HAL
open science

Simulations numériques de la mise en forme des tôles : influence du modèle de plasticité

Zoubeir Tourki

To cite this version:

Zoubeir Tourki. Simulations numériques de la mise en forme des tôles : influence du modèle de plasticité. Sciences de l'ingénieur [physics]. Université Paul Verlaine - Metz, 1995. Français. NNT : 1995METZ022S . tel-01777070

HAL Id: tel-01777070

https://hal.univ-lorraine.fr/tel-01777070

Submitted on 24 Apr 2018

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

UNIVERSITÉ DE LORRAINE

AVERTISSEMENT

Ce document est le fruit d'un long travail approuvé par le jury de soutenance et mis à disposition de l'ensemble de la communauté universitaire élargie.

Il est soumis à la propriété intellectuelle de l'auteur. Ceci implique une obligation de citation et de référencement lors de l'utilisation de ce document.

D'autre part, toute contrefaçon, plagiat, reproduction illicite encourt une poursuite pénale.

Contact : ddoc-theses-contact@univ-lorraine.fr

LIENS

Code de la Propriété Intellectuelle. articles L 122. 4
Code de la Propriété Intellectuelle. articles L 335.2- L 335.10
http://www.cfcopies.com/V2/leg/leg_droi.php
http://www.culture.gouv.fr/culture/infos-pratiques/droits/protection.htm

VB 81847

ISGMP

INSTITUT SUPÉRIEUR DE GÉNIE MÉCANIQUE
ET PRODUCTIQUE

THESE

Présentée à:

UNIVERSITÉ DE METZ
PAR

BIBLIOTHEQUE UNIVERSITAIRE
METZ
N° inv 19950415
Cote S/Mz 95/22
Loc Magasin

Zoubeir TOURKI

Pour l'obtention du grade de :

DOCTEUR DE L'UNIVERSITÉ DE METZ

en Mécanique

SIMULATIONS NUMÉRIQUES DE LA MISE EN FORME DES TÔLES: INFLUENCE DU MODÈLE DE PLASTICITÉ.

Directeurs de Thèse: **G. FERRON et A. ZEGHLOUL**

Soutenue *le 5 octobre 1995* devant lejury composé de :

Mr.	A.	MOLINARI	Professeur, Université de Metz (Président)
Mr.	R.	FORTUNIER	Professeur, École des Mînes d'Albi (Rapporteur)
Mr.	P.	GILORMINI	Directeur de Recherche CNRS à Cachan (Rapporteur)
Mr.	S.	HEURTAULT	Chef de service Recherche au Ledepp-Sollac (Examinateur)
Mme.	N.	RABIAZAMAHOLY	Ingénieur de Recherche PSA-Peugeot (Examinatrice)
Mr.	G.	FERRON	Professeur, Université de Metz (Examinateur)
Mr.	A.	ZEGHLOUL	Professeur, Université de Metz (Examinateur)

Laboratoire de Physique et Mécanique des Matériaux U. R. A. CNRS. 1215

RÉSUMÉ

Les simulations numériques de mise en forme des tôles minces prennent de plus en plus d'importance dans la phase de conception et de transformation en produits finis. Ces simulations sont souvent pénalisées par une description trop sommaire du comportement plastique, et en particulier de l'anisotropie des tôles laminées.

Le but du présent travail consiste à analyser l'influence des paramètres décrivant le comportement plastique du matériau sur le mode de déformation des tôles embouties. A cette fin, nous avons implanté un modèle de plasticité orthotrope rendant mieux compte des surfaces de charge expérimentales dans des calculs d'emboutissage. Ces calculs ont été effectués à l'aide de méthodes semi-analytiques de différences finies et aussi par éléments finis utilisant le code de calcul numérique ABAQUS/STANDARD.

L'objectif général est d'obtenir une meilleure prévision des efforts et de la répartition des déformations lors des procédés de formage tels que l'emboutissage profond. Les essais de gonflement hydraulique et de poinçonnement hémisphérique, qui sont les plus utilisés pour caractériser le comportement des tôles dans le domaine de l'expansion, sont également simulés dans cette étude.

Enfin les résultats numériques sont comparés à des résultats expérimentaux de la bibliographie. Ceci nous permet de préciser l'importance de la forme de la surface de charge sur l'évolution de la pression de formage dans le cas du gonflement hydraulique, la distribution de déformations radiales dans le cas du poinçonnement hémisphérique et enfin les cornes d'emboutissages dans le cas de l'essai de coupelle.

Mots clés:

Plasticité Surface de charge Contraintes planes Isotropie transverse Anisotropie transverse Module tangent Emboutissage Cornes d'emboutissage Gonflement hydraulique Poinçonnement.

*À la mémoire de mon **père** et à ma **mère**.*

*À mon épouse **Essia**.*

*À toute ma **famille**.*

*À mon ami et frère **Sabah**...*

À mon cher frère **Rached.**

Remerciements

*J'exprime ma profonde gratitude à Messieurs les Professeurs **Gérard FERRON** et **Abderrahim ZEGHLOUL** pour la confiance qu'ils m'ont accordée d'entreprendre ce travail de recherche, pour les conseils et les encouragements qu'ils m'ont apportés. Soyez assuré du témoignage de mes sincères remerciements et de ma profonde estime.*

*Je suis honoré de la participation de Monsieur **Alain MOLINARI**, Professeur à l'Université de Metz en tant que Président de jury.*

*Particulièrement reconnaissant à Messieurs les Professeurs **Roland FORTUNIER**, École des Mines d'Albi et **Pierre GILORMINI**, Directeur de Recherche au CNRS d'avoir examiné en profondeur mon travail et d'en être les Rapporteurs. Je tiens à les remercier très vivement.*

*Je remercie également Madame **Nivo RABIAZAMAHOLY**, Ingénieur Recherche à PSA/Peugeot et Monsieur **Serge HEURTAULT** chef de service Recherche à SOLLAC de l'intérêt qu'ils ont porté à mon travail en acceptant de participer au jury.*

*J'adresse enfin mes vifs remerciements à tous **mes amis de bureau**, à **tous ceux** et **toutes celles**, **du Laboratoire de Physique et Mécanique des Matériaux**, qui m'ont aidé ou qui m'ont témoigné leur soutien et leur sympathie au cours de la réalisation de ce travail.*

INTRODUCTION GÉNÉRALE:

Les simulations numériques des procédés de fabrication de produits finis sont devenues d'un usage courant dans l'industrie. Les codes de calcul par éléments finis, grâce à la très forte augmentation de la puissance de calcul des stations de travail, sont à même de résoudre des problèmes à grand nombre de degrés de liberté dans un temps raisonnable.

En ce qui concerne les procédés de mise en forme par déformation plastique, les logiciels industriels utilisent des lois de comportement où la plasticité est prise en compte à l'aide de modèles classiques simples. Toutefois dans le cas de l'emboutissage des tôles, les efforts et la répartition des déformations, ainsi que les instabilités pouvant survenir dans des zones critiques de la pièce, dépendent de façon très significative des paramètres rhéologiques du matériau. C'est pourquoi il est important de bien modéliser le comportement plastique des métaux en grandes déformations, afin de mieux prévoir le comportement de la structure lors de la mise en forme. Deux grandes voies de modélisation peuvent être envisagées:

- l'une vise à réaliser un passage du microscopique au macroscopique, en déterminant le comportement macroscopique à partir des mécanismes élémentaires de déformation et de leur intégration dans des traitements de changement d'échelle,

- l'autre est de nature phénoménologique et inductive: elle procède de l'expérimentation macroscopique et de l'identification paramétrique, si possible, dans un cadre thermodynamique cohérent; cette approche est basée sur une interprétation qualitative de la physique, mais elle semble actuellement la seule à déboucher sur une formulation macroscopique utilisable dans des codes de calcul en préservant des temps de résolution raisonnables. C'est cette approche phénoménologique qui est utilisée dans le cadre de ce travail.

Le premier chapitre est consacré à une étude bibliographique des modèles de comportement plastique et des critères de plasticité orthotrope des tôles, incluant un modèle récemment proposé par Ferron et coll (1994), qui sera utilisé dans la suite de cette étude. Les caractéristiques générales du

comportement observé dans un certain nombre d'essais simples de formage des tôles sont également analysées dans ce chapitre.

Le second chapitre traite de la simulation numérique du formage des tôles en utilisant la méthode des différences finies. Le gonflement hydraulique et l'essai de coupelle (ou essai d'emboutissage d'un godet) sont analysés dans ce cadre. Les mises en équation sont tout d'abord effectuées avec l'hypothèse d'un matériau présentant un comportement à isotropie transverse. Dans le cas de l'emboutissage d'un godet, une méthode approchée est proposée pour rendre compte d'un comportement anisotrope transverse, et des cornes d'emboutissage observées dans cet essai.

Le troisième chapitre est consacré à l'étude des procédés de formage par la méthode des éléments finis. Le code de calcul ABAQUS est utilisé à cette fin. Nous détaillons la méthode d'intégration plastique et le calcul du module élastoplastique ou module tangent, qui représentent les développements analytiques nécessaires pour introduire le modèle de plasticité dans le sous programme utilisateur UMAT prévu à cet effet dans le code ABAQUS.

Enfin, nous exposons dans le chapitre IV les résultats issus des deux types de méthodes utilisées, avec pour principal objectif de mettre en évidence les relations entre comportement rhéologique du matériau et comportement de la tôle emboutie. Les comparaisons des résultats de simulations effectuées avec le nouveau modèle, et ceux trouvés avec les critères de Von Mises ou de Hill, servent de base à une discussion de l'influence de la forme de la surface de plasticité et à une confrontation avec des résultats expérimentaux de la littérature. Les comparaisons concernent les efforts d'emboutissage, la répartition des déformations et les cornes d'emboutissage dans le cas de l'essai de coupelle.

Chapitre I

REVUE BIBLIOGRAPHIQUE

I-1 INTRODUCTION

Nous rappelons dans ce chapitre les concepts généraux servant de base à la modélisation phénoménologique de la plasticité: surface de charge, écrouissage, écoulement plastique.

Nous présentons ensuite les différents critères de plasticité orthotrope qui, généralement couplés à une hypothèse d'écrouissage isotrope, sont utilisés pour modéliser le comportement plastique des tôles.

Nous analysons enfin trois essais particuliers de formage des tôles: gonflement hydraulique, poinçonnement hémisphérique, emboutissage d'un godet. Dans chaque cas, nous mettons en évidence le rôle de la forme de la surface de plasticité sur les prévisions obtenues, tant en ce qui concerne les efforts, la répartition des déformations que les instabilités plastiques de type striction.

Nous définissons ainsi l'objectif central de ce travail, qui consiste à mettre en relation les caractéristiques rhéologiques du matériau et son comportement en emboutissage.

I-2 MODÉLISATION DU COMPORTEMENT PLASTIQUE

I-2-1 Surface de charge:

La surface de charge ou surface d'écoulement plastique correspond à une surface délimitant dans l'espace des contraintes la zone des déformations élastiques. Cette surface évolue quand la déformation plastique a lieu, elle est donc fonction de l'état de contrainte et de la plastification. Elle est généralement exprimée sous la forme $f(\sigma_{ij},\alpha_k)=0$ où les σ_{ij} sont les composantes du tenseur des contraintes et les α_k désignent les variables internes, dont l'évolution dépend de l'histoire de chargement plastique.

Pour une surface de charge régulière admettant une normale extérieure $\tilde{n}$ définie par:

$$n_{ij} = \frac{\partial f/\partial \sigma_{ij}}{(\partial f/\partial \sigma_{kl} . \partial f/\partial \sigma_{kl})^{1/2}} \qquad \text{(I-1)}$$

la condition d'écoulement plastique pour un état de contrainte $\tilde{\sigma}$ et pour un incrément $d\tilde{\sigma}$ est double, soit:

$$f(\sigma_{ij}, \alpha_k) = 0 \text{ et } n_{ij} d\sigma_{ij} > 0$$

en charge plastique où l'incrément de contrainte $d\tilde{\sigma}$ correspond à un "vecteur sortant" de la surface de charge à l'instant considéré.

Il n'y a pas d'écoulement plastique dans trois situations distinctes:

- si $f(\sigma_{ij}, \alpha_k) < 0$ le matériau présente un comportement élastique;

- si $f(\sigma_{ij}, \alpha_k) = 0$ et $n_{ij} d\sigma_{ij} < 0$ alors $d\varepsilon_{ij}^p = 0$ (il y a décharge élastique, et l'incrément de contrainte $d\tilde{\sigma}$ correspond à un vecteur dirigé vers l'intérieur de la surface de charge);

- si $f(\sigma_{ij}, \alpha_k) = 0$ et $n_{ij} d\sigma_{ij} = 0$ alors $d\varepsilon_{ij}^p = 0$ (il y a chargement neutre, et l'incrément de contrainte $d\sigma$ correspond à un vecteur tangent à la surface de charge).

Lorsque $d\tilde{\sigma}$ et $\tilde{n}$ sont perpendiculaires, on reste sur la surface de charge neutre: c'est le critère de chargement neutre.

L'évolution de la surface de charge peut être complexe: dilatation, translation ou déformation. Si la surface se dilate de façon homothétique, l'écrouissage est isotrope. Si elle se translate sans changement de forme ni de taille l'écrouissage est alors cinématique.

I-2-2 Lois d'écrouissage:

On rend compte de l'écrouissage en complétant le critère de plasticité par des lois d'évolution portant sur les variables internes α_k.

Une modélisation fréquemment utilisée consiste à exprimer la fonction de charge f sous la forme:

$$f(\sigma_{ij},\alpha_k,p)=F(\sigma_{ij},\alpha_k)-R(p)-\sigma_0 \qquad \text{(I-2)}$$

où p est une mesure scalaire de l'écrouissage et σ_0 est une constante. Sa valeur dépend de l'histoire du chargement ou du chemin de déformation plastique. Le scalaire R(p) décrit la taille de la surface de charge, tandis que F décrit sa forme.

Les modèles de référence d'écrouissage peuvent être représentés par différents schémas d'évolution, on en citera trois:

I-2-2-1 Écrouissage isotrope:

L'écrouissage isotrope correspond à une simple dilatation homothétique de la surface de charge par rapport à l'origine. Un seul paramètre scalaire d'écrouissage suffit alors pour décrire cette évolution et la fonction de charge a alors pour expression:

$$f(\sigma_{ij},p)=F(\sigma_{ij})-R(p)-\sigma_0 \qquad \text{(I-3)}$$

la taille de la surface est gouvernée par la valeur de R(p) qui dépend de l'histoire de chargement plastique.

I-2-2-2 Écrouissage cinématique:

La loi d'écrouissage cinématique suppose que pendant la déformation plastique, la surface de charge se déplace rigidement dans l'espace des contraintes sans changer ni de forme ni de taille et conserve l'orientation de la surface initiale.

Comme conséquence de l'hypothèse de translation de la surface de charge, la loi d'écrouissage cinématique prédit un effet Bauschinger idéal. La forme générale de la fonction de charge pour un écrouissage cinématique est donnée par:

$$f(\sigma_{ij},\alpha_{ij}) = F(\sigma_{ij} - \alpha_{ij}) - \sigma_0 \qquad \text{(I-4)}$$

où la loi d'évolution des α_{ij} est donnée par $d\alpha_{ij} = Cd\varepsilon_{ij}^p$ dans le modèle d'écrouissage de Prager.

I-2-2-3 Écrouissage mixte:

En combinant la loi d'écrouissage cinématique à celle isotrope, on pourra être conduit à une loi d'écrouissage mixte de la forme:

$$f(\sigma_{ij},\alpha_{ij},p) = F(\sigma_{ij} - \alpha_{ij}) - R(p) - \sigma_0 \qquad \text{(I-5)}$$

Dans ce cas la translation de la surface est définie par α_{ij} et le gonflement par $R(p)$.

I-2-3 Théorie de l'écoulement:

Quand la surface de charge f est atteinte, le matériau est dans un état d'écoulement plastique pour $n_{ij}d\sigma_{ij} > 0$. On introduit le concept de potentiel plastique $g(\sigma_{ij},\alpha_k)$ par analogie avec l'écoulement idéal d'un fluide. Les incréments ou vitesses de déformation plastique sont obtenus à partir de ce potentiel, sous la forme:

$$d\varepsilon_{ij}^p = d\lambda \frac{\partial g}{\partial \sigma_{ij}} \quad \text{ou} \quad \dot{\varepsilon}_{ij}^p = \dot{\lambda} \frac{\partial g}{\partial \sigma_{ij}} \qquad \text{(I-6)}$$

où $d\lambda$ (ou $\dot{\lambda}$) est un scalaire strictement positif appelé aussi multiplicateur plastique.

Le vecteur incrément de déformation plastique $d\tilde{\varepsilon}^p$ est colinéaire au gradient du potentiel plastique $\frac{\partial g}{\partial \sigma_{ij}}$, tandis que son amplitude est déterminée par le scalaire $d\lambda$.

Lorsque les fonctions f et g sont distinctes, on a une loi non associée. Dans notre étude, nous nous limitons au cas d'une loi associée, où le

potentiel plastique g s'identifie à la fonction f. Alors l'équation (I-6) devient:

$$d\varepsilon_{ij}^{p} = d\lambda \frac{\partial f}{\partial \sigma_{ij}} \quad \text{ou} \quad \dot{\varepsilon}_{ij}^{p} = \dot{\lambda} \frac{\partial f}{\partial \sigma_{ij}} \tag{I-7}$$

L'équation (I-7) correspond au principe du travail maximal. Une extension de ce principe, correspondant à la normalité généralisée ou aux matériaux qualifiés de standard généralisés, consiste, en s'appuyant sur la thermodynamique des processus irréversibles, à adjoindre à la loi de normalité (I-7), la loi suivante, portant sur les variables internes α_k et les forces thermodynamiques X_k associées:

$$d\alpha_k = -d\lambda \frac{\partial f}{\partial X_k} \tag{I-8}$$

Ainsi, dans l'hypothèse d'un écrouissage isotrope, en notant p la variable interne scalaire d'écrouissage et R(p) la force thermodynamique associée, supposons que la fonction de charge puisse être exprimée sous la forme:

$$f(\sigma_{ij}, p) = F(\sigma_{ij}) - R - \sigma_0 = \overline{\sigma} - R - \sigma_0 \tag{I-9}$$

où σ_0 et $\overline{\sigma} = F(\sigma_{ij})$ sont les limites élastiques initiale et actuelle (souvent associées à un état de traction uniaxiale); $F(\sigma_{ij})$ est une fonction homogène de degré un des contraintes. Il s'ensuit d'après l'identité d'Euler, que:

$$\sigma_{ij} \frac{\partial F}{\partial \sigma_{ij}} \equiv F(\sigma_{ij}) \tag{I-10}$$

ou

$$\sigma_{ij} \frac{\partial \overline{\sigma}}{\partial \sigma_{ij}} \equiv \overline{\sigma}$$

D'autre part, les équations (I-7) et (I-8) se ré-expriment:

$$d\varepsilon_{ij}^{p} = d\lambda \frac{\partial f}{\partial \sigma_{ij}} = d\lambda \frac{\partial F}{\partial \sigma_{ij}} \tag{I-11}$$

et

$$dp = -d\lambda \frac{\partial f}{\partial R} = d\lambda \tag{I-12}$$

Il s'ensuit, en combinant les équations (I-10), (I-11) et (I-12), que:

$$\sigma_{ij} d\varepsilon_{ij}^{p} = \bar{\sigma} dp \tag{I-13}$$

où la variable interne p, homogène à une déformation, est généralement notée $\bar{\varepsilon}^{p}$, déformation plastique équivalente conjuguée de la contrainte équivalente $\bar{\sigma}$. La relation (I-13), connue sous le nom d'équivalence du travail plastique, permet de déterminer l'incrément de déformation plastique $dp = d\bar{\varepsilon}^{p}$ associé à un critère de plasticité particulier.

La loi de comportement élasto-plastique est alors donnée par:

$$d\varepsilon_{ij} = d\varepsilon_{ij}^{e} + d\varepsilon_{ij}^{p} \tag{I-14}$$

avec

$d\varepsilon_{ij}^{e} = D_{ijkl} d\sigma_{kl}$ où D_{ijkl} est le tenseur de complaisance.

En tenant compte des conditions de déformation plastique, $f(\sigma_{ij}, \alpha_k) = 0$ et $n_{ij} d\sigma_{ij} > 0$, on peut exprimer l'équation (I-14) sous la forme:

$$d\varepsilon_{ij} = D_{ijkl} d\sigma_{kl} + d\lambda \frac{\partial f(\sigma_{kl})}{\partial \sigma_{ij}} \tag{I-15}$$

En termes de vitesse de déformation (I-14) s'écrit:

$$\dot{\varepsilon}_{ij} = \dot{\varepsilon}_{ij}^{e} + \dot{\varepsilon}_{ij}^{p} \tag{I-16}$$

Pour un matériau isotrope, en partant du critère de Von-Mises exprimé sous la forme:

$$F(\sigma_{ij}) = \overline{\sigma} = \sqrt{\frac{3}{2} S_{ij} S_{ij}} \qquad \text{(I-17)}$$

on obtient:

$$d\overline{\varepsilon}^{p} = \sqrt{\frac{2}{3} d\varepsilon_{ij}^{p} d\varepsilon_{ij}^{p}} \qquad \text{(I-18)}$$

et

$$\dot{\varepsilon}_{ij}^{e} = \frac{1+\nu}{E}\dot{\sigma}_{ij} - \frac{\nu}{E}\dot{\sigma}_{kk}\delta_{ij} \qquad \text{et} \qquad \dot{\varepsilon}_{ij}^{p} = \frac{H(f)}{R'(p)} \frac{< s_{kl}\dot{s}_{kl} >}{s_{II}} \frac{s_{ij}}{s_{II}}$$

avec $H(f) = 1$ si $f \geq 0$
$H(f) = 0$ si $f < 0$.

$$R'(p) = \frac{dR}{dp}.$$

I-2-4 Théorie de la déformation:

La théorie de la déformation utilise les relations de type $d\varepsilon_{ij}^{e} = D_{ijkl} d\sigma_{kl}$ sous forme intégrée.

La déformation totale ε_{ij} est donnée par la somme des déformations élastiques et des déformations plastiques:

$$\varepsilon_{ij} = \varepsilon_{ij}^{e} + \varepsilon_{ij}^{p} \qquad \text{(I-19)}$$

où $\varepsilon_{ij}^{e} = \frac{s_{ij}}{2G} + \frac{\sigma_{kk}}{9\hat{K}}\delta_{ij}$ et $\varepsilon_{ij}^{p} = \Phi S_{ij}$

avec $2G = \frac{E}{1+\nu}$, $\hat{K} = \frac{E}{3(1-2\nu)}$ (Loi de Hooke) et $\Phi = \Phi(J_2)$ pour un matériau de type Von Mises.

Afin de calibrer la fonction $\Phi(J_2)$ avec une loi de comportement uni axiale, on introduit une variable qu'on appelle la contrainte équivalente définie par:

$$\bar{\sigma} = \sqrt{3J_2} = \sqrt{\frac{3}{2}S_{ij}S_{ij}} \qquad \text{(I-20)}$$

et une autre variable appelée la déformation plastique équivalente définie par:

$$\bar{\varepsilon}^p = \sqrt{\frac{2}{3}\varepsilon_{ij}^p\varepsilon_{ij}^p} \qquad \text{(I-21)}$$

On peut ainsi définir une loi d'évolution sous la forme d'une courbe $(\bar{\varepsilon}^p, \bar{\sigma})$ de la forme: $\bar{\sigma} = \bar{\sigma}(\bar{\varepsilon}^p)$.

On remarque que, pour des chemins de chargement proportionnels, où les contraintes augmentent dans un rapport constant, les deux théories coïncident (théorie d'écoulement ou incrémentale et théorie de la déformation). Par contre, elles diffèrent radicalement pour des chemins non proportionnels. C'est pourquoi ces deux théories prévoient des résultats tout à fait différents dans les études d'instabilité plastique (flambage, striction), faisant appel à des analyses de bifurcation ou même de localisation de la déformation plastique.

I-2-5 Critères de plasticité orthotropes:

I-2-5-1 Critère quadratique de Hill (1948):

Ce critère constitue une extension quadratique du critère de Von Mises qui s'exprime dans les axes principaux d'orthotropie (x,y,z), en fonction de 6 paramètres F,G,H,L,M,N et d'une contrainte équivalente k, sous la forme:

$$\begin{aligned} 2f = {} & F(\sigma_{yy} - \sigma_{zz})^2 + G(\sigma_{zz} - \sigma_{xx})^2 + H(\sigma_{xx} - \sigma_{yy})^2 + \\ & 2L\sigma_{yz}^2 + 2M\sigma_{zx}^2 + 2N\sigma_{xy}^2 - k^2 = 0 \end{aligned} \qquad \text{(I-22)}$$

Dans le cas d'un état de contraintes planes $(\sigma_x, \sigma_y, \sigma_{xy})$ dans le plan principal d'orthotropie (x,y), le critère devient:

$$(G+H)\sigma_x^2 - 2H\sigma_x\sigma_y + (F+H)\sigma_y^2 + 2N\sigma_{xy}^2 - k^2 = 0 \qquad \text{(I-23)}$$

Dans le cas particulier de l'isotropie transverse, et indépendamment de l'orientation des directions principales, le critère quadratique de Hill peut s'exprimer en fonction des contraintes principales σ_1 et σ_2 comme suit:

$$\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + R(\sigma_1 - \sigma_2)^2 - (1+R)\sigma_0^2 = 0$$

ou (I-24)

$$(1+2R)(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_1 + \sigma_2)^2 - 2(1+R)\sigma_0^2 = 0$$

où σ_0 représente la limite élastique en traction uniaxiale, et R est un coefficient caractérisant l'anisotropie normale. Ce coefficient représente le rapport des vitesses de déformation $\dot{\varepsilon}_2/\dot{\varepsilon}_3$, perpendiculairement à la direction 1 de traction uniaxiale, la direction 2 appartenant au plan (x,y) et $3 \equiv z$ désignant la direction normale.

I-2-5-2 Critère non quadratique de Hill (1979):

Le critère non quadratique de Hill (1979) correspond à un critère orthotrope applicable uniquement dans le cas où les axes principaux de contraintes coïncident avec les directions d'orthotropie. Il s'exprime par:

$$\begin{aligned} &f|\sigma_2 - \sigma_3|^m + g|\sigma_3 - \sigma_1|^m + h|\sigma_1 - \sigma_2|^m + a|2\sigma_1 - \sigma_2 - \sigma_3|^m + \\ &b|2\sigma_2 - \sigma_3 - \sigma_1|^m + c|2\sigma_3 - \sigma_1 - \sigma_2|^m - \sigma_0^m = 0 \end{aligned} \qquad \text{(I-25)}$$

En fait ce critère a été principalement utilisé dans deux cas particuliers correspondant à un état de contraintes planes avec isotropie transverse, à savoir:

avec $a = b = c = 0$ et $f = g$: on retrouve le critère de Hosford (1972),

$$|\sigma_1|^m + |\sigma_2|^m + R|\sigma_1 - \sigma_2|^m - (1+R)\sigma_0^m = 0$$

avec $a = b = f = g = 0$ on obtient:

$$(1+2R)|\sigma_1 - \sigma_2|^m + |\sigma_1 + \sigma_2|^m - 2(1+R)\sigma_0^m = 0 \qquad \text{(I-26)}$$

Ces critères se présentent comme des extensions non quadratiques des expressions données dans (I-24) pour le critère quadratique de Hill.

I-2-5-3 Critère non quadratique de Hill (1990):

Dans le cas d'un état de contraintes planes $(\sigma_x, \sigma_y, \sigma_{xy})$ dans le plan d'orthotropie (x,y), Hill a tout d'abord envisagé en 1990 de ré-exprimer son critère quadratique (équation (I-23)) dans le repère principal des contraintes. L'équation (I-24) se réécrit, après changement de repère:

$$\begin{aligned}&(\sigma_1+\sigma_2)^2 + (\sigma/\tau)^2(\sigma_1-\sigma_2)^2 \\ &-2a(\sigma_1^2-\sigma_2^2)\cos 2\alpha + b(\sigma_1-\sigma_2)^2\cos^2 2\alpha - (2\sigma)^2 = 0\end{aligned} \qquad \text{(I-27)}$$

où τ est la limite élastique en cisaillement parallèlement aux directions x et y, σ est la limite élastique en traction équibiaxiale, $\alpha = (x,1) = (y,2)$ est l'angle entre les directions d'orthotropie et les directions principales de contraintes, et a et b sont des constantes qui s'expriment en fonction des paramètres F,G,H et N apparaissant dans l'expression (I-23). On reconnaît, en faisant $a = b = 0$ dans l'équation (I-27), le critère quadratique applicable à un matériau à isotropie transverse. En s'appuyant sur l'expression non quadratique (I-26), Hill propose la généralisation suivante, applicable au cas orthotrope:

$$\begin{aligned}&|\sigma_1+\sigma_2|^m + (\sigma/\tau)^m|\sigma_1-\sigma_2|^m + \\ &|\sigma_1^2+\sigma_2^2|^{(m/2)-1}\begin{Bmatrix}-2a(\sigma_1^2-\sigma_2^2)+ \\ b(\sigma_1-\sigma_2)^2\cos 2\alpha\end{Bmatrix}\cos 2\alpha - (2\sigma)^m = 0\end{aligned} \qquad \text{(I-28)}$$

I-2-5-4 Critère de Budiansky (1984):

Une formulation a été proposée par Budiansky(1984) pour décrire le comportement plastique d'un matériau isotrope dans le plan. Pour un état

de contrainte plane la surface de charge a été décrite sous forme paramétrique:

$$\begin{cases} \dfrac{\sigma_1+\sigma_2}{2\sigma_b} = g(\theta)\cos\theta \\ \dfrac{\sigma_1-\sigma_2}{2\sigma_s} = g(\theta)\sin\theta \end{cases} \qquad \text{(I-29)}$$

où g est le rayon polaire de la surface telle que $g(0)=g(\pm\pi/2)=1$ et σ_s et σ_b sont respectivement les contraintes d'écoulement en cisaillement et en déformation équibiaxiale.

La particularité de cette formulation est de décrire la forme réelle de la surface de charge moyennant un choix de $g(\theta)$ qui décrive correctement les données expérimentales.

I-2-5-5 Critère de Ferron et Coll (1994):

Une représentation en coordonnées polaires de la surface de charge dans l'espace des contraintes principales a été utilisée afin de formuler les équations constitutives de la plasticité en contraintes planes pour un matériau orthotrope. Cette représentation s'appuie sur les changements de variables suivants:

$$x_1 = \frac{\sigma_1+\sigma_2}{2\sigma} \qquad x_2 = \frac{\sigma_1-\sigma_2}{2\sigma} \qquad \text{(I-30)}$$

$$\begin{aligned} x_1 &= x_1(\theta,\alpha) = g(\theta,\alpha)\cos\theta \\ x_2 &= x_2(\theta,\alpha) = g(\theta,\alpha)\sin\theta \end{aligned} \qquad \text{(I-31)}$$

où $g(\theta,\alpha)$ représente le rayon polaire d'un point de la surface de charge dans les axes (x_1,x_2) et θ est l'angle polaire associé, α représente l'angle entre les directions d'orthotropie et les directions principales de contraintes.

La fonction de charge et la loi d'écoulement associée ont été analysées en tenant compte de l'orientation des axes des contraintes principales, définie

par l'angle α. De même des conditions de consistance du modèle ont été vérifiées. Le critère orthotrope proposé représente une extension du critère isotrope de Drucker(1949) faisant intervenir le deuxième et le troisième invariant du déviateur du tenseur des contraintes. Plus de détails seront donnés dans le chapitre II.

I-2-5-6 Critères ajustés sur des calculs d'homogénéisation:

Le principe de ces critères est d'ajuster les résultats de calculs micro-macro, obtenus en tenant compte de la structure cristallographique du matériau (systèmes de glissement, contrainte résolue) et de sa texture, avec une expression analytique. Le choix effectué par Bacroix et Gilormini (1995) consiste à calculer, à l'aide du modèle de Taylor, le potentiel de vitesses de déformation $\psi(\dot{\varepsilon}^p_{ij})$ dual de $F(\sigma_{ij})$. Ce potentiel cristallographique s'exprime sous la forme:

$$\psi_c(\dot{\varepsilon}^p_{ij}) = \dot{\bar{\varepsilon}}^p \qquad \text{(I-32)}$$

Une fonction $\psi(\dot{\varepsilon}^p_{ij})$ d'ordre 4 a par ailleurs été utilisée comme expression analytique permettant d'approcher le potentiel cristallographique. Ce potentiel est de la forme:

$$\psi(\dot{\varepsilon}^p_{ij}) = \sum_{ijkl} \alpha_{ijkl} \frac{\dot{\varepsilon}_i \dot{\varepsilon}_j \dot{\varepsilon}_k \dot{\varepsilon}_l}{\left\|\dot{\bar{\varepsilon}}^p\right\|^3} \qquad \text{(I-33)}$$

où $\dot{\varepsilon}_m$ sont les composantes de vitesses de déformation et $\left\|\dot{\bar{\varepsilon}}_p\right\|$ est une vitesse de déformation de référence. Les coefficients α_{ijkl} sont déterminés en minimisant l'écart $\psi_c - \psi$.

I-3 ESSAI DE GONFLEMENT HYDRAULIQUE

I-3-1 Principe de l'essai:

L'essai de gonflement hydraulique, également appelé essai JOVIGNOT, consiste à soumettre un flan bloqué entre une matrice et un serre flan selon un contour circulaire ou elliptique à une pression de fluide latérale. Cet essai permet en particulier de déterminer le comportement du matériau dans le domaine de l'expansion.

Dispositif du gonflement hydraulique:

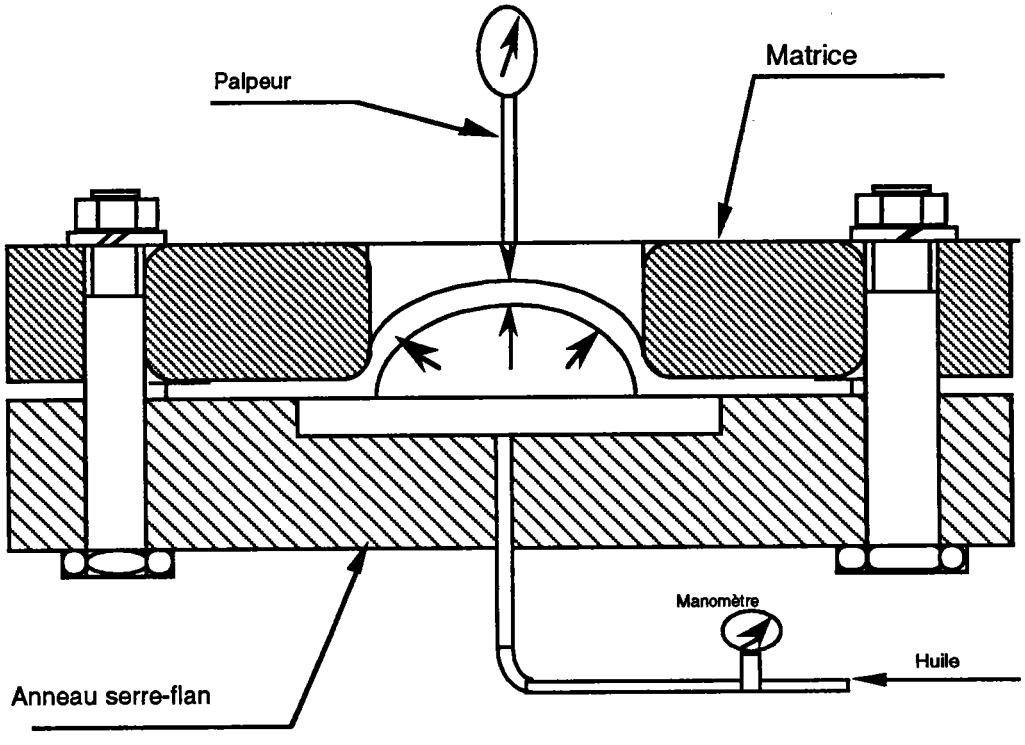


Figure (I_1): Principe de l'essai de gonflement hydraulique.

Au cours du gonflement, la courbure du flan augmente sous l'effet de la pression. Cet effet de courbure ainsi que l'écrouissage du matériau, favorisent la stabilité de la déformation, tandis que l'amincissement du flan affaiblit la structure.

Pour des valeurs suffisamment faibles du rapport (h/a) où h désigne l'épaisseur de la tôle et a le rayon du flan, l'hypothèse de membrane peut être utilisée avec une bonne approximation.

I-3-2 Schéma simplifié:

La déformation d'un diaphragme circulaire de faible épaisseur sous l'effet d'une pression et dont le flan est bloqué est schématisée par la figure (I_2). Les notations utilisées sont aussi précisées ci-dessous:

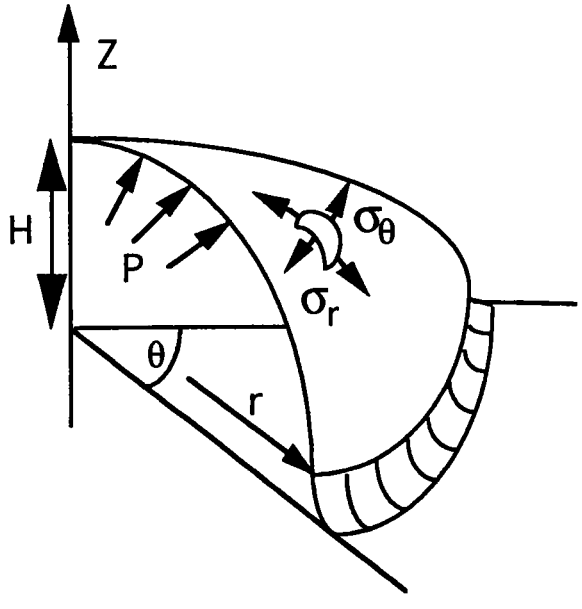


Figure (I_2): Notation et schéma simplifié.

σ_θ: contrainte circonférentielle;
σ_r: contrainte méridienne le long du profil de la membrane;
H: Hauteur au pôle
r: rayon courant de la membrane;
P: pression de gonflement.

La figure (I_2) montre aussi qu'un élément de la membrane est soumis au cours du gonflement aux contraintes radiales et circonférentielles et l'équilibre est défini par les équations suivantes:

$$\frac{P}{h} = \frac{\sigma_\theta}{\rho_\theta} + \frac{\sigma_r}{\rho_r} \qquad \text{(I-34)}$$

et

$$\frac{d(h\sigma_r)}{dr} = \frac{h(\sigma_\theta - \sigma_r)}{r} \qquad \text{(I-35)}$$

où ρ_θ et ρ_r sont respectivements les rayons de courbure circonférencielle et méridienne et h est l'épaisseur courante de la membrane. Les équations générales seront traitées plus en détail dans le deuxième chapitre.

I-3-3 Analyse de Hill:

Une solution analytique a été développée par Hill (1950) pour le gonflement hydraulique. Dans son analyse, le diaphragme est supposé se déformer en membrane sphérique. Pour chaque incrément de temps et pour chaque particule de la membrane la vitesse est normale au profil instantané. Les champs de vitesses de déformation, de déformations et de contraintes sont équibiaxiaux.

Avec $\sigma_r = \sigma_\theta$ et $\rho_r = \rho_\theta$, les équations (I-34) et (I-35) s'expriment:

$$P = 2\frac{\sigma_\theta h}{\rho_\theta} \qquad \text{(I-36)}$$

L'analyse de Hill représente en fait la solution exacte pour un matériau rigide plastique obéissant à la théorie de l'écoulement avec une surface de charge de Von Mises, un écrouissage isotrope, et une loi contrainte-déformation de la forme:

$$\overline{\sigma} = k\exp(\overline{\varepsilon}) \qquad \text{(I-37)}$$

Une telle loi donne un coefficient d'écrouissage:

$$\gamma = \frac{dLn\overline{\sigma}}{d\overline{\varepsilon}} = 1 \qquad \text{(I-38)}$$

quel que soit le niveau de déformation. La pression est liée à la hauteur au pôle par la relation:

$$P = \frac{4kh_0H}{a^2 + H^2} \qquad \text{(I-39)}$$

L'instabilité se produit lorsque la pression atteint son maximum. La condition de pression maximum est obtenue à partir de l'équation (I-36), avec $d\sigma_\theta/\sigma_\theta = d\bar{\sigma}/\bar{\sigma}$ pour un trajet de contraintes linéaire, soit:

$$\frac{dP}{P} = \frac{d\bar{\sigma}}{\bar{\sigma}} + \frac{dh}{h} - \frac{d\rho_\theta}{\rho_\theta} = 0 \qquad \text{(I-40)}$$

A partir d'un développement limité et en utilisant une loi d'écrouissage de Hollomon, $\bar{\sigma} = k\bar{\varepsilon}^n$, la déformation à l'instabilité au pôle est donnée par:

$$\begin{aligned} \varepsilon_r = \varepsilon_\theta &= \frac{2}{11}(2n+1) \\ \bar{\varepsilon} &= \frac{4}{11}(2n+1) \end{aligned} \qquad \text{(I-41)}$$

Cette valeur de déformation pouvant être atteinte en gonflement hydraulique est particulièrement grande, ce qui est dû à l'effet stabilisant de la diminution du rayon de courbure au cours de l'essai ($(-d\rho_\theta/\rho_\theta) > 0$ dans l'équation (I-40)). On notera toutefois que cette expression n'est pas exacte, puisqu'elle s'appuie sur une solution cinématique qui n'est valable que pour un matériau obéissant à la loi d'écrouissage $\bar{\sigma} = k\exp(\bar{\varepsilon})$.

I-3-4 Analyse par la méthode des différences finies:

Parmi les premières modélisations par différences finies du gonflement hydraulique, on peut citer les travaux de Woo (1963), de Wang et Shammamy (1968) et de Ilahi et coll. (1980).

D'une façon générale, les désaccords entre le calcul et l'expérience portent sur les déformations méridiennes (ou en épaisseur) et non pas sur les déformations circonférentielles, qui sont correctement prédites. Ceci est logique, compte tenu du fait que le choix d'un modèle de plasticité va agir beaucoup plus sur les vitesses de déformation méridienne, qui font intervenir les gradients de vitesse, que sur les vitesses de déformation circonférentielle qui font intervenir simplement les vitesses, et non leurs gradients.

Wang et Shammamy ont obtenu un résultat intéressant, mettant en cause la condition d'instabilité obtenu par Hill (équation (I-41)).

Les figures (I_3_a) et (I_3_b) montrent que la condition obtenue à partir de la solution cinématique de Hill sous-estime les déformations à l'instabilité au pôle, lorsque le problème est résolu en utilisant la loi d'écrouissage de Hollomon tout au long du calcul.

Ilahi et coll. (1980) sont les premiers à s'être intéressés à l'influence du choix de la fonction de charge sur l'évolution de la pression et sur la répartition des déformations. Ils ont utilisé le critère non quadratique de Hill sous la forme donnée par l'équation (I-26), avec une loi d'écrouissage de type Hollomon.

Dans le cas d'un aluminium de haute pureté, les prévisions théoriques obtenues avec la valeur m=2 (critère quadratique de Hill) ne sont pas correctes. En effet, cette valeur m=2 sous-estime la contrainte d'écoulement en traction équibiaxiale, et donc la pression calculée (figure(I_4)). Par contre, l'accord entre résultats théoriques et expérimentaux est satisfaisant pour m=1.7.

Une bonne corrélation entre calcul et expérience est également constatée pour les distributions de déformation circonférentielle et en épaisseur avec m=1.7.

Une méthode de différences finies a également été utilisée par Mesrar et coll(1991). Ceux-ci ont utilisé la formulation proposée par Budiansky (1984) pour décrire la surface de charge de l'aluminium, dont le rayon polaire s'exprime par:

$$g(\theta) = 1 + k_0(1 - \cos(4\theta)) \qquad \text{(I-42)}$$

où k_0 est une constante négative et θ est l'angle polaire associé.

Avec la fonction de charge donnée par l'équation (I-42), un changement de la forme de la surface de charge est constaté et a entraîné une meilleure prévision théorique notamment de la pression en fonction de la

déformation en épaisseur au pôle. L'influence de la sensibilité à la vitesse de déformation a également été examinée par ces auteurs.

Ces résultats peuvent être résumés comme suit:

- La pression nécessaire pour développer le gonflement de la membrane croît quand l'exposant d'écrouissage n croît et/ou quand le rapport entre contrainte équibiaxiale et contrainte uniaxiale croît.

- La sensibilité à la vitesse de déformation m tend à homogénéiser la distribution des déformations, cet effet n'étant toutefois sensible que pour les fortes valeurs de m et dans les stades avancés du gonflement.

- Les distributions de déformation méridienne et en épaisseur sont plus uniformes dans les premiers stades du gonflement pour de fortes valeurs de la courbure de la surface de charge au voisinage de la traction équibiaxiale. Ce comportement est inversé dans les stades avancés du gonflement.

I-3-5 Analyses par la méthode des éléments finis:

Des analyses par la méthode des éléments finis ont été effectuées en particulier par Kim et Yang (1985), Kobayashi et Kim (1978) et Zhou et Lian (1989). Ces derniers confirment l'influence du rapport $\alpha = \sigma_b/\sigma_u$ sur le niveau de pression nécessaire pour assurer le gonflement où σ_b et σ_u sont respectivement les contraintes d'écoulement en déformation équibiaxiale et en traction uniaxiale. Ils ont par ailleurs confirmé qu'une description plus détaillée de la surface de charge est nécessaire pour caractériser la distribution de déformations.

Les figures (I_5) et (I_6), montrent en particulier une comparaison faite avec la méthode des différences finies concernant la distribution des déformations. On constate une différence au voisinage du bord relative à la déformation radiale ε_r. Cette différence serait dûe à une approximation numérique réalisée pour satisfaire les conditions aux limites pour un flan bloqué ($\dot{\varepsilon}_\theta = 0$).

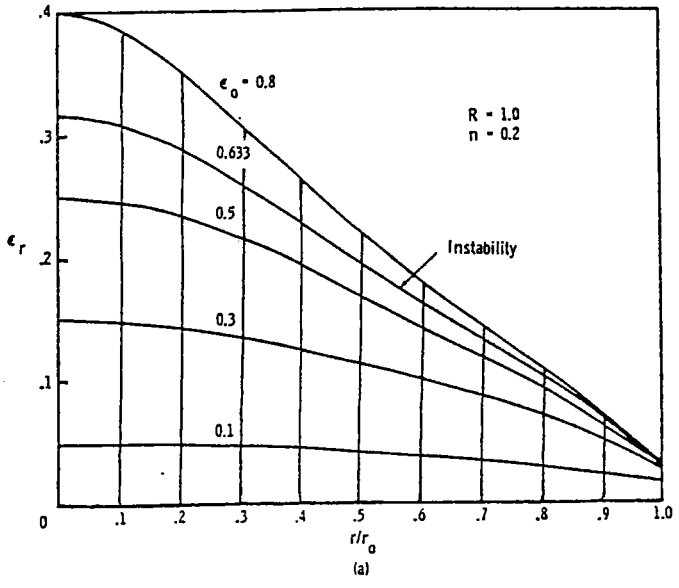


Figure (I_3_a): Distribution de la déformation méridienne pour différentes valeurs de la déformation équivalente au pôle. (Wang et Shammamy (1968))

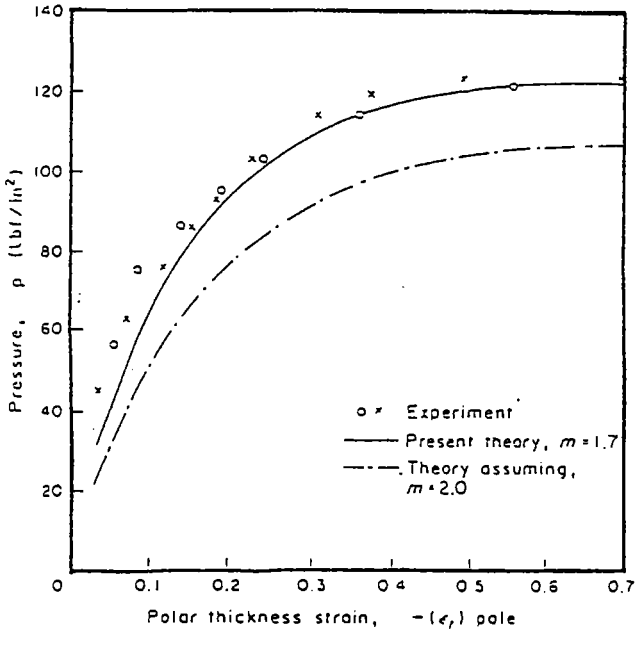


Figure (I_4): Variation de la pression en fonction de la déformation en épaisseur au pôle. (Ilahi et coll. (1980)

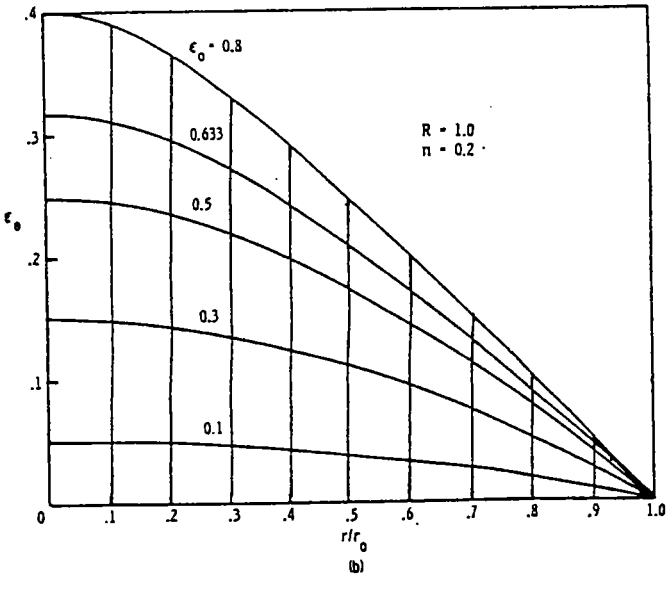


Figure (I_3_b): Distribution de la déformation circonférentielle pour différentes valeurs de la déformation équivalente au pôle. (Wang et Shammamy (1968))

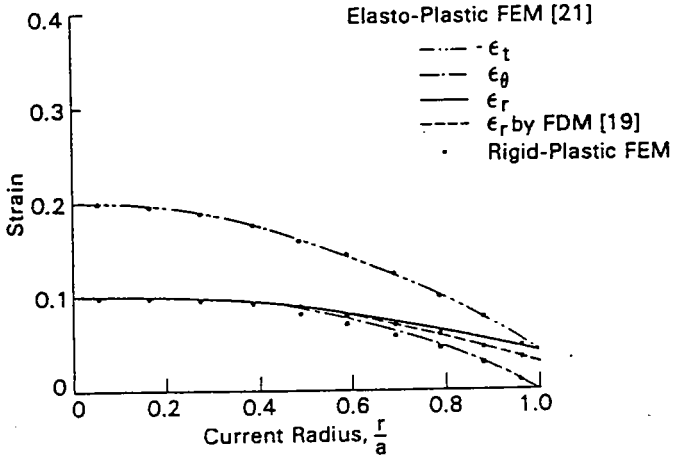


Figure (I_5): Distribution des déformations pour une déformmation en épaisseur = -0.2. (Kobayashi et Kim (1978))

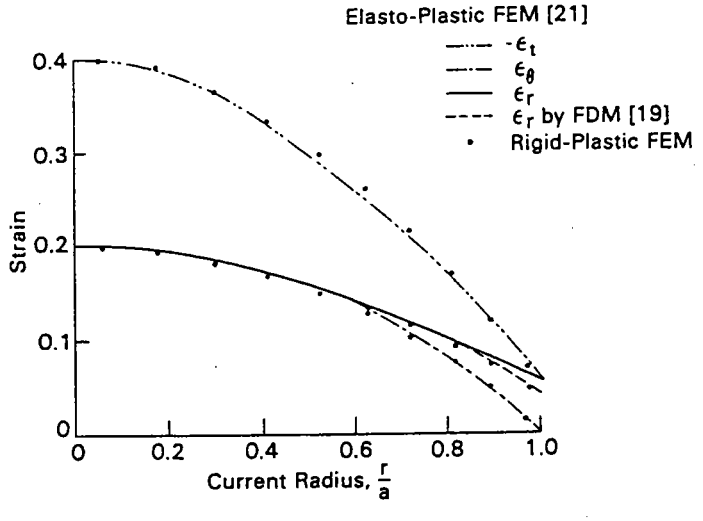


Figure (I_6): Distribution des déformations pour une déformmation en épaisseur = -0.4. (Kobayashi et Kim (1978))

I-4 ESSAI DE POINÇONNEMENT HÉMISPHÉRIQUE

I-4-1 Principe de l'essai:

Contrairement à l'essai de gonflement hydraulique où la déformation de la tôle se fait sans contact avec un outil, le poinçonnement hémisphérique consiste à soumettre une tôle mince bloquée sur son contour à l'action d'un poinçon. Au cours de cette opération on peut distinguer deux zones:

- La zone en contact avec l'outil (I)
- Le brin libre (II) liant la zone (I) avec la partie bloquée.

Dispositif du poinçonnement:

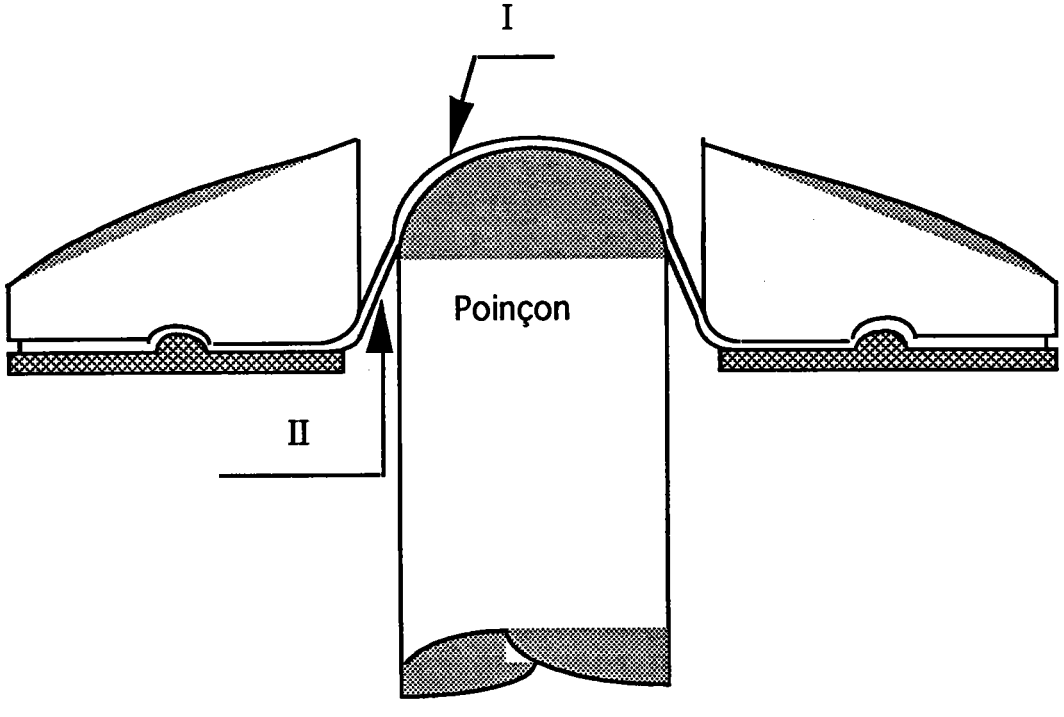


Figure (I_7): Principe de l'essai de poinçonnement hémisphérique.

I-4-2 Équations générales:

De même que pour le gonflement hydraulique, l'hypothèse de l'isotropie planaire et l'axisymétrie nous permettent de traiter le problème en coordonnées cylindriques.

Données géométriques:

r^0: position initiale d'un élément situé au point M^0 avant déformation;

r: position radiale en cours de déformation;

z: hauteur courante en cours de déformation;

a: rayon de la tôle;

H: hauteur au pôle

h_0: épaisseur initiale de la tôle;

r_p: rayon du poinçon;

β: angle entre la tangente au profil déformé et l'axe du poinçon.

Schéma simplifié:

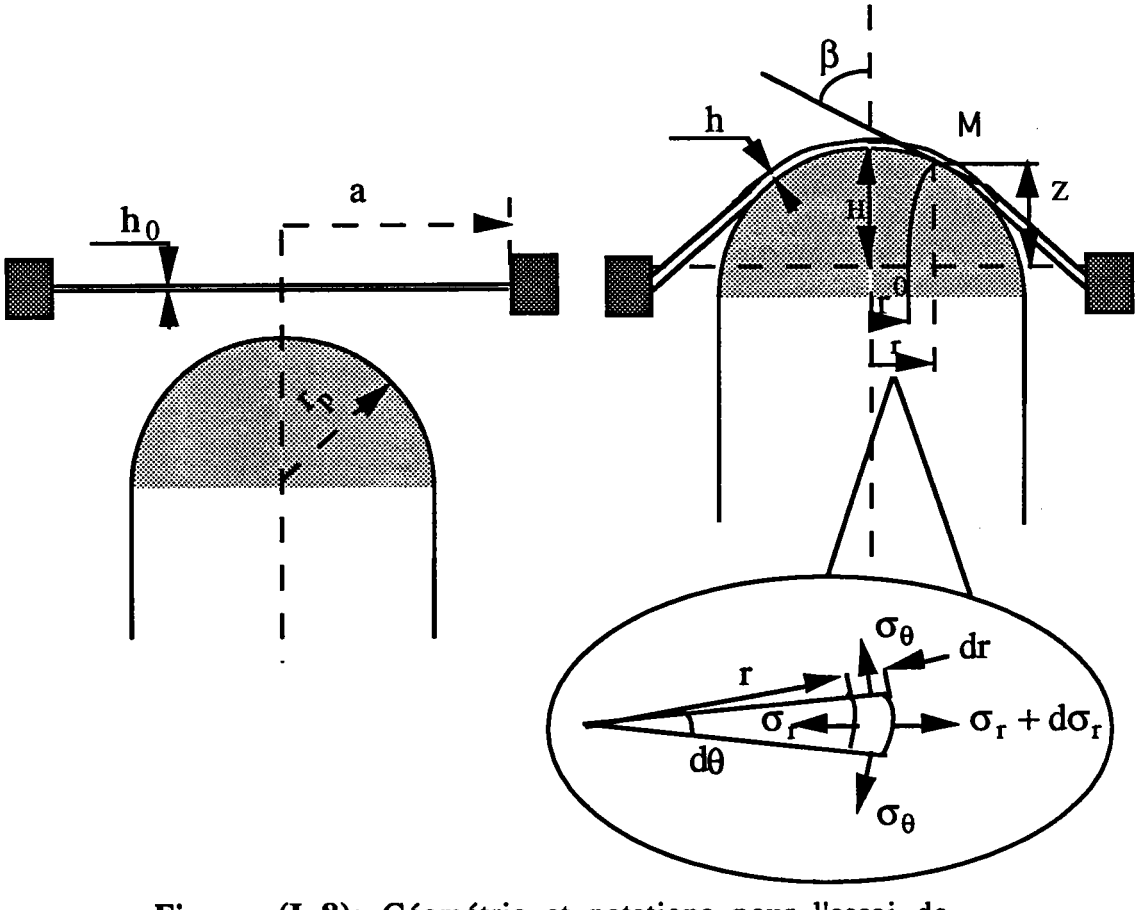


Figure (I_8): Géométrie et notations pour l'essai de poinçonnement hémisphérique.

En utilisant l'approximation de membrane, l'équation d'équilibre vertical selon la direction normale s'exprime:

$$\frac{P_N}{h} = \frac{\sigma_\theta}{\rho_\theta} + \frac{\sigma_r}{\rho_r} \qquad \text{(I-43)}$$

où P_N désigne la pression exercée par le poinçon ($P_N = 0$ pour le brin libre).

L'équation d'équilibre selon la direction méridienne s'exprime:

$$\frac{\partial(rh\sigma_r)}{\partial r} = h\sigma_\theta - {P_S r}/{\sin\beta} \qquad \text{(I-44)}$$

où P_S représente la force de frottement ($P_S = 0$ pour le brin libre).

Il peut être commode d'utiliser, au lieu de l'équation (I-44), l'équation obtenue à partir de l'équilibre de la calotte de rayon r, qui s'exprime:

$$\frac{F}{h} = 2\pi r\sigma_r \cos\beta \qquad \text{(I-45)}$$

où F représente la résultante des forces normales (pression) et tangentielles (frottement) sur la calotte.

I-4-3 Analyse par la méthode des différences finies:

De telle analyses ont été effectuées par Woo (1965) et par Wang (1970). Le résultat le plus marquant concerne les distributions de déformations méridiennes ε_r et circonférentielles ε_θ. De par l'axisymétrie, ces déformations sont égales au pôle, et ε_θ s'annule sur le contour. La déformation radiale présente un pic qui croit fortement au cours du poinçonnement, ce qui constitue l'amorce d'une striction qui se développe circonférentiellement.

Un bon accord est constaté entre les points expérimentaux et le calcul de Woo (figure(I_9)) concernant la relation entre la force du poinçon et l'enfoncement. Cet accord diminue lorsque l'enfoncement devient important. Les résultats numériques de Wang comparés à ceux de Woo concernant la distribution des déformations présentent également un bon accord avec l'expérience (figures (I_10_a)) et (I_10_b)).

I-4-4 Analyse par la méthode des éléments finis:

Les simulations par éléments finis effectuées par Kobayashi et Kim (1985) confirment avec une très bonne précision les résultats obtenus par Wang. Knibloe et Wagoner (1989) se sont intéressés à l'utilisation de la surface de Hill non quadratique correspondant à l'équation (I-26), pour un matériau rigide visco-plastique. Les résultats dépendent fortement de la valeur de l'exposant m dans l'équation de la surface de charge, et du coefficient de frottement μ.

Toutefois, l'utilisation de l'équation (I-26) avec les valeurs de m déduites de lissages de surfaces de charge expérimentales nécessite des valeurs de μ beaucoup trop élevées. Ces auteurs n'aboutissent donc pas à une modélisation concluante du processus. Une analyse s'intéressant également aux limites de formage associées à ce processus a été réalisée par Zeghloul et Ferron (1992). En utilisant le critère quadratique de Hill (1948) avec isotropie transverse, ces auteurs ont analysé de façon systématique l'influence du coefficient d'anisotropie R et du coefficient de frottement μ.

Le frottement a pour effet de restreindre le glissement de la tôle sur l'outil. Par conséquent, pour un enfoncement de poinçon donné, la déformation au pôle décroît lorsque le coefficient de frottement μ croît, alors que dans le brin libre la déformation méridienne est peu affectée par la variation de μ.

La figure (I_11) montre l'influence du coefficient μ sur la distribution des déformations pour une hauteur H au pôle donnée; N est l'exposant d'écrouissage dans la loi puissance de Swift reliant la contrainte et la déformation équivalentes:

$$\bar{\sigma} = K(\varepsilon_0 + \bar{\varepsilon})^N \qquad \text{(I-46)}$$

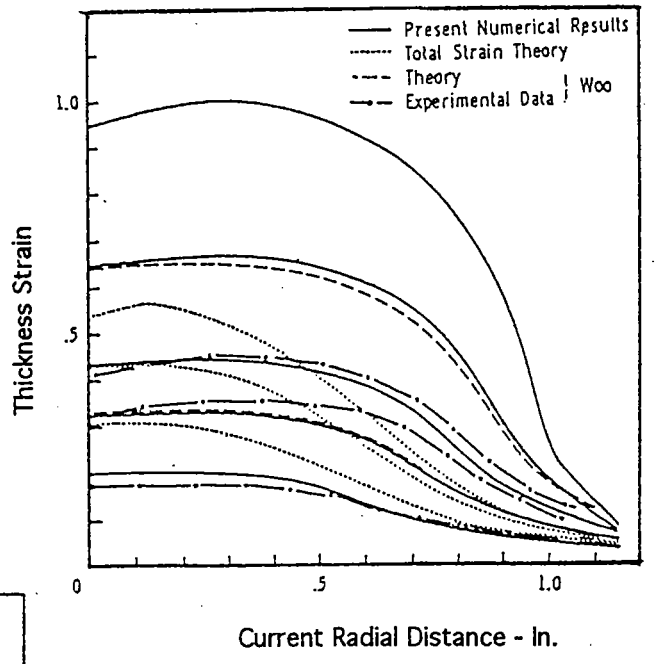
La distribution des déformations radiales devient très hétérogène quand le frottement augmente, avec apparition d'un pic marqué pour $\mu = 0.4$.

Les déformations circonférentielles restent plus uniformes. Les chemins de déformations, pour l'élément critique où se développe l'instabilité, sont ainsi fortement non linéaires lorsque μ est élevé.

La figure (I_12) montre l'influence du coefficient d'anisotropie R sur la distribution des déformations. On observe qualitativement que l'influence de R est comparable à celle de μ. Ceci est expliqué par le fait que lorsque R augmente, le rapport des contraintes entre les états de déformation plane et de déformation équibiaxiale diminue pour une déformation équivalente donnée, de sorte que la déformation équibiaxiale (au pôle) est relativement plus difficile pour R grand, alors que la déformation plane (au bord) est facilitée.

L'influence, sur les chemins de déformation, et sur les limites de formage, est mise en évidence sur la figure (I_13). Lorsque R et/ou μ augmentent, les chemins de déformation dans la zone de striction se rapprochent de la déformation plane, ce qui conduit à l'établissement d'une courbe limite de formage associée au processus de poinçonnement hémisphérique. Ces auteurs discutent le fait que les courbes limites de formage ne correspondent pas à une propriété intrinsèque du matériau, mais dépendent des conditions aux limites du processus de formage étudié.

Figure (I_10_a): Distribution de la déformation en épaisseur et comparaison avec les résultats de Woo. (Wang (1970))



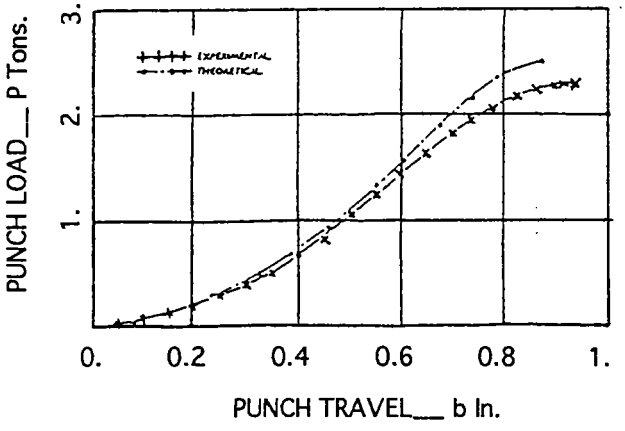
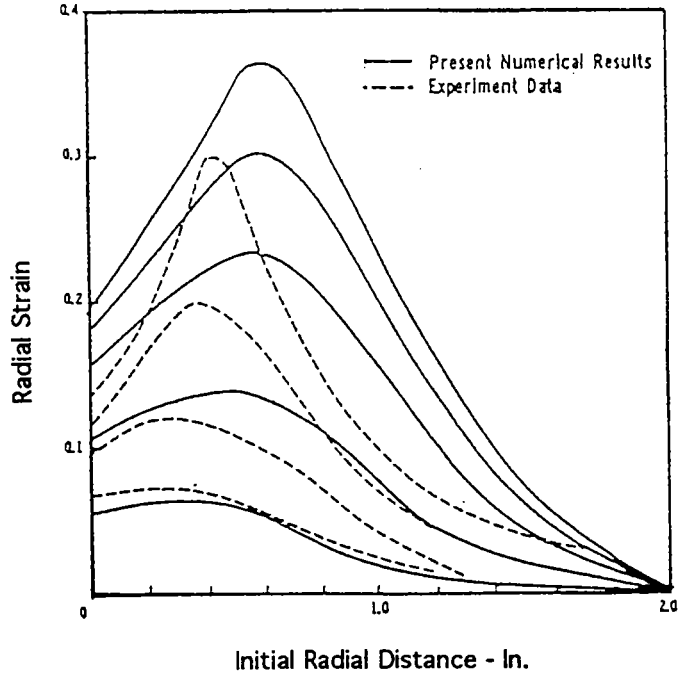


Figure (I_9): Relation entre la force du poinçon et le déplacement tôle et poinçon. (Woo (1965))

Figure (I_10_b): Distribution de la déformation méridienne et comparaison avec les résultats expérimentaux de Keeler et Backofen. (Wang (1970))



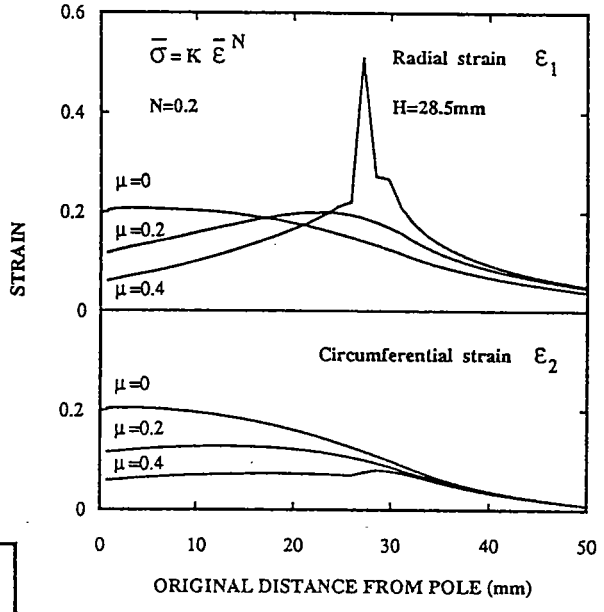


Figure (I_11): Influence du frottement μ sur la distribution de déformations. (Zeghloul et Ferron (1992))

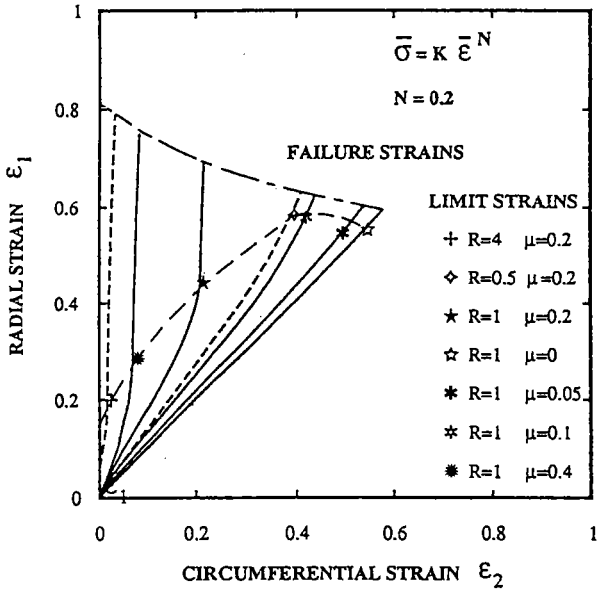


Figure (I_13): Chemins de déformation, déformations à rupture et déformations limites.(Zeghloul et Ferron (1992))

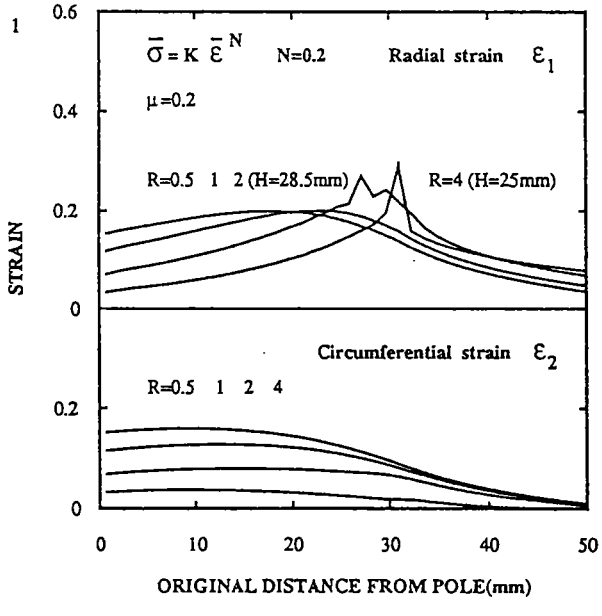


Figure (I_12): Influence de l'anisotropie R sur la distribution de déformations. (Zeghloul et Ferron (1992))

I-5 ESSAI D'EMBOUTISSAGE D'UN GODET

I-5-1 Principe de l'essai:

Un flan circulaire de rayon extérieur R_e, d'épaisseur h est serré entre une matrice et un serre-flan. Un poinçon à fond plat ou hémisphérique vient emboutir le flan jusqu'à l'obtention d'un godet. Le matériau s'écoule radialement entre matrice et serre-flan, jusqu'à avalement complet et formation du godet.

Au cours de l'opération d'emboutissage, selon la zone de l'embouti, on peut distinguer plusieurs types de déformations:

Dispositif de l'emboutissage:

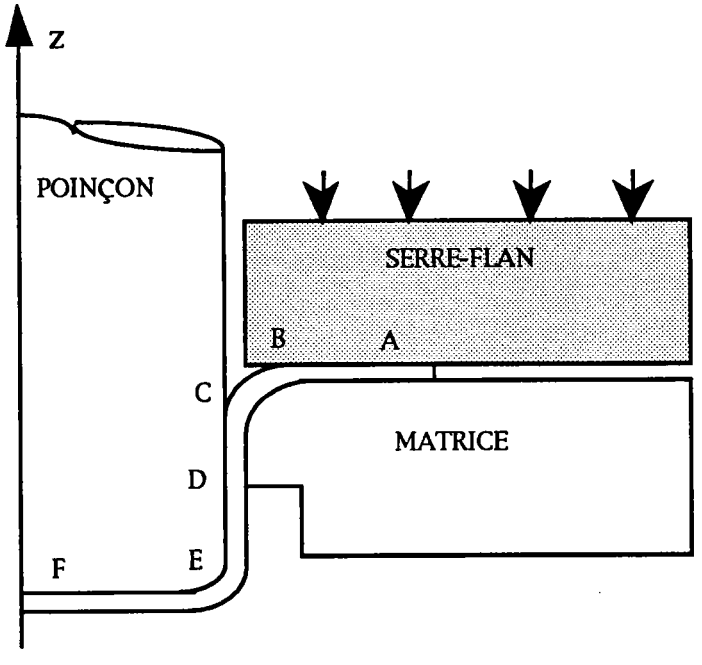


Figure (I_14): Principe de l'essai d'emboutissage d'un godet.

AB: allongement dans la direction radiale ($\varepsilon_r > 0$), rétrécissement dans la direction circonférentielle ($\varepsilon_\theta < 0$).
Le flan a tendance à s'épaissir, cet épaississement dépend à la fois de la force de serre-flan et de l'anisotropie de la tôle.

BC: pliage sous tension "flexion".

CD: déformation plane ($\varepsilon_\theta = 0$), traction dans la direction verticale ($\sigma_z > 0$).

DE: expansion biaxiale plus ou moins importante selon le rayon du poinçon et la lubrification.

EF: pas ou peu de déformation, de nature équi-biaxiale.

L'étude expérimentale détaillée de l'influence des divers paramètres intervenant dans cet essai a été faite d'abord par Swift, Budiansky, Wang et Woo.

I-5-2 Schéma simplifié:

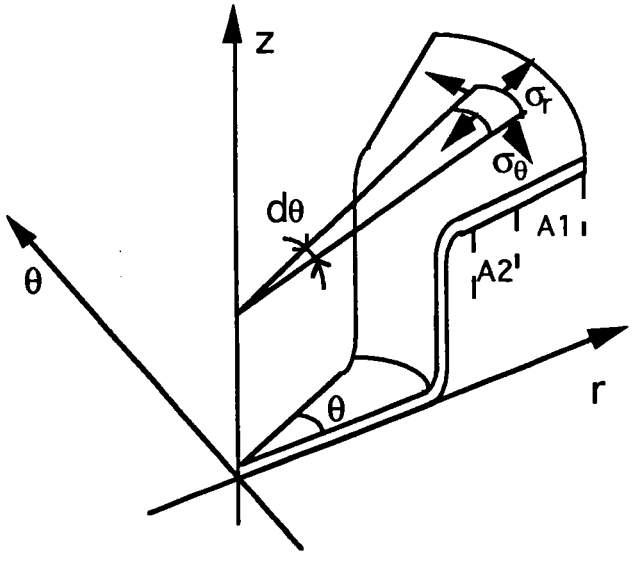


Figure (I_15): Notations et schéma simplifié de l'essai de coupelle.

L'idée de diviser un profil de la coupelle en plusieurs zones répond à ce qui se passe réellement lors de l'emboutissage. En particulier, la partie AB en rétreint se compose en fait de deux zones, une zone externe (A1, figure (I_15)) subissant l'action du serre-flan, une zone intermédiaire A2 plus mince ne subissant pas de compression selon l'épaisseur. Comme pour le gonflement hydraulique, les équations générales des différentes parties seront détaillées dans le deuxième chapitre.

I-5-3 Analyses par la méthode de différences finies:

Les distributions de contraintes radiale et circonférentielle obtenues par Woo (1967) dans le cas d'un poinçon hémisphérique sont présentées sur la figure(I_21). Les contraintes de compression σ_z exercées par le serre-flan dans la partie externe étant relativement faibles, le bord du flan est dans un état proche de la compression simple orthoradiale. Les contraintes radiales σ_r augmentent de façon monotone lorsqu'on s'éloigne du bord, tandis que les contraintes circonférentielles σ_θ diminuent en valeur absolue, s'annulent au voisinage de la limite de contact avec le poinçon puis deviennent positives sur le contact avec le poinçon.

L'état de contraintes évolue donc de façon monotone d'un état de compression simple au bord à un état de traction équibiaxiale sur l'axe (r=0), en passant par un état de cisaillement le long du rayon de matrice et par un état de traction simple au voisinage du contact avec le poinçon. Les déformations correspondantes sont représentées sur la figure(I_22).

La figure (I_16) montre une vue simplifiée de ce qui se passe le long du profil d'un godet au cours de l'opération d'emboutissage en rétreint.

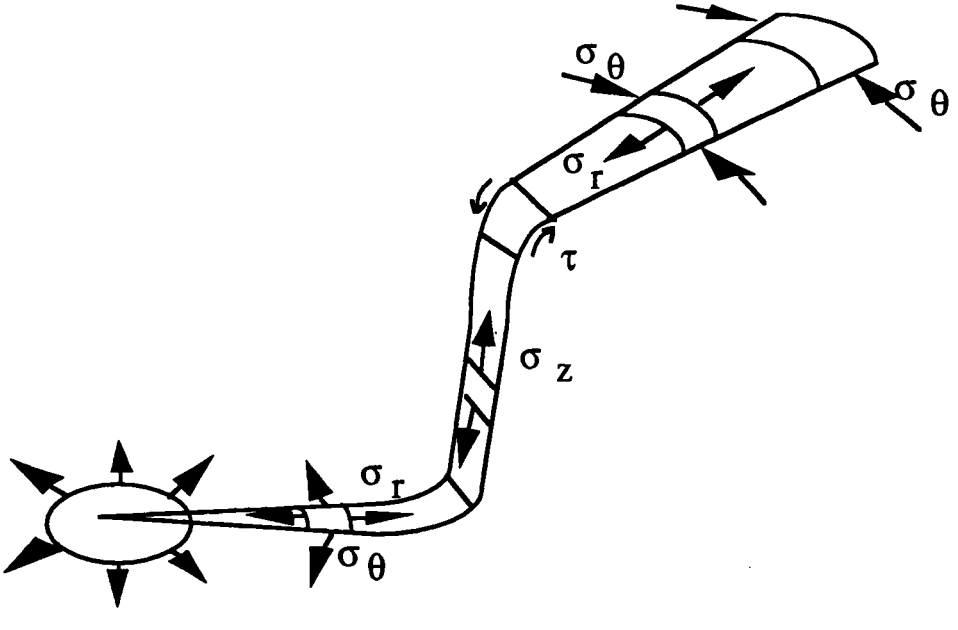


Figure (I_16): Schéma des états de contraintes lors de l'emboutissage d'un godet.

On notera que, dans le cas d'un poinçon à fond plat, les déformations en expansion obtenues au contact avec le poinçon sont beaucoup moins importantes que dans le cas du poinçon hémisphérique présenté précédemment.

Les calculs par méthode de différences finies ont été effectués en utilisant le critère de Von-Mises (Woo (1967)), le critère quadratique de Hill avec isotropie transverse (Wang et Budiansky (1966)). On observe en particulier que l'épaississement dans la collerette et la force de poinçonnement diminuent quand le coefficient d'anisotropie augmente. De plus, le rapport limite d'emboutissage (b_0/a) augmente quand R augmente. Ce rapport limite d'emboutissage est associé à l'atteinte d'un état de déformation plane interdisant l'écoulement radial, alors que la zone concernée par cet état serait encore dans la collerette.

I-5-4 Analyses par la méthode des éléments finis:

Différentes modélisations du matériau ont été utilisées dans la simulation de l'emboutissage par la méthode des éléments finis. On en cite ici quelques exemples:

I-5-4-1 Matériau rigide plastique:

Kobayashi et Kim (1978) ont étudié l'influence des paramètres rhéologiques sur les caractéristiques de l'écoulement du matériau. En comparant leurs résultats avec ceux obtenus expérimentalement, ils en déduisent que le rayon de la matrice et le profil du poinçon influencent considérablement l'effort du poinçon et la distribution de déformations dans les différentes régions du godet.

Dans la collerette (zone AB), une bonne corrélation est obtenue concernant la distribution des déformations en épaisseur et déformations circonférentielles (figures (I_23_a) et (I_23_b)). D'autre part, le choix du coefficient de frottement pose un problème et fausse d'après ces auteurs les valeurs de déformation au voisinage du poinçon.

I-5-4-2 Matériau élastoplastique:

Cette hypothèse a été utilisée par A. Daneri, S. Giambuzzi et G. Toselli (1990) qui ont étudié en particulier l'influence du coefficient de frottement sur la répartition de déformation radiale et tangentielle et sur la force du poinçon. La modélisation du frottement a été réalisée avec deux hypothèses:

- un frottement de type Coulomb où le coefficient de frottement μ varie de 0.1 à 0.3;

- un frottement de Coulomb avec contrainte de frottement limite de type Tresca (μ=0.3, 0.6, 1 et τ=0.5, 0.1, 1);

Le matériau obéit au critère de Von Mises ou de Hill quadratique. L'introduction d'une contrainte de frottement limite τ conduit, pour de faibles valeurs de τ, à une diminution de la force de poinçonnement.

D'autre part, une augmentation du coefficient d'anisotropie ne conduit qu'à une faible augmentation de la force de poinçon.

Une autre modélisation mécanique a été proposée par H.L. Cao (1990) pour simuler le processus d'emboutissage et déterminer notamment les effets de retour élasto-plastique et les contraintes résiduelles: lorsque le processus d'emboutissage est interrompu ou terminé, il se produit un retour élastoplastique dont on peut tenir compte dans certaines modélisations. Ce retour peut être de deux types différents d'après la position de la tôle à la fin de l'avancement du poinçon:

- avalement partiel, c'est à dire qu'une partie de la tôle se trouve encore entre la matrice et le serre-flan;

- avalement complet, c'est à dire qu'il n'y a plus de tôle entre la matrice et le serre-flan.

Pour ce dernier type d'avalement, le retour élastique est quasi-inéxistant en raison de la rigidité du godet. Quant au cas de l'avalement partiel, lorsqu'on décharge le godet de ses outils (matrice, serre-flan, poinçon), la

collerette change de position d'équilibre. Ceci s'explique par la disparition des contraintes en extension après le retour élastoplastique, et peut se traduire aussi par le fait que la distribution des contraintes méridiennes dans la partie verticale (zone CD) sont positives avant le retour et qu'elles deviennent des contraintes de flexion après le retour. Cette flexion peut être à l'origine du retour élasto-plastique de la tôle.

Il a été d'autre part constaté que l'ordre de l'enlèvement des outils influence considérablement ce retour. Il reste à analyser l'influence des paramètres techniques ou conditions aux limites (force du serre-flan, rayon de matrice, rayon de poinçon) sur le retour élastoplastique du matériau.

I-5-5 Cornes d'emboutissage:

Il est clair qu'un matériau anisotrope transverse, dans le cas d'un processus géométriquement axisymétrique, va subir un écoulement plastique qui va dépendre de la position angulaire. Les effets sont particulièrement importants dans le cas où la tôle subit un avalement, et le pourtour du flan perd alors sa forme circulaire. On observe l'apparition de cornes et de vallées dont le développement a été étudié par un certain nombre d'auteurs en supposant soit un état de contraintes planes (force de serre-flan négligeable), soit un état de déformations planes dans la direction de l'épaisseur de la collerette.

Dans le premier cas, le bord du flan est en compression simple dans la direction orthoradiale, tandis que dans le second la force de serre-flan empêche tout épaississement.

I-5-5-1 Théorie de Bourne et Hill (1950):

Bourne et Hill(1950) ont effectué une analyse qualitative de la position des cornes et vallées basée sur le raisonnement suivant: une oreille se forme dans les directions α pour lesquelles la contrainte de compression selon la direction circonférentielle induit davantage d'allongement radial que d'épaississement, c'est à dire pour $r(\alpha+\pi/2)$ grand. De même, une

vallée est prévue dans les directions α pour lesquelles la contrainte de compression circonférentielle induit davantage d'épaississement que d'allongement radial c'est à dire pour $r(\alpha+\pi/2)$ petit.

En utilisant le critère quadratique de Hill (équation (I_22)), les différents cas suivants peuvent être envisagées:

♦ Si $F \prec G$ et $F+2H \prec N \prec G+2H$: on obtient une évolution monotone de $r(\alpha)$ et de $\sigma(\alpha)$, et donc 2 oreilles à $\alpha = k\pi$:

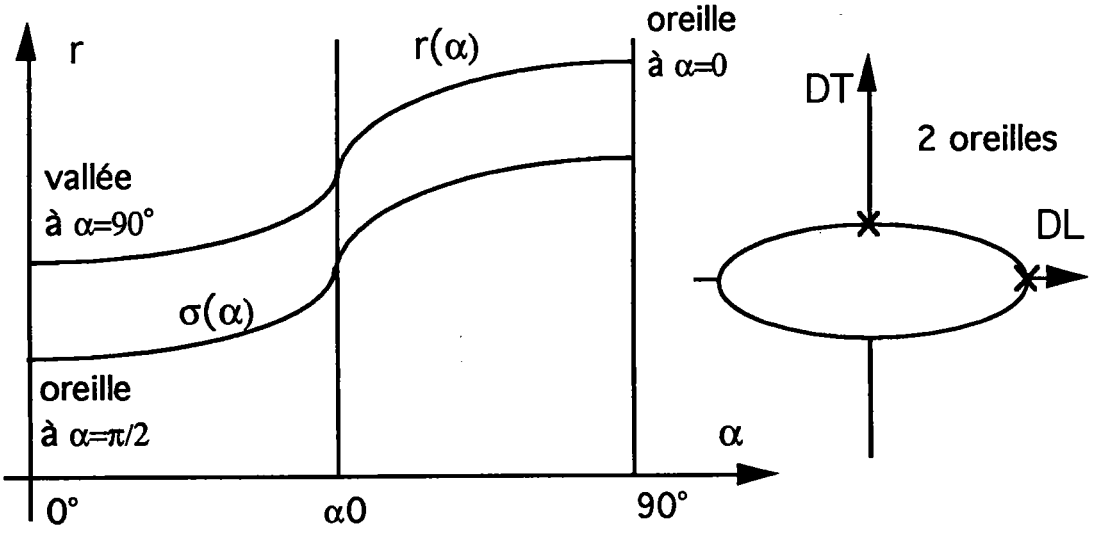


Figure (I_17): Cas d'un matériau où l'on obtient uniquement deux oreilles.

♦ Si $F \prec G$ et $N \succ G+2H$: on obtient un maximum de $r(\alpha)$ pour $\alpha = \alpha_0$ et (un minimum de $\sigma(\alpha)$), et donc 4 oreilles à $\pm(\pi/2-\alpha_0)$ modulo $k\pi$ (et 4 vallées à $\alpha = k\pi/2$):

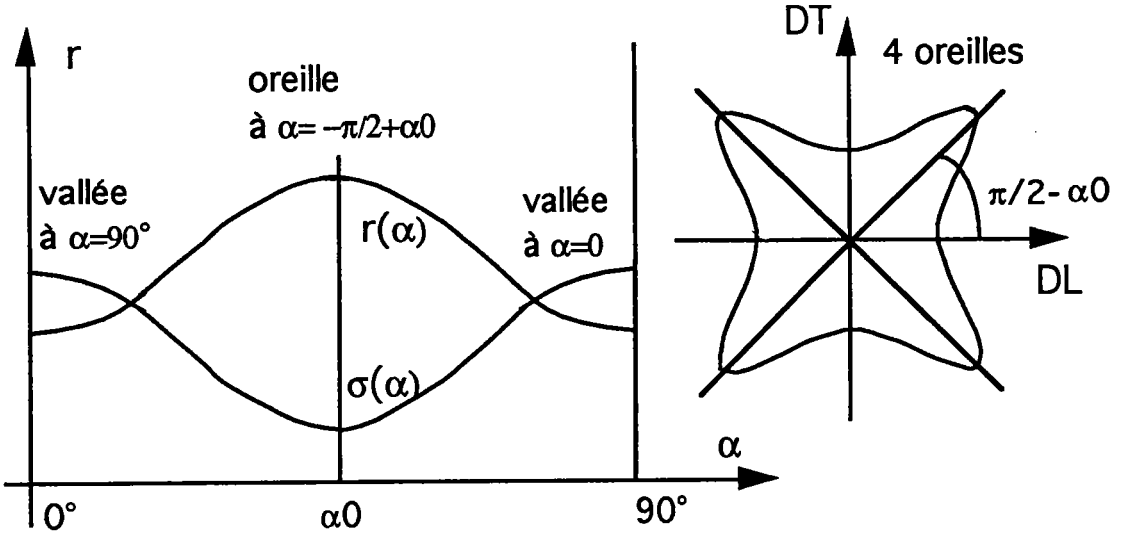


Figure (I_18): Cas d'un matériau où l'on obtient quatre oreilles et quatre vallées.

♦ Si $F \prec G$ et $N \prec F+2H$: on obtient deux maxima de $r(\alpha)$ pour $\alpha=0°$ et 90°, un minimum de $r(\alpha)$ pour $\alpha=\alpha_0$ (et un maximum de $\sigma(\alpha)$), et donc 4 oreilles à $\alpha=k\pi/2$ (et 4 vallées à $\pm(\pi/2-\alpha_0)$ modulo $k\pi$):

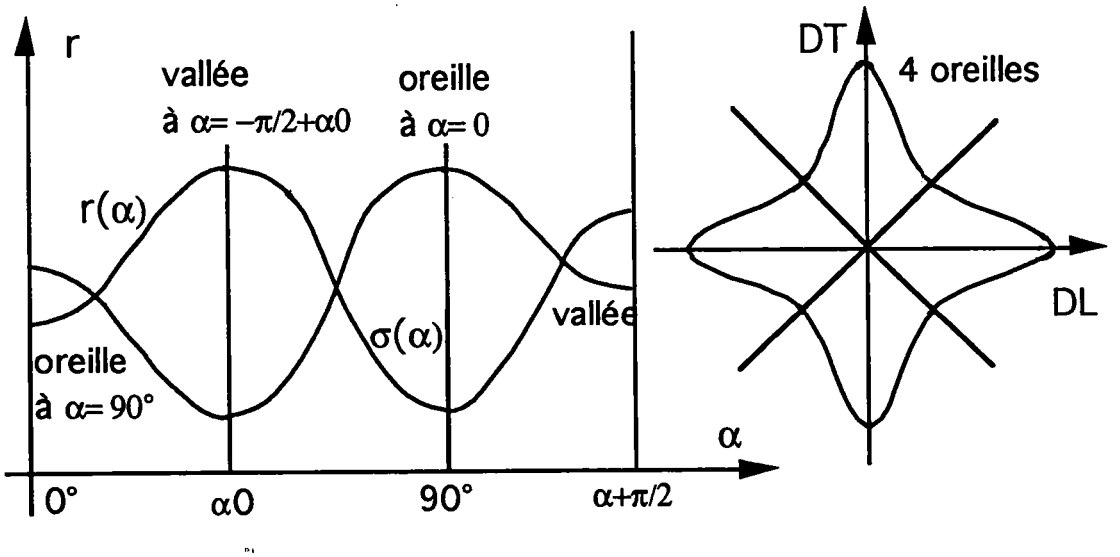


Figure (I_19): Cas d'un matériau où l'on obtient également quatre vallées et quatre oreilles .

I-5-5-2 Théorie de Barlat et Richmond (1991):

Barlat et Richmond (1991) ont basé leurs travaux en envisageant soit un état de contraintes planes, soit un état de déformations planes figure(I_20).

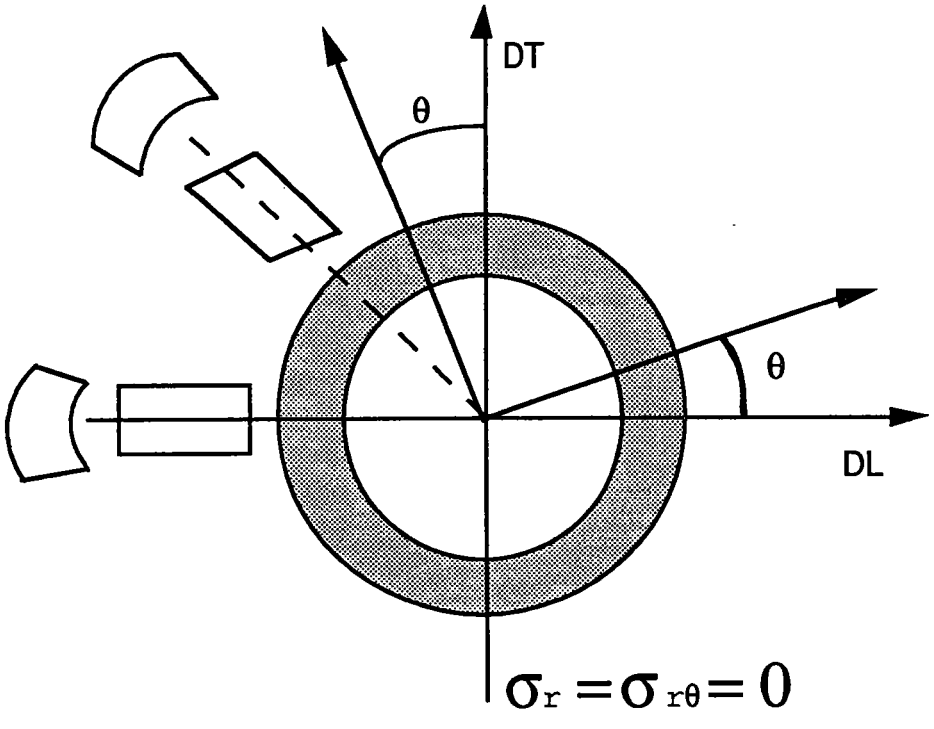


Figure (I_20): Schéma des glissements induits par l'anisotropie transverse du matériau.

Au lieu de baser leur raisonnement sur le coefficient d'anisotropie, ils démontrent que l'évolution angulaire du paramètre $\Gamma = \frac{\dot{\varepsilon}_{r\theta}}{\dot{\varepsilon}_{\theta}}$ qui caractérise le glissement produit lors de la traction (ou compression) uniaxiale ou lors de la traction (ou compression) plane, reflète tout aussi bien les propriétés des cornes d'emboutissage.

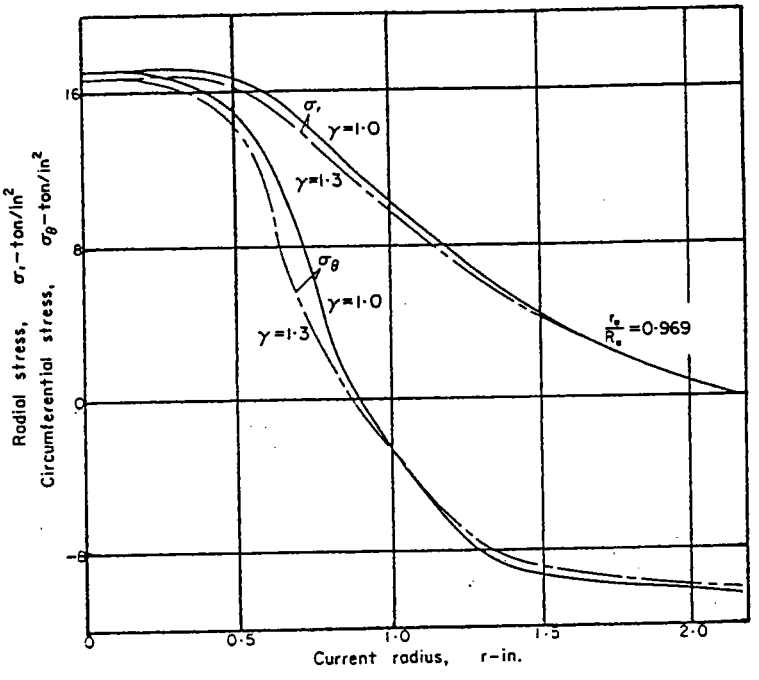


Figure (I_21): Distribution des contraintes radiales et circonférentielles en fonction du rayon courant. (Woo (1967))

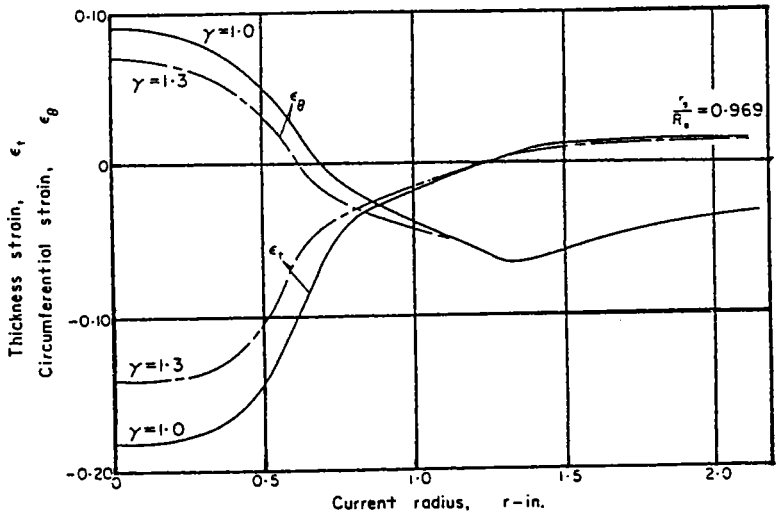


Figure (I_22): Distribution des déformations circonférentielles et en épaisseur en fonction du rayon courant. (Woo (1967))

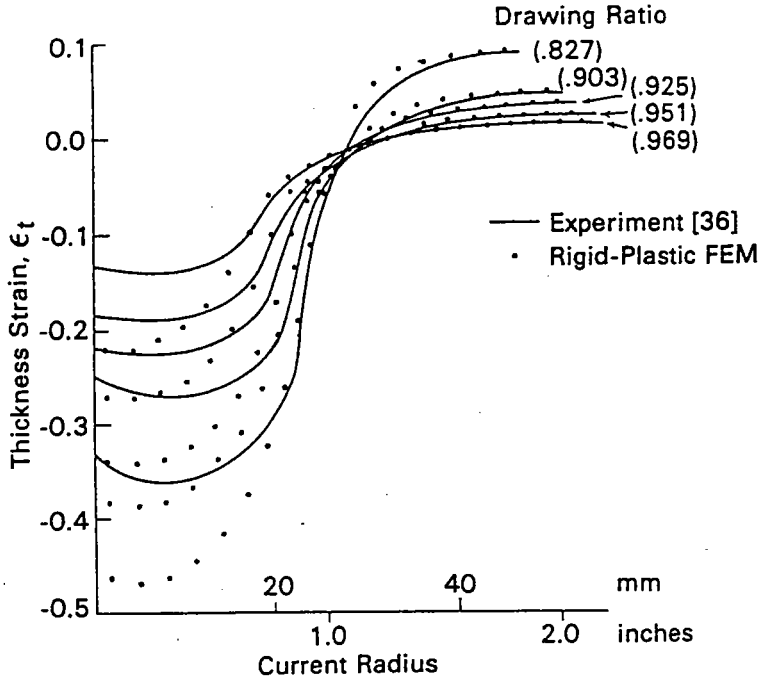


Figure (I_23_a): Distribution des déformations en épaisseur pour $\mu_p = 0.04$ (frottement avec le poinçon) et $\mu_d = 0.04$ (frottement avec la matrice). (Kobayashi et Kim (1978))

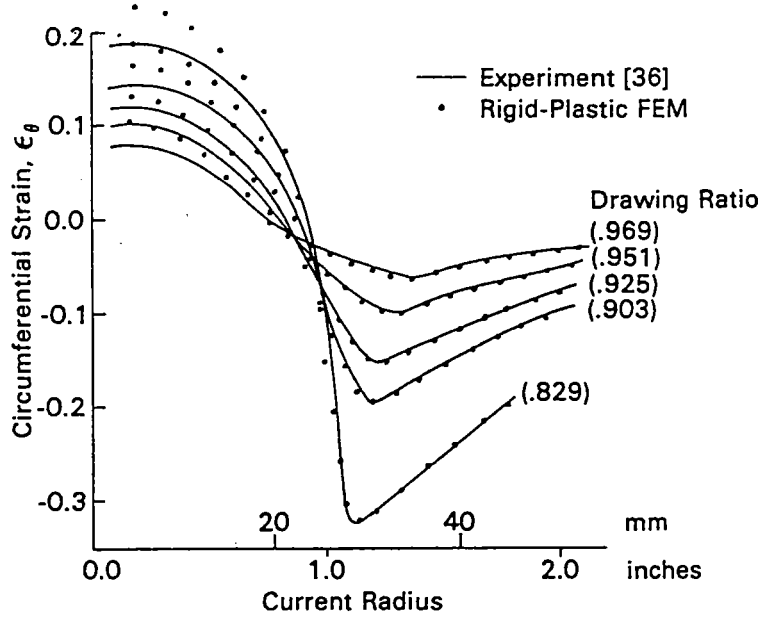


Figure (I_23_b): Distribution des déformations circonférentielles pour $\mu_p = 0.04$ et $\mu_d = 0.04$. (Kobayashi et Kim (1978))

I-6 CONCLUSION

Ce chapitre récapitule tout d'abord un certain nombre de critères de plasticité couramment utilisés dans les simulations numériques de la mise en forme à froid des tôles métalliques. Ces rappels servent d'introduction à l'examen des résultats de simulations numériques de procédés simples de formage des tôles.

Cette analyse bibliographique est principalement orientée vers l'étude des relations entre le comportement rhéologique du matériau et le comportement de la structure au cours de la mise en forme. Pour les procédés simples qui sont étudiés ici, une compréhension qualitative de ces relations peut être dégagée dans la plupart des cas, faisant de ces procédés des outils précieux d'amélioration de la description du comportement plastique. Il ressort finalement de cette analyse que la "réponse" de la structure emboutie est très sensible aux caractéristiques du comportement plastique, et particulièrement à la forme de la surface de plasticité, qui conditionne la déformation relative des différentes parties de la pièce formée afin de vérifier l'équilibre à chaque instant. Cette sensibilité aux paramètres rhéologiques du matériau justifie que soient incorporés des modèles de plasticité plus élaborés dans le calcul des procédés d'emboutissage.

Chapitre II

MODÉLISATION INCRÉMENTALE DE PROCÉDÉS DE MISE EN FORME

II-1 INTRODUCTION

Deux essais de formage ont fait l'objet d'une modélisation incrémentale spécifique: l'essai de gonflement hydraulique et l'essai d'emboutissage d'un godet. Par rapport à l'utilisation de codes de calculs par éléments finis, l'intérêt de telles méthodes peut apparaître en perte de vitesse. Ainsi, le matériau est supposé rigide-plastique dans les mises en équation, de sorte que le retour élastique ne sera pas accessible. Par contre le temps de calcul est diminué, et la précision sur les efforts et la répartition des déformations plastiques est excellente.

Surtout, on notera que le travail de mise en équations du problème constitue un excellent support pour comprendre les relations existant entre les paramètres du comportement rhéologique (écrouissage, sensibilité à la vitesse de déformation, forme de la surface de charge) et la réponse de la structure lors du formage (efforts, répartition des déformations).

II-2 MODÈLE DE PLASTICITÉ

Le modèle de comportement plastique utilisé correspond à la surface de charge proposée par Ferron et coll. (1994) couplée avec les hypothèses de loi d'écoulement associée et d'écrouissage isotrope.

En 1984 Budianky a proposé une formulation simple pour modéliser la surface de charge dans le cas d'un matériau à isotropie transverse. Cette formulation a été généralisée au cas de l'anisotropie transverse par Ferron et coll. en 1994. Ces auteurs ont spécifié analytiquement une fonction décrivant l'évolution angulaire du rayon polaire d'un point courant situé sur la surface de charge.

Une représentation polaire de la surface dans le repère principal des contraintes a été utilisée dans le cas d'un état de contraintes planes. Un formalisme général a été établi dans le cadre de la théorie de l'écoulement, et une surface de plasticité proposée sur la base d'une extension du critère isotrope de Drucker (1949).

II-2-1 Représentation de la surface de charge:

Contrairement aux critères de plasticité qui sont généralement présentés en fonction des composantes du tenseur des contraintes de Cauchy dans les axes (x,y,z) correspondant aux directions principales d'orthotropie, la représentation utilisée pour ce modèle et dans le cas d'un état de contraintes planes, fait appel aux changements de variables définis comme suit:

$$x_1 = \frac{\sigma_1 + \sigma_2}{2\sigma}$$
$$x_2 = \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2\sigma} \qquad \text{(II-1)}$$

où σ est une mesure de contrainte équivalente, qui sera choisie comme la contrainte de traction équi-biaxiale, et où l'état de contraintes est spécifié par les composantes principales σ_1 et σ_2 et par l'angle α définissant l'orientation du repère principal des contraintes par rapport aux directions principales d'orthotropie. (voir figure (II_1)).

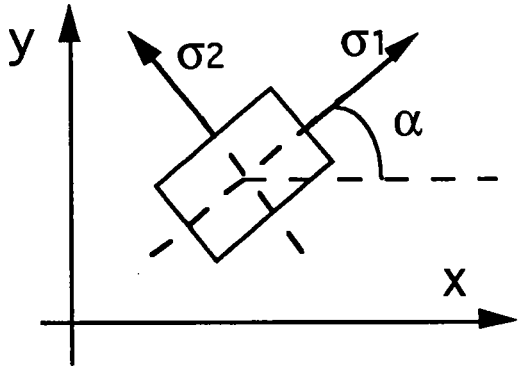


Figure (II_1): État de contraintes planes; x et y sont les directions principales d'orthotropie; α est l'angle entre les axes d'orthotropie (x, y) et les axes principaux de contraintes (1, 2).

La surface de charge peut alors être représentée à l'aide d'une fonction qui dépend de σ_1, σ_2 et α:

$$\phi(\sigma_1, \sigma_2, \alpha) - \bar{\sigma} = 0 \qquad \text{(II-2)}$$

ou bien à l'aide d'une fonction ψ qui dépend cette fois-ci de x_1, x_2 et α:

$$\psi(x_1, x_2, \alpha) - 1 = 0 \qquad \text{(II-3)}$$

D'autre part, en utilisant une représentation polaire, un point appartenant à la surface de charge a pour abscisse x_1 et pour ordonnée x_2, où:

$$\begin{cases} x_1 = x_1(\theta,\alpha) = g(\theta,\alpha)\cos\theta \\ x_2 = x_2(\theta,\alpha) = g(\theta,\alpha)\sin\theta \end{cases} \qquad \text{(II-4)}$$

Ces deux équations peuvent représenter paramétriquement la surface de charge, ayant pour rayon polaire $g(\theta,\alpha)$ et pour angle polaire associé θ (figII_2). On obtient ainsi une infinité de surfaces paramétrées par l'angle α.

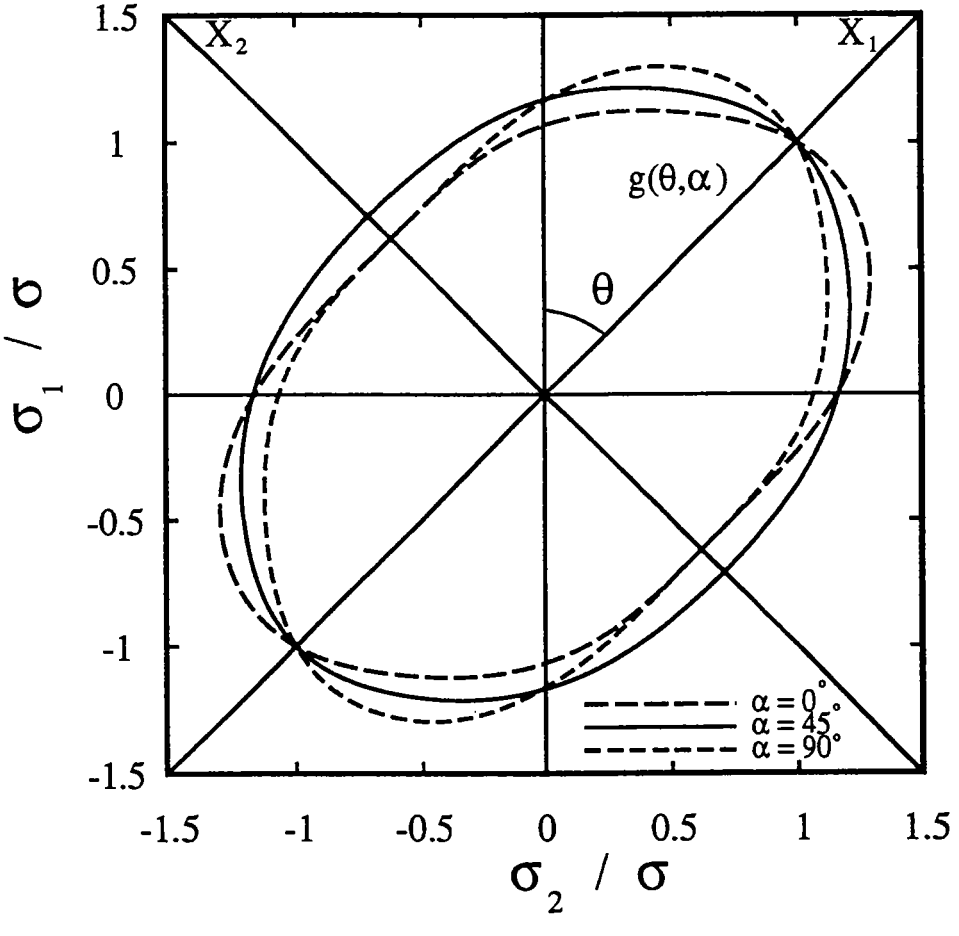


Figure (II_2): Représentation de la surface d'écoulement en coordonnées polaires lorsque α varie.

Pour un état de contraintes plane, la surface de charge comme présentée dans cette figure, est décrite sous forme paramétrique par les équations suivantes:

$$\begin{aligned} x_1 &= \frac{\sigma_1 + \sigma_2}{2\sigma} = g(\theta,\alpha)\cos\theta \\ x_2 &= \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2\sigma} = g(\theta,\alpha)\sin\theta \end{aligned} \qquad \text{(II-5)}$$

II-2-2 Loi d'écoulement associée:

En utilisant les changements de variables successifs préalablement définis, et en introduisant la vitesse de déformation plastique équivalente $\dot{\bar{\varepsilon}}$ conjuguée de σ, la loi de normalité conduit finalement aux expressions suivantes des vitesses de déformation:

$$\begin{cases} \dfrac{\dot{\varepsilon}_{11}}{\dot{\bar{\varepsilon}}} = \dfrac{g\sin\left(\dfrac{\pi}{4}+\theta\right) - \left(\dfrac{\partial g}{\partial\theta}\right)\cos\left(\dfrac{\pi}{4}+\theta\right)}{\sqrt{2}g^2} \\[2ex] \dfrac{\dot{\varepsilon}_{22}}{\dot{\bar{\varepsilon}}} = \dfrac{g\cos\left(\dfrac{\pi}{4}+\theta\right) + \left(\dfrac{\partial g}{\partial\theta}\right)\sin\left(\dfrac{\pi}{4}\right)}{\sqrt{2}g^2} \\[2ex] \dfrac{2\dot{\varepsilon}_{12}}{\dot{\bar{\varepsilon}}} = \dfrac{-\left(\dfrac{\partial g}{\partial\alpha}\right)}{2g^2\sin\theta} \end{cases} \qquad \text{(II-6)}$$

II-2-3 Quantités liées à la cinématique de la déformation:

Les quantités liées à la cinématique de la déformation sont maintenant faciles à déterminer connaissant les vitesses de déformation en fonction de $g(\theta,\alpha)$ et de ses dérivées partielles. On peut déterminer en particulier l'orientation des axes principaux de vitesses de déformation donnée par l'angle β, le coefficient d'anisotropie r_α en traction simple ainsi que le

paramètre $\Gamma_\alpha = \frac{\dot{\varepsilon}_{12}}{\dot{\varepsilon}_{11}}$ introduit par Barlat et Richmond (1987) afin de quantifier le glissement dans une traction uniaxiale hors-axes dans la direction 1, faisant un angle α avec l'axe x d'orthotropie. Ce paramètre, déterminé à partir des équations (II-6), est égal à:

$$\Gamma_\alpha = -\frac{(\partial g/\partial\alpha)(\frac{\pi}{4},\alpha)}{2g(\frac{\pi}{4},\alpha)} \qquad \text{(II-7)}$$

D'autre part le coefficient d'anisotropie $r_\alpha = \frac{-\dot{\varepsilon}_{22}}{\dot{\varepsilon}_{11}+\dot{\varepsilon}_{22}}$, mesurant le rapport des vitesses de déformation transverse et normale pour un essai de traction uniaxiale, est, d'après les équations (II-6), donné par:

$$-\frac{r_\alpha}{1+r_\alpha} = \frac{(\partial g/\partial\theta)(\frac{\pi}{4},\alpha)}{g(\frac{\pi}{4},\alpha)} \qquad \text{(II-8)}$$

L'orientation des axes principaux de vitesse de déformation peut être déterminée comme suit: en désignant par $\dot{\varepsilon}_1$ et $\dot{\varepsilon}_2$ les composantes principales de vitesses de déformation, la rotation β faisant passer des directions principales de contraintes aux directions principales de vitesses de déformation s'obtient à partir des relations de changement de repère:

$$\begin{aligned} \dot{\varepsilon}_{11}+\dot{\varepsilon}_{22} &= \dot{\varepsilon}_1+\dot{\varepsilon}_2 \\ \dot{\varepsilon}_{11}-\dot{\varepsilon}_{22} &= (\dot{\varepsilon}_1-\dot{\varepsilon}_2)\cos 2\beta \\ 2\dot{\varepsilon}_{12} &= (\dot{\varepsilon}_1-\dot{\varepsilon}_2)\sin 2\beta \end{aligned} \qquad \text{(II-9)}$$

de sorte que, en utilisant (II-6), on obtient:

$$\mathrm{tg}2\beta = 2\frac{\dot{\varepsilon}_{12}}{(\dot{\varepsilon}_{11}-\dot{\varepsilon}_{22})} = \frac{\partial g/\partial\alpha}{\left(2\sin\theta\left[\partial(g\cos\theta)/\partial\theta\right]\right)} \qquad \text{(II-10)}$$

II-2-4 Relations de consistance:

Les conditions de symétrie orthotrope avec l'hypothèse d'absence d'effets Bauschinger s'expriment par:

$$g(\theta,\alpha)=g(\theta,-\alpha)= \\ g\left(-\theta,\frac{\pi}{2}\pm\alpha\right)=g(\theta,k\pi\pm\alpha) \qquad \text{(II-11)}$$

D'autre part, les directions principales de contraintes et de vitesses de déformation coïncident pour $\alpha=k\frac{\pi}{2}$.

Il s'ensuit, d'après (II-6), que:

$$\left.\frac{1}{\sin\theta}\frac{\partial g(\theta,\alpha)}{\partial\alpha}\right\}_{\alpha=k\frac{\pi}{2}}=0 \qquad \text{(II-12)}$$

En outre, le même état de vitesses de déformation (avec x et y comme axes principaux) doit être obtenu en traction ou en compression équi-biaxiale, quel que soit l'angle α considéré pour spécifier les axes principaux de contraintes. Les relations de consistance qui en découlent s'expriment:

$$\left.\frac{\partial g(\theta,\alpha)}{\partial\theta}\right|_{\theta=0}=\left.\frac{\partial g(\theta,\alpha)}{\partial\theta}\right|_{\theta=\alpha=0}\cos 2\alpha$$

et (II-13)

$$\left.\frac{1}{2\sin\theta}\frac{\partial g(\theta,\alpha)}{\partial\alpha}\right|_{\theta=0}=-\left.\frac{\partial g(\theta,\alpha)}{\partial\theta}\right|_{\theta=\alpha=0}\sin 2\alpha$$

Une expression de $g(\theta,\alpha)$ compatible avec l'ensemble des relations (II-11), (II-12) et (II-13) s'obtient à partir d'une fonction $g(\theta)$ associée à un critère d'isotropie transverse, sous la forme:

$$g^{-m}(\theta,\alpha)=g^{-m}(\theta)-2a\sin\theta\cos^{2n-1}\theta\cos 2\alpha+ \\ b\sin^{2p}\theta\cos^{2q}2\alpha \qquad \text{(II-14)}$$

où n, p et q sont des entiers positifs et a et b sont des paramètres sans dimension caractérisant l'anisotropie transverse.

II-2-5 Fonction g(θ) pour l'isotropie transverse:

En s'appuyant sur des résultats de calculs micro-macro et d'essais sous différents trajets de chargement, Ferron et coll (1994) ont choisi de mettre en oeuvre une extension du critère isotrope de Drucker (1949) faisant intervenir le deuxième et le troisième invariants du déviateur des contraintes planes. Ce critère s'exprime de la façon suivante:

$$(3J_2)^3\left[1-c(J_3^2/J_2^3)\right]=\left[1-(4c/27)\right]\sigma^6 \qquad \text{(II-15)}$$

où $\quad J_2=\frac{1}{2}S_{ij}S_{ij} \quad$ et $\quad J_3=\frac{1}{3}S_{ij}S_{jk}S_{ki}$

En contraintes planes et selon la présentation polaire adoptée, ce critère s'exprime sous la forme suivante:

$$\begin{aligned}(1-k)g^{-6} &= (\cos^2\theta+3\sin^2\theta)^3 - \\ & k\cos^2\theta(\cos^2\theta-9\sin^2\theta)^2\end{aligned} \qquad \text{(II-16)}$$

avec $k=4c/27$ et θ est le paramètre choisi comme étant l'angle associé à la représentation polaire définie par:

$$\begin{aligned}x_1 &= g(\theta)\cos\theta \\ x_2 &= g(\theta)\sin\theta\end{aligned} \qquad \text{(II-17)}$$

Une extension au cas de l'isotropie plane conduit à:

$$\begin{aligned}(1-k)g^{-6} &= F(\theta)=(\cos^2\theta+A\sin^2\theta)^3 - \\ & k\cos^2\theta(\cos^2\theta-B\sin^2\theta)^2\end{aligned} \qquad \text{(II-18)}$$

où A et B sont des réels strictement positifs. Les valeurs de k, A et B peuvent être obtenues à partir des mesures de r, (σ_u/σ) et (τ/σ), où r est

le coefficient d'anisotropie normale, σ_u la contrainte de traction uniaxiale et τ la contrainte de cisaillement pur.

II-2-6 Fonction $g(\theta,\alpha)$ pour l'anisotropie transverse:

La forme (II-18) de la fonction $g(\theta)$ a été retenue dans la suite de cette étude. L'expression générale pour le cas de l'anisotropie transverse est donnée par (II-14) et le modèle est représenté ainsi par les équations:

$$(1-k)^{\frac{m}{6}} g(\theta,\alpha)^{-m} = [F(\theta)]^{\frac{m}{6}} - 2a\sin\theta\cos^{2n-1}\theta\cos 2\alpha + b\sin^{2p}\theta\cos^{2q}2\alpha \qquad \text{(II-19)}$$

où $F(\theta)$ est donné par (II-18).

Les valeurs de k, A et B peuvent être obtenues à partir des mesures de r_{45}, (σ_{45}/σ) et (τ/σ) correspondant à des essais où les directions principales de contraintes sont à 45° des directions d'orthoropie (τ désignant la contrainte de cisaillement pur parallèlement aux axes d'orthotropie c'est à dire pour $\sigma_1 = -\sigma_2 = \tau$ à l'angle $\alpha = \frac{\pi}{4}$). Les coefficients a et b caractérisant l'anisotropie transverse sont ensuite obtenus en fonction des valeurs de r_0 et r_{90} et des paramètres m, n et p. D'autre part le choix des exposants m, n, p et q conditionne l'évolution du lieu limite dans l'espace (σ_1, σ_2) lorsque α varie.

On reconnaît le critère quadratique de Hill pour:

$$k = 0,\ m = 2,\ n = p = q = 1$$

et le critère d'ordre 4 de Gotoh avec $k = 0,\ m = 4,\ n = p = 2,\ q = 1$.

II-3 SIMULATION DU GONFLEMENT HYDRAULIQUE

II-3-1 Introduction:

Le but de toute simulation numérique d'une opération de mise en forme est de reproduire le processus réel le plus fidèlement possible. Nous savons en particulier que l'essai de gonflement hydraulique d'un flan circulaire permet de déterminer avec précision le comportement du matériau en traction équibiaxiale, pour d'importantes déformations plastiques, à partir de mesures au pôle.

Nous nous proposons dans ce chapitre d'expliquer la simulation faite sur cet essai basée sur la méthode des différences finies. Nous verrons dans le troisième chapitre la même simulation mais avec la méthode des éléments finis, nous comparerons ensuite les résultats issus des deux études.

Nous rappelons que cette étude a pour but en premier lieu de valider le nouveau modèle décrit précédemment et de mieux prévoir la répartition des déformations et des contraintes dans ce type d'essai. Nous nous proposons dans ce qui suit de décrire brièvement le principe de la méthode de discrétisation de la membrane, l'algorithme général et enfin la méthode d'introduction du modèle en contraintes planes et en représentation polaire.

II-3-2 Hypothèses et formulation analytique:

Afin de simplifier l'étude, nous admettons quelques hypothèses sur la géométrie de la structure et sur le matériau:

1- le gonflement se fait à flan bloqué selon son contour circulaire et on impose une pression pour déformer la tôle;

2- l'épaisseur de la tôle est très faible devant le rayon du flan ce qui nous permet de négliger les effets de flexion et de cisaillement;

3- cette structure est assimilée à une membrane et on ne considère que les efforts de traction dans le plan tangent à la tôle;

4- le matériau est supposé rigide visco-plastique et obéit à la théorie de l'écoulement avec écrouissage isotrope. On admet l'isotropie planaire et la membrane devient une surface de révolution sous l'effet de la pression. On peut donc utiliser dans toute notre étude les coordonnées cylindriques.

La formulation analytique du processus du gonflement hydraulique que nous présentons est basée sur le modèle décrit précédemment par l'équation (II-18). Cette formulation correspond à la forme paramétrique donnée par les relations (II-17).

II-3-2-1 Principe de la méthode des différences finies:

Nous rappelons que le principe de la méthode des différences finies consiste à remplacer les équations aux dérivées partielles par des équations discrétisées en un certain nombre de points convenablement choisis sur un domaine continu; les dérivées sont remplacées par une approximation aux différences finies et le problème revient finalement à résoudre un système d'équations algébriques linéaires. Ces équations sont obtenues en discrétisant l'ensemble des équations relatives à l'équilibre, au comportement du matériau et à la cinématique du processus.

II-3-2-2 Équations d'équilibre:

Le problème est axisymétrique et on utilise alors les coordonnées cylindriques pour la résolution.

Schéma simplifié:

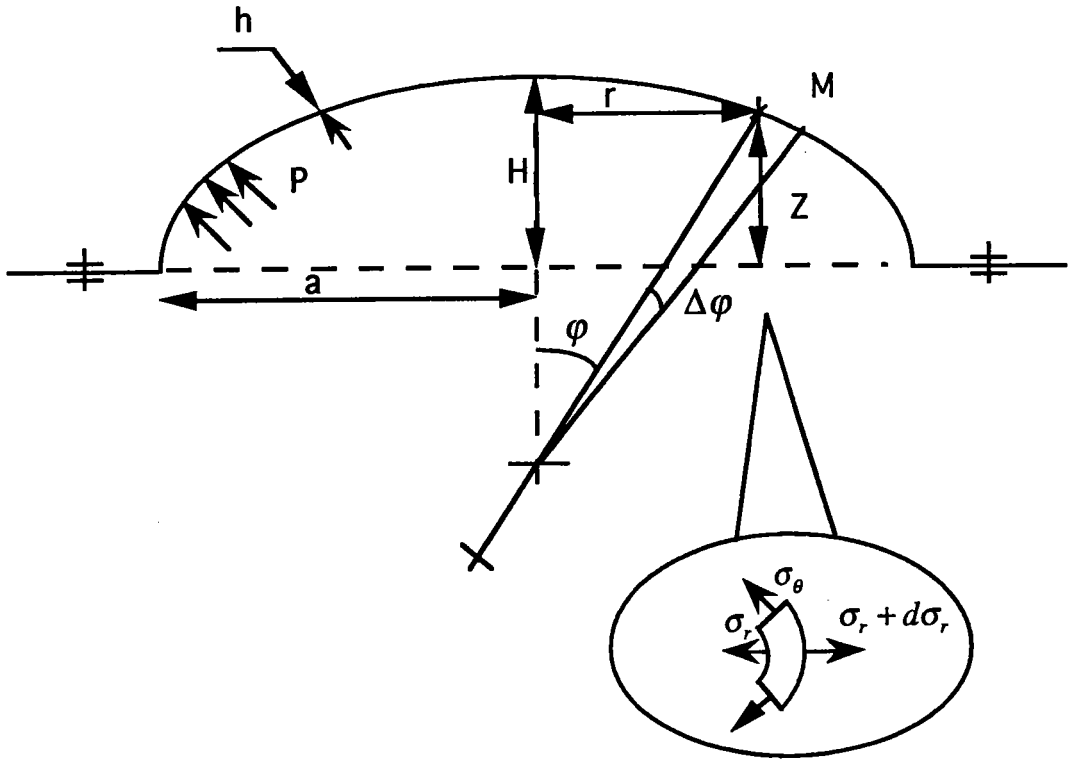


Figure (II_3): Géométrie et notations pour l'essai de gonflement hydraulique.

Données géométriques:

a: rayon du diaphragme;
H: hauteur au pôle;
h: épaisseur courante;
h_0: épaisseur initiale;
r: position radiale d'une particule située au point M en cours de déformation;
z: hauteur courante;
P: pression hydraulique;

$\rho_\theta = \dfrac{r}{\sin\varphi}$: rayon de courbure circonférentiel;

$\rho_r = \dfrac{1}{\cos\varphi}\dfrac{dr}{d\varphi}$: rayon de courbure méridien (tangentiel).

La figure (II_3) montre la membrane déformée, et précise les notations utilisées. Les équations d'équilibre dans les directions normale et méridienne s'expriment, respectivement:

$$\frac{P}{h} = \frac{\sigma_\theta}{\rho_\theta} + \frac{\sigma_r}{\rho_r} \qquad \text{(II-20)}$$

et

$$\frac{d(h\sigma_r)}{dr} = \frac{h(\sigma_\theta - \sigma_r)}{r} \qquad \text{(II-21)}$$

Il est commode d'utiliser, au lieu de l'équation (II-20), l'équation obtenue à partir de l'équilibre vertical de la calotte de rayon r, qui s'exprime:

$$\frac{P}{h} = 2\sigma_r \frac{\sin\varphi}{r} \qquad \text{(II-22)}$$

En combinant les équations (II-20) et (II-22), on peut exprimer le rapport des contraintes $\alpha = \sigma_\theta/\sigma_r$ en fonction du rapport des rayons de courbure $N = \rho_\theta/\rho_r$, par la relation:

$$\alpha = 2 - N \qquad \text{(II-23)}$$

II-3-2-3 Equations de comportement:

Nous avons besoin par ailleurs d'autres équations qui permettent d'intégrer le modèle et de tenir compte du comportement rigide visco-plastique du matériau. Les équations de base nécessaires pour ce calcul sont développées ci-dessous.

On utilisera une loi de comportement viscoplastique ayant la forme suivante:

$$\bar{\sigma} = \bar{\sigma}(\bar{\varepsilon}^p, \dot{\bar{\varepsilon}}^p) \qquad \text{(II-24)}$$

La théorie de l'écoulement associée au critère de Von Mises nous permet d'écrire le rapport des vitesses de déformation ρ en fonction du rapport des contraintes α donné par l'équation (II-23)

$$\rho = \frac{\dot{\varepsilon}_\theta}{\dot{\varepsilon}_r} = \frac{2\sigma_\theta - \sigma_r}{2\sigma_r - \sigma_\theta} = \frac{2\alpha - 1}{2 - \alpha} \qquad \text{(II-25)}$$

Dans le cas plus général du modèle utilisé, ce rapport peut être exprimé en fonction de $g(\theta)$ et de $\frac{\partial g}{\partial \theta}$ de la manière suivante:

$$\rho = \frac{(\partial g/\partial\theta)(\sin\theta + \cos\theta) + g(\cos\theta - \sin\theta)}{(\partial g/\partial\theta)(\sin\theta - \cos\theta) + g(\cos\theta + \sin\theta)} \qquad \text{(II-26)}$$

La condition d'incompressibilité est telle que la somme des vitesses de déformations circonférentielles, radiales et en épaisseur soit nulle:

$$\dot{\varepsilon}_\theta + \dot{\varepsilon}_r + \frac{\dot{h}}{h} = 0 \qquad \text{(II-27)}$$

D'après le modèle proposé, la contrainte d'écoulement équibiaxiale est choisie pour jouer le rôle de la contrainte équivalente $\overline{\sigma}$, alors:

$$\overline{\sigma} = \frac{\sigma_r}{g(\sin\theta + \cos\theta)} \qquad \text{(II-28)}$$

et enfin le calcul de la puissance plastique nous permet d'obtenir la vitesse de déformation plastique équivalente:

$$\dot{\overline{\varepsilon}}^p = \frac{2g^2\dot{\varepsilon}_r}{(\partial g/\partial\theta)(\sin\theta - \cos\theta) + g(\cos\theta + \sin\theta)} \qquad \text{(II-29)}$$

La figure (II-4) explique les notations utilisées:

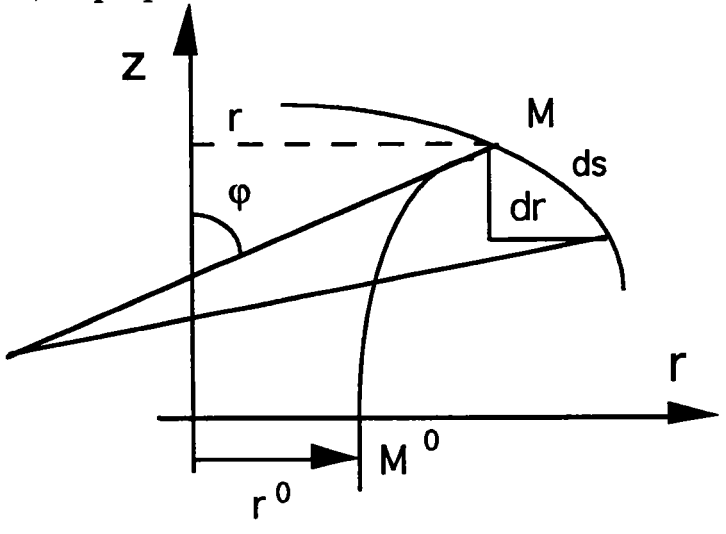


Figure (II_4): Déplacement d'un point de la membrane au cours du gonflement.

La contrainte équivalente $\bar{\sigma}$ donnée par l'équation (II-28) obeit à une loi de comportement visco-plastique de forme multiplicative. La figure (II-5) illustre ce choix et la contrainte équivalente s'exprime alors sous la forme suivante:

$$\bar{\sigma} = f(\bar{\varepsilon})(\dot{\bar{\varepsilon}}/\dot{\varepsilon}_0)^m \qquad \text{(II-30)}$$

ou, sous forme différentielle:

$$d\mathrm{Log}\bar{\sigma} = \gamma(\bar{\varepsilon})d\bar{\varepsilon} + m d\mathrm{Log}\dot{\bar{\varepsilon}} \qquad \text{(II-31)}$$

avec: $\gamma(\bar{\varepsilon}) = \frac{1}{f}\frac{df}{d\bar{\varepsilon}}$: coefficient d'écrouissage;

$\dot{\varepsilon}_0$: vitesse de déformation de référence;

$f(\bar{\varepsilon})$: loi d'écrouissage à $\dot{\varepsilon}_0$;

m: coefficient de sensibilité à la vitesse de déformation.

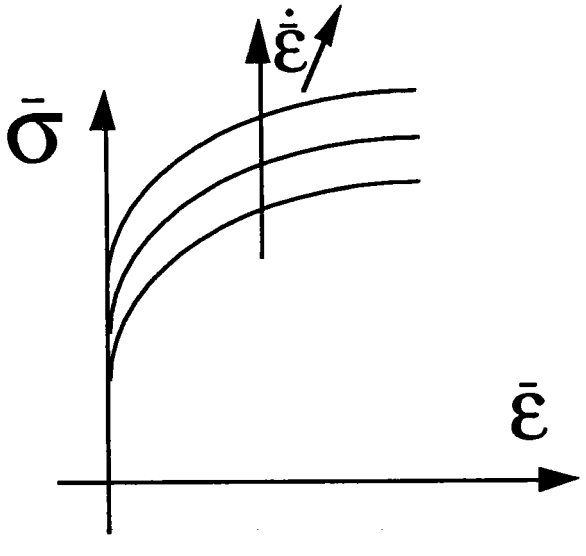


Figure (II_5): Courbes d'écrouissage homothétiques lorsque la vitesse de déformation augmente.

II-3-2-4 Equations cinématiques:

L'hypothèse de l'incompressibilité du matériau nous donne en cinématique une relation qui relie les épaisseurs au cours de la déformation. La figure (II-4) en illustre les notations et la géométrie:

$$h = \frac{h^0 r^0 ds^0}{rds} \qquad \text{(II-32)}$$

où ds^0 et ds représentent une longueur élémentaire d'arc (initiale et actuelle) du profil de la membrane.

On peut aussi traduire en termes de déformations circonférentielles et radiales les déplacements respectifs en prenant leur logarithme relatif:

$$\begin{aligned} \varepsilon_\theta &= \mathrm{Log}(\frac{r}{r^0}) \\ \varepsilon_r &= \mathrm{Log}(\frac{ds}{ds^0}) \end{aligned} \qquad \text{(II-33)}$$

D'autre part, les vitesses de déformation (méridienne et circonférentielle) s'expriment:

$$\begin{aligned} \dot{\varepsilon}_r &= \frac{dv_r}{dr}\cos\varphi + \frac{v_n}{\rho_r} \\ \dot{\varepsilon}_\theta &= \frac{u}{r} = \frac{v_r}{r}\cos\varphi + \frac{v_n}{r}\sin\varphi \end{aligned} \qquad \text{(II-34)}$$

où v_r, v_n et u désignent respectivement les vitesses dans les directions méridienne, normale et radiale.

II-3-3 Processus de la simulation:

II-3-3-1 Description de la géométrie:

La figure (II_6) résume le principe de l'incrémentation. Les noeuds sont notés i ou j, et le pas d'incrémentation est noté p.

En raison de la symétrie de révolution expliquée précédemment, nous avons les égalités suivantes: $r_0^0 = -r_1^0$ et $r_0 = -r_1$ de même en hauteur $z_0^0 = z_1^0$ et $z_0 = z_1$. Les conditions aux limites sur le contour s'expriment d'autre part: $r_{n+1}^0 = r_n^0 = a$ et $z_{n+1}^0 = z_{n+1} = 0$.

Un point matériel qui occupait initialement la position $\langle r_i^0, z_i^0 \rangle$, occupe à l'incrément p+1 la position $\langle r_i, z_i \rangle$. On peut sur ce principe discrétiser les équations de base données précédemment afin de déterminer à chaque incrément les quantités suivantes: $\varepsilon_{ri}, \varepsilon_{\theta i}, h_i, \rho_{ri}$ et $\rho_{\theta i}$.

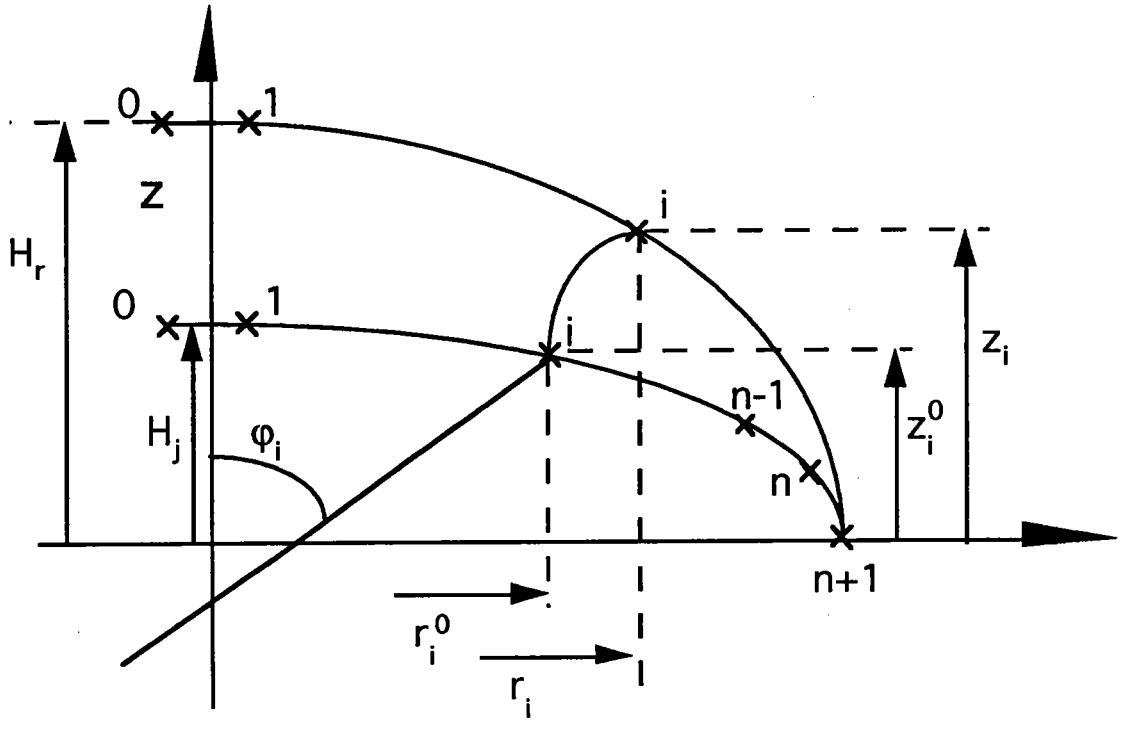


Figure (II_6): Schéma de la discrétisation de la membrane entre deux positions différentes.

Si d'autre part la pression P est connue, alors les quantités $\sigma_{ri}, \sigma_{\theta i}$ et α_i peuvent être déterminées à partir des équations suivantes:

$$\sigma_r = \frac{P}{2h}\rho_\theta$$
$$\sigma_\theta = \frac{P}{2h}\rho_\theta(2-N) \qquad \text{(II-35)}$$

où $N = \dfrac{\rho_\theta}{\rho_r}$.

Ainsi on peut déterminer l'angle polaire θ de la représentation paramétrique de la surface de charge à partir de l'équation:

$$tg(\theta) = \frac{1-\alpha}{1+\alpha} \qquad \text{(II-36)}$$

où α représente le rapport des contraintes circonférentielles et radiales: $\alpha = \frac{\sigma_r}{\sigma_\theta}$. Par ailleurs les équations (II-26) et (II-32) nous permettent de déterminer à chaque pas de calcul le rapport des vitesses de déformation ρ_i et la contrainte équivalente $\overline{\sigma}_i$ en utilisant les équations (II-29).

II-3-3-2 Calcul incrémental:

Le calcul incrémental utilisé permet de déterminer les incréments de déplacement $\langle \Delta r_i, \Delta z_i \rangle$ pendant l'intervalle de temps Δt, ou pour l'incrément de pression ΔP. Par conséquent, la forme de la membrane et toutes les autres quantités (à savoir $\varepsilon_{ri}, \varepsilon_{\theta i}, h_i, \rho_{ri}, \rho_{\theta i}, \sigma_{ri}, \sigma_{\theta i}$ et α_i) seront déterminées pour l'incrément $P + \Delta P$.

Après quelques dérivations analytiques, les incréments $\Delta\varepsilon_{ri}, \Delta\varepsilon_{\theta i}, \Delta\rho_{ri}/\rho_{ri}, \Delta\rho_{\theta i}/\rho_{\theta i}$ et $\Delta h_i/h_i$ peuvent être déterminés en fonction des incréments de déplacement $\langle \Delta r_i, \Delta z_i \rangle$.

De même, les incréments de différentes grandeurs calculées précedemment, $\overline{\sigma}_i, \sigma_{ri}, \psi_i, \alpha_i$ sont exprimés, et une manipulation des équations obtenues permet d'aboutir à deux types d'équations où n'interviennent que les incréments de déplacement et l'incrément de pression:

$$\begin{aligned} &\sum_{j=i-1}^{i+1} (a_{ij}\Delta r_j + b_{ij}\Delta z_j) = 0 \\ &\sum_{j=i-1}^{i+1} (c_{ij}\Delta r_j + d_{ij}\Delta z_j) = \frac{\Delta P}{P} + m \end{aligned} \qquad \text{(II-37)}$$

où $\quad a_{ij} = F_1(r_i, z_i, \rho_i) \qquad c_{ij} = F_3(\gamma_i, m, \alpha_i, r_i, z_i, \Delta\varepsilon_i)$

$\quad b_{ij} = F_2(r_i, z_i, \rho_i) \qquad d_{ij} = F_4(\gamma_i, m, \alpha_i, r_i, z_i, \Delta\varepsilon_i)$

Ce système est un système d'équations linéaire de la forme classique:

$$[K]*[X]=[F] \qquad \text{(II-38)}$$

où [K]: est la matrice de rigidité au gonflement;
[X]: vecteur de déplacement aux noeuds;
[F]: vecteur pression.

On peut résumer d'une façon plus succincte le principe du calcul de la manière suivante: pour chaque pas p, le système (II-38) est résolu pour tous les noeuds le long de la membrane. On incrémente la pression et on résout le système pour un nouveau profil; ce processus se répète jusqu'à arriver à une hauteur au pôle donnée.

II-4 SIMULATION DE L'EMBOUTISSAGE DE GODET

II-4-1 Introduction:

Contrairement à l'essai du gonflement hydraulique où le flan est bloqué, nous allons étudier dans cette partie un essai de rétreint où le flan est susceptible de s'écouler entre une matrice et un serre-flan. Le rôle du serre-flan est d'exercer une pression sur la tôle de façon à minimiser les plis qui risquent de se former au cours de l'essai.

On mesure la formabilité par la taille maximale de la tôle qui peut être déformée sans qu'il y ait striction ou rupture: (rapport du diamètre initial de la tôle par celui de l'outil). Ce rapport est généralement appelé rapport de la limite d'emboutissabilité, il est contrôlé par la force du serre-flan que l'on impose sur le bord de la tôle et par les conditions de frottement entre la matrice et la tôle et entre le serre-flan et la tôle. Une valeur importante de la force du serre-flan ou du coefficient de frottement limite le glissement de la tôle et augmente son allongement radial.

En pratique pour obtenir un bon résultat de l'opération de l'emboutissage, il est essentiel de contrôler le glissement de la tôle avec la matrice et le serre-flan. Si le glissement est fortement limité, la tôle peut supporter

l'étirement et ainsi on empêche l'inéluctable rupture. D'autre part, si la force de contrôle n'est pas assez importante, le matériau peut alors glisser facilement et une contrainte de compression circonférentielle peut fortement se développer causant un plissement du flan.

Une autre particularité de cet essai est que la forme finale de la tôle est déterminée par le poinçon, alors que pour le gonflement hydraulique, la forme finale dépend de la pression hydrostatique qui appuie uniformément sur la surface du flan.

Nous allons utiliser dans cette étude le nouveau modèle dans ses deux présentations. La première présentation est donnée par l'équation (II-18) qui est celle utilisée dans le cas du gonflement hydraulique où l'on considère que le matériau est isotrope dans le plan. La deuxième présentation est donnée par l'équation (II-19) qui tient compte de l'anisotropie transverse du matériau. Cette présentation nous permet en outre de prévoir les cornes d'emboutissage qui se forment le long du bord du godet final.

II-4-2 Hypothèses et formulation analytique:

La mise en équation ci-dessous correspond au problème axisymétrique associé à un matériau à isotropie transverse (équation (II-18)). Inspiré du travail réalisé par Woo (1964), cette étude consiste à modéliser par la méthode des différences finies l'emboutissage de coupelle basé sur les hypothèses suivantes:

1- mise en équation de type "tranche" d'un problème axisymétrique;

2- discrétisation spatiale du profil de la tôle en un nombre donné de sections;

3- la déformation sous la base du poinçon et le long de son rayon est supposée négligeable;

4- le matériau est supposé rigide-plastique avec un écrouissage isotrope;

5- le frottement avec les outils est de type Coulomb.

II-4-2-1 Équations d'équilibre:

La Figure (II_7) rappelle le principe de l'essai. Le profil est divisé en quatre zones. Nous allons dans ce qui suit écrire les équations d'équilibre relatives à chaque partie du profil définie dans le schéma.

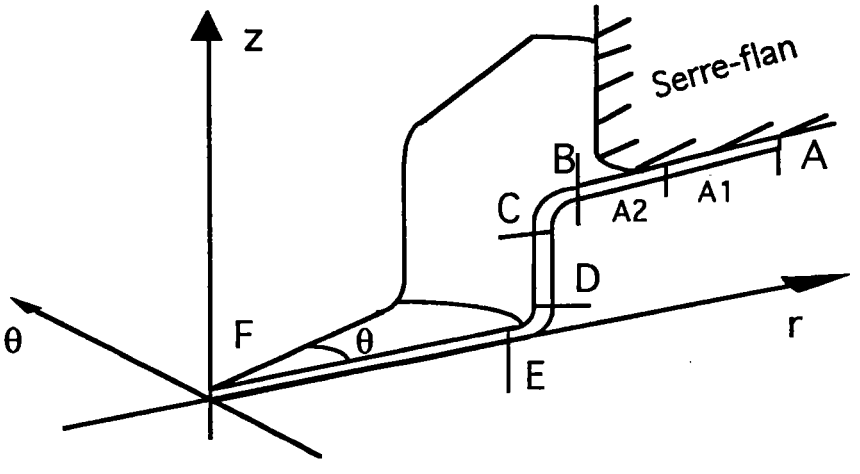


Figure (II_7): Schéma de la décomposition du profil du godet en tranches.

La zone AB se décompose en fait en deux zones:

- une zone externe (A1) soumise à la pression de serre-flan, qui subit un épaississement uniforme (Figure (II_8)) et dont l'équation d'équilibre s'écrit sous la forme suivante:

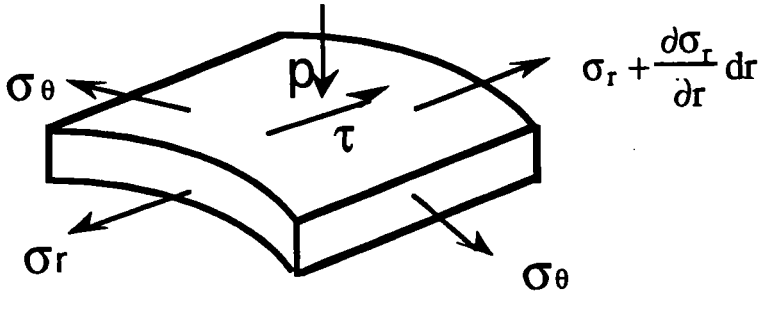


Figure (II_8): Schéma de l'équilibre d'un élément de volume de la zone en rétreint (A1).

$$\frac{d(\sigma_r h)}{dr} + \frac{(\sigma_r - \sigma_\theta)h}{r} + 2\tau = 0 \qquad \text{(II-39)}$$

où h est uniforme pour la zone externe, et τ est la cission qui obéit à la loi de frottement de Coulomb.

- une zone intermédiaire (A2) non soumise à la pression de serre-flan et en écoulement radial, qui subit un épaississement variable (Figure (II_9)) et dont l'équation d'équilibre s'écrit sous la forme suivante:

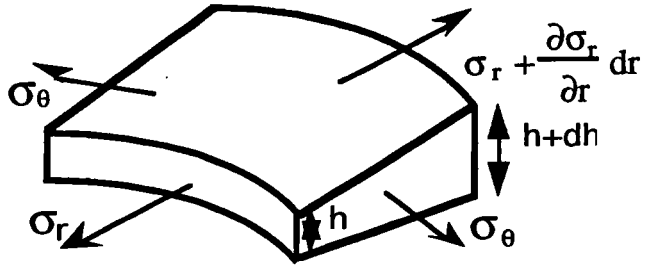


Figure (II_9): Schéma de l'équilibre d'un élément de volume de la zone intermédiaire (A2).

$$\frac{d(\sigma_r h)}{dr} + \frac{(\sigma_r - \sigma_\theta)h}{r} = 0 \qquad \text{(II-40)}$$

Les contraintes σ_z et l'épaississement dans la zone externe sont calculées de façon à ce que leur résultante corresponde à la force de serre-flan donnée F, qui s'écrit:

$$F = \int_{A2} |\sigma_z(r)| 2\pi r dr \qquad \text{(II-41)}$$

Pour les zones BC et DE sur les rayons de matrice et de poinçon, respectivement, l'équilibre est fourni par les équations suivantes:

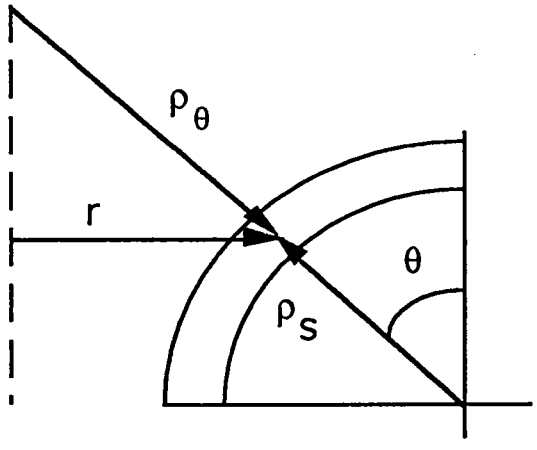


Figure (II_10): Schéma de l'équilibre d'un élément le long du rayon de matrice.

$$\frac{d(\sigma_r h)}{dr} + \cos\theta \frac{(\sigma_r - \sigma_\theta)h}{r} + f^p = 0$$

et (II-42)

$$\frac{\sigma_r}{\rho_s} + \frac{\sigma_\theta}{\rho_\theta} = \frac{P}{h}$$

avec, les rayons de courbure donnés par:

$$\rho_s = \rho_m + h/2$$
$$\rho_\theta = -r/\sin\theta$$

L'équation d'équilibre pour la zone CD est donnée par:

$$\frac{d(\sigma_z h)}{dz} = 0 \qquad \text{(II-43)}$$

En pratique, lorsque la zone cylindrique CD est formée, la force de poinçonnement a dépassé sa valeur maximum, et donc la partie CD présente un comportement élastique.

II-4-2-2 Équations de comportement:

La formulation analytique du processus de l'emboutissage utilise de la même manière que le gonflement hydraulique la surface de charge en

contraintes planes décrite sous la forme paramétrique par les relations (II-18). Les équations (II-26), (II-28), (II-29) et (II-36) nous donnent respectivement le rapport des vitesses de déformation ρ, la contrainte équivalente $\overline{\sigma}$, la déformation équivalente plastique $\dot{\overline{\varepsilon}}^p$ et l'angle polaire θ. Ces variables sont données en fonction de $\sigma_r, \sigma_\theta, \dot{\varepsilon}_r$ et $\dot{\varepsilon}_\theta$.

L'extension à une sollicitation triaxiale se fait sans difficultés pour un matériau insensible à une pression hydrostatique. En effet, un état de contraintes défini par trois contraintes principales $(\sigma_r, \sigma_\theta, \sigma_z)$ est équivalent à l'état de contraintes défini par $(\sigma_r - \sigma_z, \sigma_\theta - \sigma_z, 0)$ de sorte que les relations précédentes s'appliquent alors avec le changement de variables suivant:

$$\sigma_1 = \sigma_r - \sigma_z \qquad \dot{\varepsilon}_1 = \dot{\varepsilon}_r$$

et (II-44)

$$\sigma_2 = \sigma_\theta - \sigma_z \qquad \dot{\varepsilon}_2 = \dot{\varepsilon}_\theta$$

On déduit à partir des équations de comportement un certain nombre de relations qui sont utiles dans la suite des calculs:

$$\begin{aligned} \sigma_1 &= g(\sin\theta + \cos\theta)\overline{\sigma} \\ \sigma_2 &= g(\sin\theta - \cos\theta)\overline{\sigma} \end{aligned} \tag{II-45}$$

$$\sigma_1 - \sigma_2 = 2g\sin\theta\overline{\sigma} \tag{II-46}$$

$$\begin{aligned} \dot{\varepsilon}_1 &= \frac{(\partial g/\partial\theta)(\sin\theta - \cos\theta) + g(\cos\theta + \sin\theta)}{2g^2}\dot{\overline{\varepsilon}} \\ \dot{\varepsilon}_2 &= \frac{(\partial g/\partial\theta)(\sin\theta + \cos\theta) + g(\cos\theta - \sin\theta)}{2g^2}\dot{\overline{\varepsilon}} \end{aligned} \tag{II-47}$$

$$\frac{\dot{\varepsilon}_1 - \dot{\varepsilon}_2}{\dot{\varepsilon}_1 + \dot{\varepsilon}_2} = \frac{(-\partial g/\partial\theta)\cos\theta + g\sin\theta}{(\partial g/\partial\theta)\sin\theta + g\cos\theta} \tag{II-48}$$

L'écrouissage est décrit par une loi de comportement $\overline{\sigma} = f(\overline{\varepsilon})$, ou, sous forme différentielle, $d\mathrm{Log}\overline{\sigma} = \gamma(\overline{\varepsilon})d\overline{\varepsilon}$.

II-4-2-3 Équations cinématiques:

Uniquement la zone externe sera traitée dans ce qui suit, les autres zones étant traitées selon des méthodes comparables. La partie externe du flan subit un épaississement indépendant de la position radiale (outils indéformables). En désignant par u(r) la vitesse radiale et par h l'épaisseur, l'incompressibilité plastique se traduit par: $\dot{\varepsilon}_r + \dot{\varepsilon}_\theta + \dot{\varepsilon}_z = 0$ soit $\frac{du}{dr} + \frac{u}{r} + \frac{\dot{h}}{h} = 0$. En intégrant cette équation on obtient le déplacement u(r):

$$u(r) = \frac{-\dot{h}}{2h} r + \frac{r_a}{r}(u_a + \frac{\dot{h}}{2h} r_a) \qquad \text{(II-49)}$$

et donc

$$\dot{\varepsilon}_r = \frac{du}{dr} = -\frac{\dot{h}}{2h} - \frac{r_a}{r^2}(u_a + \frac{\dot{h}}{2h} r_a)$$

et (II-50)

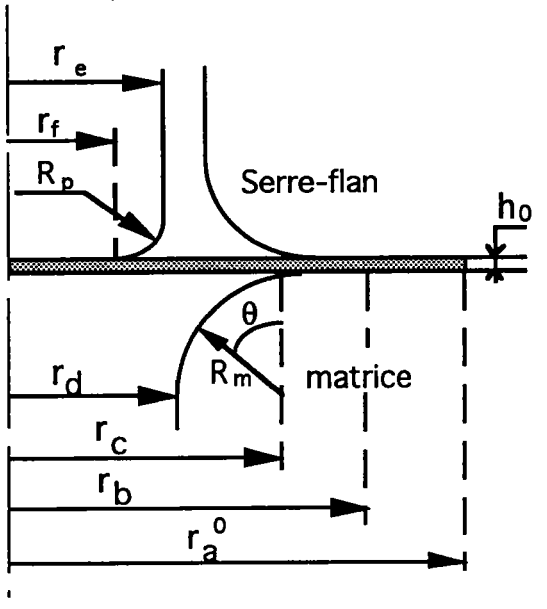
$$\dot{\varepsilon}_\theta = \frac{u}{r} = -\frac{\dot{h}}{2h} + \frac{r_a}{r^2}(u_a + \frac{\dot{h}}{2h} r_a)$$

où r_a est le rayon extérieur du flan et r un rayon courant.

II-4-3 Processus de la simulation:

II-4-3-1 Description de la géométrie:

La figure (II_11) représente la géométrie de la tôle avec les notations utilisées. Pour le développement des calculs, la tôle est divisée en quatre parties figure (II_7) distinguées par: zone externe (Zext), zone intermédiaire (Zint), zone enroulée sur le congé de matrice (Zenrmat), zone du brin libre (Zbrinlib) ou zone cylindrique (Zcyl) lorsque celle-ci est formée.



Signification des variables:

r_a^0 : rayon initial de la tôle
r_b : rayon limite de contact
r_c : rayon à la lèvre de la matrice
r_d : rayon interne de matrice
r_e : rayon externe de poinçon
r_f : rayon de la base de poinçon
R_m: rayon de congé de la matrice
R_p : rayon de congé du poinçon
h^0 : épaisseur initiale du flan

Figure (II_11): Géométrie de la tôle.

II-4-3-2 Calcul incrémental:

Le pas de calcul est piloté par l'incrément (négatif) Δr_{na} du rayon extérieur du flan. Nous développons uniquement les équations relatives à la zone externe.

Il est utile de ré-exprimer l'équation d'équilibre (II-39) en faisant apparaître les contraintes $\sigma_1 = \sigma_r - \sigma_z$ et $\sigma_2 = \sigma_\theta - \sigma_z$.

$$\frac{d\sigma_1}{dr} + \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{r} + \frac{d\sigma_z}{dr} - \frac{2f\sigma_z}{h} = 0 \qquad \text{(II-51)}$$

La discrétisation spatiale de cette équation nous donne l'équation suivante:

$$A_i \sigma_{z_{i+1}} + B_i \sigma_{z_i} = C_i \qquad \text{(II-52)}$$

avec

$$A_i = -\frac{1}{r_{i+1} - r_i} + \frac{f}{h_i} \qquad B_i = \frac{1}{r_{i+1} - r_i} + \frac{f}{h_i}$$

et

$$C_i = \frac{\sigma_{1_{i+1}} - \sigma_{1_i}}{r_{i+1} - r_i} + \frac{1}{2}\left[\left(\frac{\sigma_1 - \sigma_2}{r}\right)_{i+1} + \left(\frac{\sigma_1 - \sigma_2}{r}\right)_i\right]$$

Si les seconds membres sont connus, et si la contrainte $\sigma_{z_{na}}$ correspondant au rayon extérieur est également connue, on peut alors calculer les σ_{z_i}. La condition $\sigma_{z_i} \leq 0$ détermine le noeud nb correspondant au rayon r_b, en deçà duquel la tôle n'est plus soumise à la pression de serre-flan. Il reste ensuite à vérifier que la force du serre-flan correspond bien à la force donnée:

$$F_z = \sum \frac{1}{2} \left| \sigma_{z_{i+1}} + \sigma_{z_i} \right| \pi \left(r_{i+1}^2 - r_i^2 \right) \underset{?}{=} F \qquad \text{(II-53)}$$

une itération doit être envisagée pour que cette condition soit vérifiée, avec une précision donnée.

La discrétisation de l'équation (II-49) donne pour le pas de temps Δt, le déplacement radial du noeud i:

$$\Delta r_i = -\frac{\Delta h}{2h} r_i + \frac{r_{na}}{r_i} \left(\Delta r_{na} + \frac{\Delta h}{2h} r_{na} \right) \qquad \text{(II-54)}$$

où Δh désigne l'épaississement de la tôle pour Δt. On peut donc déterminer les accroissements de déformation à partir des équations (II-50) pour Δt:

$$\begin{aligned} \Delta \varepsilon_{r_i} &= -\frac{\Delta h}{h} - \frac{\Delta r_i}{r_i} = -\frac{\Delta h}{2h} - \frac{r_{na}}{r_i^2} \left(\Delta r_{na} + \frac{\Delta h}{2h} r_{na} \right) \\ \Delta \varepsilon_{\theta_i} &= \frac{\Delta r_i}{r_i} = -\frac{\Delta h}{2h} + \frac{r_{na}}{r_i^2} \left(\Delta r_{na} + \frac{\Delta h}{2h} r_{na} \right) \end{aligned} \qquad \text{(II-55)}$$

on en déduit alors:

$$\frac{\Delta \varepsilon_{r_i} - \Delta \varepsilon_{\theta_i}}{\Delta \varepsilon_{r_i} + \Delta \varepsilon_{\theta_i}} = \frac{2 r_{na}^2}{r_i^2} \left(\frac{h}{r_{na}} \frac{\Delta r_{na}}{\Delta h} + \frac{1}{2} \right) \qquad \text{(II-56)}$$

que l'on égalise avec l'équation (II-48) pour trouver:

$$\frac{2r_{na}^2}{r_i^2}\left(\frac{h}{r_{na}}\frac{\Delta r_{na}}{\Delta h}+\frac{1}{2}\right)=\frac{-\partial g/\partial\theta|_i\cos\theta_i+g_i\sin\theta_i}{\partial g/\partial\theta|_i\sin\theta_i+g_i\cos\theta_i} \qquad \text{(II-57)}$$

On constate en fait que, pour un incrément Δr_{na} du rayon extérieur de la tôle, la connaissance de Δh fournira une description complète de la cinématique de la déformation pour l'intervalle de temps considéré. Il est commode de poser:

$$\mathrm{RVD}=\frac{\Delta\varepsilon_{r_{na}}-\Delta\varepsilon_{\theta_{na}}}{\Delta\varepsilon_{r_{na}}+\Delta\varepsilon_{\theta_{na}}}=$$

$$\frac{-\partial g/\partial\theta|_{na}\cos\theta_{na}+g_{na}\sin\theta_{na}}{\partial g/\partial\theta|_{na}\sin\theta_{na}+g_{na}\cos\theta_{na}} \qquad \text{(II-58)}$$

de sorte que (II-56) devient:

$$\frac{r_{na}^2}{r_i^2}\mathrm{RVD}=\frac{-\partial g/\partial\theta|_i\cos\theta_i+g_i\sin\theta_i}{\partial g/\partial\theta|_i\sin\theta_i+g_i\cos\theta_i} \qquad \text{(II-59)}$$

Les relations de comportement (II-45) avec $\sigma_1=\sigma_r-\sigma_z$, $\sigma_2=\sigma_\theta-\sigma_z$ et $\overline{\sigma}=\overline{\sigma}_i$ connues en chaque noeud au début du pas de temps, donnent:

$$\begin{aligned}\sigma_{1_i}&=\sigma_{r_i}-\sigma_{z_i}=g_i(\sin\theta_i+\cos\theta_i)\overline{\sigma}_i\\ \sigma_{2_i}&=\sigma_{\theta_i}-\sigma_{z_i}=g_i(-\sin\theta_i+\cos\theta_i)\overline{\sigma}_i\end{aligned} \qquad \text{(II-60)}$$

Pour le noeud na, $\sigma_{r_{na}}=0$, donc

$$\frac{-\sigma_{z_{na}}}{\overline{\sigma}_{na}}=g_{na}(\sin\theta_{na}+\cos\theta_{na}) \qquad \text{(II-61)}$$

Supposons que la contrainte $\sigma_{z_{na}}$ soit connue. On peut alors déterminer θ_{na} par l'équation (II-61), RVD par l'équation (II-58), et θ_i par l'équation(II-59); les équations (II-61) et (II-59) étant résolues par dichotomie. La connaissance de θ_i permet ensuite de calculer σ_{1_i} et σ_{2_i} données par les équations (II-60), puis σ_{z_i} par les équations d'équilibre

(II-52). La contrainte $\sigma_{z_{na}}$ est obtenue par itération, la résultante des contraintes normales σ_z dans la zone externe devant être égale à la force de serre-flan donnée F (équation (II-41)).

II-5 MATÉRIAU ANISOTROPE TRANSVERSE - CORNES D'EMBOUTISSAGE -

II-5-1 Introduction:

Dans le cas où le matériau présente une anisotropie transverse, le godet formé par emboutissage présente le long du bord alternativement des cornes et des vallées. La position et la taille de ces ondulations dépend fortement de la nature du matériau et des conditions de l'emboutissage. Quatre, six ou huit cornes peuvent être trouvées selon le matériau, ses conditions d'élaboration et sa texture.

En particulier d'un point de vue qualitatif, des relations entre texture et cornes d'emboutissage ont été démontrées. Nous expliquerons dans cette partie la méthode quantitative utilisée pour la simulation de l'emboutissage d'un matériau anisotrope transverse, et la prévision des cornes d'emboutissage.

II-5-2 Hypothèses et formulation analytique:

II-5-2-1 Principe du calcul:

La simulation de l'emboutissage d'un matériau anisotrope transverse a été réalisée en s'appuyant sur le programme de différences finies précédemment décrit.

Quelques hypothèses simplificatrices ont été retenues permettant l'adaptation rapide de notre programme à cette étude. En effet, nous admettons que les cornes se forment dans la partie du flan située entre le serre-flan et la matrice appelée précédemment dans la simulation: zone

externe. Nous supposons également que les positions finales des cornes et des vallées coïncident avec leur positions initiales.

Plus précisement, la simulation s'appuie sur les hypothèses simplificatrices suivantes:

♦ l'écoulement d'une particule est purement radial (la composante orthoradiale de la vitesse est supposée nulle);

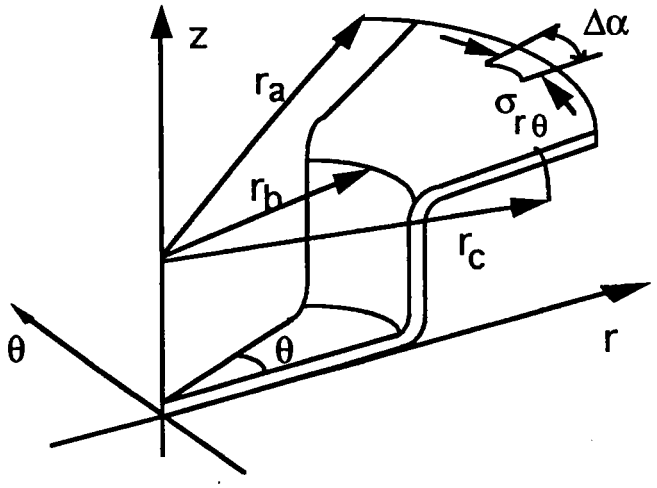
♦ les contraintes de cisaillement sont supposées nulles, ou du moins l'effet des gradients $\partial\sigma_{r\theta}/\partial\theta$ dans l'équation d'équilibre selon la direction radiale est supposé négligeable.

♦ les rotations matérielles autour de la normale au flan déformé ne sont pas prises en considération. Les vitesses de glissement $\dot{\varepsilon}_{r\theta}(D_{r\theta})$ sont donc estimées à partir d'une écriture en petites déformations.

Avec ces hypothèses simplificatrices, il est possible d'étudier séparément différents profils de la tôle, selon un découpage angulaire à préciser par rapport aux directions d'orthotropie. Le couplage entre les différents profils se fera en reliant entre eux les incréments Δr_{na} pour les différentes orientations du profil du flan.

II-5-2-2 Formulation analytique:

La figure (II_12_a) montre l'état de contrainte subi par un élément se trouvant sur le bord de flan au cours de l'opération d'emboutissage. Les contraintes de cisaillement $\sigma_{r\theta}$ étant négligées, les directions radiale et circonférentielle sont directions principales, et l'angle α entre la direction x d'orthotropie et le profil étudié correspond à l'angle α du modèle utilisé. Pour $\alpha \neq k\pi/2$, l'anisotropie transverse induit une déformation de glissement à l'origine des cornes. Ce glissement est visualisé sur la figure (II_12_b) pour un élément externe du flan. L'objet du calcul est d'estimer, pour chaque pas de temps, la différence $S = \Delta r_{na}^{+} - \Delta r_{na}$ d'incrément de déplacement radial entre deux profils voisins.



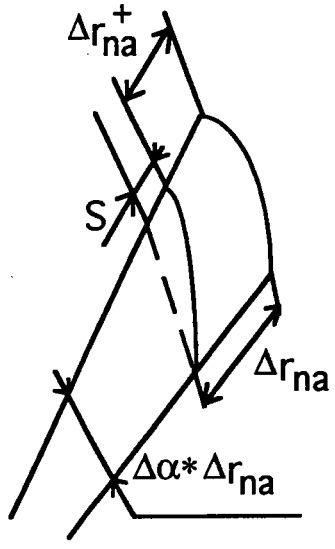


Figure (II_12_a): **Figure (II_12_b):**

État de contrainte sur le bord du flan.

L'idée est donc de partir des expressions des composantes des vitesses de déformation données en (II-6). Ce système fournit en particulier la vitesse de glissement en fonction de la vitesse déformation équivalente:

$$2\dot{\varepsilon}_{12} = \frac{-(\partial g/\partial\alpha)}{2g^2 \sin\theta}\dot{\bar{\varepsilon}} \qquad \text{(II-62)}$$

où l'angle θ est calculé par résolution le long de chaque profil.

Cette équation, discrétisée et appliquée au noeud **na** correspondant au rayon extérieur, s'exprime:

$$2\Delta\varepsilon_{r\theta_{na}} = \frac{-(\partial g/\partial\alpha)}{2g^2 \sin\theta}\Delta\bar{\varepsilon}_{na} \qquad \text{(II-63)}$$

avec

$$\Delta\bar{\varepsilon}_{na} = \frac{2g^2\Delta\varepsilon_{\theta_{na}}}{(\partial g/\partial\theta)(\sin\theta + \cos\theta) + g(\cos\theta - \sin\theta)}$$

et

$$\Delta\varepsilon_{\theta_{na}} = \frac{\Delta r_{na}}{r_{na}}$$

D'après la figure (II_12_b), nous pouvons écrire l'incrément de déformation de glissement sous sa forme discrétisée:

$$2\Delta\varepsilon_{r\theta} = \frac{\Delta r_{na}^{+} - \Delta r_{na}}{r_{na}\Delta\alpha} \qquad \text{(II-64)}$$

En combinant les équations (II-63) et (II-64), nous obtenons:

$$\Delta r_{na}^{+} = \Delta r_{na} - \frac{\partial g/\partial\alpha}{\sin\theta}\frac{\Delta r_{na}\Delta\alpha}{\partial g/\partial\theta(\sin\theta+\cos\theta)+g(\cos\theta-\sin\theta)} \qquad \text{(II-65)}$$

De cette façon, partant par exemple du profil correspondant à la direction x d'orthotropie, nous pouvons calculer pour chaque incrément $\Delta\alpha$, ou pour le profil (n+1), l'incrément Δr_{na}^{+} en fonction de l'incrément Δr_{na}, qui lui, a été calculé pour le profil n. Nous obtenons ainsi, à chaque pas de temps un couplage des différents incréments Δr_{na} permettant d'avoir le nouveau profil du godet.

II-5-2-3 Calcul simplifié:

Dans la plupart des cas d'emboutissage de godet, la force de serre-flan induit des contraintes de compression σ_z qui sont faibles par rapport à la contrainte orthoradiale σ_θ sur le bord de la tôle. Le pourtour du flan est donc proche d'un état de compression orthoradiale, correspondant à l'angle polaire $\theta = 3\pi/4$ sur la surface de charge (voir figure (II_13)). L'équation (II-65) se simplifie donc et devient:

$$\Delta r_{na}^{+} = \Delta r_{na}\left[1+\left(\frac{\partial g(3\pi/4,\alpha)}{\partial\alpha}\right)\frac{\Delta\alpha}{g(3\pi/4,\alpha)}\right] \qquad \text{(II-66)}$$

Cette expression reste applicable pour un incrément Δr_{na} quelconque permettant par exemple d'obtenir directement le résultat pour l'avalement complet du flan. Partant de l'équation (II-19), $g(3\pi/4,\alpha)$ et $\partial g(3\pi/4,\alpha)/\partial\alpha$ s'expriment sous la forme:

$$(1-k)^{\frac{m}{6}} g^{-m}(\theta,\alpha) = \left[\frac{1}{8}(1+A)^3 - k(1-B)^2\right]^{\frac{m}{6}} + \frac{a}{2^{n-1}}\cos 2\alpha + \frac{b}{2^p}\cos^{2q} 2\alpha \qquad \text{(II-67)}$$

et

$$\frac{\partial g(3\pi/4,\alpha)}{\partial \alpha} = \frac{\sin 2\alpha}{m} g(3\pi/4,\alpha) \frac{\frac{a}{2^{n-2}} + \frac{bq}{2^{p-2}}\cos^{2q-1} 2\alpha}{\frac{a}{2^{n-1}}\cos 2\alpha + \frac{b}{2^p}\cos^{2q} 2\alpha} \qquad \text{(II-68)}$$

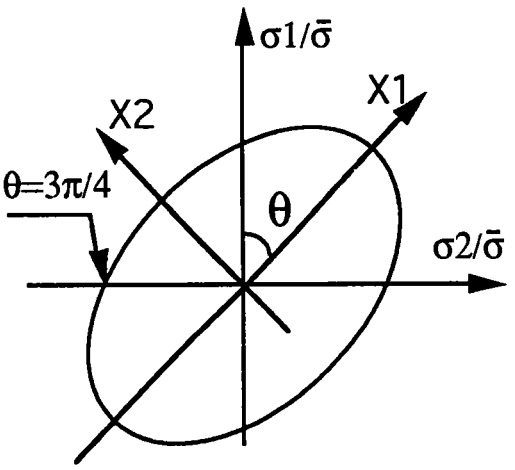


Figure (II_13): Position angulaire sur la surface de charge, correspondant à la compression simple sur le bord du flan:

$\sigma_1 = \sigma_r$; $\sigma_2 = \sigma_\theta$

II-5-2-4 Comparaison avec l'approche de Barlat et Richmond(1991):

Le résultat du calcul simplifié (équation (II-67)) peut être comparé à celui obtenu par Barlat et Richmond (1991). Le résultat de ces auteurs est basé sur le raisonnement suivant: pour un point sur la surface de charge, la loi de normalité implique que les vitesses de déformation plastique sont liées par la relation: $\dot{\varepsilon}_{ij} d\sigma_{ij} = 0$ pour des incréments de contraintes $d\tilde{\sigma}$ tangents à la surface de charge. En contraintes planes, et dans des axes fixes, on peut écrire:

$$\dot{\varepsilon}_{xx}d\sigma_{xx} + 2\dot{\varepsilon}_{xy}d\sigma_{xy} + \dot{\varepsilon}_{yy}d\sigma_{yy} = 0 \qquad \text{(II-69)}$$

Les formules de changement de repère nous permettent de relier les composantes des contraintes dans deux repères faisant entre eux un angle θ:

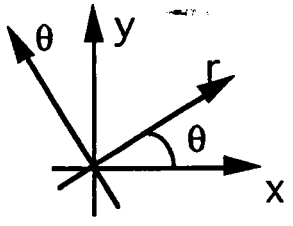


Figure (II_14): Angle θ entre des axes quelconques et des axes fixes.

$$\sigma_{xx} = \sigma_{rr}\cos^2\theta + \sigma_{\theta\theta}\sin^2\theta - 2\sigma_{r\theta}\sin\theta\cos\theta$$
$$\sigma_{yy} = \sigma_{rr}\sin^2\theta + \sigma_{\theta\theta}\cos^2\theta + 2\sigma_{r\theta}\sin\theta\cos\theta$$
$$\sigma_{xy} = (\sigma_{rr} - \sigma_{\theta\theta})\sin\theta\cos\theta + \sigma_{r\theta}(\cos^2\theta - \sin^2\theta)$$

Avec la condition où $\sigma_{rr} = \sigma_{r\theta} = 0$ sur le pourtour du flan on peut exprimer les dérivées des contraintes par rapport à l'angle θ:

$$\frac{\partial\sigma_{xx}}{\partial\theta} = \frac{\partial\sigma_{\theta\theta}}{\partial\theta}\sin^2\theta + 2\sigma_{\theta\theta}\sin\theta\cos\theta$$
$$\frac{\partial\sigma_{yy}}{\partial\theta} = \frac{\partial\sigma_{\theta\theta}}{\partial\theta}\cos^2\theta - 2\sigma_{\theta\theta}\sin\theta\cos\theta$$
$$\frac{\partial\sigma_{xy}}{\partial\theta} = -\frac{\partial\sigma_{\theta\theta}}{\partial\theta}\sin\theta\cos\theta - \sigma_{\theta\theta}(\cos^2\theta - \sin^2\theta)$$

Avec

$$\dot{\varepsilon}_{xx} = \dot{\varepsilon}_{rr}\cos^2\theta + \dot{\varepsilon}_{\theta\theta}\sin^2\theta - 2\dot{\varepsilon}_{r\theta}\sin\theta\cos\theta$$
$$\dot{\varepsilon}_{yy} = \dot{\varepsilon}_{rr}\sin^2\theta + \dot{\varepsilon}_{\theta\theta}\cos^2\theta + 2\dot{\varepsilon}_{r\theta}\sin\theta\cos\theta$$
$$\dot{\varepsilon}_{xy} = (\dot{\varepsilon}_{rr} - \dot{\varepsilon}_{\theta\theta})\sin\theta\cos\theta + \dot{\varepsilon}_{r\theta}(\cos^2\theta - \sin^2\theta)$$

En supposant que l'écoulement plastique survient en même temps pour tous les points du pourtour du flan (ou en supposant une déformation équivalente constante quelle que soit la position angulaire), l'équation (II-69) peut se ré-écrire:

$$\dot{\varepsilon}_{xx}\frac{\partial\sigma_{xx}}{\partial\theta}+2\dot{\varepsilon}_{xy}\frac{\partial\sigma_{xy}}{\partial\theta}+\dot{\varepsilon}_{yy}\frac{\partial\sigma_{yy}}{\partial\theta}=0 \qquad \text{(II-70)}$$

en prenant $\theta=0$ et en utilisant l'équation $\dot{\varepsilon}_{ij}d\sigma_{ij}=0$, on retrouve l'équation obtenue par Barlat & coll (1991):

$$\frac{1}{\sigma_\theta}\frac{d\sigma_\theta}{d\theta}=2\frac{\dot{\varepsilon}_{r\theta}}{\dot{\varepsilon}_{\theta\theta}}=2\Gamma \qquad \text{(II-71)}$$

où Γ est un rapport introduit par ces auteurs, qui mesure la déformation de glissement dans une sollicitation hors axes.

Le rapport $(2\dot{\varepsilon}_{r\theta}/\dot{\varepsilon}_{\theta\theta})$ étant égal à $(1/v_r)(\partial v_r/\partial\theta)$, l'équation (II-71) se ré-exprime finalement sous la forme:

$$\frac{1}{v_r}\frac{dv_r}{d\varphi}=\frac{1}{\sigma_\theta}\frac{d\sigma_\theta}{d\varphi} \qquad \text{(II-72)}$$

Ce qui suppose en fait une déformation équivalente constante quelque soit l'angle θ. L'équation (II-72) peut aussi être discrétisée sous la forme de:

$$\frac{\Delta r_{na}^{+}-\Delta r_{na}}{\Delta r_{na}}=\frac{\Delta\sigma_\theta}{\sigma_\theta} \qquad \text{(II-73)}$$

où $\sigma_\theta=g(3\pi/4,\alpha)$ dans notre cas.

On retrouve alors l'équation (II-65) en remplaçant $\Delta\sigma_\theta$ par $\Delta g(3\pi/4,\alpha)=g(3\pi/4,\alpha+\Delta\alpha)-g(3\pi/4,\alpha)$:

$$\Delta r_{na}^{+}=\Delta r_{na}\left[1+\frac{g(3\pi/4,\alpha+\Delta\alpha)-g(3\pi/4,\alpha)}{g(3\pi/4,\alpha)}\right] \qquad \text{(II-74)}$$

II-6 VALIDATION ET TEMPS DE CALCUL

Le code incrémental pour le gonflement hydraulique, issu d'un programme antérieur mis au point par Mesrar(1991), a été adapté au modèle de plasticité utilisé dans ce travail. Une validation du programme par comparaison avec la solution correspondant aux hypothèses cinématiques de Hill (1950), qui représente la solution exacte pour un matériau obéissant à une loi d'écrouissage exponentielle, montre pour l'ensemble des variables des erreurs inférieures à 1.5% jusqu'à la pression maximale.

Le code incrémental de l'emboutissage d'un godet dont le principe a été exposé dans ce chapitre, présente l'avantage d'être extrêmement flexible à l'introduction de différents modèles de plasticité (présentant différentes formes de surface d'écoulement). Ce programme de calcul a été mis au point à l'occasion d'un contrat réalisé pour le compte du LEDEPP/SOLLAC.

Des comparaisons avec des résultats obtenus par Woo (1967) ont en particulier montré la très bonne précision et la fiabilité du programme. Par ailleurs une comparaison en temps de calcul avec le code ABAQUS mérite d'être soulignée; en effet, le temps d'exécution du programme incrémental avec un maillage du profil en 40 éléments est de l'ordre de 50 secondes sur la station Hp 9000 série 400, alors qu'il faut 656 secondes pour ABAQUS afin de simuler exactement le même processus.

Enfin, et pour rendre compte de l'anisotropie transverse, le maillage sur un quart de la structure serait nécessaire. Si l'on prend par exemple 400 éléments, le temps de calcul du code incrémental serait multiplié par 10 compte tenu des hypothèses faites relativement au couplage angulaire. Par contre, le temps nécessaire pour le code ABAQUS, lié en premier lieu au nombre de degrés de liberté des éléments, est 50 fois plus important que dans le cas axisymétrique.

On en déduit alors l'importance de la réalisation de codes spécifiques à une application donnée où l'on gagne à la fois au niveau de la maîtrise du logiciel (sources), de l'analyse des résultats et en temps de calcul ce qui représente un atout important pour une étude systématique de l'ensemble des paramètres géométriques, rhéologiques et tribologiques du procédé.

Chapitre III

IMPLANTATION DU MODÈLE DANS ABAQUS : MODÉLISATION PAR ÉLÉMENTS FINIS DES PROCÉDÉS DE MISE EN FORME

III-1 INTRODUCTION

Tout modèle de plasticité qui permet de donner explicitement les incréments de contrainte en fonction des incréments de déformation, $[\Delta\tilde{\sigma} = \Delta\tilde{\sigma}(\Delta\tilde{\varepsilon})]$, pour un état de chargement quelconque peut être introduit dans le code de calcul d'éléments finis ABAQUS par l'intermédiaire d'un sous programme appelé UMAT (User Material). Une méthode générale d'intégration du modèle qui, dans sa résolution, utilise une méthode de type "backward Euler", doit être réalisée. L'implantation de ce modèle nécessite aussi la détermination de la matrice Jacobienne (module tangent élasto-plastique) de façon à obtenir une autre estimation des déplacements.

Nous avons donc introduit dans cette partie le modèle de plasticité orthotrope proposé par Ferron et coll (1994) et rappelé dans le deuxième chapitre, dans ABAQUS via le sous programme UMAT.

Nous décrivons dans un premier temps les quelques relations constitutives qui nous servirons à intégrer le modèle et à trouver les relations incrémentales nécessaires pour la résolution numérique du problème. Nous déterminerons ensuite les incréments de déformation plastique et le module tangent élasto-plastique. Enfin, nous expliquerons les simulations numériques réalisées avec ABAQUS en utilisant ou non le nouveau modèle de plasticité.

III-2 UMAT -MÉTHODE D'IMPLÉMENTATION:

III-2-1 Cadre général:

Dans sa version standard, le code de calcul ABAQUS utilise pour les matériaux élasto-plastiques, la loi de Hooke et, vis-à-vis de la plasticité, le critère de Von Mises ou le critère quadratique de Hill avec écrouissage isotrope.

Dans cette partie nous allons développer la méthode d'intégration plastique inspirée de la méthode générale présentée dans le manuel ABAQUS (Hibbitt, Karlsson & Sorensen (Versions 4-6..5-4)) et appliquée au modèle orthotrope défini par l'équation (II-19).

Le code de calcul ABAQUS fournit, au point d'intégration, les valeurs courantes de contraintes σ_{ij}, de déformations élastiques ε_{ij}^{e}, de déformations plastiques ε_{ij}^{p} et les incréments de déformation totale $\Delta\varepsilon_{ij}$ pour le pas de calcul. L'implantation d'un modèle de plasticité dans le programme utilisateur passe par la détermination de l'état de contraintes à la fin du pas de calcul. Il s'agit donc, à partir des incréments de déformations totales, de calculer l'incrément de déformation plastique équivalente $d\bar{\varepsilon}^{p}$ (ou les incréments $d\varepsilon_{ij}^{p}$), la nouvelle déformation plastique équivalente $\bar{\varepsilon}^{p} = \bar{\varepsilon}^{p} + \Delta\bar{\varepsilon}^{p}$ (ou les nouvelles composantes $\varepsilon_{ij}^{p} = \varepsilon_{ij}^{p} + \Delta\varepsilon_{ij}^{p}$) et finalement les nouvelles contraintes σ_{ij}. La matrice Jacobienne C_{ijkl}^{ep} reliant les incréments de contraintes $\Delta\sigma_{ij}$ aux incréments de déformation totale $\Delta\varepsilon_{ij}$ doit aussi être calculée. L'algorithme général de la méthode est décrit en fin de ce chapitre.

III-2-2 Rappel des relations de base de l'élasto-plasticité:

Nous rappelons tout d'abord quelques relations de base de l'élasticité qui nous serviront à intégrer les équations constitutives et à déterminer les nouveaux incréments de contraintes.

Le tenseur de déformation élastique $\tilde{\varepsilon}^{e}$ peut se décomposer en une partie déviatorique et une partie volumique:

$$\varepsilon_{ij}^{e} = e_{ij}^{e} + \frac{1}{3}\varepsilon_{vol}\delta_{ij} \quad \rightarrow \quad \varepsilon = e + \frac{1}{3}\varepsilon_{vol}\mathbb{1} \qquad \text{(III-1)}$$

où δ_{ij} est le symbole de Kronecker. De même le tenseur de contraintes $\tilde{\sigma}$ peut se décomposer en une partie déviatorique et une partie volumique représentant la pression hydrostatique, sous la forme:

$$\sigma_{ij} = S_{ij} - p\delta_{ij} \qquad \sigma = S - p\mathbb{1} \qquad \text{(III-2)}$$

Les composantes e^e_{ij} du déviateur de déformation sont liées aux composantes S_{ij} du déviateur des contraintes par la relation suivante:

$$S_{ij} = 2Ge^e_{ij} \qquad S = 2Ge^d \qquad \text{(III-3)}$$

G étant le module de cisaillement. D'autre part la pression hydrostatique p est liée à la déformation volumique ε_{vol} par la relation suivante:

$$p = -K\varepsilon_{vol} \qquad \text{(III-4)}$$

où K est le module de compressibilité élastique.

En contraintes planes nous pouvons exprimer la pression hydrostatique p en fonction des composantes du déviateur S des contraintes:

$$p = -(S_{11} + S_{22}) \qquad \text{(III-5)}$$

ou encore en fonction des composantes du déviateur de déformation en utilisant l'équation (III-3):

$$p = -2G(e^e_{11} + e^e_{22}) \qquad \text{(III-6)}$$

D'autre part, nous supposons une décomposition additive de la déformation totale en une partie élastique et une partie plastique, selon l'équation suivante:

$$\varepsilon_{ij} = \varepsilon^e_{ij} + \varepsilon^p_{ij} \qquad \varepsilon = \varepsilon^e + \varepsilon^p \qquad \text{(III-7)}$$

La déformation plastique ε^p_{ij} étant égale à sa partie déviatorique e^p_{ij} à cause de l'incompressibilité plastique du matériau, l'équation (III-7) devient alors:

$$\varepsilon_{ij} = \varepsilon^e_{ij} + e^p_{ij} \qquad \text{(III-8)}$$

En combinant les équations (III-1), (III-2), (III-3) et (III-6), on obtient, en contraintes planes, les relations contraintes/déformations élastiques suivantes:

$$\sigma_{ij} = 2G\left[\varepsilon_{ij}^{e} - \varepsilon_{33}^{e}\delta_{ij}\right] \qquad \text{(III-9)}$$

et en utilisant la décomposition donnée par l'équation (III-8), on obtient alors les relations finales reliant les composantes de contraintes à celles des déformations:

$$\sigma_{ij} = 2G\left[\varepsilon_{ij} - \varepsilon_{33}\delta_{ij}\right] - 2G\left[\varepsilon_{ij}^{p} - \varepsilon_{33}^{p}\delta_{ij}\right] \qquad \text{(III-10)}$$

En notant c_σ et c_ε les corrections apportées aux termes σ_{ij} et ε_{ij}^{p} lors d'une itération, l'équation (III-10) se réécrit:

$$c\sigma_{ij} = -2G\left[c\varepsilon_{ij}^{p} - c\varepsilon_{33}^{p}\delta_{ij}\right]$$

ou encore, les corrections étant effectuées sur le pas de temps Δt,

$$c\Delta\sigma_{ij} = -2G\left[c\Delta\varepsilon_{ij}^{p} - c\Delta\varepsilon_{33}^{p}\delta_{ij}\right] \qquad \text{(III-11)}$$

Enfin la loi d'écrouissage nous donne à partir de cet incrément de déformation plastique la nouvelle contrainte équivalente $\overline{\sigma}(\overline{\varepsilon} + \Delta\overline{\varepsilon}_{\Delta t}^{p})$, on en déduit la nouvelle pression hydrostatique et le tenseur déviatorique des contraintes S, de composantes:

$$\begin{aligned} S_{xx} &= S_{xx} + 2G(s_1\Delta\varepsilon_{xx}^{e} - s_2\Delta\varepsilon_{yy}^{e}) \\ S_{yy} &= S_{yy} + 2G(s_2\Delta\varepsilon_{yy}^{e} - s_2\Delta\varepsilon_{xx}^{e}) \\ S_{xy} &= S_{xy} + G\Delta\gamma_{xy}^{e} \end{aligned} \qquad \text{(III-12)}$$

avec $\Delta\varepsilon^{e} = \Delta\varepsilon - \Delta\varepsilon^{p}$, $\quad s_1 = \dfrac{3K + 2\mu}{3K + 4\mu}$ et $s_2 = 1 - s_1$.

où K est le module de compression et G est le module de cisaillement élastique.

III-2-3 Détermination des incréments de déformation plastique:

III-2-3-1 Description de la méthode:

Dans une analyse par éléments finis, l'intégration des équations constitutives est uniquement effectuée aux points d'intégration. Cette analyse est réalisée de façon incrémentale et la solution est supposée connue au début de chaque incrément.

Pour un incrément de déformation totale $\Delta\varepsilon$ donné, on a besoin de calculer les contraintes et les variables internes à la fin de cet incrément. Deux algorithmes d'intégrations des équations constitutives sont généralement connus dans la littérature: explicite appelé aussi forward Euler et implicite appelé backward Euler. La première technique consiste à calculer les incréments de contraintes en fonction des incréments de déformations "en avant" en sous-incrément par sous-incrément. Cette méthode peut aussi être utilisée en subdivisant les sous-incréments et en utilisant la notion de réversibilité plastique incrémentale qui sert à éviter les fausses décharges numériques dans un incrément de charge (Ronel S. (1994)). Quant à la deuxième technique implicite, elle consiste à calculer l'incrément de contrainte itérativement à la fin de chaque sous-incrément. Cette dernière est utilisée dans notre étude. Nous mettons par ailleurs l'accent dans le chapitre suivant sur les problèmes de convergence des itérations locales rencontrés en grandes déformations utilisant ce schéma d'intégration.

Lors de la simulation d'un essai de formage, deux phases différentes peuvent jouer un rôle important sur la complexité de la convergence des calculs. Une phase de résolution numérique itérative pour résoudre le système non linéaire des équations d'équilibre globales, ceci est interne au code de calcul. La deuxième phase concerne l'algorithme utilisé pour la résolution numérique par la méthode de Newton Raphson pour la détermination de l'état de contrainte local du matériau. Cette dernière a été programmée dans notre étude et conformément au principe d'indifférence matérielle de la loi de comportement en grandes déformations, les équations constitutives sont intégrées dans les repères locaux corotationnels (repères tournants) en chaque point d'intégration de

la même manière qu'en petites déformations en repère fixe. Le formalisme en petites déformations utilisé est alors justifié.

L'algorithme utilisé pour implémenter cette intégration numérique joue un rôle important, et avec l'algorithme servant à résoudre ensuite les équations non linéaires trouvées, constituent le corps de l'analyse élasto-plastique par éléments finis. Il est important de noter qu'un algorihme non approprié peut aboutir non seulement à une solution en contraintes non exacte mais aussi risque de ralentir considérablement la convergence de chaque itération. Pour des problèmes relativement complexes, nous savons que le calcul des contraintes par des méthodes incrémentales est assez pénalisant en temps, c'est pourquoi l'efficacité de l'algorithme utilisé est essentielle dans ce genre de calcul.

III-2-3-2 Principe de la méthode:

Il a été confirmé dans des études précédentes (Ortiz & Popov (1984)) que la stabilité d'une solution issue d'une méthode généralisée de l'intégration des relations constitutives élasto-plastique dépend généralement de la forme de la surface de charge d'une part, et d'autre part que la méthode de "backward Euler" est inconditionnellement stable indépendamment de la régularité de la fonction de charge.

Nous avons donc choisi la méthode de "backward Euler" pour l'intégration des équations élasto-plastiques. Cette méthode consiste comme nous l'avons décrit précédemment, pour chaque incrément de déformation, à calculer avec les équations constitutives du modèle et avec itérations le nouvel état de contrainte; cette nouvelle valeur ne correspondant pas forcément à la surface de charge, il faut donc lui apporter une correction qui la ramène sur la surface de charge. La figure (III-1) en 1D et la figure (III-2) en 2D montrent le principe d'une intégration géométrique de l'algorithme en contrainte/déformation et dans l'espace des contraintes respectivement. Une description plus détaillée de cette méthode appliquée à des problèmes de plasticité est donnée par Hibbit (1985).

a- Intégration du modèle de Von Mises 1D (matériau et écrouissage isotrope):

Ce modèle a une forme particulièrement simple à intégrer, dans la mesure où il s'exprime en fonction des composantes du déviateur des contraintes. De même, la matrice de rigidité élasto-plastique du matériau peut être écrite explicitement. La contrainte équivalente de Mises notée $\bar{\sigma}_M$ s'écrit sous la forme:

$$\bar{\sigma}_M = \sqrt{\frac{3}{2} S:S} \qquad q = \sqrt{\frac{3}{2} S:S} \tag{III-13}$$

et la loi de normalité est définie par la relation suivante:

$$d\bar{\varepsilon}^p = \frac{3}{2}\frac{S}{\bar{\sigma}_M} \qquad n = \frac{3}{2}\frac{S}{q} \tag{III-14}$$

$F(\sigma_{ij}) = d\varepsilon^{pl} = d\bar{\varepsilon}^{pl} n$

Partant de l'équation (III-3) et en utilisant l'équation (III-14), on peut alors établir une relation reliant les composantes du déviateur de contraintes à l'incrément de déformation plastique équivalente pour un état de déformation totale exprimé en fin de pas à $t+\Delta t$:

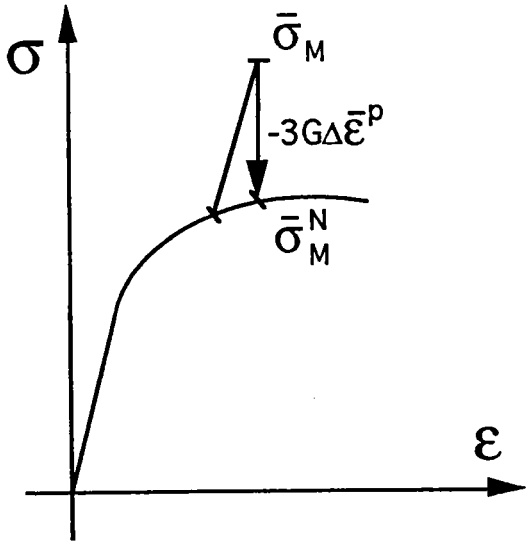


Figure (III-1): Visualisation en 1D de la méthode d'intégration numérique pour le cas du modèle isotrope de Von Mises.

$$S_{ij}\left(1+\frac{3G}{\bar{\sigma}_M}\Delta\bar{\varepsilon}^p\right) = 2G\hat{e}_{ij} \tag{III-15}$$

$\left(1+\frac{3G}{q}\Delta\bar{\varepsilon}^{pl}\right) S = 2G\hat{e}$

$\hat{e} = e^{el} + \Delta e$

où $\hat{e}_{ij} = e^{e}_{ij} + \Delta e$ et Δe est le nouvel incrément de déformation totale.

Le produit de cette équation avec elle même nous donne l'équation non linéaire de Newton:

$$\bar{\sigma}^{N}_{M} = 2G\breve{e} - 3G\Delta\bar{\varepsilon}^{p} \qquad q + 3G\Delta\bar{\varepsilon}^{p} = 3G\hat{e} \qquad \text{(III-16)}$$

$\tilde{e} =$

où $\breve{e} = \sqrt{\frac{3}{2}\hat{e}:\hat{e}}$ et $\bar{\sigma}^{N}_{M}$ est la nouvelle contrainte qui doit vérifier la relation uniaxiale $\bar{\sigma}^{N}_{M} = \bar{\sigma}_{M}(\Delta\bar{\varepsilon}^{p})$ que l'on trouve par résolution de l'équation (III-16). Le terme $2G\breve{e}$ représente la valeur de $\bar{\sigma}_{M}$ en début de chaque pas.

la contrainte équivalente de Mises doit vérifier la relation uniaxiale $q = \bar{\sigma}(\bar{\varepsilon}^{pl})$. on tire donc de l'équation (III-16) $3G(\tilde{e} - \Delta\bar{\varepsilon}^{pl}) - \bar{\sigma} = 0$ que l'on résoud par la méthode de Newton.

Au cours de la résolution de l'équation (III-16), la valeur de l'incrément de déformation plastique après chaque itération est donnée par la forme suivante:

$c^{pl} = \frac{3G(\tilde{e} - \Delta\bar{\varepsilon}^{pl}) - \bar{\sigma}}{3G + H}$; avec $H = \frac{d\bar{\sigma}}{d\bar{\varepsilon}^{pl}}$

$$\Delta\bar{\varepsilon}^{p} = \Delta\bar{\varepsilon}^{p} + \frac{\bar{\sigma}^{N}_{M}(\Delta\bar{\varepsilon}^{p}) - \bar{\sigma}_{M} + 3G\Delta\bar{\varepsilon}^{p}}{3G + \hat{K}(\bar{\sigma})} \qquad \text{(III-17)}$$

H

$\Delta\bar{\varepsilon}^{pl} = \Delta\bar{\varepsilon}^{pl} + c^{pl}$

où $\hat{K}(\bar{\sigma}) = \frac{d\bar{\sigma}}{d\bar{\varepsilon}^{p}}$ est le coefficient d'écrouissage recalculé à la fin de chaque itération. Nous obtenons alors le nouvel état de contrainte $\bar{\sigma}^{N}_{M}$ après quoi, on peut calculer les valeurs des incréments de déformation et de contraintes en fin de pas à partir des équations (III-12). Le schéma (III-1) illustre en 1D le principe de la méthode de résolution.

et on itère jusqu'à ce que la convergence soit atteinte.

b- Application au modèle: équation (II-19):

La loi de Hooke permet d'exprimer les contraintes à la fin du pas par:

$$\sigma_{ij} = C_{ijkl}\varepsilon^{e}_{kl} = C_{ijkl}\varepsilon_{kl} - C_{ijkl}\varepsilon^{p}_{kl} \qquad \text{(III-18)}$$

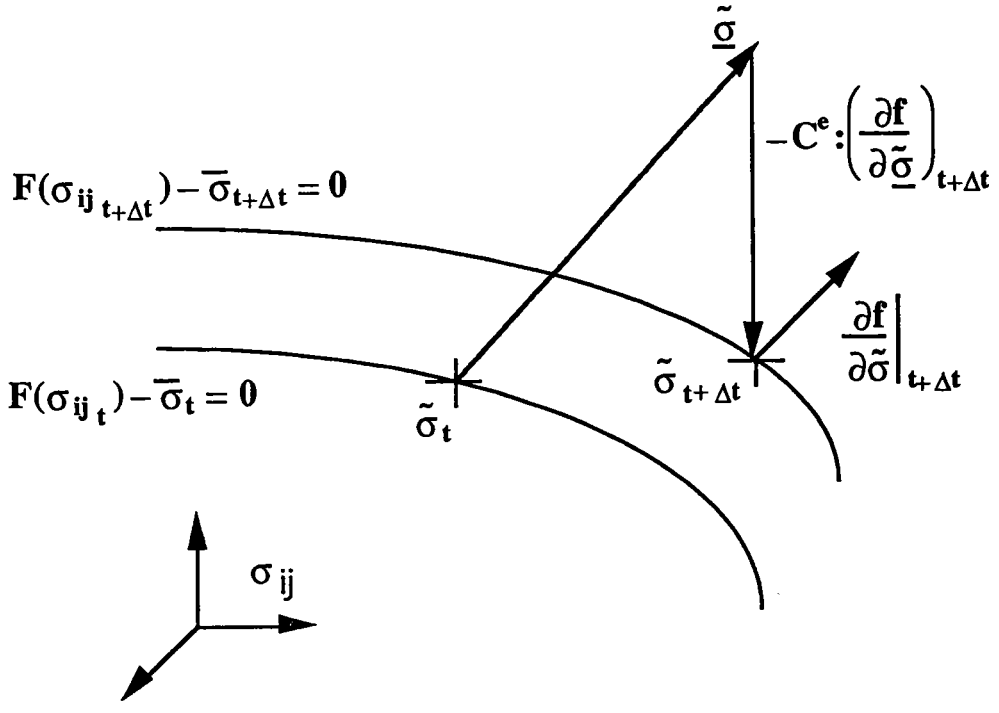


Figure (III_2): Interprétation géométrique de l'algorithme du backward Euler dans l'espace des contraintes.

L'idée est de partir d'une estimation élastique du comportement au cours du pas de calcul $\left(\Delta\varepsilon^p_{kl}=0\right)$, et d'effectuer des corrections sur les différentes variables (notées $c(\xi)$ pour la variable ξ) (voir figure (III-2). D'après l'équation (III-11), les corrections de contraintes sont liées aux corrections de déformations plastiques par:

$$c(\sigma_{ij})=-C_{ijkl}c(\Delta\varepsilon^p_{kl}) \qquad \text{(III-19)}$$

La loi d'écrouissage $\bar{\sigma}=\bar{\sigma}(\bar{\varepsilon}^p)$ doit être satisfaite, d'où:

$$c(\Delta\bar{\sigma})=\hat{K}(\bar{\sigma})c(\Delta\bar{\varepsilon}^p)+\Delta\bar{\varepsilon}^p\frac{\partial\hat{K}}{\partial\bar{\sigma}}c(\Delta\bar{\sigma})$$

soit

$$c(\Delta\bar{\sigma})(1-\frac{\partial\hat{K}}{\partial\bar{\sigma}}\Delta\bar{\varepsilon}^p)=\hat{K}(\bar{\sigma})c(\Delta\bar{\varepsilon}^p) \qquad \text{(III-20)}$$

où $\hat{K}(\bar{\sigma})=\dfrac{d\bar{\sigma}}{d\bar{\varepsilon}^p}$ est le module d'écrouissage.

La condition de chargement plastique, $f = F(\sigma_{ij}) - \overline{\sigma} = 0$ conduit à l'équation de Newton:

$$\frac{\partial F}{\partial \sigma_{ij}} c(\sigma_{ij}) - c(\Delta\overline{\sigma}) = -f \qquad \text{(III-21)}$$

En combinant avec les équations (III-19) et (III-20), on obtient:

$$C_{ijkl} \frac{\partial F}{\partial \sigma_{ij}} c(\Delta\varepsilon^p_{kl}) + \frac{\hat{K}(\overline{\sigma})}{1 - \frac{\partial \hat{K}}{\partial \overline{\sigma}} \Delta\overline{\varepsilon}^p} c(\Delta\overline{\varepsilon}^p) = f \qquad \text{(III-22)}$$

D'autre part, la loi de normalité, $\Delta\varepsilon^p_{ij} - \Delta\overline{\varepsilon}^p (\frac{\partial F}{\partial \sigma_{ij}}) = 0$ conduit aux équations de Newton:

$$c(\Delta\varepsilon^p_{ij}) - c(\Delta\overline{\varepsilon}^p) \frac{\partial F}{\partial \sigma_{ij}} - \Delta\overline{\varepsilon}^p \frac{\partial^2 F}{\partial \sigma_{ij} \sigma_{kl}} c(\sigma_{kl}) = \Delta\overline{\varepsilon}^p \frac{\partial F}{\partial \sigma_{ij}} - \Delta\varepsilon^p_{ij} \qquad \text{(III-23)}$$

En utilisant l'équation (III-22) et en éliminant $c(\Delta\overline{\varepsilon}^p)$ entre les équations (III-22) et (III-23), on obtient finalement un système d'équations non linéaires en $c(\Delta\varepsilon^p_{mn})$ donné par:

$$c(\Delta\varepsilon^p_{mn}) \left[\delta_{im}\delta_{jn} + \Delta\overline{\varepsilon}^p \frac{\partial^2 F}{\partial \sigma_{ij} \partial \sigma_{kl}} C_{klmn} + \frac{1 - \frac{\partial \hat{K}}{\partial \sigma} \Delta\overline{\varepsilon}^p}{\hat{K}(\overline{\sigma})} C_{klmn} \frac{\partial F}{\partial \sigma_{ij}} \frac{\partial F}{\partial \sigma_{kl}} \right] = \Delta\overline{\varepsilon}^p \frac{\partial F}{\partial \sigma_{ij}} - \Delta\varepsilon^p_{ij} + \frac{1 - \frac{\partial \hat{K}}{\partial \sigma} \Delta\overline{\varepsilon}^p}{\hat{K}(\overline{\sigma})} f \frac{\partial F}{\partial \sigma_{ij}} \qquad \text{(III-24)}$$

Le système d'équations ci-dessus est à résoudre par la méthode de Newton-Raphson. Ce système a été développé dans le cas 2D, correspondant à l'utilisation d'éléments de type membranes ou coques. On obtient alors, avec les notations $F_{,ij} = \frac{\partial F}{\partial \sigma_{ij}}$, $(F_{,ij})_{,kl} = \frac{\partial^2 F}{\partial \sigma_{ij} \partial \sigma_{kl}}$ et on observant que $F_{,zz} = -(F_{,xx} + F_{,yy})$, le système non linéaire de trois équations à trois inconnues suivant:

$$
\begin{aligned}
f_1 &= c(\Delta\varepsilon^p_{xx})A1 + 2\mu c(\Delta\varepsilon^p_{yy})B1 + \mu c(\Delta\gamma^p_{xy})C1 - D1 = 0 \\
f_2 &= 2\mu c(\Delta\varepsilon^p_{xx})A2 + c(\Delta\varepsilon^p_{yy})B2 + \mu c(\Delta\gamma^p_{xy})C2 - D2 = 0 \qquad \text{(III-25)} \\
f_3 &= 2\mu c(\Delta\varepsilon^p_{xx})A3 + 2\mu c(\Delta\varepsilon^p_{yy})B3 + c(\Delta\gamma^p_{xy})C3 - D3 = 0
\end{aligned}
$$

avec

$$
\begin{aligned}
A1 &= 1 + 2\mu\Delta\bar{\varepsilon}^p(2F_{,xx} + F_{,yy})_{,xx} + 2\mu H(\bar{\sigma})F_{,xx}(2F_{,xx} + F_{,yy}) \\
B1 &= \Delta\bar{\varepsilon}^p(F_{,xx} + 2F_{,yy})_{,xx} + H(\bar{\sigma})F_{,xx}(F_{,xx} + 2F_{,yy}) \\
C1 &= \Delta\bar{\varepsilon}^p(F_{,xx})_{,xy} + H(\bar{\sigma})F_{,xx}F_{,xy}
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
A2 &= \Delta\bar{\varepsilon}^p(2F_{,xx} + F_{,yy})_{,yy} + H(\bar{\sigma})F_{,yy}(2F_{,xx} + F_{,yy}) \\
B2 &= 1 + 2\mu\Delta\bar{\varepsilon}^p(F_{,xx} + 2F_{,yy})_{,yy} + 2\mu H(\bar{\sigma})F_{,yy}(F_{,xx} + 2F_{,yy}) \\
C2 &= \Delta\bar{\varepsilon}^p(F_{,yy})_{,xy} + H(\bar{\sigma})F_{,yy}F_{,xy}
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
A3 &= \Delta\bar{\varepsilon}^p(2F_{,xx} + F_{,yy})_{,xy} + H(\bar{\sigma})F_{,xy}(2F_{,xx} + F_{,yy}) \\
B3 &= \Delta\bar{\varepsilon}^p(F_{,xx} + 2F_{,yy})_{,xy} + H(\bar{\sigma})F_{,xy}(F_{,xx} + 2F_{,yy}) \\
C3 &= 1 + \mu(\Delta\bar{\varepsilon}^p(F_{,xy})_{,xy} + H(\bar{\sigma})F_{,xy}F_{,xy})
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
D1 &= R(\bar{\sigma})F_{,xx} - \Delta\varepsilon^p_{xx} \\
D2 &= R(\bar{\sigma})F_{,yy} - \Delta\varepsilon^p_{yy} \\
D3 &= R(\bar{\sigma})F_{,xy} - \Delta\gamma^p_{xy}
\end{aligned}
$$

où

$$H(\bar{\sigma}) = \frac{1 - \frac{\partial \hat{K}}{\partial \bar{\sigma}} \Delta\bar{\varepsilon}^p}{\hat{K}(\bar{\sigma})} \quad , \; R(\bar{\sigma}) = \Delta\bar{\varepsilon}^p + H(\bar{\sigma}) f \quad \text{et } f = F(\sigma_{ij}) - \bar{\sigma}.$$

Les termes D1, D2 et D3 peuvent être simplifiés en remplaçant $R(\bar{\sigma})$ par la relation donnée ci-dessus et en utilisant la loi de normalité $\Delta\varepsilon_{ij}^p = \Delta\bar{\varepsilon}^p (\frac{\partial F}{\partial \sigma_{ij}})$, on obtient les trois relations suivantes:

$$D1 = H(\bar{\sigma}) F_{,xx} f$$

$$D2 = H(\bar{\sigma}) F_{,yy} f$$

$$D3 = H(\bar{\sigma}) F_{,xy} f$$

De la même manière que pour l'équation (III-16) dans le cas du 1D, la résolution du système d'équations (III-25) se fait par itération en Newton Raphson. Pour chaque itération nous procédons de la manière suivante:

- la correction de l'incrément plastique $c(\Delta\bar{\varepsilon}^p)$ est obtenue à partir de l'équivalence du travail plastique $\bar{\sigma} c(\Delta\bar{\varepsilon}^p) = \sigma_{ij} c(\Delta\varepsilon_{ij}^p)$;
- l'incrément de déformation plastique $\Delta\bar{\varepsilon}^p$ est réactualisé $(\Delta\bar{\varepsilon}^p = \Delta\bar{\varepsilon}^p + c(\Delta\bar{\varepsilon}^p))$;
- les coefficients Ai Bi et Ci du système d'équations (III-25) sont recalculés avec le nouveau $\Delta\bar{\varepsilon}^p$;
- le coefficient d'écrouissage $\hat{K}(\bar{\sigma})$ et le nouvel état de contrainte $\tilde{\sigma}_{t+\Delta t/n}$ sont obtenus à partir de la courbe d'écrouissage adoptée pour le matériau utilisé; n étant le nombre d'itérations effectuées.

A la fin du pas, c'est à dire à t+Δt, nous obtenons l'état de contrainte $\tilde{\sigma}_{t+\Delta t}$ qui doit se trouver sur la nouvelle surface de charge (voir figure (III-2)), après quoi, on peut calculer les valeurs des incréments de déformation et de contraintes en fin de pas à partir des équations (III-12).

III-2-4 Calcul du module tangent élasto-plastique:

L'objet du calcul est de déterminer le tenseur de rigidité élasto-plastique tangent, reliant les incréments de contraintes $d\sigma_{ij}$ aux incréments de

déformation totale $d\varepsilon_{kl}$ en chargement plastique, c'est à dire lorsque $f = 0$ et $\dot{f} = 0$. On a dans ce cas:

$$d\sigma_{ij} = C^{ep}_{ijkl} d\varepsilon_{kl} \qquad \text{(III-26)}$$

Par contre, en décharge élastique $(f = 0; \dot{f} < 0)$ ou dans le domaine élastique $(f < 0)$, la loi de Hooke s'applique sous la forme:

$$d\sigma_{ij} = C_{ijkl} d\varepsilon_{kl} \qquad \text{(III-27)}$$

où C_{ijkl} sont les composantes du tenseur de rigidité élastique.

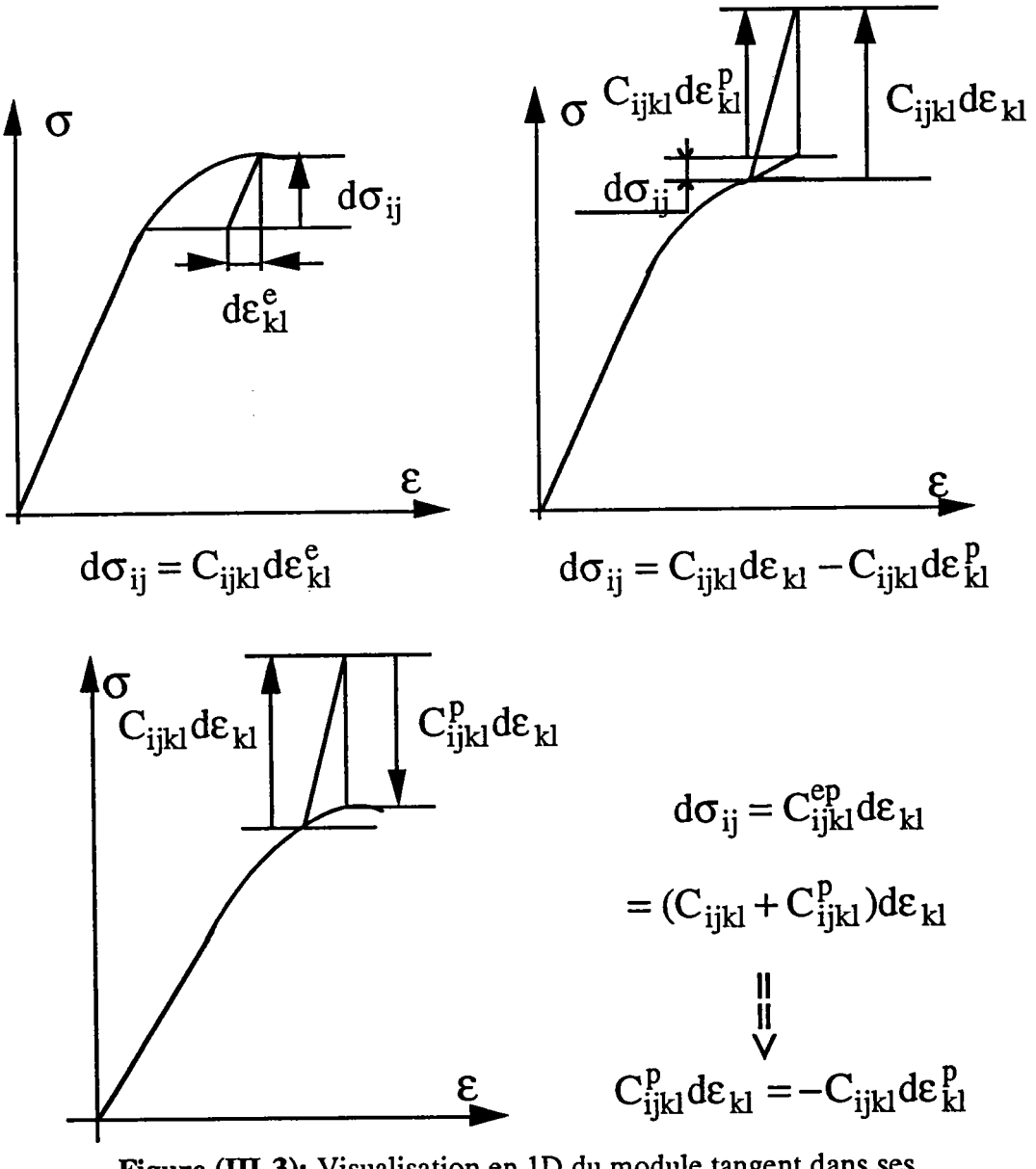


Figure (III-3): Visualisation en 1D du module tangent dans ses différentes formes.

Nous nous intéressons ici au calcul du tenseur de rigidité élasto-plastique tangent, c'est à dire des composantes C^{ep}_{ijkl} dans la relation (III-26). Afin d'appréhender le problème, différentes écritures peuvent être envisagées. Une visualisation 1D de ces relations est fournie sur la figure (III-3). On cherche C^{ep}_{ijkl} sous la forme:

$$C^{ep}_{ijkl} = C_{ijkl} + C^{p}_{ijkl} \qquad \text{(III-28)}$$

On remarque en particulier, compte-tenu de la décomposition additive des déformations, $d\varepsilon_{kl} = d\varepsilon^{e}_{kl} + d\varepsilon^{p}_{kl}$, que:

$$C^{p}_{ijkl} d\varepsilon_{kl} = -C_{ijkl} d\varepsilon^{p}_{kl} \qquad \text{(III-29)}$$

Les relations de base sont données par:

- la loi de Hooke:

$$d\sigma_{ij} = C_{ijkl}\left[d\varepsilon_{kl} - d\varepsilon^{p}_{kl}\right] \qquad \text{(III-30)}$$

- la condition de chargement plastique $(f = 0; df = 0)$, soit:

$$F(\sigma_{ij}) - \overline{\sigma} = 0 \qquad \text{(III-31)}$$

$$df = \frac{\partial F}{\partial \sigma_{ij}} d\sigma_{ij} - d\overline{\sigma} = 0 \qquad \text{(III-32)}$$

- et la loi de normalité:

$$d\varepsilon^{p}_{ij} = d\overline{\varepsilon}^{p} \frac{\partial F}{\partial \sigma_{ij}} \qquad \text{(III-33)}$$

où F est une fonction homogène de degré 1 des contraintes. En combinant les relations (III-30) à (III-33) on obtient après calcul:

$$C^{p}_{ijkl} = -\frac{1}{h} \frac{\partial F}{\partial \sigma_{mn}} \frac{\partial F}{\partial \sigma_{st}} C_{mnkl} C_{ijst} \qquad \text{(III-34)}$$

où

$$h = C_{ijkl} \frac{\partial F}{\partial \sigma_{ij}} \frac{\partial F}{\partial \sigma_{kl}} + \hat{K} \qquad \text{(III-35)}$$

et $\hat{K} = \dfrac{d\bar{\sigma}}{d\bar{\varepsilon}^p}$ est le module d'écrouissage.

Les composantes C^{ep}_{ijkl} sont finalement obtenues à l'aide de la relation (III-28). Pour un matériau élastiquement isotrope, en présentant les incréments de contraintes et de déformations sous la forme de vecteurs à 6 composantes, $(d\sigma_{xx}, d\sigma_{yy}, d\sigma_{zz}, d\sigma_{yz}, d\sigma_{xz}, d\sigma_{xy})$ et $(d\varepsilon_{xx}, d\varepsilon_{yy}, d\varepsilon_{zz}, d\gamma_{yz}, d\gamma_{xz}, d\gamma_{xy})$ respectivement, on obtient les matrices 6 x 6 suivantes:

$$\left(C_{ijkl}\right) = \begin{pmatrix} \lambda+2G & \lambda & \lambda & 0 & 0 & 0 \\ \lambda & \lambda+2G & \lambda & 0 & 0 & 0 \\ \lambda & \lambda & \lambda+2G & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & G & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & G & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & G \end{pmatrix} \qquad \text{(III-36)}$$

et

$$\left(C^p_{ijkl}\right) = -\frac{4G^2}{h}\Lambda \qquad \text{(III-37)}$$

où

$$\Lambda = \begin{bmatrix} F_{,xx}^2 & F_{,xx}F_{,yy} & F_{,xx}F_{,zz} & \frac{F_{,xx}F_{,yz}}{2} & \frac{F_{,xx}F_{,xz}}{2} & \frac{F_{,xx}F_{,xy}}{2} \\ F_{,xx}F_{,yy} & F_{,yy}^2 & F_{,yy}F_{,zz} & \frac{F_{,yy}F_{,yz}}{2} & \frac{F_{,yy}F_{,xz}}{2} & \frac{F_{,yy}F_{,xy}}{2} \\ F_{,xx}F_{,zz} & F_{,yy}F_{,zz} & F_{,zz}^2 & \frac{F_{,zz}F_{,yz}}{2} & \frac{F_{,zz}F_{,xz}}{2} & \frac{F_{,zz}F_{,xy}}{2} \\ \frac{F_{,xx}F_{,yz}}{2} & \frac{F_{,yy}F_{,yz}}{2} & \frac{F_{,zz}F_{,yz}}{2} & \frac{F_{,yz}^2}{4} & \frac{F_{,yz}F_{,xz}}{4} & \frac{F_{,yz}F_{,xy}}{4} \\ \frac{F_{,xx}F_{,xz}}{2} & \frac{F_{,yy}F_{,xz}}{2} & \frac{F_{,zz}F_{,xz}}{2} & \frac{F_{,yz}F_{,xz}}{4} & \frac{F_{,xz}^2}{4} & \frac{F_{,xz}F_{,xy}}{4} \\ \frac{F_{,xx}F_{,xy}}{2} & \frac{F_{,yy}F_{,xy}}{2} & \frac{F_{,zz}F_{,xy}}{2} & \frac{F_{,yz}F_{,xy}}{4} & \frac{F_{,xz}F_{,xy}}{4} & \frac{F_{,xy}^2}{4} \end{bmatrix}$$

$$h = 2G\left[F_{,xx}^2 + F_{,yy}^2 + F_{,zz}^2 + \frac{1}{2}\left(F_{,xy}^2 + F_{,yz}^2 + F_{,xz}^2\right)\right] + \hat{K}$$

et (III-38)

$$F_{,ij} = \frac{\partial F}{\partial \sigma_{ij}}$$

Avec le critère de Von Mises, on obtient:

$$h = 3G + \hat{K}; \quad F_{,ij} = \frac{3S_{ij}}{2\bar{\sigma}}^{*} \qquad \text{(III-39)}$$

où $S = \left(S_{ij}\right)$ désigne le déviateur des contraintes.

* ATTENTION: $F_{,xx} = \frac{3S_{xx}}{2\bar{\sigma}}$; $F_{,xy} = \frac{3S_{xy}}{\bar{\sigma}}$ lorsque F est exprimé en fonction des 6 composantes indépendantes de contraintes.

Dans le cas d'un état de contraintes planes, les incréments de contraintes $\left(d\sigma_{xx}, d\sigma_{yy}, d\sigma_{xy}\right)$ et les incréments de déformation $\left(d\varepsilon_{xx}, d\varepsilon_{yy}, d\gamma_{xy}\right)$ sont reliés par les matrices:

$$\left(C_{ijkl}\right) = \frac{E}{1-\nu^2}\begin{pmatrix} 1 & \nu & 0 \\ \nu & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1-\nu}{2} \end{pmatrix} \qquad \text{(III-40)}$$

et

$$\left(C_{ijkl}^{p}\right) = -\frac{E^2}{(1-\nu^2)^2 h}\Lambda\begin{bmatrix} * & * & * \\ & * & * \\ \text{sym} & & * \end{bmatrix} \qquad \text{(III-41)}$$

où

$$\Lambda[1,1] = F_{,xx}^2 + 2\nu F_{,xx} F_{,yy} + \nu^2 F_{,yy}^2$$

$$\Lambda[2,2] = F_{,yy}^2 + 2\nu F_{,xx} F_{,yy} + \nu^2 F_{,xx}^2$$

$$\Lambda[3,3] = \frac{(1-\nu)^2}{4} F_{,xy}^2$$

$$\Lambda[1,2] = \nu F_{,xx}^2 + (1+\nu^2) F_{,xx} F_{,yy} + \nu F_{,yy}^2$$

$$\Lambda[1,3] = \frac{1-\nu}{2} F_{,xy} (F_{,xx} + \nu F_{,yy})$$

$$\Lambda[2,3] = \frac{1-\nu}{2} F_{,xy} (F_{,yy} + \nu F_{,xx})$$

avec

$$h = \frac{E}{1-\nu^2}\left[F_{,xx}^2 + 2\nu F_{,xx} F_{,yy} + F_{,yy}^2 + \frac{1-\nu}{2} F_{,xy}^2\right] + \hat{K} \qquad \text{(III-42)}$$

Λ est une matrice de rang trois et elle est symétrique. Dans le cas du critère de Von Mises, la matrice élasto-plastique C_{ijkl}^p est donnée par l'équation suivante:

$$C_{ijkl}^{ep} = C_{ijkl} - \frac{9G^2 S_{ij} S_{kl}}{(3G + \hat{K})\bar{\sigma}_M^2} \qquad \text{(III-43)}$$

III-2-5 Application au modèle utilisé:

Le modèle utilisé fait l'objet de la représentation polaire fournie par l'équation (II-19), alors que les calculs précédents s'appliquent à une présentation de la fonction de charge de la forme: $f = F(\sigma_{ij}) - \bar{\sigma}$. Il s'agit en fait de déterminer les dérivées partielles $F_{,ij}$ et $(F_{,ij})_{,kl}$ intervenant dans les équations (III-25), (III-38) et (III-42).

Il convient pour ce calcul de repartir de la présentation de la surface de charge sous la forme (II-3), sans normer cette surface par la contrainte équivalente $\bar{\sigma}$. La surface de plasticité s'exprime alors pour un état de contraintes planes par une équation de la forme:

$$f = \psi(x_1, x_2, \alpha) - \bar{\sigma} = 0 \qquad \text{(III-44)}$$

avec

$$x_1 = \frac{\sigma_1 + \sigma_2}{2} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2}$$

$$x_2 = \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2} = \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \sigma_{xy}^2} \qquad \text{(III-45)}$$

$$\mathrm{tg}\,2\alpha = \frac{2\sigma_{xy}}{\sigma_x - \sigma_y}$$

En utilisant l'équation (II-19), on obtient pour $\psi(x_1,x_2,\alpha)$

$$\psi(x_1,x_2,\alpha) = \left\{ \left[\frac{\left(x_1^2 + Ax_2^2\right)^3 - kx_1^2\left(x_1^2 - Bx_2^2\right)^2}{1-k} \right]^{1/3} - \frac{2a}{(1-k)^{1/3}} \frac{x_2 x_1^{2n-1}}{(x_1^2 + x_2^2)^{n-1}} \cos 2\alpha + \frac{b}{(1-k)^{1/3}} \frac{x_2^{2p}}{(x_1^2 + x_2^2)^{p-1}} \cos^{2q} 2\alpha \right\}^{1/2} \qquad \text{(III-46)}$$

La condition de chargement plastique, $df = 0$, est donnée par:

$$df = \frac{\partial\psi}{\partial x_1} dx_1 + \frac{\partial\psi}{\partial x_2} dx_2 + \frac{\partial\psi}{\partial\alpha} d\alpha - d\bar{\sigma} = 0 \qquad \text{(III-47)}$$

En exprimant dx_1, dx_2 et $d\alpha$ en fonction de $d\sigma_x$, $d\sigma_y$, $d\sigma_{xy}$ à partir des relations (III-45) et en remplaçant dans l'équation (III-47), on obtient:

$$\frac{1}{2}\left[\frac{\partial\psi}{\partial x_1} + \cos 2\alpha \frac{\partial\psi}{\partial x_2} - \frac{\sin 2\alpha}{2x_2}\frac{\partial\psi}{\partial\alpha}\right] d\sigma_x +$$

$$\frac{1}{2}\left[\frac{\partial\psi}{\partial x_1} - \cos 2\alpha \frac{\partial\psi}{\partial x_2} + \frac{\sin 2\alpha}{2x_2}\frac{\partial\psi}{\partial\alpha}\right] d\sigma_y + \qquad \text{(III-48)}$$

$$\frac{1}{2}\left[2\sin 2\alpha \frac{\partial\psi}{\partial x_2} + \frac{\cos 2\alpha}{x_2}\frac{\partial\psi}{\partial\alpha}\right] d\sigma_{xy} - d\bar{\sigma} = 0$$

avec

$$\cos 2\alpha = \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2x_2} \qquad \text{et} \qquad \sin 2\alpha = \frac{\sigma_{xy}}{x_2}$$

Par identification avec la fonction f présentée sous la forme: $f = F(\sigma_{ij}) - \overline{\sigma}$ on obtient:

$$\begin{aligned}
&\frac{1}{2}\left[\frac{\partial\psi}{\partial x_1} + \cos 2\alpha \frac{\partial\psi}{\partial x_2} - \frac{\sin 2\alpha}{2x_2}\frac{\partial\psi}{\partial\alpha}\right] = F_{,xx} \\
&\frac{1}{2}\left[\frac{\partial\psi}{\partial x_1} - \cos 2\alpha \frac{\partial\psi}{\partial x_2} + \frac{\sin 2\alpha}{2x_2}\frac{\partial\psi}{\partial\alpha}\right] = F_{,yy} \qquad \text{(III-49)} \\
&\frac{1}{2}\left[2\sin 2\alpha \frac{\partial\psi}{\partial x_2} + \frac{\cos 2\alpha}{x_2}\frac{\partial\psi}{\partial\alpha}\right] = F_{,xy}
\end{aligned}$$

Pour un état de contraintes planes, les expressions (III-48), développées en faisant appel à l'expression de $\psi(x_1, x_2, \alpha)$ donnée par (III-46) sont à utiliser dans les équations (III-41) et (III-42).

Par ailleurs les termes de l'équation (III-25), du type $(2F_{,xx} + F_{,yy})_{,xx}$ seront calculés de la même manière, en leur appliquant le changement de variables défini par les équations (III-45). Si on pose: $T(x_1, x_2, \alpha) = 2F_{,xx} + F_{,yy}$ les dérivées successives sont égales à :

$$\begin{aligned}
&T_{,xx} = \frac{\partial T}{\partial\sigma_{xx}} = \frac{1}{2}\left[\frac{\partial T}{\partial x_1} + \cos 2\alpha \frac{\partial T}{\partial x_2} - \frac{\sin 2\alpha}{2x_2}\frac{\partial T}{\partial\alpha}\right] \\
&T_{,yy} = \frac{\partial T}{\partial\sigma_{yy}} = \frac{1}{2}\left[\frac{\partial T}{\partial x_1} - \cos 2\alpha \frac{\partial T}{\partial x_2} + \frac{\sin 2\alpha}{2x_2}\frac{\partial T}{\partial\alpha}\right] \qquad \text{(III-50)} \\
&T_{,xy} = \frac{\partial T}{\partial\sigma_{xy}} = \frac{1}{2}\left[2\sin 2\alpha \frac{\partial T}{\partial x_2} + \frac{\cos 2\alpha}{x_2}\frac{\partial T}{\partial\alpha}\right]
\end{aligned}$$

III-2-6 Algorithme général:

- Pour chaque incrément FAIRE:
  - pour chaque point d'intégration FAIRE:
    - pour chaque couche dans l'épaisseur FAIRE:

(I) géométrie réactualisée:

$$\Delta\varepsilon_n = \Delta\varepsilon_{n-1} + \nabla u$$

(II) contrainte équivalente (modèle):

$$\overline{\sigma}_n^M = f(\sigma_n)$$

(III) contrainte équivalente (écrouissage):

$$\overline{\sigma}_n^0 = h(\underline{\hat{K}}, \Delta\overline{\varepsilon}^p)$$

(IV) recouvrement des déformations:

$$\varepsilon_n^{(e,p,eq)} = \varepsilon_{n-1}^{(e,p,eq)} + \Delta\varepsilon^{(e)}$$

(V) SI $\overline{\sigma}_n^0 > \overline{\sigma}_n^M$ (écoulement plastique):

Pour k itérations FAIRE:

correcteurs plastique: (équation de Newton)

$c({}^k\Delta\varepsilon_{n+1}^p),\ c({}^k\Delta\sigma_{n+1})$

nouvelle contrainte: (loi d'écrouissage)

$\overline{\sigma}_{n+1}^d = h(\underline{\hat{K}}, \Delta\overline{\varepsilon}^p(c({}^k\Delta\varepsilon_{n+1}^p)))$

si $c({}^{k+1}\Delta\sigma_{n+1} \leq TOL * \overline{\sigma}_n^0)$ (convergence)

FIN FAIRE

Nouveaux incréments de contraintes/déformations.
Nouvelle matrice élasto-plastique.
Réactualisation des déformations.

- FIN FAIRE
- FIN FAIRE
- FIN FAIRE.

III-3 SIMULATION NUMÉRIQUE

III-3-1 Essais simulés et hypothèses retenues (modélisation du contact et du frottement):

Dans ce paragraphe nous allons reformuler les simulations numériques de trois différents chargements hors plan. Ces simulations seront réalisées avec la méthode des éléments finis utilisant le code de calcul ABAQUS. Deux types de conditions aux limites sont envisagées: emboutissage à flan bloqué, avec comme applications le gonflement hydraulique et le poinçonnement hémisphérique; l'emboutissage avec rétreint, avec comme application l'emboutissage de coupelle.

Le but de cette étude est d'introduire le modèle de plasticité orthotrope proposé par Ferron et coll (1994) soit dans sa forme simplifiée (limitée à l'isotropie transverse) et donnée par l'équation (II-18) soit dans sa forme générale (tenant compte d'un comportement à anisotropie transverse) donnée par l'équation (II-19).

La procédure d'interface UMAT (User Material) offerte par ABAQUS, est utilisée à cette fin. Elle permet comme nous l'avons vu au début de ce chapitre, d'introduire un modèle de plasticité dans le code de calcul et de résoudre un problème élasto-plastique par incrémentation sur les contraintes et les déformations.

Dans le cas d'un emboutissage à flan bloqué, les conséquences de l'anisotropie transverse sont fortement inhibées, alors qu'elles sont au contraire tout-à-fait visibles, et parfois pénalisantes, dans le processus avec retreint. Comme dans la méthode des différences finies, nous allons donc développer les simulations avec un matériau présentant deux types de comportement :

♦ un matériau présentant une isotropie planaire (anisotropie normale), sera utilisé pour traiter les simulations des essais à flan bloqué (gonflement hydraulique et poinçonnement hémisphérique). L'emboutissage de coupelle sera aussi traité dans un premier temps avec cette hypothèse sur le matériau. La forme de la surface de charge adoptée

est celle de Hill quadratique(1948) et aussi celle du modèle donné par l'équation (II-18).

- un matériau présentant une anisotropie planaire (transverse) sera utilisé dans le cas de la simulation de l'emboutissage de coupelle uniquement. La forme de la surface de charge de Hill quadratique et également du modèle (équation (II-19) sera utilisée

Dans ces deux cas, nous considérons que le matériau est élasto-plastique et nous optons pour la théorie de l'écoulement en plasticité indépendante du temps avec l'hypothèse d'un écrouissage isotrope. La loi d'écrouissage est une loi puissance de Swift reliant la contrainte à la déformation équivalente par l'équation: $\bar{\sigma} = K(\varepsilon_0 + \bar{\varepsilon})^N$ où K est une constante homogène à une contrainte et N est l'exposant d'écrouissage.

En outre, pour toute opération de simulation d'emboutissage de tôle, la réponse est fortement dépendante du comportement du type d'éléments choisis pour la simulation. En particulier, les effets de flexion peuvent influencer les résultats. D'autre part, au cours de la simulation, la modélisation de la variation d'épaisseur du matériau doit être réactualisée dès que son influence sur le contact et sur les contraintes de frottement devient significative (cas du flan qui glisse entre la matrice et le serre-flan dans l'emboutissage de coupelle). Dans le code de calcul ABAQUS, les éléments de type coque ou coque axisymétrique SAX1 (Shell Axisymetric element) par exemple, répondent à ce type de problème. Nous savons d'autre part et concernant toujours le même essai, que l'hypothèse de l'incompressibilité du matériau qui permet de déterminer la variation d'épaisseur lors de l'essai, ne tient pas compte du développement de la contrainte dans l'épaisseur de la membrane. Ceci induit une seconde difficulté pour modéliser la pression de contact entre le serre-flan, la tôle et la matrice. Le mot clé *SURFACE BEHAVIOR, SOFTENED dans ABAQUS, permet d'imposer une pression convenable dans la direction de l'épaisseur de la membrane ce qui résoud cette deuxième difficulté de modélisation.

Dans le cas d'essais où le flan est bloqué, le matériau est supposé isotrope transverse , et seule une coupe dans le plan méridien est maillée alors avec 50 éléments de coque. Nous avons choisi compte tenu des problèmes

de modélisation que l'on vient de citer, le type d'éléments SAX1 qui permettent de tenir compte de la flexion du flan. Ce choix est d'autant plus justifié qu'avec ce type d'éléments les déformations obtenues sont importantes.

Le maillage est affiné au voisinage de la matrice afin d'obtenir une bonne résolution du "contact en mouvement" entre la tôle et la matrice. Le poinçon et la matrice (cas du poinçonnement hémisphérique) ont été modélisés comme étant des éléments rigides en utilisant l'option *RIGID SURFACE, et enfin des éléments d'interface de type IRS21A ont été utilisés pour simuler le contact avec frottement de Coulomb entre les éléments rigides et la tôle. Quant à l'emboutissage de coupelle présentant une anisotropie transverse, un quart de la structure a été maillé par des éléments de coque de type S4R et le centre par des éléments coque triangulaires de type STRI3. L'interaction mécanique entre les surfaces de contact est prise en compte comme une surface de frottement via l'option *FRICTION.

Dans le cas d'un matériau isotrope, l'option *ORIENTATION définit une orientation locale qui coincide initialement avec l'orientation globale. Lorsque cette option est utilisée dans une analyse de géométrie non linéaire, les composantes de déformations et de contraintes sont données dans un repère corotationnel.

Dans notre cas et avec l'utilisation des éléments axisymétriques de type SAX1, la définition de l'orientation n'est pas nécessaire. Les composantes de contraintes et de déformations sont toujours données dans le repère local. S11 et E11 sont les composantes de contraintes et de déformations respectives dans la direction méridienne; S22 et E22 sont les composantes de contraintes et de déformations respectives dans la direction circonférentielle.

Par ailleurs, les lois de comportement élastoplastiques sont basées sur une décomposition additive des vitesses de déformations dans le repère corotationnel, $D = D^e + D^p$ (théorie de Green et Naghdi).
Les déformations données sont celles de Green-Lagrange $E = (F^T F - I)/2$, notées ε^G dans ABAQUS, F étant le tenseur gradient de déformation. D'autre part, les relations entre vitesse de contraintes et

vitesse de déformation élastique sont définies dans la base corotationnelle de la manière suivante:

$\dot{\sigma} = K^{el}(tr\varepsilon^s, \varepsilon^s:\varepsilon^s, \det\varepsilon^s, T):(D - D^p)$ où K^{el} est un tenseur du quatrième ordre (module élastique du matériau) qui peut être isotrope ou anisotrope et dont les variables internes sont la déformation ε^s (toujours dans la base corotationnelle) et éventuellement la température T. La partie plastique de la vitesse de déformation est donnée par la loi de normalité: $D^p = \lambda \frac{\partial f}{\partial s}$, f étant la fonction de charge tel que $\dot{f} = 0$ (condition de consitance) avec s le déviateur du tenseur de contraintes de Cauchy et λ est un multiplicateur plastique.

Nous notons enfin que la simulation réalisée avec ABAQUS sans UMAT et utilisant le critère quadratique de Hill rappelé dans le premier chapitre par l'équation (I-22), nécessite afin de rendre compte de l'anisotropie, l'option *POTENTIAL où l'on introduit à la suite de cette carte les constantes suivantes: $1/\sqrt{G+H}$, $1/\sqrt{H+F}$, $1/\sqrt{F+G}$, $\sqrt{3/2N}$, $\sqrt{3/2M}$ et $\sqrt{3/2L}$. Ces constantes pouvant être exprimées en fonction des coefficients d'anisotropie dans les directions d'orthotropie R_0, R_{45} et R_{90} à partir des équations représentant les seuils élastiques en traction dans ces directions.

III-3-2 Gonflement hydraulique:

III-3-2-1 Géométrie du processus

La Figure (III_4) rappelle la présentation géométrique du gonflement hydraulique: la partie I montre le flan de rayon a et d'épaisseur initiale h^0 dans sa position initiale, bloqué sur son pourtour entre une matrice et serre-flan (non représenté). Le rayon de matrice est r_m. La partie II représente la forme du flan soumis à la pression P dans une position repérée par la hauteur au pôle H_p.

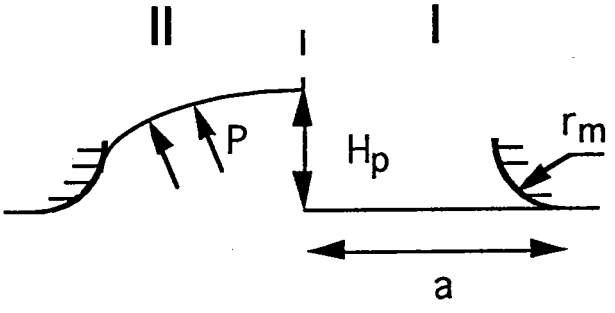


Figure (III_4): Représentation de la position initiale (partie I) et d'une position courante de la tôle (partie II) sous l'effet de la pression hydrostatique.

III-3-2-2 Chargement

La simulation du chargement est réalisée avec quatre pas de calcul. Cette technique est utilisée avec l'option *BOUNDARY qui permet le changement des conditions aux limites. Le premier pas consiste à ramener la matrice en contact avec la tôle et d'imposer un blocage du bord du flan.

Au deuxième et troisième pas, on impose deux pressions de chargement hydrostatique uniforme le long de la paroi de la coque, on obtient alors deux hauteurs au pôle H1 et H2 successives. Ces hauteurs nous permettent de connaître a priori la pression nécessaire pour déformer la tôle avec les conditions de matériau et de géométrie imposées.

Dans le dernier pas la méthode de résolution "RIKS" est utilisée afin de résoudre le problème à la fois en déplacement et en pression

hydrostatique. Lorsque la convergence est atteinte, le calcul est alors arrêté et on obtient une pression maximale, au delà de laquelle une instabilité se produit.

III-3-3 Poinçonnement hémisphérique:

III-3-3-1 Géométrie du processus

Le principe de l'essai de poinçonnement hémisphérique a été largement abordé dans le premier chapitre, nous rappelons brièvement dans cette partie le processus par une représentation géométrique et nous détaillerons ensuite la simulation réalisée par la méthode des éléments finis. La géométrie du problème est rappelée dans la figure (III_5). La tôle de rayon a, qui va être allongée au cours du processus, est fixée au bord par une matrice de rayon r_m. Le rayon de l'outil est noté r_p et l'épaisseur initiale de la tôle est également notée h^0.

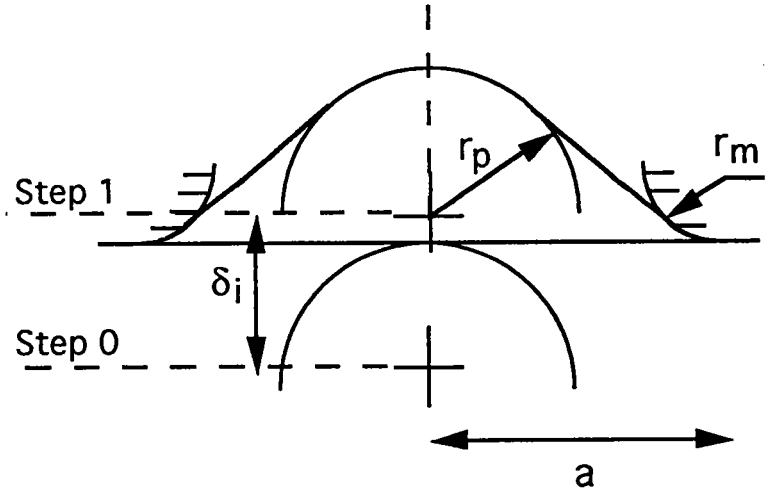


Figure (III_5): Représentation de deux positions différentes prises par la tôle et l'outil lors de l'emboutissage: pas 0 à la position initiale de contact de l'outil avec la tôle; pas 1 après un déplacement de l'outil d'une distance δ_i.

III-3-3-2 Chargement

La simulation de ce procédé a été réalisée comme pour le gonflement hydraulique, en quatre pas de calcul. Il suffit donc de changer les

conditions aux limites de l'outil ou bien de la matrice pour avoir un enfoncement donné de l'outil dans la tôle.

Dans le premier pas, la matrice est déplacée avec cette technique afin de ramener l'outil en contact avec la tôle. Dans les deux pas suivants, l'outil est déplacé avec la tôle pour atteindre deux hauteurs différentes. Nous comparerons avec ces mêmes hauteurs d'enfoncement nos résultats avec d'autres résultats issus de la bibliographie.
Le dernier pas a été réalisé pour dégager l'outil et éventuellement étudier le retour élastique de la tôle.

III-3-4 Emboutissage de godet:

III-3-4-1 Géométrie du processus

La figure (III_6) donne la géométrie du profil et rappelle le principe de l'essai. La tôle circulaire a initialement un diamètre noté **a**, une épaisseur initiale h^0. Les rayons du poinçon, du serre-flan et de la matrice sont respectivement notés r_p, r_f et r_m.

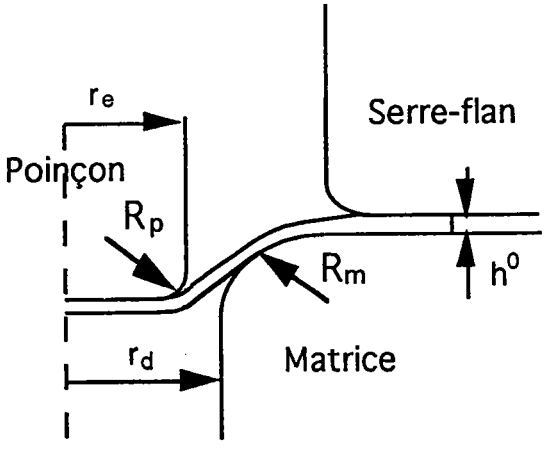


Figure (III-6): Schéma d'une position courante de l'emboutissage, la tôle glisse entre la matrice et le serre-flan.

III-3-4-2 Chargement

La simulation de l'emboutissage axisymétrique a été conduite sur cinq pas. Dans le premier pas nous déplaçons le serre-flan jusqu'à obtenir le contact avec la tôle. Ce déplacement est négatif et il est de l'ordre de 10^{-6}mm afin de récupérer une réaction de la tôle égale à une force donnée. ceci déterminera par ailleurs la pression de serrage à travers l'épaisseur du flan en utilisant l'option *SURFACE BEHAVIOR, SOFTENED.

Dans le deuxième pas, cette condition est remplacée par une force qui reste constante pendant le deuxième et le troisième pas. Dans le troisième pas, nous faisons déplacer le poinçon qui enfoncera la tôle d'une hauteur donnée. Au cours de ce pas, l'option *CONTROLS, ANALYSIS=DISCONTINUOUS est inclue dès que le contact avec frottement tend à créer une discontinuité non linéaire du processus. Les deux derniers pas sont utilisés afin d'étudier le retour élastique du godet à la suite du dégagement des différents outils.

Dans le cas où la simulation est réalisée sur un quart de la structure, le processus de chargement est le même que dans le cas de l'axisymétrie, excepté quelques modifications qui interviennent au moment où la tôle commence à quitter le serre-flan.

III-4 VALIDATION ET TEMPS DE CALCUL

Suite à l'implantation du présent modèle dans ABAQUS, nous avons choisi, afin de valider ce travail, de simuler la traction uniaxiale et le cisaillement simple sur un seul élément de type contrainte plane CPS4 et à deux degrés de liberté. Trois programmes ont fait l'objet de comparaison:

♦ programme "SU" : simulation avec le code ABAQUS sans le sous programme UMAT;

♦ programme "AUVM" : simulation utilisant le sous programme UMAT et où l'intégration du modèle de Von Mises donné par l'équation (III-17) fait l'objet de résolution;

♦ programme "AUM" : simulation utilisant l'interface UMAT et où le présent modèle donné par le système d'équations (III-25) est intégré.

Nous avons comparé les résultats issus de ces trois configurations pour différents coefficients d'anisotropie R (0.5, 1, 2, 4). Nous avons obtenu une parfaite compatibilité de valeurs de contraintes et de déformations et ceci étant valable quel que soit le niveau de déformation imposé.

Nous avons d'autre part comparé le temps de calcul nécessaire pour les différentes résolutions. Nous avons constaté que le programme "AUVM" nécessite moins d'itérations que le programme "SU", d'où une plus rapide convergence; 2 à 3 secondes sur 10 secondes sont gagnées avec le programme "AUVM", temps qui reste bien entendu proportionnel à la taille du problème étudié. Quant au programme "AUM", il nécessite un temps relativement plus long (20 à 40%), ce qui reste acceptable compte tenu de la taille (temps de compilation important) et du nombre d'équations mis en jeu (système d'équations (III-25)).

Chapitre IV

SIMULATIONS ET RÉSULTATS

IV-1 INTRODUCTION

Les programmes spécifiques mis au point pour le gonflement hydraulique et pour l'emboutissage d'un godet, ainsi que le code de calcul ABAQUS avec le sous programme UMAT, ont été utilisés pour simuler le comportement des tôles embouties.

Les procédés de formage à flan bloqué (gonflement hydraulique, poinçonnement hémisphérique) ont été analysés avec l'hypothèse d'isotropie transverse, tandis que l'emboutissage d'un godet a été étudié en tenant compte des deux hypothèses : isotropie transverse et anisotropie transverse. Cette dernière a été étudiée sur un quart de la structure et ceci afin d'obtenir une prévision des cornes d'emboutissage.

Des comparaisons entre les résultats obtenus par la méthode des différences finies et par la méthode des éléments finis sont effectuées, afin de s'assurer de la fiabilité des simulations. De plus, des comparaisons entre les différents modèles de plasticité (Von Mises, Hill, Ferron et coll.) sont détaillées, afin d'analyser l'influence de la forme de la surface de plasticité sur les efforts et la répartition des déformations, et de discuter les résultats des simulations par rapport à des résultats expérimentaux de la littérature.

IV-2 GONFLEMENT HYDRAULIQUE

IV-2-1 Généralités:

Le gonflement hydraulique d'un flan circulaire est un essai de laboratoire utilisé principalement à deux fins: la détermination des limites de formage sous un état de traction équibiaxiale, et la détermination de la courbe d'écrouissage en traction équibiaxiale.

Il est en effet observé expérimentalement qu'une instabilité survient à la pression maximale, sous la forme d'une striction localisée passant par le pôle du flan déformé. D'autre part, l'acquisition des valeurs de la

pression P, du rayon de courbure ρ au pôle et des déformations au pôle (par mesure continue de l'épaisseur ou par mesure de grilles) permet d'accéder aux contraintes et déformations, à partir des expressions:

$$\sigma_r = \sigma_\theta = \frac{P\rho}{2h} \quad \text{et} \quad \varepsilon_h = \mathrm{Ln}\frac{h}{h_0} \qquad \text{(IV-1)}$$

Les simulations effectuées à l'aide de la modélisation incrémentale ne posent aucun problème, quelles que soient les valeurs des paramètres. L'incrémentation, généralement effectuée sur la pression, est remplacée par une incrémentation sur la hauteur au pôle (noeud n° 1) à l'approche de la pression maximale. En ignorant l'instabilité associée à l'atteinte de Pmax, les simulations peuvent être poursuivies à pression décroissante. Par contre, nous avons rencontré avec le code ABAQUS des difficultés à atteindre des valeurs de hauteur au pôle importantes, sauf pour un matériau de Von Mises. Par exemple, avec le critère de Hill quadratique et pour R=4, le nombre d'itération augmente exagérément, et les hauteurs au pôle pouvant être atteintes ne dépassent pas la moitié de la hauteur correspondant à la pression maximale. Ces problèmes ont été résolus grâce à la nouvelle version 5.3 d'ABAQUS qui offre la carte *CONTROLS, ANALYSIS=DISCONTINUOUS permettant de mieux gérer le frottement entre la tôle et la matrice. D'autre part, les options PTOL et MTOL qui permettaient de définir les tolérances de calculs dans le cas de géométrie non linéaire ont été supprimées. Il a fallu donc trouver dans cette nouvelle version les cartes remplaçantes telle que l'option *CONTROLS, FIELD, PARAM=DISP, qui contrôle la tolérance du calcul piloté en déplacement.

IV-2-2 Influence de la forme de la surface de plasticité:

IV-2-2-1 Influence du rapport σ_b/σ_u

Les figures (IV_1) et (IV_2) montrent les évolutions de la pression en fonction de la hauteur au pôle, calculées avec la modélisation spécifique et avec ABAQUS, pour un matériau obéissant au critère quadratique de Hill,

et dont la loi d'écrouissage est identifiée en traction uniaxiale ($\sigma_u = K(\varepsilon_0 + \varepsilon)^n$ avec K = 500 MPa, n = 0.2 et $\varepsilon_0 = n/100$). Le rayon du diaphragme vaut a = 200 mm, son épaisseur $h^0 = 1$ mm et le rayon d'épaulement de la matrice $r_m = 22.5$ mm (voir figure (III-4)).

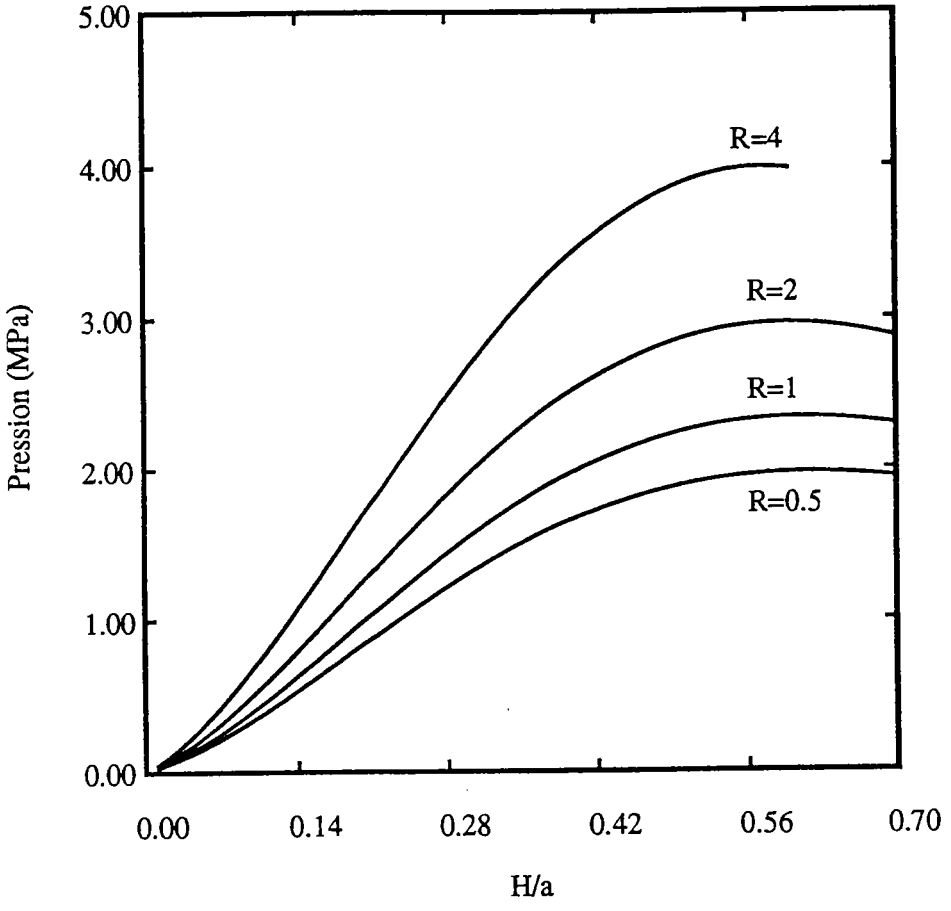


Figure (IV_1): Influence du coefficient d'anisotropie R dans le critère quadratique de Hill sur l'évolution de la pression de gonflement (programme spécifique).

On observe une augmentation de la pression nécessaire pour assurer le gonflement lorsque R augmente. Cet effet est lié de façon directe à l'augmentation des contraintes d'écoulement dans le domaine de sollicitations rencontré au cours de l'essai (c'est à dire entre la déformation équibiaxiale et la déformation plane) par rapport à la contrainte de référence, prise ici comme étant la contrainte en traction uniaxiale. Le rapport des contraintes d'écoulement σ_b/σ_u prévu par le critère quadratique de Hill (σ_b et σ_u désignant respectivement les contraintes d'écoulement équibiaxiale et uniaxiale) est égal à

$\sigma_b/\sigma_u = \sqrt{(1+r)/2}$. Ce rapport est sensiblement respecté par les valeurs de la pression à hauteur au pôle donnée.

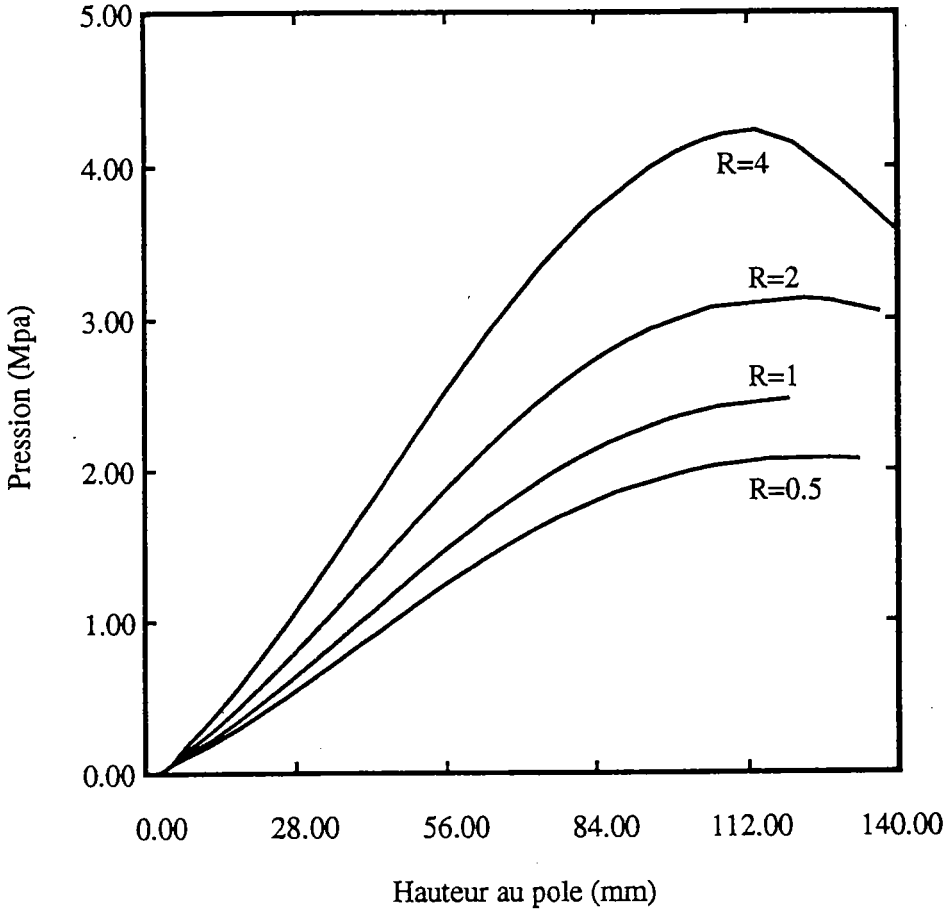


Figure (IV_2): Influence du coefficient d'anisotropie R dans le critère quadratique de Hill sur l'évolution de la pression de gonflement (ABAQUS/UMAT).

Les prévisions obtenues avec la modélisation spécifique et avec ABAQUS sont très sensiblement identiques pour les faibles pressions, le calcul effectué avec le code ABAQUS conduisant ensuite à des pressions légèrement plus élevées, peut-être à cause du rayon de matrice, qui conduit à une diminution du rayon "efficace" du flan au cours du gonflement, et qui n'est pas pris en compte dans le modèle incrémental.

IV-2-2-2 Influence du rapport σ_{ps}/σ_b

Les figures (IV-3) et (IV-4) montrent les distributions radiales de la déformation méridienne ε_r obtenues pour différentes surfaces de plasticité. Les calculs sont effectués avec la modélisation incrémentale.

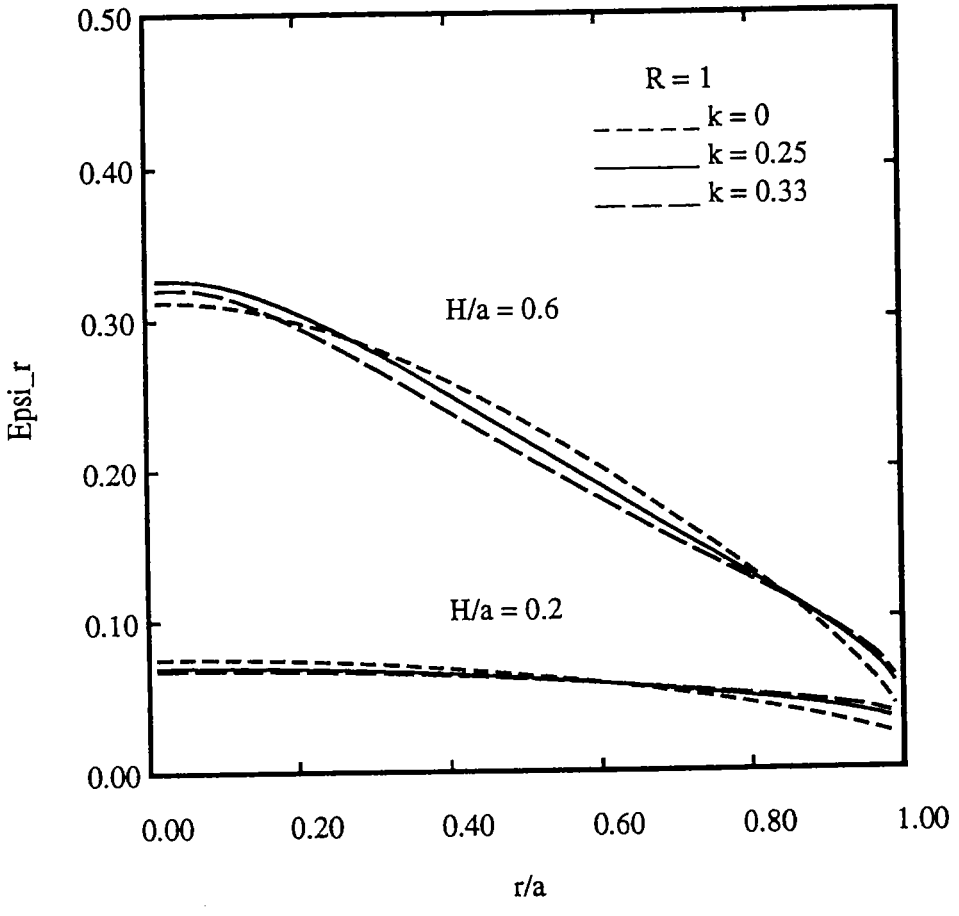


Figure (IV_3): Influence du coefficient k dans le critère de Drucker sur la distribution des déformations méridiennes (Programme spécifique).

Les paramètres utilisés correspondent au critère quadratique de Hill avec les valeurs du coefficient d'anisotropie R=0.5, R=1 (matériau de Von Mises) et R=2, ainsi qu'au modèle de Ferron et coll. avec R=1 et deux valeurs du coefficient k, conduisant à un aplatissement de la surface dans la zone de la traction plane.

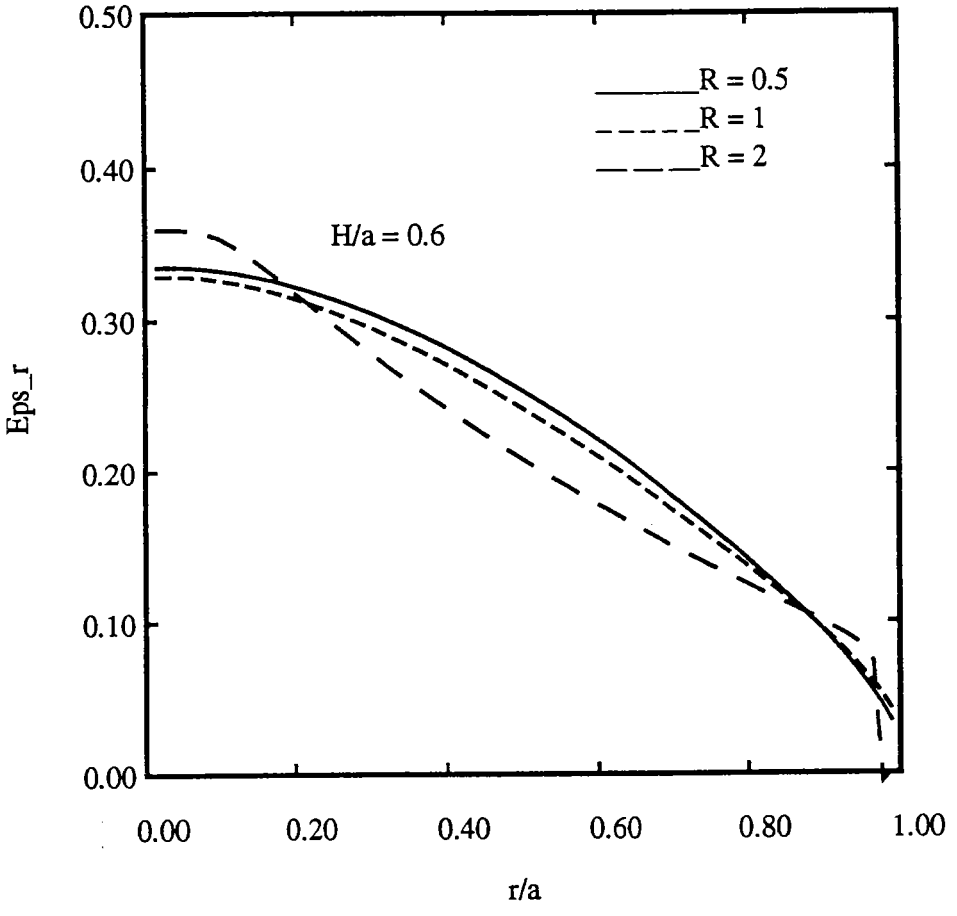


Figure (IV_4): Influence du coefficient d'anisotropie R dans le critère quadratique de Hill sur la distribution des déformations méridiennes (Programme spécifique).

Une augmentation du coefficient d'anisotropie R, dans le critère de Hill quadratique ou une augmentation du paramètre k (à R fixé) dans le modèle de Ferron et coll. conduisent à des effets tout à fait similaires. Pour les faibles hauteurs au pôle, les déformations méridiennes sont plus homogènes pour les fortes valeurs de R et/ou k. Pour les fortes hauteurs au pôle, par contre, les déformations méridiennes s'amplifient au voisinage du pôle, alors qu'elles tendent à stagner sur la partie externe du flan, et ce d'autant plus que R et/ou k présentent de fortes valeurs.

Pour les faibles hauteurs au pôle, le comportement observé s'explique par la forme de la surface de plasticité, et plus précisément par le rapport entre la plus grande contrainte principale en déformation plane et la contrainte en traction équibiaxiale, σ_{ps}/σ_b, qui diminue lorsque R et/ou

k augmentent. La déformation près de l'encastrement (soumis à une traction plane) est donc relativement favorisée par rapport à la déformation près du pôle (soumis à une traction équibiaxiale) lorsque R et/ou k augmentent. Toutefois, lorsque le gonflement progresse, la partie externe subit à la fois un plus fort durcissement mécanique (écrouissage) et géométrique (c'est à dire présente de plus faibles rayons de courbure dans le plan méridien) pour les fortes valeurs de R et/ou k. Dans ces conditions la déformation est plus fortement transférée à la partie centrale du flan dans les stades avancés du gonflement.

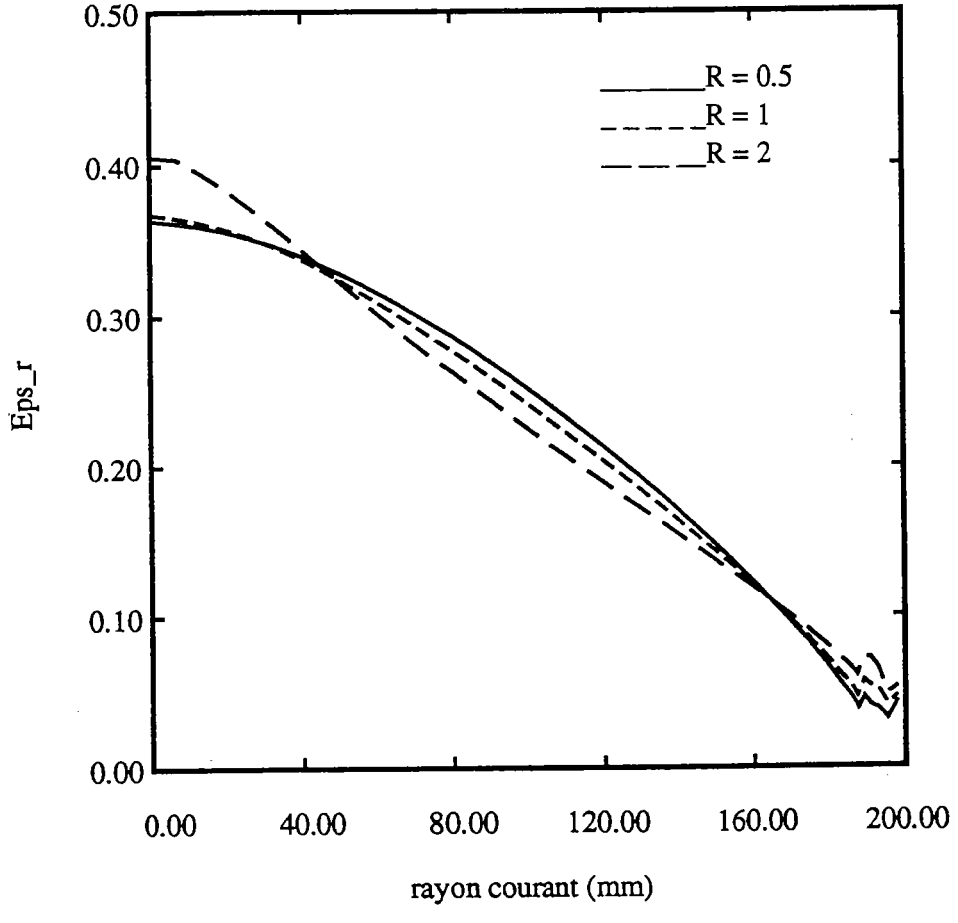


Figure (IV_5): Influence du coefficient d'anisotropie R dans le critère quadratique de Hill sur la distribution des déformations méridiennes (ABAQUS/UMAT).

A titre de comparaison, le même type de résultats, obtenu à partir de simulations avec ABAQUS, est présenté sur la figure (IV-5). On note en particulier, au voisinage de l'encastrement dans la zone où la tôle

s'enroule sur le rayon de matrice, des fluctuations sur les déformations radiales.

IV-2-3 Comparaison avec des résultats expérimentaux:

Lorsque des simulations numériques du gonflement hydraulique sont effectuées à partir de données obtenues uniquement à partir d'essais de traction uniaxiale, deux effets principaux peuvent affecter la qualité des résultats:

- l'estimation du niveau des contraintes au voisinage de la traction équibiaxiale, qui intervient de façon directe sur les valeurs de la pression de gonflement;

- la forme de la surface de plasticité dans la région comprise entre la traction plane et la traction équibiaxiale, qui joue un rôle important dans la distribution des déformations méridiennes comme nous venons de le voir dans le paragraphe précédent. La forme de la surface de plasticité joue également un rôle important dans les relations existant entre déformation au pôle, hauteur au pôle et rayon de courbure au pôle, qui sont particulièrement importantes pour obtenir avec précision la loi d'écrouissage sous traction équibiaxiale à partir de mesures au pôle.

Ces différents effets sont discutés ici à partir de résultats expérimentaux obtenues par Ilahi et coll. (1981) sur l'aluminium. A partir du coefficient d'anisotropie moyen fourni par Ilahi et coll., R=0.635, des simulations ont été effectuées en utilisant le critère quadratique de Hill et le modèle de Ferron et coll., dans lequel les paramètres ont été calculés à partir d'une estimation des rapports entre les contraintes de cisaillement, de traction uniaxiale et de traction équibiaxiale dérivée des résultats de Ilahi et coll.

En comparaison avec l'ellipse de Hill, les paramètres du matériau, k=0.452, A=2.272 et B=1.029 nous permettent, en accord avec les résultats expérimentaux, de rendre compte d'un rapport entre les contraintes de traction équibiaxiale et uniaxiale σ_b/σ_u proche de 1, alors

que le critère quadratique de Hill fournit une valeur égale à 0.9 (Figure (IV_6)).

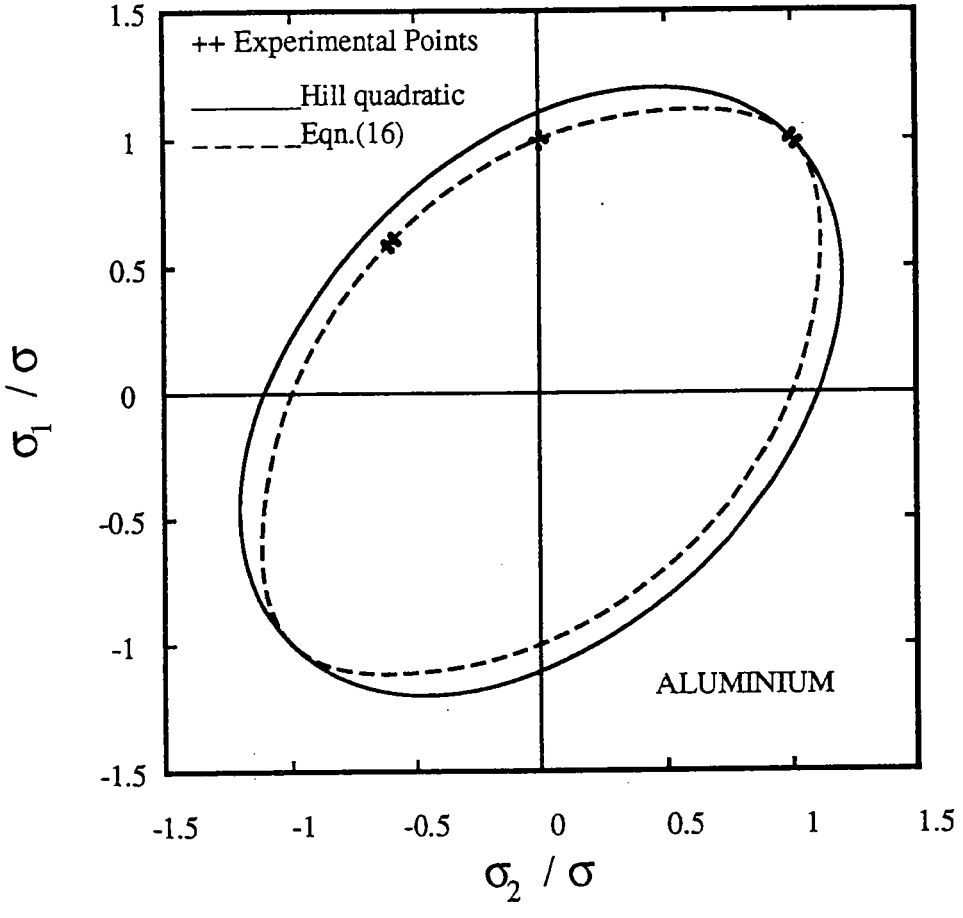


Figure (IV_6): Comparaison entre les surfaces de plasticité prévues pour l'aluminium avec le critère quadratique de Hill, le présent modèle et des points estimés à partir de Ilahi et coll. (1981).

Les simulations ont été effectuées en utilisant la loi d'écrouissage obtenue par Ilahi et coll. en traction uniaxiale, de type Hollomon, $\sigma_u = K\varepsilon_u^n$, avec K=132.0 MPa (19166. lbf / in^2) et n = 0.269. Le rayon du diaphragme vaut a = 5 in (127 mm), son épaisseur $h^0 = 0.035$ in (0.889 mm) et le rayon d'épaulement de la matrice $r_m = 0.5$ in (12.7 mm) (voir figure (III-4)). En accord avec les résultats de Ilahi et coll., la pression obtenue avec le critère quadratique de Hill est plus faible que celle déterminée expérimentalement (Figure (IV_7)). Par contre, des prévisions correctes sont obtenues à partir du modèle de Ferron et coll. On notera que les valeurs de pression obtenues avec ABAQUS sont légèrement supérieures

à celle obtenues avec le modèle incrémental. Cette différence peut être due à la non prise en compte du rayon de matrice avec le modèle incrémental. Lorsque ce rayon est pris en compte, le rayon "efficace" du flan (à la limite de contact flan/rayon de matrice) diminue au cours du gonflement, expliquant les plus fortes valeurs de pression obtenues avec ABAQUS.

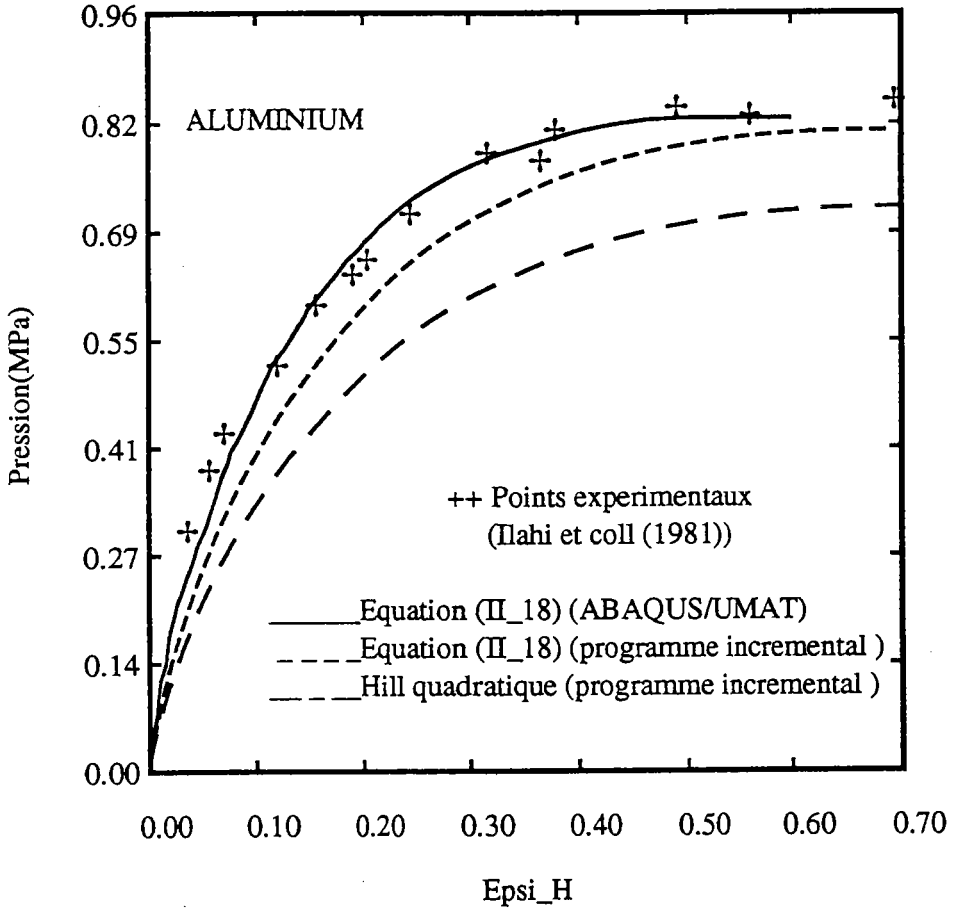


Figure (IV_7): Comparaison calcul/expérience concernant l'évolution de la pression en fonction de la déformation en épaisseur au pôle.

Les distributions de déformation en épaisseur obtenues expérimentalement par Ilahi et coll. sont également mieux prévues avec le présent modèle. Enfin, l'évolution du rayon de courbure au pôle est représentée sur la figure (IV-8).

La simulation effectuée avec le critère quadratique de Hill donne des prévisions correctes dans les stades avancés du gonflement, mais

surestime le rayon de courbure au début du gonflement. Par contre la surface obtenue à partir du présent modèle fournit une prévision correcte tout au long du gonflement.

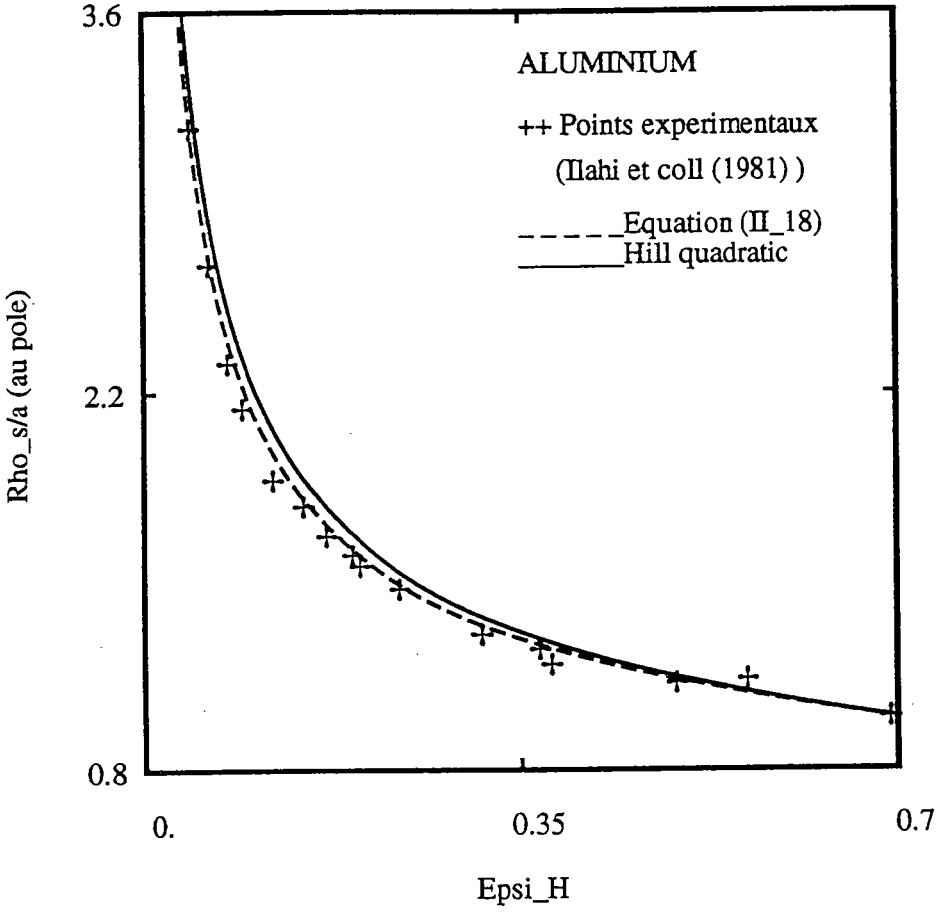


Figure (IV_8): Comparaison calcul/expérience concernant l'évolution du rayon de courbure en fonction de la déformation en épaisseur au pôle.

IV-3 POINÇONNEMENT HÉMISPHÉRIQUE

Les simulations ont été effectuées uniquement avec ABAQUS, une modélisation spécifique n'ayant pas été développée pour ce processus d'emboutissage. Dans tous les cas analysés ici, la géométrie est celle donnée sur la figure (III-5). Le matériau obéit au critère quadratique de Hill, et la loi d'écrouissage est identifiée en traction uniaxiale ($\sigma_u = K(\varepsilon_0 + \varepsilon)^n$ avec K = 500 MPa, n = 0.2 et $\varepsilon_0 = n/100$). Le rayon du diaphragme vaut a = 59.18 mm, son épaisseur $h^0 = 0.85$ mm, le rayon d'épaulement de la matrice $r_m = 6.35$ mm et celui du poinçon vaut $r_m = 50.8$ mm

IV-3-1 Influence de la forme de la surface de charge

La figure (IV-9) montre les distributions radiales de la déformation méridienne ε_r obtenues pour différentes surfaces de plasticité correspondant au critère quadratique de Hill, avec R=0.5, R=2, R=1 (matériau de Von Mises) et au modèle de Ferron et coll. avec R=1 et k=0.2. Les résultats présentés correspondent à la même valeur du coefficient de frottement, $\mu = 0.1$, et à la même hauteur au pôle.

La manière d'analyser l'influence de la surface de plasticité sur le comportement de la tôle emboutie s'apparente étroitement à l'analyse effectuée pour le gonflement hydraulique, ces deux essais à flan bloqué présentant la même caractéristique d'un champ de déformation évoluant d'un état de déformation équibiaxiale au pôle à un état de déformation plane à l'encastrement. Comme pour le gonflement hydraulique, le paramètre prépondérant dans le comportement en emboutissage peut être pris comme étant le rapport des contraintes σ_{ps}/σ_b à déformation équivalente donnée, qui diminue lorsque R et/ou k augmentent. Ainsi, la déformation plane près de l'encastrement, est favorisée, tandis que la déformation équibiaxiale près du pôle est fortement inhibée lorsque R et/ou k augmentent. Il résulte de ce comportement l'apparition d'un pic de déformation radiale, correspondant au développement d'une striction

circonférentielle dont la position correspond à des rayons plus importants pour les fortes valeurs de R et/ou k.

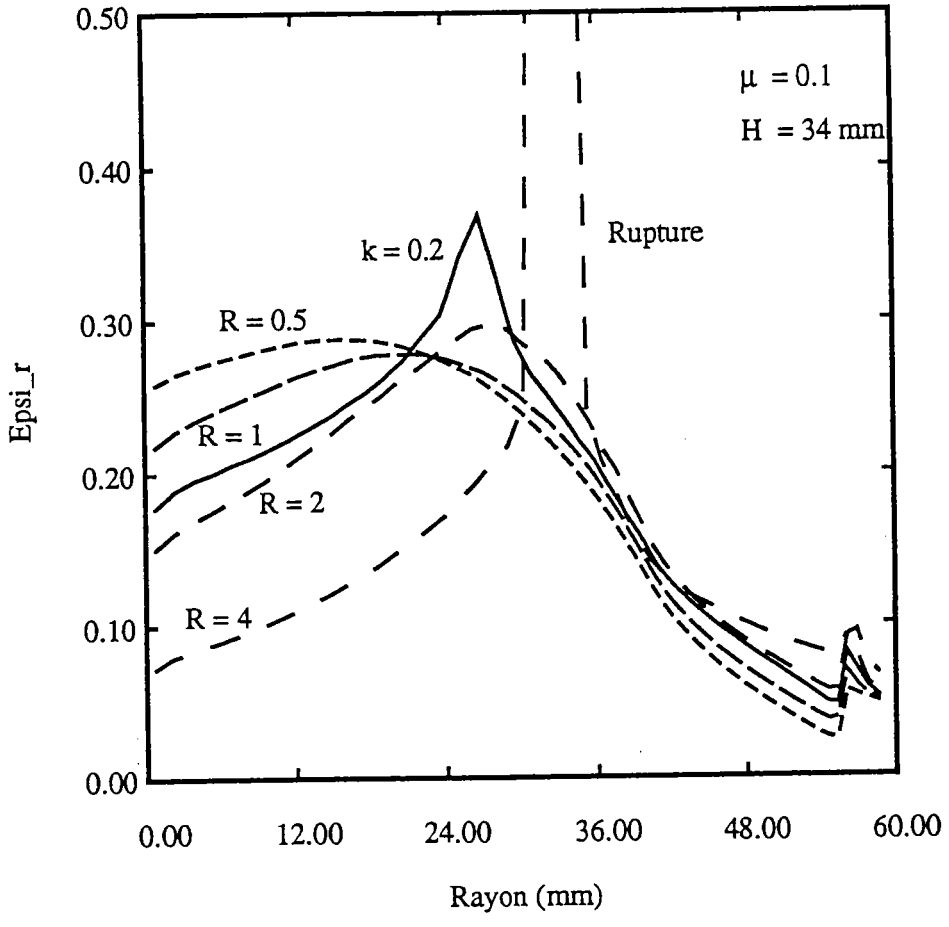


Figure (IV_9): Champ de déformation radiale pour différentes valeurs de R (critère quadratique de Hill) et pour k=0.2 (critère de Drucker) (ABAQUS/UMAT).

La déformation radiale moyenne dépendant pratiquement uniquement de la hauteur au pôle (les variations de la forme du brin libre en fonction du modèle de plasticité jouant un rôle secondaire), le pic de déformation radiale se développe plus rapidement pour les fortes valeurs de R et/ou k, et les hauteurs de poinçonnement acceptables diminuent donc dans ces conditions. Le champ de déformation circonférentielle est représenté sur la figure (IV-10). Il évolue de façon monotone de la valeur $\varepsilon_\theta(0) = \varepsilon_r(0)$ à $\varepsilon_\theta(a) = 0$. La déformation circonférentielle, et donc le déplacement radial diminuent lorsque R et/ou k augmentent. Ce déplacement radial

plus faible représente une autre manière de comprendre le rôle pénalisant de fortes valeurs de R et/ou k.

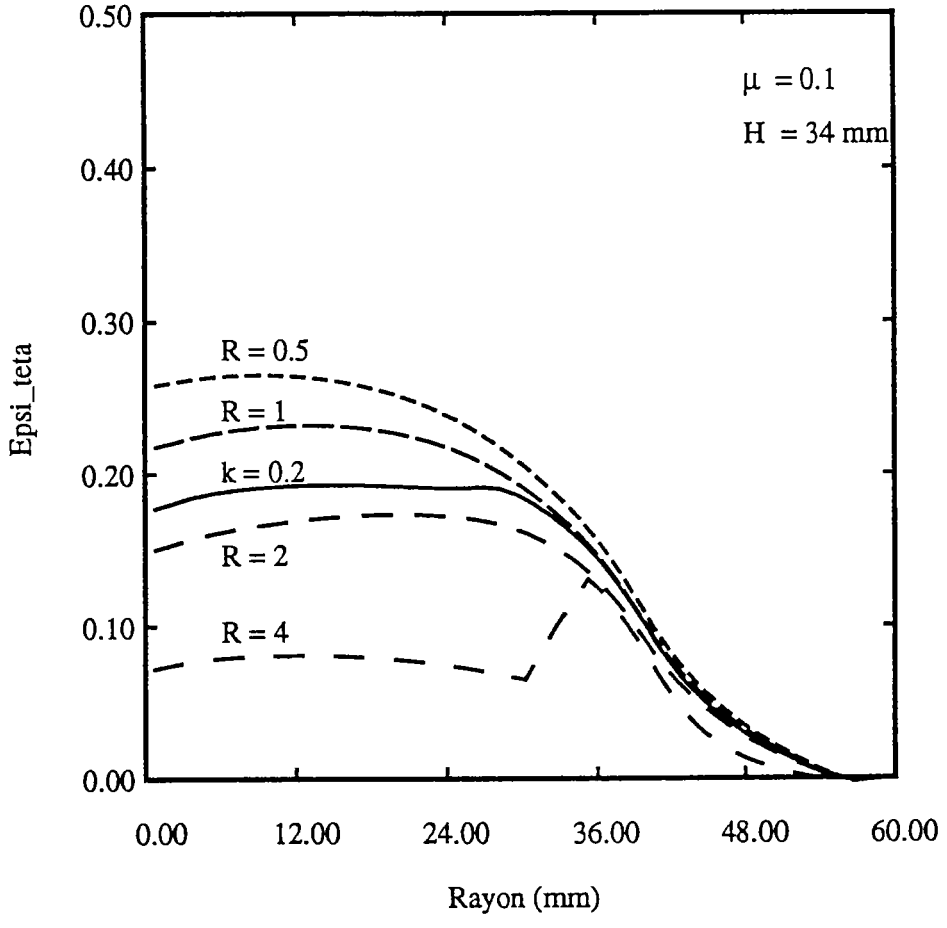


Figure (IV_10): Champ de déformation circonférentielle pour différentes valeurs de R (critère quadratique de Hill) et pour k=0.2 (critère de Drucker) (ABAQUS/UMAT).

IV-3-2 Influence du frottement

Le frottement a pour effet de limiter le déplacement radial dans la zone de contact avec le poinçon, ce qui entraîne des déformations circonférentielles et radiales plus faibles au voisinage du sommet du dôme lorsque le coefficient de frottement μ augmente alors que les déformations dans le brin libre sont peu affectées par la valeur de μ (Figure (IV_11)). A hauteur au pôle donnée, le pic de déformation radiale est donc plus intense pour les fortes valeurs de μ, la déformation radiale moyenne devant avoir une valeur en correspondance avec la

hauteur au pôle. Autrement dit, le pic de déformation radiale se développe plus rapidement pour les fortes valeurs du coefficient de frottement μ.

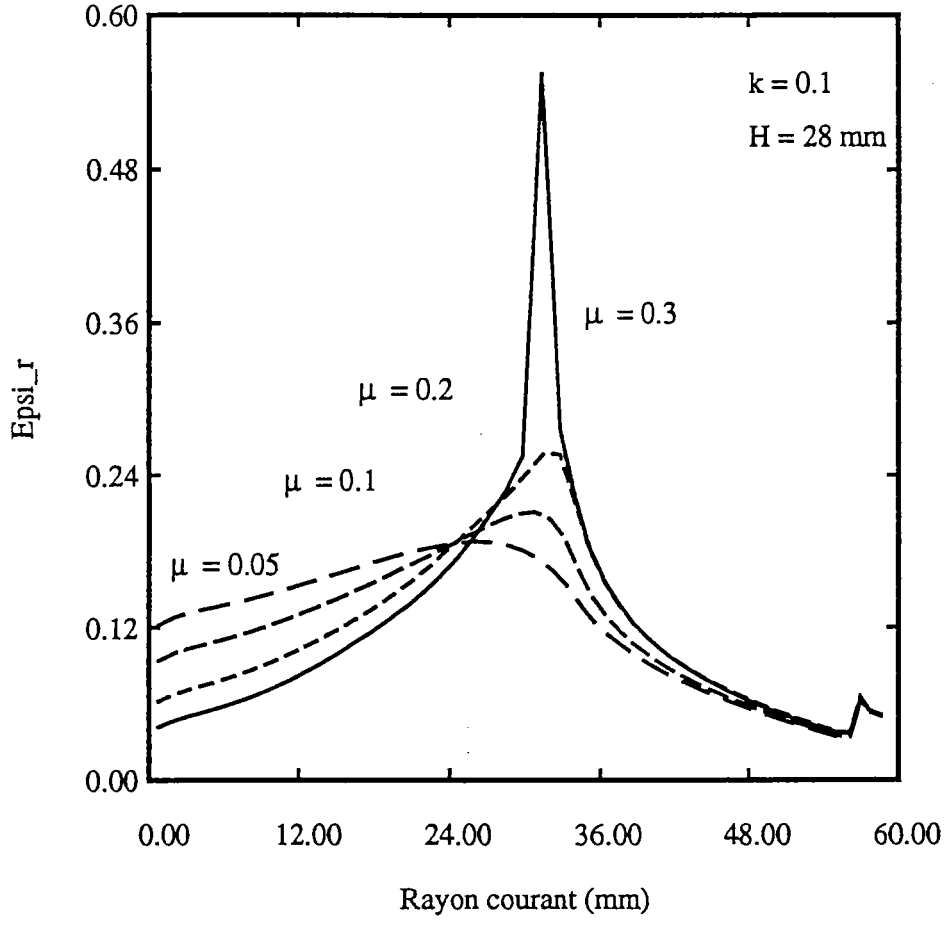


Figure (IV_11): Champ de déformation radiale pour différentes valeurs du coefficient de frottement μ (ABAQUS/UMAT).

IV-3-3 Paramètres rhéologiques et tribologiques caractérisant l'emboutissabilité

Les simulations précédentes montrent donc que les distributions de déformation, et les hauteurs limites pouvant être atteintes dans l'essai de poinçonnement hémisphérique dépendent en premier lieu des paramètres rhéologiques et tribologiques, que sont; respectivement:

- le rapport des contraintes σ_{ps}/σ_b à déformation équivalente donnée,

- le coefficient de frottement μ.

Une diminution de σ_{ps}/σ_b ou une augmentation de μ conduisent à une diminution de l'emboutissabilité. Lorsque le critère de Hill quadratique est utilisé, une diminution de σ_{ps}/σ_b correspond à une augmentation de R, ces quantités étant liées par la relation $\sigma_{ps}/\sigma_b = \sqrt{2(1+R)/(1+2R)}$.

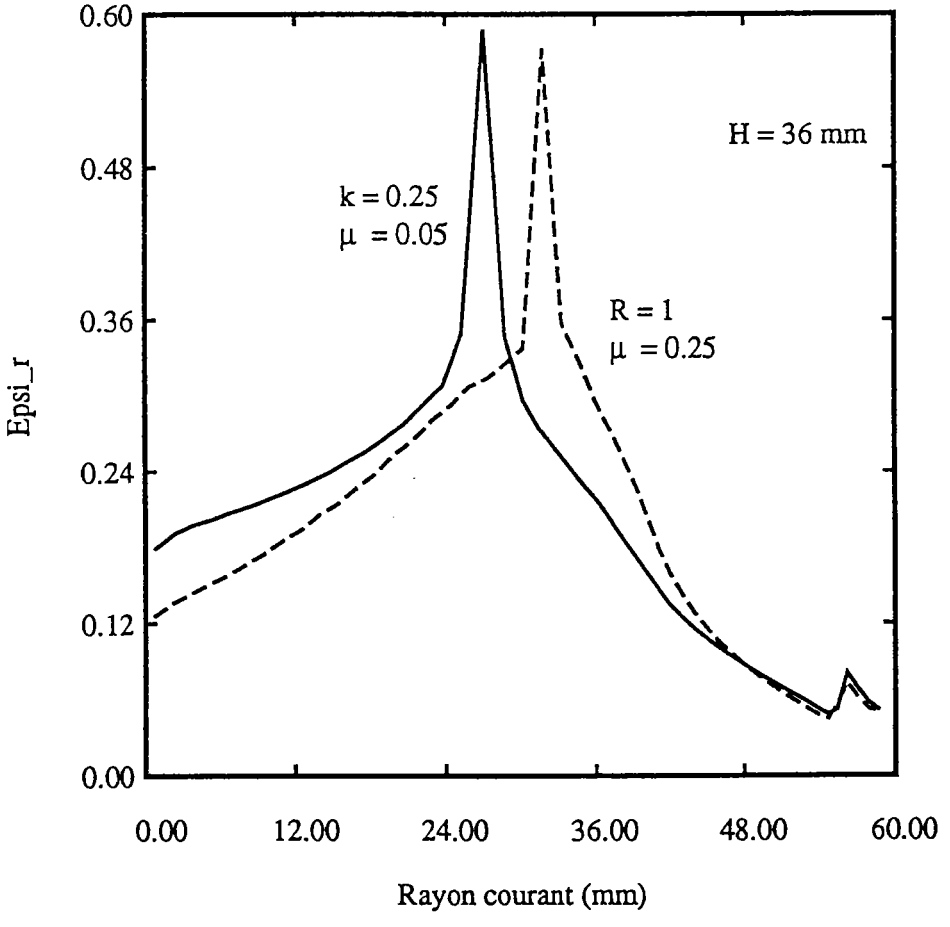


Figure (IV_12): Simulations numériques conduisant à des distributions de déformation radiale voisines, avec des paramètres rhéologiques et tribologiques différents (ABAQUS/UMAT).

Les simulations numériques de procédés d'emboutissage sont souvent effectuées à partir de la seule caractérisation de l'anisotropie de la tôle consistant en la détermination du coefficient d'anisotropie moyen $\overline{R}$.

La figure (IV_12) montre qu'une connaissance plus précise du comportement rhéologique est très importante, puisque, par exemple, des prévisions comparables sont obtenues pour un matériau isotrope (R=1) avec k=0 (matériau de Von Mises) et $\mu = 0.25$, ou avec k=0.25 et $\mu = 0.05$. La connaissance du comportement plastique de la tôle dans la région comprise entre la traction plane et la traction équibiaxiale est donc tout aussi importante que la connaissance du comportement tribologique outil-métal.

On notera que de nombreuses simulations numériques sont effectuées avec le critère quadratique de Hill et avec une valeur "réaliste" du coefficient de frottement. Des simulations reproduisant correctement les résultats expérimentaux peuvent donc correspondre à une double "erreur", combinant une surestimation (respectivement sous-estimation) de σ_{ps}/σ_b et une surestimation (respectivement sous-estimation) de μ.

IV-3-4 Comparaison avec des résultats expérimentaux

Une comparaison est effectuée ici avec des résultats expérimentaux obtenus par Knibloe et Wagoner (1989) sur un acier bas carbone calmé à l'aluminium. Les caractéristiques d'anisotropie et d'écrouissage fournies par ces auteurs concernent le coefficient d'anisotropie moyen $\overline{R} = 1.48$ et l'exposant d'écrouissage n=0.23. De plus, Knibloe et Wagoner effectuent deux types de simulations, utilisant le critère quadratique de Hill, et le critère non quadratique, dont l'expression est fournie par l'équation (I-26). La valeur du coefficient m dans cette expression est prise égale à 2.38, de façon à rendre compatibles des essais effectués en traction uniaxiale et en traction plane. On note dans ces conditions que le rapport σ_{ps}/σ_b vaut 1.095 pour le critère quadratique de Hill, et 1.20 pour m=2.38. Les coefficients de frottement utilisés pour ajuster les résultats expérimentaux concernant les distributions de déformation radiale sont alors égaux, respectivement, à 0.268 et 0.639. Cette dernière valeur est indiscutablement beaucoup trop forte, de sorte qu'il est vraisemblable que le critère non quadratique de Hill, ajusté pour rendre compte du rapport σ_{ps}/σ_u entre les contraintes d'écoulement en traction plane et en traction

uniaxiale, conduit à un surestimation du rapport σ_{ps}/σ_b, conformément à la remarque faite au paragraphe IV-3-3. Par contre, le modèle utilisé dans ce travail, qui fait appel à trois paramètres, pourrait permettre de rendre compte avec plus de précision de la surface de plasticité de l'acier utilisé, en respectant à la fois la valeur du coefficient d'anisotropie R et les valeurs relatives de contraintes en traction uniaxiale, traction plane et traction équibiaxiale.

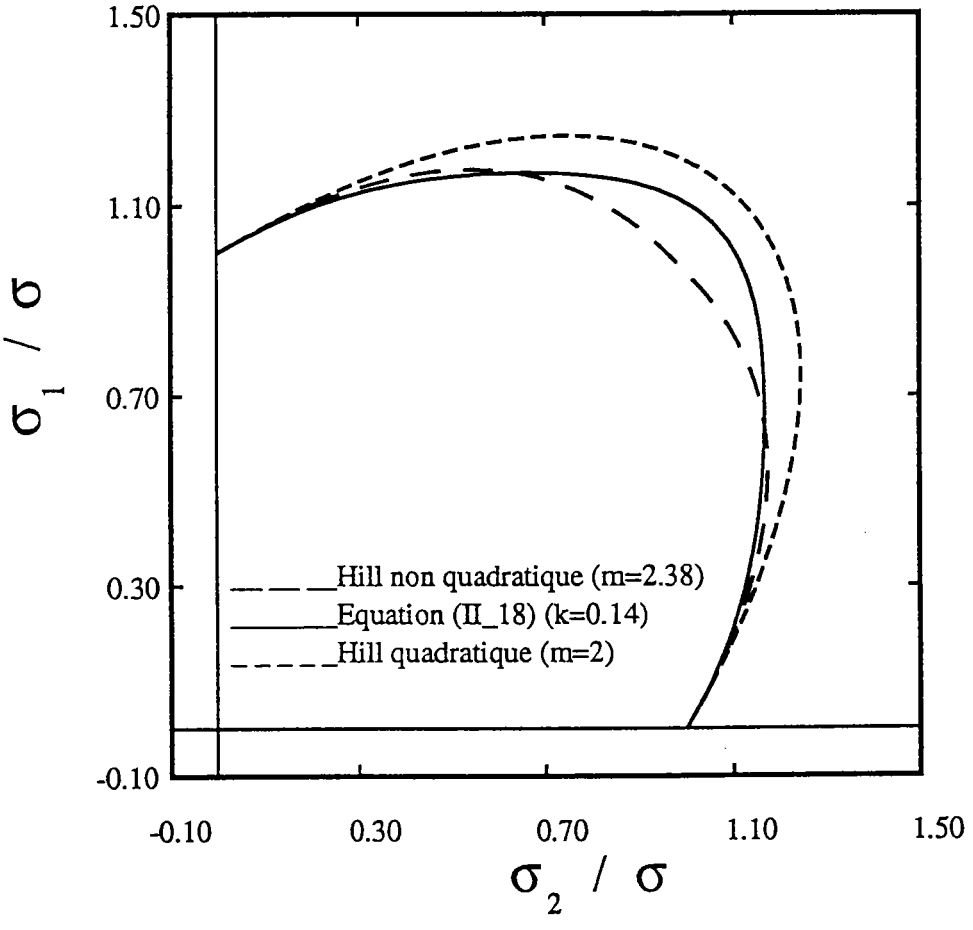


Figure (IV_13): Comparaison entre trois surfaces de plasticité prévues pour un acier doux calmé à l'aluminium ($\overline{R}$=1.48).

La figure (IV_13) montre trois surfaces de plasticité: les deux surfaces de plasticité envisagées par Knibloe et Wagoner (Hill quadratique et Hill non quadratique) et une surface de plasticité correspondant à l'équation III_18, avec k=0.14, A=3.6 et B=12.71. Cette dernière surface respecte les tendances observées pour ce type d'acier, avec un rapport σ_b/σ_u inférieur à celui prévu par le critère quadratique de Hill, et un léger applatissement près de la déformation plane (Makkouk 1994). Cette

surface présente en outre le même rapport $\sigma_{ps}/\sigma_u = 1.17$ que le critère non quadratique de Hill, de façon à respecter les résultats expérimentaux ayant conduit Knibloe et Wagoner au choix de la valeur de m dans ce critère.

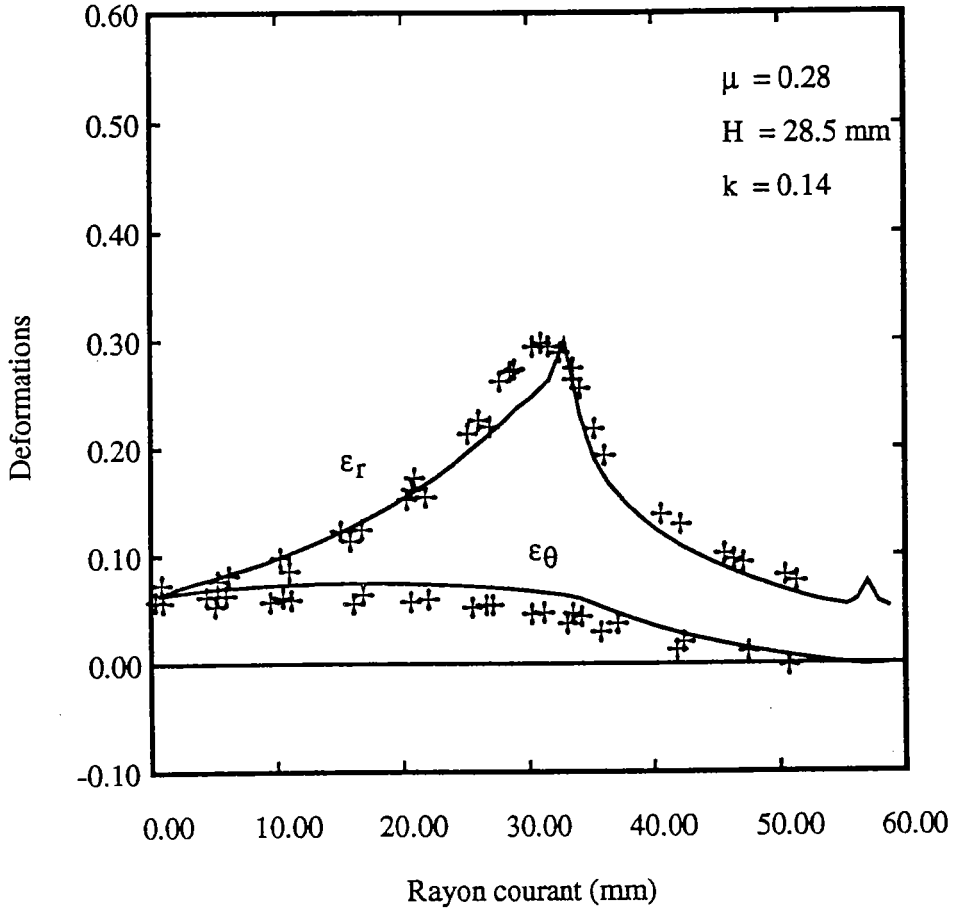


Figure (IV_14): Comparaison entre les distributions de déformations radiales et circonférentielles calculées, et mesurés par Knibloe et Wagoner (1989).

La figure (IV_14) montre qu'en utilisant la surface de plasticité correspondant à l'équation (II_18) un très bon accord avec les résultats expérimentaux de Knibloe et Wagoner est obtenu en prenant un coefficient de frottement $\mu = 0.28$, ce qui représente une valeur plausible pour un frottement sec sur tôle non revétue.

IV-4 EMBOUTISSAGE D'UN GODET

L'Emboutissage d'un godet a fait l'objet d'une modélisation spécifique et de simulations utilisant ABAQUS et le sous programme UMAT. La discussion des résultats obtenus est scindée en deux parties où sont mises particulièrement en évidence: les distributions de déformation en épaisseur en fonction des caractéristiques d'anisotropie normale du matériau d'une part, et la formation des cornes d'emboutissage en fonction des caractéristiques d'anisotropie transverse d'autre part. La géométrie de la tôle est représentée sur la figure (III-6): la tôle a pour rayon initial $r = 100\text{mm}$ et pour épaisseur initiale $h^0 = 0.82\text{mm}$, le poinçon a pour rayons $r_e = 50\text{mm}$ et $R_p = 13\text{mm}$, enfin les rayons de la matrice sont respectivement $r_d = 51.25\text{mm}$ et $R_m = 5\text{mm}$.

IV-4-1 Cas d'un matériau à isotropie transverse

IV-4-1-1 Influence de la forme de la surface de plasticité

Les distributions de déformations méridiennes, circonférentielles et en épaisseur sont présentées sur les figures (IV_15_a) à (IV_19_a) pour différentes valeurs du coefficient d'anisotropie R dans le critère quadratique de Hill, et pour k=0.2 (critère de Drucker). Les profils correspondants sont présentés sur les figures (IV_15_b) à (IV_19_b). Les profondeurs d'enfoncement du poinçon sont dans tous les cas égales à 40mm. Sauf pour R=0.5 où une rupture à eu lieu en bas de la zone cylindrique (figure (IV_17_b)) et où donc l'avalement de la tôle s'est arrêté, les allures générales des distributions de déformation sont comparables, et les avalements de la tôle sont très voisins. Alors que les déformations circonférentielles sont très proches, on note toutefois des déformations radiales plus fortes, et des déformations en épaisseur, $\varepsilon_h = -(\varepsilon_r + \varepsilon_\theta)$, plus faibles dans la collerette pour les fortes valeurs de R. Sur le bord du flan, le rapport $\varepsilon_r/\varepsilon_h$ est très sensiblement égal à R, la force de serre-flan induisant des contraintes de compression dans l'épaisseur du flan faibles par rapport à la contrainte orthoradiale σ_θ.

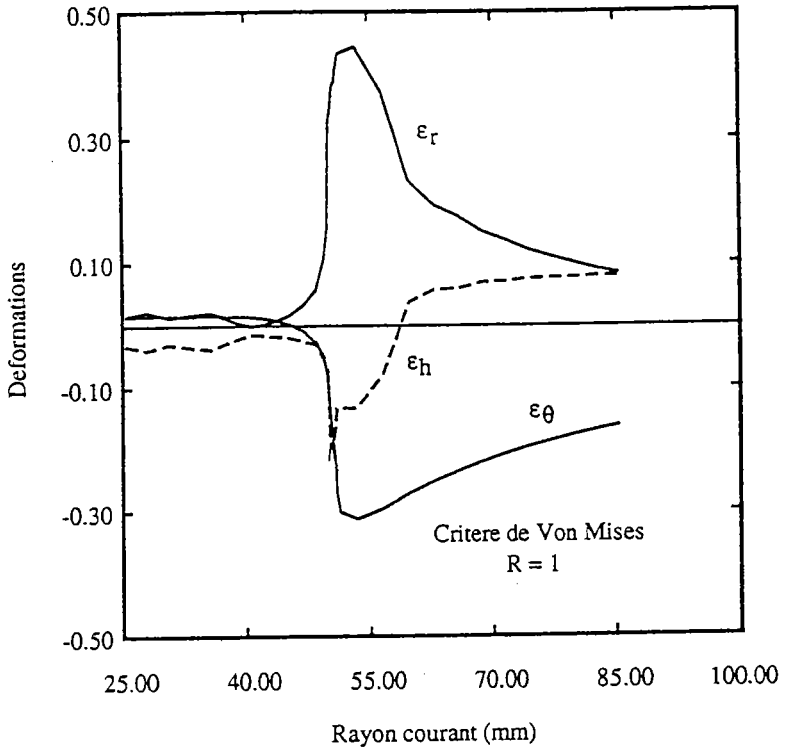


Figure (IV_15_a): Distributions des déformations méridiennes, circonférentielles et en épaisseur pour un enfoncement de poinçon H=40mm. (ABAQUS/UMAT).

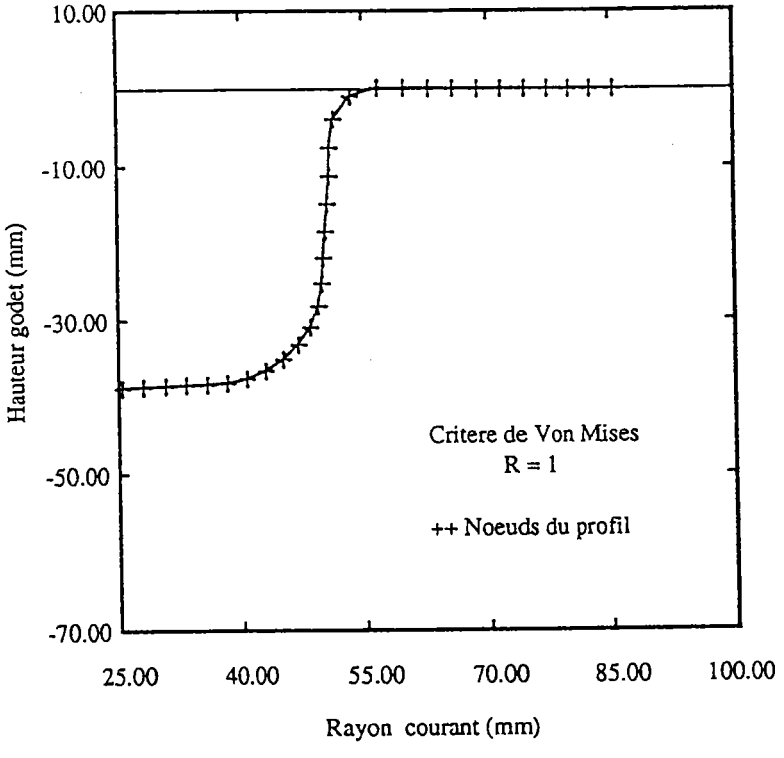


Figure (IV_15_b): Profil du flan pour un même enfoncement. H=40mm, (ABAQUS/UMAT)

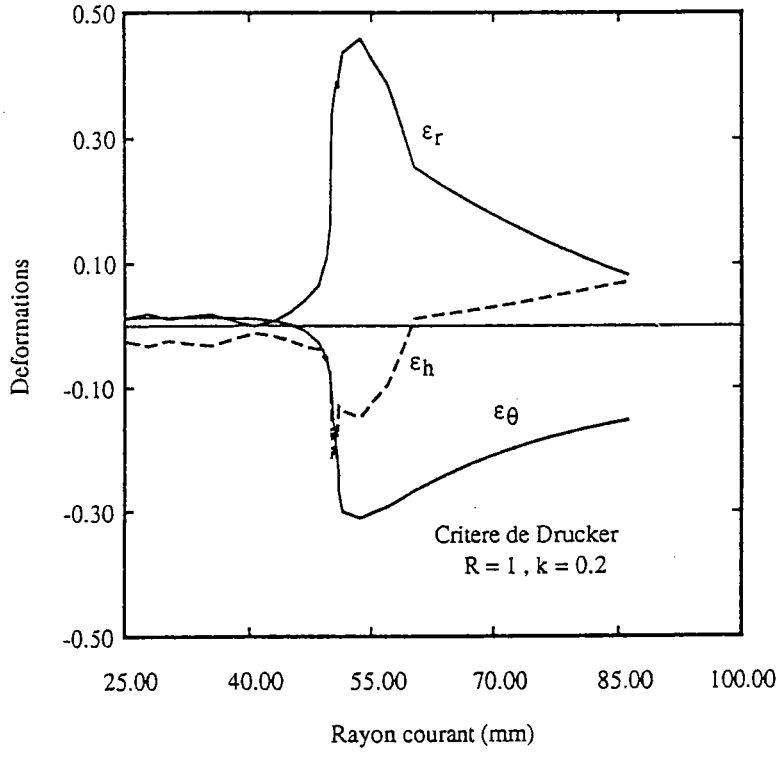


Figure (IV_16_a): Distributions des déformations méridiennes, circonférentielles et en épaisseur pour un enfoncement de poinçon H=40mm. (ABAQUS/UMAT).

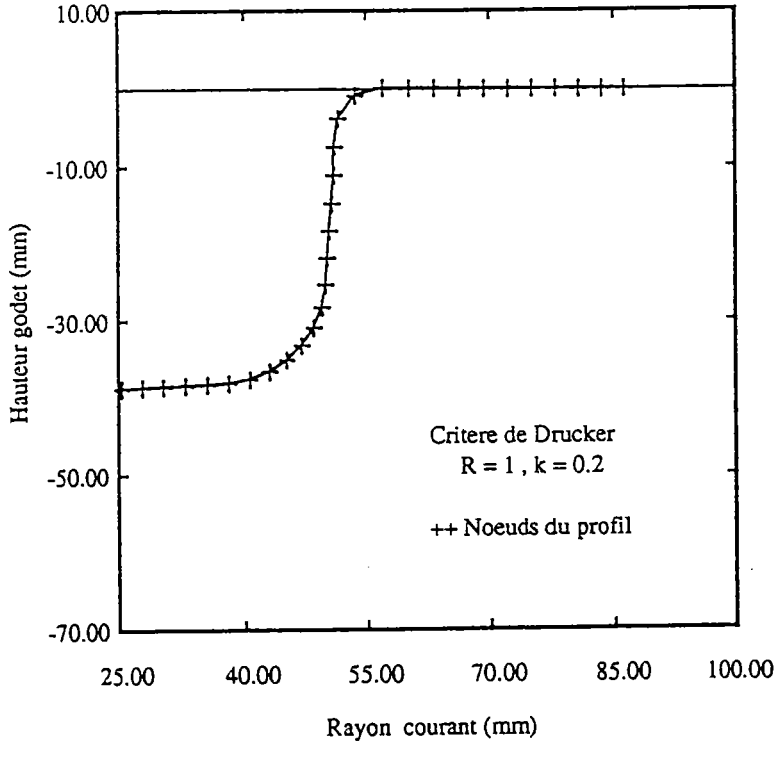


Figure (IV_16_b): Profil du flan pour un même enfoncement. H=40mm, (ABAQUS/UMAT)

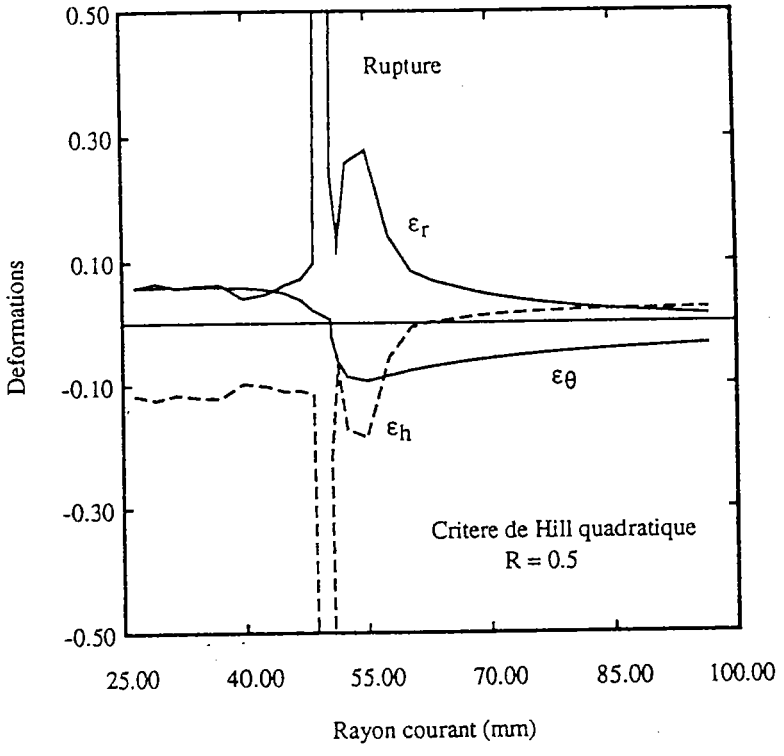


Figure (IV_17_a): Distributions des déformations méridiennes, circonférentielles et en épaisseur pour un enfoncement de poinçon H=40mm. (ABAQUS/UMAT).

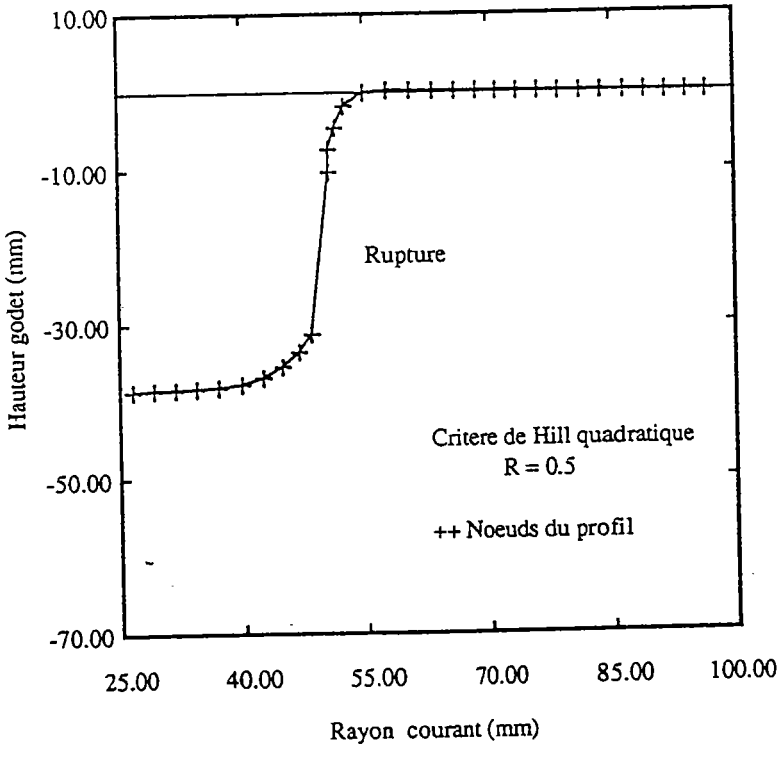


Figure (IV_17_b): Profil du flan pour un même enfoncement. H=40mm, (ABAQUS/UMAT)

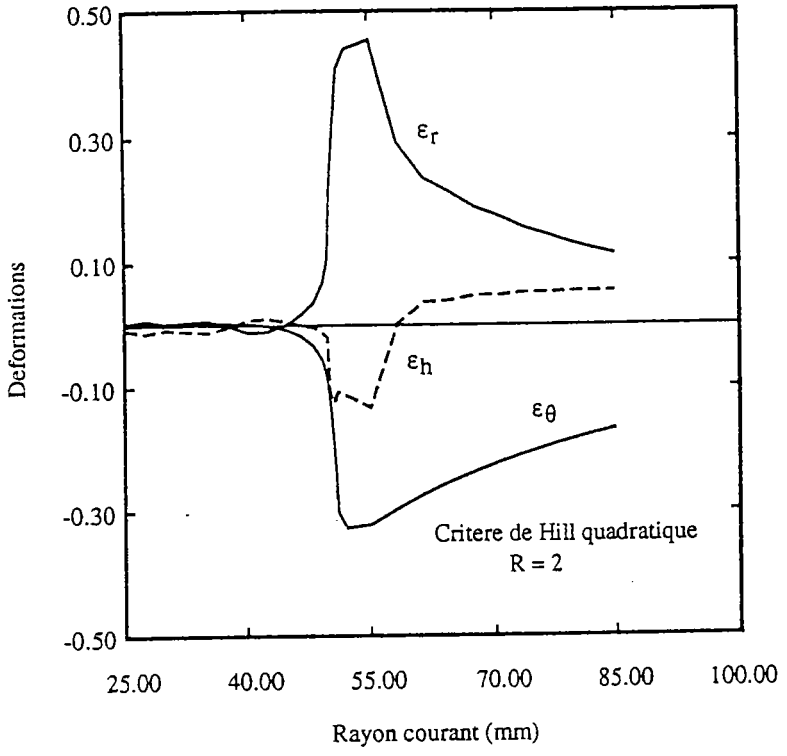


Figure (IV_18_a): Distributions des déformations méridiennes, circonférentielles et en épaisseur pour un enfoncement de poinçon H=40mm. (ABAQUS/UMAT).

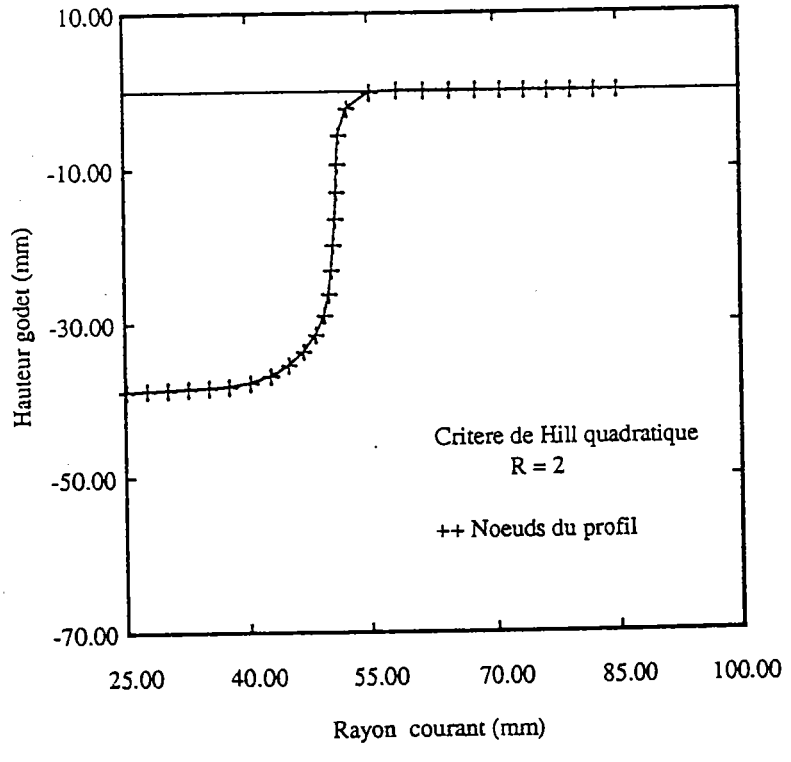


Figure (IV_18_b): Profil du flan pour un même enfoncement. H=40mm, (ABAQUS/UMAT)

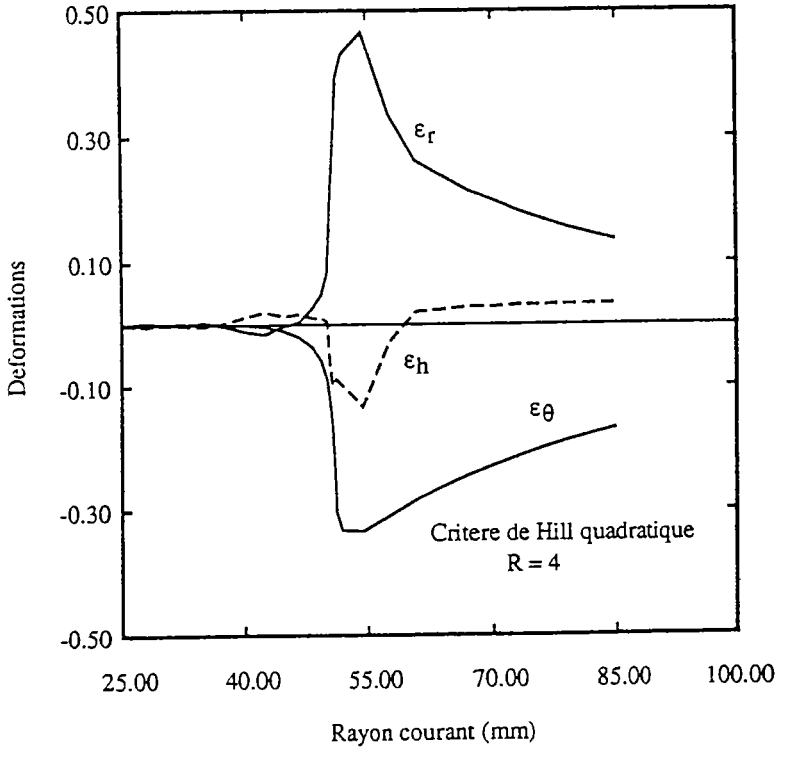


Figure (IV_19_a): Distributions des déformations méridiennes, circonférentielles et en épaisseur pour un enfoncement de poinçon H=40mm. (ABAQUS/UMAT).

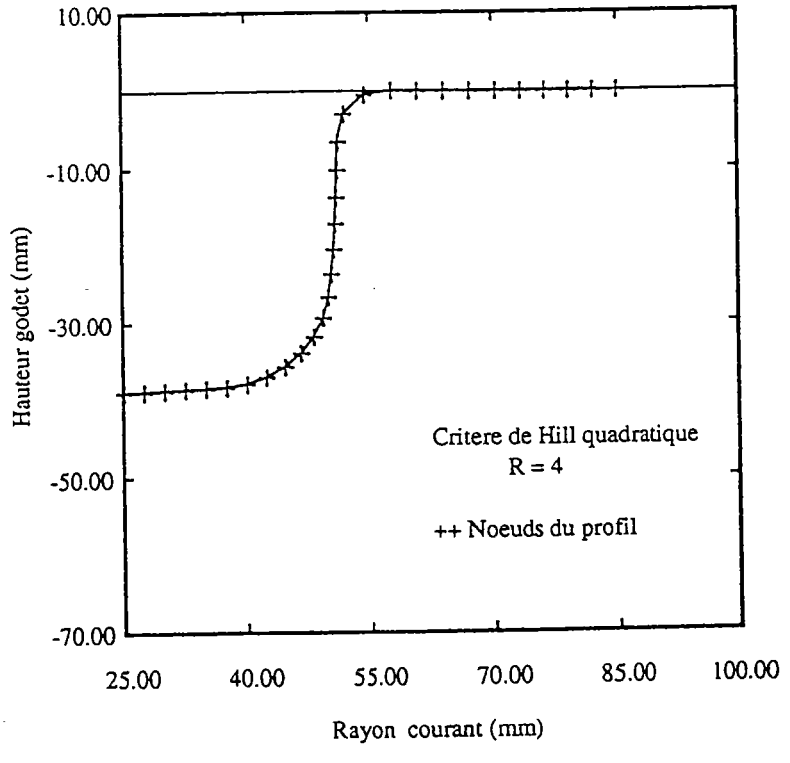


Figure (IV_19_b): Profil du flan pour un même enfoncement. H=40mm, (ABAQUS/UMAT)

On note aussi, au noeud correspondant au bas de la partie cylindrique, un pic sur ε_h, sensible pour R=1 (critère de Von Mises) et pour R=1; k=0.2 (critère de Drucker), constituant sans doute l'amorce d'une striction qui s'est développée de façon catastrophique pour R=0.5. Toutefois, l'enfoncement considéré correspondant sensiblement à la force maximum, cette striction ne se développe pas dans la suite du processus de formation du godet.

Les figures (IV_20) et (IV_21) regroupent les distributions de déformation méridiennes obtenues dans la collerette et sur le rayon de matrice pour les différents matériaux, respectivement avec ABAQUS/UMAT et avec le programme spécifique. Les influences de R et/ou k sont tout à fait comparables dans les deux calculs, mais ceux-ci diffèrent par l'évolution radiale de ε_h, qui conduit à des épaisseurs plus faibles dans la zone du rayon de matrice avec ABAQUS.

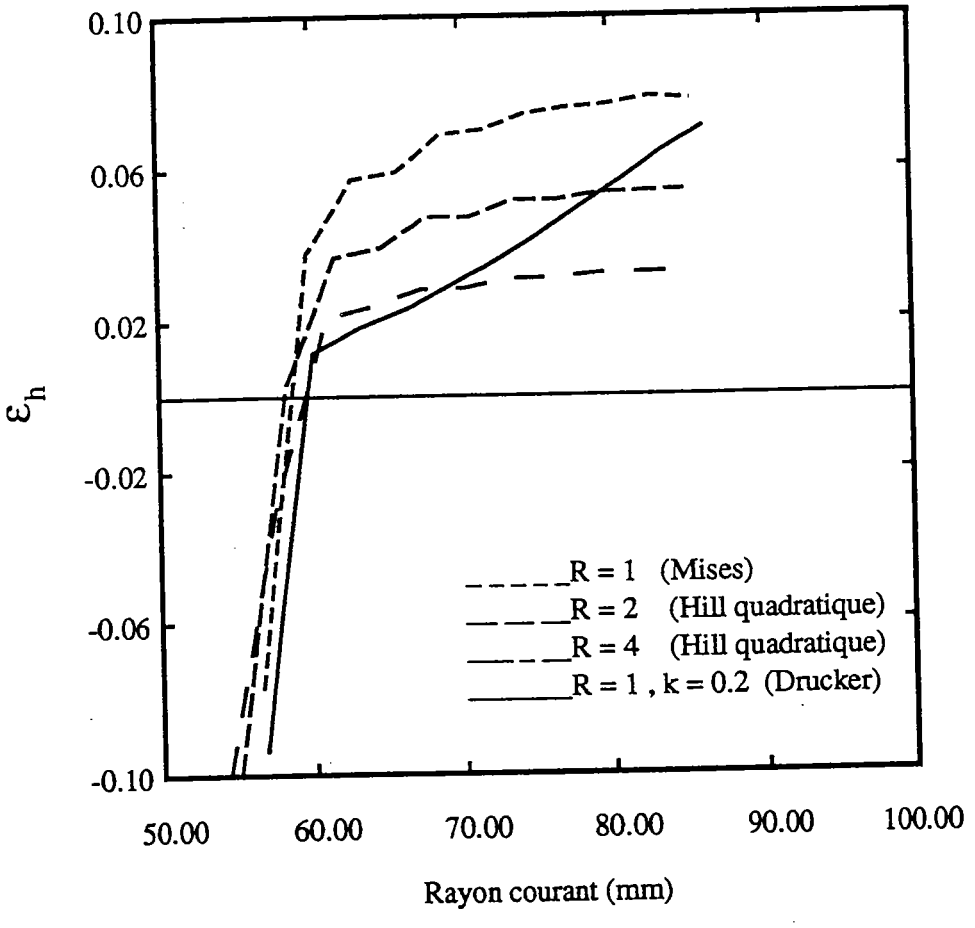


Figure (IV_20): Distribution des déformations en épaisseur dans la collerette et sur le rayon de matrice pour différents matériaux; la hauteur H=40mm (ABAQUS/UMAT).

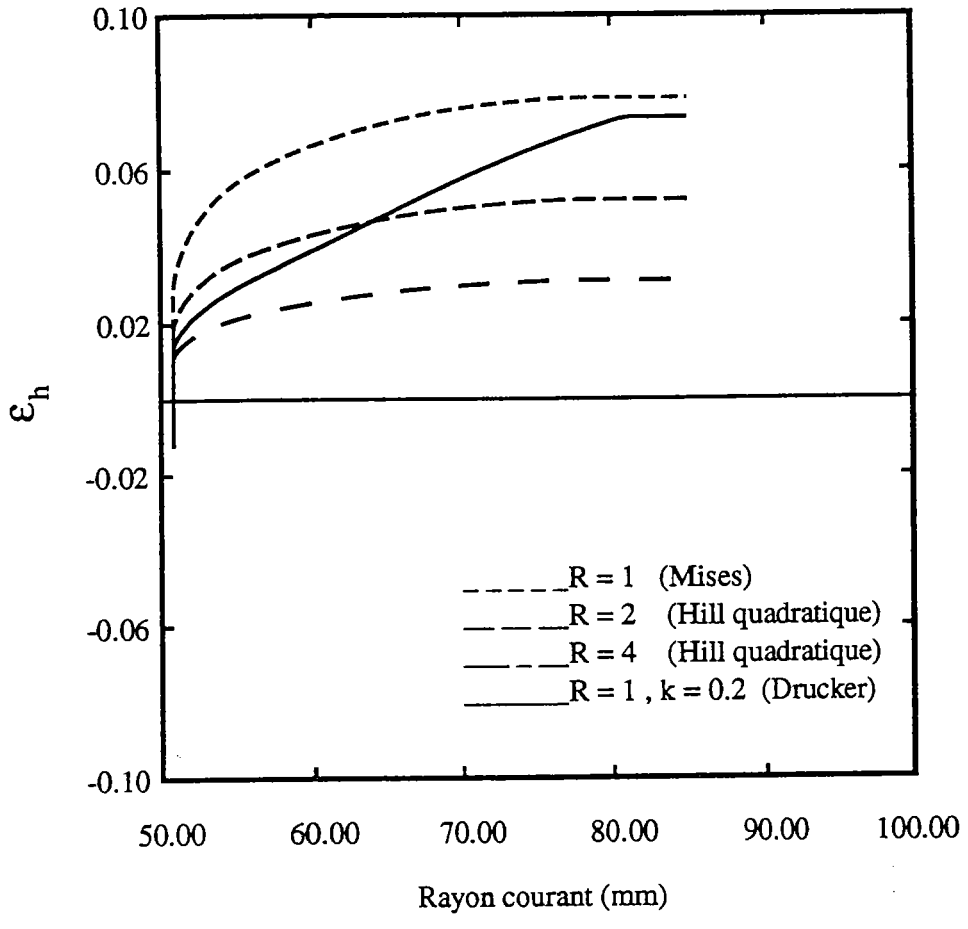


Figure (IV_21): Distribution des déformations en épaisseur dans la collerette et sur le rayon de matrice pour différents matériaux; H=40mm, (Programme spécifique)

Il semble que les résultats obtenus avec ABAQUS soient liés à la composante élastique du comportement de la coque déformée, qui fait que la flexion du flan au niveau du rayon de matrice entraîne un contact avec frottement entre le flan et le serre-flan dans la zone de la collerette non soumise à la force du serre-flan (zone qualifiée de zone intermédiaire dans notre modélisation incrémentale). Les surfaces de plasticité correspondant aux différentes simulations sont présentées sur la figure (IV_22).

La région utile va de la compression simple sur le bord du flan à la traction plane dans la zone cylindrique. Les plus faibles valeurs d'épaississement obtenues pour R grand s'expliquent directement à partir des surfaces de plasticité et de la loi de normalité; entre la compression

simple et le cisaillement, des valeurs plus grandes des déformation radiale sont prévues pour R grand, conduisant à des déformations en épaisseur plus faibles. Avec le critère de Drucker (R=1, k=0.2), la loi de normalité conduit, sur le bord du flan, à des épaississements identiques à ceux obtenues avec le critère de Von Mises. Toutefois, lorsqu'on se déplace de la compression simple vers le cisaillement, la forme de la surface de Drucker, favorise la déformation radiale, et donc conduit à des épaississements rapidement décroissants pour des valeurs de rayon décroissantes à partir du bord du flan.

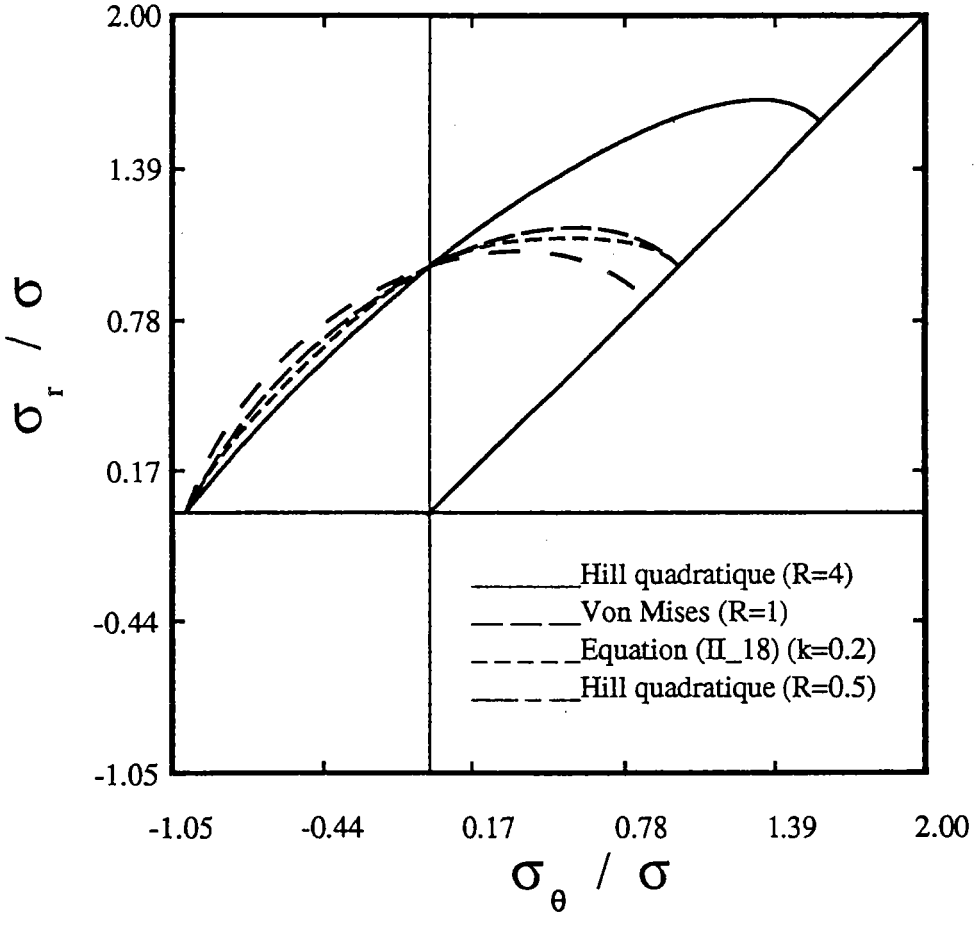


Figure (IV_22): Représentation de la surface de charge pour différents paramètres de R (Hill quadratique) et pour k=0.2 (Drucker).

D'autre part, le risque de striction en traction plane est maximal dans la zone inférieure de la partie cylindrique, qui subit une déformation équivalente, et donc un écrouissage, plus faible que le reste de la partie cylindrique. Ce risque est lié à de faibles valeurs de la contrainte

d'écoulement σ_{ps} par rapport aux contraintes d'écoulement dans la collerette. Des valeurs décroissantes de σ_{ps}/σ_u sont obtenues lorsque R diminue et/ou lorsque k augmente (Figure (IV_17_a)), expliquant la rupture observée pour R=0.5, et les amorces de striction pour R=1; k=0.2 (critère de Drucker) et pour R=1 (critère de Von Mises).

IV-4-1-2 Comparaison avec des résultats expérimentaux

Les distributions radiales de déformation en épaisseur obtenues par Woo (1964) sur un laiton présentant un comportement quasi-isotrope en traction uniaxiale sont présentées sur la figures (IV_23) et (IV_24), avec les résultats de simulations numériques utilisant le critère de Von Mises et le critère de Drucker.

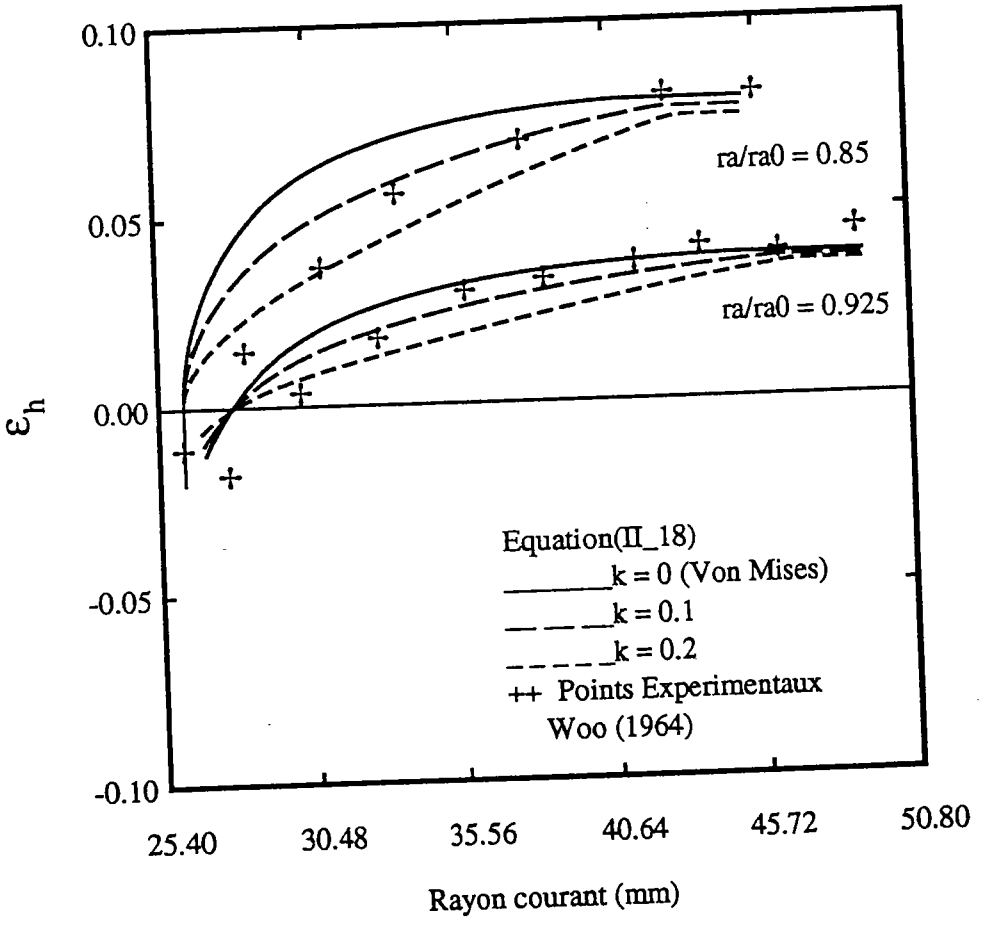


Figure (IV_23): Comparaison calcul/expérience pour un laiton, à deux niveaux d'avalement du flan (Programme spécifique).

La surface de DRUCKER conduit à des rapports $\dot{\varepsilon}_r/\dot{\varepsilon}_\theta$ plus grands en valeur absolue lorsqu'on se déplace dans le deuxième quadrant de la compression simple vers le cisaillement: on obtient donc un étirement radial plus important, et des déformations en épaisseur plus faibles. Cet effet associé à la forme de la surface de plasticité est susceptible d'expliquer le meilleur accord obtenu avec les points expérimentaux dans la collerette.

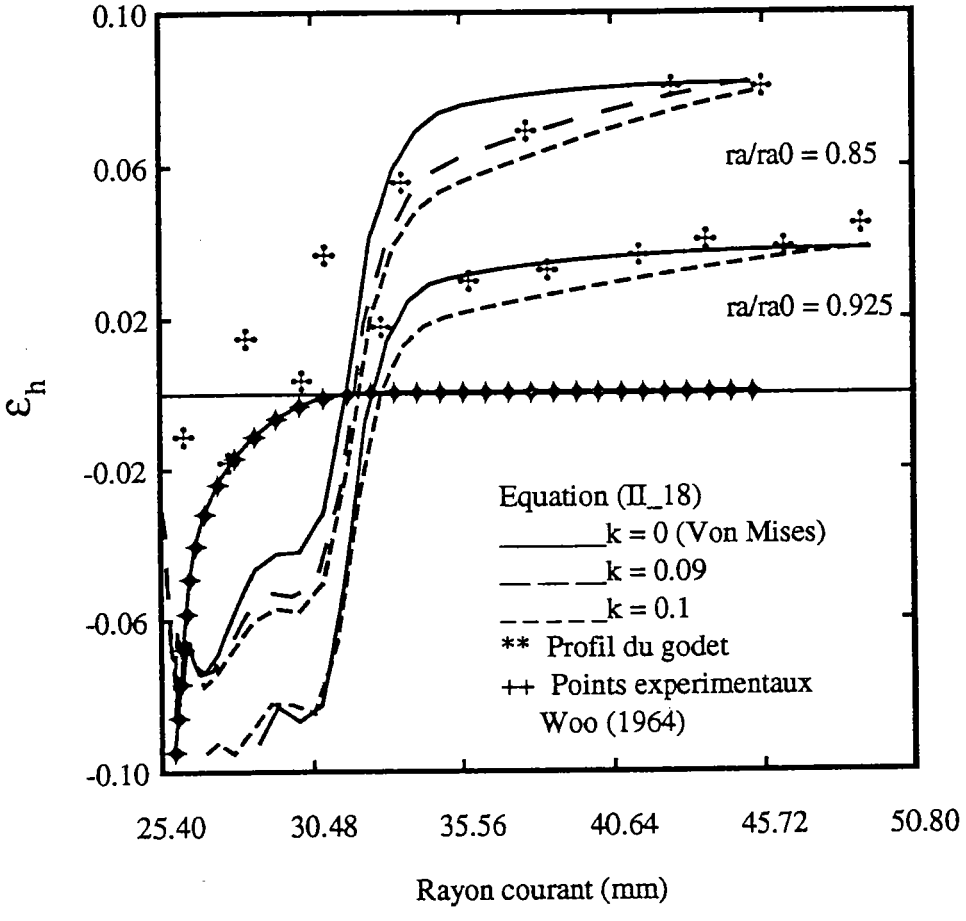


Figure (IV_24): Comparaison calcul/expérience pour un laiton, à deux niveaux d'avalement du flan (ABAQUS/UMAT).

Sur le rayon de matrice, les points expérimentaux sont en désaccord avec les résultats de la simulation ABAQUS, qui prévoit dans cette zone une épaisseur inférieure à l'épaisseur initiale, contrairement aux mesures de Woo. Par contre, la modélisation incrémentale prévoit des épaisseurs légèrement plus fortes que les valeurs expérimentales, si l'on considère la valeur k=0.1 dans le critère de Drucker, qui fournit de bons résultats dans la collerette.

IV-4-2 Cas d'un matériau à anisotropie transverse

IV-4-2-1 Validation des logiciels -Influence de la forme de la surface de plasticité

La figure (IV_25) montre le profil de la collerette pour deux avalements, le deuxième correspondant sensiblement à l'arrivée du bord du flan sur le rayon de matrice. Les calculs sont effectués (a) avec un matériau vérifiant le critère quadratique de Hill avec comme coefficients d'anisotropie dans la direction de laminage et dans la direction transverse $R_0 = R_{90} = 2$, et selon la direction à 45°, $R_{45} = 1$ et (b) avec un matériau vérifiant l'équation (II-19), avec les mêmes valeurs du coefficient d'anisotropie mais avec k=0.33, A=2.999, B=8.999, a=0, b=2, m=2, n=2, p=2 et q=1, de sorte que l'évolution de la contrainte de traction uniaxiale σ_α en fonction de l'orientation α est beaucoup moins marquée qu'avec le critère quadratique de Hill.

Les calculs ont été effectués avec soit le programme incrémental où différents profils sont couplés angulairement selon la procédure décrite au paragraphe II-5-2, soit avec le code ABAQUS. Nous n'avons pu obtenir à ce jour la convergence des calculs avec les éléments de coque de type S4R lorsque la procédure Umat est utilisée, de sorte que seules les simulations issus de ABAQUS/STANDARD sont présentées, avec le critère quadratique de Hill.

Le choix d'un matériau présentant un comportement symétrique par rapport à la direction à 45° de l'axe de laminage, permet tout d'abord de valider la discrétisation spatiale du problème, qu'il s'agisse du nombre de profils utilisés dans le programme incrémental (10 profils distants angulairement de 10° les uns des autres), ou du maillage éléments finis dans ABAQUS (20 noeuds répartis radialement x 20 noeuds répartis angulairement). Les profils obtenus présentent en effet une très bonne symétrie par rapport à la direction 45° des directions d'orthotropie. Dans le cas présent les cornes sont situées selon les directions d'orthotropie, et les vallées à 45° de ces directions, conformément à l'analyse qualitative présentée au paragraphe I-5-5. On observe d'autre part que l'amplitude

des cornes et des vallées est légèrement plus prononcée avec le programme incrémental qu'avec le code ABAQUS. Cette différence peut être due en particulier à la non prise en compte des rotations matérielles dans le programme incrémental, alors qu'avec ABAQUS la loi de comportement est formulée dans le repère corotationnel.

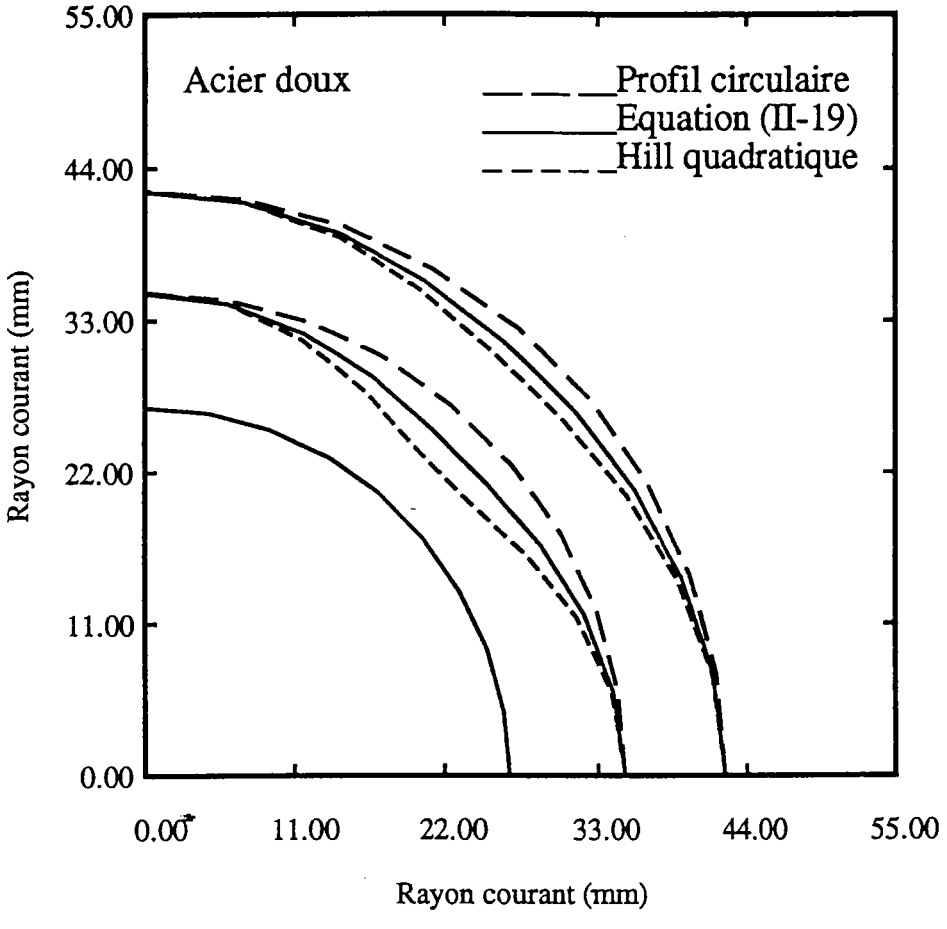


Figure (IV_25): Comparaison du profil de la collerette modèle/Hill quadratique à deux niveaux d'avalement (Programme spécifique).

Enfin , l'amplitude des cornes et vallées est moins accentuée avec le matériau (b) qu'avec le matériau correspondant au critère quadratique de Hill. Cette propriété s'explique facilement par le fait que l'intensité du glissement dans une traction (ou compression) hors-axes est directement liée à la variation angulaire de la contrainte de traction (ou compression) uniaxiale (équation (II-7)). Or, les paramètres du matériau modèle (b) ont été choisis précisément pour obtenir de faibles variations de σ_α, comme

cela est souvent observé expérimentalement, même lorsque le matériau présente de fortes variations de R_α (Makkouk, 1994).

IV-4-2-2 Comparaison avec des résultats expérimentaux

Nous comparons ici les résultats de simulations avec des résultats expérimentaux sur un acier doux (0.04% carbone) qui nous ont été fournis par G. Ferran (Universidade Federal Fluminense Rio de Janeiro, Brasil). La tôle a pour rayon initial $r = 53\text{mm}$ et pour épaisseur initiale $h^0 = 0.7\text{mm}$, le poinçon a pour rayons $r_e = 25\text{mm}$ et $R_p = 5\text{mm}$, enfin les rayons de la matrice sont respectivement $r_d = 26.25\text{mm}$ et $R_m = 13\text{mm}$.

Les données expérimentales de traction uniaxiale ont été lissées selon la loi de Swift. La contrainte équivalente a donc été prise de la forme: $\bar{\sigma} = K(\varepsilon_0 + \bar{\varepsilon})^n$. Il apparaît d'autre part que les courbes de traction à 0°, 45° et 90° de l'axe de laminage dépendent peu de l'orientation, alors que les valeurs du coefficient d'anisotropie ($R_0 = 1.877$, $R_{45} = 1.508$ et $R_{90} = 2.257$), correspondant à une évolution usuelle pour un acier doux, dépendent assez sensiblement de l'orientation. Finalement les données expérimentales étant insuffisantes pour identifier l'ensemble des paramètres du modèle, nous nous sommes référés à un acier similaire pour obtenir une estimation complète de ceux-ci. Ces paramètres conduisent à un rapport σ_b/σ_u plus faible qu'avec le critère quadratique de Hill à un léger aplatissement près de la traction plane, et à une faible dépendance angulaire de σ_α. Ces paramètres ont pour valeur; concernant la loi d'écrouissage: K=510.84, $\varepsilon_0 = 0.012$ et $n = \varepsilon_0/100$, et concernant la surface de plasticité (équation (II-19)): k=0.4467, A=3.716, B=6.2554, a=-5.89E-2, b=0.635, m=2, n=2, p=2 et q=1. On notera cependant que, par rapport à la prévision des cornes d'emboutissage, les seuls paramètres importants sont ceux qui conditionnent l'évolution angulaire de σ_α, qui se trouve correctement prédite par les paramètres ci-dessus.

La comparaison entre les profils de godet après emboutissage, expérimentaux et calculés, est présentée sur la figure (IV_26).

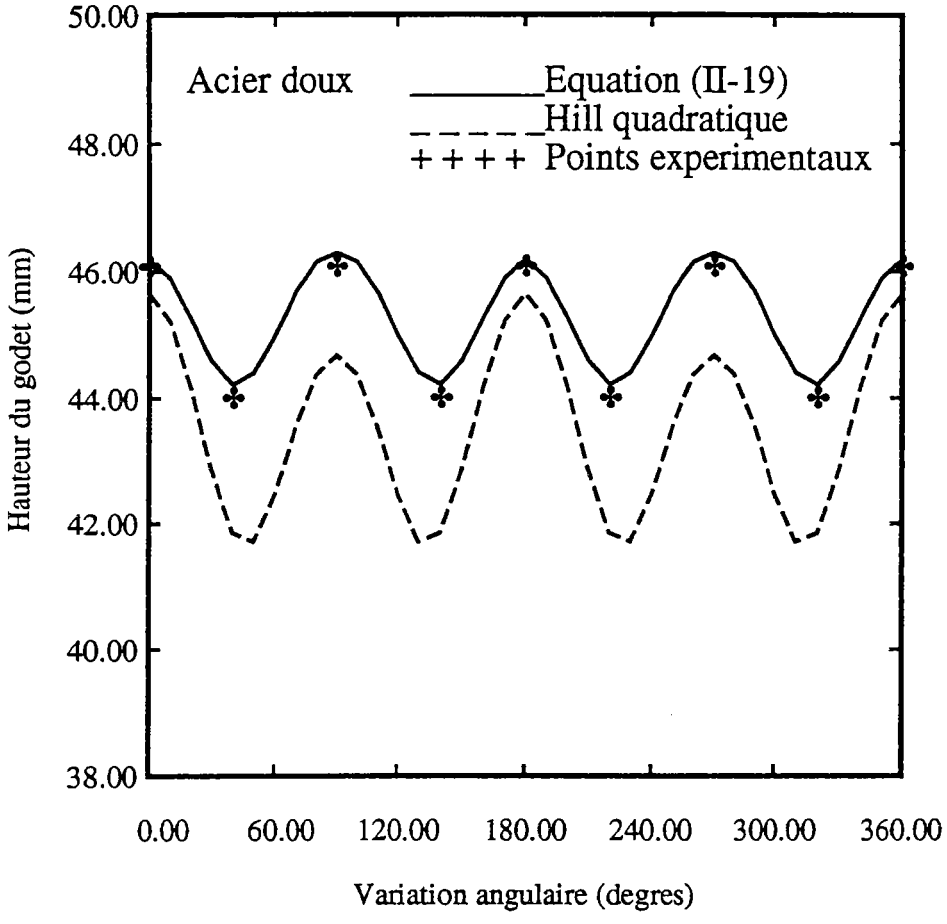


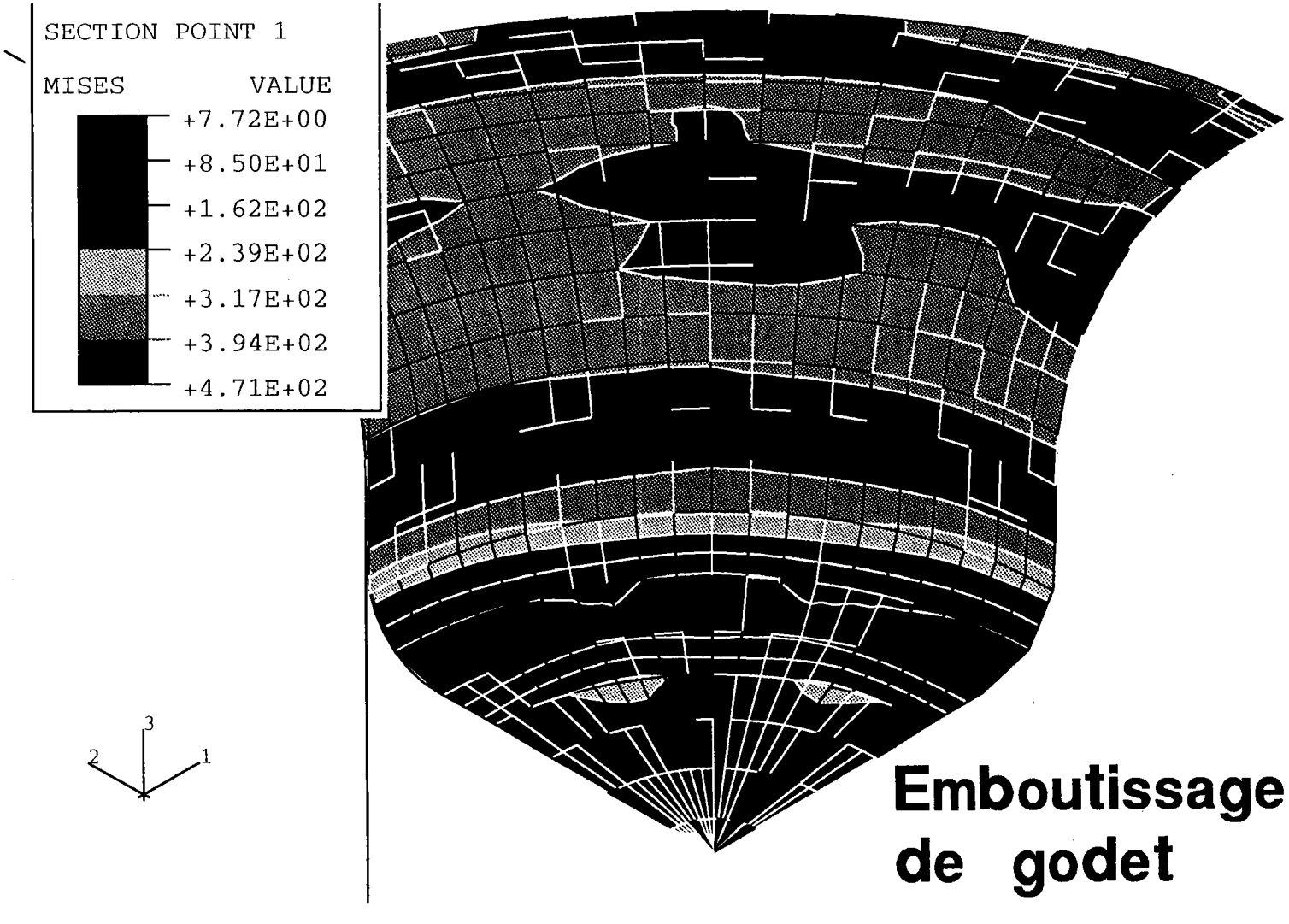
Figure (IV_26): Comparaison calcul/expérience pour un acier doux, entre les profils du godet après emboutissage (Programme spécifique).

On note comme dans le cas modèle du paragraphe précédent, des cornes à 0° et 90°, associées à une évolution de R_α avec un minimum entre 0° et 90°, (ou à une évolution de σ_α avec un maximum). Les calculs, effectués avec la modélisation incrémentale, fournissent un excellent accord avec les points expérimentaux lorsque les paramètres définis précédemment sont utilisés, tandis que l'utilisation du critère quadratique de Hill conduit à une surestimation de l'amplitude des cornes. Toutefois, conformément à la remarque du paragraphe précédent, l'utilisation du code ABAQUS (conduisant logiquement à des résultats plus exacts) conduirait à une sousestimation des cornes avec la surface de plasticité correspondant à l'équation (II-19).

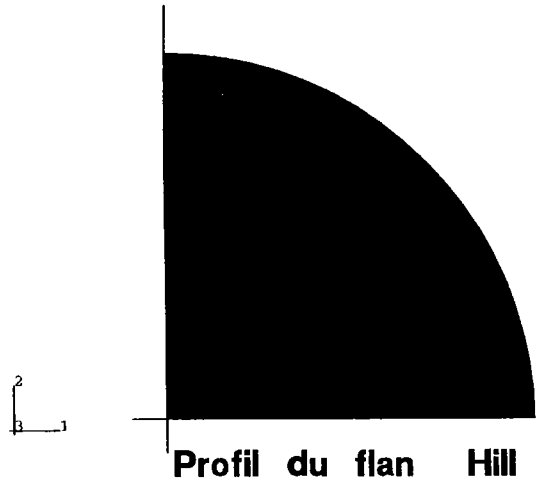
IV-5 CONCLUSION

Les simulations numériques présentées dans ce chapitre montrent tout d'abord la très bonne concordance des résultats obtenus par la méthode des différences finies et par la méthode des éléments finis, sauf en ce qui concerne les cornes d'emboutissage, où le programme incrémental surestime l'intensité de celles-ci par rapport aux résultats obtenus avec le code ABAQUS, sans doute en raison de la non prise en compte des rotations matérielles avec le programme incrémental.

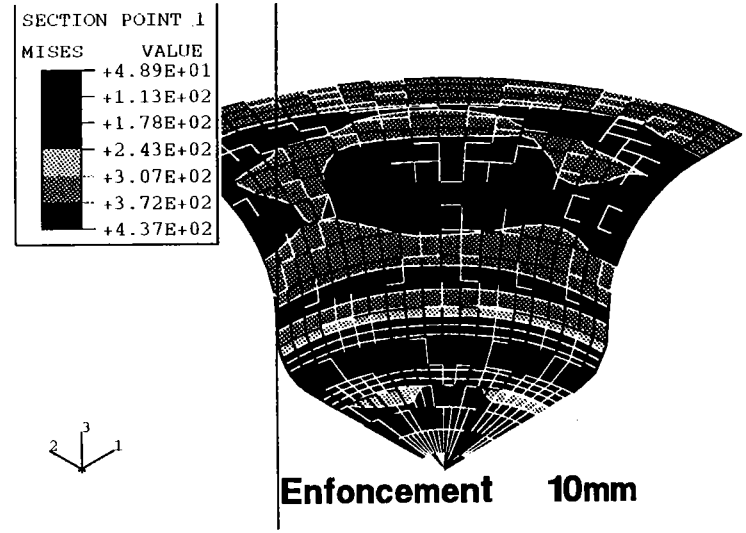
La fiabilité des résultats obtenus semble donc assurée, compte-tenu des hypothèses faites. La discussion de ces résultats, orientée vers la mise en évidence des relations entre le comportement plastique du matériau et le comportement de la structure au cours de la mise en forme, a permis d'analyser et de comprendre le rôle de la forme de la surface de plasticité sur les efforts et la répartition des déformations. De plus, les comparaisons avec des résultats expérimentaux de la littérature ont montré que les améliorations de la description du comportement plastique apportées par l'utilisation du modèle de plasticité de Ferron et coll. (1994) permettaient dans de nombreux cas de rendre compte de façon satisfaisante du comportement de la tôle au cours de la mise en forme. Enfin il a été constaté que les prévisions obtenues sont au moins aussi sensibles aux paramètres rhéologiques décrivant la surface de plasticité, qu'au coefficient de frottement utilisé pour décrire le contact tôle/outil dans le cadre du modèle de frottement de Coulomb.



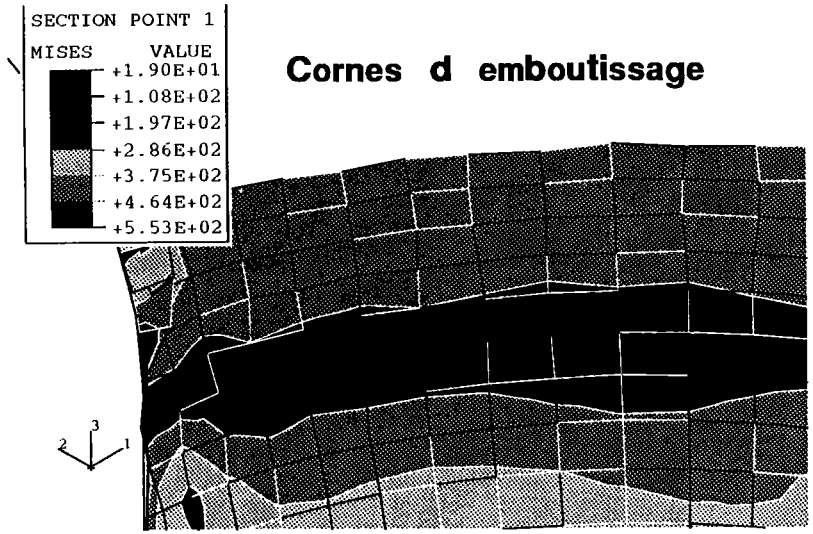
Emboutissage de godet



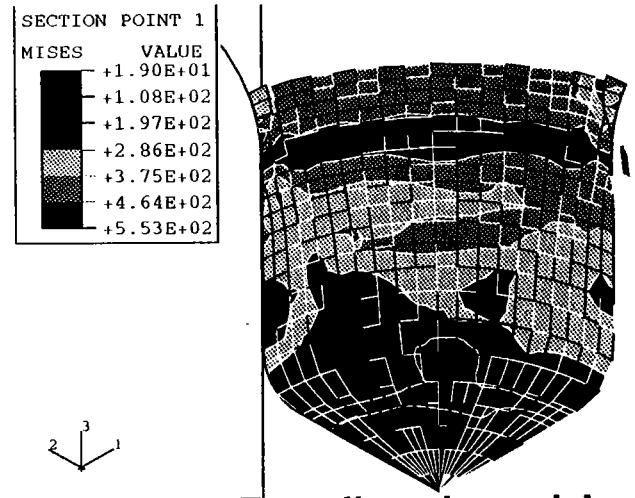
Profil du flan Hill



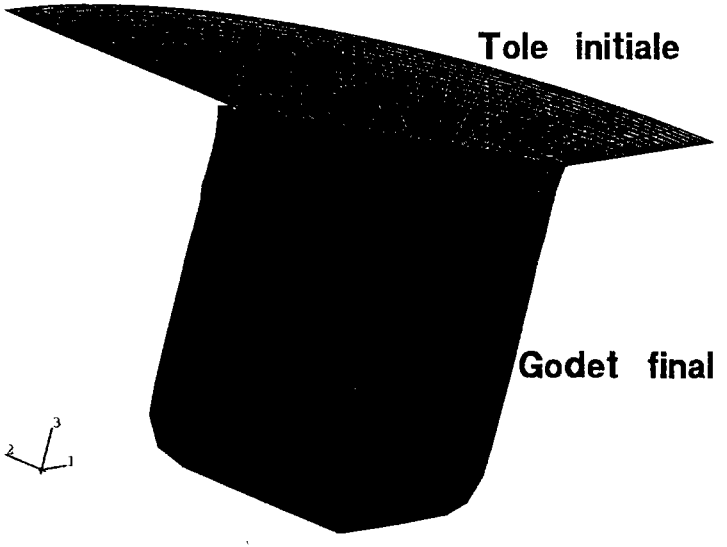
Enfoncement 10mm

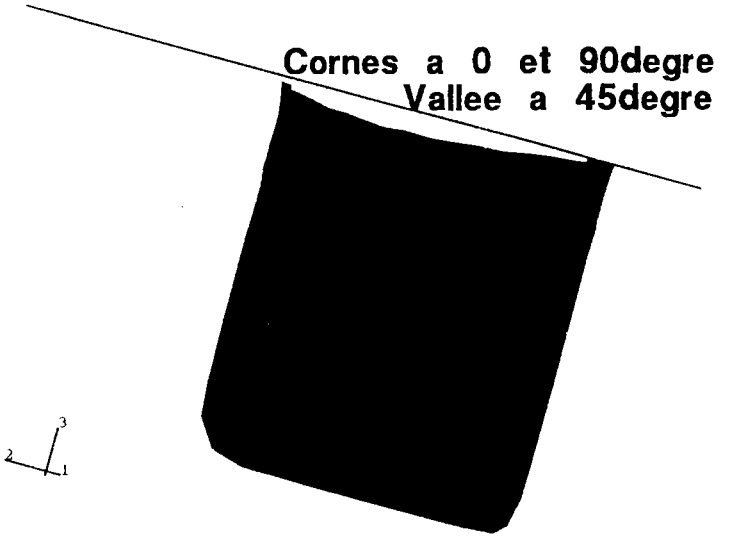


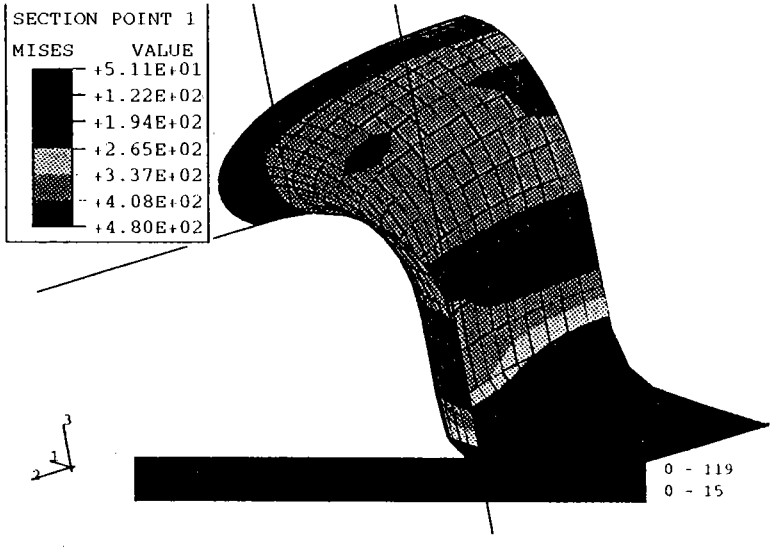
Cornes d emboutissage

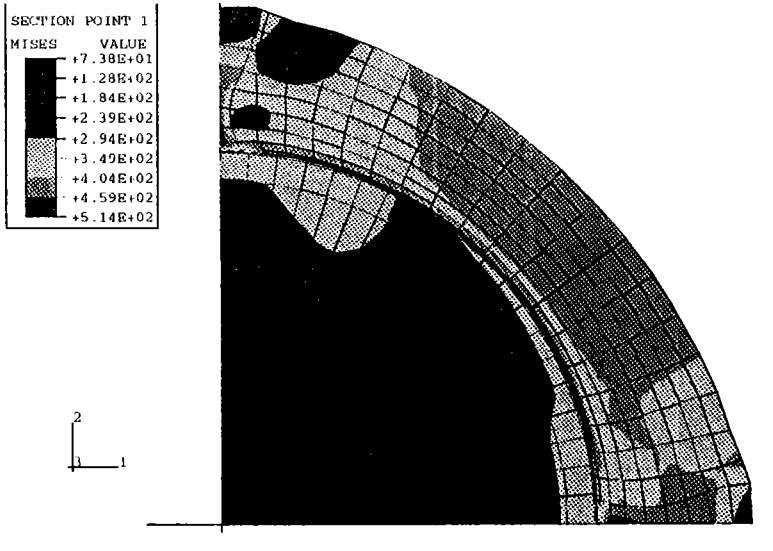


Formation du godet a 50 mm


Tole initiale
Godet final


Cornes a 0 et 90degre
Vallee a 45degre


SECTION POINT 1
MISES VALUE
+5.11E+01
+1.22E+02
+1.94E+02
+2.65E+02
+3.37E+02
+4.08E+02
+4.80E+02
0 - 119
0 - 15


SECTION POINT 1
MISES VALUE
+7.38E+01
+1.28E+02
+1.84E+02
+2.39E+02
+2.94E+02
+3.49E+02
+4.04E+02
+4.59E+02
+5.14E+02

CONCLUSION GÉNÉRALE:

L'emboutissage des tôles métalliques constitue un processus ancien d'obtention de produits finis, où l'empirisme et le savoir faire ont largement précédé la quantification des phénomènes mis en jeu. Toutefois, les tendances à un allégement des structures (diminution des épaisseurs) et à une augmentation des limites élastiques des matériaux utilisés conduisent à diminuer très fortement la marge de sécurité vis-à-vis des risques d'échec de l'opération. C'est pourquoi la modélisation mécanique de l'emboutissage apparaît particulièrement importante.

La démarche suivie dans ce travail a consisté à incorporer dans des programmes de calculs spécifiques (gonflement hydraulique, emboutissage d'un godet) et dans le code de calcul industriel ABAQUS, un modèle phénoménologique de plasticité orthotrope mis au point dans l'équipe de recherche.

Les simulations effectuées ont montré l'importance du modèle de plasticité sur le comportement du flan embouti, aussi bien en ce qui concerne les efforts, que la répartition des déformations et la formation des cornes d'emboutissage. Dans le cas des processus simples qui ont été simulés, nous avons pu analyser les relations existant entre le comportement rhéologique du matériau et le comportement de la structure au cours de l'emboutissage. Nous avons aussi observé que, même si le rapport "surface/volume" est particulièrement important dans le cas des tôles embouties, les aspects relatifs au comportement plastique du matériau jouent un rôle tout aussi important que les aspects tribologiques concernant la modélisation du frottement.

Les avantages et les limitations des codes de calcul spécifiques ainsi mis au point, ou du code de calcul industriel ABAQUS dans lequel est incorporé le modèle de plasticité utilisé dans ce travail, sont ceux du modèle de plasticité lui-même. Ce modèle présente une grande souplesse pour décrire la forme des surfaces de plasticité initiales des tôles et l'influence de l'orientation de la sollicitation sur les contraintes d'écoulement. De plus, l'identification des paramètres est obtenue de façon simple à partir des résultats de traction uniaxiale, de traction équibiaxiale et de cisaillement. Le lissage des résultats de calcul d'homogénéisation

peut également être effectué, comme celà a été discuté plus en détail dans des travaux antérieurs.

Ces surfaces, utilisées avec l'hypothèse d'écrouissage isotrope, sont susceptibles de décrire avec précision le comportement des tôles pour des chemins de déformation relativement linéaires. Dans les essais qui ont été analysés, cette condition est assez bien vérifiée, et les améliorations apportées à la prévision du comportement de la structure emboutie ont été corrélées de façon claire à des améliorations de la description des surfaces de plasticité.

Toutefois, l'hypothèse d'écrouissage isotrope est sans doute trop grossière pour décrire le comportement plastique pour des chemins fortement non linéaires, comme le montrent de nombreuses études expérimentales relatives à l'influence d'un préchargement. Une autre limitation du modèle est liée à l'hypothèse de contraintes planes, ce qui restreint son utilisation à des éléments de type membrane ou coque. Le passage à un modèle 3D ne pose pas de problèmes particuliers, mais nécessite une modélisation physiquement pertinente.

Il apparaît donc qu'une poursuite de ce travail devrait être orientée vers une description plus précise du comportement plastique, pour traiter les cas de trajets de déformation fortement non linéaires, ainsi que les cas où le cisaillement dans l'épaisseur de la tôle joue un rôle très important, comme le repassage des aciers pour emballage.

RÉFÉRENCES BIBLIOGRAPHIQUES

Aravas, N., "On the numerical integration of a class of pressure-dependent plasticity models", Inter. J. for Num. Meth. in Eng., Vol. **24**, 1395-1416 **(1987)**.

Bacroix, B., and Gilormini, P., "Finite-element simulations of earing in polycrystalline materials using a texture-adjusted strain-rate potential" Modelling Simul. Mater. Sci. Eng. **3**, 1-21 **(1995)**.

Barlat, F., and Richmond, O., "Prediction of Tricomponent Plane Stress Yield Surfaces and Associated Flow and Failure Behaviour of Strongly Textured f.c.c. Polycrystalline Sheets", Mat. Sci. Eng., **95**, 15-29, **(1987)**.

Barlat, F., and Lian, J., "Plastic Behavior of Sheets Metals. Part I : A Yield Function for Orthotropic Sheets Under Plane Stress Conditions", Int. J. Plasticity **5**, 51, **(1989)**.

Barlat, F., Panchanadeeswaran S., and Richmond O., "Prediction of earing in cup drawing fcc materials" Textures and Microstructures, Vol. **14-18**, pp. 507-512 **(1991)**.

Boehler, J.P., and Raclin, J., "Anisotropic Hardening of Prestrained Rolled Sheet-Steel",in Current Advances in Mechanical Design and Production, Second Cairo Un. MDP Conf., Cairo, 483, **(1982)**.

Bourne, L., and Hill R., M.A., Ph. D., "On the Correlation of the Directional Properties of Rolled Sheet in Tension and Cupping Tests" Progress in Metal Physics, **1**, pp. 281-305 **(1949)**.

Budiansky, B., and Wang N. M., "On the swift cup test", J. Mech. Phys. Solids, Vol **14**, pp.357-374, **(1966)**.

Budiansky, B., "Anisotropic Plasticity of Plane-Isotropic Sheets", Mechanics of Material Behaviour, ed.G.J.Dvorak and R.T.Shield, Elsevier Science Publishers B.V., p. 15, **(1984)**.

Cao, H.L., "Modélisation mécanique et simulation numérique de l'emboutissage", Thèse de Doctorat de l'université de Grenoble, **(1990)**.

Chan, K.S., "Effects of Plastic Anisotropy and Yield Surface on Sheet Metal Stretchability", Metall. Trans. **16A**, 629, **(1985)**.

Chater, E., and Neale K. W., "Finite plastic deformation of a circular membrane under hydrostatic pressure--II Strain-rate effects", Int. J. Mech. Sci. Vol. **25**, N°4, pp. 235-244, **(1983)**.

Chen, W.F., and Han D.J., "Plasticity for Structural Engineers", 233-289 **(1988)**.

Chung, K., and Shah K., "Sheet forming simulation based on Barlat's planar anisotropic yield criterion" ALcoa Laboratories, PA 15069, U.S.A. **(1992)**.

Chung, K., and Richmond O., "A deformation theory of plasticity based on minimum work paths", Int. J. of Plasticity, Vol. 9, pp. 907-920, **(1993)**.

Da Costa Viana, C.S., and De Avila N.V.V., "Earing prediction from experimental and texture data", Materials Science Forum, Vol. **157-162** pp.1961-1966, **(1994)**.

Daneri, A., Giambuzzi S., and Toselli G., "Recent analysis with friction and anisotropy effects by ABAQUS for two italian experimental deep-drawing models", ABAQUS user's conference proceedings, May 30-June 1, pp.121-132, **(1990)**.

Darrieulat, M., Fortunier R., and Montheillet F., "Invariant formulation of anisotropic plastic behaviour in the case of cubic symmetry", Inter. J. of Plasticity, Vol. **8**, pp. 763-771, **(1992)**.

Dogui, A., "Plasticité anisotrope en grandes déformations", Thèse de Doctorat ès-Sciences, École Centrale de Lyon, France, **(1989)**.

Drucker, D. C., "Relation of Experiments to Mathematical Theories of Plasticity", J. Appl. Mech. **16**, 349, **(1949)**.

Ferron, G., Makkouk R., and Morreale J., "A parametric description of orthotropic plasticity in metal sheets", Int. J. of Plasticity, Vol. **10**, N°5, pp.431-449, **(1994)**.

François, D., Pineau, A., et Zaoui, A.,"Comportement mécanique des matériaux", volume **I**, **(1991)**.

Gilormini, P., and Roudier Ph., "ABAQUS and finite strain", Rapport Interne LMT n°140, Janvier **(1993)**.

Gotoh, M., "A Theory of Plastic Anisotropy Based on a Yield Function of Fourth Order (Plane Stress State)", Int. J. Mech. Sci. **19**, 505 and 513, **(1977)**.

Grumbach, M., Parnière P., Roesch L., and Sauzay C., "Étude des relations quantitatives entre le coefficient d'anisotropie, les cornes d'emboutissage et la texture des tôles minces d'acier extra-doux", Mémoires Scientifiques Revue Métallurgie,pp. 241-253 Mars **(1975)**.

Hecker, S.S., and Stout, M.G., "Strain Hardening of Heavily Cold Worked Metals", Proc. of the seminar "Deformation, Processing and Structure", Krauss, G. ed., American Society for Metals, **(1983)**.

Hibbitt, H.D., "Some issues in numerical simulation of nonlinear structural response", Workshop on Comp. Meth. for Struc. Mech. and Dynamics, NASA Langley Research Center, June 19-21, **(1985)**.

Hibbitt, H.D., Karlsson and Sorensen, Inc., "ABAQUS, THEORY and USER's manuals (versions 4.8/5.4) 1080 Main Street, Pawtucket, RI 02860, USA, **(1989/1994)**.

Hill, R., "The Mathematical Theory of Plasticity", Clarendon press, Oxford, **(1950)**.

Hill, R., M.A., Ph.D., "A theory of plastic bulging of a metal diaphragm by lateral pressure", Phil. Mag.Ser. 7, Vol. **41**, pp.1133-1142, **(1950)**.

Hill, R., "Constitutive Modelling of Orthotropic Plasticity in Sheet Metals", J. Mech. Phys. Solids **38**, 405, **(1990)**.

Ilahi,M.F.,Parmar, A., and Mellor, P.B., "Hydrostatic Bulging of a circular Aluminium diaphragm", Int. Journal Mech. Sci., vol **23**, pp 221-227, **(1981)**.

Ilahi,M.F., and Paul T.K., "Hydrostatic bulging of a circular soft brass diaphragm", Int. J. Mech. Sci., vol **27**, pp 275-280, **(1985)**.

Karafillis, A.P., and Boyce, M.C., "A General Anisotropic Yield Criterion Using Bounds and a Transformation Weighting Tensor", J. Mech. Phys. Solids. Vol. 41, No. 12, 1859-1886, **(1993)**.

Kim, Y.J., and Yang D.Y., "A rigid-plastic finite element formulation considering the effect of geometric change and its application to hydrostatic bulging", International Journal of Mechanical Science, Vol. **27**, N° 7/8, pp. 453-463, **(1985)**.

Kobayashi, S., and Kim J.H., "Deformation analysis of axisymmetric sheet metal forming processes by the rigid-plastic finite element method. In Mechanics of Sheet Metal Forming (Edited by Koistinen D.P. and Wang N.M.), p.341, Plenum Press, New York **(1978)**.

Knibloe, J.R., and Wagoner R.H., "Experimental investigation and finite element modeling of hemispherically stretched steel sheet", Metallurgical Transactions Vol. **20A**, pp. 1509-1521 August **(1989)**.

Lege, D.J., Barlat, F., and Brem, J.C., "Characterization and Modeling of the Mechanical Behaviour and Formability of a 2008-T4 Sheet Sample", Int. J. Mech Sci., **31**, 549, **(1989)**.

Lequeu, Ph., "Earing control and deformation processing of aluminium alloys", Textures and microstructures, Vol. **14-18**, pp. 1019-1024, **(1991)**.

Lian, J., Zhou, D., and Baudelet, B., "Application of Hill's New Yield Theory to Sheet Metal Forming", Int. J. Mech. Sci., 31, 237, **(1989)**.

Majlessi, S.A., and Lee D., "Deep drawing of square-shaped sheet metal parts, part 1: Finite element analysis; part 2: Experimental study", Journal of Engineering for Industry, Vol. **115**, pp.102-117, **(1993)**.

Makkouk, R., "Modélisation de la plasticité orthotrope en contraintes planes, application à la détermination des limites de formage des tôles", Thèse de doctorat de l'université, Metz, **(1994)**.

Mesrar, R., "Comportement Plastique des toles sous sollicitation biaxiale et analyse numérique de la mise en forme par gonflement hydraulique", Thèse de doctorat de l'université, Metz, **(1991)**.

Nagtegaal, J.C., and DE Jong J.E., "Some computational aspects of elastic-plastic large strain analysis", Int. J. For Num. Meth. in Engineering, Vol. **17**, pp.15-41, **(1981)**.

Ortiz, M., and Popov E.P., "Accuracy and stability of integration algorithms for elastoplastic constitutive relations", Int. J. For Num. Meth. in Engineering, Vol. **21**, pp.1561-1576, **(1985)**.

Ortiz, M., and Simo J.C., "An analysis of a new class of integration algorithms for elastoplastic constitutive relations", Int. J. For Num. Meth. in Engineering, Vol. **23**, pp.353-366, **(1986)**.

Parks, D.M., "Developments in Constitutive Modeling: Applications of the ABAQUS UMAT Routine", ABAQUS user's conference proceedings, May 31-June 3, pp.1-13, **(1988)**.

Parmar, A., and Mellor P.B.,"Prediction of limit strains in sheet metal using a more general yield criterion", Int. J. Mech. Sci. Vol. 20, pp. 385-391, **(1978)**.

Parniere, P., and Sanz G., "Appréciation des caractéristiques d'emboutissabilité des tôles minces", Ed CNRS, Chap XIX, pp. 305-330, **(1975)**.

Ronel, S., "Modélisation du profilage de tôles minces par une méthode d'éléments finis." Thèse de doctorat de l'INSA Lyon 190 pages. **(1994)**.

Shang, H.M., Chau F.S., Lee K.H., Tay C.J. and Toh S.L., "Modeling of the hydroforming of sheet materials clamped with varying blank holding loads", J. of Eng. Mat. and Technology, Vol. **109**, pp. 92-97, **(1987)**.

Simo, J.C., and Taylor R.L., "Consistent tangent operators for rate-independent elastoplasticity", Comp. Meth. in App. Mech. and Engineering. Vol **48**, pp. 101-118, **(1985)**.

Smelser, R.E., and Becker R., "ABAQUS User subroutines for Material Modeling", Fabricating Technology Division. Alcoa Laboratories, Alcoa Center, PA 15069 **(1990)**.

Tourki, Z., Makkouk R., Zeghloul A., and Ferron G., "Orthotropic plasticity in metal sheets: a theoretical framework", J. Mater. Process. Technol. Vol. **45**, pp. 453-458, **(1994)**.

Tourki, Z., Zeghloul A., and Ferron G., "Sheet metal forming simulations using a new model for orthotropic plasticity", Submitted for publication to the International Journal COMPUTATIONAL MATERIAL SCIENCES. Nov. **(1994)**.

Tourki, Z., Zeghloul A., and Ferron G., "Simulation numérique du formage des tôles", présenté au deuxième congrès de mécanique du Maroc. Avril **(1995)**.

Tucker, G.E.G., "Texture and earing in deep drawing of aluminium", ACTA METALLURGICA, Vol. 9, pp.275-286, APRIL **(1961)**.

Van Bael, A., Van Houtte P., and Aernoudt E., "Anisotropic finite-element analysis of plastic metal forming processes", Textures and Microstructures, Vols **14-18**, pp.1007-1012, **(1991)**.

Van Houtte, P., Cauwenberg G., and Aernoudt E., "Analysis of earing behaviour of aluminium 3004 alloys by means of a simple model based on yield loci ...", Mat. Sci. and Eng. Vol **95**. pp. 115-124, **(1987)**.

Wagoner, R.H., "Comparison of plane-strain and tensile work hardening in two steel alloys", Metallurgical Transactions A, Vol. **12A**, pp.877-882, **(1981)**.

Wang, N.M.,and Shammamy M.R.,"On the plastic bulging of a circular diaphragm by hydrostatic pressure"J. Mech. Phys. Solids, Vol. **17**, pp. 43-61, **(1969)**.

Wang, N.M., "Large plastic deformation of a circular sheet caused by punch stretching", Journal of Applied Mechnics, pp. 431-440, June **(1970)**.

Wang, N.M., and Budiansky B., "Analysis of sheet metal stamping by a finite-element method", Journal of Applied Mechnics, Vol. **45**, 73-82, **(1978)**.

Woo, D.M., "Analysis of the cup-drawing process", J. Mech. Eng. Science, Vol. **6**, N°2 pp.116-131, **(1964)**.

Woo, D.M., "The analysis of axisymmetric forming of sheet metal and the hydrostatic bulging process", J. Mech. Eng. Science, Vol. **6**, pp.303-317, **(1964)**.

Woo, D.M., "The stretch-forming test", THE ENGINEER, 876-880, Nov. **(1965)**.

Woo, D.M., "On the complete solution of the deep-drawing problem", Int. J. Mech. Sci., Vol. **10**, pp.83-94, **(1968)**.

Yamada, Y., and Yoshimura N., "Plastic stress-strain matrix and its application for the solution of elastic plastic problems by the finite element method",Int. J. Mech. Sci., Vol. **10**, pp.343-354, **(1968)**.

Zeghloul, A., and Ferron G., "ABAQUS analysis of the forming limits of metal sheets" ABAQUS user's conference proceedings, **(1992)**.

Zeghloul, A., Makkouk R., Tourki Z., and Ferron G., "Modélisation du comportement plastique des tôles orthotropes, et répartition des déformations en emboutissage", Méthodes Informatiques de la Conception Industrielle - Mécanique des Structures-, Marseille **(1993)**.

TABLE DES MATIÈRES

INTRODUCTION GÉNÉRALE 1

Chapitre -I- REVUE BIBLIOGRAPHIQUE 3

I-1 INTRODUCTION 4

I-2 MODÉLISATION DU COMPORTEMENT PLASTIQUE 4
- I-2-1 Surface de charge 4
- I-2-2 Lois d'écrouissage 5
  - I-2-2-1 Écrouissage isotrope 6
  - I-2-2-2 Écrouissage cinématique 6
  - I-2-2-3 Écrouissage mixte 7
- I-2-3 Théorie de l'écoulement 7
- I-2-4 Théorie de la déformation 10
- I-2-5 Critères de plasticité orthotropes 11
  - I-2-5-1 Critère quadratique de Hill (1948) 11
  - I-2-5-2 Critère non quadratique de Hill (1979) 12
  - I-2-5-3 Critère non quadratique de Hill (1990) 13
  - I-2-5-4 Critère de Budiansky (1984) 13
  - I-2-5-5 Critère de Ferron et Coll (1994) 14
  - I-2-5-6 Critères ajustés sur des calculs d'homogénéisation 15

I-3 ESSAI DE GONFLEMENT HYDRAULIQUE 15
- I-3-1 Principe de l'essai 15
- I-3-2 Schéma simplifié 17
- I-3-3 Analyse de Hill 18
- I-3-4 Analyse par la méthode des différences finies 19
- I-3-5 Analyses par la méthode des éléments finis 21

I-4 ESSAI DE POINÇONNEMENT HÉMISPHÉRIQUE 24
- I-4-1 Principe de l'essai 24
- I-4-2 Équations générales 24
- I-4-3 Analyse par la méthode des différences finies 26
- I-4-4 Analyse par la méthode des éléments finis 27

I-5 ESSAI D'EMBOUTISSAGE D'UN GODET 31
- I-5-1 Principe de l'essai 31
- I-5-2 Schéma simplifié 32

I-5-3 Analyses par la méthode de différences finies 33
I-5-4 Analyses par la méthode des éléments finis 34
I-5-4-1 Matériau rigide plastique 34
I-5-4-2 Matériau élastoplastique 35
I-5-5 Cornes d'emboutissage 36
I-5-5-1 Théorie de Bourne et Hill (1950) 36
I-5-5-2 Théorie de Barlat et Richmond (1991) 39

I-6 CONCLUSION 42

Chapitre -II- MODÉLISATION INCRÉMENTALE DE PROCÉDÉS DE MISE EN FORME 43

II-1 INTRODUCTION 44

II-2 MODÈLE DE PLASTICITÉ 44
II-2-1 Représentation de la surface de charge 45
II-2-2 Loi d'écoulement associée 47
II-2-3 Quantités liées à la cinématique de la déformation 47
II-2-4 Relations de consistance 49
II-2-5 Fonction g(θ) pour l'isotropie transverse 50
II-2-6 Fonction g(θ,α) pour l'anisotropie transverse 51

II-3 SIMULATION DU GONFLEMENT HYDRAULIQUE 52
II-3-1 Introduction 52
II-3-2 Hypothèses et formulation analytique 52
II-3-2-1 Principe de la méthode des différences finies 53
II-3-2-2 Équations d'équilibre 53
II-3-2-3 Equations de comportement 55
II-3-2-4 Equations cinématiques 57
II-3-3 Processus de la simulation 58
II-3-3-1 Description de la géométrie 58
II-3-3-2 Calcul incrémental 60

II-4 SIMULATION DE L'EMBOUTISSAGE DE GODET 61
II-4-1 Introduction 61
II-4-2 Hypothèses et formulation analytique 62
II-4-2-1 Équations d'équilibre 63
II-4-2-2 Équations de comportement 65
II-4-2-3 Équations cinématiques 67
II-4-3 Processus de la simulation 67
II-4-3-1 Description de la géométrie 67
II-4-3-2 Calcul incrémental 68

II-5 MATÉRIAU ANISOTROPE TRANSVERSE - CORNES D'EMBOUTISSAGE - 71

II-5-1 Introduction 71
II-5-2 Hypothèses et formulation analytique 71
II-5-2-1 Principe du calcul 71
II-5-2-2 Formulation analytique 72
II-5-2-3 Calcul simplifié 74
II-5-2-4 Comparaison avec l'approche de Barlat et Richmond(1991) 75

II-6 VALIDATION ET TEMPS DE CALCUL 77

Chapitre -III- IMPLANTATION DU MODÈLE DANS ABAQUS -MODÉLISATION PAR ÉLÉMENTS FINIS DES PROCÉDÉS DE MISE EN FORME 79

III-1 INTRODUCTION 80

III-2 UMAT -MÉTHODE D'IMPLÉMENTATION 80
III-2-1 Cadre général 80
III-2-2 Rappel des relations de base de l'élasto-plasticité 81
III-2-3 Détermination des incréments de déformation plastique 84
III-2-3-1 Description de la méthode 84
III-2-3-2 Principe de la méthode 85
a-Intégration du modèle de Von Mises 1D (matériau et écrouissage isotrope) 86
b-Application au modèleéquation (II-19) 87
III-2-4 Calcul du module tangent élasto-plastique 91
III-2-5 Application au modèle utilisé 96
III-2-6 Algorithme général 99

III-3 SIMULATION NUMÉRIQUE 100
III-3-1 Essais simulés et hypothèses retenues (modélisation du contact et du frottement) 100
III-3-2 Gonflement hydraulique 104
III-3-2-1 Géométrie du processus 104
III-3-2-2 Chargement 104
III-3-3 Poinçonnement hémisphérique 105
III-3-3-1 Géométrie du processus 105
III-3-3-2 Chargement 105
III-3-4 Emboutissage de godet 106
III-3-4-1 Géométrie du processus 106
III-3-4-2 Chargement 106

III-4 VALIDATION ET TEMPS DE CALCUL 107

Chapitre -IV- SIMULATIONS ET RÉSULTATS 109

IV-1 INTRODUCTION 110
IV-2 GONFLEMENT HYDRAULIQUE 110
IV-2-1 Généralités 110
IV-2-2 Influence de la forme de la surface de plasticité
IV-2-2-1 Influence du rapport σ_b/σ_u 111
IV-2-2-2 Influence du rapport σ_{ps}/σ_b 114
IV-2-3 Comparaison avec des résultats expérimentaux 117

IV-3 POINÇONNEMENT HÉMISPHÉRIQUE 121
IV-3-1 Influence de la forme de la surface de charge 121
IV-3-2 Influence du frottement 123
IV-3-3 Paramètres rhéologiques et tribologiques caractérisant l'emboutissabilité 124
IV-3-4 Comparaison avec des résultats expérimentaux 126

IV-4 EMBOUTISSAGE D'UN GODET 129
IV-4-1 Cas d'un matériau à isotropie transverse 129
IV-4-1-1 Influence de la forme de la surface de plasticité 129
IV-4-1-2 Comparaison avec des résultats expérimentaux 138
IV-4-2 Cas d'un matériau à anisotropie transverse 140
IV-4-2-1 Validation des logiciels -Influence de la forme de la surface de plasticité 140
IV-4-2-2 Comparaison avec des résultats expérimentaux 142

IV-5 CONCLUSION 144

CONCLUSION GÉNÉRALE 148
RÉFÉRENCES BIBLIOGRAPHIQUES 150
TABLE DES MATIÈRES 156

RÉSUMÉ

Les simulations numériques de mise en forme des tôles minces prennent de plus en plus d'importance dans la phase de conception et de transformation en produits finis. Ces simulations sont souvent pénalisées par une description trop sommaire du comportement plastique, et en particulier de l'anisotropie des tôles laminées.

Le but du présent travail consiste à analyser l'influence des paramètres décrivant le comportement plastique du matériau sur le mode de déformation des tôles embouties. A cette fin, nous avons implanté un modèle de plasticité orthotrope rendant mieux compte des surfaces de charge expérimentales dans des calculs d'emboutissage. Ces calculs ont été effectués à l'aide de méthodes semi-analytiques de différences finies et aussi par éléments finis utilisant le code de calcul numérique ABAQUS/STANDARD.

L'objectif général est d'obtenir une meilleure prévision des efforts et de la répartition des déformations lors des procédés de formage tels que l'emboutissage profond. Les essais de gonflement hydraulique et de poinçonnement hémisphérique, qui sont les plus utilisés pour caractériser le comportement des tôles dans le domaine de l'expansion, sont également simulés dans cette étude.

Enfin les résultats numériques sont comparés à des résultats expérimentaux de la bibliographie. Ceci nous permet de préciser l'importance de la forme de la surface de charge sur l'évolution de la pression de formage dans le cas du gonflement hydraulique, la distribution de déformations radiales dans le cas du poinçonnement hémisphérique et enfin les cornes d'emboutissages dans le cas de l'essai de coupelle.

Mots clés:

Plasticité Surface de charge Contraintes planes Isotropie transverse Anisotropie transverse Module tangent Emboutissage Cornes d'emboutissage Gonflement hydraulique Poinçonnement.