



**HAL**  
open science

# Propagation et atténuation des ondes ultrasoniques dans des roches fissurées et anisotropes

Pascal Cuxac

► **To cite this version:**

Pascal Cuxac. Propagation et atténuation des ondes ultrasoniques dans des roches fissurées et anisotropes. Sciences de l'ingénieur [physics]. Institut National Polytechnique de Lorraine, 1991. Français. NNT : 1991INPL018N . tel-01776197

**HAL Id: tel-01776197**

**<https://hal.univ-lorraine.fr/tel-01776197>**

Submitted on 24 Apr 2018

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



## AVERTISSEMENT

Ce document est le fruit d'un long travail approuvé par le jury de soutenance et mis à disposition de l'ensemble de la communauté universitaire élargie.

Il est soumis à la propriété intellectuelle de l'auteur. Ceci implique une obligation de citation et de référencement lors de l'utilisation de ce document.

D'autre part, toute contrefaçon, plagiat, reproduction illicite encourt une poursuite pénale.

Contact : [ddoc-theses-contact@univ-lorraine.fr](mailto:ddoc-theses-contact@univ-lorraine.fr)

## LIENS

Code de la Propriété Intellectuelle. articles L 122. 4

Code de la Propriété Intellectuelle. articles L 335.2- L 335.10

[http://www.cfcopies.com/V2/leg/leg\\_droi.php](http://www.cfcopies.com/V2/leg/leg_droi.php)

<http://www.culture.gouv.fr/culture/infos-pratiques/droits/protection.htm>

1360282923

9-1 INPL 018N

INSTITUT NATIONAL POLYTECHNIQUE DE LORRAINE

Ecole Nationale Supérieure de Géologie de Nancy

LABORATOIRE DE GEOMECHANIQUE

[M] 1991 CUXAC, P.

-----

**T H E S E**

présentée à l'I.N.P.L.  
en vue de l'obtention du titre de

**DOCTEUR DE L'I.N.P.L.  
EN GENIE CIVIL ET MINIER**

par

**Pascal CUXAC**



**PROPAGATION ET ATTENUATION  
DES ONDES ULTRASONIQUES  
DANS DES ROCHES FISSUREES ET ANISOTROPES**

-----

*Soutenue publiquement le 13 février 1991 devant la Commission d'Examen*

-----

Jury :

M.	R. HOUPERT	Président
M.	J.P. HENRY	Rapporteur
M.	P. RASOLOFOSAON	Rapporteur
Mme	F. HOMAND	Examineur
M.	P. JOUANNA	Examineur
M.	P. LEBON	Examineur



## AVANT PROPOS

Monsieur le Professeur R. HOUPERT, Directeur de l'E.N.S.G. et Professeur à l'I.N.P.L., m'a fait l'honneur de m'accepter dans son Laboratoire pour y effectuer mes études doctorales. Je lui exprime ma plus grande reconnaissance.

Mes remerciements vont aussi à Madame F. HOMAND, Professeur à l'I.N.P.L., qui a assuré la direction de cette thèse. Ses conseils et remarques ont été fort utiles pour mener à bien ce travail.

Que Monsieur J.P. HENRY, Professeur au Laboratoire de Mécanique de l'E.U.D.I.L., avec qui nous travaillons en étroite collaboration soit remercié pour l'aide qu'il m'a prodiguée.

Je remercie Monsieur P. JOUANNA, Professeur à l'Université de Montpellier II, pour l'honneur qu'il me fait de participer au jury de cette thèse.

Je sais gré à Monsieur P. RASOLOFOSAON, Ingénieur de Recherche à l'I.F.P. de l'intérêt qu'il témoigne à mon travail en acceptant de le juger. Ses encouragements et ses conseils m'ont été d'un grand recours.

Je remercie également Monsieur P. LEBON, Ingénieur, Chef de Projet à l'A.N.D.R.A., d'avoir bien voulu m'honorer de sa participation à ce jury.

Je remercie l'A.N.D.R.A. qui a supporté une partie des recherches exposées dans ce mémoire.

Madame C. GERARDIN et Monsieur P. GAIRE ont contribué à la réussite de mes essais, je les en remercie très sincèrement.

J'adresse tous mes remerciements aux Enseignants du Laboratoire qui m'ont encouragé durant ces trois années.

Les conseils de Madame M. LIZER m'ont aidé à réaliser la présentation et la rédaction de ce mémoire.

Je remercie enfin mes amis Thésards pour leurs conseils et leur aide.



# SOMMAIRE

Résumé	1
<b><u>INTRODUCTION</u></b>	2
<b><u>I) GENERALITES ; DEFINITIONS</u></b>	3
1) <u>ELASTICITE LINEAIRE</u>	3
2) <u>PROPAGATION DES ONDES EN MILIEU ELASTIQUE</u>	5
2-1) Propagation des ondes dans un milieu élastique isotrope	5
2-2) Propagation des ondes en milieu élastique quelconque : détermination des modules élastiques	6
3) <u>NOTIONS D'ATTENUATION</u>	7
3-1) Le comportement anélastique des roches	7
3-1-1) La viscoélasticité	7
3-1-2) Différents paramètres quantifiant l'atténuation	9
3-1-3) Modèles viscoélastiques linéaires	10
3-2) Techniques de mesure	12
3-2-1) Les systèmes vibrants	12
3-2-2) Mesures utilisant la propagation d'ondes	13
3-2-3) Emission acoustique	15
3-3) Mécanismes envisagés pour expliquer l'atténuation	16
3-4) Paramètres influençant l'atténuation	18
4) <u>ANISOTROPIE DES ROCHES</u>	21
4-1) Anisotropie structurale	21
4-2) Classification structurale	22
<b><u>II) PREPARATION DES ECHANTILLONS ; MODES OPERATOIRES</u></b>	25
1) <u>PREPARATION DES ECHANTILLONS</u>	25
1-1) Géométrie - usinage	25
1-2) Etat de saturation	26
2) <u>ESSAIS EN ULTRASONS</u>	27
2-1) Chaîne expérimentale	27
2-1-1) Mesures à sec sans contrainte	28
2-1-2) Mesures "axiales" en immersion	29
2-1-3) Mesures "radiales" en immersion	30
2-1-4) Mesures sous contrainte	30
2-2) Méthodologie expérimentale	31
2-2-1) Mesures à sec sans contrainte	31
2-2-2) Mesures en immersion	31
2-2-3) Mesures sous contrainte	32

3) <u>ESSAIS DE COMPRESSION</u>	32
3-1) Chaîne expérimentale	32
3-2) Méthodologie expérimentale	33
4) <u>DESCRIPTION PETROGRAPHIQUE DES ROCHES ETUDIEES</u>	33
<b><u>III) MESURES DES VITESSES</u></b>	35
1) <u>DETERMINATION STRUCTURALE DE LA ROCHE</u>	35
2) <u>LA BIREFRINGENCE DES ONDE S</u>	40
3) <u>INFLUENCE DE LA SATURATION</u>	40
3-1) Données bibliographiques	40
3-2) Résultats expérimentaux	41
3-3) Conclusion	45
4) <u>INFLUENCE DE LA CONTRAINTE</u>	45
4-1) Effet de la saturation	49
4-2) Conclusion	50
<b><u>IV) MODULES DYNAMIQUES</u></b>	52
1) <u>MODE DE DETERMINATION</u>	52
2) <u>APPLICATION AUX ROCHES ETUDIEES</u>	56
3) <u>INFLUENCE DE LA CONTRAINTE</u>	57
4) <u>CONCLUSION</u>	59
<b><u>V) ATTENUATION</u></b>	61
1) <u>REMARQUES PRELIMINAIRES</u>	61
1-1) Méthodes d'exploitation du signal	61
1-1-1) Longueur du signal à exploiter	61
1-1-2) Bruit de fond	62
1-1-3) Echantillonnage	62
1-1-4) Fenêtre de calcul	63
1-2) Problème de la diffraction	63
1-3) Problèmes liés à la préparation des échantillons	65
1-4) Problèmes liés aux interfaces	65
1-5) Conclusion	67
2) <u>RESULTATS EXPERIMENTAUX</u>	67
2-1) Atténuation et anisotropie	67
2-1-1) Mesures à sec	67
2-1-2) Mesures en immersion	69
2-2) Atténuation et contrainte	70
2-2-1) Mesures à sec	70
2-2-2) Influence de la saturation	71
3) <u>CONCLUSION</u>	72

<b><u>VI) PROPAGATION D'ULTRASONS EN MILIEU FISSURE</u></b>	<b>73</b>
1) <u>PROPAGATION D'ULTRASONS DANS UN MILIEU ISOTROPE FISSURE</u>	73
1-1) Données bibliographiques	73
1-1-1) Notion d'indice de qualité	74
1-1-2) Approche théorique de Budiansky et O'Connell	75
1-1-3) Approche théorique de Piau	76
1-2) Roches étudiées	79
1-3) Microfissuration thermique	79
1-4) Résultats expérimentaux	80
1-4-1) Vitesses et température	80
1-4-2) Modules dynamiques - notion d'endommagement	82
1-4-3) Atténuation et fissuration	84
1-4-4) Introduction des résultats de l'analyse d'image	89
1-4-5) Tentatives de corrélations	92
1-5) Discussion des théories présentées	94
1-5-1) Vitesse et fissuration	94
1-5-2) Diffraction sur les grains	97
1-5-3) Atténuation et fissuration	97
1-6) Conclusion	99
2) <u>PROPAGATION D'ULTRASONS DANS UN MILIEU ANISOTROPE FISSURE</u>	99
2-1) Etude des vitesses	99
2-2) Modules	100
2-3) Atténuation	102
2-4) Conclusion	103
3) <u>PROPAGATION D'ULTRASONS DANS UN MILIEU FISSURE EN TRACTION</u>	103
3-1) Dispositif expérimental	103
3-2) Essai de traction directe	104
3-2-1) Mesures de déformation	104
3-2-2) Mesures par ultrasons	104
3-3) Conclusion	106
<b><u>VII) ESSAIS STATIQUES</u></b>	<b>107</b>
1) <u>QUELQUES DONNEES BIBLIOGRAPHIQUES</u>	107
1-1) Anisotropie de déformation	107
1-2) Anisotropie de rupture	109
2) <u>ETUDE EXPERIMENTALE</u>	111
2-1) Détermination des modules élastiques	111
2-2) Interprétation des essais	112
2-2-1) Anisotropie de rupture	112
2-2-2) Anisotropie de déformation	115
2-3) Interprétation des modules élastiques	118
2-3-1) Modules de Young	118
2-3-2) Coefficients de Poisson	120
2-3-3) Modules de cisaillement	121
3) <u>CONCLUSION</u>	123

**VIII) MODULES DYNAMIQUES ET MODULES STATIQUES : DISCUSSION** 124

1) **COMPARAISON DES RESULTATS OBTENUS** 125

1-1) Modules de Young 125

1-2) Coefficients de Poisson 126

1-3) Module de cisaillement 126

2) **DISCUSSION** 127

2-1) Effet d'échelle 127

2-2) Influence de la vitesse de sollicitation 131

2-3) Conclusion 131

**CONCLUSION GENERALE** 133

Bibliographie 135

**ANNEXES**

A1) Détermination des modules statiques en symétrie hexagonale et orthotrope 141

A2) Détermination des modules statiques en symétrie monoclinique 149

A3) Détermination des directions de propagation et de polarisation d'un ultrason afin de déterminer les paramètres élastiques d'un corps orthotrope 156

A4) Détermination des directions de propagation et de polarisation d'un ultrason afin de déterminer les paramètres élastiques d'un corps monoclinique 166

## Liste des illustrations

Fig. 1:	Schémas des matrices élastiques suivant la symétrie du matériau	4
Fig. 2 :	Courbes contrainte-déformation axiale, latérale et volumique.	4
Fig. 3:	Fonctions fluage et relaxation.	8
Fig. 4:	Modèle de Zener.	10
Fig. 5:	Modèle standard à trois paramètres.	11
Fig. 6:	Relations types de dispersion pour l'inverse du facteur de qualité.	11
Fig. 7:	Domaines fréquentiels de différentes mesures.	12
Fig. 8:	Schéma de la méthode par écho.	13
Fig. 9:	Rapport de spectres sur des grès.	14
Fig. 10:	Définitions du temps de montée.	15
Fig. 11:	Influence de la pression sur le facteur de qualité P et S dans le grès de Berea.	19
Fig. 12:	Variation d'atténuation avec la saturation dans le grès de Fontainebleau.	19
Fig. 13:	Variation d'atténuation avec la température dans un grès de Berea.	20
Fig. 14:	Variation d'atténuation avec la fréquence.	20
Fig. 15:	Anisotropie planaire continue.	23
Fig. 16:	Anisotropie planaire discontinue.	23
Fig. 17:	Roches à plusieurs familles de plans.	23
Fig. 18:	Anisotropie linéaire.	24
Fig. 19:	Echantillon polyédrique à 18 faces.	26
Fig. 20:	Chaîne de mesure.	27
Fig. 21:	Positionnement de l'échantillon pour une mesure à sec.	29
Fig. 22:	Montage en immersion.	29
Fig. 23:	Montage pour des mesures radiales en immersion.	30
Fig. 24:	Montage en cellule triaxiale.	30
Fig. 25:	Temps d'attente pour un couplage optimum.	31
Fig. 26:	Chaîne expérimentale pour l'essai de compression.	32
Fig. 27:	Echantillon polyédrique à 18 faces (b) et sa représentation sur diagramme de Wulff (a).	36
Fig. 28:	Schiste de Rimogne.	39
Fig. 29:	Gneiss de St Evarzec.	39
Fig. 30:	Schiste d'Angers.	39
Fig. 31:	Evolution de la vitesse avec la saturation.	41
Fig. 32:	Evolution de la vitesse avec la dessaturation de l'échantillon.	42
Fig. 33:	Variation de la vitesse avec le temps de saturation sur un échantillon de gneiss.	43
Fig. 34:	Schiste de Rimogne.	44
Fig. 35:	Gneiss de St Evarzec.	44
Fig. 36:	Schiste d'Angers.	44
Fig. 37:	Evolution d'un signal onde P avec la contrainte.	46
Fig. 38:	Deux signaux échantillonnés.	46
Fig. 39:	Variations de vitesse en fonction de l'état de contrainte.	47
Fig. 40:	Evolution de l'anisotropie des vitesses en fonction de la contrainte.	48
Fig. 41:	Evolution des vitesses des ondes P et S avec la contrainte.	48
Fig. 42:	Variation des vitesses des ondes P et S avec la contrainte.	49
Fig. 43:	Variations des vitesses avec la contrainte sur de échantillons de schiste saturé.	50
Fig. 44:	Evolution de la vitesse d'une onde S avec la contrainte (Marbre de Carrare).	50
Fig. 45:	Représentation de l'angle $\theta$ de propagation dans le plan (13).	54
Fig. 46:	Directions de propagation et de polarisation nécessaires à la détermination de la matrice de raideur d'un matériau isotrope transverse.	55
Fig. 47:	Directions de propagation et de polarisation nécessaires à la détermination de la matrice de raideur d'un matériau orthotrope.	55
Fig. 48:	Variations de quelques éléments de la matrice de raideur avec la contrainte (schiste d'Angers).	58
Fig. 49:	Variations des pseudomodules élastiques.	58
Fig. 50:	Variation des paramètres C44 et C33 avec la pression (schiste d'Angers).	59

Fig. 51:	Evolution des éléments de la matrice de raideur avec la pression.	59
Fig. 52 a:	Différentes longueurs de signal.	61
Fig. 52b:	Allure du spectre fréquentiel en fonction de la longueur de signal exploité.	62
Fig. 53:	Différentes fenêtres de calcul.	63
Fig. 54:	Influence du parallélisme sur la détermination du facteur de qualité.	65
Fig. 55:	Variations du facteur de qualité avec la contrainte dans le schiste.	70
Fig. 56:	Influence du confinement sur le facteur de qualité dans un schiste du Colorado.	71
Fig. 57:	Variations du facteur de qualité avec la contrainte mesuré sur des échantillons de schiste saturé.	71
Fig. 58:	Abaque de Fourmaintraux.	74
Fig. 59:	Abaques de O'Connell et Budiansky.	76
Fig. 60:	Variations de IC avec la porosité.	77
Fig. 61:	Variations des vitesses en fonction de la température.	81
Fig. 62:	Evolution du rapport $V_{sat}/V_{sec}$ avec la température.	81
Fig. 63:	Evolution du rapport $V_p/V_s$ avec la température.	82
Fig. 64:	Variations des modules élastiques dynamiques.	84
Fig. 65:	Evolution du paramètre d'endommagement D en fonction du traitement thermique.	84
Fig. 66:	Allure des spectres fréquentiels à différents paliers de température.	85
Fig. 67:	Evolution des facteurs de qualité.	86
Fig. 68:	Evolution du facteur d'atténuation.	87
Fig. 69:	Variation du rapport des facteurs d'atténuation saturés et sec.	88
Fig. 70:	Facteur de qualité et fréquence.	89
Fig. 71:	Facteur d'atténuation et fréquence.	89
Fig. 72:	Evolution de la longueur des microfissures avec la température.	90
Fig. 73:	Evolution de la largeur des microfissures avec la température.	91
Fig. 74:	Evolution de la densité de microfissuration avec la température.	91
Fig. 75:	Evolution du rapport $V_{sat}/V_p$ en fonction de la largeur des fissures.	92
Fig. 76:	Evolution du facteur d'atténuation en fonction de la largeur des fissures.	93
Fig. 77:	Evolution du rapport des vitesses en fonction du paramètre $l/e$ .	93
Fig. 78:	Variation du facteur d'atténuation avec le paramètre $l/e$ .	94
Fig. 79:	Evolution des rapports de vitesse utilisés par Budiansky avec la densité de fissuration.	95
Fig. 80:	Evolution des rapports de vitesses d'ondes P et S en fonction de la densité de fissuration.	96
Fig. 81:	Atténuation théorique due à la diffraction sur les grains.	97
Fig. 82:	Confrontation des résultats expérimentaux à la théorie.	98
Fig. 83:	Variation des vitesses d'ondes P en fonction de la température de fissuration.	100
Fig. 84:	Evolution de l'anisotropie avec la température de fissuration.	100
Fig. 85:	Evolution de quelques composantes de la matrice de raideur avec la température.	101
Fig. 86:	Influence de la température de fissuration sur la variable D et sur la porosité de fissure.	102
Fig. 87:	Influence de la température de fissuration sur le spectre fréquentiel.	102
Fig. 88:	Courbe de traction avec chargement et déchargement.	104
Fig. 89:	Evolution de l'endommagement en traction.	104
Fig. 90:	Exemples de signaux recueillis au cours de l'essai de traction directe sur le grès de Fontainebleau.	105
Fig. 91:	Evolution du facteur de qualité durant l'essai de traction.	105
Fig. 92:	Evolution de modules élastiques avec le confinement dans un schiste.	108
Fig. 93:	Notation des axes.	109
Fig. 94:	Surfaces d'anisotropie.	109
Fig. 95:	Ruptures en compression monoaxiale.	110
Fig. 96:	Résistances à la rupture en fonction de l'orientation du plan de schistosité ( $\beta$ ) et du confinement ( $p$ ).	111
Fig. 97:	Eprouvettes de schiste pour un essai orthotrope.	111
Fig. 98:	Eprouvette de schiste pour un essai clinotrope.	112
Fig. 99:	Définition de l'angle $\alpha$ .	112
Fig. 100:	Résistance à la compression du gneiss suivant différentes orientations et différents confinements.	113

Fig. 101	Résistance à la compression du schiste pour différentes orientations.	114
Fig. 102:	Résistance à la compression de l'argilite pour différentes orientations.	114
Fig. 103:	Courbes contrainte-déformations pour une éprouvette de gneiss à foliation transversale.	116
Fig. 104:	Courbes contrainte-déformations pour une éprouvette de gneiss à foliation axiale.	116
Fig. 105:	Courbes contrainte-déformations pour une orientation de la foliation à 30°.	116
Fig. 106:	Courbes contrainte-déformations pour une éprouvette de schiste à schistosité transversale.	117
Fig. 107:	Courbes contrainte-déformations pour une éprouvette de schiste à schistosité axiale.	117
Fig. 108:	Influence de la pression sur les modules de Young mesurés perpendiculairement au plan d'anisotropie.	120
Fig. 109:	Exemple de détermination graphique du module de cisaillement.	122
Fig. 110:	Différents effets d'échelle.	127
Fig. 111:	Module de Young (a) et coefficient de Poisson (b) dynamiques en fonction du diamètre de carotte.	128
Fig. 112:	Evolution des résistances à la compression du schiste avec le diamètre de l'éprouvette suivant trois directions.	129
Fig. 113:	Vitesses des ondes P et S mesurées sur des éprouvettes de schiste de différent diamètre selon deux orientations.	130
Fig. 114:	Vitesses P et S mesurées sur des éprouvettes de granite de Senones de différent diamètre.	131
Fig. 115:	Vitesses in situ et au laboratoire.	132
Fig. 116:	Coefficients C33 et C44 déterminés in situ et au laboratoire de façon statique et dynamique.	132

#### Illustrations des annexes

Fig. A1:	Définition des axes structuraux en symétrie hexagonale.	141
Fig. A2:	Essai clinotrope.	143
Fig. A3:	Définition des axes structuraux pour une symétrie orthotrope.	144
Fig. A4:	Détermination des coefficients $a_{13}$ , $a_{23}$ et $a_{33}$ d'un corps orthotrope.	145
Fig. A5:	Détermination des coefficients $a_{11}$ , et $a_{12}$ d'un corps orthotrope.	146
Fig. A6:	Détermination des coefficients $a_{12}$ , et $a_{23}$ d'un corps orthotrope.	147
Fig. A7:	Détermination de $a_{44}$ d'un corps orthotrope.	147
Fig. A8:	Détermination de $a_{55}$ d'un corps orthotrope.	148
Fig. A9:	Détermination de $a_{66}$ d'un corps orthotrope.	148
Fig. A10 :	Représentation des axes.	157
Fig. A12:	Les différentes directions de propagation et de polarisation des ondes.	164
Fig. A13:	Repérage des axes.	167

#### Liste des tableaux

Tab. I	: Tableau récapitulatif sur différentes méthodes de mesure	15
Tab. II	: Vitesses des ondes P et S mesurées sur des cubes d'argilite.	37
Tab. III	: Facteur de qualité mesuré à sec perpendiculairement à la foliation (T) et parallèlement (A).	67
Tab. IV	: Facteur de qualité mesuré à sec suivant trois directions dans le schiste.	68
Tab. V	: Facteur de qualité mesuré suivant trois directions dans l'argilite.	69
Tab. VI	: Facteur de qualité mesuré en immersion suivant trois directions dans le schiste.	69
Tab. VII	: Caractéristiques physiques et mécaniques des deux granites	79
Tab. VIII	: Vitesses dans les granites à différents paliers de température.	80
Tab. IX	: Modules élastiques dynamiques, endommagement et porosité de fissure des deux granites à différents paliers de température.	83

Tab. X	: Paramètres d'atténuation des deux granites en fonction de la température de fissuration.	86
Tab. XI	: Paramètres relatifs au fissures.	90
Tab. XII	: Densité de fissuration calculée.	94
Tab. XIII	: Vitesses des ondes P en fonction de la température de fissuration	99
Tab. XIV	: Détermination de quelques composantes de la matrice de raideur pour diverses températures.	101
Tab. XV	: Facteurs de qualité mesurés dans les trois directions à trois températures de fissuration.	103
Tab. XVI	Modules de Young du gneiss mesurés pour différentes orientations et différents confinements.	118
Tab. XVII	: Modules de Young du schiste pour différentes orientations et différents confinements.	119
Tab. XVIII	: Modules de Young de l'argilite pour différentes orientations.	119
Tab. XIX	: Coefficients de Poisson du gneiss pour différents confinements.	121
Tab. XX	: Matrice de corrélation entre module dynamique (dy.) et statique (st.).	124
Tab. XXI	: Rapports des modules de Young statiques et dynamiques	125
Tab. XXII	: Coefficients de Poisson statiques et dynamiques.	126
Tab. XXIII	: Modules de cisaillement statiques et dynamiques.	126
Tab. XXIV	: Coefficients de variation de quelques modules statiques et dynamiques mesurés sur un schiste.	127
Tab. XXV	: Modules de Young calculés pour trois directions en faisant varier la taille de l'éprouvette.	130
Tab. XXVI	: Résistance à la compression et module de Young du granite de Remiremont pour différentes vitesses de déformation.	131

## Liste des symboles et abréviations

$\alpha$	: Coefficient d'atténuation
C.V.	: Coefficient de variation
$C_{ijkl}$	: Matrice de raideur
$\delta_{ij}$	: Symbole de Kronecker
$E_i$	: Module de Young
$G_{ij}$	: Module de cisaillement
$\Gamma_{ij}$	: Tenseur de Christoffel ou tenseur acoustique
$\lambda$	: Longueur d'onde
$\nu_{ij}$	: Coefficient de Poisson
$\emptyset$	: Diamètre
Q	: Facteur de qualité
Rc	: Résistance à la compression
$\rho$	: Densité
$S_1$	: Plan de schistosité
$V_p$	: Vitesse des ondes de compression
$V_s$	: Vitesse des ondes de cisaillement
$V_{sat}$	: Vitesse des ondes de compression mesurée sur échantillon saturé
Z	: Impédance acoustique
$\Delta M$	: Anisotropie majeure
$\Delta m$	: Anisotropie mineure



## RESUME

Les recherches présentées dans ce mémoire concernent l'application de la propagation d'ondes ultrasoniques à l'étude de roches fissurées et/ou anisotropes. Ce travail peut être décomposé en quatre grandes parties :

La première étape est basée sur l'étude des célérités des ondes compressionnelles et cisailantes. Celles-ci permettent la détermination des anisotropies des roches aboutissant à une classification selon le degré de symétrie. Cette symétrie impose les directions de propagation et de polarisation nécessaires à la détermination des modules élastiques dynamiques.

Un montage dans une cellule triaxiale nous a permis d'étudier l'influence de la contrainte. Celle-ci se traduit par une augmentation des vitesses du fait de la fermeture de fissures. Cependant l'étude complète de l'évolution des paramètres élastiques avec la pression reste impossible dans le cas de roches anisotropes.

La deuxième partie aborde la détermination de l'atténuation d'une onde compressionnelle à partir de la méthode du rapport de spectres. Ces mesures réalisées sur roches fortement anisotropes montrent la nécessité de travailler en milieu confiné afin d'avoir un signal de bonne qualité. Le calcul d'atténuation est ensuite appliqué à la caractérisation d'un milieu isotrope fissuré. Un calcul de densité de fissuration relative est tout d'abord proposé à partir des célérités des ondes. Ensuite, à partir de nos essais, nous discutons des diverses théories existantes. Il apparaît que nos résultats font intervenir un grand nombre de mécanismes qui ne peuvent être pris en considération par les différents modèles.

En milieu anisotrope, ces mesures sont rendues très difficiles par l'apparition de fissures dans le plan d'anisotropie rendant la roche beaucoup trop atténuante.

Enfin, l'étude de la propagation d'ultrasons durant un essai de traction directe permet de constater un endommagement précoce du grès étudié.

Le calcul des modules élastiques statiques à partir d'essais de compression constitue la troisième partie. L'influence de la pression de confinement et de l'orientation de l'anisotropie est mise en évidence.

Dans la dernière partie, nous comparons les modules élastiques obtenus par les deux méthodes. On constate une bonne corrélation des paramètres sauf lorsque la présence de fissures influe sur la mesure ; les modules dynamiques apparaissent alors supérieurs aux modules statiques.



# INTRODUCTION

Les techniques d'étude par propagation d'ondes se développent depuis quelques années. Elles présentent des avantages évidents : rapidité des mesures, essais non destructifs, matériel léger, etc. En outre, elles permettent d'appréhender les mécanismes intervenant dans les mesures réalisées en forages.

L'objet de notre travail a été d'essayer de caractériser des roches anisotropes et/ou fissurées à partir d'essais relativement simples. Les théories et modèles existant dans la littérature sont discutés à la lumière de nos résultats. Notre démarche est la suivante :

La mesure des célérités des ondes P et S suivant différentes directions nous permet de caractériser l'anisotropie de la roche étudiée et de déterminer ses axes structuraux. La caractérisation de l'état de fissuration est également réalisée à partir des théories existantes (O'Connell et al., 1974 ; Piau, 1978, 1979, 1980). Ces résultats permettent ensuite le calcul d'une matrice de raideur complète.

Une étude plus fine du signal est réalisée afin d'accéder à des paramètres d'atténuation. Cette étape pose de nombreux problèmes aussi bien d'ordre opératoire que d'interprétation. Cependant l'atténuation apparaît comme étant très sensible aux variations de certains facteurs (pression, saturation, fissuration, etc.).

Pour terminer, la réalisation d'essais de compression donnant accès aux modules élastiques statiques est nécessaire afin d'estimer la représentativité des résultats dynamiques. Cela nous entraîne dans une discussion sur les corrélations possibles entre modules dynamiques et modules statiques et sur les valeurs à prendre en considération pour l'établissement de modèles.



# I) GENERALITES ; DEFINITIONS

## 1) ELASTICITE LINEAIRE

Le comportement mécanique de la plupart des roches peut être décrit dans un premier temps par un modèle élastique linéaire. Il ne s'agit là que d'une approximation et comme nous le verrons, il est parfois nécessaire de faire appel à d'autres modèles rhéologiques plus complexes pour décrire les réactions de certaines roches à des sollicitations mécaniques.

La loi de Hooke permet d'exprimer de façon relativement simple la relation unissant la contrainte à la déformation ( et réciproquement ).

Soient  $\epsilon_{ij}$  les composantes du tenseur des déformations et  $\sigma_{ij}$  les composantes du tenseur des contraintes, le comportement élastique d'un matériau peut être caractérisé par un tenseur  $S$ , d'ordre 4, appelé tenseur de complaisance élastique. La loi de comportement s'écrit :

$$\epsilon_{ij} = S_{ijkl} \sigma_{kl}$$

Le tenseur  $S$  possède 81 composantes qui ne sont pas toutes indépendantes. La symétrie du tenseur des déformations ( $\epsilon_{ij} = \epsilon_{ji}$ ) réduit le nombre d'éléments de  $S$  à 54 ( $S_{ijkl} = S_{jikl}$ ). De même, la symétrie du tenseur des contraintes ( $\sigma_{kl} = \sigma_{lk}$ ) fait passer le nombre des complaisances élastiques de 54 à 36 ( $S_{ijkl} = S_{ijlk}$ ).

Si l'on admet l'existence d'un potentiel élastique, il en résulte que  $S_{ijkl} = S_{klij}$ , ce qui ramène à 21 le nombre d'éléments de  $S$  nécessaires à caractériser un matériau anisotrope élastique. Dans la suite, pour plus de simplicité, nous adopterons une notation matricielle :

$$\epsilon_i = S_{ij} \cdot \sigma_j$$

$$\sigma_i = C_{ij} \cdot \epsilon_j$$

Le système de symétrie de la roche intervient ensuite pour réduire le nombre de paramètres élastiques (fig. 1 ). Ainsi, dans le cas d'un matériau isotrope, le nombre de paramètres indépendants est réduit aux deux coefficients de Lamé  $\lambda$  et  $\mu$ . Lors d'un essai de compression (Fig. 2) la courbe de déformation axiale permettra la détermination du module de Young ( $E$ ) à partir du calcul de la pente entre  $\sigma_S$  et  $\sigma_L$  alors que le coefficient de Poisson ( $\nu$ ) sera obtenu à partir de la courbe de déformation

latérale (pente mesurée entre  $\sigma_3$  et  $\sigma_1$ ). Dans le cas d'un corps isotrope, E et  $\nu$  sont reliés aux coefficients de Lamé de la façon suivante :

$$E = \mu \frac{3\lambda + 2\mu}{\lambda + \mu}, \quad \nu = \frac{\lambda}{2(\lambda + \mu)}$$

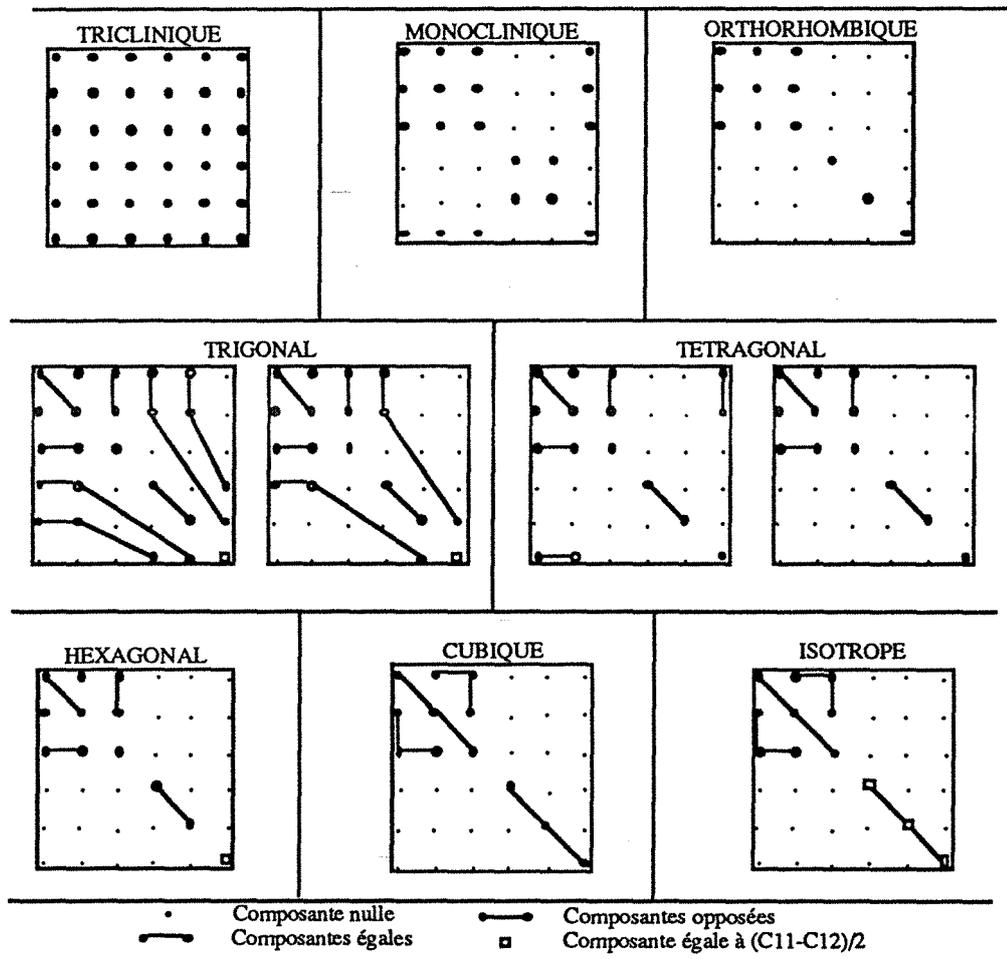


Fig. 1 : Schémas des matrices élastiques suivant la symétrie du matériau (d'après Dieulesaint et al., 1974.).

La figure 2 présente les courbes contrainte déformation obtenues lors d'un essai de compression sur une roche.

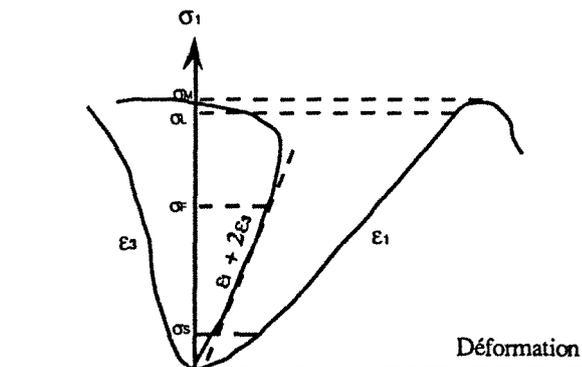


Fig.2 Courbes contrainte-déformation axiale ( $\epsilon_1$ ), latérale ( $\epsilon_3$ ) et volumique ( $\epsilon_1 + 2\epsilon_3$ ). (d'après, Panet 1976)

Les phases suivantes peuvent être distinguées :

-  $\sigma < \sigma_S$  : phase de serrage : la courbe est concave vers le haut. Durant cette phase il y a fermeture des fissures. Cette partie est plus ou moins importante selon l'état de fissuration de la roche et l'orientation des fissures par rapport à la contrainte appliquée.

-  $\sigma_S < \sigma < \sigma_F$  : phase élastique linéaire.

-  $\sigma_F < \sigma < \sigma_L$  : phase de propagation stable de la fissuration. Durant cette phase non réversible, il y a création de fissures.  $\sigma_F$  représente le seuil de fissuration.

-  $\sigma_L < \sigma < \sigma_M$  : propagation instable de la fissuration.

-  $\sigma = \sigma_M$  : résistance maximale de la roche.

## 2) PROPAGATION DES ONDES EN MILIEU ELASTIQUE

### 2-1) Propagation des ondes dans un milieu élastique isotrope

Considérons de petites déformations ; on peut définir un tenseur de déformation comme :

$$\varepsilon_{ik} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u_i}{\partial u_k} + \frac{\partial u_k}{\partial u_i} \right) \quad (1)$$

La loi de Hooke devient :  $\sigma_{ij} = \lambda \theta \delta_{ij} + 2 \mu \varepsilon_{ij}$  (2)

$\theta$  représente la déformation volumique ( $\theta = \varepsilon_{kk}$ )

Pour étudier la propagation d'ondes, dans ce milieu, écrivons l'équation de l'équilibre dynamique, en l'absence de forces de volume :

$$\frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial u_j} = \rho \frac{\partial^2 u_i}{\partial t^2} \quad (3)$$

Si l'on porte (2) dans (3), en utilisant (1), on a l'équation générale du mouvement :

$$(\lambda + \mu) \frac{\partial \theta}{\partial x_i} + \mu \nabla^2 u_i = \rho \frac{\partial^2 u_i}{\partial t^2} \quad (4)$$

qui s'écrit vectoriellement :

$$(\lambda + \mu) \text{grad div } \vec{u} + \mu \nabla^2 \vec{u} = \rho \frac{\partial^2 \vec{u}}{\partial t^2} \quad (4')$$

En tenant compte de la relation  $\nabla^2 \vec{u} = \text{grad div } \vec{u} - \text{rot rot } \vec{u}$  on obtient :

$$(\lambda + 2 \mu) \text{grad div } \vec{u} - \mu \text{rot rot } \vec{u} = \rho \frac{\partial^2 \vec{u}}{\partial t^2} \quad (5)$$

Soient  $\phi$  un potentiel scalaire et  $\psi$  un potentiel vecteur tels que  $\vec{u} = \text{grad } \phi + \text{rot } \psi$

Considérons d'abord un mouvement irrotationnel ( $\text{rot } \vec{u} = 0$  ;  $\vec{u} = \text{grad } \phi$ ) ; l'équation (5) s'écrit

$$\text{alors : } (\lambda + 2 \mu) \nabla^2 \phi = \rho \ddot{\phi} \Rightarrow \nabla^2 \phi = \frac{1}{V_p^2} \phi \quad \text{avec} \quad V_p = \left( \frac{\lambda + 2 \mu}{\rho} \right)^{1/2}$$

$V_p$  représente la vitesse d'une onde de compression.

Si nous considérons maintenant un mouvement sans changement de volume tel que  $u = \text{rot } \psi$ , l'équation (3) s'écrit  $\nabla^2 \psi = \frac{1}{V_s^2} \ddot{\psi}$  avec  $V_s = \left( \frac{\mu}{\rho} \right)^{1/2}$

$V_s$  représente la vitesse de propagation d'une onde de cisaillement.

Ainsi, dans un milieu élastique linéaire, homogène, il existe deux types d'ondes :

- les ondes de compression ou ondes longitudinales encore appelées ondes P : le mouvement vibratoire se fait suivant la direction de propagation.
- les ondes de cisaillement ou transversales ou ondes S : le mouvement vibratoire a lieu dans un plan normal à la direction de propagation.

La mesure du temps de propagation d'un ultrason dans une roche devrait donc permettre de caractériser celle-ci d'un point de vue mécanique. Cependant, pour que cela soit strictement vrai, il faut un matériau "idéal". On considérera cette théorie applicable à un solide polycristallin si la longueur d'onde utilisée est très grande devant les dimensions des cristaux (condition de Rayleigh). En fait, bien souvent le paramètre calculé à partir du temps de parcours est bien homogène à une vitesse mais n'a pas de réalité physique ; en effet, le trajet parcouru par l'onde peut être différent du trajet direct (en ligne droite) seul accessible à l'expérimentateur.

## 2-2) Propagation des ondes en milieu élastique quelconque : détermination des modules élastiques

Les vitesses des ondes dans une roche sont fonction de ses paramètres élastiques. La détermination de ceux-ci par une méthode ultrasonique présente des intérêts évidents :

- cette méthode n'est pas destructive,
- elle nécessite un appareillage léger facilement transportable,
- les résultats sont quasi immédiats.

Nous allons écrire la loi de Hooke dans un milieu élastique quelconque :

$$\sigma_{ij} = C_{ijkl} \epsilon_{kl} \quad (6)$$

$C_{ijkl}$  représente les raideurs élastiques. Ces éléments vérifient les relations :

$$C_{ijkl} = C_{jikl} = C_{klij} = C_{ijlk}$$

Ainsi, dans le cas le plus général, seulement 21 des 81 composantes du tenseur  $C_{ijkl}$  sont indépendantes.

En combinant les équations (6), (1) et (3) on peut écrire l'équation du mouvement sous la forme :

$$\rho \frac{\partial^2 u_i}{\partial t^2} = C_{ijkl} \frac{\partial^2 u_l}{\partial x_j \partial x_k} \quad (7)$$

Une solution de cette équation peut s'écrire sous la forme :  $u_i = \Delta_i F\left(t - \frac{n_j x_j}{V}\right)$  (8)

Reportant (8) dans (7) :  $C_{ijkl} n_k n_j \Delta_j - \rho V^2 \Delta_i = 0$

Posons  $\Gamma_{ij} = C_{ijkl} n_k n_j$ , il vient alors :  $\Gamma_{ij} \Delta_j - \rho V^2 \Delta_i = 0$  équation de Christoffel.

$\Gamma_{ij}$  est appelé tenseur de Christoffel ou tenseur acoustique, celui-ci est symétrique ;

$n_k n_j$  sont les composantes d'un vecteur unitaire  $n$  définissant la direction de propagation de l'onde;

$\Delta_i$  représente la polarisation de l'onde.

On montre que  $\Delta_i$  est vecteur propre du tenseur  $\Gamma_{ij}$  et que celui-ci admet trois valeurs propres  $\rho V_i^2$

vérifiant :  $\det(\Gamma_{ij} - \rho V_i^2 \delta_{ij}) = 0$

Donc, en un point d'un front d'onde existent trois directions de polarisation orthogonales, chacune étant associée à une vitesse  $V_i$ .

Selon la symétrie du matériau étudié on détermine les directions de propagation et de polarisation nécessaires à la détermination de tous les paramètres élastiques. Les modules ainsi calculés sont dit dynamiques par opposition aux modules statiques obtenus lors d'essais en compression.

On trouvera en annexe le développement de ces calculs pour quelques cas de symétrie.

### 3) NOTIONS D'ATTENUATION :

Le signal qui se propage dans une roche perd de l'amplitude devant son trajet et "s'étale dans le temps".

L'atténuation est la manifestation de phénomènes d'interaction entre l'onde et le milieu de propagation. Il faut distinguer l'atténuation intrinsèque due à l'anélasticité de la matrice et/ou le fluide saturant de l'atténuation extrinsèque due à la diffraction.

La diffraction résulte des multiples réflexions de l'onde. Ce phénomène est important quand la longueur d'onde est du même ordre de grandeur que la taille des hétérogénéités.

L'atténuation intrinsèque se caractérise par une diminution de l'amplitude de l'onde et une perte préférentielle de ses hautes fréquences.

#### 3-1) Le comportement anélastique des roches :

##### 3-1-1) La viscoélasticité

Un modèle viscoélastique linéaire est communément utilisé pour rendre compte de la dissipation d'énergie durant le passage de l'onde.

A une dimension, la loi de comportement d'un tel matériau peut s'écrire sous une des formes suivantes :

$$\sigma(t) = m(t) * \varepsilon(t) \quad (9a)$$

$$\epsilon(t) = S(t) * \sigma(t) \quad (9b)$$

$\sigma(t)$  = contrainte

$\epsilon(t)$  = déformation

$S(t)$  = dérivée de la fonction fluage

$m(t)$  = dérivée de la fonction relaxation

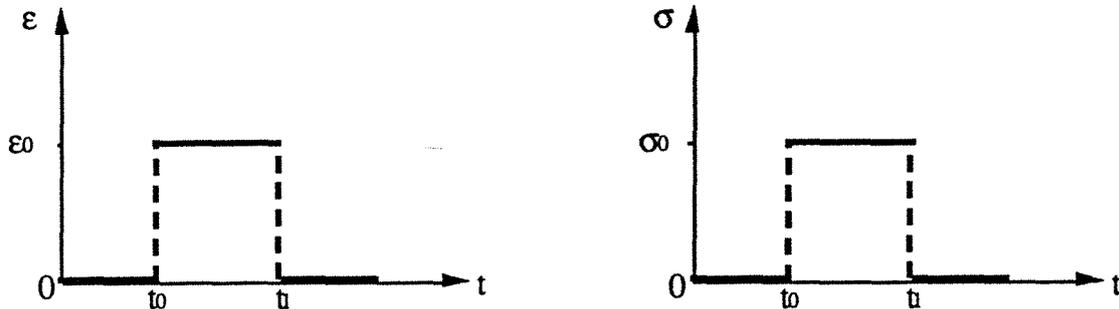


Fig. 3 : Fonctions fluage et relaxation.

En passant dans le domaine transformé de Fourier, on a alors des expressions plus simples :

$$\Sigma(\omega) = M(\omega) \cdot E(\omega) \quad (10a)$$

$$E(\omega) = S(\omega) \cdot \Sigma(\omega) \quad (10b)$$

$$M(\omega) \cdot S(\omega) = 1 \quad (10c)$$

Dans ce domaine fréquentiel, le coefficient de proportionnalité entre contrainte et déformation dépend de la fréquence.

Combinant l'équation du mouvement  $\left( \rho \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = \frac{\partial \sigma}{\partial x} \right)$  et la loi de comportement (10), on obtient :

$$\rho \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = M(\omega) \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \quad (11)$$

avec  $M(\omega)$  = module complexe.

Pour une onde plane, on démontre qu'une solution de l'équation (11) peut s'écrire sous la forme :

$$u = U_0 \exp [i(\omega t - k^* x)] \quad (12)$$

avec  $k^* = \text{nombre d'onde complexe} = k_R + i k_i = \frac{\omega}{V^*}$

L'équation (12) peut s'écrire de façon plus simple :

$$u = U_0 e^{-\alpha x} \exp \left[ i\omega \left( t - \frac{x}{C} \right) \right]$$

avec  $k^* = \frac{\omega}{C} - i \alpha$  où  $\omega$  et  $C$  sont réels.

Le facteur  $e^{-\alpha x}$  exprime l'atténuation de l'onde.  $\alpha$  est appelé coefficient d'atténuation.

### 3-1-2) Différents paramètres quantifiant l'atténuation :

L'atténuation d'une onde peut s'exprimer au moyen de trois grands paramètres.

#### Le coefficient d'atténuation

Pour une onde plane dans un milieu homogène, d'amplitude  $A(x)$  à la position  $x$ , on aura : \_\_\_

$$\alpha = -\frac{1}{A(x)} \frac{dA(x)}{dx}$$

On emploie plus communément l'équation suivante faisant intervenir deux positions successives de l'onde :

$$\alpha = \frac{1}{x_2 - x_1} \text{Ln} \frac{A(x_1)}{A(x_2)} \quad (x_1 < x_2)$$

$\alpha$  s'exprime alors en Neper par unité de longueur.

#### Le décrement logarithmique

Il se définit par l'utilisation d'un système oscillant en vibrations libres :

$$\delta = \text{Ln} \frac{A_1}{A_2}$$

$A_1$  et  $A_2$  sont les amplitudes de deux oscillations successives.

#### Le facteur de qualité

De façon mathématique, en utilisant le modèle viscoélastique linéaire, le facteur de qualité s'exprime par le rapport de parties réelles et imaginaires du module complexe :  $Q = \frac{M_R}{M_I}$

Il peut être défini comme étant le rapport de l'énergie maximale emmagasinée pendant un cycle sur l'énergie dissipée pendant ce cycle :  $Q = \frac{2\pi E}{\Delta E}$

Ces différents paramètres peuvent être liés de la façon suivante :

$$Q_{ap} = \frac{\pi f}{\alpha V} = \frac{\pi}{\delta}$$

Cependant, ces relations sont simplifiées mais donnent une bonne estimation du facteur de qualité  $Q$  (Tarif, 1986).

Signalons que pour plus de commodité, on utilise souvent le facteur d'atténuation  $1000/Q$ .

### 3-1-3) Modèles viscoélastiques linéaires

Notre but n'est pas d'analyser en détail les modèles théoriques existants mais plutôt de signaler les modèles les plus importants. Nous nous limiterons donc à de brefs rappels et indiquerons le comportement du facteur de qualité  $Q$  et de la vitesse en fonction de la fréquence.

#### a) Modèle de Zener

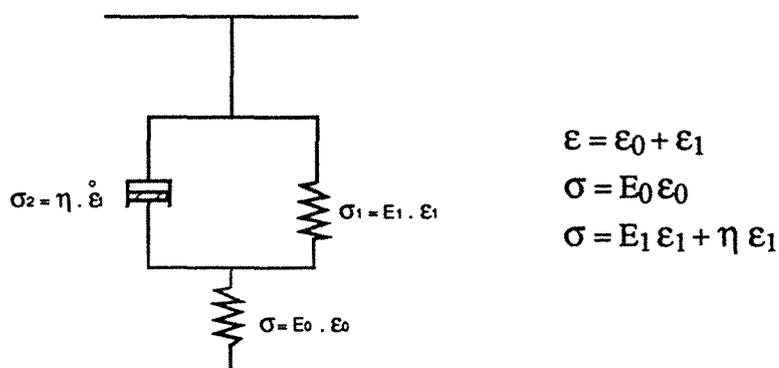


Fig.4: Modèle de Zener.

On démontre facilement à partir de la figure 4 que

$$\sigma(t) = \int_{-\infty}^t \gamma(t-\tau) \frac{d\epsilon}{d\tau} \cdot d\tau$$

avec

$$\gamma(t) = E + (E_0 - E) \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right) \quad \text{pour } t \geq 0$$

$$\gamma(t) = 0 \quad \text{pour } t < 0$$

$\tau$  = temps caractéristique de relaxation

$t$  = module d'élasticité différé

$E_0$  = module d'élasticité instantané

La fonction  $\gamma(t)$  est la fonction de relaxation du modèle de Zener.

La figure 5 donne le comportement du facteur de qualité  $Q$  et de la vitesse en fonction de la fréquence.

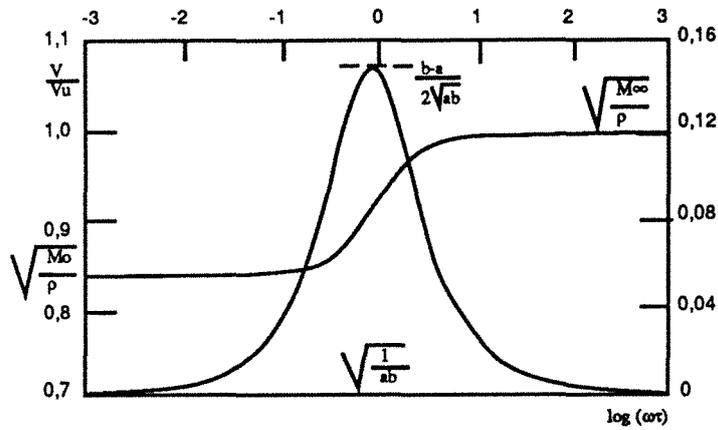


Fig. 5 : Modèle standard à trois paramètres.

### b) Modèle NCQ (Nearly Constant Q)

Liu (1976) a proposé un modèle à Q quasi constant en s'appuyant sur des observations expérimentales montrant que le facteur de qualité restait constant sur de larges plages fréquentielles. Ce modèle est constitué par superposition discrète de modèles de Zener ayant tous le même module mais pas la même fréquence (fig. 6)

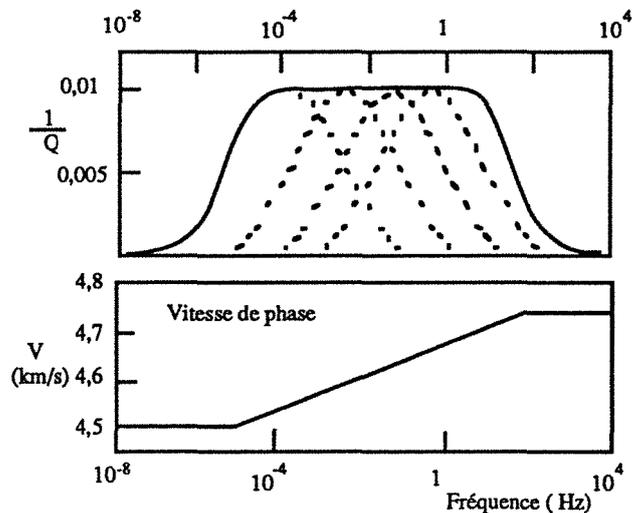


Fig. 6 : Relations types de dispersion pour l'inverse du facteur de qualité.

### c) Modèle à Q constant

Kjartansson (1979) a mis au point un modèle à Q strictement indépendant de la fréquence. Ce modèle est défini par deux paramètres :

- vitesse de phase de l'onde à une certaine fréquence :  $\frac{V}{V_0} = \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^\gamma$
- valeur de Q :  $\text{tg}(\pi\gamma) = \frac{1}{Q}$

### 3-2) Techniques de mesure

Différentes techniques existent (leurs avantages et inconvénients sont résumés dans le tableau I); nous présenterons brièvement les deux grandes catégories à savoir :

- les systèmes vibrants,
- les méthodes par propagation d'ondes.

Ces types de mesures diffèrent essentiellement par leur domaine fréquentiel.

Le problème des mesures en laboratoire est leur extrapolation aux résultats obtenus *in situ* . Le domaine fréquentiel étudié est très différent des fréquences utilisées lors d'explorations sismiques ou lors de phénomènes naturels (Fig.7).

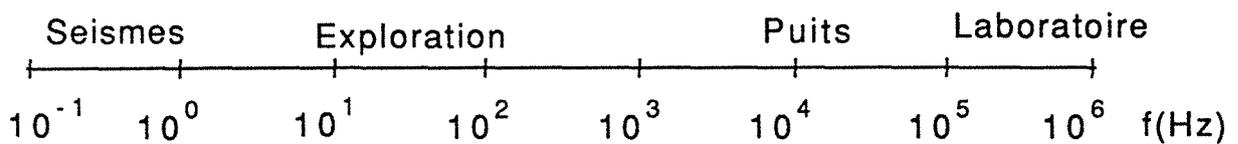


Fig. 7: Domaines fréquentiels de différentes mesures (Bourbié et al., 1986).

L'intérêt des méthodes par propagation d'ondes consiste en ce que les mécanismes mis en jeu au laboratoire sont identiques à ceux intervenant sur le terrain. Cependant les fréquences utilisées sont alors très élevées.

Les méthodes utilisant des systèmes vibrants permettent de travailler à des fréquences de l'ordre du kilohertz correspondant aux fréquences utilisées en diaggraphie. Mais on fait alors appel à des ondes stationnaires au lieu d'ondes de propagation.

#### 3-2-1) Les systèmes vibrants

Ces méthodes concernant des ondes stationnaires permettent de travailler à des fréquences allant de quelques hertz à quelques kilohertz.

En oscillations libres, la méthode consiste à mesurer la décroissance d'amplitude entre deux cycles successifs :  $\log \frac{U_1}{U_2} = \frac{\pi}{Q} = \delta$

En oscillations forcées, le spectre fréquentiel est balayé de façon à localiser le pic de résonance. On a alors :  $Q = \frac{f_r}{\Delta f}$

avec  $f_r$  = fréquence de résonance

$\Delta f$  = largeur du pic de résonance

Les dispositifs entrant dans cette catégorie de systèmes vibrants sont essentiellement les pendules de torsion et les barres de résonance (Bourbié et al., 1980).

### 3-2-2) Mesures utilisant la propagation d'ondes

#### •Méthode par écho :

Le signal émis par une céramique piézoélectrique est recueilli par cette même céramique après avoir subi des réflexions multiples à l'interface libre (Fig. 8).

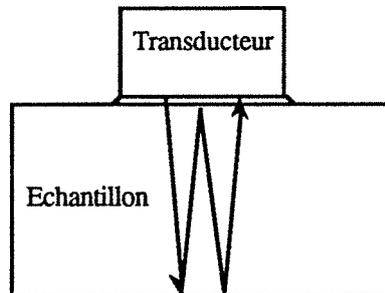


Fig.8 : Schéma de la méthode par écho.

L'atténuation est alors calculée à partir de deux réflexions successives:  $\alpha = \frac{1}{2L} \text{Log} \left( \frac{U_1}{U_2} \right)$

avec  $L$  = longueur de l'échantillon  
 $U_1$  = amplitude spectrale d'une réflexion  
 $U_2$  = amplitude spectrale de la réflexion suivante

Cette méthode n'est en fait pas très adaptée à la mesure d'atténuations importantes puisqu'une grande partie de l'énergie est absorbée lors du parcours multiple de l'onde. De plus, on suppose qu'il n'y a pas de pertes aux interfaces et lors des réflexions.

#### •Méthode par transmission:

Une céramique piézoélectrique réceptrice reçoit un signal émis par une céramique émettrice et ayant traversé un échantillon rocheux.

La méthode du rapport de spectre repose sur la comparaison des amplitudes spectrales de deux signaux, l'un provenant d'un échantillon de référence, l'autre de l'échantillon à étudier.

Les deux échantillons ont la même géométrie.

Ecrivons l'équation donnant l'amplitude spectrale d'une onde plane :

$$U(f) = G(E, x) e^{-\alpha(f) x} \exp [i(\omega t - kx)]$$

avec  $G(f, x)$  = fonction tenant compte des effets de la géométrie de l'échantillon et de la source  
 $x$  = longueur de l'échantillon  
 $\alpha(f)$  = coefficient d'atténuation

Sachant que  $\alpha(f) = \frac{\pi f}{QV}$  et que le facteur de qualité est considéré indépendant de la fréquence, le rapport des spectres des deux signaux peut s'écrire sous la forme :

$$\text{Ln} \left[ \frac{U(t)}{U_r(t)} \right] = -\pi \left[ \frac{1}{QV} - \frac{1}{Q_r V_r} \right] x f + \text{constante}$$

L'échantillon de référence étant l'aluminium, le terme  $\frac{1}{Q_r V_r}$  peut être négligé ( $Q_{\text{alu}} \approx 150\,000$ ).

La méthode du rapport de spectres consiste donc à tracer le module du rapport des spectres en fonction de la fréquence. La pente de la droite obtenue sur un certain intervalle de fréquence est alors égale à  $-\frac{\pi x}{QV}$  (Fig. 9).

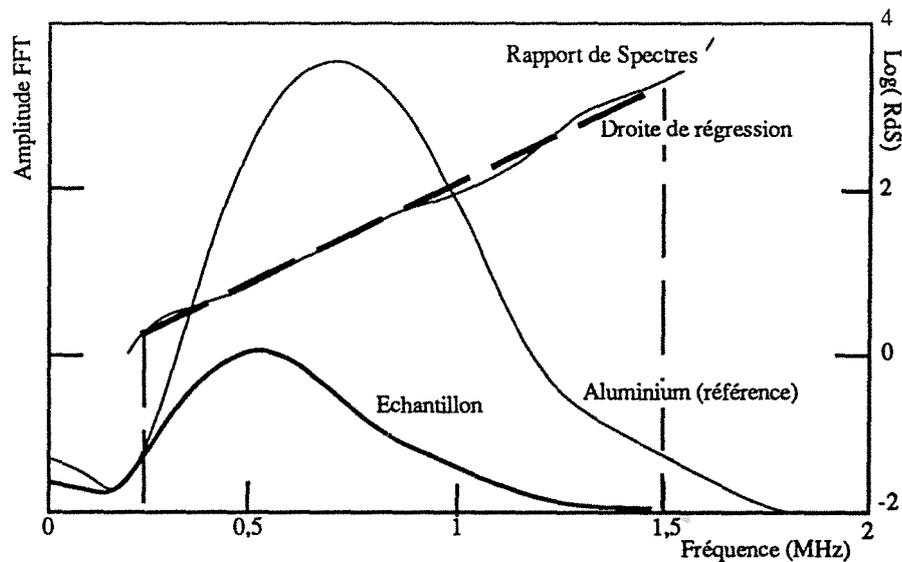


Fig. 9 : Rapport de spectres sur des grès (Klimis, 1988).

Pour finir, mentionnons la technique du temps de montée. Celle-ci s'appuie sur une relation empirique établie par Gladwin et Stacey (1974) :

$$\tau = \tau_0 + C \frac{T}{Q}$$

$\tau$  = temps de montée du signal

$T$  = temps de trajet de l'onde

$\tau_0$  et  $C$  = constantes

Signalons que deux définitions sont utilisées pour  $\tau$  (Fig.10), donnant des résultats similaires.

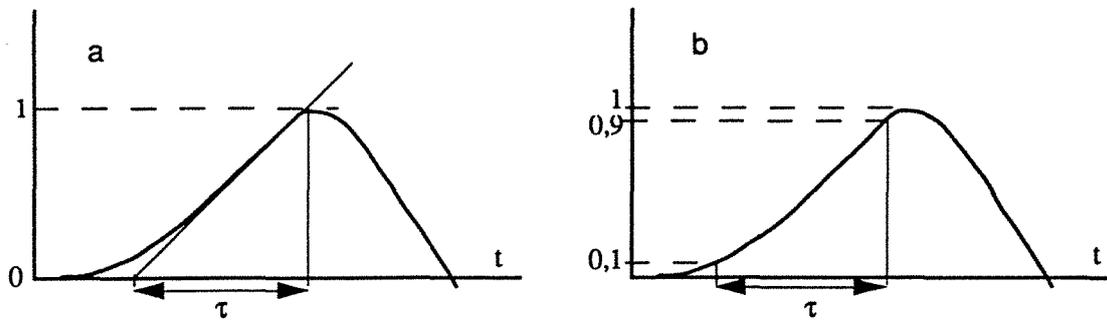


Fig.10: Définitions du temps de montée (a : Gladwin et Stacey ; b : Blair et Spathis).

Cette méthode est difficile à mettre en oeuvre car il est nécessaire de connaître la relation entre  $\tau$  et  $Q$  donc les valeurs de  $\tau_0$  et  $C$ .

Type de méthode	Méthode	Domaine d'application		Technique de mesure	Précision sur V	Précision sur Q	Corrections
		Labo.	Terrain				
Vibration	Barre résonnante	$\approx$ KHz	Non	Oscillations Forcées Libres	$\approx 1\%$ si $Q > 3$	$\approx 5\%$ si $3 < Q < 100$	oui
Propagation	Echo	500 KHz 5 MHz	?	Rapport d'amplitude de réflexions ou rapport de spectres	2 à 3 % fonction de Q (mesures relatives)	$> 10\%$	Difficiles
	Transmission	500 KHz 5 MHz	Sismique puits à puits (qq KHz)	Rapport de spectres Temps de montée	1-2 % fonction de Q	$> 10\%$ fonction de Q	Difficiles

Tab. I: Tableau récapitulatif sur différentes méthodes de mesure (d'après Bourbié et al., 1986).

### 3-2-3) Emission acoustique

Nous citerons brièvement la méthode d'émission acoustique bien que son principe soit très différent.

Elle consiste en la réception et l'analyse d'ondes élastiques émises par un matériau soumis à une contrainte.

La plage fréquentielle étudiée doit être la plus large possible puisque le signal source est inconnu.

Thiercelin (1980) utilise des capteurs couvrant la plage 0,2 - 2 MHz.

Plusieurs traitements de signal sont possibles (Boumahdi, 1989) :

- comptage au dessus d'un seuil : il s'agit de détecter et de comptabiliser tout signal dépassant un certain seuil d'amplitude fixé à l'avance ;

- mesure d'amplitude : on comptabilise une impulsion chaque fois qu'une amplitude maximale est comprise entre deux valeurs de seuil ;

- mesure de l'énergie : obtenue en sommant le carré des amplitudes dépassant un seuil ;

- mesure du spectre de fréquence : on peut obtenir le spectre du signal en calculant sa transformée de Fourier ;
- localisation : à partir de plusieurs capteurs on peut localiser les différents événements.

L'émission acoustique présente quelques difficultés liées au traitement du signal car on se trouve dans l'impossibilité d'accéder au signal source vrai, les différentes fonctions de transfert étant mal connues. Cette méthode est néanmoins très intéressante pour l'étude des phénomènes de rupture.

### 3-3) Mécanismes envisagés pour expliquer l'atténuation :

Les différents mécanismes pouvant être invoqués pour expliquer le phénomène d'atténuation dépendent de l'état de saturation de la roche.  
Ces mécanismes souvent très complexes sont encore très mal compris.

#### **La friction ou frottement grain à grain**

Ce phénomène ne se déclarerait que lorsque l'amplitude de la déformation est supérieure à une valeur donnée (Winkler et Plona, 1982 ; Murphy, 1982 ...)

Une augmentation de pression entraînerait une diminution d'amplitude de ce phénomène et une augmentation de son seuil d'existence.

La friction ne semble pas suffisante pour expliquer toute l'atténuation. Mavko (1979) étudiant la non linéarité du phénomène a remis en question la validité de ce mécanisme.

#### **Dislocations du quartz**

Ce mécanisme proposé par Mason (1971) a été rejeté car il n'opérerait que dans une plage de fréquence variant de  $10^8$  à  $10^{13}$  MHz.

De plus, les dislocations dans le quartz ne sont pas actives aux conditions ambiantes de température et de pression.

#### **Rupture de liaisons chimiques**

Ce phénomène est basé sur l'interaction entre une pellicule d'eau adsorbée et la surface du grain (Tittmann 1980).

La surface d'un grain de quartz possède une charge négative pouvant ioniser la pellicule d'eau. Lors du passage de l'onde, il y aurait rupture de liaisons chimiques entre les hydroxydes de la surface et les molécules d'eau.

Cependant, ce phénomène serait directement lié à la surface spécifique du milieu poreux. Les résultats obtenus par Bourbié (1985) montrent que ce mécanisme est insuffisant à expliquer l'atténuation.

### **Forces capillaires**

En présence d'une faible quantité d'eau, des forces capillaires tendraient à rigidifier le squelette solide. Une adjonction d'eau provoquerait alors la disparition de ces forces, la rigidité apparente diminuant puis se stabilisant jusqu'à de fortes saturations.

En fait (Bourbié 1985), l'atténuation dépendrait de la microstructure du milieu, combinant une dissipation visqueuse sur les aspérités, des ruptures de liaisons chimiques et des mécanismes de mise en mouvement.

### **Pertes thermoélastiques**

Le passage d'une onde correspond à un changement de pression. Chaque grain répondrait uniquement suivant ses propres propriétés thermodynamiques, créant un flux de chaleur des régions de forte contrainte aux régions de faible contrainte. L'atténuation "thermoélastique" augmenterait donc avec la température. Cependant, ces phénomènes seraient négligeables pour des températures inférieures à 100 °C.

Kjartansson (1979) donne la fréquence centrale de la relaxation thermique :  $f_t = \frac{D}{h^2}$

h = demi largeur de pore,

D = diffusivité thermique du matériau.

Les fréquences que l'on peut ainsi calculer restent faibles ( $\approx 10$  Hz).

### **Couplage fluide-solide (théorie de Biot, 1956)**

Ce mécanisme prend en compte le mouvement du fluide et du solide. Une perméabilité relative importante est nécessaire à ce mouvement relatif. Deux ondes P existent alors : une onde P "classique" en phase et une onde "lente" en opposition de phase.

Les conditions suivantes sont nécessaires à la propagation de l'onde lente :

- phases liquides et solides continues,
- faible viscosité du liquide,
- fréquence importante et grande longueur d'onde par rapport aux pores,
- compressibilités différentes entre liquide et solide.

## Relaxation visqueuse du fluide

Nous ne ferons que citer ce phénomène qui pour l'eau n'interviendrait qu'à de très hautes fréquences ( $> 10^8$  Hz).

## Squirt flow

Ce mécanisme implique un mouvement local du fluide. Il peut être représenté par un modèle viscoélastique standard.

A saturation totale, du fait des faibles gradients de pression (fluide "incompressible"), l'atténuation est peu importante.

A saturation partielle, le mélange eau-gaz très compressible donne une atténuation importante.

## Diffraction au niveau des grains

Cela n'intervient que lorsque la longueur d'onde émise est de l'ordre de la taille des grains. La fréquence centrale de ce phénomène est donnée par :  $f_d = \frac{3}{R} \left( \frac{M}{\rho} \right)^{1/2}$

R = rayon des grains,

r = densité du matériau,

M = module d'élasticité de l'onde.

## Conclusion

Nous venons de voir qu'un grand nombre de mécanismes peuvent être invoqués pour tenter d'expliquer ce phénomène d'atténuation. Ces mécanismes très complexes ne peuvent probablement pas être dissociés, et il est actuellement difficile de dire dans quelles proportions chacun d'eux intervient. De plus, ces mécanismes seraient différents selon que l'on ait une roche sèche ou plus ou moins saturée ; dans le cas d'une roche saturée les phénomènes les plus probables seraient les mécanismes de Biot et de squirt flow.

### 3-4) Paramètres influençant l'atténuation:

Les résultats concernant des mesures de variations de propriétés acoustiques de roches sont relativement récents.

Pour certaines roches comme les schistes, les quartzites, les argilites, etc., les études d'atténuation sont très rares. Les résultats existants sont à prendre avec quelques précautions, les conditions expérimentales et les fréquences utilisées étant souvent très différentes.

### Atténuation et pression

Le paramètre important est la pression effective. En général l'atténuation diminue quand la pression augmente (fig.11).

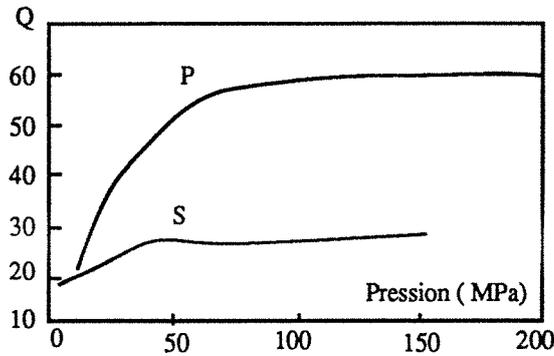


Fig. 11 : Influence de la pression sur le facteur de qualité P et S dans le grès de Berea (Johnston et al., 1980).

La variation d'atténuation dépend également de l'existence de microfissures.

### Atténuation et saturation

En général il est admis que l'atténuation d'une roche sèche est inférieure à celle de la roche saturée (Fig. 12).

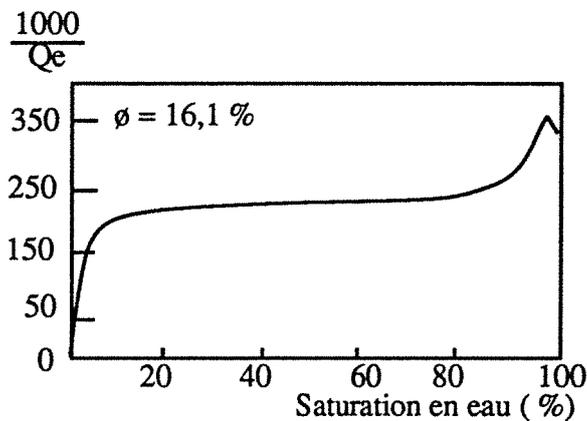


Fig. 12: Variation d'atténuation avec la saturation dans le grès de Fontainebleau (Bourbié et al., 1985).

L'atténuation est très sensible à la présence de traces liquides et sa mesure dépend fortement des techniques de saturation ( Bourbié, Coussy, Zinszner ; 1986 ). En effet, les différentes techniques de saturation/dessaturation (séchage, centrifugation, dépressurisation) donnent une répartition différente

du fluide dans le matériau. Il est à noter que généralement, les variations d'atténuation se font soit à très faible saturation soit à forte saturation. Ces variations dépendent bien entendu de la nature du fluide saturant et du type d'échantillon.

### Atténuation et température

Il semblerait que l'atténuation diminue quand la température augmente (Fig.13).

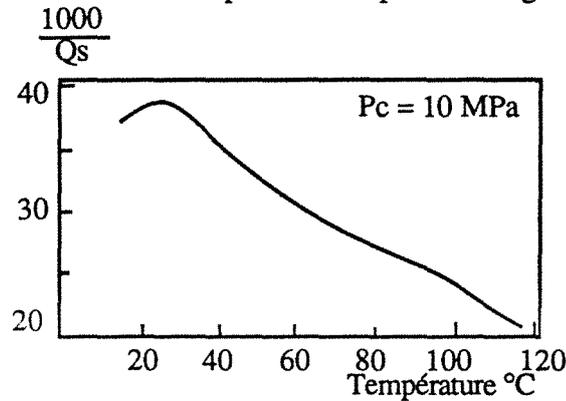


Fig. 13: Variation d'atténuation avec la température dans un grès de Berea (Bourbie et al., 1985).

En fait, l'effet de la température serait plutôt relié à la présence d'humidité dans les défauts de la roche.

### Atténuation et fréquence

L'atténuation peut varier en fonction de la fréquence ( Fig. 14).

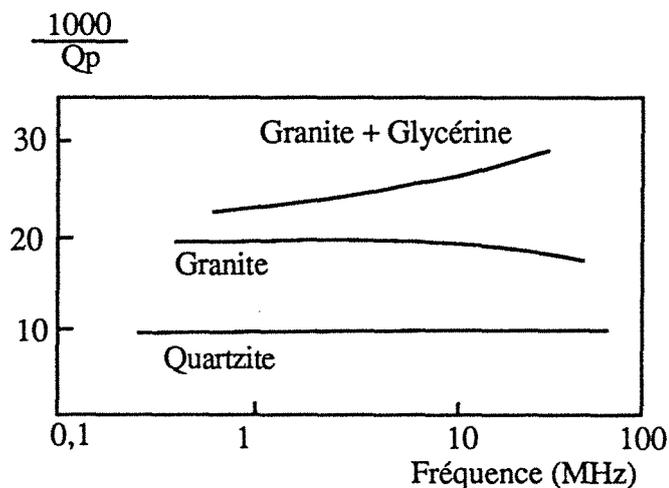


Fig. 14 : Variation d'atténuation avec la fréquence (Bourbié et al., 1985).

Aux fréquences très élevées, on peut observer des effets de diffraction se manifestant par une augmentation d'atténuation avec la fréquence ( $f > \text{MHz}$ ). Ce phénomène n'intervient que lorsque la longueur d'onde émise est de l'ordre de la taille des grains.

## Atténuation et déformation

On admet que le facteur de qualité est indépendant de l'amplitude de la déformation pour des valeurs inférieures à  $10^{-6}$ .

Ce seuil de dépendance augmente quand la pression de confinement augmente et diminue quand la saturation augmente.

## Conclusion

Les variations d'atténuation sont fonction de divers paramètres soit liés à la roche, soit liés à la méthode expérimentale.

Les paramètres fréquence et déformation n'interviennent pas dans nos essais.

La température diminue l'atténuation de façon sensible, mais comme nous l'avons vu cet effet ne serait pas direct. Les deux paramètres importants que nous considérerons dans nos essais seront la saturation et la contrainte. Nous étudierons, notamment, l'influence de la pression et du déviateur sur l'atténuation.

### 4) ANISOTROPIE DES ROCHES :

La plupart des roches présentent une anisotropie due à l'orientation des minéraux et/ou à la présence de discontinuités. Leurs propriétés physiques dépendront alors de l'orientation de la sollicitation par rapport aux axes structuraux.

#### 4-1) Anisotropie structurale :

Nous rappellerons brièvement les principales structures que l'on rencontre dans les roches.

- Structures planaires :

- Stratification et litage sédimentaire : il s'agit de différences granulométriques et minérales ayant pour origine le mode de dépôt du sédiment.

- Schistosité de flux et foliation : si l'aplatissement dépasse un certain seuil, on a un réarrangement de la matière se manifestant soit par une fine recristallisation des minéraux sous contrainte (recristallisation orientée), soit par une dissolution orientée dans les roches carbonatées. Les principaux minéraux constitutifs de la roche sont disposés à plat parallèlement à un même plan. La schistosité ardoisière ne s'exprime que dans des roches riches en phyllites.

La foliation s'apparente à une schistosité de flux qui, à la suite d'une élévation de température, se forme en même temps que cristallisent des minéraux de métamorphisme naissant orientés à plat dans le plan de foliation.

- Schistosité de crénulation : c'est une structure non pénétrative à l'échelle de l'échantillon. La roche présente un microlitage avec alternance de lits souvent riches en quartz et/ou calcite et de lits plus fins enrichis en phyllite.

Il est à noter que dans le cas de roches à schistosité ou foliation pénétrative et homogène, le plan de foliation est perpendiculaire à l'axe Z de l'ellipsoïde de la déformation.

- Structures linéaires :

On appelle linéation toute trace linéaire inscrite sur un plan de schistosité ou de foliation. C'est une structure pénétrative.

- Linéation d'allongement et minérale : la linéation d'allongement correspond à la direction d'allongement maximal. Elle n'apparaît nettement qu'avec la schistosité de flux et la foliation. La linéation minérale correspond à des cristallisations métamorphiques se produisant en même temps que se forme la schistosité. Les minéraux se disposent généralement parallèlement à l'axe X de l'ellipsoïde de déformation.

- Linéation d'intersection : visible quand une schistosité ou une foliation se superpose obliquement sur une surface plus ancienne.

#### 4-2) Classification structurale :

Nous avons vu que l'anisotropie pouvait être liée à des éléments planaires et/ou linéaires. Considérant cela on peut définir cinq systèmes de symétrie :

- symétrie sphérique : matériau isotrope
- symétrie axiale : matériau présentant la symétrie de l'ellipsoïde de révolution. Un tel système est encore appelé orthotrope de révolution ou hexagonal par analogie aux systèmes cristallins. Un corps isotrope transverse appartient à ce système.
- symétrie orthorhombique : matériau présentant la symétrie de l'ellipsoïde triaxial. Elle correspond au système orthotrope *s.s.* ;
- symétrie monoclinique : présence d'un axe de symétrie et d'un plan perpendiculaire.
- symétrie triclinique : pas de symétrie ( seul un centre de symétrie est présent)

Une classification des roches basée sur la définition spatiale des éléments structuraux majeurs permet la définition d'un repère de référence lié aux structures du matériau.

- Anisotropie planaire continue :

Elle est due à l'orientation préférentielle des minéraux, elle présente la symétrie du système axial, parfois orthorhombique si l'orientation des minéraux est parallèle au litage (Fig. 15).

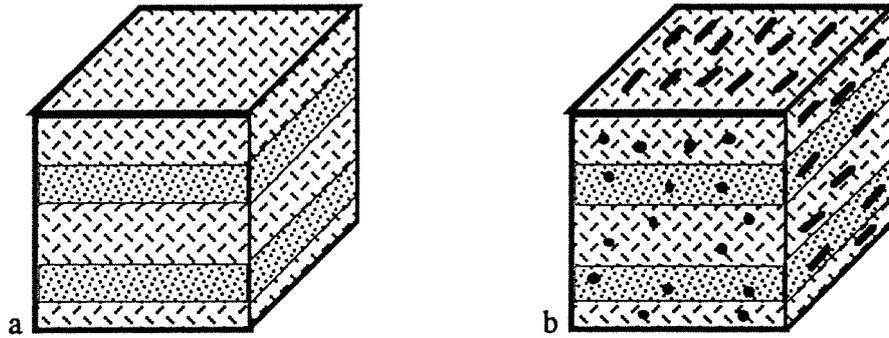


Fig.15: Anisotropie planaire continue (a : symétrie axiale ; b : symétrie orthorhombique).

- Anisotropie planaire discontinue :

Elle est due à l'orientation préférentielle des fissures (joints de stratification, schistosité, fractures, etc.), et présente la symétrie axiale, parfois orthorhombique (Fig.16).

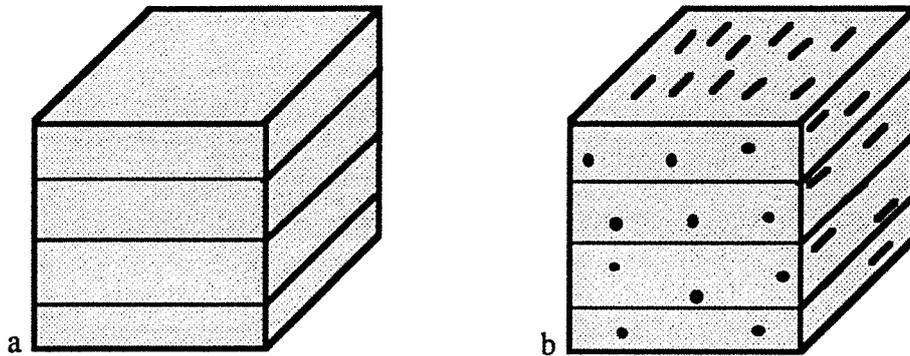


Fig.16: Anisotropie planaire discontinue (a : symétrie axiale ; b : symétrie orthorhombique).

- Plusieurs familles de plans :

Lorsqu'il existe plusieurs familles d'anisotropie planaire, on peut avoir la symétrie du système monoclinique, parfois orthorhombique (deux familles orthogonales), triclinique s'il y a trois familles (Fig.17).

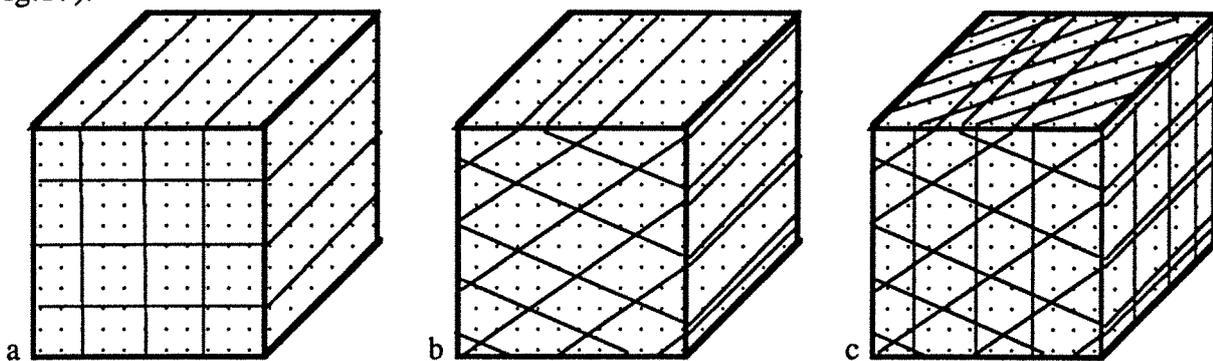


Fig.17: Roches à plusieurs familles de plans (a : symétrie orthorhombique ; b : symétrie monoclinique ; c : symétrie triclinique).

- Anisotropie linéaire :

Symétrie du système axial ou orthorhombique si les éléments sont disposés dans des plans parallèles (Fig.18).

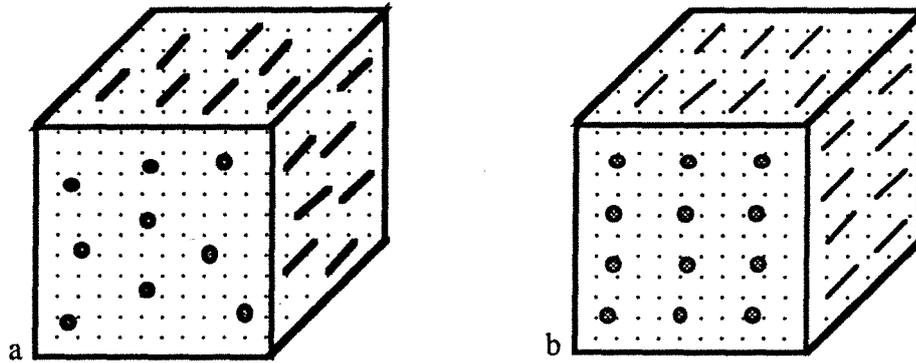


Fig.18: Anisotropie linéaire (a : symétrie axiale ; b : symétrie orthorhombique).

## II) PREPARATION DES ECHANTILLONS ; MODES OPERATOIRES

### 1) PREPARATION DES ECHANTILLONS

#### I-1) Géométrie - usinage :

Selon le but de la mesure, des échantillons de géométrie différente ont été réalisés. Cette phase de préparation est bien souvent longue et délicate si l'on veut obtenir des états de surface et des géométries les plus parfaites possibles.

Quelque soit la géométrie de l'échantillon, ses faces sont après sciage rectifiées afin d'assurer une planéité et un parallélisme "parfait". La qualité de cet état de surface intervient de façon très importante dans les mesures par ultrasons ( Cf chapitre V) ; elle joue également un rôle dans les essais de compression puisque si les bases des éprouvettes ne sont pas planes et parallèles il peut apparaître des gradients de contrainte et l'échantillon peut être soumis à une sollicitation composée (compression et flexion).

La préparation des faces à la rectifieuse par la méthode de retournement de l'échantillon nous permet de limiter l'écart au parallélisme à environ  $10^{-3}$  radians.

#### Polvèdres :

Afin de caractériser la structure de la roche, il est nécessaire de procéder à des mesures de célérité d'ondes dans un maximum de directions. De plus, comme nous le verrons, afin de déterminer la matrice de raideur du matériau étudié avec un minimum de mesure, certaines directions de propagation peuvent être imposées par la structure même de la roche.

Pour que les mesures réalisées dans les différentes directions aient un sens il est préférable qu'elles soient effectuées sur un même échantillon.

Nous avons ainsi procédé à la réalisation de polyèdres à 18 ou 26 faces en tronquant les arêtes et les angles d'un cube de 108 mm de côté (Fig.19). Le cube originel est taillé en tenant compte des éléments structuraux visibles à l'oeil nu ou déterminés par lames minces orientées.

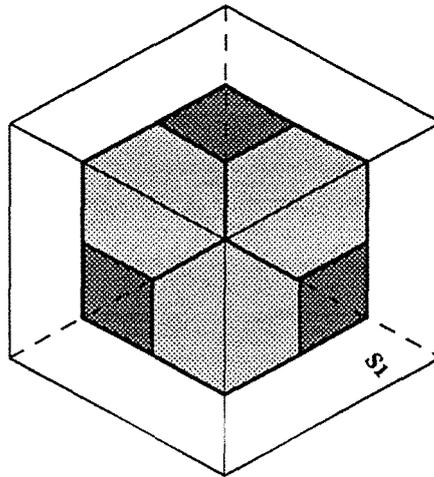


Fig.19 : Echantillon polyédrique à 18 faces ( $S_1$  = plan d'anisotropie)

La dimension de 108 mm a été calculée de façon à ce que toutes les surfaces tronquées soient supérieures à la surface des transducteurs.

### Carottes :

Pour les essais en compression simple ou triaxiale des carottes de diamètre 50 mm ou 38 mm et d'élanement 2 sont réalisées. Elles servent également de support à des mesures de propagation d'ondes associées à de tels essais.

Rappelons que l'élanement de 2 est choisi afin de minimiser l'influence du frottement de l'éprouvette dû au frottement roche-plateau de la presse.

Dans la mesure où la roche est anisotrope le carottage sera effectué suivant plusieurs directions.

### Cubes :

Des échantillons cubiques de 50 mm d'arête servent également aux mesures de propagation d'ondes. Cette géométrie a été adoptée essentiellement pour les mesures d'atténuation. La dimension a été choisie de façon à avoir un échantillon le plus petit possible tout en étant représentatif de la roche étudiée. Tarif (1986) fait remarquer que pour des dimensions plus petites les effets parasites masqueraient le signal.

Comme pour les polyèdres, ces cubes sont taillés en tenant compte de la structure de la roche.

#### 1-2 )Etat de saturation

Après usinage les échantillons sont lavés et étuvés, puis pesés et mesurés.

- Echantillons "secs"

Les échantillons sont laissés à l'étuve pendant 48 heures. Ils sont ensuite placés dans un dessiccateur jusqu'au retour à la température ambiante.

- Echantillons "saturés"

Les échantillons sont saturés à l'eau sous vide de la façon suivante :

- désaération de l'eau durant 24 heures
- mise en place des échantillons dans un cristalliseur et réalisation du vide
- remplissage en eau désaérée du cristalliseur contenant les échantillons
- saturation obtenue après 48 heures

Il ne nous est malheureusement pas possible de contrôler le taux de saturation de l'échantillon au moment de l'essai. De même il ne nous est pas possible d'obtenir des saturations intermédiaires ; nous reviendrons sur ce problème lorsque nous aborderons les mesures de vitesse.

## 2) ESSAIS EN ULTRASONS

### 2-1) Chaîne expérimentale :

Plusieurs montages ont été réalisés afin d'effectuer des mesures dans différentes conditions. La chaîne d'acquisition et de traitement des données est néanmoins toujours la même (Fig. 20)

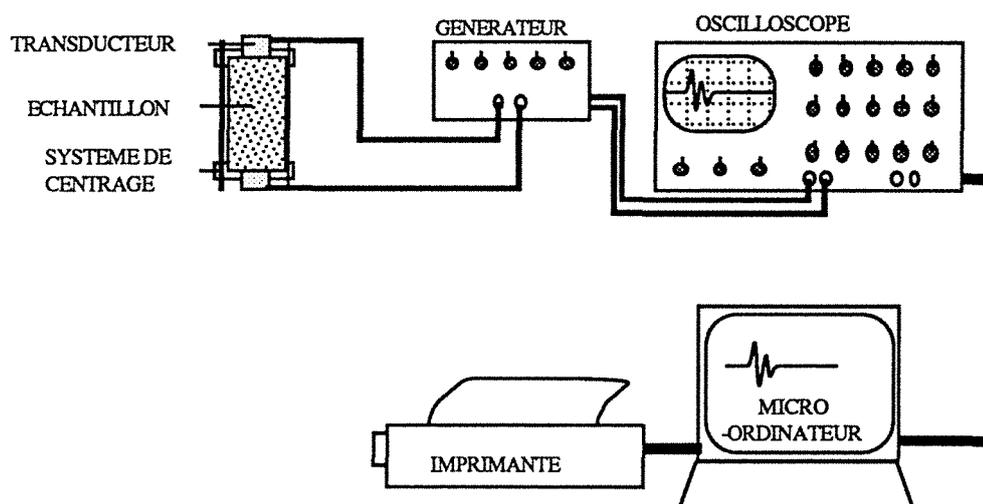


Fig. 20 : Chaîne de mesure

#### *Le générateur d'impulsions :*

Le générateur Panametrics 5055PR fait office d'émetteur-récepteur. Il envoie une impulsion électrique que le transducteur convertit en impulsion ultrasonore.

- L'émetteur : il émet une impulsion à 250 V avec un temps de montée inférieur à 10nsec. Cet appareil permet le réglage de la puissance d'émission et du temps de montée de l'impulsion électrique.

- Le récepteur : cette partie permet un réglage de l'atténuation du signal allant de 0 à 68 dB. Un filtre "coupe-haut" permet de travailler avec différentes bandes passantes.

Deux câbles relient ce générateur à un oscilloscope, assurant ainsi la transmission du signal et la synchronisation des deux appareils.

#### *L'oscilloscope :*

C'est un oscilloscope Tektronix 2430A muni d'un interface GPIB. Cet appareil enregistre des signaux de 1024 points avec une résolution de 8 bits. La fréquence d'échantillonnage maximale est de 100 MHz. La bande passante est de 150 MHz. Il peut mémoriser 4 signaux et possède une fonction moyenne agissant sur un maximum de 256 signaux. Une interface IEEE permet la connexion à un micro-ordinateur.

#### *Les transducteurs piezoélectriques :*

Des transducteurs Panamétrics sont utilisés :

- type A 301S de fréquence centrale 500 KHz pour les mesures en immersion
- type A 101 et 2 151 respectivement pour la mesure des ondes P et S. Leur fréquence centrale est également de 500 KHz.
- type A 103 : il s'agit là de transducteurs miniatures fonctionnant en ondes P. Leur fréquence centrale est de 1 MHz.
- type D 7105 : Ces transducteurs sont doubles : constitués de deux demi-oscillateurs ils permettent l'émission et la réception d'ondes P et S durant un seul essai. Leur fréquence centrale est de 1 MHz.

#### *Le micro-ordinateur :*

Un micro-ordinateur Compaq Deskpro 286-40 permet le stockage et l'analyse des signaux à l'aide du logiciel SPD.

#### 2-1-1) Mesures à sec sans contrainte

Ces mesures font intervenir une presse manuelle améliorant le couplage et des bagues de plexiglass permettant le centrage de l'éprouvette par rapport aux transducteurs (Fig.21).

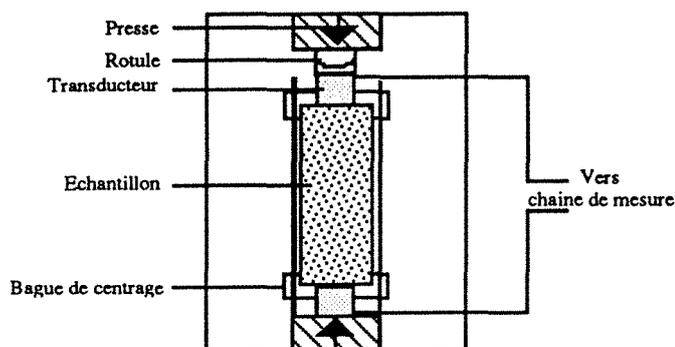


Fig. 21: Positionnement de l'échantillon pour une mesure à sec.

Le couplage est assuré grâce à un couplant visqueux type Sofranel SWC. Avant chaque mesure les faces des échantillons sont essuyées. Après chaque mesure tout fragment rocheux est éliminé par un nettoyage des transducteurs.

### 2-1-2) Mesures "axiales" en immersion

Les mesures à saturation totale se font en immersion dans une cuve d'eau placée sur la presse manuelle (Fig.22).

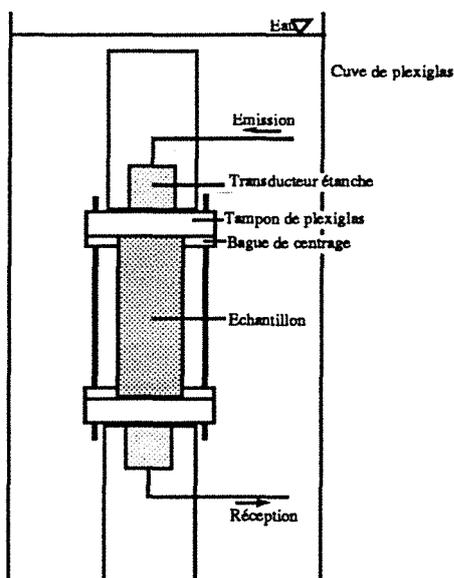


Fig.22 : Montage en immersion.

Tout le montage est réalisé dans l'eau afin d'éviter au maximum la création et le piégeage de bulles d'air. Le couplage se faisant par l'intermédiaire de l'eau, il est impératif qu'aucune trace d'air ne s'interpose entre l'échantillon, les tampons de plexiglass et les transducteurs.

Le temps de parcours de l'onde dans le plexiglass doit être ôté du temps de parcours total afin d'avoir la vitesse dans l'échantillon.

### 2-1-3) Mesures "radiales" en immersion

Les transducteurs sont ici diamétralement opposés de part et d'autre de la carotte. Il n'y a aucun contact direct entre ceux-ci et la roche, le signal étant véhiculé par l'eau. La carotte repose sur un petit plateau gradué permettant d'effectuer des mesures en faisant tourner la carotte (Fig.23).

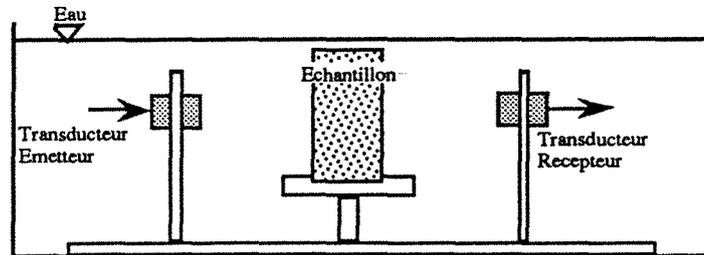


Fig.23: Montage pour des mesures radiales en immersion.

Bien que peu sophistiqué, ce montage nous permet de mettre très rapidement en évidence une éventuelle anisotropie.

### 2-1-4) Mesures sous contrainte

Nous avons mis au point un système de cales en acier nous permettant d'effectuer des mesures d'ondes P et S (grâce à des transducteurs doubles) durant un essai de compression triaxiale dans une cellule de Hoek. Le montage utilisé est présenté figure 24.

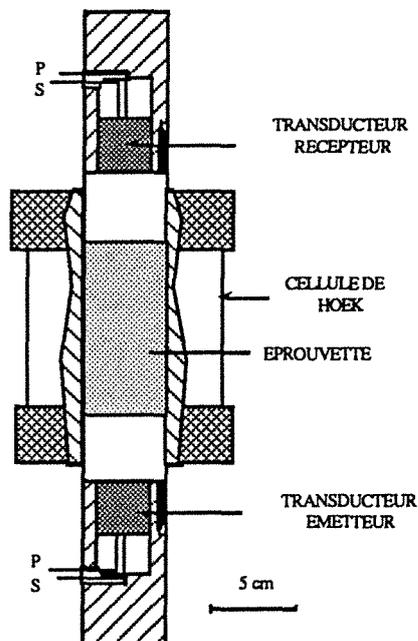


Fig.24 : Montage en cellule triaxiale.

Des montages similaires permettent la réalisation d'essais de compression simple avec ultrasons sur des éprouvettes de diamètre 50 ou 38 mm (transducteurs miniatures).

## 2-2) Méthodologie expérimentale

### 2-2-1) Mesures à sec sans contrainte

Après avoir nettoyé et vérifié l'état de surface des faces de l'échantillon, celui-ci est placé entre les transducteurs sur une presse manuelle. Les opérations de centrage des transducteurs étant effectuées une légère charge est appliquée assurant ainsi le maintien et le bon contact de l'ensemble (100N). Auparavant, une mince couche de couplant aura été intercalée entre les céramiques piezoélectriques et la roche. Il nous est apparu que, pour de telles mesures, un temps d'attente de quelques minutes était nécessaire pour obtenir un étalement uniforme du couplant. La figure 25 présente l'amplitude d'un signal en fonction du temps d'attente.

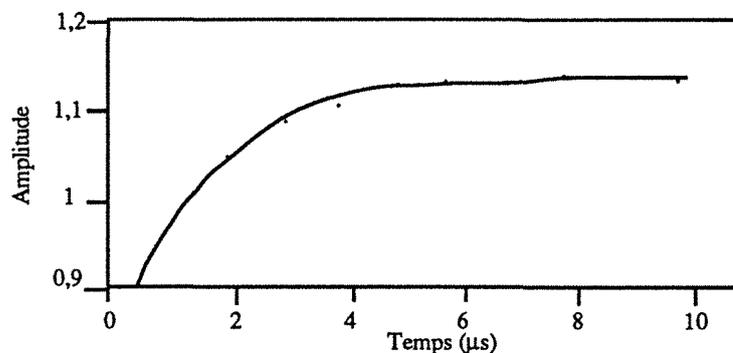


Fig.25: Temps d'attente pour un couplage optimum.

Différents réglages sont alors réalisés sur l'oscilloscope et également sur le récepteur afin d'avoir une bonne visualisation du signal. La première arrivée est pointée sur l'écran de l'oscilloscope et le temps de parcours noté. Le signal est ensuite enregistré pour être traité ultérieurement.

### 2-2-2) Mesures en immersion

La cuve de plexiglass est remplie d'eau plusieurs heures avant la réalisation du montage et ce afin d'éliminer un grand nombre de bulles d'air. Ensuite, pour la même raison toutes les pièces sont montées dans l'eau. Nous insistons bien sur le fait qu'aucune bulle d'air ne doit se trouver aux différents interfaces pour assurer une bonne transmission du signal.

Une charge de l'ordre de 200N est alors appliquée assurant ainsi un bon couplage.

De même que précédemment, après différents réglages, le signal est recueilli sur micro-ordinateur.

### 2-2-3) Mesures sous contrainte

Durant ces essais le couplage se trouve grandement amélioré par la contrainte. Dans la mesure du possible nous n'atteignons pas la rupture de l'échantillon afin de ne pas endommager nos transducteurs par des chocs brusques.

## 3) ESSAIS DE COMPRESSION

### 3-1) Chaîne expérimentale :

Durant ces essais la déformation de l'échantillon est mesurée par des jauges d'extensométrie. Une centrale d'acquisition Vishay et un micro-ordinateur IBM permettent d'interroger les différentes jauges et de stocker leur réponse. L'acquisition peut se faire manuellement ou automatiquement en introduisant un pas de temps. Après un rapide traitement, on obtient les courbes contrainte-déformation de la roche. De plus des capteurs de déplacement placés entre les plateaux de la presse permettent son pilotage et leur connexion à une table traçante donne la courbe charge-déplacement durant l'essai. La figure 26 schématise ces différents équipements.

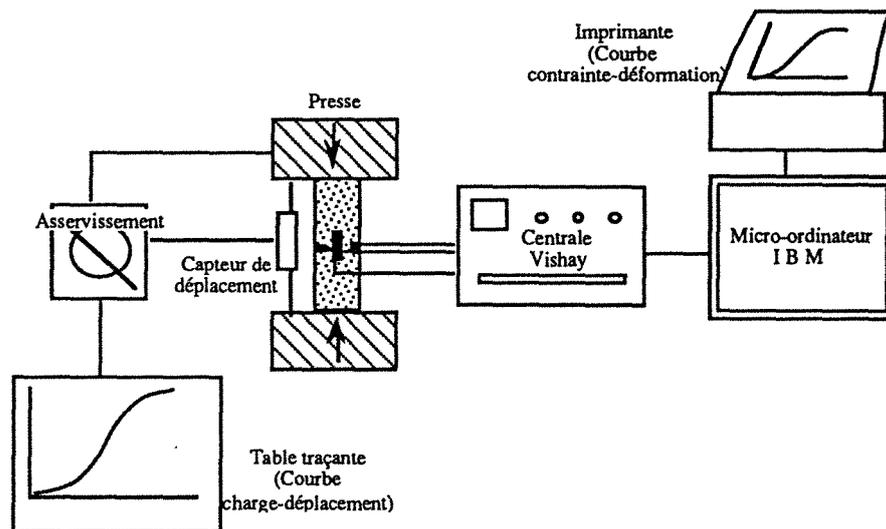


Fig.26 : Chaîne expérimentale pour l'essai de compression.

La presse utilisée est du type LOS avec une capacité maximale de 5000 kN. Elle peut être asservie soit en force soit en déplacement.

Pour les essais triaxiaux nous utilisons une cellule de Hoek permettant d'appliquer un confinement maximum de 60 MPa.

### 3-2) METHODOLOGIE EXPERIMENTALE :

Pour les essais en compression simple des cales d'acier sont intercalées entre les plateaux de la presse et l'échantillon. Ces cales, de même diamètre que l'éprouvette et d'éclatement 1 permettent de limiter l'influence du fretage ou tout du moins de toujours travailler dans les mêmes conditions.

Tous nos essais sont réalisés à vitesse de déformation constante ( 42  $\mu\text{m}/\text{mn}$ ).

### 4) DESCRIPTION PETROGRAPHIQUE DES ROCHES ETUDIEES

#### Argilite

De part sa granulométrie très fine une étude par diffractométrie rayons X a été nécessaire afin de connaître la composition minéralogique de cette roche.

Après une attaque à l'acide chlorhydrique 5N qui a éliminé 17,55 % de matière (constituée d'une grande partie de calcite) et après une séparation des éléments inférieurs à 2 $\mu\text{m}$  les minéraux suivants ont été déterminés :

Quartz	40 %
Micas	20 %
Kaolinite	14 %
Calcite	12 à 13 %
Feldspaths	6 à 7 %
Pyrite	4 %
Chlorite	<3 %

La fraction inférieure à 2  $\mu\text{m}$  représente 25 % et se répartit comme suit : 2 % de chlorite ; 12 % de kaolinite et 11 à 12 % de micas.

Une étude au goniomètre de texture menée sur les chlorites n'a mis en évidence qu'une orientation planaire.

#### Gneiss de Saint Evarzec

C'est une roche à grains fins (<0,1 mm) formée d'une alternance de lits de biotite et de lits plus épais de quartz et feldspaths. On note une très nette linéation des micas dans le plan de foliation.

### Granite de Remiremont

Sa texture est grenue avec des tailles de minéraux de l'ordre de 2 mm. Sa composition est la suivante :

Quartz	25 à 27 %
Feldspaths	22 à 24 %
Plagioclases	41 à 45 %
Biotite	5 %
Muscovite	3 %

### Granite de Senones

Ce granite a une texture grenue porphyroïde avec des cristaux de feldspath pouvant atteindre 15 mm. Ces principaux constituants sont :

Quartz	14 - 20 %
Feldspaths	35 - 45 %
Plagioclases	30 - 35 %
Biotite	5 - 10 %
Amphibole	2 - 5 %

### Schiste d'Angers

Il s'agit d'un schiste ardoisier de texture granolépidoïdoplastique très fine (taille du grain de l'ordre de 10 à 20  $\mu\text{m}$ ), faiblement métamorphisé (épizone). Les principaux constituants minéralogiques sont :

Quartz	23 %
Muscovite	40 %
Chlorite	45 %
Chloritoïde	12 %

De la pyrite est également présente de manière aléatoire. La schistosité est bien marquée et confondue avec la stratification.

### Schiste de Rimogne

C'est une roche à grains très fins ( $<10^{-2}$  mm). On note la présence de cristaux de quartz formant des bandes parallèles. De très fines paillettes de muscovite sont visibles ainsi que des cristaux de chlorite et de biotite. Une orientation préférentielle des micas induit une linéation .

### III) MESURES DES VITESSES

Un grand nombre de renseignements peuvent être obtenu à partir de la détermination des célérités des ondes dans les roches.

Dans un premier temps des mesures pluridirectionnelles permettent de préciser les axes structuraux et le degré d'anisotropie éventuelle.

Dans un deuxième temps, les résultats obtenus sont utilisés afin de calculer les modules élastiques dynamiques du matériau considéré.

L'influence de divers paramètres physiques sur la propagation des ondes peut également être mis à profit ; ainsi seront étudiés l'état de saturation, de fissuration et divers états de contrainte.

#### 1) DETERMINATION STRUCTURALE DE LA ROCHE :

De nombreux auteurs ( Attewell 1970, Guyader et al. 1986...) ont abordés le problème de la propagation d'ultrasons dans des roches afin d'en déterminer la structure et de quantifier l'anisotropie. Lorsque leur étude s'est portée sur des roches franchement anisotropes ayant été soumises à des contraintes naturelles importantes, les constatations suivantes ont été faites :

- La célérité minimale est caractéristique d'une transmission de l'onde dans la direction de raccourcissement maximal ( contrainte majeure ).

- La célérité la plus élevée est associée à la propagation de l'onde suivant la direction d'allongement maximal ( contrainte mineure ).

Naturellement l'anisotropie détectée peut être dûe à des structures moins évidentes telles que la géométrie du milieu poreux.

La définition d'un coefficient d'anisotropie de vitesse varie selon les auteurs. Ainsi, pour certains (Rinehart 1961, Laquèche 1985) ce paramètre représente le rapport de la vitesse maximale sur la vitesse minimale. Le paramètre suivant est utilisé par Ramana et al. (1972) :

$$A_v \% = \frac{V_{\max} - V_{\min}}{V_{\text{moy}}} 100$$

La formulation utilisée par Tarif (1988) est proche de la précédente :

$$A_v \% = \frac{V_{\max} - V_{\min}}{V_{\max}} 100$$

Guyader et al (1986) déterminent la présence de deux types d'anisotropie à l'aide des deux paramètres suivants :

$$\begin{aligned}
 & \text{- Anisotropie majeure : } \Delta M \% = 100 \left[ 1 - \frac{2 V_1}{V_2 + V_3} \right] \\
 & \text{- Anisotropie mineure : } \Delta m \% = 100 \left[ \frac{2 (V_2 - V_3)}{V_2 + V_3} \right]
 \end{aligned}$$

avec  $V_1 > V_2 > V_3$ .

Lorsque l'on a à faire à des roches à schistosité ou foliation et linéation, en général  $\Delta M$  distingue le plan de schistosité alors que  $\Delta m$  donne l'anisotropie induite par la linéation.

Dans la suite de ce mémoire ces paramètres seront adoptés. Notre but est non seulement de différencier un matériau isotrope d'un matériau anisotrope, mais également de distinguer une anisotropie planaire d'une anisotropie linéaire, ceci devant nous conduire à la classification de la roche étudiée dans un système de symétrie.

Des mesures effectuées soit sur les polyèdres présentés au chapitre II, soit sur des éprouvettes prélevées suivant différentes orientations donnent accès à la structure de la roche. Les anisotropies planaires (schistosité, foliation, stratification) et/ou linéaires (linéations) sont ainsi localisées et quantifiées.

Afin de faciliter la visualisation de la répartition des vitesses, le report des résultats a été fait sur diagramme de Wulff. La figure 27 illustre cette représentation.

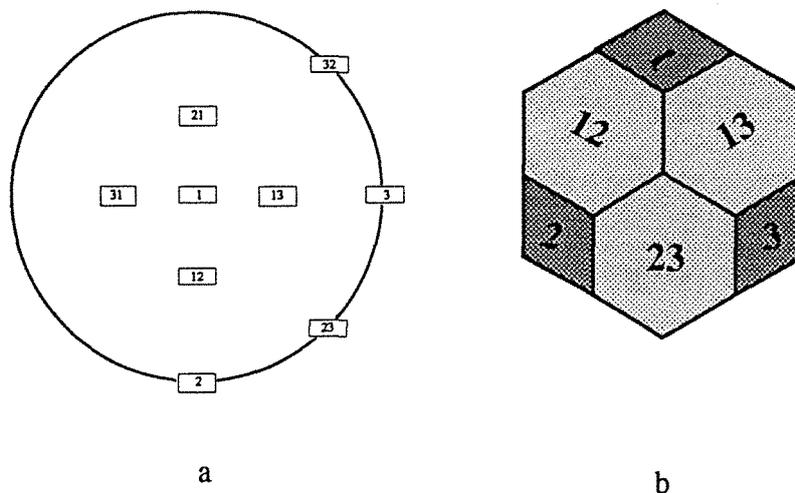


Fig. 27: Echantillon polyédrique à 18 faces (b) et sa représentation sur diagramme de Wulff (a).

Lorsque cela est possible, une des faces du cube générant le polyèdre sera prise parallèle à un plan structural de la roche. Si un tel plan n'existe pas ou n'apparaît pas il sera tenu compte des paramètres d'orientation de l'échantillon mesurés lors de l'échantillonnage.

Il faut noter que ces essais nécessitent une préparation des échantillons longue et délicate. Aussi, lorsque l'on suppose une structure simple (isotrope ou quasi-isotrope) la démarche suivante sera adoptée :

Un échantillon cylindrique est placé dans une cuve remplie d'eau et l'on mesure le temps de parcours d'un signal se propageant selon l'axe de l'éprouvette. Ensuite, les mesures sont prises dans le sens diamétral en faisant tourner la carotte. Les résultats ainsi obtenus permettent d'évaluer la symétrie de la roche. Si la structure apparaît complexe on ne pourra aboutir à des mesures permettant le calcul de modules dynamiques, qu'à la seule condition d'avoir recours au premier type d'essai.

Les mesures ont été appliquées aux roches suivantes : granites de Senones et de Remiremont, gneiss de St Evarzec, argilite, schiste de Rimogne, schiste d'Angers (Cf chapitre II pour leur description).

#### Le granite de Senones :

Sa structure a été déterminée sur éprouvettes en immersion. Elle s'avère isotrope puisque la moyenne des vitesses mesurées suivant 11 directions est de 5390 m.s<sup>-1</sup> avec un écart type de 44 m.s<sup>-1</sup>.

#### Le granite de Remiremont :

Ce granite apparaît également comme isotrope avec une vitesse moyenne de 5300 m.s<sup>-1</sup> et un écart type de 22 m.s<sup>-1</sup> déterminé à partir de 11 directions de mesure.

#### L'argilite :

La préparation très délicate de ces échantillons ne nous a permis d'obtenir que trois directions de mesures, parfois quatre. Le tableau II présente ces résultats obtenus sur trois cubes.

CUBE	FACE	Vp m/s	Vs1 m/s	Vs2 m/s	ΔM%	Δm%
	1	1790	1641	1642		
A	2	3457	1518	2368	48,93	2,74
	3	3553	1622	2358		
	1	1721	1591	1595		
B	2	3497	1626	2369	50,94	0,28
	3	3506	1505	2345		
	1	1742	1687	1705		
C	2	3493	1620	2350	50,52	1,54
	3	3547	1562	2366		

Tab. II: Vitesses des ondes P et S mesurées sur des cubes d'argilite.

Ces valeurs révèlent la présence d'une anisotropie planaire très marquée ( ΔM = 50 %). Dans ce plan aucun élément de symétrie important ne semble apparaître. Ce matériau sera assimilé à un corps isotrope transverse.

### .Le schiste de Rimogne :

La figure 28 donne la répartition des vitesses mesurées sur des polyèdres à 18 faces.

On distingue ici une anisotropie majeure correspondant au plan de schistosité ( $\Delta M = 57 \%$ ) d'une anisotropie mineure ( $\Delta m = 4\%$ ) due à l'orientation des minéraux. Cependant, les anisotropies sont très importantes ; il est alors difficile d'apprécier leur contribution respective. Une symétrie orthotrope correspond à cette roche.

### .Le gneiss de St Evarzec :

L'examen des résultats reportés sur la figure 29 fait apparaître deux types d'anisotropie : une anisotropie de 14 % due à une linéation minérale importante et une anisotropie plus réduite induite par la foliation (6,5 %).

A cette roche correspond également une symétrie orthotrope.

### .Schiste d'Angers :

Les mesures effectuées sur des polyèdres à 18 faces sont présentées figure 30.

Elles montrent une anisotropie planaire de l'ordre de 30 % et une anisotropie mineure généralement inférieure à 5 %. Une symétrie orthotrope peut donc être adoptée.

A partir de ces observations plusieurs commentaires peuvent être faits :

- Dans le cas de roches à anisotropie planaire, la vitesse minimale est caractéristique d'une transmission perpendiculaire à ce plan, la vitesse la plus élevée étant associée à une propagation d'onde parallèlement à ce plan, suivant la linéation si elle existe.

- Le degré d'anisotropie intégré aux calculs de modules peut parfois être inférieur à celui existant réellement. En effet, compte tenu de l'incertitude de mesure, des valeurs de  $\Delta M$  ou  $\Delta m$  très faibles peuvent ne pas être significatives. De plus, l'influence minimale d'une faible anisotropie peut justifier l'adoption d'une symétrie plus simple. C'est le cas des schistes d'Angers qui, comme nous le verrons plus loin, ont été traités en symétrie hexagonale.

- Pour terminer, il faut reconnaître la grande efficacité de la méthode par propagation d'onde dans la détermination d'anisotropies. Là encore nous citerons l'exemple du schiste d'Angers : à l'œil nu, seul un plan de schistosité est visible. Il faut une étude microscopique fine pour apercevoir une linéation peu marquée. Les célérités des ondes ont données des valeurs d'anisotropie mineure qui, bien que faibles, sont présentes sur tous les échantillons et toujours associées à la même direction.

Ces conclusions doivent cependant être nuancées. Ainsi, on peut se demander ce que l'on observerait dans le cas d'une symétrie monoclinique (cas d'une roche possédant deux plans d'anisotropie [Fig. 17b]). La direction d'intersection de deux plans apparaîtra vraisemblablement comme étant

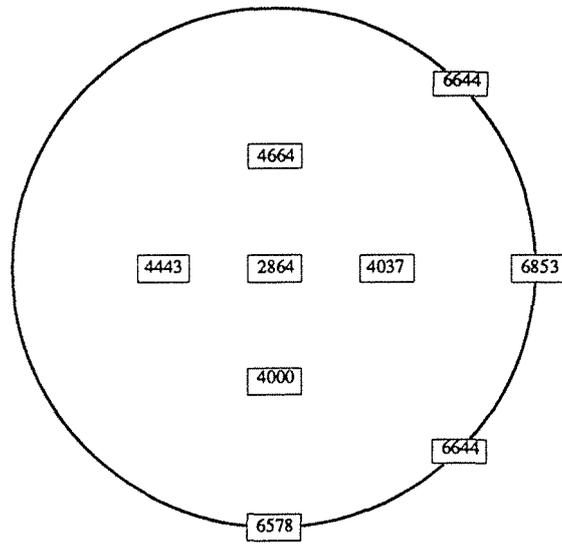


Fig. 28: Schiste de Rimogne

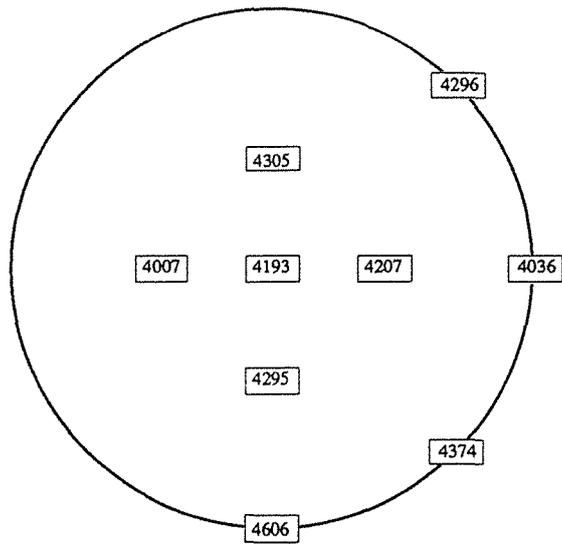


Fig. 29: Gneiss de St Evarzec

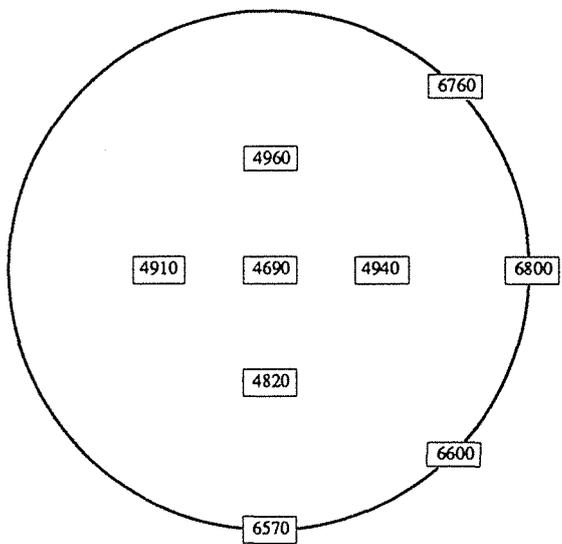


Fig. 30: Schiste d'Angers

associée à la vitesse maximale. Par contre on peut imaginer que les deux plans perturbent le signal de la même façon. Il n'est donc pas évident que des structures complexes soient facilement discernables à partir des célérités des ondes. Dans tous les cas, une étude microscopique sera réalisée.

## 2) LA BIREFRINGENCE DES ONDES S:

Nous aborderons rapidement le problème de la biréfringence des ondes de cisaillement qui peut parfois s'avérer très intéressant pour déterminer une anisotropie (Lucet, 1989).

Rappelons que ces ondes sont polarisées dans un plan, le déplacement des particules se faisant perpendiculairement à la direction de propagation. Cela implique que pour obtenir un signal optimum les plans de polarisation des transducteurs émetteurs et récepteurs soient confondus.

Considérons un matériau homogène isotrope ; si nous faisons tourner le plan de polarisation d'une céramique piézoélectrique d'un angle  $\beta$ , le signal reçu va diminuer d'amplitude et s'annuler pour  $\beta = 90^\circ \pm 180^\circ$ . Il sera inversé pour  $\beta = 180^\circ \pm 360^\circ$ .

Considérons maintenant un matériau contenant un plan d'anisotropie parallèle à la direction de propagation de l'onde. Lorsque plan d'anisotropie et plan de polarisation seront confondus l'amplitude du signal et sa vitesse seront maximales, inversement lorsque les deux plans seront orthogonaux.

Pour une position intermédiaire le signal va se décomposer en deux composantes l'une polarisée selon le plan d'anisotropie, l'autre étant perpendiculaire. Ainsi à la réception on aura deux signaux dont l'un sera d'amplitude et de vitesse supérieures à l'autre.

On peut également faire tourner le plan de polarisation d'un des transducteurs, l'éprouvette étant fixe. Si la roche présente une anisotropie, le signal va s'annuler pour un angle différent de  $90^\circ$ .

Ce phénomène appelé biréfringence peut permettre la détermination d'anisotropies et leur orientation. Cela est possible à condition que les composantes "pures" ne soient pas trop perturbées.

Les montages dont nous disposons actuellement ne nous ont pas permis d'étudier avec précision ce phénomène.

## 3) INFLUENCE DE LA SATURATION :

### 3-1) Rappels bibliographiques :

Les fluides se trouvant dans les roches ont une influence importante sur les valeurs des vitesses, notamment en ce qui concerne les ondes de compression. Les vitesses dépendent à la fois de la nature du fluide, du taux de saturation et de la porosité de la roche (Fig.31).

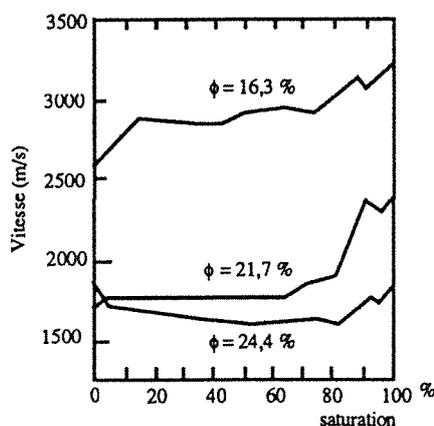


Fig. 31 :Evolution de la vitesse avec la saturation (d'après Rinehart et al 1961).

Deux phénomènes peuvent être invoqués :

- Un effet de densité dû à l'eau et faisant diminuer la vitesse.
- A saturation totale, les pores étant plus difficiles à comprimer il y a augmentation de la vitesse.

Pour ce qui est des ondes S, la variation pouvant être éventuellement observée n'est due qu'à l'effet de densité.

Cette dépendance est intéressante puisqu'elle laisse penser que l'on puisse déterminer une valeur de porosité à partir d'une mesure de célérité d'onde compressionnelle. Wyllie (1956) a établi une relation liant cette vitesse à la porosité :

$$\frac{1}{V_p} = \frac{\phi}{V_w} + \frac{1-\phi}{V_m} \quad 10\% < \phi < 25\%$$

$\phi$  = porosité

$V_w$  = vitesse dans l'eau

$V_m$  = vitesse dans la matrice

Raymer (1980) donne une formule de Wyllie modifiée :

$$V_p = (1 - \phi)^2 V_m + \phi V_w \quad \phi < 35\%$$

Ces formules nécessitent le calcul de la vitesse théorique dans la matrice connaissant la composition minéralogique. Ces équations empiriques ne sont valables qu'en première approximation et sous certaines conditions : en effet la vitesse des ondes dépend non seulement de la composition minéralogique et du fluide saturant mais également de la géométrie du milieu poreux, de la cimentation des grains et bien entendu des conditions de pression et température. De plus, bien souvent, la présence d'argiles vient également influencer la vitesse du signal.

### 3-2) Résultats expérimentaux

De manière générale, on observe une augmentation de la vitesse des ondes compressionnelles lorsque la roche est saturée. Cette augmentation peut être plus ou moins importante selon la porosité ou l'état de fissuration. Dans le cas de roches anisotropes, l'influence de la saturation sera différente selon la direction considérée.

### • Schiste d'Angers

La figure 34 donne les vitesses mesurées en immersion sur un polyèdre de schiste saturé.

La très faible porosité de ce matériau explique que les variations de célérité des ondes soient peu importantes (environ 5 %). En effet, la porosité déterminée par prise d'eau par saturation sous vide varie selon les échantillons de 0,5 à 1,7 %. Un essai de détermination de la porosité par porosimétrie au mercure n'a pas donné de bons résultats ( $n \approx 0,14 \%$ ), l'accès aux "pores" étant de dimension trop réduite. Pour cette raison, l'anisotropie reste peu influencée par la présence de fluide.

Pour des raisons expérimentales ces échantillons ont été stockés dans l'eau avant de subir différents essais à l'état "sec". Nous avons alors utilisés les ultrasons afin de distinguer les éprouvettes sèches des éprouvettes encore partiellement saturées. Des mesures de célérité de l'onde P ont été effectuées dans le temps alors que l'échantillon séchait à l'air libre puis à l'étuve (Fig.32).

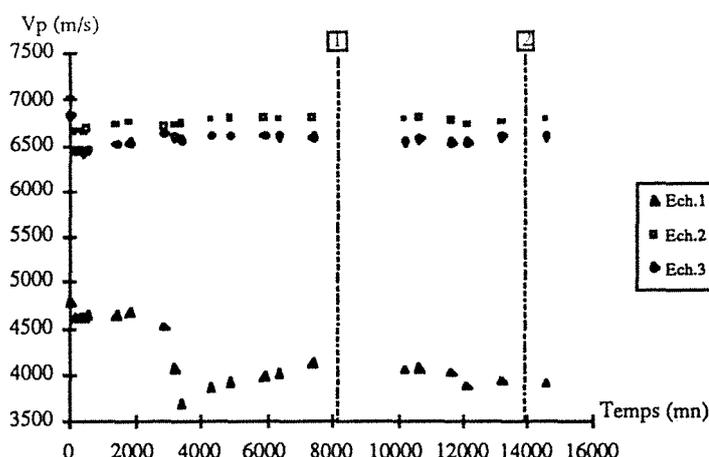


Fig. 32: Evolution de la vitesse avec la desaturation de l'échantillon (1 - 2 : étuvages à 60° puis à 105°C).

Au début, la variation de vitesse suit la diminution de saturation en eau de l'échantillon. Au bout d'un certain temps, alors que tout semble stabilisé on peut observer une brusque chute de vitesse. Celle-ci ne s'observe que lorsque la propagation de l'onde se fait perpendiculairement au plan de schistosité. Ce phénomène se produisant environ au bout de 50 heures de séchage correspondrait à un "décollement" de certains plans de schistosité lorsque les forces capillaires sont annulées ou trop faibles. L'étuvage à 60°C puis 105 °C ne provoque par la suite aucun changement notable.

### • Schiste de Rimogne

Les vitesses mesurées sur des polyèdres de ce matériau présentent une augmentation plus importante (Fig.35) du fait de son état de fissuration très important.

Ainsi perpendiculairement au plan de schistosité la vitesse de l'onde P augmente d'environ 60 %. L'anisotropie majeure passe de 57 % à 33 % alors que l'anisotropie mineure reste aux alentours de 5 %. La saturation totale a donc pour effet "d'estomper" l'anisotropie en homogénéisant les valeurs de

vitesse. Ces résultats sont à rapprocher de ceux de Wang et al. (1975) qui, lors d'essais sur des Gneiss montrent l'influence de la saturation sur les vitesses selon la direction considérée (Fig.33).

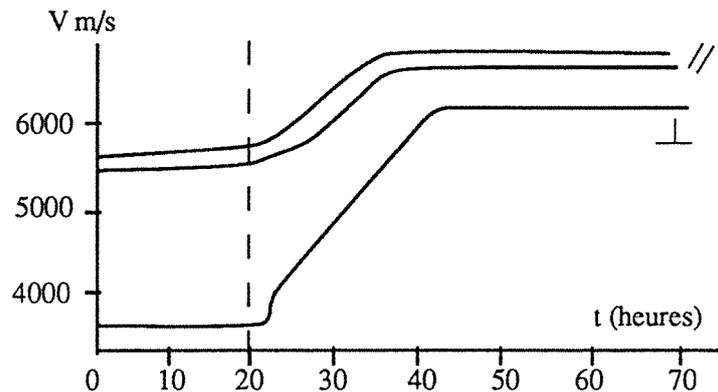


Fig. 33: Variation de la vitesse avec le temps de saturation sur un échantillon de gneiss ( // : mesure parallèle à la foliation ; ⊥ : mesure perpendiculaire à la foliation) (Durand, 1978).

Deux faits sont à remarquer :

- Dans le plan d'anisotropie on observe une augmentation immédiate de la vitesse alors que perpendiculairement l'effet est différé.
- La vitesse croît avec la saturation. De plus l'écart entre les trois vitesses tend à diminuer fortement réduisant ainsi l'anisotropie du gneiss.

- Gneiss de St Evarzec

Les mesures réalisées sur le gneiss présentent une légère évolution agissant surtout sur l'anisotropie linéaire (Fig.36).

- Granites de Senones et de Remiremont

Les mesures en immersion sur ces deux granites donnent également des valeurs supérieures aux valeurs "sèches". On observe une augmentation de 10 % pour le granite de Senones et de 24 % pour le granite de Remiremont. De cela on pourrait conclure que les échantillons de Remiremont sont plus fissurés à l'état "nature" que les échantillons de Senones. Ce problème sera abordé plus en détail dans la partie consacrée à la fissuration.

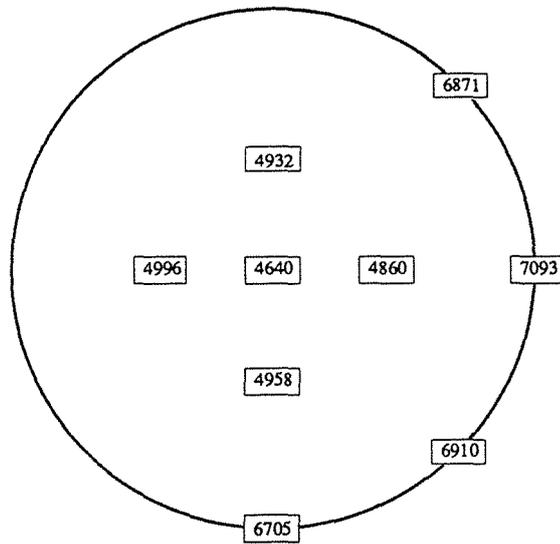


Fig. 34: Schiste de Rimogne

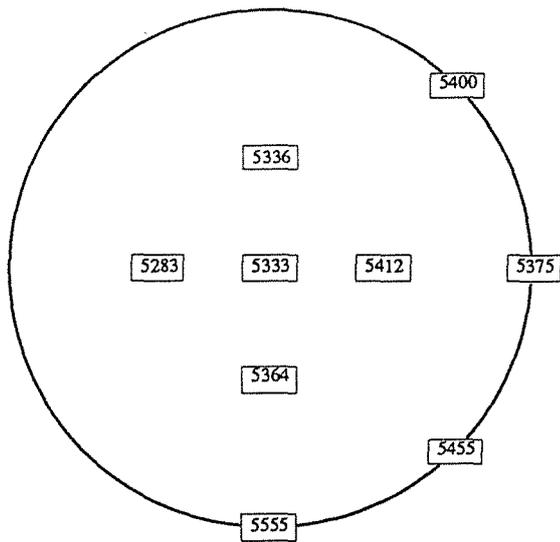


Fig. 35: Gneiss de St Evarzec

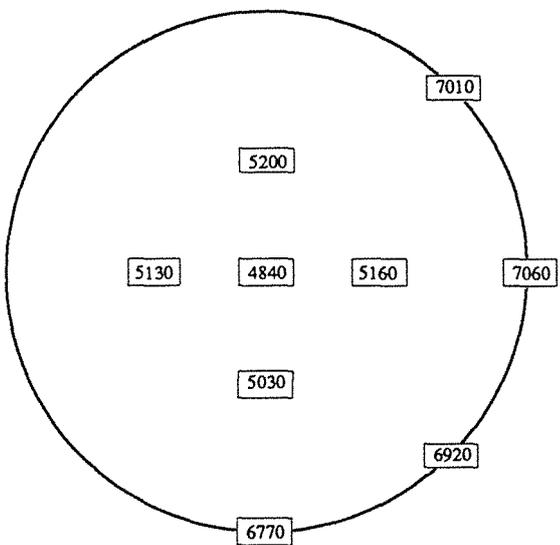


Fig. 36: Schiste d'Angers

### 3-3) Conclusion :

Les mesures de célérité en immersion permettent, par comparaison avec les mesures à sec de connaître "l'état" de la roche. En effet, plus la différence de ces deux vitesses sera élevée plus la proportion de vides dans l'échantillon sera importante ; ceux-ci pourront être des fissures. Il faut cependant prendre garde aux effets induits par le couplage. En immersion il sera beaucoup plus facile à réaliser qu'à sec.

Durant nos travaux nous n'avons effectués des mesures que sur échantillons "secs" ou "totalement saturés" ; les guillemets utilisés trahissent l'incertitude dans laquelle nous nous trouvons de vérifier l'état de saturation avec exactitude. De même, des mesures à saturation intermédiaire n'ont pas été réalisées car il ne nous est pas possible de contrôler précisément la quantité et la distribution de fluide dans la roche. Donnons toutefois l'exemple du grès de Massillon, cité par Bourbié et al. (1986) : la vitesse à saturation partielle est inférieure à la vitesse à sec elle même inférieure à la vitesse à saturation totale. Cela serait dû à une interaction des deux effets cités plus haut, à savoir l'effet de densité et l'effet de compressibilité.

### 4) INFLUENCE DE LA CONTRAINTE :

Les mesures sous contrainte présentent l'intérêt évident de remettre l'échantillon dans des conditions proches de la réalité. Un autre intérêt, non négligeable est la réalisation d'un meilleur couplage avec la roche.

Les différents montages réalisés selon le type de transducteurs utilisé et le type d'essai (compression simple, compression triaxiale ) sont décrits dans le chapitre II. Rappelons que pour des raisons techniques la direction de propagation de l'onde coïncide avec la contrainte principale.

La contrainte peut agir de deux façons sur les vitesses de propagation :

- augmentation de célérité due à la fermeture des fissures
- diminution de célérité due à la création de fissures

Au cours de l'essai, le temps de parcours du signal a été obtenu en repérant la première arrivée sur l'écran de l'oscilloscope. L'application d'une contrainte a pour effet, dans un premier temps de décaler le signal (réduction du temps de parcours) et d'en augmenter l'amplitude (Fig.37).

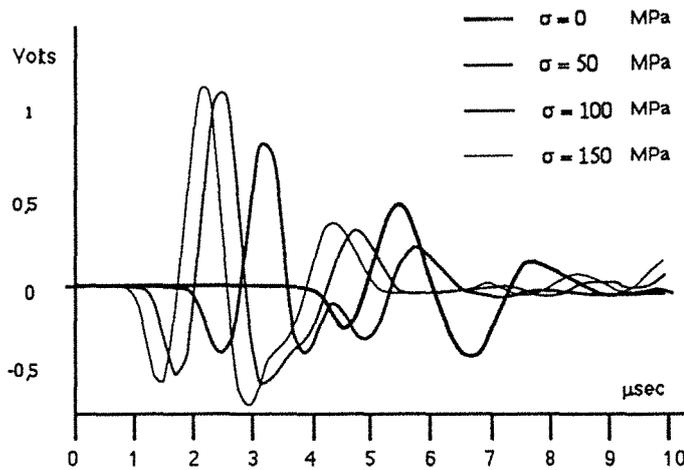


Fig. 37: Evolution d'un signal onde P avec la contrainte.

Une première approximation de la vitesse a ainsi été réalisée. Cependant durant la mise en charge, les variations du signal ne sont pas toujours très importantes, rendant ainsi les mesures de vitesse imprécises.

Pour s'affranchir de cela, nous avons été amenés à calculer les variations de temps de parcours en s'inspirant de méthodes utilisées par Roux et al (1985).

Cette méthode consiste à comparer le signal échantillonné  $S_1(t)$  à un signal de référence enregistré en début d'essai  $S_2(t)$ .

Le maximum de la fonction d'intercorrélation  $I(t) = S_1(t) * S_2(t)$  donne le retard de phase de  $S_2(t)$  par rapport à  $S_1(t)$ . Pour éviter une erreur qui pourrait être due au pas de discrétisation du signal, nous avons calculé la dérivée temporelle de cette fonction. Il suffit alors de rechercher le zéro de  $\frac{d(I(t))}{dt}$  pour avoir une estimation du vrai maximum de  $I(t)$  et obtenir ainsi le décalage des signaux (fig 38).

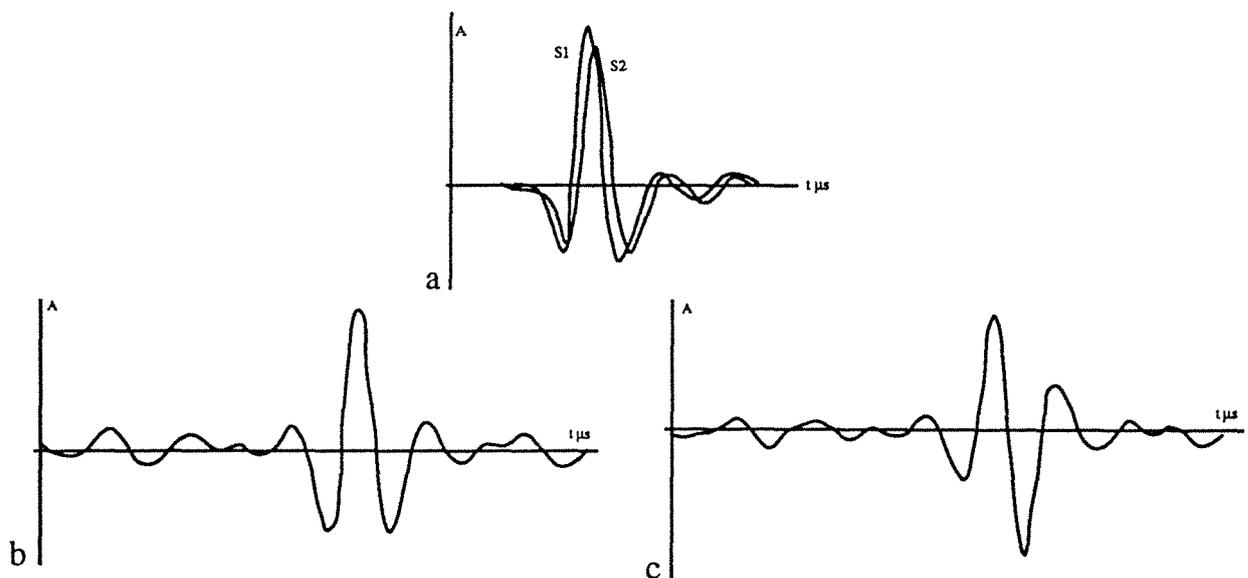


Fig. 38 : a - Deux signaux échantillonnés  
 b - Fonction d'intercorrélation  
 c - Dérivée de la fonction d'intercorrélation

Lorsque le matériau étudié est anisotrope l'influence de la contrainte diffère selon sa direction d'application par rapport à l'anisotropie ; en effet, pour citer le cas d'un schiste, la phase de serrage existant lorsque la contrainte principale est orthogonale au plan de schistosité n'existe plus lorsque la direction de  $\sigma_1$  se trouve dans le plan d'anisotropie.

• Schiste d'Angers

Les variations de vitesse en fonction de la contrainte dépendent du type d'onde considéré et de l'orientation du plan d'anisotropie.

Ainsi, dans le cas des éprouvettes à schistosité transversale (notées T) la vitesse augmente progressivement puis se stabilise, cette stabilisation se faisant à partir d'un seuil de 15 à 20 MPa coïncide avec la fermeture des fissures. Dans le cas d'éprouvettes à schistosité axiale (notées A) on n'observe pas une telle évolution puisque les plans de fissuration se trouvent parallèles à l'axe de la contrainte principale et à la direction de propagation des ultrasons.

La figure 39 fait apparaître une augmentation de  $V_s$  plus importante que celle de  $V_p$  lorsque la direction de propagation ( et donc d'application de  $\sigma_1$ ) est orthogonale au plan d'anisotropie; cependant elle se stabilise rapidement alors que  $V_p$  continue d'augmenter lentement.

La représentation graphique adoptée nécessite quelques explications. L'essai est réalisé en deux étapes : d'abord on augmente les contraintes de façon à garder un état de contrainte isotrope. Une fois le confinement désiré atteint, on augmente le déviateur. Ainsi, sur tous les graphiques donnant l'évolution d'un paramètre en fonction de la contrainte, ces deux phases sont séparé par un trait plein, matérialisant la valeur du confinement.

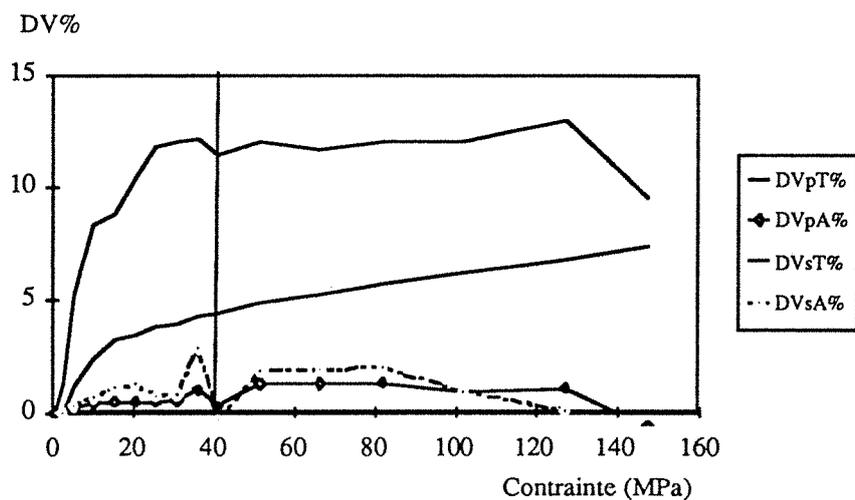


Fig. 39 : Variations de vitesse en fonction de l'état de contrainte (T : Schistosité transversale ; A : Schistosité axiale).

Les échantillons A ne présentent pratiquement pas de variations de vitesse, la légère augmentation étant probablement à mettre sur le compte du couplage.

En ce qui concerne les valeurs d'anisotropie, on se rend bien compte qu'elles ne sont pas accessibles puisque au cours de l'essai nous n'avons qu'une seule direction de mesure. Si toutefois nous

comparons les valeurs obtenues sur des échantillons d'orientation différente, il apparait (fig.40) que l'anisotropie de  $V_p$  diminue lentement durant tout l'essai alors que l'anisotropie de  $V_s$  chute aux faibles valeurs de contrainte puis évolue comme le rapport des vitesses longitudinales.

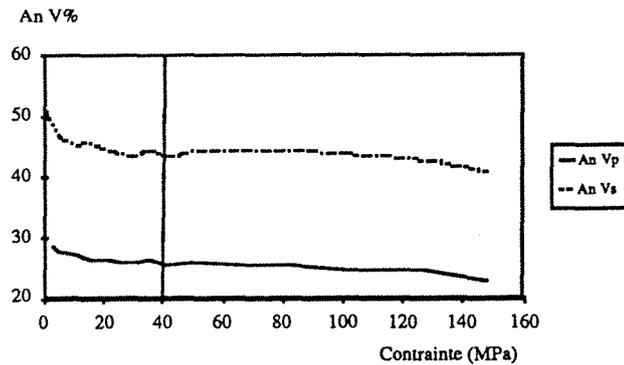


Fig. 40 : Evolution de l'anisotropie des vitesses en fonction de la contrainte.

• Gneiss de St Evarzec

Nous présentons uniquement des vitesses d'ondes P et S se propageant perpendiculairement au plan d'anisotropie durant des essais de compression simple.

La figure 41 fait apparaître une augmentation importante de la célérité de l'onde compressionnelle alors que l'évolution de la célérité de l'onde de cisaillement est beaucoup plus réduite.

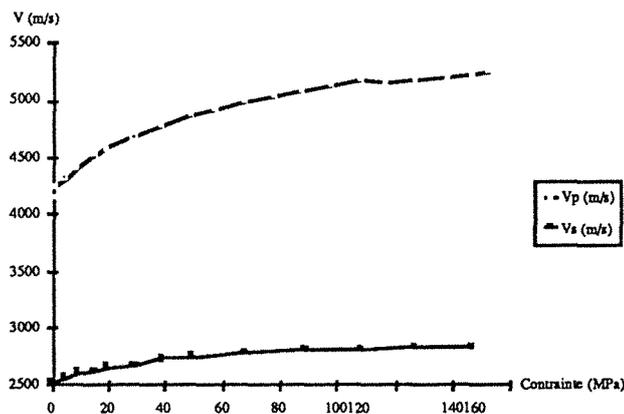


Fig. 41: Evolution des vitesses des ondes P et S avec la contrainte (Gneiss de St Evarzec).

La stabilisation ne semble pas atteinte (du moins en ce qui concerne l'onde P) alors que la contrainte axiale dépasse 140 MPa.

• Argilite

Nous présentons ici quelques résultats tout en signalant leur caractère provisoire puisque jusqu'à présent un seul essai de propagation d'ondes en compression simple a pu être réalisé sur une éprouvette. Durant cet essai des signaux de très mauvaise qualité ne nous ont permis qu'une étude en variation. Il nous est apparu surprenant de ne pouvoir mesurer de vitesse d'onde P pour des

contraintes inférieures à 2 MPa. Les variations observées sont de l'ordre de 10% en fin d'essai (Fig.42).

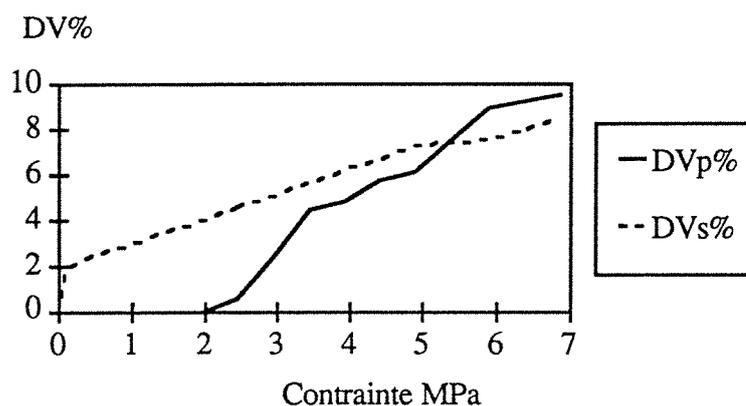


Fig. 42: Variation des vitesses des ondes P et S avec la contrainte (mesure réalisée sur une argilite perpendiculairement au plan d'anisotropie).

#### Effet de la saturation

Afin de déterminer l'effet d'un fluide (l'eau dans notre cas) nous avons effectué des mesures sur échantillons saturés. Cependant avant de discuter les résultats obtenus, nous devons apporter quelques réserves quant à l'état de saturation des échantillons.

L'éprouvette préalablement saturée totalement (cf chapitre II), doit être placée dans la cellule de Hoek au contact des deux cales contenant les transducteurs. Or, afin de faciliter le couplage nous employons un couplant visqueux soluble dans l'eau. Nous sommes donc obligés de sécher les extrémités de l'échantillon. Il serait bien entendu possible de travailler avec un autre couplant mais compte tenu des remarques qui suivent nous n'avons pas jugé cela nécessaire

La mise en place de l'échantillon dans la cellule triaxiale, le positionnement des cales des transducteurs, les divers branchements et réglages sont autant de manipulations nécessaires préliminairement à l'essai mais qui prennent un temps non négligeable durant lequel l'échantillon voit son taux de saturation diminuer.

Ainsi, lorsque nous démarrons effectivement l'essai la roche n'est saturée que partiellement mais il ne nous est pas possible d'évaluer la perte en eau.

Malgré ces remarques, plusieurs essais ont été menés sur des éprouvettes de schiste d'Angers à schistosité transversale (T) et axiale (A). Rappelons que cette roche est très peu poreuse (sa porosité n'a pu être déterminée par porosimétrie au mercure). Cela pourrait être un avantage si on estime qu'étant donné le peu d'eau susceptible d'être absorbée, l'influence du fluide doit être négligeable. Cela est sans doute vrai d'un point de vue statique mais nous savons combien les méthodes dynamiques sont sensibles aux états de saturation extrêmes (0-10% ; 90-100%).

La figure 43 décrit les variations des vitesses  $V_p$  et  $V_s$  suivant les deux directions.

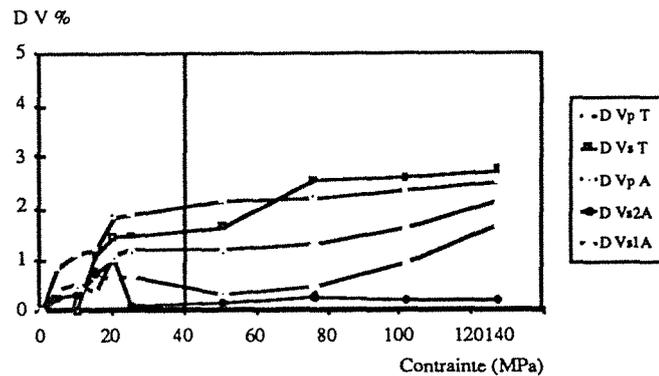


Fig. 43 : Variations des vitesses avec la contrainte sur de échantillons de schiste saturé.

Il apparait que la contrainte n'apporte pratiquement aucun changement dans les célérités puisque la variation est de l'ordre de 3% au maximum. On peut interpréter ces résultats en considérant que le fluide incompressible qu'est l'eau ne pouvant s'échapper de la roche du fait du confinement joue un rôle rigidificateur empêchant la fermeture des fissures.

#### 4-2) Conclusion

En règle générale on observe une augmentation des vitesses avec la contrainte du fait de la fermeture de fissures. Ainsi pour les roches anisotropes traitées, cet accroissement a lieu essentiellement lorsque l'onde se propage perpendiculairement au plan d'anisotropie correspondant plus ou moins à un plan de fissuration.

La diminution de vitesse pouvant être liée à un endommagement de la roche, n'a pas été détectée puisque nous nous sommes limités dans la plupart des cas à la phase élastique. De plus notre montage expérimental ne permet d'étudier des signaux s'étant propagés parallèlement à la direction d'application de la contrainte. Cependant quelques essais menés jusqu'à la ruine de l'échantillon n'ont pas montré une telle variation, la rupture se faisant de façon trop rapide.

Afin de mettre en évidence un tel phénomène nous avons procédé à un essai sur un marbre de Carrare. Cette roche présentait pour nous le double avantage d'être isotrope et de permettre un contrôle fin de sa déformation. La figure 44 montre l'évolution de vitesse d'une onde de cisaillement durant un essai de compression simple.

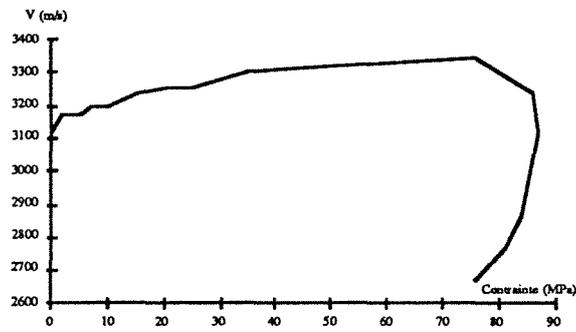


Fig. 44: Evolution de la vitesse d'une onde S avec la contrainte (Marbre de Carrare).

La vitesse augmente dans un premier temps puis commence à diminuer alors que des fissures se créent. Ce seuil correspond vraisemblablement à la localisation. On assiste ensuite à une chute importante alors que les fissures se propagent à travers la carotte.



## IV) MODULES DYNAMIQUES

L'étude de la vitesse de propagation d'ondes de compression et de cisaillement permet la détermination des modules élastiques d'un matériau (cf chapitre I ; annexe A1 et A2). Cette démarche présente des intérêts évidents :

- c'est une méthode non destructive
- une matrice de raideur peut être calculée sur un seul échantillon

Après avoir déterminé la structure, c'est à dire la classe de symétrie du matériau considéré, le calcul des modules élastiques peut se faire avec un minimum de mesures C'est en particulier cette étude d'anisotropie qui imposera les directions de propagation et de polarisation nécessaires à l'obtention de la matrice de raideur. Dans le chapitre VIII, nous discuterons de ces résultats en les comparant à ceux obtenus lors d'essais de compression.

### 1) MODE DE DETERMINATION:

Etant donné les symétries étudiées, la plupart du temps les mesures ont été réalisées le plus souvent sur des polyèdres à 18 faces. Seule l'argilite a fait exception car le fait qu'elle ne puisse être travaillée qu'à sec a rendu très délicates les opérations de façonnage des échantillons.

Un programme en Quick basic a été réalisé afin de faciliter le dépouillement des données ; en voici les principales étapes :

- Introduction des vitesses des ondes P suivant les trois directions principales et de la masse volumique.
- Détermination d'un système de symétrie et calcul des degrés d'anisotropie si le matériau n'est pas isotrope.
- Le programme demande ensuite les valeurs des vitesses qui lui sont nécessaires (imposant ainsi les directions de propagation et de polarisation).
- Calcul de la matrice de raideur.
- Inversion de la matrice de raideur et calcul des modules élastiques.
- Présentation des résultats.

Nous avons défini au chapitre I le tenseur de Christoffel et nous avons vu que les vecteurs propres représentaient la polarisation alors que les valeurs propres étaient fonction de vitesses ( $\rho V_1^2$ ). Les composantes de ce tenseur sont définies comme suit :

$$\Gamma_{11} = C_{11} n_1^2 + C_{66} n_2^2 + C_{55} n_3^2 + 2 C_{16} n_1 n_2 + 2 C_{15} n_1 n_3 + 2 C_{56} n_2 n_3$$

$$\Gamma_{12} = C_{16} n_1^2 + C_{26} n_2^2 + C_{45} n_3^2 + (C_{12} + C_{66})n_1 n_2 + (C_{14} + C_{56}) n_1 n_3 + (C_{46} + C_{25}) n_2 n_3$$

$$\Gamma_{13} = C_{15} n_1^2 + C_{46} n_2^2 + C_{35} n_3^2 + (C_{14} + C_{56})n_1 n_2 + (C_{13} + C_{55}) n_1 n_3 + (C_{36} + C_{45}) n_2 n_3$$

$$\Gamma_{22} = C_{66} n_1^2 + C_{22} n_2^2 + C_{44} n_3^2 + 2 C_{26} n_1 n_2 + 2 C_{45} n_1 n_3 + 2 C_{24} n_2 n_3$$

$$\Gamma_{23} = C_{56} n_1^2 + C_{24} n_2^2 + C_{34} n_3^2 + (C_{46} + C_{25})n_1 n_2 + (C_{36} + C_{45}) n_1 n_3 + (C_{23} + C_{44}) n_2 n_3$$

$$\Gamma_{33} = C_{55} n_1^2 + C_{44} n_2^2 + C_{33} n_3^2 + 2 C_{45} n_1 n_2 + 2 C_{35} n_1 n_3 + 2 C_{34} n_2 n_3$$

On trouvera en annexe le développement de ce calcul dans le cas d'une symétrie orthotrope et d'une symétrie monoclinique. Nous aborderons ici l'application au système hexagonal (isotropie transverse). Dans ce système, le tenseur de Christoffel possède les six éléments suivants :

$$\Gamma_{11} = C_{11} n_1^2 + C_{66} n_2^2 + C_{44} n_3^2$$

$$\Gamma_{12} = (C_{12} + C_{66}) n_1 n_2$$

$$\Gamma_{13} = (C_{13} + C_{44}) n_1 n_3$$

$$\Gamma_{22} = C_{66} n_1^2 + C_{11} n_2^2 + C_{44} n_3^2$$

$$\Gamma_{23} = (C_{13} + C_{44}) n_2 n_3$$

$$\Gamma_{33} = C_{44} (n_1^2 + n_2^2) + C_{33} n_3^2$$

Considérons un plan perpendiculaire à la structure du matériau (plan (13) de la figure 45)

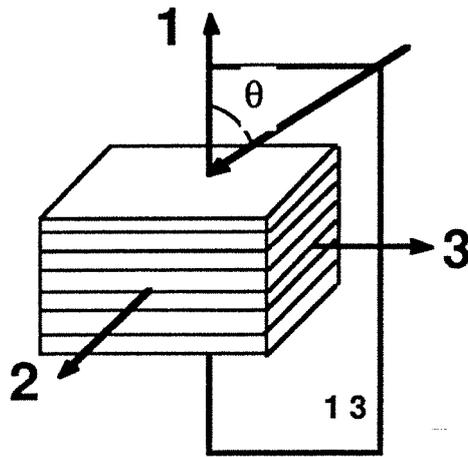


Fig. 45: Représentation de l'angle  $\theta$  de propagation dans le plan (13).

Dans ce plan, la recherche des valeurs propres de  $\Gamma_{ij}$ , compte tenu des symétries du système, revient à résoudre :

$$(\Gamma_{11} - \rho V^2) (\Gamma_{22} - \rho V^2) (\Gamma_{33} - \rho V^2) - (\Gamma_{11} - \rho V^2) \Gamma_{23}^2 = 0$$

En reportant dans cette équation les valeurs des  $\Gamma_{ij}$  en fonction de l'angle  $\theta$ , pour une onde longitudinale, on arrive à la relation :

$$2\rho V_i^2 = C_{44} + C_{11} \sin^2\theta + C_{33} \cos^2\theta + \sqrt{[(C_{11} - C_{44}) \sin^2\theta + (C_{44} - C_{33}) \cos^2\theta]^2 + ((C_{13} + C_{44})^2 \sin^2 2\theta)}$$

Ainsi, pour une incidence normale, on aura :

$$V_p = \sqrt{\frac{C_{33}}{\rho}}$$

$$\text{Pour } \theta = 90^\circ : V_p = \sqrt{\frac{C_{11}}{\rho}}$$

$$\text{Pour } \theta = 45^\circ : V_{p45} = \left[ \frac{C_{11} + C_{33} + 2C_{44} + \sqrt{(C_{11} - C_{33})^2 + 4(C_{13} + C_{44})^2}}{4\rho} \right]^{1/2}$$

En résumé, les problèmes posés par les trois systèmes de symétrie rencontrés dans nos travaux seront résolus de la façon suivante :

- **corps isotrope** : une seule direction de propagation et deux directions de polarisation

- **corps isotrope transverse** : quatre directions de propagation et trois directions de polarisation (Fig.46).

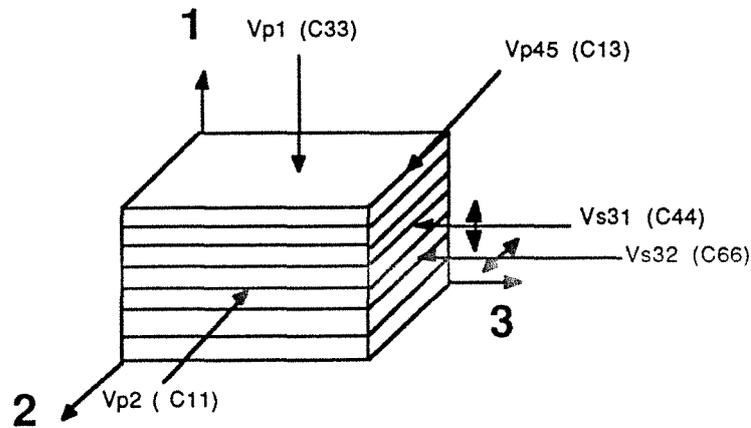


Fig. 46: Directions de propagation et de polarisation nécessaires à la détermination de la matrice de raideur d'un matériau isotrope transverse.

- **corps orthotrope** : six directions de propagation et neuf directions de polarisation (Fig.47).

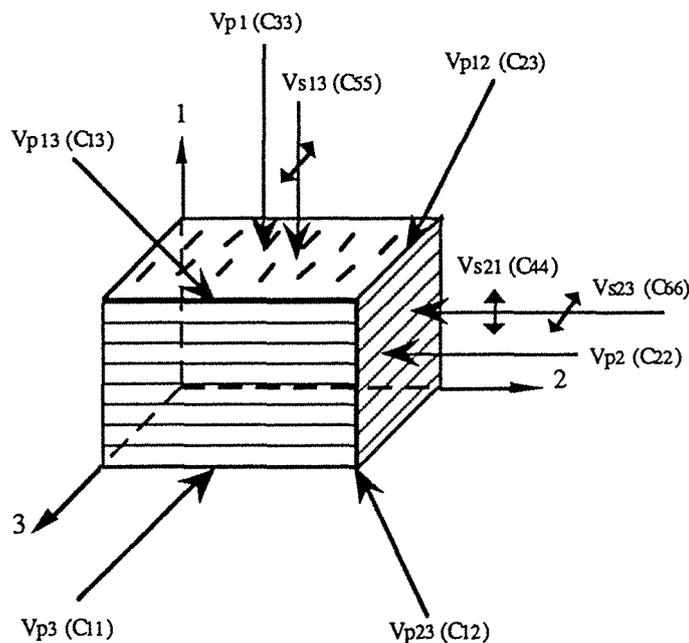


Fig. 47: Directions de propagation et de polarisation nécessaires à la détermination de la matrice de raideur d'un matériau orthotrope.

## 2) APPLICATION AUX ROCHES ETUDIEES :

### • Gneiss :

Les mesures de vitesse ayant aboutit à la détermination d'une symétrie orthotrope nous devons calculer les neuf composantes de la matrice de raideur. Les modules élastiques calculés sont alors les suivants :

$$\begin{array}{lll}
 E_1 = 43\,740 \text{ MPa} & G_{12} = 19\,285 \text{ MPa} & \nu_{12} = 0,20 \\
 E_2 = 43\,470 \text{ MPa} & G_{13} = 21\,620 \text{ MPa} & \nu_{13} = 0,14 \\
 E_3 = 58\,350 \text{ MPa} & G_{23} = 22\,350 \text{ MPa} & \nu_{23} = 0,13
 \end{array}$$

Le fait que cette anisotropie soit planaire continue, a tendance à relativiser l'anisotropie élastique.

### • Schiste :

Nous avons vu au chapitre précédent que cette roche pouvait être traitée comme appartenant au système hexagonal. La détermination des modules présentés ci-dessous passe donc par le calcul des cinq coefficients indépendants de la matrice de raideur.

$$\begin{array}{lll}
 E_1 = 58\,870 \text{ MPa} & G_{21} = 15\,080 \text{ MPa} & \nu_{12} = 0,11 \\
 E_2 = 121\,300 \text{ MPa} & & \nu_{23} = 0,15
 \end{array}$$

Afin d'illustrer notre démarche nous donnons ci-dessous la matrice orthotrope correspondante :

$$C = \begin{bmatrix}
 131\,210 & 25\,731 & 26\,700 & 0 & 0 & 0 \\
 & 131\,210 & 26\,700 & 0 & 0 & 0 \\
 & & 100\,154 & 0 & 0 & 0 \\
 & & & 15\,081 & 0 & 0 \\
 & & & & 15\,081 & 0 \\
 & & & & & 52\,743
 \end{bmatrix}$$

L'anisotropie élastique est ici très importante puisque les modules de Young pris parallèlement et perpendiculairement au plan de schistosité varient du simple au double.

### • Argilite :

Ce matériau n'a pu être étudié qu'à partir de cubes et d'éprouvettes prélevées suivant différentes directions. Les modules donnés ci-dessous sont donc calculés à partir d'échantillons différents :

$$E_1 = 7\,885 \text{ MPa}$$

$$E_2 = 29\,290 \text{ MPa}$$

$$G_{21} = 5\,995 \text{ MPa}$$

$$\nu_{12} = 0,05$$

$$\nu_{23} = 0,08$$

### 3) INFLUENCE DE LA CONTRAINTE :

Les mesures sous contrainte effectuées en cellule triaxiale (cf chapitre II et III) ne nous permettent qu'une seule direction de propagation et deux directions de polarisation. Or nous savons que selon le degré d'anisotropie de la roche différentes directions de mesure sont nécessaires. Il est donc tout à fait impossible de déterminer les modules élastiques dynamiques en fonction de la contrainte avec notre montage expérimental. Seuls quelques éléments de la matrice de raideur pourront être calculés.

Cependant, en considérant le fait que *in situ*, les modules dynamiques sont déterminés avec les formules classiques utilisées en milieu isotrope, il nous a semblé intéressant de calculer des "pseudomodules" d'élasticité de cette manière. Les égalités employées dans un tel cas sont les suivantes :

$$E = \rho \frac{V_p^2 (1+\nu) (1-2\nu)}{(1-\nu)} \quad \nu = \frac{0,5 - (V_s/V_p)^2}{1 - (V_s/V_p)^2}$$

On trouve dans la littérature de tels calculs appliqués à des roches anisotropes, citons par exemple les travaux de Ramana et al (1973) sur la série de Kolar (Inde).

Nous allons voir une application de ces mesures au cas du schiste d'Angers.

Des carottes à schistosité transversale (notées T) et axiale (notées A) ont été utilisées pour ces essais. Dans un premier temps les éprouvettes T permettent le calcul des paramètres  $C_{33}$  et  $C_{44}$  alors que les éprouvettes A donnent accès aux valeurs de  $C_{11}$  et  $C_{66}$  (ou  $C_{44}$ ). Bien entendu  $C_{12}$  pourra ensuite être calculé.

Les expériences ont été réalisées d'abord avec un état de contrainte isotrope puis en faisant croître le déviateur. L'émission et la réception du signal sont ici assurées par des transducteurs doubles (P/S).

Deux familles de coefficients apparaissent alors (Fig.48):

- certains évoluent de façon croissante avec la contrainte ( $C_{33}$  et  $C_{44}$ )
- d'autres restent stables

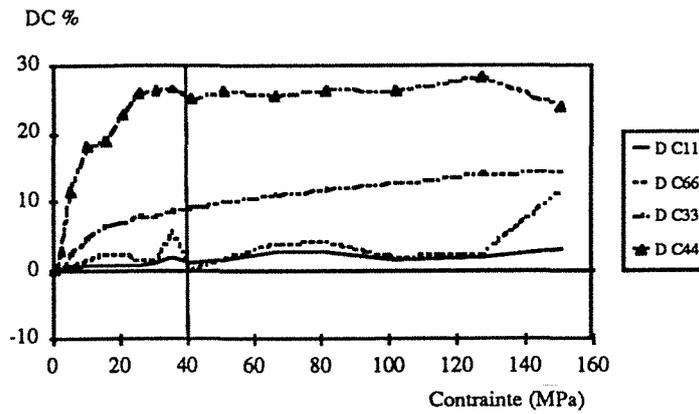


Fig. 48 : Variations de quelques éléments de la matrice de raideur avec la contrainte (schiste d'Angers).

Comme on pouvait s'y attendre ces courbes sont similaires aux courbes de variation de vitesse puisque l'on a une relation simple entre  $V_i$  et  $C_{ij}$ .

La figure 49 donne l'évolution des pseudo-modules de Young et coefficients de Poisson.

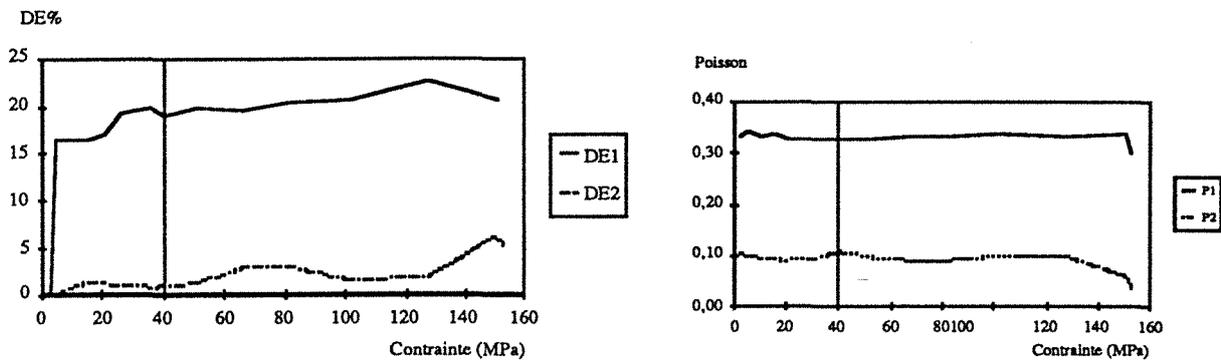


Fig. 49: Variations des pseudomodules élastiques.

On constate que le pseudomodule de Young pris perpendiculairement à la schistosité augmente très rapidement puis se stabilise, alors que parallèlement il ne semble pas influencé par la contrainte. Les pseudocoefficients de Poisson restent insensibles au confinement, mais cela est probablement du au mode de calcul.

Comme nous le verrons au chapitre VII certains auteurs proposent des relations liant des valeurs de modules à la pression de confinement. Dans notre cas nous pouvons exprimer les coefficients  $C_{33}$  et  $C_{44}$  grâce aux relations suivantes (Fig.50) :

$$C_{44} = 15\,000 * (1 + \sigma_3)^{0,085}$$

$$C_{33} = 65\,000 * (1 + \sigma_3)^{0,027}$$

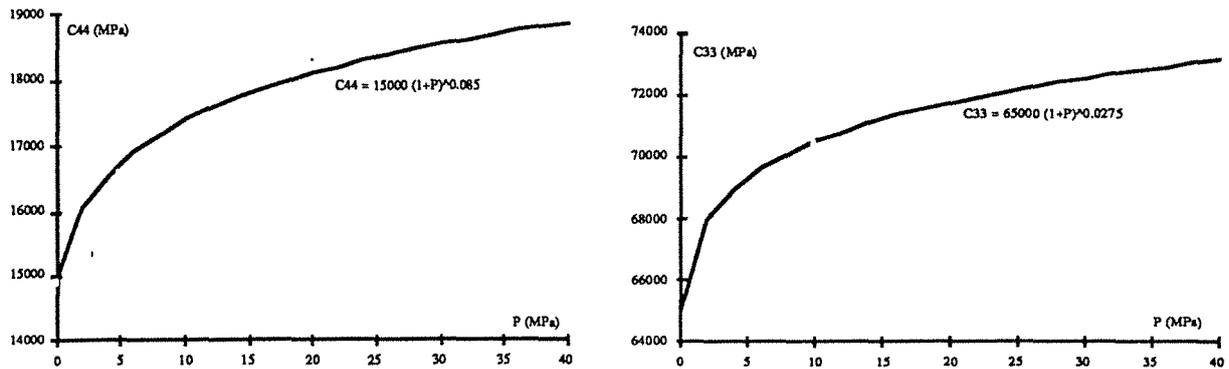


Fig. 50 : Variation des paramètres  $C_{44}$  et  $C_{33}$  avec la pression (schiste d'Angers).

Signalons les résultats publiés par Tosaya (1982) montrant une augmentation de tous les  $C_{ij}$  avec la pression. Il est curieux de constater que l'augmentation la plus importante a lieu pour  $C_{11}$  (Fig.51).

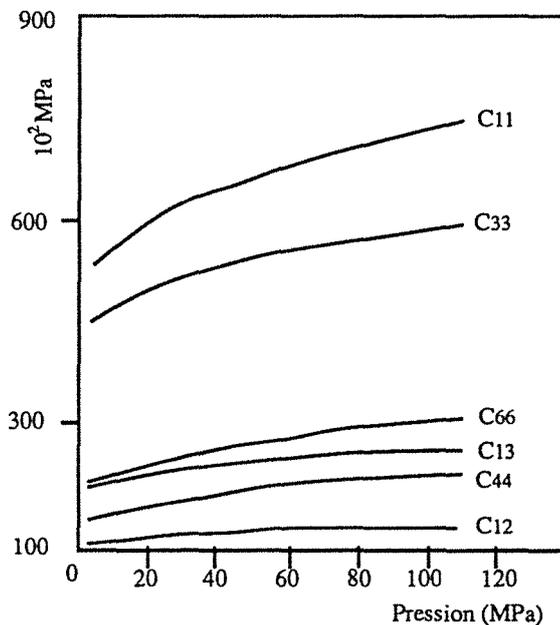


Fig. 51 : Evolution des éléments de la matrice de raideur avec la pression (schiste du Colorado) (Tosaya, 1982).

#### 4) CONCLUSION:

Connaissant la structure du matériau à étudier, les célérités des ondes P et S permettent de déterminer assez facilement une matrice élastique. Le côté le plus délicat réside en la préparation de l'échantillon afin d'avoir les directions de propagation appropriées.

Le fait de ne pouvoir étudier l'évolution des paramètres élastiques avec la pression (dans le cas de roches anisotropes) est le point faible de cette méthode. Il faudrait pour remédier à ce problème concevoir une cellule triaxiale permettant l'émission d'ultrasons suivant différentes directions. Bien entendu, on peut obtenir la matrice de raideur en utilisant différents échantillons prélevés suivant des directions appropriées, à condition que le matériau soit homogène.



# V) ATTENUATION

## 1) REMARQUES PRELIMINAIRES :

### 1-1) Méthodes d'exploitation du signal :

L'exploitation et le traitement du signal temporel nécessaire à la détermination de l'atténuation ne peut se faire sans quelques précautions sous peine d'introduire des artefacts dûs aux calculs.

#### 1-1-1) Longueur du signal à exploiter :

Le signal que nous recevons est perturbé par des arrivées multiples dûes à des réflexions sur les parois de l'échantillon et parfois sur des "miroirs" présents dans la roche.

Le signal à exploiter doit être le plus long possible afin de rejeter un minimum d'informations mais il doit également être exempt d'arrivées secondaires.

La figure 52 montre l'influence de la longueur du signal traité sur le spectre fréquentiel ; le signal est une onde P s'étant propagée dans un barreau d'aluminium à partir de transducteurs de fréquence centrale 500 kHz. Il apparaît que la durée d'observation peut modifier le spectre de façon importante.

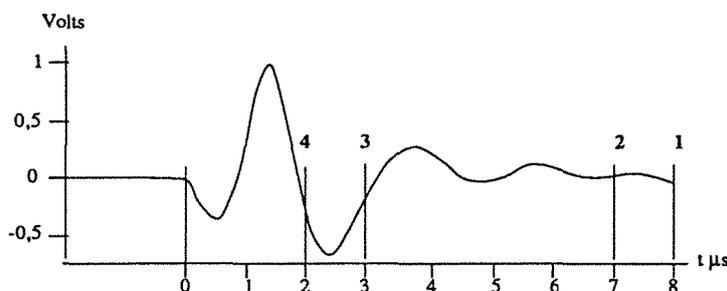


Fig. 52 a : Différentes longueurs de signal.

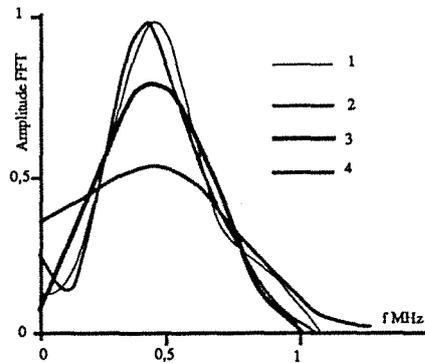


Fig. 52b : Allure du spectre fréquentiel en fonction de la longueur de signal exploité.

L'influence de la longueur de la fenêtre est décelable en reprenant la formulation de la transformée de Fourier (Roddier 1985) :

$$\text{Soit } G(f) \text{ la transformée de } g(t) : G(f) = \int_{-\infty}^{+\infty} g(t) e^{-2\pi i f t} dt$$

$$\text{Soit une fonction } g(at), \text{ sa transformée sera : } \frac{1}{|a|} \int_{-\infty}^{+\infty} g(at) e^{-2\pi i \frac{f}{a}(at)} d(at)$$

Une compression de l'échelle de temps entraîne une dilatation de l'échelle des fréquences.

Lorsque l'on fait du traitement de signal on dispose de tout un choix de fenêtres de pondération (rectangulaire, triangulaire, hanning...). Nous avons choisi d'adopter une fenêtre type rectangulaire pour sa facilité d'utilisation ; de plus les signaux atténués traités rejoignent le zéro de façon non ambiguë.

#### 1-1-2) Bruit de fond :

Le signal visualisé sur l'oscilloscope est toujours perturbé par un bruit de fond aléatoire. L'oscilloscope utilisé permet de moyenniser sur un maximum de 256 arrivées. En général nous avons travaillé sur une moyenne de 64 arrivées ce qui nous permet d'éliminer suffisamment le bruit aléatoire.

#### 1-1-3) Echantillonnage :

Le signal reçu par le transducteur récepteur est échantillonné par l'oscilloscope. La fréquence avec laquelle va être discrétisée l'information est primordiale puisque c'est d'elle que dépend la représentativité de l'information reçue. Le théorème de Shannon impose que la fréquence d'échantillonnage soit égale ou supérieure au double de la fréquence maximale rencontrée (cette

fréquence seuil est aussi appelée fréquence de Nyquist). L'oscilloscope 2430A permet une fréquence d'échantillonnage variant de 10 Hz à 100 MHz. La fréquence maximale de nos signaux n'excède pas 2 MHz, le théorème de Shannon est donc respecté.

#### 1-1-4) Fenêtre de calcul :

Le point très délicat de cette méthode réside en la détermination de l'intervalle de fréquence dans lequel on va calculer la pente du rapport de spectre. A notre connaissance il n'existe pas de règle stricte, chaque auteur définissant une région d'intérêt. Klimis (1988) définit la région d'intérêt comme l'intervalle  $f_d$ - $f_c$  schématisé sur la figure 53.

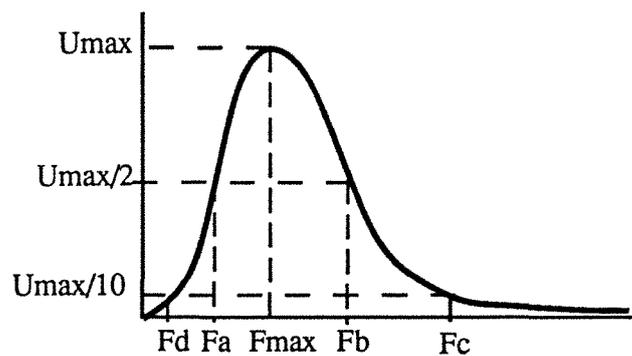


Fig. 53 : Différentes fenêtres de calcul.

Tarif (1986) a réalisé un programme calculant automatiquement un facteur de qualité sur un intervalle défini par  $f_a$ - $f_b$  (Fig.53). Cependant, le calcul automatique sur cet intervalle pouvant donner des résultats aberrants, l'intervalle peut ensuite être modifié (généralement diminué) par l'expérimentateur, et ce sans règle précise.

Dans nos essais, le calcul est effectué aux alentours de la fréquence centrale du spectre, dans une zone où le rapport des spectres est plus ou moins linéaire. Une fois l'intervalle défini, toutes les mesures seront réalisées de la même manière.

#### 1-2) Problème de la diffraction :

La théorie appliquée dans ce mémoire impose que l'onde étudiée soit plane. Cela n'est vrai que dans le cas où la longueur d'onde est très inférieure à la dimension de la source. Dans le cas contraire, on se trouve en présence d'un front d'onde sphérique. Or, il se trouve que, durant nos essais, les longueurs d'onde peuvent varier entre 3mm et 12mm. Le diamètre de la source variant selon les transducteurs de 18 mm à 30 mm, les fronts d'onde engendrés ne sont ni plans, ni sphériques. Ce phénomène est à distinguer de la diffraction sur les grains, bien que les dénominations soient identiques.

De nombreux auteurs ont étudié ce problème et certains ont proposés des corrections à apporter au calcul de vitesse et d'atténuation. Les travaux de Tarif (1986) et de Klimis (1988) présentent une bonne synthèse de ces problèmes.

Examinons rapidement le cas d'une source circulaire émettant en régime transitoire. Notons que toutes les méthodes ne prennent en compte que le cas où le milieu de propagation est fluide ; la réponse est alors calculée en pression.

Plaçons nous en un point de réception situé à la distance  $x$  du centre de la source. Le rayon de la source sera noté  $a$ .

- Lorsque  $x$  est très petit, l'onde peut être considérée plane. Cependant il est difficile d'effectuer des mesures étant donné la dimension non représentative de l'échantillon. De plus une atténuation ne serait pas décelable par nos instruments.

- Lorsque  $x$  est très grand, le front d'onde peut également être considéré plan. Là encore une mesure paraît impossible; aucun signal ne peut être reçu après passage dans un milieu atténuant très long.

- Pour des valeurs intermédiaires le front d'onde est très perturbé. Cela se complique encore si émetteur et récepteur ne peuvent être considérés comme ponctuels.

La diffraction en un point d'un milieu liquide serait fonction des paramètres suivants :

-  $ka$  :  $k$  = nombre d'onde ;  $a$  = rayon de l'émetteur.

-  $S = \frac{x\lambda}{a^2}$  : paramètre de Seki ; il représente la distance normalisée selon l'axe  $x$  de la source. (Seki et al. 1956).

- $ka$  élevé ( $\geq 80$ ) : les travaux de différents auteurs semblent indiquer que la diffraction ne dépendrait que du paramètre de Seki. Cependant les corrections à apporter semblent globalement minimales.

- $ka$  faible ( $< 10$ ) : Tarif a mis en application les calculs correctifs de Benson et Kiyohara (1974). Dans tous les cas, ces corrections ne peuvent éliminer les variations du facteur de qualité avec la longueur de l'échantillon.

Il apparaît donc que les corrections de diffraction sont difficiles à calculer. Les corrections proposées ne semblent pas expliquer les variations constatées. Cependant l'effet de diffraction serait d'autant moins sensible que l'atténuation de la roche est importante.

Dans le cas où le montage utilisé et la géométrie de l'échantillon ne varient pas et si l'on s'intéresse plus aux variations qu'aux valeurs absolues, alors précisons que l'on peut ne pas tenir compte des effets de diffraction.

### 1-3) Problèmes liés à la préparation des échantillons:

Nous avons déjà évoqué le soin particulier qu'il fallait apporter à la réalisation des échantillons. Nos mesures se font par transmission d'un signal d'un transducteur émetteur à la roche puis de la roche à un transducteur récepteur. On conçoit donc facilement que les faces de l'échantillon doivent être aussi planes, aussi lisses que possible afin d'assurer un bon contact et ainsi de réduire au maximum les pertes d'énergie dues à un mauvais couplage mécanique.

Un défaut de parallélisme peut également engendrer une mesure d'atténuation erronée. Truell et al (1969) proposent l'équation suivante donnant l'amplitude d'une onde plane en fonction de l'écart au parallélisme ( $\theta$ ) :

$$U(t) = U_0(t) \exp \left[ - \frac{(ka\theta)^2}{8} \right]$$

La figure 54 montre sur un exemple l'erreur induite sur le facteur de qualité.

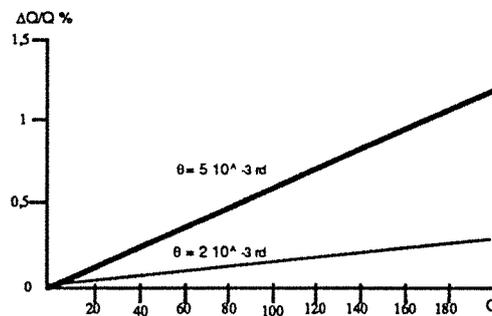


Fig. 54: Influence du parallélisme sur la détermination du facteur de qualité (d'après Tarif, 1986).

L'écart au parallélisme mesuré sur nos échantillons est dans le meilleur des cas de l'ordre de  $10^{-3}$  radians et n'excède jamais les  $5 \cdot 10^{-3}$  radians, on peut alors estimer (Fig.54) l'erreur susceptible d'être commise comme négligeable.

### 1-4) Problèmes aux interfaces:

Le problème des états de surface vient d'être traité ; considérons maintenant le problème classique de la transmission d'une onde plane au passage d'une interface entre deux milieux différents. Soit une onde incidente arrivant sur une interface de deux milieux de vitesse de propagation différente ; cette onde donne naissance à une onde réfléchie et à une onde transmise. Les amplitudes de ces ondes sont données par des coefficients de réflexion (R) et de transmission (T). Ces coefficients peuvent être calculés en fonction des impédance acoustiques :

$$R = \frac{\rho_2 V_2 - \rho_1 V_1}{\rho_1 V_1 + \rho_2 V_2} = \frac{Z_2 - Z_1}{Z_1 + Z_2}, \quad T = 1 - R$$

avec  $\rho_i$  = densité du milieu  $i$   
 $V_i$  = vitesse de l'onde dans le milieu  $i$   
 $Z = \rho V$  = impédance acoustique

Le contraste des impédances acoustiques aux interfaces peut jouer un rôle très important comme le montre l'exemple cité par Klimis (1988) d'après une communication orale de P. Rasolofosaon.

Considérant deux transducteurs en immersion dans l'eau ( $Z_e = 1,5 \cdot 10^6 \text{ Kg.m}^{-2}.\text{s}^{-1}$  ;  $Q = 210\,000$ ) entre lesquels on place successivement un échantillon d'aluminium ( $Z_a = 17 \cdot 10^6 \text{ Kg.m}^{-2}.\text{s}^{-1}$  ;  $Q = 150\,000$ ) et un échantillon de plexiglass ( $Z_p = 3,25 \cdot 10^6 \text{ Kg.m}^{-2}.\text{s}^{-1}$  ;  $Q = 21$ ). On constate alors que l'amplitude du signal s'étant propagé dans le plexiglass est supérieure à celle s'étant propagé dans l'aluminium. Ce résultat pourrait paraître paradoxal puisque l'aluminium est considéré comme un matériau non atténuant de référence. Ce paradoxe est en fait dû à la grande différence des impédances acoustiques ( $Z_a / Z_e \approx 11$  ;  $Z_p / Z_e = 2$ ).

Une interprétation en terme d'amplitude de signal peut conduire à des conclusions erronées. L'influence de l'impédance du milieu d'émission du signal peut être diminuée en émettant toujours dans un même matériau tampon (Tarif 1986). Cette solution est facilement adoptable pour les mesures en immersion. Cependant pour des mesures à sec et sans contrainte, la multiplication des interfaces conduit à un signal trop affaibli pour pouvoir être interprété. Ainsi, pour ces mesures une erreur sera liée aux variations d'impédance acoustique influant sur le signal source.

Le problème de la substance couplante est également très important. Un simple contact transducteur-échantillon ne permet pas la transmission d'une onde. Pour palier à la présence d'une microrugosité des interfaces une substance couplante assurant la continuité mécanique est nécessaire.

Le plus simple et peut être le plus efficace des couplants est l'eau. Cependant il ne permet que des mesures sur éprouvettes saturées. Les liquides ne reprenant pas les cisaillements seules les ondes compressionnelles peuvent être étudiées.

Il existe dans le commerce des couplants visqueux permettant la propagation d'ondes P et S. Ces produits se révèlent efficaces, cependant on ne peut bien souvent éviter leur pénétration dans la roche. La plupart de nos échantillons étant très peu poreux, nous avons pu négliger ce problème.

Nous avons également testés d'autres substances couplantes :

*La paraffine* : si a priori l'utilisation de paraffine pouvait se révéler intéressante son maniement s'est en fait avéré peu adapté. Il nous a été impossible d'obtenir une pellicule de paraffine suffisamment fine pour ne pas modifier le signal et donc les mesures d'atténuation. De plus, il ne nous a pas été possible d'avoir une bonne reproductibilité de ces essais.

*Le miel* : là également les tests de reproductibilité n'ont pas été concluants. Le problème essentiel étant le comportement du miel dans le temps et l'influence des conditions climatiques ; ainsi sa texture pouvait changer d'un essai à l'autre.

#### 1-5) Conclusion:

Les remarques précédentes, ainsi que les points abordés au chapitre I, montrent que l'atténuation est influencée par un grand nombre de facteurs aussi bien géométriques que physiques et il est difficile de dissocier leurs effets propres.

Plusieurs problèmes se sont posés à nous :

- Taux de saturation : il semblerait que l'atténuation soit très perturbée par les taux de saturation extrêmes mais ces domaines nous sont restés inaccessibles puisque le contrôle fin du degré de saturation ne nous est pas possible. On ne fera donc la différence qu'entre un état dit "sec" et un état "totalement saturé".
- Diffraction géométrique : toute mesure ultrasonique se heurte à ce problème. Les corrections existantes ne sont pas suffisantes pour que l'on puisse se soustraire à ce phénomène. Cependant, dans la limite où nous mesurons des variations et non pas des valeurs absolues, nos conclusions restent valables.

#### 2) RESULTATS EXPERIMENTAUX :

##### 2-1) Atténuation et anisotropie:

###### 2-1-1) Mesures à sec:

###### • Gneiss

L'anisotropie planaire continue de cette roche influence grandement les mesures d'atténuation (Tab.III), alors que les mesures de célérité ne rendaient pas compte de façon évidente de la présence de la foliation.

	Dir.1 (T)	Dir.2 (A)
Q	49,7	75,3

Tab. III : Facteur de qualité mesuré à sec perpendiculairement à la foliation (T) et parallèlement (A).

###### • Schiste

A sec, les signaux ayant traversés cette roche se sont avérés très perturbés et bon nombre d'entre eux n'ont pu être traités.

Les résultats que nous présentons dans le tableau IV sont donc à prendre avec précaution.

Q1	Q2	Q3
17	14	15,5

Tab. IV : Facteur de qualité mesuré à sec suivant trois directions dans le schiste.

Pour cette roche, ces valeurs sont a priori surprenantes, pour plusieurs raisons :

- l'écart entre les facteurs de qualité mesurés suivant les trois directions semble faible compte tenu de l'anisotropie importante de cette roche.

- la direction perpendiculaire aux plans de schistosité possède le facteur de qualité le plus élevé.

Cela appelle quelques remarques quant à certaines anomalies citées dans la littérature, et ceci sans présumer, dans l'immédiat, de la validité de nos résultats.

Généralement la direction pour laquelle la vitesse est la plus élevée est aussi celle pour laquelle l'atténuation est la plus faible et inversement. Cependant il arrive que ces deux facteurs évoluent de façon inverse ; Tarif (1986) donne le cas du granite du Sidobre pour lequel la direction la plus rapide coïncide avec l'atténuation la plus élevée.

Selon P. Rasolofosaon (communication orale) il arrive que certaines structures (par exemple des minéraux orientés) influencent la vitesse de l'onde en jouant un rôle de "canalisateur" mais seule une petite partie de l'énergie étant véhiculée par ce biais l'atténuation mesurée reste importante par rapport à la célérité.

Des résultats similaires se retrouvent également dans les travaux de Johnston et al (1980).

Dans notre cas, certaines figures de recristallisation orientée (ombres de pression, excroissances de pyrite...) pourraient présenter des facteurs de transmission peu favorables.

Toutefois nous nous garderons bien d'interpréter ainsi nos résultats. Ceux-ci seront critiqués plus loin à la lumière des autres données.

#### • Argilite

Nous avons mesuré trois échantillons parallélépipédiques. Ceux-ci n'étant pas orientés il n'est malheureusement pas possible de comparer les résultats notamment en ce qui concerne les mesures dans le plan d'anisotropie. On note toutefois (Tab.V) que la direction orthogonale à ce plan présente l'atténuation la plus élevée. Dans le plan apparaît une direction où l'atténuation serait extrêmement faible. L'hétérogénéité des échantillons (présence de fissures importantes) ne favorise pas l'interprétation de ces données.

Cube	Q1	Q2	Q3
A	31	67	27
B	21	69	179
C	13	160	49

Tab. V : Facteur de qualité mesuré suivant trois directions dans l'argilite.

Une étude par diffractométrie X a été réalisée. Précisons en brièvement le principe (Lhote et al., 1969) : un diffractomètre permet tout d'abord de sélectionner l'espèce minérale sur laquelle on va travailler. Les plans réticulaires choisis (h k l) doivent être d'indices simples et diffracter une énergie suffisante ; dans notre cas ceci impliquait de travailler sur le plan (0 0 2) des chlorites (distances interréticulaires bien définies, bonne diffraction).

Le goniomètre de texture est un diffractomètre de rayons X réglé en position de réflexion sur les plans (h k l) retenus et permettant de déterminer les orientations cristallines privilégiées correspondantes dans la roche. La préparation tournant autour de deux axes, on obtient un enregistrement ou l'on suit les variations de l'intensité réfléchie en fonction de deux angles.

Cette étude n'a permis de déceler qu'une anisotropie planaire. Précisons toutefois, que la composition minéralogique de cette roche n'est pas des plus favorable pour ce type d'analyse. Une nouvelle série de mesures est prévue afin de lever l'indétermination.

#### 2-1-2) Mesures en immersion:

Les facteurs de qualité calculés à partir des signaux recueillis sur 13 cubes de schiste saturés sont résumés dans le tableau VI.

	Moyenne
Q1	11,5
Q2	9,3
Q3	8,7

Tab. VI : Facteur de qualité mesuré en immersion suivant trois directions dans le schiste.

Les mêmes remarques que précédemment peuvent être faites :

- la variation spatiale du facteur de qualité semble faible
- la direction orthogonale à la schistosité présente l'atténuation la plus faible

Mais, de plus, les valeurs obtenues ici sont inférieures aux valeurs obtenues par les mesures à sec. Le taux de saturation peut être mis en cause. Un phénomène de squish flow pourrait être à l'origine de cette atténuation si le taux de saturation est inférieur à 100%.

2-2) Atténuation et contrainte:

2-2-1) Mesures à sec:

Nous nous sommes efforcés d'étudier l'influence de la contrainte sur l'atténuation sur des échantillons de schiste. Il nous est apparu immédiatement une évolution différente de Q selon l'orientation du plan d'anisotropie (Fig.55).

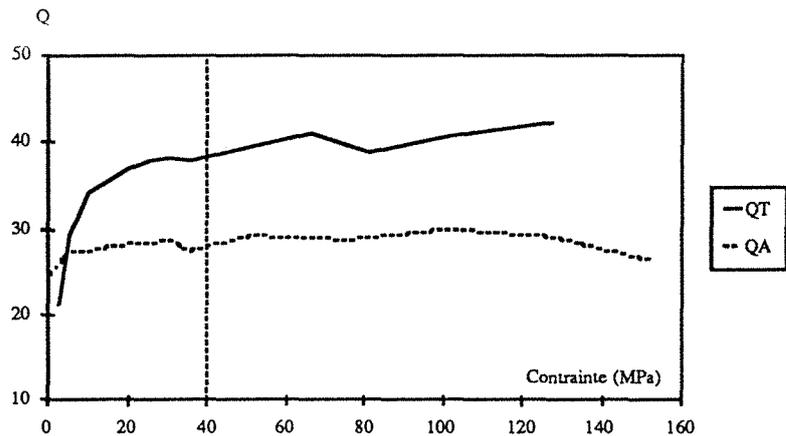


Fig. 55 : Variations du facteur de qualité avec la contrainte dans le schiste (T : schistosité transversale).

Perpendiculairement à la schistosité le facteur de qualité augmente très vite puis évolue plus lentement. Une pression de 30 MPa marquerait le passage entre ces deux types d'évolution. On note là l'influence très importante de la phase de fermeture des fissures. Dans le plan de schistosité aucune influence n'est perceptible ; l'augmentation en début d'essai peut vraisemblablement être imputée à un effet de couplage. Une telle évolution des atténuations a été constatée par Johnston et al (1980) sur un schiste argileux du Colorado (Fig.56).

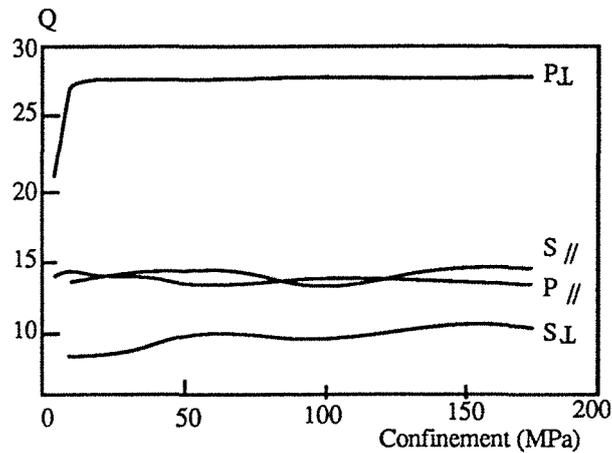


Fig. 56 : Influence du confinement sur le facteur de qualité dans un schiste du Colorado (Johnston et al., 1980).

Il apparaît que l'atténuation liée à l'onde S reste insensible à la pression de confinement quelque soit l'orientation de l'anisotropie.

Il est intéressant de comparer les fluctuations de Q à celles obtenues avec les vitesses (Fig.39 Chap.III). Les variations sont ici jusqu'à 10 fois supérieures montrant ainsi la grande sensibilité d'un paramètre d'atténuation à la pression donc à la fissuration.

#### 2-2-2) Influence de la saturation:

Nous avons effectué des mesures sur des éprouvettes saturées. Les remarques faites au chapitre III quant à l'état de saturation des échantillons, sont toujours valables ici. L'influence du fluide se fait nettement sentir (Fig.57).

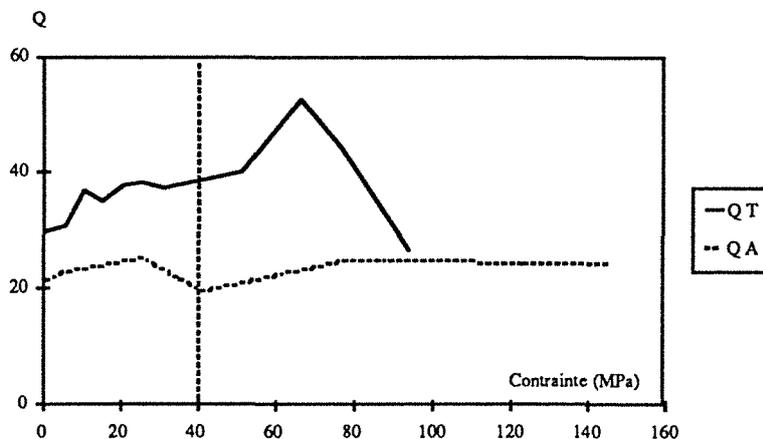


Fig. 57: Variations du facteur de qualité avec la contrainte mesuré sur des échantillons de schiste saturé.

Perpendiculairement à la schistosité le facteur de qualité augmente légèrement pour se stabiliser rapidement. Il est curieux de constater ensuite une brusque augmentation de Q suivie d'une chute rapide ; peut-être cette variation doit elle être imputée à une évolution de la saturation.

Dans le plan d'anisotropie l'atténuation reste sensiblement constante après une légère augmentation en tout début d'essai.

Les variations obtenues ici sont très inférieures à celles mesurées sur matériau sec. Rappelons que les variations de vitesses sont pratiquement supprimées par la saturation.

### 3) Conclusion :

Dans ce chapitre nous avons abordé les mesures d'atténuation en milieu fortement anisotrope. De manière générale, on note une atténuation importante pour les roches à anisotropie planaire discontinue.

Les résultats obtenus avec le schiste posent des problèmes d'interprétation. Les difficultés que nous avons éprouvées à avoir des signaux "clairs" rendent peu fiables les mesures à sec. Il est probable que l'hétérogénéité de ce matériau perturbe les résultats.

L'application d'un état de contrainte influence de façon très importante ces mesures. Il nous semble donc préférable pour l'avenir, dans le cas de roches à atténuation importante et complexe, d'étudier la propagation de signaux en milieu confiné.

La quantification que nous faisons de l'atténuation ne doit pas être considérée comme un paramètre intrinsèque caractérisant la roche étudiée. Nous avons vu qu'un grand nombre de paramètres pouvaient influencer cette mesure ; de plus nos montages expérimentaux introduisent une certaine "distorsion". Aussi est-il préférable de raisonner de façon comparative, c'est à dire en étudiant l'évolution du paramètre d'atténuation en fonction d'un autre paramètre (contrainte, saturation, etc.). Le facteur de qualité que nous déterminons ne peut en aucun cas être interprété en terme de valeur absolue.

# VI) PROPAGATION D'ULTRASONS EN MILIEU FISSURE

## 1) PROPAGATION D'ULTRASONS DANS UN MILIEU ISOTROPE FISSURE :

### 1-1) Données bibliographiques :

Pouvoir déterminer l'état de fissuration d'une roche est très important puisque, à des échelles diverses, toutes les roches présentent des fissures. Celles-ci peuvent être soit naturelles, résultant de l'histoire tectonique du massif, soit provoquées par des mises sous contrainte, des chocs mécaniques ou thermiques.

Nous considérerons comme fissure, tout défaut dont le coefficient de forme est inférieur à  $10^{-1}$  (Sprunt et Brace 1974 ; Hadley 1976).

Trois types de fissure seront distingués :

- fissures intracristallines : contenues dans un cristal
- fissures intercristallines : entre plusieurs cristaux
- fissures transcristallines : affectant plusieurs cristaux

Les longueurs des fissures ne dépendent que de la structure du matériau c'est à dire de la nature et de la taille des grains ( Houpert 1973 ; Homand-Etienne 1985 ) : ainsi le quartz est souvent très fissuré de façon aléatoire, alors que les feldspaths présentent des fissures peu nombreuses mais longues suivant les plans de clivages ou de mâcles. Les fissures les plus longues correspondent donc grossièrement aux plus grandes dimensions de cristaux (les feldspaths pour les granites ).

Afin de caractériser un réseau de fissures, la méthode la plus employée est celle de l'analyse d'images. Elle consiste à déterminer dans un plan la longueur et l'orientation des fissures et permet d'accéder au paramètre de densité de fissuration. Une telle étude s'accompagne d'un traitement statistique. L'inconvénient essentiel de cette méthode est son côté destructif puisqu'elle nécessite la réalisation de lames minces.

Des méthodes de mesures indirectes sont également possibles : mesures de porosité, de perméabilité, de surface spécifique, mesures de compressibilité, célérité des ondes etc...

Notre but étant de proposer une méthode non destructive d'emploi relativement simple et rapide, nous avons envisagé d'étudier la propagation d'ultrasons dans des roches fissurées afin d'obtenir une quantification de la fissuration.

Des mesures d'ondes ultrasoniques ont été réalisées sur deux granites de granulométrie différente, fissurés thermiquement à différents paliers de température. Les célérités des ondes en immersion et à sec ainsi que des paramètres d'atténuation du signal sont analysés et corrélés aux résultats de l'analyse d'image ; une comparaison avec les calculs théoriques établis par différents auteurs est également effectuée (Piau, 1979; O'Connell, 1974).

### 1-1-1) Notion d'indice de qualité (IQ)

Avant d'aborder les diverses théories nous rappellerons brièvement la notion d'indice de qualité (IQ) développé par Fourmaintraux (1971).

Connaissant la composition minéralogique d'une roche et les constantes élastiques de ces minéraux il est possible de calculer la valeur théorique des vitesses des ondes ( $V_{calc} = \sum x_i V_i$ ). L'indice de qualité est défini alors comme le rapport des vitesses mesurées ( $V_{mes}$ ) et calculées ( $V_{calc}$ ) :  $IQ = 100 \cdot \frac{V_{mes}}{V_{calc}}$ . Cet indice a été plus tard dénommé indice de continuité I.C.

Des abaques permettent de déterminer la porosité de fissures et de pores connaissant l'indice de qualité et la porosité totale (Fig. 58).

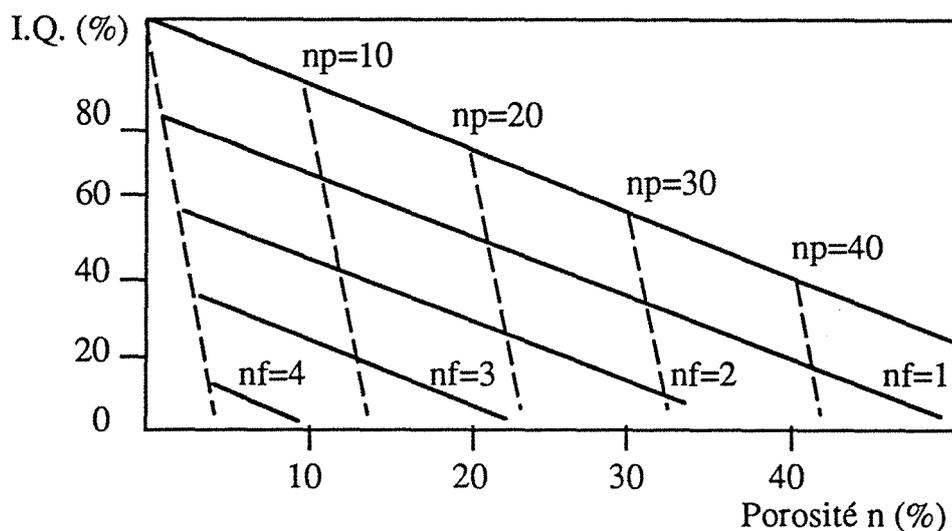


Fig. 58 : Abaque de Fourmaintraux (np=porosité de pores ; nf=porosité de fissures) (Fourmaintraux, 1971).

### 1-1-2) Approche théorique de Budiansky et O'Connell :

Les microfissures présentes dans les roches ont une influence notable sur les propriétés élastiques. O'Connell et Budiansky (1974-1977), tenant compte de la géométrie des fissures (circulaires ou elliptiques) et de leur degré de saturation en fluide, calculent les modules effectifs du matériau fissuré ( $\bar{E}$  ;  $\bar{K}$  ;  $\bar{G}$  ;  $\bar{\nu}$ ) en fonction des modules de la roche saine et d'un paramètre densité de fissuration  $\varepsilon$ . Un tel paramètre est couramment utilisé en analyse d'image où il est déterminé en estimant le nombre d'intersections de fissures avec le plan de la section étudiée :  $D = \frac{\sum a_j}{A}$  avec  $a_j$  = longueur de la fissure et  $A$  = surface observée.

Ces auteurs expriment  $\varepsilon$  en fonction des coefficients de Poisson effectif et de la roche non fissurée ainsi que d'un paramètre de forme :

$$\varepsilon = \frac{45}{16} \left( \frac{(\nu - \bar{\nu})(2 - \bar{\nu})}{(1 - \bar{\nu}^2)(10\nu - 3\nu\bar{\nu}) - \bar{\nu}} \right) \text{ pour des fissures circulaires sèches}$$

$$\varepsilon = \frac{45}{8} \left( \frac{(\nu - \bar{\nu})}{(1 - \bar{\nu}^2)[2 - T + 2\nu(3 + T)]} \right) \text{ pour des fissures elliptiques sèches}$$

Les vitesses de propagation d'ondes sont directement liées aux modules élastiques. Il est alors possible d'exprimer des rapports de vitesse en fonction des modules effectifs :

$$\frac{\bar{V}_s}{V_s} = \sqrt{\left[ \frac{\bar{G}}{G} \right]}$$

$$\frac{\bar{V}_p}{V_p} = \sqrt{\frac{(1 - \bar{\nu})(1 + \nu)\bar{K}}{(1 + \bar{\nu})(1 - \nu)K}}$$

$$\frac{\bar{V}_p / \bar{V}_s}{V_p / V_s} = \sqrt{\frac{(1 - \bar{\nu})(1 - 2\nu)}{(1 - 2\bar{\nu})(1 - \nu)}}$$

A partir de ces équations, on peut obtenir des "abaques" donnant les variations de rapports de vitesse en fonction de la densité de fissuration (Fig. 59). Le taux de saturation apparaît également sur ces figures.

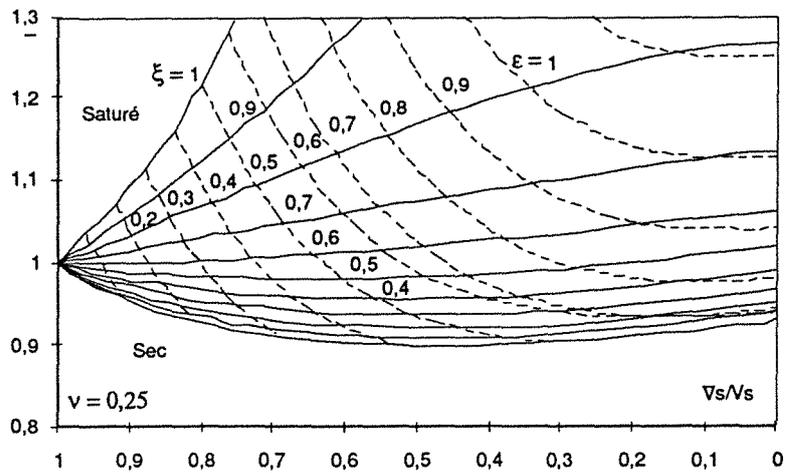


Fig. 59 : Abaques de O'Connell et Budiansky (1974).

Dans leur étude, O'Connell et Budiansky font varier le degré de saturation de 0 à 1. Pour tenir compte de la présence d'un fluide, un coefficient  $D$  défini comme suit est introduit dans les équations donnant les modules effectifs et la densité de fissuration :

$$D = \left[ 1 + \frac{4}{3\pi} \frac{(1 - \bar{\nu}^2) \bar{K}}{(1 - 2\bar{\nu}) \bar{K}} \omega \right]^{-1}$$

$$\omega = \frac{a \tilde{K}}{c \bar{K}} \quad \text{avec } \tilde{K} \text{ relatif au fluide}$$

$a$  = longueur et  $c$  = demi-ouverture

Il apparait donc que l'influence d'un fluide dans des fissures sera beaucoup plus important que dans des pores sphériques ( $a \gg c$ ,  $D \ll 1$ ).

Bien évidemment le rapport des vitesses de compression et de cisaillement variera différemment selon l'état de saturation ( quand le taux de fissuration augmente le rapport  $V_p/V_s$  diminue pour des fissures sèches, mais augmente dans le cas saturé ).

### 1-1-3) Approche théorique de Piau :

La théorie développée par Piau ( 1978-1979-1983) permet de calculer un indice de continuité (IC) et un coefficient d'atténuation ( $\alpha$ ) en fonction de paramètres relatifs aux fissures, de la fréquence et du coefficient de Poisson. Les hypothèses suivantes sont nécessaires à l'établissement de ce modèle :

- Le milieu est homogène isotrope
- Les microfissures sont planes, circulaires
- On suppose que les lèvres des fissures ne sont pas mises en contact par le passage de l'onde
- L'approximation de Rayleigh doit être satisfaite :  $ka \ll 1$  ou  $\lambda \gg 2\pi a$  avec  $\lambda =$  longueur d'onde ;  $k =$  nombre d'onde ;  $a =$  dimension caractéristique de la fissure
- On suppose la concentration de fissures suffisamment faible pour que l'on puisse négliger les diffractions multiples

Piau exprime le rapport des vitesses dans le matériau fissuré aux vitesses dans la matrice intacte de la façon suivante :

$$\frac{V_{pf}^2}{V_p^2} = 1 + \frac{4}{\pi} \eta \left[ \frac{1 - (8/3)\sigma^2 + (32/15)\sigma^2}{4\sigma^2(1 - \sigma^2)} + \frac{8\sigma^2}{15(3 - 2\sigma^2)} \right]$$

$\sigma$  étant le rapport des nombres d'ondes compressionnelles et cisailantes dans la matrice  
 $\eta$  représente la porosité effective

A partir de cette équation Klimis (1986) calcule un indice de qualité ou de continuité comme suit :

$$IC = \left[ 1 + \frac{16}{3} N \langle r^3 \rangle d(v) \right]^{-1/2}$$

$N =$  nombre de fissure par unité de volume

$r =$  rayon de fissure

$d(v) =$  fonction du coefficient de Poisson

La porosité s'exprimant en fonction de  $N$  de la façon suivante :  $\eta = N \frac{4\pi}{3} \langle r^3 \rangle$  On peut alors tracer la variation de IC en fonction de la porosité (Fig. 60). Lorsque le paramètre de forme diminue, l'indice de continuité varie très rapidement pour des valeurs de porosité faible puis se stabilise.

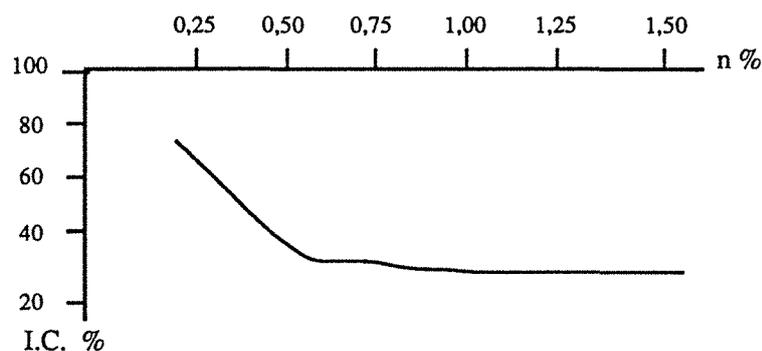


Fig. 60 : Variations de IC avec la porosité (D'après Klimis 1986).

En ce qui concerne l'atténuation, elle pose le problème pour différentes répartitions de fissures :

- Distribution aléatoire
- Distribution axisymétrique
- Fissures circulaires parallèles

Piau définit une atténuation théorique de référence comme :

$$\bar{\alpha} = \frac{128 \pi^3}{27 V^4} n_0 \langle a^6 \rangle f^4$$

f = fréquence

$n_0$  = nombre de fissures par unité de volume

a = rayon

Le coefficient d'atténuation d'une onde compressionnelle est alors donné par une équation de la forme :

$$\alpha_i = \bar{\alpha} f_i \left( 1 + \frac{16}{3} n_0 \langle a^3 \rangle d_i \right)^{-1/2}$$

$f_i$  et  $d_i$  sont des fonctions du coefficient de Poisson. Ces fonctions diffèrent selon la répartition de fissures adoptée.

Molina (1980, 1981) a appliqué cette théorie au cas d'une roche soumise à un essai de compression simple. Il constate alors que dans un premier temps  $\alpha$  varie comme la puissance quatrième de la fréquence ; cependant lorsque l'on se rapproche de la rupture on constate une dépendance en  $f^3$ . Ainsi le modèle de fissures circulaires semblerait convenir durant la première partie de l'essai, alors que pour des contraintes proches de la rupture, un modèle de Griffith serait mieux adapté pour représenter les fissures.

Le calcul est également effectué afin d'estimer l'atténuation due à la diffraction sur les grains.

Celle-ci est de la forme :  $\alpha_G = \frac{8 \pi^4 S}{9 V^4} D^3 f^4$

D = diamètre du grain

S = paramètre de diffraction lié à l'anisotropie des minéraux

Ce paramètre S est très difficile à évaluer ; il varie entre  $10^{-4}$  et  $10^{-1}$  et la valeur de  $10^{-2}$  est habituellement admise pour les roches.

Cette atténuation est conditionnée par la taille des grains et la longueur d'onde du signal.

La démarche de Piau est toujours effectuée dans le domaine de l'approximation de Rayleigh. Lorsque la longueur d'onde diminue ( $\lambda \leq 2\pi D$ ) on se trouve dans le domaine de diffraction stochastique ou l'onde est soumise à des réflexions - réfractions sur les joints de grains. Dans ce cas l'atténuation varierait comme  $D f^2$ .

### 1-2) Roches étudiées :

Nous avons testé deux granites relativement homogènes et isotropes provenant de deux localités Vosgiennes Senones et Remiremont. Leur composition minéralogique est donnée au chapitre II.

Le granite de Senones a une texture grenue porphyroïde (cristaux de feldspath pouvant atteindre 15 mm ) alors que le granite de Remiremont est grenue (minéraux de l'ordre de 2mm ).

Le granite de Senones est quasi isotrope (Houpert, 1973) alors que le granite de Remiremont présente une fissuration initiale anisotrope (Homand-Etienne, 1985).

Toutes les éprouvettes ont été prélevées suivant une même direction dans un même bloc. Les caractéristiques physiques et mécaniques sont résumées dans le tableau suivant :

	$\gamma_d$ (kN/m <sup>3</sup> )	$\gamma_s$ (kN/m <sup>3</sup> )	n	K (cm <sup>2</sup> )	R <sub>c</sub> (MPa)	E (MPa)	$\nu$
Senones	26,76	26,82	2,2 10 <sup>-3</sup>	4 10 <sup>-6</sup>	154	38 440	0,24
Remiremont	26,22	26,40	4,54 10 <sup>-3</sup>	8 10 <sup>-6</sup>	200	38 400	0,26
	26,30	26,42	6,80 10 <sup>-3</sup>		222	43 100	

Tab. VII : Caractéristiques physiques et mécaniques des deux granites (D'après F. Homand-Etienne, 1985). ( $\gamma_{d,s}$  : masse volumique sèche et saturée ; n : porosité ; K : perméabilité ; R<sub>c</sub> : résistance à la compression ; E : module de Young ;  $\nu$  : coefficient de Poisson.)

### 1-3) Microfissuration thermique :

Le mode opératoire a été le suivant :

- séchage des échantillons dans une étuve à 40 °C
- chauffage des échantillons et retour à la température ambiante dans les fours
- mesure immédiate
- saturation à l'eau sous vide
- mesure des échantillons saturés en immersion

Le traitement thermique adopté est décrit ci-dessous :

- vitesse de montée en température de 50 °C/h
- maintien de la température maximale durant 5 heures

- retour à la température ambiante. Nous avons préféré laisser l'échantillon dans le four jusqu'à un refroidissement complet de celui-ci afin de ne pas imposer à la roche de brusques variations de température. Toutefois, la décroissance de température n'a pu être régulée.

Des essais ont été réalisés aux paliers de température suivants : 40 °C - 200 °C - 400 °C - 500 °C - 600 °C. La température minimale de 40 °C correspondant à l'étuvage, les échantillons de référence seront pris à ce palier.

A chaque mesure le signal est stocké par un ordinateur afin d'être étudié ultérieurement.

#### 1-4) Résultats expérimentaux :

Nous allons dans un premier temps, traiter séparément les informations relatives aux vitesses, modules élastiques, atténuations. Ensuite une synthèse sera réalisée et nous discuterons les théories exposées précédemment, après avoir, bien entendu, relié nos mesures aux résultats d'une analyse d'image.

##### 1-4-1) Vitesses et température :

Les mesures des vitesses en immersion (saturation totale) et des vitesses des ondes de compression et de cisaillement à sec sont résumées dans le tableau suivant :

T °C	SENONES			REMIREMONT		
	Vsat (m/s)	Vp (m/s)	Vs (m/s)	Vsat (m/s)	Vp (m/s)	Vs (m/s)
40	6070	5500	3170	5760	4640	2980
200	5840	4720	2860	5690	4170	2800
400	5490	3630	2290	5400	3380	3420
500	5090	2700	1670	5050	2690	1940
600	4120	1390	890	4090	1570	1150

Tab. VIII : Vitesses dans les granites à différents paliers de température.

Lorsque la température augmente les célérités diminuent du fait de l'apparition (ou du développement) de fissures. Les variations de vitesses sont plus importantes après 400 °C (Fig. 61).

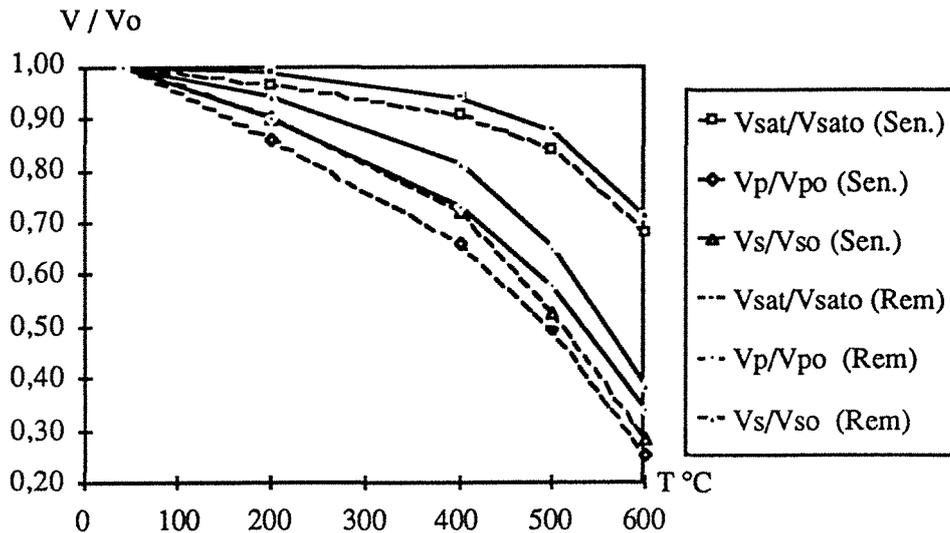


Fig. 61 : Variations des vitesses en fonction de la température. (sat = saturé ; o = initial ; Sen. = Senones ; Rem. = Remiremont).

Lorsque la roche est saturée, ces variations sont beaucoup moins importantes, l'eau jouant un rôle de "rigidificateur" de la structure en envahissant les fissures. Ainsi le degré de fissuration peut être mieux représenté par le rapport des vitesses compressionnelles saturées et à sec, évitant de prendre comme référence le matériau initial qui est lui même fissuré. La figure 62 présentant l'évolution de ce rapport permet de distinguer grossièrement deux phases :

- une première phase où le rapport des vitesses augmente légèrement et régulièrement et ce jusqu'à 400 °C
- une deuxième phase à partir de 500 °C montrant un brutal accroissement de la pente de la courbe.

Le domaine 400 - 500 °C pourrait être une zone de transition. Cependant l'absence de mesure dans cette gamme de température ne permet pas de conclure.

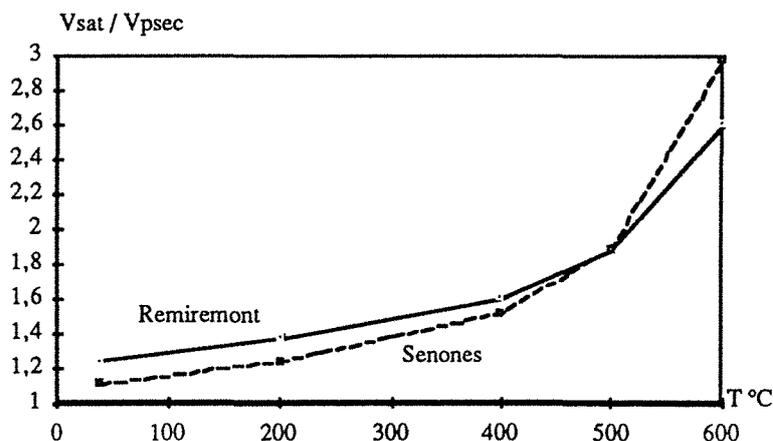


Fig. 62 : Evolution du rapport Vsat/Vpsec avec la température.

Jusqu'à 400 °C, les deux roches se comportent de façon similaire bien que le granite de Remiremont présente des rapports plus élevés que celui de Senones ce qui peut indiquer un degré de fissuration plus élevé. A 500 °C les courbes se croisent puis le granite de Senones évolue beaucoup plus rapidement que le granite de Remiremont.

Le rapport des vitesses des ondes P et S (Fig. 63) diminue de façon continue lorsque la température augmente. Là encore la température de 400 °C semble limiter deux zones de comportement différent. Le point concernant la mesure à 500 °C pour l'échantillon de Senones est vraisemblablement dû à une mesure erronée de Vs. Comme nous le verrons plus loin, ce rapport de vitesse pourrait en première approximation donner une idée d'un paramètre d'atténuation mais également ( et cela de façon plus apparente ) du coefficient de Poisson, les deux étant plus ou moins liés.

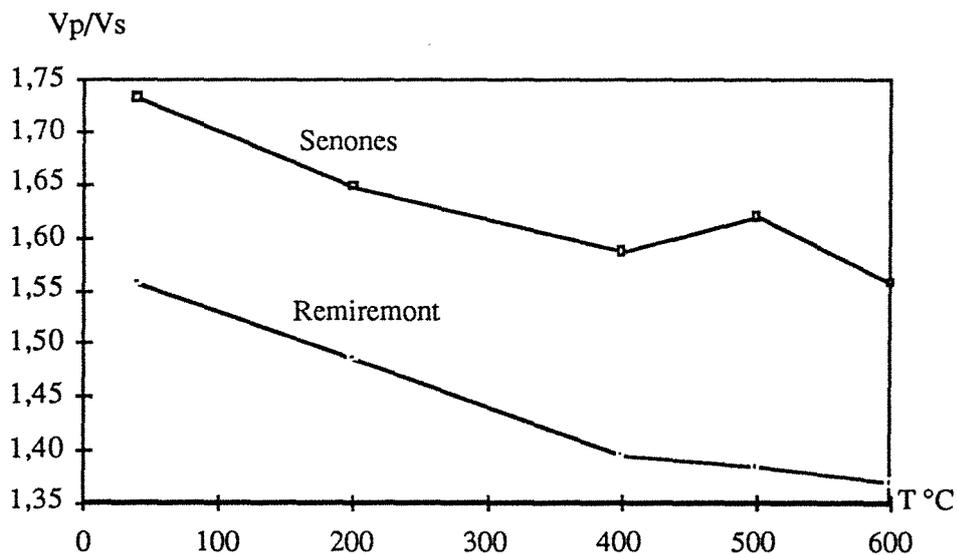


Fig. 63 : Evolution du rapport Vp/Vs avec la température.

Sans avoir fait de mesure directe de fissuration, les résultats exposés permettent d'avoir une idée sur l'état de fissuration des deux roches et leur évolution.

La roche possédant des petits cristaux (Remiremont) apparaît légèrement plus microfissurée au départ et ce jusqu'à environ 500 °C. Cette phase représenterait l'ouverture des microfissures existantes. Après 500 °C le brusque changement intervenant dans les célérités pourrait correspondre à la création d'un réseau de microfissures. Ces hypothèses seront discutées grâce aux informations apportées par l'analyse d'image.

#### 1-4-2) Modules dynamiques - Notion d'endommagement :

En élasticité, on peut écrire la loi de comportement d'un matériau endommagé sous la forme :

$$\sigma = C (1 - D) \varepsilon \quad (\text{Berthaud, 1988})$$

D étant une variable scalaire d'endommagement ( $0 \leq D \leq 1$ ).

Tenant compte de cela, les vitesses de propagation des ondes P et S peuvent s'écrire :

$$V_p = \sqrt{\frac{1}{\rho} \frac{E_0 (1 - D) (1 - \nu_0)}{(1 + \nu_0) (1 - 2\nu_0)}}$$

$$V_s = \sqrt{\frac{1}{\rho} \frac{E_0 (1 - D)}{2 (1 + \nu_0)}}$$

La variable D pourra être déterminée à partir de la variation du module d'élasticité :  $D = 1 - \frac{E}{E_0}$  avec  $E_0$  = module initial.

Le tableau IX résume les valeurs obtenues pour les deux matériaux à différentes températures :

T°C	SENONES				REMIREMONT			
	E (MPa)	$\nu$	D	$\eta_f$ %	E (MPa)	$\nu$	D	$\eta_f$ %
40	67 230	0,25	0	0,026	53 240	0,15	0	0,063
200	52 650	0,21	0,22	0,066	44 630	0,09	0,16	0,095
400	32 630	0,17	0,51	0,17	29 510	-0,03	0,45	0,16
500	17 640	0,19	0,74	0,41	18 980	-0,05	0,64	0,35
600	4 850	0,15	0,93	1,16	6 290	-0,08	0,88	1,17

Tab. IX : Modules élastiques dynamiques, endommagement et porosité de fissure des deux granites à différents paliers de température.

L'augmentation de la porosité de fissure ( $\eta_f$ ) déterminée par des essais de compressibilité est responsable d'un accroissement très important de la variable d'endommagement.

On constate que le coefficient de Poisson du granite de Remiremont devient négatif. De tels coefficients se retrouvent dans la littérature : cela serait dû à des contraintes résiduelles induites pendant le refroidissement du matériau (Ingles et al., 1973 ; Homand-Etienne, 1985). Ce phénomène ne s'observe pas avec le granite de Senones ; ceci pourrait être lié à la taille des grains, mais aussi à la minéralogie, le granite de Remiremont contenant plus de quartz (dilatation thermique quatre fois supérieure à celle du feldspath). Cependant le coefficient de Poisson du granite de Senones diminue très sensiblement.

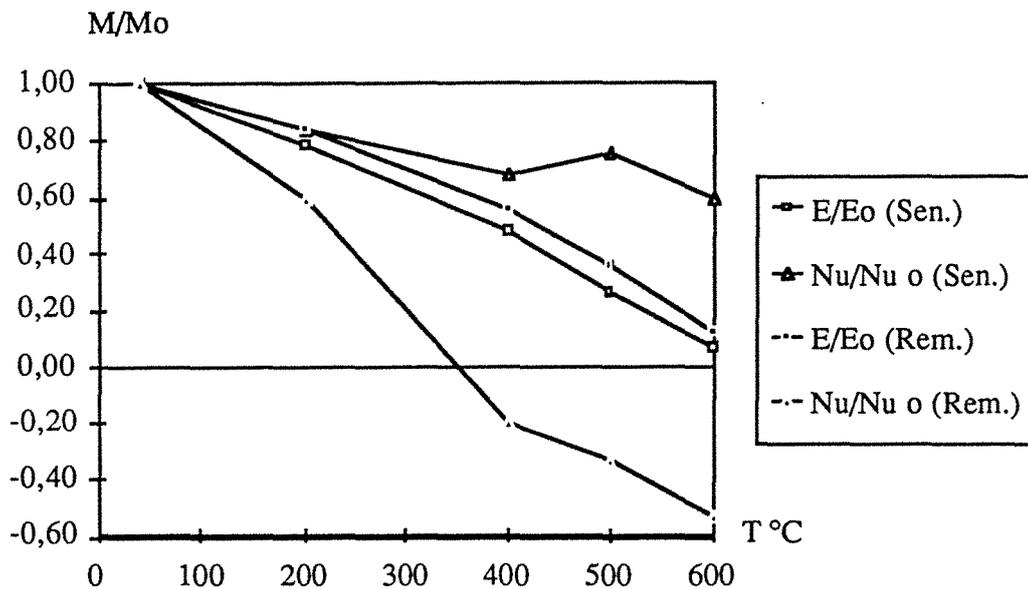


Fig. 64 : Variations des modules élastiques dynamiques.

La figure 64 montre les variations des modules dynamiques avec l'endommagement thermique. Les modules de Young des deux roches évoluent de façon similaire, bien que les variations relatives au granite de Senones soient toujours légèrement plus importantes.

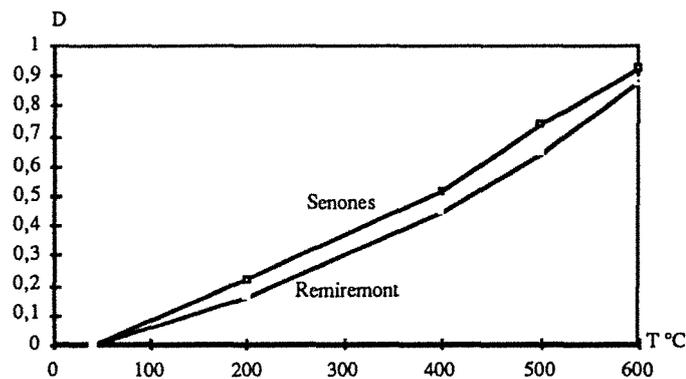


Fig. 65 : Evolution du paramètre d'endommagement D en fonction du traitement thermique.

Le paramètre d'endommagement augmente régulièrement. La transition des 400 °C est ici difficilement visible. Les valeurs de D obtenues à 600 °C sont très élevées témoignant de l'état critique de détérioration des matériaux.

#### 1-4-3) Atténuation et fissuration :

Comme nous l'avons vu dans les rappels théoriques, l'atténuation d'une onde est en étroite relation avec la longueur d'onde et la dimension des fissures.

La figure 66 montre l'évolution des spectres de fréquence recueillis pour chaque roche aux différents paliers de température. On observe un très net décalage de la fréquence centrale vers les basses fréquences lorsque la température de fissuration augmente, indiquant ainsi une importante atténuation du signal. Il est cependant curieux d'observer, dans certains cas, une augmentation de l'amplitude du spectre fréquentiel.

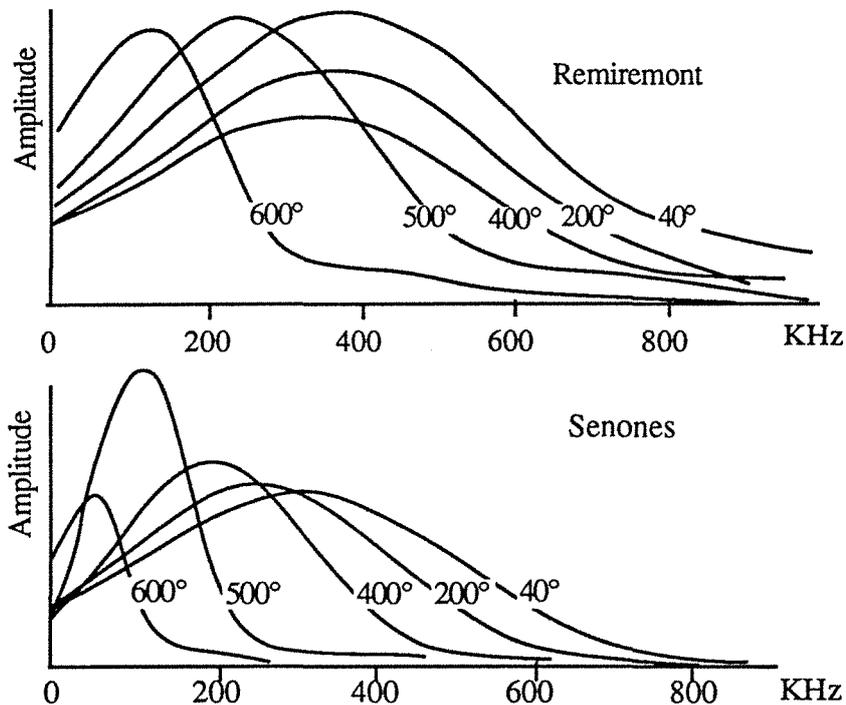


Fig. 66: Allure des spectres fréquentiels à différents paliers de température.

A ce stade plusieurs remarques liées au mode opératoire choisi doivent être faites :

Nous devons tout d'abord signaler que plusieurs incidents survenus lors de la phase de chauffage ne nous permettent pas d'affirmer que les vitesses de montée en température ont été respectées, notamment à haute température.

Le problème de la présence et de l'influence de traces d'eau dans la roche est également soulevé Johnston et Toksöz (1980) ont mis en évidence le rôle de l'eau adsorbée : l'élimination de cette pellicule d'eau sur la paroi des microfissures a pour effet une diminution de l'atténuation du signal. Le fait que nos échantillons soient restés en atmosphère libre après chauffage jusqu'à la mesure peut laisser un doute quant à la reprise d'eau par la roche. Une solution aurait été de garder les éprouvettes en atmosphère sèche dans un dessiccateur ; les raisons suivantes ont fait que nous n'avons pas opté pour cette méthode :

- Nous voulions tout d'abord éviter à la roche un brusque refroidissement. La seule solution pour cela était d'attendre le retour du four à la température normale.

- Les mesures sont comparées à celles effectuées sur des échantillons témoins. Or ceux-ci n'ayant subi qu'un étuvage à 40 °C ne doivent pas être exempt d'eau adsorbée.

Le tableau suivant rassemble les valeurs calculées sur les deux roches aux cinq paliers de température :

T °C	SENONES				REMIREMONT			
	Q <sub>w</sub>	Q <sub>sec</sub>	10 <sup>6</sup> /QV <sub>w</sub>	10 <sup>6</sup> /QV <sub>sec</sub>	Q <sub>w</sub>	Q <sub>sec</sub>	10 <sup>6</sup> /QV <sub>w</sub>	10 <sup>6</sup> /QV <sub>sec</sub>
40	17	14,5	9,5	11,7	21	21,5	8,2	9,9
200	15,5	12	11,1	17,3	21	23	8,4	10,5
400	14,5	11	12,5	24,3	20,5	24	9,1	12,1
500	14	9	14,2	40,2	19	23	10,6	16,2
600	7	8	35,3	87,5	12	21	20,6	30,1

Tab. X : Paramètres d'atténuation des deux granites en fonction de la température de fissuration.

Le facteur de qualité ne semble pas a priori évoluer énormément avec la température de fissuration surtout dans le cas du granite de Remiremont. Son évolution est plus appréciable avec le granite de Senones.

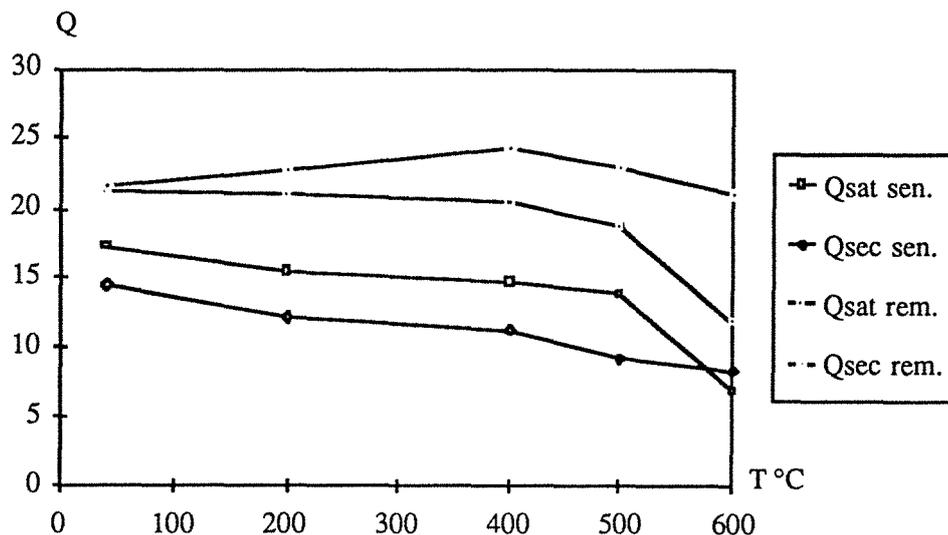


Fig. 67 : Evolution des facteurs de qualité.

A saturation totale, il diminue légèrement puis chute brutalement après 500 °C (fig. 67).

Les résultats des mesures à "sec" sont moins évidents. En ce qui concerne le granite de Senones on observe une diminution progressive du paramètre Q jusqu'à 600 °C. Par contre, le facteur de qualité du granite de Remiremont augmente jusqu'à 400 °C puis diminue jusqu'à 600 °C. Cette variation nous pose un problème d'interprétation : pourrait-elle être expliquée par le problème de l'eau adsorbée

soulevé plus haut ? On peut penser que la perte progressive d'eau adsorbée, jusqu'à 400 °C provoquant l'élévation de Q, puis l'augmentation de la fissuration inverse ce phénomène. Cela laisserait entendre qu'il n'y a pas de reprise d'eau par l'échantillon après chauffage. On peut se demander pourquoi ce phénomène n'apparaît pas avec l'échantillon de Senones. En supposant l'hygrométrie ambiante constante durant toute les mesures, il faudrait voir là l'influence de la taille des cristaux des deux roches. L'influence de la minéralogie est également envisageable. Ce comportement "anormal" de Q correspond à l'évolution négative du coefficient de Poisson.

Des deux granites, celui de Senones apparaît toujours comme le plus atténuant. A saturation totale son facteur de qualité devient supérieur au Qsec. Le granite de Remiremont se distingue par un Qsat inférieur au Qsec ; cela pourrait indiquer que toute les fissures ne sont pas entièrement saturées. Les échantillons témoins montrent des valeurs similaires pour le granite de Remiremont alors qu'elles sont différentes pour le granite de Senones. Là encore le nombre de fissures accessibles à l'eau et leur taux de saturation peut être mis en cause.

Comme nous le voyons, la première analyse des variations des facteurs de qualité est loin d'être évidente. Nous avons donc cherché un autre paramètre quantifiant l'atténuation et suivant la démarche de Tarif (1986) nous avons adopté l'inverse du produit facteur de qualité vitesse :  $\frac{10^6}{QV}$ . Le facteur  $10^6$  a seulement pour but de mettre les résultats sous une forme plus simple. Ce paramètre sera noté A et appelé facteur d'atténuation (à distinguer du coefficient d'atténuation  $\alpha = \frac{\pi f}{QV}$ ). La figure 68 montre l'évolution de A pour les deux roches étudiées et pour un état sec et saturé.

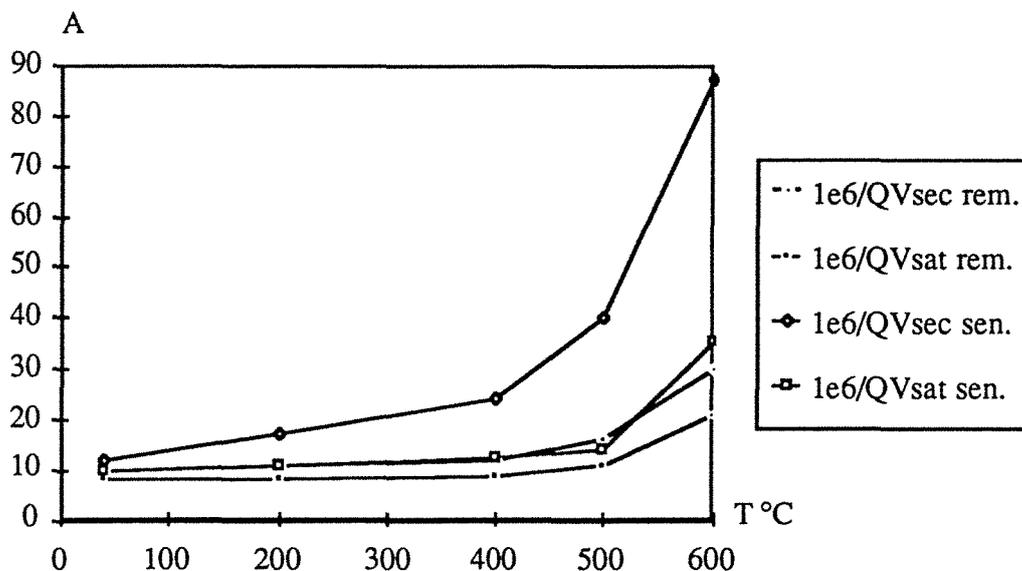


Fig. 68 : Evolution du facteur d'atténuation.

L'atténuation croît bien avec la température, c'est à dire avec le degré de fissuration ; une augmentation brutale de ce phénomène se produit vers 400 - 500 °C. Les échantillons saturés se montrent toujours moins atténuants que les échantillons secs, néanmoins cette différence est moins importante pour le granite de Remiremont. Des deux granites, celui de Senones semble le plus atténuant.

La température de fissuration a beaucoup plus d'influence sur le matériau de Senones que sur celui de Remiremont (Fig. 69).

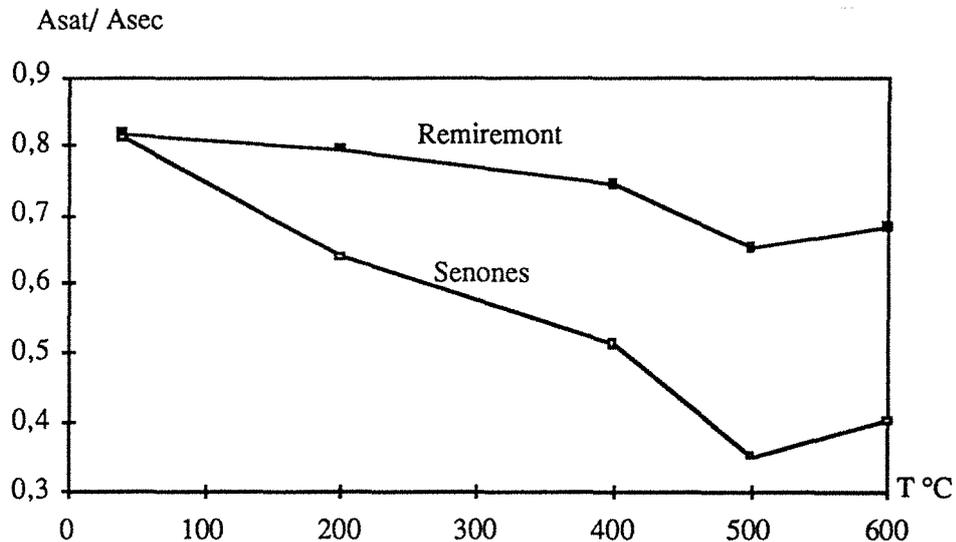


Fig. 69 : Variation du rapport des facteurs d'atténuation saturés et secs.

Les figures 70 et 71 donnent le facteur de qualité et le facteur d'atténuation en fonction de la fréquence centrale mesurée. Le facteur Q montre une tendance croissante lorsque la fréquence augmente. Dans le cas saturé, la relation liant Q à f semble du type linéaire :

$$Q = 1,22 + 46,6 \cdot 10^3 f \quad (\text{corrélation } r = 0,97).$$

Cependant si on positionne sur un graphique les valeurs obtenues à sec, on obtient un nuage de point bien trop dispersé pour que l'on puisse calculer une équation. Le facteur d'atténuation présente une décroissance en  $f^{-m}$  avec  $m = 1,20$  donnant un coefficient de corrélation de 0,99. Si on considère séparément les degrés de saturation de la roche on obtient  $m = 1,31$  ( $r = 0,97$ ) pour l'état saturé et  $m = 1,19$  ( $r = 0,99$ ) pour l'état sec.

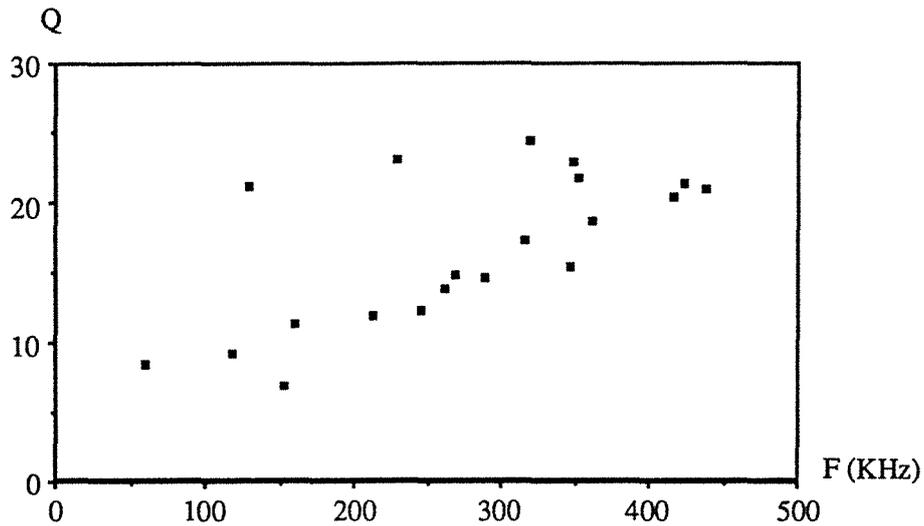


Fig. 70 : Facteur de qualité et fréquence.

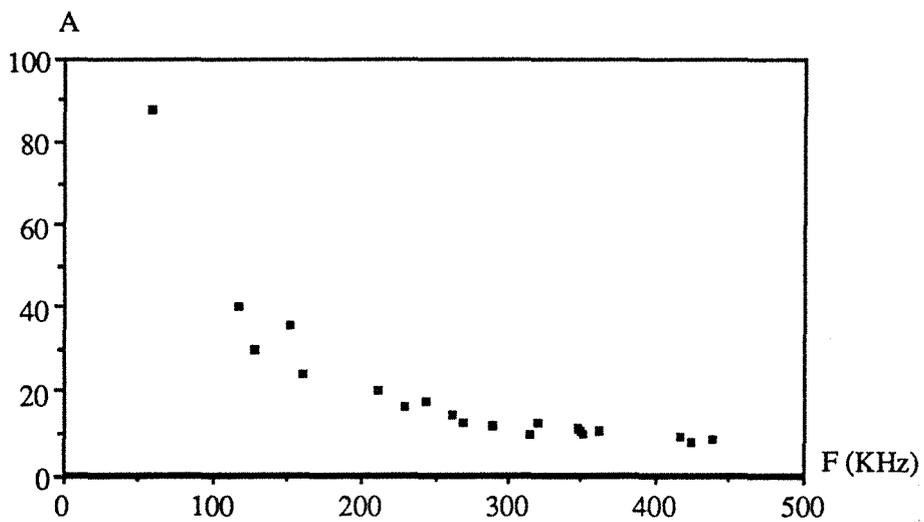


Fig. 71 : Facteur d'atténuation et fréquence.

#### 1-4-4) Introduction des résultats de l'analyse d'image :

Une étude de la fissuration par digitalisation d'image a été réalisée sur ces matériaux aux paliers de température étudiés ( F. Homand-Etienne 1985 ). Les paramètres suivants ont été déterminés :

- longueur et largeur des fissures
- type de fissure ( inter- ou intracristalline )

- densité de fissuration
- porosité de fissure

Les tableaux suivants résument différents paramètres. Il faut noter que les valeurs aberrantes relatives au granite de Senones à 200 °C doivent être imputées à un mauvais échantillonnage.

T °C	REMIREMONT				SENONES			
	Long. a	Larg. b	b/a 10 <sup>-3</sup>	N (mm <sup>-2</sup> )	Long. a	Larg. b	b/a 10 <sup>-3</sup>	N (mm <sup>-2</sup> )
40	107	0,11	1,1	30	242	0,127	0,52	6,7
200	112	0,19	1,7	34	340	0,22	0,67	6,4
400	100	0,17	1,75	40	186	0,62	3,3	14,2
500	90	0,47	5,3	51	171	0,87	5	17
600	113	1,4	13	49	196	3	15	18

Tab. XI : Paramètres relatifs au fissures. ( N = nombre de fissures par unité de surface )(Homand-Etienne, 1985).

En ce qui concerne les longueurs de fissures on note qu'elles ne dépendent que de la dimension et de la forme des cristaux de la roche à l'état initial (Fig. 72).

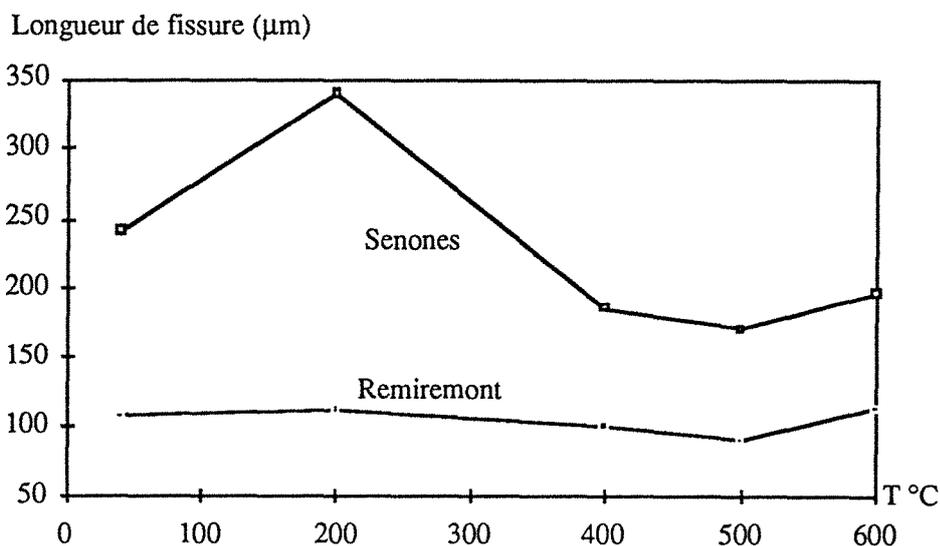


Fig. 72 : Evolution de la longueur des microfissures avec la température.

Par contre la largeur augmente avec la température (Fig. 73), les fissures intracristallines étant toujours moins ouvertes que les fissures intercristallines. On note une croissance très importante à partir de 500 °C.

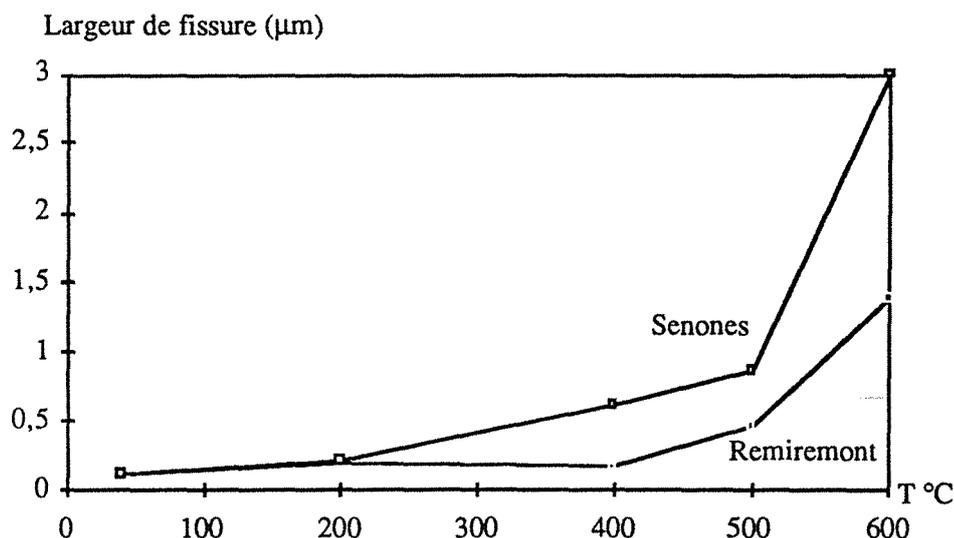


Fig. 73 : Evolution de la largeur des microfissures avec la température.

Etant donné le peu de variation de la longueur, le paramètre de forme évolue comme la largeur des fissures.

Si on considère la densité de fissuration (Fig. 74), on constate que le granite de Remiremont est moins sensible à la fissuration thermique que le granite de Senones. Ajoutons également que la roche qui a le grain le plus fin est plus microfissurée au départ.

Pour la roche de Remiremont, il y a une domination des fissures intercrystallines, la taille des cristaux étant relativement petite. La fissuration intracrystalline n'augmente qu'après 400 °C.

Dans le cas des échantillons de Senones jusqu'à 500 °C on a essentiellement des fissures intercrystallines puis la fissuration intracrystalline prend le dessus.

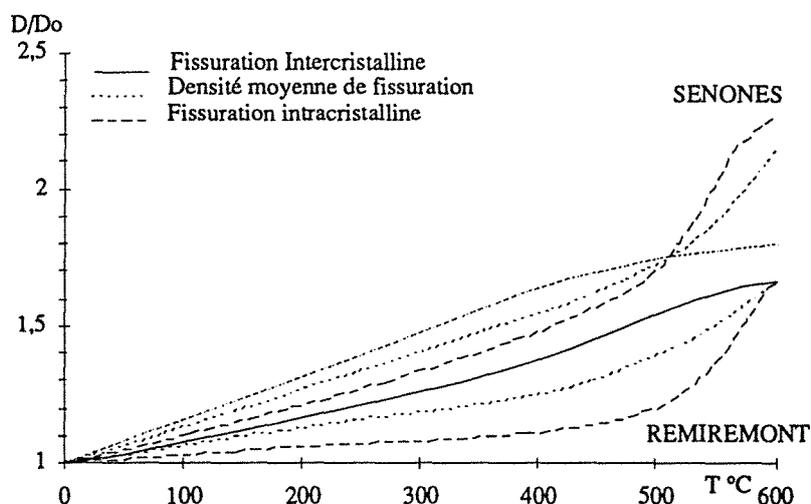


Fig. 74 : Evolution de la densité de microfissuration avec la température (D'après F. Homand-Etienne, 1985).

Nous n'aborderons pas le problème de la porosité de fissure qui fait appel à différents modèles théoriques. Notons simplement qu'un modèle de fissures elliptiques semble bien adapté aux fissures intracristallines alors que le modèle de tubes cylindriques correspondrait mieux aux fissures intercristallines. Il y a accélération de l'augmentation de porosité vers 500 °C.

1-4-5) Tentatives de corrélations :

On constate donc que le brusque changement intervenant dans les mesures ultrasoniques vers 400 - 500 °C correspond à une évolution importante du réseau de microfissures.

Etant donné le peu d'influence de la température sur la longueur des fissures nous allons comparer l'évolution du rapport  $V_{sat}/V_p$  et du facteur d'atténuation avec l'évolution de la largeur des fissures (Fig. 75 - 76). Il apparaît que l'augmentation du rapport des vitesses correspond à une ouverture des microfissures. Les remarques effectuées à partir de ce rapport s'avèrent donc justifiées.

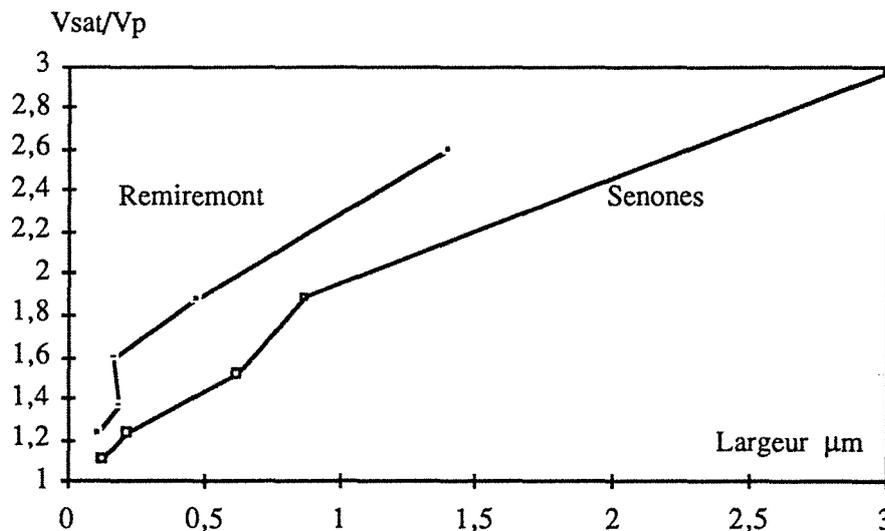


Fig. 75 : Evolution du rapport  $V_{sat}/V_p$  en fonction de la largeur des fissures.

Le facteur d'atténuation augmente également avec l'ouverture des microfissures. Son évolution pourrait sembler linéaire, hormis quelques points sur la courbe Senones qui pourraient correspondre à des mesures douteuses.

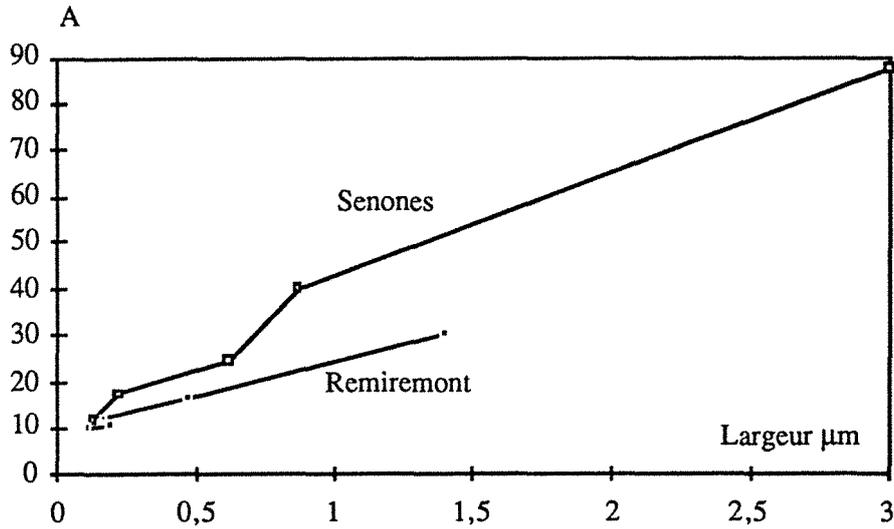


Fig. 76 : Evolution du facteur d'atténuation en fonction de la largeur des fissures.

Ces résultats bien qu'encourageants ne permettent pas d'utiliser les mesures ultrasoniques pour quantifier la fissuration. Il faut tenir compte du fait que l'atténuation dépend de la fissuration mais également d'un grand nombre de paramètres dont les caractéristiques minéralogiques de la roche (dimensions et natures des cristaux).

Nous étudierons donc les variations de vitesses et d'atténuation en fonction du rapport de la longueur d'onde sur l'épaisseur de la fissure ( $\lambda / e$ ). L'intérêt de ce paramètre sera discuté plus loin.

La figure 77 donne l'évolution de  $V_{sat}/V_p$  en fonction de  $\lambda / e$ .

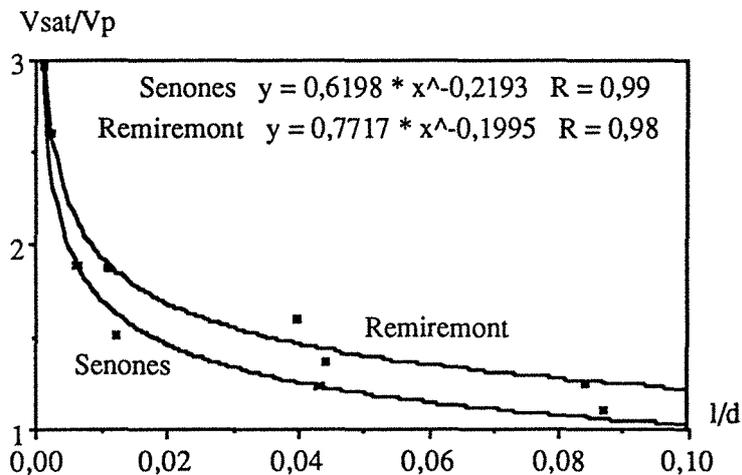


Fig. 77 : Evolution du rapport des vitesses en fonction du paramètre  $\lambda / e$ .

Il apparaît une très nette décroissance qui se stabilise quand  $\lambda / e$  tend vers "l'infini". On peut ajuster une courbe de la forme  $\frac{V_{sat}}{V_p} = a \left(\frac{\lambda}{e}\right)^{-m}$  avec  $0,62 < a < 0,77$  et  $0,19 < m < 0,22$ .

De même, une figure similaire (Fig. 78) est obtenue avec le facteur d'atténuation.

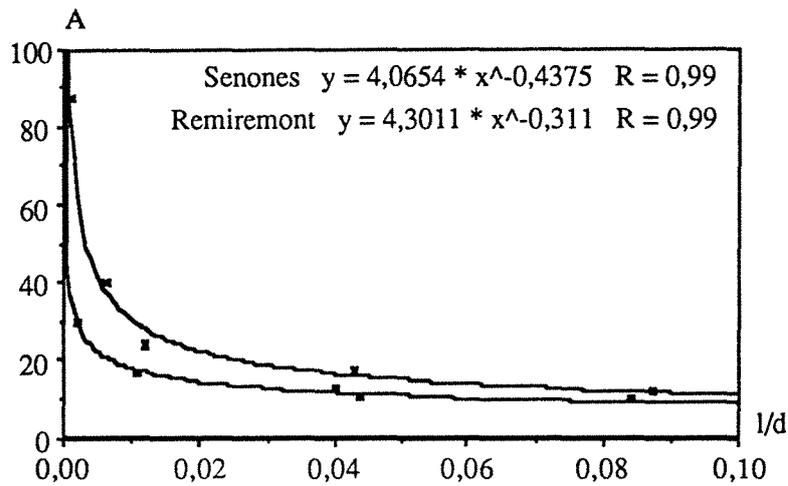


Fig. 78 : Variation du facteur d'atténuation avec le paramètre  $\lambda / e$ .

Là encore, on a des courbes de la forme  $A = b \left(\frac{\lambda}{e}\right)^{-n}$  avec  $4,06 < b < 4,30$  et  $0,31 < n < 0,44$ . Pour toutes ces courbes les coefficients de corrélation sont de 0,98 à 0,99.

Cette représentation nous permet de constater une forte diminution de l'atténuation, puis une stabilisation quand  $\lambda / e$  augmente. Ceci nous amène à poser une question : pourquoi l'atténuation n'est-elle pas proportionnelle à  $\lambda / e$  ? On pourrait peut être voir là l'influence de deux grands phénomènes : l'un, provoquant une variation importante de l'atténuation, pourrait être dû à des pertes par diffraction sur les microfissures alors que l'autre ferait intervenir des mécanismes comme le frottement grain à grain.

Il semble que l'étude de la propagation d'ultrasons dans une roche permette de contrôler l'évolution d'un champs de microfissures puisque les paramètres du signal sont corrélés avec l'ouverture des fissures.

## 1-5) DISCUSSION DES THEORIES PRESENTEES :

### 1-5-1) Vitesse et fissuration

Les théories présentées par Budiansky et al. paraissent intéressantes puisqu'elles aboutissent à des représentation graphiques pouvant servir d'abaques d'estimation du degré de fissuration (Fig. 79). Pour confronter nos résultats à ce modèle nous avons été amenés à adapter ces calculs à notre problème. En effet ces auteurs font tous les calculs avec un coefficient de Poisson constant

( $\nu = 0,25$ ). Nos essais donnant des valeurs parfois très différentes de 0,25 les calculs ont été repris en faisant varier  $\nu$ . Par contre afin de ne pas trop compliquer les représentations graphiques, nous n'avons considéré que l'état "sec".

Dans un premier temps nous avons gardé les paramètres utilisés dans le modèle initial, aboutissant ainsi à la figure présentée ci-dessous.

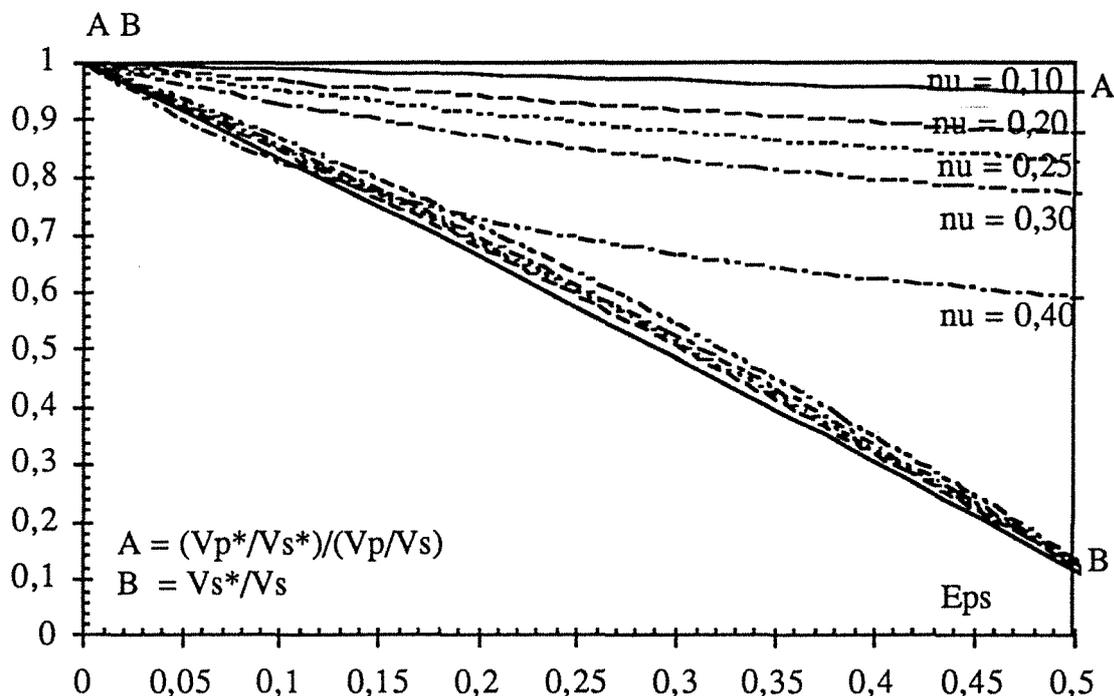


Fig. 79 : Evolution des rapports de vitesse utilisés par Budiansky avec la densité de fissuration

Cependant nos expériences montrent qu'il n'est pas toujours évident de mesurer avec exactitude la vitesse d'une onde de cisaillement. Aussi, avons nous adopté une autre représentation donnant séparément les rapports des vitesses compressionnelles et cisailantes en fonction d'une densité de fissuration et ce, pour différentes valeurs du coefficient de Poisson (Fig. 80).

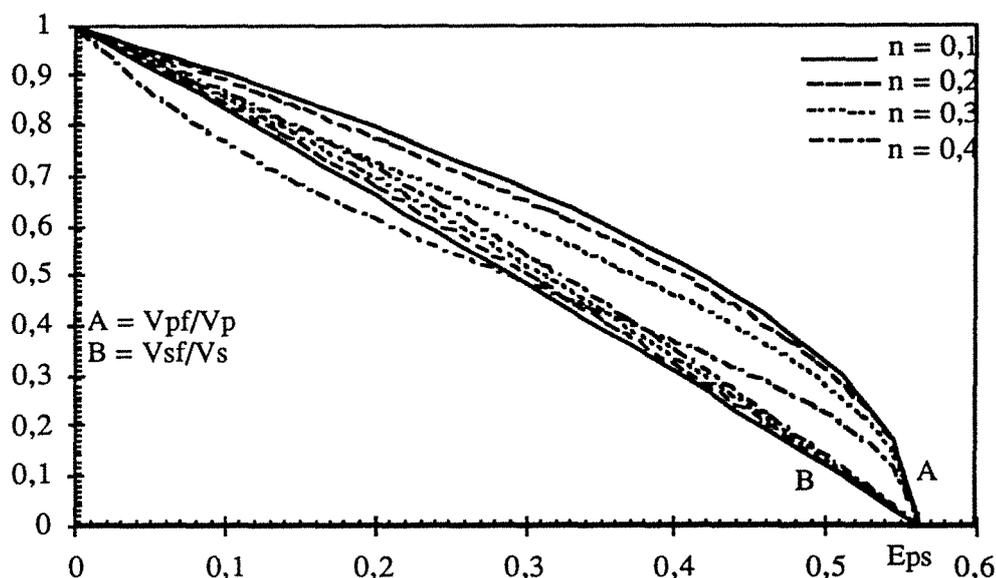


Fig. 80 : Evolution des rapports de vitesses d'ondes P et S en fonction de la densité de fissuration.

Nos points expérimentaux reportés dans un tel diagramme donnent les résultats suivants :

T °C	$\epsilon$ Remiremont	$\epsilon$ Senones
40	0	0
200	0,096	0,117
400	0,242	0,272
500	0,353	0,386
600	0,49	0,519

Tab. XII : Densité de fissuration calculée.

En toute rigueur, il faudrait faire intervenir dans ces calculs la vitesse dans la roche équivalente non fissurée, ce qui revient à calculer la vitesse dans la roche à partir de sa composition minéralogique. Cette démarche n'est pas sans rappeler l'indice de continuité de Fourmaintraux et al.. Cette détermination nous paraît bien adaptée pour des roches de minéralogie peu variée (calcaires, grès) ; cependant dans le cas de roches polycristallines, une telle approximation peut s'avérer erronée. En effet, la plupart des minéraux présentent des anisotropies de vitesse du fait de leur symétrie. Ces remarques s'appliquent également aux modules élastiques.

Aussi avons nous adopté comme vitesse de référence la vitesse déterminée dans les échantillons témoins, ceux-ci contenant un certain nombre de fissures "naturelles". Nous déterminons donc plutôt une variation de densité de fissuration.

Ces résultats doivent être nuancés car le modèle présenté s'appuie sur l'existence de fissures de géométrie circulaire.

### 1-5-2) Diffraction sur les grains :

A partir des mesures réalisées avant d'effectuer la fissuration de nos échantillons, nous avons tenté de visualiser la partie de l'atténuation due à la diffraction sur les grains.

La figure 81 donne l'allure du facteur de qualité théorique en fonction de  $\lambda / \varnothing$  ( $\lambda$  = longueur d'onde ;  $\varnothing$  = diamètre des grains ).

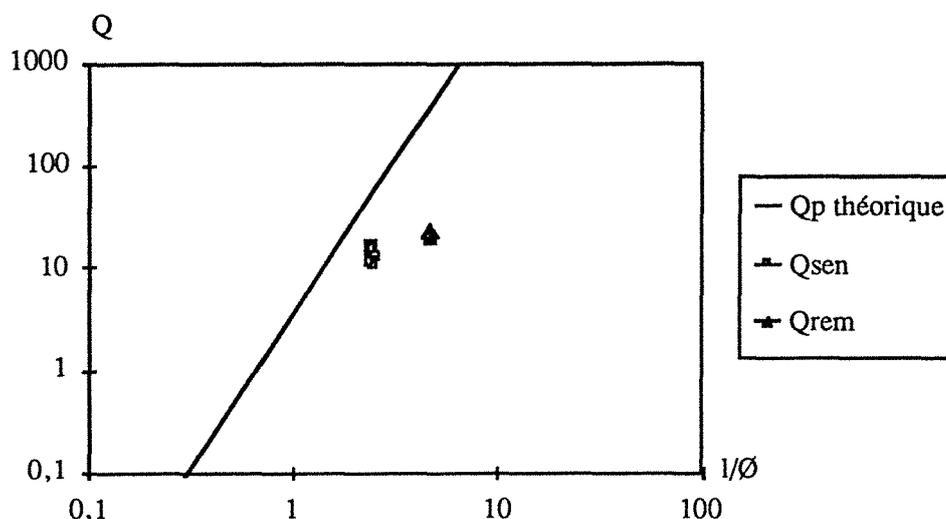


Fig. 81 : Atténuation théorique due à la diffraction sur les grains.

Sur ce schéma, nos points de mesure ont été reportés. Nous constatons que nos valeurs sont toujours inférieures à la théorie. Cette divergence peut avoir plusieurs explications :

- Nos essais ne vérifient pas toujours l'approximation de Rayleigh puisque bien souvent on a  $1 < \lambda / \varnothing \leq 10$ . La théorie de M. Piau ne s'applique plus dans ce domaine.

- On peut également penser que la fissuration existant avant le traitement thermique de la roche, doit apporter sa contribution à l'atténuation du signal.

### 1-5-3) Atténuation et fissuration :

Nous avons tenté de confronter nos résultats expérimentaux au modèle théorique proposé par Piau (1978 - 1979 - 1983). Pour des fissures réparties uniformément dans la roche l'atténuation est donnée par la relation suivante :

$$\alpha = \frac{2\pi}{9} n_0 k_6^4 a_6 f_m(\sigma)$$

$\sigma$  représente le rapport des deux nombres d'onde associés aux ondes P et S. Il peut être relié au coefficient de Poisson :  $\sigma^2 = \frac{1 - 2\nu}{2(1 - \nu)}$

$f_m(\sigma)$  est une fonction de  $\sigma$  :

$$f_m(\sigma) = f_1 \left[ 1 - \frac{8\sigma^2}{3} + \frac{32\sigma^4}{15} \right] + \frac{8\sigma^2 h_1}{15}$$

Les fonctions  $f_1$  et  $h_1$  sont définies ci-dessous :

$$f_1 = \frac{4}{3\pi^2 (1 - \sigma^2)^2} \left[ \frac{8}{5} - \frac{2}{\sigma^2} + \frac{3}{4\sigma^4} + \frac{2}{5\sigma^5} \right]$$

$$h_1 = \frac{32}{3\pi^2 (3 - 2\sigma^2)^2 5\sigma^3} (3 + 2\sigma^5)$$

Comme nous le voyons figure 82, il y a une très grande différence entre nos résultats et la théorie.

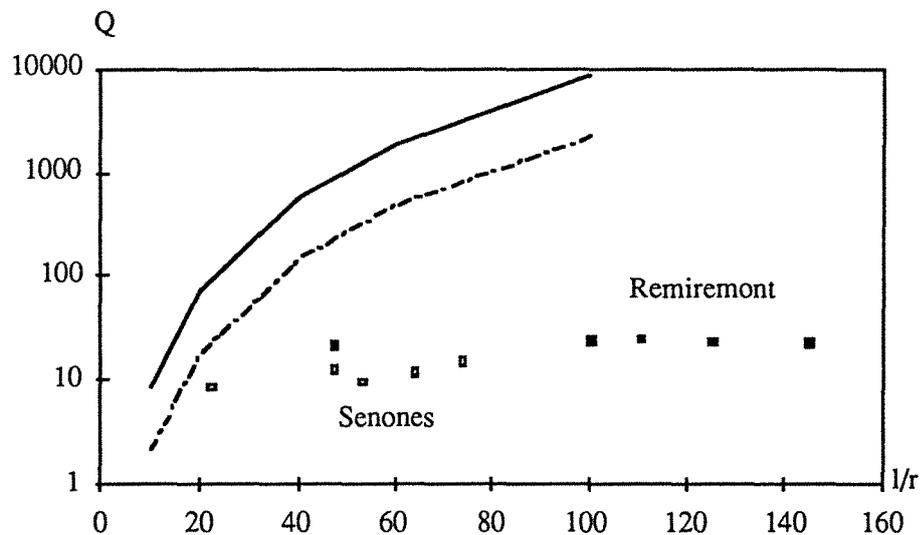


Fig. 82 : Confrontation des résultats expérimentaux à la théorie.

La condition de Rayleigh est respectée vis à vis des fissures. Cependant, nous pensons que la concentration de fissures peut être telle que des diffractions multiples se produisent.

Il est probable que des mécanismes autres que la diffraction sur les microfissures interviennent dans nos mesures. Nous avons déjà signalé le fait que nous étions en régime de diffraction stochastique vis à vis des grains.

La présence probable de traces d'eau pourrait également favoriser le frottement grain à grain. Certains auteurs font appel à ce mécanisme de friction pour expliquer une partie de l'atténuation (Johnston et al. 1980).

## 1-6) CONCLUSION :

L'étude des caractéristiques des ondes ultrasoniques après leur parcours dans un milieu fissuré permet d'acquérir des renseignements sur celui-ci. Bien que cela n'apparaisse pas dans ce chapitre, il est possible de déterminer une orientation du champ fissural dans le cas où les fissures ne sont pas orientées aléatoirement (essai en compression).

Les densités de fissuration que nous avons obtenues, ne sont que relatives puisque la roche "intacte" est prise comme référence.

Il semblerait que le facteur d'atténuation soit bien corrélé à la forme des fissures. Cependant, les équations proposées ne s'appliquent a priori qu'aux roches étudiées dans nos conditions d'essai.

Les théories présentées aident à comprendre différents phénomènes, mais ne s'appliquent que partiellement à nos essais, puisqu'elles ne peuvent prendre en considération tous les mécanismes intervenants. De plus, le réseau fissural expérimental présente des géométries diverses pouvant s'éloigner considérablement des géométries adoptées dans les modèles. Du fait du système expérimental utilisé, plusieurs mécanismes interviennent lors de la propagation de l'onde et il nous est difficile de quantifier l'apport de chacun.

## 2) PROPAGATION D'ULTRASONS DANS UN MILIEU ANISOTROPE FISSURE :

### 2-1) Etude des vitesses :



Cette étude à portée sur la propagation d'ultrasons à travers des schistes fissurés thermiquement.

L'étude des vitesses des ondes ultrasoniques montre immédiatement l'effet du traitement thermique. Celui-ci se fait essentiellement sentir lorsque le signal est émis perpendiculairement aux plans de schistosité. Les vitesses mesurées selon les différentes directions montrent une bonne homogénéité des résultats (Tab.XIII).

Température °C	Direction 1		Direction 2	
	Vp m/s	C.V. %	Vp m/s	C.V. %
50	4660	1,6	6750	4
150	3460	0,6	6610	0,4
250	2920	2,8	6620	1,1

Tab. XIII : Vitesses des ondes P en fonction de la température de fissuration (C.V. : coefficient de variation).

Le traitement thermique crée l'ouverture de fissures dans le plan de schistosité provoquant une forte diminution (jusqu'à 50%) de la vitesse des ondes compressionnelles dans la direction 1, mais n'affectant pas ou peu les signaux dans les deux autres directions (Fig.83).

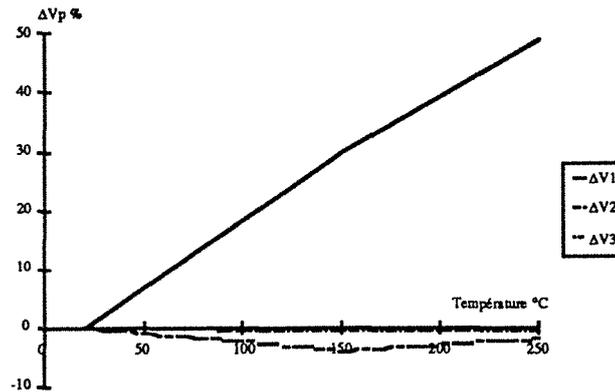


Fig. 83 : Variation des vitesses d'ondes P en fonction de la température de fissuration (1 : direction perpendiculaire à la schistosité).

Les températures atteintes ne nous ont pas permis d'observer une stabilisation de la célérité.

Le degré d'anisotropie, calculé à partir des vitesses mesurées selon deux directions, augmente de façon importante (27% à température ambiante ; plus de 55% à 250°C). A partir de 150°C cette variation semble être moindre (48% pour 150°C) indiquant un ralentissement de la fissuration (Fig.84).

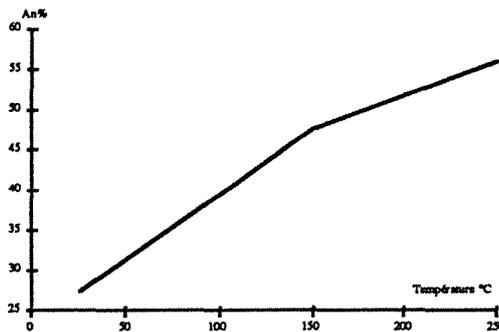


Fig. 84 : Evolution de l'anisotropie avec la température de fissuration.

## 2-2) Modules :

Les mesures effectuées sur échantillons cubiques ne nous permettent pas de déterminer les modules de Young et coefficients de Poisson d'un tel matériau. Néanmoins nous avons accès à quatre composantes de la matrice de raideur (Cf Chap.IV). Les valeurs calculées sont résumées dans le tableau suivant :

Température °C	C11	C33	C44	C66
25	123 360	59 970	16 010	49 320
150	117 720	30 440	20 360	52 750
250	110 760	14 580	16 620	54 800

Tab. XIV: Détermination de quelques composantes de la matrice de raideur pour diverses températures.

Parmi ces quatre paramètres C33 est celui qui présente l'évolution la plus importante (Fig.85). En effet, il subit une diminution pouvant avoisiner 75% lorsque le traitement thermique a été de 250°C.

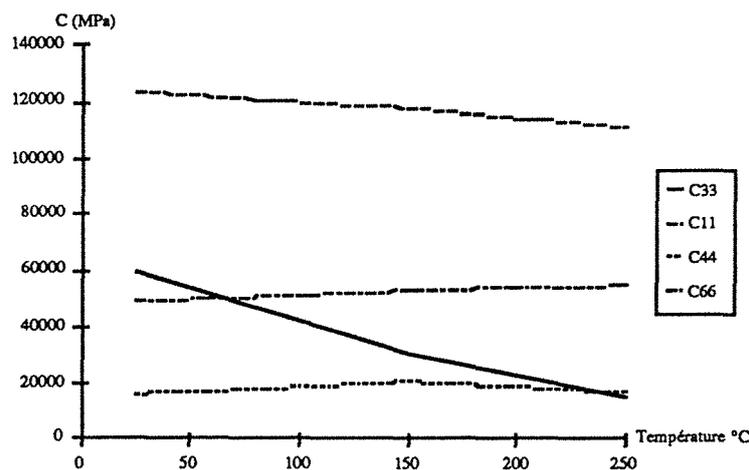


Fig. 85 : Evolution de quelques composantes de la matrice de raideur avec la température.

Les autres paramètres ne montrent pas de changements radicaux. On peut noter une légère diminution de C11 (10%) et une augmentation (environ 10%) de C66 et C44.

Nous avons également calculé un pseudomodule de Young avec les formulations utilisées en milieu isotrope. Son évolution a alors été étudiée à partir d'un paramètre D défini comme :

$$D = 1 - \frac{E}{E_0}$$

Il apparaît alors une augmentation rapide et continue de D lorsque la température (donc le degré de fissuration) augmente, pour avoisiner 0,6 à 250°C, trahissant un endommagement important du matériau. Cet accroissement de D coïncide avec une augmentation de la porosité de fissure déterminée lors d'un essai de compressibilité (Fig.86).

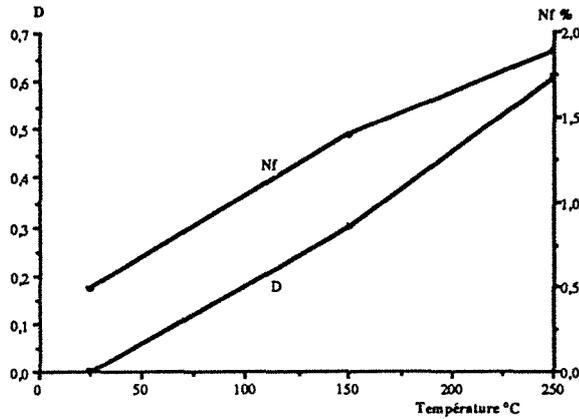


Fig. 86 : Influence de la température de fissuration sur la variable D et sur la porosité de fissure.

### 2-3) Atténuation :

L'acquisition des signaux ayant été réalisée, nous avons calculé l'atténuation. Très rapidement nous nous sommes heurtés à des difficultés : le signal est parfois perturbé de telle façon qu'il ne nous a pas été possible dans bien des cas d'effectuer une mesure.

L'ouverture de fissure affecte le signal de façon très importante. Cela est bien visible sur la figure 87 où nous avons reporté les spectres de fréquence recueillis après passage de l'onde à travers les plans de schistosité dans une roche témoin et une roche portée à 150°C. On peut constater l'effet très important de la fissuration induite, le spectre reçu étant décalé vers les basses fréquences et d'amplitude fortement diminuée.

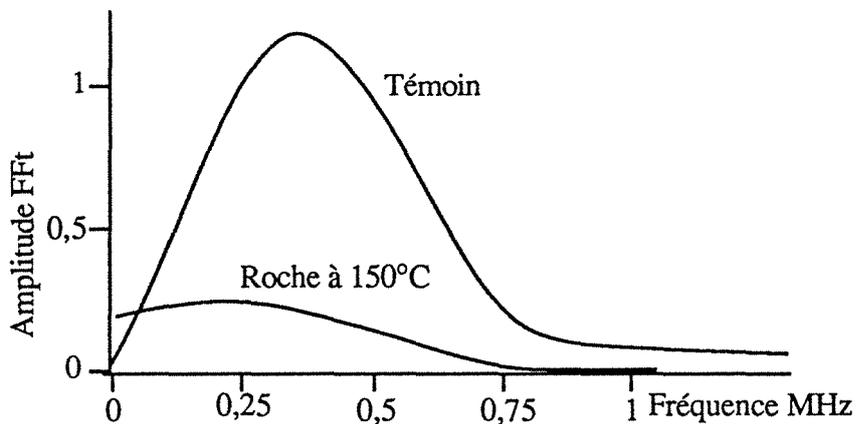


Fig. 87 : Influence de la température de fissuration sur le spectre fréquentiel (direction perpendiculaire à la schistosité).

Ainsi, selon la direction 1, à 250°C, aucun calcul de facteur de qualité n'a pu être réalisé. Le tableau XV résume les valeurs d'atténuation obtenues en fonction de la direction et de la température.

Température °C	Q1	Q2	Q3
25	17	14	15,5
150	9	16,5	16
250	-	17	17

Tab. XV : Facteurs de qualité mesurés dans les trois directions à trois températures de fissuration.

Compte tenu de l'incertitude de la mesure, il apparaît une très importante diminution du facteur de qualité selon l'axe 1 alors que dans le plan de schistosité, il ne semble pas trop affecté. Cela confirme les résultats établis grâce aux vitesses : avec le traitement thermique se développe tout un réseau de microfractures parallèles aux plans de schistosité.

#### 2-4) Conclusion :

Ce schiste est très sensible à un traitement thermique créant des microfissures dans le plan de schistosité et influençant grandement les mesures ultrasoniques. L'étude de l'atténuation du signal ne donne pas de bons résultats. La roche non fissurée présentant déjà une atténuation élevée, les microfissures affectent le signal de façon telle qu'il n'est plus possible de le traiter correctement.

### 3) PROPAGATION D'ULTRASONS DANS UN MILIEU FISSURE EN TRACTION:

Une étude sur l'endommagement d'un grès lors d'essais en traction a été menée en collaboration avec le laboratoire de mécanique de l'E.U.D.I.L. Au cours de ces essais nous avons procédé à des mesures d'ondes de compression et de cisaillement.

Le matériau étudié est un grès de Fontainebleau sous forme de carottes de diamètre 37,5mm et d'élanement 2. Cette roche formée à plus de 99% de quartz présente une porosité proche de 10%. Les grains très fins ont une taille comprise entre 200 et 350  $\mu\text{m}$ .

#### 3-1) Dispositif expérimental:

La chaîne de mesure ultrasonique est représentée au chapitre II. Les transducteurs utilisés sont du type D7105 ondes P et S. Ceux-ci sont placés dans des têtes de part et d'autre de l'éprouvette assurant la transmission de l'effort.

Afin de ne pas endommager l'échantillon par des concentrations de contrainte à ses extrémités la fixation de la carotte a été réalisée au moyen de colle.

La contrainte est appliquée par l'intermédiaire d'une presse Instron de 100 kN. Un capteur LVDT fixé à l'échantillon permet d'enregistrer le déplacement. L'asservissement a été fait en déformation avec une vitesse de  $10^{-4} \text{ s}^{-1}$ .

### 3-2) Essai de traction directe:

#### 3-2-1) Mesures de déformation:

Le module initial en traction a été mesuré aux environs de 4800 MPa. Des cycles de chargement-déchargement effectués avant et après le pic permettent d'observer la variation de ce module et donc d'en déduire l'évolution de l'endommagement (Fig.88).

On constate que l'endommagement de ce matériau débute avant le pic de contrainte qui se situe aux environs de 1,3 MPa, ce qui correspond sensiblement à 30% de la déformation en fin d'essai. La variable D atteint 0,5 au pic pour arriver à 0,8 en fin d'essai (Fig.89).

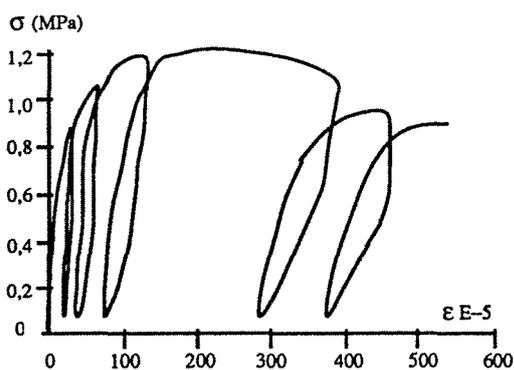


Fig. 88 : Courbe de traction avec chargement et déchargement

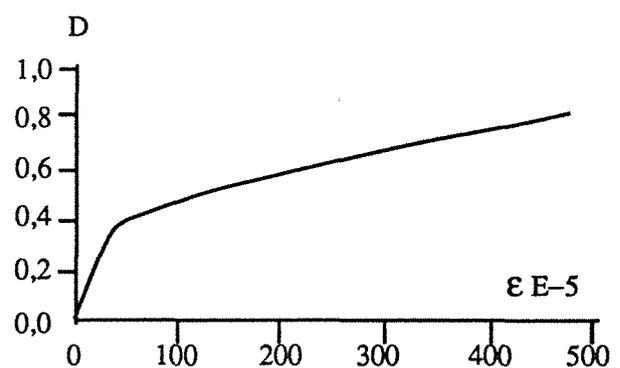


Fig. 89 : Evolution de l'endommagement en traction.

Soulignons que des essais de traction directe monotone sur éprouvettes équipées de jauges de déformation positionnées aux extrémités et au centre nous ont permis de constater que la localisation de la déformation n'apparaissait que tardivement.

#### 3-2-2) Mesures par ultrasons:

Durant les essais de traction directe cycliques nous avons procédé à l'émission et à la réception d'ondes P et S.

Il ne nous a été permis d'effectuer ces mesures qu'en tout début d'essai (moins de 15% de la déformation totale) le signal s'avérant très perturbé par la formation des fissures (Fig.90).

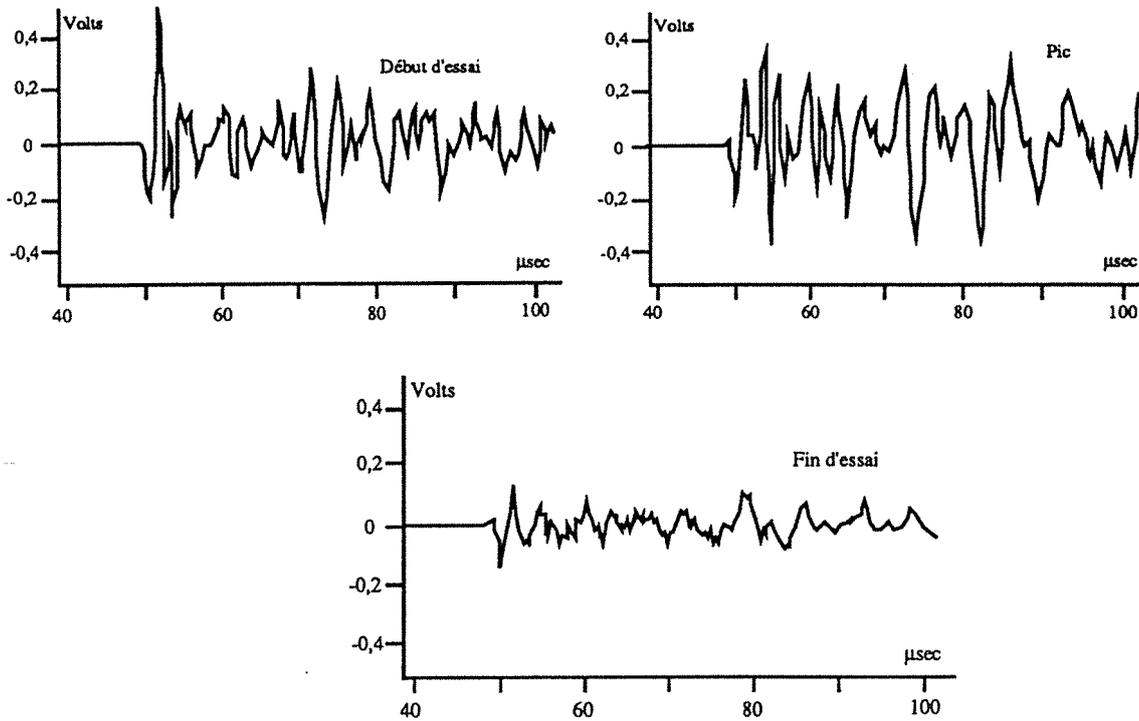


Fig. 90 : Exemples de signaux recueillis au cours de l'essai de traction directe sur le grès de Fontainebleau.

De fait, les variations de vitesse observées restent peu importantes donnant une variable d'endommagement faible (0,10 pour une valeur de 0,40 en statique).

Les calculs d'atténuation du signal permettent un contrôle plus fin, le facteur de qualité se révélant extrêmement sensible à la formation de fissures.

Sur la figure 90 on peut déjà constater un très net changement, essentiellement dans l'amplitude du signal, pouvant exprimer une atténuation croissante. Cela est confirmé par le calcul du facteur de qualité Q (Fig.91).

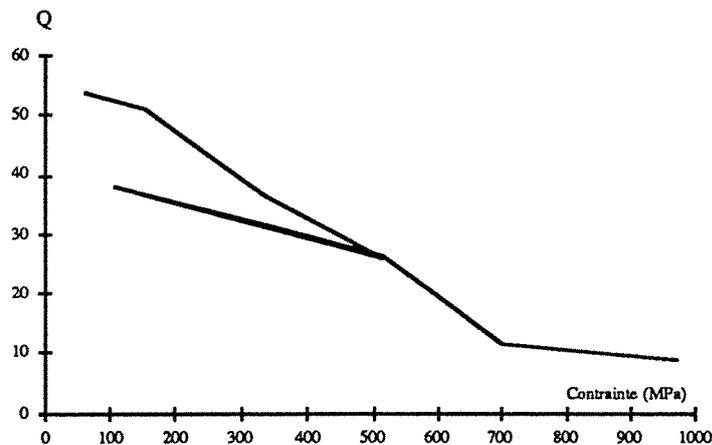


Fig. 91: Evolution du facteur de qualité durant l'essai de traction.

L'atténuation augmente de façon significative très tôt durant l'essai confirmant un endommagement par microfissuration bien avant la rupture.

Durant la période de déchargement d'un cycle on note une réaugmentation de Q impliquant une réversibilité partielle des phénomènes mis en jeux. Néanmoins l'atténuation reste toujours très supérieure à l'atténuation de départ.

### 3-3) Conclusion:

L'étude de la propagation d'ultrasons durant un essai de traction directe a permis de constater un endommagement précoce du grés de Fontainebleau. Cet endommagement devenant rapidement très important rend alors impossible tout traitement du signal qui se trouve énormément perturbé.

## VII) ESSAIS STATIQUES

Nous venons de voir que des ultrasons pouvaient, entre autres, être utilisés afin de déterminer les modules élastiques d'une roche. Ces modules peuvent également être déterminés, de façon plus habituelle, lors d'essais de compression (simple ou triaxiale).

Dans cette partie nous allons nous préoccuper de ces essais et de leur exploitation. Nous discuterons ensuite des résultats obtenus par les deux méthodes.

On peut regrouper les roches étudiées jusqu'à présent en deux grands groupes :

- les roches isotropes ou quasi-isotropes (granites)
- les roches anisotropes (gneiss, schiste, argilite)

Il nous est apparu beaucoup plus intéressant d'étudier les problèmes de détermination des modules statiques et leur comparaison aux modules dynamiques dans le cas de roches anisotropes. Ainsi seuls seront traités les gneiss, les schistes et l'argilite.

Comme nous le mentionnerons tout au long de ce mémoire, certains essais ont été réalisés au laboratoire de mécanique de l'E.U.D.I.L.

### 1) QUELQUES DONNEES BIBLIOGRAPHIQUES :

Le problème des déformations et des ruptures intervenant en milieu anisotrope a été traité par de nombreux auteurs. La plupart du temps ils se placent dans une symétrie orthotrope de révolution quelquefois orthotrope *s.s.*. Masure (1970) a abordé le cas de la symétrie monoclinique mais de façon incomplète puisqu'il ne propose pas de matrice de raideur pour un tel matériau.

#### 1-1) Anisotropie de déformation :

Nous avons vu au chapitre I (Fig.1), que le nombre de modules élastiques indépendants et donc d'éléments indépendants de la matrice de raideur était fonction de la symétrie considérée. Dans le cas d'une symétrie orthotrope, on aura 9 éléments dans la matrice alors que pour une symétrie hexagonale seulement 5 éléments seront à définir.

La détermination expérimentale de tous ces coefficients présente quelques difficultés même si théoriquement il est facile de trouver comment appliquer la contrainte et quelle déformation mesurer pour calculer tous les coefficients  $C_{ij}$ . Il apparaît en effet que les phénomènes de déformation en milieu anisotrope varient considérablement suivant l'orientation du tenseur de contrainte par rapport à la structure du matériau.

Masure (1970) distingue trois types de phénomènes :

- lorsque la contrainte est parallèle aux plans de discontinuité, la diminution de volume de l'échantillon décroît de plus en plus pour devenir nulle, puis il y a ouverture des fissures. Il semblerait que dans un tel cas l'orientation de la linéation agisse sur les déformations transversales.

- lorsque la contrainte est orthogonale aux plans de discontinuité, il y a diminution de volume appréciable ; en effet, les fissures majeures se ferment donnant une phase de tassement importante. Là encore, une anisotropie des coefficients de déformation transversale peut être due à une linéation.

- contrainte oblique par rapport aux discontinuités : la diminution de volume de l'échantillon est peu importante. Il y a glissement plan sur plan. Appelons  $\alpha$  l'angle entre la contrainte appliquée et le plan d'anisotropie majeure. Masure distingue alors trois familles d'orientation :

- $\alpha > 60^\circ$  : on observe le même comportement que lorsque la contrainte est appliquée perpendiculairement au plan ( $\alpha = 90^\circ$ ).

- $25^\circ < \alpha < 60^\circ$  : il y a une phase de tassement des fissures puis une phase de déformation linéaire. La rupture se fait par glissement des plans de façon très brutale.

- $\alpha < 25^\circ$  : après une phase de raideur il y a une phase de déformation élastique très longue.

Certains auteurs ont étudié l'influence de la pression de confinement. Lerau et al. (1981) montrent que le module de Young pris parallèlement aux plans de discontinuités restait insensible au confinement alors que perpendiculairement il augmentait (Fig. 92).

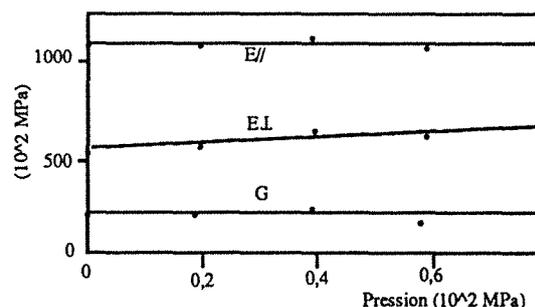


Fig. 92 : Evolution de modules élastiques avec le confinement dans un schiste (Lerau et al., 1981). L'augmentation de confinement tendrait donc à diminuer l'anisotropie initiale de la roche.

Sirieys (1982) caractérise l'anisotropie élastique d'une roche isotrope transverse (Fig.93) à l'aide des deux paramètres suivants :

$$K = \frac{E_3}{E_1}$$

$$d = \frac{E_3}{G_{13}} - 2(1 + \nu_{13})$$

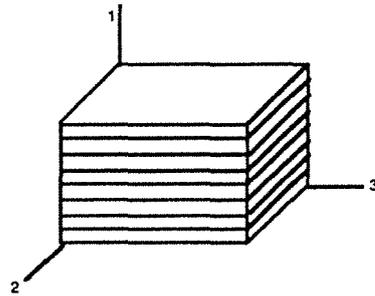


Fig. 93 : Notation des axes

Si  $K > 1$  on a une structure planaire

Si  $K < 1$  la structure est linéaire

L'anisotropie élastique est visualisée par des surfaces en reportant dans chaque direction de mesure cette valeur fonction du module de Young. Ces courbes sont très influencées par les valeurs des coefficients de cisaillement.

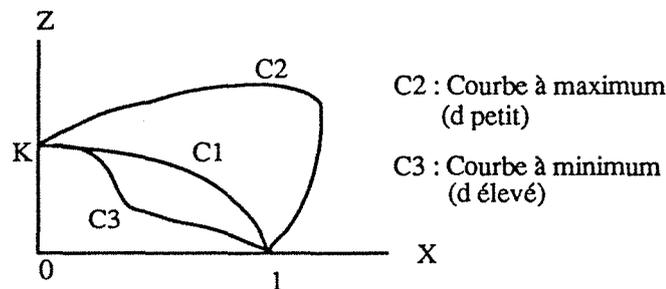


Fig. 94 : (Surfaces d'anisotropie (Sirieys, 1982)).

K donne l'excentricité de la courbe c et d la forme (Fig.94). L'isotropie s'exprime par  $K = 1$  et  $d = 0$ . Les roches schisteuses ont généralement un coefficient K compris entre 0,2 et 0,8. Des coefficients d élevés expriment des glissements faciles dans le plan de schistosité.

### 1-2) Anisotropie de rupture :

La rupture d'une roche résulte du développement de fissures préexistantes ou nées à partir d'hétérogénéités. Une fissuration orientée peut jouer un rôle dans le phénomène de rupture en fonction de l'orientation du tenseur des contraintes.

En compression monoaxiale on peut définir trois types de comportement suivant l'orientation de l'anisotropie (Masure 1970) :

-  $\alpha < 25^\circ$  : ouverture des fissures en début de compression. Il y a rupture suivant de nombreux plans de discontinuités par extension.

-  $25^\circ < \alpha < 60^\circ$  : fermeture des fissures majeures. Au delà de la déformation élastique il n'y a pas extension mais développement de fissures dans les plans de discontinuité. La rupture se fait par glissement sur les plans S1.

-  $60^\circ < \alpha < 90^\circ$  : tassement important des fissures. La rupture se fait par extension à travers la matrice. Les surfaces de rupture peuvent être orientées dans la direction de la linéation.

Les angles définissant les phases d'extension et de glissement varient suivant la roche testée.

En conclusion nous citerons Sirieys (1966) qui, pour des structures ayant une direction de foliation, a déterminé deux lois de rupture fragile :

- une loi isotrope indépendante de la foliation
- une loi anisotrope dépendante des critères de rupture sur les plans préférentiels et faisant intervenir l'orientation du tenseur des contraintes par rapport à la structure.

On aboutit en définitive à trois types de rupture (Fig.95) :

- par extension indépendante de la foliation (loi isotrope d'extension)
- par cisaillement selon les plans de foliation (loi du clivage)
- par extension normale à la foliation (loi anisotrope d'extension)

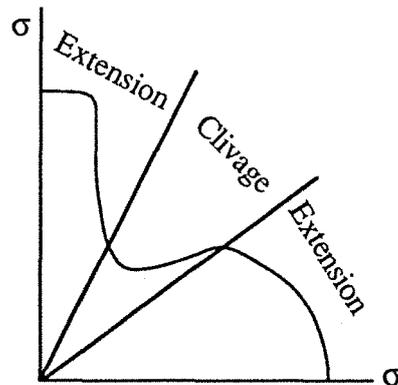


Fig. 95 : Ruptures en compression monoaxiale (Sirieys, 1966).

En ce qui concerne les essais triaxiaux Saint Leu et al. (1978) ont démontré qu'un accroissement de la pression isotrope diminue l'influence de la structure en augmentant la résistance minimale et en resserrant la zone du cisaillement schisteux (Fig.96).

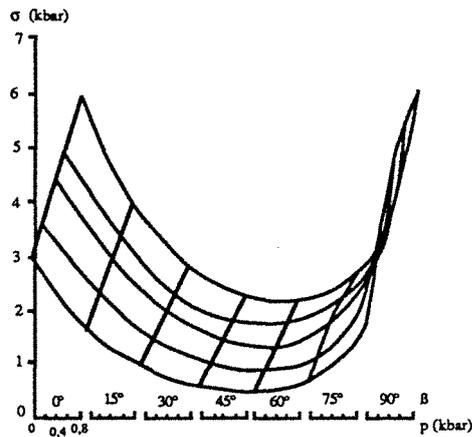


Fig. 96 : Résistances à la rupture en fonction de l'orientation du plan de schistosité ( $\beta$ ) et du confinement ( $p$ ) (Saint Leu et al., 1978).

## 2) ETUDE EXPERIMENTALE :

### 2-1) Détermination des modules élastiques:

A partir de la loi de Hooke et tenant compte de la symétrie du matériau étudié, il est possible d'écrire les égalités reliant contraintes et déformations. On peut alors déterminer la direction de la contrainte à appliquer et la direction dans laquelle on doit mesurer la déformation pour calculer tous les éléments de la matrice élastique (donc tous les modules élastiques). On trouvera en annexe le développement de cette démarche pour quelques symétries.

Pratiquement toutes les roches testées ont pu être assimilées à un matériau ayant une symétrie orthotrope de révolution (isotrope transverse). Signalons toutefois que les résultats obtenus avec les gneiss sont malheureusement incomplets.

Deux types d'essais en compression simple permettent théoriquement d'obtenir tous les paramètres élastiques :

- les essais orthotropes : la contrainte est parallèle tour à tour à un axe structural de la roche (Fig.97).

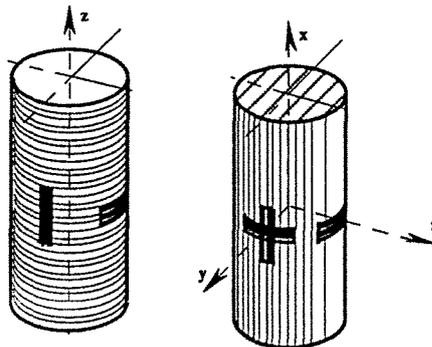


Fig. 97 : Eprouvettes de schiste pour un essai orthotrope.

On détermine alors les coefficients suivants (les indices se réfèrent à la numérotation des axes figure 93) :  $E_1$ ,  $E_2$ ,  $\nu_{12}$ ,  $\nu_{21}$ ,  $\nu_{23}$ .

- les essais clinotropes : la contrainte est perpendiculaire à un axe structural et oblique par rapport aux deux autres (Fig.98).



Fig. 98 : Eprouvette de schiste pour un essai clinotrope.

On peut ainsi déterminer un module de cisaillement.

Le collage de jauges se fera comme indiqué sur les figures 97 et 98. Pour les essais clinotropes nous avons également équipé certaines éprouvettes en positionnant une rosette à  $45^\circ$  de telle façon qu'une jauge soit orthogonale au plan de schistosité.

## 2-2) Interprétation des essais :

Avant d'aborder les résultats des différents essais il convient de préciser le repère utilisé. L'axe 1 est pris orthogonal au plan d'anisotropie ; l'axe 3 est pris parallèle à la linéation lorsqu'elle existe. L'angle  $\alpha$  repèrera l'axe de la contrainte principale par rapport au plan d'anisotropie.

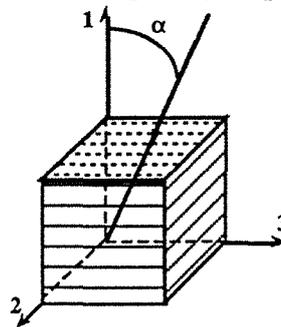


Fig. 99 : Définition de l'angle  $\alpha$ .

### 2-2-1) Anisotropie de rupture :

- *Gneiss*

-  $\alpha = 0^\circ$  : la rupture se fait suivant de nombreux plans parallèles à la foliation, présentant de nombreuses écailles. On a une rupture en extension suivant le plan de foliation.

-  $0^\circ < \alpha < 90^\circ$  : la rupture a lieu suivant un ou plusieurs plans parallèles à la foliation et se fait par glissement. Il arrive que la rupture se fasse en "escalier" divers plans de glissement étant reliés.

-  $\alpha = 90^\circ$  : la rupture qui s'est faite selon deux plans obliques a été guidée par la linéation ; elle est parallèle à la droite représentant l'intersection des plans de rupture.

On observe donc deux types de comportement (Fig.100) :

Lorsque l'angle  $\alpha$  est proche du plan ou de sa normale la résistance à la compression est relativement élevée et la rupture se fait par extension selon des plans parallèles à l'axe de la contrainte.

Avec un angle de  $30^\circ$  la roche semble avoir une résistance moindre. Cet angle serait le plus favorable au glissement plan sur plan.

Lorsque la pression de confinement augmente la rupture par cisaillement selon un plan oblique se généralise.

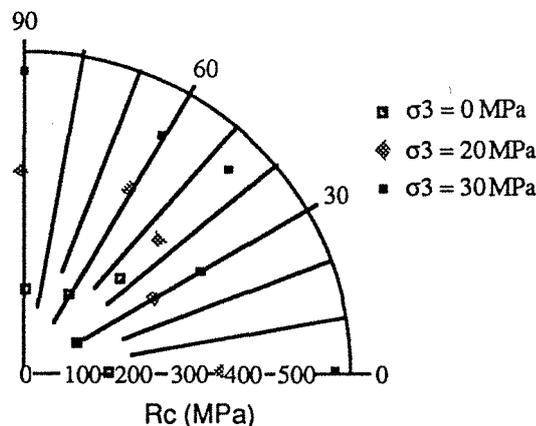


Fig. 100: Résistance à la compression du gneiss suivant différentes orientations et différents confinements.

• Schiste

-  $\alpha = 0^\circ$  : Il y a ouverture des fissures. Le développement des fissures majeures coïncide pratiquement avec la ruine de l'échantillon. La rupture par extension se fait suivant les plans de schistosité. On observe alors une ovalisation des éprouvettes, le grand axe correspondant à l'axe 1.

Dans ce plan nous n'avons pas décelé de différence de comportement entre les éprouvettes d'axe 2 et 3.

Lorsque le confinement augmente, la rupture se produit dans la matrice rocheuse suivant des plans faiblement orientés par rapport à la contrainte principale.

-  $\alpha = 90^\circ$  : Le début de la compression est caractérisé par une importante phase de tassement des fissures. Globalement, la rupture se fait par extension dans la matrice rocheuse, et ce, quel que soit la pression de confinement.

-  $0^\circ < \alpha < 90^\circ$  : La rupture se fait exclusivement selon les plans de faiblesse. Plusieurs plans peuvent être activés, et dans certains cas des décrochements font passer la rupture d'un plan à un autre. Pour ces éprouvettes le mécanisme de rupture se déclenche pour de faibles contraintes.

Le graphique 101 présente les résistances à la compression obtenues en fonction de l'orientation et de la pression de confinement (essais réalisés à l'E.U.D.I.L.).

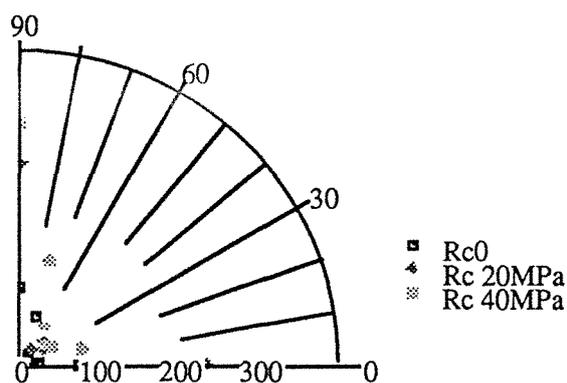


Fig. 101 : Résistance à la compression du schiste pour différentes orientations

Quel que soit le confinement, la valeur maximale est obtenue pour  $\alpha = 0^\circ$  et  $\alpha = 90^\circ$ . Les résistances les plus faibles correspondent aux ruptures par glissements plans sur plans.

• *Argilite*

- Pour  $\alpha = 0^\circ$  et  $90^\circ$  la rupture se fait dans la matrice rocheuse.
- Pour  $0 < \alpha < 90^\circ$  il y a glissement sur les plans de faiblesse.

Là encore les résistances les plus élevées ont lieu pour  $\alpha = 0^\circ$  et  $90^\circ$  (Fig.102).

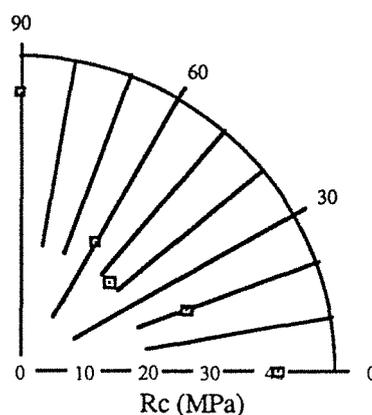


Fig. 102 : Résistance à la compression de l'argilite pour différentes orientations.

## 2-2-2) Anisotropie de déformation :

### • *Gneiss*

-  $\alpha = 90^\circ$  : La courbe de déformation axiale présente une légère phase de fermeture des fissures pour des contraintes inférieures à 10 MPa. Les cycles de charge-décharge mettent en évidence un tassement permanent de ces fissures. La phase de déformation élastique se caractérise par une courbe de déformation axiale très linéaire (Fig.103).

-  $\alpha = 0^\circ$  : La phase de serrage, ici inexistante, est parfois remplacée par une petite phase de raideur. Durant cette phase, il y aurait accumulation d'énergie nécessaire à l'ouverture de fissures.(Fig.104).

-  $0^\circ < \alpha < 90^\circ$  : Les courbes de déformation latérale présentent un hystérésis relativement fort pouvant être dû à un glissement sur les plans de foliation (Fig.105).

### • *Schiste*

-  $\alpha = 90^\circ$  : La courbe de déformation axiale (Fig.106) présente une phase de serrage importante. La déformation latérale ne débute que lorsque la phase précédente s'achève. La diminution de volume est très importante et correspond à la fermeture de toutes les fissures disposées entre les plans de schistosité. Des cycles de charge-décharge mettent en évidence un tassement irréversible des fissures.

-  $\alpha = 0^\circ$  : La phase de serrage est ici inexistante. La courbe de déformation axiale est très linéaire pratiquement jusqu'à la rupture. Les cycles charge-décharge sont très refermés et ne montrent pas d'hystérésis. Les déformations transversales mesurées parallèlement à la schistosité sont faibles et réversibles. Par contre, perpendiculairement elles sont beaucoup plus importantes (Fig.107).

Les courbes de déformation volumique de ces éprouvettes sont rectilignes et donnent de faibles variations.

-  $\alpha = 45^\circ$  : Les courbes obtenues lors de ces essais sont souvent difficilement exploitables. La rupture se faisant pour de très faibles charges il n'est pas facile de visualiser une partie élastique. Les résultats présentent une dispersion importante.

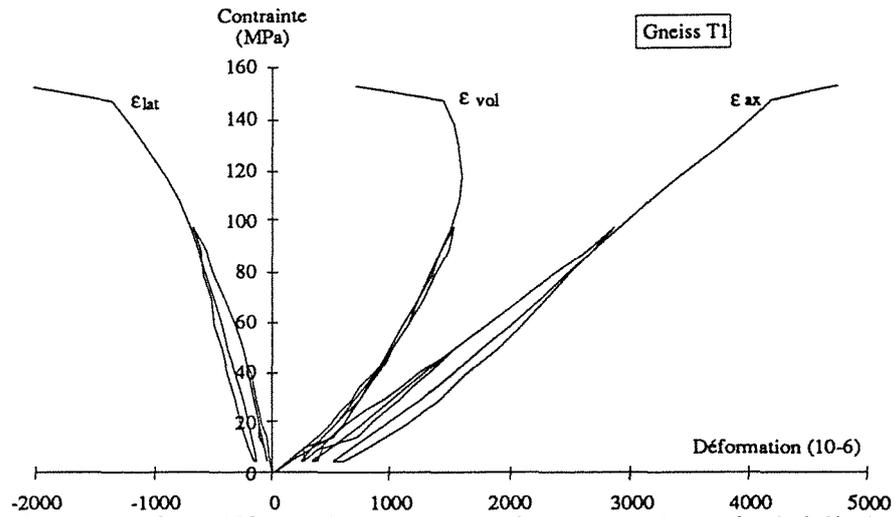


Fig. 103 : Courbes contrainte-déformations pour une éprouvette de gneiss à foliation transversale.

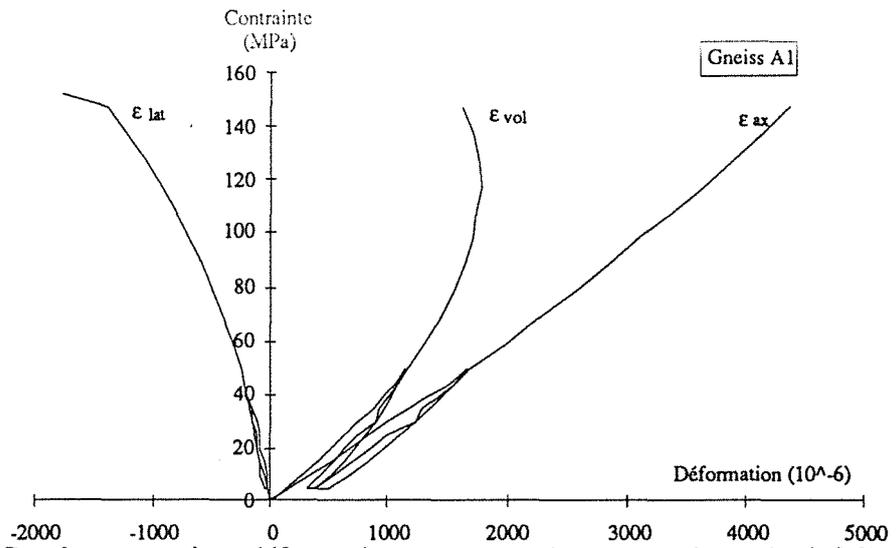


Fig. 104 : Courbes contrainte-déformations pour une éprouvette de gneiss à foliation axiale.

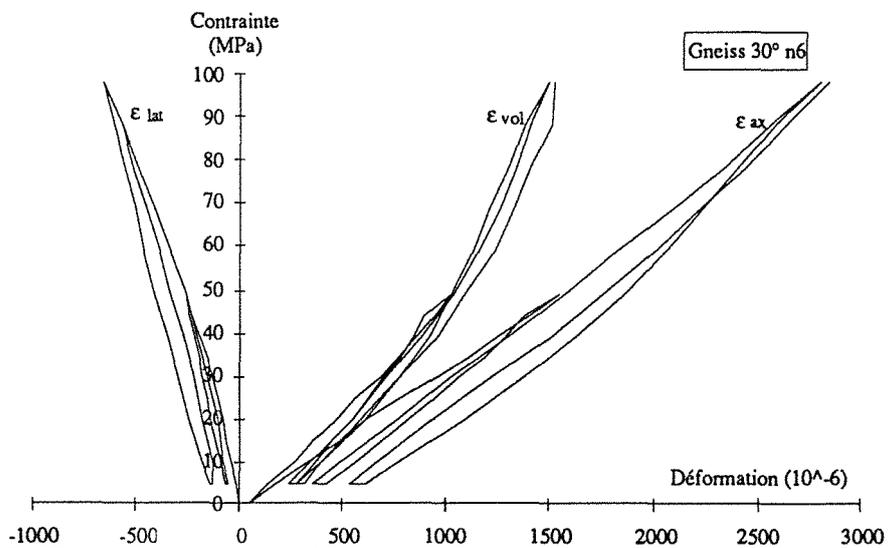


Fig. 105 : Courbes contrainte-déformations pour une orientation de la foliation à 30°.

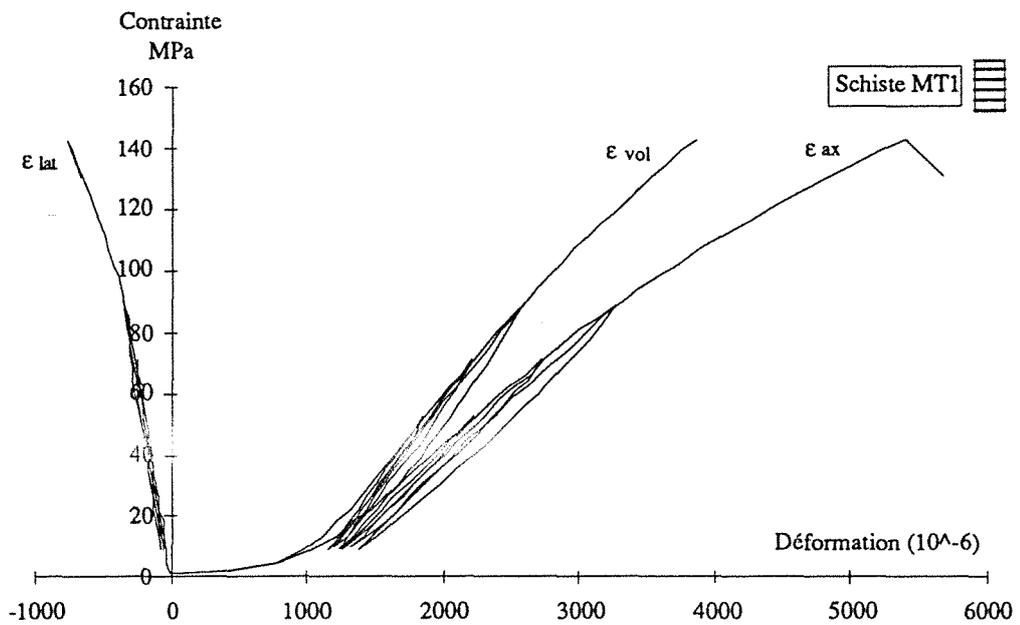


Fig. 106 : Courbes contrainte-déformations pour une éprouvette de schiste à schistosité transversale.

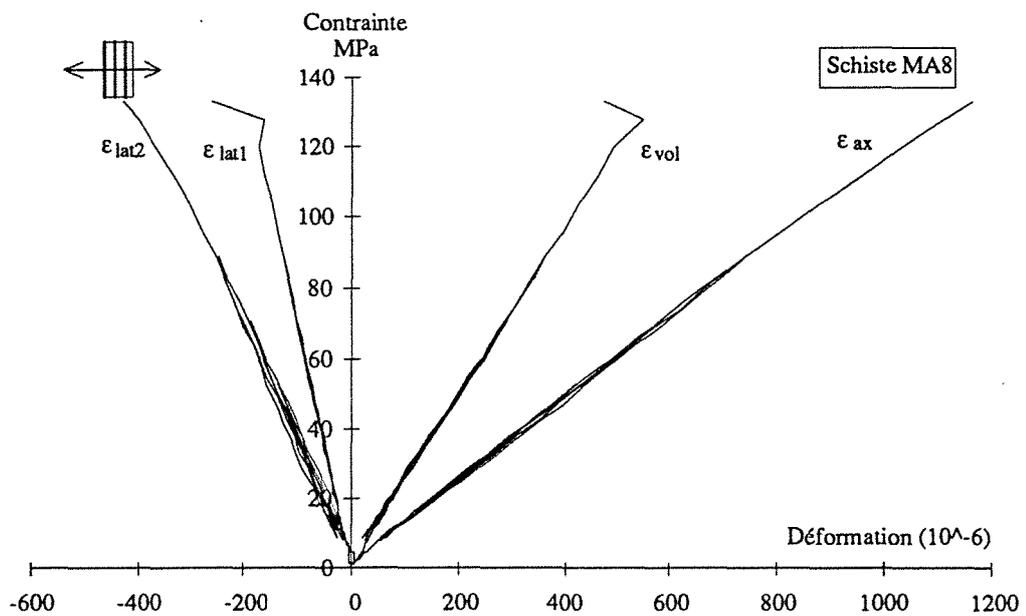


Fig. 107 : Courbes contrainte-déformations pour une éprouvette de schiste à schistosité axiale

• *Argilite*

-  $\alpha = 0^\circ$  : La courbe de déformation axiale ne présente pas de phase linéaire évidente. La déformation volumique reste relativement faible. Les déformations latérales sont difficilement exploitables.

-  $\alpha = 90^\circ$  : Les courbes présentent ici des déformations beaucoup plus importantes. La courbe de déformation axiale possède une partie linéaire étendue.

-  $0^\circ < \alpha < 90^\circ$  : Ces courbes ne présentent pas de différences notables. On doit remarquer que les courbes de déformations transversales sont souvent impossibles à interpréter.

2-3) Détermination des modules élastiques:

Nous considèrerons séparément les trois types de modules à savoir les modules de Young, les coefficients de Poisson, les modules de cisaillement.

2-3-1) Modules de Young:

a) **présentation des valeurs**

Les déformations obtenues à partir des jauges axiales collées sur l'éprouvette permettent de calculer ce module.

• *Gneiss*

Les modules de Young en fonction de l'orientation et du confinement sont donnés dans le tableau XVI.

$\sigma_3$ (MPa)	$\alpha$	0	30	45	60	90
0		35 500	35 620	52 380	47 670	37 500
20		44 230	49 110	55 660	46 920	42 950
50		50 700	51 660	64 130	60 670	47 720

Tab. XVI : Modules de Young du gneiss mesurés pour différentes orientations et différents confinements.

Lorsque  $\alpha = 90^\circ$  on observe une augmentation de E de l'ordre de 27%. Par contre pour  $\alpha = 0^\circ$  l'augmentation constatée est beaucoup plus importante (43 %), la pression de confinement tendant à refermer les fissures.

Le module d'élasticité montre une valeur élevée pour un angle de  $45^\circ$ , à relier à l'anisotropie de rupture présentant une résistance plus importante pour cette direction.

Il apparait donc que l'anisotropie planaire de cette roche, qui rappelons le est à caractère continu, ne soit pas assimilable à un plan de faiblesse. Ces plans ne se distingueraient que par un mode de rupture différent.

La pression de confinement induit dans tous les cas une augmentation de module plus ou moins importante.

• *Schiste*

Le tableau XVII présente les résultats obtenus.

$\sigma_3$ (MPa) $\alpha$	0	15	30	45	60	75	90
0	117 500	40 600	45 800	15 480	44 160	40 000	31 200
5	123 000	28 000	33 000	11 840	36 750	21 000	37 400
10	114 000	17 340	15 390	58 000	20 090	61 100	38 100
20	120 000	15 560	13 500	48 300	12 500	32 650	42 200
30	120 000	15 560	13 500	48 300	12 500	32 650	42 200
40	118 000	37 700	54 000	12 300	36 690	26 810	42 700

Tab. XVII : Modules de Young du schiste pour différentes orientations et différents confinements.

Le module pour  $\alpha = 0^\circ$  est pratiquement trois fois plus important que celui à  $\alpha = 90^\circ$ . Le confinement influe grandement sur le module  $E_1$  ( $\alpha = 90^\circ$ ) alors que  $E_2$  ( $\alpha = 0^\circ$ ) y est insensible.

Les essais clinotropes montrent une grande dispersion des résultats. Pour ces orientations les jauges de déformation sont souvent très perturbées par les plans de faiblesse.

• *Argilite*

Quelques essais ont pu être conduits sur des éprouvettes d'argilite, leurs résultats figurent dans le tableau XVIII.

$\alpha$	0	20	45	60	90
E (MPa)	13 000	11 300	4 200	2 900	2 630

Tab. XVIII : Modules de Young de l'argilite pour différentes orientations.

Seules les éprouvettes d'orientation  $\alpha = 90^\circ$  ont été testées en triaxial. Le confinement est alors primordial puisque l'on passe de 2630 MPa à 8012 MPa pour  $\sigma_3 = 50$ MPa.

**b) influence du confinement sur le module de Young**

Tous ces essais nous montrent que le confinement agit essentiellement sur les déformations perpendiculaires au plan d'anisotropie. En effet le déviateur étant alors orthogonal aux plans de faiblesse, il y a un phénomène de serrage croissant avec le confinement induisant une

augmentation de la raideur apparente de la roche. Kulhawy (1975) propose une loi de la forme  $E_{\sigma} = E_0 \sigma_3^x$ .

Cette loi semble donner de bons résultats. Toutefois l'étude aux limites ne nous donne pas entièrement satisfaction. En effet pour un confinement nul ( $\sigma_3 = 0$ ) on devrait retrouver le module initial ( $E_{\sigma} = E_0$ ), or cette expression donne alors un module nul. En fait la condition  $\sigma_3 \geq 1$  MPa doit accompagner cette relation.

Santarelli (1987) a modifié cette loi en introduisant une puissance de  $(1 + \sigma_3)$  :  $E_{\sigma} = E_0 (1 + \sigma_3)^x$ .

Cette relation permet de mieux prendre en compte les valeurs aux limites.

Selon la roche testée les approximations suivantes peuvent être proposées (Fig.108) :

- Gneiss  $E_1 = 35\,500 (1 + \sigma_3)^{0,081}$
- Schiste  $E_1 = 33\,190 (1 + \sigma_3)^{0,072}$
- Argilite  $E_1 = 1\,557 (1 + \sigma_3)^{0,433}$

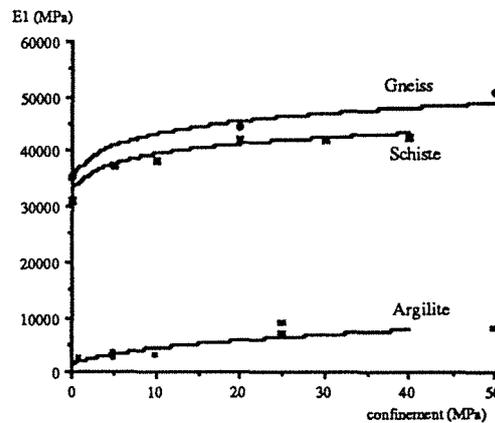


Fig. 108 : Influence de la pression sur les modules de Young mesurés perpendiculairement au plan d'anisotropie.

### 2-3-2) Coefficients de Poisson:

Ces coefficients sont obtenus à partir des déformations des jauges placées transversalement sur les éprouvettes. Lorsque le plan d'anisotropie est parallèle à l'axe de l'éprouvette on distingue deux coefficients de Poisson : l'un donnant la déformation dans ce plan ( $\nu_{23}$ ) l'autre la déformation perpendiculairement ( $\nu_{21}$ ).

#### • Gneiss

Les résultats obtenus sur le gneiss sont malheureusement incomplets ; ils sont présentés dans le tableau suivant :

$\sigma_3$	0	20	50
$\nu_{13}$	0,15	0,12	0,11
$\nu_{21}$	0,19	0,17	0,10

Tab. XIX : Coefficients de Poisson du gneiss pour différents confinements

Ces coefficients diminuent lorsque le confinement augmente. Etant donné le peu de valeurs, aucune relation n'est proposée.

• *Schiste*

Pour des éprouvettes à  $\alpha = 90^\circ$  on obtient  $\nu_{12} \approx 0,16$ . Lorsque  $\alpha = 0^\circ$  on a les deux valeurs suivantes  $\nu_{21} \approx 0,35$  et  $\nu_{23} \approx 0,17$ .  $\nu_{21}$  et  $\nu_{12}$  sembleraient diminuer lorsque le confinement augmente. Par contre  $\nu_{23}$  augmenterait.

Etant donné la dispersion des résultats il ne nous a pas semblé utile de chercher une relation autre que par régression linéaire. On obtient alors :

$$\begin{aligned} \nu_{12} &= 0,155 - 0,0012 \sigma_3 & R &= 0,66 \\ \nu_{23} &= 0,137 - 0,001 \sigma_3 & R &= 0,5 \\ \nu_{21} &= 0,346 - 0,0002 \sigma_3 & R &= 0,46 \end{aligned}$$

Les mauvais coefficients de régression sont dû à la dispersion des valeurs.

• *Argilite*

Il est très difficile de donner des coefficients de Poisson pour cette roche, la courbe contrainte-déformation transversale ne présentant pas de partie linéaire. Signalons toutefois des valeurs de  $\nu_{12}$  et  $\nu_{12}$  proches respectivement de 0,1 et de 0,12.

2-3-3) Modules de cisaillement:

a) Mode de calcul

Les modules de cisaillement sont des paramètres très délicats à déterminer directement de façon expérimentale. Nous avons adopté une méthode de calcul proposée par J.P. Henry ; selon la théorie de l'élasticité linéaire (Lekhnitskii 1963) on doit avoir la relation suivante :

$$\frac{1}{E(\alpha)} = \frac{\sin^4 \alpha}{E_1} + \left( \frac{1}{G_{12}} - 2 \frac{\nu_{12}}{E_1} \right) \sin^2 \alpha \cos^2 \alpha + \frac{\cos^4 \alpha}{E_2}$$

$E(\alpha)$  étant un module de Young calculé pour des orientations intermédiaires.

On peut à partir de cette relation tracer les courbes théoriques de  $E(\alpha)$  en faisant varier le module  $G_{12}$  (Fig.109). La comparaison de ces courbes théoriques et des valeurs expérimentales  $E(\alpha)$  permet de proposer une valeur de module de cisaillement.

Une autre méthode également proposée par J.P. Henry est basée sur le dépouillement des résultats donnés par une jauge transversale positionnée à  $(\pi/2 - \alpha)$  par rapport à la schistosité lors d'un essai clinotrope. On doit alors avoir la relation suivante :

$$\frac{\varepsilon}{\sigma} = \left[ \frac{1}{E_1} + \frac{1}{E_2} + 2 \frac{\nu_{12}}{E_1} - \frac{1}{G_{12}} \right] \sin^2 \alpha \cos^2 \alpha - \frac{\nu_{12}}{E_1}$$

On procède alors de la même manière que précédemment pour obtenir une valeur approchée de  $G_{12}$  (Fig.109).

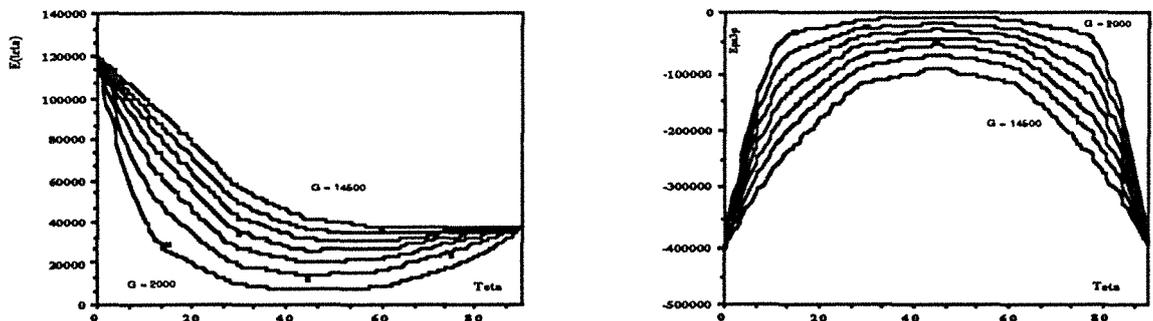


Fig. 109 : Exemple de détermination graphique du module de cisaillement.

## b) Résultats

### • *Gneiss*

Les résultats obtenus sur le gneiss ne nous permettent malheureusement pas de définir un module de cisaillement.

### • *Schiste*

Les valeurs données par les deux méthodes présentées semblent se situer aux environs de 3000 MPa. Le confinement ne paraît pas influencer ce paramètre.

En fait les valeurs de  $G_{12}$  sont différentes selon les orientations testées. Ainsi, pour  $\alpha \leq 15^\circ$  on peut estimer  $G_{12}$  aux environs de 3000 MPa ; par contre pour  $\alpha = 30^\circ$  cette valeur se situe entre 6000 et 7000 MPa. Pour  $\alpha > 30^\circ$ , bien qu'il semble que les valeurs soient plus élevées la dispersion très importante des résultats ne permet pas de conclure. Cependant une série d'essais

réalisés plus tard à 45° donne des valeurs de l'ordre de 7000 MPa laissant présager un module de cisaillement supérieur au 3000 MPa initialement calculé.

• *Argilite*

Les quelques essais réalisés actuellement permettent de situer le module  $G_{12}$  entre 2000 et 4000 MPa.

### 3) CONCLUSION:

La déformation de roches anisotropes dépend de manière importante de l'orientation de l'anisotropie par rapport à la contrainte appliquée.

La phase de tassement intervenant lorsque la contrainte est orthogonale aux plans de fissure fait que les modules de Young peuvent être très différents selon la position de ces plans. Le module maximum sera pour  $\alpha = 0^\circ$

La pression de confinement interviendra essentiellement pour  $\alpha = 90^\circ$

Pour ces deux orientations principales la rupture se fera par extension soit dans la matrice ( $\alpha=90^\circ$ ) soit selon les plans d'anisotropie ( $\alpha=0^\circ$ ).

Pour les orientations intermédiaires la rupture se fera par glissement plans sur plans. Notons que l'on aura alors des valeurs minimales de résistance et de module de Young sauf si le matériau présente une anisotropie planaire continue (cas du gneiss).

Les coefficients de Poisson maximum traduisent en général l'ouverture des plans de fissuration.

Les paramètres d'anisotropie de modules calculés sur ces roches donnent les résultats suivants :

- Gneiss:  $K = 0,95$
- Schiste :  $K = 0,26$   $d = 7,7$
- Argilite :  $K = 0,202$   $d = -1,32$

Ainsi, si l'anisotropie planaire apparait bien pour les roches telles que le schiste ou l'argilite il n'en va pas de même pour le gneiss où la linéation parait avoir une grande influence. Toutefois la symétrie de ce matériau peut aller à l'encontre des formules utilisées.

Les phénomènes de glissement plan sur plan paraissent très importants dans le cas du schiste ( $d \approx 8$ ), le module de cisaillement calculé étant très faible par rapport aux autres modules élastiques.



## VIII) MODULES DYNAMIQUES ET MODULES STATIQUES : DISCUSSION

Durant cette étude nous avons déterminé des modules élastiques, à la fois de façon statique et dynamique. Une comparaison de ces deux méthodes permet d'apprécier leurs limites.

Généralement les valeurs statiques sont toujours inférieures aux valeurs dynamiques, celles-ci étant moins sensibles à la présence de fissures.

Avedissian et al (1968) définissent l'équation suivante à partir d'essais effectués sur des schistes ardoisiers :  $E_{\text{stat}} = 0,595 E_{\text{dyn}} + 1440$ . De telles formules empiriques, bien que nombreuses dans la littérature (Tab.XX), n'expliquent pas de façon générale la relation qui pourrait exister entre modules dynamiques et statiques.

Variables	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	(9)	(10)	(11)	(12)
(1) Est	1,00	0,9	0,93	0,87	0,72	0,93	0,94	0,93	0,83	0,89	0,90	0,90
(2) log <sub>10</sub> Est		1,00	0,85	0,95	0,90	0,92	0,85	0,92	0,96	0,95	0,82	0,84
(3) Edy			1,00	0,92	0,70	0,97	0,99	0,98	0,87	0,91	0,99	0,98
(4) Log <sub>10</sub> Edy				1,00	0,83	0,96	0,91	0,97	0,98	0,97	0,91	0,94
(5) ρ					1,00	0,83	0,71	0,81	0,91	0,91	0,61	0,64
(6) ρ√Edy						1,00	0,98	0,99	0,93	0,98	0,94	0,95
(7) ρEdy							1,00	0,98	0,86	0,92	0,97	0,96
(8) √ρ Edy								1,00	0,94	0,98	0,96	0,96
(9) Log <sub>10</sub> ρ Edy									1,00	0,97	0,83	0,86
(10) ρ Log <sub>10</sub> Edy										1,00	0,87	0,89
(11) Edy/ρ											1,00	0,99
(12) √Edy/ρ												1,00

Tab. XX : Matrice de corrélation entre module dynamique (dy.) et statique (st.) (ρ = densité) (d'après Eissa et al., 1988).

Comme nous le verrons à la lumière de nos essais ces relations n'ont aucun sens si l'on n'est plus dans le cas isotrope.

### 1) COMPARAISON DES RESULTATS OBTENUS :

Nous allons dans un premier temps comparer simplement les valeurs des modules obtenues à l'aide des deux méthodes sur divers matériaux.

#### 1-1) Modules de Young :

Le tableau XXI présente les calculs des rapports module de Young statique sur module dynamique déterminés sur les roches étudiées précédemment.

	Gneiss	Schiste	Argilite	Granite Sen.	Granite Rem.
$E_{1Stat}/E_{1Dyn}$	0,81	0,53	0,33	0,83	0,81
$E_{2Stat}/E_{2Dyn}$	0,86	0,97	0,44	-	-
R1/R2	1,062	1,83	1,33	-	-

Tab. XXI : Rapports des modules de Young statiques et dynamiques (1 : direction perpendiculaire au plan d'anisotropie ; R1/R2 = rapport de la première ligne sur la deuxième).

Les résultats consignés dans le tableau ci-dessus ne sont pas calculés à partir des données des chapitres IV et VII, mais à partir de séries d'essais où les échantillons testés par les deux méthodes sont, soit identiques, soit prélevés dans un même bloc.

Rappelons avant tout, que la mauvaise qualité des échantillons d'argilite et leur petit nombre, ont une certaine responsabilité dans les mauvaises comparaisons et que leur étude mérite d'être poursuivie.

Il apparaît que les rapports les plus élevés sont obtenus avec le gneiss, le schiste dans la direction parallèle au plan d'anisotropie et avec les granites.

Ceci indiquerait donc l'influence primordiale du type d'anisotropie (planaire continue ou discontinue) ou, ce qui est équivalent, l'influence de l'état de fissuration. On constate ainsi une grande variation du rapport des modules suivant la direction considérée lorsque la roche est à anisotropie planaire discontinue.

C'est lorsque le signal se propage perpendiculairement aux plans de fissuration (cela correspondant à un essai statique pour lequel la contrainte principale est appliquée perpendiculairement à ces plans) que la différence entre les deux mesures est notable.

### 1-2) Coefficients de Poisson:

Le tableau suivant présente différentes valeurs dynamiques et statiques de coefficients de Poisson :

	Gneiss		Schiste		Argilite		Granite Senones		Granite Remir.	
	Stat.	Dyn.	Stat.	Dyn.	Stat.	Dyn.	Stat.	Dyn.	Stat.	Dyn.
v13	0,15	0,14	0,16	0,11	0,1	0,05	0,24	0,25	0,26	0,15
v21	0,19	0,2	0,35	-	-	-	-	-	-	-
v23	-	0,13	0,17	0,15	0,12	0,08	-	-	-	-

Tab. XXII : Coefficients de Poisson statiques et dynamiques.

La comparaison statique/dynamique est ici rendue délicate par la dispersion non négligeable liée à la détermination des valeurs des modules statiques. Néanmoins, globalement les deux familles de coefficients semblent identiques, bien que les valeurs des modules dynamiques soient légèrement plus faibles que les valeurs des modules statiques (cette différence est classique dans la littérature).

### 1-3) Module de cisaillement :

La comparaison est rendue difficile par l'indétermination du module de cisaillement lors d'essais statiques. Les valeurs calculés sur les schistes et l'argilite sont toutefois présentées dans le tableau XXIII.

	Schiste		Argilite	
	Statique	Dynamique	Statique	Dynamique
G12	3 000 à 7 000	15 000	2 000 à 4 000	6 000

Tab. XXIII : Modules de cisaillement statiques et dynamiques.

Les modules dynamiques sont très supérieurs aux modules statiques. Deux raisons peuvent être invoquées :

- l'anisotropie planaire discontinue doit aggraver cette différence tout comme nous l'avons vu pour les modules de Young.

- la difficulté du calcul du module de cisaillement statique et sa très grande dispersion entachent ce paramètre d'une certaine erreur non négligeable. Ainsi on s'aperçoit que pour une orientation de la schistosité à 45° les valeurs de  $G_{12}$  statique sont plus importantes se rapprochant ainsi des valeurs dynamiques.

## 2) DISCUSSION :

Les deux méthodes semblent donner des résultats similaires sauf lorsque la fissuration intervient de façon importante sur les valeurs de modules. A ce moment là les mesures statiques présentent des valeurs beaucoup plus faibles.

Si l'on considère les dispersions des mesures, il apparaît nettement (tableau XXIV) une variation beaucoup plus faible des valeurs dynamiques ; outre l'influence des fissures intervient certainement le volume étudié et les mécanismes mis en jeux.

Modules	$E_1$	$E_2$	$V_{12}$	$V_{23}$	$V_{21}$
C.V. % Dyn	4	1,3	2	6,6	3,4
C.V. % Stat	17	12	27	17	30

Tab. XXIV : Coefficients de variation de quelques modules statiques et dynamiques mesurés sur un schiste.

Il est bon de s'interroger sur la représentativité des résultats notamment en estimant l'influence du volume testé sur la détermination des différents paramètres.

### 2-1) Effet d'échelle :

L'influence du volume testé sur les caractéristiques mécaniques des roches a été étudié par de nombreux auteurs (Houpert, 1969 ; Einstein et al., 1970 ; Beniawski, 1968 ; Morlier et al., 1989 ; Cunha, 1990 ; etc.). Les résultats peuvent être classés en trois catégories (Fig.110).

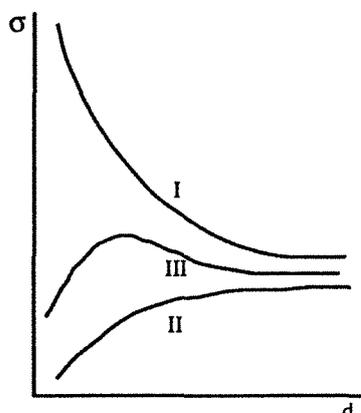
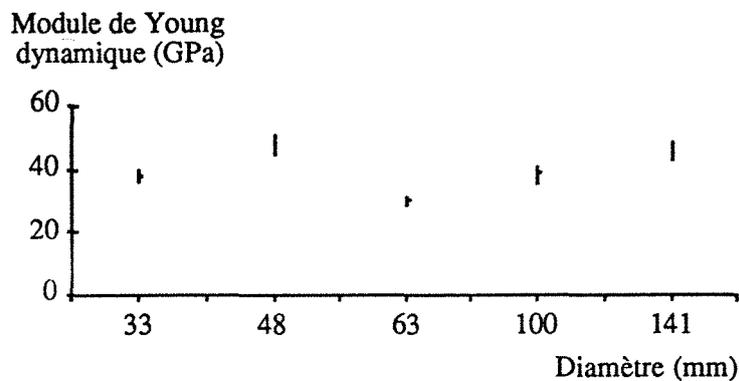


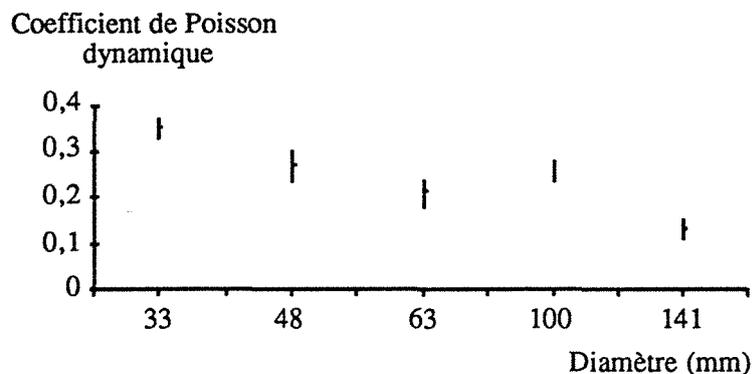
Fig. 110 : Différents effets d'échelle (d'après Protodiakonov et Kojfman).

- I - La résistance décroît avec les dimensions de l'éprouvette : effet de volume
- II - La résistance augmente avec le volume de l'éprouvette : effet de surface
- III - La résistance croît puis décroît : les deux effets se compensent. L'effet de surface a tendance à dominer pour de petites dimensions d'échantillons.

Pour Jackson et al (1990) il n'y a pas d'effet d'échelle significatif sur les modules à de faibles niveaux de contrainte : il obtient une variation de 27 % à 10 MPa lorsque le diamètre d'éprouvette passe de 63 à 294 mm. De même, les modules dynamiques seraient dépendant du volume testé. Par contre le coefficient de Poisson dynamique semblerait diminuer (Fig. 111).



a)



b)

Fig. 111 : Module de Young (a) et coefficient de Poisson (b) Dynamiques en fonction du diamètre de carotte (d'après Jackson et al., 1990).

La vitesse des ultrasons serait elle aussi indépendante du diamètre de l'échantillon.

Nous avons eu l'occasion d'étudier l'effet d'échelle sur des échantillons de schistes d'élanement deux carottés parallèlement, perpendiculairement et à 45° par rapport au plan de schistosité.

Nous avons tout d'abord constaté une évolution différente des résistances à la compression simple suivant l'orientation du plan d'anisotropie (Fig.112).

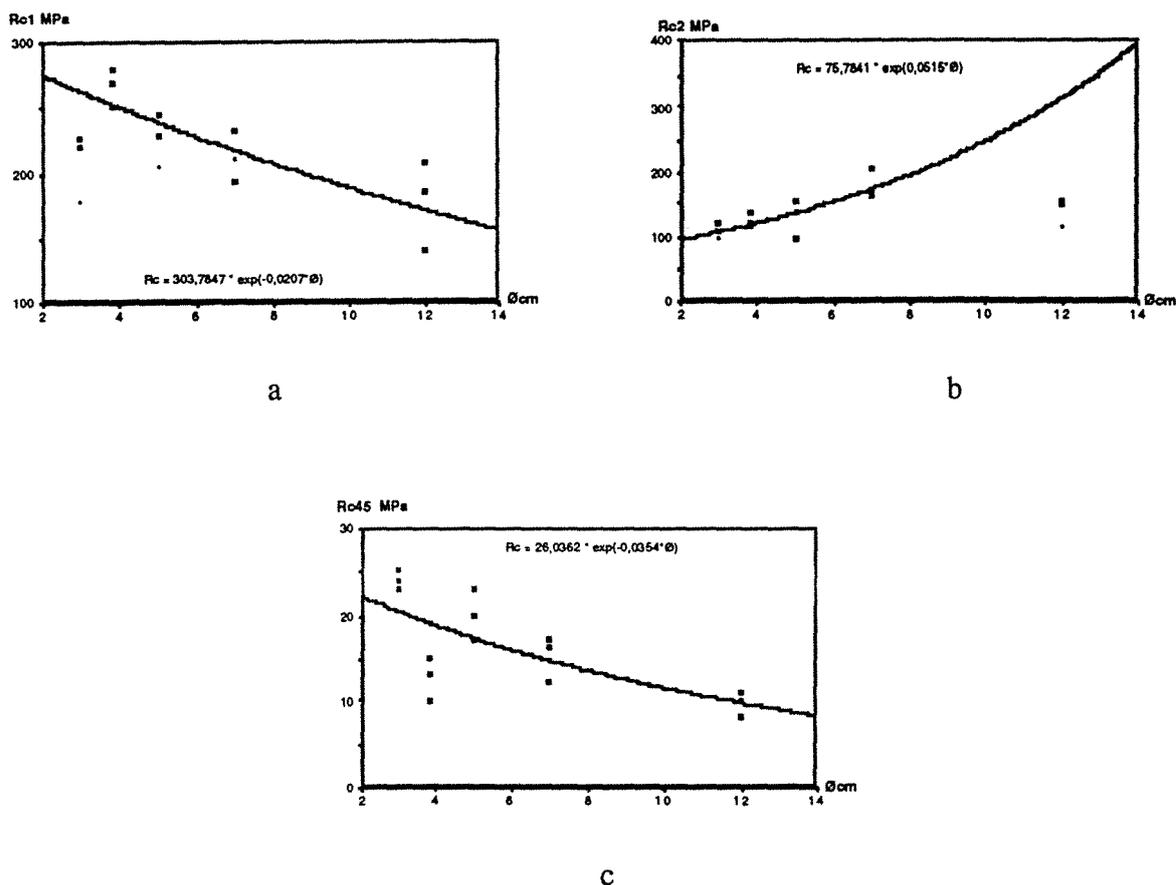


Fig. 112 : Evolution des résistances à la compression du schiste avec le diamètre de l'éprouvette suivant trois directions.

En ce qui concerne les éprouvettes à schistosité transversale les résistances décroissent avec le diamètre suivant un loi du type :  $R_c = 303,78 \exp(-0,0207 \varnothing)$ . Cette relation ne tient pas compte des mesures effectuées pour un petit diamètre ( $\varnothing < 40\text{mm}$ ) du fait de l'influence probable d'un effet de peau.

Une évolution similaire est à constater pour une orientation à  $45^\circ$  :  $R_c = 26,04 \exp(-0,0354 \varnothing)$ .

L'effet de peau ou effet d'échelle inverse prend le dessus lorsque la contrainte est parallèle à la schistosité. On a alors la relation :  $R_c = 75,78 \exp(0,0515 \varnothing)$ .

Les modules de Young calculés à partir des données de jauges d'extensométrie montrent des variations relativement peu importantes (Tab.XXV).

$\varnothing$ mm	$E_1$ (MPa)	$E_2$ (MPa)	$E_{45}$ (MPa)
30	43 983	108 081	27 002
38	49 477	116 700	24 011
50	49 038	130 613	27 965
70	45 114	124 979	24 595
120	43 868	127 198	26 959

Tab. XXV : Modules de Young calculés pour trois directions en faisant varier la taille de l'éprouvette.

Les vitesses des ondes P et S mesurées sur les mêmes échantillons ne montrent pas de grandes variations (Fig.113).

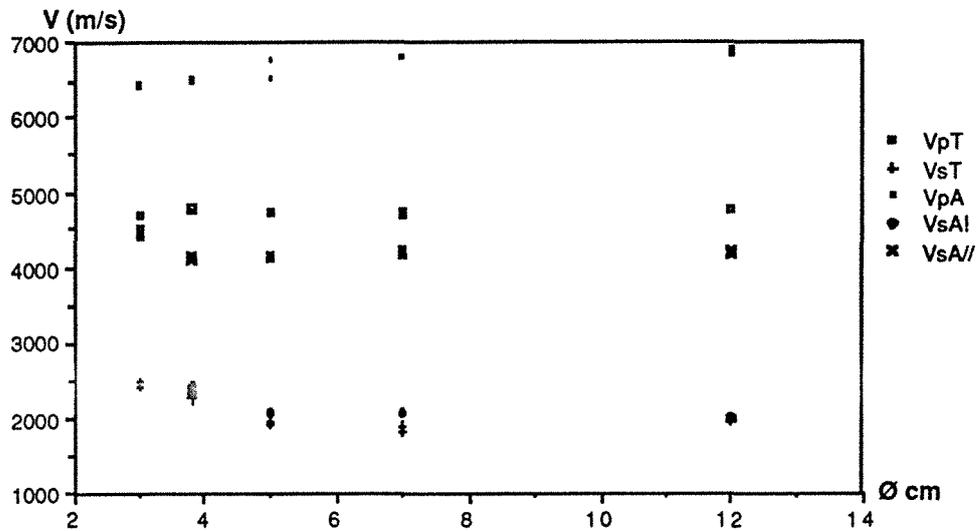


Fig. 113 : Vitesses des ondes P et S mesurées sur des éprouvettes de schiste de différent diamètre selon deux orientations (T : schistosité transversale).

Des mesures de célérités réalisées sur une roche isotrope (granite de Senones) donnent des résultats similaires (Fig.114).

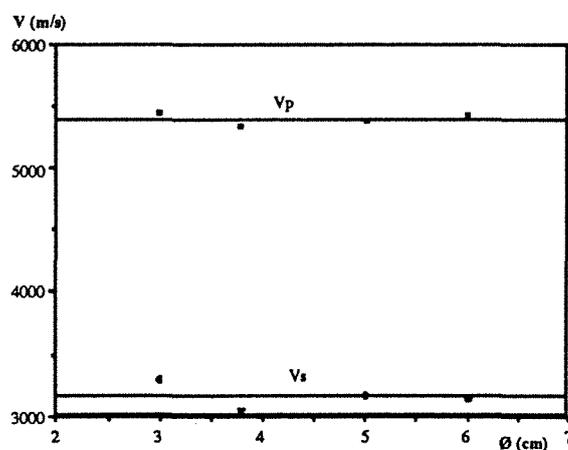


Fig. 114 : Vitesses P et S mesurées sur des éprouvettes de granite de Senones de différent diamètre.

## 2-2) Influence de la vitesse de sollicitation :

Parmi les différences entre essai dynamique et statique, il y a bien entendu la vitesse de sollicitation et l'amplitude de la déformation.

Houpert (1973) a mis en évidence l'effet de la vitesse de mise en charge sur la résistance à la compression et également sur la dispersion des résultats dans le cas du granite de Senones. L'augmentation de cette vitesse provoquerait une augmentation de la résistance et une diminution de la dispersion.

Les travaux de Pineau (1979) sur du minerai de fer montrent également une légère augmentation de la résistance à la compression avec la vitesse de déformation.

Malheureusement ces recherches ne font pas état du module élastique. Homand-Etienne (1985) observe une augmentation du module lorsque la vitesse de déformation augmente. Nous avons réalisé quelques essais sur des éprouvettes de granite de Remiremont équipées de jauges d'extensométrie en faisant varier la vitesse de déformation.

$\dot{\epsilon}$ (s <sup>-1</sup> )	Rc MPa	E MPa
7 10 <sup>-6</sup>	233	67 300
3,3 10 <sup>-5</sup>	245	66 500
5,8 10 <sup>-5</sup>	255	63 000
8,3 10 <sup>-5</sup>	244	63 400

Tab. XXVI : Résistance à la compression et module de Young du granite de Remiremont pour différentes vitesses de déformation

Nos résultats sont loin d'être concluants puisqu'il n'apparaît aucune variation significative du module de Young (Tab.XXVI).

## 2-3) Conclusion :

En règle générale les modules élastiques obtenus par méthode statique et dynamique sont en bonne concordance. Des différences apparaissent lorsque la fissuration ou l'altération interviennent.

Lin et Heuze (1987) ont comparé des valeurs obtenus au laboratoire de façon statique et dynamique ainsi que des valeurs de log sonique relevées *in situ* dans la formation de Mesaverde (grès et schistes). Des différences importantes entre ces techniques sont observées. Les vitesses mesurées en laboratoire sont supérieures à celles mesurées sur le terrain (Fig.115).

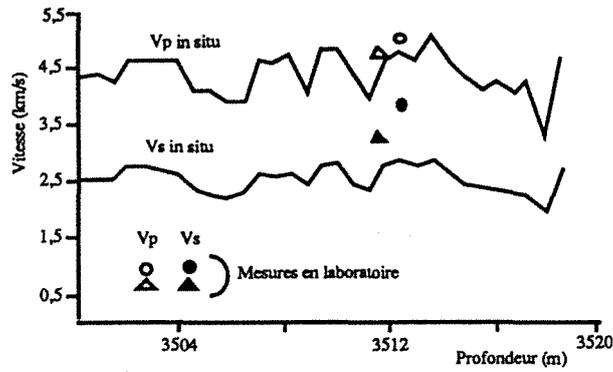


Fig. 115 : Vitesses *in situ* et au laboratoire ( Lin et al, 1987)

La roche étant anisotrope (isotrope transverse) seuls les paramètres  $C_{33}$  et  $C_{44}$  peuvent être déterminés (Fig.116). En ce qui concerne les méthodes dynamiques des différences allant jusqu'à 200% sont constatées entre les résultats de laboratoire et de terrain. Cette différence peut atteindre 600% entre valeurs statiques et dynamiques.

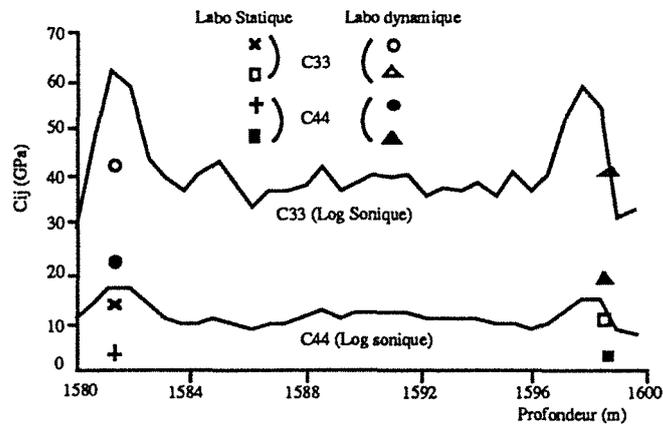


Fig. 116 : Coefficients  $C_{33}$  et  $C_{44}$  déterminés *in situ* et au laboratoire de façon statique et dynamique (Lin et al., 1987).

Tout cela n'apporte pas de réponse mais montre la complexité du problème, les trois méthodes mise en œuvre donnant trois résultats différents.



# CONCLUSION GENERALE

Nous venons de présenter les résultats de nos recherches. Tous les points ne sont pas positifs et nous n'avons pas la prétention de résoudre tous les problèmes posés. Sans revenir sur les conclusions exposées à la fin des différents chapitres, il nous semble intéressant d'insister sur quelques points précis.

La dispersion des résultats est un problème bien connu en mécanique des roches et en règle générale dès que l'on traite d'un matériau hétérogène. Il est cependant remarquable d'observer des coefficients de variation relativement faibles pour la plupart des mesures par propagation d'ondes. Ainsi des structures peu marquées sont détectables aux ultrasons de manière relativement sûre.

L'atténuation pose des problèmes importants. Les essais, bien que paraissant simples, demandent un soin extrême. Il nous semble indispensable d'insister sur le fait que, dans l'état d'avancement de nos travaux, le paramètre d'atténuation calculé (quel qu'il soit) ne doit pas être interprété comme un paramètre intrinsèque. Seule l'étude des variations en fonction de divers facteurs doit être prise en compte. Il en va de même en ce qui concerne les vitesses.

La propagation des ultrasons se révèle très sensible à la présence de fissures. Le calcul d'atténuation peut alors donner des résultats plus fins que ceux obtenus à partir des vitesses. Lorsqu'une fissuration importante se superpose à une forte anisotropie planaire, la perturbation induite interdit tout traitement de signal.

Malgré le nombre limité de matériaux étudiés, il apparaît une distinction importante entre les roches à anisotropie planaire continue et discontinue. Il est important de rappeler que dans le cas du gneiss (anisotropie planaire continue), les modules élastiques statiques et dynamiques présentent une bonne similitude quel que soit le paramètre considéré.

Cela nous amène à aborder le problème de corrélation entre modules dynamiques et statiques. Il ressort de nos observations que ces deux catégories de valeurs diffèrent essentiellement lorsque la fissuration perturbe la mesure de façon non négligeable. Contrairement aux essais en compression, la propagation d'ondes ultrasoniques permet la détermination d'une matrice de raideur pour un seul

échantillon. Cela présente un avantage certain surtout lorsque la roche est fortement hétérogène. Le calcul des modules élastiques est obtenu avec plus de facilité dans le cas dynamique : nous rappellerons que le module de cisaillement est très difficile à déterminer par essai de compression.

Beaucoup de travaux restent à faire afin de tenter d'éclaircir quelques problèmes soulevés. Afin de mieux cerner l'influence de la saturation, il serait bon de pouvoir faire varier à loisir le taux de saturation des échantillons. Il serait alors intéressant d'étudier la propagation des ondes connaissant très précisément le taux de saturation de la roche (et la répartition du fluide) et la géométrie du milieu poreux. Nous ne reviendrons pas sur les problèmes rencontrés lors des mesures d'atténuation. Il serait également intéressant d'appliquer ces méthodes à différents types de symétrie.

Dans ce mémoire, nous avons voulu exposer les problèmes se présentant à l'expérimentateur et présenter des résultats satisfaisants sans faire intervenir des "outils" trop encombrants.

## BIBLIOGRAPHIE

- ATTEWEL P.B. (1970). - Triaxial anisotropy of wave velocity and elastic moduli in slate and their concordance with fabric and tectonic symmetry. *Int. J. Rock Mech. Min. Sci. and Geomech. Abstr.*, vol. 7, pp. 193-207.
- AULD B.A. (1973). - *Acoustic fields and waves in solids*. Wiley , New York, vol. I (423 p.) et vol. II (414 p.).
- AVEDISSIAN Y.M. et WOOD L.E. (1968). - Prediction of compressive strength of rock from its sonic properties. *Basic and applied rock mech., 10th Symp. on Rock Mech.*, Austin, pp. 55-71.
- BERTHAUD Y. (1988). - *Mesure de l'endommagement du béton par une méthode ultrasonore*. Thèse de doctorat, Paris VI, 81 p.
- BIENIAWSKI Z. T. (1968). - The effect of specimen size on compressive strength of coal. *Int. J. Rock Mech. Min. Sci. and Geomech. Abstr.*, vol.5, pp. 325-335.
- BIOT M. (1956). - Theory of propagation of elastic waves in a fluid-saturated porous solid. *J. of the acoustical Society of America* ; vol. 28, n°2, pp. 168-191.
- BOUMAHDJ M. (1989). - *Conception et réalisation d'un triaxial vrai de grande capacité simulateur d'ouvrages souterrains*. Thèse de doctorat, U.S.T.Lille, 144 pages.
- BOURBIE T. (1985). - L'atténuation intrinsèque des ondes sismiques. *Rev. de l'I.F.P.*, vol.39, n° 6, Nov. Dec. 1984 /vol.40, n°2, Mars Avril 1985.
- BOURBIE T., COUSSY O. et ZINSZNER B. (1986). - *Acoustique des milieux poreux*. Publication IFP, Ed.Technip, Paris, 339 p.
- BOURBIE T. et ZINSZNER B. (1985). - Hydraulic and acoustic properties as a function of porosity in fontainebleau sandstone. *J.G.R.*, vol.90, B13, pp. 11,524-11,532.
- CUNHA A. P. (1990). - Scale effects in rock mechanics. In *scale effects in rock masses, Proc. 1st Workshop on Scale Effects*, Loen, Balkema, Rotterdam, pp. 3 - 27.
- CUXAC P., HOMAND F., HAMMADE E. et MOREL E. (1990). - Comportement mécanique d'un schiste ardoisier. *C.R. 25e Coll. Gr. Fr. Rhéologie*, Grenoble, pp. 101-112.
- DAGAMA C. D. (1971). - Studying rock fractures by wave attenuation methods. In *Rock Fracture, C.R.Symp. Internat. Méc. Roches*, Nancy, comm. I-2.
- DAYRE M. (1970). - Lois de rupture d'un schiste ardoisier présentant une linéation dans le plan de schistosité. *C.R. 2nd Congrès Internat. Méc. Roches*, Belgrade, vol. II, comm. 3-38.
- DEKLOTZ E. S., BROWN J. N. et STEMLER O. A. (1966). - Anisotropy of a schistose gneiss. *C.R. 1er Congrès Internat. Méc. Roches*, Lisbonne, vol. I, pp.465-470.

- DENIS A., PANET M. et TOURENQ C. (1979). - Identification des roches par l'indice de continuité. *C.R. 4ème Congrès Int. Méc. Roches*, Montreux, vol. II, pp. 95-98.
- DE MELLO MENDES F. (1966). - About the anisotropy of schistose rocks. *C.R. 1er Congrès Internat. Méc. Roches*, Lisbonne, vol. I, pp. 607-611.
- DE MELLO MENDES F. (1971). - About the anisotropy of uniaxial compressive strength in schistose rocks. In *Rock Fracture, C.R. Symp. Internat. Méc. Roches*, Nancy, comm. II-13.
- DIEULESAINT E. et ROYER D. (1974). - *Ondes élastiques dans les solides. Application au traitement du signal*. Masson, Paris, 407p.
- DURAND G. (1978). - *Contribution à l'étude de la microfissuration des roches*. Thèse docteur 3ème cycle, Paris VI, 88 p.
- EINSTEIN H., BAECHER G. et HIRSCHFELD R. (1970). - The effect of size on strength of a brittle rock. *C.R. 2nd Congrès Internat. Méc. Roches*, Belgrade, vol. 2, thème 3, comm. 3-2.
- EISSA E. A. et KAZI A. (1988). - Relation between static and dynamic Young's moduli of rock. *Int. J. Rock Mech. Min. Sci. and Geomech. Abstr.*, vol. 25, pp. 479-482.
- EL GUERJOURA R., BARROT A., DESCHAMPS M., HOSTEN B. et GERARD A. (1988). - Une analyse des effets acoustoélastiques. In *C.R. 23è Coll. Gr. Fr. Rhéologie*, Bordeaux.
- FJAER E., HOLT R. M. et RAAEN A. M. (1989). - Rock mechanics and rocks acoustics. In *Rock at Great Depth, C.R. Symp. Internat. Méc. Roches*, Pau, pp. 355-362.
- GUYADER J. et DENIS A. (1986). - Propagation des ondes dans les roches anisotropes sous contrainte. Evaluation de la qualité des schistes ardoisiers. *Bull. Ass. Internat. Géol. Ing.*, n° 33, pp. 49-55.
- HADLEY K. (1976). - Comparison of calculated and observed crack densities and seismic velocities in Westerly granit. *J.G.R.*, vol. 81, n° 20, pp. 3484-3494.
- HARDY H. R. et KIM Y. S. (1971). - Monitoring crack closure in geologic materials using ultrasonic technique. In *Rock Fracture, C.R. Symp. Internat. Méc. Roches*, Nancy, comm. I-3.
- HOMAND-ETIENNE F. (1985). - *Comportement mécanique des roches en fonction de la température*. Thèse de doctorat ès sciences, I.N.P.L., 261 p.
- HOSTEN B. (1988). - Indicateurs ultrasonores d'endommagement. In *C.R. 23è Coll. Gr. Fr. Rhéologie*, Bordeaux.
- HOSTEN B. et CASTAGNEDE B. (1983). - Optimisation du calcul des constantes élastiques à partir des mesures de vitesses d'une onde ultrasonore. *C.R. Acad.Sci.*, Paris, t.296, pp. 297-230.
- HOUPERT R. (1969). - L'effet d'échelle en compression simple dans le cas des granites. *C.R.Acad.Sci.*, t.269, pp. 1171-1174.
- HOUPERT R. (1973). - *Comportement mécanique des roches cristallines à structure quasi-isotrope*. Thèse doctorat ès sciences, Université Nancy I.
- HOUPERT R. et TISOT J. P. (1969). - Effet d'échelle et dispersion des contraintes de rupture en compression simple dans le cas d'un granite. *C.R. 2ème Coll. Fissuration des roches, Rev. Indust. Minér.*, n° spécial 15 juillet 1969, Paris, pp. 29-34.

- HOWARTH D. F. (1985). - Development and evaluation of ultrasonic piezoelectric transducers for determination of dynamic Young's modulus of triaxially loaded rock cores. *Geotechnical testing J.*, vol.8, n° 2, pp. 59-65.
- INGLES O.G., LEE I.K. et NEIL R.C. (1973). - The influence of stress history on lateral strain. *Rock Mechanics*, vol.5, pp. 203-213.
- I.S.R.M. (commission on standardization of laboratory and field tests) (1978). - Suggested methods for determining sound velocity. *Int. J. Rock Mech. Min. Sci. and Geomech. Abstr.*, vol.15, pp. 53-58.
- JACKSON R. et LAU J.S. O. (1990). - The effect of specimen size on the laboratory mechanical properties of lac du Bonnet grey granite. In *Scale effects in rock masses, Proc. 1st Workshop on Scale Effects*, Loen, Balkema, Rotterdam, pp. 165-174.
- JAEGER J. G. et COOK N. G. W. (1969). - *Fundamentals of rock mechanics*. Chapman and Hall, London, 515 p.
- JECH J. et PSENCIK I. (1989). - First order perturbation method for anisotropic media. *Geophys. J. Internat.*, vol. 99, pp. 369-376.
- JOHNSTON D. H. et TOKSOZ M. N. (1980). - Thermal cracking and amplitude dependent attenuation. *J.G.R.*, vol.85, B2, pp. 937-942.
- JOHNSTON D. H. et TOKSOZ M. N. (1980). - Ultrasonic P and S wave attenuation in dry and saturated rocks under pressure. *J.G.R.* 85, B2, pp. 925-936.
- JONES.C. et MURRELL S. A. F. (1989). - Acoustic compressional wave velocity and dilatancy in triaxially stressed rock. In *Rock at Great Depth, Symp. Internat. Méc. Roches*, Pau, pp. 241-247.
- KAVETSKY A., CHITOMBO G. P. F., McKENZIE C. K. et YANG R. L. (1990). - A model of acoustic pulse propagation and its application to determine Q for a rock mass. *Int. J. Rock Mech. Min. Sci. and Geomech. Abstr.*, vol.27, n°1, pp. 33-41.
- KING M. S. (1969). - Static and dynamic elastic moduli of rocks under pressure. *Rock Mechanics, Theory and practice, Proc. 11th Symp. on Rock Mech.*, Berkeley, pp. 329-351.
- KJARTANSSON E. (1979). - Constant Q wave propagation and attenuation. *J. G. R.*, vol.84, n°B9, pp. 4737-4748.
- KLIMIS N. (1988). - *Etude en laboratoire de l'atténuation des ondes longitudinales. Application a la caractérisation géotechnique des roches*. Rapp. Lab. Ponts et Chaussées, GT 28, 196 p.
- KLIMIS N., MASSIEU E. et DURVILLE J. L. (1989). - Atténuation des ondes ultrasonores dans les roches. *Bull. liaison Lab. Ponts et Chaussées*, n°161, pp. 7-16.
- KULHAWY F. H. (1975). - Stress deformation properties of rock and rock discontinuities. *Engineering geology*, vol.9, pp. 327-350.
- LAQUECHE H. (1985). - *Détermination de l'énergie de fracturation des roches anisotropes et sismogénèse*. Thèse doctorat, Université Bordeaux I.
- LEKHNITSKII S. G. (1963). - *Theory of elasticity of an anisotropic elastic body*. Holden Day Inc., San Francisco, 404 p.
- LERAU J., SAINT LEU C. et SIRIEYS P. (1981). - Anisotropie de la dilatance des roches schisteuses. *Rock Mechanics*, vol.13, pp. 185-196.

- LHOTE F., LEYMARIE P. et HETIER J.M. (1969). - Utilisation du diffractomètre de texture pour la détermination des orientations cristallines des roches microgrenues. Application à la texture de quelques laves du Massif Central. *Bull. Soc. Fr. Minéral. Cristallogr.*, pp. 299-307.
- LIN W. et HEUZE F. E. (1987). - Comparison of in situ dynamic moduli and laboratory moduli of Mesaverde rocks. *Int. J. Rock Min. Sci. and Geomech. Abstr.*, vol.24, n° 4, pp. 257-263.
- LOUREIRO PINTO J. (1966). - Stresses and strains in an anisotropic orthotropic body. *C.R. 1er Congrès Internat. Méc. Roches*, Lisbonne, vol. I, comm. 3- 65.
- LOUREIRO PINTO J. (1970). - Deformability of schistous rocks. *C.R. 2nd Congrès Internat. Méc. Roches*, Belgrade, vol. I, comm. 2-30.
- LUCET N. (1989). - *Vitesse et atténuation des ondes élastiques soniques et ultrasoniques dans les roches sous pression de confinement*. Thèse doctorat, Paris VI, 264 p.
- LUCET N. et ZINSZNER B. (1989). - Effet de la pression de confinement sur l'atténuation intrinsèque des ondes de fréquences soniques: Méthodologie de laboratoire et résultats pour les roches non argileuses. In *Rock at Great Depth, C.R. Symp. Internat. Méc. Roches*, Pau, pp. 257-264.
- MASURE P. (1970). - Comportement mécanique des roches à anisotropie planaire discontinue. *C.R. 2nd Congrès Internat. Méc. Roches*, Belgrade, vol I.
- MASURE P. (1970). - *Comportement des roches à anisotropie planaire discontinue : application à l'étude de la stabilité des excavations souterraines*. Thèse doctorat ès sciences, Nancy, 273 p.
- MOLINA J. P. (1981). - Caractérisation de la fissuration des roches par amortissement d'ondes ultrasonores. Thèse docteur de spécialité, I.N.P.Grenoble, 105 p.
- MOLINA J. P., PIAU M. et WACK B. (1980). - Amortissement des ondes ultrasonores dans les roches multifissurées. *Rev. du CETHEDDEC*, 2è trimestre 1980, n°S80-1, pp. 117-124.
- MORLIER P. (1968). - Relation quantitative entre la fissuration et la célérité des ondes dans les roches fissurées. *C.R. 1er Coll. Fissuration des Roches*, Paris 1967, Rev. Indust. Miné. n° spécial 15 mai 1968, pp. 16-20.
- MORLIER P. (1971). - Description de l'état de fissuration d'une roche à partir d'essais non destructifs simples. *Rock Mechanics*, vol.3, pp. 125-138.
- O'CONNELL R. et BUDIANSKY B. (1974). - Seismic velocities in dry and saturated cracked solids. *J.G.R.*, vol. 79, n° 35, pp. 5412-5426.
- O'CONNELL R. et BUDIANSKY B. (1977). - Viscoelastic properties of fluid saturated cracked solid. *J.G.R.*, vol. 82, n° 36, pp. 5719-5735.
- PERES RODRIGUES (1970). - Anisotropy of rocks. Most probable surfaces of the ultimate stresses and of the moduli of elasticity. *C.R. 2nd Congrès Internat. Méc. Roches*, Belgrade, vol. I, comm. 1-20.
- PIAU M. (1978). - Crack scattering in polycrystalline media. *Lett. Appl. Engng. Sci.*, vol.16, pp. 565-570.
- PIAU M. (1979). - Attenuation of a plane compressional wave by a random distribution of thin circular cracks. *Int. J. Engng Sci.*, vol.17, pp. 151-167.

- PIAU M. (1980). - Crack induced anisotropy and scattering in stressed rocks : effective elastic moduli and attenuation. *Int. J. Engng Sci.*, vol.18, pp. 549-568.
- PIAU M. (1983). - Propagation ultrasonore dans les roches fissurées. *Rev. d'acoustique*, n° 66, pp. 194-197.
- PINEAU A. (1979). - *Effet d'échelle et structures mécaniques du minerai de fer lorrain*. Thèse docteur 3ème cycle, I.N.P.L.
- POSTMA G. W. (1955). - Wave propagation in a stratified medium. *Geophysics*, vol.XX, n° 4, pp. 780-806.
- RAMANA Y. V. et VENKATANARAYANA B. (1973). - Laboratory studies on Kolar rocks. *Int. J. Rock Mech. Min. Sci. and Geomech. Abstr.*, vol.10, pp. 465-489.
- RASOLOFOSAON P. N. J. et ZINSZNER B. (1989). - Effet de la relaxation des contraintes in situ sur l'anisotropie ultrasonore P et S des carottes de forage. In *Rock at Great Depth, Symp. Internat. Méc. Roches*, Pau, pp. 305-312.
- RINEHART J. S., FORTIN J. P. et BURGIN L. (1961). - Propagation velocity of longitudinal waves in rocks. Effect of state of stress, stress level of the wave, water content, porosity, temperature, stratification and texture. In *Proc. 4th Symp. on Rock Mech.*, Pennsylvania, pp. 119-135.
- RODDIER F. (1985). - *Distribution et transformation de Fourier*. Mc Graw-Hill, Paris.
- ROUX J., HOSTEN B., CASTAGNEDE B. et DESCHAMPS M. (1985). - Caractérisation mécanique des solides par spectro-interférométrie ultrasonore. *Rev. phys. apl.* 20 , pp. 351-358.
- SAINT LEU C., LERAU J. et SIRIEYS P. (1978). - Mécanismes de rupture des schistes de Lacaune (Tarn). Influence de la pression isotrope. *Bull. Minéral*, vol.101, pp. 437-441.
- SANTARELLI J. F. (1987). - *Theoretical and experimental investigation of the stability of the axisymmetric wellbore*. PhD, Imperial College, London, 472 p.
- SAYEHI M., KONDO D., CUXAC P. et HENRY J.P. (1990). - Etude expérimentale de l'endommagement du grès de Fontainebleau. In *C.R. 25è Coll. Gr. Fr. Rhéologie*, Grenoble, pp. 39-49.
- SEARS F. M. et BONNER B. P. (1981). - Ultrasonic attenuation measurement by spectral ratios utilizing signal processing techniques. *IEEE Transactions on Geoscience and remote sensing* , vol. GE 19 n°2, pp. 95-99.
- SEKI H., GRANATO A. et TRUPELL R. (1956). - Diffraction effects in the ultrasonic field of a piston source and their importance in the accurate measurement of attenuation. *J.A.S.A.*, vol. 28, pp. 230-238.
- SICARDY O. (1986). - *Application de quelques techniques de contrôle non destructif à la caractérisation des roches calcaires : ultrasons, radiographies, tomographie, neutronographie*. Rapport CEA-R-5336.
- SIRIEYS P. (1966). - *Contribution à l'étude des lois de comportement des structures rocheuses*. Thèse docteur ès sciences, Université de Grenoble.
- SIRIEYS P. (1982). - Anisotropie mécanique des roches. In *Comportement mécanique des solides anisotropes*. Coll. Euromech, Villard de Lans, 1979, pp. 481-532.

TALEBI S. (1983). - Une méthode précise pour la mise en évidence et l'étude de l'anisotropie dans les roches. *Rev. de l'I.F.P.*, vol. 38, n° 4, pp. 439-453.

TARIF P. (1986). - *Mesure de l'atténuation des ondes compressionnelles ultrasoniques dans les roches : application à la mesure de l'anisotropie d'atténuation*. Thèse doctorat, Paris VI, 207 p.

TERRIEN M., BERGUES J., SARDA J. P. et CHAYE D'ALBISSIN M. (1984). - Etude expérimentale de l'anisotropie d'un grès et d'un marbre. *Rev. de l'I.F.P.*, vol.39, n° 6, pp. 707-715.

THIERCELIN M. (1980). - *Application de l'émission acoustique à l'étude de la fissuration et de la rupture des roches*. Thèse doctorat d'ingénieur, Université de Grenoble I, 212 p.

TOKSOZ M. N., JOHNSTON D. H. et TIMUR (1979). - Attenuation of seismic waves in dry and saturated rocks: laboratory measurements. *Geophysics*, vol. 44, n° 4, 1979, pp. 681-690.

TOSAYA C. A. (1982). - Acoustical anisotropy of cotton valley shale. *S.P.E.* 10 995.

TOURENCQ C., FOURMAINTRAUX D. et DENIS A. (1971). - Propagation des ondes et discontinuités des roches. In *Fissuration des roches, C.R. Symp. Internat. Méc. Roches*, Nancy, comm. I-1.

TRUELL R., ELBAUM C. et CHICK B. B. (1969). - *Ultrasonic methods in solid state physics*. Academic Press, New York.

VAN BAAREN J. P., HELLER H. K.J. et VISSER R. (1989). - Acoustic measurements on artificial rock. In *Rock at Great Depth, Symp. Internat. Méc. Roches*, Pau, pp. 283-290.

VAN HEERDEN W. L. (1987). - General relations between static and dynamic moduli of rocks. *Int. J. Rock Mech. Min. Sci. and Geomech. Abstr.*, vol.24, n° 6, pp. 381-385.

## ANNEXE A1

DETERMINATION DES MODULES STATIQUES :  
CAS DES SYMETRIES HEXAGONALES ET ORTHOTROPES



Pour les annexes A1 et A2 nous avons largement fait appel à l'ouvrage de Lekhnitskii (1963).

1) SYMETRIE HEXAGONALE :

Cette symétrie correspond au corps isotrope transverse.(Fig.A1)

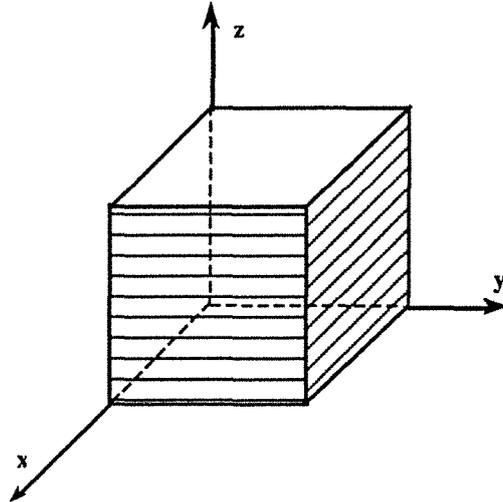


Fig. A1 : Définition des axes structuraux en symétrie hexagonale.

La matrice élastique s'écrit alors sous la forme :

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & 0 & 0 & 0 \\ & a_{11} & a_{13} & 0 & 0 & 0 \\ & & a_{33} & 0 & 0 & 0 \\ & & & a_{44} & 0 & 0 \\ & & & & a_{44} & 0 \\ & & & & & a_{66} \end{bmatrix}$$

Les composantes  $a_{ij}$  vérifient les égalités suivantes :

$$a_{11} = \frac{1}{E_X} = \frac{1}{E_Y}$$

$$a_{33} = \frac{1}{E_Z}$$

$$a_{44} = \frac{1}{G_{YZ}} = \frac{1}{G_{XZ}}$$

$$a_{66} = 2(a_{11} - a_{12})$$

$$a_{12} = -\frac{V_{YX}}{E_X} = \frac{V_{XY}}{E_Y}$$

$$a_{13} = -\frac{V_{ZX}}{E_X} = -\frac{V_{XZ}}{E_Z}$$

La loi de Hooke permet d'écrire :

$$\left\{ \begin{array}{l} \epsilon_X = a_{11} \sigma_X + a_{12} \sigma_Y + a_{13} \sigma_Z \\ \epsilon_Y = a_{12} \sigma_X + a_{11} \sigma_Y + a_{13} \sigma_Z \\ \epsilon_Z = a_{13} (\sigma_X + \sigma_Y) + a_{33} \sigma_Z \\ \gamma_{YZ} = a_{44} \tau_{YZ} \\ \gamma_{XZ} = a_{44} \tau_{XZ} \\ \gamma_{XY} = a_{66} \tau_{XY} \end{array} \right. \quad (1)$$

Nous allons examiner successivement les cas où la contrainte s'exerce suivant une direction principale de la roche.

I-1) Contrainte selon Z :

Les relations (1) deviennent :

$$\left\{ \begin{array}{l} \epsilon_X = a_{13} \sigma_Z \\ \epsilon_Y = a_{13} \sigma_Z \\ \epsilon_Z = a_{33} \sigma_Z \\ \gamma_{YZ} = 0 \\ \gamma_{XZ} = 0 \\ \gamma_{XY} = 0 \end{array} \right. \quad (2)$$

On en déduit donc les valeurs de  $a_{13}$  et de  $a_{33}$  à partir de jauges axiales et transversales.

I-2) Contrainte selon X :

Les relations (1) deviennent :

$$\left\{ \begin{array}{l} \epsilon_X = a_{11} \sigma_X \\ \epsilon_Y = a_{12} \sigma_X \\ \epsilon_Z = a_{13} \sigma_X \\ \gamma_{YZ} = 0 \\ \gamma_{XZ} = 0 \\ \gamma_{XY} = 0 \end{array} \right. \quad (3)$$

Les valeurs de  $a_{11}$ , de  $a_{12}$  et accessoirement de  $a_{13}$  peuvent être calculées à partir de jauges axiales et transversales.

### I-3) Contrainte selon Y :

Etant donné la symétrie du matériau ce cas nous ramène au cas où la contrainte s'applique suivant l'axe X.

### I-4) Essais clinotropes :

Il nous reste à déterminer le paramètre  $a_{44}$ ,  $a_{66}$  étant calculé à partir de  $a_{11}$  et  $a_{12}$ . Deux essais clinotropes sont alors possibles (fig.A2) :

- Soit  $\gamma_{YZ} = a_{44} \tau_{YZ}$

- Soit  $\gamma_{XZ} = a_{44} \tau_{XZ}$

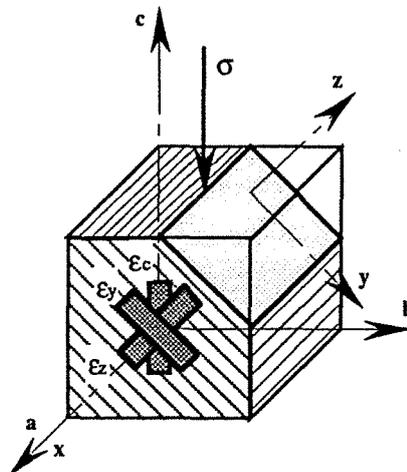


Fig. A2 : Essai clinotrope.

### I-5) Conclusion:

Ainsi la matrice élastique d'un matériau à symétrie hexagonale peut être déterminée pratiquement à partir de deux essais orthotropes et d'un essai clinotrope.

## II) SYMETRIE ORTHOTROPE:

La figure A3 schématise un matériau ayant une telle symétrie

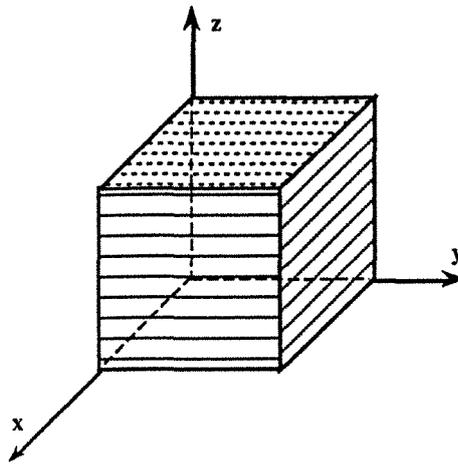


Fig. A3 : Définition des axes structuraux pour une symétrie orthotrope.

La matrice élastique s'écrit de la façon suivante :

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & 0 & 0 & 0 \\ & a_{22} & a_{23} & 0 & 0 & 0 \\ & & a_{33} & 0 & 0 & 0 \\ & & & a_{44} & 0 & 0 \\ & & & & a_{55} & 0 \\ & & & & & a_{66} \end{bmatrix}$$

Les composantes  $a_{ij}$  vérifient les égalités suivantes :

$$a_{11} = \frac{1}{E_X}$$

$$a_{22} = \frac{1}{E_Y}$$

$$a_{33} = \frac{1}{E_Z}$$

$$a_{44} = \frac{1}{G_{YZ}}$$

$$a_{55} = \frac{1}{G_{XZ}}$$

$$a_{66} = \frac{1}{G_{XY}}$$

$$a_{12} = -\frac{V_{YX}}{E_X} = \frac{V_{XY}}{E_Y}$$

$$a_{13} = -\frac{V_{ZX}}{E_X} = -\frac{V_{XZ}}{E_Z}$$

$$a_{23} = -\frac{V_{YZ}}{E_Z} = -\frac{V_{ZY}}{E_Y}$$

La loi de Hooke permet d'écrire :

$$\begin{cases} \epsilon_X = a_{11} \sigma_X + a_{12} \sigma_Y + a_{13} \sigma_Z \\ \epsilon_Y = a_{12} \sigma_X + a_{22} \sigma_Y + a_{23} \sigma_Z \\ \epsilon_Z = a_{13} \sigma_X + a_{23} \sigma_Y + a_{33} \sigma_Z \\ \gamma_{YZ} = a_{44} \tau_{YZ} \\ \gamma_{XZ} = a_{55} \tau_{XZ} \\ \gamma_{XY} = a_{66} \tau_{XY} \end{cases} \quad (4)$$

Nous allons examiner successivement les cas où la contrainte s'exerce suivant une direction principale de la roche.

### II-1) Contrainte selon Z :

Les relations (4) deviennent :

$$\begin{cases} \epsilon_X = a_{13} \sigma_Z \\ \epsilon_Y = a_{23} \sigma_Z \\ \epsilon_Z = a_{33} \sigma_Z \\ \gamma_{YZ} = 0 \\ \gamma_{XZ} = 0 \\ \gamma_{XY} = 0 \end{cases} \quad (5)$$

On en déduit donc les valeurs de  $a_{13}$ ,  $a_{23}$  et de  $a_{33}$  à partir de jauges axiales et transversales (Fig.A4).

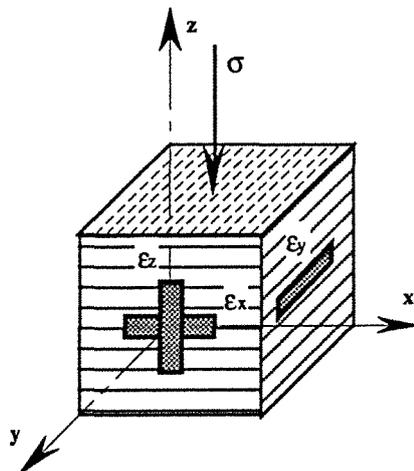


Fig. A4 : Détermination des coefficients  $a_{13}$ ,  $a_{23}$  et  $a_{33}$  d'un corps orthotrope.

## II-2) Contrainte selon X :

Les relation (4) deviennent :

$$\begin{cases} \epsilon_X = a_{11} \sigma_X \\ \epsilon_Y = a_{12} \sigma_X \\ \epsilon_Z = a_{13} \sigma_X \\ \gamma_{YZ} = 0 \\ \gamma_{XZ} = 0 \\ \gamma_{XY} = 0 \end{cases} \quad (6)$$

Les valeurs de  $a_{11}$ , de  $a_{12}$  et accessoirement de  $a_{13}$  peuvent être calculées à partir de jauges axiales et transversales (Fig.A5).

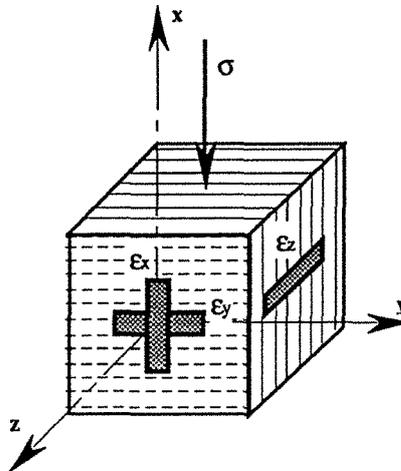


Fig. A5 : Détermination des coefficients  $a_{11}$ , et  $a_{12}$  d'un corps orthotrope.

## II-3) Contrainte selon Y :

Les relation (4) deviennent :

$$\begin{cases} \epsilon_X = a_{12} \sigma_Y \\ \epsilon_Y = a_{22} \sigma_Y \\ \epsilon_Z = a_{23} \sigma_Y \\ \gamma_{YZ} = 0 \\ \gamma_{XZ} = 0 \\ \gamma_{XY} = 0 \end{cases} \quad (7)$$

Les valeurs de  $a_{22}$  et accessoirement de  $a_{12}$  et  $a_{23}$  peuvent être calculées à partir de jauges axiales et transversales (Fig.A6).

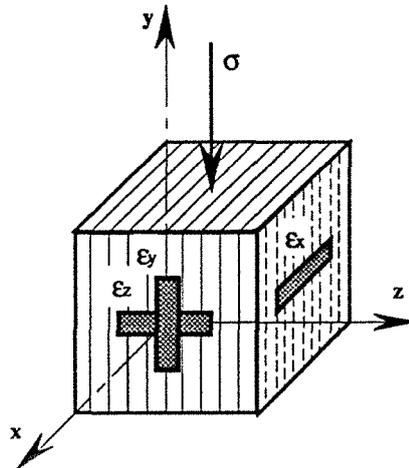


Fig. A6 : Détermination des coefficients  $a_{12}$ , et  $a_{23}$  d'un corps orthotrope.

II-4) Essais clinotropes :

Il nous reste à déterminer les paramètres  $a_{44}$ ,  $a_{55}$  et  $a_{66}$ .

- $\gamma_{YZ} = a_{44} \tau_{YZ}$

La figure A7 schématise l'orientation de la contrainte principale par rapport à la structure et l'orientation des jauges d'extensométrie nécessaires.

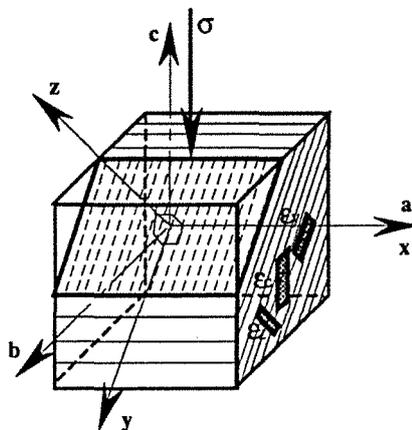


Fig. A7 : Détermination de  $a_{44}$  d'un corps orthotrope.

- $\gamma_{XZ} = a_{55} \tau_{XZ}$  (Fig.A8) .

Comme précédemment la figure 11 schématise ce type d'essai.

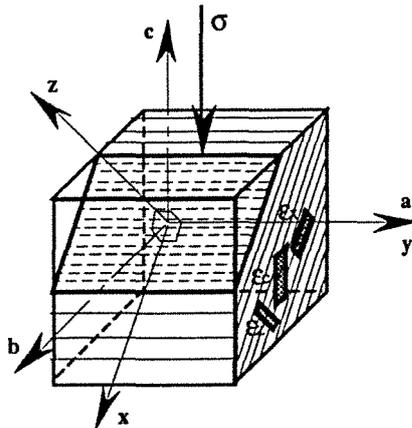


Fig. A8: Détermination de  $a_{55}$  d'un corps orthotrope.

- $\gamma_{XY} = a_{66} \tau_{XY}$  (Fig.A9) .

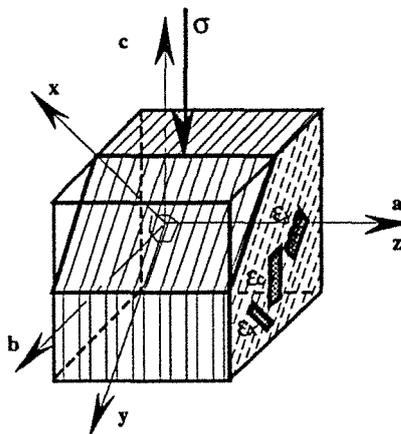


Fig. A9 : Détermination de  $a_{66}$  d'un corps orthotrope.

## II-5) Conclusion :

Donc, pour un corps à symétrie orthotrope trois essais orthotropes et trois essais clinotropes sont nécessaires à la détermination de la matrice élastique.

## ANNEXE A2

DETERMINATION DES MODULES STATIQUES :  
CAS DE LA SYMETRIE MONOCLINIQUE



Nous n'avons pas eu dans le cadre de cette thèse eu affaire à des roches présentant cette symétrie. Nous avons cependant réfléchi aux essais qu'il faudrait réaliser pour déterminer les modules élastiques.

Ce système se caractérise par la présence d'un axe binaire. Sa symétrie est du type  $\frac{A_2}{M}$  C. Bien entendu le problème est identique que l'on considère un plan de symétrie ou un axe d'ordre 2. La matrice se réduit à 13 composantes :

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & 0 & 0 & a_{16} \\ & a_{22} & a_{23} & 0 & 0 & a_{26} \\ & & a_{33} & 0 & 0 & a_{36} \\ & & & a_{44} & a_{45} & 0 \\ & & & & a_{55} & 0 \\ & & & & & a_{66} \end{bmatrix}$$

Chaque composante est liée aux modules élastiques par les égalités suivantes :

$$a_{11} = \frac{1}{E_X}$$

$$a_{22} = \frac{1}{E_Y}$$

$$a_{33} = \frac{1}{E_Z}$$

$$a_{44} = \frac{1}{G_{YZ}}$$

$$a_{55} = \frac{1}{G_{XZ}}$$

$$a_{66} = \frac{1}{G_{XY}}$$

$$a_{12} = -\frac{V_{YX}}{E_X} = \frac{V_{XY}}{E_Y}$$

$$a_{13} = -\frac{V_{ZX}}{E_X} = -\frac{V_{XZ}}{E_Z}$$

$$a_{23} = -\frac{V_{YZ}}{E_Z} = -\frac{V_{ZY}}{E_Y}$$

$$a_{45} = \frac{\mu_{ZX,XY}}{G_{YZ}} = \frac{\mu_{YZ,ZX}}{G_{XZ}}$$

$$a_{36} = \frac{\eta_{XYZ}}{E_Z} = \frac{\eta_{ZXY}}{G_{XY}}$$

$$a_{16} = \frac{\eta_{XYX}}{E_X} = \frac{\eta_{X,XY}}{G_{XY}}$$

$$a_{26} = \frac{\eta_{XY,Y}}{E_Y} = \frac{\eta_{Y,XY}}{G_{XY}}$$

Trois nouveaux coefficients apparaissent ici :

- $\mu_{ij,kl}$  : coefficient de Chentsov ; il caractérise le cisaillement dans un plan parallèle à kl induit par une contrainte tangentielle à ij.
- $\eta_{ij,k}$  : coefficient d'influence mutuelle du premier ordre ; il caractérise l'extension dans la direction parallèle à k induite par une contrainte tangentielle parallèle au plan ij.
- $\eta_{i,jk}$  : coefficient mutuelle du second ordre ; il caractérise le cisaillement dans un plan parallèle à jk sous l'influence d'une contrainte normale parallèle à i.

Posons l'axe Z perpendiculaire au plan de symétrie (cela revient à prendre l'axe Z comme axe binaire). La loi de Hooke nous donne les équations suivantes :

$$\left\{ \begin{array}{l} \epsilon_x = a_{11} \sigma_x + a_{12} \sigma_y + a_{13} \sigma_z + a_{16} \tau_{xy} \\ \epsilon_y = a_{12} \sigma_x + a_{22} \sigma_y + a_{23} \sigma_z + a_{26} \tau_{xy} \\ \epsilon_z = a_{13} \sigma_x + a_{23} \sigma_y + a_{33} \sigma_z + a_{36} \tau_{xy} \\ \gamma_{yz} = a_{44} \tau_{yz} + a_{45} \tau_{xz} \\ \gamma_{xz} = a_{45} \tau_{yz} + a_{55} \tau_{xz} \\ \gamma_{xy} = a_{16} \sigma_x + a_{26} \sigma_y + a_{36} \sigma_z + a_{66} \tau_{xy} \end{array} \right. \quad (1)$$

Plaçons nous successivement dans le cas où une contrainte est appliquée suivant un des axes X, Y, Z.

1) Contrainte selon Z :

Les relations (1) deviennent :

$$\left\{ \begin{array}{l} \epsilon_x = a_{13} \sigma_z \\ \epsilon_y = a_{23} \sigma_z \\ \epsilon_z = a_{33} \sigma_z \\ \gamma_{yz} = 0 \\ \gamma_{xz} = 0 \\ \gamma_{xy} = a_{36} \sigma_z \end{array} \right. \quad (2)$$

2) Contrainte selon X :

Les relation (1) deviennent :

$$\left\{ \begin{array}{l} \epsilon_x = a_{11} \sigma_x \\ \epsilon_y = a_{12} \sigma_x \\ \epsilon_z = a_{13} \sigma_x \\ \gamma_{yz} = 0 \\ \gamma_{xz} = 0 \\ \gamma_{xy} = a_{16} \sigma_x \end{array} \right. \quad (3)$$

### 3) Contrainte selon Y :

Les relation (1) deviennent :

$$\left\{ \begin{array}{l} \epsilon_x = a_{12} \sigma_Y \\ \epsilon_Y = a_{22} \sigma_Y \\ \epsilon_Z = a_{23} \sigma_Y \\ \gamma_{YZ} = 0 \\ \gamma_{XZ} = 0 \\ \gamma_{XY} = a_{26} \sigma_Y \end{array} \right. \quad (4)$$

Ainsi, théoriquement, neuf éléments de la matrice sont déterminés. Six sont facilement mesurables, les trois éléments liés au cisaillement sont plus difficiles à atteindre.

On conçoit facilement que le coefficient  $a_{36}$  ne puisse être déterminé ainsi puisque il faudrait exercer une contrainte selon l'axe Z et mesurer la variation angulaire  $\hat{X}Y$  donc dans le plan orthogonal à la contrainte appliquée! De plus il manque encore les coefficients  $a_{44}$ ,  $a_{55}$ ,  $a_{66}$  et  $a_{45}$ .

Soumettons l'échantillon à une contrainte  $\tau_{XY}$  :

$$\left\{ \begin{array}{l} \epsilon_x = a_{16} \tau_{XY} \\ \epsilon_Y = a_{26} \tau_{XY} \\ \epsilon_Z = a_{36} \tau_{XY} \\ \gamma_{YZ} = 0 \\ \gamma_{XZ} = 0 \\ \gamma_{XY} = a_{66} \tau_{XY} \end{array} \right.$$

On peut ainsi déterminer  $a_{66}$  et  $a_{36}$  durant le même essai. On pourrait également calculer  $a_{16}$  et  $a_{26}$ .

Soumettons maintenant l'échantillon à  $\tau_{YZ}$ .

$$\left\{ \begin{array}{l} \epsilon_x = 0 \\ \epsilon_Y = 0 \\ \epsilon_Z = 0 \\ \gamma_{YZ} = a_{44} \tau_{YZ} \\ \gamma_{XZ} = a_{45} \tau_{YZ} \\ \gamma_{XY} = 0 \end{array} \right.$$

Le coefficient  $a_{44}$  est déterminé par cet essai. Le coefficient  $a_{45}$  n'est toujours pas accessible.

Poursuivons le raisonnement avec  $\tau_{XZ}$ .

$$\begin{cases} \varepsilon_x = 0 \\ \varepsilon_y = 0 \\ \varepsilon_z = 0 \\ \gamma_{yz} = a_{45} \tau_{xz} \\ \gamma_{xz} = a_{55} \tau_{xz} \\ \gamma_{xy} = 0 \end{cases}$$

On détermine ici  $a_{55}$  mais toujours pas  $a_{45}$ .

Les trois premiers cas traités (essais orthotropes) permettent de déterminer  $a_{11}$ ,  $a_{22}$ ,  $a_{33}$ ,  $a_{13}$ ,  $a_{23}$ ,  $a_{12}$ ,  $a_{26}$ ,  $a_{16}$ . Les trois essais clinotropes donnent  $a_{66}$ ,  $a_{36}$ ,  $a_{16}$ ,  $a_{26}$ ,  $a_{44}$ ,  $a_{55}$ . Il manque toujours le paramètre  $a_{45}$ .

Nous allons maintenant voir comment nous pouvons calculer  $a_{45}$  et également  $a_{44}$ ,  $a_{55}$ ,  $a_{66}$ . Bien que nous venions de déterminer théoriquement ces trois valeurs la méthode que nous allons présenter peut faciliter leur calcul ; en effet il arrive bien souvent que les résultats expérimentaux correspondant à la théorie ne donnent pas de bons résultats.

Dans un premier temps nous allons procéder à un changement de repère par rotations de OXYZ (Fig.A10).

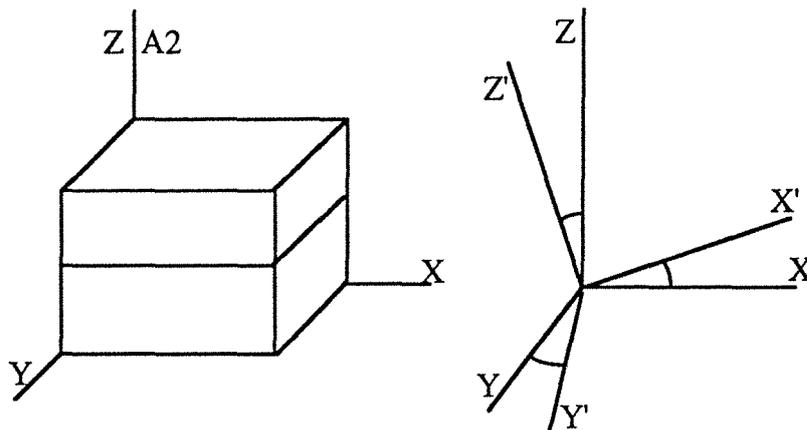


Fig. A10 Représentation des axes.

Les matrices de changement de base sont alors les suivantes :

• Rotation autour de X :

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \varphi & \sin \varphi \\ 0 & -\sin \varphi & \cos \varphi \end{bmatrix}$$

• Rotation autour de Y : 
$$\begin{bmatrix} \cos \varphi & 0 & \sin \varphi \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin \varphi & 0 & \cos \varphi \end{bmatrix}$$

• Rotation autour de Z : 
$$\begin{bmatrix} \cos \varphi & \sin \varphi & 0 \\ -\sin \varphi & \cos \varphi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Une matrice  $a_{ij}$  se transforme en une matrice  $a'_{ij}$  par la relation :

$$a'_{ij} = \sum_{m=1}^6 \sum_{n=1}^6 a_{mn} q_{mi} q_{nj}$$

$q_{ij}$  représente les composantes d'une matrice  $[P]$  définie comme suit :  $[A'] = [P^{-1}] [A] [P^{-1}]$

Si nous développons cette expression nous pouvons écrire les composantes  $a'_{ij}$  de la nouvelle matrice dans le nouveau repère :

$$a'_{11} = a_{11} q_{11}^2 + a_{22} q_{21}^2 + a_{33} q_{31}^2 + a_{44} q_{41}^2 + a_{55} q_{51}^2 + a_{66} q_{61}^2 + 2(a_{12} q_{11} q_{21} + a_{13} q_{11} q_{31} + a_{16} q_{11} q_{61} + a_{23} q_{21} q_{31} + a_{26} q_{21} q_{61} + a_{36} q_{31} q_{61} + a_{45} q_{41} q_{51})$$

En remplaçant par les cosinus directeurs on aura :

$$a'_{11} = a_{11} \alpha_1^4 + a_{22} \beta_1^4 + a_{33} \gamma_1^4 + a_{44} \beta_1^2 \gamma_1^2 + a_{55} \gamma_1^2 \beta_1^2 + a_{66} \alpha_1^2 \beta_1^2 + 2 \alpha_1 \alpha_2 (a_{12} \alpha_1 \alpha_2 + 2 a_{16} \alpha_1^2 + 2 a_{26} \alpha_2^2 + 2 a_{36} \alpha_3^2 + 4 a_{45} \alpha_3^2) + 2 \alpha_3^2 (a_{13} \alpha_1^2 + a_{23} \alpha_2^2)$$

Envisageons maintenant successivement une rotation autour d'un des axes.

**Rotation autour de Y :**

$$a'_{Y11} = a_{11} \cos^4 \varphi + a_{33} \sin^4 \varphi + (2a_{13} + a_{55}) \sin^2 \varphi \cos^2 \varphi$$

**Rotation autour de Z :**

$$a'_{Z11} = a_{11} \cos^4 \varphi + a_{22} \sin^4 \varphi + a_{66} \sin^2 \varphi \cos^2 \varphi - 2 \sin \varphi \cos \varphi (2a_{16} \cos^2 \varphi + 2a_{26} \sin^2 \varphi - a_{12} \sin \varphi \cos \varphi)$$

**Rotation autour de X :**

$$a'_{X11} = a_{11}$$

$$a'_{22} = a_{11}^2 q_{12}^2 + a_{22}^2 q_{22}^2 + a_{33}^2 q_{32}^2 + a_{44}^2 q_{42}^2 + a_{55}^2 q_{52}^2 + a_{66}^2 q_{62}^2 \\ + 2a_{12} q_{12} q_{22} + 2a_{13} q_{12} q_{32} + 2a_{16} q_{12} q_{62} + 2a_{23} q_{22} q_{32} + 2a_{26} q_{22} q_{62} + 2a_{36} q_{32} q_{62} + 2a_{45} q_{45} q_{52}$$

En remplaçant par les cosinus directeurs on aura :

$$a'_{22} = a_{11}^2 \alpha_2^4 + a_{22}^2 \beta_2^4 + a_{33}^2 \gamma_2^4 + a_{44}^2 \beta_2^2 \gamma_2^2 + a_{55}^2 \gamma_2^2 \alpha_2^2 + a_{66}^2 \alpha_2^2 \beta_2^2 \\ + 2\alpha_2 \beta_2 \left( a_{12} \alpha_2 \beta_2 + a_{16} \alpha_2^2 + a_{26} \beta_2^2 \gamma_2^2 + a_{36} \gamma_2^2 + a_{45} \gamma_2^2 \right) + 2\gamma_2^2 \left( a_{13} \alpha_2^2 + a_{23} \beta_2^2 \right)$$

**Rotation autour de X :**

$$a'_{X22} = a_{22} \cos^4 \varphi + a_{33} \sin^4 \varphi + (2a_{23} + a_{44}) \sin^2 \varphi \cos^2 \varphi$$

**Rotation autour de Z :**

$$a'_{Z22} = a_{11} \sin^4 \varphi + a_{22} \cos^4 \varphi + a_{66} \sin^2 \varphi \cos^2 \varphi - 2 \sin \varphi \cos \varphi \left( -a_{12} \sin \varphi \cos \varphi - a_{26} \sin^2 \varphi + a_{26} \cos^2 \varphi \right)$$

Cette expression n'a aucun intérêt puisque  $a_{66}$  a déjà été déterminé.

$$a'_{33} = a_{11}^2 q_{13}^2 + a_{22}^2 q_{23}^2 + a_{33}^2 q_{33}^2 + a_{44}^2 q_{43}^2 + a_{55}^2 q_{53}^2 + a_{66}^2 q_{63}^2 \\ + 2a_{12} q_{13} q_{23} + 2a_{13} q_{13} q_{33} + 2a_{16} q_{13} q_{63} + 2a_{23} q_{23} q_{33} + 2a_{26} q_{23} q_{63} + 2a_{36} q_{33} q_{63} + 2a_{45} q_{43} q_{53}$$

En remplaçant par les cosinus directeurs on aura :

$$a'_{33} = a_{11}^2 \alpha_3^4 + a_{22}^2 \beta_3^4 + a_{33}^2 \gamma_3^4 + a_{44}^2 \beta_3^2 \gamma_3^2 + a_{55}^2 \gamma_3^2 \alpha_3^2 + a_{66}^2 \alpha_3^2 \beta_3^2 \\ + 2a_{12} \alpha_3^2 \beta_3^2 + 2a_{16} \alpha_3^3 \beta_3 + 2a_{26} \beta_3^2 \alpha_3 + 2a_{36} \gamma_3^2 \alpha_3 \beta_3 + 2a_{45} \gamma_3^2 \alpha_3 \beta_3 + 2a_{13} \alpha_3^2 \gamma_3^2 + 2a_{23} \beta_3^2 \gamma_3^2$$

$a_{44}$ ,  $a_{55}$  et  $a_{66}$  étant déterminés il nous faut  $a_{45}$ . Or il est évident que ce paramètre n'est pas accessible avec le développement ci-dessus.

$$a'_{44} = a_{11} q_{14}^2 + a_{22} q_{24}^2 + a_{33} q_{34}^2 + a_{44} q_{44}^2 + a_{55} q_{54}^2 + a_{66} q_{64}^2 \\ + 2a_{12} q_{14} q_{24} + 2a_{13} q_{14} q_{34} + 2a_{16} q_{14} q_{64} + 2a_{23} q_{24} q_{34} + 2a_{26} q_{24} q_{64} + 2a_{36} q_{34} q_{64} + 2a_{45} q_{44} q_{54}$$

En introduisant les cosinus directeurs on aura :

$$a'_{44} = 4a_{11} \alpha_2^2 \alpha_3^2 + 4a_{22} \beta_2^2 \beta_3^2 + 4a_{33} \gamma_2^2 \gamma_3^2 + a_{44} (\beta_2 \gamma_3 + \beta_3 \gamma_2)^2 + a_{55} (\gamma_2 \alpha_3 + \gamma_3 \alpha_2)^2 + \\ a_{66} (\alpha_2 \beta_3 + \alpha_3 \beta_2)^2 + 8a_{12} \alpha_2 \alpha_3 \beta_2 \beta_3 + 4a_{16} \alpha_2 \alpha_3 (\alpha_2 \beta_3 + \alpha_3 \beta_2) + 4a_{26} \beta_2 \beta_3 (\alpha_2 \beta_3 + \alpha_3 \beta_2) \\ + 4a_{36} \gamma_2 \gamma_3 (\alpha_2 \beta_3 + \alpha_3 \beta_2) + 2a_{45} (\beta_2 \gamma_3 + \beta_3 \gamma_2) (\gamma_2 \alpha_3 + \gamma_3 \alpha_2) + 8a_{13} \alpha_2 \alpha_3 \gamma_2 \gamma_3 + 8a_{23} \beta_2 \beta_3 \gamma_2 \gamma_3$$

**Rotation autour de Z :**

$$a'_{Z44} = a_{44} \cos^2 \varphi + a_{55} \sin^4 \varphi - 2a_{45} \sin \varphi \cos \varphi$$

Le paramètre  $a_{45}$  pourrait ainsi être accessible mais  $a'_{Z44}$  sera difficile à déterminer!

**Rotation autour de X :**

$$a'_{X44} = 4(a_{22} + a_{33}) \cos^2 \varphi \sin^2 \varphi + a_{44} \cos^2 2\varphi - 8a_{23} \sin^2 \varphi \cos^2 \varphi$$

**Rotation autour de Y :**

$$a'_{Y44} = a_{44} \cos^2 \varphi + a_{66} \sin^2 \varphi$$

Cette dernière équation permettrait la détermination de  $a'_{Y44}$  et donc on aboutirait à  $a_{45}$ .



## ANNEXE A3

DETERMINATION DES DIRECTIONS DE PROPAGATION ET DE  
POLARISATION D'ONDES ULTRASONIQUES POUR DETERMINER LES  
PARAMETRES ELASTIQUES D'UN CORPS ORTHOTROPE



Les calculs effectués dans les annexes A3 et A4 concernant la propagation d'ondes on été essentiellement réalisés à partir de l'ouvrage de base de Dieulesaint et Royer (1974).

Nous débuterons cette démonstration en supposant connue la démarche aboutissant à, l'équation de Christoffel :

$$\Gamma_{ij} \Delta_i = \rho V^2 \Delta_j$$

Rappelons que pour une direction donnée correspond trois vitesses de propagation racines de :

$$\det (\Gamma_{ij} - \rho V^2 \delta_{ij}) = 0$$

A chaque vitesse correspond une direction de polarisation vecteur propre de  $\Gamma_{ij}$ .

Le tenseur  $\Gamma = \begin{bmatrix} \Gamma_{11} & \Gamma_{12} & \Gamma_{13} \\ \Gamma_{21} & \Gamma_{22} & \Gamma_{23} \\ \Gamma_{31} & \Gamma_{32} & \Gamma_{33} \end{bmatrix}$  est symétrique ; Ses vecteurs propres sont orthogonaux .

### Symétrie orthotrope s.s.

Dans le système orthorhombique (orthotrope ) la matrice de raideur s'écrit:

$$C = \begin{pmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & 0 & 0 & 0 \\ C_{21} & C_{22} & C_{23} & 0 & 0 & 0 \\ C_{31} & C_{32} & C_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & C_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & C_{55} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & C_{66} \end{pmatrix}$$

Avec une telle symétrie (fig. 1) les composantes de  $\Gamma_{ij}$  s'écrivent :

$$\begin{cases} \Gamma_{11} = C_{11} n_3^2 + C_{66} n_2^2 + C_{55} n_1^2 \\ \Gamma_{12} = (C_{12} + C_{66}) n_3^2 n_2^2 \\ \Gamma_{13} = (C_{13} + C_{55}) n_1^2 n_3^2 \\ \Gamma_{22} = C_{66} n_3^2 + C_{22} n_2^2 + C_{44} n_1^2 \\ \Gamma_{23} = (C_{23} + C_{44}) n_2^2 n_1^2 \\ \Gamma_{33} = C_{55} n_3^2 + C_{44} n_2^2 + C_{33} n_1^2 \end{cases}$$

$$\Gamma_{21} = \Gamma_{12} \quad \Gamma_{31} = \Gamma_{13} \quad \Gamma_{32} = \Gamma_{23}$$

$$\begin{cases} n_1 = \cos \theta \\ n_2 = \sin \theta \cdot \sin \phi \\ n_3 = \sin \theta \cdot \cos \phi \end{cases}$$

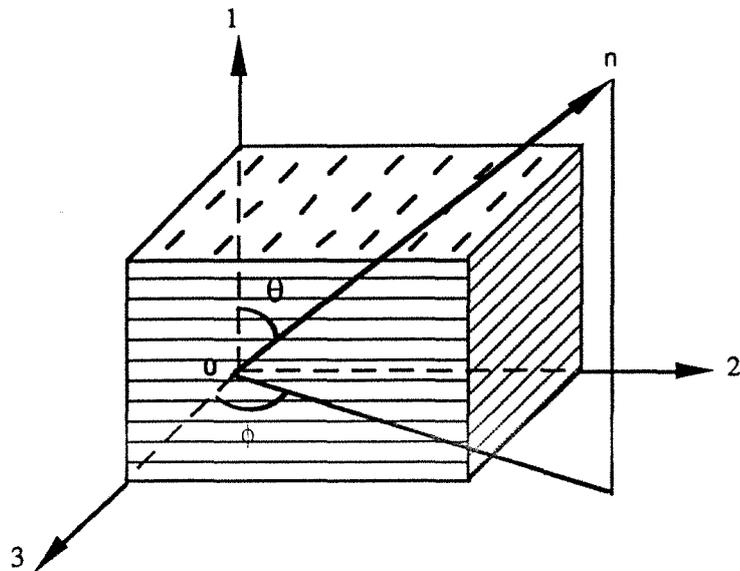


Fig. A11: Définition des axes structuraux et des angles utilisés.

Le calcul des valeurs et vecteurs propres étant facilité lorsque deux des trois composantes non diagonales du tenseur sont nulles, trois cas pourront être examinés:

$$\Gamma_{12} \text{ nul} \Rightarrow (C_{12} + C_{66}) n_3^2 n_2^2 = 0$$

$$* n_3 = 0 = \sin \theta \cdot \cos \phi$$

$$* n_2 = 0 = \sin \theta \cdot \sin \phi$$

$$\Gamma_{13} \text{ nul} \Rightarrow (C_{13} + C_{55}) n_1^2 n_3^2 = 0$$

$$* n_3 = 0 = \sin \theta \cdot \cos \phi$$

$$* n_1 = 0 = \cos \theta$$

$$\Gamma_{23} \text{ nul} \Rightarrow (C_{23} + C_{44}) n_2^2 n_1^2 = 0$$

$$* n_2 = 0 = \sin \theta \cdot \sin \phi$$

$$* n_1 = 0 = \cos \theta$$

Nous allons dans un premier temps déterminer les vitesses des trois ondes pouvant se propager dans le plan (12) :

$$\text{1er CAS : } \Gamma_{12} = \Gamma_{13} = 0 \Rightarrow n_3 = 0 = \sin \theta \cdot \cos \phi \quad \phi = 90^\circ$$

### Plan (12)

Le tenseur de Christoffel s'écrit :

$$n_3 = 0$$

$$n_2 = \sin \theta$$

$$n_1 = \cos \theta$$

$$\Gamma = \begin{bmatrix} \Gamma_{11} & 0 & 0 \\ 0 & \Gamma_{22} & \Gamma_{23} \\ 0 & \Gamma_{32} & \Gamma_{33} \end{bmatrix}$$

Ses composantes deviennent :

$$\begin{cases} \Gamma_{11} = C_{66} \sin^2 \theta + C_{55} \cos^2 \theta \\ \Gamma_{22} = C_{22} \sin^2 \theta + C_{44} \cos^2 \theta \\ \Gamma_{23} = (C_{23} + C_{44}) \sin \theta \cos \theta \\ \Gamma_{33} = C_{44} \sin^2 \theta + C_{33} \cos^2 \theta \end{cases}$$

La recherche des valeurs propres consiste à résoudre l'équation suivante :

$$(\Gamma_{11} - \rho v^2) \cdot (\Gamma_{22} - \rho v^2) \cdot (\Gamma_{33} - \rho v^2) - \Gamma_{23}^2 (\Gamma_{11} - \rho v^2) = 0$$

$$(\Gamma_{11} - \rho v^2) \cdot [(\Gamma_{22} - \rho v^2) \cdot (\Gamma_{33} - \rho v^2) - \Gamma_{23}^2] = 0$$

$$\bullet v = \sqrt{\frac{\Gamma_{11}}{\rho}} = \sqrt{\frac{(C_{66} \sin^2 \theta + C_{55} \cos^2 \theta)}{\rho}}$$

$$\bullet 2\rho v^2 = \Gamma_{22} + \Gamma_{33} \pm \sqrt{(\Gamma_{22} - \Gamma_{33})^2 + 4\Gamma_{23}^2}$$

$$v^2 = \frac{C_{44} + C_{22} \sin^2 \theta + C_{33} \cos^2 \theta}{2\rho} \pm \frac{1}{2\rho} \sqrt{[C_{44} \cos 2\theta + C_{22} \sin^2 \theta - C_{33} \cos^2 \theta]^2 + 4.(C_{23} + C_{44})^2 \sin^2 \theta \cos^2 \theta}$$

Dans les directions structurales le calcul des vitesses et des polarisations donne les résultats suivants :

**CAS 1bis** :

$$\phi = 90^\circ \text{ et } \theta = 0^\circ$$

**Direction 1**

$$\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$\begin{cases} \Gamma_{11} = C_{55} \\ \Gamma_{22} = C_{44} \\ \Gamma_{33} = C_{33} \end{cases}$$

$$\Gamma = \begin{bmatrix} C_{55} & 0 & 0 \\ 0 & C_{44} & 0 \\ 0 & 0 & C_{33} \end{bmatrix}$$

$$V = \sqrt{\frac{C_{55}}{\rho}} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \text{ Onde S}$$

$$V = \sqrt{\frac{C_{44}}{\rho}} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \text{ Onde S} \quad V = \sqrt{\frac{C_{33}}{\rho}} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \text{ Onde P}$$

**CAS 1ter** :

$$\phi = 90^\circ \text{ et } \theta = 0^\circ$$

**Direction 2**

$$\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\begin{cases} \Gamma_{11} = C_{66} \\ \Gamma_{22} = C_{22} \\ \Gamma_{33} = C_{44} \end{cases}$$

$$\Gamma = \begin{bmatrix} C_{66} & 0 & 0 \\ 0 & C_{22} & 0 \\ 0 & 0 & C_{44} \end{bmatrix}$$

$$V = \sqrt{\frac{C_{66}}{\rho}} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \text{ Onde S}$$

$$V = \sqrt{\frac{C_{22}}{\rho}} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \text{ Onde P} \quad V = \sqrt{\frac{C_{44}}{\rho}} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \text{ Onde S}$$

La même démarche est entreprise dans le plan (13) :

2eme CAS :  $\Gamma_{12} = \Gamma_{23} = 0 \Rightarrow n_2 = 0 = \sin \theta \cdot \sin \phi \quad \phi = 0^\circ$

**Plan (13)**

$n_3 = \sin \theta$

$n_2 = 0$

$n_1 = \cos \theta$

$$\Gamma = \begin{bmatrix} \Gamma_{11} & 0 & \Gamma_{13} \\ 0 & \Gamma_{22} & 0 \\ \Gamma_{31} & 0 & \Gamma_{33} \end{bmatrix}$$

$$\begin{cases} \Gamma_{11} = C_{11} \sin^2 \theta + C_{55} \cos^2 \theta \\ \Gamma_{22} = C_{66} \sin^2 \theta + C_{44} \cos^2 \theta \\ \Gamma_{13} = (C_{13} + C_{55}) \sin \theta \cos \theta \\ \Gamma_{33} = C_{55} \sin^2 \theta + C_{33} \cos^2 \theta \end{cases}$$

$$(\Gamma_{11} - \rho v^2) \cdot (\Gamma_{22} - \rho v^2) \cdot (\Gamma_{33} - \rho v^2) - \Gamma_{13}^2 (\Gamma_{22} - \rho v^2) = 0$$

$$(\Gamma_{22} - \rho v^2) \cdot [(\Gamma_{11} - \rho v^2) \cdot (\Gamma_{33} - \rho v^2) - \Gamma_{13}^2] = 0$$

$$\cdot v = \sqrt{\frac{\Gamma_{22}}{\rho}} = \sqrt{\frac{(C_{66} \sin^2 \theta + C_{44} \cos^2 \theta)}{\rho}}$$

$$\cdot 2\rho v^2 = \Gamma_{11} + \Gamma_{33} \pm \sqrt{(\Gamma_{11} - \Gamma_{33})^2 + 4\Gamma_{13}^2}$$

$$v^2 = \frac{(C_{11} + C_{44})\sin^2 \theta + (C_{33} + C_{55})\cos^2 \theta}{2\rho}$$

$$\pm \frac{1}{2\rho} \sqrt{[(C_{11} - C_{44})\sin^2 \theta + (C_{55} - C_{33})\cos^2 \theta]^2 + 4(C_{13} + C_{55})^2 \sin^2 \theta \cos^2 \theta}$$

Dans ce cas encore , selon les deux directions particulières on détermine les vitesses d'une onde de compression et de deux ondes de cisaillement .

**CAS 2bis** :

$$\phi = 0^\circ \text{ et } \theta = 0^\circ$$

**Direction 1**

$$\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$\begin{cases} \Gamma_{11} = C_{55} \\ \Gamma_{22} = C_{44} \\ \Gamma_{33} = C_{33} \end{cases}$$

$$\Gamma = \begin{bmatrix} C_{55} & 0 & 0 \\ 0 & C_{44} & 0 \\ 0 & 0 & C_{33} \end{bmatrix}$$

$$v = \sqrt{\frac{C_{44}}{\rho}} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \text{ Onde S}$$

$$v = \sqrt{\frac{C_{55}}{\rho}} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \text{ Onde S}$$

$$v = \sqrt{\frac{C_{33}}{\rho}} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \text{ Onde P}$$

**CAS 2ter** :

$$\phi = 0^\circ \text{ et } \theta = 90^\circ$$

**Direction 3**

$$\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\begin{cases} \Gamma_{11} = C_{11} \\ \Gamma_{22} = C_{66} \\ \Gamma_{33} = C_{55} \end{cases}$$

$$\Gamma = \begin{bmatrix} C_{11} & 0 & 0 \\ 0 & C_{66} & 0 \\ 0 & 0 & C_{55} \end{bmatrix}$$

$$v = \sqrt{\frac{C_{66}}{\rho}} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \text{ Onde S}$$

$$v = \sqrt{\frac{C_{11}}{\rho}} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \text{ Onde P}$$

$$v = \sqrt{\frac{C_{55}}{\rho}} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \text{ Onde S}$$

Il reste à étudier le cas où l'onde se propage dans le plan de l'anisotropie majeure (32):

3eme CAS :  $\Gamma_{13} = \Gamma_{23} = 0 \Rightarrow n_1 = 0 = \cos \theta$   $\theta = 90^\circ$

**Plan (32)**

$n_3 = \cos \phi$

$n_2 = \sin \phi$

$n_1 = 0$

$$\Gamma = \begin{bmatrix} \Gamma_{11} & \Gamma_{12} & 0 \\ \Gamma_{21} & \Gamma_{22} & 0 \\ 0 & 0 & \Gamma_{33} \end{bmatrix}$$

$$\begin{cases} \Gamma_{11} = C_{11} \cos^2 \phi + C_{66} \sin^2 \phi \\ \Gamma_{22} = C_{66} \cos^2 \phi + C_{22} \sin^2 \phi \\ \Gamma_{12} = (C_{12} + C_{66}) \sin \phi \cos \phi \\ \Gamma_{33} = C_{55} \cos^2 \phi + C_{44} \sin^2 \phi \end{cases}$$

$$(\Gamma_{11} - \rho v^2) \cdot (\Gamma_{22} - \rho v^2) \cdot (\Gamma_{33} - \rho v^2) - \Gamma_{12}^3 (\Gamma_{33} - \rho v^2) = 0$$

$$(\Gamma_{33} - \rho v^2) \cdot [(\Gamma_{11} - \rho v^2) \cdot (\Gamma_{22} - \rho v^2) - \Gamma_{12}^2] = 0$$

$$\bullet v = \sqrt{\frac{\Gamma_{33}}{\rho}} = \sqrt{\frac{(C_{55} \sin^2 \theta + C_{44} \cos^2 \theta)}{\rho}}$$

$$\bullet 2\rho v^2 = \Gamma_{11} + \Gamma_{22} \pm \sqrt{(\Gamma_{22} - \Gamma_{11})^2 + 4\Gamma_{12}^2}$$

$$v^2 = \frac{C_{11} \cos^2 \phi + C_{22} \sin^2 \phi + C_{66}}{2\rho} \pm \frac{1}{2\rho} \sqrt{[C_{11} \cos^2 \phi - C_{22} \sin^2 \phi - C_{66} \cos 2\phi]^2 + 4(C_{12} + C_{66})^2 \sin^2 \phi \cos^2 \phi}$$

On détermine alors les vitesses et les polarisations selon les directions 2 et 3:

**CAS 3bis** :

$$\theta = 90^\circ \text{ et } \phi = 0^\circ$$

**Direction 3**

$$\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\begin{cases} \Gamma_{11} = C_{11} \\ \Gamma_{22} = C_{66} \\ \Gamma_{33} = C_{55} \end{cases}$$

$$\Gamma = \begin{bmatrix} C_{11} & 0 & 0 \\ 0 & C_{66} & 0 \\ 0 & 0 & C_{55} \end{bmatrix}$$

$$V = \sqrt{\frac{C_{55}}{\rho}} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \text{ Onde S}$$

$$V = \sqrt{\frac{C_{11}}{\rho}} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \text{ Onde P}$$

$$V = \sqrt{\frac{C_{66}}{\rho}} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \text{ Onde S}$$

**CAS 3ter** :

$$\theta = 90^\circ \text{ et } \phi = 90^\circ$$

**Direction 2**

$$\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\begin{cases} \Gamma_{11} = C_{66} \\ \Gamma_{22} = C_{22} \\ \Gamma_{33} = C_{44} \end{cases}$$

$$\Gamma = \begin{bmatrix} C_{66} & 0 & 0 \\ 0 & C_{22} & 0 \\ 0 & 0 & C_{44} \end{bmatrix}$$

$$V = \sqrt{\frac{C_{44}}{\rho}} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \text{ Onde S}$$

$$V = \sqrt{\frac{C_{66}}{\rho}} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \text{ Onde S}$$

$$V = \sqrt{\frac{C_{22}}{\rho}} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \text{ Onde P}$$

EN RESUME :

Tout ceci nous permet donc de déterminer les directions de propagation et de polarisation nécessaires afin de connaître tous les éléments de la matrice de raideur d'un corps orthotrope.

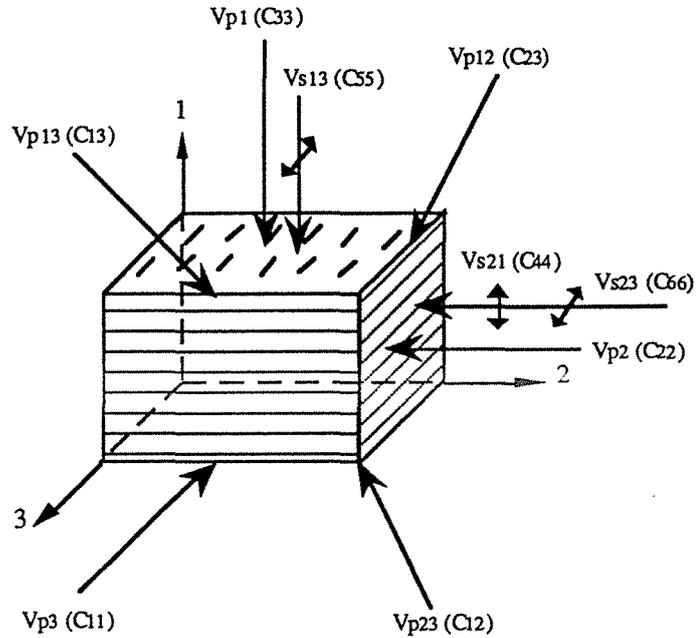


Fig. A12 : Les différentes directions de propagation et de polarisation des ondes.

Dans les directions principales :

Trois ondes P et trois ondes S se propageant dans les directions des axes structuraux de la roche donneront les éléments de la diagonale de la matrice  $C_{ij}$  :

$$V_{P1} = \sqrt{\frac{C_{33}}{\rho}}$$

$$V_{S21} = \sqrt{\frac{C_{44}}{\rho}} = V_{S12}$$

$$V_{P2} = \sqrt{\frac{C_{22}}{\rho}}$$

$$V_{S13} = \sqrt{\frac{C_{55}}{\rho}} = V_{S31}$$

$$V_{P3} = \sqrt{\frac{C_{11}}{\rho}}$$

$$V_{S23} = \sqrt{\frac{C_{66}}{\rho}} = V_{S32}$$

Dans les plans principaux à 45°:

Dans les trois plans principaux, les vitesses d'ondes P se propageant à 45° par rapport aux axes donneront les éléments manquants.

$$V_{P12}^2 = \frac{2 C_{44} + C_{22} + C_{33}}{4 \rho} + \frac{1}{2\rho} \sqrt{\left(\frac{C_{22} - C_{33}}{2}\right)^2 + (C_{23} + C_{44})^2}$$

$$V_{P13}^2 = \frac{C_{11} + C_{44} + C_{33} + C_{55}}{4 \rho} + \frac{1}{2\rho} \sqrt{\left(\frac{C_{11} - C_{44} + C_{55} - C_{33}}{2}\right)^2 + (C_{13} + C_{55})^2}$$

$$V_{P23}^2 = \frac{C_{11} + C_{22} + 2 C_{66}}{4 \rho} + \frac{1}{2\rho} \sqrt{\left(\frac{C_{11} - C_{22}}{2}\right)^2 + (C_{12} + C_{66})^2}$$

## ANNEXE A4

DETERMINATION DES DIRECTIONS DE PROPAGATION ET DE  
POLARISATION D'ONDES ULTRASONIQUES POUR DETERMINER LES  
PARAMETRES ELASTIQUES D'UN CORPS MONOCLINIQUE



Nous avons développé les calculs dans le cas d'une symétrie monoclinique. Bien que nous n'ayons pas encore appliqué ces équations à un cas réel, le "vide" bibliographique concernant ce système nous a incité à présenter ici notre raisonnement.

Rappelons qu'avec une telle symétrie la matrice de raideur comporte 13 composantes indépendantes et a la forme suivante :

$$\begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & 0 & 0 & C_{16} \\ & C_{22} & C_{23} & 0 & 0 & C_{26} \\ & & C_{33} & 0 & 0 & C_{36} \\ & & & C_{44} & C_{45} & 0 \\ & & & & C_{55} & 0 \\ & & & & & C_{66} \end{bmatrix}$$

Dans ce système de symétrie les composantes du tenseur de Christoffel vérifient les égalités suivantes :

$$\Gamma_{11} = C_{11} n_1^2 + C_{66} n_2^2 + C_{55} n_3^2 + 2 C_{16} n_1 n_2$$

$$\Gamma_{12} = C_{16} n_1^2 + C_{26} n_2^2 + C_{45} n_3^2 + (C_{12} + C_{66}) n_1 n_2$$

$$\Gamma_{13} = (C_{13} + C_{55}) n_1 n_3 + (C_{36} + C_{45}) n_2 n_3$$

$$\Gamma_{22} = C_{66} n_1^2 + C_{22} n_2^2 + C_{44} n_3^2 + 2 C_{26} n_1 n_2$$

$$\Gamma_{23} = (C_{36} + C_{45}) n_1 n_3 + (C_{23} + C_{44}) n_2 n_3$$

$$\Gamma_{33} = C_{55} n_1^2 + C_{44} n_2^2 + C_{33} n_3^2 + 2 C_{45} n_1 n_2$$

Les notations utilisées se réfèrent à la figure A13.

$$\begin{cases} n_3 = \cos \theta \\ n_2 = \sin \theta \cdot \sin \phi \\ n_1 = \sin \theta \cdot \cos \phi \end{cases}$$

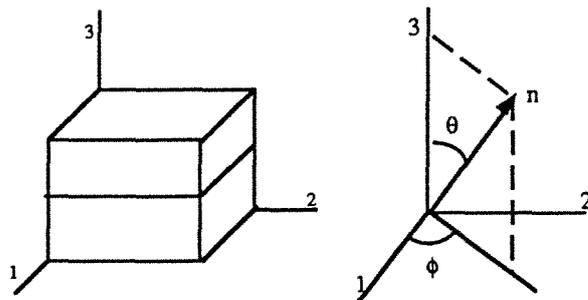


Fig. A13 : repérage des axes.

Nous allons successivement examiner le tenseur de Christoffel suivant les trois directions principales.

### Direction 3

$$\Gamma = \begin{bmatrix} \Gamma_{11} & \Gamma_{12} & 0 \\ \Gamma_{21} & \Gamma_{22} & 0 \\ 0 & 0 & \Gamma_{33} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{55} & C_{45} & 0 \\ C_{45} & C_{44} & 0 \\ 0 & 0 & C_{33} \end{bmatrix}$$

On doit donc résoudre l'équation suivante :

$$(C_{33} - \lambda) \cdot [(C_{55} - \lambda) \cdot (C_{44} - \lambda) - C_{45}^2] = 0$$

avec  $\lambda = \rho V^2$

$$\begin{aligned} \bullet \lambda &= C_{33} \\ \bullet \lambda &= \frac{C_{55} + C_{44}}{2} \pm \frac{1}{2} \sqrt{(C_{44} - C_{55})^2 + 4 C_{45}^2} \end{aligned}$$

## Direction 2

$$\Gamma = \begin{bmatrix} \Gamma_{11} & \Gamma_{12} & 0 \\ \Gamma_{21} & \Gamma_{22} & 0 \\ 0 & 0 & \Gamma_{33} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{66} & C_{26} & 0 \\ C_{26} & C_{22} & 0 \\ 0 & 0 & C_{44} \end{bmatrix}$$

On doit maintenant résoudre l'équation suivante :

$$(C_{44} - \lambda) \cdot [(C_{66} - \lambda) \cdot (C_{22} - \lambda) - C_{26}^2] = 0$$

avec  $\lambda = \rho V^2$

$$\begin{aligned} \bullet \lambda &= C_{44} \\ \bullet \lambda &= \frac{C_{66} + C_{22}}{2} \pm \frac{1}{2} \sqrt{(C_{22} - C_{66})^2 + 4 C_{26}^2} \end{aligned}$$

## Direction 1

$$\Gamma = \begin{bmatrix} \Gamma_{11} & \Gamma_{12} & 0 \\ \Gamma_{21} & \Gamma_{22} & 0 \\ 0 & 0 & \Gamma_{33} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{16} & 0 \\ C_{16} & C_{66} & 0 \\ 0 & 0 & C_{55} \end{bmatrix}$$

Ceci nous amène à résoudre l'équation suivante :

$$(C_{55} - \lambda) \cdot [(C_{11} - \lambda) \cdot (C_{66} - \lambda) - C_{16}^2] = 0$$

avec  $\lambda = \rho V^2$

$$\begin{aligned} \bullet \lambda &= C_{55} \\ \bullet \lambda &= \frac{C_{11} + C_{66}}{2} \pm \frac{1}{2} \sqrt{(C_{66} - C_{11})^2 + 4 C_{16}^2} \end{aligned}$$

Cette première étape du calcul mène à la détermination des paramètres  $C_{55}$ ,  $C_{44}$ ,  $C_{33}$  connaissant respectivement les vitesses  $V_{S13}$ ,  $V_{S23}$ ,  $V_{P3}$ . L'équation (E) permet ensuite de calculer  $C_{45}$ .

Donc, à partir des directions principales quatre coefficients sont accessibles, cinq autres entrent en jeu mais restent inconnus ( $C_{11}$ ,  $C_{22}$ ,  $C_{66}$ ,  $C_{16}$ ,  $C_{26}$ ).

Nous allons maintenant examiner la propagation d'une onde dans les trois plans principaux.

### **Plan 32**

$$\Gamma_{11} = C_{66} n_2^2 + C_{55} n_3^2$$

$$\Gamma_{12} = C_{26} n_2^2 + C_{45} n_3^2$$

$$\Gamma_{13} = (C_{36} + C_{45}) n_2 n_3$$

$$\Gamma_{22} = C_{22} n_2^2 + C_{44} n_3^2$$

$$\Gamma_{23} = (C_{23} + C_{44}) n_2 n_3$$

$$\Gamma_{33} = C_{44} n_2^2 + C_{33} n_3^2$$

La recherche des valeurs propres conduit à l'équation suivante :

$$(\Gamma_{11} - \lambda) \cdot (\Gamma_{22} - \lambda) \cdot (\Gamma_{33} - \lambda) + 2 \Gamma_{12} \Gamma_{23} \Gamma_{13} - \Gamma_{13}^2 (\Gamma_{22} - \lambda) - \Gamma_{23}^2 (\Gamma_{11} - \lambda) - \Gamma_{12}^2 (\Gamma_{33} - \lambda) = 0$$

**Plan 31**

$$\Gamma_{11} = C_{11} n_1^2 + C_{55} n_3^2$$

$$\Gamma_{12} = C_{16} n_1^2 + C_{45} n_3^2$$

$$\Gamma_{13} = (C_{13} + C_{55}) n_1 n_3$$

$$\Gamma_{22} = C_{66} n_1^2 + C_{44} n_3^2$$

$$\Gamma_{23} = (C_{36} + C_{45}) n_1 n_3$$

$$\Gamma_{33} = C_{55} n_1^2 + C_{33} n_3^2$$

**Plan 12**

$$\Gamma_{11} = C_{11} n_1^2 + C_{66} n_2^2 + 2 C_{16} n_1 n_2$$

$$\Gamma_{12} = C_{16} n_1^2 + C_{26} n_2^2 + (C_{12} + C_{66}) n_1 n_2$$

$$\Gamma_{13} = 0$$

$$\Gamma_{22} = C_{66} n_1^2 + C_{22} n_2^2 + 2 C_{26} n_1 n_2$$

$$\Gamma_{23} = 0$$

$$\Gamma_{33} = C_{55} n_1^2 + C_{44} n_2^2 + 2 C_{45} n_1 n_2$$

L'équation suivante doit être résolue afin de déterminer les valeurs propres.

$$(\Gamma_{33} - \rho V^2) \cdot [ (\Gamma_{11} - \rho V^2) \cdot (\Gamma_{22} - \rho V^2) - \Gamma_{12}^2 ] = 0$$

$$\bullet v = \sqrt{\frac{\Gamma_{33}}{\rho}} = \sqrt{\frac{C_{55} n_1^2 + C_{44} n_2^2 + 2C_{45} n_1 n_2}{\rho}}$$

$$\bullet 2\rho v^2 = \Gamma_{11} + \Gamma_{22} \pm \sqrt{(\Gamma_{22} - \Gamma_{11})^2 + 4\Gamma_{12}^2}$$

$$= C_{11}n_1^2 + C_{66}(n_1^2 + n_2^2) + C_{22}n_2^2 + 2(C_{16} + C_{26})n_1 n_2 \pm$$

$$\sqrt{[-C_{11}n_1^2 + C_{66}(n_1^2 - n_2^2) + C_{22}n_2^2 + 2(C_{26} - C_{16})n_1 n_2]^2 + 4[C_{16}n_1^2 + C_{26}n_2^2 + (C_{12} + C_{66})n_1 n_2]^2}$$

Le tableau ff résume les équations aux valeurs propres obtenues pour chaque direction et chaque plan.

A propos des valeurs propres d'une matrice nous avons les relations suivantes :

- La somme des valeurs propres est égale à la trace de la matrice ;
- Le produit des valeurs propres est égal au déterminant de la matrice.

Posons  $\lambda_i^j = j^{\text{ème}}$  valeur propre calculée selon la direction i.

Cela nous donne les relations suivantes :

**Direction 1 :**

$$C_{11} + C_{66} + C_{55} = \lambda_1^1 + \lambda_1^2 + \lambda_1^3$$

$$C_{55} (C_{11} C_{66} - C_{16}^2) = \lambda_1^1 \lambda_1^2 \lambda_1^3$$

**Direction 2 :**

$$C_{66} + C_{22} + C_{44} = \lambda_2^1 + \lambda_2^2 + \lambda_2^3$$

$$C_{44} (C_{66} C_{22} - C_{26}^2) = \lambda_2^1 \lambda_2^2 \lambda_2^3$$

**Direction 3 :**

$$C_{55} + C_{44} + C_{33} = \lambda_3^1 + \lambda_3^2 + \lambda_3^3$$

$$C_{33} (C_{44} C_{55} - C_{45}^2) = \lambda_3^1 \lambda_3^2 \lambda_3^3$$

Les relations de la direction 3 ne faisant intervenir que des paramètres déjà déterminés ne seront pas exploitées.

	Equation Valeurs Propres	Inconnues
Dir 1	$(C_{55} - \lambda) [(C_{11} - \lambda)(C_{66} - \lambda) - C_{16}^2] = 0$	$C_{11} C_{66} C_{16}$
Dir 2	$(C_{44} - \lambda) [(C_{66} - \lambda)(C_{22} - \lambda) - C_{26}^2] = 0$	$C_{66} C_{22} C_{26}$
Dir 3	$(C_{33} - \lambda) [(C_{55} - \lambda)(C_{44} - \lambda) - C_{45}^2] = 0$	
Plan 12	$(C_{55} n_1^2 + C_{44} n_2^2 + 2C_{45} n_1 n_2 - \lambda) [(C_{11} n_1^2 + C_{66} n_2^2 + 2C_{16} n_1 n_2 - \lambda)(C_{66} n_1^2 + C_{22} n_2^2 + 2C_{26} n_1 n_2 - \lambda) - (C_{16} n_1^2 + C_{26} n_2^2 + (C_{12} + C_{66}) n_1 n_2)^2] = 0$	$C_{11} C_{66} C_{16}$ $C_{22} C_{26} C_{12}$
Plan 13	$(C_{11} n_1^2 + C_{55} n_3^2 - \lambda)(C_{66} n_1^2 + C_{44} n_3^2 - \lambda)(C_{55} n_1^2 + C_{33} n_3^2 - \lambda) - 2(C_{16} n_1^2 + C_{45} n_3^2)((C_{36} + C_{45}) n_1 n_3)((C_{13} + C_{55}) n_1 n_3) - (C_{66} n_1^2 + C_{44} n_3^2 - \lambda)((C_{13} + C_{55}) n_1 n_3)^2 - (C_{11} n_1^2 + C_{55} n_3^2 - \lambda)((C_{36} + C_{45}) n_1 n_3)^2 - (C_{55} n_1^2 + C_{33} n_3^2 - \lambda)(C_{16} n_1^2 + C_{45} n_3^2)^2 = 0$	$C_{11} C_{66} C_{16}$ $C_{36} C_{13}$
Plan 23	$(C_{66} n_2^2 + C_{55} n_3^2 - \lambda)(C_{22} n_2^2 + C_{44} n_3^2 - \lambda)(C_{44} n_2^2 + C_{33} n_3^2 - \lambda) - 2(C_{26} n_2^2 + C_{45} n_3^2)((C_{23} + C_{44}) n_2 n_3)((C_{36} + C_{45}) n_2 n_3) - (C_{22} n_2^2 + C_{44} n_3^2 - \lambda)((C_{36} + C_{45}) n_2 n_3)^2 - (C_{66} n_2^2 + C_{55} n_3^2 - \lambda)((C_{23} + C_{44}) n_2 n_3)^2 - (C_{44} n_2^2 + C_{33} n_3^2 - \lambda)(C_{26} n_2^2 + C_{45} n_3^2)^2 = 0$	$C_{66} C_{22} C_{26}$ $C_{23} C_{36}$

Tab. A1 : Equations aux valeurs propres.

Prenons la direction 1 ; en résumé nous avons les relations suivantes :

$$\lambda_1^1 = C_{55} \quad (1)$$

$$\lambda_1^{2,3} = \frac{C_{11} + C_{66}}{2} \pm \frac{1}{2} \sqrt{(C_{66} - C_{11})^2 + 4 C_{16}^2} \quad (2)$$

$$\lambda_1^1 + \lambda_1^2 + \lambda_1^3 = C_{11} + C_{55} + C_{66} \quad (3)$$

$$\lambda_1^1 \lambda_1^2 \lambda_1^3 = C_{55} (C_{11} C_{66} - C_{16}^2) \quad (4)$$

De la relation (2) nous tirons :

$$\lambda_1^2 + \lambda_1^3 = C_{11} + C_{66}$$

$$(\lambda_1^2 - \lambda_1^3)^2 = (C_{66} - C_{11})^2 + 4 C_{16}^2$$

Les relations (1) et (4) nous donnent :  $\lambda_1^2 \lambda_1^3 = C_{11} C_{66} - C_{16}^2$

Posons :

$$A = \lambda_1^2 + \lambda_1^3$$

$$B = (\lambda_1^2 - \lambda_1^3)^2$$

$$C = \lambda_1^2 \lambda_1^3$$

Avec ces notations il vient :

$$A = C_{11} + C_{66} \quad \Rightarrow \quad C_{11} = A - C_{66}$$

↓

$$B = (C_{66} - C_{11})^2 + 4 C_{16}^2 \quad \Rightarrow \quad B = (2 C_{66} - A)^2 + 4 C_{16}^2$$

$$C = C_{11} C_{66} - C_{16}^2 \quad \Rightarrow \quad C = A C_{66} - C_{66}^2 - C_{16}^2$$

$$\text{D'ou } B = 4 C_{66}^2 + A^2 - 2 A C_{66} + 4 C_{16}^2$$

Calculons  $B + 4 AC = A^2 - 2 A C_{66}$  ; on a alors la relation suivante :

$$C_{66} = \frac{B + 4 C - A^2}{2 A} \text{ ou}$$

$$C_{66} = \frac{(\lambda_1^2 + \lambda_1^3)^2 + 4 \lambda_1^2 \lambda_1^3 - (\lambda_1^2 - \lambda_1^3)^2}{2 (\lambda_1^2 + \lambda_1^3)}$$

Les paramètres  $C_{11}$  et  $C_{16}$  sont ensuite évidents :

$$C_{11} = \lambda_1^1 + \lambda_1^2 + \lambda_1^3 - (C_{66} + C_{55})$$

$$C_{16} = \sqrt{C_{11} C_{66} - \lambda_1^2 \lambda_1^3}$$

Dans la direction 2 nous aurons :

$$\lambda_2^1 = C_{44} \quad (5)$$

$$\lambda_2^{2,3} = \frac{C_{66} + C_{22}}{2} \pm \frac{1}{2} \sqrt{(C_{22} - C_{66})^2 + 4 C_{26}^2} \quad (6)$$

$$\lambda_2^1 + \lambda_2^2 + \lambda_2^3 = C_{66} + C_{22} + C_{44} \quad (7)$$

$$\lambda_2^1 \lambda_2^2 \lambda_2^3 = C_{44} (C_{66} C_{22} - C_{26}^2) \quad (8)$$

De la relation (6) nous tirons :

$$\lambda_2^2 + \lambda_2^3 = C_{66} + C_{22}$$

$$(\lambda_2^2 - \lambda_2^3)^2 = (C_{22} - C_{66})^2 + 4 C_{26}^2$$

Les relations (5) et (8) permettent d'écrire  $C_{66} C_{22} - C_{26}^2 = \lambda_2^2 \lambda_2^3$

$C_{66}$  étant connu on a  $C_{22} = \lambda_2^2 + \lambda_2^3 - C_{66}$

Il vient ensuite  $(\lambda_2^2 + \lambda_2^3)^2 - (C_{22} - C_{66})^2 = 4 C_{26}^2$

ou

$$C_{26} = \sqrt{\frac{(\lambda_2^2 + \lambda_2^3)^2 - (C_{22} - C_{66})^2}{4}}$$

Sont ainsi déterminés les paramètres suivants :  $C_{33}; C_{44}; C_{55}; C_{45}; C_{66}; C_{11}; C_{16}; C_{22}; C_{26}$ .

Il reste :  $C_{12}; C_{13}; C_{23}; C_{36}$ .

Prenons l'équation aux valeurs propres dans le plan 12 ; on a les deux solutions suivantes (dont une double) :

$$- \lambda = \Gamma_{33}$$

$$- \lambda = \Gamma_{11} + \Gamma_{22} \pm \sqrt{(\Gamma_{22} - \Gamma_{11})^2 + 4 \Gamma_{12}^2}$$

La première équation ne présente aucun intérêt puisque tous ces paramètres sont connus. La deuxième équation peut s'écrire :

$$\lambda_{12}^{2,3} = C_{11}n_1^2 + C_{66}(n_1^2 + n_2^2) + C_{22}n_2^2 + 2(C_{16} + C_{26})n_1n_2 \pm \sqrt{[C_{22}n_2^2 - C_{11}n_1^2 + C_{66}(n_1^2 - n_2^2) + 2(C_{26} - C_{16})n_1n_2]^2 + 4[C_{16}n_1^2 + C_{26}n_2^2 + (C_{12} + C_{66})n_1n_2]^2}$$

La seule inconnue est  $C_{12}$ . Ecrivons cette équation sous la forme

$$\lambda_{12}^{2,3} = A \pm \sqrt{B^2 + 4[C_{16}n_1^2 + C_{26}n_2^2 + (C_{12} + C_{66})n_1n_2]^2}$$

On peut transformer cette équation de la manière suivante :

$$\pm \sqrt{\frac{(\lambda_{12}^{2,3} - A)^2 - B^2}{4}} = C_{16}n_1^2 + C_{26}n_2^2 + (C_{12} + C_{66})n_1n_2$$

Si la propagation du signal se fait à  $45^\circ$  des axes principaux 1-2 on a  $n_1 = n_2 = \frac{\sqrt{2}}{2}$  d'où :

$$C_{12} = \pm 2 \left[ \sqrt{\frac{(\lambda_{12}^{2,3} - A)^2 - B^2}{4}} - \frac{1}{2}(C_{16} + C_{26}) \right] - C_{66}$$

Ce que l'on peut réécrire sous la forme :

$$C_{12} = \pm 2 \left[ \sqrt{\frac{(\lambda_{12}^{2,3} - \frac{1}{2}(C_{11} + C_{22} + C_{16} + C_{26}) - C_{66})^2 - (\frac{1}{2}(C_{22} - C_{11}) + C_{26} - C_{16})^2}{4}} - \frac{1}{2}(C_{16} + C_{26}) \right] - C_{66}$$

Les éléments inscrits en caractères gras dans la matrice suivante sont maintenant connus.

$$\begin{bmatrix} \mathbf{C_{11}} & \mathbf{C_{12}} & C_{13} & 0 & 0 & C_{16} \\ & \mathbf{C_{22}} & C_{23} & 0 & 0 & C_{26} \\ & & \mathbf{C_{33}} & 0 & 0 & C_{36} \\ & & & \mathbf{C_{44}} & C_{45} & 0 \\ & & & & \mathbf{C_{55}} & 0 \\ & & & & & \mathbf{C_{66}} \end{bmatrix}$$

C<sub>13</sub>, C<sub>23</sub> et C<sub>36</sub> n'apparaissent que dans les équations aux valeurs propres dans les plan 13 et 23. Or nous avons vu que cela correspondait aux cas où la matrice  $\Gamma_{ij}$  était complète (aucun élément nul !) donnant des équations difficiles à résoudre (Cf. Tableau A1). Seule une résolution numérique peut permettre d'accéder aux paramètres manquants.

