



**HAL**  
open science

## Comportement thermique des disques de frein

Jens-Wolf Jaisle

► **To cite this version:**

Jens-Wolf Jaisle. Comportement thermique des disques de frein. Sciences de l'ingénieur [physics]. Université Paul Verlaine - Metz, 1992. Français. NNT : 1992METZ030S . tel-01775992

**HAL Id: tel-01775992**

**<https://hal.univ-lorraine.fr/tel-01775992>**

Submitted on 24 Apr 2018

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



## AVERTISSEMENT

Ce document est le fruit d'un long travail approuvé par le jury de soutenance et mis à disposition de l'ensemble de la communauté universitaire élargie.

Il est soumis à la propriété intellectuelle de l'auteur. Ceci implique une obligation de citation et de référencement lors de l'utilisation de ce document.

D'autre part, toute contrefaçon, plagiat, reproduction illicite encourt une poursuite pénale.

Contact : [ddoc-theses-contact@univ-lorraine.fr](mailto:ddoc-theses-contact@univ-lorraine.fr)

## LIENS

Code de la Propriété Intellectuelle. articles L 122. 4

Code de la Propriété Intellectuelle. articles L 335.2- L 335.10

[http://www.cfcopies.com/V2/leg/leg\\_droi.php](http://www.cfcopies.com/V2/leg/leg_droi.php)

<http://www.culture.gouv.fr/culture/infos-pratiques/droits/protection.htm>

(n° 08 77766.)

# THESE

PRESENTEE A

L'UNIVERSITE DE METZ

POUR OBTENIR

LE GRADE DE DOCTEUR  
DE  
L'UNIVERSITE DE METZ

SCIENCES DE L'INGENIEUR  
- MECANIQUE -

PAR

JENS-WOLF JAISLE

## COMPORTEMENT THERMIQUE DES DISQUES DE FREIN

Soutenance prévue le Vendredi 4 décembre 1992 à 14 h 30  
à l'Amphi Droit N° 1.

JURY : MM. DEMOULIN  
GUEURY  
HOGGE  
POTIER-FERRY  
ZEGHLOUL

Laboratoire de Physique et Mécanique des Matériaux  
U.R.A. - CNRS n° 1215  
I.S.G.M.P., Université de Metz - Ile du Saulcy 57045 METZ Cedex 01

## Préface

Je remercie beaucoup la Société Renault du support financier qu'elle a bien voulu m'apporter pour la réalisation de ce travail.

Cette thèse a été rédigée selon la demande de Renault et par conséquent son caractère est plutôt industriel qu'universitaire. Dans ce contexte, les procédés et les méthodes de résolution utilisés ont dû être adaptés aux contraintes soumises par le budget disponible et les délais imposés pour résoudre le problème.

Un mot encore en ce qui concerne la numérotation des équations: Le lecteur s'apercevra que la numérotation dans le chapitre 4 est discontinue. Ceci doit être vu dans le contexte de l'annexe, à l'intérieure de laquelle la numérotation devient cohérente.

## Table des matières

1. La définition des variables
2. L'Introduction
3. Les essais
  - 3.a L'essai d'un cycle sur banc "voiture" avec une vitesse de rotation constante et un vent incident
  - 3.b L'essai cyclique sur banc "voiture" avec une vitesse de rotation variable et un vent incident
  - 3.c L'essai cyclique sur banc "camion" avec une vitesse de rotation variable et sans vent incident
4. La modélisation
  - 4.1. Les hypothèses pour l'idéalisation du disque de frein
  - 4.2. Les conditions aux limites
    - 4.2.1. Le rayonnement
    - 4.2.2. La convection
      - 4.2.2.a Les surfaces du type A
      - 4.2.2.b Les surfaces du type B
      - 4.2.2.c Les surfaces du type C
      - 4.2.2.d Les surfaces du type D
      - 4.2.2.e Les surfaces du type E
      - 4.2.2.f La vitesse d'écoulement dans les canaux radiaux

- 4.2.3. Le flux de chaleur causé par la friction des plaquettes de frein sur les pistes de frottement
  - 4.2.3.a L'essai sur banc "voiture" avec une vitesse de rotation constante
  - 4.2.3.b L'essai sur banc "voiture" avec une vitesse de rotation variable
  - 4.2.3.c L'essai sur banc "camion" avec une vitesse de rotation variable
- 4.2.4. La température imposée à l'encastrement
  - 4.2.4.a Le banc d'essai "voiture"
  - 4.2.4.b Le banc d'essai "camion"
- 4.2.5. L'enthalpie latente

## 5. Le calcul

- 5.1. L'aspect mathématique
- 5.2. L'aspect géométrique
- 5.3. L'aspect physique

## 6. La validation du modèle

- 6.1. Le disque non-ventilé interne
  - 6.1.a L'essai d'un cycle sur banc "voiture" avec une vitesse de rotation constante
  - 6.1.b L'essai cyclique sur banc "voiture" avec une vitesse de rotation variable
- 6.2. Le disque ventilé interne, l'essai cyclique sur banc "camion" avec une vitesse de rotation variable
- 6.3. Des résultats d'autres auteurs

## 7. Les améliorations envisagées

7.1.a L'effet parapluie

7.1.b La température

7.2. La façon de procéder

7.3. La réduction de l'effet parapluie

7.3.1. Le disque non-ventilé interne

7.3.1.a La sélection des facteurs à étudier

7.3.1.b L'identification des facteurs et des interactions influents

7.3.1.c La contrôle de la "fenêtre de linéarité"

7.3.1.d Les résultats

7.3.2. Le disque ventilé interne (canaux radiales)

7.3.2.a La sélection des facteurs à étudier

7.3.2.b L'identification des facteurs et des interactions influents

7.3.2.c La contrôle de la "fenêtre de linéarité"

7.3.2.d Les résultats

7.4. La réduction de la température

7.4.1. Le disque non-ventilé interne

7.4.1.a La sélection des facteurs à étudier

7.4.1.b L'identification des facteurs et des interactions influents

7.4.1.c La contrôle de la "fenêtre de linéarité"

7.4.1.d Les résultats

- 7.4.2. Le disque ventilé interne (canaux radiaux)
  - 7.4.2.a La sélection des facteurs à étudier
  - 7.4.2.b L'identification des facteurs et des interactions influents
  - 7.4.2.c La contrôle de la "fenêtre de linéarité"
  - 7.4.2.d L'optimisation hors de la "fenêtre de linéarité"
  - 7.4.2.e Les résultats

## 8. Les canaux courbés

### 8.1. L'Introduction

### 8.2. La modélisation de l'écoulement du fluide dans le canal courbé

#### 8.2.a Les hypothèses pour l'idéalisation de l'écoulement

#### 8.2.b Les équations principales de l'écoulement

### 8.3. Les critères de dimensionnement en conception de la nervure

### 8.4. Le dessin de la nervure

#### 8.4.a L'angle d'entrée

#### 8.4.b La forme de la nervure

### 8.5. Les résultats

## 9. La conclusion



## 10. L'annexe

10.1. Le rayonnement dans les canaux

10.2. La convection

10.2.a Les surfaces du type A

10.2.b Les surfaces du type B

10.2.c Les surfaces du type C

10.2.d Les surfaces du type D

10.2.e Les surfaces du type E

10.2.f La vitesse de l'écoulement dans les canaux radiaux

10.2.g Les propriétés de l'air

10.3. Les propriétés du matériau

10.4. La méthode des plans d'expériences

10.4.1. Le fonctionnement d'un plan d'expériences à deux niveaux

10.4.2. La réduction de l'effet parapluie  
L'identification des facteurs et leurs interactions influentes

10.4.2.a Le disque non-ventilé interne

10.4.2.b Le disque ventilé interne (canaux radiaux)

10.4.3. La réduction de la température  
L'identification des facteurs et leurs interactions influentes

10.4.3.a Le disque non-ventilé interne

10.4.3.b Le disque ventilé interne (canaux radiaux)

10.4.4. Les canaux courbés

10.4.4.a La vitesse dans le canal

10.4.4.b La courbure du canal

## 11. Les références

## 1. La définition des variables

- $q_r$  = Flux surfacique de chaleur du rayonnement (W/m<sup>2</sup>)  
 $q_c$  = Flux surfacique de chaleur de la convection (W/m<sup>2</sup>)  
 $q_{ca}$  = Flux surfacique de chaleur de la convection sur les surfaces du type A (W/m<sup>2</sup>)  
 $q_{cb}$  = Flux surfacique de chaleur de la convection sur les surfaces du type B (W/m<sup>2</sup>)  
 $q_{cc}$  = Flux surfacique de chaleur de la convection sur les surfaces du type C (W/m<sup>2</sup>)  
 $q_{cd}$  = Flux surfacique de chaleur de la convection sur les surfaces du type D (W/m<sup>2</sup>)  
 $q_{ce}$  = Flux surfacique de chaleur de la convection sur les surfaces du type E (W/m<sup>2</sup>)  
 $q_f$  = Flux surfacique de chaleur dans le disque de frein provoqué par friction des plaquettes sur les pistes frottement (W/m<sup>2</sup>)  
 $T$  = Température (°C)  
 $T_{disc}$  = Température à la surface du disque de frein (°C)  
 $T_{air}$  = Température de l'air ambiant (°C)  
 $\epsilon$  = Emissivité (-)  
 $\epsilon_{red}$  = Emissivité réduite des surfaces des canaux radiaux (-)  
 $\epsilon_{eff}$  = Emissivité effective à l'entrée et à la sortie d'un canal radial cylindrique (-)  
 $\lambda$  = Conductivité thermique (W/m°C)  
 $\nu$  = Viscosité cinématique (m<sup>2</sup>/s)  
 $\mu$  = Viscosité dynamique (Ns/m<sup>2</sup>)

- $\mu_{\text{mur}}$  = Viscosité dynamique du fluide à la température du mur d'un canal radial (Ns/m<sup>2</sup>)
- $\alpha$  = Coefficient de transfert de chaleur (W/m<sup>2</sup>°C)
- $\beta$  = Coefficient de dilatation de l'air (1/°C)
- $c_p$  = Chaleur spécifique (J/kg°)
- $Pr$  = Nombre de Prandtl (-)
- $\sigma$  = Constante de Stefan-Boltzmann =  $5.669 \cdot 10^{-8}$  (W/m<sup>2</sup>°K<sup>4</sup>)
- $\rho$  = Densité (kg/m<sup>3</sup>)
- $\alpha_{\text{dilat}}$  = Coefficient de dilatation de la fonte (1/°C)
- $u$  = Vitesse d'un vent incident (m/s)
- $\omega$  = Vitesse angulaire (rad/s)
- $\omega_{\text{sup}}$  = Vitesse angulaire supérieure (rad/s)
- $\omega_{\text{inf}}$  = Vitesse angulaire inférieure (rad/s)
- $a$  = Décélération (m/s<sup>2</sup>)
- $\alpha_{\text{décél}}$  = Décélération angulaire (rad/s<sup>2</sup>)
- $I_{\text{inert}}$  = Inertie (kgm<sup>2</sup>)
- $n$  = Nombre de tours par seconde (1/s)
- $g$  = Accélération gravitationnelle (m/s<sup>2</sup>)
- $z$  = Accélération centrifuge (m/s<sup>2</sup>)
- $v$  = Vitesse du fluide dans un canal radial (m/s)
- $r_{\text{roul}}$  = Rayon de roulement (m)
- $r_{\text{disc}}$  = Rayon extérieur du disque de frein (m)
- $r_{\text{int}}$  = Rayon intérieur des surfaces de friction du disque de frein où les plaquettes glissent (m)

$d_{disc}$	= Diamètre extérieur du disque de frein (m)
$d_{int}$	= Diamètre intérieur des surfaces de friction du disque de frein où les plaquettes glissent (m)
$d_{cyl}$	= Diamètre d'une surface cylindrique (m)
$L$	= Longueur d'une plaque (m)
$l$	= Longueur d'un canal radial (m)
$d_{hyd}$	= Diamètre hydraulique d'un canal radial = $4 * \text{Surface d'un canal perpendiculaire à la direction principale de l'écoulement} / \text{Circonférence d'un canal perpendiculaire à la direction principale de l'écoulement}$ (m)
$r_{ent}$	= Rayon d'un canal radial à l'entrée (m)
$r_{sort}$	= Rayon d'un canal radial à la sortie (m)
$A_{ent}$	= Surface totale d'entrée de tous les canaux radiaux (m)
$A_{sort}$	= Surface totale de la sortie de tous les canaux radiaux (m)
$A_{canal}$	= Surface intérieure d'un canal radial (m)
$A$	= Une des deux surfaces des pistes de frottement qui est en contact avec les plaquettes de frein pendant une révolution (m)
$r_{crit}$	= Rayon critique (m)
$r_m$	= Rayon moyen des surfaces de friction du disque de frein où les plaquettes glissent = $(d_{disc} + d_{int})/4$ (m)
$U$	= Circonférence d'une surface cylindrique (m)
$P_{frein}$	= Pression de freinage ( $N/m^2$ )
$P$	= Puissance de freinage (W)
$H_{latente}$	= Enthalpie latente (J/kg)
$t$	= Temps (s)

- $w_1$  = Vitesse à l'entrée dans le canal (m/s)
- $A_{n1}$  = Surface du canal à l'entrée (perpendiculaire à la direction principale de l'écoulement) (m<sup>2</sup>)
- $a_1$  = Largeur du canal avec une section rectangulaire à l'entrée (perpendiculaire à la direction principale de l'écoulement) (m)
- $b_1$  = Hauteur du canal avec une section rectangulaire à l'entrée (perpendiculaire à la direction principale de l'écoulement) (m)
- $e_{H1}$  = Largeur du canal avec une section elliptique à l'entrée (perpendiculaire à la direction principale de l'écoulement) (m)
- $e_{V1}$  = Hauteur du canal avec une section elliptique à l'entrée (perpendiculaire à la direction principale de l'écoulement) (m)
- $s_1$  = Epaisseur de la nervure à l'entrée du canal (m)
- $\beta_1$  = L'angle d'entrée du canal (rad)
- $t_1$  = montrée sur la figure 49 (m)
- $s_1$  = montrée sur la figure 49 (m)
- $D_1$  = Diamètre du disque de frein à l'entrée du canal (m)
- $u_1$  = Vitesse circonférentielle à l'entrée du canal (m/s)
- $c_1$  = Vitesse résultante (somme vectorielle de  $u_1$  et  $w_1$ ) à l'entrée du canal (m/s)
- $w_2$  = Vitesse à la sortie dans le canal (m/s)
- $A_{n2}$  = Surface du canal à la sortie (perpendiculaire à la direction principale de l'écoulement) (m<sup>2</sup>)
- $a_2$  = Largeur du canal avec une section rectangulaire à la sortie (perpendiculaire à la direction principale de l'écoulement) (m)

- $b_2$  = Hauteur du canal avec une section rectangulaire à la sortie (perpendiculaire à la direction principale de l'écoulement) (m)
- $e_{H2}$  = Largeur du canal avec une section elliptique à la sortie (perpendiculaire à la direction principale de l'écoulement) (m)
- $e_{V2}$  = Hauteur du canal avec une section elliptique à la sortie (perpendiculaire à la direction principale de l'écoulement) (m)
- $s_2$  = Epaisseur de la nervure à la sortie du canal (m)
- $\beta_2$  = L'angle de la sortie du canal (rad)
- $t_2$  = montrée sur la figure 49 (m)
- $s_2$  = montrée sur la figure 49 (m)
- $D_2$  = Diamètre du disque de frein à la sortie du canal (m)
- $u_2$  = Vitesse circonférentielle à la sortie du canal (m/s)
- $c_2$  = Vitesse résultante (somme vectorielle de  $u_1$  et  $w_1$  à la sortie du canal) (m/s)
- $z$  = Nombre des nervures (-)
- $w$  = Vitesse dans le canal (m/s)
- $p$  = Pression (N/m<sup>2</sup>)
- $b$  = Hauteur du canal (m)
- $R$  = Rayon de la courbure de la nervure (dans le plan  $z = \text{const.}$ ) (m)
- $r$  = Rayon (m)
- $\omega$  = Vitesse angulaire (rad/s)
- $m$  = Masse (kg)
- $l_{\text{arc}}$  = Longueur d'arc (m)
- $\gamma$  = montrée sur la figure 74 (rad)
- $K$  = Courbure de la nervure (1/m)

- $h$  = montrée sur la figure 74 (m)  
 $\zeta$  = Facteur de réduction de l'angle d'entrée optimale (-)  
 $R_{\text{entrée}}$  = Rayon du canal à l'entrée en cas d'un détournement de l'écoulement (dans le plan  $\gamma = \text{const.}$ ) (m)  
 $\text{Rép}_i$  = Réponse  $i$  (%)  
 $\text{Cont}_i$  = Contraste  $i$  (%)  
 $\text{Cont}'_i$  = Contraste  $i$  complémentaire (%)  
 $[7]$  = Facteur 7 (exemple) (%)  
 $[16]$  = Interaction entre le facteur  $[1]$  et le facteur  $[6]$  (exemple) (%)  
 $\text{Moy}$  = Moyenne des réponses (%)

## 2. L'Introduction

Dans l'évolution technique de l'automobile d'aujourd'hui on remarque une tendance vers une vitesse maximum du véhicule plus élevée grâce à une aérodynamique améliorée. Un des systèmes touchés en première ligne par cette tendance est le système de freinage car la puissance de freinage augmente avec la troisième puissance de la vitesse.

Les automobiles d'aujourd'hui sont équipées avec deux types de freins - des freins à disque et des freins à tambours. La différence principale entre ces deux types de freins est le type de construction. Comme le nom l'indique déjà, dans le premier cas un disque est freiné, dans le second, c'est un tambour. Les figures 1 et 2 montrent des dessins simplifiés de ces types de freins.

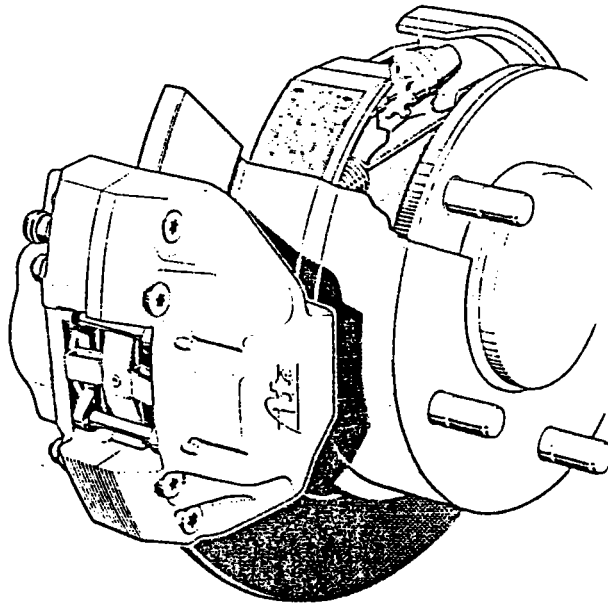


Figure 1

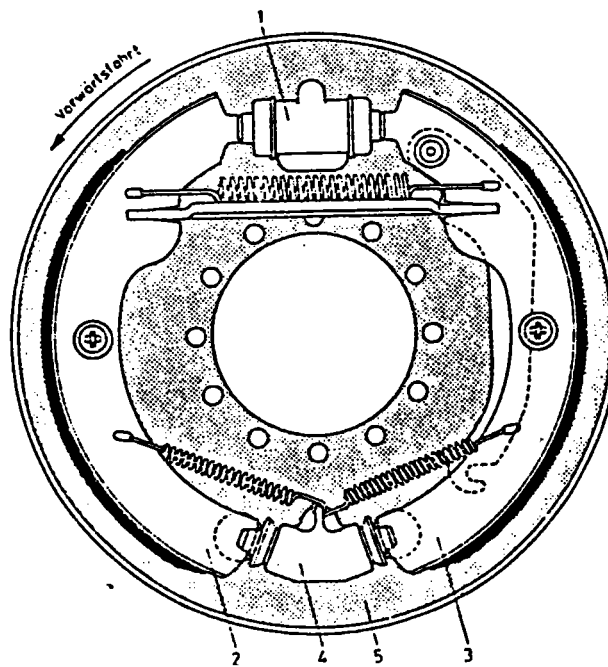


Figure 2



Le principe de freinage est le même dans les deux cas: il est basé sur la friction entre les plaquettes de freinage et le disque dans le premier cas ou le tambour dans le second.

Un frein à disque est composé de deux parties principales, le disque et les étriers. Les étriers portent les plaquettes de freinage. En pressant les plaquettes sur les deux côtés du disque lié à une roue du véhicule et qui se trouve donc en rotation, on provoque une friction et l'énergie cinétique est transformée en chaleur. Le principe est le même pour un frein à tambour. Dans ce cas les plaquettes sont pressées sur les surfaces cylindriques intérieures d'un tambour, qui est lié à une roue.

Au niveau du comportement thermique, le frein à disque est plus favorable car pour la même dimension il peut supporter une puissance de freinage plus élevée qu'un frein à tambour. C'est la raison pour laquelle des véhicules sont souvent équipés avec des freins à disque à l'avant (ou la majeure partie de la puissance de freinage doit être dissipée) et des freins à tambours à l'arrière. C'est aussi la raison pourquoi on équipe généralement les véhicules pouvant atteindre des vitesses très élevées de frein à disques.

Le principal désavantage d'un frein à disque est son prix plus élevé qu'un frein à tambour (jusqu'à deux fois plus cher).

La présente thèse concerne seulement des **freins à disque**.

Le fonctionnement correct d'un frein sous l'influence d'une charge thermique est limité par certains phénomènes thermomécaniques. Parmi ces phénomènes on peut citer:

- la fissuration due au gradient de température entre les pistes de frottement, pouvant causer la rupture du disque
- la déformation du disque due à la chaleur (l'effet parapluie) qui influence la surface de contact entre le disque et les plaquettes de freinage réduisant ainsi l'efficacité du frein
- l'usure du disque et des plaquettes de frein
- l'influence sur l'environnement du disque (les étriers) à cause du rayonnement

Tous ces phénomènes dépendent de la température maximale atteinte pendant une manoeuvre de freinage.

Dans ce **contexte**, la Régie (Société) Renault a décidé de lancer un projet de recherche sous la forme d'une thèse de doctorat, afin d'étudier la possibilité de simulation et de maîtrise de la température ainsi que la déformation sous l'effet de la chaleur.

Le **but** de cette thèse est de montrer une modélisation qui permet la simulation des manoeuvres de freinage.

Le calcul est effectué à l'aide de la méthode d'éléments finis. La sophistication de la modélisation est fonction de la durée du projet. Par conséquent certains aspects du modèle sont idéalisés de façon très simple, comme par exemple le rayonnement.

Le calcul est divisé en deux étapes - une première représentée par un calcul thermique qui détermine l'évolution et le champ de la température dans le disque et une deuxième étape, représentée par un calcul statique, qui détermine la déformation du disque sur la base du champ de température.

Le **calcul thermique** nécessite la détermination des différentes voies d'évacuation et d'injection de chaleur, ainsi que leur fonctionnement.

Ces voies sont définies par des conditions limites.

On prend en considération des températures imposées, du rayonnement et de la convection.

La modélisation de la convection se révèle être le problème principal car elle est liée aux conditions aérodynamiques autour du disque.

Afin de permettre le calcul d'une certaine diversité de disques de frein, qui diffèrent légèrement dans leurs géométries, on utilise une technique de subdivision de la surface, en attribuant des coefficients de convection différents aux sub-surfaces.

Dépendant du type de disque, on subdivise en 4 ou 5 sub-surfaces. La variation des valeurs caractéristiques de l'air en fonction de la température ainsi que la variation de la vitesse angulaire et du vent incident, est prise en considération.

La même technique de subdivision est utilisée pour la modélisation du rayonnement.

Le rayonnement est modélisé de façon très simple en admettant uniquement un rayonnement normal à la surface.

Le flux de chaleur due à la friction des plaquettes de frein sur les pistes de frottement est également modélisé de façon simple, en l'idéalisant comme distribué uniformément partout à la surface de contact du disque avec les plaquettes de frein.

En ce qui concerne le calcul de l'évolution de la température en fonction du temps (calcul instationnaire), la variation de la capacité calorifique, de la conductibilité et de la densité du matériau en fonction de la température est prise en considération.

Le **calcul statique** est effectué sur la base du champ de température.

Avec le coefficient de dilatation en fonction de la température, on détermine la déformation correspondante du disque.

Le modèle est vérifié par des **essais sur banc**.

En ce qui concerne la possibilité d'influencer le comportement thermique du disque (effet parapluie, température maximale), on étudie des modifications à la géométrie du disque.

Pour étudier cette question, la **méthode des plans d'expériences** est utilisée.

Les facteurs examinés sont des modifications locales de la géométrie.

La réponse étudiée est une température caractéristique (température maximale ou température de saturation) ou la déformation du disque sous l'effet de la chaleur, représentée par le déplacement à un certain endroit critique.

On propose de nouveaux dessins des disques.

En dernier lieu, on effectue une étude théorique sur la possibilité d'amélioration du comportement thermique par l'application des **canaux courbés**.

L'idée est d'augmenter la convection dans les canaux par l'imposition d'une courbure dont on cherche la forme idéale.

### 3. Les essais

Afin de vérifier la précision du modèle du disque de frein, on procède à des essais.

Pour faciliter les mesures et idéaliser les conditions d'essais, les disques sont testés sur bancs plutôt que dans le véhicule. Un nouveau disque doit être soumis à un certain nombre d'essais sur banc avant d'être utilisé sur un véhicule.

On mesure par exemple le déplacement des pistes de frottement sous l'effet de la chaleur à un certain endroit qui ne doit pas dépasser une valeur maximale admissible ou la résistance de rupture contre une série de coups de frein pour vérifier si un nombre minimal prescrit de répétitions est dépassé.

Chaque fabricant automobile a ses propres essais standards qui peuvent différer fortement d'un fabricant à l'autre.

En général, on peut tout-de-même distinguer deux types d'essais, les essais consistant en un seul coup de frein et les essais cycliques avec une série de coups de frein.

Les essais portant sur un seul coup de freinage sont destinés à analyser des caractéristiques instationnaires du disque, comme par exemple la capacité de stocker la chaleur.

Traduit par une manoeuvre de freinage d'un véhicule, cet essai correspond à un freinage d'urgence.

Le phénomène thermique associé à ce type d'essai est un gradient de température très élevé entre les pistes de frottement, qui provoque des fissures à la surface des pistes.

Les disques les plus exposés à ce phénomène sont les disques non-ventilés internes.

Les essais cycliques par contre sont destinés à analyser des caractéristiques stationnaires du disque, comme par exemple la température maximale de saturation (équilibre entre l'énergie injectée et évacuée).

Traduit par une manoeuvre de freinage d'un véhicule, cet essai correspond à la descente d'un col où le conducteur freine avant chaque virage.

Ici c'est plutôt la température que son gradient qui est à la base des problèmes, se présentant sous la forme de l'effet parapluie (déformation due à la chaleur), ou de fatigue locale du matériau.

### 3.a L'essai d'un cycle sur banc "voiture" avec une vitesse de rotation constante et un vent incident

L'essai a été effectué avec un disque de frein du modèle X54-4X4 arrière, non-ventilé interne et des plaquettes de frein du type TEXTAR T424(40E) (Réf.1).

Cet essai est destiné à analyser la capacité de refroidissement du disque ainsi que sa déformation dans l'état chaud.

Le disque est exposé à un vent incident de 6 m/s.

Pendant toute la procédure, le disque tourne sur un banc d'essai avec une **vitesse angulaire constante**.

A un moment donné, le disque est freiné sous une pression de freinage constante (le moteur du banc garde la vitesse angulaire constante), jusqu'à ce qu'elle atteigne une température au dessus de 800°C au centre des pistes de frottement (au niveau du capteur).

Après, la pression de freinage est remise à zéro et on observe le processus de refroidissement.

Les données de l'essai sont:

$$\omega = 38.9864 \quad (\text{rad/s})$$

La vitesse angulaire de 38.9864 rad/s correspond avec un rayon de roulement de 0.285 m à une vitesse de 40 km/h.

Pendant l'essai, la température au centre des pistes de frottement, le déplacement axial à la périphérie et le couple de freinage sont enregistrés par rapport au temps. La position du capteur de température et le lieu où on mesure le déplacement sont présentées sur la figure 3:

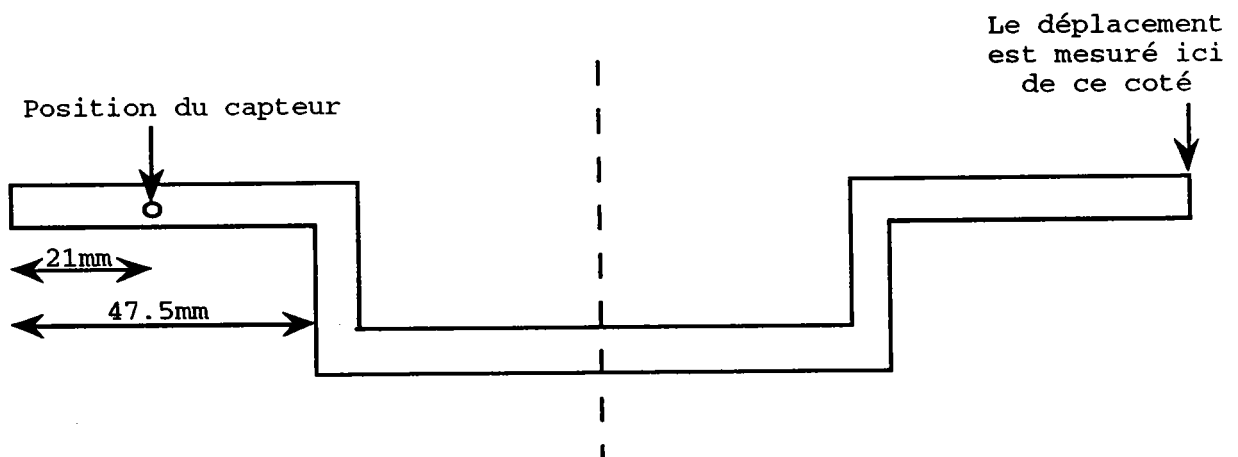


Figure 3

### 3.b L'essai cyclique sur banc "voiture" avec une vitesse de rotation variable et un vent incident

Cet essai consiste en une procédure cyclique, effectuée avec un disque de frein du modèle X54-4X2 arrière non-ventilé interne et des plaquettes du type TEXTAR T424(40E) sur un banc d'essai de freinage d'inertie (Réf.2).

Cette essai est destiné à déterminer la température de saturation du disque sous une charge thermique cyclique.

Le disque est exposé à un vent incident de 23 m/s.

**La vitesse angulaire du disque n'est plus constante.**

Une masse d'inertie est mise en révolution pour atteindre une certaine vitesse angulaire supérieure  $\omega_{sup}$ . A un certain moment donné, la masse d'inertie est freinée par le disque jusqu'à une certaine vitesse angulaire inférieure  $\omega_{inf}$ . A cette vitesse angulaire inférieure on fait une pause de refroidissement pour répéter la même procédure. Cette procédure représente un cycle (voir figure 4), ce cycle est répété plusieurs fois. Les données de l'essai sont:

$$\omega_{sup} = 88.6525 \quad (\text{rad/s})$$

$$\omega_{inf} = 39.4011 \quad (\text{rad/s})$$

(Ces vitesses angulaires correspondent avec un rayon de roulement de 0.282 m à des vitesses de 90 km/h et 40 km/h)

$$I_{inert} = 24 \quad (\text{kgm}^2)$$

L'essai révèle que la décélération de freinage a une valeur moyenne de:

$$a = 5 \quad (\text{m/s}^2)$$

**Pendant l'essai, la température au centre des pistes de frottement est enregistrée par rapport au temps.**

**Ni le déplacement, ni le couple de freinage ne sont enregistrés.**

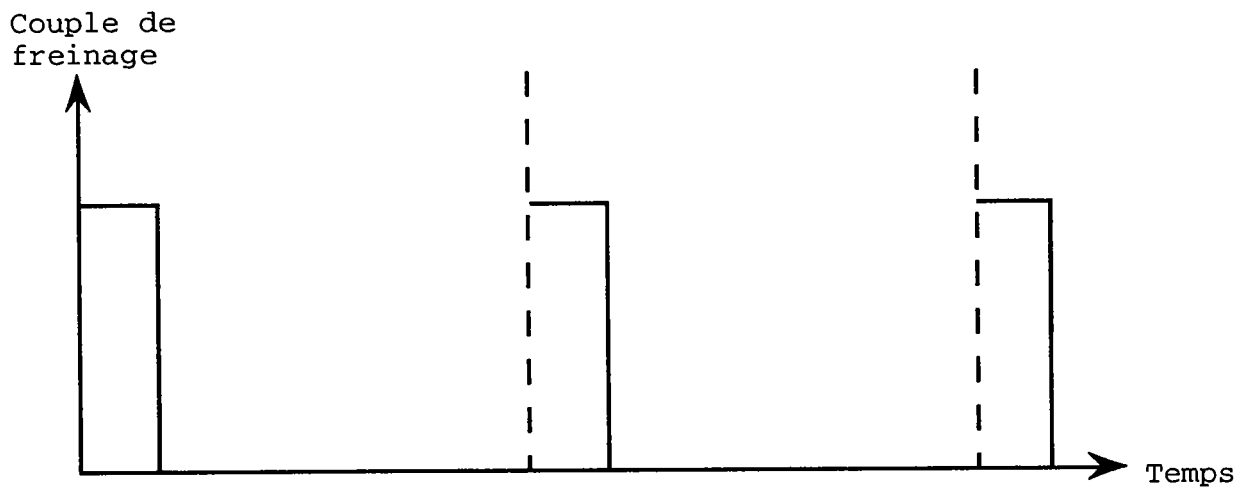
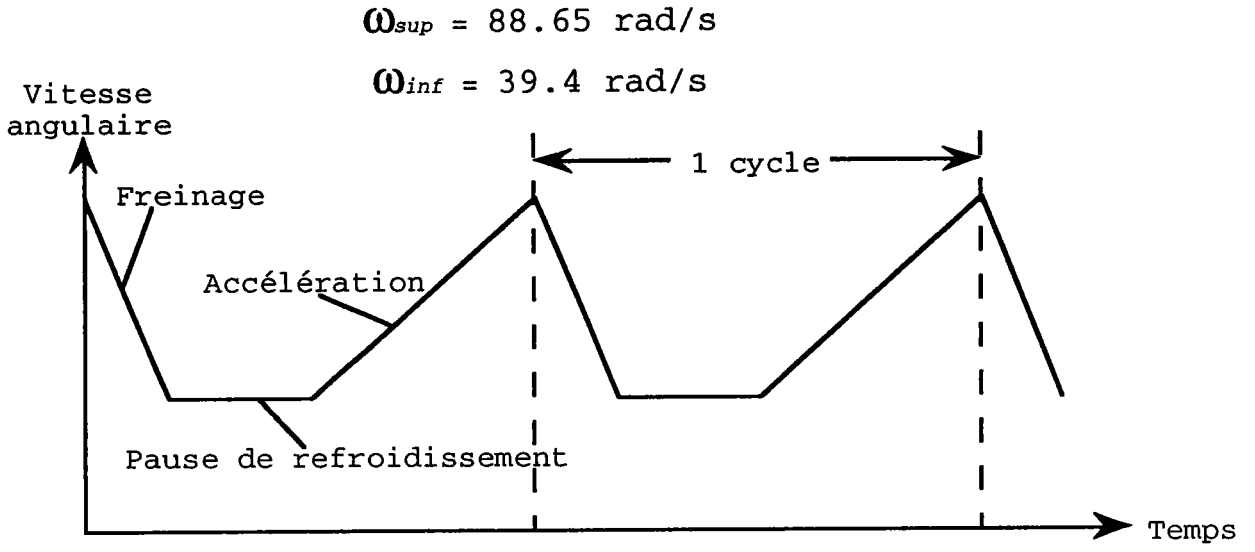


Figure 4

### 3.c L'essai cyclique sur banc "camion" avec une vitesse de rotation variable et sans vent incident

L'essai a été effectué avec un disque de frein de camion du type D2, série pour un frein Girling et des plaquettes de frein du type VALEO F 105 (Réf.4).

Cet essai est destiné à déterminer la température de saturation du disque sous une charge thermique cyclique.

**Le disque n'est pas exposé à un vent incident.**

L'essai est répété 1 autre fois avec des niveaux de vitesse angulaire différents.

Une masse d'inertie est mise en révolution pour atteindre une certaine vitesse angulaire supérieure,  $\omega_{sup}$ . A un moment donné, la masse d'inertie est freinée par le disque jusqu'à une vitesse angulaire inférieure,  $\omega_{inf}$ .

Après 3 secondes de pause, la masse d'inertie et le disque sont réaccélérés au niveau  $\omega_{sup}$ .

Le disque continue à tourner à cette vitesse angulaire jusqu'à la fin du cycle.

Les données de l'essai sont:

$$\omega_{sup} = 26.85 \quad (\text{rad/s}) \quad (\text{correspond à } 50 \text{ km/h})$$

$$\omega_{inf} = 0 \quad (\text{rad/s}) \quad (\text{correspond à } 0 \text{ km/h})$$

Les données du second essai sont:

$$\omega_{sup} = 42.57 \quad (\text{rad/s}) \quad (\text{correspond à } 80 \text{ km/h})$$

$$\omega_{inf} = 15.96 \quad (\text{rad/s}) \quad (\text{correspond à } 30 \text{ km/h})$$

Un cycle avec les différentes étapes est montré sur la figure 5:



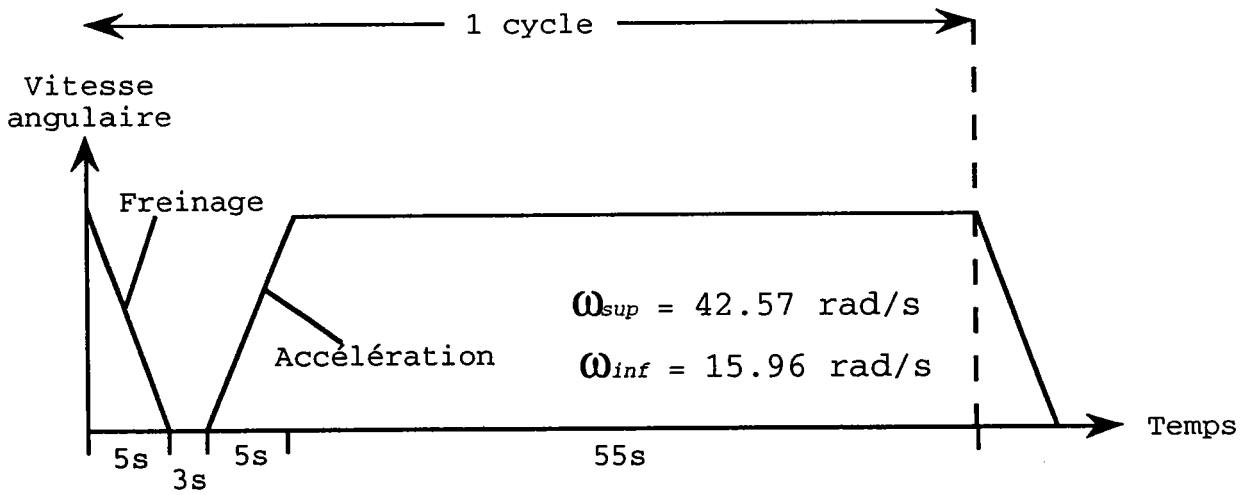
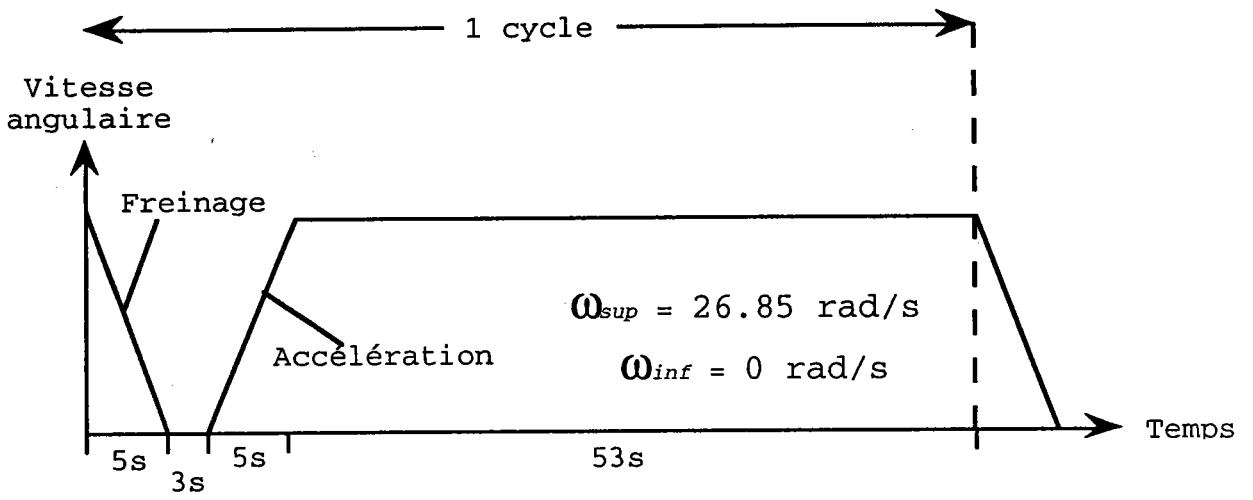


Figure 5

Pendant l'essai la température  $T(t)$  en fonction du temps est mesurée à 4 endroits dans le disque (Figure 6) et constamment enregistrée:

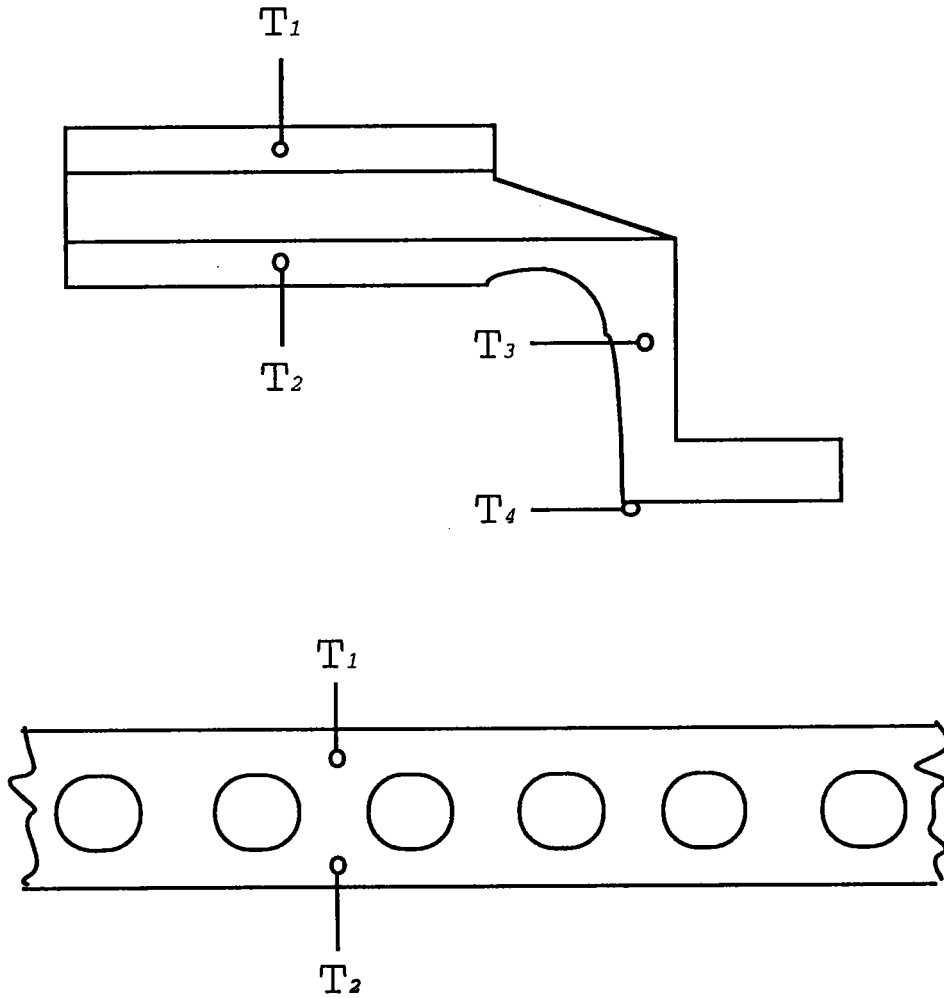


Figure 6

De plus le couple  $M(t)$  et la vitesse angulaire  $\omega(t)$  sont constamment enregistrés en fonction du temps.

#### 4. La modélisation

La modélisation du disque de frein consiste dans la simulation des conditions aux limites (les conditions de l'essai sur banc) ainsi que dans le comportement du matériau du disque pour un calcul thermodynamique et statique.

L'équilibre thermodynamique du disque est caractérisé par un chemin d'injection de l'énergie (la chaleur causée par friction des plaquettes de frein sur les pistes de frottement du disque) et trois chemins d'évacuation de l'énergie, le rayonnement, la convection et la conduction.

La précision souhaitée du calcul détermine la complexité de la modélisation.

Le problème principal est la modélisation de la convection - elle est liée aux conditions aérodynamiques autour du disque.

Limpert (Réf.9, Réf.19) et Sisson (Réf.20) utilisent par exemple des coefficients globaux de convection, c'est à dire, pour le disque entier.

L'approche de Assman, Dittrich, Lang (Réf.5) et de Juettner (Réf.6) est plus sophistiquée - une technique de subdivision de la surface du disque en différentes subsurfaces avec des coefficients de convection différents est utilisée. Les subsurfaces sont par exemple du type cylindrique (marmite du disque) ou plane (pistes de frottement).

La modélisation du rayonnement est effectuée dans une façon plus simple. On admet uniquement un rayonnement normal aux surfaces. Ici aussi on trouve dans la documentation des émissivités globales ou des émissivités pour des subsurfaces. On distingue les subsurfaces en fonction de leur structure superficielle (lisse ou rugueuse). Il faut cependant prendre en considération que l'influence du rayonnement au dessus de 500°C est négligeable.

La simulation du comportement thermique du matériau (par exemple la capacité calorifique, la conductivité ou le coefficient de dilatation) et des propriétés d'air sont effectués de façon non-linéaire.

Finalement la modélisation des parties d'encastrement du disque (la jante et le roulement) peut être simulée de plusieurs façons. La façon la plus simple est d'imposer une température constante ou variable à l'endroit de l'encastrement. Plus sophistiquée est une approche où les parties d'encastrement sont simulées par des corps avec une certaine capacité calorifique et éventuellement une certaine résistance de conduction aux surfaces de contact. Ici on a choisi le premier approche.

Il faut cependant examiner jusqu'à quel degré on peut parfaire raisonnablement la modélisation; c'est à dire, si l'amélioration de la précision en justifie l'investissement.

#### 4.1. Les hypothèses pour l'idéalisation du disque de frein

- α) Sur les différentes surfaces et dans le disque, il y a quatre flux de chaleur différents possibles:
- Flux de chaleur de **rayonnement**
  - Flux de chaleur de **convection**
  - Flux de chaleur de **conduction**
  - Flux de chaleur provoqué par **friction** des plaquettes de frein sur les pistes de frottement
- β) Limpert (Réf.9) constate que le flux de chaleur causé par friction est distribué uniformément partout à la surface des plaquettes si le disque n'est pas absolument neuf.
- De plus le temps pour une révolution du disque est court comparé avec le temps de freinage.
- Par conséquence on idéalise le flux de chaleur distribué uniformément partout à la surface de contact du disque avec les plaquettes.
- Cette idéalisation permet de réduire le calcul du disque à un calcul d'une tranche de disque.
- γ) Le flux de chaleur dans les plaquettes est négligé.
- δ) Il n'y a pas de résistance de conduction entre le disque et les parties d'encastrement.

## 4.2. Les conditions aux limites

En ce qui concerne les conditions limites on distingue les flux imposés, comme le flux à cause du freinage, le rayonnement ou la convection et les températures imposées comme par exemple aux parties d'encastrement.

La question qui se pose est donc: Comment faut-il définir ces flux et ces températures ?

### 4.2.1. Le rayonnement

Le flux surfacique de chaleur est défini comme suit (Réf.10, Réf.11):

$$(1) \quad q_r = \sigma \varepsilon (T_{\text{disc}}^4 - T_{\text{air}}^4) \quad \left( \frac{\text{W}}{\text{m}^2} \right)$$

La magnitude du flux surfacique  $q_r$  dépend, en dehors des matériaux, de la structure de la surface et de sa position vis à vis des autres surfaces.

Dans le cas d'un disque de frein, on subdivise:

- **surfaces lisses**  $\varepsilon = 0.52$  (Réf.10, Réf.11)  
(pistes de frottement où les plaquettes de frein glissent)
- **surfaces rugueuses et corrodées**  $\varepsilon = 0.79$   
(Réf.10, Réf.11)  
(toutes les autres surfaces sauf les canaux)
- **surfaces des canaux radiaux**  $\varepsilon = \varepsilon_{\text{red}} = 0.05$

En ce qui concerne le rayonnement des surfaces dans les canaux, on trouve plus de détails dans l'annexe (chapitre 10).



#### 4.2.2. La convection

La convection peut être définie comme le transfert de chaleur à l'aide d'un écoulement. On trouve ce transfert de chaleur dans des fluides (liquides ou gaz), il est toujours accompagné d'une conduction (dans le fluide). Selon la nature du fluide et de l'écoulement, l'un ou l'autre processus peut dominer.

On distingue la convection naturelle et la convection forcée. Dans le cas d'une convection forcée, l'écoulement est forcé (par exemple par une pompe), le champ de vitesse de l'écoulement est donc imposé par l'extérieur. Ce n'est pas le cas pour la convection naturelle, où, en dehors de la couche limite, la vitesse de l'écoulement est zéro!

Dans le cas d'un disque de frein en rotation on se trouve en présence d'une convection forcée. Dans ce cas la convection peut être représentée en fonction des variables suivantes:

$$F(Re, Pr, Nu) = 0 \quad (-)$$

ou:

$$Re = \text{Nombre de Reynolds} \quad (-)$$

$$Pr = \text{Nombre de Prandtl} \quad (-)$$

$$Nu = \text{Nombre de Nusselt} \quad (-)$$

Ces variables n'ont pas de dimension - Elles sont définies comme suit:

$$Re = v l / \nu \quad (-)$$

$$Nu = \alpha l / \lambda \quad (-)$$

$$Pr = \nu \rho c_p / \lambda \quad (-)$$

ou:

$$v = \text{Vitesse de l'écoulement} \quad (\text{m/s})$$

$$l = \text{Longueur caractéristique} \quad (\text{m})$$

$$\nu = \text{Viscosité cinématique} \quad (\text{m}^2/\text{s})$$

$$\alpha = \text{Coefficient de transfert de chaleur} \quad (\text{W/m}^2\text{°K})$$

$$\rho = \text{Densité} \quad (\text{kg/m}^3)$$

$$c_p = \text{Capacité calorifique} \quad (\text{J/kg°K})$$

$$\lambda = \text{Conductivité} \quad (\text{W/m°K})$$

Selon la géométrie du corps autour duquel le fluide s'écoule, la longueur caractéristique  $l$  est définie différemment. Le coefficient de transfert de chaleur  $\alpha$  est utilisé pour déterminer le flux surfacique de chaleur.

$$q = \alpha (T_{\text{corps}} - T_{\text{écoulement}}) \quad (\text{W/m}^2)$$

où:

$$T_{\text{corps}} = \text{Température du corps} \quad (^\circ\text{C})$$

$$T_{\text{écoulement}} = \text{Température de l'écoulement} \quad (^\circ\text{C})$$

On résoud donc la fonction  $F$  par rapport au coefficient de transfert de chaleur  $\alpha$ , ou mieux, par rapport au Nombre de Nusselt  $Nu$  pour avoir une expression sans dimension:

$$Nu = f(Re, Pr) \quad (-)$$

Souvent une approche du type

$$Nu = \text{Const. } Re^m Pr^n \quad (-)$$

est utilisée pour le corréler avec les résultats des essais. Dans les approches suivantes les nombres de Reynolds, de Nusselt et de Grashof sont définis individuellement par les auteurs cités (voir chapitre 10).

La convection sur les différentes surfaces du disque de frein diffère selon sa géométrie et son exposition.

Les formules utilisées sont expliquées plus amplement dans l'annexe (chapitre 10).



Pour les calculs suivants, on subdivise comme suit:

- **Type A:** Surfaces planes, verticales qui sont exposées directement à un vent incident (par exemple: pistes de frottement)
- **Type B:** Surfaces cylindriques qui sont exposées directement à un vent incident (par exemple: surfaces extérieures de la marmite du disque)
- **Type C:** Surfaces planes, verticales qui ne sont pas exposées à un vent incident (par exemple: surfaces intérieures au fond de la marmite du disque)
- **Type D:** Surfaces cylindriques qui ne sont pas exposées à un vent incident (par exemple: surfaces des murs intérieurs de la marmite du disque)
- **Type E:** Surfaces des canaux radiaux.

Sur la figure 8, les différentes surfaces d'une tranche de disque et leur classification sont montrées:

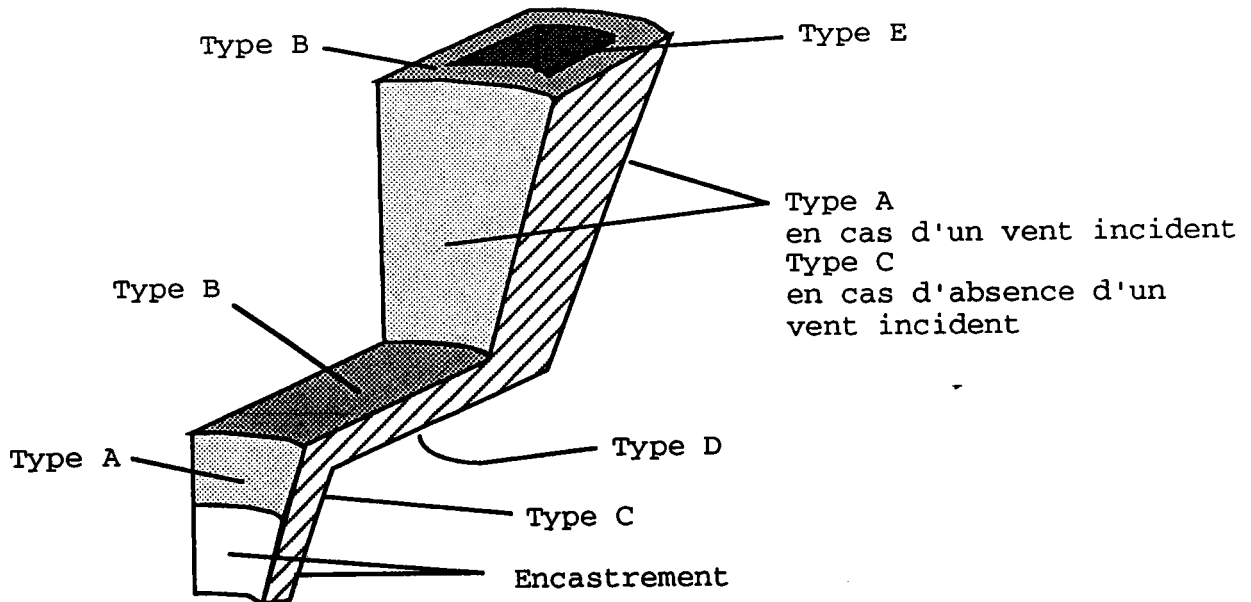


Figure 8

#### 4.2.2.a Les surfaces du type A

Dennis et Morgan (Réf.12) établissent une équation empirique pour le calcul du Nombre de Nusselt pour des disques de frein

en rotation et

exposés à un vent incident:

$$(3) \quad Nu = C \cdot 0.0436 \left( \frac{Re}{Re_{\omega}} \right)^{0.74} Re_{\omega}^{0.8} \quad (-)$$

*rotation*

La formule de Dennis et Morgan est la seule disponible pour ce type de surface.

Elle se base sur des corrélations avec des résultats de mesures. Dennis et Morgan rajoutent un facteur C qui prend la réduction du Nombre de Nusselt, due à l'influence des plaquettes de frein, en considération.

En ce qui concerne la précision de l'équation (3), on trouve des informations supplémentaires dans l'annexe (chapitre 10).

La validité de l'équation (3) pour des vitesses du vent incident faibles, n'est pas indiquée.

Le flux surfacique de chaleur  $q_{ca}$  correspondant, est calculé comme suit:

$$(4) \quad q_{ca} = \frac{\lambda}{r_{disc}} Nu (T_{disc} - T_{air}) \quad \left( \frac{W}{m^2} \right)$$

#### 4.2.2.b Les surfaces du type B

Kays et Bjorklund (Réf.13) établissent l'équation empirique (5) pour le Nombre de Nusselt des surfaces cylindriques extérieures

en rotation et

exposées à un vent incident:

$$(5) \quad Nu = 0.135 \left( (0.5 Re_{\omega}^2 + Re^2 + Gr) Pr \right)^{\frac{1}{3}} \quad (-)$$

La formule de Kays et Bjorklund est également la seule disponible pour ce type de surface.

Elle se base sur des corrélations avec les résultats de mesures.

Sa validité est vérifiée pour un spectre très large de la vitesse du vent incident et prend également en considération la convection naturelle pour l'arrêt complet. C'est pour cela qu'on y trouve le nombre de Grashof, qui joue un rôle uniquement dans la convection naturelle).

Les détails de l'équation (5) sont indiqués en annexe (chapitre 10).

Etant donné les caractéristiques des essais du chapitre 3, la convection naturelle joue un rôle négligeable et on utilise l'approche de Schwarz, Hartter, Rhee et Byers (Réf.8), qui adoptent l'équation (5) dans une version réduite en négligeant le numéro de Grashof:

$$(6) \quad Gr = 0 \quad (-)$$

Par conséquent, l'équation (7) devient:

$$(7) \quad Nu = 0.135 \left( (0.5 Re_{\omega}^2 + Re^2) Pr \right)^{\frac{1}{3}} \quad (-)$$

En cas d'absence d'un vent incident le Nombre de Reynolds est égal à zéro

$$(8) \quad Re = 0 \quad (-)$$

et l'équation (7) se simplifie comme suit:

$$(9) \quad Nu = 0.135 (0.5 Re_{\omega}^2 Pr)^{\frac{1}{3}} \quad (-)$$

En appliquant l'équation (7) ou (9), le flux surfacique de chaleur  $q_{cb}$  est calculé comme suit:

$$(10) \quad q_{cb} = \frac{\lambda}{d_{disc}} Nu (T_{disc} - T_{air}) \quad \left( \frac{W}{m^2} \right)$$

4.2.2.c Les surfaces du type C

Dans le cas d'une couche limite laminaire<sup>1</sup> (Réf.14, Réf.15)

$$(11) \quad Re_{\omega, \text{crit}} < 240000 \dots 300000 \quad (-)$$

on adopte l'équation de Cobb et Saunders (Réf.14)

$$(12) \quad Nu = 0.36 \sqrt{Re_{\omega}} \quad (-)$$

L'équation (12) est parmi d'autres formules (voir annexe, chapitre 10) - qui diffèrent seulement par la constante "0.36" - celle, qui est le mieux validée par des mesures, elle est basée également sur des corrélations.

Il faut remarquer que l'approche des autres auteurs est très similaire à celle de Cobb et Saunders (voir annexe).

L'équation (12) coïncide d'ailleurs presque parfaitement avec une enquête théorique de Wagner (Réf.23).

Des informations concernant la précision de l'équation de Cobb et Saunders se trouvent dans l'annexe.

La validé de l'équation (12) pour des vitesses angulaires faibles n'est pas indiquée.

Dans le cas d'une couche limite turbulente (Réf.14, Réf.15)

$$(13) \quad Re_{\omega, \text{crit}} > 240000 \dots 300000 \quad (-)$$

Ehlers (Réf.15) utilise une équation **empirique** de Dorfman (Réf.14):

$$(14) \quad Nu = 0.0151 Re_{\omega}^{0.8} \quad (-)$$

Elle aussi est basée sur la corrélation avec les résultats de mesures et sa validité est discutée dans l'annexe.

L'équation (14) est confirmée par des essais de Cobb et Saunders (Réf.14).

<sup>1</sup> voir l'annexe, chapitre 10

A une certaine vitesse angulaire  $\omega$  du disque, il existe donc un rayon critique pour lequel la couche limite passe d'un état laminaire à un état turbulent (Réf.15):

$$(15) \quad r_{\text{crit}} = \sqrt{\frac{\text{Re}_{\omega, \text{crit}} \nu}{\omega}} \quad (\text{m})$$

où

$$(16) \quad \text{Re}_{\omega, \text{crit}} = \text{Nombre de Reynolds critique} \quad (-)$$

En prenant les caractéristiques des essais du chapitre 3 et la dimension des disques examinée, on ne trouve pratiquement jamais une couche limite turbulente pour la surface du type 3. Par conséquent, la formule (14) n'est pas prise en considération.

Le flux surfacique  $q_{\text{cc}}$  est calculé de la façon suivante:

$$(17) \quad q_{\text{cc}} = \frac{\lambda}{r_{\text{disc}}} \text{Nu} (T_{\text{disc}} - T_{\text{air}}) \quad \left( \frac{\text{W}}{\text{m}^2} \right)$$

#### 4.2.2.d Les surfaces du type D

Pour ce type de surface, on adopte une proposition de Schwarz, Hartter, Rhee et Byers (Réf.8).

Cette proposition est basée sur l'hypothèse que le flux surfacique de chaleur des surfaces du type D est le même que dans un tambour en rotation.

Une équation **empirique** de Mc Adams (Réf.17) est adoptée:

$$(18) \quad Nu = 0.14 \left( \frac{L^3 g \beta (T_{disc} - T_{air}) Pr}{\nu^2} \right)^{\frac{1}{3}} \quad (-)$$

Cette équation est destinée à caractériser la convection naturelle d'une plaque échauffée dans une position horizontale.

L'accélération gravitationnelle  $g$  s'est substituée à l'accélération centrifuge  $z$  correspondant au diamètre  $d$  du cylindre (tambour):

$$(19) \quad z = \omega^2 \frac{d_{cyl}}{2} \quad \left( \frac{m}{s^2} \right)$$

En même temps, la longueur de la plaque  $L$  est remplacée par la circonférence  $U$  du cylindre:

$$(20) \quad Nu = 0.14 U \left( \frac{\omega^2 d_{cyl} \beta (T_{disc} - T_{air}) Pr}{2 \nu^2} \right)^{\frac{1}{3}} \quad (-)$$

Cette approche est purement théorique et n'est pas validée par des mesures.

Une source plus fiable n'est pas disponible

Le flux surfacique de chaleur  $q_{cd}$  est calculé au moyen de l'équation (21):

$$(21) \quad q_{cd} = \frac{\lambda}{U} Nu (T_{disc} - T_{air}) \quad \left( \frac{W}{m^2} \right)$$

#### 4.2.2.e Les surfaces du type E

Dans le cas d'un écoulement laminaire<sup>1</sup> (Réf.11,Réf.15,Réf.18):

$$(22) \quad Re < 2320 \quad (-)$$

On adopte une équation de Ehlers (Réf.15) basée sur une approche de Elser (Réf.15), multipliée par un facteur de 1.7:

$$(25) \quad Nu = 0.983 \frac{\sqrt{v} Pr^{\frac{1}{3}} d_{hyd}}{\sqrt{v} 1} \quad (-)$$

Elser établit une équation pour un canal fixe, dont le diamètre est constant. Il constate que la convection est supérieure dans le même canal en rotation. Cela est exprimé par le facteur 1.7, qui est obtenu par corrélation avec les résultats de mesures.

Ehlers est la seule source disponible qui donne une approximation pour la convection dans un canal en rotation.

Il faut également remarquer, que cette équation ne prend pas de variation du diamètre du canal en considération, ce qu'est normalement le cas pour les canaux d'un disque ventilé interne. L' applicabilité de l'équation (25) doit donc être jugée avec prudence.

Un écoulement est turbulent au delà de la valeur suivante (Réf.11, Réf.15,Réf.18):

$$(26) \quad Re > 2320 \quad (-)$$

On adopte une équation de Ehlers (Réf.15) dérivée d'une équation de Hausen (Réf.15), également multipliée par un facteur 1.7 (rotation du canal):

$$(27) \quad Nu = 0.197 \left( Re^{\frac{2}{3}} - 125 \right) Pr^{\frac{1}{3}} \left( 1 + \left( \frac{d_{hyd}}{1} \right)^{\frac{2}{3}} \right) \left( \frac{\mu}{\mu_{mur}} \right)^{0.14} \quad (-)$$

La validation de l'équation (27) est documentée dans l'annexe (chapitre 10), elle n'est pourtant effectuée que par 4 essais seulement.

<sup>1</sup> voir l'annexe, chapitre 10



L'équation (27) ne prend pas de variation du diamètre du canal en considération non plus et elle aussi doit être jugée avec prudence.

Le flux surfacique de chaleur est calculé de la façon suivante:

$$(29) \quad q_{ce} = \frac{\lambda}{d_{hyd}} Nu (T_{disc} - T_{air}) \quad \left( \frac{W}{m^2} \right)$$

#### 4.2.2.f La vitesse de l'écoulement dans les canaux radiaux

Les équations du chapitre 4.2.2.e nécessitent la détermination de la vitesse d'écoulement dans les canaux radiaux.

On utilise une équation de Ehlers (Réf.15), qui présente une équation empirique de Eck:

$$(33) \quad V = \frac{\varphi \omega \pi r_{disc}^3 \ln \left( \frac{A_{sort}}{A_{ent}} \right)}{A_{sort} - A_{ent}} \quad \left( \frac{m}{s} \right)$$

Le facteur  $\varphi$  dépend de la largeur du canal et du diamètre du disque.

Le facteur  $\varphi$  est en corrélation avec les résultats des mesures.

Une comparaison avec deux autres auteurs, Limpert (Réf.14) et Sisson (Réf.20), montre une concordance satisfaisante (voir annexe, chapitre 10).

Dans l'annexe on trouve également une comparaison de l'approche de Sisson avec les résultats d'essais.

Le choix en faveur de l'équation de Eck n'est pas justifié, on aurait pu prendre également l'équation de Limpert ou de Sisson.

#### 4.2.3. Le flux de chaleur causé par friction des plaquettes de frein sur les pistes de frottement

##### 4.2.3.a L'essai sur banc "voiture" avec une vitesse de rotation constante

Le couple de freinage  $M(t)$  est enregistré en fonction du temps. L'essai révèle que le couple de freinage  $M(t)$  causé par friction des plaquettes de frein sur les pistes de frottement est sujet à des variations fortes parce que le coefficient de friction des plaquettes varie, même si la pression de freinage sur les plaquettes et la vitesse angulaire  $\omega$  sont gardées constantes.

La puissance du freinage est donc une fonction du temps:

$$(34) \quad P(t) = M(t) \omega \quad (W)$$

Le flux surfacique résultant qui est imposé sur le disque de frein est alors:

$$(35) \quad q_f(t) = \frac{M(t) \omega}{2 A} \quad \left( \frac{W}{m^2} \right)$$

##### 4.2.3.b L'essai sur banc "voiture" avec une vitesse de rotation variable

La vitesse angulaire pendant cet essai n'est plus gardée constante. Elle varie selon le diagramme du chapitre 3.b entre deux valeurs  $\omega_{sup}$  et  $\omega_{inf}$ , mesurées pendant l'essai.

Le couple de freinage par rapport au temps  $M(t)$  n'est pas enregistré, par contre une décélération moyenne  $a$  est déterminée. **Par conséquent la variation du coefficient de friction n'est pas prise en considération et le couple de freinage est supposé constant (voir figure 4).**

La vitesse angulaire pendant la décélération est alors calculée comme suit:

$$(36a) \quad \omega(t) = \omega_{sup} - \alpha_{décél} t \quad (rad/s)$$

$$(36b) \quad = \omega_{sup} - \frac{a}{r_{roul}} t \quad (rad/s)$$

Le couple de freinage résultant est:

$$(37a) \quad M = I_{\text{inert}} \frac{\delta\omega(t)}{\delta t}$$

$$(37b) \quad = I_{\text{inert}} \alpha_{\text{décél}}$$

$$(37c) \quad = I_{\text{inert}} \frac{a}{r_{\text{roul}}} \quad (\text{Nm})$$

La puissance du freinage est alors calculée de la même façon qu'au chapitre 4.2.3.a:

$$(34) \quad P(t) = M \omega(t) \quad (\text{W})$$

En utilisant les équations (36) et (37c) dans l'équation (34) on obtient:

$$(38) \quad P(t) = I_{\text{inert}} \frac{a}{r_{\text{roul}}} \left( \omega_{\text{sup}} - \frac{a}{r_{\text{roul}}} t \right) \quad (\text{W})$$

Le flux surfacique résultant qui est imposé sur le disque de frein est alors:

$$(39) \quad q_f(t) = \frac{I_{\text{inert}} a}{2 A r_{\text{roul}}} \left( \omega_{\text{sup}} - \frac{a}{r_{\text{roul}}} t \right) \quad \left( \frac{\text{W}}{\text{m}^2} \right)$$

#### 4.2.3.c L'essai sur banc "camion" avec une vitesse de rotation variable

La vitesse angulaire  $\omega(t)$  et le couple de freinage  $M(t)$  sont enregistrés en fonction du temps.

Le couple de freinage varie légèrement par rapport au temps, par conséquent des valeurs moyennes sont utilisées et la variation du coefficient de friction n'est pas pris en considération:

$$(40) \quad M_{\text{moy}} = \frac{1}{t_2 - t_1} \int_{t_1}^{t_2} M(t) dt \quad (\text{Nm})$$

La puissance du freinage est calculée comme précédemment :

$$(34) \quad P(t) = M_{\text{moy}} \omega(t) \quad (W)$$

Le flux surfacique résultant qui est imposé sur le disque de frein est alors :

$$(35) \quad q_f = \frac{M_{\text{moy}} \omega(t)}{2 A} \quad \left( \frac{W}{m^2} \right)$$

#### 4.2.4. La température imposée à l'encastrement

La température imposée à l'encastrement détermine la chaleur qui est évacuée par conduction vers le roulement et la jante.

##### 4.2.4.a Le banc d'essai "voiture"

L'encastrement du disque de frein est effectué par un disque d'acier massif (diamètre = 0.139 m) qui simule la jante et par le roulement original du véhicule.

Le banc d'essai permet seulement la mesure de la température moyenne au cours de l'essai.

Une température moyenne de 80°C est mesurée pendant l'essai du chapitre 3.a et est imposée à l'encastrement.

##### 4.2.4.b Le banc d'essai "camion"

L'encastrement du disque de frein est effectué par seulement un disque d'acier massif (diamètre = 0.218 m) qui simule la jante.

La température T4 en fonction du temps, qui est mesurée pendant l'essai, est imposée à la surface du disque de frein qui touche la jante simulée.

#### 4.2.5. L'enthalpie latente

Pendant l'essai sur banc "voiture", une température de changement de phase est dépassée et il faudrait prendre aussi le phénomène de l'enthalpie latente en considération.

Ce phénomène est visible sur les figures 10,11 et 12 par des plateaux locaux dans le voisinage de la température maximale.

De plus, il existe un effet d'hystérésis, le processus de changement de phase se produit à des températures différentes, selon que l'on chauffe ou refroidit (Réf.25):

chauffage:                    début de la transformation: 825°C

                                 fin de la transformation: 900°C

refroidissement:            début de la transformation: 790°C

                                 fin de la transformation: 710°C

Ce phénomène aussi est visible sur les figures 10,11 et 12. L'effet d'hysteresis dépend du gradient de la température par rapport au temps, et de la présence et de la quantité des autres matériaux dans l'alliage dans la fonte (Réf.24). Cet effet peut être donc différent à chaque essai et est par conséquent presque imprévisible avec précision.

Une détermination de cette enthalpie latente pour la fonte F06 n'est pas disponible.

Par contre, il existe des résultats pour la fonte F02 qui a environ la même teneur en carbone et par conséquence environ le même enthalpie latente (Réf.21):

$$H_{\text{latent}} = 55600 \quad (\text{J/m}^3)$$

L'imprévisibilité de l'effet de hystérésis exclut l'utilisation de l'enthalpie latente dans le cadre de cette thèse.

Néanmoins le calcul de caractère académique, que l'on effectue, prend en compte ces effets.

## 5. Le calcul

Le calcul a plusieurs aspects:

- L'aspect mathématique ou la question: quelle méthode de résolution faut-il choisir?
- L'aspect géométrique ou la question: quel modèle géométrique (ou quel mailleur) est utilisé pour représenter le disque correctement.
- L'aspect physique, c'est à dire la modélisation des conditions limites déjà détaillées dans le chapitre 4.

### 5.1. L'aspect mathématique

L'aspect mathématique est représenté par l'application de la méthode d'éléments finis. Ce choix est motivé par plusieurs raisons.

La méthode d'éléments finis permet une solution globale, pour le disque entier, tandis que les approches analytiques se limitent à des régions locales (par exemple les pistes de frottement).

Les autres avantages de la méthode d'éléments finis sont la liberté de choix du maillage utilisé et la souplesse de définition des conditions limites.

Cet aspect devient très important quand un mailleur paramétrique est utilisé.

### 5.2. L'aspect géométrique

L'aspect géométrique du calcul est représenté par le maillage utilisé qui doit satisfaire plusieurs conditions:

- La précision des résultats doit être satisfaisante
- Le calcul correspondant doit être limité raisonnablement dans le temps
- Finalement le maillage doit être facilement paramétrisable, c'est à dire, le contour doit être composé de formes simples, comme par exemple des lignes droites ou des arcs.

En fonction de la précision des résultats espérés dans certaines zones locales, un raffinement du maillage devient nécessaire. Dans le contexte de la sophistication de cette thèse par contre, on ne s'intéresse pas aux phénomènes locaux, comme par exemple la température de la surface des pistes de frottement, qui nécessite une approche beaucoup plus sophistiquée. On recherche une prédiction globale du champ de température.

Dans ce but, on choisit un maillage avec la même densité partout, qui fournit une solution précise acceptable.

Sur la base des hypothèses du chapitre 4.1. on néglige une dépendance des résultats dans le sens circonférentiel et on prend seulement en considération une tranche du disque <sup>1</sup>.  
Le tableau 0 montre la finesse des maillages utilisés pour les tranches des différents disques de frein:

Tableau 0

Modèle	Logiciel	Nombre d'éléments	Type d'élément	Taille de la tranche du disque
X54	ABAQUS	510	hexaèdres <sup>1</sup> 8 noeuds	1°
X54	NASTRAN	471	hexaèdres <sup>1</sup> 8 noeuds	1°
D2	ABAQUS	1152	hexaèdres 8 noeuds	7.5°

Dans le cas du logiciel ABAQUS un mailleur "paramétrique" est construit.

Il consiste en un mailleur interne du logiciel ABAQUS dirigé par un code.

La géométrie de la tranche de disque est déjà prédéfinie dans ce mailleur. Seuls quelques points essentiels, qui déterminent les dimensions principales de la géométrie, restent à définir. Le maillage est alors créé automatiquement.

Le grand avantage d'un tel mailleur "paramétrique" est qu'il permet de réduire le temps nécessaire pour tester l'influence des petites modifications de la géométrie du disque. Cet avantage devient très important pour un calcul de sensibilité.

---

<sup>1</sup>L'hypothèse  $\beta$ ) du chapitre 4.1. en combinaison avec un disque non-ventilé interne représente un problème à 2 dimensions et des éléments cubiques ne sont pas nécessaires. Afin de préserver la même structure du programme pour les 2 types de disques, on utilise aussi dans le cas du disque non-ventilé interne, des éléments tridimensionnelles.



La condition préalable pour le maillage "paramétrique" est, qu'il s'agit d'un disque avec une géométrie qui ne diffère pas trop de la géométrie prédéfinie dans le maillage. Plus la différence entre ces deux géométries est grande, plus le risque de distortions du maillage est élevé.

Le disque prédéfini dans le maillage est un disque conventionnel dont la section est montrée sur la figure 9.

Les petits rectangles représentent les points essentiels qui déterminent la géométrie et les dimensions principales:

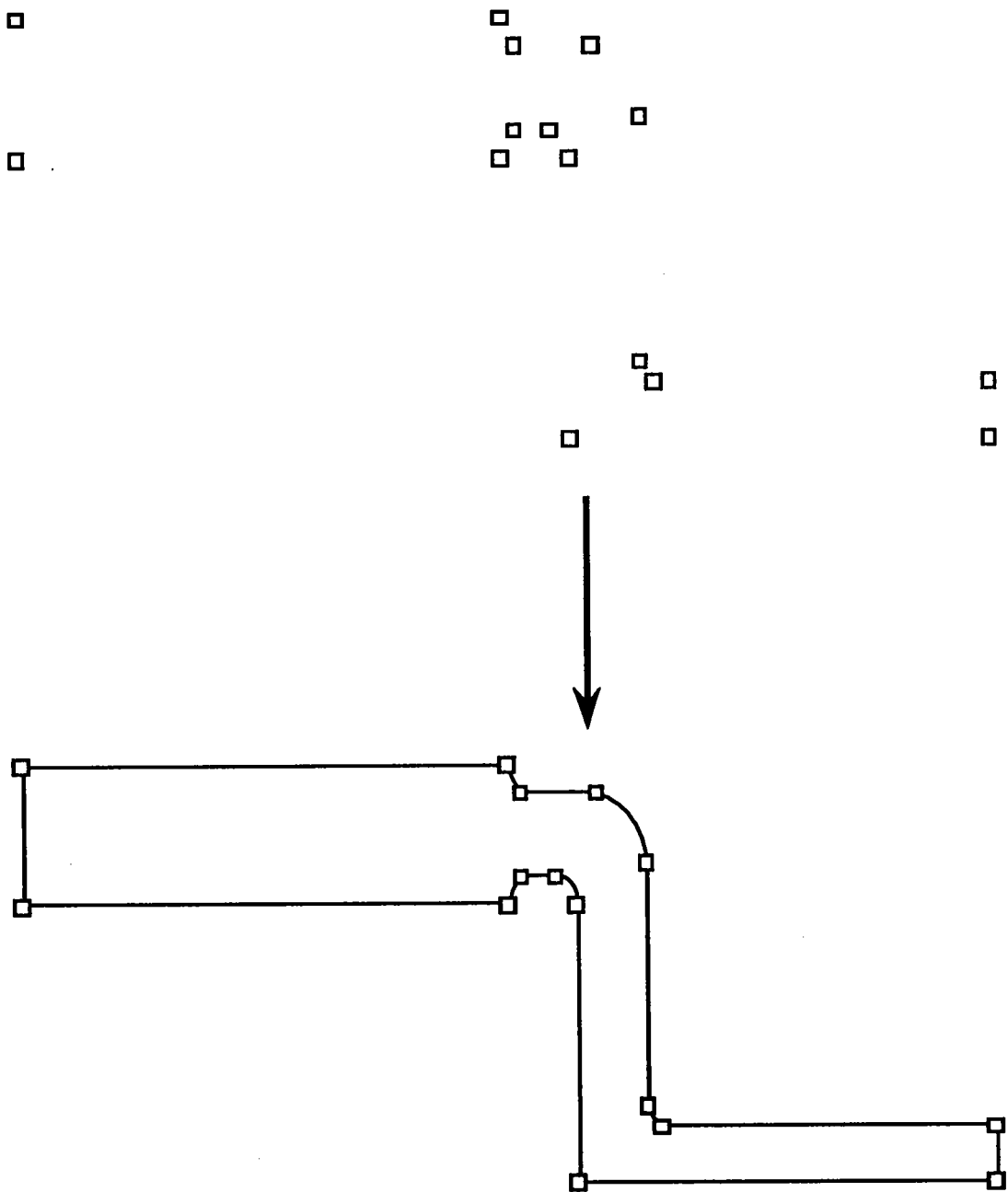


Figure 9

### 5.3. L'aspect physique

L'aspect physique, c'est à dire, les conditions limites, est déjà discuté dans le chapitre 4.2.

La simulation de ces grandeurs en fonction de la température du disque et de la vitesse de rotation ainsi que le vent incident sont importants pour la précision du calcul.

La possibilité de prendre ces non-linéarités en considération dépend du logiciel.

Dans le cadre de cette thèse, deux logiciels, NASTRAN et ABAQUS sont comparés pour leur possibilités de prendre des non-linéarités en considération.

#### NASTRAN, thermique

NASTRAN (Réf.27) n'a pas été conçu initialement pour des calculs thermiques. La version 64 qui est utilisée pour les calculs suivants est, grâce à des extensions, utilisable avec certaines restrictions pour des calculs thermiques.

Il existe une séquence de calcul pour des calculs non-linéaires et instationnaires (transitoire).

La séquence de calcul SOL 89 est utilisé et permet des calculs thermiques instationnaires et non-linéaires par rapport

à la capacité calorifique (avec l'enthalpie latente),

à la charge thermique,

et au rayonnement

en fonction de la température.

Des non-linéarités par rapport à la convection et à la conductivité en fonction de la température ne peuvent être traitées dans ce cas.

Cela implique aussi que ni la vitesse angulaire, ni la vitesse du vent incident ne peuvent varier pendant le calcul en ce qui concerne la convection.

ABAQUS, thermique

ABAQUS (Réf.28) permet des calculs thermiques instationnaires et non-linéaires par rapport

à la capacité calorifique (avec l'enthalpie latente),

à la charge thermique,

à la convection,

à la conductivité,

et au rayonnement

en fonction de la température.

En ce qui concerne la convection, la vitesse angulaire ainsi que le vent incident peuvent varier pendant le calcul.

NASTRAN - ABAQUS, statique

Le calcul statique est non-linéaire par rapport

au coefficient de dilatation

en fonction de la température.

Cette non-linéarité peut être traitée également par les deux logiciels NASTRAN et ABAQUS.

## 6. La validation du modèle

### 6.1. Le disque non-ventilé interne

#### 6.1.a L'essai d'un cycle sur banc "voiture" avec une vitesse de rotation constante

Les figures 10, 11 et 12 montrent les résultats du calcul (ABAQUS et NASTRAN) en ce qui concerne l'évolution de la température à un noeud au centre des pistes de frottement (capteur sur la figure 3) en comparaison avec les valeurs mesurées.

L'essai est expliqué dans le chapitre 3a. La vitesse angulaire du banc d'essai est constante et le disque est exposé à un vent incident.

La figure 10 montre la comparaison entre la température calculée de façon instationnaire avec le logiciel ABAQUS et la température mesurée au cours de l'essai sur banc.

De même, la figure 11 montre cette comparaison pour un calcul avec le logiciel NASTRAN.

On constate une meilleure précision avec le logiciel ABAQUS. Sur le diagramme, le couple de freinage est montré également. La tendance croissante du couple au début de la manoeuvre est due au fait que l'efficacité des plaquettes de frein atteint son maximum pour une certaine température. On voit d'ailleurs ce point d'efficacité maximale sur le diagramme.

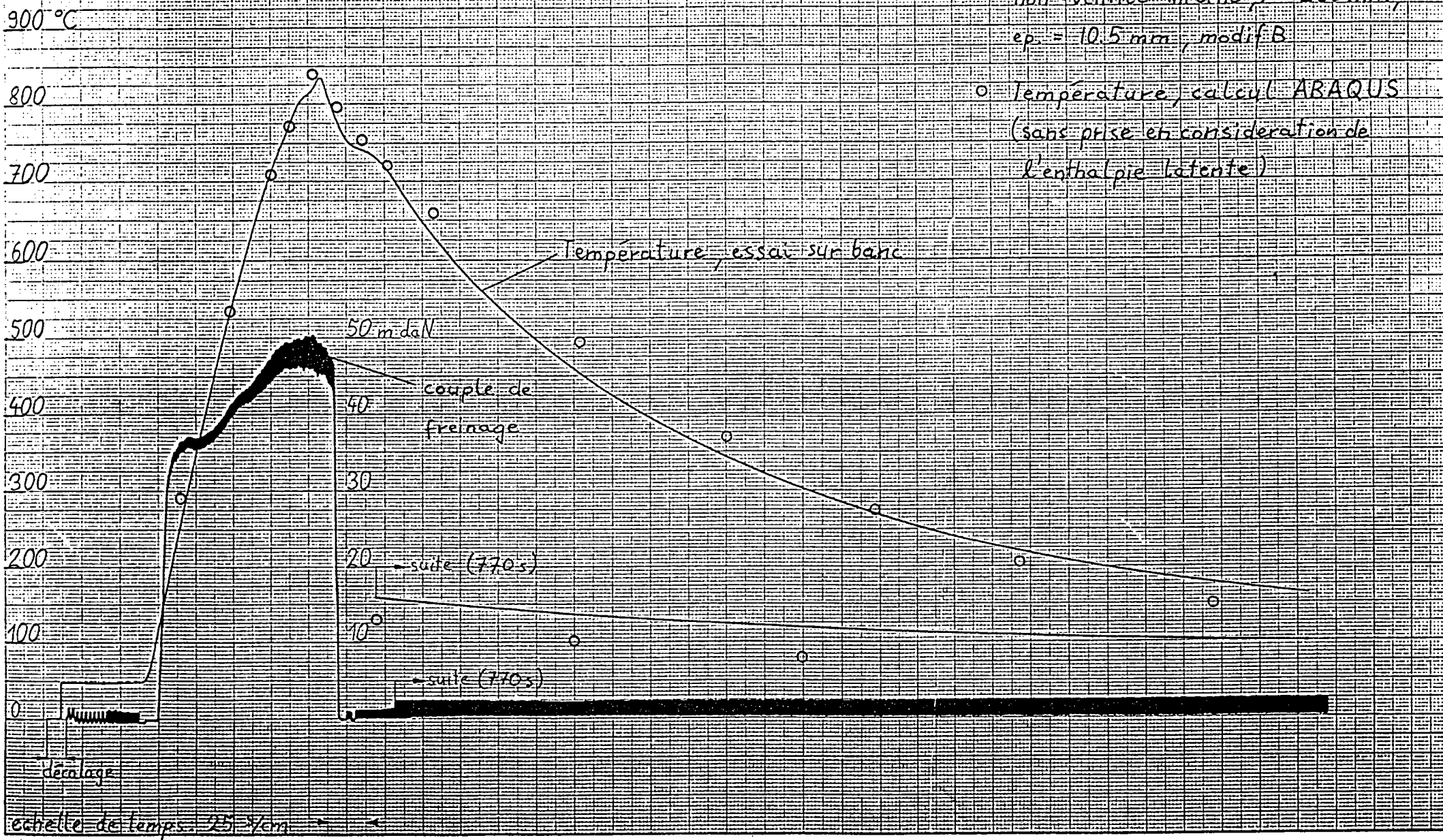
Le figure 12 montre la même comparaison que la figure 10 mais prend en plus l'enthalpie latente de la fonte grise en considération.

On voit très bien l'effet d'hysteresis autour du maximum de la courbe.

Plaquettes: Textar 1424 (40E)

Disque: X54, 4x4, arriere, 5 fixations,  
non-ventilé interne,  $\phi = 265\text{ mm}$ ,  
ep. = 10.5 mm, modif B

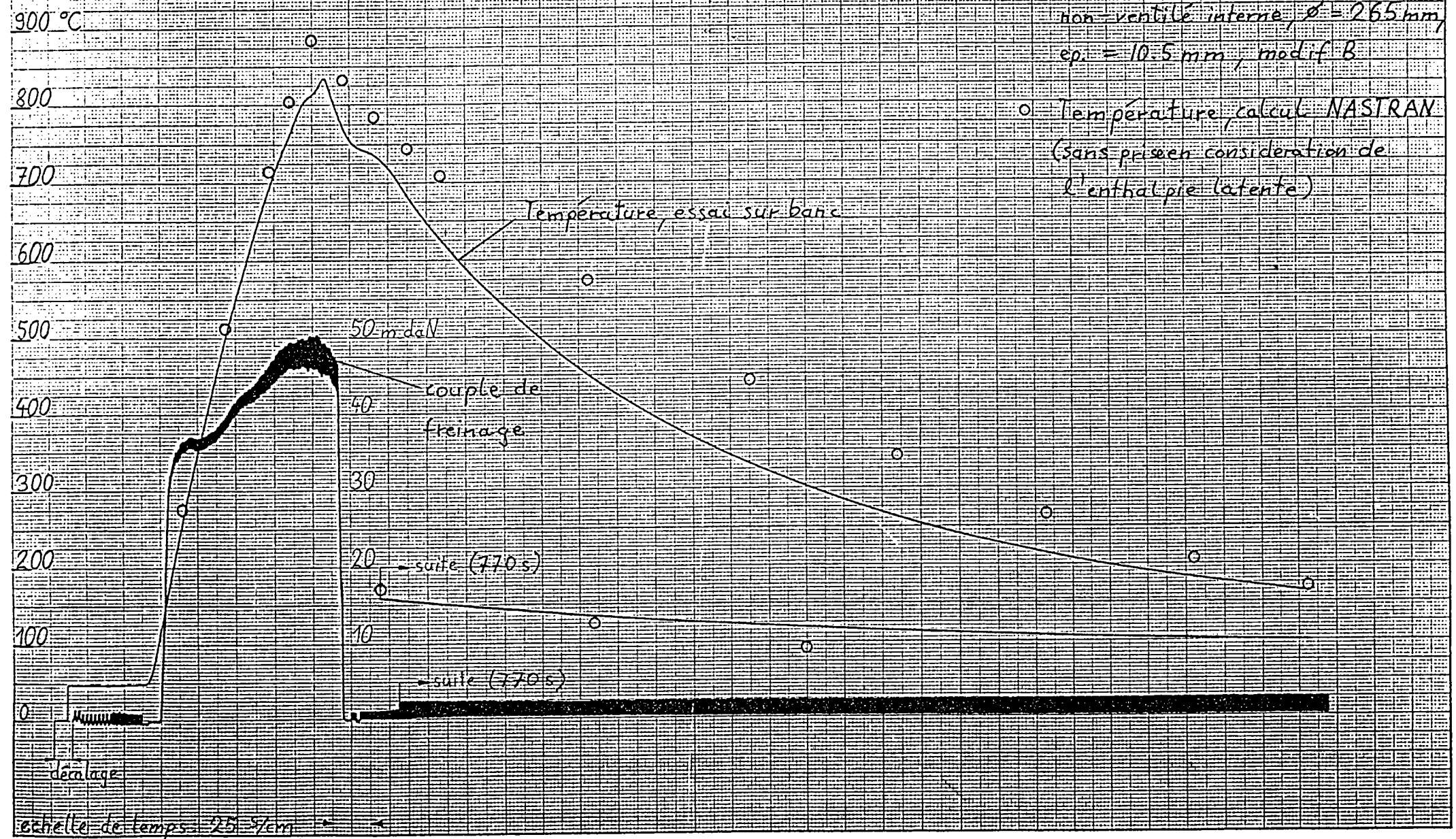
o température, calcul ABAQUS  
(sans prise en consideration de  
l'enthalpie latente)



Plaquettes: Textar T424 (40E)

Disque: X54, 4x4, arrière, 5 fixations,  
non-ventilé interne,  $\phi = 265\text{ mm}$ ,  
ep. = 10.5 mm, modif B

o température, calcul NASTRAN  
(sans prise en considération de  
l'enthalpie latente)



Plaquettes: Textar T424 (40E)

Disque: X54, 4x4, amière, 5 fixations,  
non-ventilé interne,  $\phi = 265$  mm,  
 $ep = 10.5$  mm, modif B

o température, calcul ABAQUS  
(avec prise en considération de  
l'enthalpie latente)

900 °C

800

700

600

500

400

300

200

100

0

décalage

échelle de temps: 25 s/cm

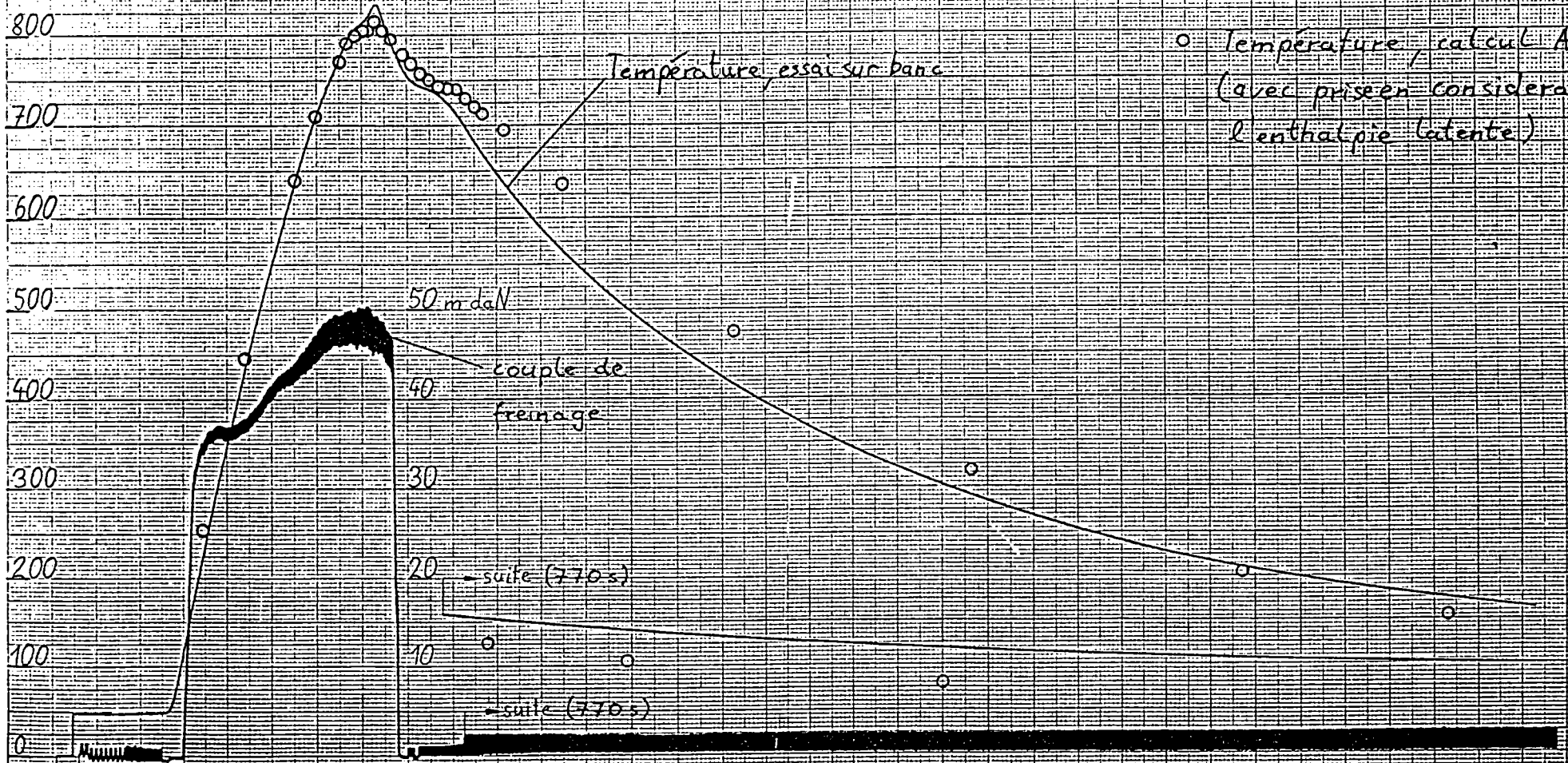
Température, essai sur banc

50 mdaN

couple de freinage

— suite (770 s)

— suite (770 s)



La figure 13 montre la distribution de la température à sa valeur maximale (selon le calcul ABAQUS) dans la tranche du disque de frein:

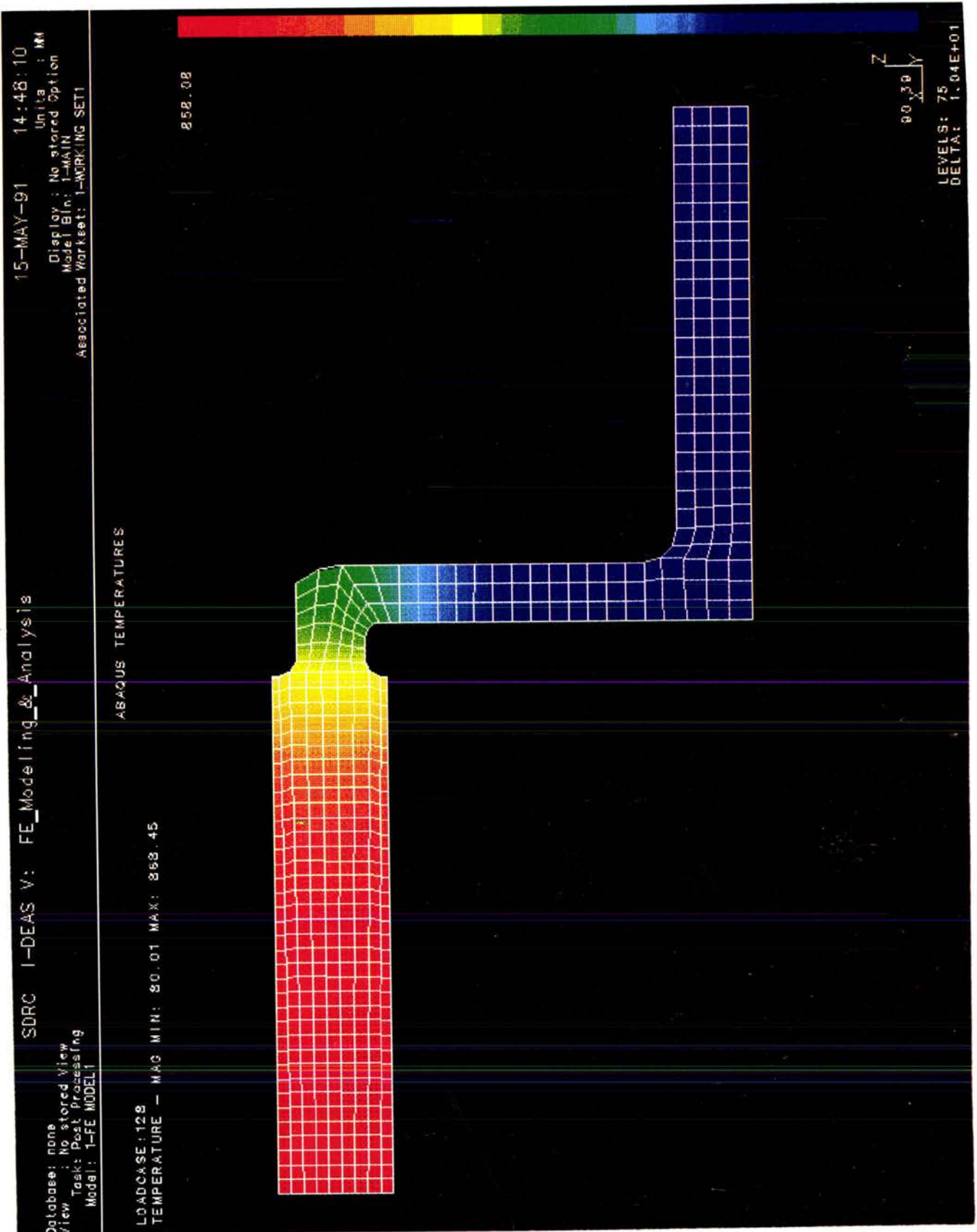


Figure 13



Pour la vérification de la distribution de la température dans la tranche du disque (tableau 1), les couleurs de revenu à l'intérieur de la marmite du disque sont prises pour mesure de comparaison (figure 14).

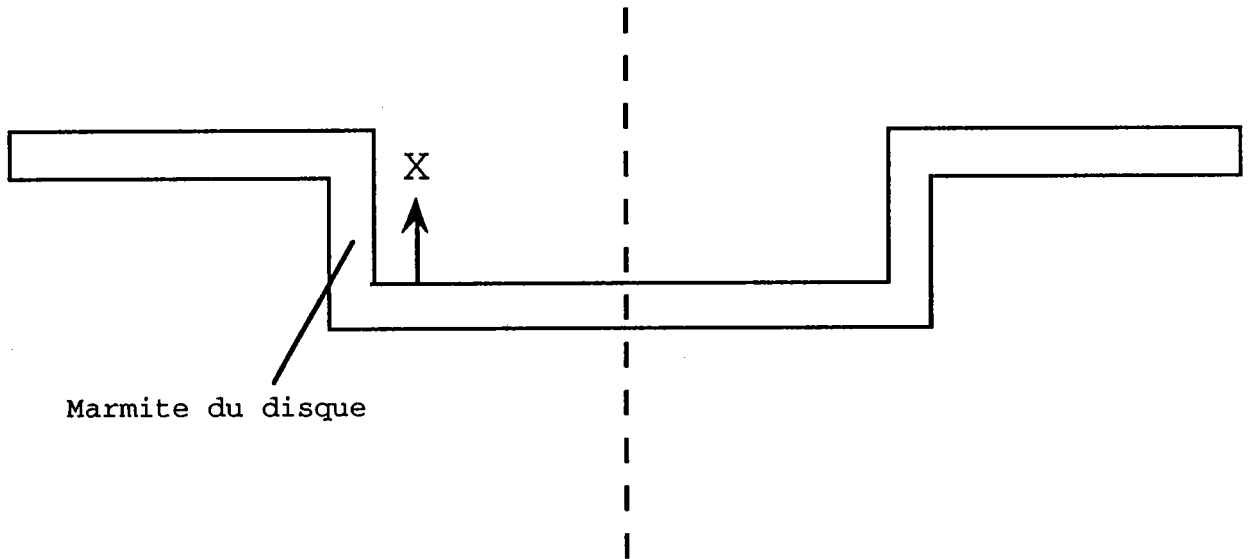


Figure 14

Tableau 1

X	couleur de revenu	que correspond à	valeur du graphique de la page précédent (Réf.25)
1.5 cm	jaune	215°C	215°C
1.8 cm	rouge	255°C	253°C
2.1 cm	bleu foncé	300°C	281°C

Le calcul (ABAQUS et NASTRAN) des déplacements en comparaison avec les valeurs mesurées sont montrés sur les figures 15 et 16. Il s'agit des mêmes essais que ceux illustrés dans les diagrammes 10,11 et 12 (expliqué dans le chapitre 3a). Le déplacement au bord extérieur du disque en fonction du temps montre la même tendance que dans le diagramme de l'évolution de la température.

On note la large supériorité de précision du logiciel ABAQUS vis à vis de NASTRAN.

Disque: X54, 4X4, arrière, 5 fixations, non-ventilé interne, modif. B

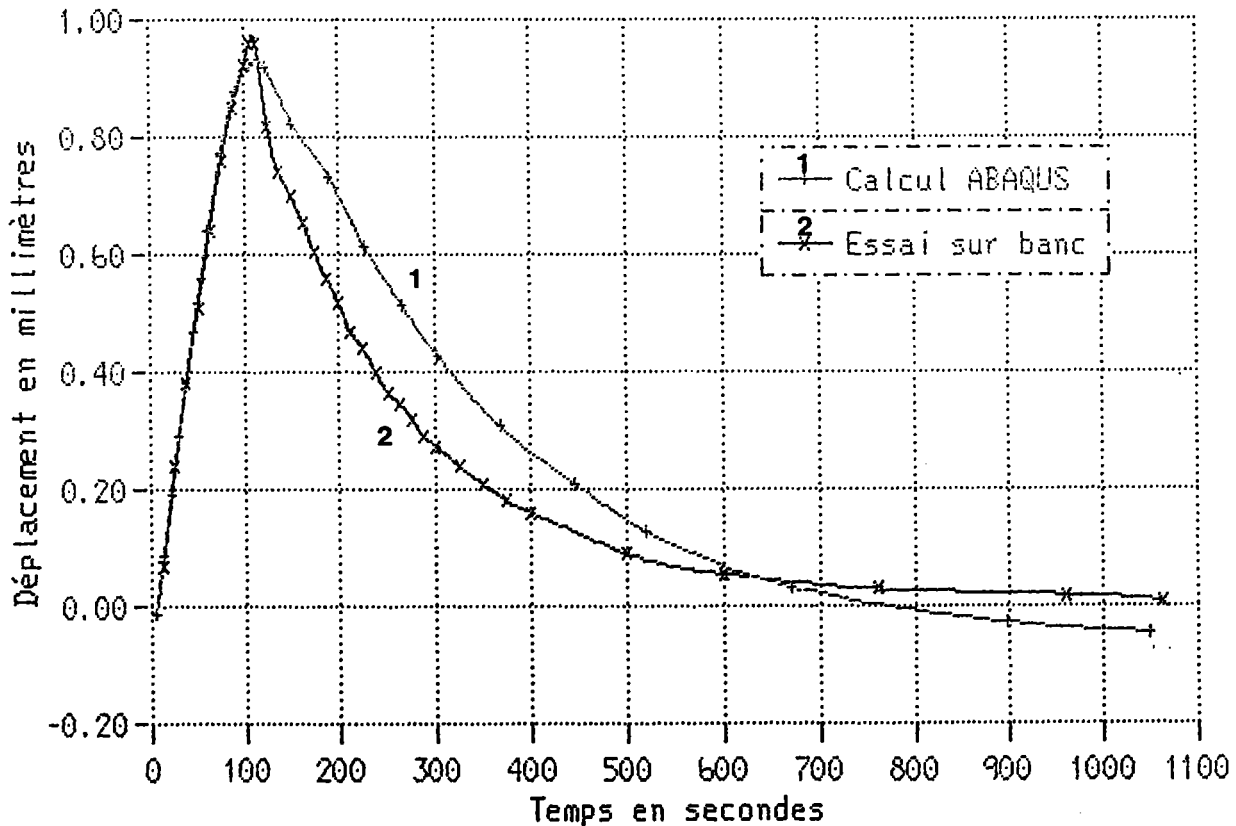


Figure 15

Disque: X54, 4X4, arrière, 5 fixations, non-ventilé interne, modif. B

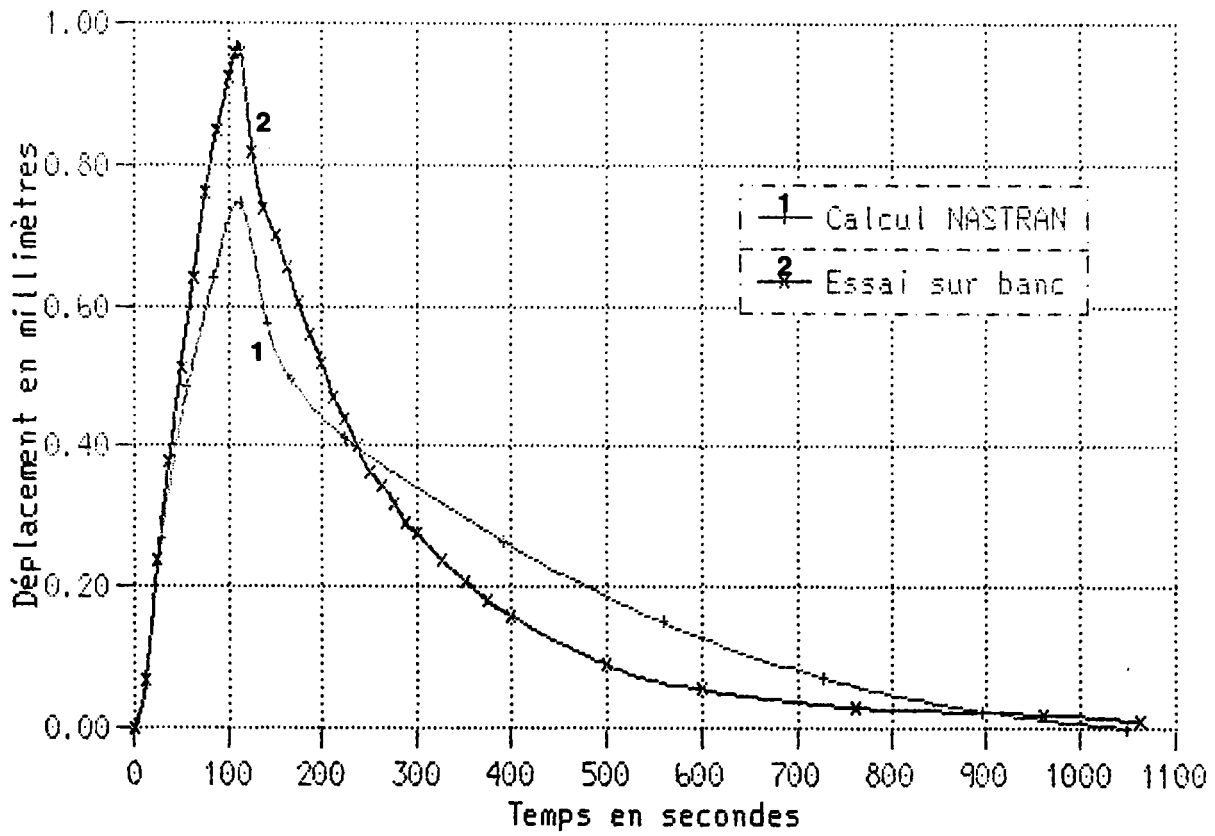


Figure 16

Pour donner une idée de la déformation du disque à la température maximale, la comparaison entre la structure déformée et non-déformée (selon un calcul ABAQUS) est montrée sur la figure 17 (facteur d'amplification = 10):

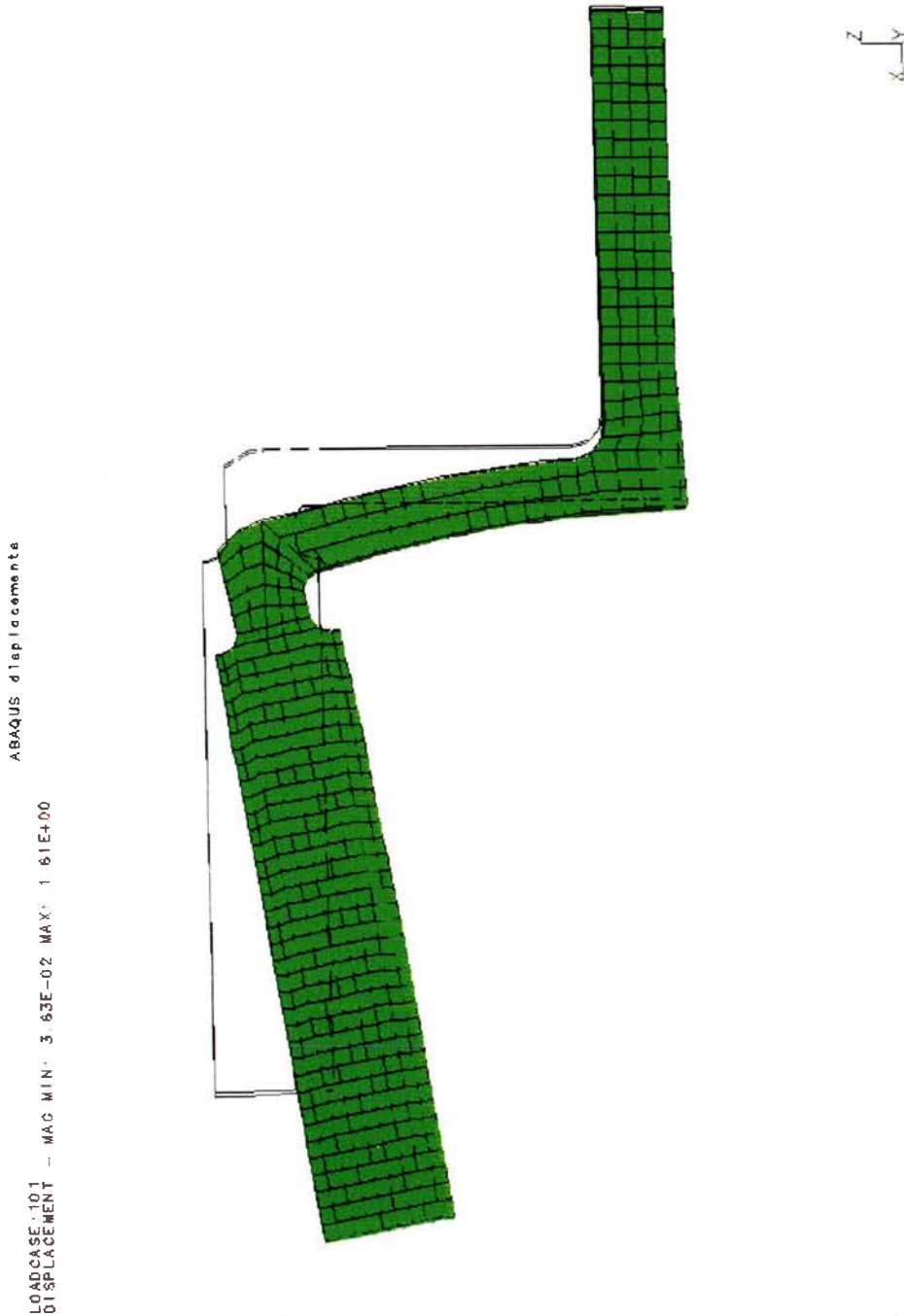


Figure 17

### 6.1.b L'essai cyclique sur banc "voiture" avec une vitesse de rotation variable

Le calcul (ABAQUS et NASTRAN) de l'évolution de la température à un noeud au centre des pistes de frottement en comparaison avec les valeurs mesurées est montré sur les figures 18 et 19.

L'essai est expliqué dans le chapitre 3b.

La vitesse angulaire du banc d'essai n'est plus constante. Ici aussi, le disque est exposé à un vent incident.

L'essai se déroule de façon cyclique: des phases d'accélération et de freinage se suivent et causent les variations dans la courbe d'échauffement.

Le schéma 18 montre la comparaison entre la température calculée de façon instationnaire avec le logiciel ABAQUS et la température mesurée sur banc d'essai.

De même le schéma 19 montre cette comparaison pour un calcul avec le logiciel NASTRAN.

Ici aussi, la supériorité d'ABAQUS par rapport à NASTRAN se confirme.

Disque: X54, 4X2, arrière, 5 fixations, non-ventilé interne, modif. B

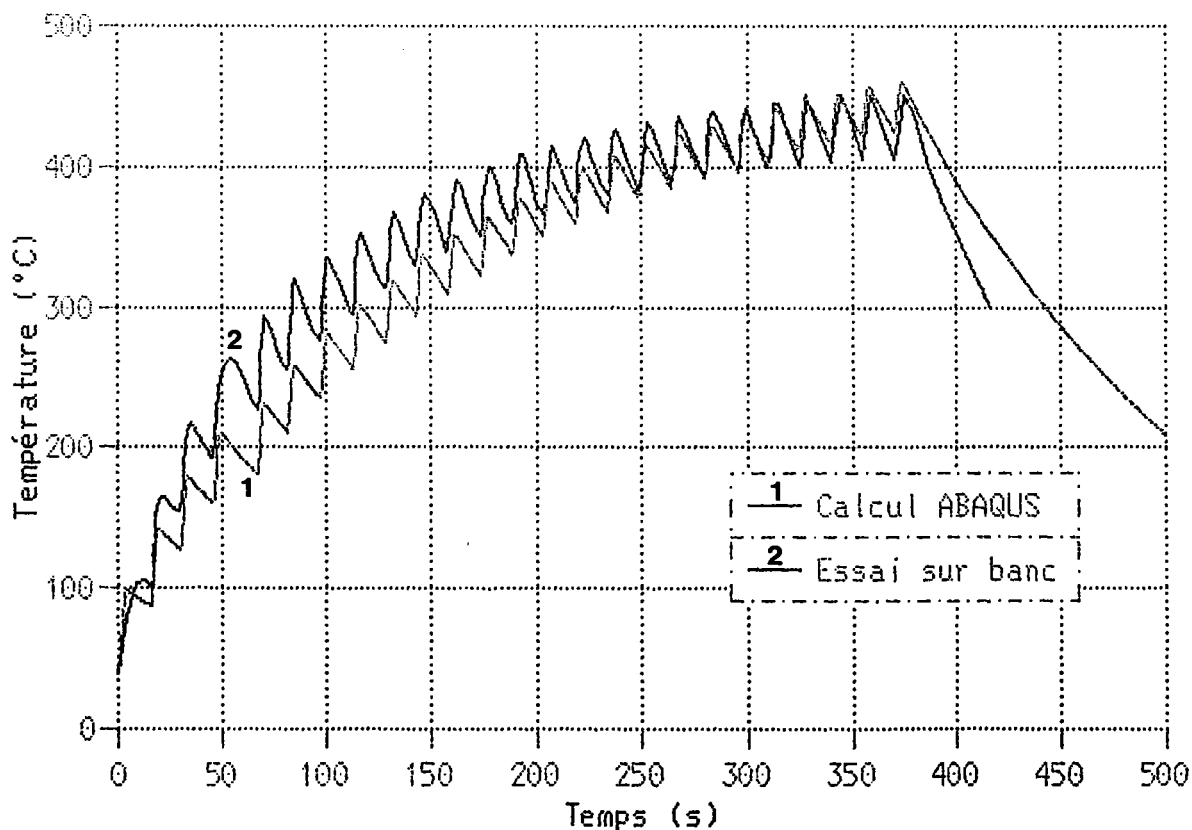


Figure 18

Disque: X54, 4X2, arrière, 5 fixations, non-ventilé interne, modif. B

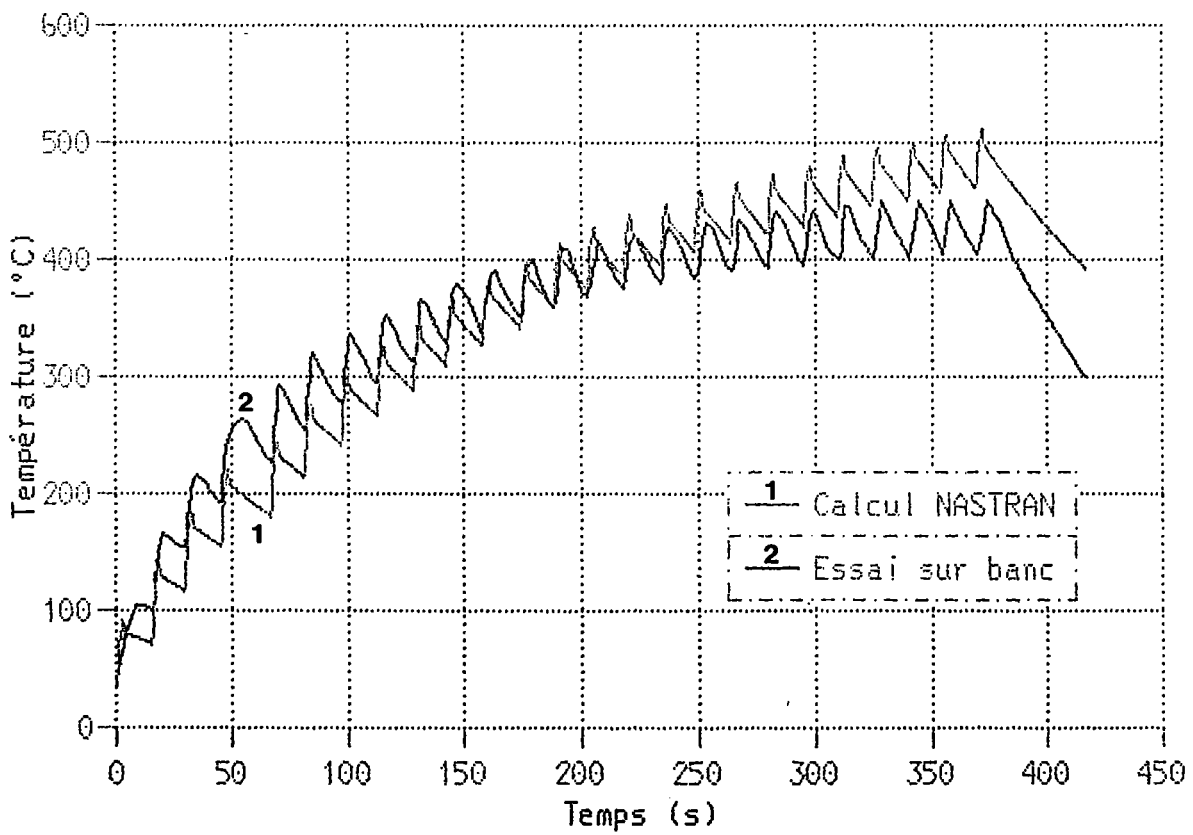


Figure 19

## 6.2. Le disque ventilé interne

### L'essai cyclique sur banc "camion" avec une vitesse de rotation variable

Les figures 20,21 et 22 montrent la comparaison des résultats entre l'essai sur banc et le calcul en 3 endroits différents (voir figure 6).

Les figures 23,24 et 25 montrent la comparaison des résultats entre la répétition de l'essai sur banc et le calcul.

L'essai est expliqué dans le chapitre 3c.

La vitesse angulaire du banc d'essai n'est pas constante.

En contraste avec les essais préalables, le disque n'est pas exposé à un vent incident.

L'essai se déroule également de façon cyclique.

Les schémas 20 et 21 montrent l'évolution de la température dans les deux pistes de frottement, le schéma 22 montre l'évolution dans la partie intermédiaire entre les pistes de frottement et l'encastrement.

Les schémas 23,24 et 25 montrent le même essai pour une vitesse de rotation plus élevée.

L'essai sur banc et le calcul indiquent une faible différence de température  $T_1 - T_2$ .

Figure: Girling, Type D2, Série, Ventilé interne (Omega: 26.6 - 0 rad/s)

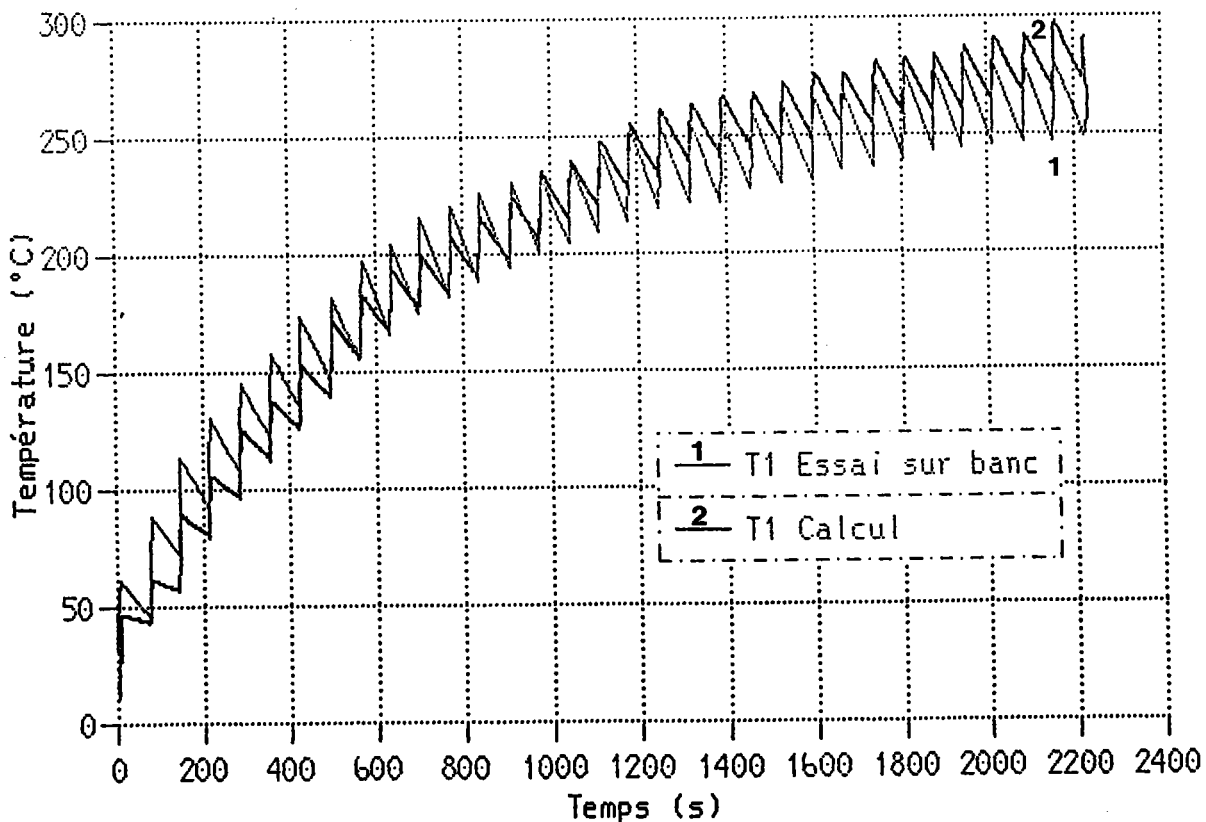


Figure 20

Disque: Girling, Type D2, Série, Ventilé interne

( $\Omega$ : 26.6 - 0 rad/s)

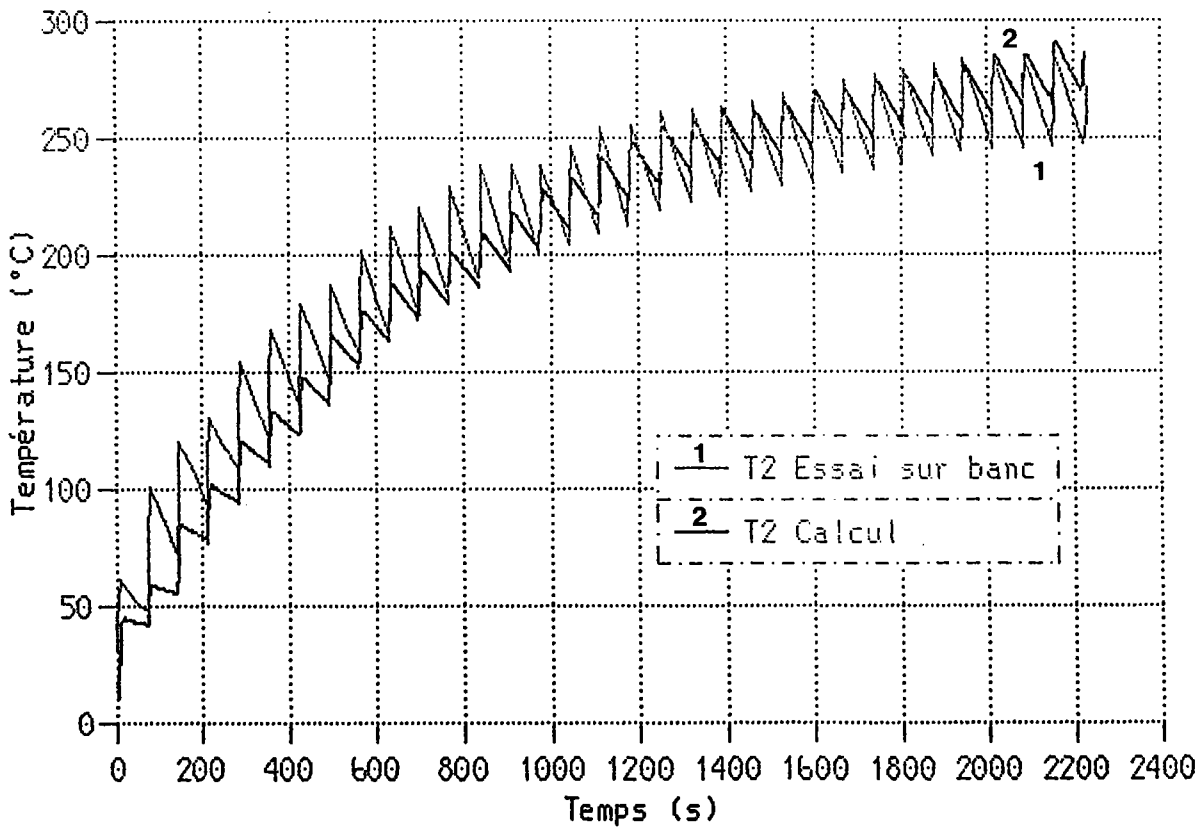


Figure 21



Disque: Girling, Type D2, Série, Ventilé interne

( $\Omega$ : 26.6 - 0 rad/s)

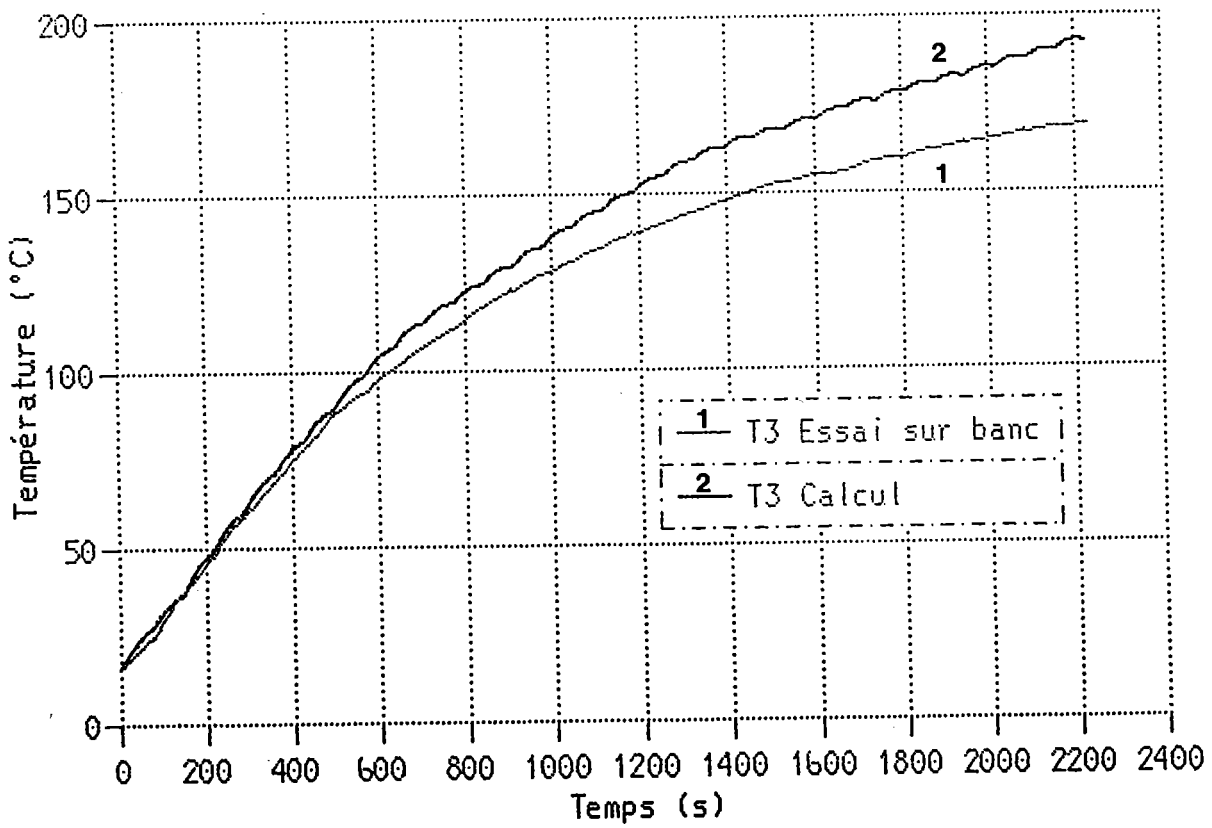


Figure 22

Disque: Girling, Type D2, Série, Ventilé interne ( $\Omega$ : 42.57 - 15.96 rad/s)

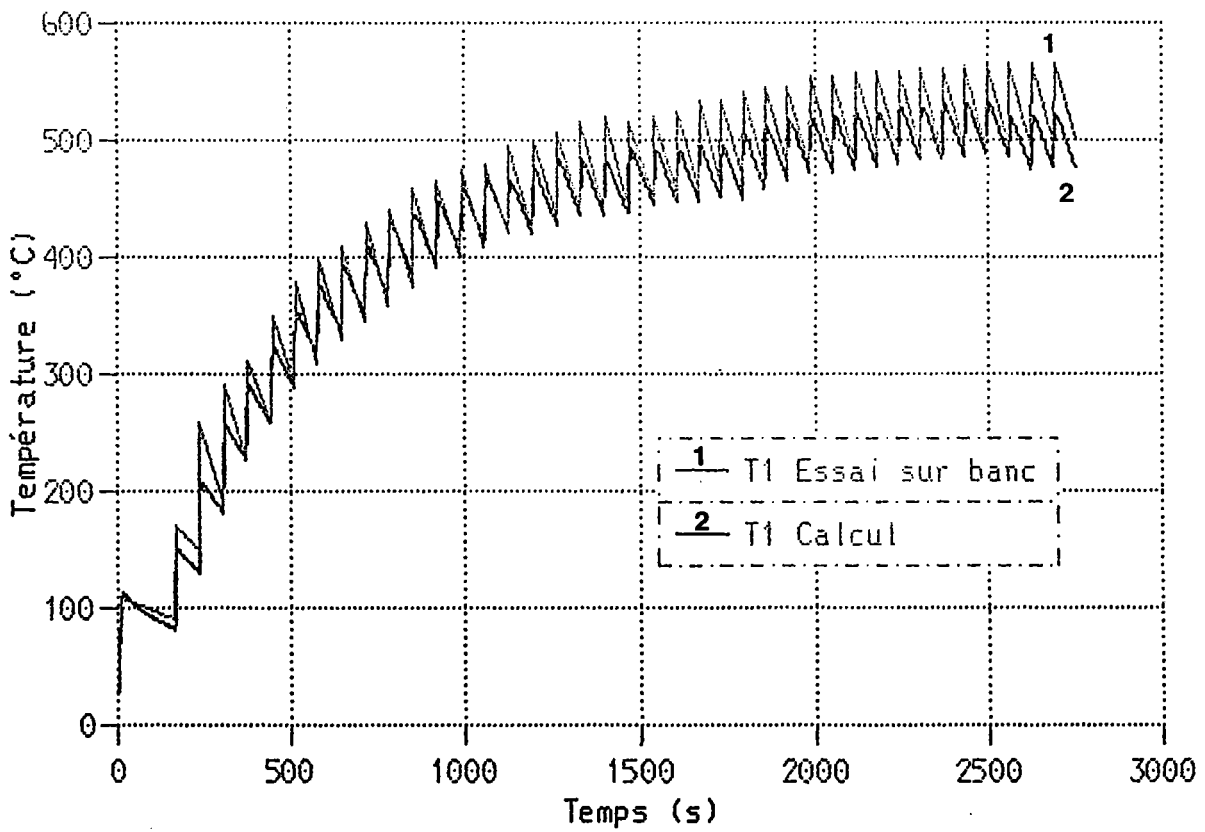


Figure 23

Disque: Girling, Type D2, Série, Ventilé interne ( $\Omega$ : 42.57 - 15.96 rad/s)

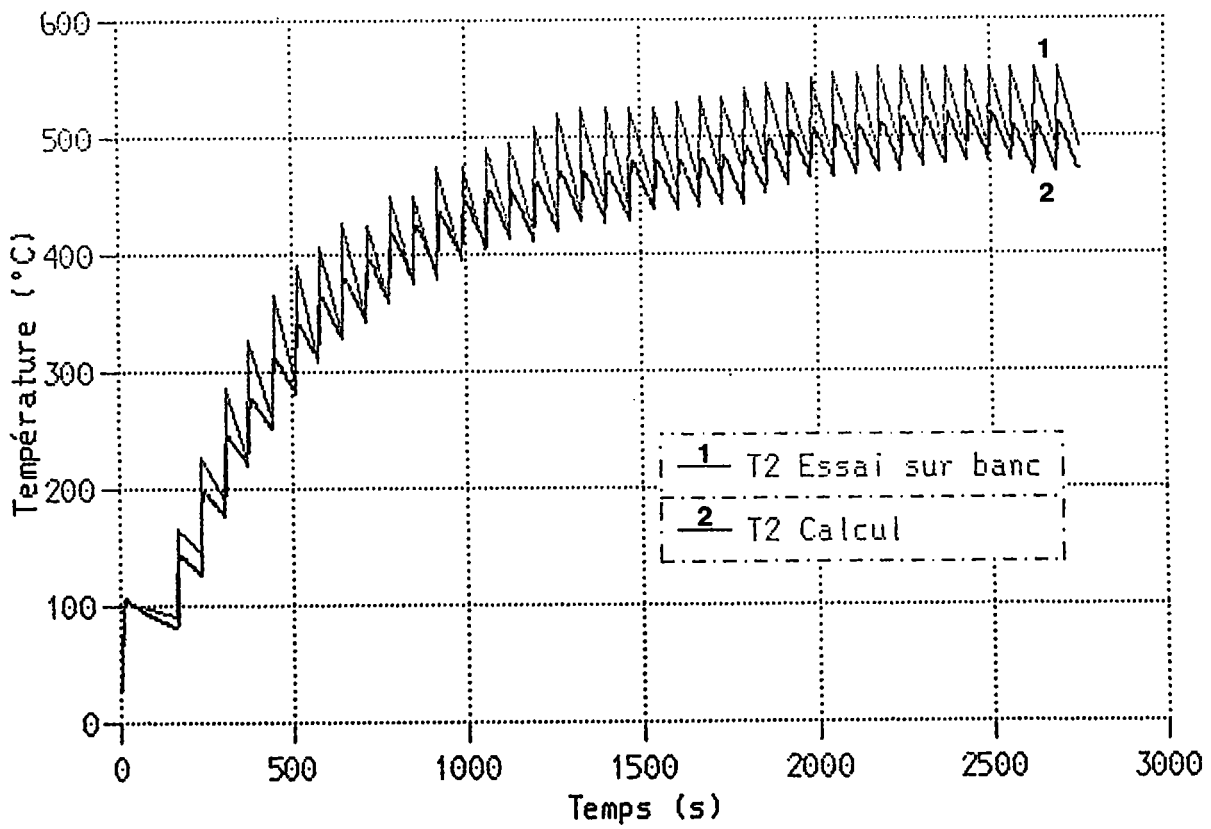


Figure 24

Disque: Girling, Type D2, Série, Ventilé interne ( $\Omega$ : 42.57 - 15.96 rad/s)

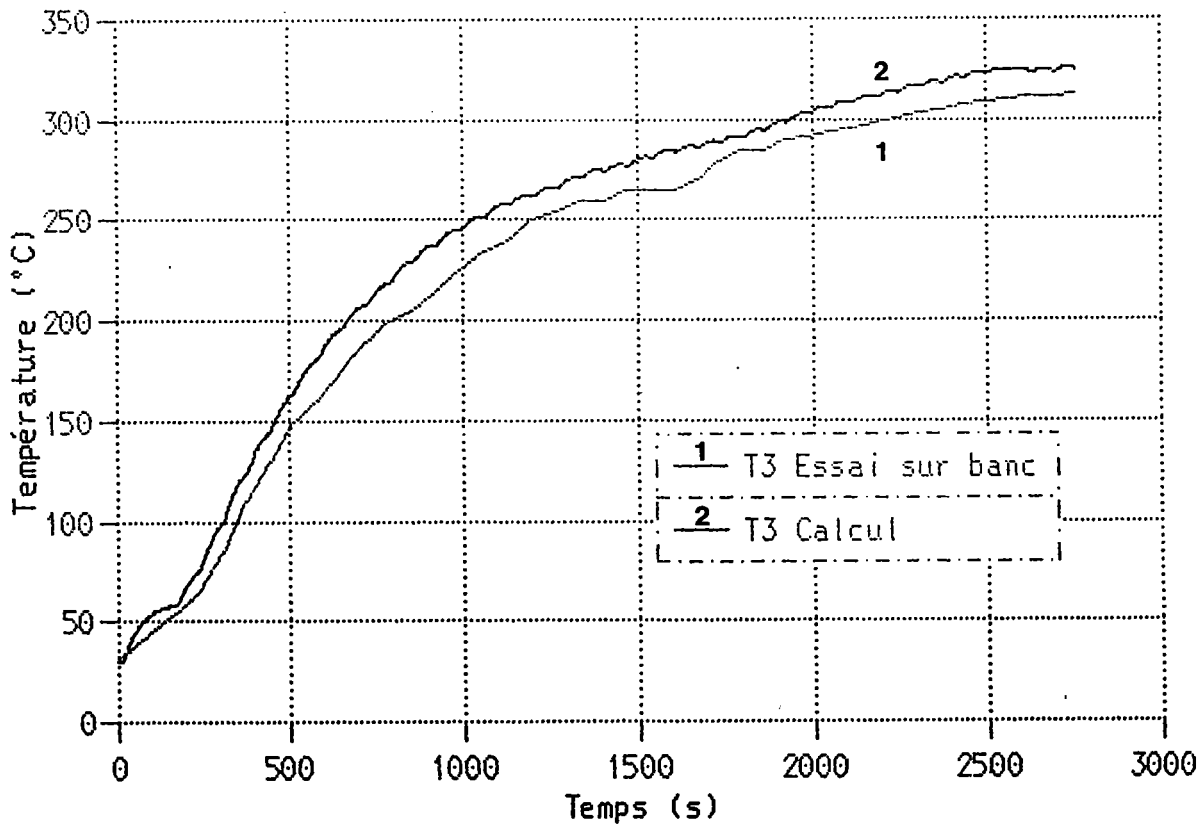


Figure 25

La figure 26 montre la distribution de la température dans la tranche du disque au moment où la différence de la température entre les deux pistes de frottement est la plus grande:

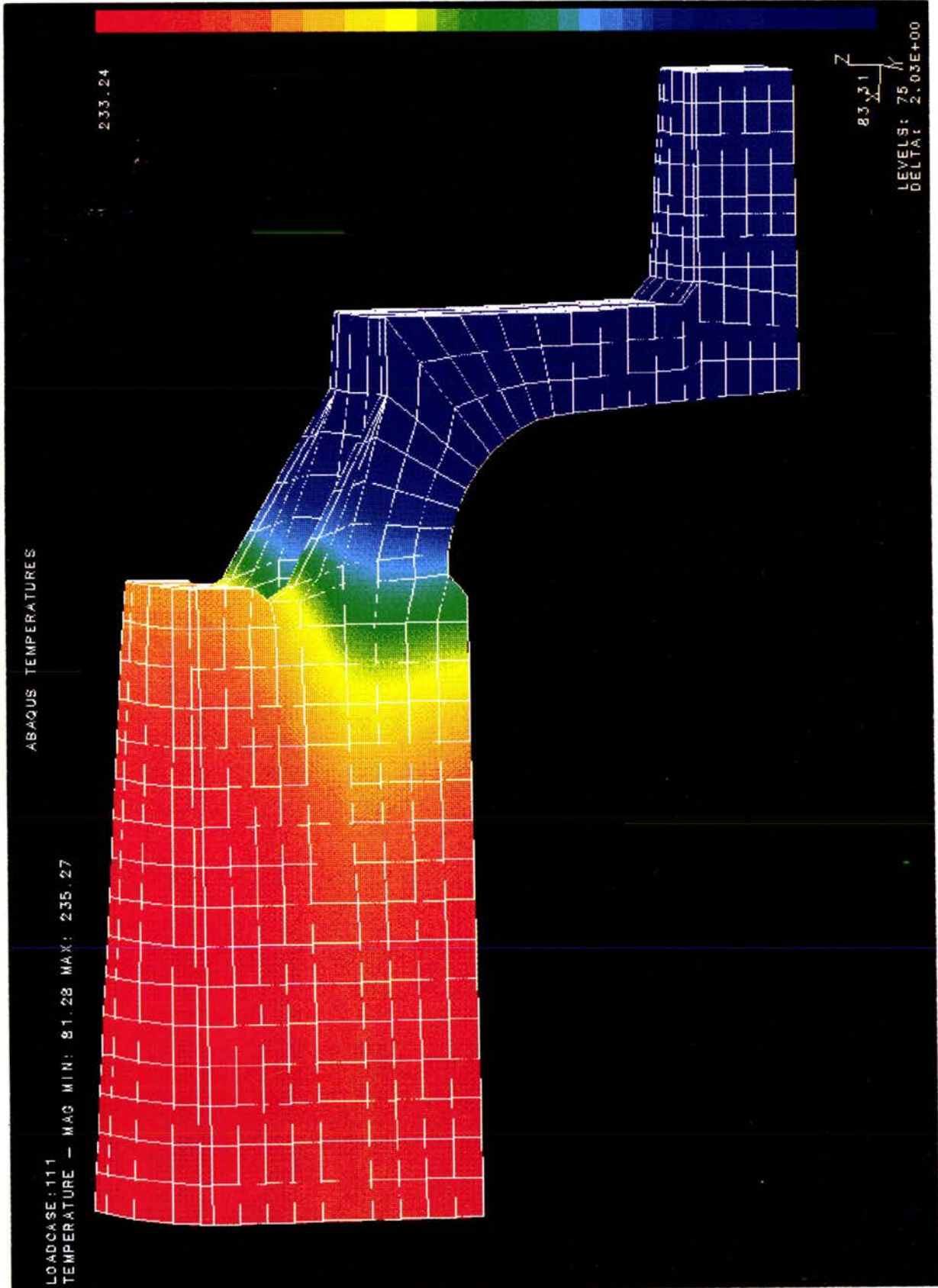


Figure 26

La figure 27 montre l'importance des différents flux surfaciques qui agissent sur le disque de frein en fonction de la température. Afin de donner la possibilité de comparaison de l'importance, le flux dû au rayonnement des surfaces rugueuses est montré également:

Disque: Girling, Type D2, Série, Ventilé interne

( $\Omega = 26.6 \text{ rad/s}$ )

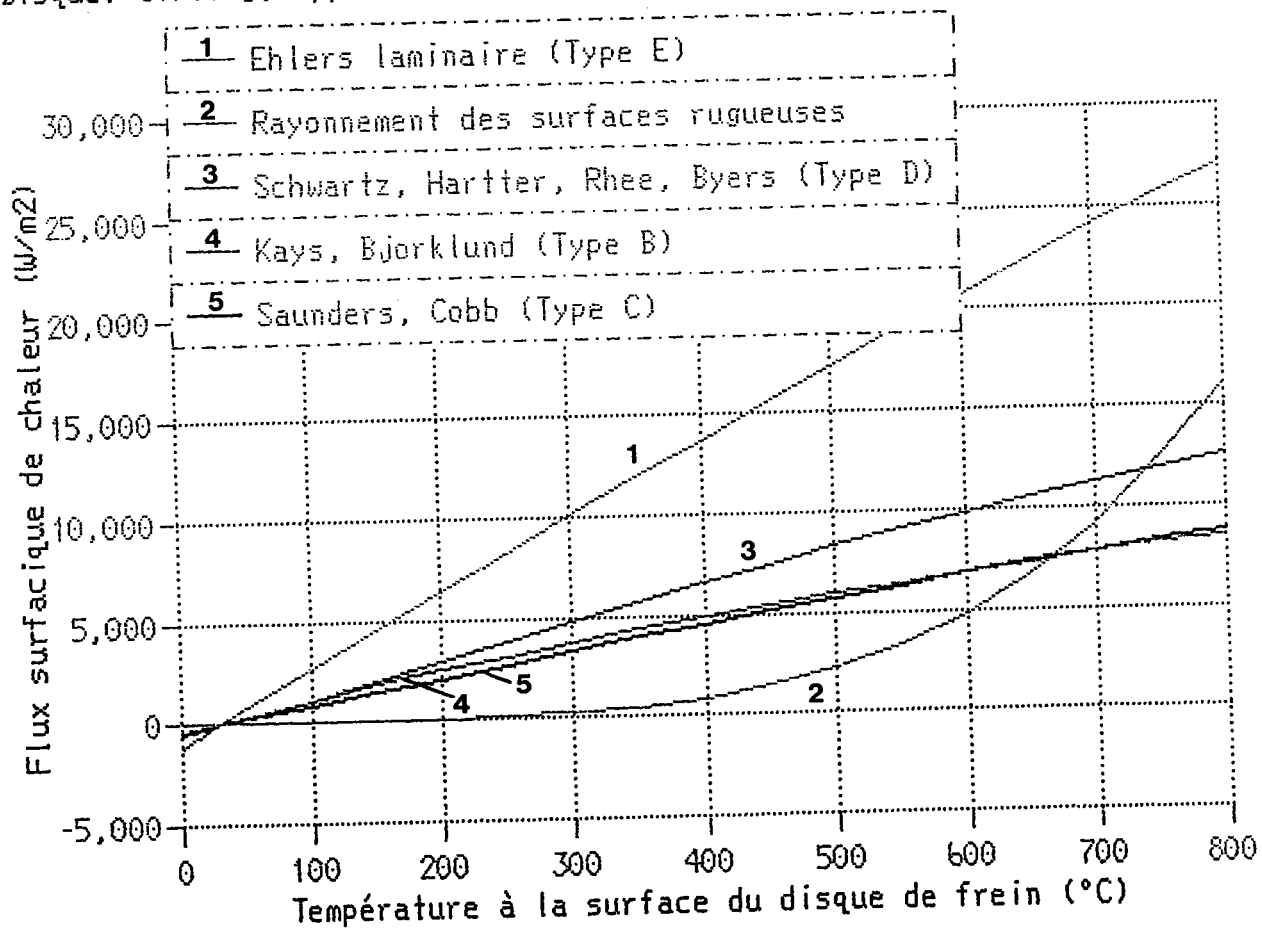


Figure 27

La figure 28 montre l'importance des différents flux surfaciques qui agissent sur le disque de frein en fonction de la vitesse angulaire.

On voit très bien la transition laminaire - turbulente de la couche limite des canaux (surface type E) à une vitesse angulaire d'environ 65 rad/s.

Disque: Girling, Type D2, Série, Ventilé interne

(T = 300°C)

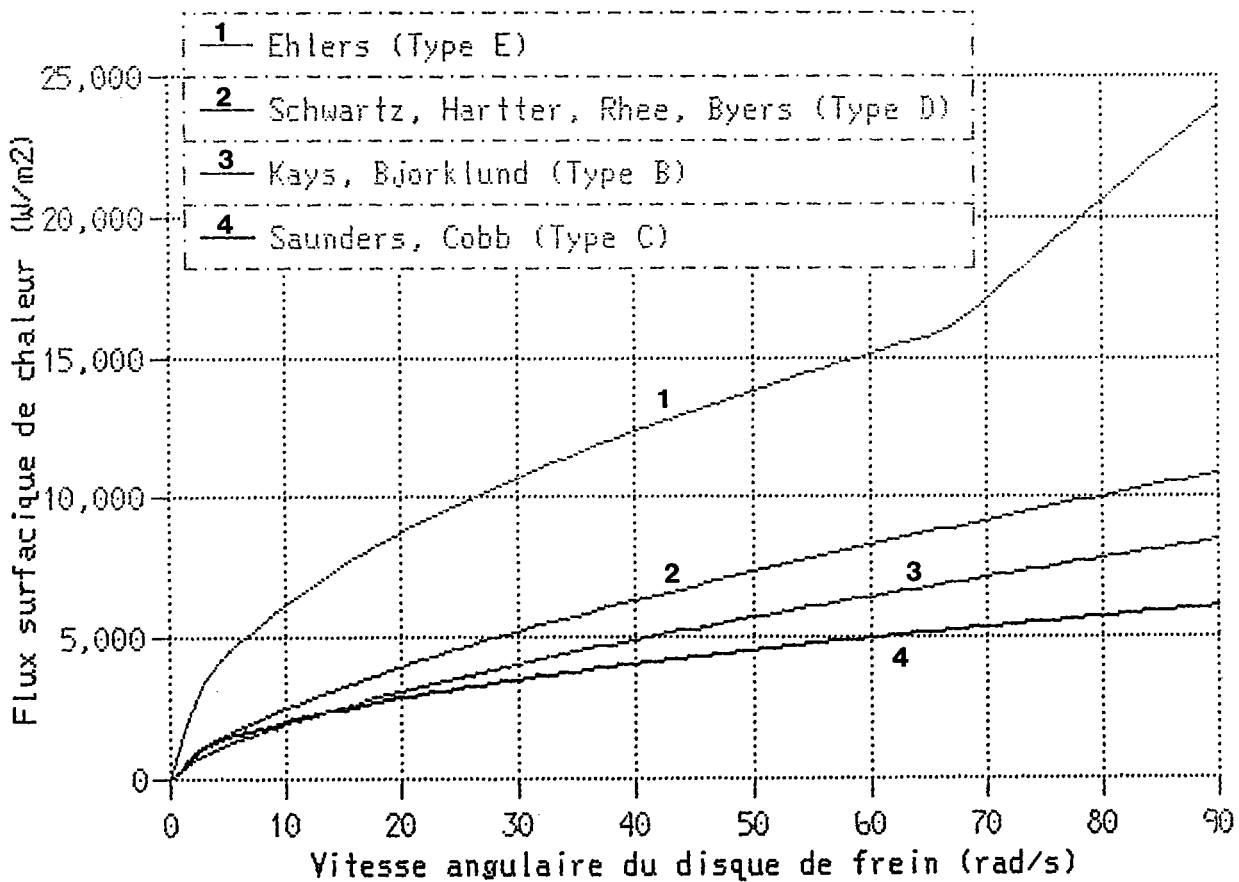


Figure 28

### 6.3. Des résultats des autres auteurs

Il est très rare de trouver des comparaisons entre le calcul et les essais sur banc chez les auteurs dans ce domaine. Probablement les meilleurs résultats sont obtenus par Fukano et Matsui (Réf.7). Ils montrent pour un essai cyclique la comparaison sur la figure 29 (température en fonction du temps):

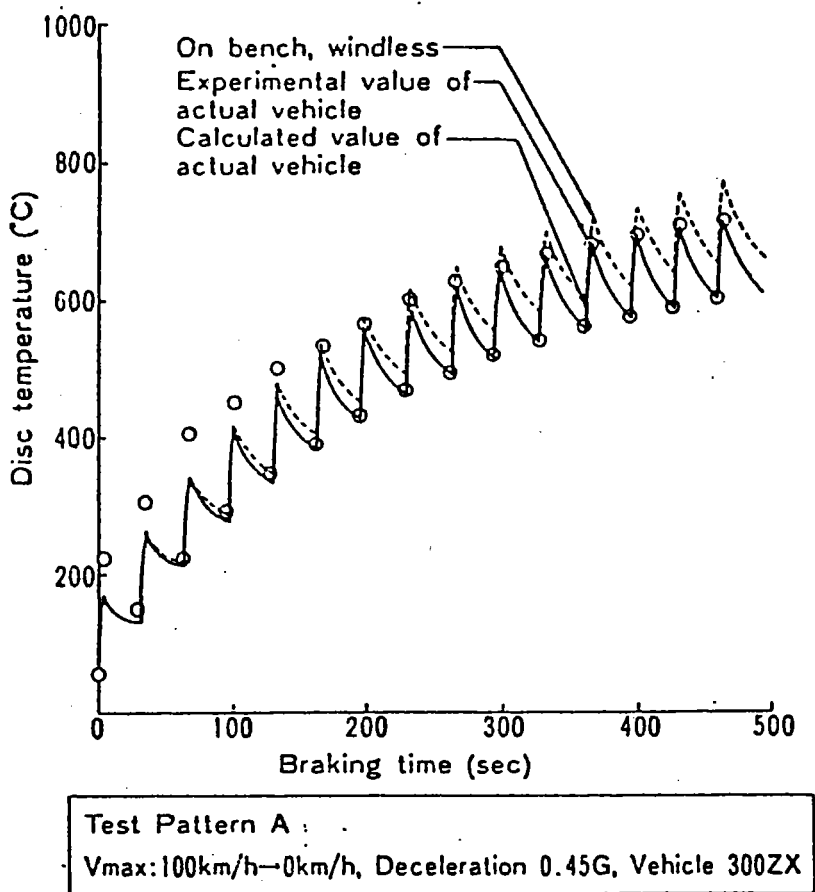


Figure 29

Leur calcul montre la même tendance de différence par rapport aux valeurs mesurées pour la phase de chauffage.



## 7. Les améliorations envisagées

Dans les chapitres précédents, le modèle du disque de frein et sa validité ont été expliqués et vérifiés.

On dispose maintenant d'un modèle qui prédit la distribution de la température dans un disque de frein avec une géométrie variable à un certain moment durant la manoeuvre de freinage, et sa déformation résultante.

On peut se poser la question si, en modifiant la géométrie du disque, on peut obtenir des améliorations du comportement thermique, par exemple la réduction de la température maximale ou de la température de saturation (expliquée plus tard) ou de la déformation à l'état chaud.

Pour étudier cette question, la méthode des plans d'expériences est utilisée.

Cette méthode peut être interprétée comme une analyse de sensibilités du premier degré c'est à dire où seul les gradients du premier ordre interviennent.

Normalement elle est utilisée dans le contexte de l'amélioration de la qualité d'un produit - ici elle est utilisée en combinaison avec la méthode d'éléments finis en examinant les sensibilités. Ces sensibilités sont les réactions du modèle de disque de frein à la variation d'un certain nombre de paramètres tels que la modification de la géométrie à certains endroits. On entend par "réaction" une amélioration ou détérioration du comportement thermique, expliqué plus loin dans ce chapitre.

Ces modifications sont bien sûr limitées par l'environnement du disque dans le véhicule - ces limites définissent les niveaux entre lesquels les modifications peuvent être variées.

L'attractivité et la bonne efficacité de la méthode des plans d'expériences est due au fait que **les niveaux de toutes les modifications sont variés en même temps** dans un ordre très précis. Cette façon de procéder réduit le nombre d'essais nécessaires à un minimum absolu et permet la détection des interactions entre les modifications.

Au lieu de limiter le nombre des modifications à étudier, on réduira dans un premier temps le nombre des niveaux de ces modifications. Le nombre minimal est deux (une limite inférieure et une limite supérieure), dans ce cas on utilise des "plans d'expériences à deux niveaux".

La considération de seulement deux niveaux exige que le modèle se comporte de façon linéaire ou presque linéaire par rapport aux réactions examinées. Si c'est le cas, une combinaison optimale des modifications et de leurs niveaux peut être trouvée, on peut donc optimiser la géométrie du disque.

### 7.1.a L'effet parapluie

De l'échauffement d'un disque de frein conventionnel résulte un déplacement des pistes de frottement non-parallèles par rapport à la position initiale.

Cette déformation est appelée effet parapluie du fait de sa ressemblance, comme montré sur la figure 30:

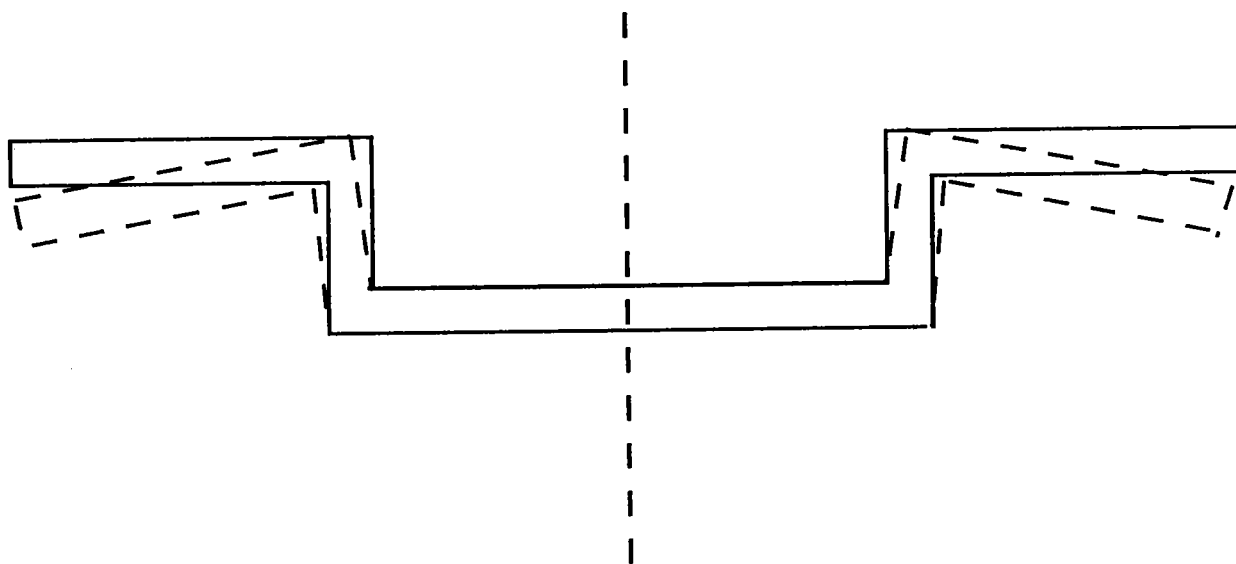


Figure 30

L'effet parapluie n'est pas souhaité car il a une influence négative sur l'efficacité des freins. Supposons que les plaquettes de frein sont fixées avec rigidité, il est évident que la surface de contact entre les pistes de frottement et les plaquettes est réduite. Le résultat est une élévation de la pression sur une surface de contact réduite qui provoque une élévation de la température du disque avec pour conséquences par exemple, fissuration et usure.

La gravité de cette influence négative dépend surtout des étriers (qui portent les plaquettes) et de leur capacité de garder aux plaquettes le mouvement non-parallèle du disque.

Les freins avec un montage rigide des étriers (souvent utilisés pour des camions et des voitures lourdes) sont les plus en danger par cet effet car les plaquettes ne peuvent pas suivre le mouvement non-parallèle du disque.

Moins en danger sont les étriers flottants ou des étriers avec une chape flottante (souvent utilisés pour des voitures légères) avec une petite capacité pour suivre ce mouvement.

### 7.1.b La température

En ce qui concerne le disque de frein non-ventilé interne, on s'intéresse à la température maximale atteinte pendant un coup de frein (simulation de l'essai du chapitre 3.a).

En ce qui concerne le disque de frein ventilé interne on distingue des propriétés stationnaires (manoeuvre de freinage de longue durée) et instationnaires (manoeuvre de freinage de courte durée).

En ce qui concerne les propriétés instationnaires, on s'intéresse à la température maximale et la capacité de refroidissement du disque.

Les figures 10,11 et 12 indiquent déjà que de forts déséquilibres existent entre la chaleur qui est injectée dans le disque et la chaleur qui est évacuée, selon les phases de l'essai.

Au cours de la phase d'échauffement, le gradient

$(dT/dt)_{\text{moyen}} = +3.8$  indique que beaucoup plus de chaleur est injectée dans le disque, qu'évacuée ( $dq = m c_p dT$ ). Par

conséquent, la température maximale à la fin de cette phase dépend presque entièrement de la capacité de stockage de chaleur du disque (en particulier des pistes de frottement).

Au cours de la phase de refroidissement, le gradient  $dT/dt$  est négatif (pas de chaleur injectée) et les différents chemins d'évacuation de chaleur caractérisent maintenant l'évolution du gradient  $dT/dt$  en fonction du temps.

En ce qui concerne les propriétés stationnaires, on s'intéresse à la température de saturation du disque atteinte pendant une manoeuvre de freinage de longue durée.

La température de saturation est caractérisée par le gradient  $dT/dt = 0$  qui signifie qu'il y a un équilibre entre la chaleur injectée et la chaleur évacuée du disque.

## 7.2. La façon de procéder

Les améliorations envisagées en ce qui concerne les phénomènes nommés dans le chapitre 7.1., représentent des problèmes d'optimisation.

On procède généralement en 3 étapes:

- La **sélection** des facteurs qui promettent d'avoir une influence sur les phénomènes nommés.
- L'**identification** des facteurs et des interactions influents.
- L'**optimisation** (minimisation ou maximisation) du phénomène étudié par la recherche de la combinaison optimale des facteurs influents.

L'identification des facteurs et des interactions est conduite par la méthode des plans d'expériences à 2 niveaux (Réf.29). Les "expériences" sont les résultats des calculs thermiques et statiques.

Si l'hypothèse de la résolution du problème permet une relation linéaire entre les facteurs et les phénomènes étudiés, des plans d'expériences à 2 niveaux sont admissibles et l'optimum est trouvé déjà après l'identification des facteurs et des interactions influents.

**Le fonctionnement d'un plan d'expériences à deux niveaux est expliqué en détail dans l'annexe (chapitre 10).**

Si une relation non-linéaire doit être supposée, l'optimum est cherché avec des plans d'expériences à plus de 2 niveaux (Réf.30) et une méthode d'optimisation locale doit être éventuellement rajoutée. La méthode d'optimisation locale utilisée dans cette thèse est la "méthode Simplex modifiée" (Réf.31).

La question de savoir si une relation linéaire entre les facteurs et les phénomènes est admissible dépend du phénomène seul (linéaire ou non-linéaire) ou des limites, entre lesquelles on l'examine.

Ces limites peuvent être appelées "fenêtre".

Si cette "fenêtre" est suffisamment petite, et au bon endroit, une relation linéaire est admissible même si le phénomène est non-linéaire et on introduit l'expression "**fenêtre de linéarité**". Dans une "fenêtre de linéarité" des plans d'expériences à 2 niveaux sont admissibles.

Si le phénomène est non-linéaire, on choisit une "fenêtre" suffisamment petite ("fenêtre de linéarité") pour y déterminer les facteurs et les interactions influents.

Après, on optimise leur combinaison hors de la "fenêtre de linéarité" avec un plan d'expériences à plus de 2 niveaux et si nécessaire avec une méthode d'optimisation locale.

**On suppose que si un facteur est faible dans la "fenêtre de linéarité", il l'est aussi hors de la "fenêtre de linéarité".**

La question d'application d'une méthode d'optimisation locale dépend de l'endroit d'optimum.

Si l'optimum se trouve aux limites de la "fenêtre de recherche", dans un angle (vertex), on peut déjà le trouver avec un plan d'expériences à plus de 2 niveaux.

Si l'optimum se trouve aux limites de la "fenêtre de recherche" entre deux angles (vertex), on doit faire suivre le plan d'expériences par une méthode monodimensionnelle comme par exemple la méthode "DSC" (Réf.31) ou l'algorithme de "Powell" (Réf.31).

Si l'optimum se trouve dans la "fenêtre de recherche" mais pas à ses limites, on fait suivre le plan d'expériences par une méthode d'optimisation locale.

En fonction du stade de l'évolution du véhicule, une certaine "fenêtre de recherche" est déjà limitée et donc prédéfinie par les dimensions maximales, imposées par l'environnement du disque.

### 7.3. La réduction de l'effet parapluie

#### 7.3.1. Le disque non-ventilé interne

##### 7.3.1.a La sélection des facteurs à étudier

On examine l'influence de 6 modifications à la géométrie du disque de frein et une modification à la jante.

Le stade d'évolution du véhicule est déjà très avancé et par conséquent les modifications sont limitées par l'environnement du disque dans le véhicule.

Les modifications à la géométrie du disque sont présentées sur le tableau 2 et la figure 31.

4 de ces modifications à la géométrie du disque (B,D,E et F) respectent les dimensions maximales imposées par l'environnement du disque.

Les 2 autres modifications (A et C) nécessitent des changements à l'environnement.

La modification B varie l'épaisseur de la marmite du disque, la modification D son diamètre.

Les modifications E et F sont des petites variations locales à la géométrie du disque.

La modification C varie l'épaisseur des pistes de frottement, la modification A l'épaisseur de la partie qui est encastrée.

La modification C nécessite une chappe plus grande dans les étriers.

La modification A nécessite des vis de fixation de la jante plus longues et une réduction éventuelle de la longueur d'arbre de la roue.

Les modifications A et C sont purement théoriques et ne peuvent plus être effectuées dans le stade d'évolution du véhicule maintenant.

Pour garantir la même stabilité (par rapport aux contraintes) l'épaisseur du disque ne s'est amenui en aucun point du fait de ces modifications vis à vis du modèle original.

Pour le modèle X54, plusieurs jantes différentes sont prévues. Elles se distinguent les unes des autres par la surface de contact avec le disque.

La septième modification consiste d'une part dans la simulation de la jante avec la surface de contact la plus petite (jante acier avec quatre fixations) et, d'autre part dans la simulation d'une jante fictive qui touche le disque à la surface maximale possible. Cette jante fictive a une surface de contact supérieure aux jantes actuelles.

**En ce qui concerne les modifications [A] et [C], la "fenêtre de recherche" dépasse les limites imposées par l'environnement du disque dans le véhicule.**

**Les 7 modifications citées sont choisies comme limites de la "fenêtre de linéarité".**

**La "fenêtre de linéarité" est donc identique à la "fenêtre de recherche".**

## Les modifications examinées

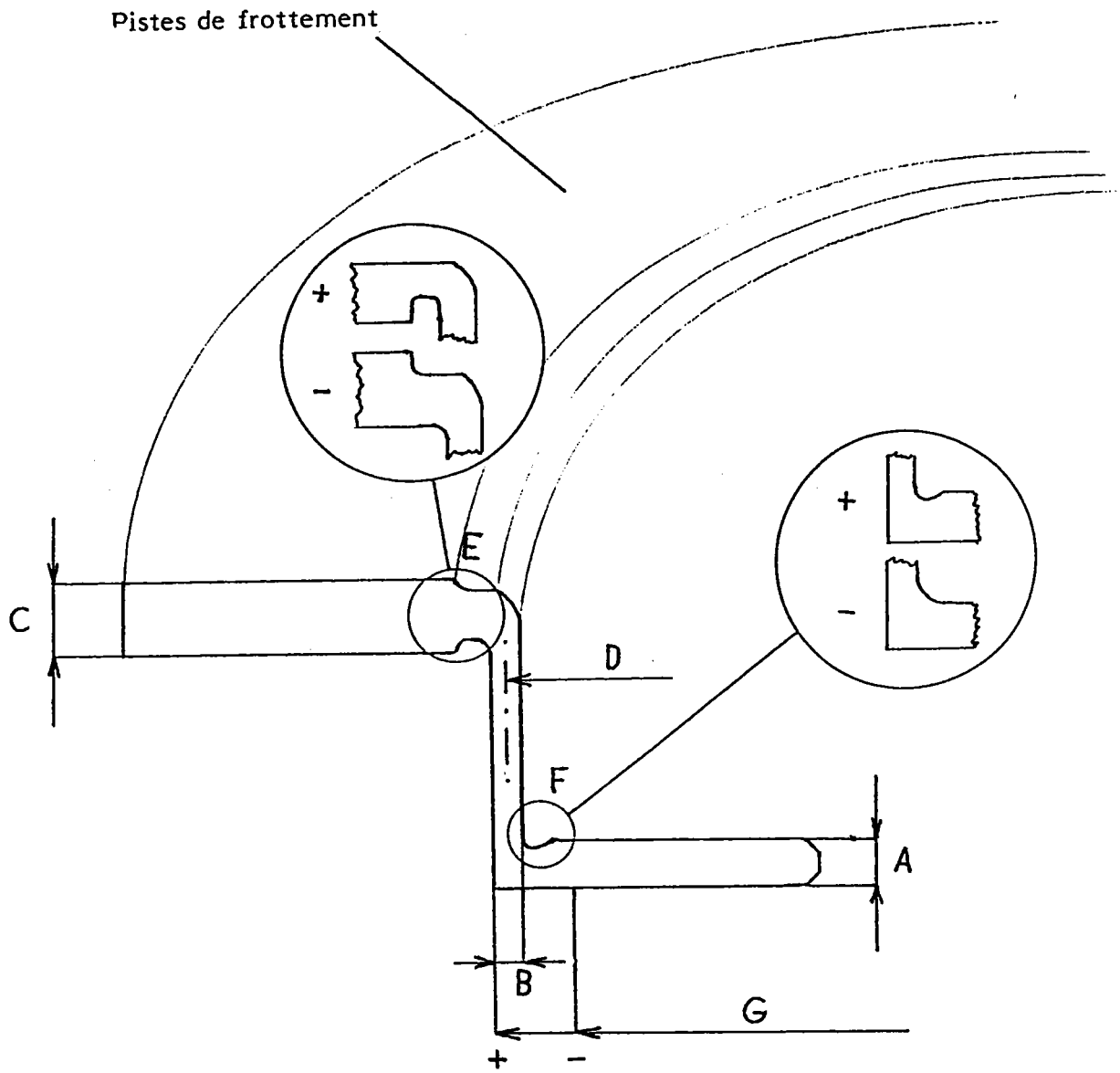


Figure 31

La question si les limites de la "fenêtre de linéarité" sont choisies suffisamment étroites est contrôlée dans le chapitre 7.3.1.c.

Tableau 2  
(Les limites de la "fenêtre de linéarité"  
et de la "fenêtre de recherche")

Modification	Facteur	"+"	"-"	Disque actuel
A	[1]	9.1mm	7mm	7mm
B	[2]	7.2mm	5.2mm	5.2mm
C	[3]	13.65mm	10.5mm	10.5mm
D	[4]	78.6mm	71.4mm	77.4mm
E	[5]	un bord en bas	un bord en haut	deux bords
F	[6]	pas de rigole	avec rigole	avec rigole
G	[7]	jante touche le disque à une surface maximale	64mm	69.5mm

### 7.3.1.b L'identification des facteurs et des interactions influents

**Dans le plan d'expériences, les facteurs représentent les modifications.  
Les réponses représentent les phénomènes.**

On examine la réponse suivante:

- L'effet parapluie est défini par l'angle d'inclinaison des pistes de frottement par rapport à la position initiale (état froid).



Un plan d'expériences fractionnaire est construit.

Une explication plus détaillée du fonctionnement d'un plan d'expérience ainsi que les étapes de résolution des chapitres 7.3. et 7.4. sont présentées dans l'annexe (chapitre 10).

La résolution donne pour l'influence des facteurs (modifications) [3],[4] et [5] et les interactions [45],[35] et [34] les résultats suivants:

(51a)	[3] = - 13.88 %
(51b)	[4] = + 12.56 %
(51c)	[5] = - 37.03 %
(51d)	[45] = + 9.59 %
(51e)	[35] = - 8.36 %
(51f)	[34] = + 1.16 %

On trouve 3 facteurs et 2 interactions influents.

L'influence du facteur [5] est prédominante.

Ce n'est pas seulement l'influence isolée des facteurs [3] et [4] qui est importante mais aussi leurs combinaisons avec le facteur [5].

La combinaison optimale des facteurs [3],[4] et [5] n'est pas évidente et nécessite un test combinatoire.

Selon Goupy (Réf.29) l'influence de ces facteurs et de leurs interactions peut être estimée par l'équation (52):

$$(52) \quad \text{Rép} = \text{Moy} + [3] X_3 + [4] X_4 + [5] X_5 + [35] X_3 X_5 + [45] X_4 X_5$$

ou  $X_3, X_4$  et  $X_5$  peuvent adopter les valeurs -1 ou +1 en fonction des signes "-" ou "+" du plan d'expériences

Attention, la validité de l'équation (52) est limitée à la "fenêtre de linéarité".

On trouve l'optimum en testant les combinaisons des facteurs [3],[4] et [5] à l'aide de l'équation (52) de la façon suivante (Tableau 3).

Tableau 3

$X_3$	$X_4$	$X_5$	Réponse
-1	-1	-1	+ 18.9 %
+1	-1	-1	+ 7.88 %
-1	+1	-1	+ 24.86 %
+1	+1	-1	+ 13.83 %
-1	-1	+1	- 57.6 % (optimum relatif)
+1	-1	+1	- 102.07 % (optimum absolu)
-1	+1	+1	- 13.3 %
+1	+1	+1	- 57.78 %

- La combinaison qui conduit à l'optimum relatif est préférable car ces modifications respectent les dimensions maximales imposées par l'environnement du disque ( $X_3 = -1$  qui correspond au signe "-" dans le plan d'expériences).
- La combinaison qui conduit à l'optimum absolu a l'avantage de la suppression totale de l'effet parapluie et en plus de la réduction de la température maximale comme on va voir plus tard ( $X_3 = +1$ ) mais le désavantage de la nécessité d'une modification de la chape des étriers.

On vérifie l'estimation de l'équation (52) de l'optimum relatif par un calcul supplémentaire.  
 La configuration des modifications du calcul de vérification est démontrée dans le tableau 18 dans l'annexe (chapitre 10).  
 La concordance entre l'estimation de l'optimum relatif par l'équation (52) et le calcul est montrée dans le tableau 4:

Tableau 4

Estimation par l'équation (52)	Calcul
Rép. = -57.6 %	Rép. = -55.2 %

L'estimation du premier optimum est donc confirmée avec une erreur de 2.4 %.

#### 7.3.1.c La contrôle de la "fenêtre de linéarité"

La validité de l'hypothèse d'une relation linéaire entre les facteurs et la réponse (l'effet parapluie) dans la "fenêtre de linéarité" est vérifiée par un calcul au niveau "0" des facteurs [3],[4] et [5] (Réf.29). La configuration des modifications correspondantes est démontrée dans le tableau 17 dans l'annexe (chapitre 10).

Le niveau "0", c'est à dire le moyen des 2 limites -1 et +1, est caractérisé par l'équation (53):

$$(53) \quad X_3 = X_4 = X_5 = 0$$

On utilise l'équation (53) dans l'équation (52):

$$(54) \quad \text{Rép}("0") = \text{Moy} \quad (\%)$$

La concordance entre la réponse estimée par l'équation (54) et le calcul au niveau "0" est montrée sur la tableau 5:

Tableau 5

Estimation par l'équation (54)

Rép. = - 20.66 %

Calcul au niveau "0"

Rép. = - 35.55 %

L'hypothèse de la linéarité est donc confirmée avec une erreur (sous estimation) de 13.89 %.

Cette erreur indique qu'on a touché les limites admissibles de l'hypothèse de la linéarité.

#### 7.3.1.d Les résultats

En ce qui concerne l'effet parapluie on identifie 3 facteurs et 2 interactions influents:

[3]	=	- 13.88 %
[4]	=	+ 12.56 %
[5]	=	- 37.03 %
[35]	=	- 8.36 %
[45]	=	+ 9.59 %

On constate une influence prédominante du facteur [5].

On propose un disque de frein modifié.  
Ce disque est caractérisé par l'optimum relatif du plan combinatoire (Tableau 6) et la combinaison des signes suivants dans le plan d'expériences:

Tableau 6

- Modification A: - (Disque actuel)
- Modification B: - (Disque actuel)
- Modification C: - (Disque actuel)
- Modification D: -
- Modification E: +
- Modification F: - (Disque actuel)
- Modification G: 69.5 mm (Jante du banc d'essai)

On voit que le disque proposé se distingue seulement par 2 modifications à la géométrie du disque actuel.

**L'application de ces 2 modifications amène une réduction de l'effet parapluie de 55.2 %, soit d'un angle de  $1.017^\circ$  à  $0.456^\circ$**

En raison de l'identité de la "fenêtre de recherche" avec la "fenêtre de linéarité", l'optimum est déjà trouvé à l'aide du plan d'expériences à 2 niveaux.

La "fenêtre de linéarité" est confirmée avec une erreur de 13.89 %.

Entre le disque actuel et le disque proposé (optimum relatif), on montre sur la figure 32 une comparaison du déplacement à la périphérie du disque pendant la simulation de l'essai sur banc du chapitre 3.a:

Disque: X54, arrière, non-ventilé interne

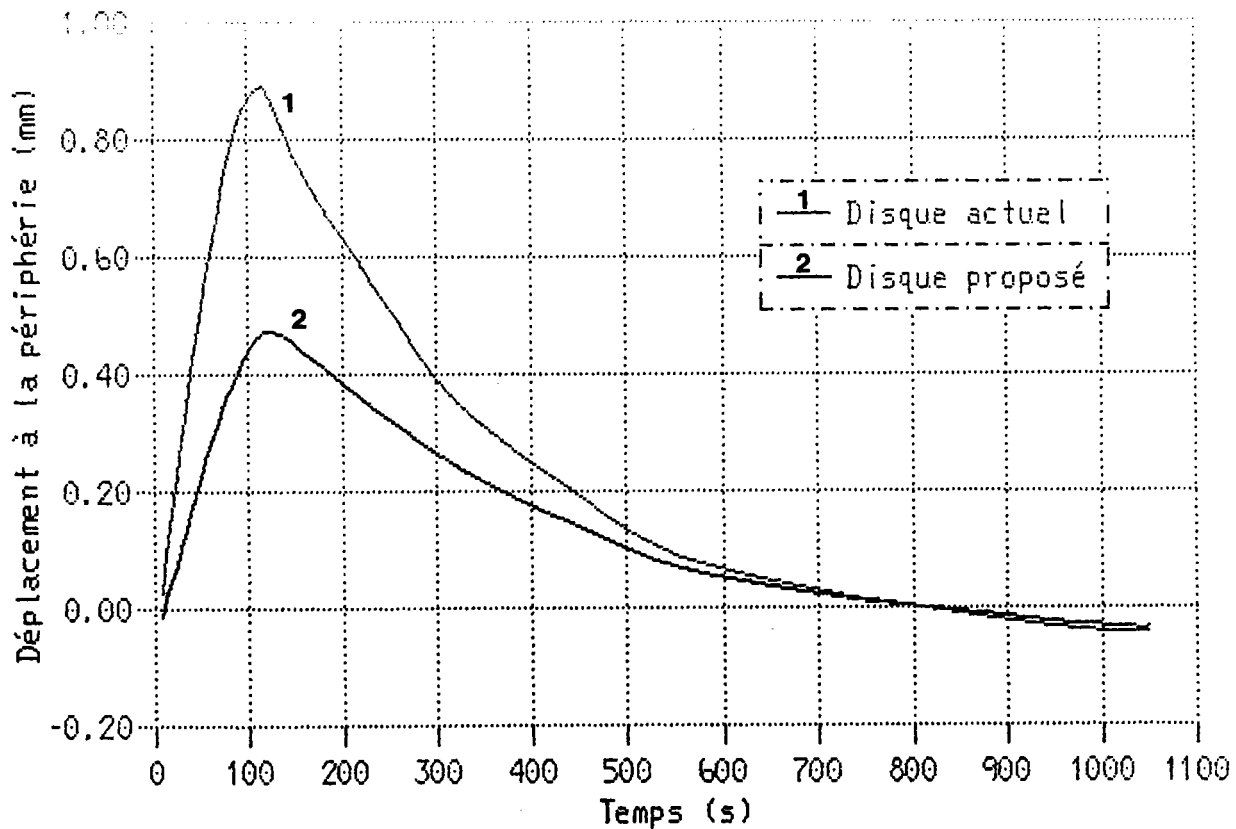


Figure 32

Pour donner une impression de la réduction de l'effet parapluie, les figures 33 et 34 sont montrées (facteur d'amplification = 10):

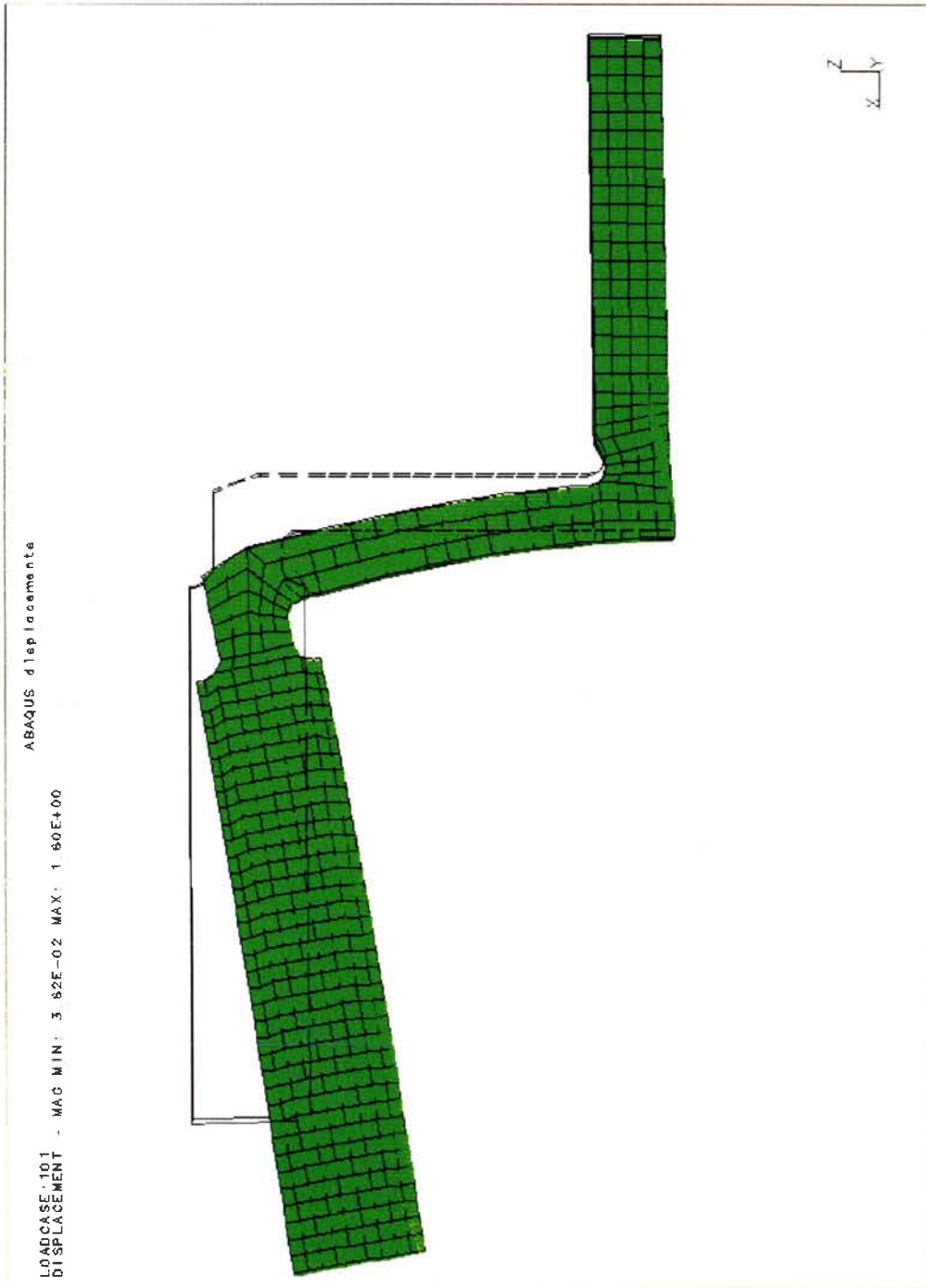


Figure 33

ABAQUS displacement

LOADCASE: 101  
DISPLACEMENT - MAG MIN: 8.53E-02 MAX: 1.34E+06

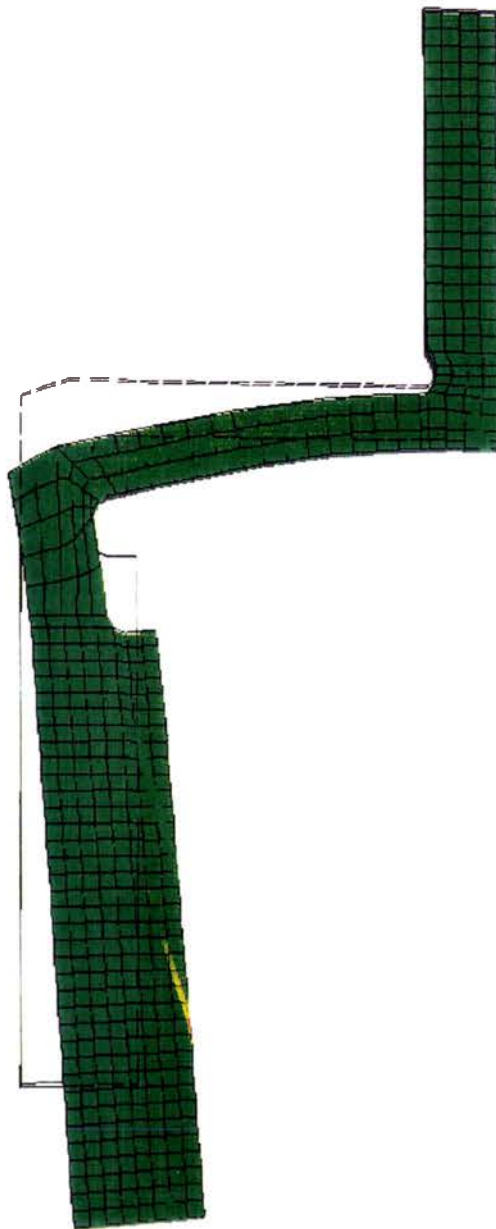


Figure 34





Disque X54 proposé

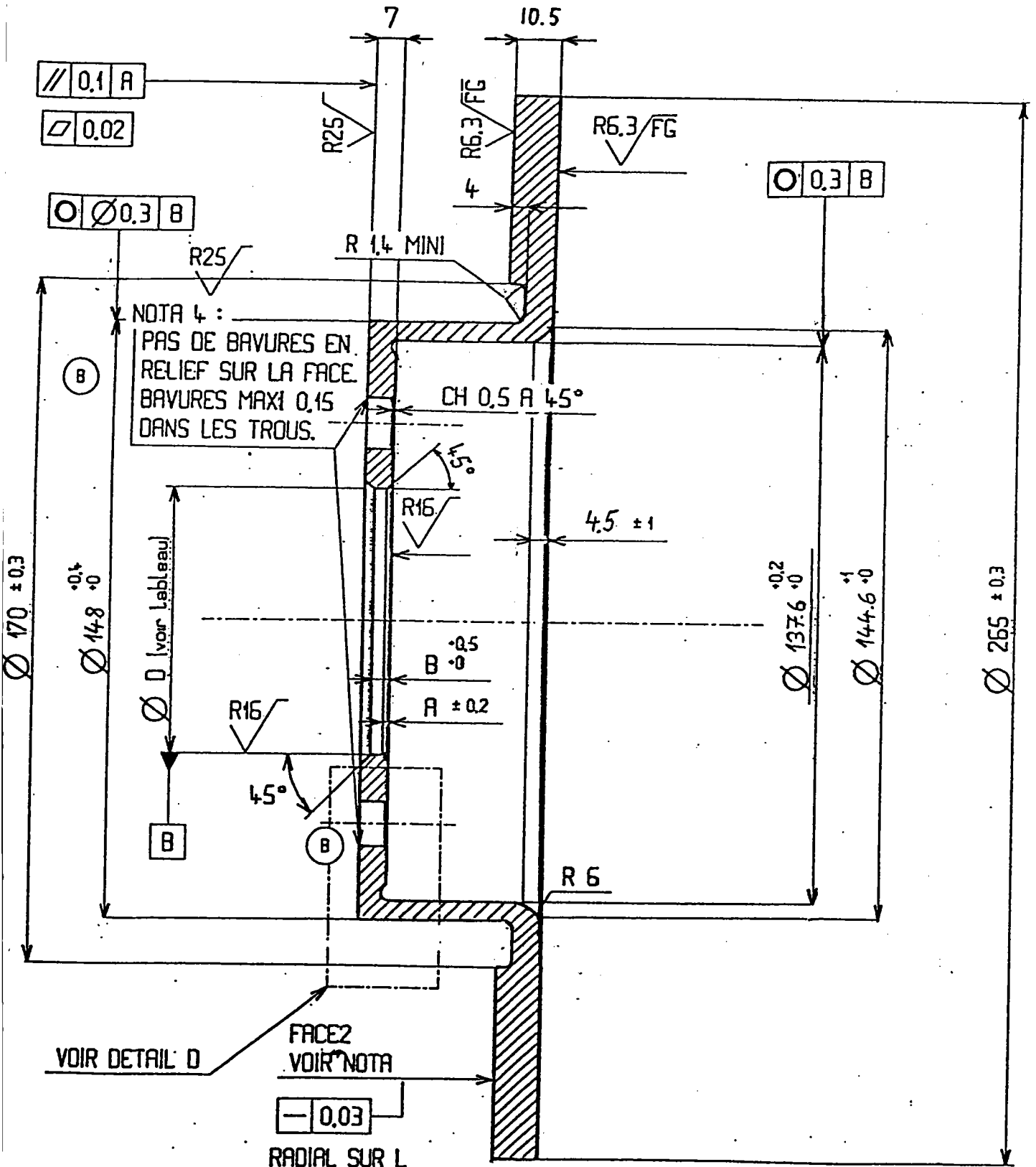


Figure 36

### 7.3.2. Le disque ventilé interne (canaux radiaux)

#### 7.3.2.a La sélection des facteurs à étudier

Le stade d'évolution du véhicule est déjà très avancé et par conséquent la possibilité d'application des modifications limitée.

5 modifications à la géométrie du disque sont étudiées - elles sont montrées sur le tableau 7 et sur la figure 37.

Toutes les modifications respectent les limites imposées par l'environnement du disque.

La modification A varie la largeur, la modification B la hauteur du canal.

La modification C varie l'épaisseur de la nervure.

La modification E varie le rapport d'épaisseurs des pistes de frottement pour une certaine hauteur fixe du canal donné.

La modification D consiste en deux fixations différentes des pistes de frottement.

**L'épaisseur du disque  $e_{p_{tot}}$  est invariable!**

Les 5 modifications citées sont choisies comme limites de la "fenêtre de linéarité".

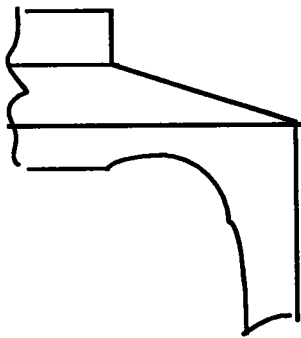
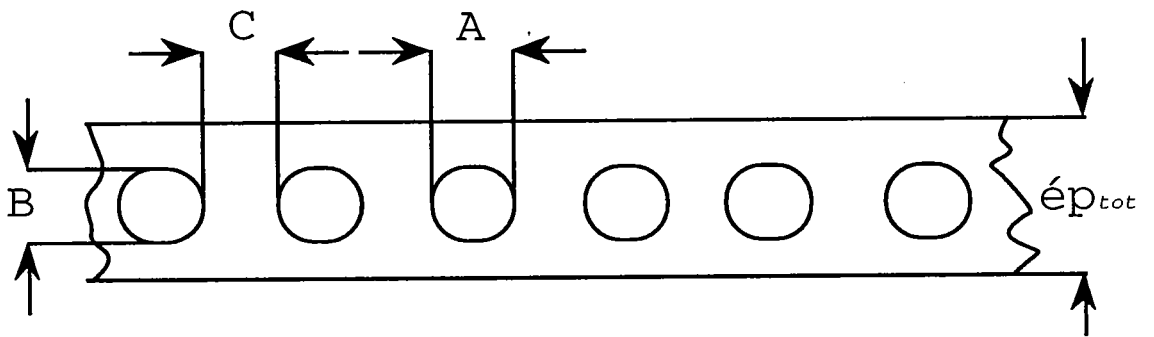
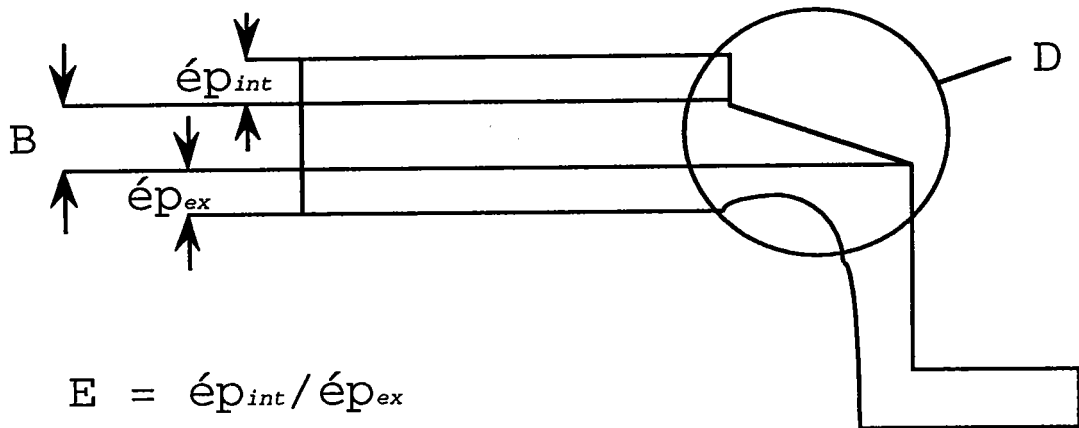
La "fenêtre de linéarité" est donc identique à la "fenêtre de recherche".

La question de savoir si les limites de la "fenêtre de linéarité" sont choisies suffisamment étroites est contrôlée dans le chapitre 7.3.2.c

Tableau 7  
(Les limites de la "fenêtre de linéarité"  
et de la "fenêtre de recherche")

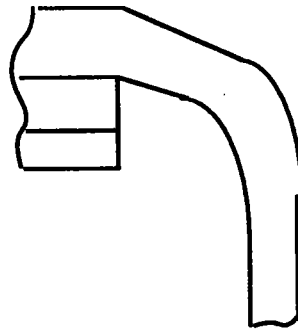
	Modification	"-"	"+"	Disque actuel
	Fac. ↓			
Largeur du canal	A [1]	17.6 mm	28 mm	22.8 mm
Hauteur du canal	B [2]	14.8 mm	22 mm	18.4 mm (Valeurs moyennes)
Epaisseur de la nervure	C [3]	4 mm	8 mm	6 mm
	D [4]	Fixation en bas	Fixation en haut	Fixation en bas
Rapport entre piste intérieure et piste extérieure	E [5]	0.7	1.068	0.884

Les modifications examinées:



Niveau "--"  
fixation en bas

D



Niveau "+"  
fixation en haut

### 7.3.2.b L'identification des facteurs et leurs interactions influents

L'identification des facteurs et leurs interactions est effectuée dans une façon analogue, comme dans le chapitre 7.3.1.b. Elle est expliquée en détail dans l'annexe (chapitre 10).

La résolution donne pour les facteurs [1] et [4] et les interactions [45] et [15] les résultats suivants:

$$(64a) \quad [1] = + 5.89 \%$$

$$(64b) \quad [4] = - 34.67 \%$$

$$(64c) \quad [15] = - 4.12 \%$$

$$(64d) \quad [45] = + 10.33 \%$$

On constate une influence prédominante du facteur [4] sur l'effet parapluie.

On contrôle les résultats en effectuant le même procédure avec les réponses de deux autres calculs (voir l'annexe, chapitre 10):

$$(68a) \quad [1] = + 1.67 \%$$

$$(68b) \quad [4] = - 38.07 \%$$

$$(68c) \quad [15] = - 0.72 \%$$

$$(68d) \quad [45] = + 14.55 \%$$

**L'influence prédominante du facteur [4] est donc confirmée.**

### 7.3.2.c Le contrôle de la "fenêtre de linéarité"

La question si l'effet parapluie est linéaire par rapport au facteur [4] dans sa "fenêtre de linéarité" ne se pose pas car il y a seulement 2 solutions possibles, une fixation en haut ou une fixation en bas.

#### 7.3.2.d Les résultats

En ce qui concerne l'effet parapluie on identifie 1 facteur et 1 interaction influente (valeurs moyennes):  
Attention, les signes n'indiquent pas s'il s'agit d'une inclinaison vers le haut ou vers le bas.

[4]	=	- 36.37 %
[45]	=	+ 12.44 %

On constate une influence prédominante du facteur [4].

**On trouve qu'une fixation en haut est préférable en ce qui concerne la réduction de l'effet parapluie.**

**Une fixation en haut des pistes de frottement réduit l'effet parapluie de 73 %.**

**Une fixation en haut inverse même l'effet parapluie.**

L'optimum est déjà trouvé à l'aide du plan d'expériences à 2 niveaux.

En raison de la discontinuité du facteur [4], la "fenêtre de linéarité" n'a pas une applicabilité dans ce cas.

La figure 38 montre l'influence de la fixation des pistes de frottement sur le déplacement à la périphérie du disque:

Disque: Girling, Type D2, Série, Ventilé interne (Omega: 53.2 - 15.96 rad/s)

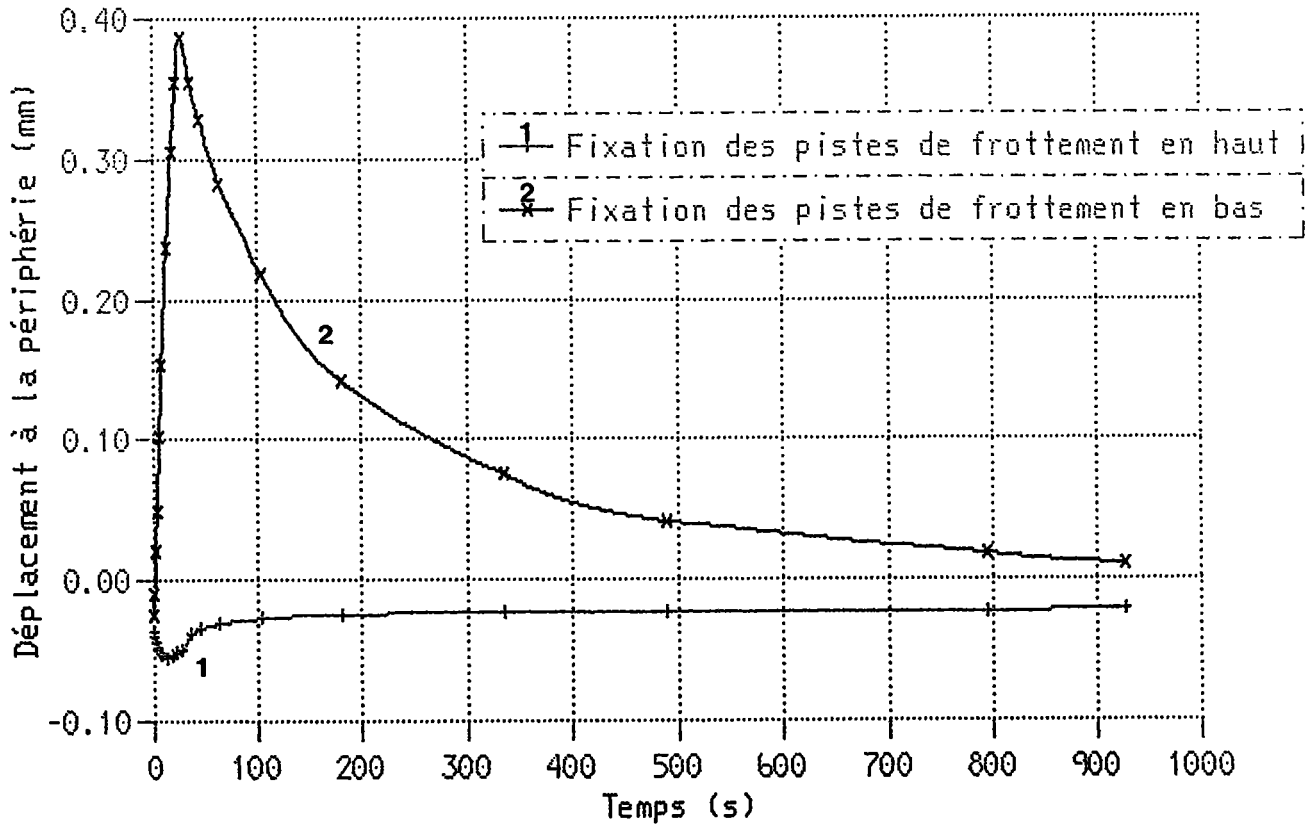


Figure 38

Pour donner une impression de l'inversion et de la réduction de l'effet parapluie, les figures 39 et 40 sont montrées (facteurs d'amplification = 30):

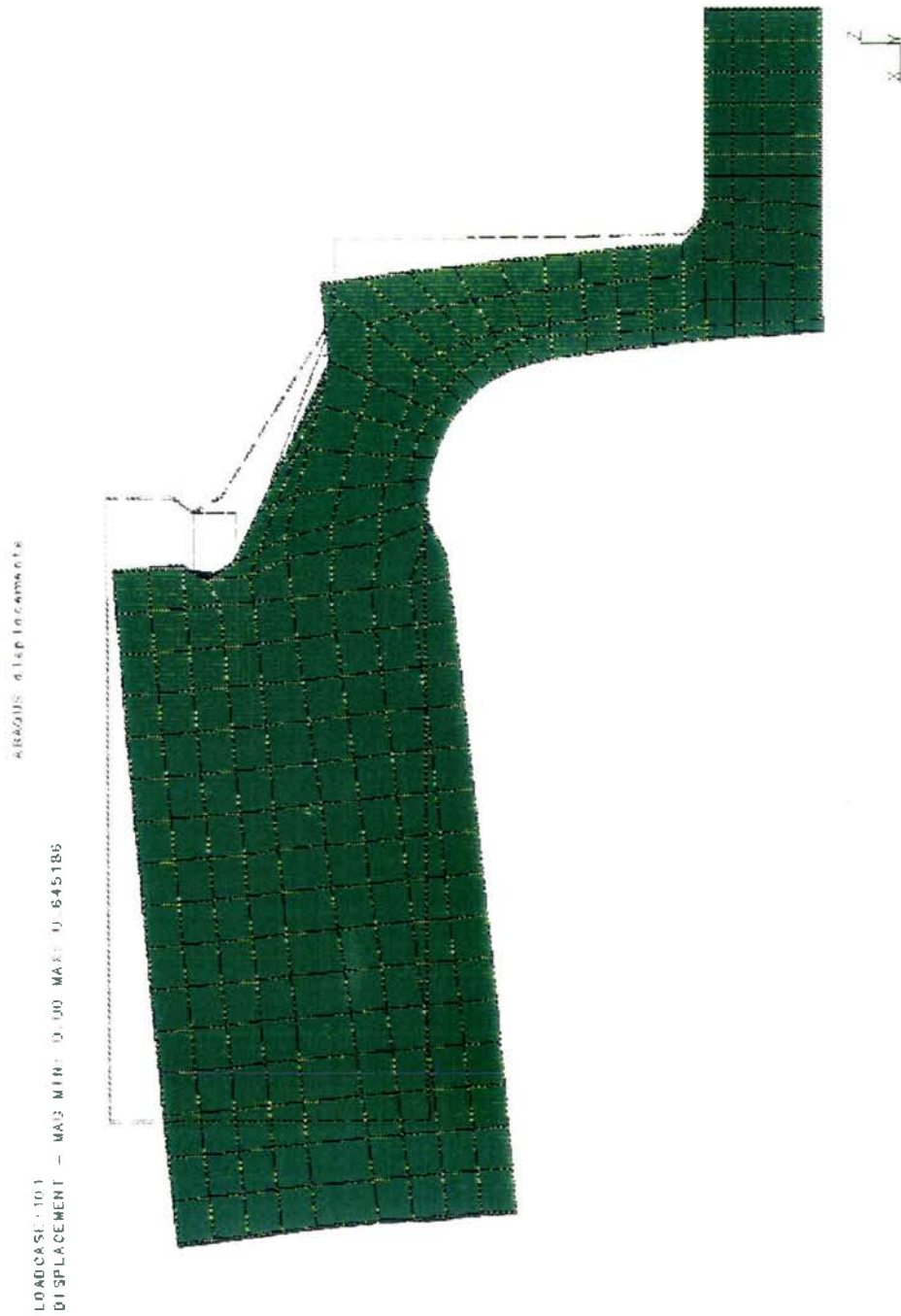


Figure 39



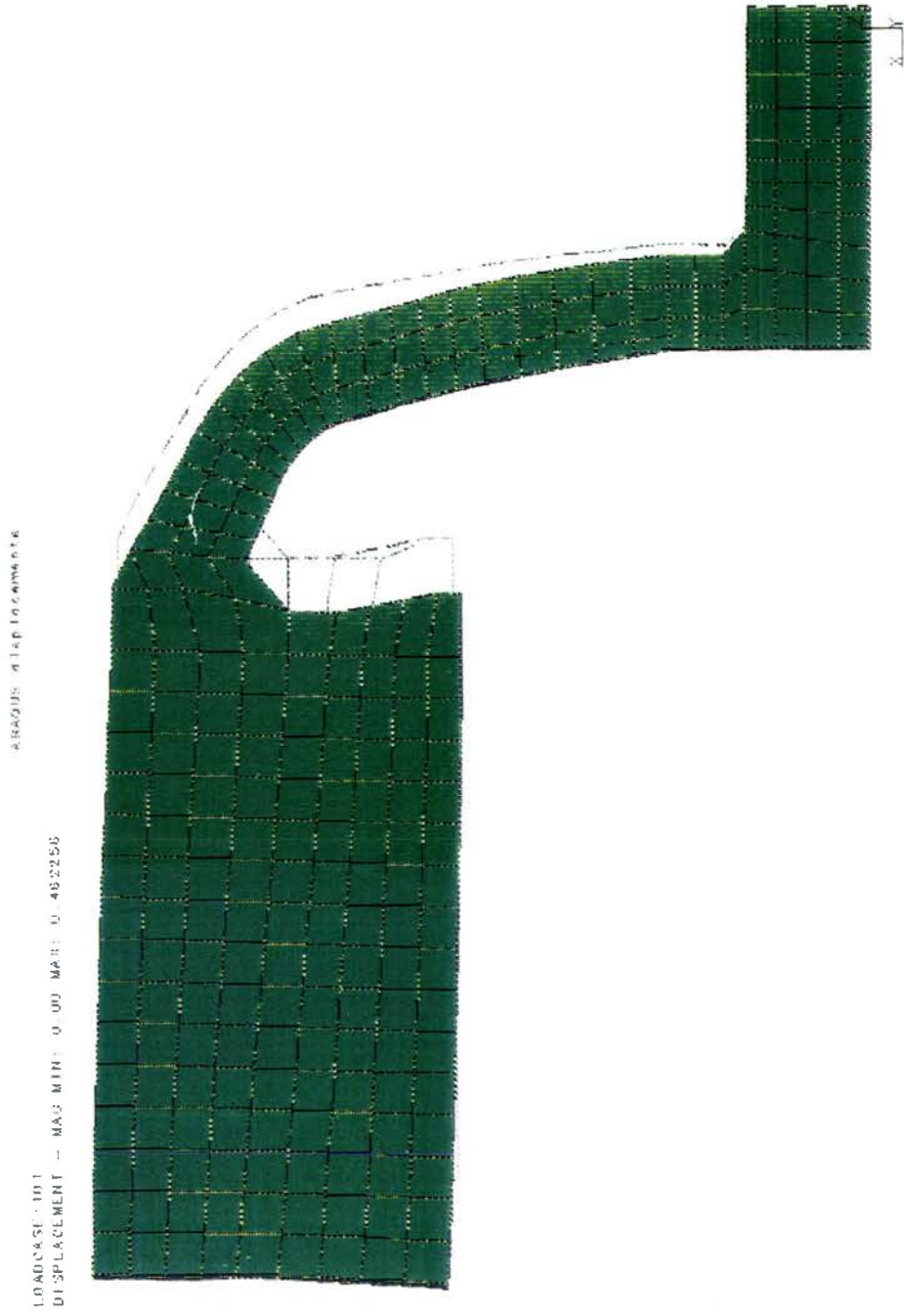


Figure 40

## 7.4. La réduction de la température

### 7.4.1 Le disque non-ventilé interne

#### 7.4.1.a La sélection des facteurs à étudier

Les modifications examinées sont les mêmes que dans le chapitre 7.3.1.a (l'effet parapluie). Par conséquent le plan d'expériences est, en ce qui concerne sa structure, le même. Les réponses sont maintenant des températures (voir annexe, chapitre 10).

#### 7.4.1.b L'identification des facteurs et des interactions influents

On examine la réponse suivante:

- La température maximale des pistes de frottement à la position du capteur (chapitre 3.a, figure 3).

On trouve une influence du facteur [3] sur la valeur maximale de la température (voir annexe, chapitre 10):

(69)            [3] = - 7.02    (%)

#### 7.4.1.c Le contrôle de la "fenêtre de linéarité"

Le contrôle de la "fenêtre de linéarité" ressemble à celui du chapitre 7.3.1.c.

Selon Goupy (Réf.29) on **estime** l'influence du facteur [3] sur la température maximale comme suit:

$$(70) \quad \text{Rép} = \text{Moy} + [3] X_3 \quad (\%)$$

ou  $X_3$  peut prendre les valeurs -1 ou +1  
en fonction des signes "+" ou "-" du plan  
d'expériences

**Attention, l'équation (70) est limitée à la "fenêtre de linéarité".**

Au niveau "0", l'équation (71) est valable:

$$(71) \quad X_3 = 0 \quad (-)$$

Par conséquent, ici aussi l'équation (54) est valable:

$$(54) \quad \text{Rép ("0")} = \text{Moy} \quad (\%)$$

La concordance entre la réponse estimée par l'équation (54) et le calcul au niveau "0" est montrée sur le tableau 8.  
Le plan d'expériences correspondant se trouve dans le tableau 22 de l'annexe (chapitre 10).

Tableau 8

Estimation par l'équation (54)

Rép. = - 6.98 %

Calcul au niveau "0"

Rép. = - 9.92 %

L'hypothèse de la linéarité est donc confirmée avec une erreur (sous estimation) de 2.94 %.  
Comme dans le chapitre 7.3.1.c, les valeurs du tableau 8 indique qu'on a touché les limites admissibles de l'hypothèse de la linéarité.

#### 7.4.1.d Les résultats

En ce qui concerne la température maximale on identifie 1 facteur influent:

[3]	=	- 7.02 %
-----	---	----------

Une augmentation de l'épaisseur des pistes de frottement de 30% (X3 = +1) provoque une réduction moyenne de la température maximale de 14 %, soit de 838.8 °C à 721.4 °C.

C'est donc la variation (augmentation) de la masse des pistes de frottement qui amène une augmentation de la capacité de stockage de chaleur qui permet une limitation de la température maximale.

En raison de l'identité de la "fenêtre de recherche" avec la "fenêtre de linéarité", l'optimum est déjà trouvé à l'aide des plans d'expériences à 2 niveaux.

La "fenêtre de linéarité" est confirmée avec une erreur de 2.94 %.

A ce stade d'évolution du véhicule, cette modification, qui nécessite des modifications à l'environnement du disque, est purement théorique et ne peut pas être réalisée.

Sur la figure 41, l'influence de facteur [3] (augmentation de l'épaisseur des pistes de frottement) sur la température maximale est montrée.

Une comparaison de l'évolution de la température au milieu des pistes de frottement, entre le disque actuel et le disque du calcul 7 montre une réduction de la température maximale d'environ 120 °C.

Disque: X54, arrière, non-ventilé interne

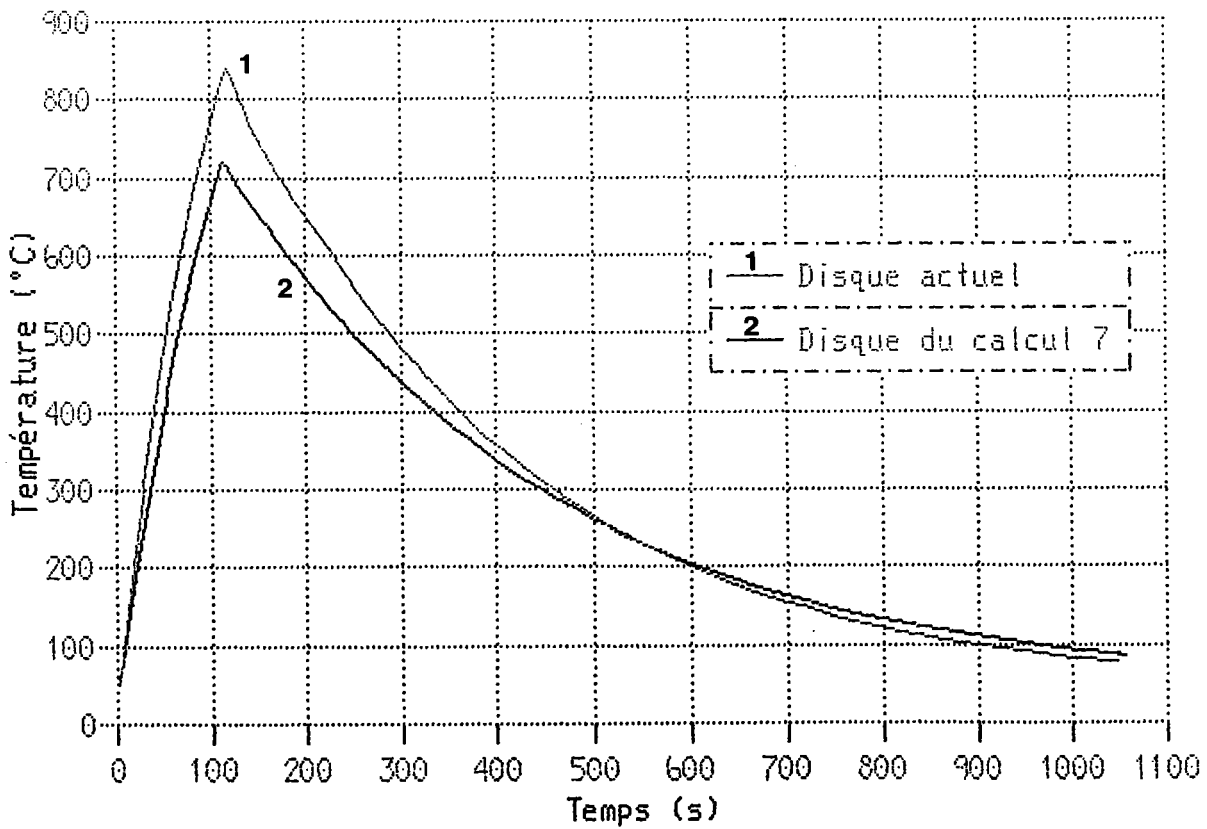


Figure 41

#### 7.4.2. Le disque ventilé interne (canaux radiaux)

##### 7.4.2.a La sélection des facteurs à étudier

Les modifications examinées sont les mêmes que dans le cas de la réduction de l'effet parapluie dans le chapitre 7.3.2.a. Par conséquent le plan d'expériences est, en ce qui concerne sa structure, le même. Les réponses sont maintenant des températures.

##### 7.4.2.b L'identification des facteurs et des interactions influents

On examine les 3 réponses suivantes:

- La "température maximale" du disque de frein, définie par le moyen des valeurs maximales calculées à 6 endroits au cours d'une simulation d'un seul coup de freinage. Cette manoeuvre de freinage est donc de courte durée - elle ne correspond pas aux essais du chapitre 3.

$$(72) \quad T_{\alpha} = \left( \frac{T_1 + T_2 + T_3 + T_4 + T_5 + T_6}{6} \right)_{\max} \quad (^\circ\text{C})$$

- La "capacité de refroidissement" du disque, définie par la différence entre la "température maximale" du disque et la température moyenne calculée à 6 endroits après 928 secondes. Il s'agit de la même manoeuvre de freinage que celle de la "température maximale".

$$(73) \quad T_{\beta} = T_{\alpha} - \left( \frac{T_1 + T_2 + T_3 + T_4 + T_5 + T_6}{6} \right)_{t = 928s} \quad (^\circ\text{C})$$

- La "température de saturation" du disque, définie par la température stationnaire qui s'établit au cours de la simulation d'un essai de longue durée (essai du chapitre 3.c)

$$(74) \quad T_{\gamma} = (T_{\alpha})_t \rightarrow \text{infini}$$

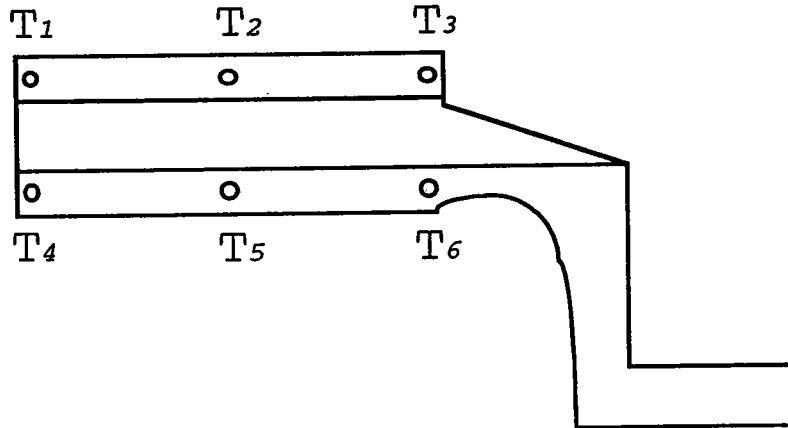


Figure 42

α) La "température maximale"

L'identification est expliquée en détail dans l'annexe (chapitre 10).

Elle donne pour les facteurs [1],[2],[3] et [4] et les interactions [45],[35],[25] et [15] les résultats suivants:

(80a)	[1]	=	+ 1.29 %
(80b)	[2]	=	+ 4.04 %
(80c)	[3]	=	- 1.95 %
(80d)	[4]	=	- 1.18 %
(80e)	[15]	=	- 0.48 %
(80f)	[25]	=	- 0.35 %
(80g)	[35]	=	+ 0.51 %
(80h)	[45]	=	+ 0.82 %

On constate une influence prédominante du facteur [2] sur "la température maximale".

β) La "capacité de refroidissement"

L'identification donne pour les facteurs [1],[2],[3] et [4] et les interactions [45],[35],[25] et [15] les résultats suivants (voir annexe, chapitre 10):

(83a)	[1]	=	+ 0.83 %
(83b)	[2]	=	+ 9.58 %
(83c)	[3]	=	- 6.38 %
(83d)	[4]	=	- 5.27 %
(83e)	[15]	=	+ 0.22 %
(83f)	[25]	=	+ 0.49 %
(83g)	[35]	=	- 0.43 %
(83h)	[45]	=	+ 0.63 %

On trouve 3 facteurs, [2],[3] et [4], influents.

γ) La "température de saturation"

L'identification donne pour les facteurs [1],[3] et [4] et les interactions [45],[25] et [15] les résultats suivants (voir annexe, chapitre 10):

(88a)	[1]	=	+ 3.06 %
(88b)	[3]	=	+ 1.5 %
(88c)	[4]	=	+ 1.27 %
(88d)	[15]	=	+ 0.39 %
(88e)	[25]	=	+ 0.01 %
(88f)	[45]	=	- 0.34 %

On constate une influence importante des 3 facteurs [1],[3] et [4] avec une influence prédominante du facteur [1].



On effectue un contrôle des résultats avec une autre combinaison des équations sur la base des calculs complémentaires 10,11 et 12 (voir annexe, chapitre 10).

$$(90a) \quad [1] = + 3.06 \%$$

$$(90b) \quad [3] = + 3.08 \%$$

$$(90c) \quad [4] = + 2.85 \%$$

$$(90d) \quad [15] = - 1.19 \%$$

$$(90e) \quad [25] = - 1.57 \%$$

$$(90f) \quad [45] = - 0.34 \%$$

Seule l'influence des facteurs [1],[3] et [4] est confirmée. Le facteur [1] ne se révèle plus être prédominant.

#### 7.4.2.c Le contrôle de la "fenêtre de linéarité"

Afin de contrôler si les 3 phénomènes  $\alpha$ ,  $\beta$ ) et  $\gamma$ ) (voir chapitre 10.4.2.a) sont linéaires par rapport aux facteurs influents dans leurs "fenêtres de linéarité", on effectue 2 calculs supplémentaires au niveau "0" (voir tableau 25 dans l'annexe, chapitre 10).

Les 2 calculs sont nécessaires parce-qu'il y a 2 possibilités de fixation, exprimées par les signes "+" et "-" dans la colonne du facteur [4] (modification D, figure 37).

On procède de la même façon que dans les chapitres 7.3.1.c et 7.4.1.c, par conséquent on applique aussi l'équation (54):

$$(54) \quad \text{Rép}("0") = \text{Moy} \quad (\%)$$

La moyenne des réponses est calculée pour une fixation en haut ou en bas.

La concordance entre les réponses estimées par l'équation (54) et les calculs 13 et 14 est montrée sur le tableau 9:

Tableau 9

Fixation en **bas**

Estimation par l'équation (54)

$$\alpha) \quad \text{Rép}_\alpha = + 0.74 \%$$

$$\beta) \quad \text{Rép}_\beta = + 3.43 \%$$

$$\gamma) \quad \text{Rép}_\gamma = - 2.32 \%$$

Calcul 13 (disque  
actuel)

$$\text{Rép}_\alpha = 0 \%$$

$$\text{Rép}_\beta = 0 \%$$

$$\text{Rép}_\gamma = 0 \%$$

Fixation en **haut**

Estimation par l'équation (54)

$$\alpha) \quad \text{Rép}_\alpha = - 2.56 \%$$

$$\beta) \quad \text{Rép}_\beta = - 6.67 \%$$

$$\gamma) \quad \text{Rép}_\gamma = + 0.99 \%$$

Calcul 14

$$\text{Rép}_\alpha = - 2.53 \%$$

$$\text{Rép}_\beta = - 10.9 \%$$

$$\text{Rép}_\gamma = + 3.47 \%$$

L'hypothèse de la linéarité est confirmée avec une erreur faible dans le cas du phénomène  $\alpha$ ) (entre 0.03 % et 0.74 %), mais avec une erreur élevée dans le cas des phénomènes  $\beta$ ) et  $\gamma$ ) (entre 2.32 % et 4.23 %).

Le plan d'expériences correspondant se trouve sur le tableau 25 dans l'annexe (chapitre 10).

#### 7.4.2.d L'optimisation hors de la "fenêtre de linéarité"

L'optimisation des facteurs influents hors de la fenêtre de linéarité ne conduit pas forcément vers une solution rationnelle. Un exemple est la "température maximale".

Pour des manoeuvres de freinage de courte durée, la température maximale dépend presque entièrement de la masse des pistes de frottement qui fonctionnent dans ce cas comme médium de stockage de chaleur.

Pour des manoeuvres de freinage de longue durée, la température maximale (température de saturation) dépend presque entièrement des autres chemins d'évacuation de chaleur comme la convection, la conduction et le rayonnement.

##### α) La "température maximale"

Il s'agit d'une optimisation monodimensionnelle du facteur [2]. On utilise la méthode "DSC" (Réf.31) qui conduit au résultat suivant:

$$[2]_{\text{opt}} \rightarrow 0$$

Ce résultat est sensé car une réduction de la hauteur du canal amène une augmentation de la masse et par conséquence de la capacité de stockage de chaleur des pistes de frottement.

Bien sur cet optimum n'est pas réalisable car il provoque une fermeture des canaux.

L'optimum relatif est donc la hauteur minimale admissible des canaux.

### β) La "capacité de refroidissement"

Il s'agit d'une optimisation bi-dimensionnelle des facteurs [2] et [3].

L'utilisation d'un plan d'expériences à plus de 2 niveaux (Réf.30) conduit, pour une fixation des pistes de frottement en bas, au résultat suivant:

$$[2]_{\text{opt}} \rightarrow e_{\text{ptot}}$$

$$[3]_{\text{opt}} \rightarrow 0$$

Aussi ce résultat est sensé car une augmentation de la hauteur des canaux (= réduction de l'épaisseur des pistes de frottement) et une réduction de l'épaisseur des nervures amène une réduction de la masse et de la capacité de stockage de chaleur des pistes de frottement. Plus la masse des pistes de frottement est petite, plus vite la chaleur est évacuée pour une convection donnée.

Bien sur cet optimum n'est pas réalisable.

L'optimum relatif est défini par l'épaisseur minimale admissible des pistes de frottement et des nervures.

Il s'avère aussi que le facteur [2] prend des valeurs opposés en ce qui concerne les optima relatifs des phénomènes α) et β).

Un compromis doit donc être trouvé pour l'épaisseur des nervures entre la "température maximale" et la "capacité de refroidissement" pour des manoeuvres de freinage de courte durée.

### γ) La "température de saturation"

Il s'agit d'une optimisation bi-dimensionnelle des facteurs [1] et [3].

On utilise un plan d'expériences à plus de 2 niveaux du type "Taguchi" (voir tableau 26 dans l'annexe, chapitre 10).

Pour une fixation des pistes de frottement en bas on obtient le résultat suivant:

$$[1]_{\text{opt}} \rightarrow 0$$

$$[3]_{\text{opt}} \rightarrow 0$$

Il s'avère que le comportement du disque en ce qui concerne la température maximale (température de saturation) est différent selon la durée de manoeuvre de freinage.

Aussi cet optimum n'est pas réalisable.

L'optimum relatif est défini par l'épaisseur minimale admissible des nervures et la largeur minimale admissible des canaux qui garantit que les couches limites dans le canal n'affectent pas le débit ( $b/d_{int} = 1/27$ , voir figure 71 pour comparaison, chapitre 10.2.e). Cela peut être traduit par le nombre maximal admissible de nervures ou de canaux pour le disque.

Le comportement thermique est démontré à l'aide d'un plan d'expériences du type  $L_{15}(3^1 \times 5^1)$  (tableau 26).

Le modèle résultant a la forme suivante:

$$(91) \quad \text{Rép} = M + \begin{pmatrix} [3]_1 \\ [3]_2 \\ [3]_3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} [1]_1 \\ [1]_2 \\ [1]_3 \\ [1]_4 \\ [1]_5 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} [31]_{11} [31]_{12} [31]_{13} [31]_{14} [31]_{15} \\ [31]_{21} [31]_{22} [31]_{23} [31]_{24} [31]_{25} \\ [31]_{31} [31]_{32} [31]_{33} [31]_{34} [31]_{35} \end{pmatrix} \text{ (}^\circ\text{C)}$$

Le plan d'expériences apporte une clarification de l'influence des 2 facteurs [3] et [1] ainsi que de leur interaction [31]:

$$(92) \quad \text{Rép} = 486.96 + \begin{pmatrix} -8.72 \\ +0.81 \\ +7.91 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -31.19 \\ -1.17 \\ +6.55 \\ +10.41 \\ +15.41 \end{pmatrix} \\ + \begin{pmatrix} -8.08 & -3.68 & +2.58 & +3.81 & +5.36 \\ +0.52 & +1.74 & -0.65 & -0.76 & -0.86 \\ +7.56 & +1.93 & -1.94 & -3.06 & -4.5 \end{pmatrix} \text{ (}^\circ\text{C)}$$

L'optimum dans les limites de ce modèle est trouvé facilement (épaisseur d'une nervure = 3 mm, largeur d'un canal = 12.4 mm):

$$(93) \quad \text{Rép}_{\min} = 486.96 - 8.72 - 31.19 - 8.08 \\ = 438.98 \text{ }^\circ\text{C}$$

Le plan d'expériences correspondant se trouve dans l'annexe (chapitre 10).

7.4.2.e Les résultats

En ce qui concerne les 3 phénomènes  $\alpha$ ),  $\beta$ ) et  $\gamma$ ), on identifie les facteurs influents suivants:

 $\alpha$ ) La "température maximale"

On identifie 1 facteur influent dans la "fenêtre de linéarité":

[2]	=	+ 4.04 %
-----	---	----------

L'optimisation conduit au résultat suivant:

$$[2]_{\text{opt}} \rightarrow 0$$

Cet optimum n'est pas réalisable.

Il existe par contre un optimum relatif, représenté par la hauteur minimale admissible des canaux, c'est-à-dire l'épaisseur maximale admissible des pistes de frottement pour une épaisseur du disque donnée.

La fenêtre de linéarité est confirmée avec une erreur moyenne de 0.4 %.

 $\beta$ ) La "capacité de refroidissement"

On identifie 3 facteurs influents dans la "fenêtre de linéarité":

[2]	=	+ 9.58 %
[3]	=	- 6.38 %
[4]	=	- 5.27 %

L'optimisation conduit aux résultats suivants:

$$[2]_{\text{opt}} \rightarrow e_{\text{ptot}}$$

$$[3]_{\text{opt}} \rightarrow 0$$

$$[4]_{\text{opt}} = \text{fixation en bas}$$

L'optimum n'est pas réalisable.

Il existe par contre un optimum relatif, représenté par l'épaisseur minimale admissible des pistes de frottement et des nervures pour une épaisseur du disque donnée.

La fenêtre de linéarité est confirmée avec un erreur moyenne de 3.8 %.

#### γ) La "température de saturation"

On identifie 3 facteurs influents dans la "fenêtre de linéarité":

[1]	=	+ 3.06 %
[3]	=	+ 2.29 %
[4]	=	+ 2.06 %

Une optimisation conduit aux résultats suivants:

$$[1]_{\text{opt}} \rightarrow 0$$

$$[3]_{\text{opt}} \rightarrow 0$$

$$[4]_{\text{opt}} = \text{fixation en bas}$$

L'optimum n'est pas réalisable.

Il existe par contre un optimum relatif, représenté par l'épaisseur minimale admissible des nervures et par la largeur minimale admissible des canaux c'est à dire, le nombre maximal admissible de nervures ou de canaux.

La fenêtre de linéarité est confirmée avec un erreur moyenne de 2.4 %.

La figure 43 montre comme la "température de saturation" varie en fonction de la largeur des canaux radiaux pour 3 épaisseurs de nervures différentes (la réduction maximale de la température de saturation est d'environ 48 °C soit de 10 %) :

Disque: Girling, Type D2, Ventilé interne

( $\Omega = 26.8 \text{ rad/s}$ )

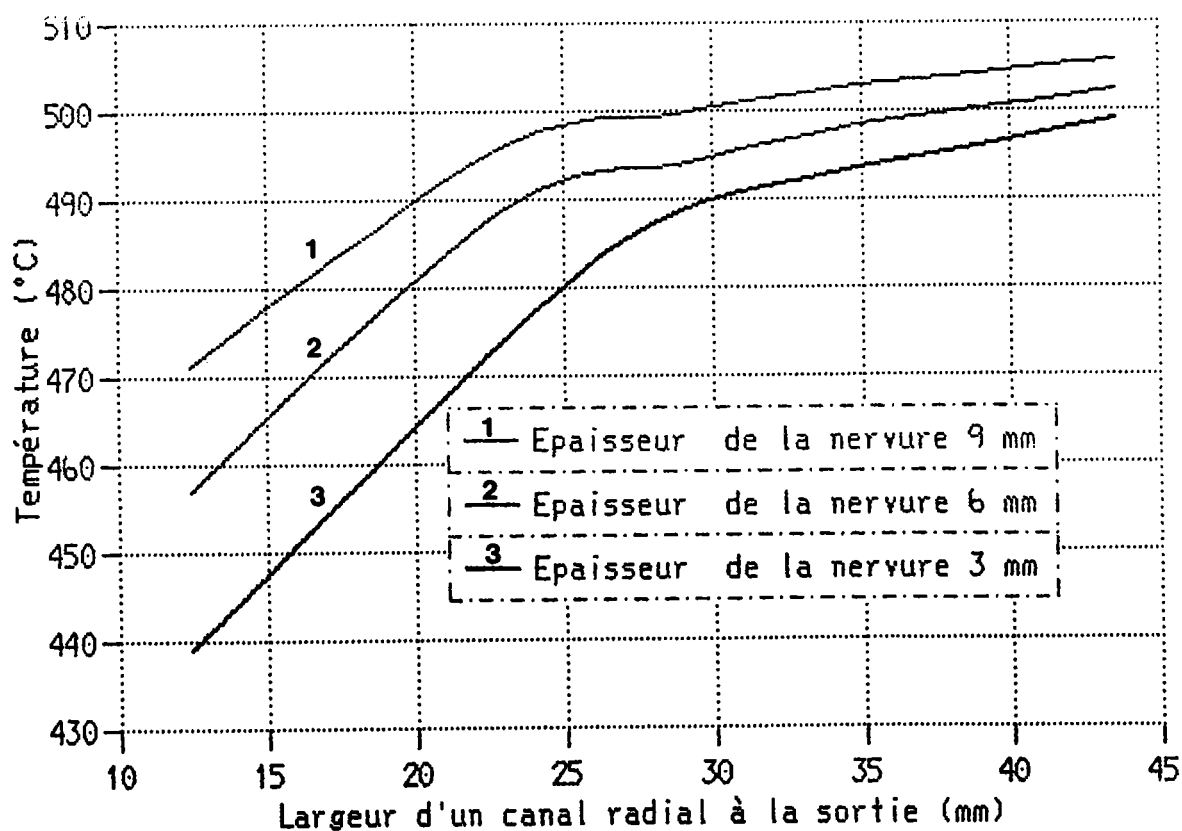


Figure 43



## 8. Les canaux courbés

### 8.1. L' Introduction

Les calculs précédents montrent que les améliorations des canaux radiaux en ce qui concerne la température du disque de frein sont limitées (10 % de réduction de la température de saturation). Pour aller au delà, il faut changer la géométrie des canaux. Limpert (Réf.9) constate déjà, que la convection dans les canaux peut être augmentée par l'application d'une courbure aux nervures (figure 44):

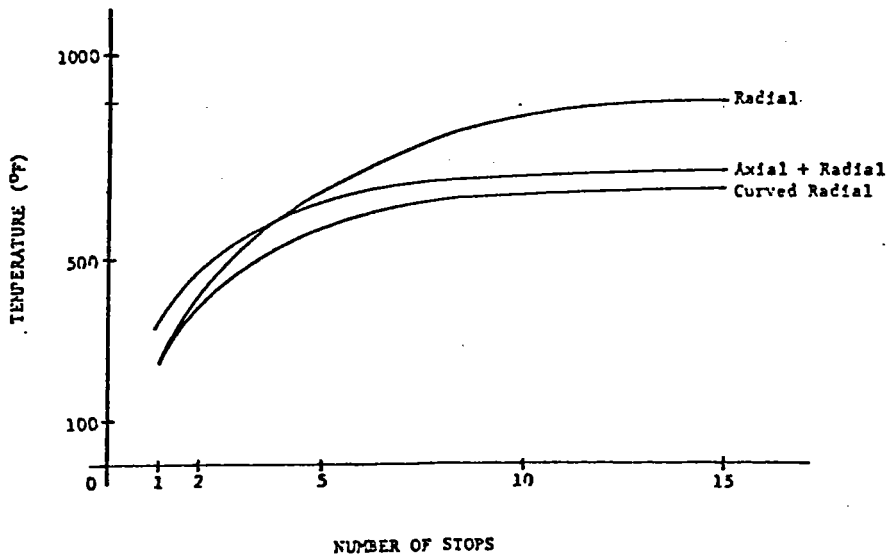


Figure 44

Des disques avec des nervures courbées sont déjà appliqués chez certains constructeurs d'automobiles comme par exemple chez Porsche (Réf.5, Réf.6) (Figure 45).

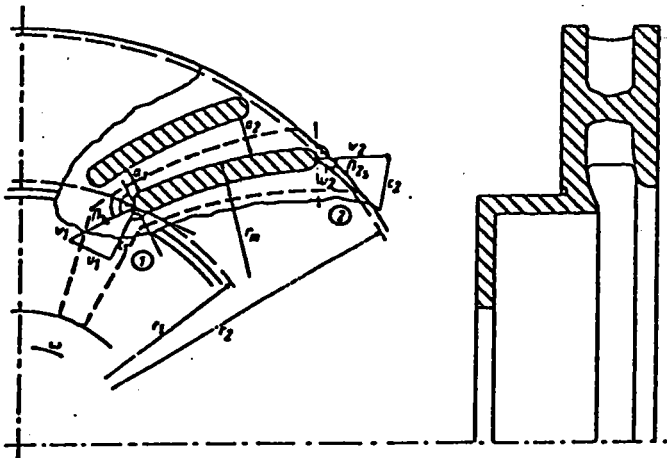


Bild 1: Ausschnitt der Bremsscheibe mit Geometrie der Belüftungskanäle

Fig. 1: Section of brake disk showing ventilation duct geometry

Figure 45

La courbure permet d'influencer les caractéristiques de l'écoulement dans le canal et de cette façon d'augmenter la convection vis à vis des canaux radiaux.

- La surface de tous les canaux courbés est supérieure à celle des canaux radiaux.
- La courbure et l'épaisseur de la nervure permettent de régler la vitesse dans le canal.
- La courbure permet, au dessous d'un certain rapport  $d_{disc}/d_{int}$ , d'égaliser les forces qui agissent perpendiculairement à la direction principale de l'écoulement et, de cette façon, de réduire l'épaisseur de la couche limite.  
Par conséquent aussi, le danger de décollement de la couche limite est réduit.

Il s'ensuit une étude théorique pour examiner le gain en convection possible et par conséquence, la réduction de la température par l'application des canaux courbés.

Le cadre de cette thèse n'a pas permis de vérifier les résultats de cette étude. Cela présente donc une motivation pour un travail ultérieur éventuel.

L'étude révèle que le rapport  $d_{disc}/d_{int}$  des disques conventionnels des voitures d'aujourd'hui est trop élevé pour réaliser cette égalisation.

On peut toutefois trouver un compromis en admettant une résultante perpendiculaire à la direction principale de l'écoulement. Dans ce cas, avec les dimensions des disques conventionnels, l'influence de la vitesse angulaire sur la forme des nervures est négligeable.

8.2. La modélisation de l'écoulement du fluide dans le canal courbé

8.2.a Les hypothèses pour l'idéalisation de l'écoulement

- α) L'écoulement est supposé unidimensionnel, stationnaire, incompressible, adiabatique et sans viscosité.
- β) La force de gravitation est négligée.
- γ) La théorie des ventilateurs radiaux est appliquée (Réf.32).  
Elle se base sur l'hypothèse que le fluide entre radialement dans le disque de frein vu d'un point de l'extérieur.

### 8.2.b Les équations principales de l'écoulement

Les équations suivantes se réfèrent au système des coordonnées montré sur la figure 46:

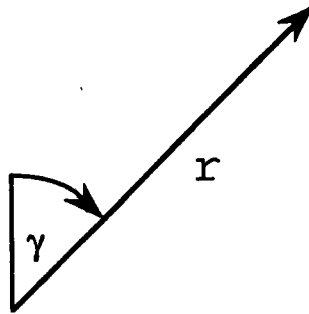


Figure 46

La définition des vitesses à l'entrée et à la sortie d'un ventilateur radial est montrée sur la figure 47 (Réf.32):

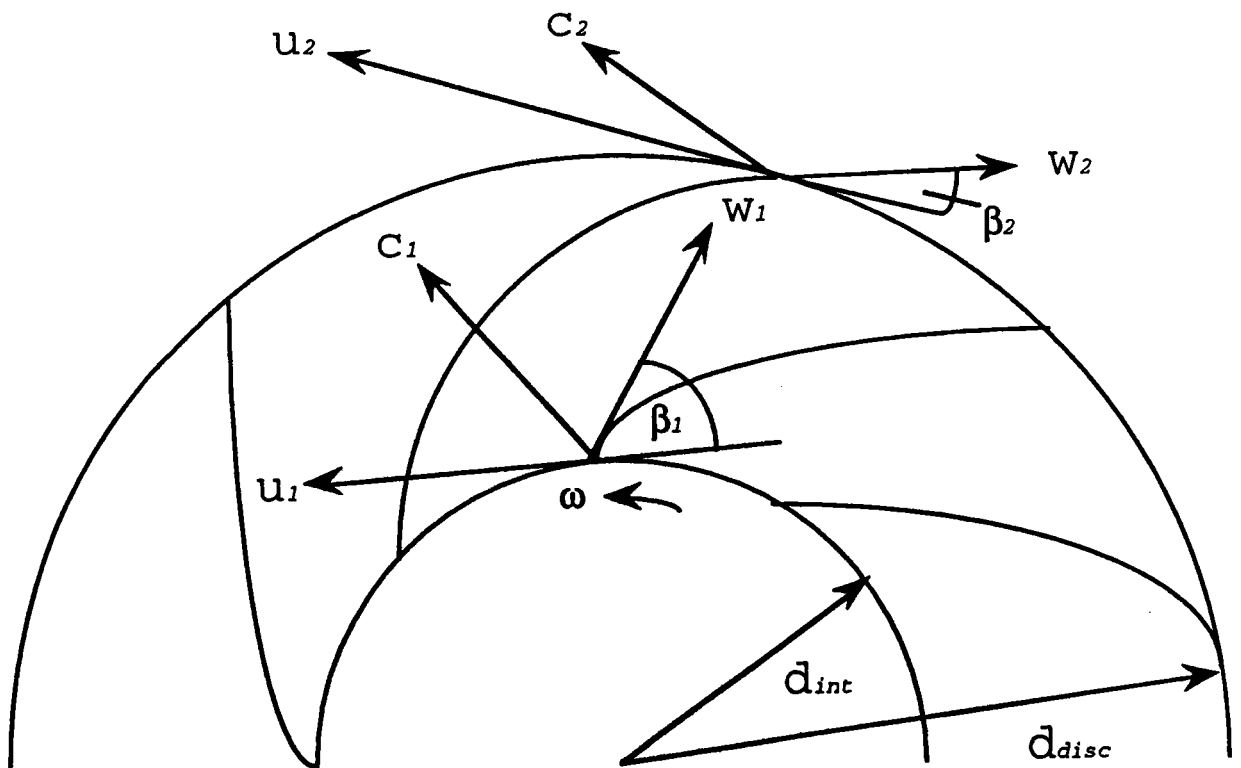


Figure 47

α) La vitesse à l'entrée du canal

Avec l'hypothèse du chapitre 8.2.a une addition vectorielle des vitesses est faite pour l'entrée du canal comme montré sur la figure 48 (Réf.32):

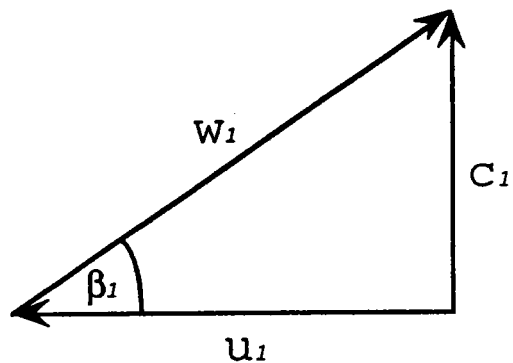


Figure 48

Par conséquent la vitesse à l'entrée du canal est déterminée comme suit:

$$(94) \quad w_1 = \frac{u_1}{\cos \beta_1} = \frac{\omega d_{int}}{2 \cos \beta_1} = \frac{\pi n d_{int}}{\cos \beta_1} \quad \left( \frac{m}{s} \right)$$

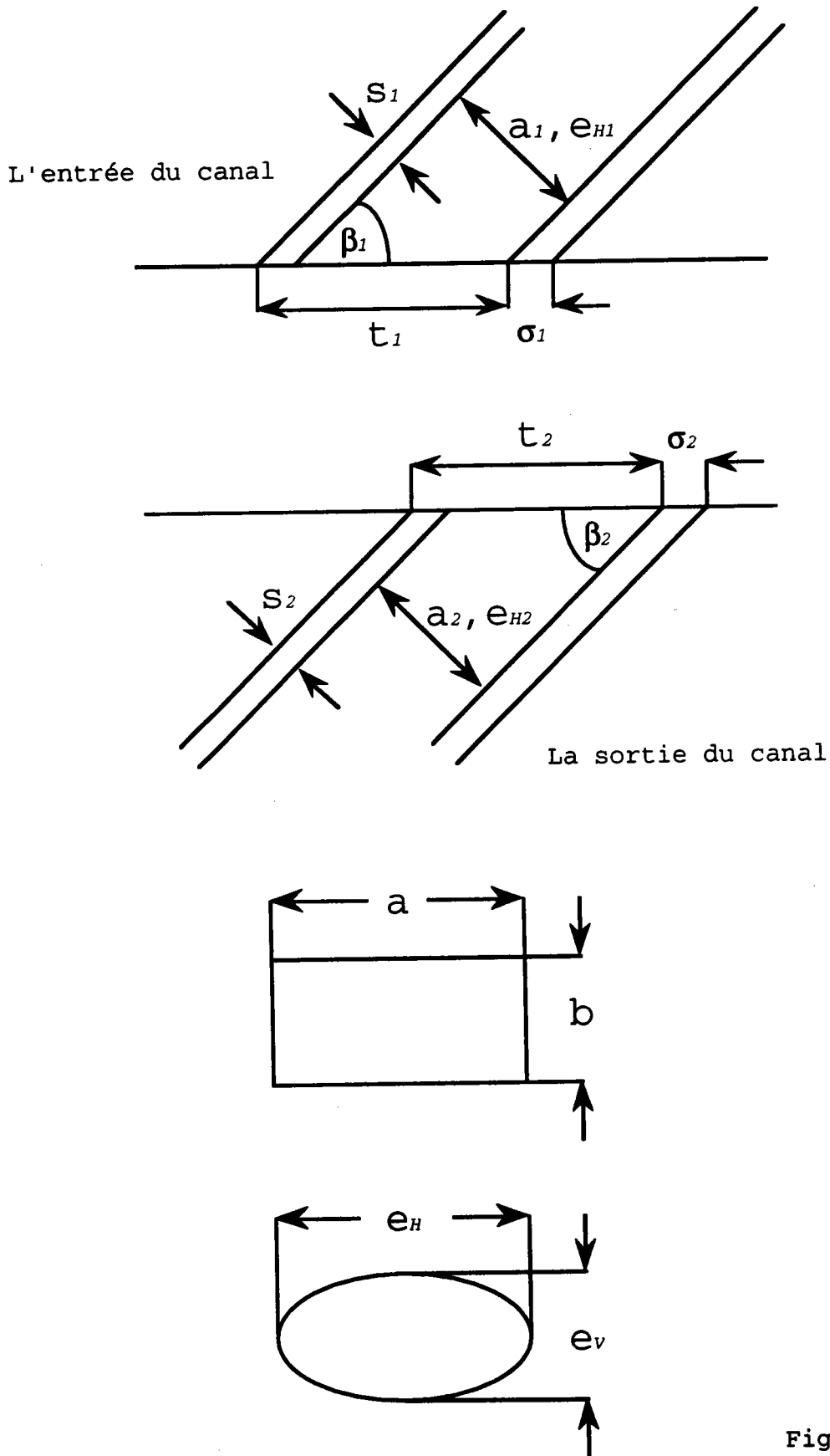
β) L'équation de continuité

Avec les hypothèses du chapitre 8.2.a l'équation de continuité peut être écrite comme suit:

$$(95) \quad w_1 A_{n1} = w_2 A_{n2} \quad \left( \frac{m^3}{s} \right)$$

γ) Les relations géométriques

Les relations géométriques suivantes à l'entrée et à la sortie du canal sont utilisées en faisant référence à la figure 49:



Pour un canal avec une section rectangulaire les équations (96a) et (96b) sont utilisées:

$$(96a) \quad \frac{a_1}{t_1 - \sigma_1} = \sin \beta_1 \quad (-)$$

$$(96b) \quad \frac{a_2}{t_2 - \sigma_2} = \sin \beta_2 \quad (-)$$

En cas d'un canal avec une section elliptique, les équations (96c) et (96d) sont utilisées:

$$(96c) \quad \frac{e_{H1}}{t_1 - \sigma_1} = \sin \beta_1 \quad (-)$$

$$(96d) \quad \frac{e_{H2}}{t_2 - \sigma_2} = \sin \beta_2 \quad (-)$$

Les quatre équations qui suivent valent pour une section elliptique et une section rectangulaire.

$$(97a) \quad \frac{s_1}{\sigma_1} = \sin \beta_1 \quad (-)$$

$$(97b) \quad \frac{s_2}{\sigma_2} = \sin \beta_2 \quad (-)$$

$$(98a) \quad t_1 = \frac{\pi d_{int}}{z} \quad (m)$$

$$(98b) \quad t_2 = \frac{\pi d_{disc}}{z} \quad (m)$$

En utilisant les équations pour la vitesse à l'entrée du canal, la continuité et les relations géométriques, on peut établir une équation pour la vitesse de l'écoulement à un certain endroit dans le canal.

Les détails relatifs à l'établissement de ces deux équations figurent dans l'annexe (chapitre 10).

Pour un canal avec une section rectangulaire on obtient:

$$(102a) \quad w(r, \beta, z, s, b) = w_1 \frac{b_1 \left( \frac{\pi d_{int}}{z} - \frac{s_1}{\sin \beta_1} \right) \sin \beta_1}{b \left( \frac{2 \pi r}{z} - \frac{s}{\sin \beta} \right) \sin \beta} \left( \frac{m}{s} \right)$$

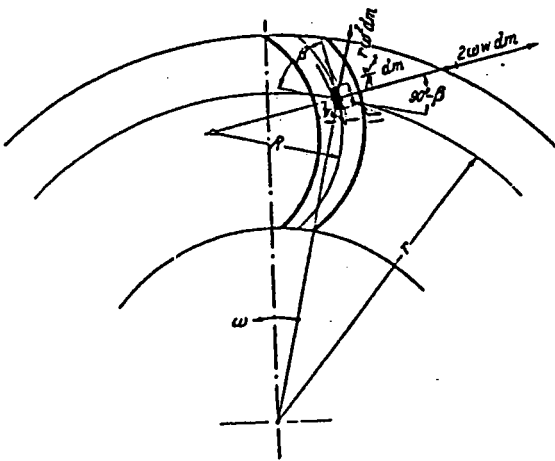
Dans le cas d'un canal avec une section elliptique on obtient:

$$(102b) \quad w(r, \beta, z, s, e_v) = w_1 \frac{e_{v1} \left( \frac{\pi d_{int}}{z} - \frac{s_1}{\sin \beta_1} \right) \sin \beta_1}{e_v \left( \frac{2 \pi r}{z} - \frac{s}{\sin \beta} \right) \sin \beta} \left( \frac{m}{s} \right)$$

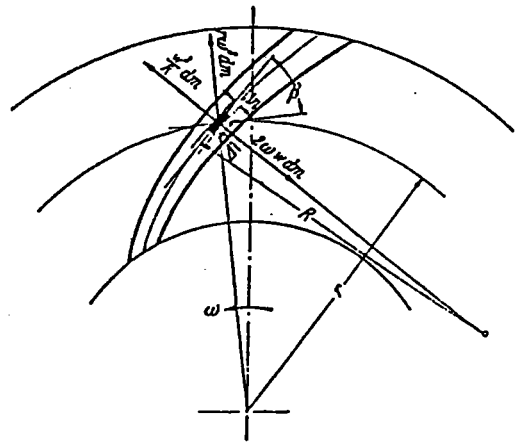


δ) L'équilibre des forces

La figure 50 montre les forces qui agissent sur une particule du fluide pendant le passage à travers le canal en rotation (Réf.32). On distingue deux types de canaux:



canal courbé convexe



canal courbé concave

Figure 50

Pour un canal courbé convexe, l'équilibre des forces est représenté par l'équation (103) (Réf.32):

$$(103) \quad \frac{dp}{dn} dn dl b = dn dl b \rho \left( \frac{w^2}{R} + r \omega^2 \cos \beta + 2 \omega w \right) \left( \frac{N}{m^3} \right)$$

Pour un canal courbé concave, l'équilibre des forces est représenté par l'équation (104) (Réf.32):

$$(104) \quad \frac{dp}{dn} dn dl b = dn dl b \rho \left( \frac{w^2}{R} + r \omega^2 \cos \beta - 2 \omega w \right) \left( \frac{N}{m^3} \right)$$

A partir des équations (103) et (104) le gradient de pression normal à la direction principale de l'écoulement du fluide peut être isolé.

Pour un canal courbé convexe l'équation (105) est valable:

$$(105) \quad \frac{dp}{dn} = \rho \left( \frac{w^2}{R} + r \omega^2 \cos \beta + 2 \omega w \right) \left( \frac{N}{m^3} \right)$$

Pour un canal courbé concave l'équation (106) est valable:

$$(106) \quad \frac{dp}{dn} = \rho \left( \frac{w^2}{R} + r \omega^2 \cos \beta - 2 \omega w \right) \left( \frac{N}{m^3} \right)$$

### 8.3. Les critères de dimensionnement en conception de la nervure

Les 4 critères suivants sont jugés importants pour la conception de la nervure:

- La surface des canaux
- La vitesse du fluide dans le canal
- Le débit
- L'épaisseur de la couche limite

De toute nervure non-radiale résulte une augmentation de la surface des canaux, si la section du canal à l'entrée est le même. Plus la courbure est importante, plus la surface est grande. Toutefois il est nécessaire d'imposer une limite supérieure à la courbure dans le cas d'une réalisation pratique.

La vitesse du fluide peut être réglée par la forme et l'épaisseur de la nervure et par la hauteur du canal. Par conséquent la perte de vitesse due à une divergence du canal peut être évitée. Plus la vitesse du fluide est élevée, plus la convection l'est aussi.

L'angle d'entrée du canal permet de régler le débit. On cherche un optimum car plus le débit est élevé, plus la convection l'est aussi.

L'épaisseur et l'agrandissement de la couche limite peuvent être réglés par la forme de la nervure. On cherche à minimiser l'épaisseur et l'agrandissement de la couche limite car, plus la couche limite est mince, plus la convection est élevée.

## 8.4. Le dessin de la nervure

### 8.4.a L'angle d'entrée

Eck (Réf.32) montre que pour un certain angle d'entrée le débit à travers le rotor atteint son maximum.

Avec l'hypothèse du chapitre 8.2.a et sans un détournement de l'écoulement à l'entrée du canal le débit peut être exprimé comme suit (Réf.32):

$$(107a) \quad \frac{dm}{dt} = C w_1^3 \sin \beta_1 \cos^2 \beta_1 \quad \left( \frac{kg}{s} \right)$$

ou:  $C = \text{Constante}$

En cas d'un détournement à l'entrée du canal, le débit peut être exprimé comme suit (Réf.32):

$$(107b) \quad \frac{dm}{dt} = C w_1^3 \frac{\zeta \tan \beta_1}{(1 + \zeta^2 \tan^2 \beta_1)^{3/2}} \quad \left( \frac{kg}{s} \right)$$

ou:  $C = \text{Constante}$

Le débit maximal est trouvé par l'application de la condition suivante:

$$(108) \quad \frac{d\left(\frac{dm}{dt}\right)}{d\beta_{1 \text{ opt.}}} = 0 \quad \left( \frac{kg}{s \text{ rad}} \right)$$

L'équation (108) est valable pour un angle d'entrée optimal. Sans un détournement de l'écoulement à l'entrée on trouve:

$$(109a) \quad \tan \beta_{1 \text{ opt.}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \quad (-) \quad \text{ou:} \quad \beta_{1 \text{ opt.}} = 35.2644^\circ$$

En cas de détournement à l'entrée on trouve:

$$(109b) \quad \tan \beta_{1 \text{ opt.}} = \frac{1}{\zeta \sqrt{2}} \quad (-)$$

Le facteur  $\zeta$  dépend du degré de détournement de l'écoulement. Eck (Réf.32) donne l'équation (109c) pour une approximation du facteur  $\zeta$  pour une section rectangulaire:

$$(109c) \quad \zeta = \frac{1}{3} \left( 1 + 2 e^{-\frac{b_1}{2 R_{\text{entrée}}}} \right) \quad (-)$$

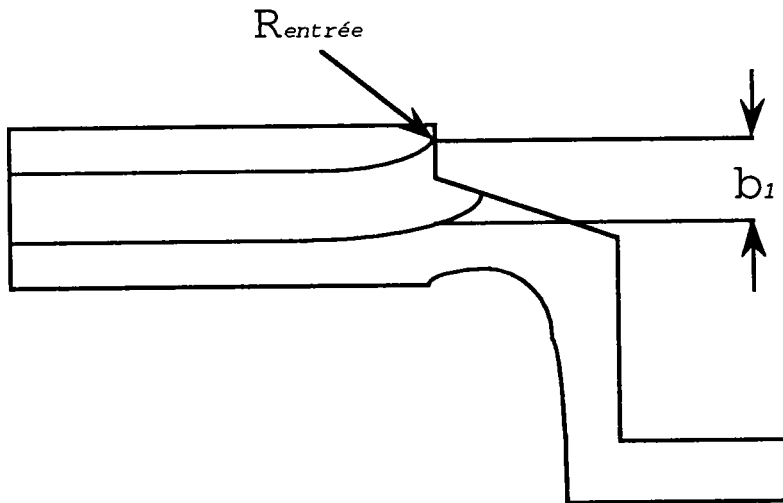


Figure 51

#### 8.4.b La forme de la nervure

A cause du gradient de pression normal à la direction principale de l'écoulement, défini par les équations (105) et (106), la couche limite à une côté de la nervure s'épaissit plus rapidement qu'à l'autre côté. Elle menace de se détacher, comme le montre Eck (Réf.32) sur la figure 52:

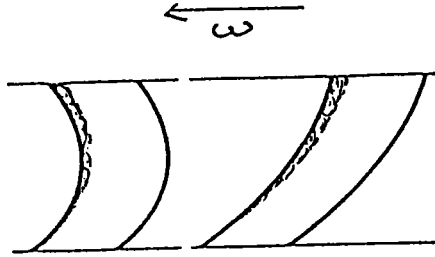


Figure 52

Plus mince est la couche limite, plus élevée est la convection. De plus, un détachement de la couche limite réduit la convection pratiquement à zéro. Par conséquent le but du dessin de la forme de la nervure doit être la réduction de l'épaississement de la couche limite.

L'épaisseur de la couche limite dépend du gradient de pression critique normal à la direction d'écoulement du fluide.

L'idée principale du dessin de la nervure est l'élimination de ce gradient de pression.

Cette idée peut être exprimée comme suit:

$$(110) \quad \frac{dp}{dn} = 0 \quad \left( \frac{N}{m^3} \right)$$

Seulement pour des canaux concaves (figure 50) une forme de nervure qui satisfait l'équation (110) peut être trouvée. En utilisant l'équation (106) dans l'équation (110) l'expression suivante est trouvée:

$$(111) \quad \frac{dp}{dn} = \rho \left( \frac{w^2}{R} + r \omega^2 \cos \beta - 2 \omega w \right) = 0 \quad \left( \frac{N}{m^3} \right)$$

En utilisant les équations précédentes, on établit une solution qui décrit la forme de la nervure.

Une solution directe n'est pas trouvable.

On établit une résolution itérative par incrément où la forme de la nervure est déterminée pas par pas.

La résolution ne détermine pas seulement la forme du canal en fonction du rayon, mais aussi l'épaisseur de la nervure correspondante.

Elle dépend du nombre total et de la hauteur des canaux, de la vitesse de l'écoulement à leur sortie, de leur angle d'entrée, de l'épaisseur des nervures au bord extérieur du disque et du rapport  $d_{disc}/d_{int}$ .

Le processus de résolution est expliqué en détail dans l'annexe (chapitre 10).

Un organigramme montre comment ce processus de résolution est organisé.

La résolution du problème pour plusieurs disques de voitures révèle qu'il y a un rapport  $d_{disc}/d_{int}$  maximal, au dessus duquel la réalisation des nervures, avec la condition  $dp/dn = 0$ , n'est plus possible car la courbure devient tellement forte que les nervures se touchent à la sortie des canaux.

D'une manière générale on peut dire que le rapport  $d_{disc}/d_{int}$  des disques conventionnels des voitures et camions d'aujourd'hui est trop élevé pour construire des nervures idéales.

On trouve quand même un compromis en modifiant l'équation (110) de la façon suivante:

$$(132) \quad \frac{dp}{dn} = C \left( \frac{N}{m^3} \right)$$

ou:  $C = \text{constante}$

En appliquant l'équation (132), on admet une résultante constante, perpendiculaire à la direction de l'écoulement.

Pour cette résolution, l'épaisseur de la nervure doit être connue ou choisie en fonction du rayon  $s(r)$ .

On détermine la constante  $C$  par rapport à cette épaisseur  $s(r)$ .

Le processus de résolution est expliqué dans l'annexe (chapitre 10).

De cette façon on n'obtient pas des canaux avec une courbure idéale mais le meilleur compromis possible pour un rapport  $d_{disc}/d_{int}$ , avec une épaisseur en fonction du rayon  $s(r)$ , donné.

### 8.5. Les résultats

La figure 53 montre la forme des nervures courbées pour un disque du type D2, série, du frein Girling, calculé selon la condition de l'équation (132) pour une vitesse angulaire de:

$$\omega = 50 \text{ rad/s}$$

Les autres données sont:

$$s = \text{constante} = 0.006 \text{ m}$$

$$d_{\text{int}} = 0.271 \text{ m}$$

$$d_{\text{disc}} = 0.44 \text{ m}$$

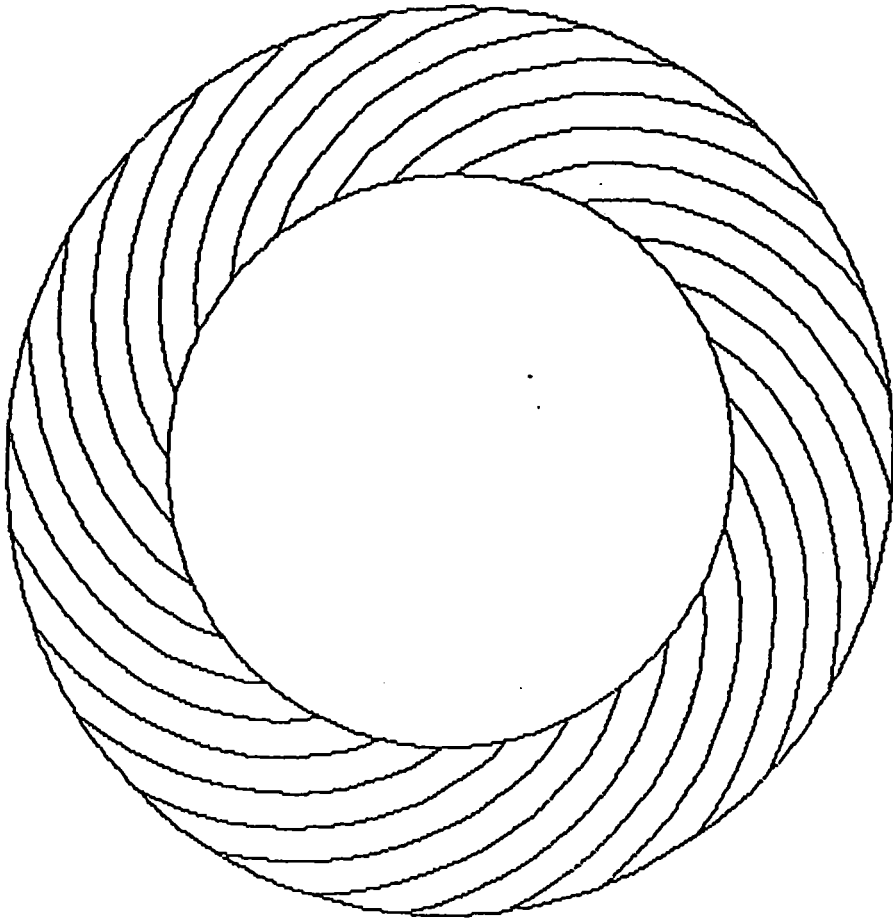
$$\rho = 1.2 \text{ kg/m}^3$$

Pour avoir la même section du canal à l'entrée (perpendiculaire à la direction principale de l'écoulement), le nombre des nervures doit être réduit de  $z = 48$  à

$$z = 28$$

L'augmentation en surface intérieure par rapport au modèle original est 15.2 % soit de  $0.072343 \text{ m}^2$  à  $0.08334 \text{ m}^2$ .

La figure 54 montre en fonction du rayon les forces volumiques (unité:  $\text{N/m}^3$ ) qui agissent sur une particule du fluide pendant le passage dans le canal courbé. La figure 55 montre sa vitesse  $w$  en fonction du rayon  $r$ , la figure 56 montre l'influence de la vitesse angulaire  $\omega$  sur l'angle  $\beta$  en fonction du rayon  $r$ .



Disque: Girling, type D2, série

(Vitesse angulaire = 50 rad/s)

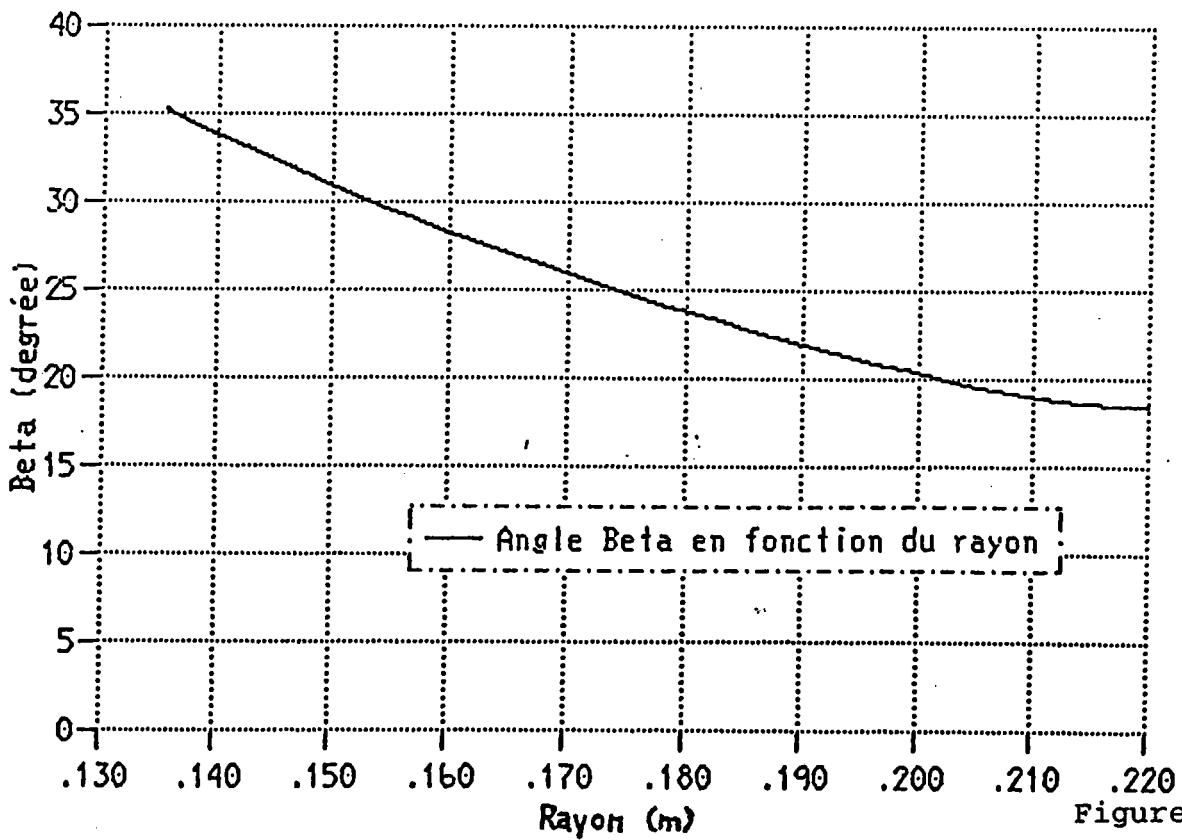


Figure 53



Disque: Girling, type D2, série

(Vitesse angulaire = 50 rad/s)

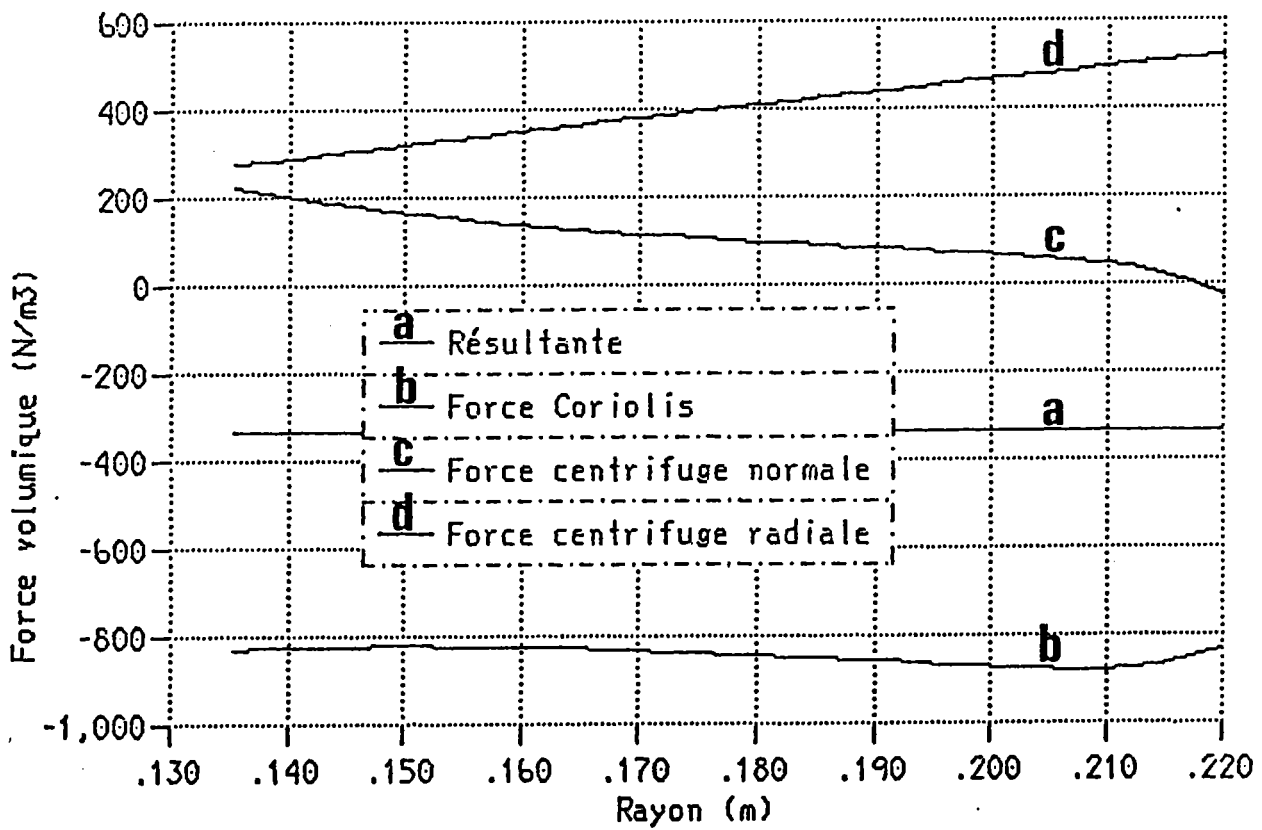


Figure 54

Disque: Girling, type D2, série

(Vitesse angulaire = 50 rad/s)

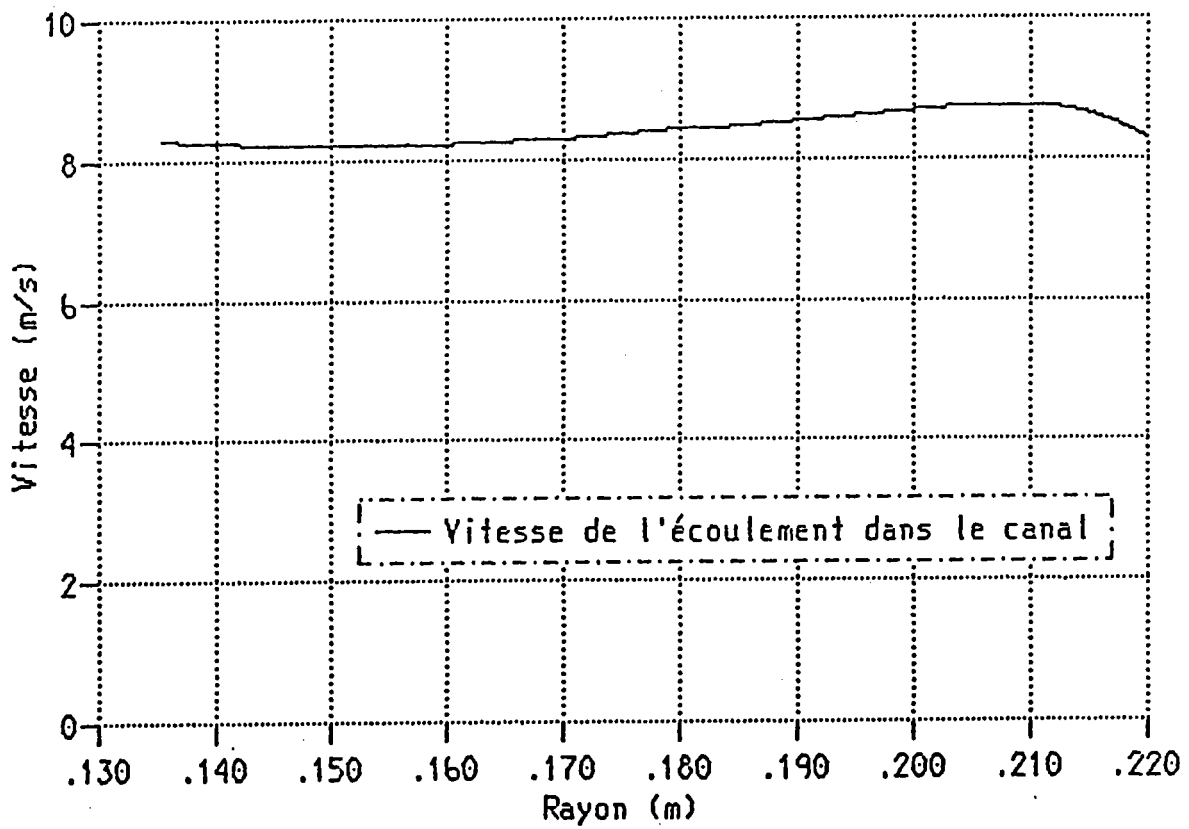


Figure 55

Disque: Girling, type D2, série

(Vitesse angulaire = 50 rad/s)

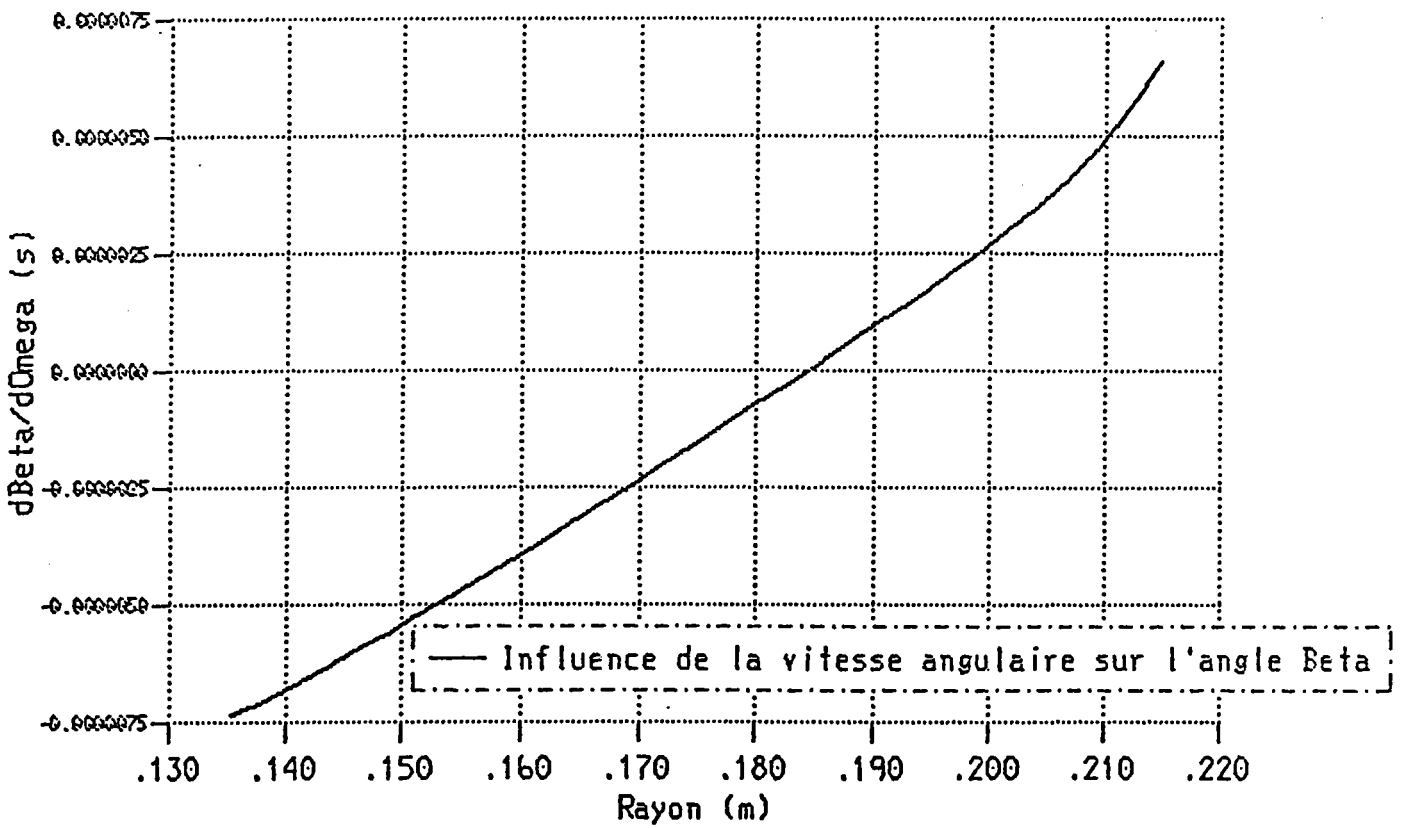


Figure 56

Les figures 57 et 58 montrent la comparaison de l'évolution de la température des deux pistes de frottement entre le disque D2, série avec des canaux radiaux ( $z = 48$ ) et ce disque équipé avec des canaux courbés ( $z = 28$ ) pour un certain manoeuvre de freinage ( $\omega = \text{constante} = 50 \text{ rad/s}$ ,  $M_{\text{freinage}} = 2000 \text{ Nm}$ ,  $t_{\text{freinage}} = 28 \text{ s}$ ). Dans les comparaisons suivantes on ne prend en considération que d'une part l'augmentation de la surface totale des canaux et d'autre part celle de la vitesse de l'écoulement dans les canaux. En ce qui concerne l'évolution de l'épaisseur de la couche limite, on ne prend pas en considération le comportement différent entre canaux radiaux et courbés.

Disque: Type D2, Série, Piste intérieure

( $\Omega = 50 \text{ rad/s}$ ,  $M = 2000 \text{ Nm}$ )

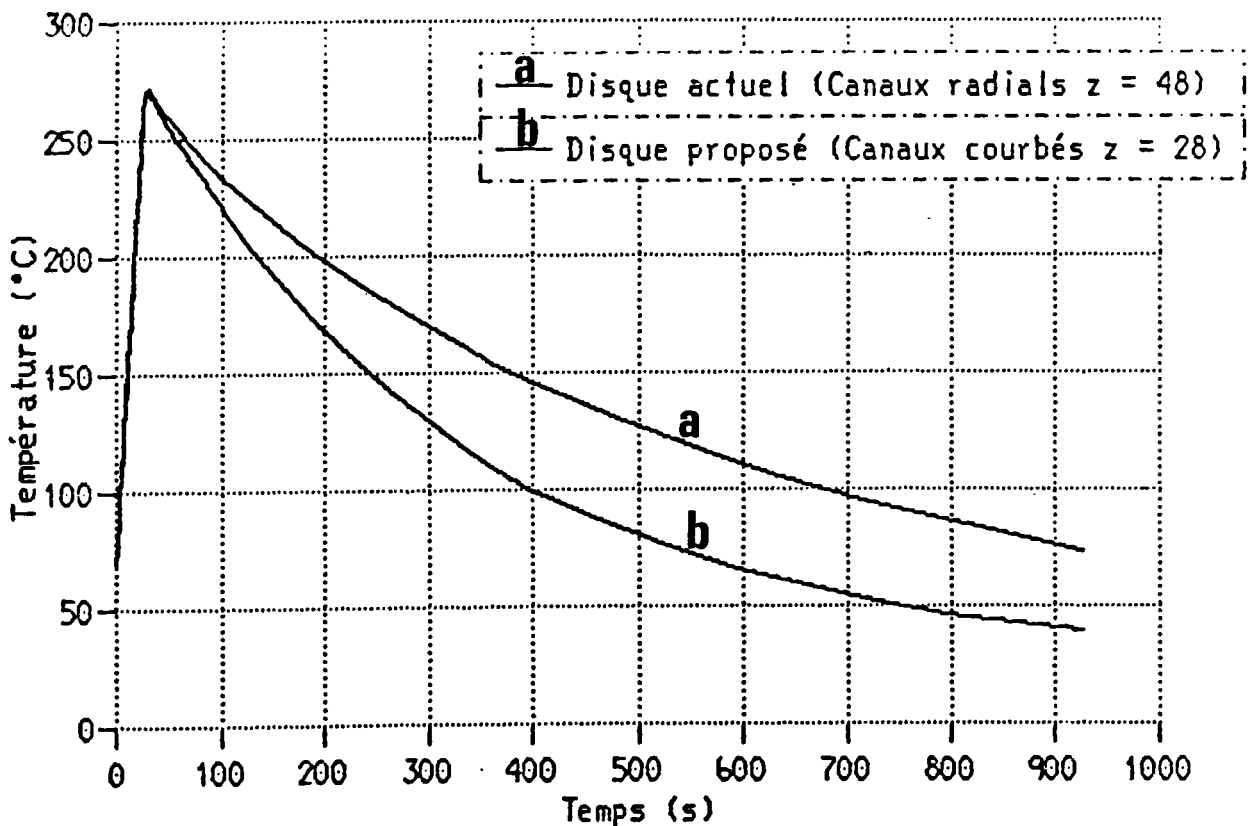


Figure 57

Disque: Type D2, Série, Piste extérieure

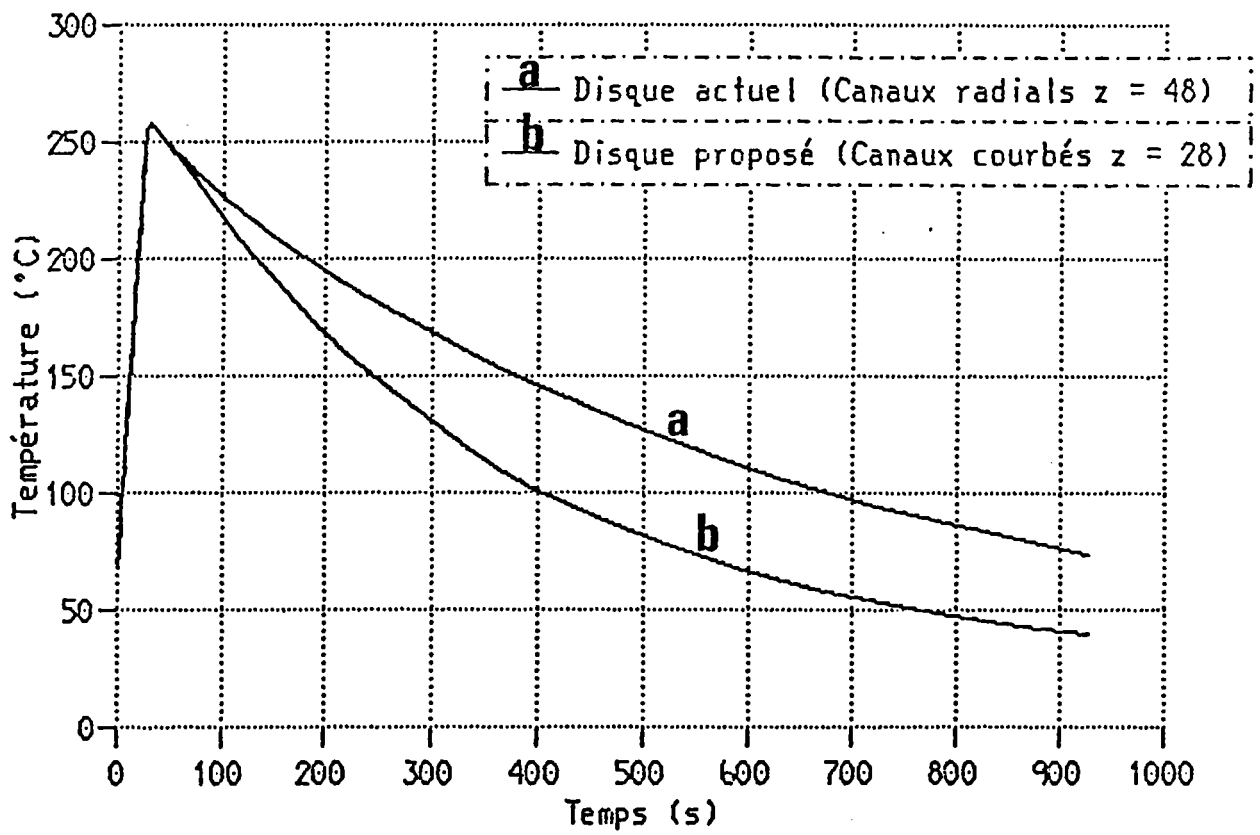
 $(\Omega = 50 \text{ rad/s}, M = 2000 \text{ Nm})$ 

Figure 58

Les figures 59 et 60 montrent la comparaison de l'évolution de la température pour une manoeuvre de freinage cyclique entre le disque D2, série

( $z = 48$ ) et ce disque équipé avec des canaux courbés ( $z = 28$ ) ( $\omega = \text{constante} = 50 \text{ rad/s}$ ,  $M_{\text{freinage}} = 3000 \text{ Nm}$ ,  $t_{\text{freinage}} = 5 \text{ s}$ ,  $t_{\text{refroidissement}} = 60 \text{ s}$ ).

On constate une réduction de la température moyenne de saturation (état stationnaire) d'environ  $90^\circ\text{C}$  soit de 21 %.

Disque: Type D2, Série, Piste intérieure

( $\Omega = 50 \text{ rad/s}$ ,  $M = 3000 \text{ Nm}$ )

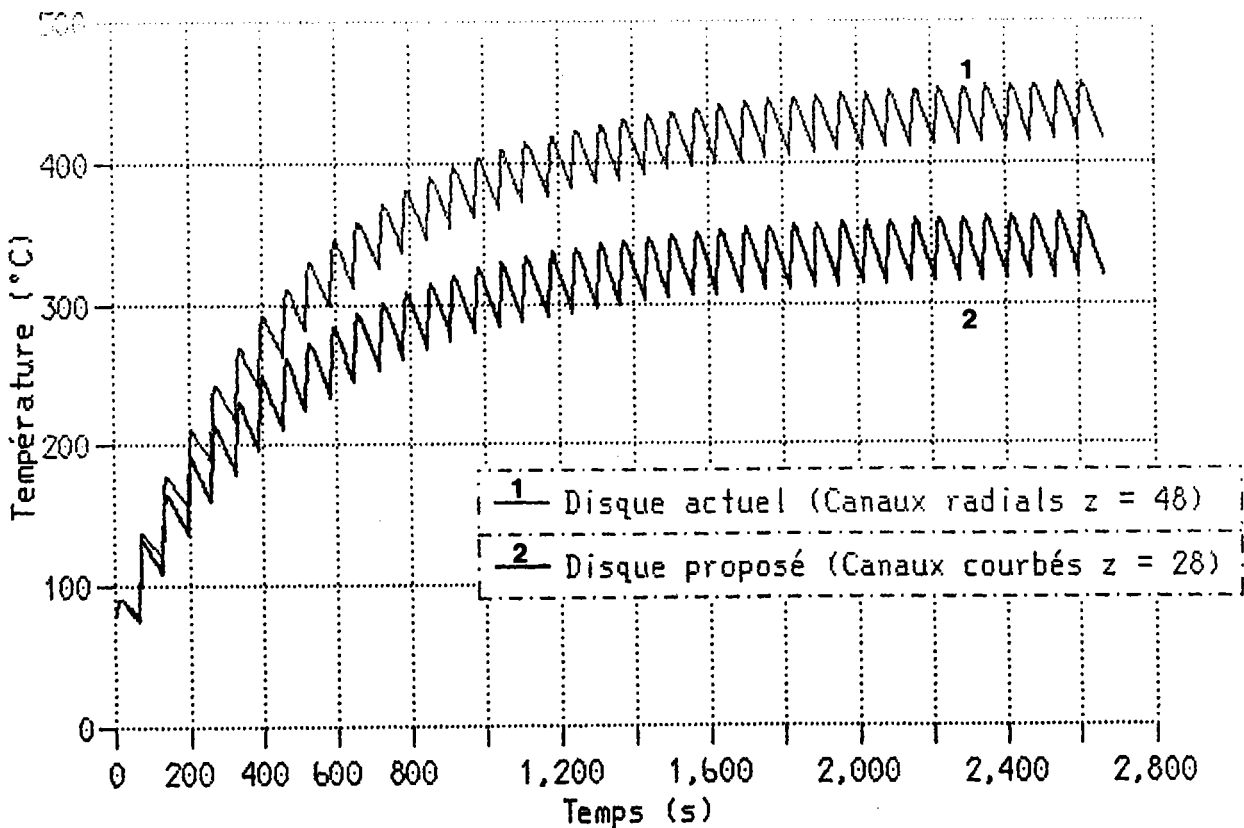


Figure 59

Disque: Type D2, Série, Piste extérieure

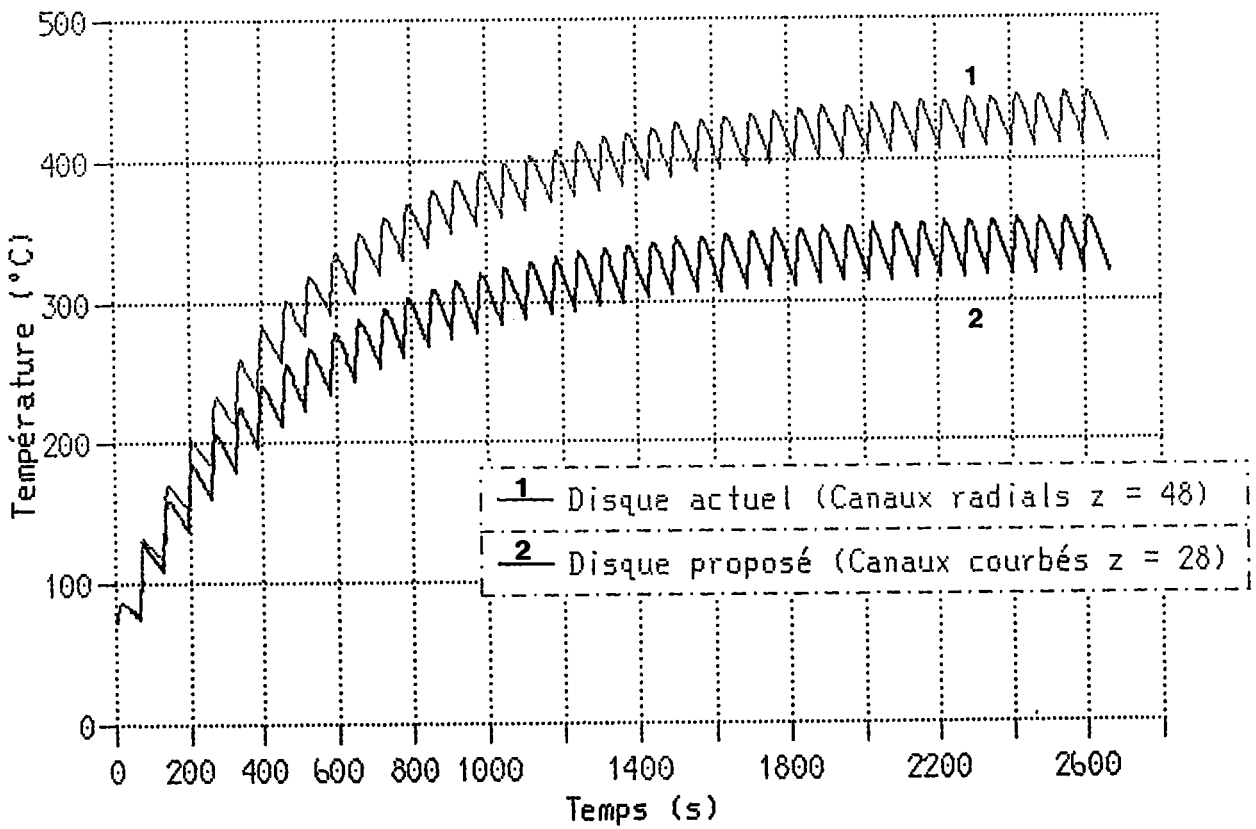
 $(\Omega = 50 \text{ rad/s}, M = 3000 \text{ Nm})$ 

Figure 60

Pour équiper le disque D2 actuel avec des nervures courbés il faut satisfaire l'hypothèse du chapitre 8.2.a. Ceci résulte en des légères modifications de la géométrie à l'entrée des canaux pour garantir une entrée radiale du fluide dans l'état de rotation du disque.

Les figures 61 et 62 montrent le dessin du disque D2 en comparaison avec une proposition de dessin pour ce disque équipés avec des canaux courbés:







## 9. La conclusion

On a établi un modèle de disque de frein, ventilé interne ou non-ventilé interne, qui permet la simulation d'une manoeuvre de freinage.

Cette simulation est réalisée d'une part par un calcul thermique, qui détermine l'évolution, ainsi que le champ de température dans le disque et d'autre part par un calcul statique consécutif, qui détermine la déformation du disque pour un champ de température imposé.

La comparaison avec les résultats des mesures de la température, en fonction du temps, sur bancs d'essai, montre une bonne concordance entre modèle et réalité.

Ceci est vrai pour les manoeuvres de courte durée, ce qui témoigne des données correctes en ce qui concerne les propriétés du matériau. Mais aussi pour les manoeuvres de longue durée, ce qui témoigne d'une modélisation correcte des voies d'évacuation de la chaleur.

On a vérifié ce modèle avec des disques de différentes dimensions, c'est-à-dire, des freins de voiture (diamètre = 265 mm) ainsi que des freins de camion (diamètre = 440 mm).

On constate que la concordance est indépendant de la dimension du disque.

Ceci représente un succès pour la technique de subdivision en surfaces avec différents coefficients de convection caractéristiques.

On a également vérifié la distribution de la température pour un disque de voiture.

Ceci a été effectué à l'aide des couleurs de revenu.

Là aussi, la concordance entre le modèle et la réalité est bonne.

Finalement, on a vérifié le calcul statique en utilisant les résultats des mesures sur banc.

Ceci a été effectué pour le déplacement axial du disque à la périphérie.

Ici aussi on trouve une bonne concordance entre modèle et réalité. Ceci témoigne d'un coefficient de dilatation correct en ce qui concerne les propriétés du matériau.

Le maillage utilisé est régulier, avec la même densité partout. Ce choix est motivé par l'intérêt porté au champ de température globale plutôt qu'à une distribution locale.

Le calcul a été effectué à l'aide de la méthode d'éléments finis. Deux logiciels, NASTRAN et ABAQUS, ont été comparés: plus les non-linéarités sont prises en considération, meilleurs sont les résultats.

Ensuite le modèle a été utilisé pour examiner, si des modifications locales de la géométrie du disque permettent des améliorations au niveau du comportement thermomécanique, c'est à dire, la possibilité théorique d'une réduction de l'effet parapluie et d'une amélioration du comportement thermique (convection, température maximale, etc.).

On a procédé en trois étapes principales:

- La **sélection** des facteurs supposés influencer fortement les phénomènes nommés.
- L'**identification** des facteurs et des interactions influents.
- L'**optimisation** (minimisation ou maximisation) du phénomène étudié par la recherche de la combinaison optimale des facteurs influents.

L'identification des facteurs et des interactions influents est conduite par la méthode des plans d'expériences à 2 niveaux. Les "expériences" sont les résultats des calculs thermiques et statiques qui simulent un essai sur banc.

On introduit la notion d'une "fenêtre de linéarité" dans laquelle il existe une relation linéaire entre le phénomène et les facteurs influents et où des plans à 2 niveaux sont admissibles.

Dans le cas des phénomènes non-linéaires, on effectue l'identification dans une "fenêtre de linéarité" pour après procéder à une optimisation hors de la "fenêtre de linéarité". Ce par l'utilisation des plans d'expériences à plus de 2 niveaux ou des méthodes d'optimisation locales comme par exemple la "méthode Simplex modifiée".

On suppose que si un facteur est faible dans la "fenêtre de linéarité", il l'est aussi hors de la "fenêtre de linéarité".

Plusieurs facteurs géométriques et leurs influences sur les phénomènes nommés sont examinés.

Il s'avère que la façon de fixer les pistes de frottement a une influence décisive sur l'effet parapluie - une fixation en haut est préférable.

En ce qui concerne le comportement thermique on distingue des manoeuvres de freinage de longue et de courte durée.

Les manoeuvres de courte durée sont caractérisées par de forts déséquilibres entre la chaleur injectée et évacuée du disque. La température maximale dépend presque entièrement de la capacité de stockage de chaleur des pistes de frottement et par conséquent de leur masse, respectivement de leur épaisseur. L'optimum relatif est limité par l'épaisseur maximale admissible des pistes de frottement, respectivement la hauteur minimale admissible des canaux pour une épaisseur du disque donnée.

La capacité d'évacuation de chaleur dépend essentiellement de la fixation des pistes de frottement ainsi que de l'épaisseur des nervures et des pistes de frottement.

Une fixation des pistes de frottement en bas est préférable.

Plus les nervures et les pistes de frottement sont minces, mieux la chaleur s'évacue.

L'optimum relatif est limité par l'épaisseur minimale admissible des nervures et des pistes de frottement pour une épaisseur donnée du disque.

Les manoeuvres de longue durée sont caractérisées par un équilibre entre la chaleur injectée et évacuée du disque.

Il s'avère que la température de saturation de l'état stationnaire dépend essentiellement de la fixation des pistes de frottement ainsi que de l'épaisseur des nervures et de la largeur des canaux.

Une fixation des pistes de frottement en bas est préférable.

Plus les nervures sont minces et plus larges sont les canaux, plus la température de saturation est basse.

L'optimum relatif est limité par l'épaisseur minimale admissible des nervures et par la largeur minimale admissible des canaux.

Les calculs montrent que les améliorations des canaux radiaux en ce qui concerne la température du disque de frein sont limitées (10 % de réduction de la température de saturation).

Pour aller au delà, il faut changer la géométrie des canaux par l'application d'une courbure aux nervures.

La courbure permet d'influencer les caractéristiques de l'écoulement dans le canal et de cette façon augmenter la convection vis à vis des canaux radiaux.

- La surface de tous les canaux courbés est supérieure aux canaux radiaux.
- La courbure et l'épaisseur de la nervure permettent de régler la vitesse dans le canal.
- La courbure permet, au dessous d'un certain rapport  $d_{disc}/d_{int}$ , d'égaliser les forces qui agissent perpendiculairement à la direction principale de l'écoulement et, de cette façon, de réduire l'épaisseur de la couche limite.  
Par conséquence aussi, le danger de détachement de la couche limite est réduit.

On trouve que le rapport  $d_{disc}/d_{int}$  des disques conventionnels des voitures d'aujourd'hui est trop élevé pour réaliser cette égalisation.

On peut toutefois trouver un compromis en admettant une résultante perpendiculairement à la direction principale de l'écoulement. On estime que la température de saturation est 20% plus faible que celle des canaux radiaux.

Dans ce cas, avec les dimensions des disques conventionnels, l'influence de la vitesse angulaire sur la forme des nervures est négligeable - la forme des nervures est donc indépendante de la vitesse angulaire.

## 10. L'annexe

### 10.1. Le rayonnement dans les canaux

On suppose que seule la surface intérieure des canaux est exposée à son propre rayonnement, par conséquent le flux de chaleur surfacique est réduit.

Les canaux sont supposés cylindriques (au contraire de la figure 7).

L'émissivité à l'entrée et à la sortie d'un canal radial est déterminée à l'aide du diagramme de la figure 63 (Réf.11):

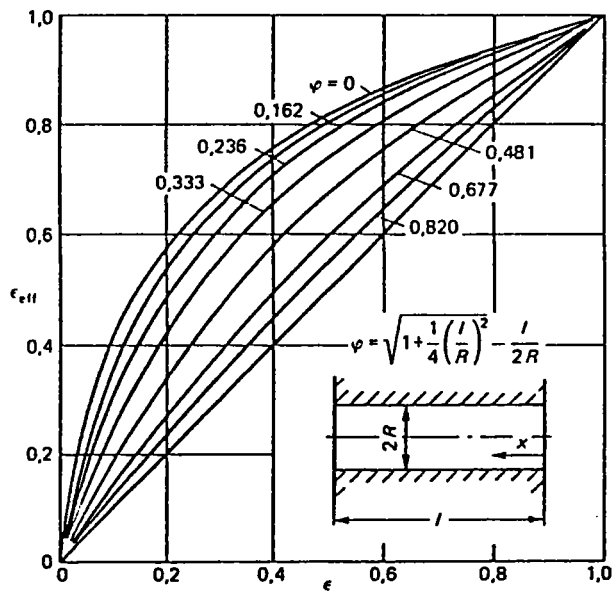


Figure 63

Bild 19. Effektiver Emissionsgrad für eine beidseitig offene zylindrische Bohrung.

On suppose que la chaleur émise à l'entrée et à la sortie d'un canal est égale à la chaleur émise à la surface intérieure du canal.

En général, la surface intérieure d'un canal est supérieure à la somme des surfaces à l'entrée et à la sortie du canal.

Le flux surfacique à la surface intérieure d'un canal est donc plus faible vis à vis du flux surfacique à l'entrée et à la sortie du canal.

L'émissivité correspondante, qui est également plus faible, est appelée l'émissivité réduite.

L'émissivité réduite des surfaces intérieures des canaux radiaux est calculé comme suit:

$$(2a) \quad \epsilon_{\text{red}} = \epsilon_{\text{eff}} \frac{A_{\text{ent}} + A_{\text{sort}}}{z A_{\text{canal}}} \quad (-)$$

$$(2b) \quad = \epsilon_{\text{eff}} \frac{\pi (r_{\text{ent}}^2 + r_{\text{sort}}^2) z}{2 \pi \frac{r_{\text{ent}} + r_{\text{sort}}}{2} l z} \quad (-)$$

$$(2c) \quad = \epsilon_{\text{eff}} \frac{r_{\text{ent}}^2 + r_{\text{sort}}^2}{(r_{\text{ent}} + r_{\text{sort}}) l} \quad (-)$$

## 10.2. La convection

### 10.2.a Les surfaces du type A

Morgan et Dennis (Réf.12) établissent une équation **empirique** pour le calcul du Nombre de Nusselt pour des disques de frein

**en rotation et**

**exposés à un vent incident:**

$$(3a) \quad Nu = 0.0436 \left( \frac{Re}{Re_{\omega}} \right)^{0.74} Re_{\omega}^{0.8} \quad (-)$$

où:

$$(3b) \quad Nu = \text{Nombre de Nusselt} = \frac{\alpha r_{disc}}{\lambda} \quad (-)$$

$$(3c) \quad Re = \text{Nombre de Reynolds} = \frac{u r_{disc}}{\nu} \quad (-)$$

$$(3d) \quad Re_{\omega} = \text{Nombre de Reynolds de Rotation} = \frac{\omega r_{disc}^2}{\nu} \quad (-)$$

L'équation (3a) est basée sur des corrélations avec des mesures.

Elle néglige l'influence des plaquettes de frein.

Au cours du freinage, les plaquettes sont en contact avec le disque et les pistes de frottement ne sont plus exposées complètement à l'air ambiant.

C'est pourquoi Dennis et Morgan rajoutent encore les diagrammes des figures 64 et 65 pour le calcul d'un facteur de réduction du Nombre de Nusselt (Réf.12). Ce nombre dépend de l'angle qui est montré sur la figure 64.

Cet angle est une mesure pour la surface des plaquettes de frottement.



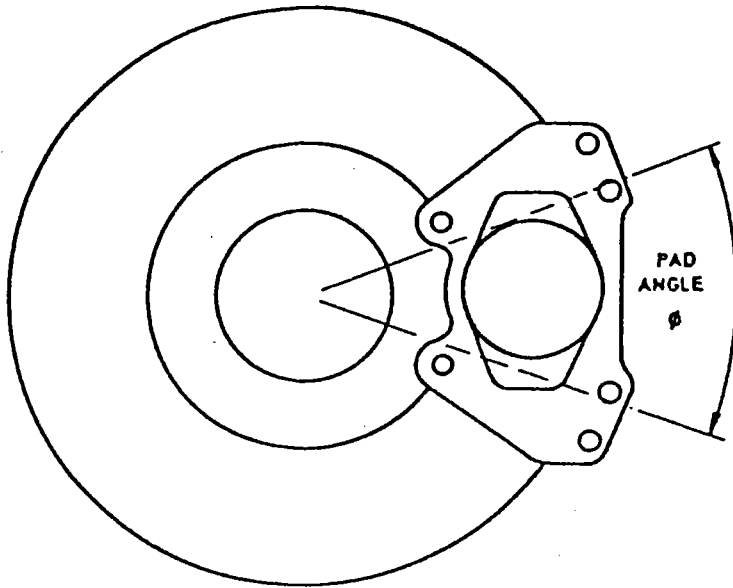


Figure 64

RATIO:-  $\frac{N_{50 \text{ WITH CALIPER}}}{N_{50 \text{ WITHOUT CALIPER}}}$

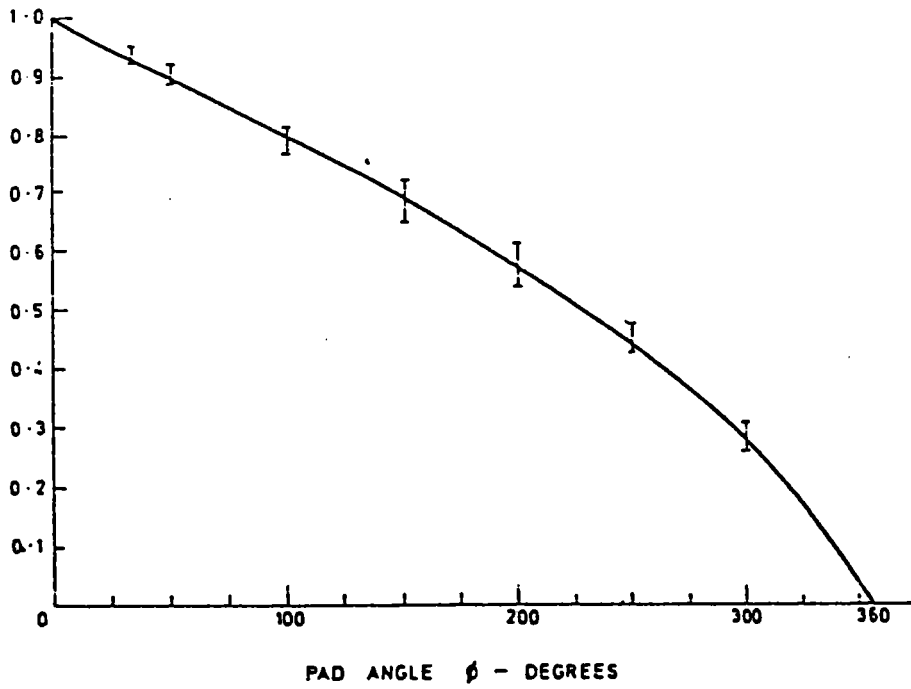


Figure 65

Dennis et Morgan montrent à l'aide des diagrammes de la figure 66 la précision de leur équation (Réf.12) en comparaison avec des mesures.

On voit à gauche l'évolution de la température en fonction du nombre des coups de freinage pour un disque de frein d'un camion. A droite, l'évolution de la température pour deux coups de freinage en fonction du temps pour le disque de frein d'une voiture est montrée.

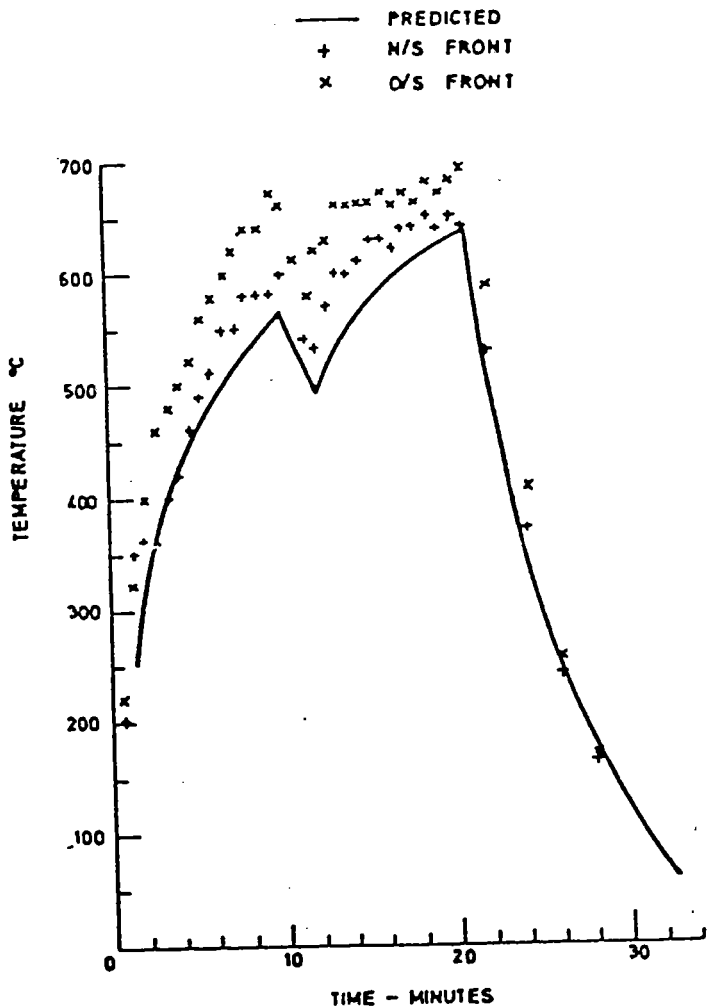
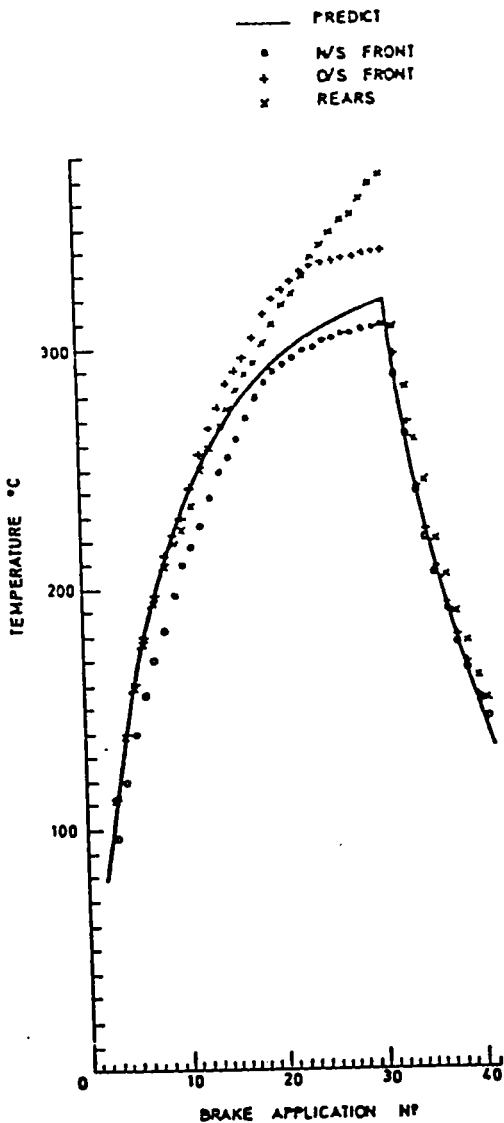


Figure 66

D'autres auteurs comme Fukano et Matsui (Ref.7) ou Schwarz, Harrter, Rhee et Byers (Ref.8) adoptent l'équation (3a), Fukano et Matsui constatent une erreur dans leurs résultats variant entre 0.7% et 3.8% (Réf.7).

### 10.2.b Les surfaces du type B

Kays et Bjorklund (Réf.13) établissent l'équation **empirique** (5a) pour le Nombre de Nusselt des surfaces cylindriques extérieures

**en rotation et**

**exposées à un vent incident:**

$$(5a) \quad Nu = 0.135 \left( (0.5 Re_{\omega}^2 + Re^2 + Gr) Pr \right)^{\frac{1}{3}} \quad (-)$$

L'équation (5a) est basée également sur la corrélation avec des mesures.

Le domaine de validité est limité à des Nombres de Reynolds de rotation  $Re_{\omega}$  entre 2000 et 45000.

Les variables sont définies comme suit:

$$(5b) \quad Nu = \text{Nombre de Nusselt} = \frac{\alpha d_{disc}}{\lambda} \quad (-)$$

$$(5c) \quad Re_{\omega} = \text{Nombre de Reynolds de Rotation} = \frac{\omega d_{disc}^2}{2\nu} \quad (-)$$

$$(5d) \quad Re = \text{Nombre de Reynolds} = \frac{u d_{disc}}{\nu} \quad (-)$$

$$(5e) \quad Gr = \text{Nombre de Grashof} = \frac{\beta g d_{disc}^3 (T_{disc} - T_{air})}{\nu^2} \quad (-)$$

Kays et Bjorklund montrent à l'aide du diagramme de la figure 67 la précision de leur équation (Réf.13) en comparaison avec des mesures.

On voit le Nombre de Nusselt en fonction de l'expression  $(0.5 Re_{\omega}^2 + Re^2 + Gr) Pr$  :

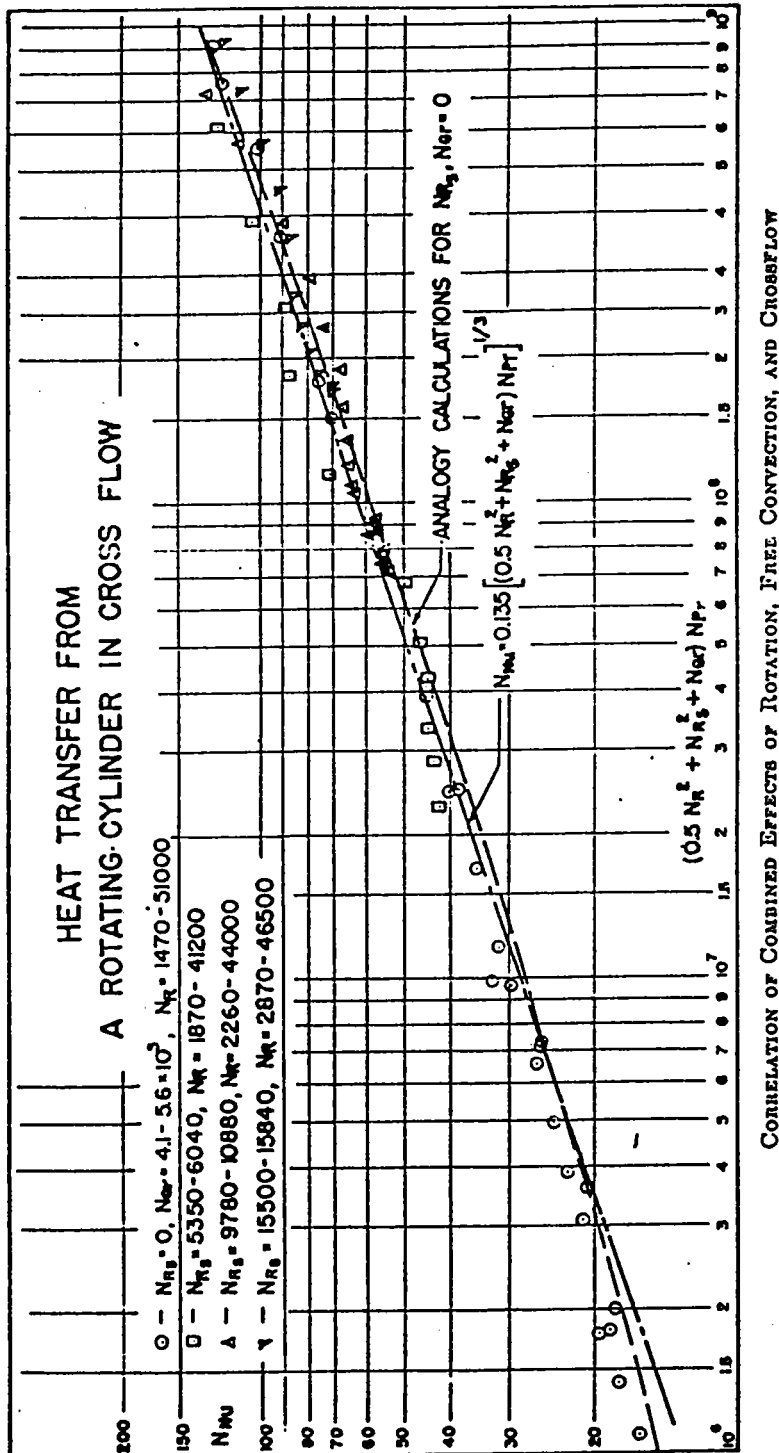


Figure 67

Schwarz, Hartter, Rhee et Byers (Réf.8) adoptent l'équation (5a) dans une version réduite en négligeant le numéro de Grashof:

$$(6) \quad Gr = 0 \quad (-)$$

Par conséquent, l'équation (7) devient:

$$(7) \quad Nu = 0.135 \left( (0.5 Re_{\omega}^2 + Re^2) Pr \right)^{\frac{1}{3}} \quad (-)$$

En cas d'absence d'un vent incident le Nombre de Reynolds est égal à zéro

$$(8) \quad Re = 0 \quad (-)$$

et l'équation (7) se simplifie comme suit:

$$(9) \quad Nu = 0.135 \left( 0.5 Re_{\omega}^2 Pr \right)^{\frac{1}{3}} \quad (-)$$

10.2.c Les surfaces du type C

En ce qui concerne la convection des surfaces du type C, un grand nombre de formules **empiriques** est disponible. Elles varient pourtant légèrement.

Dans le cas d'une couche limite laminaire<sup>1</sup> (Réf.14, Réf.15)

$$(11a) \quad Re_{\omega, \text{crit}} < 240000 \dots 300000 \quad (-)$$

où

$$(11b) \quad Re_{\omega} = \text{Nombre de Reynolds de Rotation} = \frac{\omega r_{\text{disc}}^2}{\nu} \quad (-)$$

l'équation suivante (12a) est utilisée:

$$(12a) \quad Nu = C \sqrt{Re_{\omega}} \quad (-)$$

où

$$(12b) \quad Nu = \text{Nombre de Nusselt} = \frac{\alpha r_{\text{disc}}}{\lambda} \quad (-)$$

$$(12c) \quad C = \text{constante} \quad (-)$$

---

<sup>1</sup>En ce qui concerne le Nombre de Reynolds de Rotation  $Re_{\omega, \text{crit}}$  à partir duquel on trouve une transition d'une couche limite laminaire vers une couche limite turbulente, les résultats des auteurs sont différents. Par exemple Ehlers (Réf.15) donne une valeur de  $Re_{\omega, \text{crit}} = 240000$ , Dorfman (Réf.14) une valeur de  $Re_{\omega, \text{crit}} = 300000$ .

Plusieurs auteurs recommandent des valeurs différentes pour la constante C en fonction de la corrélation avec des mesures. On suppose que la température des pistes de frottement ne varie pas avec le rayon):

- (12d) Dorfman:  $C = 0.399$  (Réf.14)
- (12e) Millsaps, Pohlhausen:  $C = 0.322$  ( $Pr = 0.72$ ) (Réf.14)
- (12f) Fukano, Matsui:  $C = 0.399 Pr^{0.43}$  (Réf.7)
- (12g) Cobb, Saunders:  $C = 0.36$  ( $Pr = 0.72$ ) (Réf.14)

Cobb et Saunders montrent à l'aide du diagramme de la figure 68 la précision de leur équation en comparaison avec des mesures:

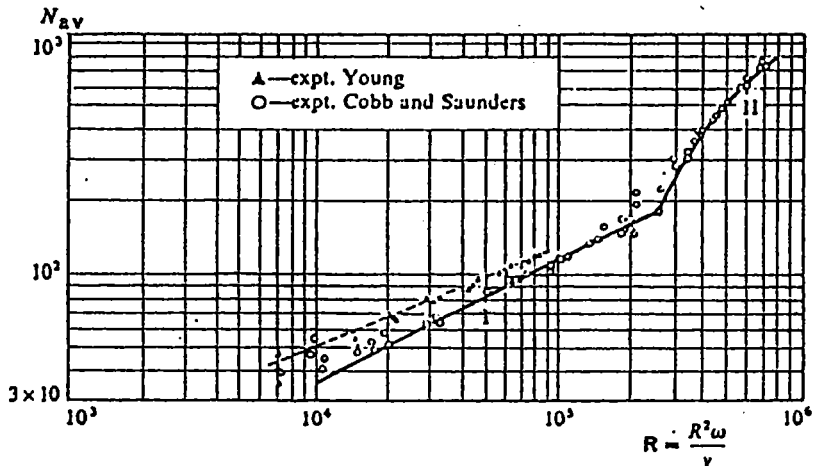


FIG. 33. Heat transfer from a disc rotating in air for  $T_w = \text{const}$ ; (I) according to equation (5.81) for laminar conditions; (II) according to equation (5.83) taking into account the laminar region.

Figure 68

Dans le cas d'une couche limite turbulente (Réf.14, Réf.15)

$$(13) \quad Re_{\omega, \text{crit}} > 240000 \dots 300000 \quad (-)$$

Ehlers (Réf.15) utilise une équation empirique de Dorfman (Réf.14):

$$(14) \quad Nu = 0.0151 Re_{\omega}^{0.8} \quad (-)$$

où le Nombre de Reynolds de Rotation  $Re_{\omega}$  et le Nombre de Nusselt  $Nu$  sont définis dans la même façon que dans les équations (11b) et (12b).

A une certaine vitesse angulaire  $\omega$  du disque, il existe donc un rayon critique pour lequel la couche limite passe d'un état laminaire à un état turbulent (Réf.15):

$$(15) \quad r_{\text{crit}} = \sqrt{\frac{Re_{\omega, \text{crit}} \nu}{\omega}} \quad (\text{m})$$

où

$$(16) \quad Re_{\omega, \text{crit}} = \text{Nombre de Reynolds critique} \quad (-)$$



10.2.d Les surfaces du type D

Pour ce type de surface, il existe une proposition de Schwarz, Hartter, Rhee et Byers (Réf.8). Cette proposition est basée sur l'hypothèse que le flux surfacique de chaleur des surfaces du type D est le même que dans un tambour en rotation.

Une équation empirique de Mc Adams (Réf.17) est adoptée:

$$(18a) \quad Nu = 0.14 \left( \frac{L^3 g \beta (T_{disc} - T_{air}) Pr}{\nu^2} \right)^{\frac{1}{3}} \quad (-)$$

où:

$$(18b) \quad Nu = \text{Nombre de Nusselt} = \frac{\alpha L}{\lambda} \quad (-)$$

et l'accélération gravitationnelle  $g$  est substituée à l'accélération centrifuge  $z$  correspondant au diamètre  $d$  du cylindre (tambour):

$$(19) \quad z = \omega^2 \frac{d_{cyl}}{2} \quad \left( \frac{m}{s^2} \right)$$

En même temps, la longueur de la plaque  $L$  est remplacée par la circonférence  $U$  du cylindre:

$$(20a) \quad Nu = 0.14 \left( \frac{U^3 \omega^2 \frac{d_{cyl}}{2} \beta (T_{disc} - T_{air}) Pr}{\nu^2} \right)^{\frac{1}{3}} \quad (-)$$

$$(20b) \quad Nu = 0.14 U \left( \frac{\omega^2 d_{cyl} \beta (T_{disc} - T_{air}) Pr}{2 \nu^2} \right)^{\frac{1}{3}} \quad (-)$$

où:

$$(20c) \quad \text{Nu} = \text{Nombre de Nusselt} = \frac{\alpha U}{\lambda} \quad (-)$$

### 10.2.e Les surfaces du type E

Pour ce type de convection, il existe plusieurs équations empiriques avec des résultats très différents.

Dans le cas d'un écoulement laminaire<sup>1</sup> (Réf.11,Réf.15,Réf.18):

$$(22a) \quad Re < 2320 \quad (-)$$

où:

$$(22b) \quad Re = \text{Nombre de Reynolds} = \frac{V d_{\text{hyd}}}{\nu} \quad (-)$$

Assmann, Dittrich et Lang (Réf.5), Saumweber (Réf.16) adoptent l'équation (23a):

$$(23a) \quad Nu = 1.86 \left( Re \ Pr \ \frac{d_{\text{hyd}}}{l} \right)^{\frac{1}{3}} \left( \frac{\mu}{\mu_{\text{mur}}} \right)^{0.14} \quad (-)$$

où:

$$(23b) \quad Nu = \text{Nombre de Nusselt} = \frac{\alpha d_{\text{hyd}}}{\lambda} \quad (-)$$

$$(23c) \quad Re = \text{Nombre de Reynolds} = \frac{V d_{\text{hyd}}}{\nu} \quad (-)$$

---

<sup>1</sup>En ce qui concerne le Nombre de Reynolds  $Re_{\text{crit}}$  à partir duquel on trouve une transition d'une couche limite laminaire vers une couche limite turbulente, tous les auteurs cités ne font pas de différence entre un canal en rotation et un canal fixe. Cette hypothèse n'est pas exacte. Pour les calculs suivants on suppose que ce Nombre de Reynolds  $Re_{\text{crit}}$  est défini par le critère:

$$Nu_{\text{lam}} (Re_{\text{crit}}) = Nu_{\text{turb}} (Re_{\text{crit}})$$

Limpert (Réf.19) adopte aussi l'équation (23a) mais néglige le dernier terme en parenthèses:

$$(24) \quad \text{Nu} = 1.86 \left( \text{Re} \text{Pr} \frac{d_{\text{hyd}}}{1} \right)^{\frac{1}{3}} \quad (-)$$

Ehlers (Réf.15) adopte une équation **empirique** de Elser multipliée par un facteur de 1.7:

$$(25) \quad \text{Nu} = 0.983 \frac{\sqrt{V} \text{Pr}^{\frac{1}{3}} d_{\text{hyd}}}{\sqrt{v} 1} \quad (-)$$

Un écoulement est turbulent au delà de la valeur suivante (Réf.11, Réf.15, Réf.18):

$$(26) \quad \text{Re} > 2320 \quad (-)$$

Assmann, Dittrich et Lang (Réf.5), Saumweber (Réf.16) et Ehlers (Réf.15) adoptent l'équation **empirique** de Hausen (Réf.15):

$$(27a) \quad \text{Nu} = C \left( \text{Re}^{\frac{2}{3}} - 125 \right) \text{Pr}^{\frac{1}{3}} \left( 1 + \left( \frac{d_{\text{hyd}}}{1} \right)^{\frac{2}{3}} \right) \left( \frac{\mu}{\mu_{\text{mur}}} \right)^{0.14} \quad (-)$$

où:

$$(27b) \quad \text{Nu} = \text{Nombre de Nusselt} = \frac{\alpha d_{\text{hyd}}}{\lambda} \quad (-)$$

$$(27c) \quad \text{Re} = \text{Nombre de Reynolds} = \frac{V d_{\text{hyd}}}{v} \quad (-)$$

$$(27d) \quad C = \text{constante} \quad (-)$$

Seule, la constante C est différente chez les quatre auteurs:

- (27e) Hausen: C = 0.125 (Réf.15)
- (27f) Assmann, Dittrich et Lang: C = 0.125 (Réf.5)
- (27g) Saumweber: C = 0.116 (Réf.16)
- (27h) Ehlers: C = 0.197 (Réf.15)

Ehlers obtient le facteur C par corrélation de l'équation (27a) à des résultats d'essai et montre la précision de cette équation par le diagramme sur la figure 69 (Réf.15):

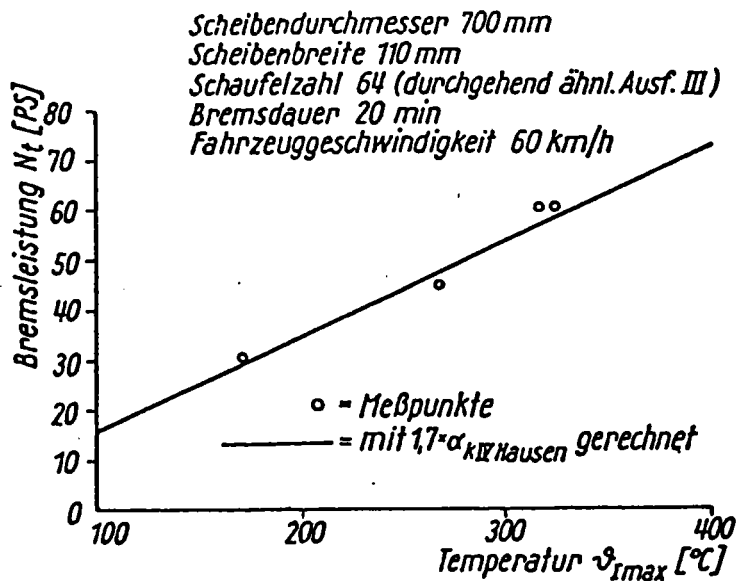
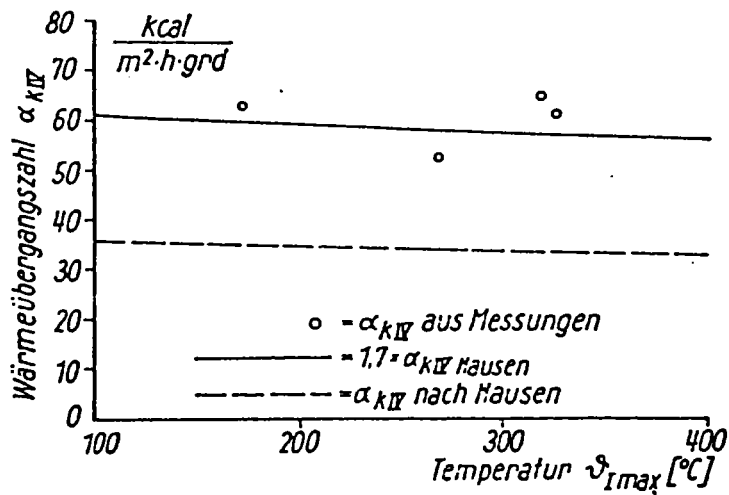


Figure 69

Sisson (Réf.20) indique une équation empirique très simple pour le coefficient de transfert de chaleur:

$$(28) \quad \alpha = C_1 + C_2 V^{0.8} \left( \frac{W}{m^2 \cdot K} \right)$$

L'équation (28) est une équation spécifique au type de disque de frein et par conséquent, les deux inconnues  $C_1$  et  $C_2$  doivent être déterminées par les résultats des essais.

L'équation (28) de Sisson n'est pas pris en considération car elle introduit deux coefficients arbitraires  $C_1$  et  $C_2$ .

### 10.2.f La vitesse de l'écoulement dans les canaux radiaux

Les équations du chapitre 10.2.e nécessitent la détermination de la vitesse d'écoulement dans les canaux radiaux.

Plusieurs auteurs donnent des valeurs moyennes pour la vitesse, concernant le profil perpendiculaire au canal radial ainsi que pour la variation le long du canal radial.

Sisson (Réf.20) indique l'équation **empirique** suivante en fonction du nombre de tours par seconde n:

$$(31) \quad v = \pi d_{disc} n \sqrt{-0.0201 + 0.9085 d_{int} - 0.20236 d_{int}^2} \left( \frac{m}{s} \right)$$

Concernant la précision de cette équation en comparaison avec des mesures, Sisson montre le diagramme sur la figure 70 (Réf.20):

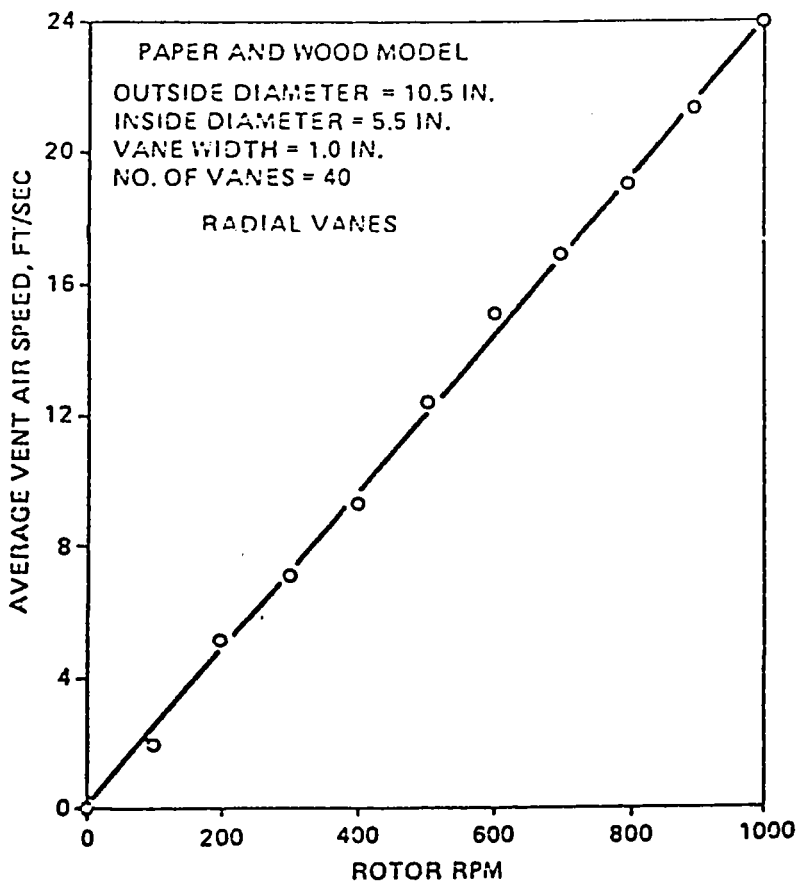


Figure 70

Limpert (Réf.19) établit l'équation empirique (32):

$$(32) \quad v = 0.0853 (60 n) (d_{disc}^2 - d_{int}^2) \left( \frac{A_{ent}}{A_{sort}} + 1 \right) \left( \frac{m}{s} \right)$$

Ehlers (Réf.15) présente une équation empirique de Eck:

$$(33) \quad v = \frac{\varphi \omega \pi r_{disc}^3 \ln \left( \frac{A_{sort}}{A_{ent}} \right)}{A_{sort} - A_{ent}} \left( \frac{m}{s} \right)$$

Le facteur  $\varphi$  dépend de la géométrie des canaux radiaux. Pour la détermination du facteur  $\varphi$ , Ehlers (Réf.15) montre un diagramme de Eck (Figure 71):

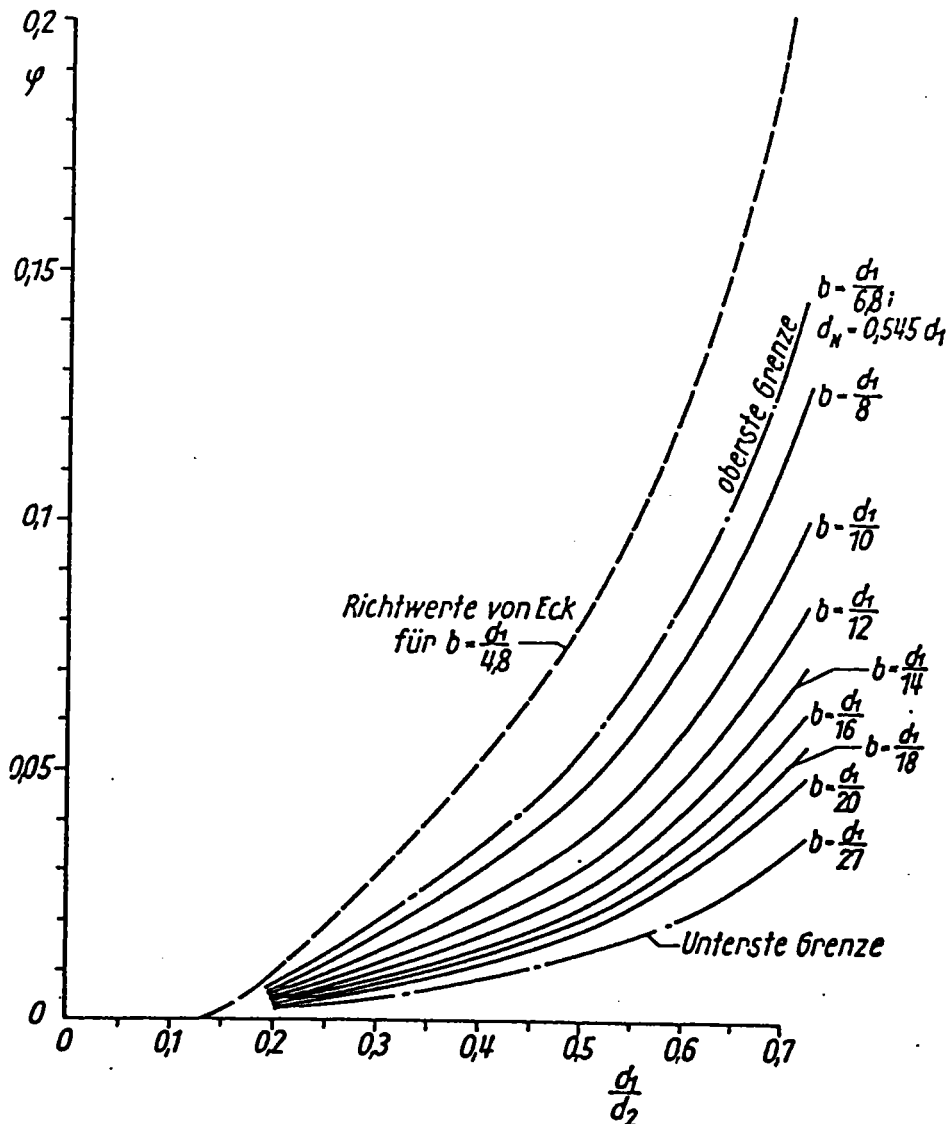


Figure 71



La figure 72 montre une comparaison entre les vitesses de l'écoulement de l'air entre les 3 auteurs Sisson (Réf.20), Limpert (Réf.19) et Ehlers (Réf.15):

Disque: Girling, Type D2, Série, Ventilé interne

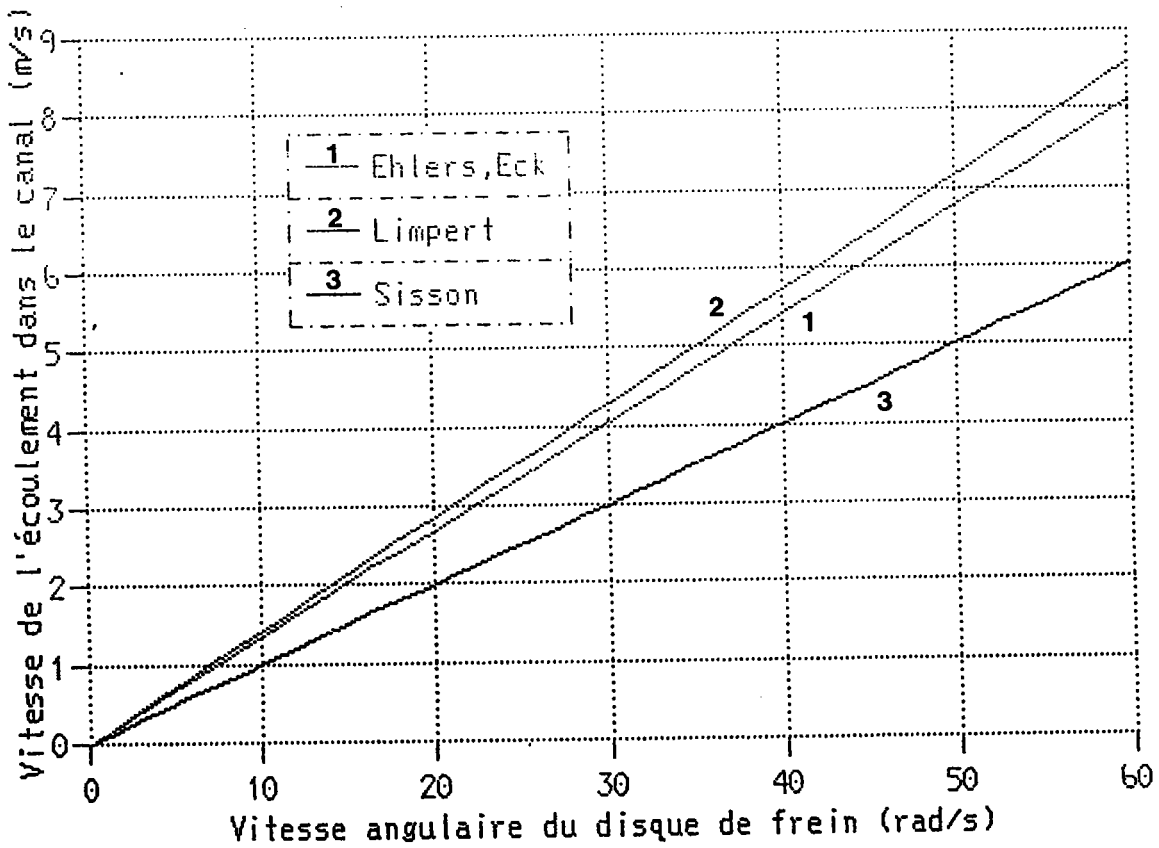


Figure 72

10.2.g Les propriétés de l'air

Selon la température, les valeurs caractéristiques d'air changent. Toutes les valeurs d'air utilisées se basent sur le tableau 10 (Réf.11):

Tableau 10

Stoffwerte von trockener Luft beim Druck  $p = 1$  bar.

$\vartheta$ °C	$\rho$ kg/m <sup>3</sup>	$c_p$ kJ/kg K	$\beta$ 10 <sup>-3</sup> /K	$\lambda$ 10 <sup>-3</sup> W/m K	$\eta$ 10 <sup>-6</sup> kg/m s	$\nu$ 10 <sup>-6</sup> m <sup>2</sup> /s	$a$ 10 <sup>-6</sup> m <sup>2</sup> /s	Pr -
-180	3,8515	1,071	11,701	9,0	6,44	1,67	2,18	0,77
-160	3,1258	1,036	9,320	10,9	7,85	2,51	3,37	0,75
-140	2,6391	1,021	7,758	12,7	9,20	3,48	4,71	0,74
-120	2,2867	1,014	6,659	14,6	10,49	4,587	6,30	0,73
-100	2,0186	1,011	5,846	16,40	11,72	5,806	8,04	0,72
-80	1,8073	1,009	5,219	18,16	12,89	7,132	9,96	0,72
-60	1,6364	1,007	4,719	19,83	14,02	8,567	12,0	0,71
-40	1,4952	1,006	4,304	21,45	15,09	10,09	14,3	0,71
-20	1,3765	1,006	3,962	23,01	16,15	11,73	16,6	0,71
0	1,2754	1,006	3,671	24,54	17,10	13,41	19,1	0,70
20	1,1881	1,007	3,419	26,03	17,98	15,13	21,8	0,70
40	1,1120	1,008	3,200	27,49	18,81	16,92	24,5	0,69
60	1,0452	1,009	3,007	28,94	19,73	18,88	27,4	0,69
80	0,9859	1,010	2,836	30,38	20,73	21,02	30,5	0,69
100	0,9329	1,012	2,684	31,81	21,60	23,15	33,7	0,69
120	0,8854	1,014	2,547	33,23	22,43	25,33	37,0	0,68
140	0,8425	1,017	2,423	34,66	23,19	27,53	40,5	0,68
160	0,8036	1,020	2,311	36,07	24,01	29,88	44,0	0,68
180	0,7681	1,023	2,209	37,49	24,91	32,43	47,7	0,68
200	0,7356	1,026	2,115	38,91	25,70	34,94	51,6	0,68
250	0,6653	1,035	1,912	42,43	27,40	41,18	61,6	0,67
300	0,6072	1,046	1,745	45,91	29,20	48,09	72,3	0,67
350	0,5585	1,057	1,605	49,31	30,90	55,33	83,5	0,66
400	0,5170	1,069	1,485	52,57	32,55	62,95	95,1	0,66
450	0,4813	1,081	1,383	55,64	34,00	70,64	107	0,66
500	0,4502	1,093	1,293	58,48	35,50	78,86	119	0,66
600	0,3986	1,116	1,145	63,5	38,30	96,08	143	0,67
700	0,3577	1,137	1,027	67,8	40,87	114,3	166	0,69
800	0,3243	1,155	0,932	71,3	43,32	133,6	190	0,70
900	0,2967	1,171	0,852	74,3	45,65	153,9	214	0,72
1000	0,2734	1,185	0,786	76,8	47,88	175,1	237	0,74

$\vartheta$  Celsius-Temperatur  
 $\rho$  Dichte  
 $c_p$  spezifische Wärmekapazität bei konstantem Druck  
 $\beta$  Wärmeausdehnungskoeffizient  
 $\lambda$  Wärmeleitfähigkeit  
 $\eta$  dynamische Viskosität  
 $\nu$  kinematische Viskosität  
 $a$  Temperaturleitfähigkeit  
Pr Prandtl-Zahl

### 10.3. Les propriétés du matériau

Les disques de frein fabriqués à la Régie Renault sont en fonte F06 ou F11 (Réf.21).

Les propriétés thermiques de ces 2 fontes sont très proches. Les valeurs de la fonte F06 dans le tableau 11 sont utilisées (Réf.22):

Tableau 11

Température (°C)	$\alpha_{\text{dilat}}$ (1/°K)	$c_p$ (J/kg°K)	$\lambda$ (W/m°K)	$\rho$ (kg/m <sup>3</sup> )
20°C	-	515	50.9	7213
100°C	$9.9 \cdot 10^{-6}$	552	50.8	7196
200°C	$10.8 \cdot 10^{-6}$	586	47.5	7171
300°C	$11.8 \cdot 10^{-6}$	624	45.9	7142
400°C	$12.2 \cdot 10^{-6}$	661	43.3	7114
500°C	$12.8 \cdot 10^{-6}$	712	41.3	7082
600°C	$13.1 \cdot 10^{-6}$	793	30.7	7051
700°C	$13.7 \cdot 10^{-6}$	944	38.4	7015
800°C	$12.2 \cdot 10^{-6}$	1120	50.2	7011

## 10.4. La méthode des plans d'expériences

### 10.4.1. Le fonctionnement d'un plan d'expérience à deux niveaux

Le fonctionnement d'un plan d'expérience à deux niveaux est expliqué à l'aide d'un exemple de Goupy (Réf.29).

Le rendement d'une réaction chimique dépend de deux facteurs: la température et la pression. On s'intéresse à l'influence de ces deux facteurs sur le rendement de cette réaction chimique. Quatre essais sont effectués et regroupés dans le plan d'expériences suivant (voir tableau 12).

La partie centrale du plan est composée des signes "-" et "+". Une ligne du plan représente un essai, une colonne correspond à un facteur ou une interaction. Les signes indiquent le niveau sur lequel le facteur se trouve, il y a seulement deux niveaux. On voit que tous les facteurs sont combinés à tous les niveaux, il y a donc quatre combinaisons possibles, il faut donc effectuer quatre essais.

**L'effet total** d'un facteur est défini par la différence entre le moyen du rendement quand le facteur se trouve sur le niveau "+" et le moyen du rendement, quand le facteur se trouve sur le niveau "-".

**L'effet** d'un facteur est l'effet total divisé par deux.

Dans le cas présent, **l'effet de la température sur le rendement** est

$$\frac{1}{2} \left( \frac{70 + 95}{2} - \frac{60 + 80}{2} \right) = 6.25$$

**L'effet de la pression sur le rendement** est

$$\frac{1}{2} \left( \frac{80 + 95}{2} - \frac{60 + 70}{2} \right) = 11.25$$

On suppose qu'il y a aussi des interactions entre les facteurs. **L'interaction totale de la température sur la pression** est définie par la différence entre l'effet de la pression sur le niveau "+" de la température et l'effet de la pression sur le niveau "-" de la température.

**L'interaction** est définie par l'interaction totale divisée par deux.

Numéro de l'essai	A [1]	B [2]	[12]	Moyenne des Réponses	Réponses Rendement
1	-	-	+	+	60
2	+	-	-	+	70
3	-	+	-	+	80
4	+	+	+	+	95

Niveau-	60°C	1 bar
Niveau+	80°C	2 bar

Diviseur	4	4
----------	---	---

Effets	+6.25	+11.25	+1.25	+76.25
--------	-------	--------	-------	--------

Dans le cas présent, l'interaction de la température sur la pression est

$$\frac{1}{2} \left( \frac{95 - 80}{2} - \frac{70 - 60}{2} \right) = 1.25$$

L'interaction de la pression sur la température est

$$\frac{1}{2} \left( \frac{95 - 70}{2} - \frac{80 - 60}{2} \right) = 1.25$$

L'information que l'on peut tirer de ce plan d'expérience est que l'effet de la variation de la pression entre 1 bar et 2 bars sur le rendement est presque deux fois plus important que l'effet de la variation de la température entre 60°C et 80°C. On constate une interaction relativement faible entre la température et la pression.

On aurait pu obtenir les mêmes résultats en faisant la somme des réponses (rendement) en fonction des signes de la colonne qui correspond au facteur étudié. Cette somme doit être encore divisée par le diviseur (nombre d'essais) afin d'obtenir l'effet. Ces résultats sont dans la dernière ligne dans ce plan.

L'interaction entre les deux facteurs est obtenue par la multiplication des deux colonnes qui correspondent aux facteurs. On applique la règle des signes. Le résultat de la multiplication des deux colonnes est indiqué dans une nouvelle colonne (la troisième), la colonne de l'interaction.

En connaissant l'influence des facteurs et leurs interactions, on peut établir le modèle linéaire suivant qui prédit le rendement de la réaction chimique:

$$\begin{aligned} \text{Réponse} &= \text{Moyen des réponses} \\ &+ \text{Niveau} * \text{Facteur 1} \\ &+ \text{Niveau} * \text{Facteur 2} \\ &+ \text{Niveau} * \text{Interaction} \end{aligned}$$

Pour la première ligne du plan, qui correspond à la configuration des facteurs du premier essai, on trouve par exemple:

$$\begin{aligned} \text{Réponse} &= 76.25 - 6.25 - 11.25 + 1.25 = 60 \\ (\text{Rendement}) & \end{aligned}$$

Si on veut examiner trois facteurs, cette façon de procéder nécessite huit essais, quatre facteurs nécessitent seize essais.

Un avantage considérable des plans d'expériences consiste dans la possibilité de mélanger des interactions avec des facteurs supplémentaires et de réduire de cette façon le nombre d'essais. Dans l'exemple de la réaction chimique, on peut par exemple mélanger l'interaction entre la température et la pression avec un troisième facteur, c'est à dire, on varie un troisième facteur (qui a également une influence sur la réaction chimique) de la même façon, comme les signes dans la colonne de l'interaction l'indiquent (voir tableau 13).

Dans ce cas, le système (la réaction chimique) va répondre à l'interaction et au troisième facteur à la fois. La somme des réponses selon les signes de cette colonne donne donc la même chose que

l'interaction de la température sur la pression

+

l'influence du troisième facteur

Ce mélange est appelé "contraste".

Malheureusement les deux facteurs, la température et la pression sont maintenant également mélangés avec des interactions à cause du troisième facteur, selon la règle des signes déjà citée:

La première colonne indique le facteur 1 + l'interaction entre le facteur 2 et le facteur 3.

La deuxième colonne indique le facteur 2 + l'interaction entre le facteur 1 et le facteur 3.

La troisième colonne indique le facteur 3 + l'interaction entre le facteur 1 et le facteur 2.

On utilise souvent l'expression d'aliason entre les facteurs et les interactions.

D'après les notations de Box (Réf.29), on peut exprimer ces relations aussi comme suit:

$$[1] = [23]$$

$$[2] = [13]$$

$$[3] = [12]$$

Cette mélange entre des facteurs et des interactions ne permet pas de conclusion.

On a six équations pour trois inconnues.

Plan d'expériences initial

Numéro de l'essai	A [1]	B [2]	C [3] [3] = [12]	Moyenne des Réponses	Réponses Rendement
1	-	-	+	+	160
2	+	-	-	+	50
3	-	+	-	+	45
4	+	+	+	+	195

Niveau-	60°C	1 bar
Niveau+	80°C	2 bar

Diviseur	4	4
----------	---	---

Effets	+10	+7.5	+65	+111.25
--------	-----	------	-----	---------



Plan d'expériences complémentaire

Numéro de l'essai	A [1] -[23]	B [2] -[13]	[3] [3] = -[12]	Moyenne des Réponses	Réponses Rendement
5	-	-	-	+	65
6	+	-	+	+	145
7	-	+	+	+	135
8	+	+	-	+	

Niveau-	60°C	1 bar
Niveau+	80°C	2 bar

Afin de connaître l'influence "pure" des facteurs et des interactions, il faut rajouter trois équations supplémentaires en forme de trois essais.

On établit un deuxième plan d'expériences  $2^{3-1}$  (deux niveaux, trois facteurs, une interaction utilisée pour une mélange) mais cette fois on inverse les signes de la colonne des interactions (voir tableau 14).

Les réponses des trois essais supplémentaires sont calculées comme suit:

Réponse 5 = Moyenne des réponses du plan initial

- facteur 1 + l'interaction entre le facteur 2 et le facteur 3
- facteur 2 + l'interaction entre le facteur 1 et le facteur 3
- facteur 3 + l'interaction entre le facteur 1 et le facteur 2

Réponse 6 = Moyenne des réponses du plan initial

- + facteur 1 - l'interaction entre le facteur 2 et le facteur 3
- facteur 2 + l'interaction entre le facteur 1 et le facteur 3
- + facteur 3 - l'interaction entre le facteur 1 et le facteur 2

Réponse 7 = Moyenne des réponses du plan initial

- facteur 1 + l'interaction entre le facteur 2 et le facteur 3
- + facteur 2 - l'interaction entre le facteur 1 et le facteur 3
- + facteur 3 - l'interaction entre le facteur 1 et le facteur 2

Maintenant on a six équations pour six inconnues.

Ces équations sont écrites sous forme matricielle:

$$\begin{pmatrix} +1 & 0 & 0 & 0 & 0 & +1 \\ 0 & +1 & 0 & 0 & +1 & 0 \\ 0 & 0 & +1 & +1 & 0 & 0 \\ -1 & -1 & -1 & +1 & +1 & +1 \\ +1 & -1 & +1 & -1 & +1 & -1 \\ -1 & +1 & +1 & -1 & -1 & +1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} [1] \\ [2] \\ [3] \\ [12] \\ [13] \\ [23] \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 10 \\ 7.5 \\ 65 \\ 65 - 111.25 \\ 145 - 111.25 \\ 135 - 111.25 \end{pmatrix}$$

Le résultat est le suivant:

L'influence du facteur 1 est + 10.625

L'influence du facteur 2 est + 6.875

L'influence du facteur 3 est + 46.875

L'influence de l'interaction entre facteur 1 et 2 est + 18.125

L'influence de l'interaction entre facteur 2 et 3 est + 0.625

L'influence de l'interaction entre facteur 1 et 3 est - 0.625

On constate une influence prédominante du facteur 3.

L'interaction entre le facteur 2 et le facteur 3, aussi bien que entre le facteur 1 et le facteur 3, est négligeable.

En connaissant l'influence des facteurs et leurs interactions, on peut établir le nouveau modèle linéaire suivant qui prédit le rendement de la réaction chimique:

$$\begin{aligned} \text{Réponse} &= \text{Moyen des réponses} \\ &+ \text{Niveau} * \text{Facteur 1} \\ &+ \text{Niveau} * \text{Interaction entre facteur 2 et 3} \\ &+ \text{Niveau} * \text{Facteur 2} \\ &+ \text{Niveau} * \text{Interaction entre facteur 1 et 3} \\ &+ \text{Niveau} * \text{Facteur 3} \\ &+ \text{Niveau} * \text{Interaction entre facteur 1 et 2} \end{aligned}$$

Dans l'exemple présent on a effectué sept essais au lieu de huit, on a donc économisé un essai.

Si le nombre des facteurs augmente, on peut économiser beaucoup plus d'essais:

Avec 4 facteurs on peut économiser au moins 4 essais.

Avec 5 facteurs on peut économiser au moins 19 essais.

Avec 6 facteurs on peut économiser au moins 50 essais.

Avec 7 facteurs on peut économiser au moins 113 essais.

On s'aperçoit de l'avantage de cette façon de procéder si le nombre des facteurs augmente.

Dans les calculs qui suivent, cette méthode (la méthode des plans d'expériences **fractionnaires**) est utilisée. La réponse n'est plus le rendement d'une réaction chimique, mais le comportement thermique d'un disque de frein et les facteurs sont alors des modifications à la géométrie du disque.

Si on utilise toutes les interactions pour un mélange avec des facteurs supplémentaires, le plan résultat est "saturé".

10.4.2. La réduction de l'effet parapluieL'identification des facteurs et leurs interactions influentes10.4.2.a Le disque non-ventilé interne

**Dans le plan d'expériences, les facteurs représentent les modifications.**

**Les réponses représentent les phénomènes.**

On examine la réponse suivante:

- L'effet parapluie est défini par l'angle d'inclinaison des pistes de frottement par rapport à la position initiale (état froid).

Un plan d'expériences fractionnaire  $2_{(III)}^{7-4}$  est construit à partir d'un plan de base  $2^3$  (Réf.29) (voir tableau 15). Le plan est alors saturé. Les facteurs supplémentaires sont **aliasés** de la façon suivante (adoption des notations de Box (Réf.29)):

$$(42a) \quad [4] = [123]$$

$$(42b) \quad [5] = [12]$$

$$(42c) \quad [6] = [23]$$

$$(42d) \quad [7] = [13]$$

Ces **aliasions** des facteurs supplémentaires conduisent à des contrastes comme montré dans les équations (43a) - (43g). Les interactions d'ordre supérieur à 2 ne sont pas indiquées:

$$(43a) \quad \text{Cont}_A = [1] + [25] + [37] + [46] + \dots$$

$$(43b) \quad \text{Cont}_B = [2] + [15] + [36] + [47] + \dots$$

$$(43c) \quad \text{Cont}_C = [3] + [17] + [26] + [45] + \dots$$

$$(43d) \quad \text{Cont}_D = [4] + [16] + [27] + [35] + \dots$$

$$(43e) \quad \text{Cont}_E = [5] + [12] + [34] + [67] + \dots$$

$$(43f) \quad \text{Cont}_F = [6] + [14] + [23] + [57] + \dots$$

$$(43g) \quad \text{Cont}_G = [7] + [13] + [24] + [56] + \dots$$

On établit le plan d'expériences **initial**:

Plan d'expériences initial

Numéro du calcul	A [1]	B [2]	C [3]	D [4] [4]=[123]	E [5] [5]=[12]	F [6] [6]=[23]	G [7] [7]=[13]	Moyenne des Réponses	Réponses Inclinaison
1	-	-	-	-	+	+	+	+	-53.65%
2	+	-	-	+	-	+	-	+	+24.13%
3	-	+	-	+	-	-	+	+	+23.27%
4	+	+	-	-	+	-	-	+	-59.24%
5	-	-	+	+	+	-	-	+	-62.71%
6	+	-	+	-	-	-	+	+	+8.5%
7	-	+	+	-	-	+	-	+	+4.95%
8	+	+	+	+	+	+	+	+	-50.5%

Niveau-	7mm	5.2mm	10.5mm	71.4mm	bord en bas	avec rigole	64mm
Niveau+	9.1mm	7.2mm	13.65mm	78.6mm	bord en haut	sans rigole	rayon maximal

Diviseur	8	8	8	8	8	8	8	8
----------	---	---	---	---	---	---	---	---

Effets	+1.38%	+0.28%	-4.29%	+4.2%	-35.87%	+1.89%	+2.56%	-20.66%	(Inclinaison)
--------	--------	--------	--------	-------	---------	--------	--------	---------	---------------

On adopte l'interprétation des plans fractionnaires de Goupy (Réf.29):

- ( $\alpha$ ) Les interactions du troisième ordre ou d'ordre plus élevé sont supposées négligeables.
- ( $\beta$ ) Si un contraste est nul, cela peut signifier:  
 - que les effets aliasés sont tous nuls, cas le plus probable qui est retenu;  
 - que les effets aliasés se compensent, cas rare qui n'est pas considéré dans une première approche.
- ( $\gamma$ ) Si deux effets sont faibles, on supposera que leur interaction l'est aussi.
- ( $\delta$ ) Si deux effets sont forts, leur interaction est examinée par des calculs complémentaires.

Selon l'interprétation ( $\alpha$ ) et ( $\beta$ ) de Goupy (Réf.29) du plan d'expériences, 3 contrastes sont influents sur l'effet parapluie (équations (43c), (43d) et (43e):

$$\begin{aligned} \text{- Modification C: } \text{Cont}_C &= [3] + [17] + [26] + [45] \\ &= - 4.29 \% \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{- Modification D: } \text{Cont}_D &= [4] + [16] + [27] + [35] \\ &= + 4.2 \% \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{- Modification E: } \text{Cont}_E &= [5] + [12] + [34] + [67] \\ &= - 35.87 \% \end{aligned}$$

Selon l'interprétation ( $\gamma$ ) et ( $\delta$ ) de Goupy (Réf.29) on obtient pour les contrastes suivants:

$$(44a) \quad \text{Cont}_C = [3] + [45] = - 4.29 \%$$

$$(44b) \quad \text{Cont}_D = [4] + [35] = + 4.2 \%$$

$$(44c) \quad \text{Cont}_E = [5] + [34] = - 35.87 \%$$



Les contrastes montrent que les facteurs principaux [3],[4] et [5] sont **aliasés** respectivement avec les interactions [45],[35] et [34].

**On a 3 équations pour 6 inconnues.**

Il n'est donc pas possible de conclure et 3 calculs complémentaires sont nécessaires pour **désaliaser** les facteurs [3],[4] et [5] des interactions [45],[35] et [34].

Un plan d'expériences **complémentaire** est construit (voir tableau 16).

Cette fois-ci les facteurs supplémentaires sont **aliasés** de la façon suivante:

$$(45a) \quad [4] = [123]$$

$$(45b) \quad [5] = - [34]$$

$$(45c) \quad [6] = [23]$$

$$(45d) \quad [7] = [13]$$

Les contrastes **complémentaires** sont calculés:

$$(46a) \quad \text{Cont}_{A'} = [1] + [37] + [46] - [25] + \dots$$

$$(46b) \quad \text{Cont}_{B'} = [2] + [36] + [47] - [15] + \dots$$

$$(46c) \quad \text{Cont}_{C'} = [3] + [17] + [26] - [45] + \dots$$

$$(46d) \quad \text{Cont}_{D'} = [4] - [35] + [27] + [16] + \dots$$

$$(46e) \quad \text{Cont}_{E'} = [5] - [34] - [12] - [67] + \dots$$

$$(46f) \quad \text{Cont}_{F'} = [6] + [23] + [14] - [57] + \dots$$

$$(46g) \quad \text{Cont}_{G'} = [7] + [13] + [24] - [56] + \dots$$

Plan d'expériences complémentaire

Numéro du calcul	A [1]	B [2]	C [3]	D [4] [4]=[123]	E [5] [5]=-[34]	F [6] [6]=[23]	G [7] [7]=[13]	Moyenne des Réponses	Réponses Inclinaison
9	-	-	-	-	-	+	+	+	+20.06%
10	+	-	-	+	+	+	-	+	-14.46%
	-	+	-	+	+	-	+	+	
	+	+	-	-	-	-	-	+	
	-	-	+	+	-	-	-	+	
	+	-	+	-	+	-	+	+	
	-	+	+	-	+	+	-	+	
11	+	+	+	+	-	+	+	+	+14.99%

Niveau-	7mm	5.2mm	10.5mm	71.4mm	bord en bas	avec rigole	64mm
Niveau+	9.1mm	7.2mm	13.65mm	78.6mm	bord en haut	sans rigole	rayon maximal

Avec les équations (46c), (46d) et (46e) et selon l'interprétation ( $\alpha$ ), ( $\gamma$ ) et ( $\delta$ ) de Goupy (Réf.29) on obtient:

$$(47a) \quad \text{Cont}_C' = [3] - [45]$$

$$(47b) \quad \text{Cont}_D' = [4] - [35]$$

$$(47c) \quad \text{Cont}_E' = [5] - [34]$$

Pour rajouter 3 équations aux équations (44a), (44b) et (44c) on choisit dans le plan d'expérience **complémentaire**, les calculs 9, 10 et 11 (à cause des faibles modifications au maillage).

Les réponses de ces calculs supplémentaires peuvent être exprimées avec l'aide des équations (47a), (47b) et (47c) comme suit:

$$(48a) \quad \text{Rép}_9 = \text{Moy} - [3] + [45] - [4] + [35] - [5] + [34]$$

$$(48b) \quad \text{Rép}_{10} = \text{Moy} - [3] + [45] + [4] - [35] + [5] - [34]$$

$$(48c) \quad \text{Rép}_{11} = \text{Moy} + [3] - [45] + [4] - [35] - [5] + [34]$$

Le plan d'expériences **complémentaire** indique les résultats suivants:

$$(49a) \quad \text{Rép}_9 = + 20.06 \%$$

$$(49b) \quad \text{Rép}_{10} = - 14.46 \%$$

$$(49c) \quad \text{Rép}_{11} = + 14.99 \%$$

Les équations (44a), (44b), (44c), (48a), (48b) et (48c) sont écrites de façon matricielle:

(50)

$$\begin{pmatrix} +1 & 0 & 0 & 0 & 0 & +1 \\ 0 & +1 & 0 & 0 & +1 & 0 \\ 0 & 0 & +1 & +1 & 0 & 0 \\ -1 & -1 & -1 & +1 & +1 & +1 \\ -1 & +1 & +1 & -1 & -1 & +1 \\ +1 & +1 & -1 & +1 & -1 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} [3] \\ [4] \\ [5] \\ [34] \\ [35] \\ [45] \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \text{Cont}_C \\ \text{Cont}_D \\ \text{Cont}_E \\ \text{Rép}_9 - \text{Moy} \\ \text{Rép}_{10} - \text{Moy} \\ \text{Rép}_{16} - \text{Moy} \end{pmatrix}$$

On a 6 équations pour 6 inconnues.

La résolution de ce système d'équations donne pour les facteurs [3], [4] et [5] et les interactions [45], [35] et [34] les résultats suivants:

(51a)            [3] = - 13.88 %

(51b)            [4] = + 12.56 %

(51c)            [5] = - 37.03 %

(51d)            [45] = + 9.59 %

(51e)            [35] = - 8.36 %

(51f)            [34] = + 1.16 %

Calcul au niveau "0"

Numéro du calcul	A	B	C	D	E	F	G	Réponses
	[1]	[2]	[3]	[4] [4]=[123]	[5] [5]=[12]	[6] [6]=[23]	[7] [7]=[13]	Inclinaison
13	0	0	0	0	0	0	0	-35.55%
Niveau-	7mm	5.2mm	10.5mm	71.4mm	bord en bas	avec rigole	64mm	
Niveau0	8.05mm	6.2mm	12.08mm	75mm	deux bords	avec rigole	69.5mm	
Niveau+	9.1mm	7.2mm	13.65mm	78.6mm	bord en haut	sans rigole	rayon maximal	

Calcul de verification

Numéro du calcul	A	B	C	D	E	F	G	Réponses
	[1]	[2]	[3]	[4] [4]=[123]	[5] [5]=[12]	[6] [6]=[23]	[7] [7]=[13]	Inclinaison
12	-	-	-	-	+	-	0	-55.2%
Niveau-	7mm	5.2mm	10.5mm	71.4mm	bord en bas	avec rigole	64mm	
Niveau0	8.05mm	6.2mm	12.08mm	75mm	deux bords	avec rigole	69.5mm	
Niveau+	9.1mm	7.2mm	13.65mm	78.6mm	bord en haut	sans rigole	rayon maximal	

#### 10.4.2.b Le disque ventilé interne (canaux radiaux)

On utilise les mêmes notions comme dans le chapitre 10.4.2.a, les facteurs représentent les modifications et les réponses représentent les phénomènes.

On examine l'influence de ces 5 modifications ou facteurs sur la réponse suivante:

- "L'effet parapluie", défini par l'angle d'inclinaison des pistes de frottement par rapport à la position initiale (état froid).

Un plan d'expériences fractionnaire  $2_{(III)}^{5-2}$  est choisi à partir d'un plan de base  $2^3$  (Réf.29), voir tableau 19.

Les facteurs supplémentaires sont aliasés de la façon suivante (adoption des notations de Box (Réf.29)):

$$(55a) \quad [4] = [123]$$

$$(55b) \quad [5] = [23]$$

Ces aliasons des facteurs supplémentaires conduisent à des contrastes exprimés par les équations (56a) - (56e) (les interactions d'ordre supérieur à 3 ne sont pas indiquées):

$$(56a) \quad \text{Cont}_A = [1] + [45] + \dots$$

$$(56b) \quad \text{Cont}_B = [2] + [35] + \dots$$

$$(56c) \quad \text{Cont}_C = [3] + [25] + \dots$$

$$(56d) \quad \text{Cont}_D = [4] + [15] + \dots$$

$$(56e) \quad \text{Cont}_E = [5] + [14] + [23] + \dots$$

Les contrastes des interactions sont définis par les équations (56f) et (56g):

$$(56f) \quad \text{Cont}_{AB} = [12] + [34] + \dots$$

$$(56g) \quad \text{Cont}_{AC} = [13] + [24] + \dots$$

Après avoir calculé les contrastes, on établit le plan d'expériences **initial**.

Plan d'expériences initial

Numéro du calcul	A [1]	B [2]	C [3]	[12]	E [23] [5] = [23]	[13]	D [4] [4]=[123]	Moyenne des Réponses	Réponses Inclinaison
1	-	-	-	+	+	+	-	+	-22.839% (vlb)
2	+	-	-	-	+	-	+	+	-63.074% (vlh)
3	-	+	-	-	-	+	+	+	-76.628% (vlh)
4	+	+	-	+	-	-	-	+	+48.879% (vlb)
5	-	-	+	+	-	-	+	+	-84.845% (vlh)
6	+	-	+	-	-	+	-	+	+9.712% (vlb)
7	-	+	+	-	+	-	-	+	-9.232% (vlb)
8	+	+	+	+	+	+	+	+	-59.285% (vlh)

Niveau-	17.6 mm	14.8 mm	4 mm		0.7		fixation en bas
Niveau+	28 mm	22 mm	8 mm		1.068		fixation en haut

Diviseur	8	8	8	8	8	8	8	8
----------	---	---	---	---	---	---	---	---

Effets	+16.22%	+8.1%	-3.75%	+2.64%	-6.44%	-5.1%	-38.79%	-32.16%	(Inclinaison)
--------	---------	-------	--------	--------	--------	-------	---------	---------	---------------



La remarque vlb dans les réponses indique une inclinaison vers le **bas**, la remarque vlh une inclinaison vers le **haut**, comme montré sur la figure 73:

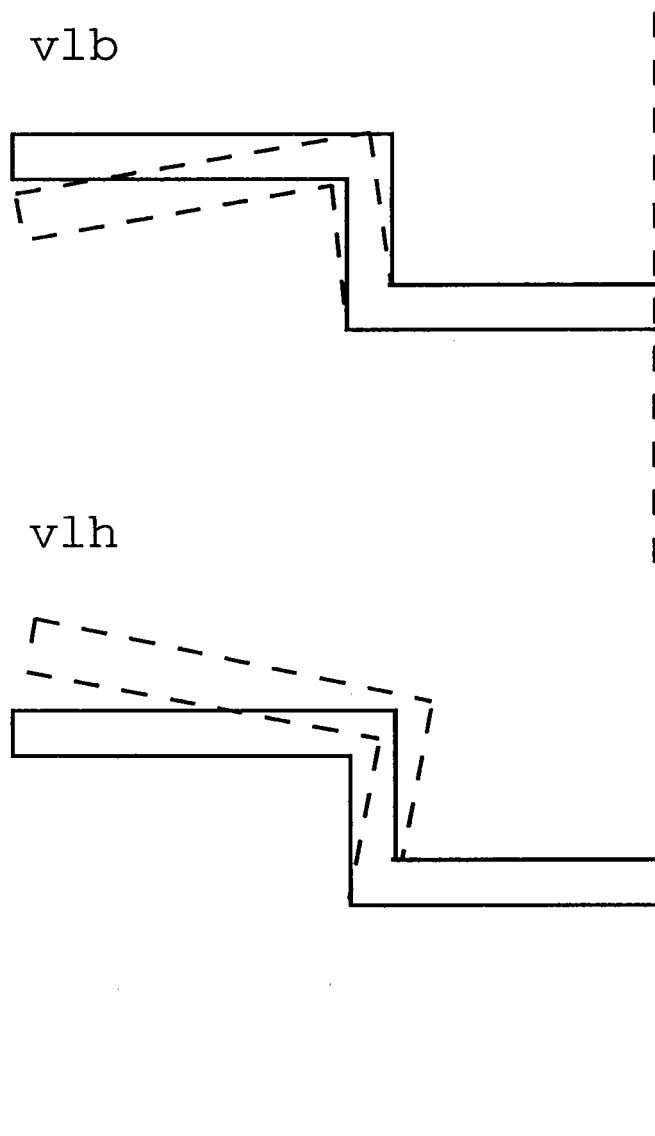


Figure 73

Selon le plan d'expérience **initial**, 2 contrastes sont influents sur l'effet parapluie (équations (56a) et (56d)):

$$\text{- Modification A: } \text{Cont}_A = [1] + [45] + \dots = + 16.14 \%$$

$$\text{- Modification D: } \text{Cont}_D = [4] + [15] + \dots = - 38.7 \%$$

Selon l'interprétation  $\alpha$ ) de Goupy (Réf.29) on obtient pour ces contrastes:

$$(57a) \quad \text{Cont}_A = [1] + [45] = + 16.14 \%$$

$$(57b) \quad \text{Cont}_D = [4] + [15] = - 38.7 \%$$

**On a 2 équations pour 4 inconnues.**

2 calculs **complémentaires** sont donc nécessaires pour désaliaser les facteurs [1] et [4] des interactions [45] et [15].

Un plan d'expériences **complémentaire** est construit, cette fois-ci avec l'aliason suivante des facteurs supplémentaires, voir tableau 20.

$$(58a) \quad [4] = [123]$$

$$(58b) \quad [5] = - [23]$$

Ces aliasons des facteurs supplémentaires conduisent à des contrastes **complémentaires** exprimés par les équations (59a) - (59e):

$$(59a) \quad \text{Cont}'_A = [1] - [45] + \dots$$

$$(59b) \quad \text{Cont}'_B = [2] - [35] + \dots$$

$$(59c) \quad \text{Cont}'_C = [3] - [25] + \dots$$

$$(59d) \quad \text{Cont}'_D = [4] - [15] + \dots$$

$$(59e) \quad \text{Cont}'_E = [5] - [14] - [23] + \dots$$

Plan d'expériences complémentaire

Numéro du calcul	A [1]	B [2]	C [3]	[12]	E [23] [5] = - [23]	[13]	D [4] [4]=[123]	Moyenne des Réponses	Réponses Inclinaison
9	-	-	-	+	-	+	-	+	+2.828% (vlb)
10	+	-	-	-	-	-	+	+	-82.391% (vlh)
11	-	+	-	-	+	+	+	+	-58.271% (vlh)
12	+	+	-	+	+	-	-	+	-7.684% (vlb)
	-	-	+	+	+	-	+	+	
	+	-	+	-	+	+	-	+	
	-	+	+	-	-	-	-	+	
	+	+	+	+	-	+	+	+	

Niveau-	17.6 mm	14.8 mm	4 mm		0.7		fixation en bas
Niveau+	28 mm	22 mm	8 mm		1.068		fixation en haut

Les contrastes des interactions sont les mêmes que dans les équations (56f) et (56g):

$$(59f) \quad \text{Cont}_{12} = \text{Cont}'_{12} = [12] + [34] + \dots$$

$$(59g) \quad \text{Cont}_{13} = \text{Cont}'_{13} = [13] + [24] + \dots$$

Selon l'interprétation  $\alpha$ ) de Goupy (Réf.29) on obtient des équations (59a) et (59d) les équations (60a) et (60b):

$$(60a) \quad \text{Cont}'_A = [1] - [45]$$

$$(60b) \quad \text{Cont}'_D = [4] - [15]$$

Pour rajouter 2 équations aux équations (57a) et (57b), on choisit dans le plan d'expériences complémentaire les calculs 9 et 11. Les réponses de ces calculs complémentaires peuvent être exprimées avec l'aide des équations (60a) et (60b) comme suit:

$$(61a) \quad \text{Rép}_9 = \text{Moy} - [1] + [45] - [4] + [15]$$

$$(61b) \quad \text{Rép}_{11} = \text{Moy} - [1] + [45] + [4] - [15]$$

Le plan d'expériences complémentaire indique les résultats suivants

$$(62a) \quad \text{Rép}_9 = + 2.83 \%$$

$$(62b) \quad \text{Rép}_{11} = - 58.27 \%$$

Les équations (57a), (57b), (61a) et (61b) sont écrites dans une forme matricielle:

$$(63) \quad \begin{pmatrix} +1 & 0 & 0 & +1 \\ 0 & +1 & +1 & 0 \\ -1 & -1 & +1 & +1 \\ -1 & +1 & -1 & +1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} [1] \\ [4] \\ [15] \\ [45] \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \text{Cont}_A \\ \text{Cont}_D \\ \text{Rép}_9 - \text{Moy} \\ \text{Rép}_{11} - \text{Moy} \end{pmatrix}$$

On a 4 équations pour 4 inconnues.

La résolution du système d'équations (63) donne pour les facteurs [1] et [4] et les interactions [45] et [15] les résultats suivants:

$$\begin{aligned}
 (64a) \quad [1] &= + 5.89 \% \\
 (64b) \quad [4] &= - 34.67 \% \\
 (64c) \quad [15] &= - 4.12 \% \\
 (64d) \quad [45] &= + 10.33 \%
 \end{aligned}$$

On constate une influence prédominante du facteur [4] sur l'effet parapluie.

On contrôle les résultats en effectuant le même calcul avec les réponses des calculs complémentaires 10 et 12:

$$\begin{aligned}
 (65a) \quad \text{Rép}_{10} &= \text{Moy} + [1] - [45] + [4] - [15] \\
 (65b) \quad \text{Rép}_{12} &= \text{Moy} + [1] - [45] - [4] + [15] \\
 (66a) \quad \text{Rép}_{10} &= - 82.39 \% \\
 (66b) \quad \text{Rép}_{12} &= - 7.68 \%
 \end{aligned}$$

$$(67) \quad \begin{pmatrix} +1 & 0 & 0 & +1 \\ 0 & +1 & +1 & 0 \\ +1 & +1 & -1 & -1 \\ +1 & -1 & +1 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} [1] \\ [4] \\ [15] \\ [45] \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \text{Cont}_A \\ \text{Cont}_D \\ \text{Rép}_{10} - \text{Moy} \\ \text{Rép}_{12} - \text{Moy} \end{pmatrix}$$

$$\begin{aligned}
 (68a) \quad [1] &= + 1.67 \% \\
 (68b) \quad [4] &= - 38.07 \% \\
 (68c) \quad [15] &= - 0.72 \% \\
 (68d) \quad [45] &= + 14.55 \%
 \end{aligned}$$

L'influence prédominante du facteur [4] est donc confirmée.

### 10.4.3. La réduction de la température

#### L'identification des facteurs et leurs interactions influentes

#### 10.4.3.a Le disque non-ventilé interne

On examine la réponse (notions du chapitre 10.4.2.a et 10.4.2.b) suivante:

- La température maximale des pistes de frottement à la position du capteur (chapitre 3.a, figure 3).

On établit un plan d'expérience (tableau 21) et constate l'influence d'un contraste sur la valeur maximale de la température.

$$\begin{aligned}
 \text{- Modification C: } \quad \text{ContC} &= [3] + [17] + [26] + [45] + \dots \\
 &= - 7.02 \quad (\%)
 \end{aligned}$$

Selon l'interprétation ( $\alpha$ ), ( $\beta$ ) et ( $\gamma$ ) de Goupy (Réf.29) on obtient pour le facteur [3]:

$$(69) \quad [3] = - 7.02 \quad (\%)$$

On a donc une **influence prédominante du facteur [3]**.

Plan d'expériences initial

Numéro du calcul	A [1]	B [2]	C [3]	D [4] [4]=[123]	E [5] [5]=[12]	F [6] [6]=[23]	G [7] [7]=[13]	Moyenne des Réponses	Réponses Température
1	-	-	-	-	+	+	+	+	+0.26%
2	+	-	-	+	-	+	-	+	+0.39%
3	-	+	-	+	-	-	+	+	-0.41%
4	+	+	-	-	+	-	-	+	-0.07%
5	-	-	+	+	+	-	-	+	-14.15%
6	+	-	+	-	-	-	+	+	-14.08%
7	-	+	+	-	-	+	-	+	-14.38%
8	+	+	+	+	+	+	+	+	-13.39%

Niveau-	7mm	5.2mm	10.5mm	71.4mm	bord en bas	avec rigole	64mm
Niveau+	9.1mm	7.2mm	13.65mm	78.6mm	bord en haut	sans rigole	rayon maximal

Diviseur	8	8	8	8	8	8	8	8
----------	---	---	---	---	---	---	---	---

Effets	+0.19%	-0.08%	-7.02%	+0.09%	+0.14%	+0.2%	+0.07%	-6.98%	(Température)
--------	--------	--------	--------	--------	--------	-------	--------	--------	---------------

Calcul au niveau "0"

Numéro du calcul	A [1]	B [2]	C [3]	D [4] [4]=[123]	E [5] [5]=[12]	F [6] [6]=[23]	G [7] [7]=[13]	Réponses Température
9	0	0	0	0	0	0	0	-9.92%
Niveau-	7mm	5.2mm	10.5mm	71.4mm	bord en bas	avec rigole	64mm	
Niveau0	8.05mm	6.2mm	12.08mm	75mm	deux bords	avec rigole	69.5mm	
Niveau+	9.1mm	7.2mm	13.65mm	78.6mm	bord en haut	sans rayon rigole maximal		



### 10.4.3.b Le disque ventilé interne (canaux radiaux)

#### $\alpha$ ) La "température maximale"

Selon l'interprétation  $\alpha$ ) de Goupy (Réf.29), 4 contrastes sont influents sur la "température maximale" du disque (dérivé des équations (56a) - (56d), démontrés dans le tableau 23.

$$(75a) \quad \text{Cont}_A = [1] + [45] = + 2.04 \%$$

$$(75b) \quad \text{Cont}_B = [2] + [35] = + 4.48 \%$$

$$(75c) \quad \text{Cont}_C = [3] + [25] = - 2.23 \%$$

$$(75d) \quad \text{Cont}_D = [4] + [15] = - 1.59 \%$$

On a 4 équations pour 8 inconnues.

4 calculs **complémentaires** sont donc nécessaires pour désaliaser les facteurs [1],[2],[3] et [4] des interactions [45],[35],[25] et [15].

On adopte le même plan d'expériences **complémentaire** comme dans le chapitre 10.4.2.b (l'effet parapluie), qui est démontré dans le tableau 24.

Par conséquent les équations (59a) - (59g) sont aussi valables ici.

Selon l'interprétation  $\alpha$ ) de Goupy (Réf.29) on obtient des équations (59a) - (59d) les équations suivantes:

$$(76a) \quad \text{Cont}'_A = [1] - [45]$$

$$(76b) \quad \text{Cont}'_B = [2] - [35]$$

$$(76c) \quad \text{Cont}'_C = [3] - [25]$$

$$(76d) \quad \text{Cont}'_D = [4] - [15]$$

Les 4 calculs qui sont rajoutés ont les numéros 9,10,11 et 12 dans le plan d'expériences **complémentaire** et résultent avec les équations (76a) - (76d) dans les équations (77a) - (77d):

$$(77a) \quad \text{Rép}_9 = \text{Moy} - [1] + [45] - [2] + [35] - [3] + [25] - [4] + [15]$$

$$(77b) \quad \text{Rép}_{10} = \text{Moy} + [1] - [45] - [2] + [35] - [3] + [25] + [4] - [15]$$

$$(77c) \quad \text{Rép}_{11} = \text{Moy} - [1] + [45] + [2] - [35] - [3] + [25] + [4] - [15]$$

$$(77d) \quad \text{Rép}_{12} = \text{Moy} + [1] - [45] + [2] - [35] - [3] + [25] - [4] + [15]$$

Le plan d'expériences **complémentaire** indique les résultats suivants:

$$(78a) \quad \text{Rép}_9 = - 2.6 \%$$

$$(78b) \quad \text{Rép}_{10} = - 3.07 \%$$

$$(78c) \quad \text{Rép}_{11} = + 3.06 \%$$

$$(78d) \quad \text{Rép}_{12} = + 5.4 \%$$

Les équations (75a) - (75d) et (77a) - (77d) sont écrites dans une forme matricielle:

(79)

$$\begin{pmatrix} +1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & +1 \\ 0 & +1 & 0 & 0 & 0 & 0 & +1 & 0 \\ 0 & 0 & +1 & 0 & 0 & +1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & +1 & +1 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & -1 & -1 & -1 & +1 & +1 & +1 & +1 \\ +1 & -1 & -1 & +1 & -1 & +1 & +1 & -1 \\ -1 & +1 & -1 & +1 & -1 & +1 & -1 & +1 \\ +1 & +1 & -1 & -1 & +1 & +1 & -1 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} [1] \\ [2] \\ [3] \\ [4] \\ [15] \\ [25] \\ [35] \\ [45] \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \text{Cont}_A \\ \text{Cont}_B \\ \text{Cont}_C \\ \text{Cont}_D \\ \text{Rép}_9 - \text{Moy} \\ \text{Rép}_{10} - \text{Moy} \\ \text{Rép}_{11} - \text{Moy} \\ \text{Rép}_{12} - \text{Moy} \end{pmatrix}$$

On a 8 équations pour 8 inconnues.

La résolution du système d'équations (79) donne pour les facteurs [1],[2],[3] et [4] et les interactions [45],[35],[25] et [15] les résultats suivants:

(80a)	[1]	=	+ 1.29 %
(80b)	[2]	=	+ 4.04 %
(80c)	[3]	=	- 1.95 %
(80d)	[4]	=	- 1.18 %
(80e)	[15]	=	- 0.48 %
(80f)	[25]	=	- 0.35 %
(80g)	[35]	=	+ 0.51 %
(80h)	[45]	=	+ 0.82 %

β) La "capacité de refroidissement"

Selon le plan d'expériences **initial** et avec l'interprétation α) de Goupy, 4 contrastes sont influents sur la "capacité de refroidissement" du disque, voir tableau 23.

$$(81a) \quad \text{Cont}_A = [1] + [45] = + 1.46 \%$$

$$(81b) \quad \text{Cont}_B = [2] + [35] = + 9.15 \%$$

$$(81c) \quad \text{Cont}_C = [3] + [25] = - 5.89 \%$$

$$(81d) \quad \text{Cont}_D = [4] + [15] = - 5.05 \%$$

On a 4 équations pour 8 inconnues.

4 calculs **complémentaires** sont donc nécessaires.

Ce problème ressemble fortement au problème du chapitre 10.4.3.b α) (la "température maximale") et on procède exactement de la même façon.

Les contrastes **complémentaires** sont:

$$(76a) \quad \text{Cont}'_A = [1] - [45]$$

$$(76b) \quad \text{Cont}'_B = [2] - [35]$$

$$(76c) \quad \text{Cont}'_C = [3] - [25]$$

$$(76d) \quad \text{Cont}'_D = [4] - [15]$$

Les équations rajoutées sur la base des calculs **complémentaires** 9,10,11 et 12 sont (voir tableau 24):

$$(77a) \quad \text{Rép}_9 = \text{Moy} - [1] + [45] - [2] + [35] - [3] + [25] - [4] + [15]$$

$$(77b) \quad \text{Rép}_{10} = \text{Moy} + [1] - [45] - [2] + [35] - [3] + [25] + [4] - [15]$$

$$(77c) \quad \text{Rép}_{11} = \text{Moy} - [1] + [45] + [2] - [35] - [3] + [25] + [4] - [15]$$

$$(77d) \quad \text{Rép}_{12} = \text{Moy} + [1] - [45] + [2] - [35] - [3] + [25] - [4] + [15]$$

Le plan d'expériences complémentaire indique les résultats suivants:

$$(82a) \quad \text{Rép}_9 = + 0.51 \%$$

$$(82b) \quad \text{Rép}_{10} = - 10.05 \%$$

$$(82c) \quad \text{Rép}_{11} = + 9.58 \%$$

$$(82d) \quad \text{Rép}_{12} = + 20.95 \%$$

Les équations (77a) - (77d) et (81a) - (81d) sont écrites dans une forme matricielle:

(79)

$$\begin{pmatrix} +1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & +1 \\ 0 & +1 & 0 & 0 & 0 & 0 & +1 & 0 \\ 0 & 0 & +1 & 0 & 0 & +1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & +1 & +1 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & -1 & -1 & -1 & +1 & +1 & +1 & +1 \\ +1 & -1 & -1 & +1 & -1 & +1 & +1 & -1 \\ -1 & +1 & -1 & +1 & -1 & +1 & -1 & +1 \\ +1 & +1 & -1 & -1 & +1 & +1 & -1 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} [1] \\ [2] \\ [3] \\ [4] \\ [15] \\ [25] \\ [35] \\ [45] \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \text{Cont}_A \\ \text{Cont}_B \\ \text{Cont}_C \\ \text{Cont}_D \\ \text{Rép}_9 - \text{Moy} \\ \text{Rép}_{10} - \text{Moy} \\ \text{Rép}_{11} - \text{Moy} \\ \text{Rép}_{12} - \text{Moy} \end{pmatrix}$$

On a 8 équations pour 8 inconnues.

La résolution du système d'équations (79) donne pour les facteurs [1],[2],[3] et [4] et les interactions [45],[35],[25] et [15] les résultats suivants:

$$(83a) \quad [1] = + 0.83 \%$$

$$(83b) \quad [2] = + 9.58 \%$$

$$(83c) \quad [3] = - 6.38 \%$$

$$(83d) \quad [4] = - 5.27 \%$$

$$(83e) \quad [15] = + 0.22 \%$$

$$(83f) \quad [25] = + 0.49 \%$$

$$(83g) \quad [35] = - 0.43 \%$$

$$(83h) \quad [45] = + 0.63 \%$$

γ) La "température de saturation"

On trouve 3 contrastes influents sur la "température de saturation" du disque (interprétation α) de Goupy) dans le tableau 23:

$$(84a) \quad \text{Cont}_A = [1] + [45] = + 2.79 \%$$

$$(84b) \quad \text{Cont}_C = [3] + [25] = + 1.55 \%$$

$$(84c) \quad \text{Cont}_D = [4] + [15] = + 1.7 \%$$

On a 3 équations pour 6 inconnues.

3 calculs complémentaires sont donc nécessaires.

Les contrastes complémentaires sont:

$$(76a) \quad \text{Cont}'_A = [1] - [45]$$

$$(76c) \quad \text{Cont}'_C = [3] - [25]$$

$$(76d) \quad \text{Cont}'_D = [4] - [15]$$

On rajoute 3 équations sur la base des calculs complémentaires 9,10 et 11, démontrés dans le tableau 24:

$$(85a) \quad \text{Rép}_9 = \text{Moy} - [1] + [45] - [3] + [25] - [4] + [15]$$

$$(85b) \quad \text{Rép}_{10} = \text{Moy} + [1] - [45] - [3] + [25] + [4] - [15]$$

$$(85c) \quad \text{Rép}_{11} = \text{Moy} - [1] + [45] - [3] + [25] + [4] - [15]$$

Le plan d'expériences complémentaire indique les résultats suivants:

$$(86a) \quad \text{Rép}_9 = - 6.43 \%$$

$$(86b) \quad \text{Rép}_{10} = + 2.12 \%$$

$$(86c) \quad \text{Rép}_{11} = - 4.67 \%$$

Les équations (84a) - (84c) et (85a) - (85c) sont écrites dans une forme matricielle:

(87)

$$\begin{pmatrix} +1 & 0 & 0 & 0 & 0 & +1 \\ 0 & +1 & 0 & 0 & +1 & 0 \\ 0 & 0 & +1 & +1 & 0 & 0 \\ -1 & -1 & -1 & +1 & +1 & +1 \\ +1 & -1 & +1 & -1 & +1 & -1 \\ -1 & -1 & +1 & -1 & +1 & +1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} [1] \\ [3] \\ [4] \\ [15] \\ [25] \\ [45] \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \text{Cont}_A \\ \text{Cont}_C \\ \text{Cont}_D \\ \text{Rép}_9 - \text{Moy} \\ \text{Rép}_{10} - \text{Moy} \\ \text{Rép}_{11} - \text{Moy} \end{pmatrix}$$

On a 6 équations pour 6 inconnues.

La résolution du système d'équations (87) donne pour les facteurs [1], [3] et [4] et les interactions [45], [25] et [15] les résultats suivants:

(88a)            [1]     =    + 3.06 %

(88b)            [3]     =    + 1.5 %

(88c)            [4]     =    + 1.27 %

(88d)            [15]    =    + 0.39 %

(88e)            [25]    =    + 0.01 %

(88f)            [45]    =    - 0.34 %

On constate une influence importante des 3 facteurs [1], [3] et [4] avec une influence prédominante du facteur [1].

On effectue un contrôle des résultats avec une autre combinaison des équations sur la base des calculs **complémentaires** 10, 11 et 12 (tableau 24).

(85d)            Rép<sub>12</sub>    =    Moy + [1] - [45] - [3] + [25] - [4] + [15]

(86d)            Rép<sub>12</sub>    =    - 5.96 %

(89)

$$\begin{pmatrix} +1 & 0 & 0 & 0 & 0 & +1 \\ 0 & +1 & 0 & 0 & +1 & 0 \\ 0 & 0 & +1 & +1 & 0 & 0 \\ +1 & -1 & +1 & -1 & +1 & -1 \\ -1 & -1 & +1 & -1 & +1 & +1 \\ +1 & -1 & -1 & +1 & +1 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} [1] \\ [3] \\ [4] \\ [15] \\ [25] \\ [45] \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \text{Cont}_A \\ \text{Cont}_C \\ \text{Cont}_D \\ \text{Rép}_{10} - \text{Moy} \\ \text{Rép}_{11} - \text{Moy} \\ \text{Rép}_{12} - \text{Moy} \end{pmatrix}$$

$$(90a) \quad [1] = + 3.06 \%$$

$$(90b) \quad [3] = + 3.08 \%$$

$$(90c) \quad [4] = + 2.85 \%$$

$$(90d) \quad [15] = - 1.19 \%$$

$$(90e) \quad [25] = - 1.57 \%$$

$$(90f) \quad [45] = - 0.34 \%$$



Plan d'expériences Initial

Numéro du calcul	A [1]	B [2]	C [3]	[12]	E [23] [5] = [23]	[13]	D [4] [4]=[123]	Moyenne des Réponses	Réponses		
									Température maximale	Température de saturation	Capacité de refroidissement
1	-	-	-	+	+	+	-	+	-3.764%	-6.585%	-1.731%
2	+	-	-	-	+	-	+	+	-2.984%	+2.347%	-10.029%
3	-	+	-	-	-	+	+	+	+2.622%	-4.748%	+8.77%
4	+	+	-	+	-	-	-	+	+9.684%	+0.289%	+20.095%
5	-	-	+	+	-	-	+	+	-11.534%	+1.256%	-23.021%
6	+	-	+	-	-	+	-	+	-3.547%	+0.472%	-8.288%
7	-	+	+	-	+	-	-	+	+0.603%	-3.459%	+3.655%
8	+	+	+	+	+	+	+	+	+1.649%	+5.1%	-2.39%

Niveau-	17.6 mm	14.8 mm	4 mm		0.7		fixation en bas
Niveau+	28 mm	22 mm	8 mm		1.068		fixation en haut

Diviseur	8	8	8	8	8	8	8	8
----------	---	---	---	---	---	---	---	---

Effets	+2.11%	+4.55%	-2.3%	-0.08%	-0.22%	+0.15%	-1.65%	-0.91%	(Température maximale)
Effets	+2.72%	-0.04%	+1.51%	+0.68%	+0.02%	-0.77%	+1.66%	-0.67%	(Température de saturation)
Effets	+1.46%	+9.15%	-5.89%	-0.14%	-1.01%	+0.71%	-5.05%	-1.62%	(Capacité de refroidissement)

Plan d'expériences complémentaire

Numéro du calcul	A [1]	B [2]	C [3]	[12]	E [23] [5] = - [23]	[13]	D [4] [4]=[123]	Moyenne des Réponses	Réponses		
									Température maximale	Température de saturation	Capacité de refroidissement
9	-	-	-	+	-	+	-	+	-2.598%	-6.431%	+0.511%
10	+	-	-	-	-	-	+	+	-3.072%	+2.121%	-10.045%
11	-	+	-	-	+	+	+	+	+3.064%	-4.674%	+9.58%
12	+	+	-	+	+	-	-	+	+5.397%	-5.955%	+20.954%
	-	-	+	+	+	-	+	+			
	+	-	+	-	+	+	-	+			
	-	+	+	-	-	-	-	+			
	+	+	+	+	-	+	+	+			

199

Niveau-	17.6 mm	14.8 mm	4 mm	0.7	fixation en bas
Niveau+	28 mm	22 mm	8 mm	1.068	fixation en haut

Plan d'expériences au niveau "0"

Numéro du calcul	A [1]	B [2]	C [3]	[12]	E [23] [5] = [23]	[13]	D [4] [4]=[123]	Moyenne des Réponses	Réponses		
									Température maximale	Température de saturation	Capacité de refroidissement
13	-	-	-	+	+	+	-	+	0% -2.526%	0% +3.466%	0% -10.899%
14	+	-	-	-	+	-	+	+			
	-	+	-	-	-	+	+	+			
	+	+	-	+	-	-	-	+			
	-	-	+	+	-	-	+	+			
	+	-	+	-	-	+	-	+			
	-	+	+	-	+	-	-	+			
	+	+	+	+	+	+	+	+			

Niveau-	17.6 mm	14.8 mm	4 mm	0.7	fixation en bas
Niveau0	22.8 mm	18.4 mm	6 mm	0.884	
Niveau+	28 mm	22 mm	8 mm	1.068	fixation en haut

Plan d'expériences

Numéro du calcul	C [3]	A [1]	Réponses
			Température de saturation en (°C)
1	1	1	438.98
2	1	2	473.4
3	1	3	487.38
4	1	4	492.47
5	1	5	499.01
6	2	1	457.11
7	2	2	488.34
8	2	3	493.67
9	2	4	497.42
10	2	5	502.33
11	3	1	471.24
12	3	2	495.63
13	3	3	499.48
14	3	4	502.22
15	3	5	505.77
Moyenne des Réponses			486.96

Niveaux du facteur [3]			
Niveau	1	2	3
Epaisseur	3 mm	6 mm	9 mm

Niveaux du facteur [1]					
Niveau	1	2	3	4	5
Largeur	12.4 mm	22.8 mm	28 mm	33.2 mm	43.6 mm

10.4.4. Les canaux courbés10.4.4.a La vitesse dans le canal

Les équations (97a), (97b) et (98a), (98b) sont utilisées dans les équations (96a), (96b) qui résultent dans les expressions suivantes pour  $a_1$  et  $a_2$ , respectivement  $e_{H1}$  et  $e_{H2}$ :

$$(99a) \quad a_1 = \left( \frac{\pi d_{int}}{z} - \frac{s_1}{\sin \beta_1} \right) \sin \beta_1 \quad (m)$$

$$(99b) \quad a_2 = \left( \frac{\pi d_{disc}}{z} - \frac{s_2}{\sin \beta_2} \right) \sin \beta_2 \quad (m)$$

$$(99c) \quad e_{H1} = \left( \frac{\pi d_{int}}{z} - \frac{s_1}{\sin \beta_1} \right) \sin \beta_1 \quad (m)$$

$$(99d) \quad e_{H2} = \left( \frac{\pi d_{disc}}{z} - \frac{s_2}{\sin \beta_2} \right) \sin \beta_2 \quad (m)$$

Pour la section rectangulaire l'équation (100a) est valide:

$$(100a) \quad \frac{a_1 b_1}{a_2 b_2} = \frac{A_{n1}}{A_{n2}} \quad (-)$$

Pour la section elliptique l'équation (100b) est valide:

$$(100b) \quad \frac{e_{H1} e_{v1}}{e_{H2} e_{v2}} = \frac{A_{n1}}{A_{n2}} \quad (-)$$

Les équations (95) et (99a), (99b) sont utilisées dans les équations (100a), (100b) qui donnent les rapports  $w_2/w_1$  suivants:

$$(101a) \quad \frac{w_2}{w_1} = \frac{A_{n1}}{A_{n2}} = \frac{a_1 b_1}{a_2 b_2} = \frac{b_1 \left( \frac{\pi d_{int}}{z} - \frac{s_1}{\sin \beta_1} \right) \sin \beta_1}{b_2 \left( \frac{\pi d_{disc}}{z} - \frac{s_2}{\sin \beta_2} \right) \sin \beta_2} \quad (-)$$

$$(101b) \quad \frac{w_2}{w_1} = \frac{A_{n1}}{A_{n2}} = \frac{e_{H1} e_{V1}}{e_{H2} e_{V2}} = \frac{e_{V1} \left( \frac{\pi d_{int}}{z} - \frac{s_1}{\sin \beta_1} \right) \sin \beta_1}{e_{V2} \left( \frac{\pi d_{disc}}{z} - \frac{s_2}{\sin \beta_2} \right) \sin \beta_2} \quad (-)$$

Les équations (101a) et (101b) sont résolues par rapport à  $w$  (vitesse à un certain endroit dans le canal).  
Pour un canal avec une section rectangulaire on obtient:

$$(102a) \quad w(r, \beta, z, s, b) = w_1 \frac{b_1 \left( \frac{\pi d_{int}}{z} - \frac{s_1}{\sin \beta_1} \right) \sin \beta_1}{b \left( \frac{2 \pi r}{z} - \frac{s}{\sin \beta} \right) \sin \beta} \quad \left( \frac{m}{s} \right)$$

Dans le cas d'un canal avec une section elliptique on obtient:

$$(102b) \quad w(r, \beta, z, s, e_v) = w_1 \frac{e_{V1} \left( \frac{\pi d_{int}}{z} - \frac{s_1}{\sin \beta_1} \right) \sin \beta_1}{e_v \left( \frac{2 \pi r}{z} - \frac{s}{\sin \beta} \right) \sin \beta} \quad \left( \frac{m}{s} \right)$$

10.4.4.b La courbure du canal

L'équation (111) est résolue par rapport à R:

$$(112) \quad R = \frac{w^2}{2 \omega w - r \omega \cos \beta} \quad (m)$$

La vitesse  $w$  dans l'équation (112) est déterminée par les équations (102a) ou (102b). La définition de la courbure d'une courbe donne une équation entre  $\beta$  et R (Réf.33):

$$(113) \quad -K = -\frac{1}{R} = \lim_{P_2-P_1} \left( \frac{\beta_2 - \beta_1}{l_{\text{arc}}} \right) = \frac{d\beta}{dl_{\text{arc}}} \quad \left( \frac{\text{rad}}{m} \right)$$

Le signe négatif au côté gauche est nécessaire pour obtenir un rayon positif, car par définition, la courbure d'une nervure concave dans le système des coordonnées en figure 46 est négative. La longueur d'arc en coordonnées cylindriques est définie comme suit (Réf.33):

$$(114) \quad l_{\text{arc}} = \int_{\gamma_1}^{\gamma_2} dl_{\text{arc}} = \int_{\gamma_1}^{\gamma_2} \sqrt{r^2 + \left( \frac{dr}{d\gamma} \right)^2} d\gamma \quad (m)$$

En utilisant l'équation (114) dans l'équation (113):

$$(115) \quad -\frac{1}{R} = \frac{d\beta}{\sqrt{r^2 + \left( \frac{dr}{d\gamma} \right)^2} d\gamma} \quad \left( \frac{1}{m} \right)$$

L'équation (115) est utilisée dans l'équation (112):

$$(116) \quad R = -\frac{\sqrt{r^2 + \left( \frac{dr}{d\gamma} \right)^2} d\gamma}{d\beta} = \frac{w^2}{\omega (2 w - r \omega \cos \beta)} \quad (m)$$

L'équation (116) est résolue par rapport a  $d\beta$ :

$$(117) \quad d\beta = - \frac{\omega (2w - r \omega \cos \beta) \sqrt{r^2 + \left(\frac{dr}{d\gamma}\right)^2} d\gamma}{w^2} \quad (\text{rad})$$

L'équation (117) contient une nouvelle inconnue,  $d\gamma$ . Pourtant une équation entre  $\beta$  et  $d\gamma$  peut être trouvée par l'application de l'approximation montrée sur la figure 74. La nervure est subdivisée en petits lignes droites  $h_i$ :

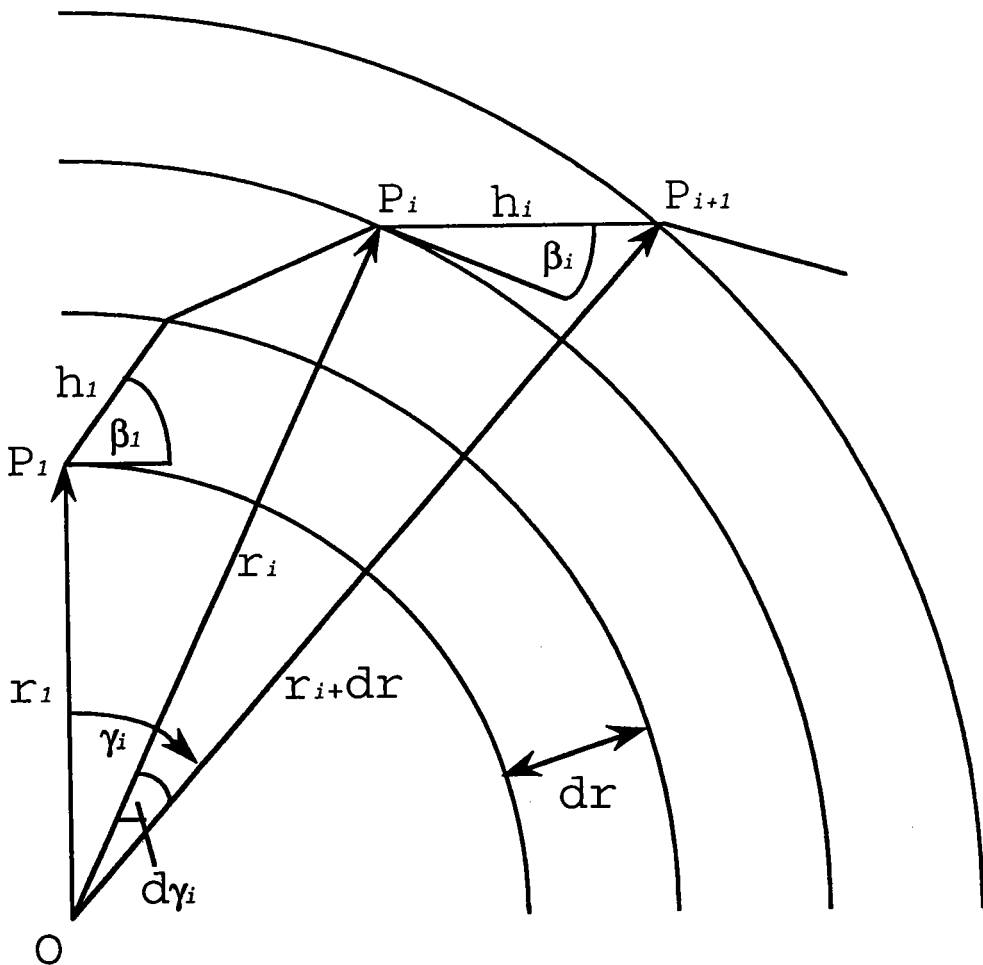


Figure 74



En ce qui concerne cette approximation de la courbe les équations suivantes peuvent être établies.

Pour le triangle  $O, P_i, P_{i+1}$ , l'équation (118) est valable:

$$\begin{aligned}
 (118) \quad dh^2 &= (r + dr)^2 + r^2 - 2 r (r + dr) \cos d\gamma \\
 &= r^2 + 2 r dr + dr^2 + r^2 - 2 r^2 \cos d\gamma - 2 r dr \cos d\gamma \\
 &= 2 r^2 (1 - \cos d\gamma) + 2 r dr (1 - \cos d\gamma) + dr^2 \\
 &= 2 r (1 - \cos d\gamma) (r + dr) + dr^2 \quad (m^2)
 \end{aligned}$$

Pour des petites variations  $d\gamma$  on peut écrire:

$$(119) \quad dh = dl_{\text{arc}} \quad (m)$$

Pour le triangle  $O, P_i, P_{i+1}$ , l'équation (120) est valable:

$$(120) \quad \frac{r + dr}{\sin (90^\circ + \beta)} = \frac{dh}{\sin d\gamma} \quad (m)$$

ou:

$$(121) \quad \sin (90^\circ + \beta) = \cos \beta \quad (-)$$

Ici aussi l'équation (119) vaut pour des petites variations  $d\gamma$ :

$$(119) \quad dh = dl_{\text{arc}} \quad (m)$$

Les équations (118), (119) et (121) sont utilisées dans l'équation (120):

$$(122) \quad \frac{r + dr}{\cos \beta} = \frac{\sqrt{2 r (1 - \cos d\gamma) (r + dr) + dr^2}}{\sin d\gamma} \quad (m)$$

L'équation (122) est résolue par rapport à  $d\gamma$ :

$$(123) \quad d\gamma = \arcsin \left( \frac{\cos \beta}{r + dr} \sqrt{2 r (1 - \cos d\gamma) (r + dr) + dr^2} \right) \quad (\text{rad})$$

Supposons que les variables  $r$ ,  $z$ ,  $d_{\text{int}}$ ,  $\omega$ ,  $\rho$  et les fonctions  $s(r)$ ,  $b(r)$  ou  $e_v(r)$  sont données, la situation se présente comme suit.

On a

2 équations différentielles du premier ordre (117) et (123)

et

1 équation non-différentielle (102a) ou (102b)

pour

3 fonctions inconnues  $w(r)$ ,  $\beta(r)$ ,  $\gamma(r)$

avec

2 conditions initiales

$$(109a) \quad \beta_1 = \beta_{1 \text{ opt.}} = 35.2644^\circ$$

$$(124) \quad \gamma_1 = 0^\circ$$

Le problème est donc isostatique.

Malheureusement on n'a pas d'influence sur la vitesse du fluide dans le canal - la vitesse du fluide joue un rôle important en ce qui concerne la convection, comme déjà constaté.

Pour gagner l'influence sur la vitesse du fluide on varie des paramètres géométriques comme l'épaisseur de la nervure  $s(r)$  ou la hauteur du canal  $b(r)$ , respectivement  $e_v(r)$  en fonction du rayon  $r$ . On choisit l'épaisseur de la nervure  $s(r)$ . On suppose une équation linéaire pour  $s(r)$ :

$$(125) \quad s(r) = \frac{s_1 - s_2}{r_{\text{int}} - r_{\text{disc}}} r + \frac{s_2 r_{\text{int}} - s_1 r_{\text{disc}}}{r_{\text{int}} - r_{\text{disc}}} \quad (\text{m})$$

Supposons de plus qu'on choisit une épaisseur de la nervure à l'entrée du canal  $s_1$ , on a une inconnue supplémentaire, l'épaisseur de la nervure à la sortie du canal  $s_2$ .

La vitesse à la sortie du canal est imposée par la condition finale suivante:

$$(126) \quad w \left( r = \frac{d_{disc}}{2} \right) = w_2 \quad \left( \frac{m}{s} \right)$$

On a donc une équation non-différentielle (l'équation (125)), une fonction inconnue  $s(r)$  et une inconnue  $s_2$  en plus.

Maintenant on a

2 équations différentielles du première ordre (117) et (123)

et

2 équations non-différentielles (102a) ou (102b) et (125)

pour

4 fonctions inconnues  $w(r)$ ,  $\beta(r)$ ,  $\gamma(r)$ ,  $s(r)$

avec

2 conditions initiales

$$(109a) \quad \beta_1 = \beta_{1 \text{ opt.}} = 35.2644^\circ$$

$$(124) \quad \gamma_1 = 0^\circ$$

1 condition finale

$$(126) \quad w \left( r = \frac{d_{disc}}{2} \right) = w_2 \quad \left( \frac{m}{s} \right)$$

et

1 inconnue

$$s_2 \quad (m).$$

Le problème est donc isostatique.

On choisit une résolution indirecte.

Pour cela on récrit les équations (102a) ou (102b), (117), (123) et (125).

De l'équation (102a) on dérive l'équation (127a):

$$(102a) \quad w(r, \beta, z, s, b) = w_1 \frac{b_1 \left( \frac{\pi d_{int}}{z} - \frac{s_1}{\sin \beta_1} \right) \sin \beta_1}{b \left( \frac{2 \pi r}{z} - \frac{s}{\sin \beta} \right) \sin \beta} \left( \frac{m}{s} \right)$$

$$(127a) \quad w(r_i, \beta_i, z, s_i, b_i) = w_1 \frac{b_1 \left( \frac{\pi d_{int}}{z} - \frac{s_1}{\sin \beta_1} \right) \sin \beta_1}{b(r_i) \left( \frac{2 \pi r_i}{z} - \frac{s(r_i)}{\sin \beta(r_i)} \right) \sin \beta(r_i)} \left( \frac{m}{s} \right)$$

De l'équation (102b) on dérive l'équation (127b):

$$(102b) \quad w(r, \beta, z, s, e_v) = w_1 \frac{e_{v1} \left( \frac{\pi d_{int}}{z} - \frac{s_1}{\sin \beta_1} \right) \sin \beta_1}{e_v \left( \frac{2 \pi r}{z} - \frac{s}{\sin \beta} \right) \sin \beta} \left( \frac{m}{s} \right)$$

$$(127b) \quad w(r_i, \beta_i, z, s_i, e_{vi}) = w_1 \frac{e_{v1} \left( \frac{\pi d_{int}}{z} - \frac{s_1}{\sin \beta_1} \right) \sin \beta_1}{e_v(r_i) \left( \frac{2 \pi r_i}{z} - \frac{s(r_i)}{\sin \beta(r_i)} \right) \sin \beta(r_i)} \left( \frac{m}{s} \right)$$

De l'équation (117) on dérive l'équation (128):

$$(117) \quad d\beta = - \frac{\omega (2w - r \omega \cos \beta) \sqrt{r^2 + \left(\frac{dr}{d\gamma}\right)^2} d\gamma}{w^2} \quad (\text{rad})$$

$$(128) \quad d\beta_i = - \frac{\omega (2w_i - r_i \omega \cos \beta_i) \sqrt{r_i^2 + \left(\frac{dr}{d\gamma_i}\right)^2} d\gamma_i}{w_i^2} \quad (\text{rad})$$

De l'équation (123) on dérive l'équation (129):

$$(123) \quad d\gamma = \arcsin \left( \frac{\cos \beta}{r + dr} \sqrt{2r(1 - \cos d\gamma)(r + dr) + dr^2} \right) \quad (\text{rad})$$

$$(129) \quad d\gamma_i = \arcsin \left( \frac{\cos \beta_i}{r_i + dr} \sqrt{2r_i(1 - \cos d\gamma_i)(r_i + dr) + dr^2} \right) \quad (\text{rad})$$

De l'équation (125) on dérive l'équation (130):

$$(125) \quad s = \frac{s_1 - s_2}{r_{\text{int}} - r_{\text{disc}}} r + \frac{s_2 r_{\text{int}} - s_1 r_{\text{disc}}}{r_{\text{int}} - r_{\text{disc}}} \quad (\text{m})$$

$$(130) \quad s_i = \frac{s_1 - s_2}{r_{\text{int}} - r_{\text{disc}}} r_i + \frac{s_2 r_{\text{int}} - s_1 r_{\text{disc}}}{r_{\text{int}} - r_{\text{disc}}} \quad (\text{m})$$

La forme de la nervure est déterminée pas à pas en commençant au rayon à l'entrée du canal  $r = d_{int}/2$ .

L'équation (129) est résolue itérativement pour chaque pas  $i$ .

Arrivé au rayon à la sortie du canal  $r = d_{disc}/2$  la valeur de la vitesse  $w(r = d_{disc}/2)$  est comparée avec la vitesse  $w_2$  (condition finale).

Pour arriver à une concordance entre ces deux valeurs  $w(r = d_{disc}/2)$  et  $w_2$ , l'épaisseur  $s_2$  de la nervure à la sortie du canal est réglée avec l'équation (131) (par exemple avec la méthode de Dichotomie):

$$(131) \quad w\left(\frac{d_{disc}}{2}\right) - w_2 = 0 \quad (m)$$

La résolution du problème pour plusieurs disques de voitures révèle qu'il y a un rapport  $d_{disc}/d_{int}$  maximal, au dessus duquel la réalisation des nervures, avec la condition  $dp/dn = 0$ , n'est plus possible car la courbure devient tellement forte que les nervures se touchent à la sortie des canaux.

D'une manière générale on peut dire que le rapport  $d_{disc}/d_{int}$  des disques conventionnels des voitures et camions d'aujourd'hui est trop élevé pour construire des nervures idéales.

On trouve quand même un compromis en modifiant l'équation (110) de la façon suivante:

$$(132) \quad \frac{dp}{dn} = C \left( \frac{N}{m^3} \right)$$

ou:  $C = \text{constante}$

En appliquant l'équation (132) on admet une résultante constante, normale à la direction principale de l'écoulement.

Seule l'équation (117) doit être adaptée à la nouvelle situation:

$$(133) \quad d\beta = - \frac{\left( \frac{C}{\rho} + 2 \omega w - r \omega^2 \cos \beta \right) \sqrt{r^2 + \left( \frac{dr}{d\gamma} \right)^2} d\gamma}{w^2} \quad (\text{rad})$$

De l'équation (133) on dérive l'équation (134):

$$(134) \quad d\beta_i = - \frac{\left( \frac{C}{\rho} + 2 \omega w_i - r_i \omega^2 \cos \beta_i \right) \sqrt{r_i^2 + \left( \frac{dr}{d\gamma_i} \right)^2} d\gamma_i}{w_i^2} \quad (\text{rad})$$

Avec la constante C on introduit une nouvelle inconnue.

Pour garder l'isostatisme du problème, on fixe la valeur de  $s_2$ .

On a donc

2 équations différentielles du premier ordre (117) et (123)

et

1 équation non-différentielle (102a) ou (102b)

pour

3 fonctions inconnues  $w(r)$ ,  $\beta(r)$ ,  $\gamma(r)$

avec

2 conditions initiales

$$(109a) \quad \beta_1 = \beta_{1 \text{ opt.}} = 35.2644^\circ$$

$$(124) \quad \gamma_1 = 0^\circ$$

1 condition finale

$$(126) \quad w \left( r = \frac{d_{\text{disc}}}{2} \right) = w_2 \quad \left( \frac{\text{m}}{\text{s}} \right)$$

et

1 inconnue

$$c \quad (\text{N/m}^3).$$

Le problème est isostatique.

Maintenant l'inconnue  $C$  est réglée avec l'équation (131).

Le plan de résolution est expliqué à l'aide de la figure 75 et 76.

En cas du choix d'une variation pour la hauteur du canal  $b(r)$ , respectivement  $e_V(r)$  au lieu de l'équation (126) pour l'épaisseur de la nervure  $s(r)$ , le schéma de résolution est exactement le même.



Selon l'équation (117) la forme de la nervure dépend de la vitesse angulaire  $\omega$ .

Cette dépendance est exprimée par la dérivation de l'équation (117) par rapport à  $\omega$ :

$$(135) \quad \frac{d\beta}{d\omega} = - \frac{2 (w - r \omega \cos \beta) \sqrt{r^2 + \left(\frac{dr}{d\gamma}\right)^2} d\gamma}{w^2} \quad (s)$$

Avec les dimensions des disques conventionnels on constate un très faible rapport  $d\beta/d\omega$ , donc une influence très faible de la vitesse angulaire  $\omega$  sur la forme de la nervure.

Par conséquent la forme des nervures est indépendante de la vitesse angulaire.

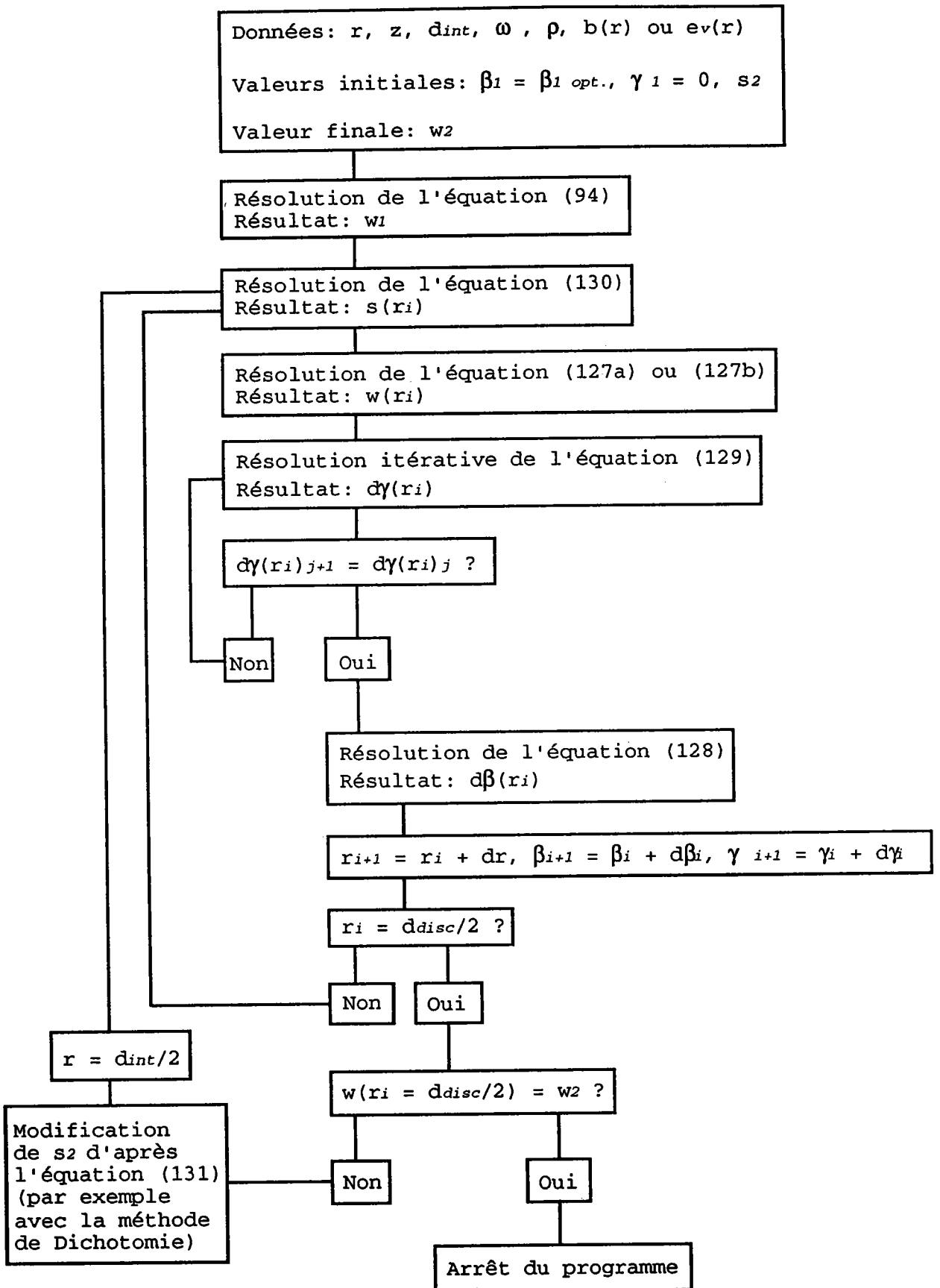
Organigramme 1 ( $dp/dn = 0$ ):

Figure 75

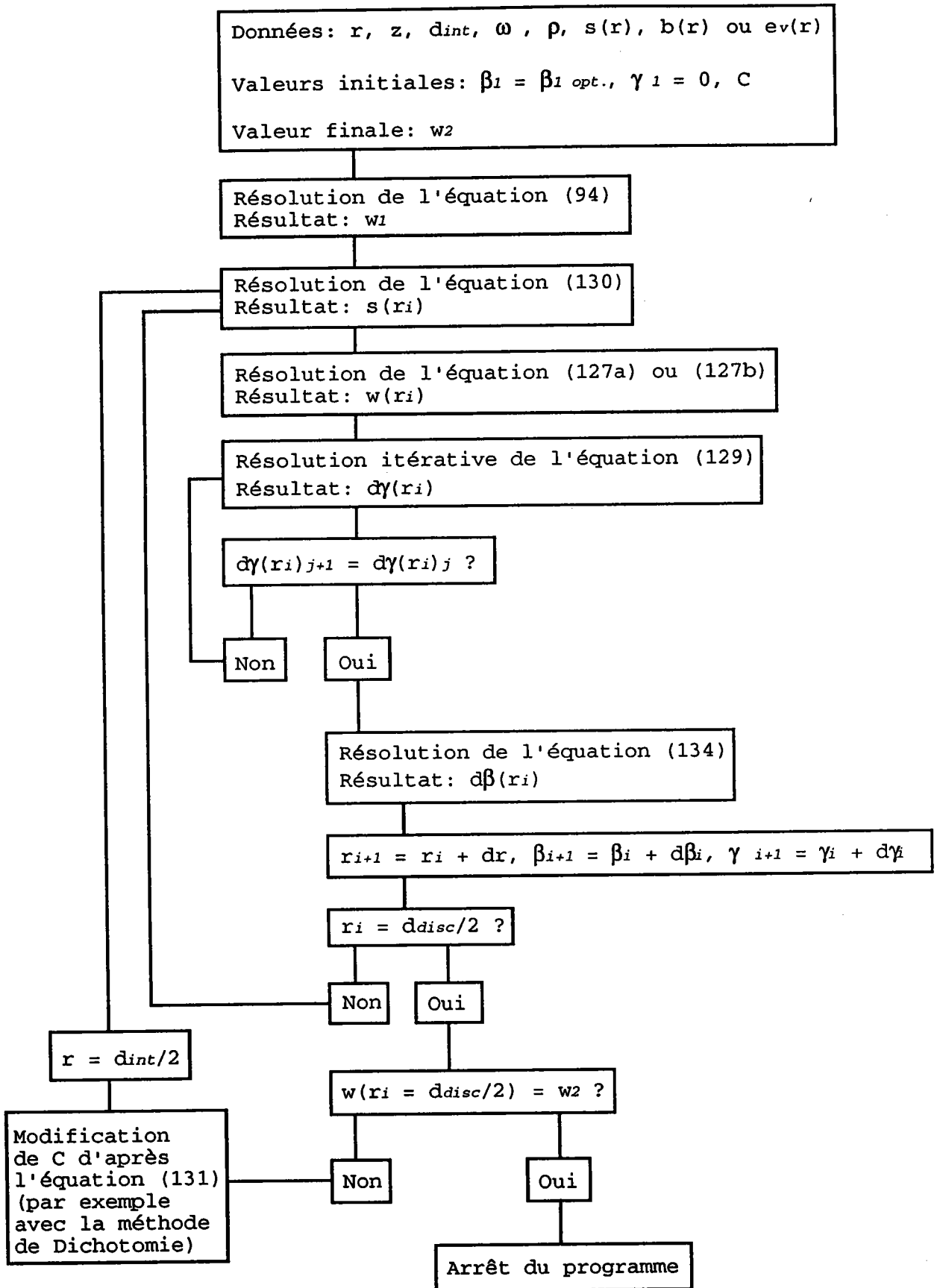
Organigramme 2 ( $dp/dn = C$ ):

Figure 76

11. Les références

- (Réf.1) Essai d'un disque de frein arrière non-ventilé interne du modèle X54, 4X4 avec 5 fixations, diamètre 265 mm, épaisseur 10.5 mm, modif. B sur banc, sous utilisation des plaquettes de frein du type TEXTAR T424(40E), effectué par le service 0832 le 2.2.90
- (Réf.2) Essai d'un disque de frein arrière non-ventilé interne du modèle X54, 4X4 avec 5 fixations, diamètre 265 mm, épaisseur 10.5 mm, modif. B sur banc, sous utilisation des plaquettes de frein du type TEXTAR T424(40E), effectué par le service 0832 le 13.10.89
- (Réf.5) Assmann W., Dittrich H., Lang R.  
FE-Berechnung der thermischen Belastung einer PKW-Bremsscheibe  
Porsche-AG, Stuttgart (Weissach) 1984
- (Réf.6) Juettner R.  
Berechnung der thermischen Belastung einer PKW-Bremsscheibe mit der Finite-Elemente-Methode  
Porsche-AG, Stuttgart (Weissach) 1988
- (Réf.7) Fukano A., Matsui H.  
Development of a Disc-Brake Design Method using Computer Simulation of Heat Phenomena  
SAE-Paper 860634
- (Réf.8) Schwartz H.W., Hartter L.L., Rhee S.K., Byers J.E.  
Evaluation of Gray Iron Brake Discs for Trucks by Thermal Modeling  
Bendix Corp.  
SAE-Paper 751013
- (Réf.9) Limpert R.  
The Thermal Performance of Automotive Disc Brakes  
University of Utah  
SAE-Paper 750873
- (Réf.10) Takaharu I., Hisashi K., Hiroshi H., Hideo I.  
Measuring System of Transient Temperature Distribution on the Brake Disc Rotor  
Nippon Soken Inc., Toyota Motor Corp. Japon  
SAE-Paper 870256
- (Réf.11) VDI-Wearmeatlas  
4.Auflage 1984
- (Réf.12) Morgan S., Dennis R.W.  
A Theoretical Prediction of Disc Brake Temperatures and a Comparison with Experimental Data  
Girling Ltd. England  
SAE-Paper 720090

- (Réf.13) Kays W.M., Bjorklund I.S.  
Heat Transfer from a Rotating Cylinder With and Without  
Crossflow  
Stanford University  
ASME-Paper No. 56-a-71
- (Réf.14) Dorfman L.D.  
Hydrodynamic Resistance and Heat Loss of Rotating Solids  
Oliver and Boyd 1963
- (Réf.15) Ehlers H.-R.  
Die mechanischen und waermetechnischen Eigenschaften von  
selbstbeluefteten Scheibenbremsen  
Archiv fuer Eisenbahntechnik, 1961
- (Réf.16) Saumweber E.  
Temperaturberechnung in Scheibenbremsen fuer ein  
beliebiges Fahrzeugprogramm  
Leichtbau der Verkehrsfahrzeuge, 1969, Heft 3
- (Réf.17) Mc.Adams W.H.  
Heat Transmission  
3.Edition, Mc.Graw-Hill Book Co., Inc. 1954  
page 180
- (Réf.18) Merker G.P.  
Konvektive Waermeuebertragung  
Springer-Verlag Berlin Heidelberg 1987
- (Réf.19) Limpert R.  
Cooling Analysis of Disc Brake Rotors  
University of Utah  
SAE-Paper 751014
- (Réf.20) Sisson A.E.  
Thermal Analysis of Vented Brake Rotors  
Bendix Research Laboratories  
SAE-Paper 780352
- (Réf.21) Normes Matériaux Metalliques - Renault Vehicules  
Industries  
Fontes pour pieces de vehicules  
Tableau 1 - Fontes à graphite lamellaire
- (Réf.22) Dee Roo D., Depoid C.  
Caractérisation thermique de la fonte F06  
Renault  
Note de Service No. 3378 / 90 / 0852
- (Réf.23) Wagner C.  
Heat Transfer from a Rotating Disc to Ambient Air  
Journal Applied Physics, Bd.19, 1948

- (Réf.24) Bargel H.J., Schulze G.  
Werkstoffkunde  
Hermann Schroedel Verlag KG Hannover 1978
- (Réf.25) Revue Traitement Thermique
- (Réf.26) Diboine A., Jaudier J.J.  
Essai, Résultats, Caractérisation, Fonte, Frein  
Note Technique No. 39 / 91 / 0852  
Renault
- (Réf.27) NASTRAN  
Version 64  
MacNeal-Schwendler Corporation  
Los Angeles
- (Réf.28) ABAQUS  
Version 4.6  
Hibbit, Karlsson & Sorenson Incorporation  
Providence, Rhode Island
- (Réf.29) Goupy J.  
La méthode des plans d'expériences  
Bordas, Paris 1988
- (Réf.30) Vigier M.G.  
Pratique des plans d'expériences (méthodologie Taguchi)  
Les Editions d'Organisation, Paris, 1988
- (Réf.31) Himmelblau D.M.  
Applied Nonlinear Programming  
McGraw-Hill Inc., 1972
- (Réf.32) Eck B.  
Ventilatoren  
3.Auflage, Springer 1957
- (Réf.33) Bronstein I.N., Semendjajew K.A.  
Taschenbuch der Mathematik  
Verlag Harry Deutsch, Thun 1981