



**HAL**  
open science

# Contribution à l'étude des propriétés thermiques de roches anisotropes en relation avec l'enfouissement géologique de déchets radioactifs

Kun Su

► **To cite this version:**

Kun Su. Contribution à l'étude des propriétés thermiques de roches anisotropes en relation avec l'enfouissement géologique de déchets radioactifs. Sciences de l'ingénieur [physics]. Institut National Polytechnique de Lorraine, 1990. Français. NNT : 1990INPL097N . tel-01776158

**HAL Id: tel-01776158**

**<https://hal.univ-lorraine.fr/tel-01776158>**

Submitted on 24 Apr 2018

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



## AVERTISSEMENT

Ce document est le fruit d'un long travail approuvé par le jury de soutenance et mis à disposition de l'ensemble de la communauté universitaire élargie.

Il est soumis à la propriété intellectuelle de l'auteur. Ceci implique une obligation de citation et de référencement lors de l'utilisation de ce document.

D'autre part, toute contrefaçon, plagiat, reproduction illicite encourt une poursuite pénale.

Contact : [ddoc-theses-contact@univ-lorraine.fr](mailto:ddoc-theses-contact@univ-lorraine.fr)

## LIENS

Code de la Propriété Intellectuelle. articles L 122. 4

Code de la Propriété Intellectuelle. articles L 335.2- L 335.10

[http://www.cfcopies.com/V2/leg/leg\\_droi.php](http://www.cfcopies.com/V2/leg/leg_droi.php)

<http://www.culture.gouv.fr/culture/infos-pratiques/droits/protection.htm>

1360370120

**INSTITUT NATIONAL POLYTECHNIQUE DE LORRAINE**  
**Ecole Nationale Supérieure des Mines de Nancy**  
**Laboratoire de Mécanique des Terrains**

LT 1990 SU, K.

---

**THESE**

pour obtenir le grade de

**DOCTEUR de l'I.N.P.L.**  
**EN GENIE CIVIL et MINIER**

par

**Kun SU**

---

Service Commun de la Documentation  
INPL  
Nancy-Brabois



**CONTRIBUTION A L'ETUDE**  
**DES PROPRIETES THERMIQUES DE ROCHES ANISOTROPES**  
**EN RELATION AVEC**  
**L'ENFOUISSEMENT GEOLOGIQUE DE DECHETS RADIOACTIFS**

---

Soutenue le 27 novembre 1990 devant le jury composé de :

<b>C. CHAMBON</b>	<b>Président</b>
<b>J.F. THIMUS</b>	<b>Rapporteur</b>
<b>Ph. WEBER</b>	<b>Rapporteur</b>
<b>P. BEREST</b>	<b>Examineur</b>
<b>P. LEBON</b>	<b>Examineur</b>
<b>J.P. PIGUET</b>	<b>Examineur</b>
<b>M. SUTEAU</b>	<b>Examineur</b>

Travaux réalisés à

**L'Institut des Matériaux et des Gisements Miniers**  
**Ecole Nationale Supérieure des Techniques Industrielles et des Mines d'Alès**

à  
ma patrie  
ma mère

## REMERCIEMENTS

C'est avec grand plaisir que j'adresse ici mes remerciements à tous ceux grâce à qui ce travail a peu être mené à bien.

Je remercie tout d'abord Monsieur CHAMBON, professeur à l'Ecole des Mines de Nancy d'avoir bien voulu assurer la présidence de ce jury.

Je tiens à exprimer ma gratitude à Monsieur THIMUS, professeur à l'Université Catholique de Louvain, Belgique, pour avoir accepté d'être un de mes rapporteurs.

A Monsieur WEBER, Adjoint au Directeur des recherches de l'Ecole des Mines d'Alès et ex-directeur de l'IMGM, à qui je dois toute ma reconnaissance. Bien que ses conseils et encouragements m'aient été en l'occurrence très précieux, les motifs de ma gratitude dépassent largement le contexte de cette thèse.

C'est également un honneur pour moi de pouvoir me soumettre au jugement de Monsieur BEREST, qui dirige le Laboratoire de Mécanique du Solide à l'Ecole Polytechnique de Paris.

Mes remerciements vont aussi à Monsieur LEBON, ingénieur chargé l'étude des sites à l'Agence Nationale des Déchets Radioactifs (ANDRA) au Commissariat d'Energie Atomique (CEA), et qui m'a fait l'amitié d'appliquer sa compétence dans des problèmes de stockage de déchets radioactifs à l'examen de mon travail.

Je remercie vivement Monsieur FIGUET, Directeur du Laboratoire de Mécanique des Terrains à l'Ecole des Mines de Nancy pour sa disponibilité et sa gentillesse à mon égard ainsi que pour son accueil amical.

Je remercie aussi Monsieur SUTEAU, enseignant-chercheur à l'Ecole des Mines d'Alès, pour ses conseils et recommandations durant la réalisation de ce mémoire.

Mes remerciements s'adressent également à Monsieur FAN, professeur à l'Institut des Mines de Shandong, Chine, qui a conduit à ma formation universitaire et qui m'a soutenu et encouragé pour ma formation doctorale en France, à qui je rend ici les hommages distingués.

Je ne saurais omettre ceux qui pendant la durée de ces travaux, m'ont donné des recommandations précieuses et des conseils: Messieurs: AHMADZADEH, BASTIDE, BIZE, ETERRADOSSI, GAUDON, LEGUET, TURC, VAYSSADE, VEZILIER, VINCHES ainsi que le personnel technique du laboratoire: Madame MASSERINI, Messieurs: BAYLE, BUISSON, CURINET, DIAZ, GERARD, MADIER, TAULEMESSE.

Je rend grâce à la compréhension et à la patience de mon entourage: collègues, amis, mes parents, mon épouse et mes enfants.

## Résumé

La caractérisation des propriétés thermiques des roches anisotropes, en relation avec l'enfouissement géologique des déchets radioactifs, constitue le thème directeur de ce mémoire.

L'anisotropie thermique est abordée ici sous divers aspects, à la fois théoriques et expérimentaux:

- Après un rappel de l'expression générale de la loi de Fourier et des méthodes de résolution en milieu anisotrope (basées sur une méthode classique de changement de variables), on établit quelques solutions analytiques originales en relation avec le stockage souterrain de déchets radioactifs.

- Deux méthodes de détermination expérimentale des paramètres thermiques sont proposées et analysées. Leur application à la détermination des paramètres thermiques de plusieurs types de roches à anisotropie plus ou moins marquée (du granite presque isotrope à des roches ardoisières) fournit une gamme étendue de valeurs que l'on compare à celles d'autres grandeurs sensibles à l'anisotropie (célérité des ondes, module d'élasticité).

- Le choix d'un protocole expérimental particulier rend possible la réalisation d'essais thermiques dans diverses conditions de température ambiante, de pression, de saturation en eau.

- Enfin, une série de modélisations thermomécaniques par éléments finis mettent en évidence l'effet de l'anisotropie thermique sur les contraintes thermomécaniques induites.

MOTS CLES:

Anisotropie, Conductivité thermique, Déchets radioactifs, Modélisation thermomécanique, Pression, Roche, Saturation en eau, Température.

### Abstract

The principal orientation of this monographe is the characterization of the thermal properties of anisotropic rocks as part of a research program on underground disposal of radioactive waste.

Both theoretical and experimental aspects of thermal anisotropy are dealt with:

- After a literature review of general heat conduction theory and methods of resolution in an anisotropic medium (based on a classic method of changing variables), some analytical solutions in relation with the configuration of radioactive waste disposal are developed.

- Two experimental methods are proposed and analysed to determine the thermal parameters of anisotropic rocks. Their application to several rocks with more or less marked anisotropy (from granite to slate) provides an extended range of values that we compare with other variables sensitive to anisotropy (sound velocity, modulus of elasticity).

- The effects of temperature, stress and degree of water saturation on the thermal conductivity are thus obtained by choosing one of these methods.

- Finally, a serie of thermomechanical models by finite element analysis shows the effects of thermal anisotropy on induced stress et strains.

Key Words:

**Anisotropy, Heat conductivity, Radioactive waste, Rock, Stess, Thermomechanical model, Temperature, Water saturation.**

## SOMMAIRE

	page
INTRODUCTION	9
<b>PARTIE I - CONDUCTION DE LA CHALEUR DANS LES ROCHES ANISOTROPES</b>	
INTRODUCTION.....	13
<b><u>Chapitre 1</u> Eléments bibliographiques.....</b>	<b>14</b>
1-1 Introduction à la conductivité en relation avec la microstructure des roches.....	15
1-2 Conductivité thermique des roches.....	18
1-2-1 Valeur numérique de la conductivité thermique de quelques minéraux et roches.....	19
1-2-2 Les "lois des mélanges".....	21
1-3 Eléments de volume représentatif.....	25
1-4 Equation de conduction de la chaleur dans les milieux anisotropes.....	26
1-4-1 Paramètres thermiques des roches isotropes.....	27
1-4-2 Equation de chaleur dans les roches anisotropes.....	28
1-5 Synthèse.....	29
<b><u>Chapitre 2</u> Conduction de la chaleur dans les milieux anisotropes.....</b>	<b>30</b>
2-1 Effet de l'anisotropie thermique.....	31
2-1-1 Rappel de la loi de Fourier.....	31
2-1-2 Exemple d'écoulement plan du flux de chaleur.....	32
2-2 Problème isotrope associé à un problème anisotrope.....	34
2-2-1 Transformation de l'équation.....	35
2-2-2 Transformations des conditions aux limites.....	35
2-3 Application à des problèmes de stockage de déchets radioactifs.....	50

2-3-1 Source de chaleur rectiligne de longueur finie dans un plan .....	50
2-3-1 Source de chaleur dans une galerie de longueur finie .....	56
2-4 Synthèse .....	59
CONCLUSION DE LA PARTIE I .....	61

## PARTIE II - METHODE DE MESURE DES PARAMETRES THERMIQUES DE ROCHES ANISOTROPES

INTRODUCTION .....	63
<b>Chapitre 1</b> Echauffement axial d'un éprouvette cylindrique .....	65
1-1 Présentation de la méthode .....	66
1-2 Etude théorique du problème .....	68
1-3 Traitement des données et analyse de la précision de mesure .....	69
1-3-1 Présentation des modèles numériques .....	69
1-3-2 Précision de mesure .....	70
1-4 Résultat .....	75
1-5 Synthèse .....	77
<b>Chapitre 2</b> Choc thermique cylindrique .....	78
2-1 Description de la méthode .....	79
2-2 Etude théorique .....	82
2-2-1 Enoncé du problème .....	82
2-2-2 Sonde infiniment mince .....	83
2-2-3 Sonde cylindrique .....	87
2-3 Processus de détermination des paramètres .....	91
2-4 Analyse de la précision de mesure .....	93
2-4-1 Perte thermique latérale et axiale .....	94
2-4-2 Influence de la puissance thermique .....	95
2-4-3 Influence de la non-linéarité des propriétés thermiques .....	98
2-5 Résultats .....	101
2-6 Synthèse .....	102
CONCLUSION DE LA PARTIE II .....	103

## **PARTIE III - APPLICATION ET RESULTATS**

INTRODUCTION .....	105
<b><u>Chapitre 1</u> Evolution des propriétés thermiques des roches anisotrope en fonction de la température .....</b>	<b>107</b>
1-1 Rappel de la théorie de la conductivité thermique en fonction de la température .....	108
1-2 Conductivités thermiques des roches anisotropes en fonction de la température ambiante .....	109
1-2-1 Présentation des échantillons et des résultats des essais thermiques .....	110
1-2-2 Conductivités à température ambiante .....	115
1-2-3 Conductivités thermiques à température élevée .....	118
1-2-4 Variation de la chaleur spécifique avec température .....	124
1-3 Conductivité thermique en fonction de la température de préfissuration .....	126
1-3-1 Préfissuration thermique .....	126
1-3-2 Evolution de la conductivité avec la température de préfissuration .....	128
1-3-3 Effet de la durée de l'échauffement sur le développement de la préfissuration thermique .....	130
1-4 Synthèse .....	131
<b><u>Chapitre 2</u> Variation de la conductivité thermiques en fonction de la pression .....</b>	<b>132</b>
2-1 Description des essais .....	133
2-2 Résultats des essais .....	134
2-3 Analyse des résultats .....	137
2-3-1 Effet de la pression perpendiculaire à la schistosité .....	137
2-3-2 Effet de la pression parallèle à la schistosité .....	141
2-3-3 Coefficient de contrainte de la conductivité thermique .....	142
2-4 Synthèse .....	145
<b><u>Chapitre 3</u> Variation de la conductivité thermiques en fonction de la teneur en eau .....</b>	<b>146</b>

3-1	Résultats des essais .....	147
3-1-1	Présentation des essais .....	147
3-1-2	Résultats expérimentaux .....	148
3-2	Analyse des résultats .....	151
3-2-1	Principe du modèle de calcul .....	151
3-2-2	Application du modèle et comparaisons des conductivités calculées et celles mesurées .....	153
3-2-3	Influence de la forme des pores sur la variation de conductivité par la saturation à l'eau .....	156
3-3	Synthèse .....	159
 <b>Chapitre 4 Calculs thermomécaniques comparatifs d'une galerie circulaire dans un massif rocheux anisotrope .....</b>		
4-1	Présentation du processus de calcul .....	162
4-2	Calculs thermomécaniques comparatifs d'une galerie circulaire .....	163
4-2-1	Thermique isotrope et mécanique isotrope .....	163
4-2-2	Thermique anisotrope et mécanique isotrope .....	165
4-2-3	Thermique isotrope et mécanique anisotrope .....	169
4-2-4	Thermique anisotrope et mécanique anisotrope .....	171
4-3	Synthèse .....	173
 CONCLUSION DE LA PARTIE III .....		
		174
 CONCLUSIONS ET PERSPECTIVES .....		
		176
 REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES .....		
		180
 ANNEXE .....		
		187

## INTRODUCTION

### - Thème et Motivation-

Cette recherche vise à caractériser les propriétés thermiques des roches anisotropes, et porte sur divers aspects de la conduction de chaleur: conduction thermique anisotrope, méthode de mesure des paramètres thermiques, évolution des propriétés thermiques avec la température, la pression et la teneur en eau, interaction thermomécanique dans de type schisteux.

Elle se replace dans le contexte beaucoup plus général du stockage souterrain des déchets radioactifs. Dans une civilisation fondée sur la satisfaction de ses besoins en énergie par l'utilisation des combustibles fossiles, l'art de mine s'est toujours trouvé à l'amont de la production d'énergie (extraction charbonnière et pétrolière). Avec l'énergie nucléaire, les techniques du sous-sol restent évidemment à l'amont de la production du combustible, mais vont être chargées d'une tâche nouvelle: recevoir les déchets produits, MARSILY 1988 [44].

Pour l'an 2000, on estime que la quantité cumulée produite des déchets nucléaires vitrifiés en France sera 2000 à 4000 m<sup>3</sup> et de 15000 m<sup>3</sup> de déchets  $\alpha$ . Ces types de déchets radioactifs ont une durée de vie d'environ 1000 ans pendant laquelle ils dégagent une quantité de chaleur considérable. D'après COME 1988 [16], la quantité totale de chaleur d'un conteneur de déchets vitrifiés de 150 litre est de l'ordre de  $2 \times 10^{12}$  Joules, elle peut chauffer 15000 m<sup>3</sup> de roche de 40 °C à 100 °C.

C'est à cause de l'échauffement des roches par des déchets que se pose le problème du transfert de la chaleur dans les roches: quelles sont des propriétés thermiques des roches? quels effets thermiques peuvent être produits du point de

vue mécanique et hydraulique? quel scénario d'évolution à long terme peut-on valablement esquisser?.

En France, quatre sites provisoires ont été choisis pour l'enfouissement des déchets radioactif; l'un des sites est envisagé dans une formation schisteuse. L'existence de l'anisotropie de structure d'un tel type de roche peut induire des comportements thermiques, mécaniques et hydrauliques bien différents de ceux d'autres types de roches.

Il existe peu de travaux concernant les caractéristiques thermiques des roches anisotropes. Ces raisons nous ont donc incité à étudier le problème de conduction de la chaleur des roches anisotropes.

Ce mémoire comporte trois parties:

1) **Conduction thermique dans les roches anisotropes:** Cette partie comprend une synthèse bibliographique sur les transferts de chaleur dans un milieu rocheux anisotrope, ainsi qu'une étude théorique concernant quelques solutions analytiques originales dans un milieu anisotrope, liées au problème du stockage des déchets radioactifs dans une formation schisteuse.

2) **Méthodes de détermination en laboratoire des paramètres thermiques des roches anisotrope.** Deux méthodes de mesure sont développées; l'une dite "échauffement axial sur une éprouvette cylindrique" et l'autre "choc thermique bidimensionnel". La première permet de caractériser le coefficient de diffusivité thermique. La deuxième permet de mesurer les conductivités principales et la chaleur spécifique, et de réaliser les essais spécifiques (à température élevée, sous pression). L'idée de développer ces deux méthodes réside dans le fait que les échantillons sont de grandes dimensions et restent accessibles pendant l'essai pour exercer des conditions spécifiques (température, pression), tandis que le processus de mesure est relativement simple.

3) **Application et résultats - Influence de la température, de la pression et de la teneur en eau sur les propriétés thermiques des roches anisotropes.** La conductivité thermique dans les roches dépend de la température, de l'état de contrainte et de la teneur en eau, ...etc. nous établissons les relations entre la conductivité et la température, l'état de contrainte et la teneur en eau.

Une série de calculs thermomécaniques comparatifs présentant 4 types d'hypothèse:

- thermique et mécanique isotropes
- thermique anisotrope et mécanique isotrope
- thermique isotrope et mécanique anisotrope,
- thermique et mécanique anisotropes

permet de mesurer l'influence de l'anisotropie de structure sur le comportement mécanique d'un ouvrage du stockage souterrain de déchets radioactifs.

**PARTIE I**

**CONDUCTION DE LA CHALEUR  
DANS LES ROCHES ANISOTROPES**

Chapitre 1: Eléments bibliographiques

Chapitre 2: Conduction de la chaleur dans  
les milieux anisotropes; quelques  
solutions analytiques originales

## INTRODUCTION

Les roches, matériaux constitutifs de l'écorce terrestre, sont des mélanges de cristaux ou de grains. La forme, les dimensions, l'orientation et la distribution dimensionnelle des constituants déterminent la texture de la roche. Les propriétés thermiques sont en relation avec les constituants et leur texture.

L'étude de la microstructure de la roche permet d'analyser les mécanismes d'échange de chaleur entre les minéraux et l'effet de la texture des roches sur les propriétés thermiques.

Les conductivités thermiques des minéraux sont très variées. Les roches étant généralement des assemblages polyminéraux complexes, les lois de propagation de la chaleur font intervenir de nombreux paramètres; certaines simplifications sont nécessaires pour caractériser les propriétés thermiques des roches par des paramètres apparents, mesurable en laboratoire ou in-situ.

Dans la dernière décennie, le développement considérable des matériaux composites a amené les chercheurs à développer des travaux sur la conduction thermique anisotrope; il existe cependant relativement peu de publications concernant les solutions analytiques, même dans des configurations géométriques simples. A partir de méthodes classiques basées sur les changement de variables, nous établirons comment on peut passer d'un problème thermique anisotrope à un problème isotrope associé. Nous présenterons ainsi certaines solutions originales de problèmes issus des configurations liées au stockage géologique des déchets radioactifs en milieux rocheux.

Cette première partie a donc pour objet de développer successivement les chapitres suivantes:

- 1) Eléments bibliographiques;
- 2) Conduction de la chaleur dans les milieux anisotropes. Dans ce chapitre, nous développons quelques solutions analytiques originales.

## Chapitre 1

# ELEMENTS BIBLIOGRAPHIQUES

- 1-1 Introduction à la conductivité en relation avec la microstructure
  - 1-2 Conductivité thermique des roches
  - 1-3 Elément de volume représentatif
  - 1-4 Equation de la conduction de chaleur dans des milieux rocheux anisotropes
  - 1-5 Synthèse
- 

On appelle conduction thermique, la transmission de la chaleur par contact immédiat entre particules contiguës de températures différentes. Le coefficient de conductivité thermique détermine l'aptitude des corps à faire passer la chaleur sous l'effet d'un gradient de température, soit la relation classique

$$f = -\lambda \text{ grad } T \quad (1-1)$$

Pour les roches, les composants minéraux ont des conductivités thermiques différentes; la conductivité thermique de la roche ne peut donc être qu'un paramètre global qui dépend non seulement de la proportion de chacun de ces minéraux, mais aussi de leur type de liaison, et de la distribution dimensionnelle des grains etc. Nous aborderons successivement:

- l'introduction de la microstructure des roches en relation avec la conduction de la chaleur,
- la conductivité thermique de différents minéraux et de roches usuelles et ainsi que dites "les lois de mélanges",
- la notion de "l'élément de volume représentatif des paramètres thermiques",
- l'équation de la chaleur dans les roches anisotropes.

## 1- 1 Introduction à la conductivité en relation avec la microstructure

Les roches sont des milieux discontinus, (figure 1-1). L'agrégat des grains d'une roche, quelle que ce soit sa formation, n'est jamais parfaitement compact, il peut subsister des vides appelés pores; il y a en outre de très nombreux défauts intercrystallins, appelés fissures primaires, (PANET 1976 [51]). Les roches présentent également des fissures issues de mouvements tectoniques. Les discontinuités et les fissures jouent un rôle de barrière du point de vue de la transmission de la chaleur; la conductivité est donc d'autant plus faible que les vides présents dans la roche sont nombreux. La variation de la conductivité thermique avec la température, la pression, la teneur en eau, est un des paramètres significatifs pour caractériser la présence et le développement des fissures dans les roches.

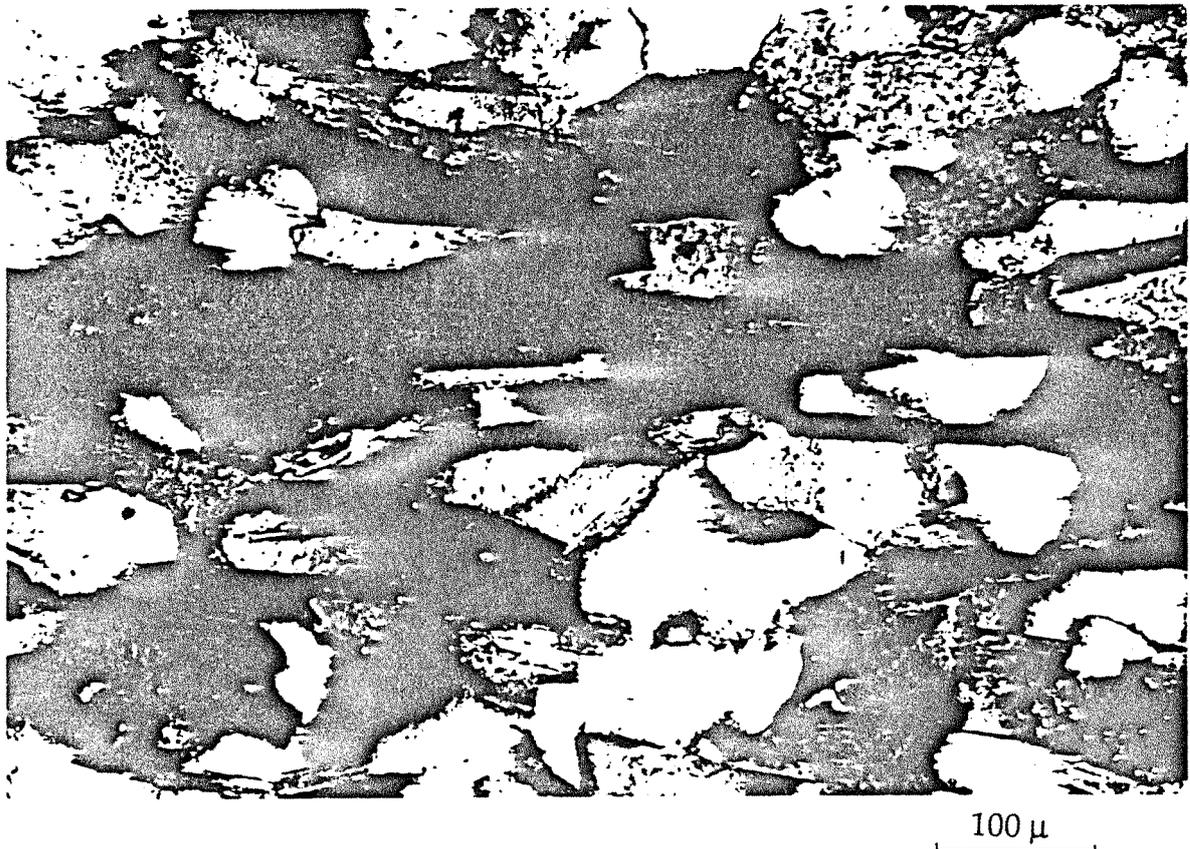
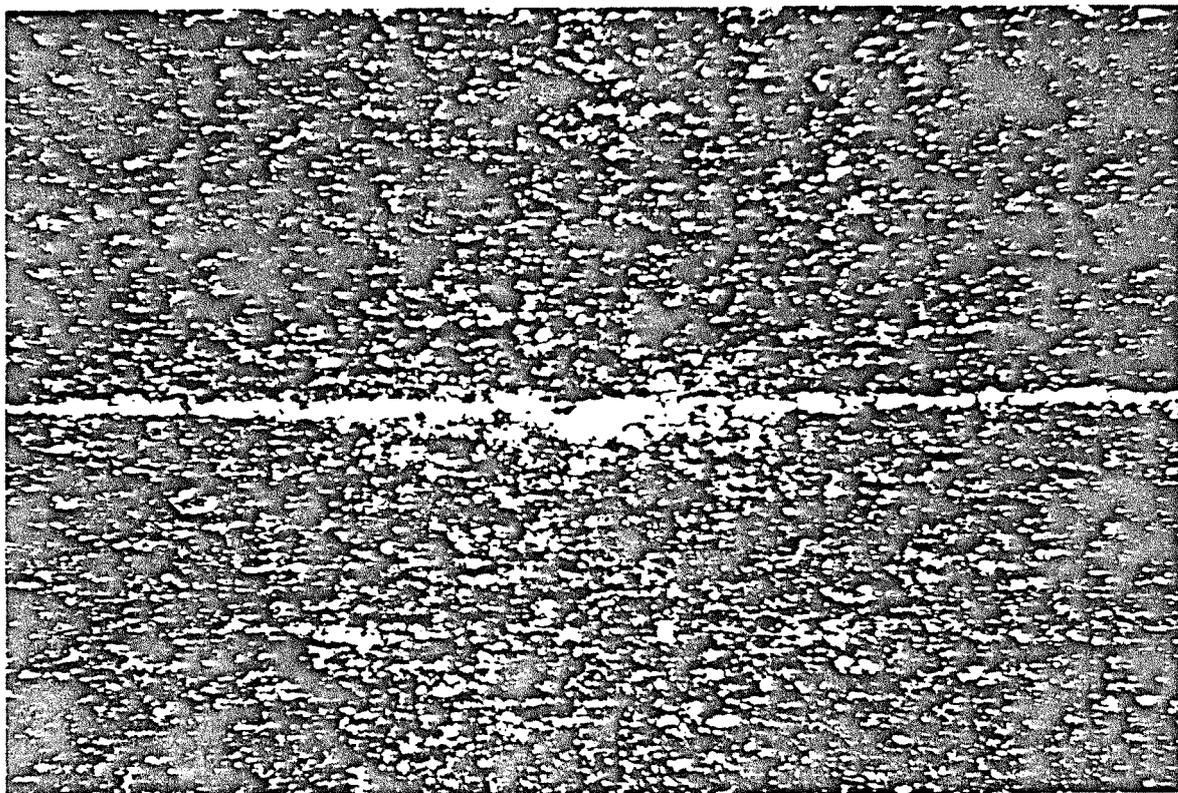


Fig. 1-1. vue microscopique optique d'un schiste

Dans les conditions du site, les discontinuités et les pores sont saturés ou proches de la saturation; il convient donc de prendre en compte la saturation et la diffusion de l'eau lorsque la porosité est importante. La variation de la conductivité thermique avec la teneur en eau permet même dans certains cas d'analyser la forme des pores. Plusieurs travaux consacrés aux transferts couplés

de fluides, de chaleur (thermodynamique dans les milieux poreux saturés) ont été réalisés en France, notamment ceux de RIBSTEIN-COUDRAIN 1983 [60], MARSILY 1988 [43], MARLE 1972 [42], VASSEUR 1988 [64] dans les milieux rocheux, et AUDIBERT 1985 [4], LAURANT 1986 [39], QUENARD 1986, [58], PERSON 1981 [55] dans des milieux poreux (sols, plâtre, brique etc..).

Certaines roches, du fait de leur genèse, présentent des orientations préférentielles de certaines espèces minérales; la distribution des discontinuités et des fissurations présente également une distribution préférentielle (anisotropie de structure); elle est à l'origine de l'anisotropie des paramètres physiques, mécaniques et thermiques. Plus l'orientation préférentielle est marquée plus l'anisotropie thermique se manifeste. Le degré de l'anisotropie thermique (*rapport entre la conductivité majeure et la conductivité mineure*) est lié à la l'anisotropie de structure. Les photos de la figure 1-2 visualisent l'anisotropie des structure; l'anisotropie thermique est plus marquée quand les feuilletts des minéraux sont presque parallèles (photo 1-2-a, schiste d'Angers, structure lépidoblastique). L'anisotropie est moins marquée sur la photo 1-2-b, et 1-2-c (schistes des Cevennes, structure grano-lépidoblastique).



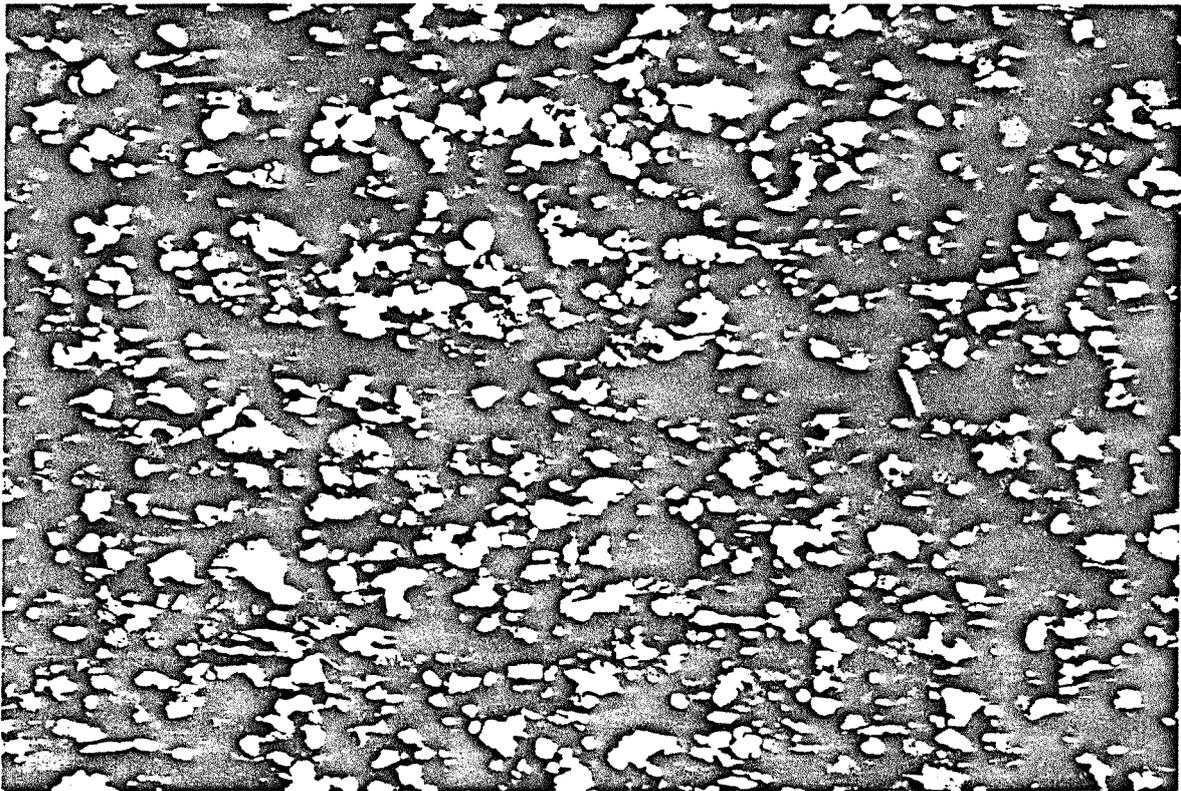
100  $\mu$

Fig. 1-2-a. Vue en lame mince d'un schiste d'Angers



100  $\mu$

Fig. 1-2-b. Vue en lame mince d'un schiste des Cévennes  
(St. A. de Valborgne)



100  $\mu$

Fig. 1-2-c. Vue en lame mince d'un schiste des Cévennes (Collet de Dèze)

Fig. 1-2. Vue en lame mince d'échantillons de schistes

Les caractéristiques physiques mesurées sur roches présentent une variabilité, liée à l'hétérogénéité et à l'effet d'échelle. Il apparaît toutefois que les paramètres thermiques sont moins affectés par cette variabilité que les paramètres mécaniques (BEREST 1986 [5]): la présence d'un réseau de fissures peut affecter considérablement la résistance mécanique, mais beaucoup moins la conduction thermique.

## 1-2 Conductivité thermique des roches

Le problème de la conduction thermique dans les roches est complexe: il nécessite d'aborder les effets de l'hétérogénéité, de l'anisotropie, de la fissuration de la présence d'eau, de l'état de contrainte etc.

La conductivité thermique des roches dépend de nombreux facteurs, parmi lesquels:

- la composition des minéraux constitutifs, leur pureté et degré de cristallisation,
- la microstructure de la roche: orientation, distributions dimensionnelles etc,
- le passé thermique, c'est-à-dire les températures auxquelles a pu être porté antérieurement le corps, et la vitesse de refroidissement .
- la porosité, la teneur en eau, la température et la pression effective,
- l'importance du flux de chaleur,

Par ailleurs, d'après MISSENARD 1965 [46], la conductivité thermique n'est pas nécessairement la même au sein du matériau et au voisinage de ses parois. Ceci peut être dû à des causes diverses, soit à la modification du libre parcours des particules, soit au passé thermique des parois qui peut être différent de celui de l'intérieur du corps, soit pour d'autres raisons.

**1-2-1 Valeurs numériques de la conductivité thermique  
de quelques minéraux et roches**

Minéraux	composition chimique	Chaleur spécifique $\text{J Kg}^{-1} \text{K}^{-1}$	Conductivité thermique $\text{W m}^{-1} \text{K}^{-1}$
silice	$\text{Si O}_2$	712	13,88
Corindon	$\text{Al}_2 \text{O}_3$	670	27,57
Magnétite	$\text{Fe}_3 \text{O}_4$	666	20,91
Sillimanite	$\text{Mg O}$	946	58,90
Calcite	$\text{CO}_3 \text{Ca}$	808	4,36
Chaux vive	$\text{Ca O}$	754	29,04
Potasse	$\text{K}_2 \text{O}$	-	2,27
Glace	$\text{H}_2 \text{O}$	2039	2,18

**Tab. 1-1. Conductivité thermique et chaleur spécifique de certains minéraux (d'après MISSZNARD 1965 [46] et RAZNJEVIC 1970 [59])**

Le tableau 1-2 rassemble les conductivités thermiques de quelques roches usuelles.

Roche	provenance	Masse volumique Kg m <sup>-3</sup>	Chaleur spécifique J Kg <sup>-1</sup> K <sup>-1</sup>	Conductivité thermique W m <sup>-1</sup> K <sup>-1</sup>	Référence
Granite	Limousin	2650	834	3,0 ~ 3,4	Auteur
Granite	Maine	-	-	3,3	Heuze
Granite	Vosges	2700	-	3,0 ~ 3,4	Missenard
Granite	U.S.A.	-	878	2,2 ~ 3,8	Gros
Granite	Auriat	2640	-	3,0 ~ 3,5	Gros
Granite	-	2600 ~ 2900	754	2,9 ~ 4,1	Raznjevic
Grès	-	2200 ~ 2500	795	1,3 ~ 2,1	Raznjevic
Grès	Japon	2730 ~ 2800	-	1,1 ~ 2,2	Yanagimoto
Schiste	Bretagne	2650	873	1,4 <u>⊥</u> *, 4,3 //	Auteur
Schiste	Angers	2890	793	1,4 <u>⊥</u> , 4,9 //	Auteur
Schiste	Cevennes	2650 à 2700	850	1,5 <u>⊥</u> , 4,5 //	Auteur
Schiste	Japon	2600	-	1,1 <u>⊥</u> , 3,2 //	Yanagimoto
Schiste	-	2700		1,7 <u>⊥</u> , 2,8 //	Raznjevic
Calcaire	-	2650	837	2,2	Raznjevic
Sel	-	-	-	5,9	Marsily
Sable sec	-	-	-	0,4 ~ 0,8	Marsily
Sable hu.	-	-	-	2,5 ~ 3,5	Marsily
Eau	-	1000	4183	0,60	Raznjevic

\* ⊥ conductivité dans la direction perpendiculaire à la schistosité

// conductivité dans la direction parallèle à la schistosité

Tab. 1-2. Conductivité thermique et la chaleur spécifique de quelques roches usuelles

Comparant ces deux derniers tableaux, il apparait que la conductivité thermique des roches est beaucoup plus faible que celle de ses éléments constitutifs. Cet écart résulte de la présence d'impuretés, de défauts de cristallisation et de discontinuités.

L'anisotropie thermique de certaines roches est souvent plus marquée que celle d'autres paramètres physiques et mécaniques. Nous évoquerons plus particulièrement ce point dans la troisième partie du mémoire.

### 1-2-2 Les "lois des mélanges"

Il existe plusieurs modèles d'estimation des paramètres thermiques d'un "mélange" à partir des données de caractéristiques thermiques de ses éléments constitutifs.

#### a) chaleur spécifique

En ce qui concerne la chaleur spécifique volumique  $C_v$ , on établit aisément que:

$$C_v = \sum_{i=1}^m \theta_i C_{vi} \quad (1-1)$$

avec  $\theta_i$  proportion volumique du constituant  $i$ ,  
 $C_{vi}$  chaleur spécifique volumique du constituant  $i$ ,

Pour la chaleur spécifique massique  $C_p$ , on établit de même que:

$$C_p = \frac{C_v}{\sum_{i=1}^m \theta_i \rho_i} = \frac{\sum_{i=1}^m \theta_i C_{pi} \rho_i}{\sum_{i=1}^m \theta_i \rho_i} \quad (1-2)$$

où  $C_{pi}$  chaleur spécifique massique du constituant  $i$ ,  
 $\rho_i$  masse volumique du constituant  $i$ .

## b) Conductivité thermique

Pour la conductivité thermique, le problème de l'estimation est beaucoup plus complexe, car elle dépend de nombreux paramètres parfois difficilement accessibles liées à la microstructure des constituants. De nombreux modèles ont été établis par les chercheurs. Nous allons citer quelques-uns de ces modèles, sans chercher à être exhaustifs, mais avec le souci de les sélectionner dans le cadre de leur application aux roches

### 1). Modèle par analogie électrique

Le modèle suppose que les éléments constitutifs des roches sont sous formes laminaires et sont rangés parallèlement. On associe, ensuite, le réseau résistif thermique sur lequel on applique une analogie électrique basée sur des réseaux en série ou en parallèle (figure 1-3).

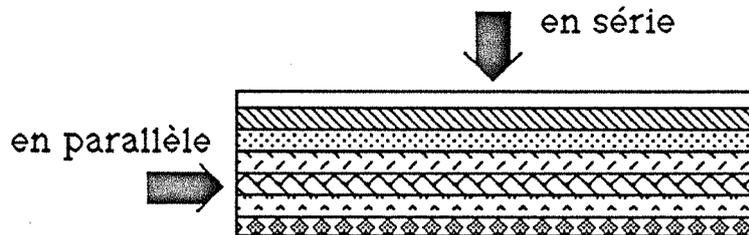


Fig. 1-3. Modèle de l'analogie électrique

Considérant un élément unitaire, pour le modèle en parallèle on établit:

$$\lambda_{//} = \sum_{i=0}^m \theta_i \lambda_i \quad (1-3)$$

et pour le modèle en série:

$$\frac{1}{\lambda_{\perp}} = \sum_{i=0}^m \frac{\theta_i}{\lambda_i} \quad (1-4)$$

avec  $\lambda_i$  conductivité thermique du constituant  $i$  (analogie à l'inverse d'une résistance).

Ces modèles fournissent schématiquement tout au plus un minimum et un maximum absolus pour  $\lambda$ . La précision du modèle dépend alors de la microstructure des roches; pour les roches schisteuses, les minéraux se présentant

en feuillets, le modèle semble plus réaliste que les autres, mais tout dépend de la microstructure de l'assemblage des minéraux (figure 1-2).

Ce modèle est par ailleurs utilisé pour l'homogénéisation des caractéristiques thermique des matériaux composites multicouches, (DEGIOVANNI 1990 [18]), et pour évaluer l'influence de la teneur en eau et en air dans un milieu laminaire, (MISSENARD 1965 [46]). Dans la troisième partie du mémoire, nous utiliserons ce modèle pour analyser la variation de la conductivité en fonction de la pression.

## 2). Modèle de Krischer-Kröle [29]

C'est un modèle de structure mixte série/parallèle, utilisé pour étudier l'influence de la teneur en eau sur la conductivité thermique dans les milieux poreux, (GROUEL et GIAT 1988 [29]). La conductivité thermique globale peut être obtenue à partir d'une association géométrique pondérée d'un modèle série et d'un modèle parallèle (figure 1-4), elle se calcule à partir de la formule (1-5).

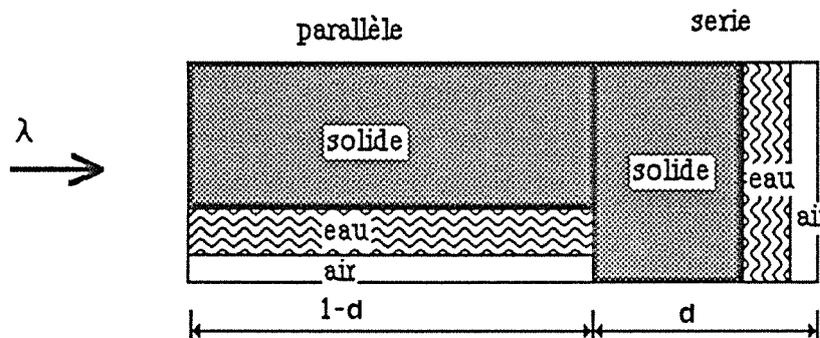


Fig. 1-4. Modèle de Krischer-Kröle

$$\frac{1}{\lambda} = \frac{1-d}{\lambda_{//}} + \frac{d}{\lambda_{\perp}} \quad (1-5)$$

où  $\lambda_{//}$  et  $\lambda_{\perp}$  représentant les conductivités thermiques parallèle et perpendiculaire (1-3, et 1-4)

$d$  désignant la proportion du modèle série ( $\lambda_{\perp}$ ) par rapport à l'ensemble.

Ce dernier paramètre peut être déterminé lorsque l'on connaît la conductivité de l'assemblage à l'état sec et l'état de saturation.

Ce modèle sera utilisé dans la troisième partie du mémoire pour analyser l'influence de la teneur en eau sur les conductivités thermiques. Nous signalons qu'il est nécessaire d'établir un modèle pour chaque direction et que les paramètres  $d$  dans les directions principales de conductivités thermiques sont liées à l'anisotropie de structure et à la morphologie des pores.

### 3). Modèle géométrique pondérée

Ce modèle ne tient compte que de la proportion volumique des constituants. Il s'écrit:

$$\lambda = \prod \lambda_i^{\theta_i} \quad (1-6)$$

Il a été utilisé avec succès pour l'évolution de la conductivité à sec d'un milieu poreux granulaire dont la phase solide est constituée de granulats de plusieurs types minéralogique (VASSEUR 1986 [64], BRIGAUD et al 1989 [11]).

### 4) Modèle d'Ondracek. (GROLIER et al 1987 [25], 1989 [26] et [27]).

On calcule les conductivités thermiques des roches à partir des conductivités des minéraux constitutifs, des fractions volumiques, de la forme des grains, représentée par un "ellipsoïde moyen équivalent", et de leur orientation moyenne.

La présentation mathématique du modèle est relativement lourde; l'application demande des moyens d'analyse d'image et de calcul numérique, mais le modèle semble adaptable aux roches anisotropes.

Nous n'irons pas plus loin dans cette présentation des lois de mélanges. Pour les roches, une loi de mélange doit tenir compte de la forme géométrique des minéraux, des discontinuités, des pores, etc. A priori pour une roche donnée, il est difficile d'établir une base de données correctes et complètes de la conductivité thermique des constituants. Une attention particulière doit être portée à la phase "vide" (la porosité) du milieu: l'air ou les gaz contenus dans les roches présentent des propriétés tellement différentes des espèces minérales, qu'ils ne sauraient être pris en compte comme étant des "minéraux particuliers".

### 1-3 Elément de volume représentatif

Si l'on considère la mesure d'une caractéristique physique quelconque  $C$  d'un milieu rocheux dans un volume  $V$  variable défini par une longueur  $L$ , trois domaines peuvent être définis, MARLE 1972 [42] (figure 1-5):

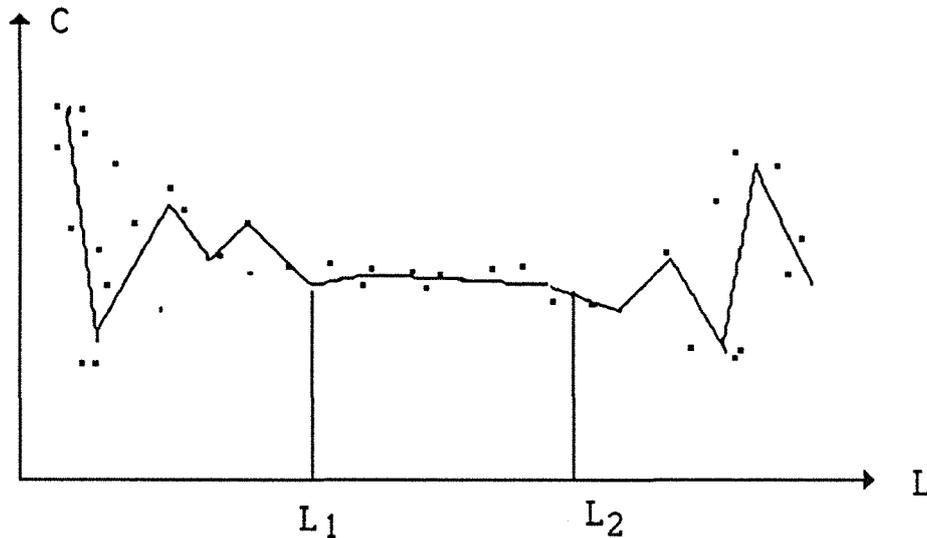


Fig. 1-5. Notion d'élément de volume représentatif

- Au niveau microscopique ( $L < L_1$ ) la valeur de  $C$  est gouvernée par des lois physiques à l'échelle des minéraux et des pores. Elles dépend donc de l'endroit où s'effectue la mesure. Dans cette zone, l'échantillon n'intègre pas suffisamment de minéraux différents et de microporosités. Sa variabilité spatiale est importante; aussi le paramètre n'est pas représentatif. La dimension  $L_1$  dépend exclusivement des dimensions des minéraux.

- A l'opposé, pour des échelles très grandes ( $L > L_2$ ), l'échantillon intègre des macroporosités et des zones d'altération et des macrofissurations (fractures). Les valeurs mesurées intègrent ce type de géométrie "en grand" et sont également variables suivant l'emplacement de la base de mesure.

- Entre ces deux échelles, on peut légitimement assimiler les roches à un milieu homogène équivalent, caractérisé par des paramètres macroscopiques

moyens. La limite inférieure de cette zone ( $L_1$ ) définit ce qu'on appelle souvent l'élément de volume représentatif (EVR).

Les dimensions de l'élément de volume représentatif influent directement sur celles des échantillons nécessaires à la détermination de la grandeur  $C$ , ainsi que le choix de la méthode de mesure.

#### 1-4 Equation de conduction de la chaleur dans des milieux rocheux anisotropes

Les roches dans un contexte métamorphique, telles que des schistes, présentent souvent une orientation préférentielle des réseaux cristallins des minéraux constitutifs. D'après LE CORRE 1980 [40], cette orientation préférentielle de réseau a pour origine des processus physiques de déformation variés à l'échelle du grain ou de l'agrégat: réorientation par glissement intergranulaire, déformation plastique intracristalline, recristallisation dynamique, néogénèse orientée ... etc, elle entraîne donc une anisotropie de la structure.

La conductivité de l'air est cent fois plus faible que celle des roches. Par conséquent, les pores existant dans les roches diminuent la conductivité thermique, et, de plus ses formes et ses orientations jouent également un rôle important dans l'anisotropie thermique; cela peut être constaté par la variation de l'anisotropie thermique lorsque l'on fait varier la teneur en air. Ce point sera présenté dans la troisième partie du mémoire.

On introduit un paramètre classique: le degré d'anisotropie défini par:

$$Da = \frac{\lambda_1}{\lambda_3} \quad (1-7)$$

où les trois conductivités principales sont désignées:  $\lambda_1 > \lambda_2 > \lambda_3$ .

Pour la plupart de roches anisotropes, les conductivités thermiques dans le plan de feuillet sont plus ou moins isotropes, c'est-à-dire  $\lambda_1 = \lambda_2$ .

## 1-4-1 Paramètres thermiques des roches isotropes

### a). Rôle de la porosité et de la circulation des fluides.

Intéressons nous aux paramètres thermiques globaux (apparents) d'un élément de volume représentatif contenant des pores fermés, de l'eau, de l'air, et de la vapeur d'eau. La porosité totale  $\theta$  est la somme des teneurs de ces trois phases en proportions volumiques  $\theta_f$ ,  $\theta_v$  et  $\theta_l$ . On peut considérer la porosité fermée comme liée à la phase solide parce qu'il n'existe pas de transfert de masse d'eau. La teneur en eau globale est définie par la somme des deux dernières en proportion massique, soit  $\omega = \omega_v + \omega_l$ . De nombreux travaux ont été consacrés aux caractéristiques thermocinétiques des milieux poreux non saturés, notamment pour les sols et plâtres, (AUDIBERT 1985 [4], FOURES 1981 [23] et 1980 [24], PERRIN 1985 [52]), (le terme "thermocinétique" se réfère à des circulation des fluides dans les réseaux poreux ouverts, sous l'effet d'un gradient thermique)

Sous l'effet de gradient thermique, les teneurs en eau et en vapeur peuvent être modifiés, entraînant divers mécanismes de transfert et/ou de changements d'états. La dilatation thermique peut également modifier le champ de contraintes, et modifier simultanément la distribution des réseaux des discontinuité et la pression interstitielle, ( PERAMI 1971 [53] ). Il existe donc un flux d'eau et un flux de vapeur variables avec la température. Ainsi l'inégalité de la dilatation thermique provoquée par la variation de la température et/ou le gradient thermique peut induire des microfissures intercrystallines qui peuvent modifier la perméabilité du milieu et la conductivité thermique. Ce domaine de la physique du milieu poreux/fissuré a fait l'objet d'études approfondies de la part de nombreux auteurs, (PERSON 1981 [55], MARSILY [43] ).

Nous nous contentons, ici, de rappeler quelque résultats en relation avec les paramètres thermiques apparents, et de les appliquer aux cas des roches anisotropes.

### b). Equation de la chaleur dans les roches isotropes de faible porosité

LAURENT 1986 [39] propose dans des milieux poreux (sols, plâtres ... etc), de négliger le transfert de la chaleur par le flux de fluide et par la diffusion de vapeur sous gradient de teneur en eau devant celui de la conduction pure, on établit alors l'équation de chaleur:

$$\rho C \frac{\partial T}{\partial t} + \rho_1 L \frac{\partial \theta_v}{\partial t} - \rho_1 W \frac{\partial \theta_1}{\partial t} = \text{div} [(\lambda + \rho_1 L D_{tv}) \text{grad } T] \quad (1-8)$$

où: T température du milieu,  
 $\lambda, C$  conductivité thermique et chaleur spécifique du milieu,  
 $\rho, \rho_1$  masse volumique du milieu et du fluide,  
 $\theta_v, \theta_1$  teneur en eau et vapeur,  
L enthalpie de vaporisation,  
W chaleur de "mouillage",  
 $D_{tv}$  coefficient de diffusion de la vapeur sous gradient de température.

La dernière équation se ramène à une expression "classique" de la loi de Fourier.

$$\rho C^* \frac{\partial T}{\partial t} = \text{div} (\lambda^* \text{grad } T) \quad (1-9)$$

$$\text{en posant } C^* = C + (\rho_1 L \frac{\partial \theta_v}{\partial T} - \rho_1 W \frac{\partial \theta_1}{\partial T}) / \rho \quad (1-10)$$

$$\lambda^* = \lambda + \rho_1 L D_{tv}$$

Pour les roches usuelles, les faibles valeurs de la perméabilité et de la porosité conduisent à négliger le transfert de chaleur par diffusion de vapeur sous gradient de température ( $D_{tv}=0$ ), et les variations de la teneur en eau et la teneur en vapeur sous l'effet de température ( $\partial \theta_1 / \partial T = 0, \partial \theta_v / \partial T = 0$ ); l'équation (1-9) s'identifie alors à l'équation classique de la conduction de chaleur.

$$\rho C \frac{\partial T}{\partial t} = \text{div} (\lambda \text{grad } T) \quad (1-11)$$

#### 1-4-2 Equation de la chaleur dans les roches anisotropes

Dans le cas anisotrope la conductivité thermique est une grandeur tensorielle, et l'équation de chaleur (1-11) s'écrit:

$$\rho C \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x_j} (\lambda_{ij} \frac{\partial T}{\partial x_i}) \quad (1-12)$$

où  $\lambda_{ij}$  ( $i=1,2,3; j=1,2,3$ ) étant les composants du tenseur de la conductivité.

Dans le cas général, nous supposons que les conductivités thermiques principales sont orthogonales et constantes (milieu homogène); dans ce cas il est

toujours possible de transformer l'équation (1-11) dans un repère (x, y, z) où les axes coïncident avec les conductivités principales  $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$ :

$$\rho C \frac{\partial T}{\partial t} = \lambda_1 \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \lambda_2 \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \lambda_3 \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \quad (1-13)$$

## 1-5 Synthèse

Après l'examen de certains travaux antérieurs, il apparaît que la conductivité thermique est influencée par de nombreux paramètres difficiles à qualifier. La texture, la composition minéralogique et la porosité jouent un rôle dominant dans les propriétés thermiques des roches.

L'anisotropie thermique des roches est due à l'orientation préférentielle du dépôt des minéraux, elle est en général beaucoup plus marquée que celle des autres paramètres.

La température, la pression et la teneur en eau ont sans doute des influences importantes sur les propriétés thermiques des roches, donc les méthodes de mesure doivent tenir compte de ces conditions spécifiques. Par ailleurs l'hétérogénéité des roches nécessite une dimension d'échantillon relativement grande pour que les résultats soient représentatifs.

La théorie de la conduction de chaleur dans le milieu continu est applicable pour les roches. On peut caractériser les propriétés thermiques des roches par leurs paramètres thermiques apparents lorsque ces roches ont de faibles porosités.

## Chapitre 2

# CONDUCTION DE LA CHALEUR DANS LES MILIEUX ANISOTROPES

- 2-1 Effet de l'anisotropie thermique
  - 2-2 Problème isotrope associé à un problème  
anisotrope
  - 2-3 Application
  - 2-4 Synthèse
- 

L'étude de la conduction thermique a beaucoup d'applications dans le domaine des matériaux naturels (roches, bois), et dans les matériaux composites.

Mais le problème de la distribution des températures dans un solide anisotrope a fait l'objet de peu de travaux. Il existe cependant quelques solutions bien que les équations soient parfois d'un maniement complexe (CHANG et TSOU 1977 [13] et 1977 [14], POON 1979 [56], PADOVAN 1975 [48], [49], 1974 [50]).

Dans ce chapitre, nous développons une méthode de changement de variables qui permet de déduire la solution analytique d'un problème anisotrope à partir du problème isotrope associé. Une attention particulière est portée au traitement des conditions aux limites lors du changement de variables. Quelques solutions analytiques originales de problèmes de conduction thermique anisotrope sont établies.

## 2-1 Effet de l'anisotropie thermique

### 2-1-1 Rappel de la loi de Fourier

La loi de Fourier, d'origine expérimentale, dans le cas d'un milieu isotrope, exprime qu'il existe un nombre  $\lambda$  tel que:

$$f = -\lambda \text{ grad } T \quad (2-1)$$

Cette équation peut être généralisée pour les milieux anisotropes:

$$f = -[\lambda] \text{ grad } T \quad (2-2)$$

soit 
$$f_i = -\lambda_{ij} \frac{\partial T}{\partial X_j} \quad (i \text{ et } j = 1, 2, 3) \quad (2-3)$$

où  $[\lambda]$  matrice de conductivité

$\lambda_{ij}$  coefficients de conductivité, composantes d'un tenseur de second ordre

$f_i$  composants du vecteur flux thermique

Le coefficient de diffusivité thermique ( $a$ ) est définie par:

$$a = \frac{\lambda}{\rho C} \quad (2-4)$$

L'équation (2-3) peut être inversée:

$$-\frac{\partial T}{\partial X_j} = R_{ij} f_i \quad (2-5)$$

où  $-\text{grad } T = R f$

avec  $R_{ij}$  tenseur de résistivité thermique

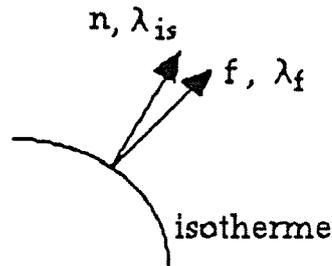
Soit  $P$  la matrice de changement de base entre le repère  $x, y, z$  et  $X, Y, Z$ . Dans le nouveau système,  $\lambda'$  et  $R'$  s'expriment classiquement par::

$$\lambda' = P^t \lambda P \quad (2-6)$$

$$R' = P^t R P \quad (2-7)$$

Il est à noter que dans un problème anisotrope les normales aux isothermes ne coïncident pas avec le vecteur du flux. CARSLAW et JAEGER (1959) [12]

montrent, d'après l'équation 2-3 et 2-4, que la conductivité thermique dans la direction du flux s'exprime (pour un problème bidimensionnel):



$$\lambda_f = \frac{\lambda_1 \lambda_2}{\lambda_1 \cos^2 \theta + \lambda_2 \sin^2 \theta} \quad (2-8)$$

où  $\theta$  désigne l'angle fait par la direction du flux et la conductivité principale  $\lambda_1$

Et dans la direction normale aux isothermes:

$$\lambda_{is} = \lambda_1 \cos^2 \theta + \lambda_2 \sin^2 \theta \quad (2-9)$$

### 2-1-2 Exemple d'écoulement plan du flux de chaleur

L'exemple d'un écoulement plan du flux de chaleur nous montre l'effet de l'anisotropie thermique, difficile à prévoir par l'expérience, ou par l'intuition.

*Position du problème:*

Soit une plaque de dimension  $a \times b$  (dans le plan  $x-y$ ) et d'épaisseur unitaire, une température constante  $T_1$  est imposée sur la surface  $X=0$ , et  $T_2$  sur la surface  $X= a$ . Les surfaces latérales  $Y=\pm b$  sont isolées thermiquement. Les conductivités thermiques principales  $\lambda_1$  et  $\lambda_2$  sont contenues dans le plan  $X-Y$ , et on désigne par  $\theta$  l'angle ( $\lambda_1, X$ ) (figure 2-1).

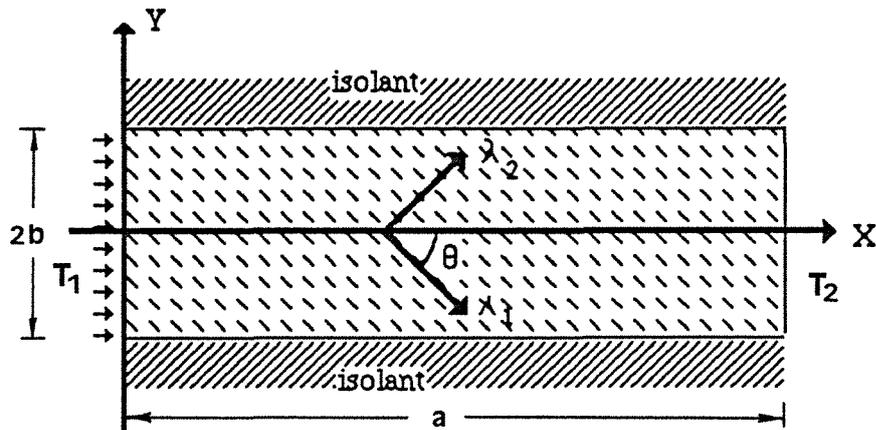
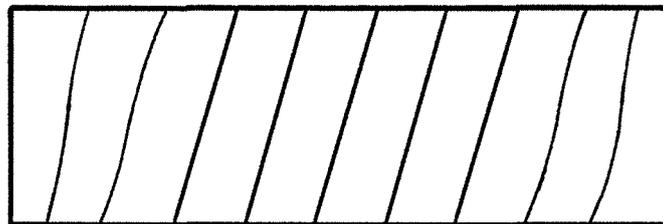


Fig. 2-1. Problème d'un écoulement plan du flux de chaleur dans une plaque anisotrope

A priori, on ne connaît pas la solution analytique du problème en régime permanent. Nous avons utilisé un code de calcul aux éléments finis (ANSYS); la figure 2-2 visualise les isothermes dans la plaque.



Les données de calcul: $a = 0,80 \text{ m}$ $b = 0,25 \text{ m}$ $\lambda_1 = 3 \text{ W m}^{-1} \text{ K}^{-1}$ $\lambda_2 = 1 \text{ W m}^{-1} \text{ K}^{-1}$ $\rho = 2600 \text{ Kg m}^{-3}$ $C = 800 \text{ J Kg}^{-1} \text{ K}^{-1}$
---

Fig. 2-2. Isothermes dans le modèle d'un écoulement plan en régime permanent

La simulation numérique montre qu'il existe une direction préférentielle du flux thermique, les isothermes ne sont pas parallèles à l'axe Y, sauf au voisinage de  $X=0$  et  $X=a$ , où l'application des conditions aux limites "force" les isothermes à être parallèles aux bords de la plaque. Nous constatons que le flux thermique "bascule" en direction de la conductivité thermique majeure ( $\lambda_1$ ) (figure 2-3).

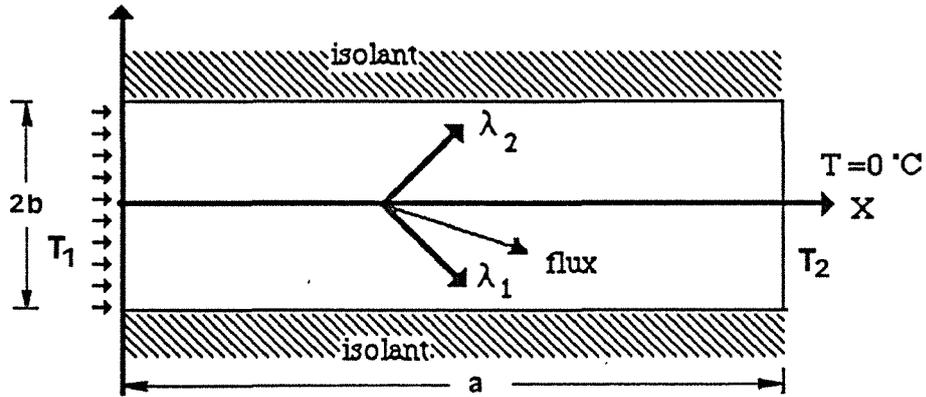


Fig. 2-3. Direction du flux thermique dans le plan X-Y

\* Quand la longueur du modèle  $a$  est très supérieure à la largeur  $b$  ( $a \gg b$ ), la plaque se réduit à une barre de l'axe  $OX$ , on peut alors considérer que le flux thermique est monodimensionnel; dans ce cas le flux de chaleur peut s'exprimer par:

$$f = -\lambda_f \frac{T_1 - T_2}{a} \quad (a \gg b) \quad (2-10)$$

avec  $\lambda_f$  correspond l'équation (2-8).

\*Quand  $b \gg a$ , les isothermes sont parallèles à l'axe  $Y$ , c'est-à-dire  $\frac{\partial T}{\partial Y} = 0$ . Dans ce cas le flux de chaleur s'exprime par:

$$f = -\lambda_{is} \frac{T_1 - T_2}{a} \quad (b \gg a) \quad (2-11)$$

où  $\lambda_{is}$  définit par l'équation (2-9).

## 2-2 Changement de variables d'espace et "problème isotrope" associé à un problème anisotrope

La transformation de l'équation de chaleur d'un milieu anisotrope à un milieu isotrope permet de traiter un problème anisotrope en utilisant les solutions connues dans le modèle isotrope associé. La transformation des variables d'espace concernant les conditions aux limites est indispensable. Nous établissons, pour plusieurs types de conditions aux limites, les relations entre les conditions aux limites pour le modèle anisotrope et le modèle isotrope associé.

La démarche s'effectue selon les étapes suivantes:

- 1) transformation des variables d'espace,
- 2) changement des conditions aux limites et établissement du modèle isotrope associé,
- 3) résolution du problème isotrope associé,
- 4) transfert de la solution du modèle isotrope au modèle anisotrope.

### 2-2-1 Transformation de l'équation

Il est connu que la transformation des variables d'espace:

$$\xi = \sqrt{\frac{\lambda}{\lambda_1}} x; \quad \psi = \sqrt{\frac{\lambda}{\lambda_2}} y; \quad \zeta = \sqrt{\frac{\lambda}{\lambda_3}} z \quad (2-12)$$

dans laquelle  $\lambda$  est un paramètre quelconque, permet de transformer l'équation de la chaleur en milieu anisotrope

$$\rho C \frac{\partial T}{\partial t} = \lambda_1 \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \lambda_2 \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \lambda_3 \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \quad (2-13)$$

en

$$\rho C \frac{\partial T}{\partial t} = \lambda \left( \frac{\partial^2 T}{\partial \xi^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial \psi^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial \zeta^2} \right) \quad (2-14)$$

Cette équation est formellement identique à l'équation de la chaleur dans un milieu isotrope; une telle transformation a été présentée par CARSLAW et JAEGER 1959 [12] et reprise par MULHOLLAND et GUPTA 1977 [47]. Donc un problème thermique anisotrope, conduction de la chaleur dans les roches anisotropes par exemple, peut se réduire à un problème isotrope associé.

### 2-2-2 Transformation des conditions aux limites

Les équations 2-12 définissent une transformation affine qui opère sur le domaine  $\Omega$  délimité par la géométrie du problème réel. Le contour  $\Omega$  est transformé par 2-12 en un contour  $\Omega'$  sur lequel s'appliquent de nouvelles conditions aux limites (figure 2-4). Elles peuvent être de 3 types:

- flux imposé,
- température imposée,
- source de la chaleur  $Q$  donnée débitant à travers une surface.

Nous étudions par la suite la procédure de changement des conditions aux limites sur le contour  $\Omega'(\xi, \psi, \zeta)$  correspondant à ces trois types de condition aux limites.

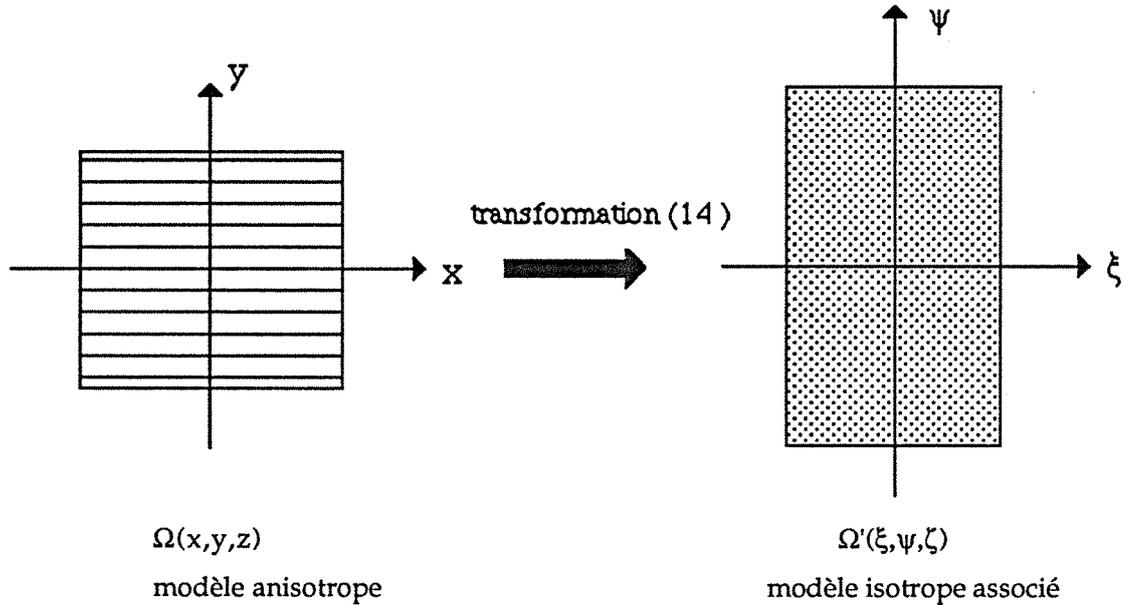


Fig. 2-4. Transformation de la condition aux limites

a) Flux imposé

Le flux thermique  $f$  à travers une surface  $\Omega(x, y, z)$  peut se définir par:

$$f_n = -\lambda_n \frac{\partial T}{\partial n} \quad \text{sur } \Omega(x, y, z) \quad (2-15)$$

- où  $f_n$  flux thermique selon la direction normale à la surface,  
 $n$  normale au point  $(x, y, z)$  de la surface,  
 $\lambda_n$  conductivité thermique dans la direction normale à  $\Omega(x, y, z)$ ,  
 $\frac{\partial T}{\partial n}$  gradient de la température,

$$\frac{\partial T}{\partial n} = l \frac{\partial T}{\partial x} + m \frac{\partial T}{\partial y} + p \frac{\partial T}{\partial z} \quad (2-16)$$

où  $l, m, p$  désignent les cosinus de la normale  $n$  du point  $P(x_0, y_0, z_0)$  dans le repère  $(x, y, z)$  (figure 2-5).

Le flux thermique selon sa direction de propagation (vecteur du flux) peut s'exprimer par:

$$f = l' f_x + m' f_y + p' f_z \quad (2-17)$$

où  $l'$ ,  $m'$ ,  $p'$  représentent les cosinus de la direction du flux  $f$ . La relation entre le flux normal à la surface  $f_n$  et le flux selon sa direction de propagation est:

$$f_n = f \cos \alpha$$

$\alpha$  étant l'angle fait par la normale et le vecteur du flux.

Avec 
$$l' = \frac{f_x}{f} ; \quad m' = \frac{f_y}{f} ; \quad p' = \frac{f_z}{f} \quad (2-18)$$

or, d'après la loi de Fourier

$$\begin{aligned} f_x &= -\lambda_1 l \frac{\partial T}{\partial n} & \left( \frac{\partial T}{\partial x} = l \frac{\partial T}{\partial n} \right) \\ f_y &= -\lambda_2 m \frac{\partial T}{\partial n} \\ f_z &= -\lambda_3 p \frac{\partial T}{\partial n} \end{aligned} \quad (2-19)$$

$l'$ ,  $m'$ ,  $p'$  peuvent alors s'écrire sous la forme:

$$l' = \frac{\lambda_1 l}{A} ; \quad m' = \frac{\lambda_2 m}{A} ; \quad p' = \frac{\lambda_3 p}{A}$$

avec

$$A = \sqrt{\lambda_1^2 l^2 + \lambda_2^2 m^2 + \lambda_3^2 p^2} \quad (2-20)$$

Manifestement dans l'espace  $(x, y, z)$  la direction du flux ( $f$ ) ne coïncide pas avec celle de la normale  $n$ , (figure 2-5).

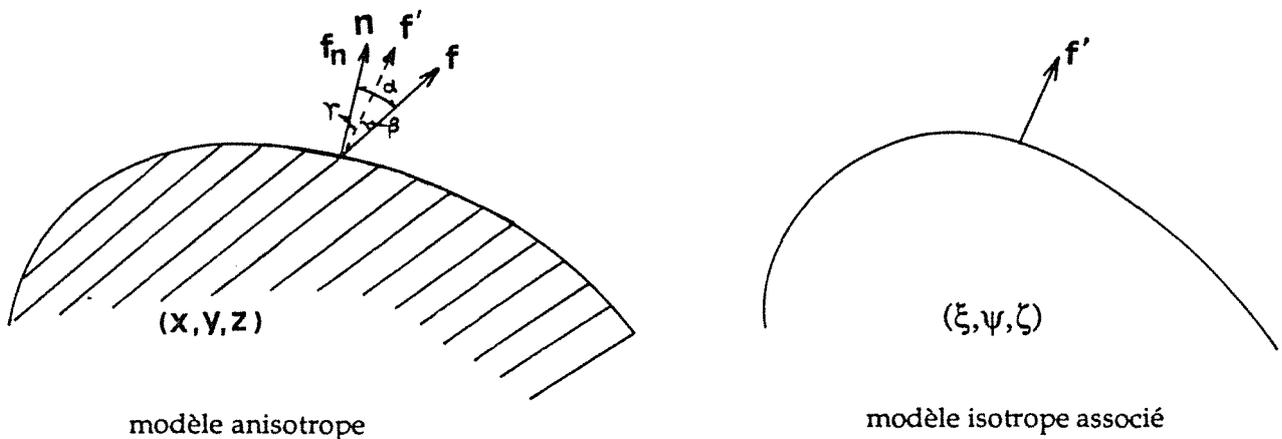


Fig. 2-5. Directions du flux et de la normale à la surface

Pour le flux  $f$ , avec la transformation (2-12), l'équation (2-17) peut s'écrire:

$$f = -l'\lambda_1 \sqrt{\frac{\lambda}{\lambda_1}} \frac{\partial T}{\partial \xi} - m'\lambda_2 \sqrt{\frac{\lambda}{\lambda_2}} \frac{\partial T}{\partial \psi} - p'\lambda_3 \sqrt{\frac{\lambda}{\lambda_3}} \frac{\partial T}{\partial \zeta} \quad (2-21)$$

Posant  $f_\xi = -\lambda \frac{\partial T}{\partial \xi}$  ;  $f_\psi = -\lambda \frac{\partial T}{\partial \psi}$  ;  $f_\zeta = -\lambda \frac{\partial T}{\partial \zeta}$  (2-22)

il vient alors:

$$f = l' \sqrt{\frac{\lambda_1}{\lambda}} f_\xi + m' \sqrt{\frac{\lambda_2}{\lambda}} f_\psi + p' \sqrt{\frac{\lambda_3}{\lambda}} f_\zeta \quad (2-23)$$

où  $f_\xi$ ,  $f_\psi$ ,  $f_\zeta$  désignent les composants du flux thermique dans l'espace ( $\xi$ ,  $\psi$ ,  $\zeta$ ).

Comparant les équations (2-23) et (2-18), les relations du flux thermique aux limites dans les deux systèmes s'exprime par:

$$f_\xi = \sqrt{\frac{\lambda}{\lambda_1}} f_x ; f_\psi = \sqrt{\frac{\lambda}{\lambda_2}} f_y ; f_\zeta = \sqrt{\frac{\lambda}{\lambda_3}} f_z \quad (2-24)$$

Nous constatons que les composants du flux imposé dans le nouveau système de variables ( $\xi$ ,  $\psi$ ,  $\zeta$ ) doivent être multipliés par un facteur  $\sqrt{\frac{\lambda}{\lambda_i}}$ ,  $i=1, 2, 3$ ; c'est ce facteur qui assure l'équivalence des solutions entre le modèle isotrope associé et le modèle anisotrope. Le flux thermique en un point  $P'(\xi_0, \psi_0, \zeta_0)$  se définit alors par:

$$f' = l'' f_\xi + m'' f_\psi + p'' f_\zeta \quad (2-25)$$

$l''$ ,  $m''$ ,  $p''$  représentent les cosinus de la direction du flux dans le modèle isotrope associé, et s'écrivent donc ((2-12) et (2-22)) :

$$l'' = \frac{\sqrt{\lambda_1}}{\sqrt{B}} l ; \quad m'' = \frac{\sqrt{\lambda_2}}{\sqrt{B}} m ; \quad p'' = \frac{\sqrt{\lambda_3}}{\sqrt{B}} p$$

avec  $B = \lambda_1 l^2 + \lambda_2 m^2 + \lambda_3 p^2$  (2-26)

Le paramètre  $B$  peut être aussi considéré comme la conductivité équivalente  $\lambda_{is}$  suivant la normale aux isothermes. Il est évident que la normale au point ( $\xi_0$ ,  $\psi_0$ ,  $\zeta_0$ ) coïncide avec la direction du flux, (figure 2-5).

En résumé:

direction	système: $x, y, z$	système: $\xi, \psi, \zeta$
normale	$n: (l, m, p)$	$n': (\frac{\sqrt{\lambda_1}}{\sqrt{B}}l, \frac{\sqrt{\lambda_2}}{\sqrt{B}}m, \frac{\sqrt{\lambda_3}}{\sqrt{B}}p)$
flux	$f: (\frac{\lambda_1 l}{A}, \frac{\lambda_2 m}{A}, \frac{\lambda_3 p}{A})$	$f': (\frac{\sqrt{\lambda_1}}{\sqrt{B}}l, \frac{\sqrt{\lambda_2}}{\sqrt{B}}m, \frac{\sqrt{\lambda_3}}{\sqrt{B}}p)$

Tab. 2-1. Vecteurs unitaires du flux et de la normale aux isothermes dans le modèle anisotrope ( $x, y, z$ ) et le modèle isotrope associé ( $\xi, \psi, \zeta$ )

angle	cosinus (angle)
$\alpha = (n, f)$	$\frac{B}{A}$
$\beta = (f_n, f')$	$\frac{1}{A\sqrt{B}}(\sqrt{\lambda_1^3}l^2 + \sqrt{\lambda_2^3}m^2 + \sqrt{\lambda_3^3}p^2)$
$\gamma = (n, f')$	$\frac{1}{\sqrt{B}}(\sqrt{\lambda_1}l^2 + \sqrt{\lambda_2}m^2 + \sqrt{\lambda_3}p^2)$

Tab. 2-2. Angles entre la directions du flux thermiques et la normale à la surface

Les tableaux 2-1 et 2-2 nous montrent que la direction du flux et de la normale au point ( $\xi, \psi, \zeta$ ) dans le nouveau système est indépendant du paramètre  $\lambda$ .

A titre d'exemple, traitons le problème suivant:

**problème 1:** Soit un milieu semi-infini anisotrope ( $X \geq 0, -\infty < Y < \infty$ ), à température initiale nulle. Les conductivités thermiques principales  $\lambda_1$  et  $\lambda_2$  sont contenues dans le plan X-Y,  $\lambda_1$  et l'axe X font un angle  $\theta$ , (figure 2-6). Un flux thermique constant  $q$  ( $W/m^2$ ) est appliqué à la surface  $X=0$  à l'instant initial  $t_0$ .

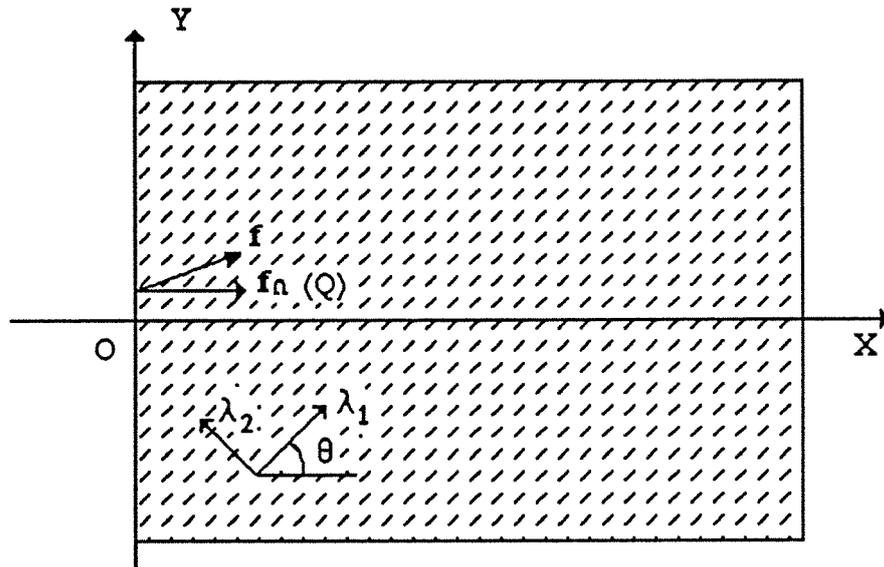


Fig. 2-6. Milieu anisotrope semi-infini avec flux thermique imposé à la surface  $X=0$

La condition aux limites en  $X=0$  s'exprime par:

$$f_n = -\lambda_n \frac{\partial T}{\partial n} = -\lambda_x \frac{\partial T}{\partial X} = q \quad (\text{constante}) \text{ sur } X=0$$

d'où 
$$\frac{\partial T}{\partial n} = \frac{-q}{\lambda_n} = D \quad (\text{constante}) \quad (2-27)$$

- avec  $f_n$  flux thermique suivant la normale  $n$  à la surface,  
 $q$  puissance thermique surfacique,  
 $\lambda_n$  conductivité thermique suivant la normale  $n$  à la surface,  
 $D$  paramètre désignant le gradient de température selon la normale à la surface  $X=0$ .

Prenons le système de coordonnées  $(x, y)$ , dont l'axe  $x$  coïncide avec la conductivité majeure  $\lambda_1$  (figure 2-7); et exprimons la condition aux limites dans ce nouveau système de coordonnées; alors la surface  $X=0$  dans le repère  $(x, y)$  s'exprime par:

$$y = \cotg(\theta) x$$

La normale à la surface est définie par le vecteur  $n(l, m)$  avec  $l = \cos(\theta)$ ,  $m = -\sin(\theta)$ . De (2-19) les composants du flux s'écrivent:

$$f_x = -\lambda_1 D l; \quad f_y = -\lambda_2 D m$$

Effectuant la transformation (2-12), la surface  $X=0$  dans le système  $(\xi, \psi, \zeta)$  a pour équation dans le système  $(\xi, \psi, \zeta)$ :

$$\psi = \sqrt{\frac{\lambda_1}{\lambda_2}} \cotg(\theta) \xi$$

Dans ce cas l'angle  $\omega$  (figure 2-7) entre  $\psi$  et la surface décrite par la dernière équation est:

$$\omega = \frac{\pi}{2} - \text{arc tg} \left( \sqrt{\frac{\lambda_1}{\lambda_2}} \cotg(\theta) \right) \quad (2-28)$$

et les composants du flux dans le système  $(\xi, \psi)$  sont alors:

$$f_\xi = -\sqrt{\lambda \lambda_1} D l; \quad f_\psi = -\sqrt{\lambda \lambda_2} D m$$

Compte tenu des résultats du tableau (2-1) et de l'équation (2-26), le flux thermique  $f'$  passant par la surface  $\Omega'(\xi, \psi, \zeta)$  est:

$$f' = f_\xi \frac{\sqrt{\lambda_1}}{\sqrt{B}} l + f_\psi \frac{\sqrt{\lambda_2}}{\sqrt{B}} m = -\sqrt{\lambda B} D \quad (2-29)$$

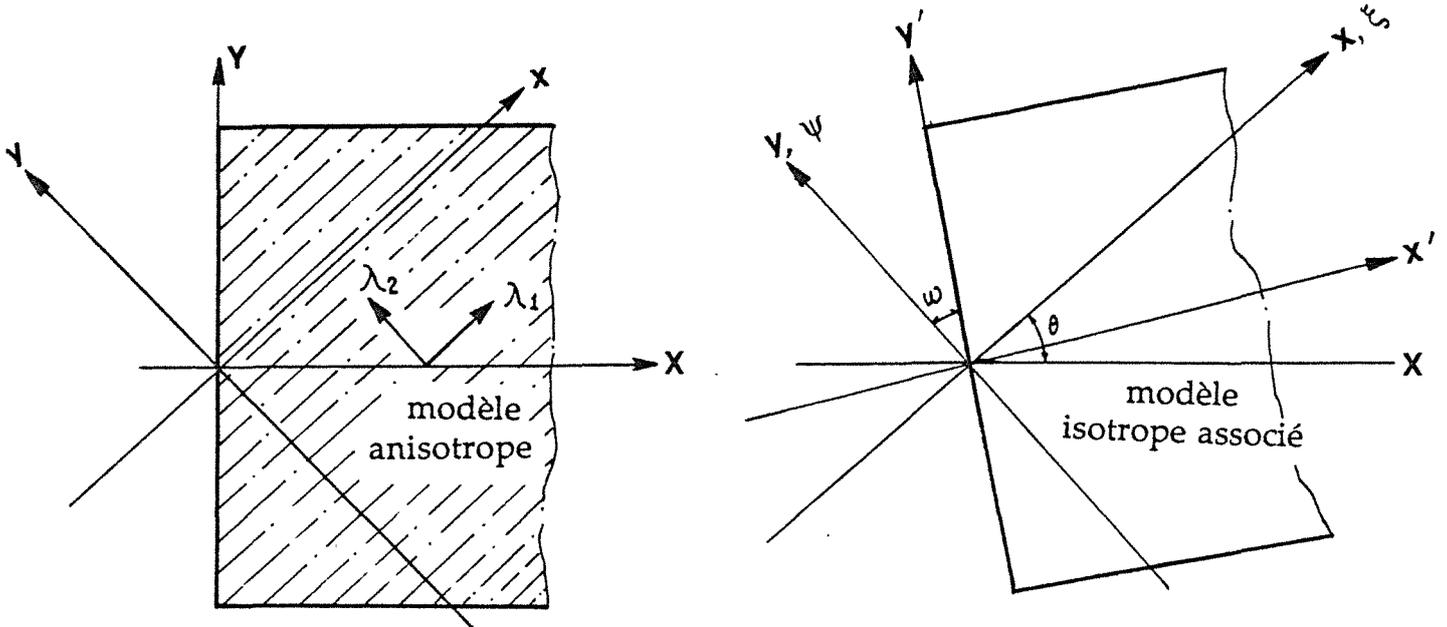


Fig. 2-7. Transformation de la condition aux limites en  $X=0$

Effectuons enfin le changement de repère  $(\xi, \psi) \rightarrow (x', y')$ , dont l'axe  $x'$  est perpendiculaire à la surface  $\Omega'(\xi, \psi, \zeta)$ . Alors dans le repère  $(x', y')$ , le problème

initial devient un problème classique de milieu semi-infini isotrope à température initiale uniforme; c'est ce que nous appelons problème isotrope associé. Un flux thermique  $q'$  constante est appliqué à partir de l'instant initial à la surface  $x' = 0$ , avec  $q' = -\sqrt{\lambda B D}$ . La solution analytique dans ce cas s'exprime, (CARSLAW et JAEGER 1959 [12]) en:

$$T = \frac{2f'}{\lambda} \left\{ \sqrt{\frac{a t}{\pi}} e^{-x'^2/4at} - \frac{x'}{2} \operatorname{erfc} \frac{x'}{2\sqrt{at}} \right\} \quad (2-30)$$

avec  $\operatorname{erfc}(\omega) = 1 - \operatorname{erf}(\omega)$ , et  $\operatorname{erf}$  est la fonction d'erreur défini par:

$$\operatorname{erf} \omega = \frac{2}{\pi} \int_0^{\omega} e^{-\xi^2} d\xi.$$

Effectuant successivement les 3 changements de repère:

$$\begin{aligned} (x', y') &\rightarrow (\xi, \psi), \\ (\xi, \psi) &\rightarrow (x, y), \\ (x, y) &\rightarrow (X, Y), \end{aligned}$$

il vient

$$x' = \frac{\sqrt{\lambda_1}}{\sqrt{B}} X \quad (2-31)$$

Tenant compte de (2-29), (2-31) et (2-30), la solution analytique du problème posé s'exprime par:

$$T = -2D \left\{ \sqrt{\frac{a' t}{\pi}} e^{-X^2/4 a' t} - \frac{X}{2} \operatorname{erfc} \frac{X}{2\sqrt{a' t}} \right\} \quad (2-32)$$

avec  $a' = \frac{B}{\rho C}$  diffusivité équivalente.

Le résultat (2-32) montre que la solution analytique peut s'obtenir simplement en considérant le milieu comme étant isotrope avec une conductivité thermique équivalente  $B$  suivant la direction  $X$ .

On constate que la température est indépendante de la coordonnée  $Y$ , ceci confirme que les isothermes sont parallèles à l'axe  $Y$ . Le gradient de température à la surface est égale à  $D$ . On souligne que le flux thermique selon sa direction de propagation à la surface a pour expression:

$$f = \sqrt{f_x^2 + f_y^2} = -D A \quad (2-33)$$

Ce flux thermique fait un angle  $\alpha$  avec la normale à la surface  $n$  (tableau 2-2), défini par:

$$\cos(\alpha) = \frac{B}{A} \quad (2-34)$$

Donc la puissance thermique admise par le système peut également être définie par la relation:

$$f_n = f \cos(\alpha) = q \quad (2-35)$$

Dans le cas où la condition aux limites est imposée par une convection ou un rayonnement, le flux thermique à la surface peut s'exprimer également par la relation (2-15), par conséquent le processus de recherche la solution analytique est le même que dans le cas du flux imposé.

### b) Température imposée

La température est un scalaire, donc la transformation des variables (2-12) ne modifie pas la valeur de la température à la surface. La distribution de la température  $T'$  à la surface  $\Omega'(\xi, \psi, \zeta)$  est liée à la température  $T$  à la surface  $\Omega(x, y, z)$  par:

$$T'(\xi, \psi, \zeta) = T\left(\sqrt{\frac{\lambda_1}{\lambda}}\xi; \sqrt{\frac{\lambda_2}{\lambda}}\psi; \sqrt{\frac{\lambda_3}{\lambda}}\zeta\right) \quad (2-36)$$

-----

$\Omega'(\xi, \psi, \zeta)$

modèle isotrope associé

-----

$\Omega(x, y, z)$

modèle anisotrope

Reste alors à trouver la solution analytique dans le système  $(\xi, \psi, \zeta)$ ; c'est l'objet des développements qui suivent (problème 2).

**Problème 2:** Soit un milieu anisotrope semi-infini ( $X \geq 0, -\infty < Y < \infty$ ), à température initiale nulle, une température constante  $T_c$  est imposée à la surface  $X=0$  à partir de l'instant initial. Les conductivités thermiques principales  $\lambda_1$  et  $\lambda_2$  sont contenues dans le plan X-Y,  $\lambda_1$  et l'axe X font un angle  $\theta$ , (figure 2-8).

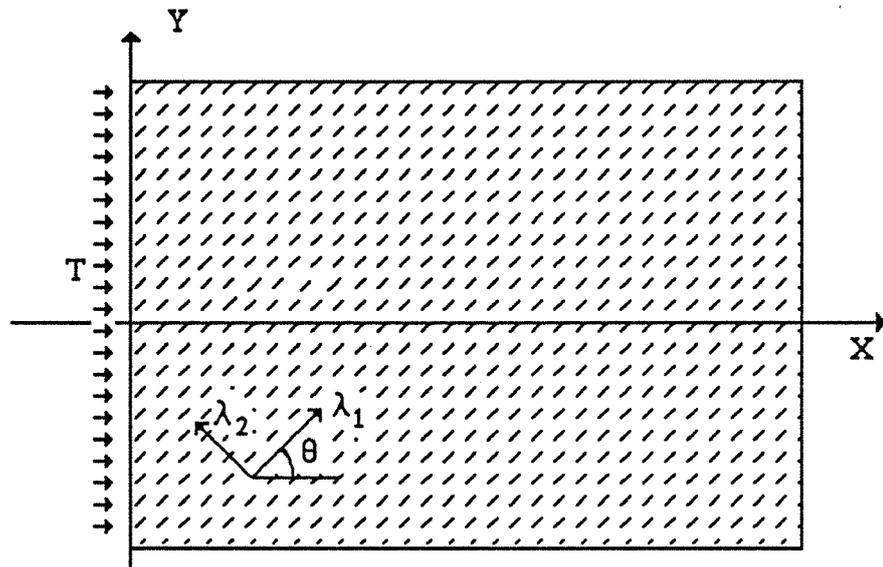


Fig. 2-8. Milieu anisotrope semi-infini à température imposée en surface  $X=0$

Le problème se réduit à celui de l'application d'une température constante  $T$  appliquée à la surface  $x' = 0$ , avec  $x'$  défini par (2-31); dans ce cas la solution analytique est:

$$T(x', t) = T_c \operatorname{erfc} \left( \frac{x'}{2\sqrt{a' t}} \right) \quad (2-37)$$

En utilisant les relations (2-32) à (2-34), (2-37) devient:

$$T(X, t) = T_c \operatorname{erfc} \left( \frac{X}{2\sqrt{a' t}} \right) \quad (2-38)$$

avec

$$a' = \frac{B}{\rho C} = \frac{\lambda_{is}}{\rho C}$$

Nous constatons également que c'est la conductivité normale aux isothermes ( $\lambda_{is}$ ) qui détermine la température dans le milieu.

### c) Source de la chaleur

La condition aux limites se définit par une quantité de chaleur (constante ou variable), dissipée à travers une surface fermée, ou un contour. La transformation des variables (2-12) nécessite le changement de la quantité de chaleur dissipée dans le nouveau système ( $\xi, \psi, \zeta$ ).

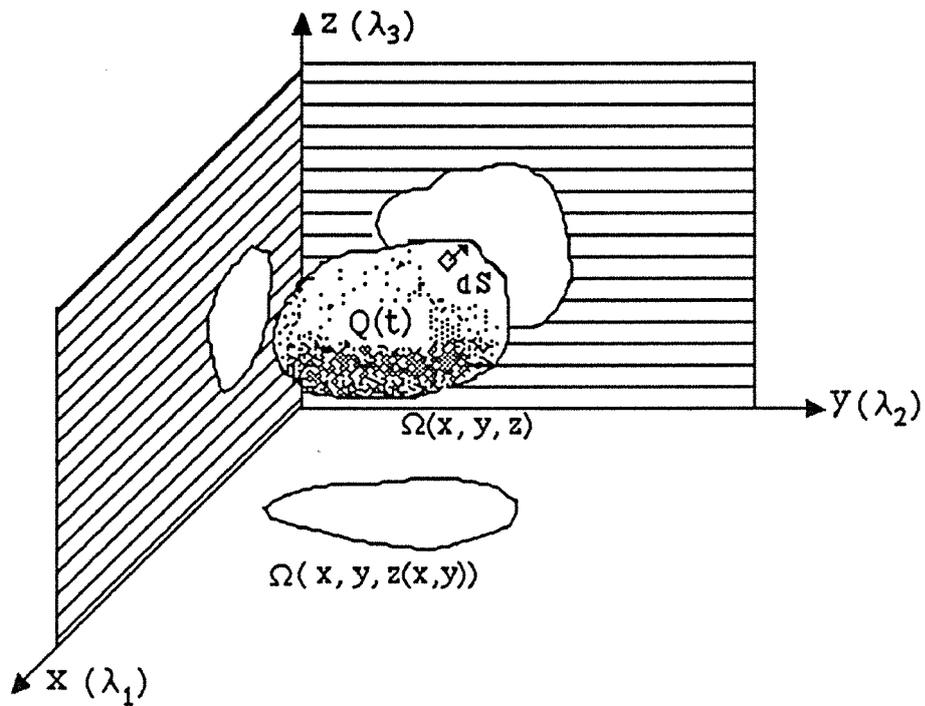


Fig. 2-9. Source de chaleur dissipée à travers une surface

1) Source de chaleur dissipée à travers une surface fermée (3 dimension)

Considérons une surface  $\Omega(x,y,z) = 0$  (figure 2-9), sur laquelle s'applique la condition aux limites. Il vient successivement:

$$Q(t) = \iint_{\Omega(x, y, z)} f_n(x, y, z) dS \quad (2-39)$$

$$Q(t) = \iint_{\Omega(x, y, z)} (l f_x + m f_y + p f_z) dS \quad (2-40)$$

où  $l, m, p$  désignent cosinus du vecteur du flux  $f$  (2-18), et  $\alpha = (f, n)$ . En projetant  $\Omega(x,y,z)$  sur le plan  $x-y$ , (2-40) conduit à:

$$Q(t) = \iint_{\Omega(x, y, z(x, y))} (l f_x + m f_y + p f_{z(x, y)}) \frac{1}{p} dx dy \quad (2-41)$$

De même dans le système de  $(\xi, \psi, \zeta)$ , utilisant (2-25) nous pouvons établir:

$$Q'(t) = \iint_{\Omega'(\xi, \psi, \zeta(\xi, \psi))} \frac{1}{B} (\sqrt{\lambda_1} l f_\xi + \sqrt{\lambda_2} m f_\psi + \sqrt{\lambda_3} p f_{\zeta(\xi, \psi)}) \frac{B}{p\sqrt{\lambda_3}} d\xi d\psi \quad (2-42)$$

En utilisant la relation (2-24), et la transformation des variables (2-12), (2-42) devient:

$$Q'(t) = \frac{(\lambda)^{3/2}}{\sqrt{\lambda_1 \lambda_2 \lambda_3}} \iint_{\Omega(x, y, z(x, y))} (l f_x + m f_y + p f_z(x, y)) \frac{1}{\rho} dx dy \quad (2-43)$$

Comparant avec (2-41) il vient:

$$Q'(t) = \frac{(\lambda)^{3/2}}{\sqrt{\lambda_1 \lambda_2 \lambda_3}} Q(t) \quad (2-44)$$

La quantité de chaleur imposée dans le nouveau système  $(\xi, \psi, \zeta)$ ,  $Q'(t)$ , doit être multipliée par un facteur  $\frac{(\lambda)^{3/2}}{\sqrt{\lambda_1 \lambda_2 \lambda_3}}$

## 2) Source de chaleur dissipée à travers un contour fermé ou un point

Dans le cas où la source de chaleur se dissipe à travers un contour fermé, (figure 2-10), défini par:

$$\begin{aligned} x &= x(\tau) \\ y &= y(\tau) \end{aligned} \quad (2-45)$$

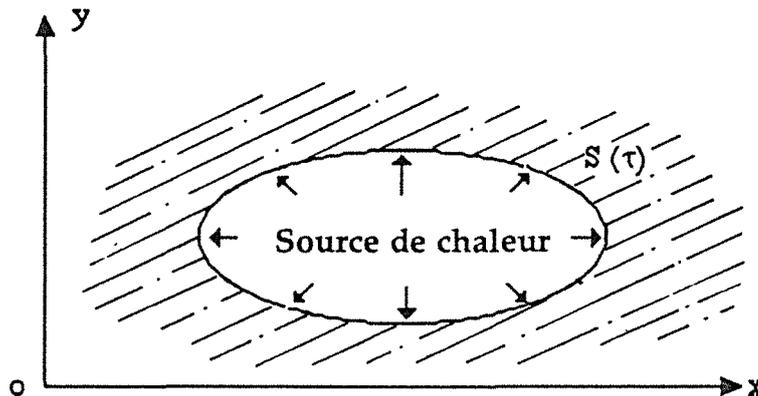


Fig. 2-10. Source de chaleur dissipée au travers d'un contour  $S(\tau)$

La condition aux limites peut se formuler ainsi dans le repère  $(x, y)$ :

$$Q(t) = \oint_S f_n(\tau) ds \quad (2-46)$$

et dans le repère  $(\xi, \psi)$ :

$$Q'(t) = \oint_{S'} f'(\tau) ds' \quad (2-47)$$

Par une démarche analogue à celle développée précédemment (équation (2-41) et (2-42)), il vient de même:

$$Q'(t) = \frac{\lambda}{\sqrt{\lambda_1 \lambda_2}} Q(t) \quad (2-48)$$

Les relations (2-44), (2-48) signifient que la correction de la quantité de chaleur,  $Q'(t)$ , dans le repère  $(\xi, \psi, \zeta)$  ne dépend que de la dimension du problème, elle est indépendante de l'aspect géométrique. La relation (2-48) est valable en particulier, dans le cas d'une source linéique (problème plan), ou la relation (2-44) pour une source ponctuelle (problème tridimensionnel).

Quant au flux thermique à la surface ou au contour, partant de (2-24), (2-25), on peut démontrer également la relations suivante:

$$f'(\xi, \psi, \zeta) = \frac{\sqrt{\lambda}}{\sqrt{B}} f_n(x, y, z) \quad (2-49)$$

Proposons nous enfin de traiter un troisième problème,

**Problème 3:** Soit un milieu plan infini marqué par une anisotropie thermique  $\lambda_1, \lambda_2$ , une température initiale nulle, les conductivités  $\lambda_1, \lambda_2$  sont contenues dans le plan x-y. Les directions des conductivités  $\lambda_1, \lambda_2$  coïncident respectivement avec les axes x et y (figure 2-11). Soit Q (W/m), la puissance thermique dégagée à partir de l'instant initial dans un cylindre elliptique défini par:

$$\begin{aligned} x &= R\sqrt{\lambda_1} \cos \theta \\ y &= R\sqrt{\lambda_2} \sin \theta \end{aligned} \quad (2-50)$$

Déterminer la répartition des températures dans le milieu.

L'excentricité du contour elliptique est égale:  $\sqrt{\lambda_1 - \lambda_2} / \sqrt{\lambda_1}$

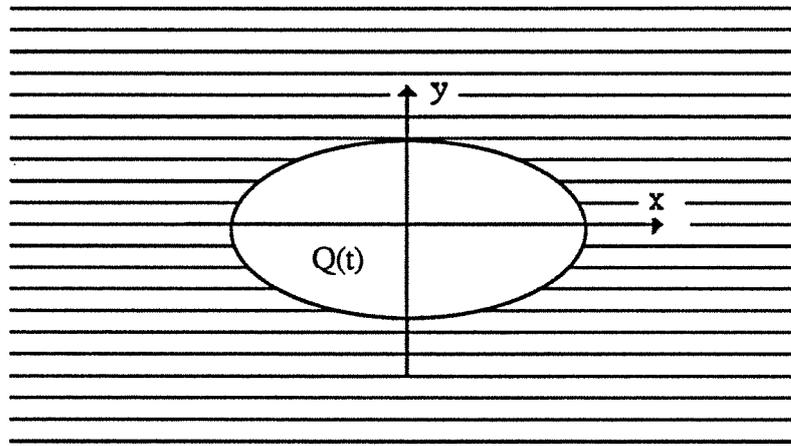


Fig. 2-11. Milieu infini anisotrope avec quantité de chaleur  $Q$  W/m dissipé dans un cylindre elliptique d'excentricité  $\sqrt{\lambda_1 - \lambda_2} / \sqrt{\lambda_1}$

Appliquant la transformation (2-12), le cylindre elliptique devient un cylindre circulaire, (figure 2-12):

$$\xi = R\sqrt{\lambda} \cos(\theta) \quad (2-51)$$

$$\psi = R\sqrt{\lambda} \sin(\theta)$$

dans ce cas la quantité de chaleur dissipée dans ce nouveau contour est défini par (2-48), et le flux thermique sur ce contour est uniforme:

$$f'(\xi, \psi) = \frac{\sqrt{\lambda}}{2\pi R\sqrt{\lambda_1\lambda_2}} Q \quad (2-52)$$

Dans le cas anisotrope (équation (2-49)),

$$f_n(x, y) = \frac{\sqrt{B}}{2\pi R\sqrt{\lambda_1\lambda_2}} Q = \frac{\sqrt{\lambda_1 l^2 + \lambda_2 m^2}}{2\pi R\sqrt{\lambda_1\lambda_2}} Q \quad (2-53)$$

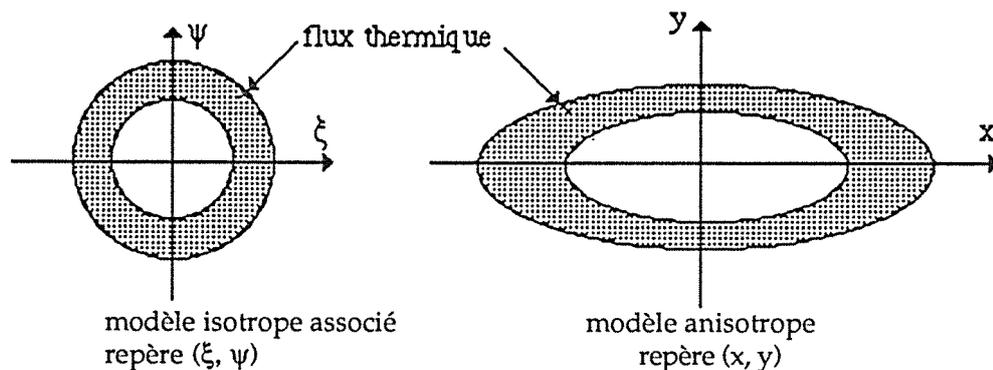


Fig. 2-12. Flux thermique autour des cylindres dans le cas anisotrope et isotrope

La figure 2-12 illustre la répartition du flux autour du cylindre dans les deux configuration.

CARSLAW et JAEGER 1959 [12] ont établi la solution analytique dans le cas isotrope:

$$T = -\frac{2f'}{\pi\lambda} \int_0^{\infty} (1-e^{-au^2t}) \frac{J_0(ur)Y_1(uR\sqrt{\lambda}) - Y_0(ur)J_1(uR\sqrt{\lambda})}{u^2(J_1^2(uR\sqrt{\lambda}) + Y_1^2(uR\sqrt{\lambda}))} du \quad (2-54)$$

où  $r = \sqrt{\xi^2 + \psi^2}$

$J_0, J_1$  fonction de Bessel de première espèce d'ordre 0 et 1,

$Y_0, Y_1$  fonction de Bessel de seconde espèce d'ordre 0 et 1.

Posant  $u = \frac{\sqrt[4]{\lambda_1\lambda_2}}{\sqrt{\lambda}} v$  et compte tenu de (2-12) et (2-52), la solution du problème s'exprime à partir de l'équation (2-54):

$$T = -\frac{2}{\pi\sqrt{\lambda_1\lambda_2}} \frac{Q}{2\pi R} \int_0^{\infty} (1-e^{-a'v^2t}) \frac{J_0(vr') \cdot Y_1(vR\sqrt[4]{\lambda_1\lambda_2}) - Y_0(vr') \cdot J_1(vR\sqrt[4]{\lambda_1\lambda_2})}{v^2(J_1^2(vR\sqrt[4]{\lambda_1\lambda_2}) + Y_1^2(vR\sqrt[4]{\lambda_1\lambda_2}))} dv \quad (2-55)$$

avec  $r' = \left( \sqrt{\frac{\lambda_2}{\lambda_1}} x^2 + \sqrt{\frac{\lambda_1}{\lambda_2}} y^2 \right)^{1/2}$

## 2-3 Application à des problèmes de stockage de déchets radioactifs

Nous allons étudier le problème d'une galerie de longueur finie dissipant une charge thermique donnée dans une formation géologique anisotrope

### 2-3-1 Source de chaleur rectiligne de longueur finie dans un plan

Problème 4: Soit un plan infini, dans laquelle une source de chaleur  $\Delta q$  (J/m) rectiligne de longueur  $2L$  est dissipée à l'instant initial. L'axe  $x$  (figure 2-13) fait un angle  $\alpha$  avec la conductivité thermique principale  $\lambda_1$ .

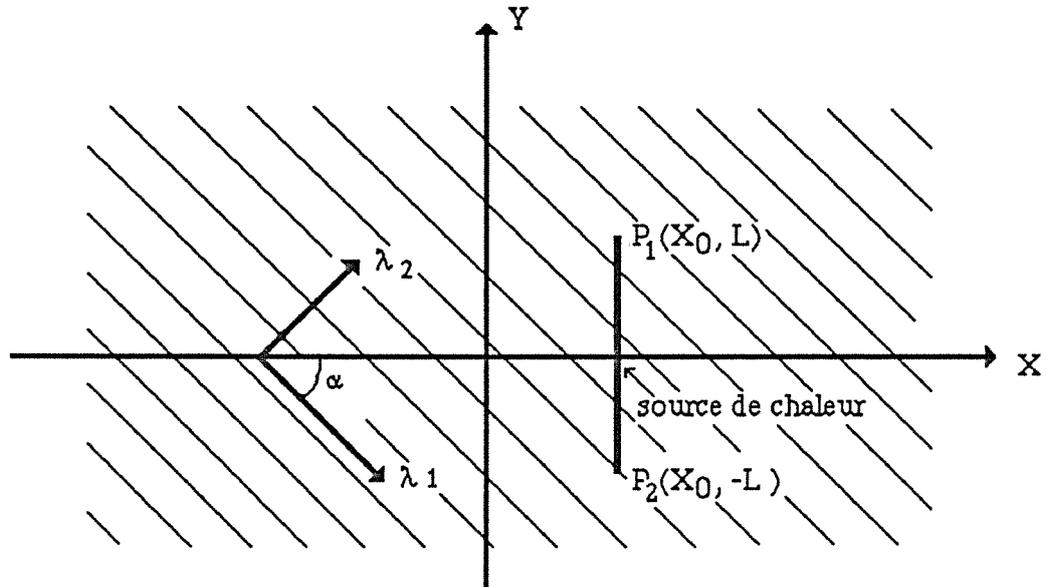


Fig. 2-13. Source de chaleur rectiligne de longueur finie dans un plan infini anisotrope

#### a) Solution dans le cas isotrope

Dans ce cas, la configuration du problème peut être illustrée par la figure 2-14.

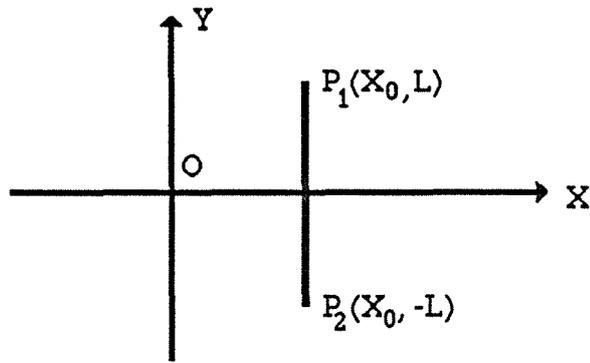


Fig. 2-14. Source de chaleur rectiligne de longueur finie dans un plan infini isotrope

D'après CARSLAW et JAEGER 1959 la solution analytique s'écrit:

$$T = \frac{\Delta q}{4\sqrt{\pi a t \rho C}} e^{-\frac{(X-X_0)^2}{4at}} \left[ \operatorname{erf}\left(\frac{Y+L}{2\sqrt{at}}\right) - \operatorname{erf}\left(\frac{Y-L}{2\sqrt{at}}\right) \right] \quad (2-56)$$

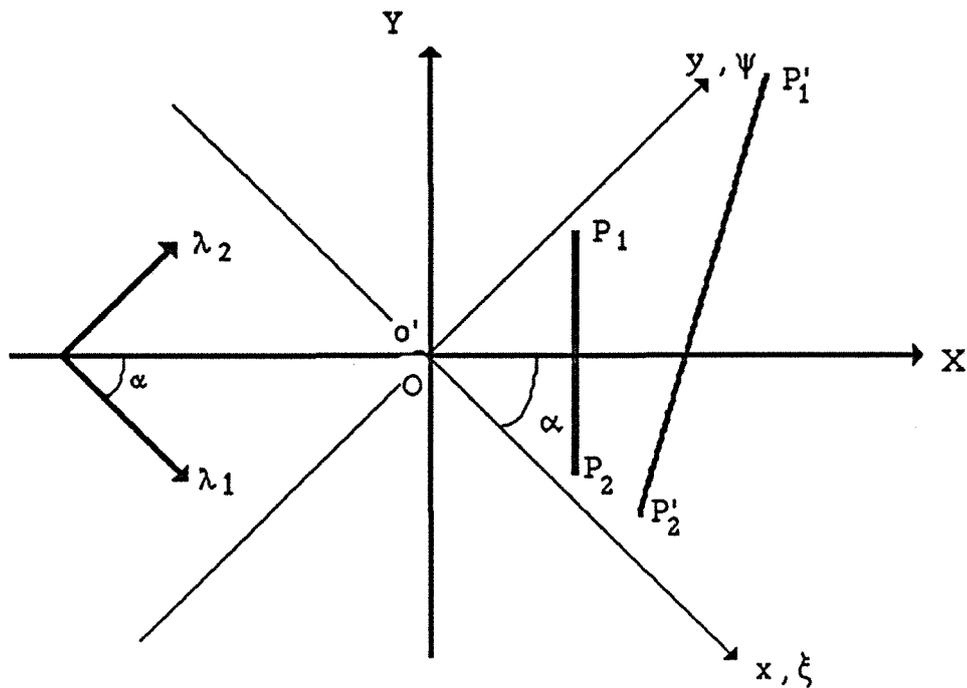
### b) Solution dans le milieu anisotrope

Effectuons successivement le changement de coordonnées  $(X, Y) \Rightarrow (x, y)$  et  $(x, y) \Rightarrow (\xi, \psi)$  (figure 2-15); comme établi précédemment; dans le repère  $(x, y)$  la droite  $P_1P_2$  a pour équation:

$$y = \frac{x_0}{\sin \alpha} - \frac{x}{\operatorname{tg} \alpha}$$

soit  $P'_1 P'_2$  le transformé du segment  $P_1P_2$  dans la transformation  $(x, y) \Rightarrow (\xi, \psi)$ , les coordonnées des points  $P'_1, P'_2$  sont:

$P'_1$	$P'_2$
$\xi'_1 = \sqrt{\frac{\lambda}{\lambda_1}}(x_0 \cos \alpha + L \sin \alpha)$	$\xi'_2 = \sqrt{\frac{\lambda}{\lambda_1}}(x_0 \cos \alpha - L \sin \alpha)$
$\psi'_1 = \sqrt{\frac{\lambda}{\lambda_2}}(x_0 \sin \alpha - L \cos \alpha)$	$\psi'_2 = \sqrt{\frac{\lambda}{\lambda_2}}(x_0 \sin \alpha + L \cos \alpha)$



$X, Y$  axes du système original (modèle anisotrope),  
 $x, y$  axes correspondants aux conductivités thermiques principales  $\lambda_1, \lambda_2$  (modèle anisotrope),  
 $\xi, \psi$  axes du modèle isotrope

Fig. 2-15. Changement des systèmes des coordonnées

Effectuant le changement de repère  $(\xi, \psi) \Rightarrow (x', y')$  (figure 2-16), l'axe  $y'$  est parallèle à  $P'_1P'_2$ . L'angle  $\beta$  entre les axes  $\xi$  et  $x'$  est égal à:

$$\beta = \gamma - \frac{\pi}{2} = \text{arctg} \left( \sqrt{\frac{\lambda_2}{\lambda_1}} \text{tg} \left( \frac{\pi}{2} + \alpha \right) \right) - \frac{\pi}{2}$$

Effectuons le changement de coordonnées de façon à faire coïncider l'axe  $x''$  du repère  $(x'', y'')$  avec la médiatrice du segment  $P'_1P'_2$  (le repère  $x'' y''$  se déduit de  $x' y'$  par simple translation). Les coordonnées de  $o''$  dans  $(x', y')$  sont:

$$o'' = \left[ \frac{\sqrt{\lambda}}{\sqrt{B}} x_0, \frac{\lambda}{2\sqrt{B} \lambda_1 \lambda_2} x_0 (\lambda_1 - \lambda_2) \sin 2\alpha \right] \quad \text{dans le repère } (x', y') \quad (2-57)$$

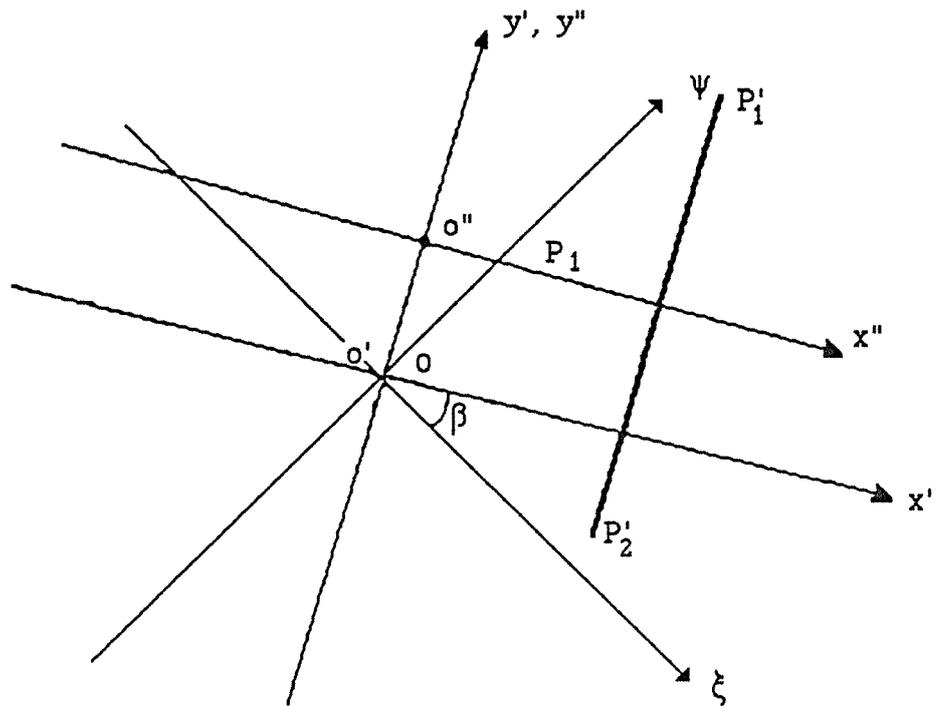
Dans le repère  $(x'', y'')$  les points  $P_1$  et  $P_2$  sont définis par  $P'_1 (x'_0, L)$  et  $P'_2 (x'_0, -L)$  avec:

$$x'_0 = \frac{\sqrt{\lambda}}{\sqrt{B}} x_0 ; L' = \frac{\sqrt{\lambda B}}{\sqrt{\lambda_1 \lambda_2}} L$$

La configuration du problème dans le repère  $(x'', y'')$  est alors identique à celle de la figure 2-14. La solution du problème s'y exprime par:

$$T(x'', y'', t) = \frac{\Delta q}{4\sqrt{\pi a' t} \rho C} e^{-\frac{(x''-x'_0)^2}{4a't}} \left[ \operatorname{erf}\left(\frac{y''+L'}{2\sqrt{a't}}\right) - \operatorname{erf}\left(\frac{y''-L'}{2\sqrt{a't}}\right) \right] \quad (2-58)$$

avec  $a' = \frac{\lambda}{\rho C}$ .



- $x', y'$  axes dans le modèle isotrope,  $y'$  étant parallèle à la droite  $P_1P_2$ , le point d'origine étant  $o'$ ,
- $x'', y''$  axes dans le modèle isotrope,  $y''$  étant parallèle à la droite  $P'_1P'_2$ , le point d'origine étant  $o''$ .

Fig. 2-16. Changement des systèmes de coordonnées

On passe de la solution isotrope associée (équation 2-58), au problème anisotrope en effectuant successivement les transformations inverses  $(x'', y'') \Rightarrow (x', y') \Rightarrow (\xi, \psi) \Rightarrow (x, y) \Rightarrow (X, Y)$ , soit:

$$T(X, Y, t) = \frac{\Delta q}{4\sqrt{\pi a^* t} \rho C} e^{-\frac{(X-X_0)^2}{4a^*t}} \left\{ \left[ \operatorname{erf} \left( \frac{X(\lambda_1 - \lambda_2) \sin 2\alpha + B(Y+L)}{\sqrt{\lambda_1 \lambda_2} 2\sqrt{a^*t}} \right) \right] - \left[ \operatorname{erf} \left( \frac{X(\lambda_1 - \lambda_2) \sin 2\alpha + B(Y-L)}{\sqrt{\lambda_1 \lambda_2} 2\sqrt{a^*t}} \right) \right] \right\} \quad (2-59)$$

où  $a^*$  désigne la conductivité thermique équivalente,  $a^* = \frac{B}{\rho C}$ .

*remarques:*

1). Lorsque  $\lambda_1 = \lambda_2$ , milieu isotrope, l'équation (2-59) nous permet de retrouver la solution (2-56),

2). Quand  $L$  tend vers l'infini, le problème est analogue du problème N°1. La solution (2-59) est compatible avec la solution (2-30),

3). Le champ de température n'est pas symétrique par rapport à l'axe  $X$  ou par rapport à la source de chaleur. Mais il est symétrique par rapport au centre du segment  $P_1P_2$ .

4). Si  $\alpha = 0$  ou  $\pi/2$ , c'est-à-dire si la source est parallèle ou perpendiculaire à la direction de la conductivité thermiques principales  $\lambda_1$ , la solution s'exprime:

$$\alpha = 0 : \quad T(X, Y, t) = \frac{\Delta q}{4\sqrt{\pi a_1 t} \rho C} e^{-\frac{(X-X_0)^2}{4a_1t}} \left\{ \left[ \operatorname{erf} \left( \frac{Y+L}{2\sqrt{a_1t}} \right) \right] - \left[ \operatorname{erf} \left( \frac{Y-L}{2\sqrt{a_1t}} \right) \right] \right\}$$

et

$$\alpha = \frac{\pi}{2} : \quad T(X, Y, t) = \frac{\Delta q}{4\sqrt{\pi a_2 t} \rho C} e^{-\frac{(X-X_0)^2}{4a_2t}} \left\{ \left[ \operatorname{erf} \left( \frac{Y+L}{2\sqrt{a_2t}} \right) \right] - \left[ \operatorname{erf} \left( \frac{Y-L}{2\sqrt{a_2t}} \right) \right] \right\}$$

avec  $a_1 = \frac{\lambda_1}{\rho C}$  ;  $a_2 = \frac{\lambda_2}{\rho C}$

5). La comparaison de (2-58) et (2-59) permet de déduire les relations entre les paramètres géométriques dans les repères  $(x'', y'')$  et  $(X, Y)$ , ainsi:

$$\left. \begin{aligned} x'' &= \sqrt{\frac{\lambda}{B}} X \\ y'' &= \sqrt{\frac{\lambda}{\lambda_1 \lambda_2} \frac{1}{B}} [X(\lambda_1 - \lambda_2) \sin 2\alpha + Y B] \end{aligned} \right| \quad (2-60)$$

$$L' = \sqrt{\frac{\lambda}{\lambda_1 \lambda_2}} L$$

Dans le cas d'une source de chaleur continue  $Q(t)$ , au lieu de  $\Delta q$  source de chaleur instantanée, la solution peut être obtenue par intégration de l'équation (2-59) par rapport au temps  $t$ .

La solution (2-59) peut être appliquée pour résoudre certains problèmes de stockages souterrains dans des puits ou galerie de longueur finie en formation schisteuse. Quand le nombre de galeries ou de puits parallèles (figure 2-17) est important, la distribution de la température dans le profil du milieu peut être évaluée par la solution de type de (2-59).

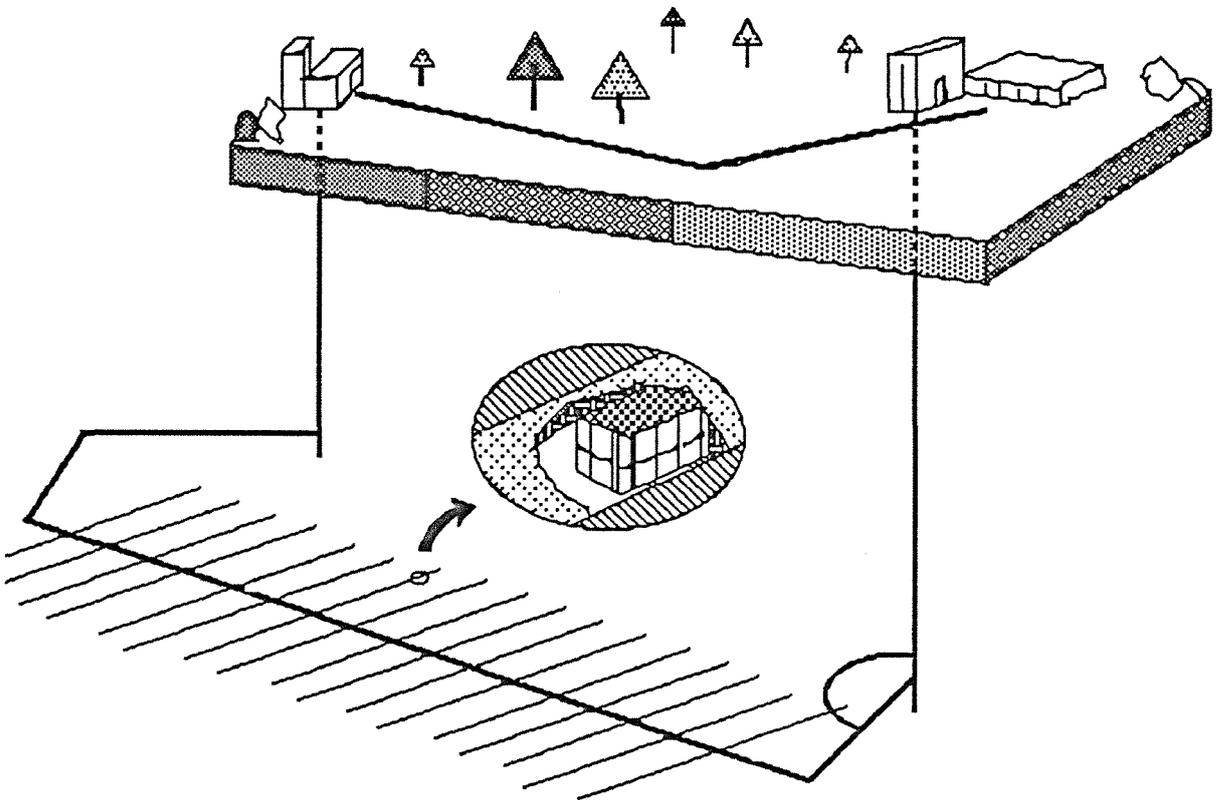


Fig. 2-17. Stockage des déchets en galeries

### 2-3-2 Source de chaleur dans une galerie de longueur finie

**Problème 5:** Soit une galerie de longueur  $2L$  (figure 2-18), de section elliptique dans le plan X-Z. L'axe X, perpendiculaire à la galerie, fait un angle  $\alpha$  avec la conductivité thermique  $\lambda_1$ , l'axe Y correspond à l'axe de la galerie. Une quantité de chaleur  $Q$  par unité de longueur et par unité du temps se dissipe dans la galerie à partir de l'instant initial.

Afin que les résultats de (2-59) et (2-60) puissent être appliqués dans le présent problème, les conductivités  $\lambda_1$ ,  $\lambda_2$  et  $\lambda_3$  ne suivent plus la convention  $\lambda_1 > \lambda_2 > \lambda_3$  et l'axe X est perpendiculaire à l'axe de la galerie.

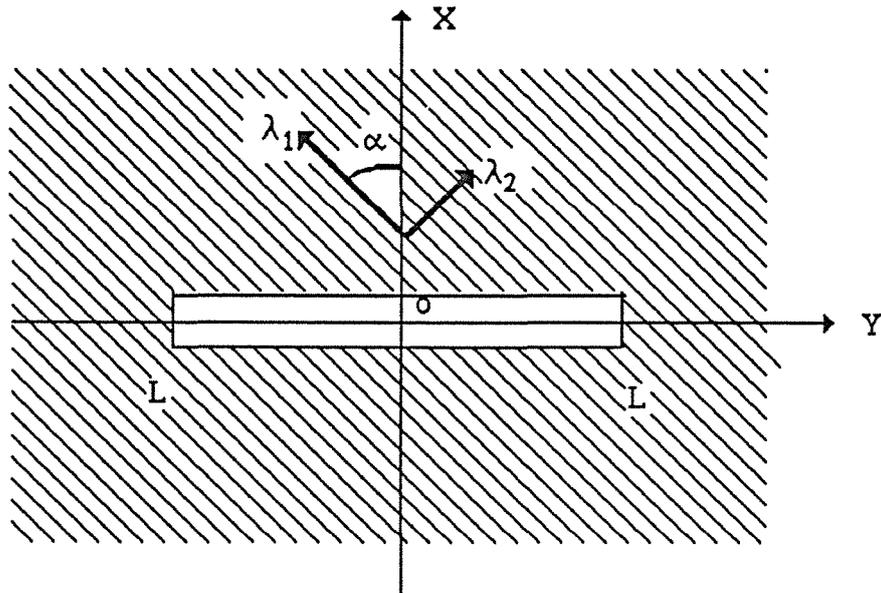


Fig. 2-18-a.



$$T(Y, r, t) = -\frac{Q}{8\pi B'} \text{Ei} \left( -\frac{r'^2}{4a't} \right) \left[ \text{erf} \left( \frac{B(Y+L)+X(\lambda_1-\lambda_2)\sin 2\alpha}{2\sqrt{a''t}} \right) - \text{erf} \left( \frac{B(Y-L)+X(\lambda_1-\lambda_2)\sin 2\alpha}{2\sqrt{a''t}} \right) \right] \quad (2-62)$$

$$\begin{aligned} \text{où } B' &= \sqrt{B \lambda_3} & ; & \quad a' = \frac{B'}{\rho C} \\ B &= \lambda_1 \cos^2 \alpha + \lambda_2 \sin^2 \alpha & ; & \quad a'' = \frac{B}{\rho C} \\ r'^2 &= \sqrt{\frac{\lambda_3}{B}} X^2 + \sqrt{\frac{B}{\lambda_3}} Z^2 \end{aligned} \quad (2-63)$$

Cette solution permet d'évaluer le champ de température dans le cas d'une galerie de section fin lorsque la distance d'observation est grande par rapport aux dimensions transversales de la galerie.

### b) Galerie de section elliptique dans le plan X-Z (figure 17-b)

La solution d'un problème analogue dans le milieu isotrope (galerie en forme de cylindre circulaire) est donnée par BLACKWELL 1953 [9] sous la forme:

$$T(r, Y, t) = \int_0^t Q(\tau) H(r, Y, t-\tau) d\tau$$

avec

$$H(r, Y, t) = -\frac{1}{\pi \rho C} \left[ \text{erf} \left( \frac{Y+L}{2\sqrt{at}} \right) - \text{erf} \left( \frac{Y-L}{2\sqrt{at}} \right) \right] \int_0^\infty e^{-au^2 t} \frac{J_0(ur) Y_1(uR) - Y_0(ur) J_1(uR)}{(J_1^2(uR) + Y_1^2(uR))} du \quad (2-64)$$

où R est le rayon de la galerie.

Dans le cas anisotrope, si on peut assurer que la section perpendiculaire à l'axe du cylindre de la galerie est un cercle après la transformation des variables (2-12), c'est-à-dire dans le repère  $(\xi, \psi)$  ou  $(x', y')$  (modèle isotrope associé) (figure 2-15), alors la solution dans le milieu anisotrope peut être obtenue à partir de l'équation (2-64). Pour cela la section réelle de la galerie doit être définie par l'équation:

$$\sqrt{\frac{\lambda_3}{B}} X_s^2 + \sqrt{\frac{B}{\lambda_3}} Z_s^2 = R'^2 \quad (2-65)$$

où  $X_s, Z_s$  coordonnées de la galerie dans le plan X-Z  
 $R'$  paramètre qui définit la section de la galerie

L'excentricité de la galerie elliptique est égale  $\sqrt{\lambda_3 - B} / \sqrt{\lambda_3}$ .

Alors, en utilisant les résultats de (2-60) et (2-63), la solution dans le milieu anisotrope est:

$$T(r, Y, t) = \int_0^t Q(\tau) H(r, Y, t - \tau) d\tau \quad (2-66)$$

avec

$$H(r', Y, t) = -\frac{1}{\pi \rho C} \left[ \operatorname{erf} \left( \frac{B(Y+L) + X(\lambda_1 - \lambda_2) \sin 2\alpha}{2\sqrt{a''t}} \right) - \operatorname{erf} \left( \frac{B(Y-L) + X(\lambda_1 - \lambda_2) \sin 2\alpha}{2\sqrt{a''t}} \right) \right] \\ \int_0^\infty e^{-au^2t} \frac{J_0(ur') Y_1(uR') - Y_0(ur') J_1(uR')}{(J_1^2(uR') + Y_1^2(uR'))} du \quad (2-67)$$

dont les paramètres  $r', a'', B$  ont les mêmes définitions qu'en (2-63). Nous rappelons que cette solution n'est valable que si la section de la galerie satisfait à l'équation (2-65).

Si le point d'observation est éloigné de la galerie, l'équation (2-66) décrit l'évolution de la température dans le gisement, bien que la section de la galerie ne corresponde pas tout à fait à l'équation (2-65). Quand le rayon de la galerie tend vers zéro, les solutions (2-64), (2-66) convergent vers les solutions (2-61), (2-62).

## 2-4 Synthèse

Certains problèmes de conduction thermique anisotrope peuvent être traités à partir des solutions classiques de conduction thermique en milieu isotrope, par changement des variables; les conditions aux limites nécessitent alors une transformation, en utilisant les relations établies (2-24, 2-36, 2-44, 2-47).

Nous avons établi quelques solutions analytiques originales de problèmes anisotropes parmi lesquelles celle d'une galerie de longueur finie soumise à l'effet d'une source de chaleur; cette solution dans un gisement schisteux, permet d'évaluer le champ de température dans le massif rocheux, et est applicable pour le stockage souterrain des déchets radioactifs.

## CONCLUSION DE LA PARTIE I

La conductivité thermique des roches peut être affectée par de nombreux facteurs difficiles à quantifier, parmi lesquels la température, la pression, la teneur en eau ont sans doute des influences importantes sur les propriétés thermiques des roches. Notamment la conductivité thermique peut être hétérogène due à la répartition de la température, la contrainte, la teneur en eau.

L'anisotropie thermique des roches est provoquée par l'orientation préférentielle du dépôt des minéraux, elle est plus marquée quand les feuillets des minéraux sont presque parallèles.

Utilisant une méthode de changement des variables et transformant les conditions aux limites dans le problème isotrope ainsi associé, certains problèmes anisotropes peuvent être résolus à partir des solutions classiques. Nous avons établi certaines solutions originales de problèmes issus des configurations liées au stockage des déchets radioactifs en milieux rocheux.

**PARTIE II**

**METHODES DE MESURE  
DES PARAMETRES THERMIQUES DES  
ROCHES ANISOTROPES**

- |            |  |
|------------|--|
| Chapitre 1 | Echauffement axial d'une<br>éprouvette cylindrique |
| Chapitre 2 | Choc thermique bidimensionnel                      |

## INTRODUCTION

Il existe de nombreuses méthodes de détermination de la conductivité ou de la diffusivité thermique des matériaux; cependant des écarts de mesure entre les différentes procédures expérimentales sont constatés (MISSNARD, 1965 [46]). Par ailleurs, de nouvelles méthodes sont actuellement mises en point: caméra infra-rouge, choc thermique par laser... etc, (BARRE 1989 [4], DEGIOVANNI 1977 [19]).

Contrastant singulièrement avec la simplicité de son principe, la mesure de la conductivité est une des plus délicates à réaliser en laboratoire (ISSI, 1981 [34]). Par ailleurs certaines mesures spécifiques posent d'importants problèmes expérimentaux: température ambiante élevée, mesure en contrainte triaxiale, saturation par des fluides... .

Pour les roches, à cause de l'hétérogénéité et de l'anisotropie du milieu, quelle que soit la méthode de mesure, les dimensions de l'échantillon doivent être au moins égales à celles de l'élément de volume représentatif décrit en première partie (partie I, figure 1-5). Considérant le tableau 1-1 (partie 1), nous constatons que la conductivité thermique des minéraux est très variable, l'échantillon doit donc être de dimensions largement supérieures à celles de ses éléments constitutifs.

La préparation de l'échantillon est également un facteur qui limite la dimension de l'échantillon, surtout pour des schistes, qui peuvent éclater au niveau du plan de schistosité sous un petit choc mécanique, thermique ou une variation de teneur en eau. Plus l'échantillon est petit, plus les fissures secondaires peuvent se produire, et plus elles ont d'influence sur la mesure.

A partir de ces considérations, nous développons deux méthodes de mesure de la diffusivité et la conductivité des roches; elles s'effectuent toutes les deux en régime thermique transitoire.

1). Méthode de mesure du coefficient de diffusivité thermique par échauffement axial d'une éprouvette cylindrique. Le choc thermique est provoqué par un "jet d'eau" qui frappe l'une des extrémités d'un échantillon à température initiale uniforme. L'évolution de la température le long de l'éprouvette permet de calculer le coefficient de diffusivité thermique.

2). **Méthode de choc thermique bidimensionnel.** En utilisant l'échauffement d'une résistance électrique disposée dans un trou cylindrique au sein de l'échantillon, l'évolution de la température dépend des propriétés thermiques du matériau. L'interprétation des thermogrammes permet alors de déterminer les conductivités thermiques principales ainsi que la chaleur spécifique.

Cette seconde partie du mémoire est consacrée à la présentation des méthodes et des techniques utilisées ainsi que de la méthode de résolution numérique; l'incertitude sur les mesures est également évaluée.

## Chapitre 1

### METHODE DE MESURE

### DE LA DIFFUSIVITE THERMIQUE PAR:

## ECHAUFFEMENT AXIAL D'UNE EPROUVETTE CYLINDRIQUE

- 1-1 Présentation de la méthode
  - 1-2 Etude théorique du problème
  - 1-3 Traitement des données et analyse  
de la précision de mesure
  - 1-4 Résultats
- 

On établit (CARSLAW et JEAGER 1959 [12]) qu'en écoulement monodimensionnel, le calcul analytique permet de mesurer la diffusivité thermique sur des corps de conductivité thermique faible. Le principe est simple: soumettant à une température constante une extrémité d'un échantillon cylindrique, l'évolution de la température d'un point dans l'échantillon permet de déterminer le coefficient de diffusivité thermique.

Pour les matériaux anisotropes auxquels nous nous intéressons plus particulièrement, la méthode suppose qu'une direction principale d'anisotropie coïncide avec l'axe de l'éprouvette.

L'objectif du chapitre est de présenter la méthode et les techniques utilisées, de dégager quelques résultats obtenus sur divers types de roches et d'évaluer la précision de cette méthode.

## 1-1 Présentation de la méthode

Le choc thermique est provoqué par un "jet d'eau" qui vient frapper une extrémité de l'éprouvette, imposant une condition aux limites de type température imposée. L'éprouvette est thermiquement isolée sur les faces latérales par un revêtement en polystyrène expansé. Une simulation par éléments finis confirme que la perte latérale est alors négligeable. Les figures 1-1 et 1-2 présentent le montage d'essai et la vue de l'échantillon.

Remarquons que pour empêcher la pénétration de l'eau par des fissures et des capillaires, une lame d'un produit d'étanchéité d'épaisseur très fine est mise sur la surface en contact avec le jet de l'eau.

Divers auteurs (INNAURATO 1989 [33], CARSLAW et JEAGER 1959 [12]), proposent de provoquer le choc thermique par l'intermédiaire d'un autre conducteur (bloc d'acier, de cuivre ... ) préalablement chauffé. Dans ce cas, la condition à la limite fait intervenir la qualité de "contact thermique". La méthode dite du "jet d'eau" garantit un excellent contact; de plus la chaleur cédée par l'eau à l'éprouvette est faible, compte tenu du coefficient de diffusivité thermique et du débit de liquide incident: le refroidissement de l'eau est négligeable, et la température de paroi demeure parfaitement constante.

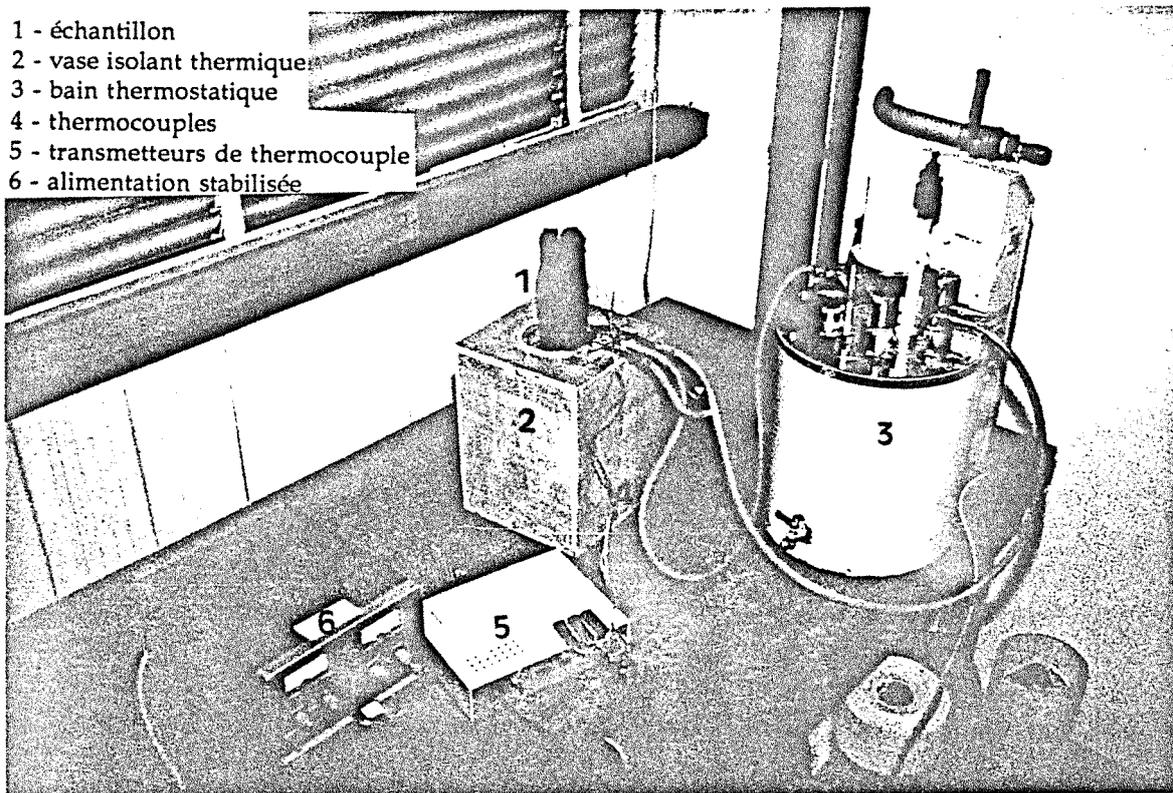


Fig. 1-1. Dispositif expérimental

La mesure de température se fait à l'aide de thermocouples de type T. Deux thermocouples sont disposés à une distance comprise entre 15 et 30 mm de l'extrémité chauffée de l'éprouvette, et logés dans des trous de 1 mm de diamètre, le couplage à la roche étant assuré par un collage spécifique (figure 1-3).

Plusieurs thermocouples, placés le long de l'éprouvette, permettent une détermination "par recoupement" de la diffusivité. La procédure est simple et le temps de manipulation est très court.

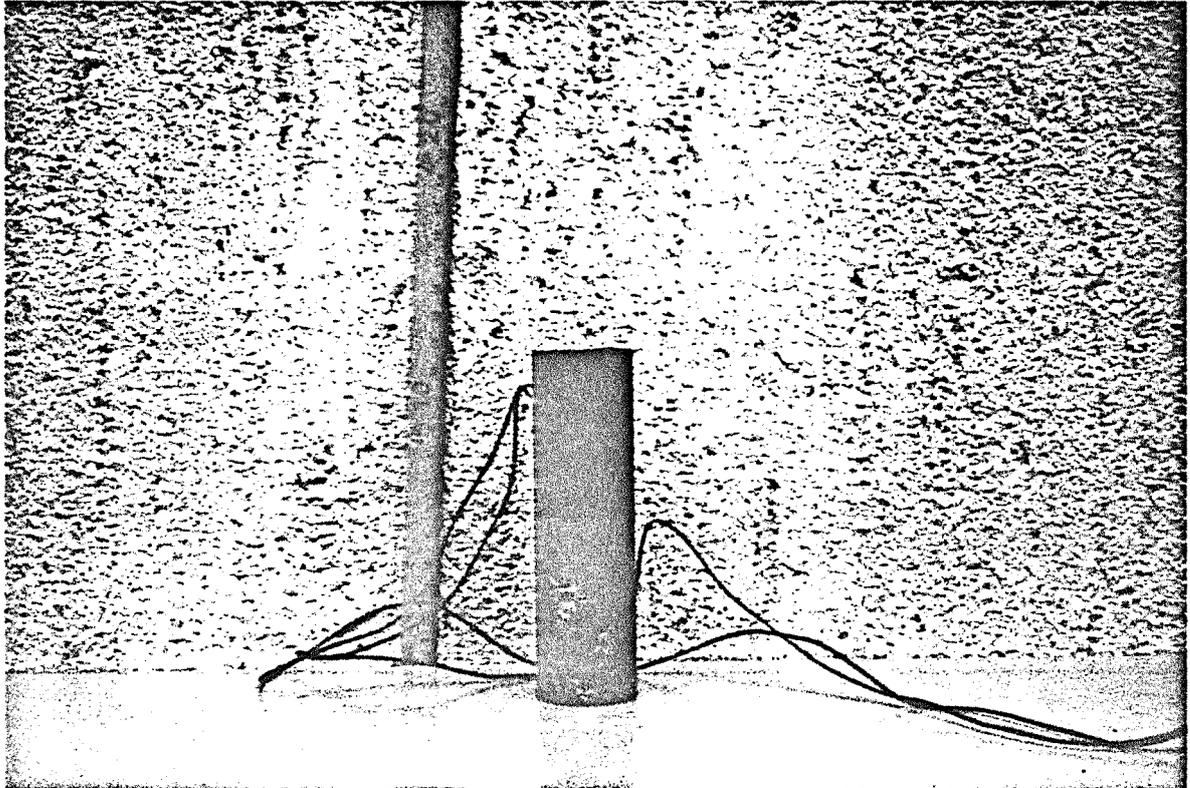


Fig. 1-2. Vue de l'échantillon

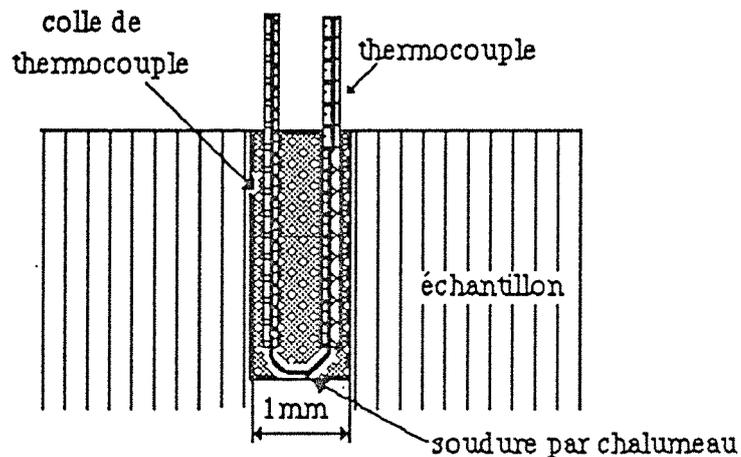


Fig. 1-3 Profil du trou d'installation du thermocouple

En cours d'expérimentation, l'enregistrement des tensions des thermocouples se fait à l'aide de transmetteurs de thermocouple reliés à une carte numérique couplée à un calculateur (figure 1-1). Tenant compte des caractéristiques de la chaîne de mesure, la mesure de la température s'effectue avec une résolution numérique de  $\pm 0,02$  °C.

### 1-2 Etude théorique du problème

La figure 1-4 présente la configuration du problème; l'équation de la chaleur s'écrit dans ce cas:

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} - \frac{1}{a} \frac{\partial T}{\partial t} = 0 \quad (1-1)$$

- La conditions initiale est suivante:

$$T(x, 0) = T_0$$

- La condition aux limites:

$$T(0, t) = T_e$$

$T_e$ , étant la température de la surface en contact avec le jet d'eau. Par la suite, on pose  $T_c = T_e - T_0$ .

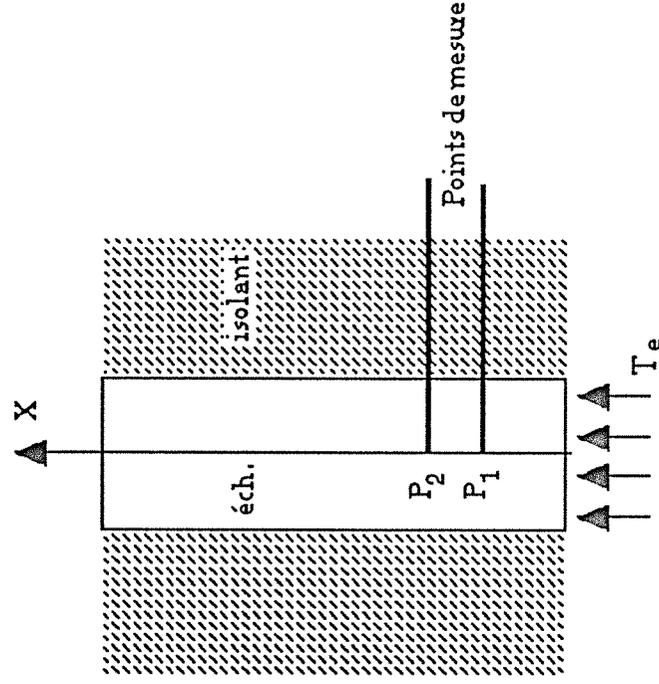


Fig. 1-4. Configuration du problème

La solution de l'équation (1-1) est donnée par:

$$T(x, t) = T_0 + T_c \left( 1 - \operatorname{erf} \left( \frac{x}{2\sqrt{at}} \right) \right) \quad (1-2)$$

avec  $a$  coefficient de diffusivité thermique  
 $\operatorname{erf}(\omega)$  fonction d'erreur, définie par

$$\operatorname{erf}(\omega) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^{\omega} e^{-u^2} du \quad (1-3)$$

Il est évident qu'une expression explicite pour calculer le coefficient de diffusivité  $a$  ne peut pas être déduite de l'équation (1-2); une méthode d'ajustement par moindres carrés est donc utilisée afin de calculer  $a$  à partir des thermogrammes.

(L'hypothèse de milieu "semi-infini" n'est valable qu'un certain temps, cette durée peut être évaluée en fonction de la longueur  $L$  et de la diffusivité  $a$ .)

### 1-3 Traitement des données et analyse de la précision de mesure

#### 1-3-1 Présentation des modèles numériques

La figure 1-5 fournit un exemple typique de thermogramme. A partir des thermogrammes  $T(x,t)$ , nous développons un modèle numérique conduisant à déterminer le coefficient de diffusivité thermique.

En utilisant la solution analytique (1-2), le coefficient de diffusivité thermique est déterminé par une méthode d'ajustement par les moindres carrés:

Soit à minimiser la somme:

$$\sum_{i=0}^n [T(t_i) - T^*(t_i)]^2 \quad (1-4)$$

avec  $n$  nombre d'observations au point de mesure,  
 $T(t_i)$  température de mesure,  
 $T^*(t_i)$  température de calcul à partir de l'équation (1-2).

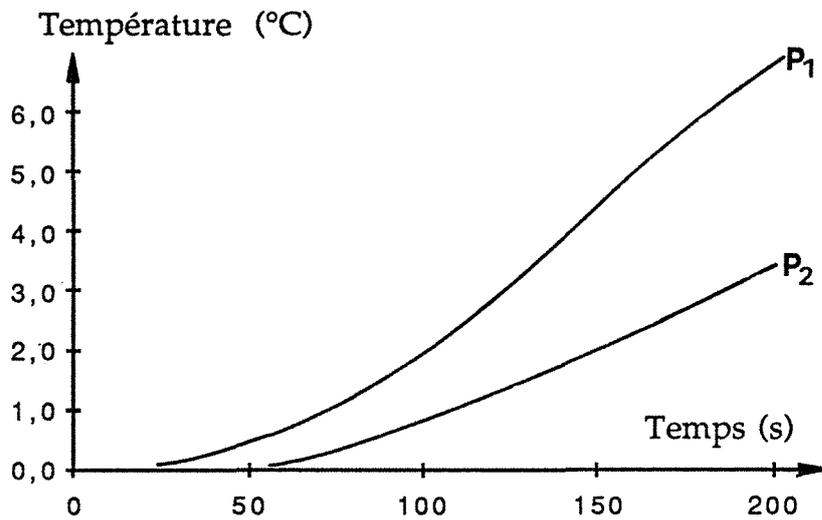


Fig. 1-5. Exemple de thermogramme expérimental

### 1-3-2 Précision de la mesure

Plusieurs sources d'erreurs peuvent intervenir dans la mesure; elles sont liées à:

- la validité du modèle du flux monodimensionnel,
- la mesure de la température,
- la mesure de distance.

Nous étudions ensuite l'effet de ces erreurs dans la détermination du coefficient de la diffusivité.

#### a). Effet de la validité du modèle du flux monodimensionnel

Une perte thermique latérale peut se produire malgré l'isolation par le revêtement en polystyrène. Pour évaluer l'effet de la perte latérale, une modélisation numérique par éléments finis a été effectuée. Le modèle, figure 1-6, correspond aux conditions d'essai. Les données de calculs présentés dans la figure sont issues d'un échantillon de schiste.

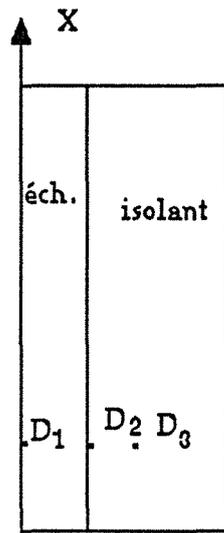


Fig. 1-6-a. Modèle

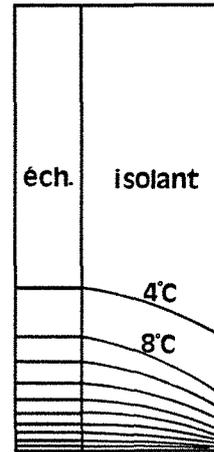


Fig. 1-6-b. Isotherme à 200 secondes

données de calcul:		
pour la roche		
$\lambda_x = 4,34 \text{ Wm}^{-1}\text{K}^{-1}$	$\lambda_y = 1,59 \text{ Wm}^{-1}\text{K}^{-1}$	$C_p = 910 \text{ J Kg}^{-1} \text{ K}^{-1}$
$\rho = 2640 \text{ Kg m}^{-3}$		
pour le polystyrène expansé		
$\lambda = 0,025 \text{ Wm}^{-1}\text{K}^{-1}$	$C_p = 800 \text{ J Kg}^{-1} \text{ K}^{-1}$	$\rho = 44 \text{ Kg m}^{-3}$

Fig. 1-6. Modèle de calcul de l'influence de la perte thermique latérale

Le coefficient de convection naturelle sur les parois latérales est déterminé par la relation [2] ( modèle d'un cylindre vertical dans l'air ambiant):

$$\alpha = 1,36 \left( \frac{T_{am} - T}{d} \right)^{0,25} \quad (1-7)$$

- où  $\alpha$  coefficient de convection  
 $T_{am}$  température ambiante  
 $T$  température de la surface latérale  
 $d$  diamètre du cylindre

dans nos conditions expérimentales, le coefficient  $\alpha$  vaut  $6,27 \text{ Wm}^{-2}\text{K}^{-1}$ .

Nous supposons de plus qu'il n'existe pas de résistance de contact entre l'échantillon et l'enveloppe thermique.

La figure 1-6-b montre les courbes isothermes dans le modèle au temps 200 secondes, et la figure 1-7 présente l'évolution de la température de 100 à 200

secondes aux point D<sub>1</sub>, D<sub>2</sub>, D<sub>3</sub> (figure 1-6). Les trois points d'observations sont à la même distance de 2,1 cm l'abscisse initiale ( $x=0$ ), mais D<sub>3</sub> se trouve dans le polystyrène expansé, et les deux autres sont situés dans l'éprouvette à différentes distances de l'axe du cylindre.

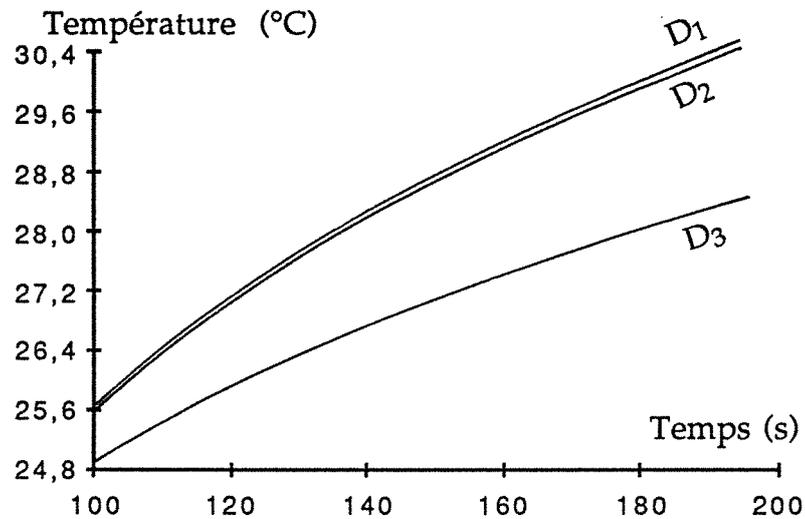


Fig. 1-7. Evolution de la température entre 100 et 200 secondes

Les deux figures nous montrent clairement que la perte latérale est si faible que les températures dans le plan perpendiculaire à l'axe du cylindre sont presque identiques: la perte thermique latérale est sans influence significative.

La figure 1-8 présente la comparaison entre la température calculée (par éléments finis) et la température mesurée. La différence est négligeable, ce qui valide notre montage expérimental.

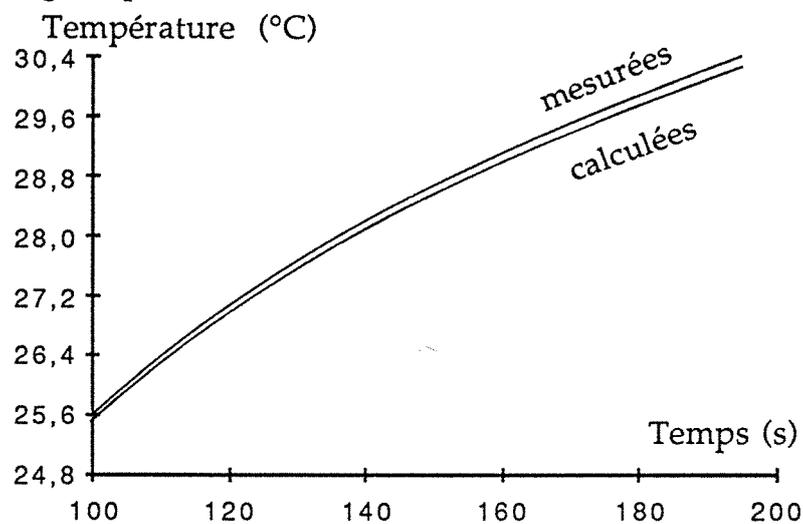


Fig. 1-8. Comparaison entre les températures calculées et mesurées

### b) Influence de la précision de mesure de température

Le coefficient de diffusivité peut être déterminé à partir de chaque observation  $T(t, x)$ ; l'erreur introduite par l'erreur de mesure de température  $\Delta T$  peut aisément être évaluée. De l'équation (1-2), il vient:

$$\frac{\Delta a}{a} = \frac{\sqrt{\pi}}{T_c} \frac{1}{\omega} e^{\omega^2} \Delta T \quad \text{avec } \omega = \frac{x}{2\sqrt{at}} \quad (1-8)$$

où  $\Delta T$  est l'erreur de mesure de la température,

Il apparaît que l'incertitude relative augmente à mesure que l'on s'approche de l'instant initial (figure 1-9). Ainsi, pour un incertitude  $\Delta T = 0,02 \text{ } ^\circ\text{C}$ , qui correspond à la précision de mesure, il faut assurer  $\omega < 2,2$  pour que l'erreur relative reste inférieure à 5%, (soit un temps supérieur à 20 seconde pour  $x = 20\text{mm}$ )

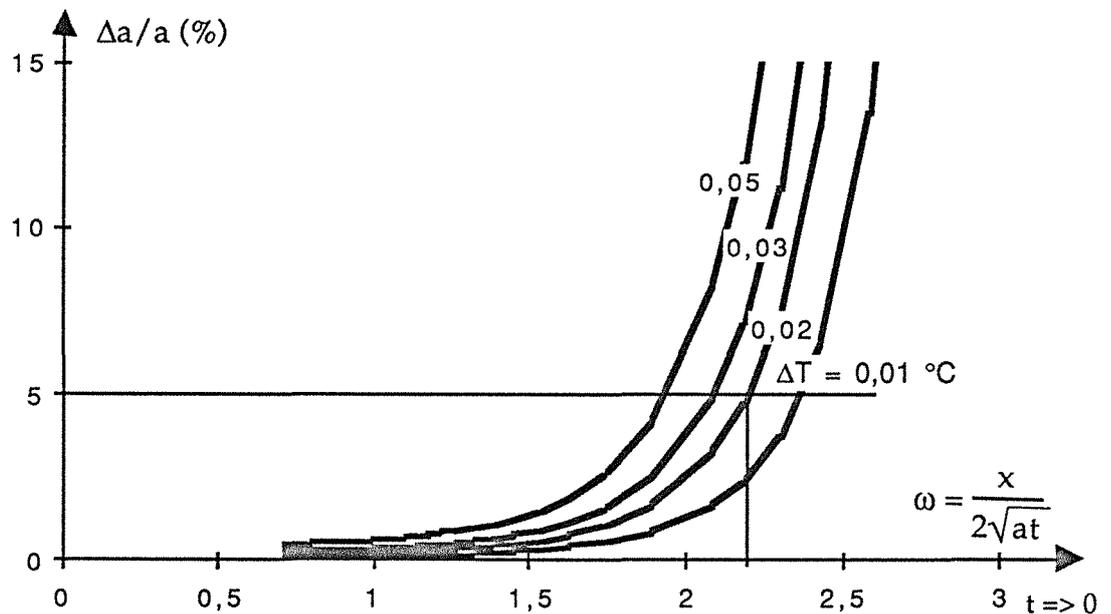


Fig. 1-9. Influence de la distance réduite  $\omega$  sur l'incertitude relative

La figure 1-10 illustre, par un exemple réel, l'évolution des coefficients de diffusivité calculés pour chaque observation de température. L'allure de la courbe montre que les valeurs du paramètre ne sont pas très stables au début de la mesure, ce qui confirme que l'erreur de mesure de la température a un effet significatif dans cette période initiale.

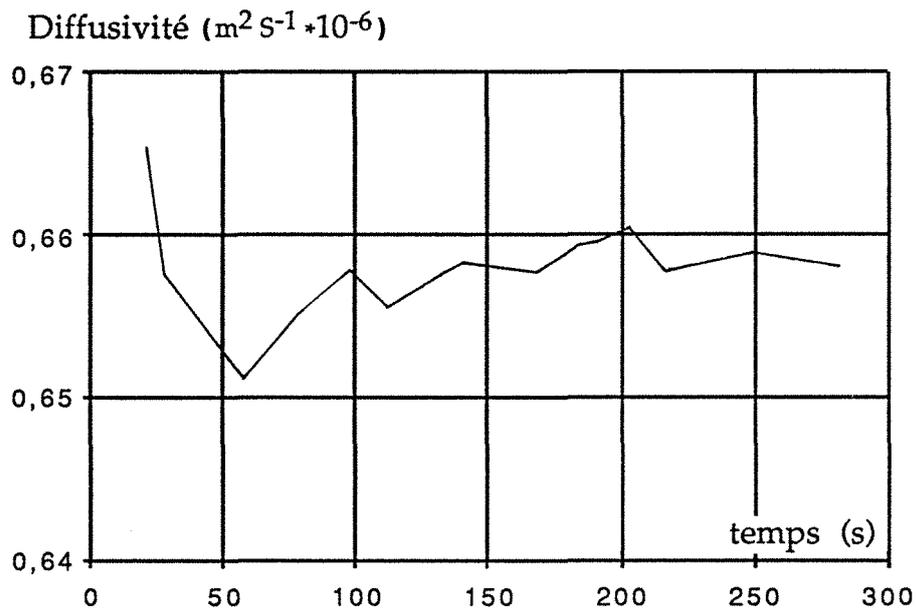


Fig. 1-10. Evolution du coefficient de diffusivité thermique en fonction du temps

### c) Influence du positionnement des thermocouples

Compte tenu de la technique mise en oeuvre pour mettre en place les thermocouples, on peut estimer à 0,25 mm l'erreur de positionnement.

En fait, dans l'équation (1-2), nous pouvons considérer que le rapport  $m = \frac{x}{\sqrt{a}}$  est une variable indépendante; donc l'incertitude relative sur la diffusivité due à l'erreur de positionnement s'exprime par:

$$\frac{\Delta a}{a} = \frac{2 \Delta x}{x} \quad (1-9)$$

La figure 1-11 présente schématiquement la dernière équation. Nous constatons que l'incertitude de positionnement de 0,25 mm entraîne une erreur relative de 5 % à 1,5% lorsque le point de mesure se trouve entre 10 et 30 mm de la surface chauffée.

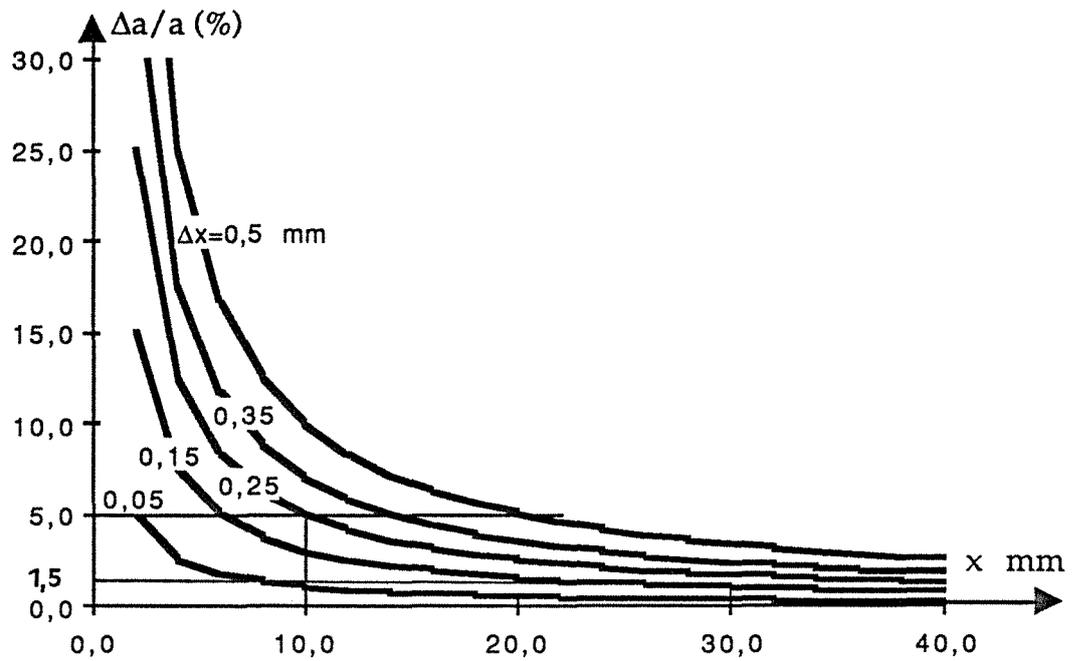


Fig. 1-11. Incertitude relative de la diffusivité provoquée par l'erreur de mesure de la distance

Les considérations précédentes nous permettent d'évaluer que l'incertitude de la mesure peut être de 5% à 10% en valeur relative. Pour les roches anisotropes, l'incertitude de mesure dans la direction perpendiculaire aux feuillets est plus importante que dans la direction parallèle.

#### 1-4 Résultats

Nous présentons ici quelques résultats expérimentaux. Les caractéristiques physiques des échantillons ainsi que les analyses plus poussées seront décrites dans la troisième partie du mémoire, .

Le tableau 1-1 fournit les valeurs du coefficient de diffusivité thermique sur trois type des roches à anisotropie plus ou moins marquée. Nous rappelons que la mesure de température s'effectue en deux points notés  $P_1$  et  $P_2$  dans chaque éprouvette, figure 1-2.

Nous constatons que la dispersion des résultats est de l'ordre de 10% ( $2\sigma/m$ ). Comme nous l'avons indiqué antérieurement, la dispersion des mesures dans la

direction perpendiculaire aux schistes est plus importante que dans la direction parallèle.

Schiste d'Angers						
N° d'essai	$a_x$ $m^2 s^{-1} \cdot 10^{-6}$		$a_y$ $m^2 s^{-1} \cdot 10^{-6}$		$a_z$ $m^2 s^{-1} \cdot 10^{-6}$	
	$P_1^*$	$P_2$	$P_1$	$P_2$	$P_1$	$P_2$
	1	2,23	2,24	1,94	2,01	0,63
2	2,51	2,48	2,11	2,13	0,75	0,71
3	2,33	2,42	2,11	2,22	0,71	0,74
m	2,37		2,07		0,70	
$\sigma$	0,11		0,07		0,05	
$2\sigma/m$ (%)	9,3		6,8		14,3	

\*  $P_1, P_2$  points de mesure

Tab. 1-1-a. Diffusivités principales, schiste d'Angers

Schiste de Bretagne				
N° d'essai	$a_x$ $m^2 s^{-1} \cdot 10^{-6}$		$a_z$ $m^2 s^{-1} \cdot 10^{-6}$	
	$P_1$	$P_2$	$P_1$	$P_2$
	1	1,93	1,94	0,61
2	1,91	1,93	0,60	0,60
3	1,91	1,95	0,62	0,63
m	1,93		0,62	
$\sigma$	0,02		0,02	
$2\sigma/m$ (%)	1,5		6,4	

Tab. 1-1-b. Diffusivités principales, schiste de Bretagne

Granite du Limousin						
N° d'essai	$a_x$ $m^2 s^{-1} * 10^{-6}$		$a_y$ $m^2 s^{-1} * 10^{-6}$		$a_z$ $m^2 s^{-1} * 10^{-6}$	
	$P_1$	$P_2$	$P_1$	$P_2$	$P_1$	$P_2$
	1	1,69	1,49	1,45	1,53	1,56
2	1,49	1,51	1,43	1,50	1,72	1,62
3	1,49	1,37	1,39	1,49	1,59	1,56
m	1,51		1,47		1,62	
$\sigma$	0,09		0,05		0,06	
$2\sigma/m$ (%)	12,4		6,4		7,4	

Tab. 1-1-c. Diffusivités principales du granite du Limousin

Tab. 1-1. Mesures du coefficient de diffusivité thermique du schiste d'Angers, de Bretagne et du granite du Limousin

Notons l'importance de l'anisotropie thermique du schiste d'Angers ( $a_x/a_z=3,4$ ). Dans la troisième partie du mémoire, nous effectuerons la comparaison entre ces paramètres et d'autre paramètres physiques sensibles à l'orientation de la mesure.

## 1-5 Synthèse

La méthode du choc thermique axial, telle qu'elle a été décrite et mise en oeuvre, permet de déterminer le coefficient de diffusivité thermique d'une roche anisotrope.

Une simulation par éléments finis nous a permis de valider l'hypothèse d'écoulement axial de la chaleur.

Une analyse des sources d'erreur (sur la mesure de température et le positionnement des points de mesure) fait apparaître que l'incertitude relative sur la mesure de la diffusivité est inférieure à 10% avec notre protocole expérimental.

Les valeurs obtenues sur trois types de roches mettent en évidence la forte anisotropie des diffusivités du schiste d'Angers (schiste ardoisier).

## Chapitre 2

### DETERMINATION DES CARACTERISTIQUES DES ROCHES ANISOTROPES PAR:

## CHOC THERMIQUE CYLINDRIQUE

- 2-1 Description de la méthode
  - 2-2 Etude théorique
  - 2-3 Processus de détermination des  
paramètres
  - 2-4 Précision de mesure
  - 2-5 Résultats
  - 2-6 Synthèse
- 

De nombreux travaux se réfèrent à la détermination des caractéristiques thermiques des matériaux, à partir de la configuration dite du choc thermique cylindrique: il s'agit de soumettre des plaques planes du matériau à un échauffement ponctuel (ou plutôt linéique) et à suivre le flux de chaleur dans sa propagation divergente autour de la source de chaleur.

Nous nous attachons plus particulièrement à adapter cette méthode aux matériaux anisotropes, en vue de la détermination des conductivités thermiques principales.

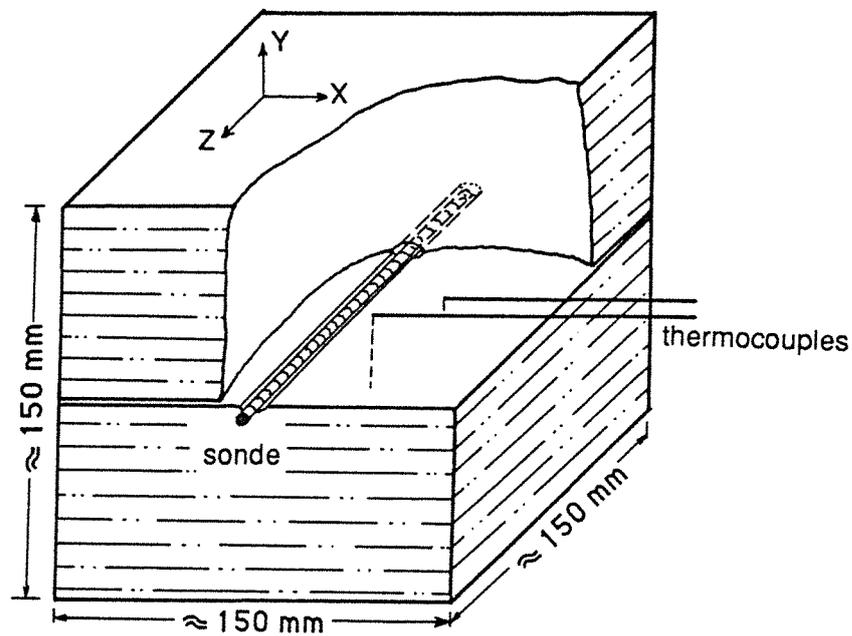
## 2-1 Description de la méthode

Connue depuis de nombreuses années, la méthode du choc thermique consiste à utiliser une résistance chauffante (sonde) dans laquelle passe un courant dissipant une certaine puissance. L'évolution de la température est fonction de la puissance électrique dissipée, et des propriétés thermiques du matériau.

PERRIN et al 1982 [53] et KUN 1988 [36] présentent la mesure de conductivité à partir de l'évolution de la température de la sonde, et la mesure de la diffusivité par l'analyse du thermogramme (temps de montée en température, valeur de la température maximale). AUDIBERT 1985 [3] et LAURENT 1986 [39] fournissent des études d'optimisation d'outils pour déterminer les caractéristiques thermocinétiques dans des milieux poreux, en adaptant le modèle de la sonde cylindrique. Un outil dit "tritige" (deux tiges pour les capteurs de température au sein du milieu et une tige pour la sonde) semble bien adapté pour la mesure in-situ.

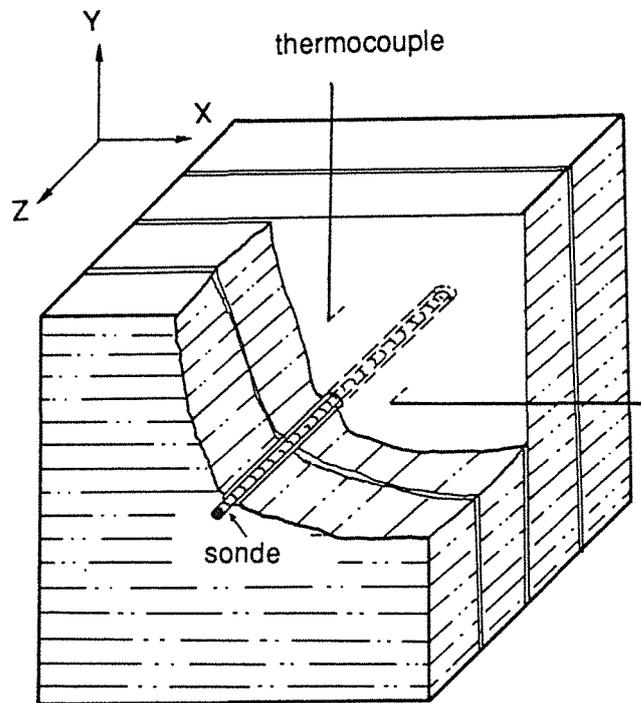
Pour les roches, une difficulté particulière est liée à la mise en place de la sonde électrique et des thermocouples, dans des trous de faible diamètre et de longueur importante. CULL et al 1974 [17] proposent de scier un bloc de roche en deux parties et d'y tailler ensuite une petite "gorge" dans laquelle la sonde est logée; les auteurs ont mesuré la conductivité d'après le thermogramme de la sonde dont le diamètre est considéré comme infiniment mince; pour les roches anisotropes, l'analyse d'un seul thermogramme ne permet pas d'identifier les deux conductivités principales. Nos études montrent que les mesures de température doivent s'effectuer en deux points du milieu au moins.

En conséquence, les échantillons de roches sont découpés suivant un plan de symétrie de la structure pour placer la sonde, (figure 2-1); en supposant que le flux de chaleur s'écoule perpendiculairement à l'axe de la sonde (écoulement plan), l'existence de l'interface n'a donc théoriquement pas d'influence sur le transfert de chaleur, puisque le gradient de température, perpendiculaire au plan de symétrie, est nul.



**Fig. 2-1. Schéma de l'expérience**

(le bloc est scié en deux parties suivant le plan horizontal passant par l'axe de la résistance chauffante)



**Fig. 2-2. Schéma de l'expérience**

(ici, le bloc est découpé selon 4 plaques)

Nous proposons également, si la roche est très dure, de scier l'échantillon en plusieurs plaques, (figure 2-2), puis de percer les trous traversant les plaques; les points de mesure s'effectuent sur la plaque centrale dans les trous de faible profondeur; l'avantage de cette méthode réside dans le fait que la position du thermocouple peut être repérée avec précision. Nous supposons, dans cette

configuration d'essai, que le transfert thermique s'effectue toujours perpendiculairement à l'axe de la sonde; les interfaces entre les plaques parallèles aux plans d'écoulement de chaleur n'ont pas d'influence sur le transfert de la chaleur (gradient de température nul parallèlement à l'axe de la sonde).

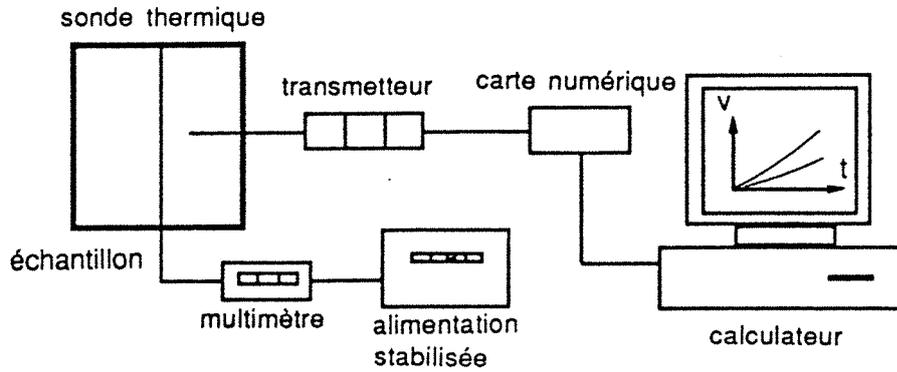
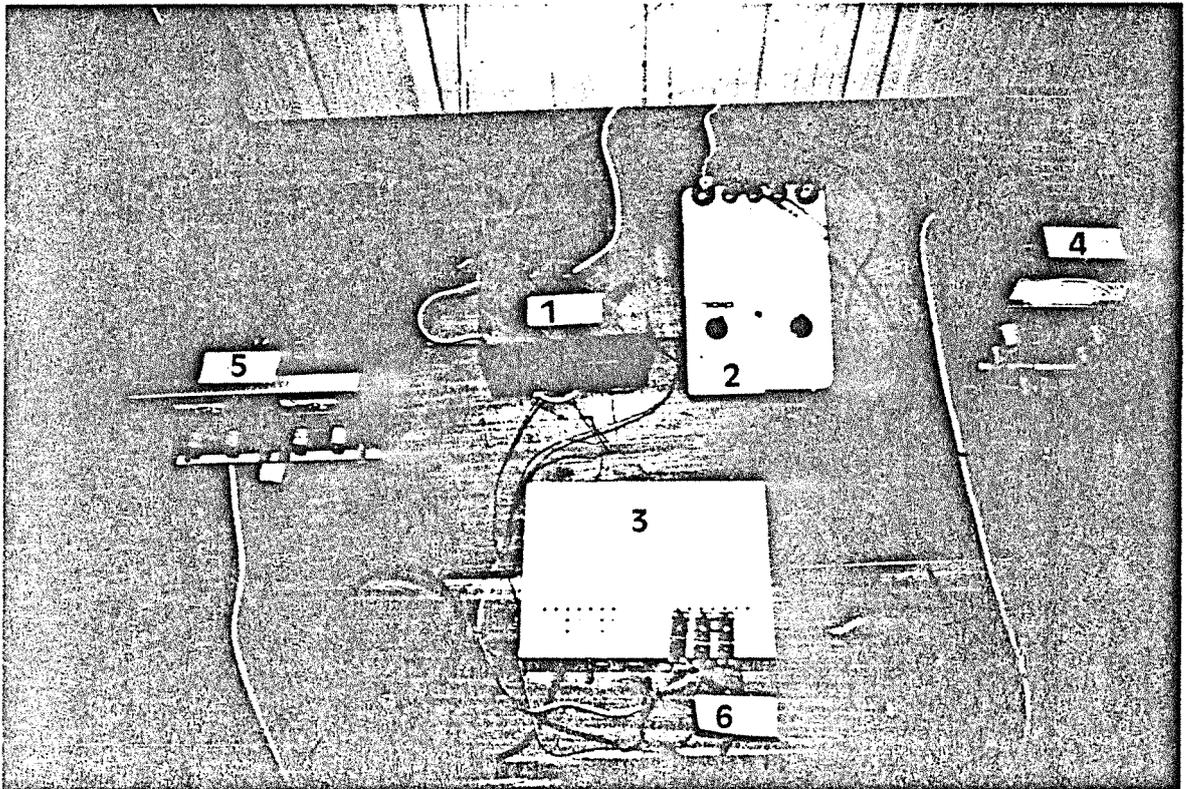


Fig. 2-3-a. Schéma de l'expérimentation et acquisition des données



- 1 - échantillon
- 2 - ampèremètre
- 3 - transmetteurs de thermocouple
- 4 - alimentation stabilisée (pour la résistance)
- 5 - alimentation stabilisée (pour les transmetteurs)
- 6 - sortie vers ordinateur

Fig. 2-3-b. Dispositif expérimental

Fig. 2-3. Schéma de l'expérimentation

La figure 2-3 illustre l'ensemble du dispositif; les températures sont mesurées à l'aide de thermocouples de type T dont les soudures chaudes sont mises dans les trous (avec une colle spéciale pour thermocouple). Les signaux sont amplifiés par les transmetteurs de thermocouple reliés à une carte d'acquisition numérique. Compte tenu des caractéristiques de la chaîne, les sorties de température ont une résolution numérique de  $\pm 0,02$  °C.

## 2-2 Etude théorique

### 2-2-1 Enoncé du problème

Les axes X Y Z coïncident avec les axes principaux de conduction thermique; s'agissant de roches anisotropes (schistes), l'axe OZ est contenu dans le plan d'anisotropie majeure (plan de schistosité) et coïncide avec l'axe du fil chaud (figure 2-4-a). Les isothermes sont donc des cylindres d'axe OZ dont la directrice est symétrique par rapport aux axes X et Y (figure 2-4-b). La résistance chauffante est supposée être un conducteur parfait chauffé à partir de l'instant initial, et délivrant une puissance constante connue.

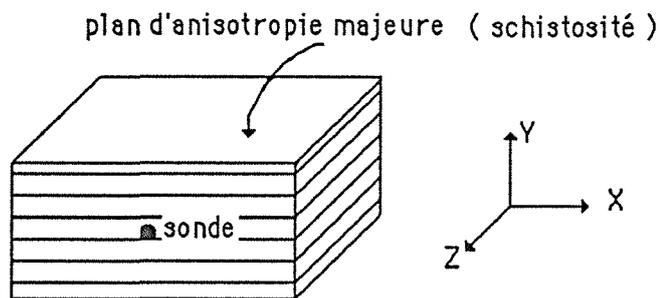


Fig. 2-4-a. Repérage des axes de coordonnées

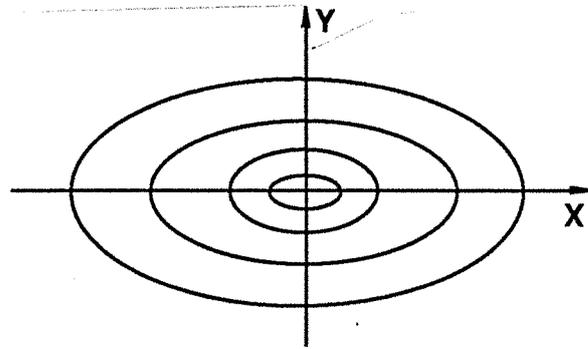


Fig. 2-4-b. Allure des isothermes dans le plan X-Y

Fig. 2-4. Configuration du problème de choc thermique cylindrique

Deux hypothèses peuvent être adoptées concernant la sonde:

- sonde infiniment mince (modèle dit SIM)
- sonde cylindrique (modèle dit SC)

Nous présentons successivement, les modèles mathématiques correspondants à ces deux hypothèses.

### 2-2-2 Sonde infiniment mince (SIM)

CARSLAW et JAEGER (1959) établissent la solution correspondant à une source de la ponctuelle  $\Delta q$  disposée à l'instant initial au point  $O' (0,0,Z')$  de l'axe Z:

$$T = \frac{\Delta q (\rho C_p)^{3/2}}{8 (\pi^3 t^3 \lambda_x \lambda_y \lambda_z)^{1/2}} \exp \left[ \frac{\rho C_p}{4t} \left( \frac{X^2}{\lambda_x} + \frac{Y^2}{\lambda_y} + \frac{(Z-Z')^2}{\lambda_z} \right) \right] \quad (2-1)$$

avec:

- T température au point de coordonnées ( X Y Z ),
- $\lambda_x, \lambda_y, \lambda_z$  conductivités principales,
- $C_p$  chaleur spécifique,
- $\rho$  masse volumique,
- $\Delta q$  est définie à partir de la quantité de chaleur  $\Delta Q$  transmise à l'instant initial en  $O'$ , par la relation  $\Delta q = \Delta Q / \rho C_p$

Pour une source linéique, infiniment allongée, constante, introduite à l'instant initial (échelon de chaleur), la solution peut être obtenue par intégration par rapport à la coordonnée  $Z'$  et au temps:

$$T = \frac{q \rho C_p}{4\pi (\lambda_x \lambda_y)^{1/2}} \int_0^{\infty} \frac{\rho C_p r^2}{4(\lambda_x \lambda_y)^{1/2} t} \frac{e^{-u}}{u} du \quad (2-2)$$

avec  $r^2 = \sqrt{\frac{\lambda_y}{\lambda_x}} X^2 + \sqrt{\frac{\lambda_x}{\lambda_y}} Y^2$

Posant  $Q = \rho C_p q$

$Q$  : quantité de chaleur émise par unité du temps et unité de longueur,

et  $-Ei(-\omega) = \int_{\omega}^{\infty} \frac{e^{-u}}{u} du \quad (2-3)$

$Ei$ : fonction exponentielle intégrale

il vient:

$$T = \frac{-Q}{4\pi (\lambda_x \lambda_y)^{1/2}} Ei\left(-\frac{\rho C_p r^2}{4(\lambda_x \lambda_y)^{1/2} t}\right) \quad (2-4)$$

On établit que, pour des petites valeurs de  $\omega$ :

$$Ei(-\omega) = \gamma + \text{Log}(\omega) + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-\omega)^n}{n \cdot n!} \quad (2-5)$$

avec  $\gamma$  constante d'Euler, qui vaut 0,5772

L'équation (4) fournit alors, de manière implicite, les trois variables inconnues  $\lambda_x, \lambda_y$ , et  $C_p$ .

Par une méthode d'ajustement, les thermogrammes des points de mesure nous permettent de déterminer ces trois paramètres.

Nous pouvons démontrer que la détermination des trois paramètres nécessite la prise des températures en deux points distincts; une condition supplémentaire garantit l'indépendance des deux mesures (cf. annexe ).

La validité de l'hypothèse de sonde infiniment mince dépend de la nature de la sonde et de son rayon ( $R_s$ ) , ainsi que de la résistance thermique sonde/milieu.

Dans ce cas, le flux thermique à la paroi de la sonde peut être déterminé par dérivation de l'équation; (2-4), par exemple pour le cas isotrope:

$$K \frac{\partial T}{\partial r} = -\frac{Q}{2\pi r} e^{-\frac{r^2}{4at}} \quad (2-6)$$

Dans le cas réel ( $R_s$  n'est pas infiniment petit), nous proposons une surestimation des erreurs induites par l'hypothèse SIM en supposant que la chaleur spécifique de la résistance chauffante ( $C_s$ ) est nulle, c'est-à-dire que la chaleur dégagée par la résistance chauffante est absorbée entièrement par le matériau; le flux thermique au rayon  $R_s$  est alors plus important que dans le cas réel. La figure 2-5-a illustre les thermogrammes d'un point de mesure pour différents diamètres du trou et la figure 2-5-b illustre les erreurs relatives sur les valeurs des paramètres en fonction du rayon de la perforation. Nous constatons que le rayon doit être inférieur à 1,5 mm pour garantir une erreur relative inférieure à 5%.

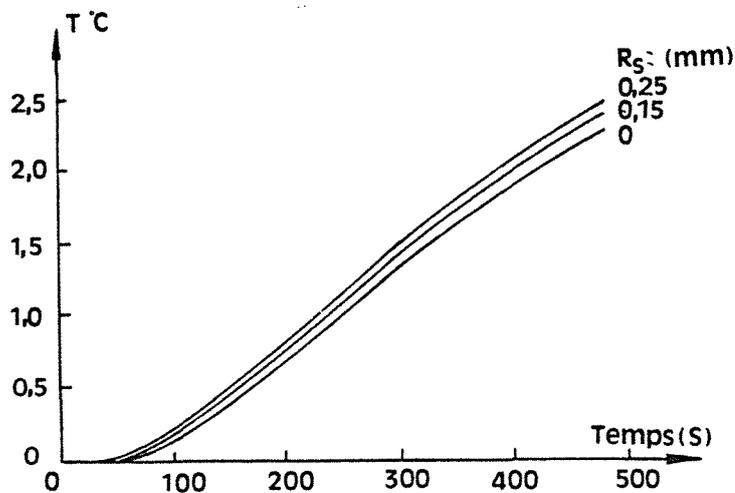
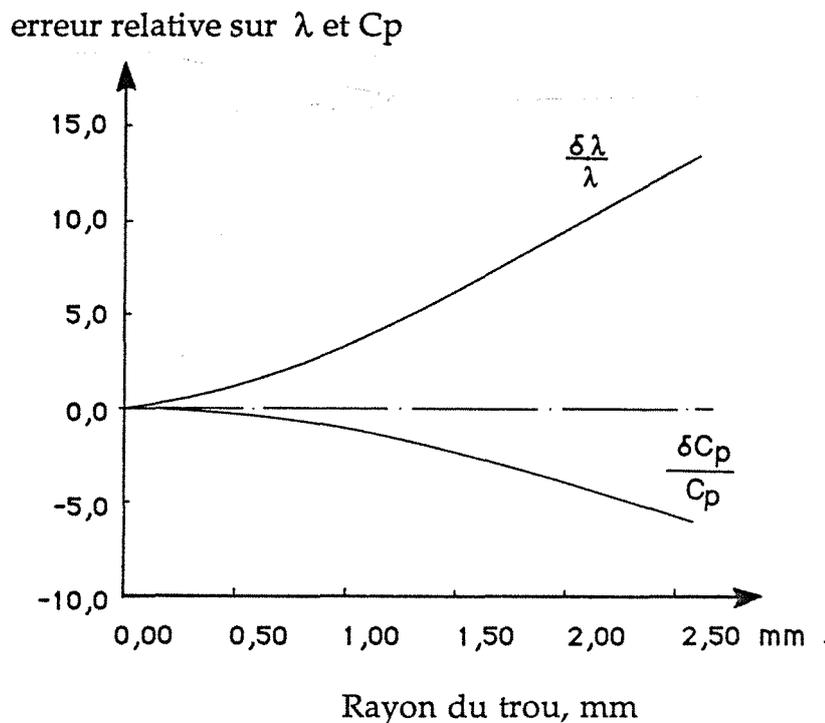


Fig. 2-5-a. Thermogrammes correspondant à différents rayons du trou



données de calcul:  $r=30$  mm,  $a=1 \times 10^{-6}$  m<sup>2</sup> S<sup>-1</sup>,  $C_p=800$  J Kg<sup>-1</sup> K<sup>-1</sup>,  
 $\rho=2600$  Kg m<sup>-3</sup>,  $Q=100$  W m<sup>-1</sup>

Fig. 2-5-b. Erreurs relatives induites par l'hypothèse de sonde infiniment mince, en fonction du diamètre de la perforation

Fig. 2-5. Influence du diamètre du trou sur les paramètres thermiques

Quand le rayon de la perforation est supérieur à 1,5 mm nous proposons d'utiliser le modèle de sonde cylindrique; on introduit alors la dimension de la sonde dans la condition aux limites.

### 2-2-3 Sonde cylindrique (SC)

#### a) Modèle mathématique dans un milieu isotrope

De nombreuses études ont été faites dès les années 1930 sur le modèle mathématique de la sonde à choc thermique cylindrique avec diverses conditions aux limites CAESLAW 1959 [12]. En 1953, BLACKWELL [9] publie une étude sur l'erreur que l'on commet quand on néglige le flux de chaleur axial dans la sonde à choc thermique; il établit que le rapport entre la longueur de la sonde et son rayon doit être supérieur à 30 pour que l'hypothèse de flux radial soit vérifiée. AUDIBERT 1985 [3] et LAURENT 1986 [39], ont comparé différents outils de sonde à choc thermique cylindrique et fait une optimisation des outils et des méthodes d'identification des caractéristiques thermiques; les auteurs utilisent deux modèles pour la détermination de la diffusivité et de la chaleur spécifique (figure 6).

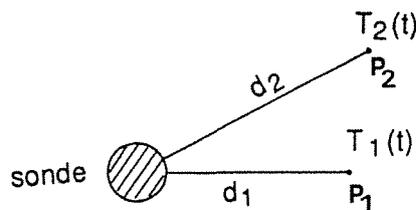


Fig. 2-6. Configuration du modèle SC pour un milieu isotrope

1) le modèle "température/température". La température d'un point P2(d2) est modélisée à partir de celle d'un autre point de mesure P1(d1). Les paramètres de flux d'entrée n'interviennent alors plus. En prenant le système de coordonnées polaires, on établit que:

$$T_2^*(t, d_2) = \int_0^t T_1(\tau, d_1) H_{tt}(t-\tau) dt \quad (2-7)$$

avec

$$H_{tt} = -\frac{2a}{\pi} \int_0^{\infty} (e^{-au^2t}) \frac{J_0(ud_2) Y_0(ud_1) - Y_0(ud_2) J_0(ud_1)}{J_0^2(ud_1) + Y_0^2(ud_1)} u \, du \quad (2-8)$$

où

- $T^*_2$  température calculée à la distance  $d_2$ ,
- $J_0, Y_0$  fonctions de Bessel de première et de seconde espèce d'ordre 0,
- $d_1, d_2$  distances entre les points de mesure et la sonde,
- $a$  diffusivité thermique.

Le modèle "température/température" traduisant une relation entre deux grandeurs de même nature (ici deux températures), ne fait donc intervenir qu'un seul paramètre thermique, la diffusivité. Ceci est un avantage pour le processus d'identification.

2) le modèle "flux/température". La température dans le matériau est modélisée par le flux injecté par la sonde. On établit alors que:

$$T^*(t, d) = \int_0^t Q(\tau) H_{ft}(t-\tau) \, d\tau \quad (2-9)$$

avec

$$H_{ft} = -\frac{2}{\pi C_p} \int_0^{\infty} (e^{-au^2t}) \frac{J_0(ud) Y_1(uR_s) - Y_0(ud) J_1(uR_s)}{J_1^2(uR_s) + Y_1^2(uR_s)} \, du \quad (2-10)$$

- où  $J_1$  et  $Y_1$  fonctions de Bessel de première et seconde espèce d'ordre un,
- $Q$  flux thermique émis par unité de surface,
- $R_s$  rayon de la sonde.

Dans la dernière équation les deux paramètres  $a$  et  $C_p$  interviennent simultanément

LAURENT 1986 [39] fournit un processus d'identification des paramètres  $a$  et  $C_p$ ; l'auteur applique le modèle "température/température" pour calculer  $a$ , et le modèle "flux/température" pour  $C_p$  en utilisant le résultat du modèle précédent. Il montre ainsi que la détermination de la diffusivité thermique par le modèle "température/température" est indifférente aux conditions de contact thermique sonde/milieu, même si le contact est très mauvais.

### b) Adaptation des modèles aux milieux anisotropes

En reprenant le système de coordonnées cartésiennes, pour le milieu anisotrope, nous supposons qu'une quantité de chaleur Q constante se dissipe dans un cylindre elliptique (figure 2-7) défini par:

$$\begin{cases} x = R \sqrt{\lambda_x} \cos(\theta) \\ y = R \sqrt{\lambda_y} \sin(\theta) \end{cases} \quad (2-11)$$

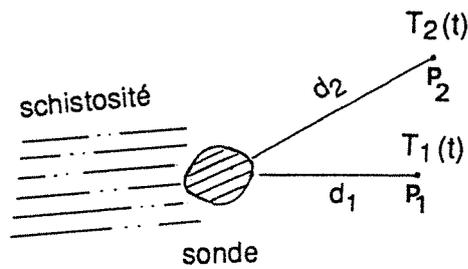


Fig. 2-7. Configuration du modèle SC pour un milieu anisotrope

Dans ce cas la solution du modèle "flux/température" est celle de (2-55) (Partie 1 chapitre 2), elle peut également s'exprimer par:

$$T^*(t, d') = \int_0^t Q(\tau) H_{ft}(t-\tau) d\tau \quad (12)$$

avec:

$$H_{ft} = -\frac{2}{\pi C_p} \int_0^\infty (e^{-a'u^2 t}) \frac{J_0(ud') Y_1(uR \sqrt{\lambda_x \lambda_y}) - Y_0(ud') J_1(uR \sqrt{\lambda_x \lambda_y})}{J_1^2(uR \sqrt{\lambda_x \lambda_y}) + Y_1^2(uR \sqrt{\lambda_x \lambda_y})} du \quad (2-13)$$

De même pour le modèle "température/température":

$$T_2^*(t, d'_2) = \int_0^t T_1(\tau) H_{tt}(t-\tau) d\tau \quad (2-14)$$

avec

$$H_{tt} = -\frac{2 a'}{\pi} \int_0^\infty (e^{-a'u^2 t}) \frac{J_0(ud'_2) Y_0(ud'_1) - Y_0(ud'_2) J_0(ud'_1)}{J_0^2(ud'_1) + Y_0^2(ud'_1)} u du \quad (2-15)$$

Les paramètres  $a'$ ,  $d'_1$ ,  $d'_2$ ,  $d'$  sont définis par les relations:

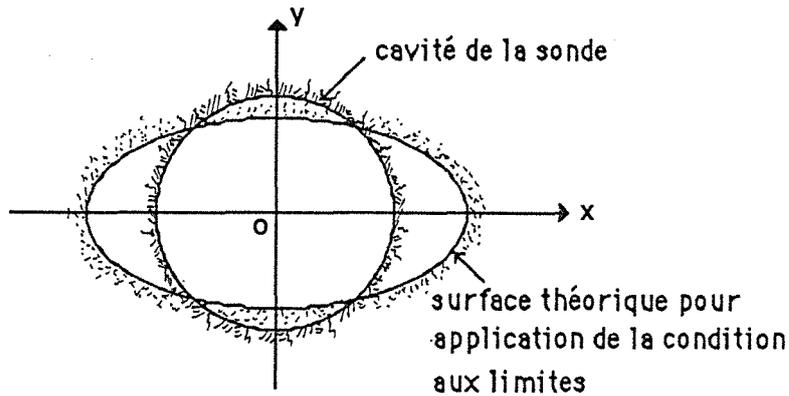
$$a' = \frac{\sqrt{\lambda_x \lambda_y}}{\rho C_p} ; \quad d'_1 = \left( \sqrt{\frac{\lambda_y}{\lambda_x}} x_1^2 + \sqrt{\frac{\lambda_x}{\lambda_y}} y_1^2 \right)^{1/2}$$

$$d'_2 = \left( \sqrt{\frac{\lambda_y}{\lambda_x}} x_2^2 + \sqrt{\frac{\lambda_x}{\lambda_y}} y_2^2 \right)^{1/2} ; \quad d = \left( \sqrt{\frac{\lambda_y}{\lambda_x}} x^2 + \sqrt{\frac{\lambda_x}{\lambda_y}} y^2 \right)^{1/2}$$

avec  $x_1 y_1$ ,  $x_2 y_2$  coordonnées des points de mesure  $d_1$  et  $d_2$

**c) Condition aux limites et comparaison des modèles "température/température" et "flux/température"**

Afin que l'hypothèse de la sonde cylindrique soit valable après la transformation des variables définie par (2-12) (partie I chapitre 2 page 36), le trou de sonde devrait être de forme elliptique  $\sqrt{(\lambda_x - \lambda_y)/\lambda_x}$  (figure 2-8) défini par (2-11), ce qui est pratiquement impossible à réaliser techniquement. L'erreur sur cette condition aux limites est d'autant plus faible que le diamètre du trou est petit.



**Fig. 2-8. Condition aux limites géométriques**

De plus par rapport au modèle isotrope le paramètre  $\lambda_x / \lambda_y$  intervient, il existe trois paramètres indépendants  $\lambda_x, \lambda_y, C$  pour le modèle "flux/température"; et deux indépendants  $\lambda_x / \lambda_y$  et  $a^*$  pour le modèle "température/température".

Comme dans le cas isotrope, les paramètres  $\lambda_x / \lambda_y$  et  $a^*$  du modèle "température/température" sont indifférentes aux conditions de contact

sonde/milieu. Mais les calculs numériques montrent que ces deux paramètres sont beaucoup plus sensibles aux erreurs de mesure de température que pour le modèle "flux/température". Par exemple pour le modèle "température/température" il faut avoir une précision de mesure de 0,005 °C pour une précision relative des paramètres de 95%. En revanche pour le modèle "flux/température" il suffit d'une précision de mesure de 0,08 °C pour atteindre la même précision. En conséquence nous utilisons seulement le modèle "flux/température" pour la détermination des paramètres thermiques.

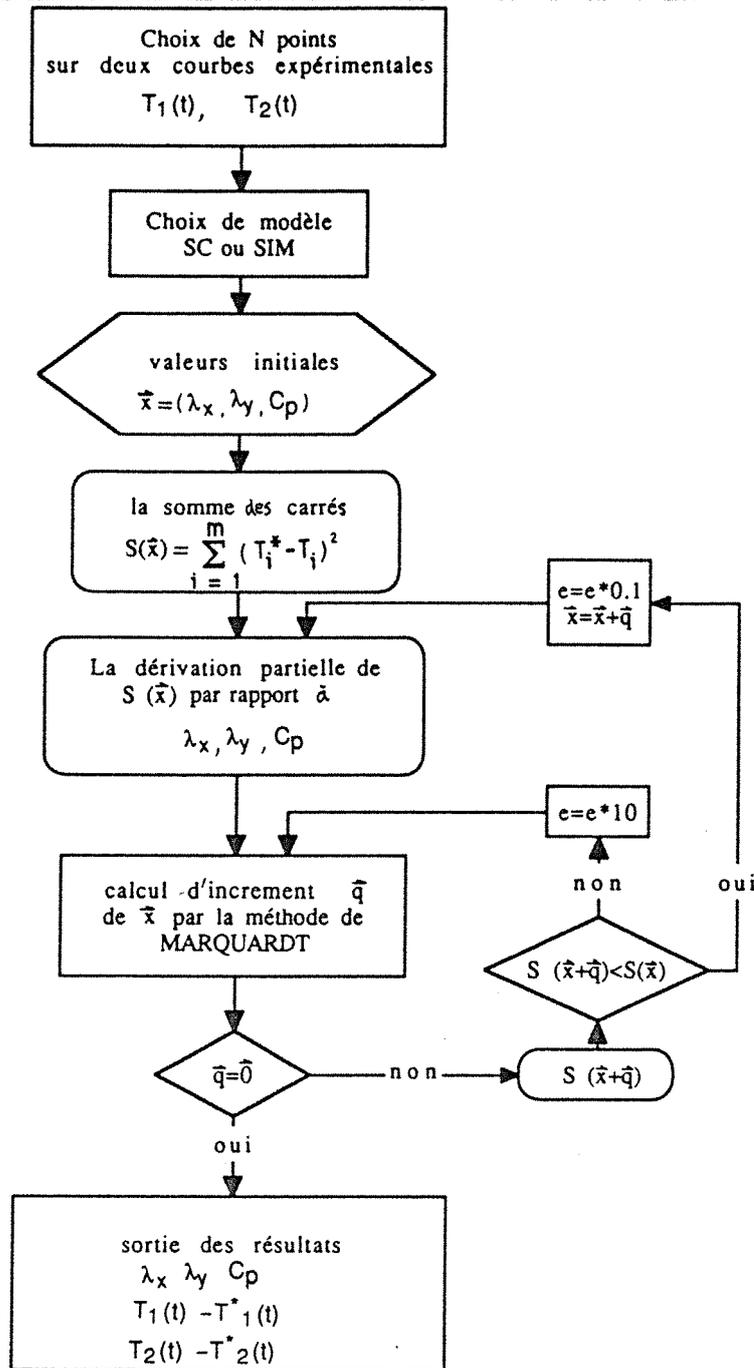
Cette différence considérable entre les deux modèles s'explique par le fait que le modèle "température/température" élimine les paramètres de flux d'entrée, donc élimine également sa "contribution" pour l'identification des inconnues. Manifestement le flux a la "contribution" la plus importante dans les modèles, parce que c'est lui qui est le moteur dans le processus de conduction de la chaleur.

### 2-3 Processus de détermination des paramètres

La figure 2-9 présente le processus de détermination des variables inconnues par le modèle SC ou SIM. La méthode de Marquardt est utilisée pour minimiser le paramètre  $S(x)$  défini par:

$$S(x) = \sum_{i=1}^m (T^* - T)^2 \quad ; \quad x = (\lambda_x, \lambda_y, C_p) \quad (2-15)$$

Suivant la définition du minimum de la fonction  $S(x)$ , la méthode de Marquardt consiste en un algorithme spécial qui recherche un point où les dérivés partielles de  $S(x)$  par rapport aux grandeurs  $\lambda_x, \lambda_y, C_p$  sont nulles.



e - paramètre de calcul T\* - température de calcul T - température de mesure

Fig. 2-9. Processus d'identification des paramètres thermiques

Les valeurs initiales des variables ne peuvent pas être choisies arbitrairement: il importe de prendre pour ces paramètres, des valeurs initiales réalistes, sinon le processus d'itération peut conduire à des impossibilités, (par exemple conductivité négative). La solution est unique quelle que soient les valeurs initiales des paramètres.

Les modèles SC convergent très lentement malgré l'élimination des calculs répétés dans la double intégration des modèles conduisant à des temps de calcul prohibitifs. En revanche le modèle de SIM converge beaucoup plus rapidement. Manifestement quand le diamètre de sonde tend vers zéro, le modèle de SC converge vers le modèle de SIM, cela peut servir pour tester les résultats numériques des modèles. La modélisation numérique montre que les paramètres thermiques à déterminer sont moins affectés par l'erreur de mesure de température si les mesures se situent sur les axes principaux de conduction thermique .

## 2-4 Analyse de la précision de mesure

Nous allons étudier trois types d'erreur qui peuvent intervenir dans les mesures:

- 1). perte thermique latérale ou axiale,
- 2). puissance thermique et capacité calorifique de la source thermique,
- 3). influence de non-linéarité des propriétés.

Parce qu'elle ne peut pas être décrite par des paramètres explicites, l'analyse quantitative des erreurs est abordée par une méthode d'analyse numérique et des mesures particulières.

### 2-4-1 Perte thermique latérale et axiale

Nous utilisons un flux d'entrée de forme échelon. Les thermogrammes aux distances  $d_1$  et  $d_2$  (figure 2-10) au bout de 150-200 secondes sont utilisés pour déterminer les paramètres thermiques; nous supposons que pendant cette période l'effet de bordure latérale ne se fait pas encore sentir. Quant à l'effet de la bordure axiale de l'échantillon, la longueur de la sonde est très largement supérieure à son diamètre, donc l'hypothèse de sonde infiniment longue reste valable dans la durée de l'essai.

Pour valider cette hypothèse, nous avons calculé les paramètres thermiques en fonction de la durée d'enregistrement de la température (figure 2-11). Pour des temps inférieurs à une centaine seconde, les résultats sont dispersés, car la variation de température est très faible. Au-delà, les résultats des mesures se stabilisent; cela signifie que la perte thermique latérale ou axiale n'a pas une influence significative. Cette durée critique est fonction de la puissance thermique dégagée par la résistance électrique, et des propriétés thermiques de l'échantillon.

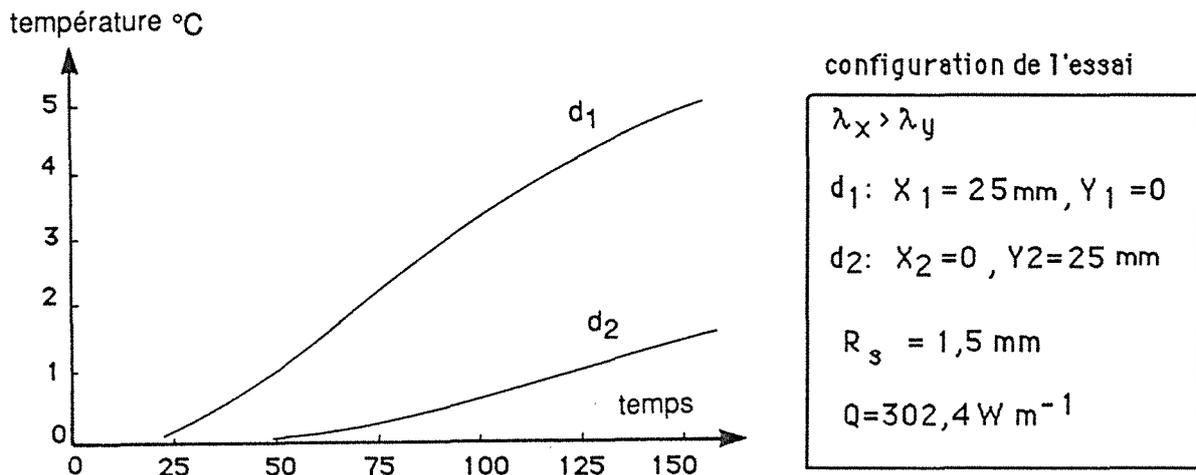


Fig. 2-10. Exemple de thermogrammes expérimentaux

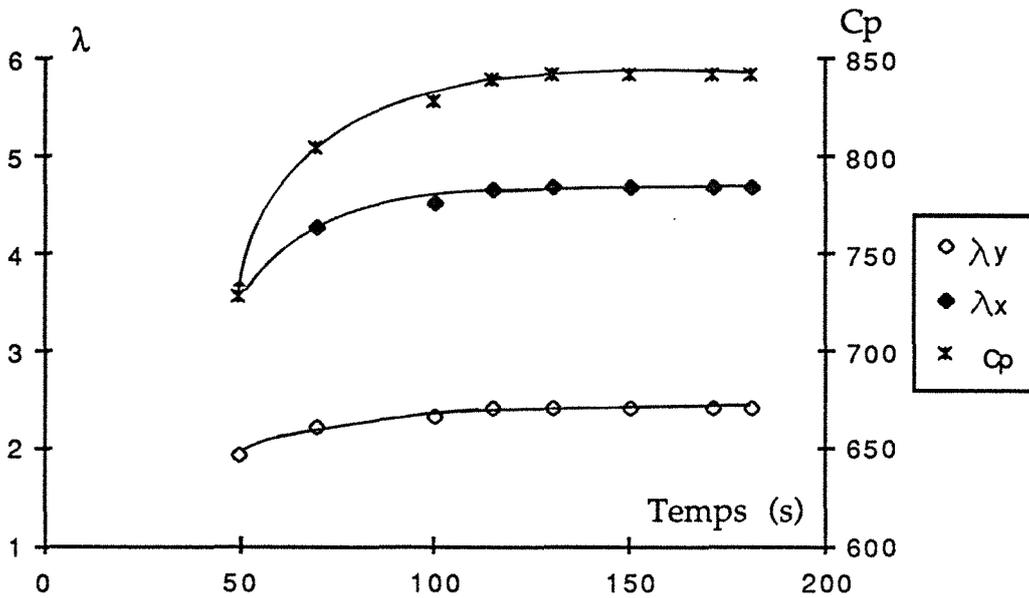


Fig. 2-11. Influence de la durée de la mesure sur la détermination des paramètres thermiques

### 2-4-2 Influence de la source thermique

#### a). Influence de la puissance thermique

La puissance thermique dégagée par la résistance chauffante a une influence sur la précision relative de la température de mesure. Une série d'essais en fonction de la puissance sont réalisés sur un échantillon à la température ambiante du laboratoire. La figure 2-13 représente les résultats des calculs pour la détermination de  $\lambda_x$ ,  $\lambda_y$  et  $C_p$ . Dans la gamme de 1 à 3,5 w/cm les mesures sont représentatives. En dessous de 1W/cm, les résultats sont affectées d'une manière importante par l'imprécision des mesures de température.

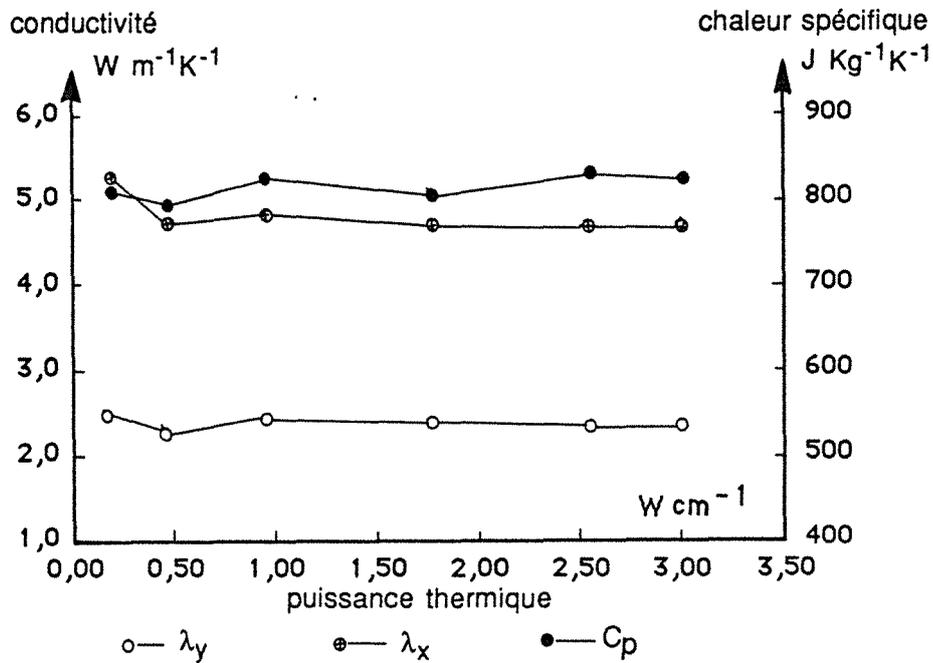


Fig. 2-13. Evolution des paramètres thermiques en fonction de la puissance thermique dégagée par la résistance chauffante

**b). Influence de la capacité calorifique de la résistance chauffante**

Nous avons supposé pour le modèle SC que la quantité de chaleur dégagée à partir de l'instant initial est une constante, et qu'elle est absorbée entièrement par le milieu. Cependant la sonde a une certaine capacité calorifique, elle prend une partie de la chaleur durant les premières secondes. Alors la quantité de la chaleur absorbée par le milieu est fonction du temps. L'évolution de la température de la résistance peut s'écrire sous forme d'une fonction exponentielle:

$$T_s = T_{max} (1 - e^{-\alpha t}) \tag{2-16}$$

où  $\alpha$  paramètre lié à la capacité calorifique de la résistance chauffante, le contact thermique sonde/milieu, etc... .

$T_{max}$  température maximale de la résistance.

La figure 2-14 illustre l'évolution de la température de la résistance en fonction du temps pour différentes valeurs  $\alpha$ .

Tenant compte de (2-16), la quantité de chaleur absorbée par le milieu se met sous la forme:

$$Q(t) = Q - T_{max} \alpha C_{ps} e^{-\alpha t} \tag{2-17}$$

$C_{ps}$  étant la capacité calorifique de la résistance. Dans notre cas elle vaut environ  $0,0273 \text{ J cm}^{-1} \text{ K}^{-1}$  (masse volumique de la sonde  $0,0455 \text{ g/cm}$ , chaleur spécifique  $0,6 \text{ J g}^{-1}\text{K}^{-1}$ ).

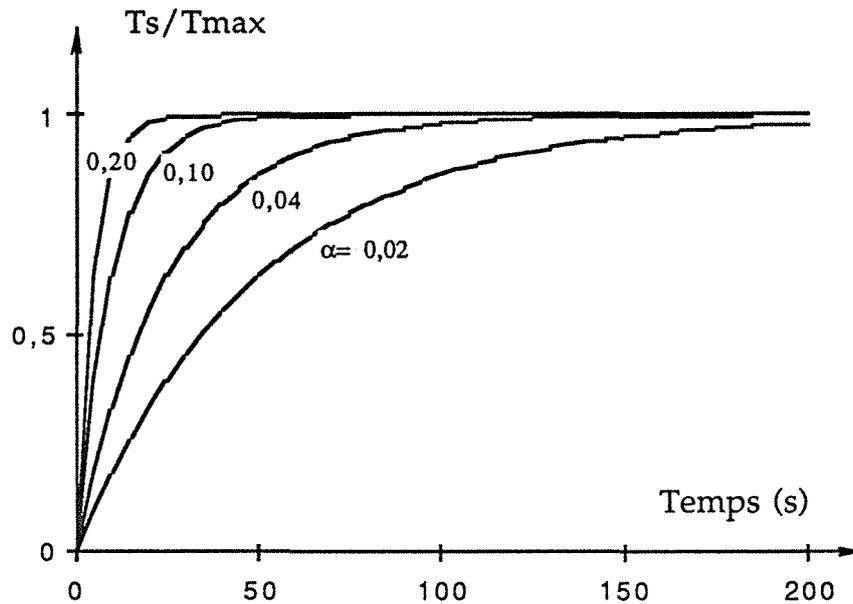


Fig. 2-14. Evolution de la température sur la résistance en fonction du temps pour différentes valeurs de  $\alpha$

Le tableau 2-1 présente les résultats d'une série de calculs des paramètres thermiques en utilisant la fonction  $Q(t)$  de l'équation (2-17). Les résultats montrent que l'influence de la capacité calorifique de la résistance est négligeable, parce qu'elle est très faible par rapport à la puissance thermique. Il suffit de quelques secondes pour chauffer la résistance de la température ambiante à plusieurs centaines de degrés.

$\alpha$	$\lambda_x$ W m <sup>-1</sup> K <sup>-1</sup>	$\lambda_y$ W m <sup>c</sup> K <sup>-1</sup>	$C_p$ J Kg <sup>-1</sup> K <sup>-1</sup>
0,00	3,000	1,500	800,000
0,02	2,959	1,494	804,627
0,04	2,942	1,486	799,274
0,06	2,957	1,489	798,595
0,08	2,971	1,492	798,774
0,10	2,981	1,495	799,161
0,12	2,989	1,496	799,425
0,14	3,000	1,500	800,049
0,16	2,994	1,498	799,158
0,18	3,000	1,500	800,062
0,20	2,999	1,500	800,300

paramètres de calcul:  
 $\lambda_x = 3,0 \text{ W m}^{-1} \text{ K}^{-1}$ ;     $\lambda_y = 1,5 \text{ W m}^{-1} \text{ K}^{-1}$ ;     $C_p = 800 \text{ J Kg}^{-1} \text{ K}^{-1}$ ;  
 $\rho = 2700 \text{ Kg m}^{-3}$ ;     $T_{\text{max}} = 400 \text{ }^\circ\text{C}$ ;     $Q = 2,5 \text{ W cm}^{-1}$ ;  
 $R_s = 0,15 \text{ cm}$ ;    Points de mesure:  $d_1 = (25, 0)$ ,  $d_2 = (0, 25)$  ( mm)

Tab. 2-1. Influence de la capacité thermique de la source

### 2-4-3 Influence de la non-linéarité des propriétés thermiques

Les résultats des essais à température ambiante élevée (partie III chapitre 1) confirment l'existence de propriétés thermiques non-linéaires; pourtant nous utilisons un modèle théorique linéaire pour les déterminer; l'ajustement des données expérimentales sur un tel modèle risque-t-il de conduire à des valeurs erronées des paramètres thermiques?.

La méthode d'ajustement s'effectue à partir des thermogrammes dont l'amplitude est de l'ordre de quelques degrés; dans cette gamme d'amplitude la variation des propriétés thermiques apparaît négligeable. Au voisinage de la résistance chauffante par contre, l'écart de températures peut atteindre plusieurs dizaines de degrés, mais dans des volumes rocheux très limités. L'éventualité de

non linéarité devient sans conséquence pour les mesures enregistrées par les thermocouples.

Dans le but de valider cette observation, une simulation numérique a été effectuée sur un code de calcul par éléments finis. Les données du calcul numérique sont issues de la configuration correspondant aux essais réalisés. En particulier, les valeurs de  $\lambda_x$ ,  $\lambda_y$  et  $C_p$  sont issues de nos essais. Le tableau 2-2 présente les températures issues de la modélisation numérique correspondant au cas linéaire et au cas non-linéaire, en fonction du temps. Les écarts de température entre les deux hypothèses de calcul (linéaire et non-linéaire) est inférieur à  $10^{-2}$  °C, valeur inférieure à la résolution numérique de nos essais.

point d'observation		P <sub>1</sub>		P <sub>2</sub>	
configuration de calcul		linéaire	non-linéaire	linéaire	non-linéaire
temps (s)	20	0,00625	0,00767	0,00481	0,00602
	40	0,11314	0,11281	0,09449	0,09454
	100	1,19199	1,18395	1,08070	1,07019
	180	2,98248	2,97901	2,79139	2,78834

coordonnées des points d'observations (mm): P<sub>1</sub>(26,7, 0), P<sub>2</sub>(0, 26,7)

**Tab. 2-2. Comparaison des températures calculées avec hypothèse linéaire et non linéaire**

Par ailleurs la qualité de l'ajustement est caractérisée par les valeur du "résidu" ( $T^* - T$ ). La figure 2-15 illustre les résidus d'un calcul. Ils ont une distribution aléatoire, dont la moyenne est de l'ordre de 0,015 °C.

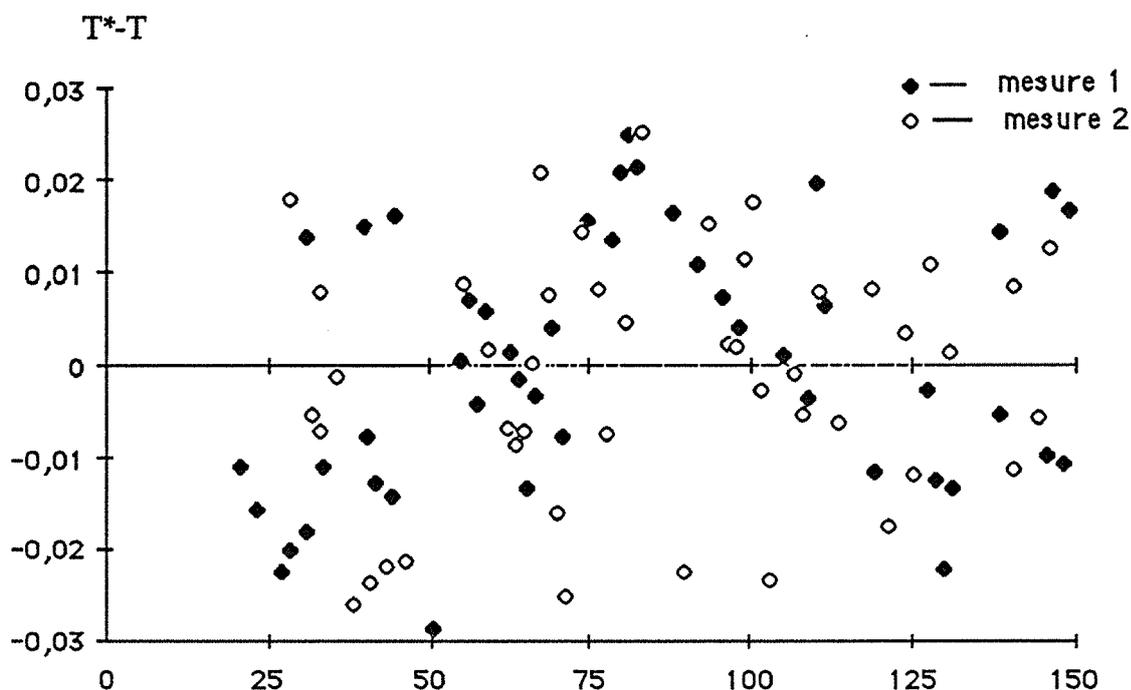


Fig. 2-15. Exemple d'évolution des résidus en fonction du temps

En tenant compte des considérations ci-dessus, nous pouvons estimer que les mesures ont une incertitude relative de l'ordre de 5%. Dans certains cas, si les roches présentent beaucoup de fissures ou sont très hétérogènes, l'incertitude peut atteindre 10 à 20%. Nous avons réalisé des essais comparatifs avec la méthode présentée dans le chapitre 1 (méthode de choc thermique axial sur une éprouvette cylindrique) (tableau 2-3). Pour le schiste de Bretagne, l'échantillon porte des traces manifestes d'altérations météoriques (présence de mousse et de fissures ouvertes coïncidant avec le plan principal d'anisotropie), SUTEAU et al 1990 [63]; les résultats de mesure par les deux méthodes présentent des écarts non négligeables. Par contre pour le schiste d'Angers et le granite du Limousin les résultats sont cohérents, parce que les blocs sont relativement sains.

Méthode de mesure	Méthode de choc thermique cylindrique			Méthode de choc thermique axial		
	$\lambda_x$ Wm <sup>-1</sup> K <sup>-1</sup>	$\lambda_y$ Wm <sup>-1</sup> K <sup>-1</sup>	$\lambda_z$ Wm <sup>-1</sup> K <sup>-1</sup>	$\lambda_x$ Wm <sup>-1</sup> K <sup>-1</sup>	$\lambda_y$ Wm <sup>-1</sup> K <sup>-1</sup>	$\lambda_z$ Wm <sup>-1</sup> K <sup>-1</sup>
schiste de Bretagne	4,11		1,32	3,72		1,49
schiste d'Angers	5,23	4,96	1,35	5,20	4,94	1,41
granite du Limousin	3,20	3,30	3,10	3,30	3,20	3,57

Tab. 2-3. Comparaison des résultats de deux méthodes

## 2-5 Résultats

Plusieurs blocs de roche sont testés, dont quatre schistes et un granite. Le tableau 4 précise les résultats des essais effectués sur les échantillons à température ambiante (environ 20 °C); les puissances thermiques sont comprises entre de 2 et 3 W/cm. La dispersion des résultats est comprise entre 2% et 6% ( $2\sigma/m$ ).

échantillon	$\lambda_x$		$\lambda_y$		$C_p$	
	$Wm^{-1}K^{-1}$		$Wm^{-1}K^{-1}$		$JKg^{-1}K^{-1}$	
	m	$\sigma$	m	$\sigma$	m	$\sigma$
1	4,82	0,05	2,30	0,04	821,3	17,3
2	3,31	0,04	1,86	0,05	709,4	19,3
3	3,64	0,11	1,75	0,03	848,0	16,4
4	4,37	0,14	1,51	0,07	787,2	11,9
5	3,34	0,03	3,21	0,07	834,1	17,9

Tab. 2-4. Résultats de mesure des paramètres thermiques à température ambiante

Nous constatons que les anisotropies thermiques sont très marquées pour les schistes. Par exemple, le rapport de conductivité  $\lambda_x/\lambda_y$  est de l'ordre de 3 pour le schiste ardoisier d'Angers. Cette anisotropie thermique est évidemment liée à la microstructure de la roche: la conduction thermique s'effectue préférentiellement suivant le plan de schistosité où le flux thermique rencontre davantage de "ponts thermiques".

Nous étudierons plus particulièrement les résultats des essais sur des échantillons à température élevée, en pression, et avec certaines teneurs en eau dans la partie III.

## 2-6 Synthèse

La méthode de choc thermique cylindrique peut être utilisée pour déterminer les paramètres de conduction thermique des roches anisotropes.

Les deux conductivités principales peuvent être mesurées par un essai sur un même bloc, ce qui permet d'avoir des résultats bien représentatifs. Cette méthode permet également d'effectuer des mesures à température élevée et sous pression de confinement.

Les essais effectués sur des roches schisteuses font apparaître une différence importante de conduction thermique entre les directions parallèle et perpendiculaire au plan principal de schistosité.

## CONCLUSION DE LA PARTIE II

La méthode du choc thermique axiale et celle du choc thermique bidimensionnel, telles qu'elles ont été décrites et mises en oeuvre, permettent de déterminer les paramètres thermiques d'une roche anisotrope.

Les analyses des sources d'erreur (sur la mesure de température, le positionnement, la capacité thermique de la source, la non-linéarité des propriétés thermiques ... etc) font apparaître que la dispersion de mesure est comprise entre 5 et 10 %.

Par la méthode du choc thermique bidimensionnel, il nous est possible de déterminer les deux conductivités principales par un essai sur un même bloc, ce qui permet d'avoir des résultats représentatifs. Cette méthode permet d'effectuer des essais à température élevée et sous pression de confinement.

Les résultats obtenus sur quelques types de roches anisotropes font apparaître une différence importante de la conductivité thermique entre les directions parallèle et perpendiculaire à la schistosité.

## **PARTIE III**

# **APPLICATION ET RESULTATS**

- Chapitre 1: Evolution des propriétés thermiques des roches anisotropes avec la température
- Chapitre 2: Variation des conductivités en fonction de la pression
- Chapitre 3: Influence de la teneur en eau sur les paramètres thermiques
- Chapitre 4: Calculs thermomécaniques comparatifs d'une galerie circulaire dans un gisement anisotrope

## INTRODUCTION

Mettant en oeuvre les méthodes décrites seconde partie du mémoire, nous avons réalisé sur plusieurs types de roches anisotropes des mesure des propriétés thermiques dans diverses conditions de température, pression et teneur en eau. Ces déterminations spécifiques permettent d'obtenir des résultats dans des conditions reproduisant celle du site.

- **Température.** Plusieurs auteurs ont montré que la conductivité thermique des roches, comme celle des solides en général, décroît quand la température augment, (BEREST, 1988 [5]; MISSNARD 1965 [46]; HEUZE 1983, [30]). En général, l'élévation de température entraîne une ouverture des fissures qui constituent une résistance au passage du flux de chaleur. A température élevée, la modification du mouvement des particules impliquées dans le transfert de chaleur joue également un rôle dans le décroissance de la conductivité thermique,(ISSI 1981 [34]).

- **Pression.** La variation de la conductivité sous pression peut être en liaison avec la fissuration. ABEY et all 1982 [1] montrent que la distribution de la porosité de certaines roches est modifiée même sous des pressions relativement faibles. La conductivité augmente avec la pression lorsque cette dernière contribue à refermer les fissures; inversement, elle diminue lorsque la pression provoque des fissures. Pour les roches anisotropes, l'effet de la pression diffère dans les directions parallèle et perpendiculaire à la schistosité.

- **Teneur en eau.** Les mouvements de l'eau interstitielle provoquent une variation directe de la teneur en vides: la conductivité thermique et la chaleur spécifique varient donc avec la teneur en eau. (La variation des conductivités dans des roches anisotropes avec la teneur en eau permet d'étudier certaines caractéristiques dimensionnelles des pores).

L'objectif de cette troisième partie est de mettre en évidence la variation des conductivités principales de quelques roches anisotropes en fonction de la

température, la pression et la teneur en eau. Les paramètres mécaniques et physiques des échantillons sont également présentés afin d'analyser leurs corrélations avec les conductivités thermiques. Enfin nous présenterons une série de calculs thermomécaniques comparatifs qui permettent d'étudier les effets de l'anisotropie thermique et de l'anisotropie mécanique, sur la redistribution des contraintes du voisinage de cavités souterraines.

## Chapitre 1

# EVOLUTION DES PROPRIETES THERMIQUES DES ROCHES ANISOTROPES AVEC LA TEMPERATURE

- 1-1. Rappels de la théorie de la conductivité thermique en fonction de la température
- 1-2. Conductivités thermiques des roches anisotropes en fonction de la température ambiante
- 1-3. Conductivités thermiques en fonction de la température de préfissuration
- 1-4. Synthèse

---

L'objectif du chapitre est de présenter les résultats des nos essais thermiques à température du laboratoire ( $\approx 20^{\circ}\text{C}$ ) ainsi qu'à température ambiante élevée (jusqu'à  $250^{\circ}\text{C}$ ), et d'analyser les résultats.

L'étude des variation de conductivités thermiques avec la température est d'un triple intérêt: Il s'agit en priorité de mettre en évidence les modifications des propriétés thermiques que l'élévation de la température a apportées à la roche; ensuite d'étudier les corrélations entre les différents paramètres mécaniques et physiques avec les propriétés thermiques; enfin d'établir des relations entre les conductivités thermiques des roches et la température.

## 1-1 Rappel de la théorie de la conductivité thermique en fonction de la température

En physique quantique, le transfert de la chaleur se fait par interaction de phonons et électrons. La figure 1-1 (ISSI 1981 [34]) fournit un exemple d'enregistrement en fonction de la température de la conductivité thermique du cuivre et du diamant. Du point de vue de la structure électronique, le cuivre est un des meilleurs conducteurs électriques, car il contient une grande densité d'électrons libres. Le diamant est par contre un isolant électrique, il ne possède pas d'électrons libres, mais il est un des meilleurs conducteurs thermiques; c'est à partir de ce constat qu'on interprète la conductivité thermique exclusivement par les particules phoniques pour le diamant et les particules électronique et phoniques pour le cuivre.

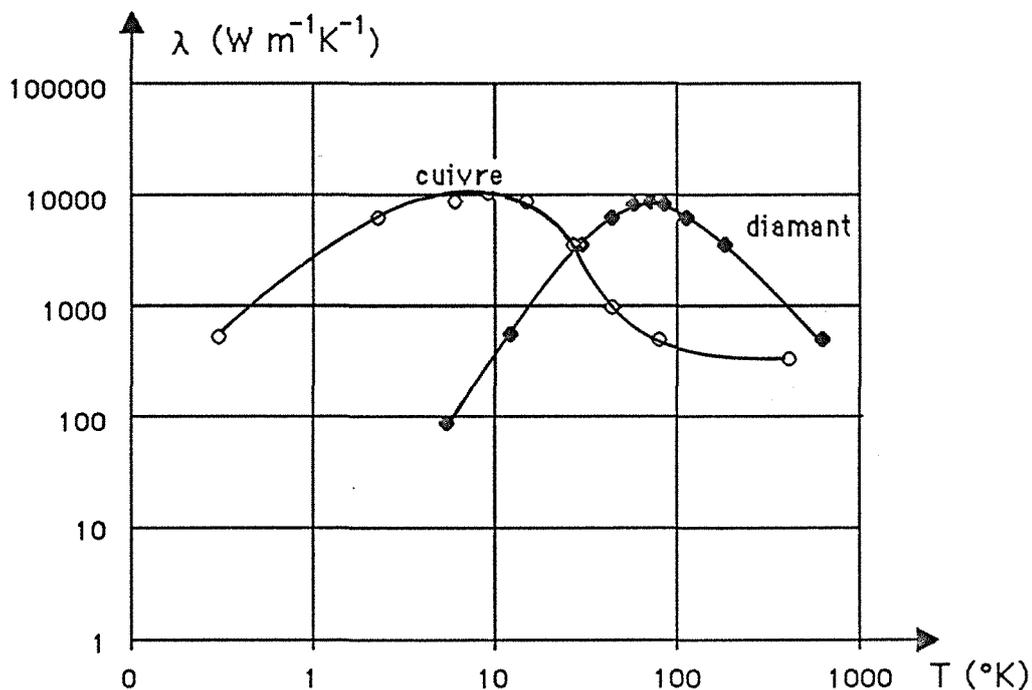


Fig. 1-1. Conductivité thermique en fonction de la température pour le cuivre et le diamant (J.P. ISSI 1981)

D'après le même auteur, la décroissance de la conductivité avec la température (à partir certaines températures) peut être due à l'augmentation du nombre des phonons d'énergie élevée qui gênent les parcours des électrons, ainsi que le nombre de processus <<umklapp>>, c'est-à-dire de particules phoniques résultants s'opposant au flux thermique (figure 1-2).

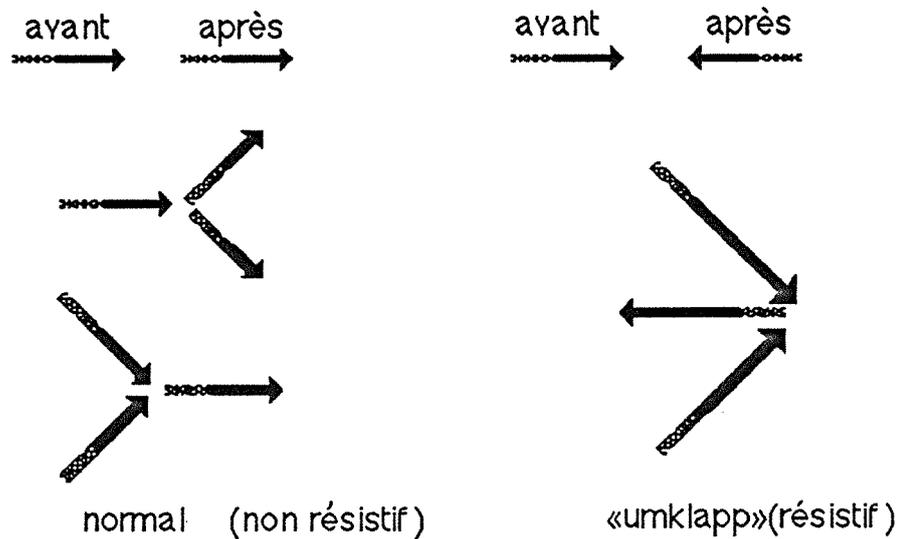


Fig. 1-2. Principe de l'interaction phonon-phonon, (J.P. ISSI 1981).

Pour les roches anisotropes, la réflexion d'une partie des particules électroniques et phoniques aux interfaces des minéraux qui ont une direction préférentielle est une des causes principales de l'anisotropie thermique.

### 1-2 Conductivités thermiques des roches anisotropes en fonction de la température ambiante

Présentons tout d'abord, dans le tableau ci-dessous, les principaux paramètres des échantillons sur lesquels ont portés nos essais.

### 1-2-1 Présentation des échantillons et des résultats des essais thermiques

N° de paramètres ->		1	2	3	4	5	6	7	8
N°	échantillon	$\rho$ Kg m <sup>-3</sup>	w %	V <sub>x</sub> m S <sup>-1</sup>	V <sub>z</sub> m S <sup>-1</sup>	E <sub>x</sub> MPa	E <sub>z</sub> MPa	R <sub>x</sub> MPa	R <sub>z</sub> MPa
1	S. Cévennes 1	2670	1,40	5300	2800	34400	31700	110	196
2	S. Cévennes 2	2640	6,70	6000	3100	41300	27600	73	140
3	S. de Bretagne	2646	5,76	6769	1630	28366	6206	20	45
4	S. d'Angers 1	2920	1,42	6646	3500	30000	24700	68	247
5	S. d'Angers 2	2890	2,62	7531	4470	67100	31450	118	171
6	S. d'Angers 3	2890	2,62	7214	4470	45450	31400	71	171
7	G. Limousin 1	2630	1,42	4973	4833	48900	47500	148	162
8	G. Limousin 2	2630	1,42	4833	5110	47500	47600	162	143

\* S. : schiste G. : granite

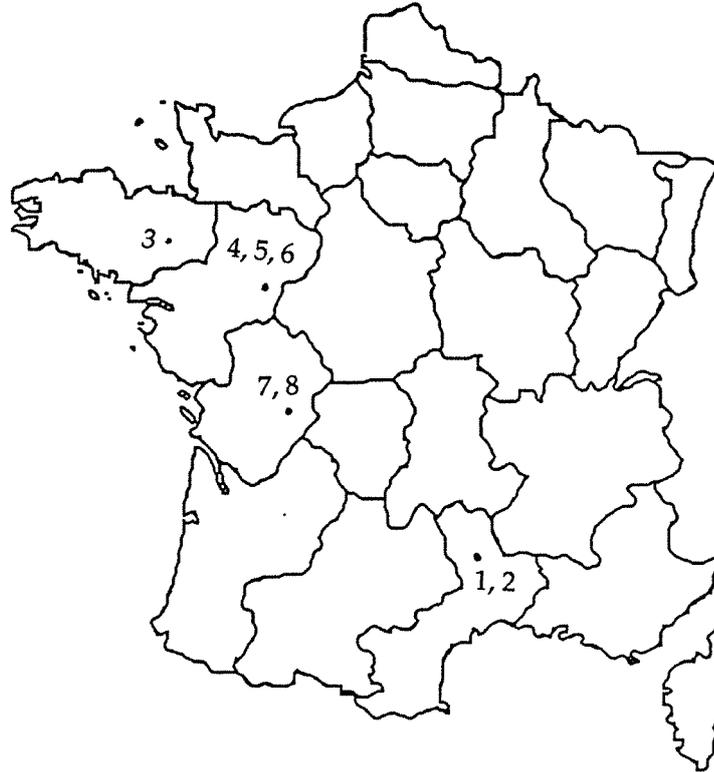
Tab. 1-1. Principaux paramètres géomécaniques

Le tableau 1-1 introduit les paramètres physiques et mécaniques des échantillons déterminés sur les échantillons témoins; l'identification des paramètres figure ci-dessous:

Numéro de paramètre	Identification
1	$\rho$ : masse volumique
2	$\omega$ : porosité totale mesurée au pyconomètre à hélium
3, 4	V <sub>x</sub> , V <sub>z</sub> : célérité des ondes
5, 6	E <sub>x</sub> , E <sub>z</sub> : module d'élasticité
7, 8	R <sub>x</sub> , R <sub>z</sub> : résistance à la compression simple

Pour les schistes, "x" désigne la direction parallèle à la schistosité, et "z" perpendiculaire à la schistosité.

Les zones de prélèvement figurent sur la carte ci-jointe.



1, 2 : Cévennes, 3 : Bretagne,  
4, 5, 6 : Angers 7, 8 : Limousin

Fig. 1-3. Provenance des échantillons

Le tableau 1-2 présente les résultats des essais thermiques:

- à température ambiante ( $\approx 20\text{ }^{\circ}\text{C}$ ),
- à température élevée ( $250\text{ }^{\circ}\text{C}$ ),
- à l'ambiante après le refroidissement.

Numéro de paramètre	Identification
9, 10, 11, 12	$\lambda_x, \lambda_z$ : conductivités thermiques à 20 et à 250 °C
13, 14	$V_{xrf}, V_{zrf}$ : célérité des ondes après refroidissement
15, 16	$\lambda_{xrf}, \lambda_{zrf}$ : conductivités thermiques après refroidissement

N° de paramètres ->		9	10	11	12	13	14	15	16
N°	échantillon	$\lambda_x$ à 20 °C	$\lambda_z$ à 20 °C	$\lambda_x$ à 250 °C	$\lambda_z$ à 250 °C	V <sub>xrf</sub> refroi.	V <sub>zrf</sub> refroi.	$\lambda_{xrf}$ refroi.	$\lambda_{zrf}$ refroi.
1	S. Cévennes 1	3,22	1,85	2,56	1,63	5100	2420	3,02	1,76
2	S. Cévennes 2	3,46	1,72	2,95	1,45	5900	2420	3,21	1,61
3	S. de Bretagne	4,29	1,35	3,47	0,97	6320	1500	3,84	1,12
4	S. d'Angers 1	4,68	1,54	3,49	1,42	6646	3465	4,49	1,49
5	S. d'Angers 2	5,52	1,46	4,22	1,26	7531	4250	5,22	1,35
6	S. d'Angers 3	4,96	1,46	4,05	1,26	7214	4250	4,81	1,35
7	G. Limousin 1	3,42	3,24	2,78	2,70	3468	3323	3,25	3,12
8	G. Limousin 2	3,24	3,22	2,70	2,50	3323	3765	2,95	2,62

Tab. 1-2. Résultats des essais thermiques des roches anisotropes

Les corrélations entre les paramètres géomécaniques du tableau 1-1 et les paramètres thermiques du tableau 1-2 figurent dans le tableau ci-dessous (tableau 1-3).

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
1	1,00															
2	0,20	1,00														
3	0,77	0,32	1,00													
4	0,30	0,59	0,13	1,00												
5	0,23	0,28	0,16	0,75	1,00											
6	0,16	0,65	0,62	0,84	0,54	1,00										
7	0,20	0,68	0,61	0,76	0,62	0,94	1,00									
8	0,54	0,55	0,08	0,50	0,12	0,47	0,43	1,00								
9	0,88	0,04	0,94	0,12	0,27	0,41	0,41	0,08	1,00							
10	0,56	0,49	0,86	0,53	0,23	0,83	0,79	0,09	0,67	1,00						
11	0,89	0,09	0,94	0,13	0,25	0,41	0,43	0,12	0,99	0,67	1,00					
12	0,49	0,55	0,85	0,59	0,24	0,88	0,84	0,23	0,65	0,99	0,65	1,00				
13	0,76	0,37	0,97	0,22	0,05	0,66	0,64	0,02	0,86	0,94	0,87	0,91	1,00			
14	0,04	0,58	0,54	0,66	0,17	0,76	0,67	0,64	0,28	0,72	0,23	0,77	0,58	1,00		
15	0,90	0,01	0,91	0,19	0,36	0,34	0,30	0,17	0,98	0,63	0,98	0,60	0,84	0,22	1,00	
16	0,52	0,51	0,85	0,56	0,23	0,84	0,81	0,17	0,66	0,98	0,66	0,99	0,91	0,71	0,60	1,00

Tab. 1-3. Coefficients de corrélations entre paramètres physiques, mécaniques, thermiques

Concernant plus particulièrement les corrélations entre les paramètres indicatifs de l'anisotropie, les résultats sont présentés dans les tableaux 1-4 et 1-5.

N°	Coefficient d'anisotropie	Identification des échantillons							
		1	2	3	4	5	6	7	8
1	$V_x / V_z$ à 20 °C	1,89	1,94	4,15	1,90	1,68	1,61	1,01	1,09
2	$E_x / E_z$	1,09	1,50	4,57	1,21	2,13	1,45	1,03	1,00
3	$R_x / R_z$	0,56	0,54	0,44	0,28	0,69	0,42	0,91	0,88
4	$\lambda_x / \lambda_z$ à 20 °C	1,74	2,01	3,18	3,04	3,58	3,40	1,06	1,01
5	$\lambda_x / \lambda_z$ à 250 °C	1,57	2,03	3,58	2,77	3,35	3,21	1,03	1,08
6	$\lambda_{xrf} / \lambda_{zrf}$	1,72	1,99	3,43	3,01	3,85	3,33	1,04	1,13
7	$V_{xrf} / V_{zrf}$	2,11	2,44	3,81	1,92	3,06	2,93	1,04	0,88

Tab. 1- 4. Anisotropies des paramètres thermique, mécaniques, et physiques

N°	1	2	3	4	5	6	7
1	1,0000						
2	0,9290	1,0000					
3	0,5380	0,3018	1,0000				
4	0,4934	0,5161	0,7090	1,0000			
5	0,6382	0,6744	0,6884	0,9783	1,0000		
6	0,5278	0,5771	0,6510	0,9933	0,9847	1,0000	
7	0,7786	0,7860	0,6055	0,8396	0,9031	0,8545	1,0000

(les numéros des paramètres sont désignés dans le tableau 1-4)

Tab. 1-5. Coefficients de corrélation des anisotropies des paramètres

Malgré la limitation du nombre des échantillons et du nombre des essais, nous considérons que l'analyse statistique peut donner des indications significatives.

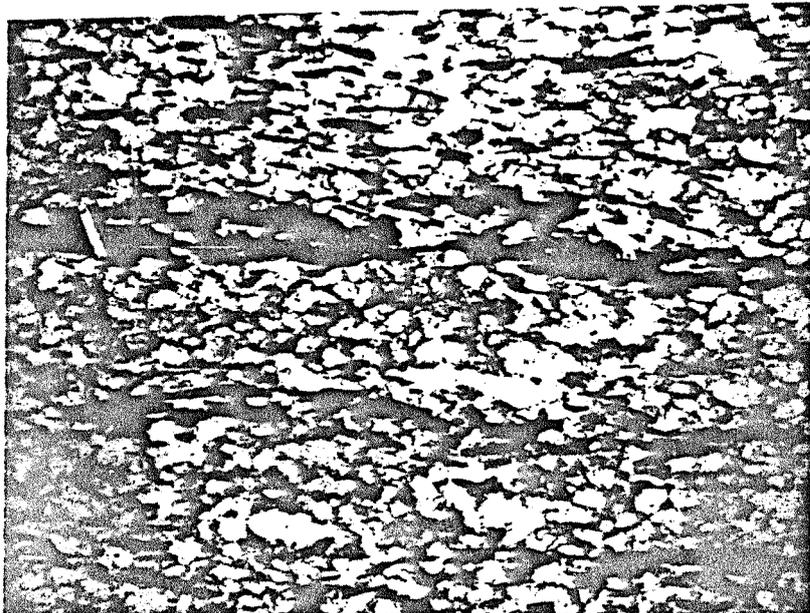
## 1-2-2 Conductivités à température ambiante

### a). Anisotropie thermique

Des tableaux 1-2 et 1-4, nous constatons que l'anisotropie thermique est beaucoup plus marquée que celle de la célérité des ondes, et que celle du module d'élasticité. Les schistes d'Angers et de Bretagne ont une anisotropie thermique plus importante que celle des schistes des Cévennes: le rapport  $\lambda_x/\lambda_z$  ( degré d'anisotropie ) est de l'ordre de 3.

Schiste des Cévennes  
(Collet de Dèze)

100  $\mu$   
└───┘



Schiste d'Angers

100  $\mu$   
└───┘

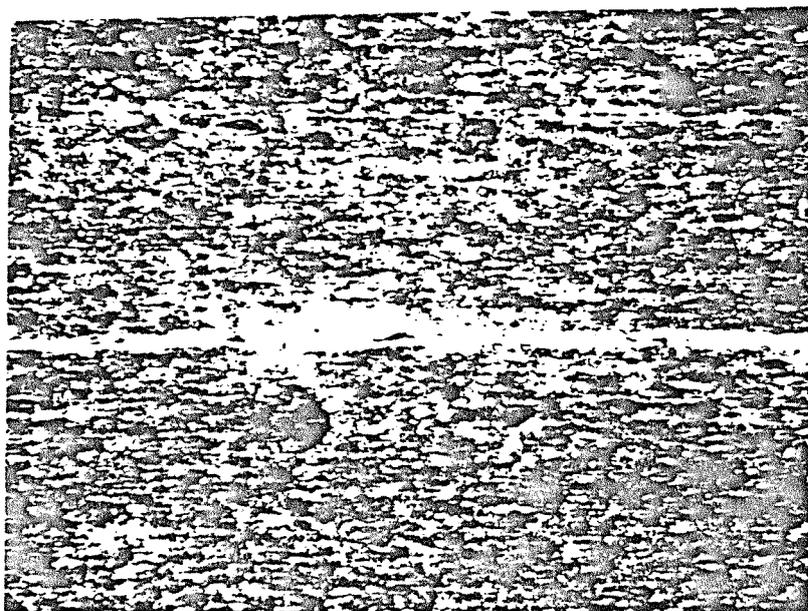


Fig. 1-4. Vue en lame mince des échantillons de schiste  
(en lumière polarisée)

La texture des schistes (distributions dimensionnelles, orientation des minéraux) joue un rôle dominant dans l'anisotropie thermique. La figure 1-4 représente les photos vues en lame mince; nous constatons que plus les minéraux sont alignés plus l'anisotropie thermique se manifeste, (schiste d'Angers, par exemple). De même l'anisotropie thermique est d'autant plus marquée que la dimension des minéraux est petite et sa distribution homogène, (schiste d'Angers).

L'anisotropie de conductivité thermique ne présente pas de corrélation significative avec celles des paramètres mécaniques (la célérité des ondes, le module d'élasticité, la résistance à la compression simple). Ceci peut être expliqué simplement par le fait que les significations physiques des paramètres sont différentes; la structure anisotrope se reflète donc différemment sur les paramètres.

Les anisotropies du module d'élasticité et de la célérité des ondes sont très bien corrélées (ce résultat est classique). Quant à la résistance en compression simple, elle apparaît mal corrélée aux autres paramètres.

#### **b). Relation entre la conductivité, la célérité des ondes et la compressibilité**

Les conductivités thermiques dans la direction parallèle à la schistosité sont très bien corrélées avec les célérités des ondes dans la même direction ( $r_{3,9} > 0,94$ ), par contre dans la direction perpendiculaire, une telle relation n'apparaît pas clairement. Ceci peut être dû à l'effet de la porosité qui joue un rôle différent pour la conductivité et la célérité des ondes.

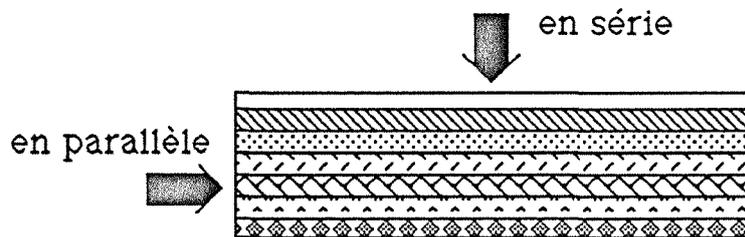
La relation entre la conductivité et la compressibilité dans la direction perpendiculaire est remarquable ( $r_{6,10} = 0,83$ ), ce sont manifestement les fissures et les pores ayant une orientation préférentielle dans cette direction qui établissent la relation entre ces deux paramètres. Dans l'autre direction, le défaut de telle relation est peut-être aussi dû à une influence différente des fissures et des pores sur ces deux paramètres.

La célérité des ondes dans la direction parallèle n'a pas de corrélation significative avec le module d'élasticité ( $r_{3,5} = 0,16$ ), mais cette corrélation existe dans l'autre direction ( $r_{4,6} = 0,84$ ).

c). Interprétation à partir de l'analogie électrique

Considérons un milieu anisotrope contenant une porosité  $n$ ; en nous référant au modèle d'analogie électrique (en série et en parallèle, figure 1-5), les grandeurs équivalentes de la conductivité thermique, de la célérité des ondes et du module d'élasticité peuvent être établies.

La comparaison des "lois de mélange" illustrées dans la figure 1-5, et appliquée à la conductivité thermique, à la célérité des ondes et au module d'élasticité, nous montre que pour une structure anisotrope, l'influence de la teneur en vides se manifeste différemment: Plus il y a de vides dans le milieu anisotrope, moins les corrélations entre paramètres apparents dans le sens parallèle sont bonnes; par contre, dans le sens perpendiculaire, cet écart n'est pas sensible.



	en série	en parallèle
conductivité	$\lambda = \frac{1}{\frac{n}{\lambda_a} + \frac{1-n}{\lambda_s}}$	$\lambda = n \lambda_a + (1-n) \lambda_s$
célérité	$V = \frac{1}{\frac{n}{V_a} + \frac{1-n}{V_s}}$	$V = V_s$
module	$E = \frac{1}{\frac{n}{E_a} + \frac{1-n}{E_s}}$	$E = n E_a + (1-n) E_s$

indice: a - aire, s - solide.

Fig. 1-5. "L'analogie électrique" appliquée à la conductivité thermique, à la célérité des ondes et au module d'élasticité

Comparant ces résultats avec ceux d'autres matériaux, (cuivre, acier, céramique etc...), nous constatons qu'il n'existe pas en effet de relation entre le module d'élasticité et la conductivité; cela confirme que dans les schistes la présence de la corrélation entre la conductivité et le module dans la direction perpendiculaire est due à l'existence de discontinuités de la structure. Il s'agit simplement d'une relation phénoménologique, il n'existe pas en fait de relation physique fondamentale entre les deux paramètres.

### 1-2-3 Conductivités thermiques à température élevée

#### a). Courbes conductivités-températures

Les figures 1-6-a à 1-6-e illustrent l'évolution des conductivités en fonction de la température.

Les courbes ont des tendances analogues; les conductivités thermiques décroissent au fur et à mesure de l'élévation de la température ambiante. Dans cette gamme de températures (<250 °C), nous pouvons légitimement considérer que la relation de la conductivité thermique avec la température est linéaire. Plus les conductivités thermiques sont élevées à la basse température, plus rapides sont ses décroissances.

La vitesse de décroissance de la conductivité dans la direction parallèle à la schistosité est de l'ordre de  $-5$  à  $-3 \times 10^{-3} \text{ W m}^{-1}\text{K}^{-2}$ , valeur toujours supérieure à celle dans l'autre direction, ( $-3$  à  $-0,5 \times 10^{-3} \text{ W m}^{-1}\text{K}^{-2}$ ).

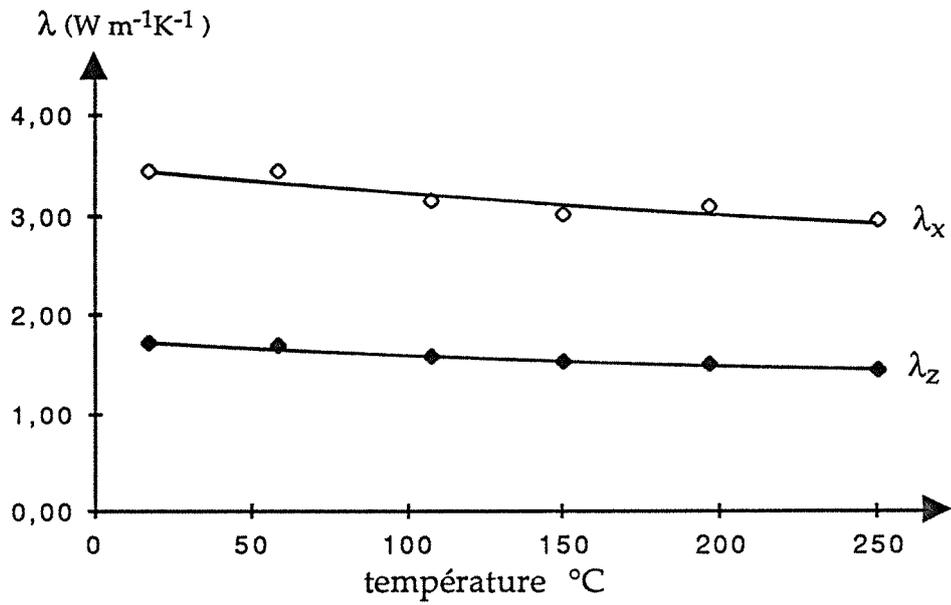


Fig. 1-6-a. Schiste de Collet de Dèze (éch. Cevennes N°1):  
évolution des conductivités en fonction de la température

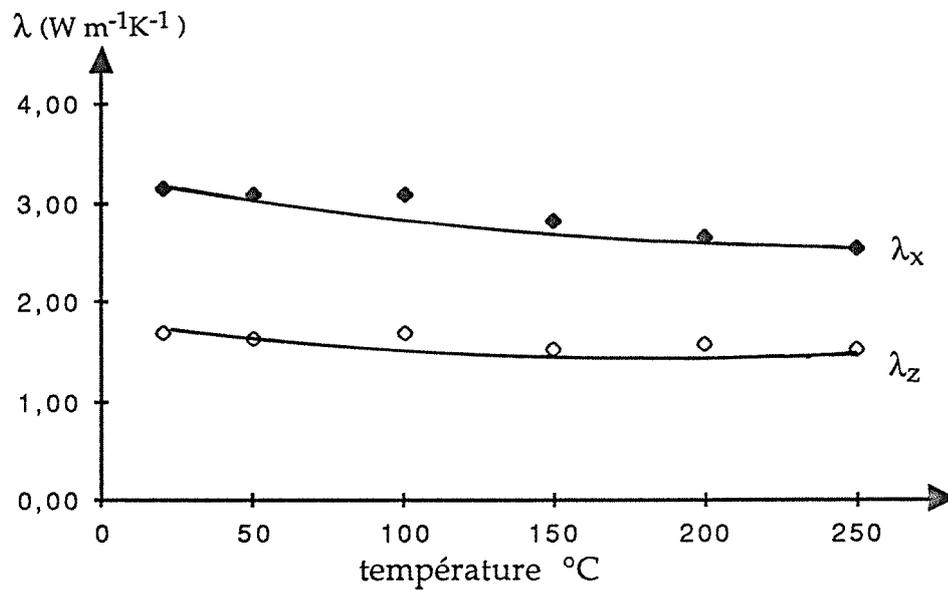


Fig. 1-6-b. Schiste de St. André de Valbogne (éch. Cevennes N°2):  
évolution des conductivités en fonction de la température

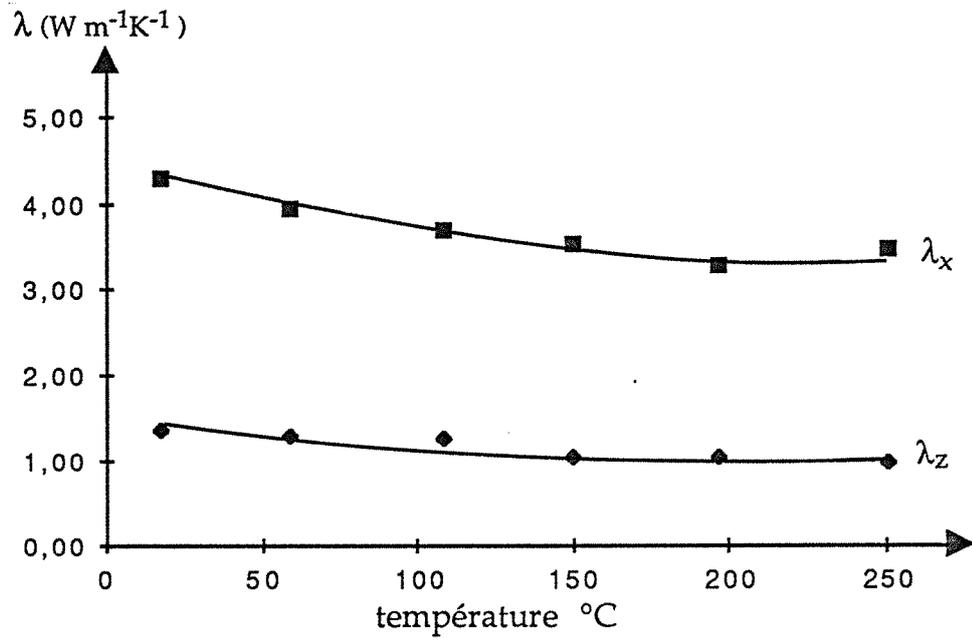


Fig. 1-6-c. Schiste de Bretagne: évolution des conductivités en fonction de la température

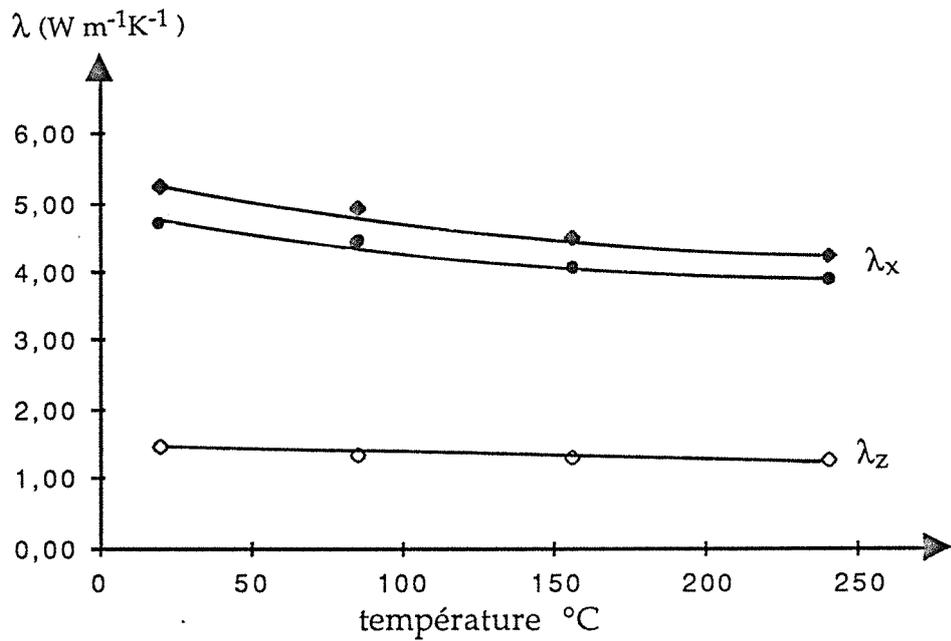


Fig. 1-6-d. Schiste d'Angers: évolution des conductivités en fonction de la température

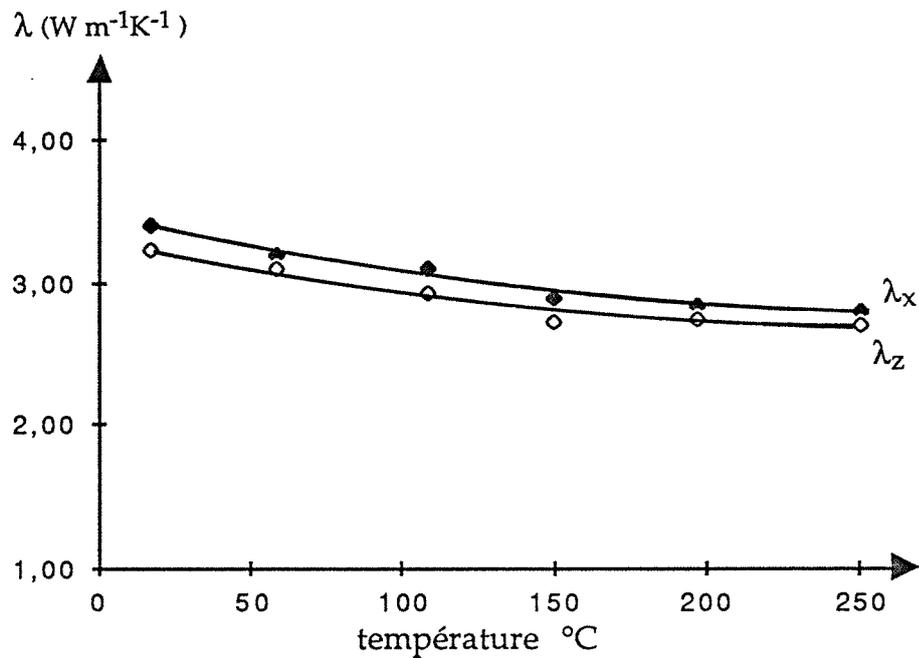


Fig. 1-6-e. Granite du Limousin: évolution des conductivités en fonction de la température

Fig. 1-6. Evolution des conductivités thermiques en fonction de la température

b). "Coefficients de température" des conductivités thermiques

Apparu dans plusieurs publications (DIETZ 1976 [21] et 1977 [22]), le coefficient de température exprime la variation de conductivité thermique par rapport à la variation de température et la conductivité initiale; il est défini par:

$$\phi_T = \frac{1}{\lambda_0} \frac{\Delta\lambda}{\Delta T} \quad (1-1)$$

Le tableau 1-6 présente les coefficients de température à partir de nos essais thermiques et des données apparues chez HEUZE 1983 [30].

Il est remarquable de noter que, dans la direction parallèle à la schistosité, ce coefficient varie peu pour une gamme étendue des roches (-9 à  $-6,5 \times 10^{-4} \text{ K}^{-1}$ ); par contre, dans la direction perpendiculaire, il est fortement variable, ( $-12$  à  $-3,5 \times 10^{-4} \text{ K}^{-1}$ ). Les résultats confirment que dans les roches anisotropes les fissurations thermiques affectent de manière importante la conductivité perpendiculaire, mais peu la conductivité parallèle.

Coefficient de température * $-10^{-4}$ K <sup>-1</sup>										
Echan.		1	2	3	4	5	6	7	8	ref 1
direc.	//	8,9	6,4	8,3	6,9	8,3	8,0	8,1	7,2	9,3 à 10,3
	⊥	5,2	6,8	12,2	3,4	6,0	6,0	7,2	9,7	

ref1: HEUZE 1983 [30]

Tab. 1-6. Coefficients de température de la conductivité thermique

c). Conductivité et fissuration

Pour les schistes, le développement des fissures thermiques, dont témoigne la célérité des ondes mesurée après refroidissement, est faible (tableau 1-2,  $V_x$  et  $V_{xrf}$ ). Par exemple pour le schiste ardoisier d'Angers, dans la direction parallèle à la schistosité, la célérité des ondes reste pratiquement inchangée, et dans l'autre direction elle baisse de 4 à 5 % seulement (tableau 1-2). La conductivité thermique  $\lambda_{rf}$ , après le refroidissement, a également une faible variation, inférieure à 8%. Mais à température 250 °C, la conductivité a baissé significativement, d'environ 20% dans le plan parallèle à la schistosité; et de 14% dans le plan perpendiculaire.

La figure 1-7 illustre l'évolution de la vitesse des ondes et la conductivité thermique en fonction de la température pour le schiste d'Angers. L'influence de la température affecte différemment les schistes et le granite (tableau 1-2).

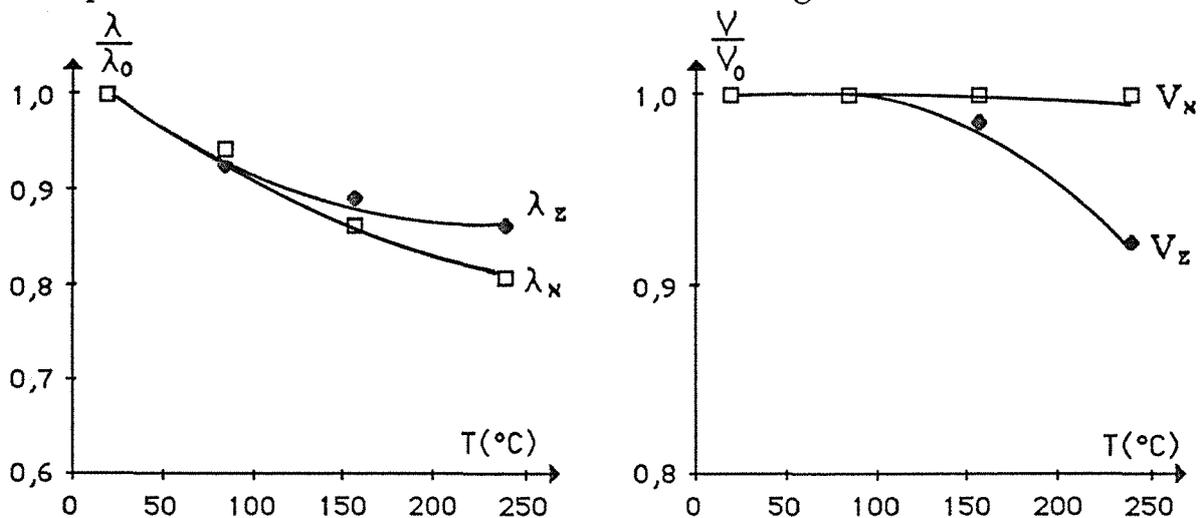


Fig. 1-7. Variation des conductivités ( $\lambda/\lambda_0$ ) et des célérités des ondes ( $V/V_0$ ) en fonction de la température pour le schiste d'Angers

L'insensibilité de la fissuration à la température de certains schistes peut être liée, notamment, à la taille des minéraux constitutifs: Les tailles des minéraux peuvent avoir une influence importante dans le développement des fissurations thermiques. En comparant des schistes différents au moyen de lames minces, nous constatons que le schiste d'Angers présente les plaques minérales les plus fines. Donc la dilatation différentielle entre les minéraux est si faible dans le plan parallèle à la schistosité, que les contraintes provoquées dans ce plan ne suffisent pas à entraîner de nouvelles fissurations.

Ceci peut expliquer également pourquoi le granite du Limousin, dont les dimensions des grains sont de l'ordre 0,5 cm, présente des fissurations thermiques beaucoup plus élevées. Sa célérité des ondes a baissé 30% après le refroidissement de 250°C (tableau 1-2). La variation en fonction de la température de la vitesse des ondes ( $V/V_0$ ) confirme l'apparition de fissurations thermiques (figure 1-8).

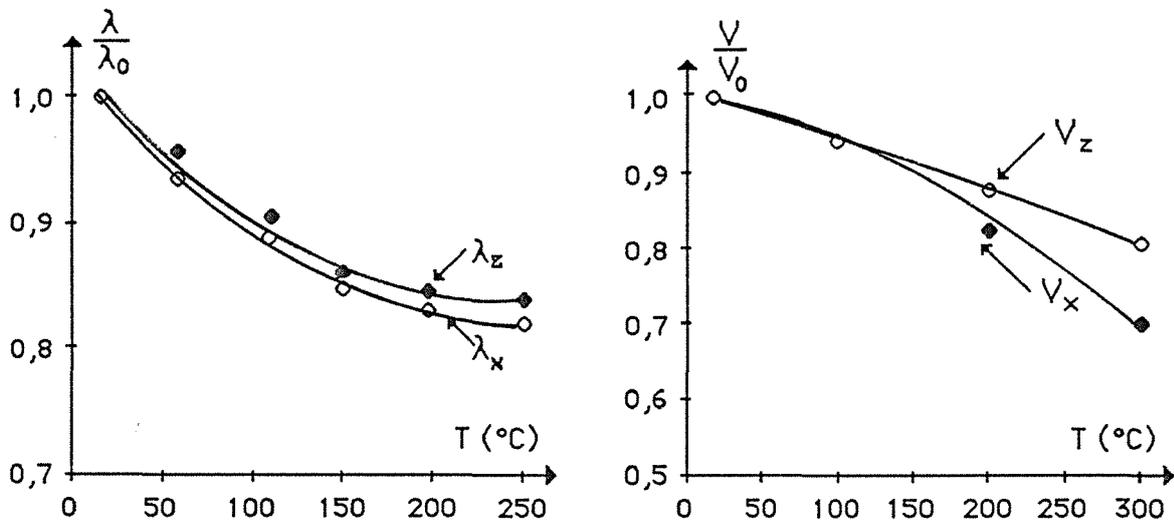


Fig. 1-8. Variation relative de la célérité des ondes ( $V/V_0$ ) et la conductivité thermique ( $\lambda/\lambda_0$ ) en fonction de la température, granite du Limousin

#### d). Anisotropie thermique et température

Les évolutions différentes des conductivités dans les deux directions principales modifient donc l'anisotropie de conductivités (figure 1-9); en comparant les rapports  $\lambda_x/\lambda_y$  à 20°C et à 250°C, nous constatons que l'anisotropie diminue avec la température (tableau 4). L'anisotropie de la célérité des ondes évolue faiblement, en sens contraire.

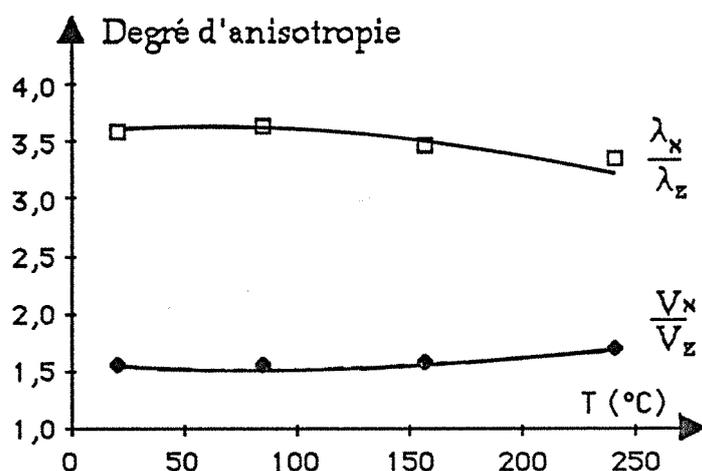


Fig. 1-9. Anisotropie de la conductivité thermique et de la célérité des sondes en fonction de la température ( schiste d'Angers)

Remarque:

Nous avons constaté que la décroissance de la conductivité thermique dans les roches avec la température dépend d'une part de la fissuration thermique et d'autre part de changements dans le parcours des particules impliquées dans le transfert de chaleur; dans certains cas (le schiste ardoisier par exemple), ce dernier facteur apparaît même prépondérant. Pour les schistes, une partie de particules (phonons et électrons) peut se réfléchir au niveau des contacts des minéraux.

### 1-2-4 Variation de la chaleur spécifique avec la température

La figure 1-10 fournit les chaleurs spécifiques des roches en fonction de la température, déterminées par la méthode du choc thermique cylindrique. On constate que la chaleur spécifique augmente de façon significative. La variation est de l'ordre de 1,4~1,8 J K<sup>-1</sup>.

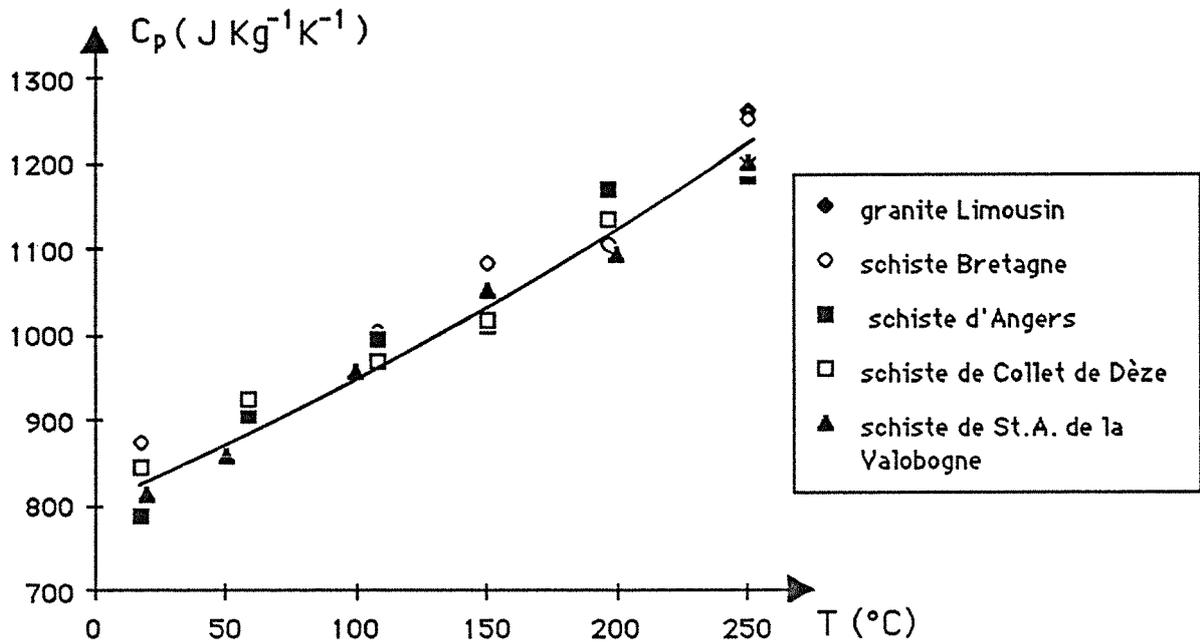


Fig. 1-10. Evolution de la chaleur spécifique en fonction de la température

Les diffusivités thermiques ( $a = \lambda / \rho C_p$ ) calculées à partir de  $\lambda$  et  $C_p$ , diminuent en fonction de la température (figure 1-11), du fait, principalement, de l'influence de la température sur la chaleur spécifique (KUN et WEBER 1990 [37]). Ainsi, les diffusivités thermiques baissent de 43% de 20 à 250°C; de telles valeurs sont confirmées par ailleurs HEUZE 1983 [30] (figure 1-12).

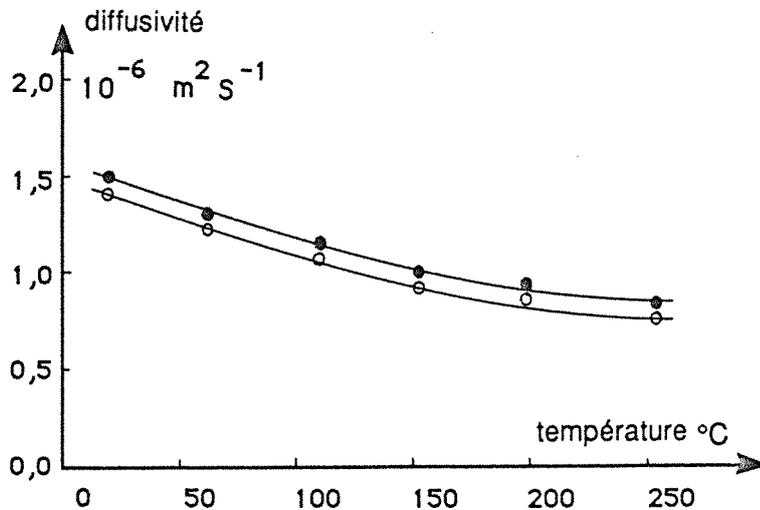


Fig. 1-11. Evolution des diffusivités thermiques en fonction de la température (granite du Limousin)

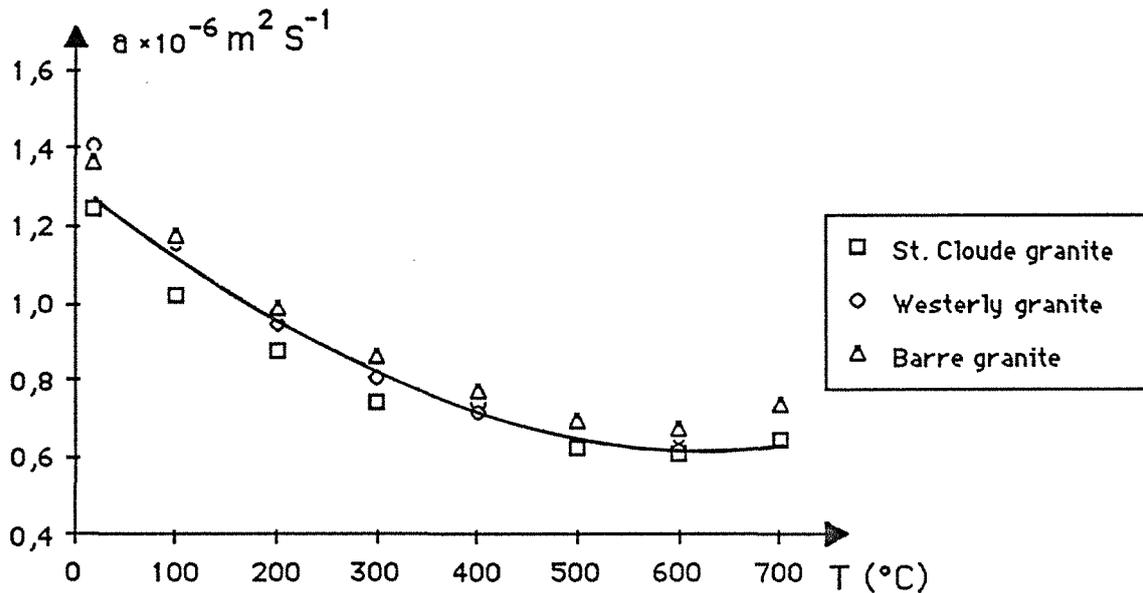


Fig. 1-12. Evolution des diffusivités thermiques en fonction de la température de plusieurs granites (HEUZE 1983)

### 1-3 Conductivité thermique en fonction de la température de préfissuration

#### 1-3-1 Préfissuration thermique

La préfissuration thermique se produit lors d'un cycle d'échauffement-refroidissement. L'étude de l'évolution des conductivités thermiques permet de définir une température dite de "seuil de fissuration thermique" à partir de laquelle des fissurations thermiques se développent lors d'un cycle thermique préalable. Les mesures sont effectuées "à froid", sur un tel échantillon initialement préfissuré.

De nombreuses études ont été faites concernant la caractérisation des fissurations thermiques par différents moyens, parmi lesquels la célérité des ondes semble plus pratique et la plus sensible aux discontinuités. HOMAND-ETIENNE 1986 [31] et 1989 [32] a étudié sur plusieurs type de roche les variations de la célérité en fonction de la température de préfissuration. On a constaté, sur les échantillons de granites, une chute de  $V/V_0$  (figure 1-13) importante entre 500 et 600  $^{\circ}\text{C}$ . Dans ces études, le quartz est le minéral critique, dont le changement de

phase à 573 °C provoque une forte dilatation différentielle et donc une augmentation importante de la fissuration.

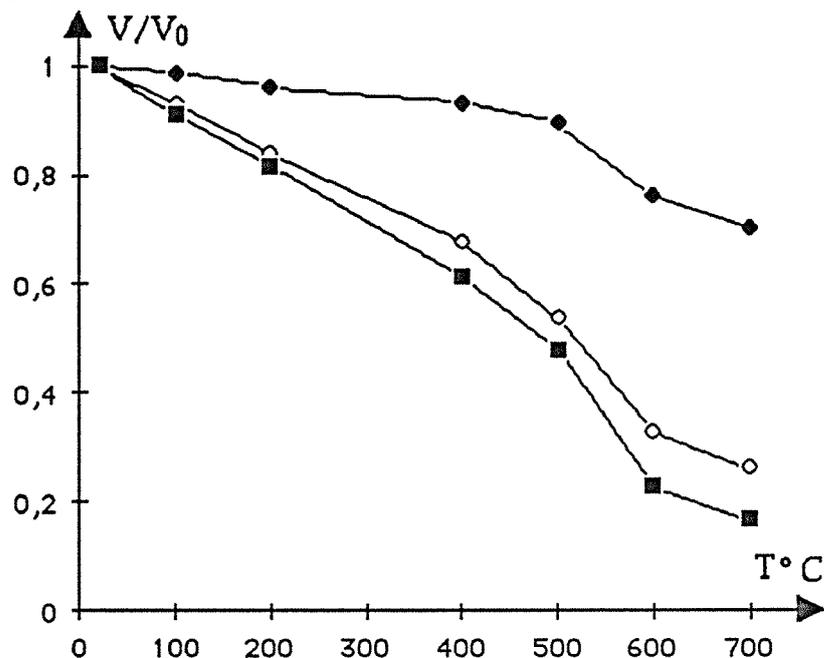


Fig. 1-13. Evolution de la célérité des ondes des roches de la famille des granites en fonction de la température de préfissuration.

PERAMI 1971 [53] et [54] a étudié la variation de la perméabilité en fonction de la température (figure 1-14) pour une roche calcaire; il montre qu'il existe un seuil de température à partir de laquelle il existe une accélération de la perméabilité irréversible et de la porosité résiduelle. Le seuil de température pour le calcaire est d'environ 90 °C.

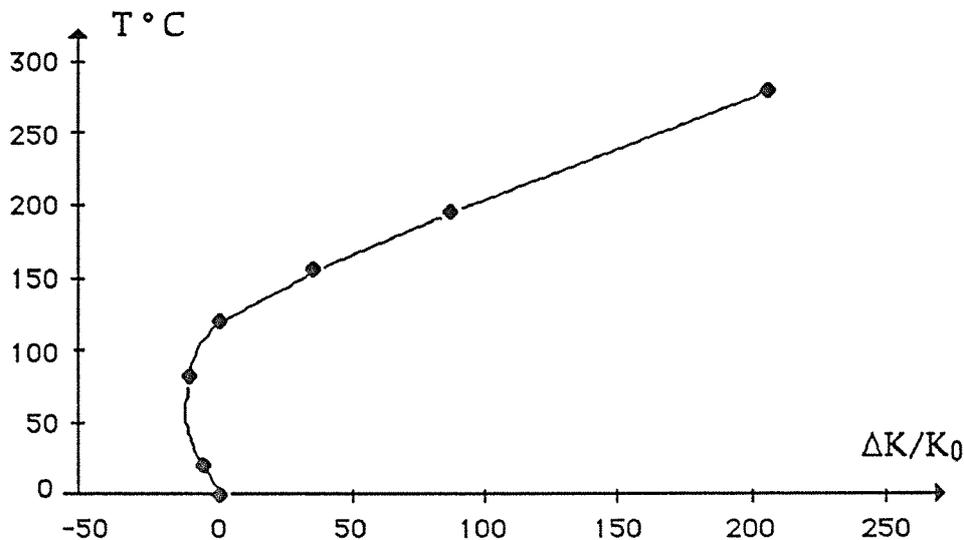


Fig. 1-14. Evolution de la perméabilité résiduelle et la porosité résiduelle en fonction de la température de préfissuration (roche calcaire, d'après PERAMI 1971)

### 1-3-2 Evolution de la conductivité thermique avec la température de préfissuration

Les mesures des conductivités thermiques sont réalisées sur des échantillons de schiste des Cévennes (Saint André de Valborgne) jusqu'à 500 °C. La figure 1-15 illustre la variation relative des conductivités thermiques et des célérités des ondes en fonction de la température de préfissuration.

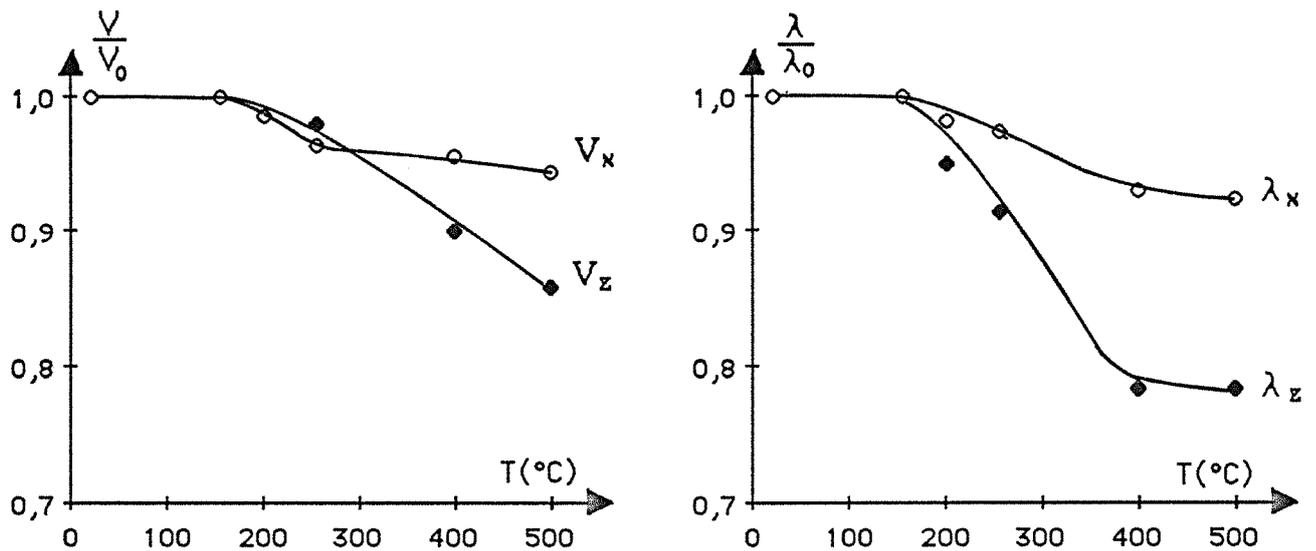


Fig. 1-15. Evolution de la conductivité thermique ( $\lambda/\lambda_0$ ) et la célérité des ondes ( $V/V_0$ ) en fonction de la température de préfissuration (schiste des Cévennes, Saint André de Valborgne)

A basse température ( $< 150^\circ\text{C}$ ), le schiste apparaît insensible à l'échauffement, la conductivité et la célérité sont pratiquement inchangées. Au delà de cette température, une augmentation légère du développement des fissurations est enregistrée par la célérité et la conductivité. La variation relative de la conductivité dans la direction parallèle à la schistosité est d'environ  $8\% \text{Wm}^{-1}\text{K}^{-2}$ , et  $20\% \text{Wm}^{-1}\text{K}^{-2}$  dans l'autre direction. La conductivité thermique est aussi sensible à la fissuration thermique que la célérité des ondes.

Dans le schiste, le seuil de fissuration thermique est de l'ordre de  $150^\circ\text{C}$ , qui semble plus élevé que pour les roches calcaire, PERAMI 1971 [54].

Le tableau 1-7 présente la variation de la conductivité thermique et la célérité des ondes pour plusieurs types de roches après un cycle de température de 250 °C. Nous constatons que pour le schiste ardoisier d'Angers, la célérité des ondes et la conductivité thermique sont pratiquement inchangées dans la direction parallèle, dans l'autre direction elles présentent une décroissance très faible. Comparant les résultats pour les schistes, la différence de l'effet de pré-fissuration thermique peut être expliqué par l'effet de la dimension des minéraux et le nombre de types de minéraux présents dans la roche.

échantillon	célérité des ondes (m S <sup>-1</sup> )		conductivité (W m <sup>-1</sup> K <sup>-1</sup> )	
	20 °C	250 °C	20 °C	250 °C
schiste d'Angers //  ⊥	6693	6693 0 %	5,22	5,20 - 0,4%
	3631	3542 -2,45%	1,46	1,35 -7,5 %
schiste Cévennes //  ⊥	6137	5912 -3,7 %	3,62	3,52 - 2,8%
	3232	3191 -1,3%	1,38	1,31 -5,0%
schiste de Bretagne //  ⊥	6769	6320 6,6%	4,29	3,84 -10,5%
	1630	1500 8,0%	1,35	1,12 -17,0%
granite du Limousin	4833	3323 31,2%	3,42	3,25 -5,0%
	5100	3765 26,2%	3,22	2,95 -8,4%

// parallèle à la schistosité. ⊥ perpendiculaire à la schistosité

Tab. 1-7. Variation de la conductivité et la célérité de ondes en fonction de la température de pré-fissuration

L'effet de la granularité de roches sur la fissuration thermique est constaté également par HOMAND-ETIENNE 1986 [31]; on en conclut que la température

provoque plus de fissures dans les granites à granularité élevée ou dans les roches contenant le moins de vides.

Les résultats que nous présentons pour les schistes sont en accord avec les mesures sur granites, publiées par HOMAND-ETIENNE du point de vue de la granularité des roches. Par contre du point de vue de l'effet de la porosité, le schiste d'Angers présente la plus faible porosité ( 2,6 %); la relation entre porosité et effet de la préfissuration thermiques n'est pas transposable aux schistes.

### 1-3-3 Effet de la durée de l'échauffement sur le développement de la préfissuration thermique

Le facteur temps dans la préfissuration thermique n'a pas été abordé jusqu'à présent. Nous avons testé la variation de la célérité des ondes sur plusieurs types de schistes en fonction de la durée de l'échauffement (tableau 1-8)

schiste	20 °C	à 200 °C		
		2 jours	6 jours	20 jours
d'Angers	//	6693	6640	6640
		0	-0,8 %	-0,8 %
	⊥	3631	3487	2996
		-2,5 %	-4,0 %	-17,5 %
Cévennes 1	//	5239	5168	5066
			-1,4 %	-3,3 %
	⊥	2894	2461	2492
		-16,2 %	-13,9 %	
Cévennes 2	//	6120	5911	5911
			-2,7 %	-3,4 %
	⊥	4707	4379	4356
		-8,4 %	-7,0 %	-7,5 %

Tab. 1-8. Evolution de la célérité des ondes en fonction de la durée de échauffement (à 200 °C)

Les résultats montrent que le développement des fissures thermiques semble s'arrêter au bout de 2 jours, à l'exception du schiste ardoisier d'Angers. Dans cet échantillon, la célérité des ondes présente une chute régulière dans la direction perpendiculaire à la schistosité; par contre elle reste inchangée dans l'autre direction. Ce phénomène peut être interprété par le développement progressif des fissures liées à la perte en eau; compte tenue de la structure très fine de l'ardoise, ce départ s'effectue lentement.

## 1-4 Synthèse

Les résultats font apparaître que les conductivités thermiques diminuent au fur et à mesure de l'augmentation de la température ambiante; les coefficients de température dans les roches anisotropes sont de l'ordre de  $-9,0$  à  $-6,5 \cdot 10^{-4} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$ , et sont peu variables dans la direction parallèle à la schistosité; de l'ordre de  $-12,5$  à  $-3,5 \cdot 10^{-4} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$ , ils sont très variables dans la direction perpendiculaire.

L'orientation des fissurations thermiques est liée à la microstructure, elle joue un rôle prépondérant dans la variation des conductivités principales avec la température.

La décroissance des conductivités thermiques provoquée par l'élévation de température est due pour partie aux fissurations thermiques et pour partie à la modification des mouvement des particules impliquées dans le transfert de chaleur. Sur certaine roches anisotropes, schiste d'Angers par exemple, la conductivité diminue avec la température, sans que les célérités des ondes n'en soient affectés.

La seuil de fissuration thermique des roches schisteuses est de l'ordre de  $150 \text{ } ^\circ\text{C}$ , elle dépend à la fois la porosité et la granularité des minéraux.

La conductivité thermique dans la direction parallèle à la schistosité est bien corrélée avec la célérité des ondes; dans la direction perpendiculaire une corrélation apparaît avec le module d'élasticité.

## Chapitre 2

# VARIATION DE LA CONDUCTIVITE THERMIQUE EN FONCTION DE LA PRESSION

2-1. Description des essais

2-2. Résultats

2-3. Analyse des résultats

2-4. Synthèse

---

L'étude des essais thermiques en pression est nécessaire pour permettre la transposition au site; elle permet premièrement de mettre en évidence la variation des conductivités, et deuxièmement d'analyser les effets sur les propriétés thermiques de variation de la porosité et de fermeture des fissurations entraînées par la mise en pression.

Dans ce chapitre, nous présentons les résultats des essais thermiques en pression effectués sur quelques roches anisotropes. L'échantillon est sollicité en compression monoaxiale parallèle ou perpendiculaire à la schistosité.

## 2-1 Description des essais

Nous utilisons la méthode de choc thermique cylindrique décrite précédemment, pour déterminer les propriétés thermiques, et une presse asservie pour exercer une pression constante (asservissement en force) sur l'échantillon. La figure 2-1 illustre le dispositif mis en oeuvre.

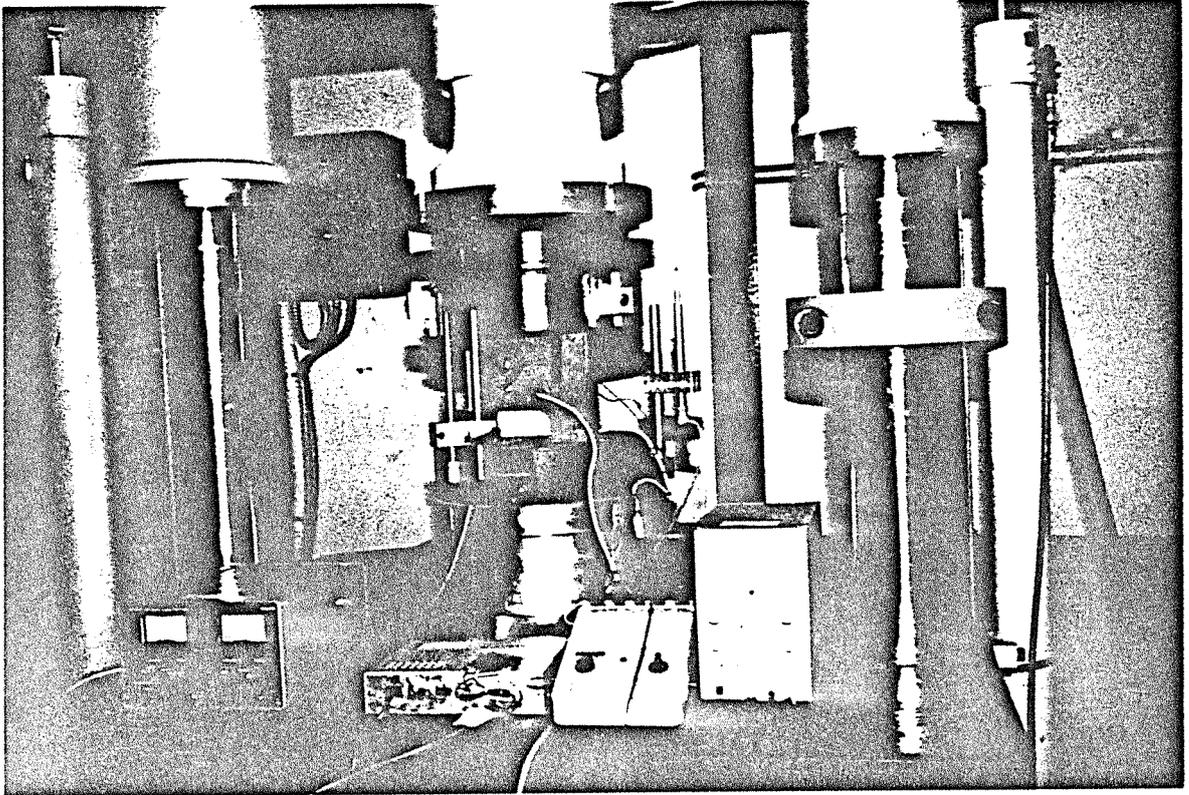


Fig. 2-1. Montage de mesure thermique sous pression

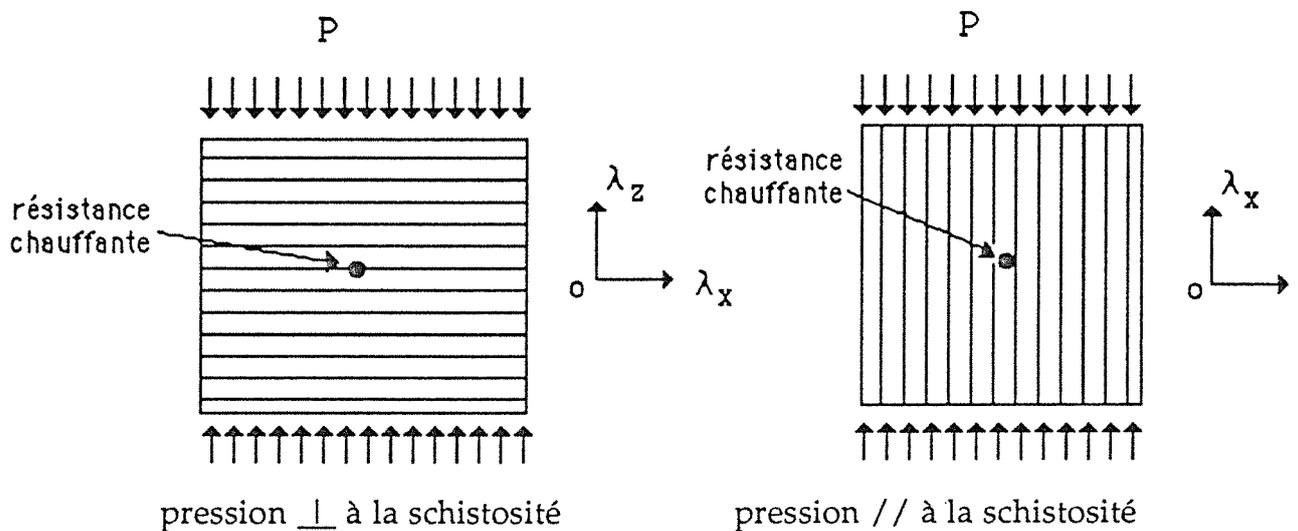


Fig. 2-2. Direction de la pression dans l'échantillon

Les essais sont réalisés à température ambiante du laboratoire constante ( $\approx 20^{\circ}\text{C}$ ). La pression est perpendiculaire ou parallèle à la schistosité, mais toujours perpendiculaire à l'axe de la résistance chauffante placée au sein de l'échantillon, (figure 2-2). Les échantillons sont préalablement sec.

Quatre échantillons ont été réalisés dont les caractéristiques physiques et mécaniques sont mesurées sur des échantillons témoins et présentées dans le tableau 2-1.

N°	échantillon	$\rho$	$\theta$	$V_x$	$V_z$	$E_x$	$E_z$	$R_x$	$R_z$
		$\text{Kg m}^{-3}$	%	$\text{ms}^{-1}$	$\text{ms}^{-1}$	MPa	MPa	MPa	MPa
1	Schiste (Collet de Dèze)	2870	1,40	5640	3250	34400	31700	110	196
2	Schiste (St.A.de Val)	2650	2,80	5220	2150	41300	27600	73	140
3	Schiste d'Angers	2920	2,62	7531	4470	67100	31450	68	247
4	Granite Limousin	2650	1,42	4973	4833	48900	47500	148	162

x: parallèle à la schistosité,

z: perpendiculaire à la schistosité.

Tab. 2-1. Paramètres physiques et mécaniques des échantillons

## 2-2 Résultats des essais

Nous avons réalisé les essais thermiques sous pression jusqu'à 50 MPa par intervalle de 10 MPa. Il est à noter que la pression imposée est limitée par la capacité de la presse utilisée (160 tonnes). La figure 2-3 illustre l'évolution des conductivités en fonction de la pression.

La variation de conductivité avec la pression est de l'ordre de 5 à 10% jusqu'à 50 MPa. L'effet de la direction de pression ( $//$  ou  $\perp$  à la schistosité) sur les conductivités principale dans roches anisotropes est significatif. Les figures 2-3 montrent que les conductivités principales axiale (parallèles à la pression) augment toutes; mais dans la direction transversale, elles sont beaucoup moins sensibles à la pression. Par exemple elle semble inchangée dans l'échantillon N° 1 (figure 2-3-a), et elle diminue légèrement dans l'échantillon N°2 (figure 2-3-b).

En fait la pression joue toujours une rôle de fermeture de fissures. La phase de génération des fissures par contraintes mécaniques n'est pas intervenue. (Par ailleurs, la méthode de mesure adoptée ne permet pas de travailler dans une telle

phase; qui risque d'endommager les thermocouples et la résistance chauffante placés dans l'échantillon.

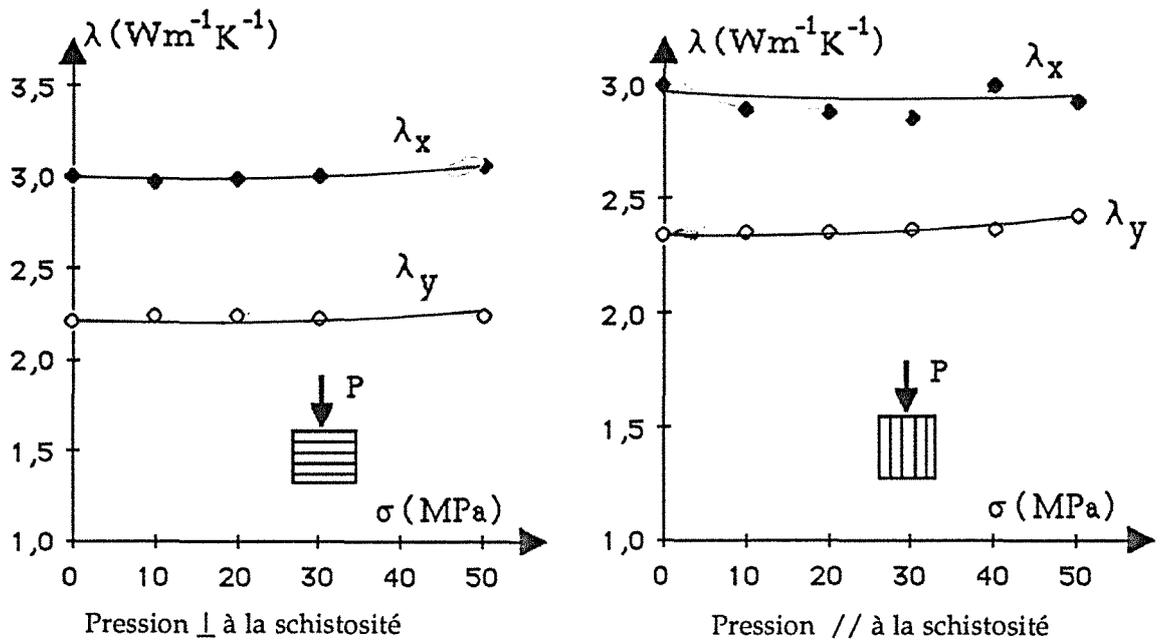


Fig. 2-3-a. Evolution des conductivités thermiques en fonction de la pression (schiste de Collet de Dèze).

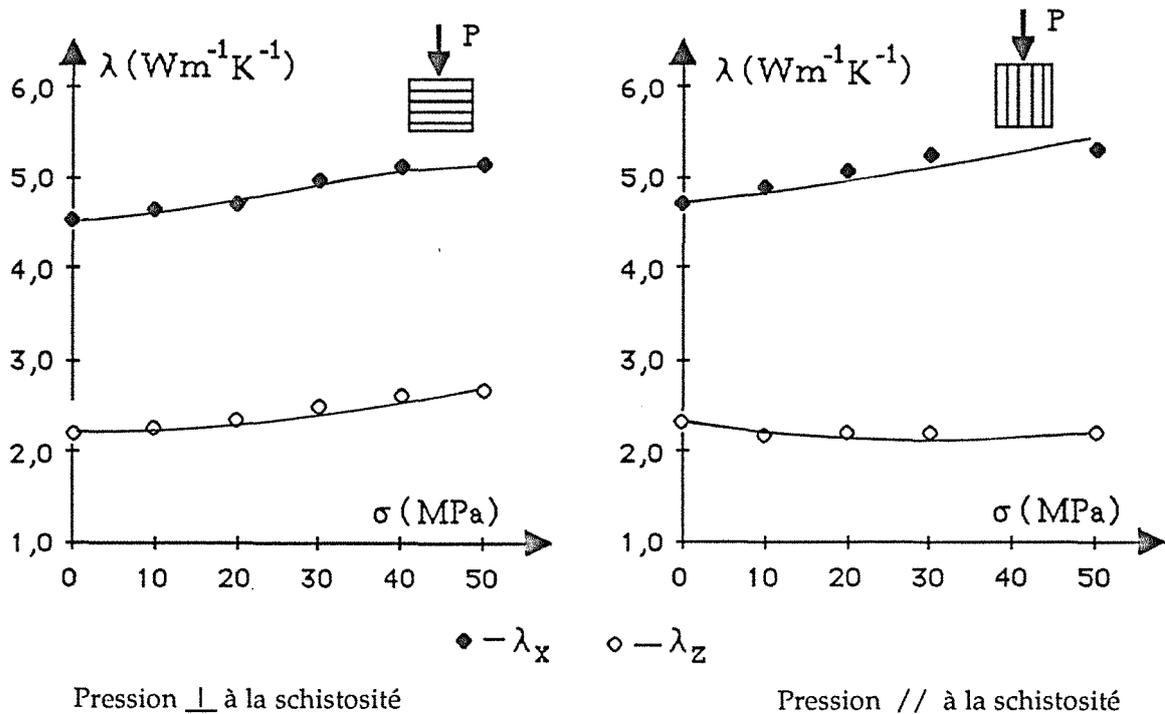


Fig. 2-3-b. Evolution des conductivités thermiques en fonction de la pression (schiste de St. A. de Valborgne).

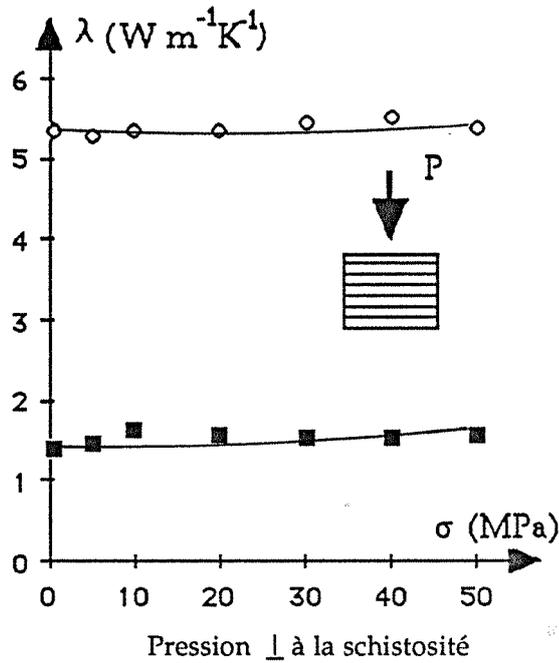


Fig. 2-3-c. Evolution des conductivités thermiques en fonction de la pression (schiste d'Angers)

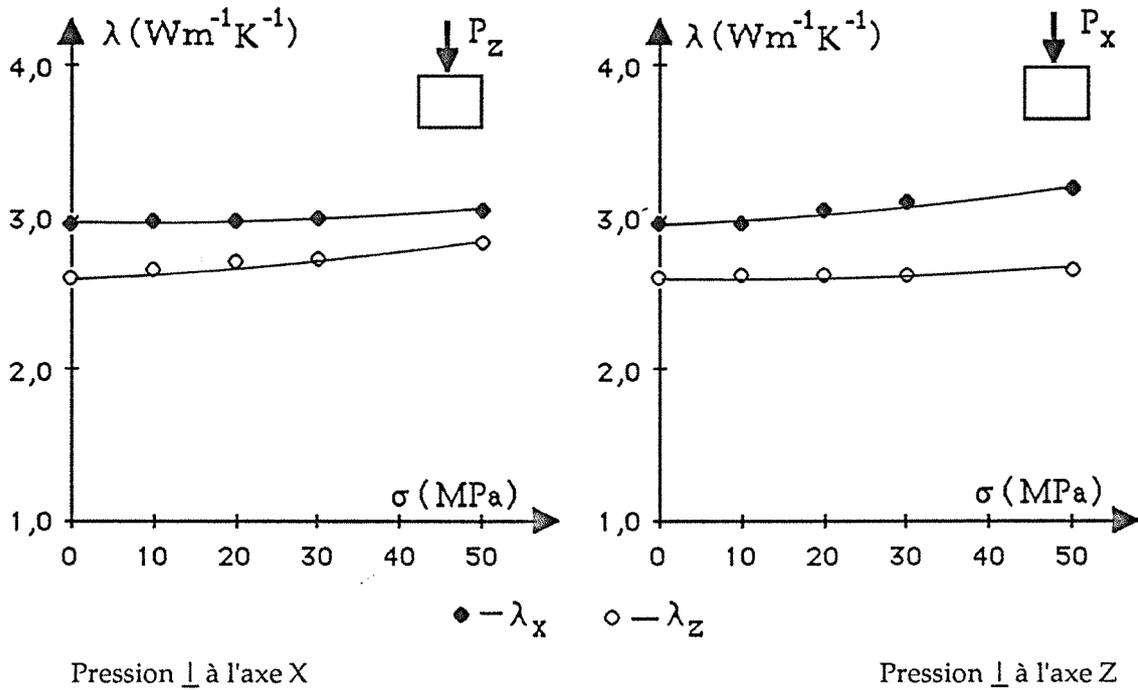


Fig. 2-3-d. Evolution des conductivités thermiques en fonction de la pression (granite du Limousin).

Fig. 2-3. Evolution des conductivités thermiques en fonction de la pression

Nous n'avons pas constaté de variation de la chaleur spécifique avec la pression.

## 2-3 Analyse des résultats

### 2-3-1 Effet de la pression perpendiculaire à la schistosité

Les fissures ont une tendance à se fermer quand la pression leur est perpendiculaire. Dans les roches anisotropes, de telles fissures ont une distribution et une orientation préférentielles dans le plan des feuilletés. On enregistre par conséquent une augmentation significative de la conductivité thermique quand la pression agit perpendiculairement au plan, (jusqu'à 21% pour l'échantillon N° 2, St. A. de Valborgne).

En fait, l'effet de la pression sur la conductivité peut être évalué par l'intermédiaire de la diminution de porosité. Il est possible d'évaluer la diminution de la porosité à partir de la courbe contrainte-déformation, (figure 2-4). En posant:

$$\varepsilon_s = \varepsilon_t - \varepsilon_e \quad (2-1)$$

où  $\varepsilon_t$  étant la déformation totale,  $\varepsilon_e$  la déformation élastique,  $\varepsilon_s$  déformation de serrage.

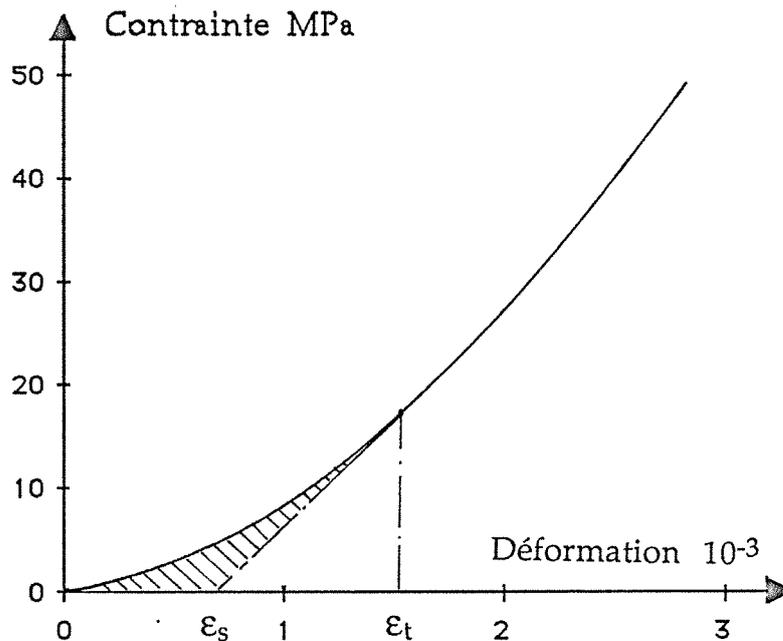


Fig. 2-4. Courbe contrainte-déformation sur l'échantillon N°2.

La déformation de serrage dans la direction perpendiculaire peut être considérée comme une variation de la teneur en vides. Nous référant à l'analogie électrique introduite plus haut, (présenté dans la partie I, le chapitre 1 du mémoire, figure 2-5), il est possible d'établir la relation entre la conductivité et la déformation:

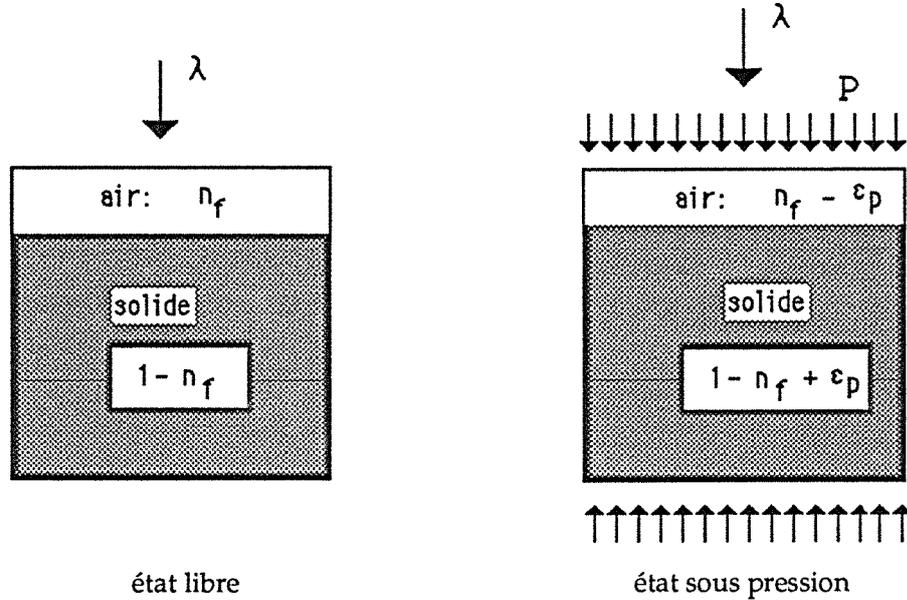


Fig. 2-5. Introduction de la déformation de serrage dans le modèle de l' analogie électrique

Soulignons que dans la figure 2-5,  $n_f$  désigne une partie de la porosité totale dont les pores et fissures ont une orientation plus ou moins parallèles à la schistosité.

Il vient: 
$$\frac{1}{\lambda} = \frac{1-n_f+\epsilon_s}{\lambda_s} + \frac{n_f-\epsilon_s}{\lambda_a} \quad (2-2)$$

avec  $\lambda_s$  conductivité du matrice du solide,  
 $\lambda_a$  conductivité de l'air, soit  $0,025 \text{ W m}^{-1}\text{K}^{-1}$ ,

A l'état initial: 
$$\frac{1}{\lambda_0} = \frac{1-n_f}{\lambda_s} + \frac{n_f}{\lambda_a}$$

l'équation (2-2) s'écrit alors sous la forme:

$$\frac{1}{\lambda} = \frac{1}{\lambda_0} - \frac{\epsilon_s}{0,025} + \frac{\epsilon_s}{\lambda_s} \quad (2-3)$$

A priori on ne connaît pas la valeur de  $\lambda_s$ , mais son poids est négligeable dans la dernière équation, (par exemple, l'augmentation de  $\lambda_s$  de 2 à 200 ( $\text{Wm}^{-1}\text{K}^{-1}$ ) n'induit qu'une variation du paramètre  $\lambda_0$  de l'ordre de  $10^{-4}$ ). Donc la relation (2-3) peut être simplifiée en prenant une valeur raisonnable de  $\lambda_s = 20 \text{ (Wm}^{-1}\text{K}^{-1})$ , il vient:

$$\frac{1}{\lambda} = \frac{1}{\lambda_0} - 39,95 \varepsilon_s \quad (2-4)$$

Le figure 2-6 représente les conductivités mesurées dans la direction de pression (  $\perp$  à la schistosité) et celles calculées à partir de la dernière équation.

Nous constatons que la déformation de serrage consacrée aux fermetures des fissures est inférieure à  $1,5 \cdot 10^{-3}$  (figure 2-4), qui correspond une variation de la teneur en air de 0,15 %; la conductivité calculée est non-linéaire avec la pression. Les écarts entre le calcul et la mesure augmentent au fur et à mesure de l'augmentation de la contrainte dans l'échantillon. De tels écarts signifient que la variation de conductivité ne résulte pas seulement de la fermeture des fissures ou de la diminution de la porosité. Autrement dit, l'analogie électrique ne s'applique que partiellement pour interpréter l'effet de la pression sur la conductivité thermique. Quoique partielle, l'analogie reproduit sensiblement les phénomènes observés.

Il apparait également que la modification de mouvement des particules impliquées dans la conduction de chaleur se développe au fur et à mesure de l'application de la contrainte; elle peut intervenir particulièrement au niveau des contacts entre fissures. Le contact thermique intercristallin peut être altéré, influençant par là la résistance thermique. Il est à noter qu'une modification des mouvements des particules est la principale cause de la variation de conductivité thermique avec la pression dans les solides non-fissurés.

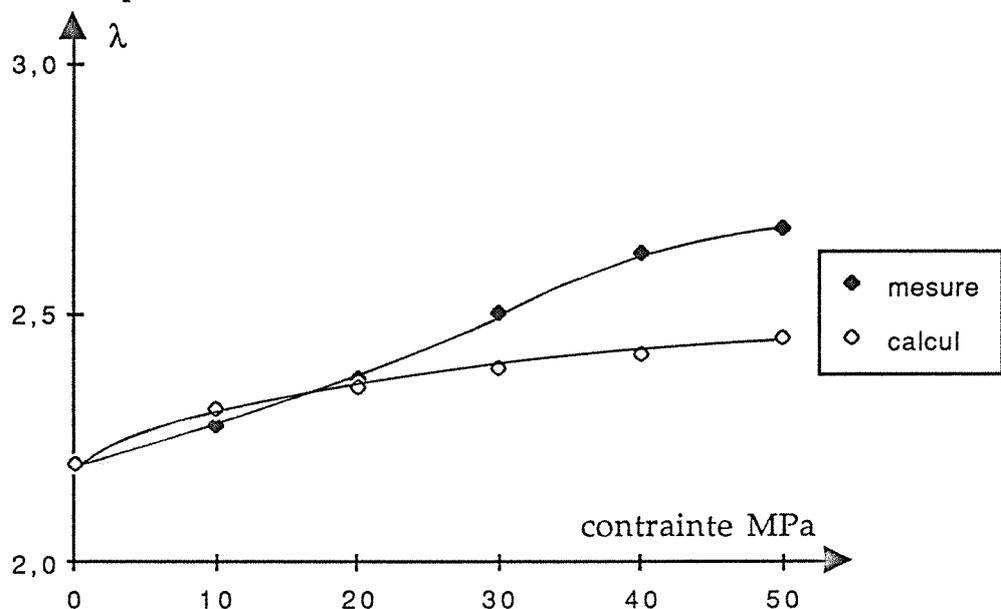


Fig. 2-6. Comparaison entre les conductivités mesurées et calculées (par analogie électrique)

Quant à la conductivité dans la direction parallèle à la schistosité, nous pouvons également établir la relation:

$$\lambda = \lambda_0 + \varepsilon_s \lambda_s - \varepsilon_s \lambda_a \quad (2-5)$$

Dans ce cas la variation de  $\lambda$  est moins importante que précédemment. Pour l'évaluer il faut connaître précisément la conductivité de la matrice solide, parce qu'elle joue un rôle dominant dans l'équation 2-5. Le terme  $\varepsilon_s \lambda_s$  est en effet largement supérieur à  $\varepsilon_s \lambda_a$ .

En supposons pour  $\lambda_s$  une valeur raisonnable de 20 ( $\text{Wm}^{-1}\text{K}^{-1}$ ), la figure 2-7 établit la comparaison entre les conductivités mesurées et de calculées (dans la direction parallèle). Les conductivités calculées sont inférieures à celles mesurées; ceci confirme alors que l'évolution de la conductivité avec la pression ne peut pas être interprétée simplement par le modèle de l'analogie électrique en utilisant la variation de la teneur en air.

Divers phénomènes ayant des contributions dans la variation de la conductivité thermique peuvent intervenir quand les échantillons sont soumis à une pression:

- fermeture ou développement des fissures, diminution de la teneur en air,
- modification du mouvement des particules impliquées dans le transfert de chaleur dans le milieu,
- modification des contacts thermiques au niveau des contacts intercrystallins,
- augmentation de la pression interstitielle dans les pores, dans lesquels la conductivité thermique de l'air augmente.

Lorsque l'échantillon présente une certaine teneur en eau, nous pouvons penser que l'effet de la pression sur la conductivité est moins important. L'eau a en effet une conductivité plus élevée que celle de l'air, ( donc plus proche de celle de la matrice du solide).

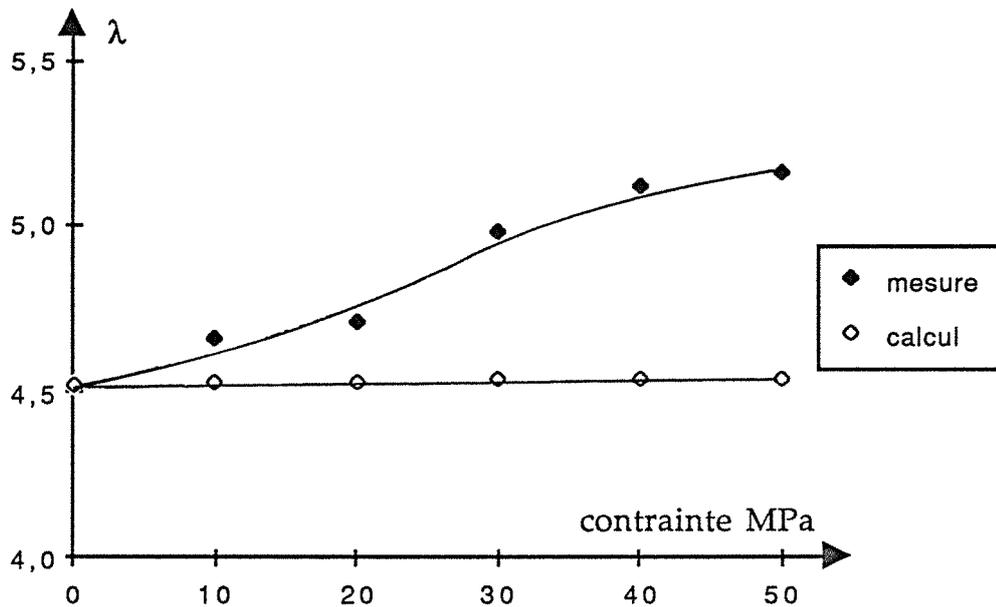


Fig. 2-7. Comparaison de la conductivité mesurée dans la direction perpendiculaire à la pression avec celle calculée

### 2-3-2 Effet de la pression parallèle à la schistosité

D'après les figures 2-3, nous constatons que la variation de conductivité dans la direction de pression est moins marquée que celle du cas précédent. Pour l'échantillon N° 1 (figure 2-3-a), la variation est indécélable.

Pour l'échantillon N° 2 (figure 2-3-b), une diminution de la conductivité dans la direction perpendiculaire à la pression est observée. L'explication peut résider dans le fait que, quand la pression est perpendiculaire à la schistosité, certaines fissures parallèles à la pression peuvent avoir l'occasion de s'ouvrir, provoquant donc une diminution de la conductivité thermique dans cette direction.

Le modèle de l'analogie électrique n'est pas représentatif pour exploiter les résultats dans cette configuration de l'expérimentation. Dans ce cas les variations de la conductivité thermique doivent être attribuée à la modification de la microstructure et à la modification des mouvement des particules.

### 2-3-3 Coefficients de contrainte de la conductivité

On introduit le "coefficient de contrainte de la conductivité" pour caractériser la variation de la conductivité thermique provoquée par une variation de pression, DIEFZ 1976 [21] et 1977 [22]. Il se définit par:

$$\phi = \frac{1}{\lambda_0} \frac{\Delta\lambda}{\Delta P} \quad (2-6)$$

$\lambda_0$  étant la conductivité thermique initiale.

Remarquons que la variation de conductivité en fonction de la pression est observée dans des métaux et des matières plastiques. Dans ces matériaux, d'après BEHLIN 1976 [10], c'est la modification de mouvement des particules concernant le transfert de la chaleur qui amène la variation de la conductivité. Cet auteur déduit théoriquement que le coefficient de contrainte du cuivre est de  $2,5 \cdot 10^{-5} \text{ MPa}^{-1}$ , ( $2,7 \cdot 10^{-5} \text{ MPa}^{-1}$  par expérimentation).

N°	Echantillon	Pression $\perp$ à la schist. ( // à l'axe z )			Pression // à la schist. ( // à l'axe x )		
		$\phi_x$	$\phi_z$	$\nu_{xz}$	$\phi_x$	$\phi_z$	$\nu_{zx}$
		$10^{-3} \text{ MPa}$	$10^{-3} \text{ MPa}$		$10^{-3} \text{ MPa}$	$10^{-3} \text{ MPa}$	
1	Schiste (Collet de Dèze)	0	0,68	0	0,40	0,27	0,67
2	Schiste (St. A. Val.)	2,83	4,27	0,66	2,51	-1,10	-0,44
3	Schiste d'Angers (X-Z)	0,20	2,34	0,08	*	-	-
4	Granite Limousin	0,38	1,58	0,24	1,53	0,33	0,22
	ref 1 (granite Maine)		1,11				
	ref 1 (granite Climax)		1,42				

\* l'échantillon est endommagé

ref 1: HEUZE 1983 [30]

Tab. 2-2. Coefficients de contrainte de la conductivités des roches

Le tableau 2-2 précise les coefficients de contrainte de la conductivité entre 0 et 50 MPa calculés à partir de nos essais et des données de HEUZE 1983 [30]. Nous déduisons que l'effet de la pression sur la conductivité thermique dépend à la fois de l'anisotropie de la structure et de la direction de pression. Les coefficients de contrainte des roches anisotropes sont inférieures à  $5 \cdot 10^{-3} \text{ MPa}^{-1}$ .

Il apparaît qu'un coefficient est largement supérieur à celui du cuivre ( $0,025 \cdot 10^{-3} \text{ MPa}^{-1}$ ). Il est vraisemblable qu'une telle différence soit principalement liée à la présence du réseau fissural des milieux rocheux. Dans les granites, le coefficient  $\phi$  est de l'ordre de  $1,5 \cdot 10^{-3} \text{ MPa}$ .

Par notre méthode de mesure la conductivité dans la direction perpendiculaire à la pression (transversale) est déterminée simultanément avec celle de la direction parallèle (axiale). Cela nous permet par conséquent de définir un coefficient  $\nu$  (par analogue avec le coefficient de Poisson en mécanique):

$$\nu = \frac{\phi_{\perp}}{\phi_{//}} \quad (2-6)$$

où  $\phi_{\perp}$  coefficient de contrainte de la conductivité thermique dans la direction transversale,  
 $\phi_{//}$  coefficient de contrainte de la conductivité thermique dans la direction axiale.

Du tableau 2-2, il ressort que le coefficient  $\nu$  dans les échantillons est très variable; cela est dû à l'anisotropie de la structure, et à l'effet de la direction de pression par rapport à la schistosité.

Supposons que le coefficient  $\nu$  est indépendant de l'état de contraintes; il est nous possible de déterminer la variation de la conductivité thermique quand l'état de sollicitation est bidimensionnel ou tridimensionnel avec une formulation analogue aux relations contrainte-déformation d'élasticité linéaire:

$$\begin{aligned} \delta \lambda_x &= \lambda_{0x} (\phi_x \sigma_x + \phi_y \nu_{xy} \sigma_y + \phi_z \nu_{xz} \sigma_z) \\ \delta \lambda_y &= \lambda_{0y} (\phi_x \nu_{yx} \sigma_x + \phi_y \sigma_y + \phi_z \nu_{yz} \sigma_z) \\ \delta \lambda_z &= \lambda_{0z} (\phi_x \nu_{zx} \sigma_x + \phi_y \nu_{zy} \sigma_y + \phi_z \sigma_z) \end{aligned} \quad (2-3)$$

où

$\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z$  contraintes principales  
 $\delta \lambda_x$  variation de la conductivité de l'état initial ( $\sigma_x = \sigma_y = \sigma_z = 0$ ) à l'état de contrainte ( $\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z$ ),  
 $\nu_{xy}$  rapport du coefficient de contrainte ( $\frac{\phi_{\perp}}{\phi_{//}}$ ) quand la pression est parallèle à l'axe y,  
 $\lambda_{0x}$  conductivité thermique à l'état initial.

Si le milieu est isotrope dans le plan x-y ( $\phi_x = \phi_y$ ,  $v_{xy} = v_{yx}$ ,  $v_{zx} = v_{zy}$ ) alors la relation (2-3) s'écrit:

$$\begin{aligned}\delta \lambda_x &= \lambda_{0x} (\phi_x \sigma_x + \phi_x v_{xy} \sigma_y + \phi_z v_{xz} \sigma_z) \\ \delta \lambda_y &= \lambda_{0y} (\phi_x v_{xy} \sigma_x + \phi_x \sigma_y + \phi_z v_{xz} \sigma_z) \\ \delta \lambda_z &= \lambda_{0z} (\phi_x v_{zx} \sigma_x + \phi_x v_{zx} \sigma_y + \phi_z \sigma_z)\end{aligned}\tag{2-4}$$

dans laquelle il existe trois coefficients  $v$  indépendants,  $v_{xy}$ ,  $v_{xz}$ , et  $v_{zx}$ .

Par conséquent, dans le milieu isotrope, la relation se réduit à:

$$\begin{aligned}\delta \lambda_x &= \lambda_0 \phi (\sigma_x + v (\sigma_y + \sigma_z)) \\ \delta \lambda_y &= \lambda_0 \phi (\sigma_y + v (\sigma_x + \sigma_z)) \\ \delta \lambda_z &= \lambda_0 \phi (\sigma_z + v (\sigma_x + \sigma_y))\end{aligned}\tag{2-5}$$

où un seul coefficient  $v$  apparaît.

Les dernières équations supposent que les directions des contraintes principales coïncident avec celles des conductivités thermiques. Sinon le problème devient plus complexe. Il est possible dans certains cas de prendre en compte uniquement les contraintes normales agissant suivant les directions des conductivités thermiques principales. L'effet de la contrainte de cisaillement pourrait être négligé. Mais cette remarque demande des vérifications expérimentales.

L'équation (2-5) évoque que l'anisotropie thermique peut se produire lorsqu'il existe un déviateur du champ des contraintes (état de contrainte non hydrostatique) dans un milieu de structure isotrope. (Cas d'une galerie circulaire dans un milieu isotrope, soumis à un chargement mécanique isotrope; le déviateur des contraintes peut alors induire une anisotropie thermique entre les directions radiale et tangentielle.)

La dépendance de la conductivité thermique avec l'état de contrainte rend complexe les problèmes thermiques et thermomécaniques. La poursuite de recherches sera nécessaire pour établir des relations complètes entre les conductivités et l'état de contraintes.

## 2-4 Synthèse

Les essais effectués sur roches font apparaître une relation croissante entre les conductivités thermiques principales et la pression quand l'échantillon est en phase élastique et à température ambiante.

Grace à la méthode du choc thermique ponctuel, les essais thermiques sous pression monoaxiale permettent à la fois de déterminer les conductivités principales et d'établir la relation entre les conductivités thermiques axiale et transversale. A l'aide du coefficient  $\nu$ , nous pouvons esquisser les relations entre les conductivités thermiques et l'état de contraintes. Ces coefficients sont très variables dans les roches anisotropes.

La variation des conductivités est due pour partie aux fermetures des fissures, qui jouent un rôle prépondérant dans les schistes lorsque la pression est perpendiculaire à la schistosité; et pour partie à la modification du mouvement des particules impliquées dans le transfert de la chaleur, et, pour une dernière partie à la modification des contacts thermiques des lèvres des fissures.

Les "coefficients de contrainte" de la conductivité des roches anisotropes sont inférieurs à  $5 \cdot 10^{-3} \text{ MPa}^{-1}$ ; ils dépendent de la structure des roches et la direction de la pression appliquée. Dans les granites, ce coefficient est de l'ordre de  $1,5 \text{ MPa}^{-1}$ .

## Chapitre 3

# INFLUENCE DE LA TENEUR EN EAU SUR LES PARAMETRES THERMIQUES

3-1 Résultats des essais

3-2 Analyse des résultats

3-3 Synthèse

---

L'humidité dans les roches modifie considérablement leurs propriétés; notamment leurs caractéristiques mécaniques et thermiques. L'ordre de grandeur de cette influence dépend de la distribution des pores, et de la saturation, de la pression interstitielle, (ABEY et al 1982 [1]).

Pour les roches anisotropes, l'influence de l'eau dans les directions parallèle et perpendiculaire à la schistosité est très différente; cela permet notamment d'étudier la répartition et la morphologie de pores.

Nous présentons nos résultats expérimentaux et utilisons le modèle de Krischer-Kröl pour analyser l'influence de la teneur en eau sur les paramètres thermiques de quelques roches anisotropes.

### 3-1 Résultats des essais

#### 3-1-1 Présentation des essais

Nous avons utilisé la méthode de mesure du coefficient de diffusivité thermique par échauffement axial sur une éprouvette cylindrique, décrite dans la partie II du mémoire. Les conductivités thermiques sont calculées à partir des diffusivités mesurées et la chaleur spécifiques (déterminée sur les échantillons témoins secs); la variation de la dernière avec la teneur en eau peut se calculer avec la relation:

$$C_v = C_s \rho + C_e \rho_e \theta m \quad (3-1)$$

avec

$C_v$	chaleur spécifique volumique du milieu,
$C_s, \rho$	chaleur spécifique et masse volumique du milieu à l'état sec,
$C_e, \rho_e$	chaleur spécifique et masse volumique de l'eau,
$\theta, m$	porosité totale ouverte et taux de saturation du milieu.

L'humidification des échantillons est obtenue par immersion dans l'eau sous vide des échantillons durant 24 heures. Nous considérons qu'à ce moment les échantillons sont saturés en eau. La modification de l'humidité se fait par exposition des échantillons à l'air; la teneur en eau est contrôlée sur les échantillons témoins. Nous supposons que la répartition de l'humidité est homogène, et que l'effet de la diffusion de l'eau sous gradient de température est négligeable dans les essais thermiques.

On constate des différences entre les porosités mesurées par pycnomètre à hélium et par immersion à l'eau sous vide; cela peut être expliqué par le fait qu'une partie de pores est fermée et qu'elle n'est pas accessible par la diffusion de l'eau. Nous nous intéressons ici à la porosité accessible par l'eau, soit la porosité ouverte.

De l'état de saturation à l'état sec (séchage dans un étuve), une série d'essais thermiques a été effectuée sur quatre types de roches anisotropes, dont les caractéristiques physiques sont présentées dans le tableau 3-1.

N°	échantillon	$\rho$	$\theta'$	$\theta$	$C_p$	$V_x$	$V_z$	$E_x$	$E_z$
		Kg m <sup>-3</sup>	%	%	J Kg <sup>-1</sup> K <sup>-1</sup>	m S <sup>-1</sup>	m S <sup>-1</sup>	MPa	MPa
1	Schiste (St.A.deVal)*	2650	2,80	1,29	812	5220	2150	41300	27600
2	Schiste (Collet de Dèze)	2870	1,40	0,72	730	5640	3250	34400	31700
3	Schiste d'Angers	2900	2,62	0,20	782	6646	3500	30000	24700
4	Schiste (Bretagne)	2650	6,00	4,57	873	5320	1400	28300	6206

$\theta'$  porosité totale mesurée par pycnomètre à hélium (échantillon en poudre),

$\theta$  porosité mesurée par la méthode de submersion à l'eau sous vide,

x, z désignant respectivement // et  $\perp$  à la schistosité.

Tab. 3-1. Paramètres physiques et mécaniques des échantillons

### 3-1-2 Résultats expérimentaux

Les figures 3-1 et 3-2 représentent respectivement l'évolution des conductivités thermiques et leur variation relative en fonction du taux de saturation de l'eau sur les quatre types de roches anisotropes. Les essais sont effectués à température ambiante du laboratoire ( $\approx 20^\circ\text{C}$ ).

Les résultats montrent que la conductivité thermique peut augmenter jusqu'à 50% de l'état sec à l'état saturé dans la direction perpendiculaire, de 30% dans la direction parallèle malgré une porosité dans certaines roches inférieure à 1% (schiste de Collet de Dèze). Le même phénomène est observé par WAKABAYASHI et al 1987 [67]; ils indiquent que les effets de la teneur en eau sur la conductivité thermique dépendent largement de la forme des pores et leur orientation, et que la conductivité thermique d'un marbre augmente d'environ 30 % par saturation avec seulement 0,7% de porosité. Nos résultats apparaissent en accord avec ceux présentés par les derniers auteurs

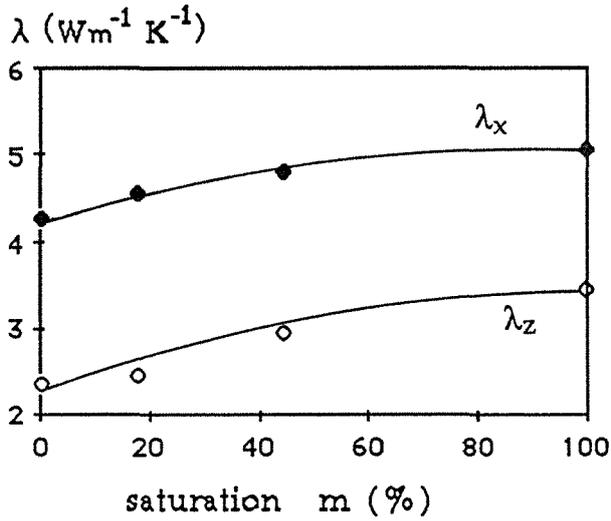


Fig. 3-1-a. courbe " $\lambda$ - m", schiste des Cévennes (St. A. de Valborgne)

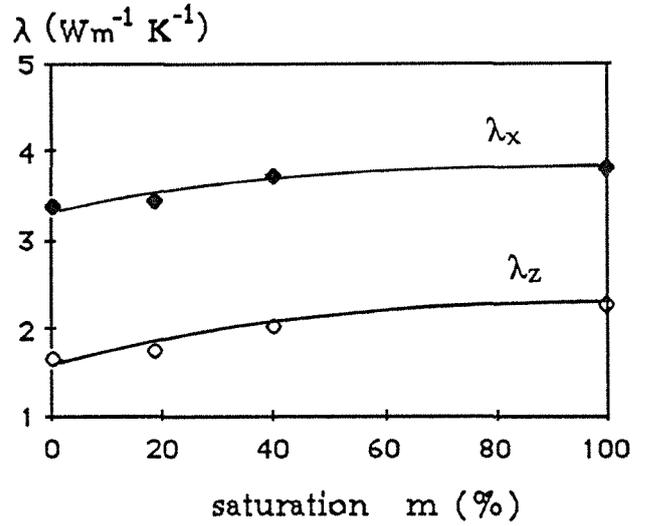


Fig. 3-1-b. courbe " $\lambda$ - m"; schiste des Cévennes (Collet de Dèze)

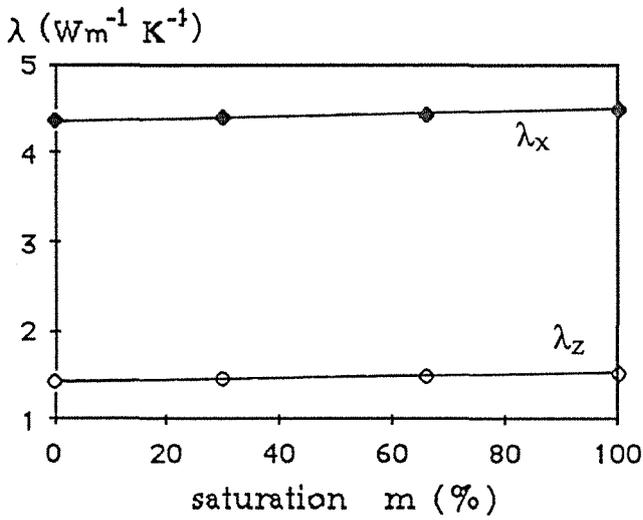


Fig. 3-1-c. courbe " $\lambda$ - m", schiste d'Angers

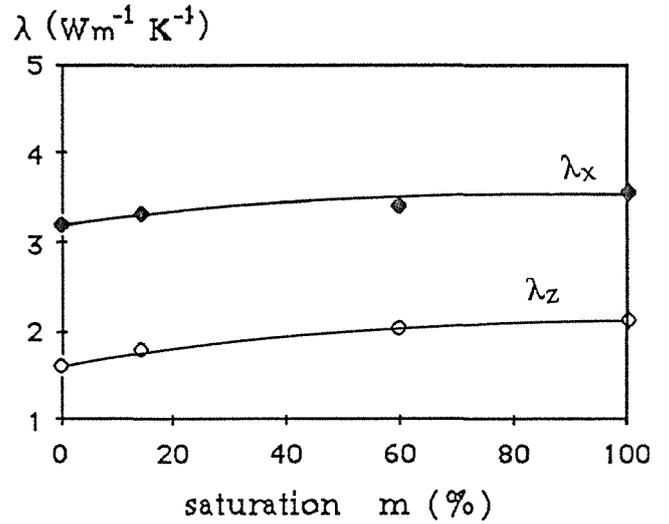


Fig. 3-1-d. courbe " $\lambda$ - m", schiste de Bretagne

Fig. 3-1. Evolution des conductivités thermiques en fonction du taux de saturation en eau

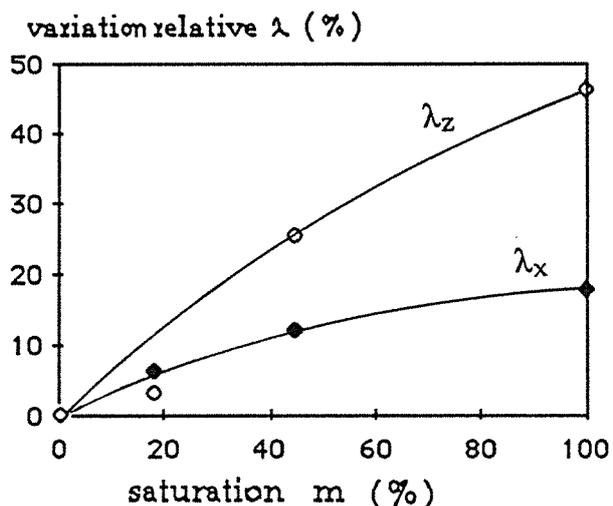


Fig. 3-2-a. Schiste de Cévennes  
(St. A. de Valborgne)

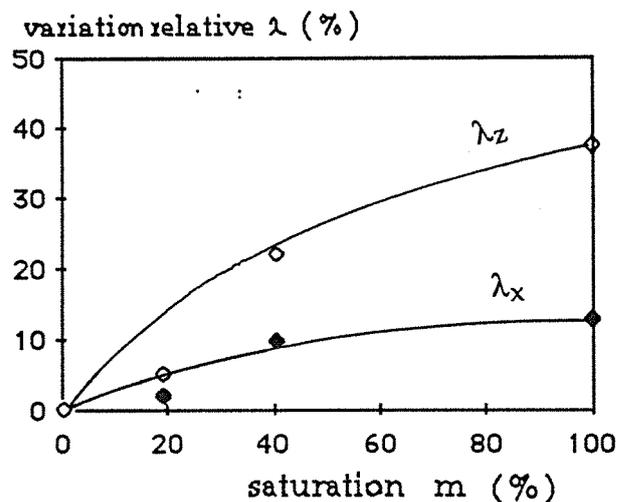


Fig. 3-2-b. Schiste de Cévenne  
(Collet de Dèze)

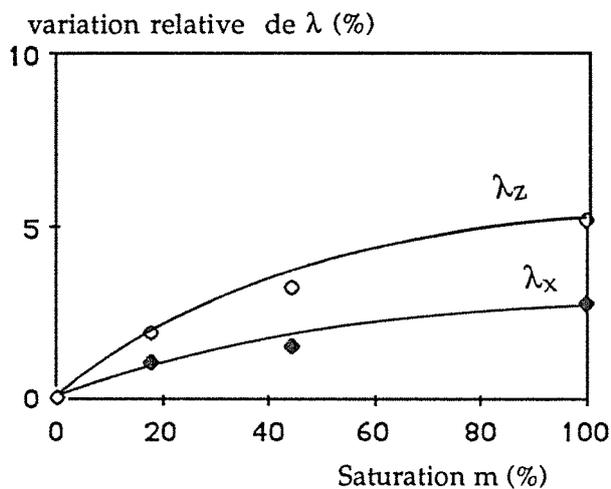


Fig. 3-2-c. Schiste d'Angers

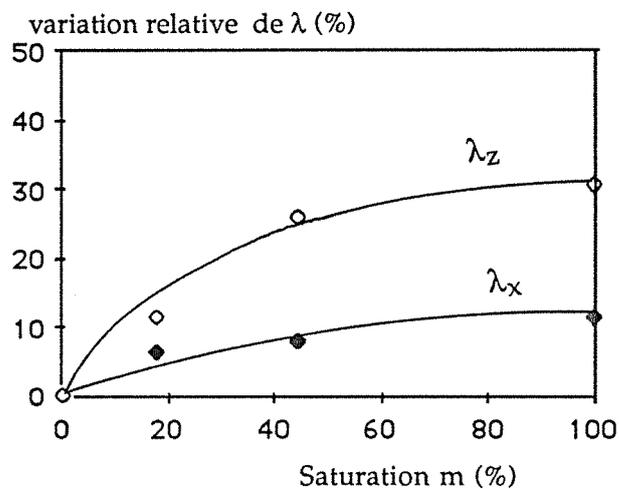


Fig. 3-2-d. Schiste de Bretagne

Fig. 3-2. Variation relative,  $(\lambda - \lambda_{sec})/\lambda_{sec}$ , des conductivités thermiques en fonction du taux de saturation en eau

( Il est à noter que pour des terres cuites, les résultats de GROUHEL et GIAT 1988 [29] précisent que la conductivité peut augmenter jusqu'à 400% par saturation avec 37% de porosité ouverte).

### 3-2 Analyse des résultats

Nous avons constaté que l'effet de la humidité dans les roches dépend de la porosité totale accessible au fluide ainsi que de la microstructure. Les conductivités principales dans les roches anisotropes varient différemment avec la teneur en eau. En conséquence, nous cherchons un modèle mathématique, une loi de mélange, qui permette d'interpréter les phénomènes et d'établir une relation entre la conductivité et la teneur en eau.

Parmi les lois de mélange présentées dans la première partie du mémoire, il apparait que le modèle de Krische-Kröll est mieux adapté parce qu'il intègre la porosité, la teneur en eau et la microstructure.

#### 3-2-1 Principe du modèle de calcul

Nous supposons que la transmission de la chaleur s'effectue à travers les trois phases différentes: matière solide, eau liquide et air. Alors la conductivité thermique apparente est obtenue à partir d'une association géométrique du modèle parallèle et du modèle série (figure 3-3), GROUHEL et GIAT 1988 [29].

Il vient:

$$\frac{1}{\lambda} = \frac{1-d}{\lambda_{//}} + \frac{d}{\lambda_{\perp}} \quad (3-1)$$

où  $d$  représente en quelque sorte le "pourcentage du modèle série par rapport à l'ensemble" (figure 3-3)

$\lambda_{//}, \lambda_{\perp}$  les conductivités thermiques du modèle parallèle et du modèle série.

Utilisant une formulation inspirée de l'analogie électrique (partie I),  $\lambda_{//}, \lambda_{\perp}$  se calculent à partir des formules:

$$\lambda_{//} = (1-\theta)\lambda_r + \theta m \lambda_e + \theta (1-m)\lambda_a \quad (3-2)$$

$$\frac{1}{\lambda_{\perp}} = \frac{1-\theta}{\lambda_r} + \frac{\theta m}{\lambda_e} + \frac{\theta (1-m)}{\lambda_a} \quad (3-3)$$

avec  $\lambda_r, \lambda_e, \lambda_a$  conductivité thermique du solide, de l'eau et de l'air,  
( $\lambda_e = 0,597 \text{ Wm}^{-1}\text{K}^{-1}$ ,  $\lambda_a = 0,025 \text{ Wm}^{-1}\text{K}^{-1}$ )

$\theta, m$  porosité totale et taux de saturation.

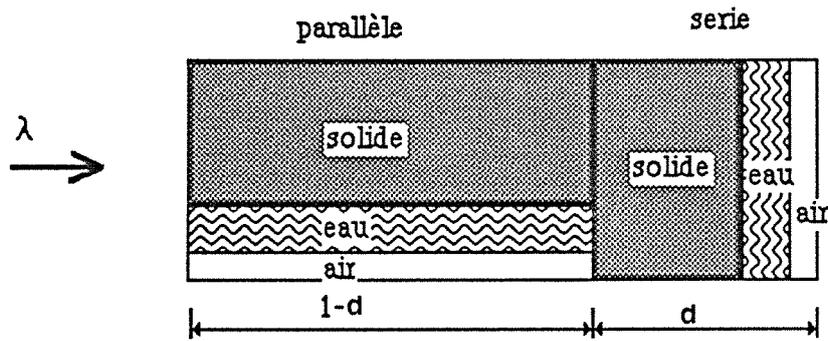


Fig. 3-3. Modèle de Krischer-Kröll

GROUHEL et GIAT démontrent que les paramètres  $d$  et  $\lambda_r$  se déterminent simultanément à partir des valeurs de  $\lambda$  du matériau à l'état sec ( $m=0$ ) et à l'état totalement saturé ( $m=1$ ). A partir des équations précédentes, pour une valeur quelconque de  $\lambda_r$  on établit l'expression du paramètre  $d$  à l'état sec:

$$d_0(\lambda_r) = \frac{\lambda_{/0} \lambda_{\perp 0} / \lambda_0 - \lambda_{\perp 0}}{\lambda_{/0} - \lambda_{\perp 0}} \quad (3-4)$$

et à l'état saturé:

$$d_s(\lambda_r) = \frac{\lambda_{/s} \lambda_{\perp s} / \lambda_s - \lambda_{\perp s}}{\lambda_{/s} - \lambda_{\perp s}} \quad (3-5)$$

où 0 et s sont les indices désignant les paramètres à l'état sec et à l'état de saturation totale.

Par conséquent les paramètres  $d$  et  $\lambda_r$  sont obtenus par une méthode itérative; elle détermine par approches successives la valeur de la conductivité thermique  $\lambda_r$  pour laquelle  $d_0 = d_s = d$  point unique commun aux deux équations  $d_0(\lambda_r) = d_s(\lambda_r)$ , dans le domaine ayant un sens physique ( $0 < d < 1$ ).

En connaissant alors les paramètres  $d$  et  $\lambda_r$ , nous pouvons évaluer la conductivité en fonction du taux de saturation  $m$ .

### 3-2-2 Application du modèle et comparaisons entre conductivités calculées et mesurées

#### a). Paramètres d dans les roches anisotropes

Utilisant le modèle de Krischer-Kröll et nos résultats expérimentaux, les valeurs du paramètre d de quatre schistes sont présentés dans le tableau 3-2. Pour les roches anisotropes, dans chaque direction principale, nous obtenons des valeurs de d et  $\lambda_r$  respectivement.

N°	échantillon	direction	$\lambda_0$	$\lambda_s$	d	$\lambda_r$
1	Schiste (St.A.de Val)	//	4,28	5,04	0,0703	5,13
		⊥	2,36	3,46	0,2720	3,35
2	Schiste (Collet de Dèze)	//	3,37	3,80	0,1217	3,84
		⊥	1,65	2,27	0,6013	2,31
3	Schiste d'Angers	//	4,35	4,47	0,0754	4,48
		⊥	1,44	1,51	0,5836	1,52
4	Schiste de Bretagne	//	3,20	3,56	0,0275	3,50
		⊥	1,62	2,21	0,1192	2,28

// : direction parallèle à la schistosité

⊥ : direction perpendiculaire à la schistosité

Tab. 3-2. Valeurs des paramètres d et  $\lambda_r$  pour les roches anisotropes

Les résultats montrent que dans les roches anisotropes, le pourcentage du modèle série (d) dans la direction perpendiculaire à la schistosité est toujours largement supérieur à celui dans la direction parallèle. Dans la dernière direction, les valeurs du paramètre d sont inférieures à 0,1, et dans la direction perpendiculaire, elles sont supérieures à 0,1.

En comparant les valeurs de d, il apparait que dans la direction perpendiculaire à la schistosité, le pourcentage du modèle série est plus importante quand la porosité totale est faible. Pour l'échantillon N°2 et N°3, les valeurs de d sont supérieures à 0,5.

Les valeurs de  $\lambda_s$ , conductivités calculées de matrice du solide, dans les deux directions ne sont pas les mêmes; cela explique que la matrice du solide, définie par (1- $\theta$ ) mesuré par la méthode de submersion à l'eau, contient encore une

partie des pores ou des fissures non accessibles par l'eau. L'anisotropie thermique existe dans la matrice du solide.

**b). Anisotropies des conductivités et du paramètres d**

Nous avons constaté que les anisotropies de la conductivité et du paramètre d sont cohérentes, mais l'importance de l'anisotropie du paramètre d est plus marquée que celle des conductivités (tableau 3-3). A l'état de saturation les anisotropies thermiques sont légèrement diminuées par rapport à l'état sec. L'explication réside dans le fait que la conductivité de l'eau est supérieure à celle de l'air; donc quand le fluide remplace les vides, la conductivité dans la direction perpendiculaire augmente plus rapidement; le degré de l'anisotropie thermique diminue alors.

N°	échantillon	$\frac{\lambda_0(//)}{\lambda_0(\perp)}$	$\frac{\lambda_s(//)}{\lambda_s(\perp)}$	$\frac{d(//)}{d(\perp)}$	$\frac{\lambda_r(//)}{\lambda_r(\perp)}$
		1	Schiste (St.A.de Val)	1,81	1,45
2	Schiste (Collet de Dèze)	2,04	1,67	4,94	1,66
3	Schiste d'Angers	3,02	2,96	2,96	2,94
4	Schiste (Bretagne)	1,98	1,61	4,33	1,54

Tab. 3-3. Anisotropies des conductivités et du paramètre d

**c) Calcul des conductivités en fonction de la teneur en eau**

Connaissant les paramètres d et  $\lambda_r$ , il nous est possible à l'aide du modèle de Krische-Kröll de calculer les conductivités thermiques pour différents taux de saturation. La figure 3-4 présente les courbes de  $\lambda$ -m des quatre schistes.

Les figures montrent que les conductivités calculées sont cohérentes avec celles mesurées. La non-linéarité de la conductivité thermique avec le taux de saturation n'est pas très marquée dans les courbes. En fait si la porosité des roches est importante, comme dans des sols et des terres cuites, la nonlinéarité décrite par l'équation (3-1) est évidente (figure 3-5).

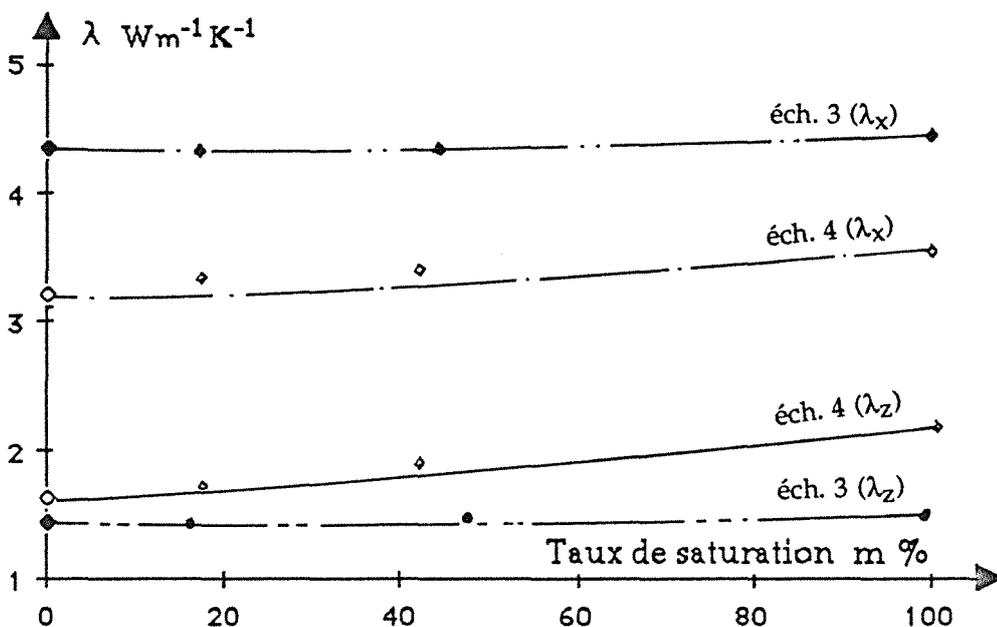
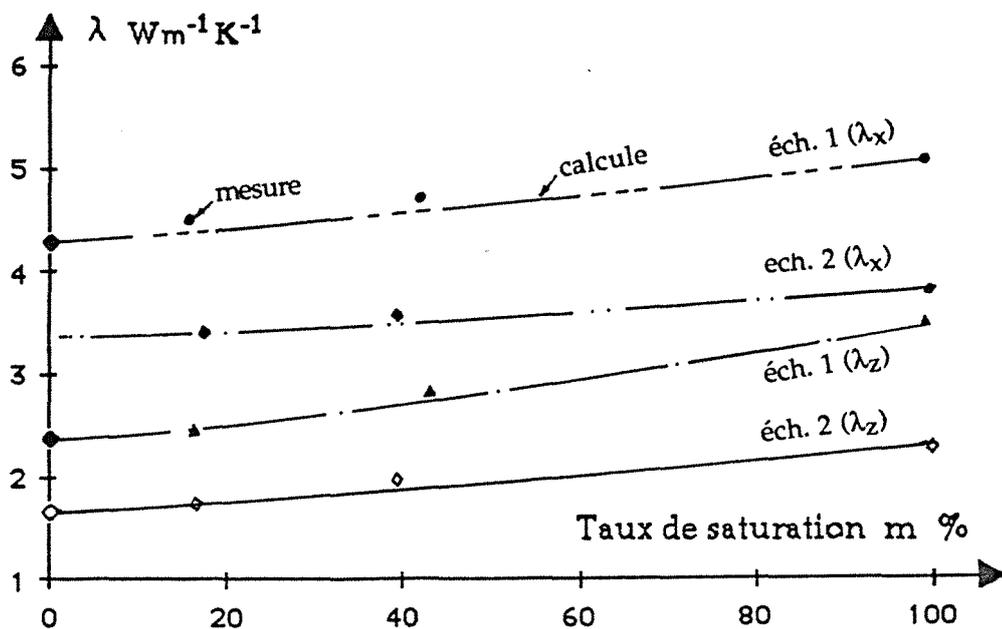


Fig. 3-4. Variation des conductivités thermiques calculées en fonction du taux de saturation des schistes

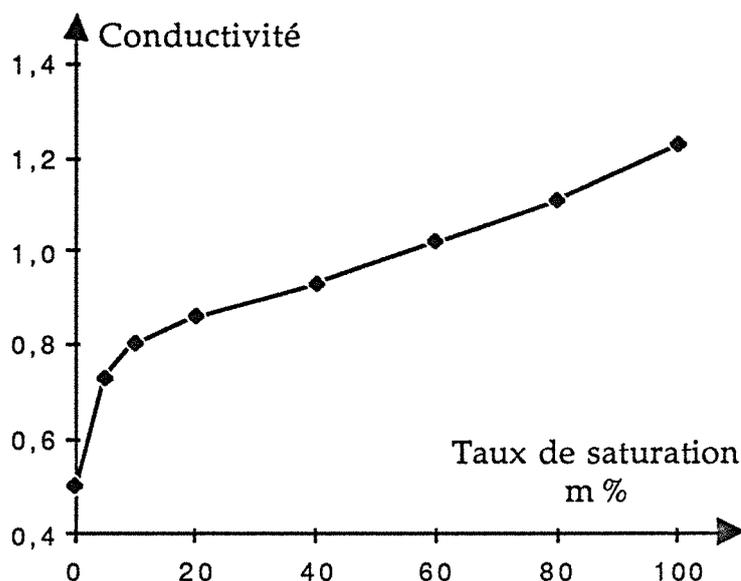


Fig. 3-5. Variation de la conductivité en fonction du taux de saturation sur terre cuite, GROUHEL et GIAT 1988 [29]

### 3-2-3 Influence de la forme des pores sur la variation de la conductivité par saturation

La forme des pores et leur orientation ont une influence considérable à la fois sur l'amplitude de l'effet de la teneur en eau et sur l'anisotropie thermique.

Considérons deux cas extrêmes: la forme des pores est soit une couche mince, soit une cavité compacte ("un carré) dans le plan X-Z (figure 3-6).

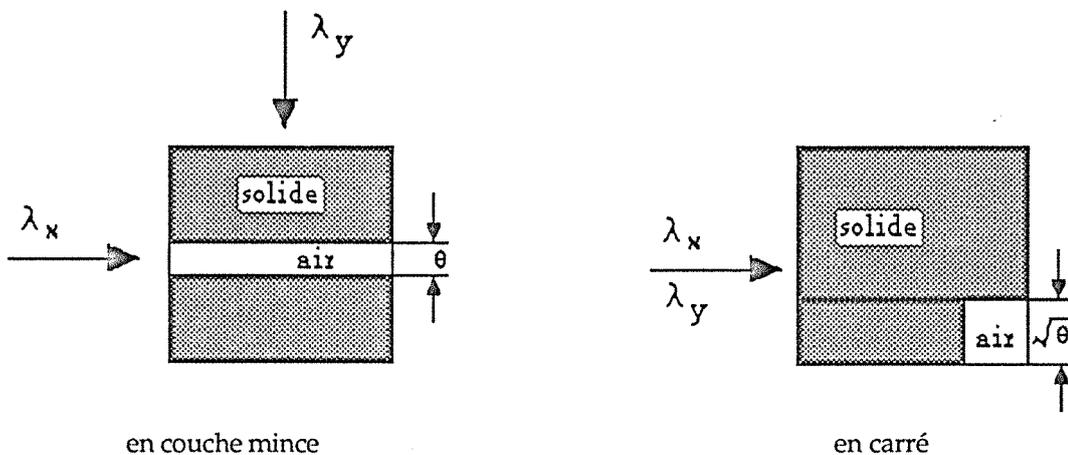


Fig. 3-6. Supposition de deux cas extrêmes de la forme des pores dans les roches

En utilisant la formulation précédente les conductivités à l'état sec s'expriment par:

en cas de couche:

$$\left. \begin{aligned} \frac{1}{\lambda_{y0}} &= \frac{1-\theta}{\lambda_r} + \frac{\theta}{\lambda_a} \\ \lambda_{x0} &= (1-\theta)\lambda_r + \theta\lambda_a \end{aligned} \right| \quad (3-6)$$

en cas de carré:

$$\lambda_{x0} = \lambda_{y0} = (1-\sqrt{\theta})\lambda_r + \sqrt{\theta} \frac{\lambda_r\lambda_a}{(1-\sqrt{\theta})\lambda_a + \sqrt{\theta}\lambda_r} \quad (3-7)$$

où les paramètres sont même définition que dans les équations (3-1), (3-2), (3-3).

De même, à l'état de saturation les conductivités  $\lambda_{xs}$  et  $\lambda_{ys}$  peuvent se calculer à partir des équations (3-6) et (3-7) en mettant  $\lambda_e$  au lieu de  $\lambda_a$ :

en couche mince

$$\left. \begin{aligned} \frac{1}{\lambda_{ys}} &= \frac{1-\theta}{\lambda_r} + \frac{\theta}{\lambda_e} \\ \lambda_{xs} &= (1-\theta)\lambda_r + \theta\lambda_e \end{aligned} \right| \quad (3-8)$$

en carré:

$$\lambda_{xs} = \lambda_{ys} = (1-\sqrt{\theta})\lambda_r + \sqrt{\theta} \frac{\lambda_r\lambda_e}{(1-\sqrt{\theta})\lambda_e + \sqrt{\theta}\lambda_r} \quad (3-9)$$

Par conséquent, les variations relatives de conductivités thermiques,  $(\lambda_s - \lambda_0)/\lambda_0$ , par la saturation à l'eau peuvent également s'exprimer en fonction de la porosité totale (figure 3-7. et 3-8) (supposons que  $\lambda_r=10 \text{ Wm}^{-1}\text{K}^{-1}$ ).

Nous avons constaté que l'effet de la saturation à l'eau est considérable dans la direction perpendiculaire à la couche de pore (figure 3-7-B); 300% de variation relative correspond à 1% de porosité; par contre, dans la direction parallèle, la variation est très petite. Donc dans les roches schisteuses, la conductivité thermique dans la direction perpendiculaire à la schistosité est très sensible à la saturation, bien que la porosité soit très faible. En conséquence, l'anisotropie thermique varie avec la saturation.

Lorsque les pores se présentent sous forme compacte, l'effet de la saturation évolue de manière logarithmique en fonction de la porosité. La variation relative

est modérée, mais elle augmente rapidement quand la porosité est inférieure à 1,5%. Donc de ce modèle, nous pouvons déduire que dans les roches granulaires,

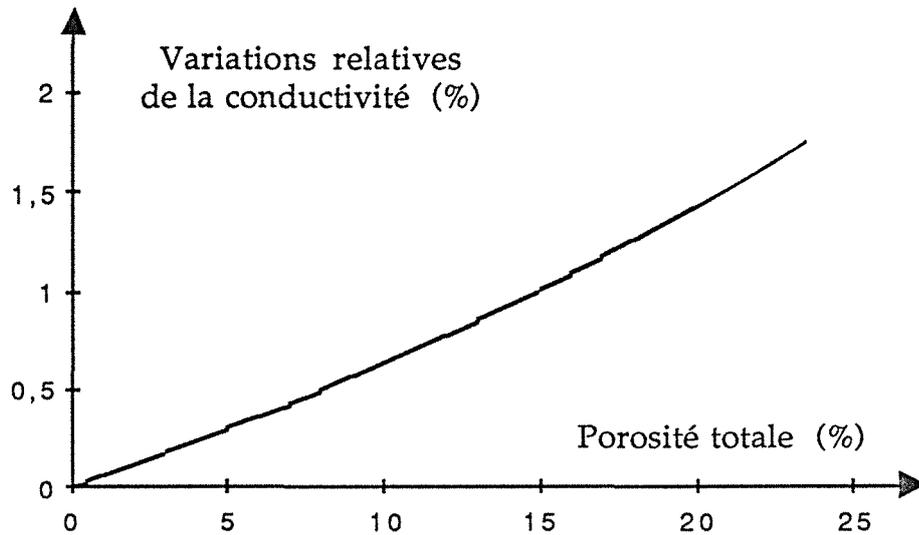


Fig. 3-7-a. Variation relative de conductivité par saturation en fonction de la porosité dans la direction parallèle à la couche de pores

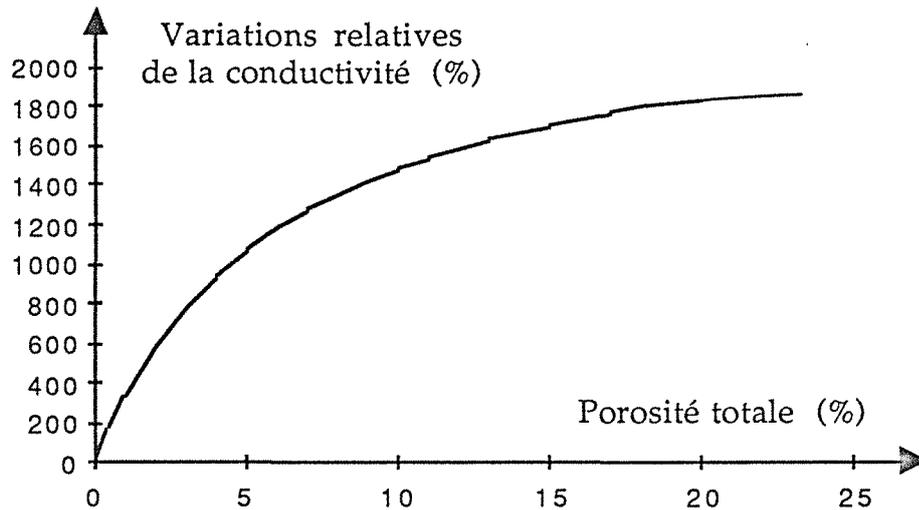


Fig. 3-7-a. Variation relative de conductivité par saturation en fonction de la porosité dans la direction perpendiculaire à la couche de pores

Fig. 3-7. Variation relative de la conductivité thermique par saturation en eau par rapport à l'état sec,  $(\lambda_s - \lambda_0) / \lambda_0$ , en fonction de la porosité totale pour le modèle de pore en couche mince

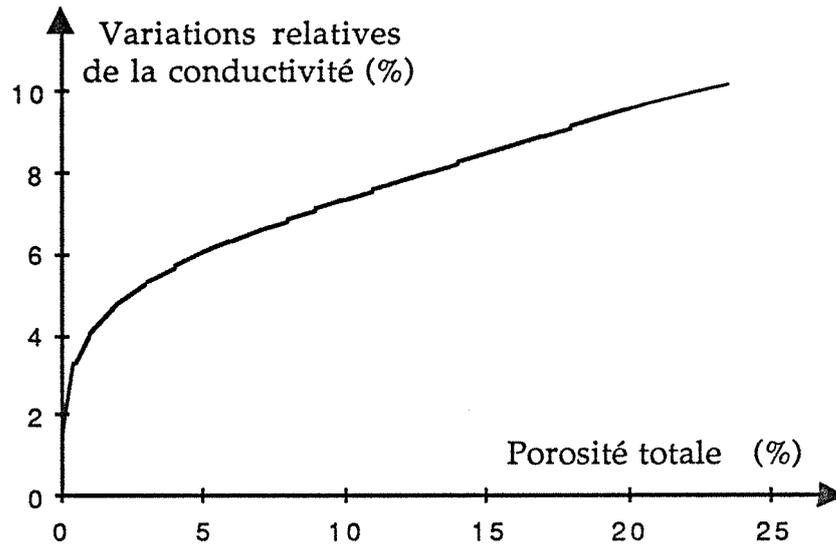


Fig. 3-8. Variation relative de la conductivité thermique par la saturation à l'eau par rapport à l'état sec,  $(\lambda_s - \lambda_0)/\lambda_0$ , en fonction de la porosité totale pour le modèle de pore en carré

la conductivité thermique est peu affectée par l'humidité. Les travaux menés par WAKABYASHI et al 1987 [67] montrent que dans une roche granulaire, la diffusivité thermique,  $a = \lambda / C_v$ , diminue avec la saturation, parce que l'augmentation de la conductivité ( $\lambda$ ) est modérée, en revanche l'augmentation de la chaleur spécifique volumique ( $C_v$ ) est importante par la saturation.

### 3-3. Synthèse

Dans les roches anisotropes, l'humidité a une influence importante sur la conductivité thermique bien que la porosité ouverte soit très faible dans certains cas. La variation relative dans le schiste de Collet de Dèze est de 30% dans la direction perpendiculaire pour seulement 0,5% de porosité totale ouverte. Dans la direction perpendiculaire à la schistosité, l'effet de l'humidité sur la conductivité est toujours supérieur à celui dans la direction parallèle. L'influence de l'eau sur les propriétés thermiques des roches dépend de la porosité ouverte, de la morphologie des pores, et de l'orientation des fissures.

A l'aide de modèle de Krische-Kröll, il est nous possible d'évaluer la variation de la conductivité thermique en fonction du taux de saturation en connaissant les conductivité à l'état sec et l'état saturé.

## Chapitre 4

# CALCULS THERMOMECHANIQUES COMPARATIFS D'UNE GALERIE CIRCULAIRE DANS UN GISEMENT SCHISTEUX

- 4-1. Présentation du processus de calcul
  - 4-2. Calculs thermomécaniques comparatifs d'une galerie circulaire
  - 4-3. Synthèse
- 

Utilisant un modèle de galerie circulaire, nous analysons les effets induits par l'anisotropie thermique et l'anisotropie mécanique et leur couplage thermomécanique. Les calculs numériques sont effectués à l'aide d'un code de calcul par éléments finis, ANSYS.

## 4-1 Présentation du processus de calcul

Lors d'une comparaison de plusieurs codes de calcul sur un problème géomécanique lié au stockage des déchets radioactifs, les résultats fournis par ANSYS sont apparus de bonne qualité ( COME 1986 [16])

Le calcul thermomécanique s'effectue en deux temps: détermination du champ de températures dans le milieu, puis calcul des contraintes et des déplacements associés.

Dans l'analyse thermique, l'équation de base s'écrit:

$$[C] [T] + [\lambda] [T] = [Q] \quad (4-1)$$

avec

- [C] matrice de chaleur spécifique
- [ $\lambda$ ] matrice des conductivités thermiques
- [T] matrice des températures des noeuds
- [Q] vecteur de flux de chaleur (incluant la génération interne de chaleur, la convection et les flux de chaleur appliqués)

Cette équation est résolue par un schéma d'intégration directe implicite basé sur une méthode modifiée de Houbolt .

Des critères de convergence et une procédure d'optimisation des pas de temps sont mis en oeuvre pour les calculs transitoires.

Une fois obtenue la distribution des températures avec les conditions aux limites thermiques, l'analyse mécanique est enchaînée à partir des températures calculées.

Le même modèle est automatiquement converti de l'analyse thermique vers l'analyse mécanique. La géométrie et la distribution des éléments restent inchangées.

## 4-2 Calcul thermomécanique d'une galerie circulaire

Nous considérons, dans une formation anisotrope (schiste), une galerie de section circulaire de 3 mètres de rayon, noté  $r_0$ . On suppose que la température initiale est nulle, et qu'une température de 100 °C est imposée sur la paroi de la galerie à partir l'instant initial .

Le champ de températures dans le massif rocheux est calculée au bout de  $10^7$  seconde (environ 4 mois). Les différents paramètres thermiques et mécaniques sont modifiés pour qu'on puisse constater les effets de l'anisotropie thermique et mécanique sur le comportement de la galerie. Quatre résultats sont successivement présentés:

- 1) thermique isotrope et mécanique isotrope (TIMI),
- 2) thermique anisotrope et mécanique isotrope (TAMI),
- 3) thermique isotrope et mécanique anisotrope (TIMA),
- 4) thermique anisotrope et mécanique anisotrope (TAMA).

La figure 4-1 illustre le modèle de calcul, le maillage et les condition aux limites. La dimension du modèle est 45x45 m (soit 15 fois du rayon de la galerie).

### 4-2-1 Thermique isotrope et mécanique isotrope (TIMI)

Nous supposons que les caractéristiques de la roche sont:

$\lambda = 3,0 \text{ Wm}^{-1}\text{K}^{-1}$	$C = 800 \text{ JKg}^{-1}\text{K}^{-1}$
$\rho = 2700 \text{ Kg m}^{-3}$	$E = 50 \text{ GPa}$
$\nu = 0,25$	$\alpha = 16 \times 10^{-6} \text{ K}^{-1}$

- où E module d'élasticité  
 $\nu$  coefficient de Poisson  
 $\alpha$  coefficient de dilatation thermique

En coordonnées cylindriques, avec de telles conditions aux limites et un tel type de milieu, le champ de température s'exprime uniquement en fonction de la

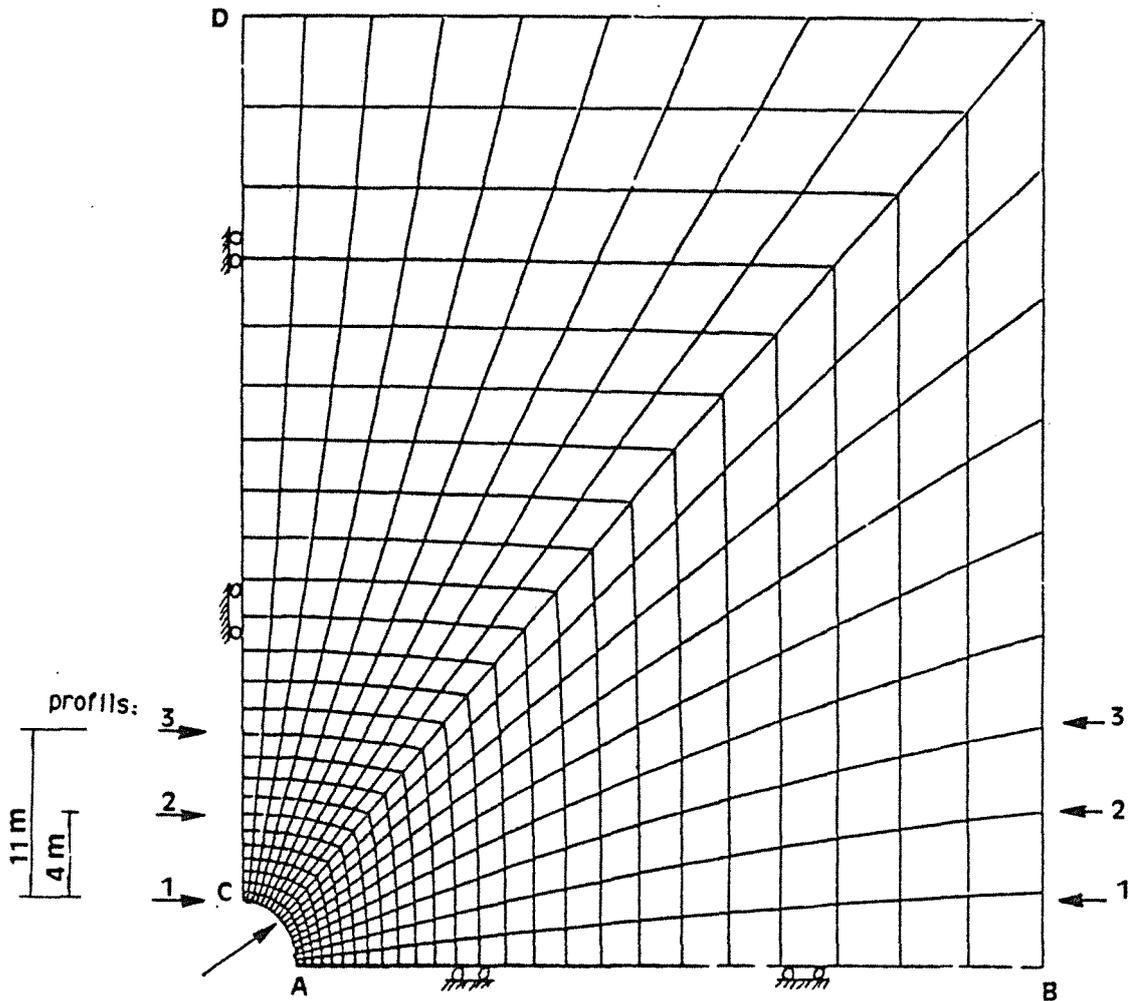


Fig. 4-1. Modèle de calcul et conditions aux limites

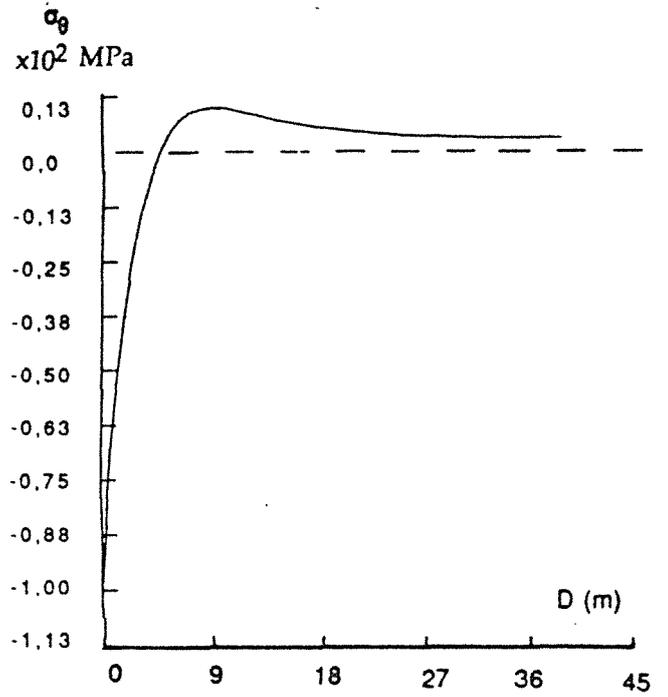
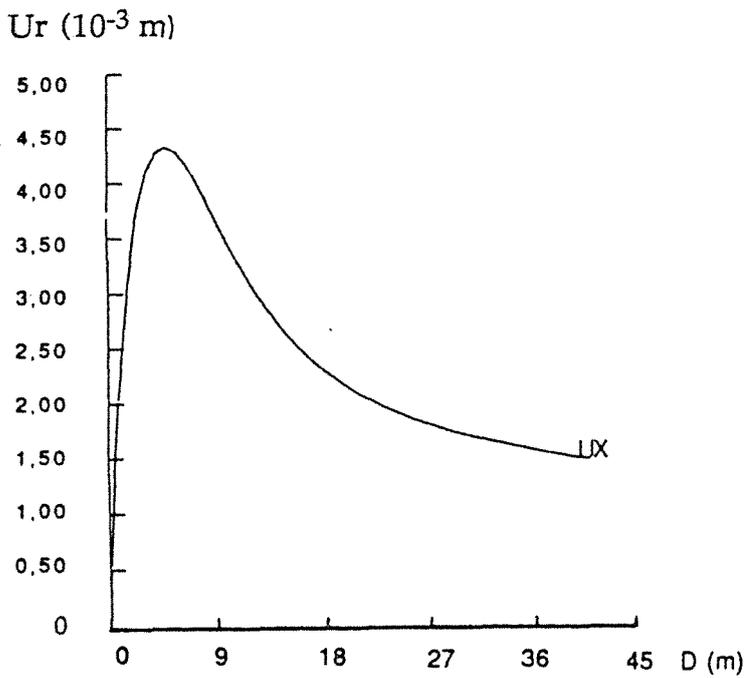


Fig. 4-2. Déplacement radial Ur (TIMI)    Fig. 4-3. Contrainte tangentielle (TIMI)

distance  $r$  au centre de la galerie. On établit, d'après BEREST 1988 [6], que les déplacements à la paroi de la galerie sont nuls; de même on établit que la contrainte tangentielle à la paroi est de l'ordre de  $-E\alpha T/(1-\nu)$ .

La figure 4-2 présente le déplacement radial en fonction de la distance à la paroi ( $r-r_0$ ) à partir des résultats de calcul. Elle nous montre notamment que le déplacement radial  $U_r$  est nul à la paroi, conformément à la théorie.

La contrainte tangentielle  $\sigma(\theta)$  provoquée par l'échauffement évolue comme indique figure 4-3. En paroi  $\sigma(\theta) = -E\alpha T/(1-\nu)$ .

Ce calcul peut être considéré comme une référence pour la suite.

#### 4-2-2 Thermique anisotrope et mécanique isotrope (TAMI)

Le calcul a été réalisé en considérant que le matériau est anisotrope thermique et mécanique isotrope. Dans ce cas, la distribution des températures est fonction de  $r$  et de  $\theta$ . Les caractéristiques retenues pour le matériau sont les suivantes:

$\lambda_x = 3,6 \text{ Wm}^{-1}\text{K}^{-1}$	$\lambda_y = 1,2 \text{ Wm}^{-1}\text{K}^{-1}$
$C = 800 \text{ J Kg}^{-1}\text{K}^{-1}$	$\lambda_x / \lambda_y = 3$
$\rho = 2700 \text{ Kg m}^{-3}$	$E = 50 \text{ GPa}$
$\nu = 0,25$	$\alpha = 16 \times 10^{-6}$

La figure 4-4 présente les isothermes des températures dans le modèle. L'effet de l'anisotropie se traduit notamment par une pénétration du flux thermique plus marquée suivant OX que suivant OY. On remarque que les profondeurs de pénétration sont sensiblement proportionnelles à  $\sqrt{\lambda}$ , conformément à l'analyse dimensionnelle. On note également la forme elliptique des isothermes.

La figure 4-5 présente les déplacements radiaux suivant les deux profils AB et CD (figure 4-1). Comparant avec la figure (4-2), nous constatons que les déplacements dans ces deux profils sont nettement différents, mais ces deux profils "encadrent" sensiblement celui de la figure 4-2.

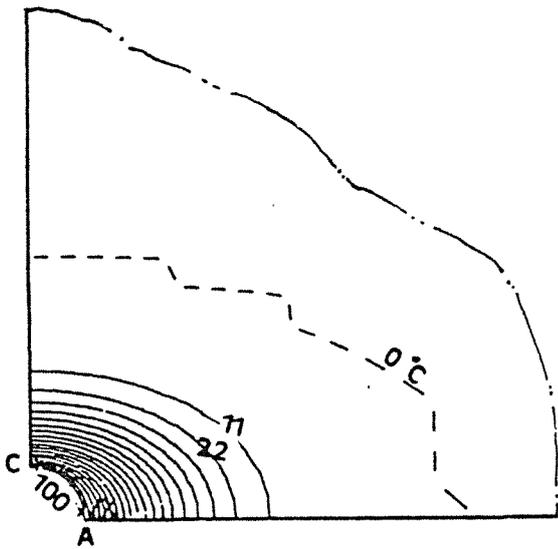


Fig. 4-4. Isothermes (TAMI)

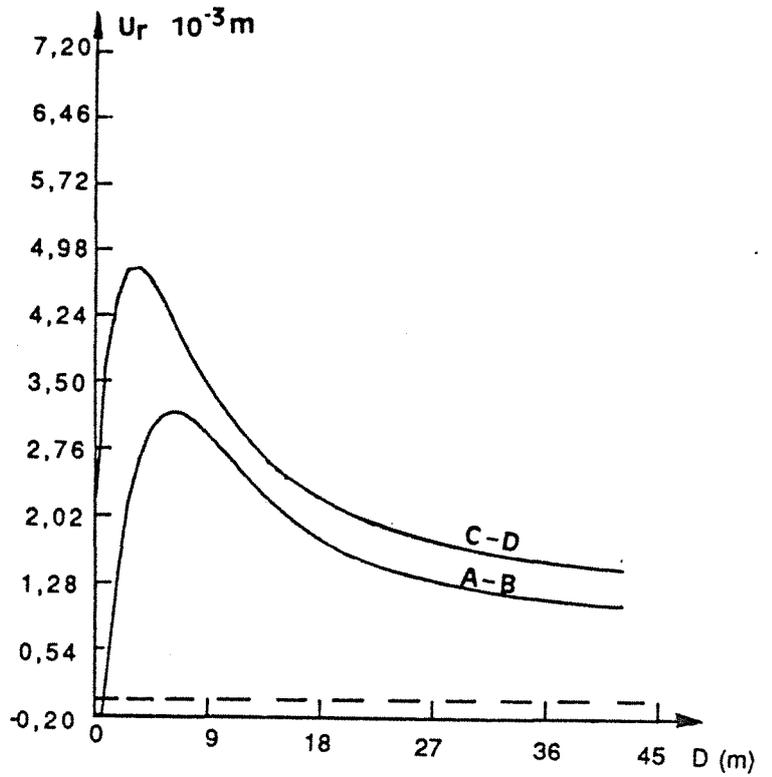


Fig. 4-5. Déplacements radiaux des profils AB et CD (TAMI)

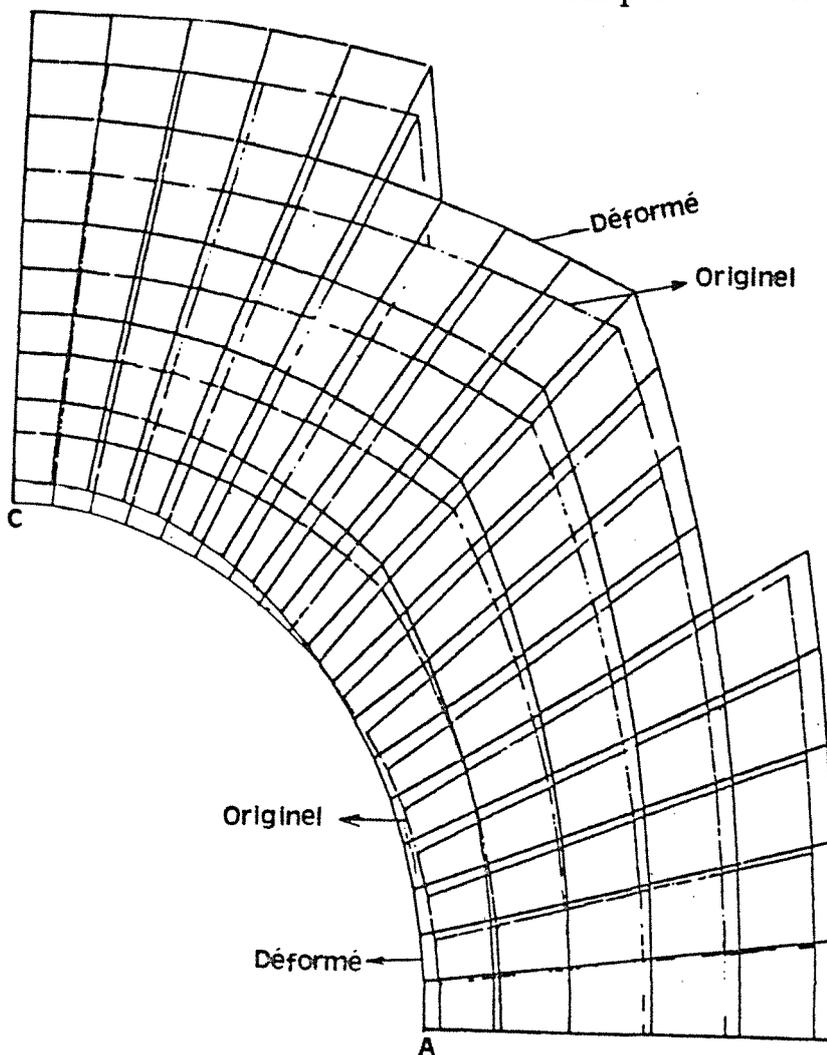


Fig. 4-6. Superposition du maillage originel et déformé (TAMI).

La figure 4-6 présente un détail du maillage originel du modèle au voisinage de la galerie en superposant le maillage après déformation. Nous constatons que la paroi latérale "rentre" vers la galerie, et que le toit "monte". Ce fait peut être interprété comme suit: la pénétration plus marquée de flux en direction horizontale introduit une dilatation de matériau, qui tend à le "soulever", d'où un déplacement vertical (en même temps qu'un mouvement horizontal vers la gauche, lié à la dilatation horizontale).

Les figures 4-7 et 4-8 présentent les contraintes  $\sigma_r$  et  $\sigma_\theta$  suivant les profils AB et CD. Nous remarquons que la contrainte  $\sigma_\theta$  (C) est supérieure à  $\sigma_\theta$  (A), la moyenne  $[\sigma_\theta$  (C) +  $\sigma_\theta$  (A)]/2 est peu différente de celle correspondant au calcul TIMI. La différence,  $\sigma_\theta$  (C) -  $\sigma_\theta$  (A), est forcément liée au degré d'anisotropie, c'est-à-dire au rapport  $\lambda_x/\lambda_y$ . La figure 4-9 présente la contrainte  $\sigma_\theta$  le long de la paroi A^C pour différents degrés d'anisotropie thermique. Les courbes sont symétriques par rapport à la ligne représentant la contrainte  $\sigma_\theta$  pour  $\lambda_x/\lambda_y = 1$ . Le rapport  $\sigma_\theta$  (C)/ $\sigma_\theta$  (A) est lié à la fois à l'anisotropie thermique et aux propriétés mécaniques, notamment au coefficient de dilatation thermique. La figure 4-10 montre les contraintes de cisaillement provoquées par l'échauffement aux différents niveaux du modèle sur les profils (1), (2) et (3) (figure 4-1). Il est connu que les schistes présentent une faible résistance au cisaillement sur leur plan de schistosité. On remarque que  $\sigma_{xy}$  atteint environ 30 MPa près du toit et de 12 MPa à 4 mètres du toit.

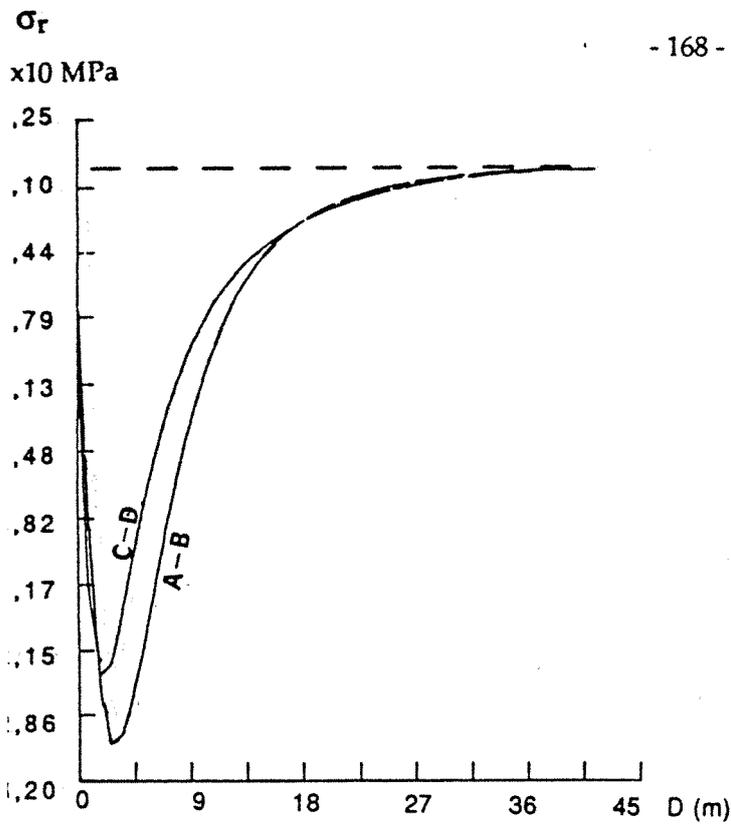


Fig. 4-7. Contraintes radiales  $\sigma(r)$  des profils AB et CD (TAMI)

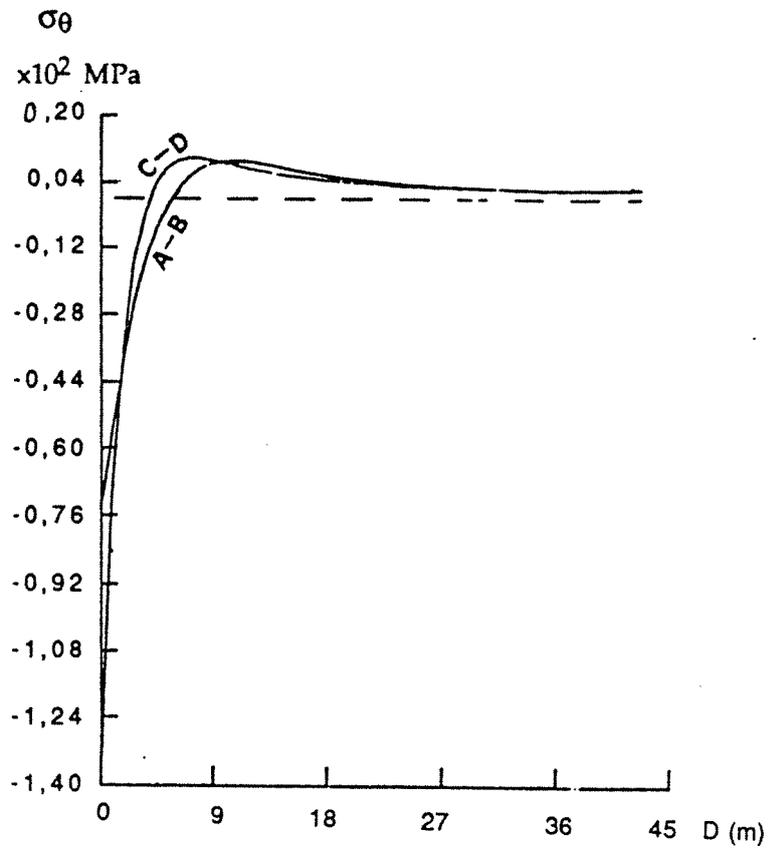


Fig. 4-8. Contraintes tangentielle  $\sigma(\theta)$  des profils AB et CD (TAMI)

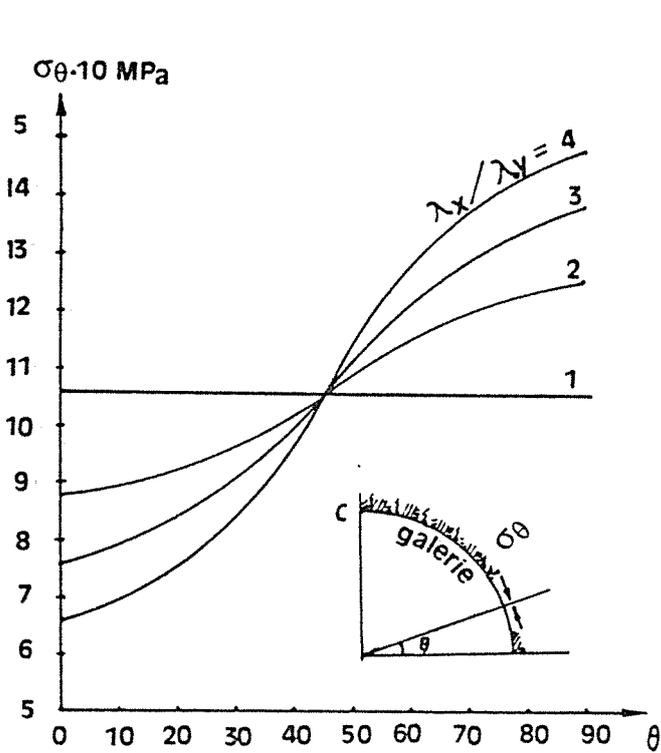


Fig. 4-9 Contraintes tangentielles en paroi pour différents degrés d'anisotropie (TAMI).

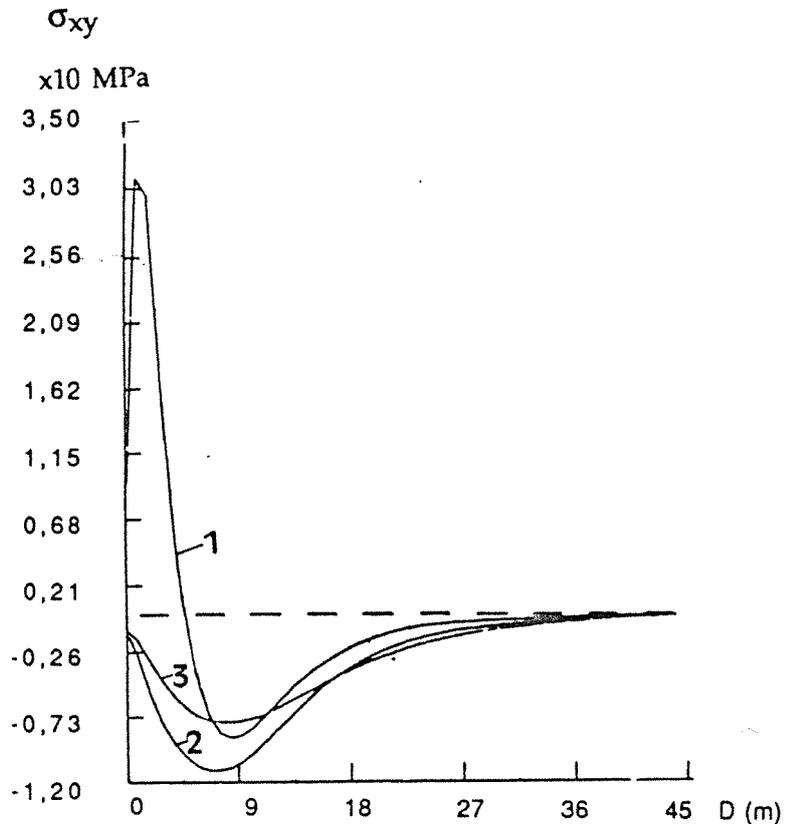


Fig. 4-10. Contraintes tangentielles aux différents niveaux du modèle (TAMI) (figure 4-1).

### 4-2-3 Thermique isotrope et mécanique anisotrope (TIMA)

En prenant le même champ de température que TIMI, le calcul mécanique se fait en considérant les propriétés mécaniques anisotropes. Les caractéristiques figurent mécaniques sont tirées de la référence correspondant au schiste ardoisier d'Angers (PANET 1976 [51]).

$\lambda = 3,6 \text{ Wm}^{-1}\text{K}^{-1}$	$C = 800 \text{ J Kg}^{-1}\text{K}^{-1}$
$\rho = 2700 \text{ Kg m}^{-3}$	$\alpha_x = 16 \times 10^{-6}\text{K}^{-1}$
$E_x = 78 \text{ GPa}$	$E_y = 42 \text{ GPa}$
$E_z = 78 \text{ GPa}$	$\nu_{xz} = 0,22$
$\nu_{xy} = 0,145$	$G_{xy} = 21 \text{ GPa}$
$\alpha_y = 8 \times 10^{-6}\text{K}^{-1}$	
$E_x/E_y = 1,8$	$\alpha_x/\alpha_y = 2$

La figure 4-11 présente les déplacements radiaux des profils AB et CD. On voit que les déplacements  $U_r$  du profil AB sont plus importants que ceux du profil CD, ( contrairement à ce que l'on observe sur la figure 4-5). Le déplacement du profil CD est semblablement nul à 25 m de la galerie, alors que le long du profil AB, les déplacements demeurent importants.

La superposition d'une partie du maillage originel, et de son déformé, est illustrée dans la figure 4-12. De ces deux figures, nous constatons que la paroi latérale "sort", et que le toit "descend" vers la galerie, ce qui est très différente dans le cas TAMI. L'ordre de grandeur de déplacements à la paroi de la galerie est inférieur aux ceux de calcul TAMI.

Comparant les contraintes radiales  $\sigma(r)$  des profils de AB et CD correspondant aux calculs TAMI et TIMA (figure 4-7 et 4-13), on constate que les écarts de contrainte  $\sigma(r)$  sur ces deux profils sont très sensibles à l'anisotropie mécanique, mais moins sensible à l'anisotropie thermique. La contrainte thermique  $\sigma(r)$  au profil de CD (TIMA), comme le déplacement  $U_r$ , devient être nulle à 25 m de la galerie. En revanche au profil AB, telle contrainte est plus importante que précédemment.

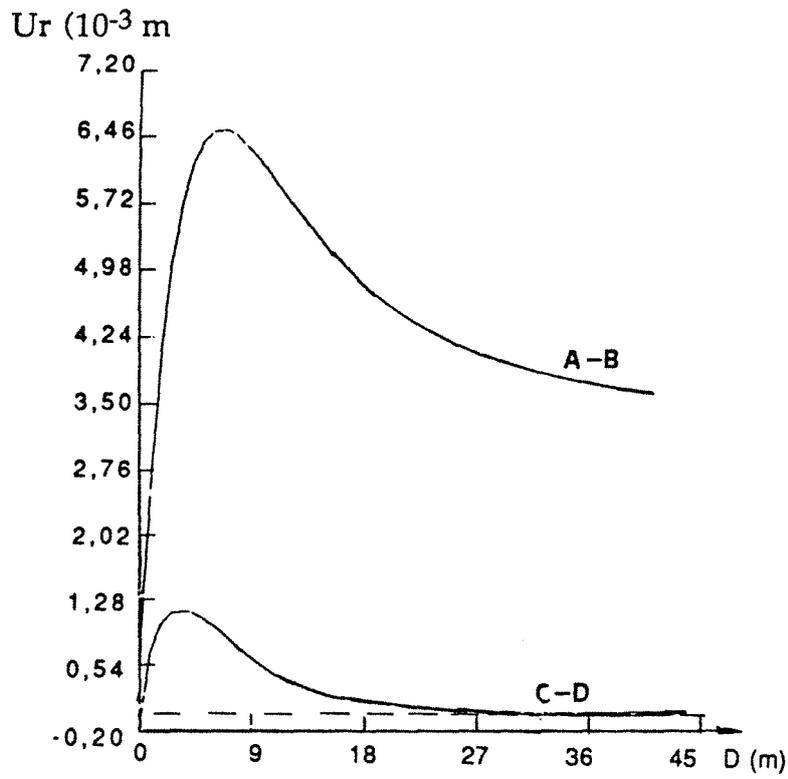


Fig. 4-11. Déplacements radiaux  $U_r$  des profils AB et CD

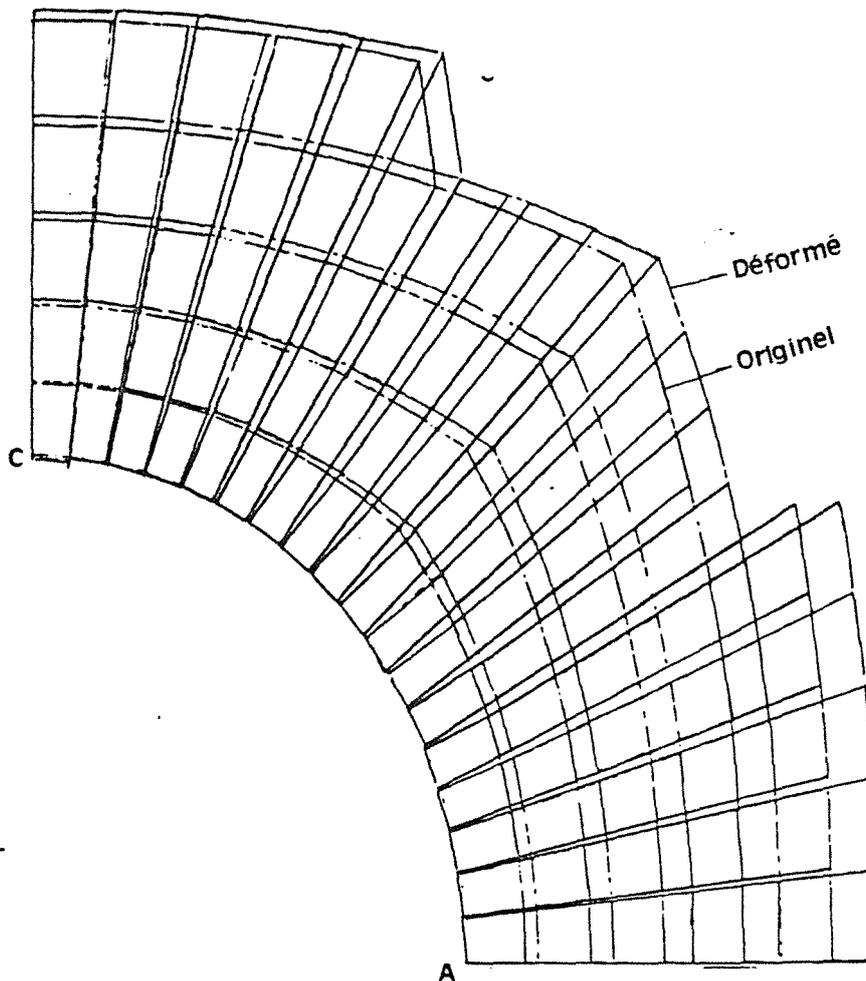


Fig. 4-12. Superposition du maillage originel et déformé (TIMA)

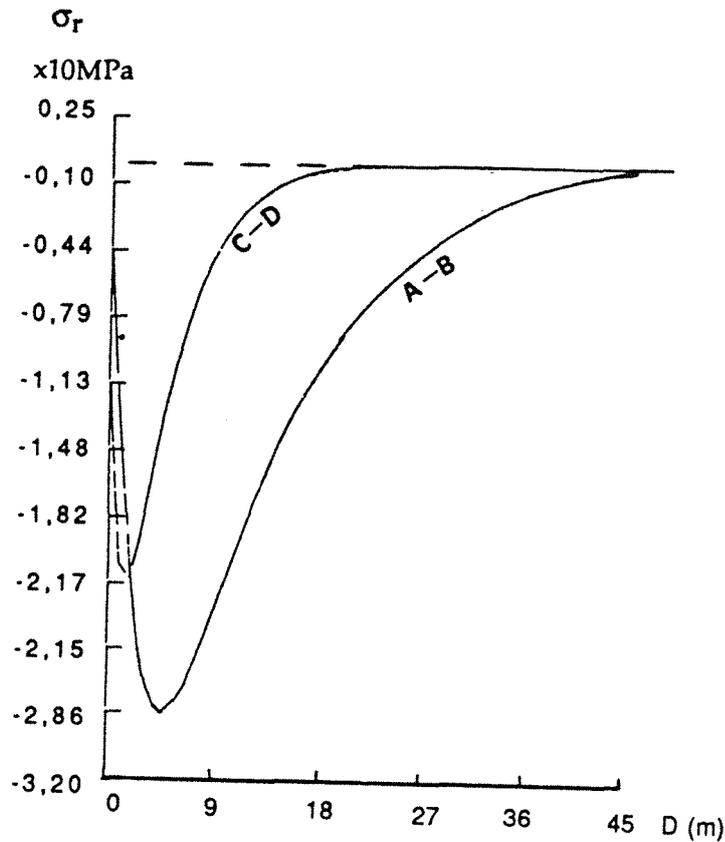


Fig. 4-13. Contraintes radiales  $\sigma(r)$  des profils AB et CD (TIMA)

#### 4-2-4 Thermique anisotrope et mécanique anisotrope (TAMA)

C'est le cas qui est le plus proche de la réalité. Les caractéristiques du matériau figurent ci-dessous:

$\lambda_x = 3,6 \text{ Wm}^{-1}\text{K}^{-1}$	$\lambda_y = 1,2 \text{ Wm}^{-1}\text{K}^{-1}$
$C = 800 \text{ J Kg}^{-1}\text{K}^{-1}$	$\rho = 2700 \text{ Kg m}^{-3}$
$E_x = 78 \text{ GPa}$	$E_y = 42 \text{ GPa}$
$E_z = 78 \text{ GPa}$	$\nu_{xy} = 0,145$
$\nu_{xz} = 0,22$	$G_{xy} = 21 \text{ GPa}$
$\alpha_x = 16 \times 10^{-6} \text{ K}^{-1}$	$\alpha_y = 8 \times 10^{-6} \text{ K}^{-1}$
$\lambda_x/\lambda_y = 3$	$\alpha_x/\alpha_y = 2$
$E_x/E_y = 1,8$	

Les figures 4-14 et 4-15 et 4-16 représentent quelques résultats sous une forme comparable aux calculs précédents. Comparant aux résultats des calculs TAMI et TIMA, nous constatons les points suivants:

\* Pour les déplacements au voisinage de la paroi (quelque mètres) ( $U_r$ ), les résultats de TAMA (figure 4-14) et de TAMI (figure 4-13) sont analogues. Mais au delà d'une certaine distance, les résultats ( $U_r$ ) des deux calculs sont très différents. Il apparaît que l'anisotropie thermique ( $\lambda_x/\lambda_y$ ) a un effet prépondérant sur les déplacements au voisinage de la galerie. De même, comparant les résultats de TAMA et TIMA, on constate qu'au delà d'une certaine distance de la galerie, l'anisotropie mécanique joue un rôle plus important que celui de l'anisotropie thermique sur les déplacements.

\* Comparant les contraintes radiales de différents calculs (figure 4-15, 4-11, 4-5), il apparaît que ces contraintes sont influencées principalement par l'anisotropie mécanique, et peu par l'anisotropie thermique.

\* Les superpositions du maillage original et déformé (figure 4-6, 4-12, 4-16) montrent que la déformation du contour de la galerie dépend de l'anisotropie thermique, mais moins de l'anisotropie mécanique.

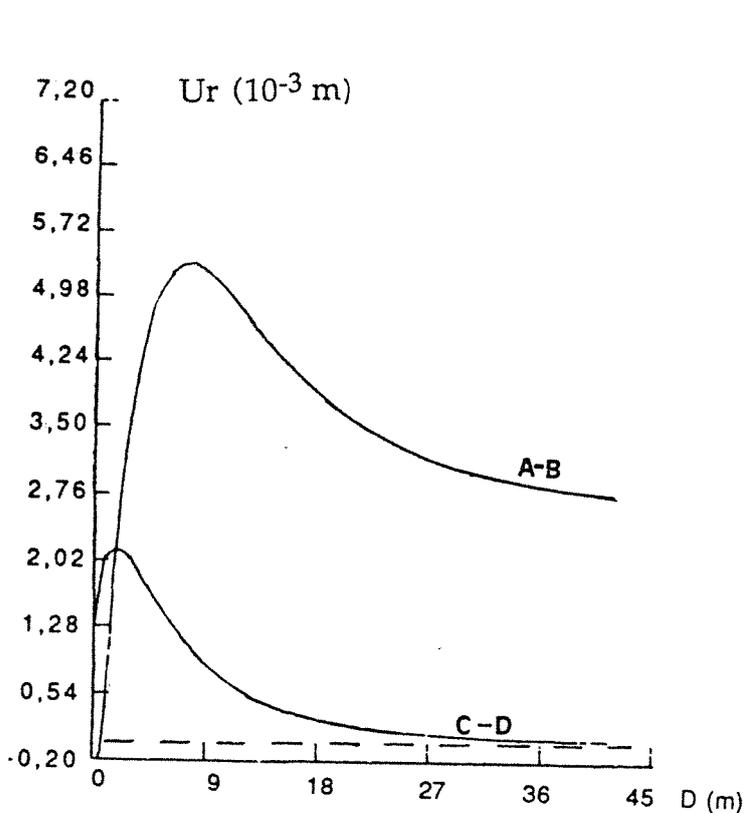


Fig. 4-14. Déplacements radiaux  $U(r)$  des profils AB et CD (TAMA)

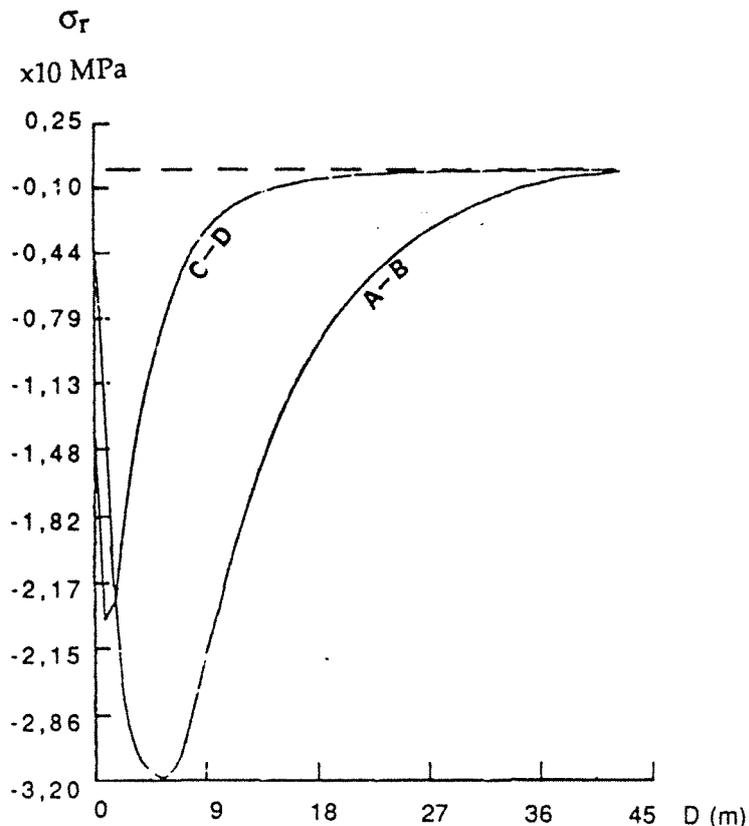


Fig. 4-15. Contraintes radiales  $\sigma(r)$  des profils AB et CD (TAMA)

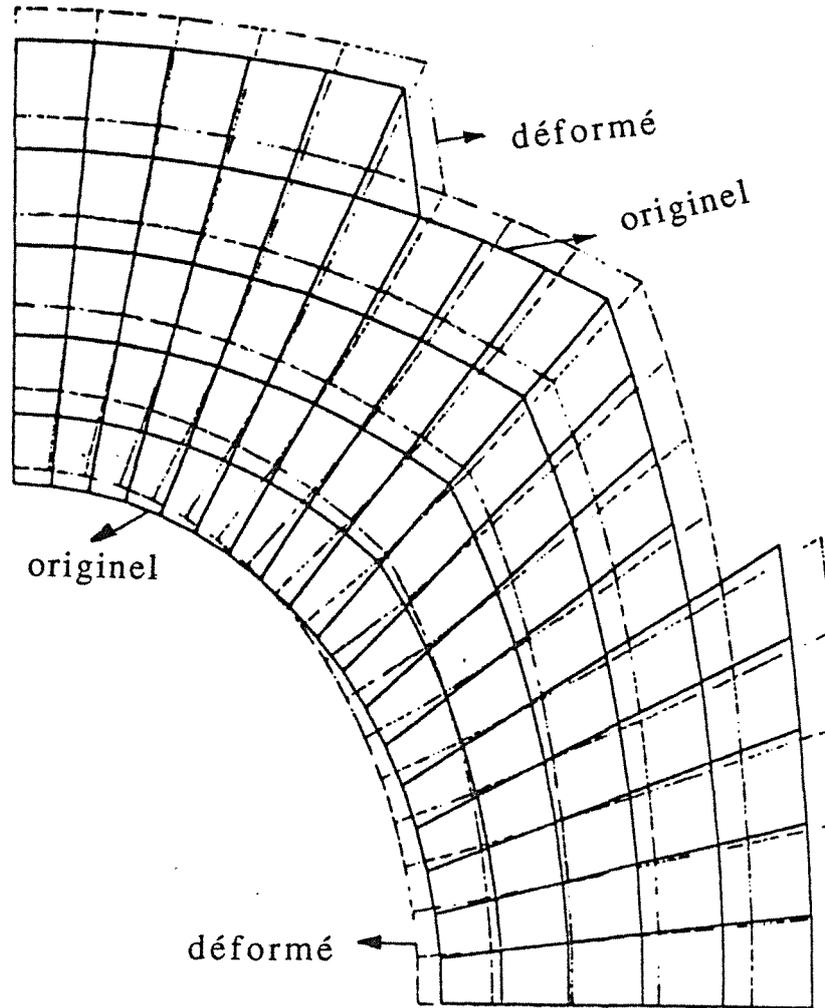


Fig. 4-16. Superposition du maillage originel et déformé (TAMA)

### 4-3 Synthèse

L'exemple ci-dessus de calculs thermomécaniques comparatif nous montre l'influence de l'anisotropie thermique et mécanique sur le comportement mécanique d'une galerie circulaire.

L'anisotropie du matériau peut provoquer un effet important sur la contrainte thermique et la déformation. Le comportement thermomécanique d'une galerie dans une formation schisteuse soumise à l'échauffement est fortement influencé par les propriétés d'anisotropie thermique et mécanique. L'effet de l'anisotropie thermique se manifeste significativement sur la déformation au voisinage de la galerie, mais peu sur les contraintes thermiques dans le milieu. L'anisotropie mécanique a un effet plus importante que l'anisotropie thermique sur les contraintes thermiques.

### CONCLUSION DE LA PARTIE III

La conductivité thermique apparaît bien corrélée avec la célérité des ondes (dans la direction parallèle à la schistosité) et avec le module d'élasticité .

Les mesures thermiques dans diverses conditions (température élevée, sous pression, avec une teneur en eau), montrent que la conductivité thermique est fortement influée par microstructure de la roche. Dans les roches anisotropes, la température, la pression, la teneur en eau influencent différemment sur les conductivités parallèle et perpendiculaire à la schistosité.

Les conductivités thermiques diminuent au fur et à mesure de l'élévation de la température ambiante. Plus les conductivités thermiques sont élevées à la basse température, plus marquées sont leurs décroissances. les coefficients de température dans les roches anisotropes sont de l'ordre de  $-9,0$  à  $-6,5 \cdot 10^{-4} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$ , et sont peu variables dans la direction parallèle à la schistosité; de l'ordre de  $-12,5$  à  $-3,5 \cdot 10^{-4} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$ ; ils sont très variables dans la direction perpendiculaire.

La décroissance des conductivités thermiques provoquée par l'élévation de température est due pour partie aux fissurations thermiques et pour partie à la modification des mouvement des particules impliquées dans le transfert de chaleur. Sur certaines roches anisotropes, schiste d'Angers par exemple, la conductivité diminue avec la température, sans que les célérités des ondes soient affectés.

Les essais thermique sous pression font apparaître une relation croissante entre les conductivités thermiques principales et la pression quand l'échantillon est en phase élastique et à température ambiante.

La variation des conductivités est due pour partie aux fermetures des fissures, qui jouent un rôle prépondérant dans les schistes lorsque la pression est perpendiculaire à la schistosité; et pour partie à la modification du mouvement des particules impliquées dans le transfert de la chaleur, et, pour une dernière partie à la modification des contacts thermiques des lèvres des fissures.

Les "coefficients de contrainte" de la conductivité des roches anisotropes sont inférieurs à  $5 \cdot 10^{-3} \text{ MPa}^{-1}$ ; ils dépendent de la structure des roches et la direction de la pression appliquée. Dans les granites, ce coefficient est de l'ordre de  $1,5 \text{ MPa}^{-1}$ .

Grâce à la méthode du choc thermique ponctuel, les essais thermiques sous pression monoaxiale permettent à la fois de déterminer les conductivités principales et d'établir la relation entre les conductivités thermique axiale et transversale. A l'aide du coefficient  $\nu$ , nous pouvons esquisser les relations entre les conductivités thermiques et l'état de contraintes. Ces coefficients sont très variables dans les roches anisotropes.

L'influence de la teneur en eau sur les propriétés thermiques est importante dans les roches en présence de porosité ouverte, même très faible. L'importance de l'effet de la saturation dépend fortement de la forme de pores et de l'orientation des fissures. Par exemple, une variation relative de 30% de la conductivité par la saturation en eau dans la direction perpendiculaire à la schistosité pour le schiste de Collet de Dèze (Cévennes) avec seulement 0,5% de porosité ouverte.

A l'aide de modèle de Krischer-Kröll, il est nous possible d'évaluer la variation de la conductivité thermique en fonction du taux de saturation en connaissant les conductivité à l'état sec et l'état saturé.

Les anisotropies thermique et mécanique peuvent provoquer des effets importantes sur le comportement thermomécanique. Les calculs thermomécaniques comparatifs d'une galerie circulaire font apparaître que l'anisotropie thermique joue un rôle prépondérant dans les déformations de la galerie, et que les contraintes thermiques apparaissent plus sensibles à l'anisotropie mécanique qu'à l'anisotropie thermique.

## CONCLUSIONS ET PERSPECTIVES

### Conclusion générale:

La conduction de la chaleur est un phénomène dont la complexité est à l'image de celle de la microstructure des roches à travers lesquelles elle se propage; toutefois, moyennant certaines hypothèses d'homogénéisation, les lois de conduction dans les milieux continus peuvent valablement s'appliquer au milieu rocheux.

Ce milieu peut être anisotrope, lorsque les conditions de genèse et d'histoire de la formation rocheuse conduisent à une orientation préférentielle des minéraux et des fissures. L'anisotropie thermique est plus marquée que celle d'autres grandeurs physiques, célérité des ondes, déformabilité ... etc.

L'effet de l'anisotropie thermique se traduit par des distributions très particulières des températures et des contraintes thermiques induites. Sur le plan théorique, les méthodes classiques de changements des variables d'espace réduisent la loi de Fourier à une loi de conduction dans un milieu isotrope; nous nous sommes particulièrement attachés à l'étude des changements des conditions aux limites que nécessite ce changement de variables; cela nous a permis de proposer quelques solutions analytiques originales des problèmes de conduction thermique anisotrope, dont la géométrie est suggérée par celle du stockage des déchets radioactifs.

Nous avons proposé deux méthodes complémentaires de détermination des caractéristiques thermiques des roches anisotropes; ces méthodes permettent la réalisation d'essais sous divers types de sollicitations, thermique, mécanique, sous saturation partielle et totale.

Comparant les résultats des mesures thermiques avec celles d'autres grandeurs physiques, il apparaît que la présence du réseau des "vides", pores et fissures, joue un rôle très important, même pour de très faibles porosités. Les diverses corrélations tentées et établies montrent que, pour les roches à

anisotropie marquée, les lois de corrélation sont étroitement liées à la direction (parallèle ou perpendiculaire à la schistosité).

La conductivité diminue avec l'augmentation de la température. Le "coefficient de température" de la conductivité permet de décrire de telles variations dans la gamme de nos expérimentations (20 à 250 °C). Dans les roches anisotropes, ce coefficient est de l'ordre de  $-8 \times 10^{-4} \text{ °C}^{-1}$ ; il est peu variable dans la direction parallèle à la schistosité, mais très variable dans l'autre direction, de -12 à  $-3 \times 10^{-4} \text{ °C}^{-1}$ .

La sensibilité de la conductivité à la température ambiante est liée pour partie au développement des fissures thermiques, et pour partie également à la modification du libre parcours moyen des particules impliquées dans le transfert de chaleur.

Dans certaines roches, la célérité des ondes apparaît insensible à l'échauffement, surtout dans la direction parallèle à la schistosité; ceci confirme que plusieurs phénomènes interviennent simultanément lors de la diminution de la conductivité thermique avec la température: thermofissuration, modification des mouvement de particules ... etc.

La conductivité thermique augmente avec la pression lorsque celle-ci joue un rôle de fermeture des fissures. Les "coefficients de contrainte" de la conductivité des roches sont de l'ordre de 1 à  $5 \times 10^{-3} \text{ MPa}^{-1}$ . Dans les conditions de mesure thermique sous pression monoaxiale, il nous est possible de suggérer une relation entre la conductivité et l'état de contraintes tridimensionnel. Cette relation entre champ de contrainte et champ de conductivité s'exprime sous une forme analogue aux équations classiques de l'élasticité entre contraintes et déformations. La forme de cette relation fait apparaître qu'une anisotropie thermique peut se développer dans un milieu isotrope sous l'effet d'un déviateur du champ des contraintes, de même qu'en élasticité un déviateur du champ des contraintes induit celui du champ des déformations.

L'influence de la teneur en eau est importante, même pour les roches présentant une très faible porosité ouverte. Pour les schistes de Cévennes (Collet de Dèze) présentant une porosité accessible à l'eau de 0,5%, la conductivité perpendiculaire à la schistosité peut être affectée d'une variation de 30% par la

saturation en eau. L'importance de l'effet de la saturation dépend fortement de la forme des pores et de l'orientation des fissures.

Une modélisation de l'influence du réseau poreux sur les conductivités thermiques a été effectuée, en utilisant "l'analogie électrique" classique, et en l'appliquant aux milieux anisotropes. Bien que les modélisations soient approximatives, elles nous permettent d'interpréter les résultats de nos essais. En particulier, le modèle Krischer-Kröll permet d'évaluer la variation de la conductivité thermique en fonction du taux de saturation en eau en connaissant les conductivités à l'état sec et saturé.

Le comportement mécanique peut être affecté considérablement par la présence d'anisotropie thermique et mécanique. Les calculs comparatifs montrent que l'anisotropie thermique joue un rôle plus important que l'anisotropie mécanique sur la déformation du contour d'une galerie circulaire.

Toutes les grandeurs physiques liées à l'orientation s'expriment par rapport à un repère lié à la microstructure de la roche, et notamment par rapport au plan d'anisotropie majeur (plan de schistosité). Toutefois les anisotropie que révèlent ces grandeurs n'apparaissent pas toujours nettement liées entre elles, et sont sensible à l'état de contrainte, à la température ambiante, au degré de saturation en eau.

#### **Perspectives:**

La détermination de la conductivité thermique sous pression, à température élevée et avec une certaine teneur en eau (couplage des ces trois conditions) apparaît nécessaire pour les applications industrielles envisagées. L'influence de l'eau sur la conductivité, par exemple, sous pression ou à température élevée, peut être différente de celle à l'état libre et à température ambiante.

La relation entre la conductivité thermique et l'état de contrainte nécessite des vérifications expérimentales. Quand les directions principales de conductivité thermique et de contrainte ne coïncident pas, les relations entre les paramètres thermiques et les contraintes posent un problème de mathématique physique difficile.

Des études de propriétés thermiques des roches s'appliquent finalement au dimensionnement d'un ouvrage et à la prévision de son comportement thermomécanique dans le temps. Il s'agit là d'évaluer la distribution de la température et de l'état de contrainte-déformation dans le milieu. Le moyen le plus efficace est le calcul numérique par la méthode des éléments finis. Si les propriétés thermiques n'évoluent qu'avec la température, le couplage thermomécanique conduit à une méthode de calcul classique par superposition de deux problèmes, thermique, puis mécanique.

Dans les roches où les propriétés thermiques varient avec la température, l'état de contraintes et la teneur en eau, le champ de températures ne peut être déterminé indépendamment de l'état de contrainte et de l'état de saturation en eau. Un tel couplage est complexe, la non-linéarité existe sur plusieurs paramètres en même temps,  $\lambda(T, \sigma, m)$ ,  $C_p(m)$ ,  $E(T, m)$ , ... etc. Le développement de nouveaux outils de calcul apparaît nécessaire.

---

## REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES

1. ABEY A,E., DURHAM W,A,. TRIMMER ANDL D, A., DIBLEY L,  
Apparatus for determining the thermal properties of large geologic samples  
at pressûres to 0,2 GPa and temperatures to 750K  
Rev. Sci. Instrum. N° 53(6), jun, 1982.
2. ASS. AMIC. ANC. ELEVES DE L'ECOLE DE THERMIQUE.  
Aide-mémoire du thermicien.  
édition E.E.T.I. 1987.
3. AUDIBERT S.  
Détermination des caractéristiques thermocinétiques des milieux poreux.  
Analyse théorique, mesures et résultats.  
Thèse de Docteur 3e cycle, Grenoble 1985.
4. BARRERE M.  
La thermique d'aujourd'hui  
Rev. Gén. Therm. Fr, N°327, mars 1989.
5. BEREST P.  
Rappels sur les transferts thermiques  
La thermomécanique des roches. Edition BRGM, 1988.
6. BEREST P., VOUILLE G.  
Notion de base de la thermomécanique.  
La thermomécanique des roches. Edition BRGM, 1988.
7. BERTHOMIEU G., DABERT J, L., JOUANNA P,  
L'influence de sollicitations thermiques sur la fissuration de roches profondes  
Rev. Gén. Therm. Fr., N°300, décembre 1986.
8. BLOOMER J, R., WARD J.  
A semi-automatic field apparatus for the measurement of thermal  
conductivities of sedimentary rocks  
J. Phys. E. Sci. Instrum, Vol 12 1979, printed in great Britain
9. BLACKWELL J. H.  
Radial-axial heat flow in regions bounded internally by circular cylinders  
Canadian Journal of Physics, Vol 31. pp 472-479. 1953.

10. BOHLIN L,  
Thermal conduction of metals at high pressure  
Solid State Communication, vol19 pp. 389-390, 1976.
11. BRIGAUD F., VASSEUR G., CAILLE G.  
Use of well log data for predicting detailed in situ thermal conductivity profiles at well sites and estimation of lateral changes in main sedimentary units at basin scale.  
Rock at Great Depth, France 1989.
12. CARSLAW H. S., JAEGER C.  
Conduction of heat in solids.  
Oxford University Press, New York, 1959.
13. CHANG Y. P., TSOU R. C. H.  
Heat conduction in an anisotropic medium homogeneous in cylindrical regions-steady state  
Transaction of the ASME, USA. Feb. 1977.
14. CHANG Y. P., TSOU R.C.H.  
Heat conduction in an anisotropic medium homogeneous in cylindrical regions unsteady state.  
Journal of Heat Transfer, Feb. 1977.
15. COME B.  
Aspects thermomécanique liés à l'évacuation géologique des déchets radioactifs.  
La thermomécanique des roches. Edition BRGM, 1988.
16. COME B,  
Le projet communautaire COSA, un exemple d'intercomparaison de codes de calcul géomécaniques pour le sel  
Rev. Fran. de Geotechnique, N°40, 1987.
17. CULL J. P.  
Thermal conductivity probes for rapid measurements in rock  
Journal of Physics E. Scientific Instrument, Vol 7, page 771-774, 1974.
18. DEGIOVANNI A,  
Systèmes multicouches problèmes liés à l'homogénéisation des caractéristiques thermiques  
Rev. Gén. Therm. Fr., N°339, mars 1990.
19. DEGIOVANNI A.  
Diffusivity and the flash method  
Rev. Gén. Therm. Fr. N°185, mai 1977.

20. DESMONS J.Y., MADIETA E, MARTIN M, TORGUET R, RAY M. L.  
Nouvelle methode de mesure de la conductivite thermique  
Int. J. Heat Mass Transfer, vol. 27, N°4, pp. 511-517, 1984, printed in Britain.
21. DIETZ V.W.  
Die messung des Wärme-und des temperatureleitfähigkeit von kunststoffen  
Technisches Messen Atm. 1976 Heft 6.
22. DIETZ V.W.  
Die Wärme und temperatureleitfähigkeit von kunststoffen.  
Colloid and Polymer Science, Vol. 255, No. 8, 1977.
23. FOURES J.C., JAVELAS R., PERRIN B.  
Caractéristiques thermiques de matériaux de construction: Détermination  
des variations en fonction de la teneur en eau  
Rev. Gén. Therm. Fr. N°230. février 1981.
24. FOURES J.C., JAVELAS R., PERRIN B.  
Application d'une méthode impulsométrique à la détermination du coefficient  
de conductivité thermique des matériaux de construction  
Rev. Gén. Therm. Fr., N°218, février 1980.
25. GROLIER J., HUCHER M., POULIQUEN J., M., RISS J.  
Prise en compte des données de la microscopie quantitative dans le calcul  
de la conductivité des roches, généralisation de la théorie d'Ondracek  
C. R. Acad. Sci. Paris, T 305, Série II, p 1499-1502, 1987.
26. GROLIER J., HUCHER M., POULIQUEN J., RISS J., LAVAUD M.  
Homogénéisation par la méthode des formes moyennes équivalentes dans  
le milieu biphasé  
Revue de Physique Appliquée, N°6, juin 1989
27. GROLIER J., HUCHER M., POULIQUEN J.-M., RISS J.  
Le calcul des conductivités (thermique, électrique etc) des roches selon la  
théorie d'Ondracek généralisée  
Revue de l'Institut Français du Pétrole, vol. 44, N°1, janvier-février 1989
28. GROS J.  
Fracturation et comportement thermo-mécanique du granite  
Journées de Stockage en Souterrain, 22-23-24 mars 1989, Paris.
29. GROUHEL M-C., GLAT M.  
Conductivité thermique apparente de la terre cuite humide non saturée  
Rev. Gén. Therm. Fr, N°323, novembre 1988.
30. HEUZE F. E.  
High-temperature mechanical physical and thermal properties of granitic  
rocks, a review  
Int. J. Rock. Mech. Min. Sci. & Geomech. abstr., Vol. 20, N°1, pp. 3-10, 1983.

31. HOMAND-ETIENNE F.  
Comportement mécanique des roches en fonction de la température.  
Thèse de I.N.P.L., Nancy 1986.
32. HOMAND-ETIENNE F.  
Acton de la temperature sur les roches dilatation et fissuration  
Rock at great deth, 1989.
33. INNAURATO N., OCCELLA E.  
Laboratory and in situ rock thermal property measurements in hot mine  
Rock at Great Depth, Vol. 2, 1989.
34. ISSI J-P.  
La conduction de la chaleur  
La Recherche, Volume 12, N°121, avril 1981.
35. JAEGER J. C.  
The use of complete temperature-time curves for determination of thermal  
conductivty with particular reference to rocks.  
Australian Journal of Physics, Vol. 12, 1959.
36. KUN S.  
Mesure de la conductivité thermique d'un charbon active.  
Rapport de l'Institut des Matériaux et des Gisements Miniers de l'Ecole des  
Mines d'Alès, 1988.
37. KUN S. et WEBER Ph.  
Détermination des caractéristiques thermiques des roches anisotropes par  
une méthode de choc thermique cylindrique.  
Science d'Oc N°2, Ecole des Mines d'Alès, mai 1990.
38. KUN S., SUTEAU M.  
Mesure des conductivités thermiques principales en fonction de la  
température sur le schiste d'Angers (20°-250°C).  
Note Technique, ANDRA, ref: 623 NT EMA 90-001, septembre 1990.
39. LAURENT J-P.  
Contribution à la caractérisation thermique des milieux granulaires.  
Thèse de Docteur, I.N.P. Grenoble, 1986.
40. LECORRE C.  
L'analyse quantitative des orientations préférentielles de réseau dans les  
roches déformées: La méthode du goniomètre de texture.  
Bull. Fac. Sci. Marrakech, Vol. 1, N°1, pp. 77-86, 1980.
41. LEONTIEV A.  
Theorie des échanges de chaleur et de masse.  
Traduction française, éditions, Mir, 1985.

42. MARLE C.  
Les écoulement polyphasiques en milieu poreux.  
Cours de Production, Tome IV, I.F.P. 1972.
43. MARSILY G. D.  
Quelques considération pratiques sur la modélisation des flux thermiques et hydrauliques dans les milieux naturels.  
La thermomécanique des roches. Edition BRGM, 1988.
44. MERZLYAKOV E., I, RYZHENKO I., A, TSYRUL NIKOV A., S.  
Determination of thermophysical properties of rocks utilizing monotonic heating of a twin-layered plate.  
Heat Transfer-Soviet Research vol, 6, N°1, january-february 1974.
45. MIKHAILOV M., D, OZLSLK M., N.  
On general solution of heat conduction in an anisotropic medium  
Letters in Heat and Mass transfer, vol 8, pp 329-335, 1981.
46. MISSENARD A.  
Conductivité thermique. des solides, liquide, gaz et de leurs mélanges.  
Edition Eyrolles, 1965.
47. MUIHOILAND G. P., GUPTA B. P.  
Heat transfer in a three dimnsional anisotropic solid of arbitrary shape  
Journal of Heat Transfer, february 1977.
48. PADOVAN J.  
Conduction in muliply conected thermally anisoptc domains  
Letters in Heat and Mass Transfer. Vol 2, pp, 371-380, 1975
49. PADOVAN J.  
Solution of transient temperature fields in laminated anisotropic slabs and cylinders.  
Int. J. Engng. Sci. Vol 13, pp 247-260, 1975 print in Britain.
50. PADOVAN J.  
Semi-analytical finite element procedure for conduction in anisotropic symmetric solids  
Inter. Journal for Numerical Methods in Engineering, Vol, 8, pp 259-310, 1974.
51. PANET M.  
La mécanique des roches appliquée aux ouvrage du génie civil.  
Edition de Ecole National de Ponts et Chaussées, 1976.
52. PERRIN B., FOURES J.C., JAVELAS R.  
Utilisation d'une méthode de choc thermiques pour la détermination du coefficient de conductivité thermique et de la diffusivité thermique des mortiers et de terres cuites.  
Annles de l'ITBTP N° 402, fervrier 1982.

53. PERAMI R.  
Formation des microfissurations dans les roches sous l'effet de variations homogènes de température.  
Symp. Inter. Mécan. des Roches, Nancy France 1971.
54. PERAMI R.  
Contribution à l'étude expérimentale de la microfissuration des roches sous actions mécaniques et thermiques.  
Thèse de Docteur ès-Science, Toulouse, 1971.
55. PERSON J-P.  
Caractérisation des propriétés thermo-hydrauliques d'un sol non saturé, application au transport ou au stockage d'énergie par systèmes enterrés.  
Thèse de Docteur-Ingénieur, Grenoble. 1981.
56. POON K.  
Transformation of heat conduction problems in layered-composites from anisotropic to orthotropic.  
Letters in Heat and Mass Transfer, Vol. 6, pp. 503-511, 1979.
57. QUENARD D., SALLEE H.  
Détermination rapide des paramètres thermiques des matériaux par sonde à choc et thermofluxmètres.  
Cahier 2295, CSTB, novembre, 1988.
58. QUENARD D., LAURENT J-P., SALLEE H.  
Influence de la teneur en eau et de la température sur les paramètres thermiques du plâtre.  
Rev. gén. therm. fran., N°291, mars 1986.
59. RAZNJEVIC K.  
Tables et diagrammes thermodynamiques.  
Edition EYROLLES, 1970.
60. RIBSTEIN-COUDRAIN A.  
Contribution à l'étude des massifs rocheux fissurés.  
Thèse de Docteur-Ingénieur, Paris VI, 1983.
61. STAUDACHER W., MUNCHEN.  
Die temperatur-leitfähigkeit von natürlichem olivin bei hohen drucken und temperaturen.  
Zeitschrift Für Géophysik, Band 39, seite 979-988, 1973.
62. SUTEAU M., AHMADZADEH H., KUN S., WEBER Ph.  
Granite. Etudes méthodologiques sur roches anisotropes. Détermination de quelques caractéristiques mécaniques et thermiques.  
Rapport/ANDRA, ref: 622 RP EMA 90-001, avril 1990.

63. SUTEAU M., AHMADZADEH H., KUN S., WEBER Ph.  
Schiste. Etudes méthodologiques sur roches anisotropes. Détermination de quelques caractéristiques mécaniques et thermiques.  
Rapport/ANDRA, ref: 623 RP EMA 90-001, avril 1990.
64. VASSEUR G.  
Propagation de la chaleur dans la terre et flux géothermique.  
La thermomécanique des roches. Edition BRGM, 1988.
65. VRIES D. A.  
Simultaneous transfer of heat and moisture in porous media.  
Transaction American Geophysical Union, Vol. 39, No. 5, october 1958.
66. VOST K.R.  
Measurements of the thermal diffusivity of rock around underground airways.  
Institution of Mining and Metallurgy. Transactions Section Mining Industry, N° 85, 1976.
67. WAKABAYASHI N., KINOSHITA N., HANE T.  
Détermination de la diffusivité thermique de roches à partir des formules de l'état thermique  
7<sup>eme</sup> Con. Internat. Méc. Roches. Montréal 1987.
68. YANAGIMOTO T., UCHINO K.  
Measurement of thermal conductivities of coal and rocks in coal measure.  
Nippon Kogyo Kaishi, Vol. 89, pp 645-650, 1973.

## ANNEXE

**Rappel du problème:** La détermination des trois paramètres nécessite la prise des température en deux points distincts  $M_1(X_1, Y_1)$  et  $M_2(X_2, Y_2)$ .

Supposons qu'il existe deux solutions distinctes  $(\lambda_x, \lambda_y, C_p)$  et  $(\lambda'_x, \lambda'_y, C'_p)$ .  
Portant ces deux solutions successivement dans l'équation (2-4) (PARTIE II), il vient en  $M_1$ :

$$\lambda_x \lambda_y = \lambda'_x \lambda'_y \quad (I)$$

$$C_p(\lambda_y X_1^2 + \lambda_x Y_1^2) = C'_p(\lambda'_y X_1^2 + \lambda'_x Y_1^2) \quad (II)$$

De même en  $M_2$  :

$$C_p(\lambda_y X_2^2 + \lambda_x Y_2^2) = C'_p(\lambda'_y X_2^2 + \lambda'_x Y_2^2) \quad (III)$$

(II) et (III), conduisent à:

$$(X_1^2 Y_2^2 - X_2^2 Y_1^2)(\lambda'_x \lambda_y - \lambda_x \lambda'_y) = 0 \quad (IV)$$

Si  $X_1^2 Y_2^2 - X_2^2 Y_1^2 \neq 0$   
alors  $\lambda'_x \lambda_y - \lambda_x \lambda'_y = 0$

En comparant, cette dernière égalité à (I), nécessairement:

$$\lambda'_x = \lambda_x; \quad \lambda'_y = \lambda_y; \quad C'_p = C_p$$

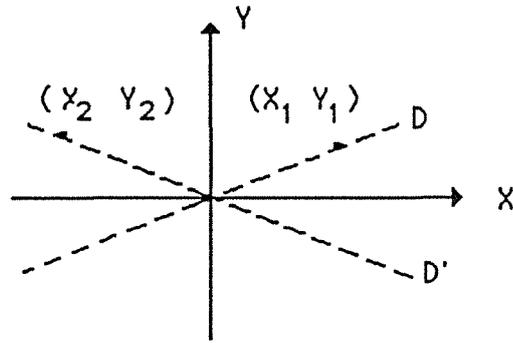
c'est-à-dire la solution est unique.

Si  $X_1^2 Y_2^2 - X_2^2 Y_1^2 = 0$

c'est-à-dire

$$\frac{Y_1}{X_1} = \pm \frac{Y_2}{X_2} \quad (V)$$

La solution n'est pas unique, et elle peut être définie arbitrairement par l'équation (I). La relation décrit les deux droites D et D' de la figure ci-contre.



Du point de vue géométrique, en fixant arbitrairement un point  $M_1(X_1, Y_1)$ , la dernière équation est une équation de droites symétriques par rapport aux axes et au point d'origine. Il apparaît ainsi que les mesures effectuées en deux points quelconque de D et D' ne sont pas "indépendantes".