



HAL
open science

Bandes de cisaillement en thermo-viscoplasticité dynamique : applications à l'usinage et à la rupture ductile des métaux

Laurent Bodin

► **To cite this version:**

Laurent Bodin. Bandes de cisaillement en thermo-viscoplasticité dynamique : applications à l'usinage et à la rupture ductile des métaux. Sciences de l'ingénieur [physics]. Université Paul Verlaine - Metz, 1996. Français. NNT : 1996METZ031S . tel-01777086

HAL Id: tel-01777086

<https://hal.univ-lorraine.fr/tel-01777086>

Submitted on 24 Apr 2018

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



AVERTISSEMENT

Ce document est le fruit d'un long travail approuvé par le jury de soutenance et mis à disposition de l'ensemble de la communauté universitaire élargie.

Il est soumis à la propriété intellectuelle de l'auteur. Ceci implique une obligation de citation et de référencement lors de l'utilisation de ce document.

D'autre part, toute contrefaçon, plagiat, reproduction illicite encourt une poursuite pénale.

Contact : ddoc-theses-contact@univ-lorraine.fr

LIENS

Code de la Propriété Intellectuelle. articles L 122. 4

Code de la Propriété Intellectuelle. articles L 335.2- L 335.10

http://www.cfcopies.com/V2/leg/leg_droi.php

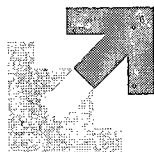
<http://www.culture.gouv.fr/culture/infos-pratiques/droits/protection.htm>



INSTITUT SUPERIEUR DE GENIE MECANIQUE
ET PRODUCTIQUE

THESE

Présentée à



UNIVERSITE DE METZ
PAR

Laurent BODIN

Pour l'obtention du grade de :
DOCTEUR de l'UNIVERSITÉ de METZ

SPECIALITE : Sciences de l'ingénieur

OPTION : Mécanique

**Bandes de cisaillement en thermo-viscoplasticité
dynamique : applications à l'usinage et à la rupture
ductile des métaux.**

Présentée le 27 septembre 1996 devant le jury composé de :

Mr. H. Couque	G.I.A.T. Industries - Bourges	Rapporteur
Mr. E. Felder	C.E.M.E.F. - Sophia Antipolis	Rapporteur
Mr. P. Gilormini	E.N.S. Cachan	Examinateur
Mr. Y. Leroy	L.M.S. Ecole Polytechnique	Co-directeur
Mr. A. Molinari	L.P.M.M. - Metz	Directeur de thèse
Mr. M. Stelly		Président

BIBLIOTHEQUE UNIVERSITAIRE DE METZ



Laborat

022 420607 1

Matériaux

U.R.A. C.N.R.S. 1215

Université de Metz, Ile du Saulcy, 57045 METZ Cedex 01.

Le travail présenté dans ce document a été réalisé au Laboratoire de Physique et Mécanique des Matériaux de l'université de Metz.

Je voudrais exprimer ma profonde reconnaissance à Mr Alain MOLINARI, Professeur à l'université de Metz, et à Mr Yves LEROY, Chargé de recherche au Laboratoire de Mécanique des Solides de l'école Polytechnique, qui ont accepté de diriger cette thèse.

Je remercie les rapporteurs et en particulier Mr COUQUE, Ingénieur à G.I.A.T. Industries, pour ses remarques et l'intérêt qu'il a bien voulu accorder à ce travail.

Je suis reconnaissant à Mr STELLY, Ingénieur au C.E.A., d'avoir accepté de présider mon jury de thèse.

Mes remerciements vont également à Mr GILORMINI, Directeur de recherche à l'E.N.S. Cachan pour sa participation au jury et à Mr DUDZINSKI, Professeur au L.P.M.M., pour sa collaboration sur la seconde partie de mon travail.

Enfin, je tiens également à remercier toutes celles et ceux qui, comme mes directeurs, ont contribué de près ou de loin, à l'aboutissement de ce travail.

BIBLIOTHEQUE UNIVERSITAIRE - METZ	
N° inv.	19960625
Cote	S/M3 96/31
Loc	Magasin

Sommaire

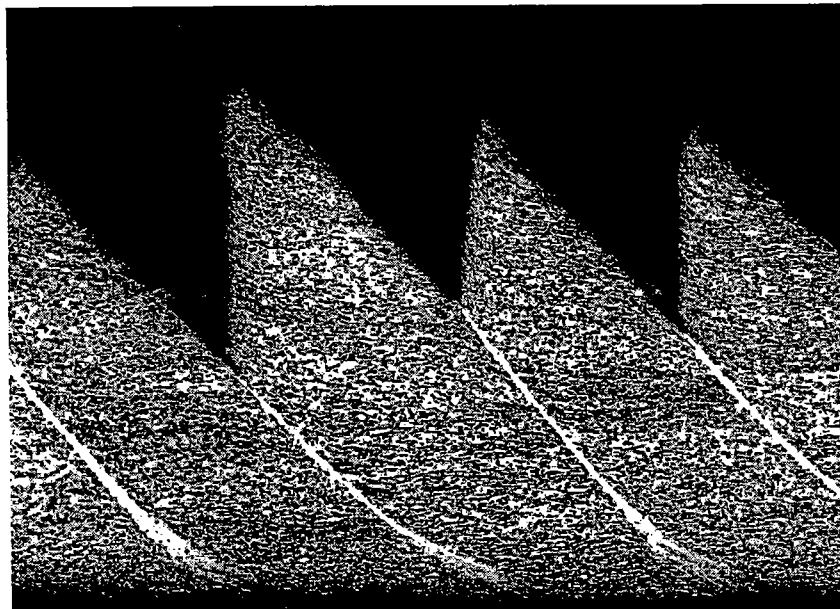
Introduction	6
I ETUDE DE L'ÉCOULEMENT THERMO-VISCOPLASTIQUE EN CISAILLEMENT AVEC CONDITION MECHANIQUE MIXTE A LA FRONTIERE	8
1 Introduction	9
1.1 Description de la localisation de la déformation	9
1.2 Solutions stationnaires : préliminaires	14
2 Modélisation du problème	17
2.1 Hypothèses du modèle	17
2.2 Formulation du problème	18
2.3 Analyse dimensionnelle	19
2.4 Conditions aux limites	20
3 Solutions stationnaires	22
3.1 Approche analytique	22
3.2 Existence du régime stationnaire	25
3.3 Stabilité des états stationnaires pour des conditions aux limites mixtes	27
3.3.1 Résultats de l'analyse de stabilité linéaire	27
3.3.2 Etude de stabilité non linéaire	29
3.4 Conclusion	33

4 Etude de la localisation	35
4.1 Problème quasi-statique sans écouissage	37
4.2 Problème quasi-statique avec écouissage	40
4.2.1 Largeur de bande	48
4.3 Application aux barres de Kolsky en torsion	49
Conclusion	55
A Algorithmes numériques	57
A.1 Algorithme dynamique	57
A.2 Algorithme quasi-statique	59
A.3 Description du maillage	60
B Description du dispositif de Kolsky	61
Références bibliographiques	66
II MODELISATION DE LA COUPE ORTHOGONALE	70
1 Description du problème	71
2 Modèles analytiques	75
2.1 Le modèle de Merchant	75
2.2 Le modèle d'Oxley	77
2.2.1 Etude du cisaillement primaire	79
2.2.2 Etude du cisaillement secondaire	81
2.2.3 Longueur de contact	81
2.2.4 Angle de cisaillement	82
2.2.5 Epaisseur de la zone secondaire	82
2.2.6 Coefficient C	83
2.3 Commentaires sur ces modèles	83

3	Modèles numériques	85
3.1	Formulations eulérienne et lagrangienne	85
3.2	Simulation de la coupe orthogonale par la méthode des éléments finis	86
3.3	Conclusion	91
4	Modélisation de la zone primaire	93
4.1	Equations	93
4.2	Analyse dimensionnelle	96
4.3	Conditions aux limites	97
4.3.1	Vitesses	97
4.3.2	Températures	97
4.4	Formulation faible	98
4.5	Approximation Eléments Finis	99
5	Résultats des simulations	101
5.1	Etude paramétrique: CRS 1018 et HRS 1020	101
5.1.1	Influence de la conduction thermique	102
5.1.2	Effets de la largeur de bande	103
5.1.3	Effets de la vitesse de coupe	105
5.1.4	Influence de l'angle de cisaillement	108
5.2	Changement de comportement	109
5.3	Application à l'acier AISI 4340	113
	Conclusion	117
	A Calcul des forces et de l'énergie de coupe	119
	B Maillage utilisé	122
	Références bibliographiques	122

Introduction

Les bandes de cisaillement sont fréquemment rencontrées dans les matériaux thermo-viscoplastiques sollicités à de grandes vitesses de déformation. Ces bandes très étroites correspondent à des zones où le cisaillement est localisé. Elles constituent de ce fait un passage privilégié pour la rupture fragile pour certains matériaux (après refroidissement du matériau) ou ductile (avant refroidissement). La connaissance des bandes de cisaillement est importante pour l'optimisation de l'usinage et nécessite encore aujourd'hui des études dans le domaine du comportement dynamique des matériaux.



Exemple de bande de cisaillement adiabatique dans un copeau de TA6V obtenu en tournage, d'après Lesourd B. (Thèse de Doctorat, Ecole Centrale de Nantes, 1996)

Ce travail se décompose en deux parties. La première partie concerne l'initiation des bandes de cisaillement adiabatiques, précurseur du mode de rupture ductile dans

les métaux. Nous étudions les régimes stationnaire, transitoire et post-critique de l'écoulement plastique. Dans cette première partie, le premier chapitre est consacré à une revue bibliographique et le problème est posé dans le chapitre 2. Dans le chapitre 3, nous présentons une analyse linéaire de stabilité que nous enrichissons avec les résultats d'une analyse non linéaire. Le chapitre 4 décrit le processus de localisation de la déformation qui conduit à la formation de bandes de cisaillement adiabatiques.

Dans la seconde partie, nous nous intéressons à l'usinage à grandes vitesses à travers l'étude des zones à grandes déformations plastiques comme la zone primaire de cisaillement dans le processus de coupe orthogonale. Nous proposons une approche numérique eulérienne de cette zone et nous analysons l'écoulement stationnaire de la déformation plastique. Après une description générale du problème (chapitre 1), nous présentons, dans le chapitre 2, deux modèles analytiques qui permettent de mieux comprendre les divers phénomènes mis en jeu au cours de la phase d'usinage. Le chapitre 3 est consacré à la modélisation du problème pour lequel nous réalisons ensuite une analyse systématique et une application sur l'acier AISI 4340.

Dans ces deux parties, la plupart des phénomènes mécaniques et thermiques qui régissent l'évolution et les caractéristiques de la déformation plastique sont considérés : effets d'inertie, écrouissage du matériau, sensibilité à la vitesse de déformation, couplage thermo-mécanique, conduction et adoucissement thermiques. La méthode des éléments finis est utilisée pour les différentes simulations.

Première partie

ETUDE DE L'ÉCOULEMENT THERMO-VISCOPLASTIQUE EN CISAILLEMENT AVEC CONDITION MECANIQUE MIXTE A LA FRONTIERE

CHAPITRE 1

Introduction

1.1 Description de la localisation de la déformation

La connaissance du comportement dynamique des matériaux est l'objet d'un grand intérêt dans différents domaines de l'ingénierie. Les nombreuses études déjà menées sur ce sujet ont permis de montrer l'importance de la vitesse de déformation sur la contrainte d'écoulement, la ductilité des matériaux, les mécanismes de déformation et de rupture. Dans de nombreux processus à grande vitesse de déformation :

- pénétration d'un projectile dans une cible,
- procédé de mise en forme rapide comprenant entre autres l'emboutissage rapide et l'usinage à grande vitesse,
- fragmentation par explosion,
- torsion rapide d'un tube à paroi mince,

l'écoulement plastique des matériaux peut devenir instable et conduire à une localisation intense de la déformation plastique. Par localisation de la déformation, on entend que la déformation prend dans une zone étroite, une valeur bien plus grande qu'ailleurs (Molinari, [Mol85]). Cette localisation de la déformation est un phénomène couramment observé, sous forme de bandes de cisaillement, dans les matériaux tels que les métaux, les polymères, ainsi que les roches. La formation de bandes de

cisaillement est souvent précurseur immédiat de rupture de type ductile. Les bandes de cisaillement peuvent être classées en deux catégories :

1. les bandes de cisaillement isothermes, pour lesquelles l'adoucissement thermique joue un rôle négligeable,
2. les bandes de cisaillement "adiabatique" (BCA) pour lesquelles l'adoucissement thermique est un facteur essentiel du développement de l'instabilité.

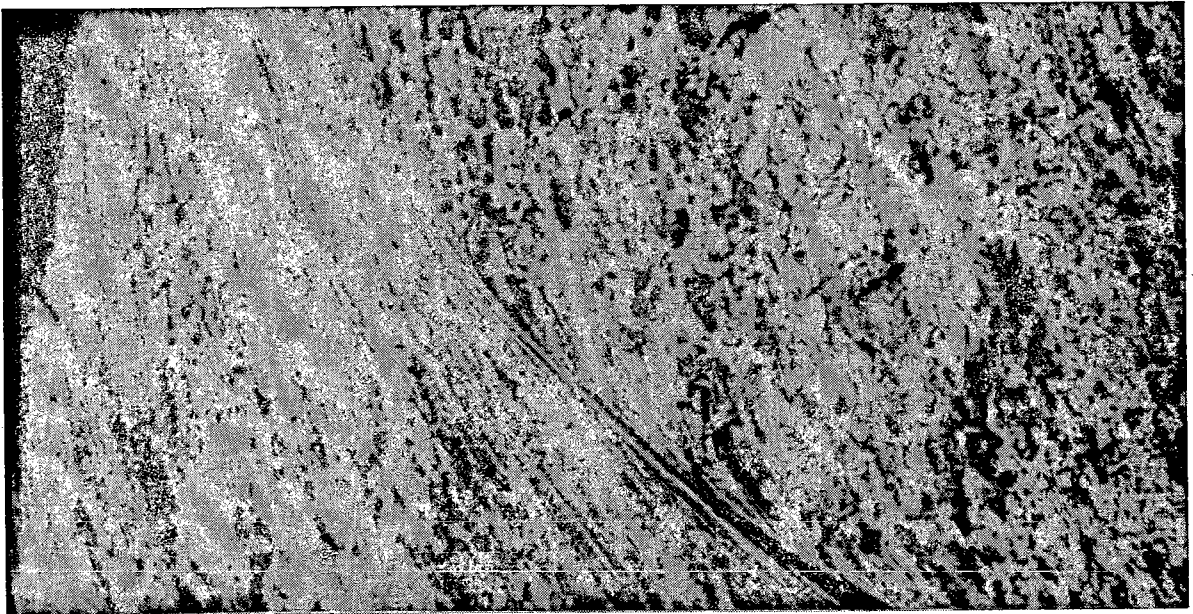


FIG. 1.1 – *Bande de cisaillement (largeur 17 μm) dans un copeau d'acier.*

Dans ce rapport, nous limitons notre intérêt aux bandes de cisaillement adiabatiques que nous noterons dans la suite BCA. Thermodynamiquement, un processus adiabatique est défini comme un processus dans lequel aucun échange de chaleur n'est réalisé entre le système étudié et son environnement. Le terme adiabatique attaché aux bandes de cisaillement adiabatiques doit être compris dans le sens suivant : si le phénomène de déformation est rapide, l'énergie calorifique créée par la déformation plastique n'a pas le temps de diffuser vers les parties froides de la structure, sauf dans le voisinage des zones déformées où il existe un fort gradient de température. Les effets de conduction pourront donc être significatifs dans le voisinage d'une BCA.

Il est intéressant de noter l'analogie entre la formation d'une BCA et un processus autocatalytique : en effet, une augmentation de la vitesse de déformation dans une zone étroite entraîne un accroissement local de la température qui, à son tour, engendre une élévation locale de la vitesse de déformation, et donc un nouvel accroissement de la température.

Les BCA peuvent être dans certains cas clairement observées dans les aciers en raison de leur apparence blanchâtre, figure 1.1. Le matériau constituant cette bande blanche a généralement été identifié comme de la martensite. Cette transformation de phase est due à l'échauffement élevé à l'intérieur de la bande, suivi d'un refroidissement rapide.

Les premières interprétations modernes sur le mécanisme de formation des BCA au cours d'une déformation rapide sont attribuées à Zener et Hollomon [ZH44] : l'énergie de déformation plastique d'un matériau est en grande partie convertie en chaleur. Si la vitesse de déformation est élevée, la chaleur n'a pas le temps de diffuser loin de la région déformée. Ceci conduit à un adoucissement thermique local. Si la diminution de la contrainte d'écoulement, due à l'adoucissement thermique, devient plus importante que l'accroissement de cette contrainte, dû à l'écrouissage, l'écoulement plastique devient alors instable et la déformation jusqu'alors homogène cède place à une déformation localisée. Une condition nécessaire à la formation de BCA est une production locale suffisante de travail plastique, dans un intervalle de temps plus court que celui nécessaire à la diffusion de la chaleur loin de la zone de déformation plastique.

Différents types d'approches, analytiques et/ou numériques sont utilisées pour étudier la localisation de la déformation plastique. Ces approches ont un double objectif :

1. établir les conditions nécessaires et suffisantes au démarrage de la localisation

2. connaître l'influence de divers effets sur l'initiation du processus par des études paramétriques

Litonski [Lit77] utilise la méthode des différences finies pour étudier l'influence des imperfections géométriques sur la localisation de la déformation dans un tube de torsion. Le matériau est thermo-viscoplastique. Le processus de déformation est adiabatique et la production de chaleur due aux déformations plastiques est considérée. Les analyses de stabilité linéaires ont permis d'examiner les conditions de stabilité et/ou de démarrage de la localisation à travers l'étude de la stabilité des solutions homogènes fondamentales.

Clifton [Cli80] présente une analyse de perturbation linéaire sur un modèle de cisaillement simple incluant les effets de conduction thermique, écrouissage, sensibilité à la vitesse de déformation et adoucissement thermique. Bai [Bai82] considère le problème dynamique par une analyse de perturbation similaire. Fressengeas et Molinari [FM85] examinent, par une modélisation unidimensionnelle de la déformation en tension uniaxiale, l'influence des forces d'inertie et des effets thermiques sur la ductilité. Ils mettent en évidence la faible participation des effets dynamiques au phénomène de localisation de la déformation plastique quand la vitesse de déformation n'est pas trop élevée. Anand *et al.* [AKS87] présentent une généralisation tri-dimensionnelle de l'analyse de perturbation linéaire pour l'initiation de la localisation. Ils considèrent un matériau isotrope, incompressible, viscoplastique et tiennent compte des propriétés d'écrouissage, de sensibilité à la vitesse de déformation et d'adoucissement thermique. Molinari [Mol85], Fressengeas et Molinari [FM87] étudient le taux de croissance relatif des perturbations et obtiennent ainsi un bon accord avec les résultats non-linéaires, contrairement à Burns [Bur82] ou Shawki *et al.* [SCM83] qui s'intéressent au taux de croissance absolu des perturbations. La méthode de perturbation relative, [Mol85] et [FM87], prend en compte l'aspect instationnaire de la solution de base et les auteurs obtiennent des critères de stabilité plus proches de la notion de localisation. Un problème associé à la plupart des analyses précédentes concerne la solution homo-

gène fondamentale, qui est en général, instationnaire. Les conclusions obtenues par la théorie linéarisée des perturbations peuvent s'appliquer dans ce cas, si l'évolution de la solution fondamentale homogène est plus lente que le taux de croissance de la perturbation.

Des analyses non linéaires permettent d'obtenir les solutions exactes pour des cas particuliers. Ainsi, Molinari et Clifton [MC83, MC87] obtiennent des critères de localisation pour les matériaux thermo-viscoplastiques en utilisant une modélisation simplifiée de la déformation en cisaillement simple. Le modèle néglige la déformation élastique, les effets d'inertie et de conduction. Ces études permettent de déterminer la localisation de la déformation pour un matériau et une imperfection géométrique donnés. Shawki [Sha85] procède à un grand nombre de simulations numériques sur la formation des BCA durant des déformations en cisaillement simple pour plusieurs lois de comportement et différentes conditions aux limites. Wright et Batra [WB85b] effectuent une analyse non-linéaire par la méthode des éléments finis en utilisant un maillage uniforme de la zone cisailée. Ils ont montré l'influence de la perturbation sur la vitesse de développement de la localisation. Un problème rencontré lors des simulations par éléments finis est l'instabilité du schéma numérique pendant le développement des instabilités physiques, voir par exemple Wright et Batra [WB85a], Clifton et al. [CDS84]. Pour éviter ce problème, Wright et Walter [WW88] utilisent alors un maillage irrégulier, raffiné dans la partie centrale de la zone cisailée, et analyse de manière précise le stade final de la localisation pour un matériau rigide, non écrouissable.

Des observations expérimentales, à l'aide du dispositif des barres de Kolsky en torsion, sur la localisation de la déformation (Marchand et Duffy [MD87]) permettent de dégager trois étapes dans le processus de déformation plastique, figure 1.2. Le premier stade correspond à un état de déformation homogène. Le stade 2 débute au maximum de la contrainte. La contrainte décroît faiblement au cours du stade 2, et une instabilité de l'écoulement se développe lentement. Le stade 3 correspond à la

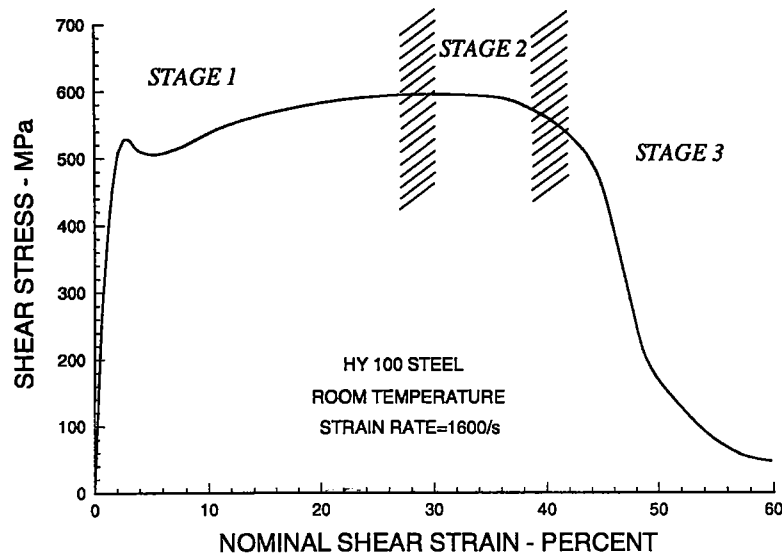


FIG. 1.2 – Courbe contrainte-déformation d'après Marchand et Duffy [MD87]

chute rapide de la contrainte entraînant la formation d'une BCA (stade 3). La figure 1.2 d'après Marchand et Duffy [MD87] est une courbe type contrainte-déformation montrant les niveaux de déformation pour les différents stades du processus de déformation plastique. Habituellement, pour un matériau thermo-viscoplastique, l'écroutissement est plus important que l'adoucissement thermique au début de la déformation (stade 1) et l'écoulement plastique est stable. Pour des déformations plus importantes, l'écroutissement diminue (stade 2) et finalement, les effets stabilisants de ce dernier sont annihilés par les effets déstabilisants de l'adoucissement thermique qui deviennent prépondérants (stade 3). C'est à ce moment que la localisation se développe de façon importante. Il existe donc une compétition permanente entre l'écroutissement et l'adoucissement thermique dans un matériau thermo-viscoplastique.

1.2 Solutions stationnaires : préliminaires

Considérons un matériau infiniment ductile soumis à de grandes déformations plastiques. Nous procédons à l'analyse complète de ce problème en étudiant d'une part la phase transitoire de la déformation plastique (localisation de la déformation)

et en considérant d'autre part que l'écoulement plastique est susceptible de tendre vers un régime stationnaire (existence des solutions stationnaires et analyse de leur stabilité).

L'intérêt d'un régime stationnaire dépend beaucoup du domaine d'application considéré. Deux problèmes pratiques peuvent être cités pour leurs conclusions différentes. Dans le domaine de la géophysique et plus particulièrement dans l'étude de la tectonique des plaques, l'écoulement viscoplastique dans l'asthénosphère, zone qui découple les plaques lithosphériques du manteau sous-jacent [Ler91], tend à évoluer vers un état stationnaire stable qui agit comme un attracteur.

Par opposition, dans les essais de torsion sur les barres de Kolsky, pour une longueur et un temps caractéristique très différents du problème géophysique, la phase transitoire dans un échantillon métallique conduit généralement à la rupture de l'éprouvette. Cette rupture (ductile) apparaît avant que l'écoulement plastique ait atteint le régime stationnaire vers lequel il évolue.

La plupart des études menées sur la localisation de la déformation supposent un effort constant ou une vitesse constante prescrits à la frontière. Nous introduisons ici une condition à la limite mécanique mixte, correspondant à une relation linéaire entre la contrainte d'écoulement et la vitesse. Deux problèmes unidimensionnels sont considérés : une analyse de stabilité non linéaire des états stationnaires dans les écoulements en cisaillement et la simulation de la localisation de la déformation au cours d'essais à grande vitesse de déformation avec le dispositif expérimental des barres de Kolsky en torsion. Ces deux problèmes, étudiés pour montrer l'influence de la condition mixte, partagent la même géométrie, une couche de longueur infinie et d'épaisseur finie, et le même chargement, un mode de déformation global en cisaillement. Les effets considérés au cours de cette étude sont notamment l'inertie, l'écrouissage du matériau, la sensibilité à la vitesse de déformation, le couplage thermo-mécanique, la conduction et l'adoucissement thermiques. L'analyse de stabilité non linéaire des états stationnaires présentée ici est l'extension d'un travail antérieur réalisé par Leroy

et Molinari [LM92] sur la stabilité linéaire des états stationnaires en cisaillement. Une loi puissance et une fonction exponentielle expriment respectivement la dépendance de la contrainte de cisaillement en fonction de la vitesse de déformation et de la température. Le rôle des conditions aux limites sur la stabilité des états stationnaires est discuté par Joseph pour un système de bobinage électrique [Jos65b], similaire au problème thermomécanique étudié ici, ainsi que pour les écoulements de Couette et Poiseuille avec frottement [Jos65a].

Dans un essai avec les barres de Kolsky, il est possible d'obtenir des conditions aux limites mixtes. En effet, la réflexion de l'onde incidente à l'intérieur des limites de l'échantillon rend la contrainte presque homogène et une analyse des caractéristiques permet d'établir que la condition exacte à la limite au cours d'une grande partie de l'essai est une relation linéaire entre la contrainte de cisaillement et la vitesse relative des deux extrémités de la barre. La stabilité linéaire des états stationnaires dans des écoulements laminaires avec des conditions aux limites mixtes est étudiée par Leroy et Molinari [LM92]. Les auteurs montrent que si l'on ne tient pas compte du cas de pilotage en force, il existe au plus trois et au moins un état stationnaire qui vérifient les conditions aux frontières mixtes. Si trois états stationnaires sont admissibles, alors un état, situé sur la branche sous-critique est toujours stable et les deux autres sont sur la branche super-critique. Le domaine super-critique se révèle être instable pour un domaine intermédiaire de vitesses. L'un des deux états stationnaires admissibles de la branche super-critique peut se trouver dans ce domaine et peut être par conséquent instable.

CHAPITRE 2

Modélisation du problème, hypothèses et équations

2.1 Hypothèses du modèle

Le modèle choisi pour étudier la localisation de la déformation est une bande d'épaisseur finie et de longueur infinie soumise à un mode global de déformation en cisaillement simple. Ce modèle est présenté sur la figure 2.1.

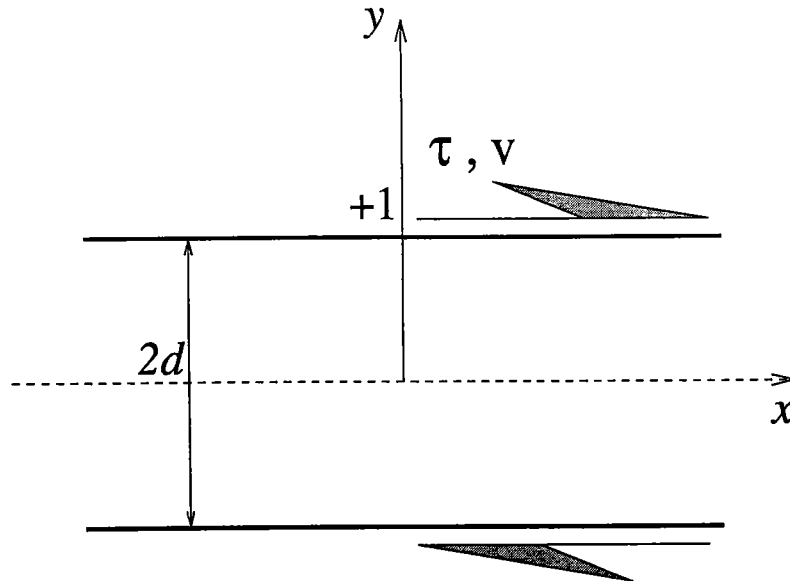


FIG. 2.1 – Bande de longueur infinie soumise à un mode global de déformation en cisaillement simple avec condition à la frontière mixte entre contrainte de cisaillement et vitesse.

Cette bande est composée d'un matériau thermo-viscoplastique. L'axe y , dont l'origine se situe au centre de la bande est perpendiculaire à la zone de cisaillement,

figure 2.1. Dans ce chapitre, les différentes hypothèses choisies et les équations sont présentées dans un contexte unidimensionnel général, les variables sont définies en fonction de la position \hat{y} et du temps \hat{t} . Les effets d'inertie et de la conduction thermique sont pris en compte dans la modélisation du problème. L'analyse dimensionnelle de l'étude analytique présentée par Leroy et Molinari [LM92] est adoptée en section 2.3.

2.2 Formulation lagrangienne du problème

L'équation de conservation de la quantité de mouvement pour une couche d'épaisseur constante, se réduit pour l'analyse unidimensionnelle à :

$$\frac{\partial \hat{\tau}}{\partial \hat{y}} = \hat{\rho}_0 \frac{\partial \hat{v}}{\partial \hat{t}} \quad (2.1)$$

Dans cette relation, $\hat{\tau}$ est la contrainte de cisaillement et $\hat{\rho}_0$ la masse volumique du matériau. Les effets d'inertie seront utilisés au cours de l'étude de la localisation (Chapitre 4) pour valider l'approche quasi-statique. La vitesse \hat{v} , d'une particule dans la bande, est reliée à la vitesse de déformation $\dot{\hat{\gamma}}$ par la condition de compatibilité cinématique :

$$\dot{\hat{\gamma}} = \frac{\partial \hat{v}}{\partial \hat{y}} \quad (2.2)$$

L'évolution de la température $\hat{\theta}$ est gouvernée par l'équation de la chaleur :

$$\hat{\rho}_0 \hat{c} \frac{\partial \hat{\theta}}{\partial \hat{t}} - \hat{\lambda} \frac{\partial^2 \hat{\theta}}{\partial \hat{y}^2} = \kappa \hat{\tau} \frac{\partial \hat{v}}{\partial \hat{y}} \quad (2.3)$$

Les coefficients \hat{c} et $\hat{\lambda}$ représentent respectivement la capacité calorifique et le coefficient de conduction thermique. Le coefficient de Taylor-Quinney κ , compris entre 0.9 et 1.0, traduit la fraction de travail plastique dissipée sous forme de chaleur.

Nous supposons que le matériau obéit à une loi de comportement qui exprime la contrainte de cisaillement par une fonction de la vitesse de déformation, de la température et de la déformation plastique cumulée :

$$\hat{\tau} = \dot{\hat{\gamma}}^m \exp(-\hat{\beta}\hat{\theta}) \hat{G}(\gamma) \quad (2.4)$$

Dans cette relation, m et $\hat{\beta}$ sont la sensibilité à la vitesse de déformation et le coefficient d'adoucissement thermique. La fonction exponentielle en température peut être interprétée comme une approximation de la loi d'Arrhénius et le coefficient $\hat{\beta}$ traduit alors une énergie d'activation. La fonction $\hat{G}(\gamma)$ représente l'écroissage du matériau en fonction de la déformation plastique cumulée γ , elle est donnée par :

$$\hat{G}(\gamma) = \hat{\tau}_0 \left[1 + (h_1 - 1) \tanh \left(\frac{\gamma}{\gamma_0} \right) \right] \quad (2.5)$$

Dans cette relation, $\hat{\tau}_0$ est une contrainte de référence, h_1 le coefficient de saturation de l'écroissage et γ_0 représente la déformation nominale à partir de laquelle l'écroissage devient négligeable. Les conditions aux limites inhérentes à ce problème sont présentées à la suite de l'analyse dimensionnelle.

2.3 Analyse dimensionnelle

Nous reportons ici l'analyse dimensionnelle de Leroy et Molinari [LM92], qui définissent les variables sans dimension :

$$y = \frac{\hat{y}}{\hat{d}}, \quad \theta = \frac{\hat{\theta}}{\hat{\theta}_0}, \quad t = \frac{\hat{t}}{\hat{t}_C}, \quad \tau = \frac{\hat{\tau}}{\hat{\tau}_R} \quad (2.6)$$

où $\hat{\theta}_0$ représente la température de référence externe. Toutes les longueurs sont normalisées par rapport à la demi-largeur \hat{d} de la bande. La variable temporelle \hat{t} est normalisée par le temps caractéristique de conduction \hat{t}_C défini par le rapport :

$$\hat{t}_C = \frac{\hat{\rho}_0 \hat{c} \hat{d}^2}{\hat{\lambda}} \quad (2.7)$$

La contrainte de cisaillement est normalisée par une contrainte de référence $\hat{\tau}_R$, exprimée par :

$$\hat{\tau}_R = \hat{\tau}_0 (\hat{\gamma}_0 \hat{t}_C)^{-m} \quad (2.8)$$

A partir de cette analyse, les équations (2.1, 2.2, 2.3, 2.4) peuvent être écrites sous forme adimensionnelle :

$$\frac{\partial \tau}{\partial y} = \rho \frac{\partial v}{\partial t} \quad (2.9a)$$

$$\dot{\gamma} = \frac{\partial v}{\partial y} \quad (2.9b)$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} - \frac{\partial^2 \theta}{\partial y^2} = k\tau \frac{\partial v}{\partial y} \quad (2.9c)$$

$$\tau = \dot{\gamma}^m \exp[-\beta(\theta - 1)] G(\gamma) \quad (2.9d)$$

Le nombre sans dimension k dans le membre de droite de l'équation (2.9c), est le rapport du temps caractéristique \hat{t}_Q sur le temps caractéristique de conduction \hat{t}_C . Le temps caractéristique de production de chaleur, \hat{t}_Q , est obtenu en considérant l'équation énergétique en régime stationnaire et a pour expression :

$$\hat{t}_Q = \frac{\hat{\tau}_R \hat{d}^2}{\hat{\lambda} \hat{\theta}_0} \quad (2.10)$$

La fonction $G(\gamma)$ dans la relation (2.9d) est exprimée par :

$$G(\gamma) = \left[1 + (h_0 - 1) \tanh \left(\frac{\gamma}{\gamma_0} \right) \right] \quad (2.11)$$

Pour le système d'équations aux dérivées partielles (2.9) qui décrit le cisaillement d'un matériau thermoviscoplastique, nous considérons dans ce qui suit les conditions aux limites attachées à ce problème.

2.4 Conditions aux limites

Les conditions thermique à la limite sont supposées isothermes :

$$\theta = 1 \quad \text{pour } y = \pm 1 \quad (2.12)$$

Des conditions mixtes à la limite, proposées par Leroy et Molinari à partir d'une étude des caractéristiques de la propagation des ondes dans les barres élastiques de Kolsky [LM92], sont utilisées :

$$\tau + \frac{2}{\phi} v|_{y=-1} = \tilde{\tau} \quad \text{pour } y = -1 \quad (2.13a)$$

$$\tau - \frac{2}{\phi} v|_{y=+1} = 0 \quad \text{pour } y = +1 \quad (2.13b)$$

Dans ces deux relations, ϕ et $\tilde{\tau}$ sont deux paramètres caractérisant les conditions de chargement mixtes inhérentes aux essais de torsion de métaux avec le dispositif expérimental des barres de Kolsky. Pour ce dispositif et les caractéristiques de l'échantillon données par Marchand et Duffy [MD87], le paramètre $\hat{\phi}$ est négatif et a pour valeur $-1.66 \cdot 10^3 \text{ m/(sPa)}$. Le paramètre $\tilde{\tau}$, dans l'équation (2.13a), est relié à l'amplitude de l'onde incidente, voir annexe B. Cette contrainte est dépendante du temps au cours de la montée en charge dans l'essai de torsion sur les barres de Kolsky, mais est supposée constante si les états stationnaires sont étudiés.

Remarque :

Les états stationnaires et les solutions quasi-statiques du problème modélisé par le système d'équations aux dérivées partielles (2.9) sont supposés symétriques par rapport au centre de la zone de cisaillement, permettant ainsi de limiter notre analyse à la partie supérieure de la bande.

Par conséquent, le flux de chaleur à l'origine de l'axe y est fixé :

$$\theta_{,y} = 0 \quad \text{pour } y = 0 \quad (2.14)$$

Les vitesses en $y = 0$ et $y = 1$ sont alors relatives à un observateur placé au centre de l'échantillon, ainsi :

$$v = 0 \quad \text{pour } y = 0 \quad (2.15)$$

La condition mixte à la frontière s'écrit :

$$v|_{y=1} - \frac{\phi}{2} \left(\tau - \frac{\tilde{\tau}}{2} \right) = 0 \quad \text{pour } y = 1 \quad (2.16)$$

CHAPITRE 3

Solutions stationnaires, existence et stabilité linéaire

Ce chapitre concerne la présentation des solutions stationnaires de l'écoulement plastique et une analyse linéaire de leur stabilité. Une interprétation des conditions de stabilité est donnée pour une relation linéaire entre contrainte et vitesse à la frontière exprimée par la relation (2.16). Pour cette analyse, la condition de régime stationnaire implique l'absence d'effets d'inertie et par conséquent une contrainte de cisaillement homogène sur l'échantillon. Les solutions stationnaires sont symétriques par rapport au centre de la bande. Nous limitons donc l'analyse dans ce chapitre à la partie supérieure de la bande ($0 \leq y \leq 1$).

3.1 Approche analytique

L'approche analytique des solutions stationnaires a été effectuée par Leroy et Molinari [LM92]. Chen *et al.* [CDMM89] ont étudié le cas particulier du coefficient de sensibilité à la vitesse de déformation égal à l'unité et d'une contrainte imposée constante. Les solutions analytiques de l'écoulement stationnaire sont rares pour cette classe de problèmes. Pour une loi de comportement où la sensibilité à la température est exprimée par une fonction exponentielle, équation (2.9d), il est possible d'obtenir un tel résultat analytique. Suivant Leroy et Molinari, le profil des températures sur

l'échantillon est donné par :

$$\theta = \theta_b - \frac{2m}{\beta} \log \left[\cosh \left(\frac{Zy}{2} \right) \right] \quad (3.1)$$

où Z est une fonction de la contrainte de cisaillement τ , et de la température au centre de l'échantillon θ_b :

$$Z(\theta_b, \tau) = \sqrt{2 \frac{\beta}{m} k \tau^{1+(1/m)} \exp \left[\frac{\beta}{2m} (\theta_b - 1) \right]} \quad (3.2)$$

En raison de la condition à la frontière isotherme (2.12), la fonction Z doit vérifier la relation suivante :

$$\cosh \left(\frac{Z}{2} \right) = \exp \left(\frac{\beta}{2m} (\theta_b - 1) \right) \quad (3.3)$$

La vitesse et son gradient sont exprimés par :

$$v = \frac{m}{\beta} \frac{Z}{k\tau} \tanh \left(\frac{Z}{2} y \right) \quad (3.4)$$

$$\dot{\gamma} = \frac{m}{\beta} \frac{Z^2}{2k\tau} \operatorname{sech}^2 \left(\frac{Z}{2} y \right) \quad (3.5)$$

Une méthode permettant de décrire simplement l'ensemble des états stationnaires est d'utiliser la température θ_b au centre de l'échantillon comme paramètre. Ainsi, pour chaque valeur de θ_b , la fonction Z est déterminée par la condition à la limite (3.3), et la contrainte de cisaillement est calculée à partir de la définition de Z , relation (3.2). Les distributions de températures, vitesses et vitesses de déformation sur l'échantillon sont alors complètement déterminées.

Le résultat de cette procédure est la construction de la courbe présentée sur la figure 3.1. Chaque point de cette courbe définit la solution d'un écoulement stationnaire correspondant à la température au centre θ_b . De façon équivalente, on peut paramétrer cette courbe par la vitesse au bord $v|_{y=1}$. La contrainte de cisaillement augmente avec l'élévation de la vitesse à la frontière jusqu'à un maximum noté τ^* , correspondant à une vitesse au bord V^* et une température au centre θ_b^* , pour décroître par la suite. La forme de cette courbe résulte de la concurrence des effets visqueux et thermiques.

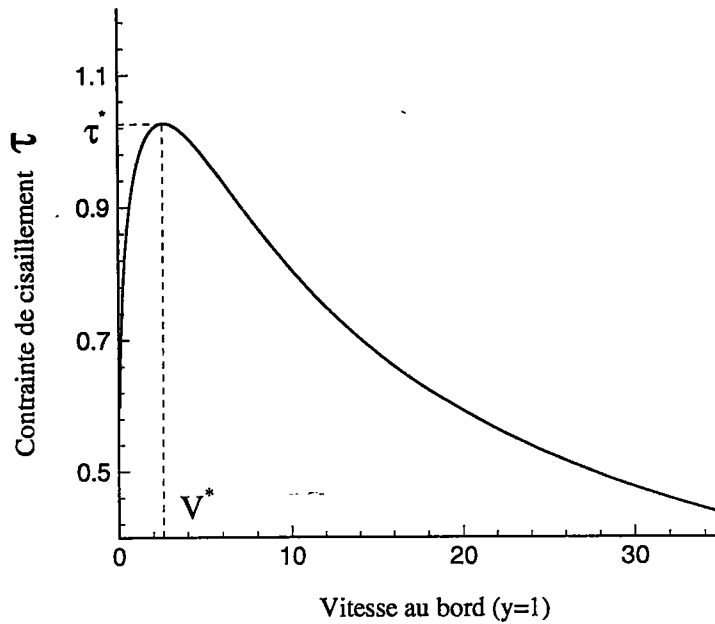


FIG. 3.1 – Représentation schématique de l'ensemble des solutions stationnaires. La vitesse au bord, $\hat{v}|_{y=1}$, est normalisée par les variables $\hat{d} = 1.25 \cdot 10^{-3} \text{ m}$ et $\hat{t}_C = 0.113 \text{ s}$.

En l'absence de sensibilité à la température dans la relation constitutive (2.9d), cette courbe correspondrait à une loi puissance dont l'exposant serait m . Ceci est observé figure 3.1, pour des vitesses inférieures à V^* , pour lesquelles l'influence de la température est faible. Cependant, pour des vitesses plus élevées, l'adoucissement thermique devient important et conduit à un maximum dès que la température au centre atteint approximativement :

$$\theta_b^* \approx 1 + \frac{4m}{3\beta} \quad (3.6)$$

d'après l'étude analytique de Leroy et Molinari [LM92]. La relation (3.6) prédit que la température critique, qui délimite les branches sous-critique et super-critique, ne dépend pas du nombre sans dimension k , mais uniquement du rapport m/β . Pour une augmentation de β , l'adoucissement thermique a pour effet de réduire θ_b^* . A l'inverse, la température critique θ_b^* , au centre de la bande, croît pour des grandes valeurs du coefficient de sensibilité à la vitesse de déformation m .

3.2 Existence du régime stationnaire

L'existence d'une solution stationnaire dépend du type de conditions aux limites, figures 3.2 et 3.3. Ainsi, trois types de conditions aux limites peuvent être considérées :

Pilotage en vitesse: $\phi = 0$

il existe toujours une solution stationnaire (droite (a) sur la figure 3.2).

Pilotage en force: $\phi = -\infty$

la contrainte de cisaillement doit être inférieure à τ^* (droite (c) sur la figure 3.2) pour garantir l'existence de solutions stationnaires. Dans cette configuration ($\tau < \tau^*$), il existe alors deux états admissibles, un sur la branche sous-critique et l'autre sur la branche super-critique.

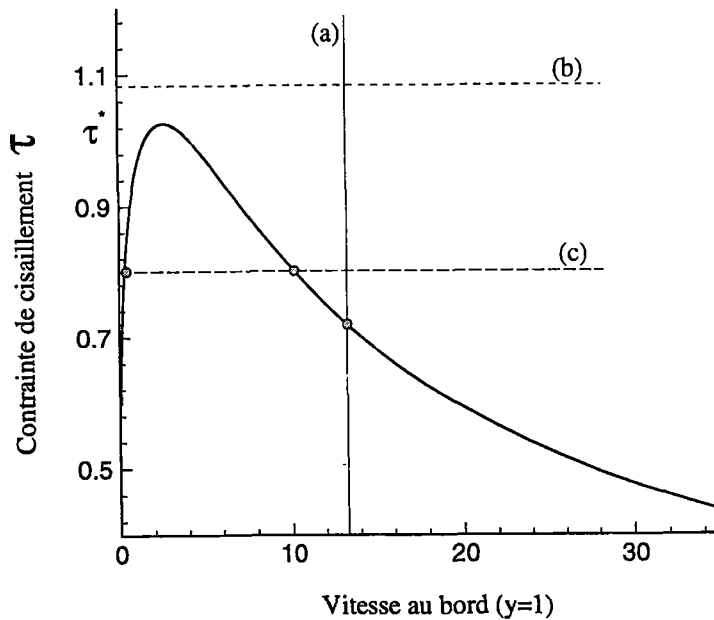


FIG. 3.2 – Existence du régime stationnaire pour un pilotage en vitesse (condition (a)) et un pilotage en force (conditions (b) et (c)).

Condition mixte à la limite :

l'existence du régime stationnaire dépend alors des paramètres ϕ et $\tilde{\tau}$, figure 3.3. Suivant leurs valeurs, le nombre d'états stationnaires admissibles peut varier de 1 à

3, si nous excluons le cas limite où $\phi \rightarrow -\infty$ correspondant au pilotage en force.

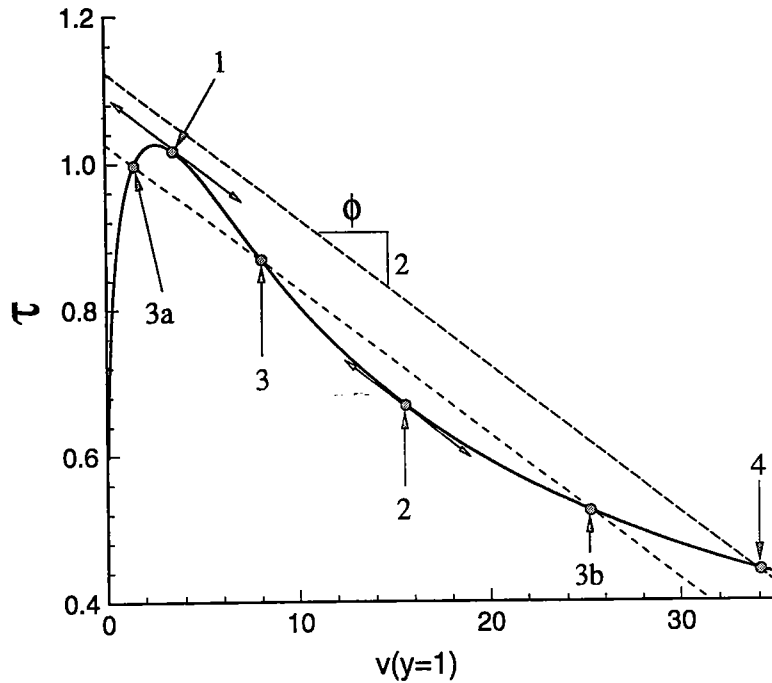


FIG. 3.3 – Contrainte de cisaillement et vitesse au bord pour un écoulement stationnaire (courbe pleine) et représentation des conditions aux limites mixtes (lignes pointillées).

Les intersections des deux types de courbes définissent les états stationnaires admissibles qui sont au plus au nombre de trois (par exemple, les points 3a, 3 et 3b). Les conditions de stabilité neutre sont rencontrées pour les points 1 et 2 (cf. zoom) où la pente de la courbe est égale à celle des conditions aux limites mixtes.

Les différents cas sont illustrés sur la figure 3.3. Pour une valeur donnée de ϕ , il existe un domaine de $\tilde{\tau}$ pour lequel trois états stationnaires sont admissibles. Sur la figure 3.3, les intersections avec l'axe des ordonnées, des deux droites passant par les points 1 et 2, permettent de déterminer ce domaine. Pour $\tilde{\tau}$ à l'extérieur du domaine, un état stationnaire unique est admissible, tel que le point 4 sur la figure 3.3. Ces états stationnaires admissibles pourraient être interprétés comme l'évolution à long terme d'un écoulement soumis à un mode de déformation en cisaillement. Ils pourraient agir comme attracteurs s'ils étaient stables. Ces états stationnaires sont instables dans le cas d'un pilotage en force s'ils se situent sur la branche super-critique. A l'inverse,

tous les états stationnaires sont stables si la vitesse à la frontière est imposée. Cette influence de la condition à la limite sur la stabilité est essentielle pour le problème considéré ici. En effet, l'évolution du processus de localisation conduit à une telle augmentation de température que les états stationnaires susceptibles d'être atteints se trouvent sur la branche super-critique. Toutefois, ces états stationnaires peuvent seulement agir comme attracteurs si la vitesse est contrôlée, comme dans l'étude de Wright et Walter [WW88]. Cependant, les conditions aux limites appropriées pour la majeure partie de l'essai de la barre de Kolsky en torsion sont les conditions aux limites mixtes introduites en (2.16). Dans la section suivante, nous présentons une analyse de stabilité des états stationnaires pour des conditions aux limites mixtes.

3.3 Stabilité des états stationnaires pour des conditions aux limites mixtes

3.3.1 Résultats de l'analyse de stabilité linéaire

Nous rappelons dans cette section les résultats donnés par Leroy et Molinari [LM92] pour l'analyse de stabilité linéaire du régime stationnaire. Nous avons vu précédemment que l'existence de solutions stationnaires dépend du choix des conditions aux limites. La stabilité de ces états en dépend également. Ainsi, si nous considérons une courbe type de l'ensemble des états stationnaires (figure 3.1), et si la condition à la limite correspond à un contrôle en vitesse, alors toutes les solutions stationnaires sont stables. Pour un problème où la force est imposée, la courbe se décompose en deux parties : une branche sous-critique, à gauche du maximum, sur laquelle les états stationnaires sont stables, et une branche super-critique, à droite de la contrainte maximale τ^* , pour laquelle l'écoulement stationnaire est instable.

Concernant la condition à la limite mixte, il existe une "fenêtre" sur la branche super-critique, qui définit le domaine d'instabilité, en dehors duquel les états stationnaires sont stables. Les deux états qui déterminent les bornes du domaine d'instabilité, ont pour vitesse au bord V_1 et V_2 respectivement (figure 3.4), et vérifient la condition de

stabilité neutre. Pour ces deux vitesses, la pente de la courbe $v|_{y=1} \mapsto \tau$ est égale à la pente de la droite définie par la condition à la limite mixte conformément à la relation (2.16), un résultat que nous allons maintenant démontrer.

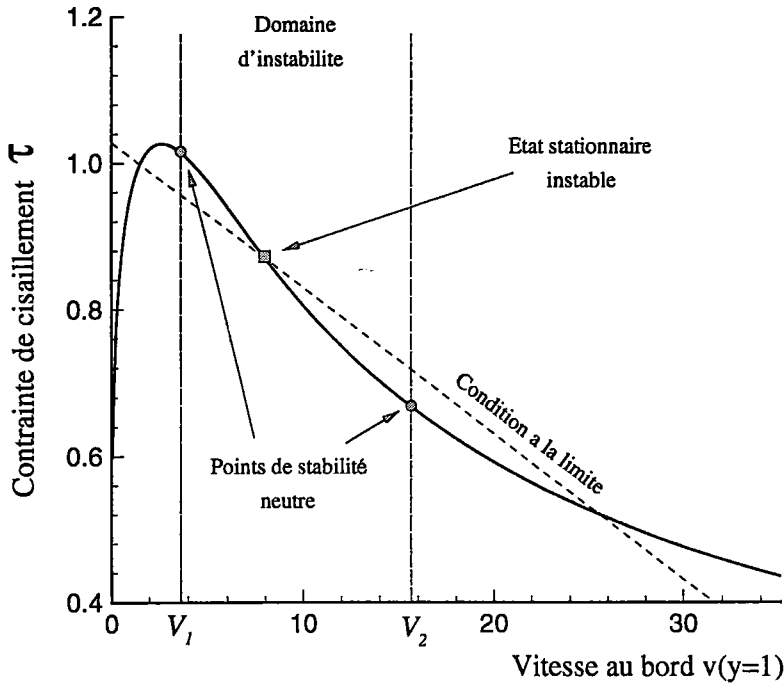


FIG. 3.4 – Représentation du domaine d'instabilité pour des conditions aux limites mixtes.

L'inverse de la pente de la courbe des états stationnaires est exprimé par la relation :

$$\frac{dv}{d\tau} = \frac{\partial}{\partial \tau} v(Z(\tau), \tau) + \frac{\partial v}{\partial Z} \frac{\partial Z}{\partial \tau} \quad (3.7)$$

Les différents termes de cette expression sont déterminés à partir des relations (3.2), (3.3) et (3.4) après élimination de θ_b dans la définition de Z (3.2). Le résultat obtenu est :

$$\frac{dv}{d\tau} = -\frac{m}{\beta} \frac{Z}{k\tau^2} \left[\frac{\frac{m+1}{2m} \left(\frac{Z}{2} \operatorname{sech}^2 \left(\frac{Z}{2} \right) + \tanh \left(\frac{Z}{2} \right) \right)}{\frac{Z}{2} \tanh \left(\frac{Z}{2} \right) - 1} + \tanh \left(\frac{Z}{2} \right) \right] \quad (3.8)$$

Nous pouvons identifier dans ce résultat l'expression de ϕ^c caractérisant le paramètre critique de stabilité neutre, déterminé par une analyse de stabilité linéarisée (Leroy

et Molinari [LM92]), et donné par la relation :

$$\phi^c = -\frac{2m}{\beta} \frac{Z}{k\tau^2} \left[\frac{\frac{m+1}{2m} \left(\frac{Z}{2} \operatorname{sech}^2 \left(\frac{Z}{2} \right) + \tanh \left(\frac{Z}{2} \right) \right)}{\frac{Z}{2} \tanh \left(\frac{Z}{2} \right) - 1} + \tanh \left(\frac{Z}{2} \right) \right] \quad (3.9)$$

La pente de la courbe des états stationnaires ayant une stabilité neutre peut donc être exprimée en fonction du paramètre ϕ^c par la relation :

$$\frac{d\tau}{dv} = \frac{2}{\phi^c} \quad (3.10)$$

Leroy et Molinari montrent que le domaine d'instabilité, s'il existe, correspond à un domaine sur la branche super-critique, délimité par les vitesses V_1 et V_2 , qui satisfont la relation (3.10). La stabilité est donc assurée pour des vitesses faibles ou élevées.

L'interprétation, par une analyse de stabilité linéaire, de l'évolution de l'écoulement plastique, depuis un état stationnaire instable vers un éventuel attracteur, ne fournit aucune indication sur le temps nécessaire à la modification de régime d'écoulement. Pour cela, nous présentons maintenant les résultats d'une analyse de stabilité non linéaire des états stationnaires que nous effectuons d'une manière systématique.

3.3.2 Etude de stabilité non linéaire

Nous nous intéressons maintenant à l'évolution dans le temps d'une perturbation infinitésimale sur les états stationnaires instables. Cette analyse non linéaire, nécessite de recourir à une méthode numérique. Nous utilisons ici la méthode des éléments finis dont la formulation est présentée en annexe A. Deux séries de calculs sont reportées. Dans la première série, nous choisissons une valeur constante du paramètre ϕ de manière à ce qu'il existe un domaine instable pour les états stationnaires, sur la branche super-critique. Nous commençons les calculs depuis un état stationnaire instable, le point 3 de la figure 3.3 par exemple. Puis nous perturbons le système en modifiant la distribution des températures. Nous analysons ainsi l'influence de la perturbation sur la stabilité des états stationnaires et sur le temps nécessaire au développement de l'instabilité. La seconde série de calcul permet d'analyser l'influence du paramètre

ϕ , qui intervient dans la condition à la limite (2.16), sur l'évolution de l'écoulement plastique vers un attracteur potentiel, pour une perturbation d'amplitude constante.

Influence de la perturbation

Une première série de calcul est donc réalisée afin d'étudier l'influence de la perturbation (amplitude et signe) sur le développement de l'instabilité. Les paramètres adimensionnels utilisés dans les calculs sont :

$$\begin{aligned} \beta &= 0.33, \quad m = 0.18 \\ \phi &= -100.0, \quad k = 0.404 \end{aligned} \tag{3.11}$$

Ces valeurs ont été choisies de manière à obtenir une bonne visualisation de la zone sous-critique pour la courbe des états stationnaires, avec ϕ proche de sa valeur réelle dans l'essai de torsion avec les barres de Kolsky. Le rapport β/m utilisé ici correspond au dixième de celui trouvé pour le matériau HY-100. Le point de départ de ces calculs correspond à une solution stationnaire instable, point 3 de la figure 3.3. Nous appliquons à la solution homogène initiale différents types (positif ou négatif) et différentes tailles de perturbation ($10^{-1} \leq \delta\theta \leq 10^{-4}$). L'imperfection est introduite en appliquant au champ de température une variation linéaire de la taille de la perturbation, voir figure 3.5.

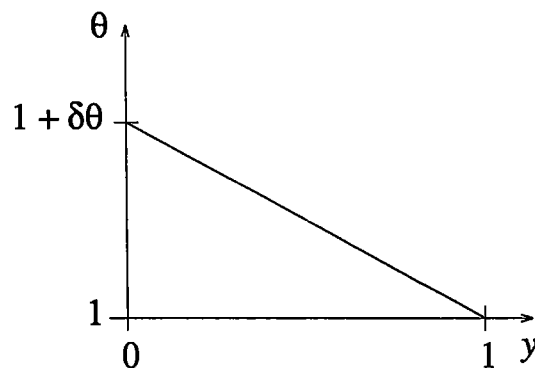


FIG. 3.5 – Modélisation de l'imperfection sur le champ de température. Le profil de température est donné par la relation : $\theta = \delta\theta(1 - y) + 1$.

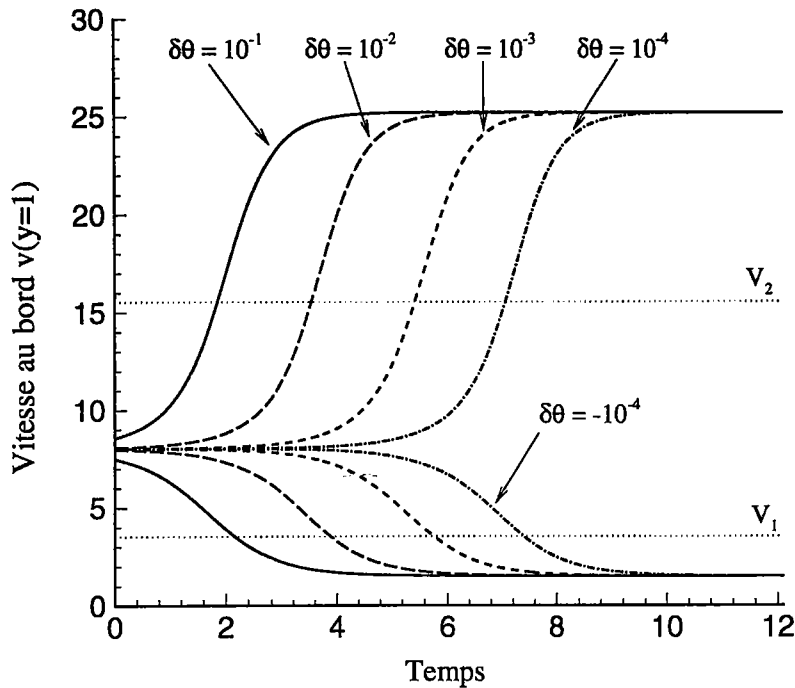


FIG. 3.6 – Influence d’une imperfection en température sur le développement d’une instabilité à partir d’un état stationnaire instable.

Les variables $\hat{d} = 1.25 \cdot 10^{-3} \text{ m}$ et $\hat{t}_C = 0.113 \text{ s}$, sont utilisées pour normaliser le temps ($t = \hat{t}/\hat{t}_C$) et la vitesse à la frontière ($v_{y=1} = \hat{v} \times \hat{t}_C/\hat{d}$).

Sur la figure 3.6, V_1 et V_2 identifient le domaine de vitesses pour lequel le régime stationnaire est instable. Nous suivons l’évolution de la vitesse à la frontière au cours du temps, normalisé par le temps caractéristique de conduction \hat{t}_C . Pour une amplitude de perturbation $\delta\theta = 10^{-4}$, nous observons une période de latence d’une durée approximative de $4 \times \hat{t}_C$. Les effets de la perturbation sur la période de latence sont de type logarithmique : diviser par 10 la taille de la perturbation revient à augmenter de $2 \times \hat{t}_C$ le retard dans le développement de l’instabilité. Cette période de latence est suivi par le développement rapide de l’instabilité sur un intervalle de temps de l’ordre du temps caractéristique de conduction, indépendamment de la perturbation appliquée. La taille de l’imperfection n’affecte pas le choix de l’état stationnaire atteint après développement de l’instabilité contrairement au signe de la perturbation comme le montre la figure 3.6 pour laquelle les perturbations négatives conduisent

à la solution stationnaire définie par le point 3a sur la figure 3.3 (sur la branche sous-critique) et les perturbations positives conduisent au point 3b (sur la branche sur-critique) de la même figure 3.3.

Influence du paramètre ϕ

Nous regardons maintenant l'influence du paramètre ϕ apparaissant dans la condition à la limite mixte (2.16), sur le développement et l'évolution du régime stationnaire instable défini par le point 3 sur la figure 3.3. Les résultats de cette série de calculs sont illustrés sur la figure 3.7. Les paramètres adimensionnels correspondent à (3.11) pour une perturbation $\delta\theta = \pm 10^{-3}$. Les différentes valeurs utilisées pour ϕ sont $\phi_k/2$, ϕ_k , $4/3 \times \phi_k$ et $2 \times \phi_k$. ϕ_k correspond à la valeur réelle de ϕ pour les propriétés du dispositif expérimental de Kolsky données par Marchand et Duffy [MD87], voir annexe B.

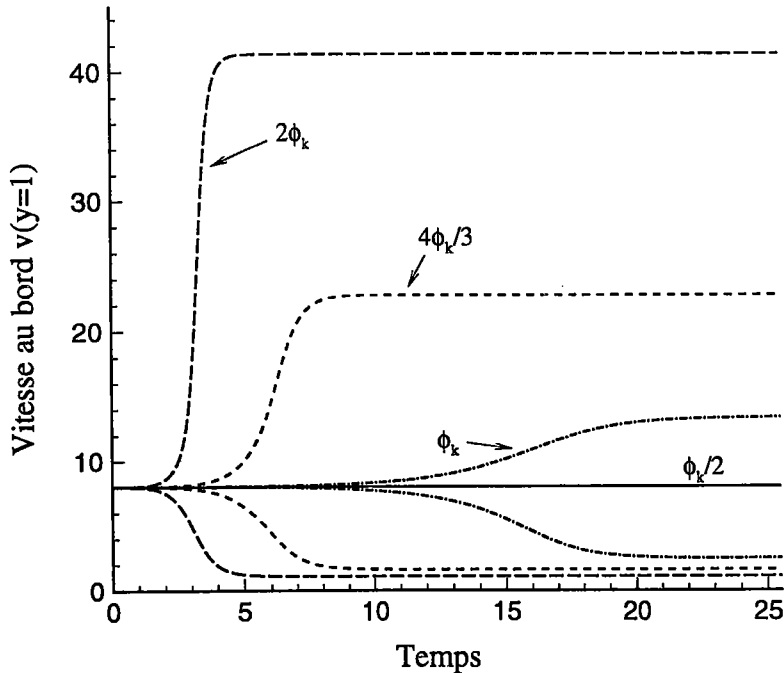


FIG. 3.7 – Influence du paramètre ϕ sur un écoulement stationnaire instable. Le défaut appliqué au champ de température pour les différents calculs présentés correspond à $\delta\theta = \pm 10^{-3}$.

Comme nous l'avons souligné dans la précédente série de calculs, l'état stationnaire qui joue le rôle d'attracteur dépend du signe de l'imperfection appliquée au champ de température du régime stationnaire initial. Pour des valeurs absolues de ϕ élevées ($2 \times \phi_k$ par exemple), condition à la limite proche du contrôle en force, nous observons que l'instabilité se développe et atteint un nouveau régime stationnaire plus rapidement que pour des faibles valeurs absolues de ϕ_k . Le paramètre limite ϕ détermine la position du nouvel état stationnaire vers lequel évolue le régime instable sur la courbe $\tau = f(v|_{y=1})$. Ainsi, la vitesse atteinte à la frontière est plus importante aux grandes valeurs absolues de ϕ .

Nous observons sur la figure 3.7 que l'action de ϕ est prépondérante sur le retard dans le développement de l'instabilité (période de latence) – qui reste au moins égal au temps caractéristique de conduction (même pour des grandes valeurs de ϕ) montrant ainsi l'importance des effets de conduction dans ce processus – et également sur la pente de la courbe au cours du développement rapide de l'instabilité. Les résultats sont présentés sur la figure 3.7 où l'on remarque des domaines d'instabilité différents suivant la valeur de ϕ étudiée.

3.4 Conclusion

Dans ce chapitre, nous nous sommes intéressés à l'influence d'une condition à la limite mixte, définie par une relation linéaire entre la contrainte de cisaillement et la vitesse à la frontière, sur la stabilité des états stationnaires. Dans cette relation (équation (2.16)), le paramètre ϕ détermine la pente de la condition mixte et $\tilde{\tau}$ sa position dans le plan $(\tau, v|_{y=1})$. Les valeurs pour ϕ de 0 et $-\infty$ correspondent respectivement à des conditions de chargement en contrôle de vitesse et en contrôle de force.

Les résultats importants de ce chapitre concernent l'influence du paramètre ϕ et de la perturbation sur la sélection d'un état stationnaire stable. Dans cette analyse non linéaire, deux états stationnaires stables agissent comme attracteurs sur le système

étudié qui évolue d'un état instable vers un état stable. Cet état est situé soit sur la branche sous-critique si la perturbation décroît immédiatement le champ de température, soit sur la branche super-critique dans le cas contraire. Le temps nécessaire au démarrage de l'instabilité, période de latence, est lié à l'amplitude de la perturbation (effets de type logarithmique). L'intervalle de temps, depuis le développement rapide de l'instabilité jusqu'à l'attracteur, est de l'ordre du temps caractéristique de conduction, indépendamment de la perturbation appliquée. Le paramètre ϕ détermine la vitesse à laquelle l'instabilité se développe et la position de l'attracteur. Plus la valeur absolue de ϕ est grande, plus vite se développe l'instabilité et plus grande est la vitesse de l'attracteur.

Dans le chapitre suivant, nous concentrons notre attention sur le régime post-critique de la déformation plastique. Nous analysons l'influence des états stationnaires "attracteurs", définis par la condition à la limite mixte, sur le processus de localisation dans l'expérience des barres de Kolsky en torsion.

CHAPITRE 4

Etude de la localisation

Nous étudions maintenant la localisation de la déformation plastique conduisant à la formation de bandes de cisaillement adiabatiques (BCA). Les bandes de cisaillement adiabatiques considérées ici sont celles qui apparaissent au cours des essais à grandes vitesses de déformation avec le dispositif expérimental des barres de Kolsky en torsion.

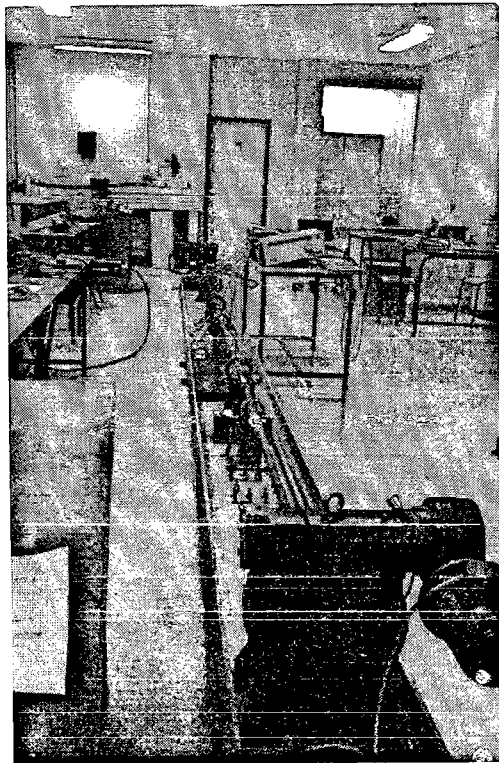


FIG. 4.1 – *Vue générale du dispositif expérimental des barres de Kolsky, Laboratoire de Physique et Mécanique des Matériaux, université de Metz.*

Une description de ce dispositif est donnée en annexe B. La modélisation de l'ex-

périence est celle présentée au chapitre 2 et la formulation éléments finis est décrite en annexe A. L'analyse du développement de la localisation est réalisée en trois étapes :

1. des simulations numériques quasi-statiques au cours desquelles l'érouissage du matériau est négligé,
2. une deuxième série de calculs quasi-statiques tenant compte des propriétés d'érouissage du matériau,
3. enfin une analyse dynamique correspondant à une simulation réelle de l'essai avec les barres de Kolsky en torsion.

Nous commençons les simulations numériques depuis un état de déformation homogène et de température uniforme, correspondant à l'état de référence. Une petite perturbation en température est introduite pour modéliser les défauts géométriques qui sont couramment trouvés sur la surface des éprouvettes, Molinari et Clifton [MC87]. Cette équivalence entre défaut géométrique et température est reliée à l'hypothèse d'adiabaticité de l'écoulement plastique au début de l'essai. En effet, le processus est adiabatique avant le démarrage de la localisation : le temps caractéristique de conduction \hat{t}_C à l'échelle de l'échantillon est plus important que la durée de l'expérience. Cependant, la conduction thermique est susceptible de jouer un rôle important au cours de la phase de localisation, mais sur une échelle équivalente à la largeur de la bande en formation.

4.1 Problème quasi-statique sans écrouissage

Dans cette section, les effets d'inertie ne sont pas pris en compte. De même, les propriétés d'écrouissage du matériau sont négligées et la fonction $G(\gamma)$, dans la relation de comportement (2.9d), est égale à la fonction unité ($G(\gamma) \equiv 1$). Le système d'équations aux dérivées partielles non linéaire qui gouverne le problème est identique à celui énoncé en (2.9) sans le terme d'inertie dans l'équation de conservation du mouvement. Les conditions aux limites sont données par (2.14, 2.15, 2.16). Nous regardons l'influence des paramètres de chargement ϕ et $\tilde{\tau}$ sur l'évolution de l'écoulement plastique vers un attracteur potentiel stable. Pour cela, deux valeurs sont choisies pour le paramètre ϕ et quatre chargements ($\tilde{\tau}$) différents sont appliqués. Les propriétés mécaniques utilisées pour calculer les variables sans dimension sont énoncées ci-dessous :

Paramètre	Valeur
m	0.07
β	0.38
$\hat{\lambda}$	54 J/mKs
\hat{d}	$1.25 \cdot 10^{-3}$ m
\hat{c}	500 J/(kgK)
$\hat{\rho}_0$	7800 kg/m ³

TAB. 4.1 – *Propriétés utilisées lors des simulations. Ces valeurs sont celles du HY-100 à l'exception de m (0.012 en réalité).*

La valeur utilisée dans cette section et la section suivante pour le coefficient m de sensibilité à la vitesse de déformation est environ six fois supérieure à la valeur réelle donnée pour le HY-100. Cette valeur a été choisie afin de donner une meilleure stabilité numérique aux différentes simulations et permettre ainsi une analyse approfondie du régime post-critique. Notons toutefois que cette valeur est physiquement acceptable pour des métaux soumis à des températures élevées, ce qui est le cas dans cette étude.

Pour chaque couple $(\phi, \tilde{\tau})$, le paramètre de chargement $\tilde{\tau}$ croît linéairement sur l'intervalle de temps $[0-40 \mu s]$, puis reste constant jusqu'à la fin du calcul. L'intervalle de temps $[0-40 \mu s]$ correspond à la durée de la montée en charge pour un essai

avec les barres de Kolsky en torsion. La perturbation introduite dans le champ de température initial uniforme, correspond à un défaut géométrique de 4% et a pour valeur $\delta\theta = 0.115$. Les résultats de cette série de calculs sont présentés sur la figure 4.2 dans le plan contrainte de cisaillement-vitesse à la frontière ($v|_{y=1}$). La courbe pleine représente l'ensemble des solutions stationnaires définies dans le chapitre précédent, figure 3.3. Les flèches en trait plein permettent d'observer le chemin suivi par la déformation plastique pour chacune des simulations. Les deux conditions aux limites où intervient le paramètre ϕ_2 , se rapprochent d'un essai avec pilotage en vitesse. A l'inverse, les deux simulations avec le paramètre ϕ_1 sont plus proches du cas de contrôle en force.

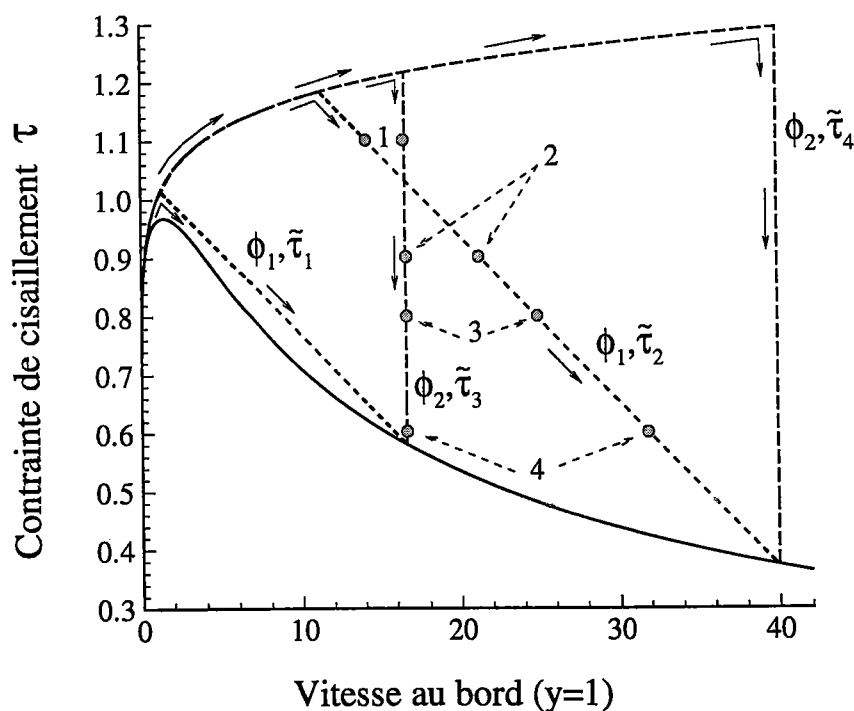
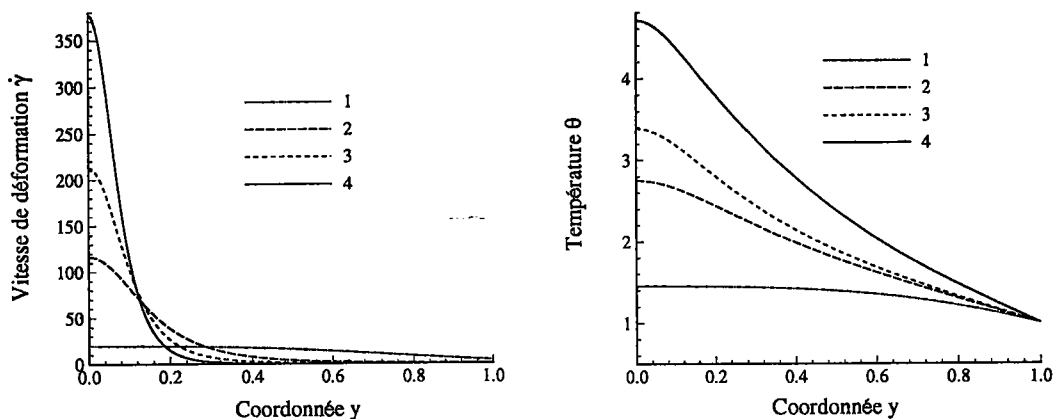


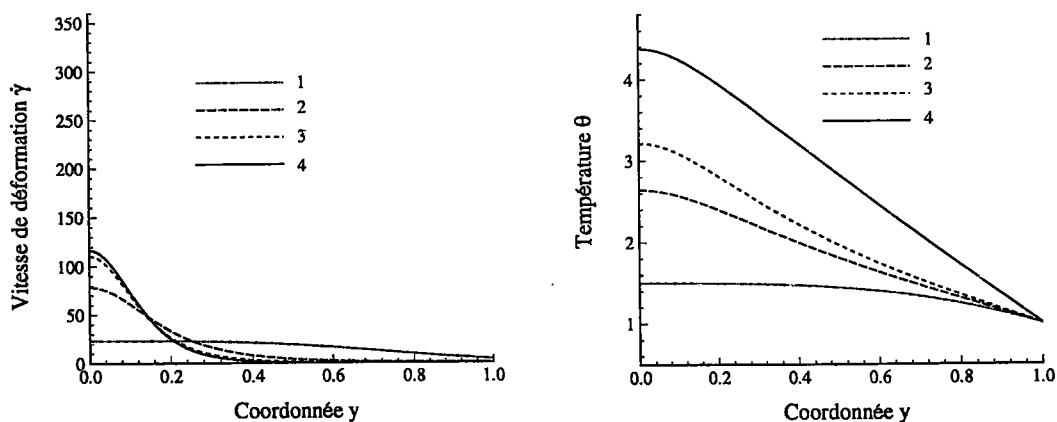
FIG. 4.2 – Evolution de la contrainte de cisaillement en fonction de la vitesse à la frontière pour deux valeurs de ϕ ($\phi_1 = \phi_K$ et $\phi_2 = \phi_K/100$) et quatre chargements $\tilde{\tau}$ différents.

Pour mieux comprendre l'évolution du processus de déformation plastique au cours du temps, nous montrons les profils de températures et de vitesses de déformation à différents instants des écoulements représentés par les couples $(\phi_1, \tilde{\tau}_2)$ et $(\phi_2, \tilde{\tau}_3)$,

figure 4.3. Ces photographies sont prises à des niveaux de contrainte équivalents pour les deux essais, voir figure 4.2, ce qui nous semble plus pertinent pour réaliser une comparaison des distributions obtenues, que pour un temps ou une déformation nominale équivalents.



(a) Couple limite $\phi_1, \tilde{\tau}_2$



(b) Couple limite $\phi_2, \tilde{\tau}_3$

FIG. 4.3 – Distributions de vitesses de déformation et de températures pour deux couples de paramètres aux limites. La vitesse de déformation est normalisée par \hat{t}_C et la position dans l'échantillon par \hat{d} .

Discussion des résultats :

Sur la figure 4.2, nous observons que pour un même attracteur, la contrainte appliquée sur l'échantillon dépend du paramètre de chargement $\tilde{\tau}$: la contrainte de cisaillement maximale est plus importante si $\tilde{\tau}$ est grand (écart de 20% entre τ_{max} pour $\tilde{\tau}_2$ et τ_{max} pour $\tilde{\tau}_3$).

Pendant la durée du chargement, les distributions de vitesses de déformation dans l'échantillon restent homogènes (photographies au point 1, figure 4.3), le démarrage de la localisation n'a pas lieu. La localisation va se produire sur la section de la trajectoire qui est droite en direction de l'attracteur.

La distribution de températures pour le couple $(\phi_2, \tilde{\tau}_3)$ au point 4 est convexe comme celle d'un état stationnaire, bien que le temps nécessaire pour obtenir cette localisation peu intense est bien inférieure au temps caractéristique de conduction nécessaire pour atteindre une solution stationnaire. Ce n'est pas le cas pour le couple $(\phi_1, \tilde{\tau}_2)$ qui présente au même niveau de contrainte (point 4) une distribution de températures concave et les profils de vitesses de déformation pour ce couple de paramètres aux limites montrent une tendance à la localisation beaucoup plus importante (rapport de 3 pour la vitesse de déformation au centre de l'échantillon entre $(\phi_1, \tilde{\tau}_2)$ et $(\phi_2, \tilde{\tau}_3)$). Pour des conditions aux limites proches du contrôle en force, le développement de la localisation résulte des vitesses de déformation et des températures élevées, au centre de l'échantillon. Physiquement, cela signifie que l'écoulement plastique a peu de chance d'évoluer vers un état stationnaire stable. D'après ces résultats, la sélection d'un état stationnaire qui va agir comme attracteur ne dépend pas uniquement du paramètre ϕ mais est complètement déterminé par le couple $(\phi, \tilde{\tau})$.

4.2 Problème quasi-statique avec écrouissage

Nous nous intéressons dans cette section au démarrage de la localisation et à son évolution par des simulations quasi-statiques où l'on néglige les effets d'inertie et où

l'on tient compte des propriétés d'écoulement du matériau. Le système d'équations aux dérivées partielles non linéaire qui gouverne le problème est donné en (2.9) sans le terme d'inertie dans l'équation du mouvement. L'écoulement est modélisé par la fonction $G(\gamma)$ définie en (2.11). Dans cette relation les paramètres h_0 et γ_0 ont respectivement pour valeurs 1.3 et 0.25. Les conditions aux limites choisies sont équivalentes à celles utilisées pour le problème quasi-statique sans écoulement. Les caractéristiques thermomécaniques du matériau sont données dans la table 4.1.

Trois simulations sont réalisées en faisant varier le paramètre ϕ de $\phi_K/100$ à $10 \times \phi_K$. Le paramètre ϕ_K est la valeur de ϕ pour le dispositif expérimental des barres de Kolsky en torsion présenté par Marchand et Duffy [MD87]. Le point de départ des simulations est identique à celui de la section précédente, c'est à dire un état de déformation homogène et un champ de température uniforme auquel nous appliquons une perturbation équivalente à un défaut géométrique de 4%.

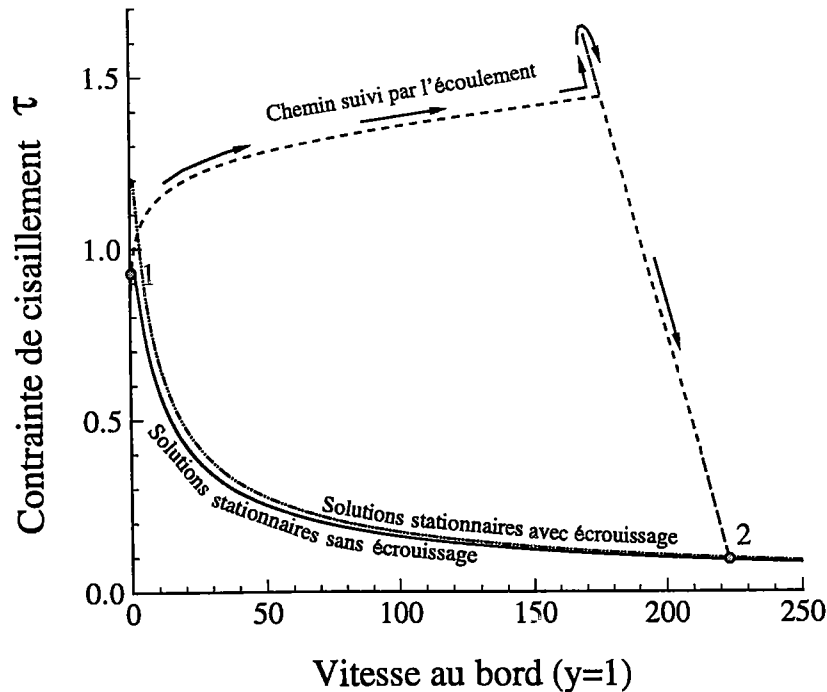


FIG. 4.4 – *Evolution de la contrainte de cisaillement en fonction de la vitesse à la frontière pour $\phi = \phi_K = -70.83$*

L'évolution de l'écoulement plastique est montrée sur la figure 4.4 pour ϕ égal à ϕ_K . Le point 1 représente l'état initial après perturbation. Nous observons que la contrainte de cisaillement continue d'augmenter après la phase de chargement de l'échantillon (partie courbe du chemin suivi par l'écoulement), en raison des effets de l'écrouissage. Après saturation de ce dernier, la contrainte de cisaillement décroît en suivant la droite définie par la condition à la limite. Rapidement après le début de la simulation, la condition mixte à la limite gouverne l'évolution de la contrainte de cisaillement en fonction de la vitesse à la frontière et un seul état stationnaire peut alors agir comme attracteur, le point 2 sur la figure 4.4. Nous représentons également sur cette figure l'ensemble des solutions stationnaires obtenues en tenant compte des propriétés d'écrouissage du matériau et après saturation. Le décalage de cette courbe avec les états stationnaires sans écrouissage est notable aux petites vitesses mais devient négligeable à partir d'une vitesse à la frontière adimensionnelle égale à 200.

Les figures 4.5 et 4.6 montrent l'évolution de la contrainte de cisaillement en fonction du temps (Fig. 4.5) et de la déformation nominale (Fig. 4.6) pour trois valeurs de ϕ . Une différence qualitative apparaît dans les résultats si l'on décrit cette évolution en fonction du temps ou de la déformation plastique cumulée. Un calcul supplémentaire réalisé pour $\phi_K/1000$ n'apporte pas d'informations supplémentaires et le résultat se superpose à celui obtenu pour $\phi_K/100$. La valeur de ϕ , déterminée pour l'expérience des barres de Kolsky en torsion et correspondant à ϕ_K , se rapproche donc d'un contrôle en vitesse.

Pour chaque valeur de ϕ , la contrainte de chargement $\tilde{\tau}$ est choisie de manière à obtenir une vitesse de déformation homogène de l'ordre de 1500 s^{-1} , avant le développement de l'instabilité. Les niveaux de contrainte des régimes stationnaires, vers lesquels progressent chaque simulation, sont également représentés sur ces figures.

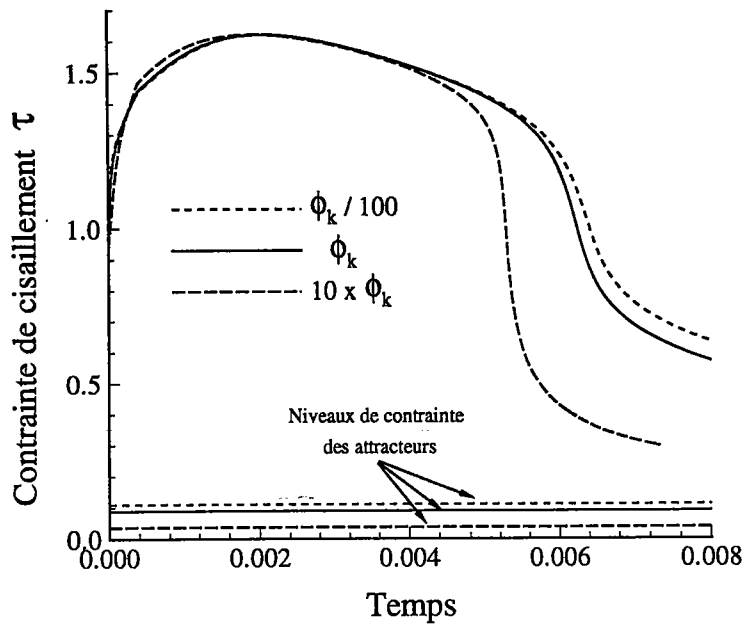


FIG. 4.5 – Evolution de la contrainte de cisaillement en fonction du temps, normalisé par le temps caractéristique de conduction $\hat{t}_C = 0.113$ s, pour trois valeurs de ϕ .

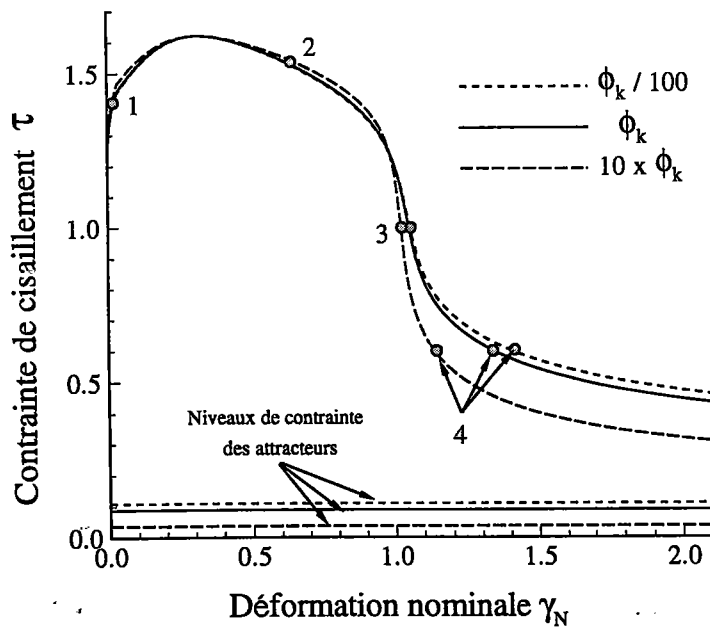


FIG. 4.6 – Evolution de la contrainte de cisaillement en fonction de la déformation nominale γ_N pour trois valeurs de ϕ . La déformation nominale γ_N représente la déformation moyenne sur la longueur de l'échantillon.

Contrairement à l'étude des solutions stationnaires, le temps nécessaire au développement de l'instabilité est très rapide par rapport au temps caractéristique de conduction en raison notamment du coefficient m de sensibilité à la vitesse de déformation, inférieur à celui utilisé dans le chapitre 3. Ceci confirme le rôle stabilisant de la sensibilité à la vitesse de déformation dans le processus de déformation plastique. Sur les courbes des figures 4.5 et 4.6, nous observons d'abord une augmentation de la contrainte de cisaillement, due aux propriétés d'écroutissage du matériau, qui atteint ensuite un maximum correspondant au début de l'instabilité, suivi par le développement rapide de la localisation. Ces simulations révèlent que la déformation plastique cumulée, correspondant au début de la localisation, ne dépend pas du paramètre à la frontière ϕ .

L'énergie de déformation dissipée au cours de l'écoulement est un facteur plus important pour le début de la localisation que la condition à la limite. Cependant, la pente de la courbe $v|_{y=1} \mapsto \tau$ au coeur de la phase de localisation (après le démarrage de l'instabilité) est déterminée par ϕ , comme on peut le voir sur la figure 4.6. Le développement de la localisation de la déformation est donc fortement affecté par la condition mécanique à la limite mixte.

L'histoire de la température au centre de l'échantillon, normalisée par la température de référence externe $\hat{\theta}_0$, est décrite sur la figure 4.7. La figure 4.8 retrace l'histoire de la vitesse de déformation $\dot{\gamma}|_{y=0}$ au centre de l'échantillon, normalisée par le temps caractéristique de conduction \hat{t}_C . Ces deux figures illustrent l'analogie, mentionnée dans le chapitre 1 entre un processus autocatalytique et la localisation de la déformation plastique. En effet, nous observons que l'élévation de la température au centre de l'éprouvette entraîne une augmentation locale et rapide de la vitesse de déformation en $y = 0$. Les niveaux de vitesse de déformation et de température, au centre de l'éprouvette, sont largement affectés par la valeur du paramètre ϕ , dans la condition mixte à la frontière donnée par la relation (2.16). Ainsi, pour une grande valeur absolue de ϕ ($10 \times \phi_K$ par exemple), correspondant à un contrôle en force, la

localisation est plus prononcée que pour une petite valeur absolue de ϕ ($\phi_K/100$).

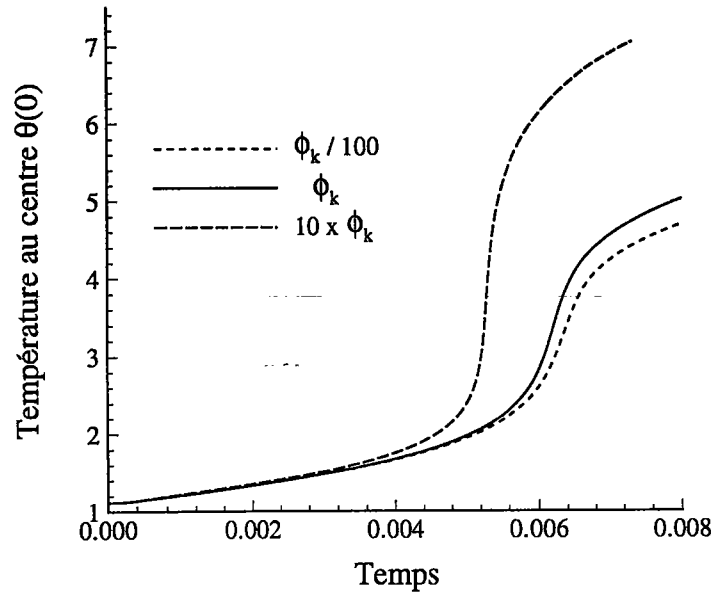


FIG. 4.7 – Histoire de la température au centre de l'échantillon. Le temps et la température sont respectivement normalisés par le temps caractéristique de conduction \hat{t}_C et la température de référence externe $\hat{\theta}_0$.

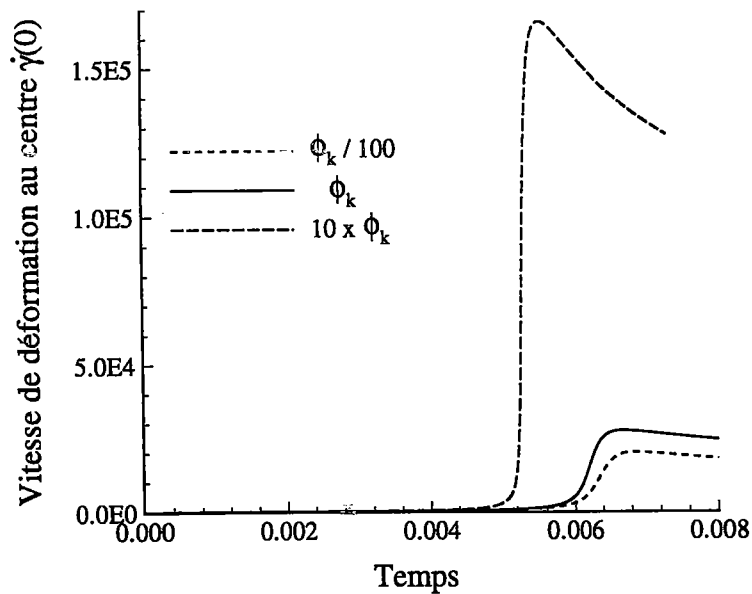
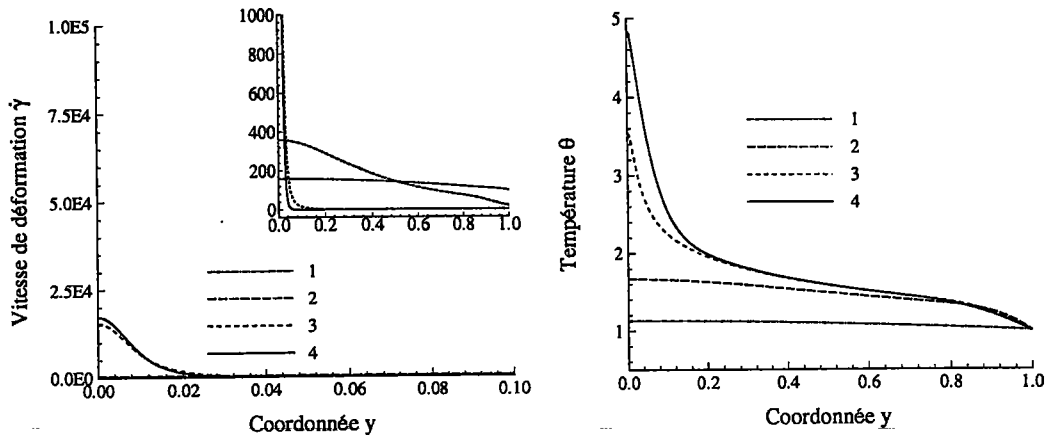


FIG. 4.8 – Histoire de la vitesse de déformation au centre de l'échantillon. Le temps et la vitesse de déformation sont normalisés par le temps caractéristique de conduction \hat{t}_C .

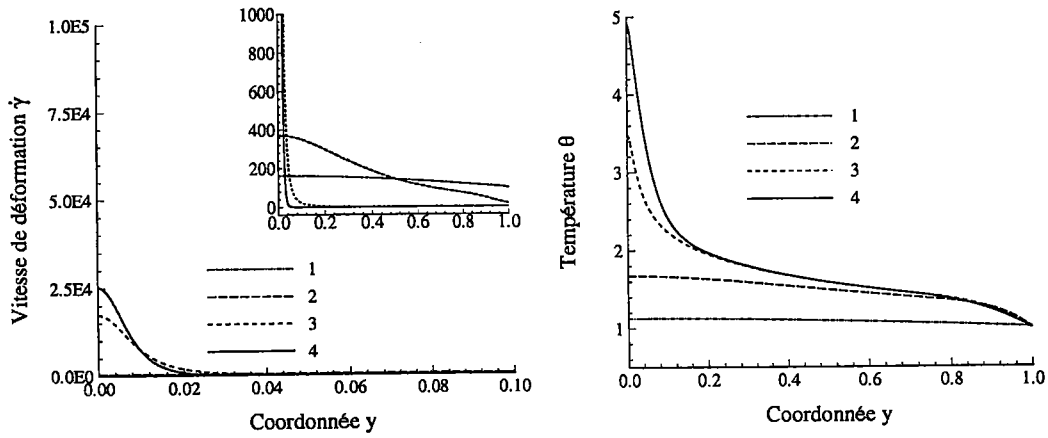
Un autre phénomène important observé sur ces figures est la stabilisation apparente de la vitesse de déformation au centre de l'éprouvette par rapport à la température $\theta|_{y=0}$ qui continue à augmenter. Nous rejoignons ici les conclusions de Wright et Walter [WW88] qui mentionnent une stabilisation en vitesse de déformation au cours de la phase transitoire alors que la température continue à évoluer.

Nous analysons enfin, sur la figure 4.9, l'influence de ϕ sur les distributions des vitesses de déformation et des températures. Les distributions sont dessinées à différents niveaux de contrainte caractérisés par les points 1, 2, 3 et 4 sur la figure 4.6. Pour les différentes valeurs de ϕ , cette figure reflète le comportement thermo-viscoplastique du matériau et nous pouvons observer les trois stades de la déformation plastique. Pour les profils des vitesses de déformation, le point 1 proche de l'instant initial donne un profil de déformation quasi-uniforme. Nous remarquons, sur le profil n° 2, une augmentation de $\dot{\gamma}$ qui correspond à l'écroutissement du matériau. Les points 3 et 4 illustrés par les profils n° 3 et 4 correspondent au développement rapide de la localisation (stade 3).

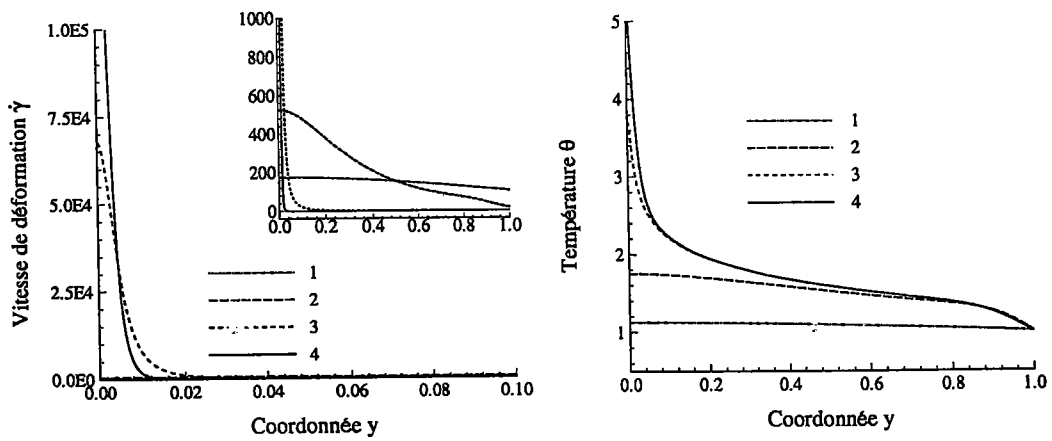
Le rôle de ϕ est surtout important sur les profils des vitesses de déformation et nous notons une faible influence de ce paramètre sur la température maximale au centre de la bande. Le niveau de vitesse de déformation $\dot{\gamma}|_{y=0}$ est nettement plus élevé pour une grande valeur absolue de ϕ ($10 \times \phi_K$) dévoilant ainsi une localisation plus intense pour un contrôle en force. De plus, la couche limite en température au cours de la phase transitoire est plus prononcée, ce qui montre le caractère adiabatique du processus de localisation de la déformation pour une condition mécanique mixte se rapprochant d'un contrôle en force.



(a) $\phi = \phi_K / 100$



(b) $\phi = \phi_K$



(c) $\phi = 10 \times \phi_K$

FIG. 4.9 – Distributions de vitesses de déformation et de températures pour trois valeurs du paramètre de chargement ϕ .

4.2.1 Largeur de bande

Dans le stade terminal de la localisation de la déformation plastique, lorsque le régime d'écoulement tend à se stabiliser en vitesse de déformation, comme nous l'avons vu sur les distributions de la figure 4.9, il est possible de déterminer la dimension de la largeur de bande.

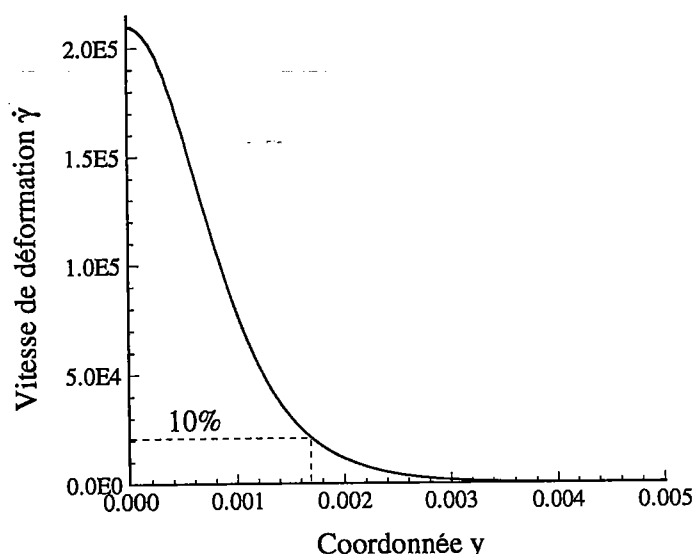


FIG. 4.10 – *Caractérisation de la largeur de bande pour la simulation quasi-statique de l'expérience des barres de Kolsky en torsion ($\phi = \phi_K$).*

Nous choisissons de définir la bande de cisaillement comme la zone de l'échantillon où la vitesse de déformation est supérieure à une fraction (5% ou 10%) de la vitesse de déformation maximale trouvée dans l'éprouvette (cf. figure 4.10), et nous regardons l'influence de la condition mixte à la limite sur la largeur de bande.

Paramètre ϕ	5%	10%
$\phi_K/100$	52	45
ϕ_K	45	37
$10 \times \phi_K$	17	14

TAB. 4.2 – *Largeur de bande (μm) pour trois valeurs de ϕ . La vitesse de déformation moyenne est $\dot{\gamma} = 1500 \text{ s}^{-1}$.*

Les résultats que nous présentons dans la table 4.2, en fonction du paramètre

ϕ , sont issus du problème quasi-statique avec écoulement et donnent la largeur de bande en μm pour deux seuils de vitesse de déformation (5% et 10%). Cette table permet de déterminer clairement l'influence des conditions aux limites sur la largeur des bandes de cisaillement qui apparaissent dans le stade terminal de la localisation de la déformation. Pour des conditions de chargement proches du contrôle en force ($10 \times \phi_K$), la localisation est intense et la largeur de bande plus faible que pour un contrôle en vitesse ($\phi_K/100$), qui conduit à un développement moins rapide et moins prononcé de la localisation. La table 4.2 montre un rapport de trois entre un contrôle en vitesse et un contrôle en force. La condition à la limite mixte inhérente au dispositif expérimental des barres de Kolsky conduit donc à une largeur de bande différente de celle obtenue pour un contrôle en vitesse : l'écart observé dans la table 4.2 est de l'ordre de 20%.

Notons également que la tendance exprimée par ces résultats est insensible à la définition (5 ou 10%) de la largeur de bande.

4.3 Application aux barres de Kolsky en torsion

L'application du modèle présenté au chapitre 2 a pour objectif de caractériser le rôle des effets d'inertie au cours de la phase transitoire (développement de la localisation de la déformation). Pour la simulation dynamique, le système d'équations aux dérivées partielles et les conditions aux limites associées sont données par les relations (2.9, 2.12, 2.13a, 2.13b). Une description de l'algorithme numérique relatif à cette simulation est donnée en annexe A.

Paramètres et nombres sans dimension.

Nous rappelons ici l'ensemble des équations inhérentes à l'analyse dimensionnelle et donnons les valeurs numériques qui correspondent à l'étude de Marchand et Duffy pour des essais de torsion sur l'acier HY-100.

Paramètre	Valeur
m	0.012
β	0.38
h_0	1.3
γ_0	0.25
$\hat{\lambda}$	54 J/mKs
\hat{d}	$1.25 \cdot 10^{-3}$ m
\hat{c}	500 J/(kgK)
$\hat{\rho}_0$	7800 kg/m ³
$\hat{\theta}_0$	300 ° K
$\hat{\gamma}_0$	1000 s ⁻¹
$\hat{\tau}_0$	500 MPa
$\hat{\phi}_K$	$-1.66 \cdot 10^{-3}$ m/(sMPa)

TAB. 4.3 – Données utilisées pour l'acier HY-100, d'après Marchand et Duffy [MD87].

- Temps caractéristique de conduction :

$$\hat{t}_C = \hat{\rho}_0 \frac{\hat{c} \hat{d}^2}{\hat{\lambda}} = 0.113 \text{ s}$$

- Contrainte de référence :

$$\hat{\tau}_R = \hat{\tau}_0 \left(\hat{\gamma}_0 \hat{t}_C \right)^{-m} = 4.724 \cdot 10^8 \text{ Pa}$$

- Masse volumique adimensionnelle :

$$\rho = \frac{\hat{d}^2 \hat{\rho}_0}{\hat{\tau}_R \hat{t}_C^2} = 2.02 \cdot 10^{-9}$$

- Coefficient k dans l'équation énergétique (2.9d) :

$$k = \frac{\hat{\tau}_R}{\hat{\theta}_0 \hat{\rho}_0 \hat{c}} = 0.404$$

- Paramètre ϕ_K dans la condition mécanique mixte :

$$\phi_K = \hat{\phi}_K \frac{\hat{t}_C \hat{\tau}_R}{\hat{d}} = -70.83$$

Les résultats de la simulation dynamique sont comparés à ceux obtenus par un calcul quasi-statique, avec les paramètres associés à l'expérience des barres de Kolsky

en torsion. Ils sont présentés sur les figures 4.11, 4.12 et 4.13. Sur la figure 4.11, nous suivons l'évolution de la contrainte de cisaillement, normalisée par la contrainte de référence $\hat{\tau}_R$, en fonction de la déformation nominale. Nous observons un retard dans le démarrage de la localisation. Sur cette figure, la chute en contrainte apparaît pour une déformation nominale plus grande le cas dynamique. Ainsi, le rôle stabilisant des effets dynamiques est mis en évidence. Les figures 4.12 et 4.13 confirment cette tendance. Nous pouvons toutefois remarquer que l'influence des effets dynamiques est relativement faible, en raison de la vitesse de déformation moyenne de l'essai, qui n'est pas très élevée (de l'ordre de 1500 s^{-1}). En terme d'énergie, les effets d'inertie sont sensibles si les variations d'énergie cinétique sont fortes ; il faut donc avoir des grandes énergies cinétiques à mettre en jeu, donc de grandes vitesses.

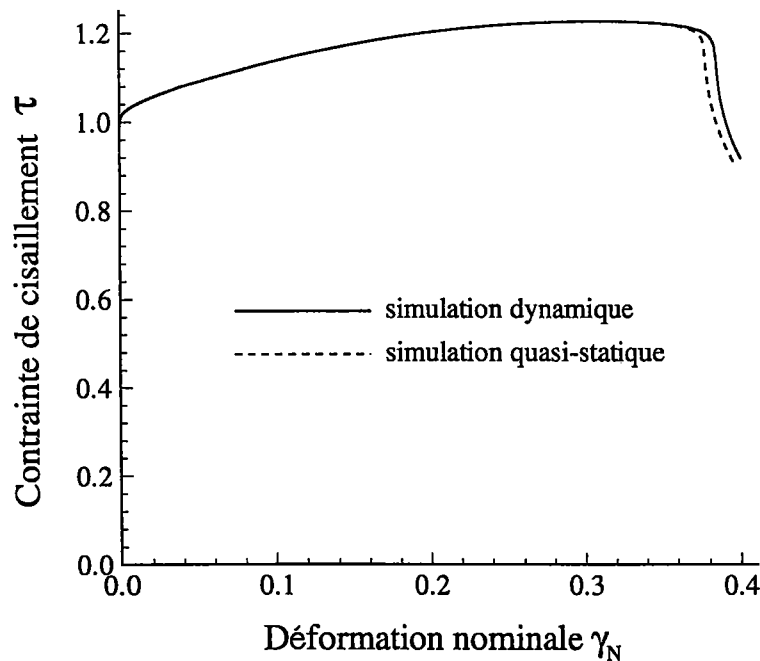


FIG. 4.11 — Evolution de la contrainte de cisaillement en fonction de la déformation plastique cumulée pour le dispositif expérimental de Kolsky. La contrainte de cisaillement représentée pour la simulation dynamique correspond à la contrainte moyenne dans l'échantillon.

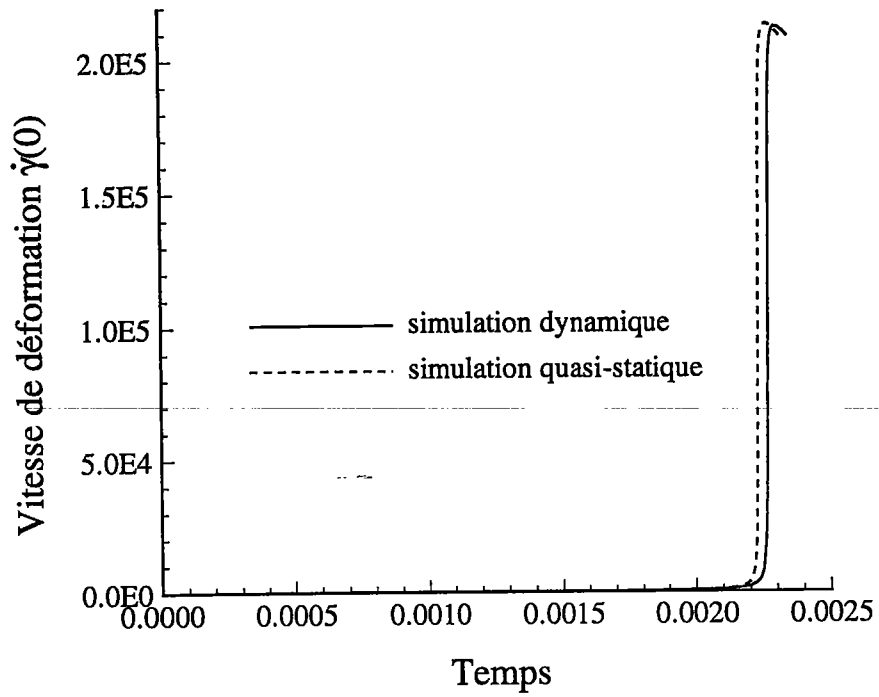


FIG. 4.12 – Histoire de la vitesse de déformation au centre de l'échantillon

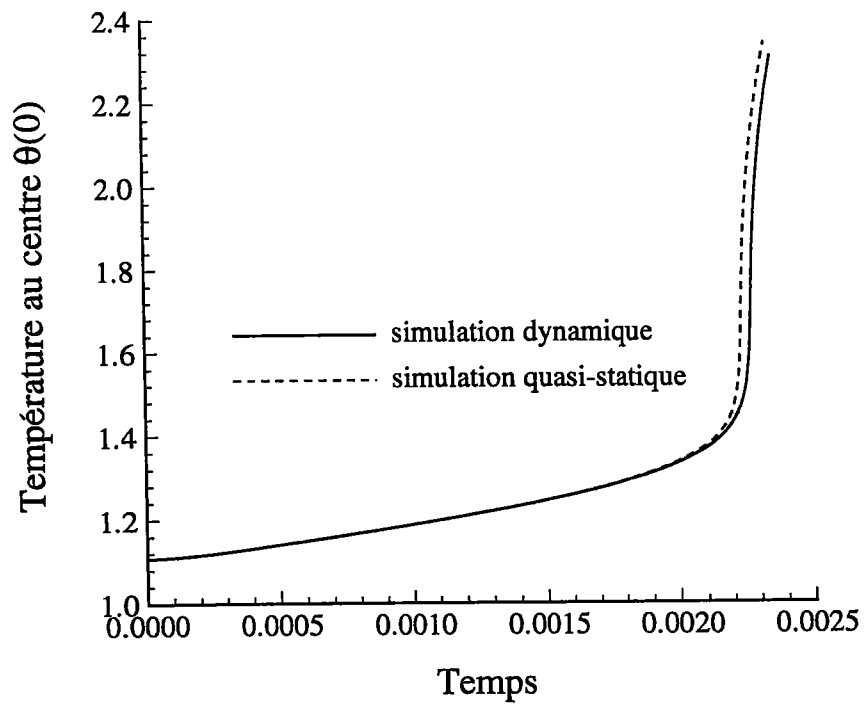


FIG. 4.13 – Histoire de la température au centre de l'échantillon

Pour accentuer l'influence des effets dynamiques, nous effectuons deux nouvelles simulations (quasi-statique et dynamique), voir figure 4.14, pour une vitesse de déformation moyenne de l'ordre de 15000 s^{-1} soit dix fois supérieure à celle observée par Marchand et Duffy dans leur description du dispositif expérimental des barres de Kolsky en torsion. En raison des effets d'inertie, la contrainte de cisaillement τ n'est plus homogène sur la longueur de l'éprouvette (simulation dynamique) et nous représentons alors la contrainte de cisaillement aux deux extrémités de l'échantillon : τ_A en $y = -1$ et τ_B en $y = +1$, figure 4.14. Le retard dans le démarrage de la localisation (figure 4.14), pour la simulation dynamique, est cette fois plus important que celui observé pour une vitesse de déformation de 1500 s^{-1} (figure 4.11). L'évolution post-critique de la localisation est analysée sur la figure 4.15, à partir de photographies prises au cours de la déformation plastique. Le retard dans le début de la localisation est dû aux forces inertielles qui tendent à freiner les variations de vitesse apparaissant durant le développement de la localisation, au cours de laquelle certaines particules de matière sont accélérées et d'autres sont décélérées. Notons également le déplacement du centre de la bande vers l'extrémité A de l'échantillon.

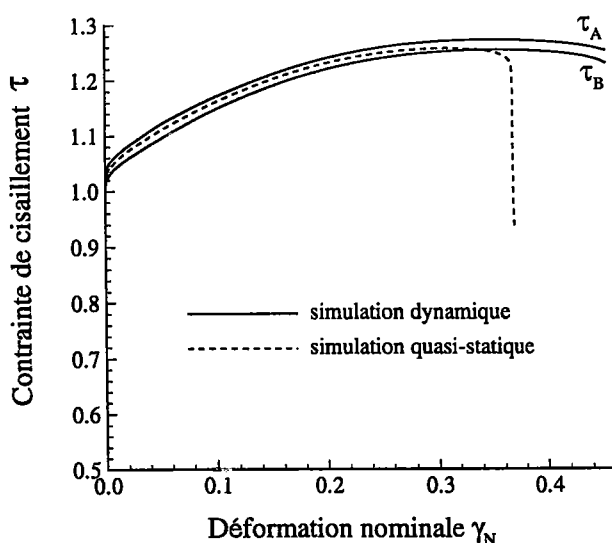


FIG. 4.14 – Evolution de la contrainte de cisaillement en fonction de la déformation nominale pour une vitesse de déformation moyenne de 15000 s^{-1} . τ_A et τ_B représentent les valeurs de la contrainte de cisaillement en $y = \pm 1$.

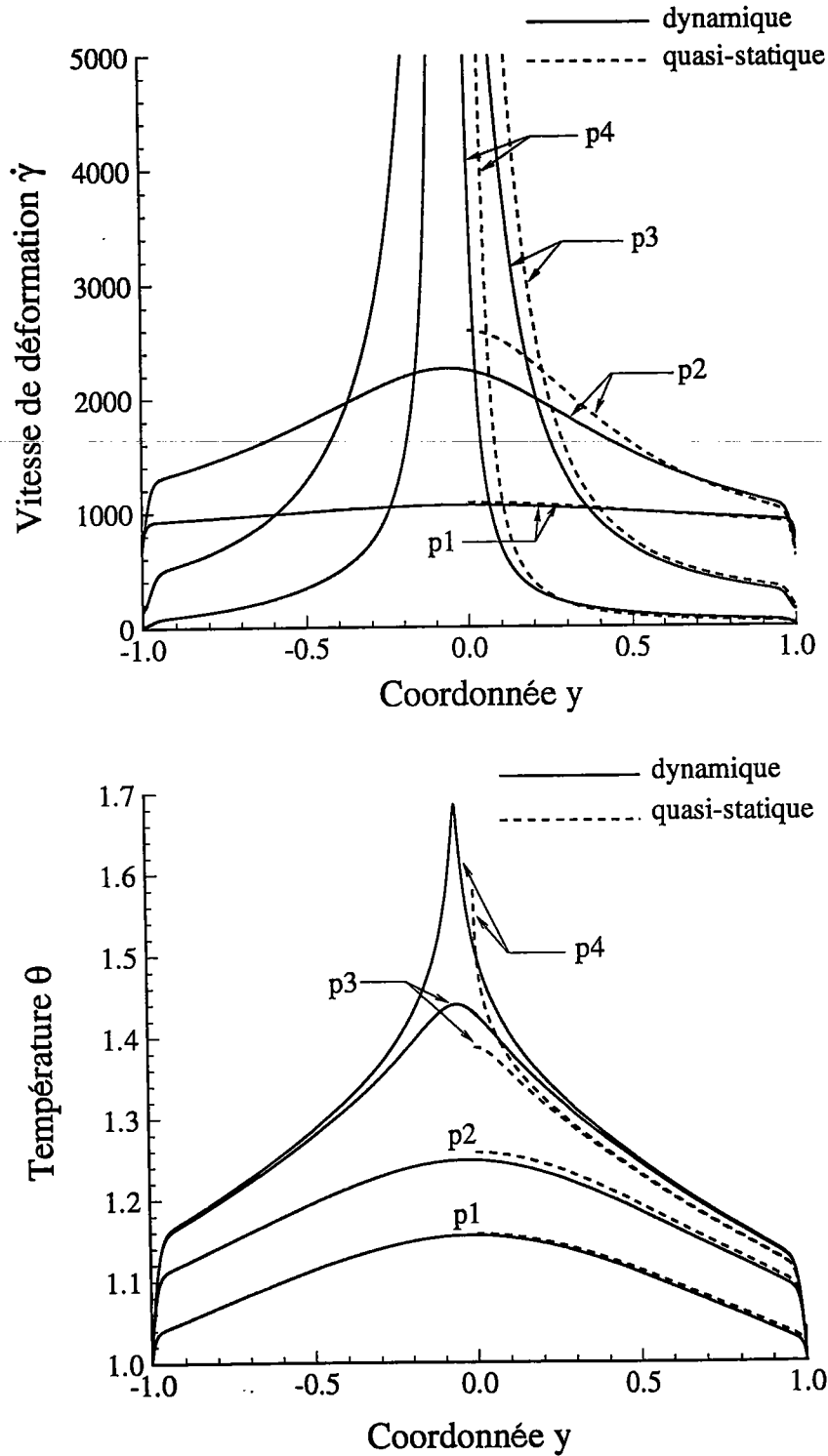


FIG. 4.15 – Distributions des vitesses de déformation et des températures pour une vitesse de déformation moyenne de 15000 s^{-1} à quatre niveaux de contrainte différents.

$$p1 \mapsto \tau = 1.15; \quad p2 \mapsto \tau = 1.25; \quad p3 \mapsto \tau = 1.25; \quad p4 \mapsto \tau = 1.22$$

$p1$ et $p2$ correspondent à la période d'écroutissement du matériau et $p3$ et $p4$ au développement de l'instabilité.

Conclusion

Nous avons étudié dans cette deuxième partie le rôle d'une condition mécanique mixte à la limite sur la stabilité des écoulements dans les matériaux thermovisco-plastiques, en appliquant la méthode des éléments finis à une modélisation unidimensionnelle d'une bande de longueur infinie soumise à un mode global de déformation en cisaillement. Les effets d'inertie, l'écroutissage du matériau, la sensibilité à la vitesse de déformation, le couplage thermo-mécanique, la conduction et l'adoucissement thermiques ont été considérés dans ce travail.

Deux problèmes ont été étudiés : l'analyse non-linéaire de la stabilité du régime stationnaire dans des écoulements en cisaillement et l'étude de la localisation de la déformation plastique durant des essais à grandes vitesses de déformation avec le dispositif expérimental des barres de Kolsky en torsion.

Pour le premier problème, le rôle de la condition à la limite mixte et l'influence d'une perturbation infinitésimale sont analysés à partir d'un état stationnaire instable. Deux états stationnaires agissent comme des attracteurs potentiels et la sélection de l'un des deux est fonction de la perturbation appliquée. Si la perturbation décroît immédiatement le champ de température, l'attracteur se situe sur la branche sous-critique. Dans le cas contraire, il est situé sur la branche super-critique. L'amplitude de la perturbation régit la période de latence, avant le développement de l'instabilité. A partir du développement rapide de l'instabilité, le temps nécessaire pour rejoindre le nouvel état stationnaire est de l'ordre du temps caractéristique de conduction, quelle que soit la perturbation appliquée. La position des attracteurs potentiels sur la courbe des solutions stationnaires est déterminée par les paramètres ϕ et $\tilde{\tau}$ qui

régissent la condition à la limite mixte. Le paramètre ϕ gouverne la vitesse à laquelle se développe l'instabilité. Pour une condition à la limite mixte proche du contrôle en force, l'instabilité engendre des températures et des vitesses de déformation élevées conduisant généralement, dans la réalité, à la rupture ductile du matériau, ce qui ne permet pas de joindre un nouvel état stationnaire stable.

Dans le second problème, connaissant l'importance de la condition à la limite mixte sur les solutions stationnaires, nous analysons son influence sur le régime post-critique et sur l'évolution du processus de localisation vers un régime stationnaire stable. La condition à la limite mixte n'agit pas sur la déformation plastique pour laquelle le démarrage du processus de localisation apparaît, mais détermine le régime post-critique de la déformation plastique. Elle contrôle donc indirectement le temps nécessaire pour la formation d'une bande de cisaillement et également la largeur de cette bande. L'évolution de la localisation vers des attracteurs stationnaires stables, définis en négligeant les propriétés d'écrouissage du matériau, n'est possible que pour des conditions de chargement proches du contrôle en vitesse. Dans cette configuration seulement, le processus de localisation s'arrête avec une stabilisation apparente de la vitesse de déformation.

Finalement, l'analyse dynamique réalisée valide l'approximation quasi-statique et la condition mixte associée, et montre l'effet stabilisant des forces inertielles sur le développement de la localisation.

Les résultats obtenus, largeur de bande et développement de la localisation sous chargement mixte, sont riches d'enseignement pour la compréhension de la formation des bandes de cisaillement, considérées comme précurseurs des phénomènes de rupture ductile souvent rencontré dans les matériaux thermo-viscoplastiques soumis à des grandes vitesses de déformations.

ANNEXE A

Algorithmes numériques

Les algorithmes utilisés pour les simulations par éléments finis, sous conditions quasi-statiques ou dynamiques, des essais de torsion sur les barres de Kolsky, sont discutés en détail en raison des conditions aux limites mixtes employées.

A.1 Algorithme dynamique

Nous considérons dans un premier temps la simulation du problème dynamique. Le système d'équations aux dérivées partielles (2.9) relatif au cas dynamique et les conditions aux limites (2.12, 2.13a, 2.13b) associées à cette modélisation sont la base de la formulation faible suivante :

$$\int_{-1}^{+1} \rho \frac{\partial v}{\partial t} \eta dy + \int_{-1}^{+1} \tau \eta_{,y} dy + \left[\left(\tilde{\tau}(t - t_0) - \frac{2}{\phi_k} v \right) \eta \right]_{y=-1} - \frac{2}{\phi_k} [v \eta]_{y=+1} = 0 \quad (\text{A.1})$$

$$\int_{-1}^{+1} \frac{\partial \theta}{\partial t} \psi dy + \int_{-1}^{+1} \theta_{,y} \psi_{,y} dy = \int_{-1}^{+1} k \tau \dot{\gamma} \psi dy$$

dans laquelle η et ψ sont les champs virtuels de vitesse et de température, satisfaisant les conditions aux limites essentielles.

Une approximation éléments finis est maintenant introduite avec la même interpolation pour les champs de températures et de vitesses. L'ensemble des $2N$ équations semi-discrétisées (a variant de 1 à N) est alors :

$$\sum_{b=1}^N M_{ab} \dot{v}_b + F_a(\tau) + \left[\tilde{\tau}(t) - \frac{2}{\phi_k} v_1 \right] \delta_{a1} - \frac{2}{\phi_k} [v_N \delta_{aN}]$$

$$\sum_{b=1}^N (C_{ab} \dot{\theta}_b + K_{ab} \theta_b) = S_a(\tau, \dot{\gamma}) \quad (\text{A.2})$$

pour les inconnues nodales (v_b, θ_b) . δ_{a1} représente le symbole de Kronecker. La sommation est effectuée sur les N nœuds qui discrétisent l'axe y avec le premier nœud situé à $y = -1$ et le dernier à $y = +1$. Les matrices M_{ab} , C_{ab} et K_{ab} sont les matrices de masse, de capacité et de conduction et les vecteurs F_a et S_a correspondent aux forces internes et à la source thermique due à la dissipation du travail mécanique ; ces matrices et vecteurs admettent la définition suivante :

$$\begin{aligned}
 M_{ab} &= \int_{-1}^{+1} \rho N_a N_b dy \\
 C_{ab} &= \int_{-1}^{+1} N_a N_b dy \\
 K_{ab} &= \int_{-1}^{+1} N_{a,y} N_{b,y} dy \\
 F_a &= \int_{-1}^{+1} \tau(\theta, \gamma, \dot{\gamma}) N_{a,y} dy \\
 S_a &= \int_{-1}^{+1} k\tau(\theta, \gamma, \dot{\gamma}) \dot{\gamma} N_a dy
 \end{aligned} \tag{A.3}$$

La discrétisation temporelle choisie est liée à la règle du trapèze généralisée pour la température (paramètre a) et aux algorithmes de Newmark (paramètres b et c) trouvés dans la littérature (Hughes [Hug87], par exemple). La vitesse de diffusion, l'accélération et le déplacement au temps t^{n+1} , sont calculés à partir de leurs valeurs au temps t^n par les relations :

$$\begin{aligned}
 \dot{\theta}_b^{n+1} &= \frac{a-1}{a} \dot{\theta}_b^n + \frac{1}{a\Delta t} (\theta_b^{n+1} - \theta_b^n), \\
 \dot{v}_b^{n+1} &= \frac{c-1}{c} \dot{v}_b^n + \frac{1}{c\Delta t} (v_b^{n+1} - v_b^n), \\
 u^{n+1} &= u^n + \Delta t v^n + \frac{1}{2} \Delta t^2 ((1-2b)\dot{v}^n + 2b\dot{v}^{n+1})
 \end{aligned} \tag{A.4}$$

dans lesquelles Δt représente l'incrément de temps. Notons que la dernière relation dans (A.4) est nécessaire pour calculer la déformation utilisée dans la fonction d'écroutissage (2.11). Les paramètres a, b, c sont choisis pour conduire à un schéma implicite ($a = 0.5$, $b = 0.25$ et $c = 0.5$).

Les inconnues nodales $(v_b^{n+1}, \theta_b^{n+1})$ au temps $t_n + 1$ sont solutions de :

$$\begin{aligned}
 M_{ab} \frac{1}{c\Delta t} v_b^{n+1} + F_a(\tau^{n+1}) + (\tilde{\tau}(t_{n+1} - t_0) - \frac{2}{\phi_k} v_1^{n+1}) \delta_{a1} - \frac{2}{\phi_k} v_N^{n+1} \delta_{aN} = \\
 - M_{ab} [\frac{c-1}{c} \dot{v}_b^n - \frac{1}{c\Delta t} v_b^n], \tag{A.5} \\
 [K_{ab} + \frac{1}{a\Delta t} C_{ab}] \theta_b^{n+1} - S_a(\tau^{n+1}, \dot{\gamma}_{n+1}) = -C_{ab} [\frac{a-1}{a} \dot{\theta}_b^n - \frac{1}{a\Delta t} \theta_b^n],
 \end{aligned}$$

où la répétition d'indices muets implique une sommation sur le nombre total N de noeuds. Les conditions initiales $(\theta_b^0, \dot{v}_b^0)$ sont obtenues en résolvant les équations (A.2) pour les distributions de température et vitesse supposées au temps initial. Les deux équations non linéaires dans (A.5) sont résolues simultanément par un schéma de Newton-Raphson.

A.2 Algorithme quasi-statique

Les réflexions d'ondes répétées à l'intérieur des confinements de l'échantillon rendent la contrainte de cisaillement spatialement uniforme dans la première partie de l'essai, justifiant ainsi une analyse quasi-statique dans laquelle les effets d'inertie sont négligés. Le système d'équations aux dérivées partielles non linéaire qui gouverne le problème quasi-statique est donné par l'ensemble d'équations (2.9) où l'on néglige le terme d'inertie dans l'équation du mouvement. La condition mécanique mixte à la limite correspond à celle énoncée en (2.16). Pour de telles simulations, nous supposons les solutions du système à résoudre symétriques par rapport au centre de la bande. Il suffit alors d'étudier la moitié de l'échantillon et les conditions aux limites sont données par les relations (2.14), (2.12) et (2.16) dans le chapitre 2. Nous rappelons que les vitesses dans l'analyse quasi-statique sont relatives à un observateur placé au centre de l'échantillon.

Concernant l'équation énergétique, le passage aux éléments finis est équivalent à celui mentionné pour la formulation dynamique, le domaine d'intégration est maintenant compris entre 0 et 1, en raison de l'hypothèse de symétrie. L'expression du travail virtuel utilisée pour l'équation de conservation de la quantité de mouvement dans ce

cas est :

$$\int_0^1 \tau \eta_{,y} dy - \left[\left(\frac{\tilde{\tau}}{2} + \frac{2}{\phi_k} v \right) \eta \right]_{y=+1} = 0 \quad (\text{A.6})$$

Le déplacement est calculé en fonction de la vitesse aux temps t^n et $t^n + 1$ par la relation :

$$u^{n+1} = u^n + \frac{\Delta t}{2} (v^n + v^{n+1}) \quad (\text{A.7})$$

L'approximation éléments-finis est ensuite similaire à celle adoptée pour l'analyse dynamique.

A.3 Description du maillage

Pour cette étude, la zone de cisaillement est discrétisée par l'intermédiaire de blocs générateurs permettant de définir un maillage suffisamment fin au centre de la bande où l'on atteint des vitesses de déformation très importantes. La modification du maillage n'entraîne pas de changement au niveau de l'allure générale des résultats mais permet de poursuivre le calcul plus loin en déformation.

Le maillage type utilisé pour les simulations quasi-statiques comprend 901 nœuds (450 éléments). Seule une demi-bande ($0 \leq y \leq 1$) est discrétisée, avec un raffinement progressif vers le centre de la bande ($y = 0$). La taille du plus petit élément est de $0.4 \mu\text{m}$. Pour les simulations dynamiques, toute la bande est discrétisée $-1 \leq y \leq 1$. De plus, il faut tenir compte du déplacement de la bande de cisaillement vers le bord gauche de l'échantillon ($y = -1$) avec l'augmentation de la vitesse de déformation nominale appliquée au cours de l'essai. Il est alors nécessaire de modifier le maillage pour que sa partie la plus raffinée coïncide avec le centre de la zone localisée. Pour des vitesses de déformation nominales de l'ordre de 1000 s^{-1} , le maillage type des simulations quasi-statiques, rendu symétrique par rapport à $y = 0$, convient.

ANNEXE B

Description du dispositif de Kolsky

L'utilisation du dispositif expérimental des barres de Kolsky en torsion est intéressante pour d'une part, prédire correctement le comportement des matériaux au cours de procédés industriels de mise en forme, des essais en laboratoire sont nécessaires. Ces essais sont réalisés pour une large plage de déformations, de vitesses de déformation et de températures.

D'autre part, les essais de torsion offrent un nombre considérable d'avantages sur les autres types d'essais dans l'étude dynamique des grandes déformations plastiques. En particulier, ils engendrent des phénomènes d'instabilité et de localisation intéressants. Pour cette raison, ils sont couramment utilisés dans l'étude du cisaillement adiabatique. Parmi les tests de torsion possibles, le dispositif expérimental des barres de Kolsky permet de caractériser des matériaux par des essais de cisaillement aux grandes vitesses de déformation (10^2 à 10^4 s⁻¹). Les avantages offerts par ce dispositif expérimental sont :

- pas de dilatation radiale,
- élimination des problèmes de striction rencontrés pour des tests de traction,
- état de contrainte uniaxiale,
- pas de dispersion d'ondes,
- pas de frottement à l'interface barre-éprouvette.

Les figures B.1 et B.2 présentent une configuration possible de ce dispositif et un type d'éprouvette utilisée.

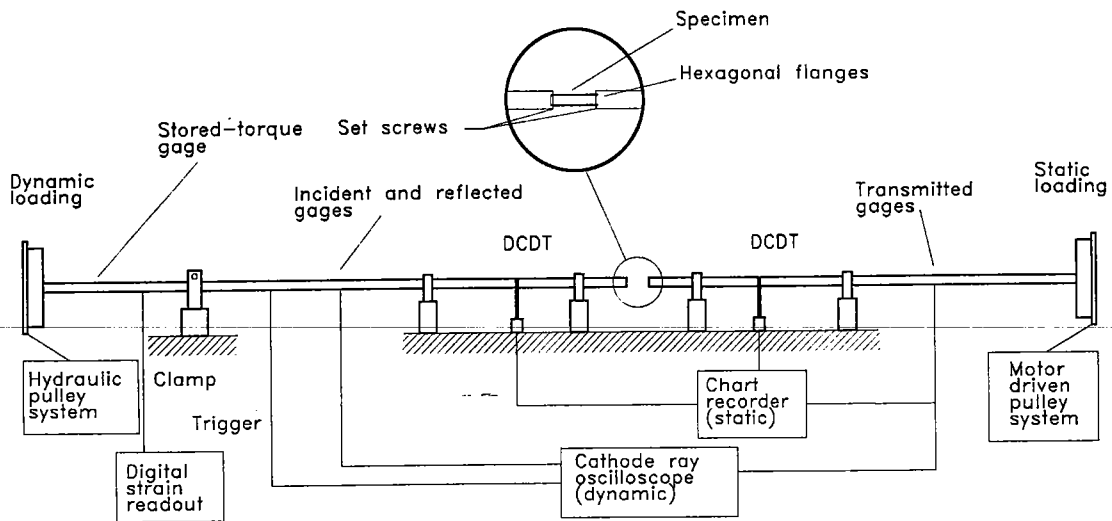


FIG. B.1 – Schéma du dispositif expérimental des barres de Kolsky, d'après Hartley et al., 1985.

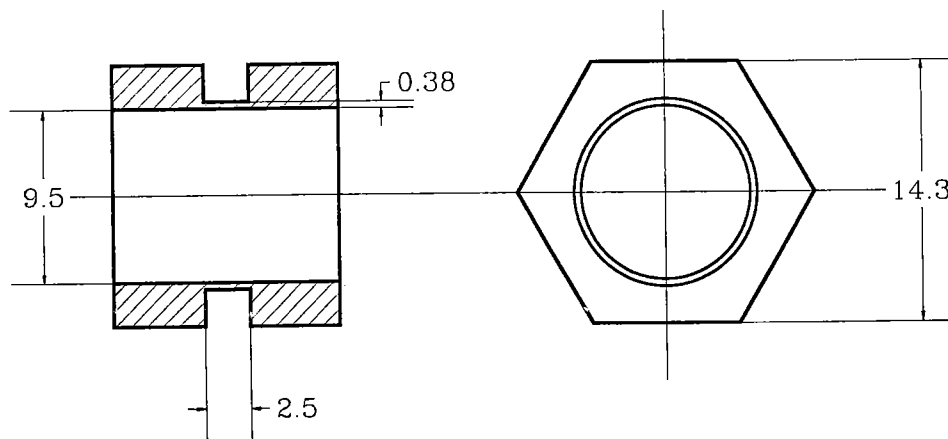


FIG. B.2 – Détails d'une éprouvette de torsion avec côtés hexagonaux, d'après Hartley et al., 1985. Les dimensions sont données en millimètres.

L'éprouvette utilisée au cours de l'essai consiste généralement en un tube à paroi mince avec une partie usinée pour permettre son positionnement sur les barres. Une des difficultés de réalisation de ce dispositif est la fixation de l'éprouvette pour éviter toutes réflexions parasites dues au changement d'impédance.

Le déroulement de l'essai consiste à stocker un couple à l'extrémité d'une barre. La

libération soudaine (par la rupture rapide du collier) de ce couple stocké, donne naissance à une onde de chargement qui se propage le long de la barre vers l'échantillon. Les réflexions d'ondes répétées à l'intérieur des limites de l'éprouvette conduisent à un mode de déformation uniforme en cisaillement.

Le diagramme de Lagrange, figure B.3, illustre le chemin parcouru par les ondes incidente, réfléchie et transmise, au cours de l'essai.

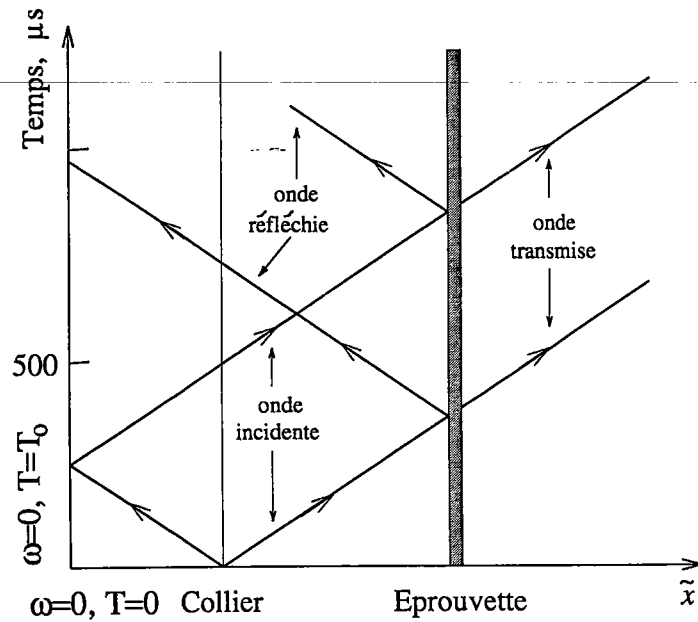


FIG. B.3 – Diagramme de Lagrange pour le dispositif des barres de Kolsky.

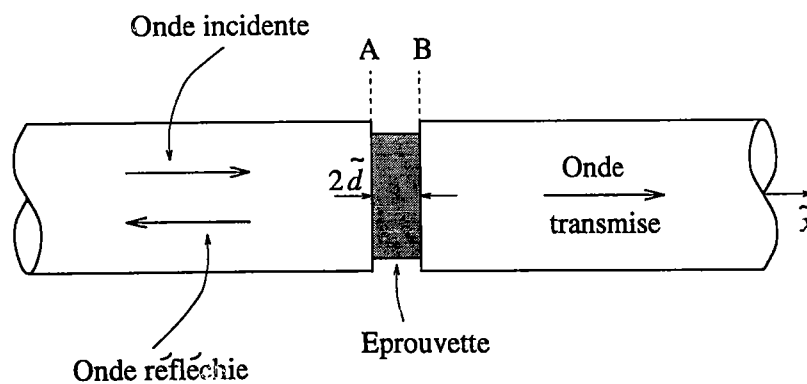


FIG. B.4 – Les ondes dans les barres de Kolsky, d'après Hartley et al., 1985.

Analyse mécanique du test de torsion, Bai et Dodd [BD92]

La contrainte de cisaillement, la vitesse de déformation et la déformation peuvent être déterminées à partir des enregistrements des couples incident T_i , réfléchi T_r et transmis T_t .

La contrainte de cisaillement est exprimée par la relation :

$$\tau = \frac{T_t}{2\pi r^2 h} \quad (\text{B.1})$$

où r est le rayon de l'échantillon et h l'épaisseur de la paroi. Le couple transmis, T_t est donné par :

$$T_t = \frac{1}{2} (T_i + T_r + T_t)$$

relation qui illustre l'hypothèse d'équilibre quasi-statique de l'essai.

La vitesse de déformation moyenne correspond à la différence des vitesses linéaires aux deux extrémités A et B de l'échantillon :

$$\dot{\gamma}_m = \frac{r(\omega_A - \omega_B)}{2d} \quad (\text{B.2})$$

ω_A et ω_B représentent respectivement les vitesses angulaires aux points A et B.

On suppose le couple homogène sur l'échantillon. La vitesse angulaire à l'interface barres-éprouvette est donc uniforme :

$$\omega_A = \omega_i - \omega_r \quad (\text{B.3})$$

$$\omega_B = \omega_t$$

En accord avec la théorie des ondes élastiques de torsion, la vitesse angulaire dans une barre élastique en torsion est reliée au couple de torsion T par :

$$\omega = \frac{T}{\rho c I} \quad (\text{B.4})$$

où ρ est la masse volumique du matériau, c la célérité de l'onde de cisaillement et I le moment d'inertie polaire d'une section droite de la poutre, exprimé par :

$$I = \frac{\pi R^4}{2}$$

dans le cas d'une poutre circulaire de section pleine et de rayon R . La substitution des relations (B.3, B.4) dans (B.2) permet d'obtenir l'expression de la vitesse de déformation moyenne suivante :

$$\dot{\gamma}_m = \frac{r}{2d} \frac{T_i - T_r - T_t}{I\rho c} = \frac{r}{d} \frac{T_i - T_t}{I\rho c} \quad (\text{B.5})$$

La déformation moyenne peut être obtenue simplement en intégrant la relation (B.5) :

$$\gamma_m = \int_0^t \dot{\gamma}_m dt \quad (\text{B.6})$$

Condition aux limites, Leroy et Molinari [LM92]

A partir d'une analyse basée sur la théorie de la propagation des ondes planes, Leroy et Molinari expriment le couple de chargement T_0 par une relation linéaire entre la contrainte de cisaillement τ et la vitesse relative v aux frontières de l'échantillon.

Lors de la libération du couple stocké, une onde de torsion se propage le long de la barre vers l'échantillon. Cette propagation est unidimensionnelle et l'équation du mouvement est :

$$\frac{\partial T}{\partial x} = \rho I \frac{\partial \omega}{\partial t} \quad (\text{B.7})$$

Dans cette équation, T représente le couple, ω la vitesse angulaire et I le moment d'inertie polaire d'une section droite.

La relation de comportement entre le couple et le gradient de rotation dans une barre élastique est écrite sous la forme :

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \mu I \frac{\partial \omega}{\partial x} \quad (\text{B.8})$$

pour un module de cisaillement élastique μ .

Les équations (B.7) et (B.8), avec les conditions aux limites et initiales présentées sur la figure B.3, sont résolues par la méthode des caractéristiques. Les deux familles de caractéristiques sont :

$$\begin{aligned} \text{le long de } x + ct = c_1, & \quad T + I\sqrt{\mu\rho}\omega = C_1, & \quad c_1, C_1 \in \mathbb{R} \\ \text{le long de } x - ct = c_2, & \quad T - I\sqrt{\mu\rho}\omega = C_2, & \quad c_1, C_1 \in \mathbb{R} \end{aligned} \quad (\text{B.9})$$

où c est la célérité de l'onde de cisaillement. Les constantes C_1 et C_2 dépendent des conditions aux limites et initiales, et les variables (T, ω) peuvent être déterminées depuis (B.9) à n'importe quelle position x de la barre.

Les deux familles de caractéristiques (B.9) conduisent à des informations complémentaires concernant le couple et la vitesse angulaire aux points A et B :

$$\begin{aligned} T_A - I\sqrt{\mu\rho}\omega_A &= T_0 \\ T_B + I\sqrt{\mu\rho}\omega_B &= 0 \end{aligned} \quad (\text{B.10})$$

Ces conditions sont les conditions aux limites inhérentes au problème dynamique. Pour le problème quasi-statique, nous rappelons que les nombreuses réflexions d'ondes tendent à rendre le couple homogène dans l'échantillon. Cette hypothèse ($T_A = T_B$) permet de réduire les équations (B.10) à une relation linéaire entre la contrainte de cisaillement ($\tau = T/2\pi r^2 h$) et la vitesse relative aux frontières de l'échantillon ($v = (\omega_B - \omega_A)r$) :

$$v + \frac{4\pi r^3 h}{I\sqrt{\mu\rho}}\tau = T_0 \frac{r}{I\sqrt{\mu\rho}}. \quad (\text{B.11})$$

r et h représentent le rayon et l'épaisseur de l'échantillon.

Leroy et Molinari [LM92] identifient dans cette expression le paramètre à la limite $\hat{\phi}_K$:

$$\hat{\phi}_K = -\frac{8r^3 h}{R^4 \sqrt{\mu\rho}}. \quad (\text{B.12})$$

Les valeurs des différents paramètres, pour une barre en aluminium et l'acier HY-100 testés par Marchand et Duffy [MD87] sont, en unités S.I. :

$$\rho = 2700, \quad r = 4.95 \times 10^{-3}, \quad h = 0.38 \times 10^{-3}, \quad R = 1.27 \times 10^{-2}, \quad \mu = 27 \times 10^9 \quad (\text{B.13})$$

Ces valeurs permettent de calculer $\hat{\phi}_K$ égal à -1.66 m/(sMPa). Notons également que la contrainte $\tilde{\tau}$ (égale à $(T_0/2)/(2\pi r^2 h)$) reste un paramètre contrôlé par l'expérimentateur.

Bibliographie

- [AKS87] Anand (L.), Kim (H. K.) et Shawki (T. G.). – Onset of shear localization in viscoplastic solids. *J. Mech. Phys. Solids*, vol. 35, 1987, pp. 407–429.
- [Bai82] Bai (Y. L.). – Thermo-plastic instability in simple shear. *J. Mech. Phys. Solids*, vol. 30, 1982, pp. 195–207.
- [BD92] Bai (Y.) et Dodd (B.). – *Adiabatic shear localization : occurrence, theories and applications*. – Pergamon Press Ltd., 1992.
- [Bur82] Burns (T. J.). – Dynamic instability of a homogeneous deformation of a thin elastic bar. *Q. Appl. Math.*, vol. 40, 1982, p. 357.
- [CDMM89] Chen (H. T.), Douglas (A. S.) et Malek-Madani (R.). – An asymptotic stability condition for inhomogeneous simple shear. *Quart. Math.*, vol. 47, 1989, pp. 247–262.
- [CDS84] Clifton (R. J.), Duffy (K. A.) et Shawki (T. G.). – On critical conditions for shear band formation at high strain rates. *Scripta Metall*, vol. 18, 1984.
- [Cli80] Clifton (R. J.). – *Adiabatic shear banding*. – Rapport technique, National Materials Advisory Board [NRC], 1980. NMAF-356.
- [FM85] Fressengeas (C.) et Molinari (A.). – Inertia and thermal effects on the localization of plastic flow. *Acta Metall*, vol. 33, 1985.

- [FM87] Fressengeas (C.) et Molinari (A.). – Instability and localization of plastic flow in shear at high strain rates. *J. Mech. Phys. Solids.*, vol. 35, 1987.
- [Hug87] Hughes (Thomas J.R.). – *The Finite Element Method.* – Prentice-Hall, 1987.
- [Jos65a] Joseph (D. D.). – Non-linear heat generation and stability of the temperature distribution in conducting solids. *Int. J. Heat Mass Transfer*, vol. 8, 1965, pp. 281–288.
-
- [Jos65b] Joseph (D. D.). – Stability of frictionally-heated flow. *The Physics of Fluids*, vol. 8,12, 1965, pp. 2195–2200.
- [Ler91] Leroy (Y.). – *Int. J. Solids Struct.*, vol. 27, 1991, p. 783.
- [Les96] Lesourd (B.). – *Etude et modélisation des mécanismes de formation de bandes de cisaillement intense en coupe des métaux. Application au tournage assisté laser de l'alliage de titane TA6V.* – Thèse de doctorat, Ecole Centrale de Nantes, 1996.
- [Lit77] Litonski (J.). – Plastic flow of a tube under adiabatic torsion. *Bulletin de l'Académie Polonaise des Sciences*, vol. serie des Sciences Techniques XXV, [1], 1977.
- [LM92] Leroy (Y.) et Molinari (A.). – Stability of steady states in shear zones. *J. Mech. Phys. Solids.*, vol. 40, 1, 1992, pp. 181–212.
- [MC83] Molinari (A.) et Clifton (R. J.). – Localisation de la déformation viscoplastique en cisaillement simple: résultats théorie non linéaire. *Comptes Rendus de l'Académie des Sciences*, vol. 296, 1983, pp. 1–4.
- [MC87] Molinari (A.) et Clifton (R. J.). – Analytical characterization of shear localization in thermoviscoplastic materials. *J. Appl. Mech.*, vol. 54, 1987, pp. 806–812.

- [MD87] Marchand (A.) et Duffy (J.). – An experimental study of the formation process of adiabatic shear bands in a structural steel. *J. Mech. Phys. Solids*, vol. 36, 1987, pp. 251–283.
- [Mol85] Molinari (A.). – Instabilité thermoviscoplastique en cisaillement simple. *J. Theo. Appl. Mech.*, vol. 4, 1985, pp. 659–684.
- [SCM83] Shawki (T. G.), Clifton (R. J.) et Majda (G.). – *Analysis of shear strain localization in thermal visco-plastic materials*. – Technical Report n° ARO DAAG29-81-K-0121/3, Division of Engineering, Brown University, 1983.
- [SGL73] Sukanek (P. C.), Goldstein (C. A.) et Laurence (R. L.). – The stability of plane couette flow with viscous heating. *Journal Fluid. Mech.*, vol. 57, 1973, pp. 651–670.
- [Sha85] Shawki (T. G.). – *Analysis of shear band formation at high strain rates and the visco-plastic response of polycrystals*. – Ph. d. thesis, Division of Engineering, Brown University, 1985.
- [WB85a] Wright (T. W.) et Batra (R. C.). – Further results on the initiation and growth of adiabatic shear bands at high strain rates. *J. Phys.*, vol. 45, C5, 1985.
- [WB85b] Wright (T. W.) et Batra (R. C.). – The initiation and growth of adiabatic shear bands. *Int. J. Plast*, vol. 1, 1985.
- [WW88] Wright (T. W.) et Walter (J. M.). – On stress collapse in adiabatic shear bands. *J. Mech. Phys. Solids*, vol. 35,6, 1988, pp. 701–720.
- [ZH44] Zener (C.) et Hollomon (J. H.). – Effect of strain rate upon plastic flow of steel. *J. Appl. Mech.*, vol. 15, 1944.

Deuxième partie

**MODELISATION DE LA COUPE
ORTHOGONALE**

CHAPITRE 1

Description du problème

L'usinage est un procédé de fabrication utilisé pour produire, par enlèvement de matière à partir d'une pièce brute, une forme spécifique ayant un certain état de surface. Il peut être appliqué à tous types de matériaux solides, plus souvent des métaux ou des alliages, moins fréquemment du plastique ou du bois. Les techniques d'usinage les plus répandues sont le tournage, le fraisage ou encore le perçage.

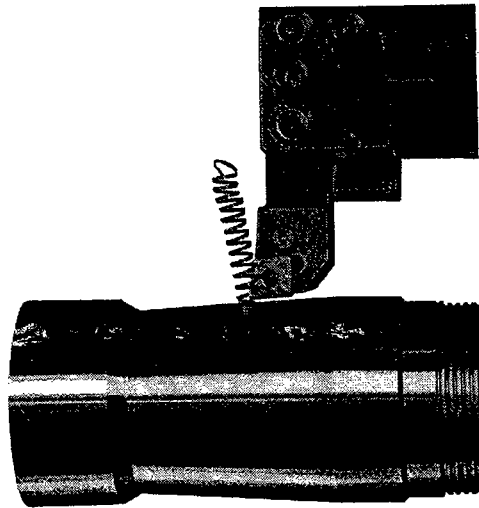


FIG. 1.1 – Outil à charioter avec plaquette en carbure, sur un tour à grande vitesse de Réalméca (Industries et Techniques, avril 1996).

L'une des caractéristiques mécaniques du processus est le faible volume dans lequel prend naissance le copeau par rapport aux dimensions de la pièce usinée. Une grande quantité d'énergie est transformée dans cette petite région.

La théorie de l'usinage concerne des aspects variés conduisant à la prévision de la

morphologie du copeau, des efforts de coupe et la durée de vie de l'outil. Les forces en présence engendrent des contraintes résiduelles en surface après usinage. L'évaluation de l'état de surface est très important pour connaître son évolution en fatigue et prévoir la corrosion de la pièce ainsi fabriquée.

Le concept d'usinage à grande vitesse est apparu durant les années 1924 à 1931 avec les travaux de Dr. Carl. J. Salomon [Kin85b]. Ces travaux expérimentaux ont été menés sur des métaux non ferreux tels que l'aluminium, le cuivre et le bronze. Salomon suppose l'existence d'une vitesse de coupe critique pour laquelle la température durant le processus atteindrait un maximum. Au delà de cette vitesse critique, la température décroît avec l'augmentation de la vitesse de coupe. D'après Salomon, une augmentation suffisante de la vitesse de coupe permet de retrouver des températures correspondantes à des vitesses de coupe traditionnelles. Dans les années 70, une équipe de recherche sous la direction de R. I. King [Kin85a] a montré que l'introduction de l'usinage à grande vitesse dans le système de fabrication apporte de réels gains de productivité. Cela a suscité une véritable dynamique de recherche afin de mieux comprendre les différents phénomènes mis en jeu. L'essor actuel de l'usinage à grande vitesse semble également avoir dynamisé le développement de nouvelles machines-outils et d'outils de coupe à la pointe des besoins des utilisateurs. Des études menées en France depuis 1992 dans le cadre du projet "Saut technologique, Usinage à Très Grande Vitesse" par des industriels de l'automobile, de l'aéronautique, de l'élaboration des matériaux, de la construction de machines-outils, associés à des laboratoires universitaires prouvent aujourd'hui l'intérêt et la faisabilité de l'usinage à grande vitesse. Un nouveau dispositif expérimental a notamment été développé au Laboratoire de Physique et Mécanique des Matériaux, Sutter et al. [SMF⁺96]. Ce dispositif permet d'étudier la coupe orthogonale dans un grand domaine de vitesses de coupe (7 à 100 m/s). La pièce est portée par un projectile, lancé à l'aide d'un canon à air, et l'outil est fixé à l'entrée d'un tube d'Hopkinson.

La modélisation des techniques d'usinage couramment utilisées se révèle très com-

plexe. Ainsi, la plupart des modèles existants portent sur le processus de coupe orthogonale. Les modèles simples de ce processus, tels que ceux de Merchant [Mer45] et Oxley [Oxl63] permettent de bien comprendre les divers phénomènes liés à l'usinage.

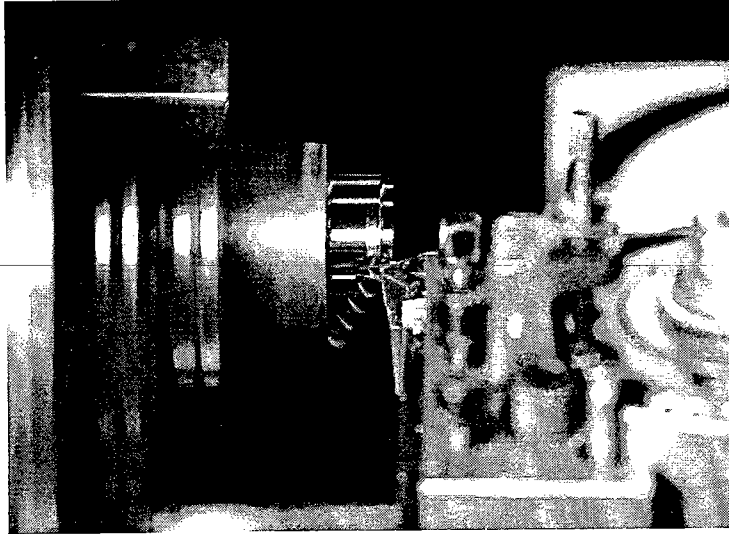


FIG. 1.2 – Photographie du processus de coupe semi-orthogonale pour un acier 35 NCD 16. Les conditions de coupe sont : vitesse de coupe $V = 25$ m/s, avance 0.2 mm, profondeur de passe 2 mm.

Les hypothèses considérées pour la coupe orthogonale sont les suivantes :

- vitesse de coupe constante,
- largeur d'outil plus grande que la largeur de coupe,
- arête de l'outil supposée parfaite (pas de rayon d'outil),
- copeau sans arête rapportée,
- pièce à température ambiante,
- régime stationnaire de coupe atteint,
- largeur de coupe supérieure à la profondeur de coupe.

En coupe orthogonale, on distingue deux régions (cf. figure 1.3) soumises à de grandes déformations plastiques et à un échauffement important :

1. la zone primaire de cisaillement située dans la zone de formation du copeau à la pointe de l'outil.
2. la zone secondaire de cisaillement située le long de l'interface outil-copeau.

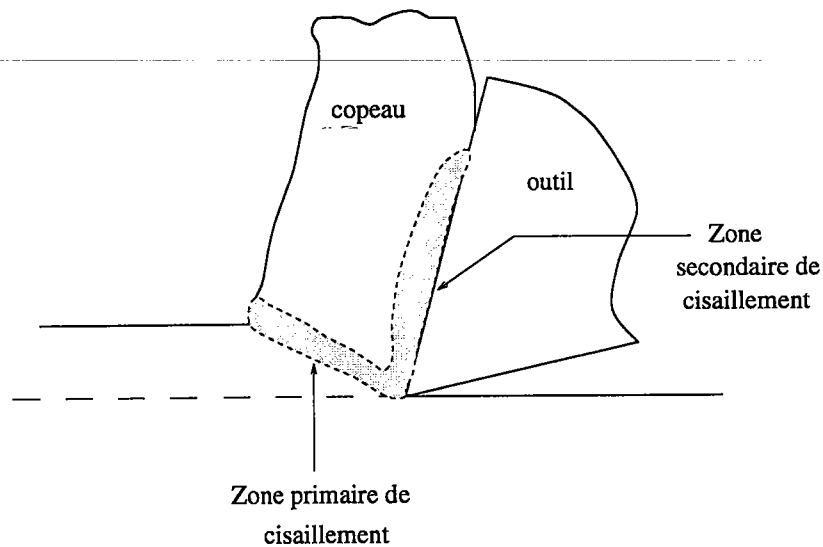


FIG. 1.3 – Définition des zones de travail plastique

Du point de vue de l'ingénieur, le processus de coupe orthogonale doit être interprété dans sa globalité pour mieux comprendre les mécanismes qui le régissent et ainsi prévoir la formation du copeau, sa segmentation éventuelle ou sa morphologie, mais aussi les efforts de coupe. Les différents types d'approches peuvent être purement mécaniques, thermomécaniques couplés ou non. Les études basées sur des investigations analytiques permettent de révéler les mécanismes fondamentaux de ce procédé. La simplicité des approches purement mécaniques permet une résolution analytique souvent impossible pour les approches thermomécaniques qui, par leur complexité, nécessitent une résolution semi-analytique [MD92], voire numérique. Une autre approche pour développer une théorie du processus de coupe est donc l'application de techniques éléments finis non linéaires.

CHAPITRE 2

Modèles analytiques

2.1 Le modèle de Merchant

Merchant [Mer45] limite son étude au cas de la coupe orthogonale pour laquelle l'arête de coupe est perpendiculaire aux vitesses de coupe et d'avance. Ce modèle utilise une formulation énergétique en déformation plane et suppose que la formation du copeau se produit par cisaillement intense le long d'un plan dont l'inclinaison ϕ , par rapport à la surface libre de la pièce usinée, peut être déterminée par un calcul de minimisation d'énergie de coupe. Deux autres hypothèses viennent s'ajouter au modèle :

- le comportement du matériau est parfaitement plastique,
- une loi de type Coulomb caractérise le frottement à l'interface outil-copeau.

La démarche de l'étude est de déterminer l'angle de cisaillement ϕ , par minimisation de la puissance totale dissipée, puis de calculer l'effort de coupe. L'épaisseur du copeau et la longueur du contact peuvent ensuite être déterminés par la conservation du flux de matière pour la première et l'équilibre des moments appliqués au copeau pour la seconde. L'équilibre des efforts appliqués au copeau est schématisé sur la figure 2-1. Au cours du processus de coupe, la résultante R' des efforts appliqués sur le copeau par le matériau usiné, peut être décomposée de trois manières différentes, comme

l'indique la figure 2.1 :

- suivant les directions horizontale et verticale par l'effort de coupe F_P et l'effort d'avance F_Q ,
- dans le plan de cisaillement et perpendiculairement à celui-ci F_S et N_S ,
- dans le plan de coupe et perpendiculairement à celui-ci F_C et N_C .

La composante F_S est donnée par la relation :

$$F_S = \frac{wt_1}{\sin \phi} \tau \quad (2.1)$$

dans laquelle τ représente la contrainte d'écoulement en cisaillement, w la largeur de coupe (dans la direction orthogonale) et t_1 l'épaisseur du copeau non déformé. Le diagramme des efforts 2.1 permet alors de déterminer les autres composantes :

$$\begin{aligned} N_S &= F_S \tan(\phi + \lambda - \alpha) \\ F_P &= F_S \cos \phi + N_S \sin \phi \\ F_Q &= -F_S \sin \phi + N_S \cos \phi \\ F_C &= F_P \sin \alpha + F_Q \cos \alpha \\ N_C &= F_P \cos \alpha - F_Q \sin \alpha \end{aligned} \quad (2.2)$$

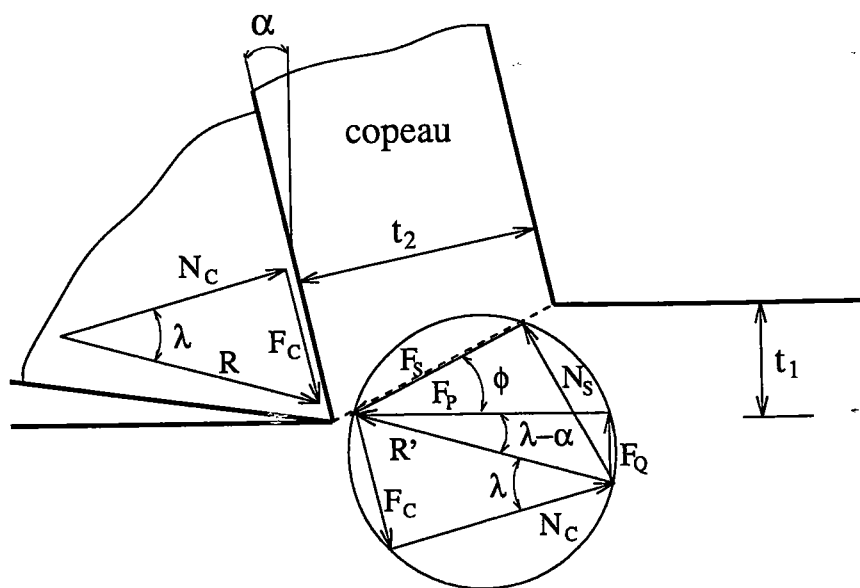


FIG. 2.1 - Diagramme des efforts en coupe orthogonale.

La puissance nécessaire à la coupe est :

$$U = F_P V = \frac{\cos(\lambda - \alpha)}{\sin \phi \cos(\phi + \lambda - \alpha)} w t_1 \tau V \quad (2.3)$$

En dérivant cette équation par rapport à ϕ (en supposant la contrainte de cisaillement τ et l'angle de frottement λ indépendants de ϕ), on obtient l'énergie minimale consommée pour :

$$\phi = \frac{1}{2} \left(\frac{\pi}{2} - \lambda + \alpha \right) \quad (2.4)$$

2.2 Le modèle d'Oxley

P.L.B. Oxley est le premier à avoir développé une analyse thermomécanique de la coupe orthogonale. Son modèle [Oxl89] prédit la géométrie du copeau, les températures et les efforts de coupe. La théorie est basée sur un modèle de formation du copeau dérivé d'analyses micrographiques (cf. figure 2.2) et de la théorie des lignes de glissements.

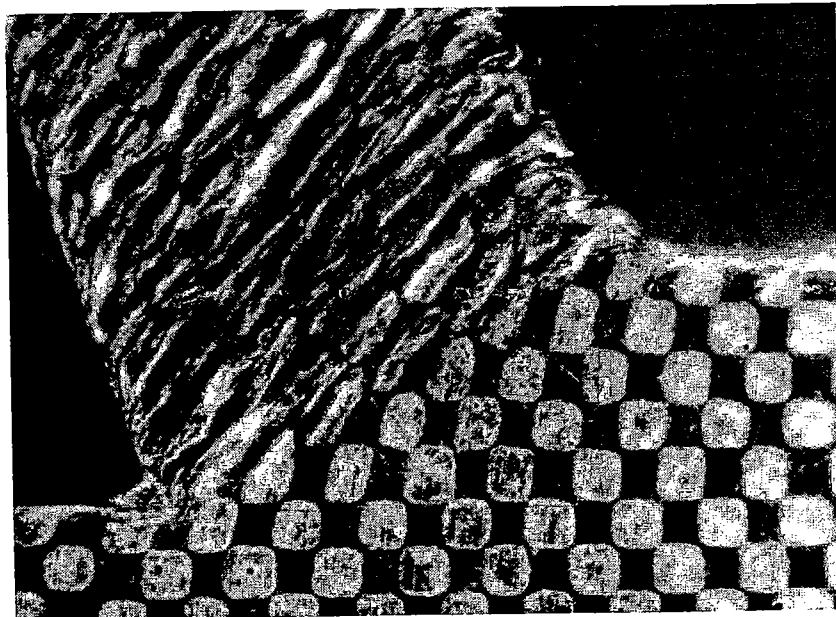


FIG. 2.2 – Micrographie des déformations dans le copeau pour une vitesse de coupe $V=1.75$ m/s.

Ainsi, deux zones de déformations plastiques sont mises en évidence :

- une zone de cisaillement primaire, au voisinage de la ligne AB,

- une zone de cisaillement secondaire à l'interface (induite par le frottement collant et glissant le long de l'interface outil-copeau).

Le modèle utilisé dans l'analyse est donné par la figure 2.3. Les hypothèses de déformation plane et d'état stationnaire sont considérées et l'arête de l'outil est supposée parfaitement tranchante. La loi de comportement du matériau usiné prend en compte l'écrouissage et les sensibilités à la vitesse de déformation et à la température. Elle est donnée par :

$$\bar{\sigma} = \sigma_1 (\dot{\bar{\epsilon}}, \theta) \bar{\epsilon}^n(\dot{\bar{\epsilon}}, \theta) \quad (2.5)$$

où $\bar{\sigma}$ et $\bar{\epsilon}$ représentent la contrainte équivalente de von MISES et la déformation plastique cumulée, $\dot{\bar{\epsilon}}$ est la vitesse de déformation équivalente associée à $\bar{\sigma}$, θ la température absolue, n le coefficient d'écrouissage et σ_1 un coefficient ayant la dimension d'une contrainte. σ_1 et n dépendent de la vitesse de déformation et de la température.

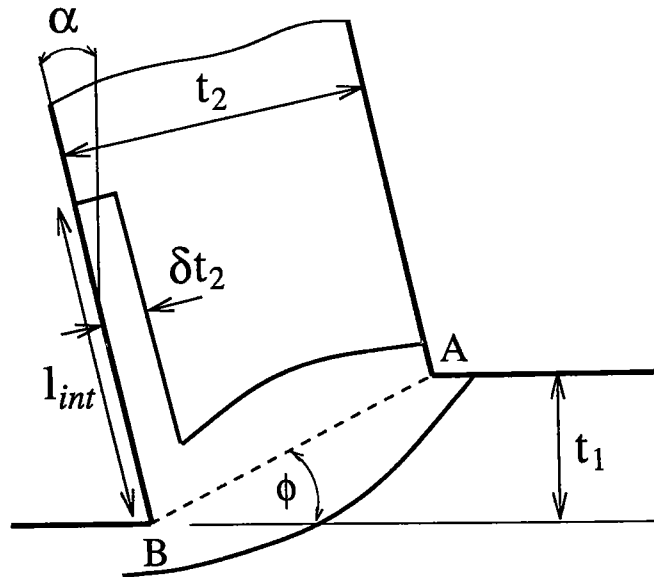


FIG. 2.3 – Géométrie du modèle d'Oxley.

L'analyse du problème se décompose en trois parties :

- déterminer la contrainte d'écoulement dans chacune des zones de déformation plastique. Ceci implique d'estimer les déformations, les vitesses de déformation et les températures.

- écrire les équations d'équilibre (forces et moments).
- minimiser la relation de puissance consommée.

La conclusion de l'analyse permet d'obtenir les valeurs de l'angle de cisaillement ϕ , la longueur de contact à l'interface outil-copeau l_{int} , et l'épaisseur de la zone secondaire δt_2 . Ces trois inconnues sont nécessaires au calcul des efforts de coupe.

Les différentes forces et l'épaisseur du copeau peuvent être déterminées par les mêmes relations que celles du modèle de Merchant (figure 2.1), c'est à dire :

$$\begin{aligned}
 t_2 &= \bar{t}_1 \frac{\cos(\phi - \alpha)}{\sin \phi} \\
 F_C &= R \cos(\lambda - \alpha) \\
 N_C &= R \sin(\lambda - \alpha) \\
 F &= R \sin \lambda \\
 N &= R \cos \lambda \\
 R &= \frac{F_S}{\cos \phi} = \frac{\tau_{AB} t_1 w}{\sin \phi \cos \phi}
 \end{aligned} \tag{2.6}$$

2.2.1 Etude du cisaillement primaire

Oxley ne propose aucune modélisation et étude détaillée de la zone primaire de cisaillement. Il suppose que la vitesse de déformation est maximale le long de la ligne AB et qu'elle est égale à une fraction de la vitesse de cisaillement V_S , divisée par la longueur de la ligne AB. Cette relation empirique, (2.7), est déterminée à partir d'observations sur un acier.

$$\dot{\gamma}_{AB} = C \frac{V_S}{l_{AB}} \tag{2.7}$$

avec

$$\begin{aligned}
 V_S &= \frac{\sin \phi}{\cos(\phi - \alpha)} V \\
 l_{AB} &= \frac{t_1}{\sin \phi}
 \end{aligned} \tag{2.8}$$

La déformation sur AB est calculée en supposant la vitesse de déformation uniforme dans la zone primaire, considérée d'épaisseur h (la ligne AB se trouve à mi-épaisseur),

$$\gamma_{AB} = \int_0^{h/(2V_N)} \frac{\Delta V_S}{h} dt = \frac{\cos \alpha}{2 \cos(\phi - \alpha) \sin \phi} \quad (2.9)$$

avec le critère de von MISES

$$\bar{\epsilon} = \frac{\gamma_{AB}}{\sqrt{3}} \quad (2.10)$$

En supposant que seule une fraction $(1 - \beta)$ de l'énergie de déformation plastique est transformée en chaleur, la température est calculée par la relation :

$$\rho c d\theta = (1 - \beta) \tau d\gamma \quad (2.11)$$

où ρ est la masse volumique du matériau et c la capacité calorifique.

La température de la zone de cisaillement est obtenue en supposant la contrainte τ uniforme dans la zone primaire:

$$\rho c (\theta_1 - \theta_0) = (1 - \beta) 2\tau_{AB} \gamma_{AB} \quad (2.12)$$

et la température de sortie:

$$\theta_{AB} = \theta_0 + \eta \frac{(1 - \beta)}{\rho c} 2\tau_{AB} \gamma_{AB} \quad (2.13)$$

avec

$$\tau_{AB} = \frac{\bar{\sigma}_{AB}}{\sqrt{3}} \quad (2.14)$$

θ_0 représente la température initiale et θ_1 la température de sortie. Le coefficient η traduit le fait que la déformation plastique se poursuit au-delà de AB. Sa valeur est fixée à $\eta = 0.7$ au regard des travaux de Tay et al. [TS74]. Le coefficient β , ($0 \leq \beta \leq 1$), est déterminé à l'aide des formules empiriques de Boothroyd [BK63]:

$$\beta = 0.5 - 0.35 \log(P_e \tan \phi) \text{ si } 0.04 \leq P_e \tan \phi \leq 10.0 \quad (2.15)$$

$$\beta = 0.3 - 0.15 \log(P_e \tan \phi) \text{ si } P_e > 10.0$$

avec $P_e = (\rho c V t_1)/k$ le nombre de Péclet de l'écoulement où k est le coefficient de conduction du matériau usiné.

2.2.2 Etude du cisaillement secondaire

Après avoir traversé la zone primaire, la matière s'écoule au contact de la face de coupe. Le contact d'abord collant puis glissant, provoque des déformations plastiques supplémentaires dans une zone de faible épaisseur au voisinage de l'interface. Oxley suppose que la contrainte dans cette zone secondaire est uniforme et donnée par la relation:

$$\tau_{int} = \frac{\bar{\sigma}_{int}}{\sqrt{3}} = \frac{1}{\sqrt{3}}\sigma_1(\dot{\epsilon}, \theta) \quad (2.16)$$

obtenue en considérant l'écoulement saturé.

Si l'on admet que le profil des vitesses au voisinage de l'interface outil-copeau croît linéairement jusqu'à la valeur V_C , la vitesse de déformation est alors :

$$\dot{\gamma}_{int} = \frac{V_C}{\delta t_2} \quad (2.17)$$

La température moyenne à l'interface outil-copeau est :

$$\theta_{int} = \theta_{AB} + \psi \Delta\theta_M \quad (2.18)$$

où $\Delta\theta_M$ est l'élévation de température en fin de contact. Le coefficient ψ ($0 < \psi \leq 1$) permet des variations de température le long de l'interface. $\Delta\theta_M$ est déterminé à l'aide de la relation de Boothroyd [BK63]:

$$\log \left(\frac{\Delta\theta_M}{\Delta\theta_C} \right) = 0.06 - 0.195\delta \left(\frac{P_e t_2}{h} \right)^{0.5} + 0.5 \log \left(\frac{P_e t_2}{h} \right) \quad (2.19)$$

2.2.3 Longueur de contact l_{int}

Cette longueur est obtenue en écrivant l'équilibre du moment $M1$ des forces appliquées à l'interface et du moment $M2$ des forces sur AB . Les efforts normaux sont supposés uniformément répartis sur l'interface. $M1$ est donné par la relation :

$$M1 = N_C \frac{l_{int}}{2} = R \cos \lambda \frac{l_{int}}{2} \quad (2.20)$$

L'écriture de M_2 nécessite de déterminer la répartition des pressions le long de AB (déterminée à partir de l'équilibre d'un élément de matière de la zone primaire):

$$p(x) = \tau_{AB} \left[1 + 2 \left(\frac{\pi}{4} - \phi \right) - 2Cn \frac{l_{AB} - x}{l_{AB}} \right] \quad (2.21)$$

Le moment en A , M_2 , des forces de pression sur AB est donc :

$$M_2 = \tau_{AB} \frac{l_{AB}^2}{2} b \left[1 + 2 \left(\frac{\pi}{4} - \phi \right) - \frac{2Cn}{3} \right] \quad (2.22)$$

En utilisant les relations (2.20) et (2.22), on déduit :

$$l_{int} = \frac{t_1 \cos(\phi + \lambda - \alpha)}{\sin \phi \cos \lambda} \left[1 + 2 \left(\frac{\pi}{4} - \phi \right) - \frac{2Cn}{3} \right] \quad (2.23)$$

2.2.4 Angle de cisaillement

L'angle de cisaillement ϕ n'est pas obtenu par minimisation de l'énergie de coupe, mais par l'équilibre des efforts appliqués au copeau. Ainsi, la résultante des efforts sur AB est :

$$R = \tau_{AB} w t_1 \frac{1}{\sin \phi \cos \alpha} \quad (2.24)$$

et le long de l'interface :

$$R = \tau_{int} w \frac{l_{int}}{\sin \lambda} \quad (2.25)$$

L'égalité de ces deux équations permet alors de calculer la valeur de l'angle de cisaillement ϕ . t_1 , α et w sont des paramètres de coupe et τ_{AB} , τ_{int} et l_{int} sont maintenant connus.

2.2.5 Epaisseur δt_2 de la zone secondaire

L'épaisseur δt_2 de la zone secondaire est calculée de manière à minimiser la puissance consommée durant la coupe.

2.2.6 Coefficient C

La pression en pointe de l'outil s'exprime par :

$$p_A = \frac{N_C}{bl_{int}} \quad (2.26)$$

mais aussi grâce aux relations de Hencky :

$$p_A = \tau_{AB} \left[1 + 2 \left(\frac{\pi}{4} \right) - 2Cn \right] \quad (2.27)$$

Ces deux relations permettent de calculer la valeur du coefficient C .

2.3 Commentaires sur ces modèles

Gilormini [Gil82] a mené une analyse détaillée de ces modèles. Selon cette étude, les modèles présentés ici ont l'avantage d'être simples, mais sont limités à des domaines d'usinage restreints. Concernant le modèle de Merchant, deux points sont à retenir :

1. du fait de l'hypothèse de comportement parfaitement plastique pour le matériau usiné, ce modèle sous-estime les efforts.
2. la relation permettant de calculer l'angle de cisaillement ϕ a été validée par des expériences, Komanduri [KFL84], même aux grandes vitesses de coupe.

Pour le modèle thermo-mécanique d'Oxley :

1. Oxley est le premier à proposer une modélisation thermo-mécanique complète de la coupe orthogonale même si cette étude repose sur de nombreuses hypothèses et plusieurs relations empiriques.
2. les vitesses de déformation des essais réalisés pour déterminer le comportement du matériau sont faibles (500 s^{-1}) comparées à celles de la zone primaire de cisaillement (10^4 à 10^6 s^{-1}).

3. les valeurs obtenues pour l'angle de cisaillement ϕ sont inférieures à celles calculées par la relation de Merchant pour des petites vitesses de coupe et supérieures aux grandes vitesses.
4. la notion d'usinage à grande vitesse n'est pas étudiée (absence des forces d'inertie et de vitesses de coupe élevées).

CHAPITRE 3

Modèles numériques

La modélisation numérique de l'usinage entre dans le cadre des grandes déformations. Deux voies sont possibles pour la formulation du problème:

1. la voie eulérienne
2. la voie lagrangienne ou lagrangienne réactualisée.

Si la technique numérique est bien choisie et correctement mise en œuvre, les simulations peuvent couvrir la globalité du processus.

3.1 Formulations eulérienne et lagrangienne

La formulation eulérienne est habituellement utilisée dans les problèmes de mécanique des fluides, pour lesquels l'attention est portée sur les caractéristiques de l'écoulement en des points fixes de l'espace. Avec ce type de formulation, les nœuds du maillage sont associés à un volume de contrôle fixe, les particules de matière se déplacent à travers le maillage en suivant les conditions d'écoulement du problème.

Avec la formulation lagrangienne, le mouvement des particules est suivi depuis la configuration initiale jusqu'à la configuration finale déformée. Le maillage est "attaché" à la matière, c'est à dire que le même nœud correspond toujours à la même particule de matière. La configuration de référence est la configuration initiale non déformée. La formulation lagrangienne réactualisée est identique dans sa conception,

mais utilise la configuration au pas de temps précédent comme configuration de référence .

3.2 Simulation de la coupe orthogonale par la méthode des éléments finis

Le processus de la coupe orthogonale, par la complexité des phénomènes mis en jeu, ne permet pas une étude analytique globale du problème. La méthode des éléments finis se révèle être un bon outil pour résoudre les non linéarités dues par exemple, au couplage thermo-mécanique avec conduction, ou à la prise en compte des effets dynamiques. Mais il est clair que la solution donnée par cette méthode reflètera le choix de la modélisation, des conditions aux limites et des relations de comportement et de frottement introduites.

Les premières études sur la coupe orthogonale développées par la méthode des éléments finis sont apparues avec les travaux de Klamecki [Kla73], qui a étudié la naissance du copeau par une formulation tri-dimensionnelle élasto-plastique. Puis, Tay et Stevenson [TS74] proposent une approche thermique de la coupe orthogonale basée sur une formulation eulérienne. Dans cette étude, les répartitions de vitesses, déformations et vitesses de déformation sont obtenues à partir d'observations expérimentales. L'analyse éléments finis permet de déterminer les distributions des températures dans les zones primaire et secondaire de cisaillement par résolution de l'équation énergétique bi-dimensionnelle en régime stationnaire. La modélisation du frottement, inspirée des travaux d'Oxley, suppose que la contrainte d'écoulement est constante sur la demi-longueur de contact et qu'elle décroît linéairement jusqu'à zéro sur la longueur restante. Dans les années 80, Strenkowski et Carroll [SC85] adoptent une formulation lagrangienne réactualisée, pour des conditions de déformations planes, sans couplage thermo-mécanique. Seules les équations du mouvement sont résolues. Le champ de températures est actualisé en faisant un calcul, après chaque incrément de déplacement de l'outil, de l'énergie de déformation plastique. Le frottement

à l'interface est supposé constant et caractérisé par une loi de Coulomb.

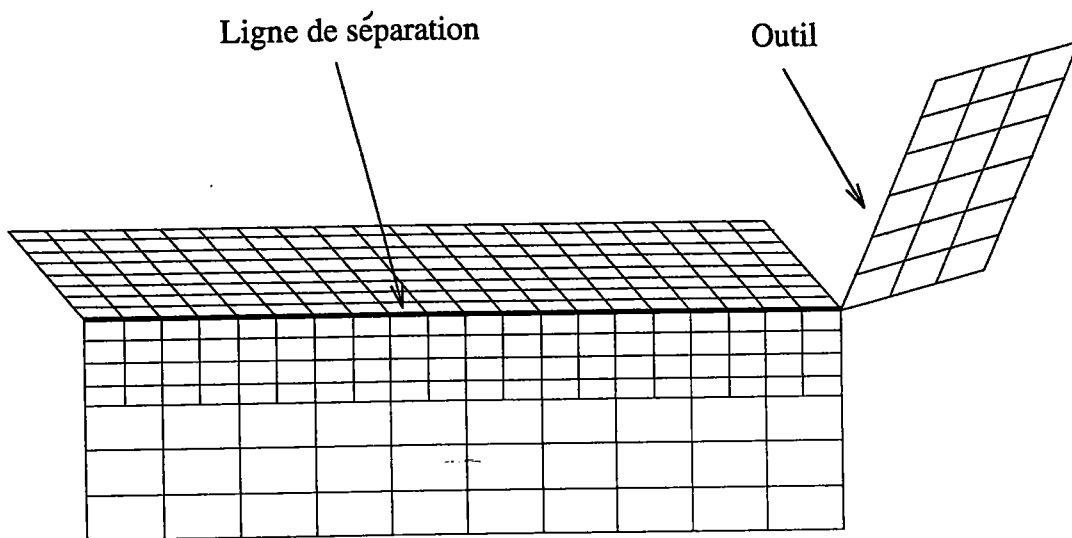


FIG. 3.1 – *Maillage initial utilisé par Strenkowski et Carroll [SC85]. Le copeau se forme suivant une ligne prédéfinie de glissement.*

L'originalité de ce modèle porte sur l'introduction d'un critère de séparation basé sur la déformation plastique effective. Le copeau est formé à partir d'une ligne prédéfinie de glissement, figure 3.1. Les noeuds placés sur cette ligne se séparent lorsque la déformation plastique atteint une valeur critique. La variation de ce critère dans un domaine compris entre 0.25 et 1.0, modifie de manière significative la géométrie du copeau et les contraintes résiduelles dans la pièce. Une alternative à l'approche lagrangienne est la formulation eulérienne. Strenkowski et Moon, [SM90], présentent une analyse éléments finis eulérienne bi-dimensionnelle de la coupe orthogonale. Le système thermo-mécanique est résolu par un cycle itératif dans lequel les équations mécanique et thermique sont découplées. Ce modèle prévoit la géométrie du copeau (et par conséquent la longueur de contact à l'interface) et la distribution des températures dans la pièce, le copeau et l'outil, sans recours à des données empiriques. Une approximation initiale de la géométrie du copeau est néanmoins introduite au niveau du maillage. Les effets élastiques sont négligés ce qui ne permet pas le calcul des contraintes résiduelles dans la pièce. Les auteurs montrent que le cisaillement se produit dans une région finie plutôt que dans un plan, comme cela est souvent supposé

dans les modèles analytiques. Un paramètre important de la simulation du processus de coupe est la loi de comportement du matériau. En particulier, Komvopoulos et Erpenbeck [KE91], en utilisant une formulation lagrangienne réactualisée, caractérisent ce comportement par une loi élasto-plastique avec écrouissage isotrope et sensibilité à la vitesse de déformation, ce qui procure un bon accord avec les observations expérimentales. Le critère de séparation est analogue à celui introduit par Strenkowski [SC85], et une géométrie initiale du copeau est à nouveau utilisée afin de réduire le temps de calcul. Il résulte de cette étude que l'écrouissage intensifie le champ de contraintes et encourage le développement de la zone primaire sans affecter l'amplitude de déformation plastique maximale. Une approche différente pour modéliser la formation du copeau est l'utilisation d'un maillage adaptatif qui engendre une surface de séparation arbitraire, Sekhon et Chenot [SC92]. Cependant, leur étude ne tient pas compte des phénomènes de rupture, ce qui limite le type de morphologie de copeau obtenu. Cette remarque reste valable pour Shih et Yang, [SY93], qui prédisent la formation d'un copeau continu. Cette analyse complète celle réalisée par Strenkowski et Carroll [SC85], avec deux particularités : le couplage thermo-mécanique et l'utilisation d'une technique de raffinement de maillage. Les profils de températures sont similaires à ceux obtenus par Tay et al. [TS74].

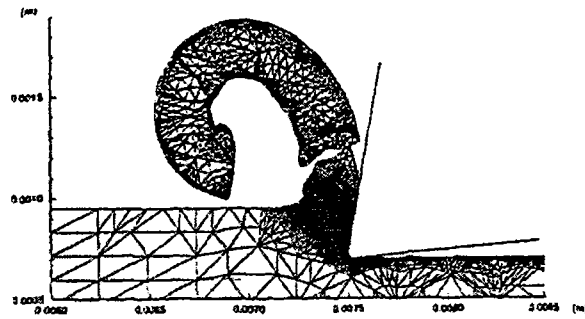
L'analyse qui nous semble la plus complète à ce jour est celle développée récemment par Marusich et Ortiz, [MO95]. Ils ont proposé une approche éléments finis lagrangienne qui permet une simulation globale de la coupe qui surmonte certaines limitations des études précédentes. Les caractéristiques de leur modèle sont les suivantes :

- effets dynamiques,
- conduction thermique et génération de chaleur,
- contact avec frottement,
- couplage thermo-mécanique,

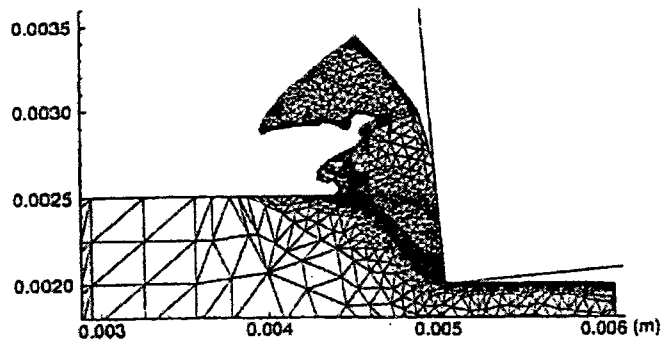
- introduction d'un modèle de rupture qui autorise la nucléation et la propagation de fissures au sein du copeau.

Des outils purement numériques tels que le remaillage, le raffinement adaptatif, une méthode prédicteur-correcteur (prédiction du contact) sont adaptés au modèle. Une difficulté d'application de la formulation lagrangienne à l'usinage est la sévère distorsion des éléments durant la simulation. Une manière de résoudre ce problème est de recourir à un remaillage régulier qui, combiné au raffinement adaptatif, permet de prévoir correctement les couches limites apparaissant dans les deux zones de cisaillement où la température et la vitesse de déformations varient très fortement. Le couplage thermo-mécanique est réalisé dans une procédure par étapes où les équations du mouvement et de la chaleur sont résolues séparément. Un opérateur de transfert est ensuite utilisé pour l'échange d'informations entre les modèles thermique et mécanique. La discrétisation temporelle est réalisée par un schéma explicite aux différences centrées du deuxième ordre. En effet, les schémas implicites conduisent à des systèmes matriciels lourds qui pourraient dépasser la capacité mémoire des machines. Toutefois, un problème lié à l'utilisation d'un schéma explicite est le choix du pas de temps. En effet, en schéma explicite, le pas de temps critique pour assurer la stabilité des calculs dépend de la taille de l'élément le plus petit. Concernant la coupe orthogonale, ce pas de temps critique n'est pas optimal pour les zones les plus grossières du maillage. Pour cela, Marusich et Ortiz font appel à l'algorithme de Belytschko qui permet à chaque élément d'être réactualisé suivant son propre pas de temps et offre ainsi un gain en temps de calcul de l'ordre de 2 à 3. Le couplage des équations thermiques et mécaniques est réalisé dans une procédure par étapes. Des maillages différents sont utilisés pour les modèles thermique et mécanique avec échange d'informations par un opérateur de transfert. Les deux étapes principales de cette procédure sont un pas de calcul mécanique au cours duquel la température est supposée constante et un pas de calcul thermique avec génération de chaleur constante. Deux critères de rupture (fragile et ductile) sont adoptés. Le modèle constitutif élasto-plastique est écrit en

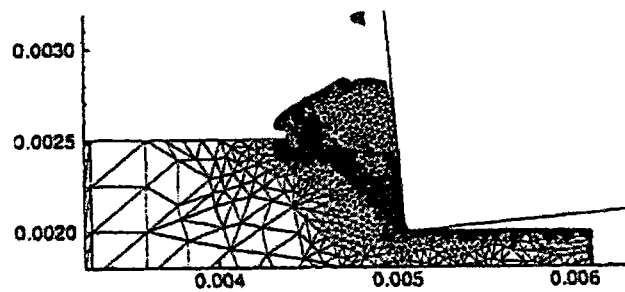
grandes déformations et autorise un changement de sensibilité aux grandes vitesses de déformations. L'écoulement est de type puissance et l'adoucissement thermique linéaire.



(a)



(b)



(c)

FIG. 3.2 – Différents types de copeaux obtenus par simulation numérique d'après Marusich et Ortiz [MO95]

Deux applications de ce modèle sont réalisées sur un bloc rectangulaire d'acier AISI 4340, l'une à une vitesse de coupe de 30 m/s avec des angles de coupe positifs, la seconde à une vitesse de coupe de 10 m/s avec un angle de coupe négatif de -5° . Pour la première application, la déformation est largement confinée dans la zone primaire de cisaillement et dans une couche limite au voisinage de l'outil. Il n'apparaît pas de localisation et le copeau est continu. Les températures atteintes à l'interface outil-copeau sont de l'ordre de 1000°C , ce qui correspond assez bien à la réalité. Marusich et Ortiz observent des vagues à l'échelle du rayon d'arête de l'outil sur la surface usinée.

La seconde application montre une transition initiale similaire à celle observée lors de la précédente simulation. Puis, lorsque le matériau s'adoucit, la localisation apparaît le long de la zone primaire de cisaillement. L'initiation d'une fissure accompagne ce phénomène. Cette fissure se propage jusqu'à environ la moitié de l'épaisseur avant d'être stoppée, complétant ainsi la formation d'un premier segment de copeau. Ce processus se reproduit séquentiellement avec l'écoulement de la matière et donne une morphologie de copeau cisailé, conforme aux observations expérimentales.

3.3 Conclusion

Les différents travaux présentés dans ce chapitre apportent une meilleure compréhension de la coupe orthogonale et montrent la diversité des problèmes liés à la simulation numérique de ce processus. La majorité des études auxquelles nous avons fait référence est basée sur un modèle bidimensionnel et vise à développer un modèle prédictif global de la coupe orthogonale. Notre objectif est différent. Dans les chapitres suivants, nous nous intéressons plus particulièrement à la zone primaire de cisaillement par une analyse approfondie des phénomènes qui gouvernent l'écoulement plastique dans cette région. En effet, les caractéristiques de la déformation plastique dans la zone primaire conditionnent considérablement la morphologie du copeau et les efforts de coupe. La zone de cisaillement secondaire n'est pas totalement négligée.

Nous regardons son influence par l'intermédiaire du frottement présent à l'interface outil-copeau.

Le modèle unidimensionnel de la zone primaire, exposé dans le chapitre suivant, a été initialement présenté par Molinari *et al.* [MD92]. Nous proposons de le compléter par une approche éléments finis eulérienne qui prend en compte les effets d'inertie, de conduction thermique et le couplage thermomécanique complet. Deux lois de comportement sont testées, montrant ainsi l'importance du modèle constitutif pour la simulation d'un procédé de fabrication où interviennent des grandes vitesses de déformation.

Les résultats sont présentés dans le chapitre 5. Dans un premier temps, nous réalisons une étude paramétrique du modèle pour l'appliquer ensuite à l'usinage de l'acier AISI 4340 et comparer nos résultats avec ceux obtenus expérimentalement.

CHAPITRE 4

Modélisation de la zone primaire

4.1 Equations

Nous rappelons dans cette section les équations de notre problème. Ces équations, proposées par Molinari et Dudzinski [MD92] dans leur approche analytique de la coupe orthogonale, sont la base de notre étude numérique. La modélisation de la

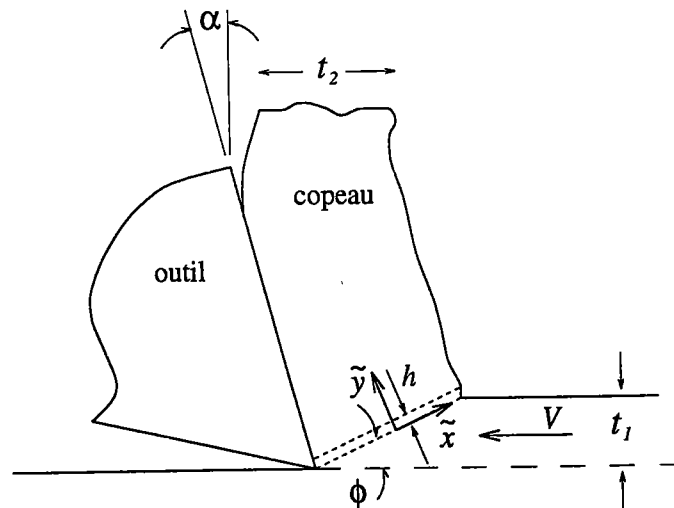


FIG. 4.1 – Modélisation de la zone de cisaillement

zone de cisaillement primaire en coupe orthogonale est présentée sur la figure 4.1 où t_1 représente la profondeur de coupe, t_2 la largeur du copeau, h l'épaisseur de la zone primaire. Les paramètres α et V désignent respectivement l'angle et la vitesse de coupe. La zone de cisaillement est inclinée par rapport à la surface libre d'un angle ϕ que l'on appelle angle de cisaillement. Cet angle peut être déterminé par la

formule de Merchant qui donne une bonne approximation ou de manière plus exacte en effectuant un calcul direct de minimisation de l'énergie consommée par la coupe. Recht [Rec84] a montré que la formule de Merchant reliant l'angle de cisaillement ϕ à l'angle de coupe α et l'angle de frottement λ , reste valable aux grandes vitesses de coupe à condition que l'hypothèse de stationnarité soit vérifiée. Dans cette étude, nous utilisons la formule de Merchant :

$$\phi = \frac{1}{2} \left(\frac{\pi}{2} - \lambda + \alpha \right) \quad (4.1)$$

où λ est un angle caractérisant le frottement supposé de type Coulomb ($f = \tan(\lambda)$, f coefficient de frottement). La bande consiste en une couche d'épaisseur h , de lon-

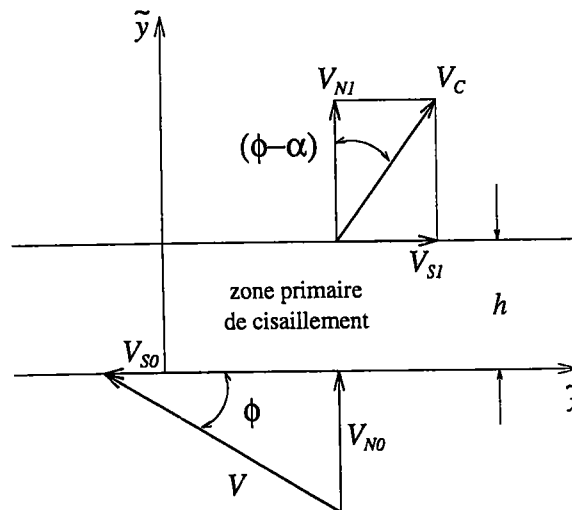


FIG. 4.2 – Diagramme des vitesses. V est la vitesse de coupe, V_C la vitesse du copeau par rapport à l'outil et suivant la direction de la face de coupe. V_{S0} et V_{S1} sont les vitesses de cisaillement. V_{N0} et V_{N1} les vitesses normales à la bande.

gueur infinie, soumise à un cisaillement comme le montre la figure 4.2, qui donne également le diagramme des vitesses associé à la zone primaire.

L'étude est placée dans le cadre d'une théorie unidimensionnelle où les variables sont définies en fonction de \tilde{y} et du temps \tilde{t} . La vitesse d'une particule dans le repère (\tilde{x}, \tilde{y}) lié à la bande est donnée par ses deux composantes

$$\tilde{v}_x = \tilde{v}_x(\tilde{y}, \tilde{t}); \tilde{v}_y = \tilde{v}_y(\tilde{y}, \tilde{t})$$

L'équation de conservation de la quantité de mouvement s'écrit :

$$\frac{\partial \tilde{\tau}}{\partial \tilde{y}} = \rho \left(\frac{\partial \tilde{v}_x}{\partial \tilde{t}} + \dot{\tilde{\gamma}} V_N \right) \quad (4.2)$$

où ρ est la masse volumique du matériau et $\dot{\tilde{\gamma}}$ la vitesse de déformation dans la bande. La condition d'incompressibilité, qui se réduit ici à $\partial \tilde{v}_y / \partial \tilde{y} = 0$, implique que la vitesse normale d'une particule soit constante dans la bande :

$$V_{N0} = V_{N1} = V_N \quad (4.3)$$

L'évolution de la température est régie par l'équation de la chaleur sous la forme :

$$\rho c \left(\frac{\partial \tilde{\theta}}{\partial \tilde{t}} + \frac{\partial \tilde{\theta}}{\partial \tilde{y}} V_N \right) = \beta \tilde{\tau} \dot{\tilde{\gamma}} + k \frac{\partial^2 \tilde{\theta}}{\partial \tilde{y}^2} \quad (4.4)$$

Dans l'équation (4.4), le coefficient de Taylor-Quinney β représente la fraction de travail plastique convertie en chaleur. Les constantes c et k sont la capacité calorifique et la conduction thermique du matériau respectivement.

La vitesse de déformation $\dot{\tilde{\gamma}}$ est reliée à la vitesse \tilde{v}_x par la condition de compatibilité, elle correspond également à la dérivée particulaire du glissement γ :

$$\frac{\partial \tilde{v}_x}{\partial \tilde{y}} = \dot{\tilde{\gamma}} \quad (4.5)$$

$$\dot{\tilde{\gamma}} = \frac{d\gamma}{d\tilde{t}} = \frac{\partial \gamma}{\partial \tilde{t}} + \frac{\partial \gamma}{\partial \tilde{y}} V_N \quad (4.6)$$

Le matériau usiné est considéré viscoplastique isotrope rigide. Sa loi de comportement en cisaillement s'écrit sous la forme générale :

$$\tilde{\tau} = \psi \left(\dot{\tilde{\gamma}}, \tilde{\theta}, \gamma \right) \quad (4.7)$$

où $\tilde{\tau}$ est la contrainte de cisaillement, γ le glissement, $\dot{\tilde{\gamma}}$ la vitesse de déformation et $\tilde{\theta}$ la température absolue dans la bande. Plusieurs expressions de (4.7) seront utilisées au cours des simulations.

4.2 Analyse dimensionnelle

Pour mener l'analyse dimensionnelle, nous introduisons les variables sans dimension suivantes :

$$y = \frac{\tilde{y}}{h}; \theta = \frac{\tilde{\theta}}{\tilde{\theta}_W}; t = \tilde{t} \dot{\tilde{\gamma}}_R; v = \frac{\tilde{v}}{V_N}; \dot{\gamma} = \frac{\dot{\tilde{\gamma}}}{\dot{\tilde{\gamma}}_R}; \tau = \frac{\tilde{\tau}}{\tilde{\tau}_R}$$

où h est l'épaisseur de la bande de cisaillement, $\tilde{\theta}_W$ la température absolue de la pièce, V_N la vitesse normale, $\tilde{\tau}_R$ une contrainte de référence et $\dot{\tilde{\gamma}}_R$ la vitesse de déformation moyenne définie par :

$$\dot{\tilde{\gamma}}_R = \int_0^h \dot{\tilde{\gamma}} d\tilde{y} = \frac{V \cos \alpha}{h \cos(\phi - \alpha)} \quad (4.8)$$

Le système d'équations (4.2, 4.4, 4.5, 4.6, 4.7) gouvernant notre problème est maintenant écrit sous forme adimensionnelle :

$$\frac{\partial \tau}{\partial y} = D \left(\frac{\partial v_x}{\partial t} + \dot{\gamma} \right) \quad (4.9)$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} + C \frac{\partial \theta}{\partial y} = B \tau \dot{\gamma} + K \frac{\partial^2 \theta}{\partial y^2} \quad (4.10)$$

$$\dot{\gamma} = \frac{\partial \gamma}{\partial t} + C \frac{\partial \gamma}{\partial y} = C \frac{\partial v_x}{\partial y} \quad (4.11)$$

$$\tau = \psi(\dot{\gamma}, \theta, \gamma) \quad (4.12)$$

Avec les nombres sans dimensions B, C, D et K définis par

$$B = \frac{\beta \tilde{\tau}_R}{\rho c \tilde{\theta}_W} \quad (4.13)$$

$$C = \frac{V_N}{h \dot{\tilde{\gamma}}_R} = \frac{\sin \phi \cos(\phi - \alpha)}{\cos \alpha} \quad (4.14)$$

$$D = \frac{\rho V_N h \dot{\tilde{\gamma}}_R}{\tilde{\tau}_R} = \frac{\rho V^2 \sin \phi \cos \alpha}{\hat{\tau}_R \cos(\phi - \alpha)} \quad (4.15)$$

$$K = \frac{k}{\rho c h^2 \dot{\tilde{\gamma}}_R} = \frac{k \cos(\phi - \alpha)}{\rho c h V \cos \alpha} \quad (4.16)$$

Les nombres B, D, K caractérisent respectivement la chaleur produite par déformation plastique, les effets d'inertie et le phénomène de conduction. Le nombre C , équation (4.14) est un facteur géométrique.

Nous nous limitons dans la suite au processus stationnaire ($\partial/\partial t = 0$).

4.3 Conditions aux limites

4.3.1 Vitesses

Les vitesses à l'entrée de la bande ($y = 0$) et à sa sortie ($y = 1$) sont connues et exprimées par (cf. figure 4.2) :

$$\begin{cases} v_x|_{y=0} = V_{S0}/V_N = -\cotan(\phi) \\ v_x|_{y=1} = V_{S1}/V_N = \tan(\phi - \alpha) \end{cases} \quad (4.17)$$

4.3.2 Températures

Le matériau est supposé se déformer seulement lorsqu'il atteint la bande de cisaillement. A l'extérieur de la bande, la vitesse de cisaillement est nulle:

$$\frac{\partial \gamma}{\partial y} = 0 \text{ pour } y \in]-\infty, 0[\cup]1, +\infty[$$

et

$$\dot{\gamma} = 0 \text{ pour } y \in]-\infty, 0[\cup]1, +\infty[$$

d'après l'équation de compatibilité (4.11). Il n'y a donc pas de dissipation à l'extérieur de la zone de cisaillement et l'équation de la chaleur 4.10 dans cette région s'écrit alors :

$$\frac{\partial \theta}{\partial y} - \frac{K}{C} \frac{\partial^2 \theta}{\partial y^2} = 0 \quad \forall y \in]-\infty, 0[\cup]1, +\infty[$$

La solution de cette équation différentielle est :

$$\begin{cases} \theta = a + b \exp(Cy/K) & y \in]-\infty, 0[\\ \theta = c + d \exp(Cy/K) & y \in]1, +\infty[\end{cases}$$

Avec comme conditions initiales

$$\begin{aligned} \theta|_{-\infty} = 1 &\Rightarrow a = 1 \\ \theta|_{+\infty} \text{ a une limite finie donc } &d = 0 \end{aligned}$$

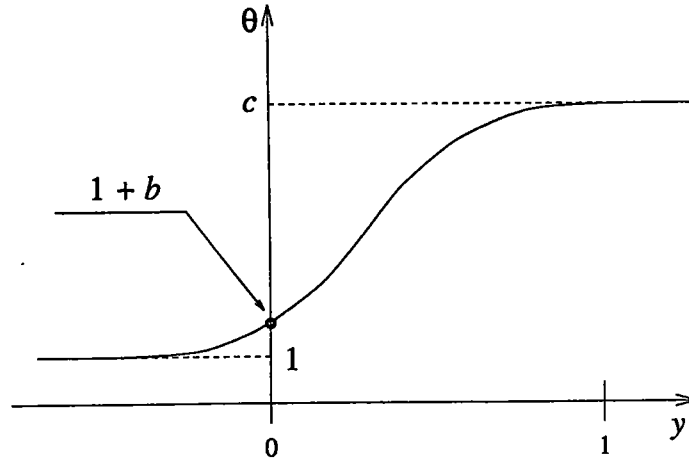


FIG. 4.3 - Conditions aux limites en température

La température et son gradient sont continus à l'interface de la bande ($y = 0$ et $y = 1$). Le gradient de température à la sortie de la bande s'annule, d'où

$$\left. \frac{\partial \theta}{\partial y} \right|_1 = 0$$

$\theta(y = 1)$ et $\theta(y = 0)$ sont inconnus avec $\theta(y = 0) = 1 + b$. A l'entrée de la bande, le gradient de température s'exprime par :

$$\left. \frac{\partial \theta}{\partial y} \right|_0 = \frac{C}{K} b$$

donc avec $b = \theta(y = 0) - 1$, nous en déduisons la condition :

$$\left. \frac{\partial \theta}{\partial y} \right|_0 = \frac{C}{K} [\theta(0) - 1] \quad (4.18)$$

4.4 Formulation faible

A partir du système d'équations (4.9) à (4.11) et en utilisant les conditions aux limites précédentes, nous pouvons maintenant écrire la formulation variationnelle de notre problème. Cette formulation est obtenue de manière à satisfaire les équations (4.9) et (4.10) en moyenne :

$$\int_0^1 \left(\frac{\partial \tau}{\partial y} - D\dot{\gamma} \right) \eta dy = 0 \quad (4.19)$$

$$\int_0^1 \left(C \frac{\partial \theta}{\partial y} - B \tau \dot{\gamma} - K \frac{\partial^2 \theta}{\partial y^2} \right) \omega dy = 0 \quad (4.20)$$

où η et ω représentent respectivement des champs virtuels de vitesses et de températures. En utilisant l'équation (4.9) et l'équation de compatibilité, nous obtenons :

$$\int_0^1 \frac{\partial}{\partial y} (\tau - C D v_x) \eta dy = 0 \quad (4.21)$$

L'intégration par parties de cette équation donne

$$[(\tau - C D v_x) \eta]_{y=0}^{y=1} - \int_0^1 (\tau - C D v_x) \eta_{,y} dy = 0$$

Comme $\eta(0) = \eta(1) = 0$, nous avons.

$$\int_0^1 (\tau - C D v_x) \eta_{,y} dy = 0 \quad (4.22)$$

En suivant la même démarche, l'équation (4.20) conduit à

$$\int_0^1 \left(C \frac{\partial \theta}{\partial y} - B \tau \dot{\gamma} \right) \omega dy + \int_0^1 K \frac{\partial \theta}{\partial y} \frac{\partial \omega}{\partial y} dy = \left[K \frac{\partial \theta}{\partial y} \omega \right]_{y=0}^{y=1} \quad (4.23)$$

Et en utilisant les conditions aux limites en température, cela devient :

$$\int_0^1 \left(C \frac{\partial \theta}{\partial y} - B \tau \dot{\gamma} \right) \omega dy + \int_0^1 K \frac{\partial \theta}{\partial y} \frac{\partial \omega}{\partial y} dy + K \frac{\partial \theta}{\partial y} \omega \Big|_0 = 0 \quad (4.24)$$

4.5 Approximation Eléments Finis

Supposons que la zone primaire de cisaillement soit découpée en éléments finis ; chaque élément contient trois nœuds. La position d'un point dans la bande est approximée par la relation non-linéaire

$$y = \sum_a N_a(\xi) y_a \quad (4.25)$$

dans laquelle ξ est la coordonnée naturelle du point y , N_a représente les fonctions de forme et y_a la position des points nodaux. La somme s'effectue sur tous les nœuds qui composent la bande. Les variables nodales sont la vitesse v_x et la température θ , approximées par :

$$\theta = \sum_a N_a \theta_a, \quad v_x = \sum_a N_a v_{xa} \quad (4.26)$$

Les variables secondaires, la vitesse de déformation $\dot{\gamma}$ et la contrainte de cisaillement τ sont déterminées à l'aide de la condition de compatibilité (4.11) et de la loi de comportement (4.12). La contrainte de cisaillement linéarisée s'exprime :

$$\delta\tau = CT_1 N_{a,y} \delta v_{xa} + T_2 N_a \delta\theta_a + T_3 N_a \delta v_{xa} \quad (4.27a)$$

$$\text{avec } T_1 = \psi_{,\dot{\gamma}}, T_2 = \psi_{,\theta}, T_3 = \psi_{,\gamma} \quad (4.27b)$$

Le système d'équations variationnelles peut maintenant s'écrire sous la forme générale :

$$\begin{bmatrix} K_{ab}^{vv} & K_{ab}^{v\theta} \\ K_{ab}^{\theta v} & K_{ab}^{\theta\theta} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \delta v_{xb} \\ \delta\theta_b \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} f_a^v \\ f_a^\theta \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (4.28)$$

où

$$\begin{aligned} K_{ab}^{vv} &= \int_0^1 (CT_1 N_{b,y} + CT_3 N_b - CDN_b) N_{a,y} dy \\ K_{ab}^{v\theta} &= \int_0^1 T_2 N_b N_{a,y} dy \\ K_{ab}^{\theta v} &= \int_0^1 B N_a [-C\tau N_{b,y} - \dot{\gamma} (CT_1 N_{b,y} + T_3 N_b)] dy \\ K_{ab}^{\theta\theta} &= \int_0^1 N_a (CN_{b,y} - B\dot{\gamma} T_2 N_b) + KN_{b,y} N_{a,y} dy \end{aligned} \quad (4.29)$$

et

$$\begin{aligned} f_a^v &= - \int_0^1 (CDv_x - \tau) N_{a,y} dy \\ f_a^\theta &= [K\theta_b N_{b,y} N_a]_0^1 + \int_0^1 B\tau\dot{\gamma} N_a dy - \int_0^1 (CN_a N_{b,y} + KN_{a,y} N_{b,y}) \theta_b dy \end{aligned} \quad (4.30)$$

Le système matriciel non linéaire est résolu en utilisant l'algorithme de Newton-Raphson.

CHAPITRE 5

Résultats des simulations

Dans ce chapitre, nous présentons les résultats correspondant à différents jeux de simulations :

1. étude paramétrique sur les matériaux CRS 1018 et HRS 1020,
2. influence du changement de comportement aux grandes vitesses de déformations,
3. application sur l'acier AISI 4340 et comparaison avec l'expérience.

5.1 Etude paramétrique : CRS 1018 et HRS 1020

Une étude paramétrique est réalisée pour deux matériaux différents : HRS1020 et CRS 1018 (norme américaine) dont les propriétés sont décrites dans la table 5.1.

Nous supposons que la loi de comportement est de la forme :

$$\tilde{\tau} = \tilde{\psi}(\tilde{\dot{\gamma}}, \tilde{\theta}, \gamma) = \mu \dot{\tilde{\gamma}}^m \tilde{\theta}^\nu (\gamma + \gamma_p)^n \quad (5.1)$$

où γ_p est une pré-déformation. Les caractéristiques du matériau sont la constante μ , la sensibilité à la vitesse de déformation m , le coefficient d'adoucissement thermique ν ($\nu < 0$) et le coefficient d'érouissage n . La contrainte de référence, dans l'analyse dimensionnelle, est définie par la relation:

$$\tilde{\tau}_R = \mu \tilde{\theta}_w^\nu \dot{\tilde{\gamma}}_R^m \quad (5.2)$$

Paramètre	CRS 1018	HRS 1020
ν	-0.38	-0.51
n	0.015	0.12
m	0.019	0.1
μ	3579 10 ⁶ S.I.	7587 10 ⁶ S.I.
c	500 J/(kgK)	500 J/(kgK)
ρ	7800 kg/m ³	7800 kg/m ³
k	54 W/m.K	54 W/m.K

TAB. 5.1 – Propriétés des aciers CRS 1018 et HRS 1020. D'après Shawki et al., [SCM83]

Les conditions de coupe utilisées pour les simulations sont les suivantes :

- angle de coupe $\alpha = 5^\circ$,
- angle de frottement constant $\lambda = 35^\circ$,
- largeur de la bande de cisaillement $h = 2.5 \cdot 10^{-5}$ m,
- vitesse de coupe variable de 4 m/s à 100 m/s.

Ces paramètres sont ceux de référence et seront soumis à variations pour mettre en valeur les phénomènes régissant le processus de coupe.

5.1.1 Influence de la conduction thermique

Les effets de la conduction thermique sont analysés en faisant varier, à vitesse constante, la conductivité thermique et par conséquent le nombre sans dimension K . Le matériau considéré ici est le CRS 1018. La vitesse de coupe est $V = 4$ m/s, les autres paramètres correspondent à ceux énoncés dans la table 5.1. Les profils de vitesses de déformation, de vitesse d'une particule et de température dans la bande sont dessinés pour les différentes valeurs de K . La valeur $K = 0.1$ correspond à la conductivité réelle du CRS 1018 ($k = 54$ W/m.K) pour une vitesse de coupe $V = 4$ m/s. A noter que pour la vitesse de coupe considérée, les effets d'inertie sont négligeables. L'augmentation de la valeur de K tend à uniformiser la distribution des

températures dans la bande. Les distributions de vitesses de déformation de la figure 5.1 montrent deux effets :

1. aux grandes valeurs de K ($K \geq 1$), la température est quasi-uniforme dans la bande, et le profil des vitesses de déformation présente une couche limite à l'entrée de la bande due à l'écroutissage du matériau [DM96].
2. pour les petites valeurs de K , le problème devient adiabatique, la couche limite à l'entrée disparaît. La déformation est reportée à la sortie de la bande où la température est la plus importante et où le matériau se déforme le plus facilement.

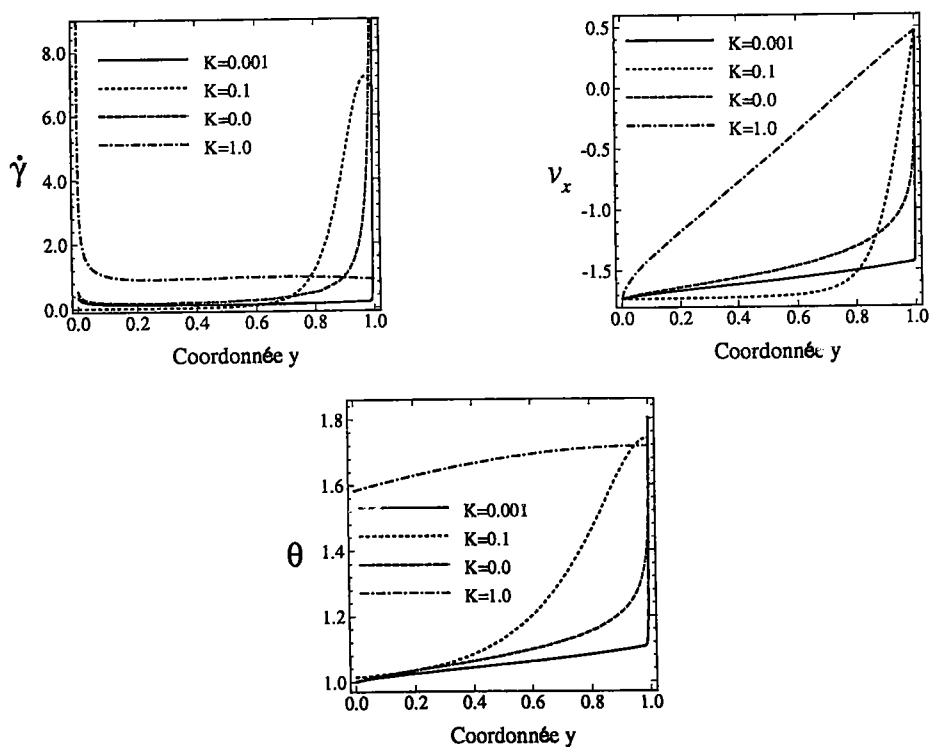


FIG. 5.1 – CRS 1018 effets de la conduction

5.1.2 Effets de la largeur de bande

L'influence de la largeur de bande est analysée pour le matériau CRS 1018 à différentes vitesses de coupe (4, 40, 100 m.s⁻¹) pour trois valeurs de h qui sont

250, 25, 2.5 μm . La largeur de bande reste un paramètre indéterminé de l'analyse unidimensionnelle. Sa valeur est donc fixée par hypothèse.

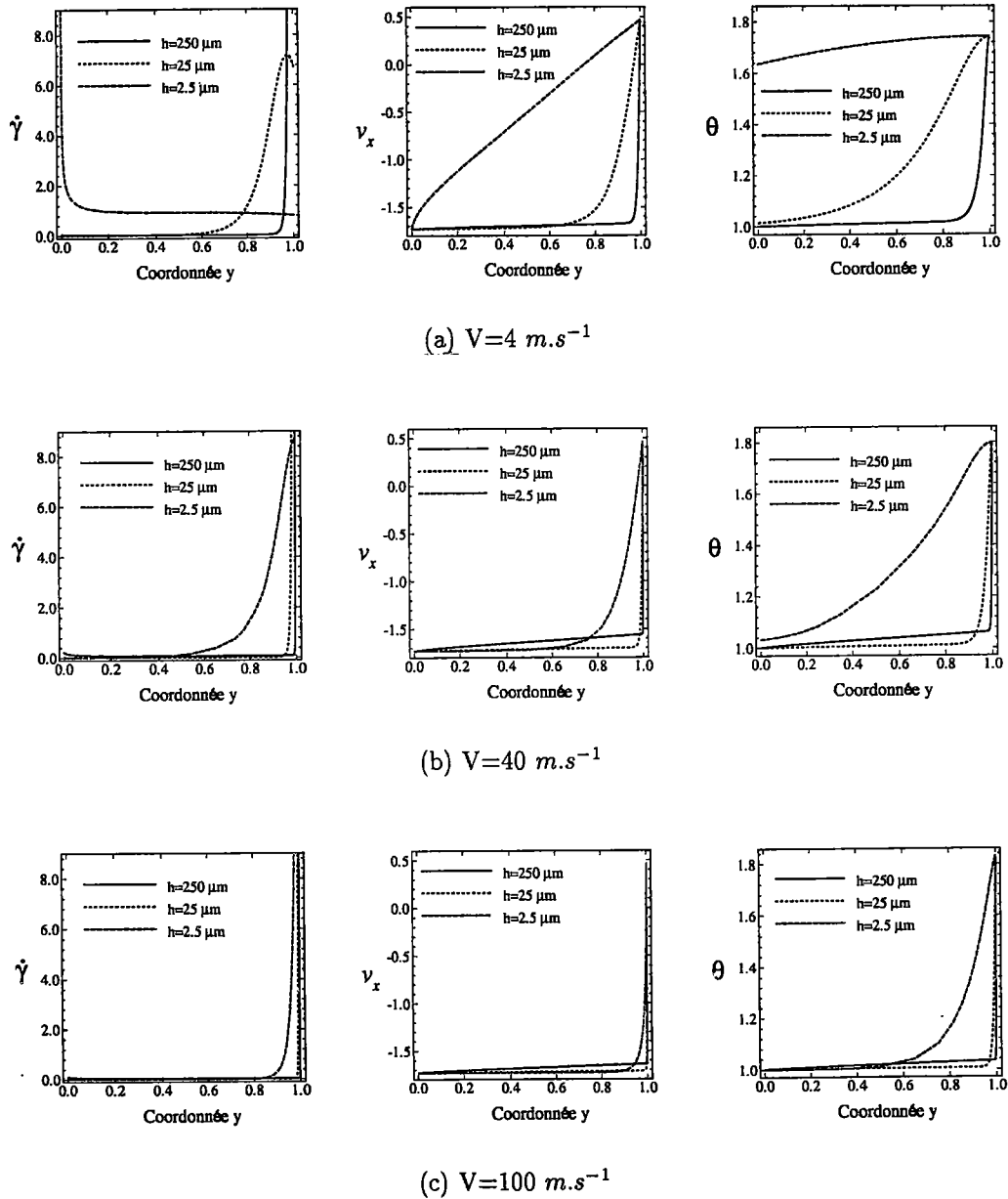


FIG. 5.2 – Effets de la largeur de bande sur le matériau CRS 1018.

La largeur h influe sur les deux nombres sans dimensions B et K mais de manière moins significative sur B . Molinari et Dudzinski [MD92] ont montré que l'épaisseur de bande h avait peu d'influence sur les résultats dans le cas adiabatique. Dans le cas général, augmenter h revient essentiellement à diminuer la conduction. Cet effet est

amoindri lorsque la vitesse de coupe augmente. Ceci nous laisse donc supposer que les effets d'inertie caractérisés par le nombre sans dimension D sont importants aux grandes vitesses de coupe. L'augmentation de la largeur de bande donne des effets inverses à ceux occasionnés par l'augmentation de la conduction thermique.

5.1.3 Effets de la vitesse de coupe

Les effets de la vitesse de coupe sont analysés dans trois configurations différentes :

1. matériau CRS 1018 avec conduction,
2. matériau CRS 1018 dans le cas adiabatique,
3. matériau HRS 1020 avec conduction.

La variation de la vitesse de coupe pour ces trois configurations permet de mettre en évidence le rôle joué par l'inertie dans la zone primaire de cisaillement. Les solutions stationnaires sont montrées sur les figures 5.3, 5.4, 5.5. Les effets d'inertie sont visibles sur les distributions de contraintes où l'on remarque le développement d'une couche limite à la sortie de la zone primaire de cisaillement. La comparaison des figures 5.3 et 5.4 nous permet de valider l'hypothèse d'adiabaticité pour des vitesses de coupe élevées. Le rôle des effets d'inertie devient alors prépondérant avec des vitesses de déformation importantes qui inhibent le rôle de la conduction.

On observe sur la figure 5.3 qu'à faible vitesse de coupe, le transport d'énergie calorifique par conduction est plus important qu'à grande vitesse. Ceci a pour conséquence d'atténuer la couche limite thermique à la sortie de la zone de cisaillement. Les effets d'inertie ont tendance à reporter les déformations en sortie de bande. Aux grandes vitesses de coupe, la vitesse de cisaillement atteint des valeurs très importantes en $y = 1$ ($\dot{\gamma} = 4.0 \cdot 10^6$). Par contre, la déformation γ en $y = 1$, reste fixée par la cinématique du processus et de ce fait, la température à la sortie de la bande ne varie pas sensiblement avec la vitesse.

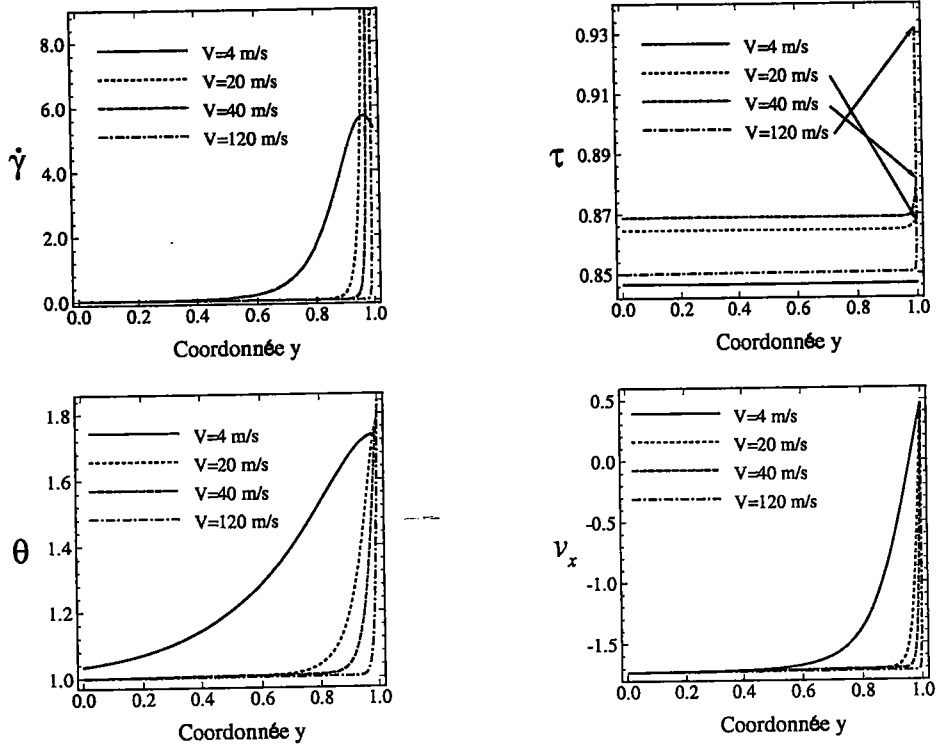


FIG. 5.3 – CRS 1018 effets de la vitesse de coupe avec conduction

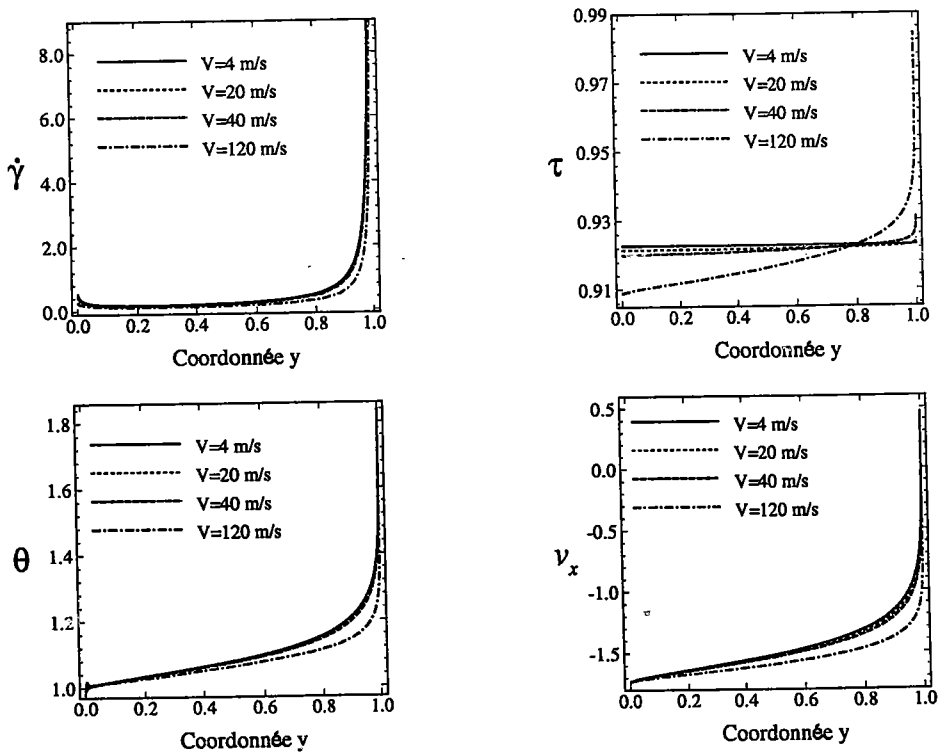


FIG. 5.4 – CRS 1018 effets de la vitesse de coupe sans conduction

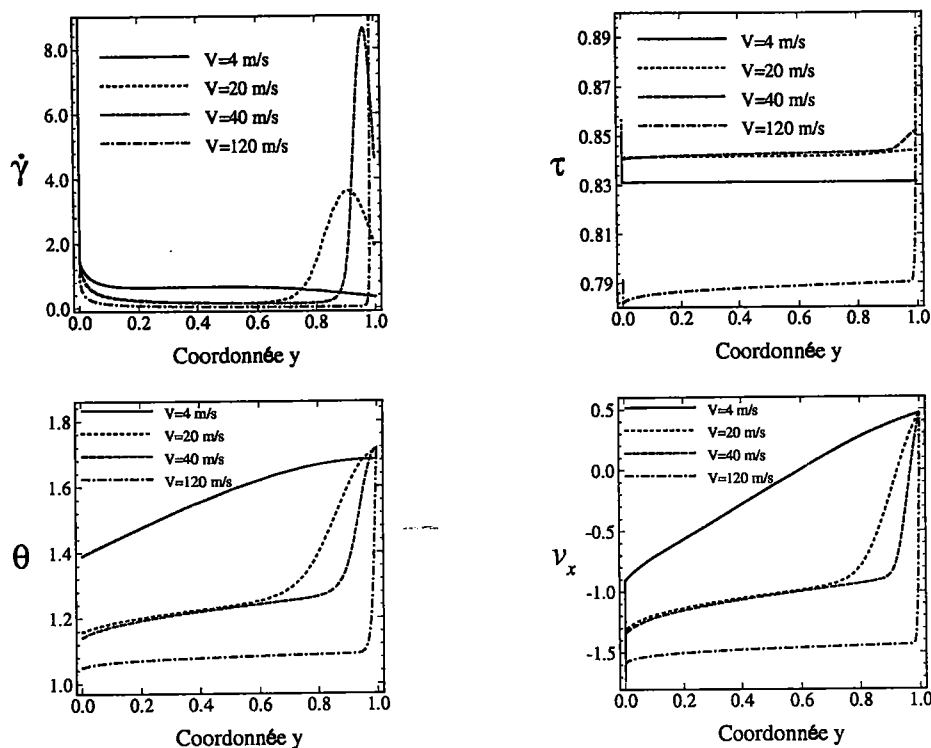


FIG. 5.5 – Effets de la vitesse de coupe sur le matériau HRS 1020 avec conduction

Le matériau HRS 1020, dont les profils stationnaires sont présentés sur la figure 5.5, fortement écrouissable, voit sa limite d'écoulement augmenter avec la déformation. Le matériau se déforme donc de plus en plus difficilement à mesure qu'il pénètre dans la zone de cisaillement. Cela explique la chute rapide de la vitesse de déformation lorsque y augmente. Ce phénomène n'est pas observé dans l'acier CRS 1018 plus faiblement écrouissable.

La figure 5.6 montre encore l'importance des forces d'inertie aux grandes vitesses de coupe pour l'acier CRS 1018. Des calculs dynamiques ($D \neq 0$) et quasi-statiques ($D = 0$) sont comparés pour deux vitesses de coupe. Ces simulations tiennent compte du phénomène de conduction. Les forces d'inertie retardent la déformation du matériau et la vitesse de déformation à la sortie de la bande est très importante. Le niveau de la contrainte de cisaillement τ est plus faible en dynamique avec néanmoins une couche limite en fin de bande qui est accentuée par l'augmentation de la vitesse de coupe. Les effets d'inertie sont surtout sensibles sur la contrainte de cisaillement à la

sortie de la zone primaire donnée par :

$$\tau_1 = \tau_0 + CD\gamma_1 \quad (5.3)$$

obtenue par intégration directe de l'équation (4.9) en utilisant l'équation de compatibilité (4.11).

Dans la relation (5.3), D est fonction de la masse volumique du matériau et de la vitesse de coupe V (cf. équation (4.15)).

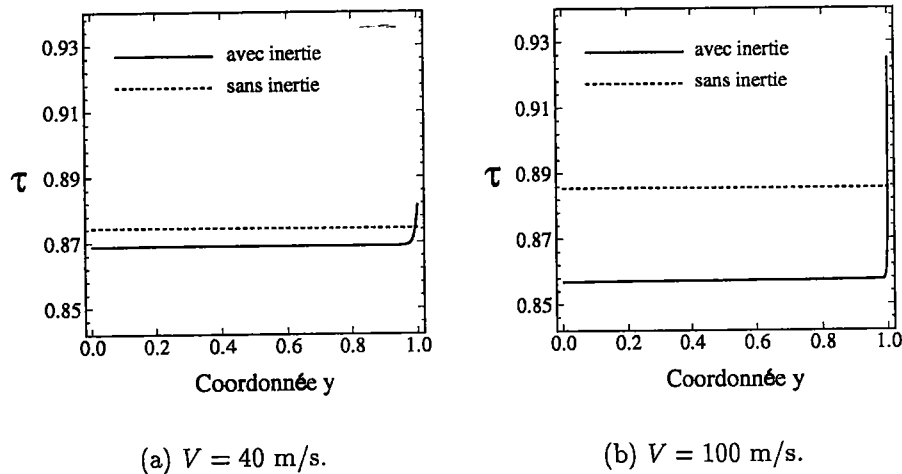


FIG. 5.6 – Influence des effets d'inertie sur le CRS 1018

5.1.4 Influence de l'angle de cisaillement

L'angle de cisaillement ϕ , calculé dans cette étude par la formule de Merchant, est fonction de l'angle de frottement λ . L'angle de coupe α , dont dépend également ϕ , étant fixe lors des différentes simulations, augmenter ϕ revient à diminuer λ . Les simulations sont effectuées sur le CRS 1018 avec prise en compte des effets d'inertie et de la conduction thermique. Deux vitesses de coupe sont à nouveau considérées : $V = 40$ m/s et $V = 100$ m/s. L'angle de cisaillement ϕ ne modifie pas le profil général des caractéristiques thermo-mécaniques du matériau dans la bande (température, vitesse de déformation, contrainte). Par contre, l'influence de ϕ est significative pour la contrainte à la sortie de la zone primaire de cisaillement, voir figure 5.7. En ef-

fet, le produit $CD\gamma_1$ dont dépend τ_1 , relation (5.3), augmente lorsque ϕ croît dans l'intervalle $[0^\circ, 45^\circ]$.

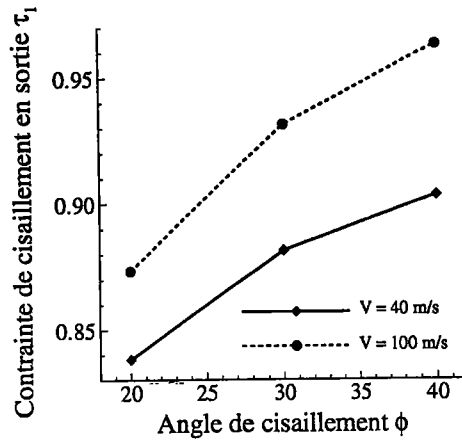


FIG. 5.7 – Matériau CRS 1018. Influence de ϕ sur la contrainte de cisaillement à la sortie de la bande. Deux vitesses de coupe sont considérées.

5.2 Changement de comportement

Nous nous intéressons maintenant au changement de comportement du matériau dû à l'augmentation de la vitesse de déformation. Lors de la simulation du processus de coupe orthogonale, les vitesses de déformation dans la zone primaire de cisaillement se révèlent être très élevées (de l'ordre de 10^5 à 10^6 s⁻¹) même pour de faibles vitesses de coupe. Des observations expérimentales (Campbell et Fergusson [CF70], Klopp et al. [KCS85], Klepaczko [Kle94]) ont montré une forte augmentation de la sensibilité à la vitesse de déformation au delà d'une vitesse de transition. Il est donc intéressant d'utiliser un modèle constitutif qui permet de prendre en compte le changement de comportement intervenant aux grandes vitesses de déformation.

Pour modéliser la transition d'un régime de comportement avec une faible sensibilité à la vitesse vers un régime avec une grande sensibilité, nous proposons les relations phénoménologiques suivantes :

$$\begin{aligned} \tilde{\tau} &= \mu \dot{\gamma}^{m_1} \tilde{\theta}^\nu (\gamma + \gamma_p)^n, & \text{si } \dot{\gamma} \leq \dot{\gamma}_t \\ \tilde{\tau} &= \mu \dot{\gamma}_t^{m_1 - m_2} \dot{\gamma}^{m_2} \tilde{\theta}^\nu (\gamma + \gamma_p)^n, & \text{si } \dot{\gamma} \geq \dot{\gamma}_t \end{aligned} \quad (5.4)$$

où $\dot{\tilde{\gamma}}_t$ est la vitesse de déformation transitoire entre les deux régimes de comportement, caractérisés par deux sensibilités à la vitesse constante m_1 et m_2 ($m_2 > m_1$). Dans leur approche bi-dimensionnelle de l'usinage, Marusich et Ortiz [MO95] ont également introduit une loi de comportement qui prend en compte ce changement de sensibilité à la vitesse de déformation. Une valeur typique pour la vitesse critique est $\dot{\tilde{\gamma}}_t = 10^4 \text{ s}^{-1}$ Klepaczko [Kle94]. Avec cette valeur, et pour une vitesse de coupe $V = 0.5 \text{ m/s}$, la totalité de la zone primaire de cisaillement se trouve dans le second régime.

Dans la suite de cette section, nous étudions l'influence d'une sensibilité à la vitesse de déformation élevée ($m_2 = 0.2$, les autres paramètres sont les mêmes que précédemment) sur le cisaillement de la zone primaire.

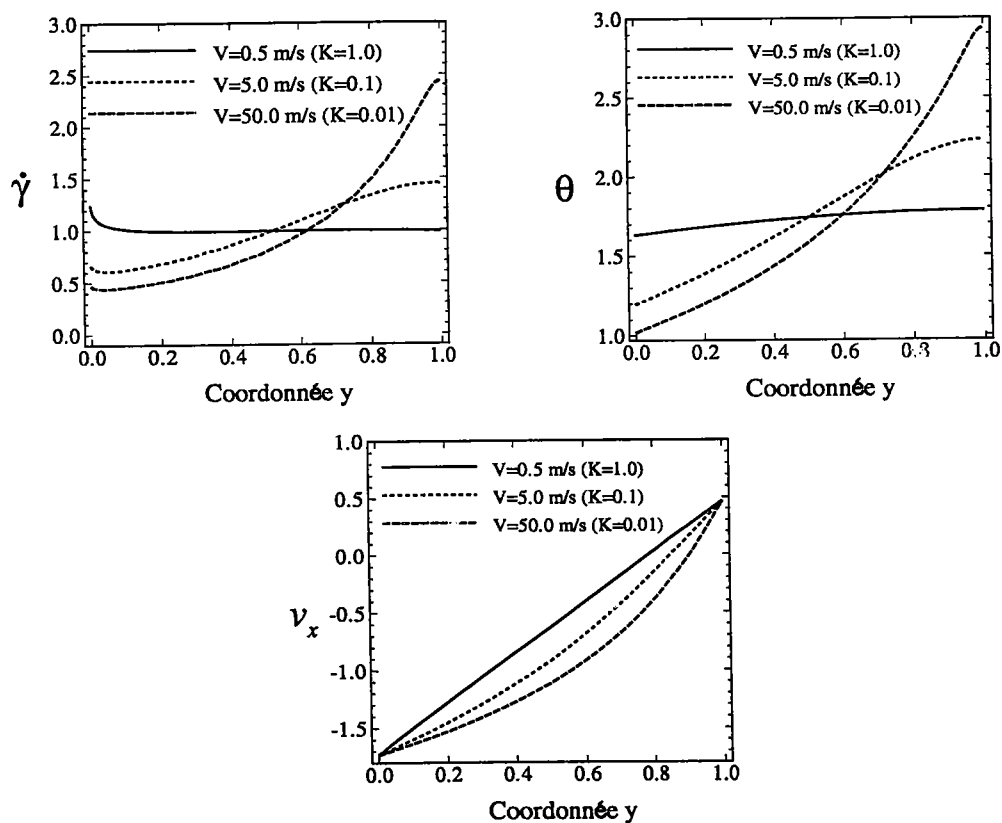


FIG. 5.8 – Profils de vitesses de déformation, de températures et de vitesses pour plusieurs vitesses de coupe. Le comportement du matériau est donné par la relation (5.4) ; pour chaque vitesse de coupe, la valeur du nombre sans dimension K est précisée.

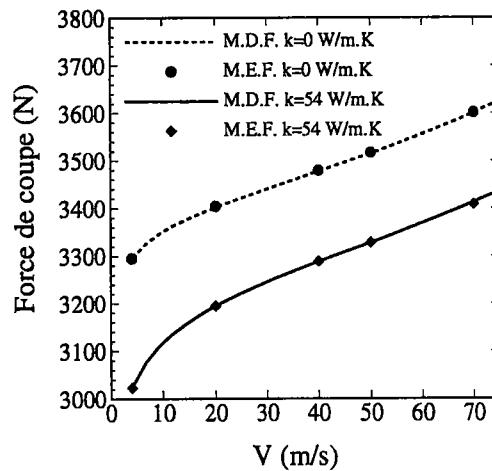
La figure 5.8 présente les distributions en vitesse de cisaillement, température et

vitesse pour le matériau CRS 1018 en utilisant le modèle constitutif introduit précédemment et ce pour une plage de vitesses de coupe de 0.5 à 50 m/s. On notera l'absence de couche limite en entrée et en sortie de bande. Pour une faible vitesse de coupe, $V = 0.5$ m/s, la conduction donne des distributions de température et de vitesse de déformation quasi uniformes, le profil de vitesse v_x est linéaire. L'effet de la conduction est moins important pour $V = 5$ m/s et tend vers zéro lorsque la vitesse de coupe atteint la valeur $V = 50$ m/s. Pour cette vitesse, la totalité de la bande se déforme de manière adiabatique. Cette simulation montre l'importance du choix du modèle de comportement sur les solutions stationnaires en coupe orthogonale. L'allure générale des distributions de vitesses de déformation, contraintes de cisaillement, températures et vitesses étant largement modifiée par l'utilisation d'une loi incluant un changement de comportement aux grandes vitesses de déformation. Un autre phénomène mis en évidence à l'aide de cette loi est le niveau de température atteint en sortie de bande (cf. figure 10(b)). En effet, les valeurs en présence sont de l'ordre de 630°C pour une vitesse de coupe $V = 50$ m/s alors que les températures obtenues avec une faible sensibilité à la vitesse de déformation ($m = 0.012$) au cours de l'étude paramétrique précédente sont de l'ordre de 270°C en considérant des conditions de coupe équivalentes. Ce résultat est important car une élévation significative de la température peut conduire à un écoulement instable, Marusich et Ortiz [MO95].

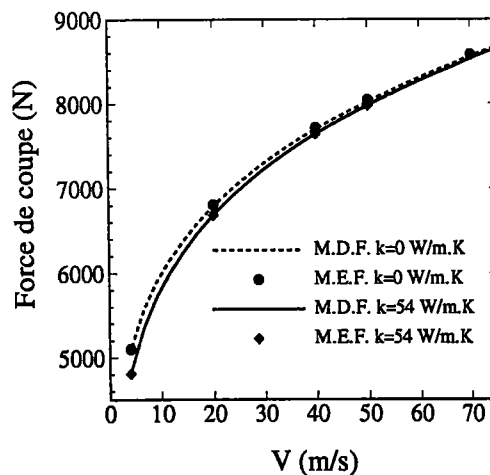
La force de coupe F_p est illustrée, sur la figure 5.9, en fonction de la vitesse de coupe V , pour deux cas ($k = 0$ et $k = 54$ W/m.K) et pour les deux lois de comportement considérées dans cette étude, (5.1) et (5.4). Les résultats sont obtenus par la méthode des différences finies (M.D.F.) avec un incrément de vitesse $\Delta V = 2.5$ m/s [BMDM96], et par la méthode des éléments finis (M.E.F.) pour certaines vitesses de coupe seulement.

Si l'on s'intéresse au modèle constitutif donné par la relation (4.7), on remarque que l'influence de la conduction sur les efforts de coupe est considérable. En effet, la conduction réduit le niveau de la contrainte de cisaillement dans la bande et, par

conséquent, la force de coupe est plus faible. Pour la deuxième loi de comportement, donnée par la relation (5.4), les effets de conduction sont moins importants du fait de la forte sensibilité à la vitesse de déformation. De plus, le domaine de vitesses pour lequel les effets de conduction sont significatifs est plus court ($V < 40$ m/s) que pour la première loi où la différence entre les forces de coupe “adiabatiques” et “avec conduction”, reste importante même pour des grandes vitesses de coupe.



(a) Sans changement de comportement



(b) Avec changement de comportement

FIG. 5.9 – Force de coupe en fonction de la vitesse de coupe pour deux lois de comportement, relations (5.1) et (5.4). Le matériau est le CRS 1018. L’angle de frottement est $\lambda = 35^\circ$ et l’angle de cisaillement a pour valeur $\phi = 30^\circ$.

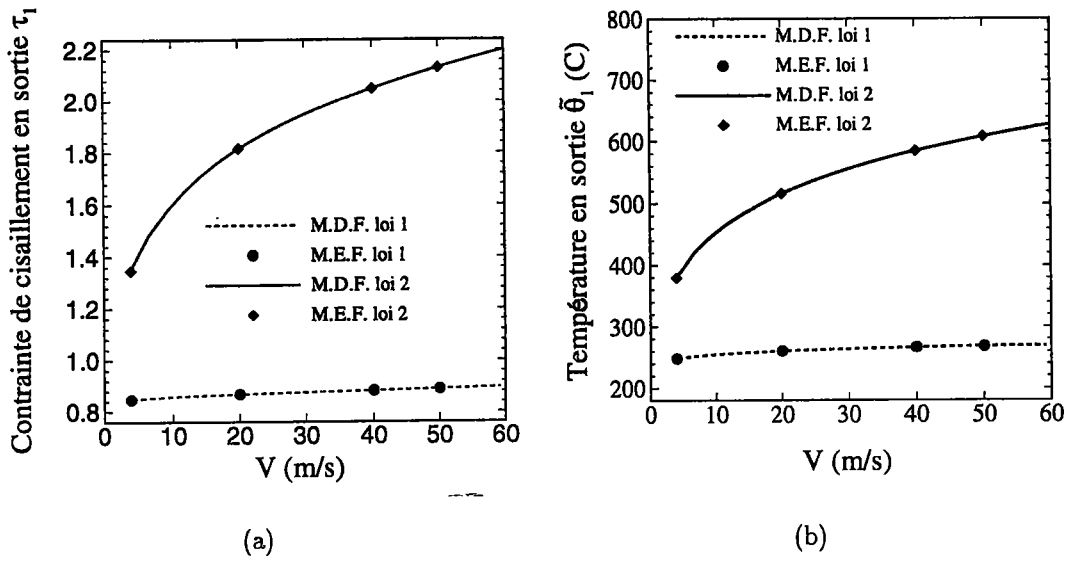


FIG. 5.10 – Contrainte de cisaillement τ_1 et température θ_1 à la sortie de la zone primaire, en fonction de la vitesse de coupe V . La loi 1 de comportement est donnée par la relation (5.1), la seconde par la relation (5.4).

Avec l'augmentation de la sensibilité à la vitesse de déformation, la contrainte τ_1 est élevée en sortie de bande (cf. figure 5.10(a)), expliquant la différence de niveau des forces de coupe pour les deux lois considérées. Cette élévation de la contrainte peut alors faciliter la rupture fragile au cours de la phase d'usinage, Marusich et Ortiz [MO95].

5.3 Application à l'acier AISI 4340

Dans cette section, nous proposons finalement d'appliquer notre approche à la coupe de l'acier AISI 4340. Suivant Marusich et Ortiz, [MO96], nous adoptons une loi constitutive de la forme :

$$\tilde{\tau} = g(\gamma) \left(1 + \frac{\dot{\gamma}}{\dot{\gamma}^*} \right)^{m_1} \quad \text{si } \dot{\gamma} \leq \dot{\gamma}_t \quad (5.5a)$$

$$\tilde{\tau} = g(\gamma) \left(1 + \frac{\dot{\gamma}}{\dot{\gamma}^*} \right)^{m_2} \left(1 + \frac{\dot{\gamma}_t}{\dot{\gamma}^*} \right)^{m_1 - m_2} \quad \text{si } \dot{\gamma} > \dot{\gamma}_t \quad (5.5b)$$

avec une contrainte d'écoulement :

$$g(\gamma) = [1 - \tilde{\alpha}(\theta - \theta^*)] \tau^* \left(1 + \frac{\gamma}{\gamma^*}\right)^n \quad (5.6)$$

précédemment utilisée par Lemonds et Needleman [LN86]. Dans la relation (5.5), $\dot{\gamma}^*$ est une vitesse de déformation de référence, m_1 et m_2 sont la petite et la grande sensibilité à la vitesse de déformation, respectivement, et $\dot{\gamma}_t$ est la vitesse de déformation qui sépare les deux régimes d'écoulement. L'écrouissage est décrit par une loi puissance, γ^* est une déformation de référence, n est le coefficient d'écrouissage. L'adoucissement thermique est supposé linéaire, $\tilde{\alpha}$ est le coefficient d'adoucissement thermique. Les paramètres utilisés dans les calculs sont :

$$\tau^* = 850/\sqrt{3} \text{ MPa} , m_1 = 0.01 , m_2 = 0.2$$

$$\dot{\gamma}^* = 1 \cdot 10^3/\sqrt{3} \text{ s}^{-1} , \dot{\gamma}_t = 6 \cdot 10^5/\sqrt{3} \text{ s}^{-1}$$

$$\gamma^* = .003/\sqrt{3} , n = 0.1$$

$$\tilde{\theta}^* = \tilde{\theta}_w = 20 \text{ .C} , \tilde{\alpha} = 0.001 /K$$

Jusqu'à la vitesse de coupe $V = 35 \text{ m/s}$, le comportement du matériau est régi par la relation (5.5a) dans la majeure partie de la bande. La relation (5.5b) correspondant au second régime d'écoulement, concerne éventuellement les couches limites, si elles existent. A partir de cette vitesse de coupe $V = 35 \text{ m/s}$ toute la bande se déforme à une vitesse plus grande que $\dot{\gamma}_t$, la sensibilité à la vitesse de déformation est alors élevée et l'influence de la conduction négligeable.

D'après des observations expérimentales, (Arndt [Arn73] et Schulz [Sch89], par exemple), le coefficient moyen de frottement décroît avec l'augmentation de la vitesse relative du copeau V_C . Dudzinski et Molinari [DM96], modélise le frottement sous la forme :

$$f = f_0(V_C)^q \quad (5.7)$$

Concrètement, la valeur de f chute de 0.6 pour $V = 5 \text{ m/s}$ à 0.25 pour $V = 35 \text{ m/s}$. Pour la simulation, nous utilisons les valeurs $f_0 = 0.745$ et $q = -0.29$. La pression

de coupe, déterminée par la relation $p = F_P/wt_1$, est présentée sur la figure 5.11 en fonction de la vitesse de coupe, pour $k = 0$ et $k = 43 \text{ W/m.K}$.

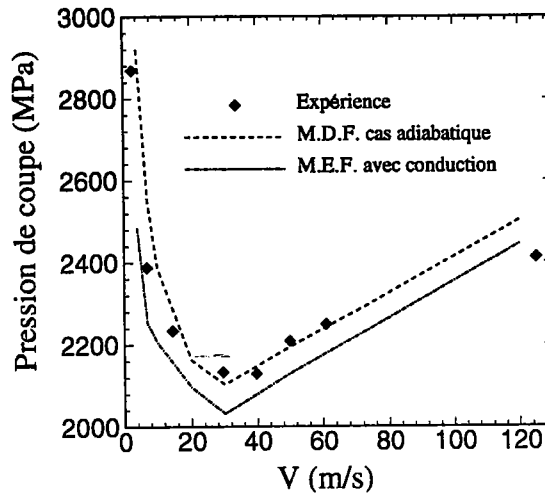


FIG. 5.11 – Pression de coupe en fonction de la vitesse de coupe. Le matériau est l'acier AISI 4340.

Des données expérimentales (Komanduri (1984), Recht (1984)), sont également reportées sur cette figure. Pour un domaine de vitesses $V \leq 35 \text{ m/s}$, la sensibilité à la vitesse de déformation est faible et le coefficient de frottement diminue rapidement. En raison de la conduction qui joue un rôle significatif (pour de faibles vitesses de coupe), et du frottement qui diminue, la pression de coupe décroît jusqu'à ce que la vitesse de coupe atteigne approximativement 35 m/s . A partir de cette vitesse, la sensibilité à la vitesse de déformation est grande, les effets d'inertie deviennent significatifs et la conduction négligeable. La combinaison de ces différents effets entraîne une augmentation de la pression de coupe. La température en sortie de bande varie entre 340°C et 460°C pour la plage de vitesses testées (figure 5.12) et l'angle de cisaillement calculé par la formule de Merchant avec l'angle λ dépendant de la vitesse passe de 32° aux faibles vitesses à 42° à 120 m/s (figure 5.13).

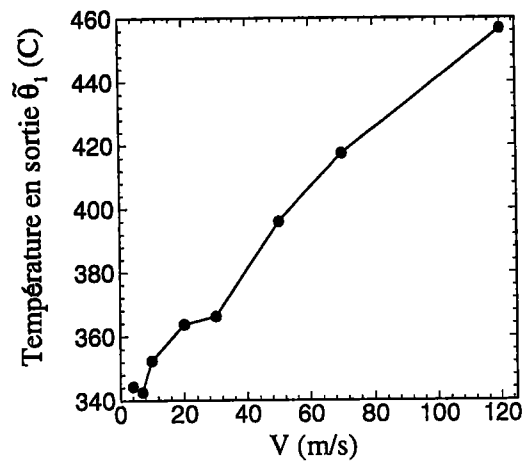


FIG. 5.12 – Température $\tilde{\theta}_1$ à la sortie de la zone primaire, en fonction de la vitesse de coupe V . La loi de comportement est donnée par la relation (5.5).

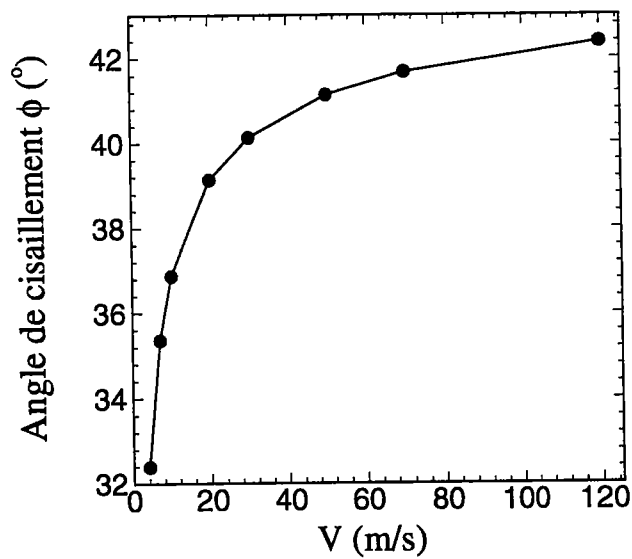


FIG. 5.13 – Angle de cisaillement ϕ en fonction de la vitesse de coupe. ϕ est calculé par la relation de Merchant (4.1) pour un frottement dépendant de la vitesse relative du copeau par rapport à l'outil, relation (5.7).

Conclusion

Nous avons montré dans cette étude qu'une analyse unidimensionnelle simple de la zone primaire de cisaillement permet d'obtenir des informations significatives sur le rôle joué par la conduction et le comportement du matériau sur la formation du copeau et plus généralement sur l'usinabilité des matériaux.

Le comportement est thermoviscoplastique, les effets d'inertie, de conduction thermique et du frottement à l'interface outil-copeau sont pris en compte. La méthode des éléments finis, basée sur une formulation eulérienne, est utilisée pour les simulations numériques de la coupe orthogonale en régime stationnaire.

Le modèle donne rapidement des résultats sur la température, la vitesse de déformation, la contrainte de cisaillement, les distributions de vitesses dans la zone de déformation primaire, pour une grande plage de conditions de coupe. Différents modèles constitutifs peuvent être testés. La prise en compte des effets d'inertie permet d'appliquer le modèle à la simulation de l'usinage à grande vitesse. La force de coupe est déterminée pour l'acier AISI 4340 et un bon accord est trouvé avec les résultats expérimentaux. Pour cet acier, il est montré que, en raison de la faible sensibilité à la vitesse de déformation du matériau jusqu'à une vitesse de coupe $V = 35$ m/s, le frottement et la conduction ont un rôle dominant sur la variation et le niveau de la force de coupe. A partir de cette vitesse de coupe, les effets combinés de l'inertie et de la grande sensibilité à la vitesse de déformation conduisent à un accroissement de la force.

Au terme de cette étude, deux aspects semblent fondamentaux dans la modélisation de la coupe orthogonale : le comportement thermomécanique du matériau usiné

aux grandes vitesses de déformations et, le frottement à l'interface outil-copeau. En effet, les distributions des principales grandeurs (température, vitesse de déformation ...) sont largement influencées par la relation constitutive choisie et les conditions de frottement se révèlent déterminantes pour l'estimation des efforts.

Une hypothèse importante du modèle concerne l'épaisseur h de la zone primaire de cisaillement. Ce terme est en fait une inconnue du problème considéré. De plus, aucune information n'est obtenue sur la géométrie du copeau. Pour cela, une approche eulérienne bidimensionnelle permettrait d'atteindre les objectifs suivants :

- caractériser l'épaisseur de la zone primaire,
- déterminer la surface libre du copeau,
- valider le modèle unidimensionnel.

ANNEXE A

Calcul des forces et de l'énergie de coupe

Nous considérons le copeau défini par $y \geq 1$ ($\tilde{y} \geq h$). La variation de quantité de mouvement du copeau (sans la bande) est égal à zéro dans un processus stationnaire. L'équilibre des forces appliquées au copeau se réduit alors :

$$R = R' \quad (\text{A.1})$$

où R est la force exercée par l'outil sur le copeau et R' est la force exercée par la pièce usinée sur le copeau le long de la ligne $y = 1$. Les forces R et R' sont décomposées de plusieurs manières comme l'indique la figure A.1 :

- suivant les directions horizontale et verticale, par l'effort de coupe F_P et l'effort d'avance F_Q ,
- dans le plan de cisaillement et perpendiculairement à celui-ci F_S et N_S ,
- dans le plan de coupe et perpendiculairement à celui-ci F_C et N_C .

La composante F_S le long de la zone primaire de cisaillement est proportionnelle à la contrainte de cisaillement $\tilde{\tau}(\tilde{y} = h) = \tilde{\tau}_1 = \tau(y = 1)\tilde{\tau}_R = \tau_1\tilde{\tau}_R$ à la sortie de la bande (t_1 est la profondeur de coupe et w la largeur de coupe) :

$$F_S = \frac{wt_1}{\sin \phi} \tilde{\tau}_1 \quad (\text{A.2})$$

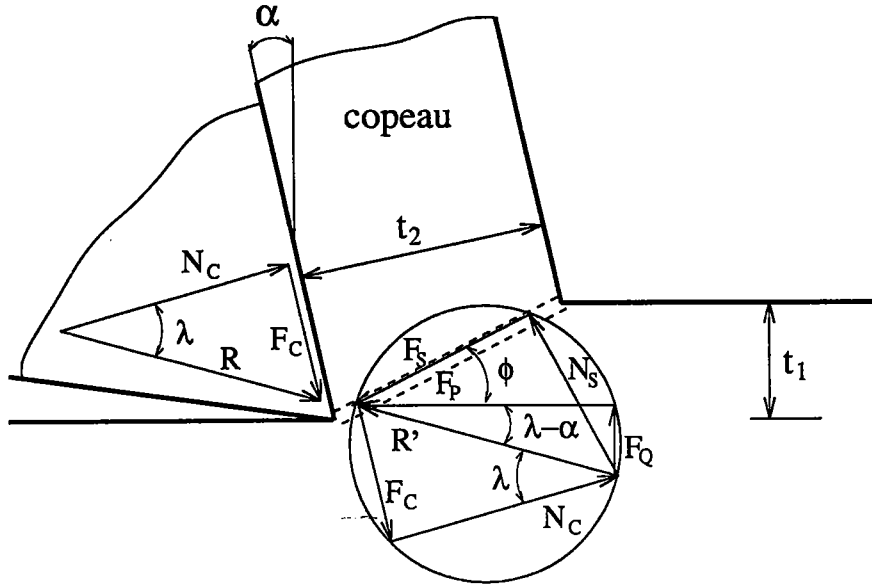


FIG. A.1 - Diagramme des forces en coupe orthogonale

Les autres forces sont facilement obtenues à partir de F_S , voir figure A.1 :

$$\begin{aligned}
 N_S &= F_S \tan(\phi + \lambda - \alpha) \\
 F_P &= F_S \cos \phi + N_S \sin \phi = F_S \frac{\cos(\lambda - \alpha)}{\cos(\phi + \lambda - \alpha)} \\
 F_Q &= -F_S \sin \phi + N_S \cos \phi = F_S \frac{\sin(\lambda - \alpha)}{\cos(\phi + \lambda - \alpha)}
 \end{aligned}
 \tag{A.3}$$

Le coefficient de frottement moyen, à l'interface outil copeau, et l'angle de frottement associé sont définis par :

$$f = \tan \lambda = \frac{F_C}{N_C} \tag{A.4}$$

Nous considérons ensuite un volume de contrôle incluant le copeau et la bande de cisaillement. La projection de l'équation du théorème des quantités de mouvement sur le vecteur vitesse de coupe donne :

$$\rho b t_1 V (\vec{V}_C - \vec{V}) \cdot \vec{V} = \vec{R} \cdot \vec{V} + \vec{R}'_0 \cdot \vec{V} \tag{A.5}$$

où \vec{R}'_0 est la résultante des efforts appliqués par la matière avant la bande, le long de la ligne $y = 0$; $\vec{R}'_0 \cdot \vec{V}$ correspond à la puissance U consommée par la coupe pour la configuration étudiée (outil fixe, matière se déplaçant à la vitesse V), elle est exprimée

par la relation :

$$\begin{aligned}
 U &= -\vec{R} \cdot \vec{V} + \rho b t_1 V (\vec{V}_C - \vec{V}) \cdot \vec{V} \\
 &= \frac{F_S \cos(\lambda - \alpha)}{\cos(\phi + \lambda - \alpha)} - \rho b t_1 V \frac{V^2 \cos \phi \cos \alpha}{\cos(\phi - \alpha)} \\
 &= F_P \cdot V - \rho b t_1 V \frac{V^2 \cos \phi \cos \alpha}{\cos(\phi - \alpha)}
 \end{aligned} \tag{A.6}$$

et par unité de volume de matière enlevée :

$$\begin{aligned}
 u &= \frac{U}{V b t_1} = \frac{F_S \cos(\lambda - \alpha)}{b t_1 \cos(\phi + \lambda - \alpha)} - \rho \frac{V^2 \cos \phi \cos \alpha}{\cos(\phi - \alpha)} \\
 &= F_P - \rho \frac{V^2 \cos \phi \cos \alpha}{\cos(\phi - \alpha)}
 \end{aligned} \tag{A.7}$$

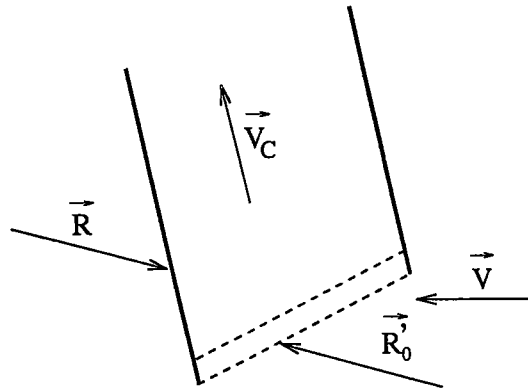


FIG. A.2 – Volume de contrôle incluant le copeau et la bande de cisaillement

Si la pièce était fixe et l'outil mobile avec la vitesse V , la puissance consommée par la coupe se limiterait au premier terme de la relation (A.6) soit $F_P \cdot V$.

ANNEXE B

Maillage utilisé

Le maillage utilisé pour les différentes simulations de cette partie est raffiné à la sortie de la zone primaire de cisaillement, permettant ainsi de mettre en évidence la couche limite à la sortie, et est plus grossier dans la partie centrale. Pour le matériau HRS 1020 uniquement, le raffinement de maillage est également réalisé à l'entrée de la zone primaire, en raison du coefficient d'écroûissage plus important qui conduit à la présence d'une couche limite à l'entrée de la bande. Le maillage est alors symétrique pour l'acier HRS 1020 et non symétrique pour les aciers CRS 1018 et AISI 4340.

Plusieurs simulations ont été effectuées mettant en jeu des maillages différents. Les résultats montrent que les singularités obtenues sont indépendantes du maillage utilisé et sont par conséquent intrinsèques à la physique du problème étudié. Seule la visualisation des profils stationnaires est affectée par le nombre et la taille des éléments constituant le maillage. Ainsi, un maillage suffisamment raffiné au niveau des singularités rend les courbes des différentes distributions plus "lisses". A titre d'exemple, le maillage généralement utilisé pour les simulations sur l'acier CRS 1018 comprend un total de 501 nœuds (250 éléments) dont 200 nœuds dans l'intervalle $y \in [0.9; 1.0]$.

Bibliographie

- [Arn73] Arndt (G.). – Ultra high speed machining: a review and an analysis of cutting forces. *Proc. Instn. Mech. Engrg*, vol. 187 44, 1973, pp. 625–634.
- [BK63] Boothroyd (G.) et Knight (W. A.). – Fundamentals of machining and machine tool. *Proc. Instn. Engrn.*, 1963.
- [BMDM96] Bodin (L.), Moufki (A.), Dudzinski (D.) et Molinari (A.). – Heat conduction and viscoplastic effects on shearing during machining. *article en préparation*, 1996.
- [CF70] Campbell (J. D.) et Fergusson (G.). – The temperature and strain rate dependence of shear strength of mild steel. *Phil. Mag.*, vol. 21, 1970, p. 63.
- [DM96] Dudzinski (D.) et Molinari (A.). – A cutting model for viscoplastic materials. – 1996. Accepted for publication in *Int. J. Mech. Sci.*
- [Gil82] Gilormini (P.). – *Contribution à la Modélisation de la Formation du Copeau en Usinage des Métaux*. – Thèse, Ecole Nationale Supérieure des Mines de Paris, 1982.
- [KCS85] Klopp (R.W.), Clifton (R.J.) et Shawki (T.G.). – Pressure-shear impact and the dynamic viscoplastic response of metals. *Mechanics of Materials*, vol. 4, 1985, pp. 375–385.

- [KE91] Komvopoulos (K.) et Erpenbeck (S. A.). – Finite element modeling of orthogonal metal cutting. *Journal of Engineering for Industry*, vol. 113/, 1991, pp. 253–267.
- [KFL84] Komanduri (R.), Flom (D. G.) et Lee (M.). – Highlights of the darpa advanced machining research program. In: *High Speed Machining*, éd. par Komanduri (Ranga), Subramanian (K.) et von Turkovich (B.F.). pp. 15–36. – A.S.M.E.
- [Kin85a] King (R. I.) (édité par). – *Handbook of High Speed Machining Technologie*. – Chapman and Hall, 1985.
- [Kin85b] King (R. I.). – *Historical Background*, chapter 1. – Chapman and Hall, 1985.
- [Kla73] Klamecki (B. E.). – *Incipient Chip Formation in Metal Cutting – A Three-Dimension Finite Element Analysis*. – Urbana-Champaign, Ph.D. dissertation, University of Illinois, 1973.
- [Kle94] Klepaczko (J. R.). – An experimental technique for shear testing at high and very high strain rates. the case of a mild steel. *International Journal of Impact Engineering*, vol. 15, 1994, p. 25.
- [LN86] Lemonds (J.) et Needleman (A.). – Finite element analyses of shear localization in rate and temperature dependent solids. *Mechanics of Materials*, vol. 5, 1986, pp. 339–361.
- [LS51] Lee (E. H.) et Shaffer (B. W.). – The theory of plasticity applied to a problem of machining. *ASME Journal of Applied Mechanics*, vol. 73, 1951, pp. 405–413.
- [MD92] Molinari (A.) et Dudzinski (D.). – Stationary shear band in high-speed machining. *C.R. Acad. Sci Paris*, vol. 315, 1992, pp. 399–405.

- [Mer45] Merchant (M. E.). – Mechanics of the metal-cutting process. *Journal of Applied Physics*, vol. 16, 1945, pp. 367–318.
- [MO95] Marusich (T.D.) et Ortiz (M.). – Modelling and simulation of high-speed machining. *Int. J. Num. Methods Engrg.*, vol. 38, 1995, pp. 3675–3694.
- [MO96] Marusich (T.D.) et Ortiz (M.). – A parametric finite element study of orthogonal high-speed machining. – 1996. To appear: *J. Engrg. Ind.*
- [Oxl63] Oxley (P.L.B.). – Mechanics of metal cutting. *International Research in Production Engineering, ASME*, 1963, pp. 50–60.
- [Oxl89] Oxley (P.L.B.) (édité par). – *The Mechanics of Machining: An Analytical Approach to Assessing Machinability*. – Ellis Horwood Limited, 1989.
- [Rec84] Recht (R. F.). – A dynamic analysis of high-speed machining. *In: High Speed Machining*, éd. par Komanduri (Ranga), Subramanian (K.) et von Turkovich (B.F.). pp. 83–93. – A.S.M.E.
- [SC85] Strenkowski (J. S.) et Carroll (J. T.). – A finite element model of orthogonal metal cutting. *J. Engrg. Ind.*, vol. 107, 1985, pp. 349–354.
- [SC92] Sekhon (G. S.) et Chenot (J. L.). – Some simulation experiments in orthogonal cutting. *Num. Methods Ind. Forming Processes*, 1992, pp. 901–906.
- [Sch89] Schulz (H.). – Hoch-geschwindigkeits-fräsen, metallischer und nicht metallischer werkstoffe. – 1989. C. Hanser editor pp. 17–27.
- [SCM83] Shawki (T.G.), Clifton (R.J.) et Majda (G.). – *Technical Report*. – Rapport technique, Brown University, 1983.
- [SM90] Strenkowski (J. S.) et Moon (Kyoung-Jin). – Finite element prediction of chip geometry and tool/workpiece temperature distributions in orthogonal metal cutting. *J. Engrg. Ind.*, vol. 112, 1990, pp. 313–318.

- [SMF+96] Sutter (G.), Molinari (A.), Faure (L.), Klepaczko (J. R.) et Dudzinski (D.). – An experimental study of high speed orthogonal cutting. *Soumis à publication, ASME, Journal of Engineering for Industry*, 1996.
- [SY93] Shih (A. J.) et Yang (H. T.). – Experimental and finite element predictions of residual stresses due to orthogonal metal cutting. *Int. J. Num. Methods Engrg.*, vol. 36, 1993, pp. 1487–1507.
- [TS74] Tay (A. O.) et Stevenson (M. G.). – Using the finite element method to determine temperature distributions in orthogonal machining. *Proc. Instn. Mech. Engrg*, vol. 188 55/74, 1974, pp. 627–638.