



**HAL**  
open science

# Étude expérimentale et modélisation du comportement plastique du tantale : eprise en compte de la vitesse de déformation et de l'histoire du chargement

François Buy

► **To cite this version:**

François Buy. Étude expérimentale et modélisation du comportement plastique du tantale : eprise en compte de la vitesse de déformation et de l'histoire du chargement. Sciences de l'ingénieur [physics]. Université Paul Verlaine - Metz, 1996. Français. NNT : 1996METZ032S . tel-01777141

**HAL Id: tel-01777141**

**<https://hal.univ-lorraine.fr/tel-01777141v1>**

Submitted on 24 Apr 2018

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



## AVERTISSEMENT

Ce document est le fruit d'un long travail approuvé par le jury de soutenance et mis à disposition de l'ensemble de la communauté universitaire élargie.

Il est soumis à la propriété intellectuelle de l'auteur. Ceci implique une obligation de citation et de référencement lors de l'utilisation de ce document.

D'autre part, toute contrefaçon, plagiat, reproduction illicite encourt une poursuite pénale.

Contact : [ddoc-theses-contact@univ-lorraine.fr](mailto:ddoc-theses-contact@univ-lorraine.fr)

## LIENS

Code de la Propriété Intellectuelle. articles L 122. 4

Code de la Propriété Intellectuelle. articles L 335.2- L 335.10

[http://www.cfcopies.com/V2/leg/leg\\_droi.php](http://www.cfcopies.com/V2/leg/leg_droi.php)

<http://www.culture.gouv.fr/culture/infos-pratiques/droits/protection.htm>

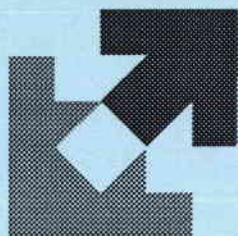
INSTITUT SUPERIEUR DE GENIE MECANIQUE  
ET PRODUCTIQUE

---

# THESE

---

Présentée à



---

L'UNIVERSITE DE METZ  
PAR

---

**François BUY**

**Pour l'obtention du grade de :  
DOCTEUR DE L'UNIVERSITE DE METZ**

Spécialité : *Sciences de l'ingénieur*

Option : *Mécanique*

**ETUDE EXPERIMENTALE ET MODELISATION DU  
COMPORTEMENT PLASTIQUE D'UN TANTALE.  
PRISE EN COMPTE DE LA VITESSE DE DEFORMATION  
ET DE L'HISTOIRE DU CHARGEMENT**

A soutenir le 5 novembre devant le jury composé de :

D. FRANCOIS  
F. MONTHEILLET  
M. STELLY  
J.R. KLEPACZKO  
G. NAULIN  
J.M. DIANI

Ecole Centrale de Paris  
Ecole des Mines de S<sup>t</sup> Etienne  
C.E.A. - Saclay  
Université de Metz  
C.E.A. - Valduc  
E.T.C.A

Rapporteur  
Rapporteur  
Examineur  
Directeur de thèse  
Examineur  
Examineur

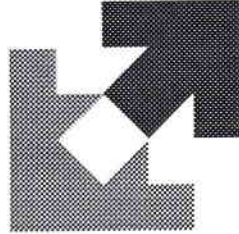
6104 883

~~SM 96/32~~

INSTITUT SUPERIEUR DE GENIE MECANIQUE  
ET PRODUCTIQUE

**T H E S E**

Présentée à



L'UNIVERSITE DE METZ  
P A R

BIBLIOTHEQUE UNIVERSITAIRE - METZ	
N° inv	19960645
Cote	SM3 96/32
Loc	Magasin

**François BUY**

Pour l'obtention du grade de :  
**DOCTEUR DE L'UNIVERSITE DE METZ**

Spécialité : *Sciences de l'ingénieur*  
Option : *Mécanique*

**ETUDE EXPERIMENTALE ET MODELISATION DU  
COMPORTEMENT PLASTIQUE D'UN TANTALE.  
PRISE EN COMPTE DE LA VITESSE DE DEFORMATION  
ET DE L'HISTOIRE DU CHARGEMENT**

A soutenir le 5 novembre devant le jury composé de :

D. FRANCOIS  
F. MONTHEILLET  
M. STELLY  
J.R. KLEPACZKO  
G. NAULIN  
J.M. DIANI

Ecole Centrale de Paris  
Ecole des Mines de S<sup>t</sup> Etienne  
C.E.A. - Saclay  
Université de Metz  
C.E.A. - Valduc  
E.T.C.A

Rapporteur  
Rapporteur  
Examineur  
Directeur de thèse  
Examineur  
Examineur

## Remerciements

J'exprime toute ma gratitude au Professeur Janusz Klepaczko qui a dirigé ce travail pour la qualité de ses explications, la patience et le dévouement dont il a fait preuve à mon égard. J'espère que, malgré la somme des questions sous lesquelles je l'ai accablé, il gardera un bon souvenir de ces trois années.

J'adresse mes sincères remerciements à Messieurs François et Montheillet qui ont accepté de corriger cette étude ainsi que Messieurs Diani et Stelly pour leur participation à la commission d'examen et l'intérêt qu'ils ont porté à mon travail.

J'associe à ces remerciements Monsieur Mathiot, Messieurs Houdayer et Dormeval ses successeurs, ainsi que Madame Lepoutre qui m'ont accueilli dans leur service. Je profite de cette page pour leur dire mon admiration devant la qualité de leurs équipes et du matériel qu'ils ont mis à ma disposition.

Je tiens à remercier tout particulièrement Gilles Naulin, mon responsable de thèse qui, par ses précieux conseils, sa compétence, sa disponibilité, a rendu ces trois années aussi enrichissantes tant au point de vue technique que personnel. Qu'il sache que j'ai été particulièrement sensible à la confiance qu'il m'a témoignée et aux encouragements qu'il m'a prodigués.

Merci à Alain Matagne, *expert ès Hopkinson*, sans qui je n'aurais pas pu mener à bien ce travail. Je n'oublie pas tout ce que j'ai pu apprendre à son contact, les difficultés techniques que nous avons surmontées ainsi que les bons moments passés au sous-sol en compagnie de Michel Favriou, Pierre Malcoste et Pierre Rochard. Merci également à Patrick Grégoire, Jacques Cabirol, Raymond Azzolini et Thierry Laguionie de m'avoir épaulé avec autant de gentillesse lors des essais de compression et traction.

Parmi les meilleurs souvenirs que je garderai de ces trois années figure la réunion matinale quotidienne en présence de Marielle Lamaison, Nathalie Gras-Naulin, Danièle Bédère, Antonio Cosculluela, Lucien Roynel, Jean-Marie Chevallier, José Farré, Guillaume Talabart et des différents stagiaires. Merci à Marielle et Nathalie de m'avoir supporté pendant ces trois années en dépit de ma conception particulière de l'ordre et à Lucien Roynel de son entrain. Je tiens à dire toute ma reconnaissance à Guillaume et José pour leur contribution active à ce travail et pour leur appui constant. Je joins à eux Sébastien Mercier pour la qualité de son accueil lors de mes périodes messins.

Je termine avec une pensée affectueuse pour tous mes proches, mes parents et beaux-parents et surtout Claire et Clotilde à qui je dédie ce travail.

Merci enfin à tous ceux que j'aurai pu malencontreusement oublier. Qu'ils ne me tiennent pas rigueur de mon étourderie.

## Table des Matières

<b>I. Introduction</b>	<b>1</b>
<hr/>	
<b>II. Comportement plastique et mécanismes de déformation</b>	<b>4</b>
<hr/>	
<b>II.1. Influence de la déformation</b>	4
<b>II.2. Influence de la température</b>	7
<b>II.3. Influence de la vitesse de déformation</b>	9
<b>II.4. Influence du trajet de chargement</b>	10
<b>II.5. Bilan des observations</b>	11
<b>II.6. Micromécanismes de déformation</b>	12
II.6.1. Mécanismes contrôlés par le fluage	12
II.6.2. Mécanismes athermiques	13
II.6.3. Mécanismes contrôlés par l'activation thermique	14
II.6.4. Mécanismes liés au "traînage visqueux"	20
II.6.5. Synthèse	21
<hr/>	
<b>III. Modélisation du comportement plastique</b>	<b>23</b>
<hr/>	
<b>III.1. Modèles "classiques"</b>	23
<b>III.2. Modèle de Bodner-Partom</b>	25
III.2.1. Hypothèses de base	26
III.2.2. Choix des variables d'état	27
III.2.3. Modélisation du 2 <sup>o</sup> invariant du tenseur des vitesses	28
III.2.4. Equation d'évolution	28
III.2.5. Détermination des variables	29
III.2.6. Conclusion	30
<b>III.3. Modèle MTS</b>	31

---

III.3.1. Principe du modèle.	32
III.3.2. Equation cinétique initiale	32
III.3.3. Equation d'évolution initiale	34
III.3.4. Détermination des paramètres du modèle	34
III.3.5. Nouvelle équation cinétique	36
III.3.6. Nouvelle équation d'évolution	37
<b>III.3.7. Conclusion</b>	<b>38</b>
<b>III.4. Modèle de Klepaczko</b>	<b>38</b>
III.4.1. Loi cinétique	40
III.4.2. Loi d'évolution	42
III.4.3. Interprétation et détermination des paramètres	44
III.4.4. Synthèse	46
<b>III.5. Bilan</b>	<b>47</b>
<b>IV. Dispositif expérimental : les barres de Hopkinson</b>	<b>49</b>
<b>IV.1. Introduction</b>	<b>49</b>
<b>IV.2. Théorie des ondes de contrainte de torsion</b>	<b>50</b>
IV.2.1. Vitesse de propagation	52
IV.2.2. Relation couple-vitesse de rotation	53
IV.2.3. Transmission et réflexion d'ondes de torsion	54
<b>IV.3. Dispositif expérimental</b>	<b>55</b>
IV.3.1. Barres d'entrée et de sortie	56
IV.3.2. Chargement de la barre d'entrée	57
IV.3.3. Blocage de la barre d'entrée	57
IV.3.4. Eprouvette classique	58
IV.3.5. Instrumentation	59
IV.3.6. Chargement statique	59
IV.3.7. Diagramme de marche	60
<b>IV.4. Dépouillement</b>	<b>62</b>

---

---

<b>V. Comportement mécanique du tantale</b>	<b>67</b>
<b>V.1. Généralités sur le tantale</b>	67
V.1.1. Utilisation du tantale	67
V.1.2. Elaboration du tantale	67
<b>V.2. Propriétés chimiques</b>	68
V.2.1. Action de l'hydrogène	69
V.2.2. Action de l'azote	69
V.2.3. Action de l'oxygène	69
V.2.4. Action du carbone	70
<b>V.3. Propriétés physiques</b>	70
V.3.1. Aspect cristallographiques	70
V.3.2. Propriétés thermiques	71
V.3.3. Constantes d'élasticité	72
<b>V.4. Comportement du tantale en plasticité</b>	74
V.4.1. Comportement du tantale monocristallin	74
V.4.2. Influence du chargement thermomécanique	79
V.4.3. Influence de la microstructure	86
V.4.4. Effet Bauschinger	91
V.4.5. Restauration, recristallisation et écrouissage critique	92
<b>VI. Résultats des essais de torsion</b>	<b>97</b>
<b>VI.1. Description du tantale d'étude</b>	97
VI.1.1. Elaboration et composition chimique	97
VI.1.2. Constantes élastiques	98
VI.1.3. Observations microscopiques	99
<b>VI.2. Essais quasi statiques.</b>	103
<b>VI.3. Essais dynamiques.</b>	104
<b>VI.4. Premières observations</b>	108

---



---

<b>VII. Analyse des résultats</b>	<b>111</b>
<b>VII.1. Détermination classique des paramètres et nouvelles hypothèses</b>	111
<b>VII.2. Analyse de la contrainte athermique</b>	113
VII.2.1. Détermination à $3 \cdot 10^{-4} \text{ s}^{-1}$ .	115
VII.2.2. Détermination à $300 \text{ s}^{-1}$ .	116
VII.2.3. Détermination à $1,5 \cdot 10^{-2} \text{ s}^{-1}$	117
<b>VII.3. Analyse de la contrainte effective</b>	120
<b>VII.4. Premières simulations</b>	123
<b>VII.5. Nouvelle modélisation</b>	126
VII.5.1. Evolution de la densité de dislocations mobiles	126
VII.5.2. Optimisation “numérique”	127
<b>VII.6. Discussion</b>	135
<b>VII.7. Validation</b>	136
<b>VIII. Influence du type de chargement</b>	<b>139</b>
<b>VIII.1. Résultats expérimentaux.</b>	139
VIII.1.1. Essais quasi statiques	139
VIII.1.2. Essais dynamiques	140
<b>VIII.2. Comparaison avec la torsion.</b>	141
<b>VIII.3. Détermination des paramètres</b>	142
VIII.3.1. Densités de dislocations à $10^{-4} \text{ s}^{-1}$	142
VIII.3.2. Densités de dislocations à $10^3 \text{ s}^{-1}$	143
VIII.3.3. Composante effective à $10^3 \text{ s}^{-1}$	144
<b>VIII.4. Simulation sans prendre en compte le désancrage à <math>10^{-4} \text{ s}^{-1}</math></b>	146
<b>VIII.5. Comparaison avec d’autres essais et critique</b>	149
VIII.5.1. Extension à d’autres essais	149
VIII.5.2. Critique	150

---

**IX. Synthèse** **153**

---

**IX.1. Contrainte athermique** 153

**IX.2. Densité de dislocations initiale** 153

**IX.3. Multiplication des dislocations** 154

**IX.4. Annihilation des dislocations** 154

**IX.5. Contrainte effective** 155

**IX.6. Multiplication des dislocations mobiles** 156

**X. Conclusion** **157**

---

**Bibliographie** **161**

---

**Annexes**

---

Notations**A**

$a^*$	m	distance d'activation
$A_1$	-	constante du matériau (multiplication des dislocations) (modèle de Klepaczko)
$A_2$	-	constante du matériau (multiplication des dislocations) (modèle de Klepaczko)
$A_3$	-	constante du matériau (multiplication des dislocations) (modèle de Klepaczko)
$AEK$	V	proportionalité entre la déformation des barres et la tension aux bornes des jauges

**B**

$b$	m	vecteur de Burgers
$B_0$	Pa.s	coefficient de traînage visqueux

**C**

$c_t$	m.s <sup>-1</sup>	célérité des ondes de torsion
$C$	Nm	couple

**D**

$d$	m	taille des sous grains
$D$	m	taille des grains
$D_{barre}$	m	diamètre des barres
$D_f$	m <sup>2</sup> .s <sup>-1</sup>	coefficient de diffusion
$D_0$	s <sup>-1</sup>	valeur limite de la vitesse de déformation en cisaillement (modèle de Bodner-Partom)
$D_2$	s <sup>-1</sup>	deuxième invariant du tenseur des vitesses de déformation (modèle de Bodner-Partom)

**E**

$e$	V	tension aux bornes des ponts de jauge
$E$	GPa	module de Young

---

## ***F***

$f$  - fraction des dislocations mobiles

## ***G***

$g_0$  - énergie d'activation normalisée (modèle MTS)

$G$  GPa module de cisaillement

$G_0$  GPa module de cisaillement à  $0 K$

## ***H***

$h_{ép}$  m épaisseur de la partie utile de l'éprouvette

## ***I***

$i$  - constante du matériau contrôlant la sensibilité à la vitesse (modèle de Bodner-Partom)

## ***J***

$J_2$  MPa deuxième invariant du tenseur des contraintes (modèle de Bodner-Partom)

## ***K***

$k$  J.K<sup>-1</sup> constante de Boltzmann

$k_a$  - coefficient d'annihilation des dislocations

$k_0$  - constante d'annihilation des dislocations

## ***L***

$l$  m longueur moyenne des dislocations

$l_{ép}$  m longueur de la partie utile de l'éprouvette

$L_{entrée}$  m longueur de la barre d'entrée

$L_{sortie}$  m longueur de la barre de sortie

## ***M***

$m$  - sensibilité logarithmique à la vitesse

$m_0$  K<sup>-1</sup> dépendance de l'annihilation des dislocations à la température

$M_\sigma$  - facteur de Taylor entre la limite d'élasticité uniaxiale des polycristaux et la cission résolue critique.

$M_\tau$	-	facteur de Taylor entre la limite d'élasticité en cisaillement des polycristaux et la cission résolue critique.
$M_{II}$	$m^{-2}$	coefficient de multiplication des dislocations
$M_0$	$m^{-2}$	constante de multiplication de dislocations
<b><i>N</i></b>		
$n$	-	coefficient d'écroutissage
$n_k$	-	caractérise la géométrie des doubles décrochements
<b><i>P</i></b>		
$p$	-	caractérise la forme des obstacles thermiquement activés
<b><i>Q</i></b>		
$q$	-	caractérise la forme des obstacles thermiquement activés
$Q$	J	énergie d'activation d'autodiffusion
<b><i>R</i></b>		
$r$	m	rayon des barres
<b><i>S</i></b>		
$s$	-	facteur d'activation thermique (modèle MTS)
$s_{ij}$	MPa	déviateur du tenseur des contraintes
$S$		paramètre microstructural (modèle MTS)
<b><i>T</i></b>		
$T$	K	température
$T_m$	K	température de fusion
<b><i>V</i></b>		
$v$	$m.s^{-1}$	vitesse moyenne des dislocations
$V^*$	$m^3$	volume d'activation
<b><i>W</i></b>		
$w$	m	longueur moyenne des double décrochements

---

$W_p$  J travail plastique

## Y

$y$  - constante du matériau caractérisant le comportement du matériau à l'écroutissage (modèle de Bodner-Partom)

## Z

$Z$  MPa variable d'état reliée au travail plastique emmagasiné (modèle de Bodner-Partom)

$Z_0$  MPa valeur initiale de  $Z$  (modèle de Bodner-Partom)

$Z_1$  MPa valeur de saturation de  $Z$  dépendant de l'histoire du chargement (généralement constante) (modèle de Bodner-Partom)

$Z_{barre}$  N.m.s impédance acoustique des barres de Hopkinson

## $\alpha$

$\alpha$  - interaction sur les dislocations

## $\beta$

$\alpha$  m<sup>-2</sup> multiplication des dislocayions mobiles

## $\gamma$

$\gamma$  - déformation (plastique en cisaillement)

$\dot{\gamma}$  s<sup>-1</sup> vitesse de déformation (plastique en cisaillement)

$\dot{\gamma}_m$  s<sup>-1</sup> vitesse de saturation (multiplication des dislocations)

$\dot{\gamma}_0$  s<sup>-1</sup> vitesse de seuil (annihilation des dislocations)

## $\delta$

$\Delta$  m distance moyenne entre les macles

$\Delta G$  J énergie de Gibbs d'activation

$\Delta G_0$  J énergie de Gibbs d'activation à 0 K (taille totale de l'obstacle)

$\varepsilon$

- $\varepsilon$  - déformation (plastique uniaxiale)  
 $\dot{\varepsilon}$  s<sup>-1</sup> vitesse de déformation (plastique uniaxiale)

$\eta$

- $\eta$  Pa.s coefficient de viscosité

$\theta$

- $\theta$  rad angle de rotation des barres  
 $\theta^*$  - dépendance du module de cisaillement à la température (modèle de Klepaczko)  
 $\theta_{II}$  MPa pente de la courbe d'écrouissage au stade II

$\lambda$

- $\lambda$  MPa sensibilité à la vitesse  
 $\lambda$  m libre parcours moyen de dislocations

$\nu$

- $\nu$  - coefficient de Poisson  
 $\nu_0$  s<sup>-1</sup> fréquence de vibration moyenne des lignes de dislocation  
 $\nu_D$  s<sup>-1</sup> fréquence de Debye

$\rho$

- $\rho$  kg.m<sup>-3</sup> masse volumique  
 $\rho$  m<sup>-2</sup> densité de dislocation totale  
 $\rho_0$  m<sup>-2</sup> densité de dislocation initiale  
 $\rho_i$  m<sup>-2</sup> densité de dislocations immobiles  
 $\rho_m$  m<sup>-2</sup> densité de dislocations mobiles

$\sigma$

- $\sigma$  MPa contrainte (équivalent uniaxial)  
 $\sigma_y$  MPa limite d'élasticité  
 $\hat{\sigma}$  MPa contrainte de seuil (limite d'élasticité à 0 K)

---

$\tau$

- $\tau$  MPa contrainte d'écoulement (en cisaillement)
- $\tau^*$  MPa contrainte effective (composante thermiquement activée de la contrainte d'écoulement)
- $\tau_0^*$  MPa contrainte effective à 0 K
- $\tau_a$  MPa contrainte interne (composante athermique de la contrainte d'écoulement)
- $\hat{\tau}$  MPa contrainte de seuil (limite d'élasticité à 0 K)
- $\tau_{RS}$  MPa cisaillement résolue

$\varphi$

- $\phi_i$  m diamètre intérieur de l'éprouvette
- $\phi_e$  m diamètre extérieur de l'éprouvette

$\omega$

- $\omega_0$  rad.s<sup>-1</sup> vitesse de rotation



## Chapitre I :

### Introduction

## I. Introduction

L'étude des propriétés mécaniques des métaux est essentielle pour la conception des structures. Elle concerne en tout premier lieu la plasticité. Si la connaissance des charges limites à ne pas dépasser pour maintenir un matériau dans une zone élastique où ses transformations sont réversibles suffit parfois, celle du comportement au delà de ce domaine (déformations résiduelles, endommagement...) s'avère souvent indispensable. Citons à titre d'exemple toutes les opérations de mise en forme, de plastification en fond de fissure pour maîtriser leur propagation.

Le comportement mécanique peut s'analyser à trois niveaux.

- A l'échelle "globale" de la structure, on accède à une validation des calculs de dimensionnement. Les résultats obtenus sont spécifiques des composition et géométrie de la structure ainsi que de la sollicitation imposée (environnement, type de chargement, vitesse d'impact...). Devant la diversité et la complexité des chargements présents dans la nature et le coût de ces essais, ce type d'études est souvent la dernière étape avant la réalisation finale à grande échelle. (maquettes sur tables sismiques, crash-tests d'automobiles, tenue d'un réacteur aux impacts d'oiseaux...). Ces expériences servent de ratification des calculs basés sur une connaissance "locale" de la tenue ou de l'évolution de chaque composant de la structure.
- La connaissance "locale" des composants de la structure est issue d'essais mécaniques simples de réalisation et d'interprétation. Les résultats devant être comparables, ces essais sont normalisés. Les états de contrainte ainsi que l'environnement sont connus et répertoriés (essais de traction, de dureté...). Les résultats expérimentaux sont ensuite intégrés dans les codes de calculs en vue d'une optimisation pour les mises au point de structures. Il est alors indispensable de formuler des équations rendant compte de la réponse du matériau. Celle-ci dépend non seulement du chargement imposé comme la température et la vitesse de déformation, mais aussi de l'histoire du matériau c'est-à-dire son procédé d'élaboration et les traitements thermiques qu'il a subi, sa composition chimique et son état microstructural. Le nombre d'essais requis pour une science complète s'avère très grand et conduit à une multitude de lois valables chacune dans un domaine limité. C'est pourquoi les modèles mécaniques actuels s'orientent vers une description plus précise du comportement des matériaux.
- La troisième étape relève de l'étude "microstructurale" du comportement mécanique des matériaux. Elle se base sur la compréhension des phénomènes qui régissent la déformation et sur l'évolution de la microstructure en fonction du chargement imposé. Cette démarche assez rigoureuse se révèle difficile à valider car les variables des lois de comportement ne sont plus des grandeurs macroscopiques simples à mesurer. La détermination de chaque contribution microstructurale se fait souvent de manière indirecte. Elle passe par une description approfondie du matériau d'étude.

Dans la littérature, de nombreuses études portent sur l'influence des différents paramètres expérimentaux parmi lesquels la température et la vitesse de déformation. Certaines conditions extrêmes de chargement -comme les grandes déformations ou les vitesses de déformation élevées...- exigent des dispositifs et techniques instrumentales complexes. Les résultats issus de ces essais aboutissent à la formulation de modèles de loi de comportement.

L'objet de cette thèse est le développement d'un modèle de loi de comportement viscoplastique se basant sur des phénomènes intervenant à l'échelle microscopique.

Afin d'établir le cadre de l'étude et d'isoler les variables que nous utilisons par la suite, nous commençons par présenter les phénomènes qui sont généralement observés lors de la déformation d'un cristal. Le premier problème qui se pose lors de l'établissement d'une loi de comportement est le choix des variables. Celles-ci doivent être indépendantes et représentatives des phénomènes que l'on veut modéliser. De plus, elles doivent être opérationnelles, c'est à dire que l'on peut effectivement mesurer leur valeur expérimentale, de préférence simplement, sinon directement.

Plusieurs approches sont possibles pour rendre compte des phénomènes observés. La première, dite empirique, résulte de l'ajustement à des points expérimentaux d'une fonction mathématique. Son domaine de validité se restreint aux essais réalisés pour déterminer cette fonction. La seconde consiste à analyser les processus physiques qui justifient les constatations faites à l'échelle macroscopique. C'est dans ce cadre que se situe le travail qui comporte deux volets principaux :

la première partie expérimentale comprend la mise au point d'un dispositif de torsion "quasi statique/dynamique" et une série d'essais mécaniques sur une nuance de tantale ; nous avons choisi ce métal comme matériau d'étude car les effets du trajet de chargement sont peu connus sur les matériaux à structure cubique centrée.

la seconde partie consiste en la reformulation d'un modèle à partir de considérations sur les mécanismes physiques et la restitution de phénomènes liés à l'histoire du chargement.

L'exposé de ce travail se décompose selon les différents chapitres suivants.

- Le chapitre II est consacré à l'étude du comportement plastique des métaux et des micromécanismes de déformation.
- Le chapitre III présente différents modèles de lois de comportement et leur aptitude à restituer des phénomènes liés à la création de la microstructure.

- Le chapitre IV décrit les dispositifs expérimentaux de chargement dynamique (compression et torsion) utilisés pour cette étude. Une part importante est réservée à celui de torsion mis au point dans le cadre de ce travail.
- Le chapitre V propose une synthèse bibliographique de différentes études concernant le comportement plastique du tantale.
- Le chapitre VI expose les essais de torsion effectués.
- Leur analyse détaillée et une première modélisation sont proposées au chapitre VII.
- Le chapitre VIII présente une étude menée en compression sur l'influence du type de chargement. Une analyse identique à celle de la torsion est développée afin de déterminer les paramètres du modèle.
- Le chapitre IX synthétise les travaux effectués et la formulation du nouveau modèle axé sur l'évolution de la microstructure en fonction du trajet de chargement.

Chapitre II :

Comportement plastique

et micromécanismes

de déformation

## II. Comportement plastique et mécanismes de déformation

A la fin du siècle dernier, Considère [1885] constate que l'écoulement plastique est sensible au taux de déformation. Quelque temps plus tard, Ludwik [1909] puis Becker [1925] mettent en évidence le rôle de la vitesse de déformation et de la température sur la réaction des matériaux. Depuis, de nombreuses études ont tenté de relier cet écoulement à certaines grandeurs caractérisant l'état physique du matériau étudié et le chargement qui lui est imposé.

Ce chapitre analyse divers paramètres influençant l'écoulement plastique et la description des principaux micromécanismes le régissant.

### II.1. Déformation - Ecoulement

La réponse d'un matériau aux efforts auxquels il est soumis est généralement représentée par la variation de la contrainte - notée  $\sigma$  dans le cas d'une sollicitation uniaxiale (traction ou compression),  $\tau$  lors d'un cisaillement (torsion) - et en fonction de la déformation notée respectivement  $\varepsilon$  ou  $\gamma$ . Sous chargement monotone (traction, compression, torsion...), on met d'abord en évidence une limite d'élasticité  $\sigma_y$ , contrainte au delà de laquelle subsiste une déformation résiduelle lorsque l'on relâche l'effort. Dans le cas des métaux, la contrainte est proportionnelle à la déformation. On parle alors d'élasticité linéaire. La limite d'élasticité correspond à une perte de la linéarité dans la courbe contrainte/déformation (figure II-1).

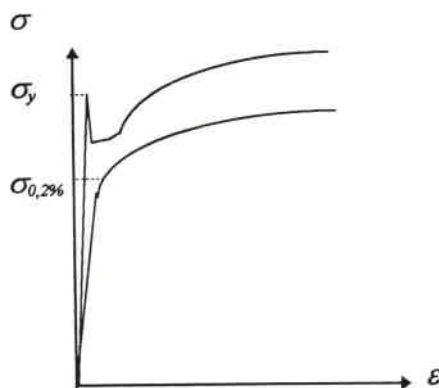


figure II-1 : allures de courbes contrainte/déformation

Au delà, le matériau entre dans le domaine plastique d'allure parabolique le plus souvent. La contrainte d'écoulement correspond à la contrainte qu'il faut maintenir pour continuer à

déformer plastiquement le matériau étudié. L'écrouissage traduit une augmentation de la contrainte d'écoulement avec la déformation.

Dans le cas des métaux et alliage, la déformation élastique est généralement très faible. La seule déformation que nous considérons est la déformation plastique que nous écrivons  $\varepsilon$  dans le cas d'un chargement uniaxial (traction ou compression),  $\gamma$  dans le cas de la torsion.

Il faut dès à présent distinguer le comportement des polycristaux et des monocristaux, les premiers se comportant en première approximation comme la moyenne des seconds.

Le passage dans le domaine plastique est dû principalement à la création, au mouvement et au stockage des dislocations. Si leur teneur initiale est faible (inférieure à  $10^4$ - $10^6 \text{ cm}^{-2}$ ), la limite d'élasticité correspond à leur création à partir de sources. Dans le cas contraire, elle coïncide avec la contrainte nécessaire pour les désancrer. Le mouvement des dislocations se fait de manière préférentielle dans les plans cristallographiques denses. Cela explique l'existence d'une *cission résolue critique* pour le glissement facile, contrainte de cisaillement critique à exercer sur un plan cristallographique dense. Dans le cas de la traction uniaxiale, elle se traduit par le rapport entre la limite d'élasticité macroscopique et un facteur, appelé *facteur de Schmid et Boas*, caractérisant l'orientation de l'axe de traction par rapport au système de glissement du cristal. Alors que les matériaux à structure C.F.C. vérifient bien la loi de Schmid et Boas, cette loi est mal suivie par les matériaux à structure C.C. [François et al 1991].

Trois stades d'écrouissage peuvent généralement être observés dans les monocristaux (*figure II-2*).

- Le stade I correspond à un glissement facile des dislocations dans un unique système de glissement sans consolidation du matériau.
- Le stade II est le siège d'un écrouissage quasiment linéaire dû à l'activation d'un second système de glissement.
- Le stade III au cours duquel les dislocations changent de système de glissement pour se recombinaison (*glissement dévié*); on assiste à une perte de linéarité et à l'apparition d'un écrouissage parabolique avant la rupture du matériau.

Au cours du stade I, un seul système de glissement macroscopique est actif. Les lignes de glissement sont longues et l'écrouissage est donc faible. Sous l'effet du glissement, le cristal subit une rotation vers les directions de glissement. Au cours de cette rotation, un second système de glissement peut devenir actif. Ce phénomène se traduit par un écrouissage plus important du matériau (stade II), les dislocations ayant alors plus de difficulté à se déplacer sur des plans se coupant. En fonction de l'angle dont tourne le cristal, l'apparition du stade II est plus ou moins rapide (*figure II-2*).

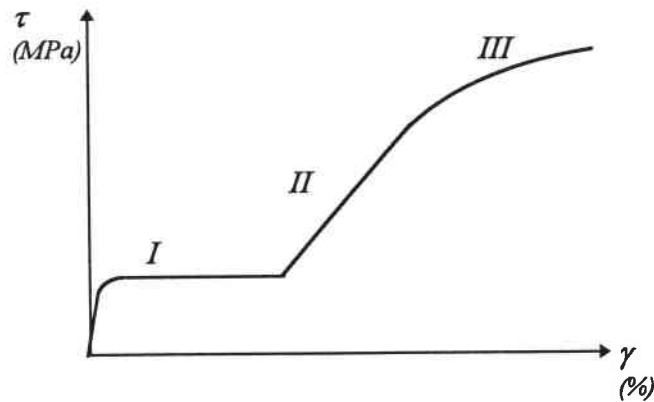


figure II-2 : courbe de consolidation d'un monocristal

Le stade II voit les dislocations interagir et former des crans ou des jonctions. Sous l'effet de ces interactions, elles se dissocient en dislocations partielles [Hirth & al 1968] et s'immobilisent en formant des empilements. Par rétroaction, les sources de dislocations sont bloquées et il faut augmenter la contrainte appliquée pour maintenir la vitesse de déformation. Le durcissement est important, de l'ordre de  $10^{-2} G$  (où  $G$  désigne le module de cisaillement).

La contrainte augmentant rapidement au cours du stade II, les dislocations situées en tête des empilements peuvent se recombiner en facilitant ainsi la poursuite de la déformation. Le durcissement s'effondre. C'est le début du stade III.

Le cas des polycristaux se distingue de celui des monocristaux par plusieurs points :

- les joints de grains créent des frontières au glissement des dislocations ; le blocage des dislocations à leur voisinage modifie le tenseur des contraintes ;
- les plans cristallographiques ne sont pas parallèles ; la déformation de chaque grain crée donc des distorsions différentes dans chaque grain ; la nécessité de préserver la cohésion cristalline induit des contraintes supplémentaires ; le chargement local ne correspond pas au chargement global.

A l'échelle macroscopique, cela se traduit par :

- une disparition du stade I ;
- une limite d'élasticité supérieure à celle du monocristal, d'autant plus que les grains sont petits ;
- un durcissement plus important que le monocristal.



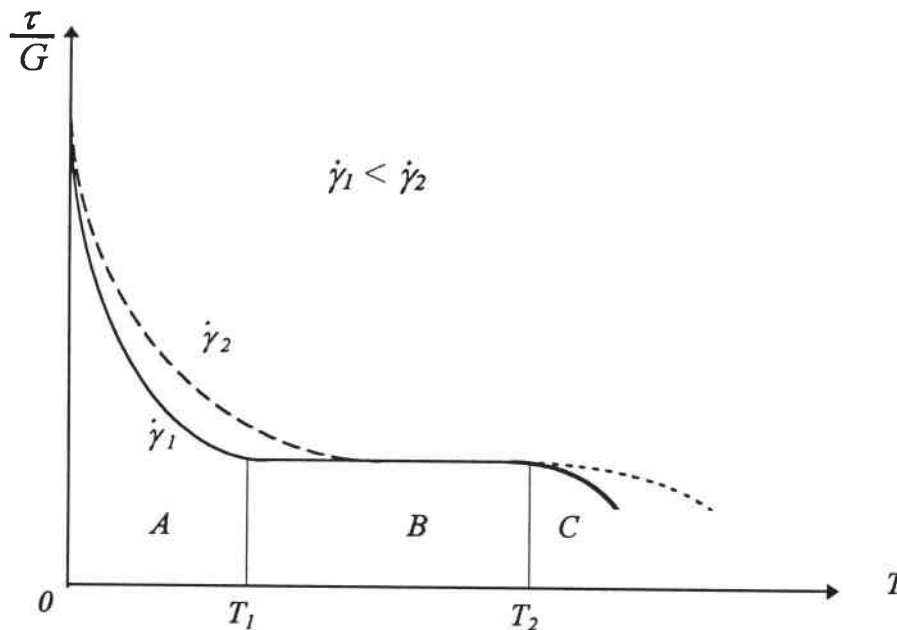
Pour traduire l'écouissage d'un matériau, on fait souvent appel à la loi d'Hollomon :  
 $\sigma = K \varepsilon^n$

L'écouissage d'un métal est caractérisée par le coefficient :  $n = \left. \frac{\partial \log(\sigma)}{\partial \log(\varepsilon)} \right|_{\dot{\varepsilon}, T}$

Selon le type de matériau et les traitements auxquels il a été soumis, la valeur de  $n$  peut varier de 0,4 (forte consolidation) à 0,1 (faible consolidation).

## II.2. Température

En règle générale, la résistance d'un matériau à l'écoulement plastique diminue lorsque la température d'essai croît. Nous avons représenté sur la figure II-3 l'évolution générale de la limite d'élasticité en fonction de la température.



*figure II-3 : variation de la limite d'élasticité (rapportée au module  $G$ ) avec la température pour deux valeurs de la vitesse de déformation.*

La zone A du graphique II-3 correspond à une diminution de la limite d'élasticité jusqu'à un plateau appelé plateau athermique (zone B du graphique). Lorsque la température augmente, les propriétés mécaniques chutent de nouveau (zone C).

Ce graphique est décrit plus en détail au paragraphe II-5, mais, dès à présent, on notera que la zone A est le siège de mécanismes activés grâce à une élévation de la température ; la zone B, correspondant au plateau athermique ne voit pas le matériau influencé par la température ; le début de la zone C coïncide avec l'apparition des mécanismes de diffusion. Pour

les métaux de structure cubique à faces centrées (C.F.C.) et hexagonale compacte (H.C.) à glissement basal, la décroissance de  $\tau/G$  (portion A) avec la température est faible, contrairement aux métaux à structure cubique centrée (C.C.) ou H.C. pour le glissement non basal. Les phénomènes thermiquement activés sont donc prépondérants dans le cas des matériaux C.C. ; ils vont se révéler très sensibles à la température alors que les matériaux C.F.C. seront peu influencés.

Les courbes de consolidation obtenues sur les métaux à structure cubique à faces centrées (cuivre, aluminium...) montrent que la température agit peu sur la limite d'élasticité mais influence notablement le taux d'écrouissage. En revanche, la limite d'élasticité des matériaux à structure cubique centrée (fer  $\alpha$ , tantale, tungstène, vanadium, molybdène, niobium...) est très sensible à la vitesse de déformation contrairement au taux d'écrouissage [Bénard et al 1984]. Cependant, des changements microstructuraux (précipitation, vieillissement, recristallisation) peuvent modifier cette règle générale.

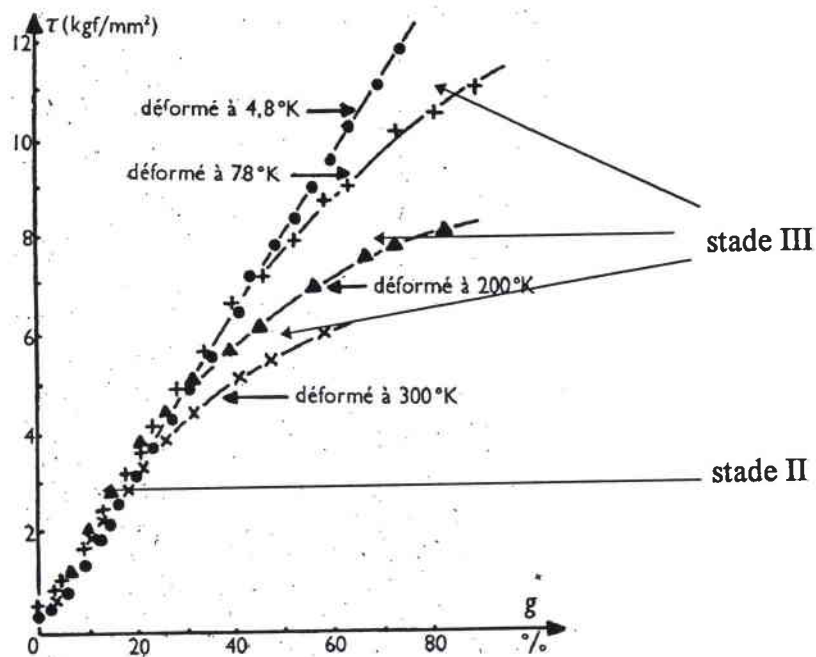


figure II-4 : courbes de consolidation de monocristaux de cuivre 99,99% à diverses températures (Blewitt, Coltman et Redman), [Jaoul 1965]

Dans le cas des monocristaux, Jaoul [1965] remarque que le durcissement de monocristaux dans le stade II n'est pas influencé par la température (figure II-4). L'effet de cette dernière ne s'observe que sur l'apparition plus ou moins tardive du stade III. Les processus de multiplication de dislocations sont donc "athermiques" contrairement à ceux de recombinaison.

### II.3. Vitesse de déformation

La vitesse de déformation a un effet contraire à celui de la température dans le domaine des phénomènes thermiquement activés (zone A de la figure II-3).

La sensibilité à la vitesse de déformation est caractérisée habituellement à l'aide du coefficient  $m = \left. \frac{\partial \log(\sigma)}{\partial \log(\dot{\epsilon})} \right|_{\epsilon, T}$  appelé sensibilité logarithmique à la vitesse traduisant une loi du

type  $\sigma = K \dot{\epsilon}^m$ . On utilise aussi le coefficient  $\lambda = \frac{\partial \sigma}{\partial \log(\dot{\epsilon})}$  représentatif d'une loi écrite sous la forme  $\sigma = \sigma_y + \lambda \log(\dot{\epsilon})$ .

Les métaux présentent des sensibilités très différentes à la vitesse de déformation suivant leur structure cristalline. A titre d'exemple, Regazzoni [1983], à partir d'expériences de traction, trouve une valeur constante de  $m$  valant 0,014 pour le cuivre (C.F.C.) alors que pour le tantale (C.C.),  $m$  décroît de 0,13 pour la limite élastique à 0,03 à 20% d'allongement. La figure II-5 [Coscolluela 1994] présente le comportement de trois métaux en compression pour différentes vitesses de déformation : le béryllium (H.C.), le cuivre (C.F.C.) et le tantale (C.C.). On peut noter que :

- la limite d'élasticité des matériaux à structure C.F.C. est peu sensible à la vitesse de déformation contrairement à celle des métaux à structure C.C. ; l'évolution de la limite d'élasticité des matériaux à structure H.C. est semblable à celle des matériaux C.F.C.
- l'écrouissage des matériaux C.F.C. et H.C. augmente avec la vitesse de déformation alors qu'il diminue dans le cas des matériaux C.C.

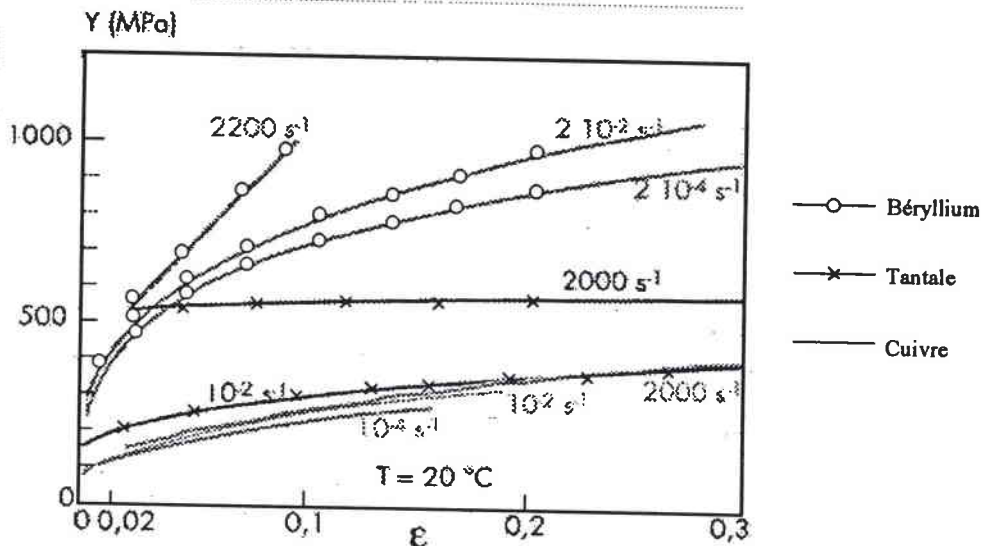


figure II-5: courbes expérimentales de compression à différentes vitesses de déformation [Coscolluela et al 1994]

Suivant le domaine de vitesse de déformation et de température, différents mécanismes gouvernent le comportement des métaux. Leurs descriptions est donnée au paragraphe II.5.

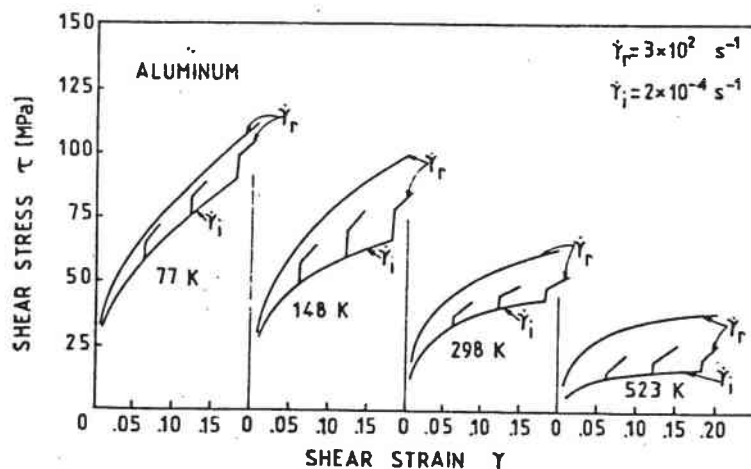
#### **II.4. Trajet de chargement**

Nous venons de voir l'influence de différents paramètres sur l'érouissage. A chaque fois, nous avons supposé implicitement que les caractéristiques du chargement étaient constantes. Il existe cependant une infinité de chemins pour atteindre une même déformation plastique.

Une fois qu'un matériau entre dans le domaine plastique, il se consolide lorsque la déformation augmente. Dans le cas idéal, si on décharge puis recharge le matériau dans le même sens, la nouvelle limite d'élasticité correspond à la contrainte d'écoulement avant déchargement. En revanche, si on le charge dans le sens opposé au premier chargement, on constate une diminution de la limite d'élasticité. Ce phénomène est connu sous le nom d'effet Bauschinger. Le trajet de chargement a donc une influence sur le comportement d'un matériau.

L'effet du trajet de chargement peut être observé alors que la sollicitation ne change pas de direction, mais seulement la vitesse de déformation. Cela permet de comparer le comportement mécanique de deux structures identiques préalablement déformées sous deux conditions différentes jusqu'à un même taux de déformation, puis soumises à la même sollicitation sur une même plage de déformation. Le premier chargement constitue l'unique facteur distinguant ces deux structures.

La première structure est sollicitée à une vitesse de déformation  $\dot{\epsilon}_1$  constante. La seconde est chargée dans un premier temps à une vitesse  $\dot{\epsilon}_2$  (différente de  $\dot{\epsilon}_1$  de plusieurs ordres de grandeur) jusqu'à une déformation plastique donnée. Elle subit alors la vitesse de déformation  $\dot{\epsilon}_1$  du premier essai. On constate que les courbes contrainte / déformation ne coïncident pas sur la partie où l'échantillon subit un même allongement plastique pour une même vitesse de déformation. Le chargement initial a donc une influence sur le comportement du matériau (*figure II-6*) [*Senseny 1978*]. Il est alors possible de définir deux types de sensibilité : la première traduit la réponse instantanée du matériau à la sollicitation imposée tandis que la seconde retranscrit l'évolution de la microstructure au cours de la déformation en fonction des paramètres de chargement. Les essais effectués par différents expérimentateurs permettent de distinguer le comportement des matériaux à structure cubique centrée et ceux à structure cubique à faces centrées.



*figure II-6 : courbes de consolidation obtenues lors de sauts de vitesse [Senseny et al 1978]*

La vitesse de déformation a une grande influence sur la réponse instantanée des matériaux C.C. (Ta, Cr, W, V, Mo, Fe $\alpha$ ...) contrairement aux matériaux C.F.C. (Cu, Al, Fe $\gamma$ , Ag, Pb, Ni...). En revanche, le taux d'écrouissage augmente de manière significative avec la vitesse de déformation dans le cas des métaux C.F.C. alors qu'il diminue dans le cas des matériaux à structure C.C.. [Frost et Ashby 1982]

D'autres paramètres affectent l'écoulement plastique : la texture, les éléments interstitiels, la taille de grains... Nous ne nous penchons pas sur leur influence car ils ne concernent pas directement notre étude.

### **II.5. Bilan des observations**

En métallurgie mécanique [François et al. 1991], on appelle loi de comportement la relation reliant la contrainte d'écoulement  $\sigma$  du matériau étudié à son état microstructural  $S$  et au chargement imposé souvent défini par la température  $T$ , la vitesse de déformation  $\dot{\epsilon}$  et la pression  $P$ . Dans toute la suite, nous nous placerons dans un cadre où l'influence de la pression n'est pas considérée (ce qui est souvent le cas en dehors de sollicitations extrêmes telles des expériences de choc de plaques ou des compressions par enclumes diamant). Nous pouvons écrire :  $\sigma = \sigma(T, \dot{\epsilon}, S)$

La détermination de cette loi passe, dans un premier temps, par le choix de paramètres censés représenter l'état microstructural  $S$  puis, dans un second temps, par une caractérisation expérimentale importante. La déformation plastique a longtemps été l'unique paramètre traduisant

l'évolution de l'érouissage. L'avantage premier offert par une telle approche est la facilité de mesure de ce paramètre. De nombreux modèles [Meyer 1992] adoptent cette approche.

Ces modèles séparent le plus souvent l'effet de la vitesse de déformation sur la limite d'élasticité et sur l'érouissage. En réalité, ces influences sont couplées et diffèrent suivant le type de structure cristalline du matériau.

Il ressort de ces observations faites dans le paragraphe précédent que la déformation plastique ne peut être considérée comme une variable caractérisant correctement l'état physique d'un matériau. Nous choisissons donc d'étudier les phénomènes qui apparaissent à l'échelle atomique pour pouvoir définir les variables que nous allons choisir pour la suite de notre étude.

## **II.6. Micromécanismes de déformation**

L'écoulement plastique dépend en tout premier lieu de l'énergie de cohésion entre les atomes adjacents d'une structure. Dans un second temps, la plasticité est tributaire de la structure cristalline par la faculté que celle-ci offre aux défauts de se créer et de se propager à travers le réseau. La déformation n'est que la conséquence macroscopique de déplacements à l'échelle atomique : le glissement et, dans une moindre mesure, le maclage.

Pendant leur déplacement, les dislocations réagissent entre elles ainsi qu'avec le réseau cristallin. Elles doivent franchir des obstacles ponctuels (atomes interstitiels par exemple), linéaires (comme les vallées de Peierls) ou volumiques (précipités). De nombreux processus de franchissement des obstacles sont décrits dans la littérature. Klahn, Mukherjee et Dorn [1970] les répertorient en quatre types principaux de mécanismes selon qu'ils sont :

- liés au fluage,
- athermiques,
- activés thermiquement ou, enfin,
- d'amortissement (aussi appelés de "traînage visqueux").

La frontière entre ces classes est fonction du domaine de vitesses de déformation et de température. Elle n'est pas bien marquée car plusieurs mécanismes peuvent se produire simultanément.

### **II.6.1. Mécanismes contrôlés par le fluage**

De manière générale, à des températures supérieures à la moitié de la température de fusion  $T_m$  du métal considéré, la déformation est contrôlée par des phénomènes de fluage par diffusion atomique. Les différents mécanismes proposés suivent une loi du type :

$$\frac{\dot{\epsilon} kT}{D_f G b} = A \left( \frac{\sigma}{G} \right)^n$$

- $D_f$  désigne le coefficient de diffusion approprié de lacunes (mécanisme de Nabarro, montée de dislocations...), de joints de grain (mécanisme de Coble...) ou d'atomes en solution;
- $A$  et  $n$  sont des constantes dépendant du mécanisme.

En régime permanent, la création et l'annihilation des dislocations se compensent.

Le domaine de vitesse de déformation et de température dans lequel les mécanismes de fluage sont prépondérants est en dehors du cadre de notre étude. C'est pourquoi nous ne les décrivons pas en détail.

### II.6.2. Mécanismes athermiques

Dans une plage de températures "intermédiaires" (typiquement entre  $T_m/5$  et  $T_m/2$ ) et des faibles vitesses de déformation, la déformation est dite "athermique". La contrainte d'écoulement  $\tau$  décroît très faiblement avec la température. La dépendance de  $\tau$  en fonction de la température est identique à celle du module de cisaillement  $G$ . Les mécanismes athermiques se divisent en deux catégories principales : ceux qui sont intrinsèquement athermiques (déplacement de dislocation dans des "amas") et ceux dont l'énergie d'activation est si importante que les fluctuations thermiques n'ont pas d'effet sur la vitesse de déformation (sources de Frank-Read). Wiedersich [Hayden et al. 1967] recense plusieurs mécanismes d'écrouissage reliant la contrainte interne à la densité de dislocations (figure II-7). Les estimations théoriques de tous ces processus conduisent à une loi du type :

$$\text{/Eq II-1/} \quad \tau_a = \alpha G b \sqrt{\rho}$$

- où
- $\tau_a$  est la contrainte interne
  - $\alpha$  est une constante d'interaction sur les dislocations comprise entre 0,2 et 0,5,
  - $b$  désigne la plus petite distance interatomique (vecteur de Burgers),
  - $G$  est le module de cisaillement,
  - $\rho$  est la densité de dislocations.

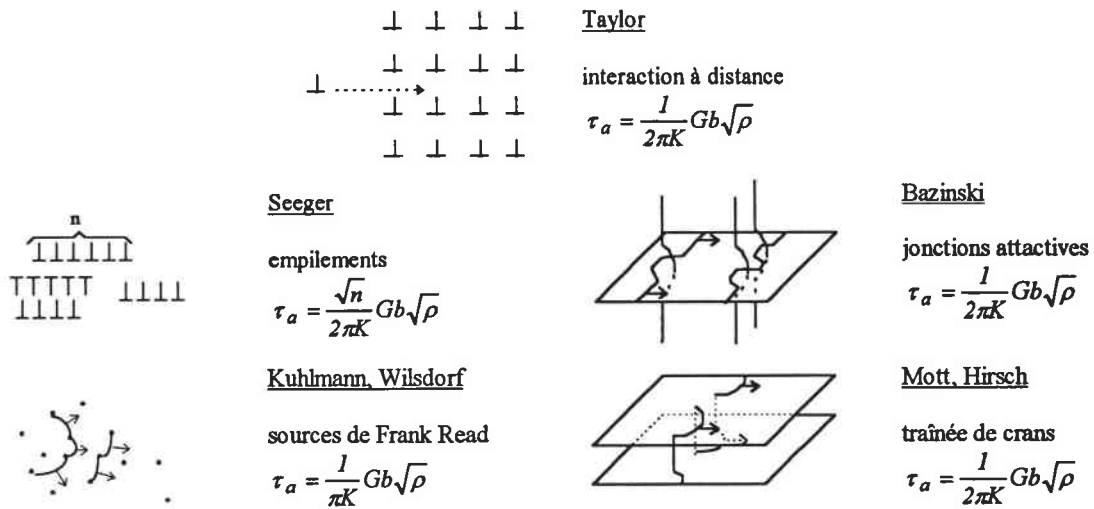


figure II-7: 5 processus athermiques selon Wiedersich

D'autres mécanismes jouent sur la valeur de la contrainte interne : le diamètre des grains  $D$ , la distance moyenne entre les macles  $\Delta$ , la taille de sous-grains  $d$ . En se basant sur les travaux de Saada [1960], Mughrabi [1975] et Teodosiu et Sidoroff [1978], Klepaczko [1987c] propose une valeur de la contrainte interne :

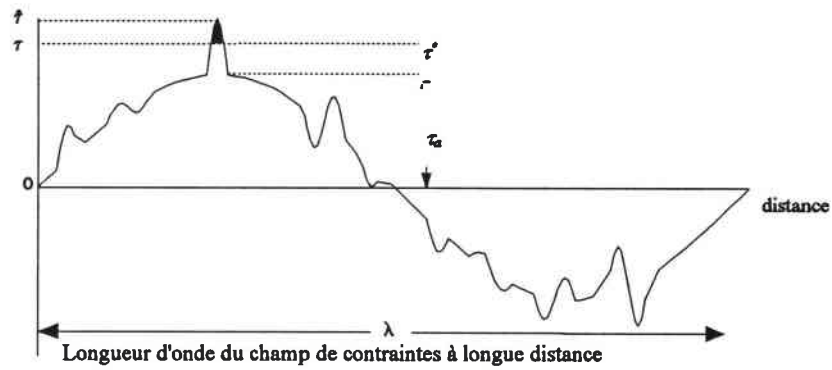
$$\tau_a = \alpha_1 Gb\sqrt{\rho} + \alpha_2 G \sqrt{\frac{b}{d(\rho)}} + \alpha_3 G \sqrt{\frac{b}{D}} + \alpha_4 G \sqrt{\frac{b}{\Delta}}$$

L'expression de la contrainte  $\tau_a$  donnée par la relation précédente est liée aux interactions du type dislocation/dislocation, aux tailles des structures cellulaires et des grains ainsi qu'à la distance moyenne entre macles. Ces obstacles engendrent un champ de contraintes de taille supérieure à une dizaine de distances atomiques [Conrad 1964], [de Fouquet 1976]. On parle alors de champs de contraintes à longue distance.

### II.6.3. Mécanismes contrôlés par l'activation thermique

Parallèlement aux obstacles à longue distance, il en existe à courte distance dont le rayon d'action ne dépasse pas une dizaine de distances atomiques. Parmi ceux-ci -appelés obstacles "thermoactivés" ou "faibles"- on trouve la contrainte de Peierls-Nabarro, les forêts de dislocations, la montée de dislocations de type coin. Le champ de contraintes subi par une dislocation est la somme algébrique de toutes les contraintes en ce point [Seeger 1957]. La figure II-8 représente l'allure d'un tel champ.





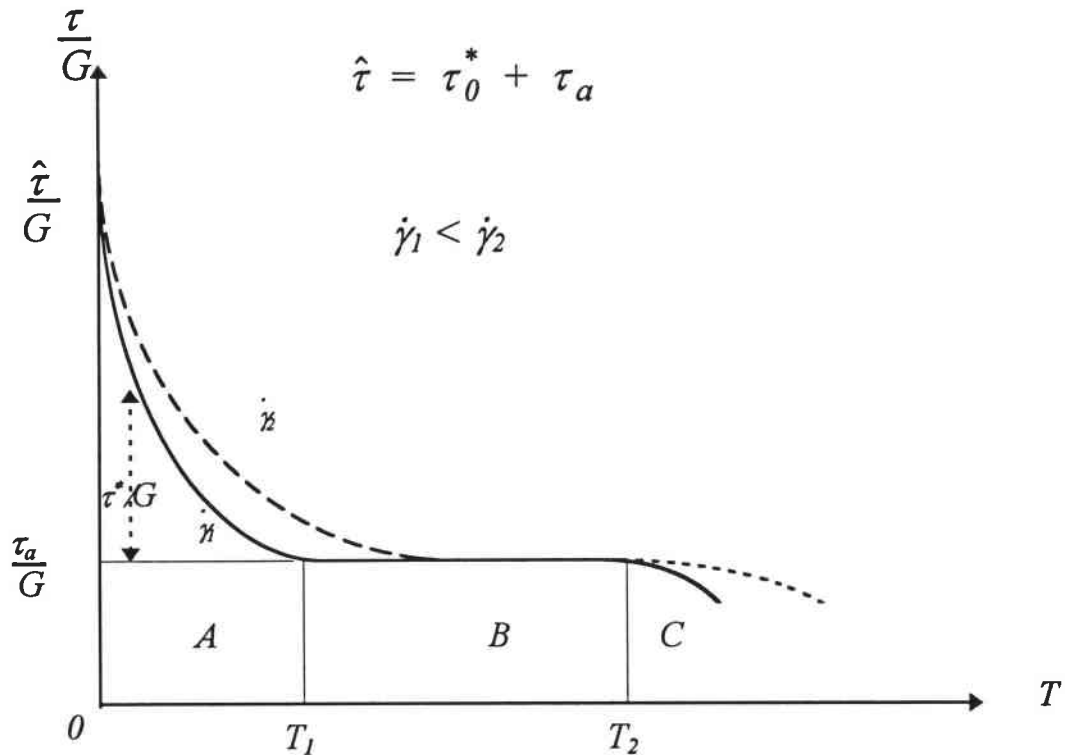
*figure II-8: représentation schématique du champ de contraintes rencontré par une dislocation se déplaçant dans le cristal.*

L'obstacle thermoactivé le plus fort (noirci sur la figure II-8) pilote l'écoulement viscoplastique. Pour une température de  $0\text{ K}$ , l'écoulement plastique se produit pour une valeur  $\hat{\tau}$  de la contrainte appelée contrainte de seuil. Lorsque la température s'élève, l'activation thermique (à l'origine des vibrations atomiques) fournit une énergie représentée par la surface noircie (figure II-8).

La statistique de franchissement dépend de l'énergie d'activation thermique. A une température fixée, lorsque l'on applique une vitesse de déformation, on impose une fréquence de franchissement des obstacles par les dislocations. Celles-ci vont alors tenter de minimiser leur énergie libre. A ce niveau d'énergie correspond la contrainte d'écoulement. Lorsque la température est élevée, pour une même vitesse de déformation, l'énergie fournie est supérieure. La contrainte nécessaire pour maintenir une vitesse de déformation  $\dot{\gamma}$  est donc abaissée. La limite d'écoulement  $\tau$  décroît alors jusqu'à la valeur  $\tau_a$  pour laquelle une élévation de la température n'a plus d'influence car les distances d'activation de des obstacles rencontrés sont trop importantes. La contrainte  $\tau_a$  ne dépend de la température qu'à travers le module de cisaillement  $G(T)$  (figure II-9).

On appelle contrainte effective  $\tau^*$  la contribution à la contrainte d'écoulement des obstacles thermiquement activés (figures II-8 & II-9).

/Eq II-2/ 
$$\tau^* = \tau - \tau_a$$



*figure II-9 : variation de la cission critique (rapportée au module  $G$ ) avec la température pour deux valeurs de la vitesse de déformation (à microstructure constante)*

Le graphique II-9 reprend celui introduit au paragraphe II-2. Il montre l'évolution de la limite d'élasticité en fonction de la température pour plusieurs vitesses de déformation. Sur la zone A de ce graphique, les obstacles à faible distance d'activation contrôlent le déplacement des dislocations. L'augmentation de la température permet d'abaisser la contrainte d'écoulement pour une même vitesse de déformation. La contrainte décroît de manière plus notable pour les matériaux C.C. que pour les C.F.C. et les H.C., indiquant que les obstacles "faibles" comme les vallées de Peierls-Nabarro jouent un rôle prépondérant sur le comportement plastique des matériaux C.C. [Frost et al 1982]. Sur le plateau athermique de la zone B, l'énergie fournie par la température permet de franchir les obstacles "faibles". L'écoulement est régi par les obstacles à grande distance d'activation comme les forêts de dislocations dans les matériaux C.F.C. Au delà de ce plateau, la zone C coïncide avec l'apparition des mécanismes liés au fluage.

Une façon d'appréhender l'activation thermique est de considérer le mécanisme de franchissement des vallées de Peierls-Nabarro par double décrochement d'une dislocation ancrée en deux points A et B distants de  $l$  (figure II-10). Celle-ci est soumise à la contrainte effective  $\hat{\tau}^*$ . Lors de son déplacement, il se forme un double décrochement (*double kink*) de longueur  $w$  et de largeur  $a^*$  (figure II-10).

Seeger [1957], a montré que l'énergie d'activation dépendait de la contrainte effective  $\tau^*$ . Plus tard, Dorn et Rajnak [1962] ont étudié les premiers la cinétique de formation d'un double décrochement. Ils ont montré que cette énergie est fonction de la forme de l'obstacle. Nous présentons ici les résultats principaux sur l'activation thermique.

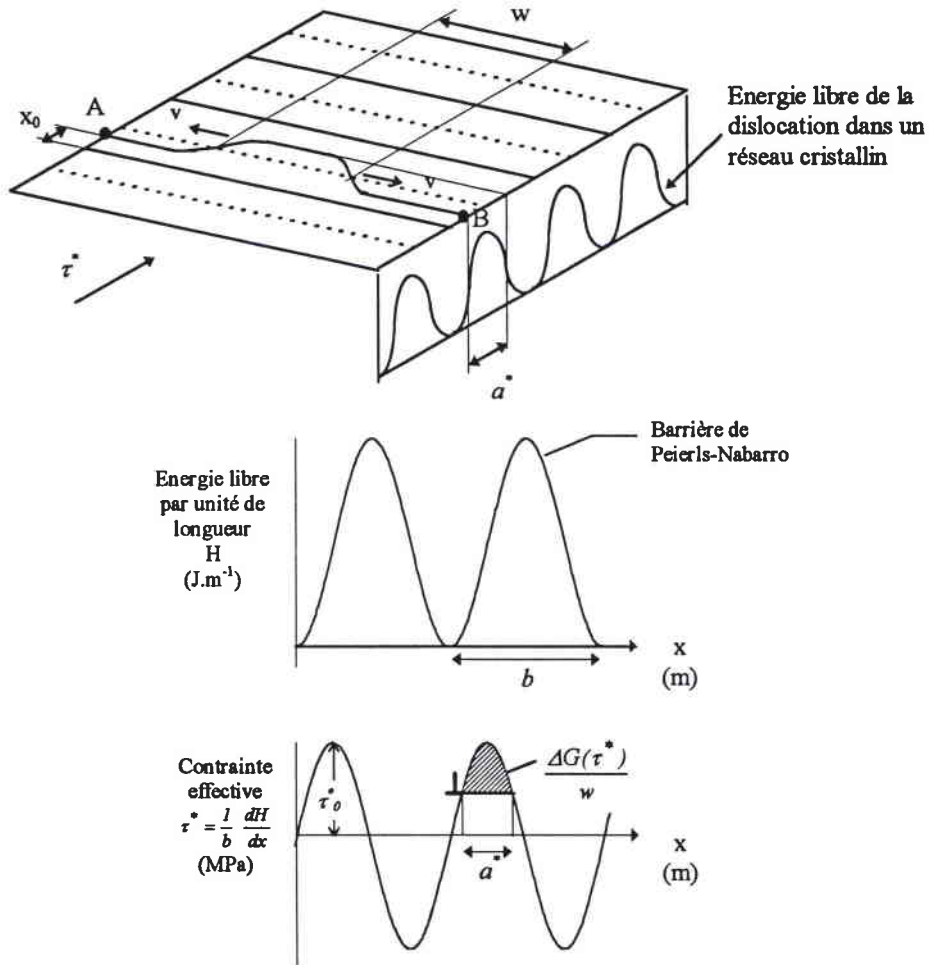


figure II-10 : franchissement d'une vallée de Peierls par double décrochement

La fréquence  $\nu$  de franchissement suit une loi statistique de Boltzmann : [Conrad 1964].

/Eq II-3/

$$\nu = \nu'_0 \exp\left(-\frac{\Delta G}{kT}\right)$$

$\nu'_0 = \frac{b}{2w} \nu_D$  est la fréquence de vibration de la ligne de dislocation et peut être comprise entre  $\nu_D/1000$  et  $\nu_D/100$  où  $\nu_D$ , voisin de  $10^{13}$  Hz, représente la fréquence de vibration des atomes (fréquence de Debye) [Kocks et al 1975].

$\Delta G$  est l'énergie de Gibbs d'activation et correspond à la surface hachurée de la figure II-10.

Le franchissement d'un obstacle permettant à une dislocation de parcourir en moyenne une distance  $\frac{l a^*}{w}$ , la vitesse moyenne  $v$  d'une dislocation est donnée par la relation :

$$v = v_D \frac{l a^* b}{2 w^2} \exp\left(-\frac{\Delta G}{kT}\right)$$

La relation de base entre la vitesse de cisaillement plastique  $\dot{\gamma}$ , la densité de dislocations mobiles  $\rho_m$  et leur vitesse moyenne  $v$  est donnée par Orowan :

/Eq II-4/  $\dot{\gamma} = \rho_m b v$

On parvient donc à la relation :

/Eq II-5/  $\dot{\gamma} = \dot{\gamma}_0 \exp\left(-\frac{\Delta G(\tau^*)}{kT}\right)$

/Eq II-6/  $\dot{\gamma}_0 = \frac{l a^*}{2 w^2} v_D b^2 \rho_m = n_k v_D b^2 \rho_m$

Alors qu'il est possible de mesurer la densité de dislocations totale, aucune méthode n'est connue à ce jour pour déterminer directement  $\rho_m$ . En revanche des observations au microscope électronique à transmission ont montré que la vitesse des dislocations mobiles est une fonction croissante de la contrainte appliquée [Friedel 1964] [Gilman 1969].

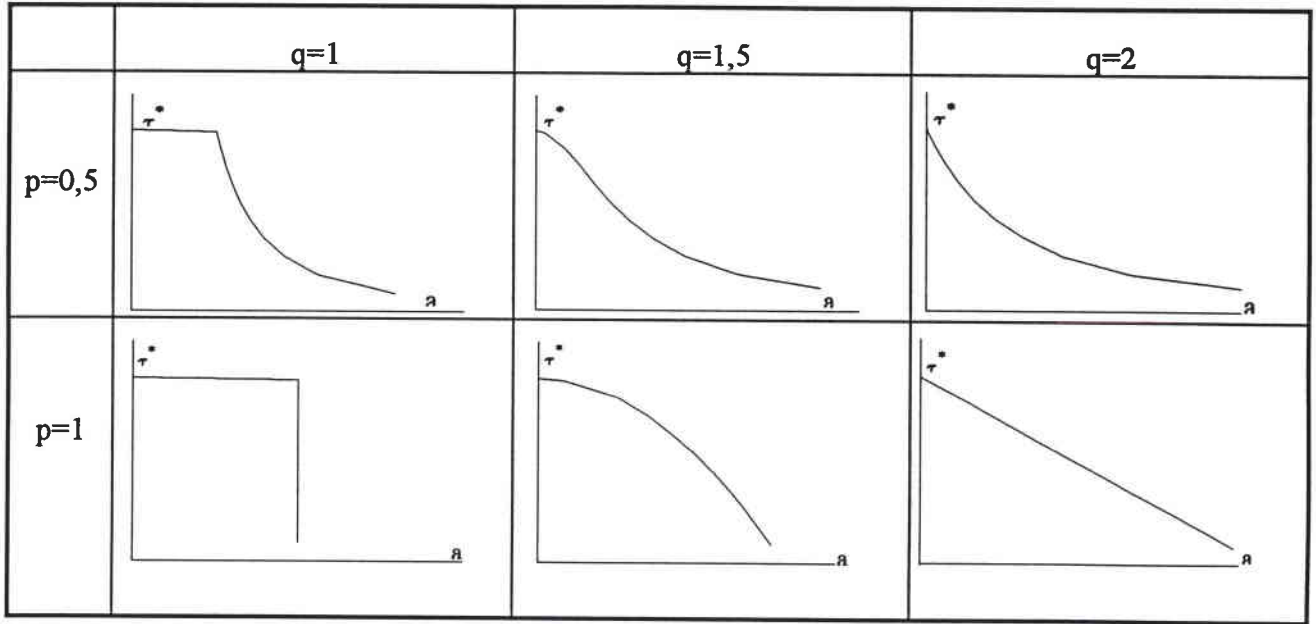
Les lignes de dislocations sont flexibles. Elles peuvent donc se mouvoir de plusieurs façons, la plus courante étant par décrochement. La géométrie du décrochement est fonction du champ de potentiel dans lequel se trouve la dislocation. Dorn et Rajnak [1964] Gilman [1965], Kocks, Argon et Ashby [1975] se sont intéressés au profil d'une dislocation dans un champ de potentiel périodique. Il ressort de leurs études que l'énergie d'activation peut s'écrire avec une bonne approximation :

/Eq II-7/  $\Delta G(\tau^*) = \Delta G_0 \left[1 - \left(\frac{\tau^*}{\tau_0^*}\right)^p\right]^q$

où  $\Delta G_0$  est l'énergie totale de l'obstacle;

$\tau_0^*$  est la partie thermiquement activée de la contrainte de seuil à 0 K;

$p$  et  $q$  déterminent la forme de l'obstacle (figure II-11).



*figure II-11: profils des obstacles en fonction de p et q  
[Kocks et al 1975].*

Pour que l'allure des obstacles ait une signification physique,  $p$  et  $q$  doivent vérifier :

$$0 < p \leq 1$$

$$1 \leq q \leq 2$$

Nous voyons qu'une augmentation de  $p$  tend à rabattre le pied de l'obstacle tandis qu'une augmentation réduit le sommet de l'obstacle.

Le cas le plus simple est celui de l'obstacle rectangulaire pour lequel  $p=q=1$ .

Le volume d'activation défini par :  $V^* = - \frac{\partial \Delta G}{\partial \tau^*} = b^2 a^*$  demeure constant.

L'expression de l'énergie d'activation s'écrit alors :

$$\Delta G(\tau^*) = \Delta G_0 - \tau^* V^*$$

On aboutit ainsi à une expression de la vitesse de déformation :

$$\dot{\gamma} = \dot{\gamma}_0 \exp\left(-\frac{\Delta G_0 - \tau^* V^*}{kT}\right)$$

soit en inversant cette relation :

$$\tau = \tau_a + \frac{\Delta G_0}{V^*} + \frac{kT}{V^*} \ln\left(\frac{\dot{\gamma}}{\dot{\gamma}_0}\right).$$

Cela donne une justification aux lois empiriques du type :

$$\sigma = A + BT \ln\left(\frac{\dot{\gamma}}{\dot{\gamma}_0}\right)$$

#### II.6.4. Mécanismes liés au “traînage visqueux”

Différentes techniques d’impact peuvent donner naissance à des contraintes supérieures à la contrainte de seuil. De telles contraintes sont donc suffisamment élevées pour que les dislocations franchissent tous les obstacles à leur mouvement. L’activation thermique ne contrôle plus la cinétique des dislocations. En raison de leur faible masse, les dislocations soumises à ces très hauts niveaux de contrainte accélèrent rapidement jusqu’à une valeur limite inférieure à la vitesse du son dans le milieu. Elles dissipent leur surcroît d’énergie de différentes manières. Une revue des principaux mécanismes a été effectuée par Klahn, Mukherjee et Dorn [1970], Nabarro [1967] et Gilman [1967]. Ces mécanismes de “traînage visqueux” suivent une loi de type Newtonien :

$$F = (\tau - \tau_a) b = B v$$

$F$  est la force de “traînage visqueux” par unité de longueur ;

$B$  est le coefficient de viscosité ;

$v$  est la vitesse moyenne des dislocations.

Lorsque la vitesse des dislocations excède un tiers de la vitesse des ondes acoustiques transversales, le coefficient de viscosité devient :

$$B = \frac{B_0}{\left(1 - \frac{v^2}{c_t^2}\right)}$$

Notons parmi les différents mécanismes, les interactions avec les phonons et avec les nuages électroniques.

En reportant dans la relation d’Orowan, on en déduit :

$$\tau = \tau_a + \frac{B}{\rho_m b^2} \dot{\gamma}$$

Cela conduit à des lois de comportement du type :

$$\sigma = A + \eta \dot{\gamma}$$

### **II.6.5. Synthèse**

Comme nous venons de le voir dans les paragraphes précédents, la contrainte d'écoulement dépend à la fois des conditions de chargement thermo-mécanique et de l'état microstructural du matériau étudié. Suivant les domaines de vitesse de déformation et de température dans lesquels est sollicité un matériau, les phénomènes régissant l'écoulement plastique diffèrent. Il apparaît donc présomptueux de décrire la loi de comportement d'un matériau à l'aide d'une unique formule mathématique sur tout le domaine de vitesses de déformation et de température. De plus, l'adaptation de la microstructure aux conditions de chargement ne sera pas la même suivant les conditions de chargement. Nous allons voir dans le prochain chapitre que certains modèles empiriques parviennent à être en accord avec les résultats expérimentaux mais seulement dans un cadre bien déterminé où la vitesse de déformation et la température demeurent constantes au cours de l'essai. Cependant, nous sommes tenus de prendre en compte les micromécanismes de déformation si nous voulons être capable de prédire le comportement des métaux dans un domaine de sollicitation plus vaste.

Chapitre III :

Modélisation du  
comportement plastique



### III. Modélisation du comportement plastique

La plupart des modèles de loi de comportement expriment la contrainte d'écoulement comme une fonction mathématique de la déformation, de la température et de la vitesse de déformation [Meyer 1992]. Dans le domaine de vitesse de déformation, de température et de déformation pour lesquels ils sont valides, l'adéquation qu'ils présentent avec les résultats expérimentaux est excellente lorsque les paramètres de chargement restent constants. Cependant, lorsqu'ils varient au cours de la déformation (par changement de direction ou de vitesse de sollicitation, par modification de la température d'essai par exemple), les simulations que proposent ces modèles ne s'accordent que de manière imparfaite avec les courbes expérimentales. Le trajet de chargement joue donc un rôle capital sur la réponse mécanique d'un matériau.

Pour parvenir à retraduire cette influence du chargement, de nouveaux modèles viscoplastiques se sont développés depuis deux décennies. Ces derniers dissocient de manière plus ou moins explicite la sensibilité à la température et à la vitesse de déformation en deux composantes : une sensibilité instantanée et une sensibilité à "l'histoire". La première traduit l'adaptation immédiate de l'état microstructural aux conditions de chargement, la seconde, l'influence de ces conditions sur l'évolution de l'état microstructural.

Au cours de ce chapitre nous présentons différents modèles et principalement ceux qui parviennent à restituer les effets "d'histoire" du chargement.

#### III.1. Modèles "classiques"

Les modèles qui considèrent la déformation comme variable d'état retraduisent de façon très satisfaisante le comportement des métaux si les conditions de chargement ne sont pas modifiées au cours de l'essai.

Les premières équations empiriques prennent en compte uniquement l'écrouissage :

$$\text{Hollomon : } \sigma = K \varepsilon^n \quad \text{ou} \quad \tau = K' \gamma^n$$

$$\text{Ludwik [1909] : } \sigma = \sigma_y + K \varepsilon^n \quad \text{ou} \quad \tau = \tau_y + K' \gamma^n$$

En se basant sur ce formalisme, plusieurs modèles ont introduit l'influence de la vitesse de déformation et de la température. A titre d'exemple, nous pouvons citer les modèles de :

Klopp, Klifton et Shawki [1985] :  $\tau = \tau_0 \gamma^n T^\nu \dot{\gamma}^m$

Litonski [1977] :  $\tau = C \gamma^n (1-A T) (1+B \dot{\gamma})^m$

Johnson et Cook [1983] :  $\tau = (A + B \gamma^n) [1 + C \ln(\dot{\gamma})] \left[ 1 - \left( \frac{T - 293}{T_m - 293} \right)^m \right]$

Au cours des années 70, le modèle de Hart [1967] a connu un certain essor. Il fournit des critères d'apparition d'instabilité lors d'un essai de traction.

Zerilli et Armstrong [1987] proposent une équation qui se base sur des mécanismes plus microstructuraux en prenant en compte l'influence de la taille moyenne des grains  $D$ , et en tentant de restituer des phénomènes d'activation thermique :

C.C.  $\sigma = \sigma_0 + B_0 \exp[(-\beta_0 + \beta_1 \ln \dot{\gamma}) T] + K_0 \epsilon^n + K_\epsilon D^{-1/2}$

C.F.C.  $\sigma = \sigma_0 + B_1 \epsilon^{1/2} \exp[(-\beta_0 + \beta_1 \ln \dot{\gamma}) T] + K_\epsilon D^{-1/2}$

Un des intérêts principaux du modèles de Zerilli et Armstrong est de distinguer le comportement des C.C. de celui des C.F.C.

Plus proches des mécanismes que nous avons décrit, Steinberg et Lund, en se basant sur les travaux de Hoge et Mukherjee, proposent l'équation suivante :

$$\sigma = \sigma_a (1 + \beta \epsilon)^n + \sigma^*(T, \dot{\epsilon})$$

$$\dot{\epsilon} = \frac{1}{\frac{1}{C_1} \exp\left[\frac{2U_k}{kT} \left(1 - \frac{\sigma^*}{\sigma_p}\right)^2\right] + \frac{C_2}{\sigma^*}}$$

On reconnaît dans la première équation que la contrainte est la somme d'une composante athermique et d'une composante effective qui dépend de la vitesse de déformation suivant des mécanismes activés thermiquement  $\left( \frac{1}{C_1} \exp \left[ \frac{2U_k}{kT} \left( 1 - \frac{\sigma^*}{\sigma_p} \right)^2 \right] \right)$  et de "traînage visqueux"  $\left( \frac{C_2}{\sigma^*} \right)$ .

Le nombre d'essais pour la détermination des paramètres est très variable suivant la complexité des équations. Si une seule courbe est nécessaire dans le cas des modèles de Hollomon et Ludwik, cela est loin d'être suffisant pour les autres. Cependant, on peut remarquer que tous séparent la limite d'élasticité de l'écrouissage et que ce dernier (à l'exception de Zerilli-Armstrong C.F.C.) est indépendant de la température et de la vitesse de déformation. Des essais à trois vitesses de déformation et trois températures suffisent le plus souvent pour une optimisation complète des constantes. Dans le cas du modèle de Zerilli et Armstrong, il est nécessaire de disposer de matériaux élaborés par différents procédés pour obtenir plusieurs tailles de grains. Le modèle de Steinberg-Lund requiert des essais à très grande vitesse de déformation pour que le terme lié au "traînage visqueux" soit observable.

La structure de tous ces modèles leur interdit de restituer l'influence du chargement thermomécanique. Une fois que l'on fixe une vitesse de déformation et une température, la contrainte d'écoulement prend une valeur unique pour un taux de déformation donné.

Les trois modèles que nous allons à présent exposer permettent, quant à eux, de retraduire ces phénomènes d'histoire du chargement.

### III.2. Modèle de Bodner-Partom

Des trois démarches présentées, celle de Bodner et Partom apparaît comme la moins proche des phénomènes microstructuraux. Mis au point en 1972 [Bodner 1972], ce modèle est prévu pour restituer le comportement des métaux et alliages dans un domaine de vitesses de déformation comprises entre  $10^{-4}$  et  $10^3 \text{ s}^{-1}$ . Pour Bodner et Partom, des processus élastiques (réversibles) et plastiques (irréversibles) interviennent lorsqu'une structure est sollicitée mécaniquement. Ils considèrent que le volume ne varie pas lors de la déformation inélastique

(hypothèse de Prandtl-Reuss) et que la déformation élastique suit les lois de Hooke (valables pour de petites déformations).

A partir de ces hypothèses, ils formulent deux lois empiriques :

- \* la première relie la contrainte d'écoulement à l'état du matériau étudié, caractérisé par la vitesse de déformation, la température et un ou plusieurs paramètres représentant la microstructure,
- \* la seconde décrit l'évolution de ces paramètres "microstructuraux" au cours de la déformation.

### III.2.1. Hypothèses de base

Dans le domaine des petites déformations, le tenseur des vitesses de déformation est la somme de deux composantes, la première élastique, la seconde plastique :

$$/Eq\ III-1/ \quad \dot{\epsilon}_{ij} = \dot{\epsilon}^e_{ij} + \dot{\epsilon}^p_{ij}$$

Nous négligeons par la suite la composante élastique par rapport à la composant plastique ( $\dot{\epsilon}_{ij} = \dot{\epsilon}^p_{ij}$ )

Le tenseur "inélastique" s'exprime sous sa forme générale comme une fonction du tenseur des contraintes  $\sigma_{ij}$ , de la température  $T$  et de l'état microstructural du matériau caractérisé par un ou plusieurs paramètres macroscopiques  $Z_k$  :

$$/Eq\ III-2/ \quad \dot{\epsilon}_{ij} = \dot{\epsilon}_{ij} (\sigma_{ij}, T, Z_k)$$

Dans le cadre du modèle, les matériaux suivent une loi d'écoulement de Prandtl-Reuss qui suppose leur incompressibilité :

$$/Eq\ III-3/ \quad \dot{\epsilon}_{ij} = \dot{\epsilon}_{ij} = \lambda s_{ij}$$

où  $\dot{\epsilon}_{ij}$  et  $s_{ij}$  sont les déviateurs des tenseurs des vitesses de déformation et des contraintes.

$\lambda$  est un facteur de proportionnalité dépendant a priori de  $\sigma_{ij}$ ,  $T$  et  $Z_k$ .

L'équation /Eq III-3/ permet d'écrire la proportionnalité entre le deuxième invariant du tenseur des vitesses de déformations  $D_2$  et le deuxième invariant du déviateur des contraintes  $J_2$  :

$$\text{/Eq III-4/} \quad D_2 = \lambda^2 J_2$$

Le modèle se base sur l'hypothèse que toutes les déformations inélastiques sont gouvernées par une relation continue entre  $D_2$  et  $J_2$  :

$$\text{/Eq III-5/} \quad D_2 = D_2(J_2, T, Z_k)$$

$\lambda$  dépend alors uniquement de  $J_2$ ,  $T$  et  $Z_k$ .

$$\text{/Eq III-6/} \quad \lambda = \sqrt{\frac{D_2(J_2, T, Z_k)}{J_2}}$$

On arrive ainsi à la formulation de l'équation /Eq III-2/ en réintroduisant l'expression de  $\lambda$  dans /Eq III-3/.

### III.2.2. Choix des variables d'état

La forme générale de "l'équation d'évolution", c'est-à-dire de la variation des  $k$  variables internes caractérisant l'état du matériau en fonction de l'histoire de la déformation, s'écrit :

$$\text{/Eq III-7/} \quad \dot{Z} = F_k(J_2, T, Z_k)$$

Dans le cas d'un chargement uniaxial de signe constant, Bodner et Partom considèrent qu'un unique paramètre  $Z$  caractérise l'état écroui. Les premières versions du modèle ne prennent pas en compte l'écrouissage du matériau [Bodner 1968 & 1972] et ce paramètre reste constant. Par la suite [Bodner 1975 & 1978],  $Z$  est une fonction du travail plastique de déformation par le matériau.

Dans le cas d'une sollicitation uniaxiale cyclique, deux variables sont nécessaires pour représenter l'écrouissage dans les deux sens de sollicitation [Stouffer 1979]. La procédure a été

généralisée pour une sollicitation multiaxiale [Stouffer 1979] sans pour cela augmenter le nombre de constantes dépendant du matériau.

Dans tout ce qui suit, nous nous limitons à un chargement uniaxial de signe constant caractérisé par un unique paramètre  $Z$ .

### III.2.3. Modélisation du 2<sup>o</sup> invariant du tenseur des vitesses

Il s'agit dans ce paragraphe d'établir la relation entre  $D_2$  et  $J_2$  .

Bodner et Partom ont choisi une expression de la forme [Bodner 1975 & 78] :

$$/Eq\ III-8/ \quad D_2 = D_0^2 \exp \left[ - \frac{i+1}{i} \left( \frac{Z^2}{3J_2} \right)^i \right]$$

$D_0$	( $s^{-1}$ )	valeur limite de la vitesse de déformation en cisaillement
$Z$	( $MPa$ )	variable d'état reliée au travail plastique fourni
$i$	(-)	contrôle la sensibilité à la vitesse.

(Dans un premier temps,  $i$  est une constante du matériau qui ne dépend pas de l'histoire du chargement. Dans une formulation plus récente [Bodner 1978] du modèle, Bodner et Merzer stipulent que  $i$  dépend linéairement de l'inverse de la température.)

### III.2.4. Equation d'évolution

Le paramètre  $Z$  est fonction du travail plastique  $W_p$  fourni. Bodner et Partom proposent une relation du type [Bodner 1979] :

$$/Eq\ III-9/ \quad \dot{Z}(W_p) = y (Z_1 - Z_0) [\exp(-y W_p)] \dot{W}_p$$

Cette équation, une fois intégrée conduit à :

$$Z = Z_1 - (Z_1 - Z_0) \exp(-y W_p)$$

- $Z_0$  (MPa) valeur initiale de  $Z$  correspondant à la limite d'élasticité si  $i \rightarrow \infty$ .
- $Z_1$  (MPa) valeur de saturation de  $Z$  dépendant de l'histoire du chargement (généralement constante)
- $y$  (-) caractérise le comportement du matériau à l'écrouissage.

### III.2.5. Détermination des variables

5 paramètres régissent le comportement d'un matériau :

- $D_0$  valeur limite de la vitesse de déformation en cisaillement. Cette valeur est choisie de manière empirique selon le type de sollicitation imposé au matériau ( $D_0 = 10^4 \text{ s}^{-1}$  pour le fluage,  $10^6$  à  $10^8 \text{ s}^{-1}$  pour des essais dynamiques).
- $Z_0$  valeur initiale de la variable d'état  $Z$ ,
- $Z_1$  valeur de saturation de la variable d'état  $Z$ ,
- $i$  pseudo-sensibilité à la vitesse,
- $y$  constante du matériau caractérisant sa sensibilité à l'écrouissage,

Un fois le paramètre  $D_0$  fixé, plusieurs essais à différentes vitesses sont nécessaires. Il faut qu'ils soient conduits jusqu'à saturation de la contrainte d'écoulement  $\sigma_{max}$  pour laquelle le paramètre  $Z$  vaut  $Z_1$ . A partir de différents couples  $(\dot{\epsilon}, \sigma_{max})$ , il est possible de déterminer  $i$  et  $Z_1$ . Une optimisation par la méthode des moindres carrés sur les différentes courbes de consolidation permet d'accéder aux valeurs de  $y$  et  $Z_0$ .

### III.2.6. Conclusion

Le modèle de Bodner-Partom nécessite beaucoup moins de coefficients que les deux autres modèles présentés ci-après. Il offre l'avantage d'être applicable dans une large gamme de vitesses de déformation (de  $10^{-6}$  à  $10^3 \text{ s}^{-1}$ ). Cependant, pour une bonne adéquation avec les

expériences, il est parfois nécessaire de modifier la valeur de la vitesse maximale en cisaillement  $D_0$  en fonction de la vitesse de déformation que l'on impose au matériau au détriment de l'universalité de la méthode.

Rajendran, Bless et Dawicke [1986] ont montré que ce modèle est capable de retraduire des comportements de matériaux sensibles ou non à la vitesse de déformation et à l'écroutissage sur une grande gamme de vitesse de déformation.

Un autre avantage est la facilité de détermination des constantes du matériau.

Des tentatives d'extensions [Bodner 1988] pour restituer un comportement anisotrope, un chargement multiaxial et l'endommagement de la structure au cours de la déformation et l'adoucissement thermique existent. Elles se font au détriment de la facilité de détermination des constantes car elles introduisent d'autres paramètres.

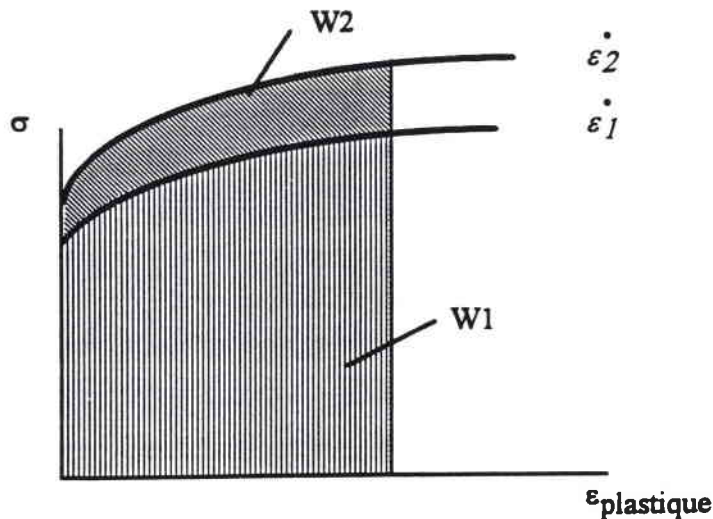
Pour de très grandes vitesses de déformation (de l'ordre de  $10^6 \text{ s}^{-1}$ ), Bodner propose [1988] une expression du second invariant des vitesses du type

$$D_2^p = \bar{D}^2 \exp \left[ - \left( \frac{Z^2}{3J_2} \right)^n \right] \left( \frac{J_2}{4G^2} \right)$$

ceci afin de rendre compte d'un comportement viscoélastique dû au "traînage visqueux" des dislocations.

Ce modèle parvient à restituer les expériences de saut de vitesse car le paramètre d'état est fonction du travail plastique fourni et non de la déformation : pour une même déformation plastique, le travail plastique emmagasiné n'est pas égal pour deux vitesses de déformation différentes (cf. figure III-1). Si on considère l'équation /Eq III-8/ , pour  $\dot{\epsilon}$  donné, deux valeurs différentes de  $Z$  conduisent à deux contraintes d'écoulement  $\sigma$  différentes.





*figure III-1 : travail plastique fourni pour deux vitesses de déformation.*

Cependant ce modèle repose principalement sur des relations empiriques ne prenant que peu en compte la microstructure. Toutes les grandeurs caractérisant l'état physique du matériau sont macroscopiques et donc difficilement compatibles avec les divers mécanismes de déformation (mouvements de dislocations, maclage). De plus, les différences de comportement entre les types de structures cristallographiques ne peuvent pas être expliquées.

Une autre faiblesse réside dans la détermination du paramètre  $D_0$ . Essentiel pour l'évaluation des autres constantes, il est fixé de manière intuitive selon le type d'essai effectué ( $10^4 s^{-1}$  pour des essais de fluage, de  $10^6 s^{-1}$  à  $10^8 s^{-1}$  pour des essais dynamiques).

### **III.3. Modèle MTS**

Le modèle MTS (Mechanical Threshold Stress) développé depuis 1975 recouvre le même champ d'applications que celui de Bodner et Partom. Originellement développé par Kocks et Mecking [Kocks et al 1975b], il doit son évolution à de nombreux auteurs, parmi lesquels Estrin [Estrin et al 1981] et Follansbee [Kocks et al 1984]. L'approche, très différente de celle de Bodner et Partom, est voisine de celle de Klepaczko (cf. § III.4). Selon ce modèle, les propriétés mécaniques dépendent uniquement de la structure métallurgique : le changement des propriétés

d'un matériau est lié à l'évolution de sa microstructure. Les dislocations jouent ici un rôle primordial : d'une part leur déplacement régit la déformation plastique, d'autre part, leur densité caractérise à l'état d'écroutissage du matériau. La première partie de ce paragraphe présente la version initiale du modèle, posant les bases de la celle présentée dans un deuxième temps.

### III.3.1.Principe du modèle.

Selon ce modèle, la cinétique de l'écoulement plastique lors d'une sollicitation uniaxiale est contrôlée par un unique paramètre de structure  $S$  représentant l'état de la microstructure à l'instant considéré. La contrainte d'écoulement est alors déterminée par l'équation cinétique [Kocks 1975b, 1976, 1988], [Mecking 1981], [Estrin 1984] :

$$\text{/Eq III-10/} \quad \sigma = \sigma(S, \dot{\varepsilon}, T)$$

Pour une description complète du comportement en plasticité, l'équation cinétique est reliée à une équation d'évolution qui donne les variations du paramètre de structure en fonction de la déformation :

$$\text{/Eq III-11/} \quad \frac{dS}{d\varepsilon} = E(S, \dot{\varepsilon}, T)$$

Kocks et Mecking affirment que lorsque la déformation plastique augmente, le paramètre  $S$  tend vers une valeur de saturation  $S_s$ , dépendant de la vitesse de déformation et de la température, et ainsi, la contrainte d'écoulement  $\sigma$  se rapproche d'une valeur limite  $\sigma_s$ , caractérisant un état stable de la contrainte.

Dans cet esprit, toute courbe contrainte/déformation peut être considérée comme une transition de la contrainte d'écoulement d'une valeur initiale vers une structure d'équilibre dépendant de  $\dot{\varepsilon}$  et de  $T$ .

### III.3.2.Equation cinétique initiale

Le paramètre  $S$  est assimilé à la densité de dislocations moyenne  $\rho$ .

La contrainte d'écoulement  $\hat{\sigma}$  à la température  $0 K$ , appelée contrainte de seuil, vaut [Kocks 1975b] :

$$/Eq III-12/ \quad \hat{\sigma} = \hat{\alpha} G b \sqrt{\rho}$$

$\hat{\alpha}$  constante de l'ordre de l'unité dépendant de la force des interactions entre dislocations,  
 $G$  module de cisaillement,  
 $b$  vecteur de Burgers.

$\hat{\sigma}$  représente la contrainte mécanique maximale à appliquer pour franchir les obstacles au mouvement des dislocations. Cette contrainte peut être considérée comme paramètre représentant la microstructure de manière équivalente à  $\rho$ .

L'activation thermique peut abaisser ce niveau de contrainte nécessaire pour engendrer un écoulement plastique (*figure II-9*). L'expression proposée par Kocks et Mecking pour l'équation cinétique devient alors [Mecking 1981] :

$$/Eq III-13/ \quad \sigma = s(\dot{\epsilon}, T) \hat{\alpha} G b \sqrt{\rho} = s(\dot{\epsilon}, T) \hat{\sigma}$$

avec  $s(\dot{\epsilon}, T) \rightarrow 1$  quand  $T \rightarrow 0$

La contrainte d'écoulement est le produit d'un terme  $s$ , sensible à la vitesse de déformation et à la température, et d'un terme  $\hat{\sigma}$  sensible à l'évolution de la microstructure.

Bien que pour les métaux le module de cisaillement  $G$  soit une fonction de la température (supposée connue), Kocks et Mecking pensent qu'il intervient dans l'évolution de la microstructure en tant que phénomène athermique car il est insensible à la vitesse de déformation.

Kocks et Mecking postulent que le terme  $s$  vaut :

$$/Eq III-14/ \quad s = \left( \frac{\dot{\epsilon}}{\hat{\epsilon}} \right)^{1/m}$$

Cette équation provient de l'inversion de l'équation d'Arrhénius lorsque la sensibilité à la vitesse  $\frac{1}{m} = \frac{\partial(\ln \sigma)}{\partial(\ln \dot{\epsilon})} \Big|_{T, \epsilon}$  est indépendante de la contrainte appliquée. (généralement, pour les matériaux C.F.C.,  $m$  prend des valeurs entre 200 et 500).

Il faut noter que  $m$  et  $\hat{\epsilon}$  dépendent de la température.

De plus lorsque  $m \rightarrow \infty$ ,  $\sigma$  et  $\hat{\sigma}$  sont toujours égaux ( $s=1$ ).

Pour commencer, l'influence de l'évolution de la microstructure sur la sensibilité à la vitesse n'est pas prise en compte.

### III.3.3. Equation d'évolution initiale

Les évolutions de  $\hat{\sigma}$  et celle de  $\rho$  sont équivalentes, ces deux grandeurs étant reliées par l'équation /Eq III-12/. Kocks et Mecking proposent une équation d'évolution de la forme :

$$\text{/Eq III-15/} \quad \frac{d\rho}{d\varepsilon} = k_1 \sqrt{\rho} - k_2 \rho$$

Le premier terme  $k_1 \sqrt{\rho}$  correspond au stockage athermique ( $k_1 = \text{cte}$ ) des dislocations mobiles quand elles s'immobilisent après avoir parcouru une distance proportionnelle à l'espacement moyen entre deux dislocations ( $\sqrt{\rho}$ ). Ce processus fournit une explication à l'écroissage athermique (stade II de la courbe  $\tau/\gamma$  de la figure II-2). Ainsi, il est possible d'évaluer  $k_1$ .

$$k_1 \approx \frac{2 \theta_{II}}{G} \frac{1}{\hat{\alpha} b} \quad \text{où } \theta_{II} \text{ est la pente de la courbe au stade II } (\theta_{II} \approx \frac{G}{200}).$$

Le second terme  $k_2 \rho$  est associé à l'annihilation des dislocations par restauration dynamique (stade III de la courbe  $\tau/\gamma$ ). Ce mécanisme est activé thermiquement ( $k_2 = k_2(\dot{\varepsilon}, T)$ ) et suit une cinétique du 1<sup>o</sup> ordre (linéaire en  $\rho$ ).

La formule /Eq III-15/ laisse entendre que les processus de réarrangement et de stockage des dislocations se superposent de manière linéaire.

En combinant /Eq III-12/ et /Eq III-15/, on obtient l'équation d'évolution relative à la contrainte  $\hat{\sigma}$ :

$$\text{/Eq III-16/} \quad \frac{d\hat{\sigma}}{d\varepsilon} = \theta_0 \left( 1 - \frac{\hat{\sigma}}{\hat{\sigma}_s} \right)$$

avec

$$\text{/Eq III-17/} \quad \theta_0 = \frac{\hat{\alpha} G b k_1}{2}$$

$$\text{/Eq III-18/} \quad \hat{\sigma}_s = \frac{\hat{\alpha} G b k_1}{k_2}$$

D'après /Eq III-16/ , le paramètre  $\hat{\sigma}$  évolue au cours de la déformation vers la valeur de saturation  $\hat{\sigma}_s$ .

L'expérience montre que  $\theta_0$  est insensible à la vitesse de déformation (pour  $\dot{\epsilon} < 10^3 \text{ s}^{-1}$ ) et ne dépend de la température qu'au travers du module de cisaillement  $G$ . En revanche,  $\hat{\sigma}_s$  (dépendant de  $k_2$  ) est un paramètre activé thermiquement.

Kocks et Mecking proposent une relation empirique de  $k_2$  :

$$\text{/Eq III-19a/} \quad k_2 = k_0 \left( \frac{\dot{\epsilon}}{\dot{\epsilon}_0} \right)^{1/n}$$

équivalent à :

$$\text{/Eq III-19b/} \quad \frac{\hat{\sigma}_s}{\hat{\sigma}_{s_0}} = \left( \frac{\dot{\epsilon}}{\dot{\epsilon}_0} \right)^{1/n}$$

Dans le domaine des basses températures,  $\hat{\sigma}_{s_0}$  et  $\dot{\epsilon}_0$  sont constants mais  $n$  dépend de la température.

Dans le domaine des hautes températures,  $n$  est constant (typiquement,  $n = 4$ ) mais  $\dot{\epsilon}_0$  dépend de la température suivant une loi d'Arrhénius :

$$\dot{\epsilon}_0 \propto \exp\left(-\frac{Q}{kT}\right) \quad \text{où } Q \text{ est l'énergie d'activation d'autodiffusion.}$$

### III.3.4.Détermination des paramètres du modèle

L'érouissage initial  $\theta_0$  et la contrainte de saturation  $\sigma_s$  sont extraits d'une courbe de consolidation expérimentale, L déterminés pour une température et une vitesse de déformation données.

Les paramètres  $m$  et  $n$  peuvent être obtenus par des expériences de saut de vitesse statique/dynamique ou par changement de contrainte au cours d'une expérience de fluage.  $m$  correspond à la réponse instantanée,  $n$  à la variation des valeurs de saturation.

Après le calcul des sensibilités  $m$  et  $n$ , on a accès aux constantes  $\hat{\sigma}_{s_0}$  et  $\dot{\epsilon}_0$  donc à la contrainte de saturation  $\hat{\sigma}_s$  associée à cette température (équation /Eq III-19b/).

Il est alors possible d'intégrer l'équation d'évolution (Eq III-16) de  $\hat{\sigma}$  pour différentes histoires de sollicitation.

L'équation (Eq III-13) donne alors la contrainte d'écoulement au cours de la déformation.

### III.3.5. Seconde formulation de l'équation cinétique

Dans une formulation plus récente de ce modèle, Follansbee et Kocks [Kocks et al 1988] séparent la contrainte de seuil en deux composantes :

$$\text{/Eq III-20/} \quad \hat{\sigma} = \hat{\sigma}_a + \hat{\sigma}_t$$

$\hat{\sigma}_a$  contrainte athermique représentant les interactions des dislocations avec les obstacles à longue distance (joints de grains ...) ;  $c'$  est une constante qui est petite devant  $\hat{\sigma}$ .

$\hat{\sigma}_t$  contrainte thermiquement activée représentant les interactions entre dislocations.

L'expression de la contrainte d'écoulement devient :

$$\text{/Eq III-21/} \quad \sigma = \hat{\sigma}_a + s(\dot{\epsilon}; T) \hat{\sigma}_t$$

D'après les travaux de Regazzoni, Kocks et Follansbee [1987],  $s$  est inférieur à 1 pour des vitesses de déformations inférieures à  $10^4 \text{ s}^{-1}$  car le glissement plastique est contrôlé par l'activation thermique et les effets de la viscosité dynamique sur les dislocations sont négligeables.

Dans le domaine d'activation thermique :

$$\text{/Eq III-22/} \quad \dot{\epsilon} = \dot{\epsilon}_0 \exp \left[ - \frac{\Delta G(\sigma_t / \hat{\sigma}_t)}{kT} \right]$$

$\Delta G$  étant donné par l'équation phénoménologique :

$$\text{/Eq III-23/} \quad \Delta G = g_0 G b^3 \left[ 1 - \left( \frac{\sigma_t}{\hat{\sigma}_t} \right)^p \right]^q$$

$g_0$  énergie d'activation normalisée

$b$  vecteur de Burgers

$p$  et  $q$  représentant la forme des obstacles au mouvement des dislocations.

Kocks et Follansbee arrivent donc à une expression de la contrainte d'écoulement comme fonction simple du paramètre de structure  $\hat{\sigma}$ , de  $\dot{\varepsilon}$  et de  $T$  [Kocks et al 1988] :

$$\text{/Eq III-24/} \quad \sigma = \hat{\sigma}_a + (\hat{\sigma} - \hat{\sigma}_a) \left[ 1 - \left[ \frac{kT \ln(\dot{\varepsilon} / \dot{\varepsilon}_0)}{g_0 \mu b^3} \right]^{1/q} \right]^{1/p}$$

### III.3.6. Seconde formulation de l'équation d'évolution

L'évolution de la microstructure est toujours considérée comme l'équilibre entre l'accumulation de dislocations et la restauration dynamique. Le taux d'écrouissage paramètre  $\theta = \frac{d\hat{\sigma}}{d\varepsilon}$  caractérise l'évolution de la microstructure au cours de la déformation.

$$\text{/Eq III-25/} \quad \theta = \theta_0 - \theta_r(\hat{\sigma}, \dot{\varepsilon}, T)$$

Dans la version du modèle présentée précédemment, on aboutit à l'équation connue sous le nom d'équation de Voce :

$$\theta = \theta_0 \left[ 1 - \frac{\hat{\sigma} - \hat{\sigma}_a}{\hat{\sigma}_s(\dot{\varepsilon}, T) - \hat{\sigma}_a} \right]$$

Kocks et Follansbee [Kocks et al 1988] choisissent une équation plus générale

$$\text{/Eq III-26/} \quad \theta = \theta_0 \left[ 1 - F \left( \frac{\hat{\sigma} - \hat{\sigma}_a}{\hat{\sigma}_s(\dot{\varepsilon}, T) - \hat{\sigma}_a} \right) \right]$$

$F$  fonction empirique.

(Dans le cas du cuivre pur à 99,99%; ils proposent  $F(X) = \frac{\tanh(2X)}{\tanh(2)}$  ).

Le point important de leur étude est que l'écrouissage initial  $\theta_0$  est constant jusqu'à des vitesses de déformation inférieures à  $10^3 \text{ s}^{-1}$  mais augmente de manière abrupte au-delà. Ils envisagent une loi du type :

$$\text{/Eq III-27/} \quad \theta_0(\dot{\varepsilon}) = A_1 + A_2 \ln(\dot{\varepsilon}) + A_3 \dot{\varepsilon}$$

L'équation /Eq III-26/ suggère que la contrainte de seuil tend vers une valeur de saturation dépendant des conditions de sollicitation. Kocks et Mecking proposent la relation suivante

$$\text{/Eq III-28/} \quad \frac{\hat{\sigma}_s}{\hat{\sigma}_{s_0}} = \left( \frac{\dot{\varepsilon}}{\dot{\varepsilon}_0} \right)^{kT / AGb^3}$$

### III.3.7. Conclusion

Le modèle MTS a été testé avec succès pour des vitesses de déformation variant de  $10^{-4} \text{ s}^{-1}$  à  $10^4 \text{ s}^{-1}$  pour des déformations allant jusqu'à 100%. Il ne prend en compte qu'un paramètre d'état censé représenter la microstructure. Il comporte deux étapes essentielles :

- 1° la détermination de la contrainte d'écoulement en fonction des conditions de chargement ( $\dot{\varepsilon}$  et  $T$ ) pour un état microstructural  $\hat{\sigma}$  donné,
- 2° l'évolution de la microstructure au cours de la déformation.

Kocks et Mecking [Mecking et al 1981] soulignent que les matériaux pour lesquels le modèle est applicable ont un comportement de "Cottrell-Stokes" (les courbes  $\sigma(\varepsilon)$  se déduisent les unes des autres par une homothétie de rapport  $s(\dot{\varepsilon}, T)$ ). Ceci est très rarement le cas pour de grandes vitesses de déformation et simultanément pour toute température mais se vérifie dans le domaine des faibles températures jusqu'à des déformations assez importantes, tandis que dans le domaine des températures élevées, cette loi est applicable pour de très petites déformations. Ils proposent de considérer la restauration dynamique,

$$\theta_r(\hat{\sigma}, \dot{\varepsilon}, T) = \theta - \theta_0 ,$$

comme un second paramètre de structure pour expliquer les déviations observées entre la réalité et le comportement de "Cottrell-Stokes".

Une autre possibilité proposée par Kocks et Follansbee [Kocks et al 1988] pour expliquer cette déviation est la variation de l'énergie d'activation normalisée  $g_0$  en fonction de  $\hat{\sigma}$ .

Ce modèle est "gourmand en paramètres" mais présente l'avantage de donner un sens à chacune de ses équations, qu'elles soient fondées sur des phénomènes physiques ou phénoménologiques.



### III.4. Modèle de Klepaczko

Klepaczko propose de modéliser le comportement dans un domaine de vitesses de déformation et de températures pour lequel les phénomènes prépondérants sont des mécanismes athermiques et thermiquement activés. Ce domaine correspond à des températures comprises entre  $0 K$  et  $T_m/3$ , et à des vitesses de déformation comprises entre  $10^{-4} s^{-1}$  et  $10^3 s^{-1}$ .

L'approche adoptée pour rendre compte de l'évolution d'un matériau au cours de l'écoulement plastique, est de relier les variables internes aux paramètres de structure (tels la densité moyenne de dislocations, la taille des grains, des sous-grains...) puis de considérer leur variation pendant la déformation. Le modèle repose sur trois hypothèses de base.

1/ Le cisaillement est le mode fondamental de déformation en plasticité.

2/ La cission résolue  $\tau_{RS}$  est la somme d'une composante effective  $\tau_{RS}^*$  et d'une composante interne  $\tau_{ARS}$  : (Eq II-2)

$$\tau_{RS} = \tau_{ARS} + \tau_{RS}^*$$

$\tau_{RS}^*$  dépend fortement de la vitesse de déformation et de la température. Cette dernière a peu d'influence sur la contrainte interne  $\tau_{ARS}$ . Elle agit sur la valeur du module de cisaillement  $G(T)$  et faiblement sur le coefficient d'interaction  $\alpha$  (phénomènes de restauration). C'est pourquoi, dans la littérature,  $\tau_a$  est fréquemment appelée contrainte athermique. La relation entre la cission résolue et la contrainte d'écoulement pour un polycristal est donnée par les formules d'homogénéisation de Taylor :

$$\sigma = \bar{M}_\sigma \tau_{RS} \quad \text{en traction ou compression}$$

$$\tau = \bar{M}_\tau \tau_{RS} \quad \text{en cisaillement.} \quad (\bar{M}_\sigma = 3,06 \text{ pour les C.F.C.})$$

3/ Deux facteurs contribuent aux effets de l'histoire du chargement. Le premier lié à  $\tau_{RS}^*$  correspond à la réponse instantanée d'une microstructure soumise à une sollicitation ; le second associé à  $\tau_{ARS}$  se rapporte à l'histoire de la création de cette microstructure (figure III-2).

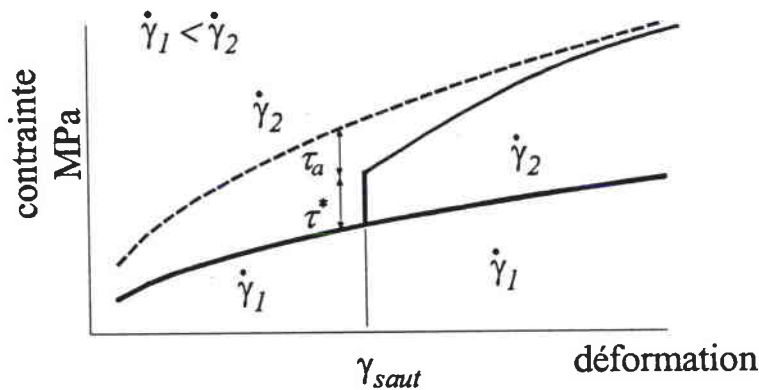


figure III-2: réponse instantanée et phénomènes d'histoire lors d'un test de saut de vitesse (cas C.F.C.).

Pour l'instant, la densité de dislocations est l'unique paramètre représentant l'état microstructural du matériau. Elle évolue différemment selon les paramètres de chargement. Cela permet donc de restituer les phénomènes d'histoire.

Le modèle repose donc sur deux types de lois :

- une loi cinétique reliant la contrainte d'écoulement à la microstructure;
- une loi d'évolution décrivant les changements de la microstructure.

#### III.4.1. Loi cinétique

Comme nous l'avons vu dans le paragraphe précédent, la cission interne peut s'écrire sous la forme :

$$\tau_a = \alpha_1 G b \sqrt{\rho} + \alpha_2 G \sqrt{\frac{b}{d(\rho)}} + \alpha_3 G \sqrt{\frac{b}{D}} + \alpha_4 G \sqrt{\frac{b}{\Delta}}$$

Dans cette équation,  $G$  représente le module de cisaillement,  $b$  le vecteur de Burgers et les termes  $\alpha_i$  des facteurs qui caractérisent la force entre les obstacles et les dislocations.  $\alpha_1$  est de l'ordre de l'unité alors que  $\alpha_2$ ,  $\alpha_3$  et  $\alpha_4$  sont petits devant 1. On reconnaît dans cette formule la loi de Hall-Petch reliant la contrainte d'écoulement à l'inverse de la racine carrée de la taille de grain.

Ici, la cission interne est mise sous la forme générale :

/Eq III-29/ 
$$\tau_a = \alpha(\rho, d, D, \Delta) G(T) b \sqrt{\rho}$$

La contrainte interne est proportionnelle au module de cisaillement car le mouvement des dislocations est directement régi par la rigidité du réseau. Klepaczko suppose que ce module dépend de la température de la façon suivante :

/Eq III-30/ 
$$G(T) = G_0 \left[ 1 - \frac{T}{T_m} \exp\left(\theta^* \left(1 - \frac{T}{T_m}\right)\right) \right]$$

$T_m$  est la température de fusion,

$\theta^*$  est une constante du matériau étudié,

$G_0$  est le module de cisaillement à 0 K.

Comme nous l'avons vu au chapitre précédent, dans le cadre de mécanismes activés thermiquement (*Eq II-5*), la vitesse est reliée à la contrainte effective. Klepaczko modifie cette équation en indiquant que le facteur pré-exponentiel est fonction de la densité de dislocations mobiles :

$$\text{/Eq III-31/} \quad \dot{\gamma} = \nu(\rho_m) \exp\left[-\frac{\Delta G(\tau^*)}{kT}\right]$$

Il reprend l'expression de l'énergie d'activation  $\Delta G$  proposée par Kocks, Argon et Ashby [1975] : (*Eq II-7*)

$$\Delta G(\tau^*) = \Delta G_0 \left[1 - \left(\frac{\tau^*}{\tau_0}\right)^p\right]^q$$

En supposant que le facteur de fréquence  $\nu$  ne dépend pas de la contrainte (hypothèse communément acceptée pour les métaux C.F.C.), il est possible d'inverser l'équation *Eq II-7* :

$$\text{/Eq III-32/} \quad \tau^* = \tau_0 \left[1 - \left(\frac{kT}{\Delta G_0} \ln \frac{\nu(\rho_m)}{\dot{\gamma}}\right)^{1/p}\right]^{1/q}$$

$\tau_0^*$ , contrainte effective maximale (à 0 K) est évaluée à partir de la modélisation du franchissement par une dislocation de l'obstacle thermiquement activé de plus grande énergie.

Dans le cas des matériaux à structure C.F.C., le mécanisme qui contrôle l'écoulement plastique est le franchissement des forêts de dislocations immobiles [Klepaczko et al 1993], [Kocks et al 1975a]. La contrainte effective maximale dépend de densité de la forêt :

$$\text{/Eq III-33/} \quad \tau_0^* = \frac{\Delta G_0 \sqrt{\rho}}{b a^*}$$

$a^*$ , distance d'activation vaut  $b$  dans le cas d'un obstacle de forme rectangulaire. .

Le facteur de fréquence  $\nu$  dépend de la densité de dislocations mobiles  $\rho_m$  (*Eq III-31*). Pour les matériaux C.F.C., Klepaczko suppose que les dislocations mobiles représentent une faible fraction  $f$  de la densité totale de dislocations.

$$\text{/Eq III-34/} \quad \nu = \rho_m \nu_D b^2 \quad \text{avec} \quad \rho_m = f \rho \quad (f \ll 1).$$

$\nu_D \approx 10^{13} \text{ s}^{-1}$  est la fréquence de Debye du matériau considéré.

Pour les matériaux C.C. et H.C., cette expression de  $\rho_m$  ne convient plus et il faut déterminer sa loi d'évolution en fonction de la vitesse de déformation.

### III.4.2. Loi d'évolution

Le point essentiel est de modéliser l'évolution de la microstructure. La densité totale de dislocations est le seul paramètre considéré ici. Klepaczko postule que cette densité varie au cours de la déformation de la manière suivante :

$$\text{/Eq III-35/} \quad \frac{d\rho}{d\gamma} = M_{II}(\dot{\gamma}) - k_a(\dot{\gamma}, T)(\rho - \rho_0)$$

où  $\rho_0$  est la densité initiale de dislocations,

$k_a(\dot{\gamma}, T)$  est le facteur de réarrangement des défauts (annihilation),

$M_{II}(\dot{\gamma})$  est le taux de création de défauts. Klepaczko a montré, en se basant sur les travaux de Morrone et Duffy [1986], que ce coefficient ne dépend pas de la température. Il rejoint en cela Klahn, Dorn et Mukherjee [1970] qui estiment que les sources de Frank et Read ont des énergies d'activation trop importantes pour que l'influence de la température soit significative.  $M_{II}(\dot{\gamma})$  est directement relié au libre parcours moyen des dislocations  $\lambda(\dot{\gamma})$  par la formule :

$$M_{II}(\dot{\gamma}) = \frac{1}{b\lambda(\dot{\gamma})}$$

Ce libre parcours moyen diminue lorsque  $\dot{\gamma}$  augmente. Il est contrôlé par plusieurs types d'obstacles (comme les distances moyennes entre les forêts de dislocations, entre les précipités, le diamètre moyen des sous-grains...), ce qui rend son expression très compliquée. Klepaczko propose une formule empirique du taux de multiplication :

$$\text{/Eq III-36/} \quad M_{II}(\dot{\gamma}) = M_{II} \left[ B + C \tanh \left( A \log \frac{\dot{\gamma}}{\dot{\gamma}_m} \right) \right]$$

$A, B, C$  sont des constantes intrinsèques au matériau étudié,

$\dot{\gamma}_m$  est fixé à  $10^6 \text{ s}^{-1}$  représente la valeur de saturation de la vitesse de déformation.

L'annihilation des dislocations est proportionnelle à leur densité. Mecking montre que le facteur multiplicatif dépend de la température et de la vitesse de déformation :

$$\text{/Eq III-37/} \quad k_a(\dot{\gamma}, T) = k_0 \left( \frac{\dot{\gamma}}{\dot{\gamma}_0} \right)^{-2m_0 T}$$

$k_0$  est le facteur d'annihilation à 0 K,

$m_0$  est la sensibilité de l'écroissage à la vitesse,

$\dot{\gamma}_0$  est la vitesse de seuil.

Nous disposons désormais de tous les éléments pour déterminer la contrainte d'écoulement au cours de la déformation pour une histoire des vitesses donnée.

### III.4.3. Interprétation et détermination des paramètres

Le nombre de paramètres nécessaires dans ce modèle est très élevé. Un récapitulatif est donné ci-dessous :

- |     |                       |                      |  |
|-----|-----------------------|----------------------|--|
| 1.  | $\alpha$              | [-]                  | constante d'interaction sur les dislocations             |
| 2.  | $b$                   | [m]                  | vecteur de Burgers                                       |
| 3.  | $k = 1,38 * 10^{-23}$ | [J.K <sup>-1</sup> ] | constante de Boltzmann                                   |
| 4.  | $n$                   | [m]                  | géométrie du double décrochement                         |
| 5.  | $\nu_D$               | [s <sup>-1</sup> ]   | fréquence de Debye                                       |
| 6.  | $f$                   | [-]                  | fraction de dislocations mobiles                         |
| 7.  | $\Delta G_0$          | [J]                  | énergie d'activation                                     |
| 8.  | $p$ et $q$            | [-]                  | géométrie de la force de l'obstacle thermiquement activé |
| 9.  | $G_0$                 | [Pa]                 | module de cisaillement à 0 K                             |
| 10. | $T_m$                 | [K]                  | température de fusion                                    |
| 11. | $\theta^*$            | [-]                  | dépendance du module de cisaillement à la température    |
| 12. | $\rho_0$              | [m <sup>-2</sup> ]   | densité initiale de dislocations                         |
| 13. | $M_0$                 | [m <sup>-2</sup> ]   | constante de multiplication de dislocations              |

14. $A$	[-]	constante du matériau (multiplication des dislocations)
15. $B$	[-]	constante du matériau (multiplication des dislocations)
16. $C$	[-]	constante du matériau (multiplication des dislocations)
17. $\dot{\gamma}_m$	[s <sup>-1</sup> ]	vitesse de saturation (multiplication des dislocations)
18. $k_0$	[-]	constante d'annihilation des dislocations à 0 K
19. $m_0$	[K <sup>-1</sup> ]	dépendance de l'annihilation des dislocations à la température
20. $\dot{\gamma}_0$	[s <sup>-1</sup> ]	vitesse de seuil (annihilation des dislocations)

Ces constantes sont de deux types :

les constantes physiques fondamentales ( $k, v_D, b, G_0, \theta^*, T_m$ )

les constantes liées au formalisme adopté ( $\alpha, \Delta G_0, \dots$ )

Dans la version la plus simple, tous les obstacles thermiquement activés ont une forme rectangulaire et le facteur de multiplication de dislocations ne dépend pas de la vitesse de déformation. ( $p = q = 1$ ,  $a^* = b$ ,  $M_{II} = M_0$ ). Elle nécessite la connaissance des huit constantes suivantes :  $\alpha, \Delta G_0, f, \rho_0, M_0, k_0, m_0$  et  $\dot{\gamma}_m$ . Nous allons étudier cette version plus en détail.

### III.4.3.1. Expression de la contrainte d'écoulement

En recombinaison des équations /Eq III-29/, /Eq III-32/ et /Eq III-33/, on arrive à une expression de la contrainte d'écoulement de la forme [Klepaczko 1993] :

$$\text{/Eq III-38/} \quad \tau = G b \sqrt{\rho} \left[ \alpha + \frac{\Delta G_0}{G b^3} \left( 1 - \frac{kT}{\Delta G_0} \ln \frac{f v_D b^2 \rho}{\dot{\gamma}} \right) \right]$$

La contrainte d'écoulement est une fonction simple de la densité de dislocations. Cette dernière peut être déterminée par des expériences de saut de vitesse.

### III.4.3.2. Détermination de la densité de dislocation

Lors d'un saut d'une vitesse  $\dot{\gamma}_1$  à une vitesse  $\dot{\gamma}_2$  la microstructure ne change pas de manière instantanée. En faisant la différence des contraintes d'écoulement obtenues après et avant le saut, on obtient :

$$\Delta\tau = \tau_2 - \tau_1 = \sqrt{\rho} \frac{kT}{b^2} \ln \frac{\dot{\gamma}_2}{\dot{\gamma}_1}$$

On en déduit la valeur de  $\rho$  :

$$\rho = \left[ \frac{b^2 \Delta\tau}{kT \ln \frac{\dot{\gamma}_2}{\dot{\gamma}_1}} \right]^2$$

Connaissant  $\rho$ , il est possible de remonter aux coefficients  $\alpha$ ,  $G_0$  et  $f$  de l'équation /Eq III-38/

### III.4.3.3. Détermination des paramètres de l'équation d'évolution

A vitesse de déformation et température constantes, les paramètres de multiplication  $M_{II}(\dot{\gamma})$  et d'annihilation  $k_a(\dot{\gamma}, T)$  des dislocations sont constants. Il est donc possible d'intégrer l'équation différentielle /Eq III-35/ de manière analytique.

$$\rho = \rho_0 + \frac{M_{II}}{k_a} [1 - \exp(-k_a \gamma)]$$

A partir des densités de dislocations à différents stades de la déformation (déterminées comme indiqué précédemment) pour une vitesse de déformation et une température données, il est possible de déterminer par interpolation les valeurs de  $M_{II}(\dot{\gamma})$  et  $k_a(\dot{\gamma}, T)$ .

### III.4.4. Synthèse

A partir de l'histoire des vitesses de déformation au cours du temps, les valeurs instantanées des facteurs de multiplications et d'annihilation sont connues. Il est possible d'intégrer

numériquement l'équation d'évolution /Eq III-35/ et donc de remonter aux expressions de la contrainte effective et de la contrainte interne.

Les prédictions de ce modèle se conforment avec une bonne précision aux résultats expérimentaux sur des matériaux C.F.C. tels l'aluminium [Klepaczko 1987b] (figures III-3 & III-4) ou le cuivre [Zenasni 1992] dans un domaine de vitesses de déformation comprises entre  $10^{-4} s^{-1}$  à  $10^3 s^{-1}$ . Pour des vitesses de déformation encore plus élevées, Klepaczko introduit une contrainte supplémentaire liée à la traînée visqueuse sur les dislocations [Klepaczko 1993 et 1994]. Nous ne nous appesantissons pas ici sur ces phénomènes car ils sont négligeables dans le domaine de vitesse de températures et de déformation que nous avons exploré.

Cependant, deux points du modèle de Klepaczko restent à améliorer.

1/ L'expression de la densité de dislocations mobiles et donc du facteur de fréquence  $\nu$  ne conviennent plus pour les matériaux C.C. et H.C. Une version plus élaborée du modèle tente de restituer les évolutions des densités de dislocations immobiles d'une part et mobiles d'autre part au cours de la déformation [Klepaczko 1990].

2/ Le taux de création de défauts  $M_{II}(\dot{\gamma})$  ne suit pas un modèle physique.

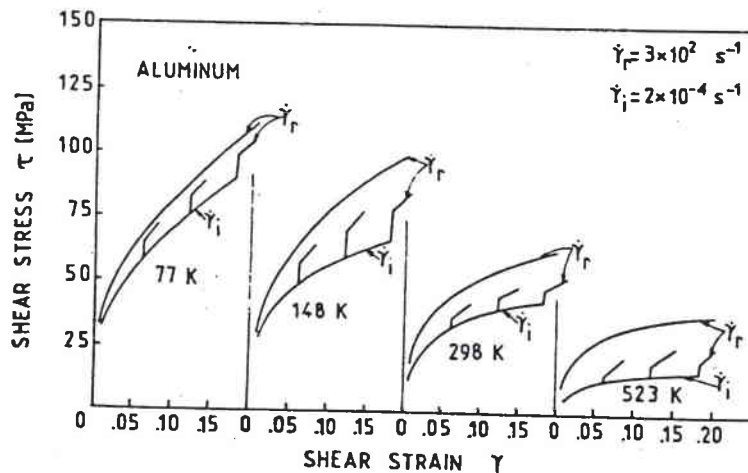
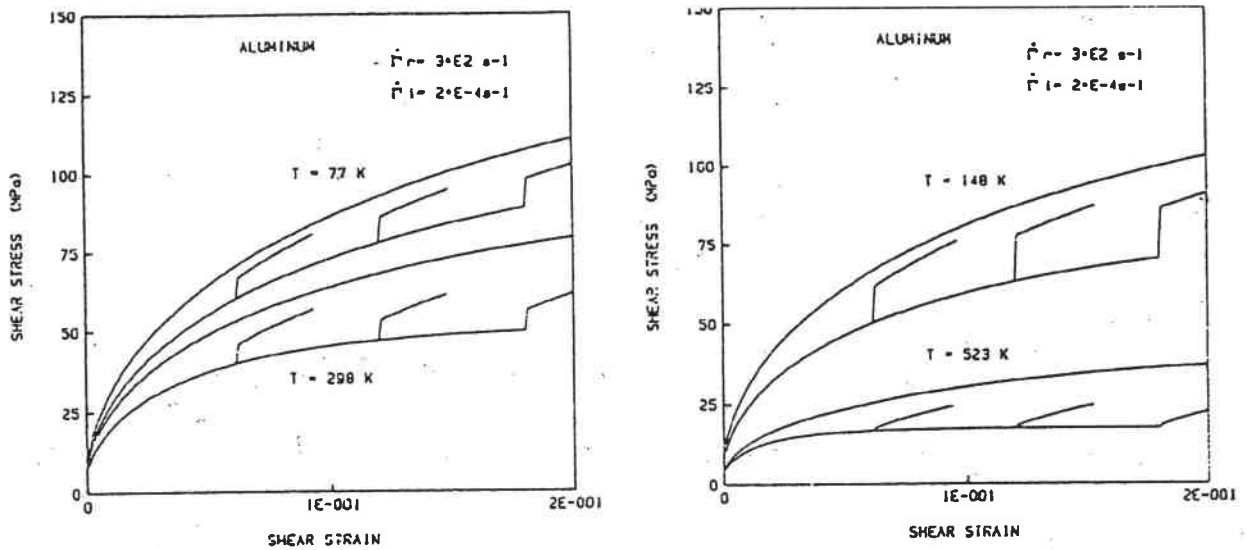


figure III-3 : résultats d'expériences de sauts de vitesse sur l'aluminium [Senseny et al 1978]





*figure III-4 : simulations numériques de sauts de vitesse  
[Klepaczko 1988a].*

### III.5. Bilan

Les trois modèles présentés fournissent des résultats très satisfaisants lors d'essais uniaxiaux pour une large gamme de déformation et de vitesses de déformations. La déformation n'est, dans aucun des trois, un paramètre d'état mais la conséquence de l'évolution de paramètres microstructuraux. Ils se distinguent en cela des autres modèles. Cette originalité leur permet de restituer certains phénomènes liés à l'histoire thermomécanique du matériau étudié.

La démarche adoptée est identique dans les trois cas :

- 1° relier la contrainte d'écoulement à des paramètres censés caractériser l'état de la microstructure,
- 2° donner une loi d'évolution du ou des paramètres microstructuraux. Ces lois d'évolution ont en commun un comportement asymptotique entraînant une saturation de la contrainte d'écoulement.

Le paramètre microstructural est unique dans les versions "standard" des trois modèles, mais les formulations plus récentes introduisent un second paramètre pour une modélisation plus adaptée.

Bodner et Partom adoptent une démarche empirique où le paramètre principal est le travail plastique. Avec leur modèle, il est possible de simuler des expériences de saut de vitesse. Il présente l'avantage de se contenter de peu de paramètres qui de plus sont relativement aisés à déterminer. Cependant, il est à craindre qu'un modèle basé sur l'expérience conduise à une

multitude de formules suivant le domaine de vitesse considéré (le paramètre  $D_0$  est estimé a priori) et donc à une gestion très lourde pour et par les codes de calcul.

C'est pourquoi des modèles comme ceux de Kocks-Mecking et plus encore de Klepaczko basés sur des phénomènes physiques et n'introduisent des formules empiriques qu'en dernier recours offrent un formalisme apparaissant plus stable, même si cela se fait au détriment de la facilité de détermination des paramètres. Ils se distinguent en cela de la plupart des modèles où l'étape de détermination se fait par une optimisation globale de "boutons de réglages" ajustant le mieux possible une expression mathématique à des points expérimentaux.

Nous avons donc choisi d'adopter par la suite un formalisme voisin de celui proposé par Klepaczko car il nous semble plus proche des phénomènes qui ont lieu au sein du matériau. La détermination des paramètres passe par des essais mécaniques spécifiques tels les sauts de vitesse. C'est pourquoi nous allons introduire dans le prochain chapitre le dispositif expérimental que nous avons mis en œuvre pour nos essais.

*Chapitre IV :*

*Dispositif expérimental :*

*les barres de Hopkinson*

## IV. Dispositif expérimental : les barres de Hopkinson

### **IV.1. Introduction**

Les moyens expérimentaux mis en œuvre pour tester les matériaux sont très variés et souvent spécifiques à un type de sollicitation dans un domaine bien défini.

Comme nous l'avons noté au chapitre précédent, la connaissance détaillée du comportement du matériau étudié passe par des essais de plus en plus complexes. Pour étudier l'influence de la vitesse de déformation, les techniques utilisées sont multiples. Le tableau suivant [Dormeval 1980] présente quelques dispositifs avec la plage de vitesse de déformation dans laquelle ils peuvent travailler :

$\dot{\epsilon}$ (s <sup>-1</sup> )	Type d'appareil	Difficultés expérimentales
$< 10^{-4}$	fluage	-
$10^{-4}$ à 1	mécanique ou hydraulique	-
1 à $10^2$	hydraulique ou pneumatique	résonance de l'appareil
$10^2$ à $5.10^3$	machines à choc barres de Hopkinson	ondes parasites échauffement adiabatique
$> 5.10^3$	impact de projectiles	propagation d'ondes parasites pressions élevées échauffement
$10^3$ à $10^6$	chocs de plaques expansion de structures par explosif	pressions élevées difficultés de mesures

*Tableau IV-1: Dispositifs expérimentaux typiques*

Au cours de la thèse, nous avons mis en place une barre de torsion dynamique à laquelle nous avons adjoint un dispositif de torsion quasi statique afin de réaliser des sauts de vitesse. Cette installation est décrite plus en détail au paragraphe IV.3. Ce chapitre est de présente la technique des essais de Hopkinson, essais peu coûteux permettant d'atteindre des vitesses de déformation élevées. Cette méthode repose sur la théorie de la propagation des ondes élastiques dans un matériau. Seul le cas des ondes de torsion sera abordé car la majeure partie de notre étude s'y réfère. Le dispositif de compression, d'inspiration physique analogue, est exposé en annexe.

Le nom de barres de Hopkinson est assez controversé. Il trouve son origine dans les travaux de B. Hopkinson [1914] qui donne pour la première fois la description d'un moyen expérimental permettant de déterminer l'amplitude et la durée d'une impulsion créée par un choc à l'extrémité d'un barreau à l'aide d'un pendule balistique. Il faudra attendre 1948 et l'apparition des jauges de déformation pour que Davies [1948] parvienne à relier le déplacement de l'extrémité du barreau à son état de contrainte au cours du temps. En 1949, Kolsky [1963] donne la forme actuelle au dispositif et formalise la théorie de propagation des ondes élastiques de contraintes dans les barres de Hopkinson. Grâce à ses travaux, il est possible de déterminer les contraintes de compression subies par un échantillon intercalé entre deux barres au cours de sa déformation. C'est pourquoi ce dispositif est aussi connu sous le nom de barres de Kolsky.

Ce dispositif de compression permet l'étude du comportement mécanique d'un matériau à de grandes vitesses de déformation (de l'ordre de  $10^2$ ,  $10^3$   $s^{-1}$ ). Cependant des travaux menés par Pochhammer [1876] et Chree [1889] ont montré l'existence de phénomènes de dispersions dans les barres lors d'essais de compression.

Les barres de Hopkinson en torsion ont été utilisées par de nombreux auteurs [Baker et al 1966], [Lewis et al 1972], [Frantz et al 1972], [Senseny et al 1978], [Eleiche et al 1982]. Ce dispositif donne accès à des vitesses de propagation du même ordre que les barres de compression. Elles s'affranchissent des perturbations décrites par Pochhammer et Chree. Elles présentent l'avantage de contraindre les matériaux en cisaillement (le mode de sollicitation le plus pur), et d'atteindre des déformations élevées.

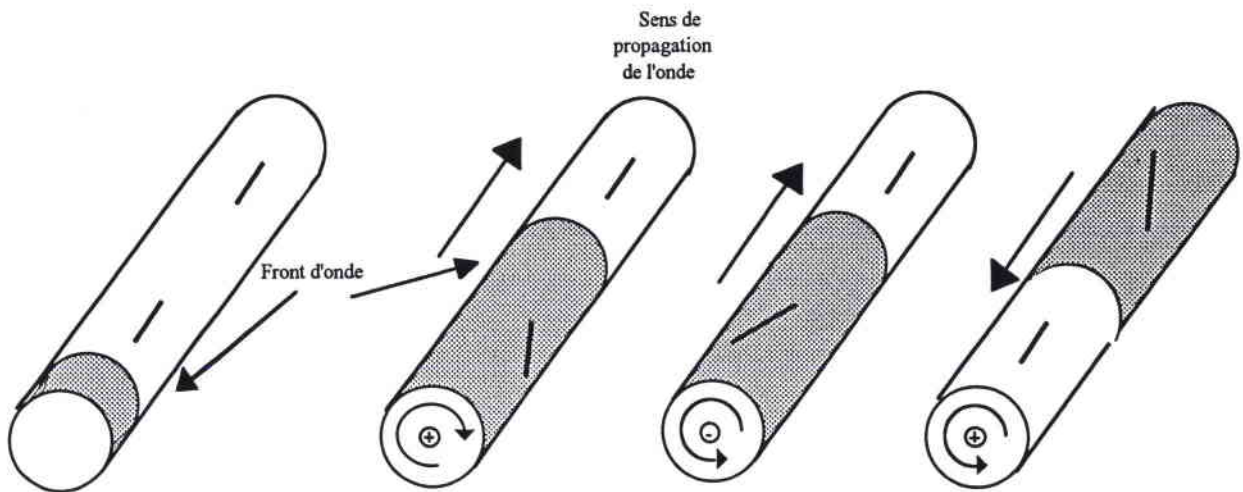
## **IV.2. Théorie des ondes de contrainte de torsion**

La difficulté liée à la compréhension des phénomènes de torsion est accentuée par la mise en œuvre plus habituelle des ondes de compression (choc de plaques, essai de Taylor...). Alors

que “compression” possède “traction” pour antonyme, il est plus compliqué de décrire simplement le contraire de “torsion”.

Nous proposons de qualifier les effets de l'onde de torsion dans son propre référentiel, en utilisant le tire-bouchon de Maxwell pour orienter les angles. Nous nommons alors “onde  $\oplus$ ” une onde de torsion se propageant dans le sens du tire-bouchon de Maxwell c'est à dire dans le sens horaire quand on regarde dans la direction de propagation de l'onde. Deux ondes  $\oplus$  se propageant dans des sens différents auront rigoureusement le même effet sur l'éprouvette (*figure IV-1*).

Enfin, nous appelons “onde  $\ominus$ ” celle ayant les effets contraires.



*figure IV-1 : effet du passage de deux ondes  $\oplus$  et d'une onde  $\ominus$  sur un cylindre initialement au repos.*

Le modèle de propagation des ondes de torsion est analogue à celui de compression [Kolsky 1963]. Nous reprenons ici les points principaux de l'approche proposée par Johnson [1972].

IV.2.1. Vitesse de propagation

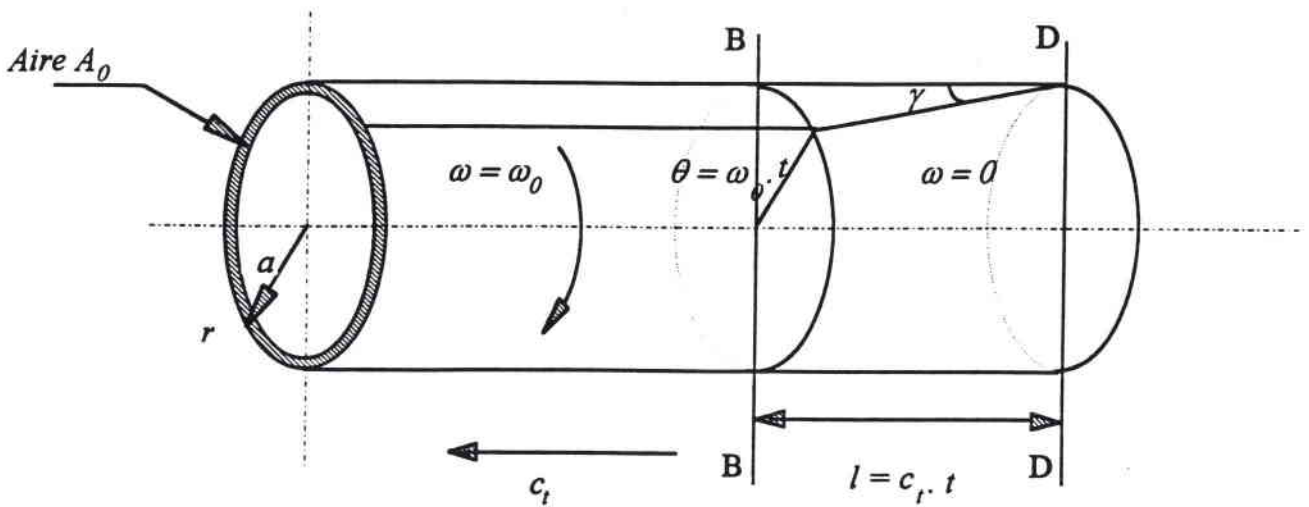


figure IV-2: propagation d'une onde de torsion

Considérons un tube semi-infini de faible épaisseur et de rayon  $r$  tournant à la vitesse angulaire  $\omega_0$  (figure IV-2). Au temps  $t=0$ , la section  $DD$  est brusquement immobilisée. Une onde de contrainte de torsion se propage alors parallèlement à l'axe de la barre à la vitesse  $c_t$ . Au temps  $t$ , la longueur  $BD = c_t \cdot t$  est immobile et l'état de contrainte y est identique en tout point. Le reste du tube tourne toujours à la vitesse  $\omega_0$ .

La contrainte de cisaillement  $\tau$  dans  $BD$  se calcule par application du théorème de l'énergie cinétique : le travail du couple impulsionnel

$$W = -\frac{1}{2} \omega_0 t * (A_0 \tau * r)$$

est égal à la perte d'énergie cinétique du tube au temps  $t$ ,

$$\Delta E_c = -\frac{1}{2} [ (t c_t A_0) * r^2 \rho_0 ] \omega_0^2$$

On trouve alors :

$$\tau = \rho_0 c_t r \omega_0$$

Comme les barres sont sollicitées dans leur domaine élastique,

$$\tau = G\gamma = G \frac{\omega_0 r}{c_t}$$

- où
- \*  $G$  est le module de cisaillement des barres
  - \*  $\gamma = \frac{r}{l} \theta = \frac{r \omega_0 t}{c_t t}$  est le taux de cisaillement dans  $BD$ .

On en déduit la célérité des ondes de torsion dans la paroi des tubes :

$$c_t = \sqrt{\frac{G}{\rho_0}}$$

Cette célérité ne dépend pas du rayon. Nous admettons par la suite qu'un barreau cylindrique se comporte comme une infinité de tubes juxtaposés. Il n'y a pas de gauchissement de la surface lors du passage d'une onde élastique de torsion. La célérité des ondes est toujours de  $c_t$ .

#### IV.2.2. Relation couple-vitesse de rotation

Nous avons vu au paragraphe précédent que la contrainte de cisaillement  $\tau$  dépend linéairement du rayon. Si nous considérons un barreau plein, l'élément de couple d'une couronne située à une distance  $r$  du centre de la barre s'écrit :

$$dC = (\tau * 2\pi r dr) * r = 2\pi \rho_0 c_t \omega_0 r^3 dr$$

La vitesse angulaire de rotation est supposée constante sur une section droite. Le couple dans la barre vaut alors :

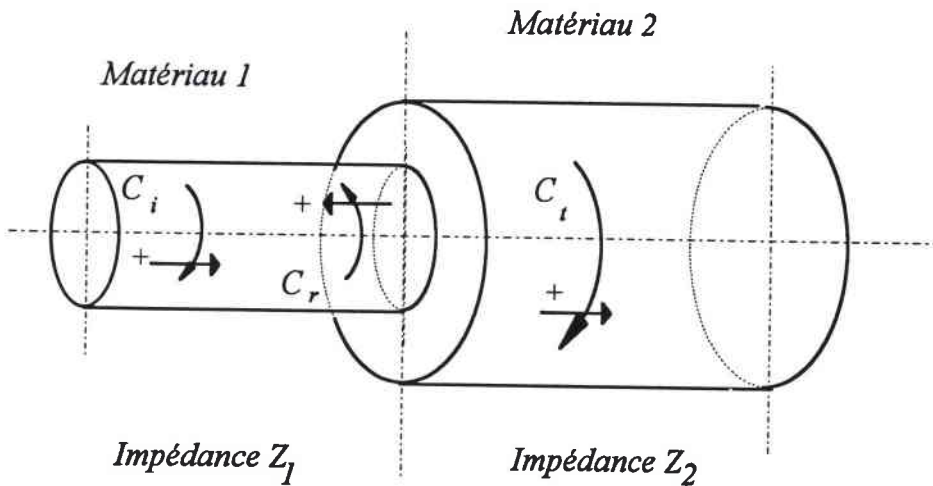
$$C = \frac{\pi r^4}{2} \rho_0 c_t \omega_0 = \frac{\pi D^4}{32} \rho_0 c_t \omega_0$$

Le facteur  $Z_{barre} = \frac{\pi D^4}{32} \rho_0 c_t$  est l'impédance acoustique en torsion des barres ( $D$  représente le diamètre de la barre).

Nous devons retenir que lorsqu'une barre est bloquée, alors qu'elle tourne à la vitesse  $\omega_0$  une onde se propage et charge la barre à une valeur de couple  $C$  proportionnelle à  $\omega_0$ . Inversement, quand un barreau soumis à un couple  $C$  est libéré, une onde de torsion se propage à la vitesse  $c_t$  dans celui-ci en le faisant tourner à la vitesse angulaire  $\omega_0 = \frac{C}{Z_{barre}}$ .



IV.2.3. Transmission et réflexion d'ondes de torsion



*figure IV-3 : transmission d'une onde de torsion lors d'une discontinuité d'impédance.*

Si, au cours de sa propagation, une onde de torsion rencontre une discontinuité d'impédance due soit à une variation de la section, soit à la rencontre d'un matériau nouveau (figure IV-3), une partie va être transmise et une autre réfléchi. Les conditions à satisfaire à l'interface sont l'égalité des couples et des vitesses angulaires de rotation :

$$C_i + C_r = C_t \qquad \omega_i - \omega_r = \omega_t$$

où les indices  $i$ ,  $r$  et  $t$  se rapportent aux ondes incidente, réfléchi et transmise.

Comme  $\omega_i = \frac{C_i}{Z_1}$ ,  $\omega_r = \frac{C_r}{Z_1}$  et  $\omega_t = \frac{C_t}{Z_2}$ , on en déduit les expressions des couples transmis et réfléchi :

$$C_t = \frac{2Z_2}{Z_2 + Z_1} C_i$$

$$C_r = \frac{Z_2 - Z_1}{Z_2 + Z_1} C_i$$

Deux cas limites se présentent : la réflexion sur un bord libre et celle sur un bord fixe

• Réflexion sur un bord libre

Lorsqu'une onde arrive sur un bord libre, on considère que le matériau 2 de la figure IV-3 est l'air de masse volumique :  $\rho_2 \approx 0$ . Son impédance acoustique est nulle. On en déduit :

$$C_t = 0 \quad \text{et} \quad C_r = -C_i$$

L'onde réfléchie sur un bord libre est de nature opposée à l'onde incidente, de telle sorte qu'elle tend à ramener la barre dans son état de contrainte précédent le passage de l'onde. Une onde  $\oplus$  se réfléchit en onde  $\ominus$ .

• Réflexion sur un bord fixe

De même, lorsqu'une onde arrive sur un bord fixe, l'impédance acoustique du milieu 2 est infinie (car  $\omega_t = 0$  pour tout couple incident). On en déduit :

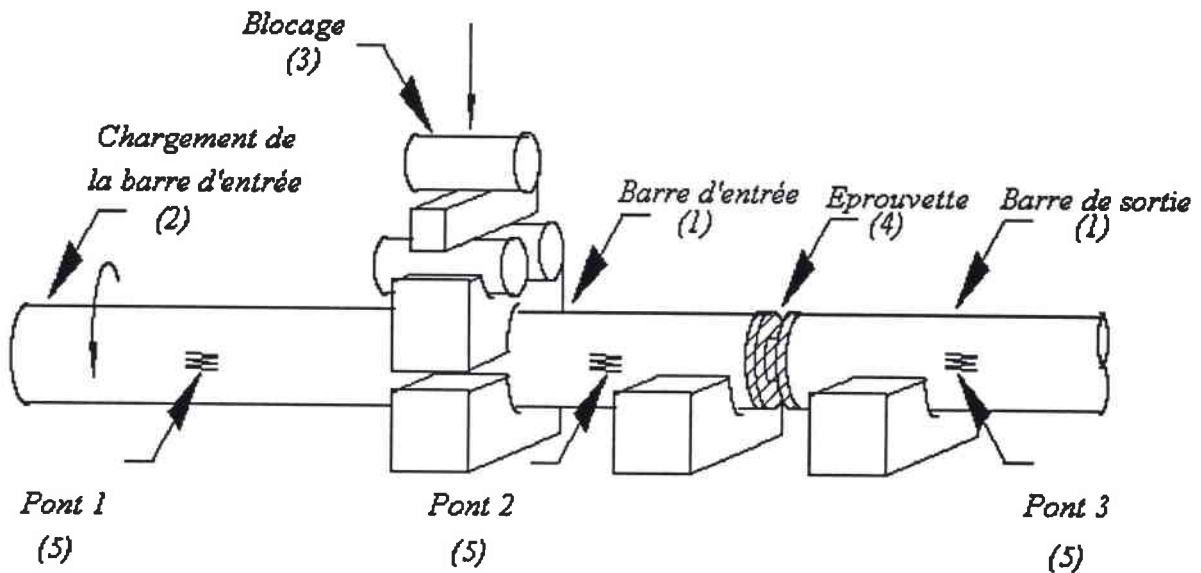
$$C_t = 2 C_i \quad \text{et} \quad C_r = C_i$$

L'onde réfléchie sur un bord fixe est de même nature que l'onde incidente, de telle sorte qu'elle prolonge son action. Une onde  $\oplus$  se réfléchit en onde  $\oplus$ .

### **IV.3. Dispositif expérimental**

Le dispositif des barres de Hopkinson en torsion (*figure IV-4*) est composé essentiellement :

- 1 : d'une barre d'entrée et une barre de sortie,
- 2 : d'un système de chargement de la barre d'entrée,
- 3 : d'un système de blocage de la barre d'entrée,
- 4 : d'une éprouvette,
- 5 : d'instruments de mesure et d'enregistrement.



*figure IV-4 : description du dispositif expérimental.*

#### IV.3.1. Barres d'entrée et de sortie

Les barres sont maintenues par des paliers en bronze alignés mécaniquement avec une très grande précision (0,05 mm par mètre). Ils reposent sur un banc lui-même rectifié.

Les barres sont réalisées en acier maraging de type Marval 18H présentant les caractéristiques suivantes :

<i>Limite élastique</i>	$\sigma_y = 1,7 \text{ GPa}$
<i>Module de Young</i>	$E = 190 \text{ GPa}$
<i>Module de cisaillement</i>	$G = 73 \text{ GPa}$
<i>Masse volumique</i>	$\rho_0 = 8000 \text{ kg.m}^{-3}$ .
<i>Célérité des ondes de torsion</i>	$c_t = 3000 \text{ m.s}^{-1}$ .

Elles ont subi un traitement thermique afin d'éviter les distorsions des ondes. Le choix du Marval 18H est lié à son grand domaine élastique et sa grande impédance acoustique spécifique  $\rho_0 c_t$ .

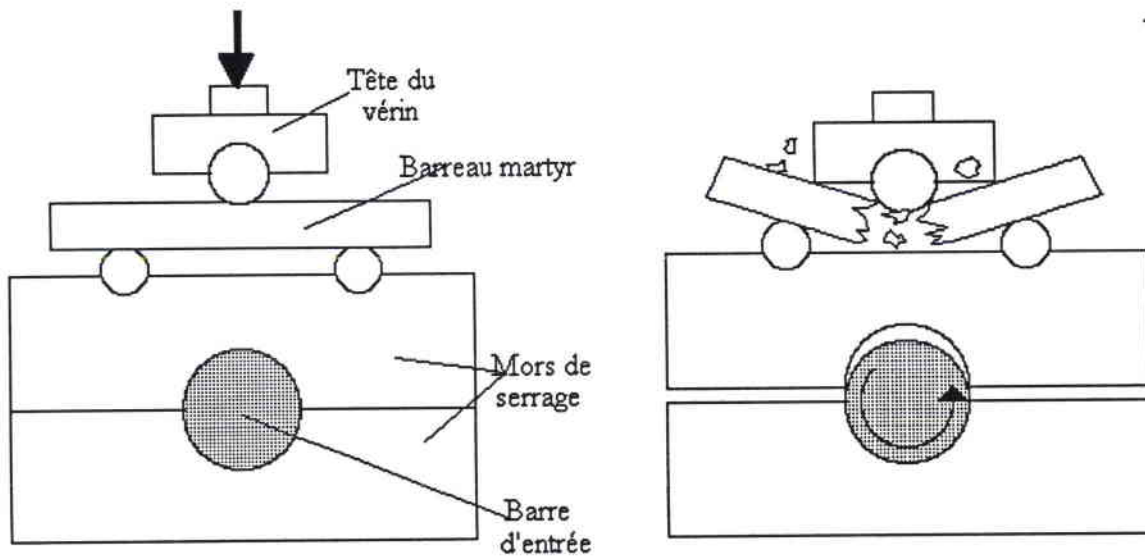
La barre d'entrée a une longueur de 4 m et un diamètre de 25 mm. La barre de sortie mesure 3 m pour le même diamètre. L'impédance acoustique  $Z$  est donc de 0,92 Nm.s.

### IV.3.2. Chargement de la barre d'entrée

Il est assuré par un vérin rotatif permettant de tordre une partie (généralement longue de deux mètres) de la barre d'entrée. Pour préserver l'intégrité du dispositif et pour satisfaire les hypothèses théoriques, nous devons rester dans le domaine élastique des barres. Au cours des essais, nous limitons donc le couple stocké dans la barre d'entrée à une valeur de  $1500 \text{ Nm}$ .

### IV.3.3. Blocage de la barre d'entrée

A environ deux mètres du vérin rotatif se situe un système permettant de bloquer la barre d'entrée (pendant que son extrémité est tordue par le système de chargement). Ce système de blocage doit pouvoir être libéré le plus rapidement possible pour avoir un front d'onde le plus raide possible. Nous utilisons un barreau d'acier rapide, intermédiaire entre un vérin et un mors de serrage.



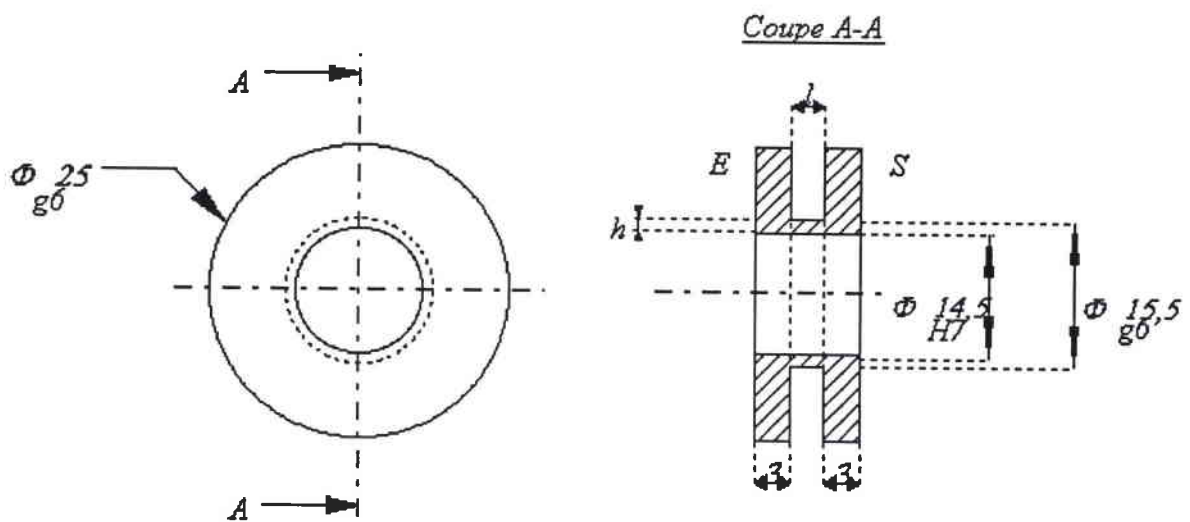
*figure IV-5a : blocage de la barre d'entrée*      *figure IV-5b : libération de la barre d'entrée*

Pendant le chargement de la barre d'entrée, le barreau martyr subit une flexion “trois points” entre les portées du mors et la tête du vérin. L'effort transmis par le barreau est suffisamment important pour maintenir, par frottement, la barre d'entrée (*figure IV-5a*). Une fois la barre tordue, et après avoir protégé le vérin rotatif, on applique sur le barreau une surcharge provoquant sa rupture et libérant la barre (*figure IV-5b*).

Le mors sépare une région chargée d'une région libre de couple. Plus le mors est étroit plus le front d'onde est raide et le temps de montée des signaux court. Il faut trouver donc un compromis entre la tenue de la barre et la largeur du mors.

#### IV.3.4. Epreuve classique

L'éprouvette destinée à être collée a la forme suivante (figure IV-6):



avec \*  $l = 4,5 \text{ mm}$

\*  $h = 0,5 \text{ mm}$

\*  $r = 7,5 \text{ mm} = \frac{1}{4} (\Phi_{\text{ext}} + \Phi_{\text{int}})$

*figure IV-6 : description de l'éprouvette.*

Les faces E (entrée) et S (sortie) sont collées sur les barres. La déformation est localisée dans la partie mince de l'éprouvette. Le volume de la partie "utile" de l'éprouvette est de  $106 \text{ mm}^3$ .

### IV.3.5. Instrumentation

Trois ponts de quatre jauges actives, inclinées chacune de 45° par rapport à l'axe des barres, mesurent les déformations principales de celles-ci.

Deux de ces ponts sont situés de part et d'autre de l'éprouvette (*figure VI-4, ponts 2 et 3*), et le troisième est placé sur la partie initialement tordue de la barre (*figure VI-4, pont 1*). Ils permettent de mesurer les niveaux de couple stocké, incident, réfléchi et transmis.

Ils indiquent des tensions  $e$  données par :  $e = A \frac{E}{4} \frac{4\Delta R}{R}$  où

- \*  $A$  est le gain de l'amplificateur,
- \*  $E$  est la tension d'alimentation des ponts,
- \*  $R$  est la résistance de chaque jauge et
- \*  $\frac{\Delta R}{R} = K \frac{\gamma}{2}$ ,  $K$  étant le facteur de jauge et  $\gamma$  le glissement dans les barres.

Finalement, nous obtenons la relation :  $e = AEK \frac{\gamma}{2}$

Les tensions mesurées sur les trois ponts sont enregistrées sur un oscilloscope numérique. Nous utilisons celui-ci pour des fréquences d'acquisition de 1 MHz pendant la durée de l'essai (quelques millisecondes).

### IV.3.6. Chargement statique

Il se réalise à l'extrémité de la barre de sortie et se compose :

- d'un moteur asynchrone à vitesse de rotation variable (de 0,8 à 8 tours par minute); le couple maximum disponible sur la barre est de 100 N.m ;
- d'un réducteur de couple roue/vis-sans-fin de rapport de réduction (1/52) ;
- d'un système de fixation sur la barre par frette conique jouant le rôle de limiteur de couple : si la contrainte imposée est trop importante lorsque l'onde transmise atteint l'extrémité de la barre de sortie, cette dernière va riper dans la frette et préserver le montage moteur/réducteur.

### IV.3.7. Diagramme de marche

Lors d'un essai de torsion, l'éprouvette (que nous considérerons dans cette partie comme une discontinuité d'impédance sans épaisseur) est coincée entre deux longues barres de même impédance acoustique  $Z$ .

Juste avant l'essai, l'état du dispositif est le suivant.

La barre d'entrée de longueur  $L_{entrée}$  est pincée par le système de blocage à une distance  $l$  de l'extrémité qui n'est pas en contact avec l'éprouvette. Cette longueur  $l$  est soumise à un couple  $C$ , le reste de la barre étant libre de toute contrainte.

La barre de sortie de longueur  $L_{sortie}$  est libre de toute contrainte et immobile.

Lorsque le système de blocage est libéré, une onde de décharge se propage dans la partie préalablement chargée de la barre d'entrée, entraînant ainsi la barre en rotation. Cette dernière va engendrer une onde de charge dans la partie déchargée. Si on considère que le couple stocké est positif, une onde  $\oplus$  va charger la partie initialement au repos et une onde  $\ominus$  va décharger la partie tordue (*figure IV-7*).

En écrivant l'équilibre de la partie hachurée (*figures IV-7b et c*), nous pouvons conclure que l'onde  $\ominus$  décharge la barre de  $-C/2$  tandis que l'onde  $\oplus$  la charge de  $C/2$ .

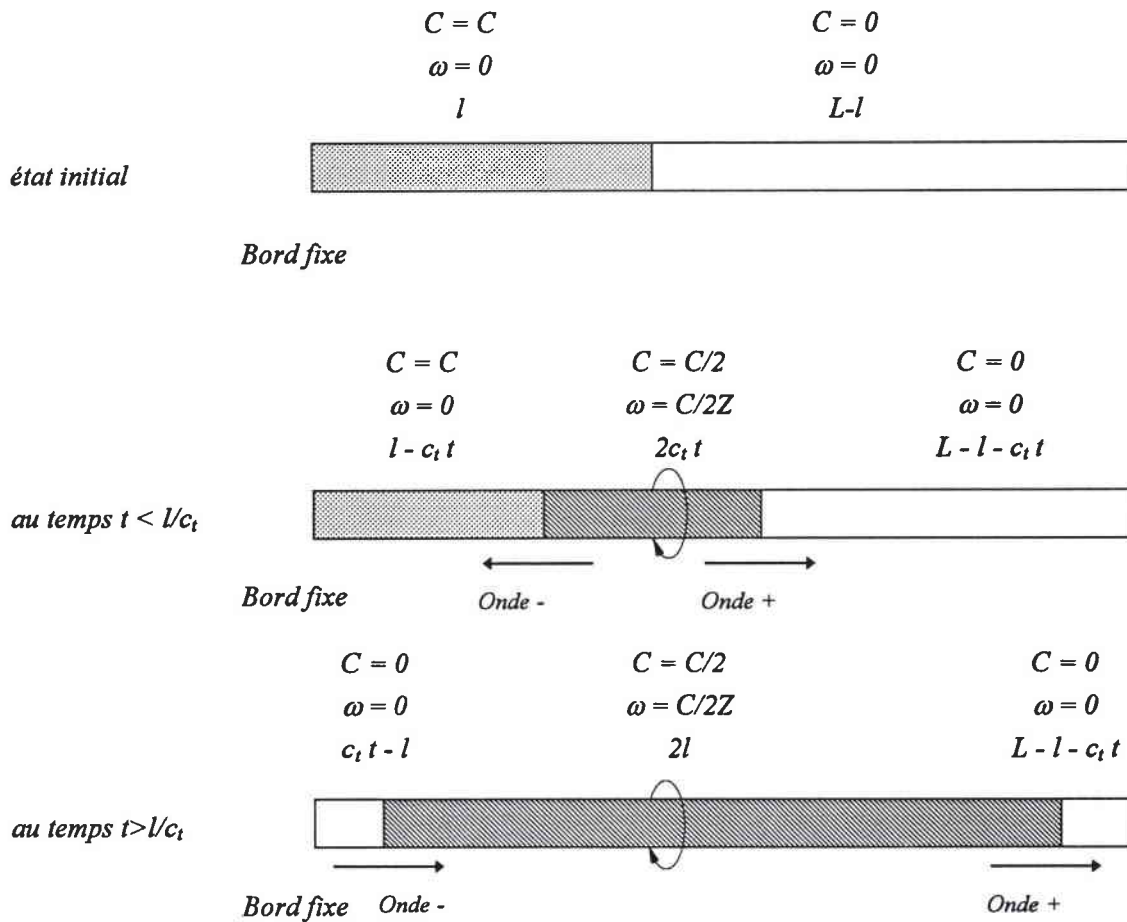


figure IV-7 : propagation du train d'ondes dans les barres

Connaissant la vitesse de propagation et les conditions de réflexion, il est possible de prévoir la nature et la position de chaque front d'onde au cours du temps.

La figure IV-8 représente le diagramme de marche des ondes de torsion. Les lignes obliques représentent les positions des fronts d'ondes au cours du temps. Ces ondes se réfléchissent partiellement sur l'éprouvette supposée d'impédance plus faible que celle des barres et totalement sur les bords fixes. Pour déterminer l'état de contrainte et de vitesse de rotation d'une section droite de la barre au cours du temps, on trace une ligne verticale à l'abscisse correspondante et on regarde dans quel domaine du graphe se trouve la section au temps considéré.



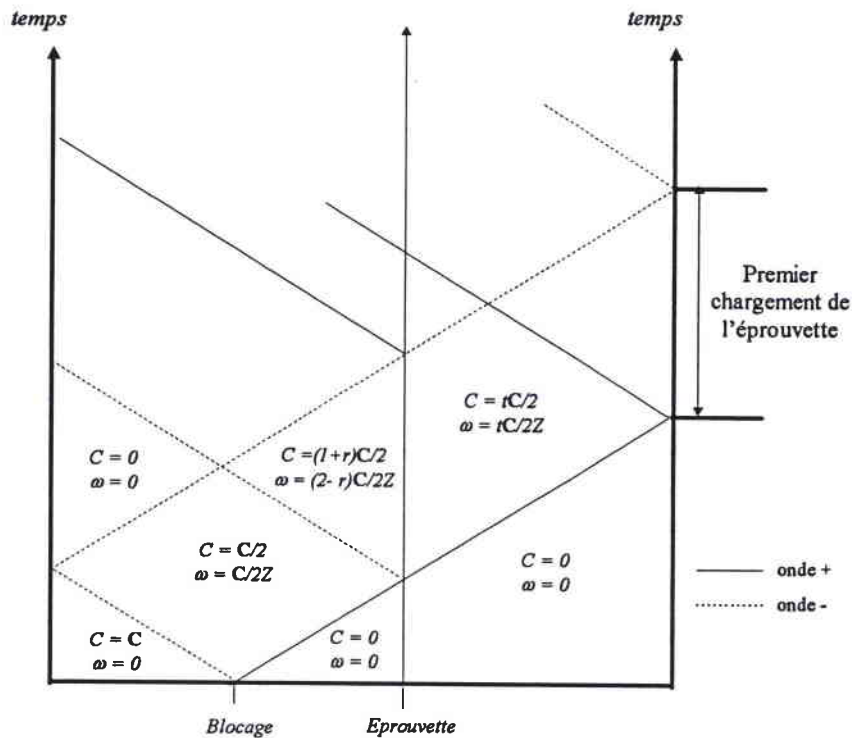


figure IV-8 : diagramme de marche des ondes de torsion.

Dans ce diagramme (figure IV-8),  $r$  et  $t$  désignent les coefficients de réflexion et de transmission de l'onde incidente. Ces deux coefficients dépendent de la nature et de la géométrie de l'éprouvette. Celle-ci atteint un régime stationnaire après un temps très court qui correspond à une dizaine d'allers et de retours de l'onde dans l'éprouvette. Le couple à l'entrée est égal au couple à la sortie c'est-à-dire :  $(1 - r) = t$ . Cette figure laisse supposer que les coefficients  $r$  et  $t$  restent constants au cours du temps. En fait, ils dépendent de l'écrouissage de l'éprouvette. Le niveau de couple dans les différentes régions du graphe n'est pas constant, mais ce diagramme offre l'avantage de repérer les positions des fronts d'onde et de donner le sens des divers chargements que subit l'éprouvette.

Il faut noter que le temps de chargement de l'éprouvette est  $2l/c_t$  (1 ms pour le dispositif présenté) et que le couple stocké n'impose pas la contrainte dans l'éprouvette mais la vitesse de déformation. Il est donc possible, pour une vitesse de déformation donnée, de limiter la déformation en déplaçant le système de blocage vers le vérin rotatif.

#### **IV.4. Dépouillement**

Quatre hypothèses sont nécessaires pour le dépouillement des essais.

- 1/ La déformation des barres est purement élastique.
- 2/ Le couple à l'entrée est égal au couple en sortie ce qui signifie qu'après quelques allers et retours de l'onde dans l'éprouvette (une dizaine de microsecondes), cette dernière atteint un état "équilibré".
- 3/ La déformation de l'éprouvette est limitée dans la partie fine.
- 4/ Les contraintes, la déformation et la vitesse de déformation sont homogènes dans l'éprouvette.

Nous connaissons la relation entre la tension aux bornes des ponts de jauges et la déformation de la barre sur laquelle sont collées les jauges. Comme les barres restent dans leur domaine d'élasticité (hypothèse 1), nous pouvons relier le couple  $C$  dans la barre avec la valeur  $e$  de la tension enregistrée :

$$C = \frac{\pi D^3}{16} \times \frac{2Ge}{AEK}$$

Notons

- $\theta$  l'angle dont a tourné une section droite,
- $\omega$  la vitesse angulaire d'une section droite,
- $C_i$  le couple incident dans la barre d'entrée,
- $C_r(t)$  le couple réfléchi dans la barre d'entrée,
- $C_t(t)$  le couple transmis dans la barre de sortie,
- $D$  le diamètre des barres,
- $r_{ép}$  le rayon moyen de la partie tubulaire de l'éprouvette,
- $l_{ép}$  sa longueur et
- $h_{ép}$  son épaisseur (figure IV-6).

Alors  $C_{ép} = C_i + C_r = C_t$  (hypothèse 2)

$$\tau_{ép} = \frac{C_{ép}}{2\pi r_{ép}^2 h_{ép}} \quad \text{(hypothèse 3)}$$

$$\begin{aligned}\theta_{ép} = \theta_{entrée} - \theta_{sortie} &\Rightarrow \omega_{ép} = \omega_{entrée} - \omega_{sortie} \\ &= \frac{((C_i + C_r) - C_t)}{Z_{barre}}\end{aligned}$$

De plus,  $\dot{\gamma}_{ép}(t) = \frac{r_{ép}}{l_{ép}} \omega_{ép}(t)$  (hypothèse 4).

Nous arrivons donc, en combinant les équations précédentes, aux expressions de la contrainte de cisaillement et du glissement dans l'éprouvette au cours du temps :

$$\tau = \frac{GD^3}{16r_{ép}^2 h_{ép}} \times \frac{e_t}{AEK_{sortie}}$$

$$\dot{\gamma} = 8 \frac{r_{ép} C_t}{D l_{ép}} \times \frac{e_r}{AEK_{entrée}}$$

Connaissant la vitesse de déformation à chaque instant, une intégration nous donne la déformation à tout instant.

Nous pouvons alors accéder à la relation  $\tau_{ép}(\gamma_{ép})$  pour une vitesse de déformation moyenne qui dépend du couple réfléchi.

Dans le cas d'une expérience de saut de vitesse, la contrainte au sein de l'éprouvette est toujours proportionnelle au couple dans la barre de sortie. Cependant, pour la vitesse de déformation, il faut retrancher à la tension correspondant au signal réfléchi une tension d'offset correspondant au niveau de couple avant l'apparition du train d'ondes.

Nous avons vérifié la validité du dispositif expérimental :

- \* les signaux à l'entrée et en sortie d'éprouvette sont égaux aux phénomènes perturbateurs près ;
- \* sur un essai sans éprouvette où les deux barres étaient collées, le niveau du signal incident reste constant ; la colle n'a pas d'influence sur l'allure des signaux ;
- \* en observant l'éprouvette au microscope optique, la déformation plastique est bien localisée dans la partie fine.

Il faut noter que de tel essais sont quasiment adiabatiques : le travail plastique fourni à l'éprouvette se dissipe en chaleur qui n'a pas le temps de diffuser dans le système. Le matériau subit donc un adoucissement thermique en même temps qu'il se durcit par écrouissage. Dans le cadre de nos essais, nous nous sommes limités à des couples stockés de  $300 \text{ Nm}$  ce qui conduit à des vitesses de déformation pour le tantale d'étude de  $300 \text{ s}^{-1}$ . Au delà de ce couple, l'adoucissement thermique est trop important. Le matériau s'adoucit au cours de la déformation. Les zones ayant subi le plus grand taux de déformation sont moins résistantes que le reste de l'éprouvette. La déformation tend à devenir hétérogène au sein de celle-ci et le dépouillement n'est plus valable.

Chapitre V :

Comportement mécanique

du tantale

## **V. Comportement mécanique du tantale**

### **V.1. Généralités sur le tantale**

#### **V.1.1. Utilisation du tantale**

L'électronique constitue son champ d'application principal : son point de fusion élevé, son faible coefficient de dilatation, sa facilité de mise en œuvre (grande ductilité et aptitude au soudage), ses bonnes conductivités thermique et électrique sont ses atouts pour la réalisation de grilles, plaques.... Il fut aussi utilisé pour la fabrication de lampes à incandescence avant d'être supplanté par le tungstène, mais il demeure dans la composition de filaments dans les tubes à haute fréquence. Le métal recouvert de sa couche d'oxyde est employé dans la fabrication de condensateurs et redresseurs électrolytiques.

L'industrie chimique exploite surtout sa remarquable résistance aux acides, son très haut point de fusion et sa conductibilité thermique. En particulier son rôle essentiel dans les industries des acides chlorhydrique et sulfurique, du phénol peut être signalé.

Le tantale apparaît dans la composition de prothèses pour sa bonne compatibilité avec les tissus vivants (chair et os) qui s'y adhèrent fortement.

Enfin, sa grande ductilité et sa forte densité le font apprécier dans l'industrie nucléaire et dans l'armement.

En dépit de ses nombreuses propriétés son usage est limité en raison de sa rareté et donc son coût.

#### **V.1.2. Elaboration du tantale [Pascal 1958]**

##### ***V.1.2.1. Extraction***

Dans la nature, le tantale est toujours associé au niobium (aussi appelé colombium par les anglo-saxons). Les minerais apparaissent sous forme de pentoxydes ( $Ta_2O_5$ ,  $Nb_2O_5$ ) mélangés avec d'autres oxydes (silicium, fer principalement) desquels ils sont extraits par épuration et attaques par différents acides. La phase de séparation entre le tantale et le niobium est délicate du fait de leurs propriétés physico-chimiques très voisines. Elle passe par la transformation des oxydes en fluo-acides en solution aqueuse. Cette solution est purifiée dans une colonne de distillation au moyen d'un solvant organique, le méthylisobutylcétone qui entraîne les fluo-sels de

tantale, le niobium demeurant dans la phase aqueuse. Les halogénures de tantale sont dissociés par électrolyse, par chauffage ou réduction par un élément alcalin (sodium principalement). La poudre de tantale issu de ces procédés est enfin lavée par des acides.

#### *V.1.2.2. Agglomération et mise en forme*

L'agglomération du tantale par fusion est difficile en raison de son caractère (point de fusion proche de  $3000^{\circ}\text{C}$ ). De plus, il présente à chaud une grande affinité pour la plupart des gaz (oxygène, hydrogène, azote) et attaque les creusets. Trois procédés sont développés pour l'obtenir sous forme massive :

- le frittage;
- la fusion sous vide à l'aide d'un arc comportant deux électrodes de tantale aggloméré par compression;
- la fusion par bombardement électronique sous vide.

Des trois méthodes, la dernière conduit à la meilleure pureté mais les grains obtenus sont généralement plus gros que dans le tantale fritté.

Le tantale présentant une grande ductilité, sa mise en forme se fait à froid par des moyens classiques de laminage, tréfilage, emboutissage, estampage... Des recuits intermédiaires ou finals sont parfois nécessaires lorsque le métal est trop durci par écrouissage. Ces recuits sont de deux types :

- de restauration entre  $700$  et  $900^{\circ}\text{C}$ ;
- de recristallisation entre  $1050$  et  $1500^{\circ}\text{C}$ .

Ils doivent impérativement être effectués sous un vide secondaire afin d'éviter une pollution par les éléments présents dans l'air.

## V.2. Propriétés chimiques

Le tantale se caractérise par sa résistance remarquable à la corrosion, comparable à celle du platine [Pascal 1958]. Il doit cette excellente tenue à un film d'oxyde Ta<sub>2</sub>O<sub>5</sub> qui le recouvre et lui assure une autoprotection très efficace.

### V.2.1. Action de l'hydrogène

L'hydrogène est fortement absorbé par le tantale à partir de 200°C. Il diffuse dans la maille cristalline et on ne note pas de film d'hydrures à la surface. L'hydrogène absorbé a un effet fragilisant sur le tantale [Falanga 1982], l'allongement à striction passe de 29% à 3% à -40°C lorsque la teneur en hydrogène croît de 24 à 46 ppm. Cependant, l'hydrogène peut être en grande partie éliminé par chauffage sous vide entre 800 et 1200°C.

### V.2.2. Action de l'azote

Il faut monter à des températures de 1100°C pour que le tantale fixe l'azote de manière notable. Le tantale dissout environ 5 atomes % d'azote [Pascal 1958]. Le reste de l'azote absorbé forme du nitrure de tantale TaN dont l'action durcissante réduit la ductilité (figure V-1).

### V.2.3. Action de l'oxygène

La résistance à l'oxydation est bonne jusqu'à 300°C. La diffusion lente de l'oxygène à température ambiante est à l'origine des phénomènes de vieillissement : les atomes d'oxygène se déplacent au cours du temps vers les dislocations. Cela entraîne un phénomène d'ancrage et augmente la contrainte d'écoulement. Cette diffusion devient très rapide aux températures nécessaires pour effectuer l'opération de frittage (1700-2200°C). Il est donc très difficile d'obtenir par cette méthode un tantale exempt d'oxygène. Aux températures voisines de 400°C, l'oxygène est à l'origine de l'effet Portevin-Lechatellier [Falanga 1979].

Puhr, Westerheide et Elssner [1970] donnent la formule suivante reliant, aux vitesses quasistatiques, la limite d'élasticité et les concentrations en azote et oxygène :

$$\sigma_{Ly} = 124 + 677C_N + 392C_O$$

MPa                      % at              % at



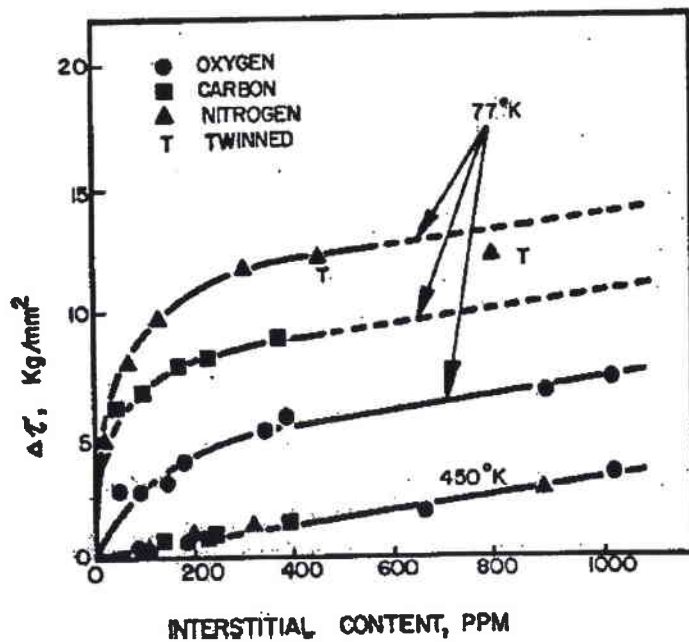


figure V-1 : influence de l'oxygène du carbone et de l'azote sur le comportement mécanique du tantale [Mitchell et Smialek 1970].

#### V.2.4. Action du carbone

La carburation devient importante à partir de  $1200^\circ\text{C}$ . Le carbone forme avec le tantale deux carbures  $\text{TaC}$  et  $\text{Ta}_2\text{C}$  qui le durcissent. [Pascal 1958]

### V.3. Propriétés physiques

#### V.3.1. Aspect cristallographiques

[Goldsmith 1961], [Filyand 1969]

Le tantale, 73<sup>ème</sup> élément du tableau périodique, partage la colonne  $Va$  avec le vanadium ( $Z = 23$ ) et le niobium ( $Z = 41$ ). Sa masse molaire vaut  $180,948 \text{ g}$ . Sa structure cristalline cubique centrée et son paramètre de maille  $a$  valant  $0,3303 \text{ nm}$  à température ambiante ( $0,3296 \text{ nm}$  à  $0 \text{ K}$ ), sont identiques à ceux du niobium avec lequel le tantale présente une grande affinité. Ce faible paramètre de maille pour une telle masse atomique font du tantale un matériau « lourd » de masse volumique  $16660 \text{ kg.m}^{-3}$  à  $25^\circ\text{C}$  et  $1 \text{ atm}$ .

Comme tous les matériaux à structure cubique centrée, le tantale possède 12 systèmes primaires de glissement dans les directions  $\langle 111 \rangle$  et les plans  $\{110\}$  [Besnard 1984]. De plus,

les dislocations peuvent se déplacer dans les systèmes secondaires  $\langle 111 \rangle \{112\}$ . Les lignes de glissement ne sont en général pas rectilignes : à une même direction correspondent trois plans dans le système principal. (figure V-2)

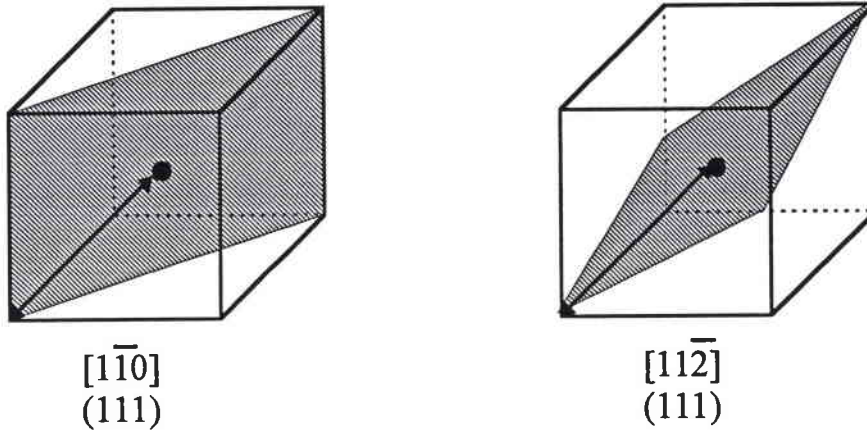


figure V-2 : systèmes de glissement du tantale

Barrett et Bakish [Barrett 1958] rapportent que les impacts sur du tantale produisent des macles de déformation dans les plans  $\{112\}$  à 77 K mais pas à la température de l'azote liquide. Ils ont de plus observé des zones de rupture par clivage dans les plans  $\{110\}$  et occasionnellement dans les plans  $\{100\}$ . Ils contredisent en cela Bechtold [Bechtold 1955] qui n'a rien observé de tel à 77 K. Ceci peut être expliqué par des différences de teneur en éléments interstitiels. Gray et Rollett [Gray 1992] montrent que la tension d'écaillage diminue lorsque la concentration en interstitiels augmente. En effet, comme nous l'avons déjà vu, une forte concentration en atomes d'oxygène entraîne un ancrage des dislocations. Le glissement est donc entravé et le matériau a plus facilement tendance à subir une déformation par clivage. La température de transition ductile-fragile est donc sensible aux éléments d'alliage et se situe en deçà de  $-196^\circ\text{C}$ . Bechtold propose deux explications de la grande ductilité du tantale, inhabituelle chez les matériaux à structure C.C. :

la solubilité élevée de l'oxygène dans le tantale diminue la concentration d'oxydes dans les joints de grains favorisant ainsi une fissuration trans-granulaire.

la très haute énergie nécessaire pour produire le maillage mécanique (que l'on observe dans le tungstène, le molybdène et le fer  $\alpha$  aux températures basses) atypique des matériaux à structure C.C. Ce second argument est retenu par Gray et Rollett [1992].

### V.3.2. Propriétés thermiques

Le tableau V-1 résume l'évolution des principales constantes du tantale avec la température.

Température de fusion :  $T_m = 3269 \text{ K}$

Température de vaporisation :  $T_v \approx 5573 \text{ K} \pm 100 \text{ K}$

Chaleur latente de fusion :  $L_f = 159 \text{ kJ.kg}^{-1}$ .

Capacité calorifique :  $C_p = 139,04 + 1,757 \cdot 10^{-2} (T-273) + 1,375 \cdot 10^{-6} (T-273)^2$   
 $C_p$  en  $\text{J.kg}^{-1}.\text{K}^{-1}$        $T \in [273, 1200 \text{ K}]$

Conductivité thermique :  $\lambda = 56,4 + 0,022 (T-273) + 4,4 \cdot 10^{-6} (T-273)^2$   
 $\lambda$  en  $\text{W.m}^{-1}.\text{K}^{-1}$        $T \in [200, 2800 \text{ K}]$

Résistivité électrique  $\rho = 125 + 3,8 (T-273)$   
 $\rho$  en  $\text{n}\Omega.\text{m}$        $T \in [273, 373 \text{ K}]$

Coefficient de dilatation linéaire  $\alpha = 6,5 + 3,4 \cdot 10^{-4} (T-273) + 1,2 \cdot 10^{-7} (T-273)^2$   
 $\alpha$  en  $\mu\text{m.m}^{-1}.\text{K}^{-1}$        $T \in [273, 373 \text{ K}]$

*Tableau V-1 : constantes physiques du tantale*

*[Pascal 1958], [Goldsmith 1961], [Filyand 1969], [Falanga 1979], [Kittel 1989]*

Nous pouvons retenir de ce tableau la température de fusion très élevée et la capacité calorifique que nous utiliserons pour calculer l'élévation de température au sein du cristal lors d'essais mécaniques sans diffusion de chaleur.

### V.3.3. Constantes d'élasticité

En élasticité, la matrice de rigidité  $C_{ij}$  d'une structure cubique se ramène par raison de symétrie à 3 coefficients :  $C_{11}$ ,  $C_{12}$  et  $C_{44}$ . En général, on détermine les modules de cisaillement  $C = C_{44}$  dans le plan  $(100)$  et la direction  $[010]$ ,  $C' = (C_{11} - C_{12})/2$  dans le plan  $(110)$  et la direction  $[1\bar{1}0]$ , ainsi que le module de compressibilité  $B = (C_{11} + 2C_{12})/3$  qui traduit la variation de volume du métal soumis à un chargement hydrostatique. Le facteur de Zener  $A = C/C'$  mesure le degré d'anisotropie d'un cristal ( $A$  caractérise un matériau totalement isotrope tel le tungstène).

Par mesures ultrasonores, Fisher [1977], en concordance avec d'autres auteurs [Featherston 1963], aboutit à :

$$C_{11} = 265,91 \text{ GPa}$$

$$C_{12} = 161,12 \text{ GPa}$$

$$C_{44} = 82,35 \text{ GPa}$$

à température ambiante.

Rajendran et Garrett [1992] publient des valeurs proches :

$$C_{11} = 261 \text{ GPa}$$

$$C_{12} = 157 \text{ GPa}$$

$$C_{44} = 81,8 \text{ GPa}$$

à température ambiante.

On constate que le tantale est anisotrope ( $A \cong 1,6$ ). Le module de cisaillement  $G$  du tantale monocristallin varie entre  $C' = 52 \text{ GPa}$  et  $C = 82 \text{ GPa}$  suivant la direction et le plan de sollicitation. De même, le module de Young est compris entre  $144 \text{ GPa}$  pour un chargement dans la direction  $\langle 100 \rangle$  et  $217 \text{ GPa}$  dans la direction  $\langle 111 \rangle$ . Le comportement du tantale est donc sensible à la texture. La valeur du module de Young lors d'une traction dans la direction de cosinus directeurs  $l, m$  et  $n$  par rapport aux axes du cristal est donnée par la formule [Le Poac 1981] :

$$E_{100} = \frac{(C_{11} - C_{12})(C_{11} + 2C_{12})}{(C_{11} + C_{12})}$$

$$\frac{1}{E} = \frac{1}{E_{100}} + \left( \frac{1}{C_{44}} - \frac{2}{C_{11} - C_{12}} \right) (l^2 m^2 + m^2 n^2 + n^2 l^2)$$

De récentes mesures ultrasonores effectuées au CEA/DAM sur un tantale Cabot polycristallin de grande pureté [Nadal 1995] donnent un module de Young  $E$  décroissant de  $187$  à  $171 \text{ GPa}$  lorsque la température passe de  $20$  à  $1000^\circ\text{C}$ . Dans cette gamme de températures, le module de cisaillement  $G$  varie entre  $70$  et  $63 \text{ GPa}$  et le coefficient de Poisson oscille autour de  $0,346$ . Ces résultats sont en conformité avec ceux de la littérature. ( $E = 186 \text{ GPa}$ ,  $G = 69 \text{ GPa}$ ,  $\nu = 0,35$ ). Frost et Ashby [1982] proposent un coefficient de décroissance linéaire du module de cisaillement correspondant à  $\frac{\partial G}{\partial T} = 8,9 \text{ MPa} \cdot \text{K}^{-1}$ .

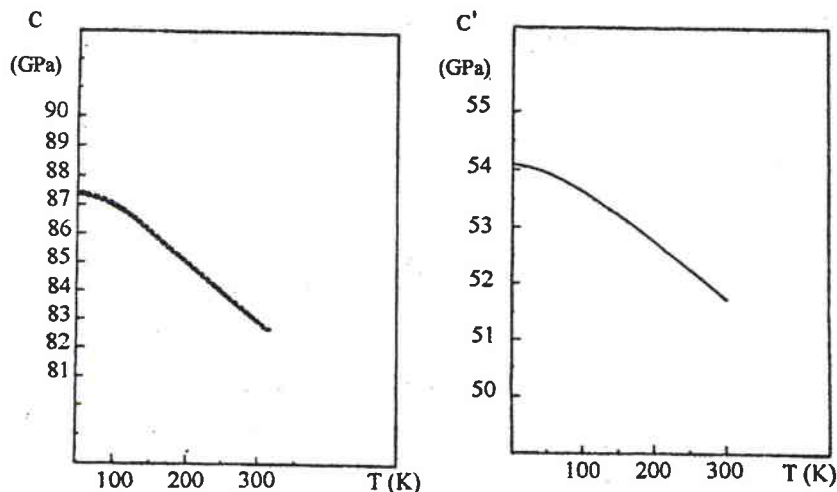


figure V-3: influence de la température sur les modules de cisaillement  $C$  et  $C'$  du tantale.

[Featherston 1963]

#### V.4. Comportement du tantale en plasticité

Le comportement mécanique est très sensible à la teneur en éléments interstitiels (hydrogène, azote, oxygène et carbone essentiellement). Ces concentrations ne doivent pas au total excéder 100 ppm pour pouvoir parler de tantale pur [Falanga 1979]. Le traitement thermique et le mode d'élaboration ont aussi une influence non négligeable. Comme le souligne Guillaume, il faut toujours noter les points suivants avant d'analyser des résultats concernant le tantale :

- le mode d'élaboration qui permet de distinguer deux classes de tantale; la première correspondant à un métal fondu dans un four à bombardement électronique (plusieurs fois le cas échéant) contient peu d'impuretés interstitielles contrairement à la seconde qui correspond à un métal fritté élaboré par métallurgie des poudres;
- la mise en œuvre et les traitements thermomécaniques intermédiaires ou finals qui déterminent l'état microstructural spécifique (densité de dislocations, orientations cristallographiques préférentielles...).

Ainsi les valeurs données dans la suite de ce paragraphe sont à utiliser avec beaucoup de prudence, d'autant que les compositions chimiques les procédés d'élaboration et de mise en œuvre ne sont pas toujours explicités par les différents auteurs.

##### V.4.1. Comportement du tantale monocristallin

###### V.4.1.1. Systèmes de glissement

La limite d'élasticité est définie macroscopiquement par la contrainte au delà de laquelle subsiste une déformation résiduelle lorsque le matériau est relâché. Dans les métaux, elle se manifeste par la perte de linéarité entre la contrainte et la déformation et l'apparition d'une partie d'allure parabolique. Ce phénomène est dû principalement à la création, au mouvement et au stockage des dislocations. Si leur teneur initiale est faible (inférieure à  $10^4$ - $10^6$   $cm^{-2}$ ), la limite d'élasticité correspond à la création à partir de sources. Dans le cas contraire, elle coïncide avec la contrainte nécessaire pour les libérer. Ce mouvement se fait de manière préférentielle dans les plans cristallographiques denses. Cela justifie l'existence d'une *cission résolue critique* pour le glissement facile, contrainte de cisaillement critique à exercer sur un plan cristallographique dense. Elle se traduit par le rapport entre la limite élastique macroscopique et un facteur, appelé *facteur de Schmid et Boas*, caractérisant l'orientation de l'axe de traction par rapport au système de glissement du cristal. Alors que les matériaux à structure C.F.C. vérifient bien la loi de Schmid et Boas, cette loi est mal suivie par les matériaux à structure C.C. [François et al 1991]. Les résultats sur la nature des plans de glissement observés par les différents auteurs (Ferris Rose et Wulff [1962], Mitchell et Spitzig [1965], Byron et Hull [1967 et Byron 1968], Mordike et

Rudolph [1967]) diffèrent et sont souvent contradictoires. La forte influence des éléments interstitiels sur la valeur de la limite d'élasticité peut justifier une telle hétérogénéité de résultats. Cependant, on peut souligner les points suivants :

le glissement se produit dans les directions  $\langle 111 \rangle$  ;

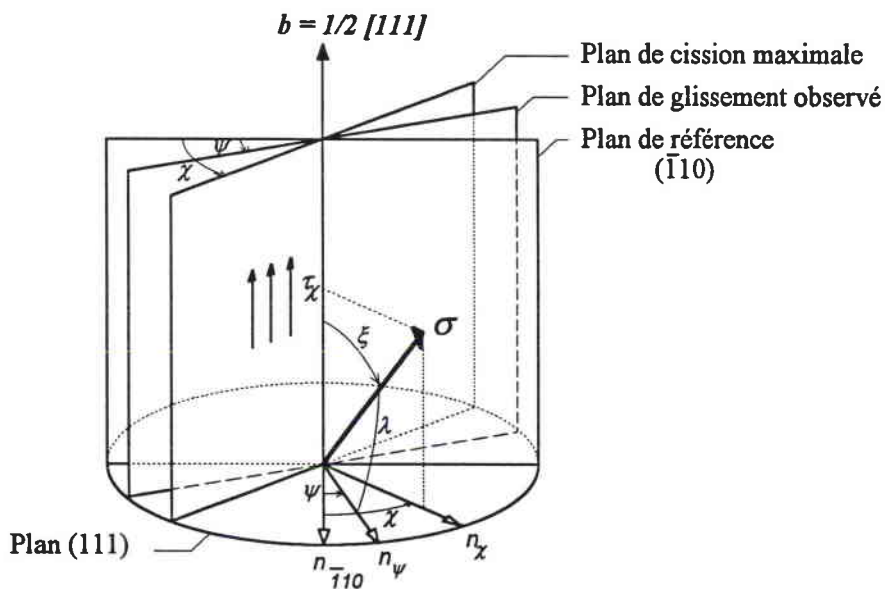
le choix du plan de glissement dépend fortement de la direction de sollicitation dans le repère cristallographique de l'échantillon ; la température et la vitesse de déformation ont une influence sur le plan choisi pour une même orientation ; certains auteurs observent que le glissement s'effectue dans les plans de cisssion résolue maximale, d'autres constatent un glissement suivant les plans cristallographiques  $\{110\}$  et  $\{112\}$  ; cette dépendance est décrite par les courbes  $\psi(\chi)$  [Kroupa 1967] (cf. § V.4.1.2).

A 273 K, la dépendance de la limite d'élasticité d'un monocristal de tantale déformé en traction uniaxiale en fonction de la direction de sollicitation est cohérente avec un déplacement des dislocations cantonné dans les systèmes de glissement  $\{110\} \langle 111 \rangle$  [Byron 1968]. Ferris, Rose et Wulff prétendent ne pas observer ce phénomène.

A 77 K et en traction, les conclusions de Byron sont beaucoup plus ambiguës.

En compression, le tantale ne suit plus une loi de Schmid et Boas. Byron justifie cette dépendance très complexe de la limite d'élasticité en fonction de la direction de sollicitation par des glissements sur des systèmes partageant une même direction.

#### V.4.1.2. Courbes $\psi(\chi)$



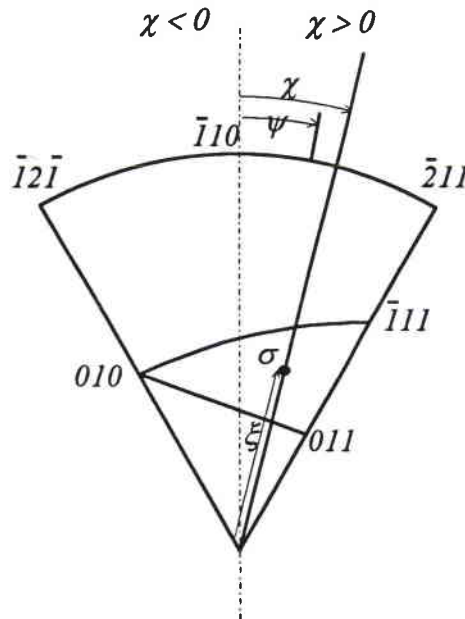
*figure V-4 : orientation de la sollicitation dans le référentiel du cristal*

Pour mettre en évidence l'inadaptation de la loi de Schmid et Boas aux matériaux à structure cubique centrée, on établit généralement la courbe reliant l'orientation de l'axe de traction avec le plan de glissement observé. L'orientation de la sollicitation est repérée par deux angles (*figure V-4*). Le premier  $\xi$  détermine l'écart entre l'axe de traction  $\sigma$  et la direction de glissement  $\mathbf{b} = 1/2 [111]$ . Le second,  $\chi$ , caractérise la position du plan de cisssion maximale (contenant  $\mathbf{b}$  et orthogonal au plan défini par  $\sigma$  et  $\mathbf{b}$ ) par rapport à un plan de référence - généralement un plan  $\{110\}$  - contenant la direction de glissement. Un plan quelconque de la zone  $[111]$  (c'est à dire contenant  $\mathbf{b}$ ) peut être repéré soit par l'angle  $\psi$  qu'il forme avec le plan de référence, soit par l'angle  $\lambda$  entre sa normale et la direction de traction (*figures V-4 et V-5*).

La cisssion résolue sur ce plan quelconque vaut :

$$\tau_{\psi} = \cos \xi \cos \lambda \sigma = \cos \xi \sin \xi \cos(\chi - \psi) \sigma = \cos(\chi - \psi) \tau_{\chi}$$

Cette valeur est maximale lorsque  $\chi = \psi$ .



*figure V-5 : orientation de la sollicitation dans la figure de pôle 110*

Grâce aux symétries du cristal à structure cubique centrée, il est possible de limiter  $\chi$  et  $\psi$  dans l'intervalle  $[-30^\circ; 30^\circ]$ . Notons que le passage de la traction à la compression (pour une même direction de sollicitation) transforme  $\chi$  en  $-\chi$ . On établit alors une courbe donnant le plan de glissement observé (repérée par  $\psi$ ) en fonction de la direction de sollicitation (repérée par  $\chi$ ). Les deux possibilités les plus simples sont les suivantes :

le glissement se fait uniquement sur les plans  $\{110\}$  auquel cas  $\psi = 0$  pour tout  $\chi$  ;

le glissement se fait uniquement sur le plan de cisssion maximale auquel cas  $\psi = \chi$  pour tout  $\chi$ .

Les courbes  $\psi(\chi)$  présentent la particularité de ne pas toujours être symétriques par rapport à l'origine, ou, autrement dit, le tantale n'adopte pas les mêmes systèmes de glissement en compression et en traction pour une direction de sollicitation donnée [Rogaush 1970], [Byron 1967]. (figure V-6)

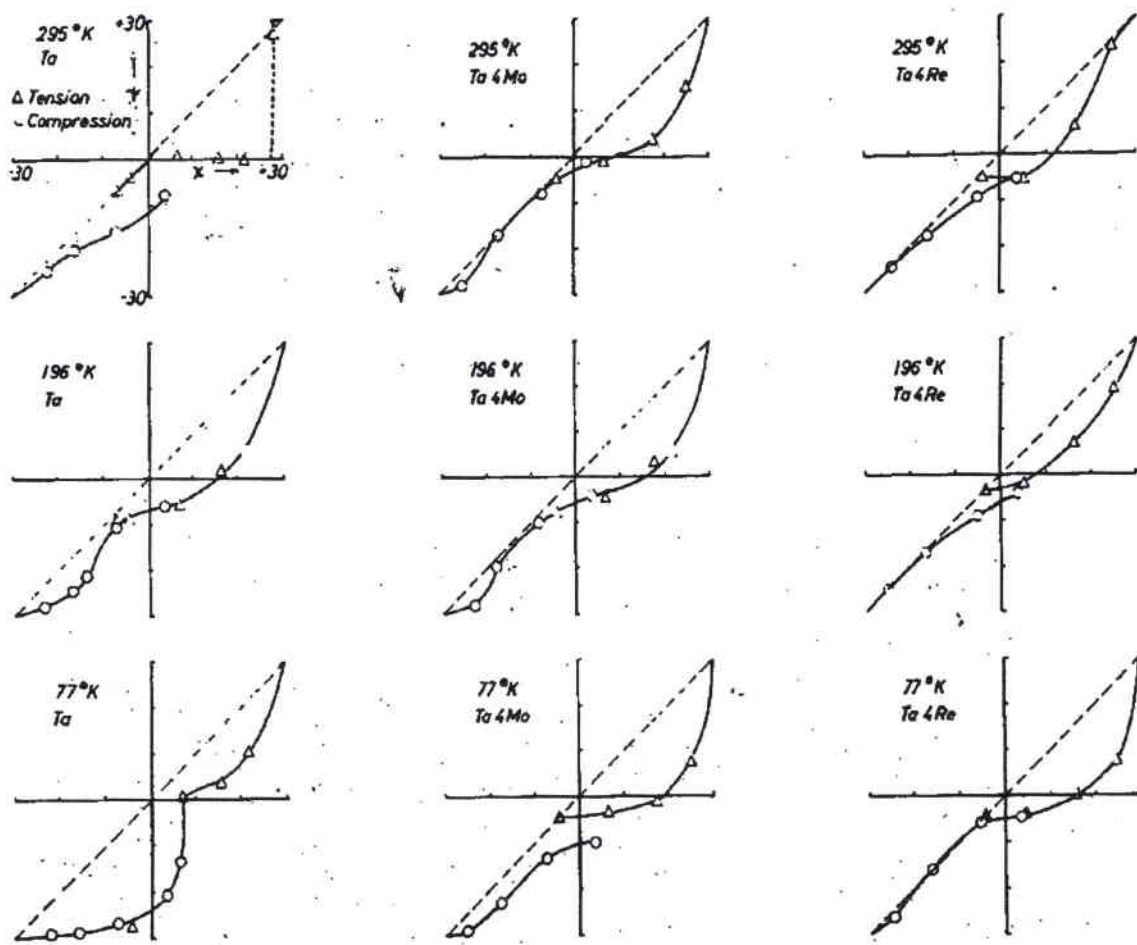


figure V-6 : courbes  $\psi(\chi)$  du tantale et des alliages Ta Mo 3,8 et Ta Re 3,8

Sleeswyk [Vitek 1970] explique ce phénomène par le fait que les dislocations vis se dissocient de manière asymétrique en dislocations partielles *sessiles* sur deux plans  $\{112\}$  non parallèles, ceci afin de réduire les énergies élastique au coeur de la dislocation.

$$1/2 [111] = 1/6 [111] + 1/3 [111]$$



Pour déplacer de telles dislocations, il faut d'abord les rendre *glissiles* c'est à dire dissociées sur le même plan. La compression et la traction, en ne les rabattant pas sur le même plan  $\{110\}$  n'ont pas un effet symétrique. Cela permet de justifier les asymétries de la courbe  $\psi(\chi)$ .

#### V.4.1.3. Consolidation

Trois stades d'érouissage peuvent être observés pour des orientations de sollicitation au centre du triangle stéréographique dans une gamme de température comprise entre 200 et 573 K [Mordike 1967], [Mitchell 1965].

Le stade I correspond à un glissement facile des dislocations sur un unique système de glissement sans consolidation du matériau.

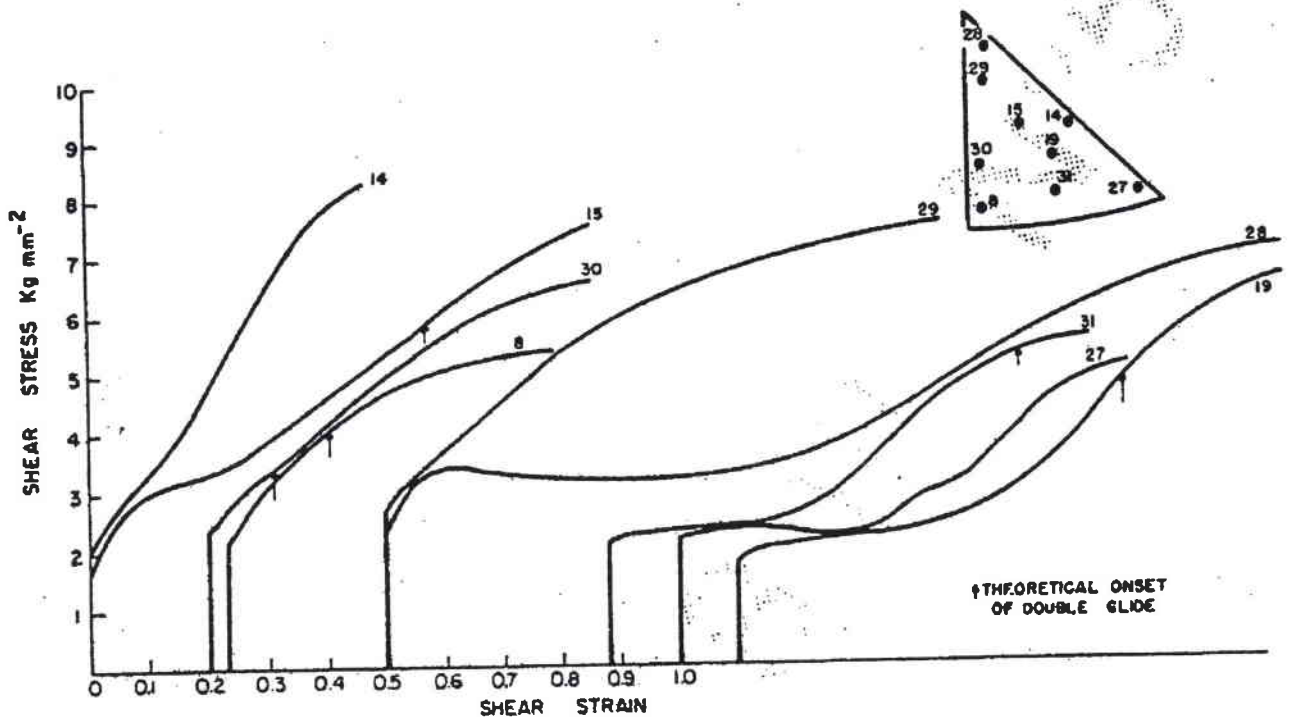
Le stade II est le siège d'un érouissage quasiment linéaire dû à l'apparition d'un second système de glissement.

Le stade III au cours duquel les dislocations changent de système de glissement pour se recombinaison (*glissement dévié*) concorde avec la perte de la linéarité et l'apparition d'un érouissage parabolique avant la rupture du matériau.

Au cours du stade I, un seul système de glissement macroscopique est actif. Les lignes de glissement sont longues et l'érouissage est donc faible. Sous l'effet du glissement, le cristal subit une rotation vers les directions  $\langle 111 \rangle$ . Pour des axes de traction situés dans le triangle stéréographique  $[001]-[101]-[111]$ , Mitchell et Spitzig [Mitchell 1965] observent deux directions de glissement. La première,  $[\bar{1}\bar{1}1]$ , est majoritaire dans le triangle; la seconde  $[111]$ , est adoptée pour des axes de tractions situés dans une zone très proche de  $[001]$ .

Mitchell et Spitzig découpent le cercle stéréographique en domaines de directions de glissement activé dans le cristal suivant la direction de sollicitation. Le cristal tend alors à s'aligner avec la direction de glissement et peut donc rendre un second système de glissement actif. Ce phénomène se traduit par un érouissage du matériau (stade II), les dislocations ayant alors plus de difficulté à se déplacer sur des plans qui se coupent. En fonction de l'angle dont doit tourner le cristal, l'apparition du stade II est plus ou moins rapide (cf. figure V-7).

Les courbes qu'ils publient (en les rationalisant avec un facteur de Schmid correspondant au glissement dans les systèmes  $\{110\}\langle 111 \rangle$ ) sont les suivantes. (figure V-7)



*figure V-7 : courbes de consolidation du tantale  
en fonction de la direction de traction.  
[Mitchell 1965]*

#### V.4.2. Influence du chargement thermomécanique sur le comportement du tantale polycristallin

Le comportement du tantale pur polycristallin dans le domaine plastique présente une grande complexité : comme chez les matériaux C.C. la vitesse de déformation et la température ont une forte influence sur la limite et le pic d'élasticité, sur l'écrouissage, sur la contrainte et la déformation à rupture. De plus, les réactions du tantale diffèrent suivant le type de sollicitation imposée (traction, compression, torsion...). Enfin, les concentrations en éléments interstitiels ont un effet très notable sur ses caractéristiques.

Le tantale est sensible à l'effet Bauschinger et présente un écrouissage critique. Il n'est pas sujet au cisaillement adiabatique en raison de son point de fusion très élevé.

Dans la suite de ce paragraphe, nous nous penchons surtout sur l'influence de chaque paramètre (vitesse de déformation, allongement, température...) sur la contrainte d'écoulement du tantale en se focalisant sur la limite d'élasticité.

#### V.4.2.1. Limite d'élasticité

Il est difficile de parler de limite d'élasticité « du tantale » tant la fourchette de valeurs publiées est étendue : suivant la composition chimique, la texture et le mode d'élaboration, elle peut varier du simple au double pour un même couple vitesse de déformation, température. A des vitesses quasistatiques ( $10^{-4}$ ,  $10^{-3}$   $s^{-1}$ ) et à température ambiante, la limite d'élasticité oscille suivant le type de tantale entre 150 et 250 MPa.

La courbe de consolidation du tantale présente un pic d'élasticité : la contrainte d'écoulement passe d'une limite d'élasticité supérieure à une limite d'élasticité inférieure qui correspond à un palier de la contrainte d'écoulement. La déformation d'une éprouvette n'est pas homogène sur ce palier : Johnston et Gilman expliquent ce phénomène par une « avalanche » de dislocations mobiles qui traversent les grains les mieux orientés et qui entraînent l'apparition de bandes de Lüders. Le passage de ces bandes amène la limite d'élasticité du tantale d'un niveau haut à un niveau bas. La propagation des bandes est lente, ce qui entraîne une hétérogénéité dans l'éprouvette sollicitée. Cette propagation s'arrête si la déformation est stoppée. La rigidité du système de chargement joue un rôle important pour l'observation des bandes de Lüders [Guillaume]. Ce pic disparaît lorsque le désancrage des dislocations mobiles est plus aisé (par augmentation soit de la température soit de la densité de dislocations mobiles). Ce processus est caractéristique des métaux à structure cubique centrée.

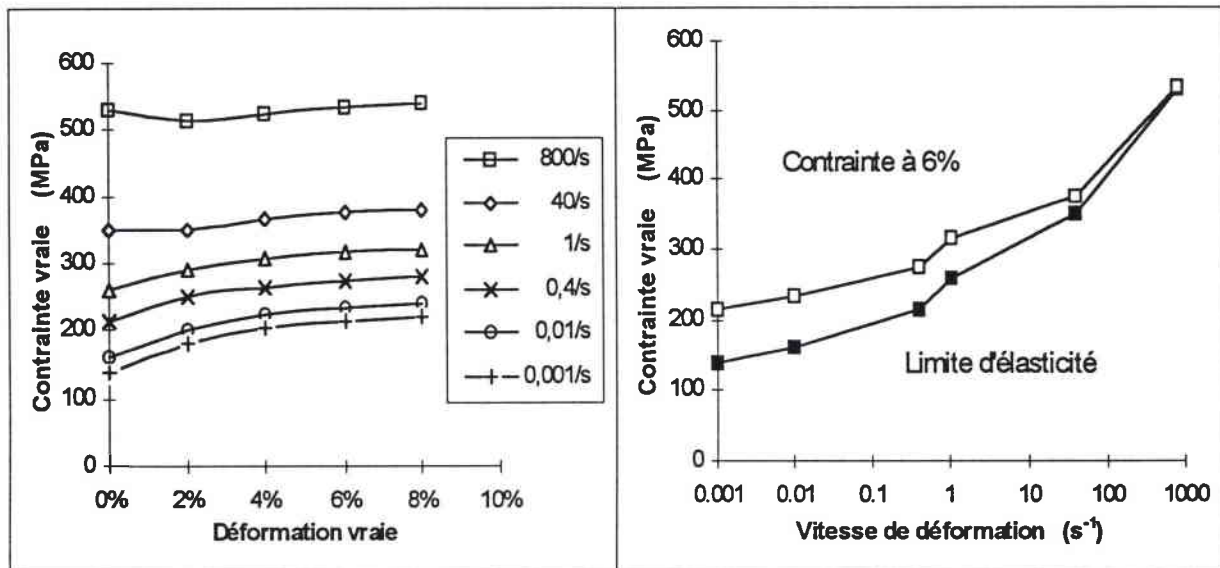
L'étendue des valeurs publiées s'explique par la difficulté de déterminer la limite d'élasticité à partir de courbes effort/déplacement. Bien que la définition de la limite d'élasticité *contrainte au delà de laquelle se manifestent des processus irréversibles* soit aisément appréhendable, la multitude des mécanismes qui régissent la déformation plastique du tantale et l'état microstructural initial du matériau ont une influence capitale sur cette valeur macroscopique.

#### V.4.2.2. Influence de l'érouissage

Le comportement du tantale polycristallin est assez voisin de celui du cuivre dans le domaine des faibles vitesses de déformation : il s'érouit faiblement au cours de la déformation et la striction apparaît très tard. Sous sollicitation dynamique, le tantale évolue suivant une loi de matériau quasiment plastique parfait et sa limite à rupture diminue.

L'érouissage subit une décroissance lorsque la vitesse de déformation augmente. Le coefficient d'érouissage  $n$  passe de 0,27 (pour  $10^{-4}$   $s^{-1}$ ) à 0,13 (pour  $10^{-2}$   $s^{-1}$ ) [Regazzoni 1983].

Ces résultats sont conformes à ceux d'Isbell, Christman et Babcock [1972]. Ces derniers obtiennent les courbes de consolidation suivantes en compression : (figure V-8)



*figures V-8 a et b : influence de la vitesse de déformation et de la déformation sur la contrainte d'écoulement du tantale d'après Isbell et al.*

Rajendran, Garrett, Clark et Jungling [1991 et 1992] se sont intéressés aux allongements à la striction et à la rupture sur des éprouvettes de tantale NRC sollicitées en tension (figure V-9). Dans le domaine quasistatique ils trouvent que l'allongement à la striction décroît progressivement de 38% ( $10^{-3} s^{-1}$ ) à 20% ( $1 s^{-1}$ ) (figure V-10). Cette valeur de 38% est celle observée au CEA/DAM [Nominé 1995b] sur du tantale NRC recristallisé à  $4,4 \cdot 10^{-4} s^{-1}$ . Aux vitesses intermédiaires (entre  $1 s^{-1}$  et  $10 s^{-1}$ ) la striction apparaît au tout début de la déformation plastique. Ces résultats sont à considérer avec beaucoup de prudence en raison des instabilités que l'on peut rencontrer à ces vitesses de déformation. Ils indiquent une décroissance du coefficient d'écrouissage avec la vitesse de déformation, le coefficient maximal valant 0,28 obtenu à  $10^{-4} s^{-1}$ . Dans le domaine des vitesses élevées, ils observent une augmentation de la contrainte d'écoulement et de la déformation à striction (20% à  $1600 s^{-1}$ ).

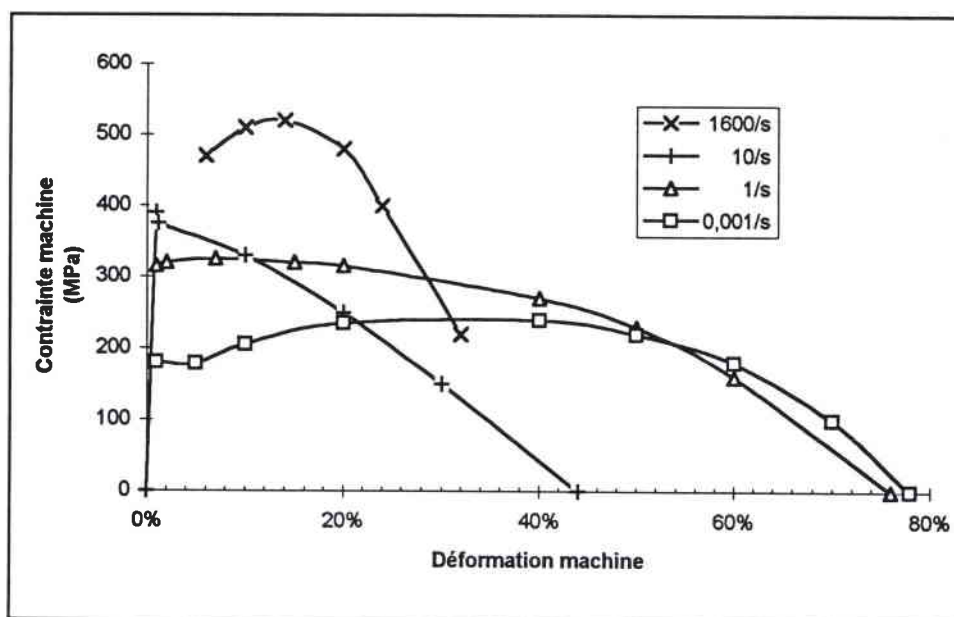


figure V-9 : courbes de consolidation d'après Rajendran et Garrett.

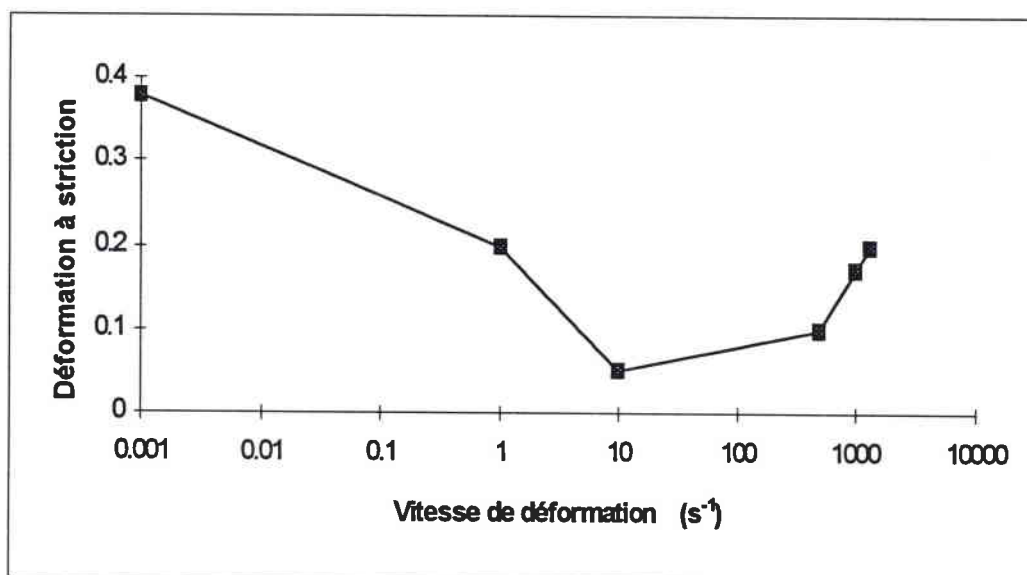


figure V-10 : déformation à striction en fonction de la vitesse de déformation d'après Rajendran et Garrett.

Gray et Rollett [Gray 1992] trouvent un accroissement linéaire de la contrainte  $\partial\sigma / \partial\dot{\epsilon}|_{\dot{\epsilon}, T}$  de 2080 MPa par unité de déformation à  $10^{-3} s^{-1}$  et 846 MPa par unité de déformation à  $10^3 s^{-1}$ . Ces résultats sont sensiblement différents de ceux de Michaluk, Gray et Chatterjee [1993]. Ces derniers indiquent un accroissement linéaire de 700 MPa par unité de déformation à  $10^{-3} s^{-1}$  et de 600 MPa par unité de déformation à  $2000 s^{-1}$  pour une déformation de 10%. Cela correspond à des coefficients d'écrouissage de  $n = 0,25$  à  $10^{-3} s^{-1}$  et  $n = 0,087$  à  $2000 s^{-1}$ .

Les différentes études mécaniques menées par le CEA/DAM ( [Dormeval et al 1979], [Bédère et al 1979], [Daumas 1985], [Nominé et al 1994 et 1995]...) sont en concordance avec ces publications.

#### V.4.2.3. Influence de la vitesse de déformation

Le tantale est très sensible à la vitesse de déformation, mais cette sensibilité a tendance à décroître au cours de la déformation. En prenant une loi du type pseudoplastique du type :  $\sigma = K \dot{\epsilon}^m$ , Regazzoni [1983] donne à partir d'essais de traction effectués à  $10^{-2}$  et  $10^{-4} s^{-1}$  les valeurs suivantes du coefficient  $m = \partial \ln(\sigma) / \partial \ln(\dot{\epsilon})|_{\epsilon, T}$ :

$\epsilon$	$\sigma_{pic}$	$\sigma_{inf}$	1%	5%	10%	20%
$m$	0,12	0,1	0,1	0,07	0,05	0,03

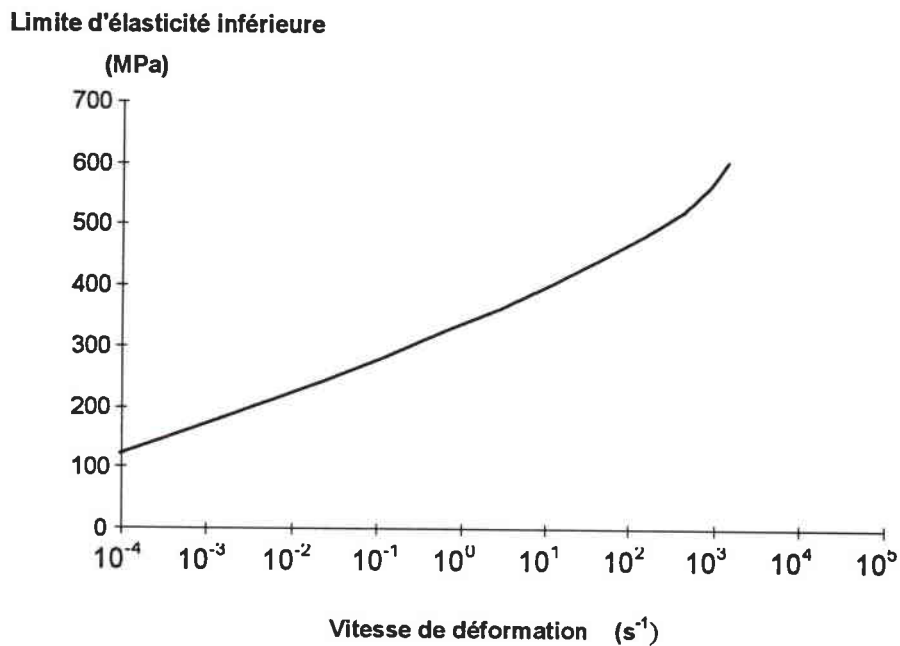
Dans un article ultérieur [Regazzoni 1984], il réévalue  $m = 0,084$  à 1% de déformation.

Une récente étude menée au service CEA/DAM [Nominé 1994 et 1995a&b] sur du tantale Mapren-Cabot donne des valeurs de  $m$  proche de 0,1 pour  $\sigma_{pic}$  et de 0,8 pour  $\sigma_{inf}$ .

Gray et Rollett [1992], estiment quant à eux :  $m = 0,062$  à 2% de déformation en compression, valeur identique à celle publiée par Michaluk, Gray et Chatterjee à 10% de déformation sur du tantale pur [Michaluk et al 1993].

Ces valeurs sont très importantes ( à titre de comparaison, la sensibilité du cuivre à la vitesse de déformation aux faibles vitesses de déformation vaut  $m = 0,013$ ) [Regazzoni 1983].

Hoge et Mukherjee [1977] publient une courbe donnant la limite d'élasticité inférieure en fonction de la vitesse de déformation. (figure V-11)



*figure V-11 : influence de la vitesse de déformation sur la limite d'élasticité du tantale [Hoge et Mukherjee 1977]*

Ces valeurs sont cohérentes avec celles de Gourdin [1989] qui observe un comportement parfaitement plastique pour deux nuances de tantale déformés par expansion d'anneau jusqu'à  $7000 \text{ s}^{-1}$ . Le premier tantale élaboré par métallurgie des poudres a une limite d'élasticité de  $600 \text{ MPa}$ , le second fondu par faisceau d'électrons plastifie à  $550 \text{ MPa}$ .

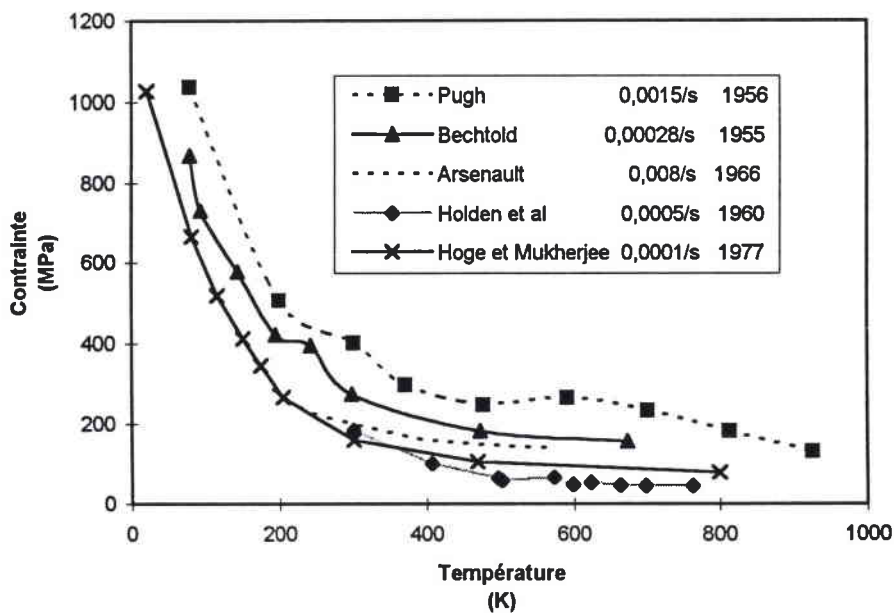
Il faut garder en mémoire qu'un essai dynamique est adiabatique, l'énergie consommée par la déformation plastique dissipée en chaleur n'a pas le temps de diffuser. Le tantale s'échauffe notablement pendant un essai de compression dynamique. Par conséquent, les courbes de consolidation obtenues résultent toujours de la compétition entre l'écroutissage et l'adoucissement thermique. Or, l'échauffement théorique est proportionnel à  $\frac{1}{\rho c_p} \int \sigma d\varepsilon$  (où  $\rho$  désigne la masse volumique et  $c_p$ , la chaleur spécifique). Donc plus un matériau est résistant, plus il s'échauffe. Ceci explique qualitativement l'absence de consolidation apparente aux grandes vitesses de déformation. Il serait nécessaire d'effectuer des mesures de température en temps réel, pour pouvoir analyser les résultats de courbes  $\sigma$ - $\varepsilon$  plus en détail, et comprendre l'importance de cet échauffement dans le cas particulier du tantale.

#### V.4.2.4. Influence de la température

La forte sensibilité à la température est corrélée à la sensibilité à la vitesse de déformation [Arsenault 1966]. Ces résultats sont caractéristiques d'un comportement thermiquement activé.

Dans le domaine des faibles températures ( $0-600\text{ K}$ ), le mécanisme principal qui contrôle la déformation est le franchissement des vallées de Peierls par les dislocations. Ce franchissement est d'autant plus aisé que le réseau cristallin est « lâche » c'est-à-dire que la température est élevée et que la vitesse de déformation est faible.

Les travaux les plus fréquemment cités sont ceux de Hoge et Mukherjee [1977]. Leur étude expérimentale vient compléter celles de Bechtold [1955], de Pugh [1956], de Holden et Schwartzberg et Jaffee [1960] et d'Arsenault [1966]. Les courbes suivantes sont obtenues sur du tantale polycristallin. Le tantale de Pugh comme celui de Bechtold, élaboré à partir de métallurgie des poudres est plus riche en interstitiels ce qui expliquerait les position des courbes qu'ils obtiennent par rapport à celle de Hoge et Mukherjee. Les courbes d'Arsenault et Holden et *al* sont quant à elles relativement voisines de celle de Hoge et Mukherjee (*figure V-12*).



*figure IV-12 : limite d'élasticité inférieure en fonction de la température*

Arsenault publie des courbes donnant la limite d'élasticité en fonction de la température pour du tantale monocristallin. Celles ci sont nettement inférieures à celles observées pour du tantale polycristallin ( $\sigma_y = 600\text{ MPa}$  à  $27\text{ K}$ ).

Les travaux récents de Chen et Gray [1994] corroborent ceux de Hoge et Mukherjee.

La température joue aussi un rôle important sur l'allure du pic d'élasticité : ce pic, très prononcé aux faibles températures diminue lorsque l'activation thermique prend de l'importance.



V.4.3. Influence de la microstructure

V.4.3.1. Mécanismes de déformation

L'écoulement plastique des métaux est régi par la création, le mouvement et le stockage des dislocations. Frost et Ashby [1982] qualifient l'écoulement plastique de processus cinétique. En effet, il est contrôlé par des processus qui ont lieu à l'échelle atomique parmi lesquels la création, la montée et le glissement de dislocations, la diffusion d'atomes interstitiels, le déplacement des joints de grains, le maillage...

D'après l'allure des courbes donnant la limite d'élasticité du tantale en fonction de la température, il est possible de distinguer trois zones. (figure IV-13)

- La première allant de 0 à 400K (pour des vitesses de déformation quasistatiques) correspond à une forte décroissance de la limite d'élasticité.
- La deuxième (entre 400K et 1600K) coïncide avec un plateau de la limite d'élasticité.
- La troisième (au delà de 1600K) concorde avec une forte diminution de la limite d'élasticité due à l'apparition des phénomènes de diffusion et de fluage.

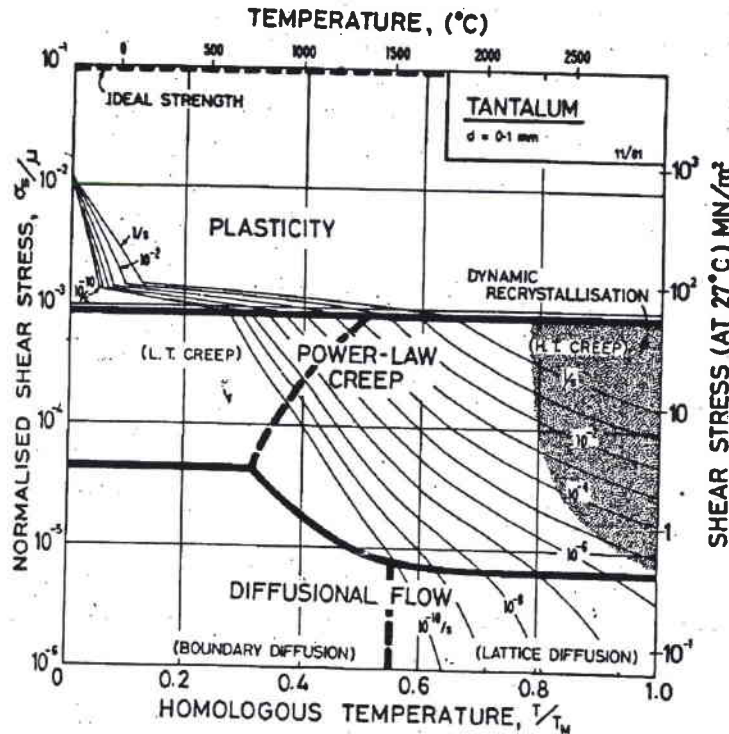


figure V-13 : limite d'élasticité inférieure en fonction de la température

Pour expliquer cette évolution on admet communément que la contrainte d'écoulement est la somme de deux composantes :

$$\sigma = \sigma_a + \sigma^* \quad \text{où}$$

$\sigma_a$  contrainte interne représente des forces à grand rayon d'action (joints...)

$\sigma^*$  contrainte thermiquement activée (dépendant de la température et de la vitesse de déformation) correspond aux obstacles franchissable à l'aide des fluctuations thermique.

Deux mécanismes permettent de décrire l'augmentation rapide de la limite élastique (c'est-à-dire de  $\sigma^*$ ) à basse température :

- le franchissement des vallées de Peierls (beaucoup plus profondes dans les réseaux CC que dans le CFC) par les dislocations devient de plus en plus difficile lorsque les vibrations du réseau cristallin s'atténuent (baisse de la température);
- l'interaction des dislocations avec les impuretés interstitielles (en particulier C,O,N,H) serait amoindrie par une élévation de la température.

#### V.4.3.2. Influence des interstitiels

Les impuretés ont un rôle primordial sur la tenue mécanique du tantale. L'addition d'oxygène, d'azote, de carbone augmente la dureté et la contrainte d'écoulement du tantale au détriment de sa ductilité [Falanga 1979 et 1982].

Falanga et al dans deux synthèses bibliographiques précédentes soulignent que les traitements de purification réduisent les deux composantes interne et thermiquement activée de la contrainte d'écoulement. Il est important de s'assurer que les concentrations en impureté restent faibles car ces éléments d'addition fragilisent le tantale à basse température (en particulier l'hydrogène) où à grande vitesse de déformation (oxygène) :

à  $-40^\circ\text{C}$  , l'allongement à rupture passe de 29% à 1,5% lorsque la teneur en hydrogène croît de 24 à 46 ppm en poids.

à  $1000\text{ s}^{-1}$  , l'allongement à rupture chute de 23% à 15% lorsque la teneur en oxygène augmente de 20 à 200 ppm en poids.

Puhr, Westerheide et Elssner [1970] trouvent un développement de la limite élastique inférieure du type :

$$\sigma_{Ly} = 124 + 677 C_N + 392 C_O$$

$\sigma_{Ly}$  en MPa,

$C_N$  et  $C_O$  en % atomique.

Michaluk, Gray et Chatterjee [1993] comparent trois types de tantale, le premier pur, les deux autres contenant respectivement 250 et 400 ppm d'oxygène. Il résumant leurs résultats obtenus à  $\epsilon = 10\%$  et  $25^\circ\text{C}$  dans le tableau suivant :

Concentration d'Oxygène	$\sigma$ (MPa)		$\theta_{II} = \partial\sigma/\partial\epsilon$ (MPa)	
	$\dot{\epsilon} = 10^{-3} s^{-1}$	$\dot{\epsilon} = 2 \cdot 10^3 s^{-1}$	$\dot{\epsilon} = 10^{-3} s^{-1}$	$\dot{\epsilon} = 2 \cdot 10^3 s^{-1}$
<50 ppm	280	690	700	600
250 ppm	630	990	2000	1700
400 ppm	720	1135	2000	1800

L'addition d'oxygène augmente la contrainte d'écoulement et l'érouissage mais diminue la sensibilité à la vitesse de déformation.

L'oxygène est aussi à l'origine des phénomènes de vieillissement du tantale [Pugh 1958]. Le vieillissement est un phénomène mécanique différé. Lorsque le tantale est déformé, les atomes d'oxygène du réseau cristallin migrent vers les dislocations d'autant plus vite que la température est élevée (4 jours à  $120^\circ\text{C}$   $\Leftrightarrow$  90 jours à  $80^\circ\text{C}$   $\Leftrightarrow$  60 ans à  $35^\circ\text{C}$   $\Leftrightarrow$  230 ans à  $20^\circ\text{C}$ ). Ces atomes exercent un ancrage sur les dislocations augmentant ainsi la contrainte d'écoulement du tantale. Lorsque l'on recharge une éprouvette vieillie, il apparaît un pic d'élasticité plus élevé que la contrainte d'écoulement avant vieillissement. La ductilité est conservée à faible vitesse de déformation mais diminue légèrement aux vitesses dynamique (de 18 à 14% à  $1000 s^{-1}$  pour du tantale dopé à 200 ppm d'oxygène) [Ansart et al 1986]. Les phénomènes de vieillissement ne concernent pas l'hydrogène qui diffuse de manière quasi instantanée vers les dislocations et peu l'azote et le carbone dont les cinétiques de diffusion sont plus lentes que celle de l'oxygène. C'est une des conclusions de Formby et Owen [1965] qui affirment de plus que les caractéristiques de l'érouissage ne sont pas modifiées par le vieillissement.

Le tungstène a aussi un effet de consolidation. Rollett et Gray [1992] publient :

Concentration	$\sigma$ (MPa)		$\partial\sigma/\partial\epsilon$ (MPa)	
	$\dot{\epsilon} = 10^{-3} s^{-1}$	$\dot{\epsilon} = 2 \cdot 10^3 s^{-1}$	$\dot{\epsilon} = 10^{-3} s^{-1}$	$\dot{\epsilon} = 2 \cdot 10^3 s^{-1}$
<150 ppm W <100 ppm O 9-11% W	250	640	2080	846
<100 ppm O 9,8%W+2,5%Hf	475	775	2065	1730
<100 ppm O	560	825	1570	1530

Ils trouvent de plus que le mécanisme de rupture change si le tantale est allié : le tantale allié est sujet au clivage, la contrainte d'écaillage décroissant avec l'augmentation des concentrations d'éléments d'addition.

Gourdin, Lassila, Leblanc et Shields [1994] trouvent des valeurs analogues à celles de Rollett et Gray : (figure V-14)

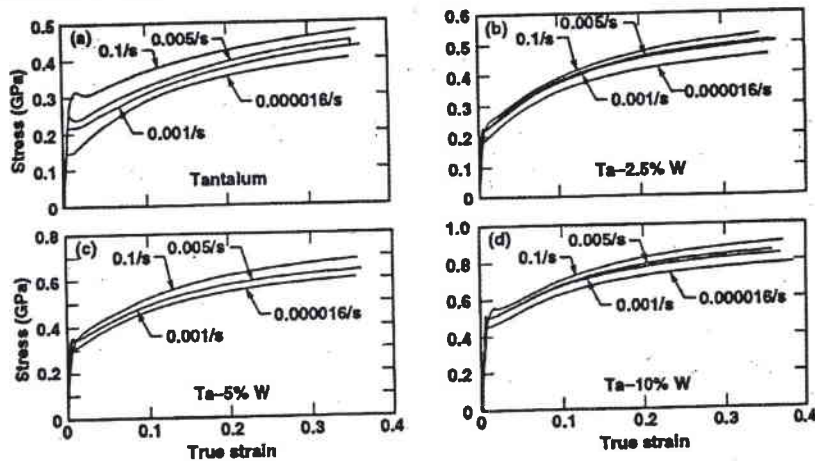


figure V-14 : courbes d'érouissage à différentes vitesses et teneurs en tungstène [Gourdin et al 1994]

#### V.4.3.3. Influence de la taille de grain

La limite d'élasticité d'un polycristal est d'autant plus élevée que la taille moyenne des grains de l'éprouvette testée est petite. La loi de Hall et Petch exprime cette dépendance :

$$\sigma_{Ly} = \sigma_0 + \frac{k_y}{\sqrt{d}}$$

$\sigma_0$  et  $k_y$  sont deux paramètres dépendant de la température

$d$  est la taille moyenne des grains.

Koo s'est intéressé à la détermination de ces paramètres pour différentes températures [Koo 1962]. Les valeurs qu'il publie sont en contradiction avec les courbes expérimentales sur lesquelles il se base pour leur détermination. (Un facteur 2 a dû être malencontreusement omis lors de conversion entre les différents systèmes d'unités). En reprenant ses résultats expérimentaux, on obtient le tableau suivant :

Température (K)	$\sigma_0$ (MPa)	$k_y$ (MPa $\sqrt{m}$ )
77	576	1 04
203	260	0 76
298	130	0 46

Michaluk [1994] a mené à température ambiante une étude similaire sur du tantale élaboré de deux manières différentes ainsi que sur du tantale allié à du tungstène.

Sur le tantale le plus pur, il n'observe pas de variation de la limite d'élasticité en fonction de la taille de grain. En revanche, lorsque la déformation augmente il aboutit aux valeurs suivantes :

Déformation	$\sigma_0$ (MPa)	$k_y$ (MPa $\sqrt{m}$ )
0%	183	0
5%	189	0 12
7 5%	207	0 12
10%	212	0 26
12 5%	222	0 28

Les valeurs obtenues sont beaucoup plus élevées dans le cas d'un tantale élaboré par métallurgie des poudres et riche en éléments interstitiels (230 ppm d'oxygène, 41 ppm de carbone, 20 ppm d'azote principalement).

Déformation	$\sigma_0$ (MPa)	$k_y$ (MPa $\sqrt{m}$ )
5%	358	0 29
7 5%	319	0 80
10%	304	0 77
12 5%	231	1 33

Cette dépendance du paramètre  $k_y$  est à mettre en parallèle avec les conclusions de Gilbert et al [1962]. Ces derniers se sont aussi intéressés à l'influence de la taille des grains sur la limite d'élasticité de différents tantales en fonction de la température. Ils arrivent à un résultat assez paradoxal en trouvant que le paramètre  $k_y$  dépend de la taille de grain. Ils justifient ce résultat par

une différence de densités de dislocations initiales en fonction de la température du recuit choisie pour parvenir à une taille de grain souhaitée. Ils observent aussi que dans du tantale contenant de l'oxygène ou de l'azote comme impureté interstitielle prépondérante,  $k_y$  décroît avec la température. Formby et Owen [1965] ont étudié l'influence du vieillissement sur le paramètre  $k_y$ . Ils observent que lorsque le temps de recuit augmente,  $k_y$  tend vers une valeur proche de  $0,4 \text{ MPa}\sqrt{m}$ .

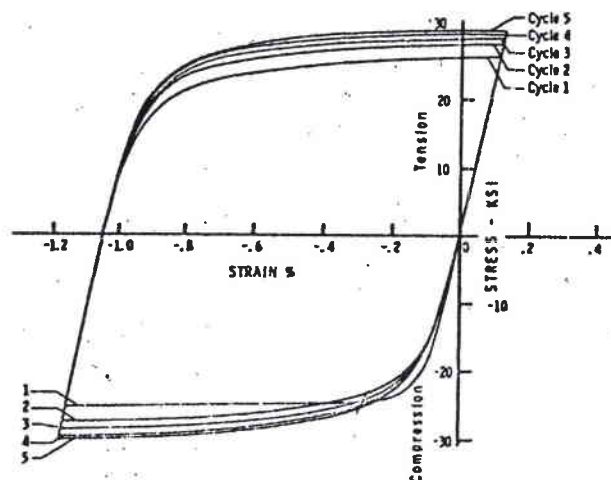
#### V.4.3.4. Influence de la texture

Ai début de ce paragraphe, nous avons vu que l'orientation du chargement joue un rôle primordial sur l'allure des courbes de consolidation des monocristaux de tantale. Le tantale polycristallin présente, de manière similaire, des comportements différents en fonction de la texture. Clark, Garrett, Jungling, Vandermeer Vold et Asfahani [1991a&b 1992], ont analysé l'influence de la mise en forme sur la texture dans le tantale. Ils recherchent un tantale supportant un emboutissage profond c'est-à-dire exhibant des fibres d'orientation  $\{111\}\langle uvw \rangle$ . Ils ont comparé plusieurs procédés (cycles de forgeage, laminages suivis de recuits) et en concluent que le laminage croisé est néfaste à l'emboutissage profond car il favorise l'apparition d'une texture  $\{001\}\langle 110 \rangle$ . De plus, des amincissements importants de tôles lors du laminage conduisent à des gradients de texture substantiels et à une forte dispersion de la taille des grains. Wright, Gray et Rollett [1994] en ont examiné l'influence sur le comportement mécanique d'une plaque de grande pureté laminée puis recuite.

#### V.4.4. Effet Bauschinger

Le Poac et Miannay [1981] ont étudié le comportement d'éprouvettes de tantale soumises à deux chargements successifs selon 4 combinaisons : compression-compression, compression-traction, traction-compression et traction-traction. Les pré-déformations visées sont de 0,5%, 1,5% et 5%. Ils observent que dans le cas où les deux sollicitations sont dans le même sens, le module de Young ne varie pas (à 10% près) alors que lorsqu'on change le sens de chargement, le module lors du second chargement est abaissé de 30% par rapport à celui mesuré lors du premier. Ils se sont ensuite penchés sur le rapport entre les contraintes atteintes à la fin du premier et au début du second chargement. Ces rapports, égaux à 1 dans le cas de deux chargements identiques, sont compris entre 0,82 et 0,87 lorsqu'une compression suit une traction et entre 0,76 et 0,81 dans le cas contraire. Ils ne semblent pas dépendre de la pré-déformation initiale, tout du moins jusqu'à 5% de déformation. L'écrouissage n'est donc pas totalement isotrope.

Isbell et al [1972] ont cependant montré que l'écrouissage du tantale n'est pas uniquement cinématique et qu'il existe une partie d'écrouissage isotrope (*figure V-15*): en effectuant cinq cycles de compression amenant les échantillons à une déformation résiduelle de 1% suivis de tractions pour effacer cette déformation plastique, la limite d'élasticité en traction croît de 165 MPa à 206 MPa.



*figure V-15 : effet Bauschinger dans le tantale*  
[Isbell et al 1972]

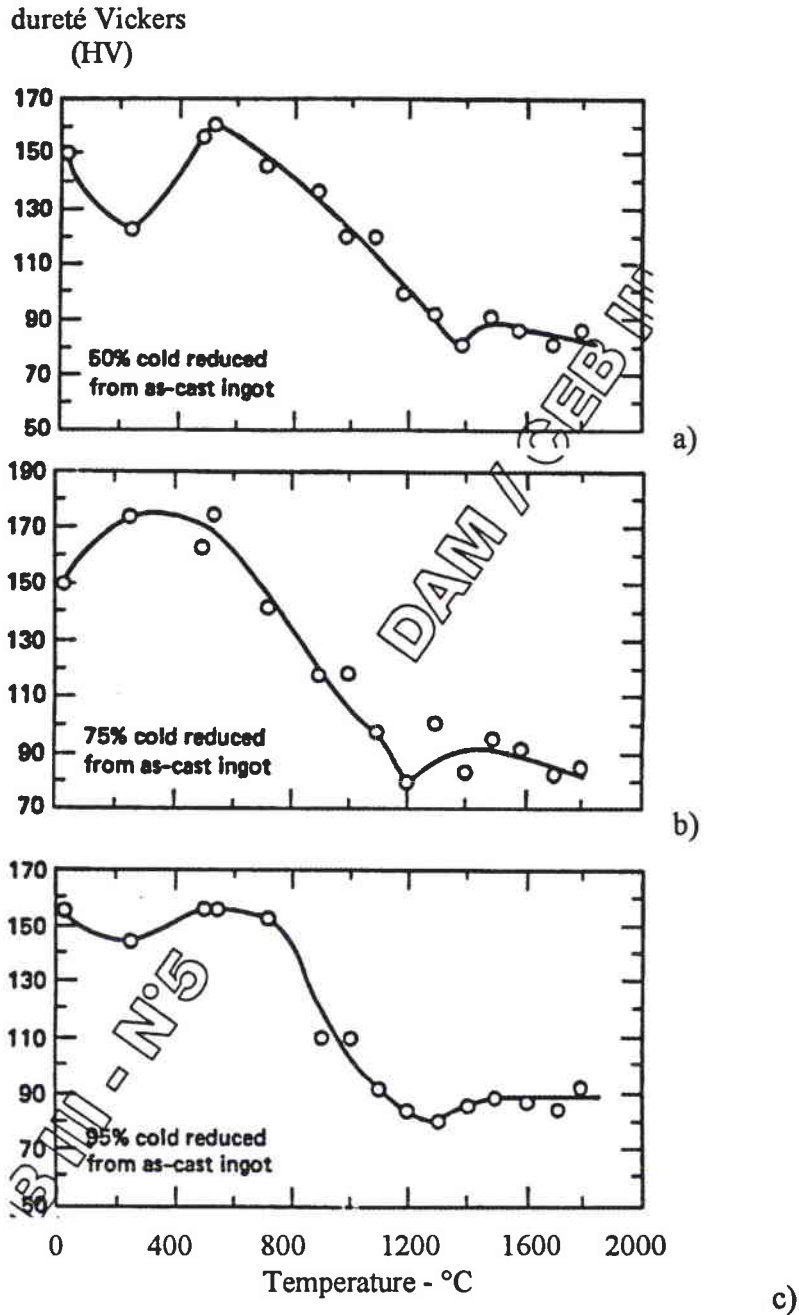
#### V.4.5. Restauration, recristallisation et écrouissage critique

Comme nous venons de le voir, lorsque le tantale subit une déformation plastique, ses propriétés mécaniques sont altérées par modification de son état microstructural. Il n'est plus dans un état d'équilibre thermodynamique. Pour rétablir les propriétés initiales du métal, il est nécessaire d'effectuer un recuit. L'agitation thermique permet à certains processus de se produire à vitesse assez grande pour que l'on puisse observer la régénérescence de la structure.

La restauration est la première étape du recouvrement des propriétés. Elle concerne tous les processus qui ne mettent pas en jeu le mouvement des joints de grains. Il n'y a donc pas de création de nouveaux grains ni de modification de la texture mais diminution du nombre de défauts subséquents à la déformation plastique, lacunes et dislocations principalement.

La restauration des propriétés mécaniques peut être suivie par la mesure de la microdureté. Lorsque les dislocations se réarrangent ou s'annihilent entre elles ou dans les joints de grains, les contraintes internes au sein du métal diminuent et font baisser la valeur de la microdureté.

Pour un tantale « vierge » la microdureté varie autour de 75HV sous 10 kg. Elle peut monter à 200HV pour du tantale très écroui (100% de déformation) ou contenant de nombreux interstitiels [Falanga 1988]. Studt [1979] en conformité avec Pugh et Hibbart [1956] publie la courbe suivante : (figure V-16)



*figure V-16 : effet de la température de recuit sur la dureté d'un lingot de tantale brut de coulée laminé à 75% (a), 75%(b) et 90%(c)[Studt 1979].*



Dans le tantale, Hull et *al* [1962] ont observé la formation de sous-joints au cours du recuit. Les dislocations s'alignent en formant des parois séparant deux zones de faible désorientation cristallographique.

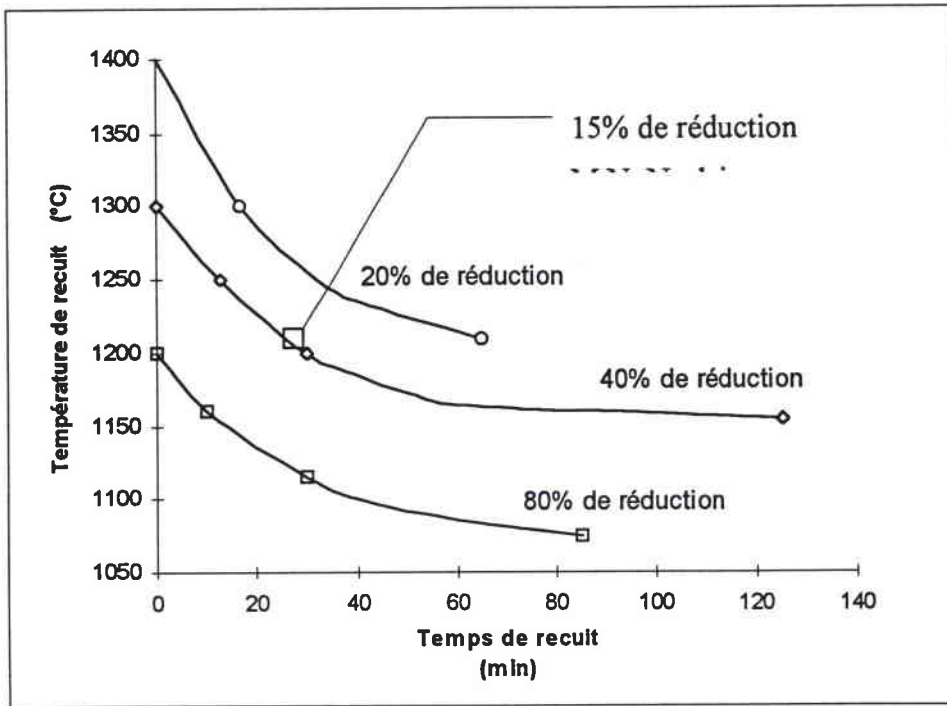
Lorsqu'on augmente la température de recuit, il se forme des germes d'orientation totalement différente de celle de la matrice où ils naissent. Ces germes croissent jusqu'à reconstituer une structure radicalement distincte de celle d'origine. Ce phénomène s'appelle la recristallisation. Elle nécessite une déformation minimale pour être initiée. Elle se base sur un processus de germination et croissance. Son effet est donc différé dans le temps contrairement à la restauration. Il est important de noter que la taille des nouveaux grains formés décroît lorsque le taux de déformation augmente. Ceci a été très bien observé par M.N. Norlain [1995] qui examine l'influence de la température d'un recuit de 30 minutes sur l'écrouissage critique du tantale déformé par traction et par laminage. Elle obtient les résultats suivants :

un recuit de 1000°C ne fait pas apparaître de recristallisation sur du tantale déformé en traction jusqu'à 20% ;

un recuit de 1100°C correspond à une déformation critique de 14% environ sur une éprouvette déformée en traction ;

la déformation critique passe à 9,5% sur une éprouvette déformée en traction mais apparaît peu après 13% sur une éprouvette laminée lorsque la température de recuit est amenée à 1200°C. La recristallisation dépend apparemment du type de chargement et se produit plus rapidement en traction.

Ces résultats complètent l'étude de Studt [1979]. Les courbes suivantes (*figure V 17*) donnent la température de recristallisation du tantale en fonction du temps de recuit pour une pré-déformation donnée.



*figure V-17 : influence de la déformation et du temps de recuit sur la température de recristallisation du tantale*

Le point de M.N. Norlain ne correspondent pas vraiment à la courbe de Studt. Ils sont en revanche beaucoup plus proches de celles de Murphy et al [Norlain 1995] quand ils obtiennent un écrouissage critique de 18% pour un recuit identique.

## Chapitre VI :

### Résultats des essais de torsion

## VI. Résultats des essais de torsion

L'essentiel de notre étude concerne le comportement mécanique du tantale en torsion. Nous avons réalisé parallèlement des essais en traction et en compression. Afin de ne pas introduire de confusion entre les résultats en torsion et la compression d'une part et leur analyse d'autre part, nous n'exposons dans ce chapitre que les résultats expérimentaux relatifs à la torsion après une présentation du tantale d'étude. Chaque type d'essai a été doublé, voire triplé lorsque la dispersion était trop importante (supérieure à 10%).

### **VI.1. Description du tantale d'étude**

#### **VI.1.1. Elaboration et composition chimique**

Le tantale d'étude provient de la société Cabot Performance Materials. La fusion par bombardement électronique assure à ce tantale une très grande pureté. Sa composition en éléments interstitiels garantie par la société Cabot est la suivante :

Ta > 99,97 %(masse)

C	<	10	ppm
O	=	33	ppm
N	<	10	ppm
H	<	5	ppm

Nb		120	ppm
Ti	<	5	ppm
Fe	<	5	ppm
Mn	<	5	ppm
Si	<	5	ppm
Sn	<	5	ppm
Ni	<	5	ppm
Cr	<	5	ppm
Ca	<	5	ppm

Al	<	5	ppm
Mo	<	5	ppm
Cu	<	5	ppm
Zr	<	5	ppm
Co	<	5	ppm
Mg	<	5	ppm
B	<	5	ppm
W		25	ppm
Na		Pas de traces	

Il est fourni sous forme de lingots de 70 mm de diamètre après avoir subi des opérations de forgeage isostatique. Il résulte de cette mise en œuvre une microstructure homogène à grains fins (cf. § VI.1.3). Ces lingots ont subi un recuit de restauration à 970°C sous vide secondaire pendant une heure pour effacer l’histoire du forgeage d’une part, et éviter les phénomènes d’écrouissage critique d’autre part (cf. § V.4.5). Des mesures effectuées avant et après traitement thermique ont permis de voir que la microdureté décroît de 186 HV avant traitement à 74 HV après traitement sous 10 kg de charge, cette dernière valeur étant caractéristique d’un tantale bien recristallisé [Studt 1979].

### VI.1.2. Constantes d’élasticité

Les mesures acoustiques ont été effectuées au centre de Bruyères-le-Châtel [Nadal 1995] sur des pastilles issues des lingots après traitement thermique. A partir de ces résultats et de la connaissance du coefficient de dilatation en fonction de la température, il est possible de déterminer les différents modules d’élasticité. (cf. Annexe).

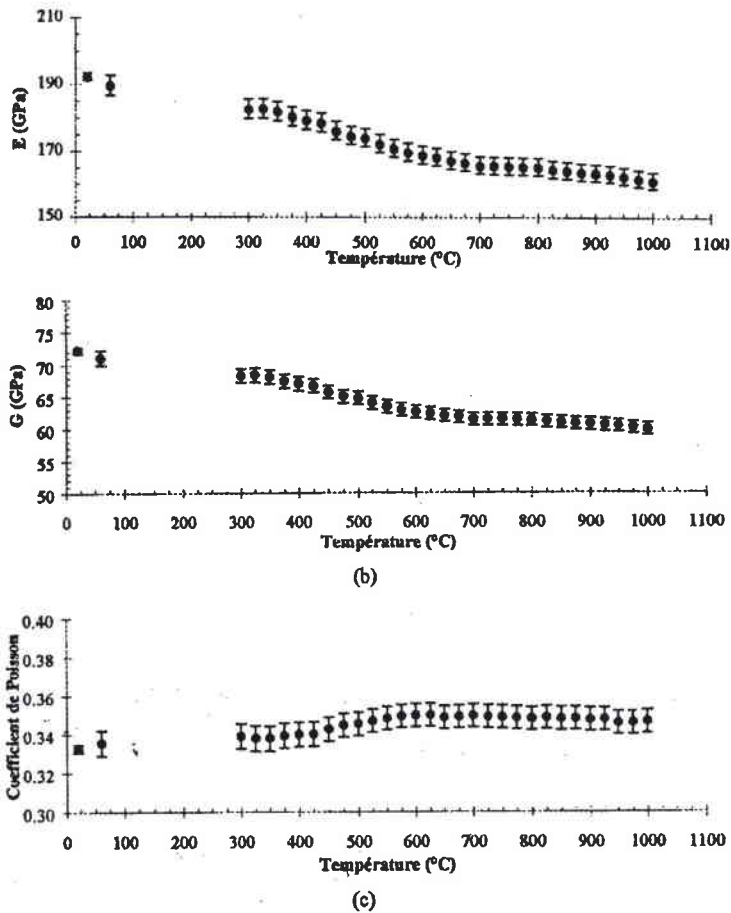
Les résultats à température ambiante sont les suivants :

Module de Young	$E = 192 \text{ GPa.}$
Module de cisaillement	$G = 72 \text{ GPa.}$
Coefficient de Poisson	$\nu = 0,34.$

Ils sont très voisins des données de la littérature [Fisher 1969] :

Module de Young	$E = 186 \text{ GPa.}$
Module de cisaillement	$G = 69 \text{ GPa.}$
Coefficient de Poisson	$\nu = 0,34.$

Le tantale étudié est très isotrope (cf. Annexe). Lorsque la température s’élève, l’évolution des différentes constantes est la suivante :



*figure VI-1 : évolution des modules de Young et de cisaillement et du coefficient de Poisson en fonction de la température.*

### VI.1.3. Observations microscopiques

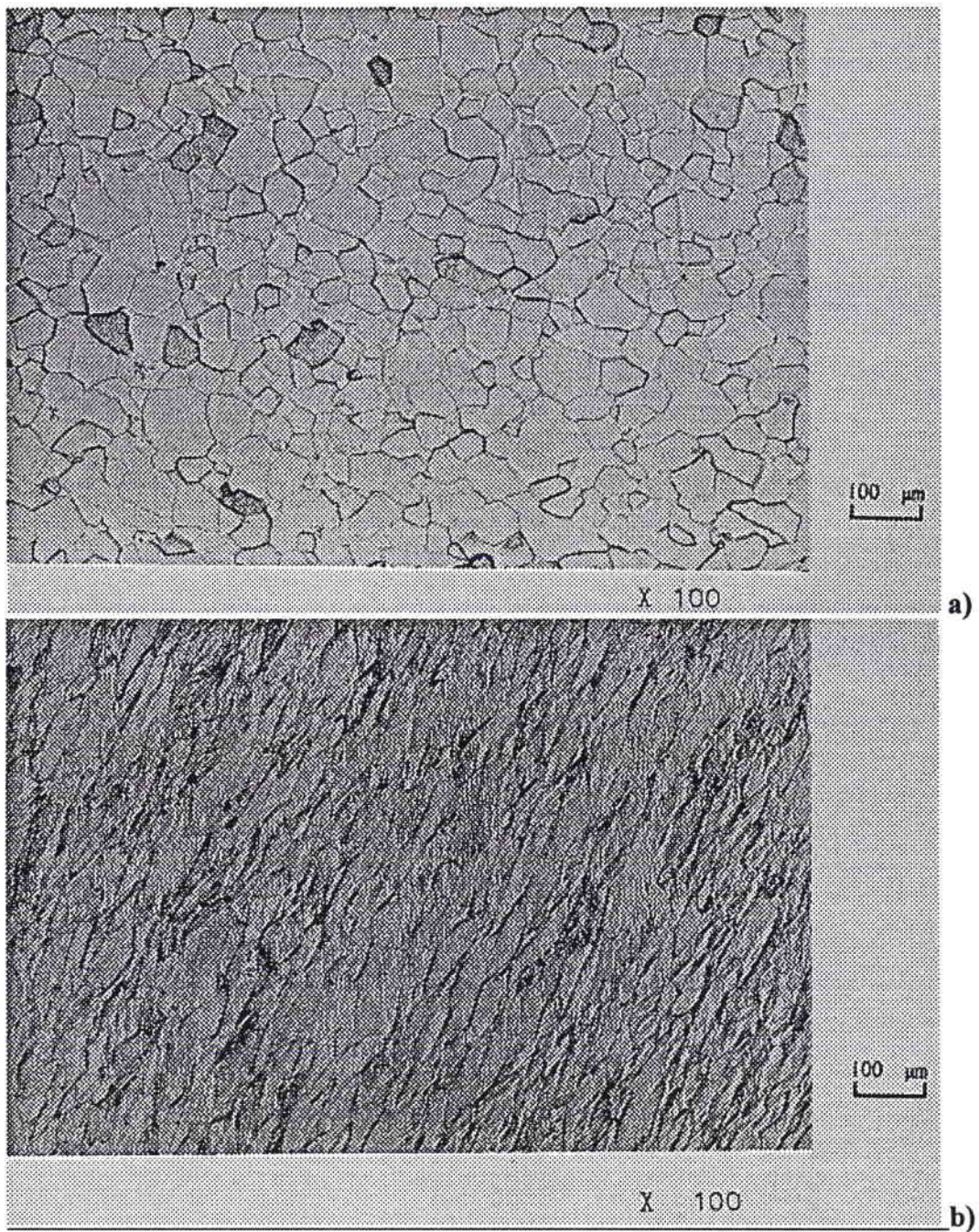
L'examen de la structure du tantale au microscope optique conduit à la mesure de la taille des grains et de leur orientation au cours de la déformation. La détermination de la taille des grains est nécessaire pour valider les résultats expérimentaux ; il faut solliciter au moins une centaine de grains simultanément pour que le comportement d'une éprouvette soit représentatif d'un matériau polycristallin.

Par analyse d'image, nous avons trouvé une taille de grains homogène se situant autour de  $60 \mu\text{m}$ . Pour une éprouvette de torsion environ 20 000 grains sont sollicités simultanément dans la partie utile (*figure VI-2*).

Nous avons essayé de mesurer au microscope électronique à transmission (M.E.T.), la densité de dislocations présente dans les échantillons. La préparation des lames minces passe par quatre étapes :

- une découpe des éprouvettes au moyen d'une scie à fil diamanté,
- un polissage mécanique de la couronne jusqu'à une épaisseur de  $100 \mu\text{m}$  environ,
- un poinçonnage en pastilles de diamètre  $3 \text{ mm}$  (taille du porte-échantillon du MET),
- un polissage électrolytique à  $-20^\circ\text{C}$  dans une solution composée à 95% d'éthanol pur et 5% d'acide sulfurique 1 molaire.

En dépit du soin apporté à la préparation des lames minces, les observations effectuées ont été très délicates car le tantale présente deux défauts majeurs pour les observations au M.E.T. Le premier est le "déchaussement" des grains pendant la phase de polissage électrolytique, avec pour conséquence des plages observables très petites. Le second est la multiplication des dislocations dans le tantale au cours de la phase de polissage mécanique. Nous ne pouvons pas avancer une valeur de densité de dislocations à partir des micrographies effectuées. Tout au plus avons-nous pu observer une évolution de la densité de dislocations et l'apparition de sous-joints lorsque l'éprouvette est déformée (*figure VI-3.*).

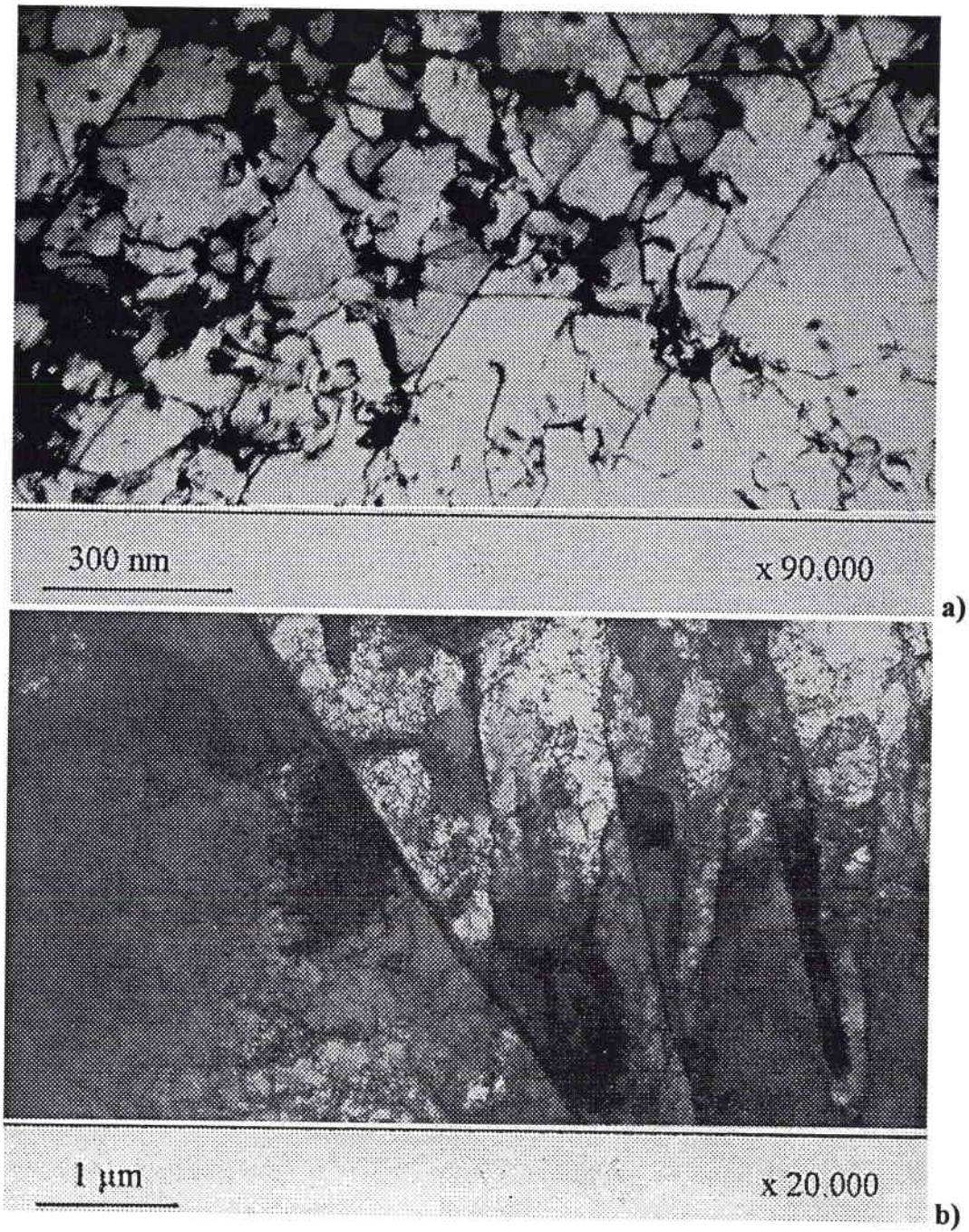


*figure VI-2: microstructure d'une éprouvette de tantale (microscopie optique)*

*a) non déformée*

*b) déformée à 70% après un chargement de 0,35 à  $\dot{\gamma} = 3 \cdot 10^{-4} \text{ s}^{-1}$   
suivi d'un chargement de 0,35 à  $\dot{\gamma} = 300 \text{ s}^{-1}$*





*figure VI-3: microstructure d'une éprouvette de tantale (M.E.T.)*

*a) non déformée*

*b) déformée à 70% après un chargement de 0,35 à  $\dot{\gamma} = 3 \cdot 10^{-4} \text{ s}^{-1}$   
suivi d'un chargement de 0,35 à  $\dot{\gamma} = 300 \text{ s}^{-1}$*

## VI.2. Essais quasi statiques.

Les essais de torsion à différentes vitesses de déformation ont été réalisés au laboratoire LPMM de l'Université de Metz sur une machine Zwick de torsion. Cette machine hydraulique asservie en déplacement a une sensibilité minimale de  $0,75 \text{ Nm}$  et peut délivrer un couple de  $150 \text{ Nm}$  pour une rotation maximale de  $100^\circ$ . De plus, elle est munie d'un second vérin hydraulique permettant d'opérer des essais de compression et de traction.

Le schéma de principe est donné sur la figure VI-4.

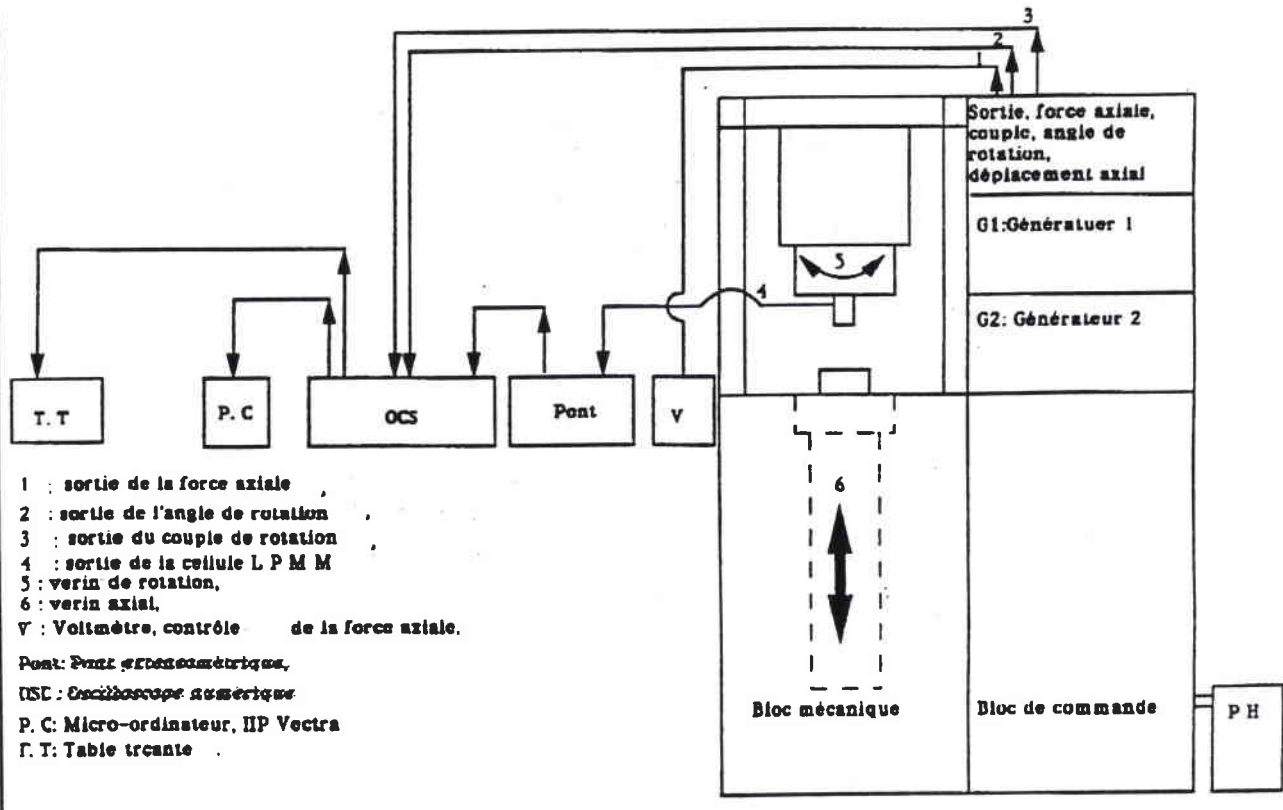
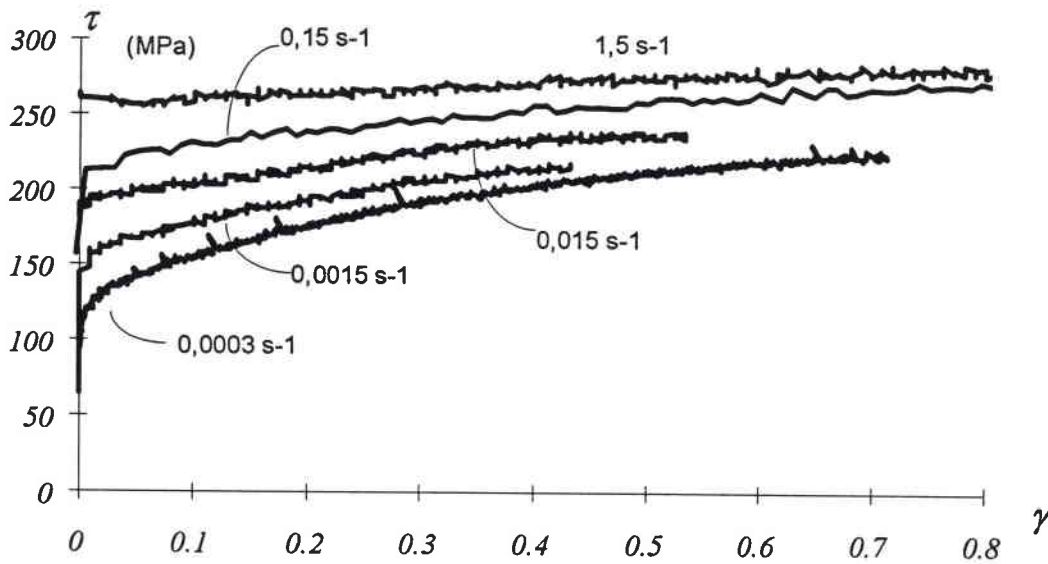


figure VI-4 : dispositif de torsion quasi statique.

Les tensions de sortie correspondant au couple et à l'angle de rotation sont enregistrés sur un numériseur Gould type 1604.

Les essais quasi statiques recouvrent une large plage de vitesses de déformation en cisaillement  $\dot{\gamma}$  :  $1,5 \cdot 10^{-4} \text{ s}^{-1}$  ,  $1,5 \cdot 10^{-3} \text{ s}^{-1}$  ,  $1,5 \cdot 10^{-2} \text{ s}^{-1}$  ,  $1,5 \cdot 10^{-1} \text{ s}^{-1}$  et  $1,5 \text{ s}^{-1}$  .

Les courbes obtenues après traitement des signaux (cf. Annexe) sont les suivantes (figure VI-5) :



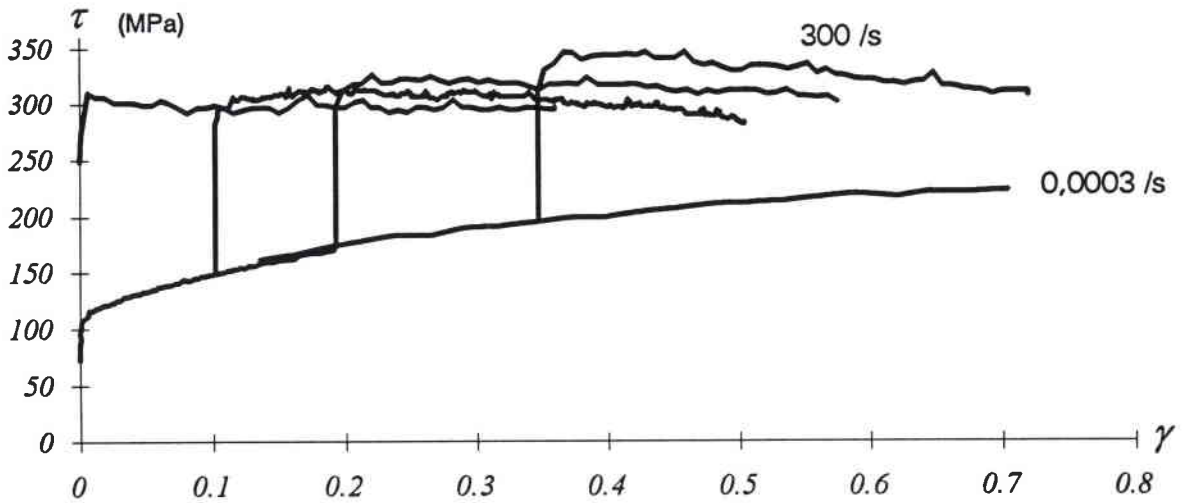
*figure VI-5 : courbes de consolidation du tantale en torsion à différentes vitesses de déformation.*

### **VI.3. Essais dynamiques.**

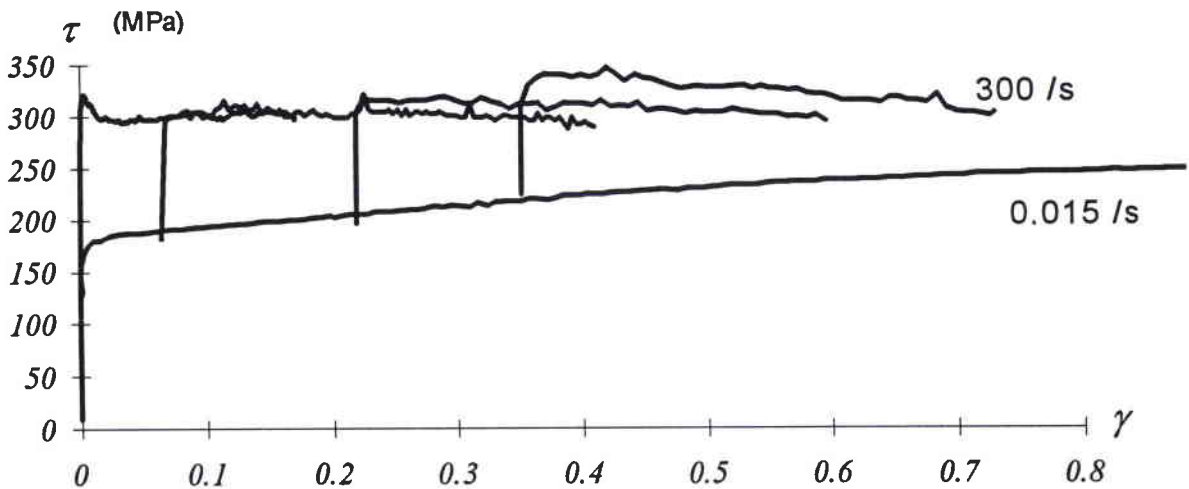
Grâce aux barres de Hopkinson utilisées en torsion du CEA/DAM décrites au chapitre IV, nous avons réalisé à température ambiante des essais à une vitesse de cisaillement d'environ  $300 \text{ s}^{-1}$ . Nous nous sommes limités à cette vitesse de déformation. En effet, lorsqu'on augmente la vitesse de déformation le matériau tend à s'adoucir. Ceci conduit à des hétérogénéités de déformation, ce qui nuit à la validité du traitement des données. Afin de déterminer l'influence du trajet de chargement, nous avons effectué une gamme de sauts de vitesses. Dans un premier temps, nous avons réalisé des sauts "statique/dynamique" de  $3 \cdot 10^{-4}$  à  $300 \text{ s}^{-1}$  et de  $1,5 \cdot 10^{-2}$  à  $300 \text{ s}^{-1}$  à différents stades de déformation ( $0,05$  ;  $0,1$  ;  $0,2$  ;  $0,3$  et  $0,36$ ). Dans un second temps nous avons opéré des sauts "dynamique/statique" à des taux de déformation de  $0,18$  et  $0,36$ . Il faut noter que les sauts "statique/dynamique" s'effectuent en continu, le chargement dynamique venant se superposer au chargement statique. En revanche, au cours des expériences "dynamique/statique", l'éprouvette est déchargée à la fin de l'essai dynamique, puis elle est tordue de manière quasi statique après une attente de quelques minutes pour des raisons techniques. Cela permet de ramener la température dans l'échantillon à l'ambiante.

Lors des chargements dynamiques, la déformation n'est pas homogène sur l'ensemble de l'échantillon en début d'essai. On estime généralement qu'une dizaine d'allers et retours des ondes de contraintes dans l'échantillon sont nécessaires pour atteindre un régime quasi équilibré. Dans le cas d'une éprouvette de tantale de longueur  $4,5 \text{ mm}$ , ce régime est atteint en une quarantaine de microsecondes ce qui correspond à la durée de montée du front d'ondes. Nous considérons ainsi que les résultats sont donc exploitables depuis le début de l'enregistrement.

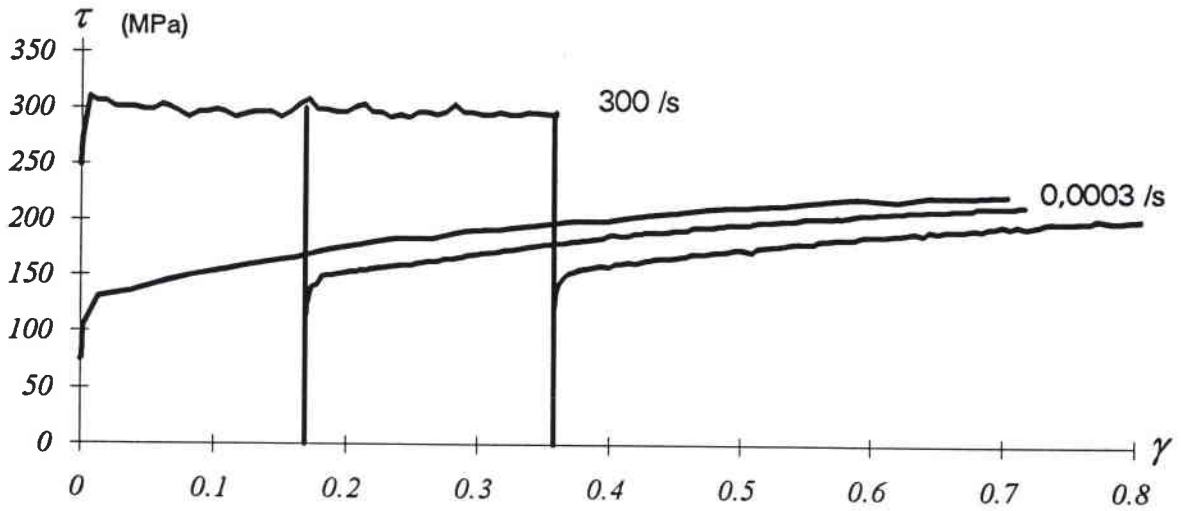
Les courbes de consolidation des essais réalisés sont synthétisées dans les graphiques suivants : (figures VI-6 à VI-9)



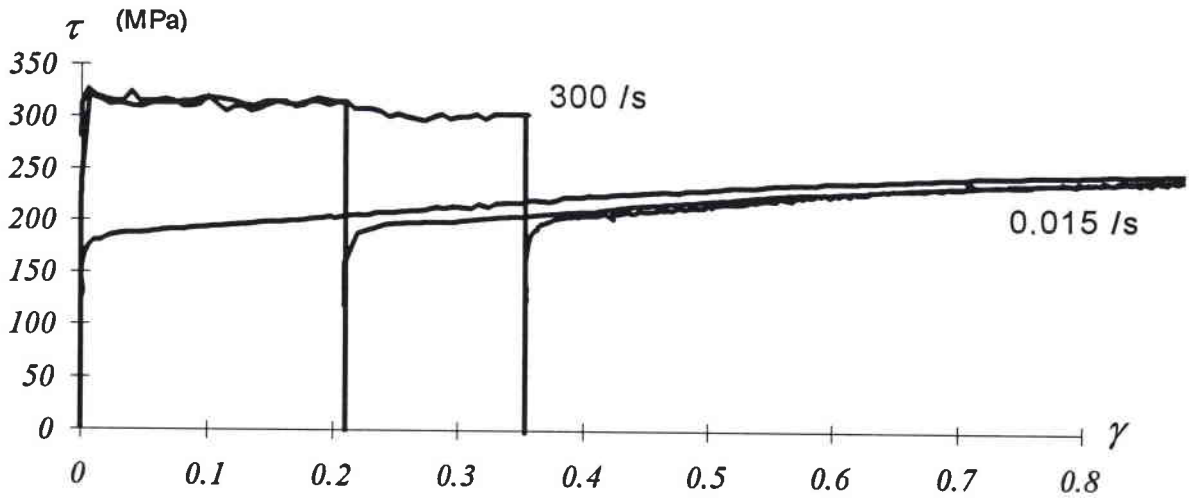
*figure VI-6 : courbes de consolidation du tantale en torsion à  $300 \text{ s}^{-1}$  en chargement simple et après un pré-écrouissage à  $3 \cdot 10^{-4} \text{ s}^{-1}$  de  $0,1 ; 0,2 ; 0,36$ .*



*figure VI-7 : courbes de consolidation du tantale en torsion à  $300 \text{ s}^{-1}$  en chargement simple et après un pré-écrouissage à  $1,5 \cdot 10^{-2} \text{ s}^{-1}$  de  $0,06 ; 0,21 ; 0,36$ .*



*figure VI-8 : courbes de consolidation du tantale en torsion  $3.10^{-4} s^{-1}$  après un pré-écrouissage à  $300 s^{-1}$  de 0,18 et 0,36.*



*figure VI-9 : courbes de consolidation du tantale en torsion à  $1,5.10^{-2} s^{-1}$  après un pré-écrouissage à  $300 s^{-1}$  de 0,18 et 0,36.*

Les courbes dynamiques sont adiabatiques : le transfert de chaleur n'a pas le temps de s'effectuer au cours de l'essai. Pour évaluer l'adoucissement dû à l'élévation de température, nous avons réalisé une série d'essais dynamiques sur une même éprouvette. Nous obtenons un

adoucissement de 19 MPa pour un taux de déformation de 0,36. En considérant que la majeure partie du travail fourni (environ 95%) pour déformer plastiquement l'échantillon est dissipé en chaleur, nous pouvons calculer l'élévation de température  $\Delta T$  au sein de l'échantillon à tout niveau de la déformation :

$$\Delta T(\gamma) = \frac{0,95}{\rho_{Ta} c_p} \int_0^\gamma \tau(\psi) d\psi$$

où  $\rho_{Ta}$  est la masse volumique du tantale,  $\rho_{Ta} = 16000 \text{ kg.m}^{-3}$   
 $c_p$  est sa chaleur spécifique.  $c_p = 135 \text{ J kg}^{-1} \text{ K}^{-1}$ .

Pour un taux de déformation de 0,36, l'élévation de température est donc d'environ 40 K.

Nous obtenons une sensibilité à la température  $\frac{\partial \tau}{\partial T} \cong \frac{\Delta \tau}{\Delta T} = 0,475 \text{ MPa.K}^{-1}$ .

Comme cette élévation de température est faible, on peut supposer que ce coefficient de sensibilité à la température varie peu au cours de l'essai. La contrainte pour une courbe isotherme se déduit alors de celle déterminée pour une courbe adiabatique par la formule :

$$\tau_{isoth}(\gamma) = \tau_{adiab}(\gamma) + \frac{0,95}{\rho_{Ta} c_p} \int_0^\gamma \tau_{adiab}(\psi) d\psi * \frac{\partial \tau}{\partial T}$$

Nous obtenons les courbes adiabatiques corrigées dites "isothermes" (figures VII-10 et VII-11) :

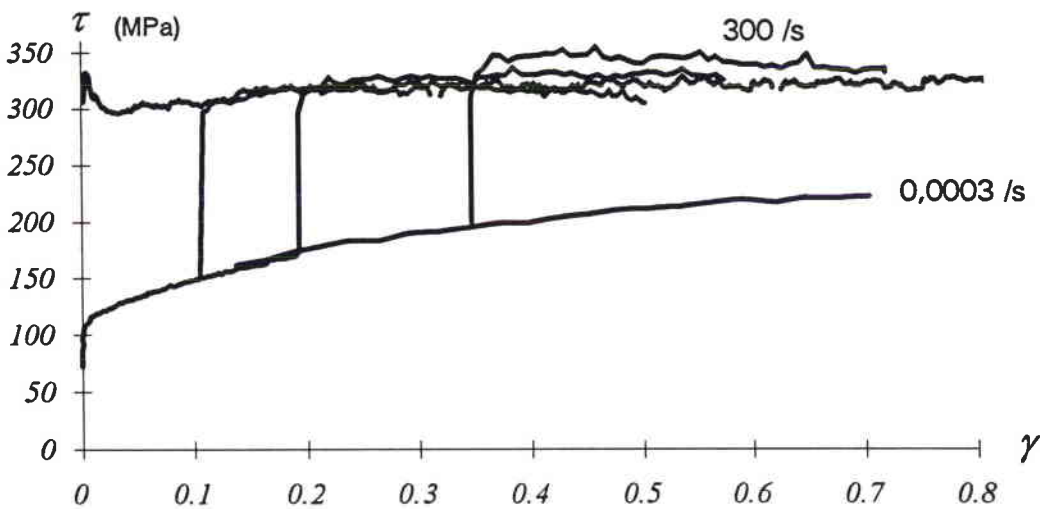
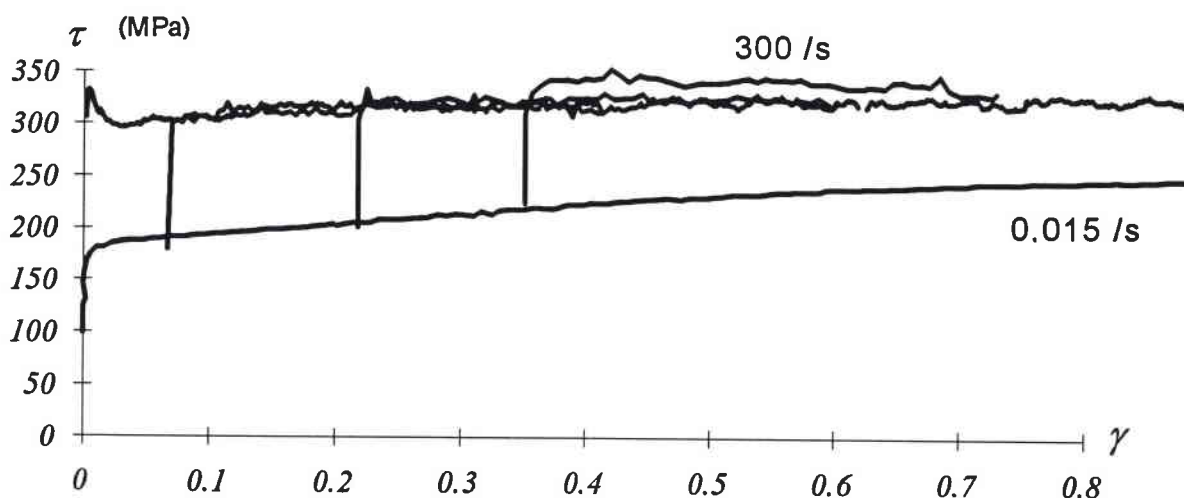


figure VI-10 : courbes "isothermes" de saut de vitesse de  $3.10^{-4}$  à  $300 \text{ s}^{-1}$  après un pré-écrouissage de 0,1 ; 0,2 ; 0,36



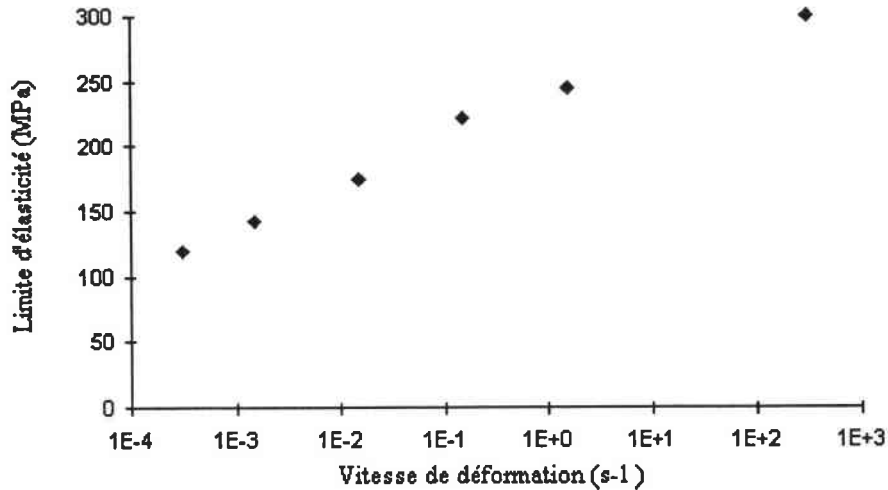
*figure VI-11 : courbes "isothermes" de saut de vitesse de  $1,5 \cdot 10^{-2}$  à  $300 \text{ s}^{-1}$  après un pré-écrouissage de 0,1 ; 0,2 ; 0,36*

#### **VI.4. Observations préliminaires**

Il ressort des essais effectués que la vitesse de déformation a une très grande influence sur le comportement mécanique du tantale. Comme nous l'avons souligné dans le chapitre V, la limite d'élasticité du tantale augmente de façon notable avec la vitesse de déformation. La figure VI-12 obtenue à partir des différents essais présentés dans ce chapitre illustre cette influence.

Nous pouvons souligner les points suivants.

1° La limite d'élasticité inférieure croît presque linéairement en fonction de la vitesse de déformation (*figure VI-12*). La sensibilité instantanée à la vitesse vaut  $\lambda = \frac{\partial \tau^*}{\partial \ln(\dot{\gamma})} \approx 13 \text{ MPa}$ .



*figure VI-12 : évolution de la limite d'élasticité inférieure en fonction de la vitesse de déformation :*

2°) L'érouissage décroît fortement avec la vitesse de déformation ce qui est conforme aux données publiées dans la littérature (*cf.* § V).

3°) Sur les courbes de saut de vitesse, les parties de courbe après saut montrent une évolution vers les courbes obtenues à vitesse constante. Cela semble indiquer que la microstructure tend vers un état de saturation dépendant de la vitesse de déformation.

4°) Après un saut de vitesse "dynamique/statique", la seconde partie de la courbe est située au dessous de la courbe à vitesse quasi statique constante. Vice versa, la contrainte d'écoulement après un saut "statique/dynamique" est supérieure de celle obtenue sur un essai à vitesse dynamique constante. Les états microstructuraux atteints à un même taux de déformation pour deux vitesses de déformation différentes sont donc distincts.

5°) La sensibilité à la vitesse est à peu près constante au cours de la déformation. Nous mesurons une variation de 125 MPa pour les sauts de 0,015 à 300 s<sup>-1</sup> et de 185 MPa pour les saut de 0,0003 à 300 s<sup>-1</sup>

6°) La courbe dynamique montre un pic d'élasticité. Ce pic peut être expliqué par une très forte création de dislocations mobiles qui "relâche" le matériau. En revanche, nous n'observons pas ce pic après un saut "dynamique/statique". L'analyse plus poussée des résultats du chapitre suivant nous donne une explication à ce phénomène.



## Chapitre VII :

### Analyse des résultats

## **VII. Analyse des résultats**

Nous avons choisi de modéliser le comportement du tantale en nous appuyant sur un formalisme proche de celui de Klepaczko. Ce modèle repose sur l'évolution des défauts microstructuraux. A partir de la détermination des variables nous allons tenter de comprendre comment l'état microstructural se transforme en fonction des conditions de chargement.

La démarche adoptée est la suivante.

- Dans un premier temps, nous discutons les hypothèses du modèle formulé pour les matériaux C.F.C. pour aboutir à celle que nous allons retenir pour notre étude.
- Ensuite, nous allons déterminer "analytiquement" les contributions des phénomènes athermiques et thermiquement activés. Pour cela, nous nous ramenons à un "état de référence" dans le domaine athermique. Cet état est obtenu lorsque la vitesse de déformation est de  $3.10^{-4} s^{-1}$ .
- A l'issue de cette étape de détermination "analytique", nous allons établir de nouvelles hypothèses puis passer à une phase de détermination "numérique" des paramètres du modèle.
- Nous achevons ce chapitre par une validation du modèle sur les essais de torsion effectués à vitesse de déformation constante.

### **VII.1. Détermination classique des paramètres et nouvelles hypothèses**

La première étape dans la détermination des paramètres du modèle de Klepaczko consiste à séparer les contributions athermique et thermiquement activée. Lors d'un saut de vitesse, la microstructure ne s'adapte pas de manière instantanée. Seule la composante thermiquement activée est modifiée.

Pour une structure C.F.C., la contrainte interne est prépondérante par rapport à la contrainte effective. La forme des obstacles thermiquement activés a donc peu d'influence sur la contrainte d'écoulement. De plus, la contrainte thermiquement activée est contrôlée par des mécanismes de franchissement de forêts de dislocations. On suppose donc :

- que la contrainte effective est proportionnelle à la racine de la densité de dislocations ( $\tau_0^* = \frac{\Delta G_0 \sqrt{\rho}}{b^2}$ )
- que la forme des obstacles est rectangulaire ( $p=q=1$ ) (figure II-11)

- que la densité de dislocations mobiles est une fraction constante de la densité totale ( $\rho_m = f \rho$ )

$$\tau^* = \tau_0^* \left[ 1 - \left( \frac{kT}{\Delta G_0} \ln \frac{v_D b^2 f \rho}{\dot{\gamma}} \right) \right]$$

La sensibilité instantanée vaut donc pour une structure C.F.C. :

$$\lambda = \frac{\partial \tau}{\partial \ln \dot{\gamma}} = \frac{\partial \tau^*}{\partial \ln \dot{\gamma}} = \sqrt{\rho} \frac{kT}{b^2}$$

En effectuant une série de sauts de vitesses, il est possible de déterminer la densité de dislocations à différents stades de la déformation et donc leur loi d'évolution en fonction des paramètres de chargement.

L'intégration de la loi d'évolution de la densité de dislocations présentée au paragraphe III-4 conduit à l'expression :

$$\rho = \rho_0 + \frac{M_{II}}{k_a} [ 1 - \exp(-k_a \gamma) ]$$

Estrin et Mecking [1984] ont proposé une loi d'évolution de la densité de dislocations où deux types de mécanismes d'écroûissage sont pris en compte : les interactions dislocation/dislocation et les interactions dislocations/interstitiels. Ils aboutissent à une formule du type :

$$\frac{d\rho}{d\gamma} = k + k_1 \sqrt{\rho} - k_2 \rho$$

Cette équation peut être intégrée pour aboutir à une forme analytique de la déformation en fonction de la densité de dislocations mais ne peut pas être inversée. De plus, les formations de boucles de dislocations à partir d'autres dislocations nous semble a priori plus difficile dans les matériau C.C. que dans les C.F.C. C'est pour ces deux raisons que nous retenons la loi d'évolution présentée au chapitre III-4. La contrainte interne vaut donc :

$$\tau_a = M_\tau \alpha G b \sqrt{\rho_0 + \frac{M_{II}}{k_a} [ 1 - \exp(-k_a \gamma) ]}$$

Le paramètre  $\alpha$  représente le coefficient d'interaction "généralisé" sur les dislocations. Ce coefficient est supposé constant.

Sur les 4 paramètres *a priori* inconnus ( $\alpha$ ,  $\rho_0$ ,  $M_{II}$  et  $k_a$ ), 3 sont indépendants. Pour lever cette indétermination, Klepaczko suppose en général que la densité de dislocations initiale est à une valeur de seuil située à  $10^{12} m^{-2}$ . La valeur de la limite d'élasticité permet d'accéder à la valeur de la contrainte d'interaction  $\alpha$  ; la pente à l'origine fournit la valeur de  $M_{II}$  ( $\tau_a = M_{II} \alpha G b \sqrt{\rho_0 + M_{II} \gamma}$  pour les petites déformations) ;  $k_a$  est obtenu grâce à la courbure de la courbe de consolidation.

Pour les matériaux C.C., nous sommes obligés de procéder différemment pour plusieurs raisons.

- La contrainte effective est très importante. On ne peut plus faire l'approximation que la contrainte d'écoulement décroît linéairement avec la température (ou croît linéairement avec  $\ln \dot{\gamma}$ ) [Frost et al. 1982].
- La contrainte effective à 0 K n'est pas due à des mécanismes de forêts de dislocations mais à des mécanismes du type vallées de Peierls-Nabarro. Elle n'est donc pas proportionnelle à la racine carrée de la densité de dislocations.
- La densité de dislocations mobiles n'est pas une fraction constante de la densité de dislocations.

Nous sommes donc amenés à formuler les hypothèses suivantes.

- Les courbes de consolidation à température ambiante et à une vitesse de  $10^{-4} s^{-1}$  sont dans le domaine athermique. Nous verrons par la suite que cette hypothèse est justifiée.
- $\tau_0^*$  est constante.
- Nous fixons le couple  $(p, q)$  à des valeurs publiées dans la littérature : en supposant que les obstacles ont une forme triangulaire, Hoge et Mukherjee [1977] parviennent à un couple (1,2). Ono [Kocks & al 1975] préconise plutôt une valeur moyenne de (3/4, 4/3) pour des obstacles de forme sinusoïdale, valeur retenue par Frost et Ashby [1982]. Nous étudions ces deux couples par la suite.

## VII.2. Analyse de la contrainte interne

Nous connaissons grâce aux mesures expérimentales effectuées, le vecteur de Burgers et le module de cisaillement du tantale d'étude :

$G = 72 \text{ GPa}$  à  $20 \text{ }^\circ\text{C}$  (mesures acoustiques)

$b = 2,86 \cdot 10^{-10} \text{ m}^2$  (diffraction des électrons au M.E.T.).

Il reste à lever l'indétermination entre  $\rho_0$  et  $\alpha$ . Contrairement à la démarche généralement adoptée par Klepaczko pour les C.F.C., nous choisissons de fixer la valeur de  $\alpha$  à  $0,3$  pour lever l'indétermination sur les 4 variables dépendantes. La valeur de  $M_\sigma$  oscille suivant les matériaux et les systèmes de glissement entre  $2,7$  et  $3,1$  [De Fouquet 1976]. En utilisant le critère d'équivalence de Von Mises ( $\sigma = \sqrt{3}\tau$ ), nous prenons le facteur  $M_\tau\alpha$  égal à  $0,5$ .

Cette valeur de  $M_\tau\alpha$  est classiquement utilisée [Wasserbäch 1987]. Elle conduit à une valeur de densité de dislocations initiale de l'ordre de  $10^{14} \text{ m}^{-2}$  (cf §VII.2.1). Quoique relativement élevée (un polycristal peu écroui présente une densité de dislocations de l'ordre de  $10^{12}$ - $10^{13} \text{ m}^{-2}$  [François et al. 1991]), cette densité n'est pas aberrante pour plusieurs raisons.

1. Les opérations de restauration sont moins efficaces pour les matériaux C.C. que pour les matériaux C.F.C. La dureté du tantale est de  $75\text{HV}$  sous  $10 \text{ kg}$ . D'après des études effectuées au CEA/DAM [Naulin 1996], un tantale totalement recristallisé présente une dureté de  $60 \text{ HV}$ . Les opérations de mise en forme du tantale n'ont pas été totalement effacées. Nous ne sommes pas en présence d'un matériau "vierge".
2. Les micrographies obtenues au M.E.T. (figure VI-3) montrent qu'après le traitement thermique un grand nombre de dislocations subsiste au sein du cristal. Nous ne pouvons pas cependant déterminer la densité de dislocations initiale car une partie de celle-ci sont "éteintes" et nous ne savons pas ce que la préparation a introduit au sein du matériau.
3. La mesure au M.E.T. de densités de dislocations sur un acier doux (C.C.) après traitement thermique conduit à des valeurs voisines de  $10^{14} \text{ cm}^{-2}$  [Klepaczko 1996].

Nous n'adoptons pas le point de vue de Zeghib [1990] qui reprend, pour un acier doux, la valeur  $\rho_0 = 6,2 \cdot 10^{12} \text{ m}^{-2}$  publiée par Keh et al. [1968]. Ce paramètre le conduit à des valeurs de  $M_\tau\alpha$  de l'ordre de 5. Cette valeur que Zeghib justifie par les contributions des tailles de grains, sous-grains au coefficient  $\alpha$  généralisé nous semble forte compte tenu des valeurs publiées dans la littérature. Il faut cependant noter que le choix de Zeghib conduit à des prévisions équivalentes pour la loi de comportement. La densité de dislocations se trouve modifiée par un coefficient de

proportionnalité constant. Du point de vue numérique, le paramètre  $M_\tau \alpha$  apparaît comme un facteur multiplicatif dans le modèle qui agit sur la densité de dislocations mais n'affecte pas l'allure de son évolution.

### VII.2.1. Détermination à $3 \cdot 10^{-4} \text{ s}^{-1}$ .

D'après les travaux de Hoge et Mukherjee, on peut admettre que la courbe de consolidation à température ambiante et à  $3 \cdot 10^{-4} \text{ s}^{-1}$  est située dans le plateau athermique. Par conséquent, à  $3 \cdot 10^{-4} \text{ s}^{-1}$

$$\tau = M_\tau \alpha G b \sqrt{\rho_0 + \frac{M_{II}}{k_a} [1 - \exp(-k_a \gamma)]}$$

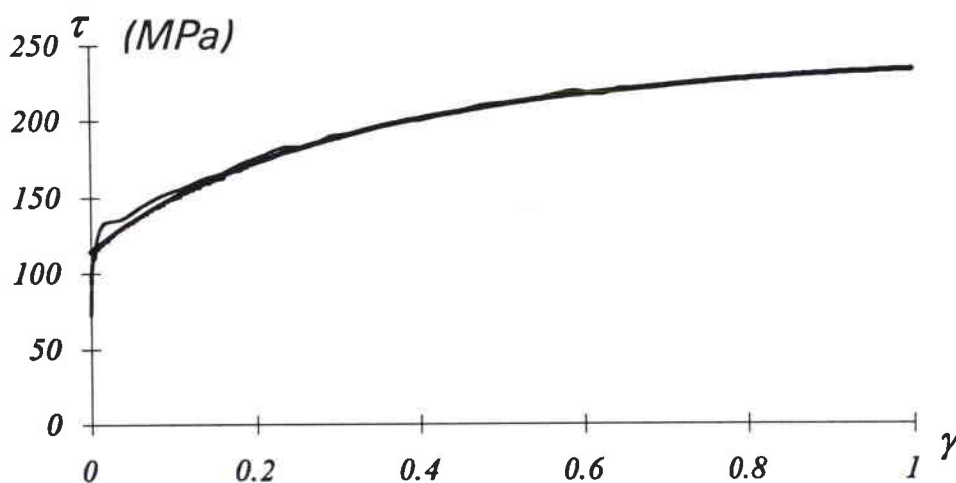
L'optimisation par la méthode des moindres carrés réalisée sur les courbes de consolidation à vitesse constante donne :

$$k_a(0,0003) = 2,2$$

$$M_{II}(0,0003) = 9,8 \cdot 10^{14} \text{ m}^{-2}$$

$$\rho_0 = 1,25 \cdot 10^{14} \text{ m}^{-2}$$

La figure VII-1 compare le modèle et la courbe expérimentale à  $0,0003 \text{ s}^{-1}$ .



*figure VII-1 : comparaison des courbes d'érouissage expérimentale et modélisée à  $3 \cdot 10^{-4} \text{ s}^{-1}$ .*

Avec les valeurs déterminées, la densité de dislocations évolue vers la densité de saturation :

$$\rho_{sat}(3 \cdot 10^{-4}) = \rho_0 + \frac{M_{II}}{k_a} = 1,25 \cdot 10^{14} + \frac{9,8 \cdot 10^{14}}{2,2} = 5,7 \cdot 10^{14} \text{ m}^{-2}$$

La contrainte interne atteint donc une valeur asymptotique de 243 MPa.

### VII.2.2. Détermination à $300 \text{ s}^{-1}$ .

Pour évaluer  $M_{II}$  et  $k_a$  en dynamique, nous nous sommes appuyés sur les courbes de saut de vitesse "dynamique/statique". Pour cela, nous formulons les hypothèses suivantes :

1. la microstructure n'évolue pas entre la fin du chargement dynamique et le début du chargement statique ; les phénomènes de restauration dynamique qui modifieraient le coefficient  $\alpha$  sortent du cadre de notre modélisation ;
2. la contrainte effective est nulle après le saut de vitesse ; la contrainte mesurée juste après le saut correspond à la composante interne de la contrainte d'écoulement ; la variation de la contrainte avant et après le saut correspond à la contrainte thermiquement activée ;
3. le chargement à  $3 \cdot 10^{-4} \text{ s}^{-1}$  s'effectue avec les mêmes conditions de création et d'annihilation de dislocations que sur la courbe de consolidation à vitesse constante.

Les valeurs mesurées de la contrainte interne à des taux de déformation de 0,17 et 0,36 après chargement à  $300 \text{ s}^{-1}$  sont :

$$\tau_a(0,17) = 145 \text{ MPa}$$

$$\tau_a(0,36) = 153 \text{ MPa}$$

En soustrayant la composante interne de la contrainte totale (figure VI-10), on obtient ainsi la contrainte effective à ces taux de déformation :

$$\tau^*(0,17) = 169 \text{ MPa}$$

$$\tau^*(0,36) = 162 \text{ MPa}$$

Le comportement du tantale à  $300 \text{ s}^{-1}$  est quasiment plastique parfait. Il est normal de constater que les composantes interne et thermiquement activées soient proches de leur valeur de saturation.

A partir de ces valeurs, nous avons donc pu estimer les coefficients de multiplication et d'annihilation à  $300 \text{ s}^{-1}$  :

$$k_a(300) = 9,4$$

$$M_{II}(300) = 9,5 \cdot 10^{14} \text{ m}^{-2}$$

On parvient ainsi à dissocier les composantes thermiquement activée et interne (figure VII-2).

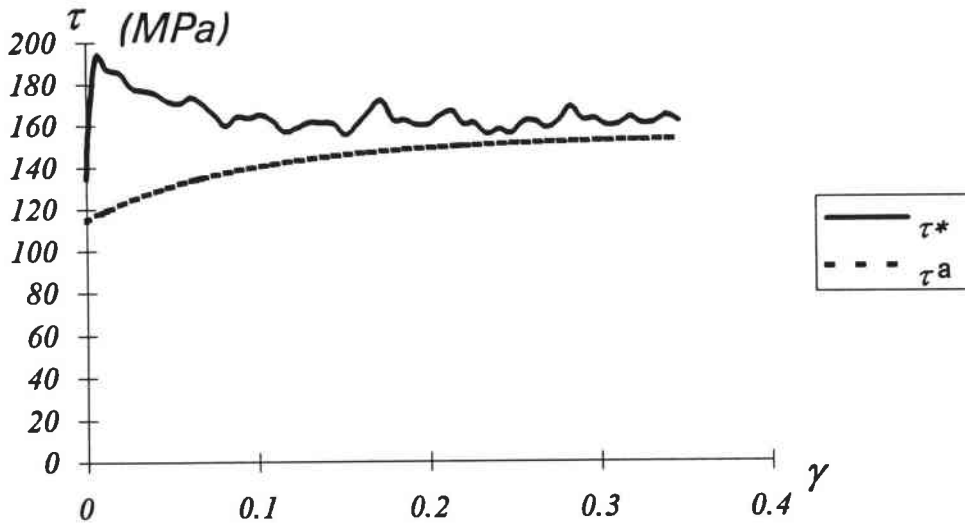


figure VII-2 : contraintes effective et interne à  $300 \text{ s}^{-1}$ .

A  $300 \text{ s}^{-1}$ , la densité de dislocations évolue vers la densité de saturation :

$$\rho_{\text{sat}}(300) = \rho_0 + \frac{M_{II}}{k_a} = 1,25 \cdot 10^{14} + \frac{9,5 \cdot 10^{14}}{9,4} = 2,24 \cdot 10^{14} \text{ m}^{-2}$$

### VII.2.3. Détermination à $1,5 \cdot 10^2 \text{ s}^{-1}$

En supposant que la densité de dislocations mobiles atteint sa valeur de saturation très rapidement en régime dynamique, on peut considérer que l'écart entre les courbes de saut de vitesse "statique/dynamique" et dynamique simple est dû à une différence de contrainte interne.

La contrainte après le saut de  $0,015$  à  $300 \text{ s}^{-1}$  vaut :

$$\tau(0,21) = 328 \text{ MPa}$$

$$\tau(0,36) = 340 \text{ MPa}$$

La contrainte effective étant estimée à  $162 \text{ MPa}$  (cf. § VII.2.2), la contrainte interne vaut donc :



$$\tau_a(0,21) = 328-162 = 166 \text{ MPa}$$

$$\tau_a(0,36) = 340-162 = 178 \text{ MPa}$$

Les densités de dislocations à ces taux de déformation sont donc de :

$$\rho(0,21) = 2,62 \cdot 10^{14} \text{ cm}^{-2}$$

$$\rho(0,36) = 3,08 \cdot 10^{14} \text{ cm}^{-2}$$

A partir de ces valeurs, nous avons donc pu estimer les coefficients de multiplication et d'annihilation à  $0,015 \text{ s}^{-1}$  :

$$k_a(0,015) = 4,3$$

$$M_{II}(0,015) = 9,7 \cdot 10^{14} \text{ m}^{-2}$$

Pour valider ces valeurs, nous avons comparé la contrainte donnée par le modèle avec celle mesurée à partir des sauts "dynamique/statique" à  $0,21$  et  $0,36$ .

De la même façon que nous avons déterminé les composantes interne et effective de la contrainte d'écoulement à  $300 \text{ s}^{-1}$ , il est possible, à partir des sauts "dynamique/statique" d'évaluer ces composantes à  $1,5 \cdot 10^2 \text{ s}^{-1}$ .

1°/ Les contraintes d'écoulement mesurées à  $1,5 \cdot 10^2 \text{ s}^{-1}$  après un chargement dynamique de  $0,21$  et de  $0,36$  sont respectivement de (figure VI-9) :

$$\tau(0,21) = 184 \text{ MPa}$$

$$\tau(0,36) = 192 \text{ MPa}$$

2°/ La composante interne modélisée à  $300 \text{ s}^{-1}$  à ces niveaux de déformation vaut (cf. paragraphe précédent) :

$$\tau_a(0,17) = 145 \text{ MPa}$$

$$\tau_a(0,36) = 153 \text{ MPa}$$

Les densités de dislocations calculées à ces taux de déformation (à  $300 \text{ s}^{-1}$ ) valent :

$$\rho(0,17) = 2,05 \cdot 10^{14} \text{ cm}^{-2}$$

$$\rho(0,36) = 2,23 \cdot 10^{14} \text{ cm}^{-2}$$

Elles sont donc sensiblement égales. La contrainte effective modélisée à  $0,015 \text{ s}^{-1}$  pour cette densité de dislocations est la différence de la contrainte mesurée et de la contrainte interne calculée. Elle vaut donc :

$$\tau^* = 39 \text{ MPa}$$

La contrainte interne modélisée pour cette densité de dislocations calculée vaut quant à elle :

$$\tau_a(2,1 \cdot 10^{14}) = 148 \text{ MPa}$$

A partir de la détermination des coefficients de multiplication et d'annihilation de dislocations à  $0,015 \text{ s}^{-1}$ , il est possible de faire correspondre la densité de dislocations et la déformation. On obtient :

$$\chi(2,1 \cdot 10^{14}) = 0,11$$

On détermine donc le point "théorique" à  $\gamma = 0,11$  de la courbe de consolidation du tantale à  $0,015 \text{ s}^{-1}$  :

$$\tau(0,11) = 187 \text{ MPa},$$

point peu éloigné de la courbe expérimentale de consolidation à vitesse constante.

$$\tau(0,11) = 180 \text{ MPa},$$

$$\tau(0,15) = 187 \text{ MPa},$$

A  $0,015 \text{ s}^{-1}$ , la densité de dislocations évolue vers la densité de saturation :

$$\rho_{sat}(0,015) = \rho_0 + \frac{M_{II}}{k_a} = 3,5 \cdot 10^{14} \text{ m}^{-2}$$

Nous obtenons donc les différentes lois d'évolution de la densité de dislocations en fonction de la vitesse de déformation : (*figure VII-3*)

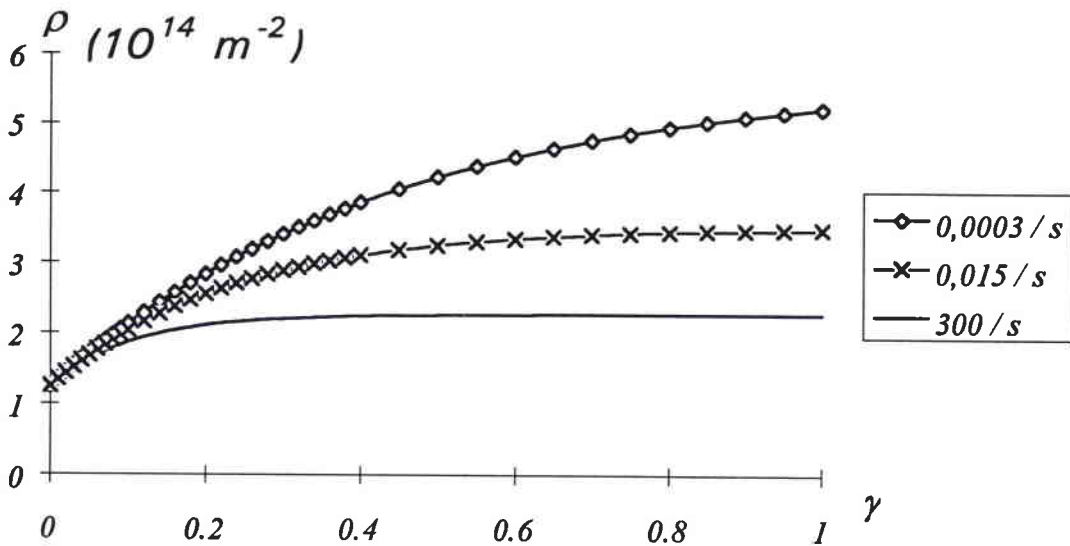


figure VII-3 : évolution de la densité de dislocations en fonction de la vitesse de déformation :

### VII.3. Analyse de la contrainte effective

Nous rappelons que dans le cas le plus général, l'expression de la contrainte effective est :

$$\tau^* = \tau_0^* \left[ 1 - \left( \frac{kT}{\Delta G_0} \ln \frac{n v_D b^2 \rho_m}{\dot{\gamma}} \right)^{1/q} \right]^{1/p}$$

Dans ce paragraphe, nous supposons que la densité de dislocations mobiles ne varie pas. Alors,  $\dot{\gamma}_0 = n_k v_D b^2 \rho_m$  est une constante.

En dérivant l'équation :

$$\Delta G(\tau^*) = -kT \ln \left( \frac{\dot{\gamma}}{\dot{\gamma}_0} \right)$$

(issue de  $\dot{\gamma} = \dot{\gamma}_0 \exp\left(-\frac{\Delta G(\tau^*)}{kT}\right)$ ) par rapport à  $\ln \dot{\gamma}$  et à  $T$ , on obtient les équations :

$$\frac{d\Delta G(\tau^*)}{d\tau^*} \frac{\partial \tau^*}{\partial \ln(\dot{\gamma})^*} = -kT$$

$$\text{et } \frac{d\Delta G(\tau^*)}{d\tau^*} \frac{\partial \tau^*}{\partial T} = -k \ln\left(\frac{\dot{\gamma}}{\dot{\gamma}_0}\right) = \frac{\Delta G(\tau^*)}{T}$$

On en déduit :

$$\Delta G(\tau^*) = -kT^2 \left. \frac{\partial \tau^*}{\partial T} \right|_{\dot{\gamma}} \left. \frac{\partial \ln \dot{\gamma}}{\partial \tau^*} \right|_T$$

Nous avons déjà estimé  $\frac{\partial \tau^*}{\partial T} = 0,475 \text{ MPa.K}^{-1}$  pour  $\dot{\gamma} = 300 \text{ s}^{-1}$  au chapitre précédent.

La sensibilité instantanée à la vitesse  $\lambda$  déterminée à partir des différents sauts de vitesse vaut  $11,7 \text{ MPa}$ . En évaluant  $\tau^*$  à  $162 \text{ MPa}$  (valeur de saturation à  $300 \text{ s}^{-1}$ ) nous obtenons une énergie d'activation :

$$\Delta G(162 \text{ MPa}) = 0,3 \text{ eV}$$

Cette valeur est cohérente avec les résultats de Hoge et Mukherjee [1977]. Ceux-ci prennent l'expression de l'énergie d'activation proposée par Kocks Argon et Ashby [1975] en supposant que les obstacles ont une forme triangulaire ( $p=1, q=2$ ). Ils arrivent à l'expression suivante :

$$\Delta G(\tau^*) = \Delta G_0 \left[1 - \frac{\sigma^*}{\sigma_0}\right]^2$$

$\sigma_0^* = 998 \text{ MPa}$  est la contrainte de Peierls à  $0 \text{ K}$

$\Delta G_0 = 0,62 \text{ eV} = 10^{19} \text{ J}$  est l'énergie pour créer un double décrochement à contrainte effective nulle. L'énergie d'un simple décrochement  $U_k = \Delta G_0/2 = 0,31 \text{ eV}$  (notion théorique) est parfois publiée dans la littérature (Hoge et Mukherjee [1977] et par Steinberg [1996]).

En utilisant le critère d'équivalence de Von Mises, ( $\tau_0^* = \frac{1}{\sqrt{3}} \sigma_0^* = 577 \text{ MPa}$ ) on obtient :

$$\Delta G(162) = 0,62 \left[1 - \frac{\tau^*}{577}\right]^2 = 0,32 \text{ eV}$$

Steinberg [1996] donne une valeur plus faible de la contrainte de Peierls à  $0 \text{ K}$ ,  $\sigma_0^* = 820 \text{ MPa}$  conduisant à  $\Delta G(162) = 0,27 \text{ eV}$ .

Frost et Ashby considèrent que la forme des obstacles est sinusoïdale ( $p=3/4, q=4/3$ ). Ils aboutissent à :

$$\sigma_0^* = 800 \text{ MPa}$$

$$\Delta G_0 = 0.59 \text{ eV}$$

$$\Delta G(162) = 0,62 \left[ 1 - \left( \frac{162 * \sqrt{3}}{800} \right)^{3/4} \right]^{4/3} = 0,26 \text{ eV}$$

Arsenault [1966] publie une énergie d'activation de 0,3 eV à température ambiante mais trouve une énergie d'activation à 0 K de 0,9 eV.

Une légère variation de  $p$  ou de  $q$  affecte notablement ces valeurs d'énergie d'activation. Les valeurs obtenues avec les couples (1,2) et (3/4,4/3) sont très proches. Il est très difficile à partir de ces essais de déterminer la géométrie des obstacles au mouvement des dislocations. En conséquence, nous nous sommes intéressés à ces deux couples.

Les valeurs de  $\Delta G(162 \text{ MPa})$  publiées dans la littérature sont très proches de celle déterminée expérimentalement. Nous ne sommes pas capables à partir de nos essais de donner la valeur de  $\Delta G_0$ . Nous reprenons donc celle de 0,62 eV qui est la plus fréquemment publiée. Connaissant  $\Delta G_0$ , nous pouvons déterminer  $\tau_0^*$  par la formule :

$$\tau_0^* = \tau^* \left[ 1 - \left( \frac{\Delta G(\tau^*)}{\Delta G_0} \right)^{1/q} \right]^{-1/p} = 162 \left[ 1 - \left( \frac{0,3}{0,62} \right)^{1/q} \right]^{-1/p}$$

Le couple  $(p, q) = (1, 2)$ , conduit à une valeur de :

$$\tau_0^* = 530 \text{ MPa}.$$

Avec  $(p, q) = (3/4, 4/3)$ , nous aboutissons sensiblement à la même valeur :

$$\tau_0^* = 515 \text{ MPa}.$$

Le dernier paramètre à déterminer est le facteur de fréquence  $\dot{\gamma}_0$  :

$$\dot{\gamma}_0 = \dot{\gamma} \exp\left( \frac{\Delta G(\tau^*)}{kT} \right) = 4 \cdot 10^7 \text{ s}^{-1}$$

#### VII.4. Premières simulations

A partir de nos résultats, nous obtenons le tableau de paramètres suivant :

##### Contrainte interne

Vitesse de déformation $\dot{\gamma}$	$3 \cdot 10^{-4} \text{ s}^{-1}$	$1,5 \cdot 10^{-2} \text{ s}^{-1}$	$300 \text{ s}^{-1}$
$M_{\tau} \alpha$	0,5		
$\mu$	72 GPa		
$b$	0.286 nm		
$\rho_0$	$1,25 \cdot 10^{14} \text{ m}^{-2}$		
$M_{II}$	$9,8 \cdot 10^{14} \text{ m}^{-2}$	$9,7 \cdot 10^{14} \text{ m}^{-2}$	$9,5 \cdot 10^{14} \text{ m}^{-2}$
$k_a$	2,2	4,3	9,4

##### Contrainte effective

$\Delta G_0$	$0,62 \text{ eV} = 10^{-18} \text{ J}$
$p$	1
$q$	2
$\tau_0^*$	520 GPa
$\dot{\gamma}_0$	$4 \cdot 10^7 \text{ Hz}$

Avec ce premier jeu de paramètres nous obtenons les simulations suivantes : (figures VII-4 à VII-6)

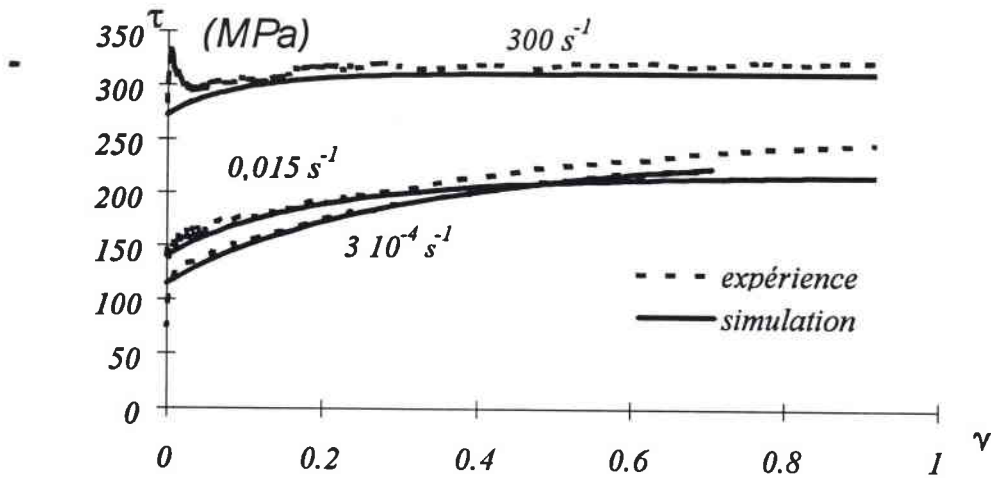


figure VII-4 : courbes de consolidation à différentes vitesses de déformation

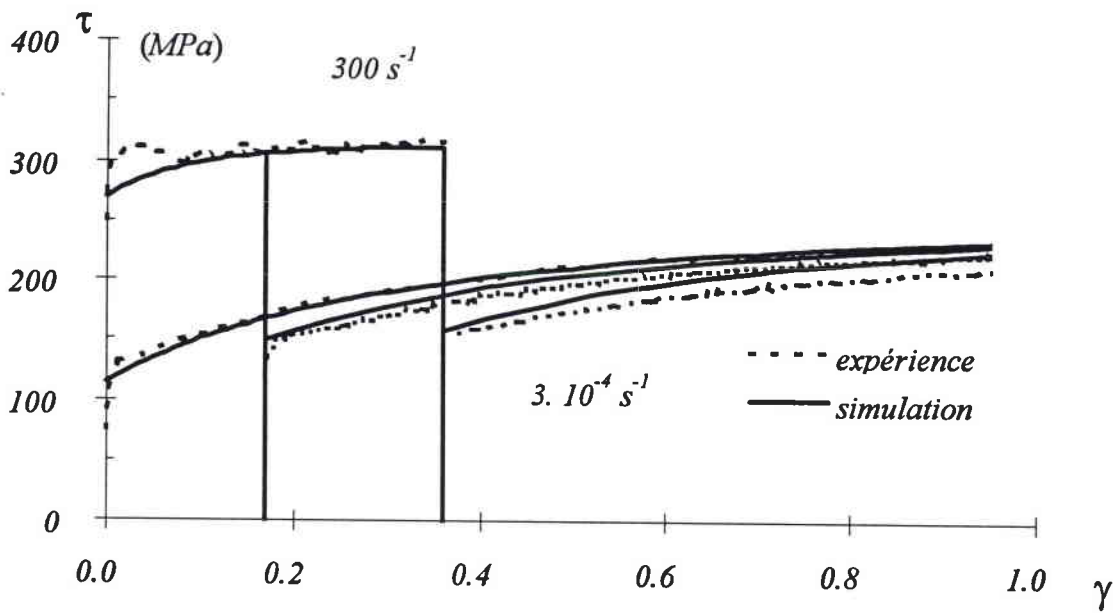


figure VII-5 : courbes de sauts dynamique/statique

a) simulations numériques

b) essais expérimentaux

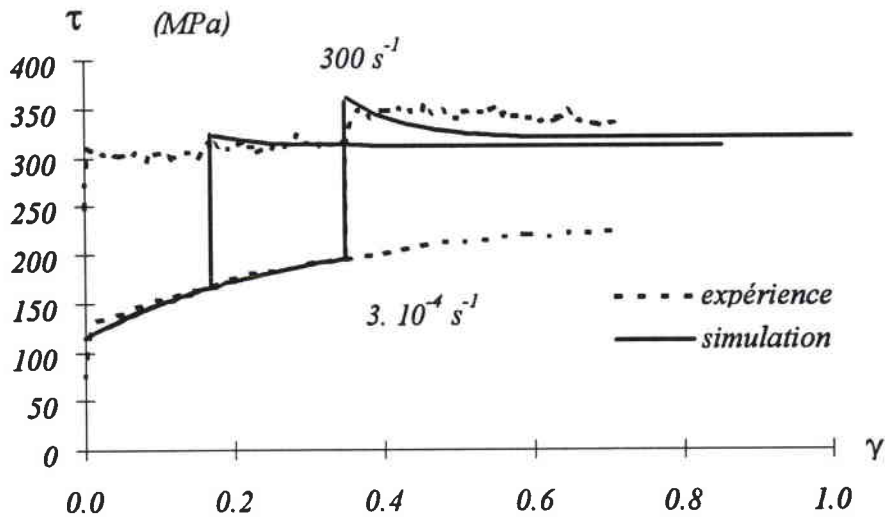


figure VII-6 : courbes de sauts statique/dynamique

a) simulations numériques

b) essais expérimentaux

Ces simulations font apparaître les différents point suivants.

- Le modèle est capable de restituer une forte sensibilité instantanée à la vitesse
- Les variations d'érouissage peuvent être retranscrites. Dans le domaine des vitesses quasi statiques, l'érouissage est important, tandis qu'il est faible dans le régime des vitesses dynamiques.
- L'influence du chargement peut être prise en compte. De par la structure des lois d'évolution des dislocations, l'apparition d'une variation de la contrainte d'écoulement n'est observable qu'au delà d'un certain stade de déformation. Ceci est conforme aux essais effectués.

Cependant, plusieurs points restent à améliorer après cette première étape de simulation.

- Il semble peu probable que la courbe de consolidation à  $0,015 \text{ s}^{-1}$  croise celle obtenue à  $3 \cdot 10^{-4} \text{ s}^{-1}$ . Le coefficient d'annihilation déterminé est trop important. Cela peut être expliqué par le fait que la détermination est réalisée à partir de peu de points expérimentaux et que les hypothèses que nous avons formulées pour la détermination du paramètre  $k_a$  à  $1,5 \cdot 10^{-4} \text{ s}^{-1}$  sont trop simplificatrices.
- L'évolution de la contrainte d'écoulement dans les vitesses dynamiques n'est pas bien retranscrite dans les premiers pourcents de déformation (régime transitoire). Cela est dû au fait que la densité de dislocations mobiles évolue rapidement au cours de ce régime transitoire.



## VII.5. Nouvelle modélisation

### VII.5.1. Evolution de la densité de dislocations mobiles

Nous sommes amenés à formuler une loi d'évolution des dislocations mobiles pour décrire le comportement des C.C. Au début de l'écroutissage, les dislocations sont ancrées sur des atomes en solutions, la "production" de dislocations mobiles est plus intense. Cela conduit à une relaxation du système avec l'apparition d'un pic d'élasticité correspondant à une chute de la contrainte d'écoulement.

La densité de dislocations mobiles tend vers une valeur de saturation dépendant de la vitesse de déformation. Cette évolution est d'autant plus rapide que la densité totale de dislocations est éloignée de la valeur de saturation. Nous stipulons que la multiplication des dislocations mobiles dépend donc de la densité de dislocations totale de la façon suivante :

$$\frac{\partial \rho_m}{\partial \rho} = \frac{\beta}{\rho}$$

Cette loi relativement simple a été choisie pour les raisons suivantes :

- la densité de dislocations mobiles est une fonction de la vitesse de sollicitation et de la densité de dislocations totale ;
- la variation des dislocations mobiles est d'autant plus rapide que la densité de dislocations est faible ;
- la densité de dislocations mobiles évolue vers une valeur de saturation lorsque la densité de dislocations totale tend elle-même vers une valeur de saturation.

Cette dernière hypothèse sous-entend que la variation de  $\rho_m$  est liée à celle de  $\rho$  ce qui peut paraître discutable. Cela nous offre cependant une première approche de la loi d'évolution de la densité de dislocations mobiles. La densité de dislocations mobiles est fonction des paramètres  $p$  et  $q$  ainsi que du facteur de géométrie des doubles décrochements  $n_k$ . Ce dernier est pris égal à 10. Nous nous sommes basés sur les travaux de Guyot et Dorn [Steinberg 1989]. Ces derniers estiment que le facteur pré-exponentiel vaut :

$$\dot{\gamma}_0 = \frac{l a^*}{2 w^2} v_D b^2 \rho_m = n_k v_D b^2 \rho_m \quad \text{avec} \quad l=10^4 b, w=24 b \text{ et } a^*=b.$$

La valeur trouvée à partir de leurs coefficients est  $n_k = 8,7$ . Ce facteur est peu important d'un point de vue numérique car il introduit uniquement un facteur de proportionnalité sur la densité de dislocations mobiles.

L'intégration de l'équation d'évolution de  $\rho_m$  donne :

$$\rho_m = \rho_{m0} + \beta \ln\left(\frac{\rho}{\rho_0}\right)$$

A partir de la courbe de la contrainte effective (figure VII-2), nous optimisons les paramètres  $\beta$  et  $\rho_{m0}$  par la méthode des moindres carrés. Nous obtenons :

$$\beta = 6,2 \cdot 10^{12} \text{ m}^{-2}$$

$$\rho_{m0} = 1,5 \cdot 10^{11} \text{ m}^{-2}$$

La corrélation de la contrainte effective sur une essai à vitesse constante est très bonne (figure VII-6).

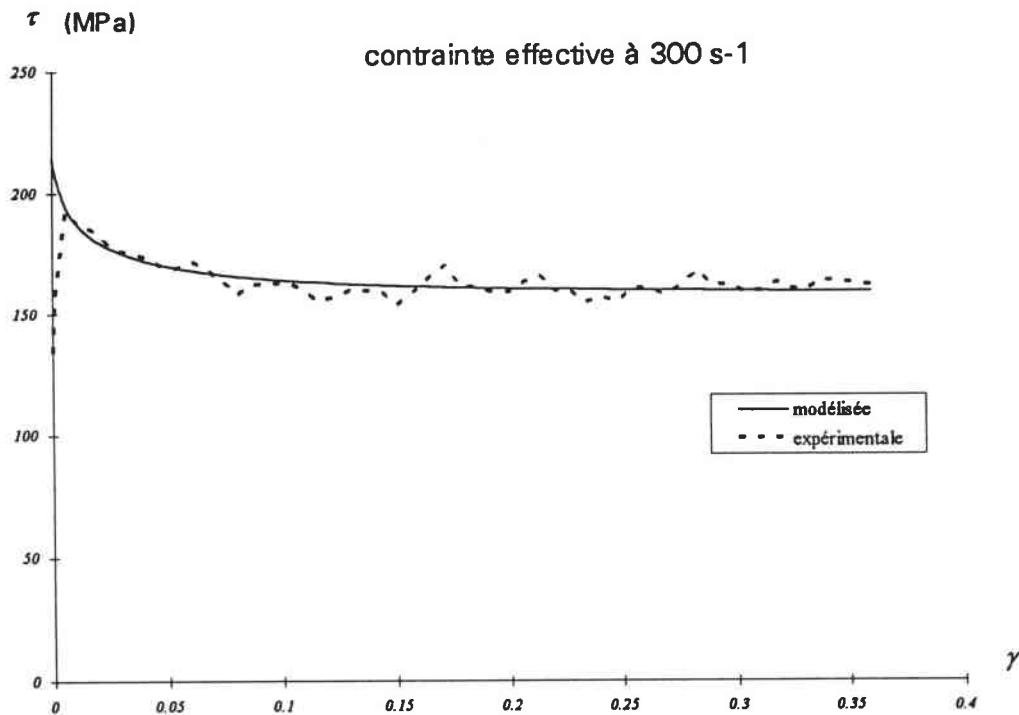


figure VII-6 : contrainte effective à  $300 \text{ s}^{-1}$

### VII.5.2. Optimisation "numérique"

Pour affiner la corrélation entre le modèle et les résultats expérimentaux, nous avons donc réalisé un programme d'optimisation basé sur l'algorithme de Marquart-Levenberg (cf. Annexes). Cet algorithme est très sensible aux valeurs initiales. La phase de détermination présentée dans les paragraphes précédents est donc indispensable pour pouvoir se fier aux valeurs optimisées par le programme.

Nous avons réalisé une optimisation globale sur les paramètres du modèle de Klepaczko en choisissant plusieurs types de loi.

- La première est relative aux coefficients  $p$  et  $q$ . Nous avons tenté d'optimiser les paramètres avec les couples  $(1,2)$  et  $(3/4,4/3)$ . Nous avons donc introduit les deux expressions de la contrainte effective :

$$\tau^* = \tau_0^* \left[ 1 - \left( \frac{kT}{\Delta G_0} \ln \frac{v(\rho_m)}{\dot{\gamma}} \right)^{1/2} \right] \quad \text{et}$$

$$\tau^* = \tau_0^* \left[ 1 - \left( \frac{kT}{\Delta G_0} \ln \frac{v(\rho_m)}{\dot{\gamma}} \right)^{3/4} \right]^{4/3}$$

A l'issue de cette étude, nous n'avons pas observé de modification majeure des coefficients de multiplication de dislocations, d'annihilation de dislocations. Les valeurs de la contrainte effective à 0 K obtenues dans les deux cas sont :

$$\tau_0^* = 490 \text{ MPa dans le cas } (1,2)$$

$$\tau_0^* = 390 \text{ MPa dans le cas } (3/4,4/3)$$

La première valeur est très proche de celle déterminée "analytiquement" ; la seconde, beaucoup trop faible. Les paramètres  $\beta$  et  $\rho_{m0}$  ont été affectés par le choix de  $p$  et  $q$ . Nous nous contentons de présenter les résultats obtenus avec  $(p,q) = (1,2)$ . Les paramètres des deux modélisations sont présentés en annexe.

- Dans un second temps, nous avons tenté de résoudre les équations proposées en prenant en compte un pré-écrouissage du matériau. Dans tout ce qui précède, la densité de dislocations initiale  $\rho_0$  joue un rôle capital. Elle conditionne la limite d'élasticité dans le domaine athermique et elle influe sur l'évolution de la densité de dislocations totale.

La densité de dislocations initiale est relativement élevée. Nous avons donc choisi de découpler ces deux rôles de  $\rho_0$ . Nous avons relancé une optimisation des paramètres en prenant l'équation d'évolution de la densité de dislocations totale sous la forme suivante :

$$\frac{d\rho}{d\gamma} = M_{II}(\dot{\gamma}) - k_a(\dot{\gamma}, T)(\rho - \rho_1)$$

$\rho_1$  représente un seuil minimal de la densité de dislocations. Il est fixé à  $10^{12}$ . Les améliorations apportées avec cette modélisation ne sont pas significatives.

La troisième étape de notre modélisation a consisté faire dépendre les coefficients  $M_{II}$  et  $\beta$  de la vitesse de déformation. Les résultats de cette nouvelle modélisation (cf. Annexe) ont montré que  $M_{II}$  diminue fortement en fonction de  $\dot{\gamma}$ . Même si ces résultats ont conduit à de meilleures

simulations, nous ne les avons pas retenus car cette diminution de  $M_{II}$  n'a pas de sens physique. En prenant  $M_{II}$  constant, nous trouvons que  $\beta$  demeure insensible à la vitesse de déformation.

Pour les lois concernant la contrainte interne, nous utilisons les formules suivantes :

$$1. \tau_a = \alpha G b \sqrt{\rho}$$

$$2. \rho = \rho_0 + \frac{M_{II}}{k_a} [1 - \exp(-k_a \gamma)] \text{ avant le saut de vitesse ;}$$

après le saut de vitesse, nous sommes amenés à considérer une fonction  $\rho_{saut}$ , densité de dislocations totale correspondant à la déformation du saut de vitesse  $\gamma_{saut}$ . Nous noterons  $M_{IIav}$  et  $k_{aav}$  les coefficients de multiplication et d'annihilation avant le saut.

$$3. \rho_{saut} = \rho_0 + \frac{M_{IIav}}{k_{aav}} [1 - \exp(-k_{aav} \gamma_{saut})],$$

$$4. \rho = \rho_0 + \frac{M_{II}}{k_a} [1 - \exp(-k_a (\gamma - \gamma_{saut}))] + (\rho_{saut} - \rho_0) \exp(-k_a (\gamma - \gamma_{saut})),$$

$$5. M_{II} = \text{constante},$$

$$6. k_a = k_0 \left( \frac{\dot{\gamma}}{\dot{\gamma}_0} \right)^{-2mT}$$

$$7. \tau^* = \tau_0^* \left[ 1 - \left( \frac{kT}{\Delta G_0} \ln \frac{v(\rho_m)}{\dot{\gamma}} \right)^{1/2} \right]$$

$$8. \rho_m = \rho_{m0} + \beta \ln \left( \frac{\rho}{\rho_0} \right)$$

$$9. v(\rho_m) = v_D n_k b^2 \rho_m$$

Nous avons introduit les paramètres constants :

$$\alpha = 0,5 \quad b = 0,286 \text{ nm}$$

$$G = 72 \text{ Gpa} \quad \dot{\gamma}_0 = 10^6 \text{ s}^{-1}$$

Les paramètres que nous considérons constants sont les suivants :

$$k = 1,38 \cdot 10^{-23} \text{ JK}^{-1} = 8.625 \cdot 10^{-5} \text{ eV.K}^{-1}$$

$$T = 293 \text{ K}$$

$$v_D = 10^{13} \text{ s}^{-1}$$

$n_k = 10$ .

Les paramètres à déterminer sont au nombre de 8. Nous trouvons les valeurs suivantes (tableau VII-2):

	p=1 q=2
$\rho_0$	$1,3 \cdot 10^{14} \text{ m}^{-2}$
$M_0$	$10^{15} \text{ m}^{-2}$
$k_0$	21,5
$m$	-0,000182
$\tau_0^*$	490 MPa
$\rho_{m0}$	$10^{11} \text{ m}^{-2}$
$\beta$	$2 \cdot 10^{12} \text{ m}^{-2}$
$\Delta G_0$	0,62 eV

tableau VII-2 : paramètres optimisés du modèle

Les valeurs des coefficients d'annihilation des dislocations aux vitesses testées expérimentalement valent respectivement :

$\dot{\gamma}$	$300 \text{ s}^{-1}$	$0,015 \text{ s}^{-1}$	$3 \cdot 10^{-4} \text{ s}^{-1}$
$k_a$	9,1	3,1	2,1

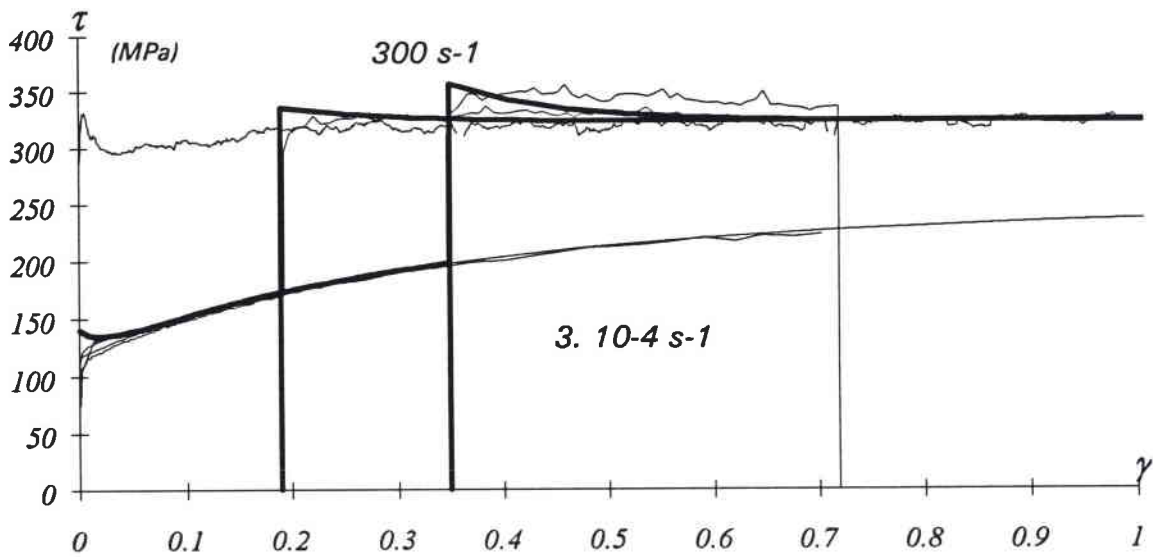
Ces valeurs sont très proches de celles déterminées "analytiquement". Seule la valeur du coefficient d'annihilation des dislocations à  $0,015 \text{ s}^{-1}$  diffère sensiblement. C'est un des points que l'on cherchait à améliorer après la modélisation "analytique". Il est important de comparer les densités de dislocations à saturation :

$$\rho_{sat} = \rho_0 + \frac{M_{II}}{k_a}$$

On trouve :

$\dot{\gamma}$	$300 \text{ s}^{-1}$	$0,015 \text{ s}^{-1}$	$3 \cdot 10^{-4} \text{ s}^{-1}$
$\rho_{sat}$ "analytique" ( $\text{m}^{-2}$ )	$2,2 \cdot 10^{14}$	$3,5 \cdot 10^{14}$	$5,7 \cdot 10^{14}$
$\rho_{sat}$ "numérique" ( $\text{m}^{-2}$ )	$2,4 \cdot 10^{14}$	$4,5 \cdot 10^{14}$	$6,1 \cdot 10^{14}$

Les simulations numériques obtenues avec le jeu de paramètres déterminé sont les suivantes (figure VII-8 à VII-11).



*figure VII-8 : courbes de saut de vitesse de  $0,0003$  vers  $300 \text{ s}^{-1}$*

*a) expérimentales en trait fin*

*b) simulées en trait gras*

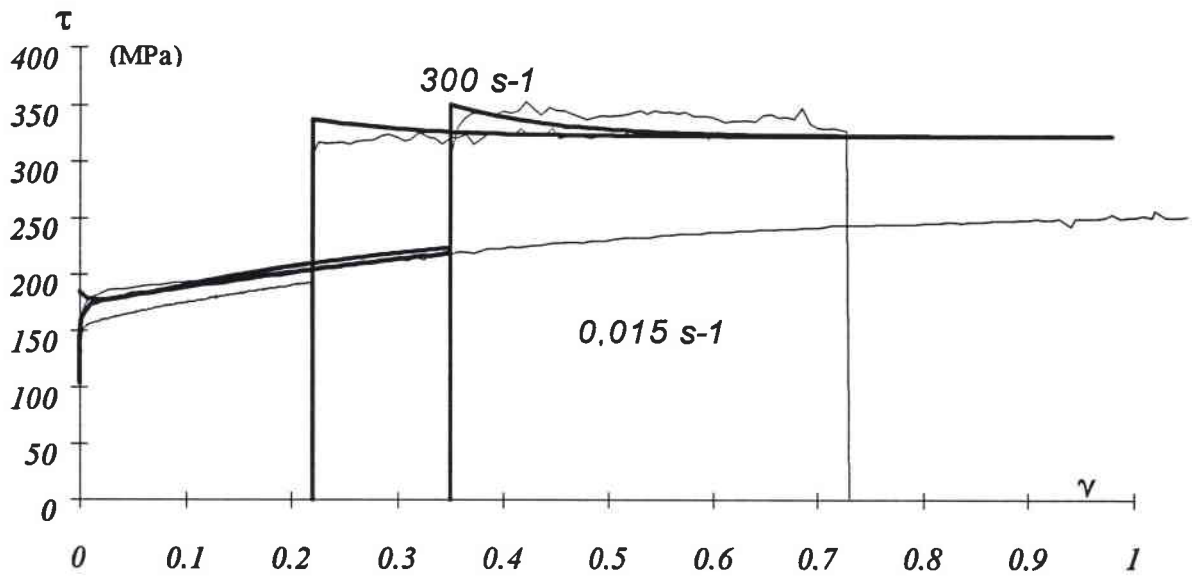


figure VII-9 : courbes de saut de vitesse de  $0,015$  vers  $300 \text{ s}^{-1}$

a) expérimentales en trait fin

b) simulées en trait gras

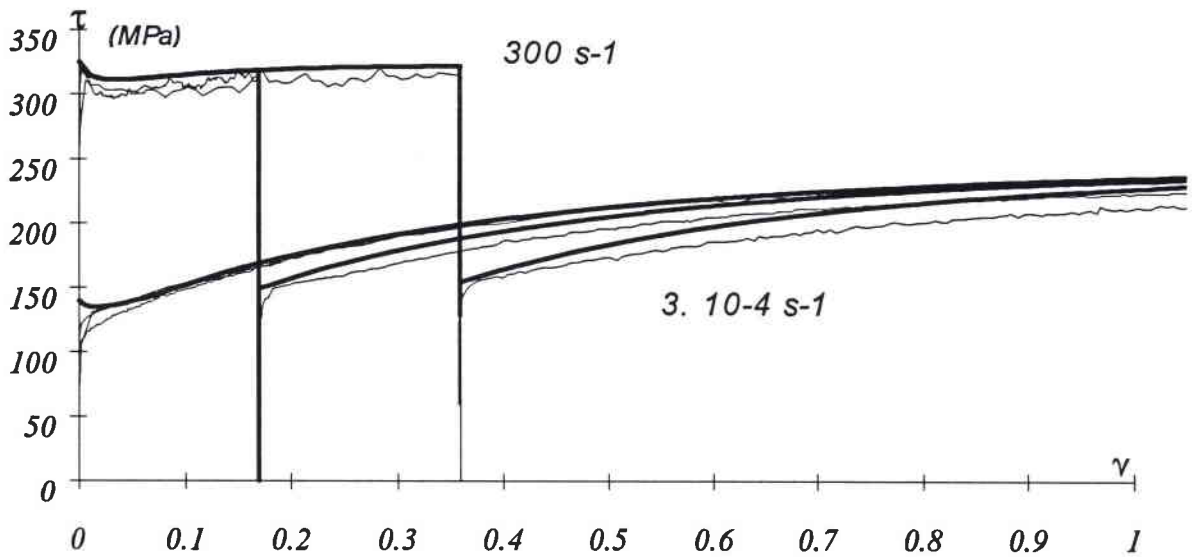
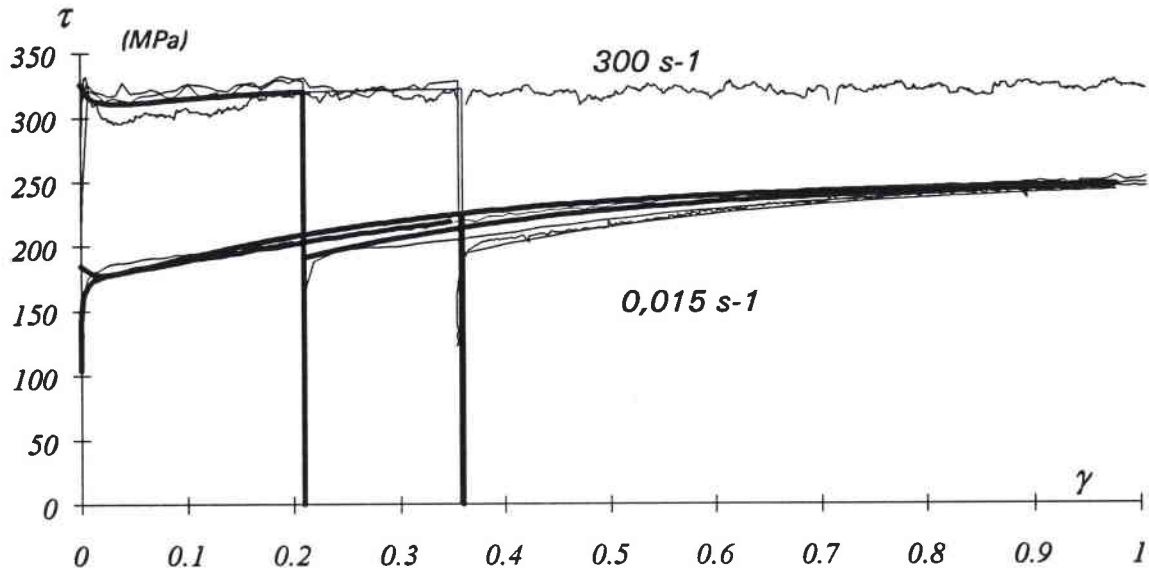


figure VII-10 : courbes de saut de vitesse de  $300$  vers  $0,0003 \text{ s}^{-1}$

a) expérimentales en trait fin

b) simulées en trait gras



*figure VII-11 : courbes de saut de vitesse de 300 vers 0,015 s<sup>-1</sup>*

*a) expérimentales en trait fin*

*b) simulées en trait gras*

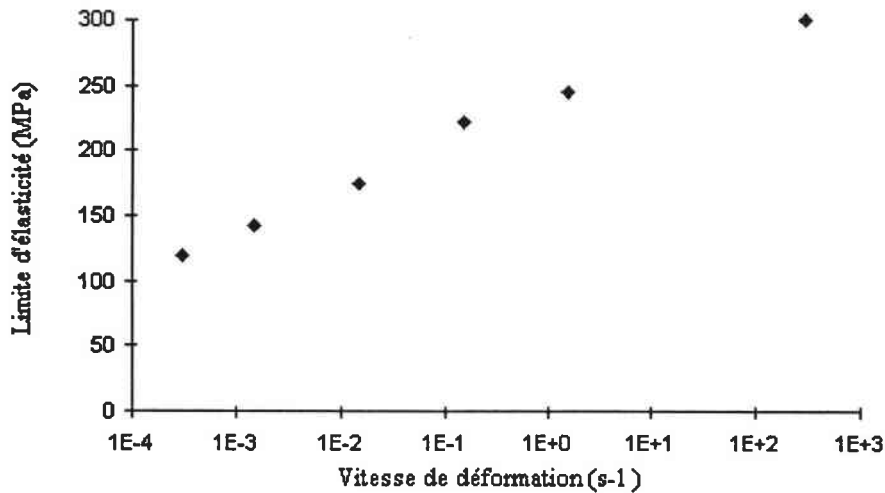
## VII.6. Discussion

Nous avons noté au chapitre VI que la limite d'élasticité inférieure croît presque linéairement en fonction de la vitesse de déformation (*figure VII-12*). La sensibilité instantanée à la vitesse vaut  $\lambda = \frac{\partial \tau^*}{\partial \ln(\dot{\epsilon})} = 13 \text{ MPa}$ . Le volume d'activation apparent  $V^*$  est petit :

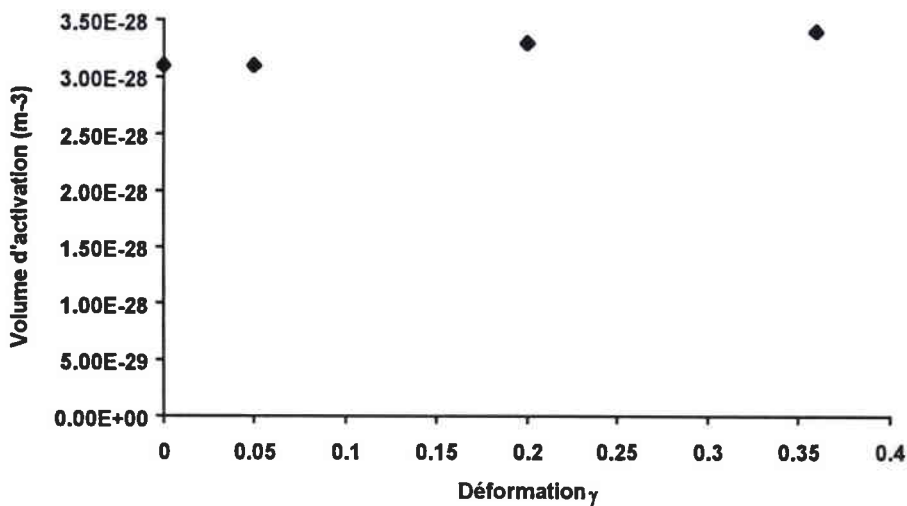
$$V^* = - \frac{d\Delta G(\tau^*)}{d\tau^*} = \frac{kT}{\lambda} \approx 14 b^3 \approx 3,1 \cdot 10^{-28} \text{ m}^3.$$

Ce volume d'activation est du même ordre de grandeur que celui trouvé par Arsenault [1966]. Ce dernier trouve un volume d'activation voisin de  $2,5 \cdot 10^{-28} \text{ m}^3$  qui ne varie pas au cours de la déformation. Cette observation est conforme à nos essais : les sauts de vitesses à différents stades de la déformation conduisent à des variations de contrainte identiques. La sensibilité instantanée à la vitesse demeure constante au cours de la déformation ainsi que le volume d'activation (*figure VII-12*). Cela est donc compatible avec des créations de dislocations à partir de sources de Frank-Read.





*figure VII-12 : évolution de la limite d'élasticité inférieure en fonction de la vitesse de déformation :*



*figure VII-13 : évolution du volume d'activation apparent au cours de la déformation :*

Il ressort de la détermination “analytique” que le facteur de multiplication des dislocations est très peu sensible à la vitesse de déformation (*figure VII-2*). Ce résultat est cohérent avec l’hypothèse que le mécanisme de création à partir de sources de Frank-Read est athermique, leur énergie d’activation étant très élevée [*de Fouquet 1976*]. Cela est à mettre en parallèle avec le fait que le stade II de consolidation des monocristaux est indépendant de la température [*Jaoul 1965*](*figure II-4*).

En revanche, le coefficient d’annihilation montre une très grande sensibilité à la vitesse de déformation. Ce coefficient croît fortement lorsque la vitesse de déformation augmente. Les

recombinaisons de dislocations sont donc thermiquement activées. Cela apporte une autre justification aux observations à partir desquelles on constate que l'apparition du stade III dans la consolidation des monocristaux est d'autant plus rapide que la température de l'essai est élevée. (figure II-4).

La densité de dislocations évolue donc vers une valeur de saturation  $\rho_{sat}$  qui dépend fortement de l'état de chargement thermomécanique. Les effets "d'histoire" du chargement ne sont réellement sensibles que lorsque la déformation est assez importante pour que l'annihilation de dislocations soit importante. En effet, la multiplication de dislocations étant indépendante de la vitesse de déformation, si l'annihilation est négligeable, la densité de dislocations totale sera sensiblement la même pour deux conditions de chargement différentes. Si on effectue un saut de vitesse à de faible taux de déformation (0,05 par exemple dans le cas du tantale d'étude), les courbes de saut de vitesse et de chargement à vitesse constante sont superposées (figure VII-14). En revanche, à des taux de déformation supérieurs (à partir de 0,2 dans notre cas) les densités de dislocations ne seront plus les mêmes après des chargement à des vitesses différentes.

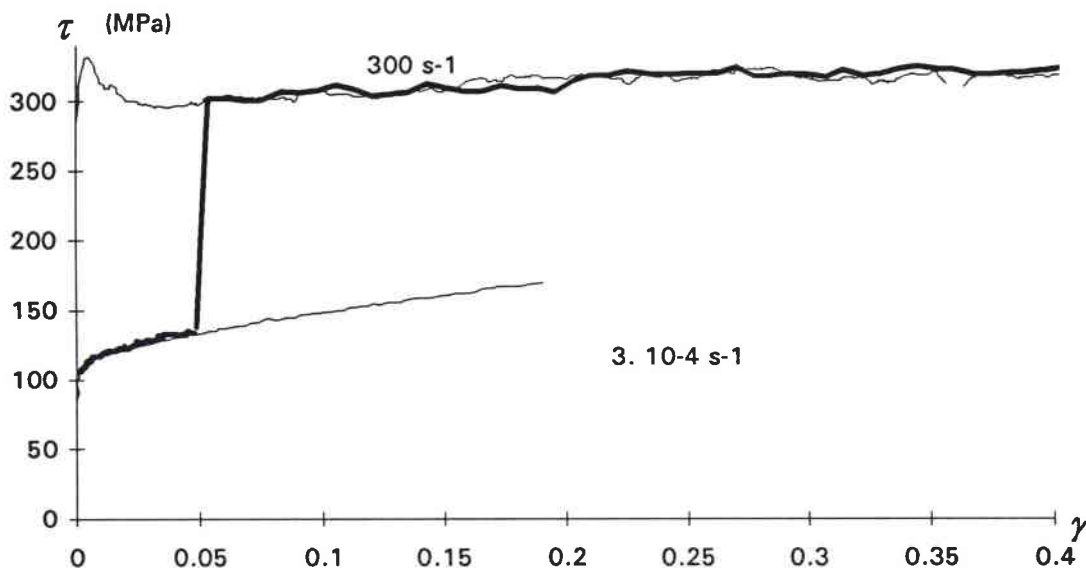


figure VII-14 : saut de vitesse à une déformation de 0,05.

Il peut sembler paradoxal que la valeur de saturation de la densité totale de dislocations diminue lorsque la vitesse de déformation augmente. En effet l'équation d'Orowan  $\dot{\gamma} = \rho_m b v$  laisse entendre que la densité de dislocations mobiles  $\rho_m$  augmenterait avec la vitesse de déformation. L'hypothèse que nous formulons pour justifier un tel résultat est que la vitesse des dislocations mobiles  $v$  croît de façon très importante avec la contrainte effective [Gilman 1967]. De plus, à de faibles valeurs de la contrainte effective, la fraction de dislocations mobiles est très faible : les barrières sont très élevées et très peu de dislocations reçoivent une énergie suffisante pour les franchir. Lorsque la contrainte effective augmente, la fraction de dislocations mobiles va

croître. Pour une même densité de dislocations mobiles, la densité de dislocations totale est plus importante aux faibles vitesses de déformation qu'aux fortes. Cette augmentation de la vitesse est si importante que la densité de dislocations mobiles, fraction de la densité totale de dislocations diminue avec la vitesse de déformation.

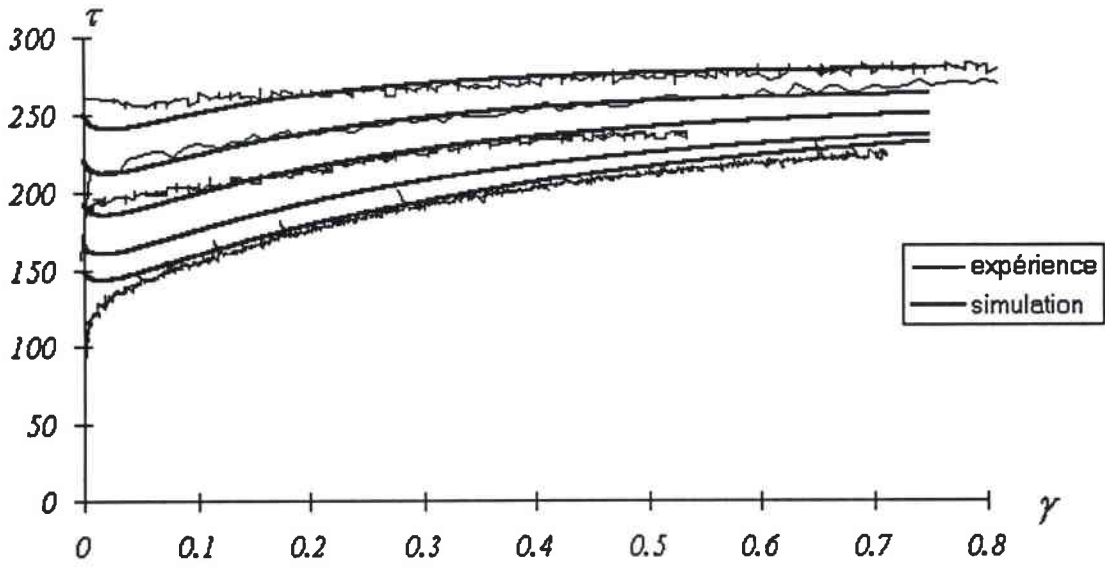
La loi de  $\rho_m$  que nous avons proposée n'a un effet observable sur les simulations uniquement sur les parties de courbe correspondant à un chargement à  $300 s^{-1}$ . Elle permet de restituer les pics d'élasticité à  $300 s^{-1}$ . En revanche, les débuts de courbe après un saut "statique/dynamique" sont mal retranscrits. Cela est dû à la structure de la loi d'évolution des dislocations mobiles. En effet, la dépendance en  $\ln(\rho)$  fait que  $\rho_m$  augmente rapidement lorsque  $\rho$  est faible (cas du chargement dynamique simple) mais lentement lorsque  $\rho$  est important (cas du saut de vitesse "statique/dynamique"). Malgré tout, nous avons tenté de valider les résultats obtenus sur les courbes de chargement obtenues à vitesse constante.

### VII.7. Validation

La figure VII-15. compare les résultats de la simulation et les essais de torsion présentés au paragraphe VI.3 effectués à vitesse constante. La loi d'évolution adoptée pour le coefficient d'annihilation est : L'adéquation du modèle et des essais est très bonne pour les vitesses de  $0,0003$  à  $1,5 s^{-1}$ . L'évolution de  $k_a$  est bonne. Pour les différents vitesses de déformation, nous trouvons les valeurs suivantes (tableau VII-2)

$\dot{\gamma}$	300	1,5	0,15	0,015	0,0015	0,0003
$k_a$	9,1	5,1	4	3,1	2,5	2,1

*tableau VII-2 : coefficients d'annihilation des dislocations à différentes vitesses de déformation.*



*figure VII-15 : modélisation du comportement du tantale en torsion à différentes vitesses de déformation.*

Chapitre VIII :

Influence du type

de chargement

## VIII. Influence du type de chargement

### VIII.1. Résultats expérimentaux.

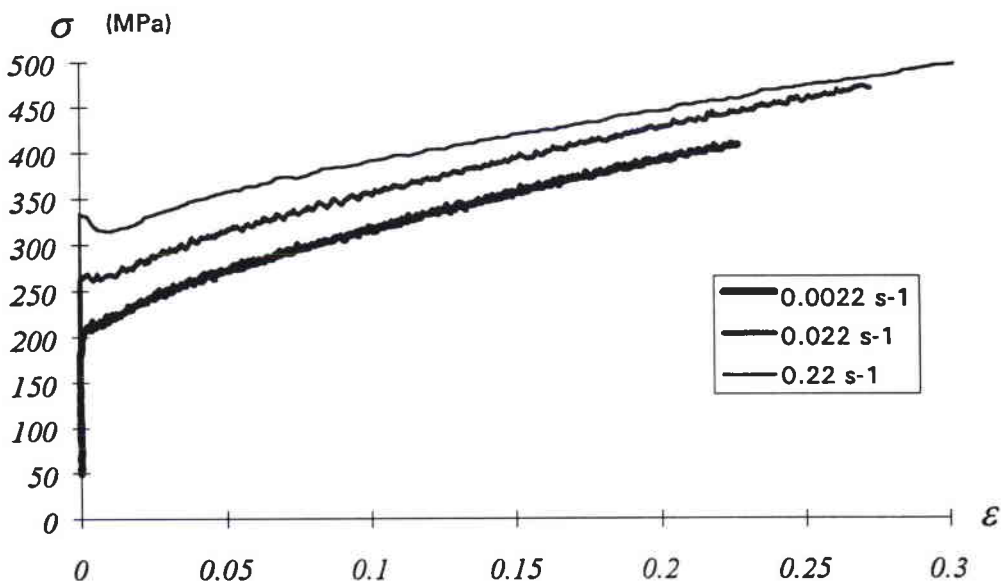
Parallèlement, nous avons mené une étude du comportement du tantale en compression et en traction pour tenter de valider le modèle sur d'autres types de sollicitation.

- les éprouvettes de compression sont des pions cylindriques de diamètre  $\phi = 6 \text{ mm}$  et de hauteur  $h = 6 \text{ mm}$  ;
- les éprouvettes de traction sont des cylindres de diamètre  $\phi = 2,5 \text{ mm}$  et de hauteur  $h = 15 \text{ mm}$  terminés à chaque extrémité par un pas de vis.

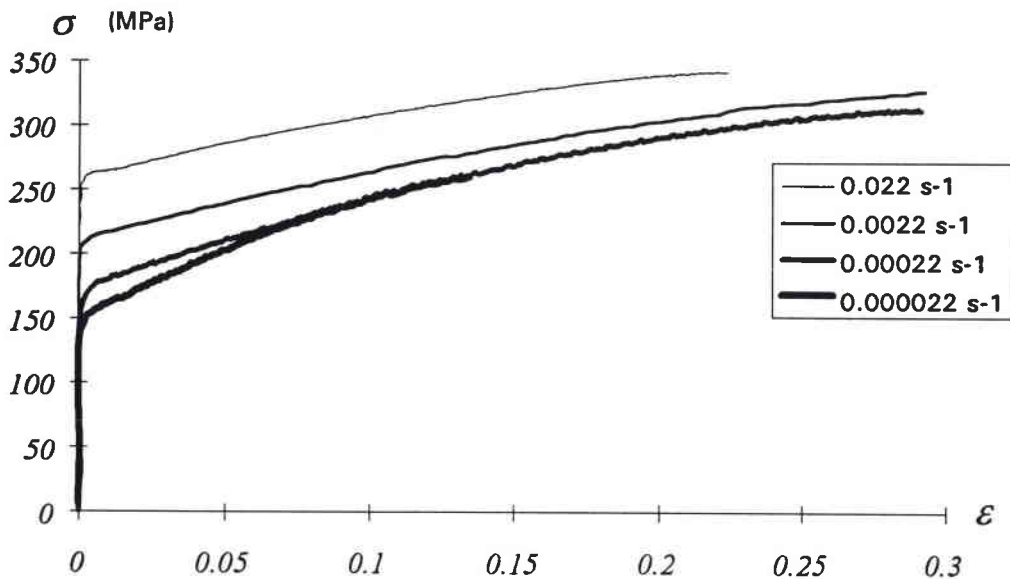
#### VIII.1.1. Essais quasi statiques

Les essais de traction ont été réalisés sur une machine mécanique de type Zwick et de capacité maximale  $100 \text{ kN}$ , ceux de compression sur une machine hydraulique de type MTS et de capacité maximale  $50 \text{ kN}$ , toutes deux asservies en déplacement. Les vitesses de déformation uniaxiale  $\dot{\epsilon}$  prennent les valeurs suivantes :  $2,2 \cdot 10^{-4} \text{ s}^{-1}$ ,  $2,2 \cdot 10^{-3} \text{ s}^{-1}$ ,  $2,2 \cdot 10^{-2} \text{ s}^{-1}$  et  $2,2 \cdot 10^{-1} \text{ s}^{-1}$ .

Après rationalisation des courbes force/allongement, nous obtenons les faisceaux de courbes de contrainte vraie en fonction de la déformation plastique (fig. VIII-1 et VIII-2):



*figure VIII-1 : courbes de consolidation du tantale en compression à différentes vitesses de déformation.*



*figure VIII-2 : courbes de consolidation du tantale en traction à différentes vitesses de déformation.*

### VIII.1.2. Essais dynamiques

Les essais de compression dynamique ont été réalisés sur les barres de compression décrites au chapitre IV. Ces essais adiabatiques effectués à  $1000 \text{ s}^{-1}$  ont pour but de vérifier que ces phénomènes d’histoire ne sont pas dus au type de chargement. Comme les effets d’histoire sont peu visibles lors d’un saut “statique/dynamique”, nous nous sommes contentés de réaliser des essais de saut “dynamique/statique”.

En compression dynamique, des phénomènes dispersifs d’inertie radiale dans les barres dus à la propagation des ondes de contrainte uniaxiale entraînent des oscillations sur les signaux. Ces oscillations expliquées par la théorie de Pochhammer et Chree dépendent du diamètre des barres. Ils peuvent être en partie supprimés par le logiciel de traitement des signaux DAVID. Cependant, contrairement à la torsion, il est impossible de déterminer la limite d’élasticité dynamique.

Ces essais dynamiques ont été suivis d’essais à vitesse quasi statique ( $10^{-4} \text{ s}^{-1}$ ) après avoir bloqué la déformation dynamique à 0,11 ; 0,16 ; 0,22 et 0,28. Après lissage des signaux et transformation “adiabatique/isotherme”, on obtient des courbes isothermes suivantes (figure VIII-3) :

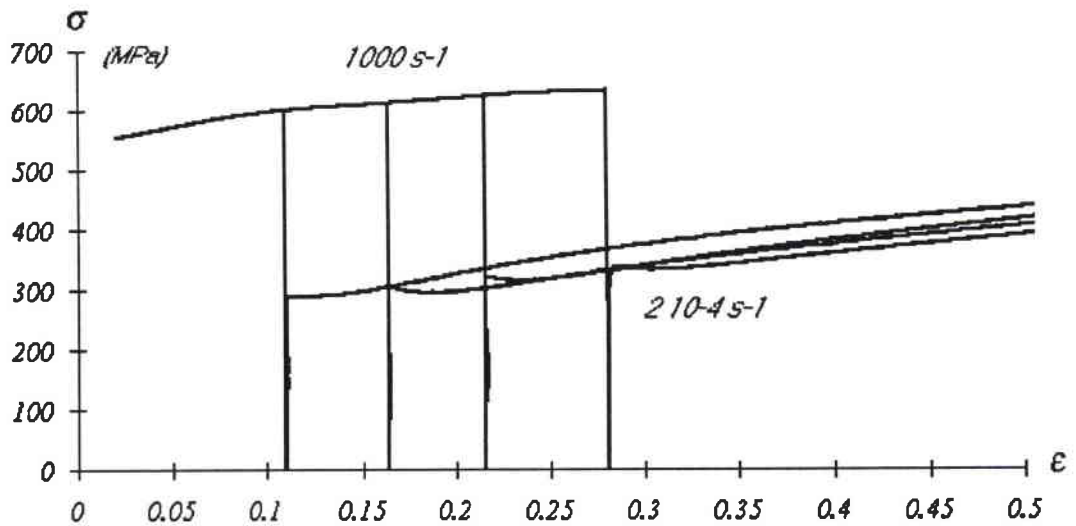


figure VIII-3 : sauts de vitesse en compression

### VIII.2. Comparaison avec la torsion.

Pour comparer les résultats de torsion, de compression et de traction obtenus avec ceux publiés dans la littérature (cf. chapitre V) nous avons utilisé le critère d'équivalence de Von Mises :

$$\sigma_{eq} = \sqrt{\frac{3}{2} s_{ij} : s_{ij}} \quad \text{où } (s_{ij}) \text{ est le déviateur du tenseur des contraintes,}$$

$$\epsilon_{eq} = \sqrt{\frac{2}{3} \epsilon_{ij} : \epsilon_{ij}} \quad \text{où } (\epsilon_{ij}) \text{ est le tenseur des déformations.}$$

$$\text{D'où } \sigma = \sqrt{3} \tau \quad \text{et} \quad \epsilon = \frac{1}{\sqrt{3}} \gamma$$

Cela nous amène à formuler les remarques suivantes.

- Les limites d'élasticité coïncident entre la traction et la compression à même vitesse de déformation.
- Les limites d'élasticité en torsion sont supérieures à même vitesse de à celles en compression dans le domaine des vitesses quasi statiques. En revanche, dans le domaine des vitesses dynamiques, les limites d'élasticité sont proches.
- L'écroutissement est plus fort en compression qu'en traction et torsion.
- Les courbes de traction à  $10^4$  et  $10^3 \text{ s}^{-1}$  sont superposées. Nous sommes bien sur le palier athermique à ces vitesses de déformation.



Du fait que les courbes expérimentales se superposent mal en fonction du type de sollicitation, le résultat de modélisations avec les données déterminées au chapitre précédent est voué à l'échec. Nous avons choisi de procéder de la même manière que pour la torsion pour déterminer les coefficients du modèle en compression et tenter de déterminer quels paramètres demeurent inchangés.

### VIII.3. Détermination des paramètres

Lors du passage de la torsion à la compression, on suppose que la contrainte athermique et la contrainte thermiquement activée suivent le même critère d'équivalence que la contrainte d'écoulement. Cela revient donc à multiplier  $M_{\tau\alpha}$  et  $\tau_0^*$  par  $\sqrt{3}$ .

#### VIII.3.1. Densités de dislocations à $10^{-4} \text{ s}^{-1}$

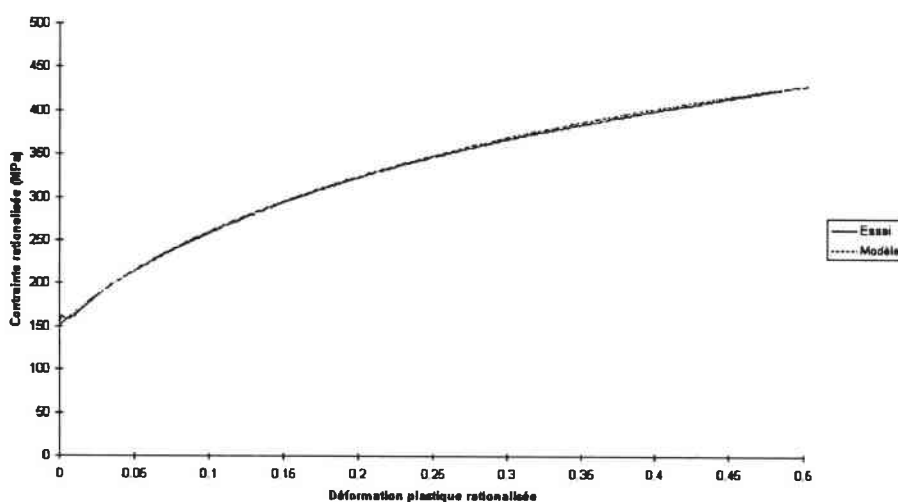
L'optimisation réalisée sur la courbe obtenue en quasi statique donne

$$k_a = 1$$

$$M_{II} = 9.10^{14} \text{ m}^{-2}$$

$$\rho_0 = 7,2.10^{13} \text{ m}^{-2}$$

La figure VIII-4. compare le modèle et la courbe expérimentale.



*figure VIII-4 : comparaison du modèle et de la courbe expérimentale sur le palier athermique*

Précisons que la densité de dislocations tend vers une valeur de saturation  $\rho_s = 9,3 \cdot 10^{14} \text{ m}^{-2}$ , soit une contrainte de saturation de 540 MPa.

### VIII.3.2. Densités de dislocations à $10^3 \text{ s}^{-1}$

La présence du pic après les différents sauts de vitesse semblait pouvoir s'expliquer par un désancrage de dislocations. Après le saut  $\rho_m$  est suffisamment faible (avant désancrage) pour sortir du palier. Lorsque le désancrage commence cette densité augmente vite et le matériau repasse sur le palier.

Nous préconisons donc de prendre comme valeur de  $\sigma_a$ , après le saut, la valeur obtenue par interpolation au niveau du pic.

Les résultats sont les suivants :

$\epsilon$	$\sigma_a$ (MPa)
0.111	270
0.164	280
0.216	300
0.281	310

*tableau VIII-1. - Valeur de  $\sigma_a$  pour différents taux de déformation ( $1000 \text{ s}^{-1}$ )*

L'optimisation réalisée sur ces quatre points donnent :

$$M_{II} = 1,2 \cdot 10^{15} \text{ m}^{-2}$$

$$k_a = 4,7$$

En outre la valeur de saturation est  $\rho_{\text{sat}} = 3,28 \cdot 10^{14} \text{ m}^{-2}$  (soit  $\sigma_{a \text{ sat}} = 320 \text{ MPa}$ )

La figure VIII-5. compare les contraintes "internes" modélisées pour les deux vitesses de déformation de  $10^4 \text{ s}^{-1}$  et  $10^3 \text{ s}^{-1}$ .

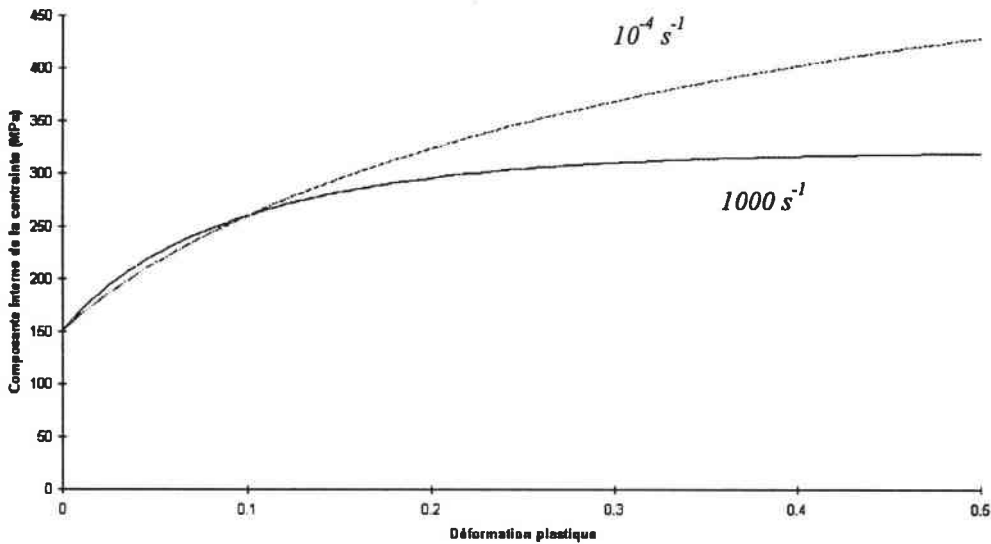


figure VIII-5 : comparaison des contraintes internes modélisées pour deux vitesses de déformation :  $10^{-4} \text{ s}^{-1}$  et  $10^3 \text{ s}^{-1}$ .

### VIII.3.3. Composante “effective” à $10^3 \text{ s}^{-1}$

En reprenant l’expression :

$$\sigma^* = \sigma_o^* \left\{ 1 - \left[ \frac{kT}{\Delta Go} \ln \left( \frac{n_k v_D b^2 \rho_m}{\sqrt{3} \dot{\epsilon}} \right) \right]^{1/q} \right\}^{1/p}$$

Nous avons repris la valeur de la contrainte effective obtenue en torsion ( $\tau_o^* = 490 \text{ MPa}$  ce qui revient à  $\sigma_o^* = 850 \text{ MPa}$ ). La valeur de  $\sigma_o^*$  donnée par l’optimisation “numérique” est de 840 MPa pour les deux couples (1, 2) et (3/4, 4/3).

$$\sigma_o^* = 850 \text{ MPa}$$

$$\Delta Go = 0.62 \text{ eV} = 1.10^{-19} \text{ J}$$

Nous avons tenté d’optimiser la loi d’évolution de  $\rho_m$  sur la courbe dynamique

$$\rho_m = \rho_{m0} + \beta \ln\left(\frac{\rho}{\rho_0}\right)$$

Nous obtenons :

pour  $p = 1$  et  $q = 2$

$$\rho_{m0} \ll \beta$$

$$n_k \beta = 1,8 \cdot 10^{13} \text{ m}^{-2}$$

pour  $p = 3/4$  et  $q = 4/3$  :

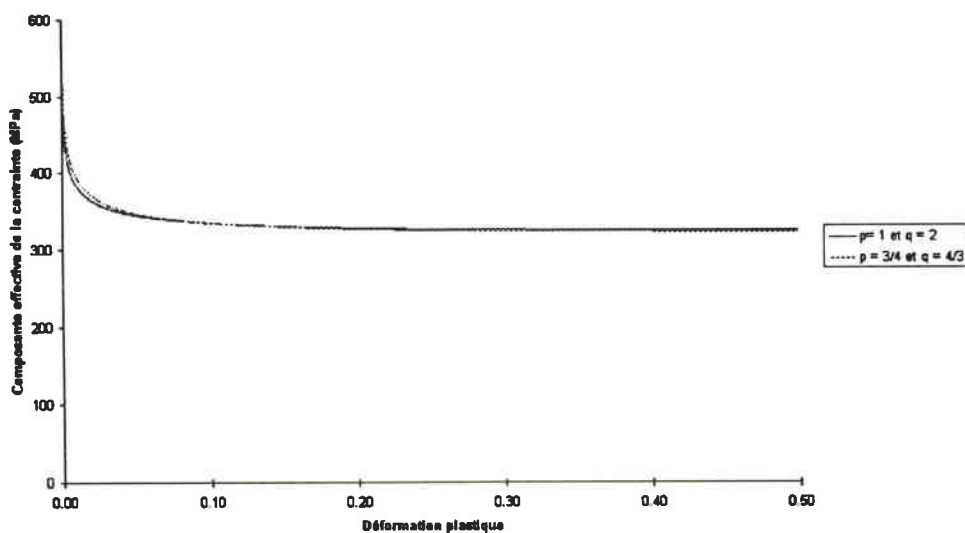
$$\rho_{m0} \ll \beta$$

$$n_k \beta = 3,8 \cdot 10^{13} \text{ m}^{-2}$$

La valeur de  $\rho_{m0}$  n'est pas bien déterminée car nous n'avons pas accès de manière précise, pour cette vitesse de déformation, à la contrainte en début de déformation plastique. Cependant dès les premiers pourmille cette valeur sera négligeable après en comparaison du terme d'évolution. Nous retombons sur le problème du désancrage en début de déformation.

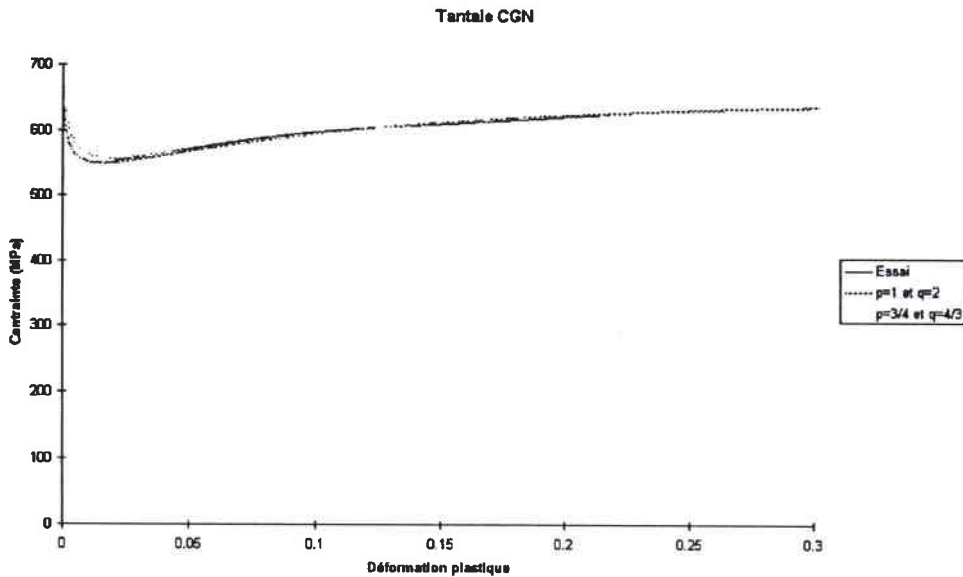
Les valeurs de seuil  $n \rho_{ms}$  est respectivement  $2 \cdot 10^{13} \text{ m}^{-2}$  et  $4,4 \cdot 10^{13} \text{ m}^{-2}$ .

La figure VIII-6. compare la modélisation de la contrainte "effective" suivant les deux modèles.



*figure VIII-6 : contrainte "effective". Comparaison des deux modèles*

La figure VIII-7. compare les résultats des essais en dynamique et les deux variantes du modèle.



*figure VIII-7 : courbes contrainte/déformation  
comparaison des deux modèles et de l'essai*

**VIII.4. Simulation sans prendre en compte le désancrage à  $10^4 \text{ s}^{-1}$**

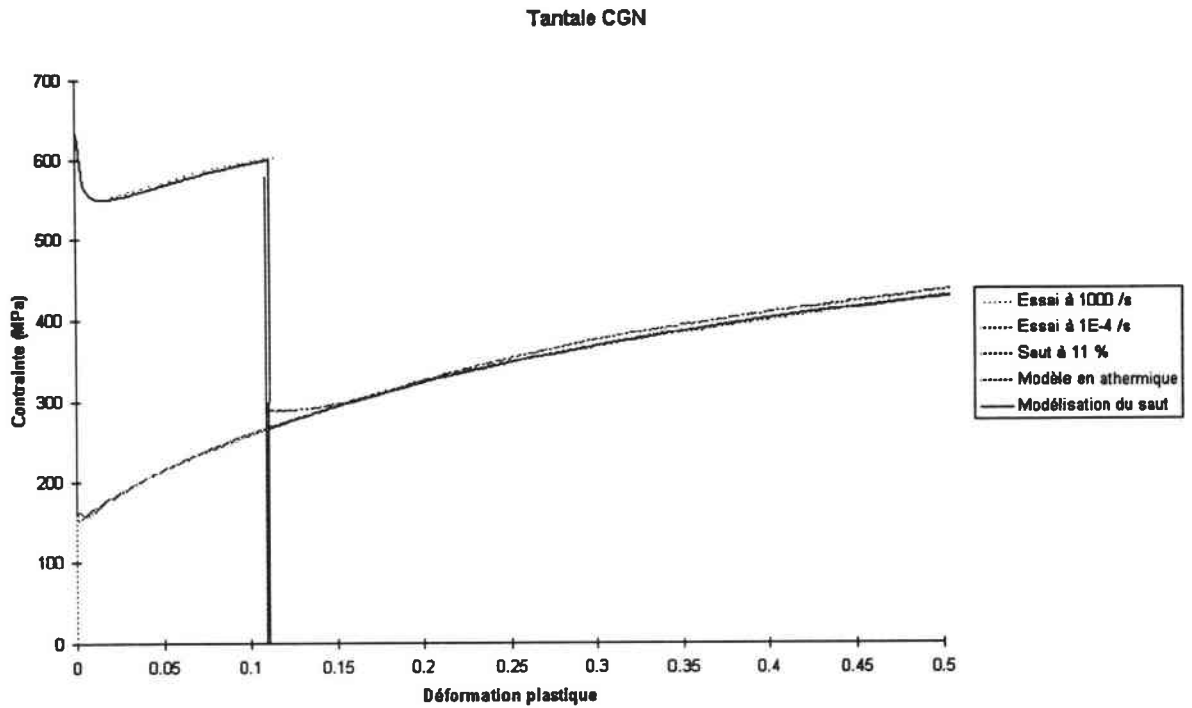
Après le saut de vitesse  $\epsilon_a$  est la déformation plastique résiduelle,  $\rho_a$  la densité de dislocations actuelle. En intégrant en ce point :

$$\frac{\partial \rho}{\sqrt{3} \partial \epsilon} = M_{II}(\dot{\epsilon}) - k_a(\dot{\epsilon}, T)[\rho - \rho_o]$$

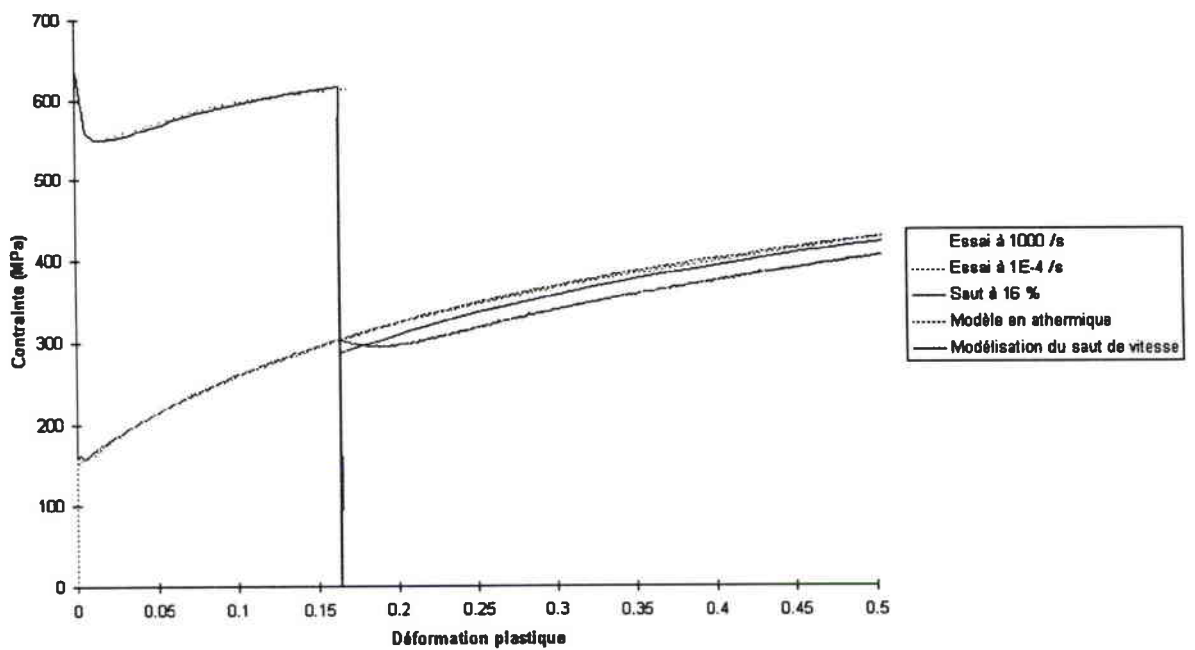
On obtient :

$$\rho = \rho_o + \frac{M_{II}(\dot{\epsilon})}{k_a(\dot{\epsilon}, T)} \left[ 1 - \exp\left(-k_a(\dot{\epsilon}, T) \sqrt{3}(\epsilon - \epsilon_a)\right) \right] + (\rho_a - \rho_o) \cdot \exp\left(-k_a \sqrt{3}(\epsilon - \epsilon_a)\right)$$

Comme la modélisation de l'essai dynamique est aussi bien retranscrite quel que soit le couple (p,q) utilisé nous présentons sur les figures VIII-8. à V-11. la simulation des quatre sauts de vitesse avec le couple (1,2). Nous fixons arbitrairement  $\rho_{m0}$  à  $10^9 \text{ m}^{-2}$ .



*figure VIII.8 : sauts de vitesse en compression. Comparaison des essais et du modèle*



*figure VIII-9 : sauts de vitesse en compression. Comparaison des essais et du modèle*

Taille: 60%

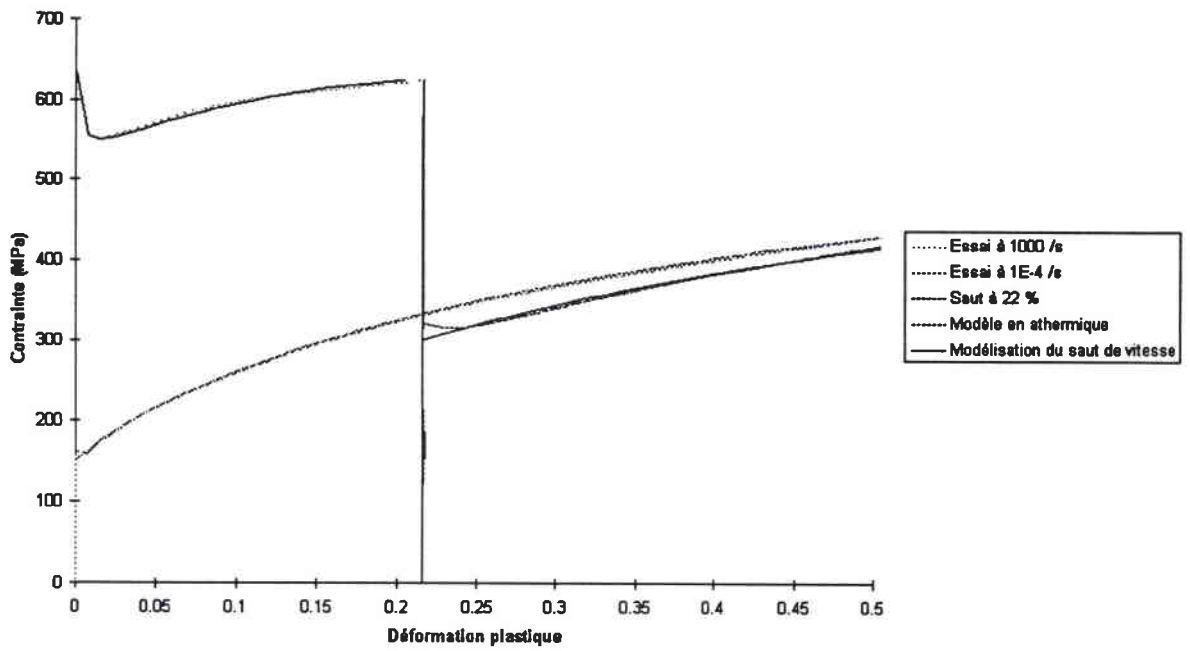


figure VIII-10 : sauts de vitesse en compression. Comparaison des essais et du modèle

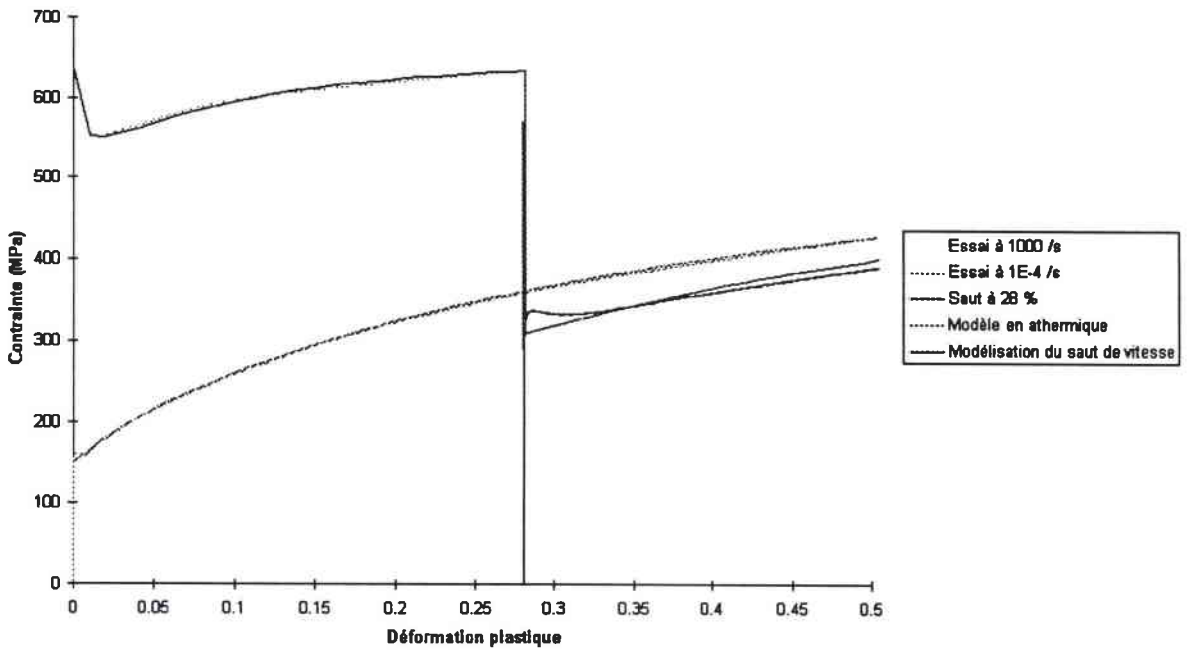


figure VIII-11. - Sauts de vitesse en compression. Comparaison des essais et du modèle

Pour les sauts à 0,11 , 0,22 et 0,28 , le modèle est en bon accord avec les essais. A 0,16 la tendance est bonne mais la courbe se situe légèrement en dessous. C'est l'écart obtenu entre la contrainte mesurée et la contrainte modélisée au cours de la modélisation de la loi d'évolution de la densité de dislocations à  $10^3 \text{ s}^{-1}$  qui est responsable de cette différence.

En outre, il est important à signaler est le fait qu'aucune optimisation n'a été effectuée sur les courbes après saut de vitesse, et cependant, le modèle retranscrit fort bien le comportement lors des essais.

### **VIII.5. Comparaison avec d'autres essais et critique**

#### **VIII.5.1. Extension à d'autres essais**

A partir d'essais de compression réalisés à  $2.10^{-3}$ ,  $2.10^{-2}$  et  $2.10^{-1} \text{ s}^{-1}$ , nous allons optimiser les valeurs de  $M_{II}$  et  $k_a$  (nous gardons  $\beta$  constant quelle que soit la vitesse de déformation) pour chacune de ces vitesses de déformation à partir de la formule donnant directement la contrainte en fonction de la déformation pour un essai à vitesse de déformation constante. Nous restreindrons les valeurs de  $M_{II}$  à  $[9.10^{14}; 1,2.10^{15}]$  et  $k_a$  à  $[1; 4,7]$  leurs évolutions à des évolutions croissantes.

Le tableau suivant résume les résultats des optimisations :

Vitesse (/s)	0.002	0.02	0.2
$M_{II} (\text{m}^{-2}) \times 10^{15}$	1.2	1.2	1.2
$k_a$	1	1	1.51

*Tableau VIII-2. - couple ( $M_{II}$ ,  $k_a$ ) pour différentes vitesses de déformations*

La figure VIII-12. compare les résultats de la simulation et les essais de compression.  $\rho_{m0}$  est fixée arbitrairement à  $7,5.10^{12} \text{ m}^{-2}$  car il est difficile d'optimiser cette valeur sur les essais utilisés. L'adéquation du modèle et des essais n'est pas parfaite pour les vitesses de 0.002 et 0.02  $\text{s}^{-1}$  à cause de l'optimisation des valeurs de  $M_{II}$  et  $k_a$ . Les évolutions de ces deux paramètres ne



nous sont pas connues. Il aurait fallu réaliser sur le même lot de tantale des sauts de vitesse entre ces vitesses de déformation et  $10^{-4} \text{ s}^{-1}$  (palier athermique) pour pouvoir optimiser  $M_{II}$  et  $k_a$ , puis établir les lois d'évolution en fonction de la vitesse de déformation.

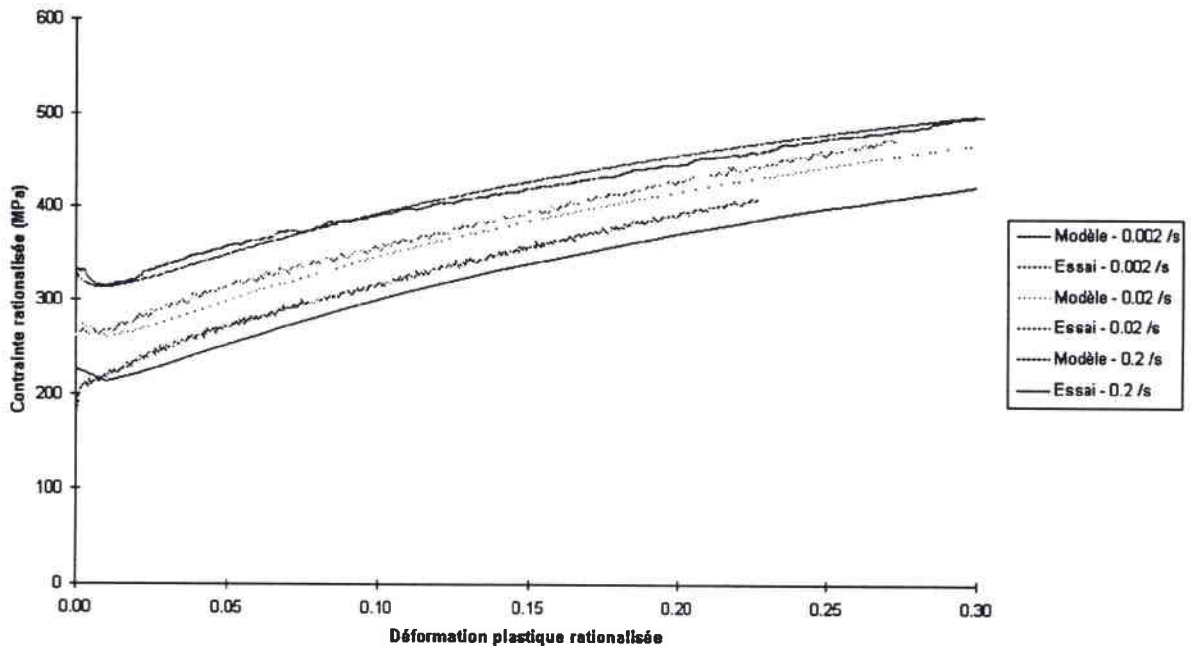


figure VIII-12: comparaison des résultats de simulation et des essais de compression

### VIII.5.2.Critique

On pourrait penser qu'en optimisant directement  $\sigma = f(\epsilon)$  à vitesse de déformation constante on obtiendrait  $\beta$ ,  $M_{II}$ ,  $k_a$  et  $\rho_{m0}$ ... Cependant les résultats d'une telle optimisation, pouvant donner mathématiquement de meilleurs résultats que la technique employée, ne retranscriraient pas la réalité et ne pourraient pas bien simuler les sauts de vitesse, la séparation des contraintes effective et interne n'étant pas réalisée physiquement. En outre il faudrait connaître une bonne approximation du quadruplé résultat pour faire converger l'optimisation vers sa valeur minimale.

La figure VIII-13. retrace la simulation d'essais de compression de 0.0001, 0.001, 0.01, 0.1, 1, 10, 100 et 1000 s<sup>-1</sup>. Les couples (M<sub>II</sub>,k<sub>a</sub>) utilisés sont consignés dans le tableau VII.2.

Vitesse (/s)	0.0001	0.001	0.01	0.1	1	10	100	1000
M <sub>II</sub> (m <sup>-2</sup> ) x10	0.9	1.2	1.2	1.2	1.2	1.2	1.2	1.2
k <sub>a</sub>	1	1	1	1.5	2.25	3	3.75	4.7

tableau VIII-3. - Couples (M<sub>II</sub>,k<sub>a</sub>) utilisés pour la simulation d'essais de compression

La valeur de ρ<sub>m0</sub> est prise égale à 7,5.10<sup>12</sup> m<sup>-2</sup>, le modèle utilisé étant celui où p=1 et q=2.

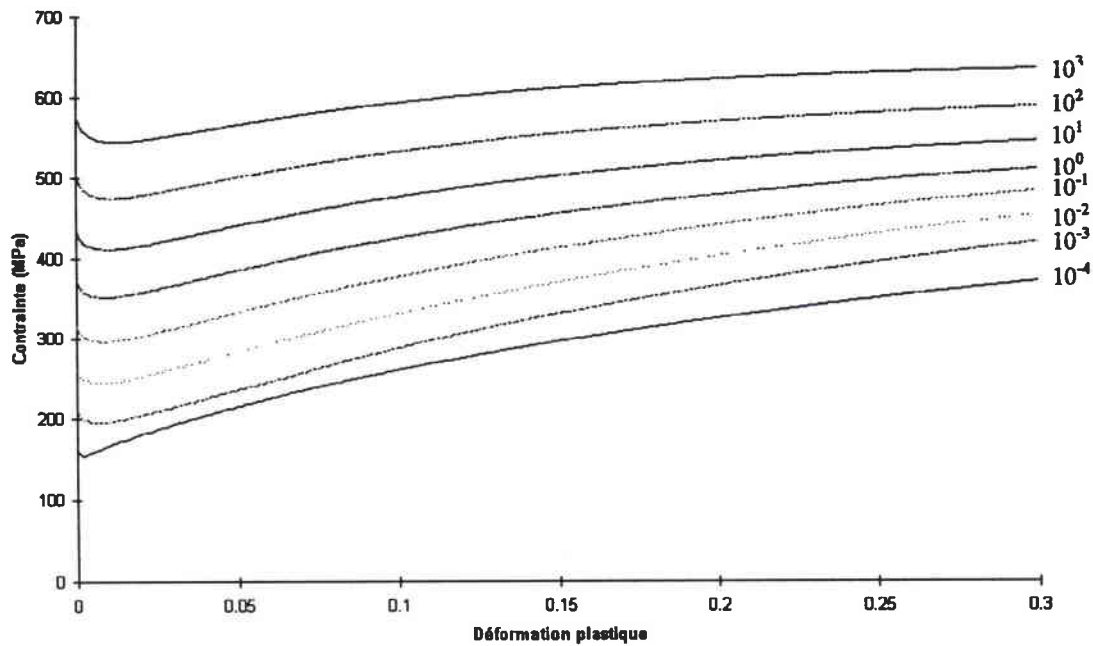


figure VIII.13. - Simulation d'essais de compression uniaxiale

## Chapitre IX :

### Synthèse

## **IX. Synthèse**

Bien que les courbes de compression et de torsion soient relativement différentes, les données optimisées diffèrent peu. Dans la suite de ce chapitre, nous allons reprendre point par point les analogies et les différences entre la compression et la torsion pour pouvoir tirer des conclusions sur la validité des paramètres déterminés.

### **IX.1. Contrainte athermique**

La contrainte athermique  $\tau_a$  est la composante de la contrainte d'écoulement la plus sensible à l'évolution de la microstructure. Nous avons choisi de caractériser l'état microstructural par la densité totale de dislocations en négligeant les contributions d'autres phénomènes tels la recristallisation dynamique que nous avons observés à des taux de déformation élevés (70% en cisaillement). L'expression de la contrainte athermique que nous avons adoptée est :

$$\tau_a = M_\tau \alpha G b \sqrt{\rho}$$

où  $G$  est le module de cisaillement (72 GPa pour le tantale d'étude à l'ambiante)  
 $b$  est le vecteur de Burgers (0,286 nm),  
 $M_\tau \alpha$  est une constante d'interaction entre les dislocations. (0,5 en torsion).

Nous avons adopté cette dernière valeur voisine des données trouvées dans la bibliographie. Celle-ci conduit à une densité de dislocation initiale importante mais du même ordre de grandeur que celle mesurée sur un acier doux après recuit [Klepaczko 1996].

L'évolution de la densité des dislocations est une compétition entre une création à partir de sources et une annihilation.

### **IX.2. Densité de dislocations initiale**

Une différence majeure entre la compression et la torsion concerne la valeur initiale de la densité de dislocations. On peut penser que l'usinage des éprouvettes a pu induire un pré-écrouissage sur les éprouvettes de torsion. En effet, la partie déformée des éprouvettes de torsion est de très faible épaisseur (0,5 mm) tandis que les éprouvettes de compression ont un diamètre de 6 mm.

Cet écart de densité initiale de dislocations peut être à l'origine des différences observées entre la torsion et la compression dans le domaine des vitesses quasi statiques. Dès que l'on passe en régime dynamique, la densité de dislocations atteint très rapidement une valeur de saturation ce qui explique que les courbes sont beaucoup plus proches.

Nous avons tenté de prendre en compte un pré-écrouissage du matériau. Les paramètres optimisés dans ce cas n'ont pas donné d'amélioration notable.

### **IX.3. Multiplication des dislocations**

Il apparaît que les essais de compression conduisent à des valeurs de coefficients de multiplication de dislocations  $M_{II}$  à peu près constant et voisin de  $10^{15} \text{m}^{-2}$ . Cette valeur, déterminée "analytiquement" en torsion, correspond à peu près à celle obtenue en compression.

Pour les matériaux C.F.C., une variation du coefficient de multiplication en fonction de la vitesse peut se comprendre car les volumes d'activation en jeu ont tendance à se réduire avec la vitesse de déformation. Cette variation étudiée par Klepaczko [1987c] sur l'aluminium et par Mecking [Mecking 1981] sur le cuivre est très faible.

Pour les matériaux C.C., le volume d'activation des sources est constant au cours de la déformation. Ce volume est relié au à la sensibilité instantanée du matériau à la vitesse de déformation (cf § VII.6). La vitesse a donc peu d'influence sur la création de dislocations à partir de sources de Frank-Read. Les résultats de l'optimisation "analytique" sont conformes à cette analyse mais une "optimisation numérique" conduit à des valeurs n'ayant pas de signification physique.

Nous choisissons donc un coefficient de multiplication constant :

$$M_{II} = 10^{15} \text{ m}^{-2}$$

### **IX.4. Annihilation des dislocations**

Le coefficient d'annihilation des dislocations est la principale source de différence entre la compression et la torsion. Il est beaucoup plus important dans le cas de la torsion ce qui explique que l'écrouissage est beaucoup plus fort en compression qu'en torsion.

	torsion			compression		
$\dot{\gamma}$	$300 \text{ s}^{-1}$	$0,015 \text{ s}^{-1}$	$3 \cdot 10^{-4} \text{ s}^{-1}$	$1700 \text{ s}^{-1}$	$2 \cdot 10^{-2}$	$2 \cdot 10^{-4}$
$k_a$	9,1	3,1	2,1	4,7	1	1

Les mécanismes de recombinaison des dislocations semblent être sensibles à l'orientation du chargement. Le coefficient d'annihilation des dislocations croît fortement avec la vitesse de déformation. Cette tendance est analogue en compression et en torsion. Une loi de  $k_a$  du type :

$$k_a = k_0 \left( \frac{\dot{\gamma}}{\dot{\gamma}_0} \right)^{-2mT}$$

(où l'équivalence  $\ln(\dot{\gamma})$  et  $T$  est caractéristique des mécanismes thermiquement activés), retranscrit correctement l'évolution de ce coefficient.

Nous retenons dans le cas de la torsion :

$k_0 = 21,5$ $m = -0,000182 \text{ K}^{-1}$
--

### IX.5. Contrainte effective

La contrainte effective est à l'origine de la grande sensibilité du tantale à la vitesse de déformation. Négligeable à des vitesses de l'ordre de  $10^{-4} \text{ s}^{-1}$ , elle croît rapidement à  $160 \text{ MPa}$  pour des vitesses de  $300 \text{ s}^{-1}$ . Nous avons repris une modélisation du type :

$$\tau^* = \tau_0^* \left[ 1 - \left( \frac{kT}{\Delta G_0} \ln \frac{\nu(\rho_m)}{\dot{\gamma}} \right)^{1/q} \right]^{1/p}$$

Il est très difficile à partir des essais que nous avons effectués de trancher entre les deux valeurs des couples (p,q) étudiées ici. Pour cela, une étude du comportement du tantale dans le domaine des très faibles températures est nécessaire afin d'établir une courbe de l'énergie d'activation en fonction de la contrainte effective.

Cependant, dans les deux cas (1,2) et (3/4,4/3), nous trouvons une énergie d'activation identique :

$$\Delta G = 0,28 \text{ eV pour } \tau^* = 167 \text{ MPa (valeur de saturation de la contrainte effective à } 300 \text{ s}^{-1}\text{)}$$

Le couple (p,q) affecte peu la valeur de  $\tau_0^*$  mais énormément la valeur du facteur pré-exponentiel  $\nu = n \rho_m \nu_D b^2$ .

Nous retenons donc :

$$\Delta G_0 = 0,62 \text{ eV}$$

$$(p, q) = (1, 2)$$

$$\tau_0^* = 490 \text{ MPa}$$

### IX.6. Multiplication des dislocations mobiles

La multiplication des dislocations mobiles n'est réellement visible que sur les courbes ou parties de courbes dynamiques. En effet, les courbes obtenues à faible vitesse de déformation présentent un écrouissage monotone.

Lors des sauts de vitesse, nous constatons que la sensibilité instantanée change peu. De plus, l'écrouissage initial des courbes dynamiques lors des sauts "statique/dynamique" tend à devenir de plus en plus important. Cela nous laisse penser que cette partie d'écrouissage correspond à une augmentation de la contrainte effective par diminution du nombre de dislocations mobiles. Cela est à mettre en parallèle avec les pics de Lüders observés lors du début du chargement. Dans ce cas, la relaxation du matériau est due à une création très importante de dislocations mobiles, ce qui conduit à une diminution notable de la contrainte effective.

Nous pensons donc que la densité de dislocations mobiles évolue très rapidement vers une valeur de saturation et que cette valeur de saturation diminue avec la vitesse de déformation.

Nous avons tenté de modéliser l'évolution des dislocations mobiles par la loi :

$$\frac{\partial \rho_m}{\partial \rho} = \frac{\beta}{\rho}$$

Cependant, la dispersion des différentes courbes expérimentales n'a pas permis d'obtenir des coefficients très probants sur les sauts de vitesse "dynamique/statique". Une dépendance de  $\beta$  en fonction de la vitesse de déformation n'a pas amélioré les simulations. Cela est dû à la structure de la loi choisie qui évolue fortement dans le cas où  $\rho$  est faible (ce qui est le cas au début du chargement dynamique simple) mais peu lorsque  $\rho$  est fort. Les valeurs retenues sont :

$$n\beta = 2 \cdot 10^{13} \text{ m}^{-2}$$

$$n\rho_{m0} = 5 \cdot 10^{12} \text{ m}^{-2}$$

valeurs cohérentes avec les résultats obtenue en compression.

Une analyse plus poussée de la loi  $\frac{\partial \rho_m}{\partial \rho} = \frac{\beta(\dot{\gamma})}{\rho}$  montre que cette convient mal pour les

sauts de vitesse "statique/dynamique". Cependant, elle offre une première approche pour prendre en compte l'évolution rapide de la contrainte effective lors du début d'un essai dynamique à vitesse constante et retranscrire le pic d'élasticité.

Chapitre X:

Conclusion



## X. Conclusion

La demande de plus en plus importante de calculs restituant la réponse de structures à des sollicitations dynamiques nécessite le développement de modèles de loi de comportement très élaborés. En effet, la résolution de ce type de problèmes fait appel aux équations d'état d'une part, et, d'autre part, aux lois de comportement mécanique du matériau en cause. La formulation des lois de comportement doit répondre à deux impératifs :

- retranscrire un ensemble de faits expérimentaux et
- prédire le comportement du matériau sous certaines conditions de chargement.

Le présent travail s'inscrit dans ce cadre général. A partir du comportement mécanique du tantale, nous avons tenté de comprendre et de retranscrire les phénomènes qui régissent le comportement des matériaux à structure cubique centrée.

Les essais de torsion effectués à température ambiante à des vitesses de déformation comprises entre  $3 \cdot 10^{-4}$  et  $3 \cdot 10^2 \text{ s}^{-1}$  font apparaître les points suivants sur le comportement du tantale :

- une grande ductilité pour toute vitesses de déformation
- une forte augmentation de la limite d'élasticité avec la vitesse de déformation
- une diminution importante de l'écroutissage avec la vitesse de déformation
- une grande sensibilité instantanée à la vitesse de déformation ; cette sensibilité demeure à peu près constante au cours de la déformation.
- une sensibilité à l'histoire du chargement ; ces effets d'histoire sont d'autant plus importants que la déformation avant le saut de vitesse est grande.

Nous nous sommes limités à une vitesse de déformation de  $3 \cdot 10^2 \text{ s}^{-1}$  : au delà de cette vitesse, l'échauffement dû à la dissipation de l'énergie fournie conduit à un adoucissement du matériau et donc à une hétérogénéité de déformation. Il serait donc très délicat d'interpréter de tels essais.

Nous nous sommes attachés à relier l'écoulement plastique aux micromécanismes de déformation. Afin de bien comprendre les contributions des différents mécanismes, nous avons tenté de développer un modèle de lois de comportement basé sur des phénomènes physique en

reprenant un formalisme proche de celui proposé par Klepaczko. Ce modèle a déjà fourni des résultats remarquables pour le comportement de matériaux à structure C.F.C..

L'écoulement plastique est un processus cinétique. La résistance d'un matériau dépend des phénomènes qui apparaissent à l'échelle atomique. L'étude des micromécanismes de déformation met en évidence l'influence de la température et de la vitesse de déformation. Aux faibles températures et aux vitesses de déformation élevées, le franchissement d'obstacles "faibles" activés thermiquement régit le comportement du matériau. En revanche, aux températures plus importantes ou aux vitesses de déformation plus petites, l'écoulement plastique est contrôlé par des obstacles "forts" sur lesquels une variation de température ou de vitesse de déformation n'a pas d'effet. La contrainte d'écoulement est donc une fonction des conditions de chargement (température et vitesse de déformation) et de la microstructure. Nous nous orientons donc vers deux types de lois :

- des lois cinétiques reliant la contrainte d'écoulement à l'état microstructural et aux conditions de chargement :
- des lois d'évolution permettant de décrire l'évolution de la microstructure en fonction des conditions de chargement.

L'écrouissage est dû à une augmentation de la densité de dislocations totale au sein du matériau. La contrainte d'écoulement est considérée comme la somme de deux composantes. La première, athermique, est proportionnelle à la racine carrée de la densité de dislocations totale. La seconde, appelée contrainte effective, décroît avec de la température, croît avec la vitesse de déformation et décroît avec la densité de dislocations mobiles.

Le mécanisme élémentaire thermiquement activé est le franchissement des vallées de Peierls par la formation de double décrochements. Le volume d'activation est très faible (de l'ordre de  $20 b^3$ ) et il ne varie pas au cours de la déformation. Cela justifie la grande sensibilité instantanée du tantale à la vitesse de déformation et le fait que cette sensibilité ne varie pas au cours de la déformation.

L'analyse des essais de torsion et de compression effectués conduit aux observations suivantes.

- Au cours de la déformation, le tantale tend vers une microstructure "de saturation" dépendant des conditions de chargement thermo-mécanique. Il apparaît que la densité de dislocations à saturation diminue avec la vitesse de déformation.

- La multiplication des dislocations semble être un processus athermique car la vitesse de déformation n'influe pas sur le coefficient de création de dislocations. Les résultats de torsion et de compression semblent être en accord sur cette valeur.
- L'annihilation des dislocations est fortement influencée par la vitesse de déformation. Cela peut s'expliquer par le fait que les dislocations se situent à des niveaux d'énergie plus élevés lorsque la vitesse de déformation augmente. Elles peuvent ainsi parcourir des distances plus grandes et ainsi leur probabilité d'annihilation dans les joints de grains ou avec d'autres dislocations augmente.
- La densité de dislocations mobile évolue rapidement vers une fraction de la densité de dislocations totale. Cette évolution peut débuter par une "avalanche de dislocations" dans le cas d'un chargement à vitesse constante, avalanche d'autant plus notable que la vitesse de déformation est élevée. Cependant, les courbes de saut de vitesse statique/dynamique laissent penser que la densité de dislocations mobiles diminue très notablement juste après le saut.

D'une manière générale, le modèle proposé retranscrit correctement les résultats expérimentaux. Contrairement à beaucoup de modèles de lois de comportement, il offre l'avantage de retraduire les effets d'histoire du chargement et l'influence de la vitesse de déformation et de la température à la fois sur la limite d'élasticité et sur l'érouissage. De plus son formalisme basé sur des considérations physiques permet une évolution des lois. La loi de multiplication des dislocations mobiles n'est qu'une première étape mais elle permet déjà une approche intéressante des phénomènes transitoires qui surviennent lors d'un changement brusque des conditions de sollicitation.

Au cours de ce travail, différents problèmes ont été soulevés et des observations ont été faites qui méritent d'être approfondies par la suite.

La détermination des paramètres d'un matériau demande une attention toute particulière. Comme nous l'avons montré au cours de ces travaux, une détermination "globale" des paramètres peut conduire à des résultats retranscrivant relativement correctement les essais expérimentaux mais très éloignés des valeurs physiques. Une bonne détermination des paramètres du modèle passe par un nombre d'essais important.

Il apparaît que le type de chargement influe notablement les courbes d'érouissage du tantale. Nous observons de grandes différences entre le comportement du tantale en torsion, en traction et en compression principalement dans le domaine des vitesses de déformation quasi statiques. L'hypothèse que nous formulons est le fait que les dislocations sessiles n'ont pas la même énergie de recombinaison pour devenir glissiles suivant le champ de contraintes appliquées. Cela créerait une anisotropie de consolidation d'autant plus importante que les énergies de recombinaison sont fortes c'est-à-dire que la contrainte effective est faible donc que la vitesse de

déformation est faible. Ceci explique que ces hétérogénéités de consolidation sont beaucoup plus sensibles en régime quasi statique que dans le domaine des vitesses dynamiques.

Ensuite, il nous paraît important d'explorer un domaine de températures plus étendu afin de pouvoir évaluer correctement l'énergie d'activation et de bien vérifier la corrélation "vitesse de déformation-température" dans le domaine de validité du modèle.

Enfin, les lois proposées ne prennent pas en compte des phénomènes liés à la pression comme il est possible de l'observer lors d'expériences de chocs (influence de la pression hydrostatique, changements de phases...). L'énergie stockée n'est plus alors dissipée dans sa quasi-totalité en chaleur mais sert à la création de nouveaux défauts microstructuraux (macles, grains recristallisés...). La prise en compte de phénomènes liés à ces conditions de chargement (traînage visqueux...) constitue un axe de développement du modèle.

Un deuxième axe d'évolution est la prise en compte de l'anisotropie qui survient dès qu'un matériau se déforme de manière plastique. Cela laisse présager de lois d'évolution des paramètres microstructuraux (et donc de comportement thermo-mécanique) sous forme tensorielle.

## *Bibliographie*

- 
- [Affouard 1981] Affouard J.L., Recherche du cisaillement adiabatique dans le tantale, *Mémoire de DEA*, (1981).
- [Ansart et al 1986] Ansart J.P., Dormeival R., Rapport interne CEA, (1986).
- [Arsenault 1966] Arsenault R.J., An investigation of the mechanism of thermally activated deformation in tantalum and tantalum based alloys, *Acta Metallurgica vol 14*, (1966), p 831.
- [Bacon 1993] Bacon C., Mesure de la ténacité dynamique de matériaux fragiles en flexion trois points à haute température. Utilisation des barres de Hopkinson, *Thèse de l'Université de Bordeaux I*, (1993).
- [Baker et al 1966] Baker W.E., Yew C.H., Strain rate effects in the propagation of torsional plastic waves, *Journal of Applied Mechanics*, (1966), p 917.
- [Barbee et al 1965] Barbee T.W. Jr, Huggins R.A., Dislocation structures in deformed and recovered tantalum, *Journal of the Less Common Metals vol 8*, (1965), p 306.
- [Barrett et al 1958] Barrett C.S., Bakish R., Twinning and cleavage in tantalum, *Transactions of the metallurgical society of AIME vol 212*, (1958), p 122.
- [Bechtold 1955] Bechtold J.H., Tensile properties of annealed tantalum at low temperatures, *Acta Metallurgica vol 3*, (1955), p 249.
- [Becker 1925] Becker R., *Zeitung der Physik*, 26, (1925), p 919.,
- [Bédère et al 1988] Bédère D., Ansart J.P., Dormeival R., Rapport interne CEA, (1988).
- [Bénard et al 1984] Bénard J., Michel A., Philibert J., Talbot J., *Metallurgie générale*, (1984).
- [Bodner 1968] Bodner S.R., Constitutive equations for dynamic material behaviour, *Mechanical behaviour of materials under dynamic loads*, ed. Lindholm, U.S., Springer-Verlag, New York, (1968), p 176.

- 
- [Bodner et al 1972] **Bodner S.R., Partom Y.**, A large deformation elastic-viscoplastic analysis of a thick-walled spherical shell, *Journal of Applied Mechanics*, **39**, (1972), p 751.
- [Bodner et al 1975] **Bodner S.R., Partom Y.**, Constitutive equations for elastic-viscoplastic strain-hardening materials, *Journal of Applied Mechanics*, **42**, (1975), p 385.
- [Bodner et al 1978] **Bodner S.R., Merzer A.**, Viscoplastic constitutive equations for copper with strain rate history and temperature effects, *Journal of Engineering Materials and Technology*, **100**, (1978), p 388.
- [Bodner 1979] **Bodner S.R.**, Representation of time dependant mechanical behaviour of René 95 by constitutive equations, *The 1979 International Joint Gas Turbine Congress and Exhibition*, (1979).
- [Bodner 1988] **Bodner S.R.**, Material modelling at high rates of strain, *Proceeding Impact '87, Impact Loading and Dynamic Behaviour of Materials*, vol 1, (1988), p 77.
- [Byron 1968] **Byron J.F.**, Plastic deformation of tantalum single crystals (part II), *Journal of the Less Common Metals* vol 14, (1968), p 201.
- [Byron et al 1967] **Byron J.F., Hull D.**, Plastic deformation of tantalum single crystals (part I), *Journal of the Less Common Metals* vol 13, (1967), p 71.
- [Chen et al 1994] **Chen S.R., Gray G.T. III**, Constitutive behavior of tungsten and tantalum : experiments and modeling, *Proceeding Tungsten and Refractory Metals* ed Bose and Dowding, (1994), p 489.
- [Chree 1889] **Chree C**, *Transaction Cambridge Philosophical Society*, **14**, (1889), p250.

- [Clark et al 1991a] **Clark J.B, Garrett R.K.Jr, Jungling T.L., Asfahani R.I.**, Influence of initial ingot breakdown on the microstructural and textural development of high-purity tantalum, *Metalurgical Transactions vol 22A*, (1991), p 2959
- [Clark et al 1991b] **Clark J.B, Garrett R.K.Jr, Jungling T.L., Vandermeer R.A., Vold C.L.**, Effect of processing variables on texture gradients in tantalum, *Metalurgical Transactions vol 22A*, (1991), p 2039.
- [Clark et al 1992] **Clark J.B, Garrett R.K.Jr, Jungling T.L., Asfahani R.I.**, Influence of transverse rolling on the microstructural and the texture development in pure tantalum, *Metalurgical Transactions vol 22A*, (1992), p 2183.
- [Conrad 1964] **Conrad H.**, Thermally activated deformation of metals, *Journal of Metals*, 16, n°7, (1964), p 582.
- [Considère 1885] **Considère A.**, *Annales des Ponts et Chaussées*, 9, (1885), p 579.
- [Coscelluela 1994] **Coscelluela A., Goubot N., Naulin G.**, Comportement mécanique des matériaux sous grandes vitesses de sollicitations, *Chocs Revue Scientifique et technique de la DAM*, n°11, (1994), p 53.
- [Daumas et al 1985] **Daumas M.T., Legrand J., Ansart J.P.**, Rapport interne CEA, (1985).
- [Davies 1948] **Davies R.M.**, A critical study of the Hopkinson Pressure Bar, *Philosophical Transaction A*, 240, (1948), p 375
- [de Fouquet 1976] **de Fouquet J.**, Mécanismes fondamentaux de la déformation à froid des métaux, *Mise en forme des métaux et alliages*, ed CNRS, (1976), p 61.
- [Dormeval et al 1979] **Dormeval, Chevallier, Matagne, Derlon, Delannoy**, Comportement en traction du tantale et du tantale soudé dans la gamme de vitesses de déformation,  $10^{-4}$  -  $10^3$  s<sup>-1</sup>, Rapport interne CEA, (1979).
- [Dormeval et al 1980] **Dormeval R., Stelly R.**, Caractérisation mécanique des matériaux aux grandes vitesses de déformation Rapport interne CEA, (1980).



- 
- [Dorn et al 1964] **Dorn J.E., Rajnak S.**, Nucleation of kink pairs and the Peierls' mechanism of plastic deformation, *Transactions of the Metallurgical Society of AIME*, 230, (1964), p 1052.
- [Dorn et al 1969] **Dorn J.E., Mukherjee A.K.**, Application of rate theory to dislocation dynamics, *Rapport University of California, Lawrence Radiation Laboratory*, (1969).
- [Eleiche et al 1982] **Eleiche A.M., El-Kady M.M., El-Kabbany M.H.**, A modified torsional split Hopkinson bar for the cyclic loading of materials at dynamic strain rates, *Novel Techniques in Metal Deformation Testing, AIME*, (1982) p 323.
- [Estrin et al 1984] **Estrin Y., Mecking H.**, A unified phenomenological description of work hardening and creep based on one-parameter models, *Acta Metallurgica*, 32, (1984), p 57.
- [Falanga 1979] **Falanga A.**, Influence des interstitiels dans le tantale, Rapport interne CEA, (1979).
- [Falanga et al 1982] **Falanga A., Lozes G.**, Rapport interne CEA, (1982).
- [Falanga 1986] **Falanga A.**, Le tantale : synthèse des résultats de caractérisation acquis ces dernières années (1978-1985), Rapport interne CEA, (1986).
- [Featherston et al 1963] **Featherston F.H., Neighbours J.R.**, Elastic constants of tantalum, tungsten and molybdenum, *Physical Review* vol 130 n°4, (1963).
- [Filyand et al 1969] **Filyand M.A., Semenova E.I.**, *Handbook of the rare elements ed Alferieff*, (1969), p 277.
- [Fisher 1977] **Fisher E.S.**, Effects of hydrogen and UHV annealing on the elastic moduli of tantalum, *Scripta Metallurgica* vol 11, (1977), p 685.
- [Formby et al 1965] **Formby C.L., Owen W.S.**, Strain-ageing and quench-ageing of tantalum, *Journal of the Less Common Metals* vol 9, (1965), p 25.

- 
- [François et al 1991] François D., Pineau A., Zaoui A., Elasticité et plasticité, *Hermes*, (1991).
- [François et al 1993] François D., Pineau A., Zaoui A., Viscosité, endommagement, mécanique de la rupture, mécanique du contact, *Hermes*, (1993).
- [Frantz et al 1972] Frantz J.R., Duffy J., The dynamic stress-strain behaviour in torsion of 1100-0 aluminium subjected to a sharp increase in strain rate, *Journal of Applied Mechanics*, (1972), p 939.
- [Friedel 1964] Friedel, Dislocations, *Pergamon Press*, (1964).
- [Frost et al 1982] Frost H.J., Ashby M.F., Deformation-mechanism maps : the plasticity and creep of metals and ceramics, *Pergamon Press*, (1982), p 30.
- [Furnish et al 1994] Furnish M.D., Chhabildas L.C., Steinberg D.J., Dynamical behavior of tantalum, *High Pressure Science and Technology 1993*, ed Schmidt, Shaner, Samara and Ross, (1994), p 1099.
- [Gary et al 1989] Gary G., Klepaczko J.R., Présentation d'un logiciel de dépouillement de l'essai de compression par barres de Hopkinson, *DYMAT 5<sup>e</sup> journée nationale*, Bordeaux, (1989).
- [Gilbert et al 1962] Gilbert A., Hull D., Owen W.S., Reid C.N., The yield of polycrystalline tantalum, *Journal of the Less Common Metals vol 4*, (1962), p 399.
- [Gilman 1969] Gilman, Micromechanics of flow in solids, *Mc Graw-Hill*, (1969).
- [Goldsmith et al 1961] Goldsmith A., Waterman T.E., Hirschhorn H.J., Handbook of thermophysical properties of solid materials vol I, (1961), p 610.
- [Gourdin 1989] Gourdin W.H., Constitutive properties of copper and tantalum at high rates of tensile strain : expanding ring results, *Mechanical Properties at High Rate of Strain 1989*, ed Harding, (1989), p 221.
-

- 
- [Gourdin et al 1994] **Gourdin W.H., Lassila D.H., Leblanc M.M., Shields A.L.** , The influence of tungsten alloying on the mechanical properties of tantalum, *Journal de Physique IV C8 (EuroDymat 94)*, (1994), p 207.
- [Gray et al 1992] **Gray G.T.III, Rollett A.D.**, The high strain rate and spallation response of tantalum, Ta-10W, and T-111, *High Strain Rate Behavior of Refractory Metals and Alloy*, ed *Asfahani, Chen and Crowson*, (1992), p 303.
- [Gray 1994] **Gray G.T.III**, Influence of peak pressure and temperature on the shock-loading response of tantalum, *High Pressure Science and Technology 1993*, ed *Schmidt, Shaner, Samara and Ross*, (1994), p 1103.
- [Guillaume ] **Guillaume C.**, Réflexions métallurgiques sur le tantale, *Rapport interne CEA*.
- [Gypen et al 1982] **Gypen L.A., Deruyttere A.**, Thermally activated deformation in tantalum-base solid solution, *Journal of the Less Common Metals vol 86*, (1982), p 219.
- [Hart 1967] **Hart E.W.**, Theory of the tensile test, *Acta Metallurgica*, 15, (1967), p351.
- [Hayden et al 1965] **Hayden H.W., Moffatt W.G., Wulf J.**, The structure and properties of materials, vol III : mechanical behavior, *Wiley & Sons*, (1965).
- [Hirth et al 1968] **Hirth J.P., Lothe J.**, Theory of dislocations, *McGraw-Hill*, (1968).
- [Hoge et al 1977] **Hoge K.G., Mukherjee A.K.**, The temperature and strain rate dependence of the flow stress of tantalum, *Journal of Materials Science vol 12*, (1977), p 1666.
- [Holden et al 1960] **Holden F.C., Schwartzberg F.R., Jaffee R.I.**, High temperature mechanical properties of tantalum, *ASTM-STP*, (1960), p 36.

- 
- [Hopkinson 1914] **Hopkinson B.**, A method of measuring the pressure in the deformation of high explosives by the impact of bullets, *Philosophical Transaction Royal Society of London A*, 213, (1914), p 437.
- [Hull et al 1962] **Hull D., McIvor I.D., Owen W.S.**, The distribution dislocation in annealed tantalum, *Journal of the Less Common Metals vol 4*, (1962), p 409.
- [Isbell et al 1972] **Isbell W.M., Christman D.R., Babcock S.G.**, Measurements of dynamic properties of materials vol VI Tantalum, *MSL 70-23 vol VI*, (1972).
- [Jaoul 1965] **Jaoul B.**, Etude de la plasticité et application aux métaux, *Dunod*, (1965).
- [Johnson 1972] **Johnson W.**, Impact strength of materials, *Edward Arnold Publishers*, (1972).
- [Johnson 1994] **Johnson J.N.**, Micromechanical strength effects in shock compression of solids, *High Pressure Science and Technology 1993*, ed Schmidt, Shaner, Samara and Ross, (1994), p 1145.
- [Johnson et al 1983] **Johnson G.R., Cook W.H.**, A constitutive model and data for metals subjected to high strains, high strain rates and high temperatures, *Proceedings of the 7<sup>th</sup> Symposium on Ballistics, The Hague(NL)*, (1983), p 541.
- [Keh 1968] **Keh A.S., Nakada Y., Leslie W.C.**, Dislocation Dynamics, eds Rosenfield, Hahn, Bement et Jaffee, (1968).
- [Kittel 1989] **Kittel C.**, Physique de l'état solide, *Dunod université* (1989).
- [Klahn et al 1970] **Klahn D, Mukherjee A.K., Dorn J.E.**, Strain rate effects, 2<sup>nd</sup> international conference on the Strength of Metals and Alloys, *Asilomar, vol3*, (1970), p 951.
-

- 
- [Klepaczko 1968] Klepaczko J.R., Strain rate history effects for polycrystalline aluminium and theory of intersections, *Journal of Mechanics and Physics of Solids*, 16, (1968), p 255.
- [Klepaczko 1975] Klepaczko J.R., Thermally activated flow and strain rate history effects for some polycrystalline f.c.c. metals, *Material Science and Engineering*, 18, (1975), p 121.
- [Klepaczko et al 1986] Klepaczko J.R., Chiem, Y.C., On rate sensitivity of f.c.c. metals of strain hardening, *Journal of Mechanics and Physics of Solids*, 34. n°1. (1986), p 29.
- [Klepaczko 1987a] Klepaczko J.R., A practical stress - strain - strain rate - temperature constitutive relation of the power form, *Journal of Mechanical Working Technology*, 15, (1987), p 143.
- [Klepaczko 1987b] Klepaczko J.R., An advanced constitutive modelling of rate sensitivity, temperature and strain-hardening in f.c.c. metals, *Impact Loading and Dynamic Behaviour of Materials*, 2, (1987), p 823.
- [Klepaczko 1987c] Klepaczko J.R., Modeling of structural evolution at medium and high strain-rates, f.c.c. and b.c.c metals, *Proceeding 8th Risö symposium, Constitutive relations and their physical basis*, (1987), p 387.
- [Klepaczko 1988a] Klepaczko J.R., A general approach to rate sensitivity and constitutive modelling of F.C.C. and B.C.C metals, *Impact :Effects of Fast Transient Loadings*, Balkema, Rotterdam, (1988), p 3.
- [Klepaczko 1988b] Klepaczko J.R., Constitutive modeling in dynamic plasticity based on physical state variables, *Journal de Physique*, 49, Supplément au n°9, (1988), p C3-553.
- [Klepaczko 1990] Klepaczko J.R., Short and long transients in dynamic plasticity of metals, *Shock Waves and High Strain-Rate Phenomena in Materials*, ed Meyer, Murr and Staudhammer, (1990), p 174.

- [Klepaczko et al 1993] Klepaczko J.R., Sasaki T., Kurokawa T., On rate sensitivity of polycrystalline aluminium at high strain rates, *Transaction of the Japanese Society of Aerospace Science*, **36**, n°113, (1993), p 170.
- [Klepaczko 1994] Klepaczko J.R., An experimental technique for shear testing at high and very high strain-rates. The case of mild steel, *International Journal of Impact Engineering*, **15**, n°1, (1994), p 25
- [Klepaczko 1996] Klepaczko J.R., Communication privée
- [Klopp et al 1985] Klopp R.W., Clifton R.J., Shawki T.G., *Mechanics of Materials*, **4**, (1985), p 375.
- [Kocks et al 1975a] Kocks U.F., Argon. A.S., Ashby M.F., Thermodynamics and kinetics of slip, *Pergamon Press*, (1975).
- [Kocks 1975b] Kocks U.F., Constitutive relations for slip, *Constitutive Equations in Plasticity*, M.I.T. Press, (1975), p 81.
- [Kocks 1976] Kocks U.F., Laws for work-hardening and low-temperature creep, *Journal of Engineering Materials and Technology*, **98**, (1976), p 76.
- [Kocks et al 1988] Kocks U.F., Follansbee P.S., A constitutive description of the deformation of copper based on the use of the mechanical threshold stress as an internal state variable, *Acta Metallurgica*, **36**, (1988), p 81.
- [Kolsky 1963] Kolsky H., Stress waves in solids, *Dover Publication*, (1963).
- [Koo 1962] Koo R.C., Grain size effects on the deformation of tantalum at low temperatures, *Journal of the Less Common Metals vol 4*, (1962), p 138.
- [Kroupa 1967] Kroupa F., Plastic deformation of b.c.c. metals with special reference to slip geometry, *Déformation plastique des alliages. Ecole d'été de métallurgie physique*, (1967).

- 
- [Lanchenmann et al 1970] **Lanchenmann R., Schultz H.**, Inherent lattice hardening and interstitial solution hardening in tantalum, *Scripta Metallurgica vol 4, (1970), p 709.*
- [Lau et al 1967] **Lau S.S., Ranji S., Mukherjee A.K., Thomas G, Dorn J.E.**, Dislocation mechanisms in single crystals of tantalum and molybdenum at low temperatures, *Acta Metallurgica vol 15, (1967), p 237.*
- [Le Poac et al 1981] **Le Poac P., Miannay D.**, Rapport interne CEA, (1981).
- [Lewis et al 1972] **Lewis J.L., Campbell J.D.**, The developpement and use of a torsional Hopkinson-bar apparatus, *Experimental Mechanics, (1972), p 520.*
- [Lindholm 1964] **Lindholm U.S.**, Some experiments with the split Hopkinson Pressure Bar, *Journal of Mechanics and and Physics of Solids, vol 12 (1964), p317.*
- [Litonski. 1977] **Litonski.**, Plasyic flow of a tube under adiabatic torsion, *Bulletin de l'Académie Polonaise des Sciences, XXV, (1977), p 7.,*
- [Ludwik 1909] **Ludwik P.**, Über den Einfluß der Deformationsgeschwindigkeit bei bleibenden Deformationen mit besonderer Berücksichtigung der Nachwirkungserscheinungen, *Physikalische Zeitschrift, 12, (1909), p 411.*
- [Mecking et al 1981] **Mecking H., Kocks U.F.**, Kinetics of flow and strain hardening, *Acta Metallurgica, 29, (1981), p 1865.*
- [Meyer 1992] **Meyer L.W.**, Constitutive equations at high strain rates, *Shock Wave and High-Strain-Rate Phenomena in Materials, ed Meyers Murr & Staudhammer (1992), p 49.*
- [Michaluk et al 1993] **Michaluk C.A., Gray G.T., Chatterjee T.**, The effect of oxygen, grain size and strain rate on the mechanical behavior of forged P/M tantalum, *LA-UR 93-712, (1993).*

- [Michaluk 1994] Michaluk C.A., Influence of grain size on the flow stress of P/M tantalum and ingot derived Ta and Ta-W alloys, *Proceeding Tungsten and Refractory Metals ed Bose and Dowding, (1994), p 509.*
- [Mitchell et al 1965] Mitchell T.E., Spitzig W.A., Three-stage hardening in tantalum single crystals, *Acta Metallurgica vol 13, (1965), p 1169.*
- [Mitchell et al 1970] Mitchell T.E., Smialek R.L., Interstitial hardening and the peierls stress in tantalum, *Strength of Metals and Alloys (2nd Conference) vol 1, (1970), p 73.*
- [Mordike et al 1967] Mordike B.L., Rudolf G., Three-stage hardening in tantalum deformed in compression, *Journal of Materials Science vol 2, (1967), p 332.*
- [Mordike et al 1970] Mordike B.L., Rogaush K.D., Solid solution of tantalum-base alloys, *Strength of Metals and Alloys (2nd Conference) vol 1, (1970), p 258.*
- [Morrone et al 1986] Morrone A.A., Duffy J., Strain rate and temperature effects during dynamic deformation of polycrystalline and monocrystalline high purity aluminium including TEM studies, *MRL Brown University technical report (1986).*
- [Mughrabi 1975] Mughrabi H., Description of the dislocation structure after deformation at low temperatures, *MIT Press, (1975).*
- [Murr et al 1994] Murr L.E., Niou C.S., Feng C., Residual microstructure in explosively formed tantalum penetrators, *Scripta Metallurgica et Materialia vol 31, (1994), p 297.*
- [Nadal et al 1995] Nadal M.H., Hermerel C., Caractérisation ultrasonore du tantale Cabot de 20 à 100°C, Rapport interne CEA, (1995).
- [Naulin 1996] Naulin G., Communication privée
- [Nominé et al 1994] Nominé, Capelle, Laguionie, Le Creurer-Herail, Caractérisation du deuxième lot de tantale Mapren-Cabot, Rapport interne CEA, (1994).



- 
- [Nominé et al 1995a] **Nominé, Beghe, Capelle, Cabirol, Drouin, Le Creurer-Herail, Mancheron**, Caractérisation du deuxième lot de tantale Mapren-Cabot (complément), Rapport interne CEA, (1995).
- [Nominé et al 1995b] **Nominé, Beghe, Capelle, Mancheron, Meinsel, Salmon**, Expertise d'une pièce hydroformée en tantale Cabot, Rapport interne CEA, (1995).
- [Nominé et al 1995c] **Nominé, Mancheron, Cabirol, Capelle, Drouin, Meinsel**, Caractérisation de tantale NRC, Rapport interne CEA, (1995).
- [Norlain et al 1995] **Norlain M.N.**, Ecrouissage critique du tantale, *Mémoire de DEA de Métallurgie Spéciale et Matériaux (Paris XI)*, (1995).
- [Pascal 1958] **Pascal P.**, Nouveau traité de chimie minérale vol XII, , *Masson* (1958).
- [Pochhammer 1876] **Pochhammer L.**, *J reine augen Math*, **81**, (1876), p324.
- [Press et al 1992] **Press et al**, Numerical Recipies in C. The art of scientific computing, *Cambrige 2<sup>nd</sup> edition*, p656
- [Pugh 1956] **Pugh J.W.**, Temperature dependance of the tensile properties of tantalum, *Transactions of the ASM vol 48*, (1956), p 677.
- [Pugh et al 1956] **Pugh J.W., Hibbard R. Jr**, Rolling textures in tantalum, *Transactions of the ASM vol 48*, (1956), p 526.
- [Puhr et al 1970] **Puhr J., Westerheide, Elssner G.**, On the solid solution hardening of tantalum by nitrogen and oxygen, *Journal of the Less Common Metals vol 20*, (1970), p 371.
- [Raabe et al 1994] **Raabe D., Mülders B., Gottstein G., Lücke K.**, Textures of cold rolled and annealed tantalum, *Materials Science Forum*, (1994), p 841.
- [Rajendran et al 1986] **Rajendran A.M., Bless S.J., Dawicke D.S.**, Evaluation of Bodner-Partom model parameters at high strain rate, *Journal of Engineering Materials and Technology*, **108**, (1986), p 75.

- 
- [Rajendran et al 1991] **Rajendran A.M., Garrett R.K.Jr, Clark J.B., Jungling T.L.,** Effects of strain rate on plastic flow and fracture in pure tantalum, *Journal of Materials Shaping Technology* vol 9 n°1, (1991), p 8.
- [Rajendran et al 1992] **Rajendran A.M., Garrett R.K.Jr, Clark J.B., Jungling T.L.,** Effects of texture and strain rate on flow and fracture in pure tantalum, *High Strain Rate Behavior of Refractory Metals and Alloy*, ed Asfahani, Chen and Crowson, (1992), p 289.
- [Regazzoni 1983] **Regazzoni G.,** Comportement et ductilité du cuivre et du tantale purs dans le domaine de vitesse de déformation,  $10^{-4}$  -  $3.10^3$  s<sup>-1</sup>, *Thèse Institut National Polytechnique de Grenoble*, (1983).
- [Regazzoni et al 1984] **Regazzoni G., Montheillet F.,** Influence of strain rate on the flow stress and ductility of copper and tantalum at room temperature, *Mechanical Properties at High Rate of Strain 1984*, ed Harding, (1984).
- [Regazzoni et al 1987] **Regazzoni G., Kocks U.F., Follansbee P.S.,** Dislocation Kinetics at high strain rates, *Acta Metallurgica* vol 35, (1987), p 2865.
- [Rogaush et al 1970] **Rogaush K.D., Mordike B.L.,** Asymmetry of slip in tantalum and tantalum alloys, *Strength of Metals and Alloys (2nd Conference)* vol 1, (1970), p 168.
- [Saada 1960] **Saada G.,** Sur le durcissement dû à la recombinaison des dislocations., *Acta Metallurgica*, 8, (1960), p 841.
- [Sato et al 1971] **Sato R.T., Mukherjee A.K.,** The asymmetric temperature dependence of yield stress in tantalum single crystals at low temperature, *Materials Science and Engineering* vol 8, (1971), p 74.
- [Seeger 1957] **Seeger A.,** The mechanism of glide and work hardening in face-centered cubic and hexagonal close-packed metals, *Dislocations and Mechanical Properties of Crystals*, Wiley & Sons, (1957), p 243.
-

- 
- [Senseny et al 1978] Senseny P.E., Duffy J., Hawley R.H., Experiments on strain rate history and temperature effects during the plastic deformation of close-packed metals, *Journal of Applied Mechanics*, **45**, (1978), p60.
- [Shih et al 1993] Shih H.K., Murr L.E., Niou C.S., Zernow L., Dynamic recrystallisation in a tantalum shaped charge, *Scripta Metallurgica et Materialia* vol 29, (1993), p 1291.
- [Steinberg et al 1980] Steinberg D.J., Cochran S.G., Guinan M.W., A constitutive model for metals applicable at high strain rates, *Journal of Applied Physics* vol 51, (1980), p 1498.
- [Steinberg et al 1989] Steinberg D.J., Lund C.M., A constitutive model for strain rates from  $10^{-4}$  -  $10^6$  s<sup>-1</sup>, *Journal of Applied Physics* vol 65, (1989), p 1528.
- [Steinberg 1996] Steinberg D.J., Equation of state and strength properties of selected materials, *Lawrence Livermore National Laboratory, UCRL-MA-106439*, (1996).
- [Stouffer et al 1979] Stouffer D.C., Bodner S.R., A constitutive model for the deformation induced anisotropic plastic flow of metals, *International Journal of Engineering Science*, **17**, (1979), p 757.
- [Studt 1979] Studt P.L., Tantalum Fabrication, *Lawrence Livermore Laboratory, UCID-18152*.
- [Teodosiu et al 1976] Teodosiu C., Sidoroff F., A finite theory of the elastoviscoplasticity of single crystals, *International Journal of Engineering Science*, **31**, (1976), p 713.
- [Ting 1992] Ting C.S., Constitutive modeling of tantalum dynamic plasticity based on the theory of thermal activation and the evolution of strain hardening, *High Strain Rate Behavior of Refractory Metals and Alloy*, ed Asfahani, Chen and Crowson, (1992), p 249.

- 
- [Vitek 1970] Vitek V., Atomic structure of stacking faults, twins and screw dislocations in b.c.c metals, *Strength of Metals and Alloys (2nd Conference) vol 2, (1970), p 389*
- [Wasserbäch 1987] Wasserbäch W., Long range internal stresses and low temperature phonon scattering in plastically deformed niobium and tantalum single crystals, *Materials Science and Technology, (1987), p 167.*
- [Worswick et al 1992] Worswick M.J., Qiang N., Niessen P., Pick R.J., Microstructure and fracture during high-rate forming of iron and tantalum, *Shock wave and high strain rate phenomena in materials ed Meyers, Murr and Staudhammer, (1992), p 87.*
- [Wright et al 1994a] Wright S.I., Bingert S.R., Johnson M.D., Effect of annealing temperature on the texture of rolled tantalum and tantalum-10wt% tungsten, *Proceeding Tungsten and Refractory Metals ed Bose and Dowding, (1994), p 501.*
- [Wright et al 1994b] Wright S.I., Gray G.T.III, Rollett A.D., Textural and microstructural gradient effects on the mechanical behavior of a tantalum plate, *Metalurgical and Materials Transactions vol 25A, (1994), p 1025.*
- [Zeghib 1990] Zeghib N.E., Etude expérimentale et modélisation de la déformation plastique tenant compte du vieillissement dynamique. Cas des aciers doux, *Thèse de l'Université de Metz, (1990)*
- [Zenasni 1992] Zenasni M., Caractérisation expérimentale et modélisation du comportement du cuivre en grandes vitesses de déformation : sensibilité à la vitesse, *Thèse de l'Université de Metz, (1992).*
- [Zerilli et al 1987] Zerilli F.J., Armstrong R.W., Dislocation-mechanic-based constitutive relations for material dynamics calculations, *Journal of Applied Physics, 631, (1987), p 1816.*
-

---

[Zhao 1992]

**Zhao H.**, Analyse de l'essai aux barres de Hopkinson. Application à la mesure du comportement dynamique des matériaux, *Thèse de l'Ecole Nationale des Ponts et Chaussées*, (1992)

## *Annexes*

## Annexe 1

### Elasticité des cristaux cubiques

#### A1 - 1.Rappels

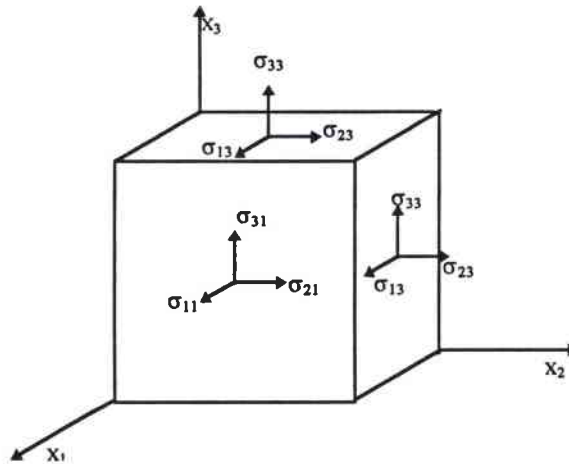


Figure 1 : tenseur des contraintes

Lors d'une sollicitation uniaxiale (traction-compression), il existe un référentiel dans lequel le tenseur des contraintes s'écrit :

$$\bar{\bar{\sigma}} = \begin{bmatrix} \sigma & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Le module de Young  $E_{\langle h,k,l \rangle}$  est défini comme le rapport entre la contrainte  $\sigma$ , appliquée dans la direction  $\langle h,k,l \rangle$ , et la déformation élastique mesurée dans cette direction.

Dans le cas du cisaillement pur, il existe un repère  $\mathcal{R}_{obs}$  dans lequel le tenseur de contraintes s'écrit :

$$\bar{\bar{\sigma}} = \begin{bmatrix} 0 & \tau & 0 \\ \tau & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Le module de cisaillement  $G_{\langle h,k,l \rangle \langle h',k',l' \rangle}$  est défini comme le rapport entre la contrainte de cisaillement  $\tau$  ( $=\sigma_{12}$  dans  $\mathcal{R}_{obs}$ ) appliquée sur le plan  $\{h,k,l\}$  dans la direction  $\langle h',k',l' \rangle$  (contenue dans ce plan) et la déformation mesurée dans ce système ( $2\varepsilon_{12}$  dans  $\mathcal{R}_{obs}$ ). (figure 1)

## A1 - 2. Référentiel lié au cristal

La matrice de rigidité  $C$  d'un cristal à symétrie cubique est constituée de trois coefficients indépendants  $C_{11}$ ,  $C_{12}$ ,  $C_{44}$  [François et al 1991]. Dans le repère lié au cristal (figure 1), cette matrice s'écrit :

$$C_{\text{cristal}} = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{12} & 0 & 0 & 0 \\ C_{12} & C_{11} & C_{12} & 0 & 0 & 0 \\ C_{12} & C_{12} & C_{11} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2C_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 2C_{44} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2C_{44} \end{bmatrix} \quad (\bar{\sigma} = C_{\text{cristal}} \cdot \bar{\varepsilon})$$

$$\text{avec } \bar{\sigma} = \begin{bmatrix} \sigma_{11} & \sigma_{12} & \sigma_{13} \\ \sigma_{12} & \sigma_{22} & \sigma_{23} \\ \sigma_{13} & \sigma_{23} & \sigma_{33} \end{bmatrix} \cong \begin{bmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{33} \\ \sigma_{23} \\ \sigma_{13} \\ \sigma_{12} \end{bmatrix} \quad \text{et} \quad \bar{\varepsilon} = \begin{bmatrix} \varepsilon_{11} & \varepsilon_{12} & \varepsilon_{13} \\ \varepsilon_{12} & \varepsilon_{22} & \varepsilon_{23} \\ \varepsilon_{13} & \varepsilon_{23} & \varepsilon_{33} \end{bmatrix} \cong \begin{bmatrix} \varepsilon_{11} \\ \varepsilon_{22} \\ \varepsilon_{33} \\ \varepsilon_{23} \\ \varepsilon_{13} \\ \varepsilon_{12} \end{bmatrix}$$

La matrice de souplesse du cristal considéré peut alors s'écrire :

$$S_{\text{cristal}} = C_{\text{cristal}}^{-1} = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} & S_{12} & 0 & 0 & 0 \\ S_{12} & S_{11} & S_{12} & 0 & 0 & 0 \\ S_{12} & S_{12} & S_{11} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & S_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & S_{44} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & S_{44} \end{bmatrix}$$

Dans le cas d'un tenseur de contrainte correspondant à une traction uniaxiale dans le suivant l'axe  $x_1$ , on obtient :



$$\begin{aligned}
\frac{1}{E_{\langle 100 \rangle}} &= \frac{C_{11} + C_{12}}{(C_{11} - C_{12})(C_{11} + 2C_{12})} = S_{11} \\
\frac{-\nu_{\langle 100 \rangle}}{E_{\langle 100 \rangle}} &= \frac{-C_{12}}{(C_{11} - C_{12})(C_{11} + 2C_{12})} = S_{12} \\
\frac{1 + \nu_{\langle 100 \rangle}}{E_{\langle 100 \rangle}} &= \frac{1}{(C_{11} - C_{12})} = S_{11} - S_{12} \\
\frac{1}{2G_{\{100\}\langle 001 \rangle}} &= \frac{1}{2C_{44}} = S_{44}
\end{aligned}$$

On définit le facteur d'anisotropie par

$$A = \frac{S_{11} - S_{12}}{S_{44}} = \frac{2C_{44}}{C_{11} - C_{12}}$$

Plaçons nous maintenant dans un référentiel d'observation différent de celui du cristal et relié par la matrice de rotation  $P$ . ( $\mathfrak{R}_{cristal} \xrightarrow{P} \mathfrak{R}_{obs}$ )

$$P = \begin{bmatrix} e_{11} & e_{12} & e_{13} \\ e_{21} & e_{22} & e_{23} \\ e_{31} & e_{32} & e_{33} \end{bmatrix}$$

$$\bar{\bar{\sigma}} = \bar{\bar{\sigma}}_{obs}$$

$$\bar{\bar{\sigma}}_{cristal} = {}^t P \cdot \bar{\bar{\sigma}} \cdot P = \begin{bmatrix} \sigma_{11} & \sigma_{12} & \sigma_{13} \\ \sigma_{12} & \sigma_{22} & \sigma_{23} \\ \sigma_{13} & \sigma_{23} & \sigma_{33} \end{bmatrix} \equiv \begin{bmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{33} \\ \sigma_{23} \\ \sigma_{13} \\ \sigma_{12} \end{bmatrix}$$

Le tenseur de déformation vaut alors dans le référentiel lié au cristal :

$$\begin{aligned}
\bar{\bar{\epsilon}}_{cristal} &= \mathbf{S} \bar{\bar{\sigma}}_{cristal} \equiv (S_{11} - S_{12}) \cdot \begin{bmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{33} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + S_{12} \cdot \begin{bmatrix} \sigma_{11} + \sigma_{22} + \sigma_{33} \\ \sigma_{11} + \sigma_{22} + \sigma_{33} \\ \sigma_{11} + \sigma_{22} + \sigma_{33} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + S_{44} \cdot \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ \sigma_{23} \\ \sigma_{13} \\ \sigma_{12} \end{bmatrix} \\
&= (S_{11} - S_{12} - S_{44}) \begin{bmatrix} \sigma_{11} & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_{22} & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_{33} \end{bmatrix} + S_{12} * \text{tr}(\bar{\bar{\sigma}}_{cristal}) \cdot \mathbf{I}_3 + S_{44} \cdot \bar{\bar{\sigma}}_{cristal}
\end{aligned}$$

Dans le référentiel d'observation, on obtient donc le tenseur de déformation suivant :

$$\bar{\bar{\epsilon}} = \bar{\bar{\epsilon}}_{obs} = P \cdot \bar{\bar{\epsilon}}_{cristal} \cdot {}^t P$$

$$\bar{\bar{\epsilon}} = (S_{11} - S_{12} - S_{44}) P \cdot \text{diag}(\sigma_{11}, \sigma_{22}, \sigma_{33}) \cdot {}^t P + S_{12} * \text{tr}(\bar{\bar{\sigma}}) \cdot I_3 + S_{44} \cdot \bar{\bar{\sigma}}$$

### A1 - 3. Traction et compression simples :

Dans le cas d'une sollicitation uniaxiale (traction ou compression) le tenseur de contrainte s'écrit :

$$\bar{\bar{\sigma}} = \begin{bmatrix} \sigma & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Le vecteur  $\bar{e}_1$  dont les coordonnées dans le référentiel du cristal correspondent à la première ligne de la matrice de passage  $P$ , représente le vecteur unitaire de l'axe de traction (ou de compression). En reprenant la démarche du paragraphe précédent, on obtient :

$$\bar{\bar{\sigma}}_{cristal} = \sigma \cdot \begin{bmatrix} e_{11}^2 & e_{11} \cdot e_{12} & e_{11} \cdot e_{13} \\ e_{11} \cdot e_{12} & e_{12}^2 & e_{12} \cdot e_{13} \\ e_{11} \cdot e_{13} & e_{12} \cdot e_{13} & e_{13}^2 \end{bmatrix} \quad \text{tr}(\bar{\bar{\sigma}}) = \sigma$$

$$\bar{\bar{\epsilon}} = (S_{11} - S_{12} - S_{44}) \sigma P \cdot \text{diag}(e_{11}^2, e_{12}^2, e_{13}^2) \cdot {}^t P + S_{12} \sigma \cdot I_3 + S_{44} \cdot \bar{\bar{\sigma}}$$

$$\begin{aligned} \frac{\bar{\bar{\epsilon}}_{11}}{\sigma} &= (S_{11} - S_{12} - S_{44})(e_{11}^4 + e_{12}^4 + e_{13}^4) + S_{12} + S_{44} \\ &= S_{11} + (S_{44} - S_{11} - S_{12})(1 - e_{11}^4 - e_{12}^4 - e_{13}^4) = \frac{1}{E} \end{aligned}$$

D'où :

$$\frac{1}{E} = \frac{1}{E_{\langle 100 \rangle}} + \left( \frac{1}{2C_{44}} - \frac{1}{C_{11} - C_{12}} \right) f(\vec{e}_1)$$

$$f(\vec{e}_1) = (1 - e_{11}^4 - e_{12}^4 - e_{13}^4) \text{ et } \|\vec{e}_1\| = 1$$

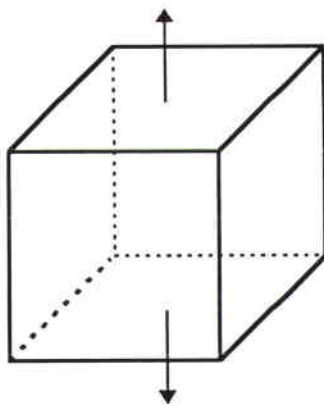
Par la méthode du multiplicateur de Lagrange et en intégrant  $f$  sur la sphère unité, on trouve que :

$$\min_{\|\vec{e}_1\|=1} f(\vec{e}_1) = f(\langle 100 \rangle) = 0$$

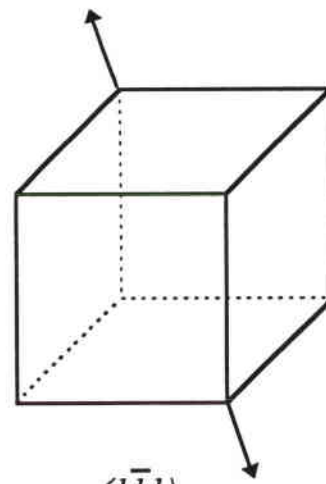
$$\max_{\|\vec{e}_1\|=1} f(\vec{e}_1) = f(\langle 111 \rangle) = \frac{2}{3}$$

$$\text{moyenne}_{\|\vec{e}_1\|=1} f(\vec{e}_1) = \frac{2}{5}$$

D'où les extrema :



(001)



(111)

$$\frac{1}{E_{\langle 100 \rangle}} = \frac{C_{11} + C_{12}}{(C_{11} - C_{12})(C_{11} + 2C_{12})}$$

$$\frac{1}{E_{\langle 111 \rangle}} = \frac{1}{E_{\langle 100 \rangle}} + \frac{1}{3} \left( \frac{1}{C_{44}} - \frac{2}{C_{11} - C_{12}} \right)$$

et la moyenne pour un polycristal "isotrope" :

$$\begin{aligned}\frac{1}{\bar{E}} &= \frac{1}{E_{\langle 100 \rangle}} + \frac{1}{5} \left( \frac{1}{C_{44}} - \frac{2}{C_{11} - C_{12}} \right) \\ &= \frac{2}{5} \frac{1}{E_{\langle 100 \rangle}} + \frac{3}{5} \frac{1}{E_{\langle 111 \rangle}}\end{aligned}$$

## A1 - 4. Cisaillement pur

Dans le cas du cisaillement pur, il existe un repère dans lequel le tenseur de contraintes s'écrit :

$$\bar{\bar{\sigma}} = \begin{bmatrix} 0 & \tau & 0 \\ \tau & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Les vecteurs  $\bar{e}_1$  et  $\bar{e}_2$  dont les coordonnées dans le référentiel du cristal correspondent respectivement à la première et à la deuxième ligne de la matrice de passage  $P$ , représentent le vecteur unitaire normal au plan de cisaillement et la direction de sollicitation dans ce plan. De manière analogue, on obtient :

$$\bar{\bar{\sigma}}_{crystal,i} = \sigma \cdot (e_{1i} \cdot e_{2j} + e_{2i} \cdot e_{1j})$$

$$\frac{\bar{\bar{e}}_{12}}{\tau} = S_{44} + (S_{11} - S_{12} - S_{44}) * 2(e_{11}^2 e_{21}^2 + e_{12}^2 e_{22}^2 + e_{13}^2 e_{23}^2)$$

D'où :

$$\boxed{\begin{aligned}\frac{1}{G} &= \frac{1}{C_{44}} + \left( \frac{2}{C_{11} - C_{12}} - \frac{1}{C_{44}} \right) g(\bar{e}_1, \bar{e}_2) \\ g(\bar{e}_1, \bar{e}_2) &= 2(e_{11}^2 e_{21}^2 + e_{12}^2 e_{22}^2 + e_{13}^2 e_{23}^2) \text{ avec } \begin{cases} \|\bar{e}_1\| = \|\bar{e}_2\| = 1 \\ \bar{e}_1 \cdot \bar{e}_2 = 0 \end{cases}\end{aligned}}$$

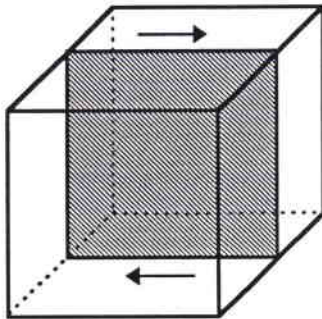
Par un calcul à peu près similaire que pour le module de Young, on démontre que :

$$\min g(\bar{e}_1, \bar{e}_2) = g([100], (010)) = 0$$

$$\max g(\bar{e}_1, \bar{e}_2) = g([110], (\bar{1}10)) = 1$$

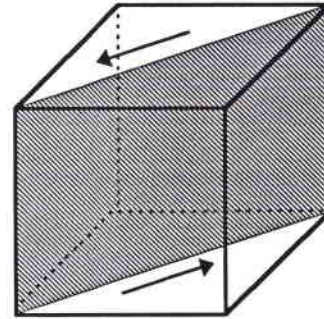
$$\text{moyenne } g(\bar{e}_1, \bar{e}_2) = \frac{2}{5}$$

donc des extrema :



$$\begin{matrix} [100] \\ (010) \end{matrix}$$

$$G_{\{100\}\langle 100 \rangle} = C_{44}$$



$$\begin{matrix} [110] \\ (1\bar{1}0) \end{matrix}$$

$$G_{\{110\}\langle 110 \rangle} = \frac{C_{11} - C_{12}}{2}$$

et une moyenne

$$\begin{aligned} \frac{1}{\bar{G}} &= \frac{1}{G_{\{100\}\langle 001 \rangle}} + \frac{2}{5} \left( \frac{2}{C_{11} - C_{12}} - \frac{1}{C_{44}} \right) \\ &= \frac{3}{5} \frac{1}{G_{\{100\}\langle 001 \rangle}} + \frac{2}{5} \frac{1}{G_{\{110\}\langle 001 \rangle}} \end{aligned}$$

## A1 - 5. Torsion

Le cas de la torsion correspond à la moyenne des cisaillements dans toutes les directions d'un plan donné. La torsion est caractérisée par un axe de vecteur directeur  $\bar{e}_1$  perpendiculaire au plan de cisaillement. On obtient :

$$\boxed{\begin{aligned} \frac{1}{G} &= \frac{1}{C_{44}} + \left( \frac{2}{C_{11} - C_{12}} - \frac{1}{C_{44}} \right) f(\bar{e}_1) \\ f(\bar{e}_1) &= (1 - e_{11}^4 - e_{12}^4 - e_{13}^4) \text{ et } \|\bar{e}_1\| = 1 \end{aligned}}$$

---

La fonction de direction  $f$  est identique à celle déterminée pour la traction.

Les extrema sont donc :

$$G_{\langle 100 \rangle} = C_{44} \quad \text{et} \quad G_{\langle 111 \rangle} = \left[ \frac{2}{3} \frac{C_{11} - C_{12}}{C_{11} - C_{12}} + \frac{1}{3} \frac{C_{11}}{C_{44}} \right]^{-1}$$

On remarque que le module de cisaillement en torsion est minimal lorsque le module de Young est maximal et vice-versa.

## **A1 - 6.Cas du tantale**

En reprenant les valeurs de Fisher [1969]

$$C_{11} = 265,91 \text{ GPa}$$

$$C_{12} = 161,12 \text{ GPa}$$

$$C_{44} = 82,39 \text{ GPa}$$

à température ambiante, on trouve que le tantale présente un coefficient de Zener de  $A = 1,6$ . Cette valeur est assez faible quand on la compare à celle du sodium (7,5) ou du laiton  $\beta$  (8,8). Elle est inférieure à celle du fer  $\alpha$  mais supérieure à celle de l'aluminium (1,23) ou du tungstène (1,00), totalement isotrope d'un point de vue élastique.

Nous trouvons donc :

### Traction-compression

$$E_{max} = E_{\langle 111 \rangle} = 216,8 \text{ GPa}$$

$$E_{min} = E_{\langle 100 \rangle} = 144,3 \text{ GPa}$$

$$E_{moyen} = 180,5 \text{ GPa}$$

### Torsion

$$G_{max} = G_{\langle 100 \rangle} = 82,8 \text{ GPa}$$

$$G_{min} = G_{\langle 111 \rangle} = 59,6 \text{ GPa}$$

$$G_{moyen} = 67 \text{ GPa}$$

## Annexe 2

### Propagation des ondes élastiques

#### Barres de Hopkinson en compression

### A2 - 1. Propagation des ondes élastiques

Différents types d'ondes élastiques peuvent se propager dans les solides. Leur nature dépend de la façon dont le mouvement des particules est relié à la propagation des ondes et des conditions au limite du matériau. Parmi les principales classes d'ondes élastiques nous nous contentons de citer les ondes :

- longitudinales ou irrotationnelles ; dans un milieu infini, elles sont connues en tant qu'ondes de dilatation ;
- de cisaillement (encore appelées de distorsion) ; elles n'engendrent pas de variation de volume ;
- de surface (ou de Rayleigh).

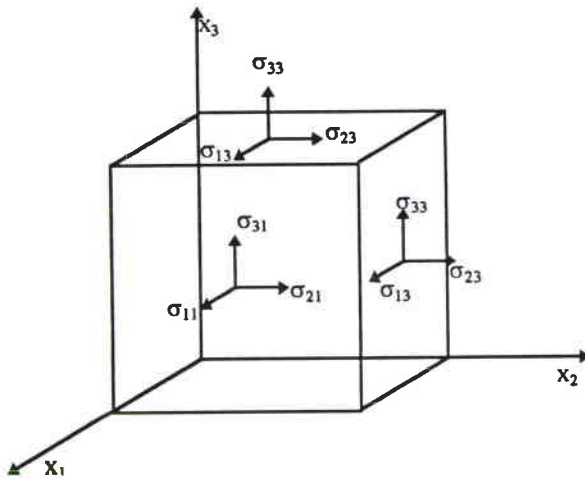


Figure 1

Nous ne décrivons ici que les deux premiers types d'onde.

Pour considérer la propagation des ondes dans un matériau, nous écrivons le principe fondamental de la dynamique sur un parallélépipède rectangle élémentaire du matériau considéré en supposant que la masse volumique  $\rho$  demeure constante.

$$/1/ \quad \sum F_{x_i} = (\rho \delta x_1 \delta x_2 \delta x_3) \frac{\partial^2 u_i}{\partial t^2},$$

$u_i$  étant le déplacement du centre de gravité dans la direction  $x_i$ .

La contrainte dans la direction  $x_i$  sur la sur une face orthogonale à la direction  $x_j$  est

$$\sigma_{ij} \pm \frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial x_j} \cdot \frac{1}{2} \delta x_j$$

Par conséquent :

$$\begin{aligned}
 & (\sigma_{11} + \frac{1}{2} \frac{\partial \sigma_{11}}{\partial x_1} \cdot \delta x_1 - \sigma_{11} + \frac{1}{2} \frac{\partial \sigma_{11}}{\partial x_1} \cdot \delta x_1) \delta x_2 \delta x_3 \\
 /2/ & + (\sigma_{12} + \frac{1}{2} \frac{\partial \sigma_{12}}{\partial x_2} \cdot \delta x_2 - \sigma_{12} + \frac{1}{2} \frac{\partial \sigma_{12}}{\partial x_2} \cdot \delta x_2) \delta x_1 \delta x_3 \\
 & + (\sigma_{13} + \frac{1}{2} \frac{\partial \sigma_{13}}{\partial x_3} \cdot \delta x_3 - \sigma_{13} + \frac{1}{2} \frac{\partial \sigma_{13}}{\partial x_3} \cdot \delta x_3) \delta x_1 \delta x_2 = \sum F_{x_1}
 \end{aligned}$$

En combinant /1/ et /2/, on arrive à l'expression dans la direction  $x_1$

$$\frac{\partial \sigma_{11}}{\partial x_1} + \frac{\partial \sigma_{12}}{\partial x_2} + \frac{\partial \sigma_{13}}{\partial x_3} = \rho \frac{\partial^2 u_1}{\partial t^2}$$

De manière similaire, dans les trois directions  $x_i$ ,

$$/3/ \quad \sum_j \frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial x_j} = \rho \frac{\partial^2 u_i}{\partial t^2}$$

Pour un matériau isotrope, les lois de Hooke permettent d'écrire :

$$/4/ \quad \sigma_{ij} = 2\mu \varepsilon_{ij} + \lambda \Delta \delta_{ij} \quad \text{où}$$

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \text{ et}$$

$$\Delta = \varepsilon_{11} + \varepsilon_{22} + \varepsilon_{33} = \sum \frac{\partial u_i}{\partial x_i} \text{ est la dilatation de}$$

l'élément.

$\lambda$  et  $\mu$  sont les coefficients de Lamé.

En remplaçant dans /3/, on obtient :

$$\sum_j \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \mu \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) + \lambda \Delta \delta_{ij} \right) = \rho \frac{\partial^2 u_i}{\partial t^2}$$

$$\mu \sum_j \frac{\partial^2 u_i}{\partial x_j^2} + \mu \frac{\partial}{\partial x_i} \left( \sum_j \frac{\partial u_j}{\partial x_j} \right) + \lambda \frac{\partial \Delta}{\partial x_i} = \rho \frac{\partial^2 u_i}{\partial t^2}$$

$$\mu \nabla^2 u_i + \mu \frac{\partial \Delta}{\partial x_i} + \lambda \frac{\partial \Delta}{\partial x_i} = \rho \frac{\partial^2 u_i}{\partial t^2}$$

$$/5/ \quad \boxed{\mu \nabla^2 u_i + (\mu + \lambda) \frac{\partial \Delta}{\partial x_i} = \rho \frac{\partial^2 u_i}{\partial t^2}}$$



**A2 - 1.1. Onde sphérique**

En différenciant /5/ par rapport à  $x_i$ , on arrive à

$$\frac{\partial}{\partial x_i} \left[ \mu \nabla^2 u_i + (\mu + \lambda) \frac{\partial \Delta}{\partial x_i} \right] = \frac{\partial}{\partial x_i} \left( \rho \frac{\partial^2 u_i}{\partial t^2} \right)$$

c'est-à-dire

$$/6/ \quad \boxed{\mu \nabla^2 \frac{\partial u_i}{\partial x_i} + (\mu + \lambda) \frac{\partial^2 \Delta}{\partial x_i^2} = \rho \frac{\partial^2}{\partial t^2} \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_i} \right)}$$

En sommant les trois expressions /6/, et en remarquant que  $\Delta = \sum_i \frac{\partial u_i}{\partial x_i}$  on obtient

finalement :

$$/7/ \quad \boxed{(\lambda + 2\mu) \nabla^2 \Delta = \rho \frac{\partial^2 \Delta}{\partial t^2}}$$

Dans le cas d'un milieu semi-infini, la célérité des ondes de dilatation est :

$$/8/ \quad \boxed{c_l = \sqrt{\frac{(\lambda + 2\mu)}{\rho}} = \sqrt{\frac{(1-\nu) E}{(1+\nu)(1-2\nu) \rho}}}$$

**A2 - 1.2. Ondes de cisaillement**

Repartons de l'équation /5/.

$$\mu \nabla^2 u_i + (\mu + \lambda) \frac{\partial \Delta}{\partial x_i} = \rho \frac{\partial^2 u_i}{\partial t^2}$$

En différenciant /5/ par rapport à  $x_j$ , on arrive à

$$\frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \mu \nabla^2 u_i + (\mu + \lambda) \frac{\partial \Delta}{\partial x_i} \right] = \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \rho \frac{\partial^2 u_i}{\partial t^2} \right) \text{ ou encore :}$$

$$/9a/ \quad \mu \nabla^2 \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + (\mu + \lambda) \frac{\partial^2 \Delta}{\partial x_i \partial x_j} = \rho \frac{\partial^2}{\partial t^2} \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \right)$$

De manière analogue,

$$/9b/ \quad \mu \nabla^2 \frac{\partial u_j}{\partial x_i} + (\mu + \lambda) \frac{\partial^2 \Delta}{\partial x_i \partial x_j} = \rho \frac{\partial^2}{\partial t^2} \left( \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right),$$

soit, en soustrayant les deux dernières équations,

$$\mu \nabla^2 \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} - \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) = \rho \frac{\partial^2}{\partial t^2} \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} - \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right)$$

En posant la rotation  $\omega_{ij} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} - \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right)$ , on arrive à l'équation d'onde :

$$/10/ \quad \mu \nabla^2 \omega_{ij} = \rho \frac{\partial^2 \omega_{ij}}{\partial t^2}$$

se propageant à la célérité :

$$/11/ \quad c_t = \sqrt{\frac{\mu}{\rho}}$$

Cette célérité est indépendante de la longueur d'onde.

### A2 - 1.3. Onde de compression dans un barreau cylindrique

Le cas d'une onde de compression se propageant le long d'un barreau cylindrique est différent de celui d'une onde de dilatation dans un milieu semi-infini. Les effets de bord font que l'onde est dirigée et se déplace moins vite que dans un milieu infini (*figure 2*).

Dans l'approche courante, nous sommes amenés à faire les hypothèses suivantes :

le front d'onde reste plan,

l'inertie radiale est négligée (pas de variation de section).

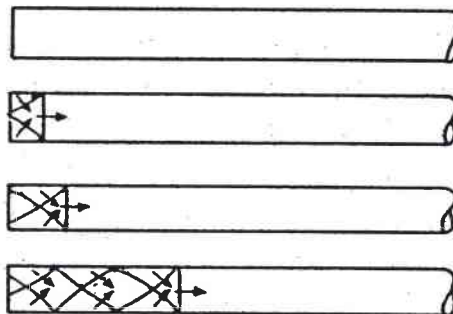


Figure 2 : propagation d'une onde dans un barreau cylindrique

En appliquant le principe de Newton à un élément de la barre de section  $A$  et de longueur  $\delta x$ , (*figure 3*) on obtient :

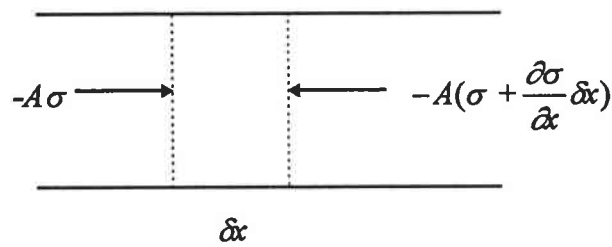


Figure 3

$$-A\sigma + A\left(\sigma + \frac{\partial\sigma}{\partial x}\delta x\right) = A\rho\delta x \frac{\partial^2 u}{\partial t^2}$$

c'est-à-dire

$$/12/ \quad \frac{\partial\sigma}{\partial x} = \rho \frac{\partial^2 u}{\partial t^2}$$

Sachant que la déformation est élastique, on a  $\sigma = E\varepsilon = E \frac{\partial u}{\partial x}$ . En remplaçant dans /12/,

on obtient :

$$/13/ \quad E \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = \rho \frac{\partial^2 u}{\partial t^2}$$

équation d'une onde de célérité :

$$/14/ \quad c_b = \sqrt{\frac{E}{\rho}}$$

On constate que la célérité d'une onde de compression dans une barre est inférieure à celle dans un milieu infini. Pour un métal dont le coefficient de Poisson est de 0,3, le rapport des deux célérités est :

$$\frac{c_l}{c_b} = \sqrt{1,346} = 1,16$$

La solution de l'équation /13/ s'écrit :

$$/15/ \quad u = f(x-c_b t) + g(x+c_b t)$$

$$/16/ \quad \varepsilon = \frac{\partial u}{\partial x} = f'(x-c_b t) + g'(x+c_b t)$$

$$/17/ \quad \sigma = E \varepsilon = E [f'(x-c_b t) + g'(x+c_b t)]$$

$$/18/ \quad v = \frac{\partial u}{\partial t} = c_b [-f'(x-c_b t) + g'(x+c_b t)]$$

Si on considère le cas où l'onde ne se déplace que dans une seule direction, ces équations montrent une relation linéaire entre la contrainte en un point et la vitesse particulière :

---


$$/19/ \quad \sigma = \frac{E}{c_b} v = \sqrt{E\rho} v = \rho c_b v$$

$\rho c_b$  est l'impédance spécifique du matériau.

### A2 - 1.3.1. Effets d'inertie radiale

Pochhammer [1876] et Chree [1889] ont étudié la propagation de trains d'ondes sinusoïdales dans un barreau cylindrique semi-infini. Dans le cas d'ondes longitudinales où chaque élément se déforme dans la direction de propagation de l'onde, les solutions font apparaître des fonctions de Bessel de première espèce d'ordre zéro et d'ordre un. Le développement en série de ces fonctions permet d'aboutir à l'équation approchée de la forme :

$$/20/ \quad \frac{C_\phi}{C_b} = 1 - v^2 \pi^2 \left(\frac{r}{\Lambda}\right)^2$$

$C_\phi$  = vitesse de groupe

$$C_b = \sqrt{\frac{E}{\rho}}$$

$r$  = rayon du barreau

$\Lambda$  longueur du train d'onde.

$$v = \frac{\lambda}{2(\lambda + \mu)} \quad (\text{coefficient de Poisson})$$

Si  $r \ll \Lambda$  alors  $c_\phi = c_b$ , et on obtient une onde non dispersive de vitesse  $c_b$ .

Davies [1956] a pris en compte les effets d'inertie radiale parvenant ainsi à une équation de propagation de la forme :

$$/21/ \quad \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} - v^2 \frac{I}{A} \frac{\partial^4 u}{\partial x^2 \partial x^2} - c_b^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = 0$$

$I = \pi r^4 / 2$  désigne le moment d'inertie d'ordre 2 par rapport à l'axe du cylindre

$A = \pi r^2$  est la section de la barre.

Le terme traduisant la dispersion est traduit par le second terme de l'équation /21/.

Plusieurs solutions sont proposées pour diminuer ces ondes radiales :

- la 1<sup>ère</sup> solution consiste à diminuer le diamètre des barres de façon à ce qu'il soit nettement inférieur à la longueur d'onde. Cette solution présente cependant l'inconvénient de diminuer la force maximale admissible car les barres doivent demeurer dans le domaine élastique.

- la 2<sup>ème</sup> solution est de choisir des matériaux dont le coefficient de Poisson est faible. Là encore il faut que leur limite d'élasticité soit suffisamment élevée pour avoir une gamme de vitesses d'impact la plus étendue possible.

### A2 - 1.3.2. Réflexion d'une onde de compression

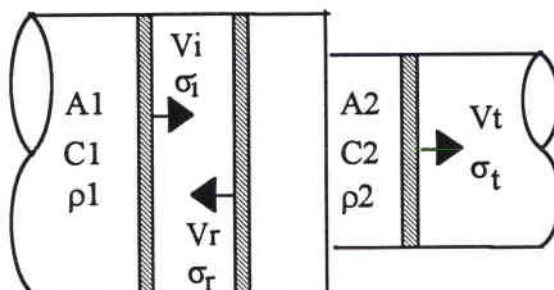


Figure 4: Réflexion d'une onde de compression

Lorsqu'une telle onde rencontre une discontinuité de section ou de matériau (figure 4), elle est en partie transmise et en partie réfléchi. Les conditions à satisfaire à l'interface sont l'équilibre des forces et de vitesses particulières :

$$A_1 (\sigma_i + \sigma_r) = A_2 \sigma_t$$

$$v_i - v_r = v_t$$

Les indices  $i$ ,  $r$  et  $t$  se réfèrent aux ondes incidente, réfléchi et transmise.

En combinant ces équations avec l'équation /19/, on aboutit à :

$$\sigma_t = \frac{2 A_1 \rho_2 C_{b2}}{A_1 \rho_1 C_{b1} + A_2 \rho_2 C_{b2}} \sigma_i$$

$$\sigma_r = \frac{A_2 \rho_2 C_{b2} - A_1 \rho_1 C_{b1}}{A_1 \rho_1 C_{b1} + A_2 \rho_2 C_{b2}} \sigma_i$$

---

## **A2 - 2.Méthode des barres de Hopkinson**

### **A2 - 2.1.Principe**

La théorie des barres de Hopkinson en compression est identique à celle des barres de torsion :

On peut résumer les équivalences dans le tableau suivant :

<b>Torsion</b>	<b>Compression</b>
couple C	force F
moment d'inertie $J = \frac{\pi D^4}{32}$	aire de la section $A = \frac{\pi D^2}{4}$
contrainte de cisaillement $\tau$	contrainte uniaxiale $\sigma$
taux de cisaillement $\gamma$	taux de déformation $\varepsilon$
module de cisaillement $G$	module de Young $E$
célérité des ondes $c_t = \sqrt{\frac{G}{\rho_0}}$	célérité des ondes $c_l = \sqrt{\frac{E}{\rho_0}}$
impédance acoustique $Z = J\rho_0 c_t$	impédance acoustique $Z = A\rho_0 c_l$

Le dispositif expérimental est constitué d'un projectile, d'une barre d'entrée, de l'éprouvette et d'une barre de sortie. Les barres sont placées dans un tube de guidage afin d'assurer leur alignement. Lors de l'essai, le projectile vient heurter l'extrémité de la barre d'entrée engendrant ainsi une onde élastique de compression se propageant vers l'éprouvette (onde incidente). En raison de la différence d'impédance entre la barre d'entrée et l'échantillon, seule une partie du signal est transmise dans la barre de sortie. L'autre partie du signal est réfléchiée en une onde de tension. A partir de la mesure des déformations des barres d'entrée et de sortie au moyen de jauges de déformation il est possible de déterminer à tout instant la vitesse de déformation et la contrainte au sein de l'échantillon.

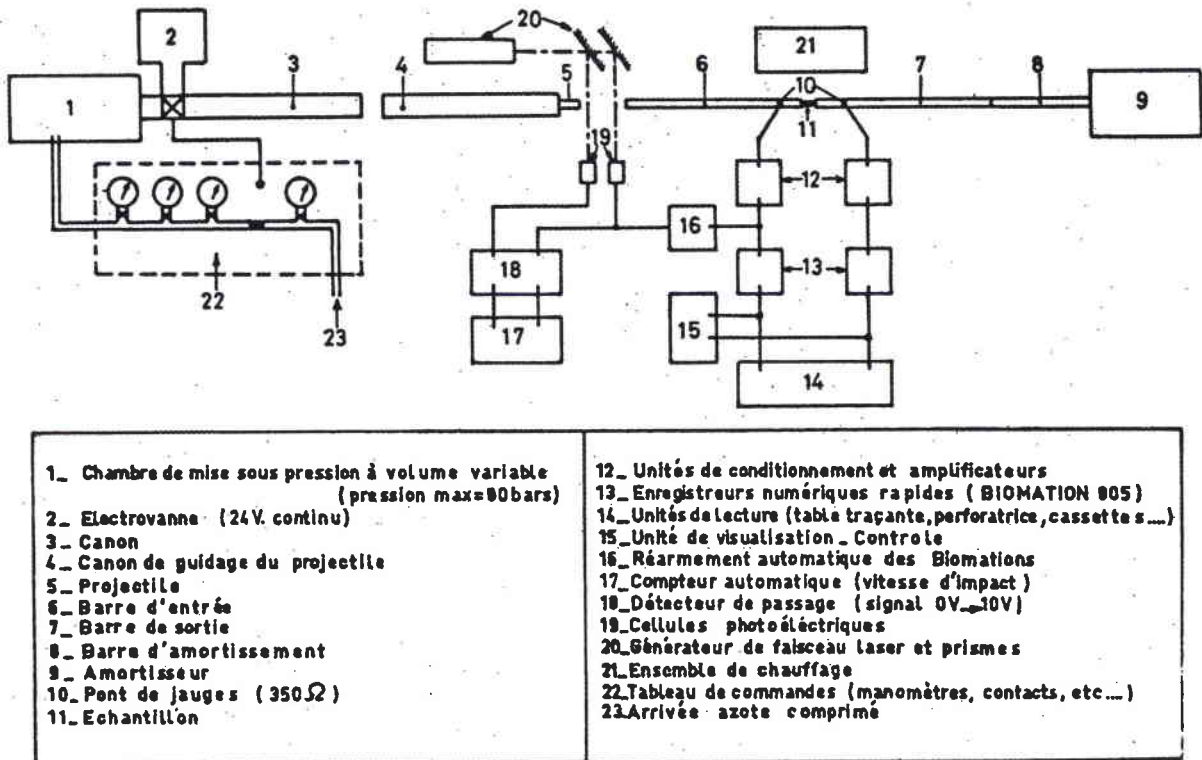


Figure 5 : Barres de Hopkinson

L'amplitude de l'onde incidente dépend de la vitesse d'impact du projectile tandis que sa durée varie suivant la longueur de celui-ci ( $T = \frac{2L}{c_b}$ , où  $L$  est la longueur du projectile et  $c_b$  la célérité des ondes de longitudinales dans le projectile). [Kolsky 63]

## A2 - 2.2. Conditions expérimentales et hypothèses retenues

Les hypothèses nécessaires pour le dépouillement d'un essai de compression réalisé avec des barres de Hopkinson sont les suivantes :

- conservation du comportement élastique du matériau des barres d'entrée et de sortie ;
- hypothèse d'un état de déformation homogène au sein de l'éprouvette ;
- faible longueur de l'éprouvette afin que les ondes effectuent un nombre d'allers et retours suffisant dans l'échantillon et obtenir ainsi un état de contrainte uniforme ;
- les contraintes tangentielles doivent être faibles ; ceci peut être réalisé en polissant soigneusement les faces de l'éprouvette ou en les lubrifiant légèrement, ce qui a pour effet d'abaisser le coefficient de frottement.

Le dispositif doit permettre un alignement parfait des barres et leur liberté totale de déplacement axial. [Dormeval 1980] [Bacon 1993]

### A2 - 2.3. Expression de la force appliquée et de la déformation dans l'échantillon

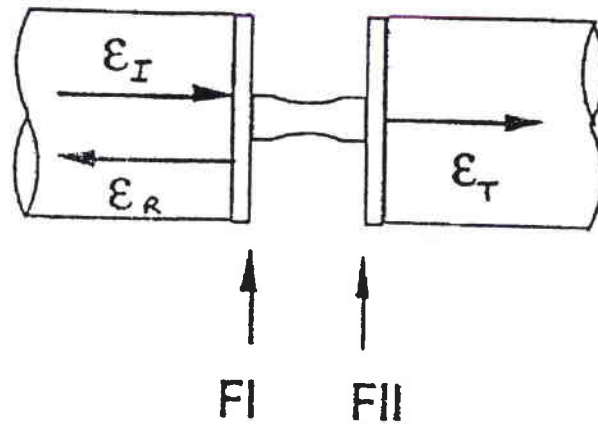


Figure 6

A : section de la barre

E : module de Young

$c_b$  : vitesse de l'onde dans la barre

$\epsilon_r$  : déformation due au signal réfléchi,

$\epsilon_i$  : déformation due au signal incident

$\epsilon_t$  : déformation due au signal transmis;

Les forces de contact aux interfaces I et II (figure 6) ont les expressions suivantes :

$$F_I = AE(\epsilon_r + \epsilon_i)$$

$$F_{II} = AE\epsilon_t$$

Au bout de quelques allers et retours de l'onde dans l'échantillon, on observe généralement que les deux forces sont égales.  $\epsilon_r + \epsilon_i = \epsilon_t$

Les vitesses particulières des sections I et II sont :

$$v_I = c_b(\epsilon_r - \epsilon_i)$$

$$v_{II} = -c_b\epsilon_t$$

La vitesse de déformation dans l'échantillon est :  $\dot{\epsilon} = \frac{v_I - v_{II}}{e} = \frac{2c_b\epsilon_r}{e}$ , où  $e$  est la longueur de l'éprouvette.



La mesure de la déformation des barres au moyen de ponts de jauges permet de remonter aux niveaux de contrainte et de déformation aux interfaces I et II.

L'évaluation de la force résultante à l'interface I n'est pas précise parce qu'elle est déduite de la somme en valeur algébrique des signaux incident et réfléchi (ils sont quasiment égaux en valeur absolue à cause d'une forte désadaptation d'impédance), ce qui introduit une incertitude assez importante. En revanche, la détermination de la force est plus précise à partir du signal enregistré sur la barre de sortie. Nous choisissons alors la force  $F_{II}$  pour le calcul de la force résultante de l'éprouvette en supposant un état quasi équilibré de celle-ci (égalité des forces  $F_I$  et  $F_{II}$ ). [Lindholm, 64]

Les hypothèses de Hopkinson citées précédemment peuvent être difficilement vérifiées en présence d'inertie radiale et de frottement entre l'échantillon et les barres élastiques. Cependant, les oscillations radiales sont négligeables très rapidement.

En connaissant la vitesse de déformation à tout instant, nous avons accès à la déformation en intégrant celle-ci par rapport au temps.

## Annexe 3

### Diverses modélisations du comportement plastique du tantale

La résolution de problèmes mécaniques avec l'aide de moyens numériques est l'aboutissement de la connaissance du comportement des matériaux. La qualité des simulations dépend fortement de la description et de l'analyse des résultats expérimentaux obtenus.

De nombreux modèles de lois de comportement mécaniques tentent de restituer de manière plus ou moins complète le comportement mécanique des matériaux. L'objet de ce chapitre est de comparer les résultats des différents modèles sur le tantale dans le domaine de vitesses, de déformations et de températures détaillé dans le chapitre précédent.

#### A3 - 1. Hollomon $\sigma = K \varepsilon^n$

Cette loi est la première approche du comportement mécanique d'un métal. Elle indique la consolidation du matériau mais n'apporte aucun renseignement sur sa limite d'élasticité. Elle n'est pas représentative des très faibles déformation car  $\sigma$  tend vers 0 lorsque  $\varepsilon$  est très faible. De plus elle ne prend pas en compte l'effet de la température et de la vitesse de déformation.

Les paramètres déterminés par D. Bédère, Ansart et Dormeval [*~ 1988*] ont été obtenus par méthode des moindres carrés à différentes températures et vitesses de déformation et ne correspondent pas nécessairement aux valeurs ponctuelles du coefficient d'érouissage. Ils publient ( $\sigma$  en MPa):

$T = 20^\circ\text{C}$

$$\begin{aligned} \dot{\varepsilon} = 10^{-3} \text{ s}^{-1} & \quad \sigma = 507 \varepsilon^{0,2} \\ \dot{\varepsilon} = 570 \text{ s}^{-1} & \quad \sigma = 533 \varepsilon^{0,015} \\ \dot{\varepsilon} = 1910 \text{ s}^{-1} & \quad \sigma = 604 \varepsilon^{0,03} \end{aligned}$$

$T = 200^\circ\text{C}$

$$\begin{aligned} \dot{\varepsilon} = 10^{-3} \text{ s}^{-1} & \quad \sigma = 468 \varepsilon^{0,281} \\ \dot{\varepsilon} = 850 \text{ s}^{-1} & \quad \sigma = 411 \varepsilon^{0,044} \\ \dot{\varepsilon} = 2250 \text{ s}^{-1} & \quad \sigma = 461 \varepsilon^{0,065} \end{aligned}$$

$T = 400^\circ\text{C}$

$$\begin{aligned} \dot{\varepsilon} = 10^{-3} \text{ s}^{-1} & \quad \sigma = 455 \varepsilon^{0,251} \\ \dot{\varepsilon} = 1020 \text{ s}^{-1} & \quad \sigma = 365 \varepsilon^{0,112} \\ \dot{\varepsilon} = 1690 \text{ s}^{-1} & \quad \sigma = 393 \varepsilon^{0,128} \end{aligned}$$

$T = 600^\circ\text{C}$

$$\begin{aligned} \dot{\varepsilon} = 10^{-3} \text{ s}^{-1} & \quad \sigma = 322 \varepsilon^{0,253} \\ \dot{\varepsilon} = 1090 \text{ s}^{-1} & \quad \sigma = 326 \varepsilon^{0,12} \\ \dot{\varepsilon} = 1750 \text{ s}^{-1} & \quad \sigma = 347 \varepsilon^{0,119} \end{aligned}$$

### A3 - 2.Ludwik $\sigma = \sigma_0 + K \epsilon^n$

Ce modèle contrairement à celui d'Hollomon donne la limite d'élasticité. D'après Bédère, Ansart et Dormeival, les résultats de simulation sur le tantale sont très satisfaisants avec cette loi simple pourvu que l'on travaille température et vitesse de déformation connue. Ils trouvent les formules suivantes ( $\sigma$  en MPa):

$$T = 20^\circ\text{C}$$

$$\dot{\epsilon} = 10^{-3} \text{ s}^{-1} \quad \sigma = 150 + 461 \epsilon^{0,505}$$

$$\dot{\epsilon} = 1910 \text{ s}^{-1} \quad \sigma = 509 + 211 \epsilon^{0,541}$$

$$T = 200^\circ\text{C}$$

$$\dot{\epsilon} = 10^{-3} \text{ s}^{-1} \quad \sigma = 87 + 426 \epsilon^{0,459}$$

$$\dot{\epsilon} = 850 \text{ s}^{-1} \quad \sigma = 313 + 162 \epsilon^{0,43}$$

$$\dot{\epsilon} = 2250 \text{ s}^{-1} \quad \sigma = 324 + 185 \epsilon^{0,476}$$

$$T = 400^\circ\text{C}$$

$$\dot{\epsilon} = 10^{-3} \text{ s}^{-1} \quad \sigma = 84 + 394 \epsilon^{0,381}$$

$$\dot{\epsilon} = 1020 \text{ s}^{-1} \quad \sigma = 192 + 304 \epsilon^{0,543}$$

$$\dot{\epsilon} = 1690 \text{ s}^{-1} \quad \sigma = 195 + 286 \epsilon^{0,519}$$

$$T = 600^\circ\text{C}$$

$$\dot{\epsilon} = 10^{-3} \text{ s}^{-1} \quad \sigma = 79 + 284 \epsilon^{0,484}$$

$$\dot{\epsilon} = 1090 \text{ s}^{-1} \quad \sigma = 165 + 307 \epsilon^{0,585}$$

$$\dot{\epsilon} = 1750 \text{ s}^{-1} \quad \sigma = 188 + 325 \epsilon^{0,671}$$

### A3 - 3.Steinberg Cochran Guinan $\sigma = \sigma_0 (1 + \beta \epsilon)^n$

Cette loi fournit à la fois la limite d'élasticité et le coefficient d'écrouissage dès que  $\beta \epsilon$  est très grand devant 1. Sa formulation complète tient compte de la pression et de la température mais pas de la vitesse de déformation [Steinberg et al 1980]:

$$\sigma = \sigma_0 [1 + \beta \epsilon]^n \left[ 1 + \frac{P}{\sigma_0 \eta^{1/3}} \frac{\partial \sigma}{\partial P} + \frac{(T - 300)}{G_0} \frac{\partial G}{\partial T} \right]$$

Ce modèle est conçu principalement pour les chocs pour lesquels la vitesse de déformation excède  $\dot{\epsilon} = 10^5 \text{ s}^{-1}$  mais a été étendu au domaine de vitesses  $10^4 - 10^5 \text{ s}^{-1}$  comme nous le verrons dans le prochain paragraphe. Les constantes fournies par Steinberg, Cochran et Guinan ne sont pas exploitables dans le domaine de vitesses de déformation que nous avons considéré jusqu'ici ( $\sigma > \sigma_0 = 770 \text{ MPa}$ ).

En adoptant un modèle simplifié  $\sigma = \sigma_0 (1 + \beta \epsilon)^n$ , Bédère et al déterminent avec une très bonne corrélation avec leurs essais expérimentaux à température et vitesse de déformation constante :

$T = 200^{\circ}\text{C}$ 

$$\begin{aligned} \dot{\varepsilon} &= 10^{-3} \text{ s}^{-1} & \sigma &= 149 (1 + 105 \varepsilon)^{0,282} \\ \dot{\varepsilon} &= 570 \text{ s}^{-1} & \sigma &= 470 (1 + 2660 \varepsilon)^{0,016} \\ \dot{\varepsilon} &= 1910 \text{ s}^{-1} & \sigma &= 508 (1 + 219 \varepsilon)^{0,033} \end{aligned}$$

 $T = 200^{\circ}\text{C}$ 

$$\begin{aligned} \dot{\varepsilon} &= 10^{-3} \text{ s}^{-1} & \sigma &= 91 (1 + 278 \varepsilon)^{0,288} \\ \dot{\varepsilon} &= 850 \text{ s}^{-1} & \sigma &= 315 (1 + 169 \varepsilon)^{0,058} \\ \dot{\varepsilon} &= 2250 \text{ s}^{-1} & \sigma &= 328 (1 + 47 \varepsilon)^{0,098} \end{aligned}$$

 $T = 400^{\circ}\text{C}$ 

$$\begin{aligned} \dot{\varepsilon} &= 10^{-3} \text{ s}^{-1} & \sigma &= 108 (1 + 178 \varepsilon)^{0,275} \\ \dot{\varepsilon} &= 1020 \text{ s}^{-1} & \sigma &= 197 (1 + 54 \varepsilon)^{0,193} \\ \dot{\varepsilon} &= 1690 \text{ s}^{-1} & \sigma &= 202 (1 + 47 \varepsilon)^{0,201} \end{aligned}$$

 $T = 600^{\circ}\text{C}$ 

$$\begin{aligned} \dot{\varepsilon} &= 10^{-3} \text{ s}^{-1} & \sigma &= 82 (1 + 118 \varepsilon)^{0,297} \\ \dot{\varepsilon} &= 1090 \text{ s}^{-1} & \sigma &= 170 (1 + 41 \varepsilon)^{0,232} \\ \dot{\varepsilon} &= 1750 \text{ s}^{-1} & \sigma &= 191 (1 + 21 \varepsilon)^{0,273} \end{aligned}$$

La valeur du paramètre  $\beta$  n'a pas de signification physique intrinsèque. Sa variation a extrêmement peu d'influence sur la loi. Il est possible d'obtenir une modélisation tout aussi satisfaisante avec une légère modification de  $n$  et  $\sigma_0$  et une valeur de  $\beta$  radicalement différente de celle trouvée par Bédère et al (on peut trouver un facteur supérieur à 10).

L'inconvénient majeur des trois modèles sus-cités est la multiplicité des jeux de coefficients, chacun étant dépendant de la température et de la vitesse de déformation. Les modèles qui suivent ont cherché des relations restituant l'influence de la vitesse de déformation et de la température sur les courbes de consolidation du tantale.

### A3 - 4. Steinberg Lund

En se basant sur la modélisation de Dorn et les résultats expérimentaux de Hoge et Mukherjee, Steinberg et Lund [~ 1989] ont découplé l'effet de l'écroutissage et de l'activation thermique :

$Y = Y_T (\dot{\varepsilon}, T) + Y_A f(\varepsilon)$  avec les formulations suivantes de la composante des contraintes d'activation thermique et d'écroutissage :

$$Y_T \text{ solution analytique de } \dot{\varepsilon} = \left\{ \frac{1}{C_1} \exp \left[ \frac{2U_k}{kT} \left( 1 - \frac{Y_T}{Y_P} \right)^2 \right] + \frac{C_2}{Y_T} \right\}^{-1}$$

$$Y_A f(\varepsilon) = Y_A (1 + \beta \varepsilon)^n$$

$Y_A$  correspond à la contrainte athermique de la limite d'élasticité,

$Y_P$  à la contrainte de Peierls,

$U_k$  à l'énergie d'activation pour créer un décrochement de dislocation,

---

$1/C_1$  à un facteur de fréquence de saut d'une dislocation

$C_2$  à l'effet du frottement sur les dislocations.

$k$  est la constante de Boltzmann,  $\beta$  et  $n$  ont la même signification que dans le modèle précédent.

Après correction des erreurs typographiques de l'article de Hoge et Mukherjee, ils obtiennent :

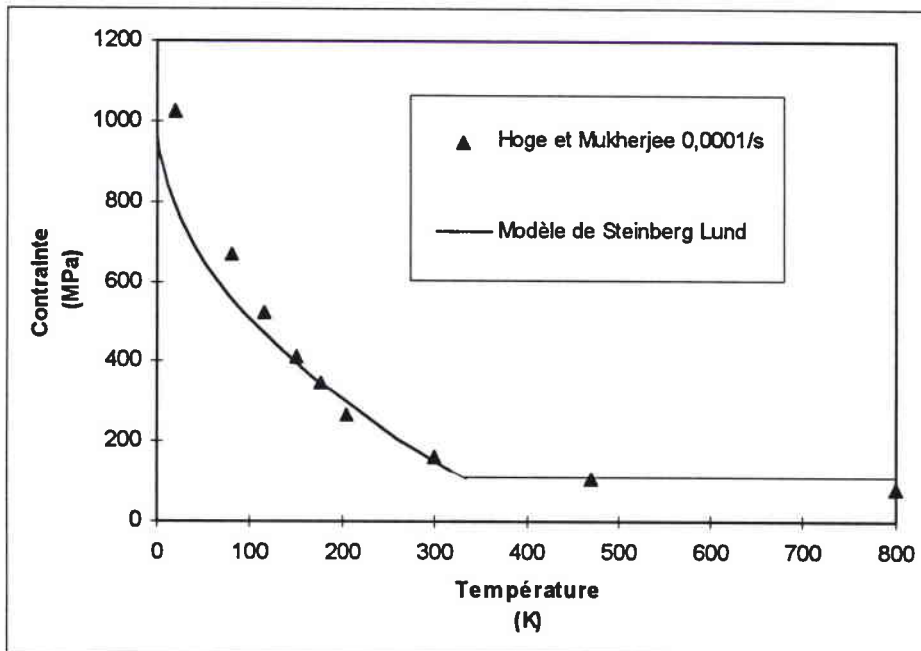
$$C_1 = 0,71 \cdot 10^6 \text{ s}^{-1} \qquad Y_A = 124 \text{ MPa}$$

$$C_2 = 0,012 \text{ MPa}\cdot\text{s}^{-1} \qquad \beta = 10$$

$$U_k = 0,31 \text{ eV/atome} \qquad n = 0,1$$

$$Y_P = 1000 \text{ MPa}$$

Apparemment, ces paramètres n'ont pas été optimisés de manière très poussée. Dans le même article Steinberg et Lund donnent un autre jeu de paramètres en se basant sur les travaux de Isbell, Babcock et Christman ( $Y_A = 325 \text{ MPa}$ ). Ils affirment de surcroît que le paramètre  $Y_P = 880 \text{ MPa}$  donne une meilleure corrélation avec les points expérimentaux. Ces paramètres sont relativement décevants comme le montrent le graphe suivant donnant la limite d'élasticité prévue par le modèle comparé aux points expérimentaux.



*Figure 1 : modélisation de la limite d'élasticité par Steinberg et Lund*

### A3 - 5. Johnson Cook

Le modèle de Johnson-Cook est une extension directe de celui de Ludwik :

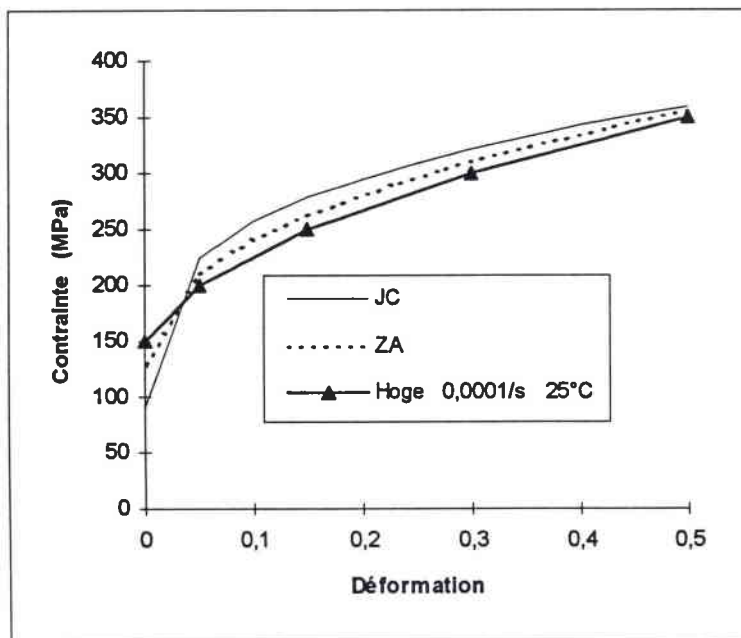
$$\sigma = (\sigma_0 + K \varepsilon^n) (1 + C \ln(\dot{\varepsilon})) (1 - T^{*m})$$

$$T^* = \frac{T - T_{\text{ambiant}}}{T_f - T_{\text{ambiant}}}$$

Chen et Gray [~ 1994] ont évalué les paramètres de cette équation .

$$\sigma_0 = 185 \text{ MPa}, \quad K = 675 \text{ MPa}, \quad n = 0,3$$

$$C = 0,047 \quad m = 0,425 \quad T_f = 3250 \text{ K}$$



*Figure 2 : comparaison de courbes expérimentales de consolidation du tantale à  $10^{-4} \text{ s}^{-1}$  et  $25^\circ\text{C}$  avec les modèles de Johnson-Cook et de Zerilli-Armstrong*

### A3 - 6. Zerilli Armstrong

Pour les matériaux à structure cubique centrée, Zerilli et Armstrong proposent que la vitesse de déformation et de la température agissent selon la loi :

$$\sigma = \sigma_G + k \Gamma^{1/2} + B_0 e^{-\beta T} + K \varepsilon^n$$

$$\beta = \beta_0 - \beta_1 \ln \dot{\varepsilon}$$

$\sigma_G + k \Gamma^{1/2}$  représente la composante athermique de la contrainte d'écoulement,  
 $k \Gamma^{1/2}$  la contribution de la taille des grains,

$B_0 e^{-\beta T}$  la contrainte activée thermiquement  
 $K \varepsilon^n$  l'effet de l'érouissage.

Les sept constantes  $B_0$ ,  $\beta_0$ ,  $\beta_1$ ,  $k$ ,  $K$ ,  $n$  et  $\sigma_G$  sont des constantes caractéristiques du matériau. Zerilli et Armstrong se sont intéressés à plusieurs résultats expérimentaux pour la détermination des constantes du tantale : ceux de Hoge et Mukherjee [~ 1977], de Bechtold [~ 1955], de Regazzoni et Montheillet [~ 1984], de Gilbert, Hull, Owen et Reid [~ 1962] pour le tantale polycristallin, de Mitchell et Spitzig [~ 1965] et de Mordike et Rudolph [~ 1967] pour le tantale monocristallin.

Ils publient le tableau suivant :

	$\sigma_G + k \Gamma^{1/2}$ (MPa)	$B_0$ (MPa)	$\beta_0$ (K <sup>-1</sup> )	$\beta_1$ (K <sup>-1</sup> )	$K$ (MPa)	$n$ (-)
Hoge et <i>al</i>	30	1125	0,00535	0,000327	310	0,44
Bechtold	113	1125	0,00535	0,000327	310	0,44
Mordike et <i>al</i>	0	1275	0,00387	0,000393	310	0,44
Gilbert et <i>al</i>	150	1275	0,00387	0,000393	310	0,44
Mitchell et <i>al</i>	0	2120	0,00650	0,000320	310	0,44

Les valeurs de Gilbert et *al* et de Mitchell et *al* diffèrent très sensiblement des autres car les tantales qu'ils étudient sont riches en éléments interstitiels.

Ils parviennent à comparer les résultats expérimentaux des monocristaux et des polycristaux en multipliant les contraintes résolues par un facteur de Taylor de 2,9. La corrélation entre les courbes qu'ils proposent et les points expérimentaux est excellente. Nous ne montrons à titre d'exemple que les courbes déterminées à 1,4% de déformation sur les points de Hoge et de Bechtold.

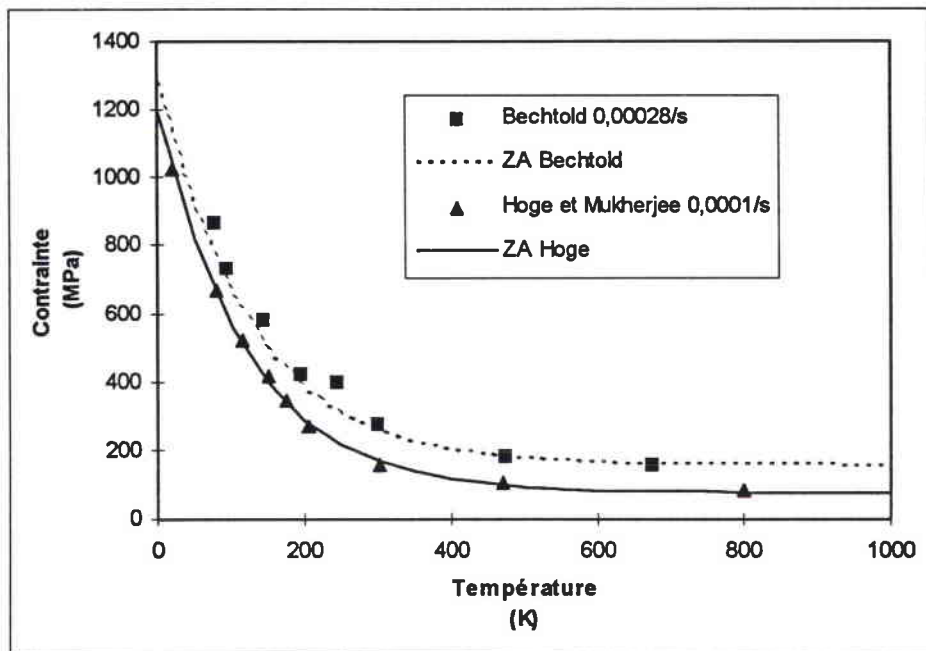


Figure 3 : modèle de Zerilli-Armstrong

Chen et Gray [~ 1994] proposent un jeu de constantes très voisin de celui de Zerilli et Armstrong et a priori meilleur à partir des courbes expérimentales de Hoge et Mukherjee :

	$\sigma_G + k \Gamma$ (MPa)	$B_0$ (MPa)	$\beta_0$ (K <sup>-1</sup> )	$\beta_1$ (K <sup>-1</sup> )	$K$ (MPa)	$n$ (-)
Zerilli-Armstrong	30	1125	0 00535	0 0003270	310	0 44
Chen-Gray	25	1200	0 00600	0 0003875	310	0 44

### A3 - 7.Ting

Ting [~ 1992] adopte une approche analogue à celle de Steinberg et Lund et de Zerilli et Armstrong en dissociant les influences de la vitesse et de la déformation. Il propose les équations suivantes :

$$h(\varepsilon, T) = \sigma_s(T) \left[ 1 - \exp\left(-\frac{\varepsilon}{\varepsilon^*(T)}\right) \right] + E_T$$

$$\sigma = Y_0(\dot{\varepsilon}, T) + h(\varepsilon, T)$$

$$Y_0(\dot{\varepsilon}, T) = \sigma_G + \frac{H_0}{V_0} \exp\left[-\frac{kT}{H_0} \ln\left(\frac{\eta}{\dot{\varepsilon}}\right)\right]$$



$$\text{avec } \sigma_s(T) = \sigma_{s_0} \left[ 1 - \left( \frac{T}{T_f} \right)^{n_1} \right] \quad E_t(T) = E_{t_0} \left[ 1 - \left( \frac{T}{T_f} \right)^{n_3} \right]$$

$$\varepsilon^*(T) = \varepsilon_0^* \left[ 1 - \left( \exp\left(-\frac{T}{T^*}\right) \right)^{n_2} \right]$$

L'intérêt de cette loi d'érouissage complexe est sa tentative d'atteindre les grandes déformation. Cet érouissage tend vers un érouissage linéaire à cause du terme  $E_T(T) \varepsilon$  qui démarque ce modèle des autres modèles qui ont une allure plus parabolique. Ting semble satisfait de ces équations après les avoir éprouvées sur des simulations d'essais de Taylor et de jets de charges génératrices de noyau. Cependant, les résultats de ses simulations sont assez éloignées de ce qu'ont observé les différents expérimentateurs.

Avec le jeu de constantes qu'il propose :

$$\sigma_G = 50 \text{ MPa}$$

$$H_0 = 0,63 \text{ eV/atome}$$

$$V_0 = 9,26 \cdot 10^{-29} \text{ m}^3/\text{atome}$$

$$\eta = 7,3 \cdot 10^{11} \text{ s}^{-1}$$

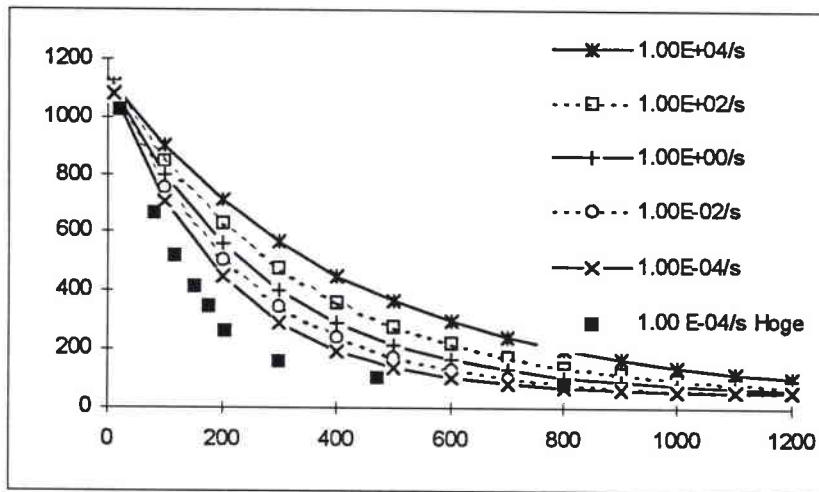
$$\sigma_{s_0} = 1200 \text{ MPa} ; n_1 = 0,2$$

$$\varepsilon_0^* = 0,25 ; T^* = 400 \text{ K} ; n_2 = 5$$

$$E_{t_0} = 150 \text{ MPa} ; n_3 = 0,5$$

$$T_f = 3253 \text{ K}$$

il obtient les courbes suivantes :



**Figure 4 :** modélisation de la limite d'élasticité en fonction de la température par Ting à différentes vitesses de déformation

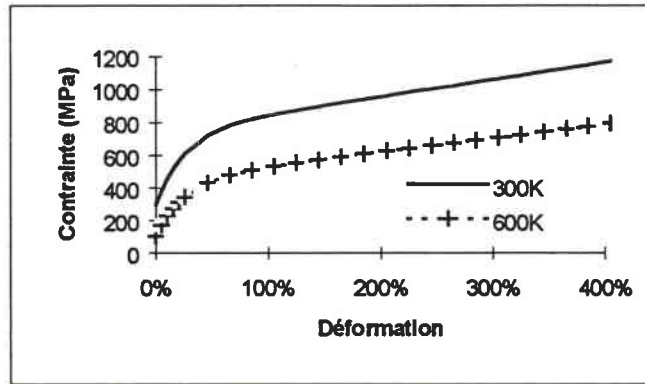


Figure 5 : courbes de consolidation à  $10^{-4} s^{-1}$  à deux températures par Ting.

### A3 - 8. Bodner Partom

Le modèle de Bodner Partom se base sur la relation de Prandtl-Reuss traduisant la conservation du volume au cours de la déformation plastique. L'originalité de ce modèle réside dans le fait qu'il ne considère pas la déformation comme un paramètre d'état décrivant macroscopiquement la microstructure. Il exprime le tenseur de vitesse de déformation  $\dot{\epsilon}_{ij}$  en fonction du tenseur  $S_{ij}$  déviateur des contraintes et d'une variable d'état  $Z$  caractérisant la microstructure.  $D_0$  est la vitesse limite de déformation,  $J_2$ , le second invariant du tenseur déviateur des contraintes et  $n$  la sensibilité à la vitesse. Les effets de la température ne sont pas pris en compte. (Il faudrait déterminer une fonction reliant  $n$  à la température).

$$\dot{\epsilon}_{ij} = D_0 \exp \left[ - \frac{n+1}{2n} \left( \frac{Z^2}{3J_2} \right)^n \right] \frac{S_{ij}}{\sqrt{J_2}}$$

Une seconde loi décrit l'évolution de  $Z$  en fonction du travail dissipé au cours de la déformation plastique :

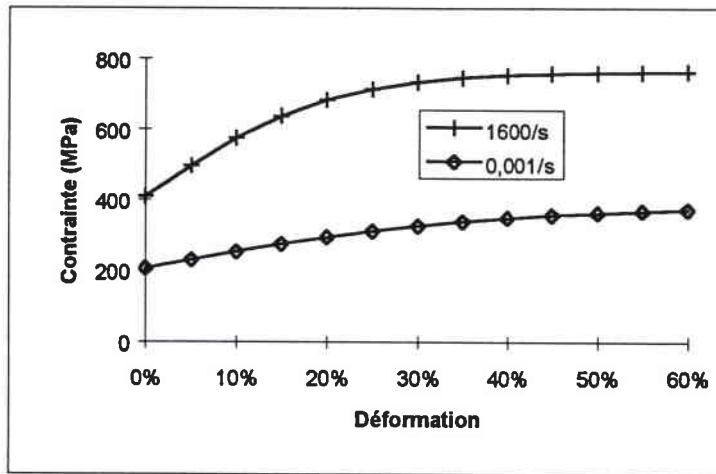
$$\dot{Z}(W_p) = m(Z_1 - Z) \dot{W}_p$$

Par raison de facilité de détermination des paramètres, Rajendran et al [~ 1991] modifient cette seconde loi en :

$$Z = Z_1 - (Z_1 - Z_0) e^{-m W_p} \quad (W_p \text{ travail plastique}).$$

$Z_1$  est une valeur de saturation de  $Z$ ,  $Z_0$  est la valeur initiale de  $Z$  et  $m$  caractérise l'écroutissage. Le jeu de constantes qu'ils publient est le suivant :

$$D_0 = 10^8 s^{-1}, Z_1 = 2,4 \text{ GPa}, Z_0 = 6,5 \text{ GPa}, n = 0,6 \text{ et } m = 14 \text{ GPa}^{-1}.$$



*Figure 6 : simulation d'après Bodner et Partom*

## Annexe 4

### Analyse des résultats

#### A4 - 1. Modélisation des données

##### **A4 - 1.1. Généralités**

Le problème posé est le suivant : soit un couple  $(x, y)$ ,  $x$  pouvant être vectoriel, on cherche une formulation qui, pour toute valeur de  $x$  de  $X$  fournirait la meilleure prévision de la valeur correspondante  $\hat{y}$  de  $Y$ ,  $\hat{y} = f(x)$ ,  $f$  étant une fonction prédéfinie dépendant de  $n$  paramètres.

L'approche basique est classique. Il faut choisir une « fonction de mérite », un estimateur qui mesure l'accord entre les données et le modèle obtenu à partir d'un certain nombre de paramètres particuliers. Il est de coutume d'utiliser les fonctions de mérite dont les valeurs les plus basses représentent les meilleurs accords. Les paramètres du modèles sont alors ajustés par minimisation de cet estimateur.

L'erreur commise en adoptant  $\hat{y}$  au lieu de  $y$  sera  $e = \hat{y} - y$ . Classiquement on cherche à minimiser cette erreur en moyenne quadratique, soit  $\min \{E [(\hat{y} - y)^2]\}$ ,  $E$  étant l'espérance. Le principe de cette minimisation est la recherche bien connue de l'estimateur de vraisemblance maximum.

##### **A4 - 1.2. Définition de l'estimateur employé**

Si nous considérons la statistique du chi-deux, découlant de la méthode de détermination du maximum de vraisemblance, chaque couple  $(x_i, y_i)$  possède une déviation standard  $\sigma_i$  [Press et al 1992]. L'estimateur de maximum de vraisemblance est alors :

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^N \left( \frac{y_i - y_{i_{\text{mod}}}}{\sigma_i} \right)^2$$

Pour faciliter les calculs,  $\sigma_i$  nous étant inconnue, on prend souvent  $\sigma_i = 1 \forall i$ , d'où  $\chi^2 = \sum_{i=1}^N (y_i - y_{i_{\text{mod}}})^2$ . Or, si l'on considère l'espérance  $E [(\hat{y} - y)^2] = \sum_{i=1}^N [(y_i - y_{i_{\text{mod}}})^2 \cdot p_i]$  avec  $\sum_{i=1}^N p_i = 1$  et s'il y a équiprobabilité,  $p_i$  est égal à  $1/N$ . L'estimateur que nous serions tenter de

prendre lorsque  $\sigma_i = 1 \forall i$  est  $\chi^2 = \frac{\sum_{i=1}^N (y_i - y_{i_{\text{mod}}})^2}{N}$ . Cet estimateur a l'avantage de représenter la

moyenne quadratique de l'erreur, et ne dépend pas directement du nombre de données. Plus généralement nous définirons notre estimateur à minimiser comme :

$$\text{Estimateur} = \frac{\sum_{i=1}^N \left( \frac{y_i - y_{i_{\text{mod}}}}{\sigma_i} \right)^2}{\sum_{i=1}^N \left( \frac{1}{\sigma_i} \right)^2}$$

### A4 - 1.3. Présentation de l'algorithme de Marquart

Si nous considérons l'optimisation d'un modèle dépendant de manière non linéaire de  $m$  paramètres, nous utilisons l'approche de la minimisation du  $\chi^2$ .

Le problème principal est l'expression du chi-deux. Proche du minimum,  $\chi^2$  est bien approché par une forme quadratique que l'on peut écrire :

$$\chi^2(\mathbf{a}) = \gamma - \mathbf{d} \cdot \mathbf{a} + 1/2 \mathbf{a} \cdot \mathbf{D} \cdot \mathbf{a} \quad (\text{Développement de Taylor})$$

Si l'approximation est bonne, nous savons comment passer d'un jeu de paramètres  $\mathbf{a}_{\text{cur}}$  au minimum  $\mathbf{a}_{\text{min}}$  :

$$\mathbf{a}_{\text{min}} = \mathbf{a}_{\text{cur}} + \mathbf{D}^{-1} \cdot (-\vec{\nabla} \cdot \chi^2(\mathbf{a}_{\text{cur}})) \quad [\text{Press et al 1992}]$$

Lorsque le jeu de paramètres courant  $\mathbf{a}_{\text{cur}}$  est éloigné du minimum, nous passons à un nouveau jeu de paramètres  $\mathbf{a}_{\text{next}}$  meilleur en utilisant la méthode du gradient :

$$\mathbf{a}_{\text{next}} = \mathbf{a}_{\text{cur}} - C \cdot \vec{\nabla} \cdot \chi^2(\mathbf{a}_{\text{cur}}) \quad C \text{ étant une constante suffisamment faible.}$$

L'algorithme utilisé est l'algorithme de Marquart. Celui a montré que la direction optimale de recherche du minimum se trouve située quelque part entre les deux vecteurs formés par la méthode bien connue du gradient et par la méthode non moins bien connue de linéarisation de la fonction théorique (cf. paragraphe précédent).

Pour obtenir une combinaison de ces deux procédés Marquart propose d'accroître artificiellement les termes diagonaux de la matrice de courbure  $\mathbf{D}$  (=1/2  $\cdot \mathbf{D}$ ) par un facteur  $\lambda$ . Si  $\lambda$  est très grand c'est la méthode du gradient qui est utilisée, si  $\lambda$  est très petit c'est le développement de Taylor qui est employé. Nous utiliserons cette méthode en multipliant  $\lambda$  par 0,9 lorsque  $\chi^2$  diminue et par 1,05 lorsqu'il augmente. Il est de coutume d'utiliser les facteurs multiplicatifs de 0,1 et 10. Cependant pour des lois ayant de nombreux paramètres il est préférable de réduire le pas pour pouvoir capturer une « direction de minimisation », l'inconvénient étant d'augmenter le temps de calcul.

En outre il est impossible de vérifier si la convergence s'est effectuée vers un minimum local ou un minimum global. La non convergence ou la convergence vers un minimum local

intervient lorsqu'il existe une trop grande divergence entre le modèle théorique et les données modélisées.

### **Procédure d'arrêt**

La convergence est définie par deux critères qui doivent être simultanément vérifiés :

- Décroissance de l'estimateur d'un pas inférieur à une valeur prédéfinie.
- Estimateur inférieur à une valeur définie manuellement au début du programme.

En cas de convergence le programme s'arrête. Dans le cas contraire  $\lambda$  croît. Lorsqu'il dépasse la valeur de 100 il redevient égal à sa valeur initial de 0,001 et ceci dans le but de savoir si la méthode de linéarisation n'est pas meilleure sur le jeu courant de paramètres. Ceci est effectué jusqu'à ce que la valeur de  $\chi^2$  ne varie plus.