



**HAL**  
open science

# Modélisation de l'influence de la vitesse de déformation sur l'écoulement plastique d'un acier industriel : application pour l'étude de la traction dynamique des tôles

Mohamed Rhayour

► **To cite this version:**

Mohamed Rhayour. Modélisation de l'influence de la vitesse de déformation sur l'écoulement plastique d'un acier industriel : application pour l'étude de la traction dynamique des tôles. Sciences de l'ingénieur [physics]. Université Paul Verlaine - Metz, 1999. Français. NNT : 1999METZ035S . tel-01775813

**HAL Id: tel-01775813**

<https://hal.univ-lorraine.fr/tel-01775813v1>

Submitted on 24 Apr 2018

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



## AVERTISSEMENT

Ce document est le fruit d'un long travail approuvé par le jury de soutenance et mis à disposition de l'ensemble de la communauté universitaire élargie.

Il est soumis à la propriété intellectuelle de l'auteur. Ceci implique une obligation de citation et de référencement lors de l'utilisation de ce document.

D'autre part, toute contrefaçon, plagiat, reproduction illicite encourt une poursuite pénale.

Contact : [ddoc-theses-contact@univ-lorraine.fr](mailto:ddoc-theses-contact@univ-lorraine.fr)

## LIENS

Code de la Propriété Intellectuelle. articles L 122. 4

Code de la Propriété Intellectuelle. articles L 335.2- L 335.10

[http://www.cfcopies.com/V2/leg/leg\\_droi.php](http://www.cfcopies.com/V2/leg/leg_droi.php)

<http://www.culture.gouv.fr/culture/infos-pratiques/droits/protection.htm>

S/172 99:35



INSTITUT SUPERIEUR DE GENIE MECANIQUE  
ET PRODUCTIQUE

# THESE

Présentée à



UNIVERSITE DE METZ  
PAR

## Mohamed RHAYOUR

Pour l'obtention du grade de :  
DOCTEUR de L'UNIVERSITÉ de METZ

**SPECIALITE :** Sciences de l'ingénieur  
**OPTION :** Génie Mécanique

**Modélisation de l'influence de la vitesse de déformation sur  
l'écoulement plastique d'un acier industriel ; application  
pour l'étude de la traction dynamique des tôles**

Soutenu le 28 Avril 1999 devant le jury composé de :

<b>J-Y. BERARD</b>	RENAULT, Guyancourt	Examinateur
<b>J-L. GEOFFROY</b>	LEDEPP-SOLLAC, Florange	Examinateur
<b>J. R. KLEPACZKO</b>	Université de Metz	Directeur de thèse
<b>A. MOLINARI</b>	Université de Metz	Président de jury
<b>F. MONTHEILLET</b>	Ecole des Mines de Saint-Etienne	Rapporteur
<b>C. TEODOSIU</b>	Université de Paris Nord	Rapporteur

BIBLIOTHEQUE UNIVERSITAIRE DE METZ



022 304773 6

Laboratoire  
Ut

R. A. CNRS. 1215  
Cedex 01

S 161605

## *Dédicace*

Ce travail représente pour moi beaucoup de choses dont je suis très fier, surtout sur le plan relationnel. A cette occasion, j'en fais une dédicace à mes très chers parents, à mes frères et sœurs, à tous les membres de famille au Maroc ainsi qu'à tous mes amis de Metz.

BIBLIOTHEQUE UNIVERSITAIRE - METZ	
N° inv.	1999095S
Cote	SM <sub>3</sub> 99/35
Loc	Magasin



## **REMERCIEMENTS**

Ce travail est réalisé au Laboratoire de **Physique et Mécanique des Matériaux** de l'Institut Supérieur de **Génie Mécanique et Productique** de Metz sous la direction de Monsieur J. R. KLEPACZKO, Directeur de recherches au CNRS.

Ma gratitude et ma profonde reconnaissance s'adressent tout d'abord à J. R. KLEPACZKO qui a accepté la charge de diriger cette thèse. Il a su orienter ce travail au moyen de nombreuses discussions que nous avons eues tout en me laissant une complète autonomie.

Messieurs F. MONTHEILLET, Directeur de recherches au CNRS, à l'école des Mines, et C. TEODOSIU, Directeur de recherches au CNRS, à l'Université de Paris Nord, ont bien accepté de se charger de la lourde tâche de rapporter ce travail, qu'ils veulent bien trouver ici l'expression de ma profonde reconnaissance.

Je tiens à remercier Monsieur A. MOLINARI, Professeur à l'Université de Metz, pour l'honneur qu'il m'a fait en acceptant de participer au jury de cette thèse et ensuite pour le vif intérêt qu'il a porté à mon travail.

J'adresse également mes remerciements à Monsieur J-L. GEOFFROY, Ingénieur de recherches au LEDEPP-SOLLAC, pour l'intérêt qu'il a bien voulu porter à ces travaux et pour sa participation au jury de cette thèse.

Mes remerciements vont également à Monsieur J-Y. BERARD, Ingénieur de recherches à RENAULT, d'avoir accepté de participer au jury de cette thèse.

Que tous mes collègues et amis du Laboratoire trouvent ici l'expression de mes remerciements, aussi bien pour l'ambiance sympathique dans laquelle s'est déroulé cette thèse que pour leur disponibilité.

Je saisis cette occasion pour remercier très chaleureusement tous mes amis de Metz, aussi bien pour les marques de sympathie que pour le soutien qu'ils m'ont porté tout au long de cette thèse.

Enfin, je remercie mes parents, mes frères et sœurs et tous les membres de ma famille au Maroc pour leur soutien sans quoi ce travail n'aurait pu voir le jour.

*TABLE DES MATIERES*

---

# TABLE DES MATIERES

INTRODUCTION GENERALE.....	1
----------------------------	---

## *Chapitre I : MECANISMES PHYSIQUES DE DEFORMATION ET LOIS DE COMPORTEMENT DES MATERIAUX METALLIQUES*

Introduction.....	4
I.1. Rappel sur les critères de plasticité.....	5
I.2. Observations expérimentales.....	6
I.2.1. Sensibilité à la vitesse de déformation.....	6
I.2.2. Sensibilité à la température.....	9
I.2.3. Influence du trajet de chargement.....	11
I.3. Dislocations et mécanismes physiques de déformation.....	15
I.3.1. Notion de dislocation.....	15
I.3.2. Observations microscopiques.....	16
I.3.3. Mouvements de dislocations dans les structures cristallines.....	17
I.3.4. Mécanismes physiques de déformation.....	18
I.4. Théorie de l'activation thermique.....	22
I.4.1. Equation d'état régissant le franchissement d'un obstacle localisé.....	22
I.4.2. Utilité de quelques grandeurs liées à l'activation thermique.....	24
I.4.3. Cas des matériaux métalliques à structure cubique centrée.....	26
I.5. Modèles de comportement viscoplastique.....	27
I.5.1. Modèles empiriques.....	27
I.5.2. Modèle quasi-empirique basé sur la loi en puissance.....	30
I.5.3. Modèles basés sur les mécanismes physiques de déformation.....	31
Introduction.....	31
I.5.3.1. Modèle de Gilman.....	32
I.5.3.2. Modèle de Zerilli-Armstrong.....	34
I.5.3.3. Modèle M. T. S. (Mechanical Threshold Stress).....	35
I.5.3.4. Formalisme de Klepaczko.....	37
Introduction.....	37
I.5.3.4.1. Interactions dislocations-obstacles athermiques.....	38
I.5.3.4.2. Expression de la contrainte interne.....	40

I.5.3.4.3. Expression de la contrainte effective.....	41
I.5.3.4.4. Evolution de la microstructure.....	42
I.5.3.4.5. Version simplifiée du modèle.....	44
I.5.3.4.6. Version développée du modèle.....	48
I.5.3.5. Modèles liés aux mécanismes d'amortissement visqueux.....	50
I.6. Rappel sur l'équation de conservation d'énergie.....	51
Conclusion.....	53

***Chapitre II : CARACTERISATION DE L'EFFET DE LA VITESSE DE DEFORMATION  
SUR L'ECOULEMENT PLASTIQUE DE L'ACIER IFHR-340***

Introduction.....	54
Rappel sur l'essai de traction uniaxiale.....	54
Striction d'une éprouvette de traction uniaxiale.....	55
II.1. Essais de traction sur la machine hydraulique.....	56
II.1.1. Géométrie des éprouvettes.....	56
II.1.2. Description du dispositif.....	57
II.1.3. Principe de mesures.....	59
II.1.4. Dépouillement des enregistrements.....	61
II.2. Essais de traction dynamique sur les barres d'Hopkinson modifiées.....	64
Introduction.....	64
II.2.1. Description du dispositif utilisé.....	65
II.2.2. Déclenchement de l'essai de traction.....	67
II.2.3. Mesures des ondes de déformation.....	67
II.2.4. Dépouillement des enregistrements.....	69
II.3. Discussion des résultats.....	72
Conclusion.....	76

***Chapitre III : MODELISATION DE L'INFLUENCE DE LA VITESSE DE  
DEFORMATION SUR L'ECOULEMENT PLASTIQUE DE L'ACIER IFHR-340***

Introduction.....	77
III.1. Formalisme de base.....	78
III.2. Première étape : discussion des équations d'évolution de la microstructure.....	79
III.2.1. Résolution des équations d'évolution.....	79
III.2.2. Discussion des résultats.....	81
III.3. Deuxième étape : mise en oeuvre du modèle.....	83
III.3.1. Valeurs de quelques paramètres du modèle dans le cas des aciers.....	83
III.3.2. Identification des autres paramètres pour l'acier IFHR-340.....	85

III.3.2.1. Première identification des paramètres.....	89
III.3.2.2. Deuxième identification des paramètres.....	92
III.3.2.3. Troisième identification des paramètres.....	99
III.4. Troisième étape : nouvelles hypothèses.....	107
Introduction.....	107
III.4.1. Expression du paramètre géométrique d'activation.....	107
III.4.2. Limite d'élasticité et écrouissage du matériau.....	108
III.4.3. Evolution hypothétique de la microstructure.....	109
III.5. Discussion des résultats.....	116
III.6. Prévisions du modèle dans le cas de l'acier IFHR-340.....	118
III.6.1. Comparaison des prévisions du modèle dans le cas de l'approximation adiabatique à celles correspondant au cas de l'approximation isotherme..	119
III.6.2. Interprétation hypothétique des prévisions du modèle dans le cas d'un chargement avec saut de vitesse.....	122
III.6.3. Prévisions du modèle à différentes températures et vitesses de déformation..	125
Conclusion.....	137

***Chapitre IV : SIMULATION DE L'ESSAI DE TRACTION DYNAMIQUE DE  
L'EPROUVETTE TOLE D'ACIER IFHR-340***

Introduction.....	140
IV.1. Présentation du code.....	141
IV.2. Modèle d'éléments finis utilisé.....	141
IV.3. Modèle d'écoulement viscoplastique de Johnson-Cook.....	144
IV.3.1. Rappel du modèle de Johnson-Cook.....	144
IV.3.2. Identification des paramètres du modèle dans le cas l'acier IFHR-340.....	144
IV.4. Réponse thermomécanique prévue par la simulation de l'essai..... de traction dynamique de l'éprouvette tôle.....	146
Conclusion.....	161

CONCLUSION GENERALE.....	162
REFERENCES.....	165
ANNEXE I : Compléments sur les essais de traction réalisés sur la machine hydraulique....	177
ANNEXE II : Rappel sur la propagation des ondes élastiques dans les matériaux.....	184
ANNEXE III : Rappel sur la méthode des éléments finis.....	193
ANNEXE IV : Rappel sur la plasticité des matériaux.....	199

*INTRODUCTION GENERALE*

## INTRODUCTION GENERALE

L'étude du comportement mécanique des matériaux joue un rôle très important, d'une part, pour l'interprétation des observations expérimentales qui sont parfois surprenantes et, d'autre part, pour la conception de structures. De façon générale, les études préliminaires qui se font dans le laboratoire avant de passer à la phase de réalisation finale d'une structure, nécessitent la connaissance du comportement du matériau utilisé. Dans ce cadre, différents travaux ont été réalisés aussi bien sur le plan expérimental que sur le plan théorique par un grand nombre de chercheurs et industriels. Ces études qui trouvent leurs applications dans plusieurs domaines de l'industrie tels que les procédés d'usinage et de mise en forme, sont généralement répertoriées en deux catégories :

i- la première catégorie représente les études à l'échelle de la structure : devant le coût des essais lors de la conception d'une structure, on commence le plus souvent par des calculs de dimensionnement. Les résultats de ces calculs sont spécifiques à la géométrie de la structure, à la nature de chacune de ses composantes et au type de chargement qui lui est imposé. La validation expérimentale des résultats constitue l'étape ultime avant la réalisation finale de la structure.

ii- la deuxième catégorie représente les études à l'échelle du matériau : les calculs de dimensionnement précités nécessitent la connaissance du comportement du matériau qui constitue chacune des composantes de la structure étudiée. En règle générale, la caractérisation de ce comportement se fait au moyen d'essais mécaniques qui doivent être, dans la mesure du possible, de réalisation et d'interprétation simples. Les résultats sont ensuite intégrés dans des codes de calcul. Pour cela, il est nécessaire d'utiliser des lois qui régissent le comportement observé.

Généralement, les résultats de l'expérience montrent que la plasticité des matériaux dépend de la température, de la vitesse de déformation et de l'état de la microstructure. Plusieurs études ont été faites pour formuler des relations constitutives régissant le comportement plastique des métaux en tenant compte des effets de ces trois variantes. Pour rendre compte des phénomènes observés, deux grandes classes de modèles sont généralement utilisées : les modèles empiriques qui reposent sur des constatations purement expérimentales et les modèles semi-empiriques qui se basent sur des constatations physiques mais dont les formulations peuvent comporter des relations empiriques.

C'est dans ce contexte que se situe ce travail dont le but consiste à construire, à partir d'un formalisme basé sur la dynamique des dislocations, un modèle d'écoulement viscoplastique pour décrire les effets de la vitesse de déformation sur la plasticité des tôles d'un acier

industriel en traction dynamique. Cet acier qui est codifié par le signe IFHR-340 (SOLLAC), est utilisé dans l'industrie automobile pour la construction des sous-ensembles exposés au crash.

Pour mettre la lumière sur la motivation de ce travail, nous commencerons par une étude bibliographique. Dans cette partie, nous analyserons tout d'abord les effets de la vitesse de déformation, de la température et de l'histoire de chargement sur le comportement des matériaux métalliques. Puis, nous discuterons des mécanismes physiques de déformation et d'un ensemble de lois de comportement proposées dans la littérature et leurs domaines d'application. Par la suite, le travail sera divisé en trois parties.

1- La première partie sera consacrée à un ensemble d'essais mécaniques réalisés en traction uniaxiale sur des éprouvettes plates, de l'acier IFHR-340. Le but de cette partie sera une caractérisation du comportement de ce matériau dans une gamme de vitesses située dans le domaine de l'activation thermique. Nous analyserons tout d'abord les résultats des essais réalisés à l'aide d'une machine hydraulique. Nous discuterons par la suite sur un dispositif de traction dynamique développé récemment au LPMM, ce dispositif étant basé sur la technique des barres d'Hopkinson. Les résultats de cette partie constitueront une base de données pour celles qui suivront.

2- Le but de la seconde partie qui représente le noyau de ce travail, sera une modélisation de l'effet de la vitesse de déformation sur l'écoulement plastique de l'acier IFHR-340 dans une large gamme de vitesses. Pour cela, nous nous appuyerons sur un formalisme basé sur la dynamique des dislocations et les interactions entre celles-ci et les obstacles à leurs mouvements. L'essentiel de cette partie consistera en une reformulation des équations d'évolution de la microstructure à partir d'informations théoriques, les variables microstructurales étant la densité de dislocations mobiles et la densité de dislocations immobiles. Nous discuterons des différentes étapes de cette modélisation et de l'identification des paramètres du modèle pour l'acier IFHR-340. Par la suite, nous expliquerons certaines caractéristiques du comportement plastique des matériaux métalliques à structure cubique centrée, généralement observées lors des essais, à partir du modèle semi-empirique que nous proposerons dans ce travail. Nous discuterons aussi dans cette partie des difficultés liées à un tel modèle, celles-ci étant dues au grand nombre de paramètres que ce formalisme met en jeu et au couplage entre ces différents paramètres.

3- La troisième partie sera consacrée à la mise en œuvre de ce modèle dans la version explicite du code Abaqus. Pour cela, nous utiliserons le comportement du matériau sous forme de fichiers correspondant à différentes températures et vitesses de déformation pour simuler l'essai de traction dynamique et ce, dans le cadre de l'approximation adiabatique. Par



la suite, nous proposerons de comparer les prévisions que nous obtiendrons à partir de cette simulation avec les résultats de simulation du même essai utilisant le modèle de Johnson-Cook. Pour cela, nous proposerons d'implanter ce dernier modèle dans la version explicite du code au moyen du sous programme utilisateur VUMAT. Nous commencerons, donc, par un rappel de l'ensemble des relations permettant cette implantation, le critère d'écoulement utilisé étant celui de Von Mises. Nous implanterons également l'équation de conservation d'énergie, toujours, dans le cadre de l'approximation adiabatique. Cette partie nous permettra, d'une part, d'analyser la réponse en traction dynamique d'une éprouvette ayant la même géométrie et les mêmes dimensions que l'éprouvette tôle utilisée lors des essais et, d'autre part, de comparer les prévisions que nous obtiendrons à partir de l'utilisation des deux modèles.

Chapitre I :

*MECANISMES PHYSIQUES DE DEFORMATION ET LOIS  
DE COMPORTEMENT DES MATERIAUX METALLIQUES*

## Introduction

Les déformations d'une structure métallique, soumise à un état de chargement, peuvent être élastiques ou inélastiques. Ces déformations correspondent, à l'échelle microscopique, à des déplacements réversibles ou irréversibles des atomes dans le réseau cristallin. La donnée d'une fonction de charge conduit à la détermination de la frontière d'écoulement du matériau. Elle sert en plus, dans le cadre de la théorie d'écoulement, à établir un lien entre le comportement en chargement uniaxial et le comportement en chargement multiaxial. Le critère isotrope de Huber-Mises [1, 2, 3] aussi bien que les modèles de Perzyna [4], Bodner-Partom [5] et Chaboche [6] constituent des exemples qui illustrent bien ce rôle joué par les fonctions de charge dans le cadre de la théorie d'écoulement viscoplastique.

Le comportement mécanique des matériaux est généralement formulé par des relations entre la contrainte, la déformation, la vitesse de déformation et la température qui sont des variables macroscopiques accessibles à la mesure. D'autres variables physiques liées à l'état de la microstructure, accessibles ou non à la mesure, telles que la densité moyenne des dislocations, la densité de dislocations mobiles, la taille des cellules de dislocations et la taille du grain peuvent entrer en jeu dans ces formulations.

Si le comportement élastique linéaire des matériaux homogènes et isotropes est décrit de façon satisfaisante par la loi de Hooke, il n'en est pas de même pour le comportement inélastique. Plusieurs approches ont été proposées durant les dernières décennies pour écrire des relations constitutives décrivant l'écoulement plastique ou viscoplastique des matériaux métalliques. Deux grandes classes de modèles se dégagent :

- 1- les modèles empiriques qui sont les plus simples et les plus utilisés. Ces modèles reposent sur des constatations purement expérimentales et ne sont valides pour d'autres applications (analyse d'un problème de structures, calculs de dimensionnement etc...) que dans le domaine des conditions expérimentales où ils sont déterminés.
- 2- les modèles semi-empiriques qui se basent sur des constatations physiques à l'échelle microscopique. Cependant, leurs formalismes peuvent comporter des relations empiriques et les paramètres qu'ils mettent en jeu sont généralement déduits à partir d'un certain nombre d'expériences ; c'est pour ces raisons qu'ils sont dits semi-empiriques. Néanmoins, ces modèles peuvent rester applicables dans le domaine non exploré par l'expérience à condition que les mécanismes physiques sur lesquels on se base pour expliquer la déformation du matériau restent valables.

## I.1. Rappel sur les critères de plasticité

Le lien entre le comportement plastique en chargement uniaxial et celui en chargement multiaxial se fait, nous l'avons signalé ci-dessus, par le biais des fonctions de charge tels que le critère d'écoulement isotrope de Huber-Mises [1, 2, 3], les modèles de Perzyna [4], Bodner-Partom [5] et Chaboche [6] qui sont utilisés dans le cadre de la théorie de plasticité et de viscoplasticité pour des chargements bi et tridimensionnels, ou encore les fonctions de charge de Hill [7, 8, 9], de Budiansky [10] et de Ferron et coll. [11] utilisées pour l'étude des instabilités des tôles. Ces critères servent à déterminer la surface de charge dans l'espace des contraintes. L'écoulement plastique survient quand la contrainte atteint cette surface et lorsque la condition de consistance est satisfaite. L'évolution de la surface de charge est en général très complexe. Cependant, elle peut être décrite de façon simple par un écrouissage cinématique, isotrope ou mixte.

Nous discuterons brièvement dans cette partie du critère isotrope de Von Mises, les détails sont donnés dans l'annexe IV. Dans le cadre de la théorie d'écoulement et des lois de plasticité associées, la règle de normalité conduit, lorsque l'on utilise ce critère avec un écrouissage isotrope, à la relation suivante :

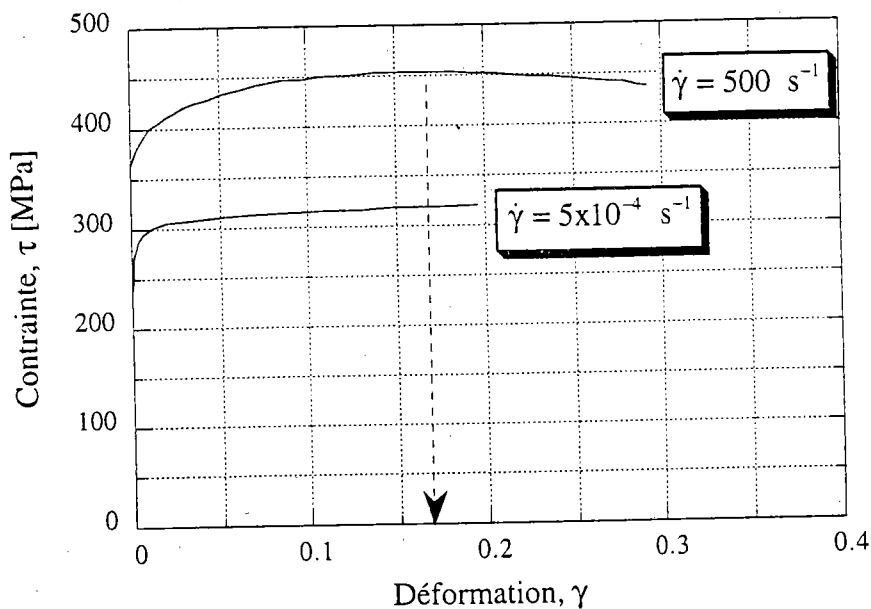
$$d\underline{\underline{\underline{\varepsilon}}}^P = \frac{3}{2} \cdot \frac{d\bar{\varepsilon}^P}{\bar{\sigma}} \underline{\underline{\underline{S}}} \quad (\text{I.1})$$

où  $d\underline{\underline{\underline{\varepsilon}}}^P$  est l'incrément du tenseur de déformations plastiques,  $\underline{\underline{\underline{S}}}$  la partie déviatrice du tenseur de contraintes,  $\bar{\sigma}$  la contrainte équivalente et  $\bar{\varepsilon}^P$  la déformation plastique équivalente cumulée. Ces deux dernières grandeurs sont associées respectivement à la contrainte qui correspond à un chargement équivalent en traction uniaxiale et à la déformation plastique suivant l'axe de la traction. Comme nous le verrons dans le chapitre IV, la relation exprimant la contrainte équivalente en fonction de la déformation plastique équivalente  $\bar{\sigma} = (\bar{\varepsilon}^P)$  est de grande importance lors d'une analyse élasto-plastique d'un problème de structures (voir les équations (AIV.13), (AIV.14) et (AIV.28) de l'annexe IV). Cette relation peut être écrite de façon empirique ou semi-empirique. Pour cela, plusieurs types d'essais mécaniques sont généralement utilisés pour caractériser le comportement du matériau. Cependant et comme nous allons le voir tout au long de ce chapitre, la contrainte  $\bar{\sigma}$  ne dépend pas que de la déformation  $\bar{\varepsilon}^P$ , mais aussi de la température et de la vitesse de déformation ainsi que d'autres variables associées à la microstructure.

## I.2. Observations expérimentales

### I.2.1. Sensibilité à la vitesse de déformation

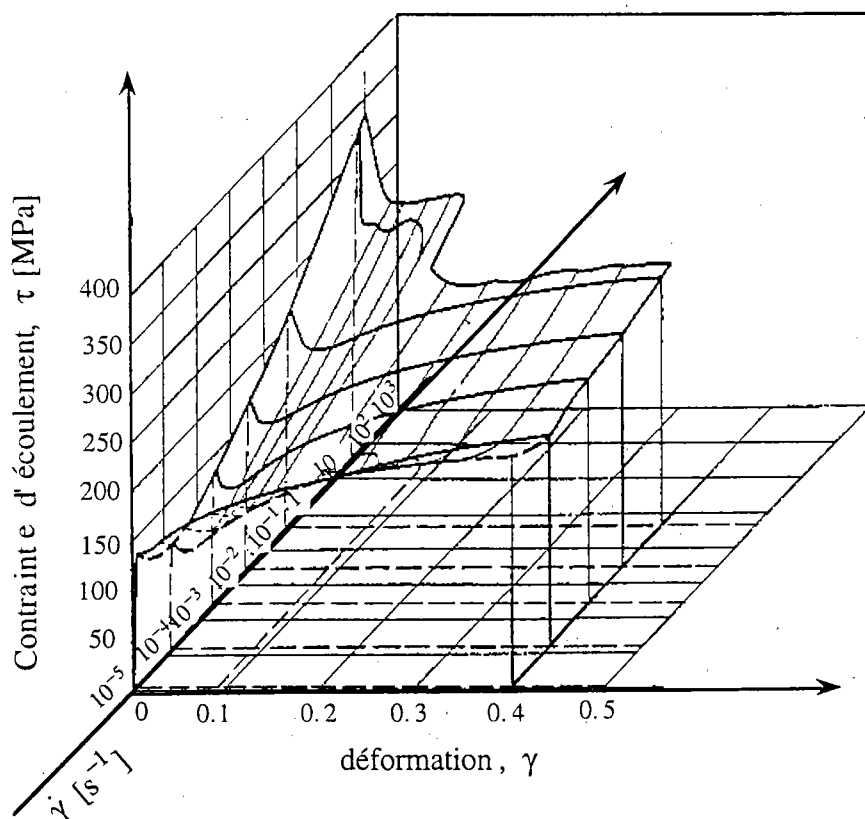
De nombreuses études expérimentales mettent en évidence la variation de la contrainte d'écoulement des matériaux métalliques avec la vitesse de déformation. Les courbes de la figure I.1 ci-dessous, représentent les résultats des essais de torsion réalisés par Costin et coll. [12], à l'aide du dispositif des barres de Kolsky, sur des échantillons tubulaires d'acier laminé à froid. Ces résultats montrent que le comportement du matériau est sensible à la vitesse de déformation. En effet, la contrainte d'écoulement croît en fonction de la vitesse pour un niveau de déformation fixé. Cette figure montre aussi que pour l'essai correspondant au chargement dynamique  $\dot{\gamma} = 500 \text{ s}^{-1}$ , la contrainte commence à diminuer à partir d'un certain niveau de déformation. Cette diminution s'explique par un adoucissement thermique dû à l'échauffement du matériau et à sa sensibilité à la température (Zener-Hollomon [13]).



*Figure I.1 : Effet de la vitesse de déformation sur le comportement d'un tube mince en acier 1018 CRS lors d'un essai de torsion, Costin et coll. [12].*

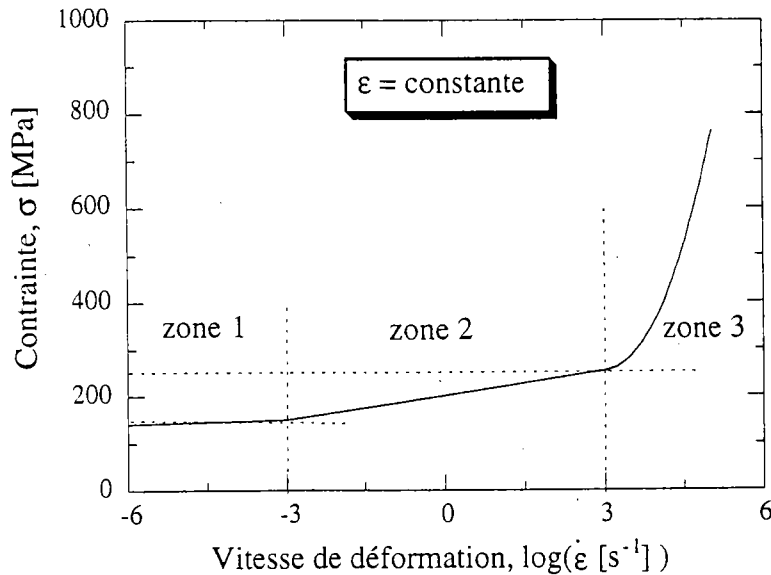
Parmi les autres études mettant en évidence l'influence de la vitesse de déformation sur la contrainte d'écoulement des métaux, citons les travaux de Zener-Hollomon [13], Klepaczko [14], Lindholm-Yeakley [15], Senseny et coll. [16], Duffy [17] et Regazzoni et Montheillet [18]. Les observations expérimentales rencontrées dans la bibliographie montrent souvent des différences entre les effets de la vitesse sur les métaux à structure cubique centrée (CC) et les métaux cubiques à faces centrées (CFC) ; la limite d'élasticité est plus influencée que la forme d'écrouissage pour les premiers, alors que c'est l'inverse pour les seconds. Aussi ces

observations indiquent que les courbes contrainte-déformation peuvent présenter dans le cas des matériaux métalliques à structure CC deux limites de contrainte, appelées limite supérieure et limite inférieure d'écoulement, avant le début de durcissement du matériau. L'apparition de ces deux limites dépend du niveau de vitesse de déformation. Sur la figure I.2 ci-dessous, sont présentés les résultats d'essais de cisaillement pur réalisés par Klepaczko [14] sur des tubes minces de fer dans une gamme de vitesse de déformation comprise entre  $10^{-5}$  et  $100 \text{ s}^{-1}$  et pour des déformations comprises entre 0 et 42%. Cette figure qui présente les résultats de ces essais sous forme de projection stéréographique de la surface  $\tau = \tau(\gamma, \dot{\gamma})$ , montre que ce matériau est très sensible à la vitesse de déformation et met en évidence les deux limites d'écoulement évoquées ci-dessus.



**Figure I.2 :** Projection stéréographique de la surface  $\tau = \tau(\gamma, \dot{\gamma})$  obtenue à partir d'essais de cisaillement pur réalisés sur des tubes minces de fer (0.05% de Carbone), Klepaczko [14].

Dans le cas des matériaux métalliques à structure CC, l'évolution de la contrainte d'écoulement en fonction de la vitesse est généralement décrite par le schéma présenté sur la figure I.3 ci-dessous. Ce schéma correspond à un niveau de déformation fixé et à une température initiale ne dépassant pas le tiers de la température de fusion  $T_m$  du métal.



**Figure I.3 :** Schéma illustrant l'influence de la vitesse de déformation sur la contrainte d'écoulement des matériaux métalliques à structure CC, Rosenfield et Hahn [19].

Cette figure montre l'existence de trois domaines de vitesse de déformation. Le premier domaine correspond à des chargements lents, la contrainte  $\sigma$  est très faiblement sensible, voire insensible à la vitesse. Cette zone est marquée par la prédominance des mécanismes de déformation athermiques. Le second correspond à un domaine dans lequel la variation de la contrainte en fonction de la vitesse est quasiment logarithmique. Dans cette zone, les mécanismes thermoactivés sont prépondérants. Le troisième domaine correspond à des chargements très rapides, la contrainte d'écoulement  $\sigma$  est très fortement influencée par la vitesse. Probablement, les mécanismes d'amortissement visqueux sont prédominants et le métal se comporte comme un fluide visqueux dans cette dernière zone. Nous essayerons d'expliquer ces observations quand nous aborderons les mécanismes physiques de déformation.

Dans le cas de traction-compression, la sensibilité à la vitesse de déformation s'exprime dans les zones (1) et (2) de la figure I.2 par l'une des deux expressions suivantes :

$$\beta_{\sigma} = \left[ \frac{\partial \sigma}{\partial \log(\dot{\epsilon})} \right]_{\epsilon, T} \quad \text{ou} \quad m_{\sigma} = \left[ \frac{\partial \log(\sigma)}{\partial \log(\dot{\epsilon})} \right]_{\epsilon, T} \quad (\text{I.2-i})$$

Dans le cas de cisaillement pur, elle s'exprime par :

$$\beta_{\tau} = \left[ \frac{\partial \tau}{\partial \log(\dot{\gamma})} \right]_{\gamma, T} \quad \text{ou} \quad m_{\tau} = \left[ \frac{\partial \log(\tau)}{\partial \log(\dot{\gamma})} \right]_{\gamma, T} \quad (\text{I.2-ii})$$

Dans la zone (3), la sensibilité à la vitesse de déformation s'écrit dans le cas de traction-compression :

$$\eta_{\sigma} = \left[ \frac{\partial \sigma}{\partial \dot{\epsilon}} \right]_{\epsilon, T} \quad (\text{I.3-i})$$

Dans le cas de cisaillement pur, elle s'exprime par :

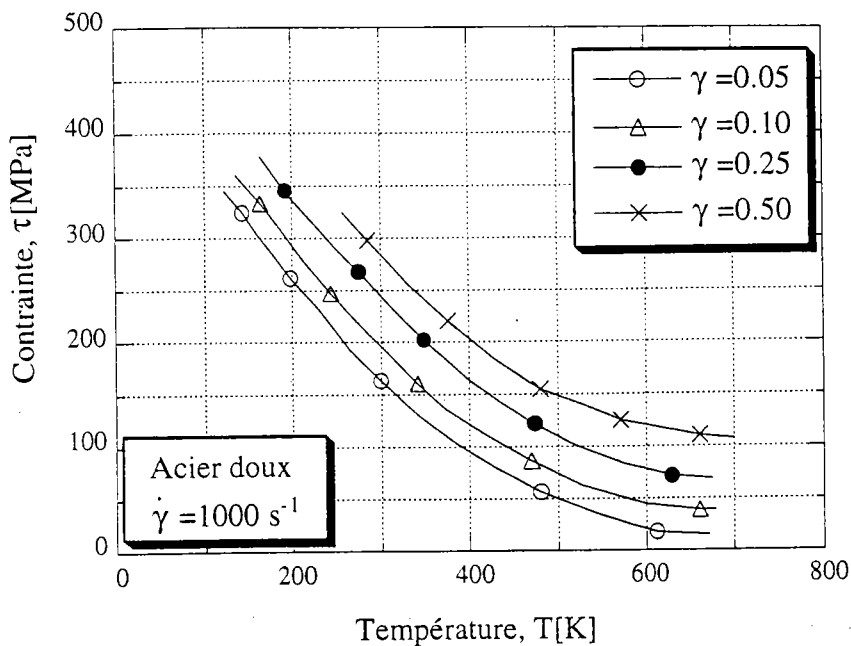
$$\eta_{\tau} = \left[ \frac{\partial \tau}{\partial \dot{\gamma}} \right]_{\gamma, T} \quad (\text{I.3-ii})$$

Le coefficient  $\eta$  correspond dans cette zone de vitesse à la viscosité du matériau.

### I.2.2. Sensibilité à la température

Une grande partie de l'énergie de déformation plastique d'une structure métallique soumise à un état de chargement donné, se dissipe sous forme d'énergie thermique. Il peut en résulter de très fortes élévations locales de la température et, par conséquent, une diminution de la résistance du matériau. En effet, plusieurs travaux montrent une sensibilité de la contrainte d'écoulement à la température (Zener-Hollomon [13], Eleiche-Campbell [20], Eleiche-Duffy [21], Chiem-Klepaczko [22] entre autres). Les courbes de la figure I.4 ci-dessous représentent les résultats des essais de torsion réalisés à une vitesse de déformation de  $10^3 \text{ s}^{-1}$  par Eleiche et Campbell sur un acier doux. Ces résultats montrent que la contrainte d'écoulement est sensible à la température. Cette sensibilité qui est due à l'évolution de la microstructure avec la température, dépend de la nature des mécanismes de déformation.





**Figure I.4 :** Effet de la température sur le comportement d'un acier doux chargé à une grande vitesse, Eleiche-Campbell [20].

Dans le cas de traction-compression, la sensibilité à la température est quantifiée par :

$$v_{\sigma} = \left[ \frac{\partial \sigma}{\partial T} \right]_{\epsilon, \dot{\epsilon}} \quad (\text{I.4-i})$$

Dans le cas de cisaillement pur, elle s'exprime par :

$$v_{\gamma} = \left[ \frac{\partial \tau}{\partial T} \right]_{\gamma, \dot{\gamma}} \quad (\text{I.4-ii})$$

Toutes ces observations montrent l'influence de la température et de la vitesse de déformation sur le comportement plastique des matériaux métalliques. De même, on définit un coefficient d'écrouissage du matériau par :

$$\theta_{\sigma} = \left[ \frac{\partial \sigma}{\partial \epsilon} \right]_{\dot{\epsilon}, T} \quad \text{ou} \quad \zeta_{\sigma} = \left[ \frac{\partial \log(\sigma)}{\partial \log(\epsilon)} \right]_{\dot{\epsilon}, T} \quad (\text{I.5-i})$$

$$\theta_{\tau} = \left[ \frac{\partial \tau}{\partial \gamma} \right]_{\dot{\gamma}, T} \quad \text{ou} \quad \zeta_{\tau} = \left[ \frac{\partial \log(\tau)}{\partial \log(\gamma)} \right]_{\dot{\gamma}, T} \quad (\text{I.5-ii})$$

Comme nous le verrons par la suite, les mécanismes physiques qui régissent la déformation plastique des matériaux métalliques changent selon les domaines de température et de vitesse de déformation. On fixe souvent des ordres de grandeur pour désigner les limites de ces domaines. Cependant, celles-ci dépendent du matériau en question et de l'histoire de ses changements microstructuraux. Les ordres de grandeur fixés ne sont, donc, donnés qu'à titre indicatif et il faudra les prendre avec précaution.

Par la suite, nous qualifions une vitesse de déformation  $\dot{\epsilon}$  par les termes faible, intermédiaire, élevée, très élevée ou extrêmement élevée respectivement si  $\dot{\epsilon} \leq 10^{-1}$ ,  $10^{-1} \leq \dot{\epsilon} \leq 10^2$ ,  $10^2 \leq \dot{\epsilon} \leq 5 \cdot 10^3$ ,  $5 \cdot 10^3 \leq \dot{\epsilon} \leq 10^5$  ou  $10^5 \leq \dot{\epsilon}$ .

### I.2.3. Influence du trajet de chargement

Plusieurs essais réalisés avec des sauts de vitesse ou de température montrent l'effet du trajet de chargement sur le comportement plastique des matériaux métalliques. Sur la figure I.5 ci-dessous, nous présentons les résultats des essais réalisés par Klepaczko et Duffy [23] sur un acier laminé à chaud AISI 1020. Ces essais sont réalisés au moyen d'un dispositif de torsion basé sur la technique des barres de Kolsky. Cette figure montre d'une part, les courbes contrainte-déformation à vitesse constante pour deux valeurs  $\dot{\gamma}_i = 5 \cdot 10^{-4}$  et  $\dot{\gamma}_f = 1 \cdot 10^3$  et, d'autre part, les courbes correspondant aux essais avec saut de vitesse de  $\dot{\gamma}_i$  à  $\dot{\gamma}_f$ . On remarque qu'après un changement de vitesse, les niveaux de contrainte (ces niveaux sont indiqués par la courbe intermédiaire) dépassent à partir d'une certaine valeur de déformation les niveaux correspondant au test réalisé à vitesse constante  $\dot{\gamma}_f$ .

Pour montrer les différences entre les effets de saut de vitesse sur le comportement des métaux CC et CFC, nous présentons les résultats relatifs aux essais réalisés par Campbell et coll. [24] sur du cuivre polycristallin (figure I.6). Ces essais sont réalisés au moyen d'un dispositif de torsion basé sur la technique des barres de Kolsky. Cette fois-ci, nous remarquons que les niveaux de contrainte indiqués par la courbe intermédiaire sont en dessous de ceux correspondant au test réalisé à vitesse constante  $\dot{\gamma}_f$ . Aussi nous remarquons que dans les deux cas, la courbe intermédiaire tend à rejoindre progressivement la courbe qui correspond au test réalisé à vitesse constante  $\dot{\gamma}_f$ .

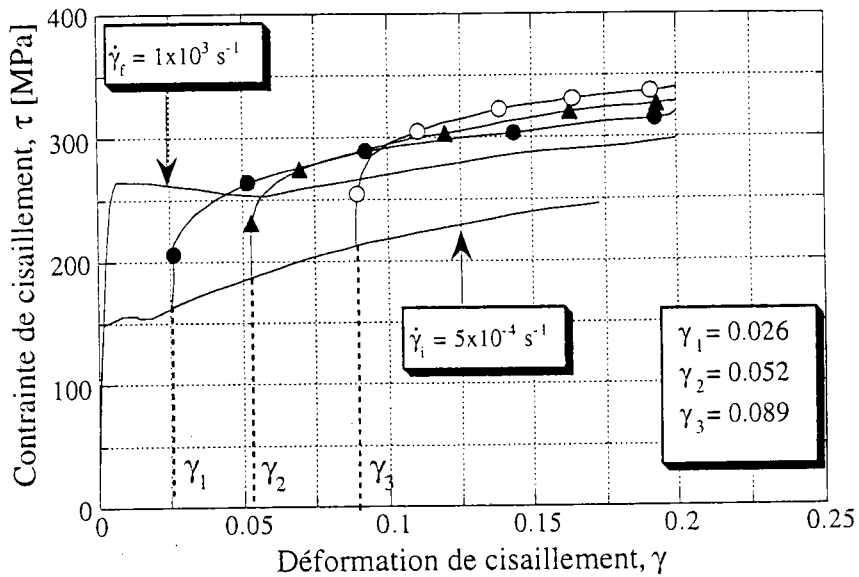


Figure I.5 : Résultats d'essais de saut de vitesse réalisés sur un acier laminé à chaud AISI 1020, Klepaczko et Duffy [23].

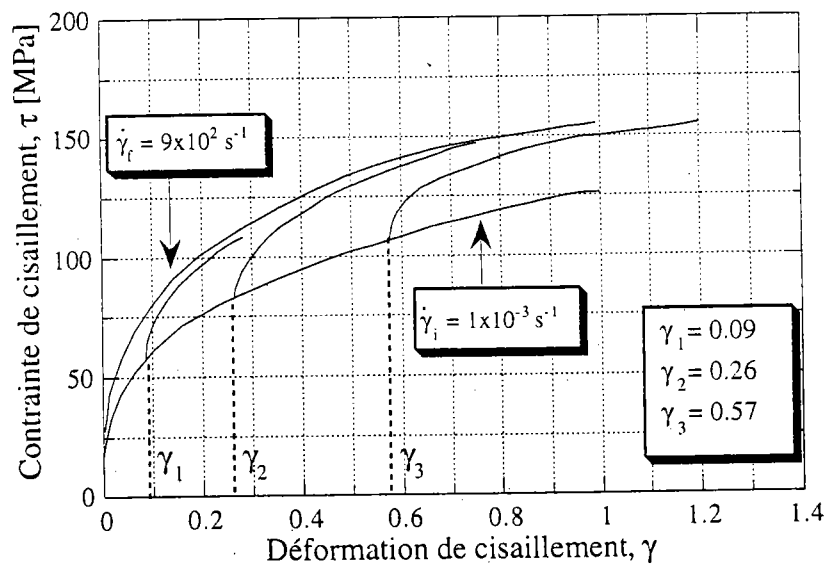


Figure I.6 : Résultats d'essais de saut de vitesse réalisés sur du cuivre polycristallin, Campbell et coll. [24].

Des essais de torsion avec saut de vitesse réalisés par Zenasni et Klepaczko [25] sur du cuivre polycristallin, ont conduit à des résultats analogues à ceux présentés sur la figure I.6. Sans revenir à tous les travaux réalisés dans ce domaine, nous résumons la situation par les figures I.7 et I.8 ci-dessous (Klepaczko [26] et Klepaczko-Duffy [23]). La figure I.7 schématise les résultats des essais de saut de vitesse et de température pour les métaux CFC. Sur la partie (a) de cette figure, on représente les courbes contrainte-déformation du métal pour deux vitesses  $\dot{\epsilon}_i$  et  $\dot{\epsilon}_f$ , la température étant la même pour les deux chargements. La courbe intermédiaire représente la réponse du métal après un changement de vitesse à un certain niveau de

déformation  $\varepsilon_i$ , la vitesse initiale étant  $\dot{\varepsilon}_i$ . On remarque que cette courbe ne rejoint pas instantanément celle qui correspond à la vitesse  $\dot{\varepsilon}_f$  ; après une réponse instantanée représentée par la quantité  $\Delta\sigma_s$ , la courbe intermédiaire tend progressivement vers la courbe correspondant à la vitesse  $\dot{\varepsilon}_f$ . L'effet de l'histoire de chargement est représenté par la quantité  $\Delta\sigma_h$ . On fait les mêmes constatations sur la partie (b) de la figure I.7 où il s'agit d'un schéma des essais avec saut de température.

La figure I.8 schématise les essais de saut de vitesse et de température pour les métaux CC. La courbe qui représente la réponse du métal après un changement de vitesse ou de température, dépasse cette fois-ci la courbe représentant l'essai à vitesse constante  $\dot{\varepsilon}_f$  ou à température constante  $T_f$  ; c'est l'une des différences entre le comportement des matériaux métalliques à structure CC et celui des matériaux à structure CFC.

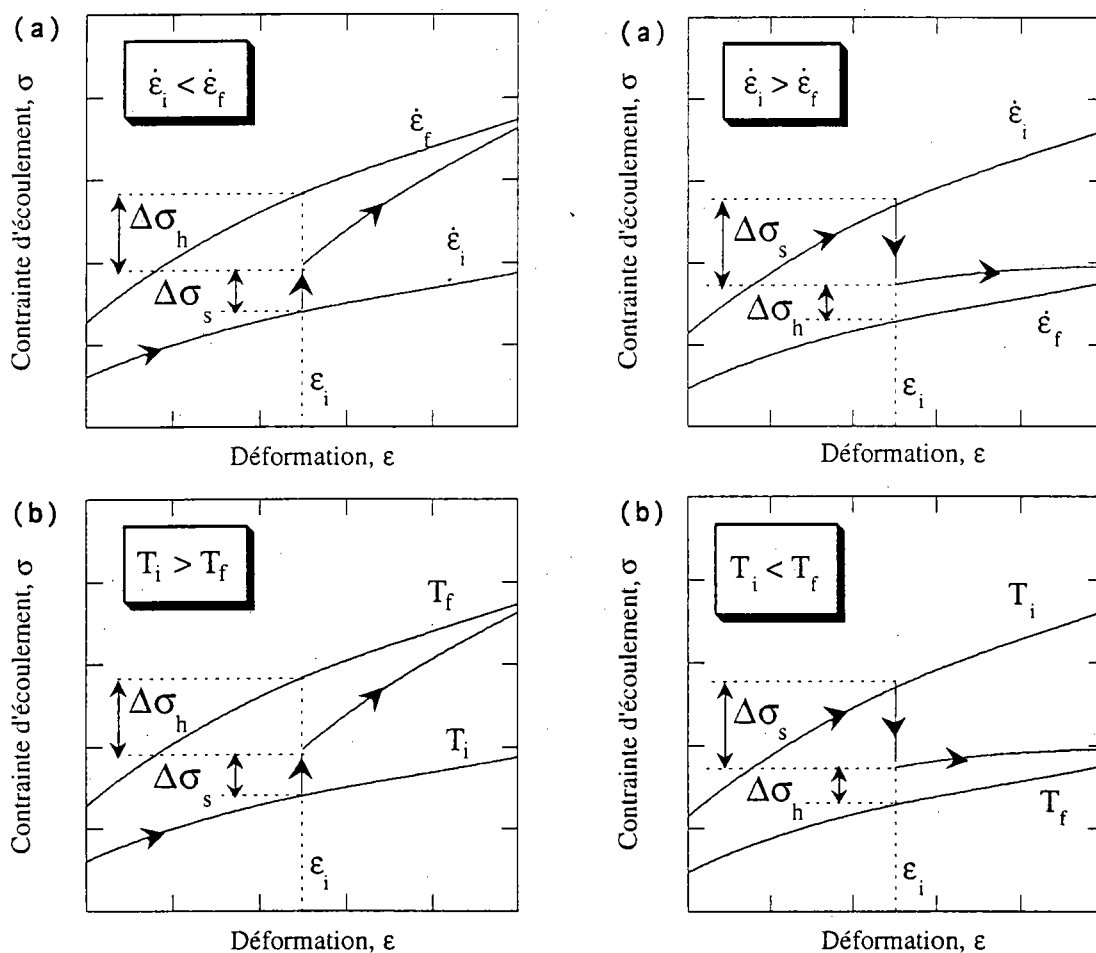


Figure I.7 : Schémas représentatifs de l'effet du trajet de chargement sur le comportement des métaux CFC, Klepaczko [26].

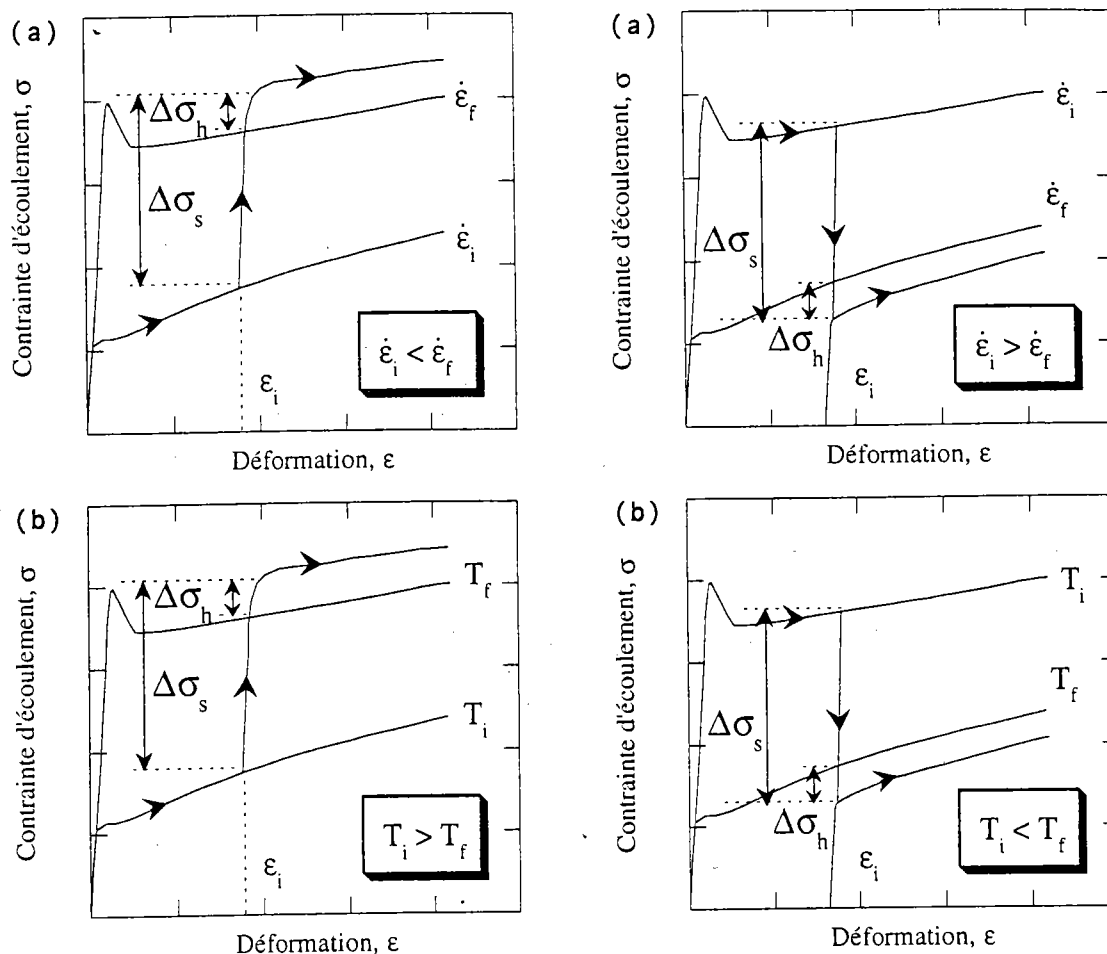


Figure I.8 : Schémas représentatifs de l'effet du trajet de chargement sur le comportement des métaux CC, Klepaczko et Duffy [23].

Ces observations montrent l'influence du trajet de chargement, et donc des changements microstructuraux sur le comportement du matériau. La réponse instantanée  $\Delta\sigma_s$  correspond à une microstructure quasi-constante alors que celle différée  $\Delta\sigma_h$  correspond aux changements de cette microstructure au cours de la déformation. Nous discuterons en détail, dans le cadre du chapitre III, du rôle que joue l'évolution de la microstructure lors de la déformation plastique des matériaux métalliques à structure CC. Aussi nous discuterons dans le même chapitre, de l'influence de l'histoire de la microstructure sur l'écroutissage du matériau.

De point de vue physique, les déformations plastiques des matériaux métalliques sont dues aux interactions entre les différents défauts présents dans le réseau cristallin. La schématisation d'un cristal parfait sans défaut ne peut rendre compte que des déformations élastiques, qui résultent des variations réversibles des distances interatomiques nécessaires pour équilibrer les sollicitations extérieures. Les dislocations font partie des défauts les plus importants jouant un rôle déterminant lors de la déformation plastique des matériaux métalliques. Pour cette raison,

nous rappelons dans la partie suivante l'essentiel de la théorie des dislocations et des mécanismes physiques qui contrôlent la déformation plastique dans les structures cristallines.

### I.3. Dislocations et mécanismes physiques de déformation

#### I.3.1. Notion de dislocation

Dans le but d'interpréter théoriquement les glissements des plans cristallins lors de la déformation plastique des métaux, le concept de dislocation a été introduit pour la première fois en 1934 par Taylor [27], Orowan [28] et Polanyi [29]. Mais l'idée existait bien avant, dès 1907 Volterra [30] avait évoqué pour la même raison des discontinuités élastiques linéaires qu'il avait appelé distorsions, celles-ci allant prendre plus tard le nom de dislocations. Plusieurs travaux ont contribué à la mise en évidence de ces dislocations pour créditer les idées de Taylor, Orowan et Polanyi. Mais ce n'est qu'en 1956 que Bollmann [31] et Hirsch et coll. [32], ont pu observer celles-ci à l'aide du microscope électronique.

Une dislocation avait été schématisée théoriquement par Volterra [30] comme étant une singularité élastique résultant du processus suivant : on découpe un métal suivant une surface limitée par une ligne fermée tracée au début. On sépare les deux lèvres de la coupure et on remplit de matière l'espace vide créé entre celles-ci. On recolle le matériau le long des deux lèvres et on supprime les forces extérieures appliquées pour créer le processus. Il subsiste le long de la ligne une singularité élastique. Celle-ci, appelée plus tard dislocation, est un défaut linéique. Physiquement, c'est une perturbation locale de l'arrangement des atomes qui résulte d'un défaut d'empilement dans le cristal réel.

Une dislocation se déplace par une succession de translations rectilignes élémentaires identiques dont le vecteur, noté  $\vec{b}$ , est appelé vecteur de Burgers [33]. Deux cas particuliers de dislocations rectilignes sont intéressants, ce sont les dislocations coins et vis : une dislocation est dite coin si son vecteur de Burgers est perpendiculaire au vecteur unitaire tangent à sa ligne. Elle est dite vis si ces deux vecteurs sont parallèles. Une dislocation non rectiligne peut évidemment avoir un caractère mixte, i.e. coin en un point et vis en un autre.

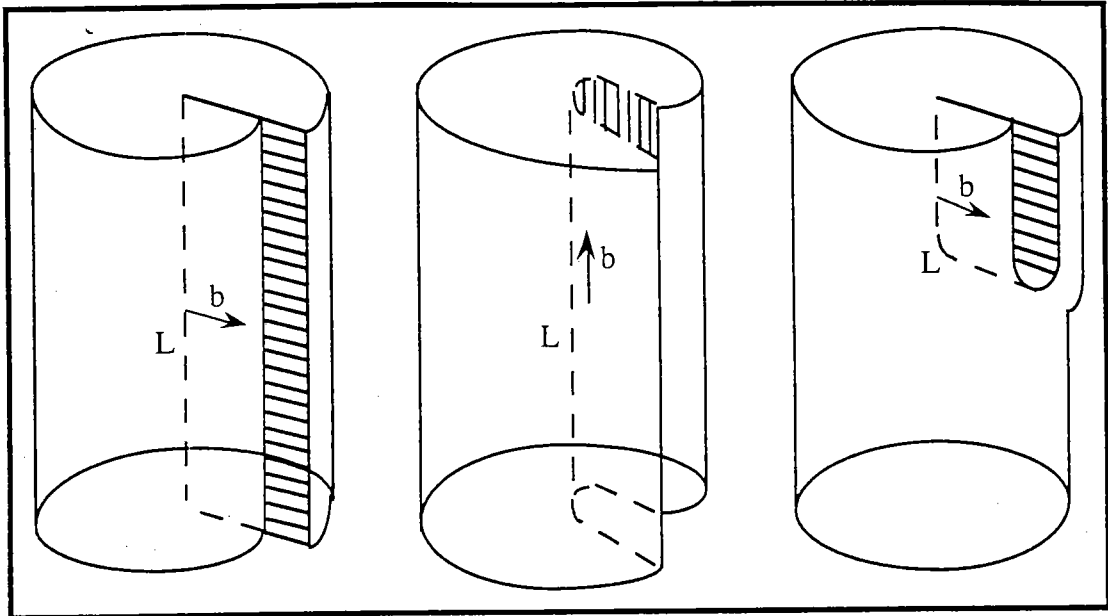
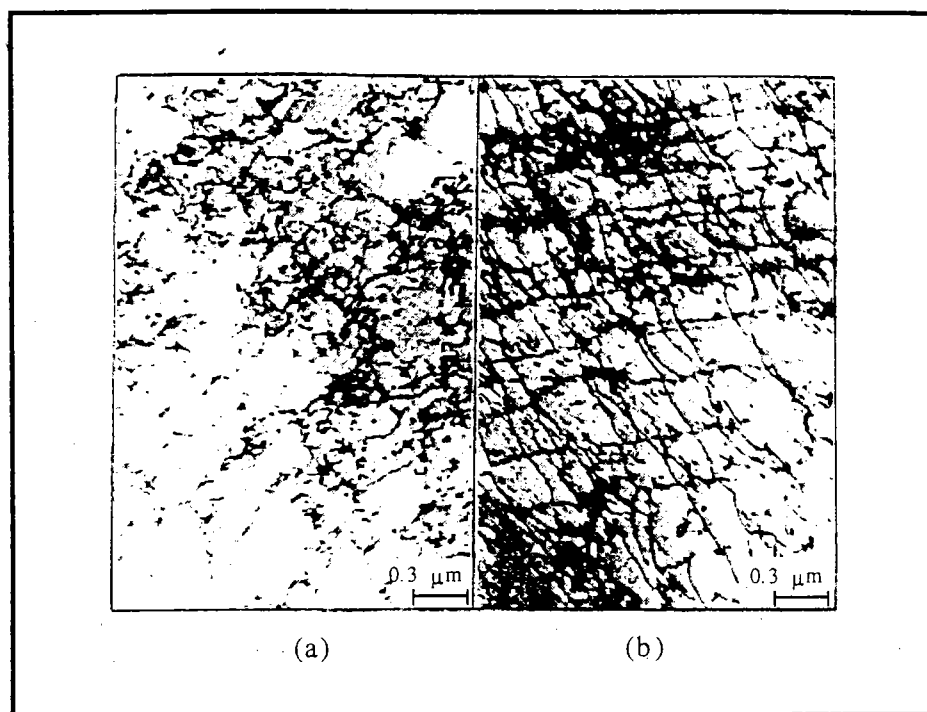


Figure I.9 : Schématisation des dislocations coin, vis et mixte, Friedel [34].

### I.3.2. Observations microscopiques

Lorsque plusieurs centaines de dislocations parviennent à la surface d'un cristal, elles créent des marches assez importantes et peuvent donc être observées à l'aide d'un microscope électronique. Elles sont visibles sous forme de traînées noires. Des études basées sur la microscopie électronique à transmission et l'analyse aux rayons X ont été réalisées par Burgahn et coll. [35] sur un acier XC45 initialement dans un état standard, pour caractériser l'influence de la vitesse de déformation et de la température sur la microstructure au cours de la déformation plastique. La figure suivante montre les structures de dislocations observées par ces auteurs à un niveau de déformation plastique  $\epsilon_p = 5\%$ , à l'aide du microscope électronique à transmission, après des essais de compression quasi-statique ( $\dot{\epsilon} = 3 \times 10^{-3} \text{ s}^{-1}$ , figure I.10-a) et dynamique ( $\dot{\epsilon} = 10^3 \text{ s}^{-1}$ , figure I.10-b) réalisés à une température  $T = 293 \text{ K}$ .



**Figure I.10 :** Structures de dislocations observées par microscopie électronique à transmission sur un acier XC45 après des essais de compression, Burgahn et coll. [35].  
*a :* Structures de dislocations observées après un essai quasi-statique ( $\dot{\epsilon} = 3 \times 10^{-3} \text{ s}^{-1}$ )  
*b :* Structures de dislocations observées après un essai dynamique ( $\dot{\epsilon} = 10^3 \text{ s}^{-1}$ )

Cette figure montre des variations caractéristiques du réseau de dislocations, lorsque la vitesse de chargement augmente.

Le nombre de dislocations dans un métal est caractérisé par une grandeur appelée densité de dislocations ; c'est leur nombre  $N$  par unité de surface  $S$  ou encore leur longueur cumulée  $\sum L$  par unité de volume  $V$ . Cette densité, que l'on exprime en  $\text{cm}^{-2}$ , est généralement mesurée à partir des analyses d'observations par microscopie électronique ou encore à partir d'études basées sur la diffraction des rayons X, Burgahn et coll. [35] et Ostwaldt et coll. [36].

### I.3.3. Mouvements de dislocations dans les structures cristallines

A l'échelle microscopique, les déformations plastiques dans les structures cristallines correspondent aux déplacements relatifs d'atomes stables, après relâchement des sollicitations extérieures. Aux basses températures, les plans les plus denses en atomes subissent des glissements par cisaillement dans la direction de la contrainte tangentielle maximale. Ces glissements sont associés à une mobilité de dislocations qui peut correspondre dans le cas des températures élevées à des mécanismes de glissement dévié ou de montée. On peut donc qualifier les dislocations de porteuses de la déformation plastique.



Lorsqu'une boucle de dislocation se développe, son plan de glissement (plan défini par son vecteur de Burgers et par le vecteur unitaire tangent à sa ligne) peut dévier sur un autre plan pour éviter un éventuel obstacle ; c'est ce qu'on appelle glissement dévié. Par ailleurs une dislocation coin peut se déplacer normalement à son plan de glissement avec un transport de matière, on dit alors que la dislocation a monté d'un espace interatomique ; c'est le déplacement par montée.

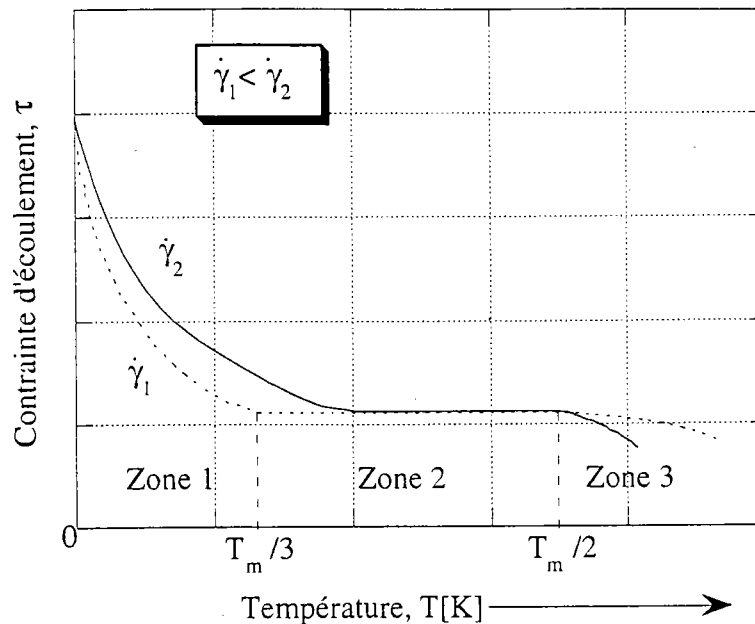
A l'échelle atomique, une dislocation est confrontée à un ensemble d'obstacles qui s'opposent à son déplacement. Elle se trouve soumise en présence d'un champ de contraintes extérieures, en plus de la cission interne qui provient de la résistance imposée par ces obstacles, à une cission d'origine externe. Lorsque les valeurs de ces deux cissions deviennent égales, les dislocations peuvent se déplacer et la déformation plastique commence. La cission moyenne nécessaire pour activer les dislocations, que l'on note  $\tau_R$ , est appelée contrainte résolue de cisaillement. Elle est reliée à la contrainte d'écoulement en cisaillement  $\tau$  ou en traction-compression  $\sigma$  par les formules d'homogénéisation de Taylor, qui s'écrivent :

$$\begin{aligned}\tau &= F_\tau \cdot \tau_R \\ \sigma &= F_\sigma \cdot \tau_R\end{aligned}\tag{I.6}$$

$F_\tau$  et  $F_\sigma$  étant des coefficients d'homogénéisation.

### I.3.4. Mécanismes physiques de déformation

Plusieurs mécanismes peuvent assister les dislocations afin de surmonter les obstacles s'opposant à leurs déplacements dans le réseau cristallin, et sont donc responsables des déformations permanentes. Ces mécanismes dépendent de la nature du matériau, de son énergie interne, de l'état de la microstructure et des conditions de chargement (vitesse de déformation et température). Pour des vitesses de déformation,  $\dot{\epsilon}$ , n'excédant pas  $5 \cdot 10^3 \text{ s}^{-1}$ , la variation de la contrainte d'écoulement des métaux en fonction de la température à un niveau de déformation fixé, est généralement schématisée par la figure ci-dessous.



**Figure I.11 :** Schéma illustrant la variation de la contrainte d'écoulement des métaux avec la température, Rosenfield et Hahn [19].

Cette figure montre l'existence de trois zones différentes.

1- Dans la première zone, la contrainte diminue fortement avec la température : la déformation y est attribuée aux mécanismes thermoactivés, ce qui explique la diminution du niveau de contrainte lorsque l'on augmente la température. En effet, l'agitation des atomes apporte de l'énergie thermique aux dislocations. Il en résulte une diminution de l'énergie mécanique nécessaire à celles-ci pour surmonter ces obstacles, et donc une diminution de la contrainte appliquée.

2- Dans la deuxième zone, on remarque un plateau athermique : la contrainte  $\sigma$  est très faiblement influencée par la température. Dans cette zone, la déformation est régie par les obstacles non localisés, qui ne sont pas influencés par l'agitation thermique. L'énergie nécessaire au franchissement de ces obstacles par une dislocation est donc entièrement fournie par le travail de la contrainte appliquée. Ce qui explique le fait que dans cette zone le métal est très faiblement sensible à la température.

Dans ces deux zones, les déformations sont essentiellement régies par les glissements des dislocations vis.

3- Dans la troisième zone, le matériau présente de nouveau une sensibilité à la température. L'énergie thermique peut contribuer à la mobilité ou à la création d'autres défauts, ce qui

entraîne différents mécanismes de déformation (fluage contrôlé par diffusion de lacunes, de joints de grains ou d'atomes etc...). Dans cette zone où la température est très élevée, la cission tangentielle dans le plan de glissement n'est plus la seule composante active de la contrainte appliquée. Sa composante normale au plan de glissement ainsi que ses composantes dans d'autres plans de déviation possibles peuvent devenir actives. On assiste donc dans cette zone, à des mécanismes de fluage et à des déplacements possibles par glissement dévié de dislocations vis et par montée de dislocations coins.

Reprenons maintenant la figure I.3 qui schématise la variation de la contrainte d'écoulement en fonction de la vitesse de déformation.

1- Dans la première zone, ce sont les obstacles non localisés qui contrôlent la déformation. La résistance de ces obstacles au mouvement d'une dislocation ne dépend pas de sa vitesse de déplacement, ce qui entraîne une insensibilité de la contrainte d'écoulement à la vitesse de déformation.

2- Dans la deuxième zone, la déformation est régie par les obstacles thermoactivés. La vitesse de déplacement d'une dislocation dépend de l'importance de l'activation thermique, ce qui explique la sensibilité de la contrainte vis à vis la vitesse de déformation. Nous allons voir la forme de cette dépendance quand nous aborderons la théorie de l'activation thermique.

3- Dans la troisième zone qui est marquée par une très forte influence de la vitesse sur la contrainte d'écoulement, la déformation est probablement régie par des mécanismes d'amortissement visqueux. Les dislocations dans les structures CC sont soumises, en plus des forces de friction liées à la résistance des obstacles, à des forces de nature visqueuse, qui jouent un rôle primordial lors de la déformation des métaux en régime très rapide. Plusieurs modèles partent de l'hypothèse d'un amortissement visqueux linéaire à l'échelle microscopique et aboutissent à des lois constitutives semblables à celles décrivant le comportement des fluides visqueux Newtoniens. Cette viscosité est due à une dissipation de l'énergie des dislocations par émission phonique et par interactions avec les gaz d'électrons et de phonons.

On sait que dans les métaux, la célérité des ondes élastiques de cisaillement limite supérieurement la vitesse de glissement des dislocations vis. Lors d'un chargement extrêmement rapide permettant à ces dislocations d'atteindre des vitesses considérables, en comparaison avec cette célérité, apparaissent des effets analogues à ceux de la relativité restreinte. Notons qu'une analyse théorique de ces effets relativistes avait été faite par Weertman [37].

Les mécanismes de déformation des métaux dépendent donc de la nature du matériau, de son énergie interne, de l'état de la microstructure et du domaine de la température et de la vitesse. Cependant, les essais macroscopiques sont insuffisants pour parvenir à une identification sûre et complète de ces mécanismes. Ces essais permettent de déterminer l'évolution des variables macroscopiques, mais ne rendent pas compte de l'évolution de la microstructure. Les expériences macroscopiques doivent être accompagnées d'observations microscopiques pour déterminer l'état des dislocations et des autres défauts dans le réseau cristallin. De plus, les résultats de ces observations doivent être corrélés aux prédictions des modèles théoriques. Une représentation synthétique de ces idées est donnée par les cartes de déformation proposées par Frost et Ashby [38]. Ces cartes classent les mécanismes de déformation susceptibles d'entrer en jeu pour un métal donné, selon les domaines de la température et de la vitesse. Un exemple de ces cartes est présenté par la figure suivante :

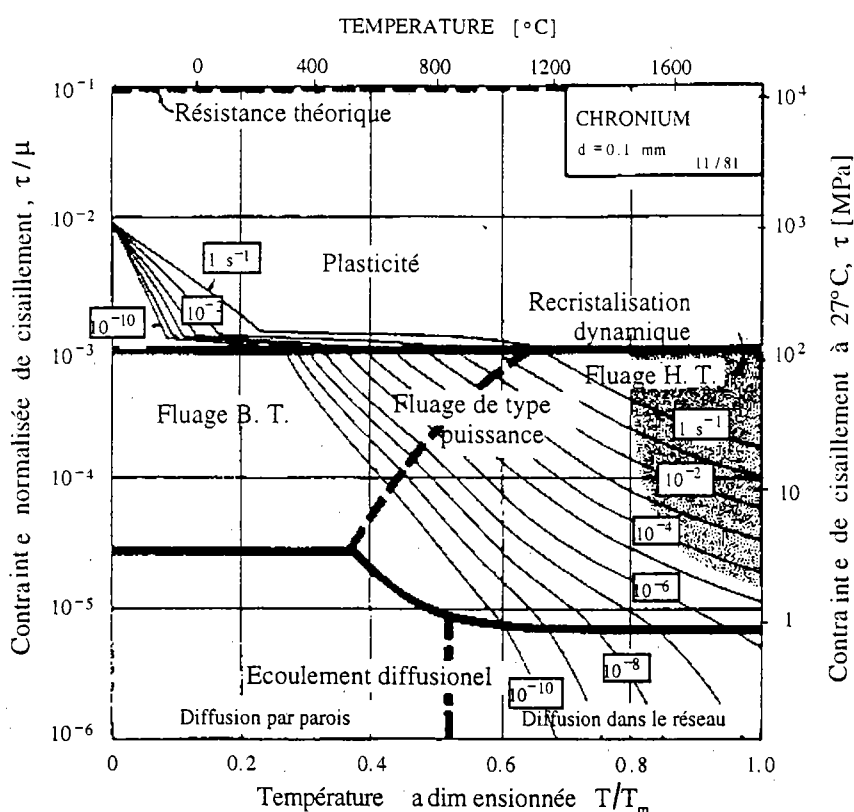


Figure I.12 : Carte de déformation du chrome ; diamètre du grain de l'ordre de  $100 \mu\text{m}$ , Frost et Ashby [38].

Nous allons voir dans la partie suivante que dans le domaine de l'activation thermique, les essais différentiels de saut de vitesse et de température peuvent donner, au moyen de la détermination de l'enthalpie et du volume d'activation, des indications sur les mécanismes de déformation mis en jeu.

En résumé, les mécanismes physiques de déformation dans les réseaux cristallins sont classés selon les domaines de température et de vitesse en quatre grandes catégories :

- 1- les mécanismes athermiques.
- 2- les mécanismes thermoactivés.
- 3- les mécanismes de fluage contrôlé par la diffusion.
- 4- les mécanismes d'amortissement visqueux.

Par la suite, nous nous limiterons au comportement des métaux CC dans le domaine de température n'excédant pas le tiers de la température de fusion du métal et dans le domaine de vitesse de déformation où les effets d'amortissement visqueux sont négligeables.

## I.4. Théorie de l'activation thermique

### I.4.1. Equation d'état régissant le franchissement d'un obstacle localisé

Lorsqu'une dislocation est en interaction avec un obstacle thermoactivé, sa vitesse est déterminée par le temps caractéristique qu'elle met pour franchir cet obstacle. On montre, dans le cadre de la théorie de l'activation thermique, que la vitesse moyenne  $\bar{v}$  de déplacement d'un ensemble de dislocations en interaction avec un obstacle localisé suit une loi de distribution statistique de type Boltzmann (d'après Conrad [39]) :

$$\bar{v} = \bar{v}_0 \cdot \exp\left(\frac{-\Delta G(\tau^*, T)}{k \cdot T}\right) \quad (I.7)$$

où le facteur pré-exponentiel  $\bar{v}_0$  est lié à la fréquence fondamentale d'oscillations du segment de dislocation impliqué par l'activation, alors que le terme  $\exp\left(\frac{-\Delta G}{kT}\right)$  est lié à la probabilité, au sens de Boltzmann, du franchissement de la barrière d'énergie  $\Delta G$  par ce segment. Le facteur  $\bar{v}_0$  s'écrit :

$$\bar{v}_0 = \frac{bA^*}{l^2} \cdot \nu_D \quad (I.8)$$

$l$  étant la longueur du segment de dislocation impliqué par l'activation,  $k$  la constante de Boltzmann,  $\nu_D$  la fréquence de Debye dont la valeur est  $10^{13} \text{ s}^{-1}$  et  $A^*$  l'aire balayée par la dislocation au cours de l'activation thermique.

Considérons une dislocation en interaction avec un obstacle localisé imposant un seuil d'énergie  $G(T)$ . L'énergie thermique  $\Delta G$  produite par l'agitation des atomes dans le réseau cristallin et transmise à la dislocation lors du franchissement de cet obstacle, est appelée énergie libre d'activation. Elle dépend de la température  $T$  et de la contrainte effective  $\tau^*$ , celle-ci représente la partie de la contrainte appliquée, qui contribue à l'activation de l'obstacle. Les deux quantités d'énergie  $G(T)$  et  $\Delta G$  sont liées par l'équation suivante,  $V^*$  étant le volume d'activation :

$$\Delta G(\tau^*, T) = G(T) - \int_0^{\tau^*} V^*(\xi) d\xi \quad (\text{I.9})$$

Soit  $\tau_m^*(T)$  la contrainte intrinsèque imposée par l'obstacle, il s'agit typiquement de la contrainte de Peierls-Nabarro dans le cas des réseaux CC ou de la contrainte imposée par les forêts de dislocations dans le cas des réseaux CFC. Les deux quantités d'énergie  $G(T)$  et  $\Delta G(\tau^*, T)$  s'écrivent :

$$G(T) = \int_0^{\tau_m^*} V^*(\xi) d\xi \quad \text{et} \quad \Delta G = \int_{\tau^*}^{\tau_m^*} V^*(\xi) d\xi \quad (\text{I.10})$$

Plusieurs auteurs tels que Ono [40] et Kocks et coll. [41] se sont intéressés au profil d'une dislocation dans un champ de potentiel. Il ressort de leurs études que l'énergie libre d'activation  $\Delta G$  s'écrit en fonction de la contrainte effective  $\tau^*$  et de la température  $T$  sous la forme suivante :

$$\Delta G(\tau^*, T) = G(T) \cdot \left[ 1 - \left( \frac{\tau^*}{\tau_m^*(T)} \right)^p \right]^q \quad (\text{I.11})$$

où les coefficients  $p$  et  $q$  caractérisent la géométrie de l'obstacle à franchir. Pour que ces deux paramètres aient une signification physique, leurs valeurs doivent être comprises dans les intervalles  $0 < p \leq 1$  et  $1 \leq q \leq 2$ , [41].

La vitesse de déformation plastique résultant du mouvement d'un ensemble de dislocations mobiles de densité  $\rho_m$  animées d'une vitesse moyenne de déplacement  $\bar{v}$ , est donnée par la relation d'Orowan [42] :

$$\dot{\gamma}_p = \rho_m \cdot b \cdot \bar{v} \quad (\text{I.12})$$

En combinant les deux relations (I.7), (I.8) et (I.12), on obtient l'équation suivante :

$$\dot{\gamma}_p = \dot{\gamma}_0 \cdot \exp\left(\frac{-\Delta G(\tau^*, T)}{k \cdot T}\right) \quad (\text{I.13})$$

où le terme pré-exponentiel  $\dot{\gamma}_0$  est donné par :

$$\begin{cases} \dot{\gamma}_0 = \rho_m \cdot n \cdot v_D \cdot b^2 \\ n = \frac{A^*}{l^2} \end{cases} \quad (\text{I.14})$$

$n$  étant un coefficient qui caractérise la géométrie de la dislocation et de l'obstacle dans le cas des vallées de Peierls.

La relation (I.13) représente une équation d'état qui régit le franchissement thermoactivé d'un obstacle localisé. En règle générale, tout processus thermoactivé suit à une loi de cette forme ; c'est l'équation d'Arrhénius. La microstructure intervient dans cette équation par le biais de la densité de dislocations mobiles  $\rho_m$ .

Signalons que si la vitesse de déformation est trop élevée, le temps caractéristique que met une dislocation pour franchir un obstacle thermoactivé devient très important par rapport au temps qui lui est nécessaire pour passer entre deux obstacles. Par conséquent sa vitesse n'est plus déterminée à partir de l'expression (I.7) qui découle de l'activation thermique.

#### I.4.2. Utilité de quelques grandeurs liées à l'activation thermique

Vu l'importance du volume d'activation  $V^*$  et de l'enthalpie libre d'activation  $\Delta H$  dans l'étude des mécanismes thermoactivés, il est intéressant de les rappeler dans cette partie. L'enthalpie  $\Delta H$  est donnée par la relation thermodynamique suivante :

$$\Delta H = \Delta G + T \cdot \Delta S \quad (\text{I.15})$$

La quantité  $\Delta S$  dans cette équation représente l'entropie d'activation ; c'est une mesure du désordre à l'intérieur du système thermodynamique. Cette entropie est donnée par :

$$\Delta S = - \left( \frac{\partial \Delta G}{\partial T} \right)_{\tau^*} \quad (\text{I.16})$$

En général, la relation (I.9) s'écrit sous la forme :

$$\Delta G(\tau^*, T) = G(T) - T \cdot \Delta S - p \cdot \Delta V - \int_0^{\tau^*} V^*(\xi) d\xi \quad (\text{I.17})$$

où  $\Delta V$  est la variation de volume du système thermodynamique et  $p$  la pression que celui-ci subit. Le terme  $T \cdot \Delta S$  qui représente la variation d'énergie interne du système due au désordre à l'intérieur de celui-ci, est souvent négligé quand il s'agit de basses températures. Dans le cadre de l'hypothèse d'incompressibilité plastique, on néglige le terme  $p \cdot \Delta V$  et on retrouve donc l'équation (I.9).

Le volume d'activation,  $V^*$ , est donné en fonction de l'énergie libre d'activation,  $\Delta G$ , par :

$$V^* = - \left( \frac{\partial \Delta G}{\partial \tau^*} \right)_T \quad (\text{I.18})$$

En dérivant l'expression de  $\Delta G$  que l'on déduit à partir de l'équation d'Arrhénius (I.13), par rapport à la contrainte effective  $\tau^*$ , on obtient l'expression suivante du volume  $V^*$  :

$$V^* = k \cdot T \cdot \left( \frac{\partial \ln(\dot{\gamma})}{\partial \tau^*} \right)_T \quad (\text{I.19})$$

D'après cette relation, le volume d'activation apparaît comme une mesure de la sensibilité de la contrainte à la vitesse de déformation. On peut donc mesurer sa valeur en faisant des sauts de vitesse au cours d'un essai à température constante.

De même, en dérivant l'expression de  $\ln(\dot{\gamma})$  que l'on déduit à partir de l'équation (I.13), par rapport à la température et en utilisant les relations (I.15) et (I.16), on aboutit à l'expression de l'enthalpie libre d'activation :

$$\Delta H = k \cdot T^2 \cdot \left( \frac{\partial \ln(\dot{\gamma})}{\partial T} \right)_{\tau^*} \quad (\text{I.20})$$

En écrivant la différentielle de la fonction  $\ln(\dot{\gamma})$ , dont les dérivées partielles sont données par les relations (I.19) et (I.20), et en considérant un essai à vitesse de déformation constante, on obtient :

$$\Delta H = -V^* \cdot T \cdot \left( \frac{\partial \tau^*}{\partial T} \right)_{\dot{\gamma}} \quad (\text{I.21})$$

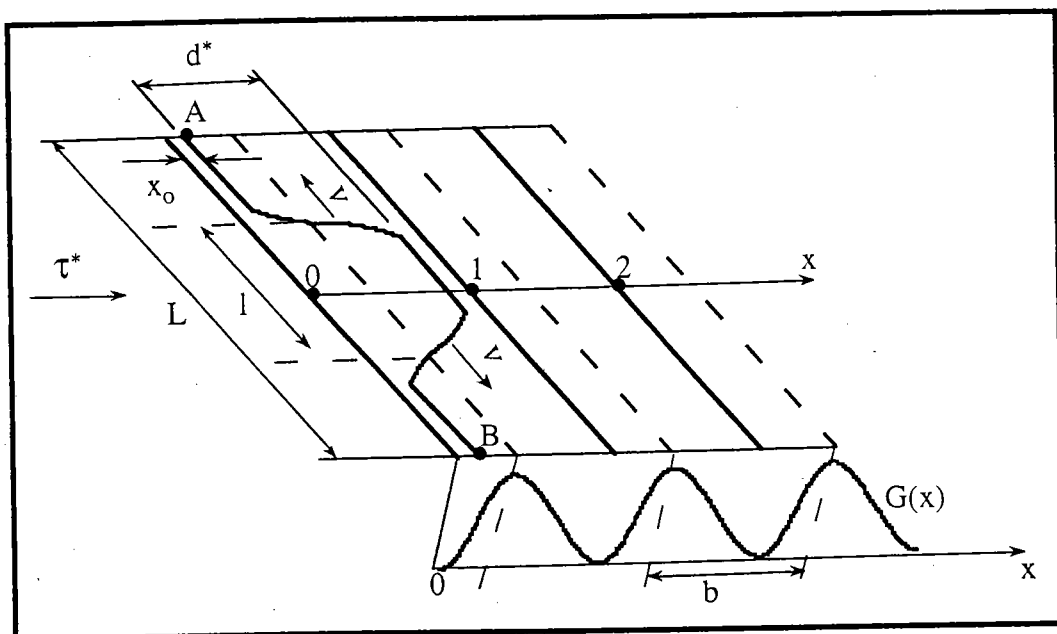
Donc, en mesurant le volume  $V^*$  et en faisant des sauts de température au cours d'un essai à vitesse de déformation constante, on peut déterminer la valeur de  $\Delta H$ . La mesure de ces deux paramètres, à partir d'essais différentiels, peut conduire à identifier ou au moins à restreindre l'ensemble des mécanismes de déformation mis en jeu. Cette identification qui se fait au moyen



de comparaison des résultats de l'expérience aux résultats prévus théoriquement pour chaque mécanisme, n'est pas toujours évidente et doit être corrélée à des observations microscopiques.

### I.4.3. Cas des matériaux métalliques à structure cubique centrée

Dans le domaine d'activation thermique, les obstacles qui contrôlent le plus la déformation plastique dans les réseaux CC sont les vallées de Peierls-Nabarro (Dorn et Rajnak [43]). Celles-ci imposent une résistance intrinsèque qui s'exerce en permanence sur les dislocations, et qui est beaucoup plus importante que la force de freinage visqueux lorsque l'activation thermique est prédominante. Pour se déplacer, les dislocations ont besoin d'un seuil d'énergie pour vaincre cette résistance ; c'est ce que l'on appelle énergie d'activation  $G(T)$ . Le franchissement d'une vallée de Peierls-Nabarro par une dislocation s'effectue au moyen d'une formation thermoactivée d'un double décrochement dont le principe est le suivant :



**Figure I.13 :** Franchissement d'une vallée par formation d'un double décrochement ;  $G(x)$  est le potentiel de Peierls-Nabarro, A et B sont les points d'ancrage de la dislocation,  $d^*$  est la distance d'activation et  $v$  la vitesse de décrochement, Dorn et Rajnak [43].

Lorsqu'une dislocation est ancrée en deux points A et B (figure I.13 ci-dessus), une constriction locale puis un arc critique se forment successivement pour permettre à la dislocation de sauter vers la vallée suivante. La totalité de la dislocation franchit l'obstacle après une expansion latérale d'un double décrochement.

## I.5. Modèles de comportement viscoplastique

Les modèles de comportement mécanique permettent d'écrire des relations entre la contrainte, la déformation, la vitesse de déformation, la température et la pression. D'autres variables, que l'on note  $S_j$ , liées à l'état de la microstructure (densité de dislocations, diamètre du grain etc...), peuvent entrer en jeu pour décrire le comportement plastique ou viscoplastique du matériau. On cherche le plus souvent à déterminer des relations unidimensionnelles. Leur utilisation dans les codes de calcul pour accéder au comportement d'une structure en chargement multidimensionnel se fait au moyen des critères d'écoulement.

Dans l'hypothèse des petites déformations, on découple de façon additive la déformation élastique  $\varepsilon_e$  et celle inélastique ou permanente  $\varepsilon_p$  qui peut être plastique, viscoplastique ou thermique. Les relations unidimensionnelles qui décrivent le comportement plastique ou viscoplastique des matériaux, s'écrivent dans le cas des approches empiriques sous la forme :

$$F(\sigma, \varepsilon_p, \dot{\varepsilon}_p, p, T) = 0 \quad (\text{I.22})$$

Dans le cas des approches basées sur l'évolution de la microstructure, elles s'écrivent :

$$F(\sigma, \dot{\varepsilon}_p, p, T, S_j) = 0 \quad (\text{I.23})$$

Dans la suite, les variables  $\sigma$ ,  $\varepsilon_p$  et  $\dot{\varepsilon}_p$  peuvent correspondre dans ces relations aux quantités équivalentes  $\bar{\sigma}$ ,  $\bar{\varepsilon}_p$  et  $\bar{\dot{\varepsilon}}_p$ .

### I.5.1. Modèles empiriques

Les relations empiriques sont déduites d'études purement expérimentales. Leurs expressions sont généralement simples et ne comportent pas, contrairement à certaines relations semi-empiriques, un nombre trop élevé de paramètres. Ainsi, elles sont relativement faciles à mettre en oeuvre dans les codes de calcul. Parmi les premières lois de ce type, citons celle de Ludwik [44] qui s'écrit sous la forme :

$$\sigma = \sigma_0 + A \cdot \varepsilon_p^n + \beta \log(\dot{\varepsilon}) \quad (\text{I.24})$$

où les paramètres  $A$  et  $n$  sont liés à l'écrouissage du matériau alors que  $\beta$  quantifie la sensibilité à la vitesse de déformation. Bien que les lois de ce type ne prennent pas en compte l'influence de la température sur la réponse du matériau, elles sont à la base de plusieurs formulations empiriques proposées par la suite, et qui tiennent compte de cette influence.

Pour tenir compte de la sensibilité de l'écoulement viscoplastique des matériaux vis à vis de la température, plusieurs auteurs tels que Norton [45] et Nadai [46] ont utilisé des relations constitutives de la forme :

$$\tau = A \cdot \left( \frac{\gamma_p}{\gamma_0} \right)^n \cdot \left( \frac{\dot{\gamma}_p}{\dot{\gamma}_0} \right)^m \cdot \left( \frac{T}{T_0} \right)^{-v} \quad (\text{I.25})$$

$\tau$  étant la contrainte de cisaillement,  $\gamma_p$  la déformation plastique de cisaillement et les paramètres  $\gamma_0$ ,  $\dot{\gamma}_0$  et  $T_0$  des valeurs de référence respectives de la déformation, de la vitesse de déformation et de la température. Les paramètres  $A$  et  $n$  sont liés à l'écrouissage du matériau alors que les exposants  $v$  et  $m$  caractérisent respectivement l'adoucissement thermique et la sensibilité à la vitesse de déformation. La forme de la relation (I.25) suppose que les effets de l'adoucissement thermique, de l'écrouissage et de la sensibilité à la vitesse sont découplés. Or, on sait qu'il existe une dépendance entre ces effets. Pour cette raison, Klepaczko [47] propose une relation constitutive exprimant le module de plasticité  $A$ , le coefficient d'écrouissage  $n$  et celui de sensibilité à la vitesse  $m$  en fonction de la température. Cette relation s'écrit :

$$\sigma = A(T) \cdot \epsilon_p^n(T) \cdot \dot{\epsilon}_p^m(T) \quad (\text{I.26})$$

Les variations des paramètres  $A$ ,  $n$  et  $m$  en fonction de la température pour les métaux CFC sont schématisées sur la figure suivante :

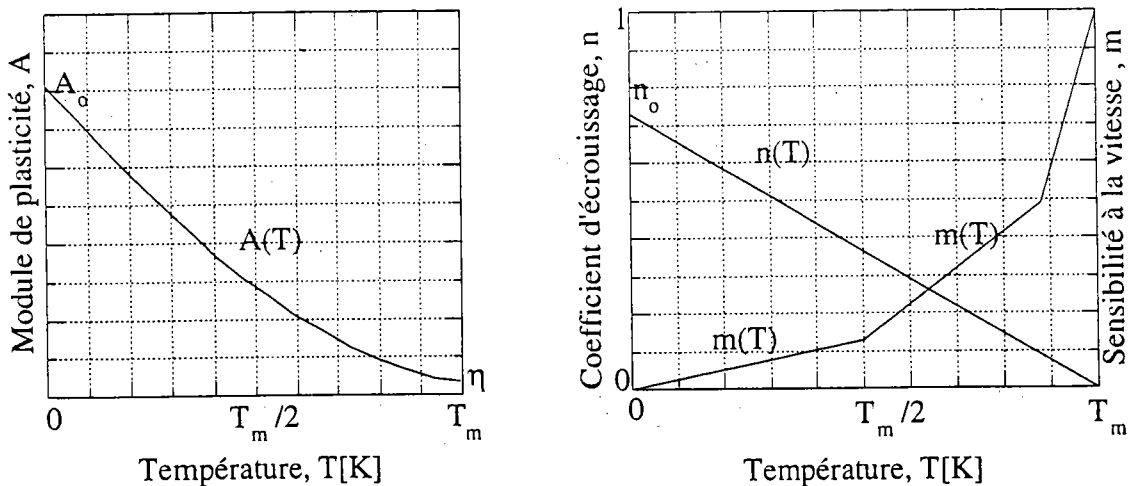


Figure I.14 : Influence de la température sur les coefficients  $A$ ,  $n$  et  $m$  dans le cas des métaux CFC, Klepaczko [47].

Des formes similaires à l'équation (I.26) ont été utilisées par Clifton et coll. [48], Fressengeas et Molinari [49, 50], Klepaczko et coll. [51]. Parmi les autres formulations empiriques

proposées dans la littérature par un grand nombre d'auteurs, nous nous limiterons à la citation de celles de Johnson-Cook [52, 53], de Litonski [54], de Cowper-Symonds [55], de Steinberg et coll. [56]. Rappelons ici la relation constitutive modifiée de Cowper-Symonds qui est pré-programmée dans le code Lagrangien aux éléments finis Abaqus [57], elle s'écrit sous la forme suivante :

$$\sigma = A(T) \cdot \varepsilon_p^{n(T)} \cdot \left[ 1 + B(T) \cdot \dot{\varepsilon}_p^{1/p(T)} \right] \quad (\text{I.27})$$

où le terme  $A(T)\varepsilon_p^{n(T)}$  est souvent noté  $\sigma_0(\varepsilon_p, T)$ , les paramètres  $A$  et  $n$  sont liés à l'écroutissement du matériau alors que  $B$  et  $p$  caractérisent la sensibilité à la vitesse de déformation. L'effet de l'adoucissement thermique intervient dans les expressions de ces paramètres qui s'écrivent en fonction de la température.

Une autre relation constitutive très utilisée dans les codes de calcul en dynamique rapide est celle de Johnson-Cook [52], celle-ci s'écrit sous la forme :

$$\sigma = \left[ A + B \cdot \varepsilon_p^n \right] \cdot \left[ 1 + C \cdot \ln \left( \frac{\dot{\varepsilon}_p}{\dot{\varepsilon}_0} \right) \right] \cdot \left[ 1 - \Theta^r \right] \quad \text{où} \quad \Theta = \frac{T - T_0}{T_m - T_0} \quad (\text{I.28})$$

$T_0$  et  $\dot{\varepsilon}_0$  étant des valeurs de référence de la température et de la vitesse de déformation et  $T_m$  la température de fusion du matériau. Les coefficients  $A$ ,  $B$ ,  $C$ ,  $n$  et  $r$  constituent l'ensemble des paramètres du modèle. Pour une température  $T = T_0$  et une vitesse  $\dot{\varepsilon} = \dot{\varepsilon}_0$ , l'équation se réduit à celle de Ludwik et le paramètre "A" désigne donc la limite d'élasticité dans ces conditions de température et de vitesse. Les coefficients "B" et "n" représentent les effets de l'écroutissement alors que "r" et "C" caractérisent respectivement l'adoucissement thermique et la sensibilité à la vitesse. La forme de la relation (I.28) prévoit l'effondrement de la contrainte d'écoulement à la température de fusion,  $T_m$ , du matériau.

Plusieurs auteurs ont contribué à la détermination des paramètres de ce modèle dans une large gamme de vitesses de déformation et de températures pour divers métaux et alliages. Les différents types de chargement utilisés et les valeurs identifiées des paramètres sont regroupés dans la référence [52].

Le modèle de Johnson-Cook, vu sa forme simple, est facilement adaptable aux codes de calcul. De plus, il présente l'avantage de ne pas comporter un grand nombre de paramètres à identifier. Cependant, dans ce modèle, les effets de l'écroutissement, de l'adoucissement thermique et de la sensibilité à la vitesse de déformation sont considérés séparément.

### I.5.2. Modèle quasi-empirique basé sur la loi en puissance

En se basant sur la relation constitutive (I.26) et sur l'équation d'Arrhénius (I.13), Klepaczko [58] propose une formulation quasi-empirique pour décrire le comportement des matériaux métalliques lorsque l'activation thermique est prépondérante. Pour cela, il introduit le paramètre de Zener-Hollomon [13] donné par :

$$Z = \left( \frac{\dot{\varepsilon}_p}{\dot{\varepsilon}_0} \right) \cdot \exp\left( \frac{\Delta G}{k \cdot T} \right) \quad (\text{I.29})$$

Lorsque la déformation est régie par un seul mécanisme,  $\Delta G$  correspond à l'énergie libre d'activation de ce dernier. Par contre, si plusieurs mécanismes concourent au contrôle de la déformation, la quantité  $\Delta G$  perd toute signification physique et ne représente qu'une énergie d'activation apparente. Néanmoins, elle est utilisée au moyen de l'introduction du paramètre de Zener-Hollomon. Dans ce modèle, Klepaczko tient compte de la contribution des mécanismes d'amortissement visqueux pour décrire le comportement des métaux dans un large domaine de vitesse de déformation. La relation constitutive obtenue s'écrit :

$$\sigma = C(\Theta) \cdot (\varepsilon_0 + \varepsilon_p)^{n(\Theta)} \left[ Z^{m(\Theta)} \right] + \eta \cdot \langle \dot{\varepsilon}_p - \dot{\varepsilon}_0 \rangle \quad \text{où} \quad \Theta = \frac{T}{T_m} \quad (\text{I.30})$$

La fonction  $C(\Theta)$  étant donnée par :

$$C(\Theta) = C \cdot [1 - (\Theta - p) \cdot \exp(q \cdot (1 - \Theta))] \quad (\text{I.31})$$

L'opérateur  $\langle x \rangle$  utilisé dans l'équation (I.30) s'écrit :

$$\langle x \rangle = \begin{cases} 0 & \text{pour } x < 0 \\ 1 & \text{pour } x \geq 0 \end{cases} \quad (\text{I.32})$$

Les coefficients  $C$ ,  $p$  et  $q$  sont des constantes du matériau,  $T_m$  sa température de fusion alors que  $\varepsilon_0$  et  $\dot{\varepsilon}_0$  représentent une déformation de référence et une vitesse critique. Lorsque la vitesse de déformation dépasse la valeur  $\dot{\varepsilon}_0$ , le modèle prend en compte les mécanismes d'amortissement visqueux. C'est donc le terme lié à la viscosité, dans l'équation (I.30), qui l'emporte lorsque les vitesses sont très élevées. Par contre, lorsque l'on est dans le domaine de l'activation thermique, c'est le premier terme qui l'emporte.

Pour les métaux CFC, les fonctions  $n(\Theta)$  et  $m(\Theta)$  s'écrivent :

$$\begin{aligned}
 n(\Theta) &= n_0 \cdot (1 - \Theta) && \text{pour } \Theta \leq 1 \\
 m(\Theta) &= \begin{cases} \alpha_1 \cdot \Theta & \text{pour } \Theta \leq 0.5 \\ \alpha_2 \cdot (\Theta - \Theta_0) & \text{pour } 0.5 \leq \Theta \leq 1 \end{cases} && \text{(I.33)}
 \end{aligned}$$

où les paramètres  $n_0$ ,  $\alpha_1$ ,  $\alpha_2$  et  $\Theta_0$  sont caractéristiques du matériau. Quant aux métaux à structure CC, ces deux fonctions sont données par :

$$\begin{aligned}
 n(\Theta) &= n_0 \cdot \frac{\mu(\Theta)}{\mu_0} && \text{pour } \Theta \leq 1 \\
 m(\Theta) &= (a \cdot \Theta) \cdot \exp(-b \cdot \Theta) + \alpha_0 \cdot \Theta^r && \text{pour } \Theta \leq 1
 \end{aligned}
 \tag{I.34}$$

où les paramètres  $a$ ,  $b$ ,  $\alpha_0$  et  $r$  sont des constantes caractéristiques du matériau. Pour ce qui concerne le module de cisaillement élastique  $\mu$  qui apparaît dans la relation (I.34), il est donné en fonction de la température,  $T$ , par l'expression empirique universelle suivante [59] :

$$\mu(\Theta) = \mu_0 \cdot \left[ 1 - (\Theta) \cdot \exp \left[ \theta^* \cdot \left( 1 - \left( \frac{1}{\Theta} \right) \right) \right] \right] \tag{I.35}$$

où  $\theta^*$  est une constante liée au matériau et  $\mu_0$  le module de cisaillement à 0 K.

### I.5.3. Modèles basés sur les mécanismes physiques de déformation

#### Introduction

L'étude des mécanismes physiques de déformation à l'échelle microscopique, permet de remonter au comportement macroscopique moyen des matériaux. Dans ce cadre, plusieurs formulations semi-empiriques sont proposées pour modéliser le comportement des matériaux métalliques (Johnston et Gilman [60], Gillis et Gilman [61], Gilman [62, 63], Kocks [64], Mecking-Kocks [65], Estrin-Mecking [66], Follansbee-Kocks [67], Zerilli-Armstrong [68] etc...). Ces modèles sont basés sur les mécanismes physiques de déformation et sur l'évolution de la microstructure au cours de la déformation. Il n'est pas toujours simple de les mettre en oeuvre dans les codes de calcul. Ils nécessitent parfois la détermination et/ou l'identification d'un nombre trop élevé de paramètres, ce qui n'est pas toujours évident. De plus, ils présentent des difficultés de mesure de nombreuses variables physiques, dont la densité de dislocations mobiles (paramètre dont on ne connaît pas jusqu'à présent une technique de mesure). Néanmoins, ces formulations permettent d'expliquer les évolutions des variables macroscopiques à partir des mécanismes physiques de déformation et de l'évolution de la microstructure. Dans cette partie, nous nous intéresserons plus particulièrement aux modèles

basés sur les concepts physiques de l'activation thermique et de la mobilité des dislocations, et nous discuterons également de façon non exhaustive des modèles liés aux mécanismes d'amortissement visqueux.

### I.5.3.1. Modèle de Gilman

Nous avons vu dans la partie consacrée à la théorie de l'activation thermique, qu'il existe une certaine correspondance entre la vitesse moyenne,  $\bar{v}$ , de déplacement des dislocations et la contrainte effective,  $\tau^*$ , ( d'après les relations (I.7) et (I.11) ). En 1959, pour décrire des résultats expérimentaux obtenus sur des cristaux de LiF, Johnston et Gilman [60] proposent une relation puissance entre la vitesse moyenne,  $\bar{v}$ , des dislocations et la contrainte,  $\tau$ , appliquée. Plus tard, Gillis et Gilman [61] proposent, en 1965, d'écrire cette correspondance entre la vitesse,  $\bar{v}$ , de déplacement d'une dislocation et la contrainte appliquée,  $\tau$ , sous la forme :

$$\bar{v} = v^* \cdot \exp\left(\frac{-D}{\tau}\right) \quad (\text{I.36})$$

où le facteur pré-exponentiel,  $v^*$ , est une limite supérieure de la vitesse de déplacement d'une dislocation ( c'est la célérité,  $C_t$ , des ondes transversales dans le matériau ) et le coefficient  $D$  représente la contrainte de traînage (contrainte provenant de la résistance imposée par les obstacles aux déplacements des dislocations dans le réseau cristallin ). Par la suite, Gilman [62, 63] propose d'écrire une relation constitutive du matériau en combinant l'équation (I.36) avec la relation d'Orowan (I.12), puis en quantifiant l'accumulation de la densité,  $\rho_m$ , de dislocations mobiles par une équation d'évolution. La combinaison des deux relations (I.12) et (I.36) conduit à la relation suivante :

$$\frac{D}{\tau} = \ln\left(\frac{\rho_m \cdot b \cdot C_t}{\dot{\gamma}_p}\right) \quad (\text{I.37})$$

Pour quantifier l'évolution de la densité,  $\rho_m$ , de dislocations mobiles, il faut connaître à chaque instant leur nombre dans l'unité de volume du cristal. D'après Gilman, ce nombre ne peut être qu'une fraction du nombre total de dislocations existantes, car un certain nombre de celles-ci peut rester immobile ou venir se bloquer par les obstacles qui s'opposent à leurs déplacements. Les dislocations tendent à se multiplier au cours de la déformation (sources de Frank-Read) ; ce processus a également pour effet de multiplier les interactions possibles des dislocations entre elles ou aux frontières des grains (joints de grains), avec possibilité d'ancrage. Gilman définit un comportement moyen des dislocations en mouvement, en considérant essentiellement :

\* le processus de multiplication des dislocations aux faibles déformations.

\* l'approche d'un régime permanent aux fortes déformations avec, en plus, un blocage se traduisant par l'écroutissement.

Gilman pense que les dislocations vis, en s'entrecroisant, en engendrent d'autres de sorte que le taux de variation de la densité moyenne,  $\rho$ , de dislocations serait proportionnel à la déformation plastique ; il propose alors l'équation ci-dessous pour écrire l'évolution de la densité,  $\rho$ , de dislocations au cours de la déformation,  $M$  étant un facteur de croissance :

$$d\rho = M d\varepsilon_p \quad (\text{I.38})$$

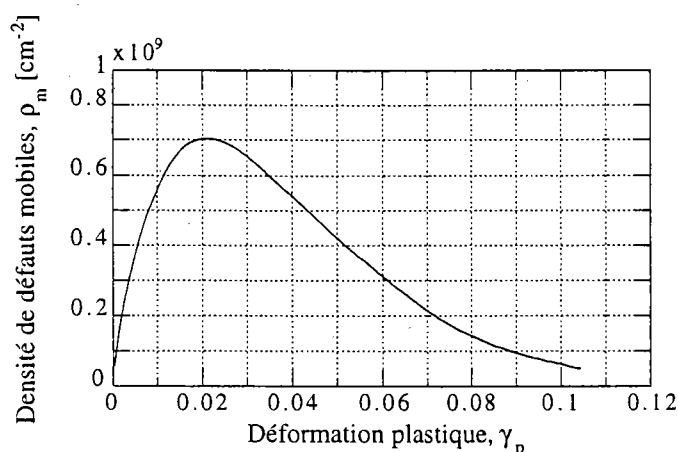
S'agissant du mouvement des dislocations, seule une fraction,  $f$ , de celles-ci peut devenir mobile. Cette fraction doit être une fonction décroissante de la contrainte, ses diminutions successives devant se traduire par des accroissements de la densité,  $\rho$ , puisque la probabilité de rencontre des dislocations augmente. Pour écrire l'évolution de la fraction,  $f$ , des dislocations mobiles, Gilman propose l'équation suivante où  $A$  est un coefficient d'atténuation :

$$df = -A \cdot f \cdot d\rho \quad (\text{I.39})$$

Les deux équations (I.38) et (I.39) conduisent à l'expression suivante de la densité de dislocations mobiles en fonction de la déformation plastique :

$$\rho_m = f_0 \cdot (\rho_0 + M \cdot \varepsilon_p) \cdot \exp(-A \cdot M \cdot \varepsilon_p) \quad (\text{I.40})$$

Dans le cadre de ce formalisme, l'évolution de la densité,  $\rho_m$ , de dislocations mobiles au cours de la déformation plastique dans le cas des matériaux métalliques à structure CC, est décrite par la courbe de la figure suivante :



**Figure I.15 :** Variations de la densité de dislocations mobiles avec la déformation plastique d'après l'approche de Gilman [62].



Cette forme d'évolution de la densité,  $\rho_m$ , de dislocations mobiles apporte des explications concernant les limites supérieure et inférieure d'écoulement qui apparaissent avant le début de durcissement des matériaux métalliques à structure CC : la limite supérieure est due à une avalanche de dislocations mobiles qui se produit à un certain niveau de déformation, cette avalanche relaxe le matériau et favorise ainsi la déformation plastique. La limite inférieure correspond à un maximum de densité de dislocations mobiles ; nous assistons juste après ce maximum à une décroissance de la densité,  $\rho_m$ , et donc à une croissance de la contrainte d'écoulement.

### I.5.3.2. Modèle de Zerilli-Armstrong

Ce modèle est basé sur la théorie de la mobilité des dislocations et sur l'activation thermique. En remplaçant dans l'expression de l'énergie d'activation (I.9), le volume d'activation,  $V^*$ , par sa valeur moyenne donnée par :

$$\bar{V}^* = \frac{1}{\tau^*} \int_0^{\tau^*} V^*(\xi) d\xi \quad (\text{I.41})$$

et en combinant le résultat avec l'équation d'Arrhénius (I.13), on obtient :

$$\frac{\bar{V}^* \cdot \tau^*}{G(T)} = 1 + \frac{k \cdot T}{G(T)} \cdot \ln \left( \frac{\dot{\gamma}_p}{\dot{\gamma}_0^p} \right) \quad (\text{I.42})$$

Cette relation s'écrit,  $\bar{V}_0^*$  étant le volume d'activation moyen à 0 K :

$$\frac{1}{T} \cdot \ln \left( \frac{\bar{V}_0^* \cdot \tau^*}{G(T)} \right) + \frac{1}{T} \cdot \ln \left( \frac{\bar{V}^*}{\bar{V}_0^*} \right) = \frac{1}{T} \cdot \ln \left[ 1 + \frac{k \cdot T}{G(T)} \ln \left( \frac{\dot{\gamma}_p}{\dot{\gamma}_0^p} \right) \right] \quad (\text{I.43})$$

Les auteurs considèrent que dans le domaine de l'activation thermique, l'énergie totale d'activation,  $G(T)$ , varie peu avec la température. De plus, ils ont remarqué expérimentalement que le terme  $\frac{1}{T} \cdot \ln \left( \frac{\bar{V}^*}{\bar{V}_0^*} \right)$  est quasiment constant et que la quantité  $\frac{k \cdot T}{G(T)} \cdot \ln \left( \frac{\dot{\gamma}_p}{\dot{\gamma}_0^p} \right)$  est négligeable devant l'unité. Ils ont, donc, écrit l'équation (I.43) sous la forme suivante :

$$\frac{1}{T} \cdot \ln \left( \frac{\bar{V}_0^* \cdot \tau^*}{G_0} \right) + \beta_0 = \frac{k}{G_0} \cdot \ln \left( \frac{\dot{\gamma}_p}{\dot{\gamma}_0^p} \right) \quad (\text{I.44})$$

Il en découle l'expression suivante de la contrainte effective :

$$\tau^* = B \cdot \exp \left[ -\beta_0 \cdot T + \beta_1 \cdot T \ln \left( \frac{\dot{\gamma}_p}{\dot{\gamma}_0^p} \right) \right] \quad (\text{I.45})$$

A cette contrainte qui provient de la contribution des mécanismes thermoactivés, il convient d'ajouter la contribution,  $\tau_\mu$ , des mécanismes athermiques. Pour cela, Zerilli et Armstrong utilisent la loi de Hall-Petch [69, 70, 71] qui s'écrit sous la forme suivante :

$$\tau_\mu = \tau_0 + \beta_2 \cdot D^{-1/2} \quad (\text{I.46})$$

où  $D$  est le diamètre du grain et  $\tau_0$  et  $\beta_2$  des paramètres caractéristiques du matériau. Pour les métaux CFC, le comportement thermoactivé est fortement dépendant de la déformation. Les auteurs pensent que le mécanisme régissant la déformation de ces métaux est le croisement des dislocations dans le réseau, et considèrent que le volume d'activation,  $V^*$ , est proportionnel à la racine carrée,  $\gamma_p^{1/2}$ , de la déformation plastique. Par suite, le facteur  $B$  dans la relation (I.45) devient proportionnel à  $\gamma_p^{1/2}$ , ce qui conduit à l'expression suivante de la contrainte d'écoulement :

$$\sigma = \sigma_\mu + C_2 \cdot \gamma_p^{1/2} \cdot \exp \left[ -C_3 \cdot T + C_4 \cdot T \ln(\dot{\gamma}_p) \right] \quad (\text{I.47})$$

Pour les métaux CC, le volume d'activation,  $V^*$ , est indépendant de la déformation puisque seule la force de Peierls-Nabarro est responsable du comportement thermoactivé. Les auteurs adoptent l'équation empirique d'Hollomon pour décrire l'écrouissage et parviennent à la relation suivante :

$$\sigma = \sigma_\mu + C_5 \cdot \gamma_p^n + C_1 \cdot \exp \left[ -C_3 \cdot T + C_4 \cdot T \cdot \ln(\dot{\gamma}_p) \right] \quad (\text{I.48})$$

Cette formulation qui est très utilisée en calcul de dynamique rapide, présente l'avantage de ne pas comporter un grand nombre de paramètres. De plus, elle découple les effets de l'adoucissement thermique et de la sensibilité à la vitesse de déformation et reste valide, d'après la littérature, dans une large gamme de vitesses de déformation et de températures. Cependant, il ne faut pas ôter de l'esprit qu'elle est déduite à partir de la théorie de l'activation thermique et qu'elle ne peut pas être utilisée dans le domaine des vitesses très élevées où les mécanismes d'amortissement visqueux deviennent prépondérants.

### I.5.3.3. Modèle M. T. S. (Mechanical Threshold Stress)

Le modèle MTS (ou modèle de contrainte de seuil) est développé originellement par Kocks [64] et doit son évolution à de nombreux auteurs tels que Mecking et Kocks [65], Estrin et Mecking [66], Follansbee et Kocks [67]. Selon ce modèle, la cinétique de l'écoulement plastique est

contrôlée par la densité moyenne,  $\rho$ , de dislocations. La contrainte d'écoulement,  $\hat{\sigma}$ , à 0 K appelée contrainte seuil s'écrit :

$$\hat{\sigma} = \hat{\alpha} \cdot \mu \cdot b \cdot \sqrt{\rho} \quad (\text{I.49})$$

Le paramètre  $\hat{\alpha}$  est une constante caractérisant les interactions entre les dislocations à la température 0 K,  $\mu$  et  $b$  sont le module de cisaillement et le module du vecteur de Burgers. La contrainte  $\hat{\sigma}$  représente la contrainte théorique qu'il faut appliquer à 0 K pour que les dislocations arrivent à franchir les obstacles. Kocks et Mecking [65] proposent que lorsque l'activation thermique est prépondérante, la contrainte d'écoulement,  $\sigma$ , s'écrit sous la forme :

$$\sigma = \hat{\sigma} \cdot S(\dot{\epsilon}_p, T) \quad (\text{I.50})$$

avec la condition suivante :  $S(\dot{\epsilon}_p, T) \rightarrow 1$  lorsque  $T \rightarrow 0$ .

Cette relation suppose que la contrainte d'écoulement est le produit d'un terme d'écrouissage et d'un terme sensible à la vitesse de déformation et à la température. Elle découple, donc, de façon multiplicative l'effet de l'écrouissage de ceux de l'adoucissement thermique et de la sensibilité à la vitesse de déformation. Pour écrire l'évolution de la densité de dislocations, Kocks et Mecking proposent l'équation suivante :

$$\frac{d\rho}{d\epsilon_p} = k_1 \cdot \sqrt{\rho} - k_2 \cdot \rho \quad (\text{I.51})$$

Le premier terme correspond au stockage des dislocations après avoir parcouru une distance égale au libre parcours moyen. Le second est associé à l'annihilation des dislocations par restauration dynamique. La combinaison des deux relations (I.49) et (I.51) conduit à :

$$\frac{d\hat{\sigma}}{d\epsilon_p} = A \cdot \left(1 - \frac{\hat{\sigma}}{\hat{\sigma}_s}\right) \quad \text{où} \quad \begin{cases} A = \frac{\hat{\alpha} \cdot \mu \cdot b \cdot k_1}{2} \\ \hat{\sigma}_s = \frac{\hat{\alpha} \cdot \mu \cdot b \cdot k_1}{k_2} \end{cases} \quad (\text{I.52})$$

Cette relation montre que la contrainte  $\hat{\sigma}$  évolue au cours de la déformation vers une valeur de saturation  $\hat{\sigma}_s$ .

D'après ce modèle, les courbes contrainte-déformation pour différentes températures et/ou vitesses de déformation se déduisent les unes des autres par des homothéties dont les rapports dépendent des termes  $S(\dot{\epsilon}_p, T)$ .

Dans l'équation (I.51), le second terme du deuxième membre est associé à l'annihilation des dislocations par restauration dynamique. Celle-ci étant un processus thermoactivé, ce terme devrait être sensible à la vitesse de déformation et à la température.

### I.5.3.4. Formalisme de Klepaczko

#### Introduction

Pour modéliser le comportement des métaux, Klepaczko propose un formalisme basé sur l'activation thermique et sur l'évolution de la microstructure au cours de la déformation. Ce formalisme qui reste valable dans un domaine de vitesses de déformation comprises entre  $10^{-4}$  et  $10^3 \text{ s}^{-1}$  et pour des températures inférieures au tiers de la température de fusion du métal, consiste à lier les grandeurs macroscopiques à un ensemble de variables, que l'on note  $S_j$ , décrivant l'état de la microstructure (densité de dislocations, taille du grain etc...) et à évaluer l'évolution de ces variables au cours de la déformation. Il repose sur les trois hypothèses suivantes :

- 1- le cisaillement est le mode fondamental de la déformation aux basses températures.
- 2- la cission résolue de cisaillement  $\tau_r$  est la somme d'une composante  $\tau_{\mu R}$  résultant des interactions entre les dislocations et les obstacles non localisés (joints de grains, précipités, etc...) et d'une composante  $\tau_r^*$  résultant des interactions entre les dislocations et les obstacles thermoactivés.

$$\tau_r = \tau_{\mu R} + \tau_r^* \quad (\text{I.53})$$

La relation entre cette cission et la contrainte d'écoulement pour un polycristal est donnée par les formules d'homogénéisation de Taylor (I.6).

- 3- deux termes,  $\tau_\mu$  et  $\tau^*$ , contribuent, donc, à la contrainte d'écoulement dans le domaine d'activation thermique ; le second terme correspond à la réponse instantanée de la microstructure soumise à un chargement donné tandis que le premier correspond à l'histoire des changements microstructuraux au cours de la déformation.

Ce formalisme repose, comme nous allons le voir par la suite, sur une relation cinétique liant la contrainte d'écoulement à l'état de la microstructure et sur un système d'équations décrivant l'évolution de cette microstructure.

### I.5.3.4.1. Interactions dislocations-obstacles athermiques

Un métal est constitué de nombreux cristaux diversement orientés, ceux-ci sont assemblés en grains de tailles variables et d'orientations aléatoires. Ces grains sont séparés par des frontières qu'on appelle joints de grains. Les grandes différences existant entre la déformation du monocristal et celle du polycristal viennent à la fois de la désorientation entre les différents grains et de la présence de ces joints qui ont un effet important sur les glissements des dislocations. En arrivant au voisinage d'un joint, les lignes de glissement le traversent parfois par déviation. Mais ces lignes s'arrêtent souvent à une certaine distance avant d'atteindre le joint. Dans ce cas, ce dernier constitue avec son voisinage une zone non déformée plastiquement, et présente une barrière aux glissements des dislocations.

La vraie limite d'élasticité d'un polycristal correspond au déplacement de la première dislocation dans un grain. Mais dans la pratique, une déformation permanente ne peut être mesurée que si plusieurs grains subissent des glissements. On définit souvent une limite conventionnelle d'élasticité par la contrainte entraînant une déformation bien déterminée (en général 0.2 %).

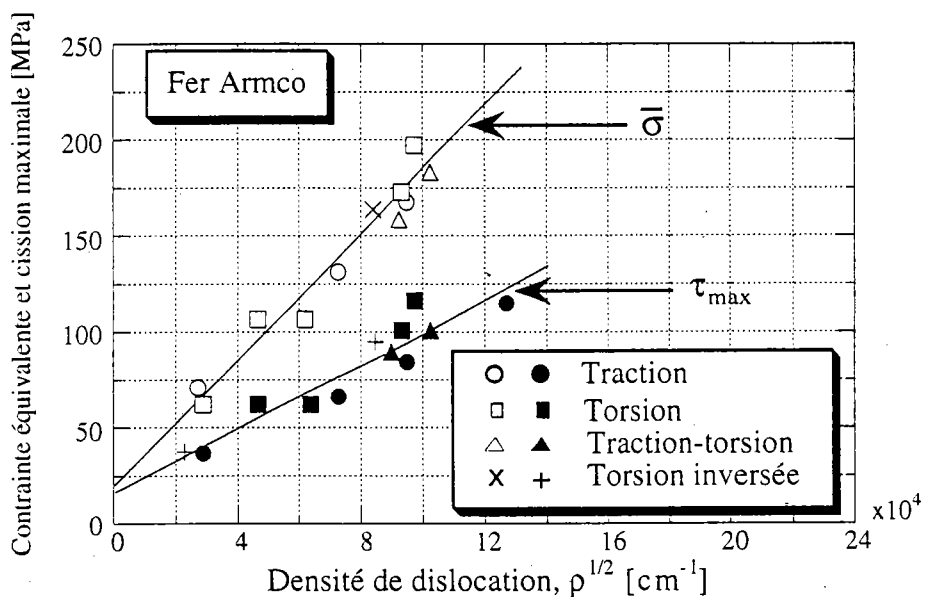
En raison de la variation des propriétés physiques et mécaniques d'un grain à l'autre et des interactions entre ces différents grains, un calcul rigoureux des contraintes internes dans un polycristal s'avère très délicat. Leur détermination à partir d'un raisonnement fondamental tenant compte des déformations intergranulaires et intragranulaires nécessite des approches statistiques. On admet généralement la relation empirique (I.46) de Hall-Petch pour décrire l'évolution de ces contraintes en fonction de la taille moyenne,  $D$ , du grain.

Au cours de la déformation, les dislocations se rassemblent en réseaux plans, réguliers et denses appelés sous joints. Ces derniers se raccordent entre eux et divisent le cristal en sous grains appelés structures cellulaires. Ce sont des domaines dont la taille, notée  $d$ , est très variable allant de quelques microns à quelques centaines de microns. Ces structures qui contiennent une assez faible densité de dislocations formant un réseau tridimensionnel, opposent une certaine résistance aux autres dislocations mobiles dans le cristal. Cette résistance est inversement proportionnelle à la racine carrée,  $d^{1/2}$ , de la taille des structures cellulaires. Les travaux de Morrone et Duffy [72] montrent que le diamètre,  $d$ , dépend de la densité moyenne,  $\rho$ , des dislocations. Ils proposent l'expression suivante pour écrire cette dépendance :

$$d(\rho) = d_{\min} \cdot \left[ 1 + \frac{\rho_0}{\rho} \cdot \left( \chi \cdot \frac{D}{d_{\min}} - 1 \right) \right] \quad (\text{I.53})$$

$\chi$  est une constante caractérisant le diamètre maximal de la structure cellulaire lorsqu'elle commence à se former ( $d_{\max} = \chi D_0$  avec  $\chi < 1$ ,  $D_0$  étant le diamètre initial du grain) alors que  $d_{\min}$  correspond à la valeur asymptotique minimale du diamètre,  $d$ , qui correspond à la saturation (grandes déformations).

Quant à la contribution à l'écroûissage résultant des interactions entre les différentes dislocations présentes dans le réseau cristallin, elle dépend de façon linéaire de la racine carrée,  $\rho^{1/2}$ , de leur densité moyenne. Ceci est illustré par la figure I.16 ci-dessous, celle-ci présentant les variations de la contrainte équivalente,  $\bar{\sigma}$ , et de la cission maximale,  $\tau_{\max}$ , en fonction de la densité moyenne,  $\rho$ , de dislocations pour du fer Armco déformé sous différents types de chargement.



**Figure I.16 :** Variations de la contrainte équivalente,  $\bar{\sigma}$ , et de la cission maximale,  $\tau_{\max}$ , en fonction de la racine carrée de la densité moyenne,  $\rho$ , de dislocations pour du fer Armco déformé sous différents types de chargement, d'après [73].

Ces différentes remarques permettent d'écrire, comme nous allons le voir par la suite, une expression de la contrainte interne qui provient des interactions entre les dislocations et les obstacles à longue portée dans le métal.

### I.5.3.4.2. Expression de la contrainte interne

Une forme générale de la contrainte interne en fonction de la densité moyenne,  $\rho$ , des dislocations et des différents paramètres géométriques qui peuvent contribuer à l'écroutissage du métal, est proposée par Klepaczko [26, 74] :

$$\tau_{\mu} = \alpha_1 \cdot \mu(T) \cdot b \cdot \sqrt{\rho} + \sum_{i=2}^n \left( \alpha_i \cdot \mu \cdot \sqrt{\frac{b}{d_i}} \right) \quad (\text{I.54})$$

Cette relation est une expression de la contribution à l'écroutissage du métal due aux interactions dislocations-dislocations et aux interactions entre les dislocations et les autres obstacles à longue portée dans le métal, le paramètre  $d_i$  étant la taille du  $i^{\text{ème}}$  obstacle. Les constantes  $\alpha_i$   $i = 2, \dots, n$  caractérisent la contribution à l'écroutissage de chacun de ces obstacles indépendamment des autres alors que  $\alpha_1$  caractérise la contribution des interactions dislocations-dislocations. Les paramètres  $\mu$  et  $b$  représentent respectivement le module élastique de cisaillement du matériau et le module du vecteur de Burgers alors que l'entier "n" désigne le nombre de types d'obstacles. Pour exprimer le module élastique de cisaillement,  $\mu(T)$ , en fonction de la température, on utilise la relation (I.35).

Dans le cas où l'on ne considère que les contributions des interactions dislocations-dislocations et les effets de la taille,  $D$ , du grain et de la taille,  $d$ , des structures cellulaires, la relation (I.54) se réduit à :

$$\tau_{\mu} = \alpha_1 \cdot \mu(T) \cdot b \cdot \sqrt{\rho} + \alpha_2 \cdot \mu \cdot \sqrt{\frac{b}{d(\rho)}} + \alpha_3 \cdot \mu \cdot \sqrt{\frac{b}{D}} \quad (\text{I.55})$$

Soit :

$$\tau_{\mu} = \mu(T) \cdot b \cdot \sqrt{\rho} \left[ \alpha_1 + \alpha_2 \cdot \sqrt{\frac{1}{b \cdot \rho \cdot d(\rho)}} + \alpha_3 \cdot \sqrt{\frac{1}{b \cdot \rho \cdot D}} \right] \quad (\text{I.56})$$

L'influence de la taille,  $D$ , du grain sur l'écroutissage du matériau, quantifiée par la relation (I.46) de Hall-Petch, est contenue dans le troisième terme de chacune des deux expressions (I.55) et (I.56). Cette dernière relation s'écrit de façon condensée sous la forme :

$$\tau_{\mu} = \alpha(\rho, d(\rho), D) \cdot \mu(T) \cdot b \cdot \sqrt{\rho} \quad (\text{I.57})$$

Dans le domaine des vitesses comprises entre  $10^{-4}$  et  $10^3 \text{ s}^{-1}$  et pour des températures inférieures au tiers de la température de fusion du métal, les interactions entre les dislocations et les obstacles à longue portée dans le métal sont très faiblement sensibles à la vitesse de

déformation et à la température. Le coefficient généralisé,  $\alpha$ , y est, donc, très faiblement sensible à ces deux variables. On suppose aussi que dans ce domaine de vitesses et de températures, les variations des deux paramètres  $D$  et  $d$  au cours de la déformation sont assez faibles pour qu'elles soient négligées. Dans ce cas, le coefficient  $\alpha$  peut être supposé constant au cours de la déformation.

### I.5.3.4.3. Expression de la contrainte effective

Nous avons vu ci-dessus que les obstacles localisés sont à l'origine de la contrainte effective,  $\tau^*$ , et que les dislocations se déplacent dans des métaux CC à travers les vallées de Peierls-Nabarro par la formation thermoactivée de doubles décrochements. Pour ces métaux, le terme  $\tau_m^*(T)$  de l'équation (I.11) correspond à la contrainte de Peierls-Nabarro, que l'on note  $\tau_p^*(T)$ , et la quantité  $G(T)$  représente l'énergie totale d'activation nécessaire pour former un double décrochement et vaincre le potentiel de Peierls-Nabarro.

L'inversion des deux relations (I.11) et (I.13) conduit à l'expression suivante de la contrainte effective :

$$\tau^* = \tau_p^*(T) \cdot \left[ 1 - \left[ \frac{k \cdot T}{G(T)} \cdot \ln \left( \frac{\dot{\gamma}_0}{\dot{\gamma}_p} \right) \right]^{1/q} \right]^{1/p} \quad (\text{I.58})$$

D'après Klepaczko [75], les variations de  $\tau_p^*(T)$  et de  $G(T)$  avec la température s'écrivent sous la forme :

$$\tau_p^*(T) = \tau_p^0 \cdot \frac{\mu(T)}{\mu_0} \quad \text{et} \quad G(T) = G_0 \cdot \frac{\mu(T)}{\mu_0} \quad (\text{I.59})$$

$\tau_p^0$  et  $G_0$  étant respectivement la contrainte de Peierls-Nabarro et l'énergie d'activation à la température 0 K.

Dans le cas des matériaux métalliques à structure CC, le terme  $\dot{\gamma}_0$  étant donné par la relation (I.14), la contrainte d'écoulement,  $\tau$ , s'écrit à partir des deux relations (I.57) et (I.58) sous la forme :

$$\tau = \alpha \cdot \mu(T) \cdot b \cdot \sqrt{\rho} + \tau_p^*(T) \cdot \left[ 1 - \left[ \frac{k \cdot T}{G(T)} \cdot \ln \left( \frac{\rho_m \cdot n \cdot v_D \cdot b^2}{\dot{\gamma}_p} \right) \right]^{1/q} \right]^{1/p} \quad (\text{I.60})$$



Le coefficient généralisé,  $\alpha$ , d'interactions dislocations-obstacles à longue portée dans le métal est supposé constant dans le domaine des vitesses comprises entre  $10^{-4}$  et  $10^3 \text{ s}^{-1}$  et pour des températures inférieures au tiers de la température de fusion du métal ( discussion faite à la fin du paragraphe précédent ). Suivant cette hypothèse, les seules variables qui décrivent l'évolution de la microstructure parmi toutes celles qui interviennent dans les relations (I.58) et (I.59), sont la densité,  $\rho_m$ , de dislocations mobiles et la densité totale,  $\rho$ , de dislocations. Ceci rejoint les affirmations de Kocks et coll. [41], de Ashby et Frost [76] ainsi que d'autres auteurs qui pensent que dans le domaine de l'activation thermique, les déformations plastiques dans les métaux sont dues essentiellement aux glissements des dislocations vis. On peut, donc, développer sur la base de la relation (I.60) et à partir de l'évolution de la microstructure, un modèle d'écoulement viscoplastique des matériaux métalliques à structure CC dans le domaine de l'activation thermique.

#### I.5.3.4.4. Evolution de la microstructure

L'évolution des deux variables microstructurales  $\rho$  et  $\rho_m$  au cours de la déformation est en général décrite par le système différentiel suivant :

$$\begin{cases} \frac{d\rho}{d\gamma_p} = f_1(\dot{\gamma}_p, T, \rho, \rho_m) \\ \frac{d\rho_m}{d\gamma_p} = f_2(\dot{\gamma}_p, T, \rho, \rho_m) \end{cases} \quad (\text{I.61})$$

Pour une histoire connue de température et de vitesse de déformation, l'introduction de la solution du système différentiel (I.61) dans l'équation (I.60) conduit à l'évolution de la contrainte en fonction de la déformation plastique.

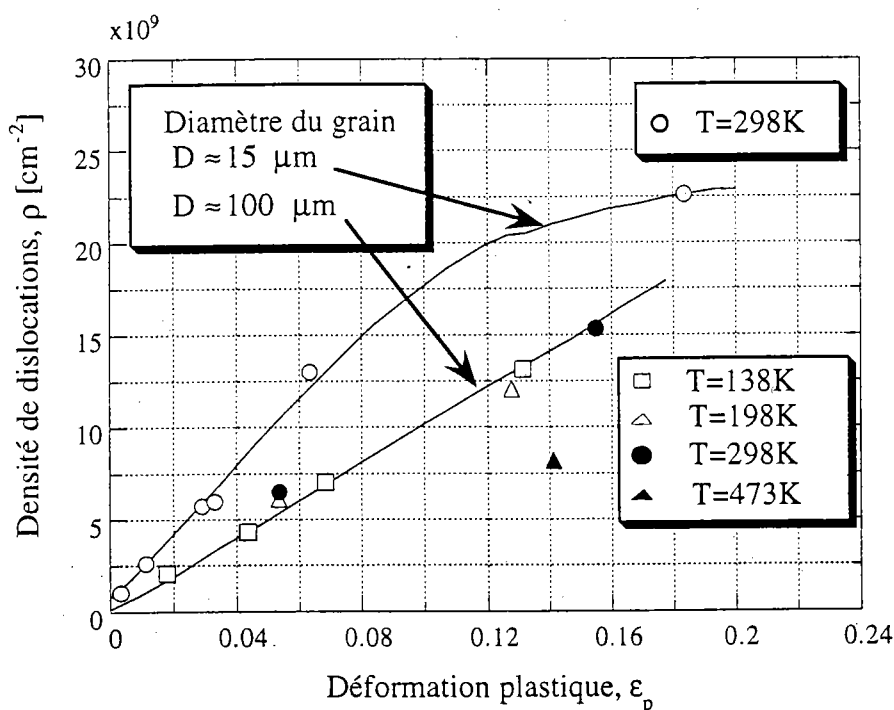
La construction d'un modèle de comportement viscoplastique des matériaux métalliques en utilisant ce formalisme nécessite une représentation de l'évolution des deux variables microstructurales  $\rho_m$  et  $\rho$ . Deux approches sont généralement utilisées pour expliquer l'évolution de ces deux variables.

**1-** La première associe la déformation plastique à l'accumulation des dislocations. Elle est basée sur des raisonnements théoriques pour formuler mathématiquement l'évolution de ces dislocations. Cette approche a été utilisée par Gilman [62, 63], Kocks [64], Mecking et Kocks [65], Estrin et Mecking [66], Follansbee et Kocks [67] et Klepaczko [74] et [77].

2- La deuxième approche est basée sur l'observation microscopique du comportement moyen d'un grand nombre de dislocations pour déterminer l'évolution de leur densité. Elle a été utilisée par Bergström [78], Döner et coll. [79], Klepaczko [75] et Morrone et Duffy [72] entre autres.

Pour les deux approches, le problème général est la représentation mathématique de l'évolution des variables microstructurales au cours de la déformation plastique. La qualité de description de l'évolution de la microstructure dépend de cette représentation.

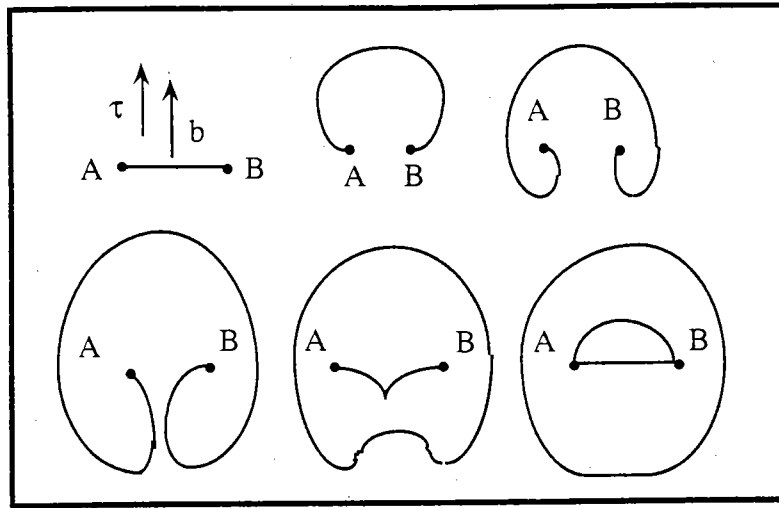
Sur la figure I.17 ci-dessous, nous présentons les résultats d'observations microscopiques obtenus par Vrbka [80] pour ce qui concerne l'évolution de la densité moyenne,  $\rho$ , de dislocations au cours de la déformation d'un acier CSN 12010. Cette figure montre que la densité moyenne,  $\rho$ , croît au fur et à mesure que la déformation plastique se développe.



**Figure I.17 :** Observations par microscopie électronique de l'évolution de la densité de dislocations en fonction de la déformation plastique pour un acier CSN 12010 chargé par impact longitudinal, Vrbka [80].

Généralement, les résultats des observations microscopiques montrent que la densité moyenne,  $\rho$ , de dislocations évolue de façon linéaire en fonction de la déformation plastique dans le domaine de faibles déformations, que cette évolution devient non linéaire au fur et à mesure que la déformation plastique se développe et que pour des niveaux de déformation assez élevés, la densité moyenne,  $\rho$ , de dislocations tend vers une valeur de saturation  $\rho_s$ . La croissance de la densité moyenne,  $\rho$ , au cours de la déformation plastique est, en fait, liée aux mécanismes de

création de nouvelles dislocations qui deviennent actifs lorsque le matériau subit des déformations permanentes. Parmi ces mécanismes, nous citons celui de Frank-Read (figure I.18) dont le principe est le suivant :



*Figure I.18 : Multiplication des dislocations par le mécanisme de Frank-Read, d'après Lemaitre et Chaboche [81].*

Les dislocations sont disposées dans le cristal selon un réseau tridimensionnel et les intersections entre leurs lignes constituent de véritables noeuds. Une dislocation dont la ligne est ancrée en deux noeuds du réseau devient une source de nouvelles dislocations (Lemaitre et Chaboche [81]).

#### I.5.3.4.5. Version simplifiée du modèle

L'accumulation des dislocations au cours de la déformation étant à l'origine de l'écroutissement du matériau, Klepaczko [75] propose d'écrire l'évolution de la densité moyenne,  $\rho$ , de celles-ci sous la forme :

$$\frac{d\rho}{d\gamma_p} = M_{\text{eff}}(\dot{\gamma}_p, T, \rho) \quad (\text{I.62})$$

où  $M_{\text{eff}}$  est le coefficient effectif d'accumulation, celle-ci résultant de la superposition des mécanismes de multiplication des dislocations avec les mécanismes d'annihilation. Dans une version simplifiée du modèle, on propose que la densité,  $\rho_m$ , de dislocations mobiles soit une fraction constante de la densité moyenne [75, 82] :

$$\rho_m = f \cdot \rho \quad (\text{I.63})$$

Dans une autre version du modèle, on utilise une équation simplifiée de l'évolution de la densité,  $\rho_m$ , de dislocations mobiles [82], celle-ci s'écrit sous la forme :

$$\frac{d\rho_m}{d\gamma_p} = \frac{c}{\rho} \quad (\text{I.64})$$

Cette équation exprime que le taux de production des dislocations mobiles diminue au cours de la déformation plastique. Pour tenir compte de la création et de l'annihilation des dislocations, Klepaczko [75] et Kocks [83] proposent d'écrire l'évolution de la densité moyenne,  $\rho$ , sous la forme :

$$\frac{d\rho}{d\gamma_p} = M_g(\dot{\gamma}_p, T, \rho) - M_a(\dot{\gamma}_p, T, \rho) \quad (\text{I.65})$$

Dans cette équation, les termes  $M_g$  et  $M_a$  représentent respectivement la contribution de la création et celle de l'annihilation au coefficient total d'accumulation des dislocations. La formulation mathématique du coefficient d'accumulation  $M_{\text{eff}}$  constitue le problème principal à résoudre pour pouvoir construire à partir de ce formalisme, un modèle d'écoulement viscoplastique des matériaux polycristallins. La forme suivante de ce coefficient a été proposée par Klepaczko [75] :

$$\frac{d\rho}{d\gamma_p} = M(\dot{\gamma}_p) - K_a(\dot{\gamma}_p, T) \cdot (\rho - \rho_0) \quad (\text{I.66})$$

Dans cette équation, le terme  $M(\dot{\gamma}_p)$  représente le coefficient de multiplication des dislocations,  $K_a(\dot{\gamma}_p, T)$  le coefficient d'annihilation et  $\rho_0$  la densité initiale des dislocations présentes dans le matériau. Pour tenir compte de l'histoire de la vitesse de déformation et de la température, on introduit lors de l'intégration de cette équation, les évolutions  $\dot{\gamma}_p(\gamma_p)$  de la vitesse de déformation et  $T(\gamma_p)$  de la température au cours de la déformation plastique. Lorsque la vitesse de déformation et la température sont supposées constantes  $\dot{\gamma}_p(\gamma_p) = \text{const}$  et  $T(\gamma_p) = \text{const}$ , l'intégration de l'équation (I.66) avec la condition  $\rho = \rho_0$  lorsque  $\gamma_p = 0$ , conduit à la solution analytique suivante :

$$\rho = \rho_0 + \frac{M(\dot{\gamma}_p)}{K_a(\dot{\gamma}_p, T)} \cdot \left[ 1 - \exp\left[-K_a(\dot{\gamma}_p, T) \cdot \gamma_p\right] \right] \quad (\text{I.67})$$

Dans le cas des essais dynamiques, les élévations de la température du matériau dues à son échauffement sont assez importantes pour qu'elles ne soient pas négligées. De plus, le matériau subit de très fortes accélérations pendant la phase de mise en vitesse. Dans ces conditions, l'équation (I.66) devra être résolue au moyen de méthodes numériques.

D'après Klepaczko [26-74], le facteur d'annihilation  $K_a$  s'exprime en fonction de la vitesse de déformation et de la température par la relation suivante :

$$K_a(\dot{\gamma}_p, T) = K_o \cdot \left( \frac{\dot{\gamma}_p}{\dot{\gamma}_o} \right)^{-2 \cdot m_o \cdot T} \quad (\text{I.68})$$

où  $K_o$  représente le facteur d'annihilation à 0 K,  $\dot{\gamma}_o$  la fréquence d'annihilation et  $m_o$  la sensibilité absolue à la vitesse d'annihilation des dislocations. Dans ses travaux sur l'acier XC18, Zeghib [84] avait conclu que la sensibilité de l'annihilation à la vitesse est positive pour des températures ne dépassant pas une certaine valeur  $T_r$  qu'il avait appelé "température de passage". Pour tenir compte de ce fait, il avait proposé de modéliser le facteur d'annihilation en tenant compte de cette température de passage :

$$K_a(\dot{\gamma}_p, T) = K_o \cdot \left( \frac{\dot{\gamma}_p}{\dot{\gamma}_o} \right)^{-2 \cdot m_o \cdot (T - T_r)} \quad (\text{I.69})$$

Zeghib avait identifié les deux paramètres  $\dot{\gamma}_o$  et  $T_r$  pour l'acier XC18 à partir des essais qu'il avait réalisés à différentes températures [84]. Les résultats issus de cette identification sont  $\dot{\gamma}_o = 10^4 \text{ s}^{-1}$  et  $T_r = 560 \text{ K}$ . Celles-ci correspondent bien au domaine de l'activation thermique. Ce même modèle avec l'expression (I.69) du facteur d'annihilation  $K_a$ , a été utilisé par Rezaig [85] dans une étude numérique des bandes de cisaillement de l'acier XC18.

Pour ce qui concerne le coefficient  $M$  de multiplication des dislocations, il est donné en fonction de la vitesse de déformation plastique par la relation suivante :

$$M(\dot{\gamma}_p) = M_o \cdot \left[ B + C \cdot \tanh \left[ A \cdot \log \left( \frac{\dot{\gamma}_p}{D} \right) \right] \right] \quad (\text{I.70})$$

Cette relation qui est déduite de l'analyse des résultats expérimentaux obtenus par Morrone et Duffy [72] sur l'Aluminium, matériau métallique à structure cubique à faces centrées, avait été proposée par Klepaczko [26, 74] pour l'étude du cuivre polycristallin. Les paramètres  $A$ ,  $B$ ,  $C$ ,  $D$  et  $M_o$  ont été identifiés pour ce matériau en ajustant les données expérimentales de Follansbee et Kocks [67] à cette équation.  $A$ ,  $B$  et  $C$  sont des constantes sans dimension,  $D$  une vitesse de déformation de référence et  $M_o$  un coefficient s'exprimant en  $\text{cm}^{-2}$ . Le produit  $M_o \cdot B$  représente la valeur du coefficient  $M$  lorsque la valeur de la vitesse de déformation plastique est égale à  $D$ .

Des études basées sur la microscopie électronique à transmission et l'analyse aux rayons X ont été réalisées par Burgahn et coll. [35] sur un acier XC45, pour caractériser l'influence de la vitesse de déformation et de la température sur la microstructure au cours de la déformation

plastique. Les auteurs ont mesuré lors de ces travaux, la densité de dislocation pour un niveau de déformation plastique  $\varepsilon_p = 5\%$  et ce, pour différentes valeurs de la vitesse de déformation et de la température.

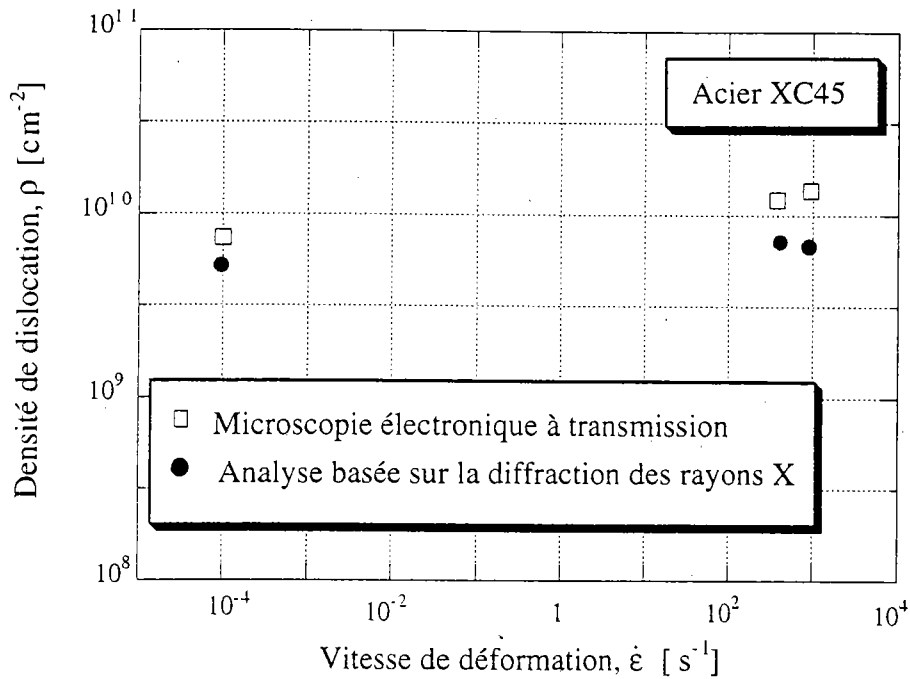


Figure I.19 : Variations de la densité moyenne de dislocations en fonction de la vitesse de déformation pour un acier XC45 ( $\varepsilon_p = 5\%$  et  $T = 293\text{ K}$ ), Burgahn et coll. [35].

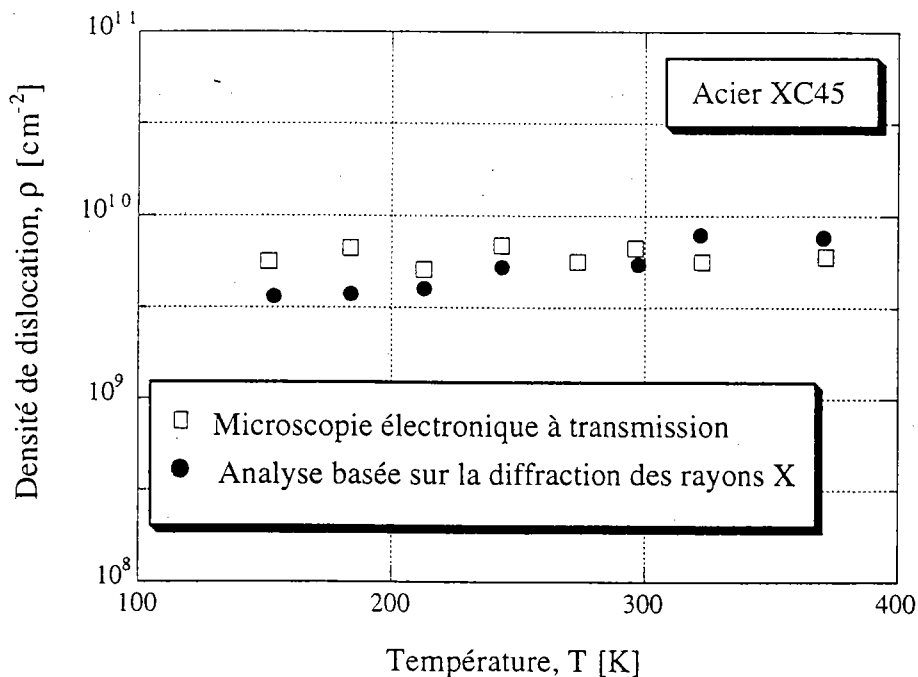
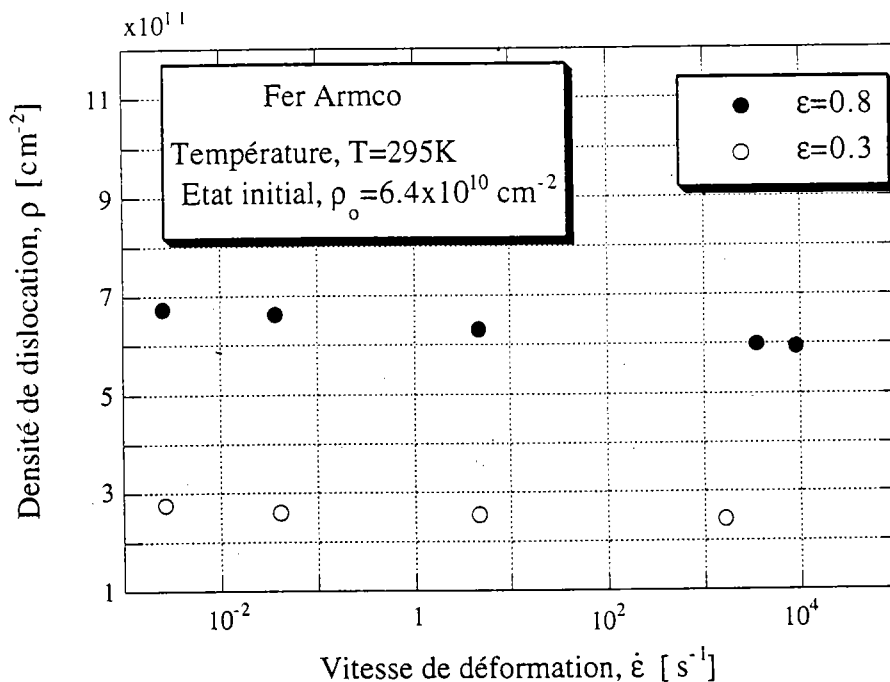


Figure I.20 : Variations de la densité moyenne de dislocations en fonction de la température pour un acier XC45 ( $\varepsilon_p = 5\%$  et  $\dot{\varepsilon} = 3 \times 10^{-3} \text{ s}^{-1}$ ), Burgahn et coll. [35].

Les auteurs ont conclu à partir de ces études que dans le cas des réseaux cubiques centrés, la densité moyenne,  $\rho$ , de dislocations varie très légèrement avec la vitesse de déformation (figure I.19) aussi bien qu'avec la température (figure I.20), à point qu'elle puisse être considérée pratiquement invariable avec ces deux grandeurs.

D'autres essais de compression accompagnés d'observations microscopiques ont été réalisés par Ostwaldt et coll. [36] sur du fer polycristallin, pour étudier la plasticité dynamique et l'évolution de la microstructure au cours de la déformation. Ces essais ont été effectués à une température ambiante,  $T = 295 \text{ K}$ , sur une grande plage de vitesse de déformation,  $10^{-3} \text{ s}^{-1} \leq \dot{\epsilon} \leq 10^4 \text{ s}^{-1}$ , dans un domaine de grandes déformations (jusqu'à  $\epsilon \approx 0.8$ ). Les auteurs ont déterminé à l'aide d'analyses par diffraction des rayons X, les variations de la densité moyenne,  $\rho$ , de dislocations en fonction de la vitesse de déformation (figure I.21) pour deux niveaux de déformation ( $\epsilon = 30 \%$  et  $\epsilon = 80 \%$ ). Ils ont conclu à partir de ces travaux que dans le cas des réseaux cubiques centrés, la vitesse de déformation a une faible influence sur l'évolution de la densité moyenne,  $\rho$ , de dislocations.



**Figure I.21 :** Variations de la densité moyenne de dislocations en fonction de la vitesse de déformation pour un fer polycristallin, Ostwaldt et coll. [36].

Les études basées sur la microscopie électronique à transmission et sur la diffraction des rayons X montrent, donc, que l'influence de la vitesse de déformation et de la température sur la densité moyenne,  $\rho$ , de dislocations est très faible.

### 1.5.3.4.6. Version développée du modèle

Les modèles basés sur la multiplication des dislocations ont connu beaucoup de progrès pour la description du comportement mécanique des métaux. Plusieurs travaux proposent des modèles basés sur deux variables internes pour décrire l'évolution de la microstructure. Klepaczko [86, 87, 88] propose que les densités,  $\rho_m$ , de dislocations mobiles et,  $\rho_i$ , de dislocations immobiles évoluent suivant des équations qui s'écrivent sous la forme :

$$\begin{cases} \frac{d\rho_m}{d\gamma_p} = M_m(\dot{\gamma}_p) - f_{ma}(\dot{\gamma}_p, T, \rho_i, \rho_m) \\ \frac{d\rho_i}{d\gamma_p} = M_i(\dot{\gamma}_p) - f_{ia}(\dot{\gamma}_p, T, \rho_i, \rho_m) \end{cases} \quad (\text{I.71})$$

Dans ces équations :

\*  $M_m$  représente le coefficient de multiplication des dislocations mobiles ; cette multiplication est due, d'une part, à la création de nouvelles dislocations par le mécanisme de Frank-Read ou par tout autre mécanisme de création et, d'autre part, à la mise en mouvement d'une partie des dislocations immobiles lors de la déformation plastique du matériau.

\*  $f_{ma}$  représente le facteur de diminution des dislocations mobiles, cette diminution est due à l'annihilation d'une partie des dislocations mobiles et à l'ancrage d'une deuxième partie de ces dislocations.

\*  $M_i$  représente le coefficient de stockage des dislocations immobiles ; ce stockage est dû à l'ancrage des dislocations mobiles.

\*  $f_{ia}$  représente le facteur de diminution des dislocations immobiles, cette diminution est due à l'annihilation d'une partie des dislocations immobiles et à la mise en mouvement d'une deuxième partie de ces dislocations.

Pour modéliser l'évolution de la densité de dislocations mobiles, Klepaczko [86, 87, 88] propose l'équation suivante :

$$\frac{d\rho_m}{d\gamma_p} = M_m(\dot{\gamma}_p) + (\rho_m - \rho_m^o) \cdot \left( \frac{\eta_1}{\gamma_p} - \eta_2 \right) \quad (\text{I.72})$$



où  $\rho_m^0$  est la densité initiale des dislocations susceptibles de devenir mobiles au début de la déformation plastique,  $\eta_1$  une constante caractérisant la sensibilité des sources de dislocations aux variations de la vitesse et  $\eta_2$  la probabilité d'ancrage des dislocations mobiles. Le coefficient  $M_m$  exprimant la multiplication de ces dislocations en fonction de la vitesse de déformation plastique,  $\dot{\gamma}_p$ , est donné par une relation analogue à l'équation (I.70).

D'après les références [86, 87, 88], Klepaczko propose d'écrire l'évolution de la densité de dislocations immobiles, par analogie avec le modèle à un seul paramètre (I.66), par l'équation différentielle suivante :

$$\frac{d\rho_i}{d\gamma_p} = M_i(\dot{\gamma}_p) - K_o \cdot \left( \frac{\dot{\gamma}_p}{\dot{\gamma}_o} \right)^{-2 \cdot m_o \cdot T} \cdot (\rho_i - \rho_i^0) \quad (\text{I.73})$$

où  $\rho_i^0$  est la densité initiale des dislocations susceptibles de rester immobiles au début de la déformation plastique et  $M_i$  le coefficient de multiplication des dislocations immobiles au cours de la déformation. Ce coefficient s'écrit d'après les références [86, 87, 88] comme suit :

$$M_i(\dot{\gamma}_p) = \frac{d\rho_m}{d\gamma_p} \quad (\text{I.74})$$

Cette relation suppose que la multiplication des dislocations immobiles contre balance l'accumulation des dislocations mobiles. Dans la suite de ce travail, nous aurons l'occasion de revenir à ce formalisme dans le cadre du chapitre III, où il s'agira de modéliser l'écoulement plastique de l'acier IFHR-340 dans le domaine de l'activation thermique.

### I.5.3.5. Modèles liés aux mécanismes d'amortissement visqueux

Pour des chargements très rapides, les dislocations se trouvent animées de très grandes vitesses et les phénomènes dissipatifs deviennent prépondérants (émission de phonons, interactions dislocations-phonons et dislocations-électrons). Ces dissipations d'énergie se manifestent par une viscosité très importante, celle-ci est généralement modélisée par des forces visqueuses de type Newtonien :

$$F = (\tau - \tau_a) \cdot b = B \cdot \bar{v} \quad (\text{I.75})$$

$F$  étant la force visqueuse par unité de longueur,  $B$  le coefficient de viscosité et  $\bar{v}$  la vitesse moyenne des dislocations. On sait que cette vitesse est limitée par la célérité des ondes élastiques transversales dans les matériaux métalliques. Aux vitesses extrêmement élevées, des effets relativistes entrent en jeu et le coefficient  $B$  caractérisant la viscosité s'écrit (d'après Weertman [37]) :

$$B = \frac{B_0}{\left(1 - \frac{\bar{v}}{C_t}\right)} \quad (\text{I.76})$$

En combinant l'équation (I.75) avec celle d'Orowan (I.12), on obtient :

$$\tau = \tau_a + \left(\frac{B}{b^2 \cdot \rho_m}\right) \cdot \dot{\gamma}_p \quad \text{ou encore} \quad \sigma = A + \eta \cdot \dot{\epsilon}_p \quad (\text{I.77})$$

Ces relations traduisent de façon simplifiée les effets de la viscosité sur la réponse macroscopique du matériau. Cependant, ces effets s'affaiblissent lorsque la vitesse de déformation devient extrêmement élevée. Certains auteurs comme Steinberg [56], pensent même que la viscosité disparaît lors d'un régime extrêmement rapide  $\dot{\epsilon} \geq 10^5$ , et expliquent cette hypothèse par les élévations très importantes de la température qui effacent probablement ses effets. Notons que la loi de comportement de Steinberg [56] faisant intervenir la pression et négligeant l'effet de la viscosité, est surtout utilisée pour la prévision des problèmes d'impact à très grandes vitesses.

## I.6. Rappel sur l'équation de conservation d'énergie

Vu l'importance de la sensibilité du comportement des métaux à la température, il est intéressant de rappeler l'équation qui exprime la conservation de puissance. Cette conservation qui constitue le premier principe de la thermodynamique est traduite par l'équation suivante, (Lemaitre et Chaboche [81]) :

$$\rho_d \cdot C_v \cdot \dot{T} = \lambda \cdot \nabla^2 T + r + \underline{\underline{\sigma}} : \underline{\underline{\dot{\epsilon}}}_p - A_k \cdot \dot{V}_k + T \cdot \left[ \frac{\partial \underline{\underline{\sigma}}}{\partial T} : \underline{\underline{\dot{\epsilon}}}_e + \frac{\partial A_k}{\partial T} \cdot \dot{V}_k \right] \quad (\text{I.78})$$

où :

\*  $\rho_d$  représente la masse par unité de volume,  $C_v$  la chaleur spécifique et  $\lambda$  le coefficient de conduction thermique du matériau.

\* les variables  $V_k$  représentent l'état interne de la matière, ces variables interviennent dans l'énergie libre du système thermodynamique considéré.

\* les termes  $A_k$  sont les forces thermodynamiques associées aux variables internes  $V_k$ .

\* les quantités  $\underline{\underline{\sigma}} \cdot \underline{\underline{\dot{\epsilon}}}_p$  et  $r$  représentent respectivement la puissance de déformation plastique et la densité volumique de production de chaleur créée par des sources extérieures par unité de temps.

\* Le terme  $A_k \cdot \dot{V}_k$  représente l'énergie non récupérable stockée dans le matériau par unité de temps. Pour les métaux, cette énergie est celle des champs de micro-contraintes résiduelles accompagnant l'augmentation de la densité de dislocations. Elle représente 5 à 10 % de l'énergie de déformation plastique, le reste est converti en chaleur à l'intérieur du métal.

En général, les valeurs des deux derniers termes de l'équation (I.78) sont négligeables dans la plupart des applications. Donc, en l'absence des sources de chaleur externes, l'équation de conservation d'énergie se réduit à :

$$\rho_d \cdot C_v \cdot \dot{T} = \lambda \cdot \nabla^2 T + \beta \cdot \underline{\underline{\sigma}} \cdot \underline{\underline{\dot{\epsilon}}}_p \quad (\text{I.79})$$

$\beta$  étant le coefficient de Quinney-Taylor [89], il représente la fraction de l'énergie de déformation plastique convertie en chaleur. Pour les grandes vitesses de déformation, le temps est insuffisant pour faire évacuer cette chaleur par conduction, et le processus devient presque adiabatique. Dans ce cas, la conduction est négligée dans l'équation d'énergie qui devient :

$$\rho_d \cdot C_v \cdot dT = \beta \cdot \bar{\sigma} \cdot d\bar{\epsilon}_p \quad (\text{I.80})$$

D'après les théories statistiques et dans le cadre de l'approximation de Debye, l'expression de la chaleur spécifique,  $C_v$ , en fonction de la température s'écrit (d'après [90]) :

$$C_v(T) = 9R \cdot \left( \frac{T}{T_D} \right)^3 \cdot \int_0^{\frac{T_D}{T}} \left[ \frac{\xi^4 \cdot \exp(\xi)}{[\exp(\xi) - 1]^2} \right] d\xi \quad (\text{I.81})$$

$R$  étant la constante universelle des gaz et  $T_D$  la température de Debye.

L'ensemble des équations (I.79), (I.80) et (I.81) est très utile pour l'étude du comportement des matériaux en dynamique rapide, puisqu'il permet de déterminer les élévations de la température dans le matériau lorsque celui-ci subit des déformations à grande vitesse.

## Conclusion

Cette étude bibliographique nous a permis d'éclaircir les points suivants concernant le comportement inélastique des métaux :

1- ce comportement est fortement dépendant de la température, de la vitesse de déformation et de l'histoire du chargement. L'importance de chacun de ces paramètres sur le comportement dépend, en plus de la nature du matériau lui même, du domaine de températures et de vitesses de déformation exploré.

2- l'histoire de chargement évoquée ci-dessus est liée aux changements de la microstructure au cours de la déformation.

3- plusieurs mécanismes physiques peuvent régir la déformation du métal. Ils sont classés, selon les domaines de température et de vitesse, en quatre grandes catégories :

- \* les mécanismes athermiques.
- \* les mécanismes thermoactivés.
- \* les mécanismes de fluage contrôlé par la diffusion.
- \* les mécanismes d'amortissement visqueux.

4- deux voies sont utilisées pour modéliser le comportement plastique des métaux. La première qui est basée sur les approches empiriques, est plus souple à utiliser dans les codes de calcul pour la simplicité de ses formulations tandis que la deuxième, basée sur les approches semi-empiriques, est plus difficile à mettre en oeuvre dans ces codes. De plus, les formulations semi-empiriques sont parfois très lourdes à gérer en raison du nombre trop élevé de paramètres qu'elles mettent en jeu et dont l'identification n'est pas toujours évidente.

Dans la suite, nous réaliserons un travail de modélisation de l'écoulement plastique des matériaux métalliques à structure cubique centrée dans le domaine de l'activation thermique. Pour cela, nous utiliserons le formalisme proposé par Klepaczko en prenant comme matériau de base l'acier industriel IFHR-340. Ce travail qui vise l'utilisation de ce formalisme dans le code de calcul Abaqus, nécessite une caractérisation préalable du matériau ; ceci sera l'objet du chapitre suivant.

Chapitre II :

*CARACTERISATION DE L'EFFET DE LA VITESSE DE  
DEFORMATION SUR L'ECOULEMENT PLASTIQUE DE  
L'ACIER IFHR-340*

## Introduction

La première partie de ce chapitre sera consacrée à une série d'essais de traction simple réalisés, au moyen d'une machine hydraulique de type Zwick REL, sur des tôles d'acier IFHR-340. Nous allons commencer par une description du montage et du système de mesures, puis présenter la méthode utilisée pour le dépouillement des enregistrements.

Les essais de traction réalisés sur la machine ne permettent pas de dépasser des vitesses de déformation d'environ  $100 \text{ s}^{-1}$ . En se basant sur la technique des barres d'Hopkinson [91] et sur la version modifiée de cette technique par Kolsky [92], et dont le but de couvrir une gamme plus large de vitesse de déformation, Klepaczko [93] a récemment développé au LPMM-Metz un nouveau dispositif de traction dynamique. Le principe de fonctionnement de ce dispositif, le système de mesures et la méthode de dépouillement des enregistrements seront l'objet de la deuxième partie de ce chapitre.

## Rappel sur l'essai de traction uniaxiale

Les éprouvettes utilisées pour la réalisation des essais de traction simple sont généralement de forme plate ou cylindrique. Elles sont constituées d'une partie utile et de deux têtes de fixation et, entre chacune de celles-ci et la partie active, des raccords conçus pour minimiser les concentrations de contraintes. Sur la figure II.1 ci-dessous, nous présentons un exemple d'éprouvette cylindrique utilisée par Zeghib [84] au LPMM-Metz pour étudier le comportement de l'acier XC18.

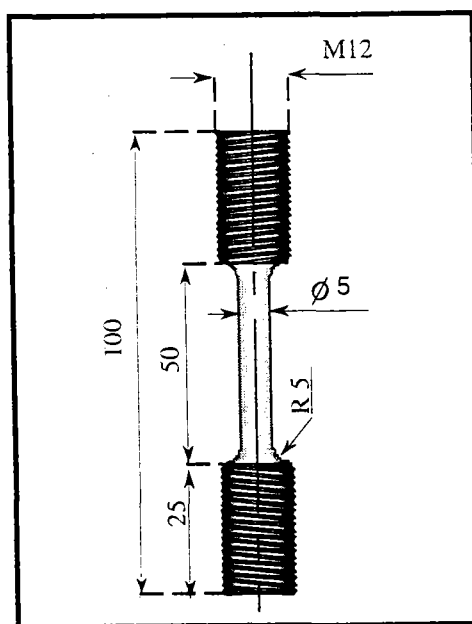


Figure II.1 : Exemple d'éprouvette cylindrique, Zeghib [84].

On soumet la partie utile de l'éprouvette à un champ de contrainte uniaxiale en appliquant une force de traction suivant sa longueur. La mesure de l'allongement,  $\Delta L$ , de l'éprouvette et de la force,  $F$ , qui lui est appliquée, permet de remonter aux valeurs de la contrainte et de la déformation au moyen des deux relations suivantes :

$$\sigma_n = \frac{F}{A_{\text{ép}}^0} \quad \text{et} \quad \varepsilon_n = \frac{\Delta L}{L_0} \quad (\text{II.1})$$

où  $A_{\text{ép}}^0$  est la section initiale de l'éprouvette et  $L_0$  sa longueur initiale. Les deux grandeurs  $\sigma_n$  et  $\varepsilon_n$  sont appelées respectivement contrainte nominale et déformation nominale. La quantité  $\varepsilon_n$  ne correspond pas à la déformation vraie de l'éprouvette car, en réalité, la déformation,  $\varepsilon$ , à un instant,  $t$ , donné représente le cumul de déformations infinitésimales,  $d\varepsilon$ , de l'éprouvette depuis le début de l'essai jusqu'à l'instant  $t$ . La déformation réelle s'écrit donc sous la forme :

$$\varepsilon = \int \frac{dL}{L} \quad (\text{II.2})$$

où  $L$  représente la longueur de l'éprouvette de traction à l'instant  $t$  et  $dL$  la variation de cette longueur entre  $t$  et  $t + dt$ . On en déduit la relation suivante entre la déformation réelle et la déformation nominale :

$$\varepsilon = \ln(1 + \varepsilon_n) \quad (\text{II.3})$$

De même, la contrainte nominale,  $\sigma_n$ , ne tient pas compte de la diminution de la section de l'éprouvette au cours de la déformation. Pour déterminer la contrainte réelle que l'on note  $\sigma$ , on utilise l'hypothèse de conservation du volume de matière au cours de la déformation. Lorsque la section actuelle,  $A_{\text{ép}}$ , de l'éprouvette est uniforme sur toute sa longueur  $L$ , i.e. avant le début de la striction, cette hypothèse conduit à :

$$\sigma = \sigma_n \cdot (1 + \varepsilon_n) \quad (\text{II.4})$$

Les relations (II.3) et (II.4) montrent que pour des déformations très faibles, les grandeurs nominales et réelles sont pratiquement les mêmes.

### Striction d'une éprouvette de traction uniaxiale

Au cours d'un essai de traction uniaxiale, l'éprouvette subit dans un premier stade une déformation homogène ; elle s'allonge tandis que sa section diminue uniformément sur toute sa longueur. L'effort total que supporte l'éprouvette augmente avec l'allongement, ce qui lui confère un état stable. Ce processus continue jusqu'à ce que le chargement total atteigne son maximum ; la section d'une tranche se réduit plus que les autres et continue à diminuer jusqu'à

la rupture. Durant ce stade, l'effort décroît en fonction de l'allongement, ce qui crée au niveau de l'éprouvette un état d'équilibre instable : la tranche qui a une section plus faible que les autres oppose une résistance inférieure à celles des tranches voisines. Ainsi, l'équilibre est rompu et l'inégalité des sections s'accroît en favorisant la striction. Le champ de déformation qui est presque uniforme avant l'apparition de cette instabilité, cesse de l'être au moment de son déclenchement et un processus de localisation de la déformation commence.

La localisation de la déformation et les sites préférentiels de son déclenchement sur l'éprouvette sont, en général, affectés de façon très importante par les effets du couplage thermomécanique et les conditions aux limites imposées. Dans un travail qu'il avait réalisé en 1981, Ferron [94] avait étudié la striction des éprouvettes plates de traction d'un acier austénitique de type 304 en tenant compte de la sensibilité de l'écoulement du matériau à la température. Pour cela, il avait utilisé une relation constitutive qui tient compte de cette sensibilité, et introduit l'approximation adiabatique dans l'équation de conservation de l'énergie. L'auteur avait abouti à un critère de striction selon lequel, la sensibilité du matériau à la température favorise le déclenchement des instabilités de la déformation. Dans ce même travail, Ferron avait réalisé des essais de traction uniaxiale sur des éprouvettes comportant initialement des imperfections géométriques. Ces essais ont été effectués avec différentes conditions aux limites, pour étudier l'influence de celles-ci sur les sites préférentiels de déclenchement des instabilités de l'écoulement plastique. Les résultats de ces essais montrent que pour des conditions favorisant de forts gradients thermiques (cas des essais réalisés dans l'air avec des serrages métalliques), le site préférentiel du déclenchement des instabilités de la déformation se situe au centre de l'éprouvette. Dans le cas des conditions aux limites pour lesquelles les gradients thermiques résultant sont faibles (cas des essais dans l'air avec des serrages dont la conduction thermique est réduite au moyen d'une résine ou essais dans l'eau avec les deux types de serrage), la position suivant l'axe de la traction du site préférentiel de déclenchement des instabilités de la déformation est aléatoire. Dans le premier cas, le déclenchement des instabilités de la déformation plastique est dû en grande partie aux gradients thermiques alors que dans le deuxième cas, ce sont les imperfections géométriques qui sont responsables du déclenchement de ces instabilités.

## **II.1. Essais de traction sur la machine hydraulique**

### **II.1.1. Géométrie des éprouvettes**

Sur la figure ci-dessous sont présentées la géométrie et les dimensions des éprouvettes que nous utilisons dans le cadre de ce travail et qui sont fournies par SOLLAC. Les trous usinés sur chacune des deux têtes de l'éprouvette sont destinés à contenir des clavettes permettant sa fixation.



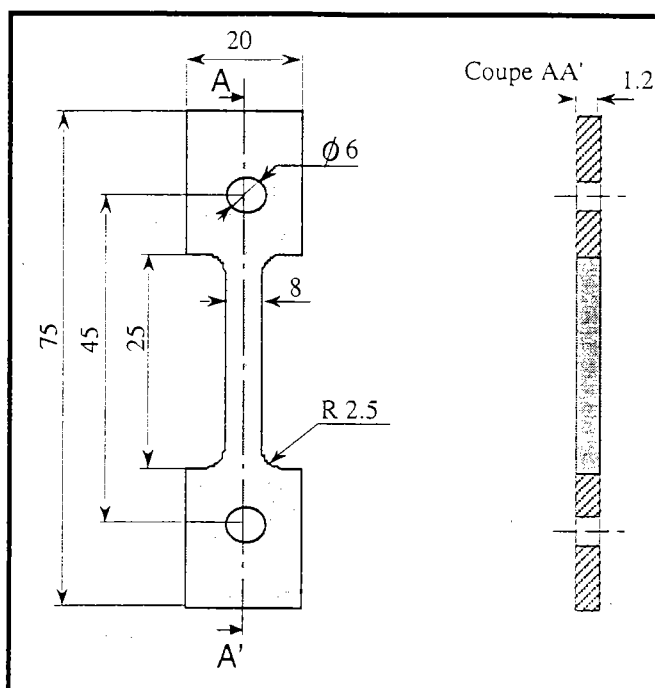
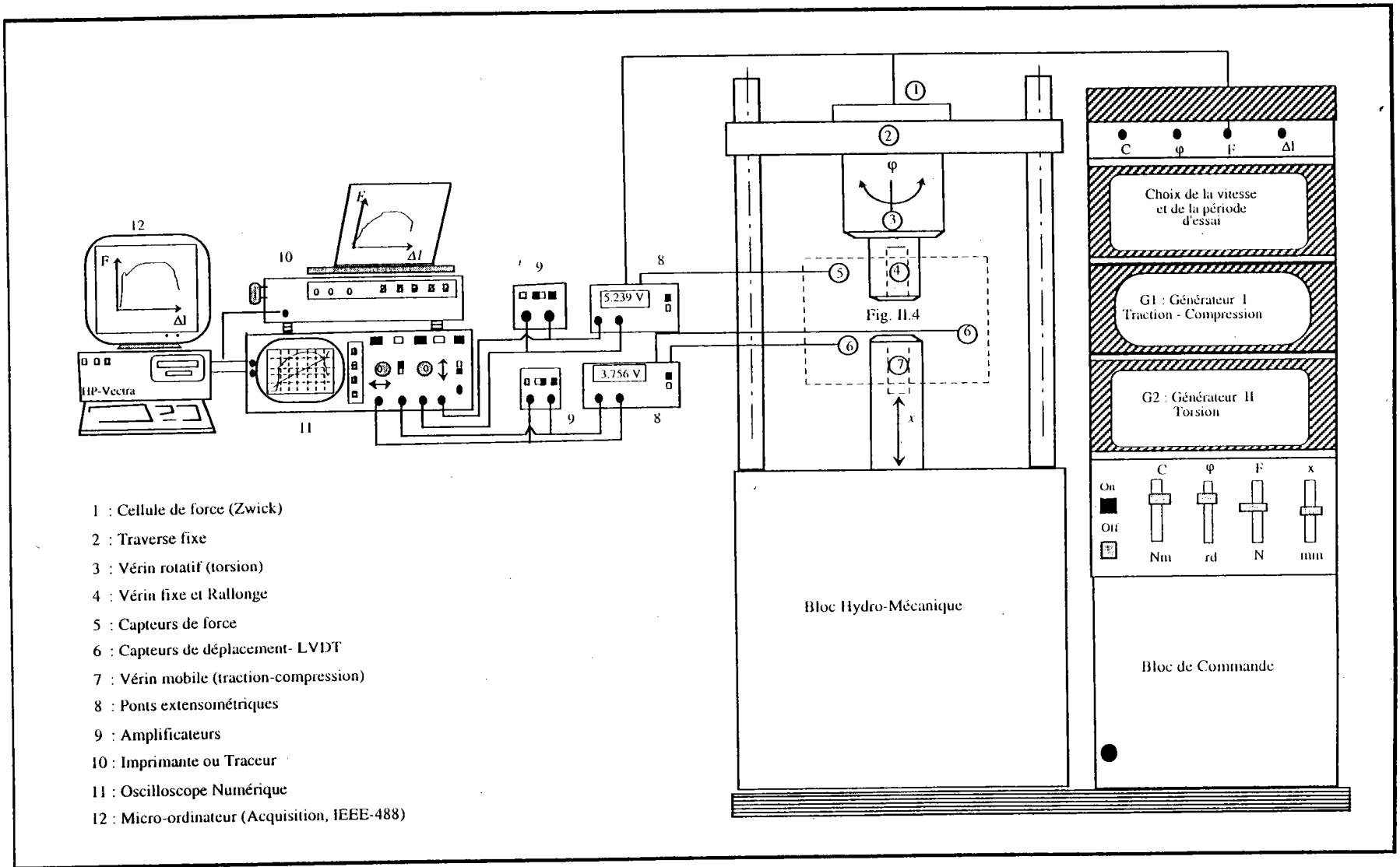


Figure II.2 : Géométrie de l'éprouvette plate utilisée dans le cadre de ce travail.

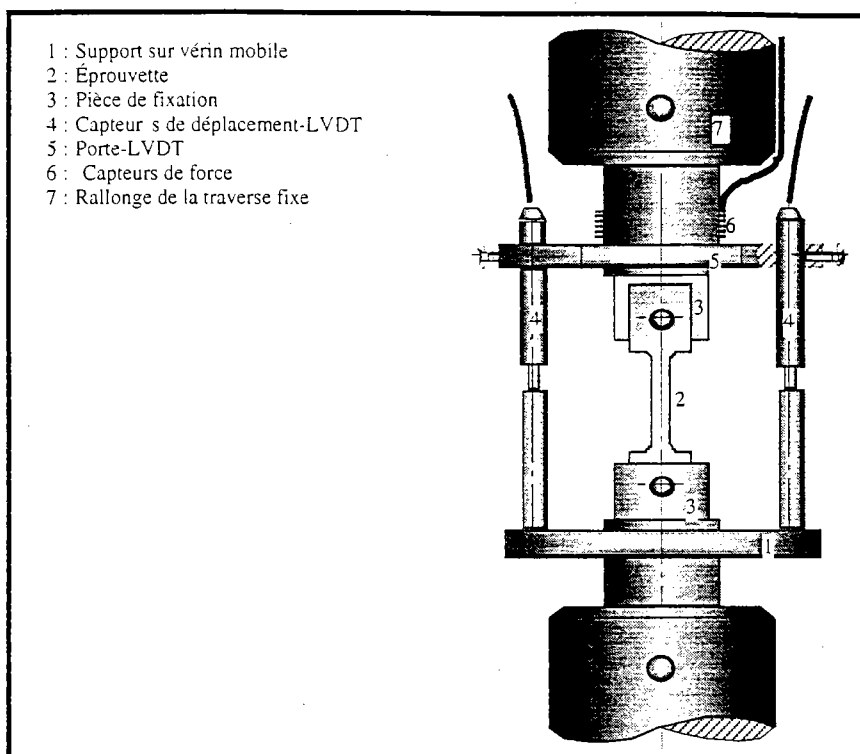
### II.1.2. Description du dispositif

Pour la réalisation des essais, nous utilisons une machine hydraulique asservie en boucle fermée. Cette machine, dont le schéma est représenté sur la figure II.3, est composée de deux blocs. Le premier comprend deux générateurs qui commandent, l'un, le déplacement vertical d'un vérin rectiligne permettant la traction-compression et, l'autre, le mouvement d'un vérin rotatif permettant la torsion. Le deuxième bloc qui est hydromécanique, permet de charger les éprouvettes.

Pour l'essai de traction simple dont il s'agit ici, l'éprouvette est attachée à ses deux extrémités d'un côté à un vérin fixe et de l'autre côté au vérin rectiligne destiné à la traction-compression. On impose la vitesse de déplacement du vérin mobile en choisissant, sur le bloc de commande, le parcours maximal désiré et la période de l'essai. Le schéma du montage utilisé est illustré par la figure II.4.



**Figure II.3 :** Schéma de l'ensemble machine hydraulique-Appareillage de mesure et de visualisation des signaux.



*Figure II.4 : Schéma du montage conçu pour les essais de traction simple sur la machine hydraulique.*

### II.1.3. Principe de mesures

Pour la mesure du déplacement relatif de deux points d'une éprouvette, on utilise le plus souvent l'une des deux techniques suivantes :

1- on colle sur l'éprouvette des jauges extensométriques ou résistances électriques qui subissent, lors du chargement de l'éprouvette, le même allongement que celle-ci. La mesure de la variation de résistance dans un pont de Wheastone, permet de déterminer la valeur de la déformation. L'emploi de cette technique se limite au domaine de petites déformations et de basses températures car les colles ne résistent pas aux températures élevées.

2- on utilise des capteurs de déplacement qui, montés en parallèle avec l'éprouvette, mesurent son allongement. Cette mesure permet de déterminer la valeur de la déformation.

Quant à la force appliquée par la machine, elle est mesurée à l'aide de jauges extensométriques que l'on colle sur une cellule dynamométrique montée en série avec l'éprouvette.

Dans le cadre de ce travail, nous utilisons un système de mesures composé d'un capteur de force (basé sur le principe de jauges extensométriques) et de deux capteurs de déplacement de type L.V.D.T. (Linear Variable Differential Transducer). Le capteur de force est monté en série

avec l'éprouvette alors que les capteurs de déplacement sont montés en parallèle avec celle-ci (figure II.4). Afin de suivre l'évolution de la force de traction et celle de l'allongement de l'échantillon au cours du temps, le montage utilisé est lié à une chaîne d'appareils électroniques assurant l'acquisition et la visualisation des signaux (figure II.3).

Les allongements  $\Delta l_1(t)$  et  $\Delta l_2(t)$  des deux capteurs de déplacement sont donnés en fonction des signaux  $V_{d1}(t)$  et  $V_{d2}(t)$ , fournis par le pont extensométrique, au moyen des deux relations suivantes :

$$\begin{cases} \Delta l_1(t) = \kappa_{d1} \cdot V_{d1}(t) \\ \Delta l_2(t) = \kappa_{d2} \cdot V_{d2}(t) \end{cases} \quad (\text{II.5})$$

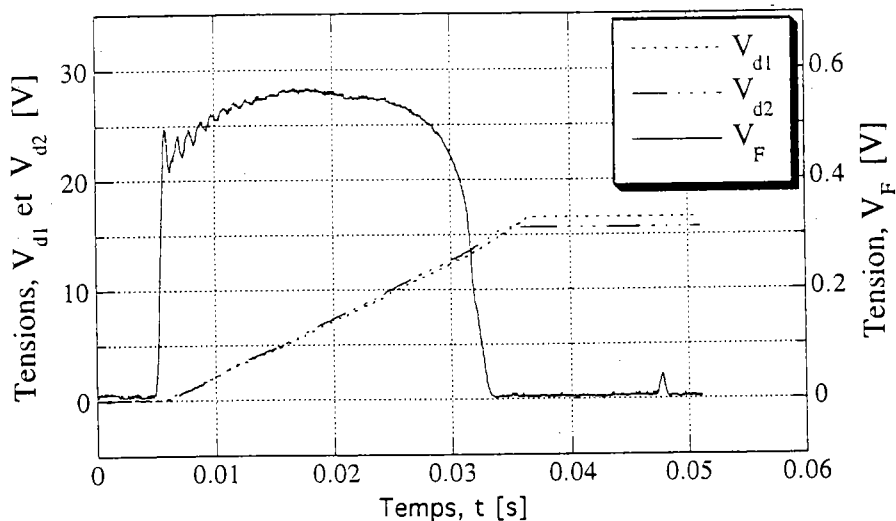
$\kappa_{d1}$  et  $\kappa_{d2}$  étant les sensibilités des deux capteurs.

Quant à la force de traction,  $F(t)$ , appliquée par la machine à l'éprouvette, elle est exprimée en fonction du signal  $V_F(t)$  par la relation suivante :

$$F(t) = \kappa_F \cdot V_F(t) \quad (\text{II.6})$$

où  $\kappa_F$  est la sensibilité du capteur de force.

Un exemple de signaux mesurés est illustré par la figure suivante :



**Figure II.5 :** Oscillogramme représentant les signaux de déplacement et de la force mesurés lors d'un essai de traction réalisé à une vitesse nominale moyenne,  $\bar{\epsilon}_n$ , d'environ  $16 \text{ s}^{-1}$ .

### II.1.4. Dépouillement des enregistrements

Les signaux enregistrés présentent des oscillations dues aux éventuels signaux parasites qui viennent perturber les enregistrements. Lors des essais aux grandes vitesses, ces oscillations sont dues, en plus des causes précitées, aux effets d'inertie et à la résonance de la machine. Nous discuterons à la fin de ce chapitre de l'incidence de cette résonance sur les résultats des essais. Le dépouillement de ces signaux présente donc beaucoup de difficultés et peut conduire à des pertes d'informations sur l'essai. Pour ces raisons, il est nécessaire de traiter préalablement les signaux enregistrés avant tout dépouillement.

Nous remarquons sur la figure II.5 que chacun des trois signaux mesurés présente des déphasages temporels par rapport aux deux autres. Ces déphasages sont dus, d'une part, au fait que les capteurs de déplacement et de force ne se déclenchent pas simultanément et, d'autre part, à la propagation des ondes dans le cas de sollicitations rapides. Nous éliminons tout d'abord ces déphasages, puis nous déterminons la contrainte nominale  $\sigma_n(t)$  et l'allongement moyen  $\Delta l(t)$  à l'aide des deux relations suivantes :

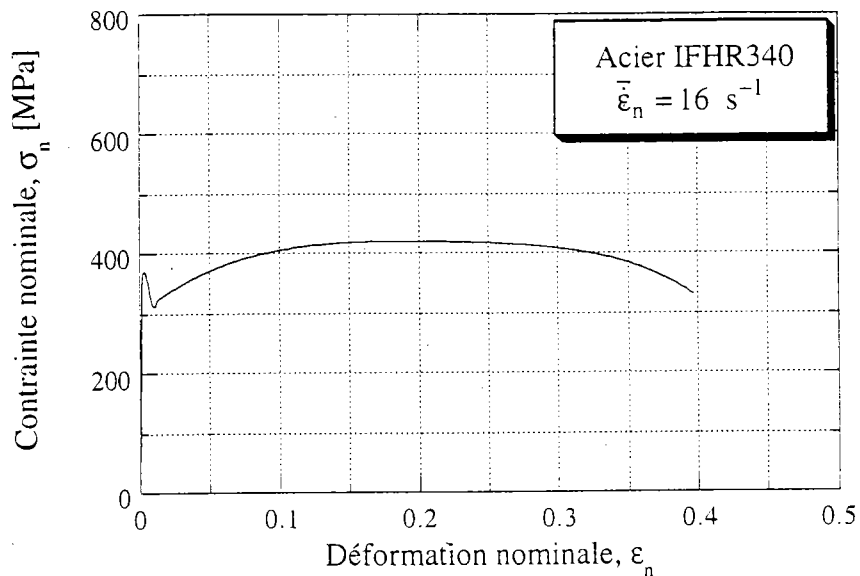
$$\begin{cases} \sigma_n(t) = \frac{\kappa_F \cdot V_F(t)}{A_{\text{ép}}^0} \\ \Delta l(t) = \frac{\kappa_{d1} \cdot V_{d1}(t) + \kappa_{d2} \cdot V_{d2}(t)}{2} \end{cases} \quad (\text{II.7})$$

Il est à souligner que les valeurs de  $\sigma_n(t)$  et  $\Delta l(t)$  déduites de ces mesures correspondent à des valeurs moyennes de la contrainte et de l'allongement (moyenne spatiale). Ces valeurs correspondent donc à des mesures globales et non pas locales.

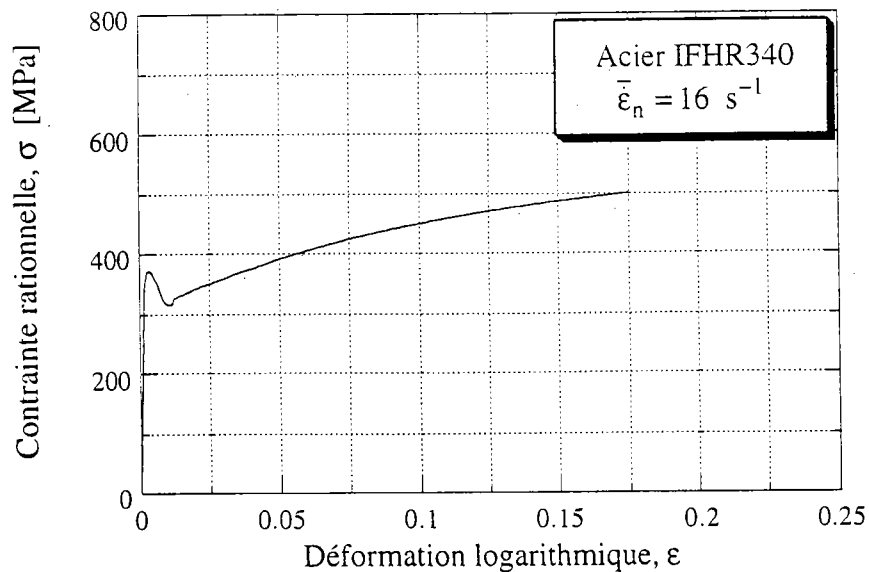
L'allongement mesuré  $\Delta l(t)$  ne correspond pas uniquement à celui de l'éprouvette, il comprend aussi les allongements des différentes composantes du montage ainsi que les allongements dus aux différents jeux qui peuvent se produire lors de l'essai. Les composantes du montage sont généralement conçues de façon à ce que leurs déformations ne dépassent pas leurs domaines d'élasticité. Pour déterminer l'allongement propre à l'éprouvette et sa déformation nominale  $\varepsilon_n(t)$ , nous éliminons les allongements de l'ensemble dispositif-montage et ceux dus aux différents jeux  $\Delta l(t)$  en utilisant la méthode exposée dans l'annexe I.

Après avoir déterminé l'évolution de la déformation,  $\varepsilon_n$ , et celle de la contrainte,  $\sigma_n$ , au cours du temps, nous en déduisons celles de la déformation,  $\varepsilon$ , et de la contrainte,  $\sigma$ , au moyen des relations (II.3) et (II.4). A noter que l'évaluation de  $\varepsilon$  et de  $\sigma$  à partir de ces deux relations est limitée au domaine des déformations uniformes sur toute l'éprouvette. Pour déterminer les déformations et les contraintes critiques qui correspondent au déclenchement d'instabilités,

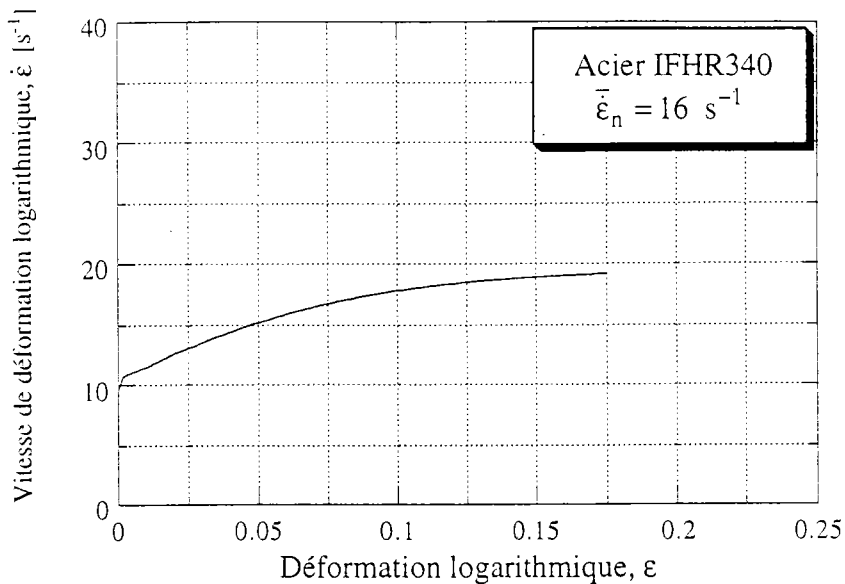
nous utilisons le critère de force maximale. Par la suite, nous déduisons l'évolution de la vitesse de déformation,  $\dot{\epsilon}$ , au cours du temps à partir de celle de  $\epsilon$ , et nous remontons aux courbes  $\sigma_n(\epsilon_n)$ ,  $\sigma(\epsilon)$  et  $\dot{\epsilon}(\epsilon)$  en éliminant le temps entre ces différentes grandeurs. Un exemple de ces courbes, correspondant à une vitesse de déformation nominale moyenne  $\bar{\epsilon}_n$  (moyenne temporelle) de l'ordre  $16 \text{ s}^{-1}$ , est présenté dans les figures II.6, II.7 et II.8 suivantes :



**Figure II.6 :** Courbe contrainte nominale-déformation nominale de traction de l'acier IFHR-340 à une vitesse nominale moyenne,  $\bar{\epsilon}_n$ , d'environ  $16 \text{ s}^{-1}$ .



**Figure II.7 :** Courbe contrainte rationnelle-déformation rationnelle de traction de l'acier IFHR-340 à une vitesse nominale moyenne,  $\bar{\epsilon}_n$ , d'environ  $16 \text{ s}^{-1}$ .



**Figure II.8 :** Evolution de la vitesse de déformation au cours de la déformation lors d'un essai de traction réalisée sur l'acier IFHR-340 à une vitesse nominale moyenne,  $\bar{\dot{\epsilon}}_n$ , d'environ  $16 s^{-1}$ .

Dans l'annexe I, sont présentés deux exemples de résultats correspondant aux essais réalisés sur le même acier à des vitesses de déformation  $\bar{\dot{\epsilon}}_n$  de  $6 \cdot 10^{-4} s^{-1}$  et  $100 s^{-1}$ .

Nous avons ainsi réalisé au moyen de la machine hydraulique, des essais de traction pour trois vitesses de déformation  $\dot{\epsilon} = 6 \cdot 10^{-4} s^{-1}$ ,  $\dot{\epsilon} = 16 s^{-1}$  et  $\dot{\epsilon} = 100 s^{-1}$ . Pour chacune de ces vitesses, nous avons effectué trois essais et calculé la dispersion des résultats en contrainte et en déformation. Pour cela, nous avons, tout d'abord, déduit l'évolution de la déformation moyenne et de la contrainte moyenne au cours du temps, pour chacune de ces vitesses, à partir de la moyenne du signal de déplacement et de la moyenne du signal de la force et, puis, calculé la dispersion de la contrainte et de la déformation chacune par rapport à sa moyenne. La formule de dispersion que nous avons utilisée, est donnée par la relation suivante :

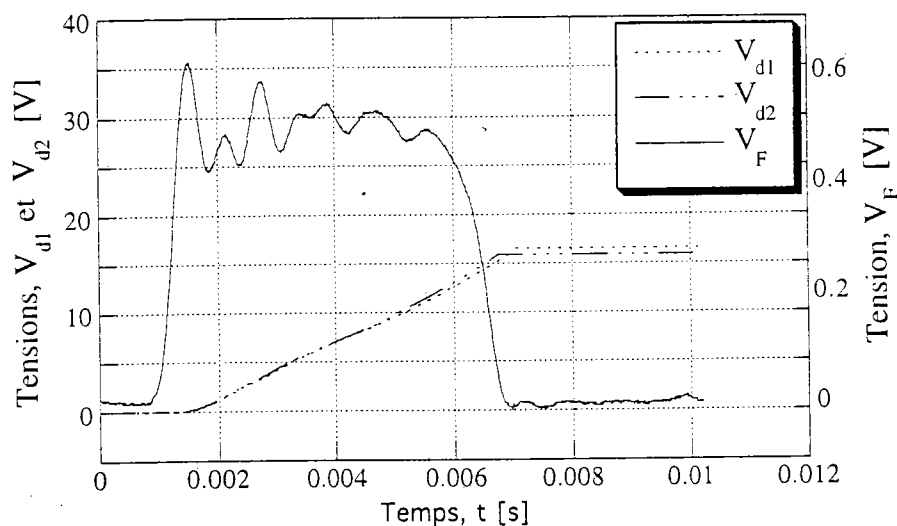
$$\delta_G = \frac{1}{N} \left( \sum_{j=1}^N \left( \frac{1}{3} \cdot \sum_{k=1}^3 \frac{|G_{moy}^j - G_k^j|}{G_{moy}^j} \right) \right) \quad (II.8)$$

où  $G$  est une grandeur physique qui peut correspondre dans notre cas à la contrainte ou à la déformation,  $N$  le nombre de points expérimentaux et  $G_{moy}^j$  la valeur moyenne de la grandeur  $G$  pour le  $j^{ième}$  point alors que l'indice  $k$  est relatif au  $k^{ième}$  essai. Dans le tableau suivant, nous présentons les valeurs de ces dispersions pour chacune des trois vitesses de déformation utilisées lors des essais. Ces valeurs indiquent une faible dispersion en contrainte et en déformation.

	$\delta_\sigma$	$\delta_\varepsilon$
$\dot{\varepsilon} = 6 \times 10^{-4} \text{ s}^{-1}$	2.05 %	5.55 %
$\dot{\varepsilon} = 16 \text{ s}^{-1}$	2.55 %	2.75 %
$\dot{\varepsilon} = 100 \text{ s}^{-1}$	2.70 %	5.47 %

**Tableau II.1 :** Dispersion des résultats des essais réalisés sur la machine hydraulique.

Signalons qu'aux vitesses élevées, la résonance de la machine vient amplifier le signal de la force (voir la figure II.9). Ceci répercute sur les mesures de la contrainte qui donnent des valeurs amplifiées par rapport aux valeurs réelles. D'où l'intérêt des dispositifs basés sur la technique des barres d'Hopkinson pour la réalisation d'essais aux grandes vitesses de déformation.



**Figure II.9 :** Oscillogramme représentant les signaux de déplacement et de la force mesurés lors d'un essai de traction de l'acier IFHR-340, réalisé à une vitesse nominale moyenne,  $\dot{\varepsilon}_n$ , de l'ordre de  $100 \text{ s}^{-1}$ .

Nous aurons l'occasion à la fin de ce chapitre, de discuter de ce problème de résonance en comparant les résultats des essais réalisés à une vitesse de déformation de l'ordre de  $100 \text{ s}^{-1}$  sur la machine hydraulique à ceux d'un essai réalisé à la même vitesse au moyen du dispositif de traction dynamique basé sur la technique des barres d'Hopkinson.



## II.2. Essais de traction dynamique sur les barres d'Hopkinson modifiées

### Introduction

Pour déterminer l'histoire de la pression d'impact d'une balle ou d'un explosif, Hopkinson [91] avait utilisé pour la première fois en 1914 une barre d'acier qu'il avait suspendu balistiquement (figure AII.1 de l'annexe II). A l'une des extrémités de cette barre, il avait collé une petite pièce cylindrique qui avait servi d'échantillon et qui a été constituée du même matériau que la barre. L'impact étant produit sur l'autre extrémité par un projectile ou par un explosif, l'onde incidente qui en résulte se transmet à la pièce et se réfléchit à son autre extrémité libre en une onde de détente. Quand celle-ci atteint de nouveau l'interface barre/pièce, elle se libère et vient heurter un pendule balistique. La conservation de l'énergie mécanique de l'ensemble barre-pièce-pendule permet de déterminer la pulsation d'origine et la longueur de l'onde incidente. Depuis cette expérience, plusieurs auteurs ont contribué au développement des dispositifs expérimentaux basés sur la technique de la barre d'Hopkinson. Ainsi, Kolsky [92] en 1949 (figure AII.2 de l'annexe II) et Lindholm [95] en 1964 (figure AII.3 de l'annexe II) ont développé des dispositifs de compression dynamique en utilisant deux barres élastiques parfaitement alignées. Dans Les versions de Kolsky et de Lindholm, l'échantillon est pris en sandwich entre les deux barres et l'impact est produit soit par un explosif soit par un projectile qui vient heurter la barre d'entrée. Le dépouillement des signaux mesurés des ondes incidentes, transmises et réfléchies permet de remonter au contraintes, déformations et vitesses de déformations dans l'échantillon en utilisant la théorie de propagation des ondes élastiques dans les matériaux. Afin de ne pas alourdir ce chapitre, nous préférons rappeler les équations de propagation des ondes dans les matériaux, les techniques expérimentales utilisant les barres d'Hopkinson [91] et les différents développements apportés par Kolsky [92] et Lindholm [95] dans l'annexe II.

#### II.2.1. Description du dispositif utilisé

Le banc d'essai destiné à la traction dynamique est développé par Klepaczko [93] dans la perspective de réalisation d'essais sur éprouvettes plates dans un domaine de vitesses de déformation comprises entre  $10^2$  et  $10^3$  s<sup>-1</sup>. Ce dispositif, dont l'ensemble est illustré par la figure II.10, est composé de trois parties principales : une barre d'entrée guidée dans un tube de renfort par des bagues réglables en Téflon, une barre de sortie guidée dans des bagues fixées à un bâti et un ensemble hydraulique destiné à charger la barre d'incidence.

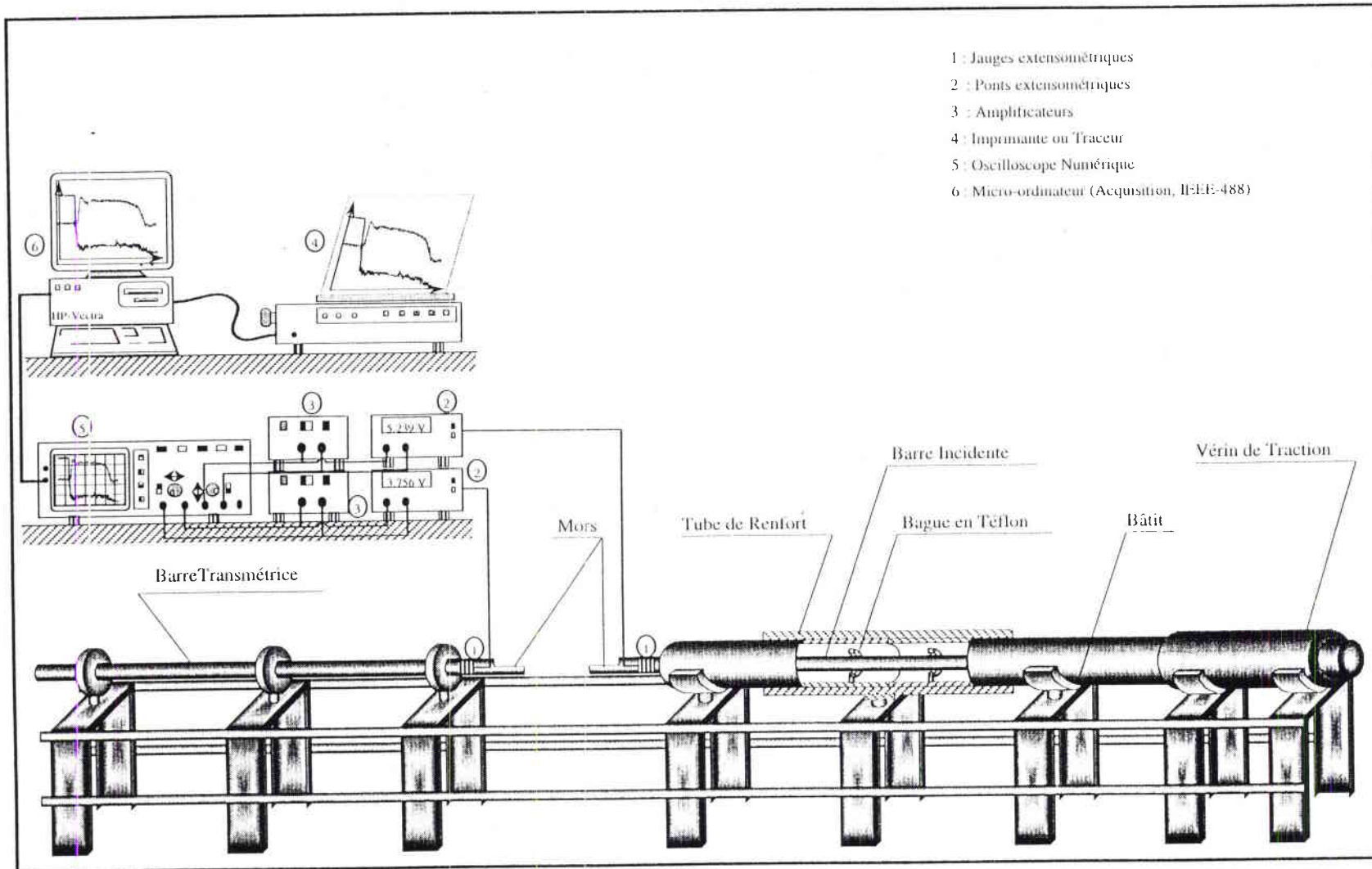


Figure II.10 : Dispositif de traction dynamique directe.

## II.2.2. Déclenchement de l'essai de traction

On attache l'éprouvette à l'extrémité de chacune des deux barres, celle d'entrée étant insérée dans un vérin hydraulique (figure II.10) en prenant soin de laisser un jeu conséquent. Par la suite, on charge cette même barre d'entrée à l'aide du vérin hydraulique de sorte que ses déformations ne dépassent pas son domaine d'élasticité. Son énergie de déformation se trouve bloquée à l'aide d'une clavette montée au niveau du mors qui l'attache à l'éprouvette (figure II.11). A une certaine charge critique, la clavette casse par rupture fragile et libère ainsi la barre. Celle-ci reprend sa forme initiale déclenchant ainsi l'essai.

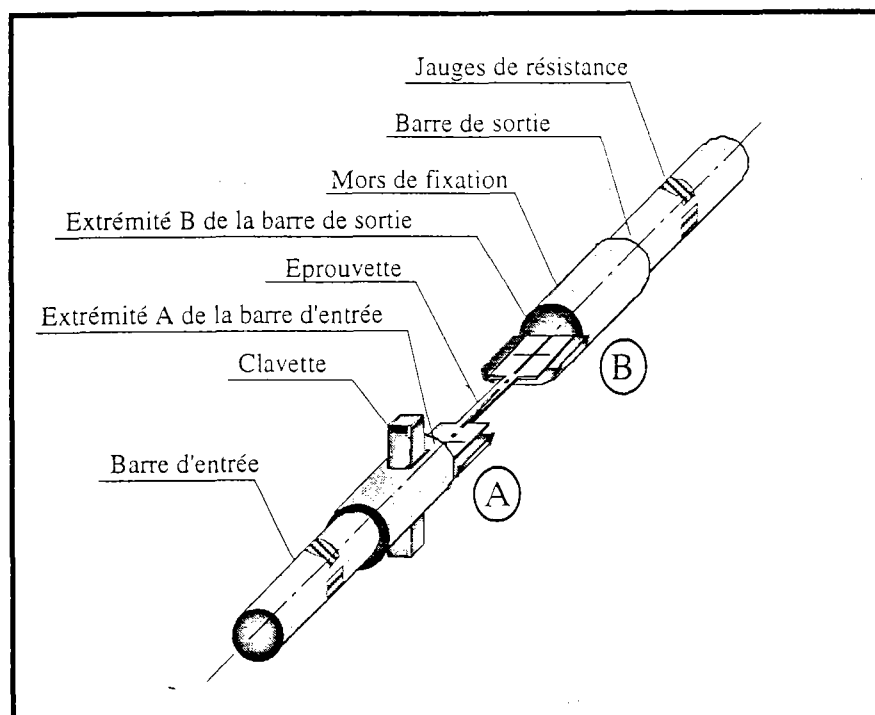


Figure II.11 : Schéma du montage conçu pour les essais de traction dynamique sur les barres.

Ce système de déclenchement est choisi pour les deux raisons suivantes :

- 1- la phase d'accélération doit être la plus courte possible.
- 2- tout glissement éventuel de la barre d'incidence doit être évitée sous peine de précharger l'éprouvette.

## II.2.3. Mesures des ondes de déformation

Les déformations élastiques dans les barres sont mesurées à l'aide de jauges extensométriques collées à leurs surfaces latérales (figure II.11). Pour discuter du principe de dépouillement des

signaux fournis par les ponts extensométriques, nous analysons la situation avant et après le déclenchement d'essai.

1- Avant le déclenchement : la barre d'entrée chargée par le vérin subit une déformation élastique, celle-ci atteint une valeur maximale,  $\varepsilon_{\max}$ , juste avant la rupture de la clavette.

2- Après le déclenchement : la barre d'entrée se détend pour reprendre sa forme initiale. Le signal,  $V_1(t)$ , qui est fourni par le pont de la jauge collée à la surface de cette barre, correspond à sa déformation,  $\varepsilon_1(t)$ , depuis sa forme à vide (i.e. avant son chargement) jusqu'à sa forme à l'instant  $t$ . Le déplacement de l'extrémité A de la barre d'entrée (figure II.11) après la rupture de la clavette est donc donné par :

$$U_A(t) = C_{01} \cdot \int_0^t [\varepsilon_{\max} - \varepsilon_1(\xi)] d\xi = C_{01} \cdot \int_0^t \kappa_1 [V_1^{\max} - V_1(\xi)] d\xi \quad (\text{II.9})$$

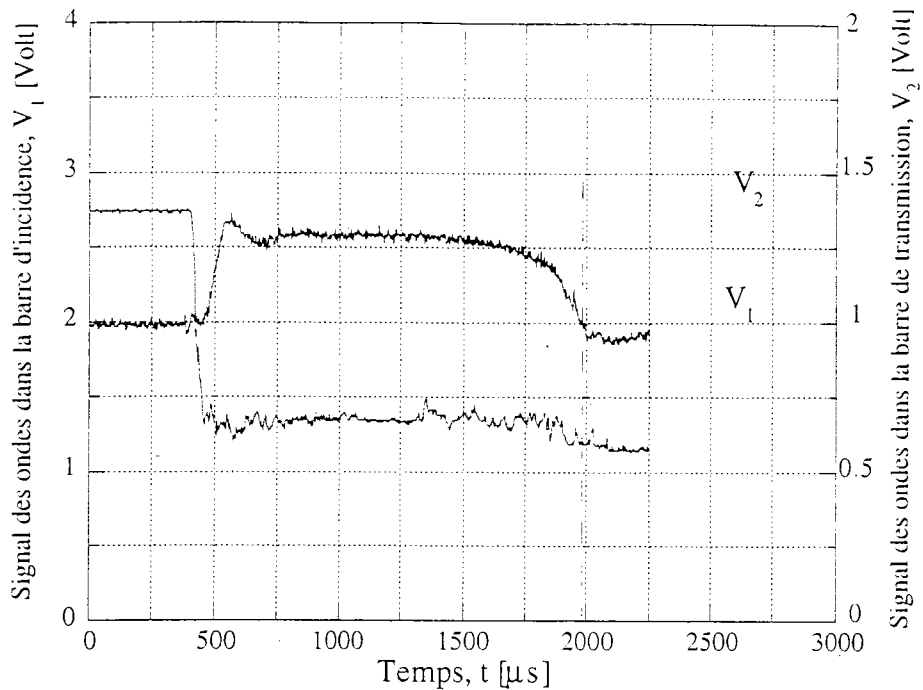
$C_{01}$  étant la célérité des ondes élastiques longitudinales se propageant dans la barre d'entrée et  $\kappa_1$  la sensibilité de la jauge collée à la surface latérale de cette barre.

De l'autre côté du montage, des ondes de déformation élastique sont transmises dans la barre de sortie à travers l'éprouvette. Ces ondes correspondent au signal,  $V_2(t)$ , fourni par le pont de la jauge collée à la surface de cette barre. Le déplacement de l'extrémité B de celle-ci (figure II.11) est donc donné par :

$$U_B(t) = C_{02} \cdot \int_0^t \varepsilon_2(\xi) d\xi = C_{02} \cdot \int_0^t \kappa_2 V_2(\xi) d\xi \quad (\text{II.10})$$

$C_{02}$  étant la célérité des ondes élastiques longitudinales se propageant dans la barre de sortie et  $\kappa_2$  la sensibilité de la jauge collée à la surface latérale de celle-ci.

Un exemple de signaux mesurés est illustré par la figure suivante :



**Figure II.12 :** Oscillogramme représentant les signaux mesurés lors d'un essai de traction réalisé sur l'acier IFHR-340 à une vitesse nominale moyenne,  $\dot{\varepsilon}_n$ , d'environ  $100 \text{ s}^{-1}$ .

#### II.2.4. Dépouillement des enregistrements

En supposant que les ondes se transportent de manière identique des points de mesure aux interfaces, et que la contrainte et la déformation dans l'éprouvette sont homogènes, la déformation nominale moyenne,  $\varepsilon_n(t)$ , de celle-ci s'écrit :

$$\varepsilon_n(t) = \frac{U_A(t) - U_B(t)}{l_0} \quad (\text{II.11})$$

$l_0$  étant la longueur initiale de l'éprouvette.

La continuité des déplacements aux interfaces éprouvette/barres, combinée aux relations (II.9) et (II.10), permet d'écrire l'équation (II.11) sous la forme :

$$\varepsilon_n(t) = \frac{1}{l_0} \cdot \left[ C_{01} \cdot \int_0^t [\varepsilon_{\max} - \varepsilon_i(\xi)] d\xi - C_{02} \cdot \int_0^t \varepsilon_t(\xi) d\xi \right] \quad (\text{II.12})$$

La vitesse de déformation nominale moyenne,  $\dot{\varepsilon}_n$ , de l'éprouvette s'écrit donc :

$$\dot{\varepsilon}_n(t) = \frac{1}{l_0} \cdot \left[ C_{01} \cdot [\varepsilon_{\max} - \varepsilon_i(t)] - C_{02} \cdot \varepsilon_t(t) \right] \quad (\text{II.13})$$

Quant à la contrainte nominale moyenne,  $\sigma_n$ , appliquée à l'éprouvette, elle s'exprime en fonction des forces  $F_1(t)$  et  $F_2(t)$  appliquées aux interfaces éprouvette/barres par :

$$\sigma_n(t) = \frac{F_1(t) + F_2(t)}{2A_{\text{ép}}^0} \quad (\text{II.14})$$

$A_{\text{ép}}^0$  étant la section initiale de l'éprouvette.

Les forces  $F_1(t)$  et  $F_2(t)$  sont données par les relations suivantes :

$$F_1(t) = E_1 \cdot A_1 \cdot [\varepsilon_{\text{max}} - \varepsilon_i(t)] \quad (\text{II.15})$$

$$F_2(t) = E_2 \cdot A_2 \cdot \varepsilon_t(t) \quad (\text{II.16})$$

où les quantités  $E_1$ ,  $E_2$  et  $A_1$ ,  $A_2$  représentent les modules de Young et les sections des deux barres. La contrainte nominale  $\sigma_n$  s'écrit donc :

$$\sigma_n(t) = \frac{E_1 \cdot A_1 \cdot [\varepsilon_{\text{max}} - \varepsilon_i(t)] + E_2 \cdot A_2 \cdot \varepsilon_t(t)}{2A_{\text{ép}}^0} \quad (\text{II.17})$$

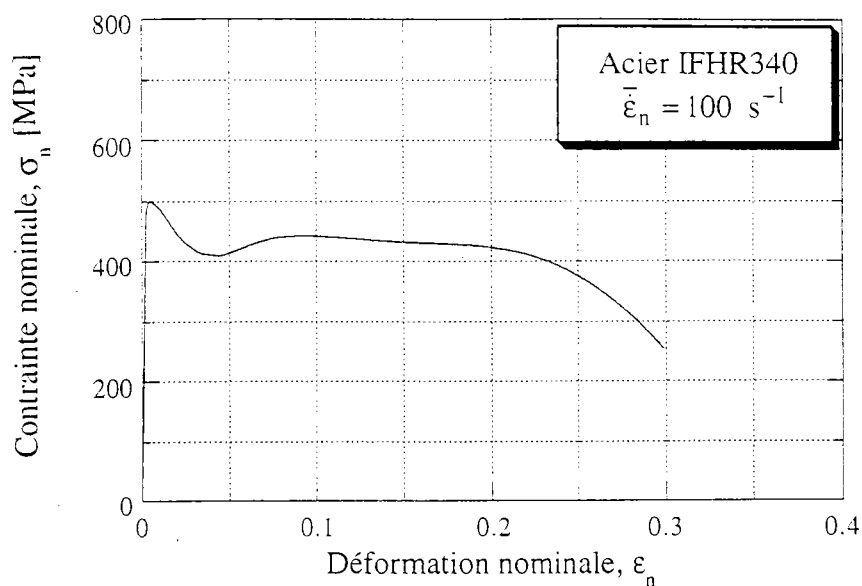
Les deux barres étant conçues du même matériau et ayant le même diamètre, les expressions (II.12), (II.13) et (II.17) s'écrivent :

$$\varepsilon_n(t) = \frac{C_0}{l_0} \cdot \int_0^t [\varepsilon_{\text{max}} - \varepsilon_i(\xi) - \varepsilon_t(\xi)] d\xi \quad (\text{II.18})$$

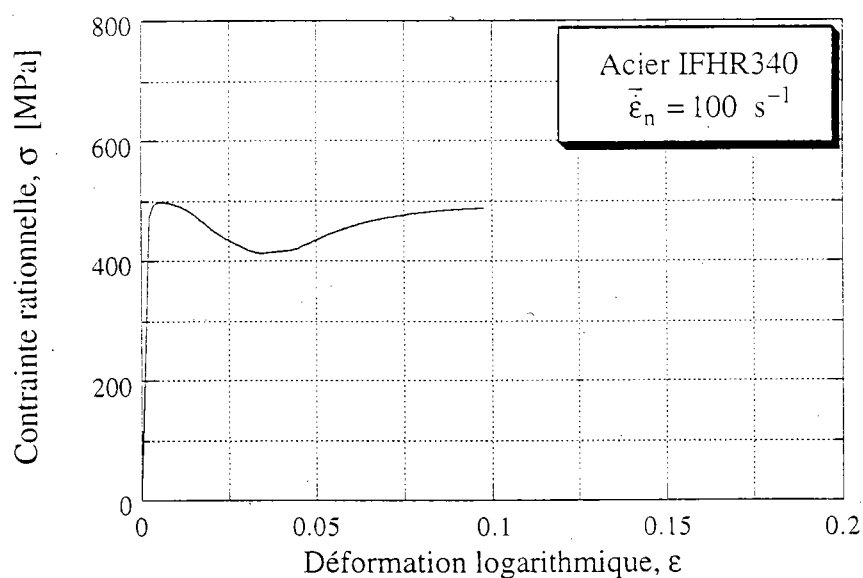
$$\dot{\varepsilon}_n(t) = \frac{C_0}{l_0} \cdot [\varepsilon_{\text{max}} - \varepsilon_i(t) - \varepsilon_t(t)] \quad (\text{II.19})$$

$$\sigma_n(t) = \frac{E_0 \cdot A_0}{2A_{\text{ép}}^0} \cdot [\varepsilon_{\text{max}} - \varepsilon_i(t) - \varepsilon_t(t)] \quad (\text{II.20})$$

Nous déterminons donc l'évolution de  $\varepsilon_n$ , de  $\dot{\varepsilon}_n$  et celle de  $\sigma_n$  au cours du temps à partir de la mesure des ondes de déformation dans les barres. Nous en déduisons celles de  $\varepsilon$ , de  $\dot{\varepsilon}$  et de  $\sigma$  dans le domaine de déformations uniformes, i.e. avant la striction de l'éprouvette, en utilisant les relations (II.3) et (II.4). En éliminant le temps entre ces différentes variables, nous remontons aux courbes  $\sigma_n(\varepsilon_n)$ ,  $\sigma(\varepsilon)$  et  $\dot{\varepsilon}(\varepsilon)$  que nous présentons sur les figures suivantes pour une vitesse de déformation nominale moyenne,  $\bar{\varepsilon}_n$ , d'environ  $100 \text{ s}^{-1}$ .



**Figure II.13 :** Courbe contrainte nominale-déformation nominale de l'acier IFHR-340 pour un essai de traction réalisé sur les barres à une vitesse nominale moyenne,  $\bar{\dot{\epsilon}}_n$ , d'environ  $100 \text{ s}^{-1}$ .



**Figure II.14 :** Courbe contrainte rationnelle-déformation rationnelle de l'acier IFHR-340 pour un essai de traction réalisé sur les barres à une vitesse nominale moyenne,  $\bar{\dot{\epsilon}}_n$ , d'environ  $100 \text{ s}^{-1}$ .

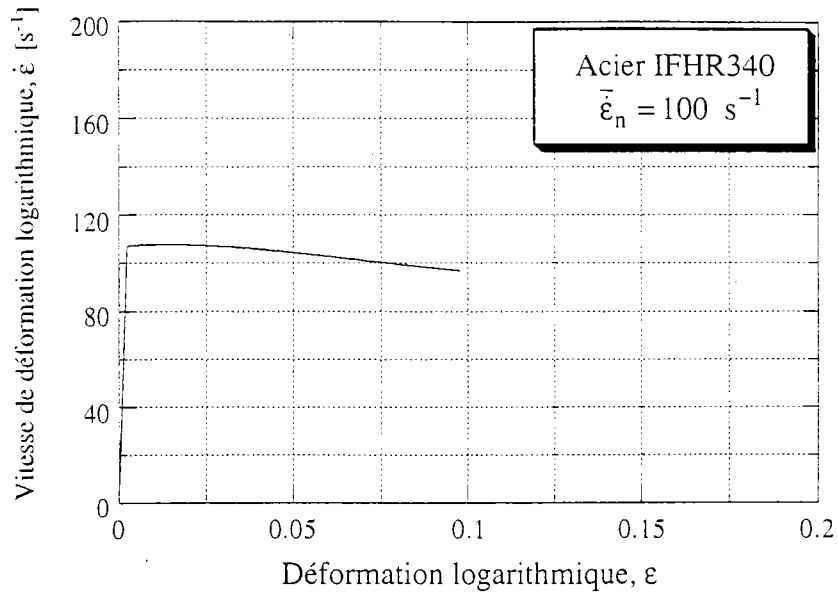


Figure II.15 : Evolution de la vitesse de déformation au cours de la déformation lors d'un essai de traction réalisé sur les barres à une vitesse nominale moyenne,  $\bar{\epsilon}_n$ , d'environ  $100 \text{ s}^{-1}$ .

### II.3. Discussion des résultats

Sur la figure II.16 ci-dessous, nous transposons les résultats des essais de traction réalisés sur l'acier IFHR-340 au moyen de la machine hydraulique à ceux de l'essai réalisé sur les barres à une vitesse de déformation nominale moyenne  $\bar{\epsilon}_n = 100 \text{ s}^{-1}$ .

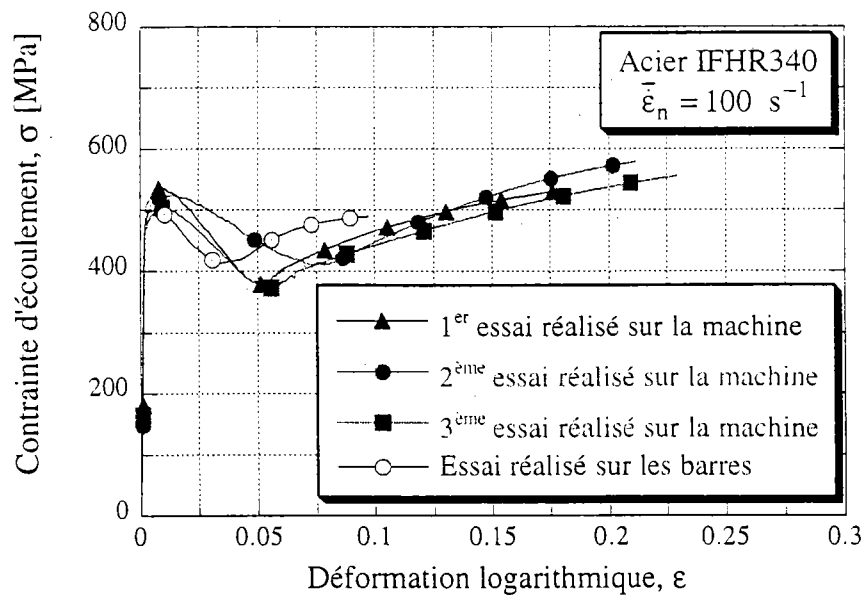


Figure II.16 : Comparaison des résultats des essais de traction réalisés sur la machine hydraulique et de l'essai réalisé sur les barres pour une vitesse de déformation  $\bar{\epsilon}_n = 100 \text{ s}^{-1}$ .



En ce qui concerne la limite supérieure et la limite inférieure d'écoulement qui apparaissent avant le début de durcissement du matériau, nous remarquons, à partir de la figure II.16, que :

- 1- la limite supérieure est plus élevée dans le cas des essais réalisés sur la machine que dans le cas de l'essai réalisé sur les barres de presque 3.82 %.
- 2- l'écart entre les deux limites est plus prononcé dans le cas des essais réalisés sur la machine que dans le cas de l'essai réalisé sur les barres.
- 3- la déformation qui correspond à la limite inférieure d'écoulement, est plus prononcée dans le cas des essais réalisés sur la machine que dans le cas de l'essai réalisé sur les barres.

Ces différences entre les résultats issus des deux dispositifs sont probablement dues à la résonance de la machine à grande vitesse de déformation : cette résonance répercute sur les niveaux de force de traction mesurés (figure II.9), et donc sur les niveaux de contrainte déduits à partir de ces mesures.

La machine hydraulique permet, donc, de réaliser des essais de traction pour des vitesses de déformation qui peuvent atteindre  $50 \text{ s}^{-1}$ . Pour des vitesses plus élevées, les vibrations de la machine dues à la résonance viennent perturber les signaux de déplacement et de la force. Le dispositif de traction dynamique basé sur la technique des barres d'Hopkinson que l'on vient de décrire ci-dessus permet donc, en plus de la réalisation des essais dans une gamme de vitesse de déformation comprise entre  $100 \text{ s}^{-1}$  et  $1000 \text{ s}^{-1}$ , d'éviter ce problème de résonance et d'obtenir ainsi des signaux exploitables aux grandes vitesses.

Dans la suite de ce travail, nous utilisons les résultats des essais réalisés sur la machine hydraulique pour les deux vitesses de déformation  $\bar{\epsilon}_n = 6 \cdot 10^{-4} \text{ s}^{-1}$  et  $\bar{\epsilon}_n = 16 \text{ s}^{-1}$ . Pour la vitesse  $\bar{\epsilon}_n = 100 \text{ s}^{-1}$ , nous utilisons les résultats de l'essai réalisé sur le dispositif de traction basé sur la technique des barres. Nous transposons les résultats de ces différents essais sur la figure suivante :

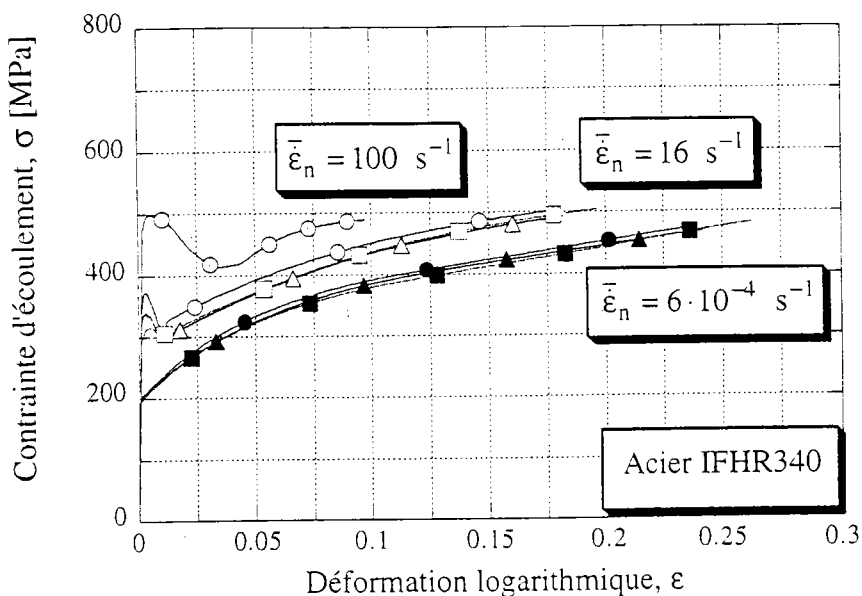


Figure II.17 : Ensemble des résultats des essais de traction réalisés sur la machine pour les deux vitesses de déformation  $\bar{\epsilon}_n = 6 \cdot 10^{-4} \text{ s}^{-1}$  et  $\bar{\epsilon}_n = 16 \text{ s}^{-1}$  et de l'essai réalisé sur les barres pour la vitesse  $\bar{\epsilon}_n = 100 \text{ s}^{-1}$ .

Pour montrer l'effet de la vitesse de déformation sur l'écoulement plastique de l'acier IFHR-340, nous représentons sur la figure II.18 ci-dessous les variations de la contrainte d'écoulement avec la vitesse pour différents niveaux de déformation plastique.

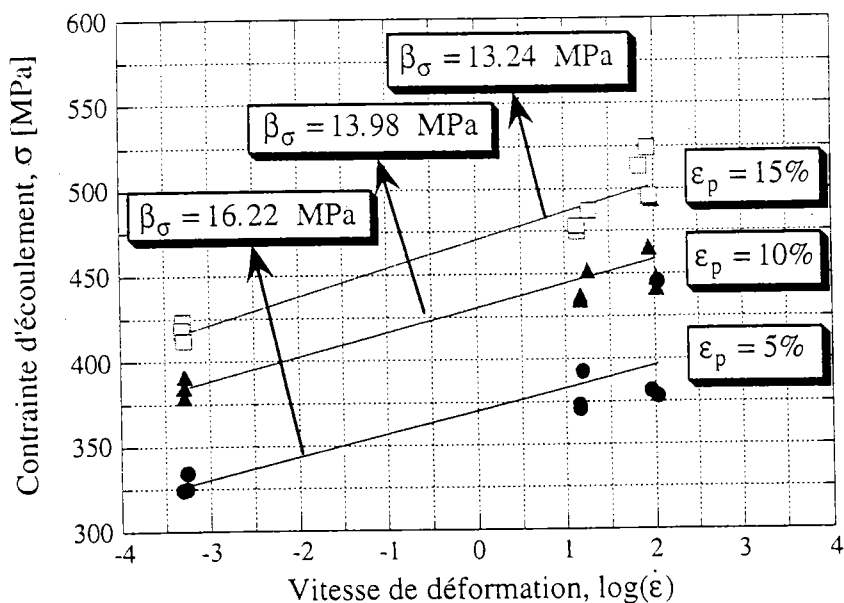


Figure II.18 : Sensibilité  $\beta_\sigma$  de l'écoulement plastique de l'acier IFHR-340 à la vitesse de déformation.

Les résultats représentés sur la figure II.18 montrent que dans le domaine de vitesse exploré dans cette partie et qui est situé dans le domaine de l'activation thermique, la contrainte d'écoulement varie de façon quasi-logarithmique en fonction de la vitesse de déformation, ce qui est en accord avec les conclusions de Rosenfield et Hahn (figure I.3). D'autre part, les deux figures II.17 et II.18 montrent une sensibilité assez importante de l'acier IFHR-340 vis à vis de la vitesse de déformation. Aussi, les résultats des essais réalisés sur cet acier (figure II.17) montrent qu'aux grandes vitesses de déformation, apparaissent les deux points limites connus sous les noms de limite supérieure et limite inférieure d'écoulement. Dans la suite de ce travail, nous allons essayer d'interpréter ces observations dans le cadre du chapitre III, où il s'agira de modéliser l'écoulement plastique de l'acier IFHR-340 en tenant compte de l'influence de la vitesse de déformation sur l'évolution de la microstructure.

## Conclusion

L'ensemble des résultats des essais de traction réalisés sur l'acier IFHR-340 montrent que ce matériau est très sensible à la vitesse de déformation. Nous remarquons particulièrement, d'une part, la croissance de la limite d'élasticité et de la contrainte d'écoulement de cet acier en fonction de la vitesse de déformation et, d'autre part, l'apparition aux grandes vitesses de déformation, des deux points limites connues sous les noms de limite supérieure et limite inférieure d'écoulement.

L'essai réalisé sur les barres à une vitesse de déformation de  $100 \text{ s}^{-1}$  montre l'avantage que présente l'utilisation de ce dispositif pour la réalisation d'essais aux grandes vitesses : les signaux obtenus dans le cas des essais sur les barres sont mieux exploitables que dans le cas des essais sur la machine hydraulique.

Les résultats de ce chapitre qui sont en accord avec les aspects caractérisant la plasticité de la plupart des matériaux métalliques à structure CC et plus particulièrement le comportement des aciers, seront utilisés dans la suite de ce travail. Ils nous serviront de base, d'une part, pour modéliser l'écoulement plastique de l'acier IFHR-340 et, d'autre part, pour mieux comprendre le comportement des matériaux métalliques à structure CC dans le domaine de l'activation thermique. Ce travail de modélisation que nous aborderons dans le cadre du chapitre suivant, sera basé sur le formalisme proposé par Klepaczko ; formalisme dont le principe et les équations ont été rappelés dans le chapitre précédent.

**Chapitre III :**

*MODELISATION DE L'INFLUENCE DE LA VITESSE DE  
DEFORMATION SUR L'ECOULEMENT PLASTIQUE DE  
L'ACIER IFHR-340*

## Introduction

Il s'agira dans ce chapitre, de modéliser l'écoulement viscoplastique de l'acier IFHR-340, matériau métallique à structure cubique centrée, pour des températures dont les valeurs sont autour de 300 K et dans une gamme de vitesse de déformation comprise entre  $10^{-4}$  et  $10^3 \text{ s}^{-1}$ . Pour cela, nous nous baserons sur le formalisme proposé par Klepaczko ; formalisme dont le principe et les équations ont été rappelés dans le premier chapitre. Ce formalisme fait intervenir l'évolution de la microstructure par le biais de l'évolution des dislocations mobiles et des dislocations immobiles. Dans le cadre de ce travail, nous ne prendrons pas en compte l'influence de l'évolution de la texture, des structures cellulaires, des macles et de la taille du grain sur l'écroutissage du matériau. Cette simplification, bien qu'elle soit restrictive, nous permettra de cerner l'objectif principal de ce chapitre ; en l'occurrence, l'analyse du rôle que joue l'activation thermique lors de l'écoulement plastique des métaux CC dans le domaine de température et de vitesse de déformation précité. Dans la suite, nous utiliserons ce formalisme dans les deux hypothèses suivantes :

**H<sub>1</sub>**- Pour des vitesses de déformation de l'ordre de  $10^{-4} \text{ s}^{-1}$ , la contrainte effective est négligeable puisque ce sont les mécanismes athermiques qui contrôlent la déformation dans cette zone de vitesse (d'après l'analyse de la figure I.3).

**H<sub>2</sub>**- Parmi toutes les dislocations qui existent initialement dans un matériau métallique, il existe une fraction,  $f$ , de dislocations susceptibles de devenir mobiles au début de la déformation plastique ( $\rho_m^0 = f \cdot \rho_0$ ).

Une analyse préliminaire des prévisions du modèle nous permettra de discuter de ces deux hypothèses et de mieux comprendre le rôle que joue la mobilité des dislocations lors de l'écoulement plastique d'un matériau métallique. Nous discuterons également dans cette partie des difficultés de ce modèle liées au nombre trop élevé de paramètres qu'il met en jeu et dont l'identification n'est pas toujours évidente.

Par la suite, nous introduirons certaines informations hypothétiques qui nous serviront à réduire le nombre de paramètres intervenant dans les équations d'évolution de la microstructure et ainsi, à simplifier relativement la forme de celles-ci. Nous identifierons également les valeurs des paramètres du modèle proposé pour l'acier IFHR-340 en nous basant sur les résultats des essais réalisés dans le cadre du second chapitre. Nous discuterons vers la fin de ce chapitre, des prévisions du modèle et des perspectives.

### III.1. Formalisme de base

Reprenons ici l'ensemble des équations constituant l'ossature du formalisme de Klepaczko, il s'agit de :

1- l'expression (I.60) de la contrainte totale d'écoulement en mode de cisaillement des matériaux métalliques à structure CC :

$$\tau = \alpha \cdot \mu(T) \cdot b \cdot \sqrt{\rho_i + \rho_m} + \tau_p^*(T) \cdot \left[ 1 - \left[ \frac{k \cdot T}{G(T)} \cdot \ln \left( \frac{\rho_m \cdot n \cdot v_D \cdot b^2}{\dot{\gamma}_p} \right) \right]^{1/q} \right]^{1/p} \quad (\text{III.1})$$

Dans le domaine de vitesse de déformation et de température qui nous intéresse ici, nous supposons que l'écroûissage du matériau n'est pas trop sensible à l'évolution de la taille du grain et de la taille des structures cellulaires. Cette restriction se traduit par une constance du coefficient généralisé  $\alpha(\rho, d(\rho), D)$  au cours de la déformation plastique. Dans ce chapitre, nous nous intéressons plus particulièrement au deuxième terme de l'expression (III.1), lequel représente la contribution des mécanismes permettant de vaincre la résistance imposée par les obstacles thermoactivés aux déplacements des dislocations. Dans le cas des métaux CC dont il s'agit dans ce travail, ces obstacles sont les vallées de Peierls-Nabarro. La résistance intrinsèque,  $\tau_p^*$ , imposée par ce type d'obstacles est indépendante du niveau de déformation et de la vitesse de déformation, elle dépend uniquement de la température.

2- l'équation (I.72) qui exprime l'évolution de la densité de dislocations mobiles :

$$\frac{d\rho_m}{d\dot{\gamma}_p} = M_m(\dot{\gamma}_p) + (\rho_m - \rho_m^0) \cdot \left( \frac{\eta_1}{\dot{\gamma}_p} - \eta_2 \right) \quad (\text{III.2})$$

où le coefficient  $M_m$  exprimant la multiplication de ces dislocations s'écrit en fonction de la vitesse de déformation plastique sous la forme :

$$M_m(\dot{\gamma}_p) = M_m^0 \cdot \left[ B + C \cdot \tanh \left[ A \cdot \log \left( \frac{\dot{\gamma}_p}{D} \right) \right] \right] \quad (\text{III.3})$$

3- l'équation (I.73) qui exprime l'évolution de la densité de dislocations immobiles et qui s'écrit sous la forme :

$$\frac{d\rho_i}{d\dot{\gamma}_p} = M_i(\dot{\gamma}_p) - K_a(\dot{\gamma}_p, T) \cdot (\rho_i - \rho_i^0) \quad (\text{III.4})$$

où l'expression du facteur d'annihilation des dislocations,  $K_a$ , en fonction de la vitesse de déformation et de la température, s'écrit sous l'une des deux formes (I.68) et (I.69) rappelées dans le premier chapitre. Dans ce chapitre, nous essayerons de voir si les valeurs du facteur  $K_a$  que nous identifierons à partir des résultats des essais réalisés dans le cadre du second chapitre, peuvent être décrites par l'une de ces deux formes. Ceci nous permettra à la fin de ce chapitre, de discuter de ces deux relations.

Ce formalisme introduit la variation des paramètres  $\mu$ ,  $\tau_p^*$  et  $G$  en fonction de la température,  $T$ , par le biais de :

\* l'expression (I.35) du module élastique de cisaillement,  $\mu$ , en fonction de  $T$  :

$$\mu(T) = \mu_0 \cdot \left[ 1 - \left( \frac{T}{T_m} \right) \cdot \exp \left[ \theta^* \cdot \left( 1 - \left( \frac{T_m}{T} \right) \right) \right] \right] \quad (\text{III.5})$$

\* les expressions (I.59) de la contrainte de Peierls-Nabarro,  $\tau_p^*$ , et de l'énergie totale d'activation,  $G$ , (énergie nécessaire pour former un double décrochement et vaincre le potentiel de Peierls-Nabarro) en fonction de  $T$  :

$$\tau_p^*(T) = \tau_p^0 \cdot \frac{\mu(T)}{\mu_0} \quad \text{et} \quad G(T) = G_0 \cdot \frac{\mu(T)}{\mu_0} \quad (\text{III.6})$$

Par la suite, la densité initiale,  $\rho_m^0$ , de dislocations susceptibles de devenir mobiles au début de la déformation plastique du matériau sera appelée, par abus de langage, densité initiale mobile. De même,  $\rho_i^0$  sera appelée densité initiale immobile.

## III.2. Première étape : discussion des équations d'évolution de la microstructure

### III.2.1. Résolution des équations d'évolution

Dans cette étape, nous utilisons comme expression du coefficient,  $M_i$ , de multiplication des dislocations immobiles celle donnée par la relation (I.74) :

$$M_i(\dot{\gamma}_p) = \frac{d\rho_m}{d\gamma_p} \quad (\text{III.7})$$

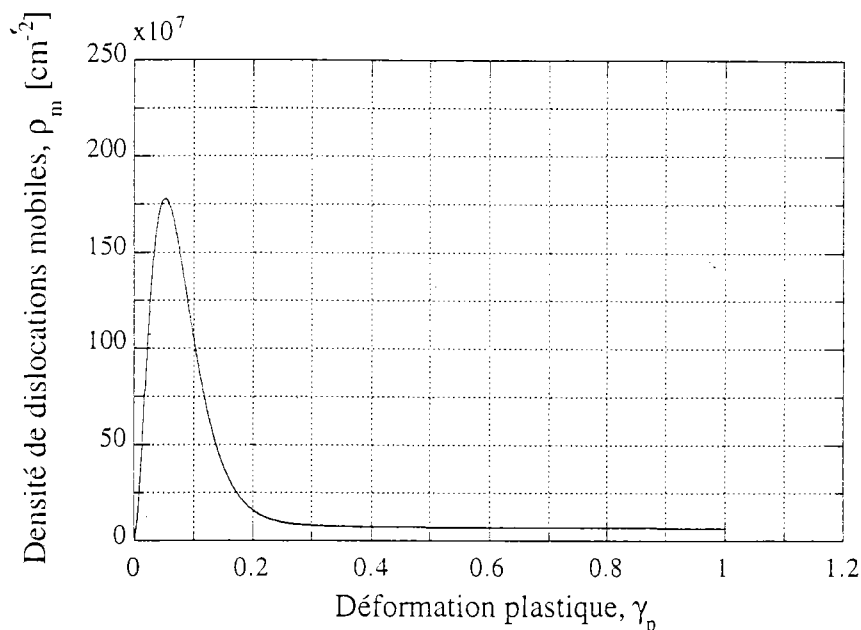


Cette relation suppose, nous l'avons signalé dans le chapitre I, que la multiplication des dislocations immobiles contre balance l'accumulation des dislocations mobiles. Nous proposons dans cette étape de résoudre les deux équations (III.2) et (III.4) quantifiant l'évolution de la microstructure au moyen de la méthode explicite de Runge-Kutta au 4<sup>ème</sup> ordre, les coefficients de multiplication des dislocations mobiles,  $M_m$ , et de multiplication des dislocations immobiles,  $M_i$ , étant exprimés respectivement par les relations (III.3) et (III.7). Les valeurs des paramètres que nous utilisons lors de la résolution de ces équations, sont groupées dans le tableau III.1 suivant (d'après [26, 77, 82, 84, 88]) :

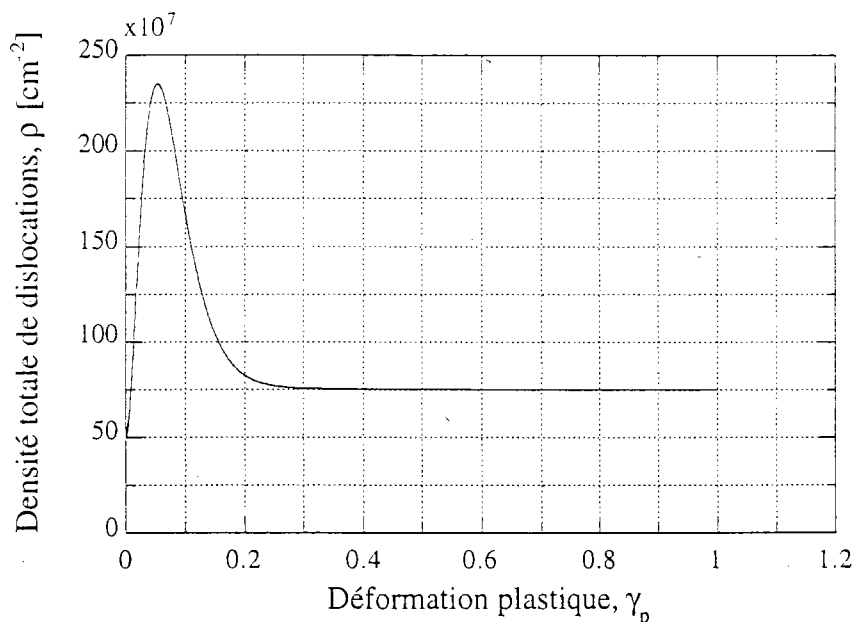
Paramètres	Valeurs	Unités
$M_m^o$	$1.5 \times 10^9$	$\text{cm}^{-2}$
A	0.2	1
B	2.9	1
C	2.0	1
D	$1.0 \times 10^6$	$\text{s}^{-1}$
$\rho_m^o$	$5.0 \times 10^6$	$\text{cm}^{-2}$
$\eta_1$	2.0	1
$\eta_2$	40.0	1
$K_o$	9.23	1
$m_o$	$1.5 \times 10^{-4}$	$\text{K}^{-1}$
$\dot{\gamma}_o$	$1.0 \times 10^4$	$\text{s}^{-1}$
$\rho_i^o$	$5.0 \times 10^8$	$\text{cm}^{-2}$

**Tableau III.1** : Valeurs des paramètres intervenant dans les équations d'évolution de la microstructure ( relations (III.2), (III.3) et (III.4)).

La résolution de ces équations conduit pour une vitesse de déformation  $\dot{\gamma}_p = 100 \text{ s}^{-1}$  et une température  $T = 300 \text{ K}$  aux résultats suivants :



*Figure III.1 : Evolution de la densité,  $\rho_m$ , de dislocations mobiles en fonction la déformation plastique de cisaillement  $\gamma_p$ .*



*Figure III.2 : Evolution de la densité totale,  $\rho$ , des dislocations en fonction de la déformation plastique de cisaillement  $\gamma_p$ .*

### III.2.2. Discussion des résultats

Cette première analyse nous permet de faire les deux remarques suivantes :

1- l'allure de l'évolution de la densité,  $\rho_m$ , de dislocations mobiles en fonction de la déformation plastique  $\gamma_p$  représentée sur la figure III.1, est conforme à celle prévue par le modèle de Gilman [62] (figure I.15).

2- l'évolution de la densité totale,  $\rho$ , des dislocations en fonction de la déformation plastique  $\gamma_p$  représentée sur la figure III.2, est en contradiction avec les résultats des observations microscopiques rencontrés dans la bibliographie : ces observations montrent une croissance de la densité totale,  $\rho$ , des dislocations avec la déformation plastique (figure I.17).

Une réflexion sur cette deuxième remarque nous permet de conclure qu'il est évident que la combinaison des équations (III.2), (III.4) et (III.7) conduit à des résultats non conformes aux observations microscopiques. En effet, l'évolution de  $\rho_m$  en fonction de  $\gamma_p$  indique une décroissance à partir d'un certain niveau de déformation  $\gamma_p^0$  (figures I.15 et III.1). D'après les équations (III.4) et (III.7), l'évolution de la densité,  $\rho_i$ , de dislocations immobiles ne peut être que décroissante à partir de ce niveau. Cela conduit à une décroissance de la densité totale,  $\rho$ , des dislocations avec la déformation plastique à partir du niveau  $\gamma_p^0$ .

En fait, la multiplication des dislocations immobiles ne contre balance pas l'accumulation des dislocations mobiles, que l'on exprime par la relation (III.7), mais plutôt l'ancrage de ces dislocations. La schématisation suivante de l'évolution de la microstructure nous permet d'éclaircir ce point de vue.

### Dislocations mobiles :

\* Lors de la déformation plastique du matériau, la multiplication des dislocations mobiles est due, d'une part, à la création de nouvelles dislocations et, d'autre part, à la mise en mouvement d'une partie des dislocations initialement immobiles ; cette multiplication est traduite par le coefficient  $M_m$ .

\* La diminution des dislocations mobiles est le résultat de l'annihilation d'une partie des dislocations mobiles que nous désignons par le terme  $A_m$ , et de l'ancrage d'une deuxième partie de ces dislocations que nous désignons par le terme  $I_m$ .

La production des dislocations mobiles s'écrit donc :

$$\frac{d\rho_m}{d\gamma_p} = M_m - (A_m + I_m) \quad \text{(III.8)}$$

## Dislocations immobiles :

\* La multiplication des dislocations immobiles provient de l'ancrage d'une partie des dislocations mobiles. Ceci conduit à la relation suivante entre le coefficient  $M_i$  traduisant la multiplication des dislocations immobiles et le terme  $I_m$  traduisant cet ancrage :

$$M_i = I_m \quad (\text{III.9})$$

Il est donc clair que la combinaison de l'équation d'évolution (III.4) et de la relation (III.7) suppose que la multiplication des dislocations immobiles provient de toute l'accumulation des dislocations mobiles, alors que cette multiplication est due uniquement à l'ancrage des dislocations. Pour cette raison, nous laissons dans l'étape suivante le coefficient  $M_i$  sous forme de fonction de vitesse de déformation  $M_i(\dot{\gamma}_p)$  dont l'expression reste à déterminer.

### III.3. Deuxième étape : mise en oeuvre du modèle

Durant toute cette deuxième étape qui sera divisée en deux parties, nous utiliserons l'ensemble des équations (III.1), (III.2), (III.4), (III.5) et (III.6), nous essayerons d'identifier les paramètres  $\alpha$ ,  $\rho_0$ ,  $\rho_m^0$  et  $\tau_0^*$  pour l'acier IFHR-340 à partir des essais de traction réalisés dans le cadre du second chapitre, et nous essayerons de même d'identifier les paramètres  $M_i$ ,  $M_m$  et  $K_a$  pour chacune des vitesses utilisées lors des essais. Comme nous le verrons par la suite, les valeurs du reste des paramètres intervenant dans l'ensemble des équations citées ci-dessus seront prises de la bibliographie. Cette étape nous permettra, d'une part, de discuter des difficultés que présente ce formalisme au niveau de l'identification des paramètres et, d'autre part, d'examiner les valeurs de  $M_m$ ,  $M_i$  et  $K_a$  qui seront identifiées pour vérifier si leurs évolutions en fonction de la vitesse de déformation peuvent suivre certaines relations telle que la formule (III.4) pour ce qui concerne le coefficient de multiplication des dislocations mobiles  $M_m$  ou encore l'une des deux expressions (I.68) et (I.69) pour ce qui concerne le facteur d'annihilation  $K_a$ . Cette étape nous permettra également de discuter des deux hypothèses  $H_1$  et  $H_2$  évoquées dans l'introduction de ce chapitre.

#### III.3.1. Valeurs de quelques paramètres du modèle dans le cas des aciers

\* Pour ce qui concerne le paramètre géométrique d'activation, noté  $n$ , intervenant dans l'expression de la contrainte effective,  $\tau^*$  (relation (III.1)) ; en général, on détermine sa valeur en utilisant l'enchaînement suivant : on détermine, tout d'abord, la valeur du volume d'activation,  $V^*$ , au moyen de la relation (I.19) à partir de résultats d'essais de saut de vitesse à

température constante. Ce volume étant le produit de l'aire,  $A^*$ , balayée par la dislocation au cours de son activation thermique et de la distance d'activation  $d^*$ , on en déduit la valeur de  $A^*$  moyennant l'approximation  $d^* \approx b$ . Par la suite, on en déduit la valeur du paramètre "n" puisqu'il est lié à l'aire  $A^*$  par la relation (I.14). Dans cette étape, nous utilisons la valeur  $n = 2.0$  prise de la bibliographie (d'après [82]).

\* Pour les deux paramètres  $p$  et  $q$ , nous utilisons les valeurs retenues par Frost et Ashby,  $p = \frac{3}{4}$  et  $q = \frac{4}{3}$ , qui considèrent que la forme des obstacles de Peierls-Nabarro est sinusoidale.

\* Pour ce qui concerne le module du vecteur de Burgers  $b$ , le module élastique de cisaillement  $\mu_0$  à 0 K, l'énergie totale d'activation  $G_0$  à 0 K, la température de fusion  $T_m$ , le paramètre  $\theta^*$  intervenant dans la relation (III.5) et les deux coefficients  $\eta_1$  et  $\eta_2$  intervenant dans l'équation (III.2), nous utilisons les valeurs données dans le tableau III.2 ci-dessous et qui sont prises de la bibliographie (d'après [77, 82, 88]).

\* Quant à la constante de Boltzmann  $k$  et la fréquence de Debye  $\nu_D$ , ce sont des constantes physiques absolues, leurs valeurs sont données dans le tableau III.2.

Paramètres	Valeurs	Unités
n	2.0	1
p	$\frac{3}{4}$	1
q	$\frac{4}{3}$	1
b	$2.48 \times 10^{-8}$	cm
$\mu_0$	84	GPa
$G_0$	0.63	eV
$T_m$	1785	K
$\theta^*$	0.39	1
$\eta_1$	2.0	1
$\eta_2$	40.0	1
k	$8.614 \times 10^{-5}$	$\frac{eV}{K}$
$\nu_D$	$1.0 \times 10^{13}$	$s^{-1}$

**Tableau III.2 :** Valeurs de quelques paramètres couramment utilisées dans le cas des aciers et valeurs des constantes physiques absolues  $k$  et  $\nu_D$ .

### III.3.2. - Identification des autres paramètres pour l'acier IFHR-340

Dans la suite, nous identifions les paramètres  $\alpha$ ,  $\rho_i^0$ ,  $\rho_m^0$  et  $\tau_p^*(T_0)$  à partir des résultats des essais de traction réalisés dans le cadre du second chapitre (figure II.17),  $T_0$  étant la température ambiante. Pour cela, nous ajustons les limites d'élasticité prévues par le modèle aux limites d'élasticité observées pour l'ensemble des valeurs de vitesse de déformation correspondant à ces essais, les limites d'élasticité théoriques étant calculées à partir de la relation (III.1) en utilisant les conditions initiales  $\rho_m = \rho_m^0$  et  $\rho_i = \rho_i^0$  lorsque  $\gamma_p \rightarrow 0$ . Par la suite, nous remontons à la valeur de  $\tau_p^0$  à partir de celle de  $\tau_p^*(T_0)$  moyennant les deux relations (III.5) et (III.6).

Pour ce qui concerne les paramètres  $M_m$ ,  $M_i$  et  $K_a$ , nous les identifions cette fois-ci pour chacune des vitesses de déformation correspondant aux essais et ce, en ajustant les courbes contrainte-déformation prévues par le modèle à celles obtenues à partir des essais. La contrainte théorique qui correspond à un niveau de déformation plastique donné, s'obtient après résolution des équations d'évolution (III.2) et (III.4) et injection de la solution dans l'expression (III.1). Pour résoudre ces équations d'évolution, nous utilisons la méthode explicite de Runge-Kutta au 4<sup>ème</sup> ordre, et pour passer des contraintes et des déformations en traction à celles en cisaillement et inversement, nous utilisons le critère de Von Mises.

Pour ajuster les prévisions du modèle aux données expérimentales, nous utilisons une procédure numérique moyennant la méthode des moindres carrés. Cette méthode nécessite la connaissance préalable de l'ordre de grandeur de chacun des paramètres à identifier et l'incrémentation d'un intervalle relativement large contenant cet ordre. Si "n" est le nombre de paramètres à identifier, nous introduisons de façon incrémentale dans un processus itératif un sous ensemble de  $\mathbb{R}^n$  construit à partir des "n" intervalles contenant chacun l'ordre de grandeur du paramètre correspondant. La procédure utilisée consiste à calculer lors de chaque itération l'erreur moyenne,  $E_r$ , entre les valeurs des contraintes prévues par le modèle et les valeurs mesurées lors des essais. Cette erreur, appelée fonction écart type moyen, est donnée par la relation suivante :

$$E_r = \frac{\left[ \sum_{j=1}^N [\sigma_j^{th} - \sigma_j^{ex}]^2 \right]^{1/2}}{N} \quad (III.10)$$

où N est le nombre de points expérimentaux. Nous initialisons l'erreur  $E_r$  par une valeur triviale avant le début du processus itératif. Lorsque ce processus commence, la procédure calcule l'erreur à la fin de chaque itération et utilise un critère de comparaison avec l'erreur mémorisée auparavant : si la valeur calculée lors de l'itération actuelle est plus petite que celle

retenue à la fin de toutes les itérations précédentes, la procédure retient la nouvelle erreur et les valeurs des paramètres qui lui correspondent et ignore la valeur mémorisée précédemment. Dans le cas contraire, elle ignore l'itération actuelle et passe directement à l'itération suivante en gardant la valeur précédente. Nous retenons donc à la fin de la procédure l'erreur minimale calculée au cours de toutes les itérations et les valeurs des paramètres qui lui correspondent. Cette procédure permet de gérer le temps de calcul en agissant sur la largeur des intervalles construisant le sous ensemble de  $\mathbb{R}^n$  qui contient les valeurs des paramètres à identifier. La précision de calcul dépend de l'incrément de ces intervalles.

Signalons qu'il reste tout de même un couplage entre les différents paramètres à identifier et qu'il peut donc y avoir plusieurs solutions. L'identification des paramètres peut aboutir, comme nous allons le voir dans la suite, à des solutions qui ne sont pas toujours acceptables physiquement. Elle conduit parfois à des valeurs arbitraires qui ajustent les résultats de l'expérience sans tenir compte de la physique des choses. Par conséquent, elle rend le modèle juste descriptif dans le domaine de vitesse correspondant aux essais. Il est aussi souhaitable de déterminer tous les paramètres accessibles à la mesure (densité initiale  $\rho_0$  à titre d'exemple), en utilisant des approches expérimentales adéquates. Cela sert à réduire le nombre d'inconnues à identifier et ainsi à diminuer de l'intensité de ce couplage.

### Approximation adiabatique

On sait que pour les essais rapides, le temps de chargement est assez faible de sorte que l'énergie dissipée sous forme thermique dans le matériau ne puisse être évacuée par conduction. Par conséquent, la température du matériau augmente au cours de l'essai. Nous tiendrons compte de l'influence de cette élévation de la température sur la contrainte d'écoulement lors de l'identification des paramètres du modèle et ce, pour la vitesse  $\dot{\epsilon} = 100 \text{ s}^{-1}$  qui correspond à l'essai réalisé sur les barres. Pour cela, nous utiliserons l'approximation adiabatique pour calculer les élévations de température dues à l'énergie de déformation plastique. Par contre, pour les deux autres vitesses  $\dot{\epsilon} = 6.0 \times 10^{-4} \text{ s}^{-1}$  et  $\dot{\epsilon} = 16 \text{ s}^{-1}$ , nous calculerons les contraintes dans le cadre de l'approximation isotherme. Nous aurons l'occasion à la fin de ce chapitre de comparer les niveaux de contrainte prévus par le modèle dans le cas de l'approximation adiabatique à ceux prévus dans le cas de l'approximation isotherme.

Pour calculer les élévations de la température au cours de la déformation dans le cadre de l'approximation adiabatique, nous utiliserons l'équation (I.80). L'expression de la chaleur spécifique,  $C_v$ , du matériau intervenant dans cette équation, est donnée en fonction de la température par la relation (I.81). Les deux équations (I.80) et (I.81) nous serviront, donc, pour calculer les élévations de la température au cours de la déformation dans le cadre de l'approximation adiabatique. Ceci nous permettra de calculer les variations de la contrainte au

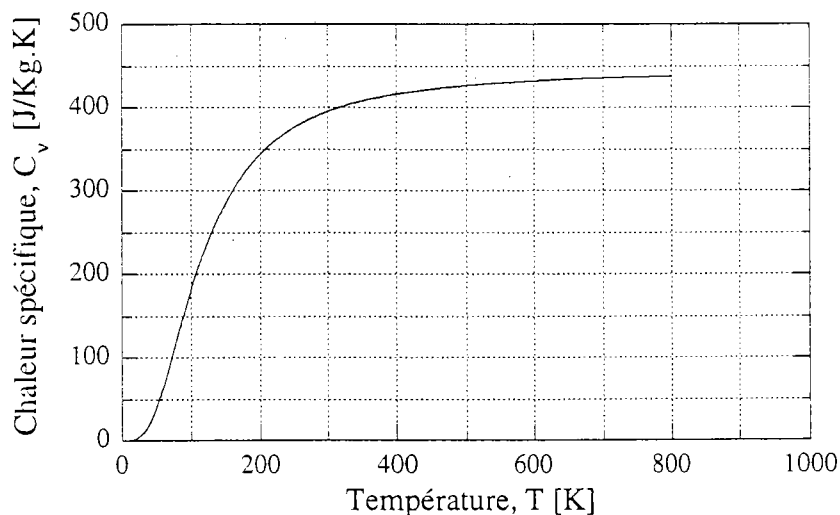
cours de la déformation dans le cadre de cette approximation. Le module élastique de cisaillement  $\mu$ , la résistance intrinsèque de Peierls-Nabarro,  $\tau_p^*$ , et l'énergie totale d'activation,  $G$ , qui interviennent dans la relation (III.1) sont exprimés en fonction de la température par les relations (III.5) et (III.6).

Les valeurs de la densité massique,  $\rho_d$ , de l'acier et du coefficient de Taylor-Quinney,  $\beta$ , intervenant dans l'équation (I.80) ainsi que celles de la température de Debye,  $T_D$ , de l'acier et de la constante,  $R$ , des gaz intervenant dans l'équation (I.81) sont regroupées dans le tableau suivant :

Paramètres	Valeurs	Unités
$\rho_d$	7855	$\text{kg}/\text{m}^3$
$\beta$	0.9	1
$T_D$	470	K
$R$	8.314	$\text{J}/\text{mol.K}$

*Tableau III.3. Valeurs des paramètres physiques intervenant dans les relations (I.80) et (I.81) ; cas des aciers doux.*

Sur la figure suivante, nous reportons l'allure des variations de la chaleur spécifique de l'acier avec la température. Ces variations sont calculées à partir de la relation (I.81) au moyen de la méthode de Gauss.



*Figure III.3 : Variations de la Chaleur spécifique de l'acier avec la température.*



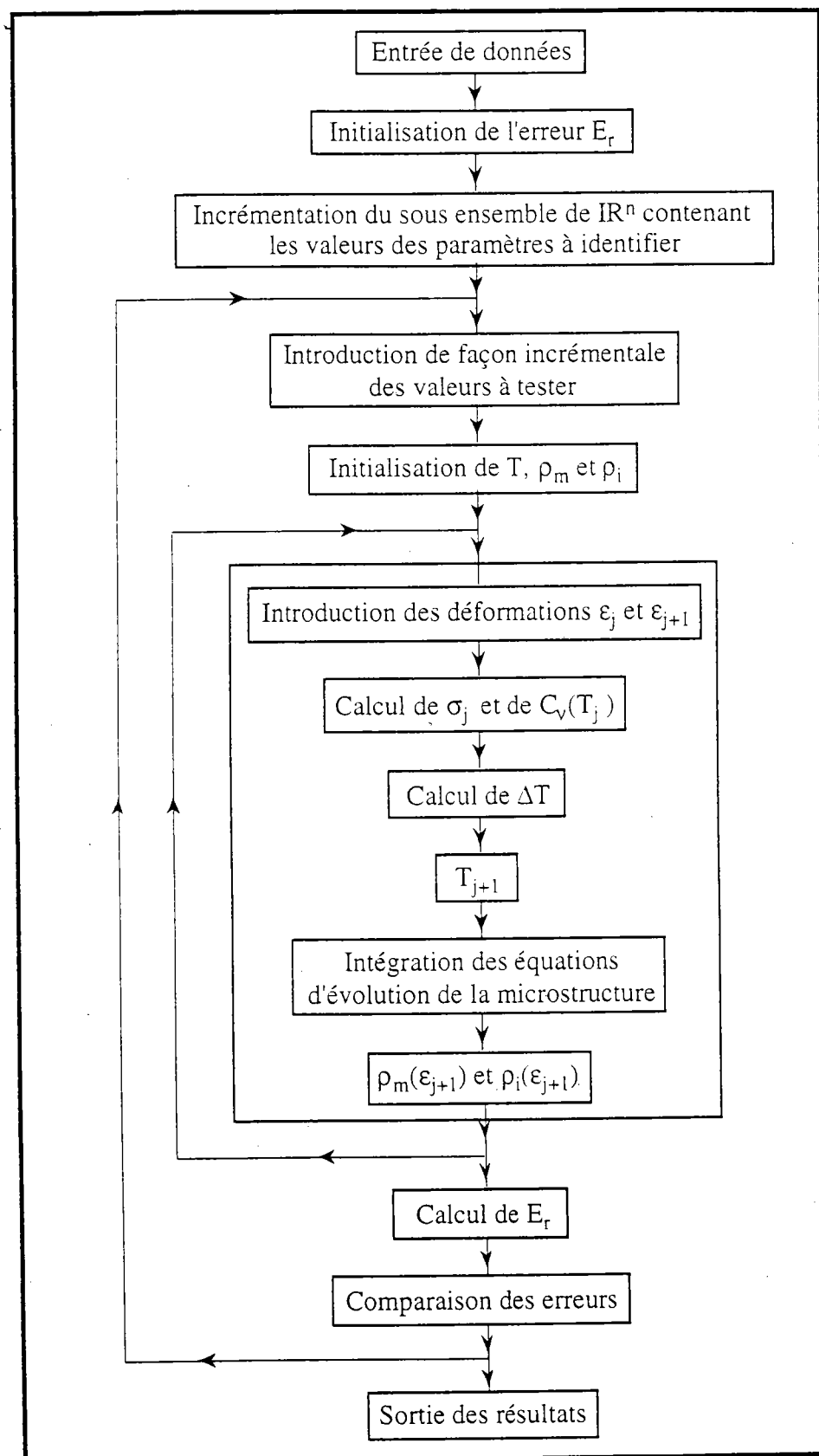


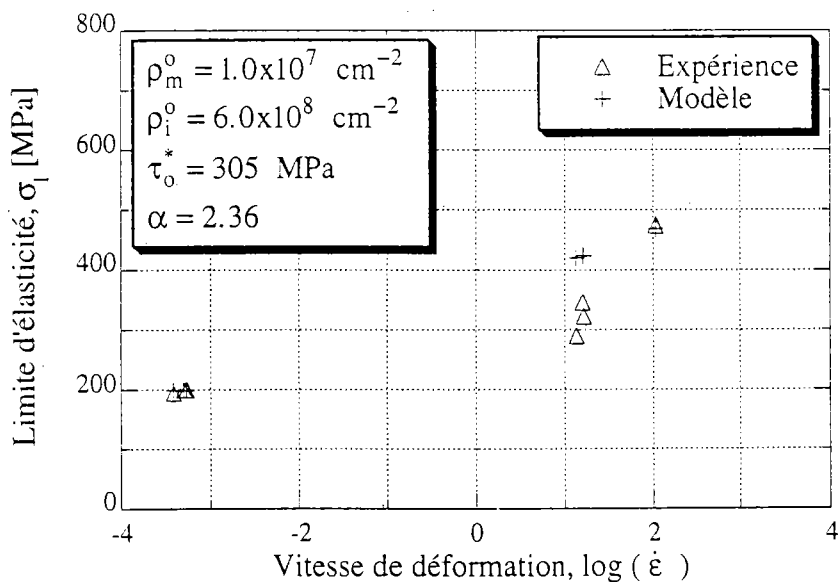
Figure III.4 : Schéma de la procédure utilisée pour l'identification des paramètres.

Pour tenir compte de l'évolution de la température au cours de la déformation, nous introduisons dans cette procédure d'identification des paramètres une sous procédure qui sert à

calculer l'élévation,  $\Delta T$ , de la température pour chaque incrément de déformation. Dans le cas de l'approximation adiabatique, cette sous procédure procède par intégration de l'équation (I.80), la valeur de la chaleur spécifique,  $C_v$ , associée à la température,  $T$ , qui correspond au début de l'incrément de déformation étant calculée à partir de l'expression (I.81). Dans le cas de l'approximation isotherme, nous imposons à cette sous procédure de prendre une valeur nulle de,  $\Delta T$ , pour chaque incrément de déformation.

### III.3.2.1. Première identification des paramètres

Dans cette partie, nous utilisons l'hypothèse  $H_1$  évoquée dans l'introduction de ce chapitre, et nous négligeons donc la contrainte effective pour ce qui concerne la vitesse  $\dot{\epsilon} = 6.0 \times 10^{-4} \text{ s}^{-1}$  qui correspond à l'essai quasi-statique. En utilisant la stratégie décrite dans le paragraphe précédent, nous identifions les paramètres du modèle (équations III.1, III.2, III.4, III.5 et III.6) en l'ajustant aux données expérimentales obtenues à partir des essais de traction. Les résultats de cette identification sont présentés sur les figures III.5, III.6, III.7 et III.8 ci-dessous. Pour chacune des deux vitesses de déformation  $\dot{\epsilon}_1 = 6.0 \times 10^{-4} \text{ s}^{-1}$  et  $\dot{\epsilon}_2 = 16 \text{ s}^{-1}$ , les paramètres sont identifiés en ajustant le modèle aux résultats de l'essai numéroté 1 dans chacune des deux figures qui correspondent à ces deux vitesses (figure III.6 pour  $\dot{\epsilon}_1$  et figure III.7 pour  $\dot{\epsilon}_2$ ).



**Figure III.5 :** Identification des paramètres  $\rho_m^o$ ,  $\rho_i^o$ ,  $\tau_o^*$  et  $\alpha$  à partir des variations de la limite d'élasticité avec la vitesse de déformation.

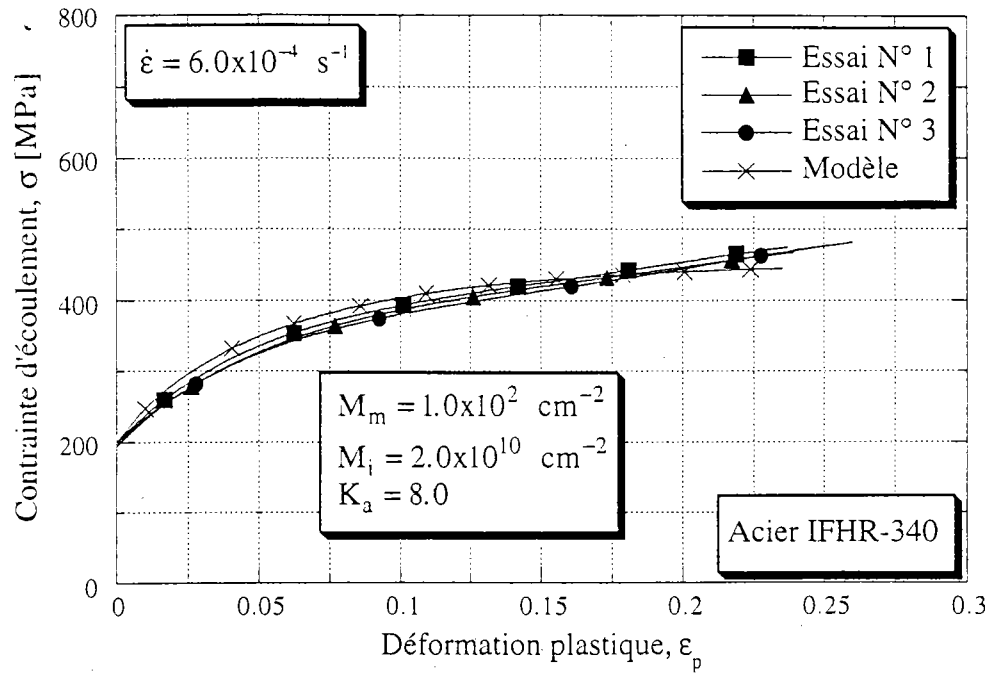


Figure III.6 : Identification des paramètres  $M_m$ ,  $M_i$  et  $K_a$  à partir d'un essai correspondant à une vitesse  $\dot{\epsilon} = 6.0 \times 10^{-4} \text{ s}^{-1}$ .

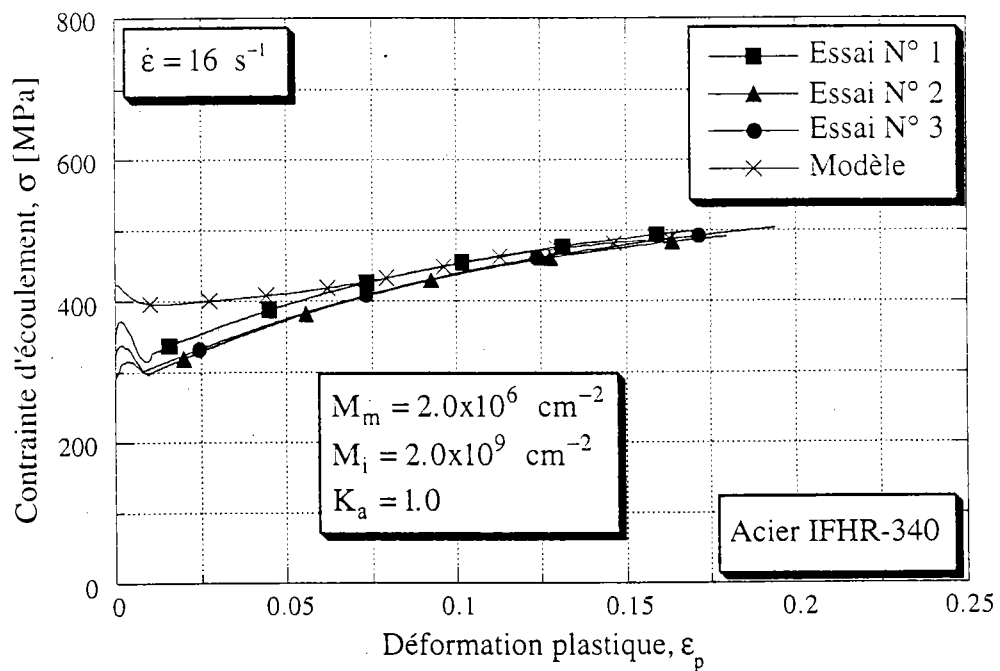


Figure III.7 : Identification des paramètres  $M_m$ ,  $M_i$  et  $K_a$  à partir d'un essai correspondant à une vitesse  $\dot{\epsilon} = 16 \text{ s}^{-1}$ .

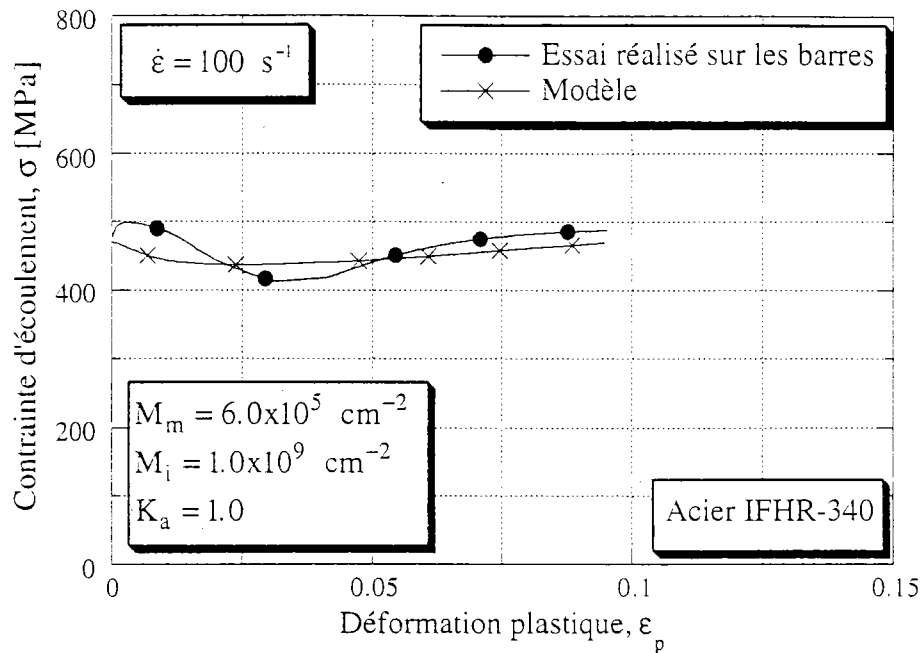


Figure III.8 : Identification des paramètres  $M_m$ ,  $M_i$  et  $K_a$  à partir de l'essai réalisé à une vitesse  $\dot{\epsilon} = 100 \text{ s}^{-1}$ .

Les valeurs identifiées des paramètres du modèle sont groupées dans le tableau suivant :

	Paramètres	Valeurs	Unités	Erreur $E_r$
	$\rho_m^0$	$1.0 \times 10^7$	$\text{cm}^{-2}$	25.97
	$\rho_i^0$	$6.0 \times 10^8$	$\text{cm}^{-2}$	
	$\tau_0^*$	305	MPa	
	$\alpha$	2.36	1	
$\dot{\epsilon} = 6 \times 10^{-4} \text{ s}^{-1}$	$M_m$	$1.0 \times 10^2$	$\text{cm}^{-2}$	0.83
	$M_i$	$2.0 \times 10^{10}$	$\text{cm}^{-2}$	
	$K_a$	8.0	1	
$\dot{\epsilon} = 16 \text{ s}^{-1}$	$M_m$	$2.0 \times 10^6$	$\text{cm}^{-2}$	1.60
	$M_i$	$2.0 \times 10^9$	$\text{cm}^{-2}$	
	$K_a$	1.0	1	
$\dot{\epsilon} = 100 \text{ s}^{-1}$	$M_m$	$6.0 \times 10^5$	$\text{cm}^{-2}$	1.73
	$M_i$	$1.0 \times 10^9$	$\text{cm}^{-2}$	
	$K_a$	1.0	1	

Tableau III.4 : Valeurs identifiées des paramètres intervenant dans les équations d'évolution de la microstructure et dans l'expression de la contrainte totale.

## Discussion des résultats

Cet ajustement semble donner de bons résultats vu la bonne corrélation obtenue entre le modèle et les données expérimentales (figures III.5, III.6, III.7 et III.8). Cependant, les deux remarques suivantes sont à faire sur les valeurs issues de cette identification :

1- La valeur 305 MPa du paramètre  $\tau_o^*$  représentant la cission théorique maximale qui permet de vaincre la résistance des obstacles thermoactivés, est très faible par rapport aux valeurs rencontrées dans la bibliographie. Pour les aciers, la valeur de  $\tau_o^*$  est généralement comprise entre 400 et 600 MPa.

2- Reprenons les valeurs du coefficient  $M_m$  identifiées pour les trois vitesses de déformation qui correspondent aux essais (tableau III.4).

$\dot{\epsilon}$ [s <sup>-1</sup> ]	$6 \times 10^{-4}$	16	100
$M_m$ [cm <sup>-2</sup> ]	$1.0 \times 10^2$	$2.0 \times 10^6$	$6.0 \times 10^5$

Ces valeurs ne peuvent pas suivre la relation (III.3) qui exprime le coefficient de multiplication des dislocations mobiles en fonction de la vitesse de déformation. En effet ; selon que le produit des deux constantes A et C est positif ou négatif, cette relation prévoit, soit, une croissance, soit, une décroissance du coefficient  $M_m$  en fonction de la vitesse. Ceci n'est pas le cas des valeurs présentées ci-dessus.

Aussi, la remarque suivante est à prendre en considération pour ce qui concerne l'hypothèse  $H_1$  évoquée dans l'introduction de ce chapitre :

Le fait que la contrainte effective,  $\tau^*$ , soit négligeable dans le domaine de faibles vitesses de déformation ne doit pas être considéré comme hypothèse que l'on introduit dans le calcul de la contrainte. C'est plutôt un fait qui doit être prévu par le modèle à partir du calcul de cette contrainte.

### III.3.2.2. Deuxième identification des paramètres

Dans cette partie, nous identifions les paramètres du modèle (équations III.1, III.2, III.4, III.5 et III.6) en l'ajustant aux données expérimentales obtenues à partir des essais de traction réalisés dans le cadre du second chapitre sans tenir compte, cette fois-ci, de l'hypothèse  $H_1$  évoquée dans l'introduction de ce chapitre ; i.e. sans négliger la contrainte effective,  $\tau^*$ , dans le cas de l'essai quasi-statique. Les résultats de cette identification sont présentés sur les figures

III.9, III.10, III.11 et III.12 ci-dessous. Pour chacune des deux vitesses de déformation  $\dot{\epsilon}_1 = 6.0 \times 10^{-4} \text{ s}^{-1}$  et  $\dot{\epsilon}_2 = 16 \text{ s}^{-1}$ , les paramètres sont identifiés en ajustant le modèle aux résultats de l'essai numéroté 1 dans chacune des deux figures qui correspondent à ces deux vitesses (figure III.10 pour  $\dot{\epsilon}_1$  et figure III.11 pour  $\dot{\epsilon}_2$ ).

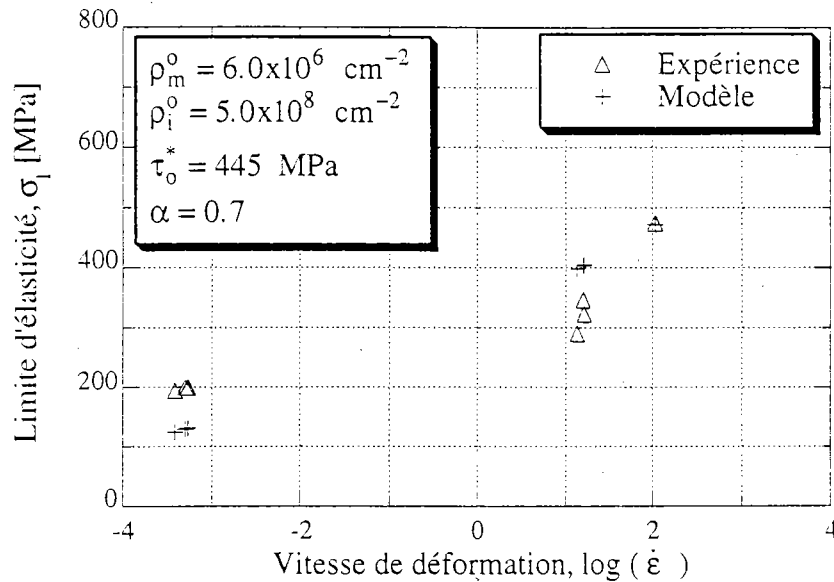


Figure III.9 : Identification des paramètres  $\rho_m^0$ ,  $\rho_i^0$ ,  $\tau_o^*$  et  $\alpha$  à partir des variations de la limite d'élasticité avec la vitesse de déformation.

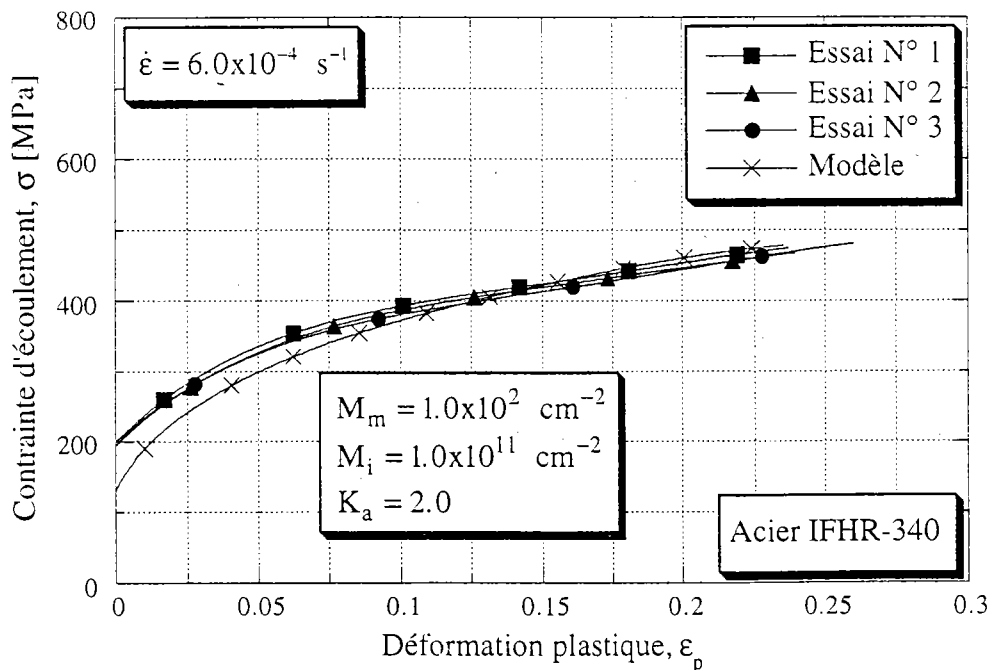


Figure III.10 : Identification des paramètres  $M_m$ ,  $M_i$  et  $K_a$  à partir d'un essai correspondant à une vitesse  $\dot{\epsilon} = 6.0 \times 10^{-4} \text{ s}^{-1}$ .

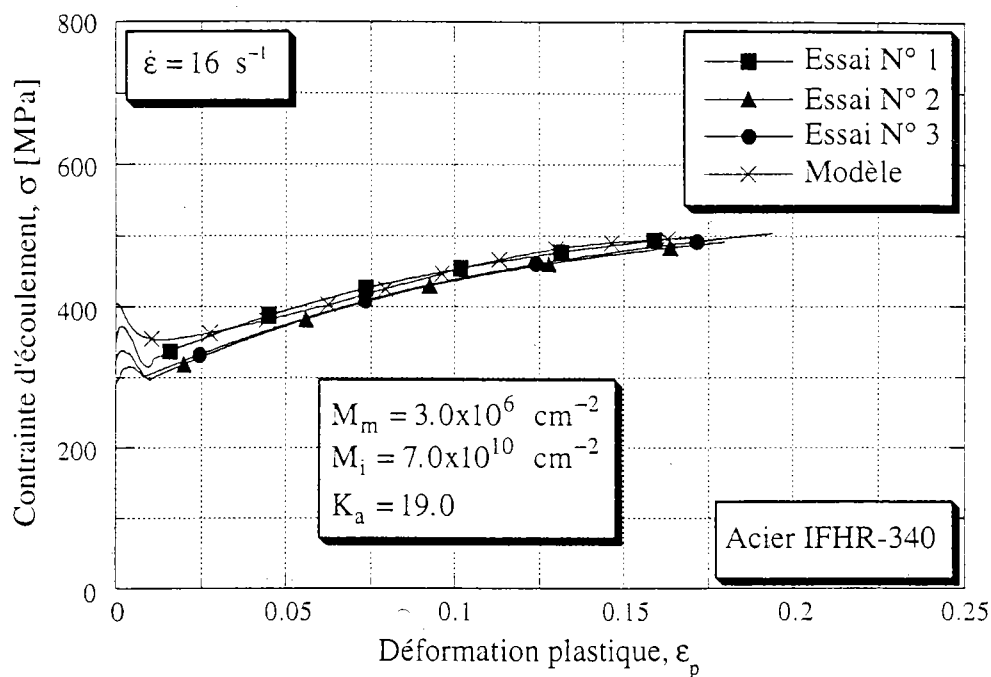


Figure III.11 : Identification des paramètres  $M_m$ ,  $M_i$  et  $K_a$  à partir d'un essai correspondant à une vitesse  $\dot{\epsilon} = 16 \text{ s}^{-1}$ .

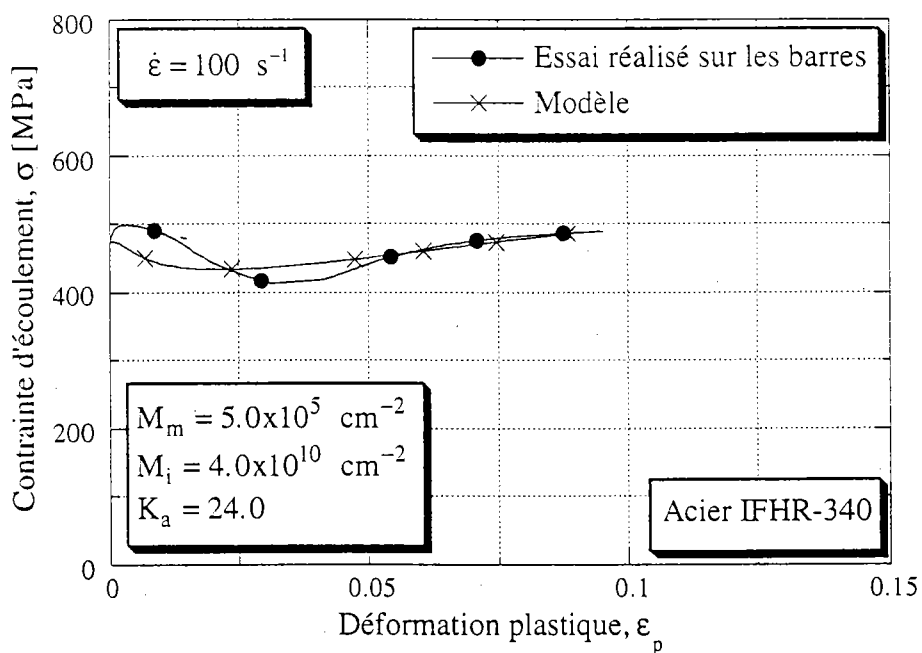


Figure III.12 : Identification des paramètres  $M_m$ ,  $M_i$  et  $K_a$  à partir de l'essai réalisé à une vitesse  $\dot{\epsilon} = 100 \text{ s}^{-1}$ .

Les valeurs des paramètres qui ajustent le modèle aux données expérimentales dans ce cas, sont groupées dans le tableau suivant :

	Paramètres	Valeurs	Unités	Erreur $E_r$
	$\rho_m^0$	$6.0 \times 10^6$	$\text{cm}^{-2}$	26.97
	$\rho_i^0$	$5.0 \times 10^8$	$\text{cm}^{-2}$	
	$\tau_o^*$	445.0	MPa	
	$\alpha$	0.7	l	
$\dot{\epsilon} = 6 \times 10^{-4} \text{ s}^{-1}$	$M_m$	$1.0 \times 10^2$	$\text{cm}^{-2}$	1.73
	$M_i$	$1.0 \times 10^{11}$	$\text{cm}^{-2}$	
	$K_a$	2.0	l	
$\dot{\epsilon} = 16 \text{ s}^{-1}$	$M_m$	$3.0 \times 10^6$	$\text{cm}^{-2}$	0.63
	$M_i$	$7.0 \times 10^{10}$	$\text{cm}^{-2}$	
	$K_a$	19.0	l	
$\dot{\epsilon} = 100 \text{ s}^{-1}$	$M_m$	$5.0 \times 10^5$	$\text{cm}^{-2}$	1.51
	$M_i$	$4.0 \times 10^{10}$	$\text{cm}^{-2}$	
	$K_a$	24.0	l	

**Tableau III.5 :** Valeurs identifiées des paramètres intervenant dans les équations d'évolution de la microstructure et dans l'expression de la contrainte totale.

Sur la figure III.13 ci-dessous, nous reportons les évolutions théoriques prévues par cette identification pour ce qui concerne la contrainte interne  $\sigma_u$ , la contrainte effective,  $\sigma^*$ , et la contrainte totale d'écoulement,  $\sigma$ , au cours de la déformation plastique pour une vitesse de  $6.0 \times 10^{-4} \text{ s}^{-1}$ . Aussi, nous reportons sur la figure III.14 l'évolution théorique prévue par cette identification pour ce qui concerne la densité de dislocations mobiles au cours de la déformation plastique pour la même vitesse.



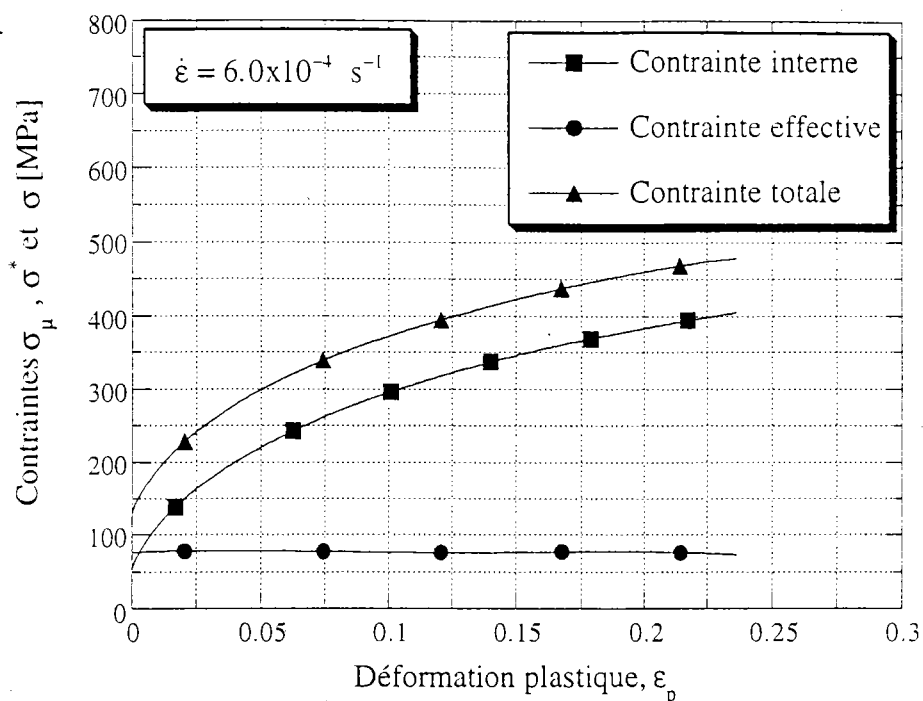


Figure III.13 : Prévisions du modèle concernant l'évolution des contraintes  $\sigma_\mu$ ,  $\sigma^*$  et  $\sigma$  au cours de la déformation plastique pour une vitesse de  $6.0 \times 10^{-4} \text{ s}^{-1}$ .

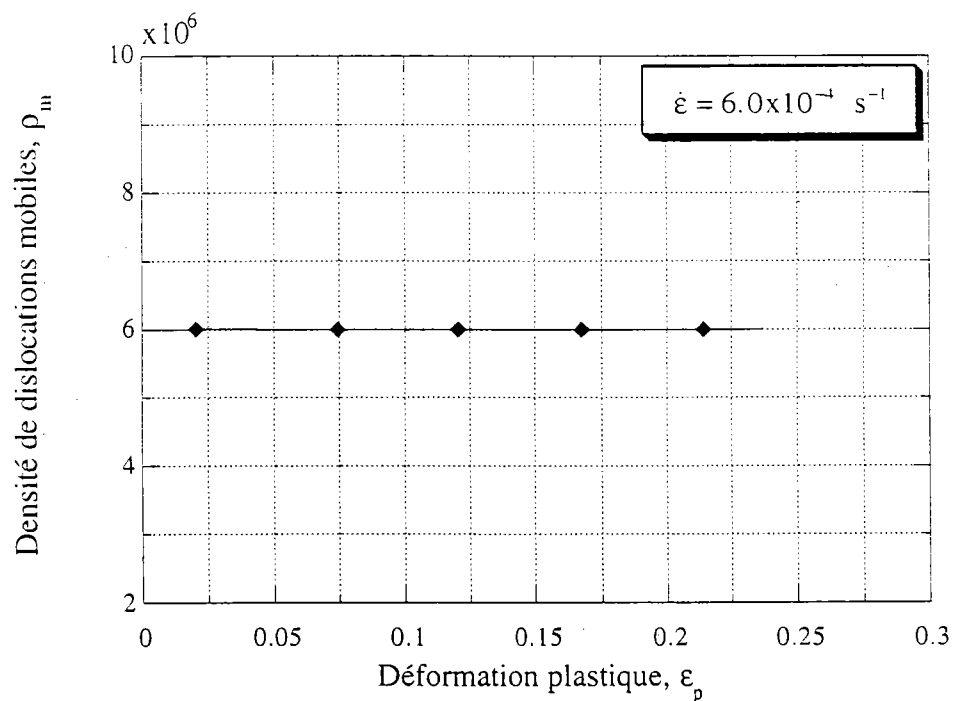


Figure III.14 : Prévisions du modèle concernant l'évolution de la densité de dislocations mobiles au cours de la déformation plastique pour une vitesse de  $6.0 \times 10^{-4} \text{ s}^{-1}$ .

## Discussion des résultats

1- La figure III.10 ci-dessus montre que durant les premiers stades de la déformation, les niveaux de contrainte théorique prévus par cette identification pour une vitesse  $\dot{\epsilon} = 6.0 \times 10^{-4} \text{ s}^{-1}$  sont relativement faibles par rapport aux niveaux de contrainte mesurés. Ceci est dû au fait que la valeur identifiée du paramètre  $\rho_m^0$  est trop élevée. En fait, ce paramètre représente la densité des dislocations qui se mettent en mouvement lorsque la déformation plastique se déclenche dans le polycristal, i.e. juste au moment où l'on dépasse la vraie limite d'élasticité du matériau. Cependant, dans la pratique, la limite d'élasticité observée lors d'un essai macroscopique est une limite qui, souvent, ne coïncide pas avec la vraie limite d'élasticité du polycristal. Entre celle-ci et la limite observée lors d'un essai, la déformation plastique se développe à l'échelle microscopique et la microstructure évolue vers un nouvel état caractérisé par une densité de dislocations mobiles, que l'on peut noter  $\bar{\rho}_m^0$ , différente de la densité mobile initiale  $\rho_m^0$  aussi bien que par une densité  $\bar{\rho}_i^0$  de dislocations immobiles différente de la densité immobile initiale  $\rho_i^0$ . D'autre part, on sait que la production des dislocations mobiles est très forte durant les premiers stades de la déformation d'un polycristal et que, par conséquent, la densité mobile  $\bar{\rho}_m^0$  qui correspond à la limite d'élasticité macroscopique observée ne peut pas être identifiée par la densité mobile initiale  $\rho_m^0$ . Ceci nous conduit à faire la remarque suivante :

Puisque la limite d'élasticité macroscopique observée est sensible à la vitesse de déformation, il devra en être de même pour la densité mobile  $\bar{\rho}_m^0$  qui lui correspond. En fait ; la production de dislocations mobiles après le déclenchement de la déformation plastique dans le métal est d'autant plus forte que la vitesse de déformation est plus élevée. Ceci nous permet de comprendre que la densité mobile  $\bar{\rho}_m^0$  que l'on identifie à partir des limites d'élasticité observées lors des essais, ne peut pas être indépendante de la vitesse de déformation. Nous tiendrons, donc, dans l'étape qui suivra du fait que le paramètre  $\bar{\rho}_m^0$  que nous identifions à partir des essais macroscopiques dépend de la vitesse de déformation.

2- La figure III.13 montre que pour la vitesse de déformation  $\dot{\epsilon} = 6.0 \times 10^{-4} \text{ s}^{-1}$  qui correspond à l'essai quasi-statique réalisé, les niveaux de la contrainte effective théorique,  $\sigma^*$ , prévus par cette identification sont assez importants, surtout durant les premiers stades de la déformation, pour qu'elles ne soient pas négligés. Cette contrainte  $\sigma^*$  est proportionnelle à la composante effective,  $\tau^*$ , de la contrainte de cisaillement dont l'expression contenue dans la relation (III.1) peut s'écrire sous la forme :

$$\begin{cases} \tau^* = \tau_p^*(T) \cdot g(\dot{\gamma}_p, T, \rho_m) \\ g(\dot{\gamma}_p, T, \rho_m) = \left[ 1 - \left[ \frac{k \cdot T}{G(T)} \cdot \ln \left( \frac{\rho_m \cdot n \cdot v_D \cdot b^2}{\dot{\gamma}_p} \right) \right]^{1/q} \right]^{1/p} \end{cases} \quad (\text{III.11})$$

où la fonction  $g$  représente le pourcentage de l'énergie mécanique contribuant à l'activation des vallées de Peierls, le reste de l'énergie d'activation étant fourni par l'agitation des atomes dans le réseau cristallin. Dans le tableau ci-dessous, nous présentons les valeurs de ce pourcentage calculées à une vitesse de déformation de  $10^{-4} \text{ s}^{-1}$  pour différentes valeurs de la densité  $\rho_m$ .

$\rho_m [\text{cm}^{-2}]$	$10^2$	$10^3$	$10^4$	$10^5$	$10^6$	$10^7$
$g$	0.51	0.42	0.34	0.26	0.18	0.10

Sachant que la valeur de  $\tau_0^*$  identifiée est de 445 MPa, les valeurs présentées dans le tableau ci-dessus montrent que le pourcentage,  $g$ , est assez important pour que la contrainte effective,  $\tau^*$ , ne soit pas négligeable. Ceci explique les niveaux non négligeables de la contrainte effective,  $\sigma^*$ , prévus par le modèle dans le cas d'une vitesse de déformation de  $6.0 \times 10^{-4} \text{ s}^{-1}$  (figure III.13) puisque les niveaux de la densité,  $\rho_m$ , de dislocations mobiles (figure III.14) sont de l'ordre de  $6.0 \times 10^6 \text{ cm}^{-2}$ .

3- Nous faisons de nouveau la même remarque que dans la partie précédente pour ce qui concerne les valeurs du coefficient  $M_m$  identifiées pour les trois vitesses de déformation qui correspondent aux essais (tableau III.5).

$\dot{\epsilon} [\text{s}^{-1}]$	$6 \times 10^{-4}$	16	100
$M_m [\text{cm}^{-2}]$	$1.0 \times 10^2$	$3.0 \times 10^6$	$5.0 \times 10^5$

Ces valeurs ne peuvent pas suivre l'expression (III.3) du coefficient,  $M_m$ , de multiplication des dislocations mobiles en fonction de la vitesse de déformation puisque cette expression ne peut avoir qu'un seul sens de variation dans tout le domaine de vitesse. Ceci est probablement dû, d'une part, au fait que l'on ne tient pas compte de l'influence de la vitesse de déformation sur la densité mobile initiale que nous identifions à partir de la limite d'élasticité macroscopique observée alors que cette limite est sensible à la vitesse et, d'autre part, au couplage entre les différents paramètres lors de l'identification. Celle-ci donne, donc, des valeurs qui ajustent les prévisions du modèle aux résultats de l'expérience, mais l'ensemble de ces valeurs identifiées reste une solution numérique qui ne tient pas compte de la physique des choses.

### III.3.2.3. Troisième identification des paramètres

Comme nous venons de le voir à la fin de la partie précédente, la densité mobile que nous identifions à partir de la limite d'élasticité macroscopique observée et que nous noterons dans la suite  $\bar{\rho}_m^o$ , est sensible à la vitesse de déformation. Pour modéliser l'influence de la vitesse sur la limite d'élasticité observée, nous tiendrons compte dans la suite de ce travail de la sensibilité du paramètre  $\bar{\rho}_m^o$  vis à vis de la vitesse de déformation.

Dans cette partie, nous identifions l'ensemble des paramètres  $\alpha$ ,  $\rho_i^o$ , et  $\tau_p^*(T_o)$  ainsi que  $M_m$ ,  $M_i$ ,  $K_a$  et  $\bar{\rho}_m^o$  (équations III.1, III.2, III.4, III.5 et III.6) en ajustant le modèle aux résultats des essais de traction réalisés sur l'acier IFHR-340. Les quatre derniers paramètres étant sensibles à la vitesse de déformation, nous les identifions pour chacune des trois valeurs de vitesse qui correspondent aux essais. Nous rappelons que pour le calcul de la contrainte d'écoulement lors de l'identification des paramètres, nous utilisons l'approximation isotherme pour ce qui concerne les deux vitesses  $\dot{\epsilon} = 6.0 \times 10^{-4} \text{ s}^{-1}$  et  $\dot{\epsilon} = 16 \text{ s}^{-1}$  et l'approximation adiabatique pour ce qui concerne la vitesse  $\dot{\epsilon} = 100 \text{ s}^{-1}$ . Les résultats de cette identification sont présentés sur les figures III.15, III.16, III.17 et III.18 ci-dessous. Pour chacune des deux vitesses de déformation  $\dot{\epsilon}_1 = 6.0 \times 10^{-4} \text{ s}^{-1}$  et  $\dot{\epsilon}_2 = 16 \text{ s}^{-1}$ , les paramètres sont identifiés en ajustant le modèle aux résultats de l'essai numéroté 1 dans chacune des deux figures qui correspondent à ces deux vitesses (figure III.16 pour  $\dot{\epsilon}_1$  et figure III.17 pour  $\dot{\epsilon}_2$ ).

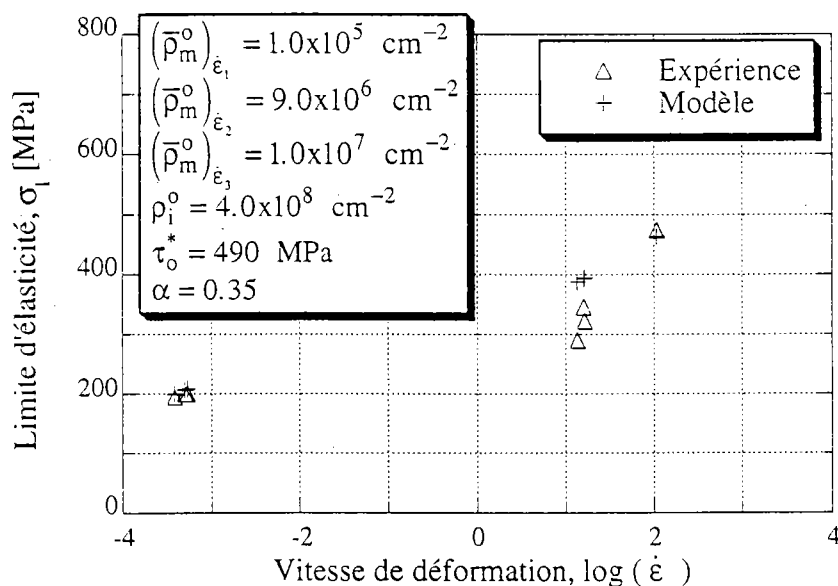


Figure III.15 : Identification des paramètres  $\bar{\rho}_m^o$ ,  $\rho_i^o$ ,  $\tau_o^*$  et  $\alpha$  à partir des variations de la limite d'élasticité avec la vitesse de déformation.

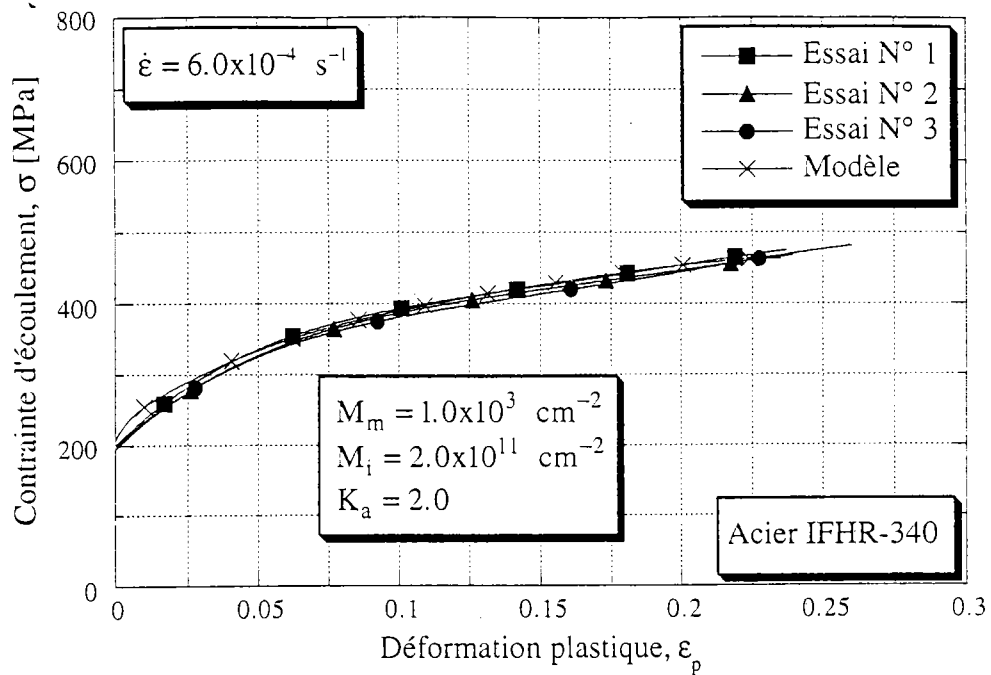


Figure III.16 : Identification des paramètres  $M_m$ ,  $M_i$  et  $K_a$  à partir d'un essai correspondant à une vitesse  $\dot{\epsilon} = 6.0 \times 10^{-4} \text{ s}^{-1}$ .

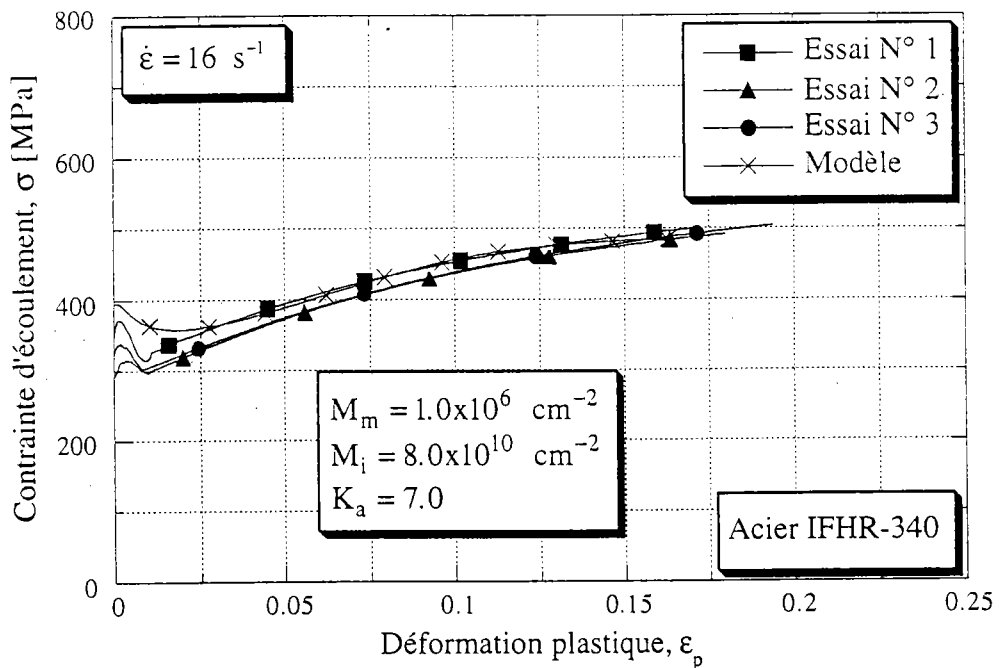


Figure III.17 : Identification des paramètres  $M_m$ ,  $M_i$  et  $K_a$  à partir d'un essai correspondant à une vitesse  $\dot{\epsilon} = 16 \text{ s}^{-1}$ .

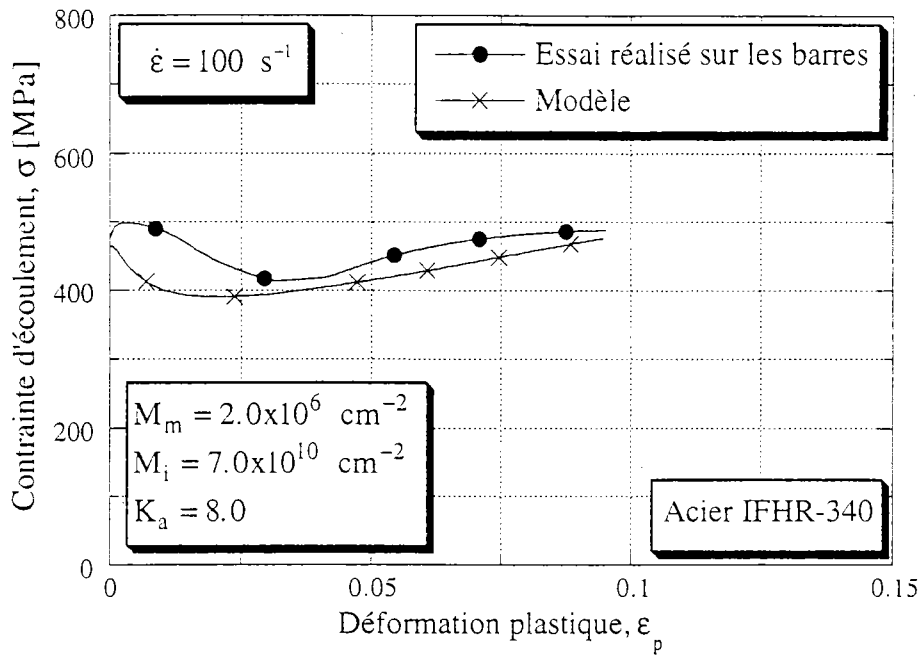


Figure III.18 : Identification des paramètres  $M_m$ ,  $M_i$  et  $K_a$  à partir de l'essai réalisé à une vitesse  $\dot{\epsilon} = 100 \text{ s}^{-1}$ .

Les valeurs des paramètres ajustant le modèle aux données expérimentales dans ce cas, sont groupées dans le tableau suivant :

	Paramètres	Valeurs	Unités	Erreur $E_r$
	$\rho_i^o$	$4.0 \times 10^8$	$\text{cm}^{-2}$	20.26
	$\tau_o^*$	490.0	MPa	
	$\alpha$	0.35	1	
$\dot{\epsilon} = 6 \times 10^{-4} \text{ s}^{-1}$	$\bar{\rho}_m^o$	$1.0 \times 10^5$	$\text{cm}^{-2}$	0.55
$\dot{\epsilon} = 16 \text{ s}^{-1}$	$\bar{\rho}_m^o$	$9.0 \times 10^6$	$\text{cm}^{-2}$	
$\dot{\epsilon} = 100 \text{ s}^{-1}$	$\bar{\rho}_m^o$	$1.0 \times 10^7$	$\text{cm}^{-2}$	
$\dot{\epsilon} = 6 \times 10^{-4} \text{ s}^{-1}$	$M_m$	$1.0 \times 10^3$	$\text{cm}^{-2}$	0.61
	$M_i$	$2.0 \times 10^{11}$	$\text{cm}^{-2}$	
	$K_a$	2.0	1	
$\dot{\epsilon} = 16 \text{ s}^{-1}$	$M_m$	$1.0 \times 10^6$	$\text{cm}^{-2}$	3.29
	$M_i$	$8.0 \times 10^{10}$	$\text{cm}^{-2}$	
	$K_a$	7.0	1	
$\dot{\epsilon} = 100 \text{ s}^{-1}$	$M_m$	$2.0 \times 10^6$	$\text{cm}^{-2}$	3.29
	$M_i$	$7.0 \times 10^{10}$	$\text{cm}^{-2}$	
	$K_a$	8.0	1	

Tableau III.6 : Valeurs identifiées des paramètres intervenant dans les équations d'évolution de la microstructure et dans l'expression de la contrainte totale.

Sur les trois figures qui suivent, nous présentons les évolutions théoriques prévues par le modèle pour ce qui concerne la contrainte interne, la contrainte effective et la contrainte totale d'écoulement au cours de la déformation plastique pour les trois vitesses qui correspondent aux essais.

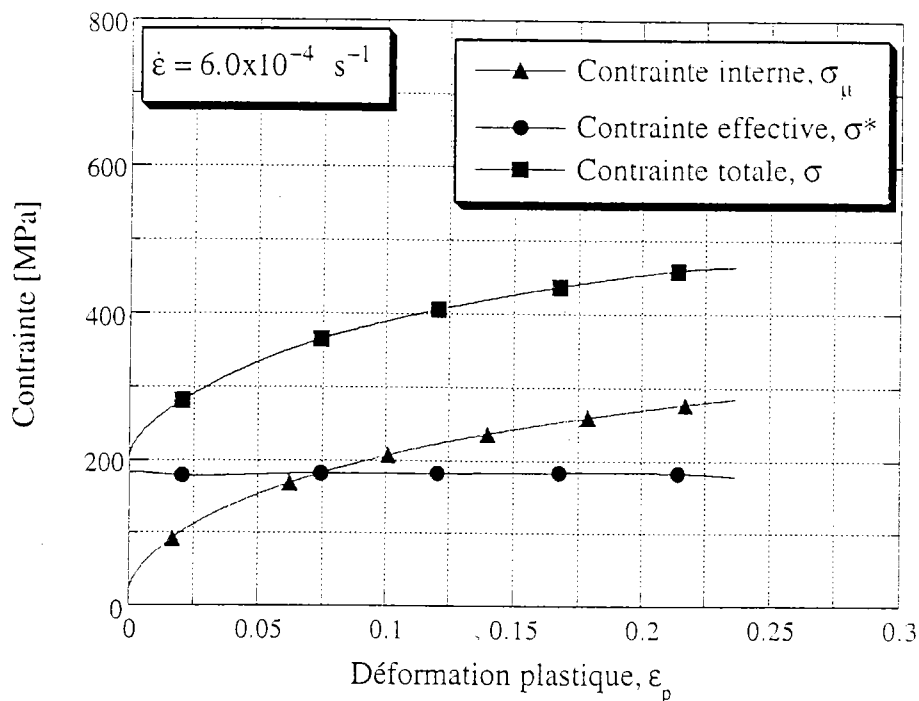


Figure III.19 : Prévisions du modèle concernant l'évolution des contraintes  $\sigma_\mu$ ,  $\sigma^*$  et  $\sigma$  au cours de la déformation plastique pour une vitesse  $\dot{\epsilon} = 6.0 \times 10^{-4} \text{ s}^{-1}$ .

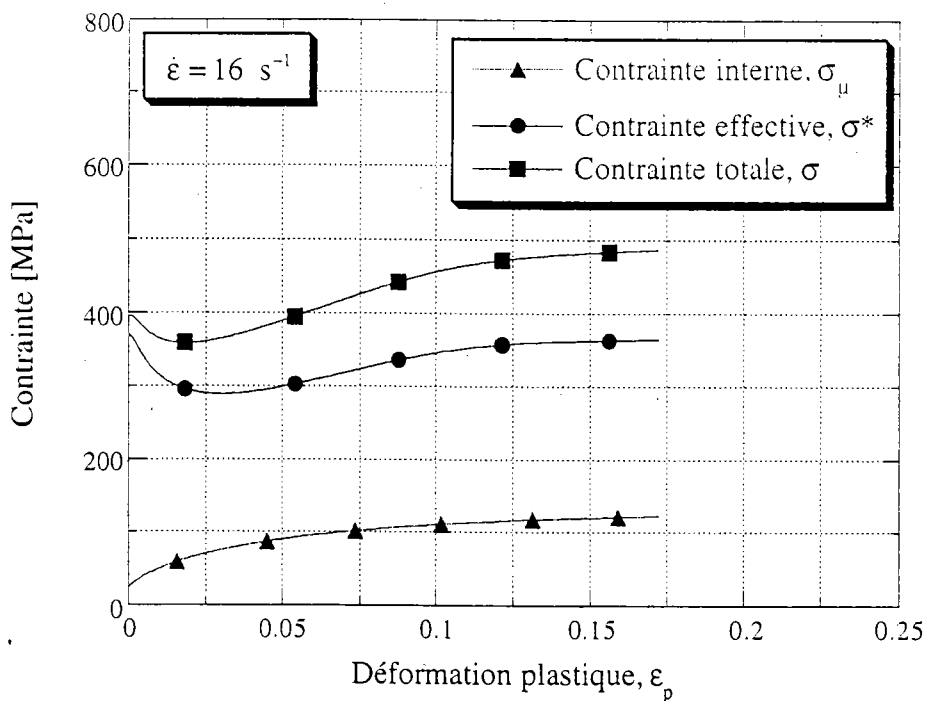
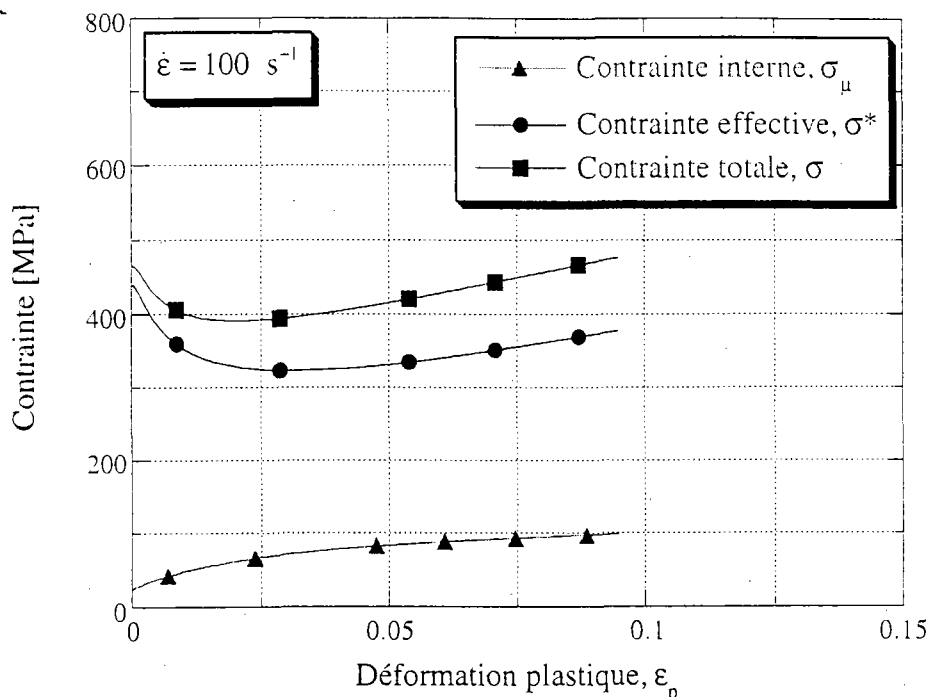


Figure III.20 : Prévisions du modèle concernant l'évolution des contraintes  $\sigma_\mu$ ,  $\sigma^*$  et  $\sigma$  au cours de la déformation plastique pour une vitesse  $\dot{\epsilon} = 16 \text{ s}^{-1}$ .



*Figure III.21 : Prévisions du modèle concernant l'évolution des contraintes  $\sigma_\mu$ ,  $\sigma^*$  et  $\sigma$  au cours de la déformation plastique pour une vitesse  $\dot{\epsilon} = 100 \text{ s}^{-1}$ .*

Nous remarquons à partir de la figure III.19 que le modèle prévoit des niveaux de contrainte effective,  $\sigma^*$ , trop élevés pour ce qui concerne l'essai quasi-statique qui correspond à une vitesse de déformation de  $6.0 \times 10^{-4} \text{ s}^{-1}$ . Aussi, nous remarquons à partir des trois figures III.19, III.20 et III.21 que le modèle prévoit une sensibilité de la contrainte interne,  $\sigma_\mu$ , vis à vis de la vitesse de déformation. Nous discuterons dans la suite de cette partie de ces deux remarques.

Aussi, nous présentons sur les deux figures III.22 et III.23 ci-dessous les évolutions théoriques prévues par le modèle pour ce qui concerne la densité,  $\rho_m$ , de dislocations mobiles et de la densité,  $\rho_i$ , de dislocations immobiles au cours de la déformation plastique pour les trois vitesses qui correspondent aux essais réalisés dans le cadre du second chapitre.



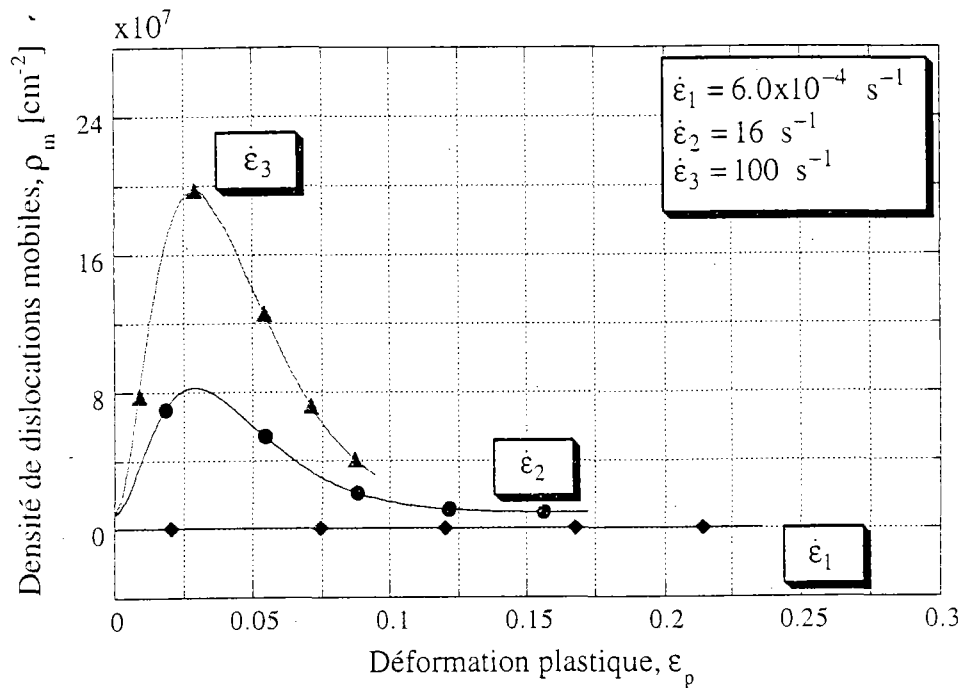


Figure III.22 : Prévisions du modèle concernant l'évolution de la densité de dislocations mobiles au cours de la déformation plastique pour les trois vitesses correspondant aux essais.

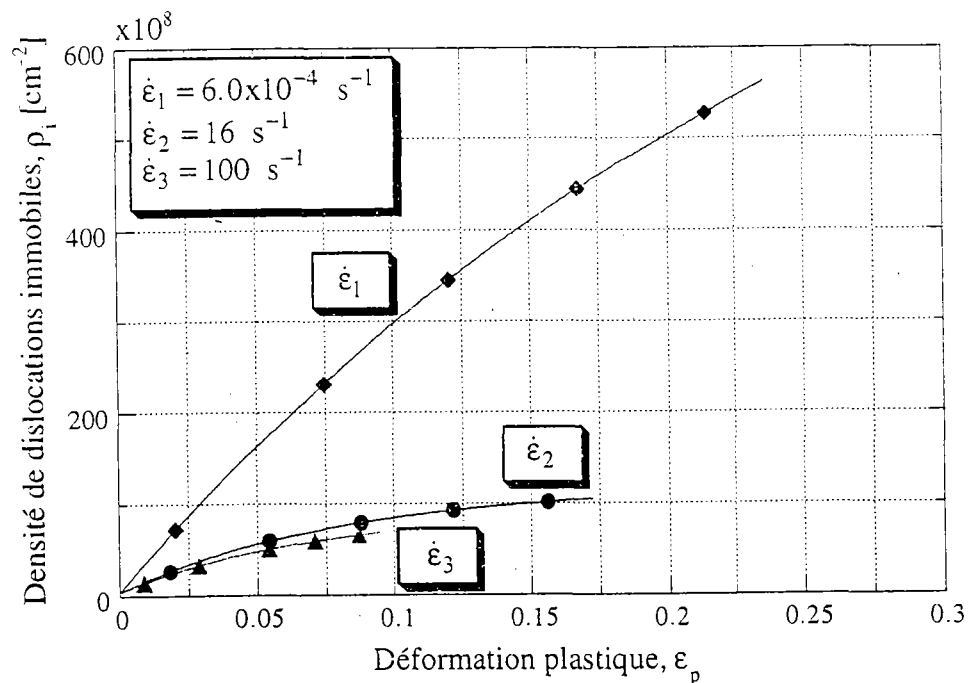


Figure III.23 : Prévisions du modèle concernant l'évolution de la densité de dislocations immobiles au cours de la déformation plastique pour les trois vitesses correspondant aux essais.

Sur les figures III.24, III.25, III.26 et III.27 qui suivent, sont représentées les variations respectives des valeurs identifiées du coefficient,  $M_m$ , de multiplication des dislocations mobiles, du coefficient,  $M_i$ , de multiplication des dislocations immobiles, de la densité mobile,  $\bar{\rho}_m^0$ , qui correspond à la limite d'élasticité observée et du facteur d'annihilation,  $K_a$ , en fonction de la vitesse de déformation plastique de cisaillement  $\dot{\gamma}_p$ .

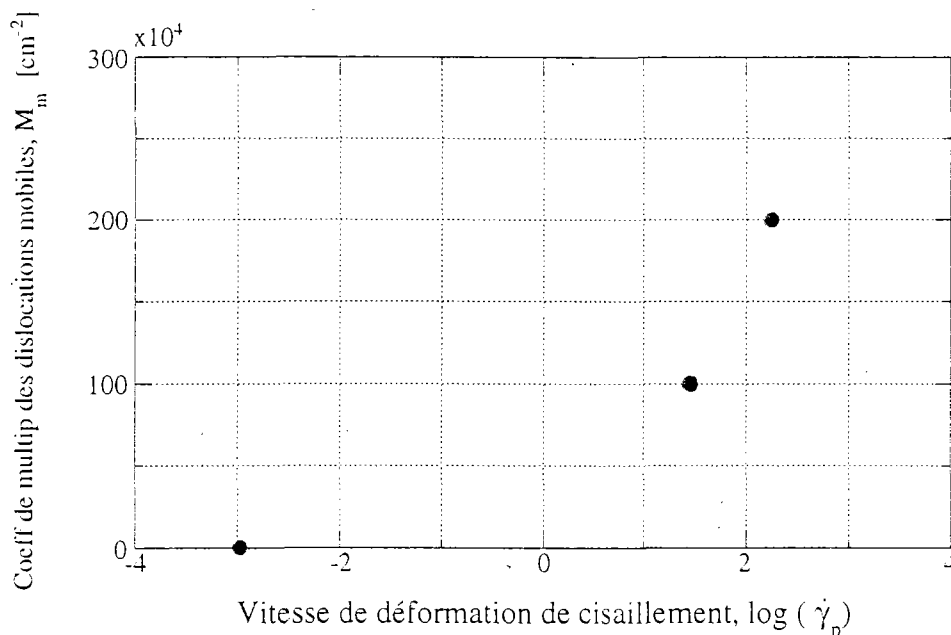


Figure III.24 : Variations des valeurs identifiées du coefficient,  $M_m$ , de multiplication des dislocations mobiles en fonction de la vitesse de déformation plastique de cisaillement.

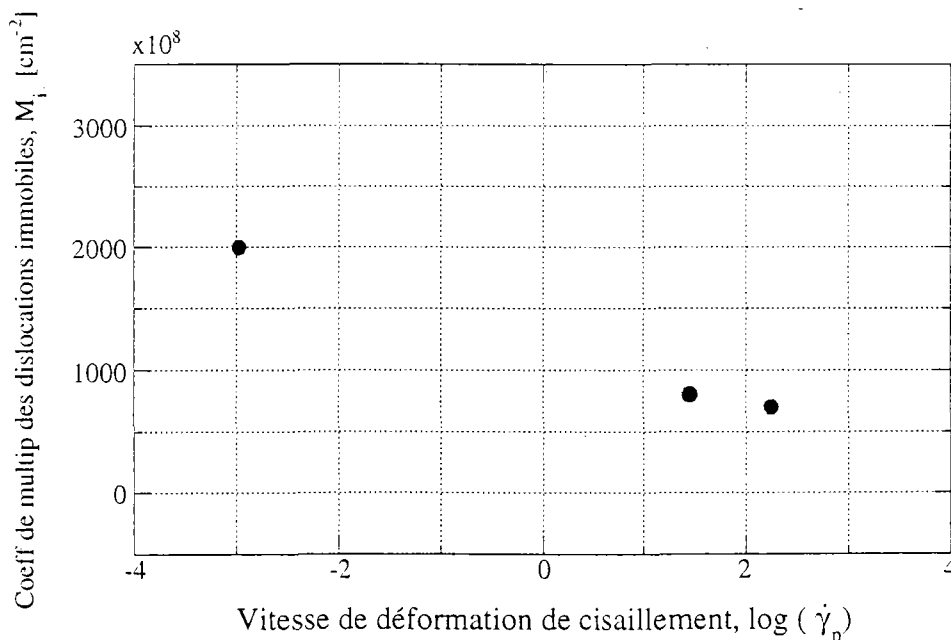
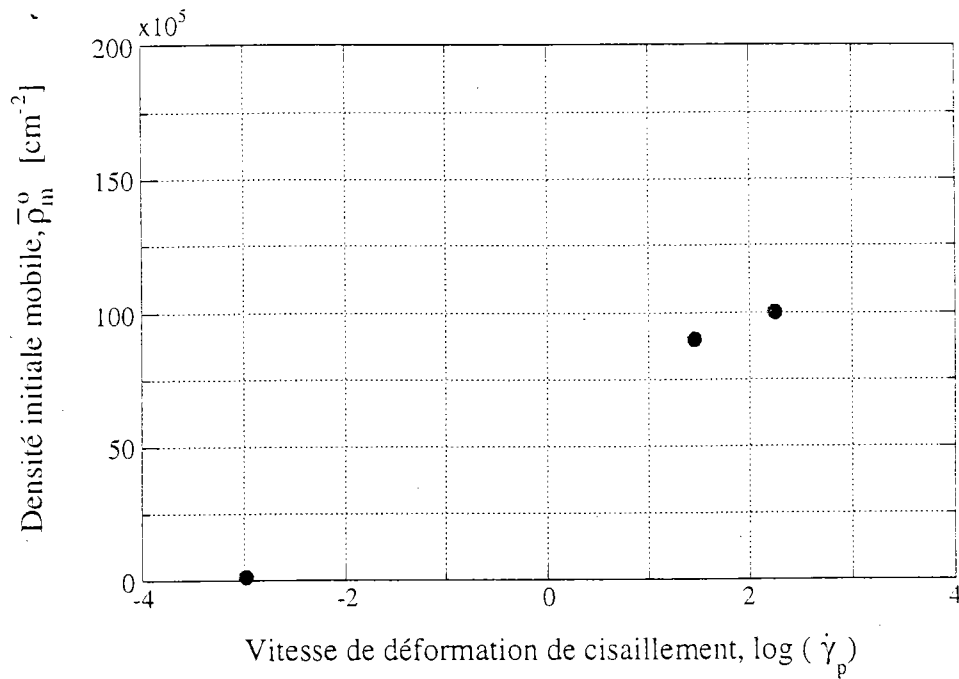
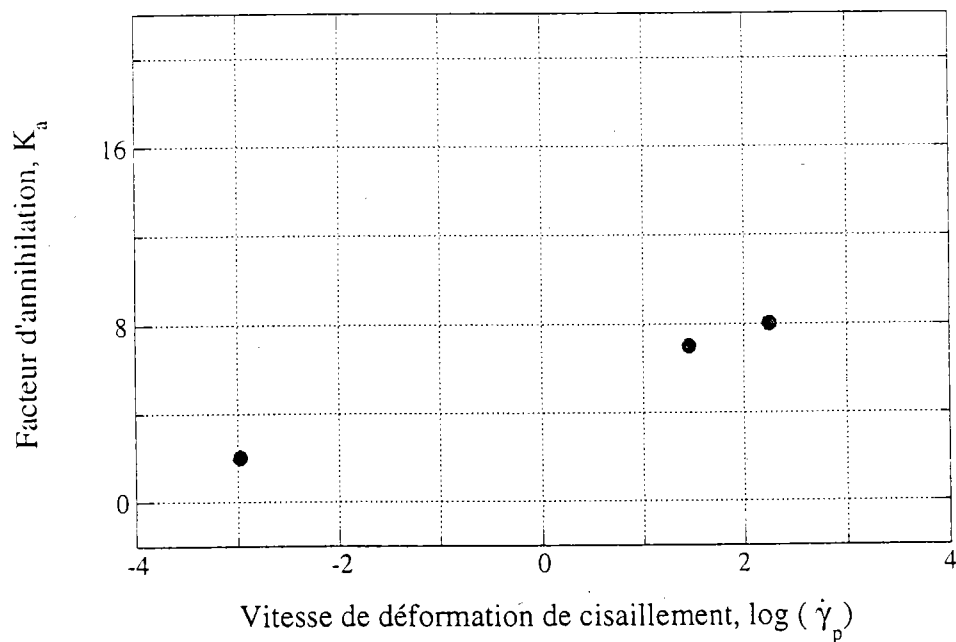


Figure III.25 : Variations des valeurs identifiées du coefficient,  $M_i$ , de multiplication des dislocations immobiles en fonction de la vitesse de déformation plastique de cisaillement.



**Figure III.26 :** Variations des valeurs identifiées de la densité mobile,  $\bar{\rho}_m^0$ , qui correspond à la limite d'élasticité observée en fonction de la vitesse de déformation plastique de cisaillement.



**Figure III.27 :** Variations des valeurs identifiées du facteur d'annihilation,  $K_a$ , en fonction de la vitesse de déformation plastique de cisaillement.

Dans l'étape qui suivra, nous allons essayer de voir s'il est possible d'établir des relations qui peuvent décrire les variations des valeurs identifiées de ces différents paramètres en fonction de la vitesse de déformation de cisaillement  $\dot{\gamma}_p$ , ce qui nous permettra d'examiner la relation (III.3)

qui exprime le coefficient,  $M_m$ , de multiplication des dislocations mobiles en fonction de  $\dot{\gamma}_p$  et de discuter des deux relations (I.68) et (I.69) qui sont proposées dans la littérature pour exprimer le facteur d'annihilation,  $K_a$ , en fonction de  $\dot{\gamma}_p$ .

### III.4. Troisième étape : nouvelles hypothèses

#### Introduction

Les valeurs de la densité mobile,  $\bar{\rho}_m^0$ , qui correspond à la limite d'élasticité macroscopique observée sont, comme nous venons de le voir dans l'étape précédente, sensibles à la vitesse de déformation. Dans le but de décrire l'influence de cette vitesse sur la limite d'élasticité observée, nous essayerons dans cette partie de voir s'il est possible d'établir une relation quantifiant les variations du paramètre  $\bar{\rho}_m^0$  en fonction de la vitesse de déformation. Nous introduirons également des informations théoriques concernant l'évolution de la microstructure. Celles-ci nous permettront de réduire le nombre de paramètres intervenant dans les équations d'évolution, de simplifier celles-ci et, ainsi, de diminuer de l'intensité du couplage entre les paramètres à identifier. Aussi, nous allons voir que l'ensemble des relations (I.13), (I.14) et (III.1) nous permettra d'expliquer que l'écroutissage des matériaux métalliques est dû aux interactions entre les dislocations et les obstacles non localisés (obstacles athermiques), et que la sensibilité de l'écoulement plastique vis à vis de la vitesse de déformation et de la température est due aux mécanismes thermoactivés.

#### III.4.1. Expression du paramètre géométrique d'activation

Lorsque la vitesse de déformation plastique devient infiniment grande, l'énergie thermique produite par l'agitation des atomes dans le réseau cristallin n'a pas assez de temps pour arriver jusqu'aux barrières qui bloquent les mouvements des dislocations ; la valeur de  $\Delta G(\tau^*, T)$  tend donc vers 0. Ceci nous permet, moyennant l'équation d'Arrhénius (I.7) et des relations (I.8) et (I.14), d'écrire :

$$\lim_{\dot{\gamma}_p \rightarrow +\infty} \bar{v} = b \cdot n \cdot v_D \quad (\text{III.12})$$

De plus, on sait que la vitesse  $\bar{v}$  de déplacement d'une dislocation est limitée supérieurement par la célérité  $C_t$  des ondes transversales dans le matériau et que sa valeur tend vers cette limite lorsque l'énergie de la dislocation est infinie [37], i.e. lorsque la vitesse  $\dot{\gamma}_p$  tend vers  $+\infty$ . Ceci nous permet, à partir de l'équation (III.12), de déduire la relation suivante entre la célérité  $C_t$  et le paramètre géométrique d'activation "n" :

$$C_t = b \cdot n \cdot v_D \quad (\text{III.13})$$

Nous en déduisons l'expression suivante de ce paramètre, "n", en fonction des caractéristiques du matériau :

$$n(T) = \frac{1}{b \cdot v_D} \cdot \sqrt{\frac{\mu(T)}{\rho_d}} \quad (\text{III.14})$$

$\mu$  et  $\rho_d$  étant respectivement le module élastique de cisaillement et la densité massique du matériau. Cette relation montre que le paramètre géométrique d'activation, "n", aussi bien que le volume d'activation,  $V^*$ , s'annulent à la température de fusion puisqu'il en est de même pour le module élastique de cisaillement  $\mu$ . Ceci s'explique par le fait que l'on assiste à cette température, à un effondrement des obstacles thermoactivés.

Donc, si nous connaissons les valeurs de la densité massique,  $\rho_d$ , et du module élastique de cisaillement,  $\mu$ , du métal, la relation (III.14) nous permettra de déterminer la valeur du paramètre géométrique d'activation, "n", sans avoir besoin de déterminer le volume  $V^*$ . Sachant que nous connaissons actuellement les valeurs de  $\mu$  et de  $\rho_d$  pour la plupart des métaux, cette relation nous épargnera de réaliser des essais de saut de vitesse si nous n'avons besoin que de la seule valeur de "n". Cela représente un gain de temps et de moyens considérable, car ces essais, souvent coûteux, peuvent parfois même être pénalisants à cause des nombreuses difficultés expérimentales qui occasionnent des erreurs de mesure, celles-ci pouvant répercuter sur les valeurs de  $V^*$  et par conséquent sur les valeurs de "n".

En utilisant les valeurs de  $\mu$  et de  $\rho_d$  de l'acier à la température  $T = 300$  K,  $\mu = 84$  GPa et  $\rho = 7850$  kg · m<sup>-3</sup>, nous obtenons une valeur de "n" égale à 1.28.

### III.4.2. Limite d'élasticité et écrouissage du matériau

En utilisant la relation (III.14), l'expression de la contrainte effective  $\tau^*$  contenue dans la relation (III.1) s'écrit sous la forme :

$$\tau^*(\rho_m, \dot{\gamma}_p, T) = \tau_p^*(T) \cdot \left[ 1 - \left[ \frac{k \cdot T}{G(T)} \cdot \ln \left( \frac{\rho_m \cdot b \cdot C_t}{\dot{\gamma}_p} \right) \right]^{1/q} \right]^{1/p} \quad (\text{III.15})$$

De plus, les équations (I.13), (I.14) et (III.14) nous permettent d'écrire la relation suivante entre la vitesse de déformation plastique  $\dot{\gamma}_p$ , la densité,  $\rho_m$ , de dislocations mobiles, la température, T, et l'énergie thermique d'activation  $\Delta G(\tau^*, T)$  :

$$\frac{k \cdot T}{\Delta G(\tau^*, T)} \cdot \ln\left(\frac{\rho_m \cdot b \cdot C_t}{\dot{\gamma}_p}\right) = 1 \quad (\text{III.16})$$

Lorsque la vitesse  $\dot{\gamma}_p$  tend vers 0, l'énergie totale,  $G(T)$ , nécessaire aux dislocations pour surmonter les obstacles thermoactivés ne peut provenir que de l'énergie thermique produite par les vibrations des atomes dans le réseau cristallin puisque la contribution mécanique pouvant provenir de l'énergie de déformation plastique tend vers la valeur 0. Ainsi, les deux quantités énergétiques  $\Delta G(\tau^*, T)$  et  $G(T)$  deviennent pratiquement égales lorsque la vitesse  $\dot{\gamma}_p$  tend vers 0. Ceci permet, moyennant l'équation (III.16), d'écrire :

$$\lim_{\dot{\gamma}_p \rightarrow 0} \left[ \frac{k \cdot T}{G(T)} \ln\left(\frac{\rho_m \cdot b \cdot C_t}{\dot{\gamma}_p}\right) \right] = 1 \quad \text{pour } 0 < T < T_m \quad (\text{III.17})$$

D'où :

$$\lim_{\dot{\gamma}_p \rightarrow 0} [\tau^*(\dot{\gamma}_p, T, \rho_m)] = 0 \quad \text{pour } 0 < T < T_m \quad (\text{III.18})$$

Cela montre que la contrainte effective,  $\tau^*$ , tend vers la valeur 0 lorsque la vitesse de déformation plastique tend vers 0 ; c'est le cas lorsque l'on est sur la limite d'élasticité, ce qui explique que l'écoulement du matériau est dû uniquement aux interactions entre les dislocations et les obstacles non localisés (obstacles athermiques), et que la sensibilité de l'écoulement plastique vis à vis de la vitesse de déformation et de la température est due aux mécanismes thermoactivés.

### III.4.3. Evolution hypothétique de la microstructure

Pour décrire les variations des valeurs identifiées du coefficient,  $M_m$ , de multiplication des dislocations mobiles en fonction de la vitesse de déformation plastique de cisaillement,  $\dot{\gamma}_p$ , représentées sur la figure III.24, nous utilisons la relation (III.3) que nous écrivons sous la forme :

$$M_m(\dot{\gamma}_p) = \overline{M}_m^0 \cdot \left[ 1 + k_1 \cdot \tanh \left[ A_1 \cdot \log \left( \frac{\dot{\gamma}_p}{D_1} \right) \right] \right] \quad \text{avec} \quad \begin{cases} \overline{M}_m^0 = M_m^0 \cdot B_1 \\ k_1 = \frac{C_1}{B_1} \end{cases} \quad (\text{III.19})$$

Le fait que la fonction tangente hyperbolique est impaire nous permet de considérer que le facteur  $A_1$  dans cette équation est positif, ce qui conduit à la limite suivante :

$$\lim_{\dot{\gamma}_p \rightarrow 0} M_m(\dot{\gamma}_p) = \overline{M}_m^0 \cdot [1 - k_1] \quad (\text{III.20})$$

De plus, le coefficient  $M_m$  tend vers 0 lorsque la vitesse de déformation plastique,  $\dot{\gamma}_p$ , tend vers 0. En effet, il ne peut y avoir ni création de dislocations mobiles, ni mise en mouvement des dislocations initialement immobiles lorsque la vitesse  $\dot{\gamma}_p$  est nulle. Cela conduit à l'équation suivante :

$$\bar{M}_m^0 \cdot [1 - k_1] = 0 \quad (\text{III.21})$$

Nous en déduisons que la valeur du paramètre  $k_1$  est égale à +1. Par la suite, l'expression (III.19) du coefficient,  $M_m$ , de multiplication des dislocations mobiles en fonction de la vitesse de déformation plastique se simplifie sous la forme :

$$M_m(\dot{\gamma}_p) = \bar{M}_m^0 \cdot \left[ 1 + \tanh \left[ A_1 \cdot \log \left( \frac{\dot{\gamma}_p}{D_1} \right) \right] \right] \quad (\text{III.22})$$

Cette expression apparaît comme le produit du terme  $2\bar{M}_m^0$ , qui n'est autre que la valeur maximale du coefficient de multiplication  $M_m$ , et d'une fonction de la vitesse de déformation qui s'écrit sous la forme :

$$P_m(\dot{\gamma}_p) = \frac{1}{2} \cdot \left[ 1 + \tanh \left[ A_1 \cdot \log \left( \frac{\dot{\gamma}_p}{D_1} \right) \right] \right] \quad (\text{III.23})$$

Cette fonction est comprise entre les valeurs 0 et 1 et peut, donc, être associée à une densité de probabilité ; c'est la probabilité de multiplication des dislocations mobiles qui provient de la création de nouvelles dislocations et de la mise en mouvement d'une partie des dislocations immobiles. D'après l'expression (III.23), cette probabilité croît en fonction de la vitesse  $\dot{\gamma}_p$ . Ceci est en accord avec le fait que la probabilité de création de nouvelles dislocations ainsi que la probabilité de mise en mouvement des dislocations immobiles croissent en fonction de l'énergie de déformation plastique.

Par analogie avec l'expression (III.19) du coefficient,  $M_m$ , de multiplication des dislocations mobiles et avec l'expression (I.70) du coefficient,  $M$ , de multiplication de toutes les dislocations, nous proposons d'écrire le coefficient,  $M_i$ , de multiplication des dislocations immobiles en fonction de la vitesse de déformation plastique de cisaillement sous la forme :

$$M_i(\dot{\gamma}_p) = \bar{M}_i^0 \cdot \left[ 1 + k_2 \cdot \tanh \left[ A_2 \cdot \log \left( \frac{\dot{\gamma}_p}{D_2} \right) \right] \right] \quad (\text{III.24})$$

Là encore, nous avons la limite suivante :

$$\lim_{\dot{\gamma}_p \rightarrow \infty} M_i(\dot{\gamma}_p) = \bar{M}_i^0 \cdot [1 + k_2] \quad (\text{III.25})$$

De plus, le coefficient  $M_i$  tend vers 0 lorsque la vitesse de déformation plastique,  $\dot{\gamma}_p$ , devient infiniment grande puisque toutes les dislocations présentes dans le matériau deviennent mobiles et acquièrent assez d'énergie pour échapper à l'ancrage. Ceci conduit à l'équation suivante :

$$\bar{M}_i^0 \cdot [1 + k_2] = 0 \quad (\text{III.26})$$

Nous en déduisons que la valeur du paramètre  $k_2$  est égale à  $-1$ . Par la suite, l'expression (III.24) du coefficient,  $M_i$ , de multiplication des dislocations immobiles en fonction de la vitesse de déformation plastique se simplifie sous la forme :

$$M_i(\dot{\gamma}_p) = \bar{M}_i^0 \cdot \left[ 1 - \tanh \left[ A_2 \cdot \log \left( \frac{\dot{\gamma}_p}{D_2} \right) \right] \right] \quad (\text{III.27})$$

Là encore, cette expression montre que le coefficient  $M_i$  est lié à une densité de probabilité qui s'écrit en fonction de la vitesse de déformation plastique sous la forme :

$$P_i(\dot{\gamma}_p) = \frac{1}{2} \cdot \left[ 1 - \tanh \left[ A_2 \cdot \log \left( \frac{\dot{\gamma}_p}{D_2} \right) \right] \right] \quad (\text{III.28})$$

C'est la probabilité de multiplication des dislocations immobiles qui provient de l'ancrage d'une partie des dislocations mobiles. D'après l'expression (III.28), cette probabilité décroît en fonction de la vitesse  $\dot{\gamma}_p$ . Ceci est en accord avec le fait qu'une augmentation de l'énergie de déformation plastique entraîne une diminution de la probabilité d'ancrage des dislocations mobiles.

Quant à la densité mobile  $\bar{\rho}_m^0$  correspondant à la limite d'élasticité macroscopique observée ; ses valeurs identifiées et qui sont représentées en fonction de la vitesse de déformation plastique sur la figure III.26, correspondent à un état de microstructure différent de l'état initial puisque celle-ci évolue entre la vraie limite d'élasticité du polycristal et la limite observée. Pour modéliser ces limites observées lors des essais macroscopiques, nous désignerons par le paramètre  $\bar{\rho}_m^0$  la densité mobile qui correspond à la limite d'élasticité observée pour le différencier du paramètre  $\rho_m^0$  qui correspond à la vraie limite d'élasticité et qui un paramètre indépendant de la vitesse de déformation, et nous proposons d'écrire  $\bar{\rho}_m^0$  en fonction de la vitesse de déformation plastique sous la forme :



$$\bar{\rho}_m^o(\dot{\gamma}_p) = \rho_m^o + \frac{1}{2} \rho_i^o \cdot \left[ 1 + \tanh \left[ A_3 \cdot \log \left( \frac{\dot{\gamma}_p}{D_3} \right) \right] \right] \quad (\text{III.29})$$

Cette relation exprime que la densité mobile,  $\bar{\rho}_m^o$ , qui correspond à la limite d'élasticité macroscopique observée est la somme de la densité mobile initiale,  $\rho_m^o$ , correspondant à la vraie limite d'élasticité du matériau ( $\dot{\gamma}_p \rightarrow 0$ ) et d'un terme qui représente le produit de la densité initiale immobile,  $\rho_i^o$ , et d'une densité de probabilité qui s'écrit en fonction de la vitesse de déformation plastique sous la forme :

$$P_m^o(\dot{\gamma}_p) = \frac{1}{2} \cdot \left[ 1 + \tanh \left[ A_3 \cdot \log \left( \frac{\dot{\gamma}_p}{D_3} \right) \right] \right] \quad (\text{III.30})$$

C'est la probabilité pour qu'une dislocation initialement immobile (lorsque ( $\dot{\gamma}_p \rightarrow 0$ ) dans le réseau cristallin soit mobile lorsque l'on atteint la limite d'élasticité macroscopique observée ou donne naissance à une dislocation mobile entre temps. En fait, la relation (III.29) traduit le fait que la densité mobile  $\bar{\rho}_m^o$  qui correspond à la limite d'élasticité macroscopique observée est la somme de la densité mobile initiale  $\rho_m^o$  qui correspond à la vraie limite d'élasticité ( $\dot{\gamma}_p \rightarrow 0$ ) et de la densité de dislocations mobiles produite par création (sources de Frank-Read) ou par mise en mouvement (désancrage).

D'après la relation (III.30), cette probabilité croît en fonction de la vitesse de déformation plastique  $\dot{\gamma}_p$ , ceci traduit le fait que la probabilité de naissance d'une nouvelle dislocation mobile ou de mise en mouvement d'une dislocation initialement immobile dans le polycristal croît avec la vitesse de déformation  $\dot{\gamma}_p$ . Aussi, nous pouvons remarquer à partir de cette relation que la densité mobile  $\bar{\rho}_m^o$  qui correspond à la limite d'élasticité macroscopique observée tend vers la valeur  $\rho_m^o$  lorsque la vitesse de déformation  $\dot{\gamma}_p$  tend vers la valeur 0 et qu'elle tend vers  $\rho_o$  lorsque  $\dot{\gamma}_p \rightarrow +\infty$  (les dislocations initialement immobiles ont toutes tendance à rester immobiles à très faible vitesse de déformation et contrairement à cela, elles ont toutes tendance à devenir mobiles lorsque cette vitesse devient infiniment grande)

Nous présenterons par la suite, les résultats de l'identification des paramètres intervenant dans les relations (III.22), (III.27) et (III.29) qui expriment respectivement le coefficient,  $M_m$ , de multiplication des dislocations mobiles, le coefficient,  $M_i$ , de multiplication des dislocations immobiles et la densité initiale mobile,  $\bar{\rho}_m^o$ , correspondant à la limite d'élasticité observée lors d'un essai macroscopique en fonction de la vitesse de déformation plastique de cisaillement  $\dot{\gamma}_p$ . Cette identification est faite en ajustant ces relations, au moyen de la méthode de Newton, aux valeurs présentées dans le tableau III.6.

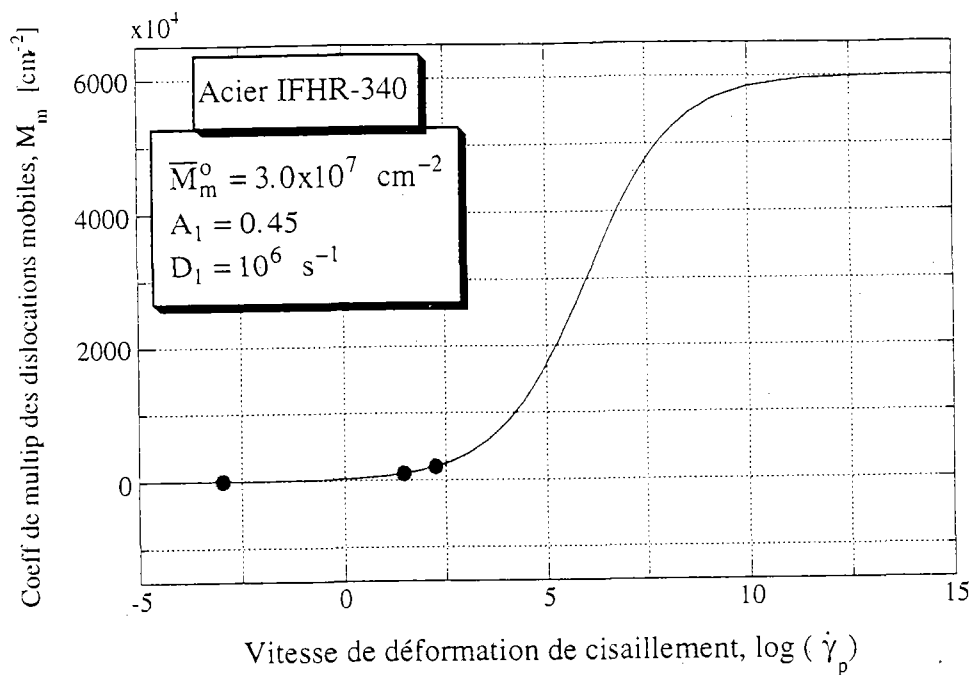


Figure III.28 : Variation hypothétique du coefficient,  $M_m$ , de multiplication des dislocations mobiles en fonction de la vitesse de déformation plastique de cisaillement  $\dot{\gamma}_p$ .

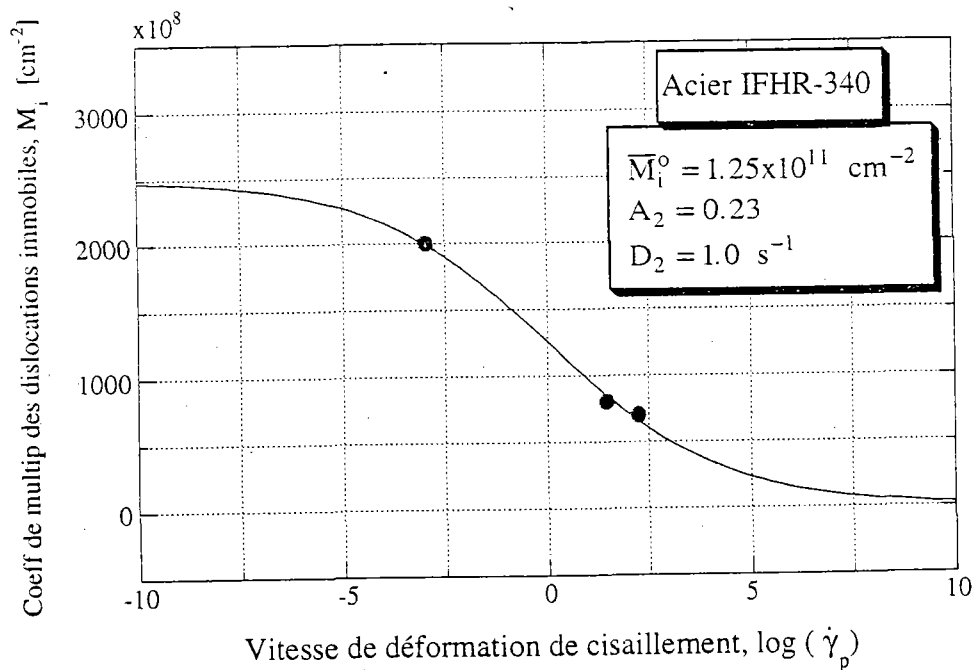


Figure III.29 : Variation hypothétique du coefficient,  $M_i$ , de multiplication des dislocations immobiles en fonction de la vitesse de déformation plastique de cisaillement  $\dot{\gamma}_p$ .

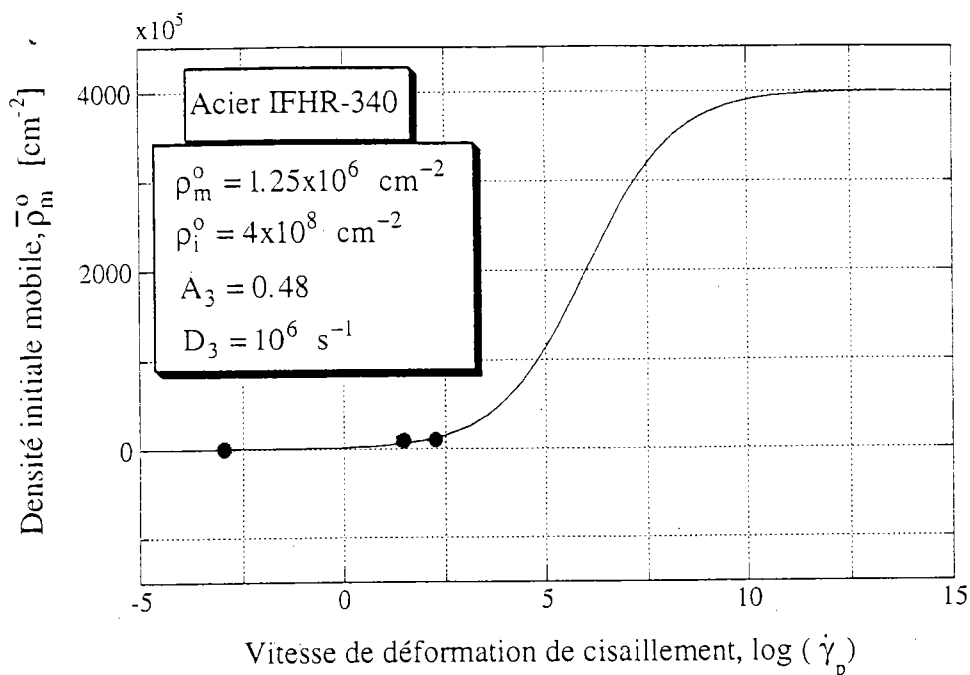


Figure III.30 : Variation hypothétique de la densité initiale mobile,  $\bar{\rho}_m^0$ , en fonction de la vitesse de déformation plastique de cisaillement  $\dot{\gamma}_p$ .

Ces figures montrent que les expressions (III.22), (III.27) et (III.29) que nous proposons pour écrire respectivement le coefficient,  $M_m$ , de multiplication des dislocations mobiles, le coefficient,  $M_i$ , de multiplication des dislocations immobiles et la densité initiale mobile,  $\bar{\rho}_m^0$ , correspondant à la limite d'élasticité observée lors d'un essai macroscopique en fonction de la vitesse de déformation plastique de cisaillement  $\dot{\gamma}_p$ , décrivent de façon satisfaisante les valeurs présentées dans le tableau III.6.

### Facteur d'annihilation

Les valeurs présentées dans le tableau III.6 indiquent que le facteur d'annihilation,  $K_a$ , des dislocations croît en fonction de la vitesse de déformation plastique,  $\dot{\gamma}_p$ , (figure III.27). Ceci rejoint les résultats de Zeghib [84] et de Buy [106] concernant l'annihilation des dislocations dans le domaine des mécanismes thermoactivés. Ce facteur  $K_a$  s'exprime en fonction de la température,  $T$ , et de la vitesse de déformation plastique,  $\dot{\gamma}_p$ , par la relation (I.68) qui s'écrit sous la forme :

$$\begin{cases} K_a(\dot{\gamma}_p, T) = K_o \cdot f(\dot{\gamma}_p, T) \\ f(\dot{\gamma}_p, T) = \left(\frac{\dot{\gamma}_p}{\dot{\gamma}_o}\right)^{-2 \cdot m_o \cdot T} \end{cases} \quad \text{(III.31)}$$

La fonction  $f(\dot{\gamma}_p, T)$  intervenant dans cette relation devrait théoriquement, d'après la forme de l'équation (III.4) d'évolution de la variable  $\rho_i$ , exprimer la probabilité d'annihilation d'une dislocation. Or, lorsque la vitesse de déformation  $\dot{\gamma}_p$  est inférieure à la vitesse de référence  $\dot{\gamma}_0$ , les valeurs de cette fonction deviennent supérieures à l'unité ; ceci ne correspond pas à une densité de probabilité.

Dans ses travaux sur l'acier XC18, Zeghib [84] avait conclu que la sensibilité de l'annihilation à la vitesse est positive pour des températures ne dépassant pas une certaine valeur  $T_r$  qu'il avait appelé "température de passage". Pour tenir compte de ce fait, il a proposé de modéliser le facteur d'annihilation en tenant compte de cette température de passage :

$$K_a(\dot{\gamma}_p, T) = K_o \left( \frac{\dot{\gamma}_p}{\dot{\gamma}_0} \right)^{-2 \cdot m_o \cdot (T - T_r)} \quad (\text{III.32})$$

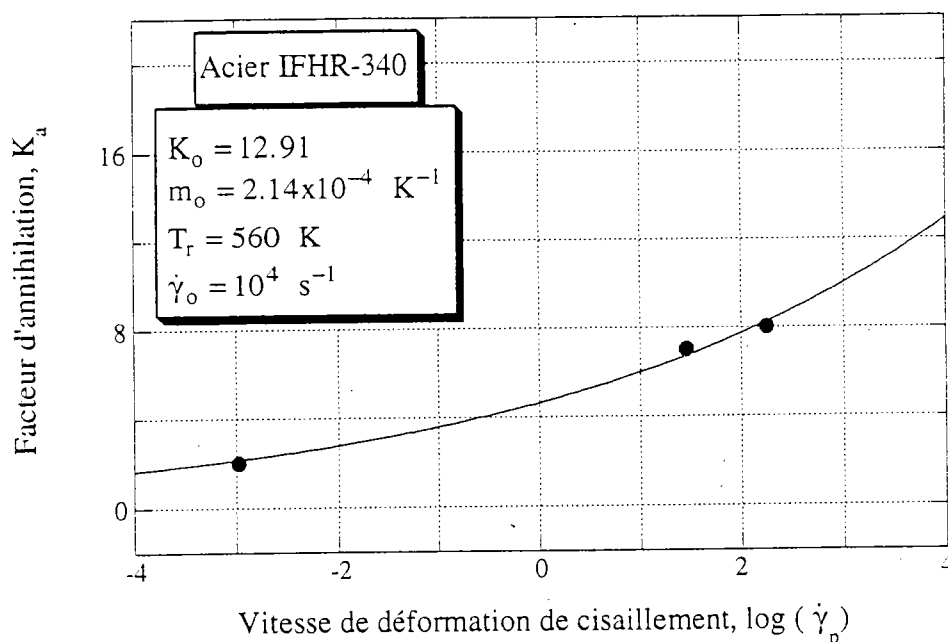
Cette relation indique que pour des vitesses inférieures à  $\dot{\gamma}_0$  et des températures qui ne dépassent pas  $T_r$ , les valeurs de la fonction exprimant la probabilité d'annihilation sont inférieures à l'unité. Elle correspond, donc, dans ce domaine de vitesse et de température à une densité de probabilité. Zeghib avait identifié les deux paramètres  $\dot{\gamma}_0$  et  $T_r$  pour l'acier XC18 à partir des essais qu'il avait réalisés à différentes températures [84]. Les résultats issus de cette identification sont  $\dot{\gamma}_0 = 10^4 \text{ s}^{-1}$  et  $T_r = 560 \text{ K}$ . Celles-ci correspondent bien au domaine des mécanismes thermoactivés.

Nous savons que toute élévation de la température favorise le mécanisme d'annihilation des dislocations. D'autre part, toute augmentation de la vitesse de déformation entraîne, nous l'avons signalé plus haut, une augmentation de la vitesse de déplacement des dislocations favorisant, ainsi, la probabilité de rencontre, de recombinaison et d'annihilation de celles-ci. L'annihilation des dislocations présente, donc, des sensibilités positives à la température et à la vitesse de déformation.

Il sera souhaitable, donc, de penser à écrire la fonction  $f(\dot{\gamma}_p, T)$ , intervenant dans l'expression du facteur  $K_a$ , sous une forme qui doit, d'une part, correspondre à une densité de probabilité et, d'autre part, tenir compte de ces sensibilités positives et ce, dans tout le domaine de vitesse et de température. Il est possible que cette probabilité soit du même type que celui qui intervient dans les expressions des coefficients de multiplication  $M_m$  et  $M_i$  et (équations (III.23) et (III.28)) mais avec un paramètre  $A$  dépendant, cette fois-ci, de la température.

Dans le cadre de ce travail, nous nous contenterons d'utiliser la relation (III.32). Pour identifier les paramètres de cette relation pour l'acier IFHR-340, nous utilisons un jeu de paramètres

incluant les valeurs de  $\dot{\gamma}_0 = 10^4 \text{ s}^{-1}$  et de  $T_r = 560 \text{ K}$  identifiées par Zeghib pour l'acier XC18 et nous identifierons, par la suite, les deux paramètres  $m_0$  et  $K_0$  en ajustant la relation (III.32) aux valeurs du facteur  $K_a$  présentées dans le tableau III.6. Nous adoptons ce jeu de paramètres puisque nous ne disposons pas de données en température pour l'acier IFHR-340. Les résultats issus de cette identification sont reportés sur la figure suivante :



**Figure III.31 :** Variation hypothétique du facteur d'annihilation  $K_a$  en fonction de la vitesse de déformation plastique de cisaillement  $\dot{\gamma}_p$ .

Cette figure montre que la relation (III.32) qui exprime le facteur d'annihilation,  $K_a$ , en fonction de la température,  $T$ , et de la vitesse de déformation plastique,  $\dot{\gamma}_p$ , décrit de façon satisfaisante les valeurs de  $K_a$  présentées dans le tableau III.6. Rappelons, cependant, que la fonction  $f(\dot{\gamma}_p, T)$  exprimant la probabilité d'annihilation dans cette relation, n'est applicable que dans un domaine de vitesse et de température correspondant à une prépondérance des mécanismes thermoactivés et non pas dans tout le domaine de température et de vitesse.

### III.5. Discussion des résultats

1- Nous remarquons à partir de la figure III.19 que l'identification des paramètres du modèle conduit à des niveaux de contrainte effective  $\sigma^*$  trop élevés pour ce qui concerne l'essai quasi-statique qui correspond à une vitesse de déformation de  $6.0 \times 10^{-4} \text{ s}^{-1}$ . Ceci n'est pas le cas des observations expérimentales qui montrent que dans le domaine de faibles vitesses de déformation, la contribution des mécanismes thermoactivés est négligeable (d'après l'analyse de la figure I.3). Aussi, nous remarquons à partir des trois figures III.19, III.20 et III.21 que cette

identification conduit à une forte sensibilité de la contrainte interne  $\sigma_{\mu}$  vis à vis de la vitesse de déformation. Or, nous avons vu que théoriquement cette contrainte qui est due aux interactions entre les dislocations et les obstacles non localisés (obstacles athermiques), exprime uniquement l'écroûissage du matériau et devra, donc, être insensible ou très faiblement sensible à la vitesse.

Aussi, nous retiendrons la remarque suivante : la figure III.23 concernant l'évolution de la densité de dislocations immobiles au cours de la déformation plastique pour les trois vitesses qui correspondent aux essais réalisés indique que pour un niveau de déformation donné, la densité,  $\rho_i$ , de dislocations immobiles diminue fortement en fonction la vitesse de déformation. Si on analyse les deux figures III.22 et III.23 et vu que pour un niveau de déformation donné, les valeurs de la variable  $\rho_m$  sont négligeables devant celles de la variable  $\rho_i$ , cette identification conduit, donc, à une densité totale  $\rho$  de dislocations présentant le même caractère discuté ci-dessus pour ce qui concerne la variable  $\rho_i$  ; i.e. pour un niveau de déformation donné, la densité moyenne  $\rho$  diminue, comme la variable  $\rho_i$ , fortement en fonction de la vitesse. Ceci n'est pas le cas des observations expérimentales qui montrent que pour un niveau de déformation donné, la densité moyenne  $\rho$  de dislocations est très faiblement influencée par la vitesse de déformation (figures I.19 et I.21).

Ces trois remarques sont explicables par le fait que la forme des équations d'évolution de la microstructure (III.2) et (III.4) combinée aux deux relations (III.22) et (III.27) ne tient pas compte, d'une part, de l'évolution des deux coefficients de multiplication  $M_m$  et  $M_i$  au cours de la déformation plastique et, d'autre part, du couplage que produisent les mécanismes d'ancrage et de mise en mouvement des dislocations entre les deux variables microstructurales  $\rho_m$  et  $\rho_i$ .

Soulignons aussi que la sensibilité de la contrainte interne  $\sigma_{\mu}$  vis à vis de la vitesse de déformation (figures III.19, III.20 et III.21) est probablement due, en plus du fait que la forme des équations d'évolution de la microstructure (III.2) et (III.4) ne tient pas compte du couplage entre les deux variables  $\rho_m$  et  $\rho_i$ , au fait que nous ne tenons pas en compte, dans ce travail, des contributions apportées à l'écroûissage du matériau par l'évolution du diamètre du grain et de la taille des structures cellulaires.

2- La figure III.22 montre qu'au début de la déformation plastique, la densité  $\rho_m$  de dislocations mobiles croît au cours de celle-ci jusqu'à ce qu'elle atteigne un certain maximum correspondant à un niveau de déformation  $\gamma_0$ . A partir de ce niveau, la densité  $\rho_m$  décroît puis tend vers une valeur asymptotique qui correspond à un état de saturation aux grandes déformations. Cette forme d'évolution de  $\rho_m$  qui est conforme à celle prévue par le modèle de Gilman [62] (figure I.15), explique l'apparition des deux limites d'écoulement qui précèdent le durcissement du métal aux grandes vitesses de déformation : l'apparition de la limite supérieure

est due à une avalanche de dislocations mobiles qui se produit dans le premier stade de déformation et qui relaxe le matériau et favorise, ainsi, la déformation plastique. La limite inférieure correspond à un maximum de la densité de dislocations mobiles. Nous assistons juste après ce maximum à une décroissance de la variable  $\rho_m$  et, donc, à un début de durcissement du matériau. Aussi, la figure III.22 montre que pour un niveau de déformation donné, le niveau de la densité  $\rho_m$  de dislocations mobiles croît avec la vitesse de déformation, ce qui est en accord avec le fait que les mécanismes de création et de mise en mouvement des dislocations mobiles présentent des sensibilités positives vis à vis de la vitesse de déformation.

3- Le modèle prévoit que le taux d'accumulation des dislocations immobiles au cours de la déformation plastique décroît en fonction de la vitesse de déformation (d'après la figure III.23). Ceci est en accord avec le fait que l'ancrage des dislocations présente une sensibilité négative vis à vis de la vitesse de déformation et qu'en même temps l'annihilation présente une sensibilité positive puisque toute augmentation de la vitesse de déformation entraîne une augmentation de la vitesse de déplacement des dislocations favorisant, ainsi, la probabilité de rencontre, de recombinaison et d'annihilation de celles-ci.

### III.6. Prévisions du modèle dans le cas de l'acier IFHR-340

Par la suite, nous comparerons dans une première partie les prévisions théoriques du modèle concernant les courbes contrainte-déformation calculées pour une vitesse de déformation  $\dot{\epsilon} = 100 \text{ s}^{-1}$  et une température initiale  $T = 300 \text{ K}$  dans le cadre de l'approximation adiabatique aux prévisions calculées dans le cadre de l'approximation isotherme. Dans une seconde partie, nous essayerons d'interpréter les caractéristiques des chargement avec saut de vitesse généralement observées pour ce qui concerne les matériaux métalliques à structure cubique centrée. Pour cela, nous utiliserons l'évolution prévue par le modèle pour ce qui concerne la microstructure dans le cas de l'acier IFHR-340. Dans une troisième et dernière partie, nous présenterons les prévisions du modèle pour différentes vitesses de déformation situées dans le domaine d'activation thermique, ce qui nous permettra de discuter de l'influence hypothétique de la vitesse sur la contrainte d'écoulement du matériau.

Nous rappelons que l'ensemble des équations intervenant dans le modèle utilisé dans cette partie est constitué des relations (III.1), (III.2), (III.4), (III.5), (III.6), (III.14), (III.22), (III.27), (III.29) et (III.32) et que dans le cas de l'approximation adiabatique, nous utilisons les deux relations (I.80) (I.81) pour estimer les élévations de la température en fonction de la déformation. Les valeurs des paramètres intervenant dans le modèle sont récapitulées dans le tableau suivant :

Paramètres	Valeurs	Unités
p	$\frac{3}{4}$	1
q	$\frac{4}{3}$	1
b	$2.48 \times 10^{-8}$	cm
$\mu_o$	84	GPa
$G_o$	0.63	eV
$T_m$	1785	K
$\theta^*$	0.39	1
$\eta_1$	2.0	1
$\eta_2$	40.0	1
k	$8.614 \times 10^{-5}$	eV/K
$\nu_D$	$1.0 \times 10^{13}$	s <sup>-1</sup>
$\rho_d$	7855	kg/m <sup>3</sup>
$\beta$	0.9	1
$T_D$	470	K
R	8.314	J/mol.K
$T_r$	560	K
$\dot{\gamma}_o$	$10^4$	s <sup>-1</sup>

Partie a

Paramètres	Valeurs	Unités
$\rho_m^o$	$1.25 \times 10^6$	cm <sup>-2</sup>
$\rho_i^o$	$4.0 \times 10^8$	cm <sup>-2</sup>
$\tau_o^*$	490.0	MPa
$\alpha$	0.35	1
$\bar{M}_m^o$	$3.0 \times 10^7$	cm <sup>-2</sup>
A <sub>1</sub>	0.45	1
D <sub>1</sub>	$10^6$	s <sup>-1</sup>
$\bar{M}_i^o$	$1.25 \times 10^{11}$	cm <sup>-2</sup>
A <sub>2</sub>	0.23	1
D <sub>2</sub>	1.0	s <sup>-1</sup>
A <sub>3</sub>	0.48	1
D <sub>3</sub>	$10^6$	s <sup>-1</sup>
K <sub>o</sub>	12.91	1
m <sub>o</sub>	$2.14 \times 10^{-4}$	K <sup>-1</sup>

Partie b

**Tableau III.7 :** Valeurs de tous les paramètres utilisés dans le cadre de ce travail.

Partie a : valeurs empruntées de la bibliographie.

Partie b : valeurs des paramètres identifiés dans ce travail.

### III.6.1. Comparaison des prévisions du modèle dans le cas de l'approximation adiabatique à celles correspondant au cas de l'approximation isotherme

Sur les figures III.32, III.33, III.34 et III.35 qui suivent, nous présentons les prévisions du modèle proposé ci-dessus dans le cadre de l'approximation adiabatique pour une vitesse de déformation  $\dot{\epsilon} = 100 \text{ s}^{-1}$  et une température initiale  $T_i = 300 \text{ K}$  en comparaison avec les prévisions du même modèle dans le cas de l'approximation isotherme.



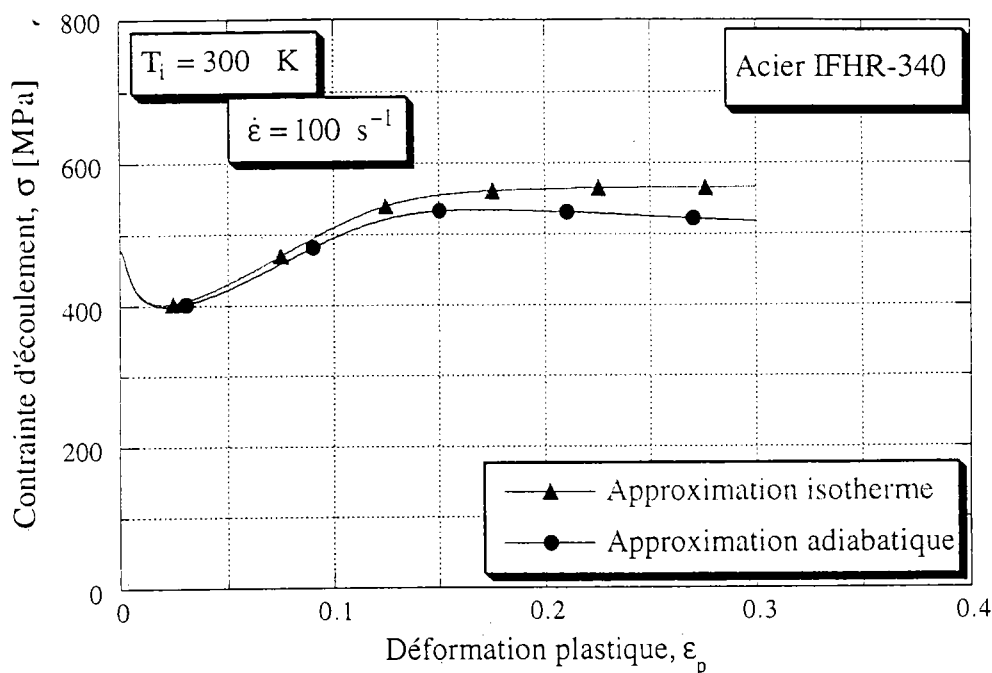


Figure III.32 : Comparaison des courbes contrainte-déformation prévues par le modèle dans le cas de l'approximation adiabatique à celles prévues dans le cas de l'approximation isotherme pour une vitesse de déformation  $\dot{\epsilon} = 100 \text{ s}^{-1}$  et une température initiale  $T_i = 300 \text{ K}$ .

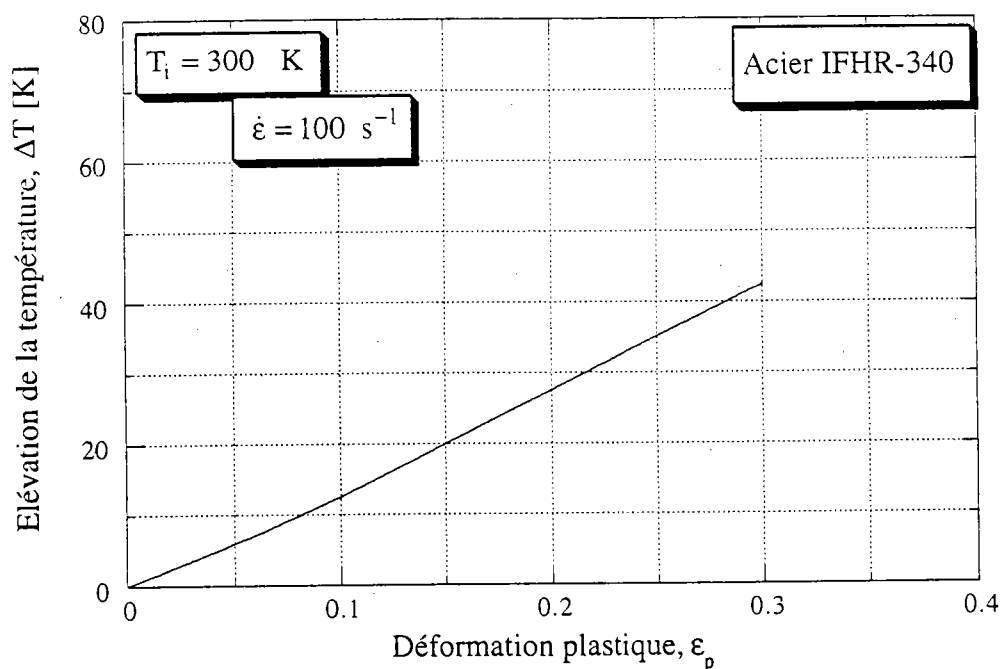
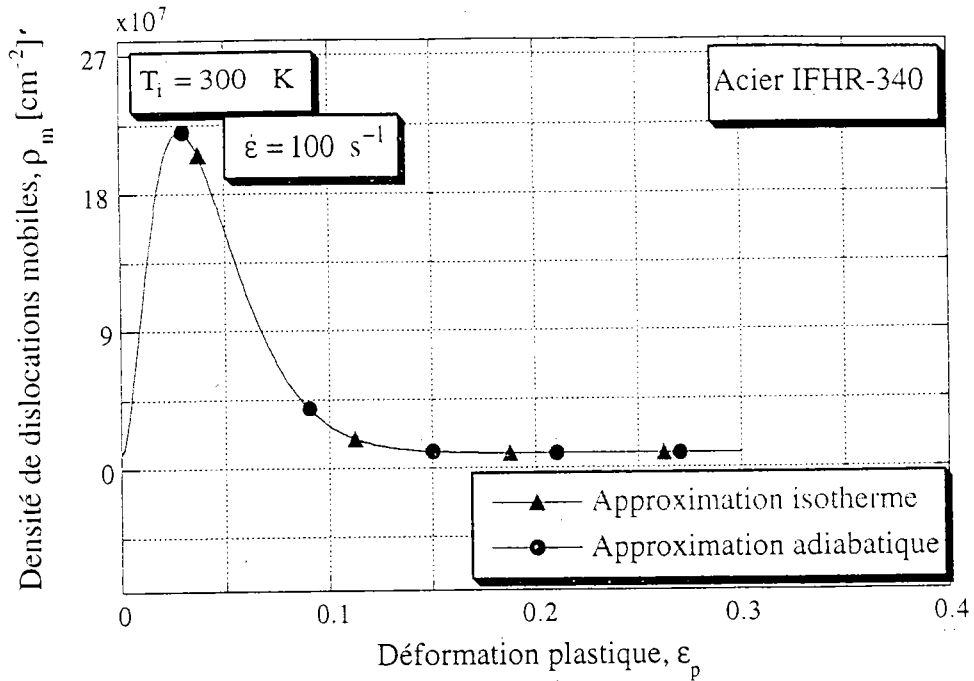
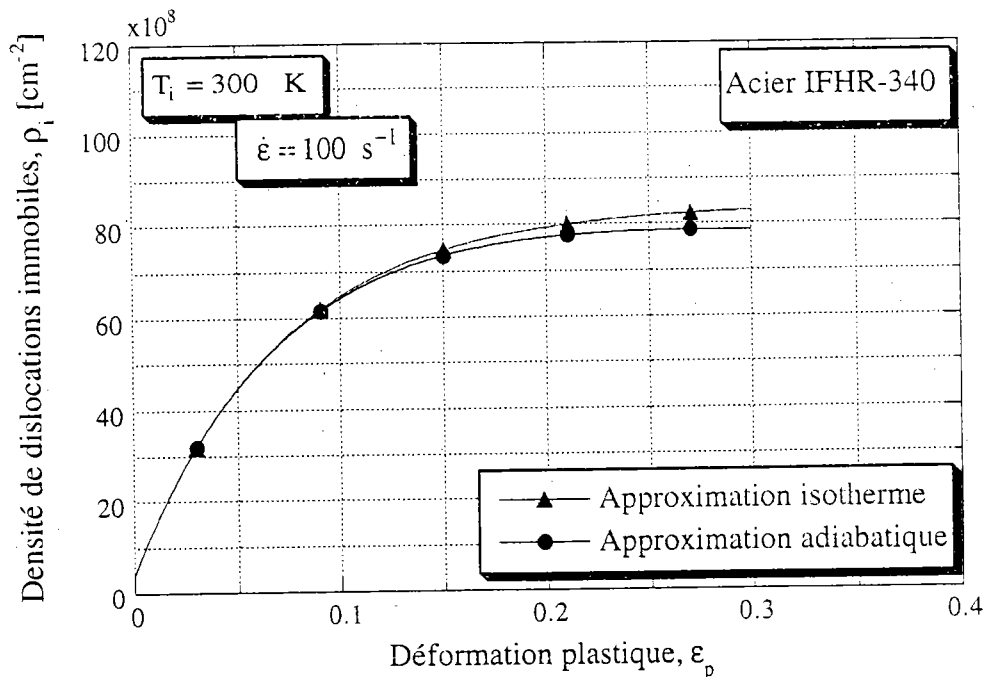


Figure III.33 : Élévation hypothétique de la température au cours de la déformation dans le cas de l'approximation adiabatique pour une vitesse de déformation  $\dot{\epsilon} = 100 \text{ s}^{-1}$  et une température initiale  $T_i = 300 \text{ K}$ .



**Figure III.34 :** Evolution hypothétique de la densité de dislocations mobiles au cours de la déformation dans le cas de l'approximation adiabatique et dans le cas de l'approximation isotherme pour une vitesse de déformation  $\dot{\epsilon} = 100 \text{ s}^{-1}$  et une température initiale  $T_i = 300 \text{ K}$ .



**Figure III.35 :** Evolution hypothétique de la densité de dislocations immobiles au cours de la déformation dans le cas de l'approximation adiabatique et dans le cas de l'approximation isotherme pour une vitesse de déformation  $\dot{\epsilon} = 100 \text{ s}^{-1}$  et une température initiale  $T_i = 300 \text{ K}$ .

\* La figure III.32 montre des niveaux de contrainte plus faibles dans le cas de l'approximation adiabatique que dans le cas de l'approximation isotherme, ce qui est normal puisque dans le premier cas on tient compte des élévations de la température au cours de la déformation (figure III.33). Le comportement réel du matériau doit se situer entre le comportement prévu dans le cas de l'approximation adiabatique et celui prévu dans le cas de l'approximation isotherme. Dans les calculs prévisionnels du comportement de structures, la première approximation est généralement légitime quand il s'agit de grandes vitesses de déformation alors que la seconde reste valide dans le cas de chargements à faible vitesse. Cependant, il existe pour chaque matériau un domaine de vitesse de déformation pour lequel aucune des deux approximations n'est valide ; c'est la zone de transition isotherme-adiabatique. Dans cette zone, les calculs prévisionnels doivent tenir compte de la conduction thermique dans l'équation de conservation d'énergie.

\* Nous remarquons sur la figure III.34 que l'évolution de la densité,  $\rho_m$ , de dislocations mobiles reste la même dans les deux cas de figures, i.e., dans le cadre de l'approximation adiabatique et dans le cadre de l'approximation isotherme. Ceci est dû au fait que l'équation (III.2), qui exprime l'évolution de la variable  $\rho_m$ , ne tient pas compte de l'influence de la température, ce qui conduit à une insensibilité de l'évolution de la densité  $\rho_m$  vis à vis de l'évolution de la température.

\* La figure III.35 montre que les niveaux de densité,  $\rho_i$ , de dislocations immobiles sont plus faibles dans le cas de l'approximation adiabatique que dans le cas de l'approximation isotherme, ce qui est normal puisque l'équation (III.4) qui exprime l'évolution de la variable  $\rho_i$ , tient compte dans le modèle proposé du fait que l'annihilation des dislocations présente une sensibilité positive à la température (relation (III.32)), et puisque dans le cas de l'approximation adiabatique on tient compte des élévations de la température au cours de la déformation.

### III.6.2. Interprétation hypothétique des prévisions du modèle dans le cas d'un chargement avec saut de vitesse

Sur les figures III.36, III.37 et III.38 qui suivent, nous présentons les prévisions du modèle dans le cas d'un chargement avec saut de vitesse. Nous appliquons le saut d'une vitesse initiale  $\dot{\epsilon}_1 = 10^{-4} \text{ s}^{-1}$  à une vitesse finale  $\dot{\epsilon}_2 = 100 \text{ s}^{-1}$  pour deux niveaux de prédéformation  $\epsilon_1 = 0.05$  et  $\epsilon_2 = 0.10$ , la température  $T$  étant supposée constante au cours du chargement et égale à 300 K.

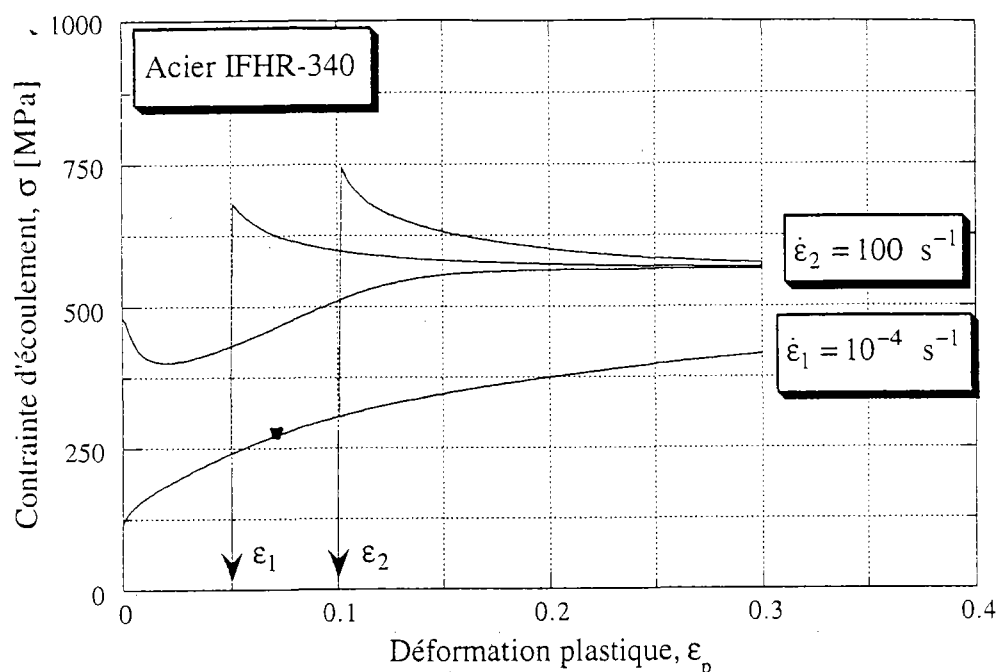


Figure III.36 : Prévisions du modèle concernant les courbes contrainte-déformation correspondant à deux chargements monotones aux vitesses  $\dot{\epsilon}_1 = 10^{-4} \text{ s}^{-1}$  et  $\dot{\epsilon}_2 = 100 \text{ s}^{-1}$  et à deux chargements avec saut de vitesse de  $\dot{\epsilon}_1$  à  $\dot{\epsilon}_2$ , le saut étant appliqué à deux niveaux de prédéformation  $\epsilon_1 = 0.05$  et  $\epsilon_2 = 0.10$ .

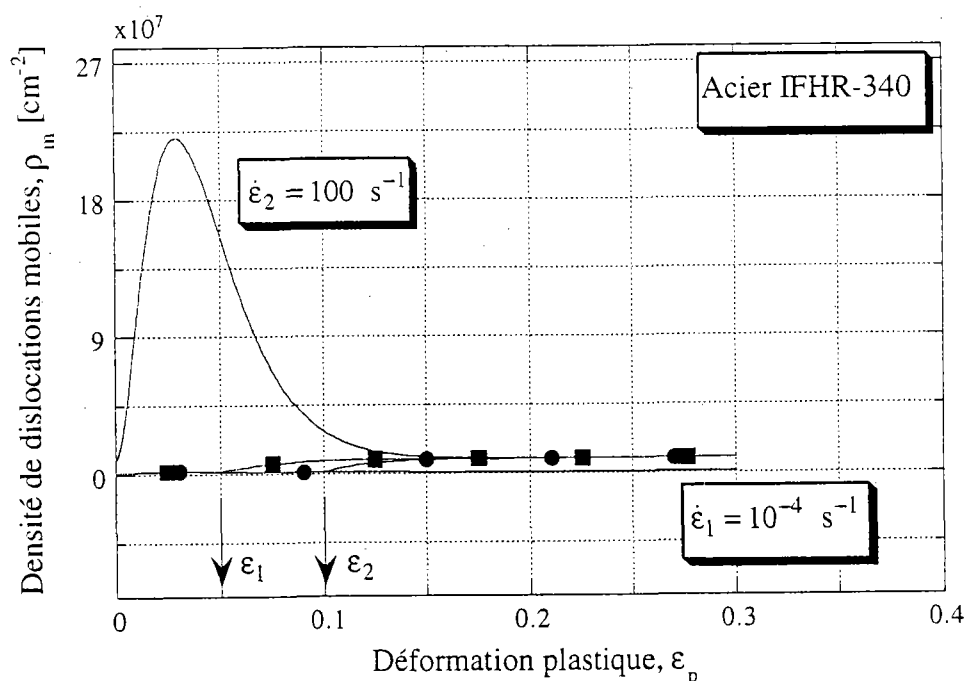
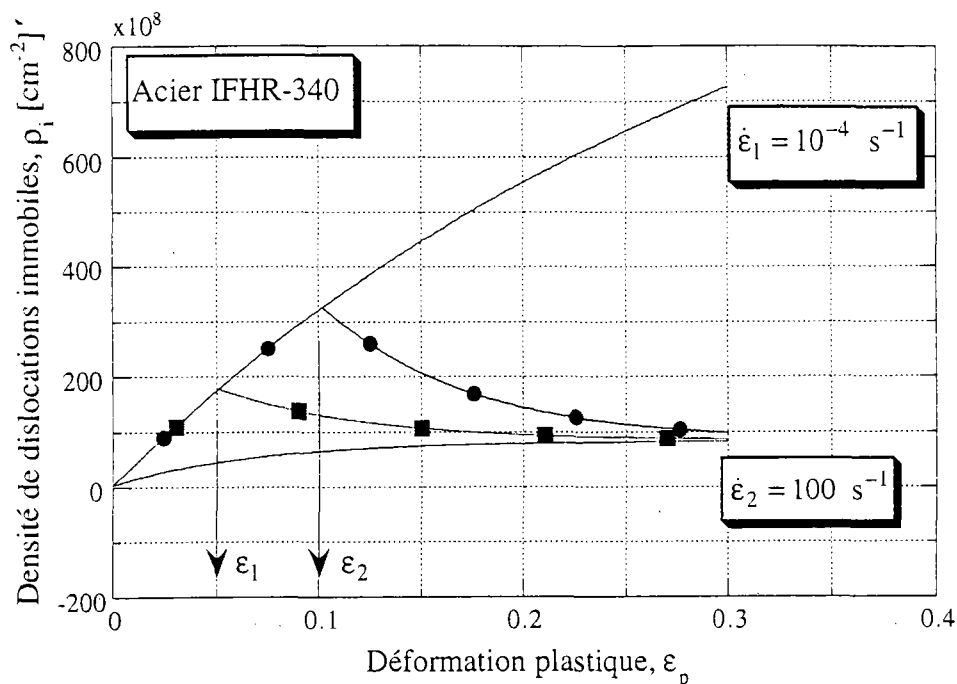


Figure III.37 : Evolution hypothétique de la densité de dislocations mobiles au cours de la déformation pour ce qui concerne les chargements monotones correspondant aux vitesses  $\dot{\epsilon}_1 = 10^{-4} \text{ s}^{-1}$  et  $\dot{\epsilon}_2 = 100 \text{ s}^{-1}$  et les chargements avec saut de vitesse de  $\dot{\epsilon}_1$  à  $\dot{\epsilon}_2$ , le saut étant appliqué à deux niveaux de prédéformation  $\epsilon_1 = 0.05$  et  $\epsilon_2 = 0.10$ .



**Figure III.38 :** Evolution hypothétique de la densité de dislocations immobiles au cours de la déformation pour ce qui concerne les chargements monotones correspondant aux vitesses  $\dot{\epsilon}_1 = 10^{-4} \text{ s}^{-1}$  et  $\dot{\epsilon}_2 = 100 \text{ s}^{-1}$  et les chargements avec saut de vitesse de  $\dot{\epsilon}_1$  à  $\dot{\epsilon}_2$ , le saut étant appliqué à deux niveaux de prédéformation  $\epsilon_1 = 0.05$  et  $\epsilon_2 = 0.10$ .

\* La figure III.36 montre que les niveaux de contrainte après un saut de vitesse de  $\dot{\epsilon}_1$  à  $\dot{\epsilon}_2$  appliqué à un niveau de déformation,  $\epsilon_1$ , dépassent les niveaux de contrainte qui correspondent au chargement monotone réalisé à vitesse constante  $\dot{\epsilon}_2$ . Cette figure montre aussi qu'au fur et à mesure que la déformation plastique se développe, les niveaux de contrainte après le saut de vitesse tendent vers les niveaux correspondant au deuxième chargement monotone.

\* La figure III.37 montre que les niveaux de densité,  $\rho_m$ , de dislocations mobiles après un saut de vitesse de  $\dot{\epsilon}_1$  à  $\dot{\epsilon}_2$  appliqué à un niveau de déformation  $\epsilon_1$ , sont plus faibles que les niveaux correspondant au chargement monotone réalisé à vitesse constante  $\dot{\epsilon}_2$ . Ceci est dû, d'une part, au fait que les mécanismes de création et de mise en mouvement des dislocations mobiles présentent des sensibilités positives vis à vis de la vitesse de déformation et, d'autre part, au fait que la microstructure reste quasi-constante lors du saut de vitesse. Cette figure montre aussi qu'au fur et à mesure que la déformation plastique se développe, les niveaux de densité  $\rho_m$  après le saut de vitesse tendent vers les niveaux correspondant au deuxième chargement monotone.

\* La figure III.38 montre que les niveaux de densité,  $\rho_i$ , de dislocations immobiles après un saut de vitesse de  $\dot{\epsilon}_1$  à  $\dot{\epsilon}_2$  appliqué à un niveau de déformation  $\epsilon_1$ , sont plus élevés que les niveaux correspondant au chargement monotone réalisé à vitesse constante  $\dot{\epsilon}_2$ . Ceci est dû,

d'une part, au fait que l'ancrage des dislocations présente une sensibilité négative vis à vis de la vitesse et que la sensibilité de l'annihilation est positive et, d'autre part, au fait que la microstructure reste quasi-constante lors du saut de vitesse. Cette figure montre aussi qu'au fur et à mesure que la déformation plastique se développe, les niveaux de densité  $\rho_i$  après le saut de vitesse tendent vers les niveaux correspondant au deuxième chargement monotone.

Nous avons signalé plus haut que ce sont les mécanismes thermoactivés qui gouvernent la déformation des matériaux métalliques aux grandes vitesses de déformation, et que c'est la contrainte effective,  $\tau^*$ , qui exprime la sensibilité de ces matériaux vis à vis de la vitesse et de la température. D'après l'expression (III.11) de la contrainte effective dans le cas des métaux CC ; pour une vitesse de déformation donnée et pour une température donnée, cette contrainte varie en sens inverse de celui de la densité de dislocations mobiles  $\rho_m$ . Ceci explique le fait que les niveaux de contrainte dépassent après le saut de vitesse de  $\dot{\epsilon}_1$  à  $\dot{\epsilon}_2$  les niveaux correspondant au chargement monotone réalisé à vitesse constante  $\dot{\epsilon}_2$  :

*Après un saut de vitesse de  $\dot{\epsilon}_1$  à  $\dot{\epsilon}_2$ , le niveau de densité  $\rho_m$  est plus faible, pour un niveau de déformation donné, que le niveau de  $\rho_m$  correspondant au chargement monotone réalisé à vitesse constante  $\dot{\epsilon}_2$  (figure III.37). Puisque le chargement après le saut correspond à la même vitesse  $\dot{\epsilon}_2$ , le niveau de contrainte effective,  $\tau^*$ , dépasse celui correspondant au deuxième chargement monotone.*

D'autre part, le fait que les niveaux de contrainte après le saut tendent au fur et à mesure que la déformation plastique se développe à rejoindre les niveaux de contrainte correspondant au chargement monotone réalisé à vitesse constante  $\dot{\epsilon}_2$ , s'explique par le fait les niveaux des variables microstructurales  $\rho_m$  et  $\rho_i$  après le saut tendent au fur et à mesure que la déformation plastique se développe vers les niveaux correspondant au deuxième chargement monotone.

Le modèle explique donc qualitativement les caractéristiques généralement observées lors d'essais de chargement avec saut de vitesse pour ce qui concerne les matériaux métalliques à structure cubique centrée.

### **III.6.3. Prévisions du modèle à différentes températures et vitesses de déformation**

Dans ce qui suit, nous nous intéressons aux prévisions théoriques du modèle à différentes températures et vitesses de déformation. Ainsi, nous présentons sur la figure III.39 les courbes contrainte-déformation isothermes prévues par le modèle pour différentes vitesses comprises entre  $10^{-4}$  et  $10^{+4} \text{ s}^{-1}$  et pour une température  $T = 300 \text{ K}$ . Aussi, nous présentons sur la figure III.40 la surface prévue par le modèle pour ce qui concerne l'évolution isotherme de la

contrainte d'écoulement en fonction de la déformation et de la vitesse de déformation dans le même intervalle de vitesse et pour la même température. Sur les figures III.41 et III.42, nous reportons les prévisions du modèle pour ce qui concerne l'évolution de la densité,  $\rho_m$ , de dislocations mobiles et celle de la densité,  $\rho_i$ , de dislocations immobiles en fonction de la déformation pour les mêmes vitesses et pour la même température. Nous remarquons à partir de la figure III.41 que pour un niveau de déformation fixé, la densité  $\rho_m$  croît en fonction de la vitesse de déformation, ce qui s'explique par le fait que le coefficient de multiplication des dislocations mobiles (relation III.22) présente une sensibilité positive vis à vis de la vitesse de déformation. Nous remarquons aussi à partir de la même figure que cette densité passe par un maximum dont la valeur dépend de la vitesse de déformation et qu'après ce maximum, les niveaux de  $\rho_m$  correspondant aux différentes vitesses tendent à se rejoindre au fur et à mesure que la déformation plastique se développe. De même, nous remarquons à partir de la figure III.42 que pour un niveau de déformation fixé, la densité  $\rho_i$  décroît en fonction de la vitesse, ce qui s'explique par le fait que le coefficient de multiplication des dislocations immobiles (relation III.27) présente une sensibilité négative et qu'en même temps le facteur d'annihilation (relation III.35) présente une sensibilité positive vis à vis de la vitesse de déformation.

Sur la figure III.43, nous présentons les prévisions théoriques du modèle pour ce qui concerne les courbes contrainte-déformation calculées dans le cadre de l'approximation adiabatique pour différentes vitesses comprises entre  $10^{-4}$  et  $10^4$  s<sup>-1</sup> et pour une température initiale  $T_i = 300$  K. Aussi, nous présentons sur la figure III.44 les prévisions du modèle pour ce qui concerne la surface d'évolution adiabatique de la contrainte d'écoulement en fonction de la déformation et de la vitesse de déformation dans le même intervalle de vitesse et pour la même température initiale. Sur la figure III.45, sont présentées les courbes de l'évolution théorique de l'élévation de température,  $\Delta T$ , calculée dans le cadre de l'approximation adiabatique en fonction de la déformation pour différentes vitesses comprises entre  $10^{-4}$  et  $10^4$  s<sup>-1</sup> et pour une température initiale  $T_i = 300$  K. La surface prévue par le modèle pour ce qui concerne l'évolution adiabatique de l'élévation de température,  $\Delta T$ , en fonction de la déformation et de la vitesse de déformation dans le même intervalle de vitesse et pour la même température initiale, est présentée sur la figure III.46. En comparant les courbes contrainte-déformation isothermes (figure III.39) et adiabatiques (figure III.43), nous remarquons que les niveaux de contrainte calculés dans le cadre de l'approximation isotherme dépassent les niveaux calculés dans le cadre de l'approximation adiabatique, ce qui est normal puisque les élévations de la température calculées dans le cas de la deuxième approximation (figure III.45) induisent un adoucissement du matériau.

Sur chacune des figures III.47, III.49, III.51 et III.53, nous présentons les prévisions théoriques du modèle pour ce qui concerne l'évolution de la contrainte d'écoulement en fonction de la température à un niveau de déformation donné et ce, pour différentes vitesses de

déformation. Ces quatre figures correspondent respectivement à des niveaux de déformation de 5%, 10%, 15% et 20%. De même, nous présentons sur les figures III.48, III.50, III.52 et III.54, les prévisions du modèle pour ce qui concerne les surfaces d'évolution théorique de la contrainte d'écoulement en fonction de la température et de la vitesse de déformation dans des intervalles compris respectivement entre 200 et 500 K et  $10^{-4}$  et  $10^4$  s<sup>-1</sup>, ces surfaces correspondent respectivement aux niveaux de déformation précités. Les figures III.47, III.49, III.51 et III.53 montrent que pour un niveau de déformation fixé et pour une vitesse fixée, le niveau de contrainte décroît en fonction de la température.

Nous soulignons, cependant, que les prévisions du modèle pour ce qui concerne l'effet de la température sur l'écoulement plastique du matériau sont artificiels puisque, d'une part, les valeurs utilisées dans ces calculs pour ce qui concerne les paramètres dont l'identification nécessite des données en température sont prises de la littérature et correspondent à d'autres aciers (l'acier XC18) et, d'autre part, la densité de défauts présents initialement dans un matériau est sensible à la température à laquelle on le porte avant de le soumettre à des déformations plastiques alors que pour effectuer ces calculs aux différentes températures, nous avons utilisé comme valeurs des deux paramètres  $\rho_m^0$  et  $\rho_i^0$  celles identifiées à partir des essais réalisés à 300 K. Ces prévisions en température sont, donc, artificiels pour ce qui concerne le domaine compris entre 200 et 500 K. Néanmoins, les résultats de ces calculs montrent que le modèle proposé reproduit qualitativement certaines tendances du comportement macroscopique généralement observées dans le cas des matériaux métalliques à structure cubique centrée. Il serait, donc, souhaitable de déterminer tous les paramètres du modèle à partir d'essais réalisés sur le même matériau pour différentes températures et vitesses de déformation et que ces essais soient accompagnés d'observations microscopiques pour estimer la densité,  $\rho_0$ , de dislocations présentes initialement dans le matériau ainsi que l'évolution de la densité moyenne,  $\rho$ , des dislocations au cours de la déformation.

A la fin de ce travail de modélisation, Nous retiendrons une conclusion très intéressante :

*Bien que ce modèle reproduit et explique qualitativement certaines caractéristiques du comportement macroscopique des matériaux métalliques à structure cubique centrée, les équations d'évolution de la microstructure III.2 et III.4 aussi bien que les expressions III.22 et III.27 du coefficient de multiplication des dislocations mobiles et du coefficient de multiplication des dislocations immobiles restent loin de formuler la réalité physique des mécanismes contribuant à cette évolution puisqu'elles ne tiennent pas compte du couplage entre les deux variables microstructurales  $\rho_m$  et  $\rho_i$ , ce couplage qui est dû au fait que la multiplication des dislocations immobiles est due uniquement au mécanisme d'ancrage des dislocations mobiles aussi bien qu'au fait que le désancrage des dislocations immobiles contribue à la multiplication des dislocations mobiles. Il sera donc intéressant de reformuler de*



---

*façon complètement théorique les équations d'évolution de la microstructure en tenant compte du couplage entre la densité de dislocations mobiles et la densité de dislocations immobiles. Probablement, une telle démarche nécessitera l'utilisation d'approches statistiques pour déterminer les expressions des densités de probabilité de création, d'annihilation, d'ancrage et de mise en mouvement des dislocations en fonction de la température et de la vitesse de déformation, et permettra d'éliminer certains paramètres contenus dans la version actuelle du modèle et d'en déterminer théoriquement d'autres, ce qui réduira probablement le coût de l'identification des paramètres de tels modèles à partir d'approches expérimentales.*

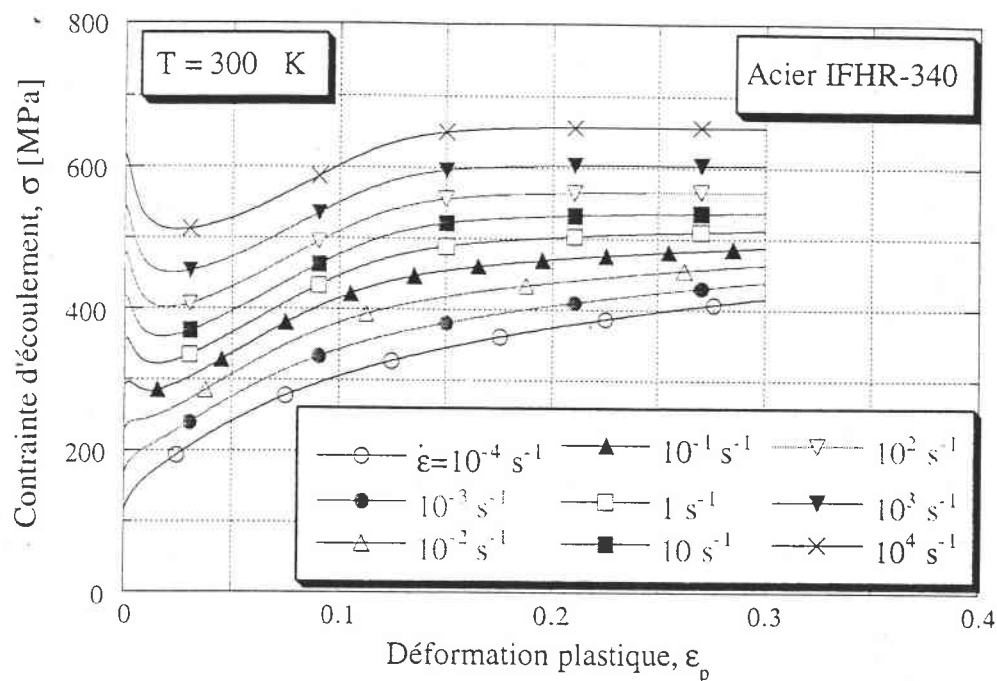


Figure III.39 : Courbes contrainte-déformation isothermes prévues par le modèle pour différentes vitesses de déformation à température  $T = 300$  K.

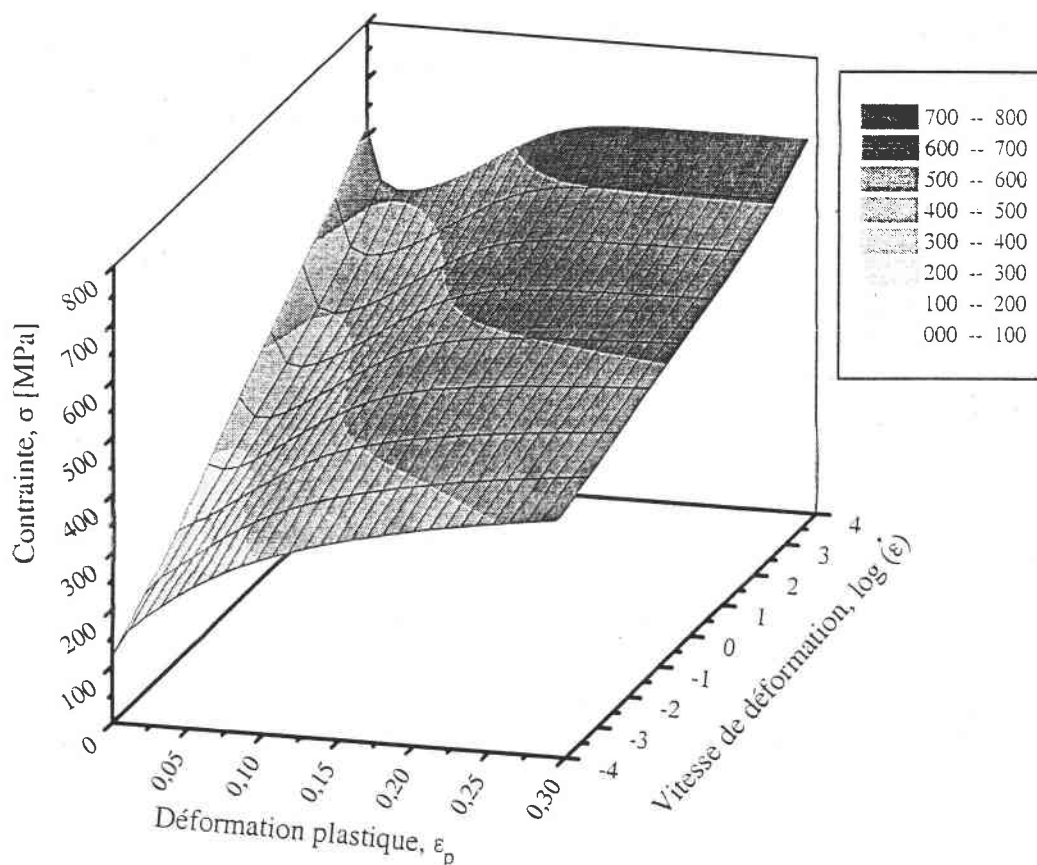
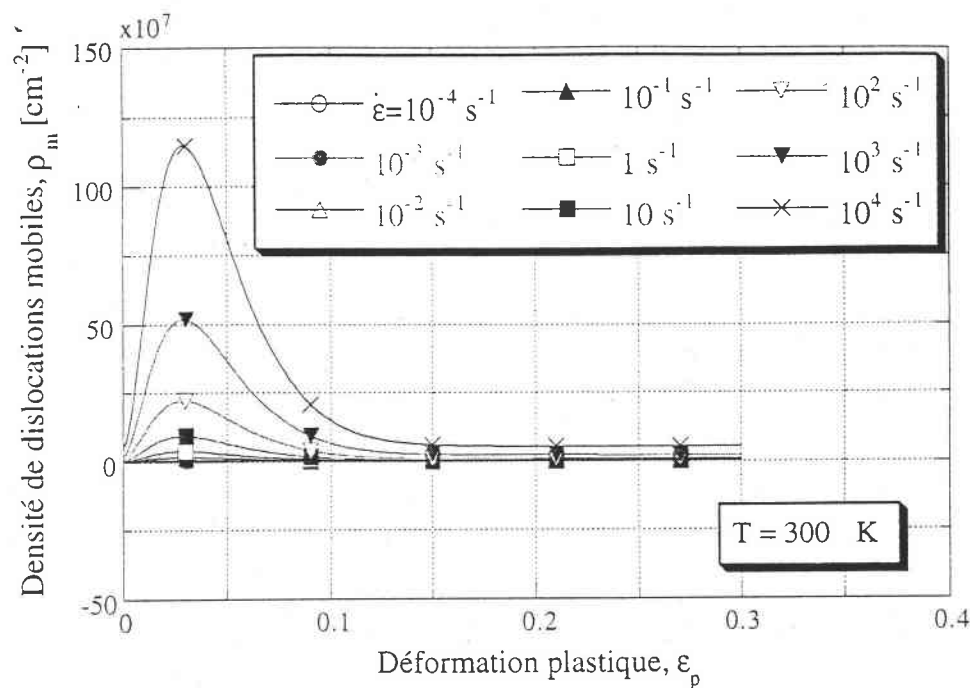
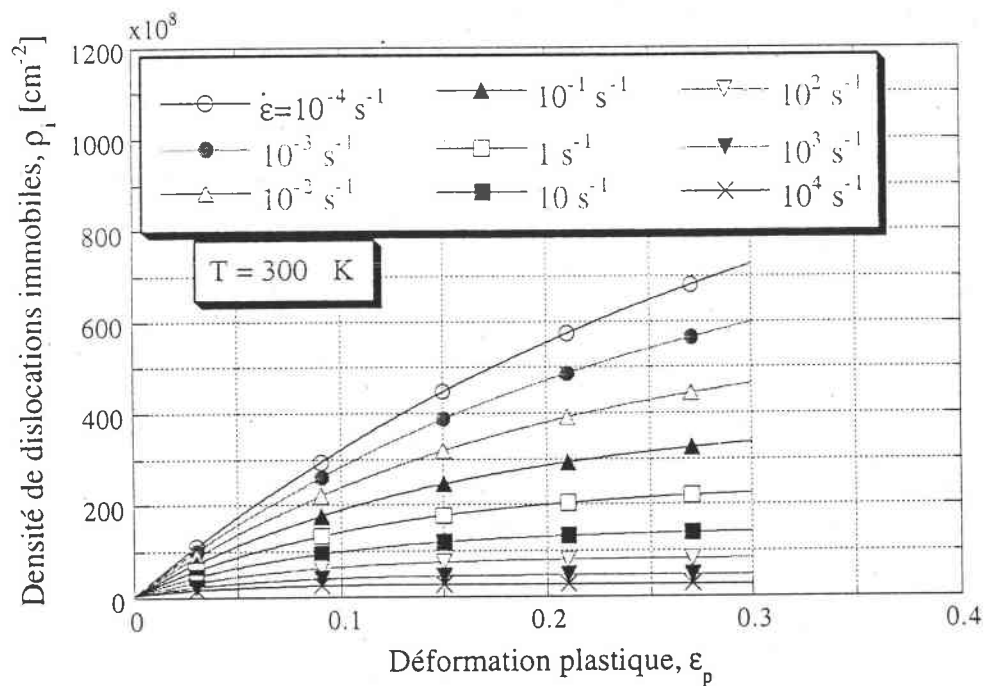


Figure III.40 : Surface théorique représentant l'évolution isotherme de la contrainte d'écoulement en fonction de la déformation et de la vitesse de déformation à température  $T = 300$  K.



**Figure III.41 :** Evolution hypothétique de la densité de dislocations mobiles en fonction de la déformation plastique pour différentes vitesses de déformation à température  $T = 300$  K.



**Figure III.42 :** Evolution hypothétique de la densité de dislocations immobiles en fonction de la déformation plastique pour différentes vitesses de déformation à température  $T = 300$  K.

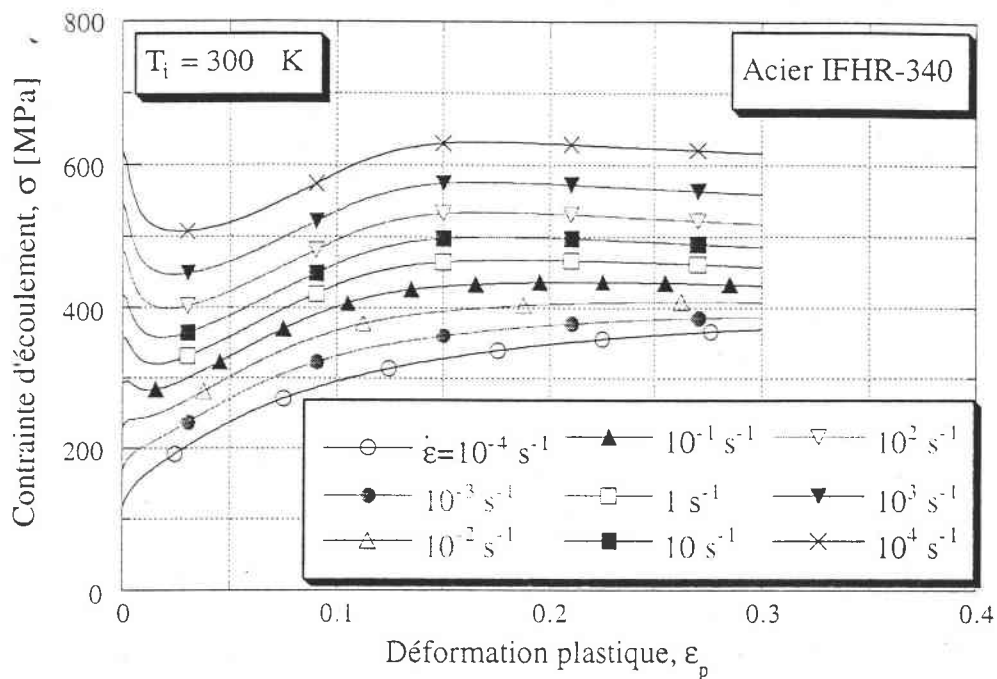


Figure III.43 : Courbes contrainte-déformation adiabatiques prévues par le modèle pour différentes vitesses de déformation à température initiale  $T_i = 300$  K.

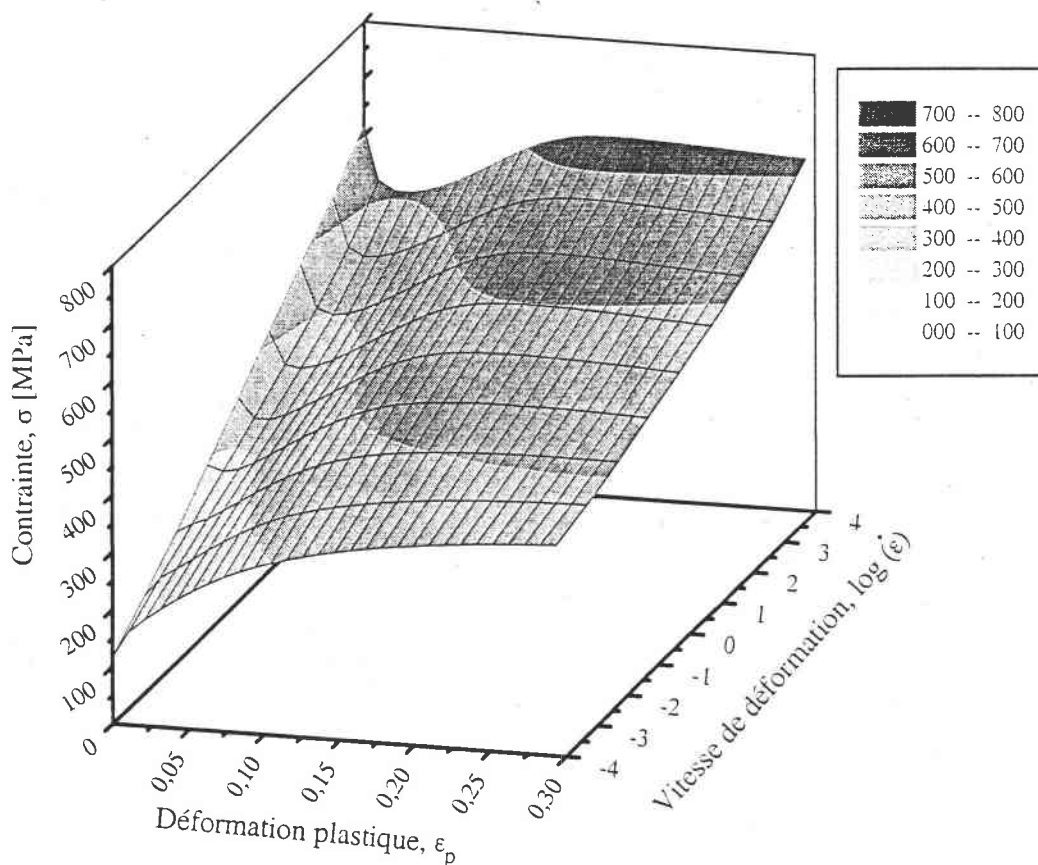


Figure III.44 : Surface théorique représentant l'évolution adiabatique de la contrainte d'écoulement en fonction de la déformation et de la vitesse de déformation à température initiale  $T_i = 300$  K.

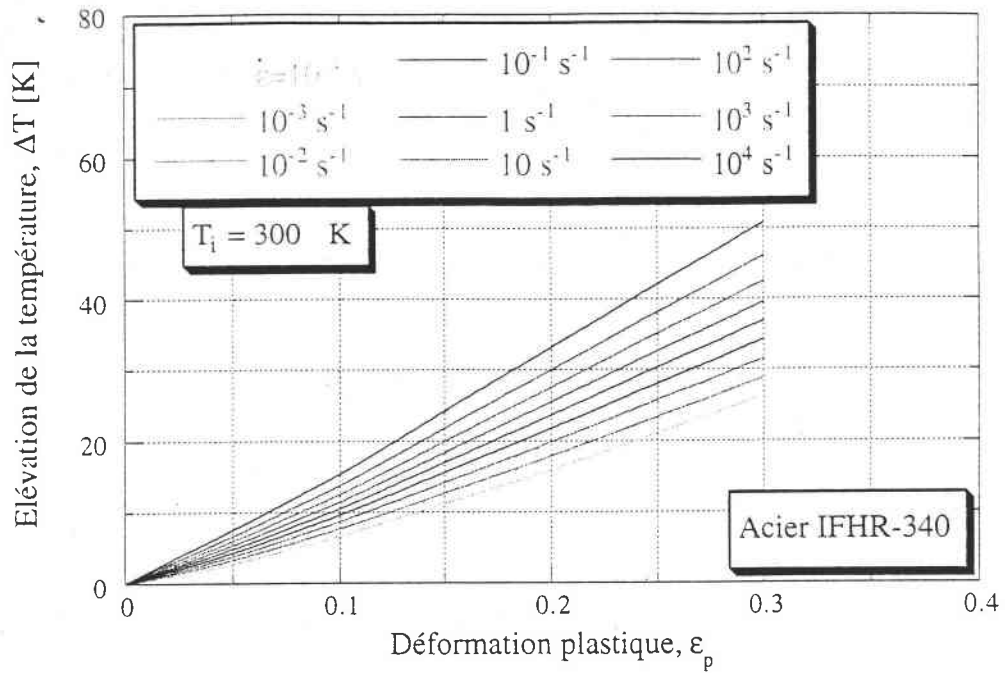


Figure III.45 : Evolution théorique de l'élévation de température  $\Delta T$  calculée dans le cadre de l'approximation adiabatique en fonction de la déformation pour différentes vitesses à température initiale  $T_i = 300 \text{ K}$ .

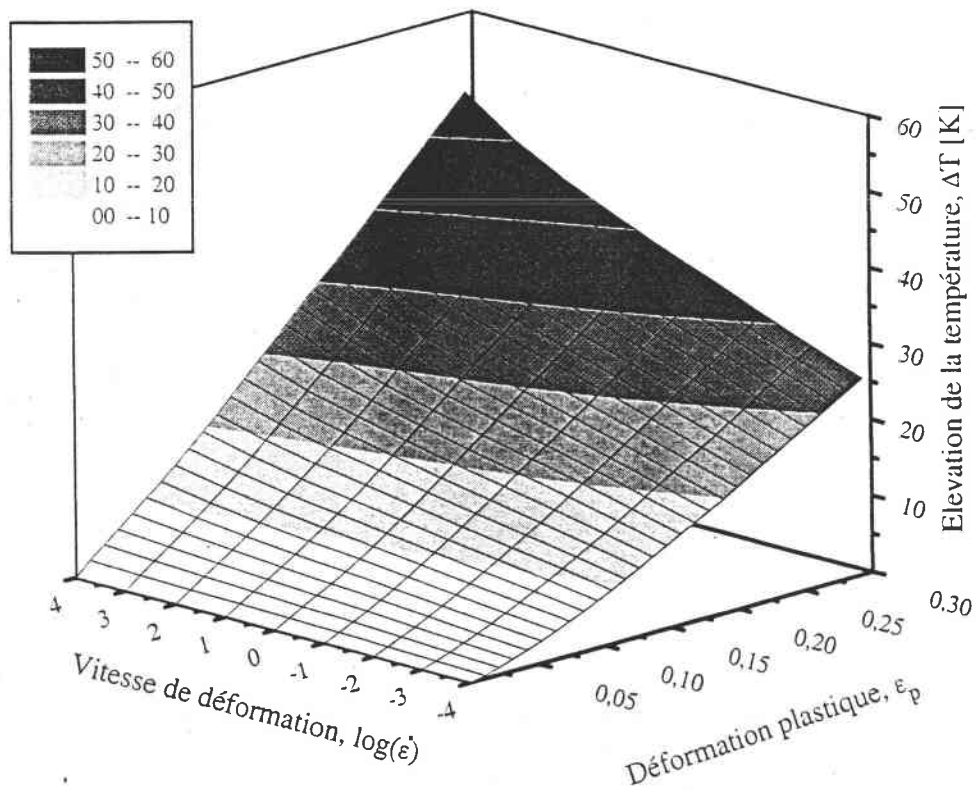


Figure III.46 : Surface théorique représentant l'évolution adiabatique de l'élévation de la température  $\Delta T$  en fonction de la déformation et de la vitesse de déformation à température initiale  $T_i = 300 \text{ K}$ .

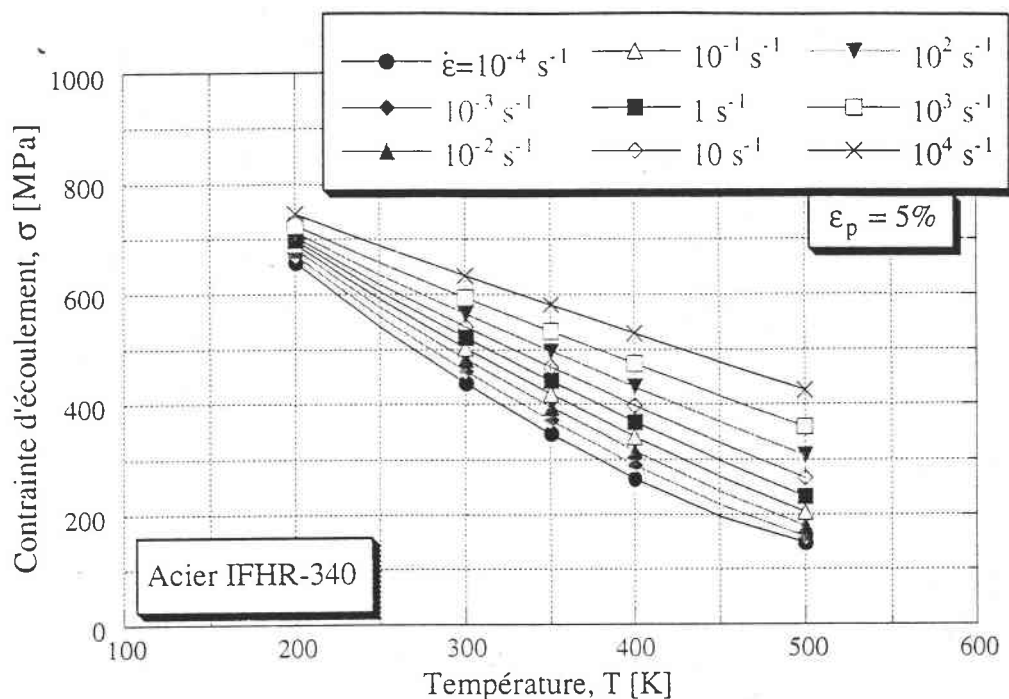


Figure III.47 : Evolution de la contrainte d'écoulement à un niveau de déformation de 5% en fonction de la température pour différentes vitesses de déformation.

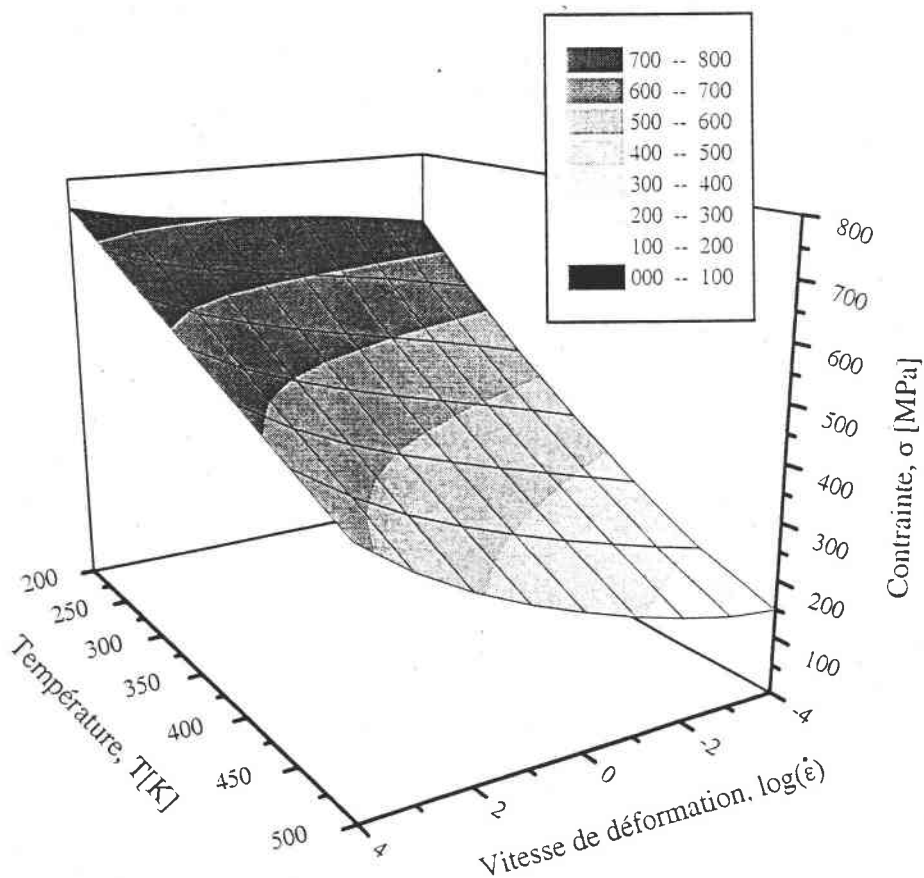


Figure III.48 : Surface théorique représentant l'évolution de la contrainte d'écoulement à un niveau de déformation de 5% en fonction de la température et de la vitesse de déformation.

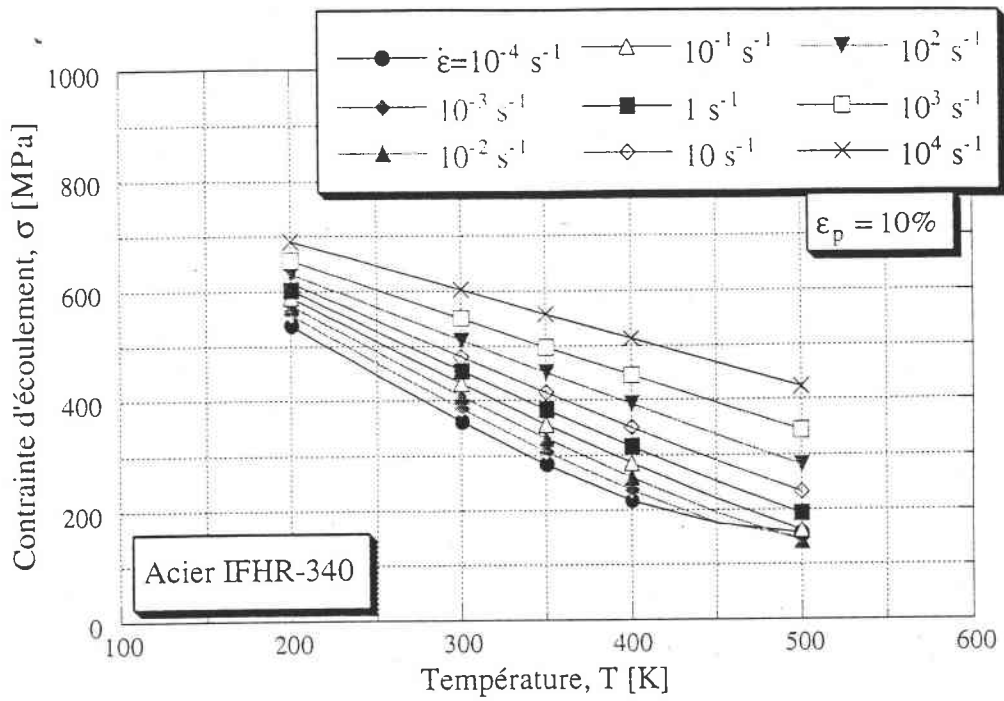


Figure III.49 : Evolution de la contrainte d'écoulement à un niveau de déformation de 10% en fonction de la température pour différentes vitesses de déformation.

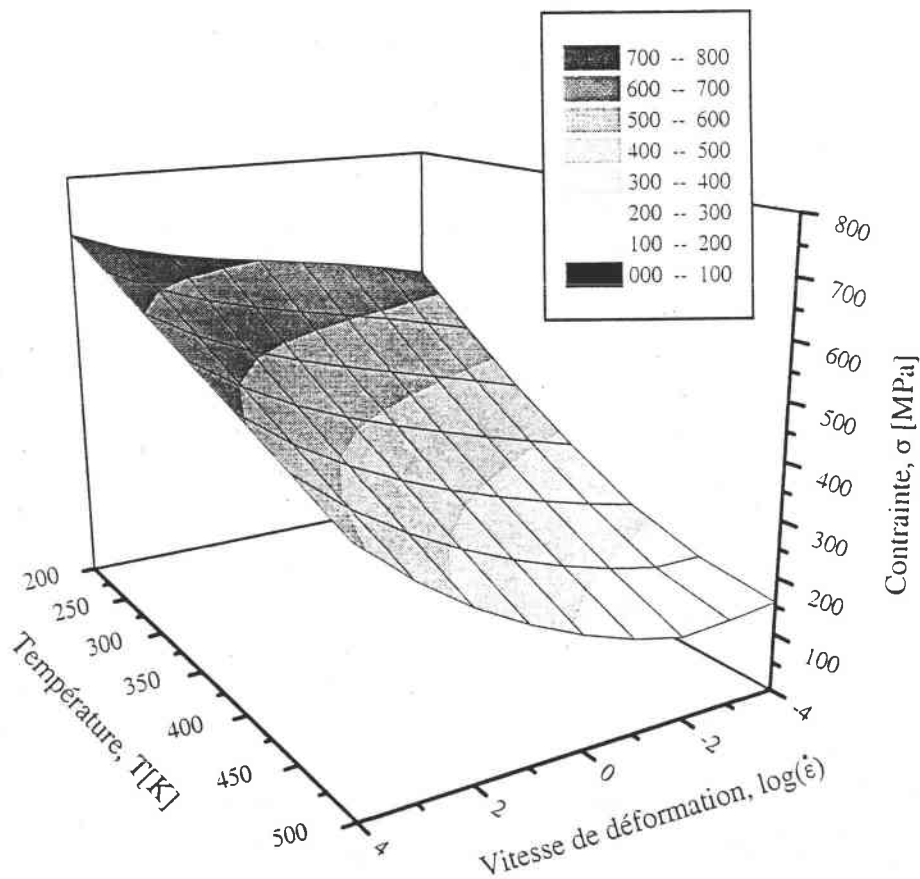


Figure III.50 : Surface théorique représentant l'évolution de la contrainte d'écoulement à un niveau de déformation de 10% en fonction de la température et de la vitesse de déformation.

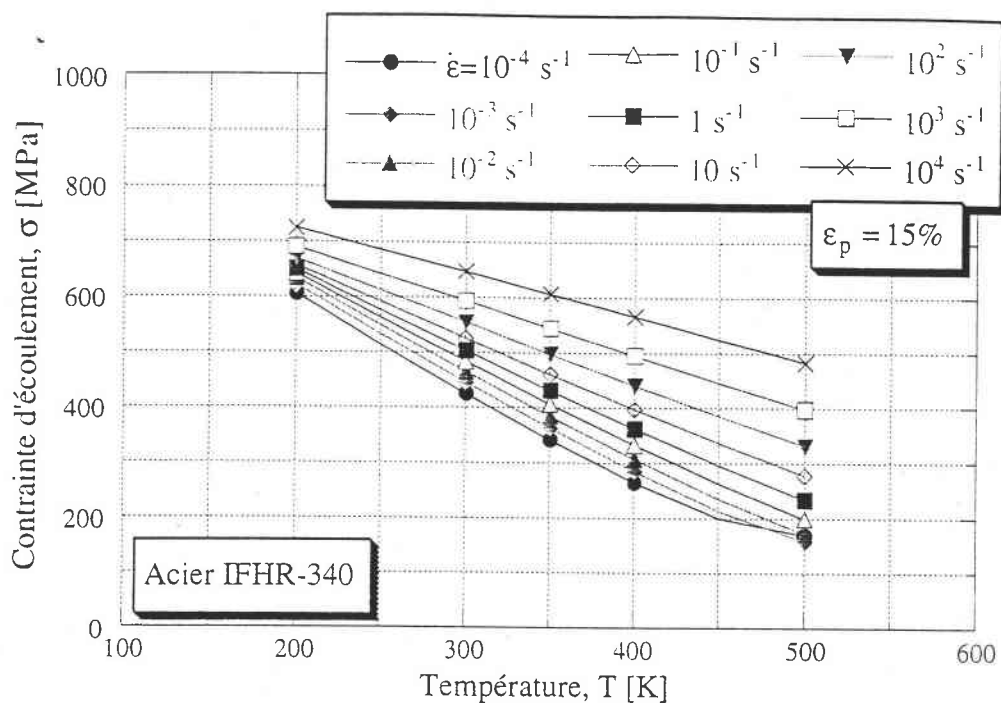


Figure III.51 : Evolution de la contrainte d'écoulement à un niveau de déformation de 15% en fonction de la température pour différentes vitesses de déformation.

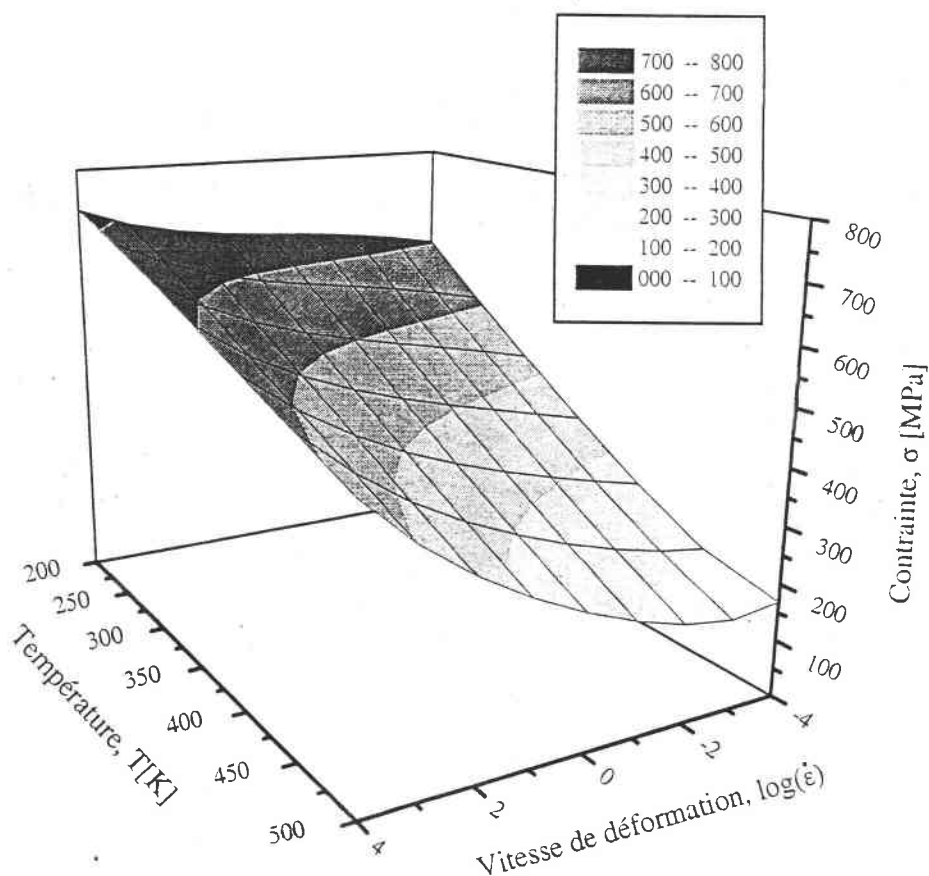


Figure III.52 : Surface théorique représentant l'évolution de la contrainte d'écoulement à un niveau de déformation de 15% en fonction de la température et de la vitesse de déformation.



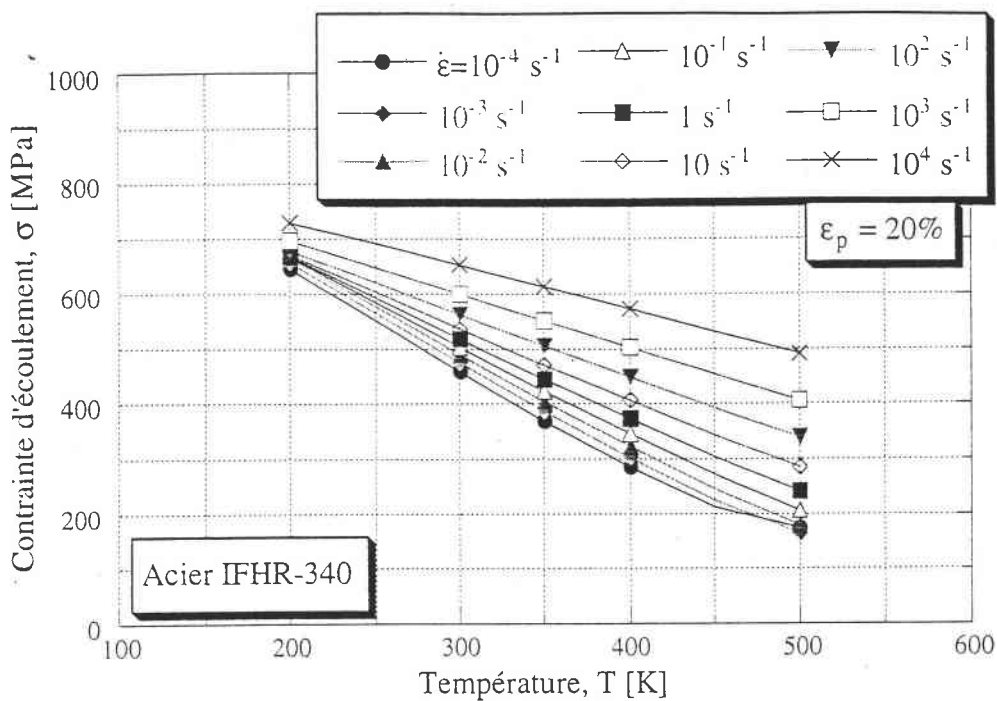


Figure III.53 : Evolution de la contrainte d'écoulement à un niveau de déformation de 20% en fonction de la température pour différentes vitesses de déformation.

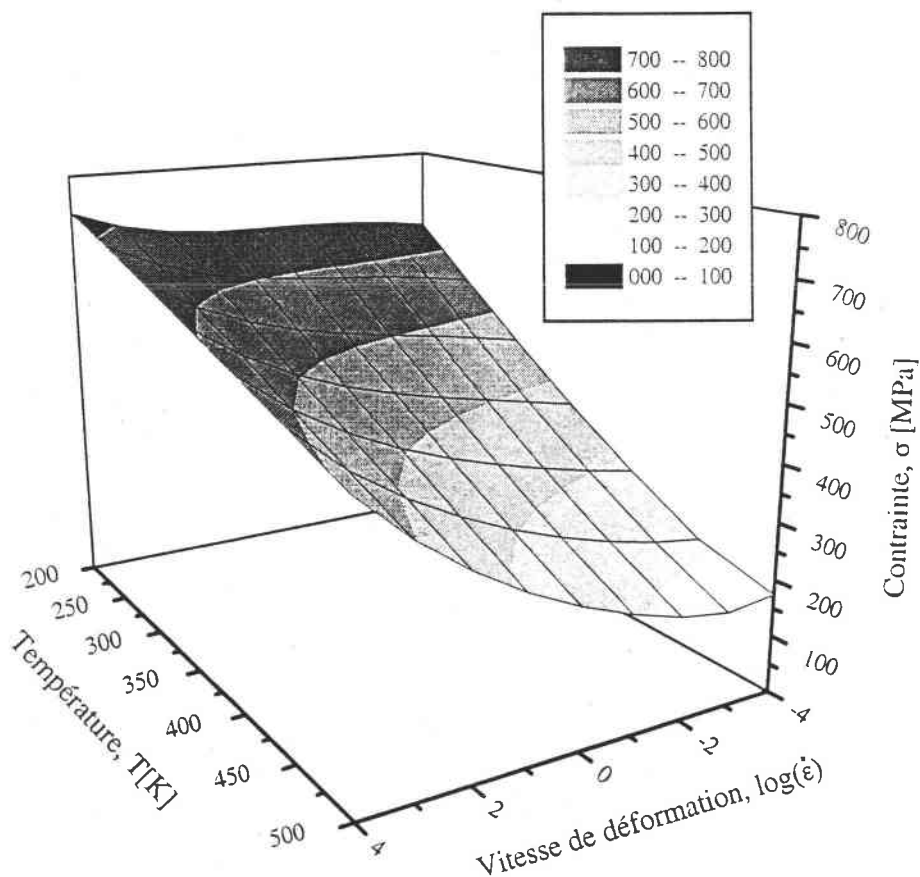


Figure III.54 : Surface théorique représentant l'évolution de la contrainte d'écoulement à un niveau de déformation de 20% en fonction de la température et de la vitesse de déformation.

## Conclusion

Le travail que nous avons réalisé dans le cadre de ce chapitre nous a permis après une première analyse des résultats du formalisme proposé par Klepaczko, d'exploiter certaines informations théoriques concernant l'évolution de la microstructure. Ces informations qui correspondent à des conditions aux limites concernant le coefficient de multiplication des dislocations mobiles et le coefficient de multiplication des dislocations immobiles lorsque la vitesse de déformation devient infiniment grande ou infiniment petite, nous ont permis de simplifier relativement les équations d'évolution de la microstructure et de réduire, ainsi, le nombre de paramètres à identifier à partir de l'expérience. Les expressions (III.22) du coefficient,  $M_m$ , de multiplication des dislocations mobiles et (III.27) du coefficient,  $M_i$ , de multiplication des dislocations immobiles en fonction de la vitesse de déformation plastique qui en découlent, permettent d'associer respectivement ces deux coefficients à une densité de probabilité de multiplication des dislocations mobiles et à une densité de probabilité de multiplication des dislocations immobiles.

Cependant, nous soulignons que pour ce qui concerne la densité mobile  $\bar{\rho}_m^0$  que nous avons associée à la limite d'élasticité observée lors d'un essai macroscopique, la relation (III.29) qui l'exprime en fonction de la vitesse de déformation plastique reste une relation artificielle que nous avons introduite juste pour reproduire l'influence de la vitesse sur les limites d'élasticité observées lors des essais. La densité mobile initiale  $\rho_m^0$  qui assure le passage du courant de déformation plastique dans le matériau juste au moment où l'on dépasse la vraie limite d'élasticité du polycristal (i.e. lorsque  $\dot{\gamma}_p \rightarrow 0$ ), est en réalité un paramètre indépendant de la vitesse de déformation, il ne dépend que de l'histoire de chargement du matériau.

Les résultats de ce formalisme que nous avons appliqué pour décrire l'influence de la vitesse de déformation sur l'écoulement plastique de l'acier IFHR-340, montrent que le modèle proposé permet de reproduire le comportement observé lors des essais de traction réalisés. De plus, ce formalisme explique que l'écroutissage du matériau est dû aux interactions entre les dislocations et les obstacles non localisés (obstacles athermiques) et que les obstacles thermoactivés sont responsables de la sensibilité du matériau à la vitesse de déformation et à la température. Nous concluons aussi que l'écroutissage du matériau est lié à l'histoire de la microstructure et, donc, à l'histoire thermomécanique du matériau. D'autre part, ce modèle explique l'apparition des deux limites d'écoulement qui apparaissent avant le début de durcissement des matériaux métalliques à structure cubique centrée lors des essais à grandes vitesses, à partir de l'évolution de la densité de dislocations mobiles au cours de la déformation plastique. Aussi, il explique certaines caractéristiques généralement observées lors des essais avec saut de vitesse pour ces mêmes matériaux.

Nous signalons qu'un couplage très intense entre les différentes valeurs des paramètres du modèle surgit lors de l'identification de celles-ci. Le système d'équations mis en jeu peut avoir plusieurs solutions, celles-ci n'ont pas toujours des significations physiques. Il est donc intéressant, voire même souhaitable, de déterminer tous les paramètres accessibles à la mesure à partir d'approches expérimentales spécifiques. Cela sert à réduire le nombre d'inconnues et, ainsi, à diminuer de l'intensité de ce couplage. Aussi, il est souhaitable de réaliser des essais à différentes températures pour pouvoir conclure pour ce qui concerne l'expression du facteur d'annihilation.

Le coefficient de multiplication des dislocations mobiles, le coefficient de multiplication des dislocations immobiles aussi bien que le facteur d'annihilation des dislocations sont, jusqu'ici, formulés à partir d'approches expérimentales. Il sera intéressant de penser à déterminer théoriquement leurs expressions à partir d'approches statistiques mettant en jeu les notions de probabilité de création, d'annihilation, d'ancrage et de mise en mouvement des dislocations. Une telle démarche permettra de tenir compte du couplage entre les deux équations qui expriment les évolutions de la densité de dislocations mobiles et de la densité de dislocations immobiles et conduira probablement à réduire davantage le nombre de paramètres à identifier à partir de l'expérience. Aussi, il sera intéressant d'affiner le modèle en y introduisant la contribution apportée à l'écroûissage par l'évolution et de la taille du grain et des structures cellulaires au cours de la déformation.

Ce travail nous a donc permis de mettre en oeuvre l'ensemble des équations intervenant dans le formalisme proposé par Klepaczko, d'analyser les résultats prévus par ce formalisme dans le cas de l'acier IFHR-340 et, ainsi, de faire quelques remarques dont il est souhaitable de tenir en compte dans l'avenir. Parmi celles-ci, nous citons la remarque suivante :

*Les valeurs de la vitesse de déformation utilisées lors de l'identification des paramètres sont des valeurs moyennes globales qui sont estimées à partir des essais réalisés et qui sont supposées constantes au cours de l'évolution de la déformation. Or, la vitesse qui intervient dans les différentes équations du formalisme correspond à la vitesse de déformation plastique. Celle-ci ne peut pas être constante au cours d'un essai puisqu'elle doit transiter par une phase d'accélération dans un premier temps pour passer de la valeur nulle, qui correspond à la vraie limite d'élasticité du polycristal, à la valeur que l'on désire atteindre au cours de l'essai. Cependant, il nous est très difficile d'estimer l'évolution de cette vitesse de déformation plastique au cours d'un essai. Il sera, donc, intéressant de penser à mettre en place une approche expérimentale ou bien une technique de dépouillement permettant d'estimer cette évolution.*

Quoique ce travail ne tient pas compte du couplage entre les évolutions de la densité de dislocations mobiles et de la densité de dislocations immobiles (ce couplage étant dû aux mécanismes d'ancrage et de mise en mouvement des dislocations), il montre l'importance des modèles déduits à partir de l'étude des mécanismes physiques de déformation et leur aptitude à reproduire qualitativement certaines tendances généralement observées pour ce qui concerne le comportement viscoplastique des matériaux métalliques à structure cubique centrée. De plus, ces modèles peuvent apporter des explications aux phénomènes observés et donner un sens physique aux paramètres ainsi qu'aux équations qu'ils mettent en jeu.

L'utilisation du modèle proposé par Klepaczko dans le code Abaqus pour l'analyse des problèmes de dynamique rapide présente l'un des objectifs de ce travail. Pour cela, nous réaliserons à l'aide de ce modèle, une simulation de l'essai de traction uniaxiale de l'éprouvette tôle d'acier utilisée lors des essais réalisés dans le cadre du second chapitre. Pour cela, nous utiliserons la version explicite du code. Par la suite, nous comparerons les prévisions de cette simulation aux résultats de la même simulation utilisant le modèle de Johnson-Cook. Ce travail constitue l'objet du chapitre suivant.

**Chapitre IV :**

***SIMULATION DE L'ESSAI DE TRACTION DYNAMIQUE  
DE L'EPROUVETTE TOLE D'ACIER IFHR-340***

## Introduction

La modélisation numérique joue un rôle très important pour l'analyse du comportement de structures soumises à des sollicitations rapides. Cette analyse qui est basée sur la résolution de l'équation d'équilibre dynamique et de l'équation de conservation d'énergie avec les conditions aux limites imposées à la structure, nécessite l'utilisation du comportement mécanique du matériau mis en jeu. A ce niveau, pour introduire des lois qui décrivent l'écoulement plastique ou viscoplastique des matériaux, le code Abaqus offre à l'utilisateur la possibilité d'utiliser des modèles constitutifs pré-programmés telle que la loi modifiée de Cowper-Symonds [57] donnée par la relation (I.27). Pour utiliser des relations constitutives qui ne sont pas pré-programmées, le code offre à l'utilisateur les deux possibilités suivantes :

1- la première possibilité permet l'utilisation de fichiers de points décrivant l'évolution de la contrainte en fonction de la déformation pour différentes températures et vitesses de déformation, cette évolution étant calculée à partir de la relation constitutive ou du modèle constitutif que l'on veut utiliser.

2- la seconde possibilité permet à l'utilisateur, via un ensemble de sous programmes utilisateurs, la possibilité d'implémenter dans le code une variété de modèles constitutifs, et donc d'utiliser des modèles non pré-programmés sans avoir besoin d'incorporer le comportement du matériau dans le fichier de données sous forme de fichiers de points.

Dans cette dernière partie de ce travail, nous réalisons, à l'aide de la version explicite du code Abaqus, une simulation de l'essai de traction dynamique de l'éprouvette tôle d'acier IFHR-340 dont la géométrie est présentée dans le second chapitre, et nous examinons la réponse thermomécanique de cette éprouvette dans un domaine de vitesse où les processus de déformation sont considérés pratiquement adiabatiques. Pour introduire le comportement du matériau, nous utilisons le modèle d'écoulement viscoplastique proposé par Klepaczko (chapitre III) sous forme de fichiers de points ; l'élasticité du matériau étant décrite par la loi de Hooke, la surface d'écoulement par la fonction de charge de Von Mises et l'écroutissement du matériau par une loi isotrope.

Par la suite, pour comparer les résultats de cette simulation aux prévisions de calcul utilisant un autre modèle d'écoulement proposé dans la littérature, nous réalisons la même simulation en décrivant, cette fois-ci, le comportement viscoplastique du matériau à l'aide de la loi constitutive de Johnson-Cook [52] donnée par la relation (I.28). Pour cela, nous réalisons un travail d'implémentation de cette relation dans la version explicite du code et ce, à l'aide du sous programme utilisateur VUMAT. L'ensemble des relations permettant cette implémentation est rappelé dans l'annexe IV.

## IV.1. Présentation du code

C'est un code aux éléments finis dont la formulation est Lagrangienne. Deux versions du code sont disponibles :

\* la première appelée version standard utilise comme algorithme d'intégration dans le temps, le schéma de Newmark (voir l'annexe IV). Ce schéma étant implicite, il conduit à un système d'équations cinématiques non linéaires dont la résolution nécessite l'utilisation de méthodes itératives telles que la méthode de Newton-Raphson ou, quand c'est possible, l'une des méthodes équivalentes à celle-ci permettant de réduire le temps de calcul (voir l'annexe IV).

\* la deuxième version appelée version explicite utilise, comme l'indique son nom, un schéma d'intégration explicite dans le temps. Ce schéma qui correspond à la méthode des différences finies centrées (voir l'annexe IV), conduit à un système d'équations linéaires dont la résolution est directe, ne nécessitant aucun processus itératif. La condition de stabilité de cette méthode est liée à l'incrément de temps qui doit être inférieur à une certaine valeur critique. Cette valeur est déterminée par le temps que mettent les ondes élastiques de dilatation pour parcourir la longueur du plus petit élément dans le maillage utilisé :

$$\Delta t \leq \Delta t_{cr} = \min \left( \frac{L_e}{C_d} \right) \quad (\text{IV.1})$$

$L_e$  étant la longueur caractéristique de l'élément et  $C_d$  la célérité des ondes élastiques de dilatation.

Dans la version explicite que nous utilisons dans le cadre de ce travail pour simuler l'essai de traction dynamique, la possibilité d'implémentation de lois de comportement est offerte au moyen du sous programme utilisateur VUMAT. Cette procédure utilise le schéma de prédiction élastique-corrrection plastique par retour radial sur la surface de charge, la fonction de charge que nous utilisons dans le cadre de ce travail est celle de Von Mises. La formule de correction plastique utilisée dans la procédure est rappelée dans l'annexe IV (équation (AIV.30)).

## IV.2. Modèle d'éléments finis utilisé

Nous reprenons la géométrie de l'éprouvette utilisée lors des essais de traction réalisés dans le cadre du second chapitre (figure II.2).

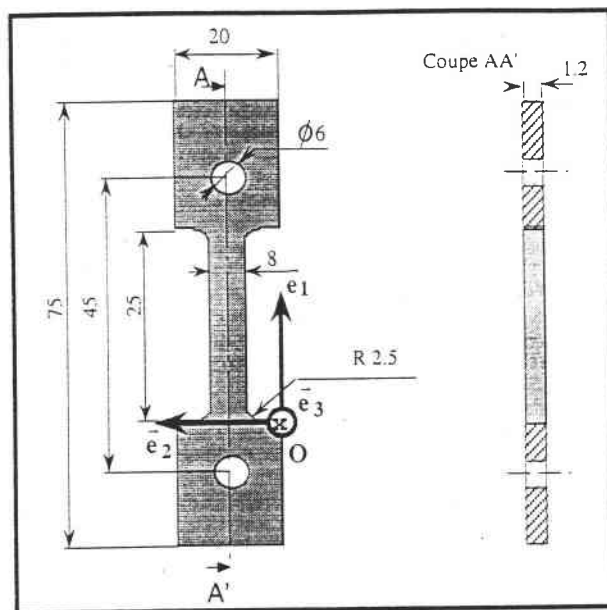


Figure VI.1 : Géométrie et dimensions de l'éprouvette de traction uniaxiale.

Le modèle d'éléments finis envisagé étant destiné pour une analyse en 3D, l'élément choisi est tridimensionnel de forme prisme triangulaire à 6 noeuds et à interpolation linéaire. Cet élément qui est codifié dans le document théorique du logiciel par les initiales C3D6, possède 3 degrés de liberté actifs qui correspondent aux déplacements dans les 3 directions spatiales. Vu la symétrie géométrique et la symétrie du chargement suivant la largeur de l'éprouvette et suivant son épaisseur, seul le quart de l'éprouvette est discrétisé. Le maillage utilisé est illustré par la figure VI.2. Dans ce modèle, nous utilisons juste la partie de l'éprouvette située entre les deux trous usinés sur chacune des deux têtes de fixation (VI.1) et nous ne tenons pas compte de la présence de ces trous.

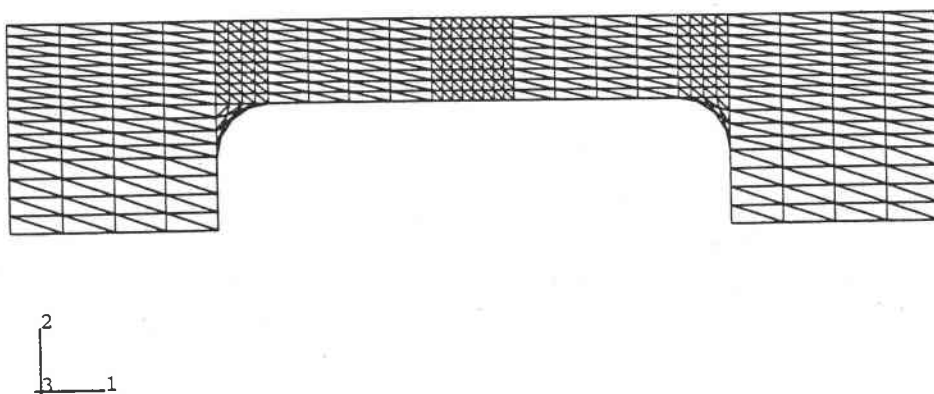
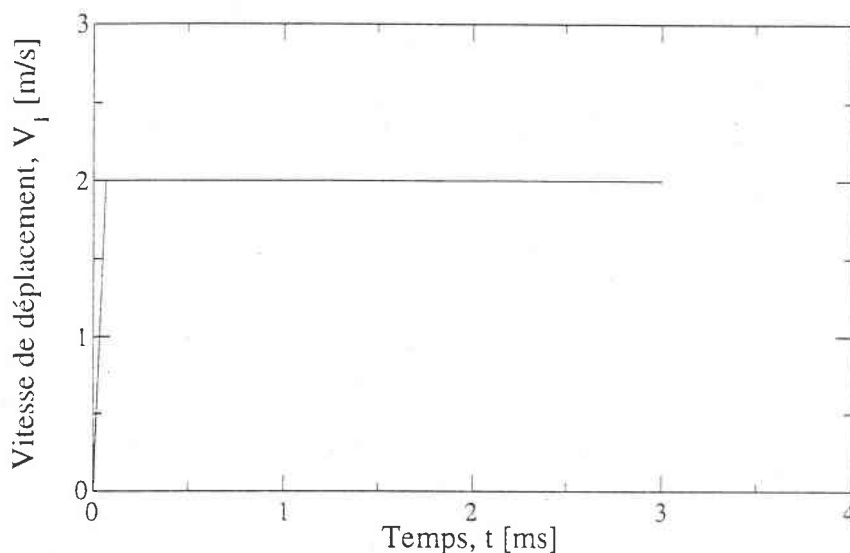


Figure VI.2 : Discrétisation spatiale de l'éprouvette de traction.

Les conditions aux limites que nous utilisons pour simuler l'essai de traction uniaxiale, correspondent à un encastrement imposé à tous les noeuds de la surface  $S_1$  définie par  $x_1 = -10$  (figure VI.1), et à une vitesse de déplacement  $\bar{V}_1(t)$  imposée suivant l'axe de traction



à tous les noeuds de la surface  $S_2$  définie par  $x_1 = +35$  (figure VI.1). La forme de l'évolution temporelle de la norme  $V_1$  de cette vitesse est reportée sur la figure suivante :



**Figure VI.3 :** Schéma illustrant la forme de l'évolution temporelle de la norme  $V_1$  de la vitesse de déplacement imposée suivant l'axe de traction aux noeuds de la surface  $S_2$ .

Pour tenir compte des symétries utilisées dans le modèle, nous imposons un déplacement  $u_2$  nul à tous les noeuds appartenant à la surface de symétrie suivant la largeur de l'éprouvette (cette surface étant définie par  $x_2 = 10$  (figure VI.1) ; c'est la surface médiane de l'éprouvette suivant sa largeur) et un déplacement  $u_3$  nul à tous les noeuds appartenant à la surface de symétrie suivant l'épaisseur de l'éprouvette (cette surface étant définie par  $x_3 = 0.6$  (figure VI.1) ; c'est la surface médiane de l'éprouvette suivant son épaisseur).

Dans la suite, nous réalisons, au moyen de la version explicite du code Abaqus, une simulation de l'essai de traction dynamique de l'éprouvette tôle d'acier IFHR-340 avec le modèle d'éléments finis décrit ci-dessus. Pour décrire le comportement du matériau, nous utilisons, dans un premier temps, le modèle d'écoulement viscoplastique proposé dans le chapitre précédent ; l'élasticité du matériau étant décrite par la loi de Hooke, la surface d'écoulement par la fonction de charge de Von Mises et l'écroutissement du matériau par une loi isotrope. Nous rappelons que l'ensemble des équations intervenant dans ce modèle est constitué par les relations (III.1), (III.2), (III.4), (III.5), (III.6), (III.14), (III.22), (III.27), (III.29) et (III.32) et que les valeurs des paramètres  $y$  intervenant sont récapitulées dans le tableau III.7. Pour ce qui concerne l'équation de conservation d'énergie, nous utilisons l'approximation adiabatique (relation I.80). Par la suite et dans le but de comparer la réponse thermomécanique qui résulte de cette simulation aux prévisions de calcul utilisant un autre modèle d'écoulement proposé dans la littérature, nous réalisons la même simulation en décrivant, cette fois-ci, le comportement viscoplastique du matériau à l'aide du modèle constitutif de Johnson-Cook [52]

que nous avons déjà évoqué dans le premier chapitre (relation (I.28)) et que nous rappelons dans la partie suivante.

### IV.3. Modèle d'écoulement viscoplastique de Johnson-Cook

#### IV.3.1. Rappel du modèle du modèle de Johnson-Cook

L'une des relations empiriques les plus utilisées dans les codes de calcul en dynamique rapide est celle de Johnson-Cook [52], qui s'écrit sous la forme :

$$\sigma = \left[ A + B \cdot \varepsilon_p^n \right] \cdot \left[ 1 + C \cdot \ln \left( \frac{\dot{\varepsilon}_p}{\dot{\varepsilon}_0} \right) \right] \cdot \left[ 1 - \Theta^r \right] \quad \text{où} \quad \Theta = \frac{T - T_0}{T_m - T_0} \quad (\text{IV.2})$$

$T_0$  et  $\dot{\varepsilon}_0$  étant des valeurs de référence de la température et de la vitesse de déformation et  $T_m$  la température de fusion du matériau. Les coefficients  $A$ ,  $B$ ,  $C$ ,  $n$  et  $r$  constituent l'ensemble des paramètres du modèle. Pour une température  $T = T_0$  et une vitesse  $\dot{\varepsilon} = \dot{\varepsilon}_0$ , l'équation se réduit à celle de Ludwik et le paramètre "A" désigne, donc, la limite d'élasticité dans ces conditions de température et de vitesse. Les coefficients "B" et "n" représentent les effets de l'écrouissage alors que "r" et "C" caractérisent respectivement les sensibilités du matériau à la température et à la vitesse de déformation.

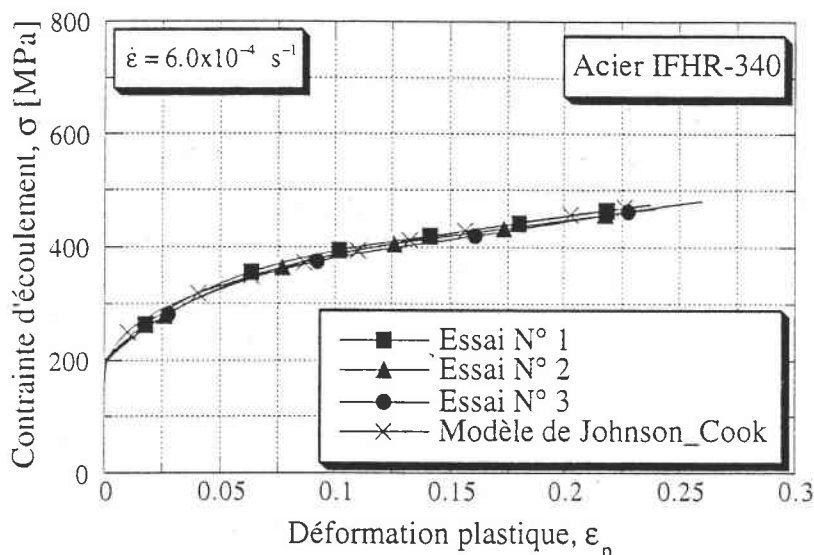
#### IV.3.2. Identification des paramètres du modèle dans le cas de l'acier IFHR-340

Nous utilisons les résultats des essais de traction réalisés dans le cadre du second chapitre pour identifier certains paramètres du modèle de Johnson-Cook. Cependant, il faut souligner que nous ne disposons pas de résultats d'essais en température sur l'acier IFHR-340 et que, par conséquent, il ne nous est pas possible d'identifier le paramètre "r" qui est lié à la sensibilité du matériau vis à vis de la température. Pour pallier à ce problème, étant donné que les valeurs du paramètre "r" rencontrées dans la littérature (pour d'autres types d'acier déformés dans le domaine de vitesse et de température correspondant aux conditions des essais réalisés dans le cadre du second chapitre) sont souvent proches de l'unité [52], nous utilisons un jeu de paramètres où nous incluons une valeur de "r" égale à 1. Les résultats de cette identification sont groupés dans le tableau suivant :

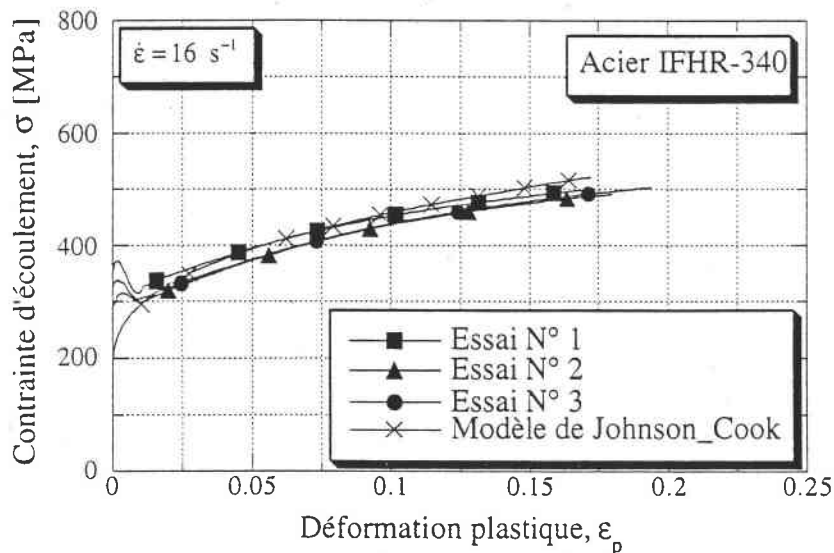
A [MPa]	B [MPa]	C	n	r
173.68	634.03	0.016	0.38	1.0

**Tableau IV.1** : Valeurs identifiées des paramètres du modèle de Johnson-Cook pour l'acier IFHR-340.

Sur les figures VI.4, VI.5 et VI.6 qui suivent, nous reportons les courbes contrainte-déformation théoriques prévues par le modèle de Johnson-Cook pour les trois vitesses de déformation qui correspondent aux essais réalisés dans le cadre du second chapitre en comparaison avec les résultats expérimentaux.



**Figure VI.4** : Courbes contrainte-déformation théoriques prévues par le modèle de Johnson-Cook en comparaison aux résultats de l'expérience pour une vitesse de déformation de  $6 \cdot 10^{-4} \text{ s}^{-1}$ .



**Figure VI.5** : Courbes contrainte-déformation théoriques prévues par le modèle de Johnson-Cook en comparaison aux résultats de l'expérience pour une vitesse de déformation de  $16 \text{ s}^{-1}$ .

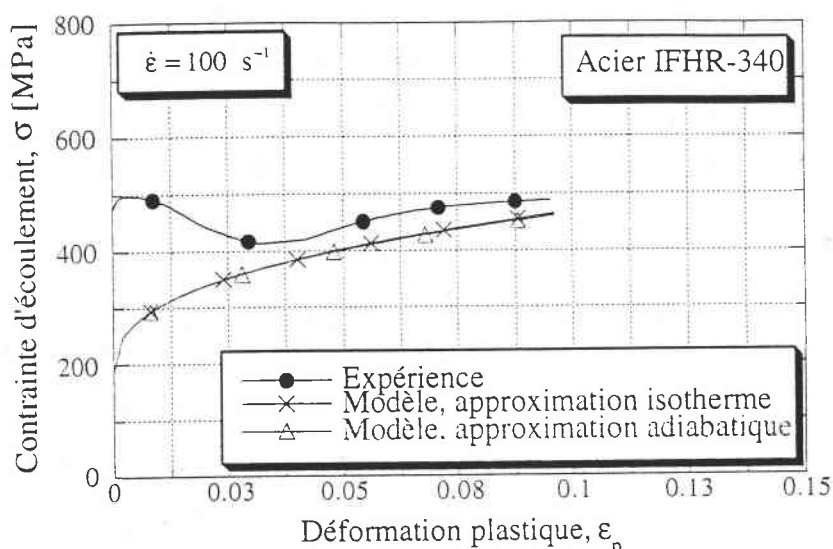


Figure VI.6 : Courbes contrainte-déformation théoriques prévues par le modèle de Johnson-Cook en comparaison aux résultats de l'expérience pour une vitesse de déformation de  $100 \text{ s}^{-1}$ .

#### IV.4. Réponse thermomécanique prévue par la simulation de l'essai de traction dynamique de l'éprouvette tôle

Nous réalisons donc une simulation de l'essai de traction dynamique de l'éprouvette tôle d'acier IFHR-340 (figure VI.1) pour une vitesse de déformation nominale globale,  $\dot{\epsilon}_n$ , de l'ordre de  $100 \text{ s}^{-1}$  et ce, en utilisant, dans un premier temps, le formalisme de Klepaczko et, puis, le modèle de Johnson-Cook pour décrire l'écoulement viscoplastique du matériau. Les résultats de cette simulation sont présentés ci-dessous. Sur les figures VI.7, VI.9, VI.11 et VI.13 ci-dessous, nous reportons respectivement les distributions des composantes  $\epsilon_{11}$ ,  $\epsilon_{22}$  et  $\epsilon_{33}$  du tenseur de déformation et de la température  $T$  suivant la longueur de la partie utile de l'éprouvette de traction pour différents instants ; ces figures correspondent aux résultats de la simulation de l'essai de traction dynamique utilisant le modèle de Klepaczko (chapitre III). Les distributions des mêmes variables  $\epsilon_{11}$ ,  $\epsilon_{22}$ ,  $\epsilon_{33}$  et  $T$  suivant la longueur de la partie utile de l'éprouvette de traction, qui correspondent aux résultats du calcul utilisant le modèle de Johnson-Cook, sont représentées respectivement sur les figures VI.8, VI.10, VI.12 et VI.14. Signalons que sur ces figures, la position  $x_1$  est repérée par rapport au référentiel  $(O, \bar{e}_1, \bar{e}_2, \bar{e}_3)$  qui correspond au schéma de la figure VI.1. L'ensemble de ces figures (VI.7, ..., VI.14) montre qu'au fil du temps, les composantes  $\epsilon_{11}$ ,  $\epsilon_{22}$  et  $\epsilon_{33}$  du tenseur de déformation aussi bien que la température,  $T$ , deviennent plus intenses au centre de l'éprouvette et qu'une localisation de la déformation et de la température se développe, donc, dans la partie centrale de l'éprouvette.

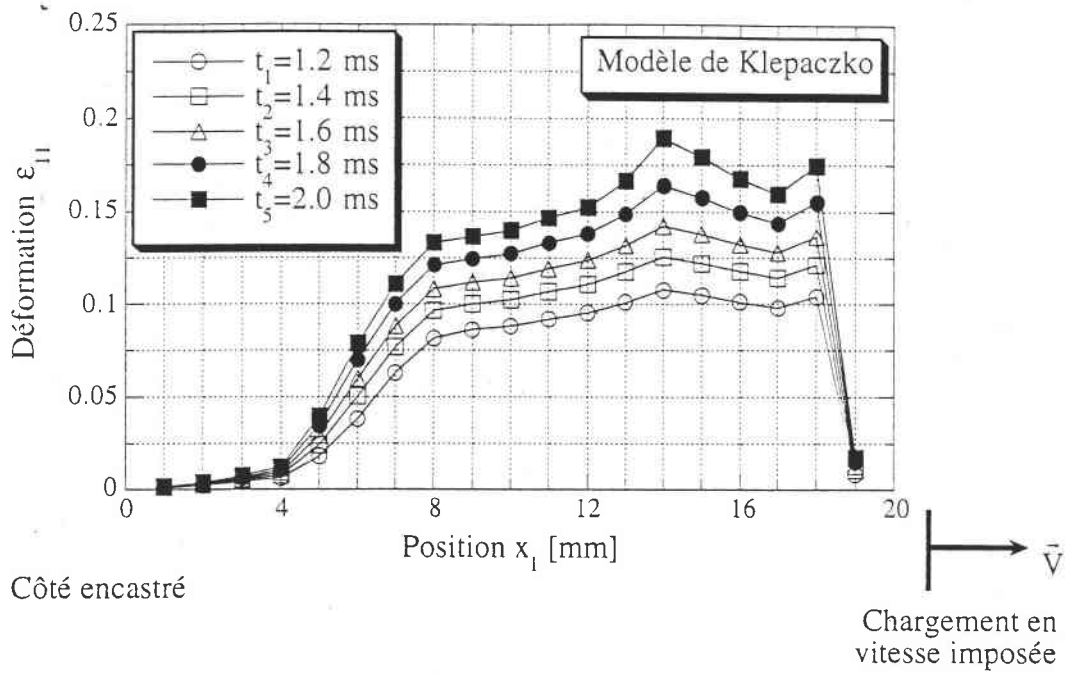


Figure VI.7 : Distribution de la déformation  $\epsilon_{11}$  suivant la longueur de la partie utile de l'éprouvette de traction pour différents instants ; Modèle de Klepaczko.

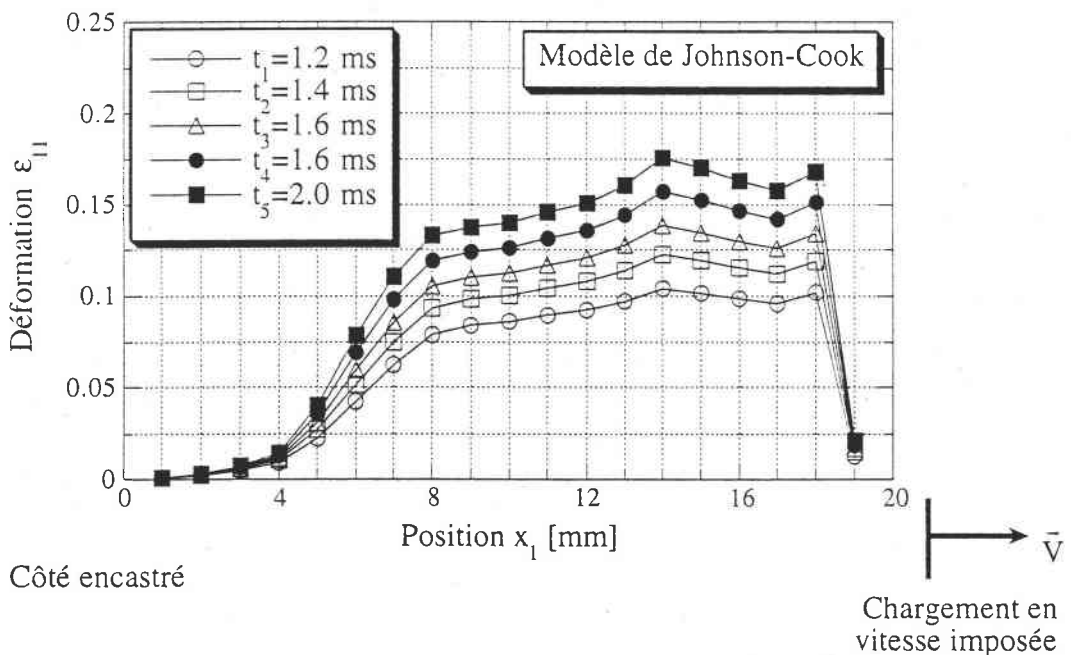


Figure VI.8 : Distribution de la déformation  $\epsilon_{11}$  suivant la longueur de la partie utile de l'éprouvette de traction pour différents instants ; Modèle de Johnson-Cook.

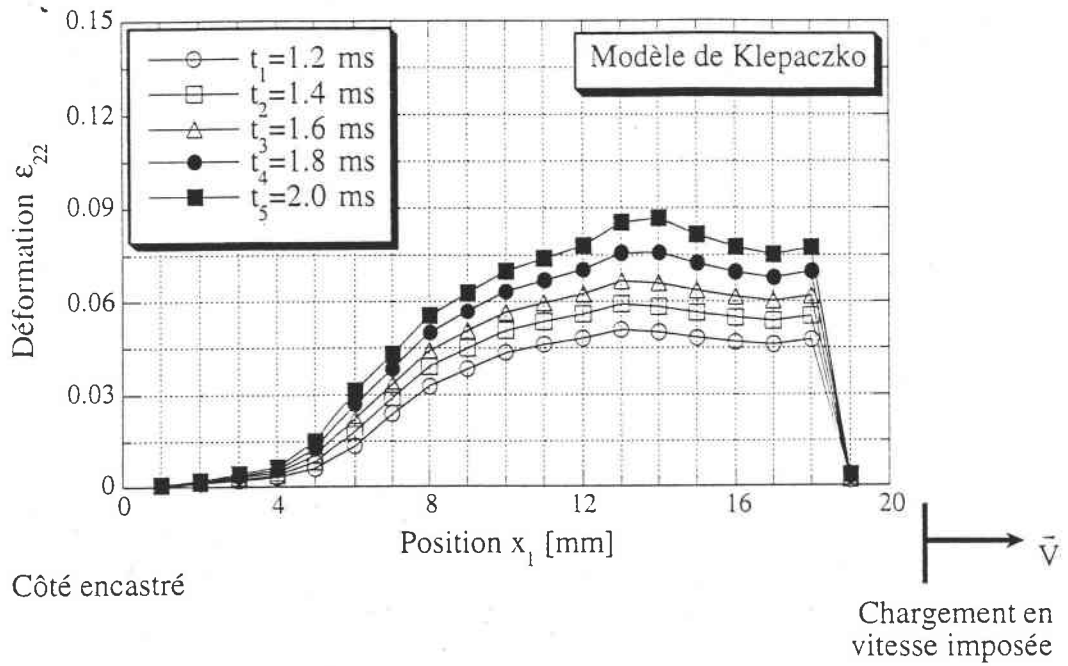


Figure VI.9 : Distribution de la déformation  $\epsilon_{22}$  suivant la longueur de la partie utile de l'éprouvette de traction pour différents instants ; Modèle de Klepaczko.

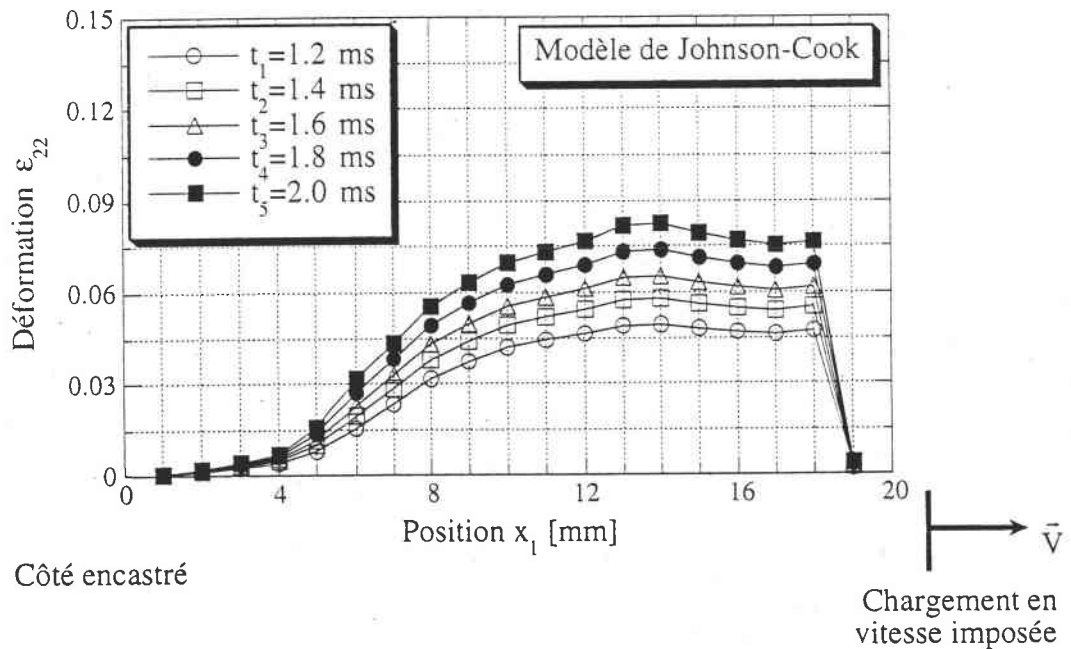


Figure VI.10 : Distribution de la déformation  $\epsilon_{22}$  suivant la longueur de la partie utile de l'éprouvette de traction pour différents instants ; Modèle de Johnson-Cook.

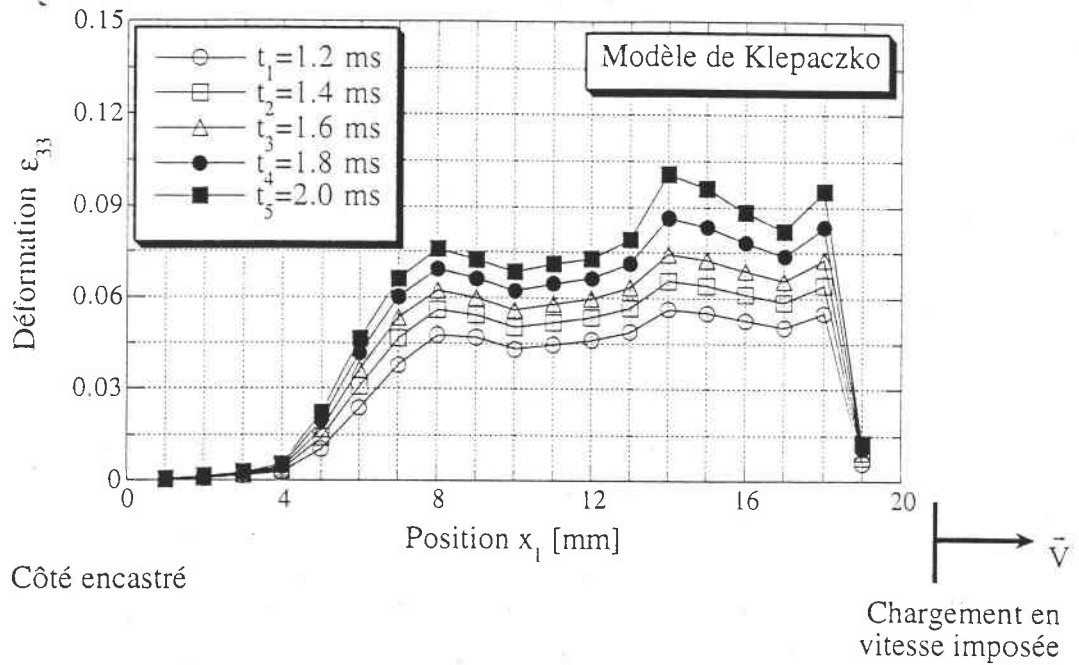


Figure VI.11 : Distribution de la déformation  $\epsilon_{33}$  suivant la longueur de la partie utile de l'éprouvette de traction pour différents instants ; Modèle de Klepaczko.

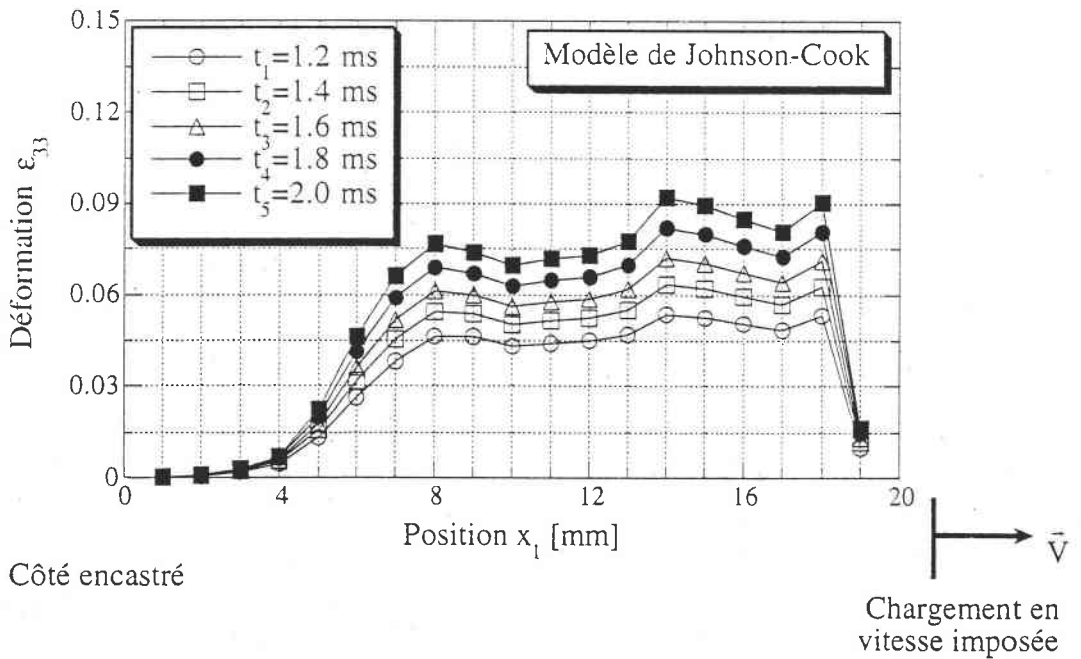


Figure VI.12 : Distribution de la déformation  $\epsilon_{33}$  suivant la longueur de la partie utile de l'éprouvette de traction pour différents instants ; Modèle de Johnson-Cook.

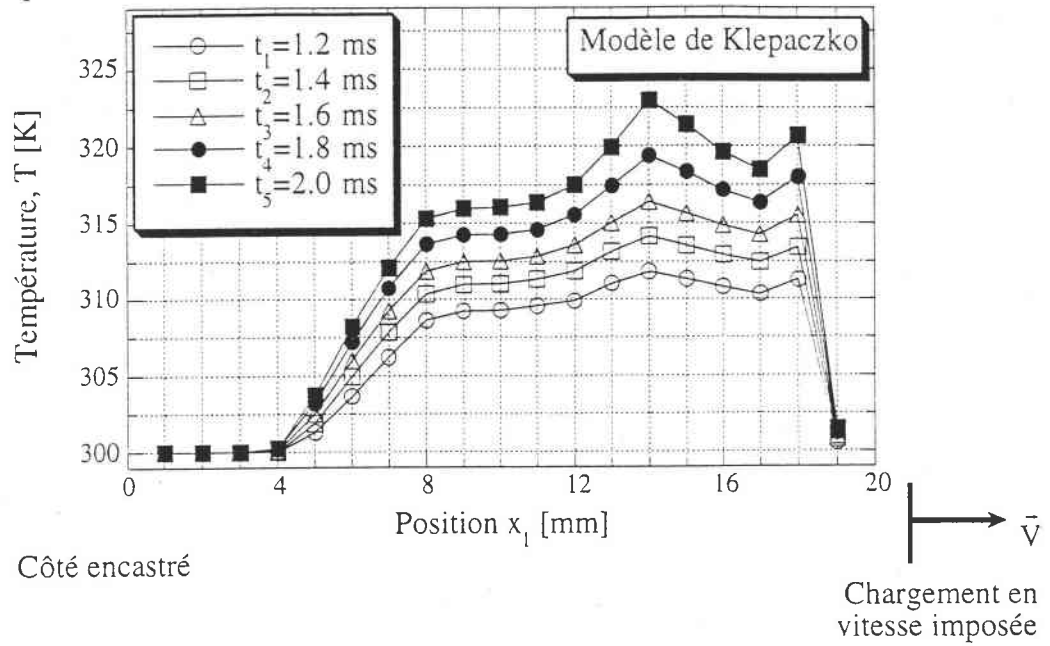


Figure VI.13 : Distribution de la température  $T$  suivant la longueur de la partie utile de l'éprouvette de traction pour différents instants ; Modèle de Klepaczko.

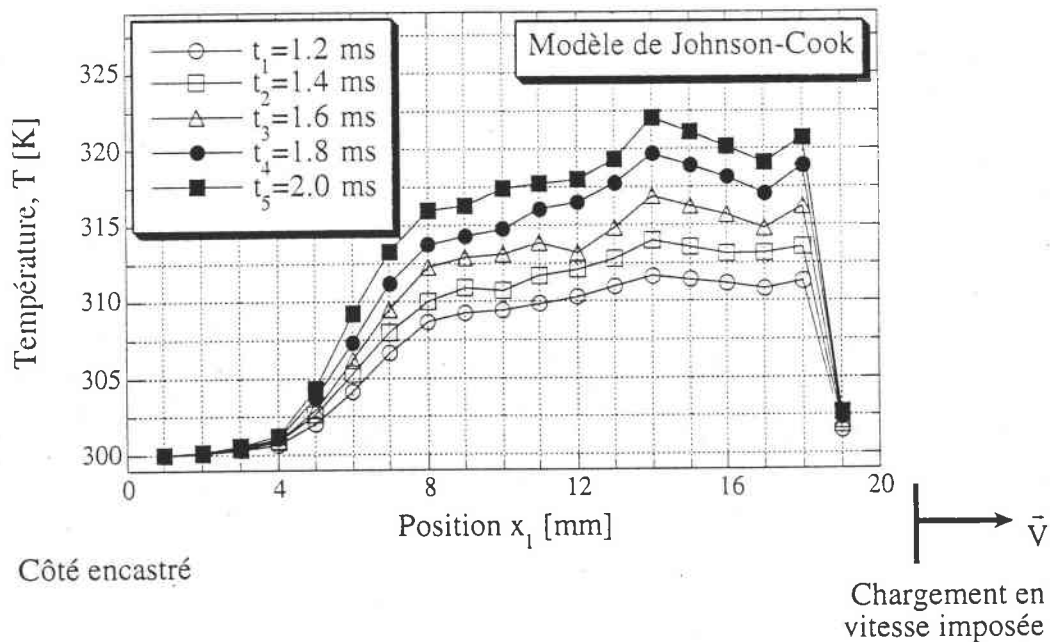
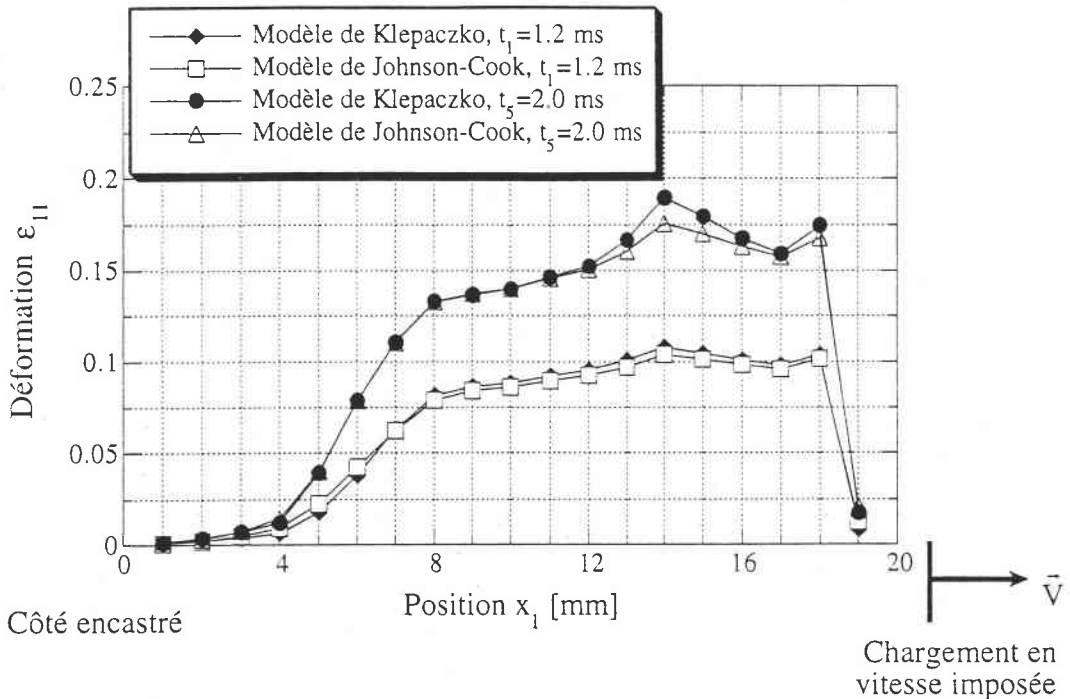


Figure VI.14 : Distribution de la de la température  $T$  suivant la longueur de la partie utile de l'éprouvette de traction pour différents instants ; Modèle de Johnson-Cook.

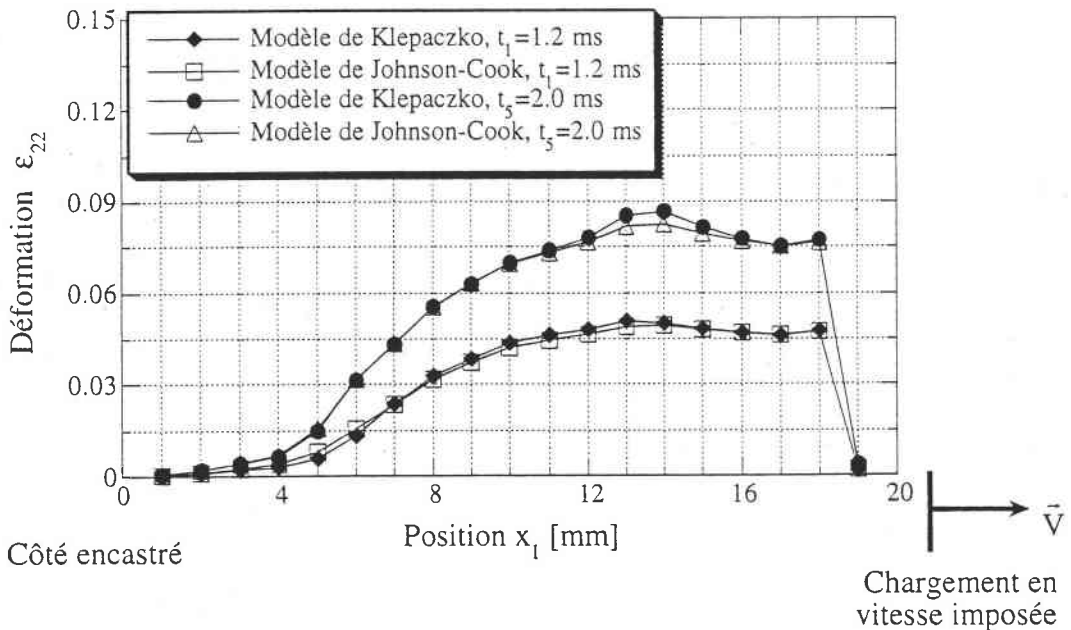
Par la suite, nous présentons sur les figures VI.15, VI.16, VI.17 et VI.18 les prévisions de la simulation de l'essai de traction dynamique qui résultent de l'utilisation du modèle de Klepaczko ( pour ce qui concerne les différentes variables  $\varepsilon_{11}$ ,  $\varepsilon_{22}$ ,  $\varepsilon_{33}$  et  $T$ ) en comparaison



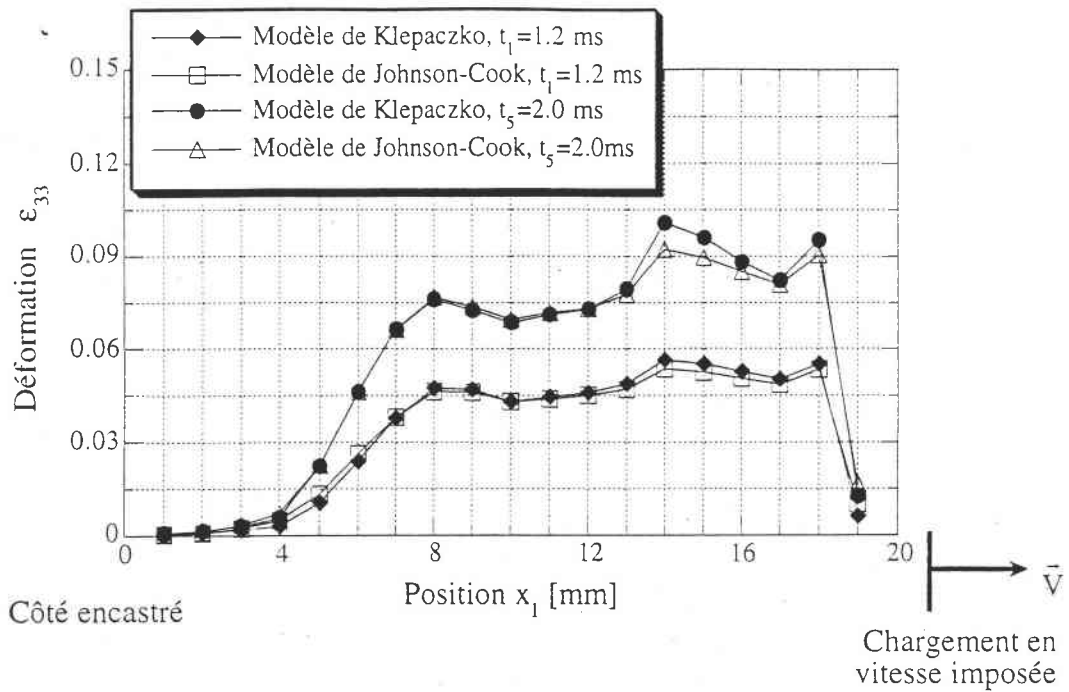
avec les résultats du calcul utilisant le modèle de Johnson-Cook. Ces figures montrent un bon accord entre les prévisions résultant de l'utilisation de chacun de ces deux modèles.



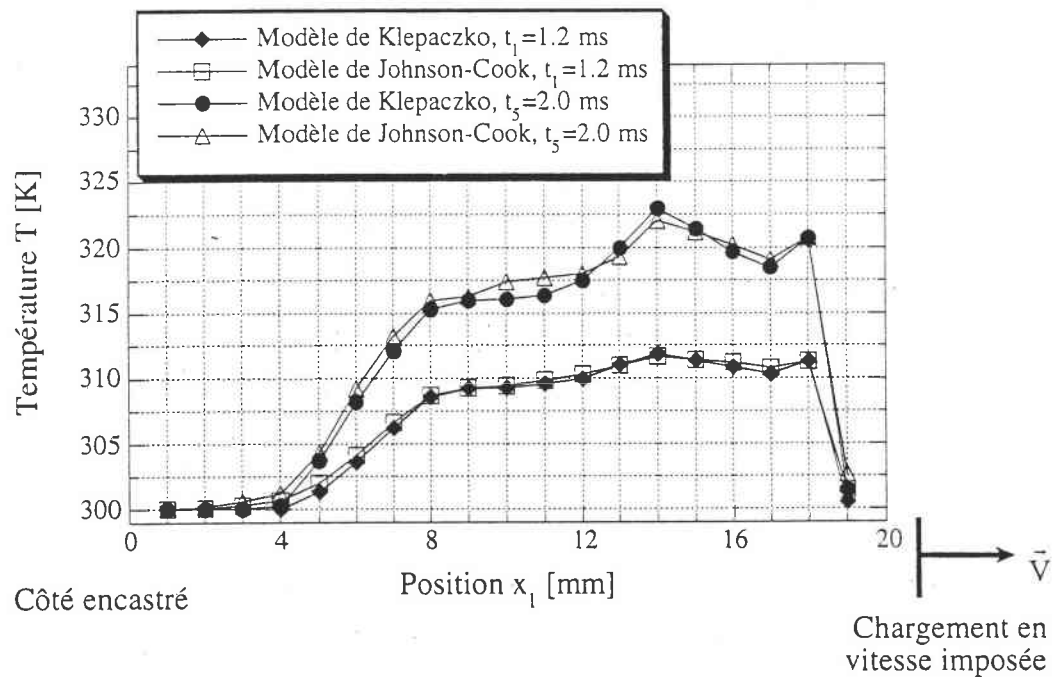
*Figure VI.15 : Prévisions de la simulation de l'essai de traction dynamique résultant de l'utilisation du modèle de Klepaczko (pour ce qui concerne la déformation  $\epsilon_{11}$ ) aux résultats du même calcul utilisant le modèle de Johnson-Cook.*



*Figure VI.16 : Prévisions de la simulation de l'essai de traction dynamique résultant de l'utilisation du modèle de Klepaczko (pour ce qui concerne la déformation  $\epsilon_{22}$ ) aux résultats du même calcul utilisant le modèle de Johnson-Cook.*



**Figure VI.17 :** Prévisions de la simulation de l'essai de traction dynamique résultant de l'utilisation du modèle de Klepaczko (pour ce qui concerne la déformation  $\epsilon_{33}$ ) aux résultats du même calcul utilisant le modèle de Johnson-Cook.



**Figure VI.18 :** Prévisions de la simulation de l'essai de traction dynamique résultant de l'utilisation du modèle de Klepaczko (pour ce qui concerne la température  $T$ ) aux résultats du même calcul utilisant le modèle de Johnson-Cook.

Sur les figures VI.19, VI.21, VI.23 et VI.25 ci-dessous, nous présentons respectivement les distributions des composantes  $\epsilon_{11}$ ,  $\epsilon_{22}$  et  $\epsilon_{33}$  du tenseur de déformation et de la température,  $T$ , à l'instant  $t = 2.0$  ms sur l'éprouvette de traction ; ces figures correspondent aux résultats de la simulation de l'essai de traction utilisant le modèle de Klepaczko (chapitre III). Les distributions de ces mêmes variables  $\epsilon_{11}$ ,  $\epsilon_{22}$ ,  $\epsilon_{33}$  et  $T$  qui correspondent aux résultats du calcul utilisant le modèle de Johnson-Cook, sont reportées respectivement sur les figures VI.20, VI.22, VI.24 et VI.26. L'ensemble de ces figures (VI.19, ..., VI.26) montre, d'une part, que les déformations  $\epsilon_{11}$ ,  $\epsilon_{22}$  et  $\epsilon_{33}$  aussi bien que de la température  $T$  sont plus intenses à l'instant  $t = 2.0$  ms dans la partie centrale de l'éprouvette et, d'autre part, que les résultats prévus par les deux modèles d'écoulement utilisés pour réaliser cette simulation (modèle de Klepaczko et modèle de Johnson-Cook) sont relativement en bon accord.

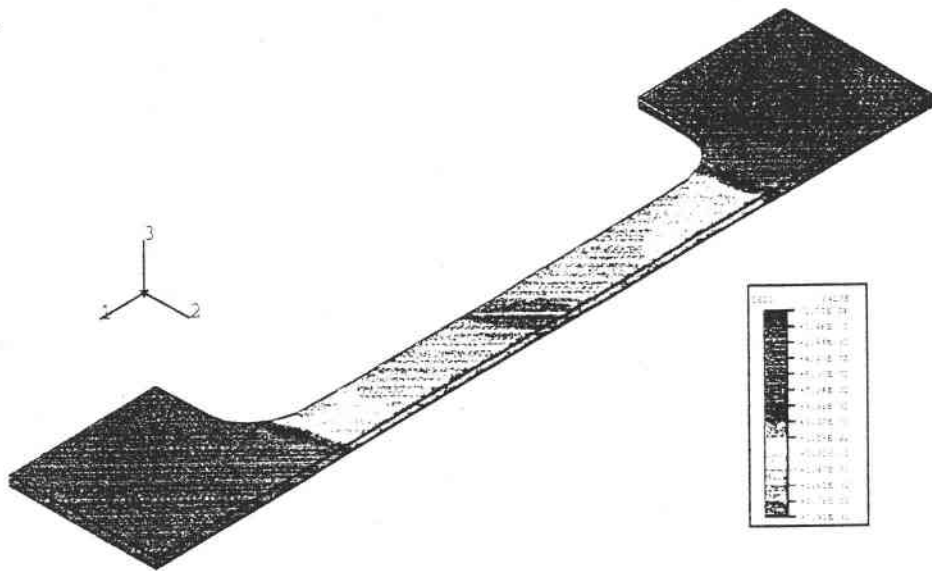


Figure VI.19 : Distribution de la déformation  $\varepsilon_{11}$  sur l'éprouvette de traction à l'instant  $t = 2.0 \text{ ms}$  ; Modèle de Klepaczko.

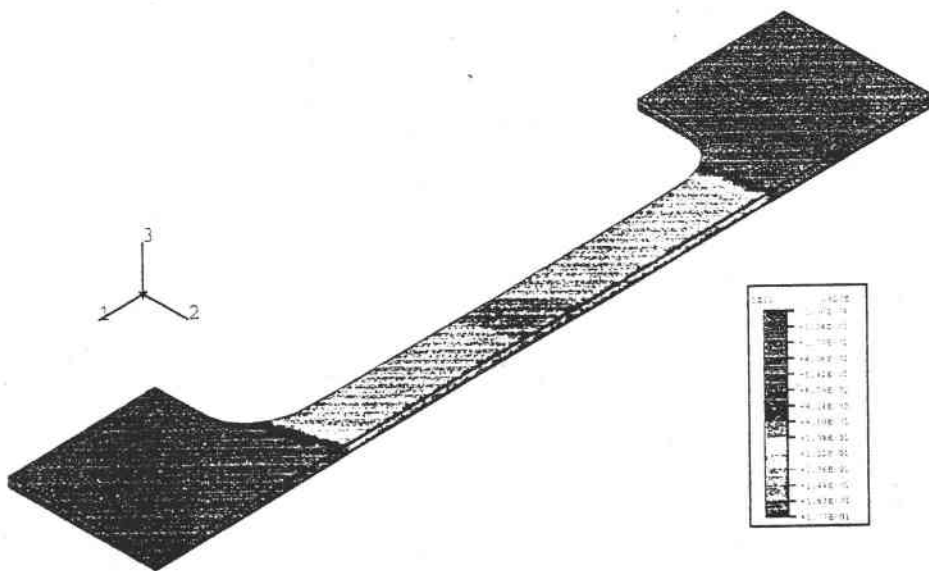


Figure VI.20 : Distribution de la déformation  $\varepsilon_{11}$  sur l'éprouvette de traction à l'instant  $t = 2.0 \text{ ms}$  ; Modèle de Johnson-Cook.

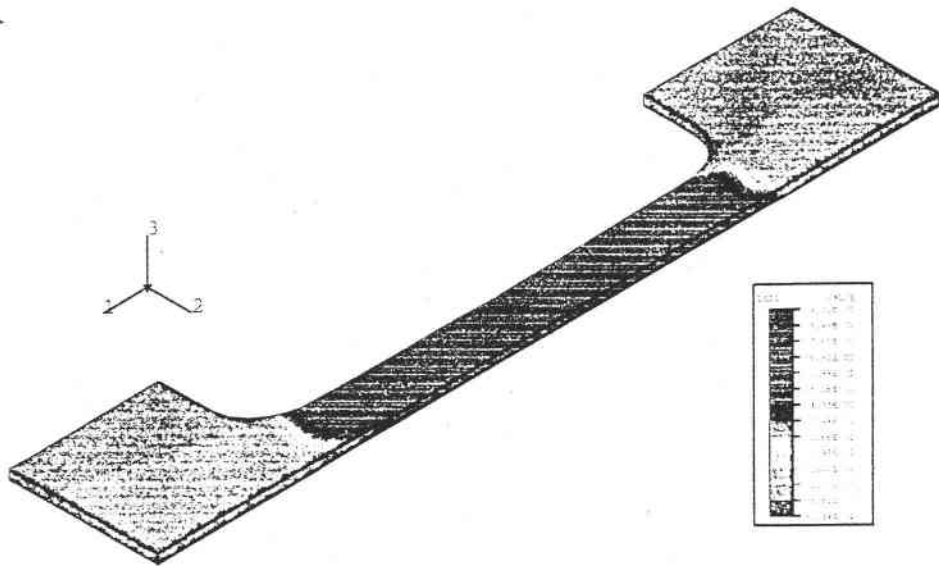


Figure VI.21 : Distribution de la déformation  $\varepsilon_{22}$  sur l'éprouvette de traction à l'instant  $t = 2.0$  ms ; Modèle de Klepaczko.

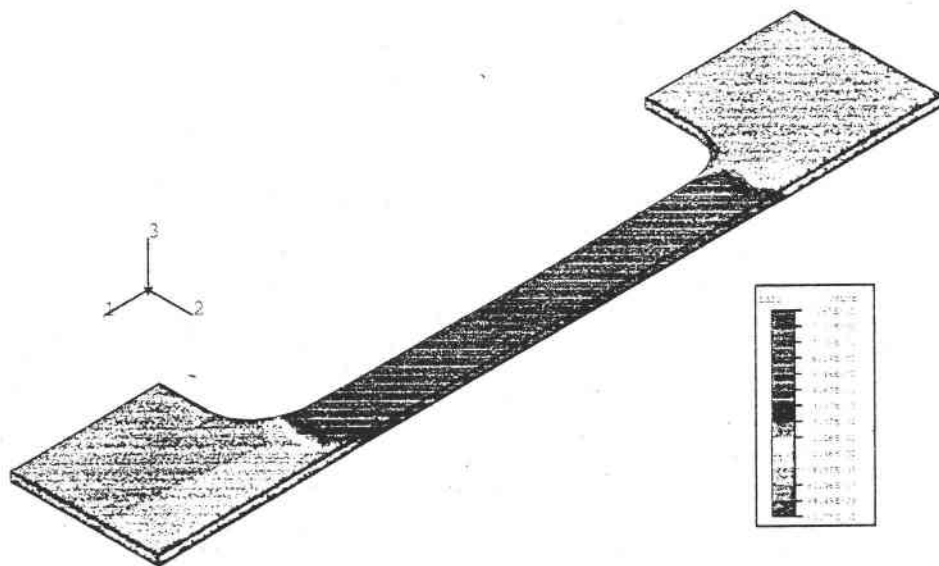


Figure VI.22 : Distribution de la déformation  $\varepsilon_{22}$  sur l'éprouvette de traction à l'instant  $t = 2.0$  ms ; Modèle de Johnson-Cook.

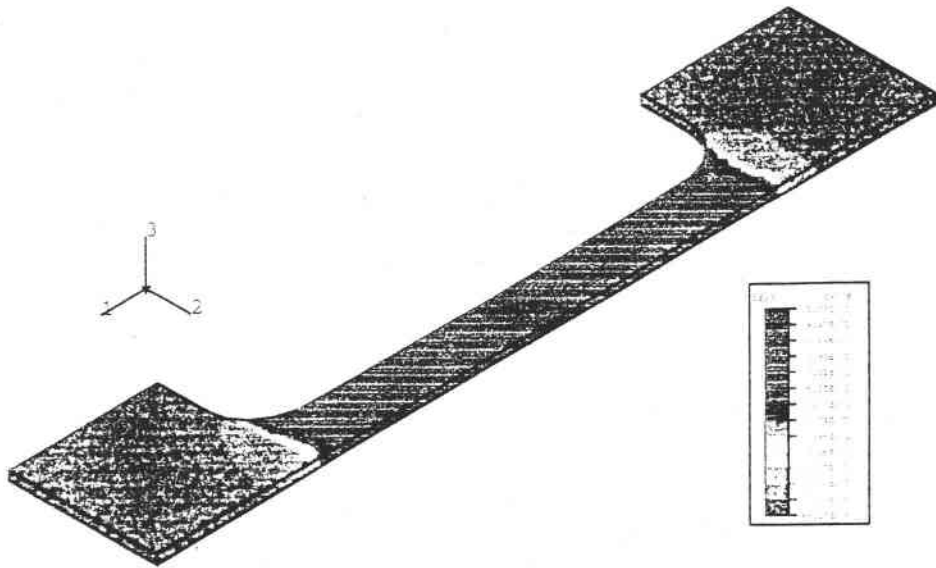


Figure VI.23 : Distribution de la déformation  $\varepsilon_{33}$  sur l'éprouvette de traction à l'instant  $t = 2.0 \text{ ms}$  ; Modèle de Klepaczko.

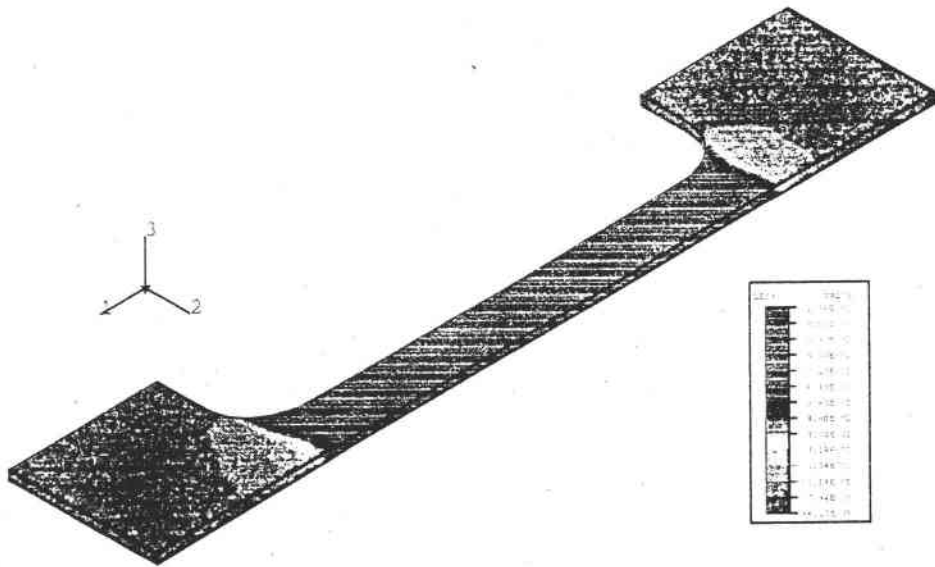


Figure VI.24 : Distribution de la déformation  $\varepsilon_{33}$  sur l'éprouvette de traction à l'instant  $t = 2.0 \text{ ms}$  ; Modèle de Johnson-Cook.

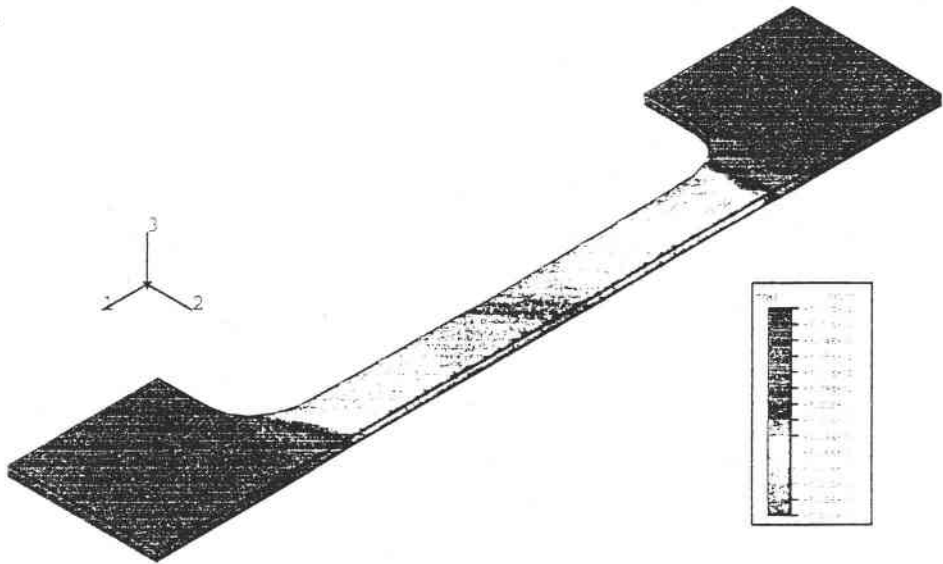


Figure VI.25 : Distribution de la température  $T$  sur l'éprouvette de traction à l'instant  $t = 2.0 \text{ ms}$  ; Modèle de Klepaczko.

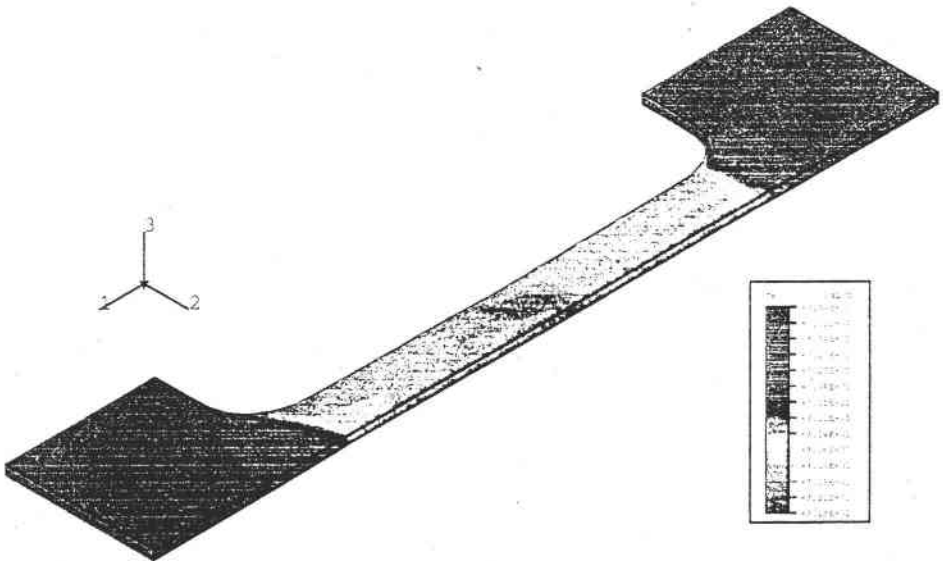
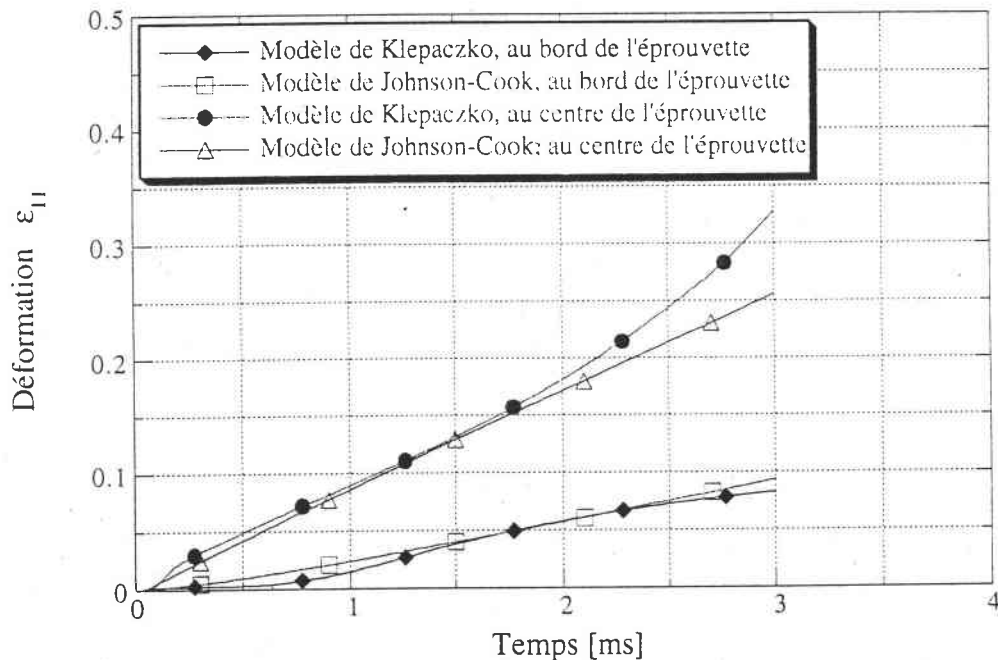


Figure VI.26 : Distribution de la température  $T$  sur l'éprouvette de traction à l'instant  $t = 2.0 \text{ ms}$  ; Modèle de Johnson-Cook.

Sur les figures VI.27, VI.28, VI.29 et VI.30, nous reportons respectivement les évolutions temporelles des variables  $\varepsilon_{11}$ ,  $\varepsilon_{22}$ ,  $\varepsilon_{33}$  et  $T$  au centre et au bord de l'éprouvette. Le bord de l'éprouvette correspond, ici, au début de la partie utile de l'éprouvette du côté de la surface  $S_1$  qui est encastree. Ces figures montrent, d'une part, que les déformations  $\varepsilon_{11}$ ,  $\varepsilon_{22}$  et  $\varepsilon_{33}$  aussi bien que la température,  $T$ , deviennent au cours du temps plus intenses au centre de l'éprouvette et, d'autre part, que les prévisions du calcul utilisant le modèle de Klepaczko sont relativement en bon accord avec les prévisions du calcul utilisant le modèle de Johnson-Cook durant le temps de chargement,  $t_c$ , que nous avons imposé et dont la valeur est de 3 ms. Cette valeur est choisie de façon à ce qu'elle soit proche de la valeur du temps de chargement correspondant à l'essai de traction dynamique qui est réalisé à une vitesse de déformation  $\dot{\varepsilon} = 100 \text{ s}^{-1}$  (figure II.12). Aussi nous reportons sur la figure VI.31, l'évolution temporelle de la contrainte équivalente,  $\sigma_{eq}$ , de Von Mises au centre de l'éprouvette dans le cas de chacun des deux modèles d'écoulement utilisés.



**Figure VI.27 :** Evolutions temporelles de la déformation  $\varepsilon_{11}$  au bord et au centre de l'éprouvette.



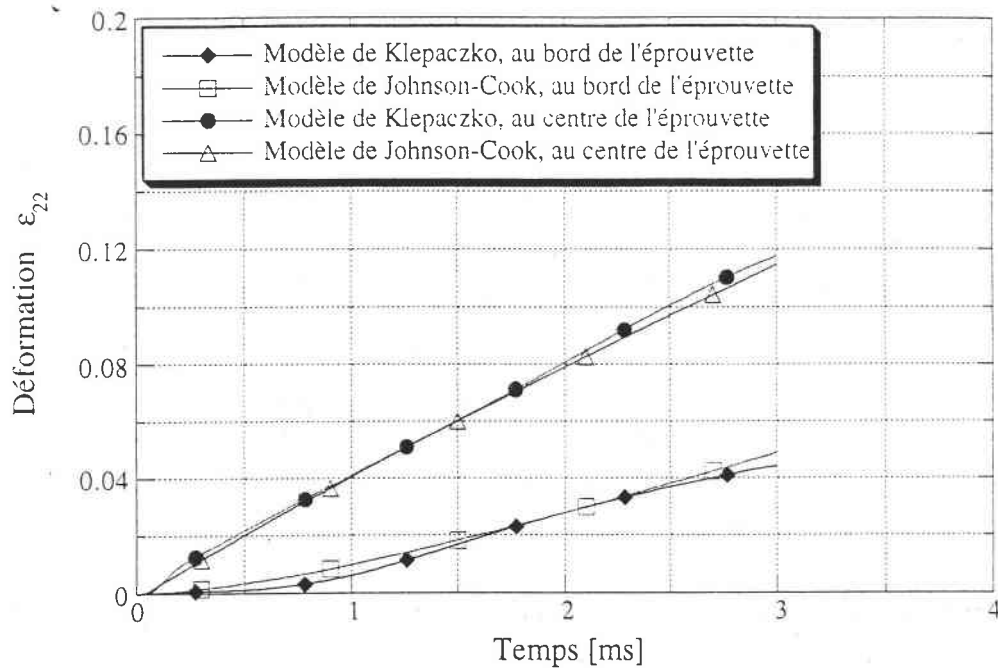


Figure VI.28 : Evolutions temporelles de la déformation  $\varepsilon_{22}$  au bord et au centre de l'éprouvette.

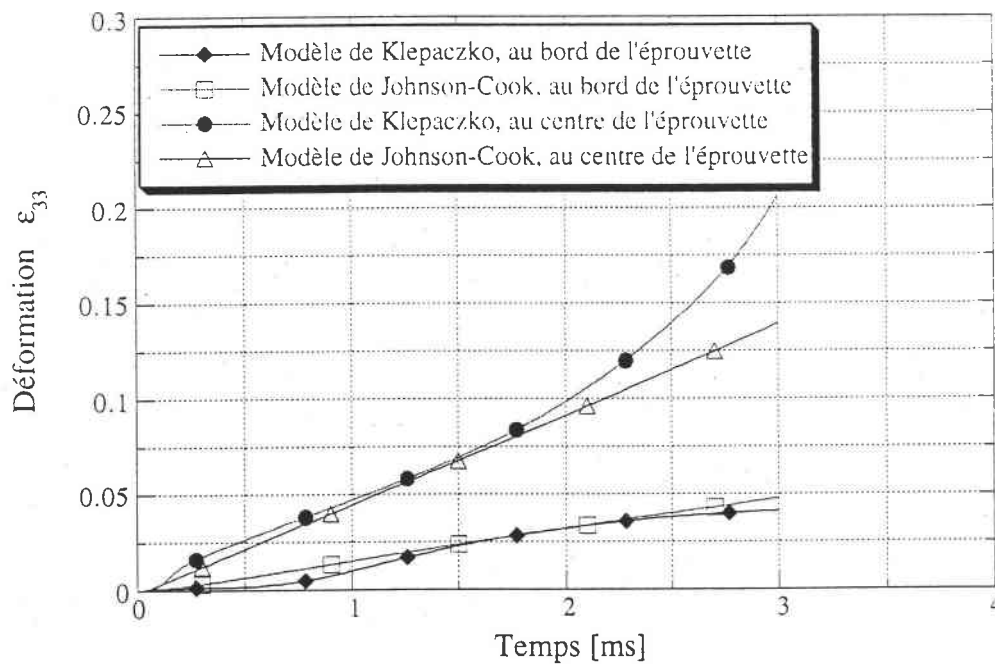


Figure VI.29 : Evolutions temporelles de la déformation  $\varepsilon_{33}$  au bord et au centre de l'éprouvette.

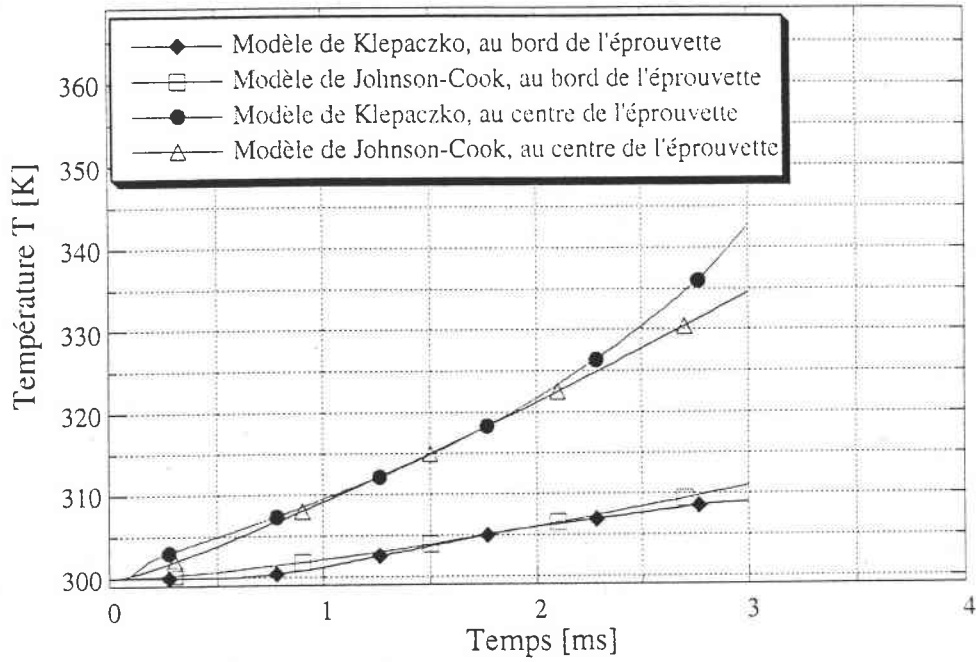


Figure VI.30 : Evolutions temporelles de la température  $T$  au bord et au centre de l'éprouvette.

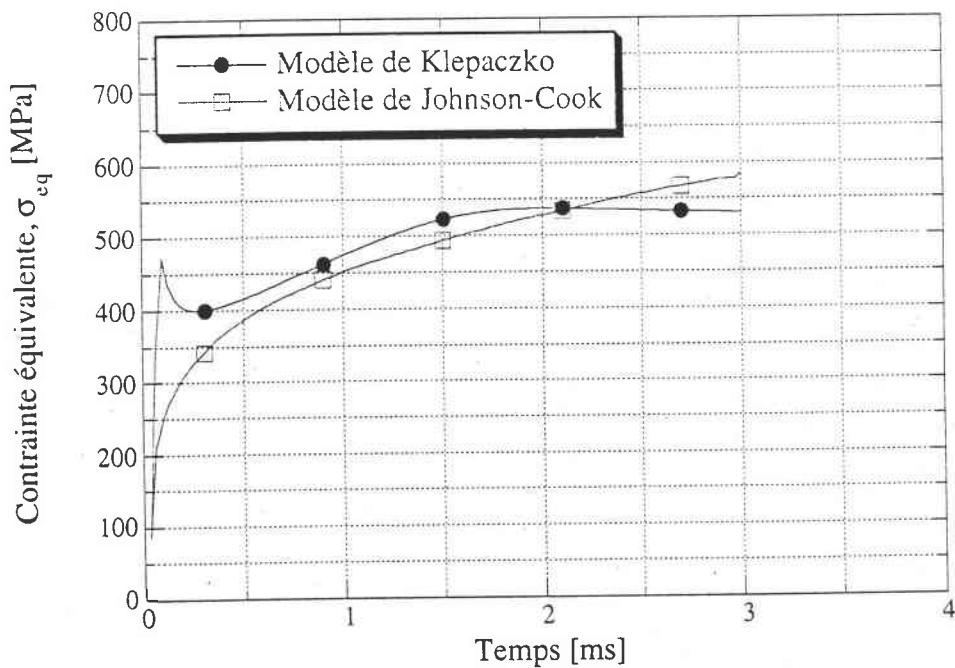


Figure VI.31 : Evolution temporelle de la contrainte équivalente  $\sigma_{eq}$  au centre de l'éprouvette.

## Conclusion

Comme on le sait très bien, les modèles de comportement mécanique des matériaux sont généralement formulés pour être utilisés dans des codes de calcul pour la prévision du comportement de structures soumises à différents états de chargement. Dans cette optique et dans le but de donner une idée sur l'intérêt que peut présenter le modèle proposé dans le chapitre précédent sur le plan pratique, nous nous sommes intéressés dans ce dernier chapitre à montrer, à travers l'exemple de l'essai de traction uniaxiale, qu'il est possible d'utiliser dans le code Abaqus des modèles basés sur l'évolution de la microstructure pour décrire l'écoulement viscoplastique des matériaux métalliques. Les résultats de la simulation de l'essai de traction dynamique à une vitesse de déformation nominale globale de l'ordre  $\dot{\epsilon}_n = 100 \text{ s}^{-1}$  montrent qu'au fil du temps, les composantes  $\epsilon_{11}$ ,  $\epsilon_{22}$  et  $\epsilon_{33}$  du tenseur de déformation aussi bien que la température,  $T$ , deviennent plus intenses au centre de l'éprouvette et qu'une localisation de la déformation et de la température se développe, donc, dans la partie centrale de l'éprouvette. Par la suite et dans le but de comparer les prévisions de cette simulation aux résultats de calculs utilisant d'autres relations constitutives, nous avons réalisé la même simulation en utilisant le modèle de Johnson-Cook pour décrire le comportement viscoplastique du matériau, ce modèle étant très utilisé dans les codes de calcul en dynamique rapide. Comme nous venons de le voir dans ce chapitre, les prévisions des deux modèles sont relativement en bon accord. Ce travail montre donc les possibilités d'utilisation des modèles de comportement basés sur l'évolution de la microstructure dans des codes de calcul commerciaux et permettra dans l'avenir de simuler d'autres cas de chargement dynamique tels que les essais de compression et de torsion en utilisant de tels modèles.

Une des perspectives les plus intéressantes de ce travail et qui peut constituer un projet de recherche dans l'avenir consiste en l'implémentation du formalisme proposé par Klepaczko dans la version explicite du code Abaqus. Mais pour qu'une telle perspective soit entreprise avec une grande efficacité, il est primordial de reformuler de façon complètement théorique les équations d'évolution de la microstructure en tenant compte du couplage entre la densité de dislocations mobiles et la densité de dislocations immobiles. Probablement, une telle démarche nécessitera l'utilisation d'approches statistiques pour déterminer les densités de probabilités de création, d'annihilation, d'ancrage et de mise en mouvement et permettra d'éliminer certains paramètres contenus dans la version actuelle du modèle et d'en déterminer théoriquement d'autres, ce qui permettra probablement de réduire le coût de l'identification des paramètres de tels modèles.

*CONCLUSION GENERALE*

## CONCLUSION GENERALE

Le travail que nous avons réalisé dans le cadre de cette thèse se focalise, dans une première partie, sur l'utilisation d'un formalisme basé sur la dynamique des dislocations pour modéliser l'effet de la vitesse de déformation sur l'écoulement plastique d'un acier industriel codifié par le signe IFHR-340. Pour cela, nous avons utilisé un ensemble de résultats d'essais de traction uniaxiale réalisés sur des éprouvettes plates du matériau précité dans une large gamme de vitesse de déformation comprise entre  $10^{-4}$  et  $100 \text{ s}^{-1}$ . Une première analyse des résultats de cette partie nous a permis d'exploiter certaines informations théoriques concernant l'évolution de la microstructure. Ces informations qui correspondent à des conditions aux limites concernant le coefficient de multiplication des dislocations mobiles et le coefficient de multiplication des dislocations immobiles lorsque la vitesse de déformation devient infiniment grande ou infiniment petite, nous ont permis de simplifier relativement les équations d'évolution de la microstructure et de réduire, ainsi, le nombre de paramètres à identifier à partir de l'expérience. Les expressions (III.22) du coefficient,  $M_m$ , de multiplication des dislocations mobiles et (III.27) du coefficient,  $M_i$ , de multiplication des dislocations immobiles en fonction de la vitesse de déformation plastique qui en découlent, permettent d'associer respectivement ces deux coefficients à une densité de probabilité de multiplication des dislocations mobiles et à une densité de probabilité de multiplication des dislocations immobiles.

Cependant, nous soulignons que pour ce qui concerne la densité mobile  $\bar{\rho}_m^0$  que nous avons associée à la limite d'élasticité observée lors d'un essai macroscopique, la relation (III.29) qui l'exprime en fonction de la vitesse de déformation plastique reste une relation artificielle que nous avons introduite juste pour reproduire l'influence de la vitesse sur les limites d'élasticité observées lors des essais. La densité mobile initiale  $\rho_m^0$  qui assure le passage du courant de déformation plastique dans le matériau juste au moment où l'on dépasse la vraie limite d'élasticité du polycristal (i.e. lorsque  $\dot{\gamma}_p \rightarrow 0$ ), est en réalité un paramètre indépendant de la vitesse de déformation, il ne dépend que de l'histoire de chargement du matériau.

Les résultats de ce formalisme que nous avons appliqué pour décrire l'influence de la vitesse de déformation sur l'écoulement plastique de l'acier IFHR-340, montrent que le modèle proposé permet de reproduire le comportement observé lors des essais de traction réalisés. De plus, ce formalisme explique que l'écroutissage du matériau est dû aux interactions entre les dislocations et les obstacles non localisés (obstacles athermiques) et que les obstacles thermoactivés sont responsables de la sensibilité du matériau à la vitesse de déformation et à la température. Nous concluons aussi que l'écroutissage du matériau est lié à l'histoire de la microstructure et, donc, à l'histoire thermomécanique du matériau. D'autre part, ce modèle explique l'apparition des deux limites d'écoulement qui apparaissent avant le début de durcissement des matériaux métalliques à structure cubique centrée lors des essais à grandes vitesses, à partir de l'évolution de la

densité de dislocations mobiles au cours de la déformation plastique. Aussi, il explique certaines caractéristiques généralement observées lors des essais avec saut de vitesse pour ces mêmes matériaux.

Nous signalons qu'un couplage très intense entre les différentes valeurs des paramètres du modèle surgit lors de l'identification de celles-ci. Le système d'équations mis en jeu peut avoir plusieurs solutions, celles-ci n'ont pas toujours des significations physiques. Il est donc intéressant, voire même souhaitable, de déterminer tous les paramètres accessibles à la mesure à partir d'approches expérimentales spécifiques. Cela sert à réduire le nombre d'inconnues et, ainsi, à diminuer de l'intensité de ce couplage. Aussi, il est souhaitable de réaliser des essais à différentes températures pour pouvoir conclure pour ce qui concerne l'expression du facteur d'annihilation.

Le coefficient de multiplication des dislocations mobiles, le coefficient de multiplication des dislocations immobiles aussi bien que le facteur d'annihilation des dislocations sont, jusqu'ici, formulés à partir d'approches expérimentales. Il sera intéressant de penser à déterminer théoriquement leurs expressions à partir d'approches statistiques mettant en jeu les notions de probabilité de création, d'annihilation, d'ancrage et de mise en mouvement des dislocations. Une telle démarche permettra de tenir compte du couplage entre les deux équations qui expriment les évolutions de la densité de dislocations mobiles et de la densité de dislocations immobiles et conduira probablement à réduire davantage le nombre de paramètres à identifier à partir de l'expérience. Aussi, il sera intéressant d'affiner le modèle en y introduisant la contribution apportée à l'écroûissage par l'évolution et de la taille du grain et des structures cellulaires au cours de la déformation.

Le travail que nous avons réalisé dans cette partie nous a permis de mettre en oeuvre l'ensemble des équations intervenant dans le formalisme proposé par Klepaczko, d'analyser les résultats prévus par ce formalisme dans le cas de l'acier IFHR-340 et, ainsi, de faire quelques remarques dont il est souhaitable de tenir en compte dans l'avenir. Parmi celles-ci, nous citons la remarque suivante :

*Les valeurs de la vitesse de déformation utilisées lors de l'identification des paramètres sont des valeurs moyennes globales qui sont estimées à partir des essais réalisés et qui sont supposées constantes au cours de l'évolution de la déformation. Or, la vitesse qui intervient dans les différentes équations du formalisme correspond à la vitesse de déformation plastique. Celle-ci ne peut pas être constante au cours d'un essai puisqu'elle doit transiter par une phase d'accélération dans un premier temps pour passer de la valeur nulle, qui correspond à la vraie limite d'élasticité du polycristal, à la valeur que l'on désire atteindre au cours de l'essai. Cependant, il nous est très difficile d'estimer l'évolution de cette vitesse de déformation*

*plastique au cours d'un essai. Il sera donc intéressant de penser à mettre en place une approche expérimentale ou bien une technique de dépouillement permettant d'estimer cette évolution.*

Quoique le travail que nous avons réalisé dans cette première partie (chapitre III) ne tient pas compte du couplage entre les évolutions de la densité de dislocations mobiles et de la densité de dislocations immobiles (ce couplage étant dû au mécanismes d'ancrage et de mise en mouvement des dislocations), il montre l'importance des modèles déduits à partir de l'étude des mécanismes physiques de déformation et leur aptitude à reproduire qualitativement certaines tendances généralement observées pour ce qui concerne le comportement viscoplastique des matériaux métalliques à structure cubique centrée. De plus, ces modèles peuvent apporter des explications aux phénomènes observés et donner un sens physique aux paramètres ainsi qu'aux équations qu'ils mettent en jeu.

Dans la deuxième partie de ce travail (chapitre VI), nous nous sommes intéressés à voir les possibilités d'utilisation du modèle proposé par Klepaczko (chapitre III) dans la version explicite du code Abaqus pour l'analyse de problèmes de dynamique rapide. Dans cette optique, nous avons réalisé une simulation de l'essai de traction uniaxiale de l'éprouvette tôle utilisée lors des essais réalisés dans le cadre du second chapitre. Les résultats de cette simulation montrent que pour une géométrie idéale ne présentant pas de défaut géométrique, la partie centrale de l'éprouvette présente une zone préférentielle pour le développement au cours du processus de déformation, d'une localisation de la déformation et de la température. Par la suite et dans le but de comparer les prévisions de cette simulation aux résultats de calculs utilisant d'autres relations constitutives, nous avons réalisé la même simulation en utilisant le modèle de Johnson-Cook pour décrire le comportement viscoplastique du matériau. Les prévisions qui découlent de l'utilisation des deux modèles sont relativement en bon accord. Le travail réalisé dans cette partie montre, donc, les possibilités d'utilisation des modèles de comportement basés sur l'évolution de la microstructure dans des codes de calcul commerciaux et permettra dans l'avenir de simuler d'autres cas de chargement dynamique tels que les essais de compression et de torsion en utilisant de tels modèles. Une des perspectives les plus intéressantes de ce travail et qui peut constituer un projet de recherche dans l'avenir consiste en l'implémentation du formalisme proposé par Klepaczko dans la version explicite du code Abaqus. Mais pour qu'une telle perspective soit entreprise avec une grande efficacité, il est primordial de reformuler de façon complètement théorique les équations d'évolution de la microstructure en tenant compte du couplage entre la densité de dislocations mobiles et la densité de dislocations immobiles. Probablement, une telle démarche nécessitera l'utilisation d'approches statistiques pour déterminer les densités de probabilités de création, d'annihilation, d'ancrage et de mise en mouvement et permettra d'éliminer certains paramètres contenus dans la version actuelle du modèle et d'en déterminer théoriquement d'autres, ce qui permettra probablement de réduire le coût de l'identification des paramètres de tels modèles.

*REFERENCES*



**REFERENCES****[1] M. T. HUBER**

"Remark on Foundations of the Theory of Strength of Materials"  
Technical Review, Vol. 22, p. 81, in Polish, 1904.

**[2] R. MISES**

"Mechanik der festen Körper im plastisch deformablen Zustand"  
Math. Phys. Kl., p. 582, 1913.

**[3] R. MISES**

"Mechanik der plastischen Formänderung von Kristallen"  
ZAMM, Vol. 8, p. 161, 1928.

**[4] P. PERZYNA**

"The constitutive equations for rate sensitive plastic materials"  
Quart. Appl. Math., Vol. 20, p. 321, 1963.

**[5] S. R. BODNER & Y. PARTOM**

"Constitutive equations for elastic viscoplastic strain-hardening materials"  
J. Appl. Mech., Vol. 42, p. 385, 1975.

**[6] J. L. CHABOCHE**

"Viscoplastic constitutive equations for the description of cyclic and anisotropic behavior of metals"  
Acad. Pol. Sci. Ser. Sci. Tech., Vol. 25, p. 33, 1977.

**[7] R. HILL**

The Mathematical Theory of Plasticity, Clarendon Press, Oxford, 1950.

**[8] R. HILL**

"A theory of plastic bulging of a metal diaphragm by lateral pressure"  
Phil. Mag. Ser. 7, Vol. 41, p. 1133, 1950.

**[9] R. HILL**

"Constitutive modelling of orthotropic plasticity in sheet metals"  
J. of Mech. and Phys. of Solids, Vol. 38, p. 405, 1990.

**[10] B. BUDIANSKY**

"Anisostopic plasticity of plane isotropic sheets"

Mech. of Mat. Behaviour, Ed. G. J. Dvorak and R. T. Shield, Elsevier Sci. Publishers B.V., p. 15, 1984.

**[11] G. FERRON, R. MAKKOUK & J. MORREALE**

"A parametric description of orthotropic plasticity in metal sheets"

Int. J. of Plasticity, Vol. 10, N° 5, p. 431, 1994.

**[12] L. S. COSTIN, E. E. CRISMAN, R. H. HAWLEY & J. DUFFY**

"On the localisation of plastic flow in mild steel tubes under dynamic torsional loading"

Mech. Prop. of Mat. at Hihg Rates of Strain, Ed. J. Harding, p. 90, London, 1979.

**[13] C. ZENER & J. H. HOLLOMON**

"Effects of strain upon plastic flow of steel"

J. of Appl. Phys., Vol. 15, p. 22, 1944.

**[14] J. R. KLEPACZKO**

"The strain rate behavior of iron in pure shear"

Int. J. Solids Structures, Vol. 5, p. 533, 1969.

**[15] U. S. LINDHOLM & L. M. YEAKLEY**

"High stain-rate testing : tension and compression"

Exper. Mech., Vol. 8, p. 1, 1968.

**[16] P. E. SENSENY, J. DUFFY & R. H. HAWLEY**

"The effect of strain rate and strain rate history on the flow stress of four close packed metals"

J. of Appl. Mech., Vol. 45, p. 60, 1978.

**[17] J. DUFFY**

"Testing techniques and material behaviour at high rates of strain"

Mech. Prop. of Mat. at Hihg Rates of Strain, Ed. J. Harding, p. 72, London, 1979.

**[18] G. REGAZZONI & F. MONTHEILLET**

"Influence of strain rate on the flow stress and ductility of copper and tantalum at room temperaturè"

Mech. Prop. of Mat. at Hihg Rates of Strain, Ed. J. Harding, p. 63, London, 1984.

**[19] A. R. ROSENFELD & G. T. HAHN**

"Numerical description of the ambient low temperature and high-strain rate flow and fracture behaviour of plain carbon steel"

Trans. Am. Soc. Metals, Vol. 59, p. 967, 1966.

**[20] A. M. ELEICHE & J. D. CAMPBELL**

"The influence of strain rate history and temperature on the shear strength of copper, titanium and mild steel"

Air Force Materials Laboratory, Technical Report AFML-TR-76-90, 1976.

**[21] A. M. ELEICHE & J. DUFFY**

"The effect of temperature on the static and dynamic"

Int. J. of Mech. Sci., Vol. 17, p. 85, 1975.

**[22] C. Y. CHIEM & J. R. KLEPACZKO**

"On rate sensitivity of FCC metals, instantaneous rate sensitivity and rate rate sensitivity of strain hardening"

J. of Mech. and Phys. of Solids, Vol. 34, p. 29, 1986.

**[23] J. R. KLEPACZKO & J. DUFFY**

"History effects in polycrystalline BCC metals and steel subjected to rapid changes in strain rate and temperature"

Arch. Mech., Vol. 34, p. 419, 1982.

**[24] J. D. CAMPBELL, A. M. ELEICHE & M. C. C. TSAO**

"Fundamental aspects of structural alloy design"

Plemm Publ. Corp., p. 545, New York, 1979.

**[25] M. ZENASNI**

"Caractérisation expérimentale et modélisation du comportement du cuivre en grandes déformations : sensibilité à la Vitesse"

Thèse de l'Université de Metz, L.P.M.M., 1992.

**[26] J. R. KLEPACZKO**

"A general approach to rate sensitivity and constitutive modelling of FCC and BCC metals"

Impact : Effects of Fast Transient Loadings, Balkema, Rotterdam, p. 3, 1988.

**[27] G. I. TAYLOR**

Proc. Roy. Soc., Vol. A 145, p. 362, London, 1934.

## [28] E. OROWAN

"Über den mechanismus des gleitvorganges"  
Zur Kristallplastizität, Vol. 89, p. 634, 1934.

## [29] M. POLANYI

"Über eine Art gitterstörung, die einen kristall plastisch machen könnte"  
Z. Phys., Vol. 98, p. 660, 1934.

## [30] V. VOLTERRA

"Équilibre des corps élastiques multiplement connexes"  
Annales Scientifiques de l'Ecole Normale Supérieure, p. 401, 1907.

## [31] W. BOLLMANN

"Interference effects in the electron microscopy of thin crystal foils"  
Phys. Rev., Vol. 103, p. 1558, 1956.

## [32] P. B. HIRSCH, R. W. HORN &amp; M. J. WHELAN

"Direct observations of the arrangement and motion of dislocations in aluminium"  
Phil. Mag., Vol. 1, p. 677, 1956.

## [33] J. M. BURGERS

"Some considerations on the fields of stress connected with dislocations in a regular crystal lattice"  
K. Ned. Akad. Wet., Vol. 42, p. 293, 1939.

## [34] J. FRIEDEL

Dislocations, Pergamon Press, Oxford, 1964.

## [35] F. BURGAHN, O. VÖHRINGER &amp; E. MACHERAUCH

"Microstructural investigations of high strain rate deformed steel using transmission electron microscopy and X-ray line profile analysis"  
J. de Physique IV, Vol. 1, p. 291, 1991.

## [36] D. OSTWALDT, J. R. KLEPACZKO &amp; P. KLIMANEK

"Compression tests of polycrystalline  $\alpha$ -Iron up to high strains over a large range of strain rates"  
J. de Physique IV, Vol. 7, p. 385, 1997.

**[37] J. WEERTMAN**

"High velocity dislocations"

High velocity deformation, Interscience, p. 205, New-York, 1961.

**[38] H. J. FROST & M. F. ASHBY**

"The B. C. C. transition metals : W, V, Cr, Nb, Mo, Ta and  $\alpha$ -Fe"

Deformation mechanism maps. The plasticity and creep of metals and ceramics, Pergamon Press., p. 30, London, 1975.

**[39] H. CONRAD**

"Experimental evaluation creep and stress rupture"

Mechanical Behavior of Materials at Elevated Temperatures, Ed. J. E. Dorn, Mc Graw-Hill, p. 149, New York, 1961.

**[40] K. ONO**

"Temperature dependence of dispersed barrier hardening"

J. Appl. Phys., Vol. 39, p. 1803, 1968.

**[41] U. F. KOCKS, A. S. ARGON & M. F. ASHBY**

Thermodynamics and Kinetics of Slip, Pergamon Press, Oxford, 1975.

**[42] E. OROWAN**

Dislocations in Plasticity, The Sorby Centennial symposium on the history of metallurgy, Ed. Cyril Stanley Smith, M.I.T. Gordon and Breach, 1965.

**[43] J. E. DORN & S. RAJNAK**

"Nucleation of kink pairs and the Peierls mechanism of plastic deformation"

Trans. of the Metall. Soc. of AIME, Vol. 230, p. 1052, 1964.

**[44] P. LUDWIK**

Elemente der Technologischen Mechanik Springer, Berlin, 1909.

**[45] F. H. NORTON**

The Creep of Steel at High Temperatures, Mc Graw-Hill, New York, 1929.

**[46] A. L. NADAI**

Theory of Flow and Fracture of Solids, Mc Graw-Hill, New York-London, Vol. 2, 1963.

**[47] J. R. KLEPACZKO**

"A power form of the mechanical equation of state with the temperature"  
Eng. Trans., Vol. 13, p. 561, 1965.

**[48] R. J. CLIFTON, J. DUFFY, K. A. HARTLEY & T. G. SHAWKI**

"On critical conditions for shear band formation at high strain rates"  
Scripta Metall., Vol. 18, p. 443, 1984.

**[49] C. FRESSENGEAS & A. MOLINARI**

"Instability and Localisation of plastic flow in shear at high strain rates"  
J. of Mech. and Phys. of Solids, Vol. 26, p. 185, 1987.

**[50] C. FRESSENGEAS & A. MOLINARI**

"Non-linear approximate analysis of shear band formation"  
Impact Loading and Dynamic of Materials, DGM Information Gesellschaft Verlag, Oberursel,  
Vol. 2, p. 761, 1988.

**[51] J. R. KLEPACZKO, P. LIPINSKI & A. MOLINARI**

"An analysis of the thermoplastic catastroph shear in some metals"  
Impact Loading and Dynamic of Materials, DGM Information Gesellschaft Verlag, Oberursel,  
Vol. 2, p. 695, 1988.

**[52] G. R. JOHNSON & W. H. COOK**

"A constitutive model and data for metals subjected to large strains, high strain rates and high temperatures"  
Proc. 7<sup>th</sup> Int. Symposium on Ballistics, p. 541, La Hague, 1983.

**[53] G. R. JOHNSON & W. H. COOK**

"Fracture characteristics of three metals subjected to various strains, strain rates, temperatures and pressures"  
J. of Eng. Fract. Mech., Vol. 21, p. 31, 1985.

**[54] J. LITONSKI**

"Plastic flow of a tube under adiabatic torsion"  
Bull. Acad. Polonaise des Sciences, Ser. Sci. Techniques, Vol. 15, p. 1, 1977.

**[55] G. R. COWPER & P. S. SYMONDS**

"Strain hardening and strain rate effects in the impact loading of cantilever beams"  
Brown University Division of Applied Mathematics report, 1957.

- [56] **D. J. STEINBERG, S. G. COCHRAN & M. W. GUINAN**  
"A constitutive model for metals applicable at high strain rate"  
J. Appl. Phys., Vol. 51, N° 3, p. 1498, 1980.
- [57] **H. D. HIBBIT, B. I. KARLSON & P. SORRENSEN**  
ABQUS Theory Manual, Version 5.5, Hibbit, Karlson & Sorrensen Inc., USA, 1995.
- [58] **J. R. KLEPACZKO**  
"A practical stress-strain-strain rate-temperature constitutive relation of the power form"  
J. of Mech. Working Technology, Vol. 15, p. 143, 1987.
- [59] **E. SCHREIBER, O. L. ANDERSON & M. SOGA**  
Elastic Constants and Their Measurement, Mc Graw-Hill, New York, 1973.
- [60] **W. G. JOHNSON & J. J. GILMAN**  
"Dislocation velocities, dislocation densities and plastic flow in lithium fluoride crystals"  
J. Appl. Phys., Vol. 30, N° 2, p. 129, 1959.
- [61] **P. P. GILLIS & J. J. GILMAN**  
"Dynamic dislocation theory of crystal plasticity"  
J. Appl. Phys., Vol. 36, N° 11, p. 3370, 1965.
- [62] **J. J. GILMAN**  
"Dislocation dynamics and the response of materials to impact"  
Appl. Mech. reviews, Vol. 21, N° 8, p. 767, 1968.
- [63] **J. J. GILMAN**  
Micromechanics of Flow in Solids, Mc Graw-Hill, New York, 1969.
- [64] **U. F. KOCKS**  
"Constitutive relations for slip"  
Constitutive Equations in Plasticity, M.I.T. Press, p. 81, London, 1975.
- [65] **H. MECKING & U. F. KOCKS**  
"Kinetics of flow and strain hardening"  
Acta Metall., Vol. 29, p. 1865, 1981.

**[66] Y. ESTRIN & H. MECKING**

"A unified phenomenological description of work hardening and creep based on one-parameter models"

Acta Metall., Vol. 32, p. 57, 1984.

**[67] P. S. FOLLANSBEE & U. F. KOCKS**

"A constitutive description of the deformation of copper based on the use of the mechanical threshold stress as an internal state variable"

Acta Metall., Vol. 36, p. 81, 1988.

**[68] F. J. ZERILLI & R. W. ARMSTRONG**

"Dislocation-mechanic-based constitutive relations for material dynamics calculations"

J. Appl. phys., Vol. 61, p. 1816, 1987.

**[69] O. E. HALL**

"The deformation and ageing of mild steel"

Proc. Phys. Soc., Vol. B64, p. 747, 1951.

**[70] A. CRACKNELL & M. J. PETCH**

"Hydrogen and the yield point in steel"

Acta Metall., Vol. 3, p. 200, 1955.

**[71] J. HELSOP & M. J. PETCH**

"The stress to move a free dislocation in Alpha Iron"

Phil. Mag., Vol. 1, p. 866, 1956.

**[72] A. MORRONE & J. DUFFY**

"Strain rate and temperature effects during dynamic deformation of polycrystalline and monocrystalline high purity aluminium including TEM studies"

Brown University Providence, Division of Engng., Technical report N° R. I. 02912, 1988.

**[73] M. DÖNER, H. CHANG & H. CONRAD**

Met. Trans., Vol. 6, p. 1017, 1975.

**[74] J. R. KLEPACZKO**

"Physical-state variables - The key to constitutive modeling in dynamic plasticity"

Nuclear Engineering and Design, Vol. 127, p. 103, 1991.



**[75] J. R. KLEPACZKO**

"Thermally Activated flow and strain rate history effects for some polycrystalline F.C.C. metals"

Mat. Sci. and Engng., Vol. 18, p. 121, 1975.

**[76] M. F. ASHBY & H. J. FROST**

"The Kinetics of inelastic deformation above 0 K"

Constitutive Equations in Plasticity, M.I.T. Press, p. 117, London, 1975.

**[77] J. R. KLEPACZKO**

"Modelling of structural evolution at medium and high strain rates, FCC. and BCC metals"

In constitutive relations and their physical basis, Riso Nat 1. Laboratory, p. 387, Roskilde, 1987.

**[78] Y. BERGSTRÖM**

"A dislocation model for the stress-strain behaviour of polycrystalline  $\alpha$ -Fe with special emphasis on the variation of the densities of mobile and immobile dislocations"

Mat. Sci. and Engng., Vol. 5, p. 193, 1970.

**[79] M. DÖNER, H. CHANG & H. CONRAD**

"Plastic flow and dislocation structure at small strains in O.F.H.C. deformed in tension, torsion and combined tension-torsion"

J. of Mech. and Phys. of Solids, Vol. 22, p. 555, 1974.

**X [80] J. VRBKA**

"The dislocation structure and course of plastic deformation in the cylindrical of steel CSN 12010 loaded by longitudinal impact"

Kovovy Materiay, Vol. 6, Bratislava, p. 685, 1977.

**[81] J. LEMAITRE & J. L. CHABOCHE**

Mécanique des matériaux solides, Ed. Bordas, Paris, 1988.

**[82] J. R. KLEPACZKO.**

"Un modèle d'écoulement pour les aciers ferritiques basé sur l'activation thermique"

G. A. M. I., Déformations des Matériaux aux Grandes Vitesses, Paris, 1983.

**[83] U. F. KOCKS**

"Laws for work-hardening and low temperatures creep"

J. of Eng. Mat. and Tech., Trans. ASME, Vol. 98, p. 76, 1976.

**[84] N. ZEGHIB**

"Étude expérimentale et modélisation de la déformation plastique tenant compte du vieillissement dynamique, cas des aciers doux"

Thèse de l'Université de Metz, L.P.M.M., 1990.

**[85] B. REZAIG**

"Étude numérique expérimentale du cisaillement adiabatique par impact de projectile ; cas de deux aciers"

Thèse de l'Université de Metz, L.P.M.M., 1994.

**[86] J. R. KLEPACZKO**

"Modelling of plastic deformation of metals at medium and high strain rates with two internal state variables"

Proc. 19<sup>th</sup> Canadian Fracture Conf. on Constitutive laws of Plastic Deformation and Fracture, Ottawa, 1990.

**[87] J. R. KLEPACZKO**

"Constitutive relations for finite deformation of polycrystalline metals"

Physically Based Constitutive Modeling in Dynamic Plasticity, Beijing, China, 1991.

**[88] J. R. KLEPACZKO**

"One evolution of mobile dislocations density at different conditions of plastic deformation"

Modelling of Plastic Deformation and its Engineering Applications, Riso Nat 1. Laboratory, p. 303, Roskilde, 1992.

**[89] G. I. TAYLOR & H. QUINNEY**

"The latent energy of cold work"

Proc. R. Soc., Ser. A, Vol. 143, p. 307, London, 1933.

**[90] B. DIU, C. GUTHMANN, D. LEDERER & B. ROULET**

Physique Statistique, Edition Hermann, Paris, 1989.

**[91] B. HOPKINSON**

"A methode of measuring the pressure produced in the detonation of explosives or by the impact of bullet"

Phil. Trans. Roy. Soc., Ser. A, Vol. 213, p. 437, London, 1914.

**[92] H. KOLSKY**

"An investigation of the mechanical properties of materials at very high rates of loading"  
Proc. Phys. Soc., Vol. B62, p. 676, 1949.

**[93] J. R. KLEPACZKO**

"An investigation of split Hopkinson bar for direct tensile testing"  
Report ISGMP-LPMM, Metz University, 1995.

**[94] G. FERRON**

"Influence of heat generation and conduction on plastic stability under uniaxial tension"  
Materials Science and Engineering, Vol. 49, p. 241, 1981.

**[95] U. S. LINDHOLM**

"Some experiments with the split Hopkinson pressure bar"  
J. Mech. Phys. of Solids, Vol. 12, p. 317, 1964.

**[96] H. KOLSKY**

Stress Waves in Solids, Dover Publications Inc., New York, 1963.

**[97] M. A. MEYERS**

Dynamic Behavior of Materials, Wiley-Interscience Publication, New York, 1994.

**[98] R. DORMEVALL & M. STELLY**

"Caractérisation mécanique des matériaux aux grandes vitesses de déformation"  
Rapport CEA-R-5044, Paris, 1980.

**[99] T. VON KARMAN & P. DUWEZ**

"The propagation of plastic deformations in solids"  
J. Appl. Phys., Vol. 21, p. 987, 1950.

**[100] G. I. TAYLOR**

"The plastic wave extended by an impact load"  
Mech. of Solids, Ed. G. K. Batchelor, Vol.1, p. 456, 1958.

**[101] R. J. CLIFTON**

Mechanics Today, Vol. 1, Ed. Nemat Nasser, Pergamon Press, Oxford, 1974.

**[102] L. POCHHAMMER**

"On the propagation velocities of small oscillations in a unlimited isotropic circular cylinder"  
J. Reine Angewandte Math., Vol. 81, p. 324, 1876.

**[103] C. CHREE**

"The equations of an isotropic elastic solid in polar and cylindrical coordinates, their solutions and applications"  
Phil. Soc. Trans., Vol. 14, p. 250, Cambridge, 1889.

**[104] P. S. FOLLANSBEE & C. E. FRANTZ**

"Wave propagation in the split Hopkinson pressure bar"  
J. Ing. Mat. Tech., Vol. 105, p. 61, 1983.

**[105] H. ZHAO**

"Analyse de l'essai aux barres d'Hopkinson. Application à la mesure du comportement dynamique des matériaux"  
Thèse de l'Ecole Nationale des Ponts et Chaussées, 1992.

**[106] F. BUY**

"Étude expérimentale et modélisation du comportement plastique d'un tantale. Prise en compte de la vitesse de déformation et de l'histoire du chargement."  
Thèse de l'Université de Metz, L.P.M.M., 1996.

**[107] K.J. BATHE**

Finite Element Procedures, Prentice -Hall, Engewood Cliffs, New Jersey, 1996

**[108] S. BARTHOLME, M. DOMASZEWSKI**

"Analyse par éléments finis des problèmes d'impact des structures plastiques"  
Rapport DRET-89-1182, Compiègne, 1990.

**[109] Z. TOURKI**

"Simulations numériques de la mise en forme des tôles : influence du modèle de plasticité"  
Thèse de l'Université de Metz, L.P.M.M., 1995.

Annexe I :

*COMPLEMENTS SUR LES ESSAIS DE TRACTION  
REALISES SUR LA MACHINE HYDRAULIQUE*

## AI.1. Rigidité due à l'ensemble dispositif-montage lors d'un essai de traction uniaxiale

L'allongement moyen  $\Delta l(t)$  mesuré par les capteurs de déplacement lors d'un essai de traction simple, correspond au système constitué de l'éprouvette et de l'ensemble dispositif-montage dont les déformations ne dépassent pas le domaine d'élasticité. Pour tenir compte de l'allongement de l'ensemble dispositif-montage, on introduit une raideur  $R$  de tout le système.

$$R = \frac{F}{\Delta l_{\text{syst}}^{\text{él}}} \quad (\text{AI.1})$$

L'allongement mesuré  $\Delta l(t)$  est la somme de l'allongement  $\Delta l_j(t)$  des jeux, de l'allongement permanent  $\Delta l_{\text{ép}}^{\text{p}}(t)$  de l'éprouvette et de l'allongement élastique du système  $\Delta l_{\text{syst}}^{\text{él}}(t)$ . Ces allongements sont schématisés dans la figure ci-dessous.

$$\Delta l(t) = \Delta l_j(t) + \Delta l_{\text{ép}}^{\text{p}}(t) + \Delta l_{\text{syst}}^{\text{él}}(t) \quad (\text{AI.2})$$

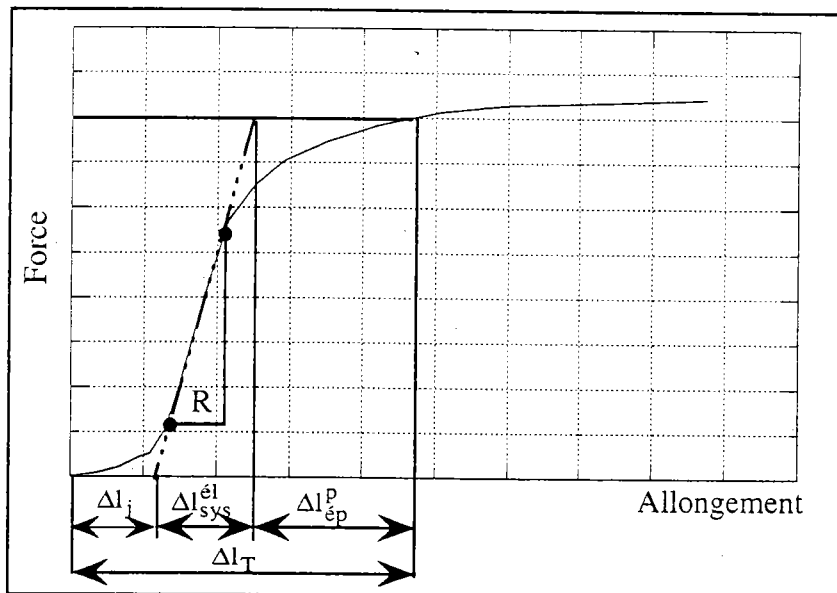


Figure AI.1 : Enregistrement d'un essai de traction, d'après Lemaitre et Chaboche [81].

La déformation nominale  $\varepsilon_n(t)$  de l'éprouvette est donc donnée par :

$$\varepsilon_n(t) = \frac{(\Delta l(t) - \Delta l_j(t))}{l_0} - \sigma_n(t) \cdot \left[ \frac{A_{\text{ép}}^0}{R l_0} - \frac{1}{E} \right] \quad (\text{AI.3})$$

$E$  étant le module de Young du matériau,  $A_{\text{ép}}^0$  la section initiale de l'éprouvette et  $l_0$  sa longueur initiale. La rigidité de l'ensemble dispositif-montage s'écrit donc sous la forme :

$$K = \frac{1}{\left( \frac{A_{\text{ép}}^{\circ}}{Rl_0} - \frac{1}{E} \right)} \quad (\text{AI.4})$$

Pour éliminer la rigidité dans le cas des essais que nous avons réalisé sur l'acier IFHR-340, nous remplaçons le terme  $\frac{A_{\text{ép}}^{\circ}}{Rl_0}$  par un paramètre  $E'$  qui est équivalent au module d'élasticité de tout le système dispositif-montage-éprouvette. La relation (AI.3) devient :

$$\varepsilon_n(t) = \frac{(\Delta l(t) - \Delta l_j(t))}{l_0} - \sigma_n(t) \cdot \left[ \frac{1}{E'} - \frac{1}{E} \right] \quad (\text{AI.5})$$

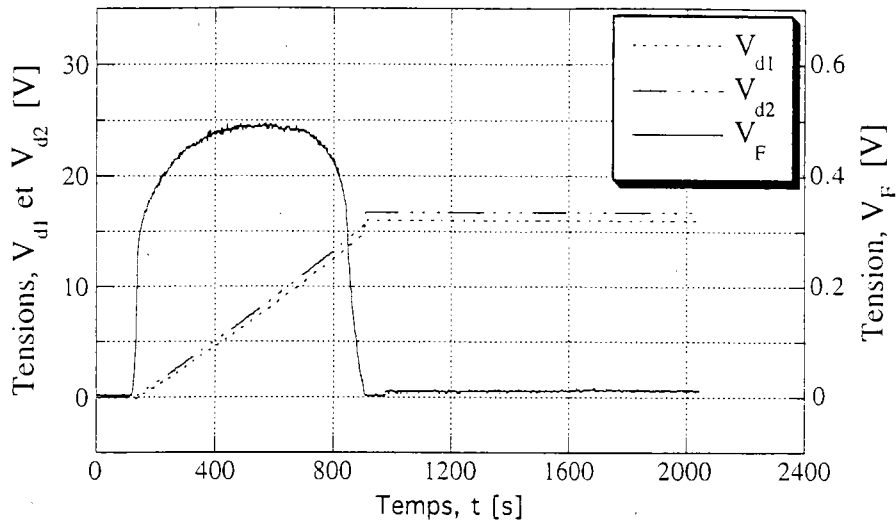
Nous éliminons, tout d'abord, les jeux de déplacement  $\Delta l_j(t)$  et, puis, nous transformons les signaux de déplacement et de la force (figure AI.2) en déformation nominale et contrainte nominale (figure AI.3). A ce stade de dépouillement, la déformation nominale qui est obtenue à partir de la relation :

$$\varepsilon_n(t) = \frac{(\Delta l(t) - \Delta l_j(t))}{l_0} \quad (\text{AI.6})$$

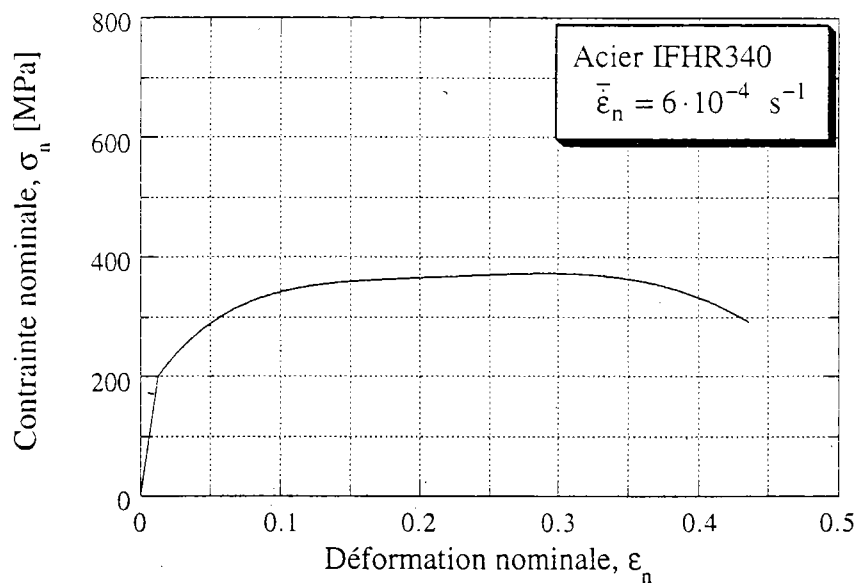
contient encore la déformation due à la rigidité de l'ensemble dispositif-montage. Pour éliminer cette rigidité, nous calculons la valeur du paramètre  $E'$  à partir de la pente de la courbe contrainte-déformation dans le domaine d'élasticité (voir la figure AI.3). En utilisant la relation (AI.5), nous obtenons la déformation nominale de l'éprouvette de traction sans rigidité du système.

## AI.2. Exemples de résultats d'essais de traction réalisés sur la machine hydraulique

Nous présentons ci-dessous des exemples de résultats correspondant à des essais de traction uniaxiale de l'acier IFHR-340, réalisés au moyen de la machine hydraulique, à des vitesses moyennes de déformation nominale  $\bar{\varepsilon}_n$  de l'ordre de  $6 \cdot 10^{-4} \text{ s}^{-1}$  et  $100 \text{ s}^{-1}$ .



**Figure AI.2 :** Oscillogramme représentant les signaux de déplacement et de la force mesurés lors d'un essai de traction de l'acier IFHR-340, réalisé à une vitesse nominale moyenne  $\bar{\epsilon}_n$  de l'ordre de  $6 \cdot 10^{-4} \text{ s}^{-1}$ .



**Figure AI.3 :** Courbe contrainte nominale-déformation nominale de traction de l'acier IFHR-340 à une vitesse nominale moyenne  $\bar{\epsilon}_n$  de l'ordre de  $6 \cdot 10^{-4} \text{ s}^{-1}$  (avant élimination de la rigidité de l'ensemble dispositif-montage).



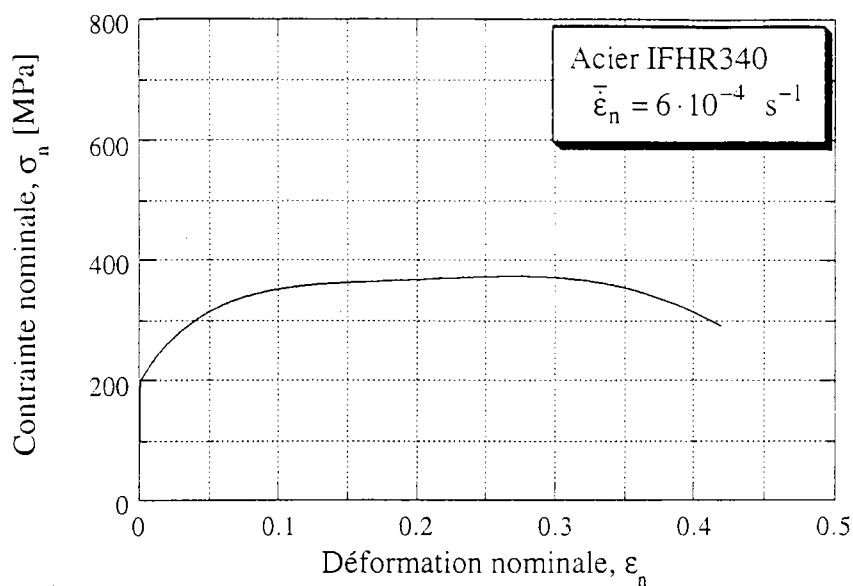


Figure AI.4 : Courbe contrainte nominale-déformation nominale de traction de l'acier IFHR-340 à une vitesse nominale moyenne  $\bar{\epsilon}_n$  de l'ordre de  $6 \cdot 10^{-4} s^{-1}$  (après élimination de la rigidité de l'ensemble dispositif-montage).

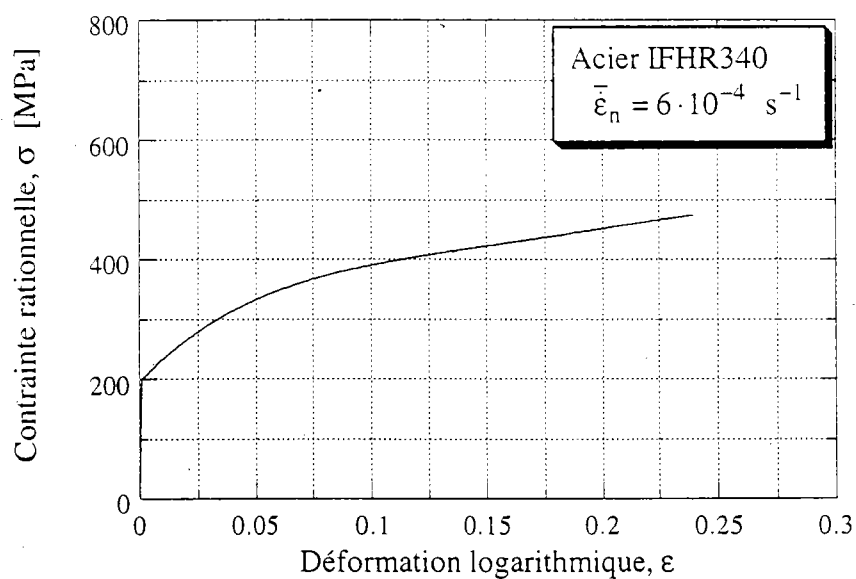
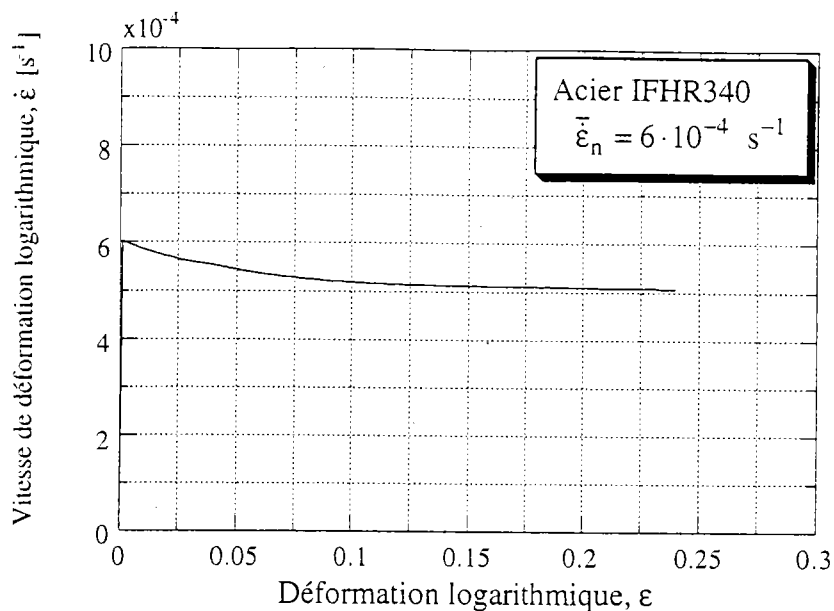
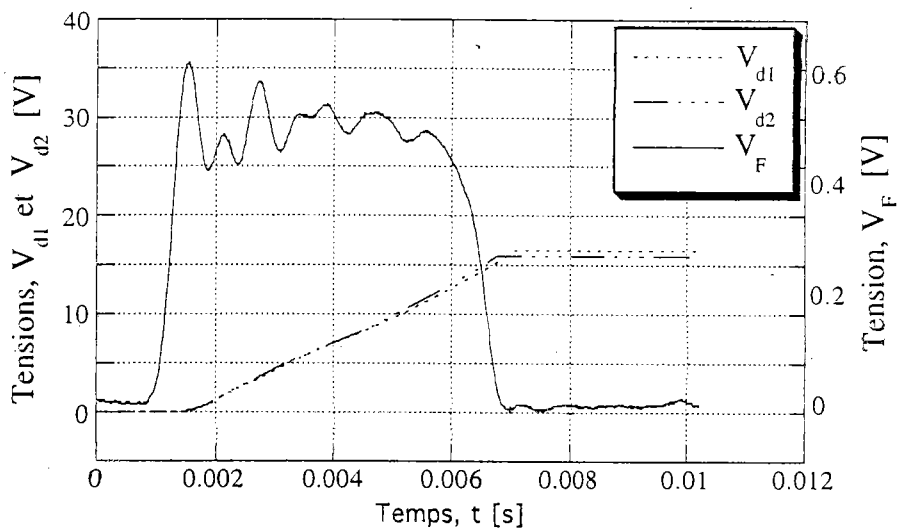


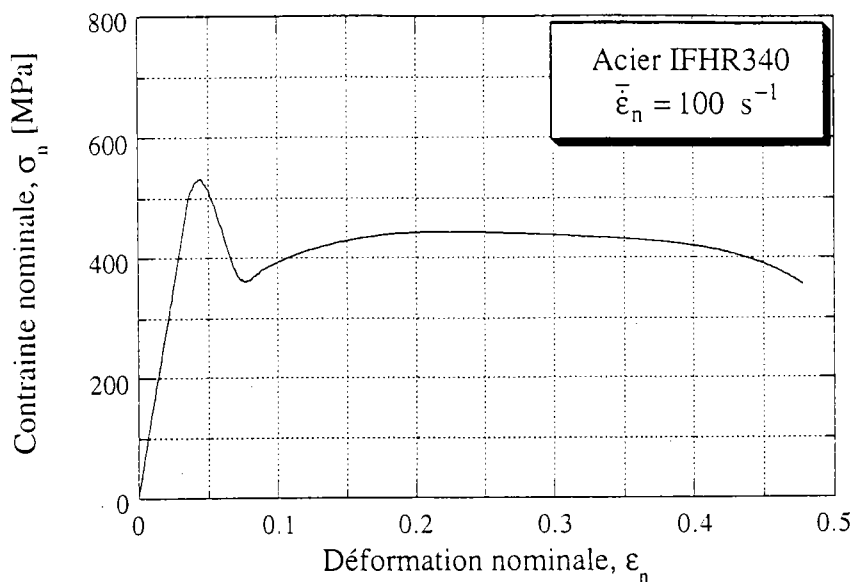
Figure AI.5 : Courbe contrainte rationnelle-déformation rationnelle de traction de l'acier IFHR-340 à une vitesse de déformation nominale moyenne  $\bar{\epsilon}_n$  de l'ordre de  $6 \cdot 10^{-4} s^{-1}$ .



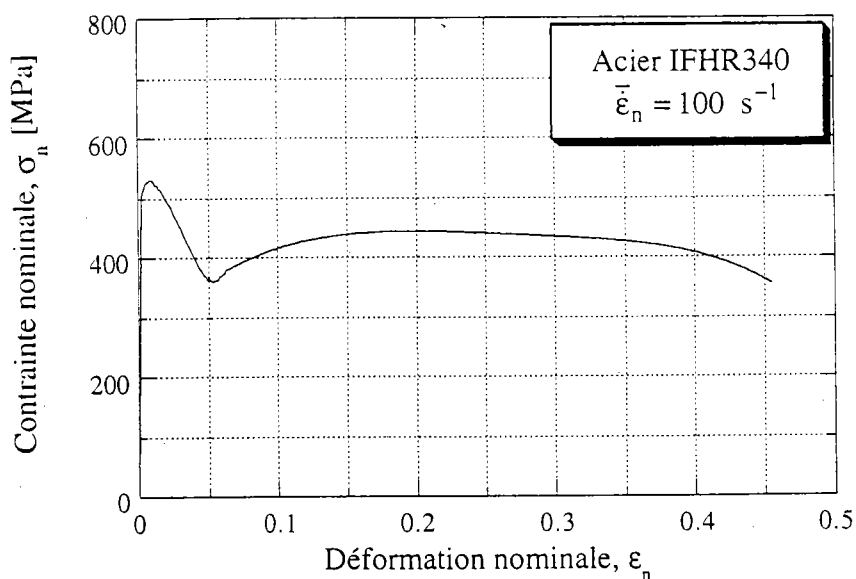
**Figure AI.6 :** Evolution de la vitesse de déformation au cours de la déformation lors d'un essai de traction réalisée sur l'acier IFHR-340 à une vitesse nominale moyenne  $\bar{\epsilon}_n$  de  $6 \cdot 10^{-4} s^{-1}$ .



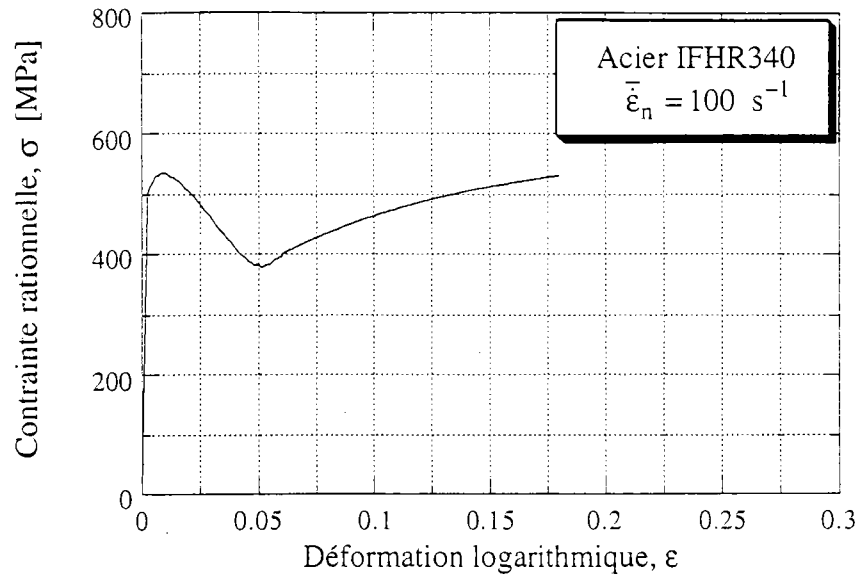
**Figure AI.7 :** Oscillogramme représentant les signaux de déplacement et de la force mesurés lors d'un essai de traction de l'acier IFHR-340, réalisé à une vitesse nominale moyenne  $\bar{\epsilon}_n$  de l'ordre de  $100 s^{-1}$ .



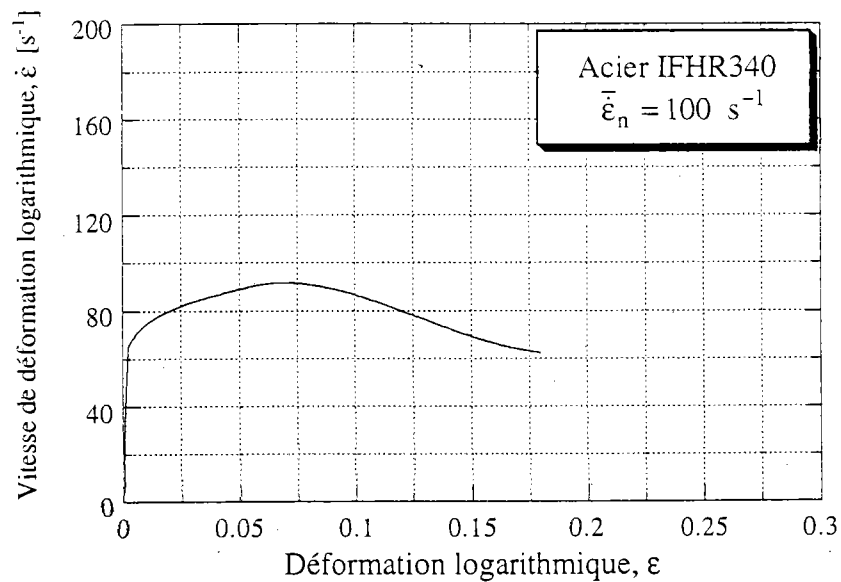
*Figure AI.8 : Courbe contrainte nominale-déformation nominale de traction de l'acier IFHR-340 à une vitesse nominale moyenne  $\bar{\dot{\epsilon}}_n$  de l'ordre de  $100 \text{ s}^{-1}$  (avant élimination de la rigidité de l'ensemble dispositif-montage).*



*Figure AI.9 : Courbe contrainte nominale-déformation nominale de traction de l'acier IFHR-340 à une vitesse nominale moyenne  $\bar{\dot{\epsilon}}_n$  de l'ordre de  $100 \text{ s}^{-1}$  (avant élimination de la rigidité de l'ensemble dispositif-montage).*



**Figure AI.10 :** Courbe contrainte rationnelle-déformation rationnelle de traction de l'acier IFHR-340 à une vitesse de déformation nominale moyenne  $\bar{\dot{\epsilon}}_n$  de l'ordre de  $100 \text{ s}^{-1}$ .



**Figure AI.11 :** Evolution de la vitesse de déformation au cours de la déformation lors d'un essai de traction réalisée sur l'acier IFHR-340 à une vitesse nominale moyenne  $\bar{\dot{\epsilon}}_n$  de  $100 \text{ s}^{-1}$ .

Annexe II :

*RAPPEL SUR LA PROPAGATION DES ONDES  
ELASTIQUES DANS LES MATERIAUX*

## AII. Rappel sur la propagation des ondes élastiques dans les matériaux

Plusieurs types d'ondes élastiques peuvent se propager dans un matériau soumis à un chargement dynamique. Leur nature dépend du mouvement des particules par rapport à leur direction de propagation et des conditions imposées aux limites. On distingue plus particulièrement :

- 1- les ondes longitudinales ou de dilatation pour lesquelles les particules se déplacent parallèlement à la direction de propagation (ondes de compression ou de traction).
- 2- les ondes transversales ou de cisaillement pour lesquelles les particules se déplacent perpendiculairement à la direction de propagation (ondes de torsion).
- 3- les ondes interfaciales qui se produisent à l'interface de deux milieux semi-infinis dont les propriétés élastiques sont différentes. Lorsque la densité massique et la célérité de propagation de l'un des deux milieux sont négligeables, ces ondes interfaciales deviennent des ondes de surface ou de Rayleigh.

### AII.1. Equations de propagation des ondes élastiques dans les milieux isotropes continus

Par la suite,  $\delta_{ij}$  représentera le symbole de Kronecker et  $u_i$  le déplacement particulière suivant la  $i^{\text{ème}}$  direction spatiale. Chaque indice répété indiquera une sommation.

Pour les matériaux élastiques et isotropes ; lorsque les forces volumiques sont négligées, la relation fondamentale de la dynamique s'écrit sous la forme suivante :

$$\frac{\partial}{\partial x_j} (\lambda \cdot \delta_{ij} \cdot \varepsilon_{kk} + 2\mu \cdot \varepsilon_{ij}) = \rho_d \cdot \frac{\partial^2 u_i}{\partial t^2} \quad (\text{AII.1})$$

où les paramètres  $\lambda$  et  $\mu$  représentent les coefficients de Lamé du matériau et  $\rho_d$  la densité massique. En utilisant l'expression du tenseur de déformations dans l'hypothèse de petites déformations :

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \quad (\text{AII.2})$$

on obtient ( $\delta_{ij}$  étant nul lorsque  $i = j$ ) :

$$\lambda \cdot \frac{\partial}{\partial x_i} (\varepsilon_{kk}) + \mu \cdot \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) = \rho_d \cdot \frac{\partial^2 u_i}{\partial t^2} \quad (\text{AII.3})$$

ou encore :

$$\lambda \cdot \frac{\partial}{\partial x_i} (\varepsilon_{kk}) + \mu \cdot \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \right) + \mu \cdot \frac{\partial}{\partial x_i} (\varepsilon_{jj}) = \rho_d \cdot \frac{\partial^2 u_i}{\partial t^2} \quad (\text{AII.4})$$

En dérivant cette équation par rapport à  $x_i$ , on obtient :

$$\lambda \cdot \frac{\partial^2}{\partial x_i \partial x_i} (\varepsilon_{kk}) + \mu \cdot \frac{\partial^2}{\partial x_j \partial x_j} \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \right) + \mu \cdot \frac{\partial^2}{\partial x_i \partial x_i} (\varepsilon_{jj}) = \rho_d \cdot \frac{\partial^2}{\partial t^2} \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_i} \right) \quad (\text{AII.5})$$

Cette équation s'écrit ( $\nabla^2$  étant l'opérateur Laplacien) :

$$(\lambda + 2\mu) \cdot \nabla^2 \varepsilon_{jj} = \rho_d \cdot \frac{\partial^2 \varepsilon_{jj}}{\partial t^2} \quad (\text{AII.6})$$

ou encore :

$$\frac{\partial^2 \varepsilon_{jj}}{\partial t^2} = C_1^2 \cdot \nabla^2 \varepsilon_{jj} \quad \text{avec} \quad C_1 = \sqrt{\frac{\lambda + 2\mu}{\rho_d}} \quad (\text{AII.7})$$

C'est l'équation de propagation des ondes longitudinales ou de dilatation dans les matériaux élastiques et isotropes,  $C_1$  représentant la célérité de ces ondes.

En dérivant cette fois-ci l'équation (AII.4) par rapport à  $x_j$ , on obtient :

$$\lambda \cdot \frac{\partial^2}{\partial x_j \partial x_i} (\varepsilon_{kk}) + \mu \cdot \frac{\partial^2}{\partial x_j \partial x_j} \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \right) + \mu \cdot \frac{\partial^2}{\partial x_j \partial x_i} (\varepsilon_{jj}) = \rho_d \cdot \frac{\partial^2}{\partial t^2} \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \right) \quad (\text{AII.8})$$

En inversant les rôles des indices  $i$  et  $j$ , cette équation devient :

$$\lambda \cdot \frac{\partial^2}{\partial x_i \partial x_j} (\varepsilon_{kk}) + \mu \cdot \frac{\partial^2}{\partial x_i \partial x_i} \left( \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) + \mu \cdot \frac{\partial^2}{\partial x_i \partial x_j} (\varepsilon_{ii}) = \rho_d \cdot \frac{\partial^2}{\partial t^2} \left( \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \quad (\text{AII.9})$$

En soustrayant (AII.9) de (AII.8), on obtient :

$$\mu \cdot \frac{\partial^2}{\partial x_k \partial x_k} \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} - \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) = \rho_d \cdot \frac{\partial^2}{\partial t^2} \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} - \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \quad (\text{AII.10})$$

Cette équation s'écrit (  $\omega_{ij}$  étant le tenseur de rotations élastiques) :

$$\mu \cdot \frac{\partial^2 \omega_{ij}}{\partial x_k \partial x_k} = \rho_d \cdot \frac{\partial^2 \omega_{ij}}{\partial t^2} \quad (\text{AII.11})$$

ou encore :

$$\frac{\partial^2 \omega_{ij}}{\partial t^2} = C_t^2 \cdot \nabla^2 \omega_{ij} \quad \text{avec} \quad C_t = \sqrt{\frac{\mu}{\rho_d}} \quad (\text{AII.12})$$

C'est l'équation de propagation des ondes transversales ou de cisaillement dans les matériaux élastiques isotropes,  $C_t$  représentant la célérité de ces ondes. La démonstration de ces équations est proposée par Kolsky [96] et Meyers [97] entre autres auteurs.

### Cas d'une barre cylindrique

On montre de façon analogue que pour une barre cylindrique soumise à un champ de contrainte uniaxial, le déplacement élastique  $U(x,t)$  d'une section, repérée par l'abscisse  $x$ , est régi par l'équation de propagation suivante :

$$\frac{\partial^2 U(x,t)}{\partial t^2} = C_0^2 \cdot \frac{\partial^2 U(x,t)}{\partial x^2} \quad \text{avec} \quad C_0 = \sqrt{\frac{E}{\rho_d}} \quad (\text{AII.13})$$

$E$  étant le module de Young de la barre et  $\rho_d$  sa densité massique. La solution générale de cette équation caractérisant la propagation d'une onde longitudinale,  $C_0$  étant la célérité de l'onde, s'écrit sous la forme :

$$U(x,t) = f_1(C_0 \cdot t - x) + f_2(C_0 \cdot t + x) \quad (\text{AII.14})$$

où les fonctions  $f_1$  et  $f_2$  représentent la propagation de deux ondes longitudinales se propageant l'une dans le sens positif de l'axe des abscisses  $x$  et l'autre dans le sens opposé. On en déduit la relation suivante entre le champ de contrainte  $\sigma$  et le champ de déplacement  $U$  :

$$\sigma(x,t) = \rho_d \cdot C_0 \cdot \frac{\partial U(x,t)}{\partial t} \quad (\text{AII.15})$$

Le produit  $\rho_d \cdot C_0$  ( $C_0$  pouvant être la célérité des ondes longitudinales ou celle des ondes transversales dans le matériau) est appelé impédance acoustique du milieu. Cette notion



d'impédance est de grande importance pour l'évaluation des amplitudes d'ondes réfléchies et transmises à l'interface de deux milieux, d'après plusieurs auteurs tels que Kolsky [96] et Dormevall-Stelly [98].

Dans le cas d'un comportement élasto-plastique non sensible à la vitesse de déformation, la célérité de propagation des ondes dépend du module élasto-plastique du matériau. Elle est donnée par des expressions analogues à celles des relations (AII.7), (AII.12) et (AII.13) où les modules tangents élasto-plastiques remplacent les modules d'élasticité (Von Karman-Duwez [99], Taylor [100] et Clifton [101]).

## **AII.2. Techniques expérimentales utilisées en dynamique**

### **AII.2.1. Dispositif de compression dynamique**

Afin de déterminer l'histoire de la pression d'impact d'une balle ou d'un explosif, Hopkinson [91] a réalisé en 1914 une expérience qui lui a permis de mesurer la contrainte produite par la propagation d'une onde de pression. Il a suspendu balistiquement une barre d'acier de longueur 1 m et de diamètre 25 mm (figure AII.1). L'impact est produit sur l'une des extrémités de la barre par un projectile ou par un explosif. Une petite pièce cylindrique, ayant le même diamètre que la barre, est collée à l'autre extrémité libre de celle-ci. Cette pièce qui est constituée du même matériau que la barre et qui est libre de se détacher sous l'effet de l'impact, sert d'échantillon. L'onde incidente se transmet à la pièce et se réfléchit à son autre extrémité libre en une onde de détente. Quand celle-ci atteint de nouveau l'interface barre/pièce, elle se libère et vient heurter un pendule balistique (figure AII.1). La conservation de l'énergie mécanique de l'ensemble barre-pièce-pendule permet de déterminer la pulsation d'origine et par la suite, la longueur  $\lambda$  de l'onde incidente qui est égale à deux fois la longueur  $L_0$  de la pièce libre. En répétant l'expérience avec différentes valeurs de  $L_0$ , plusieurs renseignements concernant la pulsation d'origine peuvent être tirés.

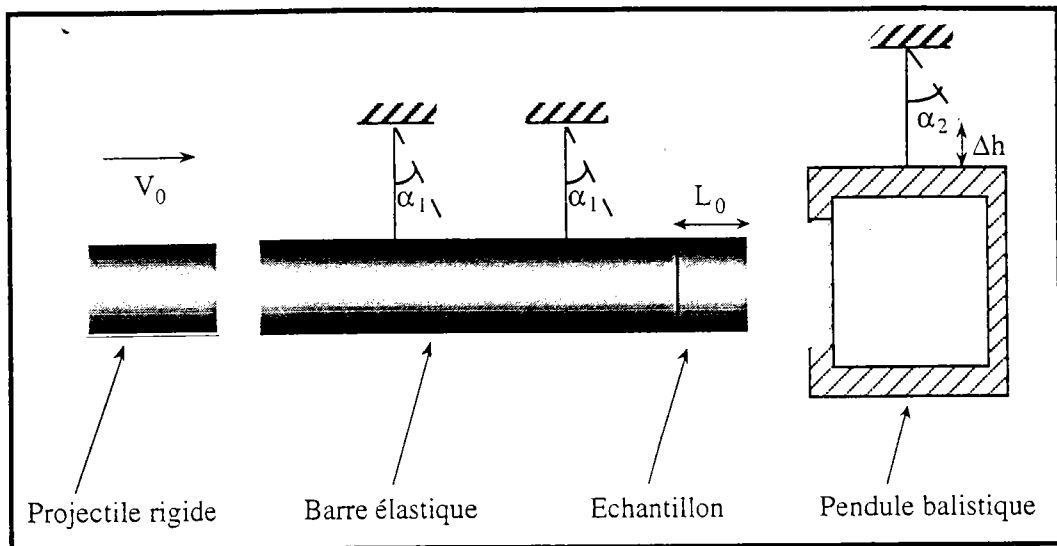


Figure AII.1 : Schéma du dispositif de Hopkinson [91].

Plusieurs améliorations de ce dispositif ont été apportées pour étudier plus efficacement le comportement dynamique des matériaux. Parmi ces améliorations, citons celle qui a donné lieu aux barres de Kolsky [92] en 1949 : elle consiste à analyser les ondes dans les barres et donne la possibilité de déterminer à partir de cette analyse, les caractéristiques mécaniques du matériau étudié. Dans la version de Kolsky, l'échantillon est pris en sandwich entre deux barres élastiques parfaitement alignées. Le chargement est produit par un explosif placé à l'extrémité de la barre d'incidence. Une partie de l'onde de pression ainsi générée se réfléchit à l'interface barre d'entrée/échantillon alors que l'autre partie se transmet à travers l'échantillon pour passer à la barre de sortie. La mesure des amplitudes d'ondes dans les barres au moyen de deux capacités électriques, permet de déterminer la déformation et la contrainte dans l'échantillon.

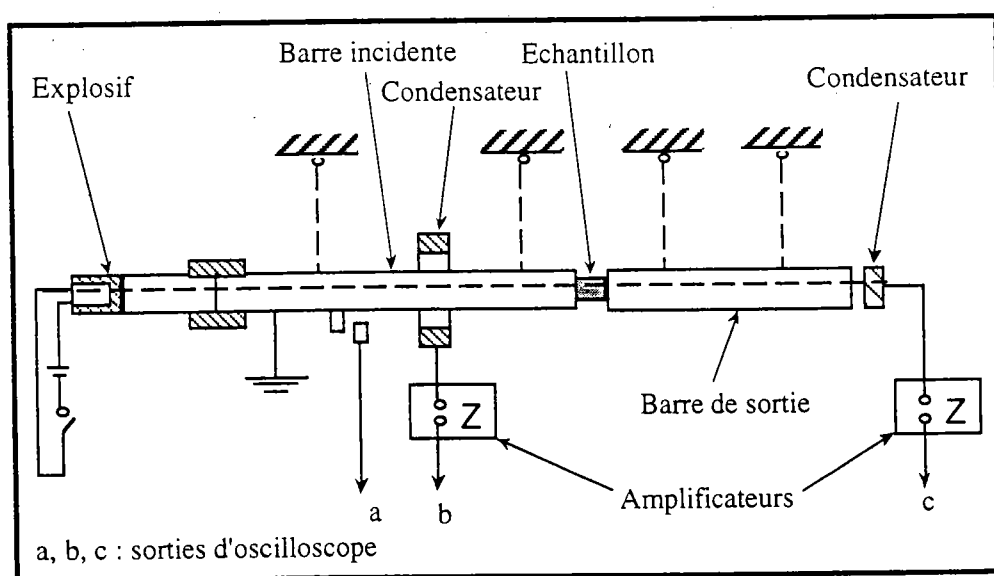


Figure AII.2 : Schéma du dispositif conçu par Kolsky pour l'étude des ondes de compression, Kolsky [92].

Le dispositif de Kolsky a été repris par Lindholm [95] qui a remplacé les deux capacités électriques par deux jauges extensométriques permettant ainsi de mesurer directement les déformations dans les barres. Le chargement est produit par un projectile qui vient heurter la barre d'entrée créant ainsi une onde de compression. Cette onde qui se propage dans la barre et dans le projectile, se réfléchit en une onde de détente dès qu'elle atteint la surface libre du projectile. Lorsque l'onde atteint de nouveau la surface d'impact, le projectile se libère déchargeant ainsi la barre d'incidence. Une jauge collée à la surface de la barre de sortie permet de mesurer l'onde transmise. Une deuxième jauge collée à la surface de la barre d'entrée permet la mesure de l'onde incidente et de l'onde réfléchie. Ces mesures permettent, en utilisant la théorie de propagation des ondes élastiques dans les barres, de déterminer la vitesse de déformation, la déformation et la contrainte dans l'échantillon.

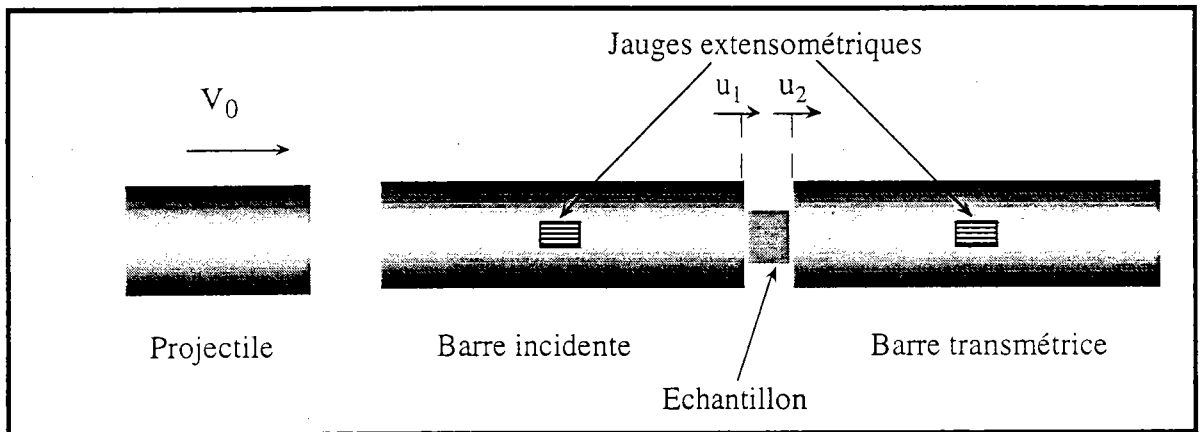


Figure AII.3 : Schéma du dispositif de compression dynamique de Lindholm [95].

### AII.2.2. Application de la théorie de propagation des ondes élastiques au dispositif de compression dynamique

Reprenons le dispositif de compression représenté sur la figure AII.3, le déplacement longitudinal  $U_1$  des particules, dans la barre d'entrée, résulte de la superposition des ondes incidentes  $U_i$  et des ondes réfléchies  $U_r$ , ce qui se traduit par :

$$U_1(x,t) = C_{01} \cdot \int_0^t \epsilon_i(x,\xi) d\xi - C_{01} \cdot \int_0^t \epsilon_r(x,\xi) d\xi \quad (\text{AII.16})$$

Quand au déplacement  $U_2$  des particules dans la barre de sortie, il résulte uniquement des ondes transmises  $U_t$  :

$$U_2(x,t) = C_{02} \cdot \int_0^t \epsilon_t(x,\xi) d\xi \quad (\text{AII.17})$$

$C_{01}$  et  $C_{02}$  étant les célérités respectives de la barre d'entrée et de celle de sortie.

En supposant que les ondes se transportent de manière identique des points de mesure aux interfaces, et que la contrainte et la déformation dans l'éprouvette sont homogènes, la déformation nominale moyenne  $\varepsilon_n(t)$  de celle-ci s'écrit :

$$\varepsilon_n = \frac{U_1^{\text{ép}} - U_2^{\text{ép}}}{l_0} \quad (\text{AII.18})$$

$l_0$  étant la longueur initiale de l'éprouvette.

La continuité des déplacements aux interfaces éprouvette/barres, combinée aux relations (AII.16) et (AII.17), permet d'écrire l'équation (AII.18) sous la forme :

$$\varepsilon_n(t) = \frac{1}{l_0} \cdot \left[ C_{01} \cdot \int_0^t [\varepsilon_i(\xi) - \varepsilon_r(\xi)] d\xi - C_{02} \cdot \int_0^t \varepsilon_t(\xi) d\xi \right] \quad (\text{AII.19})$$

Par la suite, la vitesse de déformation nominale moyenne  $\dot{\varepsilon}_n$  de l'éprouvette s'écrit :

$$\dot{\varepsilon}_n(t) = \frac{1}{l_0} \cdot [C_{01} \cdot [\varepsilon_i(t) - \varepsilon_r(t)] - C_{02} \cdot \varepsilon_t(t)] \quad (\text{AII.20})$$

Quant à la contrainte nominale moyenne  $\sigma_n$  appliquée à l'éprouvette, elle s'exprime en fonction des forces  $F_1(t)$  et  $F_2(t)$  appliquées à l'éprouvette aux interfaces avec les barres par la relation suivante :

$$\sigma_n(t) = \frac{F_1(t) + F_2(t)}{2A_{\text{ép}}^0} \quad (\text{AII.21})$$

$A_{\text{ép}}^0$  étant la section initiale de l'éprouvette. Les forces  $F_1(t)$  et  $F_2(t)$  sont données par :

$$F_1(t) = E_1 \cdot A_1 \cdot [\varepsilon_i(t) - \varepsilon_r(t)] \quad (\text{AII.22})$$

$$F_2(t) = E_2 \cdot A_2 \cdot \varepsilon_t(t) \quad (\text{AII.23})$$

Les quantités  $E_1$ ,  $E_2$  et  $A_1$ ,  $A_2$  étant les modules de Young et les sections des deux barres. D'où :

$$\sigma_n(t) = \frac{1}{2A_{\text{ép}}^0} \cdot [E_1 \cdot A_1 \cdot [\varepsilon_i(t) - \varepsilon_r(t)] + E_2 \cdot A_2 \cdot \varepsilon_t(t)] \quad (\text{AII.24})$$

Pour des barres constituées du même matériau ( $E_1 = E_2 = E_0$  et  $C_{01} = C_{02} = C_0$ ) et ayant le même diamètre ( $A_1 = A_2 = A_0$ ), les expressions (AII.19), (AII.20) et (AII.24) s'écrivent :

$$\varepsilon_n(t) = \frac{C_0}{l_0} \cdot \int_0^l [\varepsilon_i(\xi) - \varepsilon_r(\xi)\varepsilon_t(\xi)] d\xi \quad (\text{AII.25})$$

$$\dot{\varepsilon}_n(t) = \frac{C_0}{l_0} \cdot [[\varepsilon_i(t) - \varepsilon_r(t)] - \varepsilon_t(t)] \quad (\text{AII.26})$$

$$\sigma_n(t) = \frac{E_0 \cdot A_0}{2A_{\text{ép}}^0} \cdot [[\varepsilon_i(t) - \varepsilon_r(t)] + \varepsilon_t(t)] \quad (\text{AII.27})$$

Il est donc possible de déterminer à partir de l'enregistrement des ondes  $\varepsilon_i$ ,  $\varepsilon_r$  et  $\varepsilon_t$  mesurées par des jauges extensométriques, les valeurs moyennes de la contrainte  $\sigma_n$ , de la déformation  $\varepsilon_n$  et de la vitesse de déformation  $\dot{\varepsilon}_n$ .

Cependant, il faut souligner que la détermination de ces grandeurs se fait en supposant qu'elles sont homogènes sur toute l'éprouvette. Cette approximation n'est valable que dans le cas des échantillons courts, pour lesquels le temps de passage des ondes est faible devant la durée de l'essai permettant ainsi d'atteindre rapidement une distribution homogène de la contrainte et de la déformation.

## Remarques

Malgré les multiples améliorations apportées aux barres de Kolsky, leur utilisation est souvent accompagnée de quelques difficultés :

1- Les non-uniformités géométriques et la propagation d'autres types d'ondes aux interfaces éprouvette/barres compliquent la nature de l'onde de chargement. Néanmoins, ces effets s'atténuent au fur et à mesure que cette onde de chargement s'éloigne des interfaces. Il faut donc placer les jauges de façon à ce que l'onde soit la plus propre possible, si l'on veut que les mesures que l'on fait aux surfaces latérales des barres correspondent à toute une section.

2- La vitesse de propagation de l'onde élastique de chargement varie avec la longueur d'onde. En étudiant la transmission d'un train d'ondes sinusoïdales dans une barre infinie de section circulaire et uniforme, Pochhammer [102] et Chree [103] ont montré que ce phénomène de dispersion génère des petites oscillations derrière le front d'onde. Néanmoins, Follansbee et Frantz [104] ont démontré que l'effet de ces oscillations reste très limité sur les mesures.

3- Les frottements aux interfaces de l'éprouvette et des barres dans le cas de la compression, peuvent induire des efforts radiaux qui perturbent l'état du chargement uniaxial. L'effet de ces frottements peut être réduit par l'utilisation d'un lubrifiant mais une importante dispersion de résultats peut apparaître d'un essai à l'autre à cause d'un éventuel changement des conditions de contact .

4- De son côté, l'inertie radiale peut influencer les résultats dans le cas des chargements dynamiques où les particules sont soumises à de très fortes accélérations.

Cependant, l'étude réalisée par Zhao [105] montre que malgré toutes ces difficultés, un dépouillement soigneux basée sur des méthodes inverses permet de mieux exploiter les signaux enregistrés pour remonter au comportement dynamique des matériaux.

Annexe III :

*RAPPEL SUR LA METHODE DES ELEMENTS FINIS*

## AIII.1. Rappel sur la méthode des éléments finis

### AIII.1.1. Théorème des travaux virtuels

Le théorème des travaux virtuels exprime l'égalité des forces internes et des forces externes s'exerçant sur une structure donnée, pour tout champ de déplacement virtuel cinématiquement admissible (continu et compatible avec les liaisons)

Le travail virtuel des forces internes associé à un champ de déplacement virtuel  $U$ , s'exprime par :

$$\delta W_{\text{int}} = \int_V \underline{\sigma} : \delta \underline{\varepsilon} \, dV \quad (\text{AIII.1})$$

$V$  étant le volume de la structure.

Le travail virtuel des forces extérieures s'écrit :

$$\delta W_{\text{ext}} = \int_V \{f_B - f_I\}^T \{\delta U\} dV + \int_S \{f_S\}^T \{\delta U\} dS + \int_C \{f_C\}^T \{\delta U\} dC + \sum_i \{f_i\}^T \{\delta U_i\} \quad (\text{AIII.2})$$

Le vecteur  $f_I$  représentant la force d'inertie, s'exprime par :

$$f_I = \rho \frac{\partial^2 \{U\}}{\partial t^2} \quad (\text{AIII.3})$$

Cette force s'annule quand il s'agit d'une analyse en statique. Les termes  $\{f_B\}$ ,  $\{f_S\}$ ,  $\{f_C\}$  et  $\{f_i\}$  dans l'équation (AIII.2) représentent respectivement les forces volumiques appliquées à la structure, les forces surfaciques appliquées sur une surface extérieure  $S$ , les forces linéiques appliquées sur un contour  $C$  et les forces concentrées aux points  $P_i$  de la structure.

### AIII.1.2. Discrétisation par éléments finis

Le théorème des travaux virtuels appliqué à une structure discrétisée en éléments finis, conduit au système différentiel suivant :

$$[M] \frac{d^2 \{\hat{U}(t)\}}{dt^2} + [K] \{\hat{U}(t)\} = \{F(t)\} \quad (\text{AIII.4})$$

où le vecteur  $\{F(t)\}$  représentant le chargement global équivalent à l'instant  $t$ , est donné par :



$$\{F(t)\} = \sum_{e \in V} \int_{V^e} [N]^T \{f_B\} dV^e + \sum_{S^e \in S} \int_{S^e} [N]^T \{f_S\} dS^e + \sum_{C^e \in C} \int_{C^e} [N]^T \{f_C\} dC^e + \sum_i \{f_i\} \quad (\text{AIII.5})$$

$[N]$  représente successivement dans les trois premiers termes, la matrice des fonctions d'interpolation exprimée en un point de l'élément ( $e$ ), en un point de l'intersection de cet élément avec la surface  $S$  ou avec le contour  $C$ .  $[K]$  représente la matrice de rigidité globale obtenue par assemblage des matrices élémentaires  $[K^e]$  associées chacune à un élément ( $e$ ) :

$$[K^e] = \int_{V^e} [B]^T [C] [B] \{\hat{U}^e\} dV^e \quad (\text{AIII.6})$$

$\{\hat{U}^e\}$  étant le vecteur des déplacements nodaux de l'élément ( $e$ ) et  $[B]$  la matrice reliant les composantes du tenseur de déformations dans le repère local lié à cet élément aux composantes du vecteur  $\{\hat{U}^e\}$  :

$$\{\epsilon^e\} = [B] \{\hat{U}^e\} \quad (\text{AIII.7})$$

$[C]$  représente le tenseur reliant les incréments du tenseur de contraintes aux incréments du tenseur de déformations :

$$\sigma_{ij} = [C_{ijkl}] \{\epsilon_{kl}\} \quad (\text{AIII.8})$$

$[M]$  représente la matrice de masse globale (calculée de la même façon que la matrice de rigidité), elle est obtenue par assemblage des matrices de masse élémentaires  $[M^e]$  :

$$[M^e] = \int_{V^e} \rho [N]^T [N] dV^e \quad (\text{AIII.9})$$

$\{\hat{U}(t)\}$  représente le vecteur global des déplacements nodaux.

Notons que le système d'équations différentielles (AIII.4) correspond à une structure non amortie. Dans le cas d'une structure soumise à un amortissement visqueux proportionnel à la vitesse, ce système devient :

$$[M] \frac{d^2 \{\hat{U}(t)\}}{dt^2} + [A] \frac{d \{\hat{U}(t)\}}{dt} + [K] \{\hat{U}(t)\} = \{F(t)\} \quad (\text{AIII.10})$$

$[A]$  étant la matrice d'amortissement globale calculée de la même façon que les matrices de masse et de rigidité.

## AIII.2. Méthodes d'intégration

Les méthodes utilisées pour résoudre le système d'équations différentielles résultant de la discrétisation en éléments finis du problème étudié, sont généralement basées sur deux approches :

1- La première, appelée méthode de superposition modale [57, 107, 108], consiste à chercher les fréquences et les modes propres associés au système d'équations sans second membre, et à calculer la réponse par projection dans la base constituée de ces modes. Cette méthode est souvent utilisée pour l'analyse de problèmes de dynamique linéaire. Elle est particulièrement efficace lorsque le contenu fréquentiel de l'excitation correspond au spectre des basses fréquences de la structure, ou quand ce contenu fréquentiel est inclus dans un intervalle fixé à l'avance. Dans ces deux cas, la méthode permet de découpler les équations du problème et d'intégrer le système avec un nombre de modes largement inférieur au nombre d'équations.

2- La deuxième approche consiste à résoudre le système différentiel par des méthodes d'intégration directe (pas à pas) en déterminant à chaque pas de temps, les déplacements, les vitesses et les accélérations de la structure. Cette approche est très utile quand il s'agit de problèmes où le contenu fréquentiel de l'excitation est susceptible d'exciter un grand nombre de modes. Nous rappellerons brièvement dans la partie suivante l'essentiel de cette deuxième approche.

Ces deux méthodes sont parfois utilisées simultanément, la première permettant de découpler le système d'équations, et la seconde servant à intégrer le système découplé.

### AIII.2.1. Méthodes d'intégration directe

Ces méthodes sont divisées en deux catégories, les schémas implicites et les schémas explicites. Parmi les méthodes implicites les plus couramment utilisées dans les codes de calcul, on trouve le schéma de Houbolt, le schéma de  $\theta$ -Wilson et celui de Newmark [57, 107, 108]. De manière générale, un algorithme basé sur un schéma implicite conduit à un système d'équations non linéaires qui nécessite, pour sa résolution, l'utilisation de méthodes itératives telles que la méthode de Newton-Raphson ou, quand c'est possible, l'une des méthodes équivalentes à celle-ci permettant de réduire le temps de calcul. Le schéma d'intégration utilisé dans le code Abaqus est celui de Newmark que nous présentons dans le paragraphe suivant.

### AIII.2.1.1. Méthode de Newmark

Cette méthode consiste à écrire le système d'équations différentielles (AIII.10) à l'instant  $t + \Delta t$  en utilisant les approximations suivantes :

$$\{\dot{U}(t + \Delta t)\} = \{\dot{U}(t)\} + \Delta t \left[ (1 - \alpha)\{\ddot{U}(t)\} + \alpha\{\ddot{U}(t + \Delta t)\} \right] \quad (\text{AIII.11})$$

$$\{U(t + \Delta t)\} = \{U(t)\} + \Delta t \{\dot{U}(t)\} + \Delta t^2 \left[ \left( \frac{1}{2} - \beta \right) \{\ddot{U}(t)\} + \beta \{\ddot{U}(t + \Delta t)\} \right] \quad (\text{AIII.12})$$

Dans ces deux expressions,  $\alpha$  et  $\beta$  représentent des paramètres permettant d'agir sur la stabilité et la précision du schéma. Pour des valeurs de  $\alpha = \frac{1}{2}$  et  $\beta = \frac{1}{6}$ , le schéma correspond à une intégration où l'accélération varie linéairement durant chaque pas de temps. Lorsque  $\alpha = \frac{1}{2}$  et  $\beta = \frac{1}{4}$ , cette accélération est prise constante et égale à sa valeur moyenne durant chaque incrément de temps. Dans le cas où  $\alpha = \frac{1}{2}$  et  $\beta = 0$ , l'algorithme correspond au schéma explicite basé sur la méthode des différences finies centrées que nous aborderons plus loin.

Le schéma de Newmark est inconditionnellement stable lorsque  $2\beta \geq \alpha \geq \frac{1}{2}$ . Si cette condition n'est pas satisfaite, le schéma exige des conditions sur l'incrément de temps pour assurer la stabilité de l'algorithme. Dans le code Abaqus, le schéma de Newmark est utilisé dans les conditions suivantes sur  $\alpha$  et  $\beta$  :

$$\alpha = \frac{1}{2} + \gamma \quad \text{et} \quad \beta = \frac{1}{4}(1 + \gamma)^2 \quad \text{avec} \quad 0 \leq \gamma \leq \frac{1}{3} \quad (\text{AIII.13})$$

Ces relations vérifient le critère de stabilité inconditionnelle précité.

En remplaçant dans le système d'équations différentielles (AIII.10) écrit à l'instant  $t + \Delta t$ , les vecteurs vitesse  $\{\dot{U}(t + \Delta t)\}$  et accélération  $\{\ddot{U}(t + \Delta t)\}$  par leurs expressions déduites des relations (AIII.11) et (AIII.12), on aboutit au système d'équations suivant :

$$\begin{aligned} & \left[ [K]_{(t+\Delta t)} + \frac{1}{\Delta t^2 \beta} [M]_{(t+\Delta t)} + \frac{\alpha}{\Delta t \beta} [A]_{(t+\Delta t)} \right] \{U(t + \Delta t)\} = \{F(t + \Delta t)\} \\ & + \frac{1}{\Delta t^2 \beta} [M]_{(t+\Delta t)} \left[ \{U(t)\} + \Delta t \{\dot{U}(t)\} + \Delta t^2 \left( \frac{1}{2} - \beta \right) \{\ddot{U}(t)\} \right] \\ & + [A]_{(t+\Delta t)} \left[ \left( \frac{\alpha}{\beta} - 1 \right) \{\dot{U}(t)\} + \frac{\alpha}{\Delta t \beta} \{U(t)\} + \Delta t \left( \frac{\alpha}{2\beta} - 1 \right) \{\ddot{U}(t)\} \right] \end{aligned} \quad (\text{AIII.14})$$

où la variable inconnue est le vecteur global des déplacements nodaux  $\{U(t + \Delta t)\}$ . Le système (AIII.14) qui est non linéaire puisque la matrice de rigidité  $[K]_{(t+\Delta t)}$  dépend du vecteur  $\{U(t + \Delta t)\}$ , s'écrit sous la forme  $L(U) = 0$  où  $L$  est un opérateur non linéaire. Sa résolution par la méthode de Newton-Raphson nécessite le calcul de la matrice jacobienne de l'opérateur  $L$  à chaque itération. Cette méthode qui est basée sur une reformulation complète de la matrice tangente à chaque itération, est parfois coûteuse en temps de calcul. D'autres méthodes équivalentes pouvant converger plus rapidement suivant la nature du problème étudié, sont souvent utilisées pour résoudre ces équations. Citons parmi ces méthodes, celle de Newton modifiée qui consiste à calculer la matrice jacobienne juste en quelques itérations durant le pas de temps, et non pas à chaque itération. Cette méthode s'avère très efficace pour des problèmes à faibles non-linéarités. Une autre méthode connue sous le nom de quasi-Newton BFGS (Broyden-Fletcher-Goldfarb-Shanno) est souvent utilisée dans les codes de calcul ; celle-ci consiste en une réactualisation de la matrice tangente au début de chaque itération à partir de sa valeur à l'itération précédente au lieu de la recalculer complètement. La relation utilisée dans le code Abaqus, permettant cette réactualisation s'écrit :

$$\left. \frac{\partial L}{\partial \{U\}} \right|_{(t+\Delta t)}^{i+1} (L^{i+1} - L^i) = \{U^{i+1}(t + \Delta t)\} - \{U^i(t + \Delta t)\} \quad (\text{AIII.15})$$

Cette méthode s'avère efficace quand il s'agit de problèmes à faibles déplacements.

C'est donc en fonction du type de problème à analyser qu'il faudra chercher la meilleure combinaison entre le schéma d'intégration et la méthode de résolution des équations de façon à assurer les meilleures conditions de stabilité, de précision et de rapidité de convergence.

### AIII.2.1.2. Méthode des différences finies centrées

Le schéma d'intégration basé sur les différences finies est l'un des algorithmes les plus utilisés dans les codes de calcul pour exprimer les vitesses et les accélérations en termes de déplacements. Il s'écrit sous plusieurs formes parmi lesquelles nous citerons celle utilisée dans la version explicite du code Abaqus :

$$\{\dot{U}(t)\} = \frac{1}{2\Delta t} [\{U(t + \Delta t)\} - \{U(t - \Delta t)\}] \quad (\text{AIII.16})$$

$$\{\ddot{U}(t)\} = \frac{1}{\Delta t^2} [\{U(t + \Delta t)\} + \{U(t - \Delta t)\} - 2\{U(t)\}] \quad (\text{AIII.17})$$

Le schéma écrit sous cette forme, est connu sous le nom de différences finies centrées. En remplaçant dans le système d'équations différentielles (AIII.10) écrit à l'instant  $t$ , les vecteurs vitesse  $\{\dot{U}(t)\}$  et accélération  $\{\ddot{U}(t)\}$  par leurs expressions (AIII.15) et (AIII.16), on obtient le système d'équations linéaires :

$$\left[ \frac{1}{\Delta t^2} [M]_{(t)} + \frac{1}{2\Delta t} [A]_{(t)} \right] \{U(t + \Delta t)\} = \{F(t)\} + \left[ \frac{2}{\Delta t^2} [M]_{(t)} - [K]_{(t)} \right] \{U(t)\} + \left[ \frac{1}{2\Delta t} [A]_{(t)} - \frac{1}{\Delta t^2} [M]_{(t)} \right] \{U(t - \Delta t)\} \quad (\text{AIII.18})$$

où l'inconnue est le vecteur  $\{U(t + \Delta t)\}$ . Toutes les variables dont dépend la solution de ce système sont exprimées à l'instant précédent. Pour cette raison, le schéma est dit explicite et la résolution du système est directe, ne nécessitant aucun calcul itératif.

En dynamique, la condition de stabilité de cette méthode est liée à l'incrément de temps qui doit être inférieur à une certaine valeur critique. Celle-ci est déterminée par le temps que mettent les ondes élastiques de dilatation pour parcourir la longueur du plus petit élément dans le maillage utilisé :

$$\Delta t \leq \Delta t_{cr} = \min \left( \frac{L_e}{C_d} \right) \quad (\text{AIII.19})$$

$L_e$  étant la longueur caractéristique de l'élément et  $C_d$  la célérité des ondes élastiques de dilatation.

Annexe IV :

*RAPPEL SUR LA PLASTICITE DES MATERIAUX*

## AIV. Rappel sur la plasticité des matériaux

### Notation

Le produit doublement contracté de deux tenseurs  $\underline{\underline{A}}$  et  $\underline{\underline{B}}$ , défini par  $A_{ij}B_{ij}$ , sera noté dans cette partie  $\underline{\underline{A}}:\underline{\underline{B}}$ . De même, la norme d'un tenseur  $\underline{\underline{A}}$  sera notée  $\|\underline{\underline{A}}\|$ , cette norme étant définie par  $\sqrt{\underline{\underline{A}}:\underline{\underline{A}}}$ .

### AIV.1. Fonction de charge et surface limite d'élasticité

Pour déterminer le domaine d'élasticité d'un matériau dans l'espace des contraintes  $\sigma_{ij}$ , on introduit généralement une fonction scalaire  $f(\underline{\underline{\sigma}}, V_k)$  appelée fonction de charge où  $V_k$  sont des variables tensorielles ou scalaires qui décrivent l'écroutissement du matériau. La frontière du domaine d'élasticité est définie par la surface  $f(\underline{\underline{\sigma}}, V_k) = 0$ . De manière générale, la surface limitant le domaine d'élasticité évolue dans l'espace des contraintes de façon complexe en fonction de l'état de contrainte et de l'écroutissement. Lorsque cette évolution est composée d'une dilatation homothétique et d'une translation, ce qui correspond à un écroutissement mixte, la fonction de charge s'écrit :

$$f(\underline{\underline{\sigma}}, p) = F(\underline{\underline{\sigma}} - \underline{\underline{\alpha}}(p)) - R(p) \quad (\text{AIV.1})$$

où le paramètre  $p$  est une mesure de l'écroutissement du matériau et les variables  $\underline{\underline{\alpha}}$  et  $R$  représentent respectivement le centre et le rayon de la surface de charge. Suivant que l'évolution de celle-ci est une translation pure,  $R(p) = R_0$ , ou une dilatation pure,  $\underline{\underline{\alpha}}(p) = \underline{\underline{\alpha}}_0$ , l'écroutissement est dit cinématique ou isotrope.

Considérons le cas d'un écroutissement isotrope, la fonction de charge devient :

$$f(\underline{\underline{\sigma}}, p) = F(\underline{\underline{\sigma}}) - R(p) \quad (\text{AIV.2})$$

Lors d'un chargement équivalent en traction simple, le rayon  $R$  de la surface de charge correspond à la contrainte d'écoulement  $\sigma$ . Quant au paramètre d'écroutissement  $p$ , il correspond à la déformation plastique  $\varepsilon_{11}^p$  suivant l'axe de la traction.

### AIV.2. Théorie d'écoulement et règle de normalité

Dans l'hypothèse des petites déformations, l'incrément de déformation se décompose en une partie réversible et une partie irréversible. Dans le cas d'un comportement élasto-plastique, la

partie irréversible qui correspond à l'incrément de déformation plastique est liée à la fonction de charge par la règle de normalité, qui est une conséquence du principe de travail maximal :

$$d\underline{\underline{\varepsilon}}^p = d\lambda \frac{\partial f}{\partial \underline{\underline{\sigma}}} \quad (\text{AIV.3})$$

$d\lambda$  étant un scalaire positif ou nul appelé multiplicateur plastique. Cette relation exprime que l'incrément de déformation plastique est normal extérieur à la surface de charge. De plus, elle explique le nom de potentiel plastique donné à la fonction de charge par analogie avec l'écoulement des fluides parfaits où le tenseur de vitesses de déformation dérive d'un potentiel d'écoulement. Notons que dans le cadre de la thermodynamique des processus irréversibles, l'incrément du tenseur de déformations plastiques dérive généralement d'un potentiel de dissipation  $g(\underline{\underline{\sigma}}, V_k)$  [81], lequel correspond à la fonction de charge  $f(\underline{\underline{\sigma}}, V_k)$  dans le cas des théories de plasticité associée.

En combinant la règle de normalité (AIV.3) et la loi de comportement élastique, l'incrément du tenseur de déformations élasto-plastiques  $d\underline{\underline{\varepsilon}}^{ep}$  s'écrit sous la forme :

$$d\underline{\underline{\varepsilon}}^{ep} = [C^e]^{-1} d\underline{\underline{\sigma}} + d\lambda \frac{\partial f}{\partial \underline{\underline{\sigma}}} \quad (\text{AIV.4})$$

où  $[C^e]$  est le tenseur d'élasticité. Cette relation permet, comme nous allons le voir par la suite, de déterminer l'expression du tenseur d'élasto-plasticité  $[C^{ep}]$  en fonction du tenseur d'élasticité, de la fonction de charge et de la relation exprimant  $\bar{\sigma}$  en fonction de  $\bar{\varepsilon}_p$ .

### AIV.3. Fonction de charge de Von Mises

La fonction de charge de Von Mises, est donnée dans le cas d'un écrouissage isotrope par :

$$f(\underline{\underline{\sigma}}, p) = \sqrt{\frac{3}{2}} \|\underline{\underline{S}}\| - \sigma_e(p) \quad (\text{AIV.5})$$

où  $\underline{\underline{S}}$  est le déviateur du tenseur de contraintes  $\underline{\underline{\sigma}}$ . Cette fonction de charge conduit avec la règle de normalité (AIV.3) aux relations suivantes :

$$\frac{\partial f}{\partial \sigma_{ij}} = \sqrt{\frac{3}{2}} \frac{S_{ij}}{\|\underline{\underline{S}}\|} \quad \text{et} \quad d\underline{\underline{\varepsilon}}^p = \sqrt{\frac{3}{2}} \frac{d\lambda}{\|\underline{\underline{S}}\|} \underline{\underline{S}} \quad (\text{AIV.6})$$

On en déduit la norme du tenseur  $d\underline{\underline{\varepsilon}}^p$  dans le cas d'un chargement en traction simple :



$$\|d\underline{\underline{\varepsilon}}^p\| = \sqrt{\frac{3}{2}} d\varepsilon_{11}^p \quad (\text{AIV.7})$$

Les relations (AIV.6) et (AIV.7) conduisent à la relation suivante entre le multiplicateur plastique et le paramètre d'écroutissage :

$$d\lambda = dp \quad (\text{AIV.8})$$

En combinant la relation (AIV.4) transformée en :

$$\frac{\partial f}{\partial \underline{\underline{\sigma}}} : [C^e] d\underline{\underline{\varepsilon}}^{ep} = \frac{\partial f}{\partial \underline{\underline{\sigma}}} : d\underline{\underline{\sigma}} + dp \frac{\partial f}{\partial \underline{\underline{\sigma}}} : [C^e] \frac{\partial f}{\partial \underline{\underline{\sigma}}} \quad (\text{AIV.9})$$

et la condition de consistance,  $df = 0$ , qui s'écrit dans le cas la fonction de charge de Von Mises sous la forme

$$\frac{\partial f}{\partial \underline{\underline{\sigma}}} : d\underline{\underline{\sigma}} - \frac{d\sigma_e(p)}{dp} dp = 0 \quad (\text{AIV.10})$$

on aboutit à :

$$dp = \frac{\frac{\partial f}{\partial \underline{\underline{\sigma}}} : [C^e] d\underline{\underline{\varepsilon}}^{ep}}{\frac{d\sigma_e(p)}{dp} + \frac{\partial f}{\partial \underline{\underline{\sigma}}} : [C^e] \frac{\partial f}{\partial \underline{\underline{\sigma}}}} \quad (\text{AIV.11})$$

Par la suite, Les équations (AIV.5), (AIV.8) et (AIV.11) permettent d'écrire :

$$d\underline{\underline{\sigma}} = [C^e] \left[ 1 - \frac{\left( [C^e] \frac{\partial f}{\partial \underline{\underline{\sigma}}} \right) : \frac{\partial f}{\partial \underline{\underline{\sigma}}}}{\frac{d\sigma_e(p)}{dp} + \frac{\partial f}{\partial \underline{\underline{\sigma}}} : \left( [C^e] \frac{\partial f}{\partial \underline{\underline{\sigma}}} \right)} \right] d\underline{\underline{\varepsilon}}^{ep} \quad (\text{AIV.12})$$

On en déduit l'expression du tenseur d'élasto-plasticité :

$$[C^{ep}] = [C^e] \left[ 1 - \frac{\left( [C^e] \underline{\underline{s}} \right) : \underline{\underline{s}}}{\frac{2}{3} H(p) (\underline{\underline{s}} : \underline{\underline{s}}) + \underline{\underline{s}} : \left( [C^e] \underline{\underline{s}} \right)} \right] \quad (\text{AIV.13})$$

où le terme  $H$  représente le module d'écroûissage. Quand il s'agit de matériaux isotropes, le tenseur d'élasticité  $[C^e]$  étant celui de Hooke,  $H(p)$  est lié au module de Young  $E$  et au module tangent élasto-plastique  $E_T(p)$  par :

$$\frac{1}{H(p)} = \frac{1}{E_T(p)} - \frac{1}{E} \quad (\text{AIV.15})$$

On introduit les deux scalaires  $\bar{\sigma}$  et  $\bar{\varepsilon}^p$  qui représentent respectivement la contrainte équivalente au sens de Von Mises et la déformation plastique équivalente cumulée, ces deux scalaires sont définis par :

$$\bar{\sigma} = \sqrt{\frac{3}{2}} \|\underline{\underline{S}}\| \quad (\text{AIV.16})$$

$$\bar{\varepsilon}^p = \int_0^t d\bar{\varepsilon}^p \quad \text{où} \quad d\bar{\varepsilon}^p = \sqrt{\frac{2}{3}} \|d\underline{\underline{\varepsilon}}^p\| \quad (\text{AIV.17})$$

Pour un essai de traction simple,  $\bar{\sigma}$  représente la contrainte de traction et  $\bar{\varepsilon}^p$  la déformation plastique cumulée suivant l'axe de la traction.

L'hypothèse d'incompressibilité plastique permet d'écrire :

$$\underline{\underline{\sigma}} : d\underline{\underline{\varepsilon}}^p = \|\underline{\underline{S}}\| \cdot \|d\underline{\underline{\varepsilon}}^p\| = \bar{\sigma} \cdot d\bar{\varepsilon}^p \quad (\text{AIV.18})$$

Cette relation exprime que l'énergie de déformation plastique développée au cours d'un processus de déformation est la même que celle développée lors d'un essai équivalent en traction simple dont la contrainte de traction est identique à la contrainte équivalente.

Notons que l'expression (AIV.12) du tenseur d'élasto-plasticité correspond à la fonction de charge de Von Mises et aux lois de la plasticité associée. Cette expression s'écrit généralement, toujours dans l'hypothèse des petites déformations, comme suit [107] :

$$[C^{ep}] = [C^e] \left[ 1 - \frac{\left( [C^e] \frac{\partial f}{\partial \underline{\underline{\sigma}}} \right) : \frac{\partial g}{\partial \underline{\underline{\sigma}}}}{-\frac{\partial f}{\partial \underline{\underline{\varepsilon}}^p} : \frac{\partial g}{\partial \underline{\underline{\sigma}}} + \frac{\partial f}{\partial \underline{\underline{\sigma}}} : \left( [C^e] \frac{\partial g}{\partial \underline{\underline{\sigma}}} \right)} \right] \quad (\text{AIV.19})$$

Dans le cas des transformations finies, elle devient :

$$[C^{ep}] = [\hat{C}^e] \left[ 1 - \frac{\left( [\hat{C}^e] \frac{\partial f}{\partial \underline{\underline{\sigma}}} \right) : \frac{\partial g}{\partial \underline{\underline{\sigma}}}}{-\frac{\partial f}{\partial \underline{\underline{\varepsilon}}^p} : \frac{\partial g}{\partial \underline{\underline{\sigma}}} + \frac{\partial f}{\partial \underline{\underline{\sigma}}} : \left( [\hat{C}^e] \frac{\partial g}{\partial \underline{\underline{\sigma}}} \right)} \right] \quad (\text{AIV.20})$$

Le tenseur  $[\hat{C}^e]$  étant donné par :

$$[\hat{C}^e] = \left[ [I] + \Delta\lambda [C^e] \frac{\partial g}{\partial \Delta \underline{\underline{\sigma}}} \right]^{-1} [C^e] \quad (\text{AIV.21})$$

Dans le cas des schémas d'intégration explicites, la résolution de l'équation cinématique ne nécessite pas l'introduction de l'expression du tenseur d'élasto-plasticité puisque la matrice tangente est calculée à la fin de chaque pas de temps à partir des incréments du tenseur de déformations et du tenseur de contraintes.

#### AIV.4. Détermination du tenseur des contraintes lors d'une analyse numérique du comportement d'une structure ( [57] et [109] )

Lors d'une analyse numérique du comportement d'une structure, on obtient à chaque incrément de temps  $\Delta t$ , l'incrément du tenseur de déformations totales  $\Delta \underline{\underline{\varepsilon}}$  entre les instants  $t$  et  $t + \Delta t$ . Celui-ci découle de la solution cinématique de l'équation résultant du théorème des travaux virtuels appliqué à la structure. Pour en déduire le tenseur de contraintes, il est nécessaire d'utiliser un modèle de comportement élasto-plastique. Par la suite, nous utiliserons la loi d'élasticité de Hooke et la fonction de charge de Von Mises, la relation exprimant le comportement plastique étant représentée par la fonction  $\bar{\sigma}(\bar{\varepsilon}^p)$ . Nous rappelons que la loi d'élasticité de Hooke est donnée par :

$$\varepsilon_{ij}^e = \frac{1+\nu}{E} \sigma_{ij} - \frac{\nu}{E} \sigma_{kk} \delta_{ij} \quad (\text{AIV.22})$$

$\delta_{ij}$  étant le symbole de Kronecker,  $E$  le module de Young et  $\nu$  le coefficient de Poisson.

Le tenseur de déformations élastiques se décompose en une partie déviatrice et une partie sphérique, et il en est de même pour le tenseur de contraintes :

$$\underline{\underline{\varepsilon}}^e = \underline{\underline{e}}^e + \frac{1}{3} \varepsilon_{kk}^e \underline{\underline{I}} \quad \text{et} \quad \underline{\underline{\sigma}} = \underline{\underline{S}} - P \underline{\underline{I}} \quad (\text{AIV.23})$$

P étant la pression hydrostatique et  $\underline{\underline{I}}$  le tenseur unitaire. L'hypothèse d'incompressibilité plastique permet d'écrire :

$$d\underline{\underline{e}}^e = d\underline{\underline{e}} - \frac{3}{2} \frac{d\bar{\varepsilon}^P}{\bar{\sigma}} \underline{\underline{S}} \quad \text{et} \quad \varepsilon_{kk}^e = \varepsilon_{\text{vol}} \quad (\text{AIV.24})$$

$\underline{\underline{e}}$  et  $\varepsilon_{\text{vol}}$  étant respectivement le déviateur et la trace du tenseur de déformations totales. La loi de Hooke conduit aux relations suivantes:

$$\underline{\underline{S}} = 2\mu \underline{\underline{e}} \quad \text{et} \quad p = -K\varepsilon_{\text{vol}} \quad (\text{AIV.25})$$

où  $\mu$  est le module élastique de cisaillement et  $K$  le module de compressibilité.

Les équations (AIV.24) et (AIV.25) permettent d'écrire :

$$\underline{\underline{S}}|_{t+\Delta t} = 2\mu \left( \underline{\underline{e}}^e|_t + \left( \Delta \underline{\underline{e}} - \frac{3}{2} \frac{\Delta \bar{\varepsilon}^P}{\bar{\sigma}|_{t+\Delta t}} \underline{\underline{S}}|_{t+\Delta t} \right) \right) \quad (\text{AIV.26})$$

ou encore :

$$\left( 1 + 3\mu \frac{\Delta \bar{\varepsilon}^P}{\bar{\sigma}|_{t+\Delta t}} \right) \underline{\underline{S}}|_{t+\Delta t} = 2\mu \hat{\underline{\underline{e}}} \quad \text{où} \quad \hat{\underline{\underline{e}}} = \left( \underline{\underline{e}}^e|_t + \Delta \underline{\underline{e}} \right) \quad (\text{AIV.27})$$

Cette relation conduit à :

$$\left( \bar{\sigma}|_{t+\Delta t} + 3\mu \Delta \bar{\varepsilon}^P \right) = 2\sqrt{\frac{3}{2}} \mu \left\| \underline{\underline{e}}^e|_t + \Delta \underline{\underline{e}} \right\| \quad (\text{AIV.28})$$

D'où :

$$\mu \left( 2\sqrt{\frac{3}{2}} \left\| \underline{\underline{e}}^e|_t + \Delta \underline{\underline{e}} \right\| - 3\Delta \bar{\varepsilon}^P \right) = \bar{\sigma} \left( \bar{\varepsilon}^P|_{t+\Delta t} \right) \quad (\text{AIV.29})$$

Cette équation est généralement non linéaire. Sa résolution par la méthode de Newton permet de déterminer l'incrément de déformation plastique équivalente  $\Delta \bar{\varepsilon}^P$  et conduit à l'expression suivante de la correction qu'il faudra apporter à ce dernier à chaque itération :

$$c^p = \frac{\mu \left( 2\sqrt{\frac{3}{2}} \|e^e\|_t + \Delta e - 3\Delta\bar{\varepsilon}^p \right) - \bar{\sigma}(\bar{\varepsilon}^p)|_{t+\Delta t}}{3\mu + H} \quad \text{où} \quad H = \frac{d\bar{\sigma}(\bar{\varepsilon}^p)}{d\bar{\varepsilon}^p} \quad (\text{AIV.30})$$

Une fois la convergence atteinte, l'incrément de déformation plastique  $\Delta\bar{\varepsilon}^p$  est déterminé. On en déduit la déformation plastique équivalente cumulée à l'instant  $t + \Delta t$ . Par la suite, on calcule  $\bar{\sigma}|_{t+\Delta t}$  à partir de la loi de comportement plastique  $\bar{\sigma}(\bar{\varepsilon}^p)$ . En utilisant la relation (AIV.27), on détermine le déviateur  $\underline{S}|_{t+\Delta t}$  du tenseur de contraintes à l'instant  $t + \Delta t$ , duquel on déduit l'incrément du tenseur de déformations plastiques entre les instants  $t$  et  $t + \Delta t$  au moyen de la relation suivante :

$$\Delta\underline{\varepsilon}^p = \frac{3}{2} \frac{\Delta\bar{\varepsilon}^p}{\bar{\sigma}|_{t+\Delta t}} \underline{S}|_{t+\Delta t} \quad (\text{AIV.31})$$

Dans le cas d'un problème où les trois composantes diagonales de l'incrément  $\Delta\underline{\varepsilon}$  du tenseur de déformations totales sont données par la solution cinématique, on détermine la pression hydrostatique  $p|_{t+\Delta t}$  à l'instant  $t + \Delta t$  en utilisant la relation (AIV.25). Dans le cas d'un problème en contraintes planes ou en contrainte uniaxiale, on utilise la relation (AIV.23). Ainsi, on détermine le tenseur de contraintes  $\underline{\sigma}|_{t+\Delta t}$  à l'instant  $t + \Delta t$ .

## **Résumé :**

Le but principal de cette étude est la construction d'un modèle de comportement pour décrire l'écoulement viscoplastique des matériaux métalliques à structure cubique centrée dans le domaine de l'activation thermique. Le modèle proposé est développé à partir d'une approche semi-empirique basée sur les mécanismes microphysiques de déformation. L'essentiel de cette modélisation consiste en une reformulation des équations d'évolution de la microstructure en tenant compte d'une nouvelle approche théorique, les variables microstructurales étant la densité de dislocations mobiles et la densité de dislocations immobiles. Les résultats de cette étude sont appliqués pour analyser les effets de la vitesse de déformation sur le comportement d'un acier industriel codifié par le signe IFHR-340 sous des conditions de chargement à grande vitesse de déformation. Les paramètres du modèle sont identifiés pour cet acier à partir de résultats d'essais réalisés en traction uniaxiale dans une large gamme de vitesse. Les prévisions théoriques du modèle permettent d'interpréter certains aspects de l'écoulement plastique des matériaux métalliques à structure cubique centrée à partir de l'évolution de la microstructure. Par la suite, le modèle développé est implanté dans la version explicite du code de calcul ABAQUS. Cette implantation a permis l'utilisation de ce modèle pour analyser la réponse thermomécanique d'une tôle d'acier soumise à un chargement en traction dynamique. La comparaison entre les prévisions du modèle développé dans ce travail et celles du modèle de Johnson-Cook montre clairement l'intérêt des avantages apportés par l'utilisation des modèles basés sur l'évolution de la microstructure.

**Mots-clés :** Loi de comportement –Viscoplascité –Activation Thermique – Evolution de la microstructure – Densité de dislocation – Vitesse de déformation – Eléments finis – Traction dynamique.

## **Abstract :**

The main aim of this study was to develop a viscoplastic constitutive model for BCC metals in the thermal activation range. The developed model is deduced from the semi-empirical approach based on microphysical process of deformation. In this formulation, we have introduced two internal variables, densities of mobile and immobile dislocations, to describe the microstructure evolution. This modelling concerns essentially the reformulation of the constitutive equations taking into account new theoretical approach. The results of this study are applied to analyse the strain rate effects on plastic flow of industrial steel codified by IFHR-340 under high strain rate. The model parameters are identified for this steel using experimental data obtained from simple tension tests in a large range of strain rate. The theoretical analysis by the model allowed to explanation of some aspects of the plastic flow of BCC metals from the point of microstructure evolution. The developed model is implemented into the explicit version of the finite element code ABAQUS. In this part, the dynamic tensile test of steel sheets is analysed using the proposed model to describe the process of deformation. The comparison between the predictions of this model and those of the Johnson-Cook relationship show clearly the some advantages revealed by the use of the models based on the microstructure evolution.

**Key-words :** Constitutive model – Viscoplasticity – Thermal activation – Microstructure evolution – Dislocation densitie – Strain rate – Finite elements – Dynamic tensile.