



HAL
open science

Etude mécanique et micromécanique des matériaux granulaires : étude expérimentale et simulation numérique

Noureddine Gueddoum

► **To cite this version:**

Noureddine Gueddoum. Etude mécanique et micromécanique des matériaux granulaires : étude expérimentale et simulation numérique. Sciences de l'ingénieur [physics]. Université Paul Verlaine - Metz, 1996. Français. NNT : 1996METZ040S . tel-01777149

HAL Id: tel-01777149

<https://hal.univ-lorraine.fr/tel-01777149v1>

Submitted on 24 Apr 2018

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



AVERTISSEMENT

Ce document est le fruit d'un long travail approuvé par le jury de soutenance et mis à disposition de l'ensemble de la communauté universitaire élargie.

Il est soumis à la propriété intellectuelle de l'auteur. Ceci implique une obligation de citation et de référencement lors de l'utilisation de ce document.

D'autre part, toute contrefaçon, plagiat, reproduction illicite encourt une poursuite pénale.

Contact : ddoc-theses-contact@univ-lorraine.fr

LIENS

Code de la Propriété Intellectuelle. articles L 122. 4

Code de la Propriété Intellectuelle. articles L 335.2- L 335.10

http://www.cfcopies.com/V2/leg/leg_droi.php

<http://www.culture.gouv.fr/culture/infos-pratiques/droits/protection.htm>

b 104888

ACADÉMIE DE NANCY-METZ
UNIVERSITÉ DE METZ
INSTITUT SUPÉRIEUR DE GÉNIE MÉCANIQUE ET PRODUCTIQUE
LABORATOIRE DE PHYSIQUE ET MÉCANIQUE DES MATÉRIAUX
(U.R.A. CNRS N° 1215)

THÈSE

Présentée à :

L'UNIVERSITÉ DE METZ

pour obtenir le grade de :

DOCTEUR DE L'UNIVERSITÉ DE METZ

Spécialité : Mécanique

Par :

Noureddine GUEDDOUM

BIBLIOTHEQUE UNIVERSITAIRE - METZ	
N° inv.	13960805
Cote	S/M3 96/40
Loc	Magasin

ÉTUDE MÉCANIQUE ET MICROMÉCANIQUE DES MATÉRIAUX
GRANULAIRES :
ÉTUDE EXPÉRIMENTALE ET SIMULATION NUMÉRIQUE

Soutenue publiquement le 25 Novembre 1996

Membres du Jury :

MM

G. FERRON
J. C. ROTH
I. SHAHROUR
M. P. LUONG
J. D. WEBER
A. KHELIL

Président
Directeur de thèse
Rapporteur
Rapporteur
Examineur
Examineur

REMERCIEMENTS

Au travers des mots simples: reconnaissance et gratitude que j'exprime à Monsieur J.C. ROTH, Professeur à l'Université de Metz de m'avoir accueilli dans son laboratoire, fait confiance et de n'épargner aucun moyen humain où scientifique pour arriver au bout de ce travail.

Je tiens à remercier Monsieur I.SHAHROUR, Professeur à l'École Centrale de Lille d'avoir accepté d'évaluer ce mémoire et d'apporter les rectifications nécessaires.

Je tiens également à remercier Monsieur M. P LUONG, Directeur de Recherche au CNRS à l'École Polytechnique de Paris qui a bien voulu être rapporteur de ce travail, je suis honoré par sa présence dans mon jury de thèse

Monsieur G. FERRON, Professeur et Directeur du L.P.M.M, sa présence dans ce jury m'est particulièrement agréable, je l'en remercie.

Je suis reconnaissant à Monsieur J. D. WEBER, Professeur de l'Université de Metz, d'avoir accepté de faire partie des membres de l'examen de soutenance

J'exprime ma profonde reconnaissance à Monsieur A. KHELIL, Maître de conférences à Nancy I, qui n'a jamais ménagé aucun effort pour m'assister au niveau de l'enseignement. Qu'il trouve ici toute ma gratitude pour son grand soutien.

Pour l'ambiance fraternelle et le temps agréable passé avec mes amis et collègues F.MOHRI et A ZENNIR je tiens à leurs exprimer ma sincère amitié

Je remercie tous le personnel de l'IUT Génie Civil de Nancy, je cite particulièrement Monsieur P. GLEZ technicien à l'IUT, pour ses interventions efficaces dans la réalisation des essais expérimentaux.

Les mots ne portent pas leurs sens pour exprimer ma reconnaissance à ma femme de m'avoir soutenu durant ces années de thèse. J'ai une pensée particulière à ma famille pour ses encouragements

RÉSUMÉ

Le comportement mécanique des matériaux granulaires est lié à la nature discrète de ces matériaux constitués de grains indéformables ou de particules déformables .

Une double caractérisation mécanique et micromécanique des matériaux granulaires s'impose donc dans le cadre de l'étude de leur comportement. La première consiste à identifier les paramètres macroscopiques statiques et cinématiques (contraintes , déformations ... etc.). Beaucoup de lois de comportement et de critères ont été proposés dans ce domaine. La seconde caractérise les paramètres et les variables locaux (forces de contact interparticules, déplacements,...etc.). Le passage du comportement global au comportement local et réciproquement est une difficulté majeure pour ce genre de modélisation.

La méthode des éléments distincts proposée et développée par Cundall utilise le même principe avec certaines hypothèses. Cette technique peut être aussi bien appliquée à des disques qu'à des sphères. Deux programmes sont tirés de cette méthode le programme BALL (bidimensionnel) et le programme TRUBAL (tridimensionnel),. Ce dernier présente certains avantages tel que l'élimination des frontières (parois) et permet de simuler le comportement des particules sphériques dans un dispositif de monocouche.

Des simulations numériques ont été effectuées sur différents échantillons de particules sphériques (billes de verre) et de matériaux à structure cristalline (sel) à l'aide du modèle numérique. La comparaison entre ces simulations et des essais réalisés au laboratoire tel que l'essai triaxial et l'essai de cisaillement direct donne une concordance satisfaisante pour l'ensemble des résultats

Mots-clés : Matériaux granulaires , Méthode des éléments distincts , Trubal , Billes de verre, Sel , granulométrie, essai triaxial, essai de cisaillement

ABSTRACT

The description of the mechanical behaviour of granular materials on the nature of these materials based on the nature of these materials. made up of individual grains or discrete particles is a necessary step.

A double mechanical and micromechanical characterisation of granular materials is needed for the study of their behaviour. The first consists in identifying the static and cinematic macroscopic parameters: many laws of behaviour and criteria have been proposed in this field. The second characterises the local parameters and variables (contact force, relative displacement). The passage from a global scale to a local one and inversely is a great difficulty for this type of modelisation.

Cundall's distinct element method uses the same principle with some hypotheses. This technique can be applied to disks or spheres. Two programmes are obtained from this method the BALL and TRUBAL. The latter has some advantages such as the suppression of boundaries (wall) and enables the simulation of the behaviour of spherical particles in a plan.

The numerical simulations were done on several samples: material with spherical particles (glass beads) and material with crystalline structure using a numerical model. The comparison between these simulations and tests made in the laboratory such as the triaxial test and the direct shearing test gives identical results.

SOMMAIRE

Introduction	10
--------------------	----

CHAPITRE I : MÉCANIQUE DES MILIEUX GRANULAIRES

1-1 : Introduction.....	15
1-2 : Étude Microstructurale.....	16
1-2-1 : Microstructure et comportement.....	16
1-2-2 : Paramètres de la microstructure.....	17
1-3 : État Géométrique De La Structure Granulaire.....	17
1-3-1 : Structure et Comportement	18
1-4 : Caractérisation Statique De La Structure Granulaire	
1-4-1 : Introduction.....	18
1-4-2 : Relation entre les variables macrostatiques et les variables microstatiques.....	19
1-4 -3 : Caractérisation des paramètres microstatiques.....	19
1-5 : Caractérisation Cinématique De La Structure Granulaire.....	21
1- 6 : Étude Bibliographique.....	23
1 - 6 - 1 : Étude expérimentale.....	23
1 - 6 - 1 - 1 Aspect géométrique.....	23
1 - 6 - 1 - 2 Aspect de la distribution des forces de contact.....	23
1 - 7 - 2 Étude théorique de l' équilibre statique d'une structure sans glissement.....	24
1 - 6 - 3 Étude théorique des glissements dans une structure granulaire.....	25
1 - 6 - 4 Étude théorique du comportement à l'aide d'une approche statistique.....	26

1- 7 : Étude Numérique	
1 - 7 - 1 : Modèle de Cambou	27
1 - 7 - 1 - 1 : Mise en place d' un milieu granulaire.....	27
1 - 7 - 1 - 2 : Sollicitation d'un milieu granulaire.....	27
1 - 8 Conclusion.....	32

CHAPITRE II : LA MÉTHODE DES ÉLÉMENTS DISTINCTS

2-1 : Introduction.....	34
2-2 : Principe De La Méthode.....	35
2-3 : Un Cycle De Calcul.....	35
2-3-1 : Détermination de l' état de contact.....	40
2-3-2 : Calcul de la vitesse relative.....	41
2-3-3 : Calcul des déplacements.....	43
2-3-4 : Calcul des forces.....	43
2-3-5 : Frottement type Coulomb.....	44
2-3-6 : Projection des forces dans le repère global.....	45
2-3-7 : La loi du mouvement.....	45
2-3-8 : Effet de l'amortissement.....	47
2-4 : Conclusion.....	52

CHAPITRE III : ASSEMBLAGE DE SPHÈRES: PROGRAMME TRUBAL

3-1 : Introduction.....	54
3-2 : L 'espace périodique.....	55
3-3 : Procédure des mesures.....	56
3-4 : Contrôle des contraintes.....	57

3-5 : Lois de contact appliquées.....	58
3-5-1 : Loi linéaire de contact.....	58
3-5-2 : Loi non linéaire de contact.....	58
3-5-2-1 : Force normale.....	58
3-5-2-1 : Force tangentielle.....	59
3-6 : Applications numérique : programme Trubal	
3-6-1 : Définitions.....	60
3-6-1-1 : La porosité.....	60
3-6-1-2 : Le nombre de coordination.....	60
3-6-1-3 : Le glissement.....	61
3-6-2 Les Phases d'un test numérique.....	61
3-6-3 Les différents modes appliquées.....	62
3-6-3-1 : Mode tridimensionnel.....	62
3-6-3-2: Mode bidimensionnel.....	63
3-6-4: Les conditions d'un Test.....	66
3-6-4-1 Les unités de TRUBAL.....	66
3-6-4-2 Le matériau.....	66
3-6-5 : Influence du nombre de particules.....	67
3-6-6 : Influence de la vitesse de sollicitation.....	68
3-6-7 : Influence des contraintes résiduelles.....	69
3-6-7-1 : Exemple l'effet du déchargement.....	70
3-6-8 : Influence du Frottement Intergranulaire.....	71
3-6-8-1 : Définitions.....	71
3-6-8-2 : Applications.....	72
3-6-9 : Influence de l'état initial.....	73
3-7 : Les modifications de Trubal.....	75
3-8 : Conclusion.....	76

**CHAPITRE 4 : SIMULATION NUMÉRIQUE ET ÉTUDE
EXPÉRIMENTALE D'UNE COMPRESSION TRIAXIALE**

4-1 : Introduction	78
4-2 : Loi De Comportement Des Matériaux Granulaires.....	79
4-2-1 : Comportement rhéologiques des sols.....	79
4-2-2 : L'état caractéristique.....	79
4-3 : Essai Triaxial.....	80
4-3-1 : Conditions de l'essai triaxial.....	80
4-3-1-1 : État initial.....	81
4-3-1-2 : Effet de la granulométrie	81
4-4 : Partie Expérimentale	
4-4-1 : Description du dispositif.....	82
4-4-1-1 : Système de mesure des paramètres.....	82
4-4-1-2 : Préparation de l'échantillon.....	83
4-4-2 : Matériau à particules sphériques	84
4-4-3 : Matériau à particules non sphériques	85
4-4-4 : Résultats et courbes.....	86
4-5 : Partie Numérique	
4-5-1: Simulation numérique d'un essai triaxial	88
4-6: Compression triaxiale d'un assemblage de billes de verre	89
4-6-1: Simulation numérique	89
4-6-2 : Compression triaxiale des billes 0,3	91
4-6-4-1 : Simulation numérique.....	91
4-6-4-2 : Rapport déviatorique.....	91
4-6-4-3 : Déformation volumique.....	91
4-6-3 : Compression triaxiale des billes 0,8	97
4-6-4 : Compression triaxiale des billes 1,1	100
4-6: Compression triaxiale d'un échantillon de sel	103
4-7-1 : Simulation numérique.....	103
4-7-2 : Rapport déviatorique.....	103
4-7-3 : Déformation volumique.....	104
4-8 : Conclusion.....	111

CHAPITRE 5 : SIMULATION NUMÉRIQUE ET ÉTUDE EXPÉRIMENTALE D'UN ESSAI DE CISAILLEMENT SIMPLE

5-1 : Introduction	114
5-2 : Généralités	115
5-3 : Limites De La Boîte De Cisaillement.....	116
5-4 : Partie expérimentale	
5-4-1 : Mode Opérateur	117
5-4-2 : Le matériau.....	120
5-5 : Partie Numérique.....	120
5-5-1 : Simulation numérique des billes de verre.....	120
5-5-2 : Simulation numérique du sel	120
5-5-2 : Préparation de l'échantillon	121
5-5-2 : Cisaillement de l'assemblage	121
5-6 : Présentation des résultats	123
5-7: Conclusion	133
CONCLUSION GÉNÉRALE ET PERSPECTIVES	135
RÉFÉRENCES BIBLIOGRAPHIQUES	139
ANNEXES.....	147

INTRODUCTION GÉNÉRALE

La limite de l'application de la mécanique des milieux continus sur les milieux granulaires est de plus en plus évidente, la multiplication des différentes modélisations du comportement de ces milieux basées sur leur nature discrète, constitue à notre avis une preuve suffisante de ce constat.

Par définition un milieu granulaire est composé de grains discrets, cette définition simple constitue un principe de base pour toute modélisation. Connaître les caractéristiques microscopiques d'un matériau, les propriétés physiques et géométriques des particules qui le composent est un passage obligatoire pour étudier le comportement macroscopique.

Dans notre travail, nous nous sommes fixés un double objectif, étudier le comportement des matériaux granulaires à l'aide d'une approche numérique et d'une approche expérimentale. La première approche consiste à simuler une sollicitation triaxiale où de cisaillement sur deux types de matériaux: des billes de verre à différentes granulométries, et du sel. La deuxième approche consiste à tester expérimentalement ces matériaux à l'aide d'un essai triaxial où d'un essai de cisaillement direct.

Une approche micromécanique du matériau a été identifiée grâce à la simulation numérique qui propose une loi de comportement locale et un passage direct au comportement macroscopique en utilisant une relation qu'on trouve dans l'étude bibliographique dite relation de Weber [93].

Notre mémoire se divise en cinq chapitres :

* Le premier chapitre présente une démarche générale proposée par Cambou [10] pour toute l'étude du comportement de matériau granulaire en tenant compte de sa microstructure qui se résume en une double caractérisation micro et macrostructurale. Cette caractérisation se situe sur trois plans: géométrique, statique et cinématique.

Le passage du micromonde au macromonde et l'inverse représente un problème fondamental, bien que Weber ait proposé une relation entre des variables macrostatiques (contraintes) et des variables microstatiques (forces de contact).

Dans une étude bibliographique, des travaux dans la mécanique des matériaux granulaires ont été classés selon le domaine d'étude nous citerons :

Les travaux expérimentaux avec leurs deux aspects géométrique et la distribution des forces de contact , des travaux théoriques de l'équilibre statique d'une structure avec et sans glissement.

Nous terminons ce chapitre avec une brève présentation du modèle de Cambou (1979) .

* le second chapitre décrit la méthode des éléments distincts qui représente la base de la méthode analytique bidimensionnelle de notre travail numérique. Nous avons présenté par les principes de base de la méthode, puis les différentes phases d'un seul cycle de calcul de deux disques en contact, en passant par le test de détermination de l'état de contact jusqu'à l'écriture de l'équation d'équilibre en alternant l'application de la loi force - déplacement et la loi force - accélération .

Par une écriture vectorielle, nous avons déterminé la vitesse relative de chaque disque par rapport à son voisin, son déplacement et la force de contact normale et tangentielle pour arriver à la loi du mouvement de chaque disque dans un repère global.

* le troisième chapitre contient une description de la version tridimensionnelle de la méthode des éléments distincts appliquée à des particules de forme sphérique. Les mêmes principes que ceux de la méthode bidimensionnelle ont été appliqués avec cependant une différence qui consiste

à éliminer les frontières et introduire la notion de l'espace périodique qui contient toutes les particules.

Dans cette version le calcul des forces de contact se fait soit par la loi linéaire ou non linéaire (formulation de Hertz).

Le programme numérique tiré de la méthode des éléments distincts tridimensionnelle appelé TRUBAL [27], [28] et [29], on peut le décompose en trois phases:

- la génération aléatoire des particules dans l'espace périodique,
- la cellule périodique est comprimée isotropiquement,
- l'application d'un système de contrôle numérique,

Les différents paramètres qui conditionnent TRUBAL ainsi que leur influence ont été testés séparément tels que : le nombre de particules, la vitesse du chargement, le coefficient de frottement intergranulaire ainsi que l'influence de l'état initial.

* nous avons consacré le quatrième chapitre au programme TRUBAL au mode tridimensionnel en utilisant une sollicitation triaxiale expérimentale et numérique sur un assemblage de particules sphériques (billes de verre).et de particules à géométrie quelconque (sel)

Après une brève introduction sur l'essai triaxial, nous expliquons le mode opératoire adopté pour réaliser les essais sur deux types de matériaux:

- a) matériaux à géométrie sphérique : des billes de verre à différents granulométries:
 - billes 0.3 : diamètre des particules est de 300 à 400 μ
 - billes 0.8 : diamètre des particules est de 800 à 900 μ
 - billes 1.1 : diamètre des particules est de 1100 à 1300 μ
- b) matériaux à géométrie non sphérique : nous avons appliqué ces essais sur le sel qui a une structure cristalline cubique

On a introduit les paramètres de ce matériau dans le fichier données du programme numérique, dans le but de le solliciter sous un essai triaxial.

La comparaison entre la simulation numérique et l'essai expérimental s'effectue sur différents échantillons des deux types de matériaux et sous différentes contraintes de confinement de 100 kPa, 200 kPa, 300 kPa et 400 kPa.

* le cinquième et dernier chapitre est consacré à l'application de l'essai de cisaillement direct expérimental et sa simulation numérique.

Les essais expérimentaux sont effectués sur un échantillon de sel et un seul type de granulométrie de billes de verre (diamètres de 300 à 400 μ) à l'aide de l'essai de cisaillement direct dont on a détaillé le mode opératoire sous différentes contraintes normales variant de 50 kPa à 300 kPa.

Dans les mêmes conditions on exploite par le programme TRUBAL un essai de cisaillement en mode bidimensionnel sur un assemblage de particules sphériques qui ont les mêmes propriétés géométriques et physiques que le sel et les billes de verre.

CHAPITRE I

MÉCANIQUE DES MATÉRIAUX GRANULAIRES

I-1 INTRODUCTION :

Les différentes études du comportement des matériaux granulaires se heurtent à deux difficultés majeurs : d'une part la microstructure de ces matériaux présente un handicap important pour la mécanique des milieux continus, d'autre part les études qui tiennent compte de la particularité de ces matériaux, donnent des réponses insuffisantes pour établir le passage de l'état microscopique à l'état macroscopique.

Un simple assemblage de sphères engendre un comportement macroscopique complexe. Les théories classiques de mécanique (élasticité linéaire, plasticité parfaite) ne peuvent rendre compte de comportement réel s'ils ne tiennent pas compte d'une réalité simple qu'un milieu granulaire est différent d'un milieu continu.

Les études actuelles et les logiciels correspondants tels que modèle de Cambou [12], où le logiciel LMGC développé et utilisé à Montpellier[94] où le programme TRUBAL[26], [27] et [28] écrit par Cundall, utilisé dans notre étude permettent de simuler des déformations quasi-statiques des milieux granulaires en se référant à des essais expérimentaux (sollicitation triaxiale où de cisaillement direct).

Dans ce chapitre nous présentons un résumé des études faites par des auteurs qui ont exploité ce domaine après avoir présenté un résumé d'une approche réalisée par Cambou [10] tenant compte des principales caractérisations des milieux granulaires.

1-2 : ÉTUDE MICROSTRUCTURALE :

1-2-1 : Microstructure et comportement

Le principal défaut pour les milieux granulaires tient au fait que le milieu macroscopique est considéré comme un milieu continu alors que le milieu local est un milieu discontinu ce qui rend difficile les techniques d'homogénéisation . Un schéma a été proposé par Cambou [10] qui permet de dégager les différentes variables à analyser ainsi que les liens qu'il faut établir entre eux .

Dans cette approche , on distingue les quatre étapes suivantes :

a) Caractériser l'état géométrique de la structure à l'échelle macroscopique (mesure de compacité ... etc.) et à l'échelle microscopique (arrangement des grains etc.)

b) Caractériser statiquement la structure granulaire qui consiste à définir le lien entre les variables macro-statiques (contraintes)et les variables micro-statiques (les forces de contact)

c) De la même façon que dans l'étape précédente , mais dans le domaine cinématique, définir la liaison entre les variables macro-cinématique (tenseur des déformations) et micro-cinématique (déplacements et rotations des particules) .

d) Définir la loi du comportement local qui permet de relier les différentes variables micro-structurales (géométriques , statiques , cinématiques)

1-2-2 Paramètres de la microstructure

On peut considérer, les variables micro-structurales comme des variables aléatoires, vu les complexité de la structure des milieux granulaires et le grand nombre de paramètres qui la décrivent . Pour chaque variable analysée se posera le problème du choix de représentation statistique.

1-3 ÉTAT GÉOMÉTRIQUE DE LA STRUCTURE GRANULAIRE

Cette description est limitée à un milieu composé de sphères où de cylindres. La géométrie de la structure granulaire dépend de :

- des dimensions des particules,
- de leur arrangement,

Les premières sont décrites par des courbes granulométriques , uniquement, la description de l'arrangement des particules sera détaillée ci-dessous .

L'orientation des particules de forme sphérique n'est définie par aucune variable . Le mécanisme fondamental de la déformation dans un milieu granulaire est le glissement relatif de particules en contact. La variable de base sera donc la densité de probabilité d' existence d' un contact d' orientation θ . De nombreux auteurs ont analysé cette variable, et ont proposé de définir un facteur de structure par un scalaire ou par un tenseur du second ordre .

Le tenseur de structure proposé par Mehrabadi, Nemat - Nasser et Oda [66] est défini par:

$$F_{\alpha\beta} = NI_{\text{moy}} \langle n_{\alpha} n_{\beta} \rangle$$

N : est le nombre de contact par unité de volume

I_{moy} : distance moyenne entre deux particules en contact

$F_{\alpha\beta}$: ce tenseur constitue une représentation moyenne de la distribution des orientations des forces d'un contact (\vec{n})

n_{α} , n_{β} : les composantes du vecteur normal du contact (\vec{n}).

Cambou [10] propose une description de la densité de probabilité de contact de $P(\vec{n})$ plus générale sous la forme d'un développement en série de Fourier.

1-3-1 Structure et comportement

Si la géométrie du milieu granulaire est décrite à partir d'un tenseur du second ordre symétrique . On définit donc trois axes de symétrie dits directions propres de la structure qui est donc orthotrope . Si de plus , les axes d'orthotropie de la structure coïncident avec les directions principales de sollicitation , la loi de comportement est donc orthotrope . Par contre si la structure du milieu nécessite un développement jusqu'à un tenseur du 4^e ordre, l'analyse des symétries de la loi de comportement sera plus complexe et par conséquent rien n'indique l'orthotropie de la loi de comportement

1 - 4 : CARACTÉRISATION STATIQUE DE LA STRUCTURE GRANULAIRE :

1-4-1 Introduction :

L'analyse des forces de contact dans un milieu granulaire est un domaine qui a fait l'objet de nombreux travaux expérimentaux. En mesurant les forces de

contact dans un milieu granulaire bidimensionnel mettant en évidence des relations entre certaines variables macro et micro-cinématique.

D'autres auteurs tel que Biarez et Thornthorn[84] ont proposé une analyse théorique pour des assemblages réguliers de particules . Si ces analyses ont l'avantage d'être rigoureuses, leurs inconvénients c' est le passage à d'autres milieux composés d'assemblage non réguliers.

1-4-2: La relation entre les variables macrostatiques ($\sigma_{\alpha\beta}$) en fonction des variables microstatiques (\vec{F}^i)

Le passage du micro-monde (les forces de contact dans un milieu discret) au macro-monde (le tenseur des contraintes $\sigma_{\alpha\beta}$) comme un milieu continu pose toujours un problème

Weber (1966) a établi la relation suivante en écrivant l'équilibre d' un volume élémentaire du matériau granulaire:

$$\sigma_{\alpha\beta} = \frac{1}{V} \sum_k F_{\alpha}^k F_{\beta}^k$$

V est le volume analysé , la sommation sur l'indice k est étendue à tous les contacts dans le volume V

1 - 4 - 3 : Caractérisation et représentation des variables microstatiques

Les variables micro-statiques (forces de contact) constituent un ensemble de très grande dimension . Pour utiliser ces variables , il est nécessaire de les caractériser par un petit nombre de paramètres . La caractérisation des variables macro-statique telle qu'elle a été donnée par la formule de WEBER[93] est intéressante mais elle est incomplète vu la complexité de la représentation des forces de contact .

La variable principale, qui détermine l'état géométrique du milieu est l'orientation θ (voir le paragraphe 1-3) . Cambou [10] propose de décomposer l'ensemble des forces \vec{F}^k en groupe de $\vec{F}^k(\theta)$ définies pour une valeur de θ , et il tient compte que de la valeur moyenne $\overline{F}^k(\theta)$. Cette description n'est pas satisfaisante pour deux raisons:

a) Les fonctions $\overline{F}^k(\theta)$ dépendent de la contrainte macroscopique appliquée et de l'état interne du milieu,

b) Les fonctions $\overline{F}^k(\theta)$ correspondent à un spectre continu de variables , il convient de les discrétiser en un nombre fini de variables.

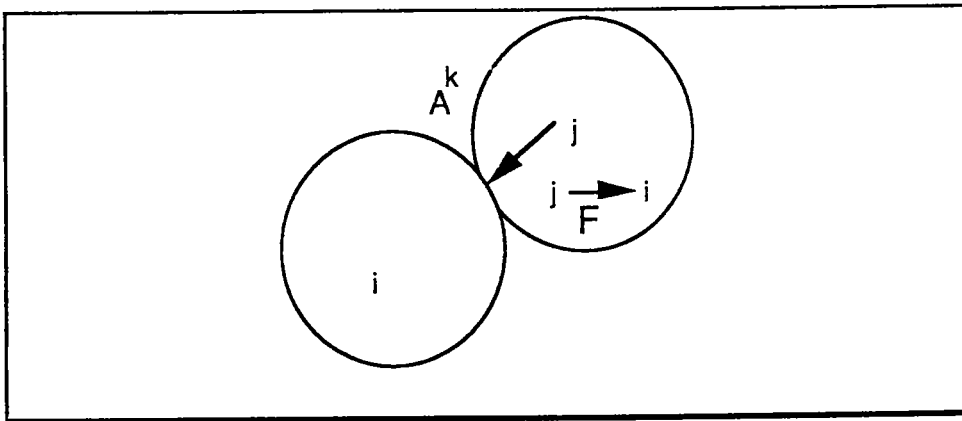


figure 1-1 Contact A_k entre deux particules

De cette approche statique on notera qu'à partir des variables micro-statiques , on peut déterminer la variable macro-statique $\sigma_{\alpha\beta}$

1-5 : CARACTÉRISATION CINÉMATIQUE DE LA STRUCTURE GRANULAIRE

Dans cette étude, seul le cas d'un matériau bidimensionnel a été considéré, la cinématique locale est définie pour chaque couple de particules voisines (voir figure 1-2) par :

- un déplacement tangentiel $\Delta\theta^i$
- une rotation propre de chaque particule $\Delta\omega^i$
- un déplacement radial relatif ΔC^i

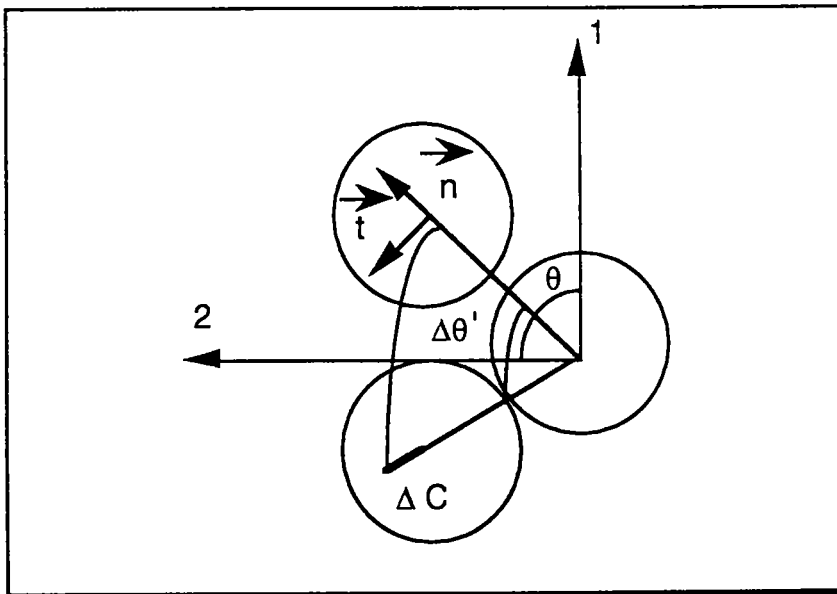


figure 1-2 Représentation des paramètres cinématiques

La rotation locale $\Delta\omega^i$ n'a pas été considérée, vu son influence minime sur la cinématique globale, les deux autres paramètres dépendent principalement de l'orientation θ . Les variables cinématiques locales pour deux particules voisines (la droite joignant leur centre ne recoupe pas une autre particule) sont $\overline{\Delta\theta^i(\theta')}$ et $\overline{\Delta C(\theta')}$ pour une orientation donnée.

Pour relier les variables cinématiques globales et locales. On note u_α^i le déplacement de la particule n (cinématique locale) et U_α le déplacement global dans le milieu continu équivalent (cinématique globale). La distance rectiligne entre la particule 0 et la particule n est notée ℓ , si on définit p chemins, de distance moyenne rectiligne ℓ et de même orientation générale θ_0 .

On écrit que le déplacement moyen dans le micro-monde est égal au déplacement dans le macro-monde

$$u_\alpha^n - u_\alpha^o = d U_\alpha = \frac{\partial U_\alpha}{\partial x_\beta} dx_\beta$$

u_α^i peut s'écrire en fonction des variables cinématiques définies précédemment ($\Delta\theta^i, \Delta c^i, \Delta\omega^i$).

Dans cette caractérisation cinématique, Cambou [10] montre qu'à partir des variables micro cinématiques on peut définir les variables macro-cinématiques, l'inverse est faisable.

Les micro-rotations sont négligées puisque l'étude est limitée à des particules bidimensionnels.

I-6 ÉTUDE BIBLIOGRAPHIQUE

La complexité du problème de la mécanique des matériaux granulaires nous oblige à classer les différentes études faites sur les milieux granulaires en :

I -6 - 1 Étude expérimentale

Cette étude englobe deux aspects :

I -6 - 1 - 1 Aspect géométrique:

Cette étude a été faite sur des matériaux bidimensionnels (rouleaux), les matériaux tridimensionnels ont fait l'objet de plusieurs travaux avec des matériaux analogiques (des billes) ou des matériaux réels (graviers)

La conclusion tirés de ces travaux montrent l'existence d'une anisotropie du milieu granulaire

I -6 - 1 - 2 Aspect de la distribution des forces de contact

Cette étude a été développée de matériaux bidimensionnels photo-élastiques. Dantu (1957), Weber (1966) et Schlosser (1974) ont montré que la distribution des forces de contact n' est pas homogène dans la structure.

Ces auteurs ont montré que dans cette structure l'existence de chaînons de contraintes composée de particules très sollicitées qui s' orientent en général vers la direction majeure principale. Ils ont conclu que le nombre de contacts par particule augmente avec la contrainte moyenne appliquée.

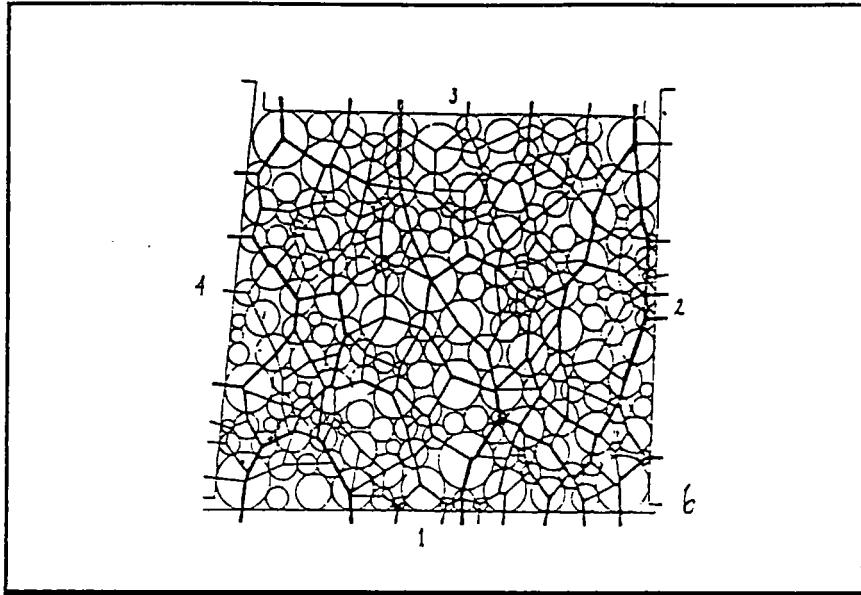


figure 1-3 Forces de contact dans une structure granulaire sollicitée
(de Josselin, de Jong et Verruijt 1969)

I -6 - 2 Étude théorique de l' équilibre statique d' une structure sans glissement

Certains auteurs se sont intéressés à l' étude des forces de contact dans un assemblage régulier bidimensionnel ou tridimensionnel . Ces différentes études sont basées sur les théories de Hertz, concernant la déformation au contact entre deux sphères ou cylindres. Dans ce domaine, on cite les travaux de Deresiewicz (1958) , Dufy et Mindlin (1957) et Schlosser (1974)

Ces travaux ont montré que les relations contraintes - déformations sont non linéaires. Lors d' une compression isotrope ils démontrent la relation:

$$\varepsilon = k\sigma^{2/3}$$

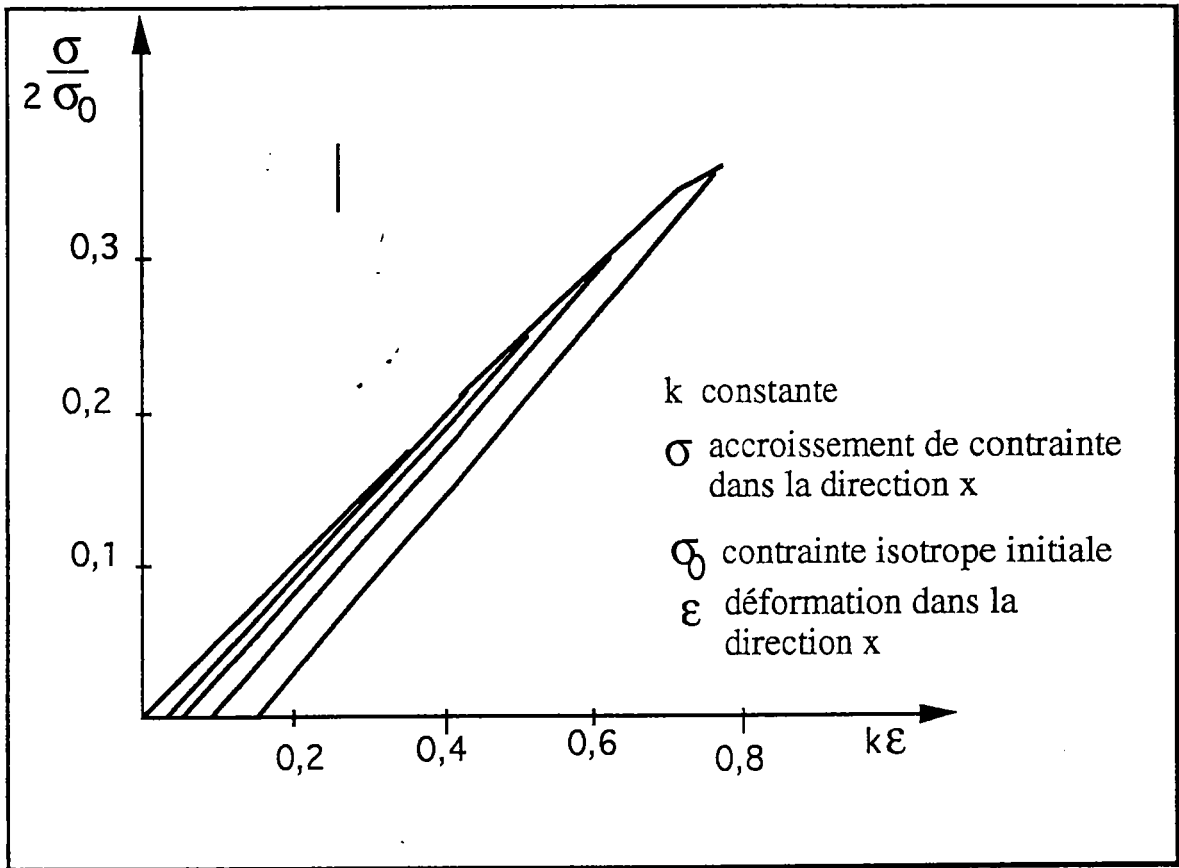


figure 1-4 Cycle de sollicitation dans un assemblage cubique simple sollicité suivant la direction parallèle à l' un de ses plans diagonaux (Deresiewicz 1958)

I-6-3 Étude théorique des glissements dans une structure granulaire

Les auteurs qui ont travaillé dans ce domaine considèrent que les déformations aux contacts sont négligeables et ne prennent en compte que les déformations par glissement entre particules.

Les travaux de Allely (1957), de Rowe(1962) et de Wilkins (1970) ont permis d' analyser l' écoulement plastique, ils ont mis en évidence l' existence

du phénomène de dilatance des matériaux granulaires(variation de volume sous une sollicitation déviatrice)

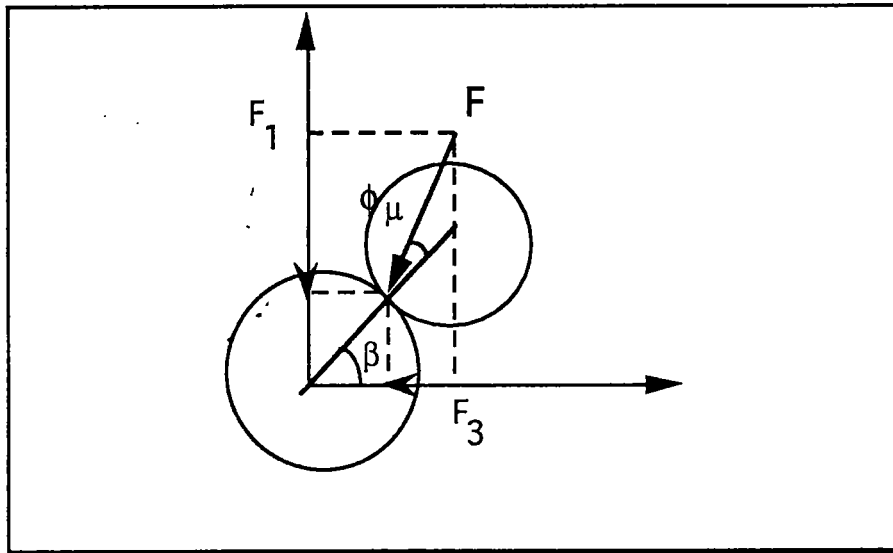


figure 1-5 Contact glissant dans un milieu granulaire

Rowe (1962) a pu écrire, pour un contact glissant:

$$\frac{F_1}{F_3} = \text{tg}(\phi_\mu + \beta)$$

ϕ_μ : angle de frottement des particules du matériau

I -6 - 4 Étude théorique du comportement à l'aide d'une approche statistique

Dans la plupart de ces études, on analyse essentiellement le glissement entre les particules, elles prennent pour hypothèse que les contacts ne sont pas

tous glissants simultanément. Murayama et Masuoka (1973) se sont basés sur des hypothèses sur l'évolution des distributions des orientations de contact.

I -7 ÉTUDE NUMÉRIQUE

Nous détaillons dans ce domaine un seul modèle:

I -7 -1 Modèle de Cambou : (1979)

Cambou a basé son analyse du comportement des milieux granulaires sur un modèle numérique prenant en compte un certain nombre d'hypothèses probabilistes. Ce modèle est composé de deux parties :

I -7 -1 - 1 Mise en place d'un milieu granulaire:

Le matériau est déversé , sous l'action de la pesanteur dans un moule dont les dimensions ont été définies au préalable. Le mode de déversement détermine la compacité des différents milieux étudiés.

Le programme réalise l'analyse statistique des diverses propriétés géométriques tant au niveau des particules que des arrangements.

À partir de son modèle Cambou [12] constate :

- l'existence de particules nécessairement inactives pour toute sollicitation , leur nombre augmente avec l'étendue de la granulométrie et diminue avec l'angle de frottement inter particules

- l'existence d'une anisotropie plus élevée pour les matériaux de granulométrie serrée.

- pour un milieu bidimensionnel les mesures globales de compacité ne seront pas représentatives que si la dimension du moule est supérieure de 10 fois la dimension de la plus grosse particule.

A partir de l'analyse des distributions des variables ponctuelles, Cambou [12] prévoit que le matériau de granulométrie étendue, simplement déversé, sera beaucoup plus déformable que celui de granulométrie serrée.

De même Cambou prévoit que si le matériau de granulométrie étalée, soumis à des arrangements est soumis à des sollicitations rapides il y aura des arrangements peu stables

I -7 -1 - 2 Sollicitation d'un milieu granulaire

La sollicitation s'effectue en contraintes, sur les limites de l'échantillon. En analysant le comportement ponctuel et global Cambou se base sur des hypothèses probabilistes tels que :

I -7 -1 - 2 - 1 Répartitions des forces de contact

La force de contact i est notée F_i avec ses composantes F_{1i} , F_{2i} et F_{3i} . Ces dernières dépendent des sollicitations appliquées et de la géométrie de la structure. Une étude des éléments finis sur un milieu continu hétérogène a confirmé et a permis de conclure que la distribution des contraintes suivant les deux directions des sollicitations extérieures est de forme normale et admet un coefficient de variation qui semble constant au cours d'une sollicitation monotone.

Si la sollicitation extérieure est définie par les contraintes notée par σ_1 , σ_2 et σ_3 . L'auteur propose une relation entre les composantes de la force $F_{ij\theta}$ ($j = 1, 2$ et 3) de contact i et d'orientation θ et les contraintes principales et la surface d'un plan perpendiculaire qui coupe une composante des cette contrainte et un certain nombre de particules.

I -7 -1 - 2 - 2 Les déformations

Les déformations dans le milieu sont dues:

* aux glissements entre particules,

- * aux déformations des particules,
- * aux ruptures de particules,

a) Déformations dues aux glissements entre particules

- Glissements entre deux particules:

Il y a glissement si l'angle entre la force de contact et la normale est supérieure à l'angle de frottement interparticules du matériau.

La direction de glissement peut être déterminée analytiquement en fonction de la force de contact et de l'orientation du contact. Cambou [12] propose une expression entre le module du vecteur glissement en fonction de l'indice des vides dans le voisinage du point du contact, les composantes normales et tangentielles de la force F , le nombre de contacts glissants, et la valeur moyenne du module des forces de contact.

- Déformation globale due aux glissements

L'auteur construit un chemin entièrement solide à travers l'ensemble granulaire formé de particules sphériques, il propose une expression du nombre de particules interceptées, à l'aide du pourcentage de contacts glissants. Il trouve une relation du déplacement de la particule.

b) Déformations dues aux déformations des particules

Les déformations aux contacts entre deux particules peuvent être calculées par les formules proposées par Hertz et Mindlin.

I -7 -1 - 2 - 3 Conditions cinématiques

Ce modèle est basé sur une analyse statique. Chaque contact est traité séparément, par contre dans la réalité les déplacements des particules les unes par rapport aux autres sont régis par des déplacements cinématiques. De cette étude statique, Cambou note que les contacts glissants se localisent dans une zone d'orientation définie.

I -7 -1 - 2 - 4 Le programme de calcul

Dans le programme, la sollicitation se fait en incrément de contraintes pour déterminer numériquement les déformations principales.

Pour un incrément de sollicitation, le programme teste tous les points de contact s'il y a glissement en un point, la composante de la force qui l'a provoqué est ramenée à la valeur de la force moyenne de contact.

Plusieurs boucles sont effectuées sur tous les contacts jusqu'à l'équilibre global. Les déformations par glissement sont calculées au cours de ces boucles, À l'aide de la dernière boucle les déformations dues aux déformations des particules sont déterminées.

I -7 -1 - 2 - 5 Analyse des résultats

- Dans cette étude, l'auteur a comparé la distribution des déformations dans le milieu granulaire et la distribution tensorielle dans le milieu continu et il arrive à deux conclusions :

- a) L'utilisation de la mécanique des milieux continus dans le cas des milieux granulaires est justifiée
- b) Son modèle de glissement est correct

Ces deux conclusions sont valables si les axes principaux sont confondus avec les axes de symétrie de l'anisotropie.

- Les forces de contact sont concentrées dans la direction de la contrainte principale majeure

- Pour une sollicitation isotrope le pourcentage de contacts glissants est non négligeable, si la sollicitation est déviatrice il y a une discontinuité très nette pour le nombre de contacts glissants et leurs orientations.

- Sous l'action d'une sollicitation isotrope, le milieu se déforme d'une façon anisotrope (existence d'une distribution non uniforme des orientations de contact)

- Lors du déchargement, les déformations sont essentiellement irréversibles, l'écrouissage qui se manifeste n'est pas le résultat de l'évolution de la géométrie de la structure mais celui du changement de l'orientation des forces de contact au cours de la sollicitation.

I-8 CONCLUSION

Dans la première partie de ce chapitre, nous avons présenté une étude faite par Cambou qui montre qu'en se basant sur quelques hypothèses, il est possible de déterminer les relations qui lient les paramètres micro et macro-structurale permettant d'analyser le comportement global du milieu en fonction des phénomènes locaux. En particulier les symétries de l'arrangement micro-structural influent directement sur les symétries de la loi globale.

L'analyse statique met en évidence les variables internes qui quantifient l'évolution de l'état du milieu . De même pour l'analyse cinématique pour les phénomènes locaux qui régissent les variations de volume et déformations déviatoires .

Dans la seconde partie un bref résumé bibliographique est réalisé, avec les différents domaines d'études abordés. Il nous a semblé intéressant de présenter le modèle numérique de Cambou qui permet d'analyser et d'expliquer au niveau des contacts entre particules les phénomènes observés au cours d'essais sur des matériaux granulaires tels que l'anisotropie, l'écrouissage etc.

Toutes ces études bien qu'elles aboutissent à des résultats intéressants assimilent les milieux granulaires à des milieux composés de particules cylindriques ou sphériques. Ils se différencient les uns par rapport aux autres sur les hypothèses qui sont parfois arbitraires et ne trouvent aucune justification sinon de se rapprocher d'une façon globale du modèle réel.

La méthode des éléments distincts qui fera l'objet du chapitre suivant s'inscrit dans la même démarche que celle citée dans les modèles ci-dessus: une caractérisation géométrique et statique du milieu et la définition d'une liaison entre les paramètres locaux et les paramètres globaux. Cette méthode a été appliquée au début sur des disques (bidimensionnel) et finalement sur des sphères (tridimensionnel) ce qui est plus proche de la nature des matériaux granulaires.

CHAPITRE II

LA MÉTHODE DES ÉLÉMENTS DISTINCTS

II - 1 INTRODUCTION

Toutes les études sur le comportement mécanique des matériaux granulaires qui ont été citées ou présentés en détail dans le premier chapitre se heurtent à une difficulté majeure, celle de se baser sur des hypothèses géométriques où mécaniques qui limitent l'application de ces modèles.

La méthode des éléments distincts est un modèle numérique dont l'objectif est de simuler le comportement des milieux granulaires grain à grain et contact par contact. Cette méthode écrite et développée par Cundall et Strack [26] et [27] que nous avons étudié et a fait l'objet d'un autre travail [41] existe en deux versions une bidimensionnelle et son modèle numérique BALL, et une deuxième tridimensionnelle avec son modèle numérique TRUBAL.

Le premier programme est validé en comparant les tracées des forces de contact correspondants à l'aide d'une analyse photo-élastique. Par contre dans ce travail nous nous intéressons uniquement au programme TRUBAL appliquée à des particules de forme sphérique.

II - 2 PRINCIPE DE LA MÉTHODE

L' objectif de la méthode des éléments distincts est de décrire le comportement mécanique d' un assemblage de sphères ou de disques et de simuler leur mouvement particule par particule et contact par contact . Cette méthode est basée sur les hypothèses suivantes :

- l'équilibre entre les forces de contact et les déplacement d'un assemblage comprimé est déterminé à partir une série de calculs déterminant le mouvement de chaque particule,

- la sollicitation du milieu se situe aux frontières provoquant un mouvement intérieur, la vitesse de propagation dépend des caractéristiques physiques du milieu discret,

- la méthode des élément distincts est basée sur l ' idée d'un cycle de temps durant lequel les vitesses, les accélérations, sont supposées constantes et le mouvement ne peut se propager du disque étudié qu'à ses voisins directs,

- la force résultante sur chaque disque est déterminée exclusivement par l'interaction avec ses voisins,

- la déformation sur chaque particule est petite par rapport à la déformation globale de l'assemblage , cette déformation est caractérisée par le recouvrement aux niveau des points de contact.

II - 3 UN CYCLE DE CALCUL

Le calcul de la méthode des éléments distincts se fait par l 'application de la seconde loi de Newton donnant le mouvement d'une particule soumise à une force et de la loi liant les forces de contact aux déplacements.

Pour illustrer ce calcul, on considère deux disques X et Y (figure 2-1) comprimés entre ses voisins directs représentés dans la figure par X' et Y' qui se déplacent à une vitesse constante v durant un cycle de calcul. À l'instant $t = t_0$ les disques se touchent sans force de contact .

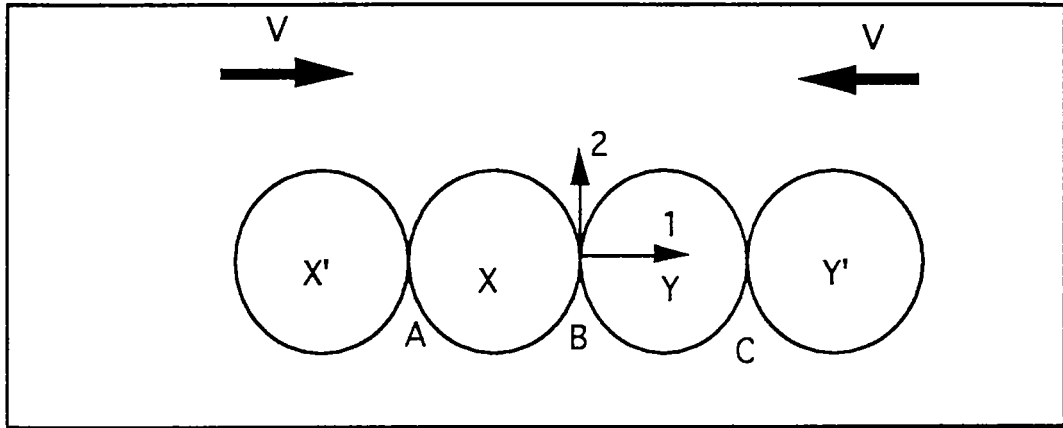


figure 2 - 1 Les particules à l'instant $t = t_0$

À l'instant $t = t_0 + \Delta t$ les disques X' et Y' se rapprochent d'une distance $\Delta n = v\Delta t$. Conformément aux hypothèses citées ci-dessus le recouvrement n'existe qu'aux points de contact A et C (figure 2-2) .

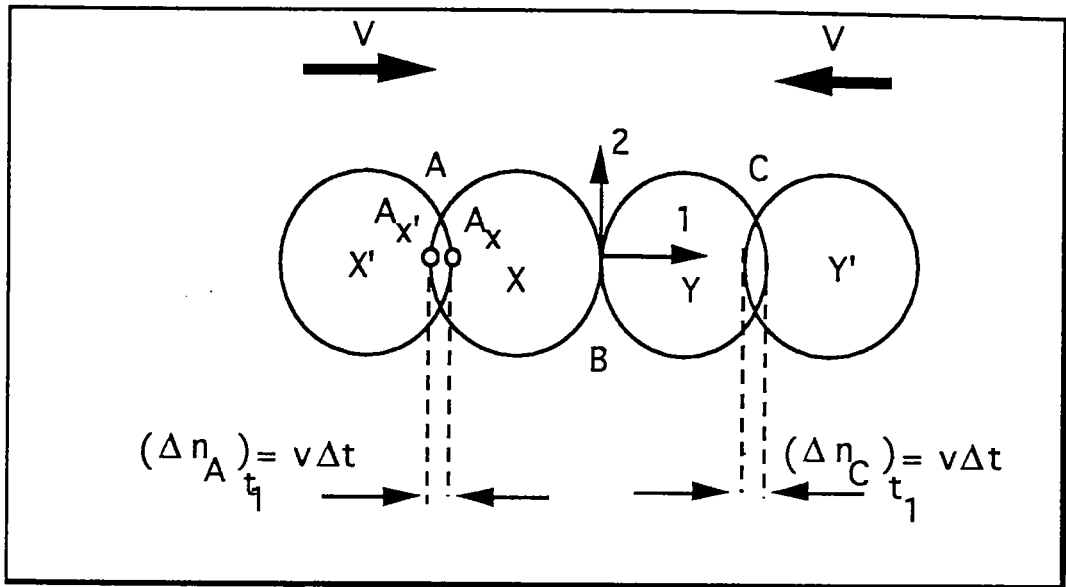


figure 2 - 2 Les particules à l'instant $t_1 = t_0 + \Delta t$

Les points A_X et $A_{X'}$ sont des points qui appartiennent respectivement aux disques X et X'. Le contact A est défini comme le centre de la distance entre A_X et $A_{X'}$.

Le déplacement relatif $(\Delta n_A)_{t_1}$ au point de contact A est défini comme le déplacement du point $A_{X'}$ par rapport au point A_X durant un temps Δt . Ces déplacements en A et C sont utilisés dans la loi force déplacement pour déterminer la force de contact entre les deux points.

Un incrément de force est calculé comme suit :

$$\Delta F_n = k_n (\Delta n)_{t_1} = k_n v \Delta t \quad (1)$$

où k_n est le coefficient de rigidité normale et ΔF_n est l'incrément de la force normale.

En projetant les forces dans le repère local (1, 2) (voir figure 2-2), la somme des forces $F_{(x)1}$ et $F_{(y)1}$ appliquées sur les disques x et y s'écrivent:

$$F_{(x)1} = k_n(\Delta n)_{t1} \quad (2 - a)$$

$$F_{(y)1} = -k_n(\Delta n)_{t1} \quad (2 - b)$$

En appliquant la seconde loi de Newton, on peut trouver les accélérations

$$\ddot{x}_1 = \frac{F_{(x)1}}{m_{(x)}} \quad (3 - a)$$

$$\ddot{y}_1 = \frac{F_{(y)1}}{m_{(y)}} \quad (3 - b)$$

où \ddot{x} , \ddot{y} , $m_{(x)}$ et $m_{(y)}$ représentent les accélérations et les masses des disques x et y dans la direction 1 . Les accélérations déterminées par les équations (3) sont supposées constantes durant le passage du temps $t_1 = t_0 + \Delta t$ au temps $t_2 = t_0 + 2\Delta t$, et peuvent être intégrés pour calculer les vitesses:

$$(\dot{x}_1)_{t2} = \frac{F_{(x)1}}{m_{(x)}} \Delta t \quad (4 - a)$$

$$(\dot{y}_1)_{t2} = \frac{F_{(y)1}}{m_{(y)}} \Delta t \quad (4 - b)$$

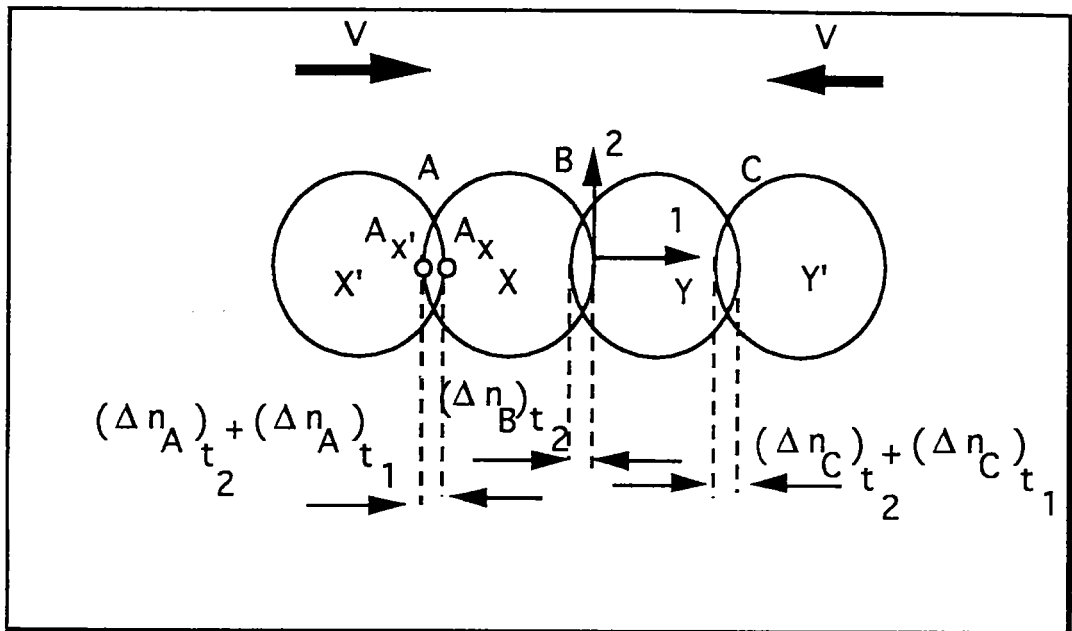


figure 2 - 2 les particules à l'instant $t_2 = t_0 + 2\Delta t$

Les déplacements relatifs aux points A, B et C à l'instant $t_2 = t_0 + 2\Delta t$ (voir figure 2-3) s' écrivent :

$$(\Delta n_A)_{t2} = \left[v - \frac{F(x)l}{m(x)} \Delta t \right] \Delta t \quad (5)$$

$$(\Delta n_B)_{t2} = \left[\frac{F(x)l}{m(x)} \Delta t - \frac{F(y)l}{m(y)} \Delta t \right] \Delta t \quad (6)$$

$$(\Delta n_C)_{t2} = \left[\frac{F(y)l}{m(y)} \Delta t - (-v) \right] \Delta t \quad (7)$$

Ceci est l' exemple d' un cycle de calcul à partir de la loi force - déplacement et de la loi de mouvement. En général dans le cas d' un assemblage de plusieurs disques , la loi de force - déplacement est appliquée à chaque contact et pour tous les disques, la somme vectorielle de toutes ces forces de contacts est déterminée pour trouver la force résultante agissant sur un disque . Dès que ce calcul a été effectué pour tous les disques, les nouvelles accélérations sont déterminées à partir de la loi du mouvement .

II - 3 - 1 Détermination de l'état de contact

Dans un assemblage de plusieurs disques associés à un repère global (1 , 2), on considère deux disques x et y les coordonnées de leurs centres respectifs (x_1, x_2) et (y_1, y_2) (voir figure 2-4) de rayons R_x, R_y et de masses m_x, m_y

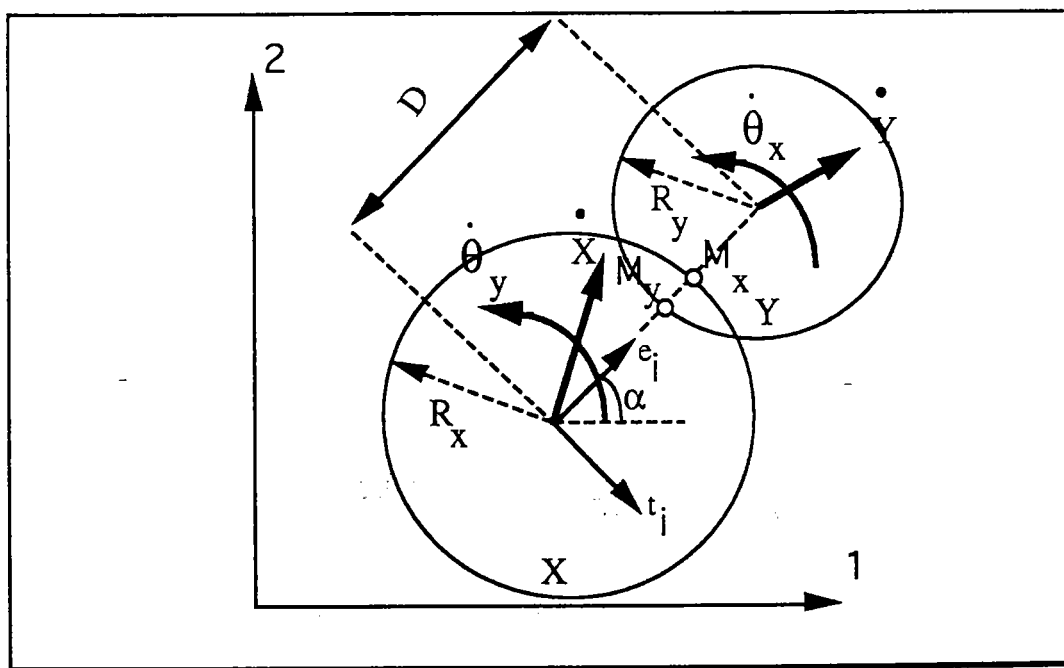


figure 2 - 4 Deux disques en contact

On dit qu'un disque x de coordonnées (x_1, x_2) est en contact avec le disque y (y_1, y_2) si

$$D < R_x + R_y \quad (8)$$

D est la distance entre les centres des disques et s'exprime par:

$$\sqrt{(y_1 - x_1)^2 + (y_2 - x_2)^2} < R_x + R_y$$

II - 3 - 2 Calcul de la vitesse relative

Il s'agit de calculer la vitesse relative du point M_x par rapport au point M_y appartenant respectivement aux circonférences des disques x et y (figure 2-4). On introduit un repère local (\vec{e}, \vec{t}) affecté au disque x en contact avec le disque y, les composantes de ce repère dans le repère global sont :

$$e_1 = \frac{(y_1 - x_1)}{D} = \cos\alpha \quad (9 - a)$$

$$e_2 = \frac{(y_2 - x_2)}{D} = \sin\alpha \quad (9 - b)$$

$$t_1 = e_2 \quad (10 - a)$$

$$t_2 = -e_1 \quad (10 - b)$$

La vitesse relative du disque x est la vitesse du point M_x par rapport au point M_y

$$\vec{V}_{M_x/M_y} = \vec{V}_{M_x} - \vec{V}_{M_y}$$

$$\vec{V}_{M_x} = \dot{\vec{X}} + \dot{\theta}_x \vec{k} \wedge R_x \vec{e} = \dot{\vec{X}} - R_x \dot{\theta}_x \vec{t}$$

$\dot{\vec{X}}$: la vitesse de translation du disque x

$\dot{\theta}_x$ vitesse de rotation du disque x par rapport au vecteur \vec{k} qui est perpendiculaire au repère local (\vec{e}, \vec{t})

En utilisant la même relation pour calculer la vitesse \vec{V}_{M_y} on obtient

$$\vec{V}_{M_y} = \dot{\vec{Y}} + \dot{\theta}_y \vec{k} \wedge -R_y \vec{e} = \dot{\vec{Y}} + R_y \dot{\theta}_y \vec{t}$$

$$\vec{V}_{M_x/M_y} = \dot{\vec{X}} - \dot{\vec{Y}} - (R_x \dot{\theta}_x - R_y \dot{\theta}_y) \vec{t} \quad (11)$$

La décomposition de ce vecteur par rapport au repère local est:

$$V_n = (\dot{\vec{X}} - \dot{\vec{Y}}) \vec{e} - (R_x \dot{\theta}_x - R_y \dot{\theta}_y) \vec{t} \cdot \vec{e} = (\dot{\vec{X}} - \dot{\vec{Y}}) \vec{e} \quad (12)$$

$$V_s = (\dot{\vec{X}} - \dot{\vec{Y}}) \cdot \vec{t} - (R_x \dot{\theta}_x - R_y \dot{\theta}_y) \vec{t} \cdot \vec{t}$$

$$V_s = (\dot{\vec{X}} - \dot{\vec{Y}}) \cdot \vec{t} - (R_x \dot{\theta}_x - R_y \dot{\theta}_y) \quad (13)$$

V_n et V_s représentent les composantes normale et tangentielle de la vitesse relative.

II - 3 - 3 Calcul des déplacements

En intégrant les composantes de la vitesse relative durant le temps Δt , qui sont supposées constantes, on trouve les composantes du déplacement:

$$\Delta X_n = V_n \Delta t = [(\dot{\vec{X}} - \dot{\vec{Y}}) \cdot \vec{e}] \Delta t \quad (14)$$

$$\Delta X_s = V_s \Delta t = [(\dot{\vec{X}} - \dot{\vec{Y}}) \cdot \vec{t} - (R_x \dot{\theta}_x - R_y \dot{\theta}_y)] \Delta t \quad (15)$$

ΔX_n et ΔX_s sont les composantes normales et tangentielles de la vitesse

II - 3 - 4 Calcul des forces

Les variations de déplacements sont utilisés pour calculer les variations de forces normales et tangentielles

$$\Delta F_n = k_n \Delta X_n = k_n V_n \Delta t = k_n [(\dot{\vec{X}} - \dot{\vec{Y}}) \cdot \vec{e}] \Delta t \quad (16)$$

$$\Delta F_s = k_n \Delta X_s = k_s V_s \Delta t$$

$$\Delta F_s = k_s [(\dot{\vec{X}} - \dot{\vec{Y}}) \vec{t} - (R_x \dot{\theta}_x - R_y \dot{\theta}_y)] \Delta t \quad (17)$$

où k_n et k_s sont des coefficients de rigidité normale et tangentielle

Finalement, on ajoute les incréments de force normale et tangentielle de chaque cycle aux forces correspondantes calculées précédemment.

$$(F_n)_N = (F_n)_{N-1} + \Delta F_n \quad (18)$$

$$(F_s)_N = (F_s)_{N-1} + \Delta F_s \quad (18)$$

N et N-1 correspondent respectivement aux cycles à l'instant t_N et t_{N-1} tel que

$$t_N - t_{N-1} = \Delta t$$

II - 3 - 5 Frottement de type Coulomb

La loi de Coulomb pour les frottements est introduite, et la valeur de la force tangentielle F_s est contrôlée par la force tangentielle maximale définie ainsi:

$$(F_s)_{\max} = F_n \operatorname{tg} \phi_\mu + \mathbf{c} \quad (19)$$

ϕ_{μ} est le plus petit angle de frottement interparticules entre deux disques en contact et \mathbf{C} indique la cohésion du milieu.

Si la valeur absolue de $(F_s)_N$ calculée à partir de l'équation (18) est supérieure à la valeur $(F_s)_{\max}$, $(F_s)_N$ est mise équivalente à $(F_s)_{\max}$ préservant le signe obtenu par l'équation (18).

II - 3 - 6 Projections des forces dans le repère global

Une fois que toutes les forces normales et tangentielles sont calculées pour tous les contacts pour un disque x , la somme de toutes ces forces sont écrites dans le repère global sous la forme des forces résultantes $\Sigma F_{(x)_1}$ et $\Sigma F_{(x)_2}$. Le moment résultant agissant sur le disque x est :

$$\Sigma \vec{M}_{(x)} = \Sigma F_{(x)_S} \vec{t} \wedge R_x \vec{e}$$

Le moment $\Sigma \vec{M}_{(x)}$ est pris positif quand sa direction est contraire aux sens de rotation des aiguilles d'une montre.

II - 3 - 7 La loi du mouvement

Les composantes de la vitesse linéaire $(\dot{X}_1)_x$, $(\dot{X}_2)_x$ et la vitesse angulaire $\dot{\theta}_x$ du disque x utilisés dans les équations (16) et (17) de la loi force - déplacement. sont calculés comme suit :

La force et le moment résultants calculés à l' instant t_N agissent sur le disque x durant le temps Δt de l' instant $t_{N-1/2}$ à $t_{N+1/2}$. L' équation dynamique du mouvement du disque x s' écrit :

$$m_x \ddot{X}_1 = \Sigma F(x)_1 \quad (20 - a)$$

$$m_x \ddot{X}_2 = \Sigma F(x)_2 \quad (20 - b)$$

$$I_x \ddot{\theta}_x = \Sigma M(x) \quad (21)$$

Où I_x représente le moment d' inertie du disque x . Si on prend \ddot{X}_1 , \ddot{X}_2 et $\ddot{\theta}_x$ constantes durant le temps Δt , les expressions de la vitesse tirées des équations (20) et (21) deviennent :

$$\dot{X}_1)_{N+1/2} = \dot{X}_1)_{N-1/2} + \left[\frac{\Sigma F(x)_1}{m_x} \right]_N \Delta t \quad (22 - a)$$

$$\dot{X}_2)_{N+1/2} = \dot{X}_2)_{N-1/2} + \left[\frac{\Sigma F(x)_2}{m_x} \right]_N \Delta t \quad (22 - b)$$

$$\dot{\theta}_x)_{N+1/2} = \dot{\theta}_x)_{N-1/2} + \left[\frac{\Sigma M(x)}{I_x} \right]_N \Delta t \quad (23)$$

Ces équations sont appliquées à chaque disque dans l' assemblage. Ces nouvelles valeurs des vitesses linéaires et angulaires sont utilisées dans la loi force - déplacement et le cycle peut être recalculé à chaque incrément de temps.

Ces nouvelles valeurs pour les vitesses sont réutilisées pour actualiser les nouvelles positions et rotations des disques en utilisant la méthode des différences centrées.

$$(X_1)_{N+1} = (X_1)_N + (\dot{X}_1)_{N+1/2} \Delta t$$

$$(X_2)_{N+1} = (X_2)_N + (\dot{X}_2)_{N+1/2} \Delta t$$

$$(\theta_x)_{N+1} = (\theta_x)_N + (\dot{\theta}_x)_{N+1/2} \Delta t$$

II - 3 - 8 Effet de l'amortissement

L'amortissement du frottement a lieu durant le glissement quand la valeur absolue de la force tangentielle à n'importe quel contact est maximale. Dans la version numérique Cundall [26] introduit deux formes d'amortissement l'un appelé amortissement de contact et l'autre amortissement global.

L'amortissement de contact agit sur la vitesse relative aux contacts, il peut être représenté comme le résultat d'un amortisseur agissant dans la direction normale et tangentielle aux contacts. L'amortissement de viscosité dans la direction tangentielle n'est pas appliquée quand le glissement a lieu. Dans ce cas seul l'amortissement de frottement opère.

Les forces d'amortissement dans la direction normale et tangentielle sont :

$$\Delta D_n = c_n \Delta V_n$$

$$\Delta D_s = c_s \Delta V_s$$

c_n et c_s représentent les coefficients normaux et tangentiels d'amortissement.

Si on tient compte des forces d'amortissement les équations (22) et (23) deviennent

$$\dot{(X_1)}_{N+1/2} = \dot{(X_1)}_{N-1/2} + \left[\frac{\Sigma F(x)_1 + \Sigma D(x)_1}{m_x} \right]_N \Delta t \quad (24 - a)$$

$$\dot{(X_2)}_{N+1/2} = \dot{(X_2)}_{N-1/2} + \left[\frac{\Sigma F(x)_2 + \Sigma D(x)_2}{m_x} \right]_N \Delta t \quad (24 - b)$$

$$\dot{(\theta_x)}_{N+1/2} = \dot{(\theta_x)}_{N-1/2} + \left[\frac{\Sigma M(x)_1}{I_x} \right]_N \Delta t \quad (25)$$

où $\Sigma D(x)_1$ et $\Sigma D(x)_2$ représentent les composantes des forces d'amortissement de contact, $\Sigma M(x)$ incluent la contribution des moments dues aux forces d'amortissement.

Les forces globales d'amortissement de contact sont les résultantes des composantes normales et tangentielles déterminées à partir des équations (12) et (13)

$$(D_n)_N = c_n V_n = c_n (\dot{\vec{X}} - \dot{\vec{Y}})_{N-1/2} \vec{e} \quad (26)$$

$$(D_s)_N = c_s V_s$$

$$(D_s)_N = c_s [(\dot{\vec{X}} - \dot{\vec{Y}})_{N-1/2} \vec{t} - (R_x \dot{\theta}_x - R_y \dot{\theta}_y)_{N-1/2}] \quad (27)$$

Dans la version bidimensionnelle de la méthode des éléments distincts Cundall [27] propose d'exprimer les coefficients d'amortissement en fonction des coefficients de rigidité avec une constante de proportionnalité β tel que

$$c_n = \beta k_n$$

$$c_s = \beta k_s$$

L'amortissement global agit sur les vitesses des disques et est introduit dans les calculs des mouvements. L'amortissement global peut être représenté comme un amortisseur liant une particule au sol, ces amortisseurs opèrent sur les vitesses linéaires et les vitesses de rotation.

Si on introduit l'amortissement global les équations du mouvement (20) et (21) deviennent:

$$m_x \ddot{X}_1 = \Sigma [F_{(x)_1} + D_{(x)_1}] - C \dot{X}_1 \quad (29 - a)$$

$$m_x \ddot{X}_2 = \Sigma [F_{(x)_2} + D_{(x)_2}] - C \dot{X}_2 \quad (29 - b)$$

$$I_x \ddot{\theta}_x = \Sigma M_{(x)} - C^* \dot{\theta}_x \quad (30)$$

Les coefficients C et C^* sont proportionnels à la masse et au moment d'inertie respectivement comme suit:

$$C = \alpha m_x$$

$$C^* = \alpha I_x$$

La méthode des différences centrées est utilisée pour intégrer les équations (29) et (30) , ou les vitesses sont évaluées au centre du cycle de temps:

$$\dot{(X_1)}_N = \frac{1}{2} [\dot{(X_1)}_{N-1/2} + \dot{(X_1)}_{N+1/2}] \quad (31 - a)$$

$$\dot{(X_2)}_N = \frac{1}{2} [\dot{(X_2)}_{N-1/2} + \dot{(X_2)}_{N+1/2}] \quad (31 - b)$$

$$\dot{(\theta_x)}_N = \frac{1}{2} [\dot{(\theta_x)}_{N-1/2} + \dot{(\theta_x)}_{N+1/2}] \quad (31 - c)$$

En utilisant les équations (31), les équations (29) et (30) peuvent être résolues et donnent

$$\dot{(X_1)}_{N+1/2} = \frac{\left\{ \dot{(X_1)}_{N-1/2} \left[1 - \frac{\alpha \Delta t}{2} \right] + \Sigma [F(x)_1 + D(x)_1]_N \frac{\Delta t}{m_x} \right\}}{\left\{ 1 + \frac{\alpha \Delta t}{2} \right\}}$$

$$\dot{(X_2)}_{N+1/2} = \frac{\left\{ \dot{(X_2)}_{N-1/2} \left[1 - \frac{\alpha \Delta t}{2} \right] + \Sigma [F(x)_2 + D(x)_2]_N \frac{\Delta t}{m_x} \right\}}{\left\{ 1 + \frac{\alpha \Delta t}{2} \right\}}$$

$$\dot{(\theta)}_x{}_{N+1/2} = \frac{\left\{ (\dot{\theta})_x{}_{N-1/2} \left[1 - \frac{\alpha \Delta t}{2} \right] + (\Sigma M_{(x)})_N \frac{\Delta t}{I_x} \right\}}{\left\{ 1 + \frac{\alpha \Delta t}{2} \right\}}$$

La stabilité de l'assemblage nécessite que le cycle de temps Δt soit inférieur à un temps critique. Une valeur critique estimée proposée par Cundall [26] basé sur le principe d'un système d'une masse m liée au sol par un ressort de rigidité k , dans ce cas le cycle de temps critique est égal à $2 \sqrt{m/k}$

II - 4 : CONCLUSION

Ces équations des lois de forces - déplacements et les lois de mouvement décrivent le modèle numérique bidimensionnel des matériaux granulaires. L'utilisation de l'amortissement global et de contact est nécessaire pour que l'assemblage atteigne un état d'équilibre. L'inexistence des coefficients d'amortissement pousse l'assemblage à être instable.

La méthode des éléments distincts est validée en comparant les tracés de vecteur force obtenus par le programme BALL avec les tracés correspondant obtenus à l'aide d'une analyse photo-élastique.

Dans ce chapitre nous avons développé l'application de cette méthode sur des disques en éliminant les parois qui les limitent, étant donné que la version tridimensionnelle élimine l'effet des frontières.

Il faut noter que l'utilisation de la loi linéaire de force - déplacement n'est pas suffisante, il faut tenir compte des cas non linéaires tel que : loi de Hertz pour les contacts.

CHAPITRE III

**SIMULATION NUMÉRIQUE D' UN
ASSEMBLAGE DE SPHÈRES
APPLICATIONS : PROGRAMME TRUBAL**

III-1 INTRODUCTION

Nous avons présenté en détails au second chapitre l'application de la méthode des éléments distincts sur un assemblage de disques contenus dans un espace plan limité par quatre parois. Il est évident de constater que c' est un échantillon théorique loin de la réalité pratique.

CUNDALL & STRACK [28] ont proposé d'appliquer la même méthode sur un assemblage de sphères où l'interaction entre elles est soumise à la loi linéaire de contact où non linéaire tirée de la théorie du contact de Hertz. La méthode du calcul est similaire à celle de la méthode bidimensionnelle décrite par CUNDALL & STRACK [26].

L' élément nouveau apporté par cette méthode est l'élimination des parois qui englobent les particules et l'utilisation de la périodicité des frontières. La nature de cet espace périodique est décrite en détails ci-dessous, mais certains avantages peuvent être cités , telle que la sollicitation faite en comprimant , dilatant et en cisillant l'espace périodique (au lieu de faire subir à certaines particules des contraintes ou tout autre chargement.)

La version numérique de la méthode des éléments distincts appliquée à des disques s'appelle "BALL", celle appliquée en tridimensionnelle c'est à dire à des sphères est dite "TRUBAL". Toutes les équations sont écrites en utilisant la méthode des différences centrées.

Pour avoir une sollicitation numérique quasi-statique, l' assemblage est chargé en appliquant un taux de déformation assez faible pour éliminer l'effet des forces d'inertie.

III -2 L' ESPACE PÉRIODIQUE

L' espace qui contient les particules sphériques à étudier est une cellule périodique qui a la forme d'un parallélépipède. Les limites de ce domaine sont fictives, ce qui élimine l'influence des frontières. Les particules qui se trouvent aux frontières vérifient les deux conditions suivantes :

- si le centre d'une particule se trouve au voisinage d' une frontière avec une partie qui déborde hors de la cellule, une particule "image" équivalente à la partie débordante de cette particule est introduite à l'intérieur par la face opposée correspondante.

- si le centre est placé à l'extérieur de la cellule, dans ce cas la particule est considéré comme entièrement débordante, une particule "image" est créée à partir de sa position réelle avec une distance égale à la dimension de la cellule périodique .

L'ensemble est sollicité en déformant la cellule périodique, la modification du volume de l' échantillon entraînera un déplacement des centres des particules défini par :

$$\dot{U}_i = \dot{\epsilon}_{ij}^s x_j$$

avec \dot{U}_i : vitesse imposée aux particules

$\dot{\epsilon}_{ij}^s$: tenseur du taux de déformations supposé indépendant des coordonnées des particules

x_j coordonnées de la particule à étudier

Numériquement l'effet de la déformation de l'espace est compté comme suit :

a-) pour chaque cycle de temps , l'incrément de déplacement dû au taux de déformation d'une cellule périodique est ajouté à l'incrément de déplacement calculé a partir de la vitesse réelle de la particule, exprimé par:

$$\Delta U_i = \Delta U_i + \dot{\epsilon}_{ij}^{(s)} \cdot x_j \cdot \Delta t$$

b-) la vitesse relative d'une particule par rapport à une autre est calculée en faisant la somme de leurs vitesses relatives réelles, et la vitesse relative due à la déformation de la cellule périodique:

$$\dot{U}_i = \dot{U}_i^{(real)} + \dot{\epsilon}_{ij}^s \cdot Z_j^{(diff)}$$

où $Z_j^{(diff)}$ est le vecteur joignant les centres à étudier

Le chargement de la cellule périodique est considéré comme homogène. Par hypothèse l'incrément de déplacement est petit pour que tout l'espace reste en état statique. Le calcul des forces de contact est fait de la même façon qu'au chapitre II (méthode des éléments distincts).

III - 3 PROCÉDURE DES MESURES

Les contraintes moyennes sont mesurées pour tout l'échantillon selon la formule qui suit :

$$\bar{\sigma}_{ij} = \frac{1}{V} \sum_p R^{(p)} \sum_c n_i F_j$$

où

$R^{(p)}$ rayon de la particule p

n_i le vecteur unitaire normal au point de contact c

F_j le vecteur force au point du contact c

V volume de la cellule périodique

\sum_p la somme de toute les particules

\sum_c somme de tous les contacts sur la particule p

La déformation moyenne de l'échantillon est simplement la déformation de la cellule périodique. Dès que l'espace périodique impose un contrôle de déformation sur l'échantillon, plusieurs composantes des contraintes sont maintenues constantes .

III - 4 CONTRÔLE DES CONTRAINTES

Un système de contrôle numérique peut conditionner les contraintes calculées par l'intermédiaire des taux de déformations imposées afin de les rendre dans une marge de résultats désirés. Le taux de déformation de la cellule périodique est ajusté par deux paramètres:

G appelé le gain du système de contrôle

$\dot{\epsilon}_{\max}$ représentent le taux de déformation maximale

La relation entre ces deux paramètres est donnée par:

$$\dot{\epsilon}_v = \dot{\epsilon}_v + G(\bar{\sigma} \text{ (désiré)} - \bar{\sigma} \text{ (mesuré)})$$

avec $\bar{\sigma}$ (désiré) , $\bar{\sigma}$ (mesuré) représente respectivement la contrainte moyenne désirée et la contrainte moyenne mesurée.

III - 5 LOIS DE CONTACT

Dans le cas d'un assemblage de sphères, on considère deux types de loi de contact. la loi linéaire et la loi non linéaire de Hertz.

III - 5 -1- Loi linéaire de contact

De la même façon que pour le calcul bidimensionnel (assemblage de disques), la force de contact entre deux sphères s'écrit :

$$F_n = K_n X_n$$

$$F_s = K_s X_s$$

où F, K, X représentent respectivement la force de contact, le coefficient de rigidité et le déplacement des centres des sphères.

Les indices n et s indiquent les directions normales et tangentielles.

III - 5 - 2 - Loi non linéaire(formule de Hertz) de contact

III - 5 - 2- 1 - Force normale

La force normale de contact entre deux particules est déterminée directement à partir du déplacement normal U_n soit :

$$F_n = \frac{[2G\sqrt{2R}]}{[3(1-\nu)]} \sqrt{U_n^3}$$

où

$$U_n = R_1 + R_2 - Z$$

R_1 et R_2 rayons des deux particules en contact

Z distance entre les deux centres des particules en contact

avec

$$\bar{R} = \frac{2R_1R_2}{R_1 + R_2}$$

sachant que G : est module élastique du cisaillement et ν : est coefficient de Poisson pour les deux particules

III - 5 - 2 - 2 Force tangentielle

Le calcul de la force de contact tangentielle est plus compliqué car cette force dépend du glissement au point du contact. Le calcul nécessite du temps et une grande mémoire pour chaque contact. Cependant des observations faites durant les tests ont montré que la contribution des forces tangentielles au tenseur des contraintes moyennes déviatoriques est minimale, malgré l'utilisation de coefficients de frottement très élevés. La contribution majeure de la contrainte déviatorique provient des forces normales autour des particules .

Approximativement, 30 à 40% des contacts glissent et par conséquent l'effet du coefficient de rigidité tangentielle sur le comportement de l'échantillon est limité.

La force de contact tangentielle avec un glissement nul est donnée par:

$$F_s = k_s U_s = \frac{2G^{2/3} [3(1-\nu)\bar{R} F_n]^{1/3}}{(2-\nu)}$$

U_s : indique le déplacement tangentiel de contact

III - 6 APPLICATIONS NUMÉRIQUES : PROGRAMME TRUBAL

III - 6 - 1 DÉFINITIONS

Avant d' étudier le fonctionnement du programme TRUBAL, il est nécessaire de rappeler certaines définitions.

III - 6 - 1 - 1 La porosité:

La porosité d'un milieu granulaire est définie par le rapport du volume du vide au volume total, contrairement à l'indice des vides elle est comprise entre 0 et 1.

III - 6 - 1 - 2 Le nombre de coordination " La coordinence "

Le nombre de coordination d'une particule est défini par le nombre de contacts qu'elle a avec les particules voisines. Le nombre de coordination d'un milieu granulaire est le rapport du nombre total des contacts au nombre total des particules.

III - 6 - 1 -3 Le glissement

Le glissement est le rapport des contacts qui subissent un glissement au nombre total des contacts. L'influence de ce paramètre est importante sur la force tangentielle de contact.

III - 6 - 2 LES PHASES D'UN TEST NUMÉRIQUE

Un test typique passe par les étapes suivantes:

1-) Une procédure numérique permet de créer des particules sphériques d'une façon aléatoire avec des diamètres correspondant à la distribution granulométrique réelle désirée. Il n'existe aucun algorithme de tassement : si une particule crée couvre une particule existante , une substituable est générée d' une telle façon que le recouvrement au début de l'essai soit nul. Le volume de la cellule initiale doit être suffisamment large pour que le nombre total de particules requis y soit logé .

2-) La cellule périodique est sollicitée sous une contrainte isotropique jusqu'à ce que la porosité de l'échantillon désirée soit obtenue. Par contre il est très difficile d'arriver à une contrainte isotropique et à une porosité désirées à la fois. Pour cela on modifie durant une partie de la phase de compression isotropique , le coefficient de friction.

3-) Un système de contrôle numérique est activé alors, l'échantillon atteint un état d'équilibre sous une contrainte isotropique désirée. Le chemin de sollicitation suivi consiste à imposer un taux de déformation à l'espace périodique. De temps en temps , l'effet des forces d'inertie est estimé en annulant les taux de déformation , en notant le changement dans

les composantes des contraintes. Si le changement est important tout le test est répété sous un taux de déformation plus faible.

III -6 - 3 : LES DIFFÉRENTS MODES APPLIQUÉS:

La version tridimensionnelle de la méthode des éléments distincts, traduite en langage numérique par TRUBAL ne considère que des particules de forme sphérique. Seulement il existe deux modes différents pour appliquer une sollicitation numérique sur un assemblage de sphères.

III -6 -3 -1- Mode tridimensionnel

Essai triaxial

Après la génération des particules d' une façon aléatoire dans un espace cubique , on confine l 'échantillon en mettant la contrainte isotropique sous contrôle et on exécute le cisaillement en appliquant une contrainte radiale (cet essai sera détaillé au quatrième chapitre).

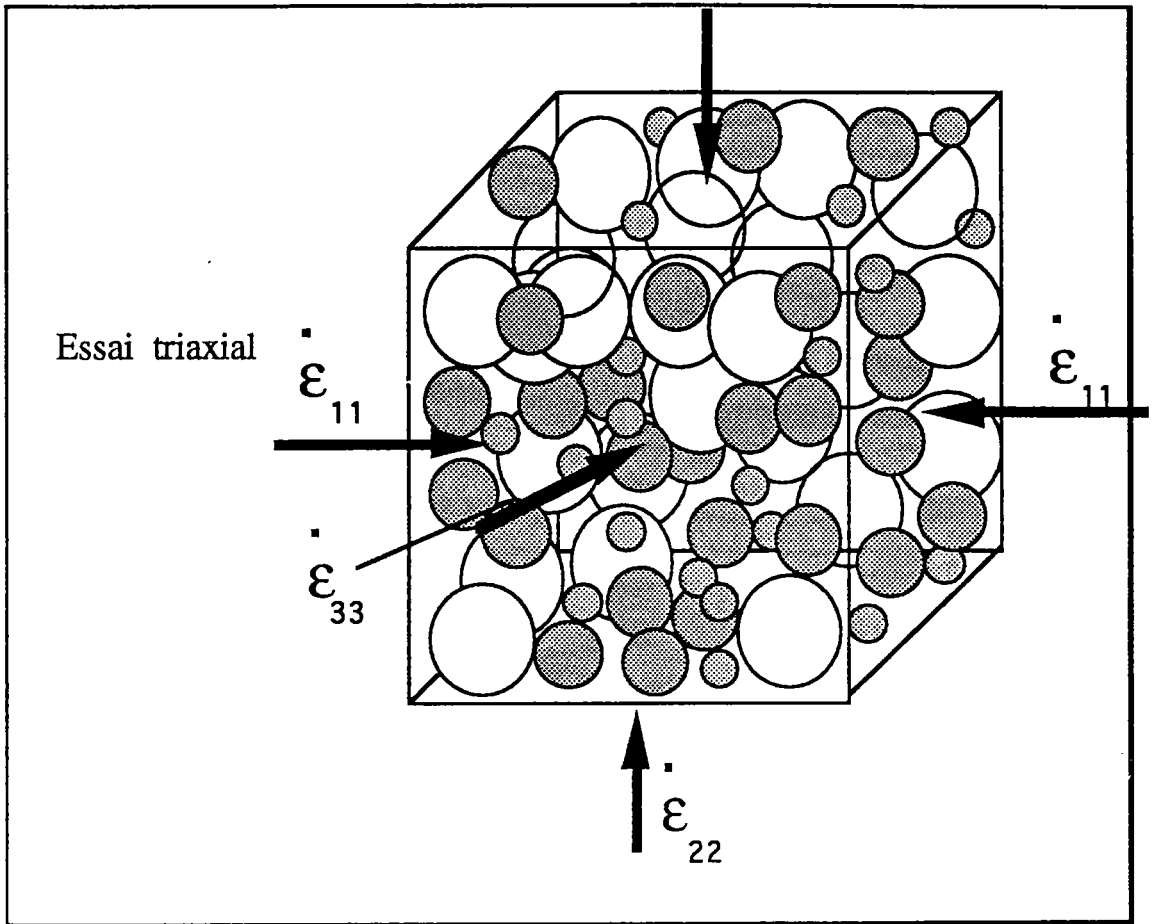


figure 3 - 1 : Assemblage tridimensionnel de sphères

III -6 -3 - 2 Mode bidimensionnel

Dans ce cas il s'agit toujours de particules de forme sphérique, étalés sur une seule couche dans l'espace qui a une forme de parallélépipède rectangle dont la hauteur doit être suffisamment grande pour contenir une particule.

a) Essai biaxial

La sollicitation de l'assemblage s'effectue sur deux plans orthogonaux. On confine l'échantillon en appliquant une vitesse de chargement sur deux axes, le cisaillement se fait en gardant une des deux contraintes sous contrôle.

Les particules sphériques se comportent comme des disques (les étapes de cet essai seront détaillées dans les chapitres qui suivent).

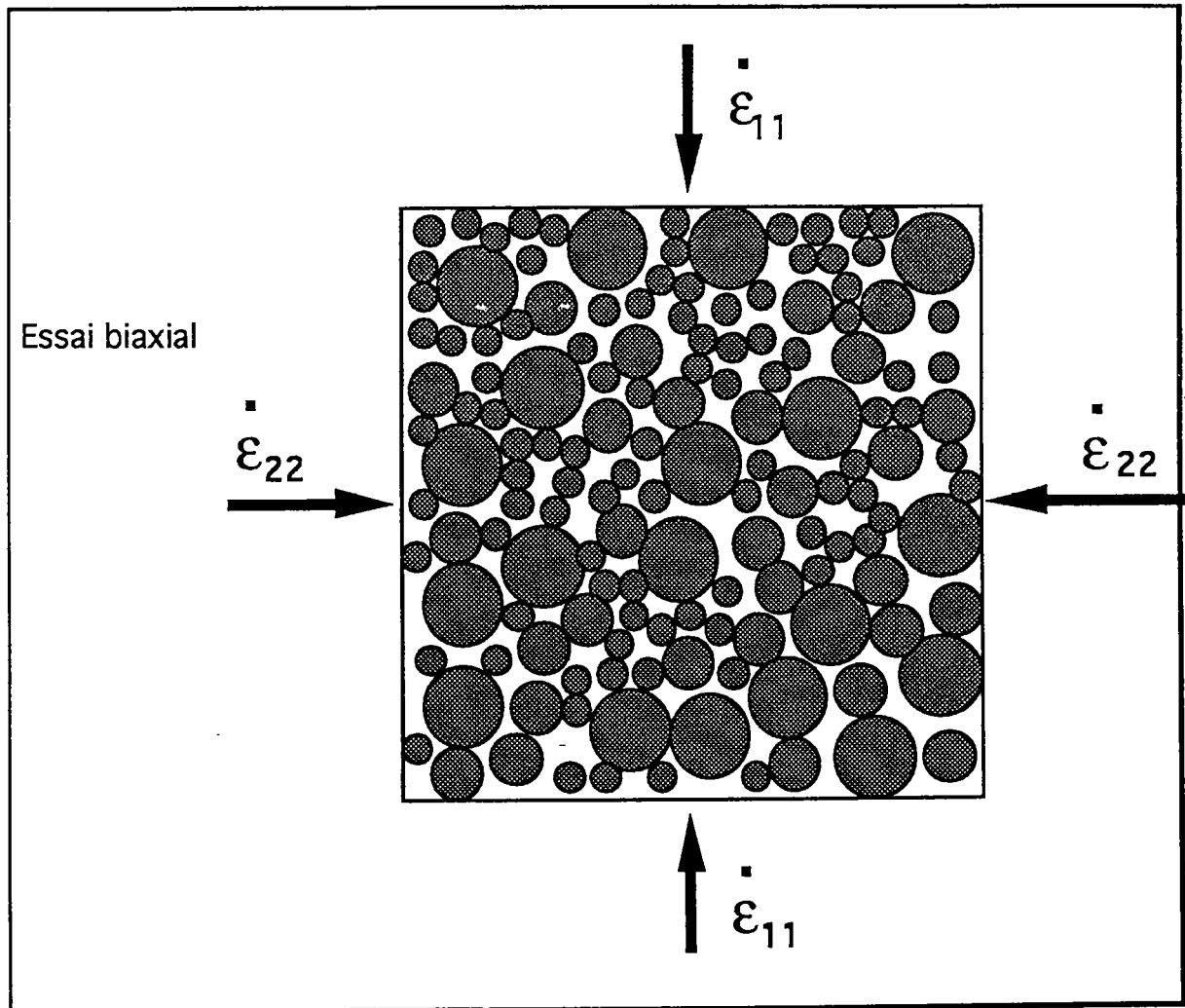


figure 3 - 2 : Assemblage bidimensionnel de sphères

b)- Essai de cisaillement direct

Comme dans le cas de l'essai biaxial les particules sphériques se comportent comme des disques. Les particules transparentes dans la figure 3 - 3 ont été fixées et se comportent comme des parois mobiles qui se déplacent horizontalement.

Après avoir appliquée une contrainte normale, on applique une vitesse aux deux parois mobiles (Cet essai fera l'objet du chapitre 5)

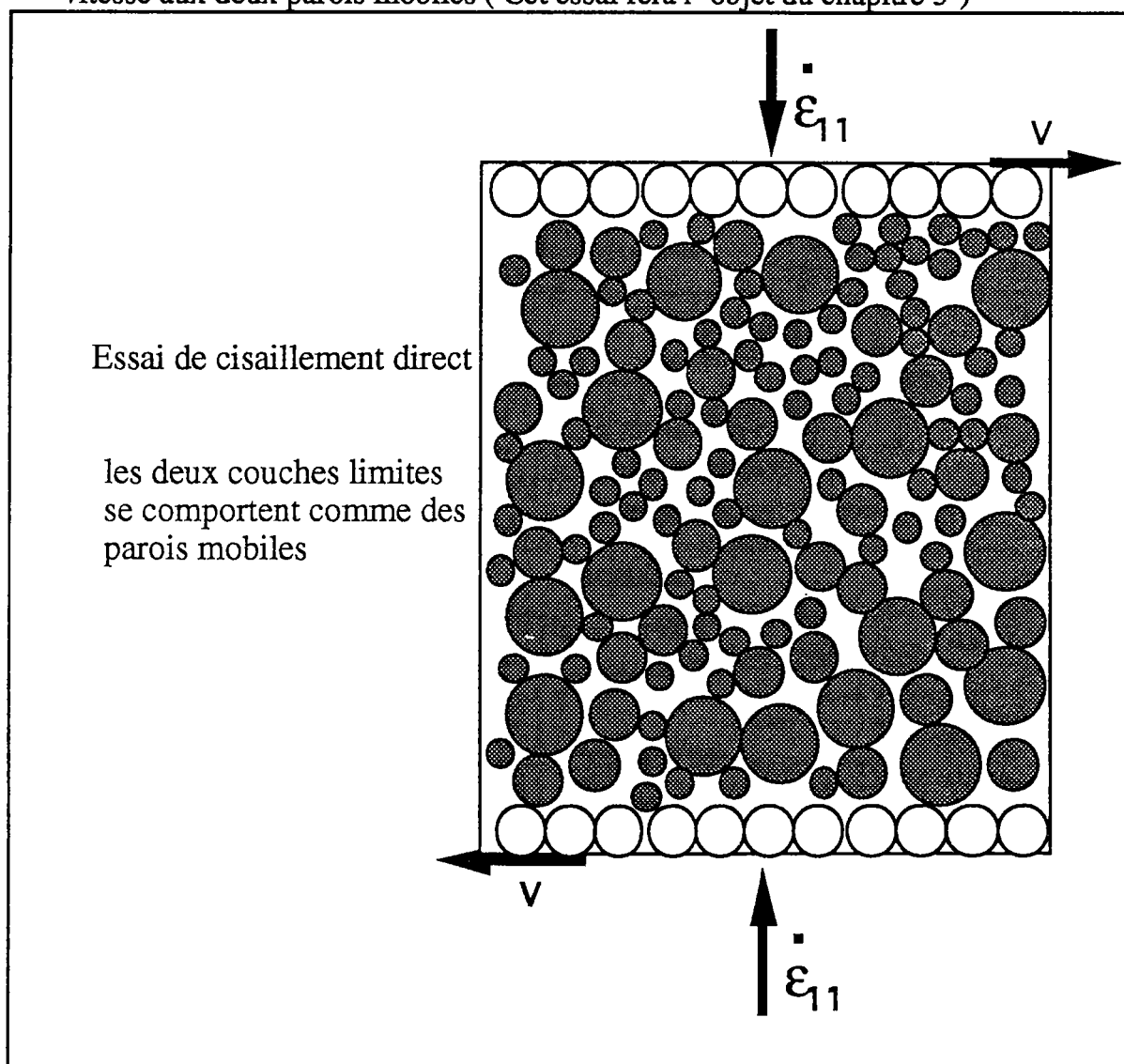


figure 3 - 3 : Assemblage bidimensionnel de sphères -
Essai de cisaillement direct.

III - 6 - 4 LES CONDITIONS D'UN TEST

L'objectif des expériences numériques que nous avons effectuées est de montrer l'influence des différents paramètres introduits comme donnés dans TRUBAL, tel que le nombre de particules le coefficient de friction interne ...;etc.

Ces essais numériques sont réalisés dans les mêmes conditions que les essais expérimentaux. Dans ce cas nous avons choisi l'essai triaxial que nous exploitons en détails dans le chapitre suivant.

III - 6 - 4 -1 Les unités de TRUBAL

Il est important de noter que le programme TRUBAL utilise ses propres unités internes équivalent à :

- en dimension 1 unité TRUBAL = 10^{-2} mm

- en contraintes 10^{-5} unité TRUBAL = 100 kPa

III - 6 - 4 - 2 Le matériau

On introduit les mêmes propriétés géométriques et physiques des billes de verre ayant une granulométrie de 800 à 900 microns c'est à dire

- coefficient de Poisson $\nu = 0,2$

- coefficient de friction $\mu = 0,3$ à $0,5$

Le nombre total de particules est de l'ordre de 500 (250 de 850 microns de diamètre , 125 de 800 microns et 125 de 900) avec les conditions suivantes:

- contrainte de confinement 200 kPa

- porosité initiale 0,421

- nombre de coordination initial 4,253

III - 6 - 5 INFLUENCE DU NOMBRE DE PARTICULES

Le choix du nombre de particules dans un essai numérique dépend de deux facteurs primordiaux:

- l' échantillon doit être représentatif du matériaux granulaire réel
- le temps de la réalisation de l' essai et la mémoire des outils de calcul dépendent directement du nombre de particules.

Dans cet objectif nous avons réalisé un essai triaxial sur trois échantillons avec un nombre de particules différent (voir figure 3 - 4)

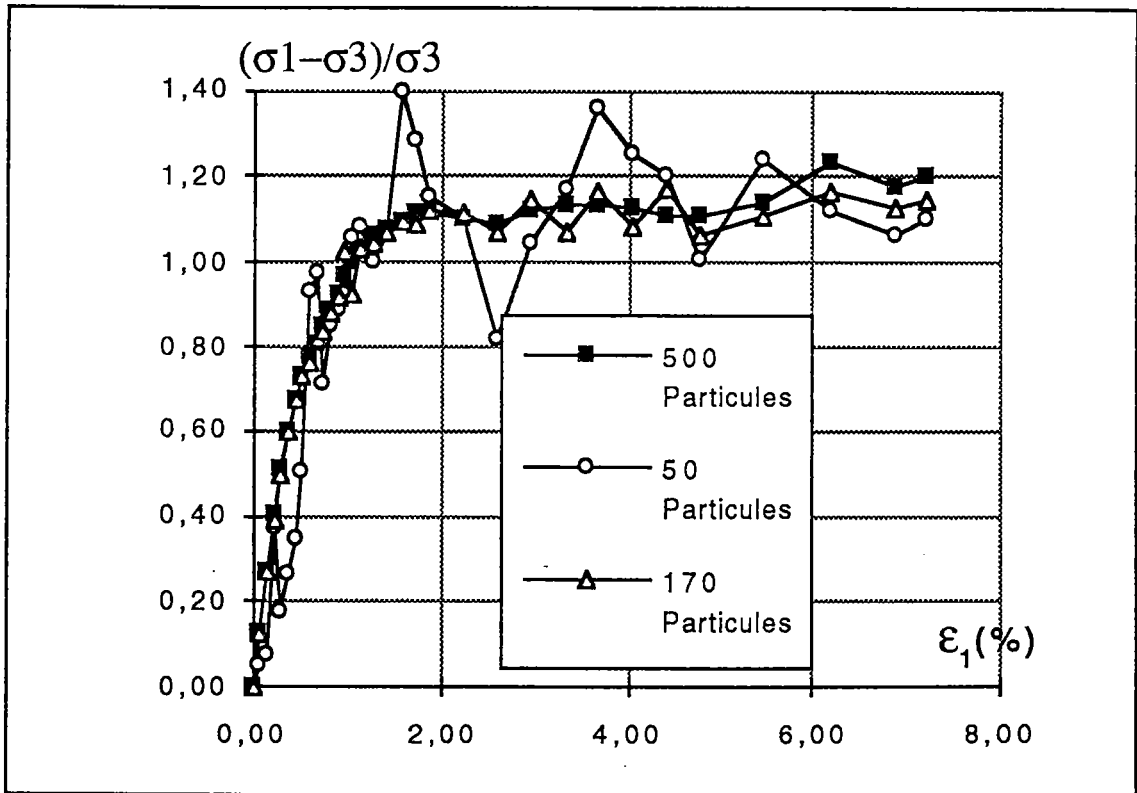


figure 3- 4 Influence du nombre des particules

La figure 3-4 montre que dans la simulation numérique d'un essai triaxial, la stabilité des contraintes déviatoriques dépend directement du

nombre de particules. Plus ce nombre est important plus on se rapproche d' un échantillon à comportement stable .

Certains auteurs utilisent une limite inférieure équivalente à mille -1000- particules. Nous montrons dans cette étude qu' un nombre de 500 est suffisamment représentatif d' un échantillon réel .

III - 6 - 6 INFLUENCE DE LA VITESSE DE SOLLICITATION

Dans les mêmes conditions que l'essai précédent, nous avons sollicité un échantillon qui a les mêmes paramètres physiques et géométriques que des billes de verre dans un essai triaxial, avec trois vitesses de chargement différentes voir figure 3 - 5

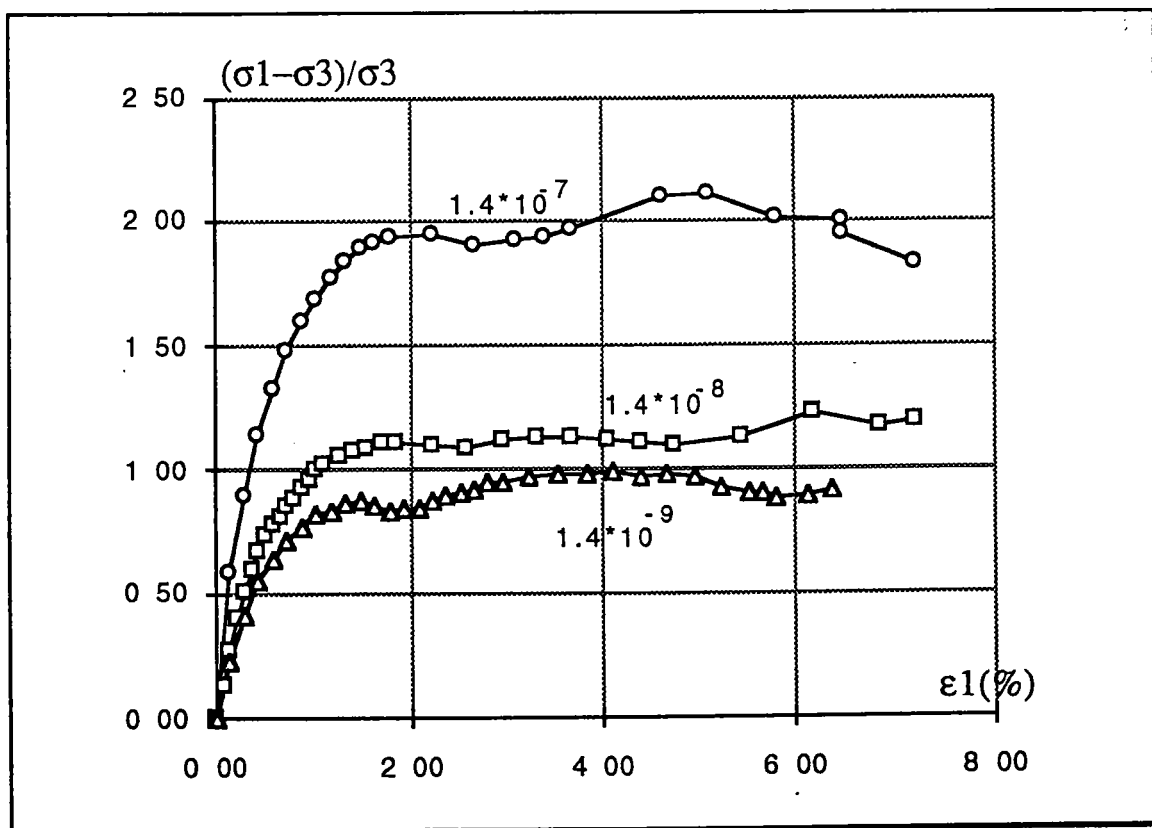


figure 3-5 Influence de la vitesse de sollicitation

La sollicitation numérique consiste à modifier la taille de la cellule en appliquant un taux de déformation adapté, la figure 3 - 5 montre que les différentes vitesses donnent différents résultats, le passage d'un taux de déformation de $1,4.10^{-9}$ à $1,4.10^{-7}$, multiplie par deux le rapport déviatorique.

En fait pour adopter une vitesse de déformation raisonnable il faut faire agir les forces d'inertie en introduisant des phases de déchargement.
- voir paragraphe III-6-3 -

III - 6 - 7 INFLUENCE DES CONTRAINTES RÉSIDUELLES

Pour montrer l'évolution de la structure lors d'une sollicitation quelconque, il a été démontré par CUNDALL et STRACK [28] que le tenseur moyen des contraintes se décompose comme suit :

$$\bar{\sigma}_{ij} = \bar{\sigma}_{ij}^{(s)} + \bar{\sigma}_{ij}^{(f)} + \bar{\sigma}_{ij}^{(nv)} + \bar{\sigma}_0 \delta_{ij}$$

Le premier terme $\bar{\sigma}_{ij}^{(s)}$ correspond aux contraintes de cisaillement dues aux forces tangentielles, cette contrainte dépend du comportement des contacts face au glissement .

Le terme $\bar{\sigma}_{ij}^{(f)}$ correspond à la distribution des contacts, cette contrainte dépend de l'état d'anisotropie. Elle est proportionnelle à la contrainte isotropique qui est due à la sollicitation géométrique

$\bar{\sigma}_{ij}^{(nv)}$ l'exposant (nv) signifie "normal variation", ce qui correspond à la variation de la force normale en fonction de l'angle d'orientation .

III - 6 - 7 - 1 Exemple de déchargement

Une compression triaxiale d' un échantillon, se décompose en deux étapes:

- dans la première on sollicite l'échantillon normalement comme dans les essais précédents c' est à dire avec un coefficient de frottement inter granulaire de 0,5 et un taux de déformation de $1,4 \cdot 10^{-8}$,

- dans la seconde étape on annule les taux de déformations appliquées (ce qui est équivalent à une phase de déchargement), jusqu' à l'annulation des contraintes déviatoriques,

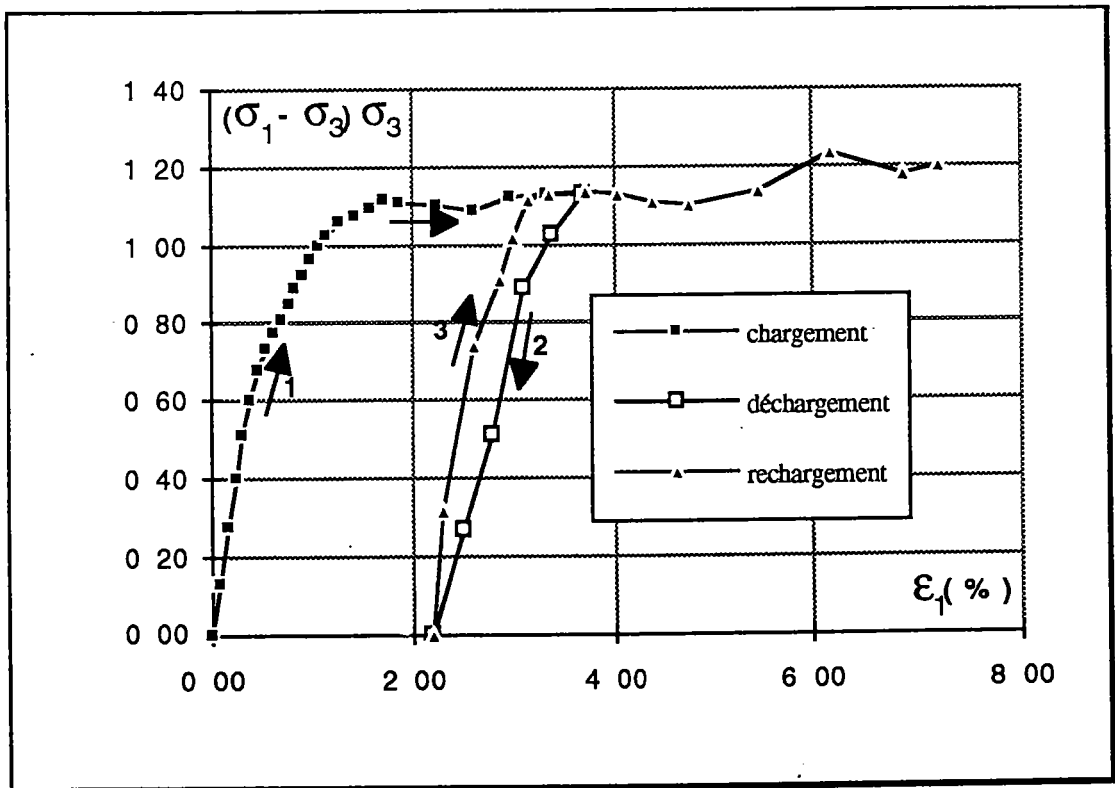


figure 3 - 6 Influence des contraintes résiduelles

- puis on applique le même taux de déformation que dans la première étape (voir figure 3- 6). On remarque que le rapport des contraintes déviatoriques évolue de la même façon que dans le cas où il n' y a pas de phase de déchargement, mais la situation est plus compliquée. Si la contrainte déviatorique totale s' annule en un point ce n' est pas le cas de ses composantes. En fait la composante des contraintes de cisaillement $\overline{\sigma}_{ij}^{(s)}$ est négative par contre celle qui correspond à la structure $\overline{\sigma}_{ij}^{(f)}$ est positive mais leur somme est nulle.

Après une phase de déchargement, au point où la contrainte déviatorique est nulle la structure du matériau est différente de la structure initiale, donc elle présente une nouvelle distribution des contacts.

III - 6 - 8 INFLUENCE DU FROTTEMENT INTERGRANULAIRE

III - 6 - 8 -1 Définition

L'angle de frottement local est l'angle de frottement entre deux particules en contact. Si on note φ l' angle de frottement interne et Φ l' angle de frottement global , la relation entre la force normale et la force tangentielle entre deux particules en contact est :

$$\frac{F_t}{F_n} = \tan \varphi = f$$

III - 6 - 8 -2 Applications

Dans le programme TRUBAL on peut introduire le coefficient de frottement interne comme donnée microscopique pour simuler le comportement macroscopique d'un assemblage de particules, Il est évident d'affecter à chaque type de particule son propre coefficient de frottement.

Dans cet essai nous avons effectué une simulation numérique d'un essai triaxial avec les mêmes données géométriques et physiques que les précédents essais avec différents coefficients de frottement interne (voir figure 3 - 7)

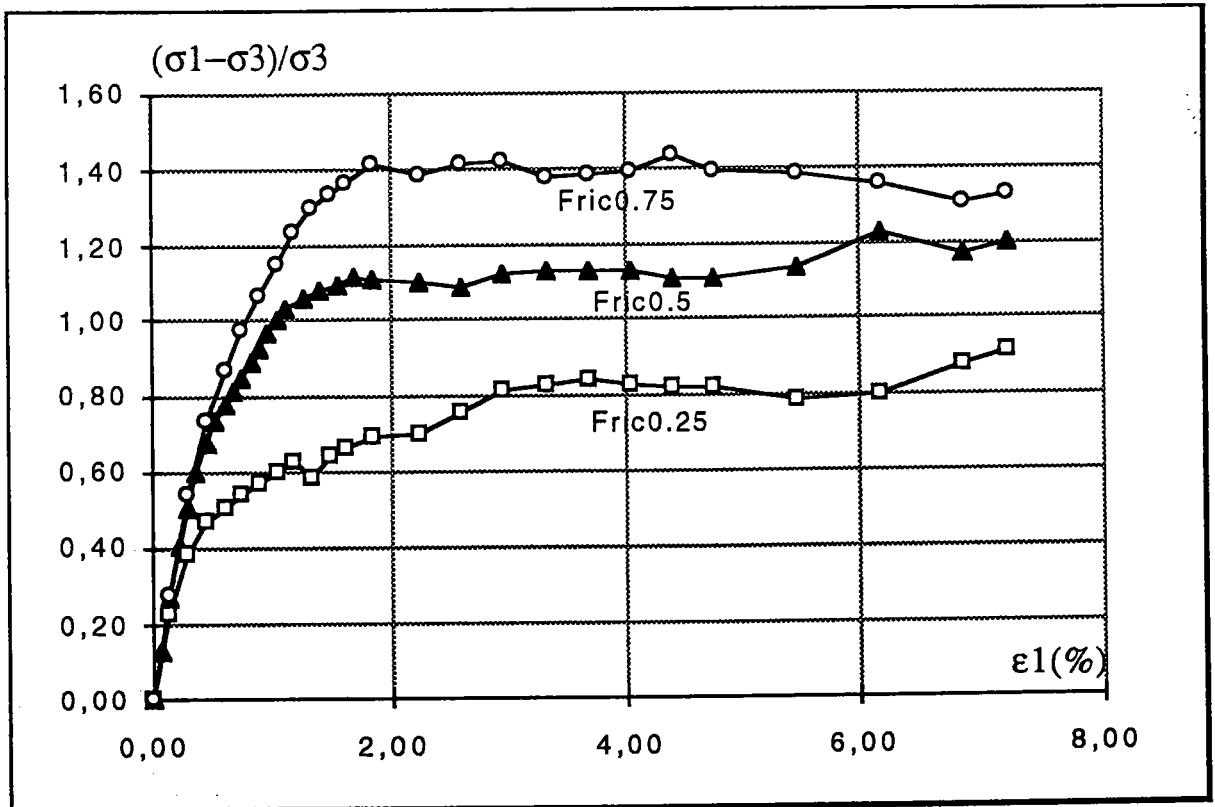


figure 3 - 7 Contraintes déviatoriques en fonction de la déformation axiale pour différents coefficients de frottement interne.

On remarque que le coefficient de frottement interne influe directement sur l'évolution de la contrainte déviatorique et par conséquent sur le coefficient du frottement global. La relation entre ces deux paramètres ne fait pas l'objet de cette étude, par contre on peut déduire à partir de cette dépendance, qu'un choix judicieux des paramètres - données est primordial pour mener une étude du comportement d'un matériau granulaire. Nous montrons dans le chapitre suivant que le coefficient de frottement local et le taux de déformation appliqué se rapprochent plus des résultats expérimentaux.

Remarque:

Rien n'interdit dans un essai numérique de commencer la phase de compactage avec un coefficient de frottement interne différent pour atteindre la porosité désirée rapidement et de rectifier ce coefficient durant la phase de cisaillement.

III - 6 - 9 INFLUENCE DE L'ÉTAT INITIAL

L'état initial est caractérisé principalement par la porosité (où indice des vides). C'est par rapport à une valeur critique de ce paramètre qu'on peut dire d'un matériau qu'il est dense ou lâche.

Dans la simulation numérique on effectue une compression triaxiale sur deux échantillons ayant un état initial différent, décrit par les éléments suivants :

-échantillon dense avec une porosité de 0,421

-échantillon lâche avec une porosité de 0,381

en appliquant le même coefficient de frottement inter granulaire et la même contrainte de confinement.

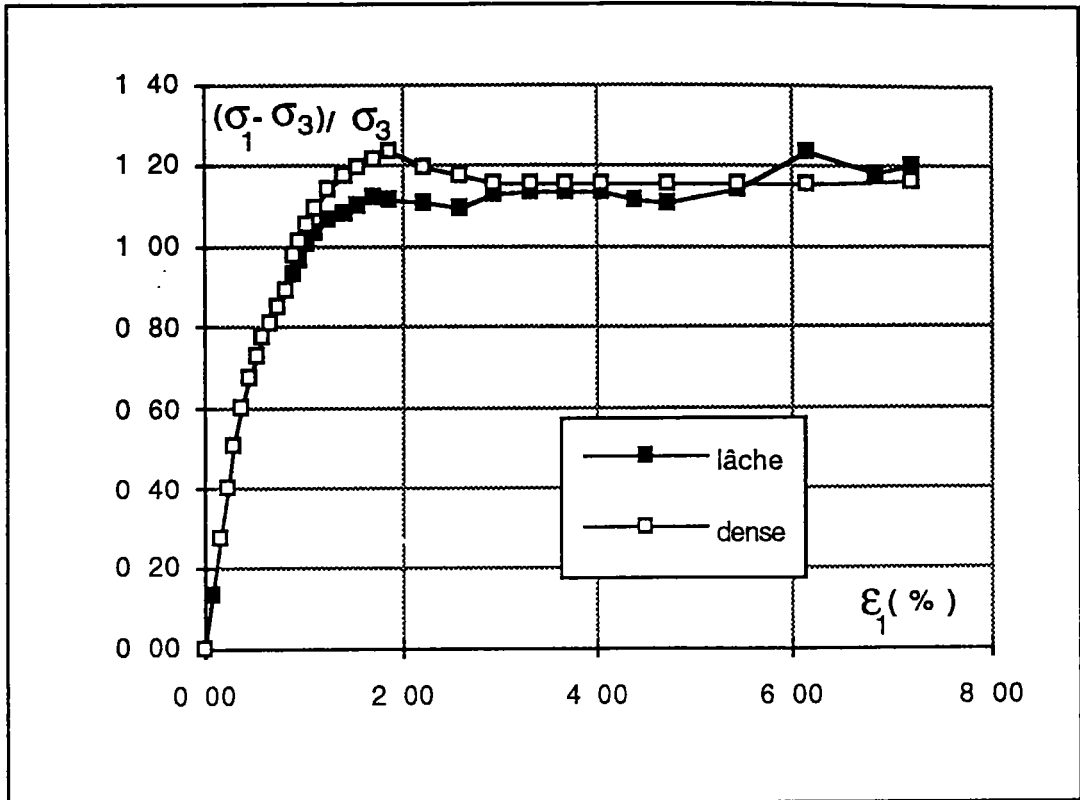


figure 3 - 8 Contrainte déviatorique en fonction de la déformation axiale selon l'état initial de l'échantillon.

L'influence de la compacité initiale sur le comportement global des matériaux granulaires est un phénomène connu dans la mécanique des milieux granulaires. D'après la figure 3-8, le rapport des contraintes déviatoriques rejoint presque l'état caractéristique au même point de déformation axiale. Théoriquement les matériaux granulaires présentent un pic plus important dans l'évolution de la contrainte déviatorique en fonction de la déformation axiale, ce qu'on ne voit pas dans cette figure 3-8.

III - 7 LES MODIFICATIONS DE TRUBAL

Si la version tridimensionnelle de la méthode des éléments distincts présente l'avantage d'éliminer l'effet des frontières, elle a l'inconvénient de limiter les types de diamètres des particules à 5 au maximum.

Hormis les paramètres étudiés ci-dessus il faut rappeler que les coefficients d'amortissement normal et tangentiel n'ont aucune signification physique dans le calcul des forces de contact par la méthode de Hertz, ces derniers doivent être choisis dans le but de déterminer le cycle de temps (voir le paragraphe I - 3 - 8).

Le programme TRUBAL donne par l'intermédiaire de son fichier sortie les paramètres suivants: dimension de l'échantillon, tenseur des contraintes, nombre de contacts, nombre de coordination, porosité du milieu et le glissement. Nous avons effectué des modifications internes au programme pour obtenir directement les déformations axiale et volumique et autres paramètres intéressants tel que: l'adaptation du fichier dessin (TRUBAL peut dessiner la structure granulaire à chaque instant) à nos outils de calcul, nous avons rendu la présentation de ces résultats plus rapide à exploiter.

III - 8 CONCLUSION

Avec la version tridimensionnelle de la méthode des éléments distincts (programme TRUBAL adapté à notre travail), on a la possibilité d'observer l'évolution de certains paramètres microscopiques tels que le nombre de coordination, le glissement et le recouvrement au niveau de chaque particule qui constitue l'échantillon. Le programme TRUBAL offre une simulation satisfaisante au niveau des résultats à condition de choisir les données qui conviennent aux matériaux à simuler, et de les traduire avec ses propres unités, en intervenant aussi sur des données qui n'ont pas d'effet théoriquement sur le comportement global d'un milieu granulaire tels que la vitesse de sollicitation et le coefficient de frottement interne.

L'handicap de TRUBAL est de limiter les dimensions de l'espace périodique et par conséquent le nombre de particules et le diamètre de ces dernières.

La comparaison entre les résultats d'une simulation numérique et d'un essai triaxial expérimental dans les mêmes conditions, avec deux types de matériaux (billes de verre à différentes granulométries et le sel) fera l'objet du chapitre suivant.

CHAPITRE IV

**SIMULATION NUMÉRIQUE ET ÉTUDE
EXPÉRIMENTALE D'UNE COMPRESSION
TRIAXIALE**

IV -1 INTRODUCTION

Dans le troisième chapitre quelques applications ont été réalisées en modifiant les différents paramètres qui conditionnent la version tridimensionnelle de la méthode des éléments distincts et son programme TRUBAL. Dans ce chapitre nous réalisons une simulation numérique d'une compression triaxiale et un essai triaxial expérimental avec:

- a) un matériau dont les particules sont de forme sphérique (billes de verre) en faisant varier :
 - la contrainte de confinement entre 100 et 400 kPa
 - et le type de granulométrie des billes de verre entre 300 microns et 1,3 mm

- b) un matériau dont les particules sont de forme non sphérique (sel), en modifiant la contrainte de confinement

Les essais expérimentaux ont été effectués sous compression triaxiale en état consolidé. La cellule qui contient le matériau est de forme cylindrique.

La sollicitation s'impose en deux étapes essentielles:

- une compression isotrope constante $\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma_3$
- puis une phase de cisaillement, avec modification de la contrainte axiale tout en gardant les contraintes $\sigma_2 = \sigma_3$ constantes dites : contrainte de confinement.

Les essais numériques sont effectués en suivant les mêmes étapes avec des données fixées dès le début de la sollicitation tel que le nombre de particules, la vitesse de chargement ... etc. L'objectif est de montrer l'influence de la géométrie des particules, de la granulométrie et de la contrainte de confinement en comparant les deux types d'essais.

IV - 2 LOI DE COMPORTEMENT DES MATÉRIAUX GRANULAIRES

Dans cette étude, les modèles du comportement des matériaux granulaires sont tirés principalement de la mécanique des sols

IV - 2 -1 Comportement rhéologiques des sols

D'après Luong [45] le comportement mécanique d'un matériau granulaire dépend de son état initial (indice des vides etc.) et du type de sollicitation appliquée (le chemin du chargement ... etc.)

La variation de la loi de comportement dans ce type de milieu est due essentiellement :

- au changement de forme du squelette de l'échantillon de sols
- aux glissements et aux rotations entre particules
- à la rupture de liaisons inter-grains

Les déformations volumiques sont dues principalement à l'enchevêtrement (contractance) des grains et à leurs désenchevêtrement (dilatance)

IV - 2 - 2 Concept de l'état caractéristique

L'état caractéristique correspond à un état de contrainte au point du passage de la déformation volumique contractante à la déformation volumique dilatante

Selon Habib et Luong (1978) l'état caractéristique est associé à:

- un taux de déformation volumique nul $\dot{\epsilon}_v = 0$

- un seuil de changement de phase. L'enchevêtrement des grains se termine pour laisser place au désenchevêtrement. A ce seuil correspond un angle de frottement caractéristique ϕ_c donné par :

$$\phi_c = \text{Arc sin} \frac{3\eta_c}{6 + \eta_c}$$

où η_c indique rapport de contrainte = q/p avec

$$q = \sigma_1 - \sigma_3$$

$$p = (\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3)/3$$

IV - 3 ESSAI TRIAXIAL

L'essai triaxial est souvent utilisé en mécanique des sols, pour étudier le comportement mécanique d'un matériau, et se réalise sur des éprouvettes cylindriques.

On exerce sur les éprouvettes :

- une pression appliquée par l'intermédiaire de l'eau, dite pression de confinement. Cette pression est variable d'un point à un autre de la cellule, mais compte tenu des dimensions classiques, la variation en valeur relative reste très faible.

- un effort transmis par le piston dans l'axe de l'éprouvette. Cet effort crée à la surface supérieure de l'éprouvette une contrainte appelée contrainte déviatorique.

IV - 3 - 1 Conditions de l'essai triaxial

Nous citerons dans ce paragraphe quelques paramètres qui conditionnent l'essai triaxial et influent directement sur le comportement du matériau sollicité.

IV - 3 - 1 - 1- État initial

Dans ce genre d'essai on distingue deux états initiaux, le premier caractérise l'état initial avant toute sollicitation, le deuxième est obtenu par l'application de la contrainte de confinement

L'état initial est représenté généralement par l'indice des vides initiaux, pour avoir une grandeur de référence pour plusieurs essais d'un matériau quelconque, il est important d'utiliser la même quantité de matériau et dans les mêmes conditions. Pour mesurer l'état initial dû à la contrainte de confinement, il suffit de mesurer la variation de volume suite à l'application de la contrainte de confinement, le nouvel indice des vides égal à:

$$e = \frac{e_0 + \Delta v/v}{1 - \Delta v/v}$$

e_0 : indice des vides initial de l'échantillon

$\Delta v/v$: variation relative du volume

IV - 3 - 1 - 2- Effet de la granulométrie

Il n'y a aucune théorie ni formulation analytique qui lie directement le comportement d'un matériau granulaire avec le diamètre des grains qui le composent, certains travaux ont été effectués dans ce domaine uniquement sur le sable, le calcaire ... etc. Nous citerons les travaux de Gbaguidi [35], Jrad [51] et Cambou [12]. Dans ce travail nous nous intéressons directement à l'influence de la géométrie et de la granulométrie des particules sur le comportement d'un milieu granulaire.

A - PARTIE EXPÉRIMENTALE

IV - 4 - 1 Description du dispositif expérimental

Nous utilisons une presse triaxiale à vitesse programmée agissant sur l'échantillon placée dans une enceinte qui contient de l'eau celle-ci est reliée à une chambre à air liée à un compresseur pneumatique (voir le schéma du dispositif expérimental).

La cellule triaxiale qui contient l'échantillon est branchée à un système de chambres servant à mesurer la variation de volume. Au cours de l'essai tous les paramètres mesurés sont stockés dans un système d'acquisition de données piloté par ordinateur.

IV - 4 - 1 - 1 Système de mesure des paramètres

Au cours de l'essai triaxial on mesure trois paramètres. Pour les visualiser et les enregistrer, on utilise une station à affichage digital, dont on peut exploiter les données à l'aide d'un programme dit le " HOST". Les paramètres accessibles sont les suivants :

- le déplacement axial ΔH est mesuré par un capteur de déplacement d'où la déformation axiale s'écrit :

$$\epsilon_1 = \Delta H/H$$

- la contrainte déviatrice est obtenue à partir des efforts F imposés à l'échantillon de section S, et s'écrit :

$$q = \sigma_1 - \sigma_3 = F/S$$

F : force axiale déterminée par un capteur de force équipant le dispositif de chargement.

S : section de l'échantillon cylindrique.

- la variation de volume Δv est mesurée directement par un système de changement de volume automatique "The automatic volume change". Elle est exprimée par :

$$\epsilon_v = \Delta V/V$$

IV - 4 - 1 - 2 Préparation de l' échantillon

La préparation de l'échantillon pour les différents essais se fait d'une manière identique, de la manière suivante :

- on place une embase sur la tête drainante de la cellule triaxiale , la membrane qui contient le matériau est fixée sur cette tête à l' aide des joints toriques dit aussi colliers de serrage, Ensuite on fixe le moule de forme cylindrique adapté à la membrane, ainsi nous obtenons une éprouvette de forme cylindrique.

- connaissant les dimensions du moule , on peut évaluer le volume initial de l' échantillon, ainsi que la quantité du matériau nécessaire. Dès que ce dernier remplit le moule, on place l'embase supérieure. Après avoir fixée la membrane à l'embase avec des joints de la même façon que la partie inférieure, on démoule le système et on dégage l'échantillon à solliciter.

- une fois ce dernier installé à l'intérieur de la cellule triaxiale, on s'assure de son étanchéité et on place la cellule avec l'échantillon sur la presse triaxiale pour préparer la phase de remplissage d'eau.

IV - 4 - 2 Matériau à particules sphériques

Le matériau utilisé est un assemblage de microbilles de verre pleines, de composition entièrement minérale elles ont une bonne capacité de répartition des tensions et une résistance accrue à la compression. Nous utiliserons trois échantillons :

- billes 0.3 : le diamètre des particules est compris entre 300 et 400 μ
- billes 0.8 : le diamètre est compris entre 800 et 900 μ
- billes 1.1 : le diamètre est compris entre 1100 et 1300 μ

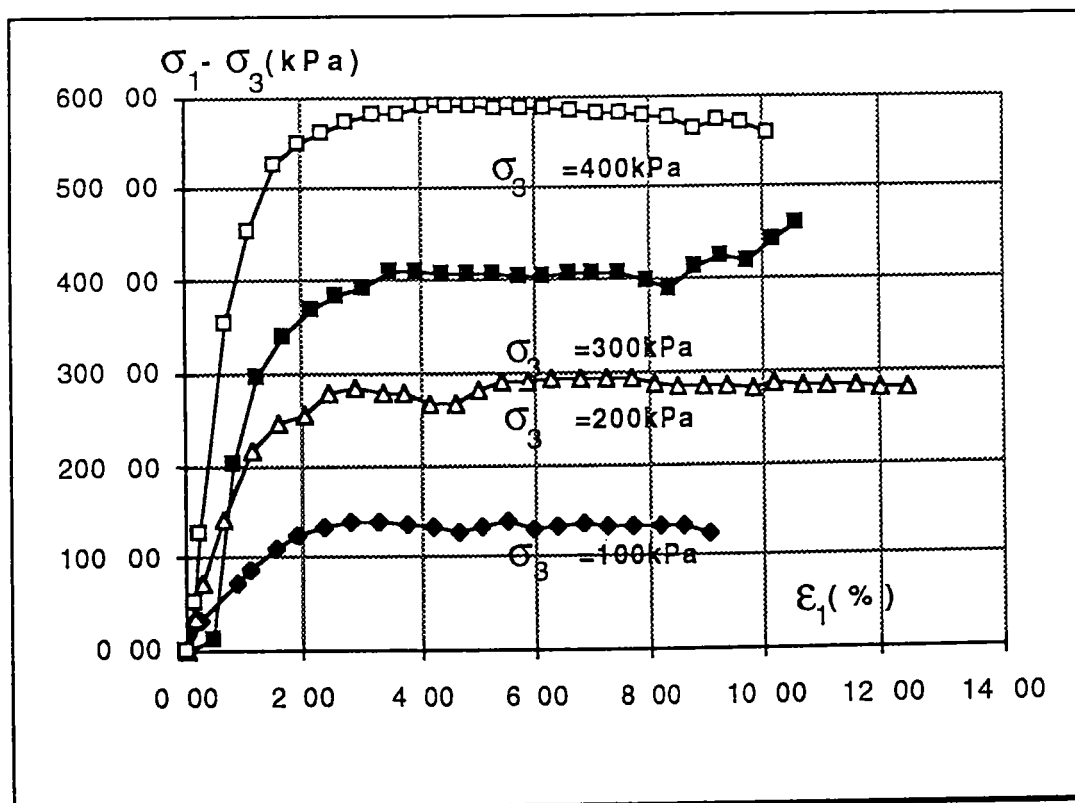


figure 4- 2 : Contraintes déviatoriques tirés d'un essai triaxial sur les billes 0.8

IV - 4 - 3 Matériau à particules non sphériques

Le matériau utilisé dans cette compression triaxiale est le sel en provenance de l'exploitation de Varangéville (Est de la France). Dans ces essais le sel utilisé est un matériau initialement pulvérulent de cristallisation cubique (voir Annexes). Le constituant majeure du sel est la halite qui est très sensible à la présence d'eau. Pour éliminer son influence nous avons séché les échantillons du sel à une température élevée durant 24 heures.

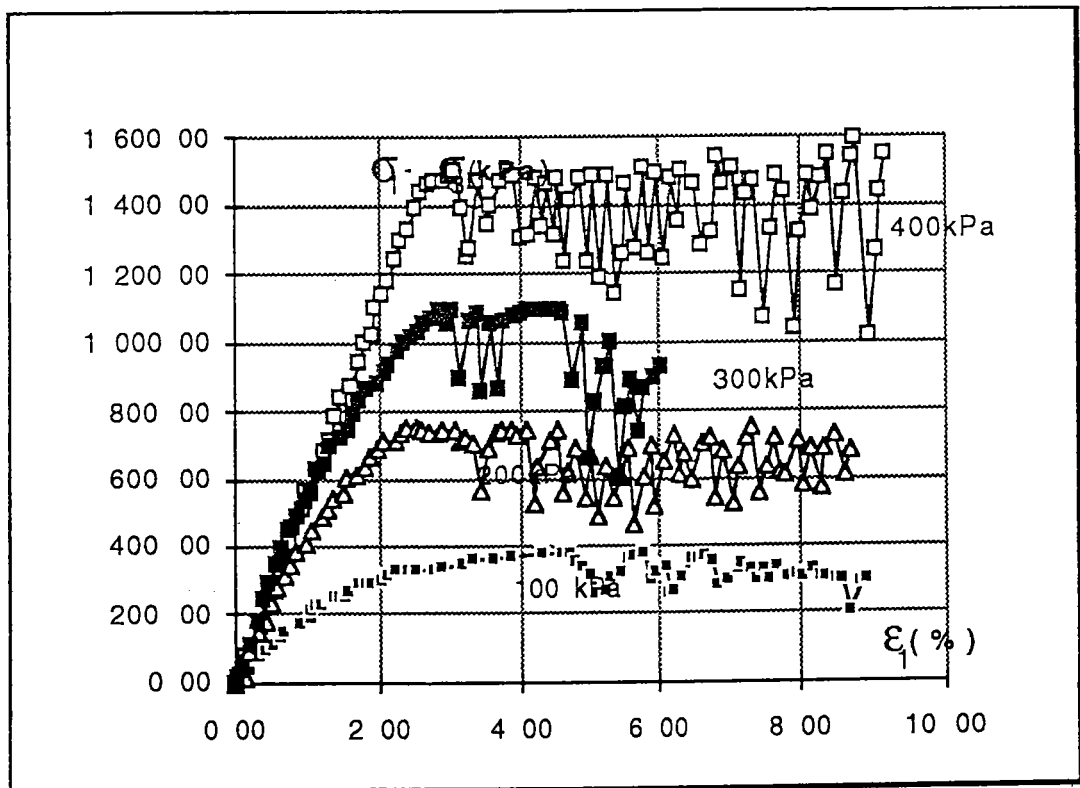


figure 4- 3 : Contraintes déviatoriques tirées d'un essai triaxial sur le sel

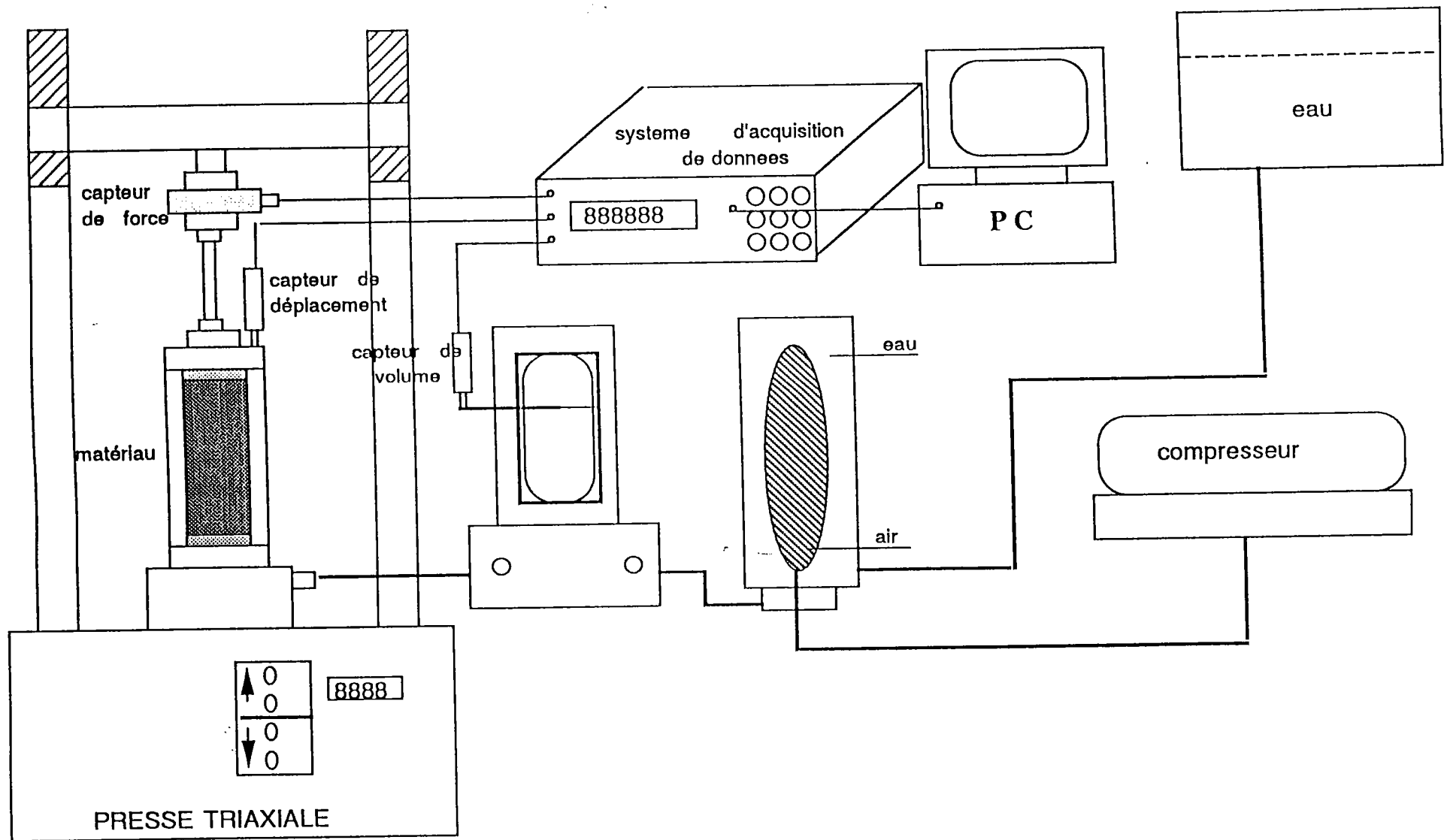
IV - 4 - 4 Résultats et courbes

Pour chaque type de matériau et chaque contrainte de confinement, nous représentons deux courbes:

a) une courbe qui montre l'évolution du rapport déviatorique $\frac{\sigma_1 - \sigma_3}{\sigma_3}$ en fonction de la déformation axiale $\epsilon_1 = \frac{\Delta H}{H}$

b) une courbe donnant la déformation volumique $\epsilon_v = \frac{\Delta V}{V}$ en fonction de la déformation axiale.

Dans l'essai triaxial expérimental le calcul de la déformation volumique se fait en tenant compte de la pénétration du piston dans la cellule, imposant une modification de la variation volumique



description du dispositif utilisé pour l'essai triaxial

B - PARTIE NUMÉRIQUE

IV - 5 - 1 Simulation numérique d'un essai triaxial

L'objectif de ces simulations numériques est d'appliquer à l'aide du programme TRUBAL une compression triaxiale, sur un assemblage composé de particules sphériques qui a les mêmes propriétés que le matériau à tester

L'essai numérique se compose de trois étapes essentielles :

- une génération aléatoire de 500 particules dans un espace cubique en mode tridimensionnel, on suppose qu'il n'y a aucun contact entre particules, le compactage se fait en appliquant une contrainte isotropique jusqu'à une porosité qui s'approche de celle d'un assemblage de billes de verre à l'état lâche.

- application de la contrainte de confinement, en mettant la contrainte moyenne $\sigma_0 = (\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3) / 3$ sous contrôle ne dépassant pas une valeur égale à la contrainte de confinement (voir figure 4-4). La sollicitation se fait en appliquant une vitesse de déformation sur l'espace périodique.

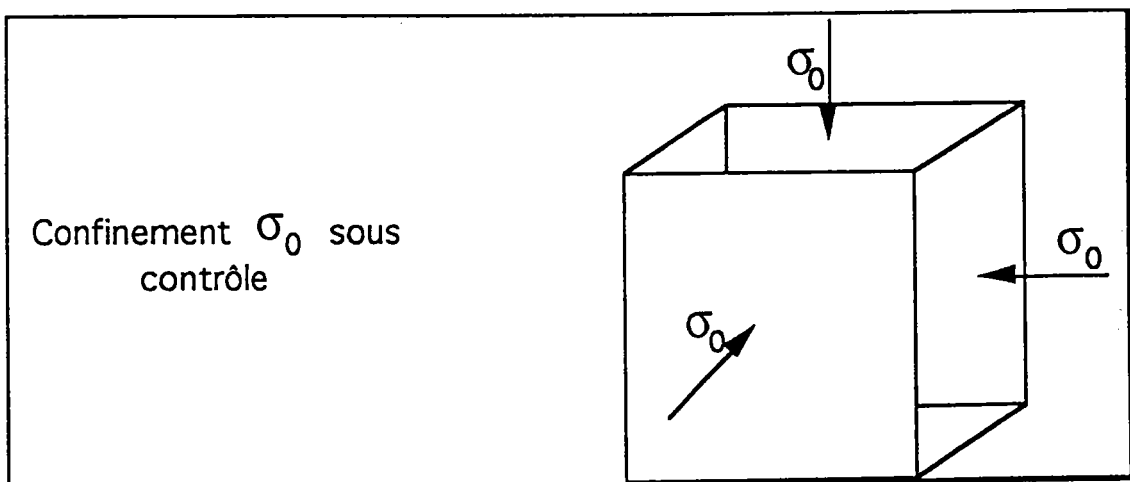


figure 4 - 4 : Préparation de l'échantillon

La contrainte axiale s'exerce en contrôlant uniquement les contraintes σ_2 et σ_3 par une valeur ne dépassant pas la contrainte de confinement appliquée. (voir figure 4 - 5)

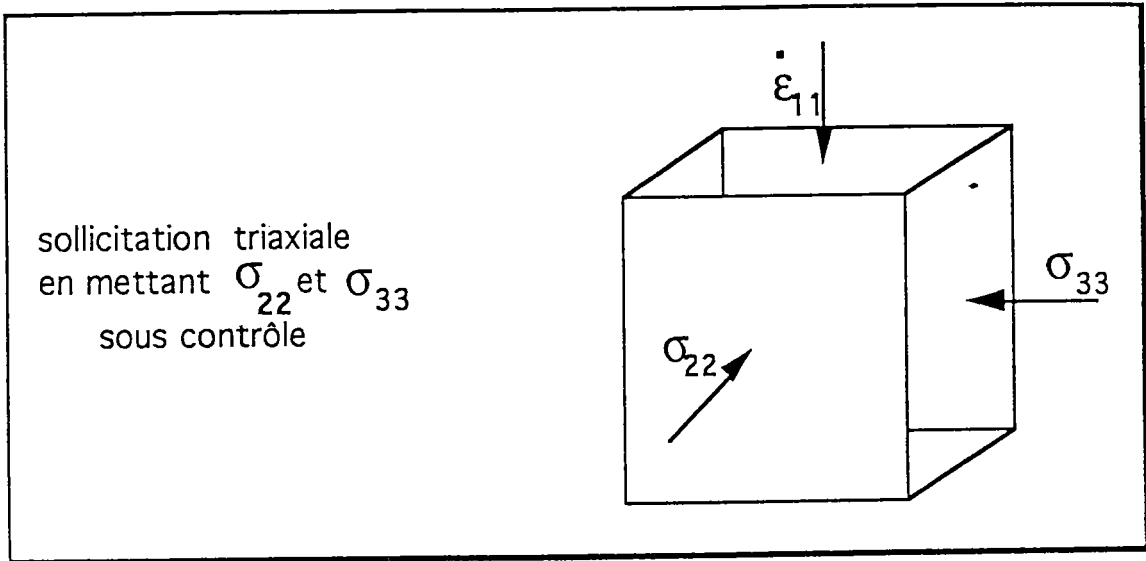


figure 4 - 5 : Cisaillement de l'échantillon

IV - 6 COMPRESSION TRIAXIALE D'UN ASSEMBLAGE DE BILLES DE VERRE

IV - 6 -1 Simulation Numérique

Dans les mêmes conditions que l'essai triaxial expérimental on considère les mêmes propriétés géométriques et physiques des billes de verre pour les trois échantillons avec des diamètres différents :

- billes 0.3 : 500 (250 de 350 microns de diamètre , 125 de 300 microns et 125 de 400)

- billes 0.8 : 500 (250 de 850 microns de diamètre , 125 de 800 microns et 125 de 900)

- billes 1.1 : 500 (250 de 1200 microns de diamètre , 125 de 1100 microns et 125 de 1300)

- coefficient de Poisson $\nu = 0,2$

- coefficient de friction $\mu = 0,5$

- contraintes de confinement appliquées 100 kPa, 200 kPa, 300 kPa et 400 kPa

- porosité initiale 0,421

- nombre de coordination initial 4,253

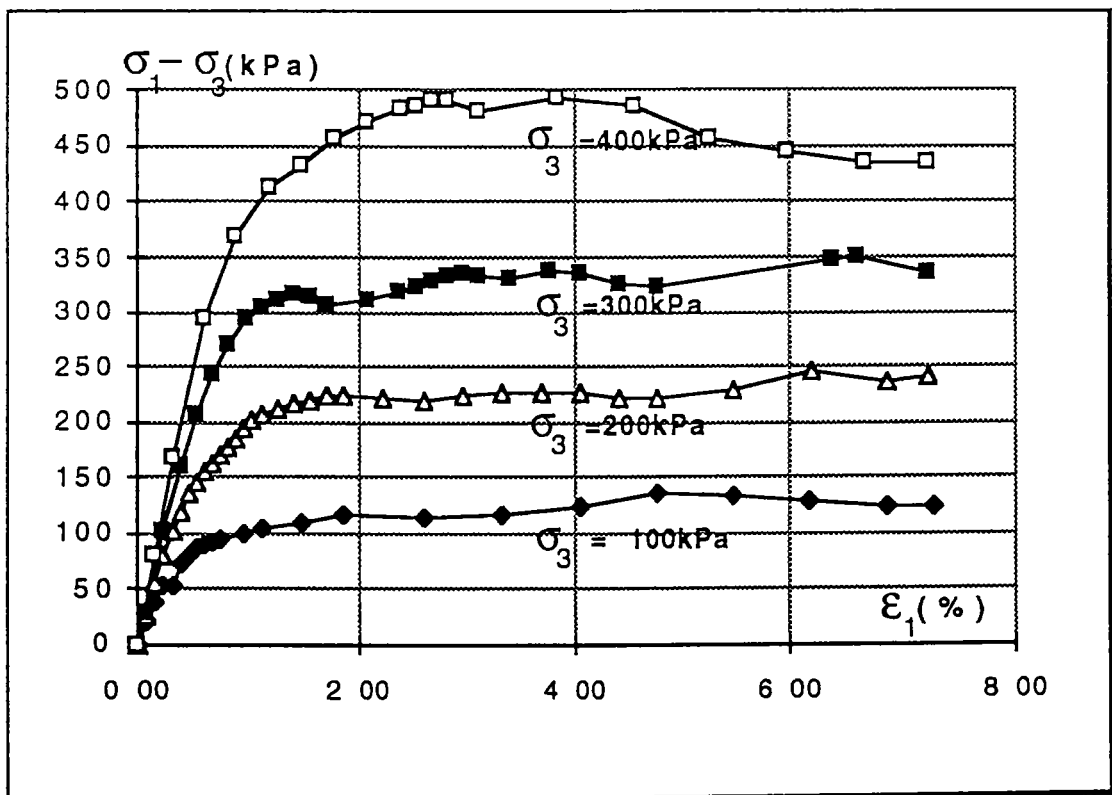


figure 4- 6 : Contraintes déviatoriques tirés de la simulation numérique pour les billes 0.8

IV - 6 - 2 Compression triaxiale des billes 0.3

IV - 6 - 2 -1 Essai numérique

Après la génération aléatoire de particules sphériques (500 particules entre 30 et 40 unités TRUBAL) dans un espace cubique de 800 unité TRUBAL de coté, nous procédons au compactage isotrope de l' échantillon sous un coefficient de frottement intergranulaire de 0,5 jusqu' à une porosité de 0,421

Une contrainte de confinement est appliquée en mettant simultanément σ_{11} , σ_{22} et σ_{33} sous contrôle et ne dépassant pas une valeur limite de $1 \cdot 10^{-5}$ UT¹, $2 \cdot 10^{-5}$ UT, $3 \cdot 10^{-5}$ UT où $4 \cdot 10^{-5}$ UT

L'application de la charge axiale se fait en contrôlant σ_{22} et σ_{33} .

IV - 6 - 2 - 2 Rapport déviatorique

D'après les courbes du rapport de variation des contraintes $\frac{\sigma_1 - \sigma_3}{\sigma_3}$ en

fonction de la déformation axiale des figures (4-8, 4-9, 4-10 et 4-11 - a) , on constate que le rapport déviatorique tiré de la simulation numérique atteint son maximum plus rapidement que le rapport tiré de l' essai triaxial expérimental .

Pour toutes les contraintes de confinement utilisées dans cette étude, le rapport $\frac{\sigma_1 - \sigma_3}{\sigma_3}$ expérimental se stabilise à une déformation axiale de 2%, tandis

que le rapport numérique atteint son pic autour de 1% de déformation axiale et se stabilise à une valeur inférieure à la valeur maximale.

IV - 6 - 2 - 3 Déformation volumique

¹ UT indique unité TRUBAL (voir paragraphe III-6-4-1)

D'après les courbes de la déformation volumique en fonction de la déformation axiale représentées dans les figures (4- 8, 9, 10 et 11- b)

La déformation volumique est divisée en deux zones:

- une zone de contractance
- une zone de dilatance

On remarque que la zone de contractance qui résulte de la simulation numérique est assez limitée par rapport à la contractance tirée de l'essai expérimental.

Dans l'essai triaxial expérimental, et pour toutes les contraintes de confinement la ligne caractéristique se situe à une déformation axiale entre 1 et 2%. Par contre dans l'essai numérique représenté par "Num" dans les figures indiquées ci-dessous, cette ligne se trouve à une déformation axiale de 0,5%.

La déformation volumique numérique et expérimentale augmente avec l'augmentation de la contrainte de confinement. Nous montrons dans la figure (4-7) une comparaison jusqu'à 2,5% de déformation axiale à une contrainte de confinement de 400 kPa. On remarque que la contractance tirée de l'essai expérimental peut atteindre 0,12% du volume total, tandis que celle tirée de la simulation ne dépasse pas 0,05%. Ceci montre la limite du programme TRUBAL pour simuler la variation volumique des matériaux granulaires.

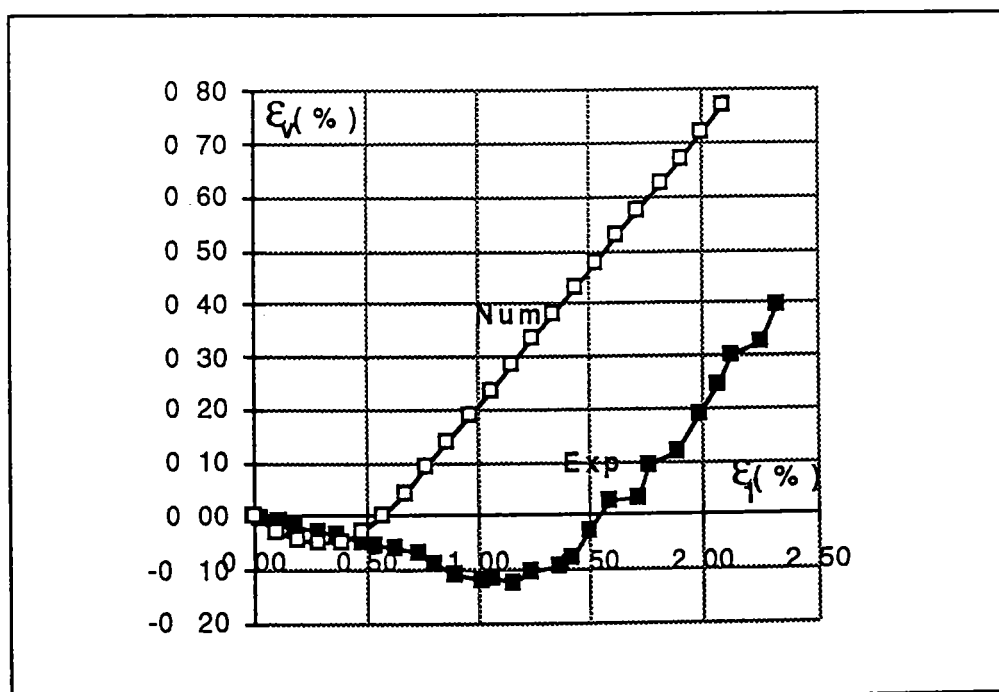


figure 4 - 7 : Déformation volumique numérique et expérimentale à une contrainte de confinement 400 kPa

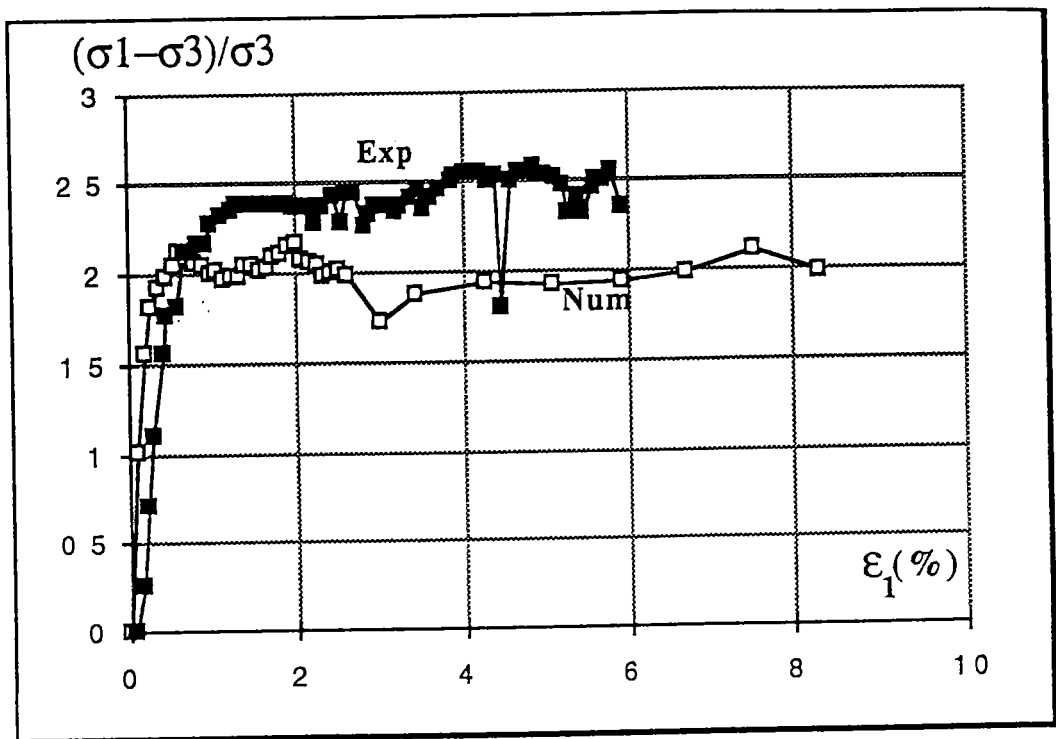


figure 4 - 8 - a : Billes 0.3 sous une contrainte de confinement de 100 kPa

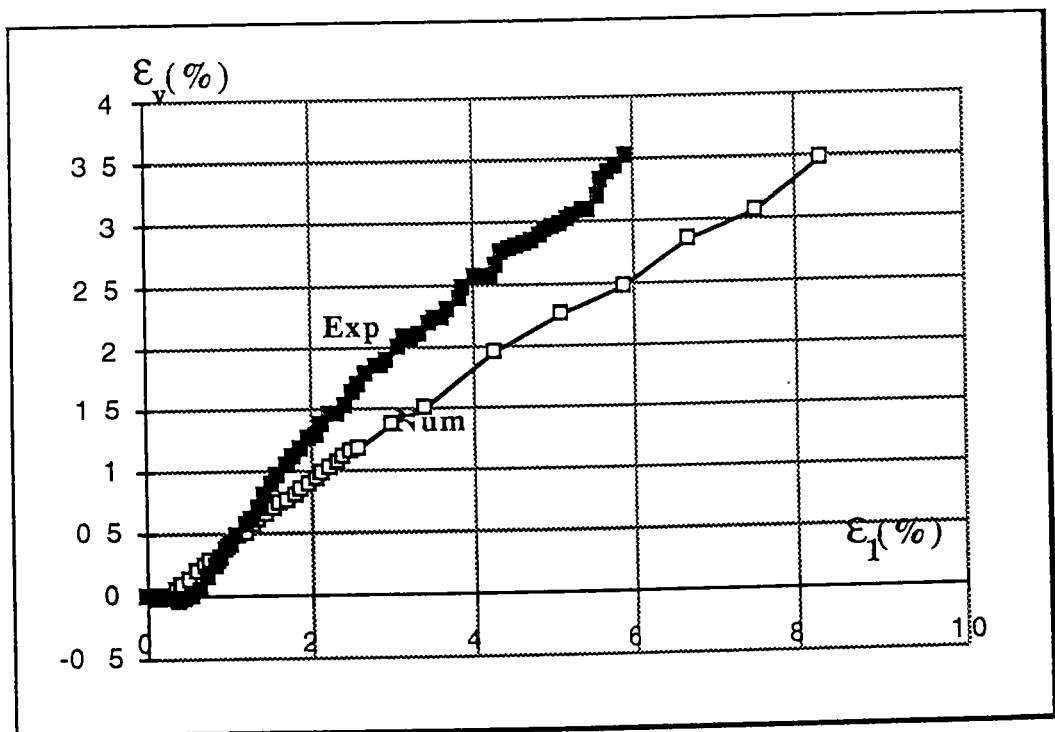


figure 4 - 8 - b : Déformation volumique des billes 0,3 à 100 kPa

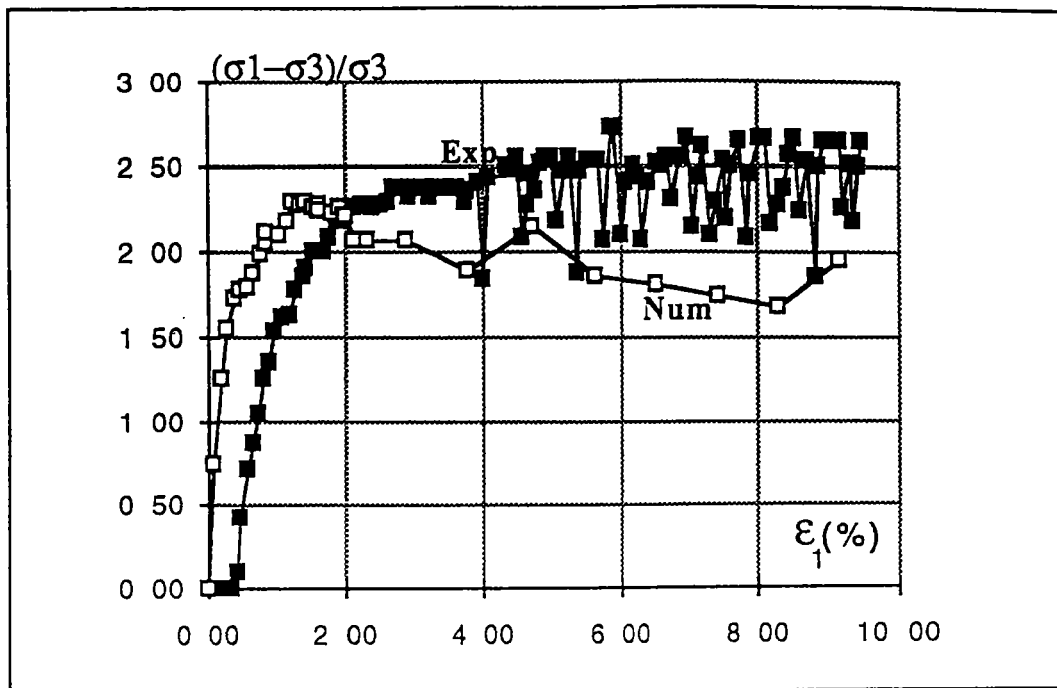


figure 4 - 9 - a : Billes 0.3 sous une contrainte de confinement de 200 kPa

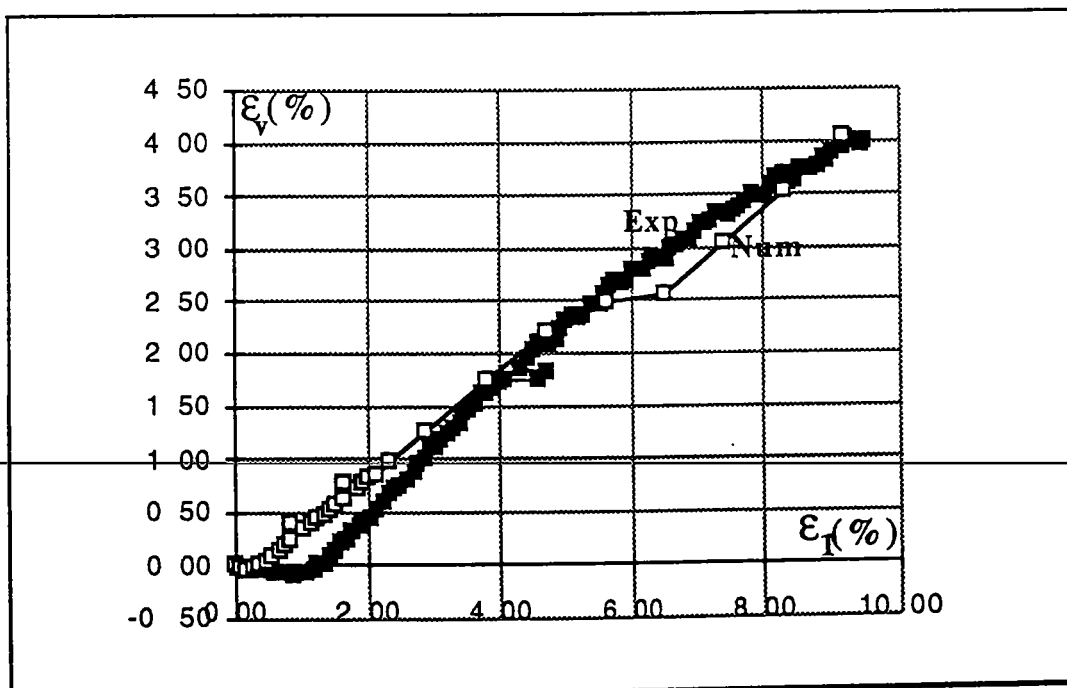


figure 4 - 9 - b : Déformation volumique des billes 0.3 à 200 kPa

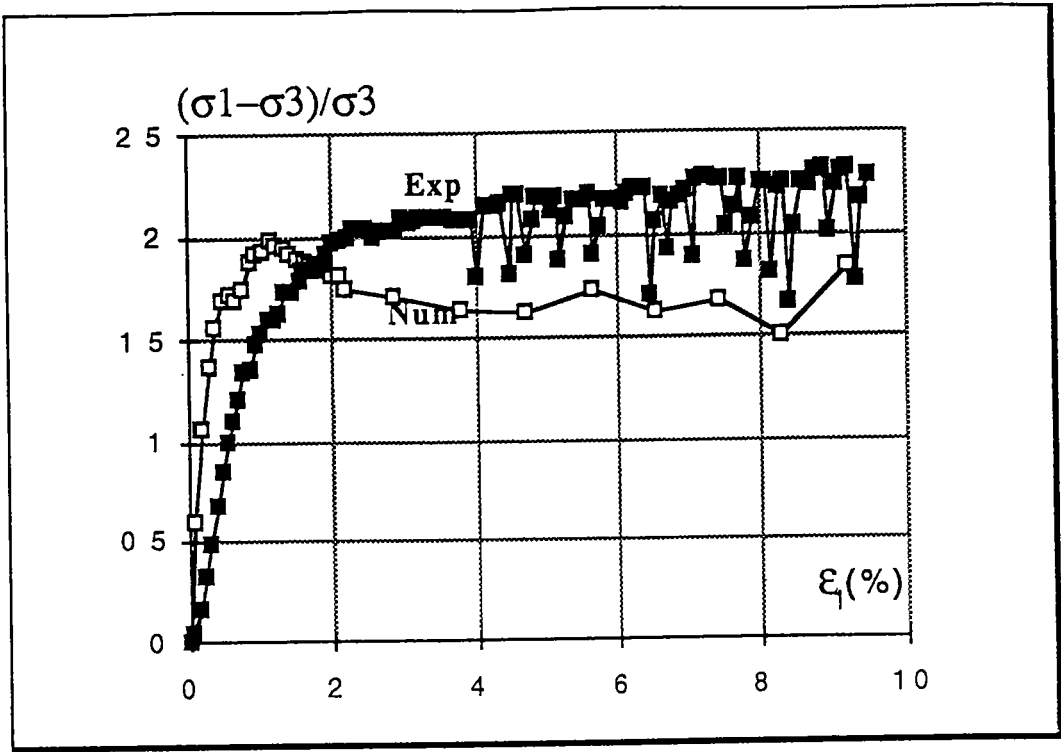


figure 4 - 10 - a : Billes 0.3 sous une contrainte de confinement de 300 kPa

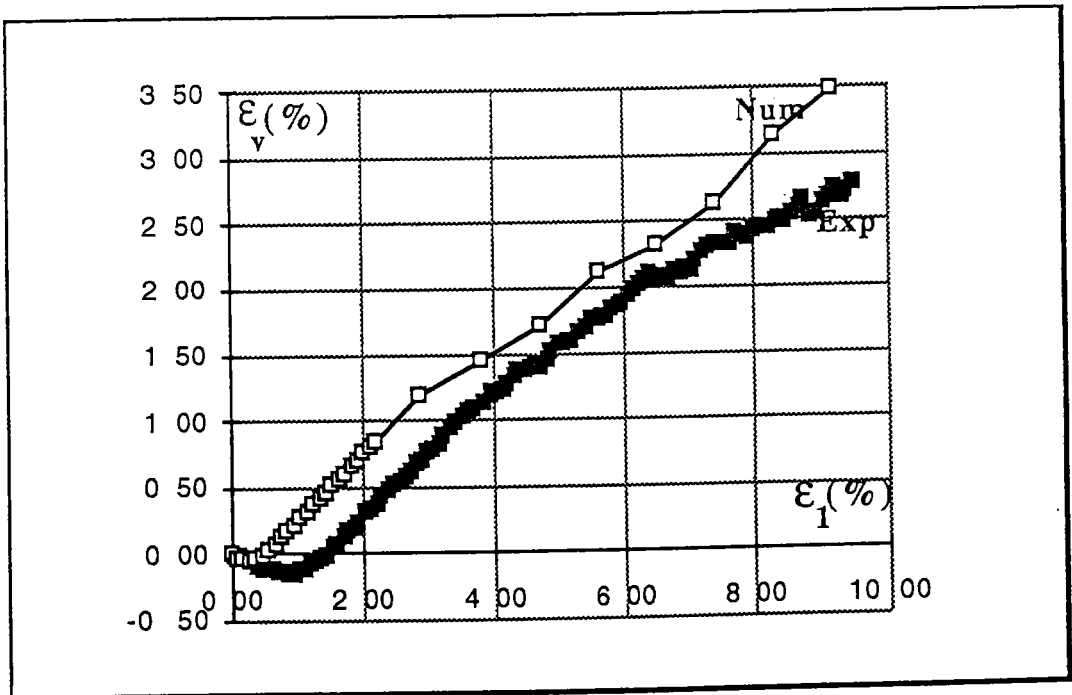


figure 4 - 10 - b : Déformation volumique des billes 0.3 à 300 kPa

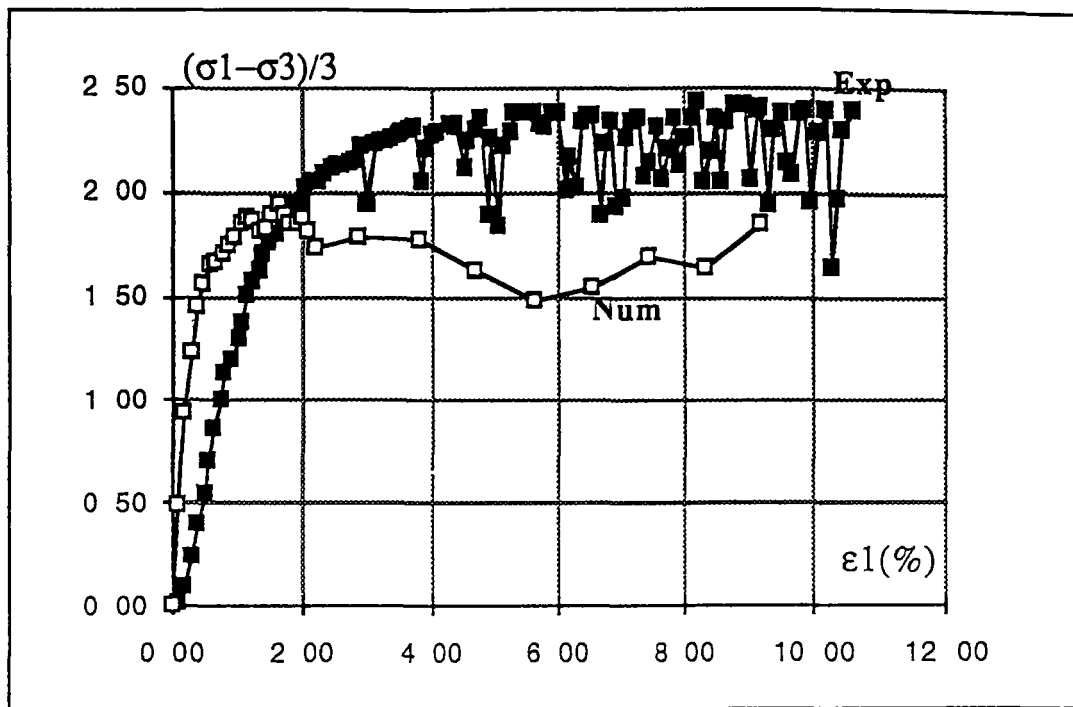


figure 4 - 11 - a : Billes 0.3 sous une contrainte de confinement de 400 kPa

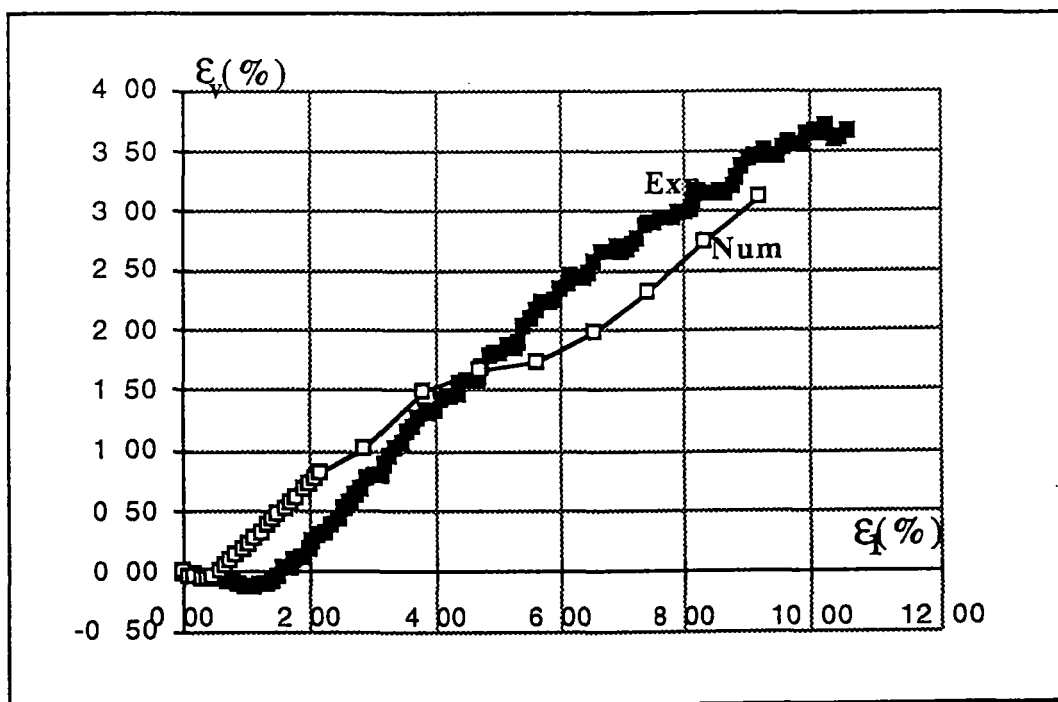


figure 4 - 11 - b : Déformation volumique des billes 0.3 à 400 kPa

IV - 6 - 3 Compression triaxiale des billes 0.8

IV - 6 - 3 -1 Simulation numérique

Dans un espace cubique de 2500 UT (unité TRUBAL) de coté , on a généré :

- 250 particules de 85 UT de diamètre
- 125 particules de 80 UT
- 125 particules de 90 UT

Sous un coefficient de frottement intergranulaire de 0,5 on applique une contrainte isotropique jusqu'à l'obtention d'une porosité de 0,421. Cet état est considéré comme l'équivalent de l'état lâche de l'essai triaxial expérimental

L'application des contraintes de confinement se fait de la même façon que les essais précédents

IV - 6 - 3 -2 Rapport déviatorique

Dans les figures (4 - 13 -a) et (6-1, 6-2, et 6-3 - a) (les trois dernières figures se trouvent en Annexe) qui représentent l'évolution de du rapport

$\frac{\sigma_1 - \sigma_3}{\sigma_3}$ en fonction de la déformation axiale ϵ_1 . Le rapport déviatorique

expérimental se stabilise à son point maximum pour une déformation axiale autour de 2%, par contre le rapport celui tiré de la simulation numérique atteint sa valeur maximale à une déformation qui varie entre 1% et 2% sauf dans la figure (4 - 14 - a) cette valeur est dépassée de peu.

Si le rapport déviatorique de l'essai triaxial expérimental ne dépasse pas la valeur de 1,4 celui tiré de la simulation numérique se stabilise à une valeur de 1,2 pour un coefficient de frottement intergranulaire de 0,5.

Pour corriger cette différence, il faut augmenter le coefficient de frottement intergranulaire ce qui modifie les conditions initiales de l'échantillon de billes de verre. Où modifier le taux de déformation appliqué, l'influence de ce dernier est détaillé dans la simulation numérique des matériaux granulaires à particules non sphériques.

IV - 6 - 3 - 3 Déformation volumique

La comparaison entre les courbes expérimentales et numériques de la déformation volumiques en fonction de la déformation axiale représentée dans les figures (4 - 13 - b) et (6-1, 6-2, et 6-3 - b) donne un écart entre les deux zones contractance et dilatance

Dans la figure 4-12 nous représentons une déformation volumique tirée des deux essais pour une contrainte de confinement de 400 kPa on remarque que la contractance expérimentale 0,25% alors que la contractance numérique est de l'ordre de 0,12%. On peut noter que TRUBAL tient compte du changement de granulométrie, mais reste toujours en retard par rapport aux résultats expérimentaux.

En comparant l' évolution de la courbe de déformation volumique des billes 0.3 et des billes 0.8, cette dernière donne un résultat plus satisfaisant. Ceci est dû probablement aux dimensions et la taille de l'espace périodique (800 UT pour le premier et 2500 UT pour le second)

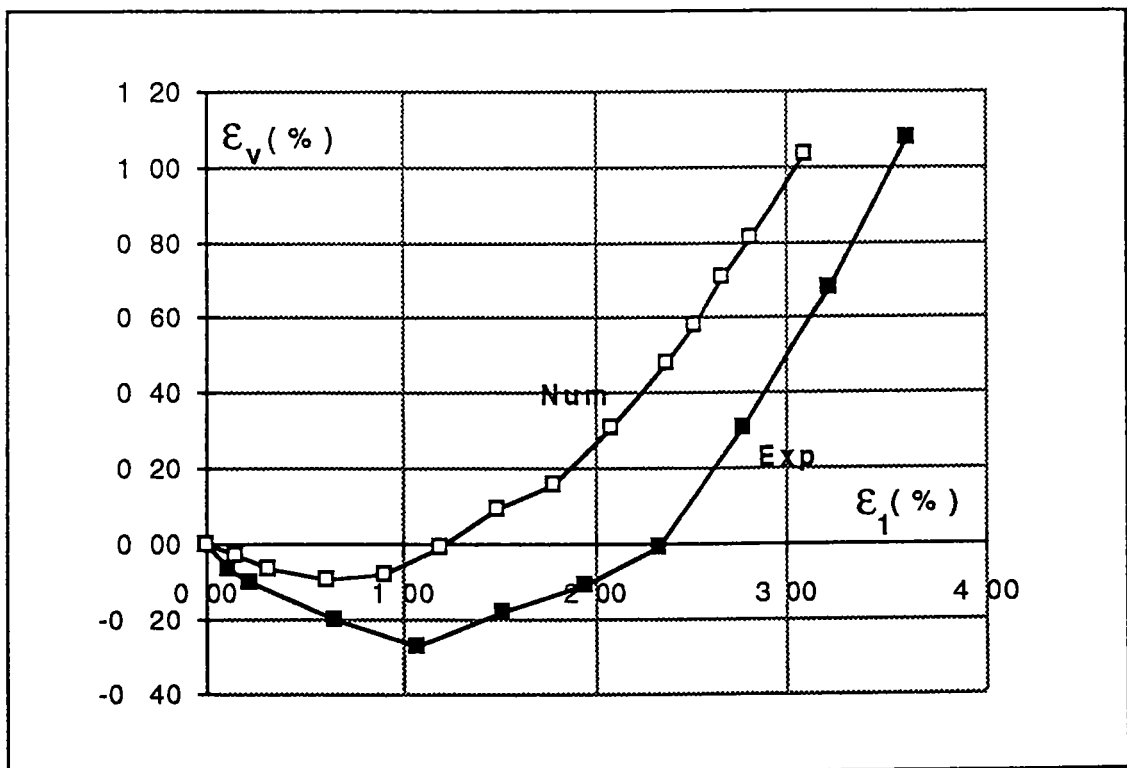


figure 4 -12 : Déformation volumique numérique et expérimentale à une contrainte de confinement de 400 kPa

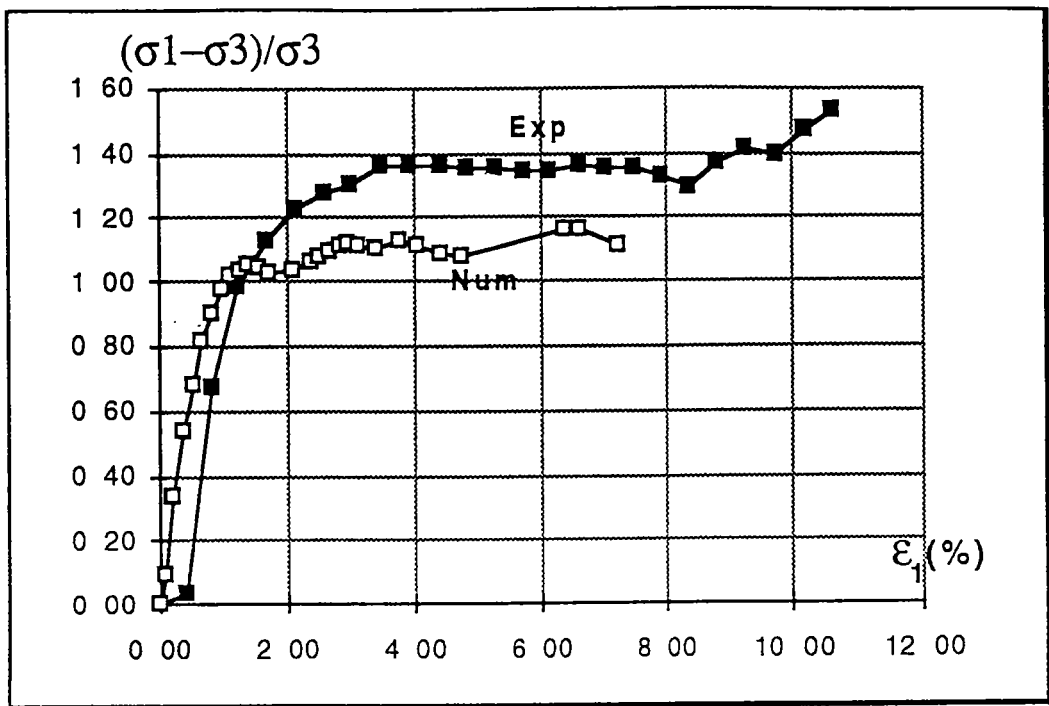


figure 4 - 13 -a : Billes 0.8 sous une contrainte de confinement de 300 kPa

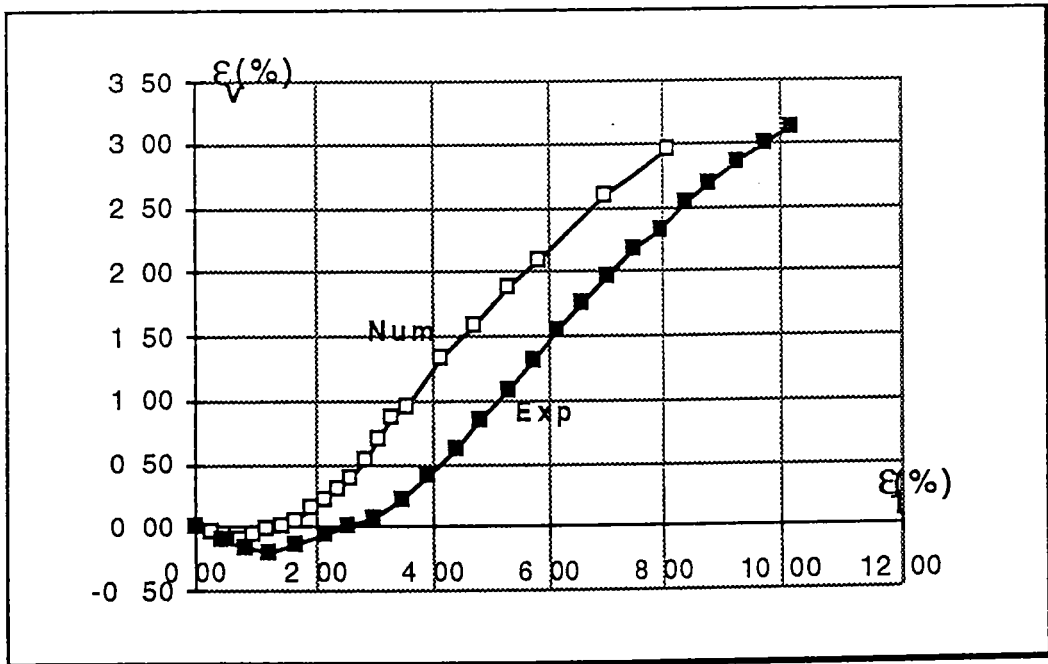


figure 4 - 13 -b : Déformation volumique des billes 0.8 à 300 kPa

IV - 6 - 4 Compression triaxiale des billes 1.1

IV - 6 - 4 -1 Essai numérique

La génération des particules se fait dans un espace périodique cubique de 2900 UT de coté, le nombre de particules générés est :

250 particules de 120 UT de diamètre

125 particules de 110 UT de diamètre

125 particules de 130 UT de diamètre

La procédure de la compression triaxiale se fait de la même façon que les essais précédents pour les billes 0.3 et 0.8

IV - 6 - 4 -2 Rapport déviatorique

Les mêmes remarques qu'on a tiré du rapport déviatorique en fonction de la déformation axiale des billes 0.8 s'appliquent sur les billes 1.1

IV - 6 - 4 - 3 Déformation volumique

Dans les figures (4-14-a) et (6-4, 6-5, et 6-6 - a) la déformation volumique tirée de la simulation numérique présente une zone de contractance assez importante par rapport à l'échantillon n°2 mais elle reste toujours en retard par rapport à la déformation expérimentale qui résulte de la compression expérimentale.

Dans la figure 4-14 on remarque que la contractance expérimentale peut atteindre 0,25%, la contractance numérique ne dépasse pas 0,16%. Par contre on remarque dans les courbes de la déformation volumique des billes 1,1 la pente de la zone de dilatace est moins raide que pour les autres types de granulométrie. Il faut rappeler que la dimension de l'espace périodique est de l'ordre de 2900UT, c'est la dimension maximale autorisée par le programme TRUBAL

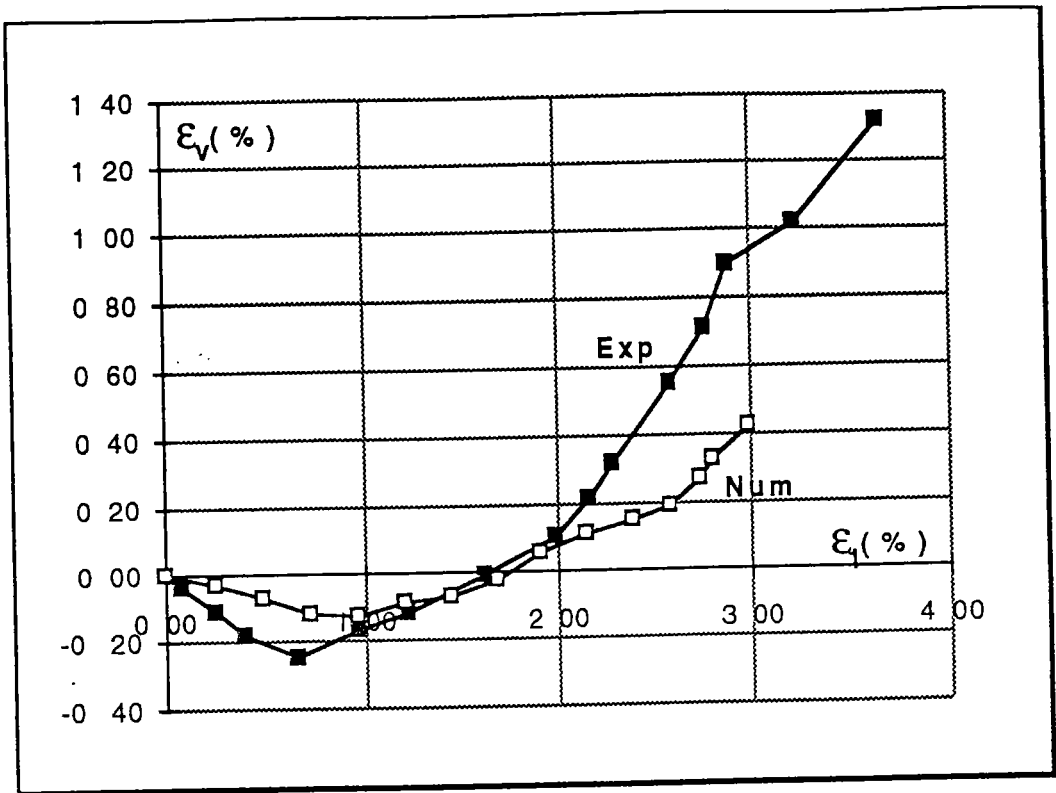


figure 4 -14 : Déformation volumique numérique et expérimentale à une contrainte de confinement de 400 kPa

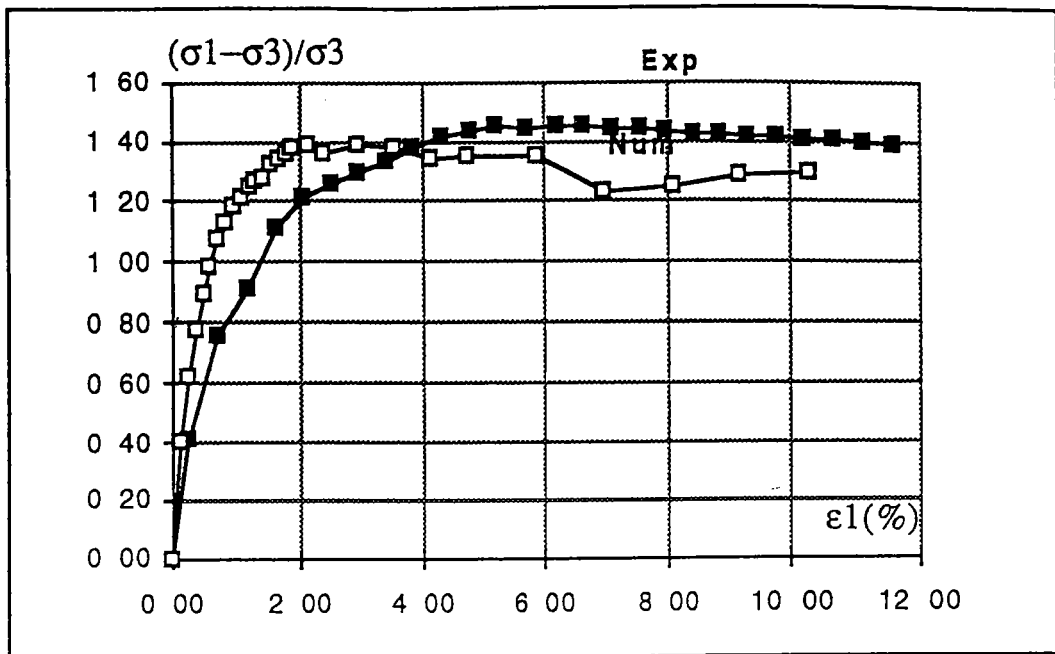


figure 4 - 15 - a : Billes 1.1 sous une contrainte de confinement de 100 kPa

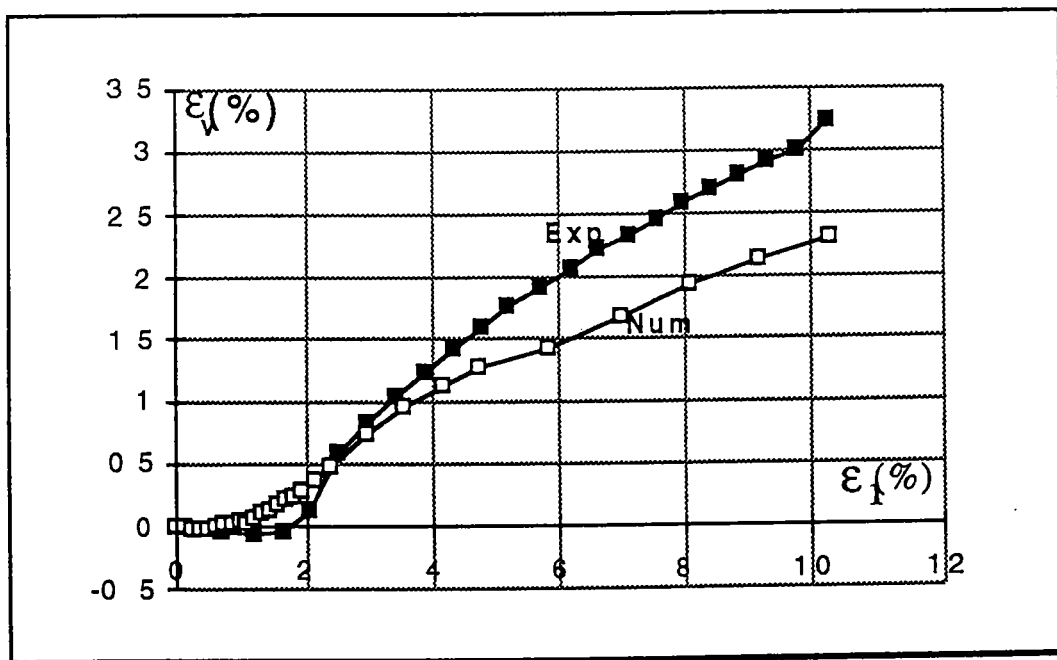


figure 4 - 15 - b : Déformation volumique des billes 1.1 à 100 kPa

IV - 7 COMPRESSION TRIAXIALE D'UN ÉCHANTILLON DE SEL

La préparation des échantillons de sel et le système de mesures des différents paramètres (force axiale , variation volumique et déplacement axial) sont indiqués dans les paragraphes IV-6-1-1 et IV-6-1-2

IV - 7 - 1 Simulation numérique du sel

La méthode utilisée dans la simulation numérique est identique à celle indiquée dans la compression numérique sur les billes de verre. L'échantillon qui représente le sel a comme données :

500 particules: étalées comme suit :

- 75 particules de 31,6 UT de diamètre

- 100 particules de 44 UT

- 150 particules de 42 UT

- 100 particules de 48 UT

- 75 particules de 54 UT

- coefficient de Poisson $\nu = 0,3$

- coefficient de frottement interne $\mu = 1$

- contraintes de confinement appliquées 100 kPa, 200 kPa, 300 kPa et 400 kPa

- porosité initiale 0,396

- nombre de coordination initial 3 853

IV - 7 - 2 Rapport déviatorique

Durant la compression triaxiale numérique sur l'échantillon représentant un assemblage de billes de verre, on a appliqué un taux de déformation de $1,4 \cdot 10^{-7}$, l'influence de la vitesse de sollicitation est expliquée dans le paragraphe III-6-6 .

La figure 4 - 17 - a montre l'évolution du rapport $(\sigma_1 - \sigma_3)/\sigma_3$ en fonction de la déformation axiale d'une compression triaxiale sur un échantillon de sel et les résultats d'une simulation numérique sur un assemblage de particules sphériques, qui ont les mêmes propriétés physiques que le sel (paramètres indiqués ci-dessus) sous deux différents taux de déformation de $1,4 \cdot 10^{-6}$ et $3,4 \cdot 10^{-6}$: représentés dans

la figure 4-17-a par num1 et num2 simultanément . L'objectif de ces deux simulations est de se rapprocher du rapport déviatorique expérimental.

On a conservé ce dernier taux de déformation pour l'essai triaxial sous une contrainte de confinement de 200 kPa indiqué dans la figure 4-18 -a par num1. Le rapport $(\sigma_1 - \sigma_3) / \sigma_3$ tiré de cette simulation ne dépasse pas une valeur limite de 2,5, celui tiré de l'essai expérimental est de l'ordre de 3,75 . Une simulation sous un taux de $5,4 \cdot 10^{-6}$ (indiqué par num2) se rapproche plus de la courbe expérimentale. Ce dernier taux de déformation est adopté dans la simulation sous une contrainte de confinement de 300 kPa dans la figure 4-19 -a (courbe num1), le taux de déformation de $6,4 \cdot 10^{-6}$ représenté par la courbe num2 donne des résultats plus satisfaisant.

Dans la figure 4-20-a représentant l'essai triaxial sous une contrainte de confinement de 400 kPa sous trois taux de chargement $6,4 \cdot 10^{-6}$, $8,4 \cdot 10^{-6}$ et $9,4 \cdot 10^{-6}$ représentés simultanément par num1, num2 et num3, ces trois courbes présentent un pic et se stabilisent à une valeur inférieure. La courbe "num3" présente un pic dépassant 4 et se stabilise à une valeur moyenne de courbe expérimentale notée par "exp".

Nous pouvons faire les mêmes remarques que lors de la simulation numérique triaxiale sur les trois types d'échantillons de billes de verre. Principalement c'est autour de 0,5% de déformation axiale que la contrainte déviatorique atteint sa valeur limite pour un raccourcissement axial dépassant 2%.

IV - 7 - 3 Déformation volumique

Dans la simulation numérique triaxiale appliquée aux billes de verre de forme sphérique, on a constaté les limites du programme TRUBAL à donner un comportement volumique satisfaisant pour ces matériaux.

Dans les essais numériques appliqués sur un assemblage représentant le sel, la différence est encore plus importante, en comparant entre les déformations volumiques tirées d'un essai expérimental et une simulation numérique. Cette différence est due principalement à la géométrie des grains du sel. L'application d'un coefficient de frottement intergranulaire de l'ordre de 1 a modifié considérablement la variation volumique par rapport à l'assemblage de billes de verre qui a une granulométrie qui se rapproche du sel (0,8% pour ce dernier, 0,05% pour les billes de verre). L'influence de la vitesse de sollicitation sur le

comportement volumique d'un matériau granulaire est insignifiante en appliquant le programme TRUBAL.

Dans la figure 4-16 nous présentons une comparaison entre la variation volumique d'un essai triaxial sur le sel et celle d'une simulation numérique sur un échantillon de particules sphériques qui ont les mêmes propriétés géométriques et mécaniques que le sel sous une contrainte de confinement de 400 kPa, la simulation numérique a été effectuée sous trois taux de déformation (les mêmes indications utilisées dans le paragraphe précédent)

Tous les travaux effectués sur le sel, tel que le travail de Ouellet [69] indiquent que la résistance des grains du sel est due principalement à la fragmentation des particules, donc un changement de granulométrie existe. Dans l'état actuel le programme TRUBAL est inefficace dans la simulation de ce genre de phénomène.

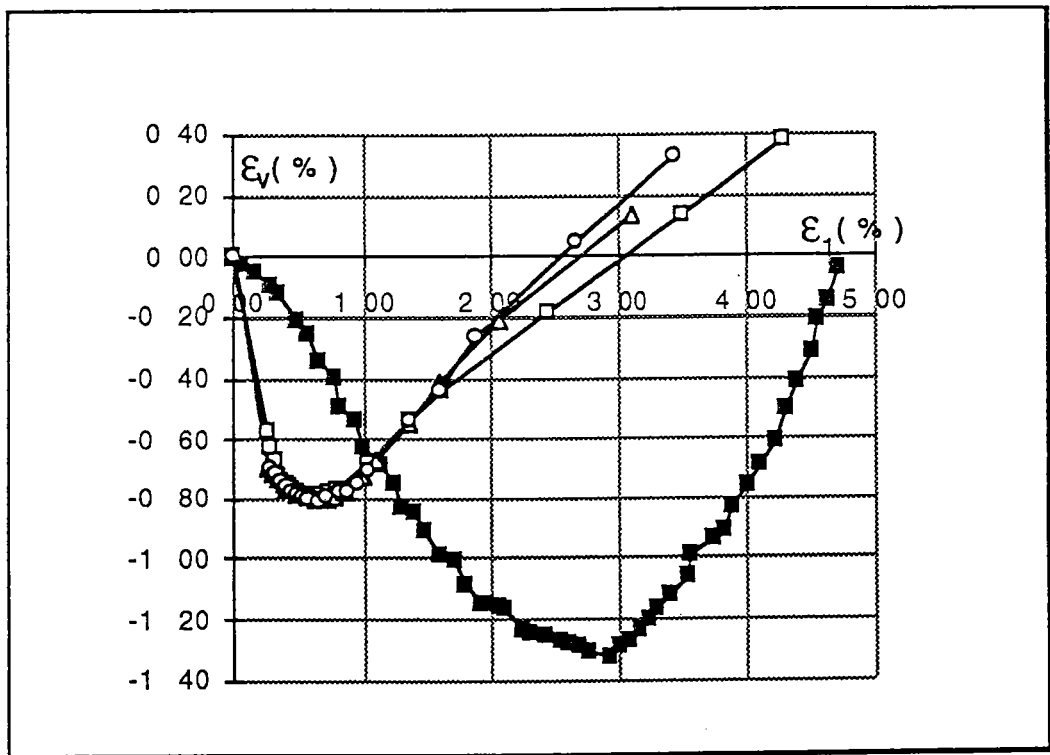


figure 4 - 16 : Déformation volumique numérique et expérimentale du sel

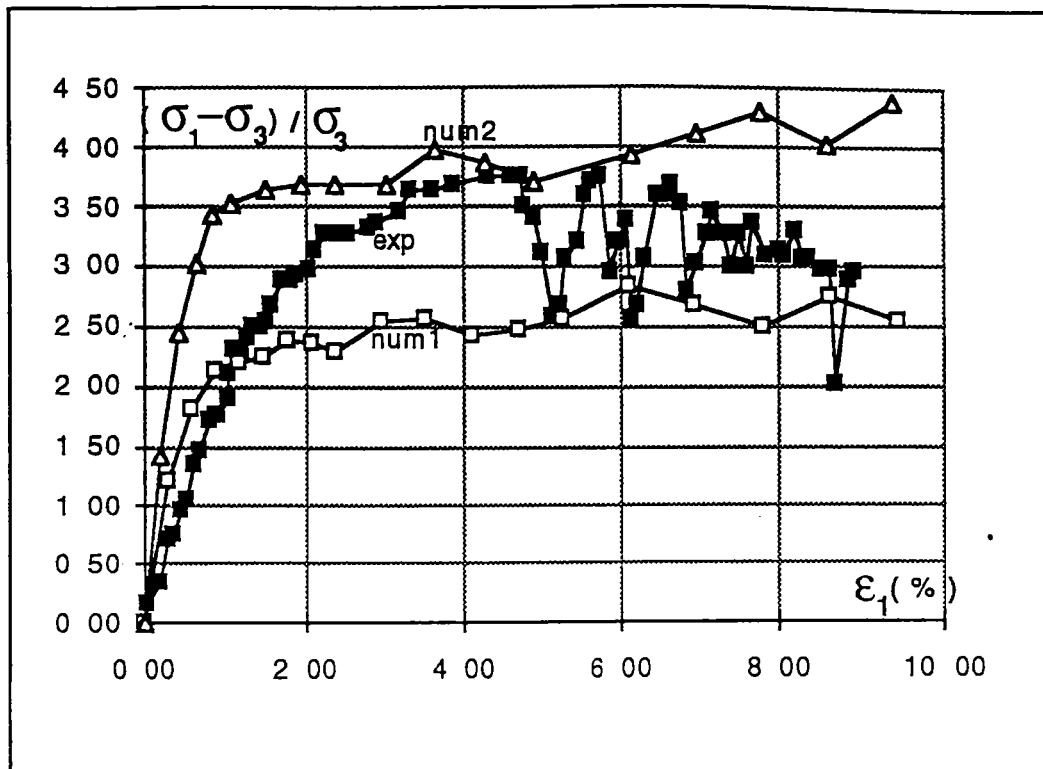


figure 4 - 17 -a : Courbes contrainte-déformation du sel sous une contrainte de confinement de 100 kPa

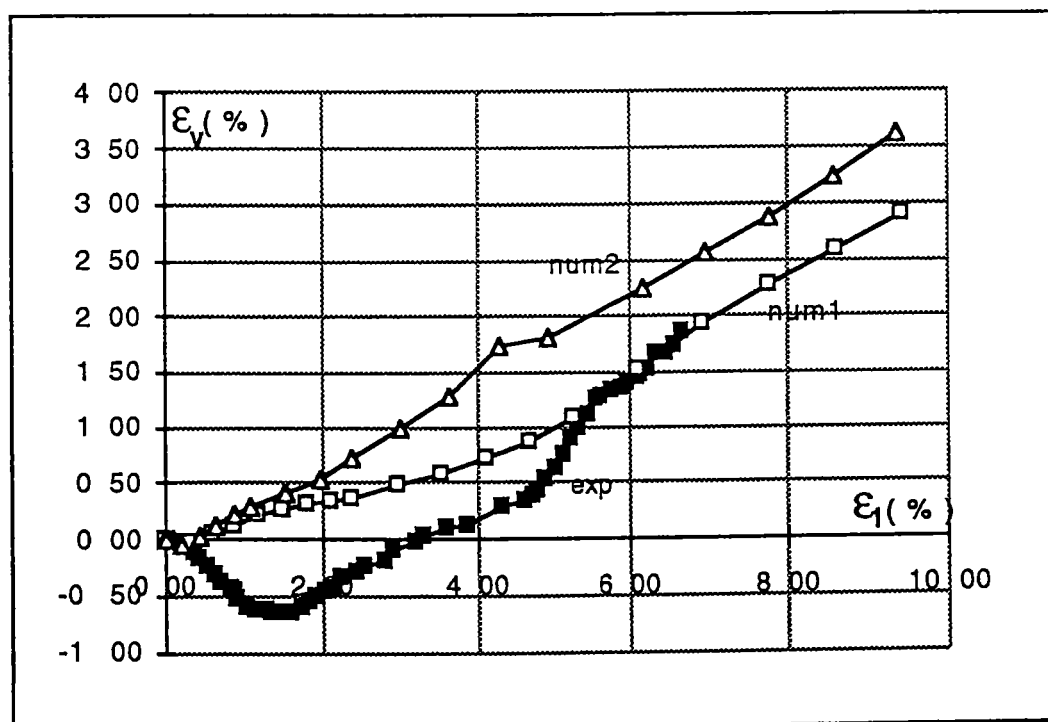


figure 4 - 17 -b : Déformation volumique du sel sous une contrainte de confinement de 100 kPa

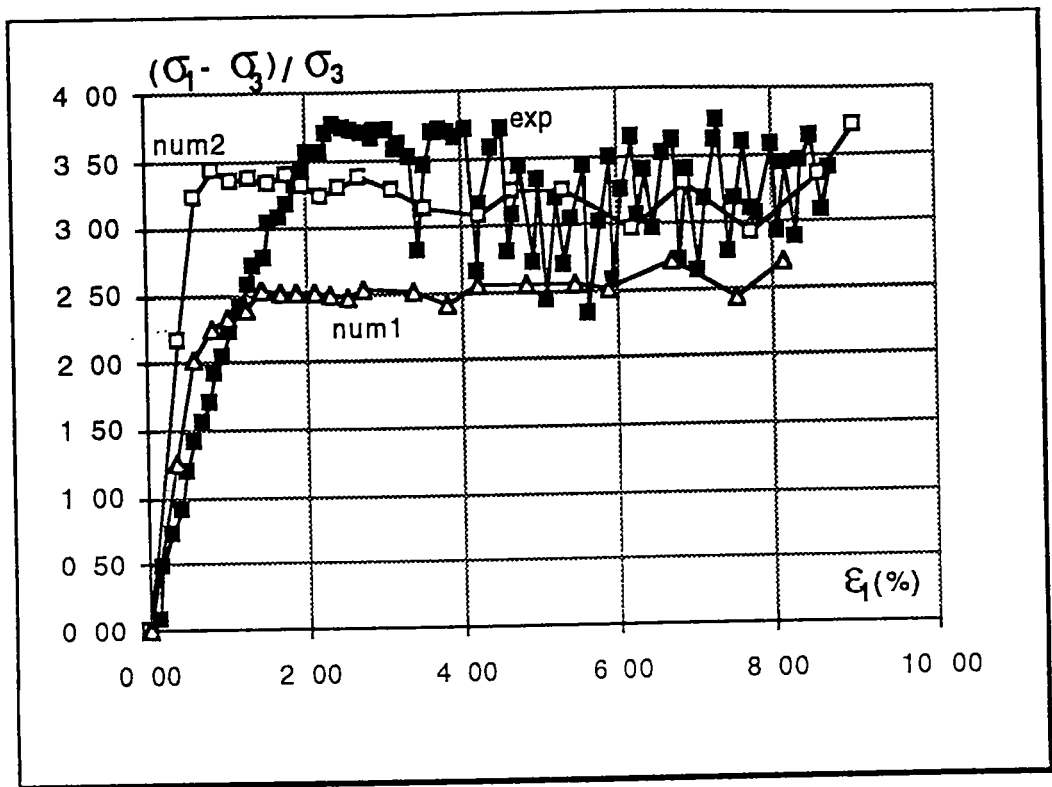


figure 4 - 18 -a : Courbes contrainte-déformation du sel sous une contrainte de confinement de 200 kPa

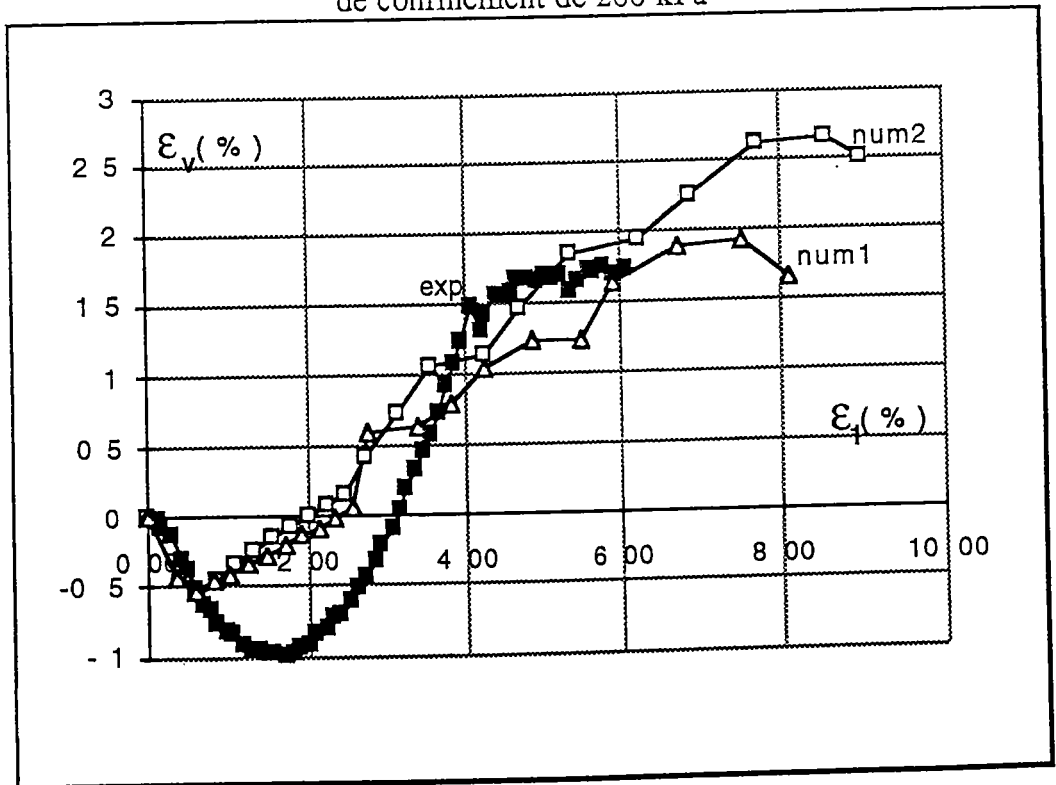


figure 4 - 18 -b : Déformation volumique du sel sous une contrainte de confinement de 200 kPa

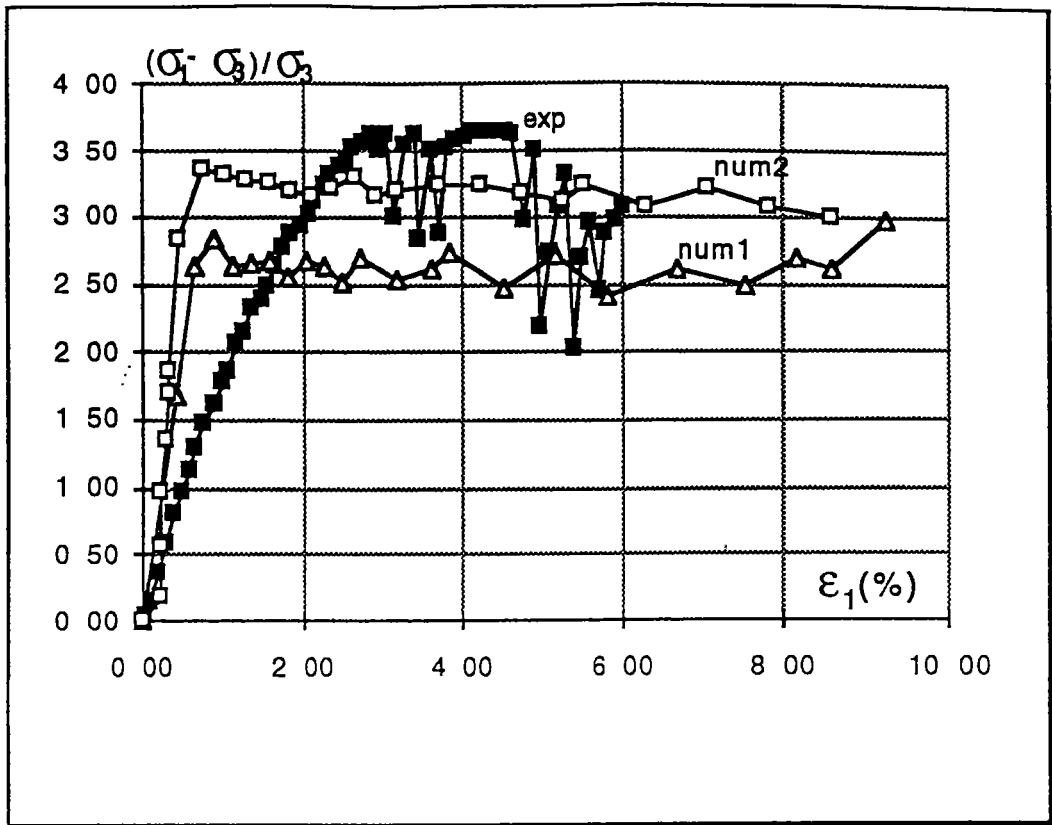


figure 4 - 19 - a : Courbes contrainte-déformation du sel sous une contrainte de confinement de 300 kPa

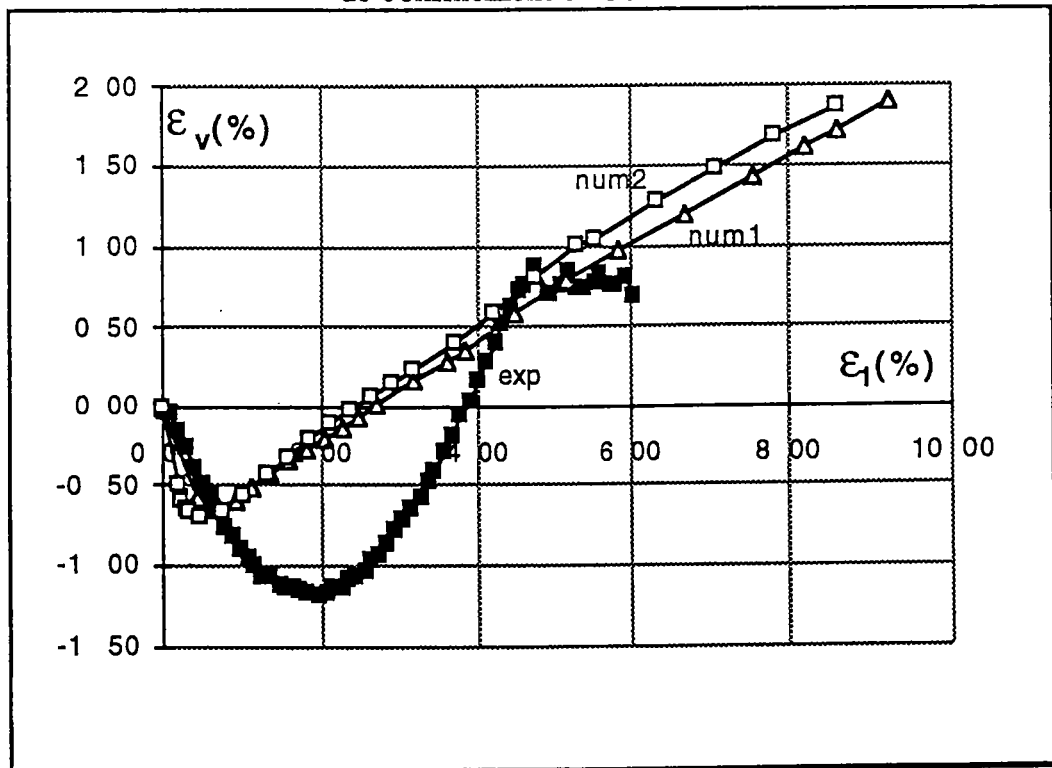


figure 4 - 19 - b : Déformation volumique du sel sous une contrainte de confinement de 300 kPa

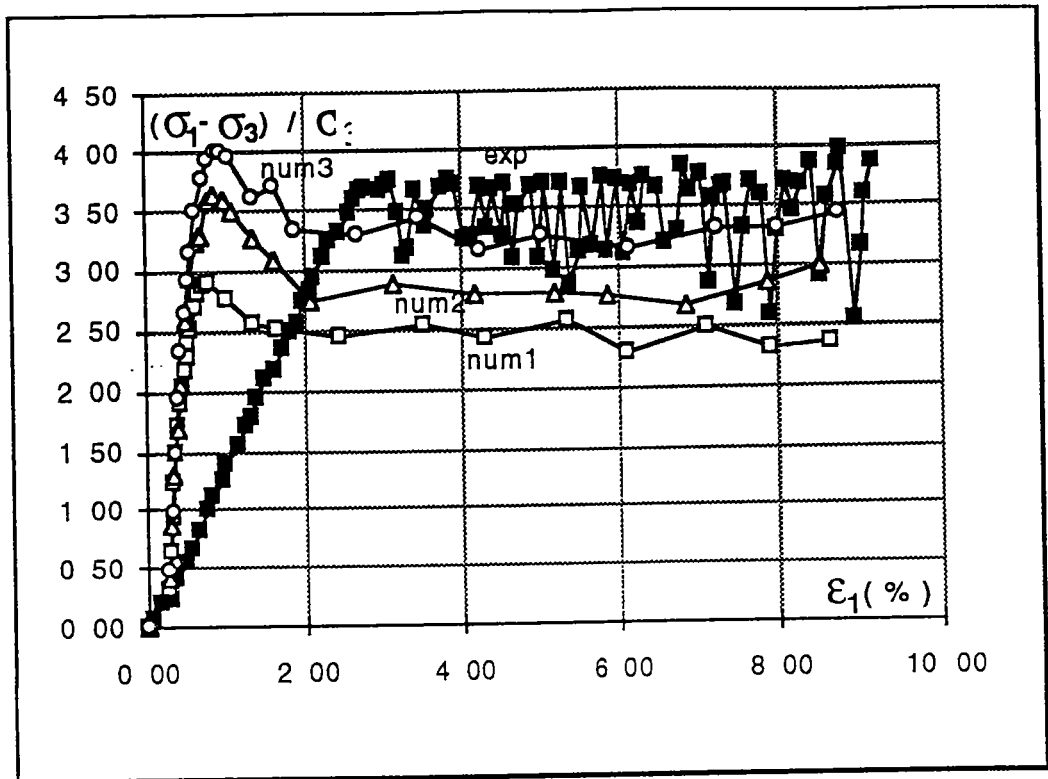


figure 4 - 20 -a : Courbes contrainte-déformation du sel sous une contrainte de confinement de 400 kPa

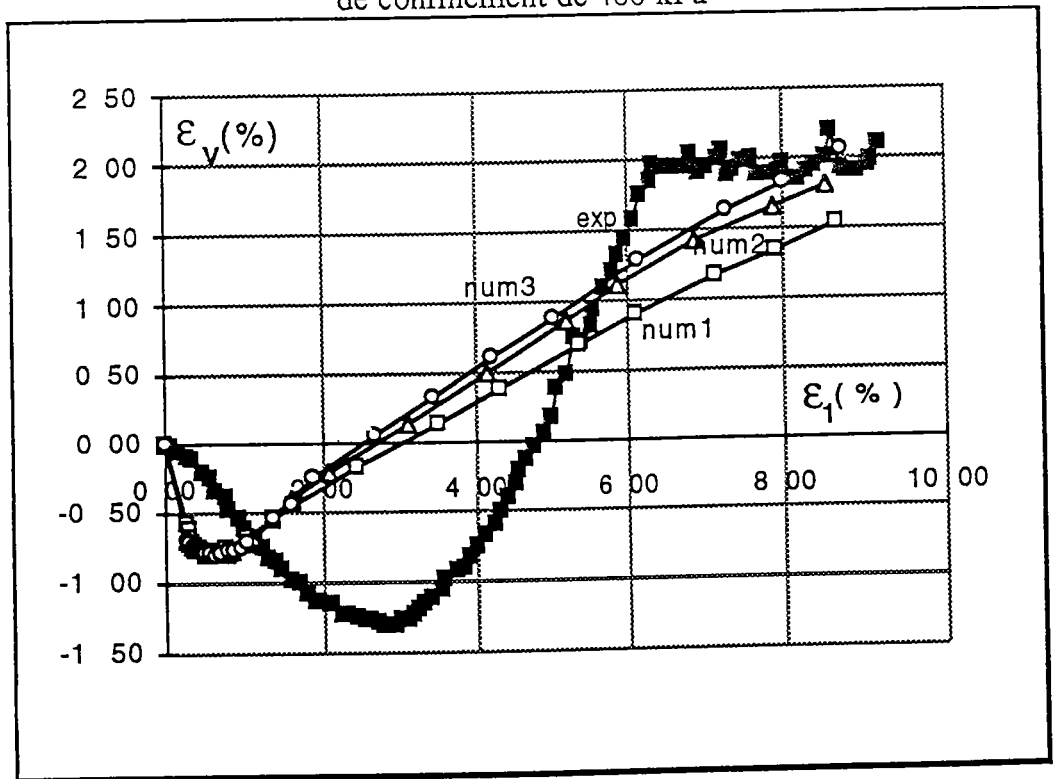


figure 4 - 20 -b : Déformation volumique du sel sous une contrainte de confinement de 400 kPa

IV-8 : DESCRIPTION DU COMPORTEMENT MICROSCOPIQUE

Les Observations citées dans cette étude sont obtenues à partir d'une simulation numérique de la compression triaxiale appliquée par TRUBAL sur les billes 0.8:

- les contacts entre les particules se distribuent d'une façon hétérogène et se regroupent vers la direction principale de la sollicitation triaxiale

- le nombre de contacts total (TRUBAL peut donner ce paramètre) se stabilise simultanément avec la contrainte déviatorique

- le nombre de coordination atteint un minimum alors que la contrainte déviatorique passe par son maximum dans tous les essais. Ci dessous une représentation de l'essai à 400 kPa des billes 0.8

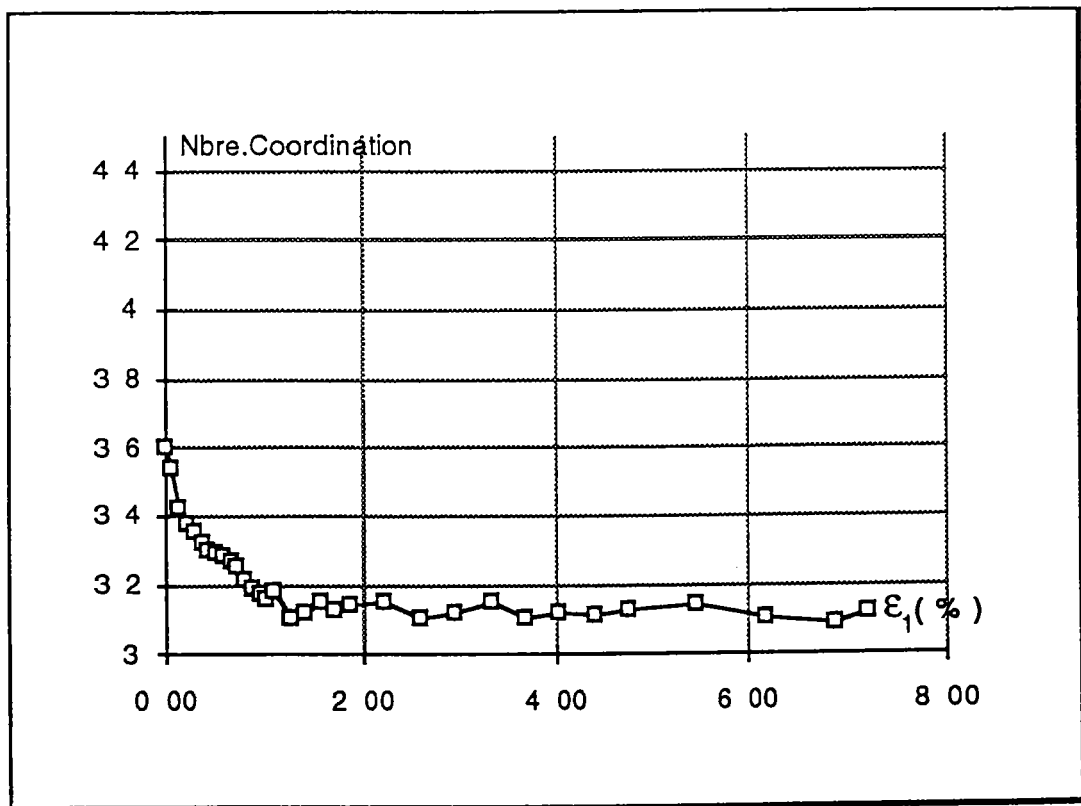


figure 5 - 21 : Nombre de coordination en fonction de la déformation axiale

IV - 9 CONCLUSION

Les essais expérimentaux et les simulations numériques de l'essai triaxial ont été effectués avec des billes de verre, dans les mêmes conditions pour toutes les contraintes de confinement et tous les types de granulométries.

La comparaison entre les résultats de la simulation numérique et des essais expérimentaux nous permet de constater que:

- dans la totalité des essais et dans toutes les conditions géométriques (type de granulométrie) et mécanique (contraintes de confinement), le rapport $\frac{\sigma_1 - \sigma_3}{\sigma_3}$ atteint sa valeur limite plus rapidement que le rapport tiré de l'essai expérimental. Si le premier atteint son maximum pour une déformation axiale entre 0,5 et 1% le second l'atteindra vers 2% de déformation axiale.

- si le rapport $\frac{\sigma_1 - \sigma_3}{\sigma_3}$ numérique et expérimental des billes 0,3 atteint une valeur de 2,5 celui des billes 0,8 et 1,1 ne dépassent pas une valeur de 1,4. Il faut noter que l'échantillon avec la granulométrie la plus fine (billes 0,3) montre logiquement une plus grande résistance au cisaillement. Ceci est confirmé par la simulation numérique et est vérifié par le programme TRUBAL à donner un tenseur de contraintes qui se rapproche des résultats expérimentaux

- les courbes du rapport déviatorique obtenues à partir de la simulation numérique pour les billes 0,3 présentent un pic plus apparent par rapport à celui des billes 0,8 et 1,1. Ceci est dû probablement à la taille de l'espace périodique.

- le programme TRUBAL présente un handicap à simuler l'évolution de la déformation volumique des matériaux granulaires. Si TRUBAL tient compte du changement de la structure granulaire, les résultats numériques sont en

général inférieur de l'ordre de 50 à 60% par rapport aux résultats expérimentaux.

La comparaison entre les simulations numériques et les essais expérimentaux effectués sur un matériau à structure cristalline (dans notre cas c'est le sel) donne des résultats moins satisfaisants que dans le cas du matériau à géométrie sphérique. La simulation du comportement d'une structure granulaire tels que des grains de sel avec principalement un coefficient de frottement intergranulaire de l'ordre de 1 a donné un rapport déviatorique plus important, par rapport aux billes de verre. Cependant il est resté inférieure à celui tiré d'une compression triaxiale. La modification du taux de déformation pour chaque contrainte de confinement a permis de rapprocher les deux rapports.

La difficulté à simuler le comportement des matériaux à structure cristalline est considérable. Le changement de la vitesse de sollicitation n'influe pas sur l'évolution de la déformation volumique, cette dernière reste de loin inférieure à la déformation volumique expérimentale du sel.

Le principal avantage qu'apporte la simulation numérique à l'aide du programme TRUBAL est la visualisation à tout instant de l'essai et à chaque particule, la distribution des forces de contact, l'évolution du nombre de coordination et le glissement des particules.

CHAPITRE V

**SIMULATION NUMÉRIQUE ET ÉTUDE
EXPÉRIMENTALE D'UN ESSAI
DE CISAILLEMENT SIMPLE**

SIMULATION NUMÉRIQUE ET ÉTUDE EXPÉRIMENTALE D'UN ESSAI DE CISAILLEMENT SIMPLE

V - 1 INTRODUCTION

L'étude comparative menée dans ce chapitre a pour but d'analyser et de comparer les résultats obtenus en cisaillement sur un échantillon de billes de verres d'une même granulométrie de type 0,3 et un échantillon de sel pour les contraintes normales de 50, 100, 200 et 300 kPa.

Les propriétés physiques et géométriques des billes de verre et du sel ont été introduites dans le programme TRUBAL, les tests numériques sont réalisés en mode bidimensionnel.

La comparaison entre les résultats de la simulation numérique et des essais expérimentaux est faite au niveau des courbes du rapport contrainte de cisaillement à la contrainte de consolidation normale en fonction de la déformation tangentielle. Par ailleurs nous traçons les courbes de la déformation axiale pour les différentes contraintes normales.

V - 2 GÉNÉRALITÉS

L'essai de cisaillement est d'un principe simple il s'agit de placer le matériau dans une boîte dite "boîte de CASAGRANDE" fixée sur un bâti. La boîte est constituée de deux parties mobiles identiques.

Le plan de séparation des demi - boîtes traverse l'échantillon, la surface de glissement à la rupture est donc imposée.

La moitié supérieure de la boîte est fixée sur un piston qui coulisse et permet l'application d'un effort normal, cette partie (figure 5-2) est rattachée à un anneau dynamométrique qui permet de mesurer l'effort tangentiel T.

La moitié inférieure mobile est rattachée à un moteur à courant continu, permettant de sélectionner la vitesse du déplacement.

On peut relever à chaque instant le déplacement vertical de la partie supérieure ainsi que celui de la partie inférieure grâce à des capteurs de déplacements liés à un système de mesure composé d'une station d'acquisition (voir paragraphe IV - 6 - 1 - 1)

Au cours du cisaillement la surface S de l'échantillon varie et l'on admet que la répartition des contraintes est uniforme sur le plan du glissement.

Les deux contraintes sont calculées ainsi :

$$\text{contrainte normale } \sigma = \frac{N}{S}$$

$$\text{contrainte tangentielle } \tau = \frac{T}{S}$$

- avec S section corrigée de la boîte.

Le rapport entre le déplacement ΔL et la dimension de la boîte notée L peut être considérée comme une variable en abscisse pour tracer l'évolution de la contrainte tangentielle τ pour chaque valeur de la contrainte normale.

La déformation volumique peut être étudiée dans la cas où on a mesuré la variation de la hauteur Δh de l'échantillon au cours de l'essai.

La rupture de l'échantillon peut être caractérisée, soit par l'apparition d'un pic soit par l'existence d'un palier. A l'aide du plan de Mohr l'extrémité de la contrainte qui agit sur le plan de cisaillement est située sur la courbe intrinsèque. Cette dernière peut être déterminée en réalisant plusieurs essais pour différentes valeurs de la contrainte normale.

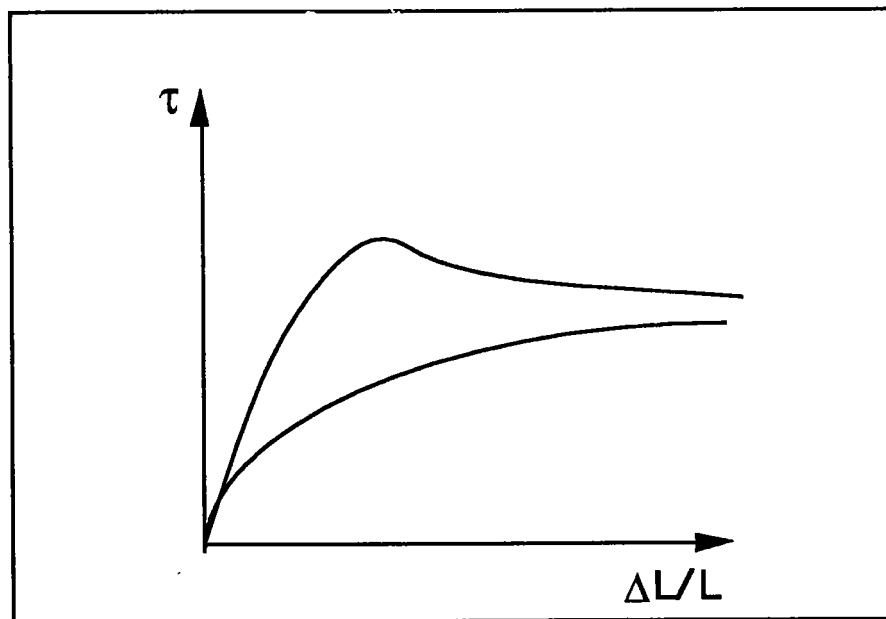


figure 5-1

V - 3 LIMITES DE LA BOÎTE DE CISAILLEMENT

La boîte de cisaillement présente certains inconvénients :

- la surface de rupture est imposée ceci n'est pas le cas dans beaucoup de cas réels sauf par exemple dans le cas d'un glissement.

- il est difficile de séparer les frottements entre les demi-boîtes du frottement de l'échantillon.

- la mauvaise répartition des contraintes supposées uniformes sur le plan de cisaillement à cause des conditions cinématiques telle que la rotation relative des deux demi-boîtes et la non verticalité du piston ceci explique la concentration de la contrainte tangentielle au centre de l'échantillon.

- l'augmentation de la contrainte normale moyenne à cause de la diminution de la section de cisaillement au cours de l'essai.

- la rotation de la direction principale pendant le cisaillement.

V - 4 PARTIE EXPÉRIMENTALE

V - 4 - 1 Mode opératoire

Il faut d'abord placer la boîte de cisaillement de 100 mm dans le chariot, et enlever les vis de fixation en ajustant les deux vis de friction.

Ensuite il faut disposer l'étrier sur le chapeau de l'échantillon. Le réglage de la verticalité se fait par un ajustement de la position du chariot, c'est à dire :

- par réglage grossier à l'aide de la rotation de la vis d'entraînement
- par réglage fin

Alors, le serrage de la vis de soutien du bras de levier, permet d'éviter de charger le matériau sans contrôle.

L'application de la contrainte normale s'effectue en chargeant le plateau de poids correspondant à la contrainte recherchée.

En desserrant la vis de soutien du bras de levier le matériau est consolidé.

On ajuste les écrous autour du bloc de réaction pour verrouiller le système, et pour mettre le comparateur en position rentrée.

Le potentiomètre de vitesse est réglé à l'aide du levier de sélection.

Alors la machine est mise en marche.

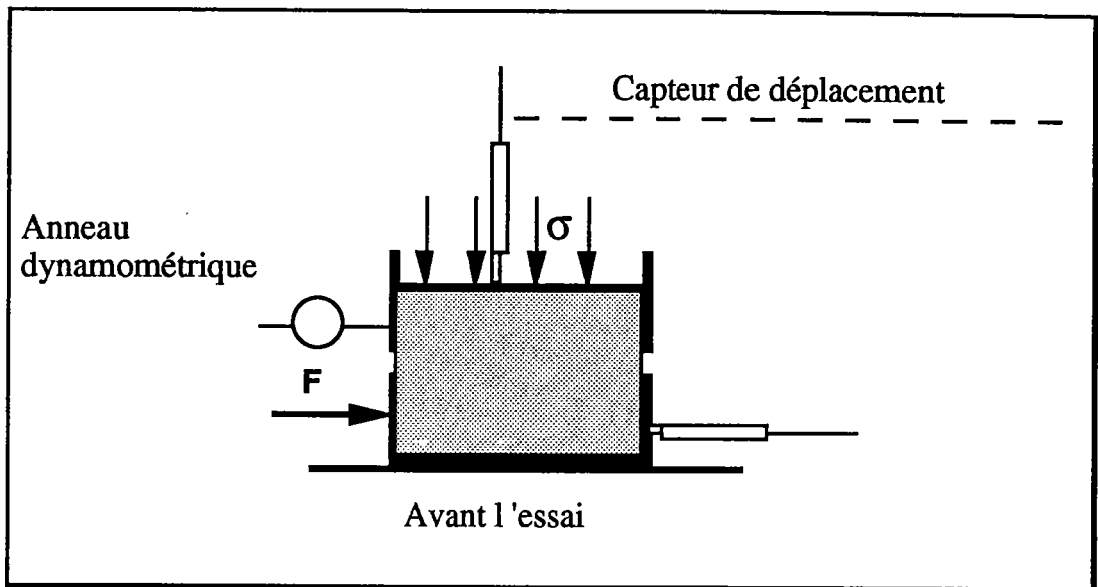


figure 5 -2 : Préparation de l'échantillon avant le cisaillement

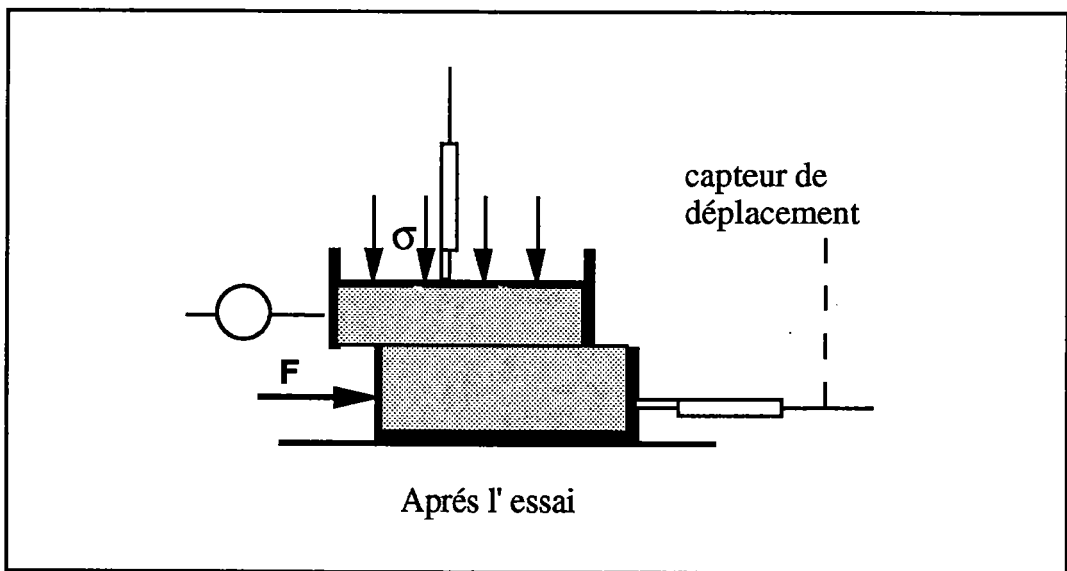


figure 5 -3 : L'échantillon pendant le cisaillement

V - 4 - 2 Le matériau

L'essai de cisaillement a été effectué sur:

- un matériau de particules sphériques de billes de verre de type billes 0,3 (diamètres des billes entre 300 et 400 microns),
- un matériau de particules à structure cristalline (le sel)

Les contraintes normales appliquées sont de 50kPa , 100kPa, 200kPa, et 300kPa.

V - 5 PARTIE NUMÉRIQUE

V - 5 - 1 Simulation numérique pour un assemblage de billes de verre

Dans un espace qui a la forme d'un parallélépipède rectangle dont la base a pour coté 2200 UT¹ et de hauteur 100 UT on génère

- 500 particules de 35 UT de diamètre
- 200 particules de 30 UT de diamètre
- 200 particules de 40 UT de diamètre

V - 5 - 2 Simulation numérique pour un échantillon de sel

De la même façon que pour les billes de verre on génère un assemblage de particule sphérique dans un espace de (2200*2200*155 UT) avec la structure granulaire suivante:

- 75 particules de 35 UT de diamètre
- 250 particules de 40 UT de diamètre
- 250 particules de 50 UT de diamètre

¹ UT signifie Unité TRUBAL

- 250 particules de 54 UT de diamètre
- 75 particules de 60 UT de diamètre

V - 5 - 3 Préparation de l'échantillon

Le compactage isotropique de l'échantillon jusqu'à l'obtention de la porosité désirée se fait de la même façon que pour l'essai triaxial, avec les conditions physiques et géométriques de chaque matériau sous un coefficient de frottement local de:

- 0,5 pour les billes de verre
- 1 pour le sel

Il faut tenir compte que la porosité calculée par le programme numérique TRUBAL, version bidimensionnelle, est nettement différente de la porosité réelle d'un assemblage de billes de verre puisque la hauteur de l'espace périodique doit être suffisamment grande pour contenir une couche de particules sphériques.

Les deux couches limites des particules peuvent être bloquées par une instruction donnée par TRUBAL. Ces deux couches se comportent comme deux plaques minces et rugueuses et peuvent se déplacer horizontalement avec une vitesse imposée par l'utilisateur, en sachant que les particules qui ne sont pas entre par les deux couches limites sont considérées comme inactives.

V - 5 - 4 Cisaillement de l'assemblage

Le cisaillement de l'échantillon s'effectue en appliquant une vitesse de déplacement horizontal sur les couches rigides formés de particules.

L'application d'un coefficient de frottement local de 0,5 donne des résultats non satisfaisant, nous appliquerons pour les deux échantillons un coefficient de l'ordre de 1 (voir figure 5 - 6 - 1).

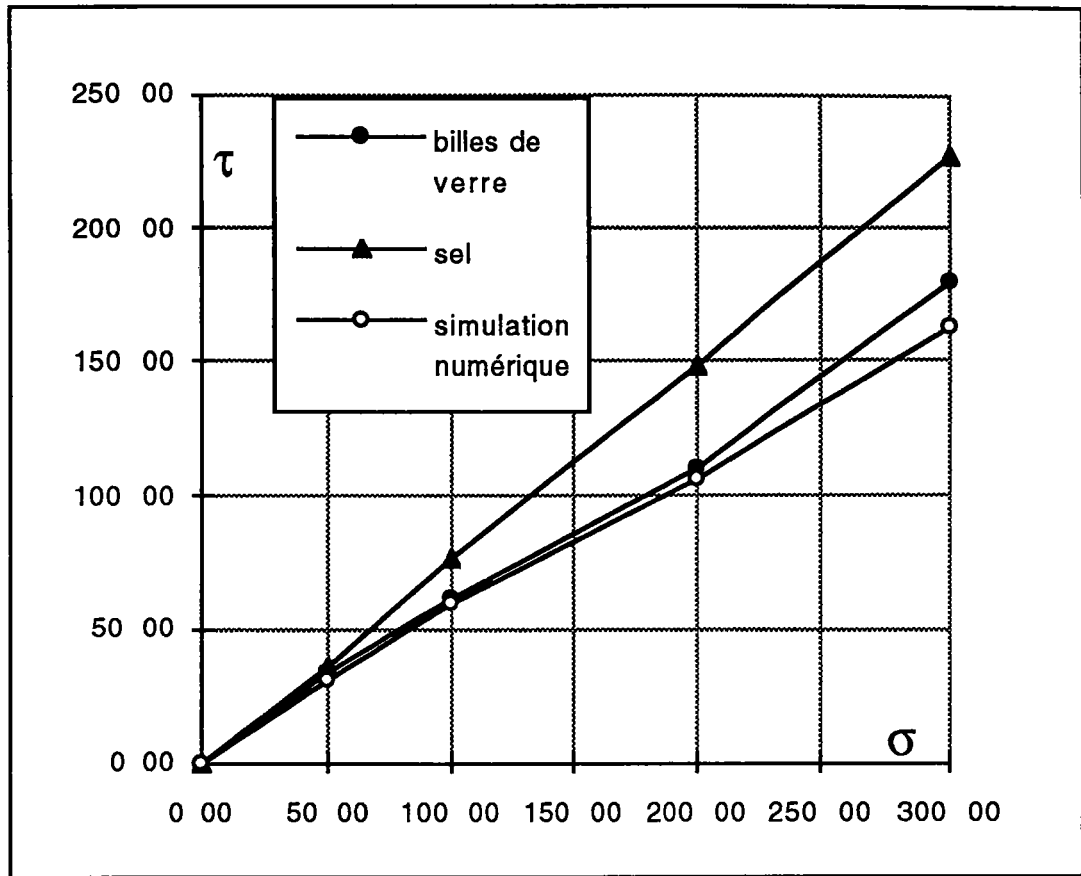


figure 5 - 4: Ligne de rupture obtenue par la simulation numérique et l'essai expérimental

En traçant la courbe expérimentale de la contrainte tangentielle en fonction de la contrainte normale pour les valeurs de 50kPa, 100kPa, 200kPa, et 300kPa, on remarque qu'elle vérifie l'équation :

$$\tau = \sigma \operatorname{tg}\phi + c$$

où ϕ représente l'angle de frottement interne, sa valeur dans nos essais est:

29 ° pour la simulation numérique des deux échantillons avec un coefficient de frottement local égal à .

32 °, pour les billes de verre.

37 °, pour le sel.

La droite qui représente l'évolution de la contrainte tangentielle en fonction de la contrainte normale est plus précise que la courbe expérimentale ceci est dû au choix de la contrainte de rupture dans les résultats donnés par TRUBAL .

La comparaison entre les valeurs numériques et expérimentales donne une différence de 10% par rapport à l'angle de frottement des billes de verre, est de 22% par rapport au sel

V - 6 PRÉSENTATION DES RÉSULTATS

Pour chaque contrainte de confinement, nous présentons une comparaison entre l'essai de cisaillement expérimental appliqué aux billes de verre et au sel, et la simulation numérique pour un seul type d'échantillon avec un coefficient de frottement local égal à 1, la structure granulaire ayant une influence limitée sur les résultats obtenus des deux simulations pour les deux types de matériau, nous présentons :

1) la contrainte tangentielle en fonction de la déformation tangentielle expérimentale et numérique, dans l'essai de cisaillement direct à 50 kPa, deux simulation ont été effectuées à deux différents coefficient de frottement intergranulaire, 1 pour la courbe "Num1" et 0,5 pour la courbe "Num2".

2) le résultats de la simulation numérique pour les deux types de matériaux sont presque identiques malgré le changement de la granulométrie, ce qui nous permet de représenter un seule courbe pour les deux simulations avec un coefficient de frottement local égal à 1

3) la déformation axiale en fonction de la déformation tangentielle, si le déplacement axial expérimental est donné directement par un capteur touchant le couvercle de la boîte, le déplacement axial numérique nécessite un calcul intermédiaire en fonction des dimensions de l'espace périodique.

Par contre dans la simulation numérique, la déformation axiale est égale au rapport du déplacement axial des plaques sur la distance qui les séparent, représenté par D dans la figure 5-5.

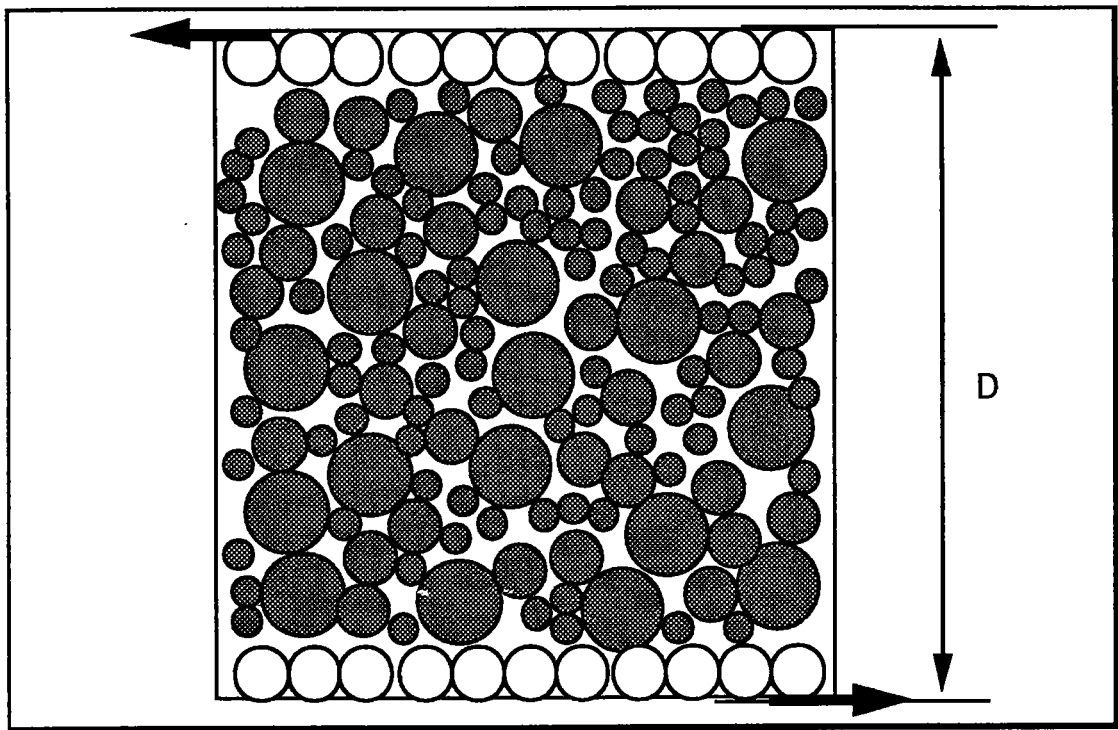


figure 5 - 5 : Exemple de configuration de particules
avec des plaques de cisaillement

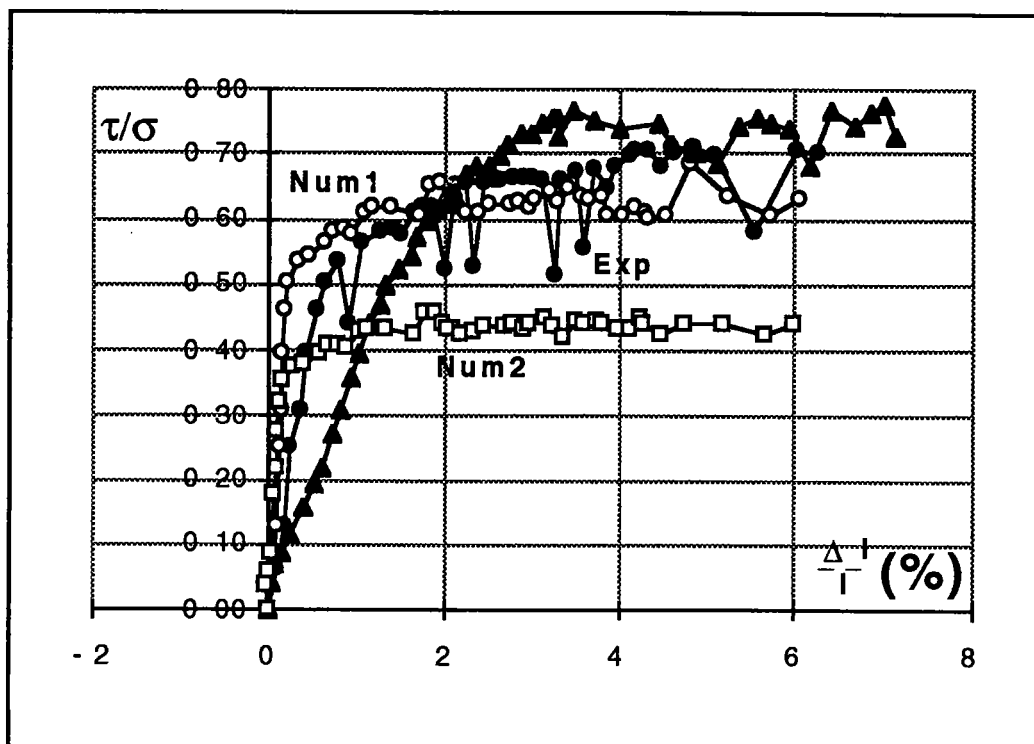


figure 5 - 6 - 1 : Rapport τ/σ pour une contrainte normale 50kPa

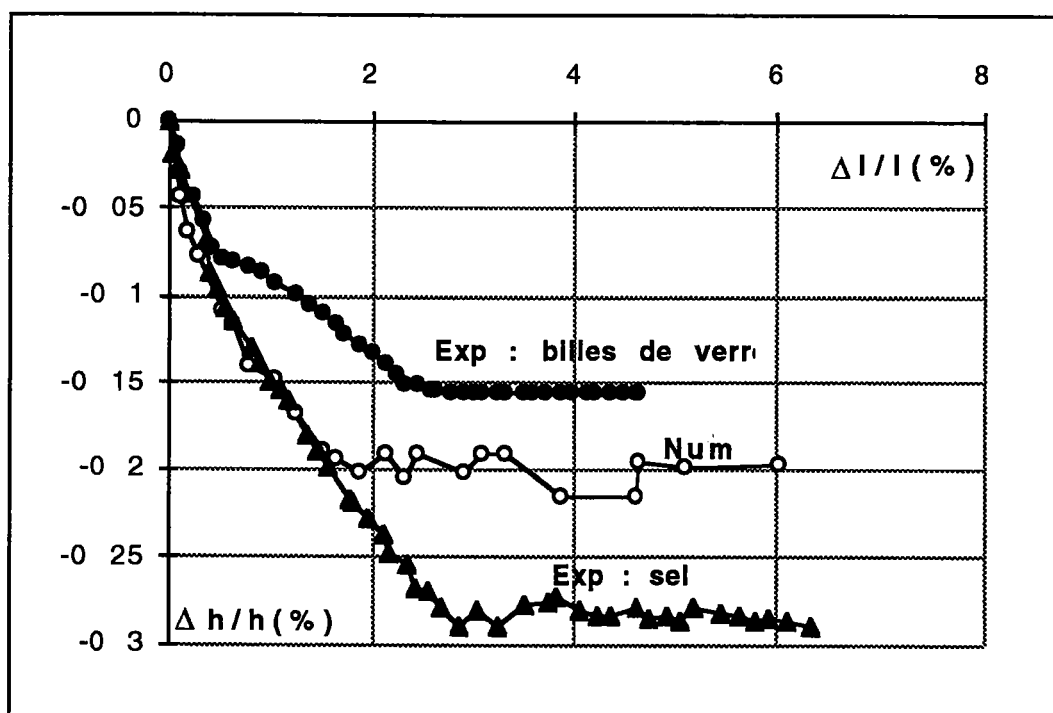


figure 5 - 6 - 2 : Déformation axiale en fonction de la déformation tangentielle pour une contrainte normale 50kPa

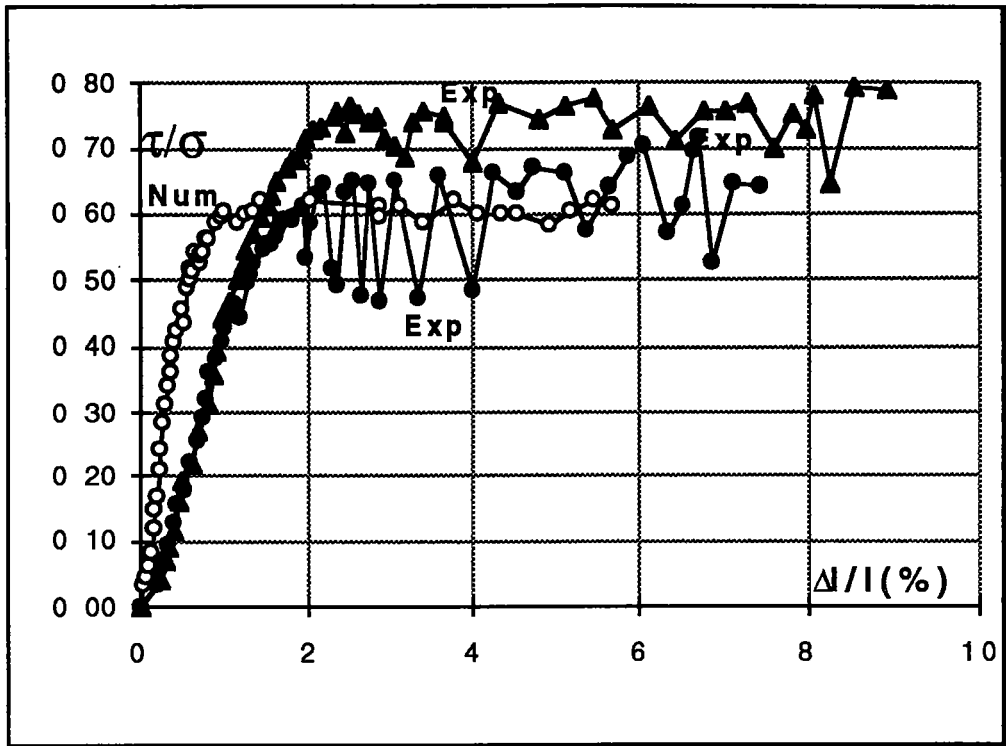


figure 5 - 7 - 1 : Rapport τ/σ pour une contrainte normale 100kPa

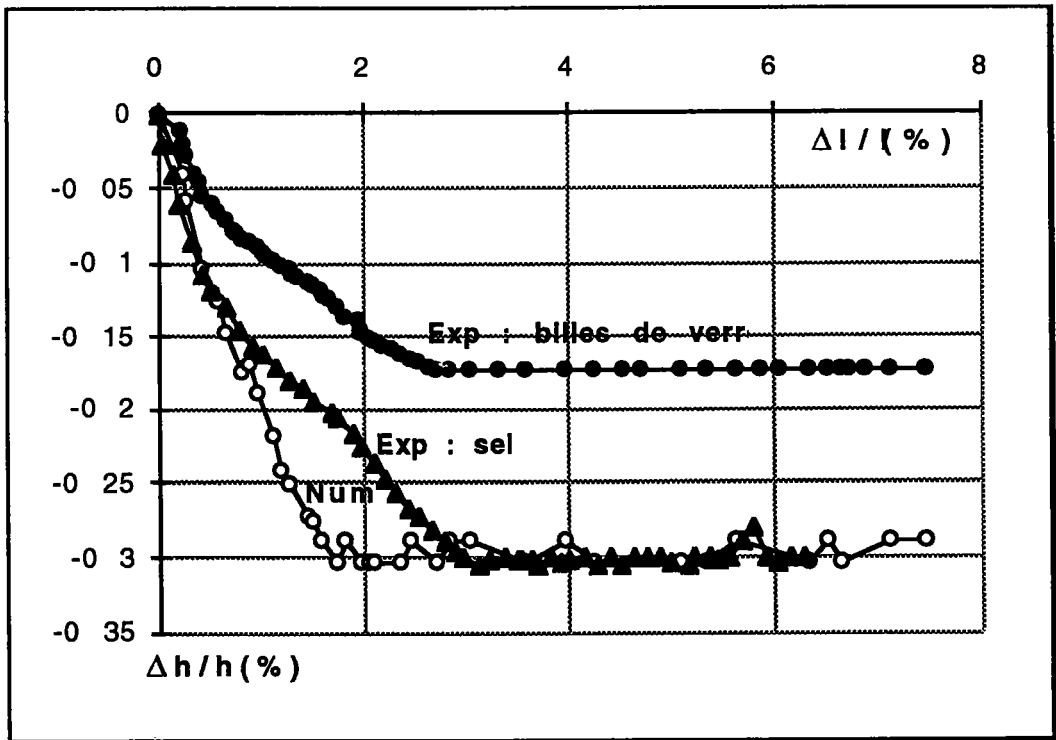


figure 5 - 7 - 2 : Déformation axiale en fonction de la déformation tangentielle pour une contrainte normale 100kPa

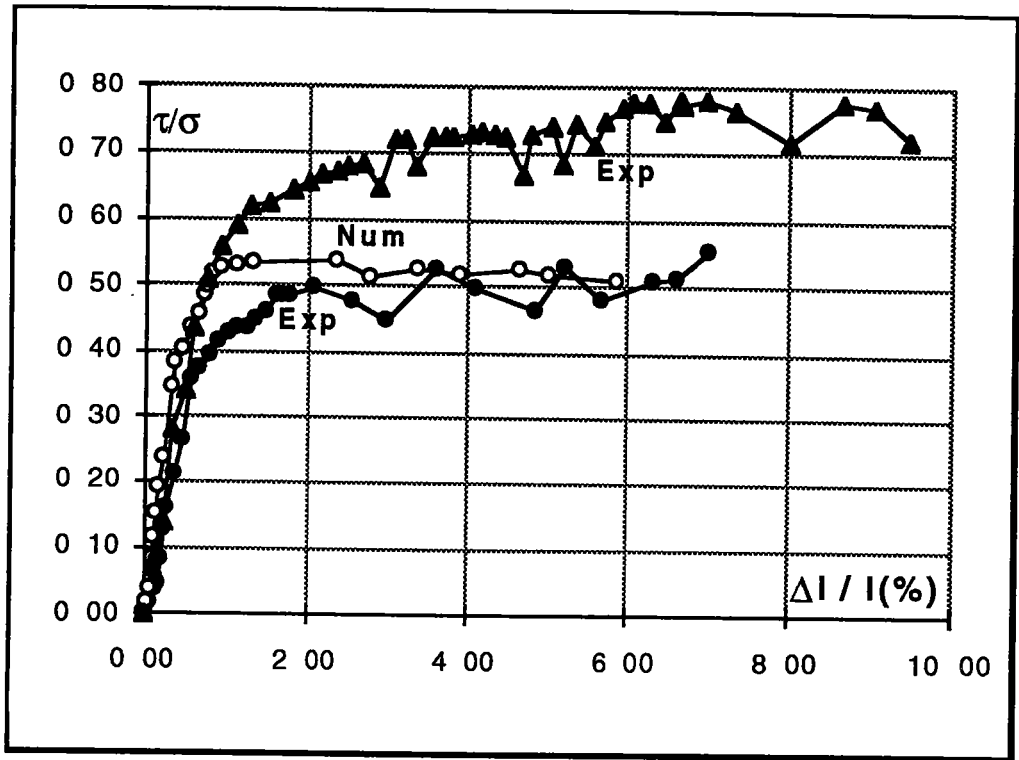


figure 5 - 8 - 1 : Rapport τ/σ pour une contrainte normale 200kPa

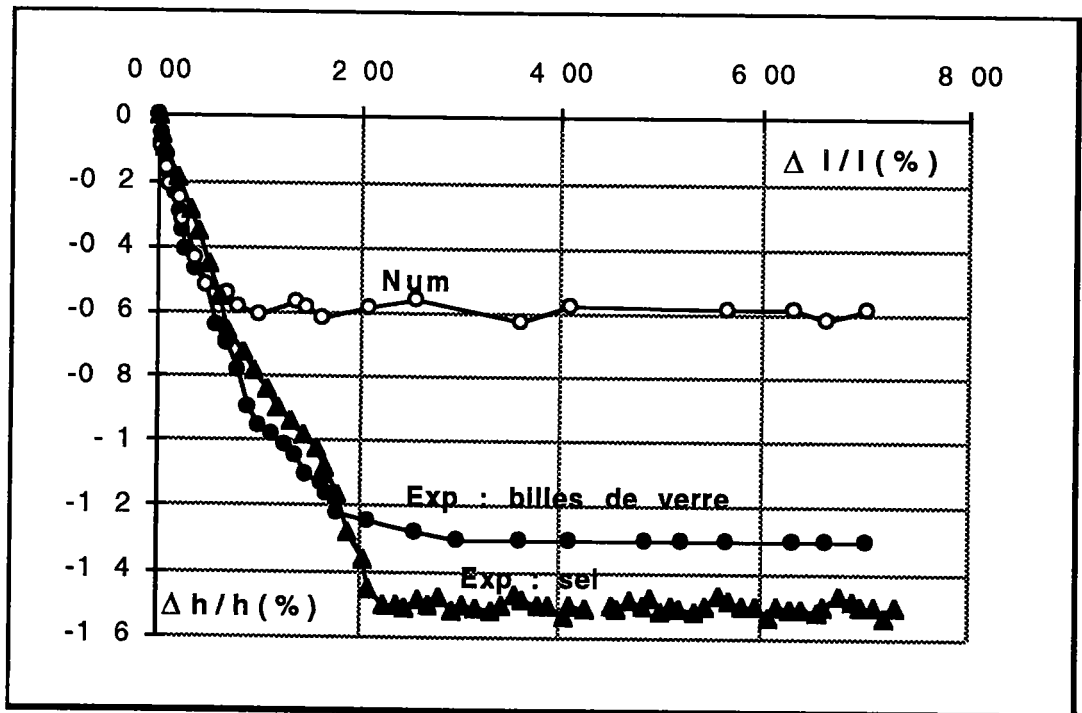


figure 5 - 8 - 2 : Déformation axiale en fonction de la déformation tangentielle pour une contrainte normale 200kPa

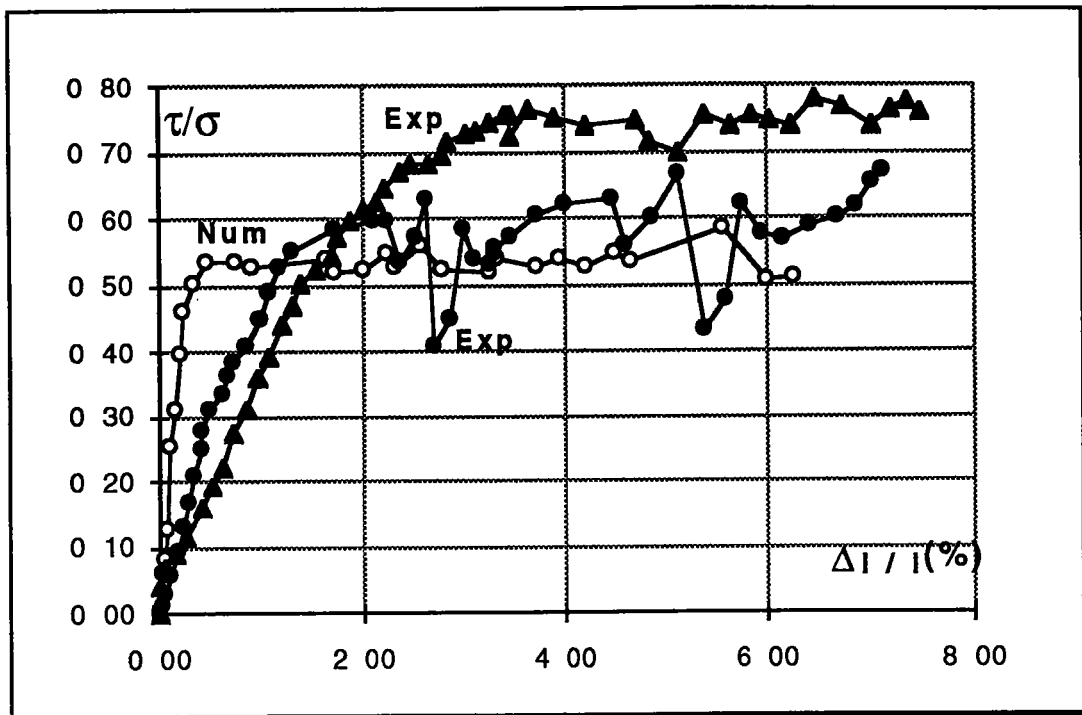


figure 5 - 9 - 1 : Rapport τ/σ pour une contrainte normale 300kPa

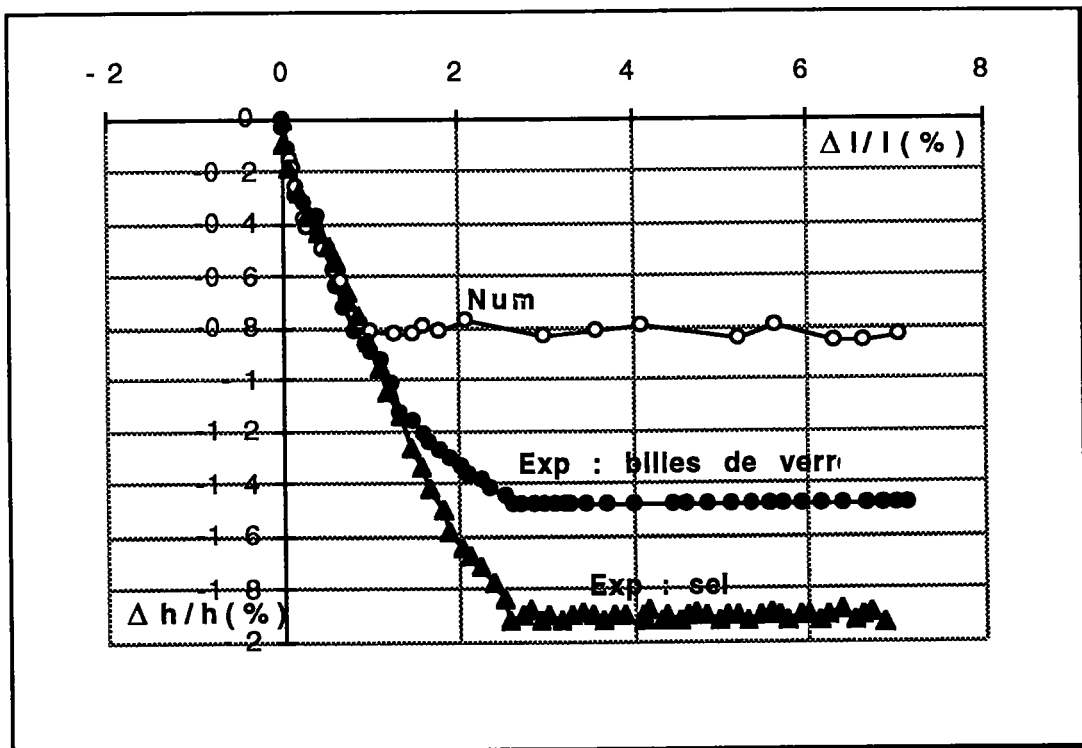
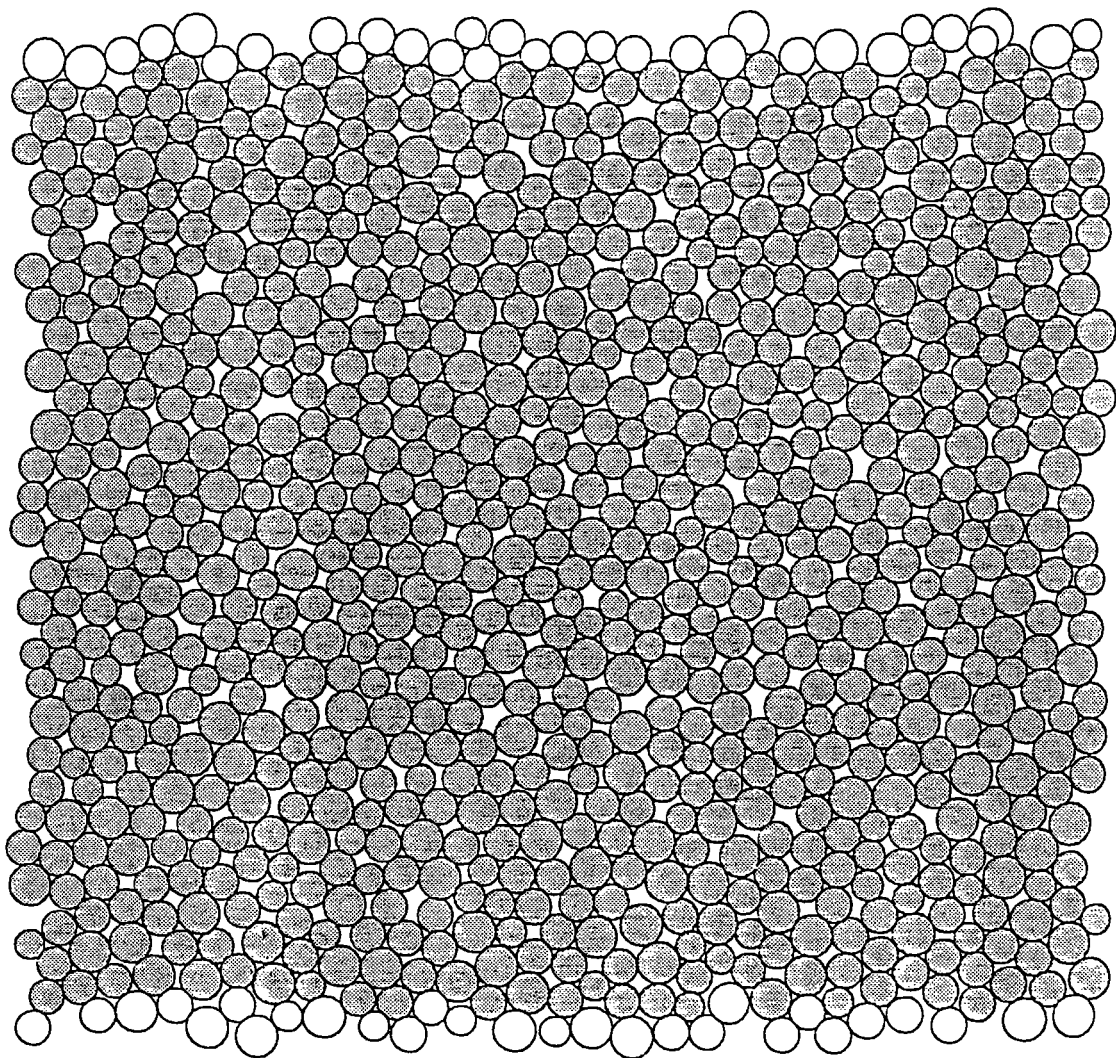


figure 5 - 9 - 2 : Déformation axiale en fonction de la déformation tangentielle pour une contrainte normale 300kPa

TRUBAL ... 2-D mode

Cycle number 140500
Number of spheres 897
Number of contacts 1815
Sphere plot
Wall-spheres

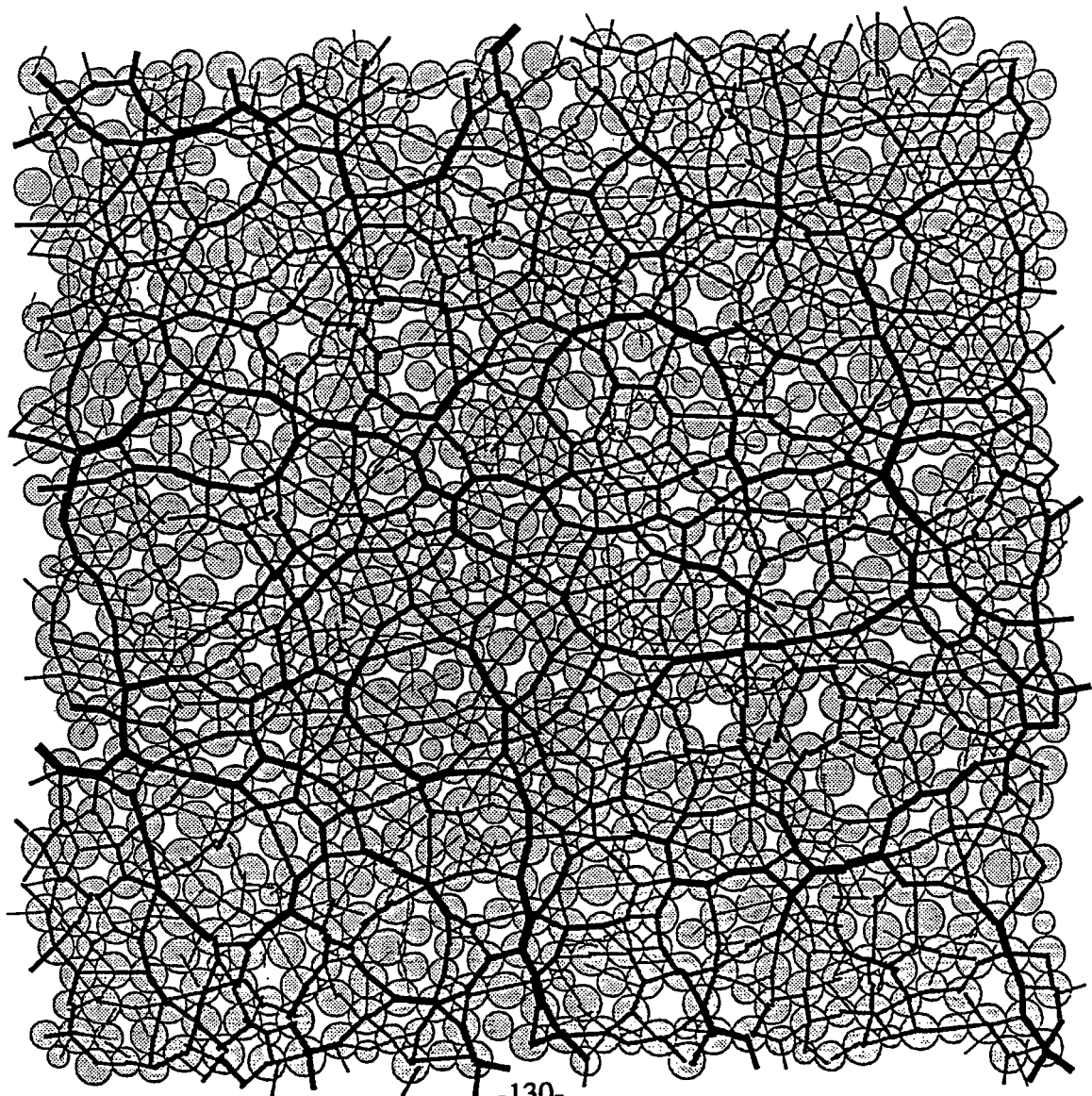
figure 5 - 10 : Représentation de l'état initial avant le cisaillement de l'échantillon de billes de verre



TRUBAL ... 2-D mode

Cycle number 380000
Number of spheres 900
Number of contacts 1690
Sphere plot
Contact forces; max = 5.196E+01

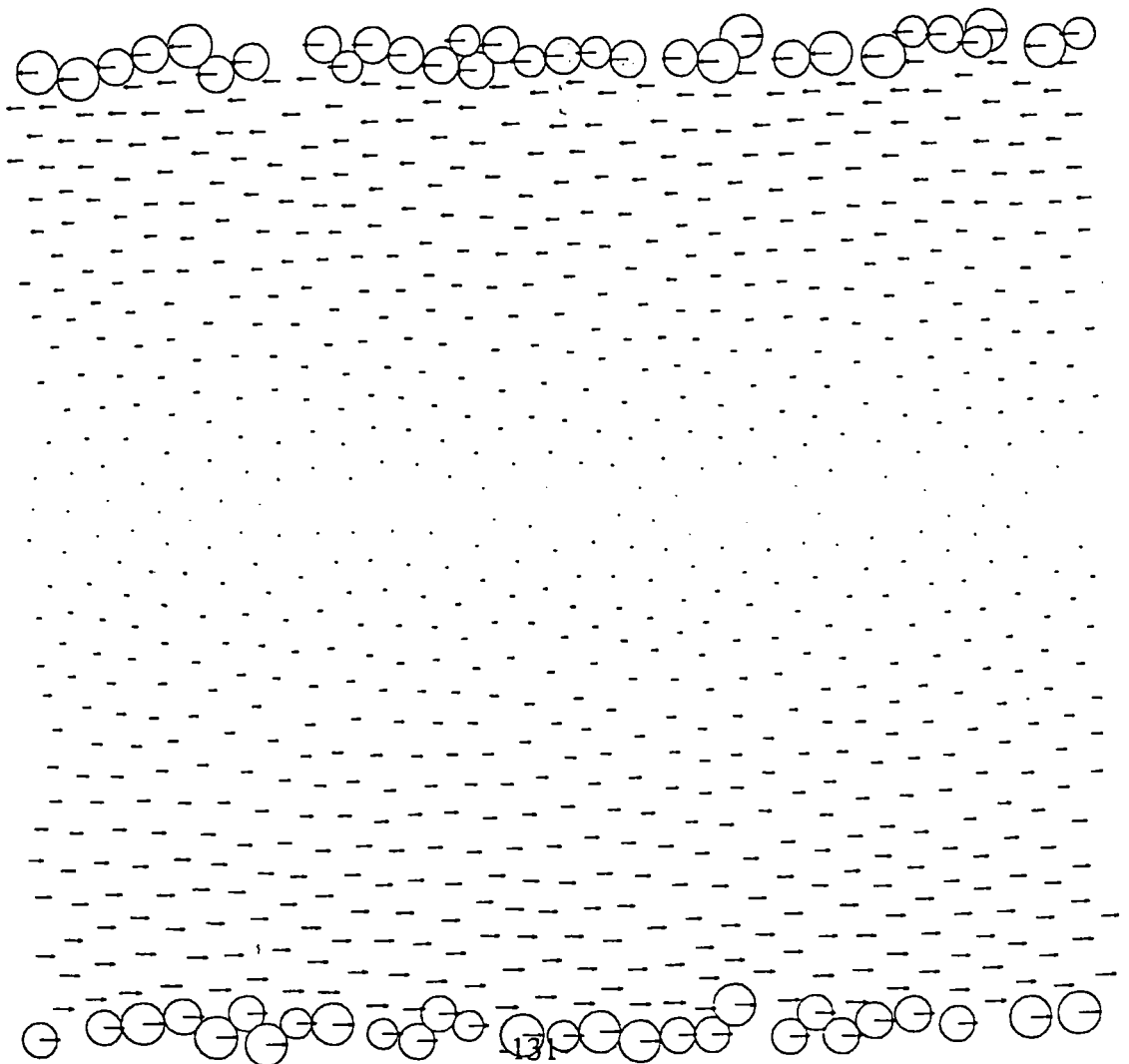
figure 5 - 11 : Représentation des force de contact avant le cisaillement de l'échantillon de sel



TRUBAL ... 2-D mode

Cycle number 140500
Number of spheres 897
Number of contacts 1815
Wall-spheres
Velocity vectors; max = 1.064E-01

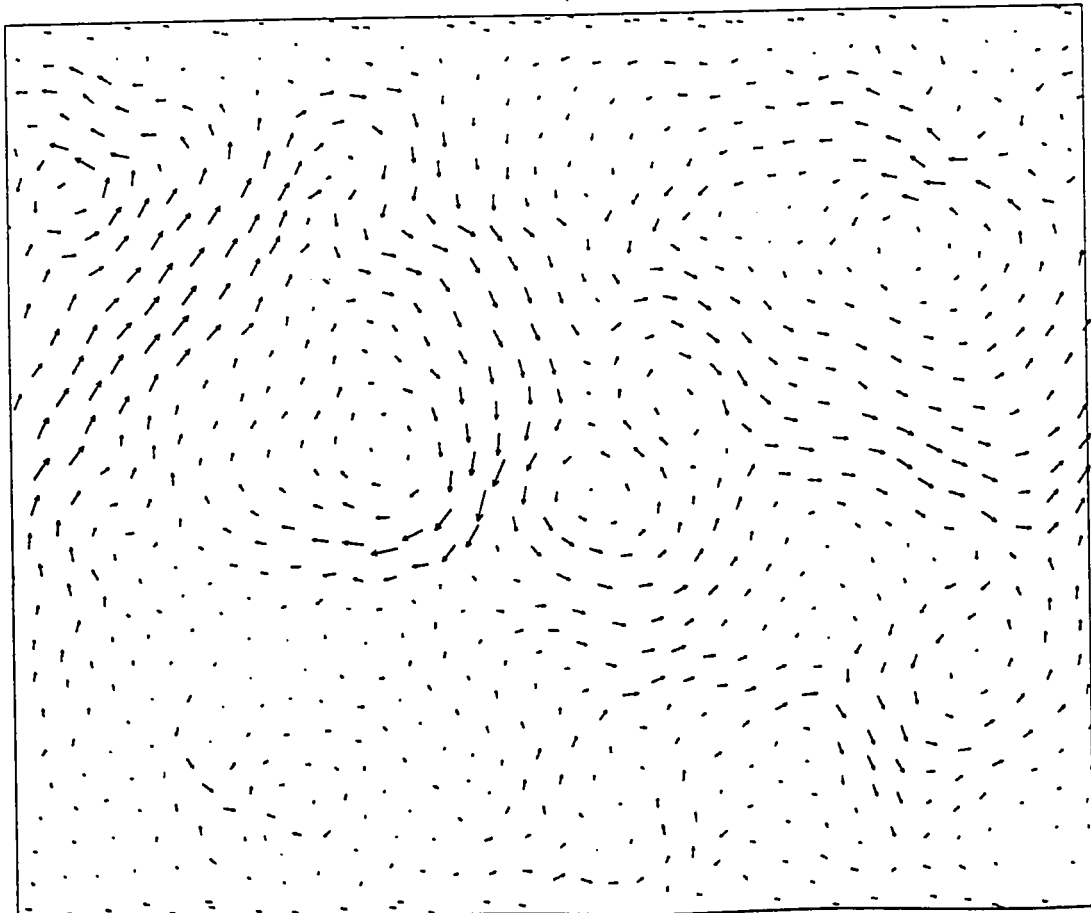
figure 5 - 12 : Représentation du champ de vitesses des particules à l'aide de la version bidimensionnelle du TRUBAL



TRUBAL ... 2-D mode

Cycle number 272400
Number of spheres 897
Number of contacts 2912
Boundary of box area
Velocity vectors; max = 5.888E-03

figure 5 - 13 : Représentation du champ de vitesses des particules
en cours de cisaillement



V - 7 REMARQUES ET CONCLUSION

L'essai de cisaillement direct nécessite le changement du mode tridimensionnel en mode bidimensionnel. La simulation numérique est effectuée sur 900 particules de 30 à 40 UT de diamètre, pour les particules sphériques ayant les paramètres des billes de verre. L'application d'un coefficient de frottement intergranulaire de l'ordre de 1 pour tous les essais se justifie par l'insuffisance des résultats avec un coefficient de 0,5. Nous représentons dans la figure 5-6-1 deux simulations avec deux différents coefficients intergranulaires (1 pour "Num1" et 0,5 pour "Num2").

La simulation numérique d'un essai de cisaillement d'un assemblage de particules ayant les mêmes paramètres que le sel, a été effectuée avec 900 particules de 30 à 60 UT de diamètre. En utilisant les mêmes vitesses de déplacements appliquées aux deux parois pour toutes les contraintes normales, bien que cette dernière n'a pas d'influence réelle sur le comportement global de l'échantillon.

Les essais expérimentaux sont réalisés sur des échantillons de billes de verre et un échantillon du sel, en appliquant une vitesse de cisaillement constante pour les quatre essais. La comparaison entre les résultats de la simulation numérique et les résultats de la boîte de cisaillement donnent :

- des contraintes et des déformations tangentielles obtenues par la simulation numérique rapprochées pour les deux structures granulaires,

- un angle de frottement interne numérique présentant un écart avec sa valeur expérimentale de 10%, avec les billes de verre et 22% pour le sel ,

- des rapport τ/σ numériques et expérimentaux en fonction de la déformation tangentielle se stabilisent à la même valeur que ceux des billes de verre mais ils restent inférieurs de 10 à 14% par rapport τ/σ obtenu de l'essai expérimental effectué sur le sel. Bien que le résultats de la simulation atteignent leurs valeurs maximales plus rapidement que dans l'essai expérimental.

- une différence entre la déformation axiale numérique et la déformation axiale expérimentale qui pour les deux de matériaux augmente avec l'augmentation de la contrainte normale. Si le rapport $\Delta h/h(\%)$ de la simulation numérique dépasse le rapport $\Delta h/h(\%)$ expérimental de 20 à 50% pour les petites contraintes normales (50kPa et 100kPa), il est inférieur à 50% par rapport au $\Delta h/h(\%)$ pour l'essai de cisaillement expérimental.

Cet handicap à simuler la déformation axiale de l'essai de cisaillement est dû principalement à l'identification des paramètres entre les deux essais (déformation axiale et tangentielle ne sont pas identiques dans les deux essais). Il faut noter que la conversion des unités de la vitesse n'est pas adaptée. TRUBAL donne ses propres unités aux contraintes et aux longueurs, par contre il n'est pas possible d'exploiter ces valeurs combinés au temps, il est nécessaire d'ajuster la vitesse par approches successives .

Le programme TRUBAL peut donner une configuration exacte de l'échantillon granulaire à n'importe quel cycle de calcul. Dans les figures (5-10, 5-11, 5-12, 5-13) une configuration initiale des particules a été représentée avec le champ de vitesses avant et pendant le cisaillement

Il faut noter que la simulation apporte des avantages tels que: l'observation microscopique du phénomène de la rupture du matériau, la localisation de la bande de cisaillement et le comportement local de chaque particule

**CONCLUSION GÉNÉRALE ET
PERSPECTIVES**

CONCLUSION GÉNÉRALE ET PERSPECTIVES

La mécanique des matériaux granulaires étudiée à partir de leur nature discrète, remplace de plus en plus l'approche de type milieux continus.

A partir du travail bibliographique que nous avons présenté toute démarche de modélisation du comportement des matériaux granulaires suit de près ou de loin les deux étapes suivantes

- caractérisation macrostatique et macrocinématique (contrainte)
- caractérisation microstatique et microcinématique (forces de contact)

Le lien entre ces deux domaines reste un handicap majeur. La relation entre les forces de contact et les contraintes proposé par Weber [93.] était une grande avancée dans la micromécanique des matériaux granulaires.

La méthode des éléments distincts qui fait l'objet de notre étude, s'inscrit dans la même perspective, se basant sur le comportement d'un assemblage de disques au départ, vérifié et validé par des expériences , cette méthode peut être appliquée à un assemblage de sphères. Nous avons testé le programme TRUBAL tiré de la version tridimensionnelle adapté à notre cas sur un échantillon de particules sphériques.

La première conclusion tirée des essais effectués par le programme TRUBAL est le choix judicieux des paramètres introduit comme données pour toute simulation. Les différents tests effectués en modifiant le nombre de particules montrent qu'un nombre de 500 particules dans une simulation tridimensionnelle est un nombre minimal et satisfaisant.

La vitesse de sollicitation détermine en partie les résultats . Une phase de déchargement peut limiter le choix des vitesses utilisées, il faut noter que pour des vitesses différentes on a des résultats rapprochés mais différents.

L'influence du coefficient de frottement interparticule est primordial, Nous montrons dans une comparaison avec des essais expérimentaux sur deux types de matériaux: des billes de verre et le sel l'évolution du comportement global en modifiant ce paramètre.

La comparaison entre les résultats d'un essai triaxial et les résultats de sa simulation numérique effectués sur:

- un matériau à a particules sphériques (des billes de verre)
- un matériau à structure cristalline (le sel)

donne un rapport $(\sigma_1 - \sigma_3)/\sigma_3$ satisfaisant, malgré l'augmentation de la contrainte de confinement, et le changement de la granulométrie, pour le premier type de matériau. La comparaison entre les rapports déviatoriques obtenus des essais sur le sel est moins satisfaisante, il a fallu modifier le taux de déformation pour chaque contrainte de confinement pour réduire l'écart.

La déformation volumique obtenue de la simulation numérique pour les billes de verre est proche de la courbe expérimentale pour les petites contraintes de confinement, bien que le domaine de contractance numérique soit plus court en fonction de la déformation axiale. Pour le matériau à structure cristalline, le programme TRUBAL donne des variations volumiques nettement inférieures aux variations volumique réelles, ceci est dû à la géométrie des grains de sel et surtout à l'attrition de ses particules, TRUBAL ne tient pas encore compte de ce phénomène.

Bien qu'en restant dans la marge de diamètres tolérée par TRUBAL l'évolution de la granulométrie montre des résultats intéressants. La différence entre les courbes numérique et expérimentale augmente avec l'augmentation des diamètres des particules.

L'essai de cisaillement direct numérique implique le passage du mode tridimensionnel au mode bidimensionnel, La simulation numérique effectuée sur un assemblage de 900 particules qui a les mêmes caractéristiques que les billes de verre de diamètre de 300 à 400 microns avec un coefficient de frottement

intergranulaire de l'ordre de 1, donne des résultats identiques qu'un assemblage ayant les caractéristiques physiques et géométriques que le sel.

La comparaison entre le rapport τ/σ en fonction de la déformation tangentielle obtenue d'une simulation numérique et celui d'un essai expérimental réalisé sur les billes 0,3 et sur le sel, donne globalement une bonne concordance pour les billes de verre, avec une différence pour le sel.

On constate, pour les deux types de matériaux, que le rapport expérimental atteint sa valeur maximale moins rapidement que celui tiré des résultats du programme TRUBAL. Par contre ce dernier présente des difficultés à simuler la déformation axiale en fonction de la déformation tangentielle quelque soit la géométrie des particules.

Si le TRUBAL donne des résultats très intéressants, en comparaison avec les essais expérimentaux, pour les matériaux à particules sphériques, dans l'état actuel il ne peut substituer à ces derniers, vu la limite d'application et le choix des paramètres qui est parfois aléatoire. Le principal avantage de cette simulation numérique est qu'il permet une étude micromécanique complète des matériaux granulaires.

L'application de la méthode des éléments distincts sur des matériaux de forme quelconque, l'application de l'essai de cisaillement tridimensionnel et l'élaboration d'une technique pour augmenter le nombre de particules et limiter le temps de calcul, sont des voies ouvertes à de futurs travaux dans ce domaine.

**RÉFÉRENCES
BIBLIOGRAPHIQUES**

- [1] **ABRIAK N E** << Local Friction Effet on the Global Behaviour of Granular Media >> Mechanics International Symposium, Carry-le Rouet Sept 1994
- [2] **ABRIAK N E et MAHBOUBI A** << Influence du Frottement Local sur le Frottement Global >> Rapport scientifique GRECO GEOMATERIAUX Nov -1992
- [3] **BAGSTER D. F** << The development of a microscopic Model of Granular Materials Behaviour in a Heap >> Third International Conference on Bulk Materials, Storage , Handling and Transportation , Newcastle 27-29 June 1989.
- [4] **BARDET J.P** << Observations on the effects of particle rotations on the failure of idealized granular materials >> , Mechanics of Materials 18, pp. 159-182 Elseiver, 1994.
- [5] **BARDET J.P & PROUBET J** << Application of micromecanics to incrementally non linear constitutive equations for granular media >>, Powders and Grains , Biarez & Gourvès (eds) , Balkema Rotterdam , 1989.
- [6] **BASHIR Y. M & GODDART J.D** << A novel simulation method for the quasi-static mechanics of granular assemblages >>, by The Society of Rheology , Inc . J Rheol 35(5), July 1991
- [7] **BIAREZ J & MEFTAH W** << De l'Ordre au " désordre " dans les milieux granulaires bidimensionnels >>, GRECO GEOMATERIAUX Rapport scientifique 1991
- [8] **BOLTON M. D. & WILSON J.M.R.**<< Soils stifness and damping>> Structural Dynamics.Kratzjg et al (eds) Balkema, Rotterdam.1990
- [9] **CAILLERIE DENIS** << Tenseur des contraintes dans un milieu granulaire >> GRECO GEOMATERIAUX Rapport scientifique 1991
- [10] **CAMBOU. B** <<Mécanique des matériaux granulaires, l'approche micro structurale >> Manuel de Rhéologie des Géomatériaux pp 261-277, Presses de l'École Nationale des Ponts et Chaussées, 1987
- [11] **CAMBOU. B** << Modélisation micromécanique des matériaux granulaires; Eléments de base >> GRECO GEOMATERIAUX Rapport scientifique 1991.
- [12] **CAMBOU. B** <<Analyses du comportement des milieux granulaires basées sur leur nature discontinue >> , pp 5-24 Revue Française de Géotechnique N° 14 .
- [13] **CAMBOU. B, SIDOROFF F & A. MAHBOUBI A** << Milieux Continus-Milieux Granulaires Comparaison des distributions des variables statiques, conséquences sur le comportement >> GRECO GEOMATERIAUX Rapport scientifique 1991.
- [14] **CAMPBELL CHARLES S** << Boundary Interaction for Two- dimensional Granular Flows : Axymmetric Stresses and Couple Stresses >> Micromechanics of Granular Materials, edited by J.T.Jenkins and M.Satake, Elsevier Science Publishers B.V. Amsterdam ,1988.
- [15] **CHEN Y C** << Effect of Inter Particle Friction and Initial Fabric Evolution>>, Journal of the Chinese Institute of Engineering. vol. 13 No. 2, pp. 147-156, 1990.
- [16] **CHEN Y C & HUNG H Y** << Evolution of shear modulus and fabric during shear deformation >> , Computer Method and Advances in Geomechanics, Beer, Booker & Carter Balkema, Rotterdam. 199.

- [17] **CHEN Y C & HWANG G C** << Studies of the behavior of the granular materials and its fabric evolution >>, Powders & Grains 93 Balkema, Thomson (eds) Rotterdam, 1993
- [18] **CHOI K & MULHAUS H B** << Distinct Element vs Cosserat theory: A comparison for the case of an infinite shear layer >>, Computer Method and Advances in Geomechanics, Beer, Booker & Carter (eds) Balkema, Rotterdam. 1991
- [19] **CUNDALL P.A** <<Distinct element models of rock and soil structure>> Analytical and computational methods in Engineering Rock Mechanics, Ed. E. T Brown pub. London 129-163, 1987
- [20] **CUNDALL P.A** <<Numerical experiments on localization in frictional materials >> Ingenieur - Archiv 59, 148-159, 1989
- [21] **CUNDALL P.A** <<Computer simulations of dense sphere assemblies>>, edited by J.T.Jenkins and M.Satake, 1988, Elsevier Science Publishers B.V. Amsterdam
- [22] **CUNDALL P.A** << Formulation of a Three dimensional Distinct Element Model >> Part I A Scheme to detect and Represent Contact in a System Composed of Many Blocks , Int. J. Rock Meck.Min Sci & Geomech. Abstr. Vol. 25 No. 3 pp 107-116 , 1988.
- [23] **CUNDALL P.A .DRESCHER A & STRACK O.D.L.**<<Numerical experiments on granular assemblies >>, Measurements and Observations, IUTAM Conférence on deformation and Failure of Granular Materials Aug - 3 Sept.1982
- [24] **CUNDALL P.A & FAIRHURST C** <<Correlation of discontinuum models physical observations an approach to the estimation of rock mass behaviour >> Felsbau 4, 1986 N° 4
- [25] **CUNDALL P.A, JENKINS J.T.& ISHIBASHI I.** << Evolution of elastic moduli in a deforming granular assembly >>, Powders and Grains , Biarez & Gourvès , Balkema Rotterdam , 1989.
- [26] **CUNDALL P A and . STRACK O.D.L** <<The distinct element method as a tool for research in granular media (part I)>> ; Report to the national science foundation concerning NSF grant ; ENG76-20711; (Nov. 1978); Dept. of Civil and Mineral Eng ; Institue of technology University of Minnesota
- [27] **CUNDALL P.A and STRACK O.D.L.**<<The distinct element method as a tool for research in granular media >> (part II) Report to the national science foundation concerning NSF grant ENG76-20711 (Oct. 1979) Dept. of Civil and Mineral Eng.Institue of technology University of Minnesota
- [28] **CUNDALL P.A and STRACK O.D.L** <<Modeling of Microscopic Mechanisms in Granular Material >> Mechanics of Granular Materials: New Models and Constitutive Relations, edited by J.T.Jenkins and M.Satake, 1983, Elsevier Science Publishers B.V. Amsterdam
- [29] **CUNDALL P.A and STRACK O.D.L.**<<A discrete numerical model for granular assemblies >> Géotechnique 29 , N° 1 , 47-65, 1979
- [30] **CUNDALL P.A and STRACK O.D.L.**<< Fundamental studies of fabric in granular materials >> Inerim Report concerning NSF Grant CEE - 8310729 (Sep 1984) Minneapolis, Minnesota USA

- [31] **DELYON F, DUFRESNE D & LEVY Y.E** << Sables renforcés: Micromécanique de l'interface inclusion-matrice >> Rhéologie des Matériaux du génie civil 25eme colloque du G.F.R, Grenoble 28-30 nov. 1990
- [32] **DESRUES J** << Naissance des Bandes de cisaillement dans les Milieux Granulaires: Expériences et Théorie >> Manuel de Rhéologie des Géomatériaux, Presses de l'école nationale des Ponts et Chaussées 1987.
- [33] **EMERIAULT. F et CAMBOU. B** << Micromechanical Modelling of Anisotropic non-linear Elasticity of Granular Medium >> Int. J. Solids.Structures Vol. 33. No. 18 pp 2591 2607. 1996
- [34] **GANIOU F et ABRIAK N.E** << Mechanical Behaviour and Geometry Disorder of Geomaterials >> First Forum of Young European Researchs, From Microscopic to Macroscopic Mechanics of Materials, 18-23, July, Liège, Belgique
- [35] **GBAGUIDI V** << Etude expérimentale et théorique du comportement de matériaux granulaires calcaires >> Thèse de doctorat de l' INPL Nancy 1993
- [36] **GHERBI M, GOURVES R & REYMOND M.C.** << Analyse acoustique de la rupture intergranulaire dans les matériaux pulvérulents >> Rhéologie des Matériaux du génie civil 25eme colloque du G.F.R, Grenoble 28-30 nov. 1990
- [37] **GHERBI M, GOURVES R & OUDJEHANE F** << Distribution of the contact forces inside a granular material >> Laboratoire de Génie Civil, Université Blaise Pascal, Clermont -Ferrand,
- [38] **GILI & ALONSO E.E** << Discontinuous numerical model for partially saturated soils at low saturation >> Numerical Methods in Geomechanics, Swwoboda (ed) Balkema, Rotterdam 1988.
- [39] **GOURVES R & ABRIAK N** << Micromécanique des milieux granulaires, Etat des possibilités offertes au plan expérimental >> GRECO GEOMATERIAUX Rapport scientifique 1991.
- [40] **GOURVES R & MEZGHANI F** << Micromécanique des milieux granulaires, Approche expérimentale utilisant le modèle de Schneebeli >>, Revue Française de Géotechnique N° 42
- [41] **GUEDDOUM N** << Simulation Numériques des Milieux Granulaires>> Rapport de DEA de l' INPL de Nancy 1992
- [42] **GUEDDOUM N** <<Caractérisation du comportement mécanique en paroi du sel>> Rapport d'un contrat avec "Les Salines du Midi et de l'Est", Nancy, Fev 1994
- [43] **GUEDDOUM N** << Etude du comportement d'un milieu granulaire à travers un modèle numérique et un essai expérimental >> Rapport interne, Laboratoire de Physique et Mécanique des Matériaux, Université de Metz, Fev 1995.
- [44] **HABIB P** << Précis de Géotechnique, applications de la Mécanique des Sols et des Roches >> 1ere éditions 1973.
- [45] **HABIB P et LUONG M.P** << Sols Pulvérulents sous Chargement Cyclique>>, Séminaire matériaux et structure sous chargement cycliques, pp, 49-79 École Polytechnique, Sept 1978
- [46] **HAKUNO M & YAMAMOTO T** << Simulation analysis of dynamic nonlinear behavior of underground structures by the extended distinct element method >>

Computer Method and Advances in Geomechanics, Beer, Booker & Carter (eds) Balkema, Rotterdam. 1991

[47] **HART R CUNDALL P LEMOS J** << Formulation of a Three dimensional Distinct Element Model -Part II-. Ascheme to Detect and Represent Contacts in a System Composed of Many Blocks >>, Int J Rock Meck.Min. Sci & Geomech. Abstr. Vol. 25, pp 117-125 1988.

[48] **ISHIBASHI I and CHEN Y C** << Dynamic Shear Moduli and Their Relationship to Fabric of Granular Materials >>, Micromechanics of Granular Materials, edited by J.T.Jenkins and M.Satake, Elsevier Science Publishers B.V. Amsterdam ,1988.

[49] **JENKINS J T** << Volume Change Small Strain Axisymmetric Deformations of A Granular Material >> Micromechanics of Granular Materials, edited by J.T.Jenkins and M.Satake, Elsevier Science Publishers B.V. Amsterdam ,1988.

[50] **JENKINS J T CUNDALL P & ISHIBASHI I** << Evolution of elastic moduli in a deforming granular assembly >> Powders and Grains , Biarez & Gourvès (eds) , Balkema Rotterdam , 1989.

[51] **JRAD M** << Etude exoérimentale du comportement mecanique de granulats calcaires >>, Thèse de doctorat de l'INPL Nancy 1993

[52] **KAWAMURA M, HAJOUTA H & OHASHI Y** << Three dimensional analysis for effect of particle arrangement on cyclic deformation of a granular material>>, Powders & Grains 93 Balkema, Thomton (eds) Rotterdam, 1993

[53] **KENNETH W WINKLER** << Contact Stiffness in Granular Porous Materials: Comparison between Theory and Experiment >> Geophysical Research Letters, vol. 10, N° 11 p 1073-1076 Nov 1983

[54] **KISHINO Y** << Computer analysis of dissipation mechanism in granular media>>, Powders and Grains , Biarez & Gourvès (eds) , Balkema Rotterdam , 1989.

[55] **KOLYMBAS D and WU W** << Recent Results of Triaxial Tests with Granular Materials >>, Powder Technology, 60, p 90-119, 1990.

[56] **LANIER J** << Essai de Compression GCV1>> Laboratoire 3S -Grenoble-

[57] **LANIER J, BONNET P C & REYNAUD M** << Etude des Mécanismes de déformation d'un milieu granulaire bidimensionnel >> Geo 94 Laboratoire 3S -Grenoble -1994

[58] **LUONG M P** <<Phénomènes Cycliques dans les Sols Pulvérulents >>, Revue Française de Géotechnique N° 10, pp. 39-53 Fév 1980

[59] **LUONG M P. ; TOUATI, A.** << Sols grenus sous fortes contraintes >> Revue Française de Géotechnique, n° 23, pp. 51-64. 1983

[60] **MAHBOUBI A**<< Contribution à l'étude micromécanique du comportement des matériaux granulaires par homogénéisation et approche numerique >> Thèse de doctorat de l'Ecole Centrale de Lyon Juin, 1995

[61] **MASUYA H & KAJIKAWA Y** << Numerical analysis of the collision between a failing rock and a cushion by distinct element method >> Computer Method and Advances in Geomechanics, Beer, Booker & Carter (eds) Balkema, Rotterdam. 1991

- [62] **MEZGHANI F** << Milieux Granulaires, Analyses Statistiques de l'Etat de Contrainte Macroscopique au sein d'un Milieu Analogique >> Thèse de doctorat de l'Université de Clermont II 1987
- [63] **MIDLIN R D & DERESIEWICZ H** << Elastic Sphere in Contact Under Varying Oblique Forces >> Journal of applied mechanics New York Sep 1953
- [64] **MOHKAM M** << Contribution à l'étude expérimentale et théorique du comportement des sables sous chargement cycliques Thèse de doctorat de l'INPG Grenoble 1983
- [65] **MUHLHAUS H B, DE BROST R & AIFANTIS E.C** << Constitutive models and numerical analyses for inelastic materials with microstructure >> Computer Method and Advances in Geomechanics, Beer, Booker & Carter (eds) Balkema, Rotterdam. 1991
- [66] **ODA M, KONISHI J & NEMAT-NASSER S** <<Some Experimentally Based Fundamental Results On the Mechanical Behaviour of Granular Materials >> Géotechnique 30 , 4 No. 4 479-495 1980
- [67] **ODA M, NEMAT-NASSER S & MEHRABADI M M** << A Statistical Study in a Random Assembly of Spherical Granules >>, Int. J. Num. Anal. Meth. Geomechanics 6 pp. 77-94, 1982
- [68] **OGER L** << Analyse et Caractérisation de la Géométrie de Milieux Granulaires Denses >>, GRECO GEOMATERIAUX Rapport Scientifique 1991.
- [69] **OUELLET J, CAPUIS R F & GILL D E** << Propriétés mécaniques su sel meuble >> Powders and Grains , Biarez & Gourvès (eds) ,pp. 493-499 Balkema Rotterdam , 1989.
- [70] **OUWERKERK C E D** << A micro-mechanical connection between the single-particle strength and the bulk strength of random packings of spherical particles >>, Powders Technology, 65, pp. 125-138 , 1991
- [71] **OYENUGA D** << Comportement de l'Interface Sol Pulvérulent / Sol>>, Thèse de doctorat de l'INPL de Nancy 1989.
- [72] **ROHANI S Y** << Simulation Numérique du Comportement des Matériaux Granulaires >> Thèse de doctorat de l'Université de Metz Juill 1995
- [73] **ROSCOE K H** << The Influence of Strain in Soil Mechanics >> Geotechnique 20 N° 2 pp 129-170, 1970.
- [74] **ROTHENBURG L, BATHURST R J & BERLIN A A** << Micromechanical response of simulated granular materials under principal stress rotations >> Powders & Grains 93 Balkema, Thomson (eds) Rotterdam, 1993
- [75] **ROUX S** << Structure du Squelette d'un Milieu Granulaire Modèle >> GRECO GEOMATERIAUX Rapport Scientifique 1991.
- [76] **SAWADA S, PRADHAN T B S & IWASAKI Y** << Simple shear simulations of sand using D.E.M >> Computer Method and Advances in Geomechanics, Beer, Booker & Carter (eds) Balkema, Rotterdam. 1991
- [77] **SCARPELLI G & WOOD D M** << Experimental Observations of Shear Band Patterns in Direct Shear Tests >>, IUTAM, Conference on .Deformation Failure of Granular Materials pp 485-491 - 1982

- [78] **SCHLOSSER F** << Mécanique des Sols >>, Presses de l' école nationale des Ponts et Chaussées
- [79] **SCHLOSSER F** << Influence des déformations des grains dans les milieux granulaires >> Bull. liaison labo et Ch -69 Réf 1418 -1974
- [80] **STRACK O.D.L & CUNDALL P A** <<Fundamental Studies of Fabric in Granular Materials >> Interim Report concerning NSF Grant CEE- 8310729, Sept -1984
- [81] **SZALWINSKI C M** << Flexibility of a Contact Area of an Isotropic Elastic Body >>, Journal of Applied mechanics , 62 Vol .52 March 1985
- [82] **TATSUOKA F, NAKAMURA S, HUANG C C & TANI K** << Strength Anisotropy and Shear Band in Plane Strain Tests of Sand >> Soil and Foundations, Vol 30, N° 1 pp 35-54 1990.
- [83] **THOMPSON P A & GREST G S** << Granular Flow ; Friction and the Dilatancy Transition >> Physical Review Letters, Vol 67, N° 13 Sept -1991
- [84] **THRONTON C & BARNES D J** << On the mechanics of granular material>> IUTAM, Conference on .Deformation Failure of Granular Materials Sept - 1982
- [85] **THRONTON C & RANDALL C W** << Applications of theoretical contact mechanics to solid particle system simulation >> Micromechanics of Granular Materials, edited by J.T.Jenkins and M.Satake, Elsevier Science Publishers B.V. Amsterdam -1988.
- [86] **THRONTON C & SUN G** << Axisymmetric compression of 3D polydisperse systems of spheres >> Powders & Grains 93 Balkema, Thomton (eds) Rotterdam -1993
- [87] **THRONTON C & YIN K K** << Impact of elastic spheres with and without adhesion >> Powders Technology, 65, 153-166 -1991
- [88] **UEMURA D & HAKUNO M** << Granular Assembly Simulation with Cundall's Model for the Dynamic Collapse of the Structural Foundation >> Structural Eng / Earthquake Eng. Vol 4 N° 1 Japan Society of Civil Engineers April - 1987
- [89] **VARDOULAKIS I** << Bifurcation Analysis of the Triaxial Test on Sand Samples >> Acta Mechnica 32 pp 35-54 , 1979.
- [90] **VARDOULAKIS I** << Shear Band Inclinaison and Shear Modulus Of Sand in Biaxial Tests >> Int. J. Num. Anal. Meth. Geomechanics 4 pp 103-109, 1980.
- [91] **VARDOULAKIS I GOLDCSHEIDER M & GUEHUS G** << Formation of Shear Bands in Sand Bodies as a Bifurcation Problem >> Int. J. Num. Anal. Meth. Geomechanics 2 pp 99-128, 1978.
- [92] **VARDOULAKIS I & GRAF B** << Calibration of Constitutive Models for Granular Materials with Data from Biaxial Experiments >> Géotechniques 35 N° 3 pp 299-317 1985
- [93] **WEBER J. D.** << Recherche Concernant les contraintes intergranulaires dans les milieux pulvérulents >> Bulletin Liaison Laboratoire Ponts et Chaussées n° 20 pp 301-320

[94] **YEMMAS R** << Simulation Numériques des Matériaux Granulaires >> Thèse de doctorat de l'Université de Montpellier II Dec 1993

ANNEXES

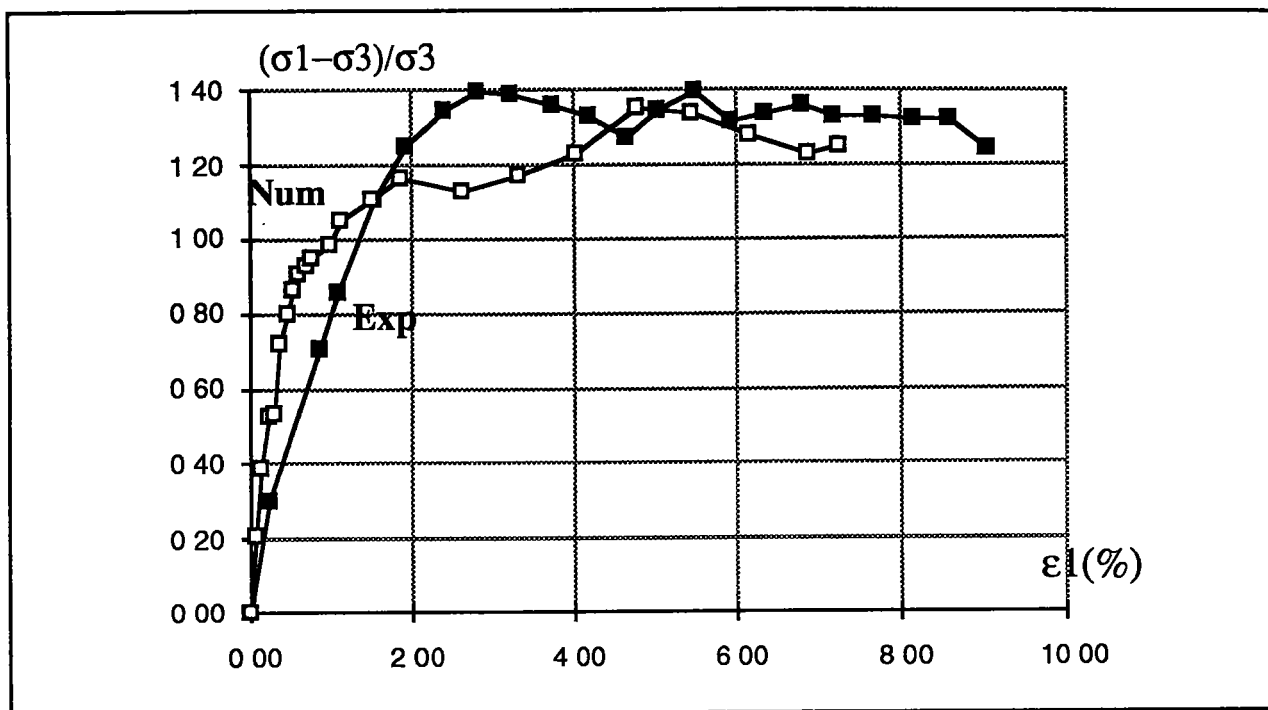


figure 6 - 1 - a : Billes 0.8 sous une contrainte de confinement de 100 kPa

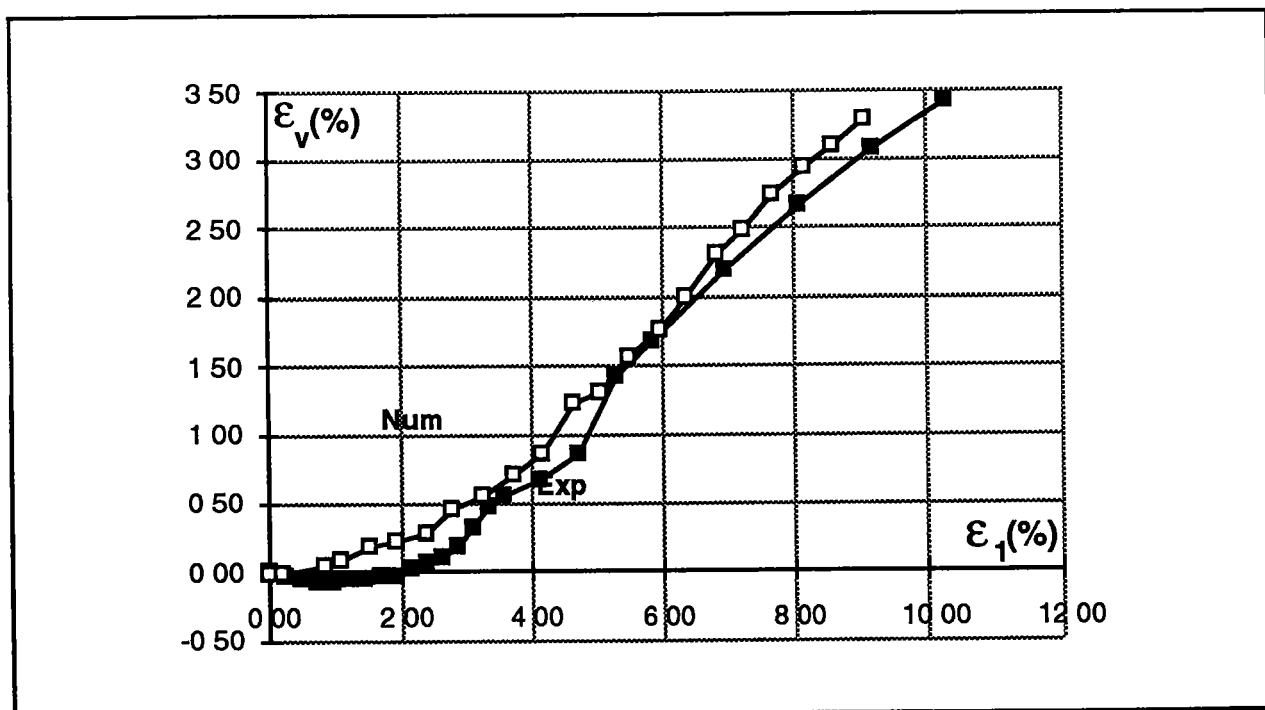


figure 6 - 1 - b : Déformation volumique des billes 0.8 à 100 kPa

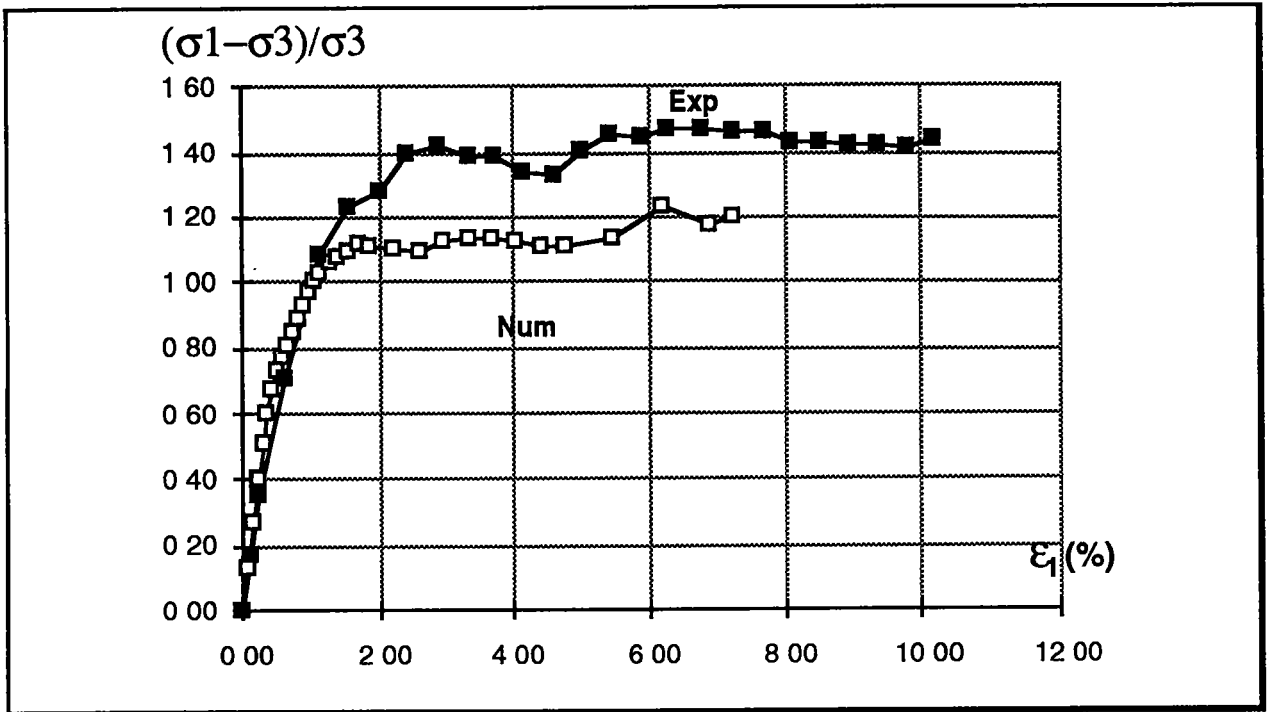


figure 6 - 2 - a : Billes 0.8 sous une contrainte de confinement de 200 kPa

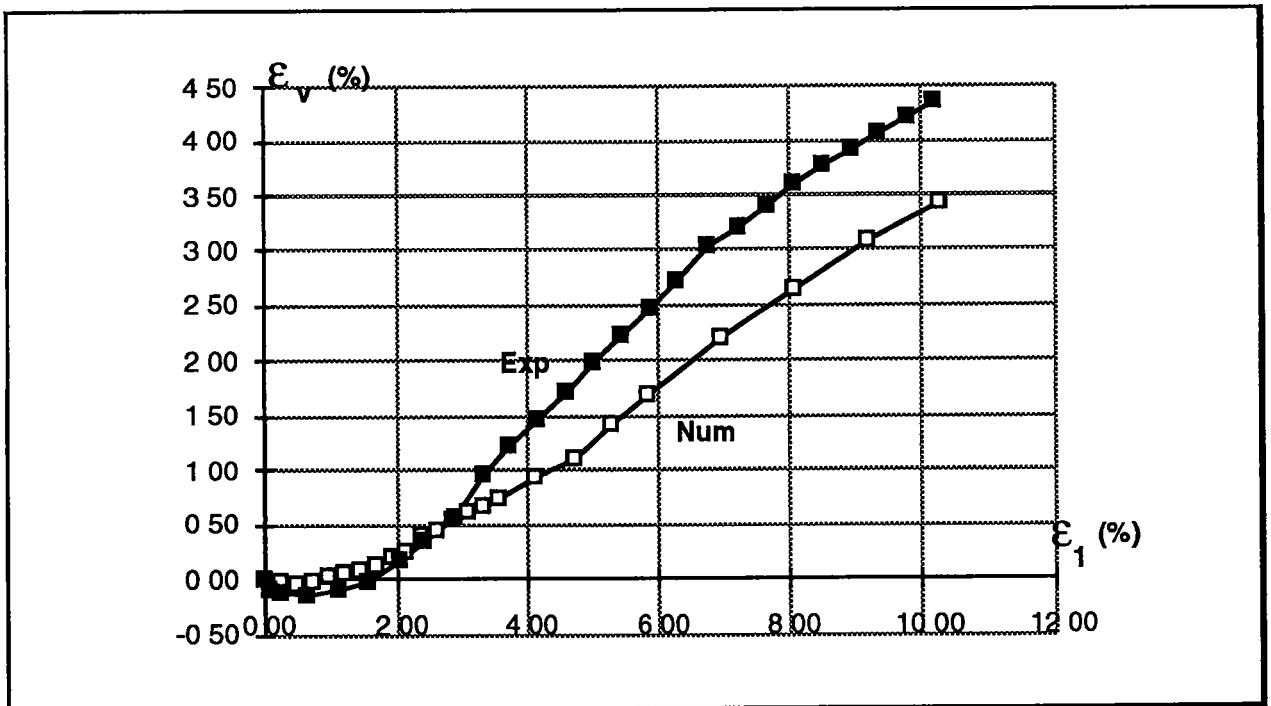


figure 6 - 2 - b : Déformation volumique des billes 0.8 à 200 kPa

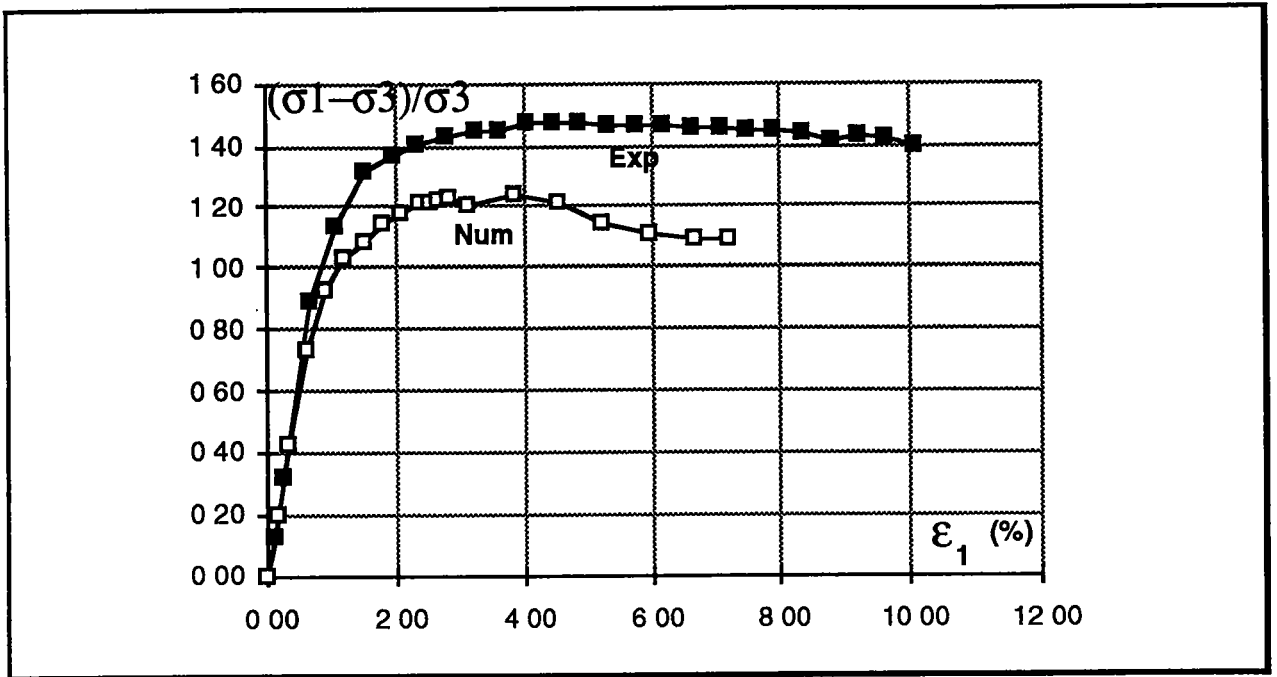


figure 6 - 3 - a: Billes 0.8 sous une contrainte de confinement de 400 kPa

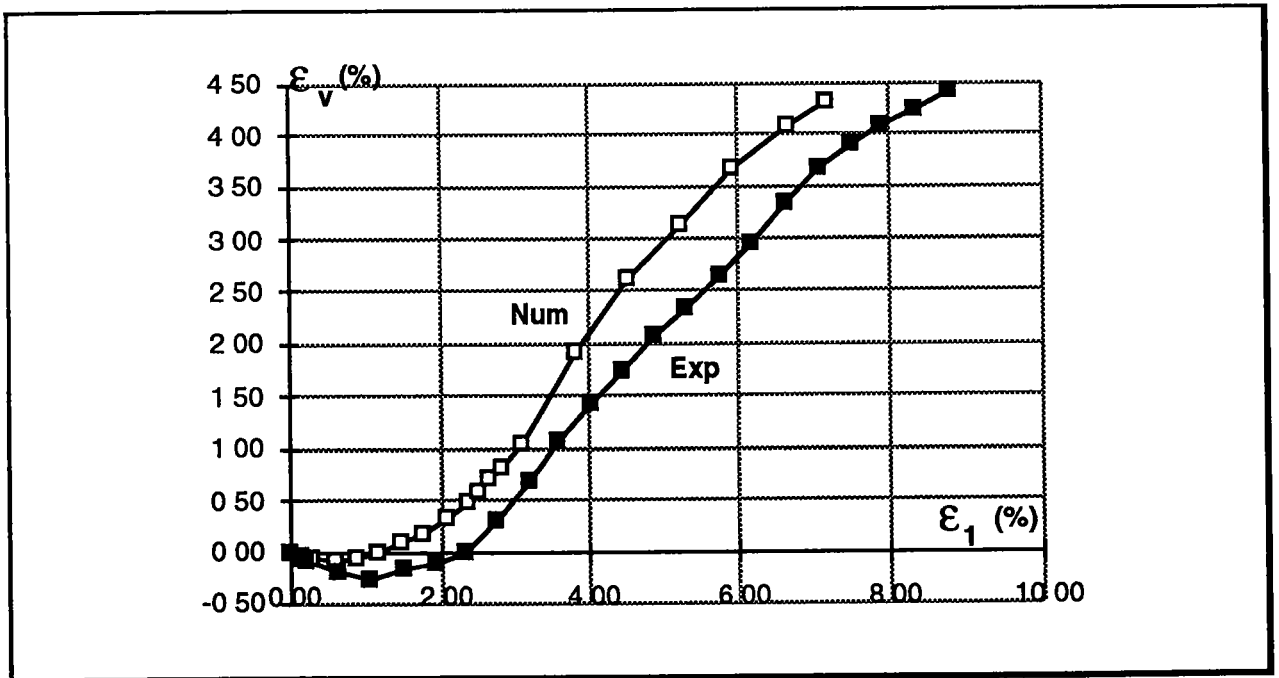


figure 6 - 3 - b: Déformation volumique des billes 0.8 à 400 kPa

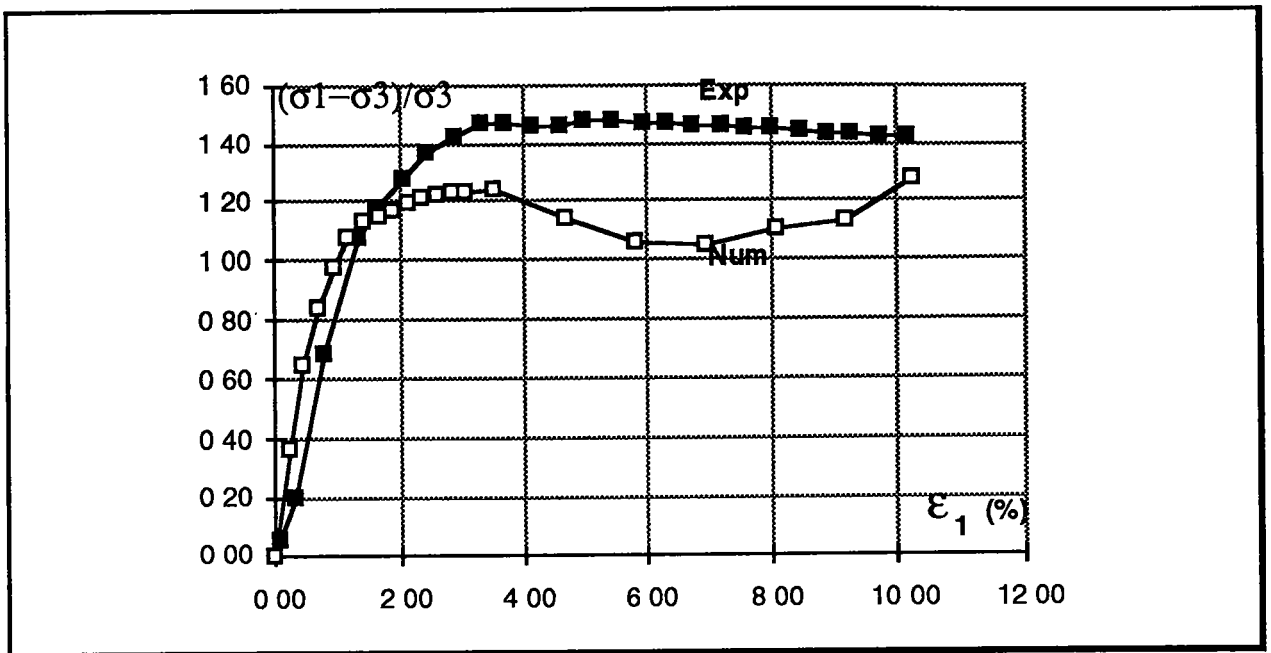


figure 6 - 4 - a : Billes 1.1 sous une contrainte de confinement de 200 kPa

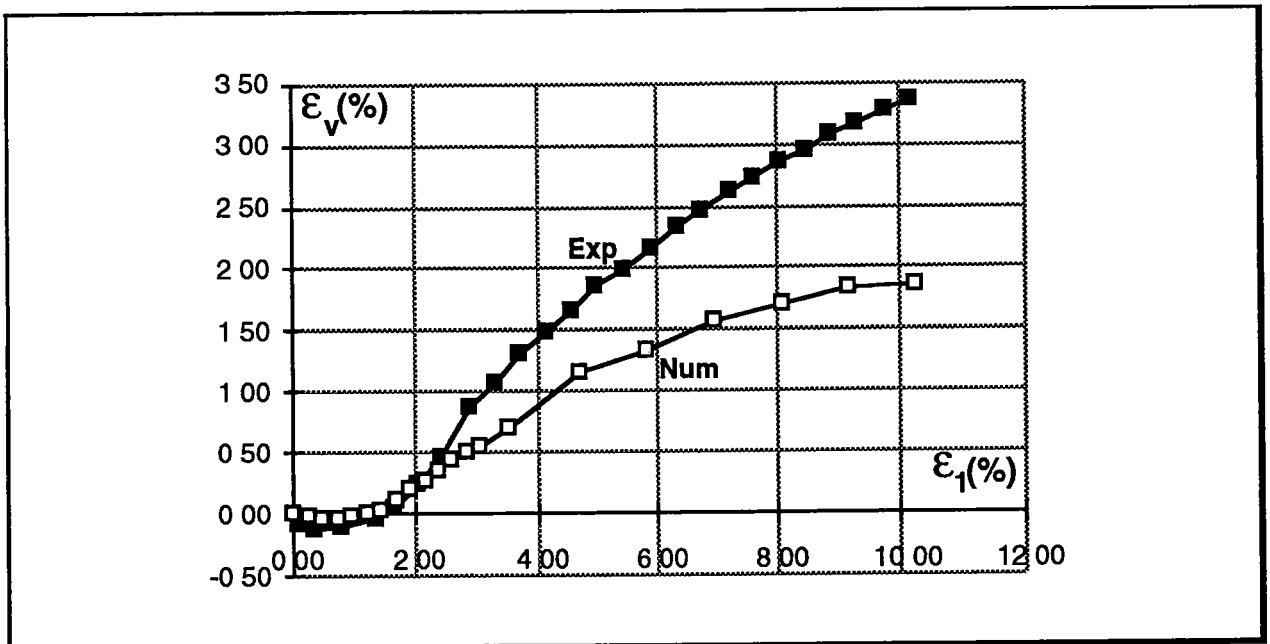


figure 6 - 4 - b : Déformation volumique des billes 1.1 à 200 kPa

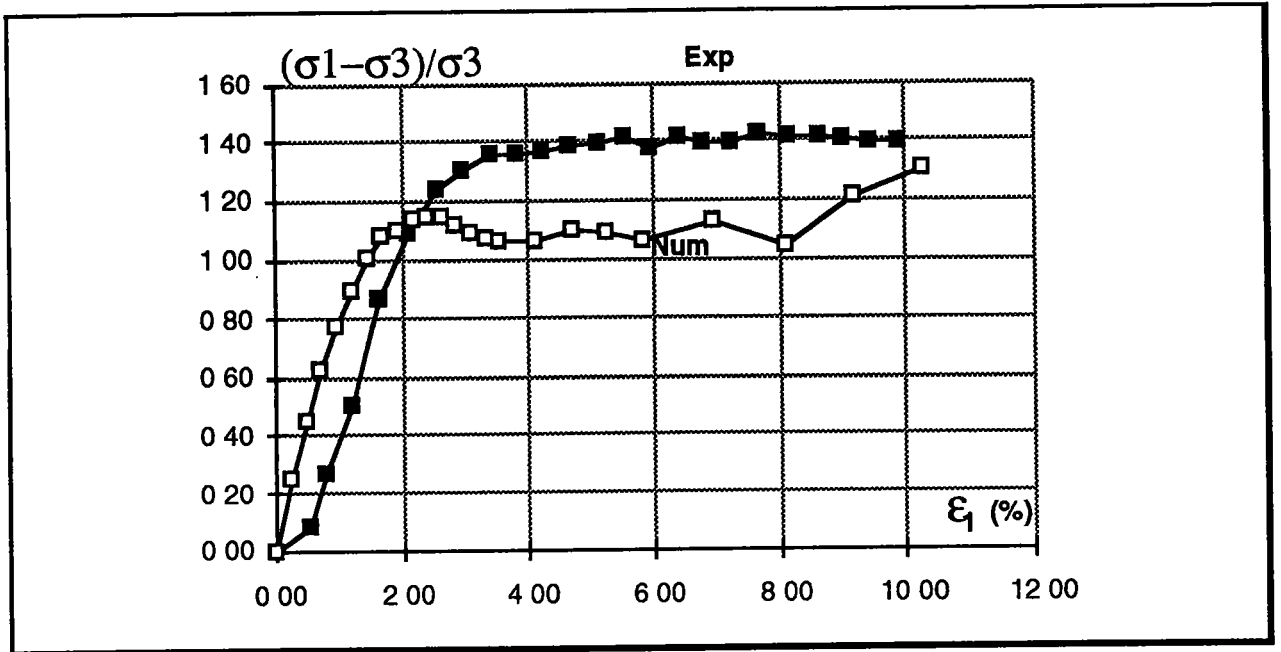


figure 6 - 5 - a : Billes 1.1 sous une contrainte de confinement de 300 kPa

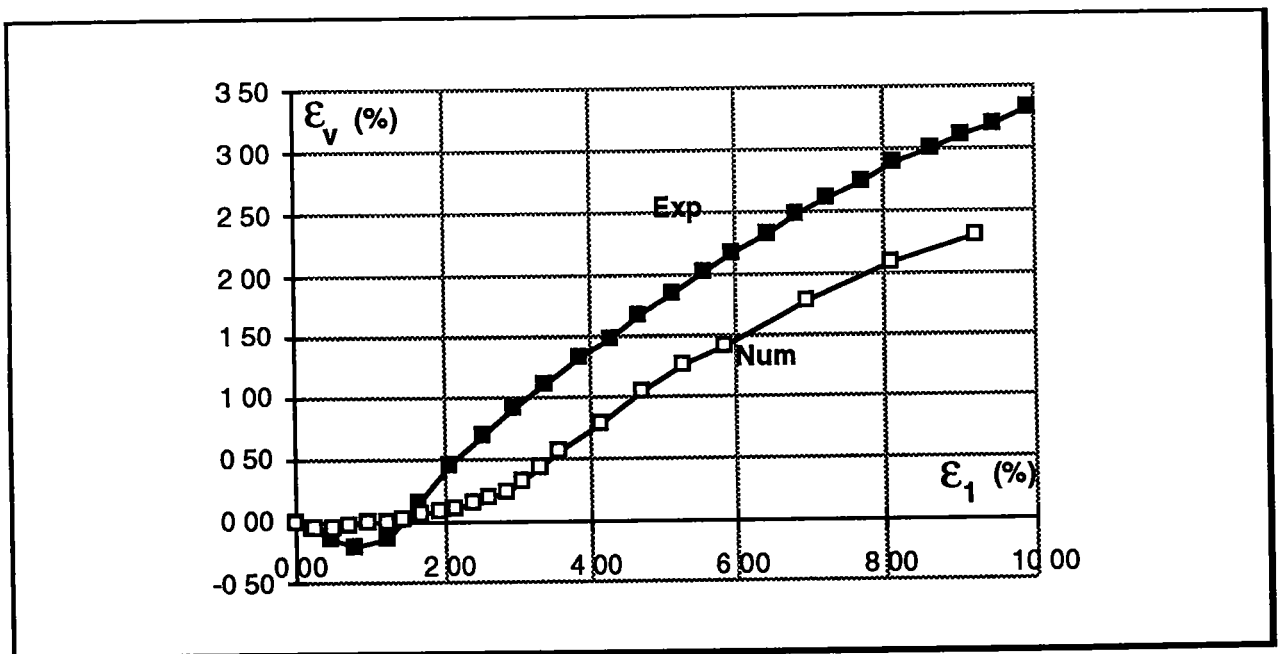


figure 6 - 5 - b: Déformation volumique des billes 1.1 à 300 kPa

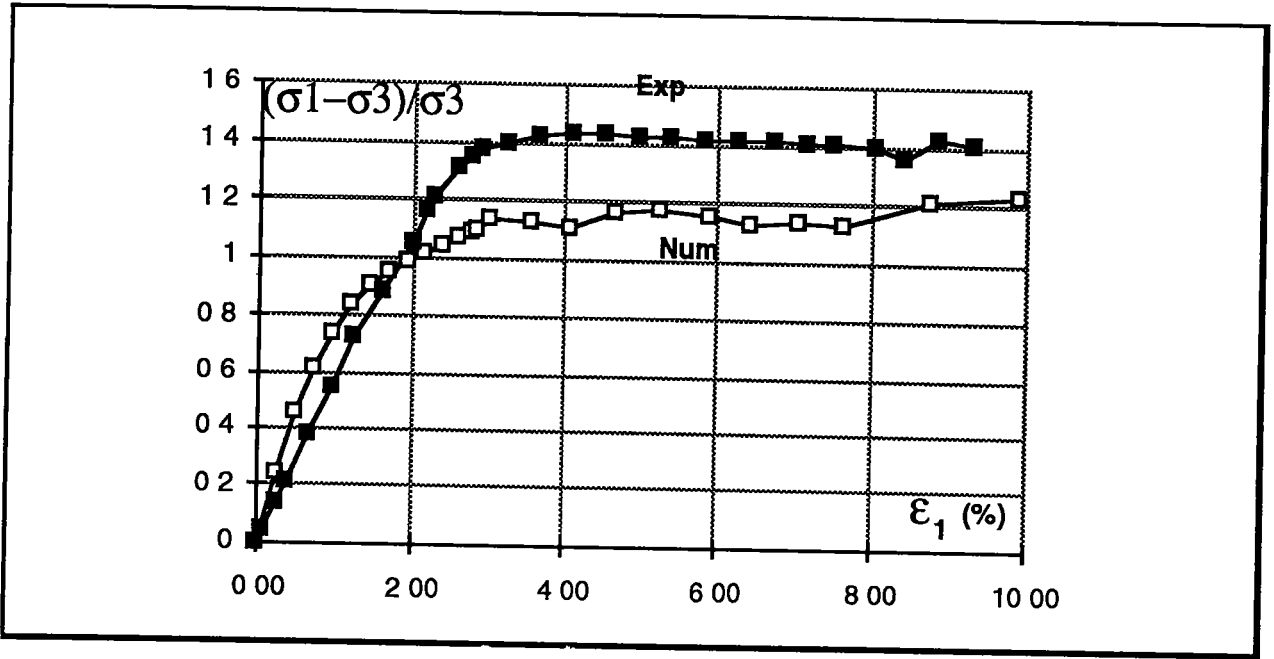


figure 6 - 6 - a : Billes 1.1 sous une contrainte de confinement de 400 kPa

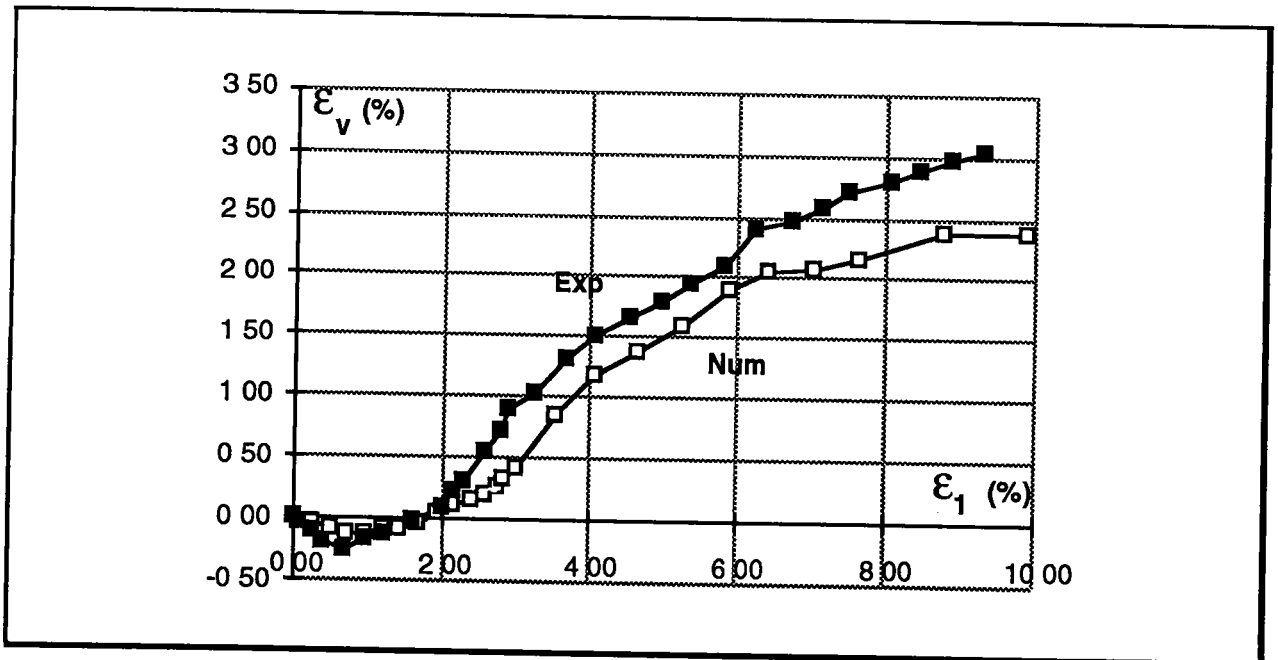


figure 6 - 6 - b : Déformation volumique des billes 1.1 à 400 kPa

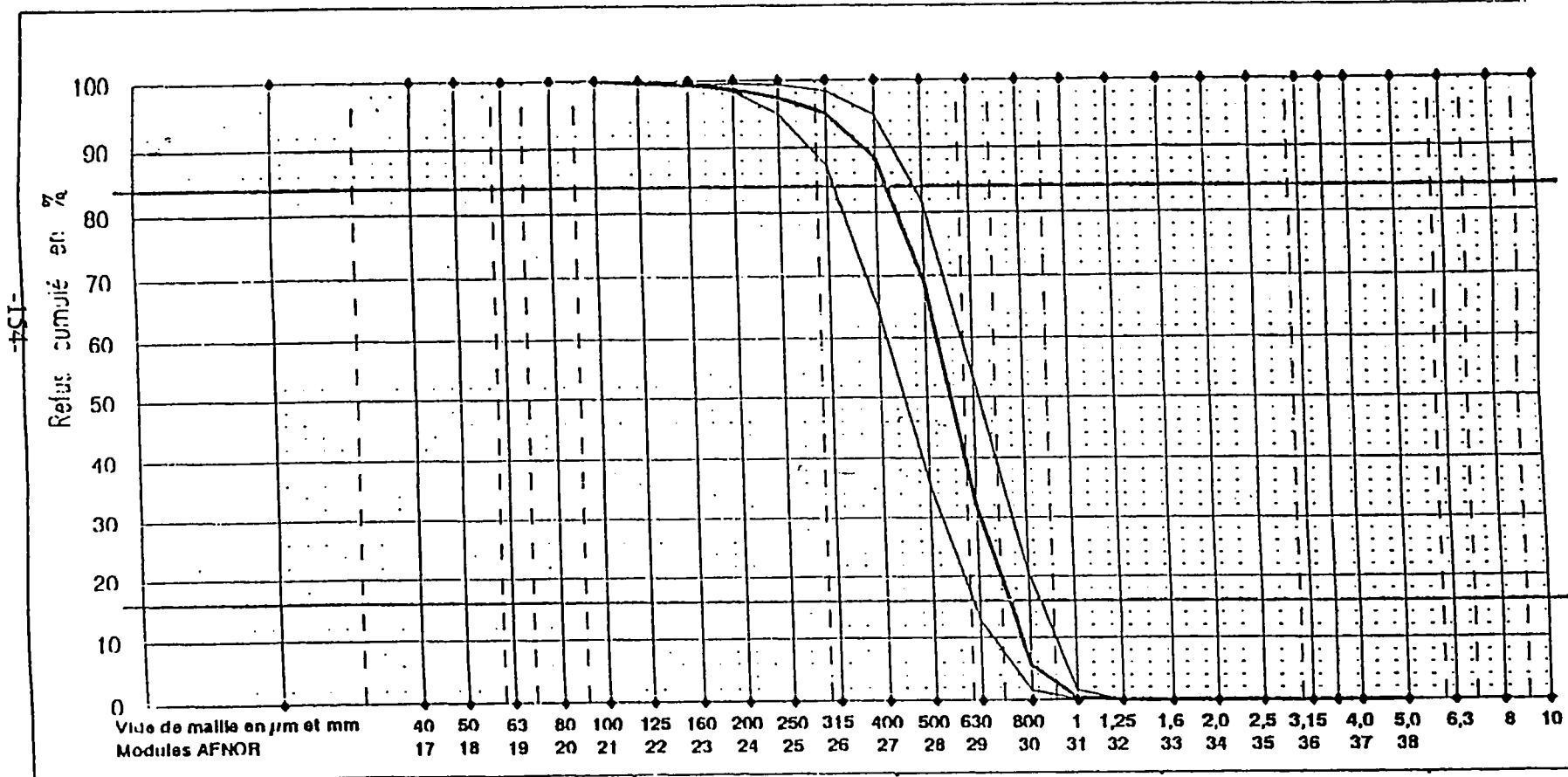
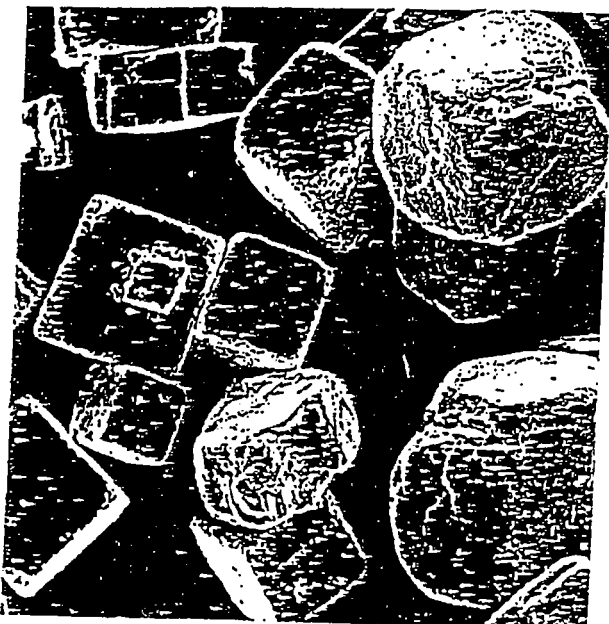


Figure 6 - 7 : Courbes granulométriques du sel

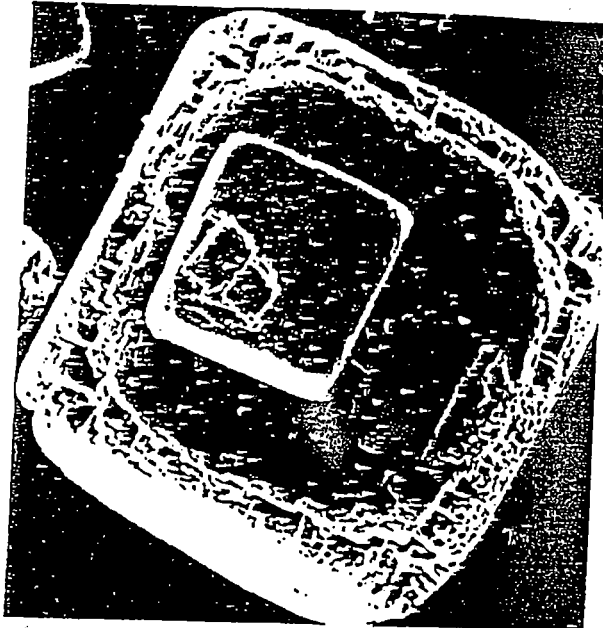
figure 6 - 8 : Grossissement d'un grain de sel

Normalement, je suis un cube parfait de grande qualité chimique mais... vu d'un peu plus près, j'ai les angles émoussés.

grossi 30 fois au microscope électronique



grossi 100 fois au microscope électronique



grossi 300 fois au microscope électronique



grossi 600 fois au microscope électronique



vu d'encore plus près, je cravasse

vu de très près, je ne sais plus... à vous de décider.

Et pourtant, je sale !...

*Photos effectuées à la Faculté
des Sciences de NANCY II.*