



**HAL**  
open science

# Approche probabiliste de la rupture fragile et ductile à grandes vitesses de déformations

Hassan Gouair

► **To cite this version:**

Hassan Gouair. Approche probabiliste de la rupture fragile et ductile à grandes vitesses de déformations. Sciences de l'ingénieur [physics]. Université Paul Verlaine - Metz, 1994. Français. NNT : 1994METZ034S . tel-01776721

**HAL Id: tel-01776721**

**<https://hal.univ-lorraine.fr/tel-01776721>**

Submitted on 24 Apr 2018

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



## AVERTISSEMENT

Ce document est le fruit d'un long travail approuvé par le jury de soutenance et mis à disposition de l'ensemble de la communauté universitaire élargie.

Il est soumis à la propriété intellectuelle de l'auteur. Ceci implique une obligation de citation et de référencement lors de l'utilisation de ce document.

D'autre part, toute contrefaçon, plagiat, reproduction illicite encourt une poursuite pénale.

Contact : [ddoc-theses-contact@univ-lorraine.fr](mailto:ddoc-theses-contact@univ-lorraine.fr)

## LIENS

Code de la Propriété Intellectuelle. articles L 122. 4

Code de la Propriété Intellectuelle. articles L 335.2- L 335.10

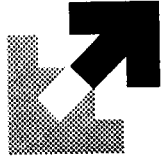
[http://www.cfcopies.com/V2/leg/leg\\_droi.php](http://www.cfcopies.com/V2/leg/leg_droi.php)

<http://www.culture.gouv.fr/culture/infos-pratiques/droits/protection.htm>

VB 8/1628

# THESE

Présentée à



UNIVERSITE DE METZ

Par

**Hassan GOUAIR**

Pour l'obtention du grade de :

**DOCTEUR DE L'UNIVERSITÉ DE METZ**

Mention : Sciences pour l'Ingénieur n° 7642

Intitulé : Génie Mécanique

BIBLIOTHEQUE UNIVERSITAIRE - METZ	N° inv.	1994/025	Cote	S/M3 94/34	Loc	Maganin

## APPROCHE PROBABILISTE DE LA RUPTURE FRAGILE ET DUCTILE A GRANDE VITESSE DE DÉFORMATION

Soutenu le 04 Novembre 1994, devant la Commission d'Examen :

- MM. G. PLUVINAGE    Université de Metz
- D.D. CIOCLOV        Université Polytechnique de Timisoara (Roumanie)
- J. L. LATAILLADE    École Nationale Supérieure des Arts et Métiers de Bordeaux
- R. GY                Saint-Gobain Recherche
- Z. AZARI             Institut Supérieure des Sciences Et Techniques de Saint-Quentin

Laboratoire de **F** iabilité **M** écanique  
Université de Metz - Île du Saulcy - 57045 Metz Cedex 01

*A la mémoire de ma mère.*

*A mon épouse, pour son soutien et sa patience.*

*A toute ma famille.*

Les travaux présentés dans ce mémoire ont été réalisés au Laboratoire de Fiabilité Mécanique de l'Université de Metz, sous la direction du Professeur Guy PLUVINAGE que je remercie pour ses conseils et pour la confiance qu'elle m'a accordée tout au long de ce travail.

Je tiens à remercier Monsieur Zitouni AZARI qui m'a beaucoup aidé durant toute cette étude par ses conseils pratiques et sa vision globale de l'intérêt de ce travail et à Monsieur René GY de Saint Gobain Recherche pour l'intérêt particulier qui a manifesté à ce travail et pour sa participation au jury.

Mes remerciements vont également à Monsieur le Professeur Dumitru Dragos CIOCLOV qui a orienté mes investigations, qu'il reçoit l'expression de ma reconnaissance pour m'avoir guidé et fait bénéficier de son expérience, ainsi qu'au Professeur Jean Luc LATAILLADE, pour avoir accepté de partager l'examen approfondi de ce mémoire.

Mes remerciement à Messieurs P. JODIN, S. BAKOWSKY, R. MANAA, D. DOUSSOU et K. LABIBES du Laboratoire de Fiabilité Mécanique, pour leur aides.

Je ne saurais oublier tous mes amis et collègues de laboratoire.

---

## SOMMAIRE

---

---

<b>SOMMAIRE</b>	1
<b>INTRODUCTION</b>	6
<b>1ère partie : GÉNÉRALITÉS</b>	9
<b>I. INTRODUCTION</b>	10
<b>II. INFLUENCE DE LA VITESSE DE DÉFORMATION SUR LA RUPTURE FRAGILE OU DUCTILE</b>	11
<b>II.1. Rupture fragile</b>	11
II.1.1. Rupture par clivage	12
II.1.2. Contrainte critique de clivage	12
II.1.3. Influence de la vitesse de déformation	14
<b>II.2. Rupture ductile</b>	17
II.2.1. Mécanisme de nucléation	18
II.2.2. Croissance des cavités	20
II.2.3. Instabilité par striction	22
II.2.4. Influence de la vitesse de déformation	24
II.2.4.1. Comportement de la matrice et forme des cavités	24
II.2.4.2. Modèles locaux de croissance des cavités	25
II.2.4.2.1. Matrices viscoplastiques linéaires	25
II.2.4.2.2. Matrices viscoplastiques non linéaires	29
<b>III. CONCEPTS STATISTIQUES</b>	31
<b>III.1. Théories du maillon le plus faible</b>	31
<b>III.2. Analyse probabiliste selon Weibull</b>	32
III.2.1. Définition du module de Weibull	33
III.2.2. Contrainte moyenne	35
III.2.3. Influence du volume et effet d'échelle	37
III.2.4. Définition probabiliste du facteur de sécurité	37
III.2.5. Application à la Ténacité	38
III.2.5.1. Modèle à deux paramètres	38
III.2.5.2. Modèle à trois paramètres	38
III.2.6. Influence de la vitesse de déformation	40

---

---

<b>III.3. Approche microstructurale</b>	40
III.3.1. Analyse probabiliste selon Batdorf	41
III.3.2. Analyse probabiliste selon Jayatilaka	42
III.3.3. Analyse probabiliste selon Tolba	46
III.3.4. Analyse probabiliste de la rupture ductile	48
III.3.5. Influence de la vitesse de déformation	50
<b>IV. CONCLUSION</b>	50
<b>2ème partie : TECHNIQUES EXPÉRIMENTALES</b>	52
<b>I. INTRODUCTION</b>	53
<b>II. RUPTURE FRAGILE</b>	53
<b>II.1. Verre Float</b>	53
II.1.1. Matériau	53
II.1.1.1. Éprouvette utilisées	54
II.1.1.2. Composition	55
II.1.1.3. Caractéristiques mécaniques	55
II.1.2. Essais mécaniques à grandes vitesses	55
II.1.2.1. Régime des vitesses de déformation	55
II.1.2.2. Dispositif de flexion-trois-points	56
<b>II.2. Alliage de Molybdène TZM</b>	59
II.2.1. Matériau	59
II.2.1.1. Eprouvette de compression "Disque brésilien"	59
II.2.1.2. Composition	59
II.2.1.3. Microstructures	60
II.2.1.4. Caractéristiques mécaniques	60
II.2.2. Dispositif de compression dynamique	61
<b>III. RUPTURE DUCTILE</b>	62
<b>III.1. Matériau</b>	62
III.1.1. Éprouvette axisymétriques entaillées	62
III.1.2. Composition	63
III.1.3. Microstructures	64

---



---

III.1.4. Caractéristiques mécaniques statiques	65
III.1.5. Caractéristiques mécaniques dynamiques	67
<b>III.2. Essais de traction dynamique</b>	<b>68</b>
III.2.1. Méthode de Theodore	68
III.2.2. Méthode de Harding	69
III.2.3. Méthode de Lindholm	69
III.2.4. Méthode de Chase	69
III.2.5. Dispositif de traction version LFM	71
<b>IV. CONCLUSION</b>	<b>74</b>
<b>3ème partie : RÉSULTATS ET DISCUSSIONS</b>	<b>75</b>
<b>I. INTRODUCTION</b>	<b>76</b>
<b>II. RUPTURE FRAGILE</b>	<b>77</b>
<b>II.1. Verre Float</b>	<b>77</b>
II.1.1. Facteur d'intensité de contraintes	77
II.1.2. Essais statiques	79
II.1.3. Essais dynamiques	81
II.1.4. Influence de la vitesse de déformation	84
II.1.5. Dépouillements statistiques	85
II.1.5.1. Probabilité cumulée	86
II.1.5.2. Modèle de Weibull à deux paramètres	87
II.1.5.3. Intervalle de confiance	89
II.1.6. Proposition d'un modèle statistique	91
II.1.6.1. Description du modèle	92
II.1.6.2. Distribution de défauts N ( $\sigma_c$ )	94
II.1.6.3. Application au verre Float	97
<b>II.2. Alliage de Molybdène TZM</b>	<b>105</b>
II.2.1. Essais dynamiques	105
II.2.2. Dépouillements statistiques	107
II.2.2.1. Probabilité cumulée	108
II.2.2.2. Modèle de Weibull à deux paramètres	108
II.2.2.3. Intervalle de confiance	109

---

---

II.2.3. Analyse fractographique des surfaces de rupture	110
<b>III. RUPTURE DUCTILE</b>	<b>114</b>
<b>III.1. Éprouvettes axisymétriques entaillées</b>	<b>114</b>
<b>III.2. Essais statiques</b>	<b>115</b>
III.2.1. Approche globale	115
III.2.2. Étude des surfaces de rupture	117
<b>III.3. Essais dynamiques</b>	<b>120</b>
III.3.1. Approche globale	120
III.3.2. Étude des surfaces de rupture	122
<b>III.4. Influence de la vitesse de chargement</b>	<b>122</b>
III.4.1. Approche globale	122
III.4.2. Approche locale	125
<b>III.5. Dépouillements statistiques</b>	<b>126</b>
III.5.1. Probabilité cumulée	126
III.5.2. Modèle à deux paramètres	128
III.5.3. Intervalle de confiance	131
III.5.4. Influence de la vitesse de déformation	132
<b>III.6. Approche probabiliste de la ténacité <math>J_{IC}</math></b>	<b>134</b>
III.6.1. Modèle de ténacité $J_{IC}$	136
III.6.2. Application à l'acier XC18	141
III.6.3. Approche probabiliste	143
<b>IV. CONCLUSION</b>	<b>144</b>
<b>CONCLUSION</b>	<b>147</b>
<b>RÉFÉRENCES BIBLIOGRAPHIQUES</b>	<b>150</b>

---

---

## INTRODUCTION

---

## INTRODUCTION GÉNÉRALE

Il n'existe actuellement aucune procédure de dimensionnement pour tenir compte de la présence d'une concentration locale de déformations ou de contraintes dans une structure métallique soumise à un chargement dynamique. Ce problème est de grande importance pour la sûreté et la fiabilité des structures soumises à ce type de chargement. Il existe fréquemment, des situations où la majeure partie des composants fonctionne mécaniquement dans le domaine des grandes vitesses de déformation.

Il faut noter qu'en raison de la présence d'un gradient de contraintes ou de déformations, il peut arriver que seul une fraction du ligament se plastifie. Ce pendant le rôle du gradient de contraintes et de déformations et le rôle de la relaxation plastique sont mal connus.

Une telle étude peut prendre une place essentielle dans le domaine de la mécanique de la rupture. La première raison (pour des matériaux à comportement élasto-plastique), est que la pointe de fissure ou d'entaille est émoussée quand elle est soumise à une sollicitation à cause de la déformation plastique. La deuxième raison, résulte simplement de tous les défauts réels des matériaux qui ne peuvent être considérés comme une fissure ou une entaille idéale. Souvent, on rencontre des défauts possédant des acuités relativement importantes. En outre, pour des matériaux très fragiles, la ténacité à la rupture ne peut être déterminée qu'à partir d'une éprouvette possédant une entaille émoussée en raison de la difficulté de préparer une préfissure.

Nous avons particulièrement axé notre étude sur l'influence de la vitesse de déformations et du rayon au fond d'entaille sur le mécanisme de la rupture fragile ou ductile par l'approche locale et globale.

La thèse comprendra une partie bibliographique qui sera consacrée à l'étude de différents travaux relatant l'influence de la vitesse de déformations sur la rupture fragile et ductile. Ces deux modes de ruptures sont traités séparément. Dans le cas de la rupture fragile nous nous attachons à la contrainte de clivage et l'effet de la vitesse de déformations sur la ténacité des matériaux. Dans le cas de la rupture ductile, nous décrivons les différents mécanismes de la rupture : nucléation, croissance des cavités et l'instabilité ; différents critères de croissance de cavités seront proposés.

---

---

La dispersion des résultats sera examinée par le biais de la mécanique probabiliste.

Dans la deuxième partie nous présenterons les trois matériaux étudiés : le verre Float, l'alliage de Molybdène TZM et l'acier XC18 et les méthodes expérimentales qui ont été développées ou utilisées pour notre étude.

Les résultats obtenus et l'interprétation de ces résultats sont présentés dans la troisième partie. Deux modèles seront proposés :

- le premier, appliqué au verre, est une approche statistique dont le but est d'estimer le nombre de microfissures présents dans le volume d'élaboration de la rupture,
  - le deuxième, appliqué à l'acier XC18, permet d'étudier la ténacité  $J_{IC}$  en fonction du rayon au fond d'entaille et de la vitesse de déformation.
-

---

1ère partie  
**GÉNÉRALITÉS**

---

## I. INTRODUCTION

L'endommagement des matériaux soumis à diverses sollicitations mécaniques est un phénomène complexe résultant de l'action combinée de plusieurs mécanismes et conduisant à la rupture.

Si l'on impose une déformation à un échantillon, celui-ci possède d'une manière générale six façons de l'accommoder :

- par déformation élastique,
- par déformation plastique homogène,
- par changement de phase,
- par formation et croissance de bandes de cisaillement,
- par formation et croissance de microtrous,
- par formation et croissance de microfissures.

L'existence de ces mécanismes dépend des matériaux étudiés, de la température d'essai et de la vitesse de déformation. Sous chargement dynamique, ils peuvent apparaître simultanément et interagir.

Certains matériaux, comme les aciers ferritiques sollicités aux basses températures et à grande vitesse de déformations présentent un caractère fragile. Ces matériaux fragiles ou qui le deviennent présentent une dispersion des valeurs de la contrainte critique à la rupture encore appelée ténacité.

Le chargement dynamique d'un matériau possédant un défaut modifie sa ténacité. Celle-ci le plus souvent diminue avec la vitesse de chargement, elle peut parfois augmenter.

Pour un matériau fragile, la variation de la contrainte critique de rupture d'éprouvettes identiques peut parfois dépasser de 100 % la valeur moyenne. Par contre pour les matériaux ductiles, la variation ne dépasse pas en général 4 à 8 % de la contrainte critique moyenne.

Ce phénomène de dispersion des résultats a incité plusieurs auteurs à examiner le problème de la rupture en combinant les concepts de la mécanique probabiliste et les lois de la mécanique de la rupture.

---

## II. INFLUENCE DE LA VITESSE DE DÉFORMATION SUR LA RUPTURE FRAGILE-DUCTILE

Les essais dynamiques sont différents des essais statiques pour deux raisons principales :

- la vitesse de déformation est évidemment plus élevée ( $\dot{\epsilon} = 10^3 \text{ s}^{-1}$  aux barres d'Hopkinson),
- il y a échauffement pendant l'essai (la diffusion de la chaleur est lente par rapport à l'essai), on est donc généralement en régime adiabatique.

La conséquence de la première est bien connue : les contraintes d'écoulement sont en moyenne plus élevées lors d'un essai dynamique que lors d'un essai statique.

La conséquence de la seconde est généralement négligeable pour un acier classique car un échauffement de  $100^\circ\text{C}$  ne diminue ses caractéristiques que d'au plus 5%. Pour les faibles déformations, la hiérarchie précédente est respectée car l'élévation de température n'est pas sensible ; nous savons d'autre part [1] que la cinétique de nucléation de la nouvelle phase est plus favorable en dynamique qu'en statique, ce qui pour les faibles déformations, va aussi dans le même sens que la vitesse de déformation.

Le mécanisme de rupture d'un matériau peut se faire de deux façons : fragile, ductile ou par une combinaison des deux.

### II.1. Rupture fragile

Il est inutile de rappeler combien il est important de se prémunir contre le risque de rupture fragile pour les structure en service.

Les matériaux sollicités mécaniquement aux basses températures et à grandes vitesses de déformations sont susceptibles de se rompre facilement. Cela signifie que la rupture se fera avec peu d'énergie et une déformation macroscopique faible. Dans le cas des aciers la rupture se fera par clivage, c'est-à-dire par séparation des grains du matériau selon des plans particuliers appelés plan de clivage et qui sont des plans de densité atomique maximale.

---



### II.1.1. Rupture par clivage

Les clivages se produisent de préférence le long de plans atomiques denses. A la traversée de sous-joints, de joints de macles, de joints de grain, l'orientation de ces plans change. Pour compenser les désorientations, il apparaît des marches sur la surface de rupture qui donnent le faciès caractéristique de rivières.

Les surfaces de rupture sont relativement planes et perpendiculaires à la contrainte principale maximale. Cependant, ce type de rupture ne peut pas s'interpréter directement comme une simple séparation des atomes. En effet, la contrainte nécessaire pour une telle séparation est élevée et peut-être évaluée à partir de la connaissance des énergies de liaison atomique.

Un début de plastification est nécessaire pour amorcer le clivage [2]. Pour différents aciers doux, à une température où la rupture par clivage en traction se fait sans élongation, la limite d'élasticité en traction ou en compression coïncide avec la contrainte de rupture par traction. La corrélation ainsi observée suggère qu'une faible quantité de déformation plastique est suffisante pour amorcer la rupture par clivage. Il est généralement admis que la déformation plastique est responsable de l'amorçage du clivage.

Sur le plan du mécanisme, nous retiendrons donc les conclusions suivantes : D'une part, la plasticité est nécessaire pour amorcer le clivage, nous dirons que la zone plastique doit être au moins égale au diamètre d'un grain pour que le clivage puisse s'amorcer. Lorsque cette condition est remplie, il faut d'autre part que la plus grande contrainte principale  $\sigma_1$  atteigne une valeur critique  $\sigma_c^*$  appelée communément contrainte critique de clivage.

### II.1.2. Contrainte critique de clivage

La notion de contrainte critique de clivage a été introduite par Griffith [3] et Orowan [4]. La mesure de cette contrainte critique à la pointe d'une entaille mécanique a été réalisée par Knott [5] ainsi que par Wilshaw [6] en utilisant la théorie des lignes de glissement pour évaluer la contrainte maximale de traction en avant d'une entaille.

---

Griffith [3] quantifie la contrainte critique de clivage en fonction de l'énergie de surface surfacique par la relation :

$$\sigma_c^* = \alpha \sqrt{\frac{E \gamma}{d}} \quad /1/$$

où  $\alpha$  une constante numérique,  $\gamma$  l'énergie surfacique et  $d$  la taille de grain ou la taille de carbure suivant le cas.

Petch [7], en faisant l'hypothèse que la frontière de grain est l'obstacle principal, exprime la contrainte de clivage est fonction de la dimension des grains  $d$ , de la contrainte de friction des dislocations  $\sigma_i$  et d'une constante  $k_g$  :

$$\sigma_c^* = \sigma_i + k_g d^{-1/2} \quad /2/$$

Smith [8], en faisant intervenir la dimension des carbures  $C_o$ , montre que l'empilement des dislocations sur le joint de grain crée une microfissure dans les carbures avoisinants. La rupture de grain de ferrite voisin est obtenue lorsque la contrainte normale atteint un seuil critique exprimé par :

$$\sigma_c^* = 2 \sqrt{\frac{E \gamma}{\pi (1 - \nu^2) C_o}} \quad /3/$$

Ritchie, Knott et Rice (RKR) [9] stipulent dans leur critère que pour amorcer et propager le clivage, il est nécessaire que la contrainte normale en fond de fissure dépasse la contrainte critique de clivage  $\sigma_c^*$  sur une distance critique  $X_c$ . Si l'on fait l'hypothèse que la distribution des contraintes en tête de fissure est gouvernée par la solution de Hutchinson, Rice et Rosengreen, l'application du critère RKR conduit à la relation suivante :

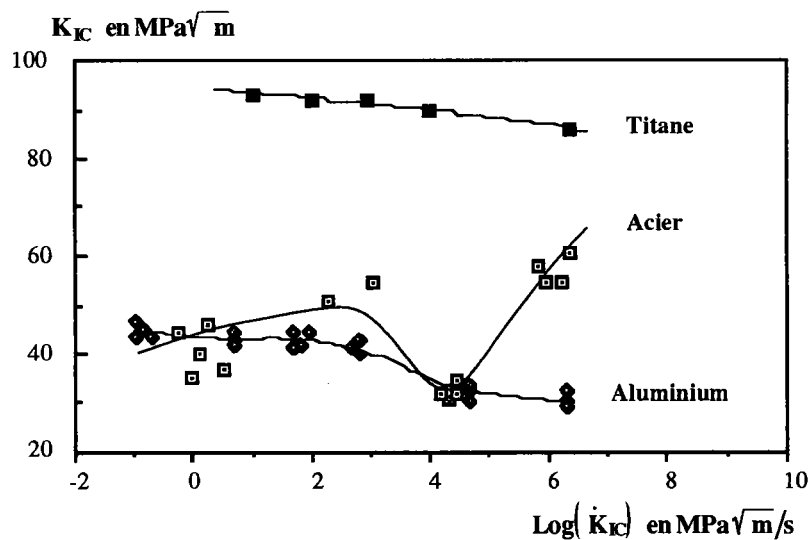
$$K_{IC} Re^{\frac{N-1}{2}} = Cst \quad /4/$$

$N$  le coefficient d'érouissage de la loi de Ramberg-Osgood et  $Re$  la limite élastique.

### II.1.3. Influence de la vitesse de déformation

L'effet de la vitesse de déformation sur la ténacité des matériaux est complexe et dépend notamment de leur nature.

Les alliages d'aluminium présentent une diminution de ténacité pour des vitesses d'augmentation du facteur d'intensité de contraintes supérieures à environ  $10^4$  MPa $\sqrt{m/s}$ . La sensibilité des matériaux métalliques à la vitesse de déformation dépend de leur système cristallin. Elle est faible pour les alliages d'aluminium cubiques centrés, forte pour les alliages de structure hexagonale tel que le titane, intermédiaire pour les cubiques faces centrées comme l'acier (figure 1).



*Figure 1 : Influence de la vitesse de chargement sur la ténacité de 3 matériaux*

L'effet conjoint de la vitesse de chargement et de la température présente des phénomènes particuliers dans le cas des aciers pour lesquels existe une transition de mode de rupture du type fragile-ductile.

Pour ces matériaux, deux effets principaux peuvent être observés :

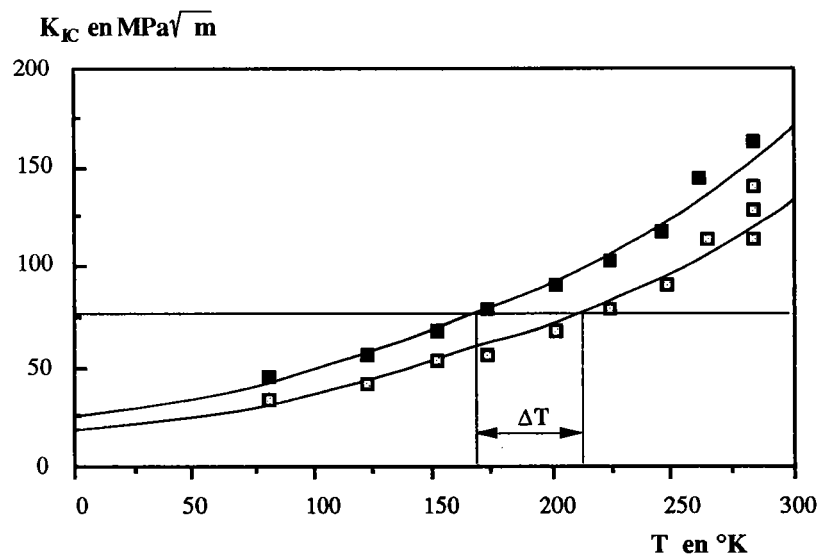
- le relèvement du niveau ductile,
- le décalage de la température de transition du mode de rupture qui se déplace vers des valeurs plus élevée lorsque on augmente la vitesse de déformation (figure 2).

Plusieurs auteurs [10,11,12,13] ont exprimé ce décalage de température en fonction de la limite élastique  $Re$  et de la vitesse de déformation  $\dot{\epsilon}$  selon une relation empirique de la forme :

$$\Delta T = (A + B Re) \dot{\epsilon}^\alpha \quad /5/$$

$A$ ,  $B$  et  $\alpha$  sont des constantes du matériau.

$\Delta T$  varie linéairement en fonction de la limite élastique pour une vitesse donnée.



**Figure 2** : Décalage de la transition de ténacité sur un acier de gazoduc [13]

En outre, la limite élastique est fortement sensible à la vitesse de déformation car la plasticité est un phénomène thermiquement activé.

La limite d'élasticité peut être décomposée selon Rykina et Yaroshevich [14] en une partie thermique  $\sigma_\theta$  et une partie athermique  $\sigma_\mu$  :

$$Re = \sigma_\theta + \sigma_\mu \quad /6/$$

Pluvinage et Azari [13] ont exprimé la limite élastique par l'équation /7/ :

$$Re = \sigma_\mu + (Re^\circ - \sigma_\mu) \exp [- mT] \quad /7/$$

où  $(Re^\circ - \sigma_\mu) \exp [- mT]$  représente la composante thermiquement activée qui dépend de la température T (en °K), m est une constante qui dépend de la vitesse de déformation selon la relation :

$$m = \alpha \text{Log} ( A_1 / \dot{\epsilon} ) \quad /8/$$

$Re^\circ$  est la limite d'élasticité à 0°K, elle est souvent assimilée à la contrainte de clivage  $\sigma_c$  et  $A_1$  est le facteur de fréquence en  $s^{-1}$ .

Pluvinage et Krasowsky [15] sur un acier de Gazoduc, en utilisant un critère de rupture locale RKR, ont exprimé la ténacité en fonction des propriétés mécaniques de l'acier sous la forme :

$$K_{IC} = K_\mu \left( \frac{\sigma_c}{Re} \right)^{\frac{1-n}{2n}} \quad /9/$$

où n est le coefficient d'érouissage et  $K_\mu$  la ténacité seuil donnée par :  $K_\mu = \sigma_c \sqrt{\pi X_c}$

La figure 3 représente la relation entre la ténacité et la limite élastique correspondante pour deux aciers gazoducs notés C et D. Les résultats reportés concernent l'intervalle de température dans lequel les ruptures sont fragiles ou quasi-fragile, que ce soit sous chargement statique ou dynamique.

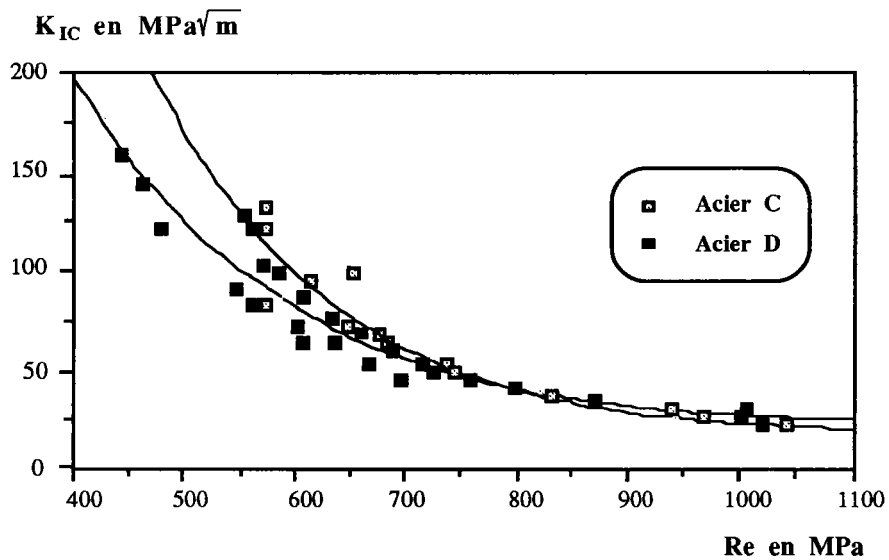


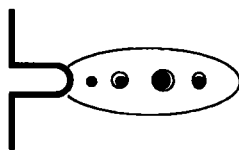
Figure 3 : Évolution de la ténacité en fonction de la limite élastique [15]

## II.2. Rupture ductile

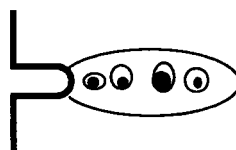
La rupture ductile se produit aux températures plus élevées avec des déformations qui sont en générale importantes. Le faciès de rupture se caractérise par la présence de nombreuses cupules à l'intérieur desquelles on observe souvent un précipité ou une inclusion.

La rupture ductile peut être décrite en trois étapes (figure 4) :

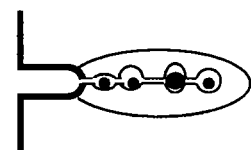
- la nucléation,
- la croissance des cavités,
- l'instabilité par striction.



Nucléation des vides



Croissance des cavités



Coalescence des cavités

Figure 4 : Mécanisme de la rupture ductile

### II.2.1. Mécanisme de nucléation

La nucléation des vides se fait selon l'un des trois mécanismes suivant :

- décohésion à l'interface matrice-inclusion,
- rupture de la particule,
- rupture de la matrice au voisinage de la particule.

Dans la plupart des cas la nucléation est associée à des particules de seconde phase ou des inclusions non métalliques ; quelque rares cas, la nucléation en milieu homogène est observée sur le titane [16].

Selon Argon [17], la décohésion à l'interface matrice-inclusion se produit dans le cas des particules durs non déformables, ayant un indice de forme faible.

Dans l'acier 15 MND 6, Beremin [18] a montré que cette phase était de courte durée, puisque la déformation équivalente à l'amorçage représente moins de 15% de la ductilité à la rupture. Il faut noter que de nombreuses inclusions de MnS, de dimensions supérieures à quelques  $\mu\text{m}$ , existent dans cet acier.

Un certain nombre d'études expérimentales ont permis de mettre en évidence l'influence de la nature, de la forme et de la taille des inclusions sur ce stade de la rupture ductile.

Pour les très petites particules, la taille a un effet sur la décohésion : les précipités les plus gros donnent préférentiellement naissance à des cavités. Cependant, pour des inclusions plus importantes Argon et Im [19] après analyse concluent que l'effet de taille n'intervient que lorsque les particules sont suffisamment rapprochées pour qu'elles puissent interagir. Dans ce cas, la forme des inclusions joue également un rôle et les particules les plus allongées donnent préférentiellement naissance à des cavités.

On peut grouper les critères de décohésion en trois catégories :

- critères énergétiques [20,21],
  - critères de déformation locale critique [22],
  - critères de contrainte locale critique [17,18,23],
-

Gurland et Plateau [20] ont déduit que l'interface subit une décohésion quand l'énergie de déformation élastique concentrée localement peut être libérée par la formation d'une microfissure. L'énergie stockée doit être supérieure à l'énergie de formation des surfaces nouvelles. Tanaka et al [21] ont utilisé la théorie des inclusions et des inhomogénéités d'Ashby pour calculer l'énergie élastique associée avec les déformations nécessaires et pour accommoder l'incompatibilité des déplacements entre une matrice déformée plastiquement uniformément et une inclusion sphérique demeurant élastique.

Mc Clintock [22], a proposé un critère mixte incluant contraintes interfaciales et cisaillement en utilisant les théories des lignes de glissement pour un chargement de traction et de cisaillement anti-plan sur des inclusions cylindriques.

Argon et al [17] ont étudié les contraintes interfaciales qui se développent. Ils ont montré que les contraintes présentent un maximum à  $45^\circ$  de l'axe de chargement. En outre, le facteur de concentration de contrainte reste pratiquement constant quand la déformation augmente pour un matériau non ou peu écrouissable.

Goods et Brown [23] analysent également les descriptions théoriques qui ont été proposées pour ce problème. La plupart d'entre elles expriment que la formation des cavités se produit pour une contrainte locale critique  $\sigma_c^*$  soit dans l'inclusion, soit dans l'interface matrice inclusion.

Le calcul de cette contrainte critique locale, à partir des contraintes et des déformations microscopiques données par la mécanique des milieux continus, peut se faire de différentes façons. Il peut, par exemple, s'appuyer sur une approche microscopique utilisant la théorie des dislocations. Les cavités se forment préférentiellement sur les inclusions les plus grandes. Cependant, pour des particules de taille supérieure à  $1\mu\text{m}$ , l'approche par la mécanique des milieux continus est plus appropriée. Dans les aciers de construction à basse ou moyenne résistance, les particules de seconde phase, telles que les sulfures de manganèse ou les oxydes, vérifient en général, cette condition.

Cependant des travaux ont montré que la présence de particules n'était pas toujours nécessaire pour qu'il y ait germination de cavités [24].

On peut noter un critère de germination des cavités, à partir d'inclusions de sulfure

---



de manganèse établi pour l'acier A 508 Cl 3 [18].

$$\sigma_c = \Sigma_1 + k (\sigma_{eq} - Re) \quad /10/$$

- $\Sigma_1$  : contrainte principale maximale,
- $k$  : paramètre dépendant du sens de sollicitation.
- $\sigma_{eq}$  : contrainte équivalente de Von Mises,
- $Re$  : limite élastique.

Seaman et al [25] ont montré sur des résultats d'impact de plaques que la distribution en volume des cavités qui se forme lors du processus de rupture ductile se met sous la forme :

$$N(r) = N_o \exp \left[ - \frac{R}{R_d} \right] \quad /11/$$

- $N$  : nombre cumulé de cavités par unité de volume d'un rayon supérieur à  $R$ ,
- $N_o$  : nombre total de cavités par unité de volume,
- $R_d$  : paramètre d'échelle de la distribution,
- $R$  : rayon de l'inclusion supposée sphérique.

Le taux de nucléation  $\dot{N}$  est alors fourni par l'expression dérivée de l'équation /11/ :

$$\dot{N}(r) = \dot{N}_o \exp \left[ \frac{\sigma - \sigma_s}{\sigma_o} \right] \quad /12/$$

où  $\dot{N}_o$  est le coefficient de nucléation,  $\sigma_o$  la contrainte dans le matériau solide et  $\sigma_s$  est la contrainte seuil de nucléation.

### II.2.2. Croissance des cavités

Après la phase de nucléation, la croissance des cavités va se produire sous l'effet de l'écoulement plastique. Il est maintenant bien établi que cette croissance est très sensible à la pression hydrostatique.

De nombreuses lois de croissance des cavités ont été proposé par exemple celles de Berg [26], Mc Clintock [22,27], Rice et Tracey [28,29], Bilby [30,31], Glennie [32], Mudry [33], Hua Tai [34]... Toutes sont équivalentes dans la mesure, où l'équation doit être dépendante de l'histoire et donc avoir une forme incrémentable et faisant intervenir l'incrément de déformation et le taux de triaxialité des contraintes. La forme générale d'une loi d'évolution des cavités est de la forme :

$$\frac{dD}{D} = f \left( \frac{\sigma_m}{\sigma_{eq}}, n \right) d\epsilon_{eq}^p \quad /13/$$

où D est un paramètre d'endommagement,  $\sigma_m/\sigma_{eq}$  le taux de triaxialité et n le coefficient d'écroutissement.

Il est naturel que cette équation soit gouvernée par la déformation équivalente plastique  $\epsilon_{eq}^p$  puisque, pour les matériaux ductiles, les processus de rupture sont contrôlés par la déformation.

Berg [26] a étudié le cas d'une cavité elliptique dans un matériau visqueux de loi de comportement ( $\sigma = \eta \dot{\epsilon}$ ). Il a montré que l'évolution de la taille des cavités et de leurs formes ne dépend que de la déformation et de la triaxialité des contraintes globales.

Mc Clintock [22,27] suppose que la matrice est parfaitement plastique, contenant une distribution régulière de microcavités cylindriques de sections elliptiques. Ce modèle suppose que la déformation autour des cavités demeure faible au cours de leur croissance et ne provoque pas d'interaction entre les microcavités. La rupture intervient quand une des dimensions de la cavité atteint respectivement une des distances séparant les cavités. Il n'a pas tenu compte, dans son premier modèle, de l'hétérogénéité de l'écroutissement. Comme on peut le deviner, un écroutissement élevé est défavorable à la croissance.

Rice et Tracey [28] ont étudié la croissance d'une cavité sphérique dans un milieu infini parfaitement plastique. C'est l'un des critères les plus anciens et les plus utilisés, qui s'écrit :

$$\frac{dR}{R} = 0,283 \exp \left[ \frac{3}{2} \frac{\sigma_m}{\sigma_{eq}} \right] d\epsilon_p \quad /14/$$

où R est le rayon instantané d'une cavité,  $d\epsilon_p$  l'incrément de la déformation plastique,  $\sigma_m$

est la contrainte moyenne et  $\sigma_{eq}$  est la contrainte équivalente.

Mudry [33] a proposé une modification de la formule de Rice et Tracey pour tenir compte de l'écroutissage de la matrice.

Klöcker [35] a montré pour les matériaux viscoplastiques ( $\sigma = R_e + \eta \dot{\epsilon}$ ), que l'augmentation de la vitesse de déformation entraîne une meilleure résistance de la matrice à la croissance des cavités. Il n'a pas tenu compte de l'écroutissage plastique, pour cause de complexité des calculs théoriques. Dumont et Levaillant [36] ont montré qu'il n'y a pas de variations de ductilité avec la vitesse de déformation pour deux composites en cuivre-alumine et cuivre-plomb.

Seaman et al [25] ont postulé une vitesse de croissance des cavités non stationnaires, car elle est fonction de la taille courante des cavités, du niveau de contrainte et de la viscosité du matériau  $\eta$ . La vitesse de croissance  $\dot{R}$  des cavités se présente alors sous la forme :

$$\dot{R} = R_o \frac{\sigma - \sigma_s}{4 \eta} \quad /15/$$

où  $\sigma_s$  est la contrainte seuil de croissance et  $\eta$  la viscosité du matériau.

L'intégration de l'équation /15/ dans un intervalle de temps  $\Delta t$  donne :

$$\dot{R} = R_o \exp \left[ \frac{\sigma - \sigma_s}{4 \eta} \Delta t \right] \quad /16/$$

Dans l'acier 15 MND 6, Marini [37], a montré que la phase de croissance des cavités représente généralement 90% à 100% de la durée de vie totale du matériau.

### II.2.3. Instabilité par striction

L'instabilité des cavités conduisant à la rupture, est représenté par la transition entre

le domaine de croissance homogène des cavités dans le matériau et la nucléation de la première fissure. La croissance de cette fissure se fait par coalescence des cavités ou par instabilité du ligament. Elle a été étudiée particulièrement par Thomason [38], Cox et al [39,40], Hancock et Mac Kenzie [41], Dhiab et al [42], Beremin [43]...

La plupart des premiers modèles de rupture ductile font l'hypothèse que les cavités coalescent et que leur taille devient alors égale à leur distance. Cependant, dans plusieurs cas, cette approche surestime la ductilité. De plus, il a été observé dans de nombreux cas que la coalescence se produit entre des cavités assez éloignées [40]. Une sorte de microrupture se produit le long de bandes très étroites où la déformation est localement très intense. Ces bandes relient les cavités et provoquent leur coalescence. Ce phénomène est observé dans les métaux ayant une teneur inclusionnaire faible.

Beremin [43] a suggéré que le taux de croissance des cavités au moment de la rupture est une constante du matériau. Ce critère, dans le cas des triaxialités élevées, conduit à des prédictions raisonnables.

D'autres modèles tentent de déterminer les conditions entraînant la coalescence à partir de considérations mécaniques. Ce phénomène est attribué à un mécanisme de striction interne des pédoncules situés entre les trous. Cette approche a le mérite de prévoir qu'un faible coefficient d'écroutissage s'accompagne généralement d'une faible ductilité.

Thomason [38] a développé un modèle de ce type dans le cas d'un matériau rigide plastique contenant des cavités cylindrique de section carrée régulièrement réparties. Il relie par un calcul de borne supérieure, le taux de croissance critique de cavités aux conditions mécaniques extérieures. En traction uniaxiale, le modèle permet d'évaluer la ductilité  $\epsilon_r$  en fonction de la fraction volumique  $f$  de vides et du rapport  $a/b$  où  $a$  est la taille des trous carrés et  $b$  est la taille du ligament:

$$\frac{a}{b} = \exp \left[ 2 \epsilon_r \right] \left( \frac{\sqrt{f}}{1 - \sqrt{f}} \right) \quad /17/$$

Si le matériau est soumis à une pression hydrostatique  $P$  n'agissant pas à l'intérieur des trous, la condition de rupture s'écrit alors :

$$\frac{\sigma_n}{2 \kappa} (1 - \sqrt{f}) + \frac{P}{2 \kappa} \leq \frac{\sigma_n}{2 \kappa} + 1 \quad /18/$$

$\sigma_n/2 \kappa$  est le facteur de contrainte.

D'après les travaux de Mac Kenzie et al [41], dans des éprouvettes prélevées en travers court, la rupture se fait par de microfissures entre les grands trous elliptiques, alors que dans le cas des éprouvettes prélevées en travers long, la rupture aurait tendance à ce faire par formation de grands trous coalescents jusqu'à rupture.

#### II.2.4. Influence de la vitesse de déformation

La plupart des travaux existant sur la rupture ductile en dynamique, notamment en ce qui concerne l'approche locale, reprennent les modèles et les critères développés pour les chargements quasi-statiques et les appliquent aux cas de chargement dynamique.

L'influence de la vitesse de déformation sur la croissance des cavités est controversée ; la diminution du coefficient d'écroissage en régime dynamique, l'accroissement de la zone plastique devrait permettre d'amorcer plus de cavités inclusionnaires. La taille moyenne des cavités est moins importante sous chargement dynamique qu'en statique.

Peu de travaux ont été réalisés sur la croissance dynamique des cavités. Mc Clintock [22,44], Glennie [32], Klöcker [45], Berg [26]..., Toutes ces modélisations s'étendent au niveau local. Il s'agit de modèles de croissance d'une cavité située dans une matrice déformée plastiquement. On peut les regrouper en deux principaux types :

- comportement de la matrice et forme des cavités,
- modèles de croissance des cavités.

##### II.2.4.1. Comportement de la matrice et forme des cavités

La matrice est toujours modélisée par un milieu continu, même à l'échelle des cavités. On peut considérer deux types de comportement :

- viscoplastiques linéaires,
- viscoplastiques non linéaires.

Par contre les cavités ont des formes très complexes et peuvent contenir partiellement ou totalement une particule. Les formes des cavités retenues sont classées par ordre de complexité croissante :

- cavité cylindrique,
- cavité sphérique,
- cavité ellipsoïdale de révolution.

## II.2.4.2. Modèles de croissance des cavités

### II.2.4.2.1. Matrices viscoplastiques linéaires

Le problème d'une cavités ou d'une inclusion dans une matrice viscoplastique linéaire ou newtonienne ( $\bar{\sigma} = k' \dot{\bar{\epsilon}}$ ) est traité analytiquement par des méthodes semblables à celles de l'élasticité linéaire.

#### \* Cavité cylindrique

Berg [26] étudie l'évolution d'une cavité cylindrique de section elliptique dans une matrice newtonienne (figure 5), soumise à un chargement homogène à l'infini et montre que la vitesse de croissance et le changement de forme ne dépend que de la triaxialité des contraintes à l'infini  $[\sigma_m/\sigma_{eq}]^\infty$ .

La vitesse réduite de croissance est une fonction linéaire de la triaxialité à l'infini (figure 6), et est donnée par :

$$\frac{\dot{R}}{\dot{\epsilon} R} = \frac{3}{2} \left[ \frac{\sigma_m}{\sigma_{eq}} \right]^\infty \quad /19/$$

et le changement de la forme est donné par :

$$\frac{\dot{\epsilon}}{\epsilon} = \sqrt{3} \left( \Phi - \sqrt{3} e \left[ \frac{\sigma_m}{\sigma_{eq}} \right]^\infty \right) \quad /20/$$

avec  $\Phi = 1$  si  $T > S$  et  $\Phi = -1$  si  $T < S$ .

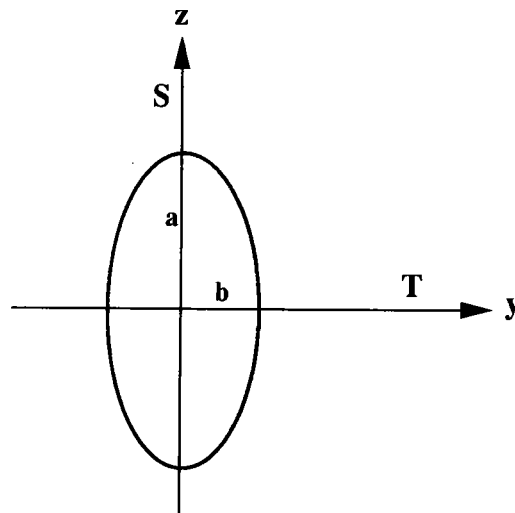


Figure 5 : Orientation de la cavité par rapport aux axes principaux du chargement

- R : rayon moyen de la cavité =  $(a+b)/2$ ,
- e : excentricité =  $(a-b)/(a+b)$ ,
- $\dot{\epsilon}$  : vitesse de déformation équivalente,
- $[\sigma_m/\sigma_{eq}]^\infty$  : triaxialité =  $(2 T+S)/(3 (S-T))$ ,
- T et S : contraintes à l'infini.

Rappelons que, dans le cas d'une éprouvette lisse,  $T = 0$  et la triaxialité =  $1/3$ . Les éprouvettes entaillées habituellement utilisées conduisent à une triaxialité comprises entre 0,8 et 1,3 d'après les travaux de Beremin [43].

Mc Clintock [22] traite le problème d'une cavité cylindrique dans une matrice rigide parfaitement plastique chargée de façon axisymétrique à l'infini. Il trouve une évolution de la vitesse de croissance exponentielle en fonction de la triaxialité à l'infini (figure 6) :

$$\frac{\dot{R}}{\dot{\varepsilon} R} = -\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2} \sinh \left( \frac{\sqrt{3}}{2} \left[ \frac{\sigma_m}{\sigma_{eq}} \right]^\infty \right) \quad /20/$$

### \* Cavité sphérique

Glennie [32] étudie la déformation d'une cavité sphérique dans une matrice infinie rigide parfaitement plastique soumise à un chargement dynamique axisymétrique et propose par une approche de Galerkin une équation différentielle de la vitesse de croissance sous la forme suivante :

$$\frac{\dot{R}}{\dot{\varepsilon} R} = 0,558 \sinh \left\{ \frac{3}{2 \sigma_o} \left[ \sigma_m^s - \left( R \ddot{R} + \frac{3}{2} \dot{R}^2 - \frac{\dot{\varepsilon}^2 R^2}{4} \right) \right] \right\} \quad /21/$$

où  $\sigma_m^s$  contrainte hydrostatique à l'infini.

Après avoir résolu cette équation pour plusieurs valeurs de la triaxialité à l'infini, Glennie affirme que les effets d'inertie n'ont pas d'influence pour des valeurs de la triaxialité inférieures à deux ou trois.

### \* Cavité ellipsoïdale de révolution

Klöcker [45] utilise une technique similaire à la technique des trois potentiels en élasticité pour calculer le champ des vitesses dans une matrice newtonienne infinie comportant une perturbation locale. Il obtient un champ de vitesse comportant 3 termes ne contribuant qu'à l'accroissement homothétique de la cavité, un deuxième terme de distorsion pure et un troisième causant à la fois une augmentation de volume et un changement de forme du trou.

La vitesse réduite de croissance (figure 6), est donnée par l'équation /22/ :



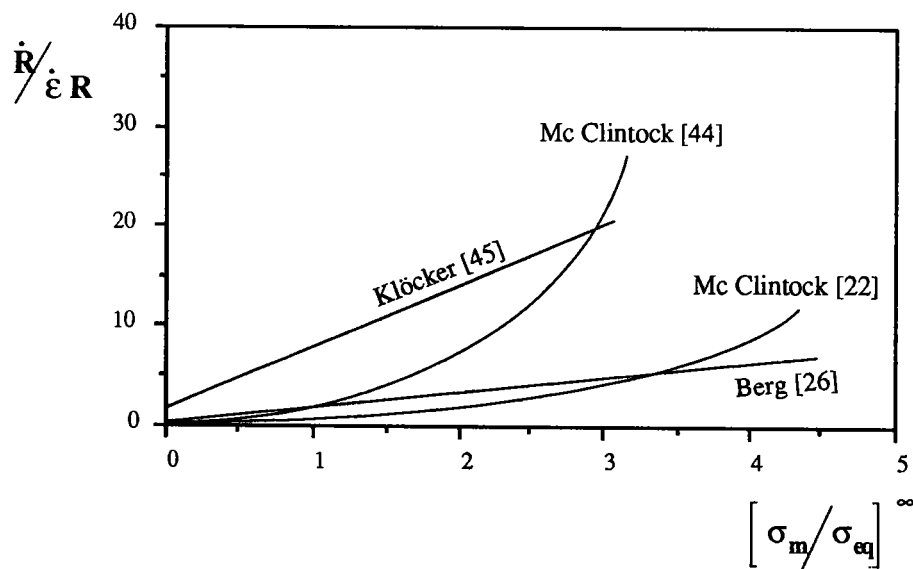
$$\frac{\dot{R}}{\dot{\epsilon} R} = a_1 + a_2 \left( \frac{\sigma_m}{\sigma_{eq}} \right)^\alpha \quad /22/$$

Le changement de forme des trous est donnée par :

$$\frac{\dot{e}}{\dot{\epsilon}} = \beta_1 + \beta_2 \left( \frac{\sigma_m}{\sigma_{eq}} \right)^\alpha \quad /23/$$

$a_1$ ,  $a_2$ ,  $\beta_1$  et  $\beta_2$  sont des constantes du matériau.

On remarque que les vitesses de croissance et de changement de forme réduites dépendent linéairement de la triaxialité à l'infini.



**Figure 6** : Évolution de la vitesse de croissance d'une cavité en fonction de la triaxialité

### II.2.4.2.2. Matrices viscoplastiques non linéaires

Pour des lois de comportement non linéaires, on ne peut traiter explicitement que la géométrie très simple où le champ de vitesse est imposé par des considérations de symétrie et l'équation d'incompressibilité. Les autres cas sont traités par des principes variationnels ou par éléments finis.

Mc Clintock [44] étudie de façon approchée le comportement d'une cavité cylindrique de section elliptique dans une matrice écrouissable ( $\sigma = K \varepsilon^n$ , où  $n$  est le coefficient d'écrouissage). Il obtient la vitesse de croissance réduite sous la forme (figure 6) :

$$\frac{\dot{R}}{\dot{\varepsilon} R} = \frac{\sqrt{3}}{2(1-n)} \sinh \left( \sqrt{3} (1-n) \left( \frac{\sigma_m}{\sigma_{eq}} \right)^\infty \right) \quad /24/$$

et le changement de forme des trous est donnée par :

$$\frac{\dot{\varepsilon}}{\dot{\varepsilon}} = \frac{\sqrt{3}}{(1-n)} \exp \left[ \frac{-4}{\sqrt{3}} \left( \frac{\sigma_m}{\sigma_{eq}} \right)^\infty \right] \sinh \left( \sqrt{3} (1-n) \left( \frac{\sigma_m}{\sigma_{eq}} \right)^\infty \right) \quad /25/$$

On remarque que lorsque le coefficient d'écrouissage augmente, la vitesse de croissance diminue.

Cette formulation ne fait pas intervenir l'hétérogénéité de l'écrouissage et ne permet donc pas d'étudier le champ de vitesse dans la matrice.

Tracey [29] prend en compte cette hétérogénéité et détermine une borne inférieure et une borne supérieure de la vitesse réduite de croissance  $\dot{R} / \dot{\varepsilon} R$  en utilisant un principe variationnel. Au début de la déformation, la vitesse de croissance est inférieure à celle obtenue par Mc Clintock, mais elle devient rapidement plus grande et tend vers celle correspondant à une matrice rigide parfaitement plastique.

---

Plus récemment les travaux de Klöcker [45] dans le cas d'une cavité ellipsoïde dans une matrice pseudoplastique, il montre que :

- lorsque la sensibilité à la vitesse de déformation diminue, le rayon moyen de la cavité augmente rapidement en fonction de la déformation,
- sous une faible triaxialité un changement de sensibilité à la vitesse de déformation n'affecte pas l'excentricité, alors que sous une triaxialité élevée une diminution de la sensibilité à la vitesse ralentit le changement de l'excentricité.

Klöcker d'une façon théorique a montré en termes de croissance des cavités, qu'un comportement linéaire et des effets d'inertie améliorent la ductilité aux grandes vitesses de déformations :

- pour des cavités sphériques, la loi de comportement linéaire conduit à une croissance plus rapide des cavités que dans le cas d'une loi pseudoplastique,
  - pour des cavités cylindriques les taux de croissances des cavités sont voisins on note une forte influence du taux de triaxialité sur la croissance des cavités pour les deux lois.
-

### III. CONCEPTS STATISTIQUES

La résistance à la rupture d'un matériau fragile sous un état de contrainte homogène donné est liée à la concentration et à la sévérité des défauts dans l'éprouvette d'essai. Des considérations statistiques permettent de rendre compte de l'effet de taille sur cette résistance à rupture [46,47,48].

Si un certain nombre de défauts est nécessaire pour provoquer la rupture, l'événement de celle-ci dépend de la probabilité de rencontrer les conditions critiques dans l'éprouvette.

Pour aborder ce problème, plusieurs approches statistiques de la rupture fragile sont proposés dans la littérature. Elles peuvent être regroupées en deux familles :

- les approches purement statistique telles que le modèle de Weibull [49,50] et le modèle de Neville [51,52],
- les approches plus fondamentales qui considèrent les défauts microstructuraux en tant qu'entités physiques comme on les rencontre dans les modèles de Jayatilaka [53] et les développements proposés par Wallin et al [48,54,55,56] ; Tolba et al [57] ; Ding et al [58] et Batdorf [59] ...

#### III.1. Théories du maillon le plus faible

Ces théories reposent sur quelques hypothèses fondamentales : le solide peut être considéré comme la juxtaposition d'éléments parfaitement indépendants du point de vue de la rupture, et c'est celle de l'élément le plus faible qui entraîne la rupture du solide en entier.

Lorsque l'hypothèse du maillon le plus faible est correcte, on attribue à chaque élément une probabilité de rupture sous une contrainte (ou une déformation) donnée. Cette probabilité cumulée est  $P_c(\sigma)$ . La probabilité de survie vaut,  $1 - P_c(\sigma)$ . Dans le cas de  $N$  éléments, elle vaut,  $[1 - P_c(\sigma)]^N$ . La probabilité de rupture de l'ensemble des éléments est donnée par :

$$P_r(\sigma) = 1 - [1 - P_c(\sigma)]^N \quad /26/$$

On peut aussi l'écrire sous la forme :

$$P_r(\sigma) = 1 - \exp\left\{-N \operatorname{Ln}\left[\frac{1}{1 - P_c(\sigma)}\right]\right\} \quad /27/$$

Soit  $V_0$  le volume de chaque élément et  $V$  le volume total, la probabilité de rupture devient alors :

$$P_r(\sigma) = 1 - \exp\left\{-\frac{V}{V_0} \operatorname{Ln}\left[\frac{1}{1 - P_c(\sigma)}\right]\right\} \quad /28/$$

On remarque que la probabilité de rupture augmente avec le volume.

En posant :

$$F(\sigma) = \operatorname{Ln}\left[\frac{1}{1 - P_c(\sigma)}\right] \quad /29/$$

L'équation /28/ devient :

$$P_r(\sigma) = 1 - \exp\left\{-\frac{V}{V_0} F(\sigma)\right\} \quad /30/$$

### III.2. Analyse probabiliste selon Weibull

L'application du Concept du "maillon le plus faible" à un volume est proposée pour la première fois par Weibull [50] qui a abouti à une fonction de distribution de manière purement heuristique.

L'analyse de Weibull repose sur les hypothèses suivantes :

- le matériau est homogène et isotrope de façon statistique,
- la rupture est amorcée à partir d'un défaut unique considéré comme le plus critique. Ce défaut est en quelque sorte "le maillon de la chaîne" le plus faible.

Si le matériau est homogène et isotrope, le nombre  $N$  de défauts dans le matériau est proportionnel au volume  $V$  soumis à un champ de contraintes. Weibull propose une fonction empirique pour exprimer la probabilité de survie  $P_s(\sigma)$  sous la contrainte  $\sigma$ .

$$P_s(\sigma) = \exp \left\{ -V \left[ \frac{(\sigma - \sigma_s)}{\sigma_o} \right]^{m_w} \right\} \quad \text{pour } \sigma > \sigma_s \quad /31/$$

$$P_s(\sigma) = 1 \quad \text{pour } \sigma \leq \sigma_s$$

$\sigma$  : contrainte appliquée,

$\sigma_o$  : contrainte de normalisation,

$\sigma_s$  : contrainte seuil en dessous duquel la probabilité de rupture est nulle,

$m_w$  : module d'inhomogénéité appelé encore module de Weibull.

La probabilité de rupture s'écrit :

$$P_r(\sigma) = 1 - \exp \left\{ -V \left[ \frac{(\sigma - \sigma_s)}{\sigma_o} \right]^{m_w} \right\} \quad \text{pour } \sigma > \sigma_s \quad /32/$$

### III.2.1. Définition du module de Weibull

Le module de Weibull  $m_w$ , est un paramètre caractéristique du matériau et donne une idée de la dispersion. Il diminue quand la fragilité des matériaux augmente. Pour les mêmes conditions d'essais, le module de Weibull peut atteindre des valeurs allant jusqu'à 50 pour les aciers à température ambiante [60], par contre pour les céramiques cela varie entre 2 et 20 [53].

Le module de Weibull est lié à la fonction densité de probabilité et à la probabilité de rupture (figures 7 et 8).

L'aplatissement de la courbe représentant la densité de probabilité se traduit par une diminution des valeurs de  $m_w$  ; ceci indique donc que le matériau présente une grande inhomogénéité.

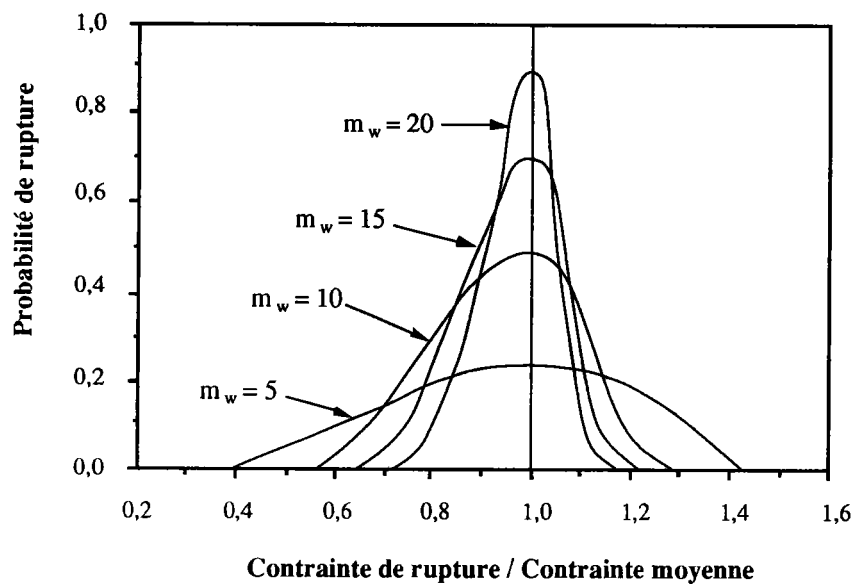


Figure 7 : Densité de probabilité pour diverses valeurs de  $m_w$  [61].

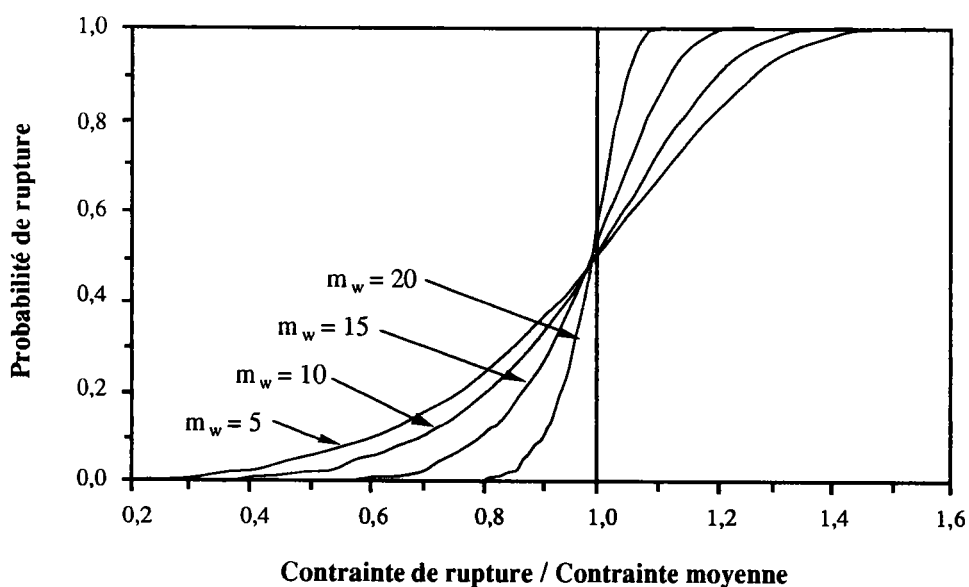


Figure 8 : Probabilité de rupture pour diverses valeurs de  $m_w$  [61].

Le module de Weibull peut être déterminé expérimentalement en utilisant l'équation /32/ représentant la probabilité de rupture.

Batdorf [59] a montré que ce facteur varie avec le nombre de défauts initiaux  $N_i$  :

$$N_i = V N_o \quad /33/$$

où  $N_o$  est le nombre de défauts par unité de volume.

Il propose de calculer  $m_w$  par la relation empirique suivante :

$$m_w = 1,7 \log (N_o V) \quad /34/$$

### III.2.2. Contrainte moyenne

La résistance à la rupture moyenne considérée comme la moyenne arithmétique des valeurs est reliée à la densité de probabilité par la relation suivante :

$$\bar{\sigma} = \frac{\sum \sigma}{N_R} \quad ; \quad \sum \sigma = \int N_R \sigma dP_r$$

/35/

$$\bar{\sigma} = \int_0^1 \sigma dP_r$$

Sur la courbe  $P_r = f(\sigma)$ , la résistance à la rupture moyenne est représentée par l'aire hachurée (figure 9).



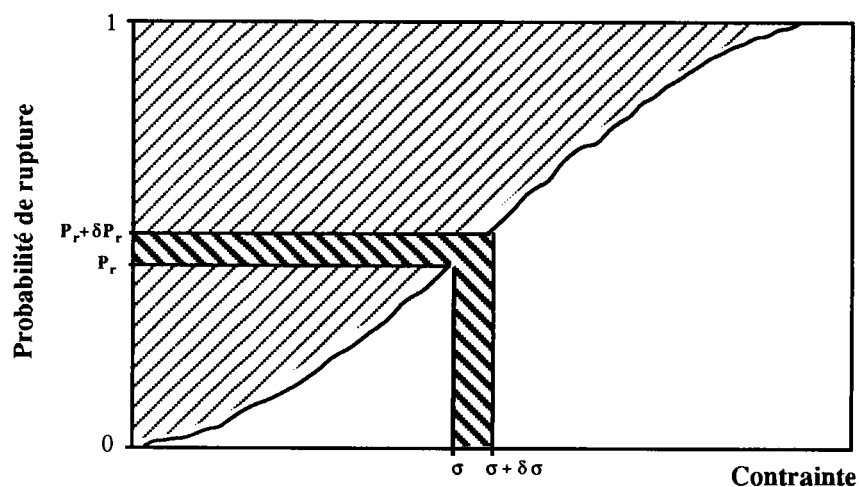


Figure 9 : Distribution de Weibull.

Dans le cas où  $\sigma_s$  n'est pas nulle la contrainte moyenne devient :

$$\bar{\sigma} = \sigma_s + \int_0^1 \sigma dP_r \quad /36/$$

Si on utilise la fonction  $\Gamma_a$  Gamma, la contrainte moyenne sera exprimé par l'équation /37/ :

$$\bar{\sigma} = \sigma_s + \left( \frac{\sigma_0}{V^{1/m_w}} \right) \Gamma \left( 1 + \frac{1}{m_w} \right) \quad /37/$$

$$\text{avec} \quad \Gamma(x) = \int_0^{\infty} y^{x-1} e^{-y} dy \quad \text{et} \quad y = - \left( \frac{\sigma}{\sigma_0} \right)^{m_w} V$$

où V est le volume total de l'éprouvette.

### III.2.3. Influence du volume et effet d'échelle

Si l'on considère deux échantillons de volume différents  $V_1$  et  $V_2$  chargés de façon identiques avec les contraintes moyennes  $\bar{\sigma}_1$  et  $\bar{\sigma}_2$  on a :

$$\bar{\sigma}_1 = \left( \frac{\sigma_o}{V_1^{1/m_w}} \right) \Gamma_a \left( 1 + \frac{1}{m_w} \right) \quad \text{et} \quad \bar{\sigma}_2 = \left( \frac{\sigma_o}{V_2^{1/m_w}} \right) \Gamma_a \left( 1 + \frac{1}{m_w} \right)$$

$$\text{d'où} \quad \left( \frac{\bar{\sigma}_1}{\bar{\sigma}_2} \right) = \left[ \frac{V_1}{V_2} \right]^{\frac{1}{m_w}} \quad /38/$$

On voit donc que les effets d'échelles sont fonction du rapport des volumes et du module de Weibull. Ils décroissent donc lorsque la dispersion diminue c'est à dire lorsque le module de Weibull  $m_w$  augmente.

### III.2.4. Définition probabiliste du facteur de sécurité

La conception de toute structure exige une étude précise de sa sécurité. Cette sécurité est d'autant plus difficile à assurer quand le matériau est fragile.

En général, le facteur de sécurité est déterminé pour une probabilité de rupture donnée. Il est défini par le rapport suivant :

$$F_s = \frac{\bar{\sigma}}{\sigma_{Pr}} \quad /39/$$

où  $\bar{\sigma}$  est la contrainte moyenne de rupture et  $\sigma_{Pr}$  est la contrainte à rupture pour une probabilité donnée.

Quand le seuil de contrainte  $\sigma_s$  n'est pas nul le facteur de sécurité en fonction de la probabilité de rupture de devient :

$$F_s = \frac{\sigma_s + \sigma_o V^{-1/m_w} \Gamma \left( 1 + \frac{1}{m_w} \right)}{\left( \sigma_s + \sigma_o V^{-1/m_w} \right) \left[ \text{Ln} \left( \frac{1}{P_r} \right) \right]^{-1/m_w}} \quad /40/$$

Le facteur de sécurité tend vers 1 quand le module de Weibull  $m_w$  augmente.

### III.2.5. Application à la Ténacité

La probabilité de rupture peut être exprimée, selon le cas, en fonction de la contrainte à la rupture, du facteur d'intensité de contrainte ou de l'intégrale J. Deux ou trois paramètres sont nécessaires pour la décrire : un facteur d'inhomogénéité ou facteur de normalisation et éventuellement une valeur seuil.

Dans ces modèles on décrit la distribution statistique de la ténacité par une analyse derivant de l'analyse de Weibull.

#### III.2.5.1. Modèle à deux paramètres

K. Wallin [55] postule que le modèle de la distribution de Weibull à deux paramètres, dans le cas de la ténacité peut s'écrire sous la forme suivante :

$$P_r(K_I) = 1 - \exp \left[ - \left( \frac{K_I}{K_o} \right)^{m_{w,2}} \right] \quad /41/$$

où  $K_I$  facteur d'intensité de contrainte,  $K_o$  facteur de Normalisation et  $m_{w,2}$  module de Weibull à deux paramètres.

#### III.2.5.2. Modèle à trois paramètres

La distribution à deux paramètres suppose qu'il n'y a pas de valeur limite en dessous de laquelle la propagation de la fissure par clivage devient impossible. Si l'on

admet l'existence d'une telle valeur, la distribution à deux paramètres devient une distribution à trois paramètres :

$$P_T = 1 - \exp \left\{ \left[ - \frac{K_I - K_{\min}}{K_o - K_{\min}} \right]^{m_w, 3} \right\} \quad /42/$$

$K_{\min}$  : Valeur seuil en dessous duquel la probabilité de rupture est nulle.

L'analyse de Weibull suppose que les défauts sont distribués statistiquement dans tout le volume considéré, sinon l'étude de la dispersion des résultats expérimentaux ne peut être décrite avec une bonne précision. Plusieurs facteurs empêchent l'application de ce concept :

- le déchirement ductile avant la rupture par clivage qui affecte le volume effectif d'élaboration du processus de rupture,
- le faible nombre d'essais réalisé pour la détermination de la dispersion.

A l'aide de simulations théoriques en utilisant différentes limites de probabilités, la figure 10 représente le module de Weibull  $m_w$  en fonction du nombre d'essais. Nous constatons que toutes les valeurs expérimentales sont à l'intérieur des courbes théoriques et qu'elles tendent vers la valeur quatre, quand le nombre d'essais augmente.

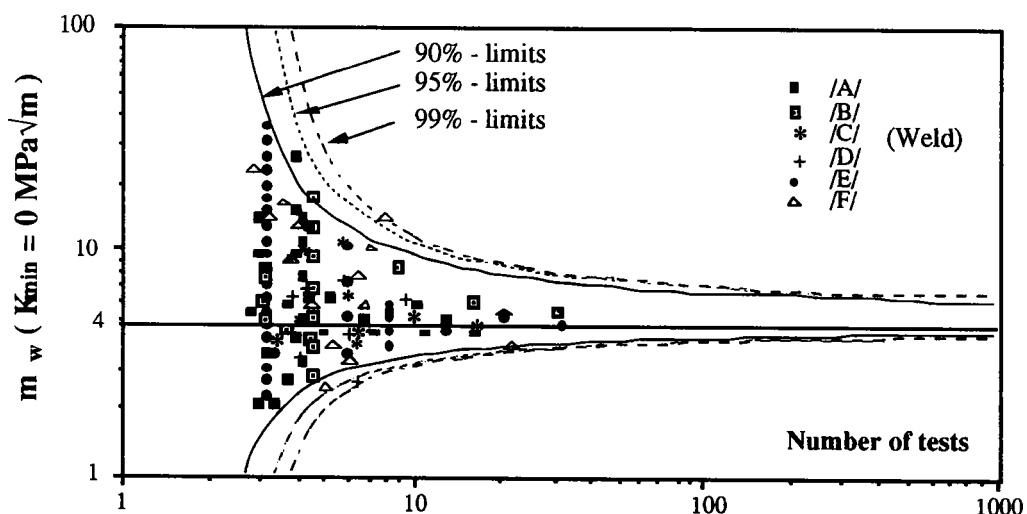


Figure 10 : Valeur du module  $m_w$  en fonction du nombre d'essai.

### III.2.6. Influence de la vitesse de déformation

Phénoménologiquement on constate que l'augmentation de la vitesse de déformation conduit à une dispersion plus importante des contraintes de rupture. Ce phénomène est attribué aux possibilités de multi-activations de défauts à grande vitesse de déformation qui modifie donc la densité de probabilité de trouver un défaut critique [62,63].

Des études effectués sur des céramiques de blindage par Tolba [62] montrent bien l'effet de la vitesse de déformation sur les valeurs critiques de la ténacité, cela se traduit par une diminution du module de Weibull  $m_w$  lorsque l'on passe d'essais statiques à des essais dynamiques et donc une augmentation de la dispersion des résultats figure 11.

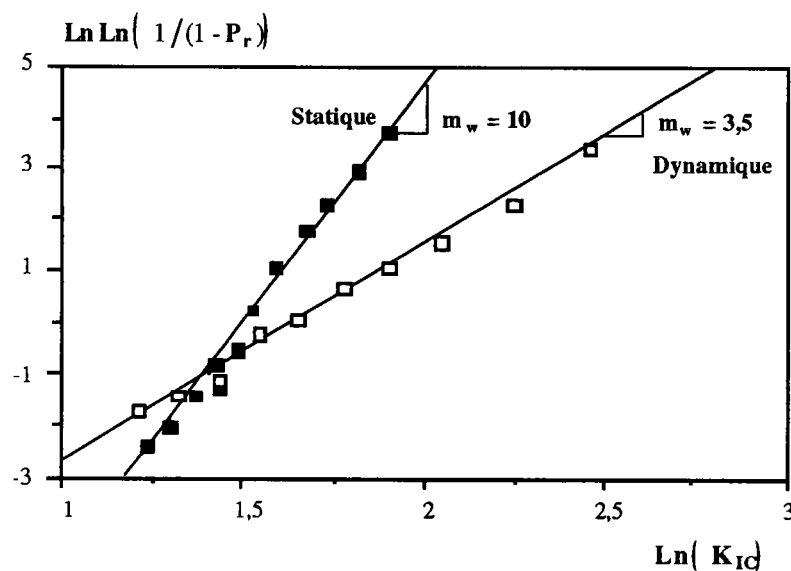


Figure 11 : Diagramme de Weibull pour la ténacité statique et dynamique

### III.3. Approche microstructurale

Considérons une éprouvette soumise à une contrainte  $\sigma_g$  contenant des microfissures circulaires, de rayon  $a$ , et perpendiculaires à l'axe de traction. On suppose

qu'elles sont éloignées les une des autres pour ne pas interférer.

Si on prend  $n(\sigma_c)$  le nombre de fissures par unité de volume provoquant la rupture pour une contrainte inférieure à  $\sigma_c$  et  $N$  le nombre d'éprouvettes de volume unitaire soumises à la contrainte  $\sigma_g$ . Une augmentation de la contrainte de  $\Delta\sigma$  provoque la propagation de  $\Delta n$  fissures supplémentaires. Le nombre d'éprouvettes  $\Delta N_r$  qui se rompt est donnée par :

$$\Delta N_r = (N - N_r) \Delta n(\sigma_g) \quad /43/$$

La variation de la probabilité de rupture vaut donc :

$$\Delta P_r(\sigma) = [1 - P_r(\sigma)] \Delta n(\sigma_g) \quad /44/$$

Donc, selon la loi de Weibull le nombre de fissures provoquant la rupture est donnée par l'équation /45/ :

$$n(\sigma_c) = \frac{1}{V_o} \left( \frac{\sigma_c}{\sigma_w} \right)^m = \frac{1}{V_o} \left( \frac{a_u}{a_c} \right)^{\frac{m}{2}} \quad /45/$$

$$\text{avec} \quad a_u = \frac{\pi}{4} \left( \frac{K_{IC}}{\sigma_w} \right)^2$$

$\sigma_w$  contrainte moyenne de Weibull et  $a_u$  rayon critique d'une fissure sous la contrainte  $\sigma_w$ .

### III.3.1. Analyse probabiliste selon Batdorf

L'approche de Weibull supposait que toutes les microfissures étaient orientées perpendiculairement à l'axe de traction. En réalité, elles ne le sont pas, Batdorf [59] a tenu compte de cet effet de désorientation, il considère des fissures circulaires orientées de façon aléatoire dans un polycristal. Il suppose que la probabilité pour qu'une fissure ait un rayon  $r$  supérieur à  $r$  donnée par :

$$P(r > r) = \exp\left(-\frac{r^2}{\lambda_B}\right) \quad /46/$$

$\lambda_B$  : une constante.

Une hypothèse simplificatrice consiste à supposer que les microfissures ne se propagent que sous l'action de la contrainte normale et que la contrainte de cisaillement n'a pas d'effet.

La probabilité de rupture en traction simple est donnée par la relation :

$$P_r(\sigma_r) = 1 - \exp\left\{-N \int_0^{\sigma_r} \frac{4}{5} \left(1 - \frac{\sigma_{cr}}{\sigma_r}\right) \exp\left[-\frac{1}{4} \frac{\sigma_{cr}}{\sigma_r}\right] d\sigma_{cr}\right\} \quad /47/$$

$$P_r(\sigma_r) = 0 \quad \text{quand} \quad \sigma_r = 0$$

où  $\sigma_r$  est la contrainte réduite,  $N$  le nombre total de fissures et  $\sigma_{cr}$  est contrainte critique.

La contrainte réduite  $\sigma_r$  est liée à la contrainte réelle de traction par l'équation suivante :

$$\sigma_r = \frac{2 \sigma A_o^{0,25}}{K_{IC} \pi^3 \left[ \text{Ln}(P_1^{-1}) \right]^{0,25}} \quad /48/$$

où  $A_o$  est l'aire du grain,  $K_{IC}$  le facteur d'intensité de contraintes critique et  $P_1$  la probabilité pour que deux grains voisins soient rompus.

### III.3.2. Analyse probabiliste selon Jayatilaka

Jayatilaka et al [53] ont utilisé les concepts du taux d'énergie de déformation disponible critique et ont abouti à l'expression donnant la contrainte à la rupture en

fonction du demi-longueur de fissure (figure 12), pour un matériau fragile, comme suit :

$$a \sigma_g^2 = f(\beta, \nu) \quad /49/$$

a la demi-longueur du fissure,  $\beta$  l'angle d'inclinaison de la fissure et  $\nu$  le coefficient de Poisson du matériau.

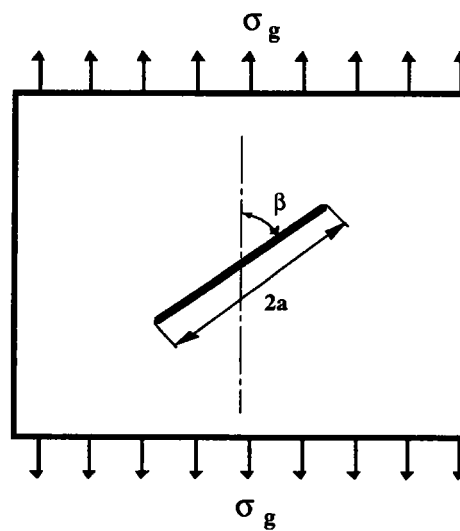


Figure 12 : Fissure inclinée sous un chargement uniforme

La densité de probabilité de la distribution de taille des défauts peut être ajustée par la distribution de Poloniecki (figure 13), par l'expression suivante :

$$f(a) = \left( \frac{c^{n-1}}{(n-2)!} \right) a^{-n} \exp \left[ -\frac{c}{a} \right] \quad /50/$$

où  $c$  est le paramètre d'échelle et  $n$  le taux de décroissance de la densité après avoir atteint le maximum.



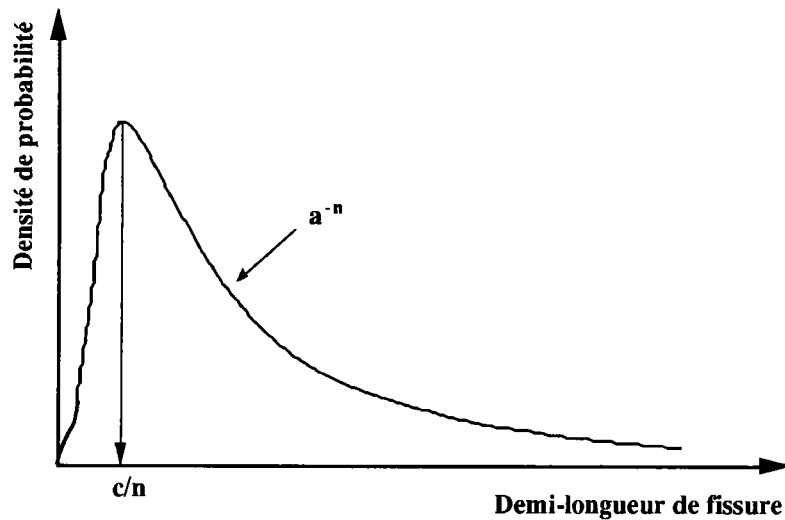


Figure 13 : Fonction de distribution du type Polonietki

Pour un volume contenant un seul défaut et soumis à un chargement uniforme  $\sigma_g$ , la probabilité de rupture est donnée par la relation suivante :

$$P_{r1} = \int_0^{\pi/2} \int_z^{\infty} \frac{2}{\pi} f(a) da d\beta \quad /51/$$

$$\text{avec } z = \frac{2 K_{IC}^2}{\pi \sigma_g^2} U(\beta)$$

L'évolution de l'angle  $\beta$  en fonction de la demi-longueur de fissure permet de déterminer les limites de l'intégration. En posant  $v = c/a$  et en remplaçant  $f(a)$  par son expression, la relation /51/ devient :

$$P_{r1}(\sigma_g) = \int_0^{\pi/2} \int_0^{x_0} \frac{2}{\pi} \left[ \frac{\exp(-v)}{(n-2)!} v^{n-2} \right] dv d\beta \quad /52/$$

$$\text{avec } x_0 = \frac{\left( \frac{2}{\sigma_g \pi c} \right)}{\left( \frac{2 K_{IC}^2}{\pi \sigma_g^2} \right)} U(\beta)$$

Dans le cas où le volume contient N fissures, la probabilité de rupture  $P_r(\sigma_g)$  est donnée par :

$$P_r(\sigma_g) = 1 - \left[ 1 - P_{r1}(\sigma_g) \right]^N \quad /53/$$

Pour un grand nombre de fissures, la probabilité de rupture s'écrit approximativement :

$$P_r(\sigma) = 1 - \exp \left[ - N P_{r1} \right] \quad /54/$$

si  $x_0 \ll 1$ , la relation /51/ devient :

$$P_{r1}(\sigma) = \int_0^{\pi/2} \frac{2 x_0^{n-1}}{\pi (n-1)!} d\beta \quad /55/$$

et la probabilité de rupture s'écrit :

$$P_r(\sigma) = 1 - \exp \left[ - N C_1(n) \cdot \sigma_g^{2n-2} \right] \quad /56/$$

$$\text{avec } C_1(n) = \int_0^{\pi/2} \left\{ \frac{\pi c}{2 K_{IC}^2 U(\beta)} \right\}^{n-1} \frac{2}{\pi (n-1)!} d\beta$$

Sachant que le nombre total de fissures N est proportionnel au volume du matériau, la contrainte moyenne à rupture s'écrit :

$$\bar{\sigma} = \int_0^{\infty} \left[ 1 - P_r(\sigma) \right] d\sigma \quad /57/$$

L'expression liant le module de Weibull  $m_w$  en fonction de la vitesse de

décroissance de la densité  $n$  est donnée par :

$$m_w = 2 (n - 1) \quad /58/$$

Ainsi, le module de Weibull qui a été considéré comme une simple constante empirique du matériau trouve grâce à l'analyse de Jayatilaka et Trustrun [53] une signification physique. En effet,  $m_w$  décrit la distribution des tailles des défauts dans un matériau fragile.

### III.3.3. Analyse probabiliste selon Tolba

En utilisant la technique d'analyse d'images, Tolba et al [57] ont trouvé que la probabilité pour que la taille d'un défaut activé d'avoir une longueur dont la taille est supérieure ou égale à une valeur donnée est de la forme :

$$P(r) = \exp \left[ - \left( \frac{r}{k_j r_m} \right)^3 \right] \quad /59/$$

où  $r_m$  est la valeur moyenne des longueurs de fissures et  $k_j$  une constante d'ajustement qui dépend de la vitesse de chargement.

L'équation /59/ ajuste bien les résultats expérimentaux obtenus en mode I comme le montre la figure 14, soit en statique soit en dynamique.

La fonction de densité de probabilité est par définition :

$$P_r(\sigma_g) = 1 - \exp \left\{ - N_o V \int_0^{\sigma} \left( 1 - \frac{\sigma_g}{\sigma_{cr}} \right)^{\frac{6}{7}} \frac{6}{\sigma_{cr}} \exp \left[ \frac{-1}{\frac{6}{\sigma_{cr}}} \right] d\sigma_{cr} \right\} \quad /60/$$

Si les deux conditions suivantes sont vérifiées :

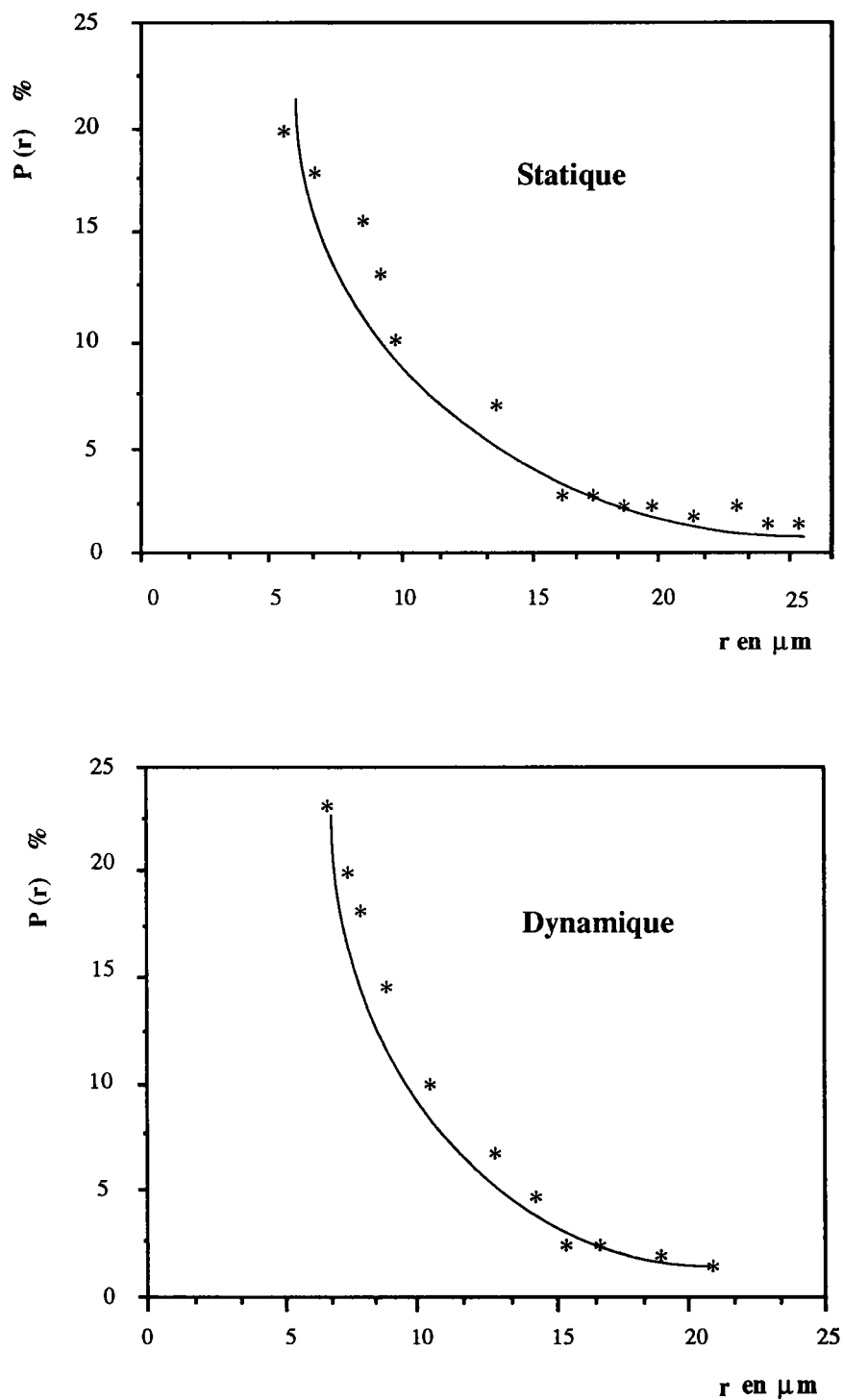
$$\sigma_g \ll 1 \text{ et } P_r(\sigma_g) < 0,1,$$

Alors l'équation /60/ peut être approchée par la relation /61/ :

$$P_r(\sigma) = \frac{N_o V}{6} \sigma_g^6 \exp \left[ - \frac{1}{6} \left( \frac{\sigma}{\sigma_g} \right)^6 \right] \quad /61/$$

Le traité du problème de la rupture sous sollicitation dynamique sous un angle probabiliste, permet de mettre en évidence le chargement dans la répartition des défauts activés conduisant à la rupture. A l'approche phénoménologique de Weibull, se substituent des méthodes prenant en compte la répartition statistique de ces défauts notamment à l'aide de l'analyse d'images. Ces méthodes donnent de bons résultats quand elles sont comparées à l'expérience.

---



**Figure 14 :** Répartition de la taille des grains en fonction de la densité de probabilité.

### III.3.4. Analyse probabiliste de la rupture ductile

Très peu de travaux existent dans l'approche probabiliste de la rupture ductile et en particulier l'approche locale.

Les inclusions, donc les cavités, ne sont pas disposées suivant un maillage régulier comme beaucoup de théories le supposent. La rupture interviendra là où, localement, la fraction volumique de cavités est la plus importante. De plus une coalescence locale de cavités n'entraîne pas forcément la rupture de l'ensemble.

Une analyse simplifiée due à Mc Clintock [22] permet d'évaluer la probabilité de trouver  $n$  inclusions dans un volume  $V$ .

Soit  $N_v$  inclusions par unité de volume, chaque inclusion ayant rigoureusement la même taille et la même forme. Si on suppose, par ailleurs, que la statistique de répartition des inclusions dans un volume soit décrite par une loi de Poisson. La probabilité de trouver  $n$  inclusions dans un volume  $V_0$  est  $P(n) = 1/n!$ .

La probabilité de trouver dans au moins un petit volume  $n$  inclusions est donnée par l'équation suivante :

$$P(n) = 1 - \exp \left[ - \frac{N_v V}{n!} \right] \quad /62/$$

Seaman et al [25] se sont consacrés aux travaux de calcul du nombre cumulé des cavités et leur évolution au cours du temps. Ils constatent en outre sur des résultats d'impact de plaques à l'aide d'analyse d'images que la distribution en volume des cavités qui se forme lors du processus de rupture ductile est donnée par l'équation /63/ :

$$N(r) = N_0 \exp \left[ - \frac{R}{R_d} \right] \quad /63/$$

Toutefois d'autres types de distribution ont été proposés :

$$\exp \left[ - \left( \frac{R}{R_d} \right)^2 \right] \text{ par Batdorf [64]}$$

$$\exp \left[ - \left( \frac{R}{R_d} \right)^3 \right] \text{ par Pluvinage [65].}$$

Le volume total de cavités est obtenu par intégration de l'équation de la distribution /63/, en supposant que les cavités sont sphériques :

$$V_t = \frac{4 \pi}{3} \int_0^{\infty} R^3 \left( - \frac{N_o}{R_d} \right) \exp \left[ - \frac{R}{R_d} \right] dR = 8 \pi N_o R_d^3 \quad /64/$$

### III.3.5. Influence de la vitesse de déformation

L'augmentation de la vitesse de déformation conduit à une dispersion plus importante des contraintes de rupture. Ce phénomène est attribué aux possibilités de multi-activations de défauts à grande vitesse de déformation qui modifie donc la densité de probabilité de trouver un défaut critique.

L'influence de la vitesse de déformation sur la croissance des cavités devrait permettre d'amorcer plus de cavités inclusionnaires en dynamique qu'en statique. La taille moyenne de ces cavités est moins importante sous chargement dynamique qu'en statique.

## IV. CONCLUSION

Il est inutile de rappeler combien il est important de se prémunir contre le risque de rupture fragile pour les structures en service.

Comme nous l'avons vu, un nombre important de modèles et de lois a été proposé, mais leurs limites de validité restent étroites, et sont à définir avec plus de précision. L'apports de récentes techniques expérimentales utilisant le chargement par train d'ondes permet d'étendre la gamme de vitesses de déformations étudiée. L'étude du décalage de la transition de ténacité reste essentielle dans ce type de recherches.

---

Pour la rupture ductile, les critères sont basés essentiellement sur le second stade du processus de rupture, et mettent en évidence l'influence de la géométrie (allongement de la cavité) sur la vitesse de croissance ainsi que les effets stabilisants de la vitesse de déformation et des forces d'inertie pour des vitesses supérieures à  $\dot{\epsilon} = 10^3 \text{ s}^{-1}$ .

Les calculs analytiques de la croissance des cavités nécessitent quelques hypothèses simplificatrices sur la forme, la distribution des cavités initiales et sur le comportement de la matrice. Ces modèles ne tiennent pas compte de l'interaction entre les cavités. Le comportement de la matrice entre les cavités évolue au cours de la croissance des cavités. Ces hypothèses éloignent les calculs de la réalité. Malgré les efforts considérables des chercheurs, les modèles développés ne peuvent prédire correctement le taux d'endommagement dans le matériau en fonction des paramètres globaux de sollicitation.

La probabilité de rupture peut être exprimée, selon le cas, en fonction de la contrainte à rupture, du facteur d'intensité de contrainte ou de l'intégrale J. Deux ou trois paramètres sont nécessaires pour la décrire : un facteur d'inhomogénéité ou facteur de normalisation et éventuellement une valeur seuil.

La mécanique probabiliste de la rupture ne limite pas forcément son application aux matériaux qui possèdent intrinsèquement des propriétés mécaniques très dispersées.

---



---

2<sup>ème</sup> partie

**TECHNIQUES EXPÉRIMENTALES**

---

## I. INTRODUCTION

Il est capital de dimensionner les structures dans les conditions de sollicitation proches de celles en service. Il faut donc pour cela connaître la réponse des matériaux aux sollicitations à grandes vitesses, c'est-à-dire connaître les lois de comportement, d'endommagement et la variations de ténacité, qui caractérisent le comportement du matériau, afin de pouvoir effectuer la simulation du comportement de structures possédant éventuellement des défauts.

L'étude s'attache particulièrement à l'influence de la vitesse de déformation sur le comportement rhéologique et à rupture des matériaux.

En complément une description des méthodes expérimentales utilisées pour ce problème est présentée.

## II. RUPTURE FRAGILE

### II.1. Verre Float

#### II.1.1. Matériau

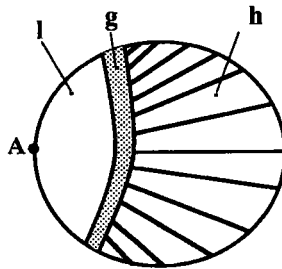
La fragilité du verre est bien connue : c'est une propriété facile à constater mais plus difficile à définir d'une manière quantitative.

Le verre est un exemple typique de la rupture fragile. Sous l'action d'une contrainte de traction, il se déforme élastiquement jusqu'à la rupture, sans déformation permanente. La rupture commence dans une direction pratiquement perpendiculaire à la contrainte maximale d'extension.

L'examen détaillé de la surface de rupture (figure 15), montre successivement, dans le sens de la propagation, à partir d'un point A : une surface lisse (l), suivie par une zone grenue (g), puis une zone (h) où les inégalités de surface rayonnent à partir du point A. La fin de la zone lisse correspond au moment où la propagation commence à changer de direction avant des bifurcations multiples qui conduisent à la formation des lamelles visibles dans la zone (h).

---

Les premières explications des faibles valeurs de la résistance à rupture des verres que l'on observe dans la pratique ont été données par Griffith [66], d'après les travaux d'Inglis [67] qui a calculé la répartition des contraintes dans une plaque mince comportant un défaut elliptique et soumise à une charge uniforme. Griffith a suggéré que tous les échantillons du verre contiennent des microfissures superficielles résultant des manipulations et qui agissent comme des concentrateurs de contraintes.

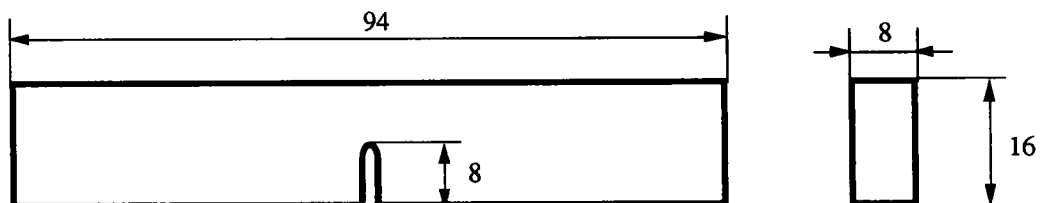


*Figure 15 : Faciès de rupture d'une baguette en verre*

#### II.1.1.1. Éprouvettes utilisées

Étant donné la difficulté d'alignement et de serrage d'éprouvettes de traction en matériaux fragiles (verres) dans les machine de traction, les essais se font le plus souvent en flexion sur des barrettes à section rectangulaire ou circulaire.

Le choix s'est porté sur d'éprouvettes entaillées de flexion-trois-points avec différents rayons au fond d'entaille ( $\rho = 0.125, 0.4, 0.5, 0.6, 0.75$ ), (figure 16). Ces éprouvettes sont livrées usinées par la société SAINT-GOBAIN.



*Figure 16 : Dimensions d'éprouvettes de flexion*

### II.1.1.2. Composition

Le matériau sur lequel porte cette étude est le verre "Float". La composition typique de ce verre est représentée dans le tableau 1 :

SiO <sub>2</sub>	Fe <sub>2</sub> O <sub>3</sub>	Al <sub>2</sub> O <sub>3</sub>	CaO	MgO	Na <sub>2</sub> O	K <sub>2</sub> O
70,65	0,1	1,1	9,8	4	13,8	0,5

*Tableau 1 : Composition chimique du verre Float en % massique d'oxydes*

### II.1.1.3. Caractéristiques mécaniques

Les propriétés mécaniques statique du verre Float donnée par le fournisseur sont regroupés dans le tableau 2.

Module de Young en MPa	Masse volumique en Kg/m <sup>3</sup>	Coeff. de Poisson $\nu$
70000	2508	0,23

*Tableau 2 : Caractéristiques mécaniques du verre Float*

## II.1.2. Essais mécaniques à grandes vitesses

### II.1.2.1. Régime des vitesses de déformation

Les hauts régimes de vitesses de déformations ne peuvent être atteints sur des machines électromécaniques ou hydrauliques conventionnelles (figure 17).

Les principaux dispositifs d'essais mécaniques à grandes vitesses sont basés sur le principe des barres d'Hopkinson [68]. Les sollicitations sont généralement uniaxiales en compression, en traction ou en cisaillement. Les vitesses de déformations atteintes sur ces dispositifs varient entre  $5 \cdot 10^2$  et  $10^4 \text{ s}^{-1}$ . Les dispositifs de traction et de flexion posent encore quelques problèmes liés aux méthodes de génération de l'onde incidente.

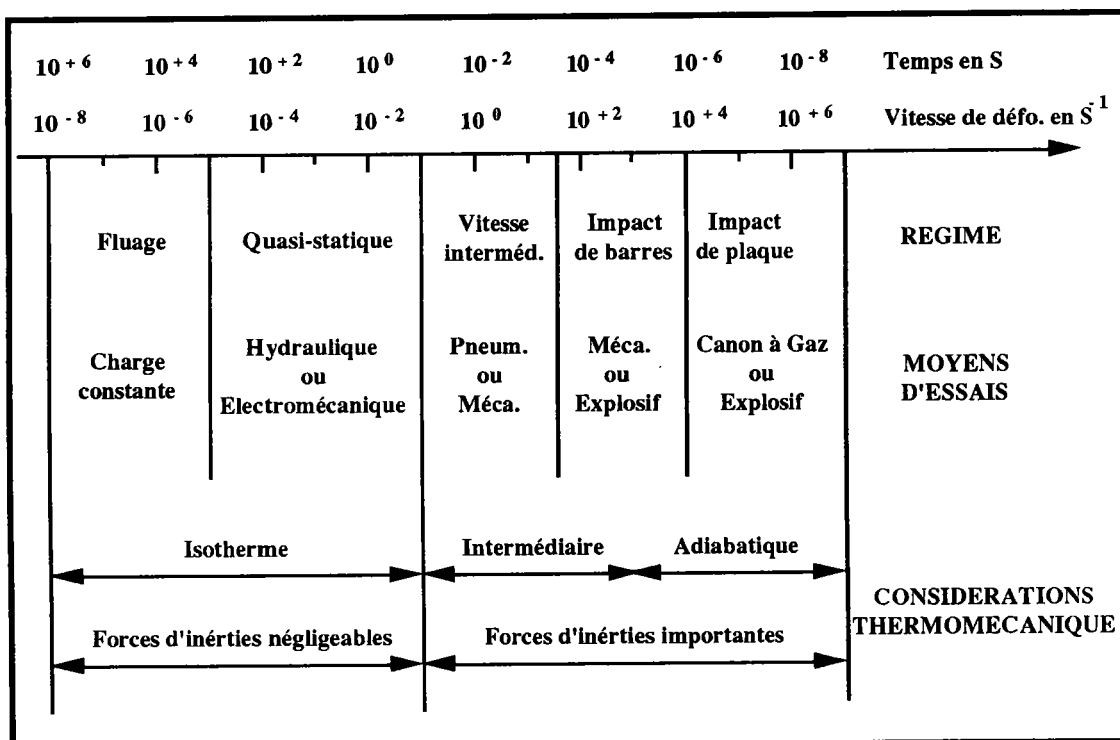


Figure 17 : Distribution des moyens d'essais en fonction des vitesses de déformation souhaitées

### II.1.2.2. Dispositif de flexion-trois-points

Depuis 1910, l'essai Charpy permet d'obtenir des valeurs de référence pour la résistance à la rupture des matériaux soumis en flexion à des charges rapides. Toutefois, les vitesses de chargement obtenues sur essai Charpy ne sont pas forcément représentatives des conditions réelles de chargements.

Ces dernières années, est apparue la notion d'évolution de la ténacité d'un matériau dans un large spectre de vitesse de déformation et la mise au point de nouvelles techniques expérimentales : Yagawa [69], Mines et Ruiz [70], Sahraoui et Lataillade [71] et Kobayachi [72] en flexion trois points...

Le dispositif réalisé pour les essais de rupture dynamique en flexion-trois-points (figure 18), est basé sur un principe similaire à celui de Mines [70].

L'impact d'un projectile de même diamètre et longueur que la barre incidente génère une onde de compression dans cette barre, à l'interface barre incidente/échantillon une partie de l'onde incidente se réfléchit et l'autre traverse l'éprouvette tout en provoquant sa rupture.

La jauge  $J_1$  permet l'enregistrement de l'onde incidente  $\epsilon_I$  et la jauge  $J_2$  enregistre la superposition de l'onde réfléchie et de l'onde incidente ( $\epsilon_I + \epsilon_R$ ), voir figure 18.

L'impact du projectile sur la barre incidente ( $t = 0$ ) à une vitesse  $V$ , donne naissance à deux ondes de compression qui se propagent dans le projectile et dans la barre incidente. En écrivant les équations d'équilibre des vitesses particulières et des contraintes à l'interface projectile/barre incidente, on trouve que la vitesse particulière dans le projectile et dans la barre incidente est donnée par l'équation suivante :

$$v = \frac{V}{2} \quad /65/$$

Les contraintes dans la barre incidente ont pour amplitude :

$$\sigma = \rho_b C_b \frac{V}{2} \quad /66/$$

où  $\rho_b$  et  $C_b$  sont respectivement la densité et la vitesse de propagation des ondes longitudinales élastiques du matériau (barre incidente).

Les jauges placées sur la barre incidente enregistrent donc le passage d'une onde de contrainte de forme rectangulaire, d'amplitude  $\sigma$  donnée par l'équation /66/ et de durée  $T$  donnée par l'équation suivante :

$$T = \frac{2L}{C_b} \quad /67/$$

où  $L$  est la longueur du projectile.

La charge à rupture de l'éprouvette est donnée par la relation proposée par [73] :

$$P(t) = (\epsilon_I - \epsilon_R) E_b A_b \quad /68/$$

où  $E_b$  et  $A_b$  sont respectivement le module de Young et la section de la barre incidente.

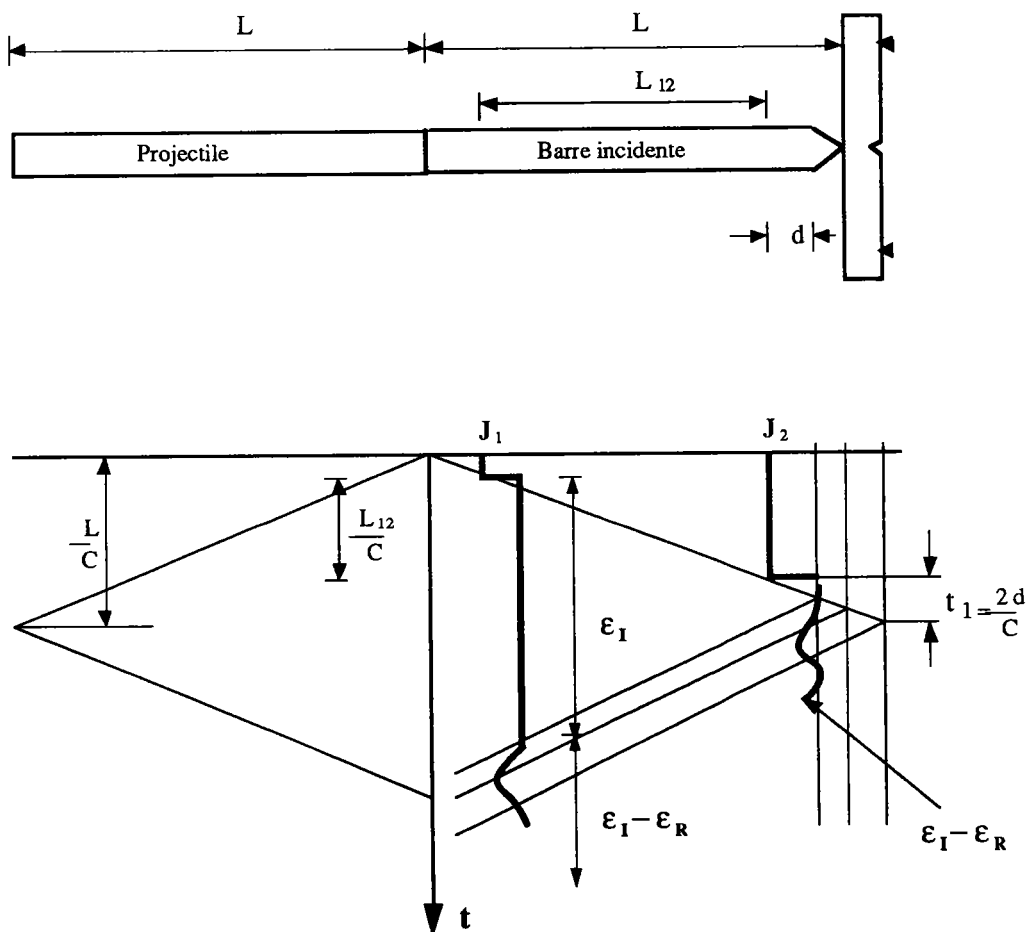


Figure 18 : Dispositif expérimental et courbes de réponses

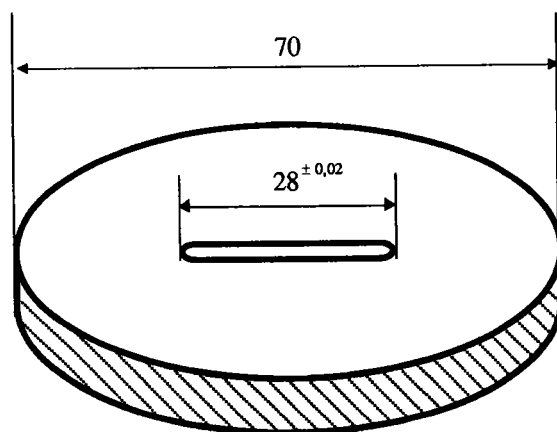
## II.2. Alliage de Molybdène TZM

### II.2.1. Matériau

#### II.2.1.1. Eprouvette de compression "Disque brésilien"

L'essai sur disque Brésilien est un essai qui se pratique sur les matériaux fragiles (verres, bétons, roches ... ), et permet par compression diamétrale de calculer la résistance à la traction du matériau considéré.

L'éprouvette utilisée est un disque de 70 mm de diamètre, 8 mm d'épaisseur, elle possède une entaille de 28 mm de longueur (figure 19). Cette nuance nous a été livrée sous forme de barreau cylindrique de 70 mm de diamètre.



*Figure 19 : Dimensions d'éprouvettes de compression "Disque brésilien"*

#### II.2.1.2. Composition

Les essais de compression ont été conduits sur l'alliage de molybdène TZM ; La composition chimique est donnée dans le tableau 3.

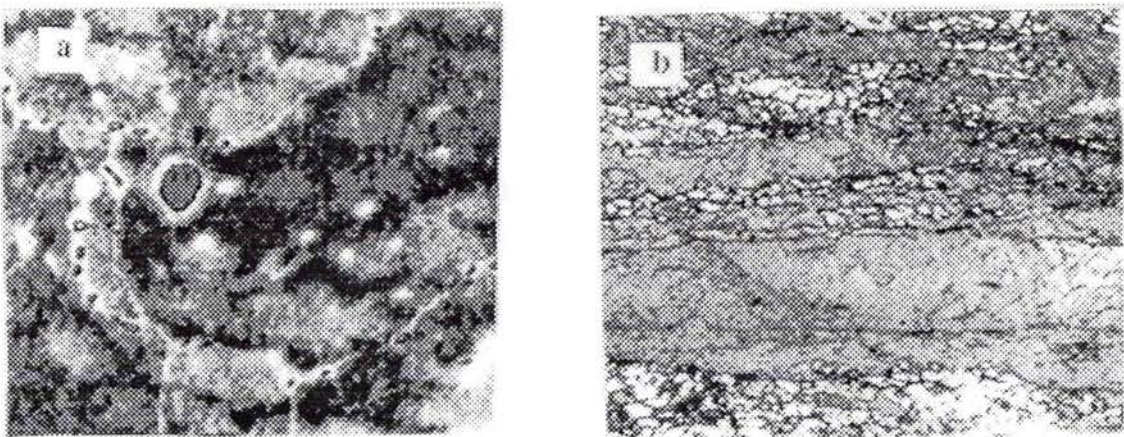


Mo	H	N	O	C	Ti	Zr
99,3%	<5 ppm	<5 ppm	250 ppm	250 ppm	5000 ppm	800 ppm

*Tableau 3 : Composition chimique de l'alliage de Molybdène TZM*

### II.2.1.3. Microstructure

Pour mettre en évidence l'hétérogénéité de ce matériau, une attaque chimique sur un échantillon prélevé sur la surface de rupture a montré la présence d'inclusions et des grains de différents diamètres (figure 20).



*Figure 20 : Grosseur du grain relative à TZM  
a - Grossissement x 500 (coupe travers) ; b - Grossissement x 100*

### II.2.1.4. Caractéristiques mécaniques

Les propriétés mécaniques statique de l'alliage TZM donnée par le fournisseur sont regroupés dans le tableau 4.

---

---

E	$\rho_v$	Re	$\nu$
en MPa	en Kg/m <sup>3</sup>	en MPa	
320000	10150	1000	0,32

---

---

*Tableau 4 : Caractéristiques mécaniques de l'alliage TZM*

### II.2.2. Dispositif de compression dynamique

Le système des barres d'Hopkinson [68] à été développé initialement pour d'essais de compression. L'enregistrement des signaux de jauges extensométriques placées à la surface des barres incidente et transmise permettent de remonter à l'histoire des contraintes et des déformations (supposée homogène), et de la vitesse de déformation (supposée constante) dans l'échantillon (figure 21). Les barres sont dimensionnées afin de rester en régime de petites déformations élastiques. En général, nous constatons que deux effets particuliers, le frottement et les effets d'inertie, peuvent venir perturber le déroulement de l'essai.

Le premier problème rencontré est l'influence des effets d'inertie sur la réponse de l'éprouvette. Davies et Hunter [74], Bertholf [75], Sahraoui et Lataillade [71] et plus récemment les travaux de Zhao [76] ont confirmé les études analytiques particulières de Kolsky [77,78], sur la minimisation en cours d'essais des effets d'inertie ou leur prise en compte pour la correction de l'analyse.

Un projectile de même diamètre que les barres est envoyé sur la barre incidente à une vitesse  $V_0$ . L'impact de ce projectile sur cette barre génère une onde de compression longitudinale élastique se propageant le long de cette barre. A l'interface éprouvette-barre incidente, une partie de l'onde incidente est réfléchiée, l'autre traverse l'éprouvette tout en provoquant sa rupture et va se propager dans la barre transmettrice.

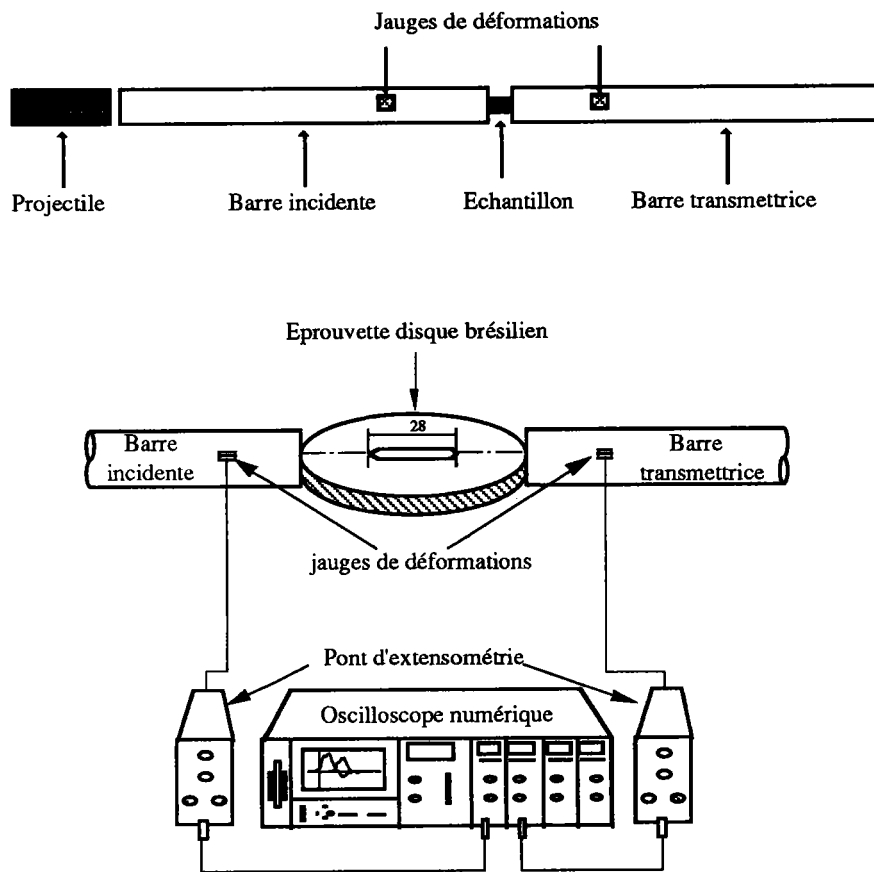


Figure 21 : Schéma du dispositif expérimental

### III. RUPTURE DUCTILE

#### III.1. Matériau

##### III.1.1. Éprouvette axisymétriques entaillées

La géométrie d'éprouvettes utilisée est présentée sur la figure 22a. Ces éprouvettes sont appelées AE Axisymétriques Entaillées suivi de la valeur du rayon d'entaille en millimètres. Les éprouvettes utilisées dans cette étude sont usinés dans des barreaux de 16 mm de diamètre. Les différents rayons d'entailles utilisés sont (AE 0.25 , 0.5 , 0.8 , 1.0 et 1.2).

Le choix s'est porté sur ces éprouvettes axisymétriques pour plusieurs raisons :

d'une part on utilise les mêmes géométries d'éprouvettes pour les chargements statiques et les chargements dynamiques, d'autre part, cette géométrie permet d'effectuer à la fois d'essais de ténacité et d'endommagement. En ce qui concerne les simulations par éléments finis de ces essais, elle ne nécessite aucune hypothèse de type de déformations planes ou de contraintes planes et permet des calculs bidimensionnels.

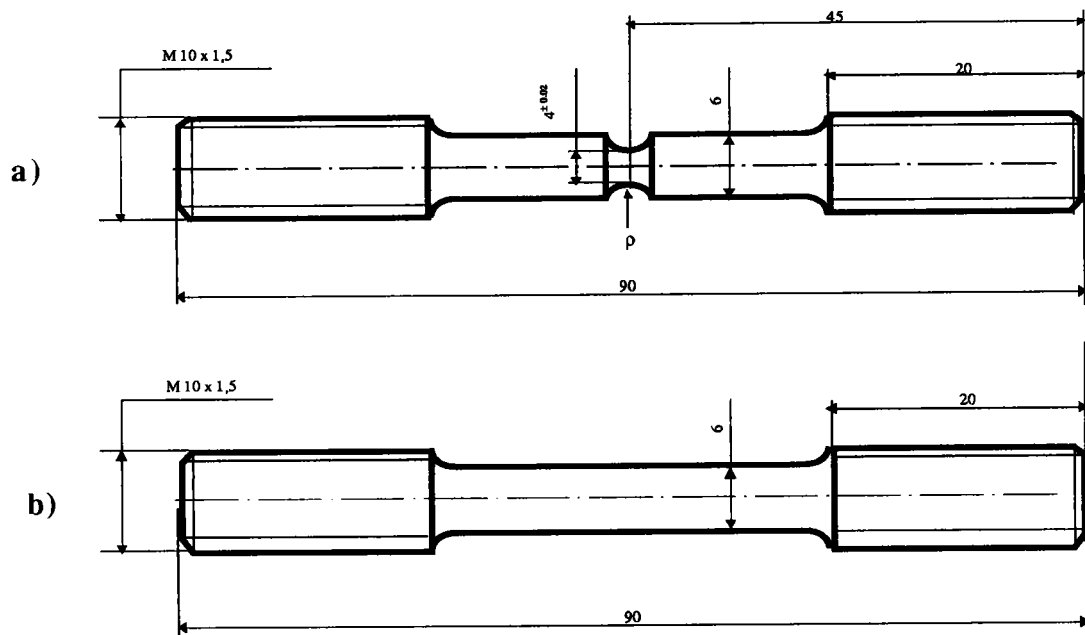


Figure 22 : Dimensions d'éprouvettes de traction

### III.1.2. Composition

Le matériau sur lequel porte cette étude est l'acier XC18, à structure bainitique, sa composition chimique est donnée dans le tableau 5 :

C	Si	Mn	Cr	Ni	Mo	S	P
0,20	0,26	0,57	0,08	0,07	0,02	0,019	0,029

Tableau 5 : Composition chimique de l'acier XC18 en % de masse

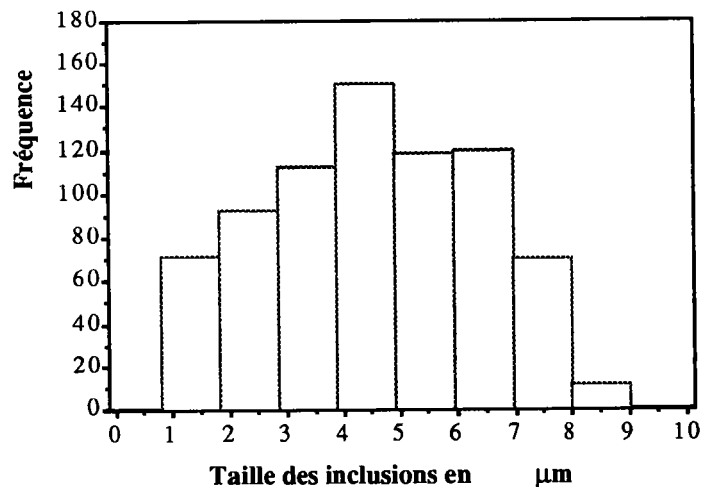
### III.1.3. Microstructures

Des échantillons prélevés sur deux faces perpendiculaires sont polis et observés au microscope à balayage. Sur chacune des faces des champs de  $1 \text{ mm}^2$  sont définis. Ces champs sont statistiquement indépendants. Dans chaque champ, on relève le nombre d'inclusions et leurs diamètre par la technique d'analyse d'images. Les résultats obtenus sont regroupés dans le tableau 6.

La distribution statistique des inclusions est reportée sur la figure 23.

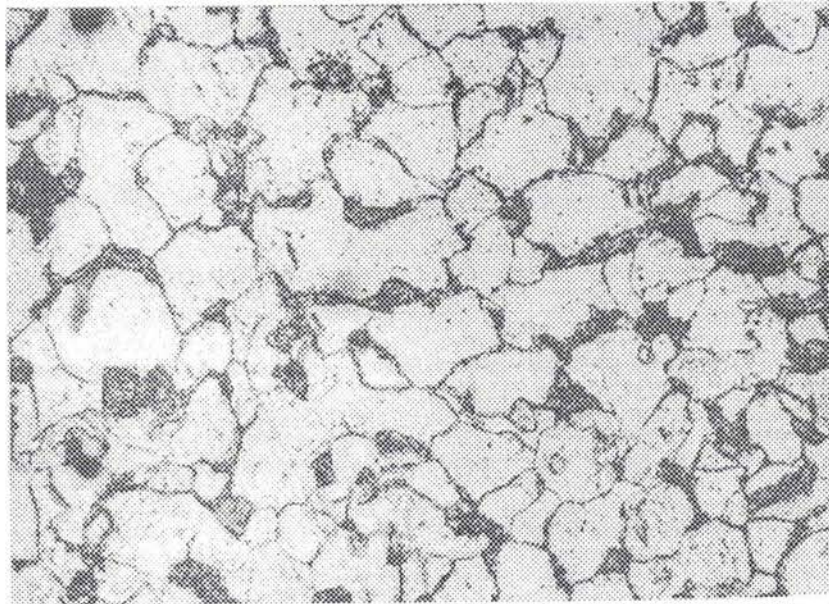
Face	Taille moyenne ( $\mu\text{m}$ )	Nombre par $\text{mm}^2$
L	3,8	1290
T	4,1	980

*Tableau 6 : Caractéristiques inclusionnaires de l'acier XC18*



*Figure 23 : Distribution de taille des inclusions dans l'acier XC18*

Un ensemble d'échantillons prélevés sur l'acier XC18 et ayant subi une attaque au Nital, est observée au microscope optique. Les résultats nous ont permis de mettre en évidence la structure bainitique de cet acier. Les joints de grains sont visible (figure 24) et révèle une taille moyenne de grain de  $19\ \mu\text{m}$ . On remarque aussi la présence des carbures alliés intra ou intergranulaires.

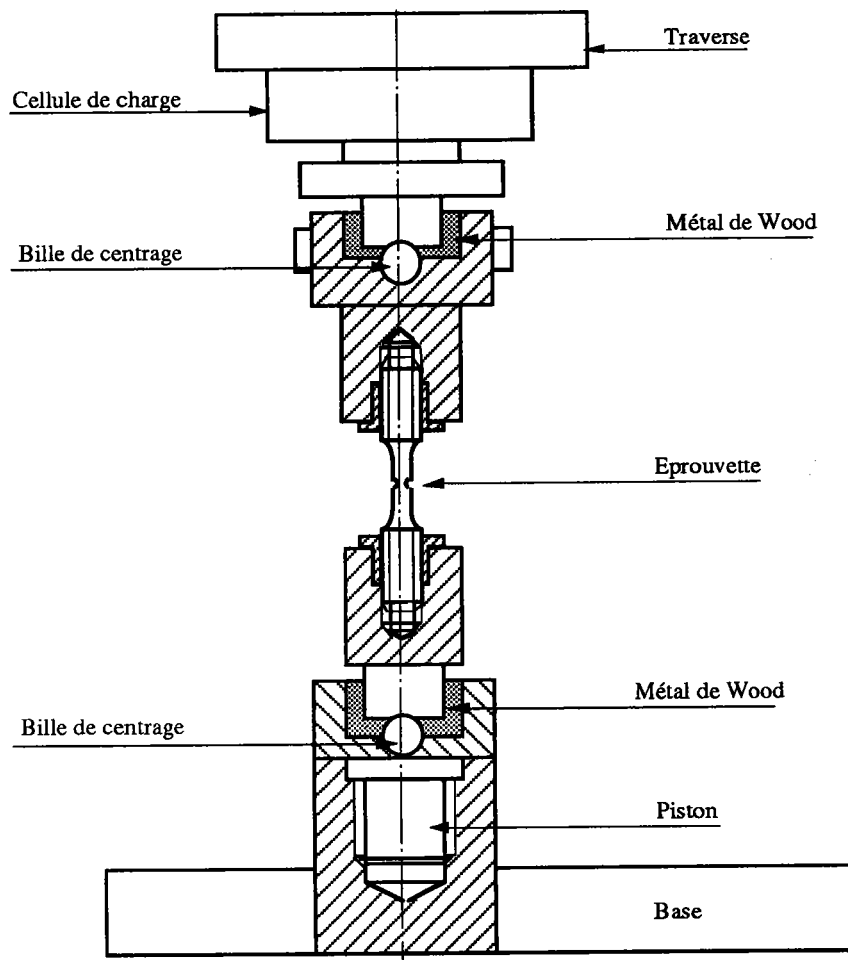


*Figure 24 : Microstructure de l'acier XC18*

#### **III.1.4. Caractéristiques mécaniques statiques**

Les essais sous sollicitations statiques sont les plus pratiqués et permettent de déterminer les caractéristiques mécaniques fondamentales des matériaux.

Les essais ont été effectués sur une machine électrohydraulique asservie de capacité  $\pm 100\ \text{KN}$  de charge. La vitesse de déformation est de l'ordre de  $10^{-4}\ \text{s}^{-1}$ , à température ambiante. La figure 25 montre le montage d'éprouvettes de traction statiques sur la machine électrohydraulique. L'éprouvette utilisée pour la loi de comportement est cylindrique de diamètre utile égale à 6 mm (figure 22b). La courbe expérimentale contrainte-déformation est reportée sur la figure 26.



*Figure 25 : Montage d'éprouvettes de traction statique*

Les caractéristiques mécaniques statique de l'acier XC18 sont regroupés dans le tableau 7 :

E MPa	Re MPa	Rm MPa	n
196000	260	520	0,28

*Tableau 7 : Caractéristiques mécaniques statiques de l'acier XC18*

E le module de Young, Re la limite élastique, Rm la résistance ultime et n le

coefficient d'écrouissage.

Ces caractéristiques sont tout à fait comparables à celles données par le fournisseur de l'acier.

### III.1.5. Caractéristiques mécaniques dynamiques

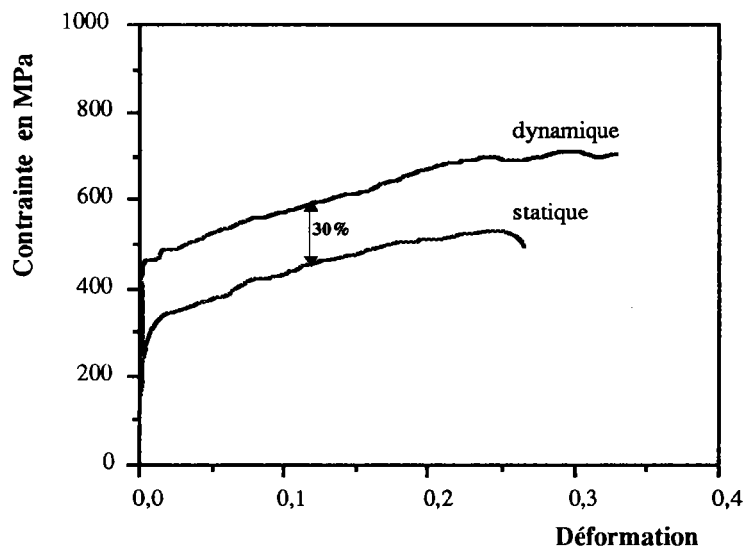
Les essais ont été menés en compression dynamique à l'aide de la technique des barres d'Hopkinson [68]. Cette technique de chargement par train d'ondes ayant été largement décrite dans la littérature ainsi que les méthodes de dépouillement utilisées.

Le dispositif utilisé en compression uniaxiale est basé sur un principe des barres d'Hopkinson, des jauges de déformations, placées sur les deux barres incidente et transmettrice permettent de remonter à l'histoire des contraintes et des déformations dans l'échantillon (figure 21). La vitesse de déformation est d'environ  $10^3 \text{ s}^{-1}$ . Le diamètre de l'éprouvette utilisée doit en outre être suffisamment petit pour que la plasticité puisse s'y développer. Les dimensions de l'éprouvette de traction sont à 6 mm de diamètre et 7 mm de hauteur. La courbe expérimentale contrainte-déformation est reportée sur la figure 26.

Le coefficient d'écrouissage et le module de Young sont sensiblement identiques sous sollicitations statiques que sous sollicitations dynamiques. On remarque : une augmentation de la contrainte d'écoulement d'environ 30% quand on passe des sollicitations statiques aux sollicitations dynamiques (figure 26).

---





*Figure 26 : Loi de comportement dynamique et statique de l'acier XC18*

### III.2. Essais de traction dynamique

Le principe de l'essai de traction dynamique par le dispositif des barres d'Hopkinson est similaire à celui de compression. L'onde incidente est cette fois-ci une onde de traction. Plusieurs techniques existent dans la littérature pour l'obtention de cette onde de traction. Nous comparons les principales méthodes et nous décrivons la méthode utilisée dans cette étude.

#### III.2.1. Méthode de Theodore [79]

La méthode consiste à encastrier l'échantillon dans les deux barres incidente et transmettrice. Une bague placée autour de l'échantillon permet de transmettre l'onde de compression de la barre incidente à la barre transmettrice sans déformer l'échantillon. L'onde ensuite se réfléchit sur la surface libre de la barre transmettrice, en une onde de traction, une partie de cette onde est transmise par l'échantillon dans la barre incidente, le reste est réfléchi en compression dans la barre transmettrice (figure 27a). La mesure de l'onde transmise permet de calculer la charge transmise par l'échantillon.

L'inconvénient de la méthode est que lors de la première transmission de l'onde de

compression par la bague, une partie se réfléchit dans la barre incidente et perturbe l'onde transmise par l'échantillon.

### **III.2.2. Méthode de Harding [80]**

Cette méthode consiste à introduire deux barres dans un tube soumis à l'impact du projectile (figure 27b). L'onde de compression se réfléchit sur la surface libre et se transmet en une onde de tension dans la barre incidente.

L'inconvénient de cette méthode est la limitation des longueurs des deux barres et de l'échantillon.

### **III.2.3. Méthode de Lindholm [81]**

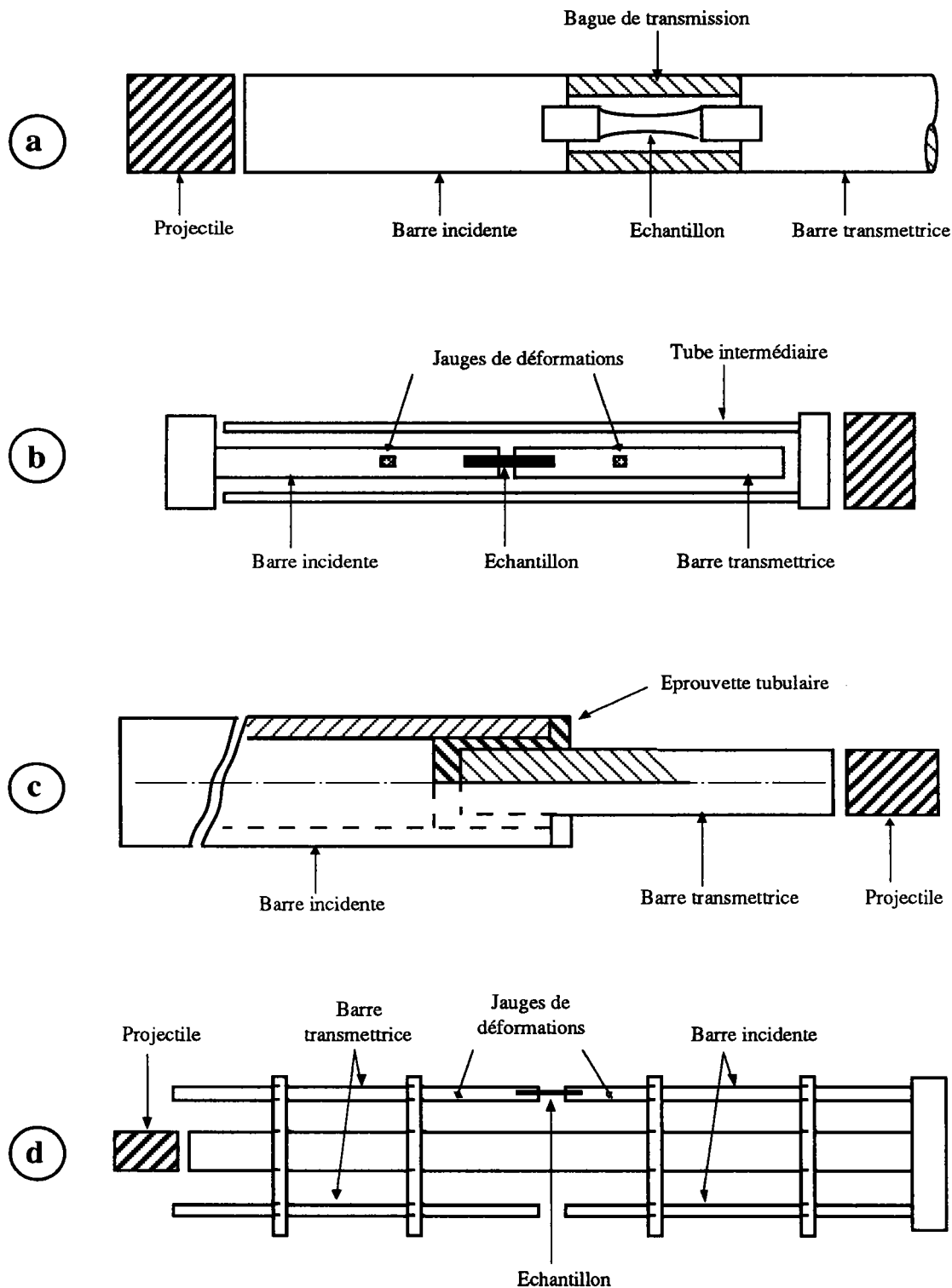
La méthode consiste à utiliser une éprouvette tubulaire à fond plein. La barre incidente coulisse dans l'éprouvette et la barre transmettrice est tubulaire dans laquelle est fixée l'éprouvette (figure 27c). L'onde incidente produite par l'impact du projectile sur la barre incidente sollicite l'éprouvette en traction.

L'inconvénient de cette méthode résulte de la grande section et la forme de l'éprouvette. L'onde transmise est donc importante ce qui réduit considérablement la vitesse de sollicitation.

### **III.2.4. Méthode de Chase [82]**

Souvent appelée méthode des trois barres parallèles (figure 27d), la barre du milieu est sollicitée par l'impact d'un projectile. L'onde ainsi induite se propage dans la barre du milieu et se réfléchit en une onde de traction dans les deux dispositifs d'Hopkinson en traction, symétriques et parallèles. Cette méthode peut donc permettre la sollicitation simultanée de deux éprouvettes par essai et résout la majorité des problèmes précédents.

---



**Figure 27** : Dispositif des barres d'Hopkinson en traction : **a** : d'après Theodore [79],  
**b** : d'après Harding [80], **c** : d'après Lindholm [81], **d** : d'après Chase [82]

### III.2.5. Dispositif de traction version LFM

Un dispositif de traction dynamique existait déjà au laboratoire, conçu par Pinca [83]. Le montage est composé d'un support {5} en liaison complète démontable avec le bâti. Sur ce support est rapportée une cellule de charge {7} destinée à la mesure de l'effort de traction (figure 28).

Le chargement de l'éprouvette se fait par l'intermédiaire d'un projectile lancé à une vitesse  $V$  sur un fourreau {6} dans lequel est engendrée une onde de compression dont la réflexion en une onde de traction sur le chapeau {3}, qui va solliciter l'échantillon {1}.

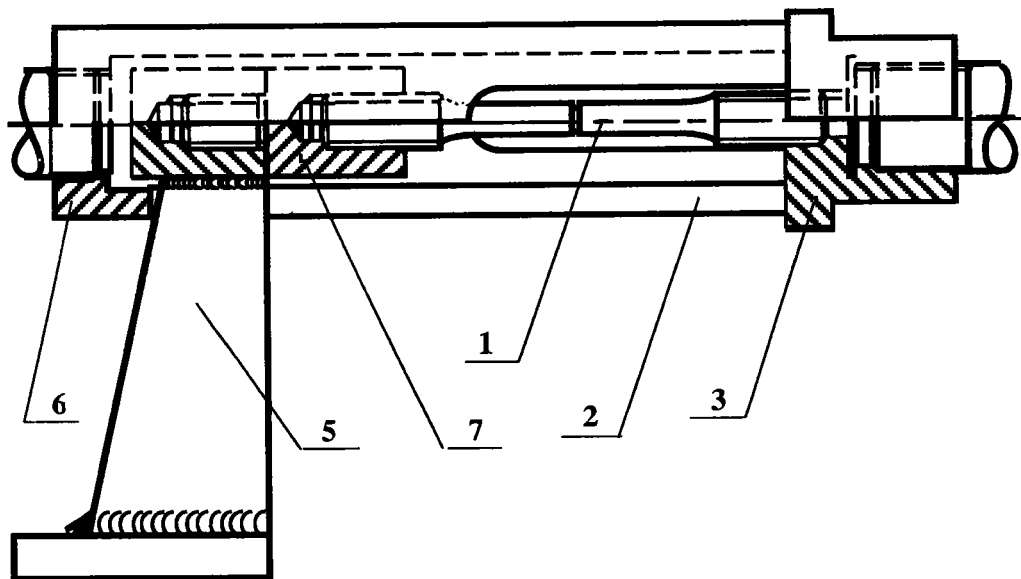


Figure 28 : dispositif de traction dynamique

Le dispositif utilisé pour nos essais de rupture dynamique en traction uniaxiale est basé sur un principe similaire à celui de Chase [82] ; ce système a toutefois été modifié pour améliorer les résultats et éviter une interférence entre le signal de contrainte et le signal réfléchi dans la barre transmettrice figure 29.

Le montage est composé d'un support barre transmettrice en liaison complète avec

le bâti. L'éprouvette est fixée à l'extrémité de la barre transmettrice, instrumentée par une jauge de déformation et à un talon mobile. Ce talon est mis en mouvement par l'intermédiaire de l'inverseur sur lequel le projectile produit une onde de déformation. Cette onde ensuite se réfléchit sur la surface libre du talon mobile en une onde de traction qui traverse l'éprouvette tout en provoquant sa rupture.

Les déplacements absolus des lèvres de l'entaille ont été mesurés en fonction du temps à l'aide d'un extensomètre optique sans contact.

L'ensemble de l'appareillage est conçu de manière à :

- avoir le meilleur alignement possible des différents éléments,
- éviter les vibrations parasites en isolant la barre transmettrice du reste du montage.

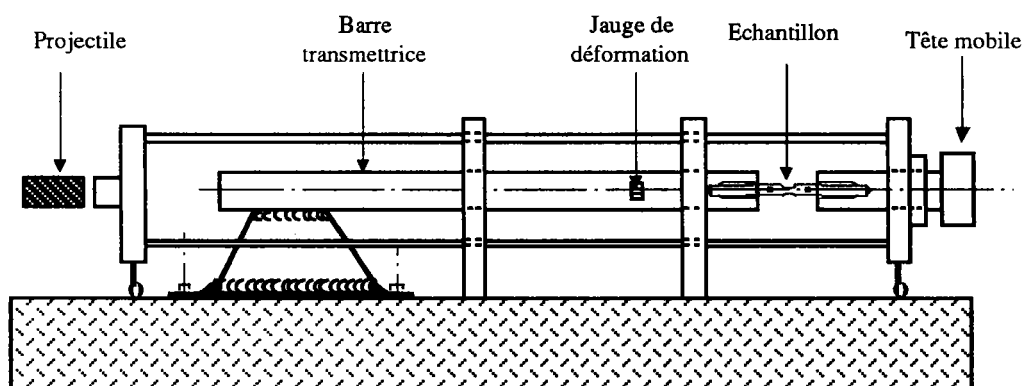


Figure 29 : Dispositif de traction uniaxiale

### Chaîne d'acquisition

Pendant les essais, deux grandeurs physiques ont été mesurées:

- la contrainte de tension sur la barre transmettrice par les jauges de déformation,
- la déformation globale de l'éprouvette par l'intermédiaire de l'extensomètre optique.

La contrainte globale critique est connue grâce aux jauges de déformation collées sur la barre transmettrice. Les mesures sont effectués à partir d'un montage en pont complet de Wheastone, ce qui permet d'avoir une bonne précision des mesures et d'annuler les effets parasites (flexion ...). Ces jauges sont connectées à un pont d'extensométrie qui équilibre le système et amplifie le signal à l'entrée d'un oscilloscope numérique de type Nicolet 440 (figure 30). Ce dernier permet d'enregistrer les signaux obtenus à partir des jauges de déformation charge/temps.

Pour la mesure du déplacement, deux cibles ont été collées sur la partie calibrée de l'éprouvette de part et d'autre de l'entaille (figure 30), et la variation de distance entre ces deux cibles pendant l'essai est mesurée grâce aux deux objectifs du capteur optique via un extensomètre Optron. Ce dernier est relié à la deuxième voie de l'oscilloscope numérique, ce qui permet d'enregistrer la courbe déplacement/temps.

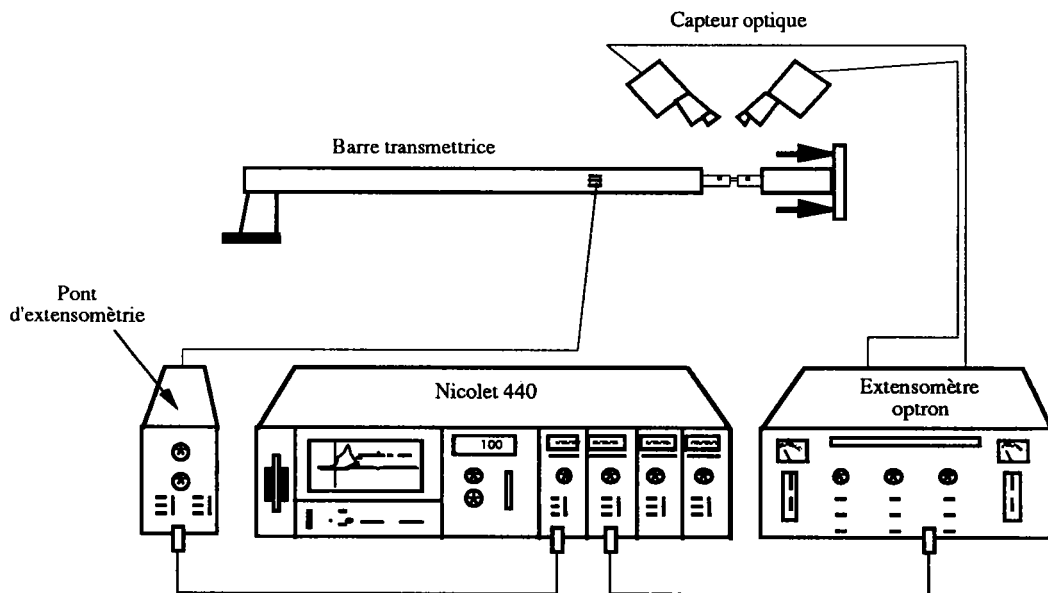


Figure 30 : Schéma de la chaîne d'acquisition

#### IV. CONCLUSION

La complémentarité des moyens de mesures (mesure de vitesse, caméra ultra-rapide, jauges extensométriques, Capteur optique ...), permet une compréhension des phénomènes intervenant dans la réponse des matériaux soumis à un choc dans une large gamme de vitesses de déformation.

Le dispositif des barres d'Hopkinson est le moyen le plus approprié pour la réalisation d'essais à grandes vitesses de déformation.

Les techniques expérimentales proposées dans la littérature dérivent des barres d'Hopkinson et diffèrent par leurs méthodes de génération d'onde de traction.

Les dispositifs réalisés en traction et en flexion dynamique répondent, après différentes mises au point, aux exigences que demande ce type d'essais, en l'occurrence, ils permettent une mesure correcte de l'onde transmise nécessaire pour rompre l'éprouvette.

---

---

3eme partie

**RÉSULTATS ET DISCUSSIONS**

---



## I. INTRODUCTION

La rupture fragile se produit à basse température et à très grandes vitesses de déformations dans le cas des aciers. Les surfaces de ruptures sont relativement planes et correspondent à des plans cristallographiques. Cependant ce type de rupture ne peut trouver son interprétation dans les séparations des plans atomiques. En effet la contrainte nécessaire pour une telle séparation peut être évaluée à partir de la connaissance des énergies de liaison atomique. Il est généralement admis que la déformation plastique est responsable de l'amorçage du clivage.

Par contre la rupture ductile se produit aux températures élevées avec des déformations, généralement, importantes. Le faciès de rupture se caractérise par la présence de très nombreuses cupules à l'intérieur desquelles on observe souvent un précipité ou une inclusion. Les examens macro et micrographiques des surfaces de ruptures conduisent à envisager le mécanisme suivant : au cours de la déformation plastique, il y a formation de cavités à partir des particules présentes qui croissent sous l'effet combiné de la déformation plastique et de la triaxialité des contraintes. Ces cavités se rejoignent, soit par séparation des pédoncules, soit par propagation d'une déchirure instable.

Dans cette partie sont présentés les résultats expérimentaux des matériaux étudiés : le verre Float, l'alliage TZM et l'acier XC18. Ils comprennent la contrainte à la rupture et la ténacité sous chargements statique et dynamique.

Le traitement des données expérimentales obtenus pour ces matériaux par l'analyse de Weibull permet de trouver les caractéristiques statistiques des matériaux étudiés.

---

## II. RUPTURE FRAGILE

### II.1. Verre Float

#### II.1.1. Facteur d'intensité de contraintes

La fragilité du verre est due au fait que des microfissures tendent à redistribuer les champs de contraintes internes en provoquant des concentrations élevées de contraintes aux sommets des fissures. La rupture survient lorsque ces champs atteignent des valeurs critiques.

Le concept de facteur d'intensité de contraintes trouve son application naturelle dans la détermination de la ténacité de matériaux fragiles. En effet pour ces matériaux, il est difficile de mesurer la ténacité à partir d'éprouvettes préfissurées, la réalisation de la préfissure par fatigue ou par préfissuration statique conduisant fréquemment à la rupture inopinée de l'échantillon.

Pour ces raisons, on a généralement recours à d'éprouvettes entaillées pour la détermination de la ténacité. Le calcul se fait soit à partir :

- de la relation de la mécanique linéaire de la rupture en considérant l'entaille comme une fissure,
- de la relation de Creager [84], une relation de la mécanique linéaire de la rupture corrigée et qui tient compte de l'effet d'entaille.

La détermination de la ténacité par ces méthodes conduit à une valeur de ténacité non intrinsèque du matériaux et qui, pour un rayon en fond d'entaille supérieure à un rayon critique, croit linéairement avec la racine carré du rayon d'entaille comme l'indique la relation de Tetelman [85].

$$\frac{K_{IC}}{R_e} = 14,45 \left[ \text{Exp} \left( \frac{\sigma_c^*}{R_e} - 1 \right) - 1 \right]^{1/2} \rho_c^{1/2} \quad /69/$$

$\sigma_c^*$  est la contrainte critique de clivage et  $\rho_c$  le rayon d'entaille critique en dessous de laquelle la ténacité  $K_{IC}$  est indépendante du rayon d'entaille.

Plusieurs modèles de calcul du facteur d'intensité de contraintes  $K_I$  ont été proposés

dans le cas de flexion-trois-points Brown [86], Evans [87] ... Le facteur d'intensité de contraintes statique est lié à l'effort de flexion P et à la longueur de la fissure a par la relation suivante :

$$K_I^s = \frac{3}{2} \frac{L P}{B W^2} \sqrt{a} F_p(a/W) \quad /70/$$

où  $F_p(a/W)$  est une fonction de calibration. Evans [87] a proposé pour ce type de géométrie, la fonction suivante:

$$F_p(a/W) = 1,93 - 3,07(a/W) + 13,66(a/W)^2 - 23,99(a/W)^3 + 25,22(a/W)^4$$

Le facteur d'intensité de contraintes  $K_I$  est relié au chargement extérieur et à la géométrie de la fissure. Dans le cas d'un chargement dynamique, il est influencé par la vitesse de chargement ou particulièrement par la vitesse d'augmentation du facteur d'intensité de contraintes  $\dot{K}$  ( $K_{IC}/t_c$  où  $t_c$  est le temps de chargement jusqu'à l'amorçage de la rupture),  $\dot{K}$  s'exprime en MPa  $\sqrt{m/s}$ .

Il existe plusieurs méthodes pour déterminer le facteur d'intensité de contraintes en dynamique : Mines [70,88], Kalthoff [89], Bui [90]. La méthode de Kalthoff dite "méthode des courbes de réponse à l'impact" représente le plus gros progrès réalisé en ténacité dynamique, elle consiste à :

- mesurer la courbe de réponse à l'impact,  $K_{I, dyn}(t)$ , par la méthode des caustiques. une formule approché a été établie par Kalthoff [89],
- mesurer le temps de rupture lors de l'essai d'impact.

D'après Kalthoff [89], le facteur d'intensité de contraintes dynamique est donné par :

$$K_I^{dyn} = R V \tau^* f\left(\frac{t}{\tau^*}\right)$$

/71/

$$\tau^* = \frac{\tau}{1 + 1,4 \left(\frac{a}{W} - 0,5\right)} \quad \text{et} \quad \tau = 1,68 \sqrt{S B W C E} C_0$$

R : constante qui dépend de la complaisance de la machine,

- V : vitesse d'impact,  
 a : longueur de fissure,  
 W et B : hauteur et épaisseur de l'éprouvette,  
 S : distance entre les appuis,  
 C : compliance de l'éprouvette,  
 E : module de Young,  
 C<sub>0</sub> : célérité (5000m/s pour les aciers),  
 t : temps mesuré,  
 f(t/τ\*) : fonction donnée par les tableaux.

Mines [88] montre que le facteur d'intensité de contraintes dynamique s'exprime de la même manière qu'en statique, la différence est que la charge P(t) dépend du temps :

$$K_I^{\text{dyn}} = \frac{P(t) S}{B W^{3/2}} f\left(\frac{a}{W}\right) \quad /72/$$

où f(a/W) une fonction de correction de la géométrie donnée par Srawley [91] :

$$f\left(\frac{a}{W}\right) = 3\left(\frac{a}{W}\right)^{1/2} \frac{\left[ 1,99 - \left(\frac{a}{W}\right) \left(1 - \frac{a}{W}\right) \left( 2,15 - 3,93 \left(\frac{a}{W}\right) + 2,7 \left(\frac{a}{W}\right)^2 \right) \right]}{2 \left[ 1 + 2 \left(\frac{a}{W}\right) \right] \left(1 - \frac{a}{W}\right)^{3/2}}$$

### II.1.2. Essais statiques

Une série d'essais de flexion quasi-statique de 3 éprouvettes par rayon d'entaille est réalisée sur une machine de type INSTRON dont :

- la capacité maximale est de 100 KN,
- la vitesse de traverse peut être contrôlée de 0,01 à 500 mm/min,
- l'acquisition se fait par un micro-ordinateur .

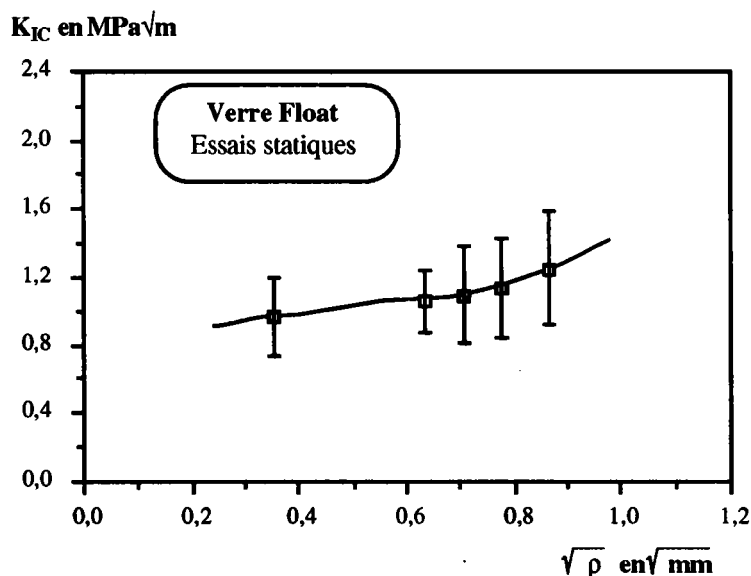
Le schéma des dimensions d'éprouvettes utilisées est donné par la figure 16.

Les valeurs expérimentales de la ténacité statique moyenne  $K_{IC}^s$  et de la charge à la rupture  $P_r$  en fonction du nombre d'essai du verre Float pour les différents rayons d'entailles ( $\rho = 0,125 - 0,4 - 0,5 - 0,6$  et  $0,75$ ), sont reporté dans le tableau 8. Ces valeurs sont les moyennes arithmétiques de 3 mesures réalisés par rayon.

La figure 31 montre l'évolution de la ténacité statique en fonction de la racine carré du rayon en fond d'entaille  $K_{IC}^s$  est donné par l'équation (70).

$\rho$ mm	Nombre d'essai	$P_{max}$ N	$K_{IC}^s$ MPa $\sqrt{m}$	Ecart-type
0,125	3	92	0,96	0,24
0,4	3	101	1,06	0,19
0,5	3	115	1,08	0,29
0,6	3	110	1,15	0,30
0,75	3	122	1,27	0,33

**Tableau 8 : Caractéristiques statique du verre Float**



**Figure 31 : Ténacité moyenne en fonction de la racine carré du rayon en fond d'entaille du verre Float, cas statique**

Comme l'indique les résultats du tableau 8 et de la figure 31, la ténacité moyenne statique augmente avec le rayon en fond d'entaille, et par extrapolation on peut prédire la ténacité du matériau dans le cas d'une fissure ( $\rho = 0$ ), qui est de l'ordre de  $0,81 \text{ MPa}\sqrt{\text{m}}$ .

Malgré l'importance du sujet, il n'existe à l'heure actuelle que très peu de mesure de la ténacité  $K_{IC}^s$  du verre en fonction de la composition chimique. Le tableau 9 regroupe quelques mesures de la ténacité pour une fissure à température ambiante selon les travaux de Weiderhorn [92].

Verre	$K_{IC}^s$ $\text{MPa}\sqrt{\text{m}}$	
SiO <sub>2</sub>	0,79	[92]
96% SiO <sub>2</sub>	0,722	[92]
Aluminosilicate	0,91	[92]
Silico-sodo-calcique	0,75	[92]
Silicate alcalin	0,68	[92]
Borosilicate	0,77	[92]
Float	0,81	

*Tableau 9 : Ténacité statique de certains verres*

### II.1.3. Essais dynamiques

Les essais de détermination de la ténacité dynamique du verre Float ont été réalisés à l'aide du dispositif présenté sur la figure 18. Le schéma des dimensions d'éprouvettes utilisées est donné par la figure 16.

Pour obtenir des résultats expérimentaux avec un maximum de précision, nous avons utilisé des barres en alliages d'aluminium pour le montage de flexion. La nécessité d'utiliser ces barres de module de Young trois fois inférieur à celui des aciers (tableau 10), est dictée par le fait qu'elles sont destinées à déterminer des valeurs de ténacité des

matériaux relativement faibles.

E en MPa	C <sub>0</sub> en m/s	$\nu$	$\rho_v$ en Kg/m <sup>3</sup>
71000	5050	0,33	2900

*Tableau 10 : Caractéristique mécaniques des barres de l'alliage d'aluminium*

Les résultats expérimentaux de la ténacité dynamique moyenne  $K_{IC}^{dyn}$  et de la contrainte à rupture  $\sigma_r$  en fonction du nombre d'essai du verre Float pour les différents rayons d'entailles ( $\rho = 0,125 - 0,4 - 0,5 - 0,6$  et  $0,75$ ), sont reportées dans le tableau 11. Les valeurs données sont les moyennes arithmétiques de 15 mesures réalisés par rayon.

La ténacité dynamique est calculé à partir de l'équation /72/. Sur la figure 32, on montre l'évolution de la ténacité dynamique en fonction de la racine carré du rayon en fond d'entaille.

Les résultats obtenues sous sollicitations dynamiques (figure 32) montrent une augmentation de la ténacité moyenne avec le rayon en fond d'entaille jusqu'à une valeur de  $\rho = 0,5$  suivi d'une stabilisation.

Par extrapolation, on peut prédire la ténacité du matériau dans le cas d'une fissure ( $\rho = 0$ ) sous sollicitations dynamiques, qui est de l'ordre de  $2,98 \text{ MPa}\sqrt{\text{m}}$ .

Les essais montrent une dispersion considérable des résultats sous sollicitations dynamiques que l'on relie soit à l'état de surface de l'échantillon, soit à l'augmentation de la vitesse de déformation.

$\rho$ mm	Nombre d'essai	$\sigma_r$ MPa	$K_{IC}^{dyn}$ MPa $\sqrt{m}$	Ecart-type MPa
0,125	15	20,35	3,84	2,11
0,4	15	27,25	5,32	3,13
0,5	15	36,94	7,38	2,67
0,6	15	36,98	7,40	3,86
0,75	15	34,42	6,85	4,09

Tableau 11 : Caractéristiques à rupture du verre Float sous sollicitations dynamiques

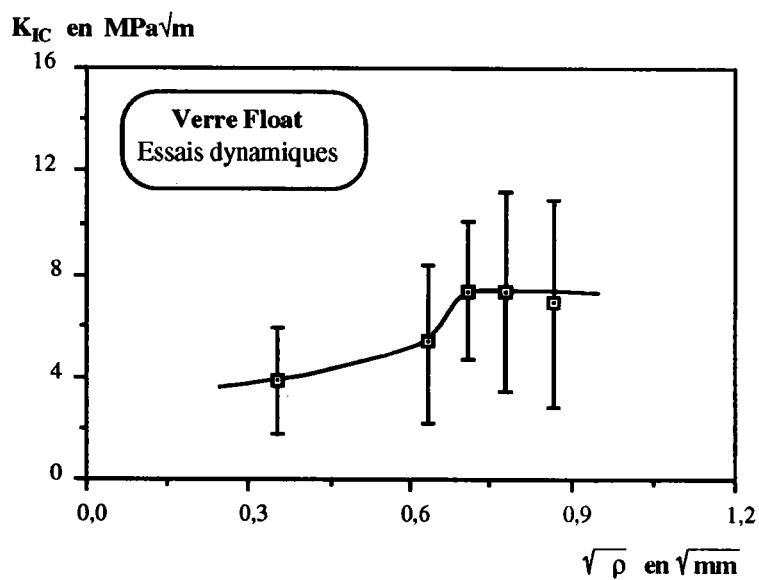


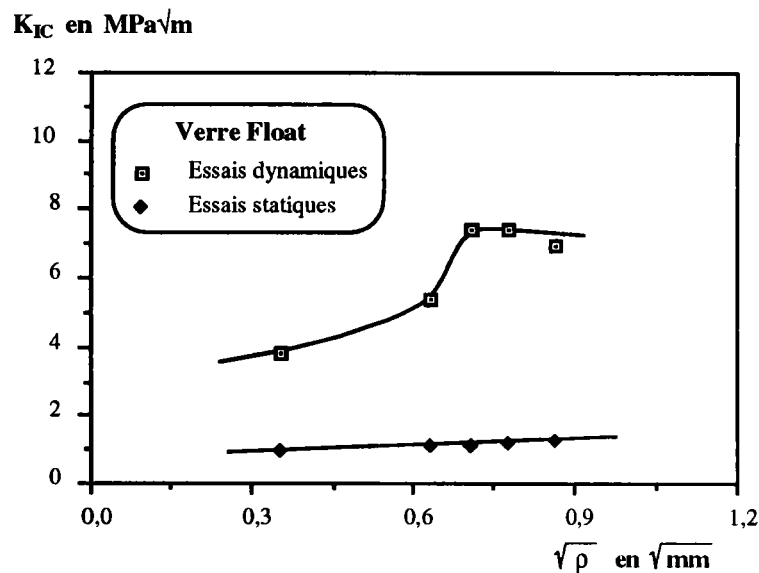
Figure 32 : Ténacité moyenne en fonction de la racine carrée du rayon d'entaille du verre Float, cas dynamique



### II.1.4. Influence de la vitesse de déformation

La variation de la ténacité avec la vitesse de chargement est due, dans la plupart des cas, à l'influence de la vitesse de déformation sur les caractéristiques du matériau : les lois de comportement et d'endommagement et sur les modes de rupture.

la figure 33 représente l'évolution de la ténacité en fonction du rayon d'entaille sous sollicitations statiques et dynamiques.



*Figure 33 : Influence de la vitesse de déformation et du rayon d'entaille sur la ténacité du verre Float.*

Les figures (31,32,33) montrent :

- un croisement de la ténacité moyenne avec la vitesse de déformation (elle est quatre à cinq fois plus importante sous sollicitations dynamiques),
- une dispersion assez importante des résultats sous sollicitations dynamique donc un Ecart-type plus grand.

Le fait que la rupture d'éprouvettes du verre soit provoquée par les microfissures

implique que leur résistance à la rupture est de nature essentiellement aléatoire. Ceci explique la dispersion des résultats observés et implique que la résistance doit être d'une certaine manière liée au volume ou à la surface de l'éprouvette considérée et la probabilité de trouver le défaut critique.

Ce phénomène de dispersion à grandes vitesses de déformations est attribué aux possibilités de multi-activation de défauts qui modifient la densité de probabilité de trouver un défaut critique.

### II.1.5. Dépouillements statistiques

L'analyse de Weibull [50] a été très largement utilisée pour décrire la fréquence de la distribution des propriétés mécaniques des matériaux.

L'approche statistique de Weibull permet, outre le fait de quantifier la dispersion des résultats par le biais de la valeur du module de Weibull  $m_w$ , de calculer la valeur moyenne, de préciser les effets d'échelle et de définir le facteur de sécurité pour une valeur de probabilité de rupture donnée.

Les méthodes d'estimation des paramètres de la distribution de Weibull sont multiples. Citons principalement : la méthode des moindres carrés et la méthode des moments. Selon ces méthodes l'affectation de la probabilité cumulée de rupture pour chaque valeur expérimentale se fait par la méthode de la statistique de l'ordre.

Il existe plusieurs approximations de la probabilité cumulée :

$$P_r = \frac{i - 0,5}{N} \quad \text{Bliss [93]} \quad /73/$$

$$P_r = \frac{i - \alpha}{N - \alpha - \beta + 1} \quad \text{Ipsen et Jens [94]} \quad /74/$$

où  $\alpha$  et  $\beta$  sont des coefficients qui dépendent de la forme de la distribution ; pour une distribution quelconque, on pose  $\alpha = \beta = 0,3$  et  $i$  est le rang de l'essai correspondant dans le classement des  $N$  essais.

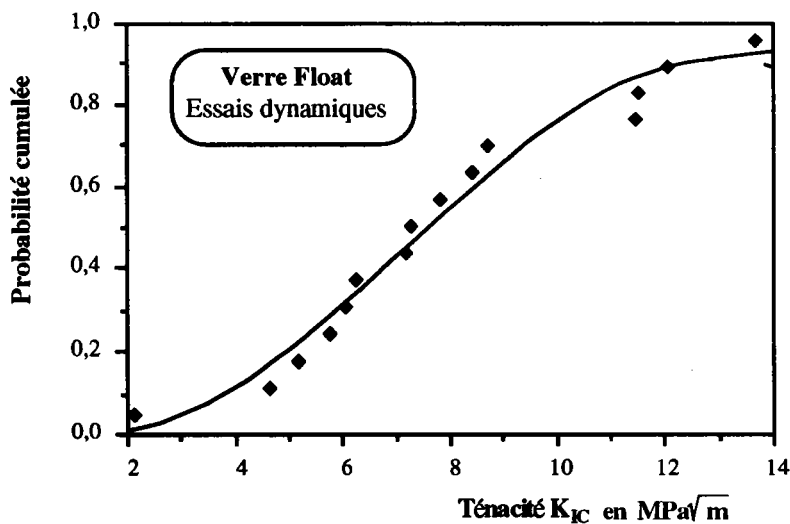
En pratique, pour  $N$  essais effectués, les valeurs de la ténacité sont classées dans une série croissante :  $K_{IC,1} < K_{IC,2} < \dots < K_{IC,N}$ .

Selon Gumbel [95] la probabilité de rupture associée à chaque valeur de  $K_{IC}$  de rang  $i$  est donnée par l'équation suivante :

$$P_r(K_{ICi}) = \frac{i}{N+1} \quad /75/$$

### II.1.5.1. Probabilité cumulée

La représentation de l'évolution de la probabilité de rupture en fonction de la ténacité critique mesurée, sous sollicitations dynamiques (dans le cas de sollicitations statiques le nombre d'essais est insuffisant pour un dépouillement statistique) dans le cas du verre Float, est représentée sur la figure 34, pour un rayon d'entaille égale à 0,5 mm.



**Figure 34 :** Probabilité cumulée en fonction de la ténacité critique

Nous remarquons une bonne adéquation de la courbe théorique avec les résultats expérimentaux.

### II.1.5.2. Application du modèle de Weibull à deux paramètres à la ténacité

Dans le cas de mesure de la ténacité, le modèle de Weibull à deux paramètres s'écrit :

$$P_r(K_{IC}) = 1 - \exp \left[ - \left[ \frac{K_{IC}}{K_0} \right]^{m_w} \right] \quad /76/$$

$P_r$  la probabilité de rupture,  $K_{IC}$  la ténacité,  $K_0$  le facteur de normalisation et  $m_w$  un paramètre décrivant le degré de dispersion.

La méthode d'estimation des paramètres de la distribution de Weibull utilisée est la méthode des moments, dont l'équation est :

$$y = \text{Ln Ln} \left( \frac{1}{1 - P_r(K_{IC})} \right) = m_w \text{Ln} (K_{IC}) - m_w \text{Ln} (K_0) \quad /77/$$

La représentation des données expérimentales par l'équation /77/ donne une droite de pente  $m_w$  qui coupe l'axe des abscisses pour la valeur du facteur de normalisation  $K_0$ .

La figure 35 représente la distribution de Weibull à deux paramètres pour un rayon d'entaille égale à 0,5 mm et le tableau 12 regroupe tous les paramètres de la loi de Weibull appliqué au verre Float.

On constate que pour le verre Float, sous sollicitations dynamique, présente une très grande dispersion des valeurs de la résistance à rupture mesurée, donc un module de Weibull très faible qui varie entre 1,11 et 2,20.

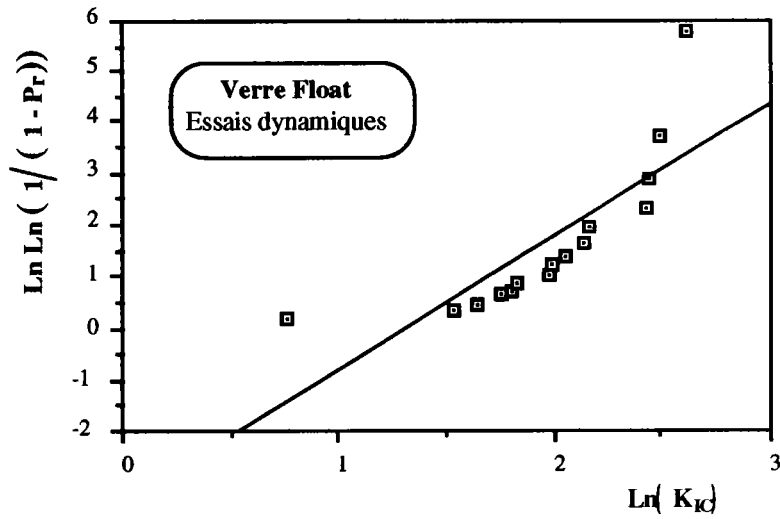


Figure 35 : Diagramme de Weibull pour le verre Float, cas dynamique

$\rho$	$K_{IC}$	$K_o$	$m_w$	Ecart-type
0,125	3,84	4,21	1,45	2,11
0,4	5,32	6,39	1,49	3,13
0,5	7,38	7,67	2,28	2,67
0,6	7,40	8,21	1,52	3,86
0,75	6,85	7,45	1,11	4,09

Tableau 12 : paramètres de la loi de Weibull du verre Float pour la distribution à deux paramètres :  $K_{IC}$  ténacité moyenne,  $K_o$  facteur de normalisation et  $m_w$  le module de Weibull

### II.1.5.3. Intervalle de confiance

Selon l'équation de la distribution binomiale de Bernoulli, la probabilité cumulée est donnée par :

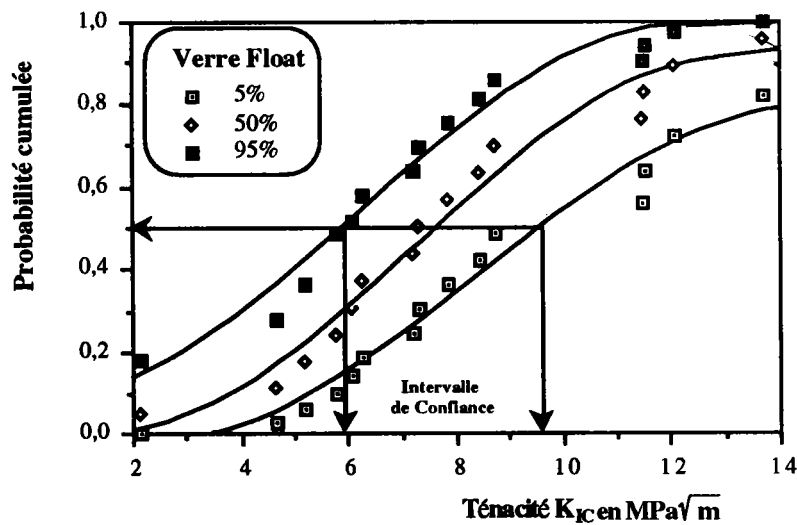
$$P_r(X_i \leq x_u) = \sum_{i=0}^{k-1} C_N^i U^i (1-U)^{N-1} \quad /78/$$

U est la Probabilité associée à chaque valeur expérimentale  $X_i$ , qui permet de calculer l'intervalle de confiance en spécifiant des rangs correspondant à :  $\alpha = 0,05 - 0,5$  et  $0,95$ . La résolution de cette équation est proposée par Cioclov [96] pour différents rangs de  $\alpha$ .

A partir de l'équation /78/, on a :

$$\sum_{i=0}^{k-1} C_N^i U^i (1-U)^{N-1} = \alpha \quad /79/$$

La figure 36 représente, dans le cas de sollicitations dynamiques, l'évolution de la probabilité cumulée en fonction de la ténacité pour les différents rangs de  $\alpha$ .



**Figure 36 :** Probabilité cumulée en fonction de la ténacité du verre Float pour trois rangs de  $\alpha$ , cas dynamique

---

Cette représentation est plus pratique, elle permet de calculer l'intervalle de confiance à 90% pour une structure et ce pour une probabilité donnée. Dans notre cas la ténacité du verre Float est comprise entre 5,94 et 9,62 MPa $\sqrt{m}$  avec une probabilité égale à 50% et pour un rayon d'entaille égale à 0,5 mm.

---

### II.1.6. Proposition d'un modèle statistique

Comme nous l'avons vu, la rupture d'éprouvettes du verre est provoquée par les microfissures, et la résistance à la rupture est essentiellement aléatoire.

Le but de cette partie est d'estimer le nombre de fissures présentes dans le volume sollicité et qui provoquent la rupture de l'éprouvette considérée.

L'approche de Weibull suppose que toutes les microfissures sont orientées perpendiculairement à l'axe de traction. Dans la réalité la situation est très différente. Batdorf [59] a tenu compte de désorientation, et considère des fissures de formes circulaires orientées de façon aléatoire dans un polycristal.

Le modèle proposé en ce qui suit est déduit des théories de Weibull et de Batdorf et repose sur les hypothèses suivantes :

- le matériau considéré est homogène et isotrope au niveau macroscopique, mais contient des fissures uniformément distribuées avec une orientation aléatoire,
- l'extension de la géométrie des fissures, ainsi que les propriétés du matériau ne sont pas explicitement traitées dans la modélisation ; on reste ainsi dans le cadre de l'approche phénoménologique probabiliste de la résistance des matériaux. En échange, on considère que les fissures sur lesquelles agissent une contrainte normale dont la valeur dépasse la contrainte critique  $\sigma_c$  (caractéristique pour chaque fissure particulière) engendreront l'extension de la fissure et donc une rupture totale (figure 37).

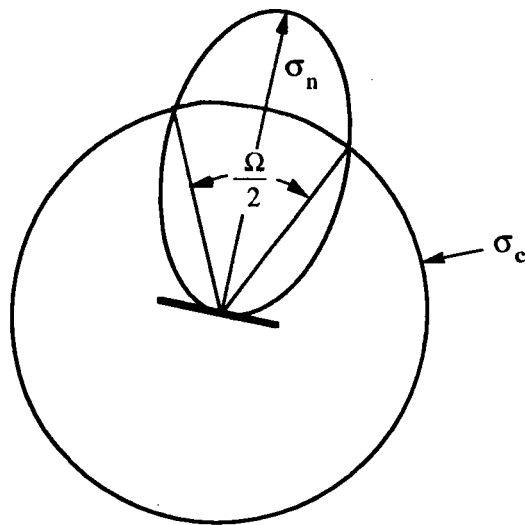
Cette hypothèse néglige certains phénomènes comme la propagation stable des fissures ou leurs coalescences.

- l'état macroscopique des contraintes n'est pas affecté par la présence des fissures, c'est-à-dire que l'on applique la théorie classique de l'élasticité des milieux continus.

La contrainte critique  $\sigma_c$ , contrainte monoaxiale uniforme par rapport au plan de fissure et perpendiculaire au plan de la fissure, provoque la rupture.

---





*Figure 37 : Angle solide  $\Omega$  contenant toutes les normales au plan de fissure.*

### II.1.6.1. Description du modèle

Considérons un matériau fragile qui présente une seule fissure d'une orientation arbitraire. Soit  $\Omega$  l'angle solide qui contient les normales sur le plan de fissure (figure 37), ainsi que la composante normale  $\sigma_n$  du champ de contraintes appliquées satisfaisant à la condition suivante :

$$\sigma_n \geq \sigma_c \quad /80/$$

La probabilité de rupture à partir du défaut considéré est donnée par l'expression suivante :

$$P_r = \frac{\Omega(\Sigma, \sigma_c)}{4\pi} \quad /81/$$

où  $\Sigma$  est l'état de contrainte appliquée.

Dans un élément de volume  $\Delta V$ , caractérisé par la densité  $N$  des fissures, la probabilité de rupture du volume élémentaire  $\Delta V$  est égale à la probabilité de rupture

associée à la présence d'une seule fissure, multipliée par le nombre de fissures présentes dans le volume  $\Delta V$ , l'équation /81/ s'écrit :

$$P_r = N \Delta V \frac{\Omega}{4 \pi} \quad /82/$$

La distribution des dimensions et de la géométrie des fissures est caractérisée d'une manière générale par une fonction de distribution  $N(\sigma_c)$ , définie comme le nombre des fissures par unité de volume, pour une contrainte critique inférieure ou égale à  $\sigma_c$ .

Le nombre de fissures dans le volume  $\Delta V$  qui ont une contrainte critique comprise entre  $\sigma_c$  et  $\sigma_c + d\sigma_c$  s'écrit :

$$dN = \Delta V \left| \frac{dN(\sigma_c)}{d\sigma_c} \right| d\sigma_c \quad /83/$$

et la probabilité pour que les fissures présentent une contrainte critique comprise dans l'intervalle élémentaire  $(\sigma_c, \sigma_c + d\sigma_c)$  provoquent la rupture s'écrit :

$$P_r(\Delta V, d\sigma_c) = \frac{\Omega \Delta V}{4 \pi} \left| \frac{dN(\sigma_c)}{d\sigma_c} \right| d\sigma_c \quad /84/$$

Si le volume élémentaire est suffisamment petit et la probabilité de rupture est faible, alors pour un état de contrainte  $\Sigma$ , la probabilité de rupture qui en résulte est donnée par l'équation /85/ :

$$P_r(\Delta V, \sigma_r(\Sigma)) = \frac{\Delta V}{4 \pi} \int_0^{\sigma_r(\Sigma)} \Omega(\Sigma, \sigma_c) \left| \frac{dN(\sigma_c)}{d\sigma_c} \right| d\sigma_c \quad /85/$$

où  $\sigma_r(\Sigma)$  est la résistance à rupture du matériau.

La probabilité de survie du volume élémentaire  $\Delta V$  s'écrit à partir de l'équation /85/ :

$$P_s(\Delta V, \sigma(\Sigma)) = 1 - P_r(\Delta V, \sigma(\Sigma)) \quad /86/$$

La probabilité de survie du volume total  $V$ , sous le même état de contrainte  $\Sigma$  est le produit de la probabilité de survie de chaque volume élémentaire  $\Delta V$  (on admet qu'il n'y a pas d'interaction entre les fissures) :

$$P_s(V, \sigma(\Sigma)) = \left[ 1 - \frac{\Delta V}{4\pi} \int_0^{\sigma(\Sigma)} \Omega(\Sigma, \sigma_c) \left| \frac{dN(\sigma_c)}{d\sigma_c} \right| d\sigma_c \right]^{V/\Delta V} \quad /87/$$

Pour un volume élémentaire très petit  $\Delta V \rightarrow 0$ , l'équation /87/ devient :

$$P_s(V, \sigma(\Sigma)) = \text{Exp} \left[ \frac{V}{4\pi} \int_0^{\sigma(\Sigma)} \Omega(\Sigma, \sigma_c) \left| \frac{dN(\sigma_c)}{d\sigma_c} \right| d\sigma_c \right] \quad /88/$$

et la probabilité de rupture pour le milieu matériel considéré de volume  $V$  est :

$$P_r(V, \sigma(\Sigma)) = 1 - \text{Exp} \left[ \frac{V}{4\pi} \int_0^{\sigma(\Sigma)} \Omega(\Sigma, \sigma_c) \left| \frac{dN(\sigma_c)}{d\sigma_c} \right| d\sigma_c \right] \quad /89/$$

La connaissance de la fonction de distribution des défauts (fissures)  $N(\sigma_c)$  et de la contrainte critique  $\sigma_c$  permet de calculer la probabilité de rupture d'un volume  $\Delta V$  soumis à un état de contrainte  $\Sigma$ .

### II.1.6.2. Distribution de défauts $N(\sigma_c)$ .

Considérons une distribution de défauts uniforme  $N(\sigma_c)$  (figure 38), de la forme suivante :

$$\frac{dN(\sigma_c)}{d\sigma_c} = \frac{A N_0}{\sigma_0} = \text{Cste} \quad /90/$$

$N_0$  est le nombre de défauts initiale par unité de volume et A une constante satisfaisant la condition de normalisation donnée par l'équation /91/ :

$$\int_{\sigma_0}^{\sigma^*} \frac{dN(\sigma_c)}{d\sigma_c} d\sigma_c = N_0 \quad /91/$$

Donc on a :

$$A = \frac{1}{\left( \frac{\sigma^*}{\sigma_0} - 1 \right)} \quad /92/$$

$\sigma_0$  est la contrainte seuil en dessous duquel la probabilité de rupture est nulle et  $\sigma^*$  la contrainte théorique de rupture du matériau considéré.



*Figure 38 : Distribution de la densité de défauts*

En tenant compte de l'équation de normalisation l'équation /90/ devient :

$$\frac{dN(\sigma_c)}{d\sigma_c} = \frac{N_o}{\sigma_o \left( \frac{\sigma^*}{\sigma_o} - 1 \right)} = \frac{N_o}{\sigma^* - \sigma_o} \quad /93/$$

D'après Batdorf [97] et pour un état de contrainte monoaxiale  $\Sigma (\sigma, 0, 0)$  on a :

$$\Omega(\Sigma, \sigma_c) = 4\pi \left( 1 - \sqrt{\frac{\sigma_c}{\sigma}} \right) \quad /94/$$

En tenant compte de l'équation /92/, la probabilité de rupture du volume total  $V$  devient à la rupture quand  $\sigma \rightarrow \sigma_r$ .

$$P_r = 1 - \exp \left[ - V N_o \int_{\sigma_o}^{\sigma_r} \left( 1 - \sqrt{\frac{\sigma_c}{\sigma_r}} \right) \left( \frac{1}{\sigma^* - \sigma_o} \right) d\sigma_c \right] \quad /95/$$

En effectuant l'intégration entre la contrainte seuil  $\sigma_o$  et la contrainte à la rupture  $\sigma_r$  la probabilité de rupture devient :

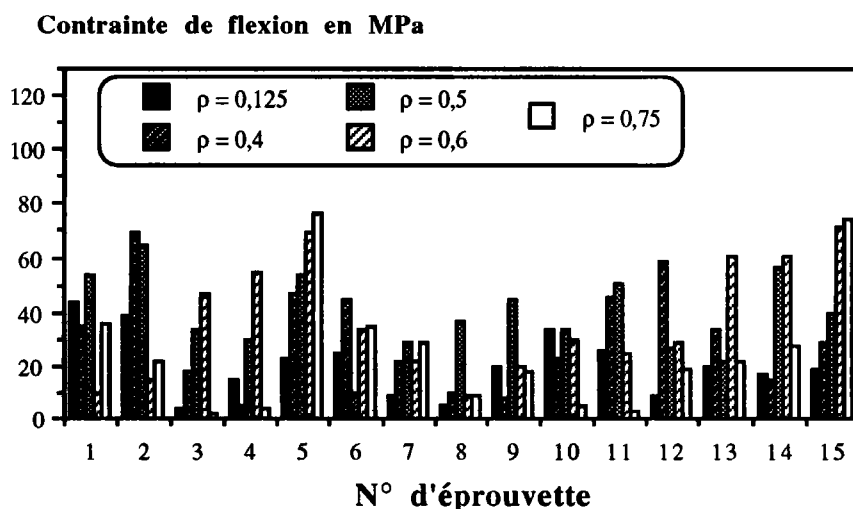
$$P_r = 1 - \exp \left[ - \frac{N_o V}{(\sigma^* - \sigma_o)} \left( \frac{1}{3} \sigma_r - \sigma_o \left( 1 - \frac{2}{3} \sqrt{\frac{\sigma_o}{\sigma_r}} \right) \right) \right] \quad /96/$$

où  $N_o V$  est le nombre total de fissures dans le volume d'élaboration de la rupture.

Connaissant la probabilité de rupture donnée par la statistique de l'ordre et la contrainte théorique à la rupture du matériau, on calcule la contrainte seuil  $\sigma_o$  et le nombre de fissures impliqué dans la rupture de l'éprouvette.

### II.1.6.3. Application au verre Float

La représentation sous forme d'histogramme de la contrainte de flexion du verre Float, sous sollicitations dynamiques et pour différents rayons d'entailles, est donnée par la figure 39. Le tableau 13 regroupe les contraintes de flexion minimale, maximale et moyenne obtenues lors d'essais expérimentaux pour les différents rayons d'entailles.



*Figure 39 : Contrainte critique de flexion pour les différents essais, cas dynamique*

$\rho$	$\sigma_{\min}$ MPa	$\sigma_{\max}$ MPa	$\sigma_{\text{moy}}$ MPa	Ecart-type MPa
0,125	3,48	43,45	20,35	11,72
0,4	5,34	69,47	27,25	17,02
0,5	9,99	64,13	36,94	14,84
0,6	8,98	70,98	36,98	21,69
0,75	2,82	75,98	34,42	23,43

*Tableau 13 : Contraintes critique de flexion du verre Float, cas dynamique*

Comme on peut le constater, la différence entre les valeurs minimale et maximale est importante et la contrainte critique de flexion à rupture moyenne augmente simultanément avec la vitesse de déformation et le rayon d'entaille.

D'après Zarzycki [98], d'éprouvettes poli au feu et préservés de tout contact mécanique avant les essais montre une résistance moyenne plus élevée, mais aussi une plus grande dispersion dans les résultats (figure 40).

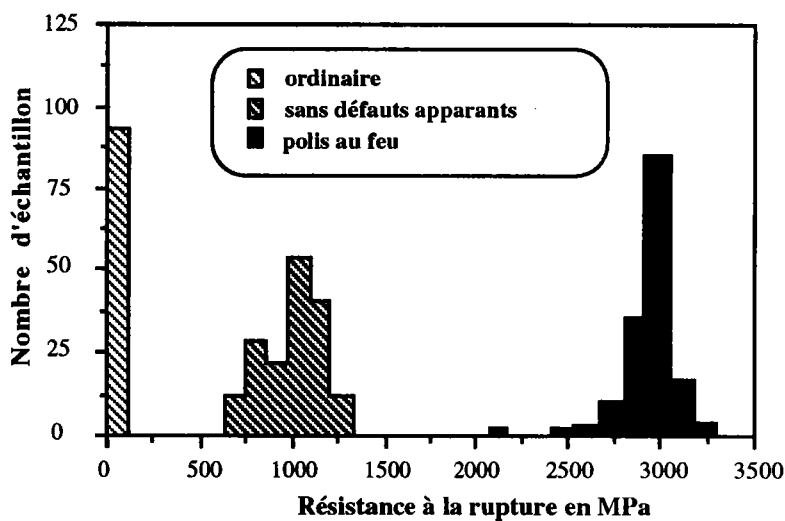


Figure 40 : Histogrammes des résistances à la rupture d'un verre  $\text{SiO}_2$  [97].

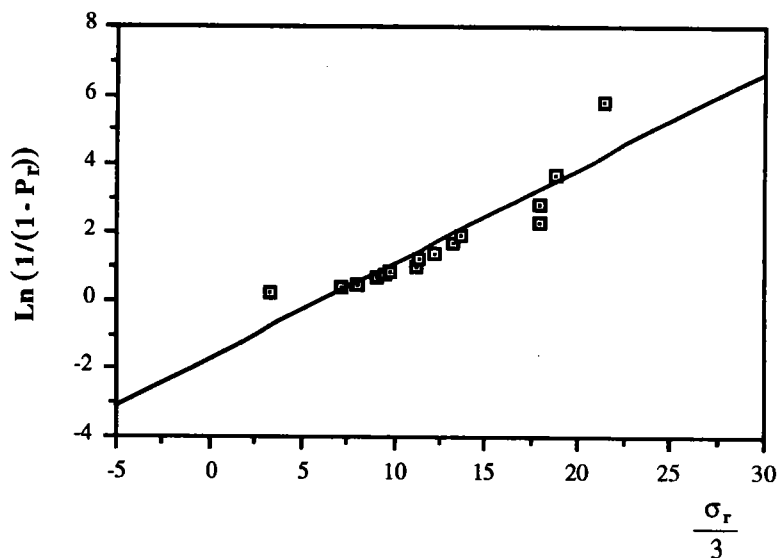
Les valeurs de la résistance maximale mesurées ne se rapprochent des valeurs théoriques que dans des cas tout à fait exceptionnels ; Weiderhorn [92] pour le verre  $\text{SiO}_2$  trouve des valeurs 100 fois plus faible que les valeurs théoriques calculées. Ceci est encore plus prononcé dans le cas des verres silico-sodo-calciques industriels, leur résistance atteignent des valeurs 1000 fois inférieures aux valeurs maximales théoriques.

La probabilité de rupture  $P_r$  est donnée par la statistique de l'ordre, et la contrainte  $\sigma^*$  est prise comme la résistance à la rupture d'une éprouvette sans défaut, qui est de l'ordre de 1000 MPa d'après les travaux de Zarzycki [98].

La représentation graphique de l'équation /96/ donne une droite de pente  $(N_0 V)/(\sigma^* - \sigma_0)$  qui coupe l'axe des abscisses pour une valeur de la contrainte seuil  $\sigma_0$  avec les approximations suivantes :

$$\frac{2}{3} \sqrt{\frac{\sigma_0}{\sigma_r}} \ll 1 \quad \text{et} \quad \sigma_0 \ll \sigma^*$$

La représentation graphique des résultats expérimentaux pour le verre Float sous sollicitations dynamiques est représentée sur la figure 41.



*Figure 41 : Diagramme de la probabilité de rupture.*

Les paramètres statistiques qui décrivent la nouvelle distributions de probabilité de rupture sont donnée dans le tableau 14. La contrainte théorique  $\sigma^*$  est égale à 1000 MPa.



---

---

$\rho$	$\sigma_{\min}$ MPa	$\sigma_o$ MPa	$N_o V$
0,125	3,48	2,91	2369
0,4	5,34	3,48	2162
0,5	9,99	9,59	2287
0,6	8,98	4,17	1900
0,75	2,82	2,58	1127

---

---

**Tableau 14 :** *Caractéristiques statistiques de la distribution de la contrainte critique en flexion du verre Float*

L'analyse du tableau 14 incite quelques remarques :

- la contrainte critique seuil est proche de la contrainte critique minimale obtenue expérimentalement, donc la distribution de probabilité de rupture donnée par l'équation /96/ donne une meilleur approximation de la contrainte seuil minimale (figure 42),
- le nombre total de fissures dans le volume d'élaboration impliqué dans la rupture de l'éprouvette diminue avec le rayon d'entaille, mais augmente avec la contrainte critique de flexion à la rupture (figure 43).

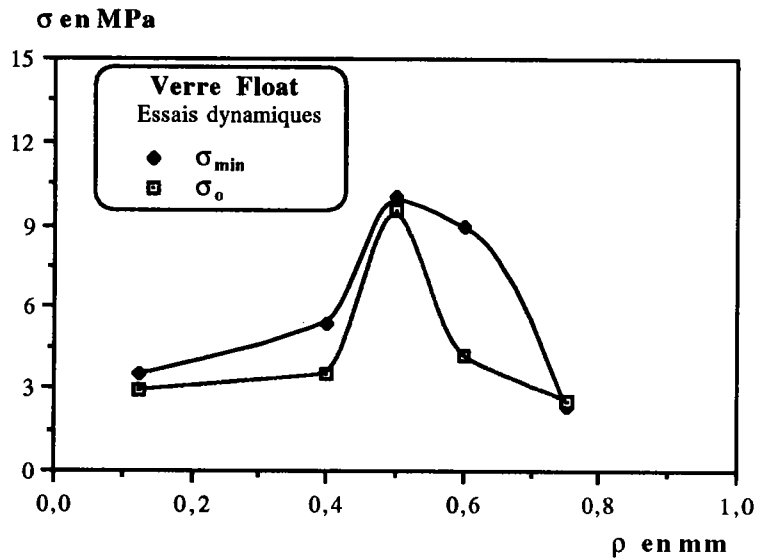


Figure 42 : Contraintes critiques seuil et minimale en fonction du rayon d'entaille.

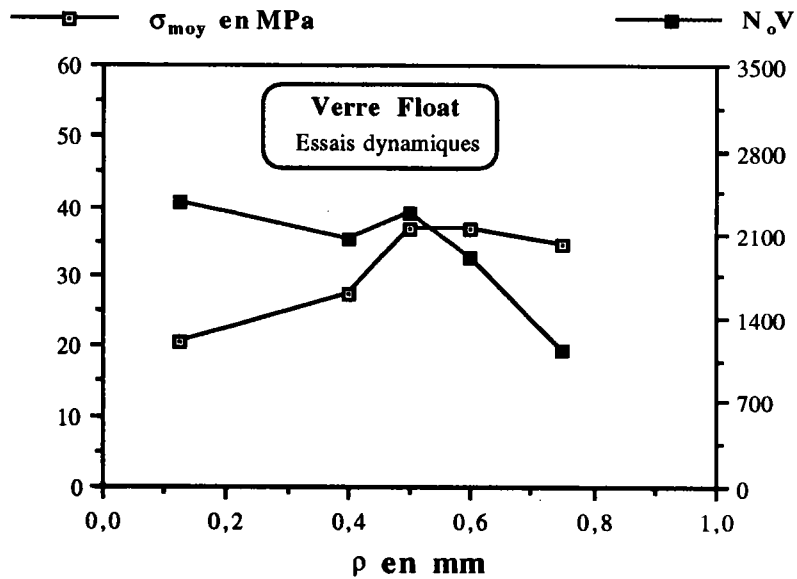
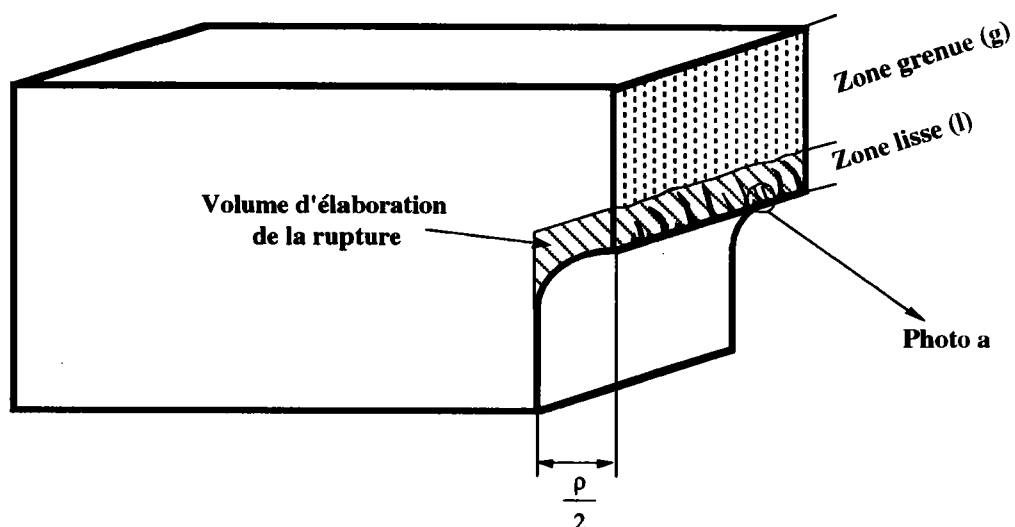


Figure 43 : Contrainte critique moyenne de flexion et nombre de fissure dans le volume d'élaboration en fonction du rayon d'entaille.

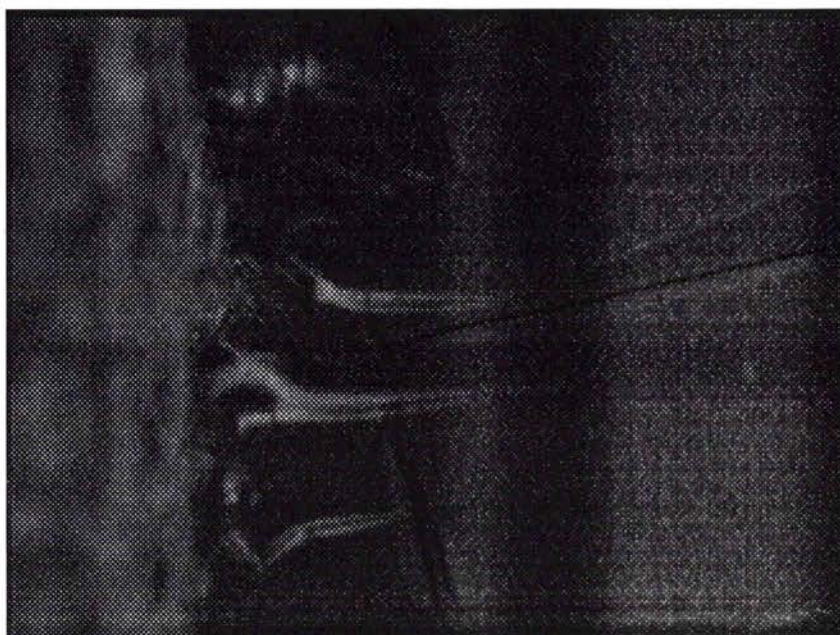
Une analyse complémentaire des surfaces de rupture d'éprouvettes de flexion du verre sous sollicitations dynamiques a donné un certain nombre d'informations permettant d'obtenir des renseignements sur la manière dont s'est effectuée la propagation, et dans certains cas de remonter aux causes de la rupture.

L'étude microscopique de la surface de rupture d'une éprouvette de flexion (figure 44), montre la présence de deux zones :

- une zone lisse (l) qui correspond à la région de fissuration avant que le branchement ne se produise. Sur cette zone on remarque la présence de fissures dans le sens de propagation de la rupture,
- une zone grenue (g) qui correspond à la dernière étape de la rupture de l'éprouvette.



**Figure 44 :** Schème de la surface de rupture d'une éprouvette de flexion du verre Float, essai dynamique

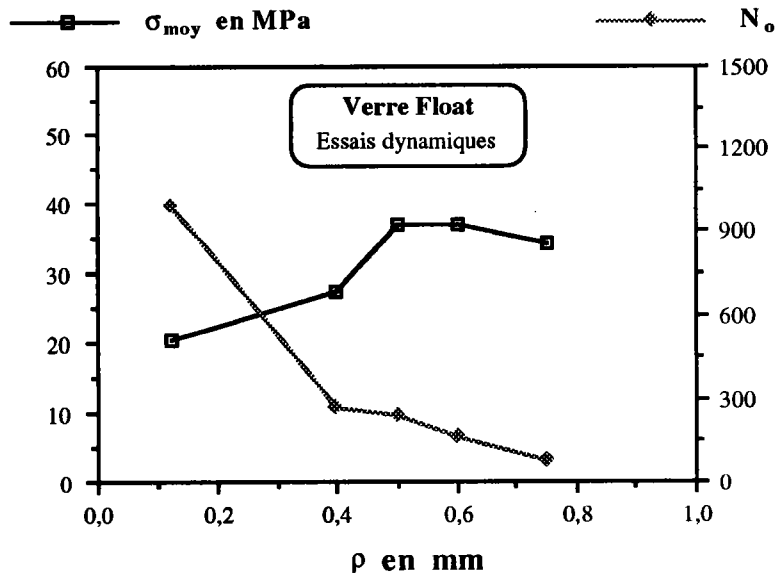
*Photo a*

Pour estimer la taille moyenne de la zone lisse (l), des mesures sur différentes éprouvettes pour différents rayons d'entailles ont été effectuées. Les résultats sont regroupés dans le tableau 15 :

$\rho$	Taille moyenne de de la zone (l) en mm	Nombre de fissures surfactive
0,125	1,20	10
0,4	1,33	14
0,5	1,30	18
0,6	1,15	14
0,75	1,11	16

*Tableau 15 : Caractéristiques de la surface de rupture du verre Float*

Connaissant le volume endommagé  $V$ , on peut donc déduire le nombre de fissure  $N_0$  par unité de volume impliqués dans le mécanisme de rupture (figure 45).



**Figure 45 :** Nombre de fissures et la contrainte de flexion moyenne en fonction du rayon d'entaille pour le verre Float, cas dynamique.

La figure 45 montre que le nombre de fissures volumique  $N_0$  diminue quand la contrainte critique de flexion à la rupture augmente. Le nombre de microfissures impliquées dans la rupture est moins important pour une éprouvette entaillée que fissurée.

## II.2. Alliage de Molybdène TZM

### II.2.1. Essais dynamiques

Dans cette partie, on s'est intéressée au comportement de l'alliage TZM à grande vitesses de déformations, la ténacité du matériau est déterminée sous chargement dynamique et cela pour différents rayons d'entailles.

Les essais ont été réalisés à l'aide du dispositif de barres d'Hopkinson en compression (figure 21) sur d'éprouvettes du type "disque brésilien" (figure 19).

Une solution approchée du facteur d'intensité de contraintes en fonction de l'épaisseur du disque B, de la longueur de la fissure a et de la charge critique  $P_{cr}$  est donnée par Libatskü [99] en mode I :

$$K_I = \frac{P}{B \sqrt{2R}} \sqrt[4]{\frac{a}{R} \left( 1 + \frac{3}{2} \left( \frac{a}{R} \right) + \frac{3}{4} \left( \frac{a}{R} \right)^3 + \frac{3}{64} \left( \frac{a}{R} \right)^4 \right)} \quad /97/$$

Le facteur d'intensité de contraintes critique statique est approximé au facteur d'intensité de contraintes dynamique si le temps de rupture  $t_r$  est supérieur à :

$$t_r > \frac{10D}{CL} \quad /98/$$

D : Diamètre du projectile,

C : Célérité de propagation des ondes dans le milieu considéré,

L : Longueur du projectile.

La figure 46 montre un exemple de courbes ondes incidente, réfléchie et transmettrice. On notera que la contrainte critique à rupture est définie par le maximum de l'onde transmise. Cette valeur introduite dans la formule /97/ permet de calculer la ténacité critique en dynamique  $K_{IC}^{dyn}$ .

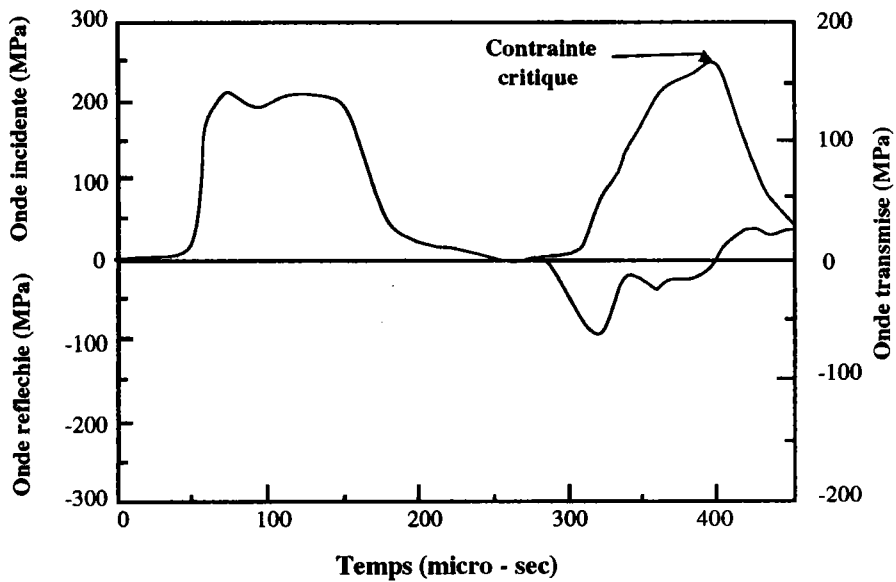


Figure 46 : Allure des signaux obtenus.

Les valeurs expérimentales de la ténacité moyenne et de la vitesse de sollicitation en fonction du nombre d'essai de l'alliage TZM sont reportés dans le tableau 16.

$\rho$	$\dot{K}_{IC}^{dyn}$ MPa $\sqrt{m/s}$	$K_{IC}^{dyn}$ MPa $\sqrt{m}$	Nombre d'essais
0,2	$2,57 \cdot 10^5$	23,32	6
0,6	$2,73 \cdot 10^5$	23,86	6
1,2	$2,50 \cdot 10^5$	20,57	6

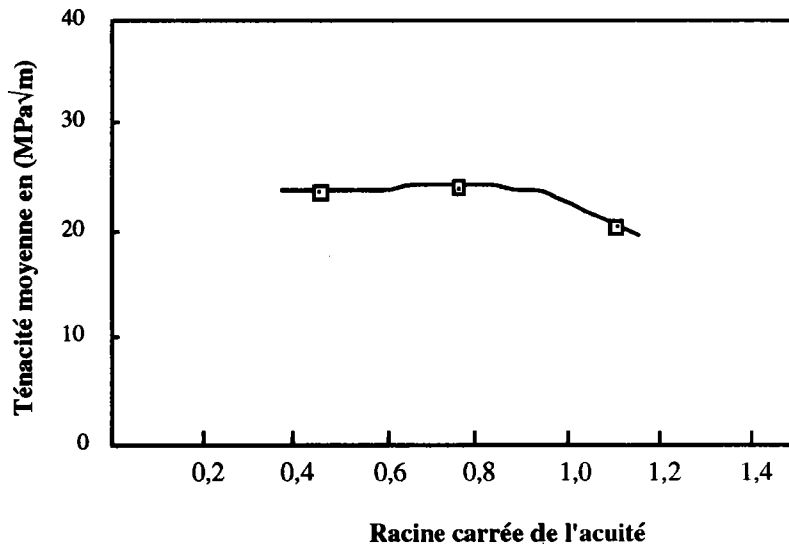
Tableau 16 : Caractéristiques de l'alliage de molybdène TZM

La figure 47 montre la variation de la ténacité dynamique en fonction de la racine carré du rayon d'entaille. En effet selon Tetelman [85], ce paramètre influence la ténacité

(relation /69/) qu'on peut mettre sous la forme :

$$K_{IC} = A + B \cdot \sqrt{\rho}$$

/99/



**Figure 47 :** Ténacité moyenne en fonction de la racine carré du rayon d'entaille

Ces résultats montrent la faible influence du rayon d'entaille sur la ténacité dynamique moyenne sur ce type d'éprouvette. Cette contradiction avec le modèle proposé par Tetelman [85] a nécessité un examen approfondi du mécanisme de rupture à partir d'une étude métallographique.

L'alliage TZM, matériau fragile sous sollicitation dynamique à la température ambiante, ne présente pas une dispersion importante des résultats de ténacité et ce pour les divers rayons d'entailles étudiés.

Malgré cette faible dispersion des résultats expérimentaux, nous avons opté pour un dépouillement statistique.

### II.2.2. Dépouillements statistiques

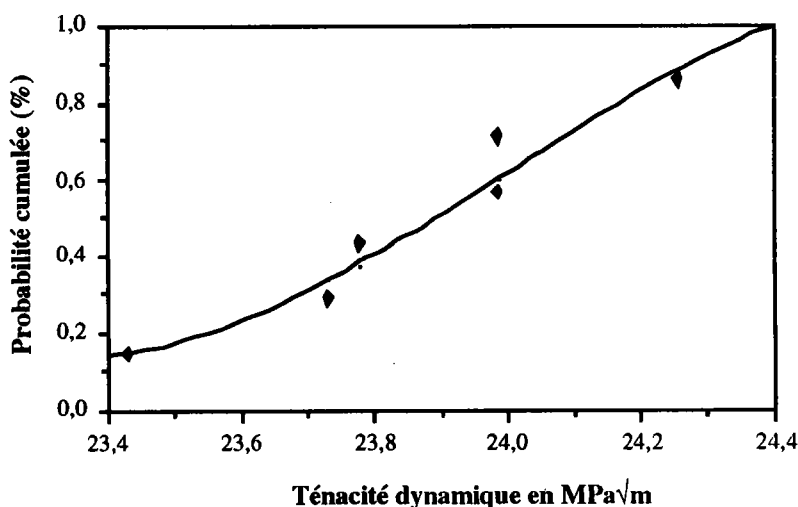
La méthode classique de Weibull est utilisée pour le dépouillement des résultats :



nous avons déterminé la résistance à la rupture pour les rayons d'entailles 0.2, 0.6 et 1.2, la probabilité cumulée et le calcul des paramètres de Weibull par la méthode à deux paramètres.

### II.2.2.1. Probabilité cumulée

L'évolution de la probabilité de rupture (équation /76/), mesurée sous sollicitation dynamique dans le cas de l'alliage TZM, est représentée sur la figure 48 pour un rayon d'entaille égale à 0,6mm.



*Figure 48 : Probabilité cumulée en fonction de la ténacité dynamique  $\rho = 0,6\text{mm}$*

La figure 48 montre une bonne adéquation de la courbe théorique et les valeurs expérimentales.

### II.2.2.2. Modèle de Weibull à deux paramètres

La distribution statique à deux paramètres en fonction de la ténacité est donnée par (l'équation /76/) :

$$P_r(K_{IC}) = 1 - \exp \left[ - \left[ \frac{K_{IC}}{K_o} \right]^{m_w} \right] \quad /100/$$

Le tableau 17 regroupe tous les paramètres statistiques de l'alliage TZM pour cette distribution.

$\rho$	$K_{IC}^{dyn}$ MPa $\sqrt{m}$	$K_o$	$m_w$	$K_o/K_{IC}^{dyn}$
0,2	23,32	23,47	62,85	1,006
0,6	23,86	24,02	65,15	1,007
1,2	20,57	20,69	64,81	1,006

*Tableau 17 : paramètres de la loi de Weibull de l'alliage TZM pour la distribution de Weibull à deux paramètres.*

On remarque que le module de Weibull de l'alliage de Molybdène TZM est très grand pour ce matériau fragile ; Le rapport de  $K_o/K_{IC}^{dyn}$  voisin de 1 montre que la valeur moyenne  $K_{IC}^{dyn}$  est proche de  $K_o$ .

### II.2.2.3. Intervalle de confiance

La représentation graphique de la courbe, représentée par l'équation de Bernoulli /79/ pour trois rangs de  $\alpha$ , est donnée par la figure 49. Elle permet de prédire l'intervalle de confiance à 90% pour une probabilité donnée.

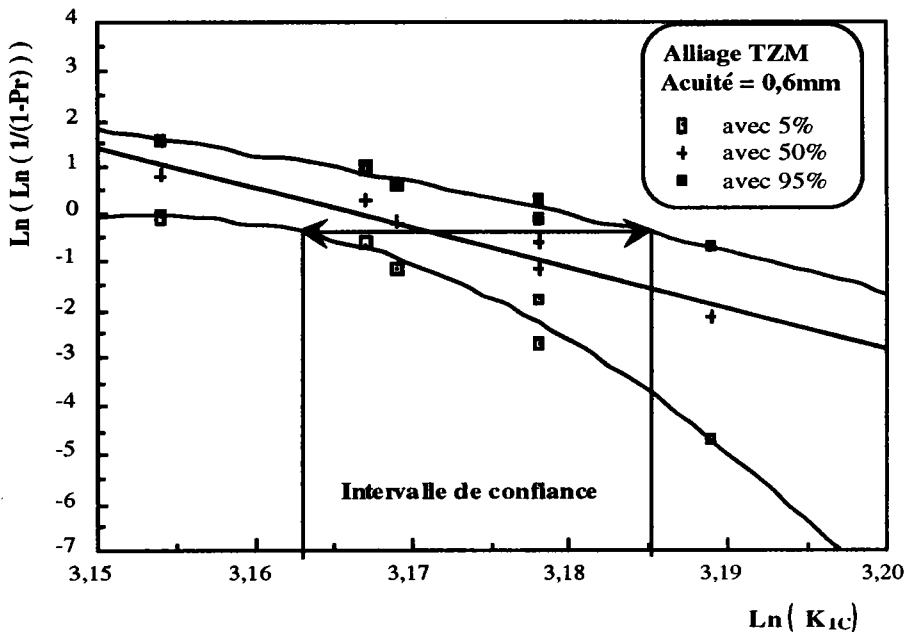


Figure 49 :  $\text{Ln}(\text{Ln}(1/(1-\text{Pr}))) = f(\text{Ln}(K_{IC}))$  ; pour les trois rangs de  $\alpha$ .

L'étude précédente est complétée par une analyse métallographique : état microstructural du matériau, hétérogénéité et explication des différents modes de rupture.

### II.2.3. Analyse fractographique des surfaces de rupture

La morphologie de la fracture, selon une analyse combinée macro et microscopique, montre des zones distinctes représentées schématiquement sur la figure 50.

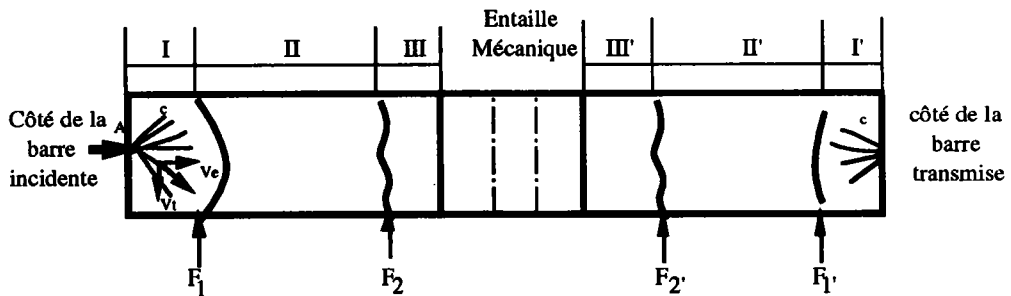


Figure 50 : Aspect du faciès de rupture sur disque brésilien

L'analyse macroscopique montre comme lieu d'amorçage de la rupture un point A où convergent des traces de type "chevrons" marquées C dans la figure 50, (photo 51 c). Ces traces correspondent à des changements de plan de la propagation de la rupture. Ce phénomène est localisé dans les zones I et I' qui apparaissent à l'échelle macroscopique comme des zones distinctes plus claires. On décompose la vitesse de propagation en 2 composantes  $V_e$  (longitudinale) et  $V_t$  (transversale).

Les zones I et I', où la composante transversale de la vitesse de propagation  $V_t$  est significative, sont bornées par les frontières  $F_1$  et  $F_1'$  (photo 51 d). Dans ces zones la rupture a un caractère fragile avec des plages de décohésion de dimensions fort variables. Des décohésions au niveau des limites des grains frittés.

Il faut remarquer que dans ces zones la propagation de la rupture a un caractère complexe dû à la propagation radiale et à l'état de contrainte présentant une composante transversale de compression résultant de l'impact. Il faut aussi noter les traces d'une déformation plastique de compression au point d'impact, déformation discernable à l'échelle macroscopique.

Quand la propagation de la rupture atteint un stade où la composante de propagation transversale devient négligeable et où le front de la fissure présente une courbure faible (voir les frontières  $F_1$  et  $F_1'$ ), une transition se produit alors dans le mode de rupture. Une rupture par clivage apparaît, confirmée par des plages plus étendues de clivage pur associé des "rivières" (photo 51 e).

Au fur et à mesure que la rupture s'approche du bord d'entaille, le matériau dans le ligament restant est de moins en moins restreint à l'état de déformations planes. En même temps la complaisance de l'éprouvette se modifie fortement ce qui contribue au changement de la morphologie de la rupture. Il en résulte aussi une diminution de la vitesse de propagation de la fissure lorsqu'on s'approche du bord de l'entaille et donc une diminution de la vitesse de déformation.

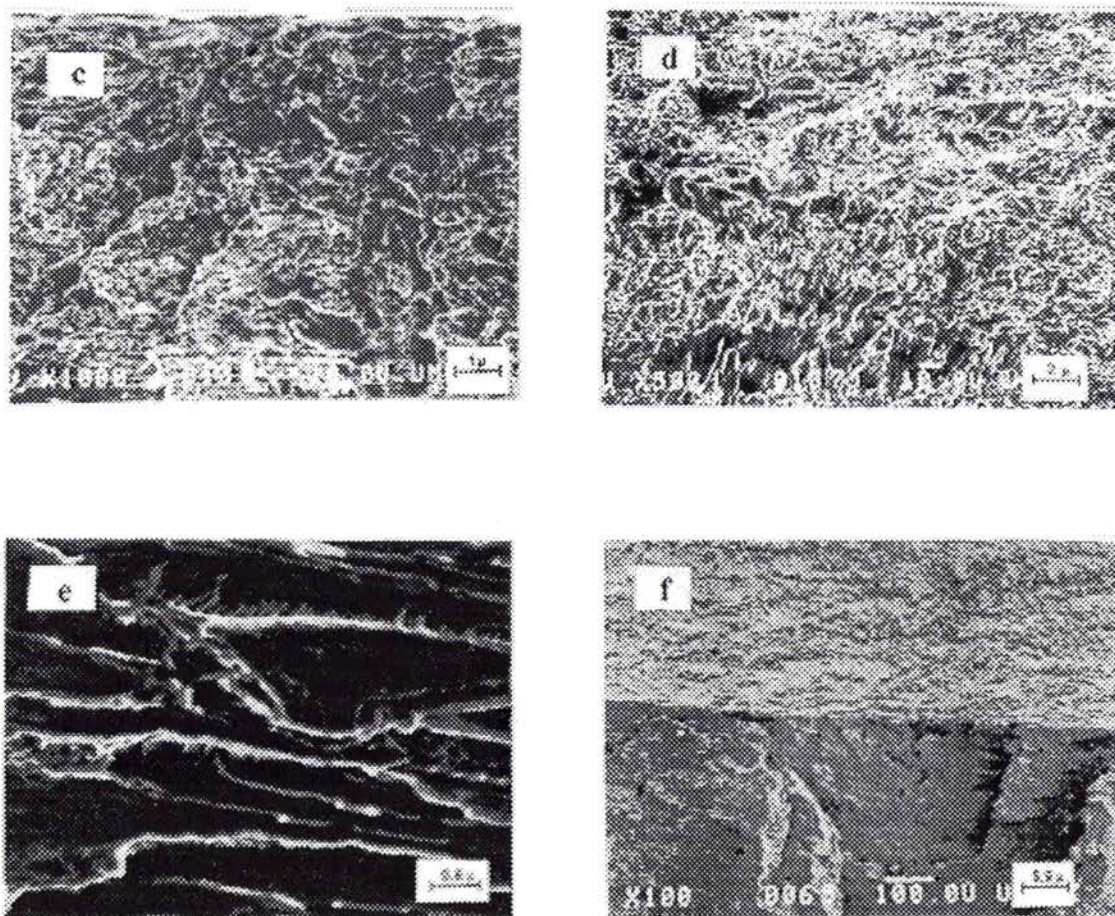
Une transition nette dans la morphologie de la rupture marquée par les frontières  $F_2$  et  $F_2'$  (photo 51 f) apparaît alors. L'aspect est typique d'une transition de morphologie fragile dans les zones II et II' et ductile dans les zones III et III'.

Bien que dans les zones III et III' la rupture ait un caractère microductile, à l'échelle

macroscopique la rupture apparaît comme fragile dû à l'absence de déformation plastique (quasi-clivage). La rupture à caractère microductile dans les zones III et III' adjacente à l'entaille peut être considérée comme le résultat de la conjonction de plusieurs circonstances : le perte de l'état de déformations planes, la modification de la complaisance de l'éprouvette, la diminution de la vitesse de propagation de la rupture c'est-à-dire de la vitesse de déformation et du mode de sollicitation par les ondes de contraintes induites pendant l'impact.

L'analyse micrographique des surfaces de rupture a permis de mettre en évidence le mode particulier d'amorçage lié au chargement par train d'ondes.

Les mécanismes de rupture révélée par l'étude microfractographique sont de nature fragile, offrent une explication cohérente de la faible influence du rayon en fond d'entaille sur la résistance globale à la rupture mesurée à l'aide du disque Brésilien. L'influence de l'entaille est secondaire car la rupture s'amorce du côté impact et ainsi que du côté de la barre transmettrice par symétrie du disque.



*Figure 51 : Surfaces de rupture de l'alliage TZM, Éprouvette "Disque Brésilien"*

### III. RUPTURE DUCTILE

#### III.1. Éprouvettes axisymétriques entaillées

Les éprouvettes axisymétriques à entailles circulaires possèdent un certain nombre de propriétés qui les rendent très intéressantes.

Pour de très grands rayons d'entailles, les contraintes et les déformations sont relativement homogène au centre de l'éprouvette. Ceci permet donc de solliciter un volume important de matière et d'éliminer en partie les effets dus aux gradients de contraintes et de déformations. Par contre, on peut atteindre des taux de triaxialité assez élevés au centre de l'éprouvette avec des entailles très aiguës.

Ces éprouvettes ont été utilisées pour étudier l'effet de la triaxialités des contraintes sur la ductilité des matériaux [41,100], en se basant sur les travaux de Bridgman [101] pour la striction d'une éprouvette de traction.

Pellini [102] a étudié l'effet d'entaille circulaire sur le comportement d'une éprouvette. Cet effet entraîne une augmentation de la contrainte d'écoulement ; la partie entaillée se déforme plastiquement par contre le reste de l'éprouvette est élastique (figure 52). Les réactions des contraintes  $\sigma_x$  et  $\sigma_z$  contraignent donc l'écoulement dans la direction de chargement  $y$ . L'état de contrainte uniaxiale dans le cas d'une éprouvette lisse se transforme en un état triaxial dans le cas d'une éprouvette entaillée.

Hill [103] étudie la plasticité devant une entaille, et a proposé que celle-ci se développe suivant un champ de lignes de glissement sous forme de spirales logarithmiques ; pour d'éprouvettes peu entaillées, elles peuvent atteindre l'axe de l'éprouvette. Par contre pour les éprouvettes très entaillées, les lignes de glissement n'éteignent pas cette axe et la section minimale restera élastique.

---

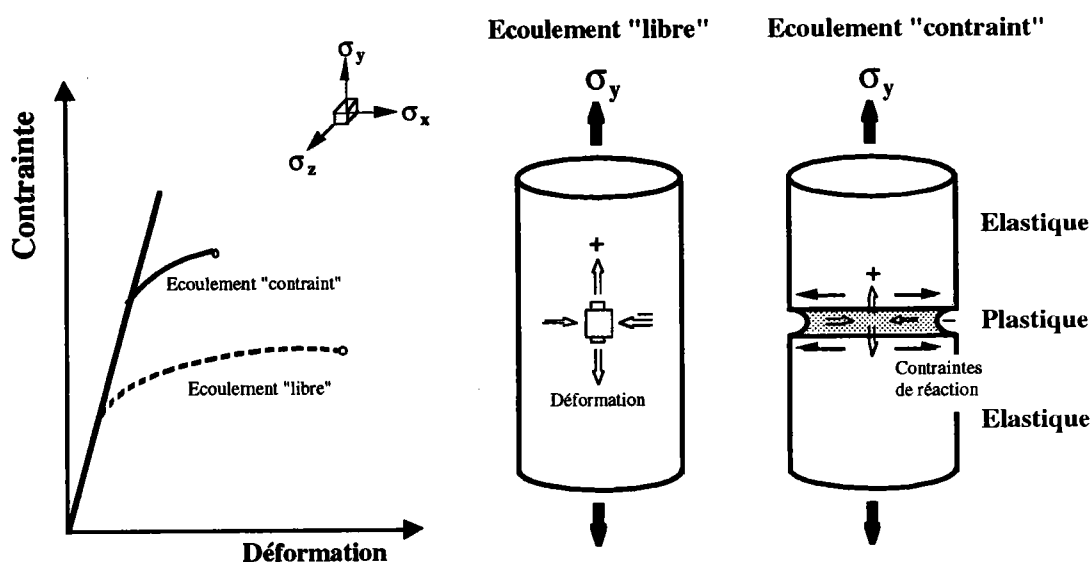


Figure 52: Comportement d'éprouvettes axiymétriques entaillées

### III.2. Essais statiques

Les essais sous sollicitations statiques sont réalisés sur une machine hydraulique (figure 25). Un extensomètre diamétral placé sur la section réduite de l'éprouvette mesure la déformation radiale. La vitesse de sollicitation est de l'ordre de  $\dot{\epsilon} = 10^{-4} \text{ s}^{-1}$  à température ambiante.

#### III.2.1. Approche globale

A partir d'essais menés jusqu'à la rupture sur d'éprouvettes axisymétriques avec différents rayons d'entaille (figure 22a), nous obtenons les courbes contrainte-déformation radiale (figure 53).

Le tableau 18 donne les résultats d'essais de rupture pour les différents rayons d'entailles (AE0,25 - AE0,5 - AE0,8 - AE1 - AE1,2), où  $P_c$  est la charge à rupture,  $\sigma_g$  la contrainte globale à rupture et  $\epsilon_r$  la déformation plastique à rupture. Les valeurs données sont les moyennes arithmétiques de 6 mesures réalisés par rayon.

La déformation plastique radiale  $\epsilon_r$  est donnée par l'équation /101/ :



$$\varepsilon_r = 2 \operatorname{Ln} \left( \frac{\varnothing_o}{\varnothing_r} \right) \quad /101/$$

$\varnothing_o$  et  $\varnothing_r$  sont respectivement le diamètre initial et à la rupture de la section minimale de l'éprouvette.

La contrainte globale à rupture est donnée par le rapport de la charge critique à rupture sur la section de l'éprouvette plus loin de l'entaille :

$$\sigma_g^r = \frac{4 P_c}{\pi \varnothing^2} \quad /98/$$

D'après les résultats d'essais statiques, la déformation radiale moyenne à rupture diminue lorsque le taux de triaxialité augmente. Par contre la contrainte globale et la charge critique à rupture augmentent avec la triaxialité. La ductilité de l'acier XC18 diminue donc avec le rayon d'entaille.

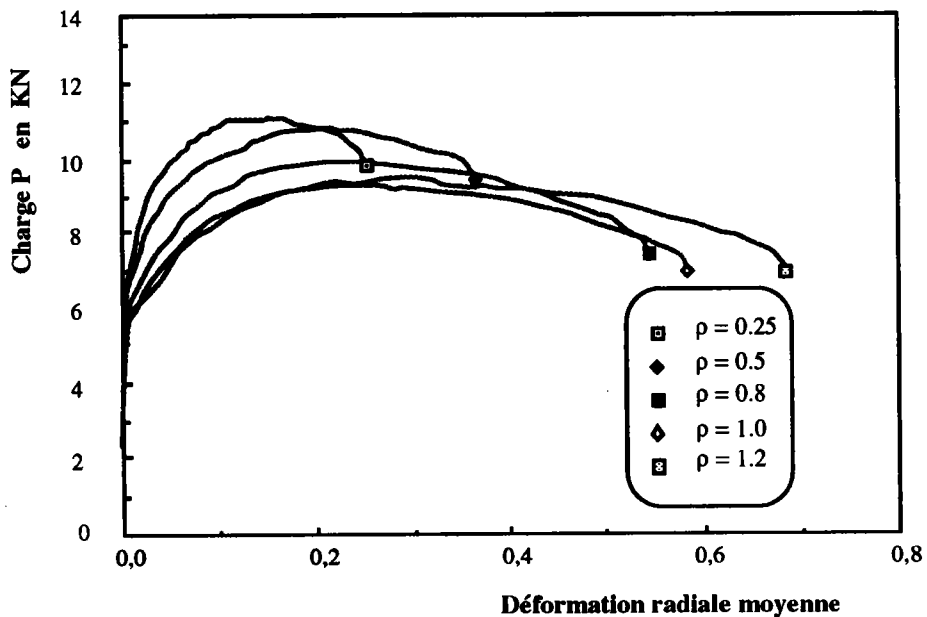


Figure 53 : Courbe charge-déformation radiale sous sollicitations statique

Éprouvette	Nombre d'essai	$P_c$ KN	$\sigma_g^r$ MPa	$\epsilon_r$
AE0,25	6	9,41	333	0,289
AE0,5	6	9,36	331	0,388
AE0,8	6	8,34	295	0,491
AE1,0	6	8,27	290	0,532
AE1,2	6	8,01	286	0,601

*Tableau 18 : Essais de rupture d'éprouvettes entaillées sous sollicitations statiques*

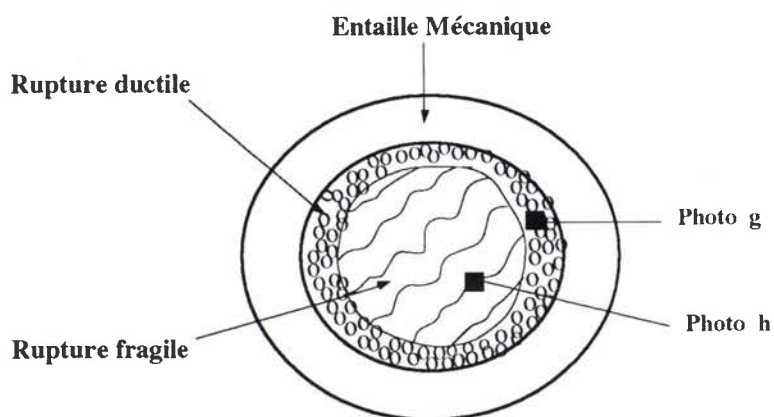
### III.2.2. Étude des surfaces de rupture

Afin de mettre en évidence d'éventuelles différences morphologiques ou microstructurales par l'influence du rayon d'entaille et de la vitesse de chargement, des micrographies des surfaces de rupture d'éprouvettes de traction sont réalisées.

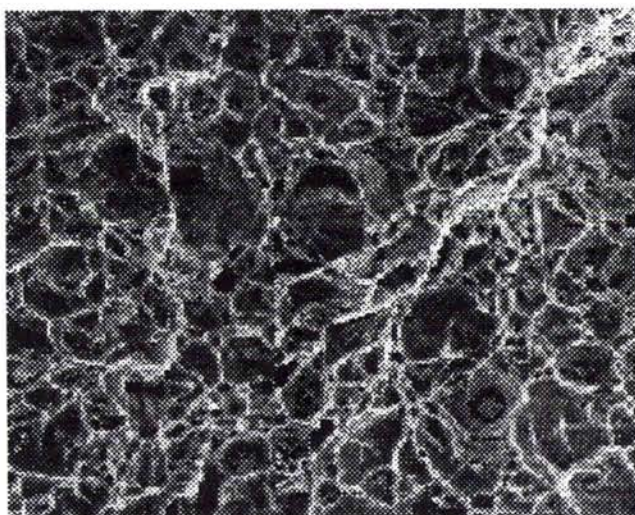
La surface de rupture comporte un certain nombre d'informations qui permettent d'obtenir des renseignements sur la manière dont s'est effectuée la propagation et dans certains cas, de remonter aux causes de la rupture. L'étude "post-mortem" d'éprouvettes rompues constitue l'objet de la fractographie.

L'analyse microscopique des faciès de rupture montre que les éprouvettes très entaillées AE0,25 et AE0,5 s'amorcent à partir du bord de l'entaille. La rupture ductile se produit donc dans une zone où le gradient de déformation est élevé (photo g) et la propagation se produit de façon annulaire (figure 54). La rupture finale est obtenue par propagation stable, puis instable de la déchirure annulaire : la rupture est fragile sur le reste de l'éprouvette (photo h).

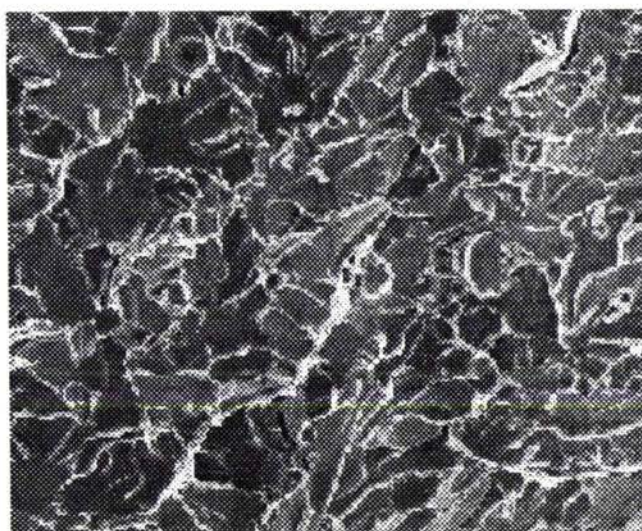
Pour les grands rayons d'entailles AE0,8 ; 1,0 et 1,2 on observe un seul mode de rupture, la rupture ductile avec présence de cavités et de cupules (figure 55). On remarque également que la taille des cavités est plus grande au centre qu'au bord (photo i), ce qui permet de conclure que la rupture s'est amorcée au centre car la déformation locale y est plus importante.



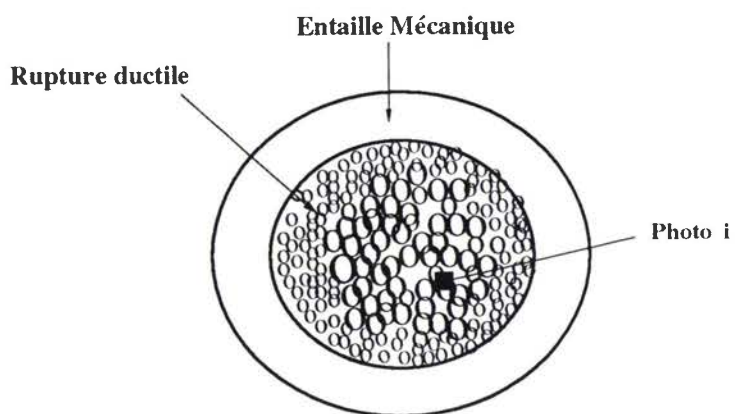
*Figure 54 : Faciès de rupture pour un rayon en fond d'entaille  $\rho = 0,25$*



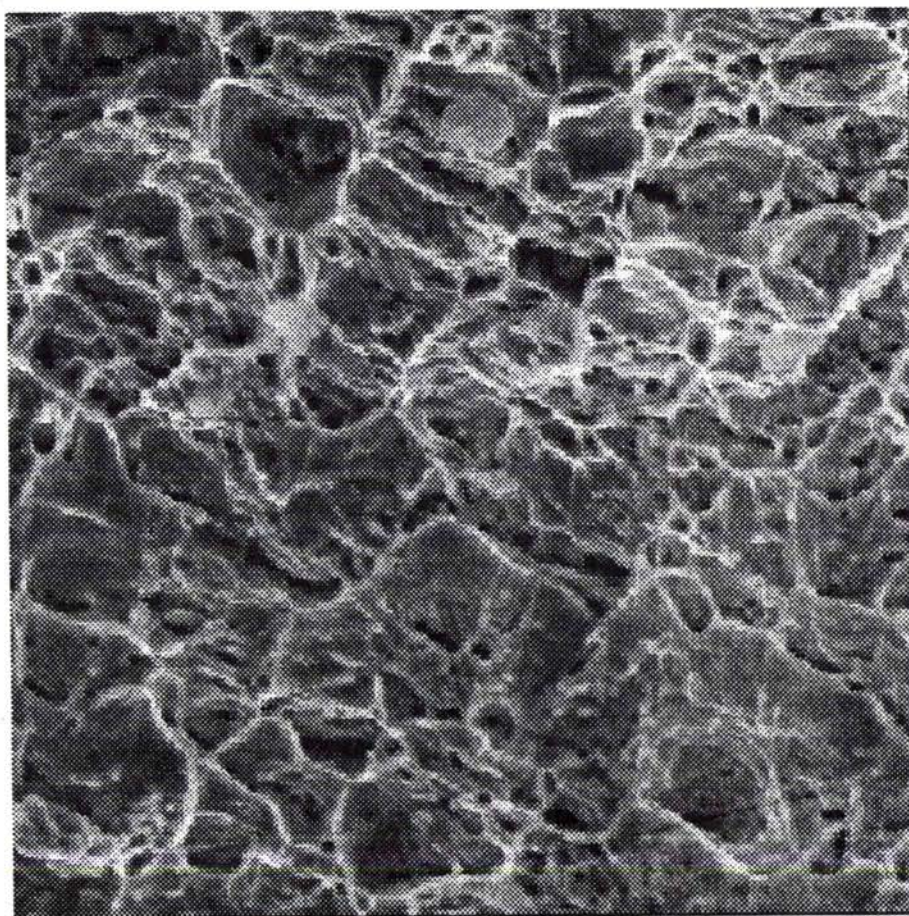
*Photo g*



*Photo h*



*Figure 55 : Faciès de rupture pour un rayon en fond d'entaille  $\rho = 0,8$*



*Photo i*

### III.3. Essais dynamiques

Le dispositif utilisé pour les essais de rupture dynamique en traction uniaxiale est celui réalisé au laboratoire (figure 29).

Pendant les essais, deux grandeurs physiques ont été mesurées :

- la contrainte sur la barre transmettrice par des jauges de déformation,
- l'allongement global de l'éprouvette par l'intermédiaire d'un extensomètre optique.

Les enregistrements sont faits au moyen d'un oscilloscope à mémoire. Les signaux charge/temps et déplacement/temps issus des enregistrements nous ont permis de déterminer l'intensité de la contrainte de rupture ainsi que le déplacement critique des deux lèvres de l'entaille.

La contrainte globale à rupture est prise au maximum du signal relatif à la charge. Le déplacement critique à rupture correspond à l'instant où le signal de charge s'annule (figure 56).

La déformation radiale moyenne au niveau de la section minimale de l'éprouvette à rupture n'a pas pu être mesurée expérimentalement au cours de l'essai dynamique. Ces valeurs peuvent être déduites des mesures effectuées sur d'éprouvettes rompues.

#### III.3.1. Approche globale

A partir d'essais menés jusqu'à la rupture sur d'éprouvettes axisymétriques pour différents rayons d'entaille, nous obtenons les courbes contrainte-allongement globale (figure 56). Les résultats expérimentaux sont reportés dans le tableau 19.

Les résultats d'essais dynamiques permettent d'aboutir aux mêmes caractéristiques que celles obtenues pour les essais statiques :

- la déformation radiale moyenne à rupture diminue lorsque le taux de triaxialité augmente,
  - la contrainte globale et la charge critique à rupture augmentent avec le taux de triaxialité.
-

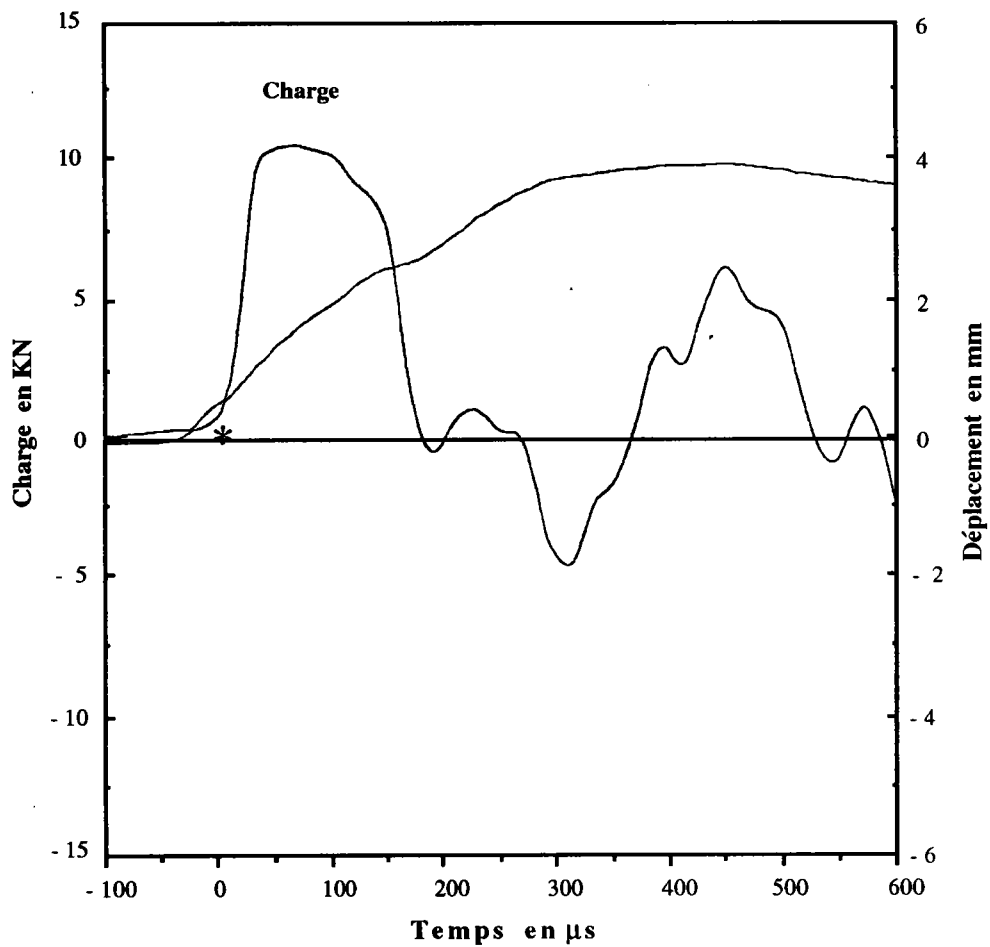


Figure 56 : Exemple de signal Charge-Déplacement/temps

Éprouvette	Nombre d'essai	$P_c$ KN	$\sigma_g^r$ MPa	$\epsilon_r$
AE0,25	15	12,53	443,29	0,269
AE0,5	15	12,45	440,53	0,337
AE0,8	15	12,46	440,69	0,408
AE1,0	15	12,14	429,33	0,452
AE1,2	15	11,79	417,09	0,475

Tableau 19 : Essais de rupture sous sollicitations dynamiques

### III.3.2. Étude des surfaces de rupture

On constate que le comportement ductile du matériau reste le même sous sollicitations dynamiques et statiques.

Les observations microfractographique permettent de mettre en évidence des faciès de rupture par clivage pour les éprouvettes très entaillées AE0,25 et AE0,5 et des faciès de rupture ductile pur pour les grands rayons d'entailles AE0,8, AE1,0 et AE1,2.

Les éprouvettes très entaillées AE0,25 et AE0,5 rompent à partir de l'entaille tandis que les éprouvettes AE0,8, AE1,0, AE1,2 amorcent leur rupture au centre.

### III.4. Influence de la vitesse de chargement

Très peu de travaux existent sur la rupture ductile en dynamique. Ceux existant reprennent les modèles et les critères développés sous sollicitations statiques.

La vitesse de chargement influence les caractéristiques du matériau, c'est-à-dire les lois de comportement et d'endommagement, ainsi que les modes et les critères de rupture.

#### III.4.1. Approche globale

Comme l'indiquent les résultats des tableaux 18 et 19, la contrainte globale critique augmente avec la vitesse de déformation, ces résultats sont en accord qualitatif avec ceux obtenus précédemment sur l'acier XC18 par Dannawi [104] et Descombes [105] sur l'acier 35NCD16. Par contre elle diminue avec la triaxialité des contraintes (figure 57).

Les déformations radiales moyennes au niveau de la section réduite, mesurées expérimentalement au cours de l'essai statique à l'aide de l'extensomètre diamétral sont comparables aux mesures déduites sur d'éprouvettes rompues. Les mesures "post-mortem" sont légèrement supérieures à celles données par l'extensomètre.

L'influence de la vitesse de déformation sur la ductilité des matériaux dépend de leur natures. Descombes [105] sur l'acier Z10ND6 confirme l'augmentation de la

---

déformation radiale avec la vitesse de déformation, donc augmentation de la ductilité. Ameer [106] sur l'acier 30NCD16 montre que la ductilité est indépendante de la vitesse de déformation, par contre Cheval [107] sur l'acier 16MND5 forgé trouve que la ductilité diminue avec la vitesse de déformation.

Comme l'indique les résultats des tableaux 18 et 19 et la figure 58, la ductilité de l'acier XC18 diminue avec la vitesse de déformation et augmente avec le rayon d'entaille. Ces résultats sont en accord avec ceux trouvés sur l'acier 16MND5 [107].

Ces résultats sont bien conformes avec le fait que la ductilité et donc le taux de croissance critiques des cavités ( $\bar{d}/d_0$ ) diminue avec la vitesse de déformation (figure 59).



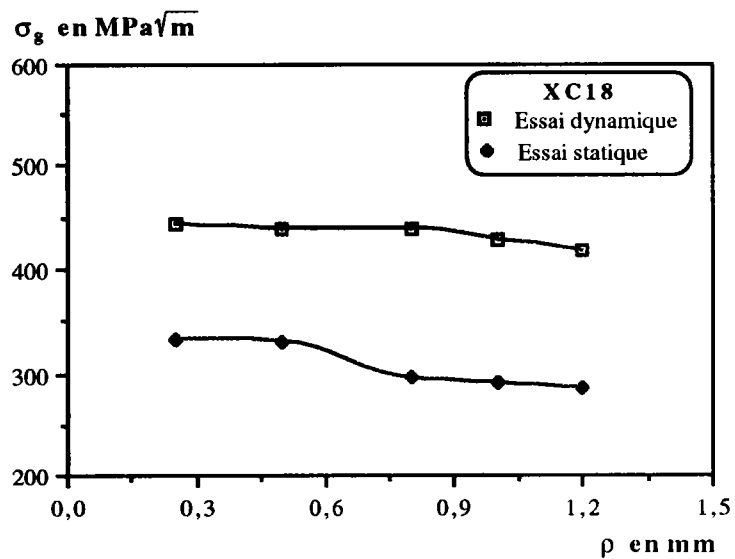


Figure 57 : Contraintes moyennes critiques en fonction du rayon d'entaille et de la vitesse de déformation

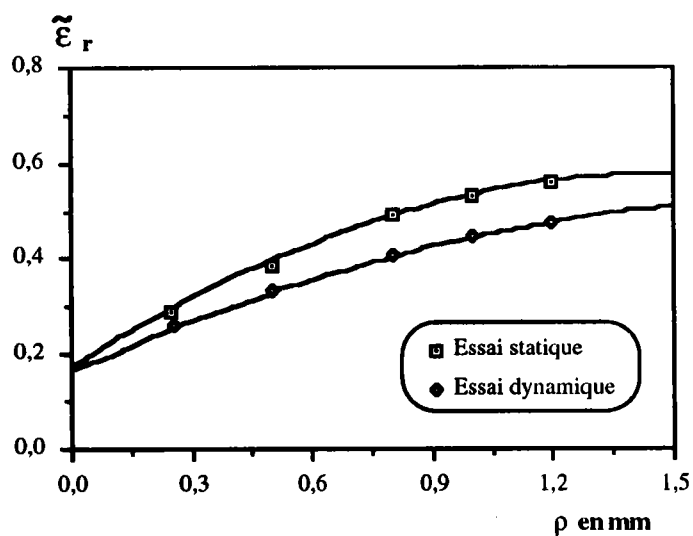
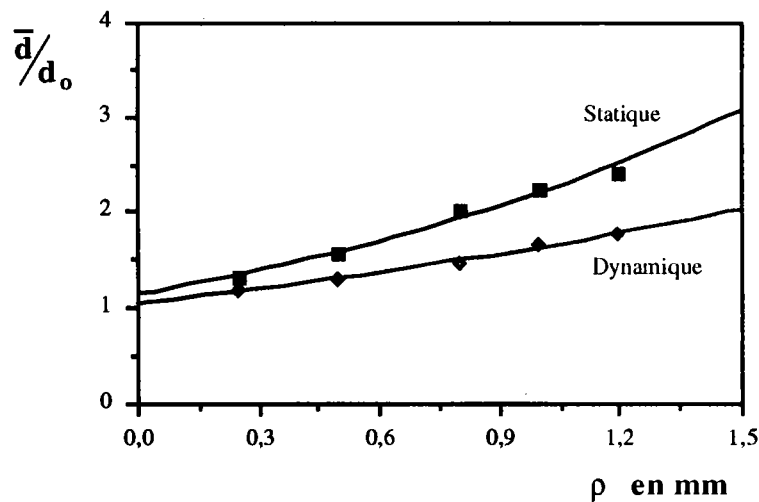


Figure 58 : Déformations plastiques moyennes critiques en fonction du rayon d'entaille et de la vitesse de déformation

### III.4.2. Approche locale

Des mesures de tailles de cupules par la technique d'analyse d'images ont également été réalisés sur des surfaces de rupture. Le détail de la méthode utilisée est exposé par Boulé [63] dans sa thèse.

La figure 59 donne l'évolution du taux de croissance à rupture  $\bar{d}/d_0$  en fonction du rayon d'entaille et de la vitesse de déformation où  $\bar{d}$  est la moyenne arithmétique des aires des cavités de 4 champs de mesures définis statistiquement sur la surface de rupture pour chaque éprouvette et  $d_0$  prise comme le diamètre moyen des inclusions définis précédemment.



**Figure 59 :** Influence du rayon d'entaille et de la vitesse de déformation sur la taille réduite des cavités à rupture

L'analyse d'images a permis de confirmer le caractère ductile du matériau et d'étudier la densité des cavités sur les surfaces de rupture ainsi que les aires moyennes de ces cavités pour les différents rayons.

Le diamètre moyen des cavités à la rupture est de 1,2 à 2,7 fois plus grand que celui

des inclusions. De plus, la taille des cupules est notablement plus importante lorsque le rayon d'entaille augmente.

Le taux de croissance à rupture  $\bar{d}/d_0$  décroît lorsque le taux de triaxialité des contraintes croît. Ces résultats sont en accord avec ceux obtenus par Mudry [33].

On remarque que la taille des cavités est sensible au rayon d'entaille  $\rho$  et à la vitesse de déformation  $\dot{\epsilon}$ . La taille moyenne des cavités est moins importante sous sollicitations dynamique qu'en statique.

### III.5. Dépouillements statistiques :

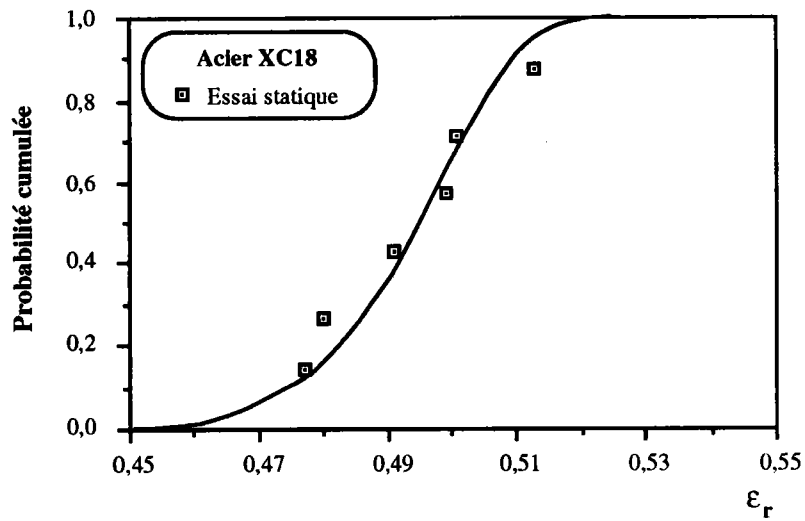
En pratique, pour N essais de traction effectués, les valeurs des déformations à rupture sont classées dans une série croissante :  $\epsilon_{r,1} < \epsilon_{r,2} < \dots < \epsilon_{r,N}$ .

#### III.5.1. Probabilité cumulée

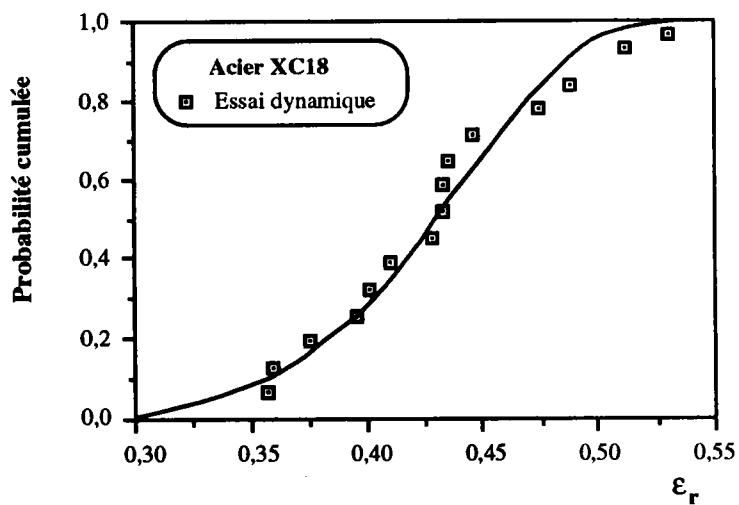
La représentation de l'évolution de la probabilité de rupture en fonction de la déformation radiale critique mesurée sous sollicitations statiques et dynamiques dans le cas de l'acier XC18, est représentée sur les figures 60 et 61 pour les éprouvettes AE0,8.

Nous remarquons sur ces figures la bonne adéquation des courbes théoriques avec les résultats expérimentaux.

---



*Figure 60 : Probabilité cumulée en fonction de la déformation radiale à rupture de l'acier XC18 en statique*



*Figure 61 : Probabilité cumulée en fonction de la déformation radiale à rupture de l'acier XC18 en dynamique*

### III.5.2. Application du modèle de Weibull à deux paramètres aux valeurs de la déformation radiale critique

Dans le cas des mesures de la déformation critique, on peut écrire le modèle de Weibull à deux paramètres sous la forme suivante :

$$P_r(\epsilon_r) = 1 - \exp \left[ - \left[ \frac{\epsilon_r}{\epsilon_{r0}} \right]^{m_w} \right] \quad /102/$$

$P_r$  est la probabilité de rupture,  $\epsilon_r$  la déformation critique radiale,  $\epsilon_{r0}$  le facteur de normalisation et  $m_w$  un paramètre décrivant le degré de dispersion.

La méthode d'estimation des paramètres de la distribution de Weibull utilisée est la méthode des moments.

La méthode est appliquée à l'équation de Weibull (équation /102/), sous la forme :

$$y = \text{Ln Ln} \left( \frac{1}{1 - P_r(\epsilon_r)} \right) = m_w \text{Ln}(\epsilon_r) - m_w \text{Ln}(\epsilon_{r0}) \quad /103/$$

La représentation des données expérimentales par l'équation /103/ nous donne une droite de pente  $m_w$  qui coupe l'axe des abscisses pour la valeur du facteur de normalisation  $\epsilon_{r0}$ .

La représentation graphique de la distribution de Weibull, mesurée sous sollicitations statiques et dynamiques dans le cas de l'acier XC18, est représentée sur les figures 62 et 63 pour les éprouvettes AE0,8.

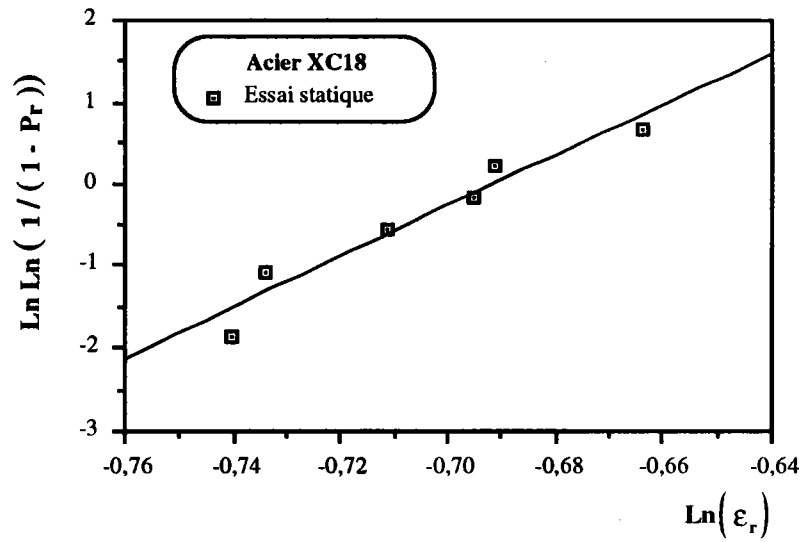


Figure 62 : Diagramme de Weibull pour l'acier XC18, cas statique

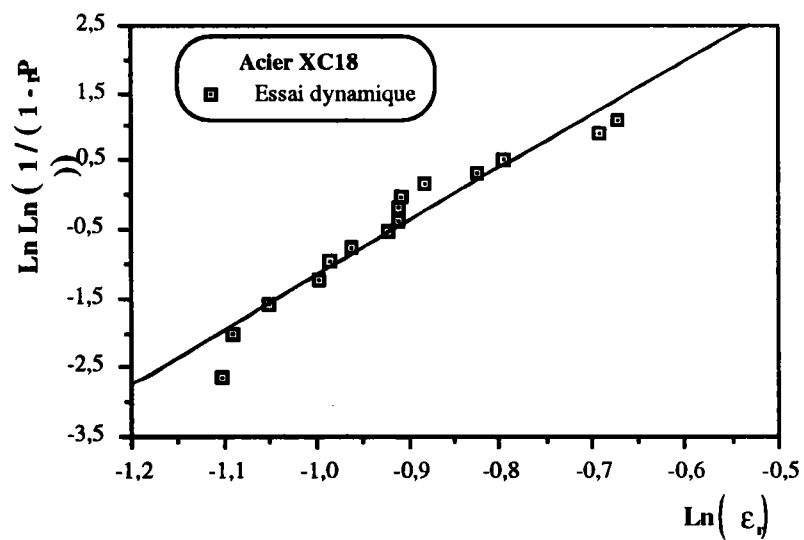


Figure 63 : Diagramme de Weibull pour l'acier XC18, cas dynamique

Le tableau 20 regroupe tous les paramètres de la loi de Weibull de l'acier XC18 dans le cas d'une distribution à deux paramètres.

$\rho$	Sollicitations statiques			Sollicitations dynamiques		
	$\epsilon_r$	$\epsilon_{r0}$	$m_w$	$\epsilon_r$	$\epsilon_{r0}$	$m_w$
0,25	0,289	0,296	22,98	0,269	0,271	7,12
0,5	0,388	0,393	23,79	0,337	0,342	9,11
0,8	0,491	0,501	30,98	0,408	0,420	7,87
1,0	0,532	0,550	32,02	0,452	0,463	8,94
1,2	0,601	0,612	30,81	0,475	0,482	8,78

**Tableau 20:** paramètres de la loi de Weibull de l'acier XC18 pour la distribution à deux paramètres :  $\epsilon_r$ , déformation radiale critique moyenne,  $\epsilon_{r0}$  facteur de normalisation et  $m_w$  le module de Weibull

Du point de vue pratique, les matériaux dont la résistance à la rupture présente le moins de dispersion ont le module de Weibull le plus élevé.

On constate que pour l'acier XC18 le module de Weibull est très important sous sollicitations statique qu'en dynamique. Il diminue lorsque la vitesse de sollicitation augmente et donc la dispersion des résultats s'accroît.

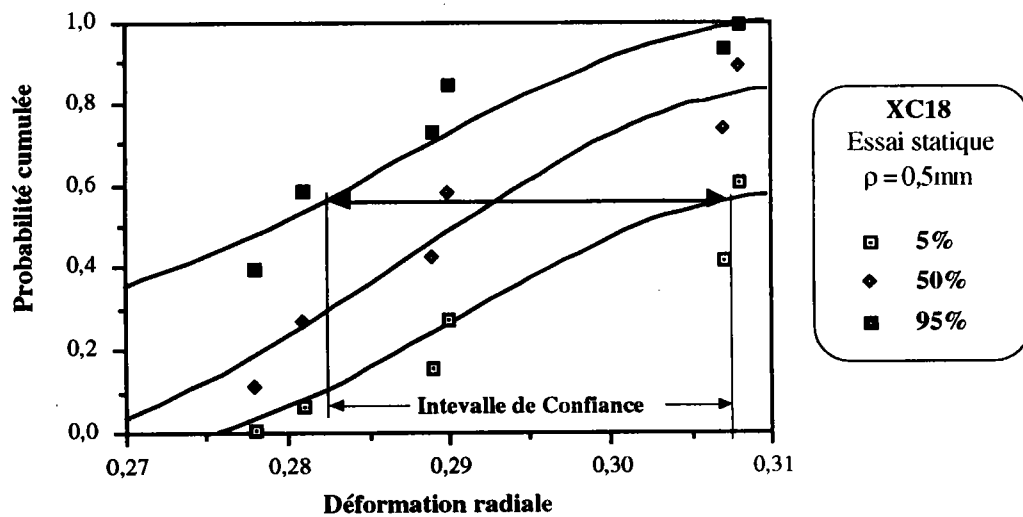
Dans le cas d'essais statiques, le module de Weibull varie avec le rayon d'entaille et on remarque la présence de deux paliers (figure 67) :

- le premier correspond à une surface de rupture fragile pour les deux faibles rayons  $\rho = 0,25$  et  $0,5$  mm,
- le deuxième correspond à une surface de rupture ductile pour les grandes rayons  $\rho = 0,8 - 1,0$  et  $1,2$  mm,

### III.5.3. Intervalle de confiance

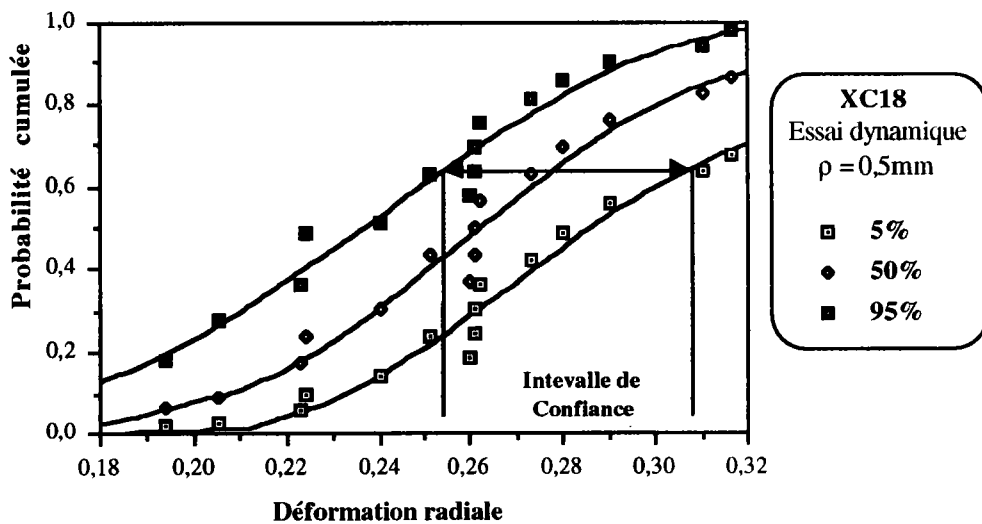
La représentation graphique de l'évolution de la probabilité cumulée en fonction de la déformation radiale critique pour les différents rangs de  $\alpha$  dans les cas statique et dynamique est reportée sur les figures 64 et 65.

Cette représentation est plus pratique car elle permet de calculer l'intervalle de confiance à 90% pour une probabilité donnée.



*Figure 64 : Probabilité cumulée en fonction de la déformation radiale à rupture pour trois rangs de  $\alpha$ , cas statique*





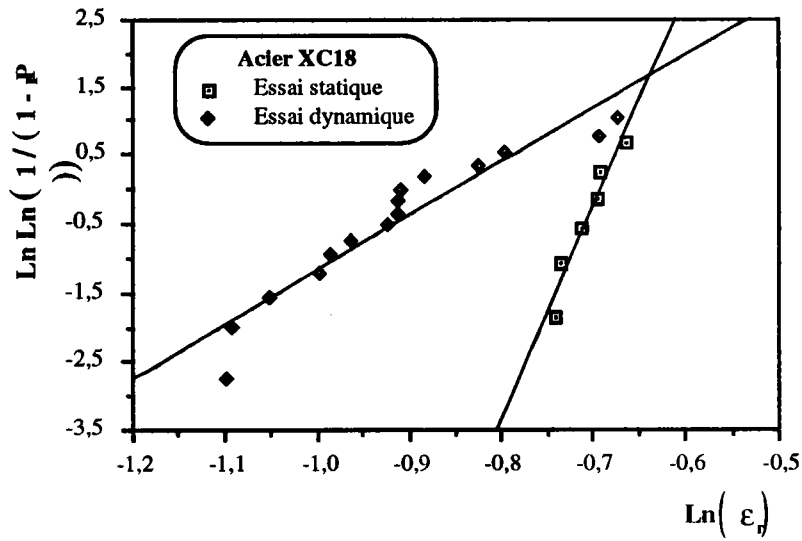
*Figure 65 : Probabilité cumulée en fonction de la déformation radiale à rupture pour les trois rangs de  $\alpha$ , cas dynamique*

#### III.5.4. Influence de la vitesse de déformation

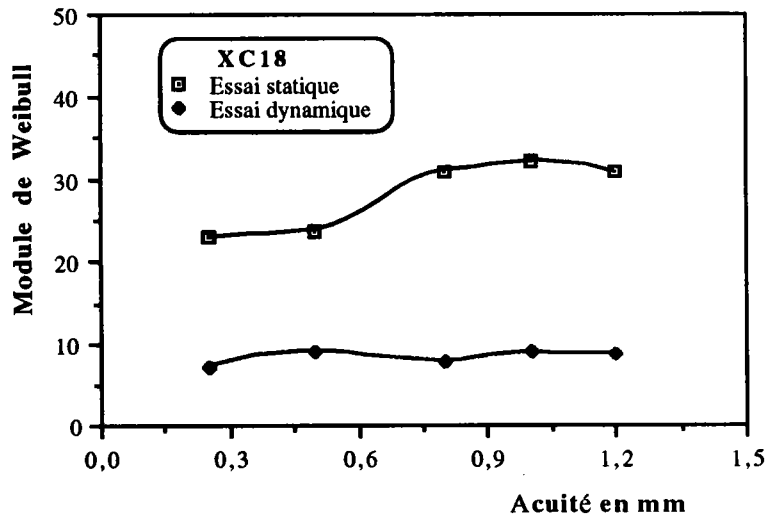
D'une façon générale, le module de Weibull diminue lorsque la vitesse de sollicitation augmente car la dispersion des résultats s'accroît.

La figure 66 donne une représentation graphique de la distribution de Weibull à deux paramètres mesurée sous sollicitations statique et dynamique pour un rayon d'entaille de 0,8 mm. La figure 67 représente l'évolution du module de Weibull en fonction du rayon d'entaille dans les cas statique et dynamique.

Phénoménologiquement, on constate que l'augmentation de la vitesse de déformation conduit à une dispersion plus importante des déformations radiales critiques. Les travaux de Tolba [62] sur des céramiques de blindage montrent bien l'effet de la vitesse de déformation sur les valeurs critiques de la ténacité ; cela se traduit par une diminution du module de Weibull  $m_w$  lorsque l'on augmente la vitesse de sollicitations et donc une augmentation de la dispersion des résultats.



*Figure 66 : Diagramme de Weibull pour la déformation radiale à rupture en statique et dynamique*



*Figure 67 : Évolution de module de Weibull en fonction du rayon d'entaille et de la vitesse de sollicitation*

### III.6. Approche probabiliste de la ténacité $J_{IC}$ des matériaux ductiles basée sur la distribution locale critique de la déformation

La rupture ductile est constituée de trois stades :

- décohésion autour des particules,
- croissance des cavités,
- fissuration par instabilité suivi d'un déchirement du ligament.

C'est le démarrage de cette fissuration qui marque le point de rupture. La ténacité  $J_{IC}$  du matériau est définie en ce point sur la courbe  $J-\Delta a$  où  $J$  représente un paramètre énergétique proportionnel au travail dépensé par unité d'aire du ligament :

$$J = \eta \frac{U}{B b} \quad /104/$$

$\eta$  est le coefficient de proportionnalité,  $U$  le travail dépensé,  $B$  l'épaisseur et  $b$  le ligament.

Cette ténacité  $J_{IC}$  est fonction du taux de croissance des cavités, de la distance interinclusionnaire  $L_i$  et du rayon d'entaille.

Beremin [18,43] et Mudry [33] ont développé une approche locale de la rupture ductile par formation de cavités. Ils ont établi une relation entre  $J_{IC}$ , le taux de croissance critique des cavités ( $R/R_0$ ) et la distance interinclusionnaire  $L_i$  calculée à partir des analyses inclusionnaires par la relation suivante :

$$J_{IC} = \Delta a L_i Re \operatorname{Ln} \left( \frac{R}{R_0} \right) \quad /105/$$

où  $\Delta a$  est une constante qui dépend de la géométrie de l'éprouvette,  $L_i$  une distance caractéristique reliée à des dimensions microstructurales et  $Re$  la limite élastique.

Récemment Firrao [108] a proposé un modèle d'évaluation de la ténacité  $J_{IC}$  à partir de la déformation locale critique en fond d'entaille. La répartition des déformations est reliée à l'intégrale  $J$  à l'aide de l'analyse de Rice et Johnson [109]. Pour un matériau

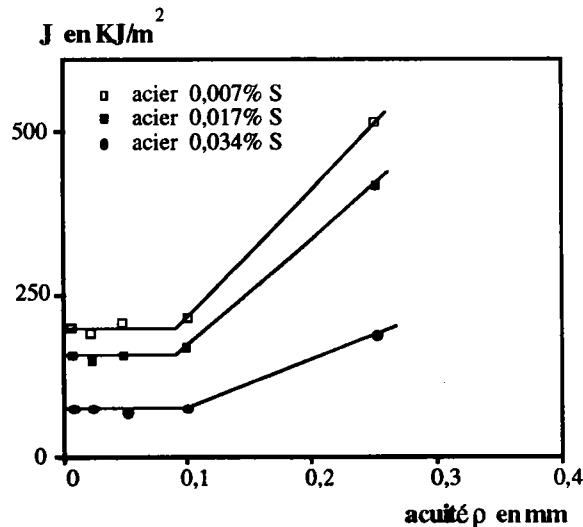
écrouissable la ténacité s'exprime par :

$$J_{IC} = \frac{Re^{(1-n)} \epsilon_l^{c(1+n)} E^n}{F(\Gamma(n))} \rho_c \quad /106/$$

$$\text{avec } F(\Gamma(n)) = \frac{n + 0,5}{n + 1,5} \frac{\Gamma(n + 0,5)}{\Gamma(0,5) \Gamma(n + 1)}$$

où  $Re$  la limite élastique,  $n$  le coefficient d'écrouissage,  $E$  le module d'Young,  $\rho_c$  définie comme la valeur pour laquelle la ténacité  $J_{IC}$  devient indépendante du rayon d'entaille et est constante (figure 68) et  $\Gamma(t)$  est la fonction gamma.

Firrao [108] a étudié la validité de ce critère sur 4 aciers et a remarqué que le rayon critique  $\rho_c$  est du même ordre de grandeur que la distance interinclusionnaire et que la ténacité  $J_{IC}$  est une fonction linéaire du rayon d'entaille comme on peut le remarquer sur la figure 68. Toutefois pour les rayons d'entailles inférieurs au rayon critique  $\rho_c$ , la ténacité reste constante.



**Figure 68 :** Influence du rayon d'entaille sur la ténacité  $J_{IC}$  d'un acier carboné manganèse [108].

Le but de ce travail est d'étudier l'évolution de la ténacité d'un acier en fonction du rayon d'entaille. Nous avons donc privilégié l'utilisation d'éprouvettes entaillées pour la mesure de la ténacité car les éprouvettes fissurées présentent l'inconvénient d'une préparation longue et coûteuse.

En outre pour les matériaux ductiles, l'érousement de la fissure au cours du chargement est de nature à provoquer une redistribution de contraintes proches de celle d'une éprouvette entaillée.

La ténacité est dans notre cas définie par une valeur de la densité locale d'énergie de déformation par unité d'aire rompue. Par extension elle est aussi définie par  $J_{IC}$ .

$$J_{IC} = \frac{dW^*}{dA^*} \quad /107/$$

où  $dW^*$  est la densité d'énergie de déformation sur un élément de volume et  $dA^*$  la surface élémentaire rompu.

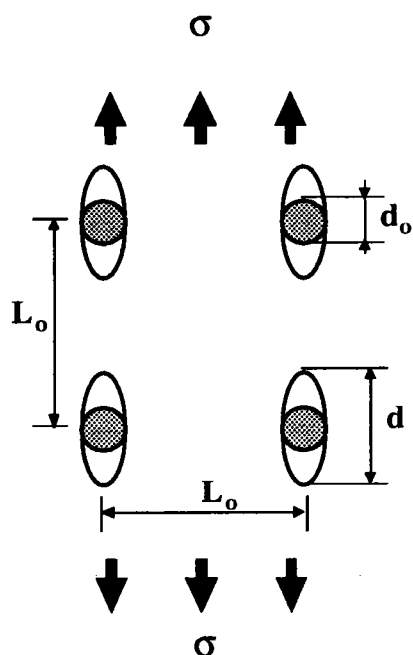
Dans cette approche locale nous avons examiné le comportement à rupture d'un ligament interinclusionnaire et proposé un modèle d'instabilité et de fissuration conduisant à la rupture.

En faisant l'hypothèse que la distance interinclusionnaire et la taille des cavités sont distribués statistiquement, ce modèle permet de prévoir la dispersion des valeurs de ténacité et de comparer les prévisions aux résultats expérimentaux.

### III.6.1. Modèle de ténacité $J_{IC}$

Le modèle proposé est basé sur une distribution régulière des inclusions selon un motif cubique (figure 69), avec  $d_0$  le diamètre initial des inclusions et  $L_i$  la distance interinclusionnaire.

---



*Figure 69 : Schéma de la formation des cavités à partir de particules sphériques, distribuées selon un motif cubique.*

Dans un champ de contraintes uniaxiales, les cavités de forme sphérique à l'état initiale se développent en formes d'ellipsoïdes allongés dans la direction de l'axe du champ de contraintes,  $d$  étant l'axe majeur de ces cavités ellipsoïdales. L'analyse microfractographique de la rupture ductile montre une croissance des cavités exponentielle en fonction de la déformation plastique à la striction, Jalinier [110] propose :

$$d = d_0 \exp[\theta \tilde{\epsilon}] \quad /108/$$

où  $\tilde{\epsilon}$  est la déformation plastique réelle à striction.

A la rupture, la déformation  $\tilde{\epsilon}$  prend une valeur critique  $\tilde{\epsilon}_r$ . A partir du moment où la déformation locale  $\tilde{\epsilon}$  est égale à  $\tilde{\epsilon}_r$  sur la frontière matrice-inclusion, le déchirement du matériau se propage dans le ligament interinclusionnaire. L'instabilité commence à  $\tilde{\epsilon}_n$  et le déchirement à  $\tilde{\epsilon}_r$  comme on peut le constater sur la courbe caractéristique réelle de comportement du matériau (figure 70).

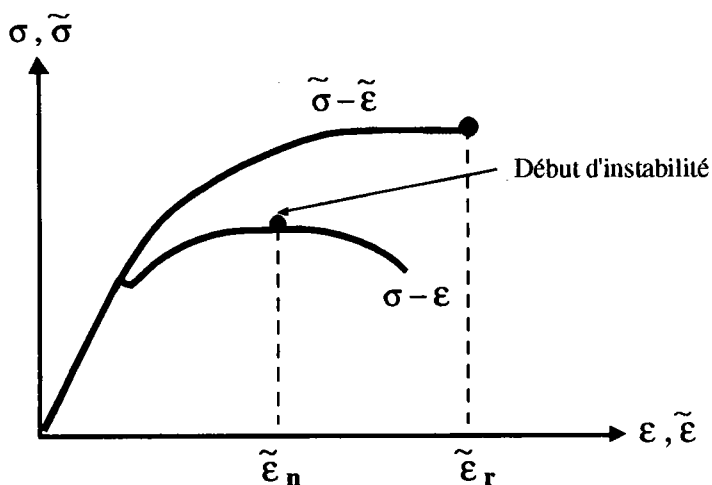


Figure 70 : courbes de traction (contrainte-déformation) : rationnelle et conventionnelle

Les travaux de Mesmacque [111] montre que la distribution des déformations en présence d'inclusion décroît lorsqu'on s'éloigne de l'inclusion (figure 71). A une distance X de l'inclusion, la distribution des déformations peut se mettre sous la forme :

$$\tilde{\epsilon} = \frac{\tilde{\epsilon}_{\max}}{1 + AX} \tag{109}$$

où A est une constante du matériau.

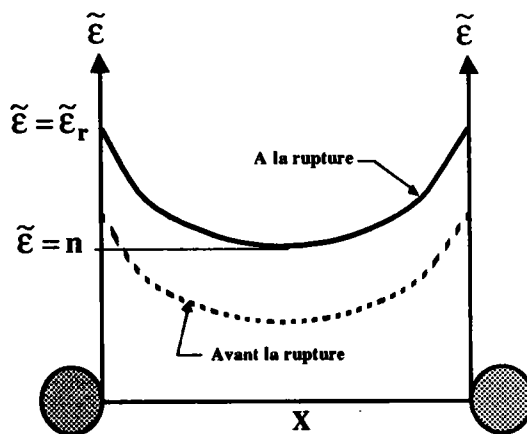


Figure 71 : Distribution critique des déformations au voisinage des inclusions

A la rupture l'équation /109/ devient :

$$\tilde{\varepsilon} = \frac{\tilde{\varepsilon}_r}{1 + AX} \quad /110/$$

La déformation plastique à la rupture  $\tilde{\varepsilon}_r$  est donnée par la solution de Bridgman [110] à partir de la striction par :

$$\tilde{\varepsilon}_r = 2 \operatorname{Ln} \left( \frac{\varnothing_o}{\varnothing_r} \right) \quad /111/$$

$\varnothing_o$  et  $\varnothing_r$  sont respectivement le diamètre initial et final de la partie utile de l'éprouvette de traction.

En faisant les hypothèses suivantes pour les cavités critiques :

- la position médiane de la distance interinclusionnaire X est égale à  $L_i/2$ ,
- la déformation plastique à la rupture s'approche de la valeur limite qui marque le début de l'écoulement plastique instable, c'est-à-dire  $\tilde{\varepsilon} = \beta n$ , où  $\beta$  est le coefficient de correction de triaxialité et n le coefficient d'écrouissage du matériau,
- le matériau suit la loi d'écrouissage de Ludwick donnée par :

$$\tilde{\sigma} = K \tilde{\varepsilon}^n \quad /112/$$

où K et n sont du constante du matériau.

l'équation /109/ devient :

$$\beta n = \frac{\tilde{\varepsilon}_r}{1 + A \left( \frac{L_o}{2} \right)} \quad /113/$$

$$\text{donc } A = \frac{2}{L_o} \left( \frac{\tilde{\varepsilon}_r}{\beta n} - 1 \right)$$



La distribution de la déformation à la rupture sur le ligament en tenant compte de l'équation /113/ s'écrit :

$$\tilde{\epsilon} = \frac{\tilde{\epsilon}_r}{1 + \frac{2}{L_0} \left( \frac{\tilde{\epsilon}_r}{\beta n} - 1 \right) X} \quad /114/$$

En vue d'évaluer l'énergie de déformation, on détermine la déformation moyenne  $\tilde{\epsilon}_{\text{moy}}$  sur le ligament interinclusionnaire par l'intégration de l'équation /114/ :

$$\tilde{\epsilon}_{\text{moy}} = \frac{2}{L_0} \int_0^{\frac{L_0}{2}} \tilde{\epsilon} dx = \frac{\beta n \tilde{\epsilon}_r}{\tilde{\epsilon}_r - \beta n} \text{Ln} \left[ \frac{\tilde{\epsilon}_r}{\beta n} \right] \quad /115/$$

L'énergie de déformation dissipée dans un volume interinclusionnaire élémentaire  $V = L_1^3$  s'écrit en tenant compte de l'équation /115/ sous la forme suivante :

$$(\delta W^*)_r = \int_0^{\tilde{\epsilon}_{\text{moy}}} \int_V \tilde{\sigma} d\tilde{\epsilon} dV \quad /116/$$

d'après les équations /112/ et /113/ l'énergie de déformation dissipée sera :

$$(\delta W^*)_r = \frac{K L^3}{n+1} \left[ \frac{\beta n \tilde{\epsilon}_r}{\tilde{\epsilon}_r - \beta n} \text{Ln} \left[ \frac{\tilde{\epsilon}_r}{\beta n} \right] \right]^{n+1} \quad /117/$$

A l'énergie de déformation  $(\delta W)_r$  dissipée dans le volume élémentaire cubique dont les coins sont matérialisée par des inclusions correspond l'accroissement des cavités associées à chaque inclusion jusqu'à la rupture, l'accroissement de surface correspondant est :

$$(\delta A^*)_r \approx \pi d_o d_r \quad /118/$$

où  $d_r$  est la longueur de grand axe supérieur du volume ellipsoïdal à la rupture.

D'après l'équation /108/ et en utilisant les mêmes approximations associées à l'équation /117/, l'équation /118/ devient :

$$(\delta A^*)_r = \pi d_o^2 \exp[\theta \tilde{\epsilon}_r] \quad /119/$$

On détermine le rapport  $(\delta W^*)_r / (\delta A^*)_r$  qui a la signification d'une énergie de déformation dissipée par unité de surface ainsi formée par la croissance des cavités. Cette grandeur peut être interprétée comme une grandeur de la même nature que le paramètre énergétique J associé à la rupture. On peut ainsi l'expliciter sous la forme suivante :

$$J = \frac{\delta W^*}{\delta A^*} \quad /120/$$

A la rupture, J prend la valeur critique  $J_{IC}$  ou ténacité.

L'expression de la ténacité  $J_{IC}$  en fonction des paramètres intrinsèque du matériau  $d_o$  et  $L_i$ , du paramètre de croissance des cavités  $\theta$  et des paramètres globaux  $n$ ,  $\beta$ , K et  $\tilde{\epsilon}_r$ , est donnée par l'équation /96/ :

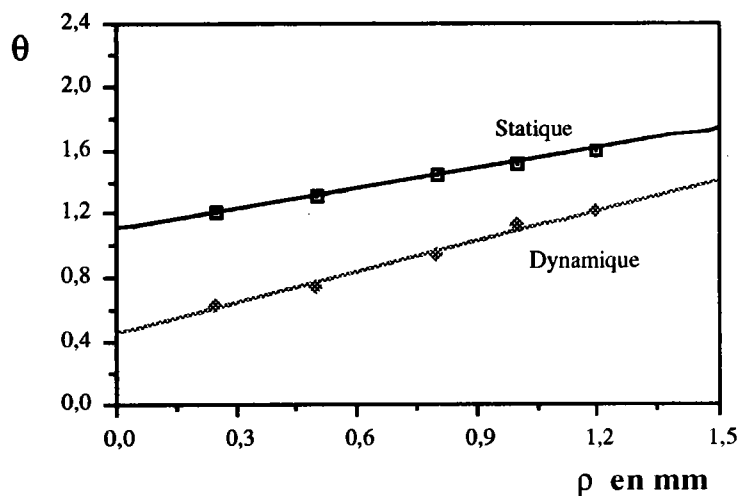
$$J_{IC} = \frac{K d_o}{\pi (n+1)} \left[ \frac{\beta n \tilde{\epsilon}_r \text{Ln} \left[ \frac{\tilde{\epsilon}_r}{\beta n} \right]}{\tilde{\epsilon}_r - \beta n} \right]^{n+1} \text{Exp} \left[ -\theta \tilde{\epsilon}_r \right] \left( \frac{L_o}{d_o} \right)^3 \quad /121/$$

### III.6.2. Application à l'acier XC18

A partir de l'hypothèse de la loi de croissance des cavités donnée par l'équation /108/, on peut déduire le paramètre  $\theta$  par la relation suivante :

$$\theta = \frac{\text{Ln} \left( \frac{d}{d_o} \right)}{\tilde{\epsilon}_r} \quad /122/$$

L'évolution du paramètre  $\theta$  en fonction du rayon d'entaille est représenté sur la figure 72.



*Figure 72 : Influence du rayon d'entaille et de la vitesse de déformation sur le paramètre  $\theta$*

On remarque que le paramètre  $\theta$  varie linéairement avec le rayon d'entaille et qu'il est plus important sous sollicitation statique que dynamique. Par extrapolation on peut prédire la valeur de  $\theta$  dans le cas d'une fissure ( $\rho = 0$ ),  $\theta = 1,104$  dans le cas de chargement statique et  $\theta = 0,449$  dans le cas de chargement dynamique.

En reportant sur la figure 73 l'évolution des ténacités  $J_{IC}$  dynamique et statique en fonction du rayon d'entaille, on remarque une augmentation de la ténacité  $J$  jusqu'à une valeur de  $\rho$  égale à 0,8 suivi d'une stabilisation.

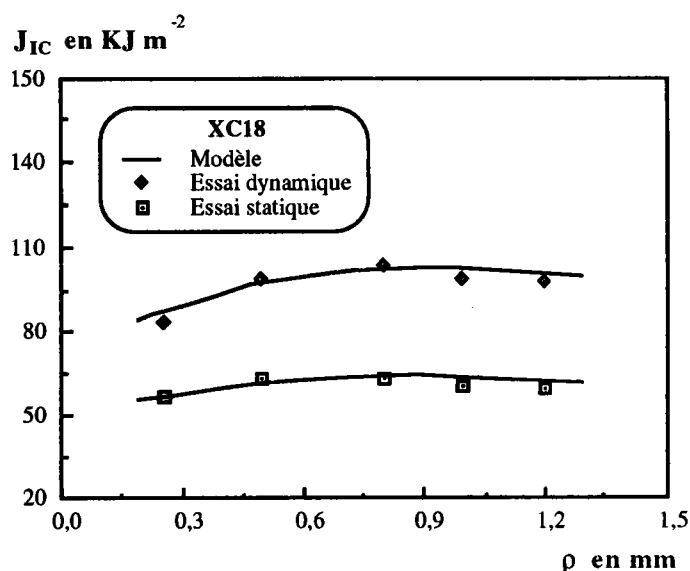


Figure 73 : Évolution de  $J_{IC}$  avec le rayon d'entaille en statique et dynamique

Par extrapolation des courbes de la ténacité, on peut prédire la ténacité pour une fissure ( $\rho = 0$ ), qui est de l'ordre de  $52,55 \text{ KJ m}^{-2}$  dans le cas statique et de  $68,89 \text{ KJ m}^{-2}$  dans le cas dynamique.

### III.6.3. Approche probabiliste

La méthode de simulation des résultats d'essais aléatoires utilisée est la méthode de Monté-Carlo. Elle repose sur la modélisation de lois de variables aléatoires, connaissant d'une part les grandeurs locales comme les dimensions des inclusions  $d_0$ , la distance interinclusionnaire  $L_i$  et le paramètre  $\theta$  et d'autre part les paramètres globaux qui définissent les processus de la déformation plastique  $n$ ,  $K$  et  $\tilde{\epsilon}_r$ . Ces paramètres sont déterminée par un essai classique de traction avec d'éprouvettes lisses, on peut engendrer une suite finie de nombres aléatoires répartis selon une loi normale.

La figure 74 représente l'évolution de la probabilité cumulée en fonction de la ténacité  $J_{IC}$  sous sollicitations statique et dynamique. On remarque :

- une bonne adéquation entre les valeurs simulées par la méthode de Monté-

- Carlo et les résultats expérimentaux,  
 - une dispersion plus prononcée en dynamique qu'en statique.

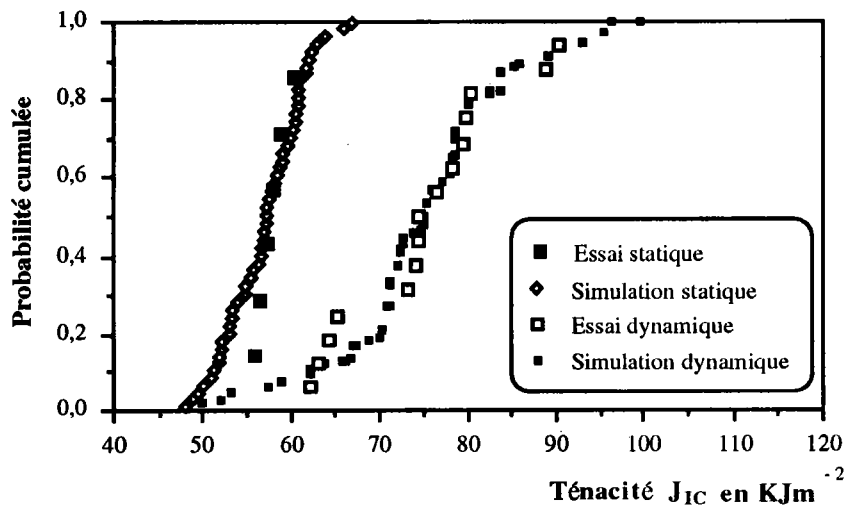


Figure 74 : Probabilité cumulée en fonction de la ténacité  $J_{IC}$  critique

Nous avons proposé une nouvelle définition de la ténacité  $J_{IC}$  à partir d'un critère de densité surfacique d'énergie de déformation locale. La valeur critique critère est déterminée d'une part par des grandeurs à signification locale, comme  $d_0$ ,  $L_i$  et  $\theta$  et d'autre part par des paramètres globaux qui définissent les processus de la déformation plastique  $n$ ,  $\beta$ ,  $K$  et  $\epsilon_r$ .

La forme finale du critère illustré par l'équation /121/ résulte d'une grande simplification car les dimensions des inclusions  $d_0$  et la distance interinclusionnaire  $L_i$  sont des grandeurs à fort variabilité statistique.

#### IV. CONCLUSION

Les essais réalisés sur deux matériaux fragiles (le verre Float et l'alliage de Molybdène TZM) et un matériau ductile (l'acier XC18) nous ont permis de conclure que pour :

### **Verre float**

Ce matériau montre un accroissement de la ténacité moyenne avec le rayon d'entaille et la vitesse de déformations. Sous sollicitation dynamique, il présente une très grande dispersion des valeurs de la résistance à la rupture mesurée, donc un module de Weibull très faible variant entre 1,11 et 2,20.

Le fait que la rupture d'éprouvettes soit provoquée par les microfissures implique que leur résistance à la rupture est de nature aléatoire. Ceci explique la dispersion des résultats observés et prouve que la résistance est d'une certaine manière liée au volume ou à la surface de l'éprouvette considérée et la probabilité de trouver un défaut critique.

Nous avons proposé un modèle statistique qui permet de déterminer le nombre de fissures volumiques impliqué dans le mécanisme de la rupture, on a remarqué que ce nombre diminue avec le rayon d'entaille, mais augmente avec la contrainte de flexion à la rupture.

### **Alliage de molybdène TZM**

L'alliage TZM, matériau fragile sous sollicitation dynamique à température ambiante, présente peu de dispersion des résultats de ténacité et ce pour divers rayons d'entailles étudiés.

Les mécanismes de rupture qui se révèlent par l'étude microfractographique sont de nature fragile et offrent une explication cohérente de la faible influence du rayon à fond d'entaille sur la résistance globale à la rupture mesurée à l'aide du disque Brésilien. L'influence du rayon d'entaille sur la ténacité est faible car la progression de la fissure est symétrique aussi bien du côté "impact" que du côté "barre transmettrice".

### **Acier XC18**

Les résultats expérimentaux de ce matériau ont montré que la ductilité diminue avec la vitesse de déformation et augmente avec le rayon d'entaille. Ces résultats sont bien conformes avec le fait que la ductilité et donc le taux de croissance critiques des cavités

---

---

$(\bar{d}/d_0)$  diminue avec la vitesse de déformation.

l'augmentation de la vitesse de déformation conduit à une dispersion plus importante des déformations radiales critiques ; cela se traduit par une diminution du module de Weibull  $m_w$  lorsque l'on augmente la vitesse de sollicitations et donc une augmentation de la dispersion des résultats.

Nous avons proposé un modèle de ténacité  $J_{IC}$  à partir d'un critère de densité surfacique d'énergie de déformation locale. La valeur critique est déterminée d'une part par des grandeurs à signification locale et d'autre part par des paramètres globaux.

---



**CONCLUSION**





## CONCLUSION GÉNÉRALE

Au cours de ce travail, nous avons procédé à l'examen des mécanismes de rupture initié à partir d'entaille sous sollicitations statiques et dynamiques.

Deux types de ruptures ont été examinés :

- la rupture fragile sur un verre float et un alliage de molybdène TZM,
- la rupture ductile sur un acier XC18.

Notre travail a montré l'intérêt d'utiliser des éprouvettes entaillées préférentiellement aux éprouvettes fissurées et le bien fondé d'une approche en terme de facteur d'intensité de contraintes d'entailles.

Il a été constaté que les mécanismes de rupture sont identiques sous chargement statique et dynamique.

Toutefois, nous avons remarqué une augmentation de la dispersion des résultats que ce soit en rupture fragile ou en rupture ductile. Ces résultats confirment des observations similaires faites sur d'autres matériaux [53,57,60,62,65].

Cette augmentation de la dispersion tire son explication de la multiactivation des défauts.

Nous avons particulièrement mis en évidence ce point en rupture ductile par observation du nombre de cupules par unité de surface.

Nous avons développé pour traiter ce problème une approche microstatistique.

Deux possibilités de départs sont possibles :

- le nombre de défauts activés est inconnu et un modèle microstatistique permet d'en connaître le nombre par unité de volume à partir des résultats phénoménologique,
  - le nombre de défauts activés est obtenu expérimentalement et la modélisation microstatistique permet de prévoir les résultats phénoménologique, approche que nous avons suivi dans le cas de la rupture ductile d'un acier.
-

Ces deux approches bien qu'encore rudimentaire nous ont donné des résultats prometteurs.

Pour l'avenir deux points devraient focaliser les recherches dans ce domaine :

- la possibilité pour des matériaux très fragiles comme le verre d'activer à grande vitesse de déformations des petits défauts sans activer les grands défauts remettant en cause le principe fondamental de la mécanique de la rupture.
  - la prise en compte de façon microstatistique de tout les éléments de variabilité du matériau dans le modèle proposé.
-

---

## RÉFÉRENCES BIBLIOGRAPHIQUES

---

## RÉFÉRENCES

- [1] **J.W. Craggs**, *J. Mech. Phys. Solids*, Vol. 8, p. 66, (1951).
  - [2] **J.R. Low**, "Relation properties to microstructures". Conf. A.S.M., Cleveland, p. 163, (1953).
  - [3] **J.R. Griffith**, *Phil. Trans. Roy. Soc. A.*, pp. 163-198, (1921).
  - [4] **E. Orowan**, *E. Rep. Prog. Phys.*, Vol. 12, pp. 185-232, (1948).
  - [5] **J.F. Knott**, "Some effects of hydrostatic tension on the fracture behaviour of mild steel". *J. Iron Steel Inst.*, Vol. 204, p. 104, (1966).
  - [6] **T. R. Wilshaw, C. A. Rau and A. S. Tetelman**, *Eng. Fract. Mech.*, Vol. 1, pp. 191-211, (1968).
  - [7] **N. J. Petch**, *J. Iron Steel Inst.*, Vol. 174, pp. 25-28, (1953).
  - [8] **E. Smith**, *Proc. Conf. Physical Basics of yield and fracture*, Inst. Phys. Soc. Oxford, p. 591, (1966).
  - [9] **R. O. Ritchie, J. F. Knott and J. R. Rice**, "On the relationship between critical tensile stress and fracture toughness in mild steel". *J. Mech. Phys. Solids* 21, pp. 395-410, (1973).
  - [10] **J. M. Barson and S. T. Rolf**, "Effect of temperature and loading rate on  $K_{IC}$  and  $K_{Id}$ ". *Fracture and Fatigue control in structures*, Ed. Prentice Hall, pp. 107-139.
  - [11] **M. Tvrdy, V. Koula, L. Hyspeczka and K. Mazanec**, "A mechanical metallurgy concept of dynamic fracture toughness". *Int. Conf. Czechoslovakia - Valtice*, pp. 199-205, June (1983).
  - [12] **V. Garnier**, "Étude de la ténacité et comportement de 4 aciers sous différents conditions de température et de vitesse de déformation". Thèse de docteur ingénieur, L.F.M., Université de Metz, (1984).
  - [13] **G. Pluinage and Z. Azari**, "Principal aspects of brittle fracture under dynamic loading". *Proceedings of the 2nd Intern. Symp. on intense dyn. loading and its effects*, China, June (1992).
  - [14] **A. J. Yaroschvich and V. A. Rykina**, *Soviet. Physics Solids Stat*, vol. 12, pp. 5-11, (1977).
  - [15] **G. Pluinage, A. J. Krasowsky and V. W. Krassiko**, "Influence de divers paramètres mécaniques et métallurgiques sur la ténacité dynamique d'aciers pour gazoducs". *Mém. et Etudes Scie. Revue de Métallurgie*, pp. 137-152, Mars (1992).
  - [16] **A. W. Thomason and J. C. Williams**, *Fracture ICF* 42, pp. 343-348, (1977).
-

- 
- [17] **A. S. Argon, J. Im and Safogly**, Metallurgical Transactions, vol. 61, pp. 25-34, (1975).
- [18] **F. M. Beremin**, "Experimental and numerical study of the different stages in ductile rupture". Nemat-Nasser, Editor, North-Holland Publishing Company, pp. 185-205, (1981).
- [19] **A. S. Argon and J. Im**, "Separation of inclusions in spheroidized 1045 steel, Cu-0,6% Cr Alloy and maraging steel in plastic straining". Metallurgical Transactions, vol. 6A, p. 839, (1975).
- [20] **J. Gurland and J. Plateau**, Trans. ASM. vol. 56, p. 442, (1963).
- [21] **R. Tanaka, T. Mori and T. Nakamma**, Phil. Mag. vol. 21, p. 267, (1970).
- [22] **F. A. Mc Clintock**, "A criterion for ductile fracture by the growth of holes". Journal of Applied Mechanics, pp.363-368, (1968).
- [23] **S. H. Goods and L. M. Brown**, "The nucleation of cavities by plastic deformation", Acta Metall., vol. 27, pp. 1, (1979).
- [24] **S. Han, H. Margolin**, "Void formation, void growth and tensile fracture of plain carbon steel and a dual-phase steel". Materials Science and Engineering, A112.
- [25] **L. Seaman, D. Curran and D. Shockey**, "Computational models for ductile and brittle fracture". Journal of applied Physics, vol. 47, n° 11, (1978).
- [26] **C. A. Berg**, "The motion of cracks in plane viscous deformation". Proc. 4th U. S. Nat. Cong. Appl. Mech., Berkeley C.A., R. M. Rosenberg, Am. Soc. Metals, pp. 885-892, (1962).
- [27] **F. A. Mc Clintock**, "Plasticity aspects of fracture". Fracture, H. Liebowitz, vol. 3, p. 106, Academic Press, New York, (1970).
- [28] **J. R. Rice and D. M. Tracey**, "On ductile enlargement of voids in triaxial stress fields". J. Mech. Phys. Solids, vol. 17, pp. 201-217, (1969).
- [29] **D. M. Tracey**, Eng. Fracture Mech., vol. 3, pp. 301-315, (1971).
- [30] **B. Bilby, J. D. Eshelby and A. K. Kundu**, Tectonophysics, vol. 28, pp. 265-274, (1975).
- [31] **B. Bilby and M. L. Kolduszewski**, Proc. R. Soc. Lond., vol. A355, pp. 335-353, (1977).
- [32] **E. B. Glennie**, "The dynamic growth of a void on a plastic material". Jou. Mech. Phys. Solds, vol. 20, pp. 415-429, (1972).
- [33] **F. Mudry**, "Etude de la rupture ductile et de la rupture fragile d'aciers faiblement alliés". Thèse d'État, Université de Technologie de Compiègne (1982).
-

- 
- [34] **W. Hua Tai**, "Plastic damage and ductile fracture in mild steels". Eng. Fract. Mech., vol. 37, n°4. pp. 853-880, (1990).
  - [35] **H. Klöcker and F. Montheillet**, "Influence of flow rule and inertia on void growth in rate sensitive material". Dymat 91, C3, pp. 733, (1991).
  - [36] **C. Dumont and C. Levailant**, "Croissance de cavités dans des matériaux à matrice ductile", 6 Journée Nationale Dymat, p. 2, (1990).
  - [37] **B. Marini**, "Croissance des cavités en plasticité, rupture sous chargement non radiaux et en mode mixte", Thèse de docteur Ingénieur, École Nationale Supérieure des Mines de Paris, (1984).
  - [38] **P. F. Thomason**, "A theory for ductile by internal necking of cavitis". Jour.Inst. of Metals n° 96, pp. 360-365, (1968).
  - [39] **T. B. Cox and J. R. Low**, Trans. ASM, vol. 56, pp. 442, (1966).
  - [40] **T. B. Cox and J. R. Plateau**, Metal. Trans., vol. 56, p. 1457-1470, (1974).
  - [41] **J. W. Hancock and A. C. Mackenzi**, Journal of Mechanics Physics Solids, n° 24, pp. 147-169, (1976).
  - [42] **A. Dhiab, G. Mesmaque and G. Pluinage**, "Définition d'un critère de rupture ductile en compression". Revue Matériaux Electrique, pp. 266-279, (1979).
  - [43] **F. M. Beremin**, Proc. Int. Conf. Fracture, n° 5, Cannes, p. 809, (1980).
  - [44] **Mc Clintock**, "Models of spall fracture by holes growth". Metallurgical effects at high strain rates, ed Rohdeetal, (1973).
  - [45] **H. Klöcker**, "Analyse théorique de la croissance d'une cavité dans un matériau viscoplastique". Thèse, École Nationale Supérieure des Mines de Paris, (1991).
  - [46] **I. Milne and G. G. Chell**, "Effect of size on the J fracture criterion". Elastic-Plastic Fracture, ASTM, STP 668, pp. 358-377, (1979).
  - [47] **K. P. George**, "Statistical theory of size effects on material strength. A review". New Delhi INDIA Advances in Fract. research, 5, 2549-2556, (1984).
  - [48] **K. Wallin**, "The size effect in  $K_{IC}$  results". Eng. Fract. Mechanics Vol. 22, N°11, pp. 149-163, (1985).
  - [49] **W. J. Weibull**, "Proc. Ing. Vetenskapsakad Akad. 151, (1939).
  - [50] **W.J. Weibull**, "A statistical Distribution Function of wide Applicability". Journal. Appl. Mech., 18 pp. 293-297, (1951).
  - [51] **D.J. Neville**, "A new statistical distribution fuction for fracture toughness". Proc. R. Soc. Lond. A 410, pp. 421-442, (1987).
-

- 
- [52] **D.J. Neville**, "Statistical analysis of Fracture Toughness data". Eng. Fract. Mech., Vol. 27, N° 2, pp. 143-155, (1987).
- [53] **A.S. Jayatilaka and Trustrun**, "Statistical Approach to brittle Fracture". Journal of Materials Sciences, 12, pp. 1426-1430, (1977).
- [54] **K. Wallin**, "The scatter in  $K_{IC}$  Results". Eng. Fract. Mech., Vol. 9, N°6, pp. 1085-1093, (1984).
- [55] **K. Wallin, T. Saaris and K. Törrönen**, "A statistical model for carbide induced brittle fracture in steel". Metal Sciences, 18 Juin (1984).
- [56] **K. Wallin, T. Saario and K. Törrönen**, "On the microstructural basis of cleavage fracture initiation in ferritic and bainitic steels" Eng. Mat. & Tech., (1984).
- [57] **B. Tolba, X. Zhang et G. Pluinage**, "Nouvelle approche statistique de la ténacité". Journal de Physique, Colloque C3, Tome 49, pp. 245-252, (1988).
- [58] **Q. Ding and C. Qigong**, "On the cleavage fracture criterion based on statistical model". Proceeding of ICF international Symposium on fracture Mechanics (Beijing), pp. 982-989, (1983).
- [59] **S. B. Batdorf**, "Fracture statistics of brittle materials with intergranular cracks". Nuclear Engineering and Design 35, pp. 349-360, (1975).
- [60] **J.C. Glandus**, Thèse es sciences physiques, Université de Limoges, (1981).
- [61] **P. Stanley, H. Fessler and A. D. Siwill**, "An engineering approche to the prediction of faillure of probability of brittle components". Proc. Brit. Cer. Soc., 22, p. 453, (1973).
- [62] **B. Tolba**, "Approche statistique de la ténacité sous sollicitation dynamique -application aux matériaux céramiques et métalliques". Thèse de l'I N P L, (1988).
- [63] **P. Boulé**, "Contribution de la fractographie quantitative à l'étude de la rupture dynamique". Thèse de l'Université de Metz, L. F. M., (1988).
- [64] **S. B. Batdorf**, "Fundamentals of statistical theory of fracture". Fracture Mechanics of ceramics Plebum Press, (1978).
- [65] **G. Pluinage**, "Approche statistique de la ténacité sous sollicitation dynamique". 4ème Journée Nationale Dymat, Metz, (1987).
- [66] **A.A. Griffith**, Proc. First Intern. Congr. Appl. Mechanics Delft. (London), p. 55, (1924).
- [67] **C. E. Inglis**, Trans. Inst. Naval Architects, (London), 55, 219, (1913).
- [68] **J. Hopkinson**, "A method of mesuring the pressure in the deformation of high explosives by the impact of bullets". Phil. Trans. Roy. Soc. London, series A, Vol. 213, pp. 437-452, (1914).
-

- [69] **G. Yagawa et Yoshimura**, "On the dynamic fracture toughness and crack tip strain behavior of nuclear pressure vessel steel : Application of electromagnetic force". Nucl. Engrg. Des. 97, pp. 195-209, North-Holland, Amsterdam, (1986).
- [70] **R. Mines and C. Ruiz**, "The dynamic behaviour of the instrumented Charpy test". Journal de physique, C5, Tome 46, pp. 187-196, (1985).
- [71] **S. Sahraoui et J. L. Lataillade**, "Numerical investigation of dynamic effects during instrumented impact testing". AMSE Int. Con. "Signals and Systems", September 18-20, Dalian, China.
- [72] **T. Kobayashi**, "Evaluation of dynamic fracture toughness of heavy wall ductile cast iron for container". Eng. Fract. Mech. vol. 30, N°3, pp. 397-407, (1988).
- [73] **T. Nicholas**, "Instrumented Impacts dynamics, Zukas, J. A. ed., Wiley, p. 277, (1980).
- [74] **E. D. Davies and S. C. Hunter**, "The dynamic compression testing of solids by the method of the split Hopkinson pressure bar". Phys. Solids, V 11, B 34, pp. 155-179, (1963).
- [75] **L.D. Bertholf and C. H. Karnes**, "Two dimensional analysis of the split Hopkinson pressure bar system". J. Mech. Phys. Solids, V. 3, pp. 1-19, (1975).
- [76] **H. Zhao**, "Analyse de l'essai aux barres d'Hopkinson : application à la mesure des comportements dynamiques des matériaux". Thèse de l'E. N. P. C. de Paris, Décembre (1992).
- [77] **H. Kolsky**, "An investigation of the mechanical properties of materials at very high rates of loading". Proc. Soc., London, Vol. 62, p. 676, (1949).
- [78] **H. Kolsky**, "Stress waves in solids", Dover publications, Newyork, (1953).
- [79] **N. Theodore**, "Tensile testing technique of materials at high rates of strain". Experimental Mechanics, May, p. 177, (1981).
- [80] **J. Harding, and L. Welsh**, "A tensile testing technique for fibre-reinforced composites at impact rates of strain". Jour. of Mater. Scien., Vol. 18, p. 1810, (1983).
- [81] **U. S. Lindholm and L. Yeakley**, "High strain-rate : tension and compression". Exper. Mech., Janvier, p. 1, (1968).
- [82] **K. W. Chase and W. Goldsmith**, "Mechanical and optical characterization of an anelastic polymer at large strain rate and large strains". Exper. Mech., Janvier, p. 10, (1984).
- [83] **F. Pinca**, "Essais de traction dynamique sur un acier pour gazoducs". Rapport de D.E.A., L.F.M. Université de Metz, (1992).



- 
- [84] **M. Creager and P. C. Paris**, "Elastic field Equation for Blunt Cracks with Reference to Corrosion Cracking". *International Journal Fracture*, Vol. 3, pp. 247-252, (1967)
- [85] **A. S. Tetelman, T. R. Wilshaw and C.A.Rau**, "The critical tensile stress criterion for cleavage". *International Journal Fracture of Mechanics*, N° 4, pp. 147-157, (1968)
- [86] **W. F. Brown and J. S. Scrawley**, ASTM STP 410, (1966).
- [87] **A. G. Evans**, *Fracture Mechanics of Ceramics*, Vol. 1, Ed. Bradt. Hasselmann, New York, p. 17, (1974).
- [88] **A. G. Dutton and R. A. W. Mines**, "Analysis of the Hopkinson Pressure Bar Loaded Instrumented Charpy Test using an inertial modelling technique". *International Journal of Fracture*, N° 51, pp. 187-206, (1991).
- [89] **J. F. Kalthoff**, "On the measurement of dynamic fracture toughnesses". *International Journal of Fracture*, N° 27, pp. 277-298, (1985).
- [90] **H. D. Bui, H. Maigre and D. Rittel**, "Anew approche to experimental determination of dynamic stress intensity factor". Vol. 29, N° 23, pp. 2881-2895, (1992).
- [91] **J. E. Srawley**, *International Journal of Fracture*, Vol. 12, pp. 475-476, (1976).
- [92] **S. M. Weiderhorn**, *Mechanical and Thermal Properties of Ceramics*, J. B. Wachtman Ed, 303, p. 217, (1969).
- [93] **C. J. Bliss**, *Ann. Appl. Biol.* N°24, pp. 815-852, (1937).
- [94] **J. Ipsen and N. K. Jerne**, *Acta. Path. Microbiol. Scand.*, 21, pp. 343-381, (1944).
- [95] **E.J. Gumbel**, *Nat. Bureau Stand. Applied Mathematics*, series N°33, (1954).
- [96] **D. D. Cioclov**, "Résistance et fiabilité sous sollicitations variables". *Facla*, Timisooara Roumanie, 5, pp. 140-154, (1975).
- [97] **S. B. Batdorf and H. L. Heinisch**, "Weakest link theory reformulated for arbitrary fracture criterion". *Journal of American Ceramic Society*, Vol. 61, N° 7-8, (1978).
- [98] **V. Zarzycki**, "les verres et l'état vitreux". Edition Masson, Paris, (1982).
- [99] **L. Libatskü and S. Kovckik**, "Fracture of discs containing cracks". *F.K.M.M.* Vol. 3, N°4, pp. 458-464, (1967).
- [100] **A. C. Mackenzie, J. W. Hancock and D. K. Brown**, *Eng. Fract. Mech.*, Vol. 9, pp. 167-188, (1977).
-

- 
- [101] **P. W. Bridgman**, "Studies in larges plastic flow and fracture". Ed. Mc Graw-hill, N. Y., (1952).
  - [102] **W. S. Pellini**, "Design options for selection of fracture control procedures in the modernization of codes, rules and standards". In Proceedings : Joint United States-Japan Symposium on Application of Pressure Component Codes, Tokyo, Japan, (1973).
  - [103] **R. Hill**, "The mathematical theory of plasticity". Clarendon press, Oxford, (1950).
  - [104] **M. Dannawi et C. Y. Chiem**, "Comportement en chocs répétés en compression et traction dynamique de l'acier XC18". Contrat D.R.E.T., N°2, E.N.S.M. Nantes, Mars (1985).
  - [105] **D. Descombes**, "Influence de la vitesse de déformation sur la ténacité d'un acier à haut résistance soudable". Thèse de l'E. N. S. M. de Paris, Décembre, (1990).
  - [106] **G. Ameur**, "Étude expérimentale de l'endommagement ductile à grandes vitesses de déformation par l'approche locale et globale. Application au cas de l'acier 30NCD16". Thèse de l'Université de Nantes, (1993).
  - [107] **F. Cheval**, Thèse de l'Université de Paris-Sud, centre d'Orsay, Décembre, (1988).
  - [108] **D. Firrao and R. Roberti**, "Ductile fracture nucleation ahead of sharp cracks". Metallurgical Sciences and Technology, n°1, pp. 5-13, Juin (1983).
  - [109] **J. R. Rice and M. A. Johnson**, "The role of large crack tip geometry changes in plan strain fractures". Claus. Inelastic behaviour of solids Kanninen Editor, pp. 641-669, (1979).
  - [110] **J. Jalinier**, "Mise en forme et endommagement". Thèse d'Etat de l'Université de Metz, (1981).
  - [111] **G. Mesmacque**, "Contribution à l'étude des mécanismes de la rupture ductile dans les aciers". Thèse d'Etat de l'université des Sciences et Techniques de Lille, Juin (1978).
  - [112] **P. W. Bridgman**, "Studies in large plastic flow and fracture". Hawaed University Cambridge Messachussets, (1964).
-