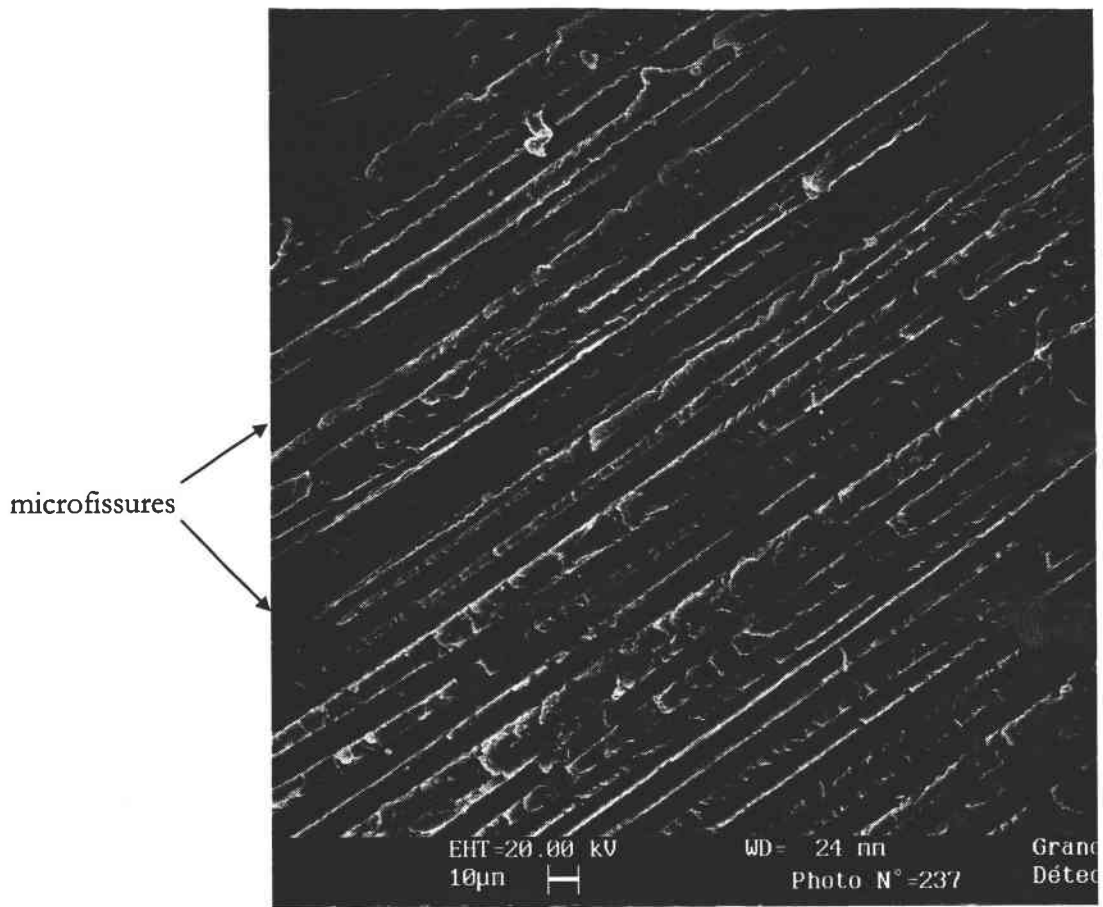


Photo 5-14 : Microfissuration matricielle en face tendue.

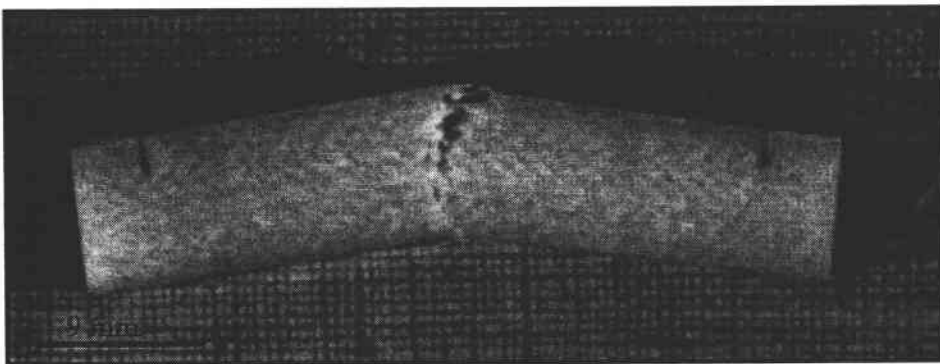


Photo 5-15 : Rupture quasi-statique en flexion trois points.

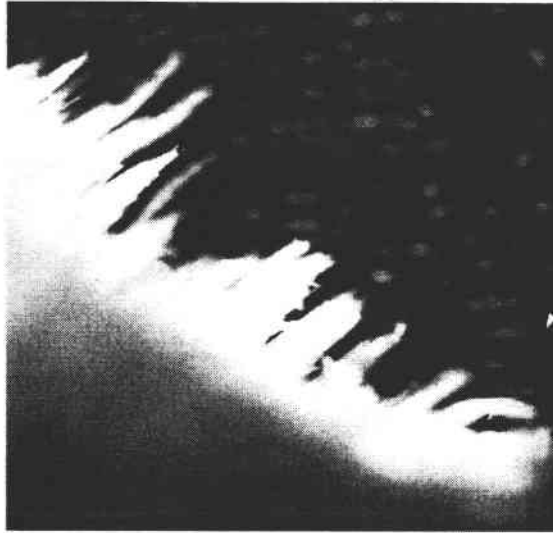


photo 5-16 : Faciès de rupture d'une éprouvette sollicitée en flexion trois points quasi-statique.

- Le module de flexion par :

$$E_f = \frac{S^3}{4 B W^3} \frac{F}{x} \quad (5-16)$$

- L'énergie de déformation par :

$$W_r = \frac{F_{rup}^2}{96 E_f} \frac{S^3}{I} \quad (5-17)$$

avec  $I = \frac{B W^3}{12}$ , I étant le moment quadratique.

La vitesse de déformation dans la fibre la plus tendue par :

$$\dot{\epsilon} = \frac{6 W v}{S^2} \quad (5-18)$$

où F, F<sub>r</sub>, x et v représentent respectivement la charge, la charge à la rupture, la flèche de l'éprouvette et la vitesse de sollicitation. S, W et B désignent respectivement la distance entre appuis, l'épaisseur et la largeur de l'éprouvette (figure 4-17).

#### 4-1-1 Résultats expérimentaux

La figure 5-34 présente un ensemble de courbes force-déplacement, obtenu à partir des essais réalisés à différentes vitesses de déplacement.

La première partie des courbes charge-déplacement montre un comportement linéaire élastique, jusqu'au voisinage de 70% du chargement. Au-delà de ce niveau, on observe un abaissement de la rigidité de l'éprouvette. Cette transition met en évidence la fissuration de l'échantillon, comme le montre la photo 5-14 : il s'agit bien d'une micro-fissuration matricielle. Celle-ci apparaît au niveau de la face tendue de l'éprouvette, au voisinage de la contrainte maximale, caractérisant ainsi un mode de rupture en traction pure (Photo 5-15). Les courbes charge-déplacement atteignent un maximum qui apparaît sous forme de pic. Ce pic correspond à la rupture des fibres situées au voisinage de la face tendue et donc, à l'apparition d'une fissuration macroscopique. Au-delà de ce pic, l'éprouvette n'a pas perdu toute sa rigidité mais celle-ci tend vers zéro, alors que la flèche augmente et que se poursuit le processus d'extraction des fibres rompues (Photo 5-16).

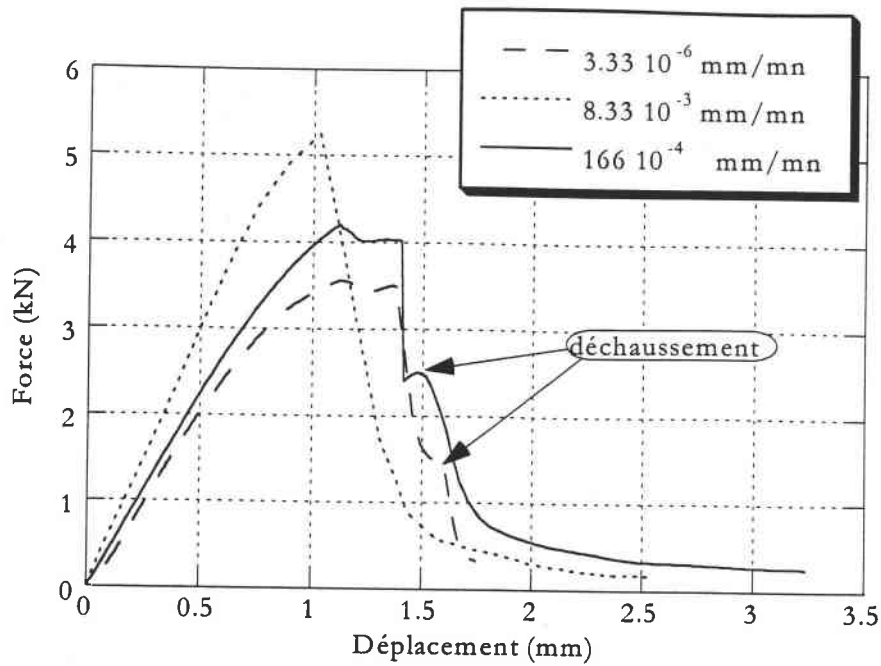


Figure 5-35 : Comparaison des courbes quasi-statiques force-déplacement à différentes vitesses de déplacement.

#### 4-1-2 Mesure de l'énergie de rupture

Pour mesurer cette grandeur, nous allons intégrer la courbe charge-déplacement. L'énergie de rupture par unité de surface est :

$$W_r = \frac{1}{B W} \int_0^{\delta_r} F(\delta) d\delta \quad (5-19)$$

La figure 5-36 montre que l'augmentation de la vitesse du déplacement conduit à une augmentation de l'énergie de rupture de l'éprouvette.



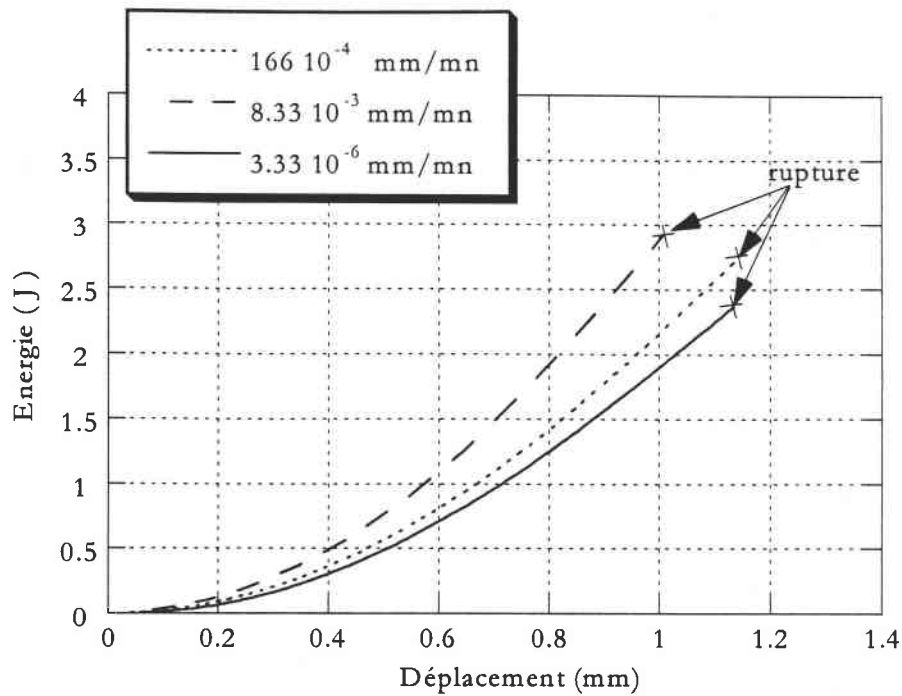


Figure 5-36 : Evolution de l'énergie en fonction du déplacement à différentes vitesses de déplacement.

Les grandeurs mesurées pour différentes vitesses de déplacement sont données par le **tableau 1**.

Vitesse de déplacement (mm/min)	$\sigma_r$ (MPa)	$E_{flex}$ (GPa)	$W_r$ (J)	$W_r^*$ (J) (équation 5-17)
$3.33 \cdot 10^{-6}$	$263 \pm 12$	$9.43 \pm 1$	$2.38 \pm 0.1$	1.5
$166 \cdot 10^{-4}$	$311 \pm 11$	$9.68 \pm 1$	$2.72 \pm 0.1$	2.01
$8.33 \cdot 10^{-3}$	$389 \pm 15$	$13.05 \pm 3$	$2.93 \pm 0.1$	2.32

$W_r^*$  : Energie de rupture déterminée par RDM, (équation 5-17).

Tableau 5-1 : Résultats des essais de flexion quasi-statiques.

Pour comparer les propriétés statiques et dynamiques du composite que nous étudions, il est souhaitable de disposer d'essais dynamiques présentant le plus de similitudes possibles avec les essais statiques.

#### 4-2) Comportement à la rupture du matériau PA6/verre en flexion dynamique

Dans le paragraphe précédent, nous avons observé les caractéristiques du comportement du PA6/verre lors d'un chargement de flexion trois points quasi-statique. L'objet de cette partie porte sur l'évolution de ces caractéristiques lorsque l'on se place en régime dynamique.

## 4-2-1 Résultats obtenus

Les essais statiques et les essais de flexion dynamique ont été réalisés sur des éprouvettes issues de la même plaque et présentant les mêmes caractéristiques géométriques. Le dispositif utilisé pour ces essais est celui que nous avons présenté dans le chapitre précédent (figure 4-22).

Les vitesses de sollicitations appliquées au cours des essais dynamiques sur nos éprouvettes varient entre 7 m/s et 60 m/s. Quelques courbes caractéristiques de l'évolution de la force transmise et du déplacement en fonction du temps sont présentées aux figures 5-37 et 5-38 et font apparaître que :

- La phase croissante de la force est très courte, de l'ordre de 20  $\mu$ s à 35  $\mu$ s. La phase de chargement de l'éprouvette s'accompagne d'une ou de plusieurs oscillations d'amplitudes variables.
- La variation du déplacement mesuré en fonction du temps, à l'aide du capteur du déplacement de type Zimer est quasiment linéaire.
- L'évolution du déplacement en fonction du temps s'arrête au moment de la chute du dernier pic de la courbe force temps, ce qui traduit la rupture de l'échantillon. En effet l'éprouvette atteint en son point central une vitesse quasi-constante.
- Le premier pic de force est dû au début de la sollicitation de l'éprouvette. Son amplitude élevée par rapport aux autres amplitudes s'explique simplement par la force importante générée par l'inertie de l'éprouvette au début de sa montée en vitesse. Par la suite, on constate que la force non seulement s'annule, mais prend une valeur négative pendant une durée très courte (de l'ordre de 10  $\mu$ s). Cette annulation correspond à la perte de contact entre les supports et l'éprouvette. Dans un premier temps, le projectile sollicite l'éprouvette, celle-ci entre en mouvement et perd le contact avant de le retrouver au cours du deuxième chargement. Ceci nous incite à penser que l'éprouvette se décolle des appuis ( l'impacteur atteint une vitesse inférieure à celle du point central de l'éprouvette). Ainsi, la rupture intervient principalement en "flexion un point" où la seule résistance à l'avancée de l'éprouvette est son inertie. Cet effet peut être expliqué en modélisant l'éprouvette par deux barres rigides reliées entre elles par une liaison rotule R (figure 5-39). Chaque barre possède son propre centre d'inertie G. Lorsque l'éprouvette est soumise à une force au niveau de R, les deux barres tournent autour de G1 et de G2 et nous avons alors une perte de contact au niveau des appuis. Pour vérifier cette hypothèse, il faudrait déplacer les appuis vers le centre de l'éprouvette ; si ceux-ci se trouvent entre G1 et G2, il ne devrait plus se produire de pertes de contact au niveau des appuis.

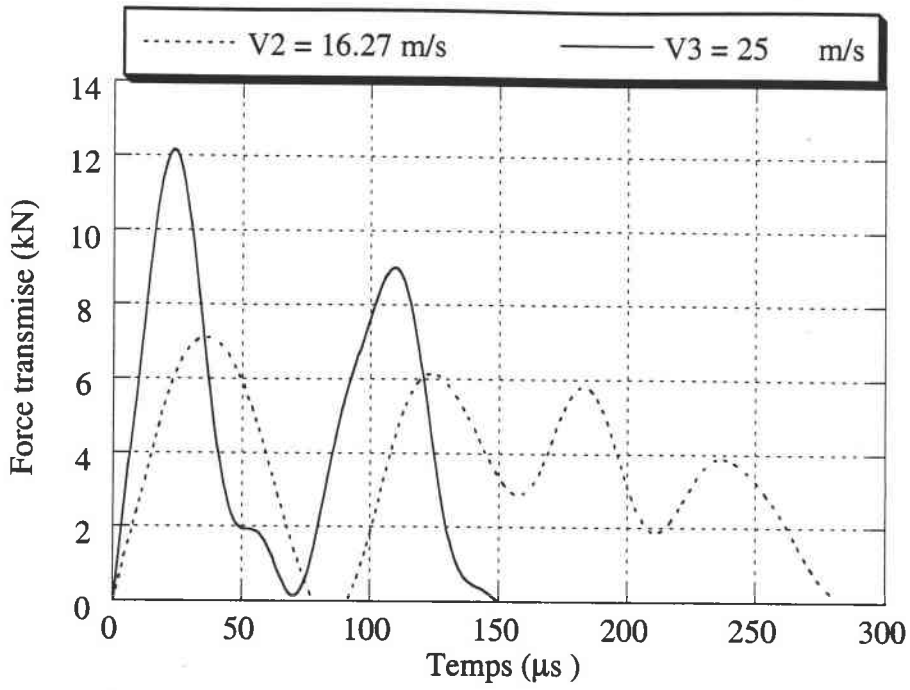


Figure 5-37 : Evolution de la force mesurée en fonction du temps.

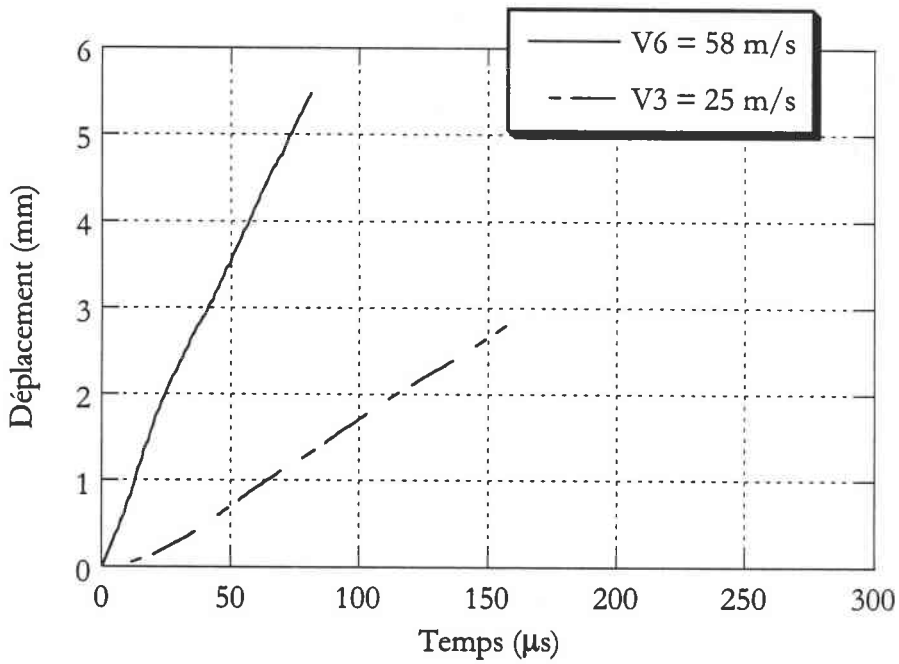


Figure 5-38 : Evolution du déplacement en fonction du temps.



Figure 5-39 : Perte de contact aux appuis.

L'importance des oscillations dans le signal de réaction au niveau des appuis, nous a conduit à analyser le comportement vibratoire d'un barreau isotrope en flexion trois points. Nous avons tout d'abord procédé analytiquement à l'évaluation des modes de vibration libre.

#### 4-2-2 Analyse des phénomènes vibratoires

##### a) Vibration d'une éprouvette isotrope

Pour une éprouvette isotrope non entaillée, sollicitée en flexion trois points, les vibrations libres non amorties sont régies par l'équation suivante, pour laquelle seuls les effets du moment fléchissant sont pris en compte [106] :

$$EI \frac{\partial^4 Y(z,t)}{\partial z^4} + \rho A \frac{\partial^2 Y(z,t)}{\partial t^2} = 0 \quad (5-20)$$

où E est le module de Young du matériau,  $\rho$  sa masse volumique, I et A sont respectivement le moment quadratique et la section de l'éprouvette.

En supposant que  $Y(z, t)$  s'écrit sous la forme séparable :

$Y(z, t) = y(z) f(t)$ , la résolution de cette équation donne la pulsation propre du mode n de vibration libre :

$$\omega_n = n^2 \pi^2 \sqrt{\frac{EI}{\rho A S^4}} \quad (5-21)$$

La vibration est donc de la forme :

$$y_n(z) = y_0 \sin\left(\frac{n\pi z}{S}\right) \quad (5-22)$$

où  $y_0$  est une constante.

L'allure de la déformée dans les cinq premiers modes est schématisée sur la figure 5-40. Les valeurs des pulsations correspondantes pour une éprouvette du PA6/verre sont reportées au tableau 5-2.

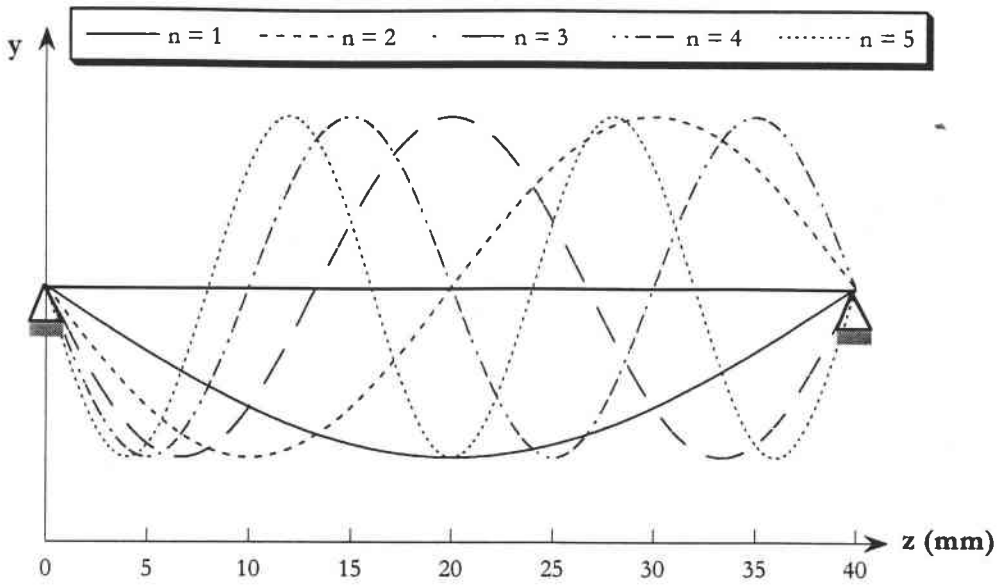


Figure 5-40 : Allure des cinq premiers modes de vibration d’une poutre en flexion.

<b>n</b>	1	2	3	4	5
<b><math>\omega_n</math> (rd/s)</b>	27.2 10 <sup>3</sup>	108.6 10 <sup>3</sup>	244.4 10 <sup>3</sup>	434.4 10 <sup>3</sup>	678.8 10 <sup>3</sup>
<b>T<sub>n</sub> (μs)</b>	231	58	26	14.4	9.3

Tableau 5-2 : Valeurs des pulsations et des périodes des cinq premiers modes.

La prise en compte du porte-à-faux de l'échantillon, c'est à dire de la longueur d'éprouvette dépassant les appuis, modifie la valeur des pulsations propres (figure 4-17). Cette correction, dont la détermination est détaillée en **Annexe 3**, correspond à une valeur du porte-à-faux  $p = (L-S)/2S = 0.125$ . Cette valeur conduit à un abaissement de la pulsation du premier mode qui prend la valeur de 22.345 rad/s. Le rapport  $\omega_n/\omega_n^0$  correspond à une valeur de 0.823, où  $\omega_n^0$  correspond à la pulsation du mode propre n définie par la relation 5-21.

Pour déterminer si les oscillations observées sur les courbes force-temps correspondent à une vibration de l'éprouvette, la période apparente de ces oscillations a été déterminée graphiquement. Les résultats regroupés au tableau 5-3 correspondent à la moyenne des valeurs obtenues.

Vitesse d'impact (m/s)	$\omega$ (rd/s)
16.3	89.8 10 <sup>3</sup>
25	136.6 10 <sup>3</sup>
38	141.2 10 <sup>3</sup>
49	149.6 10 <sup>3</sup>

Tableau 5-3 : Détermination graphique des pulsations des courbes force-temps à différentes vitesses d'impact.

On constate que ces valeurs ne coïncident pas vraiment avec les périodes des modes propres de l'éprouvette (Tableau 5-2). Ce qui laisse présager l'absence de phénomènes vibratoires. Ce résultat s'explique par les hypothèses simplificatrices du modèle analytique, à savoir l'éprouvette est

homogène, isotrope et sollicitée dans un état d'oscillations libres non amorties. Il est plus raisonnable de penser, vue l'augmentation des fréquences des oscillations de la courbe force-temps en fonction de la vitesse d'impact, que l'éprouvette présente un comportement vibratoire.

### b) Méthode de Rayleigh [106]

#### - Détermination théorique du premier mode propre de vibration

Dans cette approche, nous allons prendre successivement en compte les effets du moment fléchissant, de l'effort tranchant, de l'inertie de rotation et du porte-à-faux. Les détails des calculs sont donnés en **Annexe 3**. Le tableau 5-4 regroupe l'ensemble des résultats de cette démarche. Les corrections sur la masse de l'éprouvette et sur la raideur apparaissent sous forme d'un rapport :  $m_e/m_0$  et  $K/K_0$ .

Avec,

$K$  : représente la rigidité de l'éprouvette.

$m_0 = \rho AS$  correspond à la masse entre appuis de l'échantillon.

$m_e = 17/35 m_0$  correspond à la masse équivalente de l'éprouvette déterminée par Williams [107].

$K_0 = 48EI/S^3$  correspond à la raideur de l'éprouvette.

Conditions	$K/K_0$	$K$ ( $10^6$ N/m)	$m_e/m_0$	$m_e$ (g)	$m_1+m_e$ (kg)	$\omega$ (rd/s)
Moment fléchissant	1.000	2.4	0.486	3.210	0.218200	3316
Moment + porte-à-faux	0.883	2.12	0.521	3.440	0.218440	3122
Moment + cisaillement	0.917	2.2	0.471	3.113	0.218113	3175
Moment + cisaillement + inertie de rotation	0.917	2.2	0.554	3.656	0.218656	3174

Tableau 5-4 : Résultats de la méthode de Rayleigh.

#### - Détermination expérimentale du premier mode propre de vibration :

Nous avons effectué des essais de rebond sur une éprouvette PA6/verre. La figure 5-41 représente l'évolution de la force en fonction du déplacement pour ce type d'essai. Le retour à la position initiale traduit la restitution par l'éprouvette d'une partie de l'énergie emmagasinée au projectile, qui a rebondi à la vitesse finale  $V_f$ . On peut écrire la composante de la force représentant le premier mode comme :

$$F(t) = A_1/\omega_1 \sin(\omega_1 t) \quad (5-23)$$

où  $A_1$  représente l'amplitude de ce mode.

De même, pour le déplacement, on a :

$$x(t) = B_1/\omega_1 \sin(\omega_1 t) \quad (5-23)$$

Nous avons ensuite déterminé numériquement, au sens des moindres carrés, les valeurs de ces amplitudes et des pulsations. Les valeurs de ces paramètres sont reportées au tableau 5-5.

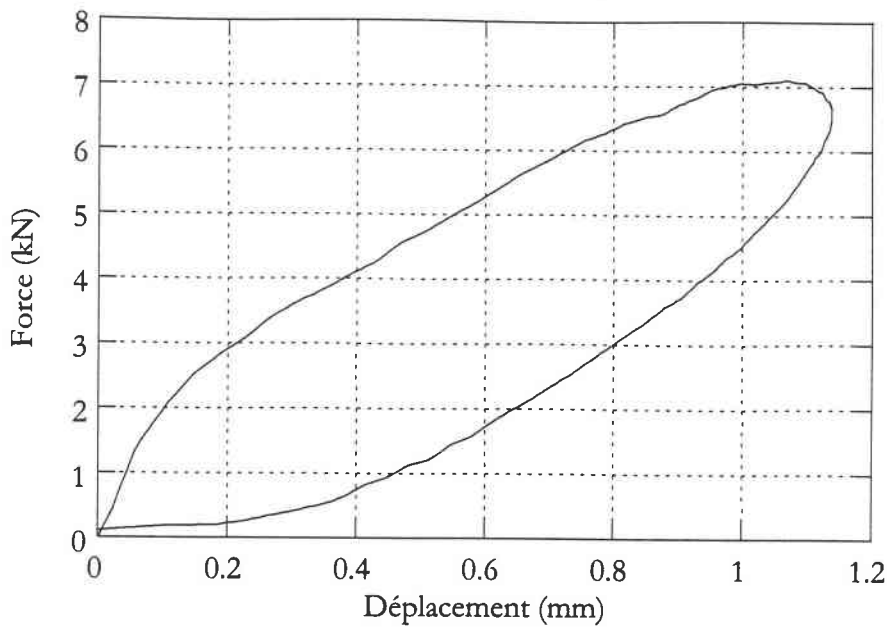


figure 5-41 : Essai de rebond sur une éprouvette en PA6/verre.  
Vitesse d'impact  $V_i = 7.4 \text{ m/s}$

Vitesse d'impact (m/s)	F (N)	x (mm)
7.4	$A_1 = 2.9 \cdot 10^7 \pm 5.3 \cdot 10^5$	$B_1 = 4630.1 \pm 27$
	$\omega_1 = 4479.3 \pm 28 \text{ rd/s}$	$\omega_1 = 4178.2 \pm 8.83 \text{ rd/s}$

Tableau 5-5 : Calcul de l'amplitude et de la pulsation par essai de rebond sur PA6/verre

Les valeurs moyennes de la pulsation sont :  $4479.3 \pm 27.63 \text{ rad/s}$  pour la force et  $4178.2 \pm 8.83 \text{ rad/s}$  pour le déplacement. Ces valeurs représentent des écarts relatifs, respectivement de 26% et 20% par rapport à la pulsation donnée par la méthode de **Rayleigh**. L'écart obtenu peut s'expliquer par la présence des oscillations du deuxième mode (vitesses d'impact élevées), qui sont à l'origine du champ des accélérations.

#### 4-2-3 Influence de la vitesse de chargement

La figure 5-42 représente l'ensemble des courbes de la force, mesurée aux appuis, en fonction du déplacement mesuré au point central de l'éprouvette, obtenues à différentes vitesses d'impact. Il ressort qu'au-delà de la vitesse  $V_4 = 38 \text{ m/s}$ , l'éprouvette vibre moins, elle n'a pas le temps de se décoller des appuis. Sur la figure 5-43, nous avons représenté l'évolution du temps de choc avec la vitesse d'impact. On note que la durée du choc diminue avec la vitesse d'impact puisque le chargement à la rupture de l'éprouvette est atteint plus rapidement.

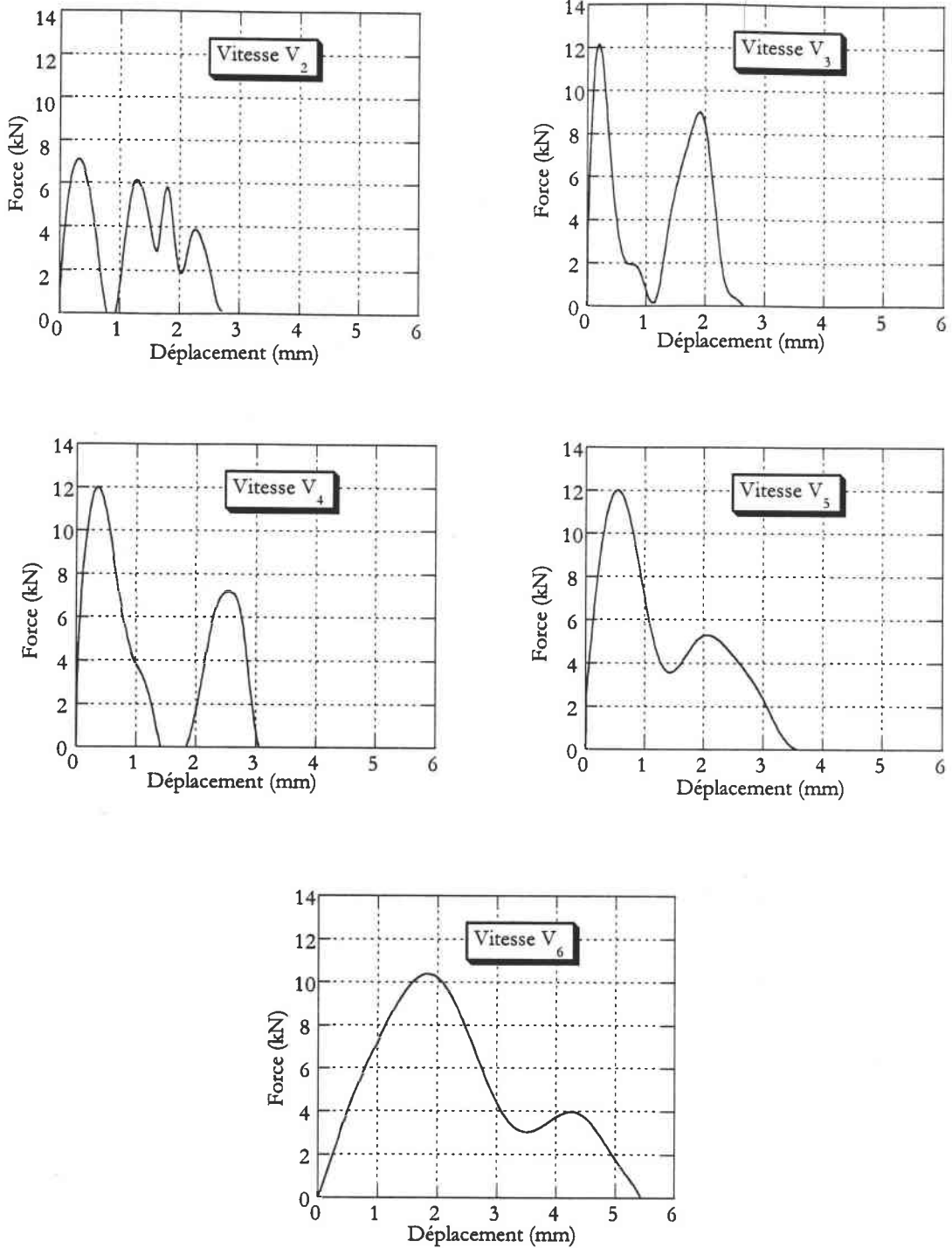


Figure 5-42 : Evolution de la force transmise en fonction du déplacement pour différentes vitesses d'impact.  
 $V_2 = 18.27 \text{ m/s}$ ,  $V_3 = 25 \text{ m/s}$ ,  $V_4 = 38 \text{ m/s}$ ,  $V_5 = 49 \text{ m/s}$ ,  $V_6 = 58 \text{ m/s}$



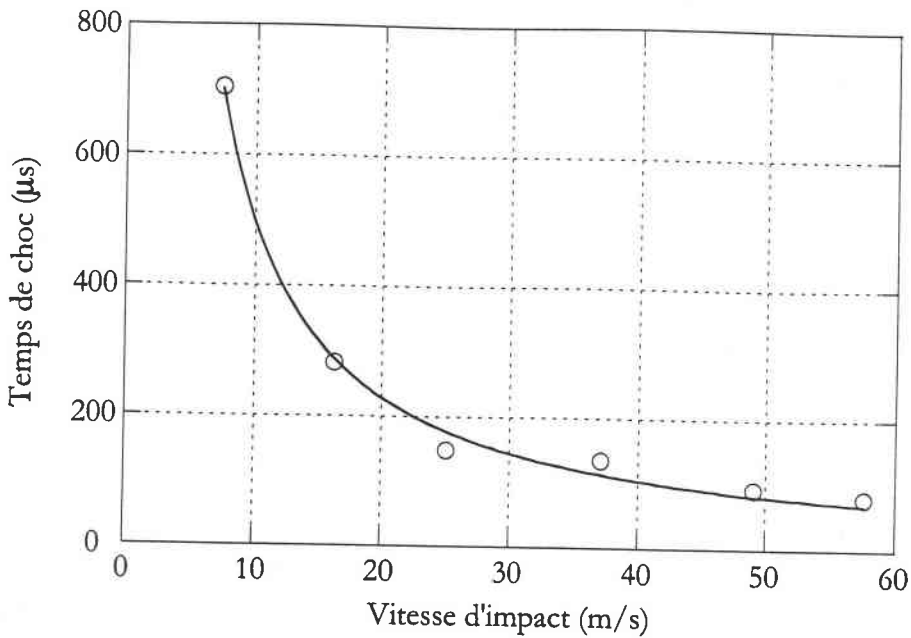


figure 5-43 : Influence de la vitesse d'impact sur le temps de choc

Sur la figure 5-44, nous représentons la variation des énergies cinétique et de déformation en fonction du temps. Le calcul de l'énergie cinétique tient compte de l'inertie de rotation de l'éprouvette (équation A3.42 de l'Annexe 3). La variation de l'énergie de déformation avec le temps présente un plateau pour une durée courte, comprise entre  $67\mu\text{s}$  et  $78\mu\text{s}$ . Au-delà, le contact s'établit et la rupture de l'éprouvette se poursuit et elle est due uniquement aux efforts d'inertie (l'éprouvette se trouve en "flexion un point").

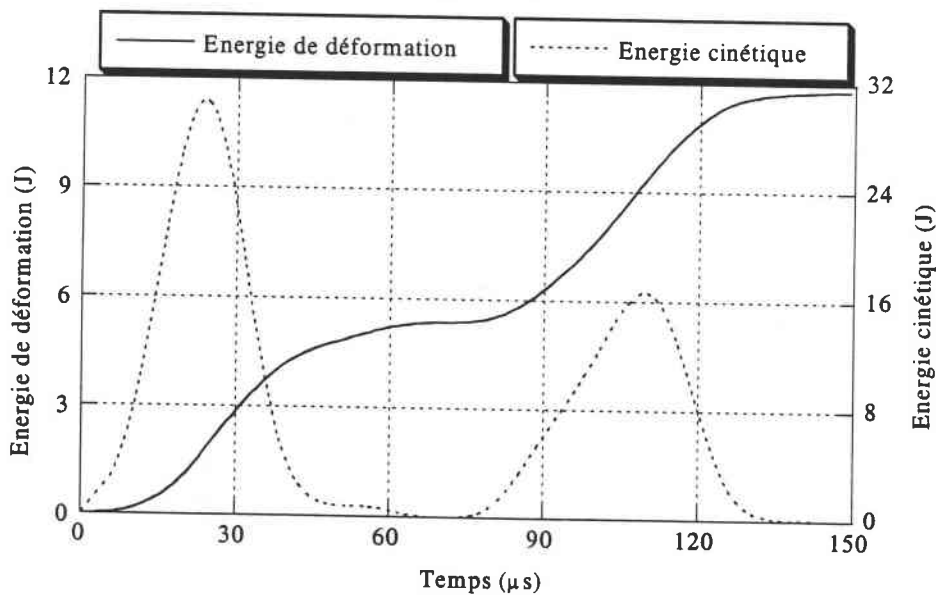


figure 5-44 : Evolution des énergies cinétique et de déformation en fonction du temps

Afin de mieux comprendre l'influence de la vitesse d'impact sur le comportement en flexion trois points du matériau testé, nous allons représenter les résultats expérimentaux de  $\sigma_r$  et de  $W_T$  par leurs évolutions en fonction de la vitesse d'impact (figures : 5-45, 5-46 - 5-47). La contrainte maximale de rupture est déterminée à partir de l'équation 5-1. La force de rupture  $F_r$  est calculée à

partir de la réaction aux appuis. La figure 5-45 montre une augmentation de la contrainte à rupture avec la vitesse d'impact jusqu'à une vitesse critique, comprise entre 20 et 25 m/s, à partir de laquelle nous observons un abaissement de cette contrainte. Cette diminution de contrainte au-delà de cette vitesse critique, dans le cas des composites à matrice thermoplastique, est un phénomène qui a déjà été observé par plusieurs auteurs [111]. Il est attribué à l'atteinte du point de transition rupture fragile/rupture ductile, phénomène responsable de la diminution de la contrainte de rupture.

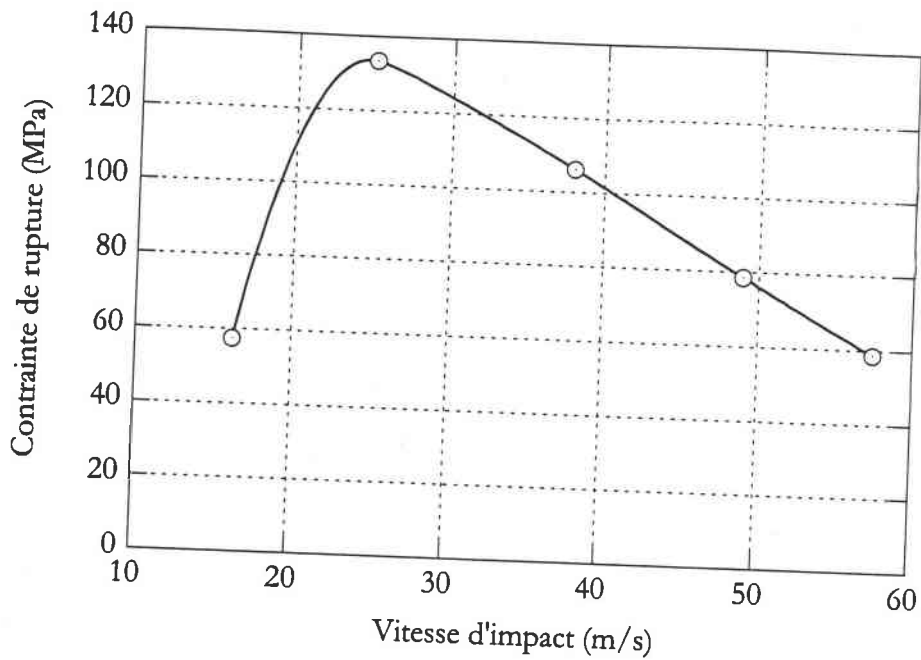


figure 5-45 : Influence de la vitesse d'impact sur la contrainte de rupture.

L'évolution de la force maximale aux appuis de la première oscillation, en fonction de la vitesse d'impact, est représentée par la figure 5-46. Celle-ci confirme la tendance du matériau à changer de mode de rupture.

La figure 5-47 montre une augmentation de l'énergie de rupture en fonction de la vitesse d'impact.

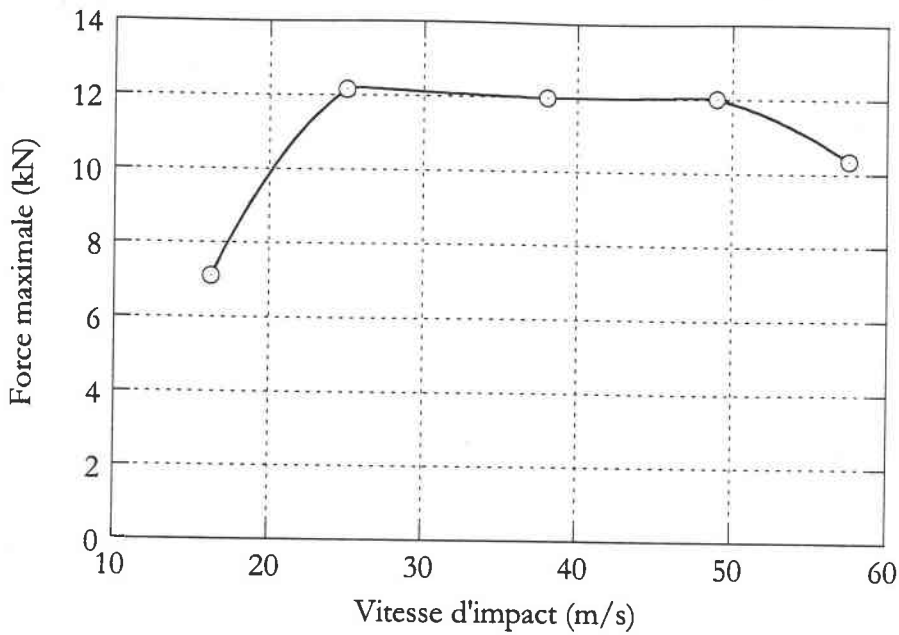


figure 5-46 : Influence de la vitesse d'impact sur la force maximale aux appuis.

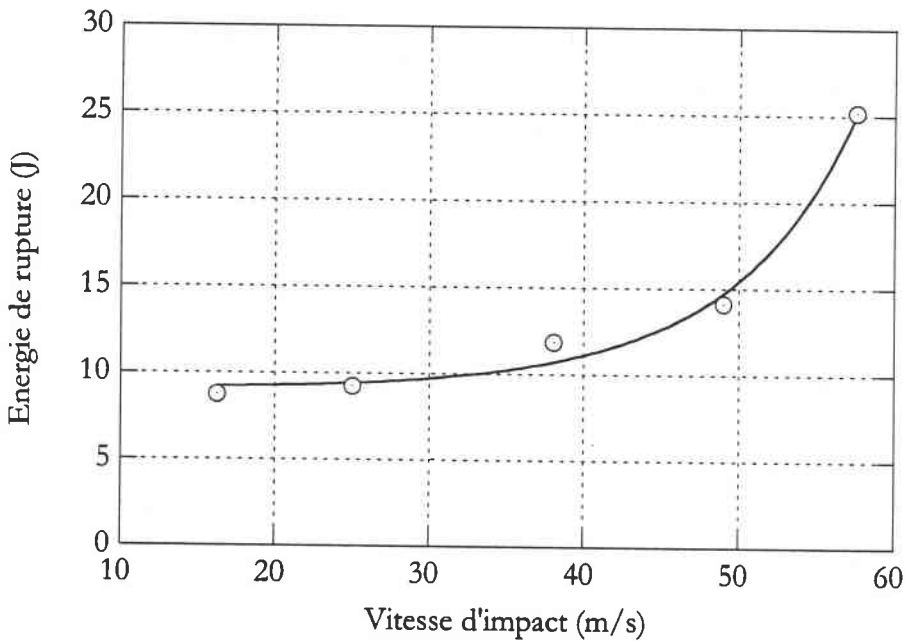


figure 5-47 : Influence de la vitesse d'impact sur l'énergie de rupture.

La figure 5-48, représente l'évolution de l'énergie totale en fonction de la vitesse de chargement. Nous constatons que l'énergie totale augmente légèrement en quasi-statique. Elle devient très sensible à la vitesse dès qu'on atteint une vitesse d'impact de l'ordre de 10 m/s, alors que la contrainte à rupture diminue après la vitesse critique (figure 5-45). Ce phénomène peut s'expliquer par une diminution plus rapide du déplacement due au fait que la rupture a un caractère de plus en plus fragile jusqu'à la vitesse de transition où le phénomène s'inverse ensuite, au fur et mesure que la rupture devient plus ductile. Le déplacement croît alors plus vite que la diminution de la contrainte et par conséquent l'énergie totale absorbée augmente.

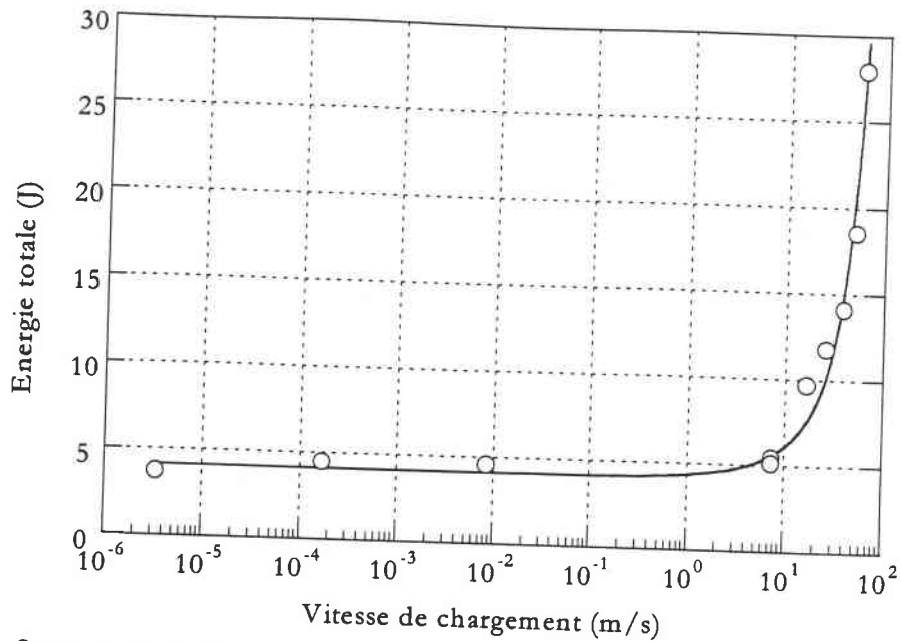


figure 5-48 : Influence de la vitesse de chargement sur l'énergie totale.

A partir de ces résultats, nous proposons une corrélation sous forme exponentielle entre l'énergie totale et la vitesse de chargement donnée par l'équation suivante :

$$W_T = \left( \frac{W_0}{2} \right) \left( 1 + \exp \left( \left( \frac{V_i}{V_{i0}} \right)^m \right) \right) \quad (5-24)$$

où  $W_0$  représente l'énergie totale quasi-statique,  $V_{i0}$  est la vitesse critique qui correspond au point de transition de l'insensibilité à la sensibilité à la vitesse et  $m$  est le coefficient de sensibilité à la vitesse de chargement. Cette expression généralisée traduit le comportement du composite PA6/verre en flexion trois points, avec :

$W_0 = 4.1$  J,  $V_{i0} = 16.8$  m/s et  $m = 0.75$ .

#### 4-2-4 Influence du champ d'accélération

Dans cette partie, nous allons étudier l'influence du champ d'accélération dans l'éprouvette en régime dynamique. Pour ce faire, nous avons modélisé l'éprouvette en flexion trois points par un système masse-ressort (figure 5-49).



figure 5-49 : Schématisation de la correction d'inertie.

En appelant  $2R = F_T$ , la somme des réactions aux appuis mesurée au niveau de la barre transmise, et  $F_I$  la force appliquée au point d'impact de l'éprouvette, la loi fondamentale de la dynamique appliquée à l'éprouvette donne :

$$F_I - F_T = m_e \ddot{\delta}_s \quad (5-25)$$

où  $m_e$  est la masse réduite de l'éprouvette définie ci-dessus et  $\delta_s$  représente la flèche mesurée au centre de l'éprouvette définie par l'équation 4-42.

En absence des effets d'accélération, comme au mode quasi-statique,  $F_I$  vaut  $F_T$ . Cependant, en régime dynamique, nous allons introduire le facteur de correction dynamique  $\gamma$  définie par la relation suivante :

$$\gamma = \frac{F_T}{F_I} \quad (5-26)$$

En utilisant l'équation (5-25), le facteur de correction dynamique a pour expression :

$$\gamma(t) = \frac{F_I(t) - m_e \ddot{\delta}_s(t)}{F_I(t)} \quad (5-27)$$

ou encore :

$$\gamma(t) = \frac{F_T(t)}{F_T(t) + m_e \ddot{\delta}_s(t)} \quad (5-28)$$

Ce facteur de correction permet d'illustrer l'influence du champ des accélérations sur la force appliquée au point central de l'éprouvette. Dans notre configuration, ce champ d'accélération est connu à partir du champ de déplacement mesuré au point central de l'éprouvette. Un exemple d'évolution de cette correction est représenté sur la figure 5-50, en fonction du temps. Il en ressort que les effets dynamiques sont plus importants quand l'éprouvette est en flexion un point

(perte de contact). Ce facteur de correction est plus important quand on passe aux vitesses élevées (figure 5-51). La valeur  $\gamma = 1$  correspond au cas du chargement quasi-statique. Ainsi toute déviation décrit l'influence du champ d'accélération dans le cas dynamique.

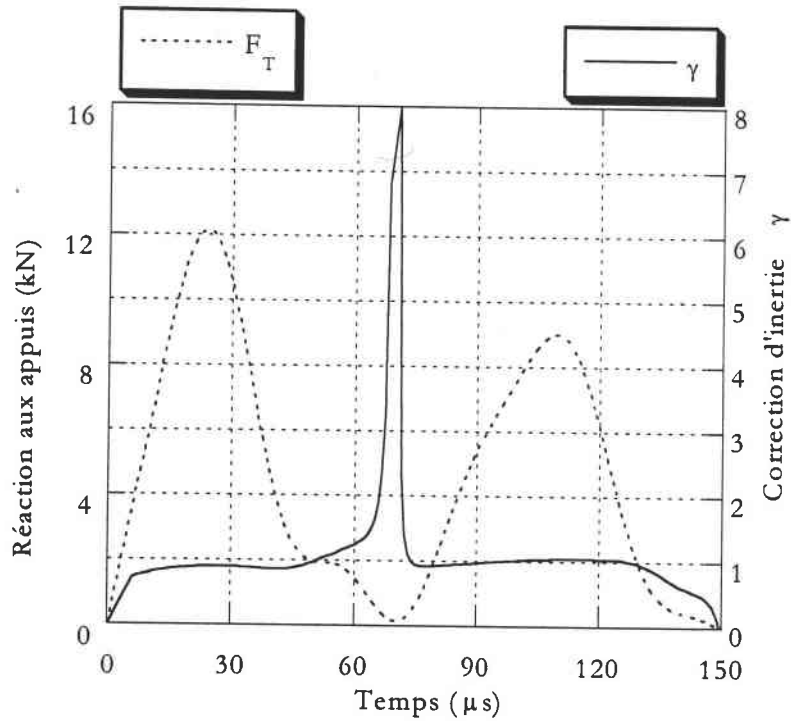


Figure 5-50 : Correction dynamique pour une vitesse d'impact  $V_i = 25$  m/s.

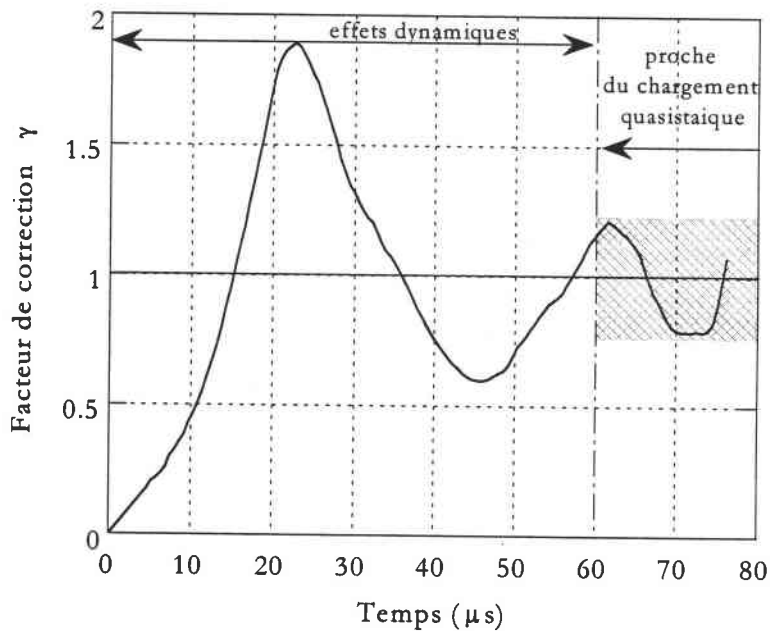


Figure 5-51 : Correction dynamique pour une vitesse d'impact  $V_i = 58$  m/s.

La somme des réactions aux appuis est calculée expérimentalement par la force transmise ; si le terme inertiel est connu, alors l'effort appliqué au point d'impact de l'éprouvette est déterminé sans avoir recours à la recherche des raideurs, en effet :

$$F_I = F_T + m_e \ddot{\delta}_s \tag{5-29}$$

Sur la figure 5-52, nous avons représenté un exemple d'évolution de la force appliquée au point d'impact en fonction du temps pour différentes vitesses d'impact.

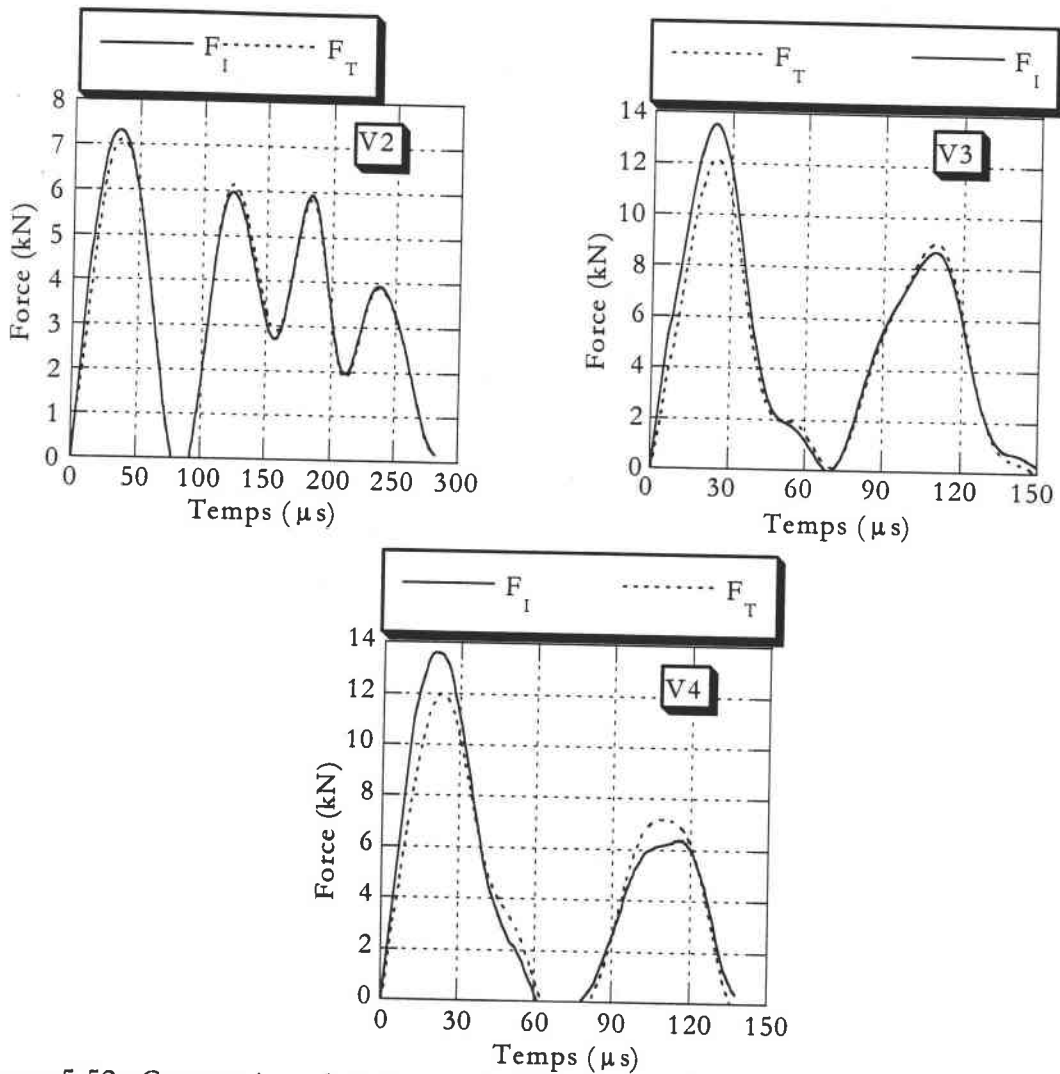


Figure 5-52 : Comparaison de la force calculée au point d'impact et celle mesurée aux appuis.  
 $V_2 = 18.27$  m/s,  $V_3 = 25$  m/s,  $V_4 = 38$  m/s.

Avant les pertes de contact entre l'éprouvette et les supports, la comparaison de ces deux forces ( $F_I > F_T$ ) montre une bonne reproductibilité de l'équation 5-29. Par contre, quand le contact est établi entre l'éprouvette et les supports, on voit sur la figure 5-52 que l'amplitude de la force  $F_I$  est légèrement inférieure à l'amplitude de la force  $F_T$ . Ceci laisse prétendre à l'invalidité de cette analyse, basée sur l'hypothèse que traduit la relation 5-25. En effet, cette dernière ne tient pas compte du retard qui existe entre le début de ces deux charges ( $F_I$  et  $F_T$ ). De plus, ce délai peut être influencé par les dispersions d'ondes de flexion aux bords de l'éprouvette et l'arrivée de la première onde transverse au niveau du point de rupture.

Pour analyser l'évolution de la force calculée au point d'impact de l'éprouvette, nous allons faire appel à un modèle classique du type masse-ressort.

## 4-2-5 Utilisation des modèles masse-ressort

a) Modèle de WILLIAMS

La recherche des différentes valeurs de pulsation ou de complaisance, la nécessité d'identifier les phénomènes mis en jeu et la méconnaissance des raideurs de contact ont conduit de nombreux auteurs à modéliser l'essai de flexion trois points dynamique à l'aide d'un système masse-ressort. La caractéristique principale de ce type de modèle réside dans le fait qu'il ne prenne en compte aucune localisation de la déformation. Parmi les plus importants modèles présentés dans la littérature, celui de Williams [108] est retenu. Le modèle utilisé est représenté sur la figure 5-53.

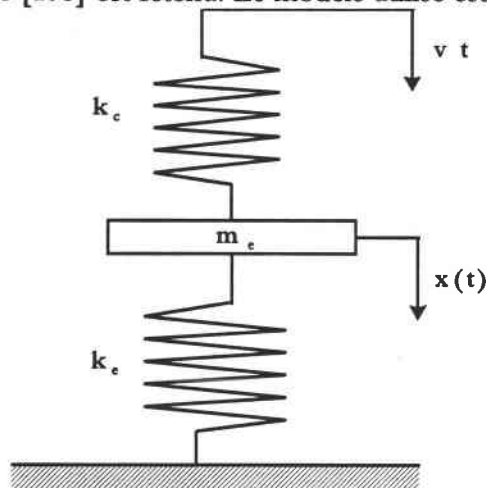


Figure 5-53 : Modèle masse-ressort de Williams [108].

Le système éprouvette-force de contact est représenté par un ressort de raideur \$k\_e\$, une masse corrigée \$m\_e\$ et une raideur de contact \$k\_c\$. La masse corrigée \$m\_e\$ est calculée comme étant égale à 17/35 fois la masse réelle de l'éprouvette (Williams [107]). La raideur \$k\_e\$ représente la raideur de l'éprouvette. L'équation du mouvement est donc :

$$m_e \ddot{x} + (k_c + k_e) x = k_c V_0 t \quad (5-30)$$

En utilisant les conditions initiales suivantes \$x(0) = \dot{x}(0) = 0\$, le déplacement de l'éprouvette est donné par :

$$x = \frac{\alpha}{\alpha + 1} \frac{V_0}{\omega} (\omega t - \sin(\omega t)) \quad (5-31)$$

La force de contact est alors :

$$P_c = k_c (V_0 t - x) = \frac{\alpha}{\alpha + 1} k_e \frac{V_0}{\omega} (\omega t + \alpha \sin(\omega t)) \quad (5-32)$$

$$\text{où } \alpha = \frac{k_c}{k_e} \text{ et } \omega^2 = \frac{k_c + k_e}{m_e} \text{ est la pulsation propre du système.} \quad (5-33)$$



La force appliquée au ressort  $k_e$  est :

$$P_e = k_e x = \frac{\alpha}{\alpha + 1} k_e \frac{V_0}{\omega} (\omega t - \sin(\omega t)) \tag{5-34}$$

Le modèle de WILLIAMS à un degré de liberté va être utilisé, dans notre cas, pour la modélisation des impacts, dans le but de remonter au chargement des éprouvettes analysées.

b) Comparaison modèle-expérience

Ce modèle permet d'identifier les raideurs pendant les essais de choc. Nous n'allons pas calculer la raideur de contact projectile-éprouvette à partir des lois de contact (théorie de Hertz), car le contact cylindre-plan est un des plus délicats à étudier. Cependant, l'analyse paramétrique nous donne un moyen simple d'estimer cette raideur à partir de la courbe force-temps calculée au point d'impact. Connaissant la raideur et la masse de l'éprouvette, nous pourrions approcher la valeur de la raideur de contact projectile-éprouvette.

Il existe plusieurs formules donnant la complaisance  $C_e$  d'une éprouvette. Pour un matériau homogène isotrope linéaire élastique, la complaisance d'une éprouvette non entaillée déduite du calcul de la flèche d'une poutre sollicitée en flexion trois points (**Kobayashi [109]**) est donnée par l'équation :

$$C_e E B = \frac{S^3}{4W^3} \left( 1 + 2.85 \left( \frac{W}{S} \right)^2 - 0.84 \left( \frac{W}{S} \right)^3 \right) \tag{5-35}$$

où E, B, W et S sont respectivement le module de Young, la largeur de l'éprouvette, son épaisseur et la distance entre appuis.

La figure 5-54 représente la comparaison entre l'évolution de la force estimée par le modèle et celle calculée par l'équation 5-29 en fonction du temps et ce, pour deux vitesses d'impact différentes.

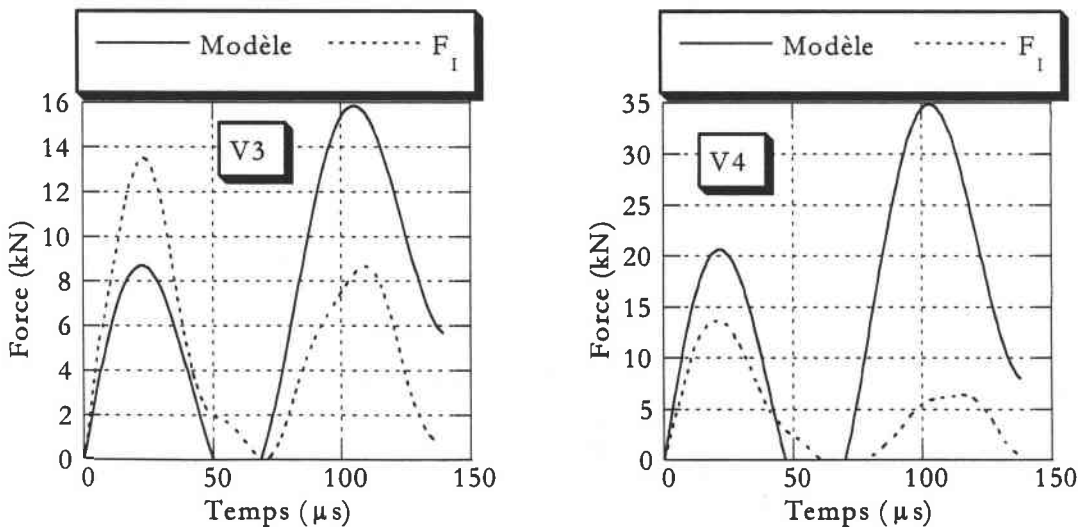


Figure 5-54 : Comparaison du modèle avec la force calculée au point d'impact.  
 $V_3 = 25 \text{ m/s}$ ,  $V_4 = 38 \text{ m/s}$ .

Les résultats issus de ce modèle sont regroupés dans le tableau 5-6.

Vitesse d'impact (m/s)	$\alpha$	$k_c$ ( $10^6$ N/m)	$\omega$ (rd/s)	$k_c$ ( $10^7$ N/m)
25	6	4.06	$76.47 \cdot 10^3$	2.40
49	7.5	4.06	$77.56 \cdot 10^3$	3.04

Tableau 5-6 : Estimation des paramètres des essais à l'aide du modèle de Williams.

La figure 5-54 montre que le modèle traduit bien le phénomène des pertes de contact et que l'allure des courbes force-temps, issues du modèle et de l'expérience, est similaire. Par contre, la pente de la courbe force-temps, ainsi que les amplitudes, ne sont pas les mêmes. Quant à la durée du chargement, le modèle donne presque les mêmes résultats que les tests. Compte tenu du caractère endommageable du matériau, l'identification du modèle est moins satisfaisante en grande vitesse d'impact. Ce phénomène peut s'expliquer par une modification de la rigidité de contact  $k_c$ . (tableau 5-6). Celle-ci est un paramètre déterminant au cours de l'impact, il est important de voir son influence sur la force inertielle.

En utilisant les équations 5-29, 5-31 et 5-32, on peut remonter au facteur de correction dynamique  $\gamma$  estimé à partir du modèle de Williams. Ainsi, tout calcul fait, on arrive à l'expression suivante :

$$\gamma(\alpha, \xi) = 1 - \left( \frac{(\alpha + 1) \sin(\xi)}{\xi + (\alpha \sin \xi)} \right) \quad (5-36)$$

avec  $\xi = \omega t$

Sur la figure 5-55 et 5-56, nous avons représenté l'évolution du facteur de correction dynamique en fonction du temps et ce, pour différentes valeurs de  $\alpha$ . Il en ressort que les effets dynamiques sont importants pour un contact éprouvette-projectile trop rigide. Il convient de rappeler à ce stade que le modèle de Williams néglige la rigidité du contact éprouvette-supports.

Les courbes d'évolution de la force de contact en fonction du temps, reportées sur la figure 5-56 soulignent clairement la capacité du modèle de Williams à traduire les phénomènes de perte de contact. Cette traduction est claire à partir des valeurs de  $\alpha \geq 5$ . Cette figure conforte également notre analyse expérimentale montrant l'importance des effets dynamiques au moment des pertes de contact (figure 5-56).

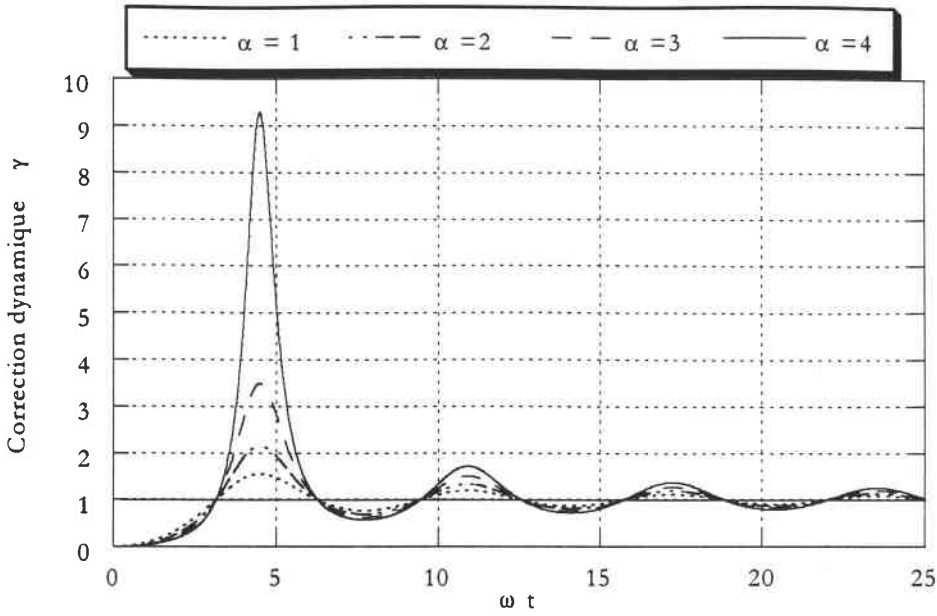


Figure 5-55 : Facteur de correction dynamique basé sur le modèle de Williams pour différentes valeurs de  $\alpha$ .

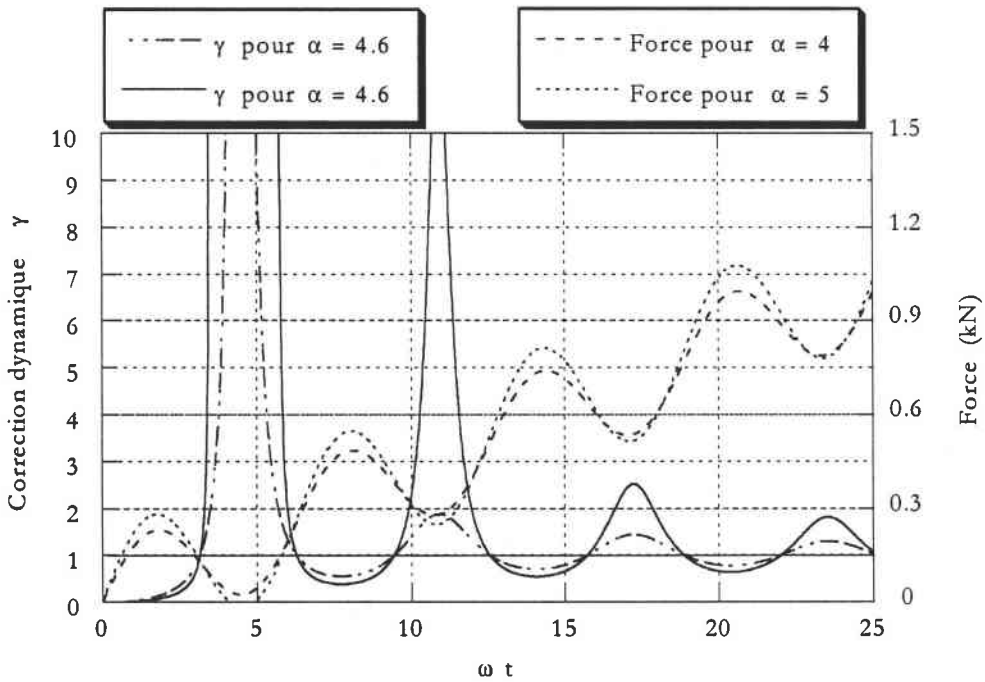


Figure 5-56 : Evolution du facteur de correction dynamique et de la force de contact en fonction du temps (modèle de Williams).  
 ( $V_0 = 1 \text{ m/s}$ ,  $k_e = 4.055 \cdot 10^6 \text{ N/m}$ ,  $\omega = 80000 \text{ rd/s}$ )

En conclusion, ce modèle est mieux adapté aux impacts à basses vitesses. Dans le cas d'impacts à vitesses élevées, les effets d'inertie et les mécanismes d'absorption irréversibles deviennent trop importants.

#### 4-2-6 Conclusion

L'étude du comportement des matériaux composites PA6/verre en flexion trois points en statique et en dynamique, nous a permis de dégager les conclusions suivantes :

- En dynamique, nous avons élaboré un montage qui limite les fluctuations obtenues à basses fréquences, ce qui permet de mieux décrire les amplitudes des oscillations de la courbe force-temps. Ce n'est pas le cas de l'essai de Charpy instrumenté pour lequel la force mesurée sur le marteau comporte des oscillations parasites dues aux vibrations de celui-ci et non pas à la force appliquée à l'éprouvette.

- Cette nouvelle technique permet de mesurer non seulement la force aux appuis mais aussi le déplacement au centre de l'éprouvette à partir des mesures immédiates.

- Lors de l'analyse du comportement du PA6/verre en flexion dynamique, nous avons proposé une approche méthodologique se basant sur la modélisation et sur la recherche des raideurs de contact à partir de la mesure de la force et du déplacement de l'éprouvette dans une large gamme de vitesses d'impact.

L'utilisation du modèle masse-ressort pour des vitesses d'impact relativement faibles reste un outil intéressant pour déterminer la charge effective sur l'éprouvette. Cependant, l'identification des paramètres pour des vitesses d'impact élevées posent des problèmes inhérents au régime dynamique tels que les effets d'inertie. Dans notre cas ces problèmes s'amplifient, du fait de la fragilité du PA6/verre.

- Afin de remonter aux forces appliquées au point d'impact, il serait intéressant de compléter cette analyse préliminaire, basée sur le calcul du facteur de correction dynamique, par une étude numérique utilisant les éléments finis ou la méthode inverse.

- La mise en évidence d'une vitesse d'impact critique, en dessous de laquelle la contrainte de rupture augmente et au-delà de laquelle celle-ci diminue d'une manière spectaculaire, laisse présager à l'existence au sein du matériau composite PA6/verre d'un point de transition de rupture fragile/rupture ductile.

- Les résultats d'essais sous sollicitations dynamiques témoignent d'une augmentation de l'énergie totale absorbée par rapport aux essais sous sollicitations statiques.

**CONCLUSION GENERALE ET  
PERSPECTIVES**

## CONCLUSION GENERALE

Le bilan historique et scientifique des approches expérimentales utilisées pour caractériser le comportement face à l'impact des matériaux composites, rappelé dans *le premier chapitre*, fait ressortir deux types d'approche : d'une part, les configurations qui essaient de reproduire le type de sollicitation réelle lors du choc ; d'autre part, des essais plus fondamentaux permettant de remonter à des grandeurs intrinsèques au matériau. Notre approche s'inscrit dans le cadre de la deuxième configuration et a pour objectif de mettre en évidence les effets des sollicitations dynamiques sur le comportement à la rupture *du composite PA6/verre* à l'aide d'un essai de choc. Cet objectif nous a conduit à proposer de nouvelles procédures, fondées sur l'emploi des barres de Hopkinson. Nos essais permettent de caractériser la ténacité dynamique du matériau à température ambiante ou plus précisément d'évaluer ses caractéristiques mécaniques telles que la résistance à la flexion, à la perforation, et à la compression ainsi que son comportement à la rupture sous sollicitation dynamique.

Dans un premier temps, notre attention s'est portée sur la détermination du module d'élasticité dynamique  $E_d$  du composite PA6/verre et ceci après avoir évalué son module d'élasticité statique  $E_s$  par des essais classiques. L'outil développé à cet effet repose sur la technique des barres de Hopkinson en compression, ce qui permet de couvrir une large gamme de contraintes. Notre contribution spécifique porte sur le fait que : *l'exploitation des résultats est basée sur une description statistique des paramètres inhérents à la propagation des ondes élastiques à travers le composite*. La comparaison des résultats obtenus, concernant les deux modules élastiques, conforte l'idée de la sensibilité à la vitesse de déformation des constantes élastiques des matériaux viscoélastiques, celles des polymères et des composites à matrice polymère.

Les essais de choc instrumentés sont, dans l'ensemble, des essais qui se complètent au vu des gammes de vitesse de déformation qu'ils permettent d'atteindre. Cependant, le manipulateur est souvent confronté à plusieurs difficultés, plus ou moins importantes suivant le type d'essai employé. Dans le cadre de *la stratégie des barres de Hopkinson* retenue dans ce travail, nous avons veillé à ce que les différents essais réalisés présentent le minimum d'inconvénients possible. Ainsi, en flexion trois points, nous avons adapté un montage limitant les fluctuations obtenues à basse fréquence pour une meilleure description des amplitudes d'oscillations de la courbe force aux appuis-temps. Nous avons également, contrairement aux essais de type *Charpy* instrumenté, développé une configuration qui permet non seulement la mesure des efforts au niveau des appuis mais aussi du champ instantané des déplacements. Toutefois, des problèmes tel que le décollement de l'éprouvette au niveau des appuis, demeurent et laissent ainsi des perspectives d'amélioration de ce type d'essai.

En perforation dynamique, nous avons élargi la gamme des vitesses d'impact en adoptant une nouvelle technique. Celle-ci permet également d'atteindre les performances balistiques des matériaux composites telles que la vitesse limite de perforation partielle, la vitesse limite balistique, l'énergie totale de perforation; la profondeur de pénétration ainsi que l'énergie

résiduelle du projectile après perforation ; et de poursuivre l'évolution de la propagation du délaminage et de sa vitesse en fonction de la vitesse d'impact.

En compression dynamique, la technique expérimentale adoptée est classique. La nouveauté se situe au niveau des corrections apportées pour mieux apprécier les résultats de ce type d'essai.

L'exploitation des résultats acquis, à partir de ces techniques, lors des campagnes expérimentales appliquées sur le composite PA6/verre est exposée dans le **chapitre V**. Ces essais sont variés et en nombre suffisant pour pouvoir tirer des conclusions précises.

↻ Les propriétés mécaniques telles que, le module élastique, la contrainte et l'énergie à la rupture, qui gouvernent la réponse instantanée en compression du composite PA6/verre, sont très sensibles à la vitesse de déformation appliquée et ce, pour des vitesses de déformation supérieures à  $1 \text{ s}^{-1}$ . Cette sensibilité dépend également du sens de compression des fibres.

↻ Quel que soit le sens de sollicitation des fibres en compression (**L1**, **L2** et **T**), la faible résistance au choc du PA6/verre confirme son caractère fragile. Le couplage thermomécanique quasi-absent lors des essais dynamiques conforte cette idée.

↻ Le comportement relaxé du PA6/verre lors des essais quasi-statiques de poinçonnement suggère son caractère viscoélastique. En effet, un accroissement de la vitesse du poinçon entraîne une diminution du déplacement critique, alors que l'énergie critique de rupture augmente.

↻ La réponse du PA6/verre en perforation montre une grande sensibilité de la force critique à la vitesse d'impact dans le domaine dynamique. A l'opposé, cette sensibilité est négligeable dans le domaine quasi-statique.

↻ Les essais d'impact à vitesse croissante en perforation ont permis de dégager la vitesse limite de perforation partielle caractéristique du PA6/verre. Celle ci est de l'ordre de  $27.5 \pm 1 \text{ m/s}$ . Ainsi que la vitesse limite balistique qui est de l'ordre de  $45 \text{ m/s}$ .

↻ En flexion, la mise en évidence d'une vitesse d'impact critique laisse prétendre l'existence au sein du PA6/verre d'un point de transition de *rupture fragile/rupture quasi-ductile*. De plus, la comparaison entre les résultats expérimentaux obtenus sous sollicitations statique et dynamique témoigne d'une augmentation de l'énergie totale absorbée dans le domaine dynamique.

La deuxième phase d'exploitation des résultats, exposée également dans le **chapitre V**, consistait à étudier les phénomènes structurels d'endommagement intervenant lors de la rupture. L'étude de ces phénomènes a permis de lier le comportement macroscopique de la structure constituant l'éprouvette, aux micromécanismes intervenant en son sein. De plus, la diversité des sollicitations auxquelles a été soumis le composite PA6/verre a conduit à une meilleure description des modes de rupture qui se résument ainsi :

↻ En réponse à des sollicitations en perforation, le composite PA6/verre présente deux types d'endommagement à savoir, la perforation et les dommages par délaminage. Nous avons pu associer les dommages à la nature de la sollicitation. En dessous de la vitesse limite de perforation partielle, en régime d'un impact non perforant, la croissance des surfaces délaminées est prédominante aux interfaces les plus proches de l'impact et fonction de la vitesse. Au-delà de cette vitesse, l'énergie cinétique du projectile est transférée dans les mécanismes de perforation et ceux de délaminage aux interfaces supérieures. En régime d'impact perforant, nous avons relevé un phénomène de saturation : le délaminage s'arrête à l'instant où la perforation totale est atteinte.

↻ Sous des sollicitations en flexion et au-delà d'un chargement critique, la rigidité du composite PA6/verre baisse. Ce comportement traduit l'apparition des fissures au sein du composite sous forme de microfissuration matricielle suite à la rupture des fibres situées au voisinage de la face tendue de l'éprouvette. Ce phénomène caractérise un mode de rupture en traction pure. Pour des chargements encore plus complexes, le processus d'extraction des fibres, rompues hors de la matrice, se poursuit.

Enfin, l'expérience acquise au cours de cette étude nous a permis de mieux cerner les mécanismes intervenant au cours d'un essai de choc ainsi que les principales difficultés qui restent à résoudre. Ainsi, *pour esquisser quelques perspectives*, nous pourrions souligner la nécessité de trouver les outils et les concepts pour simuler numériquement chaque type d'essai d'impact et modéliser le comportement endommageable du pli élémentaire du composite PA6/verre. Son objectif est de définir une "loi de comportement", utilisable en calcul de structure pour des chargements complexes, et en particulier implantable dans un code de calcul dynamique par éléments finis (*Abaqus explicite ou Dyna 3D...*).

Dans le cas de la perforation, la nécessité d'établir des lois d'évolution en fonction de la vitesse d'impact permet de :

- poursuivre la propagation du délaminage ;
- calculer la vitesse limite balistique afin de pouvoir déterminer si les délaminages sont saturés ou non;
- calculer la surface délaminée.



## REFERENCES

**REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES****[1] B. HOPKINSON**

"A method of measuring the pressure produced in the detonation of explosives or by impact of bullet "

Phil. Trans. A, 213, p. 437, 1914.

**[2] R. M. DAVIES**

"A critical study of the Hopkinson pressur bar"

Phil. Trans. A, 240, p. 375, 1948.

**[3] H. KOLSKY**

"An investigation of the mechanical properties of materials at very high rates of loading"

Proc. Phys. Soc, London, B62, p. 676, 1949.

**[4] U. S. LINDHOLM**

"Some experiments with the split Hopkinson pressure bar "

J. Mech. Phys. Solids., 12, p. 317, 1960.

**[5] T. NOJIMA et K. OGAWA**

"New applications of split Hopkinson bar to materials testing"

Journal de Physique Colloque C5, Supplément N°8, 46, p. 623, 1985.

**[6] T. NICOLAS**

"Tensile testing of materials at high rates of strain"

Experimental. Mechanics, 21, p. 177, 1981.

**[7] C. A. ROSS, W. H. COOK, L. WILSON**

"Dynamic tensile tests of composite materials using a split Hopkinson pressure bar"

Experimental. Mechanics., 11, p. 30, 1984.

**[8] F. BRAS**

"Etude et modélisation de l'endommagement de composites stratifiés Sic-Sic; exploitation d'essais statiques et de type Hopkinson"

Thèse de l'Université de Paris 6, 1996.

**[9] C. KAMMERER et A. NEME**

"Comportement plan sous grand taux de déformation d'un composite quasi-unidirectionnel de verre E/Polyster : mise en oeuvre expérimentale et simulation"

Comptes rendus des dixièmes journées nationales sur les composites, Ed. AMAC, 1996.

**[10] S. M. WERNER et C. K. H. DHARAN**

"Behavior of woven Graphite-Epoxy at very high strain rates"

29 th National SAMPE Symposium, 3-4 April, 1984.

**[11] P. KUMAR et B. RAI**

"Some high strain rate effects on composites materials"

Journal de Physique Colloque C3, Supplément 9, 49, p. 97, 1988.

**[12] E. NAZARENKO**

"Comportement à rupture d'un composite à fibres céramiques et matrice vitrocéramique sous sollicitations statiques et dynamiques"  
Thèse de l'Ecole Centrale de Paris, 1992.

**[13] T. NICHOLAS**

"Notched bend behavior of beryllium over a wide range of strain rates"  
Technical Report AFML-TR-75-177, Wright-Patterson AFB, Ohio, 1975.

**[14] R. A. MINES et C. RUIZ**

"The dynamic behavior of the instrumented Charpy test"  
Journal de Physique., 42, p. 187, 1985.

**[15] C. RUIZ et R. A. MINES**

"The Hopkinson pressure bar : an alternative to the instrumented pendulum for Charpy tests"  
Int. J. Fracture., 29, p. 101, 1985.

**[16] K. TANAKA et T. KAGATSUME**

"Impact bending test on steel at low temperatures "  
Bull. JSME., 23, p. 1736, 1980.

**[17] T. YOKOYAMA et K. KISHIDA**

"A novel impact three-point bend test method for determining dynamic fracture-initiation toughness"  
Exp. Mech., 29, p. 188, 1989.

**[18] A. R. DOWLING, J. HARDING et J. D. CAMPBELL**

"The dynamic punching of metals"  
J. Inst. Met, 98, p. 215, 1970.

**[19] H. BOUMAIZ et J. R. KLEPACZKO**

"Poinçonnement par impact, cas des aciers doux"  
Dymat Journal., 2, N°1, p. 13, 1995.

**[20] J. R. KLEPACZKO**

"An experimental technique for shear testing at high and very high strain rates"  
Int. J. Impact. Engng., 15, p. 25, 1994.

**[21] S. AMIJIMA et T. FUJÛ**

"Compression strength and fracture characteristics of fiber composites under impact loading"  
Material Technology., Serie N° 2, Ed. Carlos J.Hidalgo, p. 398, 1970.

**[22] L. J. GRIFFITHS et D. J. MARTIN**

"A study of the dynamic behaviour of a carbon-fiber composites using the split Hopkinson pressure bar"  
J. Phys-D., 7, p. 2329, 1974.

**[23] A. M. A. EL-HABAK**

"Compressive resistance of unidirectional GFRP under high rate of loading"  
Journal of Composites Technology and Research., 15, p. 311, 1993.

- [24] **J. HARDING, L. Y. LI, K. SAKA, M. E. C. TAYLOR**  
"Characterization of the impact strength of woven carbon fiber/epoxy laminates"  
Inst. Phys. Conf. Ser., Oxford, 102, p. 403, 1989.
- [25] **J. HARDING**  
"Impact damage in composite materials"  
Endommagement des matériaux et structures composites., 1<sup>ère</sup> Ecole d'atome (CODEMAC),  
France, 1988
- [26] **Y. BAI et J. HARDING**  
"Fracture initiation in glass-reinforced plastics under impact compression"  
Proc. Int. Conf., on Structural Impact and Crashworthiness, Imperial College, London, 2, p.  
482, 1984.
- [27] **P. PINTADO, C. PEDRAZA, J. M. DALCASTILLO et F. G. BENITEZ**  
"Dynamic response of graphite-epoxy composite laminates under compression"  
Proceedings of the 9th Int Conf on Composites Materials, Madrid, 12, p 438, 1993.
- [28] **A. M. BRAGOV et A. K. LOMUNOV**  
"Mechanical properties of some polymers and composites at strain rates of 1000/s"  
Journal de Physique IV, Colloque C8, supplément au journal de Physique III, 4, p. 337, 1994.
- [29] **K. SAKA et J. HARDING**  
"Behaviour of fiber-reinforced composites under dynamic tension"  
Report N° OUEL 1602/85, Oxford, 1985.
- [30] **J. HARDING, L. M. WELSH**  
"A tensile technique for fibre reinforced composites at impact rates of strain"  
J. of Materials. Science., 18, p. 1810, 1983.
- [31] **M. WELSH et J. HARDING**  
"Effect of strain rate on the tensile failure of woven reinforced polyester resin composites"  
Journal de Physique Colloque C5, Supplément au N°8, 46, p. 405, 1985.
- [32] **T. PARRY et J. HARDING**  
"The failure of glass-reinforced composites under dynamic torsional loading"  
Colloque International du CNRS N°139, University of Oxford, Report OUEL 1365/81,  
p.15, 1981.
- [33] **S. M. WERNER et C. K. H. DHARAN**  
"The dynamic response of graphite fiber-epoxy laminates at high shear strain rates"  
J. of Comp. Mater, 20, p. 365, 1986.
- [34] **Z. G. LUI et C. Y. CHIEM**  
"Mechanical behaviour of composites and laminates"  
Elsevier Applied Science, Yugoslavia, p. 45,16-19 Septembre, 1986.
- [35] **J. HARDING, Y. LI et M. TAYLOR**  
"Developments in the science and technology of composite materials"  
4th European Conference on Composite Materials, ECCM4 Stuttgart, p. 967, 25-28 September,  
1990.

- [36] **Y. L. LI, J. HARDING et M. E. C. TAYLOR**  
"A tensile technique for fibre reinforced composites at impact rates of strain"  
University of Oxford -Report OUEL N° 1831/90, 1990.
- [37] **T. KUSAKA, Y. YAMAUCHI et T. KUROKAWA**  
"Effects of strain rate on mode II interlaminar fracture toughness in carbon-fibre/epoxy laminated composites"  
Journal de Physique., Colloque C8, 4, p. 671, 1994.
- [38] **S. LEE et P. ZAHUTA**  
"Instrumented impact and static indentation of composites"  
J. Comp. Mater., 25, p. 204, 1991.
- [39] **J. HARDING**  
"The high speed punching of woven roving glass reinforced composites"  
Mechanical Properties at High Rates of Strain., Institutes of Physics Conference, Oxford, p. 318, 1979.
- [40] **A. M. EL-HABAK**  
"Effet on impact perforation load GFRP composites"  
Composites., 24, N° 4, 1993.
- [41] **J. A. NEMES, E. ESKANDARI et L. RAKITCH**  
"Effet of laminate parameters on penetration of graphite/Epoxy composite"  
Int. J. Impact. Engng., 21, N°1, p. 97, 1998.
- [42] **W. J. CANTWELL et J. MORTON**  
"The impact resistance of composite materials"  
Composites., 20, N°6, p. 545, 1989.
- [43] **D. C. KRINKE, J. P. BARBER et T. NICHOLAS**  
"The Charpy impact test as a method for evaluating impact resistance of composite materials"  
AFML. TR, Dayton-OH, p. 78, 1978.
- [44] **J. D. HEIFINISTINE**  
"Charpy impact of unidirectional Graphite/Aramid/epoxy hybrid composites"  
Comp. Materials. Testing and Design., ASTM-STP 617, p. 375, 1988.
- [45] **E. McABEE et M. CHMARA**  
"Effects of high rates compared with static rates of loading on the mechanical properties of glass reinforced plastics"  
16th Annual Society of Plastics Industry Conference, Inc, Section 13-D, p. 1, 1961.
- [46] **G. WILLIAMS et M. D. RHODES**  
"Effect of resin an impact damage tolerance of graphite/epoxy laminates composite materials"  
Testing and Design., 6th Conf. ASTM STP 787, Ed. I. M. DANIEL, p. 450, 1982.
- [47] **G. D. M. DISALVO et S. M. LEE**  
"Fracture tough composites. The effect of toughened matrices on the mechanical performance of carbon fiber reinforced laminates"  
14th SAMPE Tech. Conf, p. 491, 1982.

**[48] R. J. PALMER**

"Investigation of the effect of resin material on the impact damage to graphite-epoxy composites"

NASA-CR-165677, p. 1, Mars, 1981.

**[49] M. DANNAWIE et P. TOURNIER**

"Classification de la tenue au choc des résines organiques lors d'essais en compression dynamique et d'impact sur panneaux des composites à fibres de verre"

Journal de Physique., Colloque C3, Supplément N°9, 49, 1988.

**[50] W. WARDLE**

"Impact damage tolerance of composites reinforced with Kevlar aramid fibers"

Progress in Science and Engineering of Composites ICCM IV, Tokyo, 1982.

**[51] V. MEHLYANE**

"A comparative study of the ballistic performance of glass reinforced plastic materials"

SAMPE Quarterly, 18, N°4, p. 43, 1987.

**[52] D. R. HARTMAN**

"Ballistic impact behavior of high strength Glass-Fiber composites"

41 st annual Conference, Reinforced Plastic/Composites Institute Session 16-D, p. 1, 1986.

**[53] V. MARTIN-LLORCA**

"Identification des mécanismes d'endommagement dans des plaques composites soumises à des impact localisés de faible ou moyenne énergie"

Thèse de l'ENSAM, 1995.

**[54] E. AYAX**

"Caractérisation expérimentales et modélisation du comportement d'une plaque composite tissée en régime balistique"

Thèse de l'ENSAM de Bordeaux, 1993.

**[55] L. C. BHATNAGAR**

"Ballistic energy absorption of composites"

22nd International SAMPE Technical Conference, p. 1, 1990.

**[56] Z. J. HSIEH**

"Response of polymer composites to high and low velocity impact"

22nd International SAMPE Technical Conference, p. 14, 1990.

**[57] W. S. CUNIFF**

"Investigation of high performance fibers for ballistic impact resistance"

21 st International SAMPE Technical Conference, p. 840, 1989.

**[58] J. HARDING et L. W. WELSH**

"A tensile testing technique for fibre reinforced composites at impact rates of strain"

J. of Mat. Sci., 18, p. 1983.

**[59] K. SAKA et J. HARDING**

"The deformation fracture of hybrid reinforced composites under tensile impact"

ICCM6, London, Août, 1987.

**[60] D. F. ADAMS et A. K. MILLER**

"An analysis of the impact behavior of hybrid composite materials"  
Mater. Sci. and Engng., 19, p. 245, 1975.

**[61] S. J. BLESS et D. R. HARTMAN**

"Ballistic penetration of S-2 glass laminates "  
Proc 21st Int SAMPE Conf, p. 852, 1989.

**[62] G. DOREY**

"Relationship between impact resistance and fracture toughness in advanced composite materials"  
Effet of Service Environment on Composite Materials, AGARD CP 288, 1980.

**[63] Y. Le PETIT-CORPS**

"Caractérisation physico-chimiques et mécaniques de filaments C.V.D de carbure de Silicium ou de bore. Application aux matériaux composites 1D Sic/Ti-6Al-4V"  
Thèse de l'Université de Bordeaux 1, 1985.

**[64] T. MACKE**

"Développement et validation d'une méthode de caractérisation au choc des matériaux"  
Thèse de l'université de Bordeaux 1, 1989.

**[65] S. HONG et D. LIU**

"On the relationship between impact energy and delamination area"  
Exp. Mech., 13, p.115, 1989.

**[66] J. MORTON et E. W. GODWIN**

"Impact response of tough carbon fibre composites"  
Composite. Struct., 13, p. 1, 1989.

**[67] G. DOREY**

"Damage tolerance and damage assessment in advanced composites"  
Advanced Composites Ed. by I.K.PATRIDGE (Elsevier Applied Science Publ), chapter 11, 1989.

**[68] M. STEVANOVIC, M. KOSTIC, T. STECENKO et D.BRISKI**

"Impact behaviour of CFRP composites of different stacking geometry"  
Composites Evaluation, Proc TEQC 87, Op. Cit, p. 78, 1987.

**[69] G. DOREY**

"Fracture behaviour and residual strength of carbon fibre composites subjected to impact loads"  
Failure Modes of Composite Materials with Organic Matrices and Their consequences in Design, AGARD-CP 163, p. 8, 1975.

**[70] G. DOREY**

"Fracture of composites and damage tolerance"  
Practical Considerations of Design, Fabrication and Tests for Composites Materials, AGARD Series 124, 1982.

**[71] J. A. NEMES, H. ESKANDARI et L.RAKITCH**

"Effect of laminate parameters on penetration of graphite/epoxy composites"  
Int. J. Impact. Engng., 21, p. 97, 1998.

- [72] **L. E. MALVERN**  
"Introduction to the Mechanics of a continuous medium"  
Prentice-Hall, Inc, N. J. ENGLEWOOD, 1969.
- [73] **M. J. P. MUSGNAVE**  
"On an elastodynamic classification of orthorhombic media"  
Proc. R. Soc. Lond., A 374, p. 401, 1981.
- [74] **F. E. BORGNIS**  
"Specific directions of longitudinal wave propagation in anisotropy media"  
Phys. Rev., 98, p. 1000, 1955.
- [75] **C. A. ROSS et R. L. SIERAKOWSKY**  
"Elastic wave in fiber reinforced materials"  
Shock and Vibration Digest., 7, N°1, p. 96, 1975.
- [76] **T. R. TAUCHERT et A. N. GUZELSU**  
"An experimental study of dispersion of stress waves in a fiber reinforced composite"  
Tran. ASME., Series E, p. 98, 1972.
- [77] **M. DANIEL et T. LIBER**  
"Wave propagation in fiber composite laminates"  
NASA CR-135086, June, 1976.
- [78] **N. TAKEDA**  
"Experimental studies of delamination mechanisms in impacted fiber-reinforced composites plates"  
Thèse de l'Université de Florida, 1976.
- [79] **D. S. KIM et C. Y. CHIEM**  
"Study of the initial delamination in a laminated orthotropic composite induced by a flyer plate impact"  
Proceedings of 2nd ISIE, Beijing-China, p. 195, 1996.
- [80] **F. C. MOON**  
"Wave surfaces due to impact on anisotropic plates"  
J. Comp. Mater., 6, p. 62, 1972.
- [81] **F. C. MOON**  
"Theoretical analysis of impact in composite plates"  
NASA -CR-121110, 1973.
- [82] **R. D. MINDLIN**  
"High frequency vibrations of crystal plates"  
J. Appl. Mech., 19, p. 51, 1961.
- [83] **J. R. KLEPACZKO**  
"Behavior of rock like materials at high strain rates in compression"  
International Journal of Plasticity., 6, p. 415, 1990.
-



**[84] M. OSTAGATHE, U. BREUR et M. NEITZEL**

"Thermoplastische hochleistungsverbundwerkstoffe"

Transfer., 45, p. 26, 1995.

**[85] M. OSTAGATHE, C. MAYER et M. NEITZEL**

"Continuous manufacturing of thermoplastic composite sheets"

Polymer et Polymer Composites., 4, N°7, p. 505, 1996.

**[86] G. SAPORTA**

"Probabilités analyse des données et statique"

Ed. Technip, 1990.

**[87] B. VERMELEN, V. GUEGUEN, F. BERGE, F. PERRING, T. M. LAM et G. REFFO.**

"Résistance à l'impact des matériaux composites à base de tissus de polyéthylène haute performance, polyaramide et verre"

Composite., 19, Janvier-Février, 1997.

**[88] I. M. WORD**

"Mechanical properties of solid polymers"

Ed. Wiley, London, 1983.

**[89] Z. G. LIU**

"Comportement et modélisation des matériaux composites carbone/epoxyde en cisaillement à grande vitesse"

Thèse de l'E.N.S.M, 1987.

**[90] J. DUFFY**

"Material behaviour under high stress and ultrahigh loading rates"

Ed. J. MESCALL and V. WELSS, Sagamore Army Materials Research Conf. Proceedings,

29, p. 21, 1982.

**[91] N. BEAUMONT**

"Contribution à l'étude de l'impact d'une bille sur une plaque en matériau composite"

Thèse de l'Ecole Nationale Supérieure des Mines de Paris, 1990.

**[92] J. Z. MALINOWSKI et J. R. KLEPACZKO**

"A unified analytic and numerical approach to specimen behaviour in the split Hopkinson pressure bar"

Int. J. Mech. Sc., 28, N°6, p. 381, 1986.

**[93] I. ILIUC**

"Tribology of thin layers"

Tribology., Ed. Elsevier, 4, 1980.

**[94] H. ZHAO**

"Analyse de l'essai aux barres d'Hopkinson. Application à la mesure du comportement dynamique des matériaux"

Thèse de l'ENPC et de l'Ecole Polytechnique, 1992.

**[95] NFEN 10045-1**

"Essai de flexion par choc sur éprouvettes entaillées"

Méthodes d'essais., Partie I, Octobre, 1992.

**[96] J. R. KLEPACZKO**

"An experimental technique for shear testing at high and very high strain rates. The case of mild steel"

Int. J. Impact. Engng., 15, p. 25, 1994.

**[97] J. R. KLEPACZKO et S. J. MATYSIAK**

"Analysis of longitudinal impact on semi-infinite circular bars and tubes"

Appendix N°2, The Final Technical Report Contra DJA 45-90-C-0052, Metz, October, 1992.

**[98] C. BACON**

"Mesure de la ténacité dynamique de matériaux fragiles en flexion trois points à haute température - utilisation des barres de Hopkinson"

Thèse de l'Université de Bordeaux 1, 1993.

**[99] J. F. KALTHOFF**

"Experimental fracture dynamics "

Crack Dynamics in Metallic Materials, edited by J. R. Klepaczko, Springer-Verlag, New York, p. 69, 1990.

**[100] J. H. SAXTON, D. R. IRELAND, W. L. SERVER**

"Analysis and control of inertial effects during instrumented impact testing "

Instrumented Impact Testing, ASTM. STP 563, American Society for Testing and Materials, p 50, 1974.

**[101] J. C. GRANDIDIER**

"Résistance en compression des composites à fibres longues"

Habilitation à diriger les recherches, Université de Metz, 1998.

**[102] S. DRAPIER, J. C. GRANDIDIER, M. POTIER-FERRY**

"Theoretical study of structural effects on the compressive strength of laminates composites"

Comptes Rendus de l'Académie des Sciences, Paris, t. 324, Série IIb, p. 219, 1997.

**[103] S. DRAPIER, J. C. GRANDIDIER, M. POTIER-FERRY**

"Towards a numerical model of the compressive strength for long fibre composites"

Eur. J. Mech A/Solids, 18, N°1, p. 16, 1999.

**[104] R. EFFENDI**

"Analyse des mécanismes de dégradation en compression des composites unidirectionnels fibres de carbone-matrice organique et modélisation associée"

thèse de l'ENSAM, 1993.

**[105] P. S. STEIFF**

"A model for kinking in fiber composites - II : Kink band formation"

International Journal of Solids and Structures, 26, p 563, 1990.

**[106] R. W. CLOUGH et J. PENZIEN**

"Dynamique des structures "

Tome I, Editions PLURALIS, 1980.

**[107] J. G. WILLIAMS**

"The analysis of instrumented impact tests using a mass spring model"  
International Journal of Fracture., 33, p. 209, 1987.

**[108] J. G. WILLIAMS**

"The analysis of dynamic fracture using lumped mass spring models"  
International Journal of Fracture., 33, p. 47, 1987.

**[109] T. KOBAYASHI**

"Analysis of impact properties of A533 steel for nuclear reactor pressure vessel by instrumented impact test"  
Eng. Fract. Mechanics., 19, p. 49, 1984.

**[110] J. L. LATAILLADE et F. COLLOMBET**

"Vitesses de sollicitation : effet sur les matériaux et structures composites"  
Matériaux et Techniques, Avril-Mai, p. 43, 1989.

**[111] A. GOLOVOY**

"Influence of velocity on the impact strength of glass reinforced polypropylene"  
Polymer Composites., 7, N°6, p. 405, 1986.

**[112] S. TIMOSHENKO**

"Théorie des vibrations", Librairie Polytechnique ch. Beranger, Paris et Liège, 1954.

**[113] O. PETER, P. O. SJÖBLOM, J. T. HARTNESS, M. TOBEY et T. M. CORDELL**

"On low velocity impact testing of composite materials" unidirectionnels fibres de carbone-matrice organique et modélisation associée"  
Journal of Composite Materials., 22, p. 30, 1988.

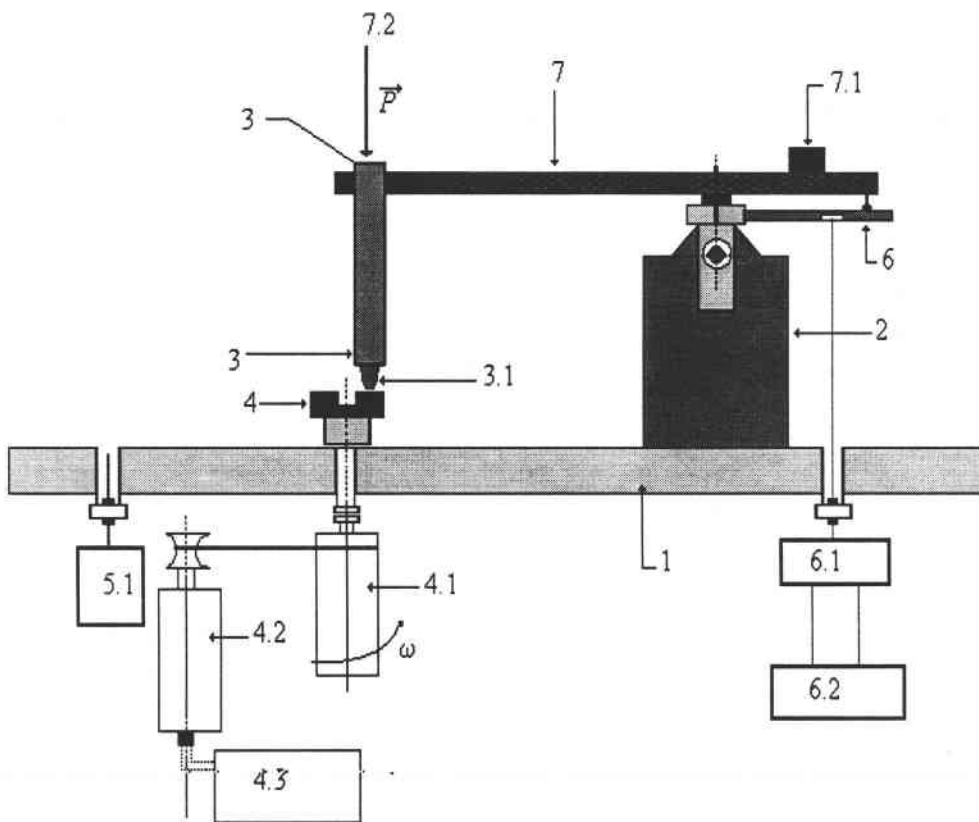
# ANNEXES

## ANNEXE 1 : DESCRIPTION DU TRIBOMETRE

**Technique**

Le dispositif expérimental pour étudier le frottement est un tribomètre classique de type pion-disque.

La figure A1-1 représente une vue latérale du tribomètre. Celui-ci comprend essentiellement : un bâti, un support et un bras.



- [1] Bâti
- [2] Support
- [3] Axe porteur
- [3.1] Pion
- [4] Disque
- [4.1] Passage magnétique
- [4.2] Moteur électrique
- [4.3] Alimentation du moteur C. C

- [5.1] Alimentation de la bobine
- [6] Capteur de force
- [6.1] Pont de jauge
- [6.2] Table traçante
- [7] Bras du tribomètre
- [7.1] Contrepoids
- [7.2] Charge normale

Figure A1-1: Schéma détaillé du tribomètre

### **a- Bâti**

C'est une masse métallique de forme cylindrique suffisamment lourde pour procurer au dispositif expérimental l'inertie nécessaire à l'isolement des perturbations extérieures (Figure A1-1)

### **b- Le bras et son support**

Le bras du tribomètre, fixé sur le support, peut se déplacer en translation dans le plan horizontal selon deux axes perpendiculaires. Le déplacement du bras permet de positionner le contact du pion sur le disque dont l'axe est solidaire du bâti et donc éventuellement de changer de piste de frottement sur le disque.

Solidaire du plateau, le bras est articulé en rotation selon deux axes: l'axe horizontal, pour la mise en contact et l'application de la force normale, et l'axe vertical, en vue de la mesure de la force tangentielle. A l'extrémité postérieure du bras est fixée une vis qui exerce une force  $F$  sur une lame de flexion solidaire du support du bras. Le bras constitue l'organe essentiel du tribométrie.

### **Fonctionnement**

Sous l'effet du frottement entre le pion et le disque, l'application de la charge normale  $P$  entraîne l'apparition d'une force tangentielle sur le bras qui exerce autour de son axe vertical une force  $F$  sur la lame de flexion.

Sous l'effet combiné de la charge normale et de l'effort tangentiel, un couple, d'axe vertical est exercé sur le bras. dans ces conditions, la vis déforme la lame de flexion intégrant une jauge de contrainte, dont le déséquilibre traduit la valeur de la force de frottement. Une sortie analogique du coffret de mesure permet l'enregistrement de  $F$  en fonction du temps.

### **Préparation des échantillons**

Afin d'obtenir un état de surface conduisant à un comportement en frottement reproductible, pour des conditions opératoires fixées, il s'avère nécessaire de maîtriser les conditions de préparation des échantillons avant chaque test. Pour cela, les échantillons sont polis mécaniquement sur machine Struers. Le polissage s'effectue à l'aide de papier émeri (SiC) de grade allant de 600 jusqu'à 1200 pour assurer une bonne finition de la surface.

Les pressions exercées sont faibles afin d'éviter l'échauffement des surfaces qui entraînerait une modification structurale. La durée de chaque opération dépend de l'état de surface après l'essai précédant et du degré de finition à obtenir. La dernière phase consiste en un

nettoyage des échantillons, afin d'éliminer les produits restés collés à la surface. Les surfaces sont essuyées avec un coton imbibé d'alcool et séchées le plus rapidement possible de manière à éviter la formation de gouttelettes qui, en s'évaporant, laisseraient des traces.

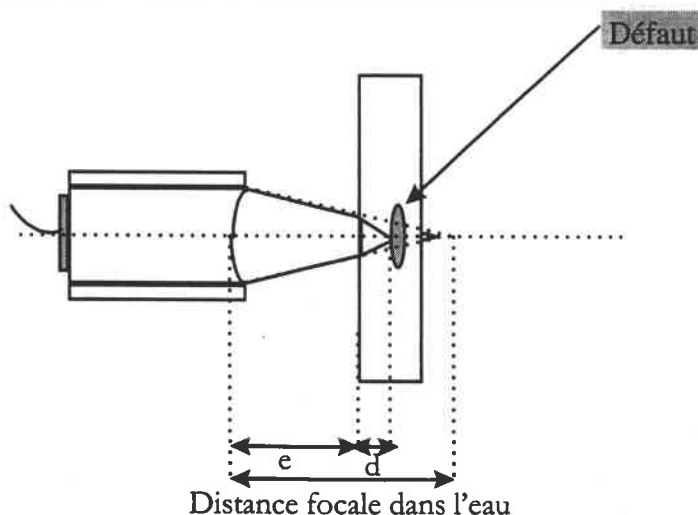
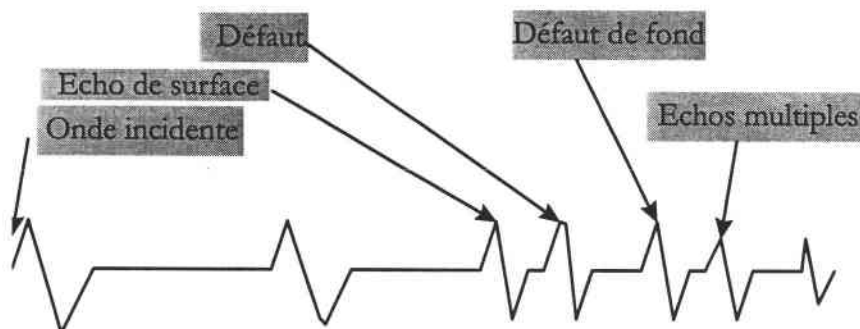
## ANNEXE 2 : CONTROLE NON DESTRUCTIF

Le contrôle non destructif de nos éprouvettes a été effectué à l'aide d'un microscope acoustique fonctionnant en réflexion (un seul transducteur est utilisé en émetteur-recepteur). Tous nos échantillons sont contrôlés du côté impacté.

### 1- Rappel du principe du microscope acoustique

On excite le palpeur au moyen d'une brève impulsion électrique. A cela correspond un premier écho sur l'oscillogramme, appelé écho d'émission. Le train d'ondes ultrasonores progresse dans l'échantillon et, en l'absence de défauts, vient frapper la face arrière de la pièce contrôlée, sur laquelle il se réfléchit. Il refait alors la progression inverse, jusqu'au palpeur, où il génère un signal électrique correspondant à l'écho de fond.

En cas de présence d'un défaut dans l'épaisseur de la pièce, celui-ci, quand il est frappé par la bouffée d'ondes ultrasonores, en réfléchit une partie et, pendant que le train d'ondes principales poursuit sa progression vers le fond, l'onde réfléchie sur le défaut revient vers le palpeur où elle génère un écho de défaut sur l'oscillogramme.





## II-Choix du capteur

### a- Distance focale F

$$F = nd + e$$

avec

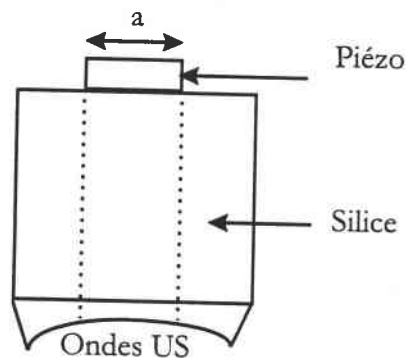
$$n = \frac{V_{\text{mat}}}{V_{\text{eau}}} = \text{indice du matériau} = \frac{\text{Vitesse des ultrasons dans le matériau}}{\text{Vitesse des ultrasons dans l'eau}},$$

d : Profondeur de pénétration dans le matériau,

e : Epaisseur de la colonne d'eau.

### b - Calcul du rayon de courbure associé à la focale

Une sonde est constituée d'un élément piézo-électronique déposé sur de la silice comme le montre la figure suivante:



Le rayon de courbure R est liée à la distance focale par l'expression suivante:

$$F = \frac{n_{\text{silice}}}{n_{\text{silice}} - 1} R$$

### c- Résolution ( r ) dans l'eau obtenue par cette géométrie

$$r = \frac{\lambda F}{a} = \frac{vF}{fa}$$

Où  $\lambda$  est la longueur d'onde dans le milieu de propagation =  $\frac{\text{Vitesse des US dans le matériau}}{\text{Fréquence des US}}$

a: ouverture de la pupille  $0.7 \leq a \leq 4$  (mm)

**d- Résolution axiale (d)**

Cette résolution détermine la limite de détection des couches d'un matériau (profondeur de pénétration).

$$v = \frac{2d}{t}$$

d'où

$$d = \frac{v_{\text{mat}}}{2f}$$

## ANNEXE 3 : RAPPEL SUR LA THEORIE DES VIBRATIONS

### I- Vibrations libres non amorties d'une poutre en flexion trois-points

#### 1- Prise en compte du moment fléchissant

Pour une poutre reposant sur deux appuis simples, sollicitée en flexion trois-points, les vibrations libres non amorties sont régies par l'équation suivante où seul le moment fléchissant est pris en compte (Figure A3-1) :

$$EI \frac{\partial^4 Y(z,t)}{\partial z^4} + \rho A \frac{\partial^2 Y(z,t)}{\partial t^2} = 0 \quad (\text{A3 1})$$

où E est le module de Young du matériau, sa masse volumique ; I et A sont respectivement le moment quadratique  $I = \frac{BW^3}{12}$  et la section de l'éprouvette  $A=BW$ .

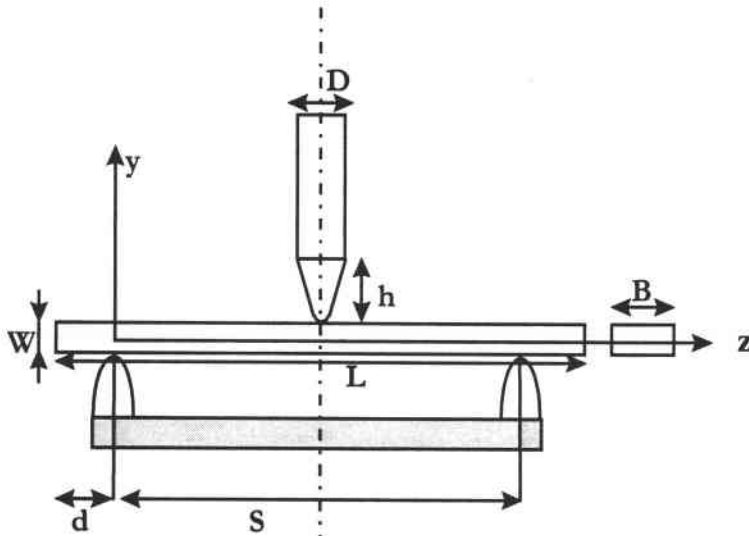


figure A3-1

En supposant que  $Y(z, t)$  s'écrit sous forme séparable :  $Y(z, t) = y(z) f(t)$ , puis en divisant par le terme EI, on obtient :

$$\frac{y^{IV}(z)}{y(z)} + \frac{\rho A f''(t)}{EI f(t)} = 0 \quad (\text{A3.2})$$

où  $y^{IV}(z)$  et  $f''(t)$  représentent respectivement la dérivée quatrième de  $y(z)$  par rapport à  $z$  et la dérivée seconde de  $f(t)$  par rapport au temps. En divisant de nouveau par  $y^{IV}(z) f(t)$ , on arrive à séparer les variables :

$$y^{IV}(z)f(t) + \frac{\rho A}{EI} y(z)f''(t) = 0 \quad (A3.3)$$

Comme le premier terme de l'équation (A3.3) n'est fonction que de  $z$  et le second terme que de  $t$ , l'équation ne peut être satisfaite quels que soient  $z$  et  $t$  que si chacun des termes est une constante  $C$ .

$$\frac{y^{IV}(z)}{y(z)} = -\frac{\rho A}{EI} \frac{f''(t)}{f(t)} = C = k^4 \quad (A3.4)$$

On pose alors  $C = k^4$  et on obtient deux équations différentielles classiques :

$$y^{IV}(z) - k^4 y(z) = 0 \quad (A3.5)$$

$$f''(t) + \omega^2 f(t) = 0 \quad (A3.6)$$

où

$$\omega^2 = k^4 \frac{EI}{\rho A} \quad (A3.7)$$

Si on appelle  $f_0$  et  $f'_0$  les conditions initiales à  $t = 0$ , la solution générale de l'équation (A3.6) s'écrit:

$$f(t) = f_0 \cos \omega t + \frac{f'_0}{\omega} \sin \omega t \quad (A3.8)$$

En recherchant la solution de la première équation différentielle (A1.5) sous la forme  $y(z) = e^{kz}$ , on montre que  $y(z)$  est une combinaison de fonctions trigonométriques et hyperboliques :

$$y(z) = A_1 \cos kz + A_2 \sin kz + A_3 \cosh kz + A_4 \sinh kz \quad (A3.9)$$

où les constantes  $A_i$  sont déterminées par les conditions aux limites. Aux points d'abscisses  $z = 0$  et  $z = S$ , la déformée et le moment sont nuls:  $y(0) = y(S) = 0$  et  $EIy''(0) = EIy''(S) = 0$ .

On obtient finalement  $A_1 = A_3 = A_4 = 0$  et une seule condition :  $A_2 \sin kz = 0$ .  $A_2$  ne pouvant également être nulle, on trouve que  $k = \frac{n\pi}{S}$  où  $n$  est un entier naturel. En remplaçant l'expression de  $k$  dans l'équation (A3.7), on exprime finalement la pulsation du mode propre de l'éprouvette :

$$\omega_n = n^2 \pi^2 \sqrt{\frac{EI}{\rho A S^4}} = n^2 \pi^2 \sqrt{\frac{EI}{m_0 S^3}} \quad (\text{A3.10})$$

$m_0 = \rho AS$  correspond à la masse entre appuis de l'échantillon.

## 2- Prise en compte du porte-à-faux

Si le porte-à-faux de l'éprouvette n'est pas trop éloigné des appuis, on peut supposer que la déformée de l'éprouvette au niveau de ce porte-à-faux suit la même loi que la déformée entre appuis (figure A1-1). Nous reviendrons sur cette hypothèse dans le paragraphe suivant.

On a la même solution pour  $f(t)$  et  $y(z)$  que précédemment. Cependant, les conditions aux limites du problème ont changé. Le déplacement au droit des appuis est toujours nuls en  $z = 0$  et  $z = S$  mais les moments fléchissants sont désormais nuls aux extrémités de la poutre :

$E I v''(-d) = E I v''(S + d) = 0$ . En injectant ces relations dans l'expression générale de  $y(z)$ , on obtient un système de quatre équations à quatre inconnues que l'on peut écrire sous forme matricielle de la façon suivante :

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ \cos kS & \sin kS & \cosh kS & \sinh kS \\ -\cos kd & \sin kd & \cosh kd & -\sinh kd \\ -\cos k(S+d) & \sin k(S+d) & \cosh k(S+d) & \sinh k(S+d) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} A_1 \\ A_2 \\ A_3 \\ A_4 \end{pmatrix} = 0 \quad (\text{A3-11})$$

On pose  $K = kS$  et  $p = d/S$ . On a donc :

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ \cos K & \sin K & \cosh K & \sinh K \\ -\cos Kp & \sin Kp & \cosh Kp & -\sinh Kp \\ -\cos K(1+p) & \sin K(1+p) & \cosh K(1+p) & \sinh K(1+p) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} A_1 \\ A_2 \\ A_3 \\ A_4 \end{pmatrix} = 0 \quad (\text{A3-12})$$

Pour chaque valeur du porte-à-faux  $p$ , on cherche alors celle de  $K$  qui annule le déterminant de la matrice. Si on prend  $d = 0$ , c'est à dire si le porte-à-faux est nul, on retrouve bien évidemment.

$K = n\pi$ , soit  $k = \frac{n\pi}{S}$  et donc le mode propre défini par la relation (A3.10). La correction qu'apporte la prise en compte du porte-à-faux de l'éprouvette a été évaluée à l'aide du logiciel MAPLE et reporté au tableau A3-1. Elle est de plus commune à tous les modes. Elle est exprimée sous forme

d'un rapport  $\frac{\omega_n}{\omega_n^0}$  où  $\omega_n^0$  est la pulsation du mode propre sans porte-à-faux. Nous avons exprimé k

en écrivant K comme un multiple de  $\pi$ . Ainsi,  $k = n\alpha \frac{\pi}{S}$ , et par suite :

$$\omega_n = \alpha^2 \omega_n^0 \quad (\text{A3-13})$$

p=d/S	K=kS	k	$\frac{\omega_n}{\omega_n^0}$
0	$\pi$	$\pi/S$	1
0.05	3	$0.955 \pi/S$	0.912
0.1	2.89	$0.92 \pi/S$	0.846
0.2	2.73	$0.87 \pi/S$	0.755
0.25	2.68	$0.853 \pi/S$	0.728
0.3	2.64	$0.841 \pi/S$	0.707

tableau A3-1

## II- Méthode de Rayleigh

Il est possible d'estimer assez rapidement le premier mode de vibration du système projectile-éprouvette à l'aide de la méthode de RAYLEIGH. Cette méthode repose sur le principe de la conservation de l'énergie : l'énergie totale d'un système non amorti et libre de se mouvoir est constante. Ainsi, le maximum de l'énergie potentielle  $U_{\max}$  doit être égal au maximum de l'énergie cinétique  $T_{\max}$ . Le bilan énergétique s'écrit :

$$U_{\max} = T_{\max} \quad (\text{A3.14})$$

Nous ferons apparaître la notion de masse équivalente de l'éprouvette que nous avons rencontrée dans l'étude des systèmes masse-ressort (Chapitre V).

L'objectif de cette annexe est de montrer également comment on peut prendre en compte successivement les effets de l'effort tranchant, de l'inertie de rotation et du porte-à-faux de l'éprouvette. Nous effectuerons les calculs pour une éprouvette non entaillée.

### 1- Moment fléchissant seul

L'énergie potentielle U du système projectile-éprouvette correspond à l'énergie potentielle de flexion de l'éprouvette :

$$U = \frac{EI}{2} \int_0^s \left[ \frac{\partial^2 Y(z,t)}{\partial z^2} \right]^2 dz \quad (\text{A3.15})$$

En décomposant  $Y(z,t) = y(z) f(t)$ , où  $y(z)$  est la fonction de déplacement supposée et où  $f(t)$  est une fonction harmonique (relation A3.8), on a :

$$U_{\max} = \frac{EI}{2} \int_0^s \left[ \frac{\partial^2 y(z)}{\partial z^2} \right]^2 dz \quad (\text{A3.16})$$

L'énergie cinétique  $T$  du système projectile-éprouvette comprend deux termes : l'énergie cinétique de l'éprouvette et l'énergie cinétique du projectile.

$$T = \mu_2 \int_0^s \left[ \frac{\partial Y(z,t)}{\partial t} \right]^2 dz + \frac{m_1}{2} \left[ \frac{\partial Y(S/2,t)}{\partial t} \right]^2 \quad (\text{A3.17})$$

où  $\mu_2$  et  $m_1$  représentent respectivement la masse linéique de l'éprouvette et la masse du projectile ( $m_1 = 215 \text{ g}$ ).

Compte tenu de la forme harmonique de  $f(t)$ , on obtient en faisant apparaître la pulsation du mode propre  $\omega_1$  :

$$T_{\max} = \mu_2 \omega_1^2 \int_0^s y(z)^2 dz + \frac{m_1}{2} \omega_1^2 y(S/2)^2 \quad (\text{A3.18})$$

$y(S/2)$  correspond à la flèche de l'éprouvette.

Il convient alors de faire une hypothèse sur la déformée que prendrait l'éprouvette dans son mode fondamental de vibration. La fonction de déplacement que nous avons choisie est l'expression de la déformée que nous donne la théorie de la Résistance des Matériaux.

$$y''(z) = -\frac{Fz}{2EI} \quad \text{pour } z \leq S/2 \quad (\text{A3.19})$$

$$y(z) = -\frac{FS^3}{48EI} \left[ 4 \left( \frac{z}{S} \right)^3 - 3 \left( \frac{z}{S} \right) \right] \quad \text{pour } z \leq S/2 \quad (\text{A3.20})$$

$$y(S/2) = -\frac{FS^3}{48EI} \quad (\text{A3.21})$$

Du fait de la symétrie de la déformée, nous avons :

$$U_{\max} = \frac{F^2}{4EI} \int_0^{s/2} z^2 dz = \frac{F^2 S^3}{96EI} \quad (\text{A3-22})$$

Les énergies cinétiques de l'éprouvette et du projectile deviennent :

$$T_{\max}^{\text{épr}} = \mu_2 \omega_1^2 \frac{F^2 S^6}{(48EI)^2} \int_0^{S/2} \left[ 4 \left( \frac{z}{S} \right)^3 - 3 \left( \frac{z}{S} \right) \right]^2 dz = \frac{17}{70} (\mu_2 S) \omega_1^2 \frac{F^2 S^6}{(48EI)^2} \quad (\text{A3-23})$$

$$T_{\max}^{\text{pro}} = \frac{m_1}{2} \omega_1^2 \frac{F^2 S^6}{(48EI)^2} \quad (\text{A3-24})$$

où  $\mu_1 S$  correspond à la masse entre appuis de l'éprouvette ( $m_0 = \rho S B W$ ). L'expression de l'énergie cinétique totale du système s'écrit :

$$T_{\max} = \frac{1}{2} \omega_1^2 \frac{F^2 S^6}{(48EI)^2} \left( m_1 + \frac{17}{35} m_0 \right) \quad (\text{A3.25})$$

Finalement, on obtient le premier mode de vibration, du système projectile-éprouvette en égalant les relations (A3.19) et (A3.21) :

$$\omega_1^2 = \frac{48EI}{S^3} \frac{1}{\left( m_1 + \frac{17}{35} m_0 \right)} \quad (\text{A3.26})$$

On retrouve ici la même masse équivalente de l'éprouvette que donne **TIMOSHENKO [112]** ou **WILLIAMS [107 et 108]**, avec le coefficient 17/35 :

$$m_e = \frac{17}{35} m_0$$

## 2- Effet du cisaillement

### 2.1- Mode propre

L'expression de la déformée de l'éprouvette comprend désormais deux termes : un premier terme relatif à la flèche, due au moment fléchissant  $y_1(z)$  que nous connaissons et un second terme relatif à la flèche, due au cisaillement  $y_2(z)$  :



$$y(z) = y_1(z) + y_2(z) \quad (\text{A3.27})$$

L'énergie potentielle  $U_{2\max}$  correspondant à l'effort tranchant s'exprime par :

$$U_{2\max} = \frac{1}{2} \frac{GA}{k'} \int_0^s [y_2'(z)]^2 dz = \frac{k' F^2 S}{8GA} \quad (\text{A3.28})$$

où  $G$  est le module de Coulomb,  $A$  est la section transverse de l'éprouvette et  $k' = 6/5$ .  $y_2'(z)$  étant élevé au carré, il nous suffit de connaître son expression sur  $[0, S/2]$ .

En additionnant les deux contributions énergétiques et en regroupant les termes, on a :

$$U_{\max} = \frac{F^2 S^3}{96EI} \left[ 1 + k' \frac{E}{G} \left( \frac{W}{S} \right)^2 \right] \quad (\text{A3.29})$$

L'expression de la flèche contenant deux termes, le calcul de l'énergie cinétique de l'éprouvette peut se décomposer comme suit :

$$T_{\max}^{\text{pr}} = \frac{1}{2} \mu_2 \omega_1^2 \int_0^s (y_1^2 + 2y_1 y_2 + y_2^2) dz = T_1 + T_{12} + T_2 \quad (\text{A3.30})$$

L'énergie cinétique de l'éprouvette due au moment fléchissant  $T_1$  a déjà été calculée précédemment (relation A3.23). Pour les deux autres termes on obtient :

$$T_{12} = \frac{\mu_2 S}{10} \omega_1^2 \frac{k' F^2 S^4}{48EIGA} \quad T_2 = \frac{\mu_2 S}{24} \omega_1^2 \left( \frac{k' F S}{2GA} \right)^2 \quad (\text{A3.31})$$

L'énergie cinétique totale de l'éprouvette  $T$  est donc égale à :

$$T_{\max}^{\text{pr}} = (\mu_2 S) \omega_1^2 \frac{F^2 S^6}{(48EI)^2} \left\{ \frac{17}{70} + \frac{2}{5} k' \frac{E}{G} \left( \frac{W}{S} \right)^2 + \frac{1}{6} \left( k' \frac{E}{G} \right)^2 \left( \frac{W}{S} \right)^4 \right\} \quad (\text{A3.32})$$

La flèche totale de l'éprouvette tenant compte de la contribution de l'effort tranchant s'exprime par :

$$y(S/2) = \frac{F S^3}{48EI} \left[ 1 + k' \frac{E}{G} \left( \frac{W}{S} \right)^2 \right]. \text{ L'énergie cinétique maximale du projectile devient alors :}$$

$$T_{\max}^{\text{pro}} = \frac{1}{2} m_1 \omega_1^2 \frac{F^2 S^6}{(48EI)^2} \left[ 1 + k \cdot \frac{E}{G} \left( \frac{W}{S} \right)^2 \right]^2 \quad (\text{A3.33})$$

et par suite, on obtient l'énergie cinétique maximale totale :

$$T_{\max} = \frac{1}{2} \omega_1^2 \frac{F^2 S^6}{(48EI)^2} \left\{ m_1 \left[ 1 + k \cdot \frac{E}{G} \left( \frac{W}{S} \right)^2 \right]^2 + (\mu_2 S) \left[ \frac{17}{35} + \frac{4}{5} k \cdot \frac{E}{G} \left( \frac{W}{S} \right)^2 + \frac{1}{3} \left( k \cdot \frac{E}{G} \right)^2 \left( \frac{W}{S} \right)^4 \right] \right\} \quad (\text{A3.34})$$

Finalement, la pulsation du premier mode du système projectile-éprouvette, corrigée par la prise en compte du cisaillement, s'écrit :

$$\omega_1^2 = \frac{48EI}{S^3} \frac{1 + k \cdot \frac{E}{G} \left( \frac{W}{S} \right)^2}{m_1 \left[ 1 + k \cdot \frac{E}{G} \left( \frac{W}{S} \right)^2 \right]^2 + (\mu_2 S) \left[ \frac{17}{35} + \frac{4}{5} k \cdot \frac{E}{G} \left( \frac{W}{S} \right)^2 + \frac{1}{3} \left( k \cdot \frac{E}{G} \right)^2 \left( \frac{W}{S} \right)^4 \right]} \quad (\text{A3.35})$$

## 2.2- Masse équivalente de l'éprouvette

Nous avons vu précédemment que l'on peut également déduire la masse équivalente de l'éprouvette à partir de la méthode de **RAYLEIGH**. Néanmoins, lorsque les calculs sont complexes, on préfère la déterminer par identification, en considérant que l'énergie cinétique totale maximale de l'éprouvette  $T_{\max}^{\text{épr}}$  est égale à  $(1/2)m_e \omega_1^2 [y(S/2)]^2$ . Ainsi, on obtient :

$$m_e = \frac{17}{35} \frac{(\mu_2 S) \left[ 1 + \frac{28}{17} k \cdot \frac{E}{G} \left( \frac{W}{S} \right)^2 + \frac{35}{51} \left( k \cdot \frac{E}{G} \right)^2 \left( \frac{W}{S} \right)^4 \right]}{\left[ 1 + k \cdot \frac{E}{G} \left( \frac{W}{S} \right)^2 \right]^2} \quad (\text{A3.36})$$

où on voit clairement apparaître la correction due à la prise en considération de l'effort tranchant. On peut alors déduire facilement des deux dernières relations la raideur de l'éprouvette :

$$K = \frac{48EI}{S^3} \frac{1}{\left[ 1 + k \cdot \frac{E}{G} \left( \frac{W}{S} \right)^2 \right]} \quad (\text{A3.37})$$

On remarquera que c'est exactement la raideur d'une poutre sur deux appuis sollicitée en

flexion trois-points.

### 3- Effet de l'inertie de rotation

#### 3.1- Mode propre

La prise en compte de l'énergie de rotation de la poutre n'intervient que dans le calcul de l'énergie cinétique de l'éprouvette qui comprend désormais une énergie cinétique de rotation  $R^{é pr}$ . On négligera la flèche due à l'inertie de rotation. L'énergie cinétique de rotation est définie par :

$$R^{é pr} = \frac{1}{2} \mu_2 \frac{I}{A} \int_0^S \Omega^2 dz \quad (A3.38)$$

avec :

$$\Omega = \frac{\partial \alpha}{\partial t} \quad (A3.25) \text{ et } \alpha(z, t) = -\frac{\partial y}{\partial z} = -(y_1' + y_2') \quad (A3.39)$$

où  $\alpha$  est la rotation d'une section droite d'abscisse  $z$ .

L'énergie cinétique de rotation maximum devient alors :

$$R_{\max}^{é pr} = \frac{1}{2} \mu_2 \omega_1^2 \frac{I}{A} \int_0^S (y_1' + y_2')^2 dz \quad (A3.40)$$

Tout calcul étant fait, il vient :

$$R_{\max}^{é pr} = (\mu_2 S) \omega_1^2 \frac{I}{A} \frac{F^2 S^4}{(16EI)^2} \left\{ \frac{4}{15} + \frac{4}{9} k \frac{E}{G} \left( \frac{W}{S} \right)^2 + \frac{2}{9} \left[ k \frac{E}{G} \left( \frac{W}{S} \right)^2 \right]^2 \right\} \quad (A3.41)$$

En factorisant par le premier terme de l'énergie cinétique de translation de l'éprouvette  $(\mu_2 S) \omega_1^2 \frac{F^2 S^6}{(48EI)^2}$ , l'expression finale de l'énergie cinétique totale de l'éprouvette s'écrit :

$$T_{\max}^{é pr} \text{ Total} = (\mu_2 S) \omega_1^2 \frac{F^2 S^6}{(48EI)^2} \left\{ \frac{17}{70} + \frac{1}{5} \left( 1 + 2k \frac{E}{G} \right) \left( \frac{W}{S} \right)^2 + \frac{1}{6} k \frac{E}{G} \left( 2 + k \frac{E}{G} \right) \left( \frac{W}{S} \right)^4 + \frac{1}{6} \left( k \frac{E}{G} \right)^2 \left( \frac{W}{S} \right)^6 \right\} \quad (A3.42)$$

La pulsation du premier mode du système projectile-éprouvette, corrigée par la prise en compte du cisaillement et de l'inertie de rotation, s'exprime par :

$$\omega_1^2 = \frac{48EI \left( 1 + k \frac{E}{G} \left( \frac{W}{S} \right)^2 \right)}{\left[ m_1 \left( 1 + k \frac{E}{G} \left( \frac{W}{S} \right)^2 \right)^2 + (\mu_2 S) \left[ \frac{17}{35} + \frac{2}{5} \left( 1 + 2k \frac{E}{G} \left( \frac{W}{S} \right)^2 \right) + \frac{1}{3} \left( k \frac{E}{G} \right) \left( 2 + k \frac{E}{G} \left( \frac{W}{S} \right)^2 \right) + \frac{1}{3} \left( k \frac{E}{G} \right)^2 \left( \frac{W}{S} \right)^2 \right] \right]}$$

(A3.43)

### 3.2- Masse équivalente de l'éprouvette

L'expression de la flèche de l'éprouvette n'ayant pas changé, on effectue le même calcul que pour l'effort tranchant. La masse équivalente de l'éprouvette est :

$$m_e = \frac{17}{35} (\mu_2 S) \frac{\left[ 1 + \frac{14}{17} k \frac{E}{G} \left( 1 + 2k \frac{E}{G} \left( \frac{W}{S} \right)^2 \right) + \frac{35}{51} \left( k \frac{E}{G} \right) \left( 2 + k \frac{E}{G} \left( \frac{W}{S} \right)^2 \right) + \frac{35}{51} \left( k \frac{E}{G} \right)^2 \left( \frac{W}{S} \right)^2 \right]}{\left[ \left( 1 + k \frac{E}{G} \left( \frac{W}{S} \right)^2 \right)^2 \right]}$$

(A3.44)

La raideur de l'éprouvette est elle aussi inchangée. Elle est donc donnée par la relation (A3.37).

## 4- Prise en compte du porte-à-faux de l'éprouvette

### 4.1- Mode propre

La poutre que l'on considère maintenant est schématisée à la figure 4.17. Ce calcul repose sur l'hypothèse suivante : l'équation de la déformée est valable jusqu'à  $z = -d$  et donc

$$y(z) = \frac{F S^3}{(48EI)} \left[ 4 \left( \frac{z}{S} \right)^3 - 3 \left( \frac{z}{S} \right) \right] \text{ pour } (-d \leq z \leq S/2).$$

Nous prendrons exactement la même démarche que précédemment mais nous intégrerons ici non plus dans l'intervalle  $[0, S/2]$  mais dans  $[-d, S/2]$ . Nous n'allons pas reprendre l'ensemble de la démarche. Nous nous contenterons de signaler simplement les principales modifications. Au niveau de l'éprouvette, nous avons :

$$U_{\max} = \frac{F S^3}{(96EI)} \left[ 1 + 8p^3 + k \frac{E}{G} \left( 1 + 2p \right) \left( \frac{W}{S} \right)^2 \right] \quad (A3.45)$$

$$T_{\max}^{\text{épr}} = (\mu_2 S) \omega_1^2 \frac{F^2 S^6}{(48EI)^2} \left\{ \frac{17}{70} + 3p^3 - \frac{24}{5} p^5 + \frac{16}{7} p^7 + 4k' \frac{E}{G} \left( \frac{1}{10} + p^3 - \frac{4}{5} p^5 \right) \left( \frac{W}{S} \right)^2 + \frac{1}{6} (1 + 8p^3) \left( k' \frac{E}{G} \right)^2 \left( \frac{W}{S} \right)^4 \right\} \quad (\text{A3.46})$$

$$R_{\max}^{\text{épr}} = (\mu_2 S) \omega_1^2 \frac{I}{A} \frac{F^2 S^4}{(16EI)^2} \left\{ \frac{4}{15} + p - 8p^3 + \frac{16}{15} p^5 + \frac{4}{9} k' \frac{E}{G} (1 + 3p - 4p^3) \left( \frac{W}{S} \right)^2 + \frac{2}{9} (1 + 2p) \left( k' \frac{E}{G} \right)^2 \left( \frac{W}{S} \right)^4 \right\} \quad (\text{A3.47})$$

L'énergie cinétique totale de l'éprouvette s'écrit :

$$T_{\max}^{\text{épr Total}} = (\mu_2 S) \omega_1^2 \frac{F^2 S^6}{(48EI)^2} \left\{ \frac{17}{70} + 3p^3 - \frac{24}{5} p^5 + \frac{16}{7} p^7 + C_1 \left( \frac{W}{S} \right)^2 + C_2 \left( \frac{W}{S} \right)^4 + C_3 \left( \frac{W}{S} \right)^6 \right\} \quad (\text{A3.48})$$

où les constantes  $C_i$  s'expriment par :

$$C_1 = \frac{1}{5} \left( 1 + 2k' \frac{E}{G} \right) + \frac{3}{4} p + \left( 4k' \frac{E}{G} - 2 \right) p^3 + \frac{4}{5} \left( 3 - 4k' \frac{E}{G} \right) p^5 \quad (\text{A3.49})$$

$$C_2 = \frac{1}{6} \left( k' \frac{E}{G} \right) \left[ 6p + \left( 2 + k' \frac{E}{G} \right) + 6p + 8 \left( k' \frac{E}{G} - 1 \right) p^3 \right] \quad (\text{A3.50})$$

$$C_3 = \frac{1}{6} \left( k' \frac{E}{G} \right)^2 (1 + 2p) \quad (\text{A3.51})$$

Pour déterminer l'énergie cinétique du projectile, il faut connaître la flèche de l'éprouvette  $y(S/2)$ . D'après les théorèmes des méthodes énergétiques de la Résistance des Matériaux, on a  $U_{\max} = 1/2 F y(S/2)$ . Ainsi, la flèche de l'éprouvette est :

$$y(S/2) = \frac{F S^3}{(48EI)} \left\{ 1 + 8p^3 + k' \frac{E}{G} (1 + 2p) \left( \frac{W}{S} \right)^2 \right\} \quad (\text{A3.52})$$

L'énergie cinétique maximum du projectile devient alors :

$$T_{\max}^{\text{proj}} = \frac{1}{2} m_1 \omega_1^2 \frac{F^2 S^6}{(48EI)^2} \left[ 1 + 8p^3 + k' \frac{E}{G} (1 + 2p) \left( \frac{W}{S} \right)^2 \right]^2 \quad (\text{A3.53})$$

En ajoutant l'ensemble des énergies cinétiques pour calculer l'énergie cinétique totale, puis en égalant cette dernière à l'énergie potentielle, on obtient la pulsation du premier mode propre de vibration du système projectile-éprouvette :

$$\omega_1^2 = \frac{\frac{48EI}{S^3} \left[ 1 + 8p^3 + k' \frac{E}{G} (1+2p) \left( \frac{W}{S} \right)^2 \right]}{m_1 \left[ 1 + 8p^3 + k' \frac{E}{G} (1+2p) \left( \frac{W}{S} \right)^2 \right]^2 + (\mu_2 S) \left[ \frac{17}{35} + 3p^3 - \frac{48}{5} p^5 + \frac{32}{7} p^7 + 2 \left[ C_1 \left( \frac{W}{S} \right)^2 + C_2 \left( \frac{W}{S} \right)^4 + C_3 \left( \frac{W}{S} \right)^6 \right] \right]}$$

(A3-54)

#### 4-2 Masse équivalente de l'éprouvette

Sans autre détail, la masse équivalente de l'éprouvette et la raideur sont :

$$m_e = \frac{17}{35} (\mu_2 S) \frac{1 + \frac{210}{17} p^3 - \frac{336}{17} p^5 + \frac{160}{17} p^7 + \frac{70}{17} \left[ C_1 \left( \frac{W}{S} \right)^2 + C_2 \left( \frac{W}{S} \right)^4 + C_3 \left( \frac{W}{S} \right)^6 \right]}{\left[ 1 + 8p^3 + k' \frac{E}{G} (1+2p) \left( \frac{W}{S} \right)^2 \right]^2} \quad (\text{A3-55})$$

$$K = \frac{48EI}{S^3} \frac{1}{\left[ 1 + 8p^3 + k' \frac{E}{G} (1+2p) \left( \frac{W}{S} \right)^2 \right]} \quad (\text{A3-56})$$