



HAL
open science

Contribution à la simulation analytique et physique du forgeage précis : application à l'élaboration de pignons

Mahmoud Sahi

► **To cite this version:**

Mahmoud Sahi. Contribution à la simulation analytique et physique du forgeage précis : application à l'élaboration de pignons. Sciences de l'ingénieur [physics]. Université Paul Verlaine - Metz, 1995. Français. NNT : 1995METZ029S . tel-01777083

HAL Id: tel-01777083

<https://hal.univ-lorraine.fr/tel-01777083>

Submitted on 24 Apr 2018

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



AVERTISSEMENT

Ce document est le fruit d'un long travail approuvé par le jury de soutenance et mis à disposition de l'ensemble de la communauté universitaire élargie.

Il est soumis à la propriété intellectuelle de l'auteur. Ceci implique une obligation de citation et de référencement lors de l'utilisation de ce document.

D'autre part, toute contrefaçon, plagiat, reproduction illicite encourt une poursuite pénale.

Contact : ddoc-theses-contact@univ-lorraine.fr

LIENS

Code de la Propriété Intellectuelle. articles L 122. 4

Code de la Propriété Intellectuelle. articles L 335.2- L 335.10

http://www.cfcopies.com/V2/leg/leg_droi.php

<http://www.culture.gouv.fr/culture/infos-pratiques/droits/protection.htm>

S/MZ

95/29



THESE

PRÉSENTÉE POUR L'OBTENTION DE GRADE DE

DOCTEUR DE L'UNIVERSITÉ DE METZ EN SCIENCES

(arrêté ministériel du 30 mars 1992)

MENTION : SCIENCES DE L'INGÉNIEUR

INTITULÉ : MÉCANIQUE

par

Mahmoud SAHI

CONTRIBUTION A LA SIMULATION ANALYTIQUE ET PHYSIQUE DU FORGEAGE PRÉCIS : APPLICATION À L'ÉLABORATION DE PIGNONS

SOUTENUE LE 20 DÉCEMBRE 1995 DEVANT LE JURY COMPOSÉ DE :

- MM. ARON R.
- BULABOIS J.
- COURANT R.
- FELDER E. Rapporteur
- GILORMINI P. Président
- HERBACH R.
- MOLINARI A.

BIBLIOTHEQUE UNIVERSITAIRE DE METZ



022 420534 0

ppporteur

106 788



THESE

PRÉSENTÉE POUR L'OBTENTION DE GRADE DE

DOCTEUR DE L'UNIVERSITÉ DE METZ EN SCIENCES

(arrêté ministériel du 30 mars 1992)

MENTION : SCIENCES DE L'INGÉNIEUR

INTITULÉ : MÉCANIQUE

par

Mahmoud SAHI

BIBLIOTHEQUE UNIVERSITAIRE - METZ	
N° inv.	19950555
Cote	S/M3 95/29
Loc	Magasin

**CONTRIBUTION A LA SIMULATION ANALYTIQUE ET PHYSIQUE DU
FORGEAGE PRÉCIS : APPLICATION À L'ÉLABORATION DE PIGNONS**

SOUTENUE LE 20 DÉCEMBRE 1995 DEVANT LE JURY COMPOSÉ DE :

MM. ARON R.	
BULABOIS J.	
COURANT R.	
FELDER E.	Rapporteur
GILORMINI P.	Président
HERBACH R.	
MOLINARI A.	
LOUDIN J.	Rapporteur
RAHOUADJ R.	
REZEL D.	
SAANOUNI K.	

résumé

Le travail décrit dans le présent mémoire constitue une contribution à la simulation analytique et physique du forgeage précis (encore appelé forgeage de précision), appliqué à la mise en forme de pignons à denture droite ou hélicoïdale. L'approche physique dont il est question a été menée sur maquettes, en utilisant la pâte à modeler comme matériau modèle, et en simulant différents procédés de mise en forme. Le dépouillement expérimental des marquages en grandes déformations a été effectué à l'aide d'une méthode originale adaptée de la méthode de déformation minimale dans des cas où l'on ignore le chemin de déformation suivi. Cette partie nous a montré que le forgeage transverse à mi-chaud est probablement le procédé le mieux adapté à l'élaboration de pignons avec quelques avantages de simplicité par rapport au procédé par écrasement. Nous avons constaté en outre que le comportement élastique du matériau modèle utilisé ne permettait pas de simuler quantitativement la phase finale de remplissage de la gravure dentée. L'approche analytique a consisté à développer des modélisations bidimensionnelles qui puissent décrire correctement la fin du remplissage dans les cas du forgeage transverse et du forgeage par écrasement. Un concept de bande d'accommodation optimale a été introduit pour éviter les discontinuités entre régions déformées lorsque le matériau utilisé a un comportement viscoplastique. Cette étape ayant été validée, une modélisation semi-analytique tridimensionnelle traitant le cas du forgeage transverse de pignons à denture droite ou hélicoïdale a été proposée. Les prévisions obtenues avec ce dernier modèle sont en bon accord avec les résultats d'essais en vraie grandeur dont nous disposons. Le modèle permet aussi de prévoir l'effort nécessaire à l'extraction du pignon forgé, ce qui met en évidence le rôle important joué par les conditions de contact en fin d'opération. Le modèle tridimensionnel permet d'introduire des lois de frottement du type Tresca ou von mises, et accepte des lois de comportement viscoplastique écrouissable anisotherme pour le matériau (domaines du forgeage à mi-chaud et à froid).

Mots-clés

modélisation analytique, simulation physique, forgeage précis des pignons, fin de remplissage, éjection, dépouillement des marquages.

Abstract

The work described in the present manuscript constitutes a contribution to the physical and analytical simulation of the precision forging applied to the elaboration of straight and helical spur gear. The physical approach has been led on prototypes, by using plasticine as model material, and by simulating different processes of metalworking. The experimental of the processing of grids undergoing large strains has been undertaken with the help an adapted original method of the minimal strain method in cases where the path of deformation is unknown. This part has shown that the transverse forging is probably a better adapted process to the elaboration of gears than the upsetting. We have observed that the elastic behaviour of the plasticine renders it inappropriate to simulate quantitatively the final filling phase of the engraving in cases of flashless forging. The analytic approach has consisted to develop bidimensionnal modelisations that could describe correctly the end of the filling in cases of transverse forging and upsetting. A concept of optimal adaptation band has been introduced to avoid discontinuities between deformed regions when a viscoplastic material is involved. After validating theses models, semi-analytic tridimensionnal modelisation processing the case of the transverse forging of straight and helical spur gear has been proposed. The estimations obtained with this last models are in rather good agreement with the experiment. A model allowing to anticipate the necessary load to extract the forged gear is proposed. The latter evidenced the important role played by conditions of contact. The tridimensionnal model allows to introduce different friction laws as Tresca and von Mises ones, and accepts viscoplastic strain-hardening anisotherm constitutive relationship for the material.

Key-words

analytical modeling, physical simulation, precision forging of spur-gear, end of filling, ejection, grids processing.

" SAVOIR QUE L'ON SAIT CE QUE L'ON SAIT, ET SAVOIR QUE L'ON NE SAIT PAS CE
QUE L'ON NE SAIT PAS : VOILA LA VÉRITABLE SCIENCE."
[CONFUCIUS, Doctrine ; *Le Lun-Yu*]

*A mes parents
et
à mes frères et sœurs je dédie ce mémoire.*

AVANT PROPOS

Ce travail de thèse est le fruit d'une collaboration entre le Laboratoire de Thermomécanique et Matériaux (*LTM*) de l'Institut Polytechnique de Sévenans (*IPSé*), représenté par MM. Herbach et Rahouadj, l'Université de Metz, représentée par M. Molinari, et la société GIE PSA PEUGEOT-CITROËN, représentée par MM. Courant, Pourprix et Rezel.

M. Vergé, et par la suite M. Aron, ont été chargés de suivre l'évolution de cette étude au sein de l'Agence de l'Environnement et de la Maîtrise de l'Énergie (*ADEME*) partie prenante avec le GIE PSA PEUGEOT-CITROËN dans le financement de ce travail de recherche.

Je remercie chaleureusement Messieurs E. Felder et J. Oudin qui ont accepté d'être les rapporteurs de ce travail ainsi P. Gilormini qui m'a fait l'honneur de présider le jury de thèse.

Je remercie mon directeur de thèse M. le professeur A. Molinari pour ses encouragements et les conseils qu'il m'a prodigué tout au long de ce travail de thèse.

Ma profonde reconnaissance va à mes co-encadreurs MM. R. Herbach et R. Rahouadj pour leur soutien et pour la confiance dont ils ont fait preuve à mon égard.

Je remercie également MM. R. Courant et D. Rezel pour leur collaboration, sans elle le travail réalisé n'aurait pas atteint le stade auquel il est arrivé, ainsi que Messieurs Vergé et Aron pour l'intérêt et le suivi qu'ils ont apporté à mon travail de recherche.

Je remercie M. D. Choulier pour toutes ses suggestions et tous ses conseils durant ce travail de recherche.

Je remercie M. M. Wouliyou qui m'a aidé lors de la rédaction de la thèse.

Mes remerciements sont par ailleurs adressés à tous les membres du laboratoire *LTM* qui ont facilité mon travail en rendant agréable mon séjour parmi eux.

LISTE DES TABLEAUX ET FIGURES

Tableau 2.1- Récapitulatif des lois de comportement de pâtes modifiées	37
Tableau 10.1- Tableau récapitulatif des résultats	153
Fig. 1.1- Exemple de pièces obtenues par forgeage précis	23
Fig. 1.2- Vue de la maquette de forgeage des pignons en place sous la machine d'essai	23
Fig. 2.1- Exemple de simulation effectuée sur pâte à modeler	28
Fig. 2.2- Compression des lopins de pâte EMICOP6	38
Fig. 2.3- Comportement viscoplastique de la pâte EMICOP6	38
Fig. 2.4- Poinçonnement en conteneur lisse: conditions expérimentales	40
Fig. 2.5- Comparaison des résultats de simulation sur pâte et de ceux fournis par FORGE2 dans le cas du poinçonnement en conteneur lisse	40
Fig. 2.6- Comparaison des résultats de simulation sur pâte et de la compression d'acier 48C1 à 800°C	40
Fig. 3.1- Essai de filage-avant des pignons à denture droite sur pâte	45
Fig. 3.2- Essai de filage-avant des pignons à denture hélicoïdale sur pâte	46
Fig. 3.3- Dispositif de forgeage par écrasement des pignons	47
Fig. 3.4- Schéma de principe du dispositif de forgeage par écrasement des pignons à denture droite avec plateau simple	48
Fig. 3.5- Comparaison des courbes d'effort d'écrasement et de poinçonnement obtenues par simulation physique sur pâte	48
Fig. 3.6- Poinçonnement de type A sur lopin cylindrique	49
Fig. 3.7- Poinçonnement de type B sur lopin cylindrique	49
Fig. 3.8- Conditions expérimentales pour le poinçonnement mixte, de type B puis A	51
Fig. 3.9- Résultats de simulation FORGE2 obtenus pour le cas du poinçonnement mixte	51
Fig. 4.1- Schéma du dispositif d'élaboration de pignons par forgeage transverse	56
Fig. 4.2- Coupe transversale du lopin présentant la subdivision adoptée	56

Fig. 4.3- Vue de dessus partielle d'un secteur du lopin et de la matrice correspondant à une dent, avec la subdivision adoptée	57
Fig. 4.4- Résultats analytiques et expérimentaux pour la prévision des efforts de forgeage d'un pignon à denture hélicoïdale	64
Fig. 4.5- Coupe radiale du lopin	67
Fig. 4.6- Simulation pâte à modeler. Coupe axiale du lopin forgé (maillage en cercle)	68
Fig. 4.7- Simulation pâte à modeler. Coupe axiale du lopin forgé (maillage cartésien)	69
Fig. 5.1- Écrasement d'un lopin en conteneur lisse	74
Fig. 5.2- Subdivision du volume déformé du lopin	77
Fig. 5.3- Configuration initiale du lopin	83
Fig. 5.4- Configuration du lopin après écrasement	83
Fig. 5.5- Présentations des résultats expérimentaux et de ceux de la modélisation fondée sur l'hypothèse de Chamouard.	85
Fig. 5.6- Présentation des résultats expérimentaux, de FORGE2 et de ceux issus de la seconde modélisation	85
Fig. 5.7- Effort de forgeage donné en fonction de la course du poinçon	86
Fig. 5.8- Pression moyenne sur le plateau d'écrasement en fin d'opération de forgeage	86
Fig. 6.1- Subdivision du volume déformé avant contact lopin/matrice	89
Fig. 6.2- Subdivision du volume déformé avec contact lopin/matrice	94
Fig. 6.3- Configuration du lopin avant forgeage	97
Fig. 6.4- Présentation des résultats issus de la modélisation analytique confrontés aux valeurs mesurées en fin de remplissage. Température de forgeage 800°C	98
Fig. 6.5- Présentation des résultats issus de la modélisation analytique, confrontés aux valeurs mesurées. Température initiale de forgeage 850°C	98
Fig. 6.6- Pression moyenne sous le poinçon en fin de remplissage. Température de forgeage 800°C	99
Fig. 6.7- Évolution de l'effort de forgeage au cours de l'opération selon la modélisation analytique. Température de forgeage 800°C	99
Fig. 7.1- Schéma du dispositif de forgeage transverse	102
Fig. 7.2- Subdivision du domaine déformé lors de la première	

phase de remplissage	105
Fig. 7.3- Remplissage de la gravure au voisinage d'une dent	105
Fig. 7.4- Subdivision du volume déformé en phase finale de remplissage	109
Fig. 7.5- géométrie initiale du lopin	115
Fig. 7.6- Évolution de l'effort de forgeage du pignon baladeur	116
Fig. 7.7- Présentation des efforts de forgeage, selon le modèle analytique, et résultats expérimentaux, en fin de remplissage	116
Fig. 7.8- Cartographie du champ des déformations au sein d'une dent	117
Fig. 7.9- Cartographie du champ des températures au sein d'une dent	117
Fig. 8.1- Schéma de principe du dispositif de forgeage par écrasement des pignons à denture droite	120
Fig. 8.2- Découpage du volume du lopin en zones de déformation intervenant lors de la première phase de remplissage	121
Fig. 8.3- Vue de dessus en coupe équatoriale du découpage proposé	122
Fig. 8.4- Subdivision du volume déformé relative à la seconde phase de remplissage	126
Fig. 8.5- Évolution de l'effort au cours de l'opération de forgeage	131
Fig. 8.6- Estimation analytique de l'effort en fin de remplissage	131
Fig. 9.1- Dispositif de forgeage de lopin en conteneur lisse	134
Fig. 9.2- Élément de matière considéré avec contraintes sur les facettes	135
Fig. 9.3- Déplacements du contact lopin/matrice	141
Fig. 9.4- Élément de matière avec contraintes sur les facettes	143
Fig. 9.5- Évolution de l'effort d'éjection en fonction du coefficient de frottement résiduel	146
Fig. 10.1- transformation de la configuration initiale à l'actuelle	150
Fig. 10.2- Décomposition de l'application linéaire tangente	152
Fig. 10.3- Cisaillement simple	153
Fig. 10.4- Élongation suivie d'un cisaillement simple	153
Fig. 10.5- Marquage déformé après essai de forgeage de la crémaillère	155
Fig. 10.6- Cartographie de la déformation cumulée au sein d'une dent de la crémaillère, dépouillement effectué selon la nouvelle méthode	155
Fig. A1.1- Configuration initiale et actuelle	163

TABLE DES MATIERES

1 INTRODUCTION	14
1.1 Pratique générale du forgeage	15
1.2 Forgeage précis	16
1.3 Forgeage précis des pignons	18
1.4 Présentation de l'étude	19
1.5 Description du mémoire	21
Bibliographie du chapitre 1	24
2 APPROCHE EXPÉRIMENTALE	26
2.1. Introduction	27
2.1.1 Bref historique	27
2.1.2 Intérêt de la simulation physique	28
2.2 Étude rhéologique de la pâte	29
2.2.1 Caractéristiques générales des pâtes	29
2.2.2 Théorie de la simulation	31
2.2.2.1 Principe	31
2.2.2.2 La similitude	31
2.2.3 Comportement des aciers à mi-chaud	33
2.2.4 Recherche d'une pâte ayant une rhéologie similaire à celle de l'acier A dans le domaine de température correspondant au mi-chaud	34
2.2.4.1 Élaboration des éprouvettes pour le test de compression	34
2.2.4.2 Essai de compression	34
2.2.4.3 Recherche d'une pâte ayant un comportement similaire à celui de l'acier A	36
2.2.5 Validation de la simulation plasticine sur certaines configurations	39
2.2.5.1 Poinçonnement en conteneur lisse, confrontation avec FORGE 2	39
2.2.5.2 Écrasement d'un lopin entre deux tas striés, confrontation avec un essai sur matériau réel	39
2.2.6 Limites de la simulation physique sur pâte	41
2.3 Influence de la viscoplasticité sur l'interprétation du test de l'anneau	41
Bibliographie du chapitre 2	42

3. ÉTUDE DE FAISABILITÉ DE DIVERS PROCÉDES DE FORGEAGE DES PIGNONS A DENTURE DROITE OU HÉLICOÏDALE	44
3.1 Élaboration des pignons par filage-avant	45
3.2 Forgeage par écrasement simple	46
3.3 Forgeage par poinçonnement	49
3.3.a Poinçonnement de type A	50
3.3.b Poinçonnement de type B (forgeage transverse)	50
3.4 Ecrasement-Poinçonnement de type B	52
3.5 Poinçonnement de type A et Poinçonnement de type B	52
3.6 Conclusion partielle	52
4 PREMIERE MODÉLISATION ANALYTIQUE DU FORGEAGE TRANSVERSE DES PIGNONS	53
4.1 Introduction et hypothèses	54
4.2 Subdivision du volume déformé	55
4.3 Analyse des champs, dissipation plastique et dissipation de frottement	57
4.4 Confrontation entre l'approche expérimentale et l'approche analytique et discussion	63
4.5 Conclusion partielle	66
Bibliographie du chapitre 4	70
5 MODÉLISATION ANALYTIQUE DE LA FIN DE REMPLISSAGE, CAS DU FORGEAGE PAR ÉCRASEMENT D'UN LOPIN CYLINDRIQUE EN CONTENEUR LISSE	71
5.1. Introduction	72
5.2. Forgeage d'un lopin cylindrique par écrasement en conteneur lisse	73
5.2.1 Modélisation inspirée des travaux de Chamouard	73
5.2.2 Nouvelle modélisation analytique	77
5.3 Application à un cas réel de forgeage	82
Bibliographie du chapitre 5	87
6 MODÉLISATION ANALYTIQUE DE LA FIN DE REMPLISSAGE, CAS DU FORGEAGE TRANSVERSE D'UN LOPIN CYLINDRIQUE EN CONTENEUR LISSE	88
6.1 Introduction	89

6.2 Écoulement précédant le contact latéral lopin/matrice	89
6.3 Écoulement avec contact latéral lopin/matrice	93
6.4 Application à un cas réel de forgeage	97
7 NOUVELLE MODÉLISATION ANALYTIQUE DU FORGEAGE TRANSVERSE DE PIGNONS À DENTURE DROITE OU HÉLICOIDALE	101
7.1 Introduction	102
7.2 Modélisation de la première phase d'écoulement	104
7.3 Modélisation de la phase finale de remplissage	109
7.4 Application au cas de forgeage du pignon baladeur à denture roite	115
Bibliographie du chapitre 7	118
8 MODÉLISATION ANALYTIQUE DU FORGEAGE DE PIGNONS À DENTURE DROITE OU HÉLICOIDALE PAR ÉCRASEMENT	119
8.1 Introduction	120
8.2 Modélisation de la première phase du remplissage	121
8.3 Modélisation de la phase finale de remplissage	125
8.4 Application au cas de forgeage par écrasement du pignon baladeur à denture droite	130
9 ÉTUDE DU PROBLEME DE L'ÉJECTION DU PIGNON APRES FORGEAGE	132
9.1 Introduction	133
9.2 Configuration étudiée	133
9.3 Détermination du champ de contrainte dans les régions 1 et 2	134
9.4 Étude du chargement de la matrice	137
9.5 Étude du freinage du lopin	140
9.6 Estimation de l'effort d'éjection du lopin cylindrique forgé	144
9.7 Estimation de l'effort d'éjection d'un pignon	145
9.8 Commentaires	146
Bibliographie du chapitre 9	147

10 MESURE DES GRANDES DÉFORMATIONS PLASTIQUES	148
10.1 Introduction	149
10.2 Rappel théorique concernant la méthode de la déformation minimale	150
10.3 Adaptation de la méthode de la déformation minimale au cas des écoulements rotationnels	151
10.4 Première application	152
10.5 Application au forgeage d'une crémaillère	154
Bibliographie du chapitre 10	156
11 SYNTHÈSE ET PERSPECTIVES	157
Annexe 1: RAPPEL SUR LA MODÉLISATION PHÉNOMÉNOLOGIQUE DE LA PLASTICITÉ EN GRANDE DÉFORMATION	162
A1.1 Aspects généraux de l'analyse en grandes déformations	163
A1.2 Loi de comportement	166
A1.3. Théorème de la borne supérieure et Principe variationnel, cas d'un matériau viscoplastique	168
Bibliographie de l'annexe 1	170
Annexe 2 : INFLUENCE DE LA VISCOPLASTICITE SUR LE TEST DE L'ANNEAU	171

PRINCIPALES NOTATIONS

A, B, K	constantes du matériau
C	consistance du matériau
c_p	chaleur massique du matériau
$\bar{d}, \bar{\epsilon}$	vitesse de déformation généralisée
\mathbf{d}, \mathbf{D}	tenseur des taux de déformations
$d_{rr}, d_{\theta\theta}, d_{zz}, d_{r\theta}$	composantes du tenseur des taux de déformations
$f(z)$	fonction analytique de z
g	coefficient de sensibilité à la vitesse de glissement
h	hauteur du lopin
h_b	hauteur du coin bas restant à remplir
m	coefficient de sensibilité à la vitesse de déformation
\bar{m}	coefficient de frottement de Tresca
n	coefficient d'écrouissage.
P, q	paramètres du champ des vitesses
P_t	puissance totale dissipée
P_d	puissance dissipée par déformation
P_f	puissance dissipée par frottement
P_c	puissance dissipée par cisson
$Q(r)$	fonction analytique de r
$r_t(z)$	rayon du front de remplissage de la denture,
$S(r)$	arc correspondant au demi profil de la denture
s_{ij}	composantes du tenseur déviateur des contraintes
T	température
T_o	température du lopin avant forgeage
$T(r)$	fonction définissant la limite de la zone morte
U	champ de vitesse
U_r, U_z, U_θ	composantes du champ des vitesses
ΔU_t	vitesse relative tangentielle sur une ligne de discontinuité
U_n	vitesse normale à une ligne de discontinuité
V	vitesse d'écrasement
$ \Delta V $	vitesse de glissement du lopin
α	coefficient de frottement de Norton-Hoff
β	angle de l'hélice de la denture
β_m	angle moyen de l'hélice de la denture

∇	opérateur gradient tensoriel eulérien
$\Delta \bar{\varepsilon}$	déformations cumulées aux franchissements de lignes de discontinuité de vitesses
$\dot{\varepsilon}_{ij}$	composantes du tenseur des taux de déformations
$\bar{\varepsilon}$	déformation cumulée
ρ	masse volumique du matériau
σ_{iso}	contrainte d'écoulement isostatique
$\bar{\sigma}$	contrainte équivalente
τ	contrainte de cisson

Chapitre 1

INTRODUCTION

1.1 Pratique générale du forgeage

Le forgeage, procédé ancestral d'élaboration de produits métalliques reste de nos jours une technique dont les résultats sont très appréciés. En effet, comparés à ceux issus des autres procédés de mise en forme il confère généralement une meilleure résistance à l'usure et une tenue aux chocs améliorée. Le forgeage doit ces vertus à la continuité et à l'orientation du fibrage. On notera également que lors du forgeage à chaud (aux environs de 1200 °C pour les aciers), qui constitue la pratique courante, la ductilité élevée du matériau permet d'atteindre de grandes déformations moyennant des efforts relativement faibles.

Pour ces raisons, le forgeage a pu longtemps satisfaire aux exigences de la technologie moderne en permettant la production de nouveaux composants avec un poids réduit, une résistance spécifique améliorée et un coût minimal. C'est ainsi que l'on a pu élaborer de nouveaux produits ayant des qualités mécaniques élevées à partir de matériaux de qualité ordinaire.

Le forgeage traditionnel présente également des défauts qui n'ont pas manqué d'apparaître. Parmi ceux-ci on signalera le fait qu'il s'agit d'un procédé très consommateur de matières. C'est ainsi que le coût de la matière intervient à hauteur de 50% du coût du composant forgé [1] ; on constate également que dans une forge, 30% du stock de matière est perdu principalement en bavures [2] . On notera par ailleurs que l'état de surface des pièces obtenues par forgeage à chaud est de médiocre qualité et que la précision dimensionnelle est mauvaise, ce qui nécessite des usinages ultérieurs coûteux. Il faut aussi signaler les surcoûts non négligeables liés à la décarburation et à la tenue limitée des outils, en raison des chocs thermiques sévères qu'ils subissent.

Par ailleurs, d'autres procédés tels que le moulage ou la métallurgie des poudres, se sont avérés très compétitifs et même dans certains cas plus avantageux que le forgeage, dont les défauts ont fini par être jugés rédhibitoires ; conséquemment, le forgeage a vu ses applications se raréfier et il n'est pas rare que des composants qui étaient auparavant fabriqués exclusivement par forgeage soient aujourd'hui élaborés par frittage ou par moulage ; c'est le cas des bielles par exemple. Face à ces nouveaux défis, le forgeage était contraint d'évoluer faute de quoi il risquait de disparaître.

1.2 Forgeage précis

Durant les vingt dernières années, on a vu apparaître des programmes de recherche et développement ayant pour but d'augmenter la productivité du forgeage et d'améliorer sa compétitivité. Ces recherches ont donné naissance à ce qu'on appelle aujourd'hui le forgeage précis ; il convient d'ailleurs de distinguer le forgeage à froid (poursuite du développement des techniques de forgeage à froid mises au point au début des années 1950), et le forgeage à mi-chaud (appelé également forgeage tiède). C'est ainsi que de nouvelles gammes de températures de forgeage ont été explorées, en l'occurrence, entre 200 °C et 800°C pour le forgeage à mi-chaud et entre 200°C et la température ambiante pour le forgeage à froid des aciers. Plusieurs travaux de caractérisation des lois constitutives des matériaux à ces niveaux de température ont été effectués ou sont en cours. Ainsi un composant obtenu par forgeage précis peut être forgé à froid ou à mi-chaud, voire par une combinaison des deux. De nouvelles techniques, comme le forgeage en matrices fermées, ont été introduites, permettant des économies de matière importantes. De plus, après forgeage, les temps d'usinage ont été significativement réduits, ce qui entraîne d'importantes économies d'énergie. Le formage des produits métalliques massifs par déformation plastique est ainsi passé du stade de mode d'élaboration grossier, inesthétique et de mauvaise qualité dimensionnelle et surfacique à celui de procédé performant, précis et de qualité. Actuellement il est devenu nécessaire, lors de la mise au point d'une gamme de forgeage précis, de tenir compte, de façon exhaustive, des différents mécanismes physiques mis en jeu. C'est ainsi que des phénomènes tels que l'érouissage ou la viscoplasticité du matériau, les échanges thermiques entre la pièce et l'outillage, les déformations élastiques des matrices, et même l'endommagement, doivent être maîtrisés.

Le forgeage à mi-chaud a, en particulier, connu un grand développement dans le domaine de l'innovation technologique, face à d'autres procédés d'obtention de produits manufacturés tels que le frittage, l'usinage ou le moulage [3]. En effet, le forgeage à mi-chaud a l'avantage de se substituer tantôt au forgeage à froid tantôt au forgeage à chaud. Parmi les avantages qu'il présente par rapport au forgeage à chaud nous citerons: l'obtention d'une meilleure précision dimensionnelle, l'absence d'oxydation, l'amélioration des caractéristiques mécaniques par érouissage, la diminution du poids des lopins, la réduction ou la suppression des usinages ultérieurs et éventuellement des traitements thermiques. Par rapport au

forgeage à froid, le forgeage à mi-chaud a les avantages suivants : réduction des efforts de forgeage, perte peu importante de précision dimensionnelle, possibilité de forger des nuances d'aciers peu déformables à froid, élimination de certains traitements spécifiques au forgeage à froid, réduction du nombre d'opérations, etc. Ainsi, de nombreux composants font appel au forgeage à mi-chaud, par exemple : raidisseurs, joints homocinétiques, pignons, crabots, pistons, cylindres, bagues et pistes de roulements, boîtiers de montre, pièces de transmission automobile, etc. La figure 1.1 montre de tels éléments élaborés par forgeage à mi-chaud.

Les techniques de forgeage précis peuvent être regroupées en deux familles. L'une d'entre elles consiste à forger en matrices fermées (sans la moindre échappatoire pour la matière) ; le confinement de la matière empêche toute formation de bavure. L'autre approche est fondée sur la compréhension et la maîtrise du mécanisme de formation de la bavure au cours du procédé de forgeage afin de la réduire le plus possible.

En plus des considérables économies de matière qu'elle induit, la première technique, en l'occurrence le forgeage sans bavures, permet de réduire de façon significative les efforts de forgeage [4]; il est possible d'obtenir de meilleures tolérances dimensionnelles et des temps d'usinage réduits, avec des niveaux de remplissage inégalés par ailleurs. Cependant, ceci doit s'accompagner d'un strict respect des tolérances concernant la masse du lopin. En effet, une sous-estimation conduit automatiquement à un mauvais remplissage de la gravure, tandis qu'une surestimation peut surcharger l'outillage et, le cas échéant, la presse, ce qui risque d'entraîner des dégâts importants.

La seconde approche consiste à déterminer la forme et la position optimale de la bavure, ou encore à optimiser la forme du lopin, afin d'obtenir un meilleur remplissage de la gravure avec une bavure minimum[5,6]. Par exemple, dans le cas du forgeage de pièces creuses avec une bavure centrale, les pertes de matière peuvent être réduites de 7% à 12% et les efforts de forgeage du tiers de leurs valeurs d'origine [7]. D'une façon générale, toutes les études s'accordent pour préconiser de ne rendre possible la formation de la bavure qu'en phase finale, après remplissage de la partie fonctionnelle. Cette technique est également sensible à l'excès de matière, une des parades utilisée dans ce genre de situation est de prévoir un jeu entre le poinçon et

l'outillage, permettant ainsi la formation d'une bavure fine en cas d'excès de matière [8].

1.3 Forgeage précis des pignons

Les pignons et les engrenages sont les éléments les plus utilisés dans les systèmes de transmission mécanique. Durant leur fonctionnement normal, ils sont sollicités par chocs répétés. Du fait de la complexité géométrique de leur denture, ils sont généralement élaborés par le biais de techniques traditionnelles d'usinage, procédés très consommateurs de matière et d'énergie. Avec le développement récent du forgeage précis, l'élaboration par forgeage des pignons de boîtes de vitesses, ou d'autres systèmes, a suscité un intérêt particulier de la part des constructeurs d'avions, de tracteurs et d'automobiles, et de nombreux brevets [9-11] ont été déposés. Ce choix a été motivé par les qualités intrinsèques de ce procédé de forgeage et par les avantages qu'il présente, par rapport à l'usinage, au frittage ou au moulage ; citons en particulier l'amélioration de la tenue à l'usure et aux chocs, les nouvelles possibilités de conception de denture, l'économie de matière, d'énergie et de temps d'élaboration [12]. Une étude menée par Miller [13] a révélé qu'un pignon forgé dure 2 fois plus longtemps sur les machines d'essai de fatigue. Une autre étude [14] fait état d'une tenue en fatigue 7 fois plus importante que celle d'un pignon usiné. Concernant la résistance aux chocs des pignons forgés, elle a été estimée être 30% supérieure à celle des pignons usinés à partir de bruts de forge. En définitive, tout semble indiquer que la durée de vie d'un pignon forgé est largement supérieure à celle d'un pignon usiné. Ceci s'explique par le fait que les pignons forgés ont une orientation favorable de leur fibrage, ce qui les rend plus résistants. Cette amélioration des caractéristiques mécaniques des pignons doit permettre l'allègement des systèmes de transmission mécanique, ce qui induirait à terme de nouvelles économies importantes de matière et d'énergie.

Cependant, la question de la rentabilité du procédé reste posée ; certaines études ont démontré que le forgeage des pignons n'est pas rentable pour des petits volumes de production en raison du coût élevé des outillages[15], tandis que d'autres font état d'une économie de l'ordre de 30% par rapport à l'usinage classique [16].

On attend actuellement que ce procédé fasse la preuve qu'il peut satisfaire aux exigences dimensionnelles et aux qualités surfaciques relatives

aux dentures de roulement ; ceci nécessite l'acquisition d'un savoir faire technologique important, afin d'aboutir à une utilisation industrielle [17-22].

1.4 Présentation de l'étude

L'objectif de ce travail de recherche consiste à imaginer et à étudier la faisabilité d'une gamme de forgeage à mi-chaud de pignons à denture droite ou hélicoïdale.

La précision que l'on souhaite atteindre devrait être de l'ordre de $5/100^e$ de mm. L'élaboration ne devrait être suivie d'aucune phase de finition de type "rasage", mais plutôt, si cela s'avère indispensable, d'une opération de calibrage à froid ou de roulage ; sinon, le procédé ne serait pas compétitif (sur le plan économique) par rapport aux procédés tels que l'usinage classique ou la métallurgie des poudres (frittage).

Cette étude, réalisée pour le compte du GIE PSA PEUGEOT CITROEN et soutenue par l'ADEME, s'inscrit également dans un vaste programme mis en place à une échelle internationale par les industriels de l'automobile pour favoriser le développement du forgeage précis en général et du forgeage à mi-chaud en particulier.

Pour mener à bien cette étude, nous avons mis en oeuvre trois approches indépendantes afin d'estimer la convergence des résultats et d'accroître la fiabilité des prévisions, ce sont en particulier les approches expérimentale, analytique et numérique.

L'approche expérimentale consiste à simuler les procédés de forgeage à l'aide d'un matériau modèle du type "pâte à modeler" [23]. Les avantages de cette méthode sont nombreux, elle est en particulier très économique par rapport à la réalisation d'essais instrumentés sur matériau réel, et aux simulations numériques 3D, qui ne sont d'ailleurs pas encore suffisamment au point [24]. Grâce aux techniques de traitement d'image, on peut également dépouiller des marquages réalisés en surface et dans la masse des lopins de pâte.

C'est au sein du Laboratoire de Thermomécanique et Matériaux que nous avons conçu et réalisé une maquette modulable permettant d'étudier différentes gammes de forgeage de pignons (Figure 1.2). Grâce à cette

maquette, nous pouvons simuler le forgeage des pignons aussi bien par écrasement que par poinçonnement, ou encore par forgeage transverse, appelé également filage latéral.

En utilisant des techniques de marquage, il est possible de visualiser en surface et à coeur les différents processus d'écoulement de la matière et d'identifier les régions les plus déformées. Les résultats sont ensuite interprétés et confrontés à ceux obtenus par d'autres approches.

L'extrapolation au cas réel peut être effectuée, à condition que les comportements rhéologiques de la pâte et de l'acier soient similaires. Il est donc indispensable d'ajuster au préalable le comportement rhéologique de la pâte en fonction de celui de l'acier dans les conditions réelles de forgeage, tout en respectant, bien sûr, les facteurs d'échelle, la vitesse de forgeage, ainsi que les conditions de lubrification.

La simulation par pâte à modeler peut également aider à surmonter certaines difficultés rencontrées en simulation numérique, notamment lors du traitement de cas tridimensionnels complexes. Cependant, elle peut difficilement rendre compte des comportements élastiques et thermiques au contact pièce/outil.

L'approche analytique consiste à imaginer des champs de vitesses virtuels cinématiquement et plastiquement admissibles en s'inspirant, le cas échéant, des résultats expérimentaux obtenus sur matériau modèle. C'est ainsi que nous sommes parvenus à modéliser analytiquement le procédé de forgeage étudié. La méthode de la borne supérieure [25] permet d'estimer l'effort de forgeage et les champs de contraintes admissibles qui en découlent. Il faut cependant souligner la difficulté qui consiste à déterminer les champs de vitesses virtuels les plus pertinents possibles qui conduiront aux efforts estimés les plus réalistes possibles.

L'approche numérique est fondée sur la méthode des éléments finis. Nous disposons du code de calcul par éléments finis FORGE 2 [26], développé et mis au point par le CEMEF (Centre de Mise en Forme des Matériaux de l'École des Mines de Paris) en collaboration avec des partenaires industriels tels que le GIE PSA PEUGEOT-CITROEN, PECHINEY et AMIS. Le code FORGE 2 auquel nous

avons accès dans le cadre de cette étude, est disponible chez PSA, au Centre Technique de Belchamp (M. Rezel).

Ce code a été validé à plusieurs reprises par le CEMEF pour des cas autres que le forgeage en matrices fermées. Signalons qu'il ne permet pas une résolution complète de notre problème du fait qu'il ne traite que de cas plans ou axisymétriques, alors que le problème à résoudre est tridimensionnel (denture droite ou hélicoïdale).

Une version tridimensionnelle existe, FORGE 3, qui est en cours de validation au CEMEF. Elle devrait rendre possible aussi bien le traitement de cas plans et axisymétriques que de cas tridimensionnels. A l'heure actuelle son développement bute, semble-t-il, sur des problèmes liés à la gestion du contact métal/outil et à la mise au point d'un remailleux automatique performant. Le code de calcul FORGE 2 tel qu'il est conçu nous a cependant été utile dans une certaine mesure, comme nous le montrerons par la suite.

1.5 Description du mémoire.

Après la présente introduction exposant le contexte actuel de l'étude et les choix effectués pour mener à bien cette étude, le travail de cette thèse peut être réparti en quatre étapes.

La première étape est consacrée à la simulation physique. Après une présentation détaillée des techniques expérimentales utilisées et la vérification de leur validité, un choix de matériau modèle adéquat pour la simulation physique du forgeage à mi-chaud, est proposé. En s'appuyant sur l'approche expérimentale nous avons discuté de la faisabilité de différents modes d'élaboration de pignons. Cette partie correspond aux chapitres 2 et 3.

La seconde étape traite le problème important de la fin du remplissage après avoir établi la nécessité de prendre en compte cette phase critique en forgeage précis. A défaut d'autres réponses, des solutions analytiques traitant des cas simples de fin de remplissage en matrices lisses sont proposées. Cette partie fait l'objet d'un développement accru aux chapitres 4, 5 et 6.

La troisième étape est dédiée à la simulation analytique tridimensionnelle du forgeage de pignons soit par écrasement soit par refoulement latéral de la matière. Elle fait l'objet des chapitres 7 et 8.

La quatrième étape est consacrée à des problèmes annexes de la mise en forme en général, mais d'une importance non négligeable, en l'occurrence la question de l'éjection du lopin après forgeage et celle du dépouillement des marquages lors des simulations expérimentales avec matériau modèle. Ces questions sont développées aux chapitres 9 et 10.



Figure 1.1- Exemple de pièces obtenues par forgeage précis

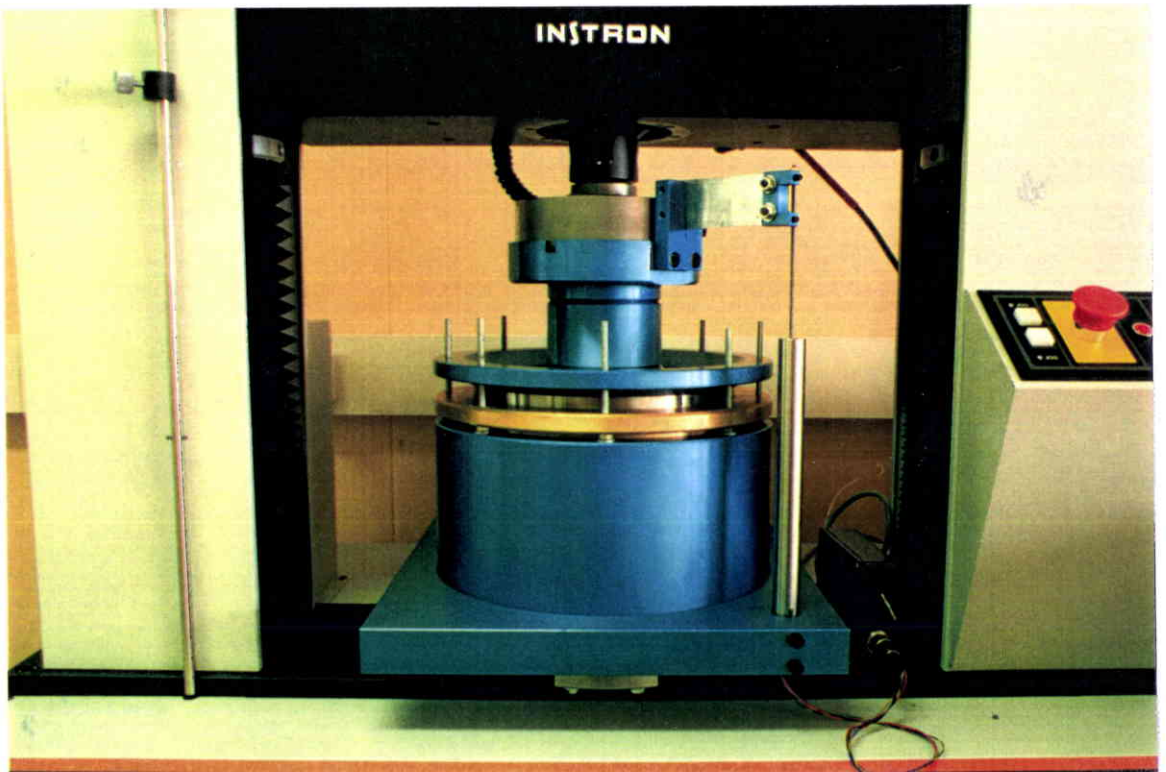


Figure 1.2 - Vue de la maquette de forgeage des pignons en place sous la machine d'essai pilotée

Bibliographie du chapitre 1

- [1] A. C. Hobdell and A. Thomas, approaches to cheaper forgings, *Metal forming*, jan. 1969, pp.17-25.
- [2] T. A. Dean, The feasibility of Flashless Forging, *Metallurgia and metal forming*, Vol. 44, 11, Nov. 1977, pp.488-498.
- [3] J. P. Bernadou, Le forgeage à mi-chaud des aciers, *Revue française de Mécanique* (2) (1982), pp 105-113.
- [4] Y. Van Hoenaker and T. A. Dean, The application of upper bound analysis to real situation - A comparison of flash and flashless forgings, *Int. J. M.T.R.D.*, Vol. 18, pp.81-84.
- [5] T. A. Dean, The mechanics of flash in drop forging-temperature and speed effects, *Proc. I. Mech. E.*, Vol.190, 1975, pp.457
- [6] T. Altan and H. Hemming, Closed die forging of round shapes: flash design and material savings, *Metallurgia and metal forming*, Vol. 39, 1972, pp.83-88
- [7] A. Malusek, Forging with internal flash, *Industrie Anzeiger* (55), 101 July 1980, pp.45-55.
- [8] T. A. Dean, Design, testing and production performance of a die set for flashless forging, *Proc. I. Mech. E.*, Vol. 195, No. 15, 1980, pp.77-84.
- [9] K. Manfred, Procédé et outillage pour refoulement latéral à froid, chaud et mi-chaud de pièces métalliques à dentures de précision, de préférence en acier, *Acte de publication de brevet allemand, DE 37 18 884 A1*, 1988.
- [10] P. Amoureux, C. Castellani, Procédé et outillage de fabrication par frittage-forgeage de pièces mécaniques à denture hélicoïdale, *Acte de publication de brevet français, FR 2 607 040*, 1986.
- [11] J. Perrier, Procédé et outillage pour le forgeage de pignons dentés, *Acte de publication de brevet français, FR2 654 025*, 1989.
- [12] Dale K. Benedict, Forged Straight Bevel Gear, An Overview, *AGMA Paper No.831.264*, 1984.
- [13] R. C. Miller, pneumatic forging - state of the art, *The first international conference of the center for high energy forming*, Estes Park, june 1967.
- [14] F. L. Parkinson, Evaluation of high energy rate forged gears with internal teeth, *Western gear corporation*, Lynwood, California, U.S. Army Contrat DA44-177-AMC-321(T).
- [15] A.R.O. Abdel-Rahman, Hot forging of spur gears, *Ph. D. Thesis, Birmingham Univ*, 1973.

- [16] Steel, Herforging blasts 30% from gear cost, Nov. 29, 1965, pp.62-63.
- [17] A.R.O. Abdel-Rahman and T. A. Dean, The quality of hot forged spur gear forms. Part I : Mechanical and Metallurgical properties. *Int. J. Mach. Tool. Des. Res.*, 1981.
- [18] A.R.O. Abdel-Rahman and T. A. Dean, The quality of hot forged spur gear forms. Part II : Tooth form accuracy. *Int. J. Mach. Tool. Des. Res.*, 1981.
- [19] F. Dohmann, Kaltprebverfahren zum Herstellen innverzahnter Werkstücke, *Umformtechnik*, 1984.
- [20] F. Dohmann et F. Jütte, Filage à froid de pièces à denture droite, Partie I, *TREFILE*, 1986.
- [21] F. Dohmann et F. Jütte, Filage à froid de pièces à denture droite, Partie II, *TREFILE*, 1987.
- [22] V. W. König und W. Koll - Kaltfließpressen schrägverzahnter Evolventen-stirnräder, *VDI-Z (133)*, Nr 12, 1991.
- [23] P. Daignieres, Les méthodes expérimentales, Mise en forme des métaux et alliages, *Edition CNRS*, 1976.
- [24] B. Nayroles, G. Touzot and P. Villon, Generalizing the finite element method: Diffuse approximation and diffuse elements, *Computational Mechanics*, 10, pp.307-318, 1992.
- [25] P. AVENAS -Les méthodes extrémales, Mise en forme des métaux et alliages, *Edition CNRS*, 1976.
- [26] J.P. Cescutti, Finite element calculations of hot forging with continuous remeshing, *Modeling of Metal Forming Process*, Sophia Antipolis, 1988.

Chapitre 2

APPROCHE EXPÉRIMENTALE

2.1. Introduction

La simulation physique nous permet d'expérimenter de nouvelles gammes de forgeage, de rendre compte de leur faisabilité, de leur pertinence, et d'estimer les efforts réels mis en jeu.

2.1.1 Bref historique

Dès 1863 Tresca [1] a été le premier à utiliser des matériaux de simulation (Pb, Sn, Ag, Terre de Creil) pour des études géologiques. Puis il s'est intéressé à la mise en forme des métaux et a étudié en particulier le cas du filage. Dans les années 1930, Siebel [2] et Sachs [3] ont essentiellement utilisé le plomb pour simuler certains procédés de mise en forme, d'ailleurs cette technique est toujours d'actualité en Allemagne. C'est au cours, et peu après la seconde guerre mondiale que l'on peut situer l'avènement de la pâte à modeler comme nouveau matériau standard de simulation physique. Les travaux éclairants de Green [4] sur la pâte, dans le domaine de la recherche métallurgique, sont parmi les plus anciens. A cette époque les chercheurs en tiraient surtout des indications qualitatives, comme la connaissance des écoulements intervenant au sein des produits déformés. Il a fallu attendre le début des années 1970 pour que des chercheurs comme Bever [5], Gosh [6] et Watkinson [7] commencent à prendre en considération la question rhéologique. Par la suite, les travaux de recherche de Mohamed [8], Finer [9], Lee [10] et MacClay [11] ont mis en évidence la complexité rhéologique des pâtes employées et l'importance des conditions de similitude entre matériau réel et matériau modèle, notamment dans le cas où l'on souhaite obtenir des résultats quantitatifs.

En 1970, Faessel contribua fortement à l'introduction de la simulation employant de la pâte à modeler dans les usines sidérurgiques de l'Est de la France. Il a été suivi par Baqué qui adopta également la simulation par la pâte et créa le Centre de Mise en Forme des Matériaux (*CEMEF*) de l'École des Mines de Paris à Valbonne Sophia-Antipolis. De nos jours, cette technique de simulation expérimentale reste d'actualité, malgré l'avancée indéniable des approches numériques telles que la méthode des éléments finis. A titre d'information, nous citerons quelques laboratoires qui possèdent un savoir faire dans ce domaine, comme le Centre de Recherche de Pechiney à Voreppe (*CRV*), le Laboratoire de Forge du *CETIM* à St Étienne, l'Institut de Recherche en Sidérurgie (*IRSID*), le Laboratoire de Thermomécanique et Matériaux de

l'Institut Polytechnique de Sévenans (*IPSé*) le "Technical Research Center" de l'université de Finlande, etc.

2.1.2 Intérêt de la simulation physique

L'utilisation de matériaux modèles tels que la pâte à modeler, permet de simuler des procédés de mise en forme en laboratoire dans des conditions expérimentales privilégiées. C'est ainsi que pouvoir estimer des efforts sur l'outillage, rendre compte des écoulements au sein de la matière et déceler, le cas échéant, des hétérogénéités de déformations telles que zones mortes ou discontinuités de cisaillement, deviennent accessibles à l'expérience sous certaines conditions. Ceci est d'autant plus intéressant que les formes des outils peuvent être aisément corrigées, et même optimisées compte tenu des résultats obtenus, alors qu'en vraie grandeur le coût de l'outillage est prohibitif. Par suite, la simulation physique permet de s'affranchir des problèmes liés aux températures et aux pressions élevées intervenant lors des procédés de forgeage à chaud ou à mi-chaud. De plus, la mesure des grandeurs physiques (efforts, couples, pressions, etc.) est évidemment plus commode à effectuer en laboratoire que sur site industriel.

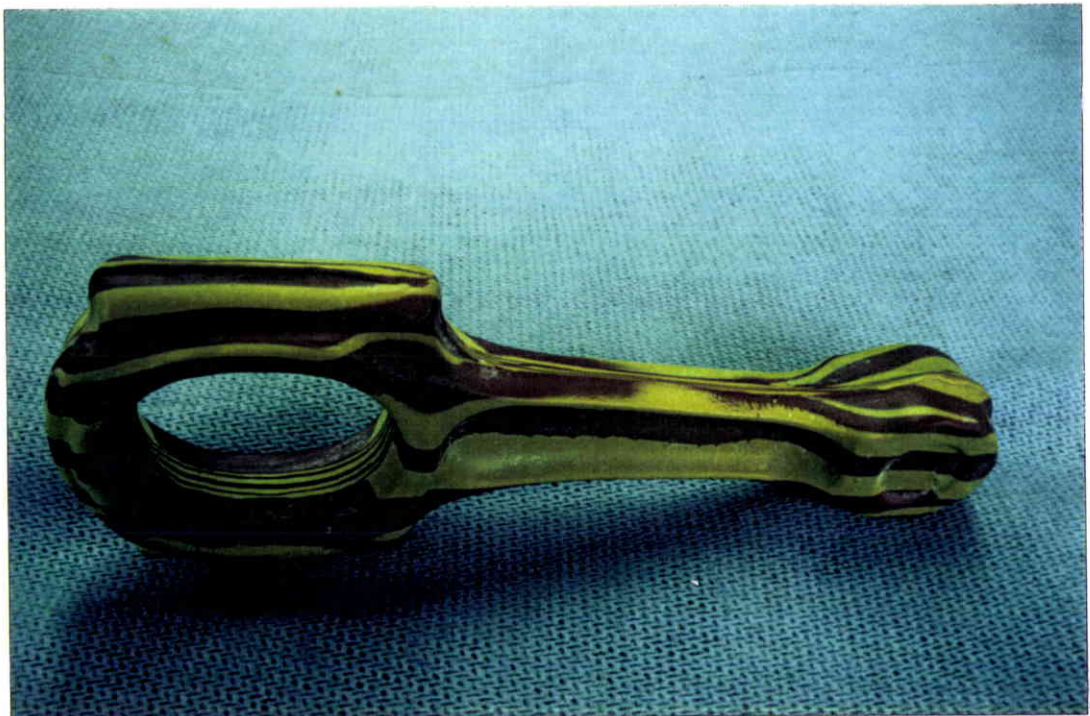


Figure 2.1- Exemple de simulation effectuée sur pâte à modeler

Par ailleurs, la simulation physique constitue une approche complémentaire aux méthodes analytiques (méthode des tranches, méthodes extrémales, etc.) et numériques (méthode des éléments finis, etc.). Ainsi la simulation physique permet la réalisation de marquages bidimensionnels ou en volume (visioplasticité) et l'obtention de résultats quantitatifs concernant l'écoulement au sein de la pièce en cours de formage. L'étude en visioplasticité peut également constituer une base physique sur laquelle des modèles analytiques d'écoulement seront élaborés. Dans certains cas l'analyse des marquages peut être utile au développement par éléments finis (localisation des zones où le maillage devra être très fin dans le cas du filage). Le dépouillement du maillage sur pâte conduit à l'obtention de cartes de déformations (ou de contraintes) au sein du matériau. Cependant, il faut préciser que les techniques de marquage et de dépouillement nécessitent une grande minutie et un certain savoir-faire.

2.2 Étude rhéologique de la pâte

2.2.1 Caractéristiques générales des pâtes

Les pâtes utilisées en simulation physique sont des matériaux à base d'argile composées, pour l'essentiel, de calcite (CaCO_3) ou de kaolin comme charge principale, de cire (microcire, cire d'abeille) et d'une crème constituée, selon les cas, d'huile de paraffine ou de vaseline servant de liant. Une étude [11] a permis de déceler la présence de dolomite, de cocclithes et d'autres microfossiles avec une taille de grain variant de 0,5 à 10 μm . Sur le plan thermique [12] la chaleur spécifique de la plasticine (qui représente un type de pâte) est d'environ 0,24 Kcal/kg°C, et son coefficient de conductivité thermique est de l'ordre 0,60 Kcal/m h°C. En faisant varier la proportion des constituants, le comportement rhéologique de ces pâtes peut être, dans une certaine mesure, ajusté aux besoins de la simulation. Par exemple, nous avons constaté que l'ajout d'huile de silicone augmente notablement la sensibilité à la vitesse de déformation et que l'adjonction de calcite rend la pâte plus cassante. Il est à noter que ces pâtes présentent, en général, un écrouissage limité que l'on peut parfois éliminer en leur imposant une prédéformation suffisante [13].

Concernant le comportement rhéologique, il a été montré [9] que la contrainte d'écoulement $\bar{\sigma}$ des matériaux modèles à base d'argile est très sensible à la déformation $\bar{\epsilon}$, à la vitesse de déformation $\bar{\dot{\epsilon}}$ et à la température

d'essai T . Cette dépendance peut-être exprimée par la relation constitutive suivante :

$$\bar{\sigma} = \bar{\sigma}(\bar{\varepsilon}, \dot{\bar{\varepsilon}}, T) \quad (2.1)$$

La relation constitutive la plus employée pour la simulation physique des aciers et des alliages d'aluminium est celle de Hollomon [14] :

$$\bar{\sigma} = K(T) \bar{\varepsilon}^n \dot{\bar{\varepsilon}}^m \quad (2.2)$$

où n représente le coefficient d'écroûissage ou d'adoucissement, m le coefficient de sensibilité à la vitesse de déformation et K une constante du matériau dépendant de la température. Ce type de relation décrit essentiellement des comportements viscoplastiques anisothermes avec écroûissage. Nous adopterons cette loi dans la suite.

Il est à noter que le comportement rhéologique de la pâte est assez sensible aux variations de température. Par exemple, pour le cas de la plasticine [13], cette sensibilité vérifie approximativement :

$$\frac{\delta \bar{\sigma}}{\delta T} \approx -0,05 \bar{\sigma} \quad (2.3)$$

Pour s'affranchir de ce délicat problème, les essais de simulation doivent être menés à température contrôlée (laboratoire climatisé).

Notons également que le comportement des pâtes peut varier d'un approvisionnement à l'autre, ce qui nécessite l'identification rhéologique de chaque lot. Cette variabilité est liée à la nature de la calcite et à celle à des huiles constitutives d'origine pétrochimique, qui est fonction de leurs sites de production.

Lors de cette étude nous avons utilisé la pâte EMI, fabriquée par la Ste La Pierre Humide, pour l'École des Mines de Paris, composée de calcite, de cire et de paraffine. Il semble qu'elle ne contienne pas d'eau ni aucun autre élément volatile. En effet, nous l'avons maintenue en fusion, à plus de 120°C, pendant douze heures et nous n'avons constaté aucune perte de masse. Quant à la densité de cette pâte, nous l'avons estimée à 1,90. Elle est très poreuse à l'état de livraison. Le recyclage n'altère pas ses propriétés rhéologiques, sous réserve qu'il n'y ait aucun ajout de lubrifiant ou d'autres éléments en cours d'essais. Par ailleurs, nous avons pu constater que les colorants n'affectent

pas sensiblement son comportement mécanique contrairement à ce qui se passe pour certaines pâtes.

2.2.2 Théorie de la simulation

2.2.2.1 Principe

La similitude consiste à définir un système similaire au système originel et à effectuer des expériences dont les résultats seront transposables au cas réel. La similitude repose sur des correspondances d'ordre mathématique et sur la connaissance du groupe d'invariance du système d'équations qui décrit la physique du phénomène ; dans notre cas la question primordiale est celle de la conformité des comportements rhéologiques du matériau originel et du matériau modèle et du respect des importances relatives des mécanismes physiques mis en jeu. Une correspondance intégrale est, le plus souvent, irréalisable. Néanmoins, dans la pratique, une similitude partielle portant sur les phénomènes physiques prépondérants peut suffire à la transposition fiable des résultats.

Concernant l'étude des procédés de mise en forme par déformation plastique, la similitude géométrique, celle des conditions aux limites, et en particulier du frottement, ainsi que la conformité rhéologique, constituent les conditions nécessaires et suffisantes à l'établissement d'une correspondance rigoureuse entre les écoulements et à la transposabilité des résultats. En ce qui concerne la thermique, la similitude est souvent difficile à assurer. En effet, le respect de l'analogie des propriétés et mécanismes thermiques est difficilement compatible avec le respect des conditions évoquées précédemment, ceci est dû principalement à la nature de la pâte. Les effets de gravitation et d'inertie sont considérés négligeables par rapport aux efforts mis en jeu.

2.2.2.2 La similitude

La définition d'un système de simulation n'est possible que si l'on peut spécifier la relation liant chacune des variables du système équivalent à son homologue dans le système réel [15]. Ces relations doivent être linéaires :

$$q = R_q q' \quad (2.4)$$

avec q et q' les variables des systèmes réel et similaire, R_q coefficient de similitude de la variable q .

Du point de vue dimensionnel l'effort F est homogène au produit d'une contrainte uniforme $\bar{\sigma}$ par l'aire S d'une surface :

$$F = \bar{\sigma} S \quad (2.5)$$

L'estimation des efforts à l'instant t devant être appliqués lors du forgeage réel vérifie :

$$F(t) = R_F F'(t') \quad (2.6)$$

$F'(t')$ représente l'effort enregistré à l'instant t' au cours de la simulation ; R_F désigne le rapport de similitude concernant les efforts ; les instants t et t' sont liés par la relation :

$$t = R_t t' \quad (2.7)$$

R_t correspond donc au rapport de similitude concernant les échelles de temps.

A partir de la relation (2.5) nous obtenons :

$$R_F = R_{\bar{\sigma}} R_X^2 \quad (2.8)$$

R_X et $R_{\bar{\sigma}}$ représentant respectivement le rapport de similitude des distances (l'échelle) et des contraintes. Considérons désormais une loi de comportement donnée par la relation (2.2).

Du fait que les déformations relatives aux systèmes analogues sont identiques, les rapports de similitude des différentes grandeurs sont reliés par l'expression:

$$R_{\bar{\sigma}} = R_K R_t^{-m} \quad (2.9)$$

R_K désigne le rapport de similitude sur les consistances des matériaux. Sachant que R_t peut se mettre sous la forme :

$$R_t = \frac{R_X}{R_V} \quad (2.10)$$

où R_V représente le rapport de similitude sur les vitesses, et compte tenu de (2.8), (2.9) et (2.10) nous pouvons expliciter R_F sous la forme :

$$R_F = R_K K_X^{2-m} K_V^m \quad (2.11)$$

Rappelons que la transposition des résultats du système équivalent vers le système réel ne peut être précise que si la pâte et le matériau réel présentent les mêmes coefficients d'écrouissage n et de sensibilité à la vitesse de déformation m . Concernant les métaux, aciers ou alliages d'aluminium, la dépendance à l'égard de la vitesse de déformation de la relation (2.2) est souvent négligeable à la température ambiante. En revanche, à haute température m est souvent élevé et l'écrouissage devient négligeable (restauration, recristallisation dynamique, etc.). Néanmoins, ces diverses constatations doivent être nuancées surtout lorsque l'on considère des températures intermédiaires (mi-chaud).

2.2.3 Comportement des aciers à mi-chaud

La plupart des études portant sur les lois de comportement des aciers à mi-chaud ont été effectuées récemment. Elles conditionnent souvent le développement du forgeage précis.

Dans la présente étude, des campagnes d'essais de torsion ont été menées dans le but de déterminer la loi de comportement de deux types d'acier. Pour des raisons de confidentialité vis-à-vis des partenaires industriels nous ne pouvons divulguer leurs appellations conventionnelles. De ce fait, nous les appellerons acier A et acier B. Ces essais de caractérisation rhéologique ont été réalisés entre 600 et 900°C,

L'étude a montré que le comportement de l'acier A est convenablement décrit par la relation suivante:

$$\bar{\sigma} = 5.69 \exp\left(\frac{3720}{T}\right) \bar{\epsilon}^{-0.11} \quad [\text{MPa}] \quad (2.12)$$

T représente la température exprimée en degrés Kelvin.

En ce qui concerne l'acier B la loi rhéologique est donnée par :

$$\bar{\sigma} = 13.7 \exp\left(\frac{2000}{T}\right) \bar{\epsilon}^{-0.1} \quad [\text{MPa}] \quad (2.13)$$

T étant la température donnée en degrés Celcius.

2.2.4 Recherche d'une pâte ayant une rhéologie similaire à celle de l'acier A dans le domaine de température correspondant au mi-chaud

2.2.4.1 Élaboration des éprouvettes pour le test de compression

Un mélange composé de pâte EMI, de paraffine et de cire est tout d'abord introduit dans une étuve à une température de 140°C. La fusion est indispensable à l'obtention d'une meilleure homogénéité. Elle facilite également le dégazage. A l'état de livraison, la pâte EMI est très poreuse. Cette porosité altère significativement les caractéristiques rhéologiques, en particulier la sensibilité à la vitesse de déformation. Conscients de ce problème, certains chercheurs ([9], travaux du CETIM de St.-Étienne) utilisent un système de table vibrante pour le dégazage de la pâte. Nous avons testé cette technique et il s'est avéré qu'elle ne donne pas de résultat probant. Nous avons alors opté pour une procédure de dégazage par agitation magnétique, le dégazage se fait par centrifugation. Cette technique présente deux inconvénients majeurs : elle favorise la cavitation, et elle n'est applicable qu'aux faibles quantités de pâte. Finalement, la méthode retenue nous a été communiquée par le Centre de Recherche de Pechiney Voreppe. Elle consiste à dégazer la pâte, placée à l'état liquide dans un autoclave, à l'aide d'une pompe à vide.

Après dégazage, la pâte est transférée dans un moule préalablement chauffé. Pour éviter l'apparition d'une anisotropie consécutive à un refroidissement trop rapide, les éprouvettes sont ramenées lentement à la température ambiante dans l'étuve. Notons qu'une vitesse de refroidissement trop lente peut occasionner une ségrégation des différents éléments constitutifs et compromettre l'homogénéité.

2.2.4.2 Essai de compression

Dans le cas présent, ce type d'essai est mieux adapté que l'essai de traction puisqu'il n'est pas limité en déformation par l'instabilité liée à la striction. En revanche, le problème majeur qui se pose est l'apparition d'un bombement traduisant le développement d'une triaxialité du champ de contraintes. L'utilisation de lubrifiants adéquats permet d'atténuer ce phénomène. Nous utilisons du gel "ultrasonique" (employé lors des examens

échographiques). Ce lubrifiant présente un coefficient de frottement \bar{m} de Tresca d'environ 0.05 lorsqu'il est appliqué à la plasticine.

Les essais de compression ont été effectués sur une machine d'essai INSTRON informatisée et placée dans un local climatisé. La température ambiante a été maintenue à $20^{\circ}\text{C} \pm 1^{\circ}\text{C}$. Le matériau étudié est supposé obéir au critère de von Mises.

La relation existant entre la contrainte équivalente et l'effort F d'écrasement a été estimée par la méthode des tranches et par la méthode de la borne supérieure pour un champ de vitesse uniforme écrit en coordonnées polaires:

$$U = \frac{V_o}{2h} r e_r - \frac{V_o}{h} z e_z \quad (2.14)$$

$\bar{\sigma}$ contrainte équivalente au sens de von Mises est de la forme :

$$\bar{\sigma} = \frac{F}{S_o \frac{H_o}{H} \left(1 + \frac{\bar{m}}{3\sqrt{3}} \frac{D_o}{H} \sqrt{\frac{H_o}{H}} \right)} \quad (2.15)$$

F : Effort d'écrasement

D_o : Diamètre initial du lopin.

S_o : Section initiale du lopin.

H : Hauteur instantanée du lopin en cours d'écrasement.

H_o : Hauteur initiale du lopin.

\bar{m} : Coefficient de frottement de Tresca.

La figure 2.2 illustre la bonne convergence entre les points expérimentaux et le calcul analytique.

La déformation généralisée $\bar{\epsilon}$ et la vitesse de déformation généralisée $\dot{\bar{\epsilon}}$ sont données respectivement par :

$$\bar{\epsilon} = \left| \ln(H/H_o) \right| \quad (2.16)$$

$$\bar{\dot{\epsilon}} = \frac{V_o}{H} \quad (2.17)$$

où V_o désigne la vitesse d'écrasement du lopin.

Le dépouillement des essais se fait dans l'intervalle de déformation allant de 0.10 à 0.30, zone dans laquelle la cylindricité du lopin est quasiment conservée. Il est à noter que $\bar{\dot{\epsilon}}$ varie lors de l'essai en raison inverse de la hauteur instantanée H . Cette variation peut également s'exprimer par la relation suivante:

$$\bar{\dot{\epsilon}} = \frac{\bar{\dot{\epsilon}}_o}{\exp(\bar{\epsilon})} \quad (2.18)$$

avec $\bar{\dot{\epsilon}}_o = \frac{V}{H_o}$

Les estimations des coefficients d'écrouissage et de sensibilité à la vitesse de déformation sont effectuées par transformation logarithmique et régression linéaire sur les données des contraintes en fonction des déformations et des vitesses de déformations (figure 2.3).

2.2.4.3 Recherche d'une pâte ayant un comportement similaire à celui de l'acier A.

Comme nous l'avons indiqué précédemment, une simulation physique n'est qualitativement et quantitativement correcte que si les propriétés rhéologiques des matériaux modèle et réel sont similaires. Plus précisément, pour le cas du forgeage à mi-chaud des pignons en acier A, la pâte devra présenter un coefficient d'écrouissage n égal à zéro ($n=0$) et un coefficient de sensibilité à la vitesse de déformation m égal à 0,10 (relation (2.12)). L'ajustement rhéologique de la pâte EMI est effectué en lui ajoutant différentes quantités de cire et/ou de paraffine. Les éprouvettes de compression sont désignées par CXPY où X représente la quantité de cire ajoutée (en %) et Y la quantité de paraffine.

Les tests de compression ont été réalisés à des vitesses de déformation variant de $0,002 \text{ s}^{-1}$ à $0,2 \text{ s}^{-1}$. Les éprouvettes d'élongement égal à 1 avaient un diamètre de 42 mm. Le dépouillement des essais a été effectué uniquement dans l'intervalle de déformation allant de 0,10 à 0,30 de façon à éviter

l'apparition du bombé (la lubrification n'étant jamais parfaite). Le tableau 2.1 (ci-dessous) regroupe les lois de comportement de pâtes de différentes compositions.

Type de plasticine	K [MPa s ^m]	n	m
COPO	0,343	-0,005	à,13
C10P0	0,216	-0,08	0,124
COP5	0,572	0,00	0,11
C10P5	0,341	-0,05	0,133
C12P0	0,256	-0,10	0,128
C18P0	0,221	-0,10	0,108
C12P4	0,276	-0,08	0,105
C18P4	0,336	-0,10	0,15
COP6	0,418	0,04	0,10

Tableau 2.1- Récapitulatif des lois de comportement de pâtes modifiées

Au regard des résultats, nous pouvons constater que la pâte dont le comportement se rapproche le plus de celui de l'acier A à mi-chaud est la COP6. C'est donc cette pâte que nous exploiterons dans la suite de notre étude pour simuler le forgeage des pignons. Les courbes d'effort de compression en fonction du déplacement ainsi que celles donnant la contrainte en fonction de la vitesse de déformations sont illustrées figures 2.2 et 2.3.

Notons que lorsque nous avons commencé l'étude de la pâte EMI nous n'avions à l'époque que les résultats rhéologiques relatifs à l'acier A. Par la suite, nous avons pu obtenir les résultats concernant l'acier B, et il s'est avéré que ce matériau présente un comportement très voisin de celui de l'acier A, notamment en ce qui concerne la viscoplasticité.

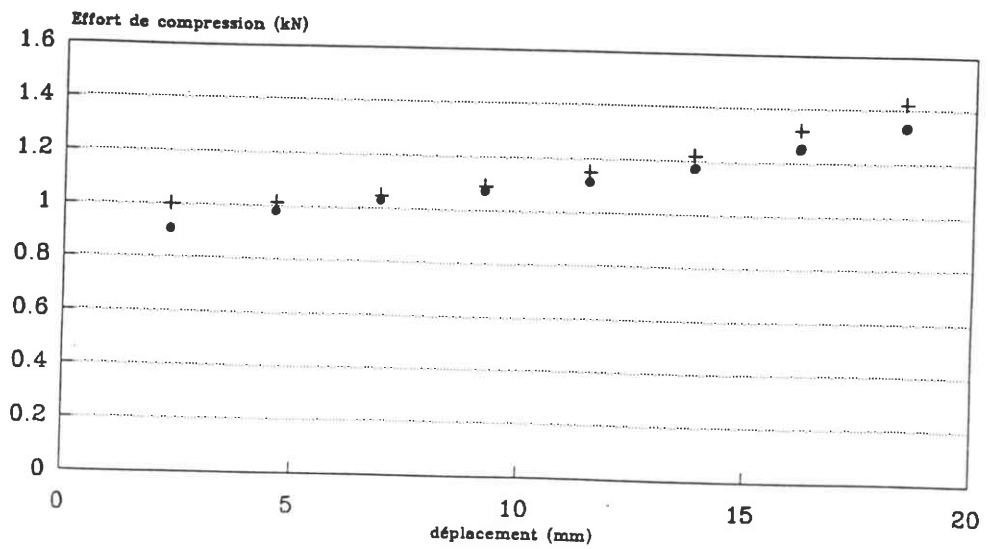


Figure 2.2 - Compression des lopins de pâte EMICOP6,
 • points expérimentaux, + calcul analytique

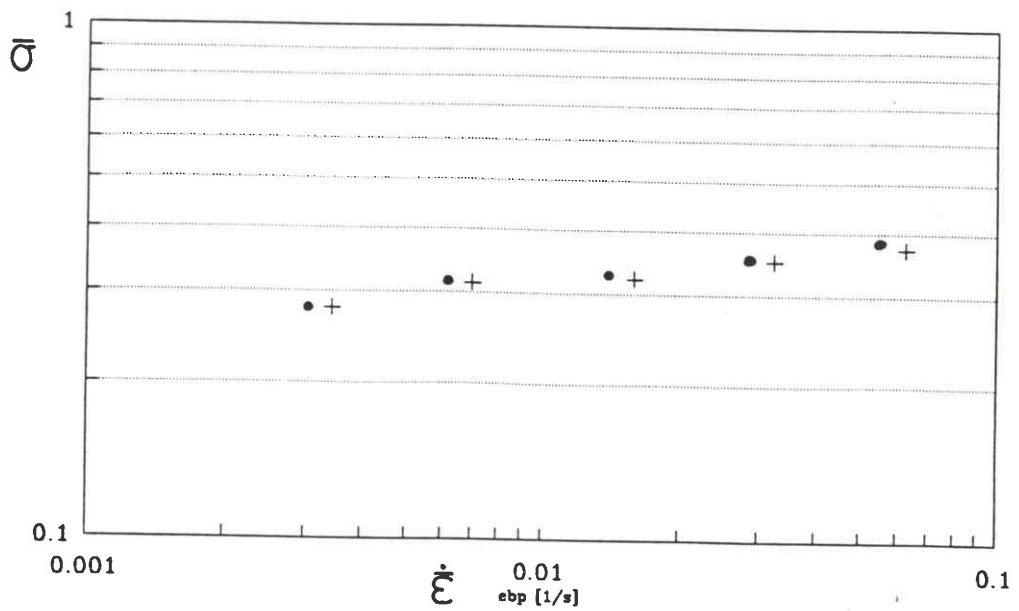


Figure 2.3- Comportement viscoplastique de la pâte EMICOP6

2.2.5 Validation de la simulation plasticine pour certaines configurations

2.2.5.1 Poinçonnement en conteneur lisse, confrontation avec FORGE 2

Nous avons comparé les résultats donnés par la simulation plasticine dans le cas du poinçonnement (Figure 2.4) avec les prévisions numériques fournies par FORGE2, L'acier considéré étant l'acier A sollicité à 800°C. La vitesse de poinçonnement a été fixée à 60 mm/s, ce qui correspond à la vitesse moyenne de forgeage d'une presse hydraulique industrielle. Les conditions de frottement sont proches de celles que l'on peut rencontrer actuellement dans le forgeage à mi-chaud. Les résultats obtenus à l'aide du logiciel FORGE2 (problème 2D) et ceux déduits de la simulation plasticine sont illustrés figure 2.5. Nous pouvons constater une bonne corrélation entre les résultats numériques et physiques, l'écart relatif maximal se situant en début d'essai atteint environ 12,5%.

2.2.5.2 Écrasement d'un lopin entre deux tas striés, confrontation avec un essai sur matériau réel

La figure 2.6 illustre la convergence des résultats d'essai de compression uniaxiale d'une éprouvette cylindrique d'acier A à mi-chaud et des résultats de simulation plasticine sur pâte COP6 (échelle:1,68) L'essai de compression de l'acier A a été réalisé sur presse instrumentée entre deux tas striés ($d_o = 25$ mm, $h_o = 37,5$ mm) par LUF/ASCOMETAL [16]. Pour simuler le contact collant, les plateaux d'écrasement des lopins de pâte ont été recouverts de papier de verre à gros grain.

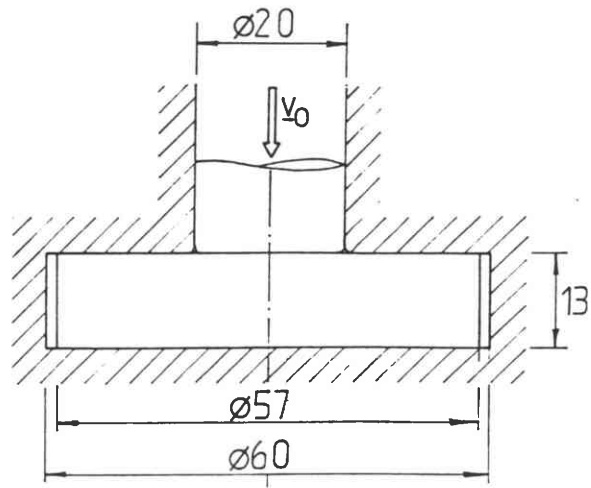


Figure 2.4- Poinçonnement en conteneur lisse: conditions expérimentales

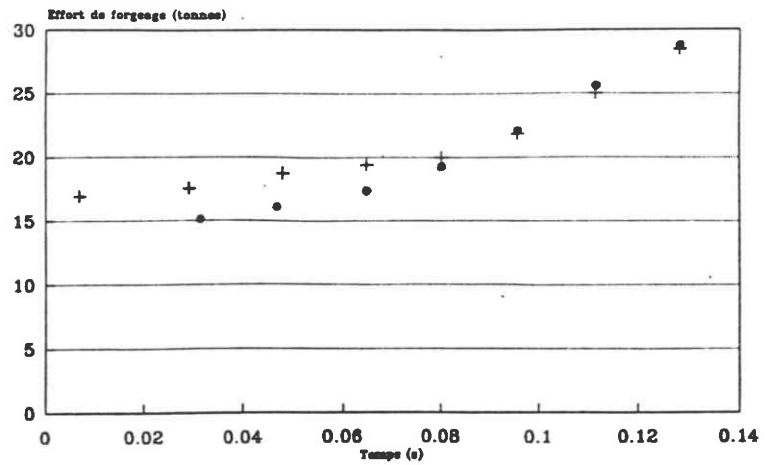


Figure 2.5 - Comparaison des résultats de simulation sur pâte et de ceux fournis par FORGE2 dans le cas du poinçonnement en conteneur lisse.
+ Simulation physique, • Forge 2.

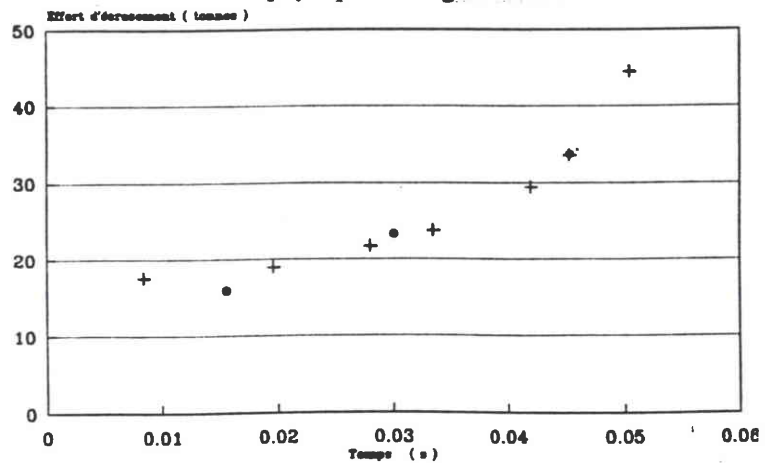


Figure 2.6 - Comparaison des résultats de simulation sur pâte et de la compression d'un acier A à 800°C. + Simulation physique, • Expérience.
Vitesse d'écrasement $V = 500$ mm/s.

2.2.6 Limites de la simulation physique sur pâte

Il est à signaler que la simulation physique employant la pâte à modeler présente certaines insuffisances parmi lesquelles nous citerons:

- le fait qu'elle ait un écrouissage limité qui la rend inapte à simuler les aciers à froid;
- son comportement élastique diffère de celui de l'acier, ce qui peut devenir préjudiciable dans les régions où les déformations sont faibles;
- sa ductilité étant largement supérieure à celle de l'acier, on ne peut donc rendre compte de l'apparition de certains défauts (fissuration, phénomène de chevrons).
- enfin, elle permet difficilement de respecter la similitude thermique.

2.3 Influence la viscoplasticité sur l'interprétation du test de l'anneau.

Les conditions de lubrification et de contact métal/outil influencent aussi bien l'écoulement du métal que la tenue des outillages en forgeage à chaud ou à mi-chaud. Le test de l'anneau, attribué généralement à Male et Cockroft [17] à la suite d'une suggestion de Kudo [18], est le plus ancien et le plus usuel des tests permettant de mesurer le coefficient de frottement entre un matériau déformé plastiquement et l'outil et il est notoirement bien adapté à l'étude du frottement dans les procédés de mise en forme de produits massifs axisymétriques. Néanmoins, l'analyse du test de l'anneau telle qu'elle est généralement présentée ne prend pas en compte le caractère viscoplastique du matériau tel qu'il peut apparaître à chaud ou à mi-chaud. Pour palier à cette insuffisance, intrinsèque à l'analyse, les tests de qualification des lubrifiants se font généralement à des vitesses d'écrasement très petites afin d'éliminer toutes les variations géométriques dues à la sensibilité à la vitesse [19]. Cependant cette façon de procéder est loin des conditions réelles de mise en forme et, de plus, comme une étude l'a montré [20], accroît la sensibilité de la variation géométrique de l'anneau vis-à-vis de la température des plateaux d'écrasement en raison des échanges thermiques anneau/plateaux. En somme, il est apparu intéressant de proposer une nouvelle analyse du test de l'anneau incluant la viscoplasticité. Cette analyse a fait l'objet d'une publication [21] dont le texte est repris en annexe 2. Les résultats de cette analyse ont été utilisés pour qualifier le frottement du système originel et pour choisir un lubrifiant adapté à la simulation physique .

Bibliographie du chapitre 2

- [1] H. Tresca, Mémoire sur l'écoulement des corps solides, *Mem. Sav. Acad. Sci*, Paris XX, 1872.
- [2] E. Siebel, Die Formgebund im der Bildsamen Zustande, *Verlag Stahleisen M.B.H.*, Dusseldorf, p.120, 1932.
- [3] G. Sachs, Spanlose Formung der Metalle, *Verlag Springer*, Berlin, p.127, 1931.
- [4] B. A. Green, The use of plasticine to simulate the plastic flow of metals, *Philos. Mag.*, 7 (42), pp.365-373, 1951.
- [5] K. Bever, Deformation of angular discordancies, *M. Sc. thesis*, Imperial College, London, 1971.
- [6] S. K. Gosh, Strain distribution in superposed buckling folds and the problem of reorientation of early lineations, *Tectonophysics*, 21, pp.273-286, 1974.
- [7] A. J. Watkinson, Multilayer folds initiated in bulk plane strain with the axis of no change perpendicular to the layering. *Tectonophysics*, 28, T7-T11, 1975.
- [8] J. H. Mohamed and T. Z. Blazinski, Lead as a model material in the investigation of shear-type metal flows, *J. of Mech. Work. Tech.*, pp.309-317, 1987.
- [9] S. Finer, S. Kivivuori and H. Kleemola, Stress strain relations of wax-based materials, *J. of Mech. Work. Tech.*, 12, pp.269-277, 1985.
- [10] R. S. Lee, T. Z. Blazinski, Mechanical properties of a composite wax model material simulating plastic flow of metals, *J. of Mech. Work. Tech.*, 9, pp.301-312, 1984.
- [11] K. R. McClay, The rheology of plasticine, *Tectonophysics*, 33, T7-T15, 1976.
- [12] K. Chijiwa, Y. Hatamura and Nobuki Hasegawa, Characteristics of plasticine user in the simulation of slab in rolling and continuous casting, *Transaction ISIJ*, 21, pp.178-187, 1980.
- [13] P. Daignieres, Les méthodes expérimentales, *Ed. CNRS*, 1979.
- [14] J. H. Hollomon, AIMME Tech. Publ. No 2034, *Met. Technol.*, 13 (1), 1946.
- [15] P. Baqué, E. Felder et al., Mise en forme des métaux - calcul par plasticité, *Ed Dunod*, T1, 1975.
- [16] Rapport interne N° 2230773, 25/09/92, *PSA Belchamp*.
- [17] A. T. Male and M. G. Cockroft, A method for determination of the coefficient of friction of metal under condition of bulk plastic deformation, *J. of the Institute of Metal*, Vol. 93 (38) (1965).

- [17] A. T. Male and M. G. Cockroft, A method for determination of the coefficient of friction of metal under condition of bulk plastic deformation, *J. of the Institute of Metal* , Vol. 93 (38) (1965).
- [18] H. Kudo, Some analytical and experimental studies of axisymmetric cold forging and extrusion, Part I , *Int. J. Mech. Sci.* , Vol. 2 (1960), pp. 102-127.
- [19] A. Dellavia, A. Bugini, E. Gentili and R. Pacagnella, Stress-strain curves and friction evaluation from the ring test, *Metallurgia and Metal Forming* (Oct. 1977), pp. 422-446.
- [20] O. Pawelski, W. Rasp and C. Hoerster, The ring compression test as simulation test for the investigation for friction hot metal forming, *Steel Research*, Vol. 60 (1989), pp. 395-402.
- [21] M. Sahi, R. Rahouadj, R. Herbach and D. Choulier, The influence of the viscoplasticity on the ring test interpretation, accepted to be published in *J. of Mat. Proc. Tech.*, August 1995.

Chapitre 3

ÉTUDE DE FAISABILITÉ DE DIVERS PROCÉDES DE FORGEAGE DE PIGNONS A DENTURE DROITE OU HÉLICOÏDALE

3.1 Élaboration des pignons par filage-avant

En premier lieu, et avant d'opter pour l'élaboration des pignons par forgeage, nous avons exploré la possibilité de les réaliser par filage-avant. Concernant l'élaboration des pignons à denture droite par filage-avant, la simulation plasticine n'a révélé apparemment aucune difficulté (figure 3.1). En revanche, le filage de pignons à denture hélicoïdale génère des défauts importants ; nous avons remarqué en particulier que les dents, en sortie de filière, sont complètement cisailées, (figure 3.2.). Ceci est attribué au fait que les phénomènes de frottement ayant lieu dans le conteneur empêchent tout mouvement relatif de rotation entre le lopin cylindrique et la filière.

Nous avons envisagé plusieurs méthodes pour tenter d'atténuer ce phénomène, sans aboutir toutefois à une solution technologiquement satisfaisante. Nous noterons, par exemple, que la méthode qui consisterait à filer un groupe de lopins courts plutôt qu'un seul lopin long permettrait, en laissant à chacun d'eux la possibilité de tourner sur lui-même, de réduire les efforts de cisaillement de la denture. Cette solution reste néanmoins délicate à mettre en oeuvre, même si les lopins courts comportent un trou central destiné à réduire l'aire de la zone de contact inter-lopins.

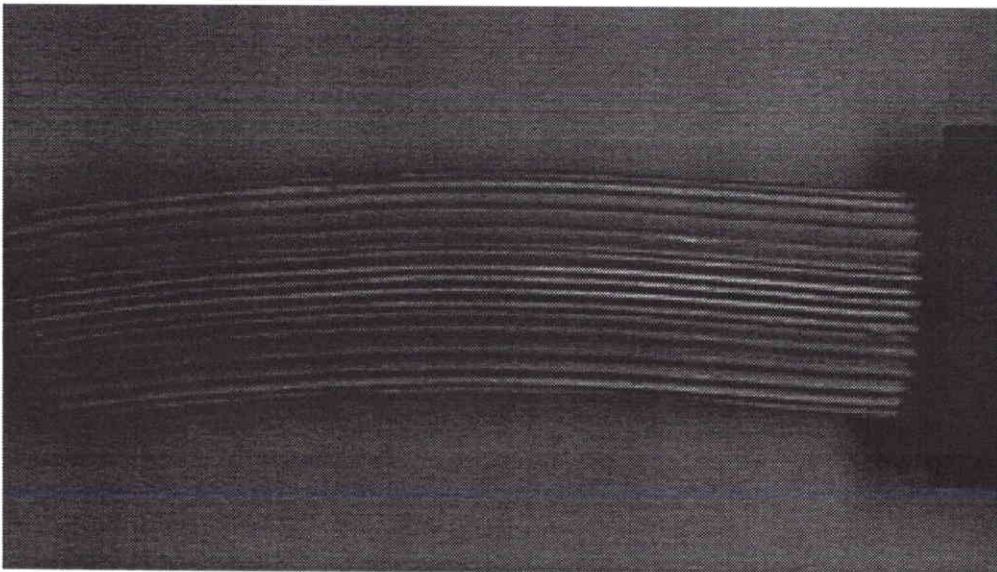


Figure 3.1- Essai de filage-avant des pignons à denture droite sur pâte.

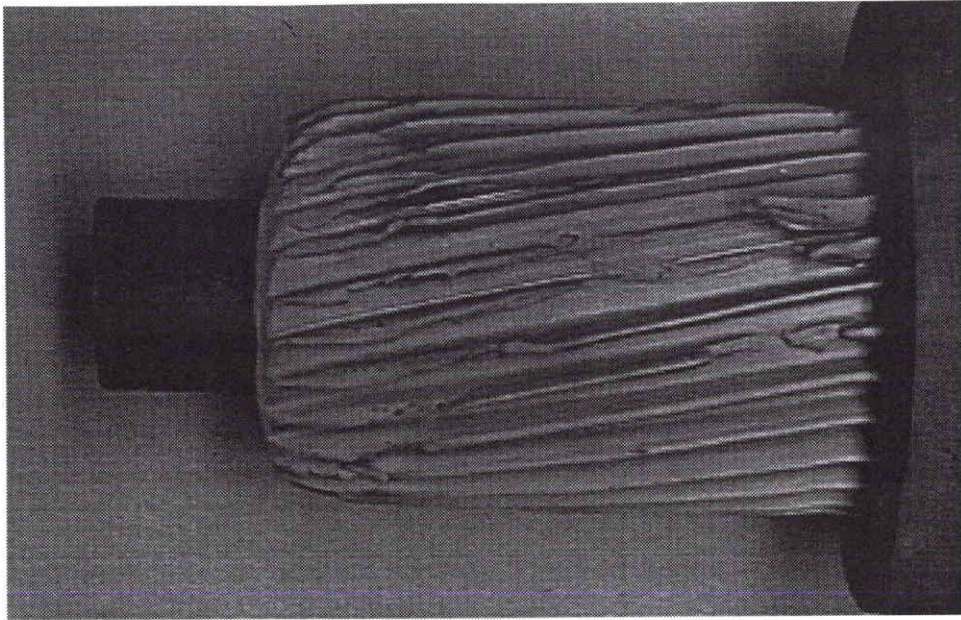


Figure 3.2 - Essai de filage-avant des pignons à denture hélicoïdale sur pâte

Par la suite, nous avons abandonné cette piste pour celle du forgeage. Nous pouvons pourtant préciser que si nous avons continué nos travaux dans cette direction, il aurait fallu réadapter le système en laissant la filière libre en rotation, voire même animer le poinçon d'un mouvement hélicoïdal. Nous aurions peut-être également opté pour le filage-inverse qui présente l'avantage de nécessiter moins d'effort, et de ne pas produire de zones mortes [1]

3.2 Forgeage par écrasement simple.

Ce mode de forgeage a déjà été appliqué pour l'élaboration à chaud de pignons à denture droite[1]. Le procédé consiste à écraser un lopin cylindrique par l'intermédiaire d'un plateau denté jusqu'au remplissage complet de la gravure. L'éjection se fait par l'intermédiaire d'un éjecteur denté et le remplissage peut avoir lieu sans bavure. Un système de frettage/défrettage de la matrice facilite l'éjection du pignon.

Une éventuelle adaptation de ce principe au forgeage de pignons à denture hélicoïdale à mi-chaud consisterait à faire en sorte que la matrice ait la possibilité de tourner librement par rapport à son axe, en introduisant par exemple un système comportant une butée à billes. On pourrait également faire en sorte que le poinçon et l'éjecteur soient animés d'un mouvement

hélicoïdal. Cette solution nous paraît complexe à mettre en oeuvre sur le plan technologique.

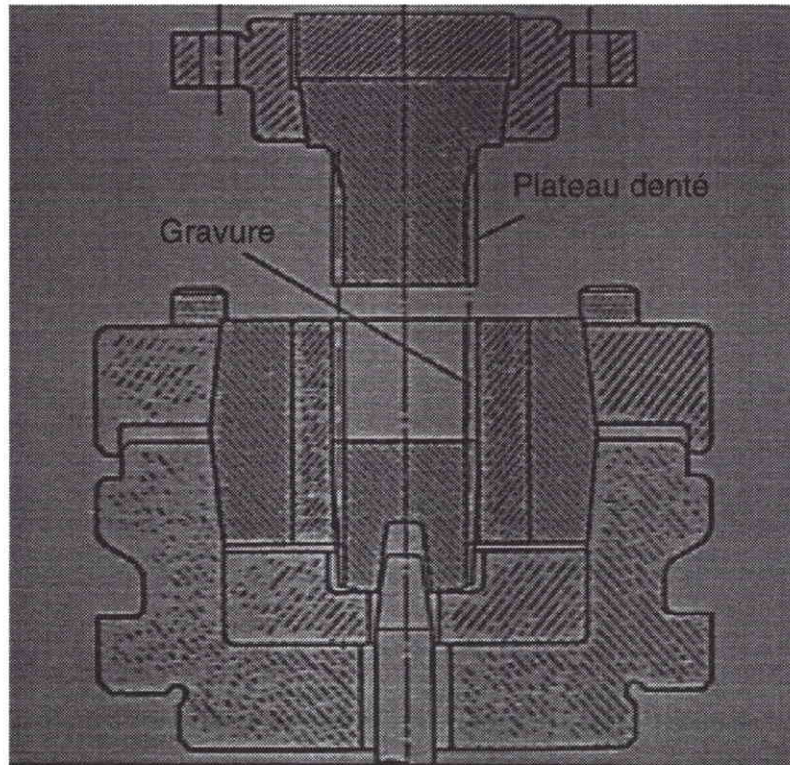


Figure 3.3- Dispositif de forgeage par écrasement des pignons à denture droite.

Une autre variante de ce procédé est d'utiliser un plateau simple (non denté). Les simulations réalisées sur FORGE 2 ou sur plasticine ont révélé une certaine difficulté à supprimer la formation de la bavure, même lorsque les lopins possèdent une forme supérieure chanfreinée, (figure 3.4). L'élaboration des pignons par ce procédé exigerait donc une reprise par fraisage pour éliminer la bavure, à moins que le poinçon ne soit denté.

L'inconvénient majeur de la méthode de forgeage par écrasement, révélé par la simulation plasticine, est qu'elle exige un effort de forgeage à mi-chaud trop important par rapport au forgeage par poinçonnement (Fig. 3.5).

Cet effort de mise en forme relativement élevé entraînerait certainement une sollicitation importante des matrices et des outils de forgeage et une détérioration thermomécanique et tribologique plus rapide de ces derniers.

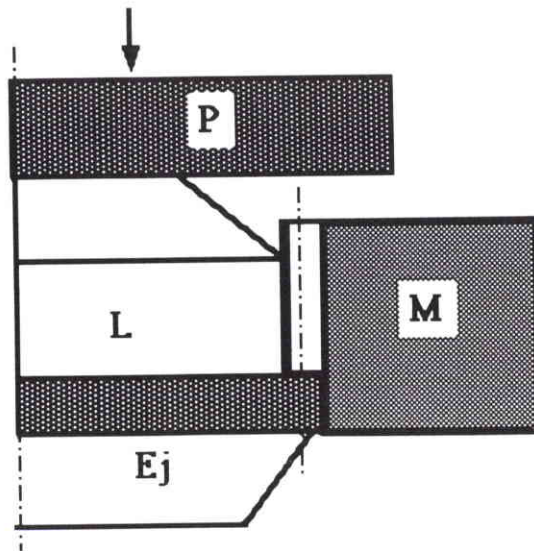


Figure 3.4- Schéma de principe du dispositif de forgeage par écrasement des pignons à denture droite avec plateau simple. P: plateau. M: matrice. Ej: éjecteur. L: lopin.

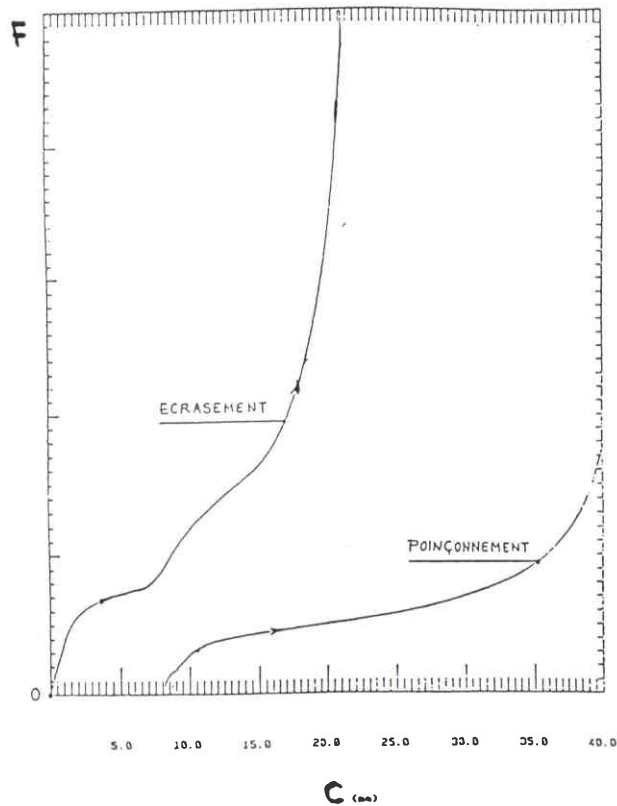


Figure 3.5 - Comparaison des courbes d'effort d'écrasement et de poinçonnement obtenues par simulation physique sur pâte

3.3 Forgeage par poinçonnement

Nous avons étudié deux types de poinçonnement, illustrés figures 3.6 et 3.7. Lors du poinçonnement de type A, le poinçon termine sa course à une certaine distance du fond de la matrice. Quant au type B, le poinçon termine sa course lorsque le volume de matière contenue dans l'épaulement est totalement transféré vers la partie inférieure. Ce dernier est appelé "forgeage transverse" ou également "filage latéral".

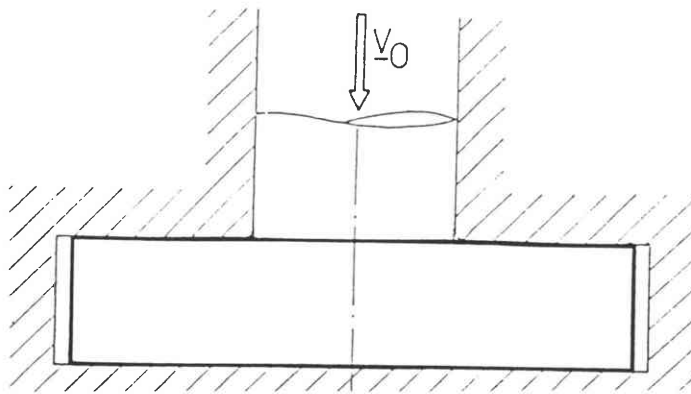


Figure 3.6 - Poinçonnement de type A sur lopin cylindrique

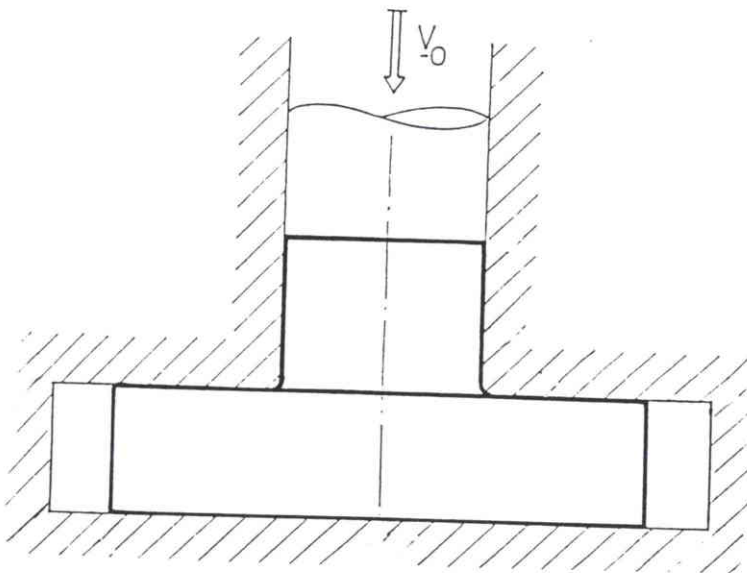


Figure 3.7 - Poinçonnement de type B sur lopin cylindrique

3.3.a Poinçonnement de type A

L'élaboration des pignons par poinçonnement de type A, comme nous l'avons vérifié par la simulation plasticine, nécessite un effort moins important que pour le forgeage par écrasement ; cet effort est proportionnel au diamètre du poinçon. Cependant, pour des considérations d'ordre technologique il faut veiller à ce que le trou central du pignon forgé ne dépasse pas un certain diamètre sinon une pièce centrale (moyeu) devra être rapportée, entraînant un surcoût qui enlèverait toute chance de compétitivité au procédé vis-à-vis de l'usinage classique. De ce fait, le forgeage par poinçonnement simple de type A ne constitue pas la meilleure solution.

La simulation plasticine nous montre également une certaine dissymétrie du remplissage de la gravure (au niveau des dents, par rapport au plan équatorial), ce qui peut être à l'origine de défauts géométriques importants.

3.3.b Poinçonnement de type B (forgeage transverse)

Pour ce type de poinçonnement, nous n'avons, a priori, aucune contrainte sur le choix du diamètre du poinçon. En ce qui concerne l'effort de forgeage, une simulation FORGE 2, illustrée sur la figure 3.8 dans le cas d'un poinçonnement mixte de type B et A, nous révèle qu'à diamètre de poinçon égal, l'effort de forgeage pour un poinçonnement de type A est plus élevé que pour un poinçonnement de type B. On constate, en effet, sur la figure 3.9 une nette remontée de l'effort de forgeage au moment où le poinçon commence à pénétrer dans la partie cylindrique du lopin. Cet instant correspond à $t = 0,25$ seconde. Il est à noter également que ce type de procédé est déjà utilisé pour le forgeage des pièces à froid [2] car il requiert des efforts de forgeage moins importants.

Des trois types de procédés exposés plus haut, ce dernier cas semble le moins contraignant et exige des efforts de forgeage relativement faibles. En revanche, les lopins sont de forme plus complexe, la gamme de fabrication devra comprendre une première étape de préformage du lopin (formation de l'épaulement).

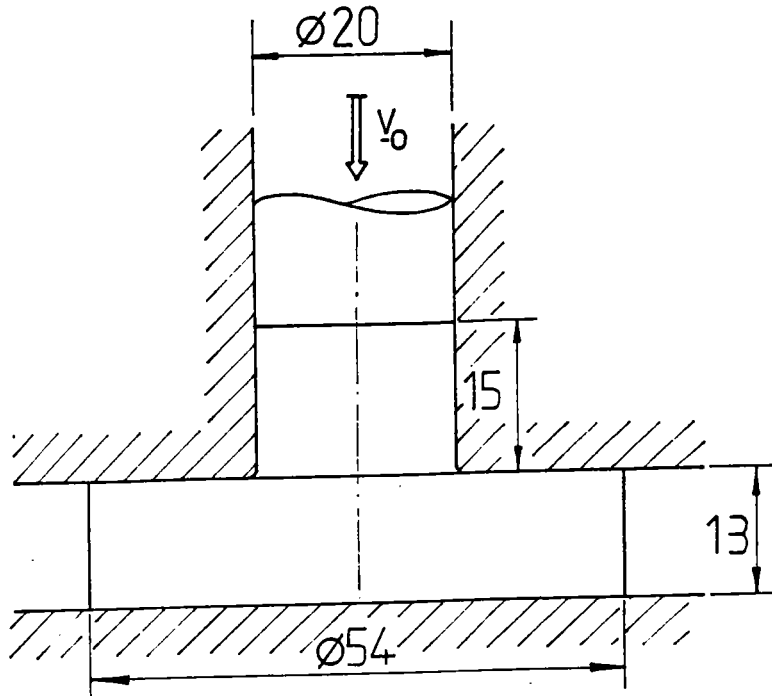


Figure 3.8 - Conditions expérimentales pour le poinçonnement mixte, de type B puis A.

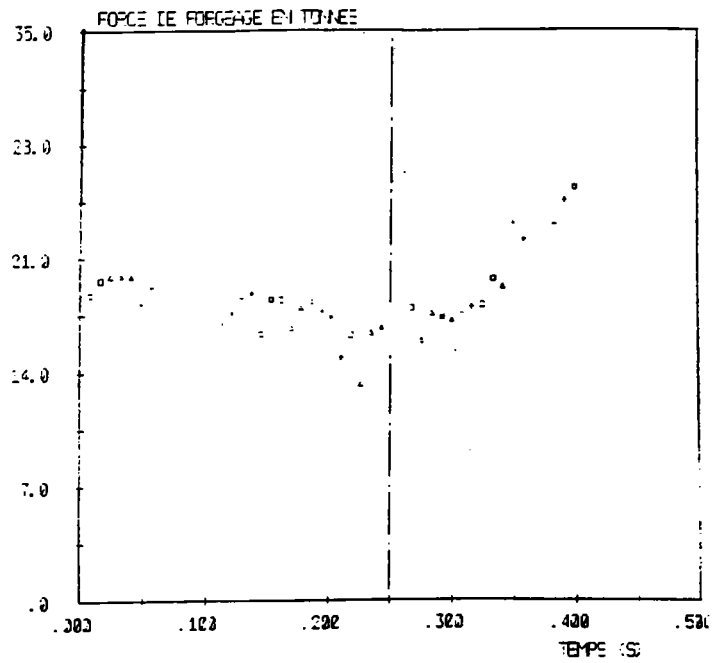


Figure 3.9 - Résultats de simulation FORGE2 obtenus pour le cas du poinçonnement mixte. Au temps $t=0,25$ s, le poinçon commence à pénétrer dans la base cylindrique: poinçonnement de type A.

3.4 Ecrasement-Poinçonnement de type B

Nous avons imaginé une gamme de forgeage comprenant une première phase d'écrasement suivie d'un poinçonnement de type B. L'exécution de cette gamme pose la question préalable du réindexage ou repositionnement du lopin dans la matrice après la phase d'écrasement, du moins pour l'élaboration des pignons à denture hélicoïdale. L'exécution des deux phases sur le même poste exigerait un outillage complexe.

3.5 Poinçonnement de type A et Poinçonnement de type B

Une combinaison des deux types de poinçonnement paraît également possible. Cependant, les différents inconvénients liés au poinçonnement de type A sont toujours présents. Notons de plus que l'utilisation de poinçons de petit diamètre peut engendrer des replis. Même à diamètre de poinçon réduit, l'effort de forgeage n'est pas systématiquement moins élevé.

L'intérêt essentiel de ce procédé est que l'utilisation de la matière peut être maîtrisée de façon plus rationnelle, ce qui suppose a priori l'emploi de poinçons de petit diamètre.

3.6 Conclusion partielle

Nous pensons que l'élaboration des pignons par forgeage transverse (poinçonnement de type B) constitue, entre tous les procédés cités ci-dessus, le meilleur compromis : simplicité technologique, efforts moindres, mise au mille réduite. Nous aurons la possibilité de l'optimiser en proposant une géométrie de poinçon adaptée à chaque pignon, et en tenant compte de la capacité de la presse et du temps de forgeage. Néanmoins, le forgeage par écrasement des pignons avec un plateau denté peut également être intéressant du fait qu'il exige des pressions de forgeage moins élevées compte tenu de la plus grande surface d'appui.

Chapitre 4

PREMIERE MODÉLISATION ANALYTIQUE DU FORGEAGE TRANSVERSE DES PIGNONS

4.1 Introduction et hypothèses

En nous inspirant des résultats de marquages effectués en simulation expérimentale (voir les figures 4.5, 4.6 et 4.7 en fin de chapitre) et en nous plaçant dans le cadre de la mécanique des solides en grandes déformations (Annexe 1), nous avons modélisé analytiquement, au moyen de la méthode de la borne supérieure, le procédé de forgeage des pignons par écoulement radial.

A notre connaissance, deux études analytiques traitant du forgeage des pignons par écrasement [1,2] ont été publiées. Ces analyses font appel à des hypothèses simplificatrices qui limitent, de manière significative, leur champ d'application. Nous noterons en particulier que ces modélisations ne tiennent pas compte du caractère viscoplastique du matériau, qui est pourtant manifeste à chaud ou à mi-chaud. De plus, ces modèles ne permettent pas de prendre en compte la géométrie exacte du profil de la denture.

Les hypothèses utilisées ici sont les suivantes :

- a) le contact métal/outil est représenté par une loi de frottement de Norton-Hoff, utilisée pour l'évaluation de la cission de contact à chaud ou à mi-chaud.
- b) le modèle tient compte d'un comportement rhéologique viscoplastique isotherme du matériau, suivant la loi de Norton-Hoff :

$$\bar{\sigma} = K \bar{d}^m \quad (4.1)$$

Nous rappelons que $\bar{\sigma}$ est la contrainte équivalente, K un coefficient dépendant du matériau à une température de référence fixée, \bar{d} la vitesse de déformation généralisée et m le coefficient de sensibilité à la vitesse de déformation.

La gamme opératoire de forgeage par écoulement radial consiste en un déplacement de matière: le poinçon P de la figure 4.1 écrase la réserve de matière du lopin L (rayon r_0) de façon à ce qu'il en résulte un filage radial, le front d'avancée de la matière passe du rayon r_1 au rayon r_2 par remplissage de la gravure dentée.

La démarche analytique consiste à proposer une subdivision du volume de matière déformée en 6 régions où l'on postule des champs de vitesses

d'évaluer une borne supérieure de la puissance dissipée par déformation plastique (P_d) et par frottement au niveau du contact métal/outil (P_f).

4.2 Subdivision du volume déformé

La subdivision du lopin en 6 zones est représentée en coupe transversale (figure 4.2) et en vue de dessus partielle (figure 4.3). $IJ=S(r)$ est la mesure de l'arc correspondant au front d'avancée de la matière .

région 0 : région où la vitesse virtuelle est uniforme, le mouvement rigidifiant de la matière s'étend jusqu'à la frontière B'C'.

région (e): région intermédiaire d'accommodation des champs de vitesses, délimitée par les frontières virtuelles BB'C'C.

région 1 : vitesse virtuelle non uniforme, région délimitée par les frontières virtuelles ABCD.

région (e^*) : région intermédiaire d'accommodation délimitée par les frontières virtuelles CC"D"D.

région 2 : vitesse virtuelle traduisant un écoulement centrifuge, région délimitée par les frontières virtuelles C"D"EF.

région 3 : zone de remplissage de la gravure.

Les frontières B-C, C-D et E-F sont le siège de discontinuités vis-à-vis des champs de vitesses virtuelles retenus (phénomène de cisaillement de la matière). Ceci nous a conduit à introduire des régions intermédiaires d'accommodation (e) et (e^*) permettant d'assurer la continuité du champ des vitesses virtuelles d'une région à l'autre, ce qui est plus cohérent avec le comportement viscoplastique du matériau.

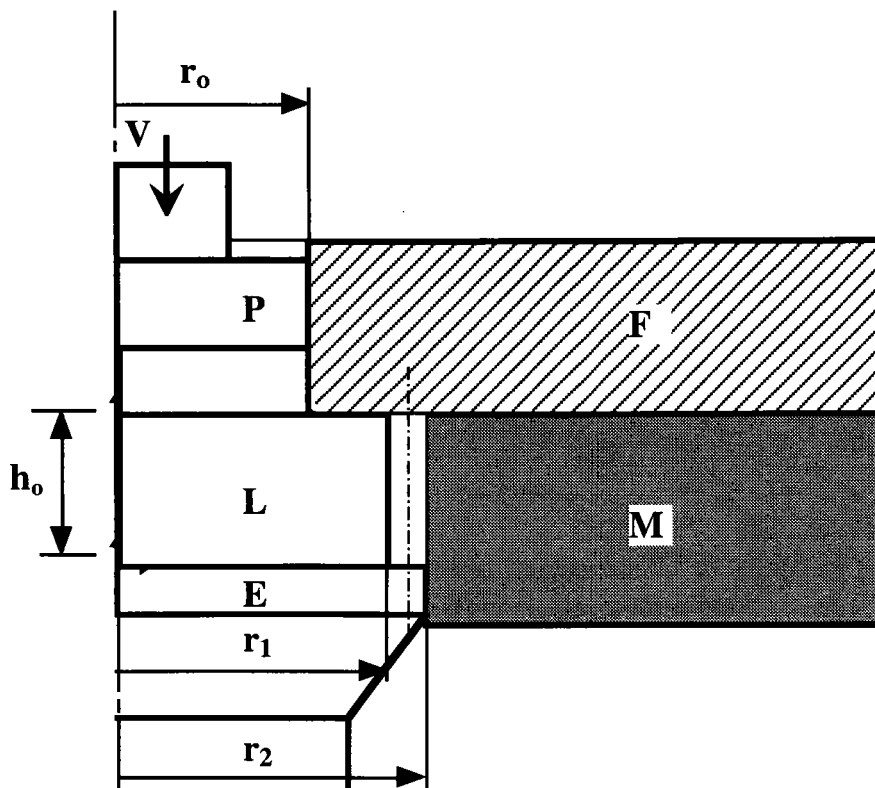


Figure 4.1: Schéma du dispositif d'élaboration des pignons par forgeage transverse. P: poinçon. M: matrice. E: éjecteur. F: fermeture. L: lopin. V: vitesse de poinçonnement.

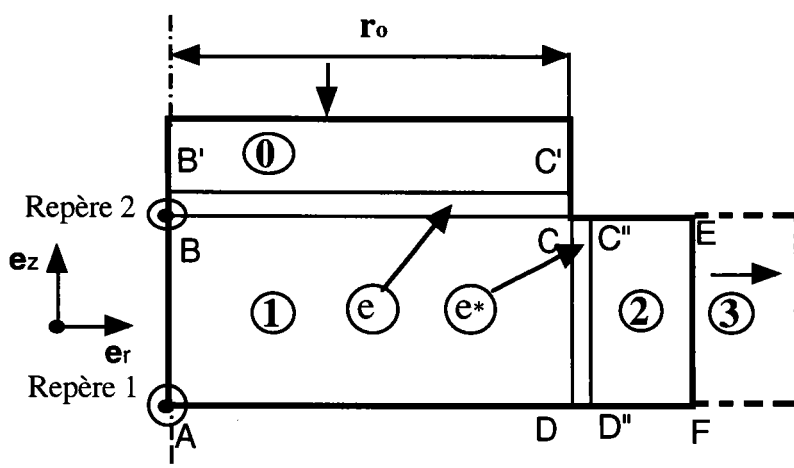


Figure 4.2 : Coupe transversale du lopin présentant la subdivision adoptée.

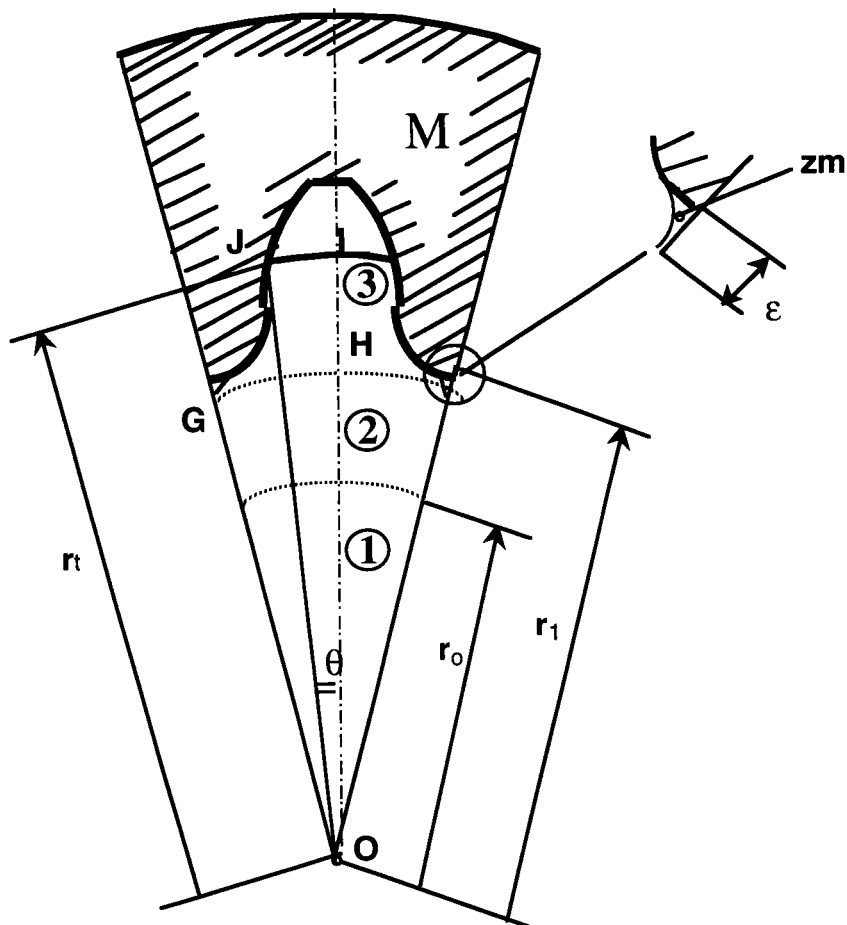


Figure 4.3: Vue de dessus partielle d'un secteur du lopin et de la matrice correspondant à une dent, avec la subdivision adoptée. zm: zone morte.

4.3 Analyse des champs, dissipation plastique et dissipation de frottement

i) Région O

La modélisation du frottement est fondée sur la loi de frottement de Norton-Hoff [20]:

$$\tau = -\alpha C \Delta V^{g-1} \Delta V \quad (4.2)$$

Cette relation permet d'exprimer la cission de frottement τ engendrée par la différence de vitesse ΔV entre deux domaines matériels en contact.

C est la consistance du matériau, α le coefficient de frottement, g la sensibilité à la vitesse de glissement. Dans la suite nous prendrons g égal à m . Pour la région 0, la puissance dissipée par frottement métal/outil s'écrit:

$$P_{fo} = \alpha C V^{1+m} 2\pi r_o h \quad (4.3)$$

h étant la hauteur instantanée de l'épaulement (de l'extrémité du poinçon au point B). On a ici $\Delta V = V$ vitesse de poinçonnement ; C est reliée à K par la relation :

$$C = K 3^{\frac{1+m}{2}} \quad (4.4)$$

ii) Région intermédiaire (e)

Le champ de vitesses virtuelles U retenu a pour composante radiale:

$$U_r = \frac{V}{2h_o} (1 - z/e) r \quad (4.5)$$

e est l'épaisseur BB' de la zone (e) et z est mesuré depuis l'origine B (repère 2 de la figure 2).

La condition d'incompressibilité doit être satisfaite:

$$\nabla \cdot U(r, \theta, z) = 0 \quad (4.6)$$

où ∇ est l'opérateur gradient tensoriel eulérien, ce qui revient à écrire:

$$U_z = \frac{V}{h_o} \left(\frac{z^2}{2e} - z + \frac{e}{2} - h_o \right) \quad (4.7)$$

avec pour condition à la limite

$$U_z(z = e) = -V \quad (4.8)$$

Le champ eulérien des taux virtuels de déformation est donné par:

$$d = \frac{1}{2} (\nabla U + {}^t \nabla U) \quad (4.9)$$

Par suite, la vitesse de déformation équivalente au sens de von Mises est égale à:

$$\bar{d} = \frac{V}{2h_0} \sqrt{4(1-z/e)^2 + 1/3(r/e)^2} \quad (4.10)$$

La puissance dissipée par déformation plastique s'écrit:

$$P_d = \int_0^{e r_0} \int_0^o 2\pi K \left(\frac{V}{2h_0} \sqrt{4(1-z/e)^2 + 1/3(r/e)^2} \right)^{1+m} r dr dz \quad (4.11)$$

L'épaisseur e est choisie telle qu'elle minimise la puissance P_d , soit:

$$\frac{\partial P_d}{\partial e} = 0 \quad (4.12)$$

iii) Région 1

Le champ eulérien des vitesses virtuelles retenu est de la forme:

$$U_1(r, \theta, z) = U_r e_r + a z e_z \quad (4.13)$$

où $a = -V/h_0$ par continuité avec le champ de la région (e) compte tenu des conditions aux limites exprimées dans le repère 1 d'origine A (Fig. 2).

$$U_z(z=0) = 0 \quad (4.14)$$

$$U_z(z=h_0) = -V \quad (4.15)$$

Le champ des vitesses qui en découle s'écrit:

$$U_1(r, \theta, z) = \frac{V}{h_0} \left(\frac{r}{2} e_r - z e_z \right) \quad (4.16)$$

La vitesse de déformation équivalente vaut $\bar{d}_1 = V/h_0$ et la puissance dissipée par déformation plastique s'écrit:

$$P_{d1} = K(V/h_0)^{1+m} \pi r_0^2 h_0 \quad (4.17)$$

La puissance dissipée par frottement sur la frontière AD est donnée par:

$$P_{f,AD} = \frac{2\pi}{2+m} \alpha C \left(\frac{V r_o}{2 h_o} \right)^{1+m} r_o^2 \quad (4.18)$$

iv) Région intermédiaire (e^*)

Cette région doit vérifier la condition de continuité:

$$U_z(r=r_o) = -\frac{V}{h_o} z \quad (4.19)$$

ce qui conduit à l'expression du champ de vitesses virtuelles :

$$U_z = -\frac{V}{h_o} z \left(1 - \frac{r-r_o}{e^*} \right) \quad (4.20)$$

$$U_r = \frac{V}{h_o} \left(\left(1 + \frac{r_o}{e^*} \right) \frac{r}{2} - \frac{r^2}{3e^*} - \frac{r_o^3}{6e^* r} \right) \quad (4.21)$$

où $e^* = CC'$ représente l'épaisseur de cette zone de transition. La valeur e^* doit minimiser la dissipation plastique P_d :

$$\frac{\partial P_d}{\partial e^*} = 0 \quad (4.22)$$

Dans ces conditions la vitesse de déformation équivalente \bar{d} est égale à:

$$\bar{d} = \frac{V}{h_o} \left(1 + \frac{1}{3} \left(\frac{z}{e^*} \right)^2 \right)^{1/2} \quad (4.23)$$

et la dissipation plastique s'écrit:

$$P_d = \int_{r_o}^{r_o+e^*} \int_0^h 2\pi K \left(\frac{V}{h_o} \sqrt{1 + \frac{1}{3} \left(\frac{z}{e^*} \right)^2} \right)^{1+m} r dr dz \quad (4.24)$$

v) Région 2

Le champ $U_2(r, \theta, z)$ est centrifuge:

$$U_2(r, \theta, z) = \frac{1}{2} \frac{V}{h_o} \frac{r_o^2}{r} e_r \quad (4.25)$$

Compte tenu de la condition d'incompressibilité on obtient donc:

$$\bar{d}_2 = \frac{1}{\sqrt{3}} \frac{V}{h_o} \frac{r_o^2}{r^2} \quad (4.26)$$

soit pour la puissance dissipée par déformation plastique:

$$P_{d2} = \frac{\pi K h_o}{m} \left(\frac{1}{r_o^{2m}} - \frac{1}{r_1^{2m}} \right) \left(\frac{1}{\sqrt{3}} \frac{V}{h_o} \frac{r_o^2}{r^2} \right)^{1+m} \quad (4.27)$$

La puissance dissipée par frottement sur les surfaces annulaires CE et DF s'écrit:

$$P_{f2} = \frac{4\pi \alpha C}{2-m} \left(r_1^{2-m} - r_o^{2-m} \right) \left(\frac{1}{2} \frac{V}{h_o} \frac{r_o^2}{r} \right)^{1+m} \quad (4.28)$$

vi) Région 3

Le champ de vitesse $U_3(r, \theta, z)$ doit être cinématiquement admissible et doit également garantir la conservation du flux de matière Φ , notamment dans la région délimitée par les points GHIJ (Fig. 4.3):

$$\Phi = U_{3r}(r) S(r) = U_{3r}(r_1) S(r_1) = U_{2r}(r_1) S(r_1) \quad (4.29)$$

soit :

$$U_{3r}(r_1) = U_{2r}(r_1) \quad (4.30)$$

$$U_{3r}(r) = \Phi / S(r) \quad (4.31)$$

$$\Phi = \frac{\pi V}{2Zh_o} r_o^2 \quad (4.32)$$

La fonction $S(r)$ représente la longueur de l'arc IJ de rayon r lorsque J décrit le demi profil de la denture. Le champ de vitesses virtuelles qui respecte ces conditions s'écrit:

$$U_3(r, \theta) = \frac{\Phi}{S(r)} e_r + r\theta\Phi \left(\frac{S'(r)}{S^2(r)} - \frac{1}{rS(r)} \right) e_\theta \quad (4.33)$$

Compte tenu du fait que $U_{3\theta}(r, \theta)$ n'est pas nul en $r=r_1$, en particulier pour $\theta = \pi/Z$, il paraît commode d'introduire une zone morte de dimensions réduites dans le pied de dent, notée (zm) sur la Figure 3, s'étendant du rayon $r_1 - \varepsilon$ au rayon r_1 , de telle sorte que $U_{3\theta}(r, \theta)$ s'annule en $r=r_1 - \varepsilon$ quel que soit l'angle θ . La région 3 est donc délimitée par le rayon $r_1 - \varepsilon$. Le profil de la zone morte est inclus dans $S(r)$ et assure la continuité du champ des vitesses dans cette région.

$$U_{3\theta}(r_1 - \varepsilon, \theta) = 0 \quad (4.34)$$

En négligeant les puissances dissipées par frottement, l'épaisseur ε de la zone morte devrait être optimisée pour que la dissipation plastique globale dans les zone 2 et 3 soit minimale:

$$\frac{\partial(P_{d2} + P_{d3})}{\partial \varepsilon} = 0 \quad (4.35)$$

La vitesse de déformation équivalente \bar{d}_3 vérifie par conséquent l'expression suivante:

$$\bar{d}_3 = \frac{\Phi}{S^2(r)} \sqrt{\frac{4S'^2(r)}{3} + \frac{\theta^2}{3r^2S^2(r)} \left(r^2S''(r)S(r) - 2r^2S'^2(r) + rS(r)S'(r) + S^2(r) \right)^2} \quad (4.36)$$

La puissance de déformation plastique correspondant à cette région vaut:

$$P_{d3} = \int_{r_1 - \varepsilon}^{r_1} \int_0^{S(r)/r} 2Zh_o K \bar{d}_3^{1+m} r dr d\theta \quad (4.37)$$

r_t étant le rayon du front d'avancée de la matière (Figure 4.3).

La puissance dissipée par frottement au contact avec la gravure dentée de la matrice s'écrit:

$$P_{fGI} = \frac{2Zh_o\alpha C}{\cos\beta_m} \int_{r_1}^{r_t} \sqrt{1+S'^2(r)} \left(U_{3r}^2\left(r, \frac{S(r)}{r}\right) + U_{3\theta}^2\left(r, \frac{S(r)}{r}\right) \right)^{\frac{1+m}{2}} dr \quad (4.38)$$

dans cette dernière relation β_m représente l'angle d'hélice moyen des flancs de denture par rapport à l'axe oz, les variations radiales de l'angle d'hélice étant négligées ($\beta_m = 0$ dans le cas d'une denture droite).

La puissance dissipée par frottement au contact avec les matrices inférieure et supérieure (somme des aires GHIJ) vaut:

$$P_{fGHIJ} = 4Z\alpha C \int_{r_1}^{r_t} \int_0^{S(r)/r} \left(U_{3r}^2(r, \theta) + U_{3\theta}^2(r, \theta) \right)^{\frac{1+m}{2}} r d\theta dr \quad (4.39)$$

4.4 Confrontation entre l'approche expérimentale et l'approche analytique ; discussion.

Nous avons utilisé une maquette de simulation (visioplasticité) qui a permis de simuler l'élaboration d'un pignon à denture hélicoïdale par filage latéral.

Les données expérimentales sont les suivantes :

- . Le matériau modèle (plasticine) est utilisé à 20 C
- . Le comportement rhéologique viscoplastique de la plasticine est le suivant:
 $\bar{\sigma} = K \bar{d}^m$ avec $K = 0,500$ MPa et $m=0,10$.
- . Vitesse de poinçonnement $V = 0,17$ mm/sec.
- . Rayon du poinçon $r_o = 40$ mm.
- . Rayon initial du lopin $r_1 = 80$ mm.
- . Angle d'inclinaison moyen de la denture $\beta_m = 22^\circ$.
- . Coefficient de frottement $\alpha = 0,30$ obtenu à l'aide de talc industriel.
- . Hauteur finale du pignon forgé $h_o = 42$ mm.

Nous avons traité le même problème par le biais de la modélisation analytique décrite ci-dessus.

Les résultats obtenus sont illustrés figure 4.4 où l'on peut constater la bonne convergence des résultats analytiques avec ceux de la simulation

plasticine. Néanmoins, les prédictions des deux méthodes sont tout à fait erronées quand il s'agit d'estimer les efforts de remplissage en fin d'opération de forgeage sur acier.

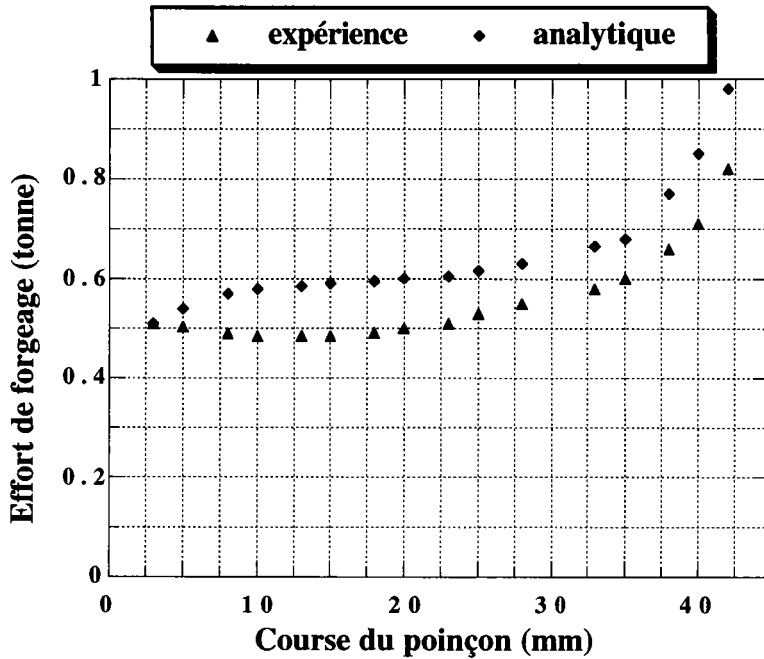


Figure 4.4 : Résultats analytiques et expérimentaux pour la prévision des efforts de forgeage d'un pignon à denture hélicoïdale.

En effet, la confrontation de ces deux approches aux résultats de mesures en grandeur réelle sous presse instrumentée, les mettent en défaut en ce qui concerne l'estimation des efforts en fin de remplissage de la gravure. C'est ainsi que l'on a constaté une sous-évaluation de l'effort de forgeage qui peut atteindre un facteur deux en fin d'opération.

Concernant la modélisation analytique, cette limitation est essentiellement due au fait que les champs de vitesses virtuels postulés sont basés sur l'hypothèse d'une avancée purement radiale du front de remplissage de la gravure, l'effet du bombement ou "barrelling" étant complètement négligé. S'il est tout à fait justifié de ne pas prendre en compte ce phénomène au début de l'opération de mise en forme, jusqu'au moment où la partie équatoriale du lopin vient en contact avec le fond de la gravure, par contre, au delà de cet instant, le mode d'écoulement n'est plus le même et se transforme en un mode de remplissage des coins supérieur et inférieur de la gravure. Ceci explique l'écart entre la prédiction analytique et l'effort réel

mesuré en fin d'opération de forgeage sur acier. Dans les prochains chapitres, nous nous attacherons surtout à perfectionner la modélisation analytique en représentant de façon plus réaliste la phase finale de remplissage de la gravure.

Concernant la simulation physique avec pâte à modeler, l'écart entre les prédictions en fin d'opération de forgeage et les efforts réels est principalement dû au comportement élastique de la pâte. En effet, celle-ci présente une déformation élastique assez importante, entre 2% et 5%, (contrairement à l'acier à chaud ou à mi-chaud dont la déformation élastique ne dépasse pas, en général, les 0,2%) ; la déformation élastique de la pâte ne peut être négligée en fin d'opération de remplissage, du fait qu'à ce stade chaque petit incrément de déformation se traduit par un remplissage significatif de la gravure. Ceci nous amène à penser que la simulation physique sur pâte à modeler ne peut donner de résultats quantitatifs fiables concernant les efforts de forgeage en matrices fermées lors de la phase finale du remplissage.

Un concept de zone d'accommodation (ou de transition) a été introduit dans la modélisation, en pratique cela consiste à prendre en compte entre deux zones adjacentes ayant des champs de déformation différents, une bande de transition dont l'épaisseur est obtenue par minimisation de l'énergie virtuelle de déformation dissipée dans celle-ci. Ceci permet d'adapter la méthode extrémale de la borne supérieure à des cas viscoplastiques. En effet, en l'absence de ces zones d'accommodation, le gradient de vitesse serait infini et, d'après la loi de Norton-Hoff, la contrainte généralisée le serait également, ce qui pose des problèmes de consistance du modèle.

Une parade à ce problème de consistance, pour un matériau viscoplastique, serait d'assimiler l'effort nécessaire à la déformation dans la bande à l'effort de cisson à l'interface des deux zones adjacentes et donc d'admettre une discontinuité, avec une cisson τ prise égale à $\bar{\sigma}/\sqrt{3}$.

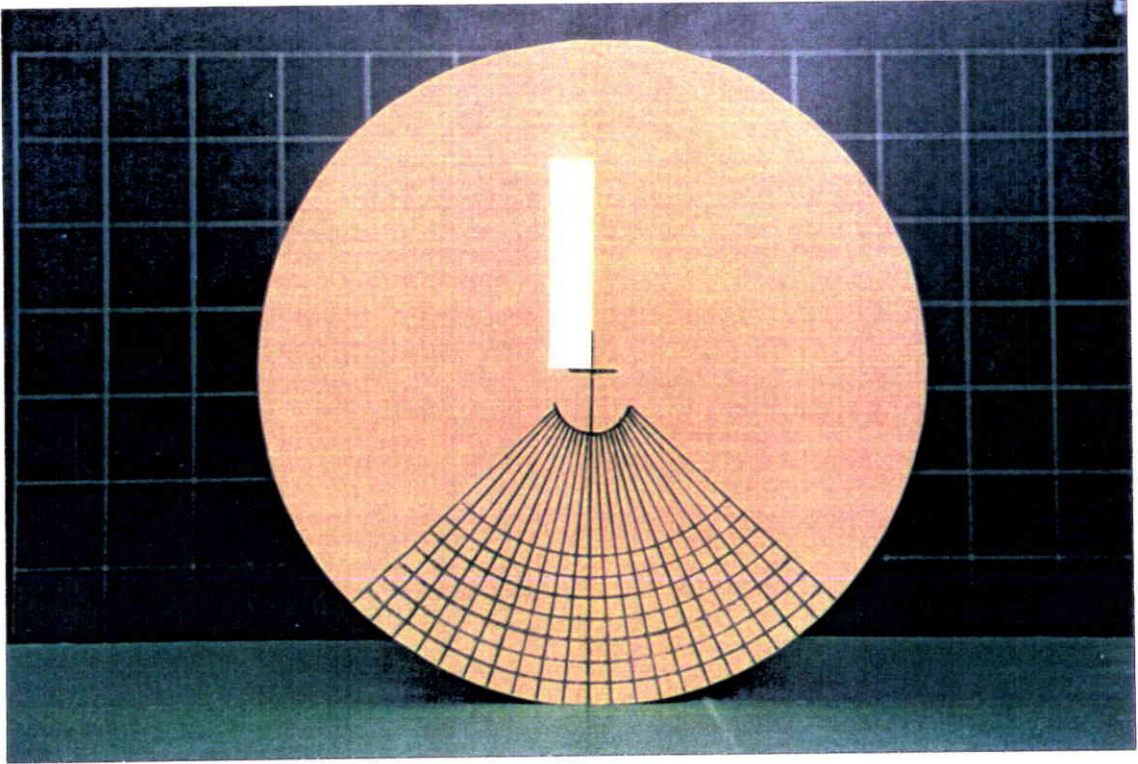
Signalons aussi que l'introduction de zones d'accommodation est à rapprocher du concept de "bande de dilution" utilisé par certains auteurs dans des cas de filage [4,5] et s'appuyant sur une analogie entre les caractères viscoplastique et pseudoplastique des matériaux mis en œuvre.

4.5 Conclusion partielle

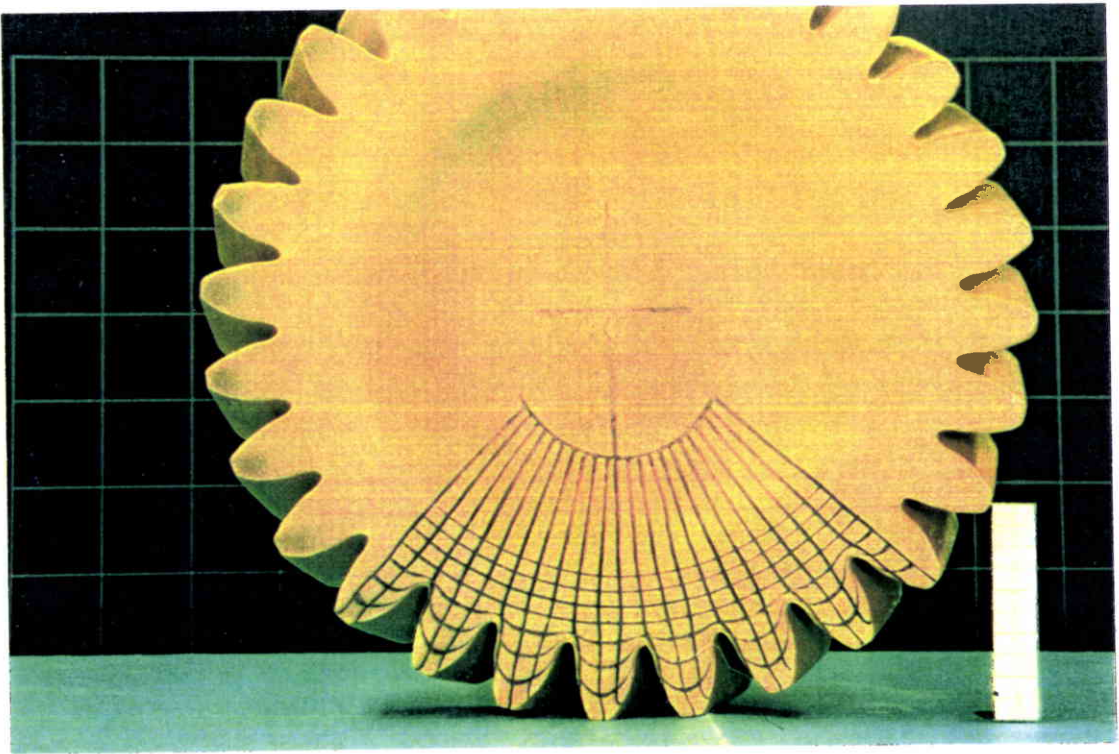
Une modélisation analytique du forgeage de pignons par filage latéral, utilisant la méthode extrémale de la borne supérieure et tenant compte du caractère viscoplastique du matériau, est présentée. Le concept de zone d'accommodation introduit dans le modèle permet de simuler, de façon plus consistante, le passage de la matière entre deux zones en assurant la continuité des champs de vitesses virtuelles en principe incompatibles.

Bien qu'elle ait été validée par comparaison avec les résultats expérimentaux obtenus sur matériau modèle, la modélisation analytique est en défaut lorsqu'il s'agit d'estimer des efforts au stade final du remplissage de la gravure. Il est donc nécessaire de perfectionner ce modèle.

En dépit de l'utilisation très répandue de la simulation physique sur pâte à modeler par des chercheurs et ingénieurs travaillant dans le domaine de la mise en forme, celle-ci est également inadéquate à simuler la fin du remplissage, mais pour des raisons différentes de celles évoquées précédemment. En effet, les écarts proviennent du comportement élastique de la pâte lors de la phase finale de remplissage de la gravure.

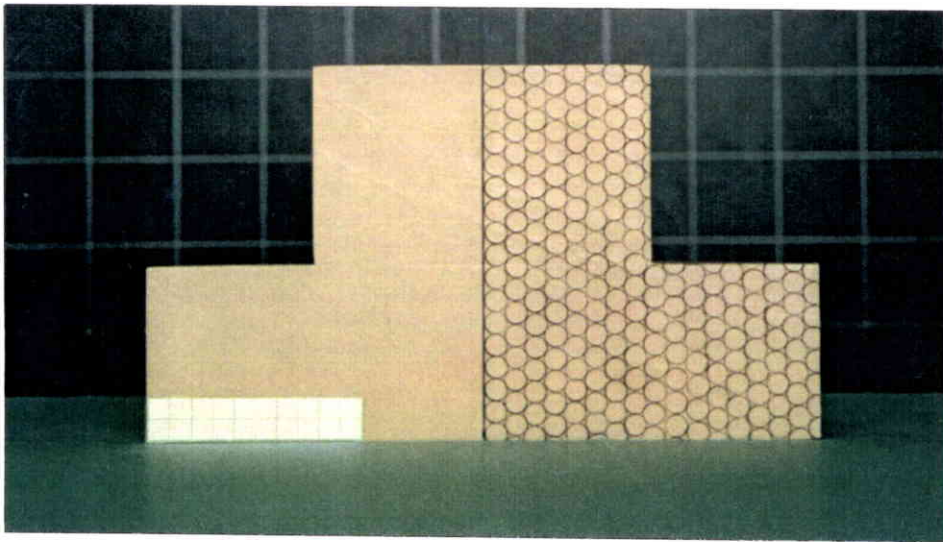


a)

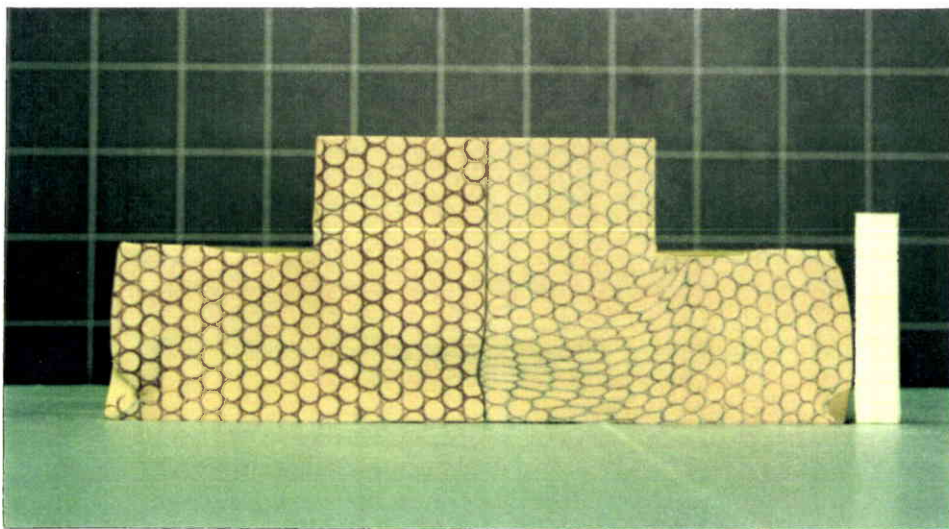


b)

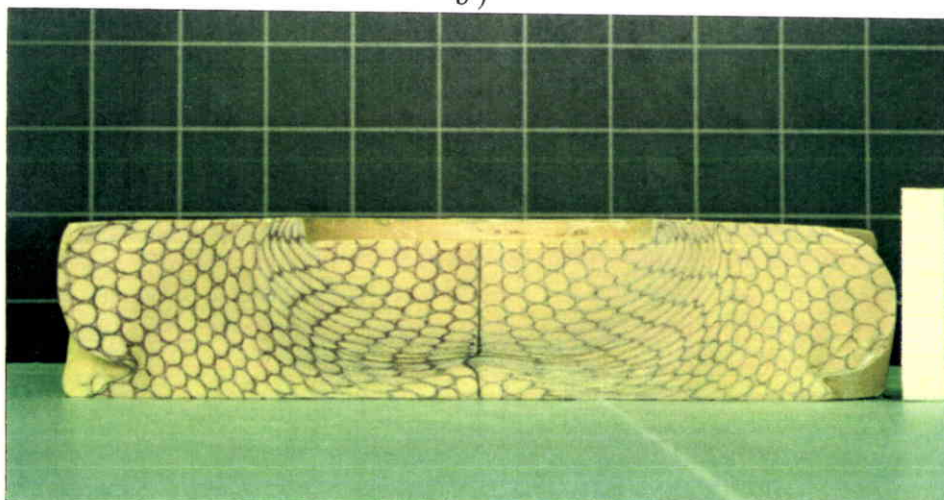
Figure 4.5 - Coupe radiale du lopin. a) avant forgeage. b) après forgeage.



a)

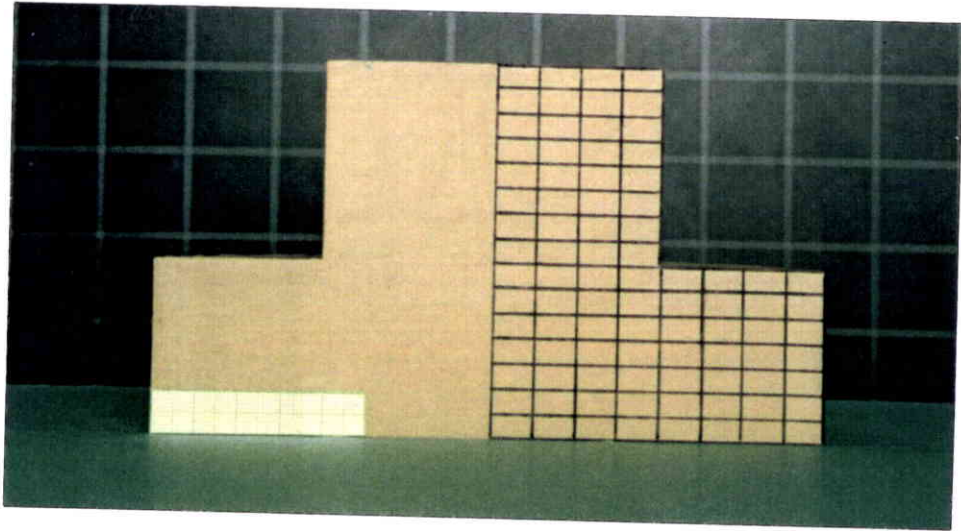


b)

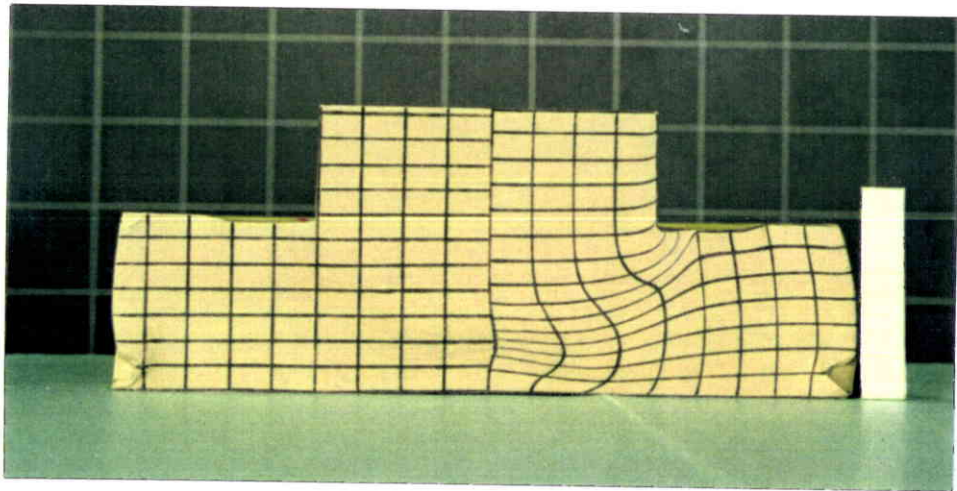


c)

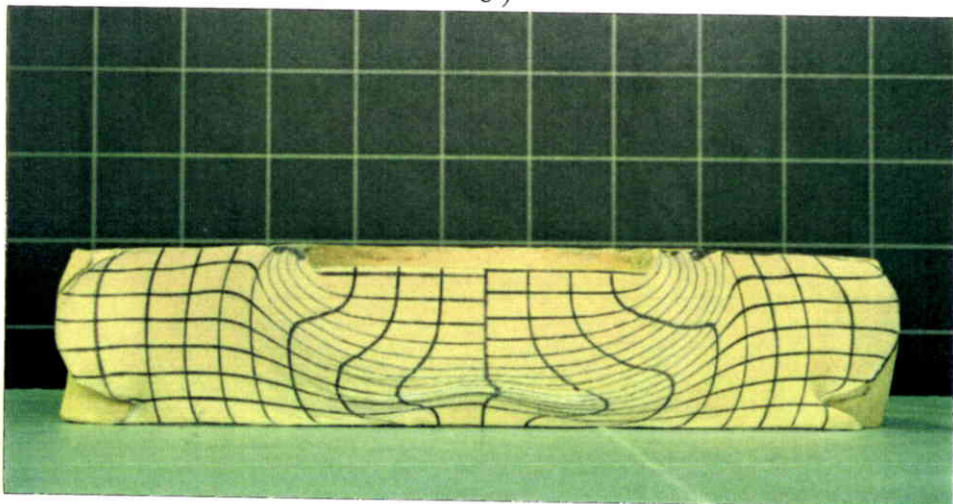
Figure 4.6 - Simulation pâte à modeler. Coupe axiale du lopin forgé (maillage en cercles). a) lopin initial non déformé et maillé. b) lopin partiellement forgé puis remaillé. c) fin de l'opération de forgeage.



a)



b)



c)

Figure 4.7 - Simulation pâte à modeler. Coupe axiale du lopin forgé (maillage cartésien). a) lopin initial non déformé et maillé. b) lopin partiellement forgé puis remaillé. c) fin de l'opération de forgeage.

Bibliographie du chapitre 4

- [1] O. P. Grover and B. L. Junela, Analysis of forging of gear-like elements. Advanced technology of Plasticity, *The Japan Society for Technology of Plasticity*, 1984.
- [2] N. A. Abdul and T. A. Dean, An analysis of the forging of spur gear forms, *Int. J. Mach. Tool. Des. Res.*, 1986.
- [3] FORGE 2 : a finite element code of the forging process, *Ecole des Mines de Paris*,. Sophia Antipolis, 1989.
- [4] D. Fenot, Analyse mécanique et simulation thermo-mécanique du filage à chaud, *Thèse, Ecole des Mines de Paris*, SOPHIA ANTIPOLIS, 1979.
- [5] J. F. Dupuis, Approche théorique et expérimentale de la conception et du réglage des filières par la portée et la préchambre. *Thèse, Ecole des Mines de Paris*, SOPHIA ANTIPOLIS, 1992.

Chapitre 5

MODÉLISATION ANALYTIQUE DE LA FIN DU REMPLISSAGE : CAS DU FORGEAGE PAR ÉCRASEMENT D'UN LOPIN CYLINDRIQUE EN CONTENEUR LISSE

5.1. Introduction

Dans un souci d'amélioration de la qualité dimensionnelle des produits forgés, le forgeage précis s'oriente de plus en plus vers la mise en forme des produits en matrices fermées. Cependant, en fin d'opération ou lors du processus de calibration en matrices fermées, le remplissage des arrêtes exige des efforts assez importants qui conditionnent le choix du type de presse et en particulier celui des matériaux entrant dans la fabrication des différents outils. Cette étape finale est d'autant plus importante que la précision dimensionnelle du produit en dépend directement. Plusieurs travaux ont fait l'objet de publications dans ce domaine, nous citerons principalement : le travail de Bocharov sur le mécanisme de calibrage [1], de Dean sur l'effet de l'excès du volume de matière sur l'outillage et la presse [2], de Nediani et Dean sur le remplissage d'une gravure ayant une section rectangulaire [3] et les travaux de Ibhadode [4] et, plus récemment, de Marin *et al.* [5] sur la simulation analytique du remplissage des coins lors du forgeage d'un lopin cylindrique en matrices fermées.

Pour notre part, nous nous sommes particulièrement intéressés à deux cas particuliers de forgeage en matrices fermées qui concernent l'obtention d'un lopin cylindrique par écrasement axial ou par forgeage transverse. Nous présentons trois modélisations analytiques de ces cas de figure en prenant en compte le comportement viscoplastique du matériau. Deux des trois modèles concernent le forgeage par écrasement, et sont développés dans le présent chapitre. Quant à la troisième modélisation, elle concerne le forgeage transverse et fait l'objet d'un développement dans le chapitre 6. Ces deux processus de remplissage nous intéressent particulièrement dans la mesure où ils représentent les deux possibilités technologiques retenues pour le forgeage des pignons.

Les modélisations présentées sont fondées sur les hypothèses suivantes:

i) Le comportement du matériau est de type viscoplastique isotherme, nous adopterons pour cela la relation de Norton-Hoff :

$$\bar{\sigma} = K \bar{d}^m \quad (5.1)$$

ii) Le frottement est modélisé par la loi de Tresca selon laquelle la cission due au frottement τ est donnée par :

$$\tau = \bar{m} \bar{\sigma} / \sqrt{3} \quad (5.2)$$

\bar{m} étant le coefficient de frottement, nous supposons qu'il reste constant tout au long de l'écrasement.

iii) Les tas d'écrasement sont supposés indéformables.

iv) Compte tenu de la brièveté de l'opération, les échanges thermiques métal/outils sont négligeables.

v) Les forces d'inertie sont négligeables par rapport aux efforts mis en jeu.

5.2. Forgeage d'un lopin cylindrique par écrasement en conteneur lisse

5.2.1 Modélisation inspirée des travaux de Chamouard

Lors du forgeage d'un lopin cylindrique (figure 5.1) le contact avec la matrice ne peut se faire de façon parfaite (surface cylindrique) à cause des conditions de frottement. En effet, le frottement conditionne la nature de l'écoulement plastique et la configuration du lopin: au cours de l'écoulement nous observons l'extension des faces planes et l'accentuation du bombement de la surface latérale. Dans ce cadre, le modèle empirique de Chamouard [6] préconise que l'effort de forgeage d'un lopin cylindrique, de hauteur H et de diamètre D , en conteneur lisse venant en contact avec la matrice sur une surface latérale de hauteur h_c est équivalent à l'effort d'écrasement, dans les mêmes conditions de frottement et de vitesse d'écrasement, d'un lopin cylindrique de hauteur $2t$ et de diamètre D . Notre analyse, qui se fonde sur cette hypothèse, est ainsi profondément simplifiée puisqu'elle revient à une modélisation de l'écrasement libre d'un lopin. Nous préconisons donc de garder l'hypothèse de Chamouard tout en considérant de plus le phénomène de bombement.

En prenant comme origine du repère le centre géométrique de la surface d'appui du lopin avec un axe OZ dirigé vers le haut, nous proposons un champ des vitesses virtuel U , proche de celui proposé par E. Felder pour modéliser le bombement[7], dont les composantes U_r et U_z sont données par :

$$U_r = \frac{V}{2h} r \left\{ 1 - \frac{r_o^2}{r^2} \right\} \left\{ p + \frac{\pi}{2} (1-p) \sin\left(\frac{\pi z}{h}\right) \right\} \quad (5.3)$$

$$U_z = -V \left\{ p \frac{z}{h} + \frac{(1-p)}{2} \left(1 - \cos \left(\frac{\pi z}{h} \right) \right) \right\} \quad (5.4)$$

V représente la vitesse d'écrasement.

Il est à noter que la valeur de h varie selon que le lopin est ou non entré en contact latéral avec la matrice. En effet, la valeur de h est prise égale à H avant contact matrice/lopin et égale à $2t$ après l'établissement du contact lopin/matrice cylindrique.

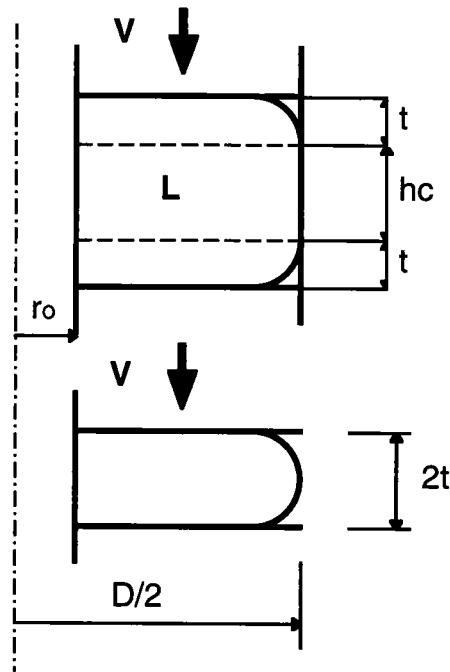


Figure 5.1- Écrasement d'un lopin en conteneur lisse, équivalence de Chamouard.

Le champ de vitesse vérifie la condition d'incompressibilité donnée en coordonnées cylindriques :

$$\frac{\partial U_r}{\partial r} + \frac{U_r}{r} + \frac{1}{r} \frac{\partial U_\theta}{\partial \theta} + \frac{\partial U_z}{\partial z} = 0 \quad (5.5)$$

ainsi que les conditions aux limites:

$$U_z(z=0) = 0 \quad (5.6)$$

$$U_z(z=h) = -V \quad (5.7)$$

P est un paramètre compris entre 0 et 1, et qui régit la morphologie du lopin au cours de l'écoulement. Pour P égal à l'unité le lopin garde sa forme

cylindrique, et l'écoulement a lieu de façon uniforme. Pour p nul le contact lopin/plateau est du type collant, le bombement est donc maximal.

Le champ eulérien des vitesses de déformations virtuelles est donné par :

$$\mathbf{d} = 1/2(\nabla U + {}^t\nabla U) \quad (5.8)$$

où l'opérateur ∇ désigne le gradient tensoriel eulérien.

Les composantes non nulles d_{rr} , $d_{\theta\theta}$, d_{zz} et $d_{r\theta}$ du champ \mathbf{d} sont données par :

$$d_{rr} = \frac{V}{2h} \left\{ 1 + \frac{r_o^2}{r^2} \right\} \left\{ p + \frac{\pi}{2} (1-p) \sin\left(\frac{\pi z}{h}\right) \right\} \quad (5.9)$$

$$d_{\theta\theta} = \frac{V}{2h} \left\{ 1 - \frac{r_o^2}{r^2} \right\} \left\{ p + \frac{\pi}{2} (1-p) \sin\left(\frac{\pi z}{h}\right) \right\} \quad (5.10)$$

$$d_{zz} = -\frac{V}{h} \left\{ p + \frac{\pi}{2} (1-p) \sin\left(\frac{\pi z}{h}\right) \right\} \quad (5.11)$$

$$d_{rz} = \frac{\pi^2 V}{8h^2} r \left\{ 1 - \frac{r_o^2}{r^2} \right\} (1-p) \cos\left(\frac{\pi z}{h}\right) \quad (5.12)$$

La vitesse de déformation équivalente au sens de von Mises est donnée par :

$$\bar{d} = \sqrt{2/3 d_{ij} d_{ij}} \quad (5.13)$$

• La puissance dissipée par déformation plastique s'écrit :

$$P_d = \int \bar{\sigma} \bar{d} d\Omega_t \quad (5.14)$$

où Ω_t est le volume total déformé. L'équation (5.14) peut encore se mettre sous la forme :

$$P_d = \int_0^h \int_{r_o}^{r_e(z)} K \bar{d}^{1+m} 2\pi r dr dz \quad (5.15)$$

La fonction $r_e(z)$ définit le rayon extérieur du lopin décrivant la forme du bombé.

• La puissance dissipée par frottement sur les surfaces de contact métal/plateaux s'écrit :

$$P_f = \int \tau |\Delta V| dS \quad (5.16)$$

$|\Delta V|$ est la vitesse de glissement du lopin par rapport aux plateaux, elle s'écrit:

$$|\Delta V| = \frac{V}{2h} p r \left\{ 1 - \frac{r_o^2}{r^2} \right\} \quad (5.17)$$

La relation (5.16) peut être réécrite sous une forme plus explicite :

$$P_{f1} = 2 \int_{r_o}^{r_{ei}} \frac{\bar{m}}{\sqrt{3}} K \bar{d}^m \frac{V}{h} p r^2 \left\{ 1 - \frac{r_o^2}{r^2} \right\} \pi dr \quad (5.18)$$

r_{ei} étant le rayon extérieur du lopin en contact avec la matrice inférieure.

• La puissance dissipée par frottement sur l'aiguille centrale est donnée par:

$$P_{f2} = \int_0^h \frac{\bar{m}}{\sqrt{3}} K \bar{d}^m V \left\{ p \frac{z}{h} + \frac{(1-p)}{2} \left(1 - \cos \left(\frac{\pi z}{h} \right) \right) \right\} 2\pi r_o dz \quad (5.19)$$

La puissance totale P_t est donc donnée par :

$$P_t = P_d + P_{f1} + P_{f2} \quad (5.20)$$

A chaque valeur du paramètre P correspond un mode de déformation du lopin. Il est donc nécessaire de chercher le processus d'écoulement le plus probable. Selon le principe variationnel de Hill, relation (2.40), l'écoulement le plus proche de la réalité, dans une famille de champs virtuels, est celui pour lequel P vérifie la relation :

$$\frac{\partial}{\partial p} \left\{ \frac{P_d}{1+m} + P_{f1} + P_{f2} \right\} = 0 \quad (5.21)$$

A chaque incrément de déformation, cette dernière équation est résolue numériquement ce qui permet d'évaluer P et de lever l'indétermination sur le calcul de P_t .

5.2.2 Nouvelle modélisation analytique

Concernant la phase de déformation qui précède le contact latéral lopin/matrice cylindrique, le calcul ne diffère en rien de celui présenté ci-dessus (§5.2.1). Par contre, en ce qui concerne la seconde phase, traduisant l'étape de remplissage final, le nouveau modèle constitue un affinement du précédent.

Nous présentons donc un modèle de fin de remplissage basé sur la méthode de la borne supérieure et ne s'appuyant pas sur l'hypothèse de Chamouard. Pour ce faire, une subdivision en deux zones du volume de matière déformée est proposée (fig. 5.2). La zone 1 est délimitée par les points A, B, C et D. La zone 2 est, quant à elle, délimitée par les points B, E, F et C. Nous considérons également que la zone morte (z_m), délimitée par la branche BE, n'intervient pas dans l'écoulement.

Pour simplifier la présentation du modèle nous supposons que la subdivision est symétrique par rapport à AB. De ce fait, nous ne traitons que la moitié inférieure.

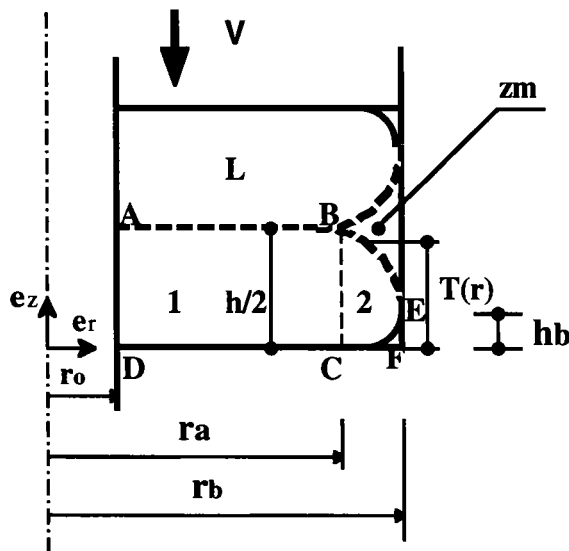


figure 5.2 - Subdivision du volume déformé du lopin

i) zone 1 (ABCD)

La zone cylindrique ABCD, n'étant pas affectée par les effets de bord, est en écrasement simple ; le champ de vitesse associé U_1 que nous proposons a pour composantes radiale U_{r1} et axiale U_{z1} :

$$U_{r1} = \frac{V}{2h} r \left\{ 1 - \frac{r_o^2}{r^2} \right\} \quad (5.22)$$

$$U_{z1} = -V \frac{z}{h} \quad (5.23)$$

et vérifie la condition d'incompressibilité donnée par l'expression (5.5) ainsi que la condition à la limite donnée par la relation (5.6) et la condition :

$$U_{z1}(z = h/2) = -V/2 \quad (5.24)$$

h désigne ici la hauteur instantanée du lopin.

D'après la définition (5.8), les composantes non nulles du tenseur taux de déformation d_1 sont exprimées par :

$$d_{rr1} = \frac{V}{2h} \left\{ 1 + \frac{r_o^2}{r^2} \right\} \quad (5.25)$$

$$d_{\theta\theta 1} = \frac{V}{2h} \left\{ 1 - \frac{r_o^2}{r^2} \right\} \quad (5.26)$$

$$d_{zz1} = -\frac{V}{h} \quad (5.27)$$

La vitesse de déformation généralisée au sens de von Mises, exprimée par la relation (5.13) est donc donnée par :

$$\bar{d}_1 = \frac{V}{h} \sqrt{1 + \frac{1}{3} \frac{r_o^4}{r^4}} \quad (5.28)$$

Le bilan de puissance est :

• Puissance de déformation dissipée dans la zone (ABCD) de volume Ω_1 tenant compte de (5.1) :

$$P_{d1} = \int K \bar{d}_1^{1+m} d\Omega_1 \quad (5.29)$$

L'équation (5.29) peut-être réécrite de façon plus explicite :

$$P_{d1} = \int_0^{h/2} \int_{r_o}^{r_a} K \left(\frac{V}{h} \right)^{1+m} \left(1 + \frac{r_o^4}{3r^4} \right)^{\frac{1+m}{2}} 2\pi r dr dz \quad (5.30)$$

Nous remarquons que la valeur du rayon r_a est inconnue à priori. Comme r_a est compris entre r_o et r_b , nous poserons pour la suite:

$$r_a = q r_b \quad (5.31)$$

En conséquence, q devient un paramètre décrivant l'étendue de la zone (ABCD).

• Puissance dissipée par frottement au contact avec la matrice inférieure:

$$P_{fCD} = \int_{r_o}^{r_a} \frac{\bar{m}K}{\sqrt{3}} \left(\frac{V}{h} \right)^m \left(1 + \frac{r_o^4}{3r^4} \right)^{\frac{m}{2}} 2\pi r dr \quad (5.32)$$

• Puissance dissipée par frottement contre l'aiguille centrale :

$$P_{fAD} = \int_0^{h/2} \frac{\bar{m}K}{\sqrt{3}} \left(\frac{V}{h} \right)^{1+m} \left(\frac{2}{3} \right)^{\frac{m}{2}} z 2\pi r_o dz \quad (5.33)$$

ii) zone 2 (BEFC)

La zone 2 est délimitée par les points B, E, F et C ; l'équation de la courbe géométrique ABE est donnée par la fonction notée $T(r)$ que nous mettons sous la forme:

$$T(r) = \left(\frac{h}{2} - h_b \right) \cos \left(\frac{\pi}{2} \frac{r - r_a}{r_b - r_a} \right) + h_b \quad \text{si } r \geq r_a \quad (5.34)$$

$$T(r) = h/2 \quad \text{si } r \leq r_a \quad (5.35)$$

de sorte que $T(r)$ soit continue et continûment dérivable et vérifie les conditions :

$$T(r = r_a) = h/2 \quad (5.36)$$

$$T(r = r_b) = h_b \quad (5.37)$$

h_b représente la hauteur de l'espace inférieur restant à remplir.

Sa dérivée par rapport à r notée $T'(r)$ s'écrit quant à elle :

$$T'(r) = -\left(\frac{h}{2} - h_b\right) \left(\frac{\pi}{2} \frac{1}{r_b - r_a}\right) \sin\left(\frac{\pi}{2} \frac{r - r_a}{r_b - r_a}\right) \quad \text{si } r \geq r_a \quad (5.38)$$

$$T'(r) = 0 \quad \text{si } r \leq r_a \quad (5.39)$$

Dans ces conditions, nous postulons un champ de vitesses U_2 dont la composante axiale U_{r2} , assure la continuité avec la composante U_{r1} du champ U_1 :

$$U_{r2} = \frac{V}{4T(r)} \left(1 - \frac{r_o^2}{r^2}\right) \quad (5.40)$$

La composante radiale U_{z2} est déterminée en tenant compte de l'équation d'incompressibilité (5.5) :

$$U_{z2} = -z \frac{V}{2T(r)} \left\{1 - \frac{rT'(r)}{2T(r)} \left(1 - \frac{r_o^2}{r^2}\right)\right\} \quad (5.41)$$

Du fait que $T'(r)$ s'annule à l'interface BC avec la zone 1, la condition de continuité concernant les composantes axiales des champs de vitesses des zones (ABCD) et (BEFC) est bien vérifiée :

$$U_{z2}(r = r_a) = U_{z1}(r = r_a) = -z \frac{V}{h} \quad (5.42)$$

Les composantes non nulles du tenseur taux de déformation sont données par:

$$d_{rr2} = \frac{V}{4T(r)} \left\{1 + \frac{r_o^2}{r^2} - \frac{T'(r)}{T(r)} \left(r - \frac{r_o^2}{r}\right)\right\} \quad (5.43)$$

$$d_{\theta\theta 2} = \frac{V}{4T(r)} \left(1 - \frac{r_o^2}{r^2}\right) \quad (5.44)$$

$$d_{zz2} = -\frac{V}{2T(r)} \left\{ 1 - \frac{rT'(r)}{2T(r)} \left(1 - \frac{r_0^2}{r^2} \right) \right\} \quad (5.45)$$

$$d_{rz2} = -\frac{1}{2} z \frac{V}{2T^2(r)} \left\{ -T'(r) \left(\frac{3}{2} + \frac{r_0^2}{r^2} \right) + \left(\frac{T'^2(r)}{T(r)} - \frac{T''(r)}{2} \right) \left(r - \frac{r_0^2}{r} \right) \right\} \quad (5.46)$$

où $T''(r)$ est la dérivée seconde par rapport à r de $T(r)$:

$$T''(r) = -\left(\frac{h}{2} - h_b \right) \left(\frac{\pi^2}{4} \frac{1}{(r_b - r_a)^2} \right) \cos \left(\frac{\pi}{2} \frac{r - r_a}{r_b - r_a} \right) \quad r \geq r_a \quad (5.47)$$

$$T''(r) = 0 \quad \text{si } r \leq r_a \quad (5.48)$$

Après détermination de la vitesse de déformation \bar{d}_2 , nous pouvons effectuer le bilan de puissance.

• Puissance de déformation sur le volume déformé Ω_2 de la zone 2 :

$$P_{d2} = \int K \bar{d}_2^{1+m} d\Omega_2 \quad (5.49)$$

• Puissance dissipée par frottement au contact avec la matrice inférieure :

$$P_{fCF} = \int_{r_a}^{r_F} \frac{\bar{m}}{\sqrt{3}} K \bar{d}_2^m 2\pi r dr \quad (5.50)$$

r_F étant le rayon extérieur du lopin au point F.

• Puissance dissipée par cisaillement à la frontière zone 2/ zone (zm) :

$$P_{cBE} = \int_{r_a}^{r_b} \frac{1}{\sqrt{3}} K \bar{d}_2^m \sqrt{U_{r2}^2 + U_{z2}^2} 2\pi \sqrt{1 + T'^2(r)} dr \quad (5.51)$$

iii) zone zm

La zone zm est supposée rigide indéformable. La puissance dissipée par frottement de la zone (zm) contre la matrice est exprimée par :

$$P_{fzm} = \frac{\bar{m}}{\sqrt{3}} \sigma_{iso} V \pi r_b (h/2 - h_b) \quad (5.52)$$

σ_{iso} étant la contrainte d'écoulement isostatique relative à la zone morte déterminée à très faible vitesse d'écoulement. Par symétrie, la puissance dissipée dans la moitié supérieure du lopin est identique à celle dissipée dans la partie inférieure, ce qui permet de déterminer la puissance totale d'écrasement P_t comme :

$$P_t = 2 (P_{d1} + P_{fAD} + P_{fCD} + P_{d2} + P_{fCF} + P_{cBE} + P_{fzm}) \quad (5.53)$$

Toujours d'après le principe variationnel de Hill, appliqué à un matériau viscoplastique, le champ le plus proche du champ réel est celui pour lequel la valeur du paramètre q , vérifie :

$$\frac{\partial}{\partial q} \left\{ \frac{P_{d1} + P_{d2} + P_{cBE}}{1+m} + P_{fCD} + P_{fCF} + P_{fzm} \right\} = 0 \quad (5.54)$$

avec une contrainte sur q :

$$\frac{r_o}{r_b} \leq q < 1 \quad (5.55)$$

de sorte à respecter les conditions géométriques concernant le lopin.

5.3 Application à un cas réel de forgeage

Un "parangonnage" ou "benchmark" a été proposé par les collaborateurs industriels de PSA PEUGEOT-CITROËN. Il s'agissait de confronter différentes approches numérique (FORGE2) et analytique (modèles développés) pour l'estimation des efforts de forgeage à mi-chaud, soit par écrasement soit par refoulement latéral, d'un lopin cylindrique en conteneur lisse. L'acier utilisé est de type B, sa loi de comportement à mi-chaud est donnée par la relation (2.13).

Des essais de forgeage correspondant à ce "parangonnage" ont été effectués en grandeur réelle à mi-chaud sur acier et sous presse instrumentée à l'usine forge de PSA PEUGEOT-CITROËN à Mulhouse.

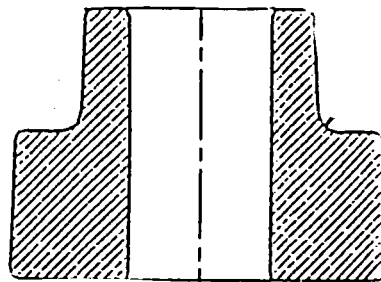


Figure 5.3 - Configuration initiale du lopin.

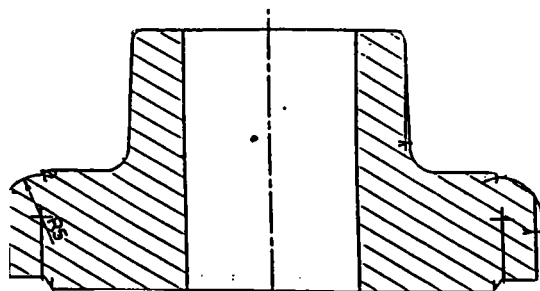


Figure 5.4 - Configuration du lopin après écrasement.

Les configurations initiale et finale, correspondant au cas du forgeage par écrasement, sont illustrées figures 5.4 et 5.5. Pour des raisons de confidentialité nous ne pouvons divulguer les dimensions exactes relatives à ces configurations. Il est à noter que le cas du forgeage transverse est traité au chapitre suivant.

Le coefficient de frottement à mi-chaud du lubrifiant utilisé est estimé être de l'ordre de 0,2. Des confrontations des efforts de forgeage issus des deux modélisations analytiques présentées ci-dessus ainsi que ceux issus de la simulation numérique par FORGE2 ont été établies.

Les prédictions des efforts obtenus à partir de la première modélisation (fondée sur l'hypothèse de Chamouard) ainsi que les résultats expérimentaux sont donnés sur la figure 5.5 en fonction de la hauteur de l'espace restant à remplir h_p . D'après ces résultats nous faisons le constat que la modélisation fondée sur l'hypothèse de Chamouard sous-estime de façon significative les efforts de forgeage. Nous concluons en conséquence qu'elle ne peut être retenue telle quelle pour le traitement des problèmes liés à la fin du remplissage.

Les résultats issus de la seconde modélisation, du calcul numérique et les résultats expérimentaux sont illustrés figure 5.5. Nous constatons que les écarts entre les résultats numériques de FORGE2 et les résultats expérimentaux sont très importants. Ces écarts pourraient être imputés, en partie, à une mauvaise gestion du contact par le code FORGE2, entraînant une perte de matière.

En ce qui concerne les résultats issus de la seconde modélisation analytique, nous constatons qu'il sont en bon accord avec l'expérience. La figure 5.7 montre l'évolution, selon la modélisation analytique, de l'effort de forgeage. Nous notons une remontée importante de l'effort en fin d'opération. En définitive, c'est l'opération de remplissage final qui nécessite le plus d'effort.

La figure 5.8 illustre l'évolution de la pression moyenne sous le plateau en fin d'opération de forgeage. Nous constatons que la pression de contact moyenne culmine en fin de remplissage à 1800 MPa, ce qui imposerait l'utilisation d'un outillage à haute résistance mécanique.

Modèle fondé sur l'hypothèse de Chamouard

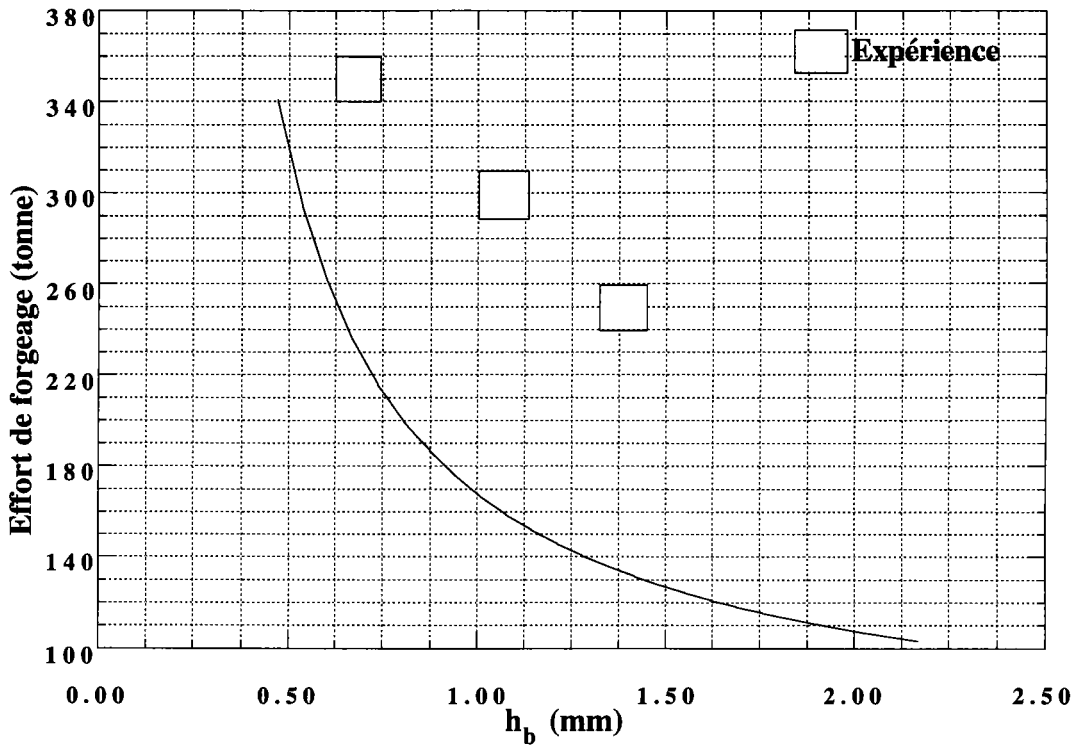


Figure 5.5- Présentations des résultats expérimentaux et de ceux de la modélisation fondée sur l'hypothèse de Chamouard. Température initiale de forgeage 800°C.

Seconde modélisation

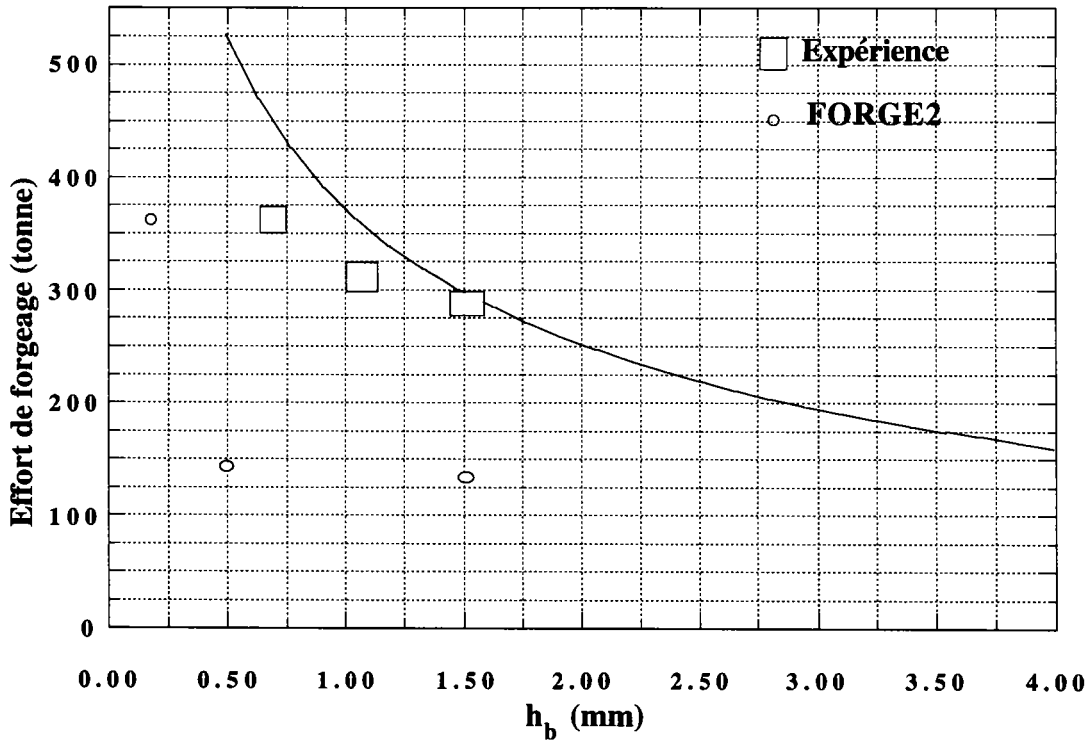


Figure 5.6 - Présentation des résultats expérimentaux, de FORGE2 et de ceux issus de la seconde modélisation. Température initiale de forgeage 800°C.

Seconde modélisation

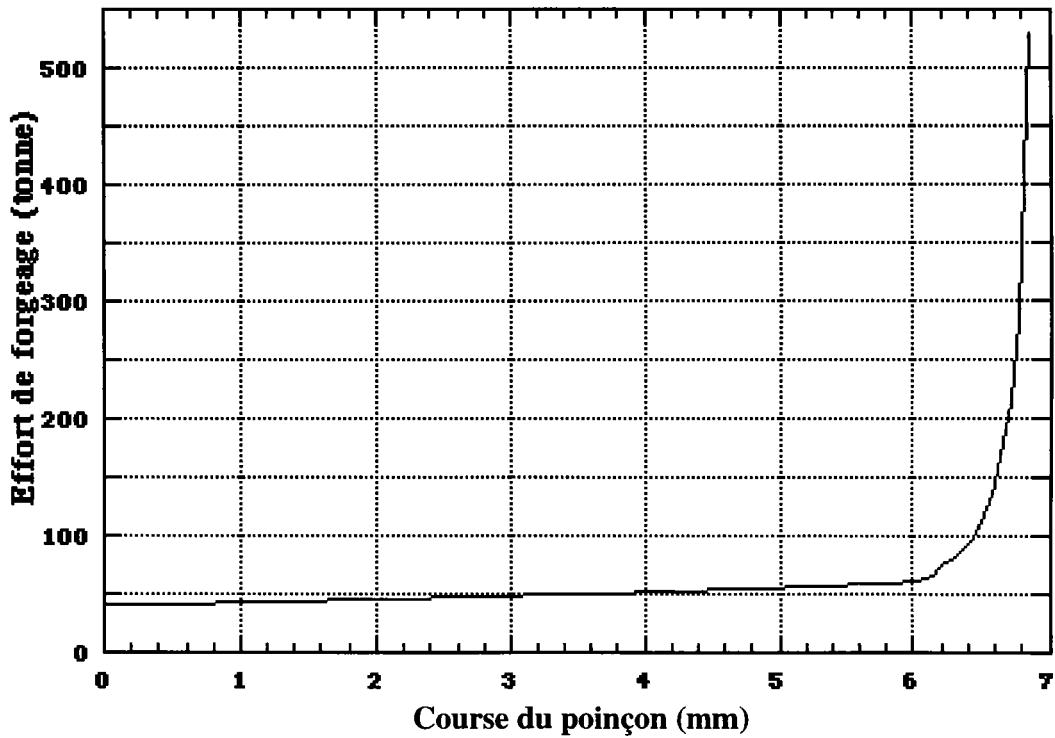


Figure 5.7 - Effort de forgeage donné en fonction de la course du poinçon.

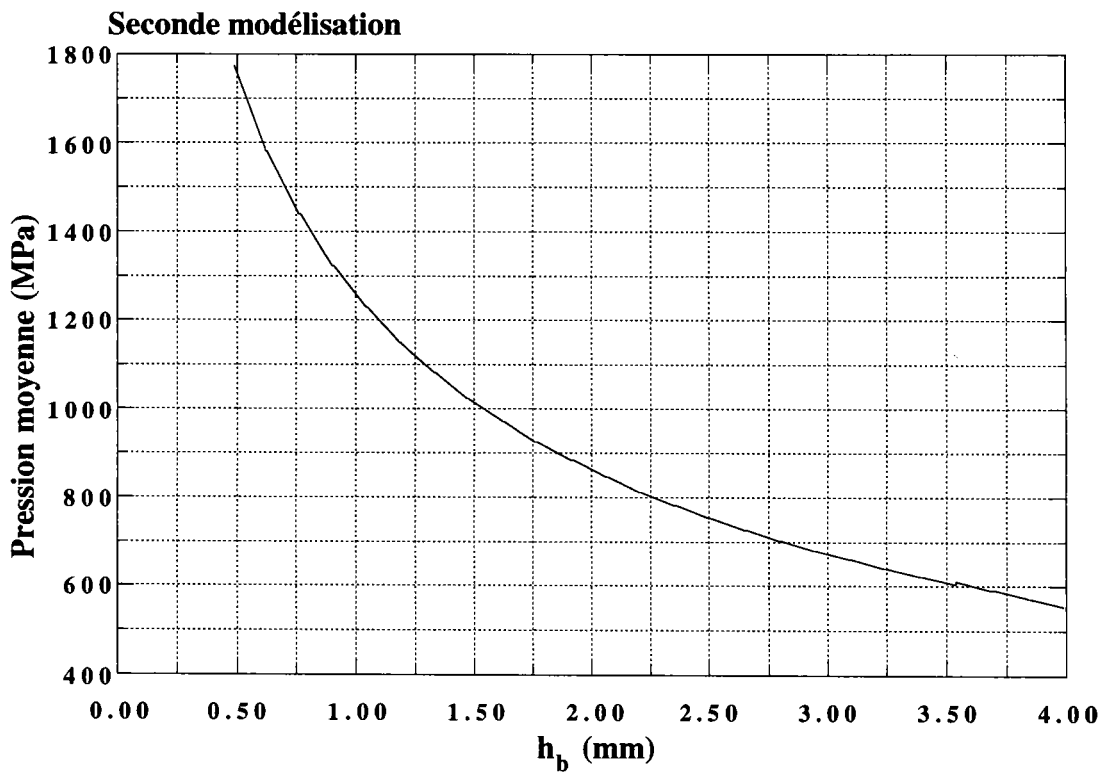


Figure 5.8 - Pression moyenne sur le plateau d'écrasement en fin d'opération de forgeage.

Les paramètres d'optimisation p et q présentent, tout en variant, des valeurs proches de l'unité. Le paramètre p prend généralement, au début de la simulation, une valeur proche de $(1-\bar{m})$ puis se rapproche de plus en plus de l'unité. Quant au paramètre q , pour les cas que nous avons traité, il varie toujours entre 0,8 et 0,9. A partir de ces observations, il ressort que nous pouvons utiliser le modèle analytique sans avoir pour autant besoin de la procédure d'optimisation, consommatrice en temps CPU. Cette remarque est surtout valable pour la seconde phase de remplissage. Signalons enfin que les pertes de matières engendrées par la modélisation analytique sont quasiment nulles (de l'ordre de 0,02%).

Bibliographie du chapitre 5

- [1] Bocharov Y., Kabayashi S. and Thomsen E.G., *J. Engrg. Ind. Trans. ASME*, Series B, p. 491, 1962.
- [2] Dean T.A., *Metallurgia metal forming*, Vol. 44, p. 488-542, 1975.
- [3] Nediani G. and Dean T.A., *Int. J. Mech. Sci. Vol. 25*, p. 347, 1983.
- [4] Ibhadode A.O.A. and Dean T.A., "Corner filling characteristics in precision forming", *Int. J. Mach. Tools Manufact.*, Vol. 28, p. 102-122, 1988.
- [5] Marin P., Boujut J.F. and Tchkievitch S., "Fast simulation for axisymmetrical stamped-parts deformation", *J. Mater. Process Tech.*, Vol. 45, p. 43-50, 1994.
- [6] Chamouard A., *Statique et dynamique appliquées aux déformations à chaud-Estampage et forge*, Tomes I et II, *édition Dunod*, 1965.
- [7] E. Felder, J. F. Renaudin, Y. Thore, Étude des conditions d'interface en forgeage à chaud des aciers avec un modèle d'écoulement dissymétrique et vérification expérimentale, *Mémoires et études scientifiques revue de métallurgie*, pp. 565-573, 1984.

Chapitre 6

MODÉLISATION ANALYTIQUE DE LA FIN DU REMPLISSAGE : CAS DU FORGEAGE TRANSVERSE D'UN LOPIN CYLINDRIQUE EN CONTENEUR LISSE

6.1 Introduction

Nous présentons dans ce chapitre une modélisation analytique du cas de forgeage transverse d'un lopin en conteneur lisse. A notre connaissance, aucune modélisation théorique traitant de ce genre de problème n'a été publiée.

En nous basant toujours sur la méthode de la borne supérieure, nous proposons deux subdivisions différentes du volume déformé ; l'une concerne la phase qui précède le contact lopin/matrice et l'autre concerne la phase de rétreint, avec contact latéral.

La forme de la loi de comportement du matériau, celle régissant le frottement métal/outil ainsi que plus généralement les hypothèses faites au chapitre précédent sont reprises dans le cadre de ce nouveau modèle.

6.2 Écoulement précédant le contact latéral lopin/matrice

La subdivision que nous proposons est illustrée figure 6.1. Elle consiste à partager le volume déformé en une zone sollicitée en compression délimitée par les points A, B, C et D et une zone en écoulement radial délimitée par les points B, E, F et C. Les champs de vitesses que nous postulons dans ces deux zones tiennent compte du phénomène de bombement.

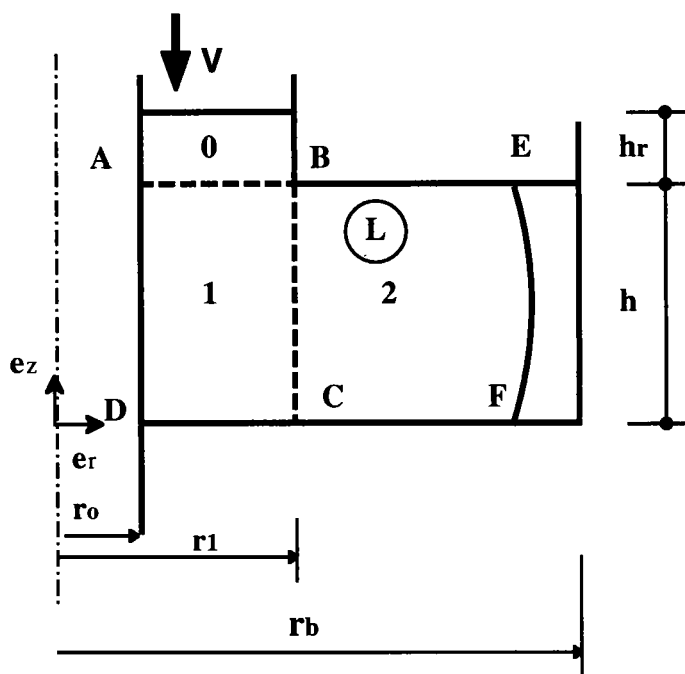


Figure 6.1 - Subdivision du volume déformé avant contact latéral lopin/matrice

i) zone 0

Nous supposons que cette zone est rigide, par conséquent, la seule puissance provient du contact-frottement contre la fermeture supérieure et l'aiguille centrale :

$$P_{f0} = \frac{\bar{m}}{\sqrt{3}} \sigma_{iso} 2\pi(r_o + r_1)h_r V \quad (6.1)$$

h_r est la hauteur instantanée de la zone 0 qui constitue la réserve de matière, σ_{iso} est la contrainte d'écoulement isostatique du matériau (déterminée par essais à très faible vitesse de déformation).

ii) zone 1 (ABCD)

Le champ de vitesse U_1 postulé dans cette zone a pour composantes axiale U_{z1} et radiale U_{r1} exprimées dans un repère ayant comme origine le centre de la surface de base du lopin avec l'axe z dirigé vers le haut (voir figure 6.1) :

$$U_{r1} = \frac{V}{2h} r \left\{ 1 - \frac{r_o^2}{r^2} \right\} \left\{ p + \frac{\pi}{2} (1-p) \sin\left(\frac{\pi z}{h}\right) \right\} \quad (6.2)$$

$$U_{z1} = -V \left\{ p \frac{z}{h} + \frac{(1-p)}{2} \left(1 - \cos\left(\frac{\pi z}{h}\right) \right) \right\} \quad (6.3)$$

De la même façon que pour le cas du forgeage par écrasement traité auparavant, le paramètre p régit la sévérité du bombement. La valeur de ce paramètre est a priori inconnue.

Le champ de vitesses U_1 vérifie, quelle que soit la valeur de p , les conditions aux limites :

$$U_{z1} (z = 0) = 0 \quad (6.4)$$

$$U_{z1} (z = h) = -V \quad (6.5)$$

$$U_{r1} (r = r_o) = 0 \quad (6.6)$$

Les composantes non nulles du tenseur taux de déformation découlant de ce champ sont données par :

$$d_{rr1} = \frac{V}{2h} \left\{ 1 + \frac{r_o^2}{r^2} \right\} \left\{ p + \frac{\pi}{2} (1-p) \sin\left(\frac{\pi z}{h}\right) \right\} \quad (6.7)$$

$$d_{\theta\theta 1} = \frac{V}{2h} \left\{ 1 - \frac{r_o^2}{r^2} \right\} \left\{ p + \frac{\pi}{2} (1-p) \sin\left(\frac{\pi z}{h}\right) \right\} \quad (6.8)$$

$$d_{zz1} = -\frac{V}{h} \left\{ p + \frac{\pi}{2} (1-p) \sin\left(\frac{\pi z}{h}\right) \right\} \quad (6.9)$$

$$d_{rz1} = \frac{\pi^2 V}{8h^2} r \left\{ 1 - \frac{r_o^2}{r^2} \right\} (1-p) \cos\left(\frac{\pi z}{h}\right) \quad (6.10)$$

Le bilan de puissance est le suivant :

• Puissance de déformation P_{d1} dissipée dans la zone (ABCD) :

$$P_{d1} = \int_0^h \int_{r_o}^{r_1} K \bar{d}_1^{1+m} 2\pi r dr dz \quad (6.11)$$

• Puissance dissipée par cisaillement $P_{c,AB}$ au contact de la zone 0 :

$$P_{c,AB} = \int_{r_o}^{r_1} \frac{K}{\sqrt{3}} \bar{d}_1^m p \frac{V}{h} (r^2 - r_o^2) \pi dr \quad (6.12)$$

• Puissance dissipée par frottement $P_{f,CD}$ au contact de la matrice inférieure:

$$P_{f,CD} = \int_{r_o}^{r_1} \frac{\bar{m}K}{\sqrt{3}} \bar{d}_1^m p \frac{V}{h} (r^2 - r_o^2) \pi dr \quad (6.13)$$

• Puissance dissipée par frottement $P_{f,AD}$ au contact de l'aiguille centrale :

$$P_{f,AD} = \int_0^h \frac{\bar{m}K}{\sqrt{3}} \bar{d}_1^m V \left\{ p \frac{z}{h} + \frac{(1-p)}{2} \left(1 - \cos\left(\frac{\pi z}{h}\right) \right) \right\} 2\pi r_o dz \quad (6.14)$$

iii) zone 2 (BEFC)

La zone 2 est en écoulement centrifuge. Nous proposons donc un champ de vitesse U_2 correspondant à ce type d'écoulement et vérifiant aussi bien les conditions aux limites que la continuité avec le champ de la zone 1. Les composantes radiale U_{r2} et axiale U_{z2} de U_2 sont exprimées dans le même repère que celui utilisé précédemment :

$$U_{r2} = \frac{V}{2h} \frac{\Delta r_i^2}{r} \left\{ p + \frac{\pi}{2} (1-p) \sin\left(\frac{\pi z}{h}\right) \right\} \quad (6.15)$$

$$U_{z2} = 0 \quad (6.16)$$

avec

$$\Delta r_i^2 = r_1^2 - r_o^2 \quad (6.17)$$

Nous vérifions bien que la continuité de la composante radiale est assurée à l'interface BC:

$$U_{r2}(r = r_1) = U_{r1}(r = r_1) = \frac{V}{2h} \frac{\Delta r_i^2}{r_1} \left\{ p + \frac{\pi}{2} (1-p) \sin\left(\frac{\pi z}{h}\right) \right\} \quad (6.18)$$

Ce champ tient également compte de l'effet du bombement.

Les composantes non nulles du tenseur taux de déformation sont données par:

$$d_{rr2} = -\frac{V}{2h} \frac{\Delta r_i^2}{r^2} \left\{ p + \frac{\pi}{2} (1-p) \sin\left(\frac{\pi z}{h}\right) \right\} \quad (6.19)$$

$$d_{\theta\theta 2} = \frac{V}{2h} \frac{\Delta r_i^2}{r^2} \left\{ p + \frac{\pi}{2} (1-p) \sin\left(\frac{\pi z}{h}\right) \right\} \quad (6.20)$$

$$d_{rz2} = \frac{\pi^2 V}{8h^2} \frac{\Delta r_i^2}{r} (1-p) \cos\left(\frac{\pi z}{h}\right) \quad (6.21)$$

Le bilan de puissance dissipée est le suivant :

• Puissance de déformation dissipée dans cette zone :

$$P_{d2} = \int_{\Omega_2} K \bar{d}_2^{1+m} d\Omega \quad (6.22)$$

où Ω_2 est le volume de la zone 2.

• Puissance dissipée par frottement au contact de la matrice inférieure :

$$P_{f,CF} = \int_{r_1}^{r_F} \frac{\bar{m}K}{\sqrt{3}} \bar{d}_2^m p \frac{V}{h} \Delta r_i^2 \pi dr \quad (6.23)$$

Par raison de symétrie la puissance dissipée par frottement au contact de la fermeture supérieure $P_{f,BE}$ est égale à $P_{f,CF}$.

• Puissance dissipée par cisaillement au contact de la zone 1 :

$$P_{c,BC} = \int_0^h \frac{K}{\sqrt{3}} \bar{d}_1^m V \left\{ p \frac{z}{h} + \frac{(1-p)}{2} \left(1 - \cos\left(\frac{\pi z}{h}\right) \right) \right\} 2\pi r_1 dz \quad (6.24)$$

Remarquons bien que c'est la zone 2 qui est considérée en mouvement par rapport à la zone 1.

Pour lever l'indétermination sur le calcul des puissances, le paramètre p est calculé de sorte à vérifier la relation (2.40).

6.3 Écoulement avec contact latéral lopin/matrice

Dès que la partie équatoriale du lopin entre en contact avec la matrice, un nouveau mode d'écoulement intervient: le remplissage des arrêtes. Ceci nous conduit à proposer un nouveau découpage en zones illustré figure 6.2, qui ressemble, dans une certaine mesure, à celui proposé au chapitre précédent pour modéliser la fin du remplissage. La zone 0 reste inchangée. La zone 1 est délimitée par les points A, B, C et D, la zone 2 par les points E, F, G, H et C et la zone restante, délimitée par les points E, F, G', H' et B, est supposée symétrique à la zone 2.

i) zone 0

La puissance dissipée dans la zone est toujours donnée par l'équation (6.1).

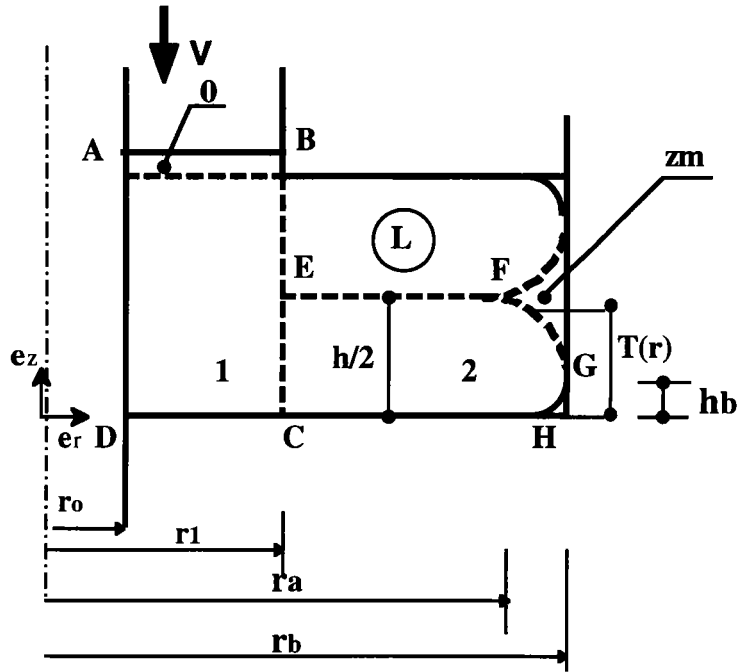


Figure 6.2- Subdivision du volume déformé avec contact latéral lopin/matrice

ii) zone 1 (ABCD)

Dans la zone 1 nous proposons le champ de vitesses suivant :

$$U_{r1} = \frac{V}{2h} r \left\{ 1 - \frac{r_o^2}{r^2} \right\} \quad (6.25)$$

$$U_{z1} = -V \frac{z}{h} \quad (6.26)$$

Vérifiant les conditions aux limites données par les équations (6.4), (6.5) et (6.6).

Les composantes non nulles du tenseurs taux de déformation s'écrivent :

$$d_{rr1} = \frac{V}{2h} \left\{ 1 + \frac{r_o^2}{r^2} \right\} \quad (6.27)$$

$$d_{\theta\theta 1} = \frac{V}{2h} \left\{ 1 - \frac{r_o^2}{r^2} \right\} \quad (6.28)$$

$$d_{zz1} = -\frac{V}{h} \quad (6.29)$$

La puissance de déformation dissipée dans la zone 1 est donnée par (6.11) à la différence près que la vitesse de déformation généralisée \bar{d}_1 doit être estimée à partir de ce nouveau champ.

• Puissance dissipée par cisaillement $P_{c,AB}$ au contact de la zone 0 :

$$P_{c,AB} = \int_{r_o}^{r_1} \frac{K}{\sqrt{3}} \bar{d}_1^m \frac{V}{h} (r^2 - r_o^2) \pi dr \quad (6.30)$$

• Puissance dissipée par frottement $P_{f,CD}$ au contact de la matrice inférieure:

$$P_{f,CD} = \int_{r_o}^{r_1} \frac{\bar{m}K}{\sqrt{3}} \bar{d}_1^m \frac{V}{h} (r^2 - r_o^2) \pi dr \quad (6.31)$$

• Puissance dissipée par frottement $P_{f,AD}$ au contact de l'aiguille centrale :

$$P_{f,AD} = \int_o^h \frac{\bar{m}K}{\sqrt{3}} \bar{d}_1^m V \frac{z}{h} 2\pi r_o dz \quad (6.32)$$

iii) zone 2 (EFGHC)

Concernant cette zone, nous proposons le champ de vitesses suivant :

$$U_{r2} = \frac{V}{4} \frac{\Delta r_i^2}{rT(r)} \quad (6.33)$$

$$U_{z2} = \frac{V \Delta r_i^2}{4} \frac{T'(r)}{rT^2(r)} z \quad (6.34)$$

$T(r)$ étant une fonction définissant aussi bien la droite EF que la courbe FG, identique à celle déjà définie au chapitre précédent, relations (6.34) et (6.35).

Rappelons que $T(r)$ est continue et continûment dérivable en $r = r_a$. Sa dérivée par rapport à r notée $T'(r)$ est explicitée par les relations (6.38) et (6.39).

Les composantes non nulles du tenseur taux de déformation relatives à ce champ sont données par :

$$d_{rr2} = -\frac{V}{4} \frac{\Delta r_i^2}{rT(r)} \left(\frac{1}{r} + \frac{T'(r)}{T(r)} \right) \quad (6.35)$$

$$d_{\theta\theta 2} = \frac{V \Delta r_i^2}{4 r^2 T(r)} \quad (6.36)$$

$$d_{zz 2} = \frac{V \Delta r_i^2 T'(r)}{4 r T^2(r)} \quad (6.37)$$

$$d_{rz 2} = \frac{V \Delta r_i^2 z}{8 r T^2(r)} \left(T''(r) - \frac{T'(r)}{r} - \frac{2T'^2(r)}{T(r)} \right) \quad (6.38)$$

où $T''(r)$ est la dérivée seconde de $T(r)$ (voir les relations (6.47) et (6.48)).

Le bilan de puissance dissipée est le suivant :

- Puissance de déformation dissipée dans la zone 2 :

$$P_{d2} = \int_{\Omega_2} K \bar{d}_2^{1+m} d\Omega \quad (6.39)$$

- Puissance dissipée par frottement au contact de la matrice inférieure :

$$P_{f,CH} = \int_{r_1}^{r_H} \frac{\bar{m}K}{\sqrt{3}} \bar{d}_2^m \frac{V \Delta r_i^2}{2 r T(r)} \pi dr \quad (6.40)$$

- Puissance dissipée par cisson avec la zone morte z_m :

$$P_{c,FG} = \int_{r_a}^{r_b} \frac{K}{\sqrt{3}} \bar{d}_2^m \sqrt{U_{r2}^2 + U_{z2}^2} 2\pi \sqrt{1 + T'^2(r)} dr \quad (6.41)$$

Finalement, la puissance totale de forgeage du lopin est exprimée par:

$$P_t = P_{fo} + P_{d1} + P_{f,DC} + P_{f,AD} + P_{c,AB} + P_{f,BC} + 2(P_{d2} + P_{f,CH} + P_{c,FG}) \quad (6.42)$$

Il reste toutefois à lever l'indétermination concernant la valeur de r_a . En posant:

$$r_a = q r_b \quad (6.43)$$

q , paramètre du champ, devant vérifier la condition (A1.40) et respecter les conditions géométriques:

$$\frac{r_1}{r_b} \leq q < 1 \quad (6.44)$$

6.4 Application à un cas réel de forgeage

Toujours dans le cadre du "parangonnage" organisé autour du thème de l'estimation des efforts en fin de remplissage en forgeage précis, évoqué au paragraphe 5.3 du chapitre précédent, nous avons simulé, à l'aide de la modélisation analytique présentée ci-dessus, le forgeage transverse d'un lopin cylindrique en conteneur lisse. La configuration initiale du lopin est précisée figure 6.3.

Nous rappelons que l'acier utilisé est l'acier B dont la loi de comportement est donnée par la relation (2.13). Les résultats de la simulation analytique sont donnés figures 6.4, 6.5 et 6.6.

Il est à noter que chaque point expérimental sur la figure 6.4 représente une mesure effectuée sur presse industrielle instrumentée au cours d'une opération de forgeage.

Nous constatons que l'écart entre les prédictions issues du modèle analytique et les valeurs mesurées est de l'ordre de 20% pour le cas du forgeage à 800 °C et de l'ordre de 8% pour le cas du forgeage à 850 °C. Le modèle analytique paraît donc assez fiable pour ce qui concerne la prédiction de quantités globales (issues d'intégrations) comme l'effort de forgeage.

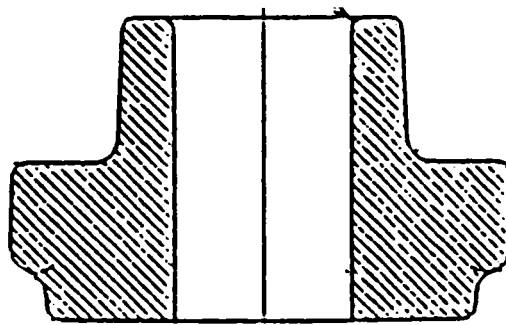


Figure 6.3 - Configuration du lopin avant forgeage.

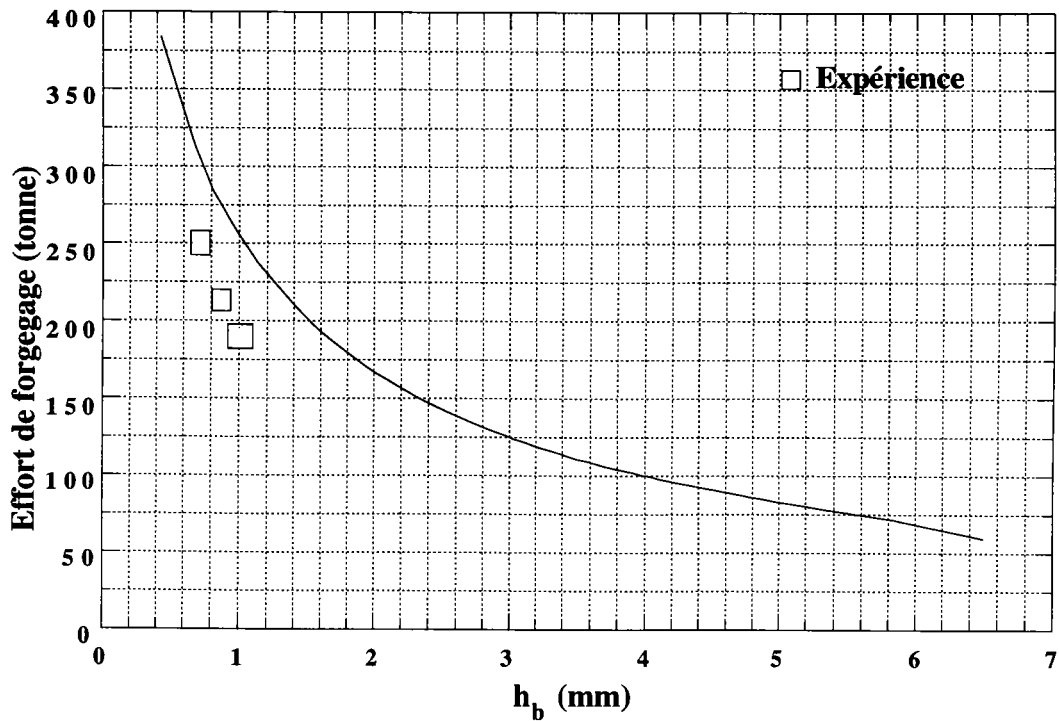


Figure 6.4 - Présentation des résultats issus de la modélisation analytique confrontés aux valeurs mesurées en fin de remplissage. Température de forgeage 800°C.

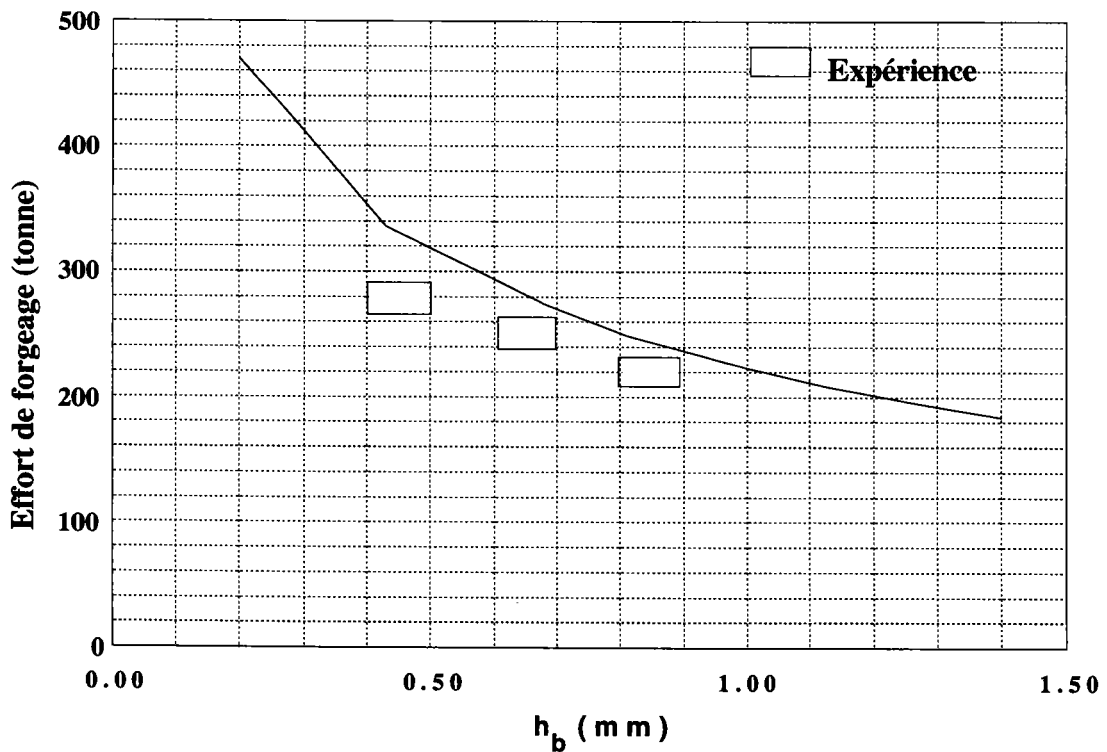


Figure 6.5 - Présentation des résultats issus de la modélisation analytique, confrontés aux valeurs mesurées. Température initiale de forgeage 850°C.

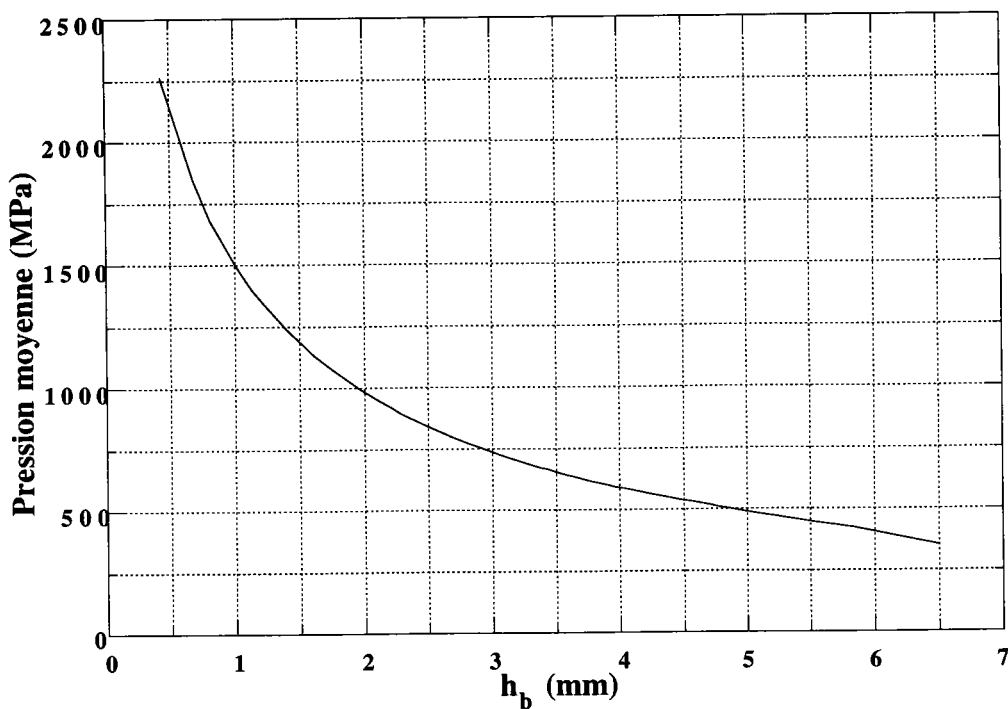


Figure 6.6 - Pression moyenne sous le poinçon en fin de remplissage. Température de forgeage 800°C.

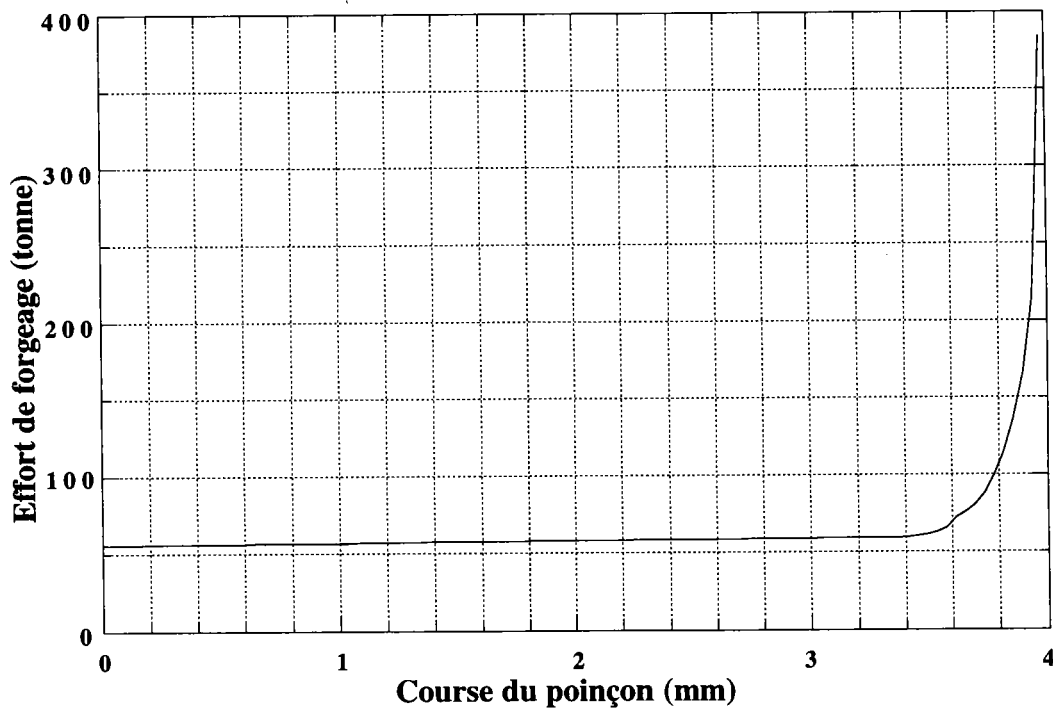


Figure 6.7 - Évolution de l'effort de forgeage au cours de l'opération selon la modélisation analytique. Température de forgeage 800°C.

La figure 6.6 montre l'évolution de la pression moyenne sous le poinçon en fin de remplissage. Cette dernière atteint 2250 MPa d'après le modèle analytique ce qui est supérieur à la valeur de 1800 MPa que prévoit le modèle de forgeage par écrasement. Par contre nous constatons, comme nous pouvions nous y attendre, que le forgeage transverse requiert un effort moindre que le forgeage par écrasement.

La figure 6.7 retrace l'évolution de l'effort de forgeage au cours de l'opération de remplissage, et nous constatons une nouvelle fois que c'est la fin du remplissage qui nécessite le plus d'effort.

Pour les paramètres d'optimisation, de la même manière que pour les modélisations précédentes, il est possible d'obtenir rapidement des résultats "corrects" sans avoir à réestimer la valeur de p ou de q à chaque incrément de déformation. Le paramètre p varie généralement entre $(1-\bar{m})$ et 0,98 ; quant au paramètre q les valeurs typiques vont de 0,8 à 0,9.

Notons que le contact métal/outil est bien géré puisque la perte de matière constatée est de l'ordre de 0,7%.

Chapitre 7

NOUVELLE MODÉLISATION ANALYTIQUE DU FORGEAGE TRANSVERSE DE PIGNONS À DENTURE DROITE OU HÉLICOÏDALE

7.1 Introduction

Dans ce chapitre nous allons reprendre le modèle analytique du forgeage transverse de pignons présenté au chapitre 4 et le compléter avec la modélisation de la fin du remplissage développée au chapitre 6. Cette modélisation analytique tridimensionnelle constitue donc une synthèse des précédentes.

La géométrie considérée est illustrée sur la figure 7.1 ; elle diffère de celle présentée au chapitre 4 par l'adjonction d'une aiguille centrale, ceci afin d'assurer un centrage correct du lopin pendant l'opération de forgeage.

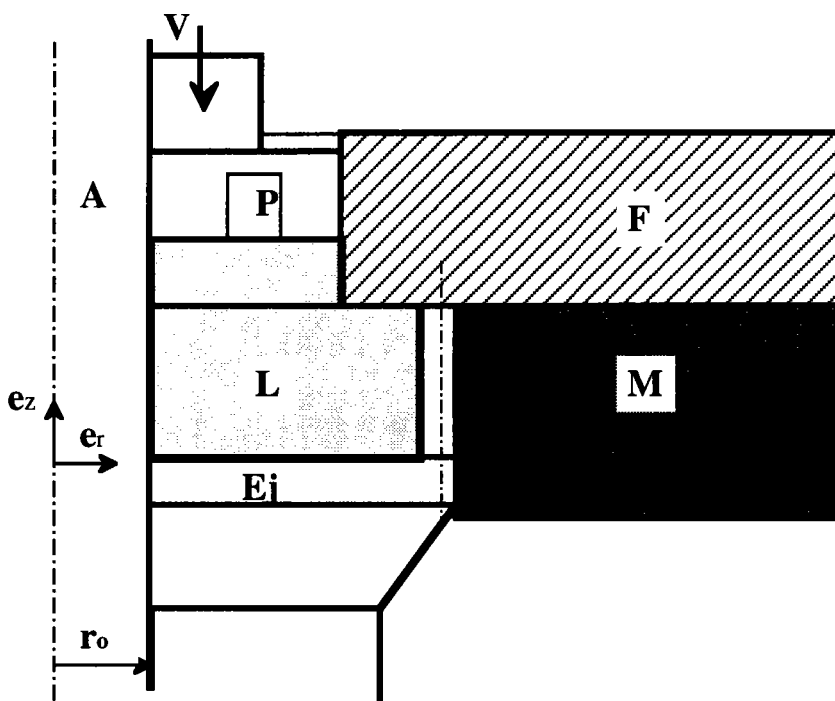


Figure 7.1- Schéma du dispositif de forgeage transverse. P: poinçon, M: matrice, Ej: éjecteur, F: fermeture, L: lopin, A: aiguille de centrage, V: vitesse de poinçonnement.

Dans le but d'élargir le domaine de validité du modèle présenté nous considérerons un matériau hypothétique à comportement viscoplastique écrouissable anisotherme, de sorte que la description puisse couvrir aussi bien les matériaux travaillés à froid que ceux mis en oeuvre à chaud ou à mi-chaud. La loi de comportement retenue est la suivante:

$$\bar{\sigma} = A \exp(B/T) \bar{\epsilon}^n \bar{d}^m \quad (7.1)$$

où A et B sont des coefficients rhéologiques, T est la température, m le coefficient de sensibilité à la vitesse de déformation et n le coefficient d'écrouissage. On considère deux cas: celui d'un matériau viscoplastique anisotherme présentant un coefficient d'écrouissage nul, et celui d'un matériau plastique écrouissable anisotherme ayant le coefficient m nul. En utilisant ce type de loi, il nous sera possible d'atteindre une meilleure précision lors de la prédiction des efforts et d'obtenir une approximation des champs de température et de déformation à coeur.

Pour des raisons de simplicité et de réduction des temps de calcul on choisit souvent de négliger les aspects thermiques intervenant à chaud ou à mi-chaud

Le frottement au contact métal/outil sera modélisé par une loi de Tresca, car celle-ci présente l'avantage d'être utilisable aussi bien à froid qu'à mi-chaud ou à chaud. Ce qui n'est pas le cas de la loi de frottement de Norton-Hoff qui n'est utilisable qu'à chaud ou à mi-chaud. Le frottement est donc régi par la loi:

$$\tau = \bar{m} \bar{\sigma} / \sqrt{3} \quad (7.2)$$

En utilisant (7.1), (7.2) peut se mettre sous la forme:

$$\tau = \bar{m} A \exp(B/T) \bar{\epsilon}^n \bar{d}^m / \sqrt{3} \quad (7.3)$$

Rappelons enfin que les déformations élastiques, les échanges thermiques lopin/outillage, les forces d'inertie et de gravitation sont négligés.

Pour des raisons de commodité, nous supposons que le remplissage de la gravure s'initie dès le début de l'opération de forgeage.

Dans la suite, nous proposerons successivement deux subdivisions différentes du volume déformé s'appliquant à la première phase du remplissage de la gravure, puis au développement du contact entre le lopin et le fond de la gravure.

7.2 Modélisation de la première phase d'écoulement

La subdivision retenue est illustrée sur la figure 7.2. La zone 0, supposée rigide, constitue la réserve de matière. La zone 1 (ABCD) est la région tampon entre la zone 0, d'écoulement axial uniforme, et la zone 2 (EFGC) d'écoulement radial. Signalons d'ores et déjà que les zones 0, 1 et 2, sont identiques à celles utilisées au paragraphe 6.2 du chapitre précédent. En conséquence, il convient de s'y reporter pour les développements concernant les champs de vitesses virtuels et les composantes du tenseur taux de déformations. La nouveauté concerne la zone 3 qui constitue la région de remplissage de la denture.

i) zone 0

- Puissance dissipée par frottement contre la fermeture supérieure et l'aiguille centrale:

$$P_{f0} = \frac{\bar{m}}{\sqrt{3}} \sigma_{iso} 2\pi(r_o + r_1)h_r V \quad (7.4)$$

où h_r représente la hauteur instantanée de la zone 0, et σ_{iso} la contrainte d'écoulement isostatique du matériau.

ii) zone 1 (ABCD)

- Puissance de déformation P_{d1} dissipée dans la zone 1:

$$P_{d1} = \int_0^h \int_{r_o}^{r_1} A \exp(B/T) \bar{\epsilon}^n \bar{d}_1^{1+m} 2\pi r dr dz \quad (7.5)$$

- Puissance dissipée par cisaillement $P_{c,AB}$ à l'interface avec la zone 0:

$$P_{c,AB} = \int_{r_o}^{r_1} \frac{A}{\sqrt{3}} \exp(B/T) \bar{d}_1^m p \frac{V}{h} (r^2 - r_o^2) \pi dr \quad (7.6)$$

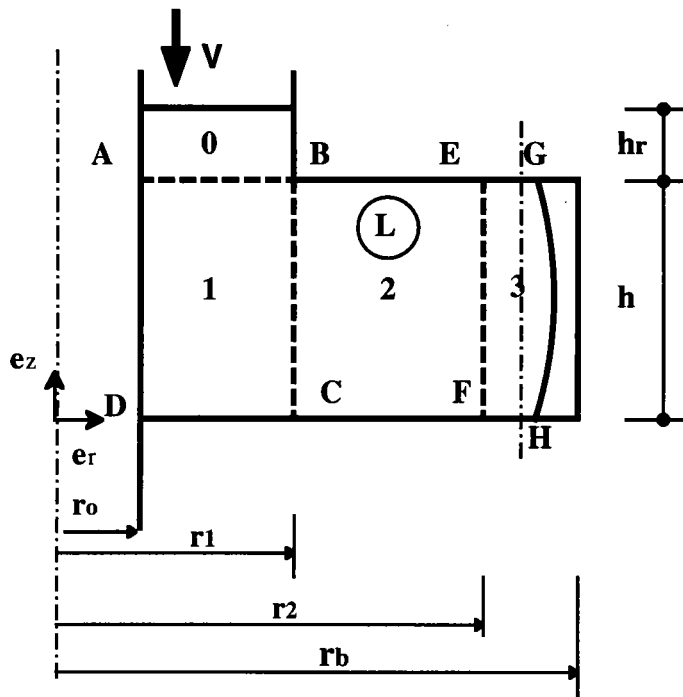


Figure 7.2 - Subdivision du domaine déformé lors de la première phase de remplissage

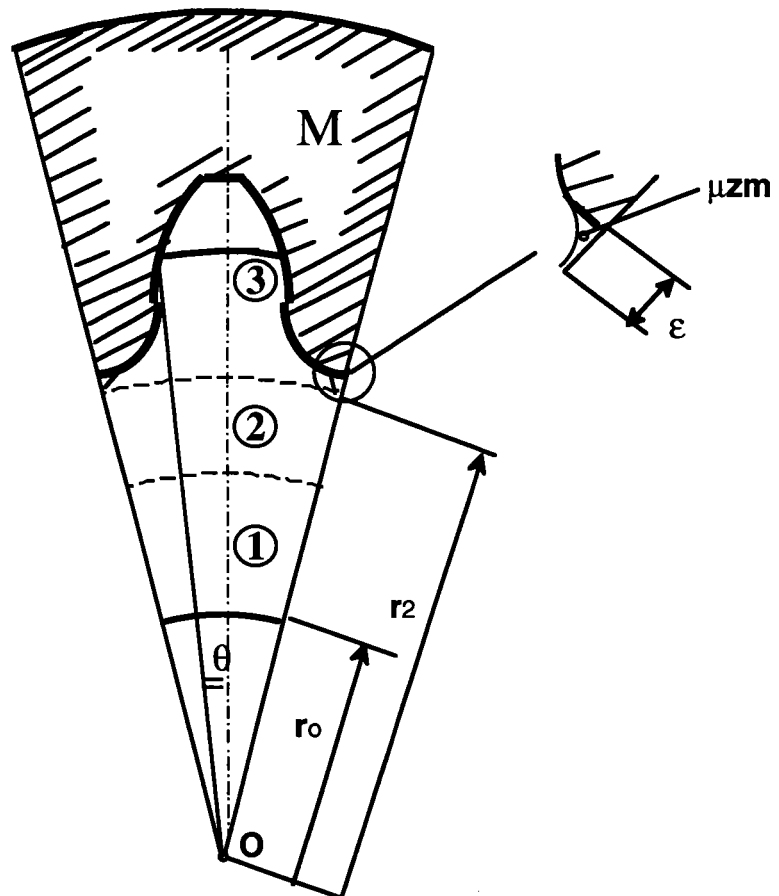


Figure 7.3- Remplissage de la gravure au voisinage d'une dent.

- Puissance dissipée par frottement $P_{f,CD}$ au contact de la matrice inférieure:

$$P_{f,CD} = \int_{r_o}^{r_1} \frac{\bar{m}}{\sqrt{3}} A \exp(B/T) \bar{\varepsilon}^n \bar{d}_1^m p \frac{V}{h} (r^2 - r_o^2) \pi dr \quad (7.7)$$

- Puissance dissipée par frottement $P_{f,AD}$ au contact de l'aiguille centrale:

$$P_{f,AD} = \int_0^h \frac{\bar{m}}{\sqrt{3}} A \exp(B/T) \bar{\varepsilon}^n \bar{d}_1^m V \left\{ p \frac{z}{h} + \frac{(1-p)}{2} \left(1 - \cos\left(\frac{\pi z}{h}\right) \right) \right\} 2\pi r_o dz \quad (7.8)$$

- Puissance dissipée par cisaillement au contact de la zone 1:

$$P_{c,BC} = \int_0^h \frac{A}{\sqrt{3}} \exp(B/T) \bar{\varepsilon}^n \bar{d}_1^m V \left\{ p \frac{z}{h} + \frac{(1-p)}{2} \left(1 - \cos\left(\frac{\pi z}{h}\right) \right) \right\} 2\pi r_1 dz \quad (7.9)$$

iii) zone 2 (BEFC)

- Puissance de déformation P_{d2} dissipée:

$$P_{d2} = \int_0^h \int_{r_1}^{r_2} A \exp(B/T) \bar{\varepsilon}^n \bar{d}_2^{1+m} 2\pi r dr dz \quad (7.10)$$

- Puissance $P_{f,CF}$ dissipée par frottement contre la matrice inférieure:

$$P_{f,CF} = \int_{r_1}^{r_F} \frac{\bar{m}}{\sqrt{3}} A \exp(B/T) \bar{\varepsilon}^n \bar{d}_2^m p \frac{V}{h} \Delta r_i^2 \pi dr \quad (7.11)$$

Par raison de symétrie la puissance dissipée par frottement contre la fermeture supérieure $P_{f,BE}$ est égale à $P_{f,CF}$.

iv) zone 3 (EGHF)

Cette zone permet le remplissage de la gravure. Elle est représentée en coupe radiale sur la figure 7.3. Nous proposons un champ de vitesses, U_3 ayant pour composantes:

$$U_{r3} = \frac{\pi V \Delta r_i^2}{2h Z} \left\{ p + \frac{\pi}{2}(1-p) \sin\left(\frac{\pi z}{h}\right) \right\} \frac{1}{S(r)} \quad (7.12)$$

$$U_{z3} = 0 \quad (7.13)$$

$$U_{\theta 3} = \frac{\pi V \Delta r_i^2}{2h Z} \left\{ p + \frac{\pi}{2}(1-p) \sin\left(\frac{\pi z}{h}\right) \right\} \frac{rS'(r) - S(r)}{S^2(r)} \theta \quad (7.14)$$

La paramètre p régit la sévérité du bombement. Rappelons que Z désigne le nombre de dents et $S(r)$ la fonction qui définit le demi-profil de la denture.

La composante U_{r3} vérifie la condition de continuité à l'interface avec la zone 2:

$$U_{r3}(r=r_2) = U_{r2}(r=r_2) = \frac{V \Delta r_i^2}{2h r_2} \left\{ p + \frac{\pi}{2}(1-p) \sin\left(\frac{\pi z}{h}\right) \right\} \quad (7.15)$$

Comme pour la modélisation développée au chapitre 5, nous avons introduit une zone morte $\mu z m$ pour assurer la continuité de la composante orthoradiale $U_{\theta 3}$ à l'interface zone 2/3:

$$r_2 S'(r_2) - S(r_2) = 0 \quad (7.16)$$

En conséquence:

$$U_{\theta 3}(r=r_2) = U_{\theta 2}(r=r_2) = 0 \quad (7.17)$$

Nous pouvons également vérifier que la composante radiale est continue à l'interface des zones 2 et 3.

Les composantes non nulles du tenseur taux de déformations sont données par:

$$d_{rr3} = -\frac{f(z)S'(r)}{S^2(r)} \quad (7.18)$$

$$d_{\theta\theta 3} = \frac{f(z)S'(r)}{S^2(r)} \quad (7.19)$$

$$d_{rz3} = \frac{f'(z)}{2S(r)} \quad (7.20)$$

$$d_{z\theta 3} = f'(z) \frac{rS'(r) - S(r)}{2S^2(r)} \theta \quad (7.21)$$

$$d_{r\theta 3} = f(z) \frac{\theta}{2S(r)} \left\{ \frac{rS''(r)}{S(r)} - \frac{2rS'^2(r)}{S^2(r)} + \frac{S'(r)}{S(r)} + \frac{1}{r} \right\} \quad (7.22)$$

où $S''(r)$ désigne la dérivée seconde de $S(r)$, et la fonction $f(z)$ ainsi que sa dérivée première $f'(z)$ sont exprimées par:

$$f(z) = \frac{\pi V \Delta r_i^2}{2h Z} \left\{ p + \frac{\pi}{2} (1-p) \sin\left(\frac{\pi z}{h}\right) \right\} \quad (7.23)$$

$$f'(z) = \frac{\pi^3 V \Delta r_i^2}{4h^2 Z} (1-p) \cos\left(\frac{\pi z}{h}\right) \quad (7.24)$$

Le bilan de puissance dissipée est le suivant:

• Puissance de déformation P_{d3} dissipée:

$$P_{d3} = \int_{\Omega_3} A \exp(B/T) \bar{\epsilon}^n \bar{d}_3^{1+m} d\Omega \quad (7.25)$$

où Ω_3 représente le volume de la zone 3.

• Puissance P_{fd_3} dissipée par frottement au contact des flancs de denture:

$$P_{fd_3} = \frac{2Z}{\cos(\beta_m)} \int_0^h \int_{r_2+\epsilon}^{r_1(z)} \frac{\bar{m}}{\sqrt{3}} A \exp(B/T) \bar{\epsilon}^n \bar{d}_3^m \left| \Delta U_3\left(r, \frac{S(r)}{r}\right) \right| \sqrt{1+S'^2(r)} dr dz \quad (7.26)$$

avec

$$|\Delta U_3(r, \theta)| = \sqrt{U_{r3}^2(r) + U_{\theta 3}^2(r, \theta)} \quad (7.27)$$

$r_t(z)$ représente le rayon du front de remplissage de la denture, β_m l'inclinaison moyenne des flancs de denture.

• Puissance $P_{c\mu zm}$ dissipée par cission au contact de la petite zone morte:

$$P_{c\mu zm} = \frac{2Z}{\cos(\beta_m)} \int_0^h \int_{r_2}^{hr_2+\epsilon} \frac{A}{\sqrt{3}} \exp(B/T) \bar{\epsilon}^n \bar{d}_3^m \left| \Delta U_3\left(r, \frac{S(r)}{r}\right) \right| \sqrt{1+S'^2(r)} dr dz \quad (7.28)$$

• Puissance P_{fm} dissipée par frottement au contact de la matrice inférieure:

$$P_{fm} = 2Z \int_{r_2}^{r_i} \int_0^r \frac{S(r)}{\sqrt{3}} \exp(B/T) \bar{\varepsilon}^n \bar{d}_3^m |\Delta U(r, \theta)| r d\theta dr \quad (7.29)$$

Par raison de symétrie, la puissance P_{ff} dissipée par frottement au contact de la fermeture est identique à P_{fm} .

La valeur du paramètre p est estimée de sorte à vérifier la relation (2.40).

7.3 Modélisation de la phase finale de remplissage

La subdivision retenue est illustrée figure 7.4. Les zones 0, 1 et 2 sont identiques à celles présentées au paragraphe 6.3, il convient donc de s'y reporter pour les détails concernant les champs de vitesses virtuels et les composantes des taux de déformations. La zone 3 (FHIJG) correspond à la région de remplissage de la denture et fait l'objet d'un plus ample développement. Les écoulements sont symétriques par rapport à EFH.

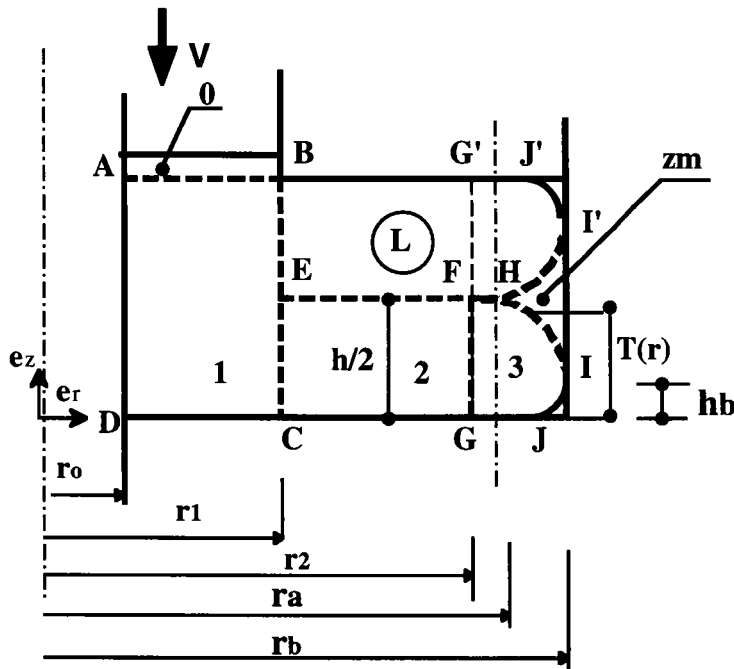


Figure 7.4 - Subdivision du volume déformé en phase finale de remplissage.

i) zone 0

- Puissance dissipée par frottement contre la fermeture supérieure et l'aiguille centrale:

$$P_{f0} = \frac{\bar{m}}{\sqrt{3}} \sigma_{iso} 2\pi(r_o + r_1) h_r V \quad (7.30)$$

ii) zone 1 (ABCD)

Bilan de puissance dissipée.

- Puissance de déformation P_{d1} dissipée dans la zone 1:

$$P_{d1} = \int_0^h \int_{r_o}^{r_1} A \exp(B/T) \bar{\epsilon}^n \bar{d}_1^{1+m} 2\pi r dr dz \quad (7.31)$$

- Puissance dissipée par cisaillement $P_{c,AB}$ au contact de la zone 0:

$$P_{c,AB} = \int_{r_o}^{r_1} \frac{A}{\sqrt{3}} \exp(B/T) \bar{d}_1^m \frac{V}{h} (r^2 - r_o^2) \pi dr \quad (7.32)$$

- Puissance dissipée par frottement $P_{f,CD}$ au contact de la matrice inférieure:

$$P_{f,CD} = \int_{r_o}^{r_1} \frac{\bar{m}}{\sqrt{3}} A \exp(B/T) \bar{\epsilon}^n \bar{d}_1^m \frac{V}{h} (r^2 - r_o^2) \pi dr \quad (7.33)$$

- Puissance dissipée par frottement $P_{f,AD}$ au contact de l'aiguille centrale:

$$P_{f,AD} = \int_0^h \frac{\bar{m}A}{\sqrt{3}} \exp(B/T) \bar{\epsilon}^n \bar{d}_1^m V \frac{z}{h} 2\pi r_o dz \quad (7.34)$$

iii) zone 2 (EFGC)

Notons que, dans la zone 2, la fonction $T(r)$ (cf. §7.3) est constante et vaut:

$$T(r) = h/2 \quad (7.35)$$

ce qui simplifie les expressions des composantes du tenseur taux de déformations:

$$d_{rr2} = -\frac{V}{2h} \frac{\Delta r_i^2}{r^2} \quad (7.36)$$

$$d_{\theta\theta 2} = \frac{V}{2h} \frac{\Delta r_i^2}{r^2} \quad (7.37)$$

$$d_{zz2} = 0 \quad (7.38)$$

$$d_{rz2} = 0 \quad (7.39)$$

• Puissance P_{d2} de déformation dissipée dans la zone 2:

$$P_{d2} = \int_{r_1}^{r_2} A \exp(B/A) \bar{\varepsilon}^n \bar{d}_2^{1+m} 2\pi h r dr \quad (7.40)$$

• Puissance dissipée par frottement $P_{f,CG}$ au contact de la matrice inférieure:

$$P_{f,CG} = \int_{r_1}^{r_2} \frac{\bar{m}A}{\sqrt{3}} \exp(B/T) \bar{\varepsilon}^n \bar{d}_2^m V \frac{\Delta r_i^2}{rh} \pi dr \quad (7.41)$$

iv) zone 3 (FHLJG)

Nous représentons la ligne HI par la fonction $T(r)$ déjà définie ainsi que ses dérivées première et seconde (§5.2.2). La composante radiale U_{r3} est supposée indépendante de z et θ ; compte tenu de la conservation du flux de matière, des conditions aux limites, ainsi que de l'incompressibilité, ceci nous conduit au champ U_3 de composantes:

$$U_{r3} = \frac{\pi V \Delta r_i^2}{4} \frac{1}{Z Q(r)} \quad (7.42)$$

$$U_{z3} = \frac{V \Delta r_i^2}{4} \frac{T'(r)}{r T^2(r)} z \quad (7.43)$$

$$U_{\theta 3} = \frac{V \Delta r_i^2}{4} \left\{ \frac{\pi r Q'(r)}{Z Q^2(r)} - \frac{\pi}{Z} \frac{1}{Q(r)} - \frac{T'(r)}{T^2(r)} \right\} \theta \quad (7.44)$$

où la fonction $Q(r)$ est définie par:

$$Q(r) = T(r) S(r) \quad (7.45)$$

Les composantes non nulles du tenseur taux de déformation sont les suivantes:

$$d_{rr3} = -C_1 \frac{\pi Q'(r)}{Z Q^2(r)} \quad (7.46)$$

$$d_{\theta\theta 3} = C_1 \frac{\pi Q'(r)}{Z Q^2(r)} - C_1 \frac{T'(r)}{r T^2(r)} \quad (7.47)$$

$$d_{zz3} = C_1 \frac{T'(r)}{r T^2(r)} \quad (7.48)$$

$$d_{rz3} = \frac{C_1 z}{2} \left\{ \frac{T''(r)}{r T^2(r)} - \frac{T'(r)}{r^2 T^2(r)} - \frac{2T'(r)}{r T^3(r)} \right\} \quad (7.49)$$

$$d_{r\theta 3} = \frac{C_1 \theta}{2} \frac{\pi}{Z Q(r)} \left(\frac{r Q''(r)}{Q(r)} - \frac{2r Q'^2(r)}{Q^2(r)} + \frac{Q'(r)}{Q(r)} + \frac{1}{r} \right) +$$

$$- \frac{C_1 \theta}{2} \left\{ \frac{T''(r)}{T^2(r)} + \frac{2T'^2(r)}{T^3(r)} + \frac{T'(r)}{r T^2(r)} \right\} \quad (7.50)$$

$$\text{où } C_1 = \frac{V \Delta r_i^2}{4} \quad (7.51)$$

Les fonctions $Q'(r)$ et $Q''(r)$ sont respectivement les dérivées première et seconde de $Q(r)$.

Comme $S(r)$ vérifie la relation (7.16), nous remarquons que la composante orthoradiale $U_{\theta 3}$ s'annule à l'interface avec la zone 2 ce qui assure la continuité:

$$U_{\theta 3} = \frac{\pi V \Delta r_i^2}{2h Z} \frac{r_2 S'(r_2) - S(r_2)}{S^2(r_2)} \theta \quad (7.52)$$

La continuité est également vérifiée en ce qui concerne les composantes U_{r3} et U_{z3} .

Le Bilan de puissance est le suivant:

• Puissance de déformation dissipée dans la zone 3:

$$P_{d3} = \int_{\Omega_3} A \exp(B/T) \bar{\epsilon}^n \bar{d}_3^{-1+m} d\Omega \quad (7.53)$$

• Puissance P_{fd_3} dissipée par frottement au contact des flancs de la denture:

$$P_{fd_3} = 2Z \int_0^{T(r)} \int_{r_2+\varepsilon}^{r_i} \frac{\bar{m}}{\sqrt{3}} A \exp(B/T) \bar{\varepsilon}^n \bar{d}_3^m \left| \Delta U_3 \left(r, \frac{S(r)}{r}, z \right) \right| \sqrt{1+S'^2(r)} dr dz \quad (7.54)$$

$$|\Delta U_3(r, \theta, z)| = \sqrt{U_{r3}^2(r) + U_{\theta 3}^2(r, \theta) + U_{z3}^2(r, z)} \quad (7.55)$$

• Puissance $P_{c\mu_{zm}}$ dissipée par cission à la frontière de la zone morte μ_{zm} :

$$P_{c\mu_{zm}} = 2Z \int_0^{h/2r_2+\varepsilon} \int_{r_2}^r \frac{A}{\sqrt{3}} \exp(B/T) \bar{\varepsilon}^n \bar{d}_3^m \left| \Delta U_3 \left(r, \frac{S(r)}{r}, z \right) \right| \sqrt{1+S'^2(r)} dr dz \quad (7.56)$$

• Puissance $P_{c_{zm}}$ dissipée par cission au niveau de la zone morte zm :

$$P_{c_{zm}} = 2Z \int_{r_a}^{r_b} \int_0^r \frac{A}{\sqrt{3}} \exp(B/T) \bar{\varepsilon}^n \bar{d}_3^m \left| \Delta U_3(r, \theta, T(r)) \right| \sqrt{1+T'^2(r)} r d\theta dr \quad (7.57)$$

• Puissance P_{fm} dissipée par frottement au contact de la matrice inférieure:

$$P_{fm} = 2Z \int_{r_2}^{r_i} \int_0^r \frac{\bar{m}A}{\sqrt{3}} \exp(B/T) \bar{\varepsilon}^n \bar{d}_3^m \left| \Delta U_3(r, \theta) \right| r d\theta dr \quad (7.58)$$

Comme pour p le paramètre q est solution de l'équation (A1.40).

Remarques importantes:

Le modélisation de la première phase de remplissage convient aussi bien au forgeage des pignons à denture droite qu'à denture hélicoïdale. Par contre, la seconde phase, telle qu'elle est présentée ne peut concerner que le forgeage des pignons à denture droite. Pour y remédier il suffit d'ajouter à la relation (7.38) le terme "d'hélicoïdité":

$$U_{\theta 3} = \frac{V \Delta r_i^2}{4} \left\{ \frac{\pi r Q'(r)}{Z Q^2(r)} - \frac{\pi}{Z} \frac{1}{Q(r)} - \frac{T'(r)}{T^2(r)} \right\} \theta \pm U_{z3} \tan(\beta) \quad (7.59)$$

avec

$$\beta = \frac{ph}{2\pi r} \quad (7.60)$$

β et ph représente respectivement l'inclinaison et le pas de l'hélice.

En conséquence, il convient de corriger l'expression du tenseur taux de déformations. Concernant le calcul des puissances, il suffit de rajouter la participation du cisaillement entre les zones 2 et 3 liée à la nouvelle discontinuité des composantes orthoradiales.

L'évaluation de ces différentes puissances dissipées nécessite en toute rigueur une estimation préalable de la déformation cumulée $\bar{\epsilon}$ et de l'élévation de température en tout point de la zone plastifiée, et tout au long de l'opération de mise en forme. Concernant la déformation équivalente celle-ci peut être estimée selon la formule classique:

$$\bar{\epsilon} = \int_0^t \bar{d} dt + \Sigma \Delta \bar{\epsilon} \quad (7.61)$$

où $\Sigma \Delta \bar{\epsilon}$ représente, le cas échéant, la somme des déformations cumulées dues aux franchissements de lignes de discontinuité entre deux régions adjacentes [1]:

$$\Delta \bar{\epsilon} = \frac{\Delta U_t}{\sqrt{3} U_n} \quad (7.62)$$

avec ΔU_t la vitesse relative de cisaillement au franchissement de la discontinuité et U_n la composante normale à la discontinuité.

L'élévation de température est évaluée en faisant l'hypothèse que toute l'énergie de déformation plastique est transformée localement en chaleur:

$$\rho c_p \Delta T = \bar{\sigma} \bar{\epsilon}, \quad (7.63)$$

avec

$$\Delta T = T - T_0, \quad (7.64)$$

où T_0 représente la température initiale du lopin (avant forgeage) et ρ et c_p , supposées constantes dans l'intervalle de température $\{T_0, T\}$, désignent respectivement la masse volumique et la chaleur massique du matériau.

7.4 Application au cas du forgeage d'un pignon baladeur à denture droite.

Nous avons estimé l'effort de mise en forme à 800°C par forgeage transverse d'un pignon baladeur à denture droite. La configuration initiale du lopin est illustrée figure 7.5.

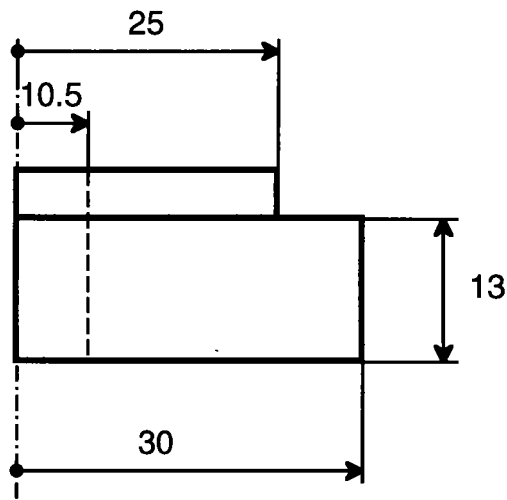


Figure 7.5 - géométrie initiale du lopin.

Le matériau constitutif est de l'acier B; sa loi de comportement est donnée par la relation (2.13).

Le coefficient de frottement est de l'ordre de $\bar{m} = 0.20$.

Afin de réduire les temps de calcul nous supposons que le forgeage a lieu de façon isotherme, i. e. l'auto-échauffement dû à la déformation plastique est négligé. Les résultats de simulation analytique sont illustrés figures 7.6 et 7.7.

D'après la figure 7.7 où nous avons placé quelques résultats expérimentaux, nous constatons que le modèle analytique sous-estime l'effort réel de forgeage de 25 % au maximum. Cet écart est essentiellement dû, à notre avis, au transfert thermique métal/outillage favorable à l'augmentation de la contrainte d'écoulement du matériau et par conséquent de l'effort de forgeage. Ecart d'autant plus important que la surface de la denture est importante.

A titre indicatif, les figures 7.8 et 7.9 donnent les cartes de déformation plastique cumulée et de température au sein de la dent forgée. Il convient de les considérer avec précaution puisque la validation du modèle à partir d'efforts estimés (quantités intégrées) n'implique pas nécessairement une

prévision correcte des valeurs locales des déformations cumulées et de la température.

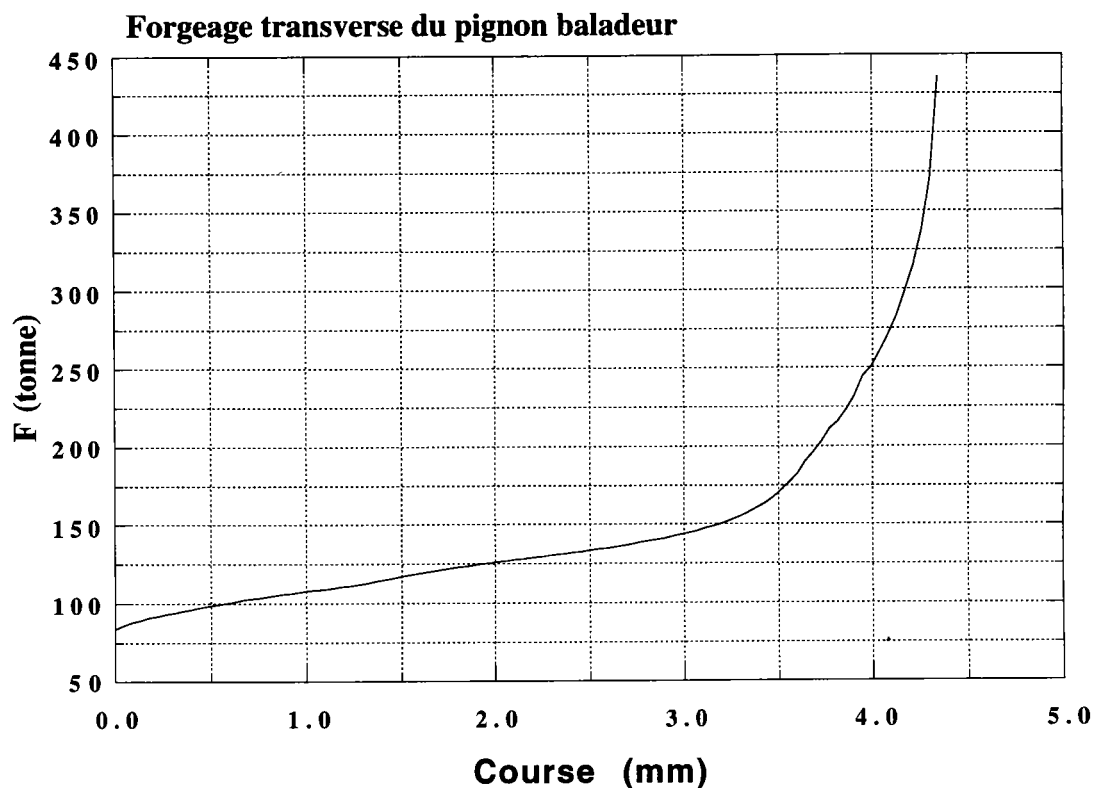


Figure 7.6 - Évolution de l'effort de forgeage du pignon baladeur

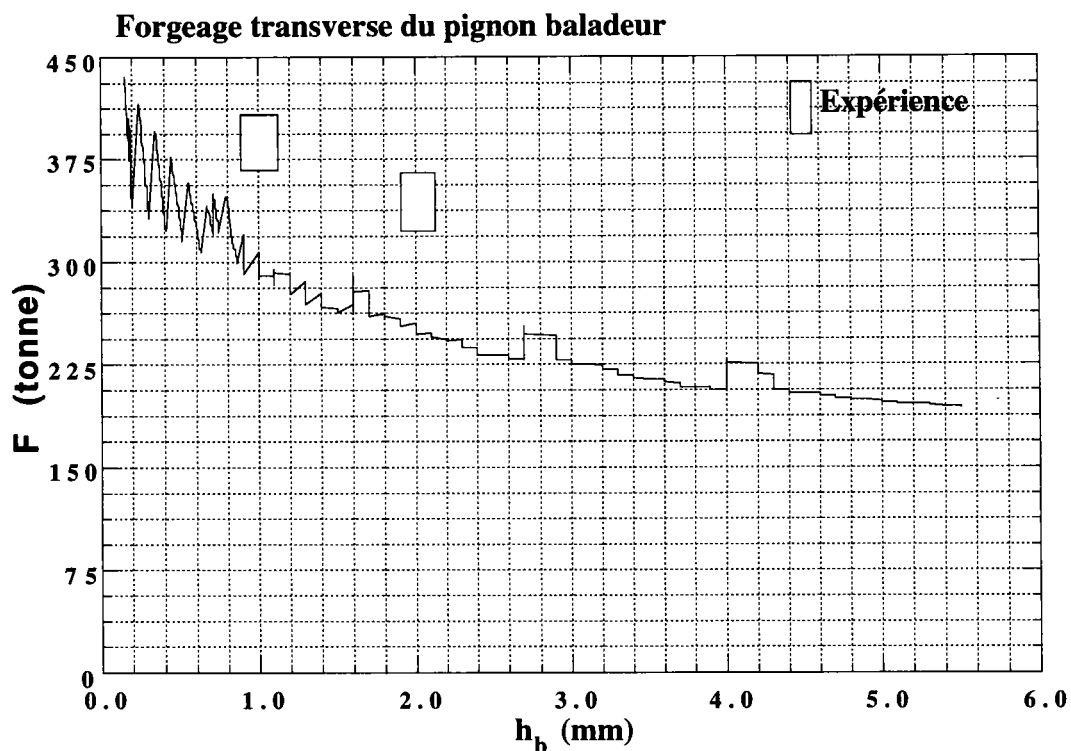


Figure 7.7 - Présentation des efforts de forgeage, selon le modèle analytique, et résultats expérimentaux, en fin de remplissage.

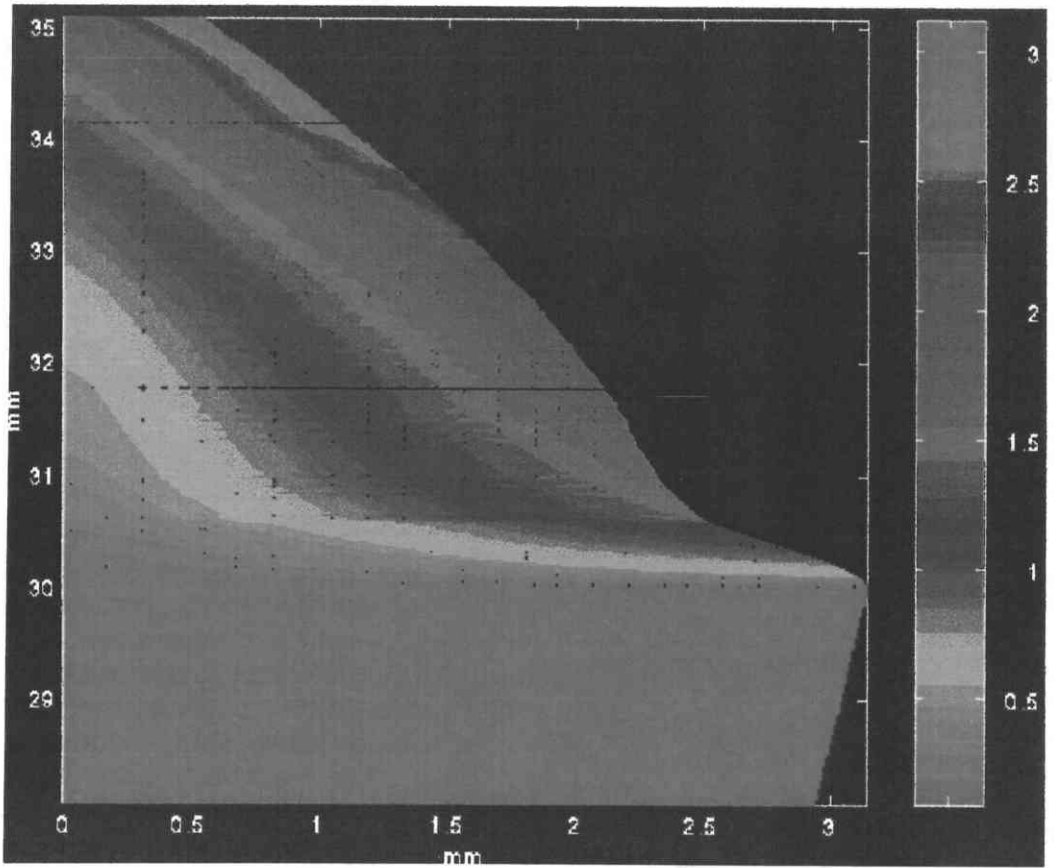


Figure 7.8 - Champ des déformations au sein d'une dent.

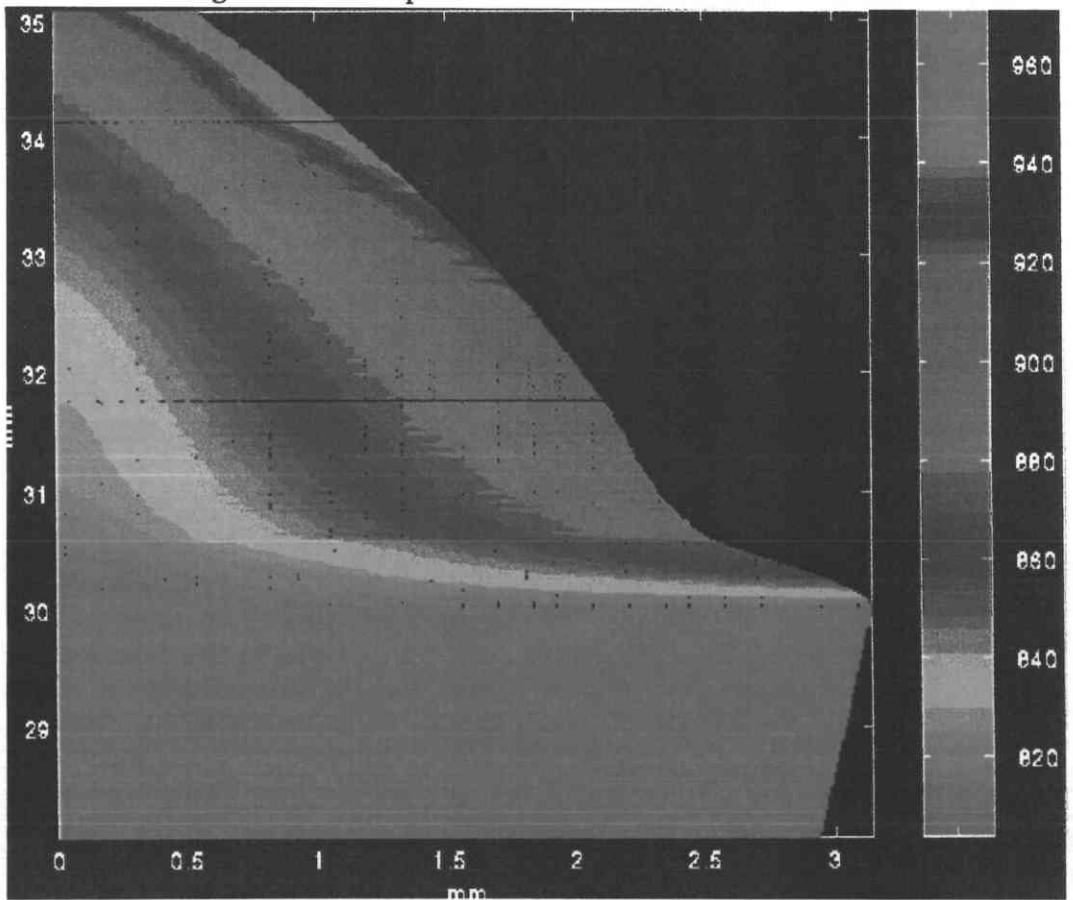


Figure 7.9 - Champ des températures au sein d'une dent.

Bibliographie du chapitre 7

- [1] P. Baqué, E. Felder et *al.* , Mise en forme des métaux, calcul par la plasticité, *Éd. DUNOD*, 1973.

Chapitre 8

MODÉLISATION ANALYTIQUE DU FORGEAGE PAR ÉCRASEMENT DE PIGNONS À DENTURE DROITE OU HÉLICOÏDALE

8.1 Introduction

A l'instar de ce qui a été développé au chapitre 7 concernant l'élaboration des pignons par forgeage transverse, nous proposons une modélisation analytique du cas de forgeage par écrasement de pignons à denture droite. Les enseignements des investigations présentées au chapitre 5 touchant aux problèmes de la fin du remplissage sont également pris en compte. Le schéma du dispositif de forgeage est illustré figure 8.1.

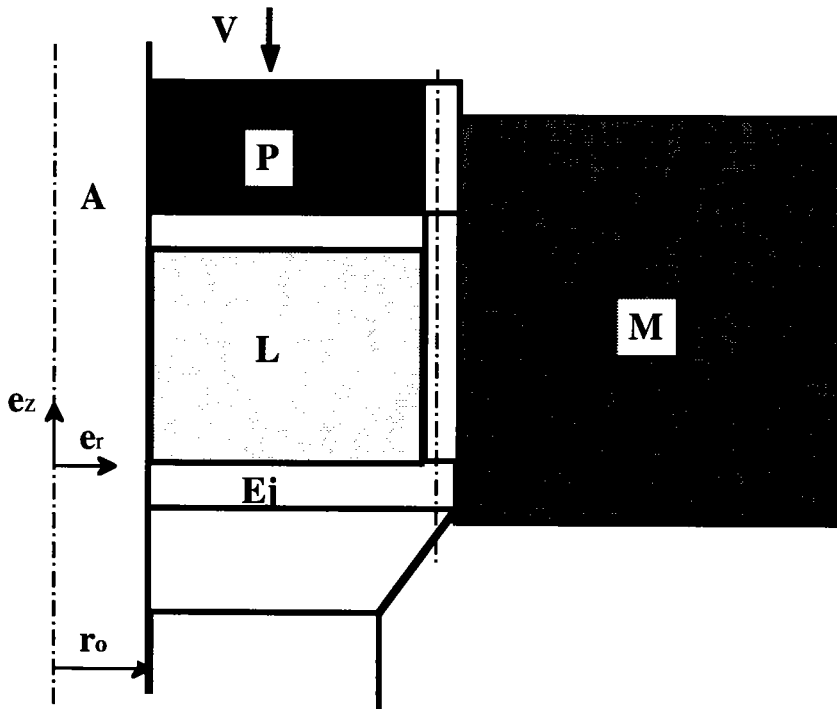


Figure 8.1- Schéma de principe du dispositif de forgeage par écrasement des pignons à denture droite. P: plateau denté, M: matrice, Ej: éjecteur, L: lopin, A: aiguille centrale, V: vitesse d'écrasement.

Contrairement aux modèles présentés dans les chapitres précédents, nous n'avons pas eu la possibilité de confronter des résultats issus du présent calcul à ceux d'essais réels effectués sous presse instrumentée. Néanmoins, au regard des modèles déjà validés par l'expérience tel que celui relatif au remplissage des arrêtes, nous pensons que nous pouvons raisonnablement faire confiance a priori au modèle théorique, surtout pour ce qui concerne l'estimation des efforts de forgeage.

La loi de comportement du matériau, le frottement à l'interface métal/outil, ainsi que les hypothèses retenues dans le présent chapitre sont identiques à ceux du chapitre 7.

Nous proposons deux formes de subdivision du volume déformé relative à chacune des deux phases de l'opération de remplissage: celle du remplissage "libre" et celle correspondant au remplissage final. Le phénomène de bombement intervenant au cours de la première phase est également pris en compte. La modélisation du remplissage des arrêtes est basée sur celle développée au paragraphe (5.2.2).

8.2 Modélisation de la première phase du remplissage

La subdivision du volume déformé correspondant à la première phase est illustrée figure 8.2. Elle consiste en une zone 1 (ABCD) sollicitée en compression libre, et en une zone 2 (BEFC) constituant l'amorce du remplissage de la gravure. La figure 8.3 montre le lopin avec ses zones de déformations en coupe radiale.

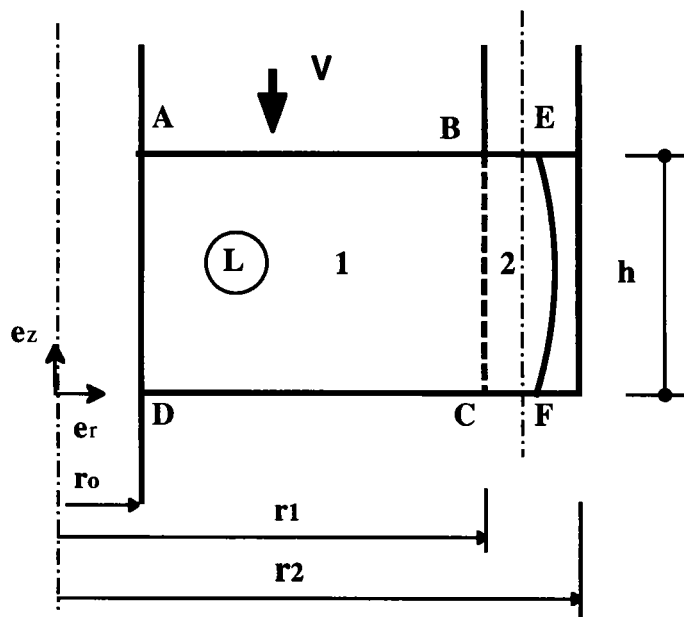


Figure 8.2 - Découpage du volume du lopin en zones de déformation intervenant lors de la première phase de remplissage.

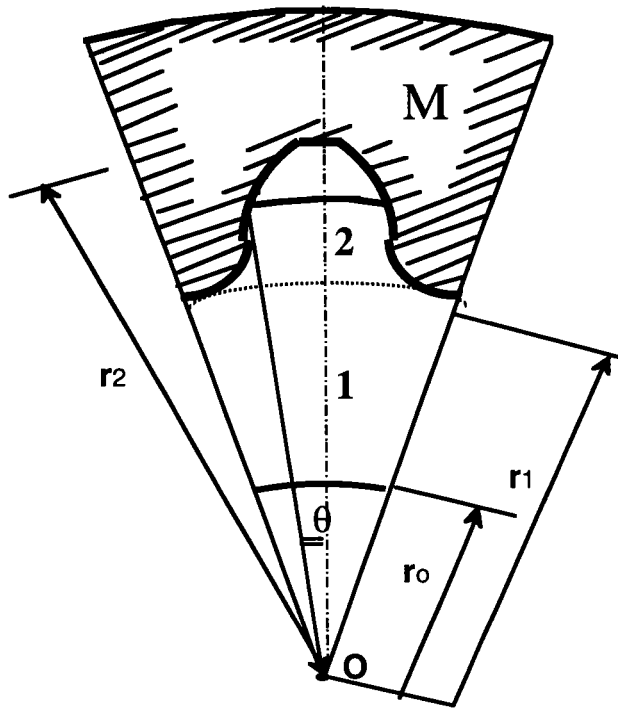


Figure 8.3 - Vue de dessus en coupe équatoriale du découpage proposé.

zone 1 (ABCD)

Le champ que nous proposons est identique à celui utilisé au paragraphe (5.2.1) : les composantes radiale et axiale sont, respectivement, données par les relations (5.3) et (5.4). Les composantes non nulles du tenseur taux de déformations sont, quant à elles, données par les relations (5.9), (5.10), (5.11) et (5.12). Nous signalons cependant que dans les relations qui vont suivre, h désigne la hauteur instantanée du lopin au cours de l'écrasement, p le paramètre régissant la sévérité du bombement, r_0 le rayon extérieur de l'aiguille centrale, r_1 le rayon de pied de dent de la gravure et r_2 le rayon de tête.

Le bilan de puissance est le suivant:

- Puissance de déformation P_{d1} dissipée :

$$P_{d1} = \int_0^h \int_{r_0}^{r_1} A \exp(B/T) \bar{\epsilon}^n \bar{d}_1^{-1+m} 2\pi r dr dz \quad (8.1)$$

- Puissance $P_{f,AB}$ dissipée par frottement au contact du plateau d'écrasement:

$$P_{f,AB} = \int_{r_o}^{r_1} \frac{\bar{m}}{\sqrt{3}} A \exp(B/T) \bar{\epsilon}^{-n} \bar{d}_1^m \frac{V}{h} p r^2 \left\{ 1 - \frac{r_o^2}{r^2} \right\} \pi dr \quad (8.2)$$

Par raison de symétrie, la puissance $P_{f,CD}$ dissipée par frottement au contact de l'éjecteur est identique à $P_{f,AB}$.

• Puissance $P_{f,AD}$ dissipée par frottement au contact de l'aiguille centrale:

$$P_{f,AD} = \int_0^h \frac{\bar{m}}{\sqrt{3}} A \exp(B/T) \bar{\epsilon}^{-n} \bar{d}^m V \left\{ p \frac{z}{h} + \frac{(1-p)}{2} \left(1 - \cos\left(\frac{\pi z}{h}\right) \right) \right\} 2\pi r_o dz \quad (8.3)$$

zone 2 (BEFC)

Nous supposons, par continuité, que la composante axiale U_{z2} dans cette zone est identique à celle de la zone 1, ce qui nous permet d'écrire:

$$U_{z2} = -V \left\{ p \frac{z}{h} + \frac{(1-p)}{2} \left(1 - \cos\left(\frac{\pi z}{h}\right) \right) \right\} \quad (8.4)$$

Nous admettrons que la composante radiale est indépendante de l'angle θ , ainsi l'écriture de l'équation de conservation du flux de matière nous permet de déterminer la composante radiale :

$$U_{r2} = \frac{\xi(z)}{S(r)} + \gamma(z) \frac{\varphi(r)}{S(r)} \quad (8.5)$$

où $S(r)$ désigne le demi-profil de la denture, et les fonctions $\gamma(z)$, $\xi(z)$ et $\varphi(r)$ sont, respectivement, explicitées par:

$$\gamma(z) = \frac{V}{h} \left\{ p + \frac{\pi}{2} (1-p) \sin\left(\frac{\pi z}{h}\right) \right\} \quad (8.6)$$

$$\xi(z) = \frac{\pi \Delta r_i^2}{2Z} \frac{V}{h} \left\{ p + \frac{\pi}{2} (1-p) \sin\left(\frac{\pi z}{h}\right) \right\} \quad (8.7)$$

$$\varphi(r) = \int_{r_1}^r S(r') dr' \quad (8.8)$$

avec

$$\Delta r_i^2 = r_1^2 - r_o^2 \quad (8.9)$$

A partir de la condition d'incompressibilité nous déterminons la composante orthoradiale $U_{\theta 2}$:

$$U_{\theta 2} = \frac{\theta}{S(r)} \left\{ \frac{r\xi(z)S'(r)}{S(r)} + \frac{r\gamma(z)\varphi(r)S'(r)}{S(r)} - \xi(z) - \gamma(z)\varphi(r) \right\} \quad (8.10)$$

$S'(r)$ représente la dérivée première du profil $S(r)$.

Les composantes non nulles du tenseur taux de déformation d_2 sont donc données par:

$$d_{rr2} = -\frac{\xi(z)S'(r)}{S^2(r)} + \gamma(z) \left(1 - \frac{\varphi(r)S'(r)}{S^2(r)} \right) \quad (8.11)$$

$$d_{zz2} = -\frac{V}{h} \left\{ p + \frac{\pi}{2}(1-p)\sin\left(\frac{\pi z}{h}\right) \right\} \quad (8.12)$$

$$d_{\theta\theta 2} = \frac{\xi(z)S'(r)}{S^2(r)} + \gamma(z) \frac{\varphi(r)S'(r)}{S^2(r)} \quad (8.13)$$

$$d_{rz2} = \frac{1}{2S(r)} \{ \xi'(z) + \gamma'(z)\varphi(r) \} \quad (8.14)$$

$$d_{z\theta 2} = \frac{\theta}{2S(r)} \left\{ \xi'(z) \left(\frac{rS'(r)}{S(r)} - 1 \right) + \gamma'(z) \left(\frac{r\varphi(r)S'(r)}{S(r)} - \varphi(r) \right) \right\} \quad (8.15)$$

$$d_{r\theta 2} = \frac{\theta}{2S(r)} \xi(z) \left(\frac{rS''(r)}{S(r)} - \frac{2S'(r)r}{S^2(r)} + \frac{S'(r)}{S(r)} \right) + \frac{\theta}{2S(r)} \gamma(z) \left(\frac{r\varphi(r)S''(r)}{S(r)} + rS'(r) - \frac{2r\varphi(r)S'(r)}{S^2(r)} - 1 + \frac{S'(r)\varphi(r)}{S(r)} + \frac{\varphi(r)}{r} \right) \quad (8.16)$$

les fonctions $\gamma'(z)$ et $\xi'(z)$ sont, respectivement, les dérivées premières des fonctions $\gamma(z)$ et $\xi(z)$:

$$\gamma'(z) = \frac{V\pi^2}{2h^2}(1-p)\cos\left(\frac{\pi z}{h}\right) \quad (8.17)$$

$$\xi'(z) = \frac{\pi\Delta r_i^2 V\pi^2}{4Z h^2}(1-p)\cos\left(\frac{\pi z}{h}\right) \quad (8.18)$$

Le bilan de puissance relatif à la zone 2 s'écrit donc:

• Puissance de déformation P_{d2} dissipée :

$$P_{d2} = \int_{\Omega_2} A \exp(B/T) \bar{\varepsilon}^n \bar{d}_2^{1+m} d\Omega \quad (8.19)$$

où Ω_2 représente le volume de la zone.

Puissance P_{fd_2} dissipée par frottement au contact de les flancs de la denture de la gravure:

$$P_{fd_2} = 2Z \int_0^h \int_{r_2}^{r_t(z)} \frac{\bar{m}}{\sqrt{3}} A \exp(B/T) \bar{\varepsilon}^n \bar{d}_2^m \left| \Delta U_2 \left(r, \frac{S(r)}{r}, z \right) \right| \sqrt{1 + S'^2(r)} dr dz \quad (8.20)$$

avec

$$|\Delta U_2(r, \theta, z)| = \sqrt{U_{r2}^2(r, z) + U_{\theta 2}^2(r, \theta, z) + U_{z2}^2(z)} \quad (8.21)$$

$r_t(z)$ représente le rayon du front de remplissage de la denture.

• Puissance P_{cz1} dissipée par cisssion entre les zones 1 et 2 :

$$P_{cz1} = 2Z \int_0^h \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{A}{\sqrt{3}} \exp(B/T) \bar{\varepsilon}^n \bar{d}_2^m |U_{\theta 2}(r_1, \theta, z)| r_1 d\theta dz \quad (8.22)$$

Puissance $P_{f\acute{e}}$ dissipée par frottement contre les matrice inférieure :

$$P_{f\acute{e}} = 2Z \int_{r_2}^{r_t(z=0)} \int_0^{\frac{S(r)}{r}} \frac{\bar{m}A}{\sqrt{3}} \exp(B/T) \bar{\varepsilon}^n \bar{d}_2^m |\Delta U(r, \theta, z = 0)| r d\theta dr \quad (8.23)$$

En raison de la symétrie la puissance P_{fp} dissipée par frottement au contact du plateau d'écrasement est identique à $P_{f\acute{e}}$.

L'estimation du paramètre p est effectuée à partir de la relation (2.40).

8.3 Modélisation de la phase de remplissage final.

La subdivision correspondant à cette seconde phase, où la matière vient en contact avec le fond de la gravure, est illustrée figure 8.4. En raison de la symétrie elle ne concerne que la moitié inférieure du lopin. Elle est constituée de deux zones 1 (ABCD) et 2 (BEFGC) en écoulement et d'une zone morte (zm) (considérée comme rigide). La zone 1 est présumée en écrasement libre, non affectée par les effets de bord. Quant à la zone 2, celle-ci constitue la zone de remplissage de la gravure et intervient donc par son écoulement pour combler les espaces non encore remplis.

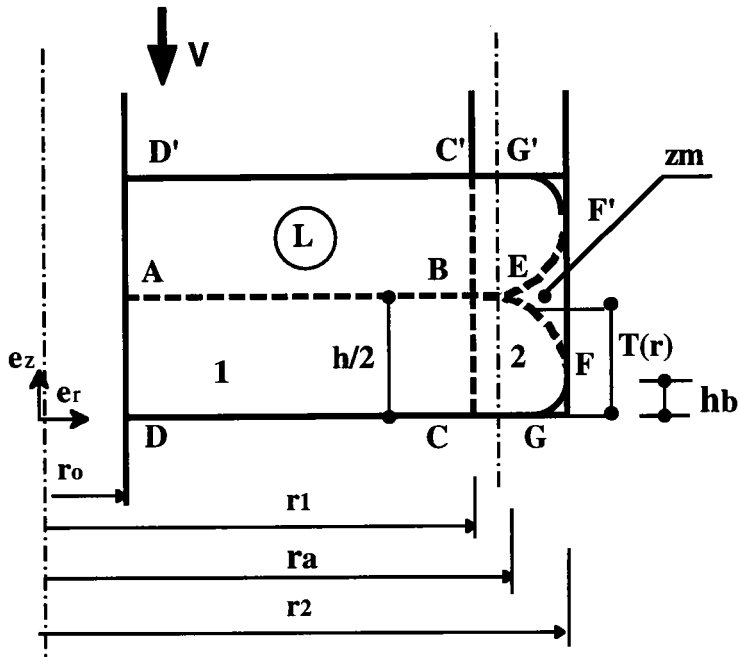


Figure 8.4 - Subdivision du volume déformé relative à la seconde phase de remplissage.

i) zone 1 (ABCD)

Nous faisons l'hypothèse que le champ de vitesse est identique à celui proposé au paragraphe 5.2.2 relatif à la zone 1.

- Puissance de déformation dissipée:

$$P_{d1} = \int_0^{h/2} \int_{r_0}^{r_1} A \exp(B/T) \bar{\epsilon}^n \left(\frac{V}{h}\right)^{1+m} \left(1 + \frac{r_0^4}{3r^4}\right)^{\frac{1+m}{2}} 2\pi r dr dz \quad (8.24)$$

- Puissance P_{fCD} dissipée par frottement au contact de l'éjecteur:

$$P_{fCD} = \int_{r_0}^{r_1} \frac{\bar{m}}{\sqrt{3}} A \exp(B/T) \bar{\epsilon}^n \left(\frac{V}{h}\right)^m \left(1 + \frac{r_0^4}{3r^4}\right)^{\frac{m}{2}} 2\pi r dr \quad (8.25)$$

- Puissance P_{fAD} dissipée par frottement au contact de l'aiguille centrale :

$$P_{fAD} = \int_0^{h/2} \frac{\bar{m}}{\sqrt{3}} A \exp(B/T) \bar{\epsilon}^n \left(\frac{V}{h}\right)^{1+m} \left(\frac{2}{3}\right)^{\frac{m}{2}} z 2\pi r_o dz \quad (8.26)$$

ii) zone 2 (BEFGC)

L'équation de la courbe géométrique BEF est décrite par la fonction $T(r)$. Elle est identique à la fonction, du même nom, utilisée au paragraphe (§5.2.2) en prenant r_b identique à r_2 . Nous proposons également de considérer la composante axiale U_{z2} identique à celle présentée au paragraphe (§5.2.2) et donnée par la relation (5.41) et concernant la modélisation du remplissage des coins dans le cas de forgeage d'un lopin cylindrique en conteneur lisse.

Nous avons donc:

$$U_{z2} = -z \frac{V}{2T(r)} \left\{ 1 - \frac{rT'(r)}{2T(r)} \left(1 - \frac{r_o^2}{r^2} \right) \right\} \quad (8.27)$$

dans ces conditions, si nous postulons que la composante radiale U_{r2} du champ de vitesse U_2 est indépendante de θ , l'écriture de la loi de conservation du flux de matière au sein de la zone nous permet d'avoir:

$$U_{r2} = \frac{\varpi}{S(r)} + \frac{\psi(r)}{S(r)} \quad (8.28)$$

où la constante ϖ et la fonction $\psi(r)$ vérifient les relations suivantes:

$$\varpi = \frac{\pi \Delta r_i^2 V}{2Z h} \quad (8.29)$$

$$\psi(r) = \int_{r_1}^r \frac{V}{2T(r')} \left\{ 1 - \frac{r'T'(r')}{2T(r')} \left(1 - \frac{r_o^2}{r'^2} \right) \right\} S(r') dr' \quad (8.30)$$

$$\text{avec } \Delta r_i^2 = r_o^2 - r_o'^2 \quad (8.31)$$

Signalons que la continuité, concernant les composantes U_{r2} , et U_{z2} est assurée aussi bien au sein de la zone 2 qu'à l'interface avec la zone 1.

La relation d'incompressibilité nous permet de déterminer la composante orthoradiale du champ de vitesse $U_{\theta 2}$:

$$U_{\theta 2} = \frac{\theta}{S(r)} \left\{ \frac{r \varpi S'(r)}{S(r)} + \frac{r \psi(r) S'(r)}{S(r)} - \varpi - \psi(r) \right\} \quad (8.32)$$

Les composantes non nulles du tenseur taux de déformations d_2 sont données par:

$$d_{rr2} = -\frac{\varpi S'(r)}{S^2(r)} + \lambda(r) - \frac{\psi(r) S'(r)}{S^2(r)} \quad (8.33)$$

$$d_{zz2} = -\lambda(r) \quad (8.34)$$

$$d_{\theta\theta 2} = \frac{\varpi S'(r)}{S^2(r)} + \frac{\psi(r) S'(r)}{S^2(r)} \quad (8.35)$$

$$d_{rz2} = -\frac{1}{2} z \lambda'(r) \quad (8.36)$$

$$d_{r\theta 2} = \frac{\varpi \theta}{2S^2(r)} \left(r S''(r) - \frac{2S'^2(r)r}{S(r)} - S'(r) + \frac{S(r)}{r} \right) + \frac{\theta}{2S^2(r)} \left(-\frac{2r \psi(r) S'^2(r)}{S(r)} + \frac{S(r)\psi(r)}{r} + r \psi(r) S''(r) + r S(r) S'(r) \lambda(r) - \lambda(r) S^2(r) + S'(r) \psi(r) \right) \quad (8.37)$$

où la fonction $\lambda(r)$ ainsi que sa dérivée $\lambda'(r)$ sont données par :

$$\lambda(r) = \frac{V}{2T(r)} \left\{ 1 - \frac{r T'(r)}{2T(r)} \left(1 - \frac{r_o^2}{r^2} \right) \right\} \quad (8.38)$$

$$\lambda'(r) = \frac{V}{2T^2(r)} \left\{ -T'(r) \left(\frac{3}{2} + \frac{r_o^2}{r^2} \right) + \left(\frac{T'^2(r)}{T(r)} - \frac{T''(r)}{2} \right) \left(r - \frac{r_o^2}{r} \right) \right\} \quad (8.39)$$

Les fonctions $T'(r)$ et $T''(r)$ désignent, respectivement, la dérivée première et seconde de $T(r)$ par rapport à r .

Le bilan de puissance dissipée:

• Puissance de déformation sur le volume déformé Ω_2 de la zone 2 :

$$P_{d2} = \int_{\Omega_2} A \exp(B/T) \bar{\epsilon}^n \bar{d}_2^{1+m} d\Omega \quad (8.40)$$

- Puissance P_{fd2} dissipée par frottement au contact des flancs de la denture de la matrice:

$$P_{fd2} = 2Z \int_0^{T(r)r_i(z)} \int_{r_1}^{\bar{m}} \frac{\bar{m}}{\sqrt{3}} A \exp(B/T) \bar{\varepsilon}^n \bar{d}_2^m \left| \Delta U_2 \left(r, \frac{S(r)}{r}, z \right) \right| \sqrt{1+S'^2(r)} dr dz \quad (8.41)$$

avec $|\Delta U_2(r, \theta, z)|$ représentant la norme de U_2 .

- Puissance P_{cz1} dissipée par cission à l'interface zone2/zone 1 due à la discontinuité des composantes orthoradiales à l'interface :

$$P_{cz1} = 2Z \int_0^{h/2} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{A}{\sqrt{3}} \exp(B/T) \bar{\varepsilon}^n \bar{d}_2^m |U_{\theta 2}(r_1, \theta)| r d\theta dz \quad (8.42)$$

- Puissance P_{czm} dissipée par cission à la frontière de la zone morte zm :

$$P_{czm} = 2Z \int_{r_a}^{r_b} \int_0^{\frac{S(r)}{r}} \frac{A}{\sqrt{3}} \exp(B/T) \bar{\varepsilon}^n \bar{d}_2^m |\Delta U_2(r, \theta, T(r))| \sqrt{1+T'^2(r)} r d\theta dr \quad (8.43)$$

- Puissance $P_{f\acute{e}}$ dissipée par frottement contre l'éjecteur :

$$P_{f\acute{e}} = 2Z \int_{r_1}^{r_i(z=0)} \int_0^{\frac{S(r)}{r}} \frac{\bar{m}A}{\sqrt{3}} \exp(B/T) \bar{\varepsilon}^n \bar{d}_2^m |\Delta U_2(r, \theta, z=0)| r d\theta dr \quad (8.44)$$

A l'image du paramètre p , q est à déterminer par la résolution de l'équation (2.40).

Remarque importante :

La modélisation présentée ci-dessus concerne le forgeage des pignons à denture droite par écrasement. Pour l'étendre au cas du forgeage des pignons à denture hélicoïdale il suffit de reprendre les relations (8.10) et (8.32) relatives aux composantes orthoradiales du champ de vitesses et d'y ajouter le terme correspondant à l'écoulement hélicoïdal induit par l'hélice de la gravure. Les relations (8.20) et (8.32) seraient, dans ce cas, respectivement réécrites de la façon suivante:

$$U_{\theta 2} = \frac{\theta}{S(r)} \left\{ \frac{r\xi(z)S'(r)}{S(r)} + \frac{r\gamma(z)\varphi(r)S'(r)}{S(r)} - \xi(z) - \gamma(z)\varphi(r) \right\} + U_{z2} \tan(\beta) \quad (8.45)$$

$$U_{\theta 2} = \frac{\theta}{S(r)} \left\{ \frac{r\varpi S'(r)}{S(r)} + \frac{r\psi(r)S'(r)}{S(r)} - \varpi - \psi(r) \right\} + U_{z2} \tan(\beta) \quad (8.46)$$

Nous rappelons que β désigne l'angle d'inclinaison de l'hélice et que son expression est donnée par la relation (7.60).

Par la suite, il convient de réévaluer le tenseur des taux de déformations et de refaire un développement analogue à celui effectué dans ce chapitre pour le calcul des puissances. Le calcul ne devrait pas différer beaucoup de celui-ci.

8.4 Application au cas de forgeage par écrasement du pignon baladeur à denture droite

A titre indicatif, et sans pouvoir valider la modélisation analytique en confrontant ses résultats à des essais réels, nous l'appliquons au cas du forgeage du pignon baladeur à denture droite. La température de forgeage est de l'ordre de 800 °C. Afin de réduire les temps de calcul nous supposons que le forgeage a lieu de façon isotherme, i. e. l'auto-échauffement dû à la déformation plastique, l'échauffement dû au frottement au contact métal/matrices et les transferts thermiques par convection ou conduction induisent un refroidissement négligeable de la pièce. Les résultats issus de la modélisation analytique sont illustrés figures 8.5 et 8.6. Comme nous pouvons le prévoir les efforts de forgeage sont très importants en fin de remplissage. Ils atteignent, selon la modélisation, les 800 tonnes pour une hauteur h_b de l'espace restant à remplir de l'ordre de 0,5 mm.

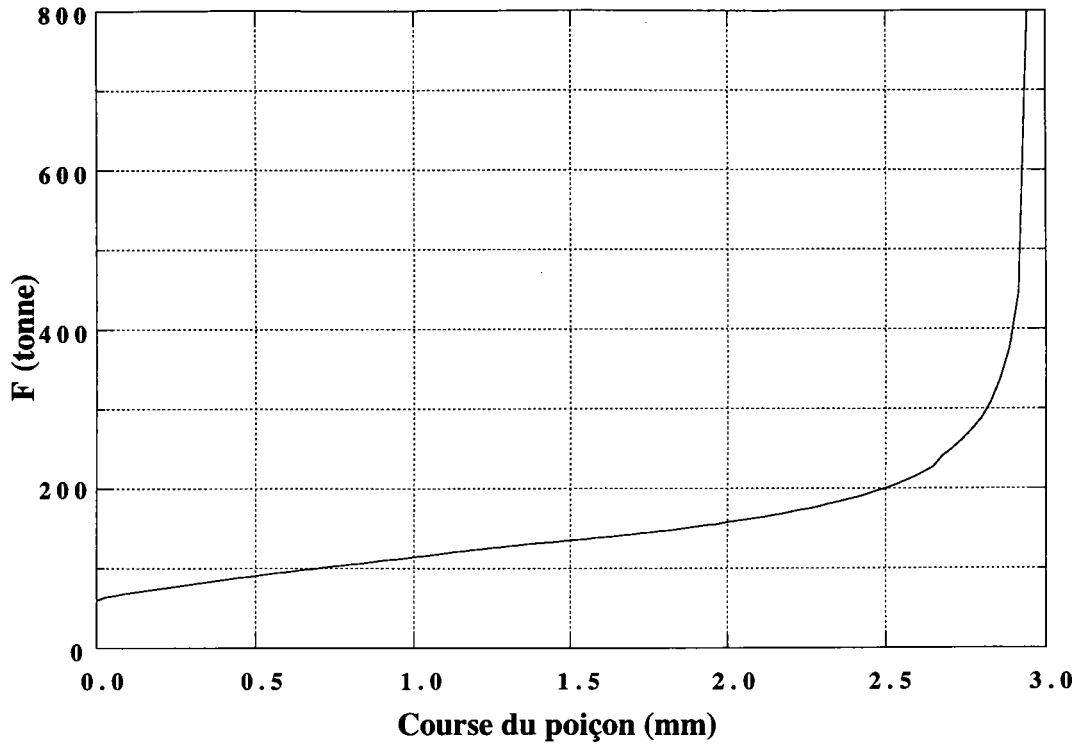


Figure 8.5 - Évolution de l'effort au cours de l'opération de forgeage.

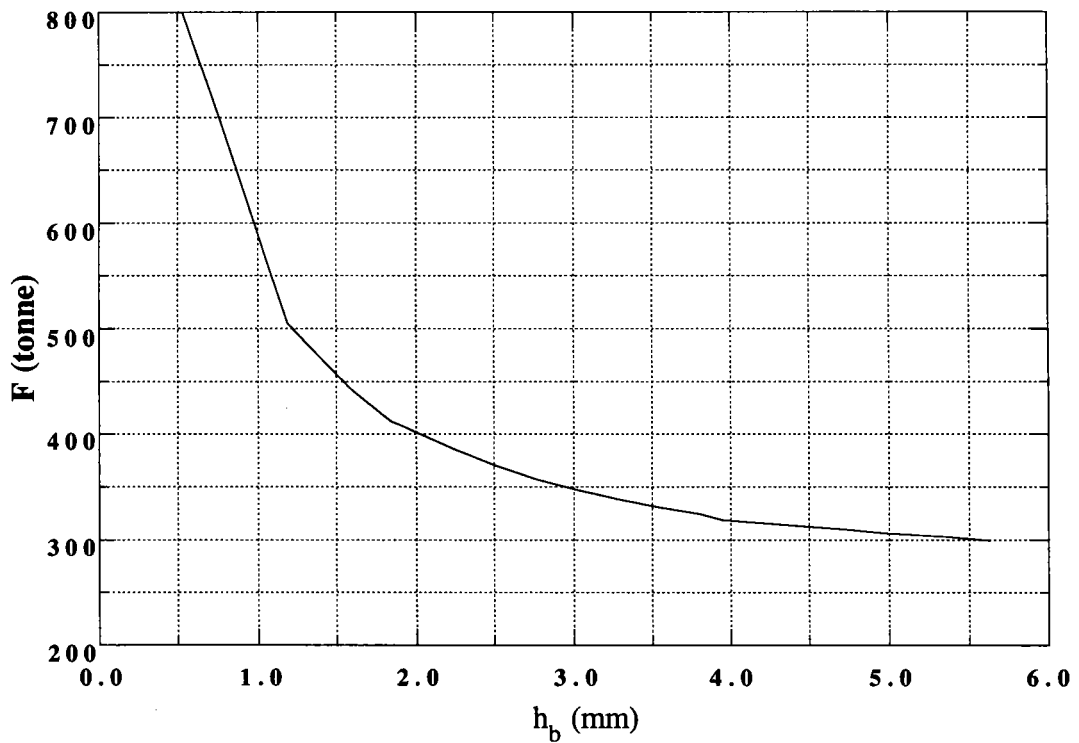


Figure 8.6 - Estimation analytique de l'effort de forgeage en fin de remplissage.

Chapitre 9

ÉTUDE DU PROBLEME DE L'ÉJECTION DU PIGNON APRES FORGEAGE

9.1 Introduction

L'estimation de l'effort d'éjection des pièces forgées conditionne directement le dimensionnement du système d'extraction. Une évaluation de cet effort, qu'elle soit faite de façon numérique ou bien analytique pour le cas tridimensionnel qui nous concerne, nous paraît très difficile en raison de la complexité géométrique des pignons obtenus par forgeage transverse. Rappelons par ailleurs qu'une estimation obtenue par simulation plasticine n'est pas envisageable dans ce cas, du fait de la divergence des comportements de la pâte et du matériau, dans le domaine des petites déformations.

Il nous est donc apparu qu'une étude analytique simplifiée concernant l'estimation de l'effort d'éjection d'un lopin forgé **en conteneur cylindrique lisse** par le même type de procédé, en l'occurrence le forgeage transverse, pourrait nous fournir une valeur approchée des efforts nécessaire à l'éjection des pignons.

9.2 Configuration du problème

Considérons un lopin cylindrique en fin de forgeage en conteneur lisse venant en contact avec une matrice cylindrique (figure 9.1).

Dans cette analyse nous faisons les hypothèses suivantes :

- i) Le comportement du matériau obéit au critère de von Mises.
- ii) Le frottement est modélisé par la loi de Tresca.
- iii) En première approximation les aspects thermiques du problème sont négligés. Néanmoins, nous pouvons dire, d'ores et déjà, que l'échauffement inéluctable des matrices se traduit par une expansion de celles-ci et va dans le sens de la réduction de l'effort d'éjection.
- iv) La matrice se déforme de façon élastique.

Sous l'effet de l'effort F exercé par le poinçon sur le lopin une pression radiale se développe au contact de la matrice. Nous considérons que la valeur de F correspond à celle atteinte en fin de forgeage, et que les dimensions du lopin sont proches de celles du pignon considéré dans l'étude.

En nous inspirant d'une modélisation axisymétrique fondée sur la méthode des tranches [1] nous pouvons évaluer le champ de contraintes des régions plastifiées 1 et 2.

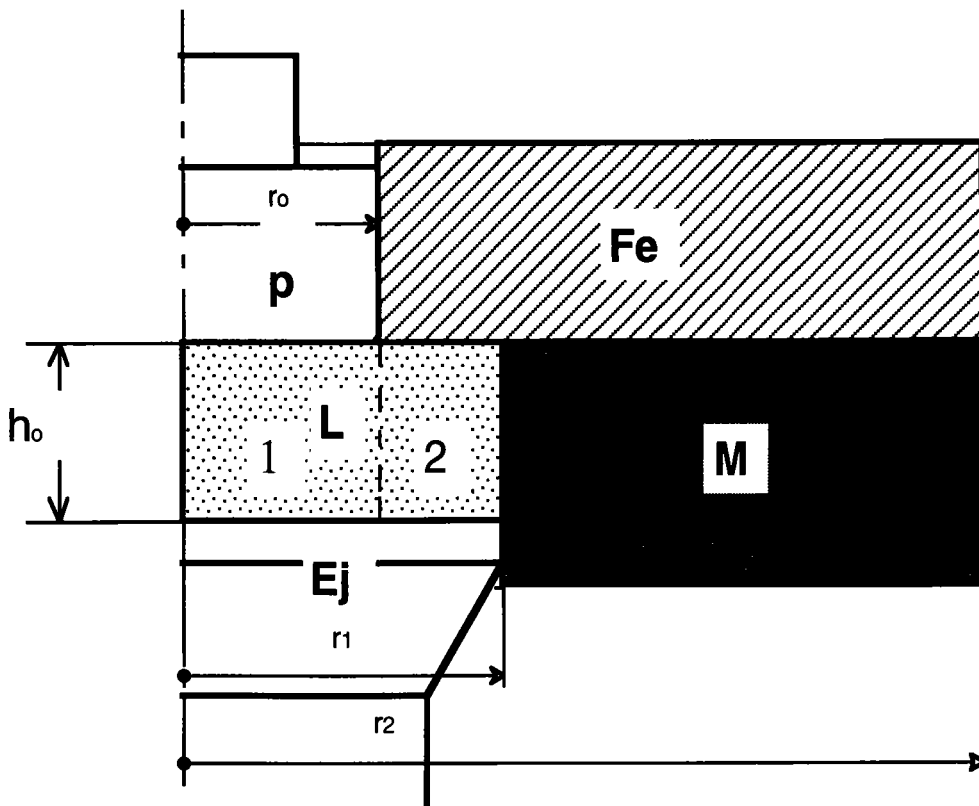


Figure 9.1. Dispositif de forgeage de lopin en conteneur lisse. p:Poinçon, L:Lopin, M:Matrice, Ej:Éjecteur, Fe:Fermeture. Subdivision du domaine déformé en régions 1 et 2.

9.3 Détermination du champ de contrainte dans les régions 1 et 2

Considérons des tranches dans les régions 1 et 2 en parties annulaires d'épaisseur dr et de hauteur h_0 , et la cission de frottement donnée par:

$$\tau = \bar{m} \bar{\sigma} / \sqrt{3} \quad (9.1)$$

et s'exerçant sur les faces planes à l'interface des outils supérieur et inférieur (contact L/Fe, L/Ej et L/p, Figure 9.1).

$\bar{\sigma}$ représente la contrainte équivalente au sens de von Mises et \bar{m} le coefficient de frottement de Tresca.

L'équilibre des forces agissant sur une tranche (fig. 9.2) impose :

$$(\sigma_r + d\sigma_r)(r + dr)d\theta h_0 - \sigma_r r d\theta h_0 - 2\tau r dr d\theta - \sigma_\theta d\theta h_0 = 0 \quad (9.2)$$

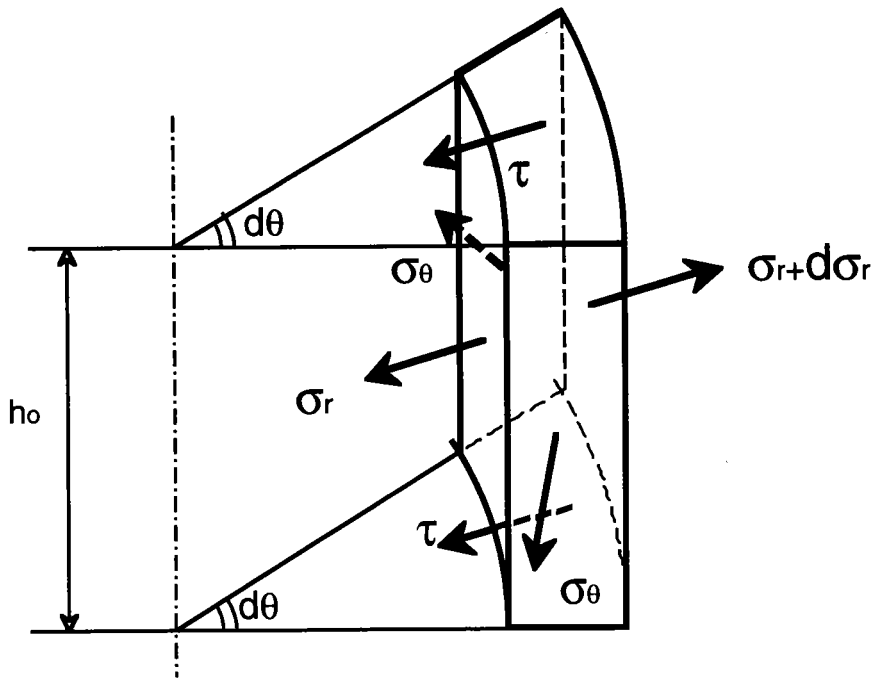


Figure 9.2- Tranche de matière considéré avec contraintes sur les facettes.

expression que nous pouvons réécrire, en négligeant les termes de second ordre, sous la forme :

$$\frac{d\sigma_r}{dr} + \frac{\sigma_r - \sigma_\theta}{r} - \frac{2\tau}{h_0} = 0 \quad (9.3)$$

D'après la loi de Lévy-Mises, l'écoulement plastique est régi par :

$$s_{ij} = \frac{2}{3} \frac{\bar{\sigma}}{\bar{\epsilon}} \dot{\epsilon}_{ij} \quad (9.4)$$

Proposons les champs de vitesses licites suivants, régnant dans les régions 1 et 2:

$$U_1 = \frac{V}{2h_0} r e_r - \frac{V}{h_0} z e_z \quad (9.5)$$

$$U_2 = \frac{V}{2h_0} \frac{r_0^2}{r^2} e_r \quad (9.6)$$

D'après les relations (9.4) et (9.5) nous pouvons conclure que :

$$\sigma_{r1} = \sigma_{\theta 1} \quad (9.7)$$

donc l'équation d'équilibre (9.3) s'écrit dans la région 1 :

$$\frac{d\sigma_{r1}}{dr} - \frac{2\tau}{h_o} = 0 \quad (9.8)$$

En tenant compte de la relation (9.7), d'après le critère de von Mises, nous pouvons écrire :

$$\sigma_{z1} - \sigma_{r1} = \bar{\sigma} \quad (9.9)$$

La relation (9.8) est donc équivalente à:

$$\frac{d\sigma_{z1}}{dr} - \frac{2\tau}{h_o} = 0 \quad (9.10)$$

La condition d'équilibre écrite selon l'axe vertical nous donne l'équation :

$$\frac{d\sigma_{z1}}{dz} = 0 \quad (9.11)$$

Après intégration des relations (9.10) et (9.11) :

$$\sigma_{z1} = \frac{2\tau}{r_o} r + Cs \quad (9.12)$$

La constante Cs est déterminée grâce à la condition d'équilibre statique du poinçon qui s'écrit:

$$\int_0^{r_o} \sigma_z 2\pi r dr = -F \quad (9.13)$$

Ainsi, nous déterminons la contrainte σ_{z1} dans la région 1 :

$$\sigma_{z1} = \frac{2\bar{m}\bar{\sigma}}{\sqrt{3}h_o} \left(r - \frac{2}{3}r_o \right) - \frac{F}{\pi r_o^2} \quad (9.14)$$

et d'après la relation (9.9) :

$$\sigma_{r1} = \bar{\sigma} \left(\frac{2\bar{m}}{\sqrt{3}h_o} \left(r - \frac{2}{3}r_o \right) - 1 \right) - \frac{F}{\pi r_o^2} \quad (9.15)$$

De la même manière nous pouvons déterminer le champ de contrainte dans la région 2, en utilisant les relations (9.4), (9.6) nous pouvons démontrer que:

$$\sigma_{r2} - \sigma_{\theta2} = -\frac{2}{\sqrt{3}}\bar{\sigma} \quad (9.16)$$

L'équation d'équilibre dans la région 2 s'écrit donc :

$$\frac{d\sigma_{r2}}{dr} = \frac{2}{\sqrt{3}}\frac{\bar{\sigma}}{r} + \frac{2\tau}{h_o} \quad (9.17)$$

Après intégration nous obtenons :

$$\sigma_{r2} = \sigma_{r1}(r_o) + \frac{2}{\sqrt{3}}\bar{\sigma} \ln\left(\frac{r}{r_o}\right) + \frac{2\tau}{h_o}(r - r_o) \quad (9.18)$$

D'après (9.16) nous obtenons pour $\sigma_{\theta2}$:

$$\sigma_{\theta2} = \sigma_{r1}(r_o) + \frac{2}{\sqrt{3}}\bar{\sigma} \left(\ln\left(\frac{r}{r_o}\right) + 1 \right) + \frac{2\tau}{h_o}(r - r_o) \quad (9.19)$$

Pour des raisons de simplification, nous avons omis volontairement de prendre en compte la région d'accommodation introduite dans nos précédents travaux ; du fait de sa faible épaisseur, nous pensons que son influence sur le résultat serait tout à fait négligeable.

9.4 Étude du chargement de la matrice

Nous assimilons le comportement de la matrice à celui d'un tube soumis à une pression interne P_i identique à la contrainte radiale $\sigma_{r2}(r_1)$. Le champ de contraintes qui en résulte dans la matrice est connu [2], il est de la forme :

$$\sigma_{rm} = L - \frac{M}{r^2} \quad (9.20)$$

$$\sigma_{rm} = L - \frac{M}{r^2} \quad (9.20)$$

$$\sigma_{\theta m} = L + \frac{M}{r^2} \quad (9.21)$$

$$\sigma_{zm} = N \quad (9.22)$$

avec

$$L = P_i r_i^2 / (r_2^2 - r_1^2) \quad (9.23)$$

$$M = P_i r_i^2 r_2^2 / (r_2^2 - r_1^2) \quad (9.24)$$

$$N = 2 \nu_m A \quad (9.25)$$

ν_m étant le coefficient de Poisson du matériau constituant la matrice.

a) Détermination de la "respiration" de la matrice (M) u_m

L'utilisation de la loi de Hooke nous permet de déterminer le champ de déformation correspondant :

$$\varepsilon_m = \frac{1 + \nu_m}{E_m} \sigma_m - \frac{\nu_m}{E_m} \text{tr}(\sigma_m) \mathbf{1} \quad (9.26)$$

ou sous une forme plus explicite :

$$\varepsilon_{rm} = \frac{1 + \nu_m}{E_m} \sigma_{rm} - \frac{\nu_m}{E_m} (\sigma_{rm} + \sigma_{\theta m} + \sigma_{zm}) \quad (9.27)$$

$$\varepsilon_{\theta m} = \frac{1 + \nu_m}{E_m} \sigma_{\theta m} - \frac{\nu_m}{E_m} (\sigma_{rm} + \sigma_{\theta m} + \sigma_{zm}) \quad (9.28)$$

$$\varepsilon_{zm} = 0 \quad (9.29)$$

E_m représente le module de Young de la matrice.

Nous supposons que la fermeture bloque tout déplacement de la matrice selon l'axe z . Nous nous intéresserons plus particulièrement à la déformation radiale eulérienne, en l'occurrence ε_r , afin d'estimer la "respiration" de la matrice u_m .

A partir des relations (9.20) et (9.25), nous obtenons :

$$u_m = r_1 \varepsilon_{rm}(r_1) \quad (9.30)$$

b) Reprise élastique du lopin après relâchement de l'effort de forgeage

Nous concevons aisément qu'après le relâchement de l'effort de forgeage ($F=0$ sur le poinçon), les contraintes internes régnant dans le lopin vont se relaxer par retour élastique. Ces contraintes peuvent être évaluées grâce à la loi de Hooke [2].

-Relaxation élastique radiale de la région 1:

Le déplacement u_{e1} lié à la relaxation élastique obéit à la relation :

$$\frac{du_{e1}}{dr} = \frac{1+\nu}{E} \sigma_{r1} - \frac{\nu}{E} (\sigma_{r1} + \sigma_{\theta1} + \sigma_{z1}) \quad (9.31)$$

que nous pouvons écrire sous la forme intégrale:

$$u_{e1} = \int_0^{r_o} \frac{1+\nu}{E} \sigma_{r1} - \frac{\nu}{E} (\sigma_{r1} + \sigma_{\theta1} + \sigma_{z1}) dr \quad (9.32)$$

-Relaxation élastique radiale de la région 2:

De la même manière nous pouvons déterminer le retour élastique de la région 2.

$$u_{e2} = \int_{r_o}^{r^*} \frac{1+\nu}{E} \sigma_{r2} - \frac{\nu}{E} (\sigma_{r2} + \sigma_{\theta2} + \sigma_{z2}) dr \quad (9.33)$$

avec

$$r^* = r_1 + u_m \quad (9.34)$$

compte tenu de la respiration de la matrice.

Finalement, le retour élastique radial total du lopin sera égal à :

$$u_e = u_{e1} + u_{e2} \quad (9.35)$$

9.5 Étude du frettage du lopin

Lors du relâchement de l'effort de forgeage, la matrice tendra à reprendre sa position d'équilibre initiale. Cependant le déplacement élastique du lopin est plus faible que l'amplitude de la respiration u_m de la matrice, il y a impossibilité d'un retour de la matrice à sa configuration initiale. Le lopin est donc fretté après relâchement de l'effort.

A priori, nous ignorons si le frettage du lopin est purement élastique, ou si le retour élastique de la matrice entraîne une déformation élastoplastique de ce même lopin. Pour cette, raison nous proposons d'étudier successivement ces deux cas.

a) Frettage élastique

Dans ce cas, le lopin peut être assimilé à un cylindre soumis à une pression externe P_e . La matrice, quant à elle, est assimilée, comme lors de l'évaluation de sa respiration, à un tube épais soumis à une pression interne P_i . L'équilibre statique est atteint lorsque les pressions P_e et P_i sont égales.

Les champs de contrainte du lopin et de la matrice sont respectivement donnés à l'interface par :

$$\sigma_{rl} = -P_e \quad (9.36)$$

$$\sigma_{\theta l} = -P_e \quad (9.37)$$

$$\sigma_{zl} = 0 \quad (9.38)$$

$$\sigma_{rm} = -P_i \quad (9.39)$$

$$\sigma_{\theta m} = +P_i \frac{r_2^2 + r_1^2}{r_2^2 - r_1^2} \quad (9.40)$$

$$\sigma_{zm} = 0 \quad (9.41)$$

L'utilisation de la loi de Hooke permet d'en déduire les champs de déformation correspondants. Comme précédemment, nous nous intéressons uniquement aux déformations radiales du lopin et de la matrice.

La déformation élastique radiale du lopin est donnée par :

$$\epsilon_{rl} = \frac{1-\nu}{E} \sigma_{rl} \quad (9.42)$$

et celle de la matrice s'écrit :

$$\varepsilon_{rm} = \frac{1+\nu_m}{E_m} \sigma_{rm} - \frac{\nu_m}{E_m} (\sigma_{rm} + \sigma_{\theta m}) \quad (9.43)$$

équation que nous transformons, grâce aux relations (9.38) et (9.39) :

$$\varepsilon_{rm} = \frac{\sigma_{rm}}{E_m} \left(1 + \nu_m \left(1 + \frac{2r_1^2}{r_2^2 - r_1^2} \right) \right) \quad (9.44)$$

La condition d'équilibre s'écrit :

$$\sigma_{rm} = \sigma_{rl} \quad (9.45)$$

La figure 9.3 représente les différents déplacements calculés pour le lopin et la matrice. Nous rappelons que u_m symbolise la respiration de la matrice ayant lieu sous charge, u_e le retour élastique du lopin après suppression de l'effort de forgeage, x_1 l'amplitude du frettage élastique du lopin par la matrice, et x_2 la respiration résiduelle de la matrice.

u_m , u_e , x_1 et x_2 sont reliés par une relation évidente qui s'écrit :

$$x_1 + x_2 = u_m - u_e \quad (9.46)$$

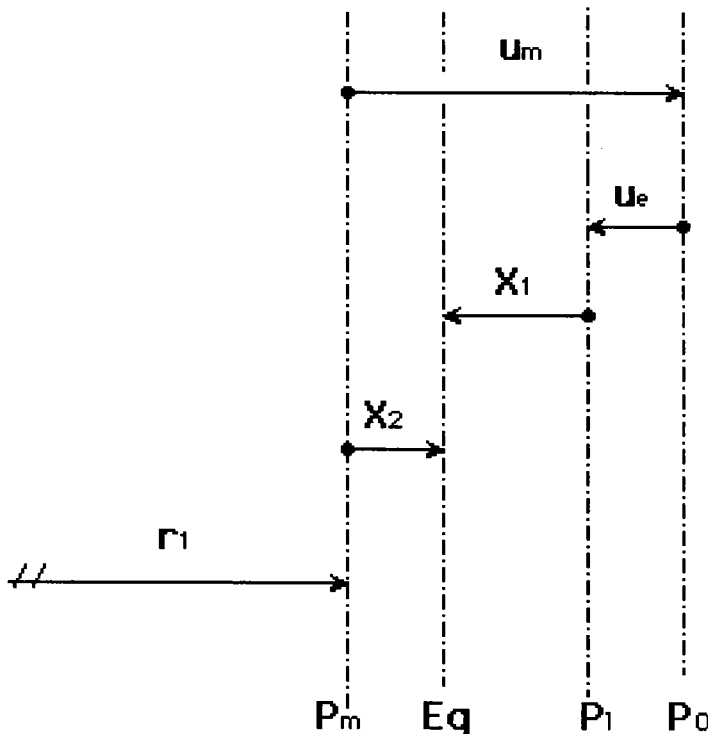


Figure 9.3- Déplacements du contact lopin/matrice.

P_0 : position d'équilibre atteinte en fin de forgeage (effort F maximum)

P_1 : position virtuelle du lopin au repos après relâchement de l'effort de forgeage, sans matrice (avant frettage).

P_m : position de la matrice au repos ($F=0$).

Eq : position d'équilibre atteinte après frettage.

La configuration initiale de la matrice est atteinte lorsque son rayon intérieur est égal à r_1 , par conséquent nous pouvons écrire que la déformation résiduelle radiale de la matrice, vérifiant la condition (9.44), s'écrit :

$$\epsilon_{rm} = \frac{x_2}{r_1} \quad (9.47)$$

Quant au lopin, sa position correspondant à un retour élastique libre, sans influence de la matrice, est obtenue lorsque son rayon extérieur est égal à $(r_1 + u_m - u_e)$. Nous pouvons donc formuler la déformation élastique radiale du lopin engendrée par le frettage :

$$\epsilon_{rl} = \frac{x_1}{r_1 + u_m - u_e} \quad (9.48)$$

La condition (9.45) s'écrit, en tenant compte des expressions (9.46), (9.47) et (9.48) :

$$\frac{x_1 E}{(1 - \nu)(r_1 + u_m - u_e)} = \frac{x_2 E_m}{r_1 \left(1 + \nu_m \left(1 + \frac{2r_1^2}{r_2^2 - r_1^2} \right) \right)} \quad (9.49)$$

Finalement, grâce aux équations (9.46) et (9.49) nous déterminons les grandeurs x_1 et x_2 et en déduisons la position d'équilibre recherchée. Le champ de déformation étant ainsi calculé, nous pouvons évaluer la contrainte radiale à l'équilibre :

$$\sigma_{rm} = \sigma_{rl} = \frac{x_2 E_m}{r_1 \left(1 + \nu_m \left(1 + \frac{2r_1^2}{r_2^2 - r_1^2} \right) \right)} \quad (9.50)$$

Ainsi, en connaissant la pression normale à l'interface matrice/lopin nous pouvons évaluer l'effort d'extraction.

b) Frettage plastique

Le cas du frettage plastique est plus simple à traiter, si nous faisons l'hypothèse que tout le lopin est plastifié. Nous le découpons en tranches annulaires d'épaisseur dr et de longueur h et nous négligeons la cission due au frottement s'exerçant sur sa face inférieure (Fig. 9.4).

Dans le plan (r,θ) l'équilibre de la tranche s'écrit après simplification :

$$\frac{d\sigma_{rl}}{dr} + \frac{\sigma_{rl} - \sigma_{\theta l}}{r} = 0 \tag{9.51}$$

comme $\sigma_{\theta l}$ et σ_{rl} sont identiques, l'équation (9.51) se réduit à :

$$\frac{d\sigma_{rl}}{dr} = 0 \tag{9.52}$$

Dans le plan (r,z) l'équation d'équilibre s'écrit :

$$\frac{d\sigma_{zl}}{dz} = 0 \tag{9.53}$$

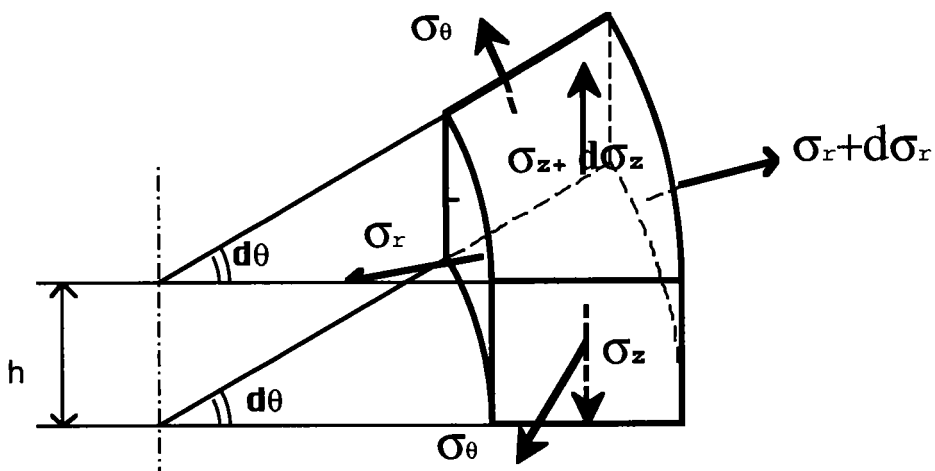


Figure 9.4- Élément de matière avec contraintes exercées sur les facettes.

Aucun effort ne s'exerce sur le lopin selon l'axe z (effort de forgeage relâché):

$$\sigma_{zl} = 0 \tag{9.54}$$

La plus grande contrainte est σ_{rl} en valeur algébrique. Le critère de plasticité s'écrit donc :

$$\sigma_{rl} = \bar{\sigma} \quad (9.55)$$

Dans ce cas nous obtenons la respiration résiduelle de la matrice (de P_m à Eq), en utilisant les relations (9.50) et (9.55):

$$x_2 = \bar{\sigma} \frac{r_1}{E_m} \left(1 + \nu_m \left(1 + \frac{2r_1^2}{r_2^2 - r_1^2} \right) \right) \quad (9.56)$$

9.6 Estimation de l'effort d'éjection du lopin cylindrique forgé

Que le frottement soit élastique ou plastique, l'estimation de l'effort d'extraction se calcule de la même manière. La voie qui nous paraît la plus pertinente, pour évaluer cet effort, passe par l'utilisation de la loi de frottement de Coulomb.

Dans ce cas la cission due au frottement est donnée par :

$$|\tau| = \mu \sigma_n \quad (9.57)$$

μ est le coefficient de frottement de Coulomb, avec en première approximation:

$$\mu = \frac{\bar{m}}{\sqrt{3}} \quad (9.58)$$

σ_n est la contrainte normale à la surface de contact :

$$\sigma_n = \sigma_{rl} \quad (9.59)$$

L'effort d'éjection du lopin est donné par :

$$F_{ej} = |\tau| S_c \quad (9.60)$$

avec S_c la surface de frettage au contact lopin/matrice :

$$S_c = 2\pi (r_1 + x_2)h_o \approx 2\pi r_1 h_o \quad (9.61)$$

Les relations (9.57) à (9.61) permettent d'obtenir l'effort d'extraction :

$$F_{ej} = \frac{\bar{m}}{\sqrt{3}} \sigma_{rl} 2\pi r_1 h_o \quad (9.62)$$

9.7 Estimation de l'effort d'éjection d'un pignon.

Pour une estimation rapide et majorée de l'effort d'éjection du pignon en fin de forgeage, nous faisons l'hypothèse que le frettage est de type élastoplastique. Pour le cas du pignon baladeur de boîte de vitesses (MA) l'effort d'éjection majoré est dans ce cas donné par :

$$F_{ej} = \frac{\bar{m}_{res}}{\sqrt{3}} \sigma_o S_p \quad (9.63)$$

S_p représente la surface de denture du pignon en contact avec la matrice :

$$S_p = 2Z h_o \int_{r_b}^{r_t} \sqrt{1+S'^2(r)} dr \quad (9.64)$$

où r_b et r_t sont, respectivement, le rayon de base et de tête du pignon baladeur. $S(r)$ est le profil de la denture du pignon considéré.

\bar{m}_{res} est le coefficient de frottement résiduel en fin d'opération de mise en forme; l'hypothèse selon laquelle le lubrifiant ne subit aucune détérioration n'est pas toujours réaliste.

Sur la figure 9.4, nous pouvons constater l'évolution de l'effort d'éjection du pignon baladeur en fonction de \bar{m}_{res} . Pour un lubrifiant ayant conservé ses qualités initiales nous estimons cet effort à 6 tonnes, par contre, pour un lubrifiant complètement détérioré ($\bar{m} = 1$), nous l'estimons à plus de 40 tonnes.

D'une façon générale, l'effort d'éjection pourrait être multiplié par un facteur de l'ordre de $1/\bar{m}$ (cas le plus défavorable) ce qui est considérable ! *L'utilisation de lubrifiants de qualité nous paraît donc indispensable. Ces*

conclusions rejoignent celles d'une étude sur le lubrifiant faite par des chercheurs allemands [3].

9.8 Commentaires :

Cette étude de l'éjection s'appuie sur une résolution préalable du problème du forgeage du pignon. En effet, une bonne connaissance des pressions mises en jeu en fin d'opération de forgeage est nécessaire.

L'utilisation d'une matrice non adaptée (ne supportant pas les efforts mis en jeu lors de l'opération de forgeage) peut engendrer des déformations irréversibles de celle-ci, ce qui peut entraîner, surtout dans un cas de forgeage de pignons à denture hélicoïdale, l'emprisonnement du lopin dans la gravure.

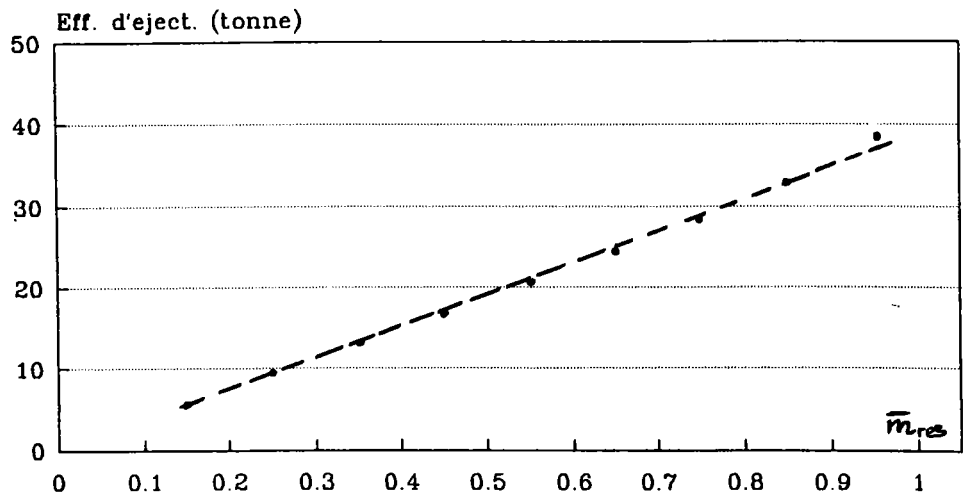


Figure 9.5- Évolution de l'effort d'éjection en fonction du coefficient de frottement résiduel.

Bibliographie du chapitre 9

- [1] P. Daignières, Méthode des tranches, École d'été de métallurgie physique de Villars-sur-Ollon, *Éd. CNRS*, 1976.
- [2] J. Salençon, Mécanique des milieux continus, tome II, École Polytechnique, *Éd. Ellipse*, 1991.
- [3] H. Tolkien, Schierwirkungen in Schmiedegesenken, *Werkstattstechnik* 51, Jarg, 1962, heft2.

Chapitre 10

MESURE DES GRANDES DÉFORMATIONS PLASTIQUES

10.1 Introduction

Lorsque l'on est confronté à des problèmes de plasticité en grandes déformations avec frontières libres et/ou contact-frottement comme dans les cas du forgeage, filage, emboutissage, etc., il est très utile de pouvoir disposer, en complément des approches numériques dont l'avancée est incontestable, d'approches expérimentales mettant en œuvre des techniques de marquage. C'est par exemple le cas de la "visioplasticité" ou simulation expérimentale avec un matériau modèle (plasticine, cire, plomb, etc.) qui peut fournir des résultats quantitatifs si l'on est capable de définir puis d'exploiter les mesures — maillage initial/maillage déformé — pour en déduire des champs de déformations et de contraintes.

Plusieurs méthodes de dépouillement des maillages ont été mises au point comme la méthode des différences finies, utilisée par Shabaik et Kobayashi [1] ainsi que par Farmer et Oxley [2], et la méthode de la déformation minimale développée par Damamme [3,4]. Chaque méthode présente des avantages et des inconvénients. Dans le cas de la méthode de la déformation minimale, malgré l'amélioration qui consiste à introduire des termes correctifs [5] elle demeure fiable uniquement dans des situations où les directions principales associées au point matériel restent fixes dans la matière tout au long du processus de déformation. Ces cas de figure correspondent à des écoulements particuliers qui ne sont que très rarement observés en pratique. La problématique des dépouillements réside dans le fait que la déformation plastique, n'étant pas une fonction d'état, dépend du chemin suivi qui est, a priori, inconnu. Pour pallier cette carence, les marquages doivent être dépouillés à chaque petit incrément de déformation, ce qui laisse entendre que le mécanisme de déformation est composé d'une suite de petits chargements à directions principales fixes dans la matière. Ainsi une utilisation valable de la méthode devient lourde et fastidieuse, voire même impossible dans les cas fréquents où l'on ne peut accéder qu'à la géométrie finale, après démontage du dispositif expérimental. Dans ce contexte, il nous semble très utile de proposer une extension de la méthode de la déformation minimale qui soit mieux adaptée à nos besoins, de sorte qu'elle puisse, par exemple, être compatible avec le cas du cisaillement simple. Signalons que la méthode fait actuellement objet d'une étude approfondie au sein de l'équipe du Laboratoire de Thermomécanique et Matériaux (*LTM*).

10.2 Rappel théorique concernant la méthode de la déformation minimale

Soit Φ la transformation faisant passer la particule du point M dans la configuration initiale C_0 à m dans la configuration actuelle C_t (voir figure 10.1) et F son application linéaire tangente :

$$x = \Phi(X) \quad (10.1)$$

$$dm = F \cdot dM \quad (10.2)$$

C tenseur de Cauchy s'écrit :

$$C = F^T \cdot F \quad (10.3)$$

Le tenseur eulérien des vitesses de déformation D s'écrit sous forme lagrangienne:

$$D = (1/2) F^{T-1} \cdot \dot{C} \cdot F^{-1} \quad (10.4)$$

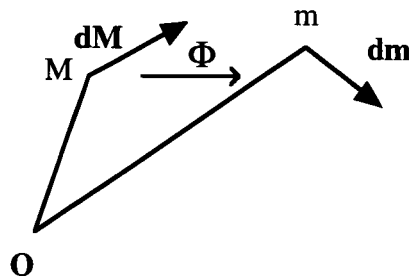


Figure 10.1- transformation de la configuration initiale à l'actuelle

La vitesse de déformation généralisée au sens de von Mises s'exprime quant à elle par :

$$\bar{d} = \sqrt{2/3 \operatorname{tr} D^2} \quad (10.5)$$

que nous réécrivons sous forme lagrangienne, en utilisant les relations (10.3) et (10.4) :

$$\bar{d} = \sqrt{1/6 \operatorname{tr} (C^{-1} \cdot \dot{C})^2} \quad (10.6)$$

La déformation généralisée cumulée tout au long du processus est donnée par:

$$\bar{\varepsilon} = \int_0^t \bar{d} dt \quad (10.7)$$

l'intégrale étant prise le long d'une trajectoire de la matière, d'où à l'aide de (10.6):

$$\bar{\varepsilon} = \int_0^t \sqrt{1/6 \operatorname{tr}(\mathbf{C}^{-1} \cdot \dot{\mathbf{C}})^2} dt \quad (10.8)$$

Ainsi $\bar{\varepsilon}$ est exprimée en grandeurs lagrangiennes.

Soit \mathbf{C}_f le tenseur de Cauchy de la transformation $C_0 \rightarrow C_f$. Puisqu'il est symétrique et diagonalisable il peut se mettre sous la forme :

$$\mathbf{C}_f = \begin{pmatrix} \lambda_f & 0 & 0 \\ 0 & \mu_f & 0 \\ 0 & 0 & \nu_f \end{pmatrix} \quad (10.9)$$

Il a été démontré [3] que, dans le cas où les directions principales ne varient pas durant le processus d'écoulement, la déformation réelle $\bar{\varepsilon}_f$ est identique à la déformation minimale $\bar{\varepsilon}_{f0}$ exprimée par:

$$\bar{\varepsilon}_{f0} = \sqrt{1/6 \left((Ln\lambda_f)^2 + (Ln\mu_f)^2 + (Ln\nu_f)^2 \right)} \quad (10.10)$$

10.3 Adaptation de la méthode de la déformation minimale par une décomposition incrémentale de la déformation.

Comme cela est illustré par la figure 10.2, décomposons l'application linéaire tangente \mathbf{F} en puissance n ($n=2^p$) d'une autre application que l'on notera \mathbf{E} . Ceci revient à écrire :

$$\mathbf{F} = \prod_{i=1}^n \mathbf{E}_i = \mathbf{E}^n \quad (10.11)$$

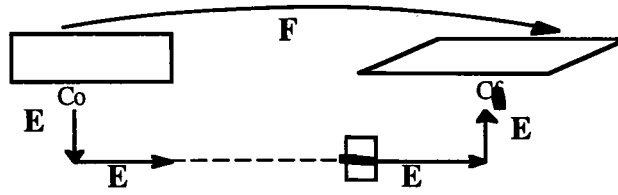


Figure 10.2 -Décomposition de l'application linéaire tangent

Soit \mathbf{G} le tenseur de Cauchy correspondant à \mathbf{E} , nous aurons donc :

$$\mathbf{G} = \mathbf{E}^T \cdot \mathbf{E} \quad (10.12)$$

Cette adaptation conduit donc à décomposer la déformation totale en n incréments de déformation $\bar{\boldsymbol{\varepsilon}}'$:

$$\bar{\boldsymbol{\varepsilon}}' = \int_0^t \sqrt{1/6 \operatorname{tr}(\mathbf{G}^{-1} \cdot \dot{\mathbf{G}})^2} dt \quad (10.13)$$

Soit \mathbf{G}_f le tenseur de Cauchy associé à la transformation $C_o \rightarrow C_f$, ayant pour valeurs propres λ'_f , μ'_f et ν'_f , la décomposition du trajet de déformation en n incréments combinés à la méthode de la déformation minimale nous donne une déformation $\bar{\boldsymbol{\varepsilon}}_{fp}$ égale à :

$$\bar{\boldsymbol{\varepsilon}}_{fp} = 2^p \sqrt{1/6 \left((Ln\lambda'_f)^2 + (Ln\mu'_f)^2 + (Ln\nu'_f)^2 \right)} \quad (10.14)$$

10.4 Première application

Appliquons cette procédure de dépouillement des maillages à deux situations. Le premier cas correspond à un cisaillement simple, figure 10.3, la déformation est régulière et les directions principales varient tout au long du processus (la méthode de la déformation minimale est mise en défaut). Le second cas correspond à une élongation suivie d'un cisaillement simple, figure 10.4.

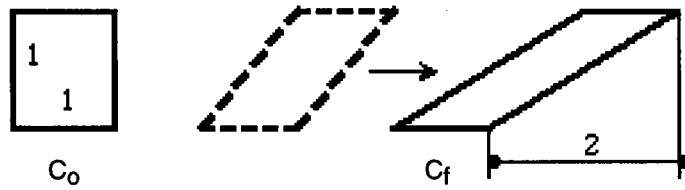


Figure 10.3 - Cisaillement simple

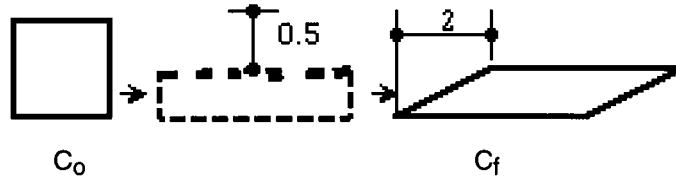


Figure 10.4 - Élongation suivie d'un cisaillement simple

Les déformations réelles (a) ainsi que celles obtenues par la méthode de la déformation minimale (b) et par la procédure présentée ci-dessus (c), (d) et (e) sont résumées dans le tableau 10.1.

	cas 1 : cisaillement simple	cas 2 : élongation + cisail.
(a) $\bar{\epsilon}_f$ réelle	1,155	1,555
(b) $\bar{\epsilon}_{f0}$ minimale	0,962	0,953
(c) $\bar{\epsilon}_{f1}$ (n=9)	1,143	1,322
(d) $\bar{\epsilon}_{f3}$ (n=8)	1,152	1,330
(e) $\bar{\epsilon}_{f8}$ (n=256)	1,155	1,334

Tableau 10.1 - Tableau récapitulatif des résultats

En ce qui concerne le premier cas, nous constatons que les résultats de la nouvelle procédure de dépouillement sont très précis à partir de n=8. Quant au second cas, nous vérifions que la procédure est mise en défaut du fait de l'existence de deux phases bien distinctes dans la déformation (élongation/cisaillement) qui n'est donc pas régulière, néanmoins, elle donne de meilleurs résultats que la méthode de la déformation minimale. Ceci était prévisible par le fait que la méthode proposée n'est quasiment pas affectée par les changements de directions principales lors du processus de déformation.

10.5 Application au forgeage d'une crémaillère

Nous avons simulé le forgeage d'une crémaillère afin de déterminer, en utilisant cette nouvelle méthode de dépouillement, quelle est la carte des déformations cumulées dans la zone dentée. Signalons que le montage provisoire utilisé s'est révélé inadapté (par son manque de rigidité) à la réalisation d'un écoulement strictement bidimensionnel. En effet, la déformation latérale des flancs induit des effets triaxiaux qui perturbent de façon significative l'écoulement de la matière. De fines bavures sont également apparues remplissant les jeux entre piston, montage et gravure. Un simple examen visuel du marquage déformé permet de conclure que le contact entre la maquette et la pâte est de type collant. C'est donc avec la plus grande réserve que nous présentons ces résultats. La conception d'une nouvelle maquette s'avère absolument nécessaire afin d'obtenir un résultat fiable. La figure 10.5 présente le maillage déformé après remplissage de la gravure. Les résultats du dépouillement sont présentés figure 10.6. Il est à noter qu'une partie de maillage, illustré sur la figure 10.6, n'a pu être dépouillée convenablement en raison d'un manque de finesse du maillage.

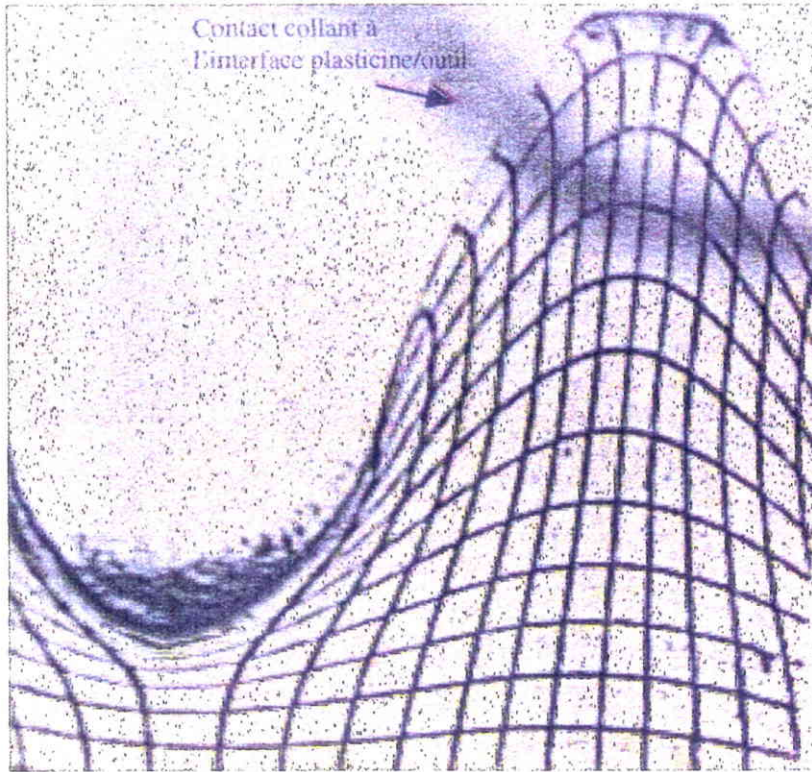


Figure 10.5 - Marquage déformé après essai de forgeage de la crémaillère

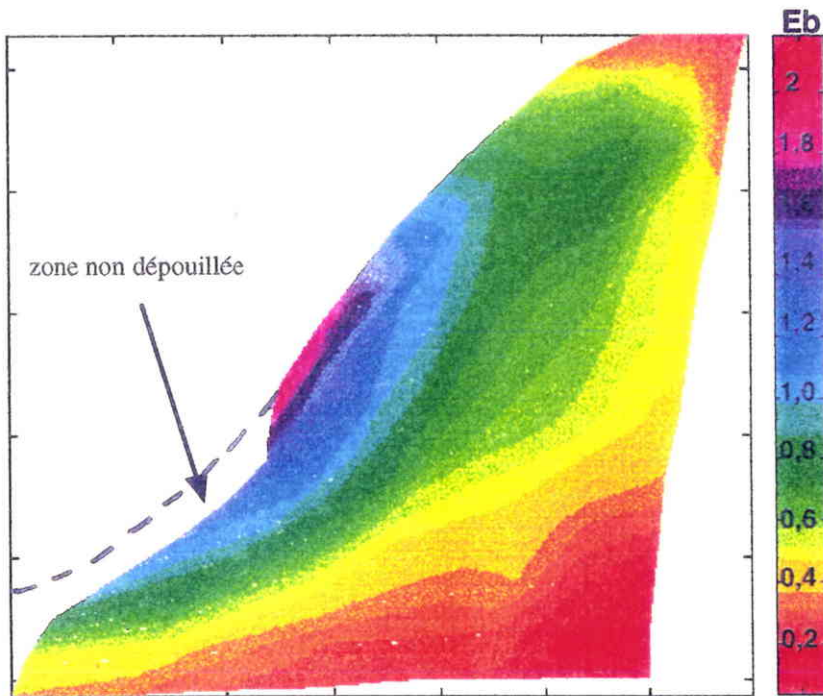


Figure 10.6 - Cartographie de la déformation cumulée au sein d'une dent de la crémaillère, dépouillement effectué selon la nouvelle méthode.

Bibliographie du chapitre 10

- [1] Shabaik A., Kobayashi S., Computer application to the viscoplasticity method, *J. Eng. Ind.*, pp 339-346 (1967).
- [2] Farmer L. E., Oxley P. L. B., A computer-aided method for calculating the distribution of strain-rate and strain from an experimental flow field, *J. strain Analysis* 11, pp 26-31 (1979).
- [3] Damamme G., Calcul du minimum de la déformation plastique généralisée par rapport aux différents chemins de déformation possibles, *rapport interne CEMEF* (1976).
- [4] Damamme G., *C. R. Acad. Sc. Paris*, t. 287 , Série A, pp 895-898 (1978).
- [5] Braudel H. J., Rappel sur la théorie de la déformation minimale et son utilisation pratique, *Annexe au contrat SNECMA* (1983).

Chapitre 11

SYNTHESE ET PERSPECTIVES

Le travail réalisé au cours de cette thèse a porté sur le développement du forgeage précis en général et du forgeage de pignons à denture droite ou hélicoïdale en particulier. Les approches adoptées sont de type expérimental, analytique et numérique. Au terme de nos travaux, nous sommes arrivés aux constatations suivantes :

Au regard des efforts relativement faibles, des niveaux de remplissage qu'il peut atteindre et de la simplicité des outillages qu'il requiert, pour ne citer que cela, le forgeage transverse nous paraît être le procédé le mieux adapté à l'élaboration de pignons à denture droite ou hélicoïdale.

La simulation physique sur pâte à modeler permet d'accéder à la compréhension des écoulements à coeur et peut être d'une aide précieuse pour bâtir une modélisation. Néanmoins, le comportement élastique de la pâte la rend impropre à simuler quantitativement la phase finale de remplissage de la gravure dans des cas de forgeage précis en matrices fermées.

Les méthodes analytiques, souvent délaissées au profit des approches numériques, s'avèrent pertinentes pour traiter ce genre de problème pour lequel les approches numériques ne sont pas encore totalement fiables. En particulier, les problèmes liés à la gestion du contact entraînent des pertes de volume qui ne sont pas admissibles dans les cas de forgeage en matrices fermées.

Le concept de bande d'accommodation optimale, exposé au chapitre 4, peut être utilisé pour éviter d'introduire des discontinuités entre régions déformées quand il s'agit de matériaux viscoplastiques.

La seconde modélisation analytique qui décrit la fin de remplissage dans des cas de forgeage par écrasement, présentée au chapitre 5, a démontré sa validité en raison de la bonne convergence entre prédictions et résultats de mesures.

L'hypothèse de Chamouard ne nous paraît pas appropriée à l'estimation des efforts de forgeage en fin de remplissage.

L'approche analytique concernant l'estimation des efforts de forgeage transverse en fin de remplissage (présentée au chapitre 6) s'est révélée performante compte tenu de sa convergence avec l'expérience.

Vu la complexité du problème et la difficulté qu'ont les autres approches pour traiter correctement le cas du forgeage transverse des pignons, la modélisation analytique développée au chapitre 7 constitue une avancée appréciable malgré l'écart (de l'ordre de 25%) entre ses prédictions et les résultats expérimentaux.

La modélisation analytique concernant le forgeage des pignons par écrasement, présentée au chapitre 8, n'a pu être validée. Elle reste donc, pour le moment, au stade des prédictions. Néanmoins, du fait qu'elle est fondée partiellement sur le second modèle de fin de remplissage présenté au chapitre 5, nous pensons qu'on peut lui accorder une certaine confiance.

L'étude de l'extraction d'un pignon forgé, présentée au chapitre 9, a révélé le rôle prépondérant joué par l'usure du lubrifiant, ce qui est en conformité avec les études présentées par d'autres chercheurs ([3] chap. 9). Une estimation rapide selon un critère conservatif (fretage plastique) est proposée.

Au chapitre 10 nous avons proposé une adaptation de la méthode de la déformation minimale, utilisée pour le dépouillement des marquages subissant de grandes déformations, aux cas d'écoulement continus. Contrairement à la méthode de la déformation minimale, la nouvelle méthode n'est pas affectée par l'évolution de l'orientation du repère principal en cours de sollicitation.

Malgré le travail déjà effectué, il reste également à traiter un certain nombre de questions qui demeurent toujours en suspens :

regrouper les différents modèles développés sous forme d'un logiciel destiné à aider à la conception de gammes de forgeage de pignons ;

enrichir les modélisations en tenant compte du transfert thermique avec les outils qui entraîne un refroidissement du lopin et une augmentation des efforts ;

poursuivre la démarche initiée au chapitre 9 concernant le problème d'éjection, afin de traiter la question de la précision dimensionnelle. La prise en compte des dilatations thermiques nous paraît également incontournable.

Une réflexion concernant la prédiction de l'endommagement induit par le procédé de forgeage, entamée au cours de cette thèse, n'a pas encore abouti ; il serait souhaitable de la mener à terme.

Pour compléter la validation globale, en termes d'effort de forgeage, de la modélisation analytique effectuée dans un cas de forgeage transverse des pignons, il serait souhaitable de valider également des prédictions locales comme la carte des déformations cumulées si l'on veut pouvoir étendre la modélisation au cas du forgeage à froid, pour lequel les efforts sont directement liés aux déformations cumulées.

ANNEXES

Annexe 1

RAPPEL SUR LA MODÉLISATION PHÉNOMÉNOLOGIQUE DE LA PLASTICITÉ EN GRANDES DÉFORMATIONS

Dans cette partie, nous rappellerons tout d'abord quels sont les concepts classiques qui sont adaptés à la description de la cinématique de la plasticité en grandes déformations, puis nous aborderons succinctement la problématique liée à la modélisation de la loi rhéologique décrivant le comportement plastique du matériau. Pour terminer, nous rappellerons l'énoncé du théorème de la borne supérieure, sur lequel repose la quasi-totalité des approches analytiques développées dans cette étude.

A1.1 Aspects généraux de l'analyse en grandes déformations

Soient \mathbf{X} représentant la position de la particule située en \mathbf{M} dans la configuration initiale C_0 , \mathbf{x} représentant la position de la même particule située en \mathbf{m} dans la configuration finale C_t et $\xi = \mathbf{x} - \mathbf{X}$ représentant le déplacement de cette particule. On définit le tenseur gradient de la transformation \mathbf{F} par :

$$d\mathbf{x} = \mathbf{F}.d\mathbf{X} \quad (\text{A1.1})$$

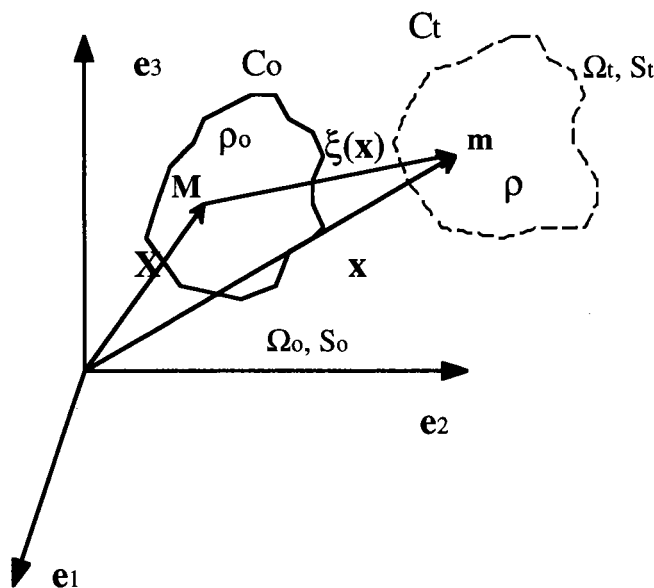


Figure A1.1- Configuration initiale et actuelle

Les tenseurs de Cauchy-Green droit \mathbf{C} et gauche \mathbf{B} sont obtenus respectivement en effectuant les produits $d\mathbf{x}_1.d\mathbf{x}_2$ et $d\mathbf{X}_1.d\mathbf{X}_2$.

Ainsi nous trouvons pour \mathbf{C} :

$$d\mathbf{x}_1.d\mathbf{x}_2 = d\mathbf{X}_1.\mathbf{C}.d\mathbf{X}_2 \quad (\text{A1.2})$$

avec

$$C = F^T \cdot F \quad (A1.3)$$

De la même façon, en ce qui concerne **B** nous trouvons :

$$dX_1 \cdot dX_2 = dx_1 \cdot B \cdot dx_2 \quad (A1.4)$$

avec

$$B = F^{-1T} \cdot F^{-1} \quad (A1.5)$$

Le tenseur gradient **F** traduit le mouvement local du milieu ; pour décrire les déformations, nous formons la différence des produits $dx \cdot dx - dX \cdot dX$:

$$dx \cdot dx - dX \cdot dX = 2 dX \cdot E \cdot dX \quad (A1.6)$$

$$E = \frac{1}{2} (F^T \cdot F - I) \quad (A1.7)$$

où **E** désigne le tenseur de Green-Lagrange ; de la même façon, nous pouvons introduire le tenseur d'Alansi-Euler **A** :

$$dx \cdot dx - dX \cdot dX = 2 dx \cdot A \cdot dx \quad (A1.8)$$

$$A = \frac{1}{2} (I - F^{-1T} \cdot F^{-1}) \quad (A1.9)$$

Il convient de remarquer que les tenseurs **E** et **C** sont exprimés dans la configuration initiale C_0 (grandeurs lagrangiennes). En revanche, les tenseurs **A** et **B** sont exprimés dans la configuration actuelle C_t , il constituent des grandeurs tensorielles euleriennes. Une autre façon de décrire les déformations consiste à procéder à la décomposition de **F** :

$$F = V \cdot R = R \cdot U \quad (A1.10)$$

où le tenseur **R** représente le tenseur rotation orthogonale. Les tenseurs **U** et **V** représentent respectivement les tenseurs symétriques de déformation pure définis positifs droit et gauche.

On a les relations:

$$C = F^T \cdot F = U^2 \quad (A1.11)$$

$$B = F \cdot F^T = V^2 \quad (A1.12)$$

Les tenseurs \mathbf{U} et \mathbf{V} valent alors respectivement $\mathbf{C}^{1/2}$ et $\mathbf{B}^{1/A1}$.

Pour une transformation rigidifiante du milieu $\mathbf{U}=\mathbf{V}=\mathbf{1}$, ainsi on peut être tenté d'introduire les tenseurs déformations $\mathbf{U}-\mathbf{1}$ et $\mathbf{V}-\mathbf{1}$. C'est d'ailleurs ce qu'a fait Hill, en proposant la définition d'une double famille de mesures des déformations ;

$$\begin{cases} e_\alpha = \frac{1}{\alpha}(\mathbf{U}^\alpha - \mathbf{I}) & , \quad \bar{e}_\alpha = \frac{1}{\alpha}(\mathbf{V}^\alpha - \mathbf{I}) \text{ pour } \alpha \neq 0 \\ e_0 = \text{Log}(\mathbf{U}) & , \quad \bar{e}_0 = \text{Log}(\mathbf{V}) \text{ pour } \alpha = 0 \end{cases} \quad (\text{A1.13})$$

Ainsi les tenseurs de Green-Lagrange \mathbf{E} et d'Euler-Almansi \mathbf{A} sont respectivement e_2 et \bar{e}_{-2} .

La dérivée par rapport au temps du vecteur matériel $d\mathbf{x}$ est donnée selon (A1.1) par :

$$d\dot{\mathbf{x}} = \dot{\mathbf{F}} \cdot d\mathbf{X} = \mathbf{L} \cdot d\mathbf{x} \quad (\text{A1.14})$$

avec

$$\mathbf{L} = \dot{\mathbf{F}} \cdot \mathbf{F}^{-1} \quad (\text{A1.15})$$

La décomposition de \mathbf{L} en partie symétrique et antisymétrique permet de définir le tenseur eulérien taux de déformation \mathbf{D} , et le tenseur taux de rotation \mathbf{W} :

$$\mathbf{D} = \frac{1}{2}(\mathbf{L} + \mathbf{L}^T) \quad (\text{A1.16})$$

$$\mathbf{W} = \frac{1}{2}(\mathbf{L} - \mathbf{L}^T) \quad (\text{A1.17})$$

Par différentiation de (A1.6) nous obtenons également:

$$\frac{d(d\mathbf{x} \cdot d\mathbf{x})}{dt} = 2d\mathbf{X} \cdot \dot{\mathbf{E}} \cdot d\mathbf{X} \quad (\text{A1.18})$$

de sorte que $\dot{\mathbf{E}}$ se présente comme étant la mesure de la vitesse de déformation dans la configuration \mathbf{C}_0 , et \mathbf{D} la mesure dans \mathbf{C}_t , ces deux tenseurs se correspondent par la relation :

$$\dot{\mathbf{E}} = \mathbf{F}^T \cdot \mathbf{D} \cdot \mathbf{F} \quad (\text{A1.19})$$

Nous remarquons également que pour un mouvement de corps rigide nous avons :

$$L = W ; D = 0 \quad (A1.20)$$

Ainsi D constitue une mesure objective de la vitesse de déformation, contrairement aux tenseurs euleriens \dot{A} et \dot{B} qui sont donnés par :

$$\dot{A} = D - A.L - L^T.A \quad (A1.21)$$

$$\dot{B} = L.B + B.L^T \quad (A1.22)$$

En effet, \dot{A} et \dot{B} ne constituent pas des mesures convenables des vitesses de déformation dans la mesure où ils ne s'annulent pas dans le cas d'une transformation rigidifiante.

A1.2 Loi de comportement

Quand on propose une relation constitutive dans le but de décrire le comportement du milieu, il convient tout d'abord de vérifier qu'elle est objective. En d'autres termes, il s'agit de s'assurer qu'elle est indépendante du référentiel choisi:

$$x' = c(t) + Q(t).x \quad (A1.23)$$

où $c(t)$ représente une translation et $Q(t)$ une rotation de corps rigide vérifiant:

$$Q.Q^T = Q^T.Q = I \quad (A1.24)$$

Ainsi, à partir de (A1.23), nous obtenons la forme de la transformée de F :

$$F' = Q.F \quad (A1.25)$$

De la même façon, nous en tirons les lois de transformation de quelques tenseurs introduits ci-dessus :

$$C' = C \quad (A1.26)$$

$$E' = E \quad (A1.27)$$

$$\mathbf{B}' = \mathbf{Q} \cdot \mathbf{B} \cdot \mathbf{Q}^T \quad (\text{A1.28})$$

$$\mathbf{A}' = \mathbf{Q} \cdot \mathbf{A} \cdot \mathbf{Q}^T \quad (\text{A1.29})$$

$$\mathbf{D}' = \mathbf{Q} \cdot \mathbf{D} \cdot \mathbf{Q}^T \quad (\text{A1.30})$$

$$\mathbf{L}' = \mathbf{Q} \cdot \mathbf{L} \cdot \mathbf{Q}^T + \dot{\mathbf{Q}} \cdot \mathbf{Q}^T \quad (\text{A1.31})$$

$$\mathbf{W}' = \mathbf{Q} \cdot \mathbf{W} \cdot \mathbf{Q}^T + \dot{\mathbf{Q}} \cdot \mathbf{Q}^T \quad (\text{A1.32})$$

Il est à noter que les problèmes d'objectivité ne se posent qu'en formulation eulerienne, car en formulation lagrangienne le repère matériel ne varie pas, c'est d'ailleurs le cas pour les tenseurs \mathbf{C} et \mathbf{E} . Ainsi si l'on recherche une formulation eulerienne, tout tenseur utilisé dans la loi de comportement doit être objectif. Cette propriété est vérifiée pour les tenseurs de déformation \mathbf{B} et \mathbf{A} et le tenseur taux de déformation \mathbf{D} . Ce n'est pas le cas pour le tenseur gradient des vitesses \mathbf{L} ou le tenseur taux de rotation \mathbf{W} . En conséquence, une loi de comportement pourra faire intervenir \mathbf{D} mais pas \mathbf{L} ni \mathbf{W} .

La formulation de la loi de comportement des matériaux relative aux procédés de mise en forme est souvent très complexe. Pour faciliter le traitement mathématique, nous adoptons la formulation eulerienne et nous supposons que:

- a) les déformations élastiques et les forces volumiques sont négligeables au regard des déformations plastiques et des efforts de mise en forme,
- b) les matériaux sont isotropes et homogènes,
- c) la théorie de Lévy-Mises décrit l'écoulement des matériaux,

D'après la théorie de Lévy-Mises, la loi d'écoulement plastique s'écrit :

$$s_{ij} = \phi \dot{\epsilon}_{ij} \quad (\text{A1.33})$$

où les s_{ij} représentent les composantes du tenseur déviateur des contraintes, $\dot{\epsilon}_{ij}$ les composantes du tenseur taux de déformation et ϕ une fonction scalaire qui, dans le cas rigide viscoplastique, est égale à :

$$\phi = \frac{2}{3} \frac{\bar{\sigma}}{\bar{\epsilon}} \quad (\text{A1.34})$$

où $\bar{\sigma}$ représente la contrainte équivalente au sens de von Mises, $\bar{\dot{\epsilon}}$ la vitesse de déformation équivalente au sens de von Mises, notée également \bar{d} , et exprimée par :

$$\bar{\dot{\epsilon}} = \sqrt{\frac{2}{3} \dot{\epsilon}_{ij} \dot{\epsilon}_{ij}} \quad (\text{A1.35})$$

Pour tenir compte de l'érouissage isotrope non linéaire et de la sensibilité à la vitesse de déformation, nous avons choisi pour la contrainte équivalente $\bar{\sigma}$ une fonction de la déformation équivalente $\bar{\epsilon}$ et du taux de déformation équivalente $\bar{\dot{\epsilon}}$ ou \bar{d} de la forme loi puissance :

$$\bar{\sigma} = K \bar{\epsilon}^n \bar{\dot{\epsilon}}^m \quad (\text{A1.36})$$

où K désigne une constante rhéologique qui peut être fonction de la température, n le coefficient d'érouissage ou de consolidation et m le coefficient de sensibilité à la vitesse de déformation du matériau. Lorsque m=0 on retrouve le modèle rigide plastique.

A1.3 Théorème de la borne supérieure et Principe variationnel, cas d'un matériau viscoplastique

Le théorème de la borne supérieure s'énonce comme suit : Soit un milieu continu de volume Ω de frontière S, considéré dans un référentiel galiléen, soumis à une densité surfacique d'efforts extérieurs \mathbf{T}^d sur S, si \mathbf{u}^* continu et continûment différentiable est un champ de vitesses plastiquement et cinématiquement admissible, i.e. vérifiant les conditions aux limites, alors nous pouvons écrire :

$$\int_{\Omega} \dot{E}(\dot{\epsilon}^*) d\Omega - \int_S \mathbf{T}^d \cdot \mathbf{u}^* dS \geq \int_{\Omega} \dot{E}(\dot{\epsilon}) d\Omega - \int_S \mathbf{T}^d \cdot \mathbf{u} dS \quad (\text{A1.37})$$

où \dot{E} est la puissance dissipée par unité de volume. Ceci suppose que la condition d'incompressibilité plastique est imposée à $\dot{\epsilon}_{ij}$:

$$\dot{\epsilon}_{ii} = 0 \quad (\text{A1.38})$$

Ce théorème découle du principe du travail plastique maximal (PTPM) selon lequel, pour un élément de matière sollicité en déformation plastique à une vitesse $\dot{\epsilon}$ sous une contrainte réelle σ , quel que soit un autre état de contrainte σ^* plastiquement et statiquement admissible, nous avons :

$$\sigma^* \dot{\epsilon} \leq \sigma \dot{\epsilon} \quad (\text{A1.39})$$

Ce théorème était initialement appliqué aux matériaux rigides parfaitement plastiques, par la suite Hill l'a étendu aux matériaux viscoplastiques. La démonstration a été effectuée par Mandel. Cependant il existe tout une famille de champs virtuels possibles \mathbf{u}^* . Dans ces conditions, un critère de sélection est nécessaire ; tel est le cas du principe variationnel de Hill appliqué à un matériau viscoplastique, qui exprime que, parmi tous les champs de vitesses virtuels licites, la solution optimale doit minimiser la fonctionnelle [3] :

$$\Pi = \int_{\Omega} \frac{\dot{E}(\dot{\epsilon}^*)}{1+m} d\Omega - \int_S \mathbf{T}^d \mathbf{u}^* dS \quad (\text{A1.40})$$

Si nous supposons qu'il n'y a pas de discontinuité au sein de la matière déformée alors, en utilisant la loi de comportement d'un matériau viscoplastique donnée par (A1.36), la puissance dissipée par unité de volume \dot{E} , sera exprimée par:

$$\dot{E} = K \bar{\epsilon}^n \dot{\epsilon}^{1+m} \quad (\text{A1.41})$$

Dans ce mémoire, nous développons plusieurs modèles analytiques fondés sur la méthode de la borne supérieure. En théorie, nous devrions donc pouvoir estimer des efforts de forgeage qui seraient des bornes supérieures des efforts réels. Cependant ces modèles, en partant de configurations initiales données, engendrent des configurations intermédiaires qui ne sont pas nécessairement identiques à celles engendrées dans les cas réels. De ce fait, nous ne pouvons plus parler de modèle de borne supérieure au sens strict lorsque la première phase de l'écoulement est franchie.

Bibliographie de l'annexe 1

- [1] P. Daignieres, Les méthodes expérimentales, Mise en forme des métaux et alliages, *Edition CNRS*, 1976.
- [2] Hill R., "New horizons in mechanics of solids", *J. Mech. Phys. of Solids*, Vol. 5, 66, 1956
- [3] Mandel, Séminaire sur la viscoplasticité, *Ecole Polytechnique*, 197A1.

Annexe 2

INFLUENCE DE LA VISCOPLASTICITÉ SUR L'INTERPRÉTATION DU TEST DE L'ANNEAU

The influence of the viscoplasticity on the ring test interpretation

(Accepted to be published in the Journ. of Mat. Proc. Tech.)

M. Sahi⁽¹⁾, R. Rahouadj⁽¹⁾, R. Herbach⁽¹⁾ and D. Choulier^(1,2)

(1) Laboratoire de Thermomécanique et Matériaux, Institut Polytechnique de Sévenans, F90010 Belfort Cedex, France.

(2) also at Ecole Nationale d' Ingénieurs de Belfort, F90016 Belfort Cedex, France.

Industrial summary

In this work, a new semi-analytical study of the flat ring compression test having a "built-in" ability to measure interface friction has been proposed. This method, on the basis of upper bound method, takes into account the viscoplastic behavior of the materials. A significant influence of the strain-rate sensitivity exponent (m) on the determination of the friction factor (\bar{m}) has been found. The calculations have shown that neglecting (m) leads to an under-estimation of this friction factor. Thus, new calibration charts have been plotted in the range of $m=0$ to 0.5 . They allow a practical and easy estimation of \bar{m} for a wide variety of viscoplastic materials. The results found for perfectly-plastic materials ($m=0$) are in good agreement with those obtained by Avitzur[8].

Notation

r, z	cylindrical coordinates
\bar{m}	friction factor
m	strain-rate sensitivity exponent
R_i	instantaneous inner radius of the ring
R_e	instantaneous outer radius of the ring
R_n	instantaneous neutral radius
R	radial position
$\bar{\sigma}$	von Mises equivalent stress
\bar{d}	von Mises equivalent strain-rate
τ	interfacial frictional shear
h	instantaneous height of the ring
V	upsetting speed
U	virtual velocity field
U_r, U_z	components of the velocity field in the r and z direction
D	eulerian virtual strain-rate tensor
D_{ij}	components of the eulerian virtual strain-rate tensor
∇	del operator
\bar{d}	equivalent strain-rate
P_d	power dissipated in the deformation zone
P_f	power dissipated by friction on the surface of metal / dies contact
P_t	total power dissipated
$ \Delta V $	slip velocity of the ring at the interface dies / ring
$ \cdot $	absolute value operator

${}^jR_i, {}^{j+1}R_i$	inner radius of the ring at j and $j+1$ upsetting increment, respectively
${}^jR_e, {}^{j+1}R_e$	outer radius of the ring at j and $j+1$ upsetting increment, respectively
${}^jh, {}^{j+1}h$	height of the ring at j and $j+1$ upsetting increment, respectively
jR_n	neutral radius of the ring at j upsetting increment
h^*	reduction in height, in percent, of the ring during its upsetting
Φ^*	inner diameter change, in percent, during the upsetting of the ring

1. Introduction

The metalworking, especially the warm one, has known these last years an important development in the area of technological innovation based on an improvement of its competitiveness compared to other processes such as machining, sintering and casting [1]. Thus, the forming of metallic products using plastic flow has been transformed from a mode of coarse elaboration to an advanced process regarding dimensional tolerances and surface roughness. Consequently, it becomes necessary to take into account, as possible, the different mechanisms involved in the forging process such as strain hardening, viscoplasticity, microstructural evolution, damage, heat transfer between workpiece and tools and elastic deformations of the dies, and so for the prevailing friction condition at the metal and tool interfaces.

Several methods for measuring interfacial friction during plastic deformation have been developed. We, particularly, quote the direct measurement methods, as the embedded pin technique [2] which is elaborate and costly, and the indirect measurement methods as the ring test. This latter is the most ancient and usual test allowing to measure the friction factor and it is particularly suitable for the evaluation of friction in forging processes. It consists on upsetting cylindrical ring specimens between two flat parallel dies for given conditions of temperature, strain and original geometry. This test is generally attributed to Male and Cockroft [3] after a suggestion of Kudo. Different analyses were proposed by several researchers using various approaches such as slab free body equilibrium approach [4,5], upper bound method [6-9] and limit analysis (that is, upper and lower bounds) [10,11]. Nevertheless, these analytical models do not include the effect of the viscoplasticity. Thus, to reduce shape variations due to the strain-rate, the tests were usually performed at a very slow speed [12]. However, it has been shown [13,14] that this method induces an increase in the heat transfer between the ring and the tools which has been found to perturb the plastic flow and subsequently the geometrical evolution of the ring. In this context, a new analysis of the ring test including the viscoplasticity effect has been proposed. This analytical modeling is based on the well-known upper bound method.

2. Analytic modeling for the ring test

Before developing the analytical model for the ring test, it seems necessary to remind its principle. The geometrical evolution of two identical rings reduced in height by the same amount (Δh), is shown in Figure 1. One ring is perfectly lubricated and is pressed with low-friction, while the other is unlubricated and pressed with high-friction. In each case, the characteristic behavior is drastically different. Thus, in the case of low-friction, the inner radius (R_i) increases (Figure 1.b). Whereas in high-friction condition, we observe either a weak expansion of the inner radius or even a decrease in size when the friction is sufficiently high (Figure 1.c). At the same time the outer radius (R_e) expands in both cases. In the high-friction ring, all points with radius (R) higher than a certain value (R_n) move outward, while points with radial position (R) smaller than (R_n) are moving inward. Points on the radius (R) equal to (R_n) are stationary, hence this radius is called the neutral or no-slip radius. The value of this neutral radius (R_n) is directly linked to the coefficient of friction [3]. In fact, in high-friction ring (Figure 1-c) the neutral radius locates in the ring itself, so that R_n is larger

than the inner radius R_i . While on the low-friction ring (Figure 1-b), R_n is smaller than R_i . Using appropriate calibration charts[3], the radial variation of the inner diameter gives the essential information on the frictional conditions at the specimen/tool interface.

In our analysis, the following assumptions are made :

i) The ring material obeys to the Norton-Hoff viscoplastic stress-strain-rate law given by:

$$\bar{\sigma} = K \bar{d}^m \quad (1)$$

where $\bar{\sigma}$ and \bar{d} represent the von Mises equivalent stress and strain-rate, respectively. K is a rheological constant, and m the strain-rate sensitivity exponent.

ii) The friction condition is modeled by the Tresca relation :

$$\tau = \bar{m} \bar{\sigma} / \sqrt{3} \quad (2)$$

where τ and \bar{m} represent the interfacial frictional shear and the friction factor respectively.

\bar{m} remains constant during the upsetting and is neither a function of the velocity nor of position.

iii) The deformation is uniform throughout the thickness of the ring, i.e., the effect of barrelling is neglected.

iv) The heat transfer between ring and flat dies is neglected.

v) Flat dies are undeformed.

It is assumed that the virtual velocity field, adapted to the case of ring upsetting is given by :

$$U = \frac{V}{2h} \left(r - \frac{R_n^2}{r} \right) e_r - \frac{V}{h} z e_z \quad (3)$$

where h and V denote the instantaneous height and the upsetting speed, respectively.

This field verifies the incompressibility condition expressed as :

$$\nabla \cdot U = 0 \quad (4)$$

where ∇ is the del operator defined by :

$$\nabla = \frac{\partial}{\partial x_j} e_j \quad (5)$$

and the boundary conditions :

$$U_r (r = R_n) = 0 \quad (6)$$

$$U_z (z = 0) = 0 \quad (7)$$

$$U_z (z = h) = -V \quad (8)$$

where U_r and U_z are the components of the velocity field in the r and z directions, respectively. The eulerian virtual strain-rate tensor is given by :

$$D = \frac{1}{2} (\nabla U^t + \nabla U) \quad (9)$$

Hence, the equivalent strain-rate :

$$\bar{d} = \sqrt{\frac{2}{3} D_{ij} D_{ij}} = \frac{V}{h} \sqrt{1 + \frac{1}{3} \frac{R_n^4}{r^4}} \quad (10)$$

The power dissipated in the deformation zone is given by :

$$P_d = \int_{\Omega_t} \bar{\sigma} \bar{d} d\Omega_t \quad (11)$$

where Ω_t is the instantaneous deformed volume of the ring.

Substituting Equations (1) and (10) into Equation (11) gives the following relationship :

$$P_d = \int_{R_i}^{R_e} K \left(\frac{V}{h} \right)^{1+m} \left(1 + \frac{R_n^4}{3r^4} \right)^{\frac{1+m}{2}} 2\pi r dr \quad (12)$$

where R_i and R_e are the inner and outer instantaneous radius of the ring, respectively.

The power dissipated by friction on the surface of metal/ dies contact $\partial\Omega$ is given by :

$$P_f = \int_{\partial\Omega} \tau |\Delta V| ds \quad (13)$$

where $|\Delta V|$ is the slip velocity of the ring at the interface dies/ring which is equal to:

$$|\Delta V| = \frac{V}{2h} \left| r - \frac{R_n^2}{r} \right| \quad (14)$$

Considering relationships (1), (2), (10) and (14), Equation (13) can be written as follows :

$$P_f = 2 \int_{R_i}^{R_e} \frac{\bar{m}}{\sqrt{3}} K \left(\frac{v}{h} \right)^{1+m} \left(1 + \frac{R_n^4}{3r^4} \right)^{m/2} \left| r - \frac{R_n^2}{r} \right| \pi r dr \quad (15)$$

The dissipated total power during the upsetting is given by :

$$P_t = P_d + P_f \quad (16)$$

At each value of R_n corresponds a flow configuration within the ring, R_n takes the value that minimizes the total power. Thus, it has to follow the relationship :

$$\frac{\partial P_t}{\partial R_n} = 0 \quad (17)$$

The latter Equation may be rewritten in a more explicit form :

$$\frac{m+1}{3} h \int_{R_i}^{R_e} \left(1 + \frac{R_n^4}{3r^4} \right)^{\frac{m-2}{2}} \frac{R_n^2}{r^3} dr + \frac{\bar{m}}{\sqrt{3}} \left\{ \int_{R_i}^{R_n} \varphi(r) dr + \int_{R_e}^{R_n} \varphi(r) dr \right\} = 0 \quad (18)$$

for $R_i \leq R_n \leq R_e$ and

$$\frac{m+1}{3} h \int_{R_i}^{R_e} \left(1 + \frac{R_n^4}{3r^4} \right)^{\frac{m-2}{2}} \frac{R_n^2}{r^3} dr + \frac{\bar{m}}{\sqrt{3}} \int_{R_i}^{R_e} \varphi(r) dr = 0 \quad (19)$$

for $R_n \leq R_i$.

with

$$\varphi(r) = \frac{m}{3} \left(1 + \frac{R_n^4}{3r^4} \right)^{\frac{m-2}{2}} \left(\frac{R_n^2}{r^2} - 1 \right) \frac{R_n^2}{r^2} + \left(1 + \frac{R_n^4}{3r^4} \right)^{\frac{m}{2}} \quad (20)$$

Equations (18) and (19) reveal that the neutral radius R_n is a function of the strain-rate sensitivity (m), the coefficient of friction (\bar{m}) and the geometry of the ring. As mentioned above, it is worth to remind that the neutral radius R_n governs the geometrical evolution of the ring.

An incremental calculation is performed : using the values of ${}^j R_i$ and ${}^j R_e$, initially given by the original geometry of the ring, Equations (18) and (19) are computed for the small deformation increment (j) of upsetting, leading to an optimal value of the neutral radius ${}^j R_n$. Then, the integration of the velocity, given by Equation (3), permits us to obtain ${}^{j+1} R_e$ and ${}^{j+1} R_i$ for the subsequent increment ($j+1$) :

$${}^{j+1} R_e = \sqrt{{}^j R_n^2 + \left({}^j R_e^2 - {}^j R_n^2 \right) {}^{j+1} h / {}^j h} \quad (21)$$

$${}^{j+1} R_i = \sqrt{{}^j R_n^2 + \left({}^j R_i^2 - {}^j R_n^2 \right) {}^{j+1} h / {}^j h} \quad (22)$$

${}^{j+1} h$ and ${}^j h$ are the height of the ring for increment ($j+1$) and (j), respectively. Thus, the mathematical analysis is continued in a series of small deformation increments using the final ring geometry from one increment as the original geometry for the subsequent increment and so on.

3. Results and discussion

Using the analytical modeling presented above we can plot a new lubricant qualification chart for a specific material with respect to its viscoplastic behavior. We remind that these charts relate the reduction in height (h^*) in percent, shown in abscissa, to the inner diameter change (Φ^*) in percent, given on the ordinate. Several lines, each one corresponding to a given value of the coefficient of friction, are plotted.

Figure 2 illustrates lubricant qualification charts for an original geometry of the ring 6:3:2 (Outer diameter : Inner diameter : Height) adapted to a material having a strain-rate sensitivity exponent in the range $m=0.0$ to 0.5 . This kind of lubricant calibration chart may be plotted using numerical approaches, as the finite element method, which deals with the viscoplasticity. Nevertheless, the ring upsetting is a process of large deformation involving contact and friction which makes it laborious to be numerically simulated considering the non linearities of material behavior, contact and geometry. Particularly, large deformation contact problem with friction has almost exclusively been treated by penalty approximations which presents some drawbacks concerning the numerical stability and the accuracy[15].

For using these new lubricant calibration charts, it is necessary to determine the constitutive relation of the material, in particular the strain-rate sensitivity exponent m , by conducting, for example, either a series of tests in tension, torsion or compression at preselected temperatures and homogeneous true strain-rate. Figures 3 emphasizes the effect of the viscoplasticity for distinct magnitude of friction factor on the plotting of lubricant qualification charts. It seems that in both high-friction (Figure 3.a) and low-friction (Figure 3.b) cases the effect of the viscoplasticity on the evolution of the ring geometry during its upsetting, is greater as the strain-rate sensitivity exponent (m) is higher. In the particular case of no friction ($\bar{m}=0$), this effect disappears. Indeed, the only solution of Equation (19) is : $R_n=0$ whatever m , R_i and R_e values. Furthermore, it follows that neglecting the viscoplasticity effect on the ring test interpretation leads to under-estimate the value of the friction factor, e.g., the mean difference is evaluated at about 25 % between the cases $m=0$ and $m=0.20$ (compare Figures 2.a and 2.c). For perfectly plastic material, $m=0$, the present analytical modeling results become identical to those deduced from Avitzur calculations [8].

The effects of the barrelling and of the upsetting speed V have not been considered in the analysis. Nevertheless, this latter effect, as shown by [16], may only be noticeable for high upsetting speeds (i.e. there is not enough time for the lubricant to be squeezed out). The barrelling phenomenon significantly influences the results solely for high friction factors [17].

4. Conclusion

To evaluate the Tresca's friction factor (\bar{m}) in the case of a viscoplastic material, a new semi-analytical modeling of the ring test has been proposed. The main results can be summarized hereafter :

- (i) a significant effect of the strain-rate sensitivity (m) has been revealed whatever the friction factor, except for $\bar{m}=0$ (e.g., an under-estimation of 25 % on the friction factor value for $m=0.2$)
- (ii) new lubricant calibration charts are plotted as functions of \bar{m} and m , in the ranges $\bar{m}=0$ to 1.0 and $m=0$ to 0.50 .
- (iii) the theoretical results are in good agreement with those obtained by Avitzur [8] in the particular case of perfectly plastic materials ($m=0$).

Considering the viscoplasticity, the ring test remains a convenient method to determine the frictional characteristics in metal forming.

Acknowledgments.

Thanks are due to the "Agence De l'Environnement Et de la Maîtrise de l'Énergie" ADEME (the Agency Of the Environment And the Mastery of Energy) and the company P.S.A. Peugeot-Citroën for their support during this research work.

References.

- [1] J. P. Bernadou, Le forgeage à mi-chaud des aciers, *Revue française de Mécanique* (2)(1982), pp 105-113.
- [2] G. T. van Rooyen and W. A. Backofen , A study of interface friction in plastic compression, *Int. Journal Mech. Sci.* (1960), pp 1-27.
- [3] A. T. Male and M. G. Cockroft, A method for determination of the coefficient of friction of metal under condition of bulk plastic deformation, *J. of the Institute of Metal* , Vol. 93 (38) (1965).
- [4] M. Kunogi, A New method of cold extrusion, *J. Sci. Res. Inst.* , Vol. 50 (1437) (1956), pp. 215-246.
- [5] I. Tavnovski, A. A. Pozdeev and A. O. Ganago, Deformation and forces in metal forming, *National Science and Technology Co.* , Machine Building Literature, Moscow (1959).
- [6] H. Kudo, Some analytical and experimental studies of axisymmetric cold forging and extrusion, Part I , *Int. J. Mech. Sci.* , Vol. 2 (1960), pp. 102-127.
- [7] H. Kudo, Some analytical and experimental studies of axisymmetric cold forging and extrusion, Part II, *Int. J. Mech. Sci.*, Vol. 3 (1961), pp. 91-117.
- [8] B. Avitzur, *Metal forming : processes and analysis*, Mc GrawHill, New York (1963).
- [9] B. Avitzur, Bulge in Hollow Disc Forging, *Report of the Institut of Metal Forming*, Lehigh University (Aug 1969).
- [10] B. Avitzur and F. R. Sauerwine, Limit analysis of hollow disc forging, Part I: Upper Bound, *J. Eng. Ind. (trans ASME)*, Vol. 100 (3) (Aug. 1978), pp. 340-346.
- [11] F. R. Sauerwine and B. Avitzur, Limit analysis of hollow disc forging, Part II: Lower Bound, *J. Eng. Ind. (trans ASME)*, Vol. 100 (3) (Aug. 1978), pp. 347-355.
- [12] A. Dellavia, A. Bugini, E. Gentili and R. Pacagnella, Stress-strain curves and friction evaluation from the ring test, *Metallurgia and Metal Forming* (Oct. 1977), pp. 422-446.
- [13] Roberts, *Hot Rolling of Steels*, Marcel Dekker Inc., New-York (1983).
- [14] O. Pawelski, W. Rasp and C. Hoerster, The ring compression test as simulation test for the investigation for friction hot metal forming, *Steel Research*, Vol. 60 (1989), pp. 395-402.
- [15] Z. Q. Feng, 2-D or 3-D frictional contact algorithms and applications in a large deformation context, *Numerical Methods in Engineering*, to be published (1995).
- [16] F. Wang , J. G. Lenard, An experimental study of interfacial friction, hot ring Compression, *J. of Eng. Materials and Technology*, 114 (1992), pp. 13-18.
- [17] F. Wang , *Study of the ring test : theoretical calibration curves and measurement of the velocity field*, Master thesis, Dept. of Mechanical Engineering, Xi'an Jiaotong University, China (1983).

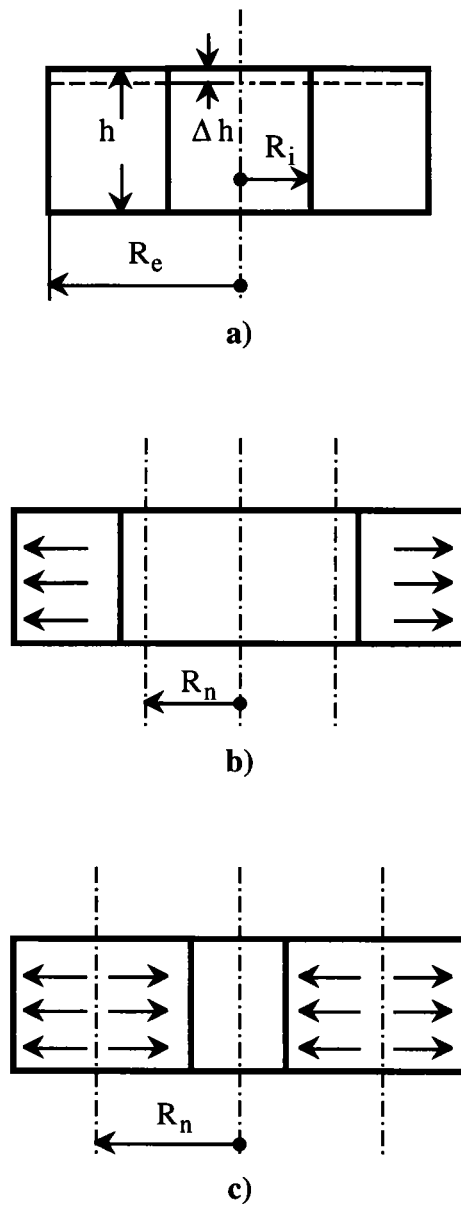
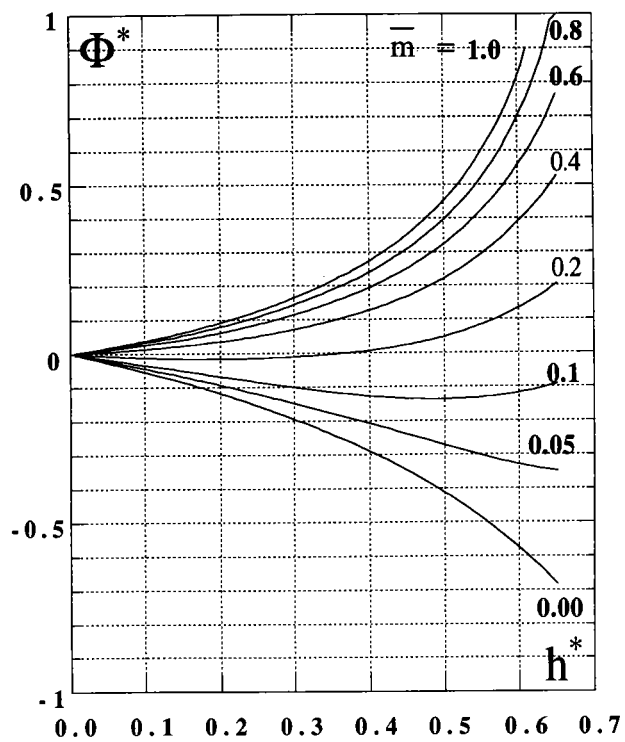
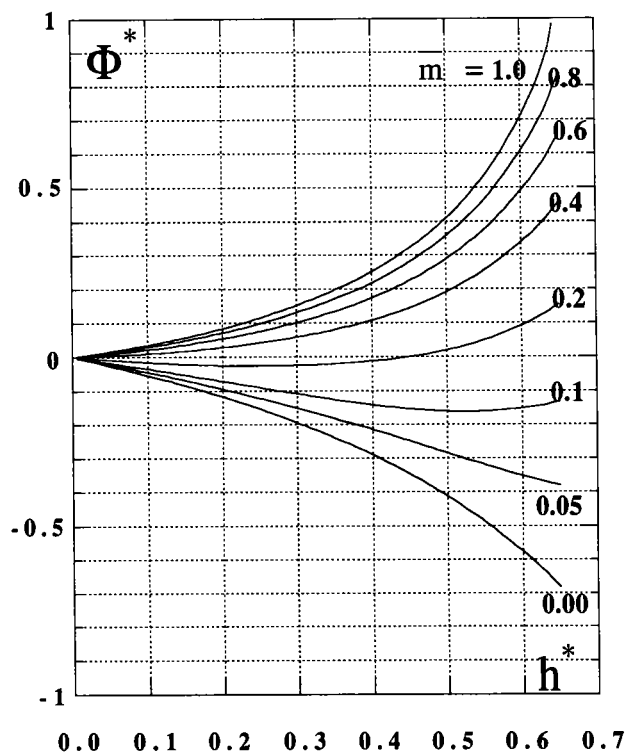


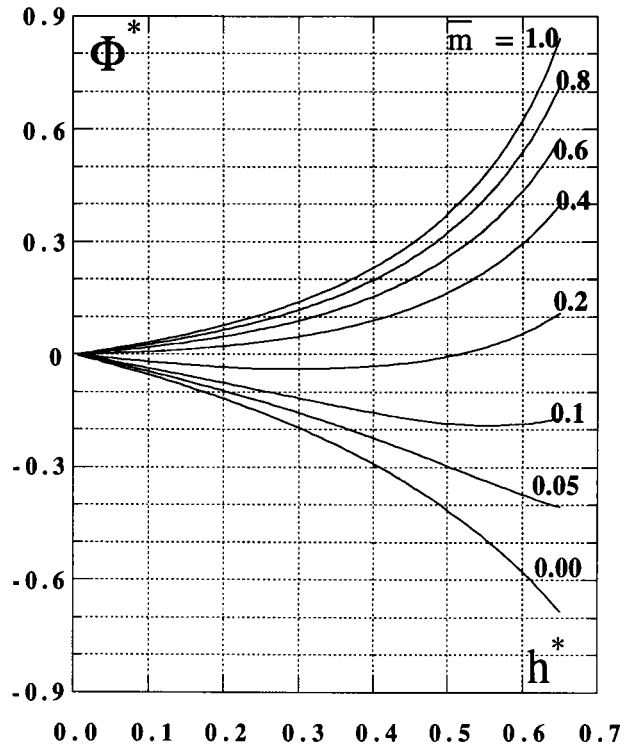
Figure 1 - Typical behavior of a ring during upsetting, the barrelling being neglected.
 a) original ring b) upsetting with low-friction. c) upsetting with high-friction.



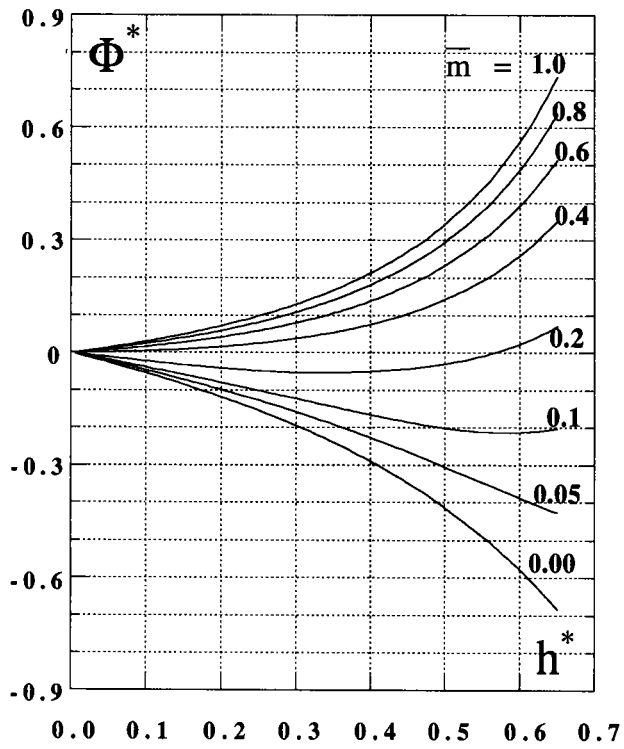
a)



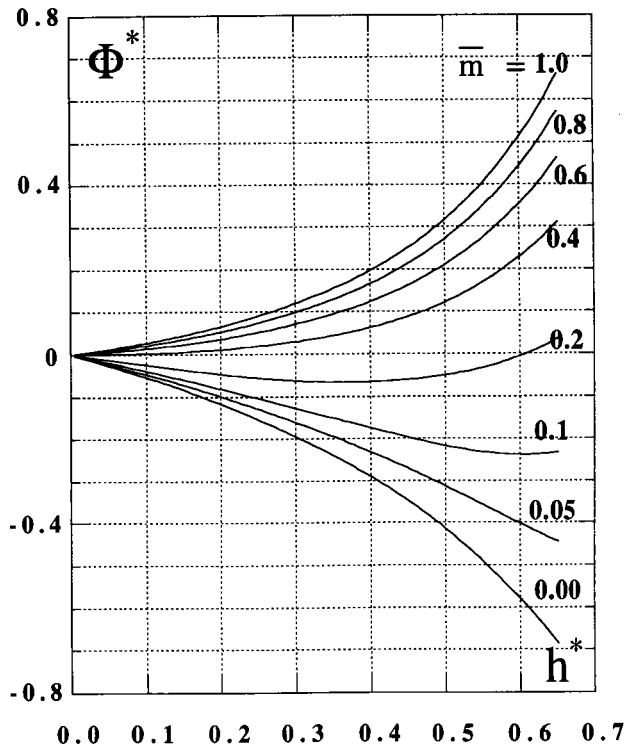
b)



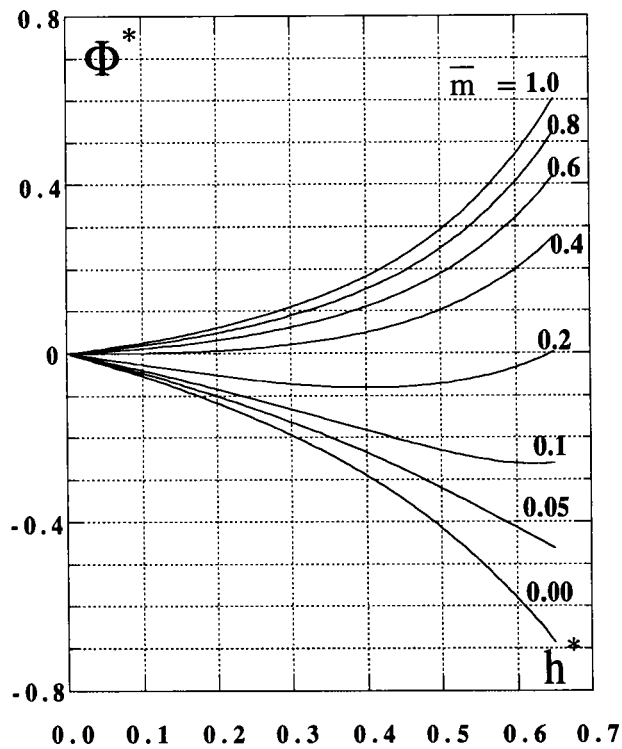
c)



d)

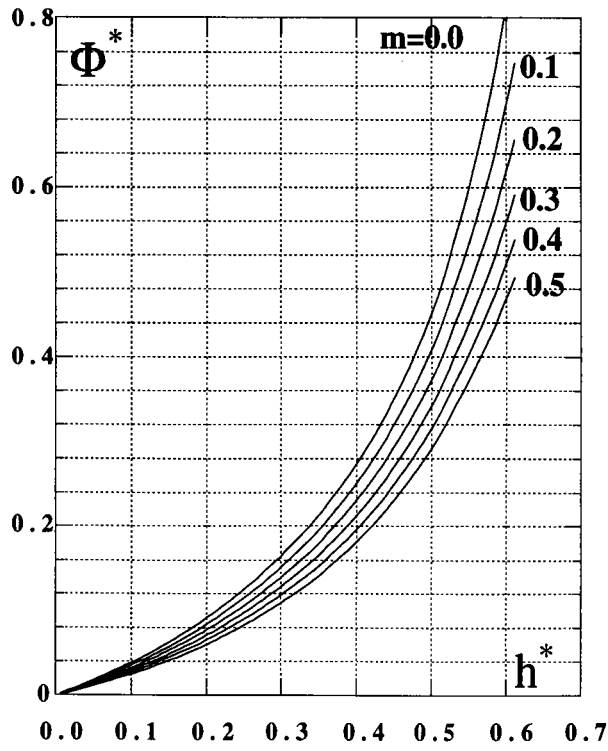


e)

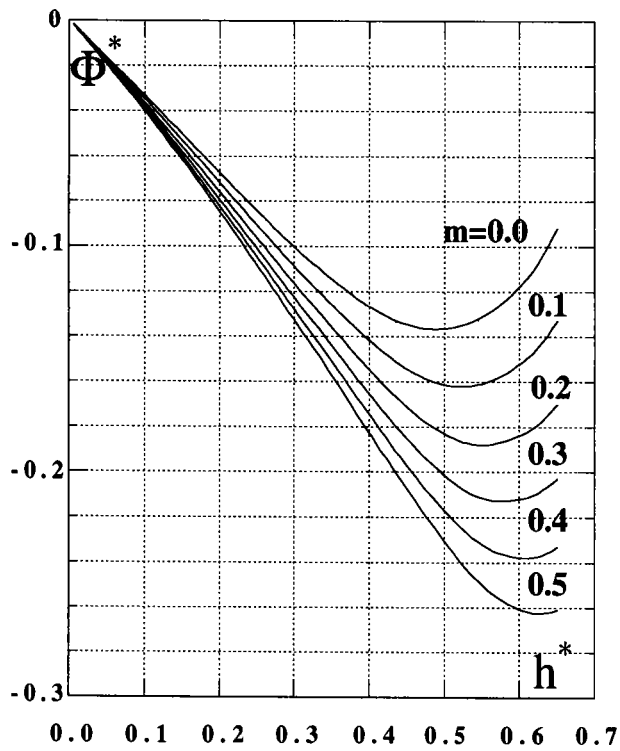


f)

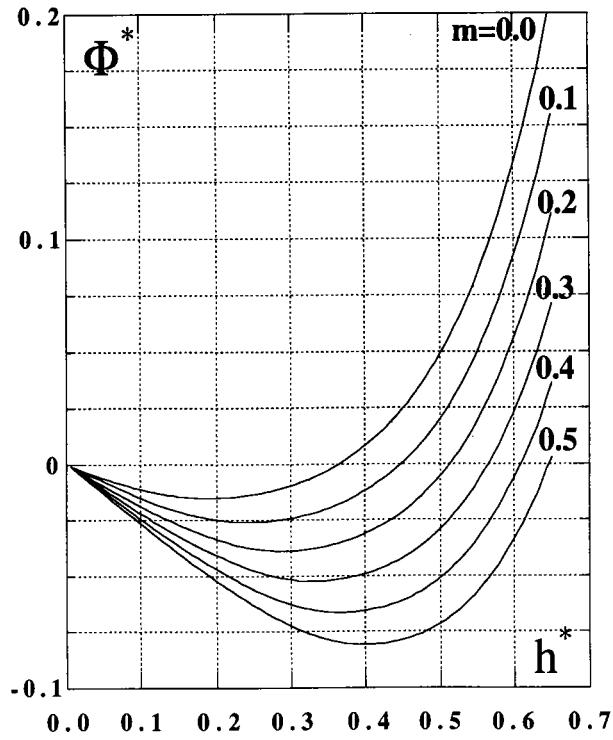
Figure 2 - Calibrations charts, for a 6:3:2 ring dimensions, for distinct values of strain-rate sensitivity exponent m . a) $m = 0.0$ b) $m = 0.1$ c) $m = 0.2$ d) $m = 0.3$ e) $m = 0.4$ f) $m = 0.5$



a)



b)



c)

Figure 3 - Influence of the strain-rate sensitivity exponent m in the case of low-friction,
 a) $\bar{m} = 1.0$ b) $\bar{m} = 0.1$ c) $\bar{m} = 0.2$

CONTRIBUTION À LA SIMULATION ANALYTIQUE ET PHYSIQUE DU FORGEAGE PRÉCIS : APPLICATION À L'ÉLABORATION DE PIGNONS

Résumé

Le travail décrit dans le présent mémoire constitue une contribution à la simulation analytique et physique du forgeage précis (encore appelé forgeage de précision), appliqué à la mise en forme de pignons à denture droite ou hélicoïdale. L'approche physique dont il est question a été menée sur maquettes, en utilisant la pâte à modeler comme matériau modèle, et en simulant différents procédés de mise en forme. Le dépouillement expérimental des marquages en grandes déformations a été effectué à l'aide d'une méthode originale adaptée de la méthode de déformation minimale dans des cas où l'on ignore le chemin de déformation suivi. Cette partie nous a montré que le forgeage transverse à mi-chaud est probablement le procédé le mieux adapté à l'élaboration de pignons avec quelques avantages de simplicité par rapport au procédé par écrasement. Nous avons constaté en outre que le comportement élastique du matériau modèle utilisé ne permettait pas de simuler quantitativement la phase finale de remplissage de la gravure dentée. L'approche analytique a consisté à développer des modélisations bidimensionnelles qui puissent décrire correctement la fin du remplissage dans les cas du forgeage transverse et du forgeage par écrasement. Un concept de bande d'accommodation optimale a été introduit pour éviter les discontinuités entre régions déformées lorsque le matériau utilisé a un comportement viscoplastique. Cette étape ayant été validée, une modélisation semi-analytique tridimensionnelle traitant le cas du forgeage transverse de pignons à denture droite ou hélicoïdale a été proposée. Les prévisions obtenues avec ce dernier modèle sont en bon accord avec les résultats d'essais en vraie grandeur dont nous disposons. Le modèle permet aussi de prévoir l'effort nécessaire à l'extraction du pignon forgé, ce qui met en évidence le rôle important joué par les conditions de contact en fin d'opération. Le modèle tridimensionnel permet d'introduire des lois de frottement du type Tresca ou von Mises, et accepte des lois de comportement viscoplastique écrouissable anisotherme pour le matériau (domaines du forgeage à mi-chaud et à froid).

Mots-clés

modélisation analytique simulation physique forgeage précis des pignons fin de remplissage éjection dépouillement des marquages.

CONTRIBUTION TO ANALYTICAL AND PHYSICAL SIMULATION OF PRECISION FORGING : CASE OF STRAIGHT AND HELICAL SPUR-GEAR FORMS

Abstract

The work described in the present manuscript constitutes a contribution to the physical and analytical simulation of the precision forging applied to the elaboration of straight and helical spur gear. The physical approach has been led on prototypes, by using plasticine as model material, and by simulating different processes of metalworking. The experimental of the processing of grids undergoing large strains has been undertaken with the help an adapted original method of the minimal strain method in cases where the path of deformation is unknown. This part has shown that the transverse forging is probably a better adapted process to the elaboration of gears than the upsetting. We have observed that the elastic behaviour of the plasticine renders it inappropriate to simulate quantitatively the final filling phase of the engraving in cases of flashless forging. The analytic approach has consisted to develop bidimensionnal modelisations that could describe correctly the end of the filling in cases of transverse forging and upsetting. A concept of optimal adaptation band has been introduced to avoid discontinuities between deformed regions when a viscoplastic material is involved. After validating these models, semi-analytic tridimensionnal modelisation processing the case of the transverse forging of straight and helical spur gear has been proposed. The estimations obtained with this last models are in rather good agreement with the experiment. A model allowing to anticipate the necessary load to extract the forged gear is proposed. The latter evidenced the important role played by conditions of contact. The tridimensionnal model allows to introduce different friction laws as Tresca and von Mises ones, and accepts viscoplastic strain-hardening anisotherm constitutive relationship for the material.

Key-words

analytical modeling, physical simulation, precision forging of spur-gear, end of filling, ejection, grids processing.