

Etude expérimentale et modélisation de la déformation plastique tenant compte du vieillissement dynamique : cas des aciers doux

Nasser-Eddine Zeghib

► To cite this version:

Nasser-Eddine Zeghib. Etude expérimentale et modélisation de la déformation plastique tenant compte du vieillissement dynamique : cas des aciers doux. Sciences de l'ingénieur [physics]. Université Paul Verlaine - Metz, 1990. Français. NNT : 1990METZ014S . tel-01775865

HAL Id: tel-01775865 https://hal.univ-lorraine.fr/tel-01775865v1

Submitted on 24 Apr 2018 $\,$

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers. L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



AVERTISSEMENT

Ce document est le fruit d'un long travail approuvé par le jury de soutenance et mis à disposition de l'ensemble de la communauté universitaire élargie.

Il est soumis à la propriété intellectuelle de l'auteur. Ceci implique une obligation de citation et de référencement lors de l'utilisation de ce document.

D'autre part, toute contrefaçon, plagiat, reproduction illicite encourt une poursuite pénale.

Contact : ddoc-theses-contact@univ-lorraine.fr

LIENS

Code de la Propriété Intellectuelle. articles L 122. 4 Code de la Propriété Intellectuelle. articles L 335.2- L 335.10 <u>http://www.cfcopies.com/V2/leg/leg_droi.php</u> <u>http://www.culture.gouv.fr/culture/infos-pratiques/droits/protection.htm</u>

INSTITUT SUPERIEUR DE GENIE MECANIQUE ET PRODUCTIQUE

UNIVERSITE DE METZ

THESE

présentée à l'UNIVERSITE de METZ par

Nasser-Eddine ZEGHIB

pour l'obtention du grade de

DOCTEUR



de l'université de Metz

en

MECANIQUE

ETUDE EXPERIMENTALE ET MODELISATION DE LA DEFORMATION PLASTIQUE TENANT COMPTE DU VIEILLISSEMENT DYNAMIQUE - CAS DES ACIERS DOUX -

soutenue le 7 Septembre 1990 devant la commission d'Examen composée de:

M. Berveiller J.M. Detraux G. Ferron J.R. Klepaczko C. Lexcellent

Président Examinateur Rapporteur Directeur de la thèse Rapporteur

	BIBLIOTHEQUE UNIVERSITAIRE - METZ		
	N* inv.	19900305	
	Cote	S/M3 20/14	
	Loc	Mapasik	
ıχ	URA	CNRS 1215	

Laboratoire de Physique et Mécanique des Matériaux U.R.A. CNRS 121 Faculté des Sciences, Ile du Saulcy, 57045 METZ Cedex 01

A la mémoire de mon père

•

A ma mère

A toute ma famille

REMERCIEMENTS

Cette thèse a été réalisée au Laboratoire de Physique et Mécanique des Matériaux, unité associée au C.N.R.S N° 1215 de l'université de Metz.

Je tiens à remercier monsieur le Professeur J.R. Klepaczko directeur de recherches au C.N.R.S. qui m'a initié à l'étude de la mécanique des matériaux, assuré l'encadrement de ce travail et suivi tout au long de cette Thèse.

J'exprime ma profonde gratitude à monsieur le Professeur M. Berveiller qui s'étant intéressé à ces recherches m'a fait le grand honneur d'accepter la présidence du jury.

Mes remerciements vont aussi à Messieurs les Professeurs G. Ferron et C. Lexcellent qui m'ont fait l'honneur de faire partie du jury et de juger ce travail.

Je tiens à remercier aussi Monsieur J.M. Detraux du département recherches de l'entreprise nationale des usines Renault qui m'a fait l'honneur de faire partie du jury

J'associe enfin dans une même pensée amicale tous les membres du laboratoire qui m'ont aidé dans la réalisation de ce mémoire en particulier E.Patoor et M.Buisson qui ont bien voulu lire et apporter leurs remarques sur ce travail.

SOMMAIRE

INTRODUCTION

CHAPITRE I - ETUDE BIBLIOGRAPHIQUE

I.1-Historique

1.2-Dislocations et déformation plastique

- I.3-Rappel du rôle de la diffusion
- I.4-Interaction dislocation-impuretés et phénomène de Portevin-Le-Chatelier (PLC)
 - I.4.1- Ancrage des dislocations par l'atmosphère de Cottrell

I.4.2- Modèle de Cottrell et Fridel

- I.4.3- Modèle admettant un blocage permanent des dislocations
- I.4.4- Diffusion et déformation plastique
- I.4.5- Aspects expérimentaux et différence entre les bandes de Piobert-Lüders et bandes associées au phénomène PLC.
- I.5-Modèle de dislocations
 - I.5.1- Analyse de Yoshinaga et Morozumi
 - I.5.2- Modèle basé sur l'accumulation des dislocations
- I.6-Modèle d'écoulement généralisé basé sur la multiplication des dislocations

CHAPITRE II - ESSAI MECANIQUE

- II.1- Introduction
- II.2- Essai de traction

- II.3- Caractéristiques du matériau
- II.4- Géométrie des éprouvettes de traction
- II.5- Dispositif de traction à différentes températures

II.5.1- Machine de traction

II.5.2- Four de chauffage et régulateur

II.6- Méthodes de mesures

II.7- Etapes de la manipulation

<u>CHAPITRE III</u> - ANALYSES DES RESULTATS EXPERIMENTAUX

- III.1- Caractéristiques générales des courbes contrainte-déformation des aciers doux
 - III.1.1- Introduction
 - III.1.2- Partie élastique
 - III.1.3- Bandes de Piobert-Lüders
 - III.1.4- Partie plastique
 - III.1.5- Phénomène de Portevin-Le Chatelier (PLC)
 - III.1.6- Effet du carbone et de l'azote
- III.2- Résultats expérimentaux

III.2.1- Introduction

- III.2.2- Conditions des essais
- III.3- Influences de la température et de la vitesse de déformation sur quelques caractéristiques des courbes rationnelles contraintedéformation

- III.4- Analyse des résultats expérimentaux par l'application du modèle basé sur la multiplication des dislocations
 - III.4.1 Contrainte d'écrouissage
- III.5- Discussion des résultats
 - III.5.1 Influence de la température sur l'évolution de la cons tante d'interaction
 - III.5.2 Influence de la température sur l'évolution du coefficient de multiplication des dislocations
 - III.5.3 Influence de la température sur la constante d'annihilation
- III.6 Analyse de quelques résultats bibliographiques
 - III.6.1 Caractéristiques des essais expérimentaux choisis
 - III.6.2 Comparaison et discussion des résultats

<u>CHAPITRE IV</u> - MODELISATION TENANT COMPTE DU VIEILLISSEMENT DYNAMIQUE

- IV.1- Principe de la modélisation
- IV.2- Dépendance concentration temps d'attente et modélisation du coefficient de multiplication des dislocations
- IV.3- Modélisation du coefficient d'annihilation
- IV.4- Modélisation de la constante d'interaction
- IV.5- Approximation de la déformation de Lüders
- IV.6- Application numérique du modèle proposé

IV.6.1- Valeurs des différentes contantes

IV.6.2- Résultats obtenus

IV.6.3- Conclusion

REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES

ANNEXE 1 - METHODES de CALCUL des CONSTANTES

ANNEXE 2 - RESULTATS des ESSAIS

•

INTRODUCTION

.

.

1

INTRODUCTION

La bibliographie nous offre un certain nombre d'approches très diverses qui permettent de décrire le comportement mécanique des métaux au cours de la déformation plastique. Mais ne décrivent pas suffisamment bien les phénomènes mis en jeu, tels que le phénomène de diffusion associé à la déformation plastique, et ne permettent généralement pas de mettre la main sur les origines et les aspects physiques de la déformation plastique des métaux. Ainsi que les mécanismes microscopiques tels que le mouvement ou le blocage des dislocations.

S'agissant du domaine du vieillissement dynamique qui est l'objet essentiel de cette étude, les récents travaux l'ont abordé au niveau des crochets qui apparaissent sur les courbes contrainte-déformation. Une large littérature permet de constater la diversité des approches ; cependant la validité des modèles proposés reste limitée au matériau étudié ou aux conditions de sollicitations imposées.

La présente étude propose une nouvelle approche basée sur l'évolution de la densité de dislocations, c'est-à-dire que l'on prend en considération la plus grande accumulation des dislocations développées par le vieillissement dynamique. On s'intéresse plus particulièrement à la variation globale de la géométrie des courbes vraies contrainte-déformation, en tenant compte de la diffusion du carbone dans les aciers, (la diffusion de l'azote étant négligeable). pour construire un modèle d'écrouissage global plus complet mettant en évidence la température et le rôle de la vitesse de déformation.

Une étude expérimentale réalisée sur l'acier XC18 (0.18% de carbone), a permis de tester la validité et les limites du modèle proposé.

Ce travail débute par une étude bibliographique axée sur l'influence de la température et de la vitesse de déformation sur le comportement des matériaux, en particulier dans le domaine du vieillissement dynamique, ainsi que quelques rappels du rôle de la diffusion dans les métaux.

Le second chapitre est consacré à la partie expérimentale. Il présente le déroulement de l'essai mécanique avec une description détaillée des méthodes de mesure utilisées. Les résultats obtenus et les différentes analyses des courbes contrainte-déformation, nécessaires à l'interprétation et à la compréhension des phénomènes mis en jeu sont représentés au chapitre suivant. Dans ce chapitre on détermine les paramètres physiques liés à l'accumulation et au mouvement des dislocations, et on compare les résultats expérimentaux avec les données bibliographiques.

Le quatrième chapitre est consacré au développement du modèle proposé et à la reconstitution théorique des courbes contrainte-déformation, pour differentes températures et vitesses de déformations. On détermine également les courbes contrainte-déformation et l'on éffectue une comparaison avec les résultats expérimentaux.

Cette étude s'achève par une discussion montrant les perspectives du sujet.

ŕ

CHAPITRE I

ETUDE BIBLIOGRAPHIQUE

I.1. HISTORIQUE

Depuis le début de ce siècle de nombreuses recherches et études ont été consacrées à l'influence de la température et de la vitesse de déformation sur le comportement des matériaux. Dès 1909 Le Chatelier a mis en évidence l'influence de la température sur les essais aux vitesses élevées [1], puis en 1923 Portevin et Le-Chatelier [2] se sont interessé aux décrochements qui apparaissent sur les courbes contrainte-déformation des aciers au-delà de la température des aciers au-delà de la température des aciers au-dessus de 373 K sont fonction de la température et du temps. Ce point d'une importance capitale doit toujours être pris en compte pour la modélisation des comportements des aciers, car tout phénomène qui apparaît à des températures bien précises exige un certain temps pour se produire.

L'étude de Manjoine et de ses collaborateurs en 1944 a bien illustré l' influence de la température et de la vitesse de déformation de l'acier doux [3], ainsi que l'effet du vieillissement dynamique sur la limite élastique et la contrainte de striction. Une serie d'essais mécaniques a été realisée sur de l'acier doux à des températures variant de 298 à 873 K avec des vitesses de déformation comprises entre 1.10^{-6} et 3.10^{-2} s⁻¹. Les figures 1.1 et 1.2 montrent bien l'évolution de la contrainte vraie en fonction de la température et l'éffet de la vitesse de déformation pour plusieurs niveaux de déformation. Le pic des courbes se déplace vers les températures les plus élevées quand la vitesse de déformation augmente, mais le niveau des contraintes diminue. On remarque aussi que plus le niveau de déformation est élevé plus le pic est grand.

Les travaux de Maggregor et Fisher [4] ont été consacrés à l'étude de l'influence de la température et de la vitesse de déformation sur les propriétés des courbes rationnelles contrainte-déformation. Ils ont effectué des essais de traction à des vitesses de déformation vraies constantes, et en introduisant la température modifiée par la vitesse de déformation. Dans leur étude le vieillissement dynamique a été pris en compte.

Ce résultat montre que le pic du vieillissement dynamique est gouverné par l'activation thermique.

La figure 1.3 montre la variation de la contrainte vraie en fonction de la température modifiée par la vitesse de déformation.





6

Fig. 1.2 - Evolution de contrainte en fonction de la température pour sept niveaux de déformation . [3].





Fig. 1.3 - Variation de la contrainte vraie en fonction de la température modifiée par la vitesse de déformation . [4].

1 : $\varepsilon = 0.1$	``	
203 K \leq T \leq 938 K	}	[4]
$5.10^{-5} \text{ s}^{-1} \le \dot{\epsilon} \le 500.10^{-5} \text{ s}^{-1}$	-	

$$2: \varepsilon = 0.1$$

293 K $\leq T \leq 873$ K 9.5 10^{-7} s⁻¹ $\leq \dot{\epsilon} \leq 0.5$ s⁻¹ [3] 7

I.2. DISLOCATION ET DEFORMATION PLASTIQUE

L'explication d'un certain nombre de propriétés des matériaux repose essentellement sur l'existance de défauts cristallins. Les dislocations sont parmis les défauts les plus importants. Ils permettent d'expliquer les déformations plastiques, ainsi que d'autres propriétés telles que la croissance des cristaux ou certains comportements électriques des semi-conducteurs, ou bien encore des phénomènes physiques dont le vieillissement dynamique.

Le rôle décisif que jouent les dislocations dans presque tout les domaines de la plasticité est la cause essentielle du développement spectaculaire de la théorie des dislocations durant ce siècle.

L'observation directe des dislocations date de 1956. L'utilisation des microscopes électroniques par transmission a permis d'obtenir une image de la région déformée autour de la dislocation. Au cours des trente dernières années.La totalité de nos connaissances expérimentales sur les dislocations et leur intéraction a été obtenue par cette téchnique.Un progrès considérable a été réalisé récemment par l'observation directe en haute résolution des plans ou des rangées atomiques.

La densité de dislocations a pour expression :

$$=\frac{L}{V}$$
(1.1)

où L est la longueur totale dans l'unité de volume, et V est le volume unitaire. ρ étant la somme des dislocations immobiles et mobiles :

$$\rho = \rho_i + \rho_m$$

 ρ est exprimée en cm⁻².

 $\rho =$

ρ

Si l'on introduit f comme étant le rapport de ρ_m/ρ , la densité totale des dislocations s'exprime par :

$$\frac{\rho_{\vec{p}}}{1-f}$$

8

(1.3)

(1.2)

 $0,1 \ge f \ge 1.10^{-3}$ pour les métaux cubiques centrés.

La figure 1.4 représente l'observation par le microscope électronique de la variation de la densité de dislocations en fonction de la déformation, en quasi-statique pour deux températures différentes [5]. On peut remarquer une variation linéaire pour les faibles déformations. Puis une variation non linéaire jusqu'à une valeur de la saturation. Dans le domaine correspondant au vieillissement dynamique (T= 573 K), la multiplication des dislocations est plus intense.

I.3 RAPPEL DU ROLE DE LA DIFFUSION

La diffusion joue un rôle fondamental dans l'élaboration et les traitements thermique des métaux. C'est une variation relative de la disposition des atomes et des lacunes dans le réseau. Elle est caracterisée par un coefficient de diffusion, qui correspond à la quantité de la substance qui traverse l'unité de la surface par l'unité de temps, en unidimensionnelle :

$$J = -D\frac{dc}{dx}$$
(1.4)

où J est le courant des lacunes ou des atomes, D étant le coefficient de diffusion, dc/dx est le gradient de concentration. Le signe (-) indique que la diffusion se passe dans la direction de la diminution de la concentration. Le coefficient de diffusion est une grandeur thermiquement activée :

 $D = D_{o} \exp\left(-\frac{\Delta H}{kT}\right)$ (1.5)

où D_o est le facteur de fréquence qui dépend de la nature du métal. ΔH est l'énergie de la formation des lacunes, k est la constante de Bolzmann et T la température absolue.

C'est par une succession de sauts élémentaires d'une position d'équilibre à une autre position d'équilibre du réseau cristallin que les atomes peuvent se déplacer. Il existe plusieurs mécanismes de sauts possibles dans un réseau cristal-



Fig. 1.4 - Observations microscopiques de la variation de la densité de dislocations totale en fonction de la déformation pour l'acier à 0.035 % de carbone D'après Keh, Nakada et Leslie [5].

lin [6]. Parmi eux le mécanisme interstitiel où l'atome en insertion se déplace en passant de site interstitiel en site interstitiel. C'est ainsi que les atomes en solution solide d'insertion diffusent (par exemple l'hydrogène, le bore, le carbone, l'azote et l'oxygène). Le schéma de la figure 1.5 résume les principaux mécanismes de la diffusion [7].

Deux types de diffusion sont également à noter : la diffusion statique et la diffusion dynamique. La première s'éffectue entre un couple de corps en contact ou dans un réseau sans mouvement de dislocation. La deuxième s'effectue dans un réseau où les dislocations sont en mouvement avec une vitesse V (figure 1.6). Dans ce dernier cas la diffusion est plus rapide et se passe avec transport de nuage.

Le vieillissement est un phénomène important contrôlé par la diffusion. C'est en effet l'évolution en fonction du temps de l'accumulation du soluté au voisinage de la dislocation. Les conséquences métallurgiques de ce phénomène sont importantes, tels que le phénomène de Portevin-Le-Chatelier et le vieillissement dynamique.

I.4 INTERACTION DISLOCATION-IMPURETES ET PHENOMENE DE PORTEVIN-LE-CHATELIER (P L C)

I.4.1 Ancrage des dislocations par l'atmosphère de Cottrell

Cottrell et Bilbby [8] ont montré que les atomes étrangers diffusent vers la dislocation et se réarrangent autour d'elle en créant un nuage (atmosphère de Cottrell). Dans le cas des aciers doux l'élément qui diffuse est le carbone et à un degré moindre l'azote. C'est cette interaction qui a permis d'expliquer l'augmentation de la limite élastique dans le domaine du vieillissement statique.

On considère que si les dislocations sont bloquées par le nuage de Cottrell (après une déformation par exemple), il est nécessaire d'exercer un effort considérable pour les libérer de cet ancrage. Une fois débloquées, les dislocations peuvent glisser plus facilement. Le schéma de la figure 1.7 illustre le mécanisme de Cottrell.

Il est nécessaire de signaler que l'idée de déblocage des dislocations a été rejetée plus tard.



Fig. 1.5 - Schéma des principaux mécanismes de diffusion d'après Adda et Philibert [6].

Echange simple .
 Echange cyclique.
 Mécanisme lacunaire .
 Mécanisme interstitiel direct .
 Mécanisme interstitiel indirect .
 Mécanisme "Crowdion " .







Fig. 1.7 - Représentation schématique du mouvement d'une dislocation (idée de Cottrell).

a) Dislocation bloquée . b) Dislocation débloquée .

 λ : Libre parcours moyen .

I.4.2 Modèle de Cottrell et Friedel

Cottrell [9] a montré que les dislocations ne peuvent traîner un nuage d'atomes de soluté qu'à la condition que leur vitesse de mouvement est inférieure à celle du nuage. Cette vitesse critique est donnée par

$$V_{cr} = \frac{4D}{L}$$
(1.6)

où D est le coefficient de diffusion du nuage et L son rayon éffectif.

$$L = \frac{b U_m}{kT}$$
(1.7)

 U_m représente l'énergie de liaison impureté-dislocation, b est le vecteur de Burgers, k la constante de Boltzmann et T la température absolue. En introduisant la relation d'Orowan :

$$\dot{\varepsilon} = \rho_{\rm m} \, b \, V \tag{1.8}$$

où ρ_m est la densité des dislocations mobiles et V leur vitesse moyenne, la vitesse de déformation critique (maximale) devient :

$$\dot{\varepsilon}_{cr} = \frac{4 b \rho_m D}{L}$$
(1.9)

En introduisant l'expression du coefficient de diffusion vu précédement; la vitesse critique est exprimée par :

$$\dot{\varepsilon}_{cr} = \frac{4 b \rho_m C_v D_o}{L} \exp\left(-\frac{\Delta H}{kT}\right)$$
(1.10)

avec C_v la sursaturation en lacunes créde par la déformation.

Cette relation dite de Friedel [10] prédit que les atomes de soluté diffusent moins vite que les dislocations ; autrement le phénomène d'ancrage-désancrage des dislocations disparaîtrait. On aboutit ainsi à une relation du type :

$$\dot{\varepsilon}_{\rm F} = \frac{\sigma b^3}{kT} \rho_{\rm m} D_{\rm o} \exp\left(-\frac{\Delta H}{kT}\right)$$
(1.11)

où σ est la contrainte appliquée.

L'inconvénient de ce modèle est qu'il nécessite une sursaturation importante en lacunes d'écrouissage. Cette condition n'est satisfaite que si D est de l'ordre de 10^{-9} cm²s⁻¹ tout en supposant que toutes les dislocations sont en mouvement. Par contre, on constate que D est de l'ordre de 10^{-13} cm²s⁻¹ pour les atomes de substitution, donc beaucoup trop faible. Les travaux de Cuddy et Leslie [11] ont montré que le phénomène PLC apparaît sans sursaturation en lacunes.

I.4.3 Modèle admettant un blocage permanent des dislocations

En étudiant le phénomène de déformation hétérogène dans les alliages cubiques centrés et le rôle que joue le soluté de l'alliage dans le blocage des dislocations, et en utilisant le modèle proposé par Johnston et Gilman [12] pour le LiF; Hahn [13] a proposé un modèle de déformation plastique basé sur la multiplication des dislocations. Il considère que les dislocations bloquées par le nuage de Cottrell, restent bloquées. La brusque chute de contrainte observée au début de la déformation plastique a pour origine une multiplication rapide des dislocations. Ce modèle est qualitativement en accord avec l'expérience et donne l'expression de la densité de dislocations suivante :

$$\rho = \rho_{o} + C \varepsilon_{p}^{a} \tag{1.12}$$

où ρ est la densité de dislocations, ρ_o leur densité initiale ; c'est un paramètre de densité de dislocations, ϵ_p est la déformation plastique et a une constante (de l'ordre de 0.7 pour les aciers doux). La densité de dislocations mobiles est donnée par:

$$\rho_{\rm m} = f \cdot \left(\rho_{\rm o} + C \, \varepsilon_{\rm p}^{\rm a} \right) \tag{1.13}$$

où f est défini par l'expression (1.3).

En se fondant sur des observations expérimentales, l'auteur affirme que l'instabilité de l'écoulement plastique est dû essentiellement à une faible densité de dislocations au moment de la sollicitation et à leur multiplicité catastrophique, ainsi qu'à une loi de dépendance forte entre la contrainte et la vitesse des dislocations.

En conclusion, le modèle proposé explique le crochet observé lors d'un vieillissement après déformation. Le rôle des atmosphères du soluté autour de la dislocation n'a pas été exclu mais son importance a considérablement été reduite.

Dans le même cadre d'idée, Haasen [14] a constaté que la vitesse moyenne et la densité de dislocations rapides décroît lorsque la concentration en soluté augmente.

I.4.4 Diffusion et déformation plastique

Jaoul explique dans son ouvrage [15], qu'effectuer une déformation plastique d'un réseau contenant des impuretés (ou des éléments d'addition en faible proportion) revient à faciliter les phénomènes de diffusion, par les défauts de structures introduits par la déformation elle-même. Il s'ensuit un phénomène particulier correspondant au développement d'une déformation hétérogène, que l'on appelle phénomène de PLC. La figure 1.9 montre l'apparition du phénomène de PLC pour les aciers doux [16].

L'auteur montre que l'interaction entre les impuretés et les dislocations, favorise le rassemblement des atomes étrangers au voisinage des défauts, et que ce phénomène n'est pas instantané et présente un stade intermédiaire, où les impuretés se réunissent en nuages et bloquent fortement les dislocations.



Fig.1.9 - Apparition du phénomène de Portevin-Le-Chatelier sur les courbes de traction des aciers doux [16]

I.4.5 Aspects expérimentaux et différence entre les bandes de Piobert-Lüders et bandes associées au phénomène PLC.

En étudiant l'éffet des interactions dislocations-impuretés mobiles sur les propriétés mécaniques, Strudel [17] a présenté les divers aspects expérimentaux du phénomène PLC et des bandes de Lüders. Il a exposé les divers modèles microscopiques qui tendent d'en rendre compte, et d'interpréter l'energie d'activation.

Dans la même étude, l'auteur résume les différences entre les bandes de Piobert-Lüders et celles associées au phénomène PLC, par quelques caractéristiques intéressantes :

- a) La vitesse de propagation des bandes associées au phénomène PLC est beaucoup plus rapide que celle des bandes de Piobert-Lüders.
- b) La contrainte d'écoulement présente de faibles fluctuations (qui dépendent de la rigidité du système de chargement) pendant la durée de la propagation des bandes de Piobert-Lüders ; par contre, elle augmente d'une bande à l'autre pour celles associées au phénomène PLC.
- c) Les bandes de Lüders peuvent naître en tout point de l'éprouvette, mais celles du phénomène PLC apparaissent généralement dans les congés de l'éprouvette.
- d) Les bandes PLC se répètent plusieurs fois alors que celles de Piobert-Lüders ne traversent l'éprouvette qu'une seule fois.

La figure 1.10 montre la propagation des bandes de Piobert-Lüders au cours de la traction.

Quatitativement les bandes associées au phénomène PLC sont beaucoup plus faibles que celles de Piobert-Lüdres.



Fig. 1.10 - Représentation schématique de la propagation des bandes de Piobert-Lüders.

- a) Hétérogénéité sur l'éprouvette.
 b) Discontinuité sur la courbe contrainte-déformation.

20

I.5 MODELE DE DISLOCATIONS

I.5.1. Analyse de Yoshinaga et Morozumi

Par l'établissement des courbes de concentration en soluté, autour d'une dislocation mobile, dans un réseau cristallin simple à maille quadratique ; Yoshinaga et Morozumi [18] apportent au modèle son fondement à l'échelle atomique.

Leur analyse consiste à imposer à la dislocation une vitesse V et à calculer la force de freinage.Ensuite ils détérminent la répartition du soluté entourant la dislocation, et cela pour plusieurs vitesses de propagation à une température donnée. Un bon accord est trouvé entre le calcul et les résultats expérimentaux obtenus sur le Vanadum [19].

Si la dislocation se déplace dans la direction de l'axe x avec une vitesse v, pour un repère fixe, la concentration dans le côté droit passe au côté gauche avec une vitesse v. La vitesse de changement de concentration développée par ce processus est caractérisée par :

$$v\left\{C\left(x+s,y\right)-C\left(x,y\right)\right\} / s \tag{1.14}$$

où s est la distance du saut de l'atome du soluté.

Les quatre positions les plus proches sont analysées en utilisant l'équation :

$$D/S^{2} = p v \exp\left(-\frac{Q}{kT}\right)$$
(1.15)

où p est un facteur géométrique, v est la fréquence de vibration du soluté et D le coefficient de diffusion du soluté.

Finalement l'expression du changement de la concentration en fonction du temps est donnée par :

$$\frac{\partial c(x,y)}{\partial t} = \frac{D}{s^2} \left[c(x+s,y) \left\{ 1 - c(x,y) \right\} \exp \left\{ \frac{V(x+s,y) - V(x,y)}{2kT} \right\} - c(x,y) \left\{ 1 - c(x+s,y) \right\} \exp \left\{ \frac{V(x,y) - V(x+s,y)}{2kT} \right\} + \dots \right]$$
(1.16)
+ v {c (x + s,y) - c(x,y)}/s ...

L'analyse numérique de cette équation est possible si la concentration et l'énergie d'interaction entre la dislocation et le soluté sont connues en chaque point du réseau. Autrement, si la distribution de concentration est connue au temps t, la nouvelle distribution est calculée après le temps Δt .

La figure 1.11 montre le profil des nuages des atmosphères traînées par une dislocation ayant atteint plusieurs vitesses de croisières. On peut déduire de cette analyse les conclusions suivantes [9] :

- a) La vitesse critique Vc de la dislocation dépend de la température, en dessous de cette vitesse critique la force de traînage augmente à l'état stationnaire avec l'augmentation de la vitesse ; pendant que la contrainte diminue. A l'inverse pour V > Vc, la contrainte augmente presque proportionnellement avec V, quand celle-çi est proche de Vc [21].
- b) Quand une dislocation stationnaire, en équilibre thermique avec une atmosphère, est forcée de se mettre en mouvement avec une vitesse V, la force de traînage augmente de façon monotone en valeur dans l'état stationnaire pour V considérablement inférieure à Vc (V<< Vc).
- c) Si V est supérieure à Vc, la force de traînage augmente avec l'augmentation de la vitesse des dislocations dans le processus de forma tion de l'atmosphère.

Il est noter à que cette analyse est en accord avec l'idée initiale de Cottrell, mais elle n'est valable que pour des concentrations relativement faibles.



Fig. 1.11- Distribution de la concentration au voisinage d'une dislocation pour plusieurs vitesses de déplacement D'après Yoshinaga et Morozumi . [18].

I.5.2. Modèle basé sur l'accumulation des dislocations

Un modèle quasi-statique de dislocations rendant compte de la relation entre la contrainte et la déformation a été présenté par Bergström [22] pour le fer polycristallin au voisinage de 293 K et pour des allongements supérieurs à la déformation de Piobert-Lüders. A l'aide de ce modèle, une relation entre la densité de dislocations (ρ) et la déformation (ϵ) a été déduite. La fonction est obtenue par la combinaison de $\rho = \rho(\epsilon)$ avec l'équation générale qui relie la contrainte σ à la densité de dislocations ρ :

$$\sigma = \sigma_{o} + \alpha \,\mu \,b \,\sqrt{\rho} \tag{1.17}$$

où α est une constante, μ est le module de cisaillement, b le vecteur de Burgers et σ_o est la contrainte de frottement paramètre indépendant de la déformation. Dans ce modèle basé sur le comportement moyen d'un grand nombre de dislocations (mobiles et immobiles), Bergström suppose que quatre processus sont responsables de la variation de la densité totale des dislocations en fonction du taux de déformation : la création, l'ancrage, la remise en mouvement et l'annihilation des dislocations. Cette variation est donnée par l'expression suivante :

$$\frac{d\rho}{d\varepsilon} = U(\varepsilon) - A - \Omega\rho$$
(1.18)

où $U(\varepsilon)$ est le taux d'immobilisation ou d'annihilation des dislocations mobiles, Ω mesure la probabilité de remobiliser ou d'annihiler les dislocations immobiles et A mesure le taux d'annihilation des dislocations mobiles avec d'autres dislocations.

L'équation différentielle (1.18) peut être considérée comme incorrecte du fait que U dépend de ε et que l'intégration a été faite en posant U indépendant de la déformation. Avec les conditions initiales $\rho = \rho_o$ pour $\varepsilon = 0$ (ρ_o étant la densité initiale de dislocations) on obtient :

$$\rho = \frac{U - A}{\Omega} \left[1 - \exp(-\Omega \varepsilon) \right] + \rho_{o} \exp(-\Omega \varepsilon)$$
(1.19)

En introduisant l'expression de ρ dans l'expression (1.17) de la contrainte σ :

$$\sigma = \sigma_{o} + \alpha \mu b \left\{ \frac{U-A}{\Omega} \left[1 - \exp(-\Omega \epsilon) + \rho_{o} \exp(-\Omega \epsilon) \right] \right\}^{1/2}$$
(1.20)

Ce modèle a été appliqué [23] aux courbes contrainte-déformation d'un acier à faible teneur en carbone (0.038 %), pour une étude dans un domaine de température compris entre 298 et 673 K, correspondant au domaine du vieillissement dynamique en traction avec une vitesse de déformation $\varepsilon = 9.7 \times 10^{-4} \text{s}^{-1}$.

Cette étude montre qu'aux basses températures le blocage des dislocations immobiles est le mécanisme dominant. Par contre, aux températures élevées, il faut prendre en compte aussi le blocage des dislocations mobiles. Cette interprétation a correctement expliqué la variation de la vitesse de durcissement par déformation, de la limite élastique inférieure, de la contrainte de Lüders et de la striction.

La figure 1.12 représente quelques résultats obtenus par Bergström [23] sur un acier à faible teneur en carbone 0.038 % C.

La figure 1.13 représente le résultat de l'application de cette approche et la variation des paramètres U-A et de Ω en fonction de la température calculée par l'équation (1.20).

En conclusion, on peut dire que dans le domaine des températures où l'écrouissage est plus intense, les grandes valeurs de U-A et simultanément les valeurs faibles de Ω indiquent une augmentation intense de la densité de dislocations en fonction de la déformation. Cette augmentation est confirmée par les observations de Keh, NaKada et Leslie [5], figure 1.4.

I.6. MODELE D'ECOULEMENT GENERALISE BASE SUR LA MULTIPLICATION DES DISLOCATIONS

Un modèle de limite élastique et d'écoulement plastique basé sur l'écrouissage, et la multiplication des dislocations propres aux métaux polycristallins a été établi par Klepaczko [24].La contrainte externe appliquée est considérée comme la somme de deux composantes : l'une athermique, la contrainte interne τ_{μ} et l'autre thermique τ^* , la contrainte effective, qui dépend de la température et de la vitesse de déformation :



Fig. 1.12 - Evolution en fonction de la température dans le domaine du vieillissement dynamique de :

a) La limite élastique.

b) La déformation de Lüders.

c) L'allongement jusqu'à la striction.

Acier à 0.038 % de carbone, d'après Bergström [23]



Fig. 1.13 - Variation des paramètres : (a),U-A, et
(b), Ω;
en fonction de la température . D'après Bergström [23].
$$\tau = \tau_{\mu} (\rho, T) + \tau^* (\rho_m, \dot{\gamma}_p, T)$$
(1.21)

L'expression de la contrainte interne tenant compte de l'effet d'écrouissage dans les métaux cubiques centrés et d'autres métaux est donnée par la relation suivante :

$$\tau_{\mu}(T,\rho) = \tau_{i} + \alpha \mu(T) b \sqrt{\rho(\gamma_{p})}$$
(1.22)

où τ_i est la contrainte de frottement qui est indépendante de la déformation, α est une constante et ρ la densité de dislocations, b désigne le vecteur de Burgers et μ le module de cisaillement.

En admettant que la densité de dislocations totale évolue durant la déformation plastique, on note sa loi d'évolution [25]:

$$\dot{\rho} = \dot{\rho} (T,t) \tag{1.23}$$

Cette loi décrit les changements continuels de densité totale de dislocations par sa dérivée par rapport au temps [22], [26]. En plus la relation d'évolution inclut explicitement le temps pour tenir compte du vieillissement dynamique [5]. Pour relier la densité de dislocations ρ et la déformation plastique γ_p , une équation différentielle linéaire a été utilisée [26], [27] :

$$\frac{d\rho}{d\gamma_{p}} = M_{II}$$
(1.24)

ou encore :

 $\dot{\rho} = \dot{\gamma}_{p} M_{II} \tag{1.25}$

où M_{Π} est le coefficient de multiplication des dislocations.

L'équation (1.24) prédit une augmentation linéaire de la densité de dislocations avec la déformation plastique [25]. Ceci n'est valable que pour les faibles déformations. Pour les conditions $\rho = \rho_o \operatorname{si} \gamma_p = 0$:

$$\rho = \rho_{o} + M_{\Pi} \cdot \gamma_{p} \tag{1.26}$$

où ρ_o est la densité initiale de dislocations.

On a trouvé ce résultat pour un bon nombre de métaux cubiques centrés, dans la région des faibles déformations ($\gamma_p \leq 0.02$), [5], [22], [27], [28], [29].

1

Il est à noter que c'est une relation d'évolution simple où le coefficient effectif de multiplication des dislocations ne dépend pas de la température ni du temps, et la densité totale de dislocations a été prise comme un paramètre structural.

D'autres formes plus générales de la relation d'évolution ont été discutées par ailleurs [26], [30], elles sont généralement de la forme :

$$M_{eff} = M_{g} (\gamma, T, \rho) - M_{a} (\gamma, T, \rho)$$
(1.27)

On peut citer quelques exemples de lois proposées pour retirer l'évolution de la contrainte en fonction de la déformation plastique d'un matériau pour différentes vitesses de déformation. Estrin et Mecking [31] proposent l'évolution suivante :

$$\frac{d\rho}{d\varepsilon} = K_1 \sqrt{\rho} - K_2 \rho \qquad (1.28)$$

où $K_1 \sqrt{\rho}$ est le terme de la multiplication des dislocations et $K_2 \rho$ est le terme d'annihilation, K_1 est la constante de proportionnalité qui caractérise la multiplication des dislocations. Comme :

$$\sqrt{\rho} = \frac{1}{L} \tag{1.29}$$

où L est la distance moyenne entre deux dislocations. Dans ce modèle le terme de multiplication tient compte de l'évolution de la déformation puisque L change lors de la déformation plastique. K_2 est la constante qui caractérise l'annihilation. Une expression plus générale [32] donne l'évolution suivante :

$$\frac{d\rho}{d\gamma_{p}} = \frac{1}{b} \left[\frac{1}{\lambda(\dot{\gamma})} + \frac{1}{\delta} + \frac{1}{d(\rho)} \right] - \left[K_{a} \left(\dot{\gamma}, T \right) + \frac{n}{\dot{\gamma}} \right] (\rho - \rho_{o})$$
(1.30)

où λ est le libre parcours moyen des dislocations ;

 δ est la distance moyenne entre les particules dures. Dans le cas des alliages δ est une constante

d est le diamètre moyen des cellules des dislocations ; η est le coefficient de fluage visqueux ;

K_a le coefficient d'annihilation des dislocations.

L'expression la plus simple possible de (1.30) utilisée pour l'analyse du vieillissement dynamique est :

$$\frac{d\rho}{d\gamma} = M_{\Pi} - K_a \left(\rho - \rho_o\right) \tag{1.31}$$

Cette relation satisfait automatiquement aux conditions initiales : $M_{eff} = M_{II}$ pour $\rho = \rho_o$, son intégration donne :

$$\rho = \rho_{o} + \frac{M_{II}}{K_{a}} \left[1 - \exp\left(-K_{a}\gamma_{p}\right) \right]$$
(1.32)

Cette solution donne le niveau de saturation pour $d\rho/d\gamma = 0$ et γ_p tendant vers l'infini :

$$\rho = \rho_{o} + \frac{M_{II}}{K_{a}}$$
(1.33)

La limite élastique peut être déduite pour $\gamma_p = 0$:

$$\tau_{\mu y} = \alpha \,\mu \,(\mathrm{T}) \,b \,\sqrt{\rho_{\mathrm{o}}} \tag{1.34}$$

En introduisant (1.32) dans l'expression de la contrainte interne et en remplaçant le module de cisaillement par son expression empirique [33], [34], on obtient :

$$\tau_{\mu}(T,\rho) = \tau_{i} + \alpha \mu (T) b \left(\rho_{o} + \frac{M_{II}}{K_{a}} \left[1 - \exp(-K_{a}\gamma_{p}) \right] \right)^{1/2}$$
(1.35)

avec :

$$\mu(T) = \mu_0 \cdot (1 - AT - BT^2)$$
(1.36)

où μ_o est le module de cisaillement à T = 0 K, A et B sont des constantes.

La première étape généralement admise, lie pour une structure constante la valeur instantanée de la contrainte effective τ^* à la vitesse de déformation instantanée γ par la relation d'Arrhenus :

$$\dot{\gamma}_{i} = v_{i}(\tau, T) \exp\left[-\frac{\Delta G_{i}(\tau^{*}, T)}{kT}\right]_{STR}$$
(1.37)

où v_i est le facteur pré-exponentiel et ΔG l'énergie libre d'activation. L'indice i indique le i-ème processus thermiquement activé du mouvement des dislocations ; jusqu'ici non spécifié.

La contrainte effective τ^* peut être déterminée pour une structure constante en introduisant l'expression suivante dans l'équation (1.37) :

$$-\frac{d\Delta G_i}{d\tau^*} = b A^*$$
(1.38)

où

$$\Delta G_{i} = \Delta H_{oi} - b \int A^{*} (\tau^{*}) d\tau^{*}$$
(1.39)

A* étant la dimension d'une surface est fréquemment appelée la surface d'activation [25], [26], [35]. ΔH_{oi} est l'enthalpie d'activation qui est approximative ment l'énergie d'activation pour un obstacle thermique [26], [35]. Après intégration de (1.38), l'expression générale de ΔG_i est obtenue :

$$\Delta G_{i} = \Delta H_{oi} - E_{i} (\tau^{*}) \tag{1.40}$$

où $E_i(\tau^*)$ est la quantité d'énergie fournie par la contrainte effective τ^* pour vaincre les obstacles thermiquement activés.

Les analyses faites par différents auteurs semblent indiquer que pour les températures basses et moyennes (T < 400 K), les dislocations dans les structures CC se déplacent par la formation de paires de décrochement thermiquement activés sur les potentiels de Peierls [35], [36].

Puisque les différents modèles de ces micromécanismes produisent seulement une différence insignifiante sur $\Delta G_p(\tau^*)$ où ΔG_p est l'énergie libre d'activation pour vaincre les potentiels de Peierls, Kocks et al [35] proposent une relation moyennée pour ce processus :

$$\Delta G_{p} = 2H_{K}(T) \left[1 - \left(\frac{\tau^{*}}{\tau^{*}_{p}(T)} \right)^{p} \right]^{q}$$
(1.41)

Avec p = 3/4 et q = 4/3, $2H_K(T)$ est l'énergie d'activation totale nécessaire pour former les doubles décrochements et pour vaincre le potentiel de Peierls, $\tau^*_p(T)$ est la contrainte de Peierls ; $2H_K(T)$ et $\tau^*_p(T)$ dépendent de la température par le changement du module de cisaillement qui est fonction de la température. Dans ce modèle, la forme suivante simplifiée du facteur préexponentiel provient de [37], [38] :

$$v_{p}(\rho) = f_{o} \rho_{o} nb^{2} v_{D} \left(1 + \frac{\alpha_{1}}{\rho_{o} f_{o}} \ln \frac{\rho}{\rho_{o}}\right)$$
(1.42)

 f_o est la fraction initiale de ρ_m/ρ ; ν_D est la fréquence de Debye et n est une constante qui caractérise la géométrie des décrochements, et α_1 est une constante du matériau. Les valeurs numériques pour l'acier XC18 : $f_o = 0.05$, $\nu = 2$ [13], $\nu_D = 1.10^{+13}$ s⁻¹, et $\alpha_1 = \rho_o$.

En combinant les équations (1.41) et (1.42) l'expression de τ^* sera :

$$\tau^* = \tau_o^* \left[1 - \left(\frac{kT}{2H_K(T)} \ln \frac{\nu_p(T,\rho)}{\dot{\gamma}_p(T,\rho)} \right)^{1/p} \right]^{1/q}$$
(1.43)

 τ_{o}^{*} est la contrainte effective pour T=0 K. p et q sont des constantes pour un type d'obstacle thermiquement activé.

Il est a noter que pour les températures supérieures à l'ambiante (T > 400 K), et pour de faibles vitesses, la contrainte effective est négligeable ($\tau^* \approx 0$). On notera également que l'expréssion de ρ (1.32) est similaire à celle développée par Bergström [23].

La validité de ce modèle a été vérifiée sur les essais de compression effectués sur l'acier XC18 après recuit. Les résultats quasi-statiques ont servi de base de données pour la détermination de la valeur de Ka. En utilisant les valeurs des constantes du matériau, il semble que pour la température (T=293K), Ka = 6 donne la meilleure approximation. La figure 1.14 montre les résultats de calcul.

Le coefficient de multiplication des dislocations M_{II} qui caractérise la création des dislocations au cours de la déformation plastique est lié à la pente initiale d'écrouissage θ_{Π} par la relation suivante :

$$M_{\Pi} = \frac{2\tau_{\mu y} \theta_{\Pi}}{\left(\alpha \mu (T) b\right)^2}$$
(1.44)

 α est une constante qui caractérise l'interaction dislocation-obstacle, elle est de l'ordre de l'unité.

Des questions restent tout de même posées : quelle est la dépendance du coefficient d'annihilation Ka avec la température pour une vitesse de déformation donnée ? quelle est la la valeur de α en fonction de la température? Comment évolue le coefficient de multiplication des dislocations M en fonction de la température et de la vitesse de déformation ?

Dans la présente étude nous allons tenter de répondre à ces différentes questions en tenant compte du phénomène du vieillissement dynamique ; dans le domaine des températures compris entre 305 et 776 K.

La détermination des lois d'évolution de ces trois paramètres (α , M et K_a) avec la température est d'une grande importance pour l'amélioration du modèle proposé .



Fig. 1.14 - Courbes contrainte - déformation, calculées numériquement pour six vitesses de déformation. D'après Klepaczko [24], [42].

 $1: 1. 10^{-4} s^{-1}$ $2: 1. 10^{-2} s^{-1}$ $3: 1. 0 s^{-1}$ $4: 1.10^{+2} s^{-1}$ $5: 1.10^{+3} s^{-1}$ $6: 1.10^{+4} s^{-1}$

Points expérimentaux d'après [39], [40], [41].

CHAPITRE II ESSAI MECANIQUE

La mise en oeuvre d'essais mécaniquespermet de caractériser la plasticité d'un métal ,d'identifier identifier un certain nombre de modèles ou de lois, et de vérifier les limites des approches proposées. L'objectif premier consiste a déterminer la contrainte nécessaire pour provoquer une déformation ε d'un échantillon, à des conditions bien fixées de température T et de vitesse ε , pour une structure du matériau bien définie. Le but revient a rechercher une fonction telle que :

$$\sigma = \sigma \left(\epsilon, \dot{\epsilon}, T \right) \tag{2.1}$$

II.2. ESSAI DE TRACTION

L'essai utilisé est la traction uniaxiale car c'est l'essai de déformation le mieux défini. Dans cet essai on impose à une éprouvette de longueur de base l_o et de section initiale s_o de s'allonger à une vitesse de déformation $\dot{\epsilon}$ donnée et à une température T fixée ; tout en lui appliquant une force uniaxiale de traction. On enregistre la force appliquée F en fonction de l'allongement Δl de l'éprouvette.

La géométrie initiale de l'éprouvette nous permet de tracer la courbe conventionnelle :

$$\sigma_{\rm c} = \sigma_{\rm c} \left(\varepsilon_{\rm c} \right) \tag{2.2}$$

où σ_c est la contrainte conventionnelle :

$$\sigma_{\rm c} = \frac{F}{s_{\rm o}}$$
(2.3)

Et ε_c la déformation conventionnelle :

$$\varepsilon_{\rm c} = \frac{\Delta l}{l_{\rm o}} \tag{2.4}$$

 Δl correspond à l'allongement

avec 1 la longueur instantanée de l'éprouvette.

Les courbes conventionnelles de traction ne tiennent pas compte, dans l'évaluation de la contrainte, de la diminution de la section de l'éprouvette au cours de la traction. Il est donc nécessaire de déterminer à chaque instant la contrainte vraie σ correspondante à l'allongement Δl . en posant l'hypothèse de la conservation du volume durant la déformation on écrit :

$$s_0 l_0 = s l \tag{2.6}$$

s étant la section après allongement.

La contrainte vraie est définie par :

$$\sigma = \frac{F}{s}$$
(2.7)

En introduisant dans cette relation l'expression de la section actuelle s, on obtient :

$$\sigma = \frac{Fl}{s_o l_o}$$
(2.8)

Ce qui s'écrit également :

$$\sigma = \frac{F}{s_o} \cdot \frac{\Delta l + l_o}{l_o}$$
(2.9)

En introduisant (2.3) et (2.4) dans (2.9), la contrainte vraie aura pour expression :

$$\sigma = \sigma_c \left(1 + \varepsilon_c\right) \tag{2.10}$$

On détermine de la même façon la déformation vraie qui est définie par :

$$\varepsilon = \int_{l_0}^{l_0 + \Delta l} \frac{\Delta l}{l}$$

$$\varepsilon = \ln \left(\frac{l_0 + \Delta l}{l_0} \right)$$
(2.11)
(2.12)

Cette déformation a pour expression :

 $\varepsilon = \ln \left(1 + \varepsilon_c \right) \tag{2.13}$

La vitesse de déformation conventionnelle est :

$$\dot{\varepsilon}_{c} = \frac{V}{l_{o}}$$
(2.14)

où V est la vitesse de déplacement de la traverse.

La vitesse de déformation vraie constante est définie par :

$$\dot{\varepsilon} = \frac{V}{l} \tag{2.15}$$

La relation entre la vitesse vraie $\dot{\epsilon}$ et la vitesse de déformation conventionnelle est obtenue par la dérivation de (2.13)

$$\dot{\varepsilon} = \frac{\dot{\varepsilon}_c}{1 + \varepsilon_c}$$
(2.16)

Dans l'échelle logarithmique des vitesses

$$\log \varepsilon \approx \log \varepsilon \tag{2.17}$$

Le traçage des courbes vraies peut être obtenu à partir des courbes conventionnelles en utilisant les relations précédentes, si l'allongement est uniforme (c'est-à-dire avant l'apparition de la striction).

II.3. CARACTERISTIQUES DU MATERIAU

La partie expérimentale de ce travail à été réalisée sur un acier doux à moyenne teneur en carbone. On a choisit un acier de construction, l'acier XC18 (0.18 % de carbone) très répandu dans l'industrie.

C'est aussi un acier calmé à l'aluminium qui présente de faibles crochets de vibration dans le domaine du phénomène de PLC, sur les courbes de traction. Cette caractéristique correspond bien à notre approche qui vise l'étude du vieillissement global c'est-à-dire la variation de la géométrie des courbes de traction dans domaine du vieillissement dynamique.

La composition de l'acier utilisé est donnée dans le tableau 1. On a indiqué dans ce tableau la composition normalisée (d'après les normes Françaises NF A 02-005) et réelle fournie par le fabricant UNIMETAL, coulée B 62 192.

<u>Tableau 1</u>

Eléments	C	Mn	Si	S	P
Composition Standard %	0,15 ÷ 0,22	0,5 ÷ 0,8	< 0,35	< 0,35	< 0,04
Composition réelle %	0,17	0,58	0,21	0,032	0,024

Les caractéristiques physiques de cet acier sont :

- Température de fusion : 1768 à 1803 K.

- Coefficient de dilatation linéaire : $140 \times 10^{-7} \text{ m/m/K}$.

- Volume spécifique : 0.1273 cm³ g⁻¹.

II.4. GEOMETRIE DES EPROUVETTES DE TRACTION

Les éprouvettes de traction sont de forme cylindrique avec des têtes filetées de diamètre M12 de longueur de base l_o égale à 40 mm et de diamètre d_o de 5 mm et un rayon de raccordement R de 5 mm. Le schéma de l'éprouvette est représenté sur la figure 2.1.





Après leur usinage les éprouvettes ont subi un recuit de recristallisation qui consiste en un chauffage jusqu'à une température de 973 K, suivi d'un maintien isotherme pendant une durée de quatre heures et enfin un refroidissement à l'air libre. Le diagramme de ce traitement thermique est représenté sur la figure 2.2.

Les observations microscopiques montrent que le diamètre moyen des grains est relativement homogène, environ 18 μ m avant le recuit et 15 μ m après le traitement thermique. La figure 2.3 représente les grains avant et après le recuit.

La partie experimentale de ce travail a nécessité 140 éprouvettes .

II.5. DISPOSITIF DE TRACTION A DIFFERENTES TEMPERATURES

II.5.1. Machine de traction - compression

Les essais mécaniques ont été réalisés sur une machine de traction - compression du type ZWICK ;d'une capacité de 200 KN. Pilotée par un microordinateur HP300 possédant une vitesse d'aquisition de 50 points par seconde.

Cette machine de traction - compression est du type cinématique avec une vitesse maximale de déplacement de la traverse de 500 mm/min (8.33 mm/s) et minimale de 0.125 mm/min (2.08 x 10^{-2} mm/s).

Les sollicitations peuvent être réalisées par :

a) Déplacement contrôlé de la traverse.

- b) Force imposée.
- c) Déformation imposée.

A chaque instant nous pouvons connaître les informations suivantes :

a) Position de la traverse.

b) Force appliquée à l'éprouvette.

c) La déformation subie.

d) La vitesse imposée.



Fig. 2.2 - Diagramme du traitement thermique de recuit .



Fig. 2.3 - Vue microscopique des grains .

a) Avant le recuit . b) Après le recuit .

43

II.5.2. Four de chauffage et régulateur

Des mords spéciaux ont été réalisés pour le maintien de l'éprouvette et pour permettre l'installation d'un four à résistance de forme cylindrique, ouvrant. Un plateau d'isolation thermique ainsi que deux rallonges de montage évitent la transmission de la chaleur aux différents organes de la machine.

La température du four est contrôlée par un régulateur du type PYROX à affichage numérique, programmable, permettant de régler et de mettre en mémoire la vitesse de chauffage et la température à atteindre. La régulation est assurée à $\pm 2^{\circ}$ C; après quelques minutes de fluctuations, la température désirée se stabilise et l'essai peut commencer.

II.6. METHODES DE MESURES

Etant donné que le micro-ordinateur ne stocke que 16 à 18 points expérimentaux, pour les vitesses de 500 mm/min, ce qui est insuffisant pour traiter et analyser les courbes de traction. Nous avons donc utilisé deux systèmes de mesure totalement indépendants et fonctionnant en parallèle :

a) Le premier système de mesure est le micro-ordinateur dont le principe de fonctionnement est le suivant :

Après l'introduction des données de l'essai : géométrie de l'éprouvette (longueur de base l_o et section initiale s_o), les conditions de l'essai (vitesse de déplacement de la traverse), le micro-ordinateur détermine la contrainte nominale en fonction de la déformation totale qui est donnée par le signal du capteur de déplacement de la traverse. L'utilisation d'un extensiomètre placé directement sur l'éprouvette n'étant pas possible à cause du dispositif de chauffage et des températures élevées.

b) Le deuxième système est le système dit L.V.D.T. (Linear Variable -Differential Transducteur). On place un capteur de déplacement sur une partie rigide de la machine permettant de mesurer le déplacement de la traverse. Après passage dans un amplificateur de mesure ce signal est relié à la borne X d'une table traçante. Une sortie de la cellule de charge de la machine enregistrant la force appliquée est reliée à la borne Y de la table traçante. Ce qui nous donne finalement (et graphiquement) les courbes : force appliquée en fonction du déplacement de la traverse. Ces courbes seront digitalisées et traitées ultérieurement. Un schéma général de la manipulation est représenté sur la figure 2.4.

II.7. ETAPES de la MANIPULATION

Après la calibration de l'amplificateur de mesure /5/ avec une vis micrométrique, pour déterminer sa sensibilité qui est de 0.826 mV pour un déplacement du capteur de 1mm, puis le choix des échelles sur la table traçante /6/ et la détermination de la caractéristique du four /7/ pour connaître la température réelle au coeur de l'éprouvette, puis la détermination de la rigidité du système de montage, afin de soustraire la déformation enregistrée, (figure 2.5), La manipulation se déroule comme suite :

1) Initialisation (ou mise à zéro) de la traverse.

2) Initialisation de la force de sollicitation (en pratique on initialise la force à une valeur de 20 à 30 N afin d'éliminer une partie des jeux du montage).

3) Traçage des axes X et Y sur la table traçante respectivement déplacement de la traverse et force appliquée.

4) Programmation du régulateur à la température de déformation désirée.

5) Répondre aux questions du logiciel de pilotage :

Type de l'essai (pour notre cas la traction).

Nom à donner à l'essai (Numéro, Code, Nom de fichier) pour une récupération ultérieure.

Données géométriques de l'éprouvette : longueur de base et section initiale.

Conditions de l'arrêt de l'essai : jusqu'à une valeur donnée de la déformation ou de la contrainte ou encore jusqu'à la rupture de l'éprouvette, (c'est le cas de la présente étude).

Choix des échelles de la représentation graphique des courbes de l'essai.

Sauvegarde des essais sur disquette.





Fig. 2.5 - Représentation schématique de l'élimination de la rigidité du système et la linéarisation du début de la partie élastique

O :	Origine initiale.
O' :	Origine corrigée.
OC :	Courbe initiale (début parabolique).
O'C :	Courbe approximée (linéarisée).
α_1 :	Elasticité de l'éprouvette.
α_2 :	Elasticité du système de montage.
Cr: :	Translation de l'axe initial
O'C'D' :	Courbe finale
E :	Module de Young .

Le logiciel de pilotage a été amélioré pour :

- Soustraire la déformation élastique du système de montage (rigidité) de la valeur totale de la déformation enregistrée.

- Corriger les courbes force-déplacement et déduire les courbes rationnelles.

Un organigramme simplifié d'acquisition et de traitement des résultats est représenté sur la figure 2.6.

Un exemple de trois courbes rationnelles de traction obtenues par ces essais est représenté sur la figure 2.7.

La totalité des courbes expérimentales est présentée en annexe 2



Fig. 2.6 - Organigramme simplifié d'aquisition et de traitement des résultats.



Fig. 2.7 - Courbes rationnelles contrainte - déformation obtenues pour trois températures différentes $\dot{\epsilon} = 1.10^{-4} \text{ s}^{-1}$.

CHAPITRE III

ANALYSES DES RESULTATS EXPERIMENTAUX

.

and the second second

III.1. CARACTERISTIQUES GENERALES DES COURBES CONTRAINTE-DEFORMATION DES ACIERS DOUX

III.1.1. Introduction

L'allure générale des courbes de traction des aciers doux est analogue à celle représentée sur le schéma de la figure 3.1. L'importance des différents domaines varie considérablement avec la composition, la structure du métal, la taille des grains, le traitement thermique subi et surtout les conditions de sollicitation telles que la température et la vitesse de déformation. Ces deux derniers aspects sont d'une importance capitale, que nous allons essayer de traiter plus en détails dans la présente étude, en prenant en considération le phénomène du vieillissement dynamique.

III.1.2. Partie élastique

Lorsqu'on applique une force croissante parallèlement à l'axe de l'éprouvette, celle-ci s'allonge d'abord de façon élastique et réversible. Avec un début très faiblement non linéaire. Dans la présente étude, la partie élastique est considérée linéaire, figure 2.5.

Cette partie prend fin lorsque la déformation devient permanente.

$$\sigma_e = E \cdot \varepsilon_e \qquad \mathcal{E} \quad \frac{Fe}{s} = \frac{F}{\rho} \frac{fe}{\rho} \qquad (3.1)$$

où E est le module d'élasticité (ou module de Young) en MPa. σ_e est la limite élastique et ε_e la déformation élastique correspondante. Cette limite élastique dépend des déformations plastiques antérieures qu'a subi le métal ainsi que du vieillisement statique. Elle est suivie directement par une chute de la contrainte.

L'existence de ce décrochement est due à la génération des dislocations libres et leur multiplication ,ainsi qu'à l'exactitude de l'axialité du système de chargement, cette dernière cause étant la plus importante [13], [38].



Fig. 3.1 - Schéma d'une courbe de traction des aciers doux

- E: Module de Young.
- σ_e : Limite élastique superieure.
- $\Delta \sigma$: Augmentation de la contrainte correspondante à l'écrouissage.
- ε_{maxi} : Déformation plastique jusqu'à l'apparition de la striction.
- ε_1 : Palier ou déformation de Lüders.
- ε_t : Déformation totale (jusqu'à F maxi).
- θ_{II} : Pente initiale d'écrouissage.

III.1.3. Bandes de Piobert-Lüders

Après le décrochement de la contrainte, on obtient un palier où la déformation se poursuit et la contrainte reste pratiquement constante. Ce palier est appelé : déformation de Piobert-Lüders, [44], [45]. Sa valeur est d'environ 0.05 à la température ambiante et elle dépend de la nature du métal et en particulier de la taille des grains, pour les aciers doux [46].

C'est une déformation localisée qui se développe généralement près d'une tête de l'échantillon, puis se propage à travers toute l'éprouvette. Le front de la bande est incliné en moyenne à 48 ° par rapport à l'axe. Figure 1.10.

Le développement de ces bandes correspond à une instabilité de la déformation par traction. Lorsque toute l'éprouvette est couverte, la déformation devient homogène. Ce phénomène est favorisé par l'augmentation de la vitesse de déformation, mais disparaît avec l'augmentation de la température.

III.1.4. Partie plastique

Au-delà de la déformation de Lüders, l'éprouvette se déforme d'une manière homogène et permanente. L'augmentation de la contrainte avec l'allongement traduit le durcissement du métal par écrouissage. Cette homogénéité se poursuit jusqu'à un certain moment où la section de l'éprouvette ne varie pas uniformément, mais se concentre (normalement au milieu de l'éprouvette). Ce qui correspond au début de la striction. Le critère de Considère est défini par :

$$\boldsymbol{\theta} = \boldsymbol{\sigma} \tag{3.2}$$

où

$$\theta = \frac{\mathrm{d}\sigma}{\mathrm{d}\varepsilon} \tag{3.3}$$

Le schéma de la figure 3.2. donne l'interprétation graphique du critère de Considère.

Dans cette région, la contrainte augmente très rapidement, jusqu'à la rupture. La présente étude se limite plus particulièrement du début de l'écrouissage jusqu'à la force maximale (qui correspond au début de la striction).



Fig. 3.2 - Interprétation graphique du critère de Considère

III.1.5. Phénomène de Portevin-Le-Chatelier (PLC).

Comme nous l'avons déjà vu au chapitre I, la déformation hétérogène par propagation de bandes successives, dans les métaux cubiques centrés, est liée à la présence d'impuretés ou encore d'atomes étrangers. Le Chatelier avait observé que dans certaines conditions de température et vitesse de déformation, la déformation des aciers doux s'effectue par paliers successifs ; pouvant atteindre des allongements de 0.02. Les décrochements sur les courbes de traction traduisent cette hétérogénéité. Figure 1.09.

Le phénomène de Portevin-Le Chatelier a fait l'objet de nombreuses études notamment par MacCormick [47], Kubin et Estrin [48], Chihab et al [49]. Le critère d'apparition de l'effet PLC qui introduit l'influence de la vitesse de déformation a été étudié par les mêmes auteurs. Kubin et Estrin ont également proposé un modèle pour les déformations critiques associées à l'effet PLC tenant compte de la variation avec la déformation de densité des dislocations mobiles et de la forêt [50].

$$\frac{d\rho_m}{d\varepsilon} = \frac{C_1}{b^2} \cdot \frac{C_2}{\rho_m} - \left(\frac{C_3}{b}\right) \rho_f^{1/2}$$
(3.4)

$$\frac{d\rho_f}{d\varepsilon} = C_2 \rho_m + \left(\frac{C_3}{b}\right) \rho_f^{1/2} - C_4 \rho_f$$
(3.5)

où ρ_m et ρ_f sont respectivement les densités des dislocations mobiles et de la forêt. La constante C_1 est associée avec les dislocations mobiles, C_2 caractérise l'annihilation mutuelle et C_3 caractérise le blocage des dislocations mobiles développées par l'interaction des dislocations immobilisées, et C_4 caractérise l'adoucissement dynamique.

En considérant l'évolution de la densité des dislocations mobiles et de la forêt, qui sont couplées, les auteurs ont montré qu'il est possible d'analyser plusieurs situations expérimentales dans le domaine où apparaît le phénomène de PLC.

Ce modèle dynamique permet de calculer les crochets des vibrations sur les courbes contrainte-déformation. C'est un traitement à la fois global et local.

III.1.6. Effet du carbone et de l'azote

de libre van les disser 95 - s maye de Chris

Le carbone à pour effet l'élévation de la limite élastique par le blocage ou le freinage des dislocations. La figure 3.4 montre la variation de la limite élastique des aciers en fonction de la teneur en carbone [15]. La figure 3.5 montre les courbes de traction des aciers à diverses teneurs en carbone [43].

Les résultats expérimentaux obtenues dans la présente étude (voir par exemple la figure 2.7) sont du même ordre de grandeur que ceux de l'acier à 0.21% de carbone.

Le carbone et l'azote sont aussi responsables du phénomène de vieillissement. Concernant les aciers calmés à l'aluminum, le rôle de l'azote est pratiquement éliminé, ce qui est le cas de la présente étude.

III.2. RESULTATS EXPERIMENTAUX

III.2.1. Introduction

Etant donné que la littérature offre peu de résultats expérimentaux à plusieurs températures ou vitesses de déformation des aciers doux, dans le domaine du viellissement dynamique. La nécessité de réaliser nos propres essais sur l'acier XC18 s'imposait, ceci afin d'avoir une base suffisamment acceptable pour la modélisation proposée. Quelques résultats bibliographiques seront notamment utilisés pour la vérification du modèle.

III.2.2. Conditions des essais

Les essais ont été réalisés à quatre vitesses de déformation différentes : $\dot{\epsilon}_1 = 1.10^{-4} \text{s}^{-1}$, $\dot{\epsilon}_2 = 2.10^{-3} \text{s}^{-1}$, $\dot{\epsilon}_3 = 2.10^{-2} \text{s}^{-1}$, $\dot{\epsilon}_4 = 1.85 \times 10^{-1} \text{s}^{-1}$.

Et à onze températures différentes allant de 305 K à 776 K avec un pas relativement régulier de 50 K.



Fig. 3.4 - Variation de la limite élastique en fonction de la teneur en carbone.



Fig. 3.5 - Courbes de traction d'éprouvettes d'aciers ordinaires à diverses teneurs en carbone. D'après Winlock [43].

Pour chaque condition de température et de vitesse de déformation, l'essai a été réalisé au moins trois fois, cela afin de mieux cerner la dispersion qui est d'environ 5 % de la valeur des contraintes et d'un peu plus pour les valeurs des déformations. Le plus moyen et le plus régulier de chaque cas a été maintenu comme étant représentatif de la condition de température et de vitesses de déformation considérée.

III.3. INFLUENCE DE LA TEMPERATURE ET DE LA VITESSES DE DEFORMATION SUR QUELQUES CARACTERISTIQUES DES COURBES RATIONNELLES CONTRAINTE-DEFORMATION

En se référant à la figure 3.1, on peut voir dans ce qui suit les différents changements que subissent les courbes de traction quand les conditions de sollicitation changent. Ceci pour les valeurs des contraintes, des déformations ou pour le rapport des deux.

Pour les contraintes, on a choisi trois niveaux particuliers : la limite élastique σ_e , la contrainte correspondante à la déformation de 0.075, $\sigma_{0.075}$ et la contrainte correspondante à la force maximale (c'est-à-dire juste avant le début de la striction) σ_{maxi} . Les résultats sont représentés sur les figures 3.6, 3.7 et 3.8.

Le domaine du vieillissement dynamique est clairement représenté pour ces trois niveaux de déformation. Un pic est localisé entre 450 K et 500 K. C'est-à -dire que dans ce domaine, la contrainte necessaire pour poursuivre la déformation est plus élevée à cause du blocage des dislocations par un nuage causé par à la diffusion du carbone, et par la multiplication des dislocations immobilisées.

Une sensibilité positive à la vitesse de déformation est visible pour les trois niveaux de déformation considérés, dans le domaine des températures ambiantes. Mais négative dans quelques cas de températures plus élevés à environ 450 K. Une représentation combinée de ces trois niveaux de déformation pour une vitesse de déformation donnée illustre bien le domaine du vieillissement dynamique. Figures 3.9, 3.10, 3.11 et 3.12.

De faibles décrochements sur les courbes contrainte-déformation ont été observés dans le domaine d'apparition de l'effet PLC.



Fig. 3.6 - Résultats expérimentaux : contrainte vraie - température pour $\varepsilon = \varepsilon_{\text{élastique}}$.







Fig. 3.8 - Résultats expérimentaux : contrainte vraie - température pour $\varepsilon = \varepsilon_{maxi}$.
















On notera que les points expérimentaux sont ceux des courbes moyennes sélectionnées pour chaque cas de température et de vitesse de déformation.

Pour les déformations, on a considéré : la déformation de Lüders correspondante au palier de la propagation des bandes de Piobert-Lüders ε_1 . Et la déformation plastique allant du début de l'écrouissage jusqu'au début de la striction ε_{maxi} . Les résultats sont représentés sur les figures 3.13 et 3.14.

La valeur de la déformation de Lüders diminue considérablement avec l'augmentation de la température. Puis disparaît complètement après 650 K. Ceci montre que les dislocations sont complètement libres de l'atmosphère qui n'intervient pas dans le processus de déformation plastique. Une sensibilité positive à la vitesse de déformation est nettement observée.

Nous constatons pour ε_{maxi} que deux sensibilités à la vitesse de déformation apparaissent, l'une négative et l'autre (après 550 K) positive.

La variation de la pente initiale d'écrouissage θ_{II} en fonction de la température pour quatre vitesses de déformation est représentée sur la figure 3.15. On observe aussi une sensibilité généralement négative à la vitesse de déformation et une augmentation très rapide après 600 K. Dans le domaine du vieillissement dynamique apparaît un pic correspondant à une augmentation locale de θ_{II} .

III.4. ANALYSE DES RESULTATS EXPERIMENTAUX PAR l'APPLICA -TION DU MODELE BASE SUR LA MULTIPLICATION DES DISLO - CATIONS

III.4.1 Contrainte d'écrouissage

Nous avons utilisé le modèle d'écoulement basé sur l'écrouissage et la multiplication des dislocations, vu au chapitre I, en négligeant la contrainte effective σ *. Cette hypothèse est traduite par la figure 3.16, où les deux composantes de la contrainte sont montrées en fontion de la température pour de faibles vitesses de déformation (de l'ordre de $10^{-4}s^{-1}$ à $10^{-3}s^{-1}$). Typiquement pour les réseaux cubiques centrés, la contrainte effective σ * diminue rapidement en fonc-



Fig. 3.15 - Résultats expérimentaux , de l'évolution de la pente initiale d'écrouissage θ_{II} normalisée par E en fonction de la température , pour quatre vitesses de déformation .



67

Fig. 3.16 - Schéma de l'évolution des contraintes : interne σ_{μ} et effective σ^* en fonction de la température , pour une faible vitesse de déformation constante (en quasi-statique).

tion de la température. Contrairement à la contrainte interne σ_{μ} qui conserve un niveau approximativement constant, jusqu'à des températures très élevées.

Le vieillissement dynamique change la contrainte interne comme cela est introduit dans le processus du modèle.

$$\sigma = \sigma_{\mu} + \sigma^* \tag{3.6}$$

Pour $\sigma^* \approx 0$

 $\sigma = \sigma_{\mu} \tag{3.7}$

Après intégration de l'équation (1.31), l'expression de la contrainte en fonction de la déformation prend la forme suivante :

$$\sigma = \alpha \mu b \left(\rho_{o} + \frac{M_{\Pi}}{K_{a}} \left[1 - \exp\left(- K_{a} \varepsilon \right) \right] \right)^{1/2}$$
(3.8)

Cette solution (3.8) qui inclut les constantes physiques suivantes : α , M_{II} et k_a , permet une analyse de la variation de ces paramètres en fontion de la température et de la vitesse de déformation, basée sur les résultats expérimentaux contrainte-déformation.

Deux méthodes sont possibles (voir annexe 1) pour ajuster l'équation (3.8) sur les courbes vraies contrainte-déformation dans le but de déterminer ces paramètres. L'une avec plusieurs points très similaire à celle utilisée par Bergström et Hallen [51]. L'autre plus simple et plus rapide qui consiste a résoudre un système de trois équations à trois inconnues. Cette dernière méthode nécessite la minimisation numérique d'une équation de passage. C'est avec cette méthode qu'on a calculé les valeurs optimales de ces trois paramètres en question. Les résultats sont représentés sur les figures 3.17, 3.18 et 3.19.



Fig. 3.17 - Résultats de l'analyse : variation de la constante d'interaction α en fonction de la température , pour quatre vitesses de déformation .



Fig. 3.18 - Résultats de l'analyse : évolution du coefficient de multiplication des dislocations M_{II} en fonction de la température pour quatre vitesses de déformation .



Fig. 3.19 - Résultats de l'analyse : variation du coefficient d'annihilation ka en fonction de la température, pour quatre vitesses de déformation.

III.5. DISCUSSION des RESULTATS

III.5.1. Influence de la température sur l'évolution de la constante d'interaction

L'évolution de la constante d'interaction (α) dislocation-obstacles en fonction de la température est représentée sur la figure 3.17. L'allure de cette évolution tend vers la diminution. Mais un léger pic apparaît entre 450 et 500 K, qui illustre bien l'augmentation de la contrainte nécessaire pour continuer la déformation, autrement dit, l'interaction entre les dislocations et les obstacles est plus forte.

Nous constatons néanmoins qu'un faible pic apparaît vers 700 K, pour le cas de la vitesse $\dot{\varepsilon} = 1.10^{-4} \text{s}^{-1}$, ceci est dû vraisemblablement à la diffusion d'un autre élément qui peut être l'azote. Pour les vitesses de déformation plus élevées ce pic disparaît presque complètement, car le processus de diffusion n'a pas le temps de ce produire. Donc son effet reste beaucoup moins important que celui du carbone.

III.5.2. Influence de la température sur l'évolution du coefficient de multiplication des dislocations

Les résultats expérimentaux du coefficient de multiplication des dislocations M_{II} sont représentés sur la figure 3.18. Entre 300 et 600 K, les valeurs de $M_{II}(T)$ sont presque stables, avec un maximum pour les faibles vitesses de déformation vers 400 K. Cette forte multiplication est en accord avec les observations de Keh, Nakada et Leslie [5], [28] dans le domaine du vieillissement dynamique. Mais au-delà de 600 K, une augmentation brusque se produit.

Une sensibilité négative à la vitesse de déformation est observée. Entre 700 et 800 K, l'augmentation se poursuit mais l'ordre de l'influence de la vitesse de déformation n'est plus respecté. Cette augmentation n'est pas indéfinie, on prévoit une diminution de M_{II} avec l'augmentation de la température, comme cela est montré plus loin dans un large domaine de température.

L'évolution du libre parcours moyen des dislocations en fonction de la température est déterminée par l'expression suivante :

$$\lambda (T) = \frac{1}{M_{II}(T) \cdot b}$$
(3.9)

Les résultats sont représentés sur la figure 3.20.

III.5.3.Influence de la température sur la constante d'annihilation

La variation de la constante d'annihilation Ka en fonction de la température est représentée sur la figure 3.19. Jusqu'à 600 K, les valeurs de Ka sont relativement stables de l'ordre de 8 à 12. Puis augmentent très rapidement, simultanément avec l'augmentation du coefficient de multiplication des dislocations dans ce même domaine. Entre 500 et 600 K une légère sensibilité positive à la vitesse de déformation est observée. Au-delà de 600 K et jusqu'à 720 K cette sensibilité est plus visible mais devient négative.

III.6 . ANALYSE DE QUELQUES RESULTATS BIBLIOGRAPHIQUES

III.6.1 Caractéristiques des essais expérimentaux choisis

Afin de faire une comparaison avec les analyses faites précedemment, nous avons fait la même optimisation sur quelques courbes contrainte-déformation ou force-déplacement (après correction), pour des aciers doux plus ou moins proches en teneur en carbone, de l'acier XC18.

Kenyon et Burns [52] ont étudié un acier doux (0.2 % C) à différentes températures, et avec une vitesse de déformation $\dot{\varepsilon} = 1.10^{-3}s^{-1}$. Dans ces essais effectués sur une machine molle, le vieillissement dynamique est visible dans l'intervalle de température compris entre 423 et 588 K. La pente initiale d'écrouissage θ_{II} augmente vers 478 K. Quand la contrainte maximale augmente, la déformation maximale (jusqu'à la striction) diminue. Figure 3.21.

Pour vérifier l'ordre de grandeur des paramètres à identifier on a analysé une courbe contrainte-déformation de l'acier à 0.33 % de carbone, à la température ambiante pour une vitesse de déformation de $\dot{\epsilon} = 5.10^{-4} \text{s}^{-1}$; réalisée par Oyane, Takachima et Osakada [53]. Figure 3.22.







Fig. 3.21 - Courbes contrainte - déformation d'un acier doux à 0.2 % de carbone, $\varepsilon = 1.10^{-3} \text{ s}^{-1} \text{ à}$ plusieurs températures .D'après Kenyon et Burns [52].

75



Fig. 3.22 - Courbe contrainte - déformation d'un acier à 0.33 % de carbone . D'après Oyane, Takachima et Osakada [53].

76

Les essais de Keh, Nakada et Leslie [5], sur l'acier à 0.035 % de carbone ; à plusieurs températures et à une vitesse de déformation de $\dot{\epsilon} = 1.06.10^{-6} \text{s}^{-1}$; sur une machine dure, présentent de très fortes vibrations. On remarque que le vieillissement dynamique se situe dans un domaine de températures plus basses que prévu. La pente initiale d'écrouissage est plus élevée entre 357 et 523 K. L'influence du vieillissement dynamique sur les bandes de Piobert-Lüders est visible. On notera que l'essai correspondant à la température 435 K a été éliminé de l'analyse à cause d'une irrégularité importante. Figure 3.23.

Les courbes contrainte-déformation réalisées par Lyod et Tangri [54], sur le fer ARMCO à quatre températures et à une vitesse de déformation $\dot{\epsilon} = 1.10^{-3}$ s⁻¹ sont similaires à celles obtenues par Keh, Nakada et Leslie. On constate que la déformation de Lüders est très forte, et que la pente d'écrouissage θ_{II} augmente à partir de la température correspondante à 423 K. Figure 3.24.

Les courbes de durcissement de l'acier doux (0.2 % de carbone) réalisées par Zuzin, Brovman et Melinkov [55], montrent bien l'influence de la température. On notera que ces essais sont réalisés dans le domaine des températures où la structure évolue. La vitesse de déformation étant de $\dot{\varepsilon} = 0.5 \text{ s}^{-1}$. Figure 3.25.

III.6.2 Comparaison et discussion des résultats

Les résultats obtenus de l'analyse des paramètres α , M_{II} et Ka, qui sont représentés sur les figures 3.6, 3.7 et 3.8 de la vitesse la plus faible a savoir $\dot{\epsilon} = 1.10^{-4} \text{ s}^{-1}$ de nos propres essais sur l'acier XC18 ont été comparés avec ceux de l'analyse des resultats bibliographiques et cela dans un large domaine de température.Figure 3.26, 3.27 et 3.28

Une première constatation montre l'augmentation de la pente d'écrouissage θ_{II} dans le domaine du vieillissement dynamique. Plusieurs autres conclusions peuvent être faites pour chacune des constantes :

Pour la constante d'interaction :

Le maximum qui apparaît dans le domaine de température (300 K $\leq T \leq$ 500 K) traduit l'existence du vieillissement statique dû au blocage des dislocations. Puis une diminution pour T \geq 500 K car les dislocations sont complètement libres. On notera que α est calculée pour $\varepsilon_p = 0$ et $\rho = \rho_0$. Dans la modéli-sation proposée, nous avons négligé ce pic et l'évolution de α a été associée avec le module d'élasticité (équation 4.43). L'ordre de grandeur de α est relativement le même pour tous les résultats (de 1 à 10).

Pour le coefficient de multiplication des dislocations :

L'ordre de grandeur est de 1.10^{+10} cm⁻² au domaine des températures ambiantes, relativement stable pour tous les résultats analysés, puis une augmentation pour les températures plus élevées. Concernant notre acier, on constate une faible augmentation qui est probablement due à la présence de l'aluminium (acier calmé). On notera que ce maximum est dans le domaine ($400 \le T \le 500$ K). Le coefficient de multiplication des dislocations augmente rapidement lorsque les bandes de Lüders disparaissent.

Dans le domaine du vieillissement dynamique, le coefficient de multiplication des dislocations augmente à cause de la forte production de celles-ci.

Pour la constante d'annihilation :

Dans le domaine des températures ambiantes Ka est de l'ordre de 5 à 10. Une stabilité est observée jusqu'à une température de T \approx 560 K, puis une augmentation rapide avec une sensibilité à la vitesse de déformation. Ceci est en accord avec les travaux de Bergström vue précédemment.



Fig. 3.23 - Courbes force - déplacement d'un acier à 0.035 % de carbone, $\dot{\epsilon} = 1.06 \times 10^{-6} \text{ s}^{-1}$. D'après Keh, Nakada et Leslie [5].

79



Fig. 3.24 - Courbes contrainte - déformation du fer ARMCO, (0.05 % de carbone, à quatre tem $pératures, <math>\dot{\epsilon} = 1. 10-3 \text{ s}^{-1}$ D'après Lyod et Tangri [54].



Fig. 3.25 - Courbes contrainte - déformation de l'acier à 0.2 % de carbone , $\dot{\epsilon} = 0.5 \text{ s}^{-1}$. D'après Zuzin Brovman et Melinkov [55] .

1:T=1	173 K	
2:T=1	273 K	
3:T=1	373 K	
4:T=1	473 K	



Fig. 3.26 - Comparaison des résultats expérimentaux : Variation de la constante d'interaction dans un large domaine de température.



Fig. 3.27 - Comparaison des résultats expérimentaux : Evolution du coefficient de multiplication des dislocations dans un large domaine de température .



Fig.3.28 - Comparaison des résultats expérimentaux : Variation de la constante d'annihilation dans un large domaine de température.

CHAPITRE IV MODELISATION

IV.1 PRINCIPE DE LA MODELISATION

Lors de leur mouvement les dislocations rencontrent des obstacles, qui doivent être surmontés. Pendant un certain temps d'attente (t_w) des dislocations devant l'obstacle, les atomes en insertion diffusent et entourent la dislocation en formant un nuage dit nuage de Cottrell. Si le temps d'attente est très court, la dislocation franchit l'obstacle, mais pour un temps moyen ou long, les dislocations restent bloquées d'une manière permanente. Ce blocage favorise la création d'autres dislocations (ou défauts) nécessaires à la poursuite de la déformation plastique.

Les observations microscopiques, figure 1.4, [5] discutées dans le premier chapitre indiquent clairement une plus forte multiplication des dislocations dans le domaine du vieillissement dynamique. L'analyse de ces résultats donne : $M_{II} = 6.5 \times 10^{10}$ cm⁻² pour T = 298 K et $M_{II} = 1.75 \times 10^{11}$ cm⁻² pour T = 473 K. Donc on observe une augmentation du coefficient de multiplication des dislocations d'environ 2,7 fois par rapport à celui de la température ambiante. Ce résultat conduit à la valeur du libre parcours moyen λ , pour T = 298 K, $\lambda = 6,2$ μ m et pour T = 473 K, $\lambda = 2,3 \mu$ m. Donc le vieillissement dynamique provoque l'augmentation de M_{II} et par conséquence fait diminuer du libre parcours moyen λ .

Après analyse de la pente initiale θ_{II} , équation (3.3), sur les résultats des essais mécaniques représentés sur les figures (3.6.1, 3.6.3 et 3.6.4), on remarque que θ_{II} est plus élevée dans le domaine du vieillissement dynamique.

L'approche proposée sera basée sur l'idée de l'accumulation des dislocations c'est-à-dire la variation de leur coefficient de multiplication, en tenant compte de la dépendance de la concentration du soluté dans le réseau cristallin qui dépend à son tour du temps d'attente (t_w) , ce qui nous mène à une fonction du type :

$$M_{DSA} = f(T, D, t_w)$$
(4.1)

où M_{DSA} est le coefficient de multiplication des dislocations, tenant compte du phénomène du vieillissement dynamique (Dynamique Strain Ageing).

T est la température absolue, D le coefficient de diffusion du soluté. L'équation (4.1) définit l'accroissement du coefficient de multiplication des dislocations dû au vieillissement dynamique par rapport à la température ambiante.

IV.2 DEPENDANCE CONCENTRATION TEMPS D'ATTENTE ET MODE-LISATION DU COEFFICIENT DE MULTIPLICATION DES DISLO-CATIONS

Pendant le temps d'attente des dislocations devant l'obstacle, la concentration du soluté C n'est pas constante mais elle est fonction de t_w et de D :

$$\mathbf{C} = \mathbf{C} \left(\mathbf{D} \mathbf{t}_{\mathbf{w}} \right) \tag{4.2}$$

La quantité D t_w est fonction de la déformation, de la vitesse de déformation et de la température. La vitesse de déformation est exprimée par l'équation d'Orowan [56] :

$$\dot{\varepsilon} = \rho_{\rm m} \, b \, v_{\rm d} \tag{4.3}$$

où ρ_m est la densité des dislocations mobile, b étant le vecteur de Burgers et v_d la vitesse moyenne des dislocations. L'expression de v_d est donnée par :

$$\mathbf{v}_{\mathbf{d}} = \frac{\lambda}{\mathbf{t}_{\mathbf{w}}} \tag{4.4}$$

 λ est le libre parcours moyen.

La combinaison de (4.3) et (4.4) donne l'expression du temps d'attente :

$$t_{w} = \frac{\rho_{m} \cdot b \cdot \lambda}{\dot{\varepsilon}}$$
(4.5)

Le coefficient de diffusion des atomes de soluté peut être représenté par :

$$D_{eff} \sim C_{v} \exp\left(-\frac{Q_{m}}{kT}\right)$$
(4.6)

 C_v étant la concentration des lacunes et Q_m leur énergie de migration, kT est un terme standard. Comme la concentration des lacunes est fonction de la déformation plastique, approximée typiquement par $C_v \sim \varepsilon^m$, par exemple [57] où m est une constante dans la modélisation, cette expression a la forme :

$$C_{v} = D_{o} \rho \tag{4.7}$$

D'après Friedel [10] et pour des valeurs relativement faibles de D t_w l'augmentation de la concentration du soluté peut être écrite :

$$C - C_o = (q D_{eff} t_w)^{2/3}$$
 (4.8)

où

$$q = \frac{3 W_m}{b^2 kT} (\pi C_o)^{3/2}$$
(4.9)

avec W_m l'énergie de fixation atome de soluté dislocation, C_o la concentration initiale moyenne du soluté.

Pour des valeurs relativement grandes de D t_w :

$$C_s = C_o (q \cdot D_{eff} \cdot t_w)^{2/3}$$
 (4.10)

avec $C_s >> C_o$.

 C_s étant la concentration de saturation. L'évolution de la concentration en fonction de la quantité D t_w est représentée sur la figure 4.0

En introduisant (4.7) dans (4.6) puis (4.9) dans (4.8), on obtient :

$$C - C_{o} = \left[\frac{3 W_{m}}{b^{2} kT} (\pi C_{o})^{3/2} t_{w} D_{o} \rho \exp\left(-\frac{Q_{m}}{kT}\right)\right]^{2/3}$$
(4.11)

l'équation (4.11) peut aussi s'écrire :

$$C - C_{o} = \pi C_{o} \left[\frac{3 W_{m} D_{o}}{b^{2} k} \frac{t_{w}}{T} \rho \exp\left(-\frac{Q_{m}}{kT}\right) \right]^{2/3}$$
(4.12)



Fig. 4.0 - Variation de la concentration en fonction de la quantité (D t $_{w}$).

En introduisant (4.5) dans (4.12):

$$\frac{C - C_o}{C_o} = \pi \left[\frac{3 W_m D_o}{b^2 k} \cdot \frac{\rho_m b \lambda}{\dot{\epsilon} T} \rho \exp\left(-\frac{Q_m}{kT}\right) \right]^{2/3}$$
(4.13)

En partant de l'équation évolutive (1.31) du premier chapitre et en tenant compte du phénomène du vieillissement dynamique (D.S.A.), le coefficient effectif de multiplication des dislocations est représenté par l'expression suivante :

$$M_{eff} = M_{II} + M_{DSA} - k_a (\rho - \rho_o)$$

$$(4.14)$$

où M_{DSA} définie par (4.1) est proportionnelle à la variation de la concentration du soluté c'est-à-dire fonction de la vitesse de déformation, de la température T et de la densité de dislocations ρ .

$$M_{DSA} = f_1(\dot{\epsilon}, T, \rho) \tag{4.15}$$

L'hypothèse fondamentale de ce modèle est traduite par l'équation (4.16). L'accroissement du coefficient de multiplication M_{DSA} est proportionnel à l'augmentation relative de la concentration du soluté.

$$M_{DSA} = A_2 \frac{\Delta C}{C_o}$$
(4.16)

avec $\Delta C = C - C_{o}$.

 A_2 étant une constante de proportionnalité.

L'évolution de la densité de dislocations avec l'accroissement de la déformation est donnée par l'équation différentielle suivante :

$$\frac{d\rho}{d\varepsilon} = M_{II} + M_{DSA} (\dot{\varepsilon}, T, \rho) - k_a (\dot{\varepsilon}, T) \cdot (\rho - \rho_o)$$
(4.17)

où $M_{II} + M_{DSA}(\dot{\epsilon},T,\rho)$: est le terme de création des dislocations et ka $(\dot{\epsilon},T).(\rho-\rho_o)$: est le terme qui contribue à leur annihilation.

Comme la densité des dislocations mobiles est proportionnelle à la densité de dislocations totales

$$\rho_{\rm m} = f \,\rho \tag{4.18}$$

où f est la fraction de la densité de dislocations en introduisant (4.18) dans (4.13) et en posant

$$A_{o} = \frac{3 W_{m} D_{o} \lambda f}{b K}$$
(4.19)

l'équation (4.13) devient :

$$\frac{\Delta C}{C_o} = \pi A_o^{2/3} \left[\frac{\rho^2}{\epsilon T} \exp\left(-\frac{Q_m}{kT}\right) \right]^{2/3}$$
(4.20)

En posant : ·

$$A = \pi A_{o}^{2/3}$$
 (4.21)

l'équation (4.20) devient :

$$\frac{\Delta C}{C_o} = A \rho^{4/3} \left[\frac{1}{\dot{\epsilon} T} \exp\left(-\frac{Q_m}{kT}\right) \right]^{2/3}$$
(4.22)

Cette équation prédit un maximum à une température critique pour une valeur constante de l'énergie de migration et pour une vitesse de déformation donnée.

En introduisant (4.22) dans (4.16) et en posant $A_3 = A_2 A$, l'expression de M_{DSA} prend la forme suivante :

$$M_{DSA} = A_3 \cdot \rho^{4/3} \left[\frac{1}{\epsilon T} \exp\left(-\frac{Q_m}{k T}\right) \right]^{2/3}$$
(4.23)

En introduisant le paramètre de Zener et Hollomon :

$$Z = \dot{\varepsilon} \exp\left(\frac{Q_m}{kT}\right) \tag{4.24}$$

dans l'équation (4.23), le coefficient de multiplication des dislocations associé au phénomène du vieillissement dynamique s'écrit :

$$M_{DSA} = A_3 \cdot \rho^{4/3} \cdot (T Z)^{-2/3}$$
(4.25)

ou encore :

$$M_{\rm DSA} = \frac{A_3 \cdot \rho^{4/3}}{(T Z)^{2/3}}$$
(4.26)

La valeur de M_{DSA} peut être déterminée au voisinage du début de l'écrouissage quand $\rho = \rho_o$:

$$M_{\rm DSA} = \frac{A_3 \,\rho_o^{4/3}}{\left(T \, Z\right)^{2/3}} \tag{4.27}$$

La combinaison de (4.24) et de (4.26) donne la forme finale de l'équation différentielle (4.17) qui définit le coefficient de multiplication effectif introduisant le phénomène du vieillissement dynamique :

$$\frac{d\rho}{d\epsilon} = M_{II} + \frac{A_3 \rho^{4/3}}{(T Z)^{2/3}} - k_a (\dot{\epsilon}, T) (\rho - \rho_o)$$
(4.28)

En posant :

$$\beta_{o}(T, \varepsilon) = \frac{A_{3}}{(T Z)^{2/3}}$$
(4.29)

L'intégration de l'équation (4.29) permet de déterminer l'évolution de la densité de dislocations ρ en fonction de la déformation ε . La valeur de la déformation peut être obtenue après intégration de l'équation (4.14) :

$$\varepsilon = \int \frac{d\rho}{M_{II} + \beta_o (T,\dot{\varepsilon}) \rho^{4/3} - k_a (\dot{\varepsilon},T) (\rho - \rho_o)} + C_I$$
(4.30)

avec les conditions initiales : $\rho = \rho_o$ pour $\varepsilon = 0$, C_I étant la constante d'intégration.

L'équation (4.30) montre l'accumulation de la déformation plastique dans

les différentes conditions de température et de vitesses de déformation.

L'expression (4.27) est basée sur la diffusion statique où le temps intervient explicitement dans le modèle de diffusion. Ceci est correct seulement pour les temps longs, c'est-à-dire pour les faibles vitesses de déformation constante $\dot{\epsilon} = \epsilon/t$ et M_{DSA} est proportionnel à t^{2/3}.

$$M_{DSA} = \frac{A \rho^{4/3} t^{2/3}}{(\epsilon Z)^{2/3}}$$
(4.31)

Les calculs numériques de l'équation (4.27) ont montré que pour des valeurs réelles de diffusion l'énergie d'activation du carbone dans les réseaux du fer c'est-à-dire 1,5 eV $\leq Q_m \leq 1,6$ eV, [7] [8]. Voir Tableau (2), le maximum du coefficient de multiplication des dislocations tenant compte du vieillissement dynamique se produisait à des températures plus élevées que celles observées expérimentalement (T_{cr} = 445 K). On a remarqué aussi que, d'une part les températures critiques observées expérimentalement n'ont pu être vérifiées avec le modèle qu'en utilisant de faibles valeurs de $Q_m (Q_m \approx 0,1 \text{ eV})$.

D'autre part, avec les grandes valeurs des vitesses de déformation, le modèle de diffusion statique donne de très faibles valeurs de M_{DSA} . Ceci est en contradiction avec les observations expérimentales de Manjoine [3]. Cette contradiction est causée par le processus dynamique de l'interaction des dislocations en mouvement et les atomes du carbone.

Tableau 2

Conditions	Energie d'activation (eV)	Références
Limite de striction acier doux	1.98	Manjoine (1944) , [3]
C et N2 (compression 3%)	2.66	Simon et al (1964) , [16]
Fer 🗙 Diffusion normale	2.60	Robinson et Sherby (1969), [59]
Fer ∝ Diffusion aux joints	1.80	Kreider et Bruggeman (1967), [60]
Fer∝ Diffusion au coeur	1.80	[60]
Acier à 0.15 % de carbone	1.50	Fritzech et Siegel (1965), [61]
Acier à 0.45 % de carbone	1.98	[61]
Acier à 0.60 % de carbone	3.29	[61]
Acier 4340	1.62	Clough (1968), [62]

En conclusion, le nouveau modèle pour M_{DSA} basé sur la dynamique des dislocations, devrait être développé.

Néanmoins, pour une application concrète dans le domaine d'engineering, il est possible de modifier le modèle statique pour des situations dynamiques. Comme le vieillissement dynamique est aussi observé dans le domaine des vitesses plus élevées que les cas statiques (dans ce cas l'échelle logarithmique des vitesses est utilisée), il se produit rapidement. La correction de la vitesse de déformation devient nécessaire.

La deuxième correction concerne la température critique du maximum du coefficient de multiplication des dislocations tenant compte du vieillissement dynamique. Afin de l'adapter à la température observée expérimentalement en utilisant la valeur réelle de l'énergie d'activation ($Q_m = 1,5 \text{ eV}$).

En résumé, les deux corrections introduites sont :

a) Une fonction de correction f(T) qui corrige le maximum du coefficient de multiplication (M_{DSA}) à Q_m = 1,5 eV, qui aura pour expression :

$$M_{DSA} = \frac{A \rho^{4/3}}{[f(T) T.Z]^{2/3}}$$
(4.32)

avec

$$f(T) = \sinh(T_{cr}/T_{o})$$
(4.33)

b) L'introduction de la température modifiée par la vitesse de déformation T* [4] [3], Figure 1.3 .

$$T^* = T \left[1 - k_1 \ln \left(\frac{\varepsilon}{\varepsilon_0} \right) \right]$$
(4.34)

C'est une correction pour la dynamique des dislocations (c'est-à-dire la différence dans l'échelle des temps).

La forme finale du coefficient de multiplication des dislocations M_{DSA} après les modifications introduit :

$$M_{DSA} = \beta (\dot{\epsilon}, T) \rho^{4/3}$$
(4.35)

avec

$$\beta \left(\dot{\epsilon}, T \right) = \frac{A_3}{T^* . \sinh\left(\frac{T^*}{T_o}\right) \dot{\epsilon}^{k_1} \exp\left(\frac{Q_m}{kT^*}\right)}$$
(4.36)

L'équation (4.30) est intégrable numériquement. La solution analytique est possible avec l'approximation simplifiée $\rho^{4/3} \approx \rho$ dans la partie de M_{DSA}. L'équation (4.17) peut être réécrite :

$$\frac{d\rho}{d\varepsilon} = M_{\Pi} + \beta (\varepsilon, T) \rho - k_a (\varepsilon, T) (\rho - \rho_o)$$
(4.37)

avec β ($\dot{\epsilon}$,T) définie par (4.36).

La densité de dislocations peut être déterminée par intégration de l'équation (4.37) par rapport à la déformation et donne :

$$\rho = \rho_{s} - (\rho_{s} - \rho_{o}) \exp\left[-(k_{a}(\dot{\epsilon}, T) - \beta(\dot{\epsilon}, T) \cdot \epsilon\right]$$
(4.38)

ρ, étant la densité de dislocations de saturation qui a pour expression :

$$\rho_{s} = \frac{M_{II} + k_{a} (\dot{\epsilon}, T) \rho_{o}}{k_{a} (\dot{\epsilon}, T) - \beta (\dot{\epsilon}, T)}$$
(4.39)

Pour le cas ne tenant pas compte du vieillissement dynamique ($\beta = 0$), l'équa-



IV.3 MODELISATION DU COEFFICIENT D'ANNIHILATION

Nos observations expérimentales du coefficient d'annihilation en fonction de la température montrent que celui-ci reste relativement constant au même niveau que celui de la température ambiante et cela jusqu'à T = 580K. Les autres résultats expérimentaux s'accordent et confirment cette observation (Figure 3.28). Bergström a même trouvé que l'annihilation s'annule dans le domaine des températures (406 K \leq T \leq 512 K) Figure 1.13. Puis on constate une augmentation rapide et une sensibilité négative de k_a après T = 580K. Pour modéliser la constante d'annihilation :

$$\mathbf{k}_{a} = \mathbf{k}_{a} \left(\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}, \mathbf{T} \right) \tag{4.40}$$

L'expression de k_a [58] peut s'écrire :

$$k_{a} = k_{o} \left(\frac{\dot{\varepsilon}_{o}}{\dot{\varepsilon}}\right)^{(2.m_{o}(T - T_{01}))}$$
(4.41)

où k_{o} est la constante absolue de l'annihilation T_{T01} : température de passage m_{o} : sensibilité à la vitesse d'annihilation $\dot{\epsilon}_{o}$: facteur de fréquence.

La figure 4.3 montre la comparaison entre les résultats expérimentaux et théoriques pour deux vitesses de déformation.

IV.4 MODELISATION DE LA CONSTANTE D'INTERACTION

La constante d'interaction doit être normalisée avec l'expression du module de Young E :

$$E(T) = 2 \mu(T) . (1 + \nu)$$
(4.42)

où v est le coefficient de Poisson et l'expression de μ (T) est donnée par la formule (1.36) du chapitre (I).

$$\alpha (T) = E (T) . Fn \tag{4.43}$$

où Fn est un facteur de normalisation.

La figure 4.2 représente l'évolution de la constante d'interaction en fonction de la température pour une vitesse de déformation de 1.10^{-4} s⁻¹.

On peut conclure qu'une faible augmentation de la constante d'interaction α dans le domaine du vieillissement dynamique puis généralement une diminution en fonction de la température traduisent la diminution de la puissance d'interaction qui est (normalement) proportionnelle au changement de la constante d'élasticité en fonction de la température. Cette hypothèse est illustrée par l'équation (4.43).

IV.5 APPROXIMATION DE LA DEFORMATION DE LUDERS

Afin de compléter le calcul numérique des courbes contraintedéformation, il est nécessaire d'introduire la déformation de Lüders qui est <u>une caractéristique des aciers doux</u> et dont la valeur dépend de la température et de la vitesse de déformation (voir par exemple les travaux de Bergström [23]). Dans la présente approximation, on ne tiendra pas compte de la discontinuité de cette déformation qui dépasse le cadre de cette étude, mais seulement de la valeur du palier, et de l'influence de la vitesse de déformation. On propose l'expression phénoménologique suivante :

$$\varepsilon_{\rm L} = \varepsilon_{\rm Lo} \left(1 - \left(\frac{T}{T_{\rm Lo}} \right)^{n_{\rm L}} \right)$$
(4.44)

où ε_{Lo} est la déformation de Lüders aux basses températures, T_{Lo} est la température à laquelle la déformation de Lüders disparaît complètement et n_L est une constante.

La figure 4.1 représente la variation de la déformation de Lüders en fonction de la température pour une vitesse de déformation de 1.10^{-4} s⁻¹.

IV.6 APPLICATION NUMERIQUE DU MODELE PROPOSE

IV.6.1 Valeurs des différentes constantes

On a calculé les courbes contrainte-déformation à différentes températures et différentes vitesses de déformation, les résultats ont été comparés aux courbes expérimentales obtenues en traction à différentes vitesses.

La présente application numérique débute par une discussion des valeurs des constantes introduites dans les équations. Le premier groupe comprend les constantes physiques absolues :

. le vecteur de Burgers pour l'acier : $b = 2.48 \times 10^{-8} \text{ cm}$

 $k = 8.614 \times 10^{-5} \text{ eV } \text{k}^{-1}$. . la constante de Boltzmann :

Le second groupe de constantes nécessaire à la description des effets de la température :

- . le module de cisaillement à T = 0 K : $\mu_0 = 83994$ MPa
- . les constantes empiriques de l'équation (1.28) : $A = 3.564 \times 10^{-6} K^{-1}$, $B = 3.026 \times 10^{-7} K^{-2}$
- . le coefficient de Poisson : v = 0.3 équation (4.42)
- . le facteur de normalisation déterminé expérimentalement pour les fai-bles vitesses : Fn = $2.51174 \times 10^{-5} \text{ MPa}^{-1}$.

Le troisième groupe concerne les constantes liées aux dislocations et propres au matériau considéré, pour l'acier XC18 :

- . le coefficient initial de multiplication des dislocations : $M_{\pi} = 1.2 \text{ x } 10^{+10} \text{ cm}^{-2}$
- . la densité initiale de dislocations qui est un paramètre primordial de l'analyse globale car sa valeur change radicalement la forme des courbes contrainte-déformation pour notre cas [5] : $\rho_0 = 6.2 \times 10^{+8} \text{ cm}^{-2}$
- . les constantes relatives au calcul du coefficient d'annihilation des dislocations :

la valeur de constante d'annihilation initiale des dislocations : $k_{o} = 10.08$. La température à partir de laquelle ka augmente et devient sensible à la vitesse de déformation : $T_{10} = 558$ K, et $m_0 = 1.47131$ x 10⁻⁴. La vitesse de déformation à partir de laquelle ka ne varie plus est : $\dot{\epsilon}_{0} = 1 \times 10^{+4} \text{ s}^{-1}$.

Enfin, le quatrième groupe comprend les constantes liées directement à la prise en compte du phénomène du vieillissement dynamique :

- . l'accélération du processus $k_1 = 0.0245$
- . la vitesse de déformation au-dessous de laquelle la température n'est plus influencée par la vitesse de déformation : $\dot{\epsilon}_{10} = 1.x10^{-4}s^{-1}$
- . le coefficient d'ajustement A₃ calculé pour que $(M_{DSA})_{II}$ s'accorde avec les valeurs observées au microscope électronique et pour que la température critique du vieillissement dynamique coïncide avec les résultats expérimentaux. Il est à noter que la vitesse de base est toujours la plus faible ($\dot{\epsilon} = 1.10^{-4} \text{s}^{-1}$): A₃ = 3.7331 x 10⁺²⁴.

L'énergie Q_m étant une valeur difficilement évaluable et dont la valeur influe d'une manière considérable sur l'équation (4.38), $Q_m = 1.5$ eV, l'analyse détaillée justifiant ce choix est résumée au tableau 2.

Pour des raisons purement informatiques, l'application numérique ne peut débuter pour T= 0 K mais seulement à partir d'une valeur deT_o>12.12K L'équation (4.43) permettant de calculer la déformation de Lüders a pour constantes :

- . la température pour la quelle la déformation de Lüders disparaı̂t : $T_{\rm Lo} = 620 {\rm K}$
- . la déformation de Lüders initiale : $\varepsilon_{Lo} = 0.018$
- . et la constante n_L : 7.25 .

IV.6.2 Résultats obtenus

La première partie des calculs concerne :

a) La déformation de Lüders.

L'évolution de la déformation de Lüders en fonction de la température est représentée sur la figure 4.1. Une comparaison avec les résultats expérimentaux semble satisfaisante et acceptable.

b) La constante d'interaction

La variation de la constante d'interaction normalisée par rapport au module de Young est représentée sur la figure 4.2. Cette normalisation est effectuée pour une vitesse de base $\dot{\varepsilon} = 1.10^{-4} \text{ s}^{-1}$.

c) Le coefficient d'annihilation

L'évolution du coefficient d'annihilation en fonction de la température pour différentes vitesses de déformation est représentée et comparée avec les résultats expérimentaux sur la figure 4.3. La densité des dislocations a été calculée pour deux températures différentes. Nous pouvons constater un début linéaire de son évolution ; ceci est en accord avec les observations microscopiques [5], Figure 1.4 . L'évolution de la densité de dislocation en fonction de la température est représentée sur la figure 4.4 .

La seconde partie des calculs concerne :

a) La détermination des courbes rationnelles contrainte-déformation, jusqu'à une déformation de 0.25 et cela pour une température T donnée et une vitesse de déformation $\dot{\epsilon}$ fixée. La figure 4.5 montre quelques courbes de traction calculées à partir du modèle proposé.

b) La détermination des courbes contrainte vraie-température pour différentes vitesses de déformation et pour un niveau de déformation donné, Figures 4.6, 4.7 et 4.8.

c) La détermination des courbes contrainte vraie-température pour différents niveaux de déformation à une vitesse de déformation fixée, figures 4.6.9, 4.10, 4.11 et 4.12.

Comparaison entre les résultats théoriques et expérimentaux

Les figures 4.13 et 4.14 représentent les courbes contrainte vraietempérature.

IV.6.3 - Conclusion

Dans la présente étude nous avons pu voir en détail les approches (locales) de quelques modèles dans le domaine du vieillisement dynamique, elles sont basées sur la dynamique des dislocations. Nous avons proposé une nouvelle approche qui tient compte de l'accumulation de l'écrouissage dans le domaine du vieillissement dynamique. Les essais experimentaux et les analyses faites sur les résultats bibliographiques ont montré que la pente d'écrouissage θ_{II} (moyenne) augmente dans le domaine du vieillissement dynamique ; cette observation est un appui important pour la modélisation basée sur la multiplication des défauts et non sur le trainage des dislocations. Le modèle proposé

9
exprime le coefficient de multiplication des dislocations en fonction de la température et de la vitesse de déformation. Le modèle de la diffusion statique a été corrigé pour des situations dynamiques. Les résultats de l'application numèrique obtenus sont en accord avec les résultats expérimentaux et ceux de la bibliographie. On poura conclure que cette approche est très utile dans le domaine de la mise en forme pour les températures supérieures à l'ambiante. Le modèle peut être développé sur une base entièrement dynamique dans le même contexte des travaux de Kubin, Estrin et Strudel.





Fig. 4.2 - Courbe normalisée de la constante d'interaction α par rapport au module d'élasticité E, en fonction de la température.





Fig. 4.4 - Evolution de la densité de dislocations en fonction de la déformation.





Fig. 4.5 - a), b) et c) :

<u>Courbes calculées</u> Contrainte vraie-Déformation vraie $\dot{\varepsilon} = 1.10^{-4} \text{ s}^{-1}$





Fig. 4.5 - d), e) et f) :

<u>Courbes calculées</u> Contrainte vraie-Déformation vraie $\dot{\epsilon} = 1.85 \times 10^{-1} \text{ s}^{-1}$





Fig. 4.5 - g), h) et i) :

<u>Courbes calculées</u> Contrainte vraie-Déformation vraie $\dot{\epsilon} = 1.10^{+3} \text{ s}^{-1}$















contrainte vraie - température , $\dot{\epsilon} = 1.10^{-4} \text{ s}^{-1}$ pour trois niveaux de déformation .



















- [1] A. LE-CHATELIER Rev. de Met., 6, (1909), p. 914
- [2] A. PORTEVIN et A. LE-CHATELIER Trans. ASST, 5, (1924), p.457
- [3] M.J. MANJOINE J. Appl. Mech., **11**, (1944), p.A211
- [4] C.W. MAGGREGOR et J.C. FISHER J. Appl. Mech.,13 ,(1946) , p.A11
- [5] A.S. KEH, Y. NAKADA et W.C. LESLIE
 "Dislocations dynamics" eds. A. R. Rosenfiel, G.T. Hahn,
 A.L. Bement et R.I. Jaffee, McGraw-Hill, New York (1968)
- [6] Y. ADDA, J. M. DUPOUY, J. PHILIBERT et Y. QUERE.
 "Eléments de métallurgie physique", TOME IV La documentation Française, PARIS (1976)
- [7] Y. ADDA et PHILIBERT
 "La diffusion dans les solides", TOME 1, Presses universitaires de France, PARIS (1966)
- [8] A. H. COTTRELL et B. A. BILBBY Proc. Phys. Soc. Conf., B 62, (1949), p.229
- [9] A. H. Cottrell et M. A. JASWON Proc. R. Soc., A199, (1949), p.104
- [10] J. FRIEDEL "Dislocations", Pergamon Press ,(1964), p.405
- [11] L. J. CUDDY. et W. C. LESLIE. Acta. Metall., 20, (1924), p.1157
- [12] W.G. JOHNSTON et J. J. GILMANJ. Appl. Phys., 30, (1959), p.129
- [13] G. T. HAHN Acta. Metall.,10, (1962) p. 727

- [14] M. KLEINTGES., R. LABUSH., H.G. BRION et P. HAASEN Acta. Metall., 25, (1977), p.1247
- [15] B. JAOUL
 "Etude de la plasticité et application aux métaux". Eds. DUNOD, PARIS (1965)
- [16] J. SIMON, J. CAISSO, J. GUILLOT et P. VIOLAN Mémoires scientifiques, Rev. Métall. L XI, N° 12, (1964)
- [17] J. L. STRUDEL
 "Effets sur les propriétés mécaniques des interactions dislocationsimpureté mobiles", Ecole d'été "Dislocations et Déformation plastique", YRAVALS, 3-14 Septembre (1979)
- [18] H. YOSHINAGA et S. MOROZUMI Phil. Mag., 23, (1971), p.1367
- [19] H. YOSHINAGA, K. TOMA. et S. MOROZUMI Phil. Mag., 23, (1971), p.1387
- [20] H. YOSHINAGA et S. MOROZUMI Phil. Mag., 23, (1971), p.1351
- [21] A. H. COTTRELL et M. A. JASWON Proc. R. Soc., A199, (1949), p.104
- [22] Y. BERGSTROM Mat. Sci. Eng., 5, (1970), p.193
- [23] Y. BERGSTROM et W. ROBERTS Acta. Metall., **19**, (1971), p.815
- [24] J. R. KLEPACZKO
 "Déformations des matériaux aux grandes vitesses", Journées du GAMI, PARIS 22-23 Novembre 1983
- [25] J. R. KLEPACZKO The relation of Thermally Actived Flow In BCC Metals and Ferritic Steels To Strain Rate History and Temperature History Effects, Brown University Technical Report, DMR-79-23257 / 2, (1981)
- [26] J. R. KLEPACZKO Mat. Sci. Eng., 18, (1975), p.121

[27] J. J. GILMAN

"Micromechanics of Flow of Solids", McGraw-Hill, New York (1969)

- [28] A. S. KEH et S. WEISSMANN
 "Electron Microscopy and Strenth of crystals", eds. G. Thomas et J. Washburn, Intersciene Publ., New York, (1963)
- [29] A. LAWLEY et H. L. GAIGHER Phil. Mag.,10, (1964), p.15
- [30] Y. BERGSTROM et W. ROBERTS Acta. Metall., **21**, (1973), p.741
- [31] Y. ESTRIN et H. MECKING Acta.Metall., **32**, (1984), p.57
- [32] J. R. KLEPACZKO et C. Y. CHIEM J. Mech. Phys. Solids, 34, (1986), p.29
- [33] E. SCHREIBER, O. L. ANDERSON et N. SOGA
 "Elastic Constant and Their Measurement", MacGraw-Hill, New York, (1973)
- [34] J. R. KLEPACZKO
 "Thermal-Mechanical Coupling in Metals," Technical Report Institute of Fundamental Technological Research, N° 11, (1978)
- [35] U. F. KOCKS, A. S. ARGON et M. F. ASHBY "Thermodynamics and Kinetics of Slip", Pergamon Press, Oxford (1975)
- [36] P. GUYOT et J. E. CANADIAN J. of Phys. ,45 , (1967) , p.983
- [37] T. C. LINDLEY Acta. Metall., 13, (1965), p.681
- [38] J. R. KLEPACZKO A Model for Yielding and Flow of Iron and BBC Metals Based on Thermal Activation, Brown University Technical Report, DMR-79-23257/132, (1981)

- [39] H. P. MANANJARA
 Thèse de Docteur Ingénieur, E N S M, Université de Nantes.
 Octobre (1984)
- [40] M. HUANG, J. LUO et B. HE. In Mechanical Behaviour of Materials, Pergamon Press, Oxford, 2, (1984), p.665
- [41] K. A. HARTLEY et J. DUFFY
 In Mechanical Properties of high rates of strain, 1984, Conf. Series N° 70, The Institute of Physics, Bristol, (1984), p.21
- [42] J. R. KLEPACZKO, A. ROUXEL et C. Y. CHIEM Modélisation des lois de comportement basée sur l'évolution de la microstructure dans un large domaine de vitesse de déformation, Proc. Conf. DYMAT, PARIS (1985)
- [43] J. WINLOCK J. Metals, **5**, (1953), p.797
- [44] G. PIOBERT, MORIN. et DIDION Mém. de l'artillerie, 5, (1842), p.525
- [45] W. LUDERS Dinglers, Polytech. J., 155, (1860), p.1
- [46] E.O. HALL"Yiel point phenomena in metals and alloys" Plenum Press, New York, (1970)
- [47] P.G. McCORMICK Acta . Metall., 20, (1972), p.351
- [48] L.P. KUBIN et Y. ESTRIN Acta. Metall.,33, (1985), p.397
- [49] K. CHIHAB, Y.ESTRIN, L. P. KUBIN et J. VERGNOL Scripta. Metall., 21, (1987), p.203
- [50] L.P. KUBIN et Y. ESTRIN
 "Evolution of dislocation densities and the cristal conditions for the Portevin- Le- Chatelier effect", (a paraitre)
- [51] Y. BERGSTROM et H. HALLEN Mat. Scien. and Engin., 55, (1982), p.49

- [52] R.L. KENYON et R.S. BURNS"Aging In Iron and Steel", symposium on age hardening of metals, ASM, Cleveland ,(1939)
- [53] OYANE, TAKACHIMA et OSAKADA Bull. J. Soc. Prec. Engng. ,15, (1981), p.167
- [54] D.J. LLOYD et K.TANGRI Mat. Scien. and Eng., **10**, (1972), p.75
- [55] W.I. ZUZIN, M.I. BROVMAN et A.F. MELNIKOV
 "Rrésistance à la déformation des aciers pour mise en forme à température élevées", metallurgie, (1964), p.270 (en russe)
- [56] E. OROWAN Proc. Phys.Soc., **52**, (1940), p.8
- [57] A. VAN DEN BEUKEL Phys. Stat. Sol.(a) ,30 , (1975) , p.197
- [58] J.R. KLEPACZKOIn constitutive Relations and Their Physical Basis, Risö, Metal.lab., Roskilde (1987), p.387
- [59] S.L. ROBINSON et O.D. SHERBY Acta.Metall.,17, (1969), p.109
- [60] K.G. KREIDER et G. BRUGGEMAN Trans. AIME , **239** , (1967) , p.1222
- [61] G. FRITZECH et R. SIEGEL Communication privée, Université Karl-Marx (R.D.A)
- [62] H.J. FROST et M.F. ASHBY
 "The Plasticity and Creep of Metals and Ceramics" Pergamon Press, (1982)

ANNEXES

.

•

ANNEXE 1

METHODES D'APPROXIMATION

Deux méthodes d'approximation ont été utilisées :

<u>1ère méthode</u> : optimisation avec plusieurs points expérimentaux

L'approximation consiste à ajuster la courbe représentée par la fonction : $\sigma = f(\epsilon)$:

$$\sigma = \alpha \,\mu \,b \left(\rho_{o} + \frac{M_{II}}{k_{a}} \left[1 - \exp\left(- k_{a} \varepsilon \right) \right] \right)^{1/2} \tag{A-1}$$

et de déterminer les paramètres α , M_{II} et K_a , telle que la somme des erreurs entre les points expérimentaux et la courbe théorique soit minimale.

a) Détermination de α

On constate que α peut être déterminée facilement et indépendemment de M_{II} et K_{a} ; et cela pour $\epsilon = 0$

$$\sigma_{o} = \alpha \,\mu \,b \,\sqrt{\rho_{o}} \tag{A-2}$$

d'où

$$\alpha = \frac{\sigma_o}{\mu b \sqrt{\rho_o}}$$
(A-3)

 σ_{o} étant la limite élastique qui peut être calculée par les expressions (3.1) du chapitre III.

b) <u>Détermination de M_Π et K</u>_a

L'optimisation de l'équation (A-1) revient à minimiser la fonction suivante :

$$F(\bar{x}) = \sum_{i=1}^{N} \left\{ f_i(x_1, x_2, \dots, x_M) \right\}^2$$
(A-4)

avec N > M

N étant le nombre de points expérimentaux et M le nombre de paramètres à déterminer. f_i est la différence entre la valeur théorique et la valeur expérimentale :

$$f_{i} = \sigma_{th\acute{e}}(\epsilon_{i}) - \sigma_{exp}(\epsilon_{i})$$
(A-5)

On pose :

$$A = \alpha \mu b$$
, $x_1 = M_{II}$ et $x_2 = k_a$

En introduisant (A-5) dans (A-4) :

$$F(\bar{x}) = \sum_{i=1}^{N} \left(A. \left[\rho_{o} + \frac{x_{1}}{x_{2}} \left\{ 1 - \exp(-x_{2}\varepsilon) \right\} \right]^{1/2} - \sigma_{exp} \right)^{2}$$
(A-6)

L'estimation de l'erreur est donnée par :

$$E_{r} = \left\{ \frac{F(\bar{x})}{N(N-1)} \right\}^{1/2}$$
(A-7)

ou encore :

$$E_{r} = \left\{ \sum_{i=1}^{N} f_{i}^{2} / N(N-1) \right\}^{1/2}$$
(A-8)

La programmation numérique de cette méthode débute par l'introduction des valeurs estimées de M_{II} et k_a du même ordre de grandeur que les valeurs réelles à chercher ; M_{II} est de l'ordre de 10^{+9} cm⁻² et k_a de 5 à 20 pour une er - reur E_r donnée.

Théoriquement, la solution finale ne dépend pas des valeurs initiales données au départ, mais on a remarqué que pour deux combinaisons différentes des valeurs initiales, on a deux solutions différentes qui minimisent l'erreur E_r ; ceci est dû vraisemblablement à une instabilité mathématique à cause de la différence très grande entre M_{II} et k_a et de la non linéarité du système.

2ème méthode : approximation avec trois points expérimentaux

Le premier point expérimental correspond à $\varepsilon = 0$ et donc α peut être déterminée comme dans la lère méthode ; le deuxième point étant pris au milieu de la courbe et le troisième étant le dernier et qui correspond à la déformation maximale.

L'équation à résoudre est :

$$\sigma_{i} = \alpha \mu b \left(\rho_{o} + \frac{M_{II}}{k_{a}} \left[1 - \exp(-k_{a} \varepsilon_{i}) \right] \right)^{1/2}$$
(A-9)

qui peut être écrite :

$$\sigma_i^2 = \alpha^2 A \left[\rho_o + \frac{M_{II}}{k_a} (1 - \exp(-k_a \varepsilon_i)) \right]$$
(A-10)

où A = $(\mu b)^2$.

En posant x = α^2 , y = M_{II}/k_a, w = k_a

le système à résoudre se réduit à deux équations et s'écrira :

$$\begin{cases} \sigma_{1}^{2} = A \cdot x \left[\rho_{o} + y \cdot \left(1 - \frac{1}{e^{w\epsilon_{1}}} \right) \right] & (A-11) \\ \sigma_{2}^{2} = A \cdot x \left[\rho_{o} + y \cdot \left(1 - \frac{1}{e^{w\epsilon_{2}}} \right) \right] & (A-12) \end{cases}$$

Calcul de w :

$$\frac{\sigma_1^2}{Ax} = \rho_0 + y. \ (1 - \frac{1}{\frac{w\epsilon_1}{e}})$$
(A-13)

y.
$$(1 - \frac{1}{\frac{w\varepsilon_1}{e}}) = \frac{\sigma_1^2}{Ax} - \rho_o$$
 (A-14)

$$\left(1 - \frac{1}{\frac{1}{e}}\right) = \frac{1}{y} \left(\frac{\sigma_1^2}{Ax} - \rho_o\right)$$
(A-15)

$$\frac{1}{\underset{e}{\overset{w\varepsilon_{1}}{e}}} = 1 - \frac{1}{y} \left(\frac{\sigma_{1}^{2}}{Ax} - \rho_{o} \right)$$
(A-16)

$$e^{w\varepsilon_1} = \left[1 - \frac{1}{y} \left(\frac{\sigma_1^2}{Ax} - \rho_o\right)\right]^{-1}$$
(A-17)

alors w aura comme expression :

$$w = \ln \left[1 - \frac{1}{y} \left(\frac{\sigma_1^2}{Ax} - \rho_o \right) \right]^{-1/\varepsilon_1}$$
(A-18)

la condition 1 - 1/y ($\sigma_1^2/Ax - \rho_0$) ≥ 0 est vérifiée en posant 1/y = Z (A-19)

$$w = \ln \left[1 - Z \left(\frac{\sigma_1^2}{Ax} - \rho_o \right) \right]^{-1/\varepsilon_1}$$
(A-20)

(A-17) peut aussi être écrite :

$$\frac{1}{e^{w}} = \left[1 - \frac{1}{y} \left(\frac{\sigma_{1}^{2}}{Ax} - \rho_{o}\right)\right]^{1/\varepsilon_{1}}$$
(A-21)

En introduisant l'équation (A-12) :

$$\frac{\sigma_2^2}{Ax} = \rho_0 + y \left[1 - \left(\frac{1}{e^w}\right)^{\epsilon_2} \right]$$
(A-22)

l'introduction de (A-21) dans (A-22) :

$$\frac{\sigma_2^2}{Ax} = \rho_o + y \left\{ 1 - \left[1 - \frac{1}{y} \left(\frac{\sigma_1^2}{Ax} - \rho_o \right) \right]^{\epsilon_2/\epsilon_1} \right\}$$
(A-23)

En posant :

$$a_1 = \frac{\sigma_1^2}{Ax} - \rho_o \tag{A-24}$$

et

$$a_2 = \frac{\sigma_2^2}{Ax} - \rho_o \tag{A-25}$$

on obtient :

$$\frac{a_2}{y} = 1 - (1 - \frac{a_1}{y})^{\epsilon_2/\epsilon_1}$$
(A-26)

On pose : $m = \epsilon_2/\epsilon_1$ et en remplaçant Z = 1/y, l'expression (A-26) devient :

$$a_2 Z = 1 - (1 - a_1 Z)^m$$
 (A-27)

avec la condition $m \ge 1$, $\varepsilon_2 > \varepsilon_1$

La résolution numérique revient à minimiser la fonction f (Z) :

$$f(Z) = 1 - a_2 Z - (1 - a_1 Z)^m$$
 (A-28)

En introduisant la valeur de Z qui minimise l'équation (A-28) dans l'expressionn de y et dans (A-20), on peut déterminer w ; connaissant la valeur de w on détermine M_{II}

$$M_{II} = y \times w \tag{A-29}$$

La programmation de cette méthode est relativement simple et donne un résultat satisfaisant.

ANNEXE 2

RESULTATS DES ESSAIS DE TRACTION


































ESSAI de TRACTION

Nº : DELTA25

































ESSAI de TRACTION

Dé (MAX) : 18.4998883277 Co (MRX): 482,537857795

























