



HAL
open science

Etude de l'influence de la vitesse de déformation sur la dimension fractale et sur la ténacité d'un polycarbonate

Rachid Dekiouk

► To cite this version:

Rachid Dekiouk. Etude de l'influence de la vitesse de déformation sur la dimension fractale et sur la ténacité d'un polycarbonate. Sciences de l'ingénieur [physics]. Université Paul Verlaine - Metz, 1997. Français. NNT : 1997METZ023S . tel-01777209

HAL Id: tel-01777209

<https://hal.univ-lorraine.fr/tel-01777209v1>

Submitted on 24 Apr 2018

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



AVERTISSEMENT

Ce document est le fruit d'un long travail approuvé par le jury de soutenance et mis à disposition de l'ensemble de la communauté universitaire élargie.

Il est soumis à la propriété intellectuelle de l'auteur. Ceci implique une obligation de citation et de référencement lors de l'utilisation de ce document.

D'autre part, toute contrefaçon, plagiat, reproduction illicite encourt une poursuite pénale.

Contact : ddoc-theses-contact@univ-lorraine.fr

LIENS

Code de la Propriété Intellectuelle. articles L 122. 4

Code de la Propriété Intellectuelle. articles L 335.2- L 335.10

http://www.cfcopies.com/V2/leg/leg_droi.php

<http://www.culture.gouv.fr/culture/infos-pratiques/droits/protection.htm>

THÈSE

présentée à

L'UNIVERSITÉ DE METZ - E.N.I.M.

par

Rachid DEKIOUK

en vue de l'obtention du titre de

DOCTEUR DE L'UNIVERSITÉ DE METZ

Mention : Sciences de l'Ingénieur n° 7642
Intitulé : Génie Mécanique

BIBLIOTHEQUE UNIVERSITAIRE - METZ	
N° inv.	19970485
Cote	S/M3 97/23
Loc	Magasin

**Étude de l'influence de la vitesse de déformation
sur la dimension fractale et sur la ténacité
d'un Polycarbonate**

soutenue le 11 Juillet 1997, devant la Commission d'Examen :

PLUVINAGE, G.	Université de Metz	: Président
CHIEM, C.Y.	Ecole Centrale de Nantes	: Rapporteur
NAÏT-ABDELAZIZ, M.	I.U.T. "A" de Lille I	: Rapporteur
MESMACQUE, G.	I.U.T. "A" de Lille I	: Examineur
AZARI, Z.	INstitut Supérieure Et Techniques de Saint-Quentin	: Examineur
LABIBES, K.	Centre de Recherche d'ISRA	: Examineur
SHI, H.	Tsingha Université de Chine	: Invité

REMERCIEMENTS

Ce travail a été réalisé au sein du Laboratoire de Fiabilité Mécanique de l'Université de Metz. Je tiens à remercier Monsieur le Professeur **G. PLUVINAGE** pour m'avoir accueilli dans son Laboratoire et pour son aide et soutien moral et également scientifique.

Je remercie chaleureusement le Professeur **C.Y. CHIEM** de l'École Centrale de Nantes et Monsieur **M. NAÏT-ABDELAZIZ** de l'I.U.T. "A" de Lille d'avoir acceptés d'être les rapporteurs de cette thèse.

Que les membres du jury, Monsieur le Professeur **G. MESMACQUE** de l'I.U.T. "A" de Lille, Monsieur **Z. AZARI** de l'INstitut Supérieure Et Techniques de Saint-Quentin, Monsieur **K. LABIBES** du Centre de Recherche d'ISPRA, qui m'ont fait l'honneur de juger ce travail, soient ici remerciés.

Je tiens de plus à remercier, tout particulièrement, ceux qui m'ont aidé aux diverses étapes de ce travail : Monsieur **P. JODIN** pour la programmation, Monsieur **S. BAKOWSKI** pour la réalisation et l'usinage de pièces.

Mes remerciements vont aussi tout particulièrement à l'ensemble du personnel technique et administratif du Laboratoire de Fiabilité Mécanique et de l'Université de Metz. Leur contribution a été essentielle dans la réalisation de ce travail. Qu'il me soit donné ici de leur exprimer ma reconnaissance pour leur sollicitude et leur efficacité.

A Nathalie,

**A ma famille,
pour leur soutien moral et matériel.**

Glossaires

ABS	Acrylonitrile butadiène styrène
CA	Acétate de cellulose
CAB	Acétobutyrate de cellulose
CFE	Chlorofluoréthylène
EP	Epoxyde
EPF	Polyéthylène-propylène fluoré
EPDM	Ethylène propylène diène monomère
EVA	Ethylène vinyle acétate
EVOH	Copolymère éthylène-alcool polyvinyle
PA	Polyamide
PBT	Polybutylène téréphtalate
PC	Polycarbonate
PEhd	Polythylène haute densité
PET	Polythylène téréphtalate
PFE	Polyfluoréthylène
PMM	Polyméthacrylate de méthyle
POM	Poloxyméthylène
PP	Polypropylène
PPO	Polyoxyde de phénylène
PPS	Polysulfure de phénylène
PS	Polystyrène
PSU	Polysulfone
PVC	Polychlorure de vinyle
SAN	Styrène acrylonitrile

SOMMAIRE

SOMMAIRE

INTRODUCTION.....	4
PREMIERE PARTIE : ETUDE BIBLIOGRAPHIQUE	
1. REALISATION ET COMPORTEMENT DES POLYMERES.....	6
1.1. DONNEES DE BASE ET REALISATION DES POLYMERES.....	6
1.1.1. Définitions.....	6
1.1.2. Réalisation des polymères.....	7
1.1.2.1. Processus d'élaboration.....	7
1.1.2.2. Structures moléculaires.....	9
1.1.2.3. Thermoplastiques et thermodurcissables.....	10
1.1.3. Caractéristiques techniques.....	10
1.2. COMPORTEMENT DES POLYMERES AMORPHES.....	11
1.2.1. Aspects macroscopiques.....	11
1.2.2. Aspects moléculaires.....	12
1.2.3. Pourquoi l'intérêt de l'étude des sollicitations rapides?.....	13
1.2.4. Résultats expérimentaux.....	14
1.2.4.1. Grandes déformations.....	14
1.2.5. Conclusions.....	17
2. GENERALITES SUR LA MECANIQUE DE LA RUPTURE.....	18
2.1. THEORIE DE GRIFFITH.....	19
2.2. LE TAUX DE RESTITUTION D'ENERGIE LINEAIRE ET NON-LINEAIRE.....	22
2.2.1. Le taux de restitution d'énergie linéaire G	22
2.2.2. Le taux de restitution d'énergie non-linéaire \tilde{G}	23
2.3. INTEGRALE DE CONTOUR J	24
2.3.1. Définition de l'intégrale J	24
2.3.2. Conclusion.....	26
2.4. EVALUATION EXPERIMENTALE DE L'INTEGRALE J	26
2.4.1 Détermination expérimentale de l'Intégrale J	27
2.4.1.1 Méthode de BEGLEY-LANDES.....	28
2.5. LE CRITERE D'ANDREWS.....	29
2.5.1 Bases théoriques.....	29
2.5.2. Détermination expérimentale de I_c	32
2.5.3. Correction du critère d'Andrews.....	34
2.5.4. Conclusion.....	35
2.6. LE CRITERE DU TRAVAIL ESSENTIEL DE RUPTURE.....	35
2.6.1. Historique.....	35
2.6.2. Bases théoriques.....	36
2.6.3. Travail essentiel de rupture et Intégrale J	39
2.6.4. Détermination expérimentale de Γ_e	41
2.7 CONCLUSION.....	44
3. ANALYSE FRACTALE.....	45
3.1. INTRODUCTION.....	45
3.2. LA GEOMETRIE FRACTALE.....	45
3.2.1. Introduction.....	45
3.2.2. Notion de Dimension Fractale.....	46

3.2.3. Méthodes de mesure de la dimension fractale d'une surface de rupture	48
3.2.3.1 Méthodes de mesure de la dimension de courbes fractales.....	48
3.2.3.2. Méthodes de mesure de la dimension de surfaces fractales.....	51
3.2.4. Conclusion.....	52
3.3. RELATION ENTRE LA TENACITE ET LA DIMENSION FRACTALE	52
3.3.1. Vue d'ensemble.....	52
3.3.2. Quelques résultats de la littérature	55
3.4. CONCLUSION.....	60
 DEUXIEME PARTIE : ETUDE EXPERIMENTALE	
4. MONTAGE EN BARRES D'HOPKINSON	61
4.1. RAPPELS.....	61
4.1.1. Introduction.....	61
4.1.2. Bref historique.....	62
4.1.3. Propagation des ondes élastiques dans un barreau cylindrique	64
4.1.3.1. Solution générale dans le cas d'un barreau cylindrique infini.....	64
4.1.3.2. Théorie unidimensionnelle.....	65
4.1.3.2.1. Réflexion sur une interface.....	67
4.1.3.2.2. Inertie radiale	68
4.1.4. Conclusion.....	70
4.2. CALIBRATION DU DISPOSITIF DE BARRE D'HOPKINSON	70
4.2.1 Diagramme de marches	70
4.2.2 Forme de l'onde générée par l'impact d'un projectile sur une barre.....	72
4.2.3. Calibration des barres incidente et transmettrice	73
4.2.3.1. Calcul de la vitesse du projectile	73
4.2.3.2 Alignement des barres.....	75
4.2.3.3 Calibration des jauges.....	76
4.2.3.3.1 Jauges de déformation.....	76
4.2.3.3.2. Appareillage et chaîne de mesure.....	77
4.2.3.3.2.1. Appareillage.....	77
4.2.3.3.2.2. Chaîne de mesure.....	78
4.2.3.3.3. Résultats.....	78
4.2.4. Conclusion.....	81
5. ETUDE EXPERIMENTALE SUR LA DETERMINATION DE LA TENACITE D'UN POLYCARBONATE	82
5.1. INTRODUCTION.....	82
5.2. ETUDE QUASI-STATIQUE.....	82
5.2.1. Géométrie des échantillons	82
5.2.2. Machine conventionnelle de traction.....	83
5.2.3. Protocole d'essai.....	84
5.2.4. Mode opératoire et Résultats.....	84
5.2.5. Conclusions	88
5.3. ESSAI SOUS SOLlicitation DYNAMIQUE.....	88
5.3.1. Géométrie des échantillons et protocole d'expérimentation.....	88
5.3.2. Machine de traction dynamique.....	89
5.3.3. Courbes expérimentales de traction dynamique.....	95
5.4. EVOLUTION DU COMPORTEMENT EN FONCTION DE LA VITESSE DE DEFORMATION	98
5.4.1. Courbes contraintes-déformation pour chaque vitesses de déformation	98
5.4.2. Evolution du module d'élasticité.....	99
5.5. MECANIQUE DE LA RUPTURE APPLIQUE AU POLYCARBONATE.....	100
5.5.1. Détermination de la ténacité à l'aide du travail essentiel de rupture.....	100
5.5.1.1. Détermination expérimentale du travail essentiel de rupture.....	101
5.5.1.2. Résultats expérimentaux.....	102

5.5.2. Détermination de la ténacité à l'aide du critère d'Andrews.....	108
5.5.2.1. Détermination expérimentale du critère d'Andrews	108
5.5.2.2. Résultats expérimentaux.....	110
5.5.3. Détermination de la ténacité à l'aide de l'Intégrale J.....	117
5.5.3.1 Détermination expérimentale de l'Intégrale J.....	117
5.5.3.2 Résultats expérimentaux.....	118
5.6. CONCLUSIONS.....	125
6. ANALYSE FRACTALE PAR TRAITEMENT NUMÉRIQUE D'IMAGES.....	126
6.1. INTRODUCTION.....	126
6.2 RAPPELS SUR LES NOTIONS DE FRACTALES.....	127
6.3. TRAITEMENT ET ANALYSE D'IMAGES.....	128
6.3.1. Introduction.....	128
6.3.2. Image numérique.....	128
6.3.2.1. Définition d'une image.....	128
6.3.2.2. Numérisation d'une image.....	129
6.3.3. Equipements et matériels utilisés pour l'analyse et le traitement d'images.....	130
6.3.3.1. Chaîne de traitement d'images sur Macintosh.....	130
6.3.3.2 Logiciels de traitement d'image.....	131
6.4. METHODE DE CALCUL DE LA DIMENSION FRACTALE.....	132
6.4.1. « FRACTALE » : Logiciel de traitement d'images pour l'analyse fractale.....	132
6.4.1.1. Analyse spectrale.....	133
6.4.1.2. Technique et algorithmes utilisés pour le calcul de la dimension fractale.....	137
6.4.1.2.1 Acquisition et sauvegarde de l'image.....	137
6.4.1.2.2 Utilisation de Optilab™ /X 2.0.....	138
6.4.1.2.3 Utilisation de « FRACTALE ».....	138
6.5. RESULTATS.....	139
6.5.1. Influence de la longueur du ligament sur la dimension fractale.....	139
6.5.2. Influence de la vitesse de déformation sur la dimension fractale.....	142
6.5.2.1. Protocole d'expérience.....	143
6.5.2.2. Résultats.....	143
6.5.3. Influence de la ténacité sur la dimension fractale.....	144
6.6. CONCLUSION.....	145
7. RESULTATS ET DISCUSSIONS.....	146
7.1 COMPARAISON DES DIFFERENTES METHODES UTILISEES.....	146
7.1.1 Méthode de Begley-Landes.....	147
7.1.2 Critère d'Andrews modifié.....	148
7.1.3 Travail essentiel de rupture.....	148
7.1.4 Conclusions quant à l'évolution de ces différentes méthodes.....	149
7.2 EVOLUTION DE LA TENACITE EN FONCTION DE LA VITESSE DE SOLlicitATION.....	149
7.2.1 Mécanisme moléculaire de déformation.....	150
7.2.2 Résultats de la littérature.....	152
7.2.3. Conclusion.....	156
7.3. ANALYSE FRACTALE.....	156
7.3.1. Est-ce que la surface de rupture est un objet fractale ?.....	157
7.3.2. Relation entre la dimension fractale et l'exposant spectral α (traitement de signal).....	158
7.3.3. Mesures rugosimétriques ou dimension fractale.....	158
8. CONCLUSION GÉNÉRALE.....	160
REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES.....	162
ANNEXES.....	169

INTRODUCTION

INTRODUCTION

Au cours des années à venir, plus de 90% des matières plastiques seront utilisées dans l'aviation, l'aéronautique, l'aérospatiale, etc... Plus particulièrement le Polycarbonate, dont l'histoire de Laboratoire remonte au siècle dernier (vers 1898), a une performance supérieure à la moyenne et il est utilisé entre autre pour produire les casques spatiaux des astronautes et surtout les boucliers pare-balles.

Du fait de leurs utilisations aussi diverse, de telles fissures peuvent, dans certains cas, être préjudiciables au bon fonctionnement des boucliers, des casques spatiaux etc... Il est donc primordial, pour évaluer les risques, de calculer les défauts admissibles et il semble tout à fait naturel de faire appel à la mécanique de la rupture.

De part la nature viscoplastique de ce type de matériau, ses propriétés mécaniques sont très sensible à certains paramètres physiques, telles que la températures, la pression où la vitesse de déformation. Ce dernier paramètre est d'ailleurs d'une importance non négligeable, étant données les sollicitations diverses auxquelles est soumis le produit (une balle tiré sur un bouclier, un choc etc...).

Dans le cas des matériaux fragiles à comportement linéaire élastique, la relation existant entre les conditions critiques locales et les grandeurs mesurées est univoque et fait appel à la notion de facteur d'intensité de contraintes. Pour des matériaux à comportement dissipatif cette relation devient plus complexe. Par habitude on les aborde par les notions énergétiques. C'est l'étude de ces notions et de leurs utilisations pour la caractérisation de matériaux à comportement viscoplastique qui fait l'objet de ce travail.

Le but de ce travail, dans un premier temps, est d'essayer de dégager un critère pour caractériser la rupture d'un polycarbonate sous sollicitation dynamique en s'appuyant sur les bases de la mécanique de la rupture, dans un deuxième temps, d'essayer de caractériser la surface de rupture par un indice permettant de la corrélérer avec la ténacité en utilisant les techniques de traitement d'images. Justement, la rupture des matériaux génère des surfaces dont la morphologie est directement dépendante des mécanismes qui mènent le matériau d'un état sain à sa décohésion complète. La fractographie quantitative est la science qui analyse la morphologie des surfaces de rupture pour en extraire des renseignements aussi précis que possible sur ces mécanismes de rupture. L'hypothèse de base de la fractographie quantitative est la suivante : chaque mécanisme de rupture affecte la forme finale de la surface de rupture, de sorte que ces mécanisme peuvent donc être déduits par une analyse topographique adéquate.

Cela nous a amenés, tout d'abord, d'étudier et de mettre au point un dispositif expérimental de traction par choc (système de barres d'Hopkinson) pour évaluer

expérimentalement les valeurs critiques de paramètres caractérisant la rupture de ce matériau. Dans un second temps, de concevoir un programme, en utilisant l'analyse fractale associée aux techniques de traitements d'images, permettant de caractériser la surface de rupture par une dimension fractale.

Dans une première partie bibliographie :

-le chapitre 1 fait un rappel bref de quelques-unes des particularités de processus de déformation et de rupture des polymères en passant par la réalisation des polymères.

-le chapitre 2 a pour but de rappeler les théories de rupture en utilisant principalement les divers critères énergétiques globaux.

-le chapitre 3 concerne la géométrie fractale. Dans un premier temps nous introduirons cette nouvelle géométrie en montrant son but et en expliquant les concepts nouveaux qui lui sont liés. Dans un second temps nous développerons plus amplement la notion de dimension fractale en partant de sa définition mathématique et en l'appliquant à un exemple. Dans un troisième temps nous décrirons les méthodes de mesure de la dimension fractale d'une surface de rupture. Le quatrième temps concerne la relation entre la dimension fractale et la ténacité.

Dans la seconde partie expérimentale :

-le chapitre 4 rassemble, tout particulièrement, la calibration et la description du dispositif expérimental réalisé pour l'étude des grandes vitesses de déformations en passant par un bref historique des barres d'Hopkinson.

-le chapitre 5 présente nos résultats d'essais réalisés pour 6 vitesses de déformations. Préalablement, nous décrirons les dispositifs expérimentaux utilisés pour les essais à vitesses de déformation lentes et rapides. Ces résultats expérimentaux sont interprétés à l'aide des divers critères énergétiques globaux (Intégrale J, Andrews et principalement le travail essentiel de rupture).

-le chapitre 6 présente le programme réalisé pour le calcul de la dimension fractale à l'aide des techniques de traitement d'images et regroupe divers résultats sur la dimension fractale de la surface de rupture.

-le chapitre 7 regroupe résultats et discussions. La première discussion propose une réflexion sur les méthodes de détermination de la ténacité, telles que celles utilisées dans le chapitre 3. Une méthode de détermination originale est proposée dont l'intérêt est de séparer clairement les effets de la géométrie des éprouvettes utilisées. La seconde discussion repose sur la réflexion de l'analyse fractale de la rugosité des surfaces.

-le chapitre 8 rappellera l'ensemble des conclusions relatives à ces différentes études et les différentes perspectives qui peuvent en découler.

PREMIÈRE PARTIE :
ÉTUDE BIBLIOGRAPHIQUE

Chapitre 1 :

Réalisation et comportement des polymères

1. REALISATION ET COMPORTEMENT DES POLYMERES

1.1. Données de base et réalisation des polymères

1.1.1. Définitions

Une matière plastique est un mélange contenant une matière de base, susceptible d'être moulée ou qui a été moulée. La matière de base est en général un mélange de macromolécules ou hauts polymères organiques ou semi-organiques à caractère résineux, résultant le plus souvent d'une réaction naturelle ou artificielle de polycondensation ou de polymérisation (c'est à dire de plusieurs molécules d'un composé pour former une grosse molécule).

Les matériaux de synthèse comportent les plastiques proprement dits (ou plastomères) diffusés le plus souvent à l'état de produits moulés, les fibres textiles issues de polymères (celles provenant de la cellulose sont dites artificielles), les élastomères, à l'exclusion du caoutchouc naturel (hévéa).

Les matières plastiques elles-mêmes regroupent les plastiques de synthèse et les plastiques artificiels : cellulosiques (ces derniers sont devenus d'un usage marginal). On peut estimer que les plastiques ou fibres artificielles sont issus de produits polymérisés par la nature (le qualificatif *naturel* est peu significatif puisque tous les matériaux viennent en fait de la nature). Parmi les plastiques au sens restrictif, on distingue deux cas :

Les plastiques utilisés à l'état homogène :

-*Les plastiques concrets*, qui après transformation donnent des produits en forme,

-*Les plastiques en émulsion ou dissolution* servant à la fabrication des peintures, vernis, colles, liants et adhésifs (qui représentent environ 15 % de l'ensemble des plastiques).

Les plastiques employés de façon hétérogène :

-*les complexes*, lesquels résultent de l'association en couches de films ou feuilles de plastiques différents ou d'autres matériaux tels que l'aluminium ou le papier. Ceci de façon à additionner les caractéristiques positives de chacune des couches. Leur utilisation essentielle concerne l'emballage.

-*Les composites* au sens propre sont des plastiques chargés ou renforcés.

Cependant, l'usage veut qu'on ne retienne dans le groupe composites que ceux comportant des charges filamenteuses qui jouent alors le rôle de renfort (à l'exemple du fer dans le béton armé).

-Les *sandwiches* s'apparentent par leur géométrie à des complexes épais, mais sont en fait constitués par des éléments composites. Ils peuvent être soit à base totalement plastique (stratifié+ mousse), soit mixtes (stratifié + nid d'abeille d'aluminium).

1.1.2. Réalisation des polymères

1.1.2.1. Processus d'élaboration

Les substances de base nécessaires à l'élaboration des matières plastiques peuvent à priori, être choisies dans les trois règnes de la nature :

- le règne animal,
- le règne végétale,
- et surtout dans le règne minéral,

C'est dans ce dernier règne qu'on a obtenu la première matière thermodurcissable, la «bakélite», qui a donné naissance à la famille des *phénoplastes*, puis longtemps après le premier thermoplastique de synthèse, le *polychlorure de vinyle*, et enfin la plupart des matières plastiques importantes.

Ce sont en effet les matières issues de la synthèse minérale qui représentent l'essentiel des plastiques, car leur cycle de production, à partir du pétrole est plus court et mieux contrôlé (insensibilité aux bonnes ou mauvaises récoltes), de plus les produits offrent en général des performances meilleures, d'où une compétitivité plus forte des "synthétiques" sur les "artificiels". C'est dans ce domaine qu'est actuellement axée la recherche et c'est de lui que viendront les développements futurs.

On remarquera que, quel que soit le règne d'origine, on retrouve souvent les trois éléments de base -carbone, hydrogène, oxygène- dans les corps de la famille des plastiques, c'est-à-dire les mêmes éléments que ceux qui composent la matière vivante. Il est donc faux de prétendre que ces matériaux nous sont hostiles. Ils sont, en fait, plus près de nous que les métaux ou le verre (sur le même plan que le papier ou le bois).

Actuellement, les matières plastiques sont essentiellement produites à partir de la pétrochimie qui a pris la relève de la carbochimie. On opère en suivant le cycle donné par la figure suivante :

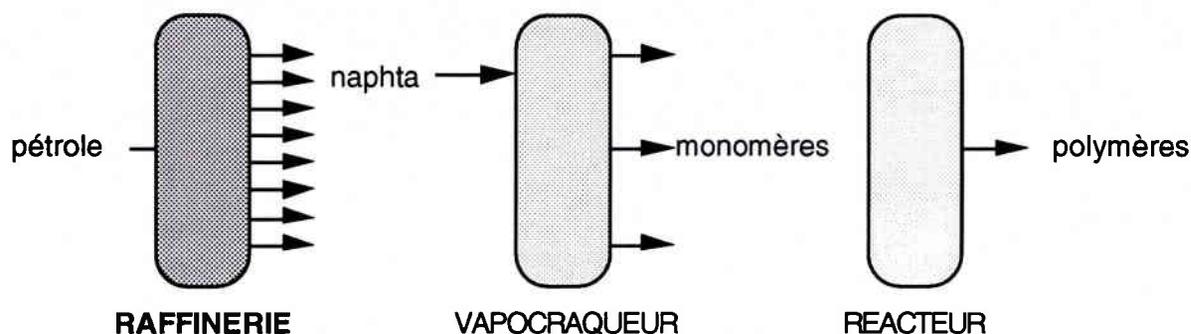


Figure 1.1: Grandes étapes de fabrication des plastiques.

Les producteurs de matières plastiques s'approvisionnent en naphtes auprès des raffineries de pétrole (généralement le site est commun). A partir de ceux-ci il prépare par vapocraquage (ou reformage) les grands intermédiaires de la pétrochimie, dont les monomères qui sont la base même des produits plastiques. Ces monomères sont ensuite transformés sous l'effet de pression, température, catalyseurs... en polymères ou polycondensats qui constituent alors les matières plastiques proprement dites, que l'on utilisera dans la transformation.

Dans la chimie des matières plastiques, le produit de base mis en oeuvre par les producteurs est appelé monomère puis polymère par transformation de celle-ci. Les moyens de transformations sont les suivants :

Polymérisation : c'est une transformation, à partir de molécules de base identiques, qui s'effectue rapidement et sans résidus, sous pression et température, par amorçage radicalaire ou ionique, par rayonnement, avec utilisation de catalyseurs appropriés, ou sous l'effet conjugué de plusieurs de ces facteurs. On aboutit alors à un polymère se présentant sous forme d'une macromolécule à chaîne linéaire dans laquelle le motif structural de la molécule de base est répété plusieurs milliers de fois (accrochés l'un après l'autre comme les wagons d'un train). Si l'on opérerait à partir de monomères différents, on obtiendrait alors un copolymère.

Polycondensation : réaction sans amorçage, entre des molécules de base différentes. Elle est plus lente que précédemment et donne un résidu (généralement de l'eau : condensation, parfois de l'ammoniaque ou hydracides). Le produit résultant est un polycondensat qui se présente sous forme d'un réseau linéaire ou tridimensionnel dans lequel le motif structural de la molécule est répété seulement quelques centaines de fois. C'est donc une macromolécule de taille plus réduite que celle obtenue par polymérisation. Exemples : PC, PET, PA (cf. glossaire).

Polyaddition : réaction avec amorçage et sans résidu, consistant en l'addition successive des molécules monomères sur une molécule initiatrice. L'exemple type, et pratiquement le seul actuellement, est celui de la formation de polyuréthanes par polyaddition de diamines sur des diisocyanates. C'est aussi un des rares cas où le transformateur opère à partir de monomères pour fabriquer le produit fini. On espère, dans l'avenir, pouvoir développer ce procédé pour d'autres types de polymères.

1.1.2.2. Structures moléculaires

D'une façon générale, les propriétés physiques d'une matière première sont données par l'intensité et l'ordonnement des groupements moléculaires (forces de liaison). Aussi, le matériau sera d'autant plus résistant que les chaînes seront longues et les points de raccords nombreux.

Les atomes extérieurs par contre, définissent les propriétés chimiques du matériau.

Par conséquent :

-les chaînes peuvent être linéaires et denses, conférant au produit une certaine rigidité ou ramifiées, moins denses et plus souples;

-les réseaux tridimensionnels sont en quelque sorte des chaînes réticulées par pontage donnant une meilleure tenue de la structure en température.

Il existe deux classes de polymères : les polymères amorphes et cristallins qui donnent également des caractéristiques différentes (cf tableau 1.1).

	Molécule	Caractéristiques	Polymères
Amorphes	inorganisées : Chaînes très ramifiées, désordonnées ou pelotes	<ul style="list-style-type: none"> • faible retrait, stabilisé dimensionnelle • tenus au fluage et au choc • résistance mécanique dépendante de la température • difficile à étirer (peu de fibre ou de film) • plage de ramollissement, grande fluidité • cycle rapide 	PS-SAN ABS PMM PC PPO-PSU-PPS PVC (état intermédiaire) (cf. glossaire)

Cristallines	organisées : alignées, ordonnées, symétriques	<ul style="list-style-type: none"> • tenue chimique (en particulier aux hydrocarbures et solvants) • résistance à la fatigue dynamique • bonnes propriétés d'écoulement (possibilité de fibre ou de film) • point de fusion franc • faible coefficient de friction • moindre déformation sous température 	PEhD, PP PET, PBT PA, POM, PFE
--------------	---	---	--

Tableau 1.1 : Caractéristiques différentes selon l'organisation de la molécule.

1.1.2.3. Thermoplastiques et thermodurcissables

Lorsque l'on chauffe un corps macromoléculaire à structure linéaire, il se ramollit. Au contraire, il se fixe si on le refroidit et l'opération est réversible. On a alors un produit thermoplastique (plastique sous action thermique) ou plastomère [1.1].

La transformation d'un tel produit nécessitera, après réchauffage préalable et mise en forme, d'opérer dans un moule refroidi pour le fixer. Par ailleurs, les déchets éventuels seront récupérables puisque le phénomène est réversible.

Au contraire, si on élève la température d'un corps macromoléculaire se présentant sous l'aspect d'un réseau tridimensionnel, on fixera le produit dans sa forme chauffée. La chaleur renforçant les liaisons existantes rigidifie définitivement le produit et le phénomène est alors irréversible (liaison de pontage). Le corps est dit thermodurcissable (durcissant à la chaleur) ou duromère. La mise en oeuvre s'opérera dans un moule chauffé par différences aux thermoplastiques et les chutes éventuelles seront perdues.

1.1.3. Caractéristiques techniques

Nous n'allons pas donner dans ce paragraphe toutes les caractéristiques des différentes familles des matières plastiques (thermoplastiques et thermodurcissable) mais essentiellement le matériau qu'on utilise : le Polycarbonate.

Le tableau 1.2 , ci-dessous, résume les propriétés moyennes (physiques et mécaniques).

<i>Propriétés</i>	<i>Unités</i>	<i>Polycarbonate (PC)</i>
Masse volumique	g/cm ³	1,20
Transmission de la lumière	%	88
Contrainte à rupture (23°C)	MPa	67
Allongement à rupture (23°C)	%	>110
Module de traction	MPa	2430

Tableau 1.2 : Propriétés mécaniques du Polycarbonate.

1.2. Comportement des polymères amorphes

Leur structure macromoléculaire induit des processus de déformation et de rupture particulier et diversifiés. Leurs propriétés mécaniques dépendent aussi bien des paramètres moléculaires (structure chimique de la chaîne) que du type d'agrégats (orientation, enroulement et enchevêtrement des chaînes). Les techniques d'élaboration conditionnent à leur tour ces paramètres grâce à des mécanismes physico-chimique, thermiques, mécaniques...

Ceci révèle la richesse et en même temps la complexité des phénomènes mécaniques, de rupture en particulier, qu'on a pu observer sur ces matériaux.

La durée du chargement et la température constituent les principaux facteurs expérimentaux influant sur leurs comportements à la rupture. Les mécanismes mis en jeu dans certaines combinaisons de ces facteurs peuvent être totalement différents[1.2].

1.2.1. Aspects macroscopiques

La nature viscoélastique des polymères est une difficulté supplémentaire au niveau de la rupture tant sur le plan théorique que sur le plan expérimental.

Sur le plan théorique, en viscoélasticité linéaire, les problèmes de chargement dynamique présentent surtout des difficultés d'ordre pratique. Formellement, il suffit de résoudre le problème élastodynamique correspondant (principe de correspondance[1.3]).

Quand les sollicitations sont brèves et la rupture fragile, ces études supplémentaires ne sont pratiquement plus justifiées car les effets viscoélastiques sont négligeables. Pour cette raison, certains polymères (PMMA, Homalite...) sont plus souvent utilisés pour les études à rupture dynamique[1.4].

La vitesse de déformation $\dot{\epsilon}$ agit aussi bien sur la ténacité que sur les propriétés mécaniques telles que le module d'Young (E) et la limite élastique (R_e)[1.5].

Remarquons à ce sujet les variations opposées, en fonction de $\dot{\epsilon}$, que peuvent avoir les différentes ténacités (K_{Ic} , G_{Ic} , Γ_e , I_c) lorsque le module d'Young E est fortement modifié, d'où la nécessité de préciser le type de ténacité considérée.

La vitesse de déformation est, en général, calculée approximativement en faisant abstraction de la fissure. Cette règle est dictée par un souci de normalisation. En réalité, le non uniformité du champ de déformation, et par conséquent de la vitesse de déformation, au voisinage du sommet de la fissure suggère des études complémentaires. Pour les matériaux ayant une forte viscoélasticité (perergol par exemple), on montre que l'interprétation des caustiques pour le calcul de K_{Ic} , en termes d'élasticité linéaire n'est pas suffisante ; une technique tenant compte de l'histoire des contraintes est proposée.

D'autres part, la propagation instable de la fissure engendre, au voisinage de celle-ci, un accroissement de la vitesse de déformation. Sur le PMMA par exemple, Bauwens-crowet[1.6] a observé que les variations locales du module d'Young influencent surtout la distribution des déformations.

Aux grandes vitesses de chargement, les propriétés mécaniques peuvent être affectées par un accroissement de la température en fond de fissure[1.12]. Il y a lieu de signaler des évolutions de la ténacité, en fonction de $\dot{\epsilon}$, liées aux conditions adiabatiques.

Les craquelures :

Le phénomène de craquelure (microfissures dont les faces sont reliées entre elles par des fibrilles) observé sur plusieurs polymères conditionne le comportement à la rupture. Il peut être, en effet, à l'origine d'une rupture fragile quand il est localisé ou, au contraire, si la zone craquelée est importante, peut favoriser des déformations plastiques entraînant un comportement plus ductile. Une riche bibliographie est consacrée à ce phénomène aux faibles vitesses de déformations [1.7, 1.13-1.17].

1.2.2. Aspects moléculaires

Si on considère le phénomène physique de la rupture, on s'aperçoit que la création de nouvelles surfaces correspond en fin de compte à la destruction des liaisons interatomiques et des liaisons secondaires. Ceci étant précédé par des glissements, des rotations et des

réorientations des segments de chaînes ainsi que d'une déformation des éléments substructuraux des macromolécules constituant les chaînes.

On serait tenté de classer les mécanismes intervenant jusqu'à rupture en trois catégories:

- a - déformation au niveau des liaisons chimiques (déformation instantanée « élasticité »),
- b - mouvement relatif des segments de chaînes (viscoélasticité, plasticité « déformation permanente »),
- c - scissions des liaisons (rupture).

Cette classification est schématique car les frontières entre ces différentes catégories ne sont pas aussi nettes et les processus indiqués n'ont pas toujours lieu, chronologiquement, dans cet ordre, du moins à partir d'observations macroscopiques. D'autre part, la nature du matériau et les conditions expérimentales peuvent favoriser telle ou telle catégorie de processus.

Les contraintes moléculaires locales (en tête de la fissure) peuvent être relaxées par glissement ou enroulement des molécules ; cette redistribution des contraintes, relativement lente, intervient lors de chargements quasi-statiques et peut expliquer l'importante ténacité relative de certains polymères. Quand la vitesse de déformation augmente, ce mécanisme est de moins en moins sollicité. Par exemple, il a été observé sur des fibres de polyamide, que la vitesse de formation de radicaux libres décroît quand la vitesse de déformation augmente et ce, sur le même intervalle de déformation. D'autre part, la concentration de radicaux libres dans les fibres rompues croît avec la vitesse de déformation[1.7]. A partir de ces deux constatations, nous pouvons retenir les points suivants :

- les scissions moléculaires peuvent avoir lieu avant toute rupture macroscopique observable (polyamide, polycarbonate [1.8]),
- le nombre de scissions (par unité de volume par exemple) n'est pas une caractéristique de la rupture totale d'un matériau mais dépend de l'histoire de la déformation.

1.2.3. Pourquoi l'intérêt de l'étude des sollicitations rapides?

L'étude de la rupture des polymères aux grandes vitesses de déformation a un intérêt pratique et fondamental. L'intérêt pratique et immédiat concerne les procédés de fabrication ainsi que les possibilités d'application industrielle du matériau étudié dans l'environnement particulier des chargements rapides. Le deuxième aspect revêt une importance plus générale et peut fournir des informations complémentaires sur les processus de rupture déjà étudiés à faibles vitesses.

Pour les vitesses faibles ou intermédiaires, les mécanismes mis en jeu sont nombreux et leur importance relative dépend aussi bien du matériau que de la vitesse de déformation. Aussi, l'étude des cas extrêmes (chargements très lents tel que le fluage où $\dot{\epsilon}$ est inférieurs à 10^{-6}s^{-1} ; chargements rapides où $\dot{\epsilon}$ est supérieure à 100s^{-1}) constituent un moyen de découpler partiellement les différents types de mécanismes.

La rupture par fluage (ou fatigue statique) est précédée d'une réorientation des chaînes et de la rupture des liaisons surtout secondaires. La durée de vis du matériau, dans ces conditions, a pu être corrélée à la ténacité K_{Ic} obtenue en quasi-statique et au facteur de perte viscoélastique[1.10] . Le fluage conduit en fait le matériau vers un état critique où les chaînes macromoléculaires sont soumises à des efforts suffisants pour provoquer leur rupture. Ce type de rupture, fréquent sur élastomères, peut être limité en multipliant les noeuds chimiques et réalisant ainsi des réseaux.

Aux grandes vitesses de déformation, la contrainte imposée est transmise le long des segments de chaînes beaucoup plus par déformation de ces derniers que par mouvement relatif. Les tests dynamiques présentent l'intérêt de solliciter principalement les liaisons chimiques. Dans notre esprit, cette situation est presque semblable à l'état critique atteint en fatigue statique mais avec cependant deux différences : état statique et isotherme dans un cas, dynamique et adiabatique dans l'autre.

1.2.4. Résultats expérimentaux

Compte tenu du nombre de travaux effectués dans ce domaine, nous nous en tiendrons à la présentation des caractéristiques principales de la déformation non élastique des polymères amorphes, bien établies expérimentalement. Pour des raisons de clarté de la présentation, nous distinguerons les résultats relatifs aux grandes déformations (essais mécaniques conventionnels)

1.2.4.1. Grandes déformations

Ils existent bien sûr plusieurs essais mécaniques (essai de fluage, essai de compression, essai de traction, etc...). L'essai de compression a été largement utilisé pour l'étude de plasticité des polymères, notamment à basses températures. Le premier fait expérimental qui apparaît est l'existence d'un maximum dans la courbe effort-allongement. Au maximum correspond une valeur R_e de la contrainte appelée "contrainte seuil de plasticité". R_e dépend de la température T et de la vitesse de déformation $\dot{\epsilon}$ et Bauwens[1.9] a vérifié une loi de la forme :

$$\frac{\sigma_y}{T} = \left[\frac{K}{v_a} \right] \cdot \left[\ln(\dot{\epsilon}) - \ln\left(\frac{d\epsilon_o}{dt}\right) + \frac{Q}{K T} \right] \quad (1.1)$$

avec T : température,
 K : constante de Boltzmann,
 v_a : volume d'activation,
 Q : paramètre intervenant dans le calcul du module complexe (chaleur d'activation).

En fait, si l'on veut déduire les conclusions les plus sûres de ce type d'essai mécanique, il est préférable de disposer de la courbe contrainte-déformation vraie (σ - ϵ) ou courbe rationnelle. Par exemple, dans le cas d'un matériau ductile soumis à un essai de traction entraînant une déformation non élastique homogène à volume constant, on définit :

-la déformation vraie est égale à :

$$\epsilon = \int_{L_o}^L \frac{dL}{L} = \ln(1 + \epsilon_d) \quad (1.2)$$

avec

$$\epsilon_c = \frac{L - L_o}{L_o} \quad (1.3)$$

-la contrainte vraie est égale à :

$$\sigma = \frac{F}{S_e} = \frac{F}{S_{e0}} * \frac{S_{e0}}{S_e} = \frac{F}{S_{e0}} * \frac{L}{L_o} = \sigma_c (1 + \epsilon_d) \quad (1.4)$$

Pour obtenir la courbe rationnelle, G'sell[1.11] a donc utilisé des éprouvettes de forme diabolo, c'est à dire présentant un diamètre minimal en son milieu, position où se poursuit l'instabilité plastique et la striction. Par mesure de la section en cet endroit, on déduit la courbe rationnelle (cf. figure 1.2). Dans le cas des polymères amorphes et donc du PC la courbe rationnelle présente 4 partie :

Partie I : elle correspond à la viscoélasticité du polymère.

Partie II : le maximum de contrainte apparaît et coïncide avec la striction. Un adoucissement notable de la matière se produit. Il en résulte que la contrainte nécessaire pour maintenir la vitesse de déformation constante diminue.

Partie III : elle débute au minimum de contrainte.

Partie IV : la déformation est macroscopiquement homogène. Cette partie s'achève par la rupture de l'éprouvette.

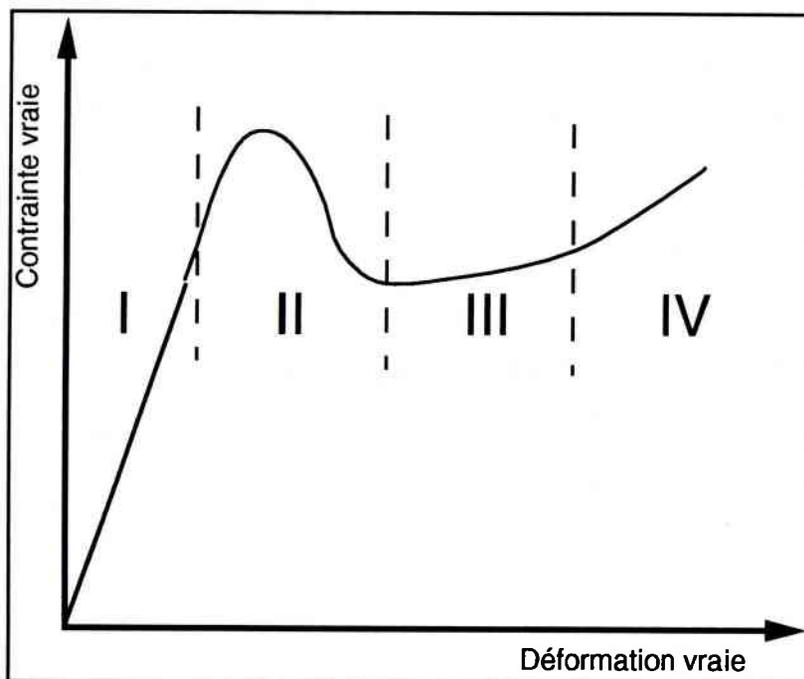


Figure 1.2 : présentation des 4 parties de la courbe contrainte vraie-déformation vraie généralement observée dans le cas des polymères amorphes : élasticité et anélasticité (I), régime transitoire (II), écoulement plastique avec faible taux de consolidation (III) puis taux de consolidation plus élevé (IV).

La figure 1.3 résume la situation : une éprouvette de polymère amorphe solide (a) soumise à un test de compression (b) se déforme plastiquement avec formation de bandes de déformation localisée.

Par contre, dans le cas d'un essai de traction, dans la mesure où la rupture ne se produit pas avant l'écoulement plastique, on peut également observer des bandes de cisaillement diffuses (c), pour cela des éprouvettes bien définies géométriquement avec surface polie pour éviter tout phénomène de concentration de contrainte sont nécessaires ; dans le cas d'éprouvettes de réalisation moins soignée, le cisaillement se concentre vers un plan oblique particulier associé à une irrégularité de la surface et l'on voit apparaître une bande de cisaillement très épaisse qui traverse localement l'échantillon (d).

A partir de ce moment, la bande est le siège de déformations complexes : on a le phénomène d'instabilité plastique avec striction mais celle-ci se stabilise puis se propage tout au long de l'éprouvette (e). Pendant cette étape, la déformation dans la partie étirée reste pratiquement constante : c'est le "taux d'étirage naturel", qui est une propriété intrinsèque du matériau. Enfin, compte tenue de la complexité de la déformation dans les bandes de cisaillement irréversibles localisés avec décohésion de la matière ; ce sont les "craquelure" (f). Ces zones de décohésion sont en fait traversées par des fibrilles (ensemble de macromolécules orientées) dont le diamètre est de l'ordre de 6nm et distances de 20-25 nm. Les craquelures sont très instables et leur croissance entraîne la rupture du matériau.

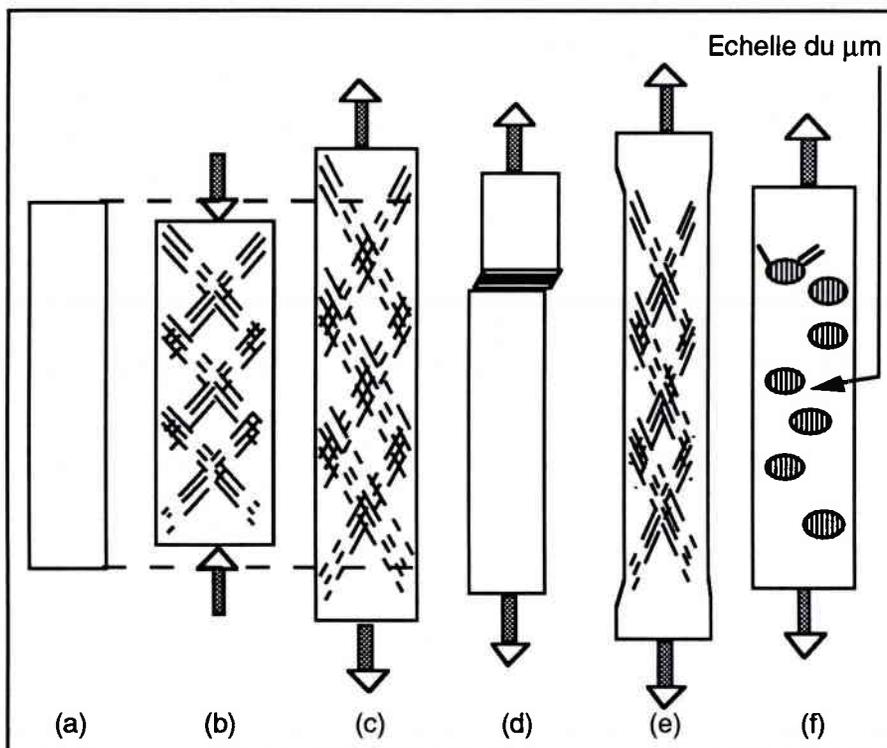


Figure 1.3 : différents comportements d'une éprouvette de polymère amorphe (a) au cours d'un essai mécanique (voir texte pour les explications).

Il est à remarquer que, si la formation des craquelures est liée à l'existence de gradient de déformation plastique (bandes), à l'opposé, la concentration de contrainte en bord de craquelure, peut favoriser la formation de bandes de cisaillement.

1.2.5. Conclusions

Nous avons donc vu, dans ce chapitre, un rapide aperçu sur les principaux aspects de la déformation non élastique des polymères amorphes solides. Elle aurait dû être un atout pour une plus grande compréhension des phénomènes mis en jeu. En fait, dans la partie expérimentale, nous allons voir d'autres points qui permettront de comprendre aux mieux les phénomènes de rupture.

Chapitre 2 :

Généralités sur la mécanique de la rupture

2. GENERALITES SUR LA MECANIQUE DE LA RUPTURE

Relativement ancienne dans ses principes (Griffith [2.1] en 1921), la mécanique de la rupture est maintenant d'usage courant dans la conception des structures métalliques. Cependant, elle n'en est encore qu'au balbutiement dans le domaine des polymères, et à cet égard en France où la formation en mécanique des polymères est limitée, les laboratoires de recherches dans cette spécialité sont peu nombreux.

La mécanique de la rupture se veut être un outil quantitatif de description des phénomènes de rupture. La formulation analytique de la Mécanique Linéaire Élastique de rupture permet de décrire par un seul paramètre K , qu'on nomme le facteur d'intensité de contraintes, le champ des contraintes en fond de fissure. Celle-ci se propage quand K atteint une valeur critique $K = K_c$. On admet que la valeur K_{Ic} (en mode I) est un bon indicateur, propre au matériau, de sa résistance à la propagation de la fissure et constitue une mesure de la ténacité du matériau. Ceci n'est valable que si K_{Ic} est mesuré dans des conditions où la plasticité est suffisamment confinée dans une importante zone élastique.

Mais lorsque la plasticité est plus développée, les équations de champ de contraintes et de déformations basées sur l'hypothèse d'élasticité ne sont plus vérifiées et il devient indispensable de faire appel à d'autres concepts, et particulièrement à ceux de la mécanique élasto-plastique de la rupture en chargement monotone. Une simplification de ce problème réside dans le fait que le comportement plastique d'un matériau peut être modélisé par une loi de comportement élastique non-linéaire. Deux formes d'approche sont permises, l'approche locale et l'approche globale.

Des critères en termes de contraintes, de déformations, d'énergie ou des méthodes d'interpolation entre deux états limites sont utilisés pour ces approches.

Parmi ceux-ci, les critères énergétiques globaux ont la faveur des ingénieurs. Basés sur la thermodynamique des phénomènes irréversibles, ils permettent de traiter le problème avec peu d'hypothèses.

On leur reproche toutefois d'être basés sur une philosophie de type « boîte noire » et de ne pouvoir prendre en compte les effets d'échelles et de géométrie.

Pour des matériaux aussi complexes que les polymères, cette approche est actuellement la plus réaliste et d'ailleurs la seule utilisée. Du fait que les critères locaux sont développés pour des matériaux élastiques fragiles à partir de la distribution des contraintes en fond de fissures (difficultés expérimentales).

Plusieurs approches énergétiques globales ont été proposées. Tout d'abord, Rice[2.2] a montré qu'une intégrale de contour J , dans le cas de matériaux élastiques ou à déformation plastique limitée, des propriétés remarquables. Cette intégrale de contour ne peut être égale au paramètre énergétique J proposée par Landes et Begley[2.4] en 1968 que lorsque certaines conditions géométriques sont satisfaites. Ce point est souvent évoqué lors de l'utilisation de l'Intégrale J comme critère de rupture. Ce critère de rupture correspond au fait que J atteint une valeur critique J_{Ic} . La détermination expérimentale de l'intégrale J nécessite l'utilisation de plusieurs éprouvettes. Puis le critère d'Andrews qui est lui-même une généralisation de la mécanique de rupture.

Nous avons choisi, suite aux travaux de Cottrell[2.10] en 1972 sur les ruptures à caractère fortement plastique, d'utiliser le travail essentiel de rupture Γ_e obtenu à partir du travail total dépensé U . Cette théorie est fondée sur une détermination expérimentale assez simple du fait qu'il n'a pas besoin de détecter l'amorçage comme le critère J_{Ic} .

La dispersion des essais de ténacité est un fait d'expérience. Les premiers résultats ont permis de montrer que cette dispersion était importante dans le cas des polymères. L'importance de cette dispersion est un fait rarement signalé dans la littérature. Elle joue un rôle important dans les conclusions contradictoires que nous avons relevées sur l'influence de la vitesse de déformation sur la ténacité des polymères. L'ampleur de cette dispersion est telle que nous avons été amené à coupler la méthode des percentiles à la détermination du travail essentiel de rupture.

2.1. Théorie de GRIFFITH

En 1921, A.A. Griffith[2.1] propose une théorie sur la propagation d'une fissure dans un milieu élastique basée sur un critère énergétique.

Cette théorie consiste à faire un bilan de l'énergie potentielle U totale du système, qui peut s'écrire :

$$U = U_0 - U_1 + U_2 \quad (2.3)$$

où U_0 = l'énergie élastique de la plaque sans la fissure,

U_1 = la diminution de l'énergie élastique due à l'introduction de la fissure

U_2 = l'augmentation de l'énergie élastique libre de surface qui résulte de la création de nouvelles surfaces (fissure).

Pour déterminer les différentes énergies ci-dessus, on considère un corps élastique soumis par une contrainte globale σ_g (figure 2.1). L'énergie élastique de déformation stockée U_0 est égale à :

$$U_0 = \frac{\sigma_g^2}{2E} S \quad (2.4)$$

avec E : module d'élasticité, S : surface de la plaque.

La diminution de l'énergie élastique U_1 due à l'introduction de la fissure s'écrit :

- pour une plaque mince (contraintes planes) et par unité d'épaisseur:

$$U_1 = \frac{\pi a^2 \sigma_g^2}{E} \quad (2.5)$$

- pour une plaque épaisse (déformations planes) et par unité d'épaisseur:

$$U_1 = \frac{\pi(1-\nu^2)a^2 \sigma_g^2}{E} \quad (2.6)$$

avec ν : coefficient de Poisson.

Pour le calcul de U_2 , on suppose que l'énergie de surface du matériau est égale à γ . On peut alors écrire :

$$U_2 = 4a\gamma \quad (2.7)$$

car la fissure a une longueur de $2a$ et il y a deux surfaces pour une fissure. La relation (2.3) devient, pour un état de contraintes planes et par unité d'épaisseur :

$$U = \frac{\sigma_g^2}{2E} S - \frac{\pi a^2 \sigma_g^2}{E} + 4a\gamma \quad (2.8)$$

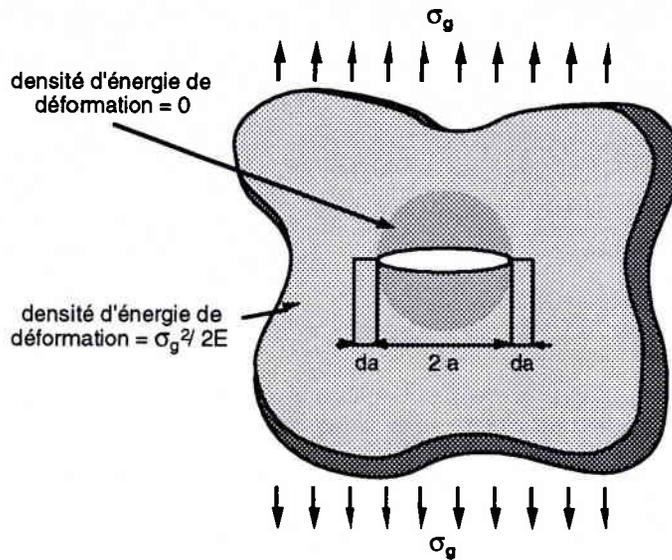


Figure 2.1 : Plaque mince contenant une fissure.

Celle-ci provoque une chute de la densité d'énergie de déformation dans un cylindre de rayon a centré sur la fissure.

Considérons maintenant un incrément virtuel d'extension de la fissure da , la théorie de Griffith stipule que l'état d'équilibre est atteint lorsque l'énergie libérée par cette extension da est égale à l'énergie nécessaire à la création des deux nouvelles surfaces qui résultent de cette extension.

Griffith a effectué une vérification expérimentale de sa théorie sur du verre en déterminant l'évolution de la contrainte globale critique en fonction de la taille du défaut. Dans ce cas, à l'état d'équilibre la variable σ_g a atteint une valeur critique σ_g^c et la fissure se propage de façon catastrophique. Pour calculer cette valeur critique il faut introduire dans la relation 2.8, la condition de l'équilibre énergétique qui s'écrit :

$$\frac{dU}{da} = 0 \quad (2.9)$$

On obtient alors :

$$\frac{dU}{da} = -\frac{2\pi a \sigma_g^c{}^2}{E} + 4\gamma = 0 \quad (2.10)$$

On en déduit que la contrainte critique de rupture σ_g^c dans le cas d'un état de contraintes planes est donnée par :

$$\sigma_g^c = \sqrt{\frac{2E\gamma}{\pi a}} \quad \text{soit} \quad \sigma_g^c \sqrt{a} = \text{cst} \quad (2.11)$$

2.2. Le taux de restitution d'énergie linéaire et non-linéaire

Pour les polymères fragiles, comme le Polyméthylméthacrylate (PMMA), la théorie de Griffith ou appelé le taux de restitution d'énergie linéaire G , est tout à fait acceptable, on vérifie en effet que σ_g^c et $a^{-1/2}$ varient conformément à la relation (2.11). Néanmoins, si on entreprend de calculer γ en utilisant cette relation sur des polymères ductiles, on est conduit à des résultats surprenants car la théorie de Griffith n'est valable qu'en l'absence de toute déformation plastique. Avec ces polymères, l'apparition d'une déformation plastique en fond de fissure agit comme un mécanisme d'absorption de l'énergie, qui a pour effet d'augmenter fortement la valeur calculée de γ . Par conséquent, on utilisera dans ce cas le taux de restitution d'énergie non-linéaire dénommé \tilde{G} .

2.2.1. Le taux de restitution d'énergie linéaire G

On définit le taux de restitution d'énergie G comme étant égal à l'énergie élastique libérée par unité d'extension de la fissure. Pour un matériau idéalement fragile, la condition d'équilibre conduit à $G=2\gamma$; le facteur 2 provient du fait qu'une fissure est composée de 2 surfaces.

Si une rupture intervient en mode de sollicitation de type I (mode d'ouverture), on note cette énergie G_I ; pour les autres modes, on écrit G_{II} , G_{III} . Au point d'équilibre énergétique, lorsque la longueur de la fissure est égale à a_c , ou lorsque la contrainte globale atteint une valeur critique σ_g^c , on parle d'énergie critique et on note cette grandeur G_{Ic} (en déformations planes). On peut alors réécrire la relation initiale sous la forme :

$$G = \frac{dU}{da} \quad (2.12)$$

avec U : travail dépensé par unité d'épaisseur.

En fonction de la contrainte globale critique, cette relation s'écrit :

$$G_{Ic} = \frac{2\pi a \sigma_g^c{}^2}{2E} \quad \text{avec} \quad \frac{\sigma_g^c{}^2}{2E} = \text{énergie de déformation} \quad (2.13)$$

En résumé, si dans un matériau possédant une fissure, même très petite, G_c correspond à l'énergie qu'il faut fournir à un échantillon pour créer l'instabilité de cette fissure et donc la rupture du matériau. G_c correspond donc à l'énergie de rupture par unité de surface et est une caractéristique du matériau.

Dans les années cinquante Irwin et Kies[2.3] ont développé une technique permettant de mesurer la grandeur G , quel que soit le type de chargement, par le biais de la complaisance du système. On calcule le taux d'énergie linéaire, en supposant que le comportement mécanique du matériau est linéaire élastique, par la formule suivante:

$$G_c = \frac{P_c^2}{2} \cdot \frac{\delta C}{\delta a} \quad (2.14)$$

avec : P_c = charge à rupture,
 a = longueur de fissure,
 C = complaisance.

Orowan[2.19] a montré l'équivalence du taux d'énergie disponible dans les conditions de chargement imposé ($P = \text{constante}$) ou de déplacement imposé ($d = \text{constante}$) :

$$\left[-\frac{\delta U_{el}}{\delta a} \right]_d = \left[\frac{\delta \tau_{ext}}{\delta a} - \frac{\delta U_{el}}{\delta a} \right]_p \quad (2.15)$$

2.2.2. Le taux de restitution d'énergie non-linéaire \tilde{G}

Dans le cas d'un matériau non fragile, la plasticité créée en fond de fissure induit des non-linéarités dans la courbe charge-déplacement. Pour ce type de matériau, Liebowitz et Eftis[2.16] ont proposé une généralisation de la définition du taux d'énergie disponible définie par :

$$\left[\frac{\delta \tau_{ext}}{\delta a} - \frac{\delta U_{nl}}{\delta a} \right] = \tilde{G}_c \quad (2.16)$$

U_{nl} étant l'énergie de déformation due aux déformations non linéaires et non élastiques.

La figure 2.2 montre la différence entre le taux de restitution d'énergie élastique disponible et le taux d'énergie non-linéaire disponible. Par conséquent, les courbes charge-déplacement pour deux longueurs de fissure sont :

- dans le cas d'un matériau élastique : les trajets 0-1 et 0-2,
- dans le cas d'un matériau élastique non-linéaire : les trajets 0-3 et 0-4.

La différence d'aire entre ces courbes définit successivement G et \tilde{G} :

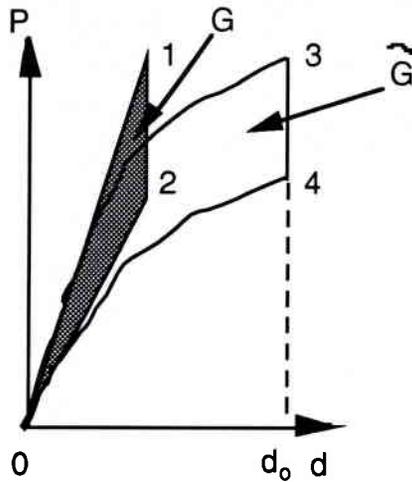


Figure 2.2 : Schéma illustrant la différence entre le taux d'énergie élastique disponible G et le taux d'énergie non linéaire disponible \tilde{G}

2.3. Intégrale de contour J

L'intégrale J fut énoncée par RICE[2.2] en 1968. Elle est utilisée pour étudier les problèmes de rupture dans le domaine élasto-plastique.

2.3.1. Définition de l'intégrale J

Considérons un système plan contenant une fissure de longueur a (figure 2.3). L'énergie potentielle de ce système est définie par :

$$\Pi = \int_{V^*} W^* dV^* - \int_{\Sigma} T_i \cdot u_i dS \quad (2.17)$$

W^* est la densité de déformation contenue dans le volume V^* du système délimité par la surface S . T_i correspond aux efforts exercés par unité de surface et u_i représente le déplacement résultant à cette effort.

T_i est le vecteur contrainte appliquée à l'élément dS du contour Σ et défini par la normale extérieure n :

$$T_i = \sigma_{ij} n_j \quad (2.18)$$

Dans ce qui suit, nous considérons que le comportement mécanique du matériau est élastique et donc par conséquent l'énergie élastique est réversible d'après l'hypothèse. Lorsque la fissure s'accroît d'un incrément δa , dans la direction x , l'énergie potentielle diminue de $\delta \Pi$. On montre que cette variation d'énergie potentielle peut-être exprimée par l'intégrale de contour:

$$\delta \Pi = \int_{V^*} \frac{\delta W^*}{\delta \varepsilon_{ij}} \cdot \frac{\delta \varepsilon_{ij}}{\delta x} \cdot \delta a \cdot dV^* - \int_{\Sigma} T_i \cdot \frac{\delta u_i}{\delta x} \cdot \delta a \cdot d\Sigma \quad (2.19)$$

D'après le théorème de Gauss - Green :

$$-\frac{\delta \Pi}{\delta a} = \int_{\Sigma} W^* dy - T_i \frac{\delta u_i}{\delta x} \delta \Sigma \quad (2.20)$$

La relation 2.21 montre que dans le cadre des hypothèses sur la loi de comportement du matériau, l'intégrale J est égale à la variation d'énergie potentielle :

$$-\frac{\delta \Pi}{\delta a} = J \quad (2.21)$$

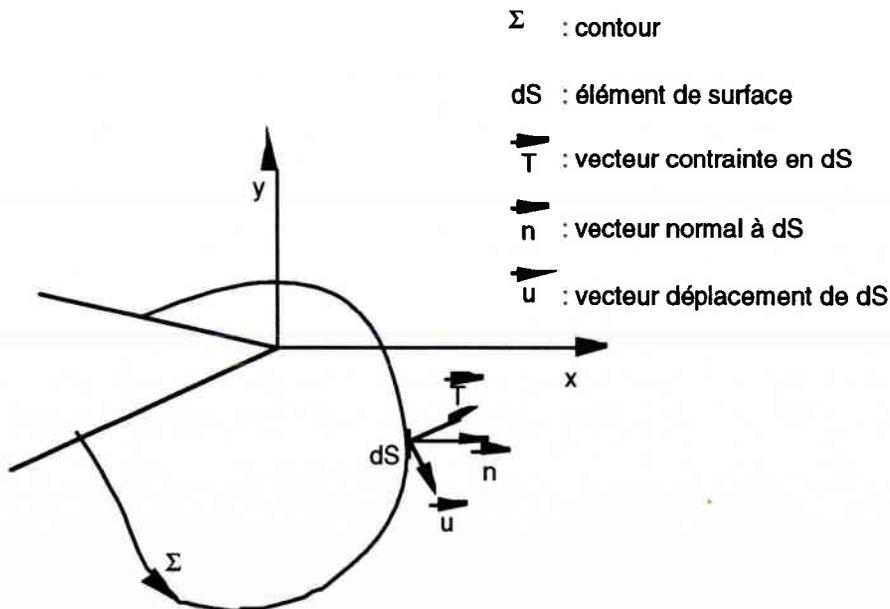


Figure 2.3 : Définition du contour Σ

Rice a montré que la valeur de l'intégrale J était indépendante du contour Σ choisi. De ce

fait, si l'on prend un contour très proche de la pointe de fissure, l'intégrale J peut être un moyen commode d'évaluation des champs de contraintes et de déformations au voisinage de la fissure. Par ailleurs, l'intégrale J se révèle être un outil précieux en tant que critère de rupture.

2.3.2. Conclusion

L'intégrale J possède trois propriétés essentielles :

- elle est indépendante du contour d'intégration
- elle est reliée à la variation d'énergie potentielle du corps fissuré lorsque la fissure se propage,
- elle permet de décrire le champ de contraintes et de déformations à la pointe d'une fissure pour un matériau élasto-plastique (sous certaines hypothèses).

Dans le cas d'un corps élastique, J est équivalent au taux de restitution d'énergie linéaire G :

$$J = G \quad (2.22)$$

Au moment de l'amorçage J atteint une valeur critique $J = J_{lc}$

2.4. Evaluation expérimentale de l'Intégrale J

Nous considérons que le comportement mécanique du matériau est élastique et que par conséquent l'énergie élastique est réversible. RICE a montré que l'intégrale J était égale à la différence d'énergie potentielle entre deux corps fissurés de longueurs de fissures voisines soumis au même chargement ($P_o = C^{le}$) :

$$J = \frac{dU_{nl}^*}{da} \quad (2.23)$$

avec U_{nl}^* énergie non-linéaire complémentaire par unité d'épaisseur.
et $d_o = cst$

$$J = - \frac{dU_{nl}}{da} \quad (2.24)$$

avec U_{nl} énergie non-linéaire absorbé par unité d'épaisseur.

Sur un enregistrement charge-déplacement et pour une longueur de fissure donnée a (figure 2.4), l'énergie de déformation non-linéaire, à $d_o = cst$ du système chargé, U_{nl} est

représentée par l'aire non hachurée.

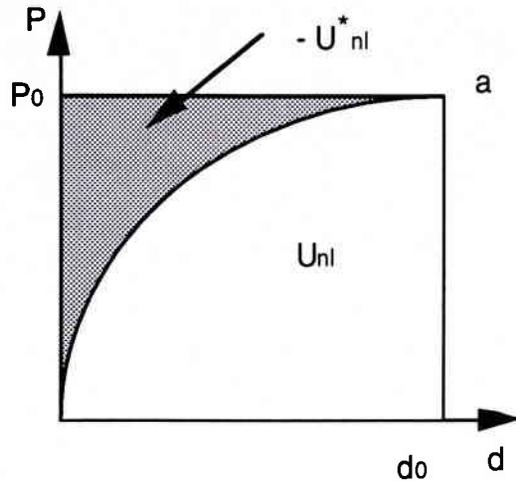


Figure 2.4 : Energie de déformation non linéaire d'une éprouvette fissurée sous sollicitation mécanique

Si l'on considère que la fissure se propage à charge constante (figure 2.5a), la différence d'énergie potentielle est donnée par l'aire OAB. On montre que $OAB=OAC$ si Δa tend vers 0 ou la fissure se propage à déplacement constant. Dans les deux cas de figure, ΔU représente l'énergie nécessaire pour faire propager la fissure d'un incrément Δa .

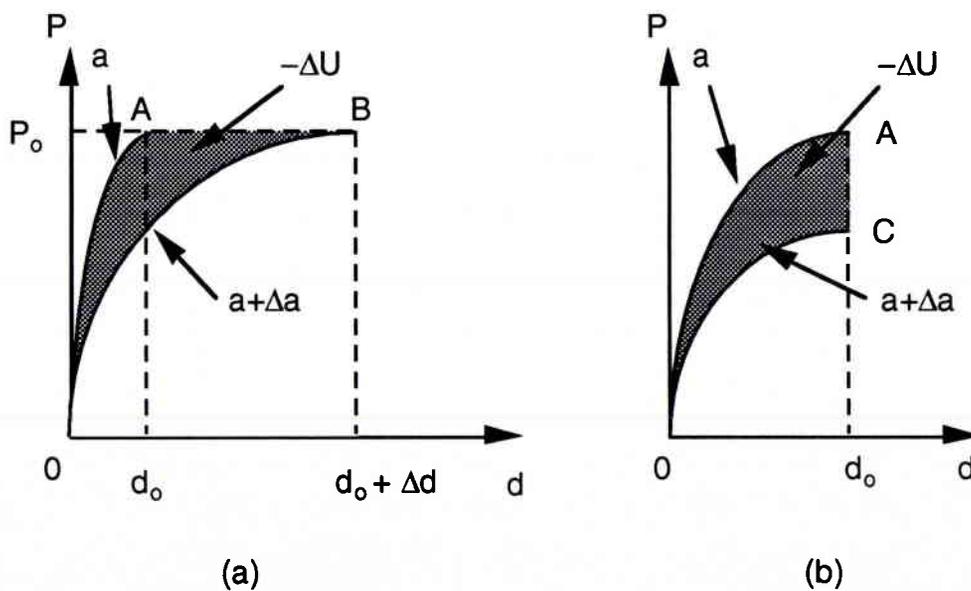


Figure 2.5 : (a) Propagation à charge constante, (b) propagation à déplacement constant

2.4.1 Détermination expérimentale de l'Intégrale J

Plusieurs méthodes permettent la détermination expérimentale de l'Intégrale J. Nous nous intéressons principalement à la méthode de Begley et Landes[2.4].

2.4.1.1 Méthode de BEGLEY-LANDES

Begley et Landes[2.4] ont proposé une méthode originale pour l'évaluation de l'intégrale J.

A partir de n éprouvettes identiques, contenant des fissures de longueurs croissantes a_i , ils enregistrent les diagrammes force-déplacement pour chaque valeur de a_i (figure 2.6).

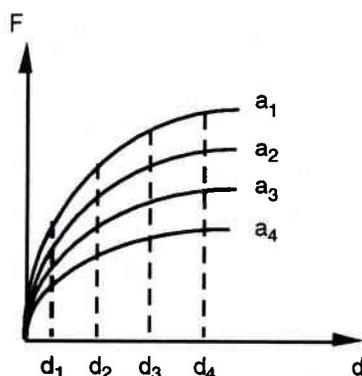


Figure 2.6 : Courbes F-d pour n éprouvettes contenant des fissures de longueurs a_i

Ils déterminent ensuite, pour différentes valeurs du déplacement d , l'énergie par unité d'épaisseur U/B (d_j, a_i) représentée par l'aire sous la courbe charge-déplacement de l'éprouvette considérée (a_i) et pour le déplacement d_j .

Les couples de points (U/B (d_j, a_i), a_i) sont reportés sur un graphe (figure 2.7).

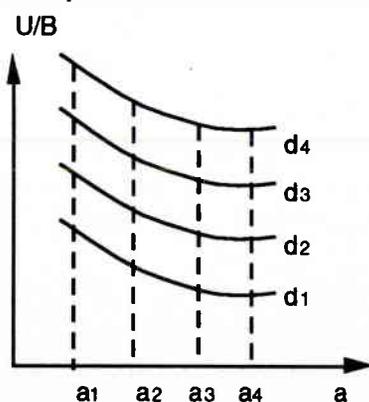


Figure 2.7 : Energie par unité d'épaisseur en fonction de la longueur de fissure a

Les points expérimentaux sont lissés par des courbes. J est ainsi directement donnée par l'inverse des pentes de ces courbes pour chaque déplacement d_j .

$$J(d_i) = -\frac{1}{B} \left(\frac{dU}{da} \right)_{d_i} \quad (2.25)$$

On donne ainsi l'évolution de J en fonction du déplacement (figure 2.8).

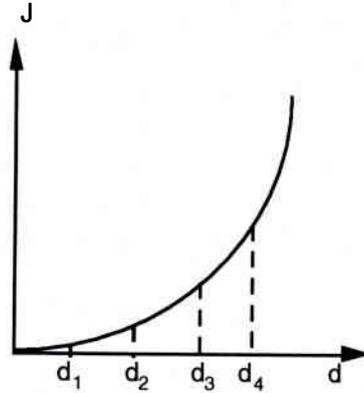


Figure 2.8 : Courbe J - d

Au moment de l'amorçage, J prend la valeur J_{Ic} , caractéristique supposé intrinsèque du matériau. Pour chaque éprouvette, à l'amorçage de la fissure, correspond un déplacement critique d_c et donc une valeur de J_{Ic} .

Des résultats de la littérature montre, dans le cas des polymères et pour différents états de contraintes (contraintes planes et déformations planes), une valeur différente de J_{Ic} . Kim et al.[2.5], en 1989, pour des éprouvettes en flexion trois points en PMMA et en Polycarbonate (PC) pour une vitesse de déplacement de 5 mm/mn, trouvent des valeurs de J_{Ic} respectivement égale à 1.1kJ/m^2 et 4.3kJ/m^2 . Cette mesure de la ténacité a été menée en déformations planes. Paton et Hashemi [2.6], en 1992, ont trouvés pour un état de déformations planes une ténacité de l'ordre de 4.3kJ/m^2 et pour un état de contraintes planes une valeur de 24.78kJ/m^2 .

2.5. Le Critère d'Andrews

Les premiers éléments de ce critère furent introduits en 1968 à partir de résultats expérimentaux sur des polymères. Andrews[2.7] en 1974 expose les éléments de sa théorie généralisée sur la rupture, en faisant l'hypothèse que le taux d'énergie disponible est proportionnel à la densité d'énergie de déformation du corps non fissuré et à la longueur de fissure. Cette théorie est une extension du concept de Griffith à des matériaux ayant un comportement non linéaire ou anélastique.

2.5.1 Bases théoriques

Considérons une plaque infinie contenant une fissure de longueur $2a$ soumise à un

champ de contraintes uniformes σ_g (figure 2.9).

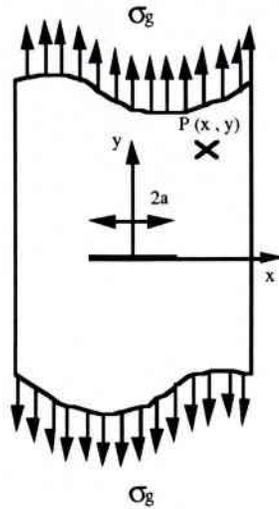


Figure 2.9 : Plaque infinie fissurée

Le tenseur des contraintes en un point P de coordonnées (x_1, y_1) peut s'écrire sous la forme :

$$\sigma_{i,j}(P) = \sigma_g \cdot f_{ij}(x_1, y_1, \varepsilon_g) \quad (2.26)$$

où ε_g est à la déformation globale loin du défaut.

La densité d'énergie de déformation locale $W^*(P)$ est exprimée par la relation :

$$W^*(P) = W_o^* \cdot f(x_1, y_1, \varepsilon_g) \quad (2.27)$$

W_o^* : densité d'énergie de déformation uniforme

En introduisant des coordonnées réduites :

$$x = \frac{X}{a} \text{ et } y = \frac{Y}{a} \quad (2.28)$$

La variation de la densité de déformation locale due à un accroissement de la longueur de fissure est :

$$\frac{dW^*(P)}{da} = -\frac{W_o^*}{a} \cdot \left[x \cdot \frac{df}{dx} + y \cdot \frac{df}{dy} \right] \quad (2.29)$$

La variation totale d'énergie dans le système due à la propagation de la fissure est donnée par la relation :

$$\frac{dU}{da} = \sum_p \frac{d W^*(P)}{da} \delta V \quad (2.30)$$

avec δV : élément de volume en P

$$\delta V = B \cdot \delta X \cdot \delta Y = B \cdot a^2 \cdot \delta x \cdot \delta y \text{ (plaque d'épaisseur B)}$$

La relation (2.30) s'écrit alors :

$$\frac{dU}{da} = -B \cdot W_o^* \cdot a \cdot \int \left(x \cdot \frac{df}{dx} + y \cdot \frac{df}{dy} \right) dx \cdot dy \quad (2.31)$$

ou encore en remplaçant :

$$k_I(\epsilon_g) = \int \left(x \cdot \frac{df}{dx} + y \cdot \frac{df}{dy} \right) dx \cdot dy$$

on trouve :

$$-\frac{dU}{dA} = k_I(\epsilon_g) \cdot a \cdot W_o^* \quad (2.32)$$

avec $-\frac{dU}{dA}$: l'énergie nécessaire pour faire progresser la fissure d'une unité d'aire dA,

$k_I(\epsilon_g)$ est une fonction explicite de ϵ_g et à W_o^* constant. Cette fonction étant sans dimension mais dépend du niveau de chargement.

La relation (2.32) est la première équation du critère d'Andrews. Lorsque la fissure se propage, la quantité $-\frac{dU}{dA}$ atteint une valeur critique I_c :

$$I_c = -\left(\frac{dU}{dA}\right)_{\text{crit}} = k_I(\epsilon_g) \cdot a \cdot W_{0 \text{ crit}}^* \quad (2.33)$$

Cette valeur est égale à l'énergie surfacique de rupture. Elle représente aussi le taux de restitution d'énergie apparent, puisqu'elle prend en compte les effets de non-linéarité par

l'intermédiaire de la fonction $k_I(\epsilon_g)$.

2.5.2. Détermination expérimentale de I_c

Nous avons vu précédemment d'après la relation (2.33) que le taux de restitution d'énergie "I" est une fonction de :

W_o^* : densité d'énergie de déformation uniforme,

k_I : fonction explicite de ϵ_g et à W_o^* constant,

a : longueur de fissure,

ϵ_g et W_o^* étant liés par une fonction unique, cette relation (2.33) peut s'écrire sous une autre forme :

$$-\frac{dU}{dA} = k_I(W_o^*) \cdot a \cdot W_o^* \quad (2.34)$$

La procédure expérimentale nécessite plusieurs essais sur des éprouvettes identiques contenant des fissures de longueurs croissantes, en outre il est nécessaire d'effectuer un essai sur un échantillon non-fissuré (figure 2.10).

Considérons maintenant une série d'enregistrement force-déplacement sur des éprouvettes axisymétriques fissurées.

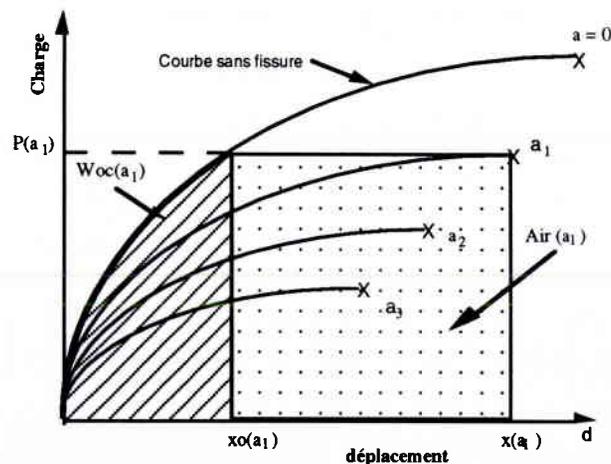


Figure 2.10 : Enregistrement charge-déplacement pour 4 éprouvettes axisymétriques.

Dans la relation (2.34), $W_o^*_{crit}(a_i)$ est calculé pour chaque longueur de fissure par rapport à la courbe sans fissure (figure 2.10). Pour chaque charge P_i correspondant une longueur de fissure a_i , on peut donc calculer la densité d'énergie de déformation correspondante

$W_o^*(a_i)$.

On quantifie par la suite le terme $\Delta U(a_i, W_o^*(a_i))$ comme suit :

$$\Delta U_i(a_i) = W_o^* \text{crit}(a_i) + (x(a_i) - x_o(a_i)) \cdot P(a_i) - \text{Aire}(a_i) \quad (2.35)$$

Pour une valeur $W_o^*(i)$ donnée (constante), on reporte les valeurs de $-\Delta U$ en fonction de a_i (figure 2.11).

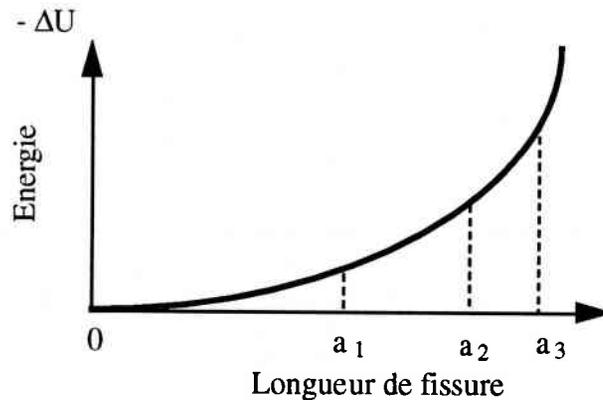


Figure 2.11 : Courbe $-\Delta U=f(a)|W_o$

La différenciation de la fonction ΔU par rapport à la longueur de fissure permet d'accéder à la valeur de k_I . On peut calculer $k_I (W_o^*)$ grâce à la relation (2.34) et par unité d'épaisseur:

$$-\frac{dU}{da} = k(W_o^*) \cdot a \cdot W_o^* \quad (2.36)$$

dans le cas d'une éprouvette axisymétrique de rayon R et de fissure a , on a :

$$-\frac{dU}{dA} = k(W_o^*) \cdot W_o^* \cdot \frac{a^2}{2\pi(R-a)} \quad (2.37)$$

avec $dA = 2\pi(R-a)da$

Pour calculer I_c , il faut connaître les valeurs de $W_o^* \text{crit}(a_i)|_v$ qui sont données en divisant les énergie d'après les charges critiques pour chaque longueur de fissure divisé par le volume de l'éprouvette.

Chaque courbe conduit finalement à une valeur de la ténacité pour les conditions critiques de $W_{o\text{crit}}^*(a_i)|_v$

$$I = k(W_{o\text{crit}}^*) \cdot W_{o\text{crit}}^*(a_i)|_v \cdot a_i \quad (2.38)$$

Andrews propose, pour présenter ces résultats et pour montrer que I est bien la caractéristique recherchée, de reporter les valeurs du produit $k(W_{0c}) \cdot W_{0c}$ en fonction de $1/a$ (figure 2.12). Par conséquent, la pente de la courbe désigne I .

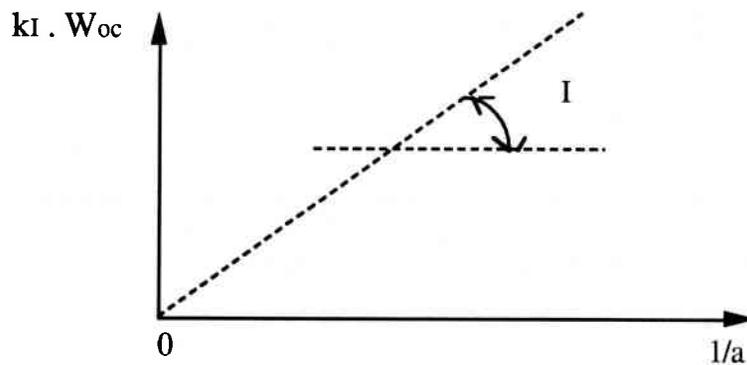


Figure 2.12 : Détermination du paramètre I

2.5.3. Correction du critère d'Andrews

Le critère d'Andrews a été modifié par Nait-abdelaziz[2.8] en utilisant un facteur de correction qui est fonction de la géométrie de l'éprouvette. Cette correction sera utilisée dans nos calculs.

$$-\frac{dU}{dA} = k(W_o^*) \cdot W_o^* \cdot \frac{a^2}{2\pi(R-a)} F(a/R) \quad (2.39)$$

où $F(a/R)$ est une fonction qui dépend des dimensions de l'éprouvette et plus particulièrement de la longueur de fissure a . Cette fonction est introduite en faisant l'analogie avec la mécanique linéaire de la rupture dans le cas de géométries finies et est égale à :

$$F(a/R) = Y^2 \quad (2.40)$$

Où Y est une fonction de calibration introduite par Harris[2.9] pour une éprouvette axisymétrique :

$$Y = \frac{1}{(1-X)^2} \cdot \left(\left(0.8 + \frac{X}{1-X} \right) \cdot 4 \right)^{\frac{1}{2}} \quad (2.41)$$

avec $X = \frac{a}{R}$

la relation (2.34), pour une éprouvette axisymétrique, s'écrit alors :

$$-\frac{dU}{dA} = k (W_o^*) \cdot W_o^* \cdot \frac{a^2}{2\pi (R-a)} \left[\frac{1}{(1-X)^2} \cdot \left(\left(0.8 + \frac{X}{1-X} \right) \cdot 4 \right)^{\frac{1}{2}} \right]^2 \quad (2.42)$$

2.5.4. Conclusion

Le critère d'Andrews est un critère de rupture énergétique globale. Son originalité repose sur le fait que la ténacité est reliée à la densité d'énergie de déformation uniforme critique (W_o^*). La non-linéarité du comportement est traduite par l'intermédiaire du paramètre k_I à W_o^* constant qui dépend du niveau de chargement (proche de zéro pour π).

2.6. Le Critère du Travail Essentiel de Rupture

2.6.1. Historique

Cottrell[2.10] en 1977, reprenant les idée de Broberg[2.11], suppose que l'énergie totale fournie à un corps fissuré est dépensée dans deux régions distinctes :

- la première région est la région à proximité de la fissure où la striction et le processus de rupture apparaissent. Le processus de rupture est celui des ruptures ductiles en contraintes planes qui est précédé d'une forte contraction en fond d'entaille.

- la deuxième région qui entoure la première est appelé zone plastique de protection. Dans le cas d'une rupture élasto-plastique, lorsque la fissure se propage de façon stable, l'énergie fournie à l'éprouvette augmente. Broberg[2.11] a postulé que pendant cette propagation le travail de rupture est constant et dépend uniquement du matériau.

Cette hypothèse n'est possible que si le taux d'énergie fournie est toujours égal au taux d'énergie dissipée τ_p dans la zone d'élaboration de la fissure :

$$\frac{d}{da}[\tau_{ext} - U_e] = \tau_D \quad (2.43)$$

Broberg a suggéré que la zone plastique de protection contrôle le taux d'énergie apporté de la manière suivante :

- avant l'amorçage $\tau_D = J$
 - à l'amorçage $\tau_D = J_{Ic}$
 - pendant la propagation stable $\tau_D = C \cdot J$
- C est une constante inférieure à l'unité.

2.6.2. Bases théoriques

La méthode consiste à considérer que le travail spécifique de rupture U_c est la somme de deux composantes : la première, associée avec le travail plastique U_{pl} ; est considérée comme non-essentiel pour la rupture et l'autre essentiel associée à l'instabilité de la fissure (énergie essentielle pour la propagation de la fissure) U_e . Par conséquent, on peut écrire que :

$$U_c = U_e + U_{pl} \quad (2.44)$$

Pour des éprouvettes SENT (cf. figure 2.13) :

Le travail essentiel de rupture est proportionnel à la longueur du ligament. Le travail non-essentiel dans la région plastique est proportionnelle à L^2 , d'où :

$$U_c = L \cdot B \cdot \Gamma_e + \beta \cdot L^2 \cdot B \cdot w_{pl}^* \quad (2.45)$$

En divisant par la section du ligament, on trouve :

$$\Gamma_e = \frac{U_c}{L \cdot B} - \beta \cdot L \cdot w_{pl}^* \quad (2.46)$$

L'équation 2.46 suggère que le travail spécifique de rupture décrit en fonction de L une droite. L'intersection de la droite avec l'axe des ordonnées, donc pour un ligament nul, donne le travail essentiel de rupture (cf. figure 2.14).

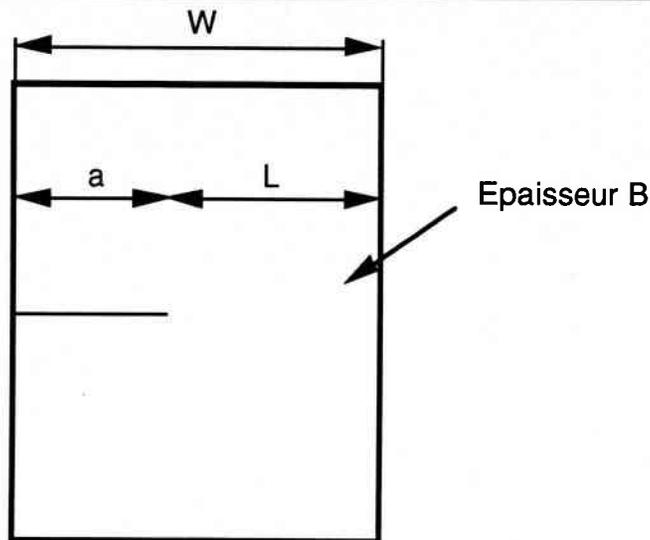


Figure 2.13 : Géométrie de l'éprouvette SENT.

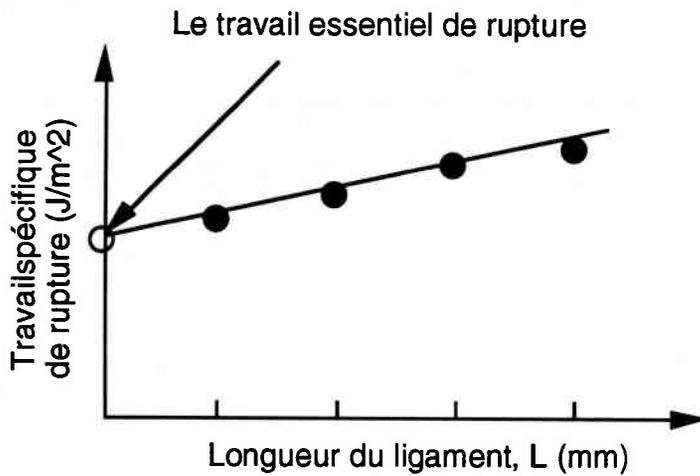


Figure 2.14 : Travail spécifique de rupture en fonction de L.

Pour une éprouvette axisymétrique (cf. figure 2.17) :

Le travail essentiel de rupture est proportionnel à la surface du ligament $\pi(b/2)^2$ et le travail non-essentiel à $\pi(b/2)^3$, d'où :

$$U_c = \pi \left(\frac{b}{2}\right)^2 * \Gamma_e + \beta * \pi \left(\frac{b}{2}\right)^3 * w_{pl}^* \quad (2.47)$$

En divisant par la section du ligament, on trouve :

$$\Gamma_e = \frac{U_c}{\pi \left(\frac{b}{2}\right)^2} - \beta * \left(\frac{b}{2}\right) * w_{pl}^* \quad (2.48)$$

L'équation (2.48) montre que le travail de rupture U_C est une fonction linéaire de la longueur du ligament b , car Γ_e , w_{pl}^* , β sont indépendants de b . Par conséquent, l'intersection de la courbe $U_C=f(b)$ avec l'axe des ordonnées, donne la valeur du travail essentiel spécifique de rupture Γ_e .

Le travail essentiel de rupture représente le travail consommé par la zone d'élaboration de la fissure pour un accroissement unitaire de la longueur de la fissure dans une plaque d'épaisseur unitaire. Il est noté Γ_e . Mai et Cotterell[2.15] en 1980, proposent de décomposer ce travail en deux termes. Le premier est le travail dépensé dans le processus de déformation plastique uniforme de la zone d'élaboration de la fissure. Il est noté Γ_e^i Le second est le travail de déformation plastique consommé dans le processus de striction de cette même zone. Il est noté Γ_e^{pr} . Donc :

$$\Gamma_e = \Gamma_e^i + \Gamma_e^{pr} \quad (2.49)$$

le premier terme est exprimé par l'intégrale :

$$\Gamma_e^i = z \int_0^{\epsilon_c} \sigma_{eq} d\epsilon_{eq} \quad (2.50)$$

le second terme est exprimé par l'intégrale :

$$\Gamma_e^{pr} = \int_{\epsilon_c, z}^{\delta_c} \sigma(\delta) d\delta \quad (2.51)$$

où z , ϵ_c , δ_c représentent respectivement la zone d'élaboration de la fissure, la déformation critique du ligament et l'ouverture critique de la fissure (figure 2.15).

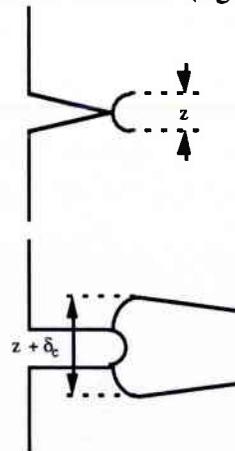


Figure 2.15 : Géométrie latérale de la zone d'élaboration de la fissure.

2.6.3. Travail essentiel de rupture et Intégrale J

L'Intégral J, telle que Rice l'a définie, s'exprime par la relation (2.20) vu précédemment:

$$J = \int_{\Sigma} W^* dy - T_i \frac{\delta u_i}{\delta x} d\Sigma \quad (2.52)$$

où Σ représente un contour parcouru autour de la pointe de fissure. Durant ce parcours, on intègre la densité d'énergie de déformations dès que ce parcours s'accompagne d'une variation dy , où y est la direction perpendiculaire à la direction x de propagation de la fissure. On intègre en même temps le travail des forces rencontrées sur ce parcours, quand il résulte d'une variation dans la direction de propagation des déplacements u relevés sur un incrément de longueur $d\Sigma$ sur ce contour (figure 2.3).

Pour montrer les équivalences entre le concept d'Intégral J et les concepts de travail spécifique de rupture, deux points vont être abordés. Dans le premier point, on appliquera le calcul de l'intégral J pour un contour évoluant à la frontière de la zone d'élaboration de la fissure. Dans le second point, on intégrera la courbe J_r décrit par Paris[2.13] pour une croissance complète de la fissure (figure 2.16). La valeur critique de l'Intégral J pourra être comparée au travail essentiel de rupture.

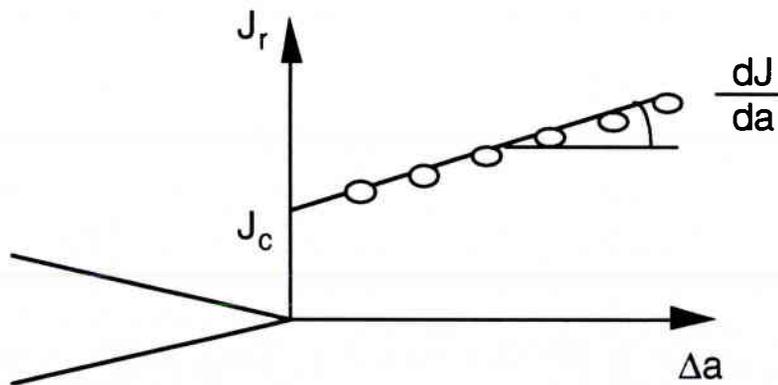


Figure 2.16: Intégrale J pour un accroissement infinitésimal de fissure.

La densité d'énergie de déformation s'écrit de la façon suivante :

$$W^* = \int_0^{\epsilon_c} \sigma_{eq} d\epsilon_{eq} \quad (2.53)$$

Les efforts de traction sur la bordure de la zone d'élaboration de la fissure sont supposés dépendants de l'étirement dans cette zone. De plus, on suppose qu'ils sont seulement dans la direction perpendiculaire au plan de fissure. Cotterell et Mai[2.12], en 1981, affirme alors que la valeur critique de l'Intégral J, J_{Ic} est égale à :

$$J_{Ic} = z \int_0^{\epsilon_c} \sigma_{eq} d\epsilon_{eq} + \int_{\epsilon_c z}^{\delta_c} \sigma(\delta) d\delta \quad (2.54)$$

qu'ils identifient à la relation (2.52).

En 1986, Mai et Cotterell[2.14] explicitent encore le lien entre le travail essentiel de rupture, tel qu'ils le définissent, et l'Intégral J. Pour cela, ils intègrent la première égalité de la relation (2.24) pour un parcours complet de la fissure dans tout le ligament. L'Intégration de J donne donc le travail total dépensé. D'autre part, ils intègrent la relation de la courbe J_r défini par :

$$J_r = J_{Ic} + \frac{dJ}{da} \Delta a \quad (2.55)$$

Pour une éprouvette axisymétrique (figure 2.17), on écrit ainsi d'une part :

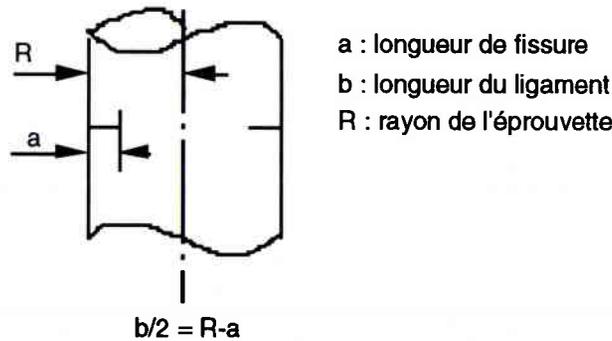


Figure 2.17 : Eprouvette axisymétrique, b_0 est la longueur du ligament.

$$\int_0^{b/2} J_r da = \int - \frac{dU}{dA} da = \int \frac{1}{\pi b} \frac{\delta U}{\delta a} da = \frac{1}{\pi} \int \frac{dU}{b} \quad (2.56)$$

et d'autre part, en fonction de a, et avec comme hypothèse $dJ/da = \text{constante}$, on trouve:

$$\int J da = \int \left(J_{Ic} + \frac{dJ}{da} \Delta a \right) da = - \frac{J_{Ic}}{2} \int_{b_0}^0 db - \frac{1}{2} \frac{dJ}{da} \int_{b_0}^0 \frac{db}{2} \int \frac{db}{2} \quad (2.57)$$

L'égalité de ces deux équations amène :

$$\frac{U_c}{\pi \frac{b^2}{4}} = J_{Ic} + \frac{dJ}{da} \cdot \frac{b}{4} \quad (2.58)$$

par analogie avec l'équation (2.46), on peut identifier de la manière suivante le travail essentiel de rupture par :

$$\Gamma_e = J_{Ic} \quad (2.59)$$

et le travail plastique d'autre part :

$$W_{pl}^* = \frac{1}{2} \cdot \frac{dJ}{da} \quad (2.60)$$

Par contre, si on intègre suivant la surface A, tout en prenant comme hypothèse $dJ/dA =$ constante, on trouve l'équation suivante :

$$\frac{U_c}{\pi \frac{b^2}{4}} = J_{Ic} + \frac{dJ}{dA} \cdot \frac{\pi b^2}{8} \quad (2.61)$$

Dans ce cas là, on trace le travail spécifique de rupture en fonction de la longueur du ligament au carré, et de la même façon qu'au dessus, on détermine la valeur du travail essentiel de rupture étant l'intersection de la droite des ordonnées à l'origine (voir annexe 2 : démonstration des relations (2.58) et (2.61)).

2.6.4. Détermination expérimentale de Γ_e

La procédure expérimentale nécessite de tracer plusieurs courbes charge-déplacement sur des éprouvettes identiques (figure 2.18) contenant des fissures de longueurs croissantes. On calcule respectivement les travaux spécifique de rupture $U_{c,i}$ de chaque essai en fonction des différentes longueurs de ligament.

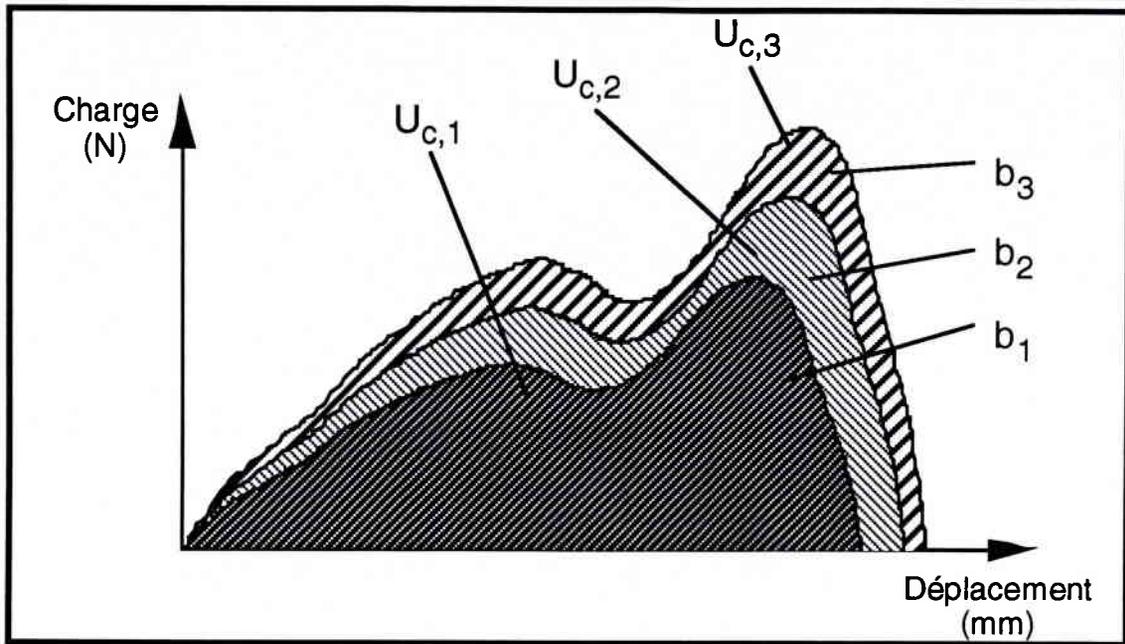


Figure 2.18 : Enregistrement des courbes charges-déplacements.

On reporte alors sur un graphe le travail spécifique de rupture $U_{c,i}$ en fonction de la taille du ligament b_i .

La droite moyenne passant par les points ainsi obtenue est lissée par une méthode des moindres carrés. Elle est extrapolée pour une taille de ligament nulle et l'ordonnée à l'origine donne la valeur du travail essentiel de rupture.

En raison du fait que les valeurs du travail spécifique de rupture présente une dispersion importante nous avons couplé la méthode de détermination du travail essentiel de rupture et la méthode des percentiles .

Pour chaque longueur de ligament, nous avons analysé la distribution des valeurs du travail spécifique de rupture $U_c/(Bb)$ en faisant l'hypothèse que celle-ci suit une distribution de Weibull.

$$P_r(U_c < U_c^*) = 1 - \exp\left(-\frac{U_c}{U_{c,0}}\right)^{m_w} \quad (2.62)$$

où $U_{c,0}$ est le facteur de normalisation, m_w le module de Weibull.

On calcule les valeurs de U_c correspondant au premier, deuxième et troisième quartiles associés respectivement aux probabilités $P_r(U_c) = 0,25 ; 0,50 ; 0,75$ ainsi que les valeurs correspondantes au premier et dernier déciles $P_r(U_c) = 0,1$ et $0,9$.

La figure 2.19 donne un exemple de l'utilisation de cette méthode.

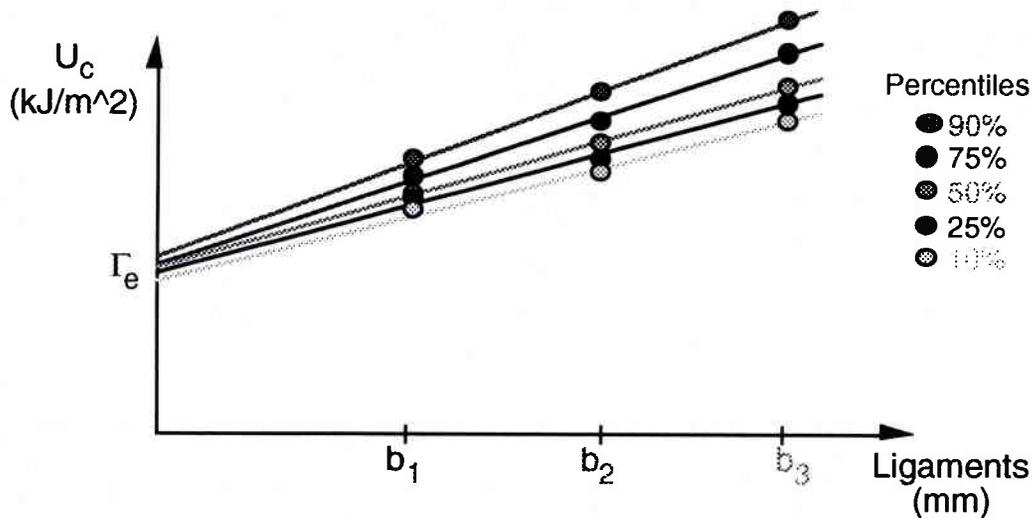


Figure 3.19 : Travail essentiel de rupture U_c .

Les valeurs correspondantes au deuxième quartile ou médiane servent pour la détermination de la valeur moyenne du travail essentiel de rupture.

Les valeurs correspondantes aux cinq percentiles associés par la même méthode du travail essentiel de rupture permettent de calculer la distribution des valeurs du travail essentiel de rupture (en faisant l'hypothèse qu'elle suit aussi la loi de Weibull).

La connaissance de cette distribution permet de calculer alors l'écart type et les intervalles de confiance souhaités.

Quelques résultats de littérature ont montrés dans le cas du Polycarbonate un bon accord entre la mesure de la ténacité J_{Ic} et le travail essentiel de rupture Γ_e . Paton et al[2.6] ont obtenues, en utilisant le paramètre énergétique J , J_{Ic} et le travail essentiel de rupture, les résultats suivants (tableau 2.1).

<i>Méthodes</i>	<i>Résultats</i> (kJ/m ²)
J _{ic} (Begley Landes)	24,78
Paramètre énergétique <i>J</i> (fissures profondes)	36,50
Travail essentiel de rupture Γ_e	27,25

Tableau 2.1 : Résultats de la littérature d'après [2.6].

2.7 Conclusion

Ce chapitre aborde la caractérisation de la ténacité en utilisant les critères énergétiques globaux. L'Intégral *J*, contrairement aux critères d'Andrews et du travail essentiel de rupture, est essentiellement utilisé pour des métaux. Nous nous sommes servis de ces critères afin de comparer la ténacité. Nous avons particulièrement utilisé la méthode proposée par Cotterell et Reddel qui caractérise la ténacité par le travail essentiel de rupture couplé à la méthode des percentiles.

Chapitre 3 :
Analyse fractale

3. ANALYSE FRACTALE

3.1. Introduction

L'étude du faciès de rupture, en utilisant la géométrie fractale, s'appelle la fractographie fractale. La mise en évidence des liens éventuels entre la dimension fractale D_f et la ténacité est une des motivations principales de la fractographie fractale. Si de tels liens étaient démontrés, D_f deviendrait bien plus qu'un outil fractographique descriptif ; D_f serait le reflet de la résistance à la propagation de la fissure.

Cette partie bibliographique permet de faire le point sur la question pour quelques grandes classes de matériaux. Nous avons relevé 24 références à ce sujet qui s'étendent de 1984 à 1996. Les divers expériences ont été menées principalement sur des métaux (aciers, alliages d'aluminium, de zinc...), mais également sur des céramiques.

Elle est composée de deux parties :

- la première partie concerne la géométrie fractale. Dans un premier temps nous introduirons cette nouvelle géométrie en montrant son but et en expliquant les concepts nouveaux qui lui sont liés. Dans un deuxième temps nous développerons plus amplement la notion de dimension fractale en partant de sa définition mathématique et en l'appliquant à un exemple simple. Dans un troisième temps nous décrirons les méthodes de mesure de la dimension fractale d'une surface de rupture.

- la deuxième partie de cette étude bibliographique concerne la relation qui lie la dimension fractale et la ténacité. Tout d'abord nous ferons un récapitulatif complet des données recueillies dans les articles que nous nous sommes procurés. Ensuite, relations entre dimension fractale et ténacité feront l'objet d'une étude plus approfondie.

3.2. La géométrie fractale

3.2.1. Introduction

La géométrie fractale a été développée par Benoît B. Mandelbrot[3.1, 3.2] dans les années 70 - 80 pour analyser des formes irrégulières ou fractionnées (le mot fractal vient du latin "fractus" qui signifie brisé ou irrégulier). Cette nouvelle approche a profondément changé notre compréhension de la géométrie de la nature : Takayasu[3.3], Guyon et al.[3.4], Branner

[3.5]. La géométrie fractale est une géométrie non-euclidienne qui généralise la notion euclidienne de dimension. La dimension fractale qui mesure le degré d'irrégularité ou de brisure d'un objet, contrairement aux nombres de dimensions habituels, peut être une fraction ou même un nombre irrationnel. Ainsi les courbes planes très irrégulières ont une dimension fractale comprise entre 1 et 2. Certaines surfaces pleines de convolutions ont une dimension fractale comprise entre 2 et 3...

Historiquement, pour entrer dans le champ d'investigation de la géométrie fractale, un objet devrait présenter la propriété d'*invariance d'échelle* ; il doit être strictement identique à toutes les échelles d'observation. Cette caractéristique dictée par des considérations purement mathématiques est très vite apparue trop restrictive pour l'étude d'objets réels. Le concept d'invariance d'échelle a évolué vers celui d'*auto-similarité* : l'irrégularité doit alors être statistiquement la même à toutes les échelles. Des objets fractals typiques peuvent être les côtes bretonnes, la surface des nuages, la distribution de la matière dans l'univers, etc...

3.2.2. Notion de Dimension Fractale

Observons la forme d'une côte sur une carte au 1/100000, elle semble très irrégulière et fragmentée. Si on regarde une baie et qu'on la réexamine sur une carte au 1/10000 on voit sur son pourtour un grand nombre de sous-baies, et si on regarde une de ces sous-baies sur une carte au 1/1000 on voit des sous-sous-baies etc... Une telle courbe dont chaque "étage" engendre des détails plus petits que l'étage précédent est dite auto-similaire ou à homothétie interne.

Pour comprendre comment cette propriété peut permettre de définir la dimension fractale étudions plus en détail une courbe particulière dite "courbe de Von Koch" (cf figure 3.1).

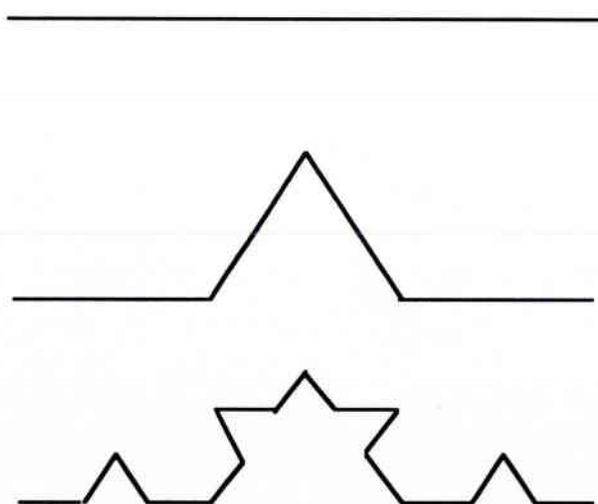


Figure 3.1: Courbe de Von Koch

On part d'un segment de longueur 1 que l'on divise en 3 et, à la première étape on remplace le tiers central par 2 segments de longueur 1/3. A l'étape suivante on renouvelle l'opération sur chacun des 4 segments.

Quelle est la dimension fractale de la courbe de Von Koch? Pour répondre à cette question commençons par décrire quelques propriétés qui caractérisent le concept de dimension euclidienne dans le cas d'objets géométriques simples possédant la propriété d'homothétie interne. Si on transforme une droite par une homothétie de rapport quelconque, dont le centre lui appartient, on retrouve cette même droite. De même pour le plan et l'espace euclidien tout entier.

De plus quelque soit l'entier K , le segment de droite $0 \leq x < X$ peut être recouvert exactement par $N = K$ parties qui sont des segments de la forme $(k-1)X/K \leq x < kX/K$ avec $k=1, \dots, K$. Chaque partie se déduit du tout par une homothétie de rapport $r(N)=1/N$.

De même, quelque soit K le tout constitué par le rectangle $(0 \leq x < X; 0 \leq y < Y)$ peut être entouré par exactement $N=K^2$ parties qui sont dans un rapport $r(N)=1/K=1/N^{1/2}$ au tout.

Un parallélépipède peut être recouvert par K^3 pavés de rapport d'homothétie $r(N)=1/N^{1/3}$.

Pour des espaces de dimension $D > 3$ on trouverait $r(N)=1/N^{1/D}$.

Donc D satisfait:

$$D = - \frac{\ln N}{\ln r(N)} = \frac{\ln N}{\ln\left(\frac{1}{r}\right)} \quad (3.1)$$

On garde la même définition pour des ensembles décomposables en N parties qui sont déduites du tout par une homothétie de rapport r (suivie éventuellement de déplacements et de rotations). Pour la courbe de Von Koch on a $N = 4$, $r=1/3$ d'où $D = \log 4 / \log 3 \approx 1,26$.

Mais le modèle de Von Koch est inapplicable au cas de la ligne de coupe d'une surface de rupture par exemple : non pas parce qu'il est trop irrégulier mais plutôt parce que son irrégularité est trop systématique. Son désordre est en quelque sorte insuffisant. Il faut trouver une méthode qui permette de mesurer la dimension fractale D_f d'une courbe plus "réaliste", moins "mathématique".

3.2.3. Méthodes de mesure de la dimension fractale d'une surface de rupture

Les méthodes de mesure de la dimension fractale d'une surface de rupture peuvent être divisées en deux grandes classes :

- si on fait une lame mince de l'éprouvette perpendiculairement à la surface de rupture on aura à mesurer une courbe fractale dont la dimension fractale sera comprise entre 1 et 2.
- si on fait une coupe parallèle à la surface de rupture on aura à mesurer une surface dont la dimension fractale sera comprise entre 2 et 3.

Nous allons donc décrire les méthodes utilisées pour ces différentes figures fractales.

3.2.3.1 Méthodes de mesure de la dimension de courbes fractales.

Tous les calculs de la dimension d'une courbe fractale plane font intervenir une estimation de la longueur de la courbe. Mandelbrot[3.1] propose 3 méthodes pour obtenir cette estimation.

Méthode du compas : On promène sur la courbe un compas d'ouverture μ , chaque pas commençant là où finit le précédent. La valeur de μ multipliée par le nombre de pas donnera la longueur approximative de la courbe (figure 3.2).

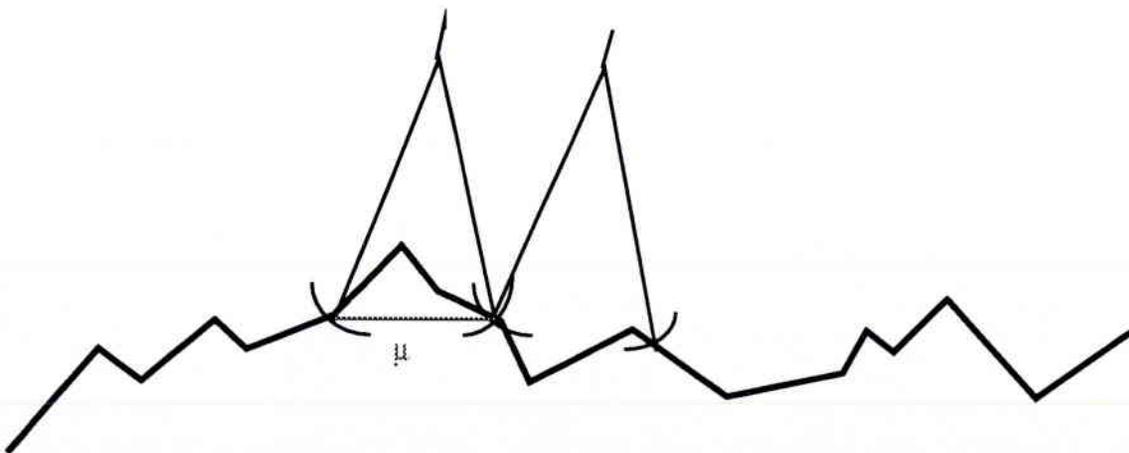


Figure 3.2 : Mesure de la longueur d'une courbe par la méthode du compas

Méthode des boules: On recouvre la courbe par un nombre fini de boules de rayon $\leq \mu$. La longueur de la courbe est alors la somme des rayons des boules (figure 3.3).

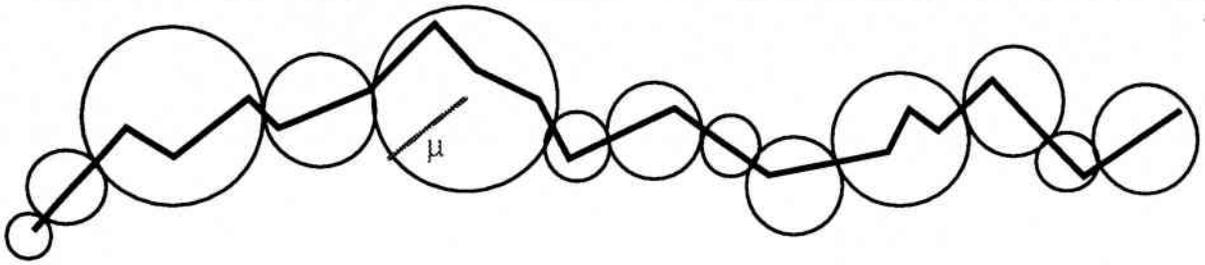


Figure 3.3 : Mesure de la longueur d'une courbe par la méthode des boules.

On trouve aussi une variante moins utilisée dite *méthode du ruban* : on considère tous les points du plan qui sont au plus à une distance μ de la courbe. Ceci revient à recouvrir la courbe par un ruban de largeur 2μ (cf figure 3.4). On divise donc la surface du ruban par 2μ et on trouve une mesure de la longueur de la courbe.

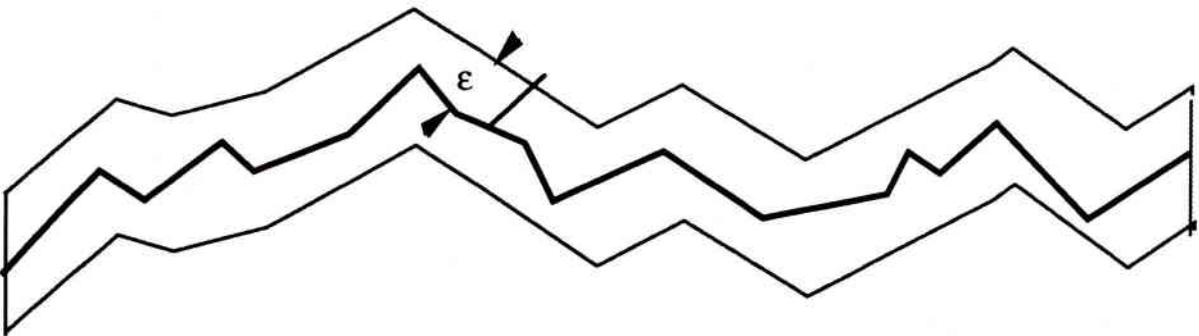


Figure 3.4 : Mesure de la longueur d'une courbe par la méthode du ruban.

Une fois connue l'estimation de la longueur de la courbe fractale, on peut calculer la dimension fractale de la courbe suivant deux méthodes :

- soit on place en chaque point de la courbe le centre d'une boule de rayon ϵ (cf figure 3.5). La réunion des disques s'appelle la "saucisse de Minkowski". L'aire totale $U(\epsilon)$ permet de déterminer la dimension fractale D_f par :

$$D_f = 2 - \lim_{\epsilon \rightarrow \infty} \frac{\log(U\epsilon)}{\log \epsilon} \quad (3.2)$$

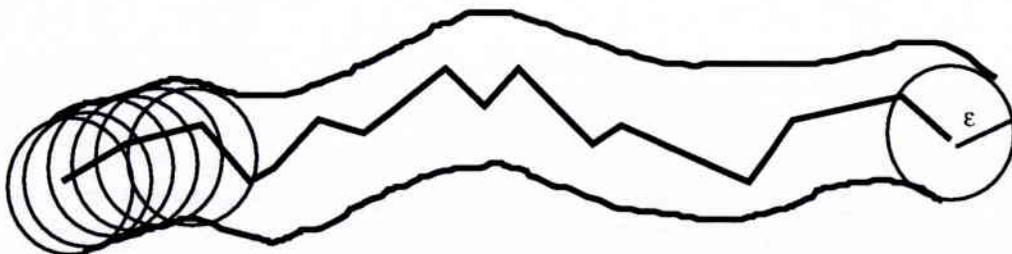


Figure 3.5 : Saucisse de Minkowski

- soit on mesure la longueur $L(\mu)$ de la courbe par la méthode du compas :

$$D_f = 1 + \lim_{\mu \rightarrow \infty} \frac{\log L(\mu)}{\log \mu} \quad (3.3)$$

Outre ces méthodes proposées par Mandelbrot[3.1], Baran, Rocques-carmes, Wehbi et Degrange[3.6] décrivent une méthode de calcul de la dimension fractale qu'ils nomme *méthode des variations* : on appelle $f(x)$ l'équation de la courbe fractale dont on veut connaître la dimension (cf figure 3.6).

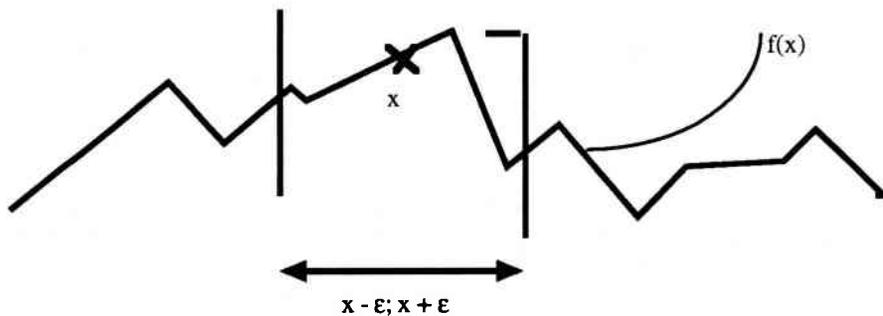


Figure 3.6 : Mesure de la dimension fractale par la méthode des variations.

On calcule pour tout x , la quantité $v_\epsilon(x) = \{\text{maximum } f(x') - \text{minimum } f(x')\}$ pour x' appartenant au segment $\{x - \epsilon; x + \epsilon\}$. Puis on détermine :

$$V_\epsilon = \int_0^1 v_\epsilon(x) dx \quad (3.4)$$

Alors D_f est donnée par la relation 3.5 :

$$V_\epsilon = \epsilon^{2 - D_f} \quad (3.5)$$

3.2.3.2. Méthodes de mesure de la dimension de surfaces fractales.

Il existe principalement deux façons de mesurer la dimension des surfaces fractales.

Méthode des îles: cette méthode a été proposée par Mandelbrot[3.1]. On fait une coupe parallèle au plan de rupture. Il apparaît ainsi, dans le plan de coupe, des îles i.e. des courbes fractales fermées. La mesure de D_f est fondée sur la constatation suivante : pour les courbes non fractales (régulières) on a les relations suivantes entre longueur, surface et volume :

$$L \approx S^{1/2} \approx V^{1/3}$$

Si on considère une île fractale I_n (cf figure 3.7), on peut mesurer son périmètre en recouvrant la côte par des pixels de forme carrée de côté le plus petit possible et en comptant le nombre X_n de pixels qui couvrent la côte. De même on peut calculer la superficie S_n de l'île I_n en comptant le nombre de pixels à l'intérieur de l'île. On a alors :

$$S_n^{1/2} \propto X_n^{1/D_f}(\text{île } n)$$

En répétant l'opération pour toutes les îles du plan de coupe et en reportant les points sur un diagramme ($\log X_n ; \log S_n$) on obtient D_f .

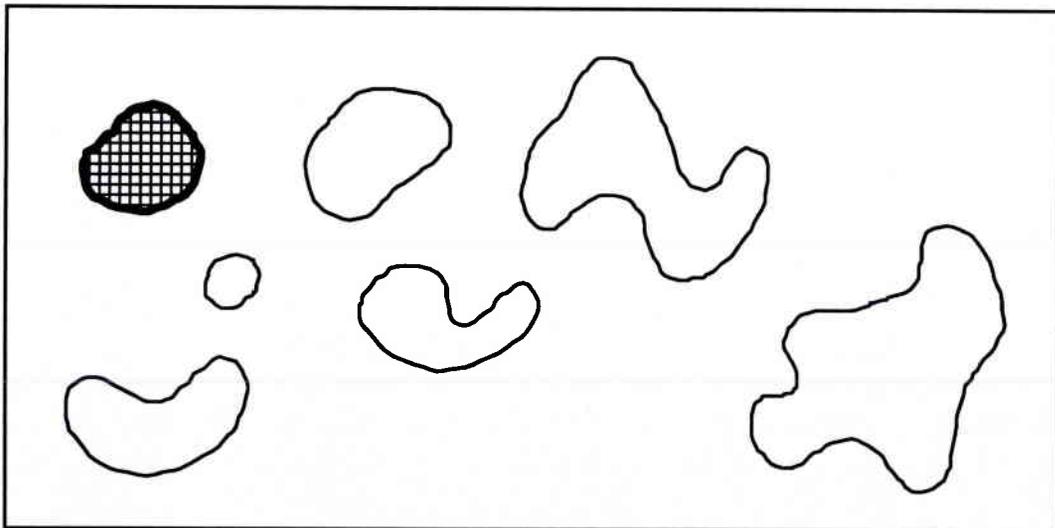


Figure 3.7: Méthode des îles

Cette méthode a l'avantage d'être facilement exploitable par ordinateur. La différence avec la méthode des îles est que cette fois, on garde la même longueur pour les côtés des pixels mais il faut faire des mesures sur un grand nombre d'îles.

Il existe une variante proposée par Pande et al.[3.7], et Ray et Mandal[3.8] qui consiste à calculer le périmètre et l'aire totale des îles sur plusieurs plans de coupe.

Méthode spectrale: cette méthode a pour la première fois été utilisée par Mandelbrot et al.[3.9]. Si on s'intéresse aux courbes temporelles d'un phénomène aléatoire on peut facilement obtenir son spectre en transformant les variations du phénomène en signaux électriques et en les filtrant. Changer la fréquence de filtrage f_c correspond, pour les courbes fractales, à changer l'échelle d'observation. Comme une fractale est invariante par changement d'échelle, le spectre d'un signal fractal doit être invariant par changement de fréquence f donc :

$$S(f) \approx f^{-\beta} \quad (3.6)$$

Pour mesurer D_f d'une surface de rupture on calcule le spectre des variations d'altitude le long d'une ligne. Dans ce cas β satisfait la relation $\beta=2D_f-5$. On a finalement :

$$S(f) \approx f^{2D_f-5} \quad (3.7)$$

3.2.4. Conclusion

On trouve dans la littérature une multitude de méthodes de mesures de la dimension fractale d'une surface de rupture. Cette multiplicité pose d'emblée la question de l'unicité de D_f : est-ce que toutes ces méthodes donnent les mêmes valeurs de D_f ? C'est une des questions que nous aborderons dans le chapitre suivant qui concerne les liens entre la dimension fractale et la ténacité.

3.3. Relation entre la ténacité et la dimension fractale

3.3.1. Vue d'ensemble

Dans ce premier paragraphe nous regrouperons l'ensemble des résultats que nous aurons pu relever sur la question du rapport entre dimension fractale D_f et ténacité K_{IC} , ceci afin d'établir la relation entre la ténacité et la dimension fractale.

Le tableau 3.1 récapitule toutes les données exploitables relevées.

MATÉRIAU	Df	K _{1c} (MPa√m)	méthode	référence
Polyphenylene ether ketone (T ambiante)	1,13	2,4	spectrale	Qihua [5.10]
Polyphenylene ether ketone (150°C)	1,08	2,82	spectrale	Qihua [5.10]
Polyether sulfon (T ambiante)	1,14	2	spectrale	Qihua [5.10]
Polyether sulfon (150°C)	1,09	2,46	spectrale	Qihua [5.10]
Céramique P2V25 (Mobay chemical)	1,07	0,63	variation	Baran [5.6]
Céramique 1 (Unitek)	1,16	0,8	variation	Baran [5.6]
Céramique 2 (Unitek)	1,31	0,77	variation	Baran [5.6]
Céramique 3 (Ceramco)	1,33	0,74	variation	Baran [5.6]
Silicate de zinc 1	2,05	1,6	îles	Mecholsky [5.14]
Silicate de zinc 1	1,06	1,6	spectrale	Mecholsky [5.14]
Silicate de zinc 2	2,09	1,8	îles	Mecholsky [5.14]
Silicate de zinc 2	1,07	1,8	spectrale	Mecholsky [5.14]
Silicate de zinc 3	2,11	2,2	îles	Mecholsky [5.14]
Silicate de zinc 3	1,12	2,2	spectrale	Mecholsky [5.14]
Borosilicate de lithium	2,18	2,7	îles	Mecholsky [5.14]
IN 9052 + 15% SiC non trempé	1,08	8,7	boules	Davidson [5.16]
Al-4Mg + 15% SiC non trempé	1,17	12,2	boules	Davidson [5.16]
IN 9021 + 14% SiC non trempé	1,11	13,4	boules	Davidson [5.16]
IN 9021 + 14% SiC trempé	1,25	13,8	boules	Davidson [5.16]
2014 + 15% SiC non trempé	1,12	13,8	boules	Davidson [5.16]
2014 + 15% SiC trempé	1,2	20	boules	Davidson [5.16]
2014 + 25% SiC non trempé	1,22	14,3	boules	Davidson [5.16]
2014 + 25% SiC trempé	1,22	11,7	boules	Davidson [5.16]
7475 + 15% SiC non trempé	1,27	13,4	boules	Davidson [5.16]
7475 + 15% SiC trempé	1,2	13	boules	Davidson [5.16]
2024 + 15% SiC trempé	1,2	14,7	boules	Davidson [5.16]
2024 T351 trempé	1,15	21	boules	Davidson [5.16]
2024 T351 trempé	1,14	36	boules	Davidson [5.16]
Zn + 5% Al	1,12	22	boules	Keustermans [5.18]
Zn + 8% Al	1,12	26	boules	Keustermans [5.18]
Zn + 17% Al	1,07	27	boules	Keustermans [5.18]
Alumine AD 90	2,21	2,9	îles	Mecholsky [5.14]
Alumine AD 999	2,31	3,9	îles	Mecholsky [5.14]
Alumine AD 999	1,33	3,9	spectrale	Mecholsky [5.14]
alumine GEND	2,23	3,9	îles	Mecholsky [5.14]
Alumine GA TECH	2,18	2,2	îles	Mecholsky [5.14]
Alumine A1500 (Wesgo)	2,2	3,6	îles	Mecholsky [5.14]
Alumine UCC	2,15	2,5	îles	Mecholsky [5.14]
Alumine Lucalox	2,31	4	îles	Mecholsky [5.14]

Tableau 3.1 : Type de matériau, ténacité, dimension fractale.

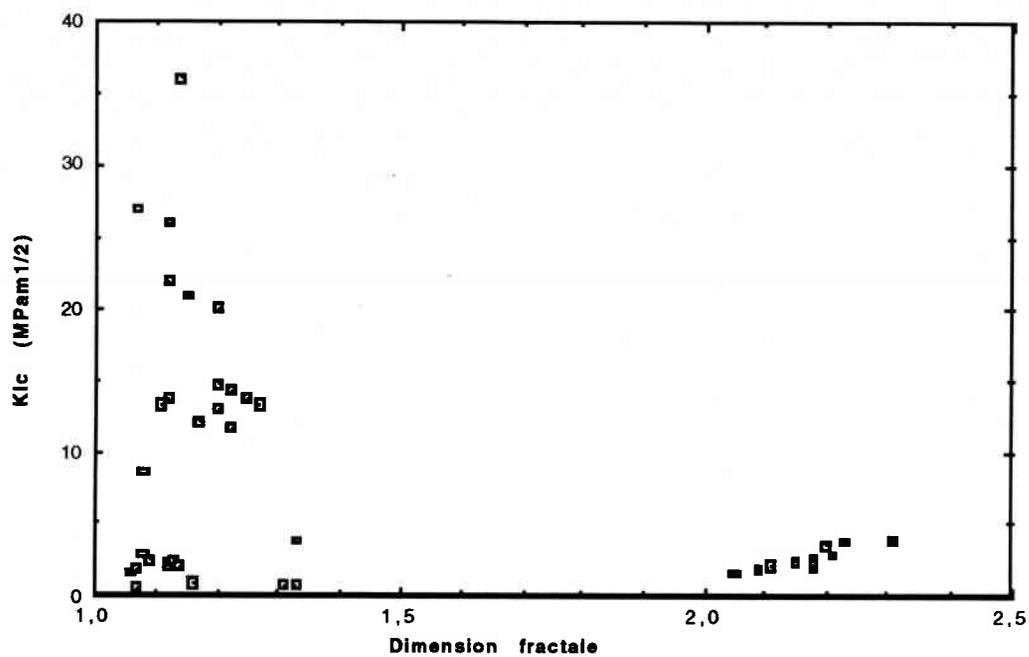


Figure 3.8 : Ténacité en fonction de la dimension fractale (toutes les méthodes).

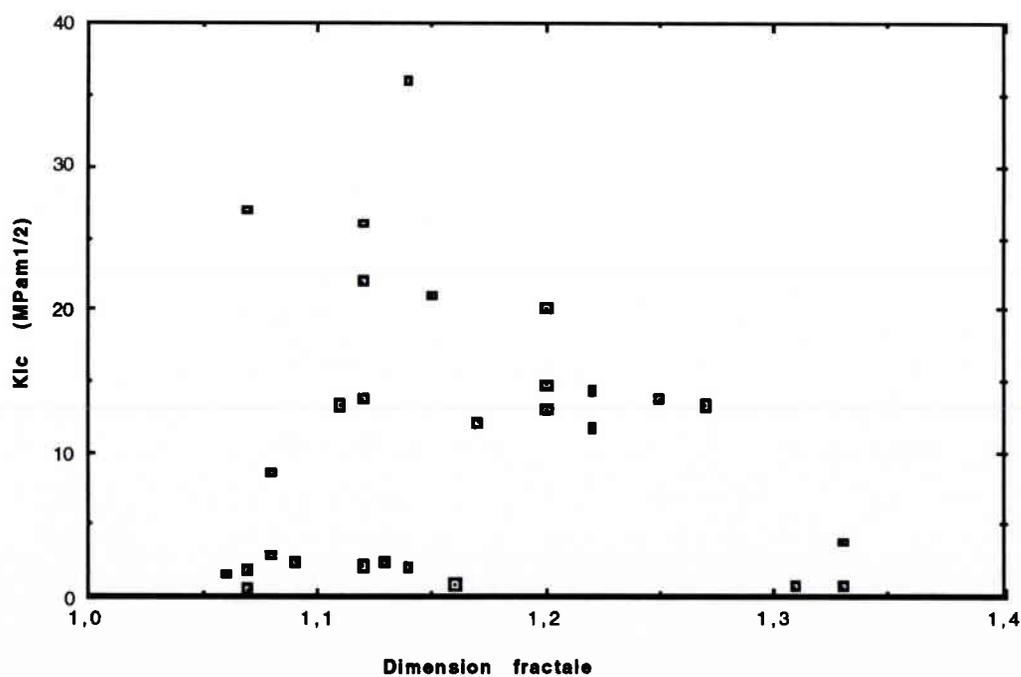


Figure 3.9 : Ténacité en fonction de la dimension fractale (hors méthode des îles).

Le tableau 3.1 est représenté sous forme de figures (cf figure 3.8, 3.9). Justement, les figures 3.8 et 3.9 semblent montrer qu'il n'y a pas de liens entre ténacité et dimension fractale. Mais les expériences ont été menées d'une part sur des matériaux très différents (certains très tenaces comme les aciers, d'autres au contraire peu tenaces comme les céramiques) et d'autre part la dimension fractale a été mesurée avec beaucoup de méthodes différentes. Dans le paragraphe suivant nous allons préciser l'analyse de quelques auteurs pour affiner la relation entre ténacité et dimension fractale.

3.3.2. Quelques résultats de la littérature

L'hypothèse de liens qui lient ténacité et dimension fractale a été avancée pour la première fois par Mandelbrot et al.[3.9] en 1984. Ils ont montré que, pour un acier Maraging, la dimension fractale de la surface de rupture décroît linéairement quand l'énergie d'impact Charpy augmente (cf figure 3.10).

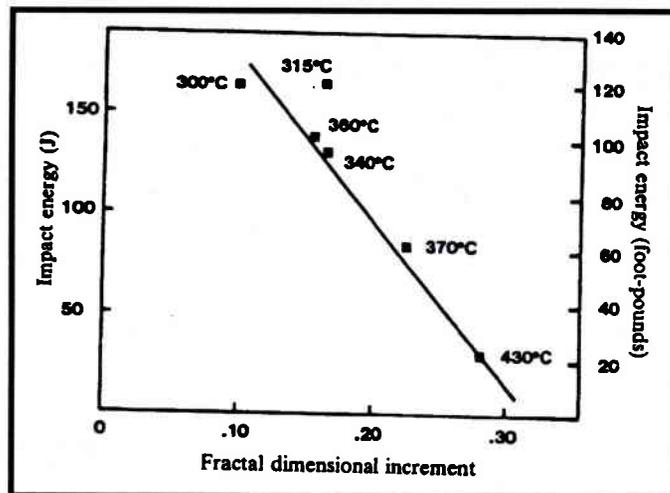


Figure 3.10: Relation entre énergie de rupture Charpy et dimension fractale pour Mandelbrot et al. [3.9]

D'autres résultats expérimentaux établis postérieurement décrivent plus ou moins la même tendance : pour Mu et Lung[3.11], Lin et Lai[3.12], Zhang et Lung[3.13] le logarithme de la ténacité diminue quand la dimension fractale augmente (pour des matériaux fragiles). Les résultats de Mu et Lung[3.11] sont reproduits sur la figure 3.11.

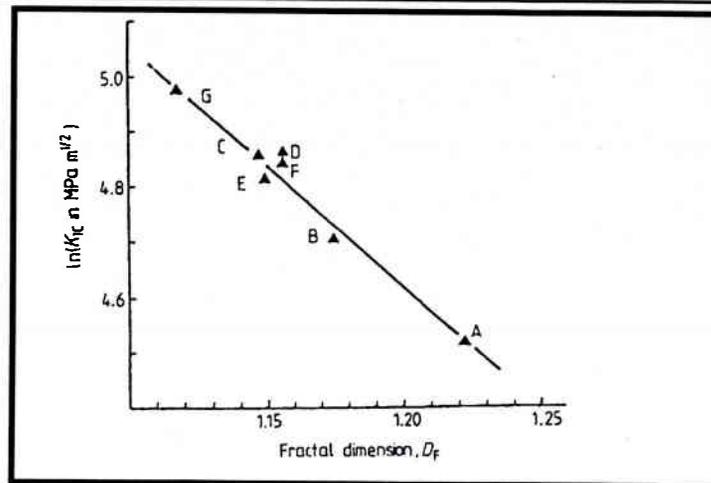


Figure 3.11: Relation décroissante entre ténacité et dimension fractale pour Mu et Lung[3.11]

Plusieurs autres travaux rapportent cependant l'existence d'une relation croissante entre D_f et K_{IC} , généralement pour des matériaux peu tenaces tels que des céramiques. Pour Ray et Mandal[3.8] D_f augmente linéairement avec l'énergie d'impact. Mecholsky et al.[3.14] et Xie[3.15] trouvent quant à eux une augmentation linéaire du logarithme de K_{IC} avec le logarithme de D_f (cf figure 3.12).

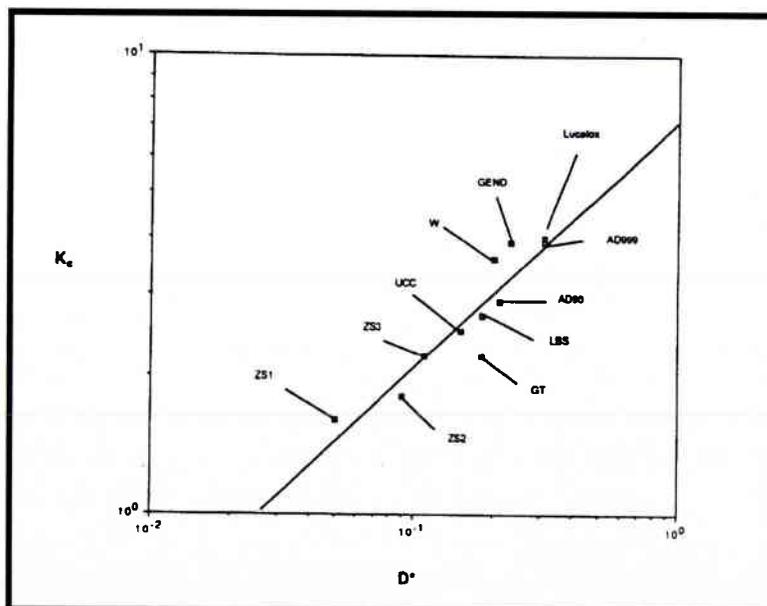


Figure 3.12 : Relation croissante entre ténacité et dimension fractale selon Mecholsky et al.[3.14].

Enfin quelques travaux concluent à l'absence de corrélation surtout pour des matériaux composites : Davidson[3.16] (cf figure 3.13) et Baran et al.[3.6].

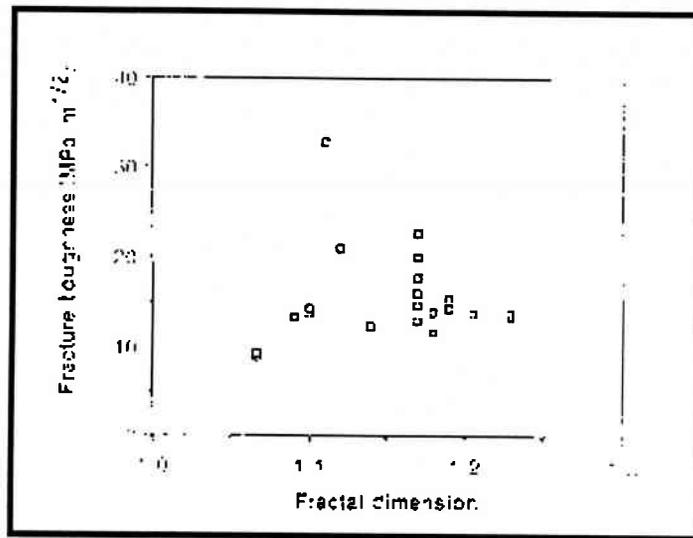


Figure 3.13 : Absence de liens entre D_f et K_{Ic} selon Davidson[3.16]

L'arrière plan théorique de ces relations ne fait évidemment pas l'unanimité. L'énergie critique de propagation de Griffith G_{Ic} est exprimée, dans le cadre de la rupture fragile, par la relation suivante :

$$G_{Ic} = 2\gamma \quad (3.8)$$

où γ est l'énergie surfacique (voir chapitre 3 : mécanique de la rupture).

En mécanique de la rupture, on suppose que la fissure est rectiligne mais, en réalité, la fissure présente une surface plus importante que le simple produit de la longueur rectiligne L_0 par l'épaisseur de l'échantillon. On remplace donc L_0 par la longueur de la courbe fractale L calculée par une des méthodes exposées précédemment. Mu et Lung[3.11] utilisent la méthode du compas. Dans ce cas, on a la relation : $L(\epsilon) = \epsilon^{1 - D_f}$ où ϵ est l'ouverture du compas. Dès lors, la surface réelle de rupture par unité d'épaisseur est plus importante que celle estimée sur la base de la longueur L_0 ; l'énergie de Griffith devient donc :

$$G_{Ic} = 2\gamma \left(\frac{L(\epsilon)}{L_0} \right) \quad (3.9)$$

Comme de plus dans le cadre de la mécanique linéaire de la rupture :

$$G_{Ic} = \frac{K_{Ic}^2}{E} \quad (3.10)$$

où E est le module d'Young du matériau.

on trouve finalement :

$$\ln K_{Ic} = \text{constante} + (1 - D_f) \ln \epsilon \quad (3.11)$$

Cette équation explique la relation décroissante entre dimension fractale et ténacité.

Zhang et Lung[3.13] démontrent, dans le cas d'un matériau fragile et sur la base d'un modèle fractal de rupture intergranulaire, une relation à nouveau décroissante entre la dimension fractale et la ténacité. Ils arrivent à la relation suivante :

$$D_f = \frac{\ln(C_1 \cdot K_{Ic})}{\ln(C_2 \cdot K_{Ic})} \quad \text{où } C_1 \text{ et } C_2 \text{ sont des constantes} \quad (3.12)$$

Mecholsky et al.[3.14] qui trouvent expérimentalement une relation croissante entre dimension fractale et ténacité proposent la relation :

$$K_{Ic} = A(D^*)^{\frac{1}{2}} + B \quad \text{où } D^* \text{ est la partie fractionnaire de } D_f \text{ et } A \text{ et } B \text{ des constantes} \quad (3.13)$$

La rupture ductile a été nettement moins analysée. Jiang, Chu et Hsiao[3.17] ont proposé une équation reliant l'intégrale J et la dimension fractale. Ils modélisent les cupules par la géométrie fractale. La dépendance entre l'intégrale J et la dimension fractale apparaît dans la formule suivante :

$$J_{Ic} = \frac{R_m}{3} \ln \left(\frac{4 \left(1 - \frac{1}{D_f} \right) - 1}{12f_p} \right) l_0^* \quad (3.14)$$

Dans cette équation, f_p est la fraction volumique des sites d'amorçage de cavités, R_m la résistance ultime du matériau et l_0^* une longueur caractéristique.

Xie[3.15] propose la relation empirique suivante :

$$D_f = 2,49 - 0,045 \cdot 10^{-3} G_{ic} \quad (3.15)$$

On se rend compte, à la lumière de cette analyse bibliographique, de la difficulté de relier la ténacité et la dimension fractale seule pour des matériaux différents sans considérer que les mécanismes de rupture peuvent être différents, voire multiples. C'est ce que suggère Baran et al.[3.6] et Keustermans[3.18].

A ce problème vient se superposer celui de l'unicité de la dimension fractale. Les avis sont partagés sur la question. En effet Mecholsky et al.[3.14] trouvent que les calculs de D_f par la méthode des îles et la méthode spectrale coïncident. Mais Krupin et Kiselev [3.19, 3.20] ne trouvent aucune corrélation entre la dimension fractale calculée par la méthode des îles et la méthode du compas. Ray et al.[3.21] vont même plus loin puisqu'ils montrent (cf figure 3.14) que les estimations de la dimension fractale par la méthode des variantes de Pande et al.[3.7] et Ray et Mandal[3.8] et par la méthode spectrale conduisent à des résultats opposés.

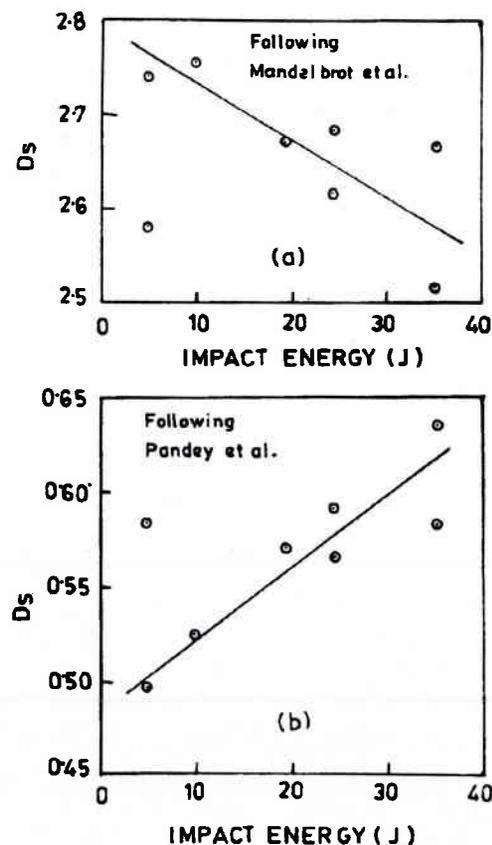


Figure 3.14: Dimension fractale en fonction de l'énergie d'impact Charpy pour le calcul de D_f

(a) par la méthode spectrale

(b) par la méthode de Pande et al.

3.4. Conclusion

A l'examen de la littérature, il apparaît qu'il n'y a pas de liens établis entre la dimension fractale et la ténacité. Plusieurs explications peuvent être proposées à cela :

-premièrement, les analyses fractales des surfaces de rupture sont effectuées suivant des méthodes d'analyse fractale diverses. Ceci rend la comparaison des résultats très délicate.

-deuxièmement, la microstructure semble jouer un rôle non négligeable sur la morphologie des surfaces de rupture. Il est ainsi évident que la morphologie de la surface de rupture dépend du mécanisme microscopique de rupture or, ces mécanismes sont très variés. Dans les matériaux polycristallins (métaux, céramiques...) la rupture peut avoir lieu par clivage, être intergranulaire ou intragranulaire. La rupture peut également être ductile dans ce cas, la plasticité peut être généralisée ou confinée en tête de fissure. La fissure peut se propager par le déchirement de proche en proche des cupules ou au contraire, le matériau peut se rompre à la suite d'une striction complète. Enfin tous ces différents processus peuvent se combiner.

-troisièmement, il semble évident que les surfaces de rupture font penser aux fractals mais on voit très distinctement plusieurs zones différents sur une même surface de rupture (zone tourmenté et lisse voir Chapitre 8). Donc, il parait judicieux de faire des mesures locales de la dimension fractale.

DEUXIÈME PARTIE :
ÉTUDE EXPÉRIMENTALE

Chapitre 4 :
Montage en barre d'Hopkinson

4. MONTAGE EN BARRES D'HOPKINSON

4.1. Rappels

4.1.1. Introduction

Une des techniques expérimentales les plus couramment utilisées pour la caractérisation dynamique des matériaux est la technique des barres d'Hopkinson. Elle est basée sur l'hypothèse de la propagation non dispersive d'une onde dans une barre qui permet d'appliquer une force sur une éprouvette en contact.

En général, la gamme de vitesse de déformation atteinte par cette technique se situe entre 10^2 et 5.10^3 (tableau 4.1).

$\dot{\epsilon}$	Type d'appareil
$< 10^{-4}$	Fluage
10^{-4} à 1	Hydraulique
1 à 10^2	Hydraulique et pneumatique
10^2 à 5.10^3	Machines à chocs, barre de Hopkinson
$> 5.10^3$	Impacts de projectiles
5.10^3 à 10^6	Expansion de structure par explosifs

Tableau 4.1: Gamme de vitesse de déformation.

La première partie de ce chapitre constituera un bref historique des barres d'Hopkinson (ou barre de Kolsky).

Le second paragraphe sera consacré à des rappels théoriques sur la propagation des ondes dans un barreau cylindrique et appliqué au cas des barres d'Hopkinson en considérant les différents montages possibles. Les relations ainsi démontrées nous servirons par la suite.

Nous étudierons ensuite les dispositifs de barres d'Hopkinson classiques appliqués à des essais de compression et de traction.

Souvent, les barres utilisées comportent des variations d'impédance (variation des caractéristiques mécaniques du matériau ou de la section droite de la barre) entraînant une dispersion des ondes.

4.1.2. Bref historique

Le profil d'une onde élastique se propageant dans un barreau cylindrique à section circulaire a été examiné pour la première fois par B. Hopkinson en 1914. Le montage d'Hopkinson[4.1] permettait de déterminer l'amplitude et la durée d'une impulsion générée par un choc sur une extrémité du barreau (à l'aide d'un pendule balistique). Cependant, ce montage ne permettait pas de décrire la forme de l'onde.

Le montage original a d'abord été modifié en lui ajoutant du matériel photographique ou électronique permettant d'obtenir des enregistrements pratiquement continus. On peut alors cerner la forme de l'impulsion générée.

En 1948, Davies[4.2] a proposé un montage électrique qui permettait d'enregistrer le déplacement longitudinal d'une section droite à l'extrémité libre d'un barreau (il utilisait la barre comme masse d'un condensateur).

Par une méthode similaire, on peut mesurer la contrainte longitudinale en n'importe quel point du barreau : on utilise alors un condensateur à anneaux concentriques permettant de mesurer la déformation radiale du barreau par effet Poisson.

En 1949, Kolsky[4.3] utilise le concept de barres d'Hopkinson pour déterminer les déformations et les contraintes dynamiques auxquelles est soumis un échantillon en compression intercalé entre deux barres (barres d'entrée et de sortie, figure 4.1).

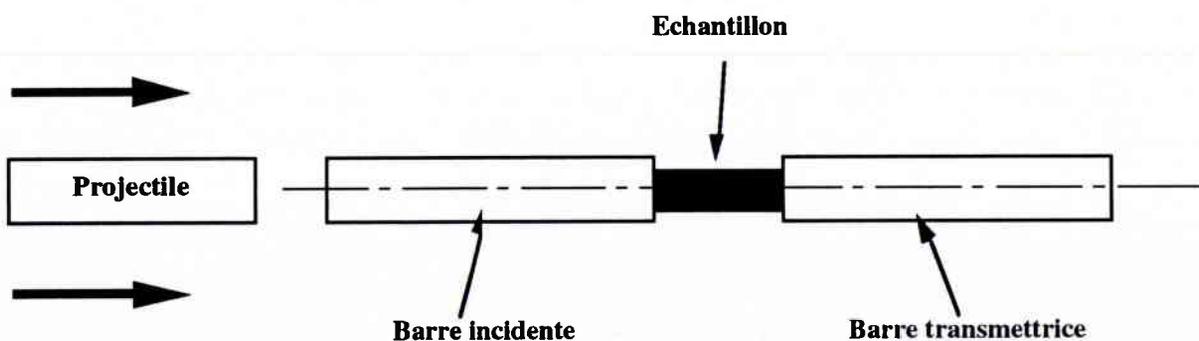


Figure 4.1 : Barres Hopkinson en compression.

Ce montage permet de mesurer les courbes contraintes-déformations et de remonter aux lois de comportement des matériaux à grandes vitesses de déformation.

On trouve maintenant plusieurs essais dérivés de l'essai Hopkinson en compression. La plupart du temps, les contraintes sont mesurées à l'aide de ponts de jauges extensométriques.

En 1960, la technique des barres d'Hopkinson a été adaptée à des essais de traction dynamique. Le montage est similaire au montage de compression mais le projectile doit évidemment se déplacer de la barre de sortie vers la barre d'entrée pour venir percuter une enclume solidaire de la barre d'entrée (figure 4.2).

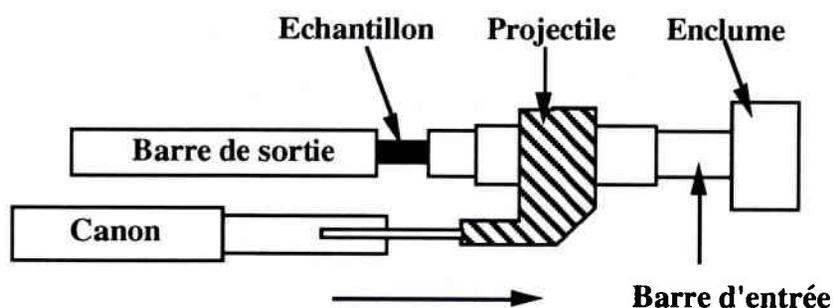


Figure 4.2 : Barres de Hopkinson en traction.

Un dispositif ingénieux a été utilisé par Nicolas en 1980 : il utilise un système de compression dans lequel l'éprouvette est vissée aux barres d'entrée et de sortie. Une bague est disposée autour de l'éprouvette pour éviter que celle-ci soit endommagée au passage de la première onde de compression. Cette bague, non solidaire des deux barres, est choisie de façon que l'onde soit transmise à la barre de sortie sans perturbation importante. L'éprouvette est ensuite sollicitée en traction par l'onde réfléchie sur l'extrémité de la barre de sortie.

Une autre méthode consiste à emmagasiner de l'énergie élastique de traction dans une zone de la barre d'entrée séparée de l'autre partie par un frein. Le frein est rompu de façon brutale libérant ainsi l'énergie dans la barre d'entrée.

Certains auteurs utilisent un montage Hopkinson en compression dans lequel la barre d'entrée est supprimée : le projectile vient percuter directement l'éprouvette, ce qui permet d'atteindre des vitesses de déformation plus importantes (de l'ordre de 10^5s^{-1} , figure 4.3).

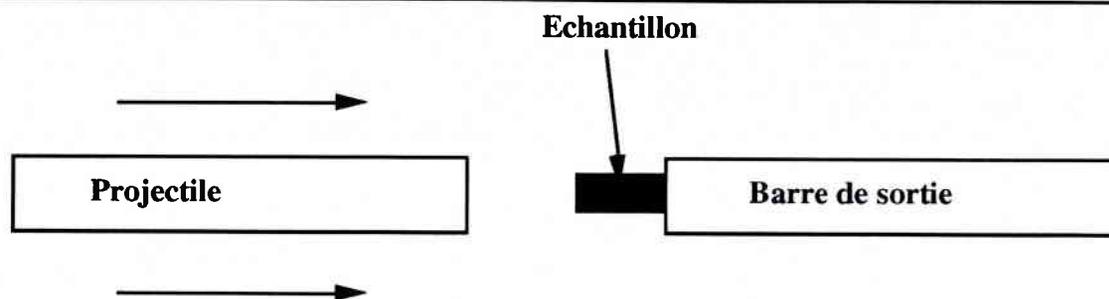


Figure 4.3 : Barres de Hopkinson en compression directe.

La force appliquée est déterminée à l'aide des jauges extensométriques positionnées sur la barre de sortie tandis qu'une méthode optique permet de mesurer les déformations. Une caméra ultra-rapide peut être utilisée pour visualiser les déformations.

On peut aussi utiliser la technique des barres d'Hopkinson en torsion. Pour cela le système est constitué d'une barre d'entrée et d'une barre de sortie couplé par dispositif de chargement. Le principe est le suivant :

l'énergie élastique est emmagasinée dans la barre d'entrée (à gauche du dispositif de freinage) en exerçant un couple à l'aide d'un dispositif de chargement (vérins hydrauliques). Au moment de l'essai, le frein est lâché brutalement et une onde de torsion se propage vers l'éprouvette. L'essai de torsion a l'avantage de ne pas engendrer des oscillations dispersives de Pochhammer-Chree[4.4].

Le concept des barres d'Hopkinson peut être étendu à d'autres types d'essais. Nous citerons en particulier le dispositif qui nous intéressera dans la suite : le dispositif d'Hopkinson en traction.

4.1.3. Propagation des ondes élastiques dans un barreau cylindrique

De nombreuses difficultés demeurent dans la recherche des solutions exactes des équations de propagation des ondes dans les solides de dimensions finies en raison de l'impossibilité de satisfaire simultanément les conditions aux limites. Pochhammer puis Chree proposèrent cependant une bonne approche de ce cas en étudiant la transmission d'un train d'ondes sinusoïdales dans une barre infinie de section circulaire uniforme.

4.1.3.1. Solution générale dans le cas d'un barreau cylindrique infini

Dans la solution de Pochhammer-Chree, les déplacements U_x sont exprimés sous la forme

$$U_k = F_k e^{i(kz + pt)} \quad \langle k = r, \theta, z \rangle \quad (4.1)$$

où F_k sont des fonctions des coordonnées r et θ uniquement. Le choix particulier de ces fonctions fournit l'expression des ondes longitudinales et transverses dans le barreau.

Dans le cas des ondes longitudinales, où chaque élément du barreau se déforme dans la direction de propagation des ondes, on suppose que $U_\theta = 0$ (déplacement suivant θ) et qu'il existe une symétrie par rapport à l'axe z de la barre : F_r et F_z sont donc uniquement fonctions de r .

Les solutions font apparaître des fonctions de Bessel de première espèce d'ordre zéro et d'ordre un. Le développement en série de ces fonctions permet d'aboutir à une équation approchée de la forme

$$\frac{C_\phi}{C_0} = 1 - \nu^2 \pi^2 \left(\frac{R}{\Lambda}\right)^2 \quad (4.2)$$

où C_ϕ = vitesse de phase,

$$C_0 = \sqrt{\frac{E}{\rho}},$$

R = rayon du barreau,

Λ = longueur d'onde,

$$\nu = \frac{\lambda}{2(\lambda + \mu)} \quad (\text{coefficient de Poisson}).$$

On remarque que lorsque le deuxième terme de l'équation (4.2) tend vers 0 (R négligeable devant Λ), on obtient une onde non dispersive de vitesse C_0 .

4.1.3.2. Théorie unidimensionnelle

L'équation unidimensionnelle de la propagation d'une onde longitudinale le long d'un barreau provient de l'écriture de l'équilibre des forces agissant sur un élément de longueur dx , comme le montre la figure 4.4. On suppose qu'une section plane reste plane, que la distribution des contraintes est uniforme et que l'inertie radiale peut en fait être négligée (on verra par la suite que cette inertie peut jouer un rôle important).

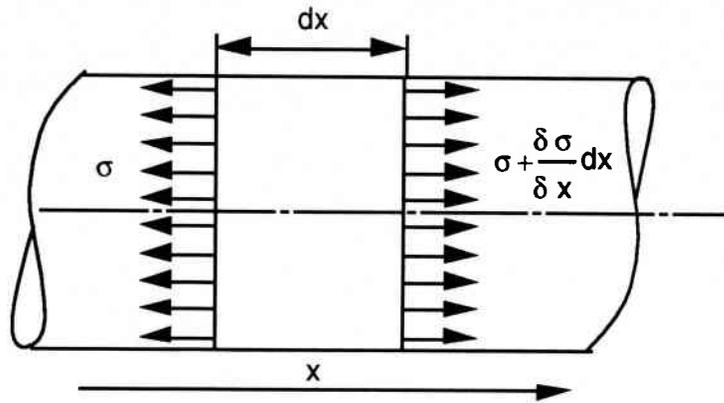


Figure 4.4 : Tronçon d'une barre cylindrique.

D'après l'équation fondamentale de la dynamique, si A est la section du barreau et ρ sa densité, on peut écrire :

$$\rho A dx \frac{\delta^2 u}{\delta t^2} = A \frac{\delta \sigma}{\delta x} dx \quad (4.3)$$

or les ondes étant élastiques longitudinales, on utilise la loi de Hooke sous la forme la plus simple :

$$\sigma = E \varepsilon \quad (4.4)$$

avec :

$$\varepsilon = \frac{\delta u}{\delta x} \quad (4.5)$$

par conséquent, en utilisant la formule (4.5) et l'équation (4.3) on a :

$$\frac{\delta^2 u}{\delta t^2} - C_0^2 \frac{\delta^2 u}{\delta x^2} = 0 \quad (4.6)$$

La solution de l'équation s'écrit :

$$u = f(x - C_0 t) + g(x + C_0 t) \quad (4.7)$$

qui représente deux ondes superposées, se déplaçant vers les x positifs et les x négatifs. En différenciant l'équation par rapport à x ou t on obtient l'expression de la déformation ε , de la contrainte σ et de la vitesse particulière v :

$$\varepsilon = \frac{\delta u}{\delta x} = f'(x - C_0 t) + g'(x + C_0 t) \quad (4.8)$$

$$\sigma = E \varepsilon = E \left[f'(x - C_0 t) + g'(x + C_0 t) \right] \quad (4.9)$$

$$v = \frac{\delta u}{\delta t} = C_0 \left[-f'(x - C_0 t) + g'(x + C_0 t) \right] \quad (4.10)$$

Si l'on considère le cas où l'onde ne se propage que dans une seule direction, ces équations montrent l'existence d'une relation linéaire entre la contrainte en un point et la vitesse particulière :

$$|\sigma| = \rho C_0 v \quad (4.11)$$

le produit ρC_0 représentant l'impédance Z qui est une caractéristique intrinsèque du matériau.

4.1.3.2.1. Réflexion sur une interface

Lorsqu'une onde longitudinale rencontre une discontinuité de section, les conditions aux limites à satisfaire sont l'égalité des forces et des vitesses particulières (cf figure 4.5), par conséquent on peut écrire :

$$A_1 (\sigma_I + \sigma_R) = A_2 \sigma_T \text{ et } v_I - v_R = v_T \quad (4.12)$$

où les indices I, R et T signifient onde incidente, réfléchie et transmise respectivement.

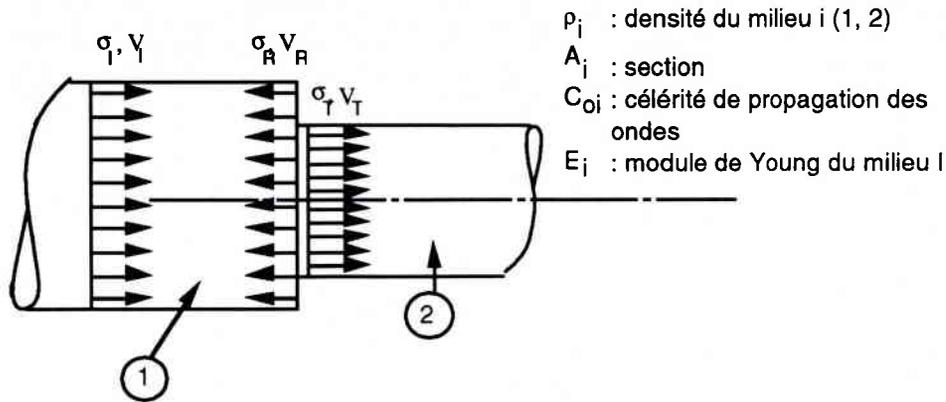


Figure 4.5 : Réflexion d'une onde sur une discontinuité.

En combinant les équations 4.11 et 4.12 on obtient :

$$\sigma_T = \frac{2 A_1 \rho_2 C_{02}}{A_1 \rho_1 C_{01} + A_2 \rho_2 C_{02}} \sigma_I \quad (4.13)$$

et

$$\sigma_R = \frac{A_2 \rho_2 C_{02} - A_1 \rho_1 C_{01}}{A_1 \rho_1 C_{01} + A_2 \rho_2 C_{02}} \sigma_I \quad (4.14)$$

On peut remarquer d'après les équations ci-dessus, que quand $A_2=0$ (cas d'une surface libre), la somme algébrique des contraintes incidente et réfléchie s'annule. Cela veut dire que si une onde de contrainte rencontre une surface libre, celle-ci se réfléchit intégralement en une onde de contrainte de signe opposé ; une onde de compression se réfléchit en onde de tension et inversement.

4.1.3.2.2. Inertie radiale

L'étude de Pochhammer montre que la vitesse de propagation des ondes longitudinales dépend de leur longueur d'onde : ces ondes subissent donc une dispersion dans leur propagation.

Partant de la théorie élémentaire unidimensionnelle, Davies[4.5] a pris en compte les effets de l'inertie radiale et est parvenu à une équation de propagation de la forme :

$$\frac{\delta^2 u}{\delta t^2} - \nu^2 \frac{I}{A} \frac{\delta^4 u}{\delta x^2 \delta t^2} = C_0^2 \frac{\delta^2 u}{\delta x^2} \quad (4.15)$$

où I : moment d'inertie par rapport à l'axe de la barre,
 A : section de la barre.

Si une barre de longueur L , de section A et de moment d'inertie I est brusquement soumise à une contrainte de compression $-\sigma_0$ au point $x = L$ (l'extrémité $x = 0$ étant libre) la solution de l'équation satisfaisant les conditions aux limites est :

$$u = - \left[\frac{\sigma_0 t^2}{2\rho L} + \frac{2\sigma_0 L}{\pi^2 E} \sum_{i=1}^{\infty} \left(\frac{(-1)^i}{i^2} \left(1 - \cos \left[\frac{i\pi C_0 t}{(\sqrt{1+i^2\alpha^2})L} \right] \right) \cos \frac{i\pi x}{L} \right) \right] \quad (4.16)$$

avec :

$$\alpha^2 = \frac{\pi \nu}{L} \sqrt{\frac{I}{A}} \quad (4.17)$$

Skalak[4.6] abordant le problème de l'impact de deux barreaux cylindriques semi-infinis, au moyen des équations tridimensionnelles de l'élasticité, parvient au même résultat que Davies en utilisant la théorie unidimensionnelle. Le résultat obtenu est présenté sur la figure 4.6 où l'on voit l'inertie du front de montée qui est suivi d'oscillations s'amortissant au cours du temps.

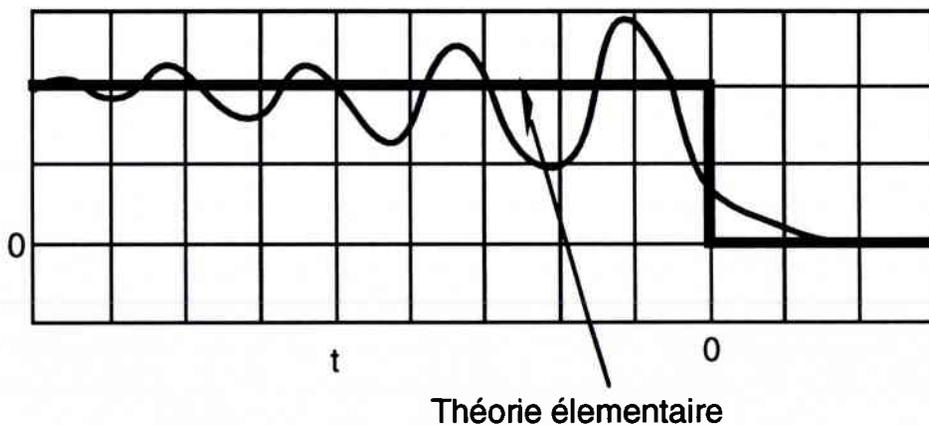


Figure 4.6: Phénomènes d'inertie sur un pulse de contrainte.

4.1.4. Conclusion

On a vu dans ce paragraphe que pour pouvoir avoir des enregistrements force-temps exploitables, il faut diminuer les effets d'inertie radiale. Pour cela, deux solutions sont envisageables :

- la première consiste à diminuer le diamètre des barres de façon à ce qu'il soit nettement inférieur à la longueur d'onde Λ ; on voit alors que dans l'équation 4.2 le second terme est négligeable devant le premier et l'on obtient une onde non dispersive de vitesse C_0 . Cette solution présente néanmoins un inconvénient, les barres devant rester élastiques pour pouvoir utiliser la loi de Hooke, une diminution de leur diamètre entraînerait une diminution du niveau de contrainte admissible et donc une diminution de la vitesse d'impact. Il faut donc choisir un compromis de façon à avoir des vitesses d'impact relativement élevées tout en minimisant les oscillations parasites.

- La deuxième solution est de choisir des matériaux dont le coefficient de Poisson est faible. Là encore il faut que leur limite d'élasticité soit suffisamment élevée pour avoir une gamme de vitesse d'impact la plus étendue possible.

4.2. Calibration du dispositif de barre d'Hopkinson

Dans ce paragraphe, nous étudions le diagramme de marches qui nous servira à la calibration des jauges de déformation du dispositif de barre d'Hopkinson tout en utilisant la théorie de propagation des ondes vue au paragraphe précédent.

4.2.1 Diagramme de marches

Nous examinerons la propagation des ondes élastiques dans le cas d'un montage en barres d'Hopkinson en compression. Pour cela nous étudierons un ensemble constitué de quatre barres parfaitement alignées pouvant coulisser librement. Le principe de fonctionnement est le suivant : un projectile vient percuter une barre d'entrée et engendre une onde de compression élastique ; c'est l'évolution de cette onde en fonction du temps que nous allons étudier en traçant le diagramme de marches. Ce diagramme est une représentation schématique de l'évolution des ondes en chaque point d'abscisse x des barres en fonction du temps.

Le diagramme de marches de ce cas est présenté sur la figure 4.6.

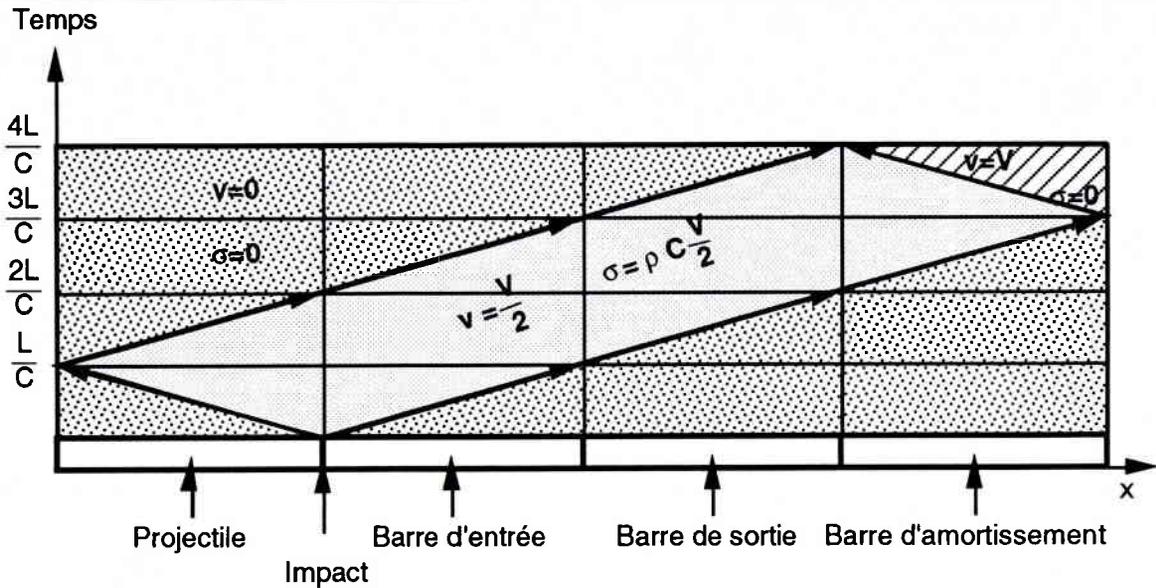


Figure 4.6: Représentation d'un diagramme de marche pour 4 longueurs identique (L).

Juste avant l'impact, l'état initial des différentes barres est le suivant :

-le projectile animé d'une vitesse V est soumis à une contrainte nulle (par conséquent la vitesse particulière v est égale à V),

-les trois autres barres sont au repos ($v=0$, $\sigma=0$).

au temps $t=L/C$ (avec L et C respectivement longueur et célérité de la barre), l'onde se propageant dans le projectile atteint l'extrémité libre et s'y réfléchit intégralement en onde de tension. La superposition de l'onde de compression et de l'onde de tension provoque la décharge du projectile ($v=0$, $\sigma=0$). Cette onde de décharge atteindra la barre d'entrée au temps $2L/C$ et la barre de sortie au temps $3L/C$. Par ailleurs, la propagation de l'onde de compression initiale dans la barre de sortie puis dans la barre d'amortissement montre qu'au temps $t=4L/C$ il y a séparation entre ces deux barres, l'une ayant une vitesse particulière nulle, l'autre une vitesse particulière V .

Des jauges placées sur les barres d'entrée et de sortie enregistrent le passage d'un pulse rectangulaire de niveau de contrainte, si le projectile et la barre sont du même matériau, égal à :

$$\sigma = \rho C \frac{V}{2} \quad (4.18)$$

Cette technique sera utilisée pour la calibration des deux du dispositif de barre d'Hopkinson en traction.

4.2.2 Forme de l'onde générée par l'impact d'un projectile sur une barre

On constate que l'amplitude σ de l'onde générée dans la barre dépend de la vitesse d'impact, des impédances du projectile et de la barre. L'amplitude de cette onde est calculée analytiquement par l'équation 4.18. Les surfaces impactées sont considérées parfaitement parallèles.

Avant le choc, on a dans le projectile :

$$\sigma_p = 0 \tag{4.19}$$

$$v = V \tag{4.20}$$

avec σ_p contrainte dans le projectile et v vitesse particulaire du projectile.

La contrainte régnant dans le projectile au moment de l'impact est égale à :

$$\sigma_p = \rho C \frac{V}{2} \tag{4.21}$$

Si les impédances sont identiques ou si l'impédance du projectile est inférieure à celle de la barre d'entrée, nous aurons un "pulse" de contrainte schématisé sur la figure 4.7a. Par contre si le matériau du projectile n'est pas le même que celui de la barre, ou si l'impédance du projectile est supérieure à celle de la barre d'entrée, le signal incident générée aura une forme "en escalier" de longueur (figure 4.7b) théoriquement infinie. Dans ce cas, tout se passe comme si nous avions plusieurs chocs à vitesses décroissantes.

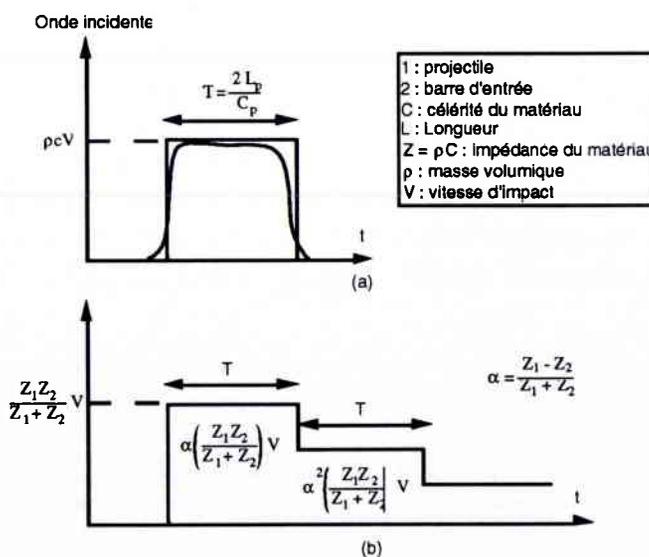


Figure 4.7 : forme de l'onde incidente

4.2.3. Calibration des barres incidente et transmettrice

Nous allons utiliser la méthode de la théorie de propagation d'ondes pour la calibration des barres incidente et transmettrice du dispositif de barres d'Hopkinson en traction. Cette méthode consiste à envoyer un projectile dont on connaît ses caractéristiques mécaniques, sa vitesse et sa longueur, sur une barre qui lors du choc génère une onde de compression. Ce pulse peut être calculé théoriquement avec la relation (4.4). Les valeurs théoriques peuvent être comparées aux valeurs obtenues par le pont de jauges situés sur la barre à calibrer (Incidente ou transmettrice).

4.2.3.1. Calcul de la vitesse du projectile

Le projectile est propulsé par une chambre de compression à une vitesse V . A l'aide de deux extensomètres optiques connectés à un oscilloscope Nicolet 440, visant deux cibles montées sur le canon, on lit le temps mis entre les deux déclenchements. En connaissant ce temps et la distance entre les cibles, il est simple de calculer la vitesse du projectile (cf figure 4.8).

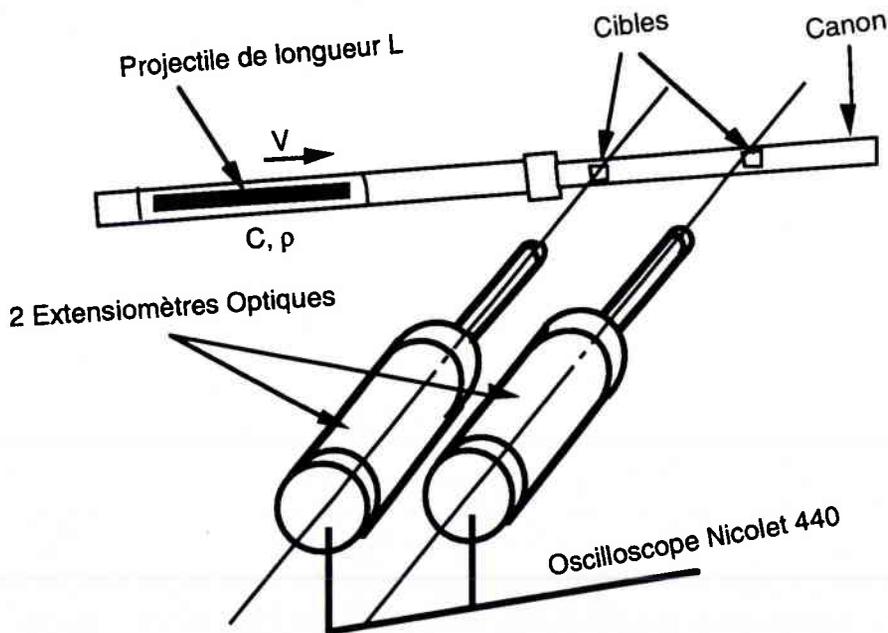


Figure 4.8 : Dispositif de détermination de la vitesse d'un projectile.

Les cibles ne pouvant pas être sur le projectile, nous avons dû créer une discontinuité séparant les parties sombres et claires dans le canon à une distance connue (cf figure 4.9). Par conséquent, quand un projectile passe devant une cible il déclenche l'oscilloscope.

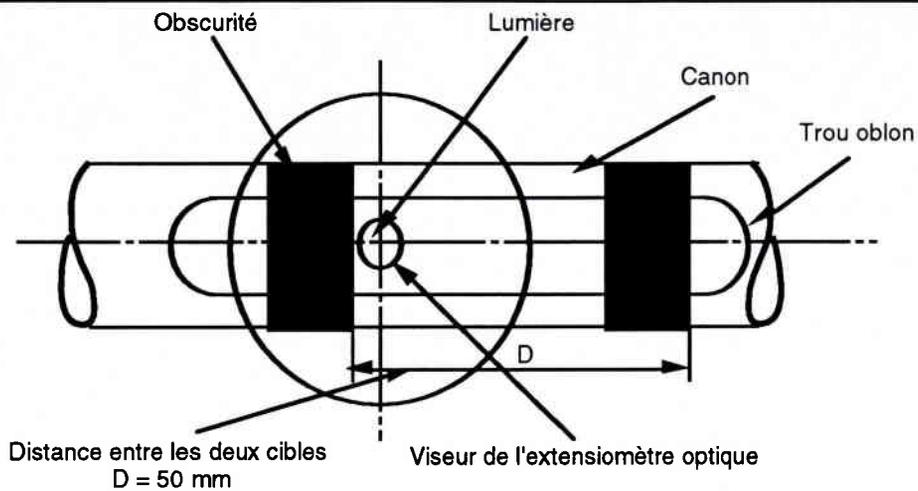


Figure 4.9 : Représentation de deux cibles ou sources.

Connaissant la distance des deux cibles et le temps entre les deux déclenchements (visualisées sur l'oscilloscope : figure 4.10), on détermine la vitesse du projectile.

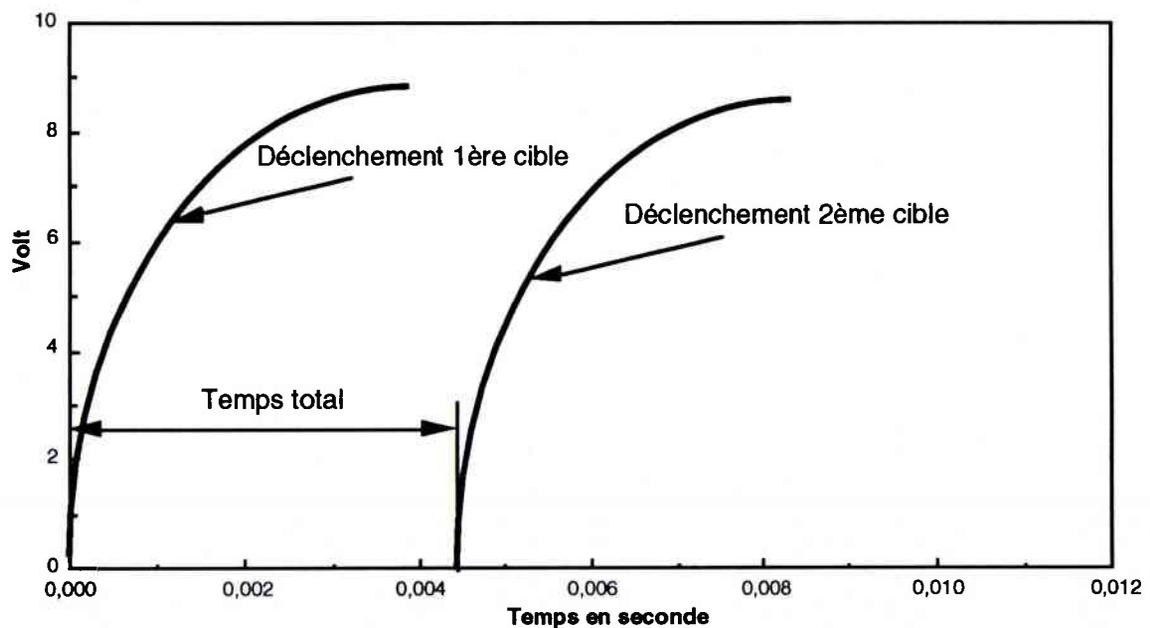


Figure 4.10 : Exemple de graphique obtenue sur l'oscilloscope NICOLET 440

Afin de déterminer la relation entre la vitesse et la pression d'un projectile en acier et en AU4G, nous réalisons 9 essais à la même pression et nous appliquons une approche statistique en utilisant la loi de distribution de Weibull couplée au test paramétrique de Kolmogorov[2.17]. Le tableau 4.1 montre les valeurs moyennes et l'écart-type des vitesses obtenues pour chaque pression.

Projectile	pressions en bars	Vitesses moyennes en m/s	Ecart-type d_s en m/s
AU4G	1,5	17,54	0,01
	2	23,97	0,02
	2,5	30,4	0,01
Acier	1,5	7,54	0,4
	2	10,42	0,2
	2,5	13,3	0,1

Tableau 4.2 : Valeurs de la vitesse en fonction de la pression pour deux matériaux.

La figure 4.11 nous montre l'évolution linéaire des vitesses des projectiles en AU4G et en acier en fonction de la pression. Une très bonne corrélation est constatée.

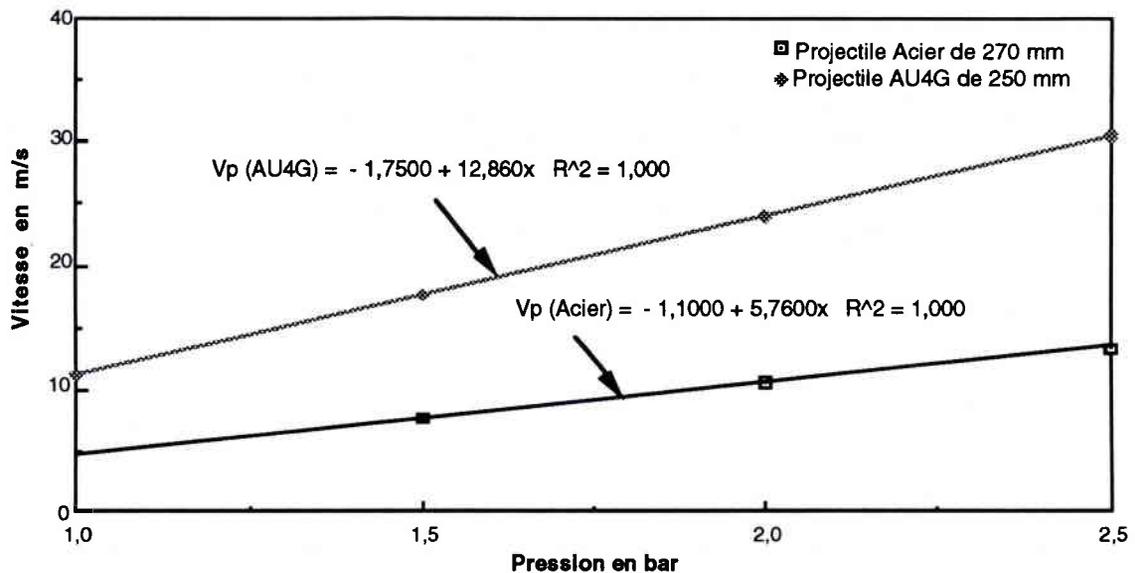


Figure 4.11 : Relations entre la vitesse et la pression de projectiles en acier et en AU4G

4.2.3.2 Alignement des barres

L'alignement des barres se fait en utilisant un laser placé à la sortie du canon à l'aide un manchon (cf figure 4.12).

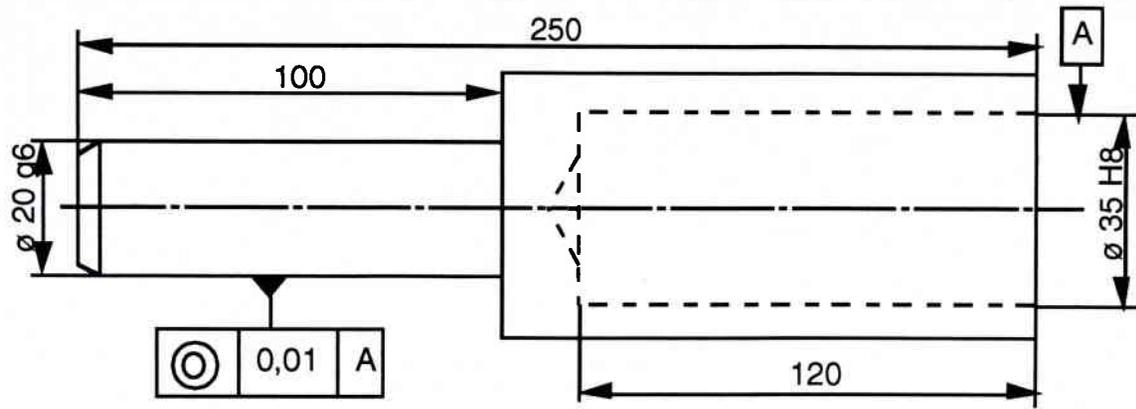


Figure 4.12 : Manchon en aluminium

Ce dispositif d'alignement (figure 4.13) permet de visualiser à l'oeil nu l'axe du canon. A l'aide de pastilles en AU4G, percées au centre et situées sur les centreurs, on peut régler très aisément l'axe de celui-ci par rapport au faisceau.

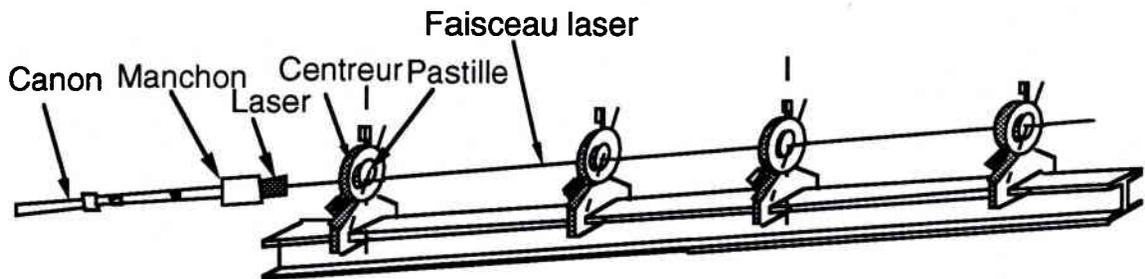


Figure 4.13 : Dispositif d'alignement des barres incidente et transmettrice.

4.2.3.3 Calibration des jauges

4.2.3.3.1 Jauges de déformation

Les déformations sur les barres sont mesurées grâce à deux paires de jauges diamétralement opposées afin de s'affranchir des déformations dues aux flexions parasites.

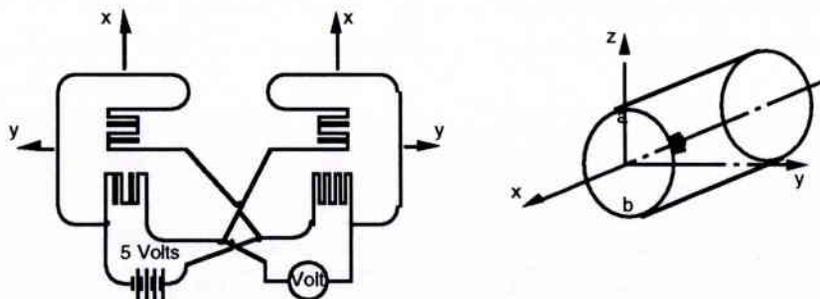


Figure 4.14 : Capteur à jauges de déformation

Les jauges (figure 4.14) utilisées sont des jauges électriques qui présentent les avantages suivants :

- leur longueur est très petite (3 mm), il n'y a donc pas d'effet de défilement du signal
- elles ont un très faible facteur de dérive (0,002 mV/°C),
- elles présentent une bonne linéarité de comportement bien que le facteur de jauge k varie avec la température, il faut donc prendre deux types de précautions:
 1. La tension d'alimentation est au plus égale à 5 volts, nous l'avons choisie à 4 volts,
 2. La température d'essai reste dans une plage de compensation (10°C-30°C).

Par contre, le facteur de jauge k ($k=2$) est trop faible pour que l'on puisse se passer d'amplificateur.

4.2.3.3.2. Appareillage et chaîne de mesure

4.2.3.3.2.1. Appareillage

On dispose d'une paire de barres en alliage d'Aluminium (figure 4.10) ($E=74000\text{MPa}$, limite d'élasticité $R_e = 250\text{MPa}$) équipées de jauges électrique (Micro-Mesure type EA-06-030TY-120) de longueur active de 3 mm.

Quatre jauges montées en pont complet (figure 4.14) sont disposées sur chaque barre, de façon à former deux couples longitudinal-transversal diamétralement opposés afin d'éviter les parasites dus à d'éventuelles flexions locales.

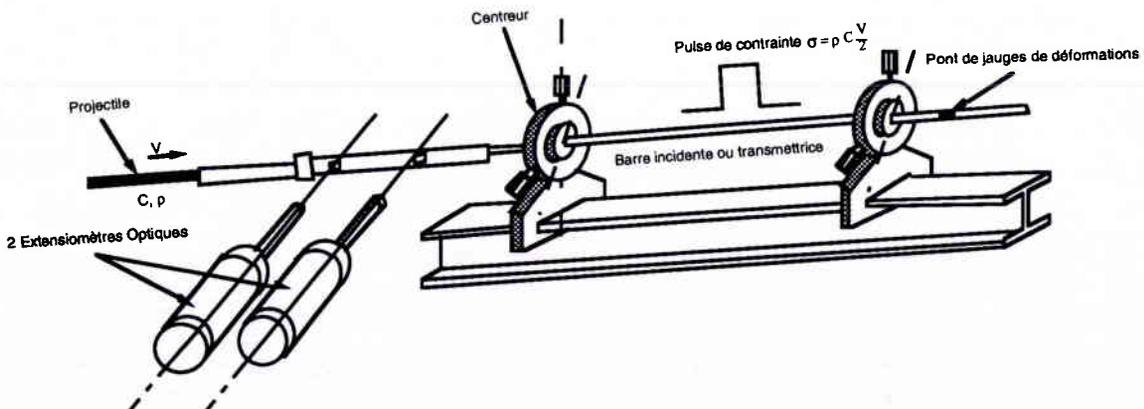


Figure 4.15 : Dispositif expérimental de calibration.

Les ponts complets, ainsi constitués, sont collés de part et d'autre des barres à une distance au moins égale à la longueur du projectile. Grâce à cela les ondes incidentes et réfléchies ne se superposeront pas.

4.2.3.3.2.2. Chaîne de mesure

Un pont d'extensiométrie sert à amplifier le signal ainsi obtenu par les jauges de déformation collées sur les deux barres. Les mesures sont effectués à partir d'un montage en pont complet de Wheastone, ce qui permet d'avoir une bonne précision des mesures et d'annuler les effets parasites. Les caractéristiques du pont d'extensomètrie sont :

- pont VISHAY 2210 à deux voies (une voie est égale à un pont complet),
- large bande (100KHz),
- balance automatique du pont de Wheastone.

Les sorties du pont d'extensomètrie sont reliées à un oscilloscope numérique à 4 voie (NICOLET 440), ce qui permet d'enregistrer les signaux obtenus à partir des jauges de déformation. Les caractéristique sont les suivantes :

- base de temps [100ns, 10s],
- échelle de mesure [30mV, 120V],
- enregistrement des courbes sur une disquette 3"1/2 sur format HP.

A l'aide d'un programme réalisé sous Labview, il est très simple de traiter ensuite les courbes ainsi obtenues.

4.2.3.3.3. Résultats

On a vu précédemment le montage de calibration (figure 4.15) et les appareils utilisés. Nous étudierons maintenant la calibration des ponts de jauges. Bien que les jauges de déformation sont montées en pont complet pour atténuer les phénomènes parasites (flexion des barres, etc...), des erreurs expérimentales peuvent être introduites (positionnement imparfait des jauges de déformation, coaxialité des barres insuffisante, etc...). Il est donc important de vérifier la précision des valeurs de la déformation mesurées expérimentalement. Nous avons, pour cela, fixé une erreur de 0,1% à ne pas dépasser et que nous vérifions de la manière suivante :

repreons la relation (4.13 et 4.11) , provenant de la théorie des ondes lors de l'impact de deux barres différentes, on peut écrire :

$$v = \frac{Z_1 \cdot V_p}{Z_1 + Z_2} \quad (4.22)$$

avec Z_1 et Z_2 : respectivement impédance du projectile et de la barre ($Z_i = \rho_i \cdot C_i$),

V_p : vitesse du projectile,

v : vitesse particulaire.

On remarque que si le projectile et la barre sont du même matériau alors la relation 4.22 s'écrit :

$$v = \frac{V_p}{2} \quad (4.23)$$

et que :

$$v = C_v \epsilon_{th} \quad (4.24)$$

ϵ_{th} , C_v sont respectivement la déformation théorique et la célérité du projectile,

par conséquent, on peut lier la déformation théorique à la célérité du projectile et à sa vitesse par la relation :

$$\epsilon_{th} = \frac{V_p}{2 C_v} \quad (4.25)$$

On peut aussi écrire en terme de contrainte :

$$\sigma = \rho C_v \frac{V_p}{2} \quad (4.26)$$

La figure 4.16, montre un exemple de pulse de contrainte sur la barre en aluminium.

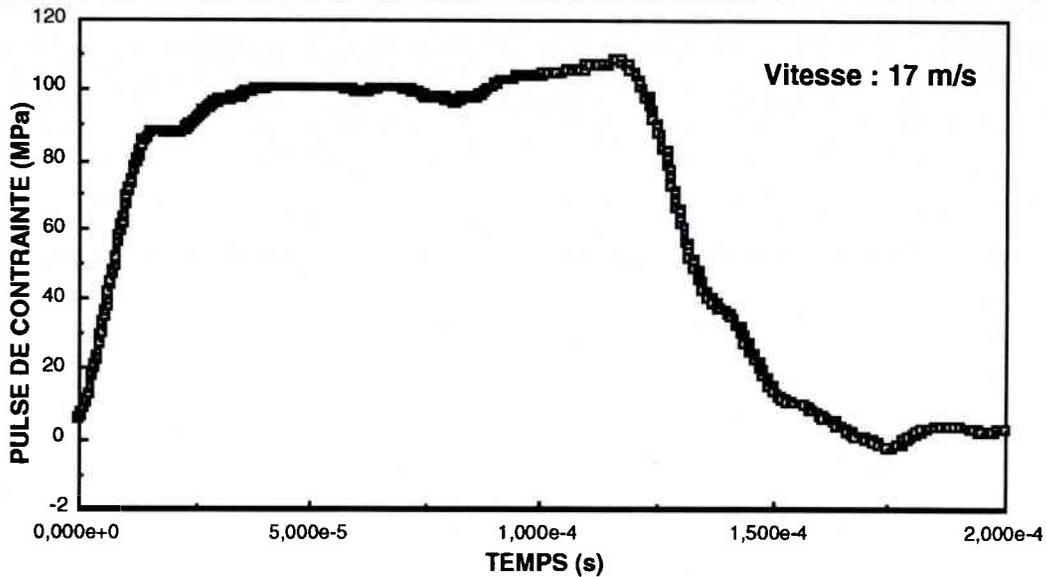


Figure 4.16 : Pulse de contrainte obtenu grâce à une jauge collée sur la barre incidente.

La vitesse du projectile à l'impact est déterminée grâce à la méthode du paragraphe 4.2.3.1. Par contre la célérité est une constante du matériau dont la valeur peut être vérifiée en connaissant le temps de déplacement de l'onde d'un point x_1 à un autre x_2 de la barre, on a donc :

$$C_v = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1} \quad (4.27)$$

Nous pouvons tracer ensuite sur un même graphique les droites $\sigma_{th} = f(\text{vitesse})$ et $\sigma_{exp} = f(\text{vitesse})$. Le tableau 4.3 représente, sous forme statistique (d'après la loi de Weibull), les valeurs calculées expérimentales et théoriques. La figure 4.17 représente sous forme de courbes de calibration la contrainte théorique et expérimentale, lors d'essais d'impacts d'une barre en aluminium par un projectile du même matériau.

Vitesse du projectile (m/s)	Contrainte théorique (MPa)	Contrainte expérimentale (MPa)	Ecart type d_s (MPa)
11,11	81,6	80,9	3
17,54	128,9	125	0,8
30,4	223,4	220	1,54

Tableau 4.3 : Valeurs des contraintes théoriques et expérimentales

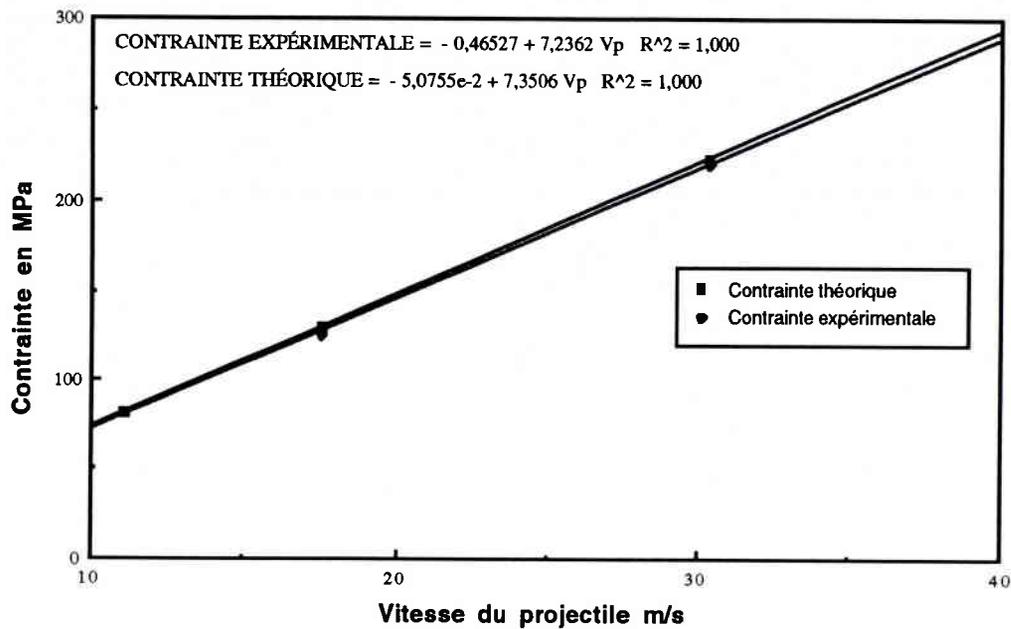


Figure 4.17 : Calibration de la contrainte mesurée sur une barre en aluminium

On peut remarquer que les essais pour la calibration des jauges de déformation ont été menés en dessous de la limite d'élasticité de l'aluminium (pour rester dans le domaine élastique) donc pour une vitesse maxi de 30m/s pour un projectile en AU4G.

4.2.4. Conclusion

Nous avons réalisé des essais de calibration des jauges de déformation en utilisant la théorie des ondes. Nous pouvons conclure que la contrainte théorique est identique à la contrainte expérimentale avec un faible coefficient de dispersion.

Par la suite, nous réalisons nos essais dynamiques avec les conditions suivantes :

- projectile, barres incidente et transmettrice en alliage d'aluminium,
- vitesse du projectile en dessous de 30 m/s.

Chapitre 5 :

Etude expérimentale sur la détermination de la ténacité d'un Polycarbonate

5. ETUDE EXPERIMENTALE SUR LA DETERMINATION DE LA TENACITE D'UN POLYCARBONATE

5.1. Introduction

Les essais sont réalisés sur des échantillons en Polycarbonate dont nous déterminerons la ténacité statique et dynamique exprimée par le critère du travail essentiel de rupture. Puis nous utiliserons la théorie généralisée d'Andrews pour comparer les valeurs de ténacité donnés par une autre méthode. Pour cela, les divers critères de la mécanique de la rupture utilisés nécessitent, pour chaque vitesse de chargement choisie, de connaître les courbes Forces-Déplacement correspondants à différentes longueurs de fissures.

L'exploitation des résultats sera réalisée par une approche statistique compte tenu de la dispersion des résultats expérimentaux, phénomène déjà observée lors des travaux réalisés sur les polymères [3.8, 3.17].

5.2. Etude quasi-statique

5.2.1. Géométrie des échantillons

La géométrie utilisée est axisymétrique (cf figure 5.1). Les éprouvettes de la figure 5.1 sont utilisées pour l'étude de l'influence de la ténacité en fonction de la vitesse de traverse. Par contre les éprouvettes de la figure 5.2 sont utilisées pour la détermination des lois de comportement à différentes vitesses de traverse.

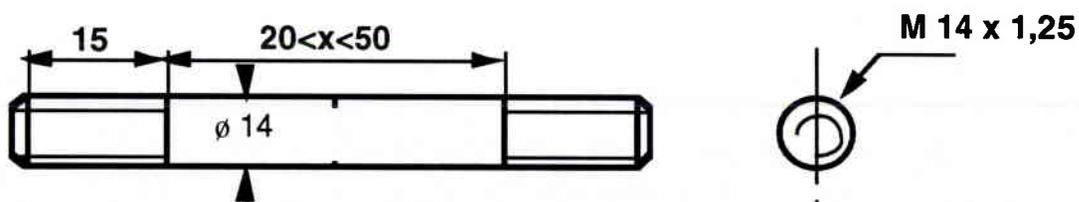


Figure 5.1 : Géométrie des échantillons en Polycarbonate.

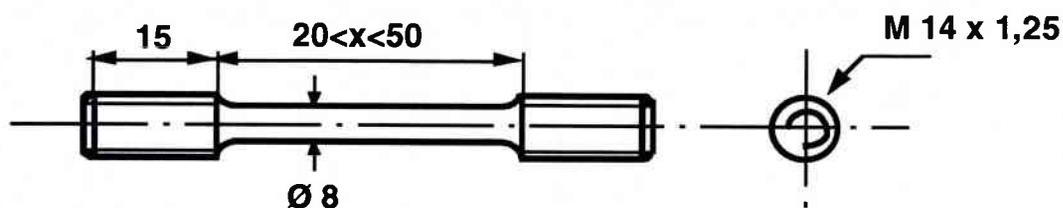


Figure 5.2 : Géométrie des échantillons pour déterminer la loi de comportement à différentes vitesses de sollicitation.

On peut remarquer que les échantillons sont munis de bouts filetés, cela afin de faciliter le mode de fixation des dispositifs de traction uniaxiale.

5.2.2. Machine conventionnelle de traction

Une machine de traction de type « INSTRON » (cf figure 5.3) est utilisée. Ces caractéristiques sont les suivantes :

- capacité maximale est de 10KN,
- vitesse de traverse allant de 0.01 à 500mm/mn,
- pilotage et acquisition se faisant par l'intermédiaire d'un micro-ordinateur de type Macintosh munie d'une carte IEEE.

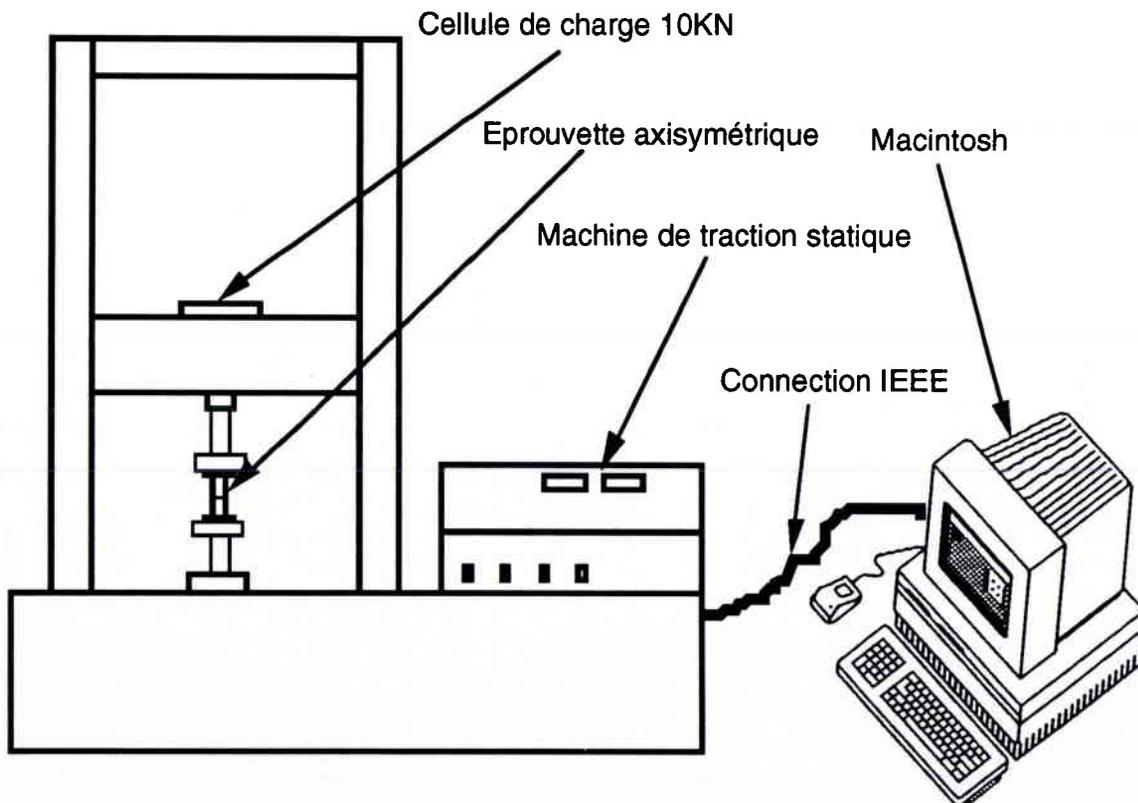


Figure 5.3 : Schéma de la machine conventionnel de traction.

5.2.3. Protocole d'essai

Une série d'essai de traction quasi-statique est réalisée sur les échantillons en Polycarbonate avec les paramètres figurants sur le tableau 5.1 et de longueur 50 mm, afin de déterminer l'influence de la ténacité en fonction de la vitesse de traverse. L'usinage des fissures ont été réalisées sur un tour.

<i>Vitesse de traverse (mm/mn)</i>	<i>Longueur de fissure $a_1 = 5 \text{ mm}$</i>	<i>Longueur de fissure $a_2 = 4 \text{ mm}$</i>	<i>Longueur de fissure $a_3 = 3 \text{ mm}$</i>
1	14	14	13
10	12	13	11
20	13	14	14

Tableau 5.1 : Récapitulatif du nombre d'éprouvettes utilisées pour chaque vitesse de traverse

Le tableau 5.2 récapitule le nombre d'échantillons utilisés pour la détermination des lois de comportement en fonction de la vitesse de traverse.

<i>Vitesse de traverse (mm/mn)</i>	<i>Nombre d'échantillons</i>
1	3
10	3
20	3

Tableau 5.2 : Nombre d'échantillon utilisé pour la détermination des lois de comportement.

5.2.4. Mode opératoire et Résultats

Pour éviter les effets de flexions, le montage est rendu plus flexible grâce à une liaison rotule (cf figure 5.4) entre le dispositif et la machine de traction statique vu précédemment.

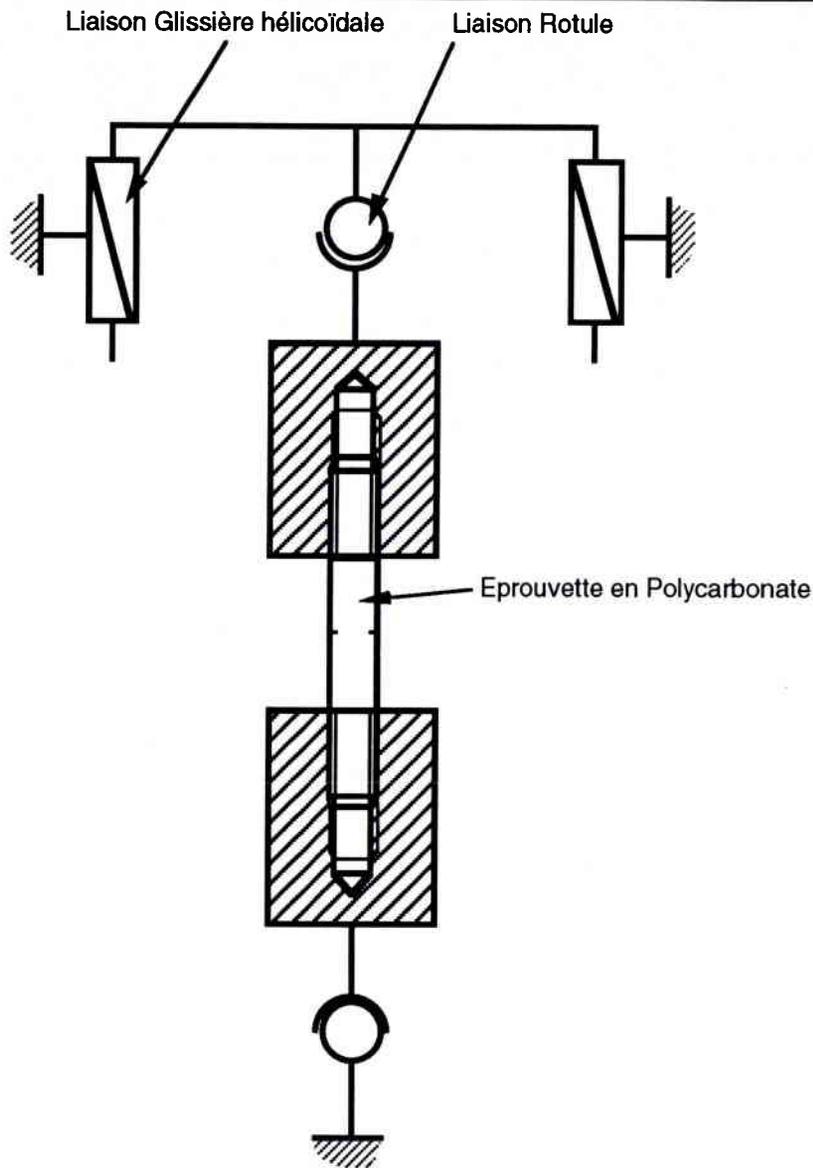


Figure 5.4 : Dispositif expérimental de traction statique.

Comme il était prévisible pour les faibles vitesses de traverse, le coefficient de dispersion expérimentale observée est importante, environ 10% pour les charges et parfois 20% pour les déplacements.

Le coefficient de dispersion est calculé comme suit :

$$\text{Coeff de dispersion} = \frac{\text{écart type}}{\text{moyenne}} \quad (5.1)$$

La dispersion au niveau du déplacement est plus élevée que celle observée au niveau de la charge (cf tableau 5.4). A noter que ce phénomène est retrouvé sur les courbes charge-déplacement correspondant aux autres longueurs de fissure. Les courbes Charges-Déplacements obtenues sont reportées sur les figures 5.5, 5.6, 5.7 (seulement 5 courbes Charges-Déplacement sont représentées).

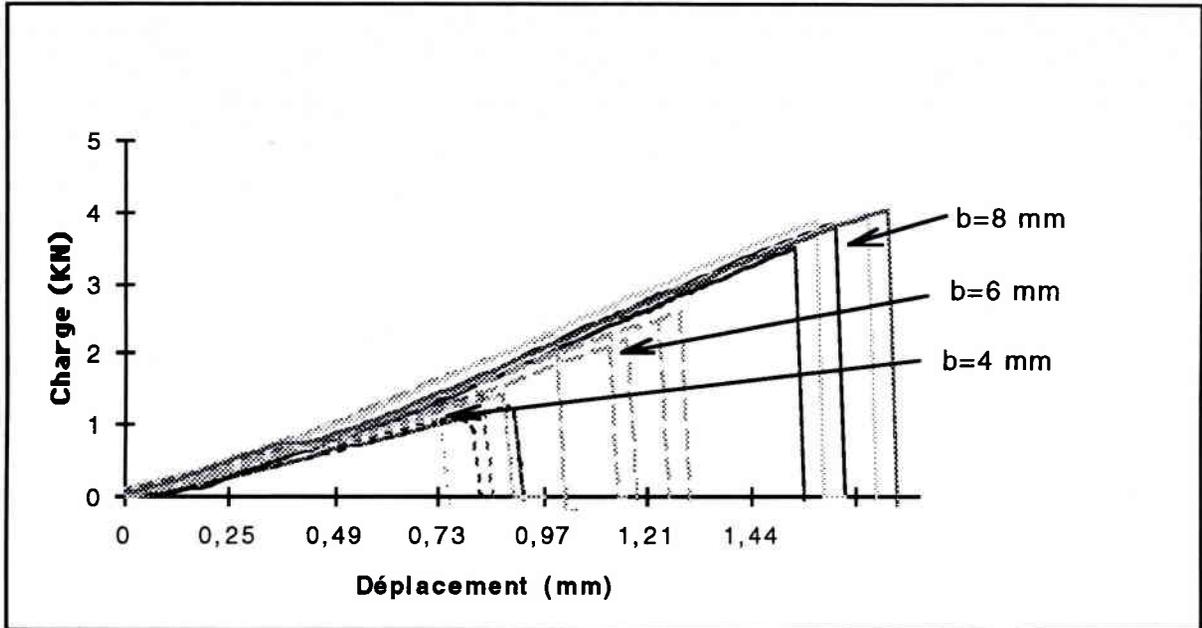


Figure 5.5 : Courbes Charge-Déplacement $V = 1 \text{ mm/mn}$.

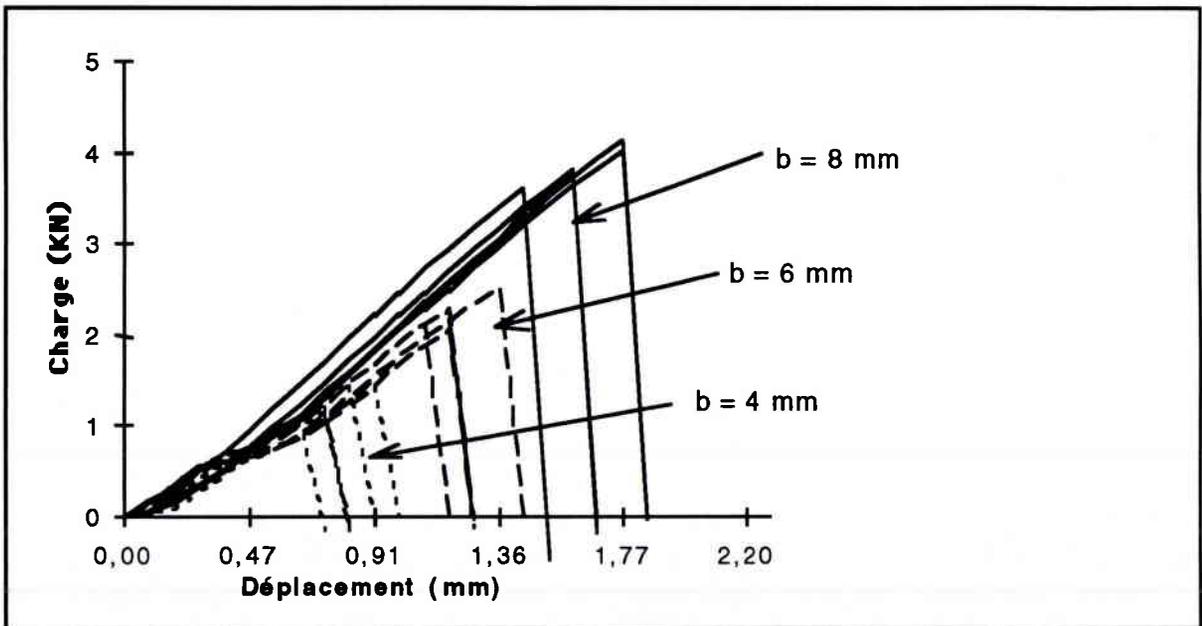


Figure 5.6 : Courbes Charge-Déplacement $V = 10 \text{ mm/mn}$.

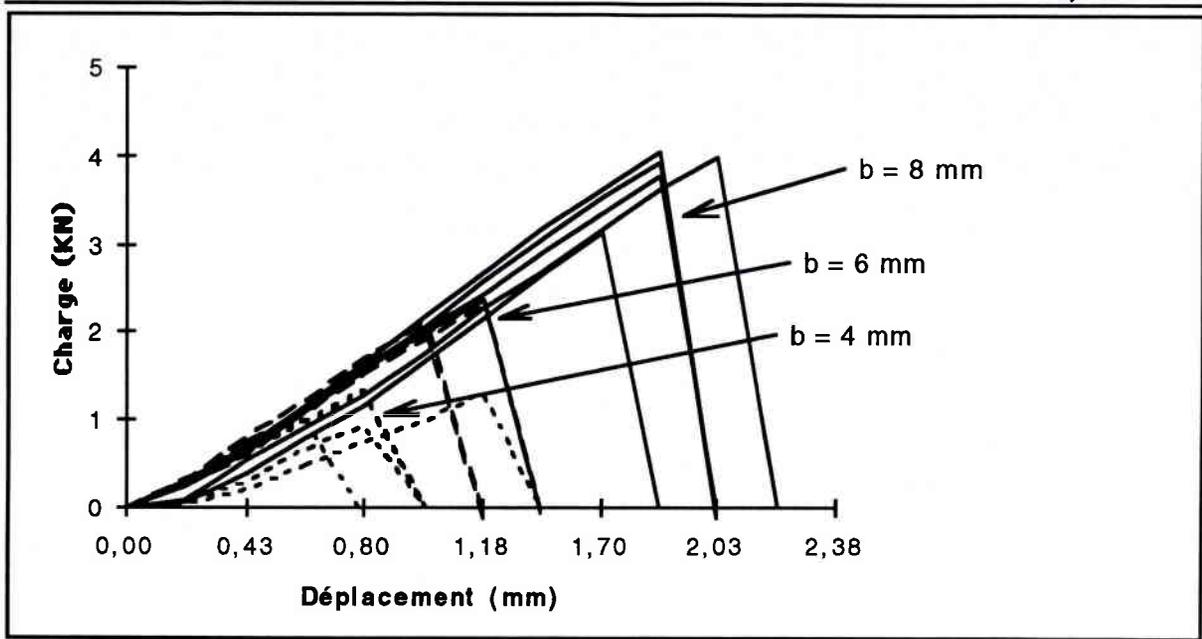


Figure 5.7 : Courbes Charge-Déplacement V = 20 mm/mn.

Vitesse de traverse (mm/mn)	$a_1 = 5 \text{ mm}$		$a_2 = 4 \text{ mm}$		$a_3 = 3 \text{ mm}$	
	F_r (KN)	Ecart type σ	F_r (KN)	Ecart type σ	F_r (KN)	Ecart type σ
1	1,33	0,22	2,33	0,21	3,75	0,39
10	1,43	0,25	2,49	0,28	3,89	0,33
20	1,48	0,27	2,53	0,25	3,90	0,26

Tableau 5.3 : Valeurs moyenne de charge à rupture pour différentes vitesses de traverse.

Vitesse de traverse (mm/mn)	$a_1 = 5 \text{ mm}$		$a_2 = 4 \text{ mm}$		$a_3 = 3 \text{ mm}$	
	d_m (mm)	Ecart type σ	d_m (mm)	Ecart type σ	d_m (mm)	Ecart type σ
1	0,92	0,16	1,15	0,14	1,72	0,27
10	0,84	0,18	1,21	0,21	1,76	0,33
20	0,9	0,18	1,13	0,12	1,75	0,2

Tableau 5.4 : Valeurs moyenne des déplacements maximums pour différentes vitesses de traverse.

5.2.5. Conclusions

D'un point de vue phénoménologique, on observe une augmentation sensible des charges à ruptures dans un rapport de 1,2 lorsque l'on passe de 1 mm/mn à 20 mm/mn. Notons que cette augmentation due à la vitesse de traverse aura une influence importante dans le calcul de la ténacité.

5.3. Essai sous sollicitation dynamique

Les essais sous sollicitation dynamiques en traction qui ont pour but de calculer la ténacité à grandes vitesses de déformation, ont été réalisés à l'aide d'un dispositif basé sur le principe de barres d'Hopkinson, développé par Kolsky. L'originalité de notre dispositif et les méthodes de dépouillement s'inspire à la fois le dispositif utilisé par M. Naït-Abdelaziz[2.8] et celui de K. Labibes[2.17].

5.3.1. Géométrie des échantillons et protocole d'expérimentation

La géométrie des échantillons est identique à celle vu précédemment (cf figure 5.1). Par contre, pour pouvoir obtenir des vitesses de déformations différentes, nous faisons varier la longueur de l'échantillon à étudier. Mais on verra plus loin que la diminution de la longueur de l'échantillon peut entraîner des contraintes de cisaillement importantes. Pour cela, nous choisissons les longueurs utiles suivants le tableau 5.5 :

<i>Longueur utile des échantillons (mm)</i>	<i>Longueur de fissure $a_1 = 5,5 \text{ mm}$</i>	<i>Longueur de fissure $a_2 = 4,5 \text{ mm}$</i>	<i>Longueur de fissure $a_3 = 3,5 \text{ mm}$</i>
50	9	8	11

<i>Longueur utile des échantillons (mm)</i>	<i>Longueur de fissure $a_1 = 5 \text{ mm}$</i>	<i>Longueur de fissure $a_2 = 4 \text{ mm}$</i>	<i>Longueur de fissure $a_3 = 3 \text{ mm}$</i>
30	10	8	12
20	10	10	13

Tableau 5.5 : Récapitulatif du nombre d'éprouvettes pour chaque longueur utilisée.

Pour déterminer les lois de comportement, nous utilisons la même géométrie d'éprouvette présentée dans la figure 5.2, seules changent les longueurs utiles (cf tableau 5.5).

Longueur utile des échantillons (mm)	Nombre d'échantillons
50	3
30	3
20	3

Tableau 5.6 : Nombre d'échantillon pour la détermination des lois de comportement.

5.3.2. Machine de traction dynamique

Les essais ont été réalisés sur le dispositif de barres d'Hopkinson en traction (cf figure 5.8). Ce dispositif est constitué par une chambre de compression permettant le lancement d'un projectile qui génère une onde de compression sur l'inverseur. Celle-ci est transmise à un deuxième projectile qui vient percuter le talon créant une onde de traction dans l'éprouvette.

L'appareillage, représenté schématiquement sur la figure 5.8, est constitué principalement de deux barres cylindriques (Φ 20 mm) dites incidente et transmettrice en Alliage d'aluminium.

Le choix du matériau constituant les barres répond à deux impératifs essentiels :

-d'une part, la célérité de propagation des ondes doit être suffisamment élevée pour assurer un chargement dynamique (pas d'amortissement de l'onde)

-d'autre part, il faut créer une désadaptation d'impédance mécanique suffisante entre l'échantillon et les barres de manière à obtenir une intensité de signal mesurable.

L'échantillon à tester est vissé à la fois sur la barre Incidente et sur la barre Transmettrice. Par impact du projectile sur le talon vissé à l'extrémité inférieure de la barre Incidente, une onde élastique de compression est générée, qui est inversée en onde de traction par simple réflexion sur la surface libre (cf figure 5.9). L'onde de contrainte est d'une durée proportionnelle à la longueur du projectile. Elle va permettre de solliciter l'échantillon. Du fait de la différence d'impédance évoquée, une partie se réfléchit et l'autre se propage à travers l'échantillon, puis dans la barre Transmettrice (cf figure 5.10).

La mesure des différentes ondes (Incidente, Réfléchie et Transmise) permet donc de remonter à l'histoire des contraintes et des déformations subies par l'échantillon au cours de l'essai. Cette mesure est réalisée par l'intermédiaire de jauges de déformation collées sur les barres suffisamment éloignées des interfaces pour éviter la superposition des ondes Incidentes et Réfléchies (cf figure 5.11).

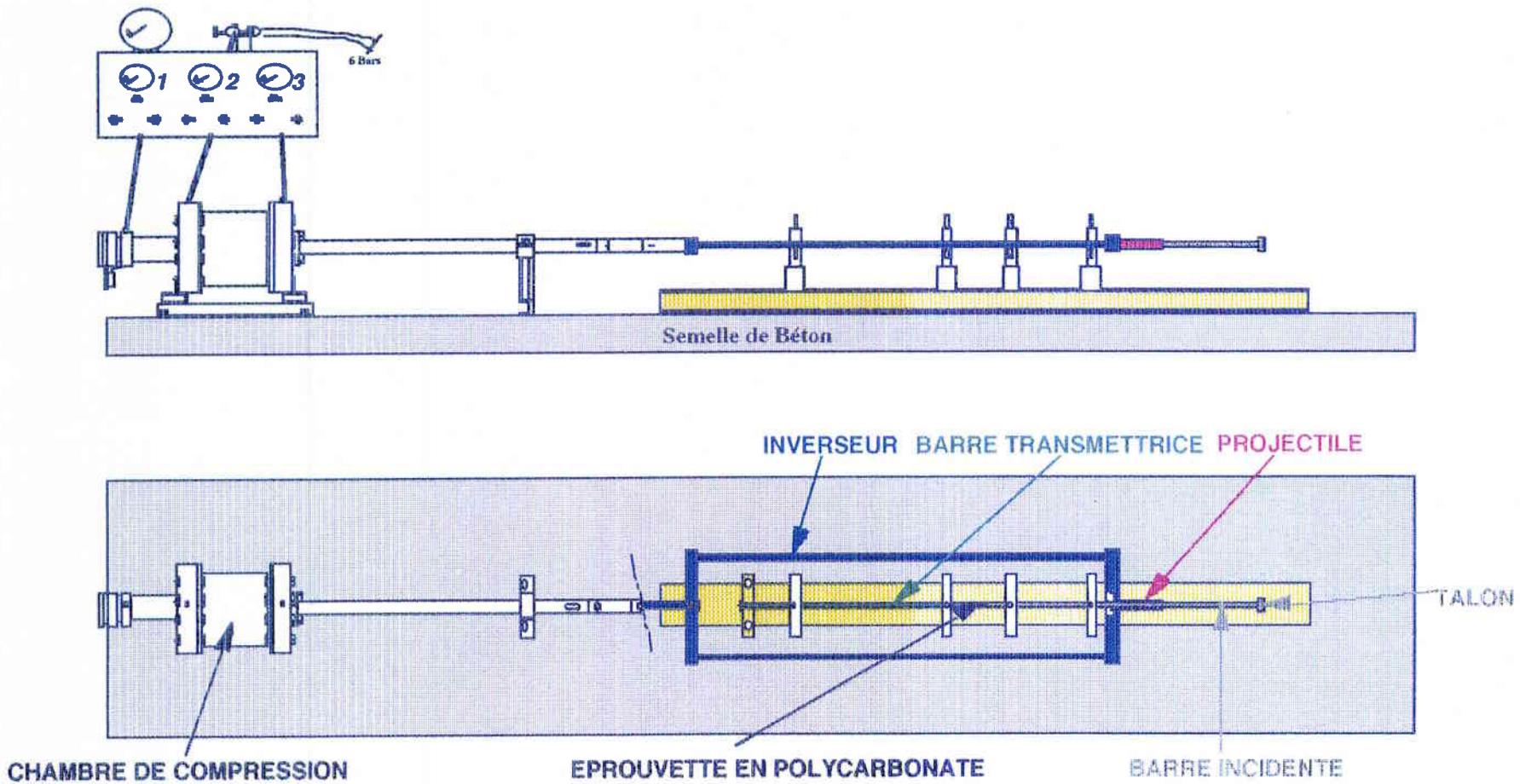


Figure 5.8 : Dispositif de barre d'Hopkinson en traction.

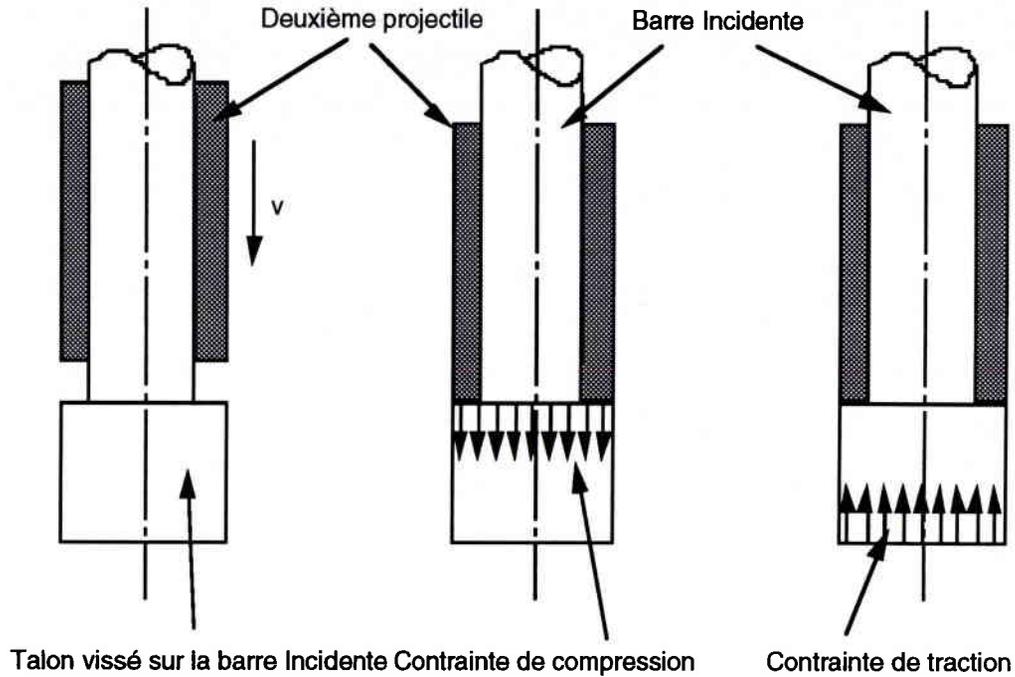


Figure 5.9 : Impact du projectile et génération d'une onde de traction.

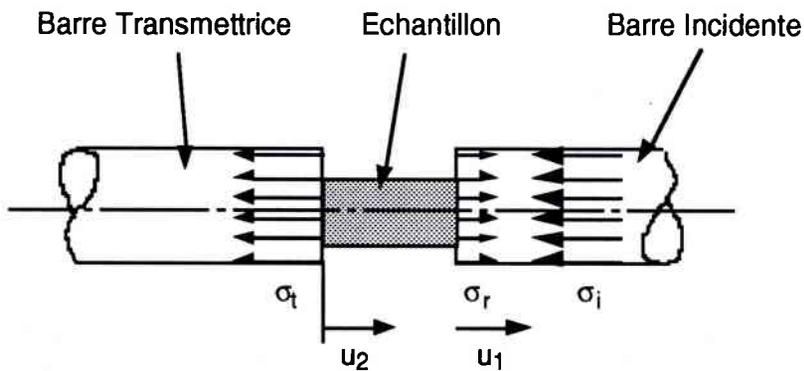


Figure 5.10 : Décomposition des ondes aux interfaces barres-échantillons.

Par conséquent, les évolutions des forces (contraintes) et des déplacements (déformations) se déduisent de l'enregistrement des ondes incidente, réfléchie et transmise (voir chapitre).

Sur l'enregistrement montré en figure 5.11, il faut remarquer la présence d'oscillations parasites, dues aux effets d'inertie radiale sur les fronts d'onde incidente et réfléchie. Ce phénomène ne se produit pas sur l'onde transmise, vraisemblablement par suite de l'amortissement de celle-ci au passage dans le Polycarbonate.

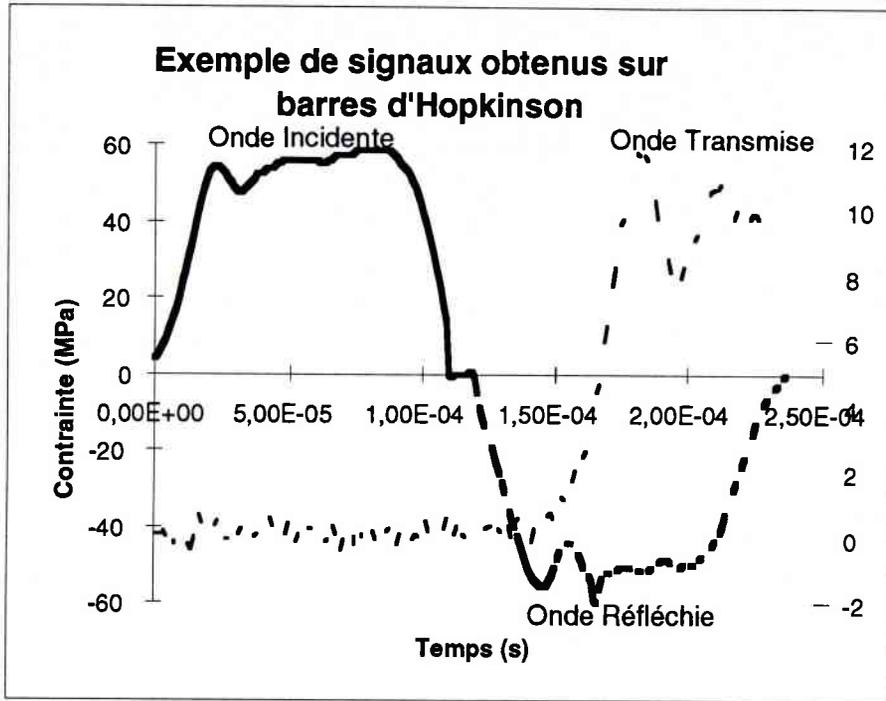


Figure 5.11 : Enregistrement typique sur les barres d'Hopkinson en traction.

Rappelons succinctement les équations permettant la détermination de la contrainte et de la déformation pour en déduire la courbe force-déplacement.

Pour la contrainte :

$$\sigma_s(t) = \frac{EA}{A_s} \varepsilon_t(x_2, t) = \frac{EA}{A_s} [\varepsilon_i(x_1, t) + \varepsilon_r(x_1, t)] \quad (5.1)$$

Pour la déformation :

$$\varepsilon_s(t) = + \frac{2C_0}{l_s} \int_0^t \varepsilon_r(x_1, t) dt = - \frac{2C_0}{l_s} \int_0^t [\varepsilon_i(x_1, t) - \varepsilon_t(x_2, t)] dt . \quad (5.2)$$

avec x_1 et x_2 désignent respectivement l'abscisse sur la barre incidente et sur la barre transmise.

On peut déduire la force P_s par :

$$P_s = E_b A_b \varepsilon_t(t) = E_b A_b (\varepsilon_i(t) + \varepsilon_r(t)) \quad (5.3)$$

et le déplacement d_s par :

$$d_s = 2 C_{ob} \int_0^l \varepsilon_r(\delta) d\delta \quad (5.4)$$

Dans ces relations, les indices s et b désignent respectivement l'échantillon et les barres, C_o est la célérité de propagation des ondes élastiques longitudinales, E le module de Young et A la section de la barre.

L'utilisation de ces relations est, rappelons-le, basée sur l'hypothèse d'homogénéité quasi-statique des contraintes et des déformations qui implique l'égalité des forces aux deux interfaces de l'éprouvette. Dans ce cas la charge appliquée sur l'échantillon est directement proportionnelle à l'onde transmise et le déplacement de ses points d'application est proportionnel à l'intégrale de l'onde réfléchie.

Cependant cette condition d'équilibre n'est réalisée que dans la mesure où l'on peut négliger le temps mis par l'onde pour traverser l'échantillon par rapport à la durée totale de l'essai (environ $120\mu s$ pour $L = 20$ mm). Or la célérité de propagation dans le Polycarbonate est de l'ordre de 1600 m/s, il est nécessaire de choisir des échantillons de faible hauteur pour pouvoir respecter cette condition. Par ailleurs, il ne faut pas oublier d'éventuelle effet d'inertie radiale.

Les figures 5.13, 5.14, 5.15 montrent un exemple de dépouillement d'un essai dynamique pour une vitesse de déformation de $200/s$ et pour une longueur de fissure $a = 5$ mm. La figure 5.13 donne l'évolution de la vitesse de déformation en fonction du temps d'après la relation 5.2 en dérivant par rapport au temps. On remarque que la vitesse de déformation augmente rapidement puis se stabilise à une valeur moyenne de l'ordre de $200/s$. Les équations 5.3 et 5.4 donne l'évolution de la force en fonction du temps dans l'éprouvette (cf figure 5.13). On a représenté la force obtenue théoriquement à l'aide des ondes Incidentes et Réfléchies en fonction du temps et la force expérimentale obtenue à l'aide de l'onde Transmise. On s'aperçoit que l'équilibre mécanique des contraintes dans l'éprouvette se fait au bout de $20 \mu s$ (durée de l'essai de l'ordre de $120 \mu s$). Cela est dû au faite de la faible célérité du Polycarbonate. La moyenne des ondes ainsi obtenue permet d'obtenir la courbe charge-déplacement correspondant à la longueur de fissure $a = 5$ mm (cf figure 5.14).

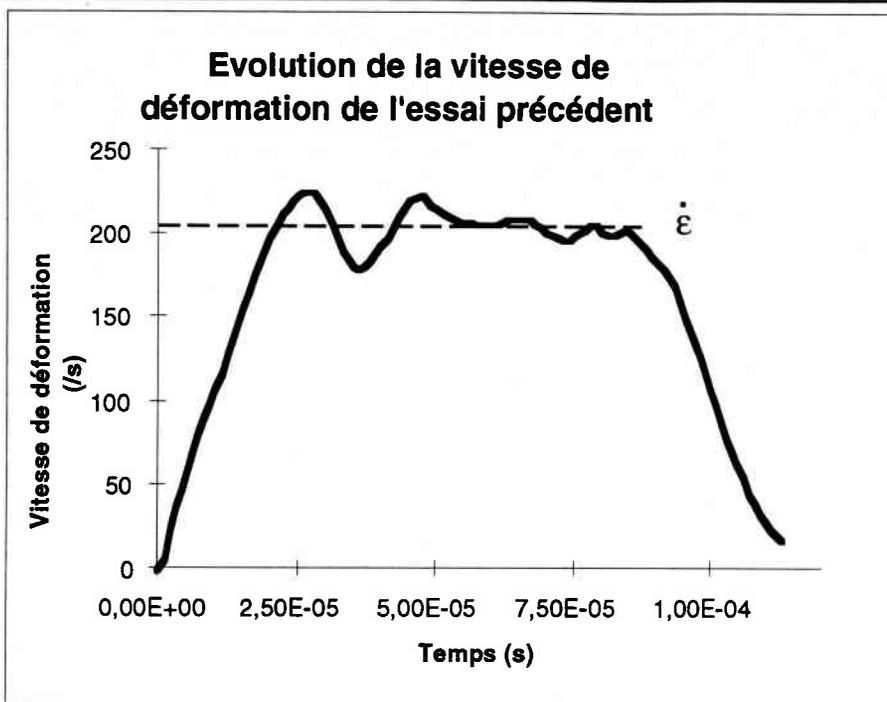


Figure 5.12 : Evolution de la vitesse de déformation en fonction du temps.

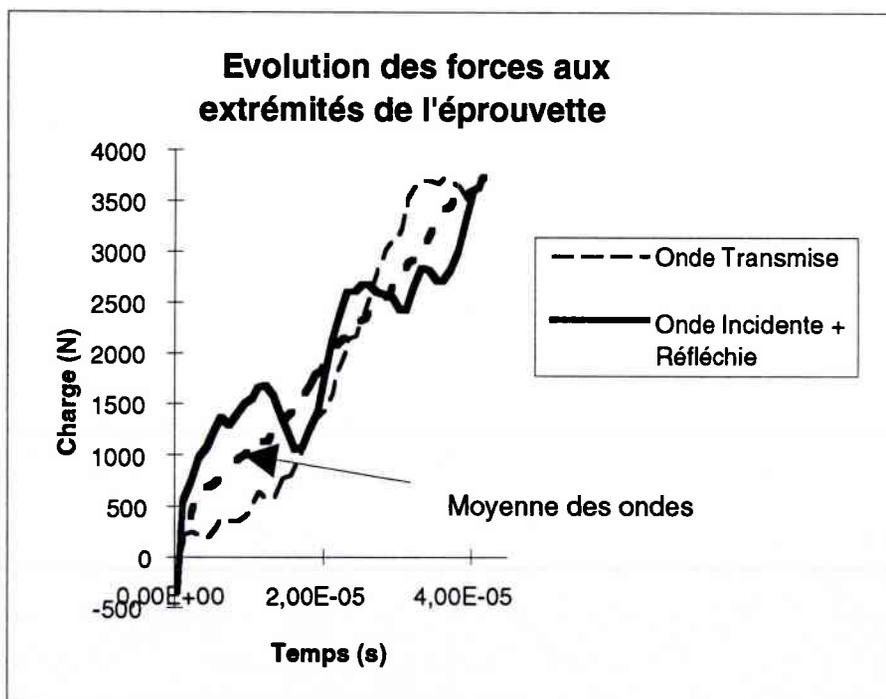


Figure 5.13 : Evolution des forces aux extrémités de l'éprouvette en Polycarbonate pour une longueur de fissure égale à 5 mm, 200 /s.

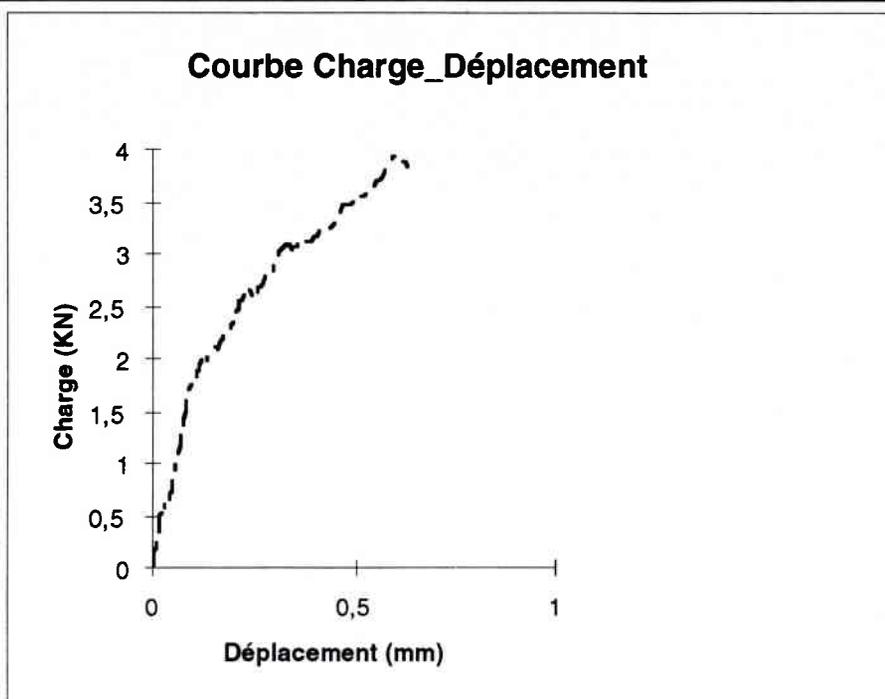


Figure 5.14 : Courbe charge-déplacement pour $a = 5 \text{ mm}$, 200/s.

5.3.3. Courbes expérimentales de traction dynamique

On remarque par rapport aux faibles vitesses de déformation, qu'il y a une augmentation de la charge à rupture de 30% avec un faible coefficient de dispersion d'environ 1,1% pour 200/s et de l'ordre de 4% sur les déplacements (cf tableaux 5.7 à 5.10). Cette faible dispersion a déjà été énumérée dans la littérature (K. Labibes[2.17], etc...). On peut conclure que le calcul de la ténacité sera moins dispersif qu'en statique.

Vitesse de déformation (/s)	$a_1 = 5,5 \text{ mm}$		$a_2 = 4,5 \text{ mm}$		$a_3 = 3,5 \text{ mm}$	
	F_r (KN)	Ecart type σ	F_r (KN)	Ecart type σ	F_r (KN)	Ecart type σ
100	2,1	0,15	3,5	0,11	5,2	0,18

Tableau 5.7 : Valeurs moyenne de charge à rupture pour une vitesse de déformation.

Vitesse de déformation (/s)	$a_1 = 5,5 \text{ mm}$		$a_2 = 4,5 \text{ mm}$		$a_3 = 3,5 \text{ mm}$	
	d_m (mm)	Ecart type σ	d_m (mm)	Ecart type σ	d_m (mm)	Ecart type σ
100	1,5	0,05	2,1	0,04	3,01	0,03

Tableau 5.8 : Valeurs moyenne des déplacements critiques pour une vitesses de déformation.

Vitesse de déformation (/s)	$a_1 = 5 \text{ mm}$		$a_2 = 4 \text{ mm}$		$a_3 = 3 \text{ mm}$	
	F_r (KN)	Ecart type σ	F_r (KN)	Ecart type σ	F_r (KN)	Ecart type σ
150	3,1	1,1	5,2	0,13	7,3	0,2
200	4	0,7	6,1	0,06	8,8	0,098

Tableau 5.9 : Valeurs moyenne de charge à rupture pour différentes vitesses de déformation.

Vitesse de déformation (/s)	$a_1 = 5 \text{ mm}$		$a_2 = 4 \text{ mm}$		$a_3 = 3 \text{ mm}$	
	d_m (mm)	Ecart type σ	d_m (mm)	Ecart type σ	d_m (mm)	Ecart type σ
150	0,92	0,04	1,2	0,032	1,5	0,04
200	0,71	0,018	1	0,025	1,07	0,043

Tableau 5.10 : Valeurs moyenne des déplacements critiques pour différentes vitesses de déformation.

Les figures 5.15 à 5.17 montrent l'évolution de la charge en fonction du déplacement pour chaque longueur de fissures et pour une vitesse de déformation de l'ordre de 200 /s. Pour le calcul de la ténacité dynamique, nous lisserez toutes les courbes charge-déplacement obtenues par des fonctions polynomiales du fait de l'inertie radiale.

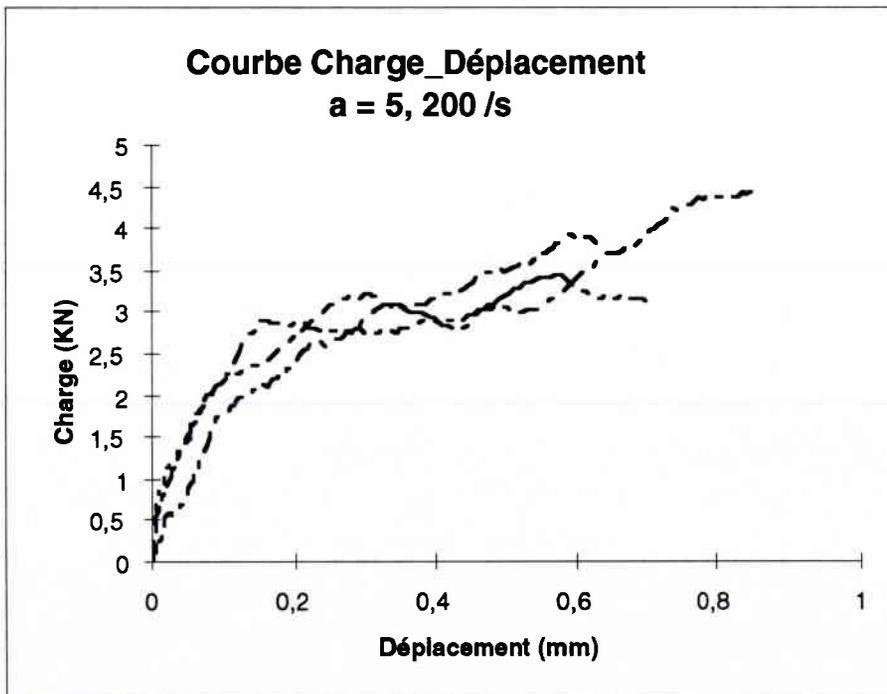


Figure 5.15 : Courbe charge-déplacement pour $a = 5, 200/s$.

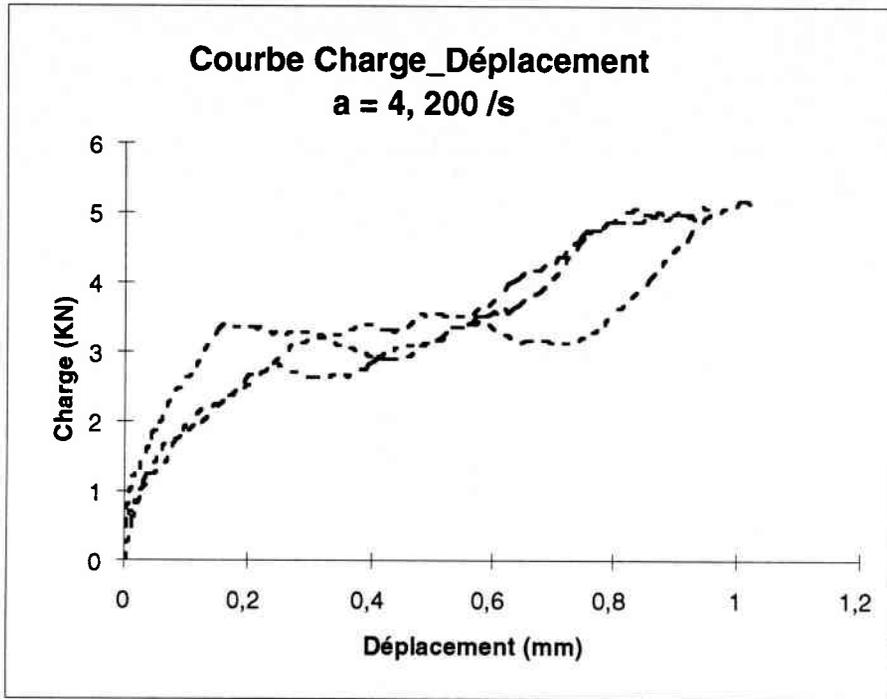


Figure 5.16 : Courbe charge-déplacement pour a = 4, 200/s.

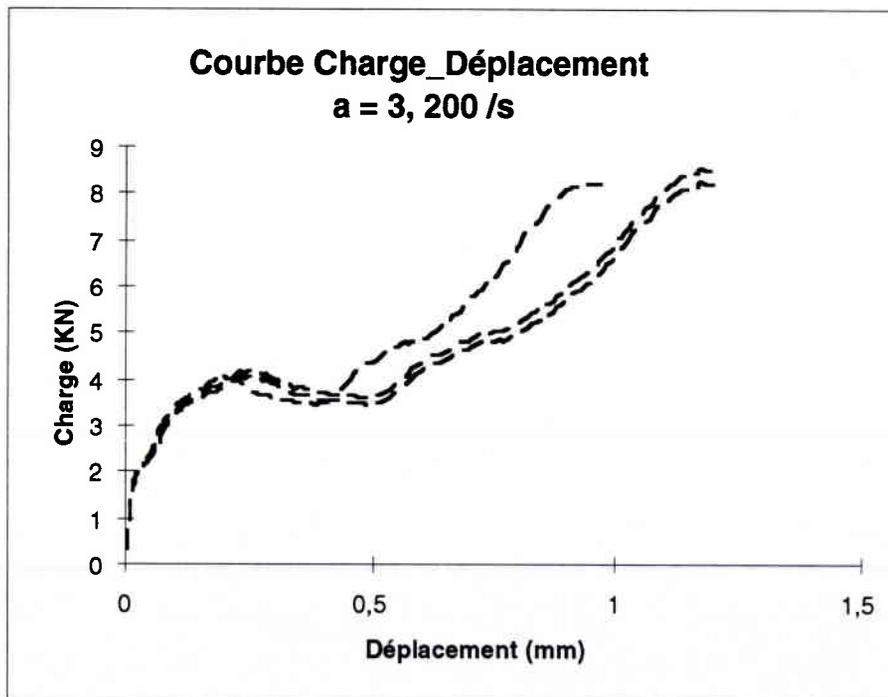


Figure 5.17 : Courbe charge-déplacement pour a = 3, 200/s.

5.4. Evolution du comportement en fonction de la vitesse de déformation

A partir des courbes charges-déplacements obtenues à l'aide des éprouvettes axisymétriques de la figure 5.2, nous avons déterminé les lois de comportement $\sigma = f(\epsilon)$ pour différentes vitesses de déformation.

5.4.1. Courbes contraintes-déformation pour chaque vitesses de déformation

Les courbes contrainte-déformation, pour les différentes vitesses de déformation sont représentées sur les figures 5.18 et 5.19. On remarque une augmentation de la contrainte puis un adoucissement qui coïncide avec la striction pour les faibles vitesses de déformation. Par contre, pour les grandes vitesses de déformation on s'aperçoit que le phénomène de striction diminue quand la vitesse de déformation augmente avec une croissance des niveaux de contraintes.

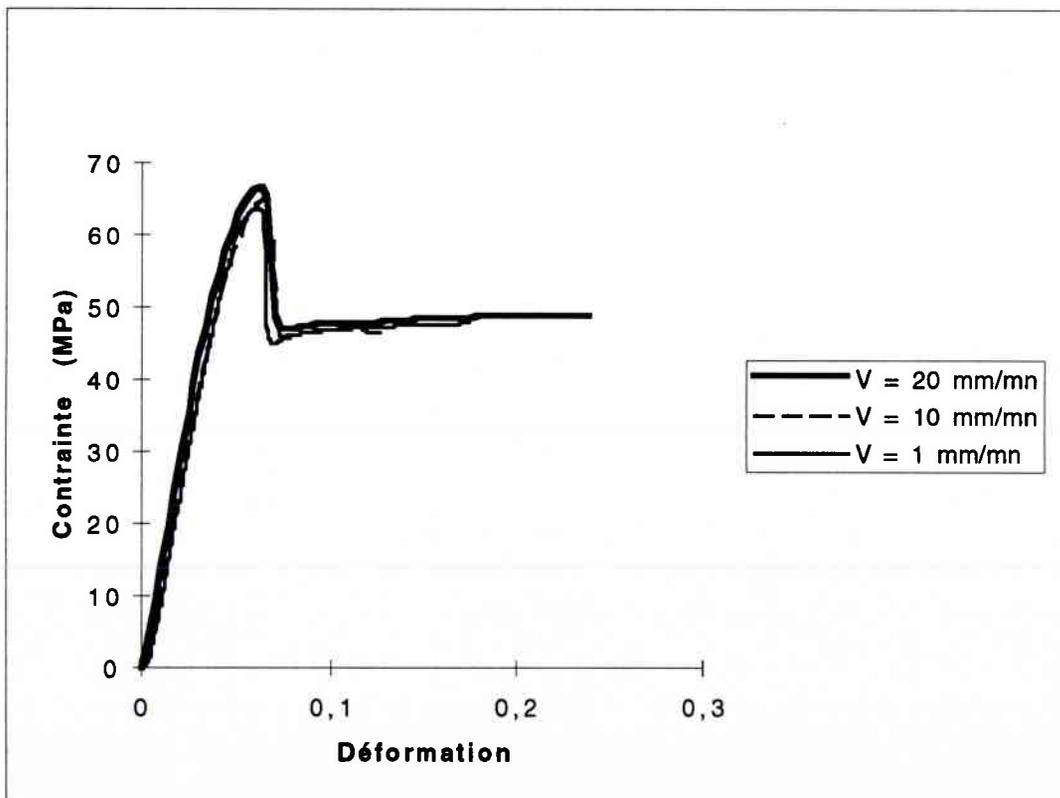


Figure 5.18 : Courbes Contrainte-déformation pour les 3 vitesses statiques.

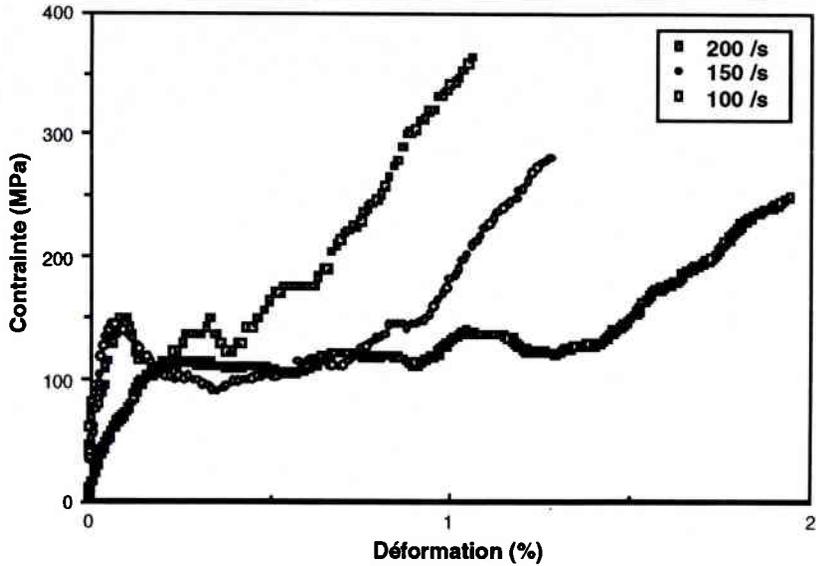


Figure 5.19 : Courbes Contraintes-déformation pour les 3 vitesses de déformation dynamique.

5.4.2. Evolution du module d'élasticité

Le module d'élasticité est la pente élastique des courbes contraintes-déformations (cf figure 5.19). Les valeurs expérimentales sont reportées sur la figure 5.20, où l'on peut noter que l'influence de la vitesse de déformation sur cette caractéristique est très nette lorsque l'on passe d'une vitesse de déformation de l'ordre de $4 \cdot 10^{-3}$ à 200/s, la valeur du module étant multipliée par un facteur de 4 (les valeurs sont à prendre avec précaution du fait de l'hypothèse quasi-statique).

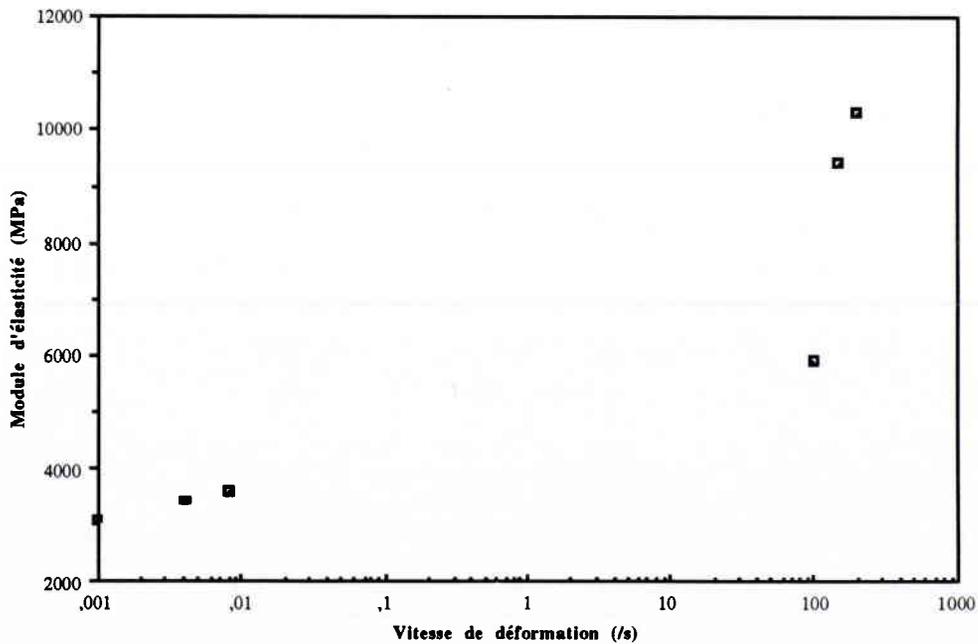


Figure 5.20 : Evolution du module d'élasticité en fonction de la vitesse de déformation.

5.5. Mécanique de la rupture appliqué au Polycarbonate

Les divers critères énergétiques, vu au chapitre 2, sont utilisés pour le calcul de la ténacité du Polycarbonate, tels que l'Intégral J, la théorie développée par Andrews et pour finir le concept du travail essentiel de rupture.

La méthodologie pour l'utilisation de ces différents critères nécessitent la détermination des courbes charge-déplacement et la connaissance du point critique d'amorçage de la fissure. Ce point critique de la fissure a été assimilé au point de la charge maximale.

5.5.1. Détermination de la ténacité à l'aide du travail essentiel de rupture

La méthode utilisée provient d'une idée de B. Cotterell et J.K. Reddel en 1977. Nous allons décrire succinctement la procédure de calcul de la ténacité du polycarbonate en utilisant le *Travail Essentiel de Rupture* Γ_e . Le travail essentiel de rupture Γ_e est défini par la relation suivante :

$$\Gamma_e = \frac{U_c}{\pi \left(\frac{b}{2}\right)^2} - \beta * \left(\frac{b}{2}\right) * W_{pl}^* \quad (5.5)$$

avec U_c : travail spécifique de rupture.

b : diamètre du ligament fissuré.

β : coefficient (fonction de la zone plastique).

W_{pl}^* : densité surfacique de travail plastique de rupture.

Cette théorie permet une détermination expérimentale assez simple de la ténacité et ne souffre pas de restriction géométrique dans ses conditions d'application comme le critère J_{Ic} .

La dispersion des essais de ténacité, surtout dans le cas des polymères, est un fait d'expérience. L'importance de cette dispersion est rarement signalée dans la littérature. L'ampleur de celle-ci est telle que nous avons été amené à utiliser une approche probabiliste pour le calcul du travail essentiel de rupture Γ_e .

5.5.1.1. Détermination expérimentale du travail essentiel de rupture

La détermination expérimentale nécessite de tracer plusieurs courbes charge-déplacement (cf figure 5.21) sur des éprouvettes contenant des fissures de longueurs croissantes. On calcule les travaux de rupture $U_{c,i}$ de chaque essai en fonction des différentes longueurs de ligament.

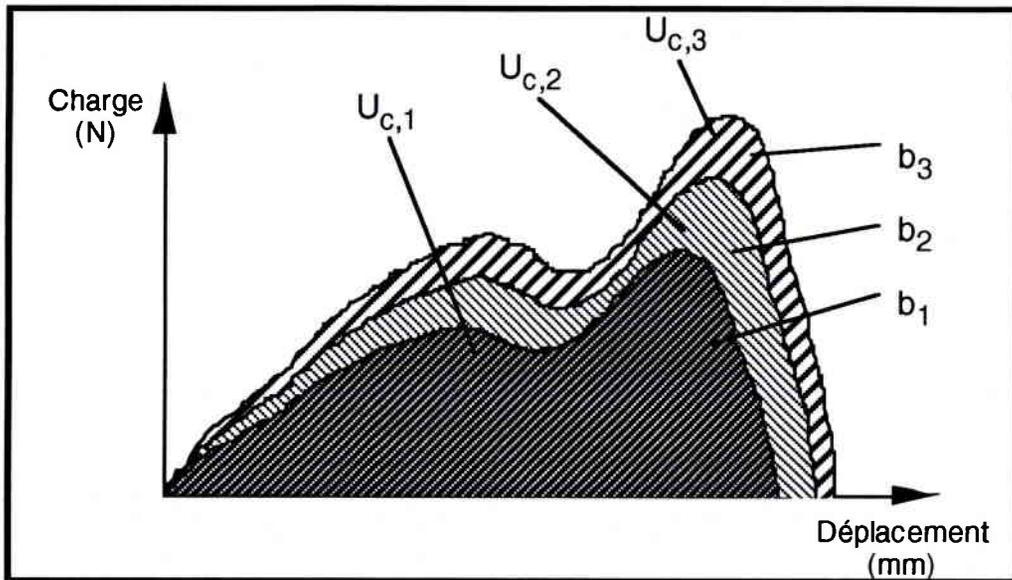


Figure 5.21 : Enregistrement des courbes charge-déplacement.

Dans une approche statistique, on détermine les valeurs correspondant à divers percentiles. Le travail essentiel de rupture correspond à la moyenne (au sens de Weibull) des ordonnées à l'origine des droites équi-percentile (cf figure 5.22) d'après la relation (5.5).

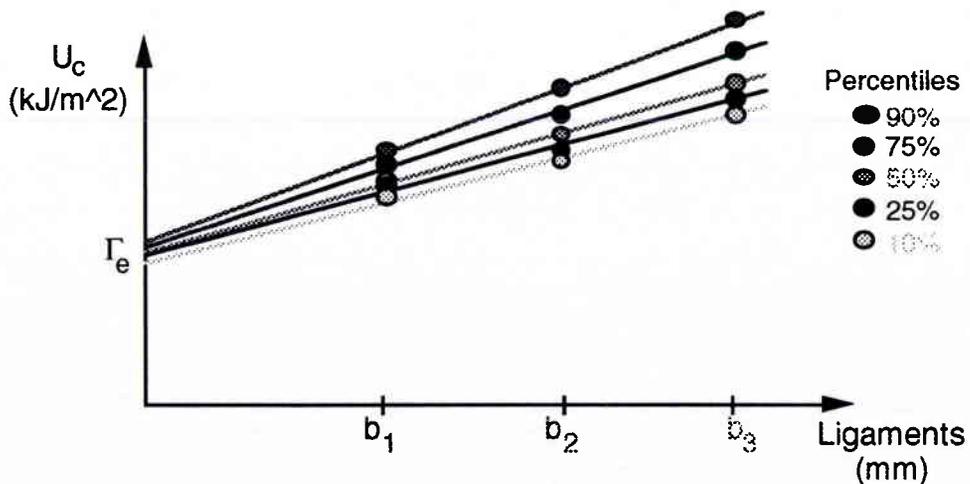


Figure 5.22 : Travail essentiel de rupture U_c .

5.5.1.2. Résultats expérimentaux

Avant d'utiliser la méthode du travail essentiel de rupture, on doit vérifier la plastification du ligament pour cela on regarde la linéarité de la charge à rupture en fonction de la longueur du ligament et ceci pour chaque vitesses de déformation. On a reporté sur les figure 5.23 à 5.26, la charge maximum pour chaque vitesse de déformation en fonction des longueurs de ligaments. On trouve que la charge à rupture progresse de façon linéaire en b (longueur de ligament).

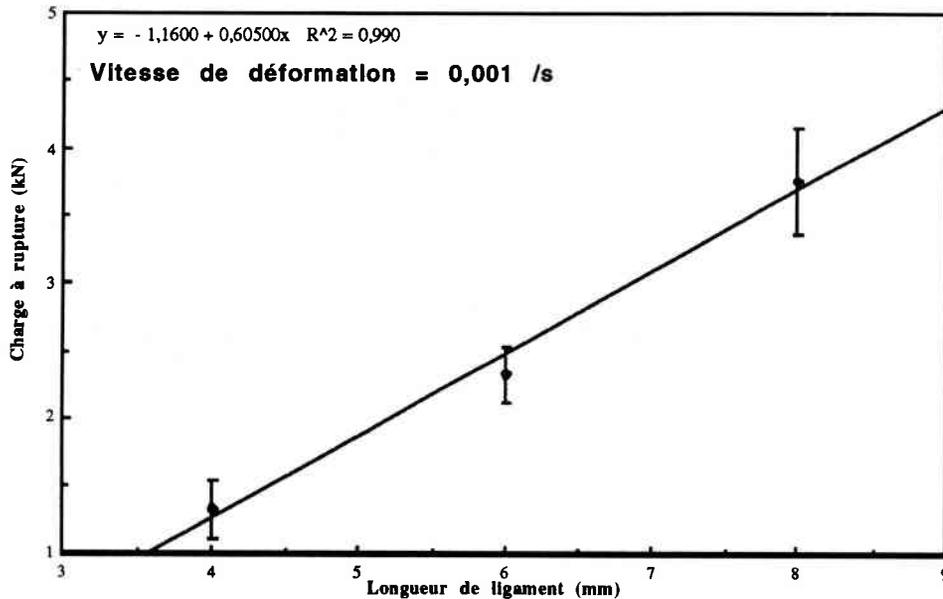


Figure 5.23 : Courbe charge à rupture en fonction de la longueur de ligament pour 0,001/s.

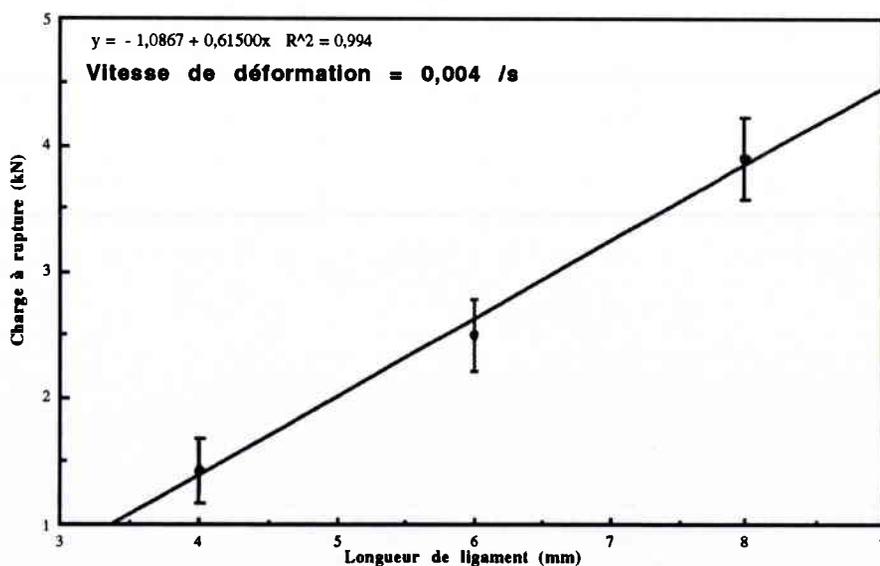


Figure 5.24 : Courbe charge à rupture en fonction de la longueur de ligament pour 0,004/s.

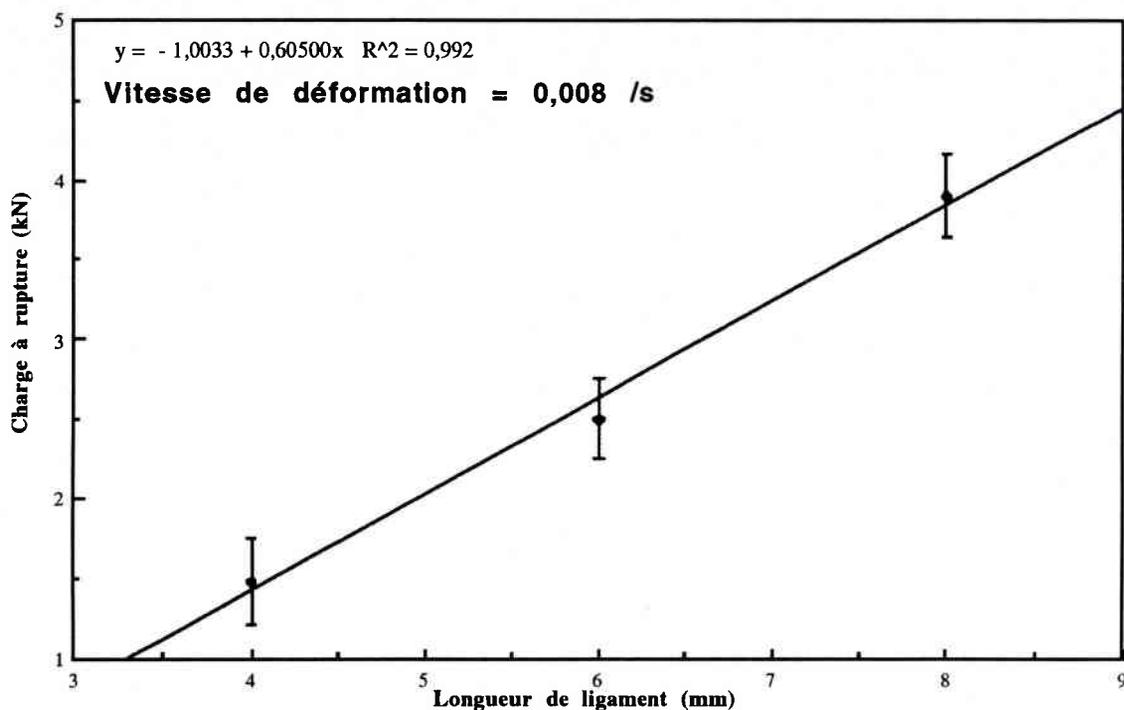


Figure 5.26 : Courbe charge à rupture en fonction de la longueur de ligament pour 0,008/s.

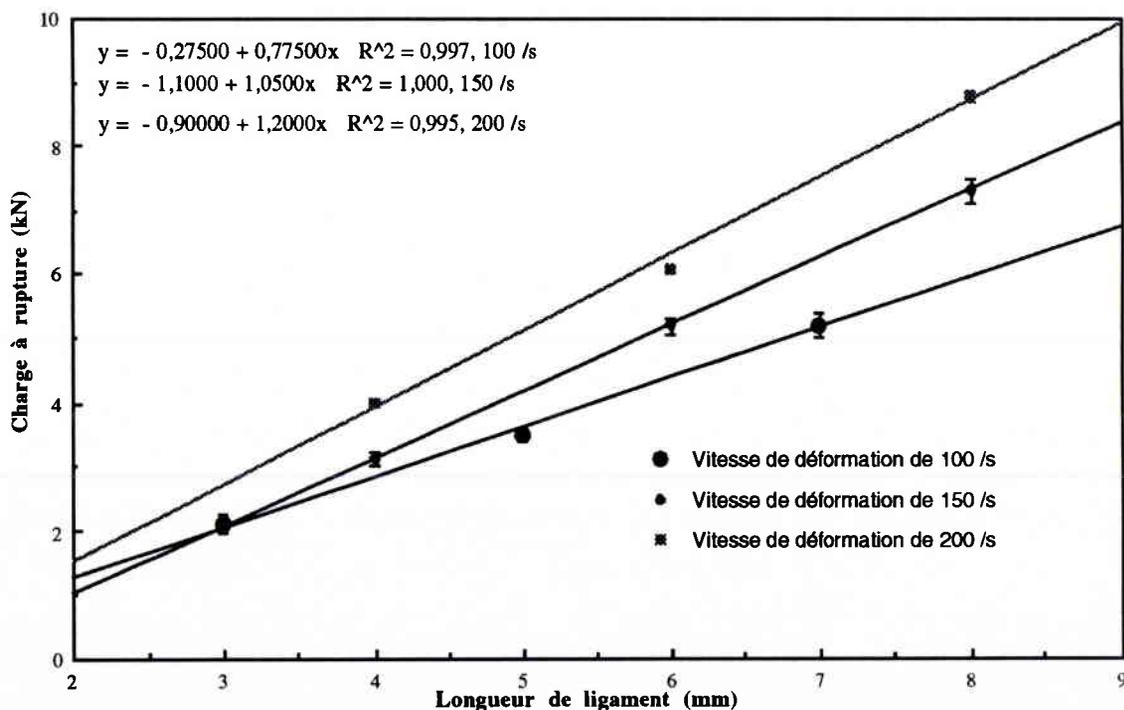


Figure 5.26 : Courbe charge à rupture en fonction de la longueur de ligament pour les 3 vitesses de déformations dynamiques.

Les figures 5.27 à 5.32 montrent les courbes permettant de déterminer le travail essentiel de rupture en fonction des longueurs de ligament pour chaque vitesses de déformation. L'intersection des droites équi-percentiles désignent le travail essentiel de rupture.

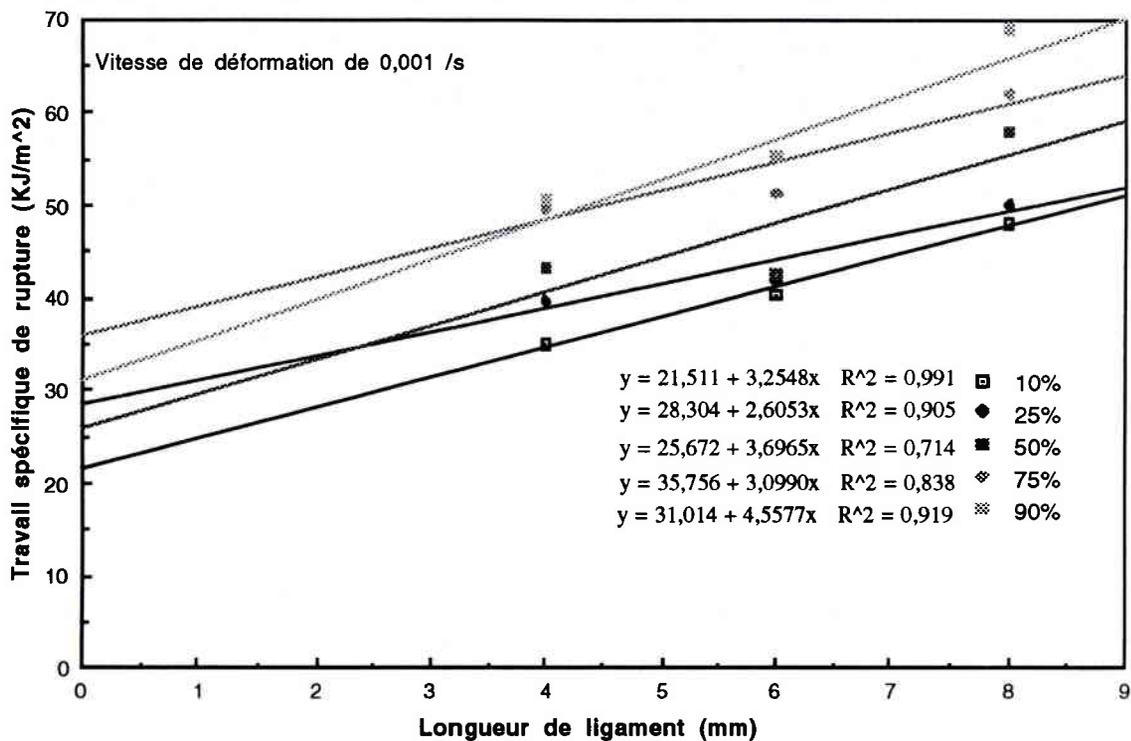


Figure 5.27 : Méthode de détermination du travail essentiel de rupture pour 0,001/s.

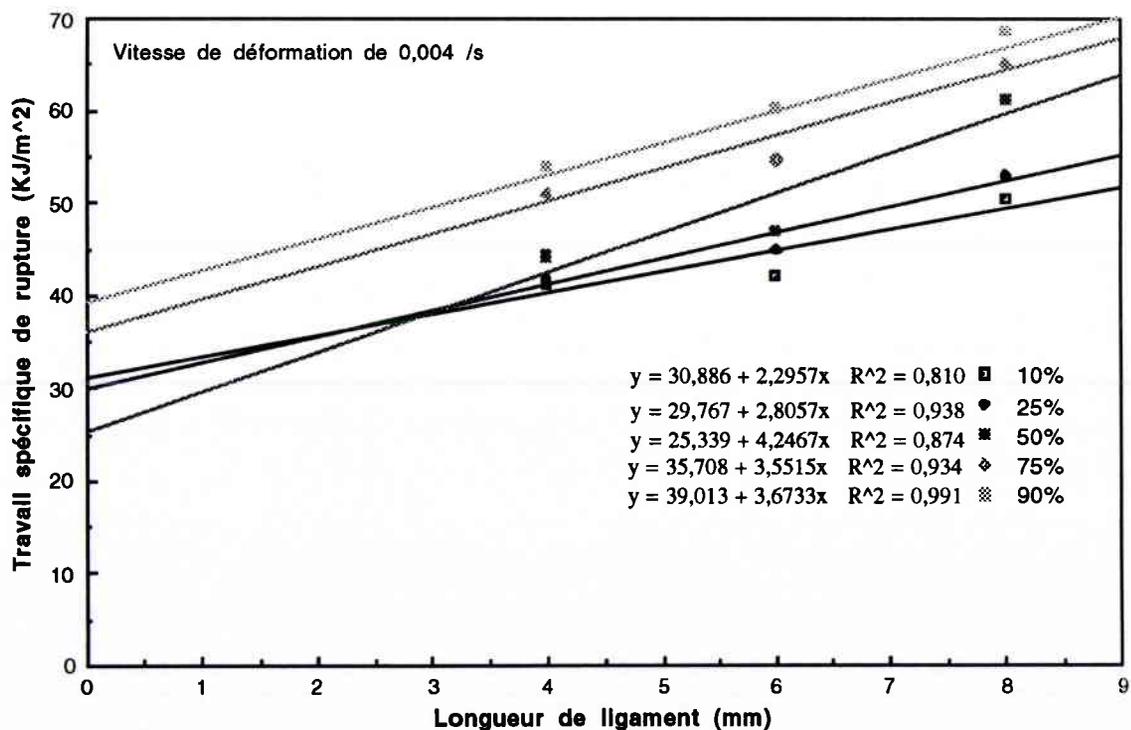


Figure 5.28 : Méthode de détermination du travail essentiel de rupture pour 0,004/s.

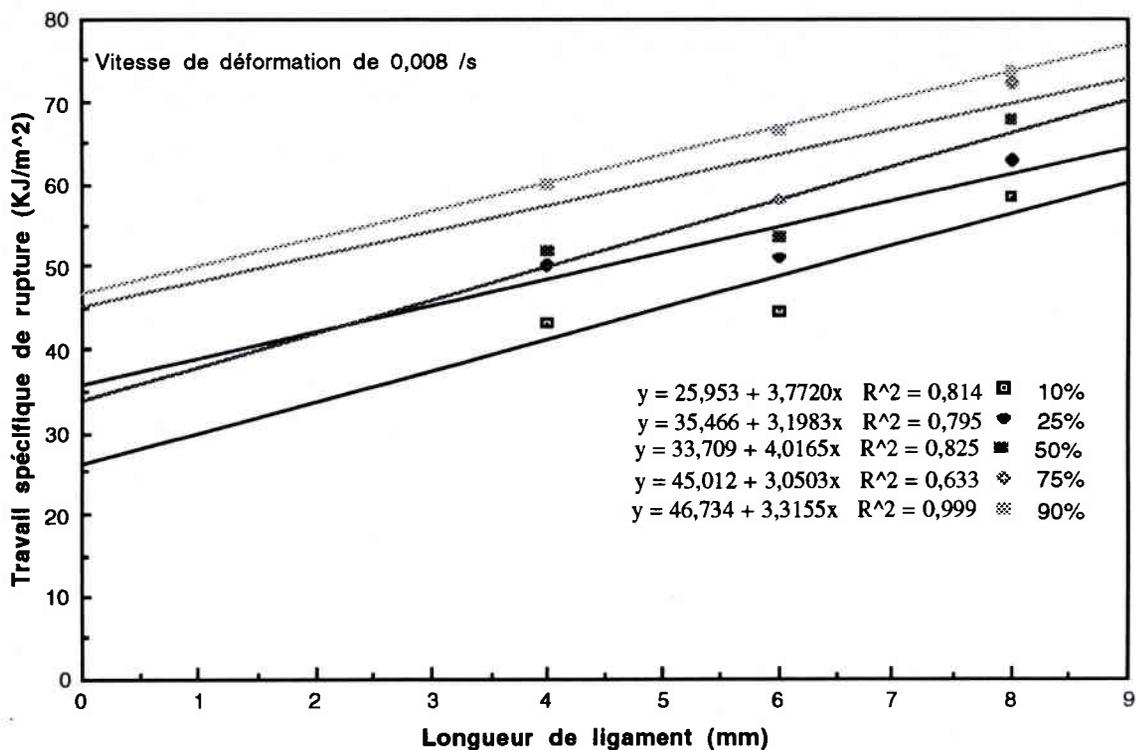


Figure 5.29 : Méthode de détermination du travail essentiel de rupture pour 0,008/s.

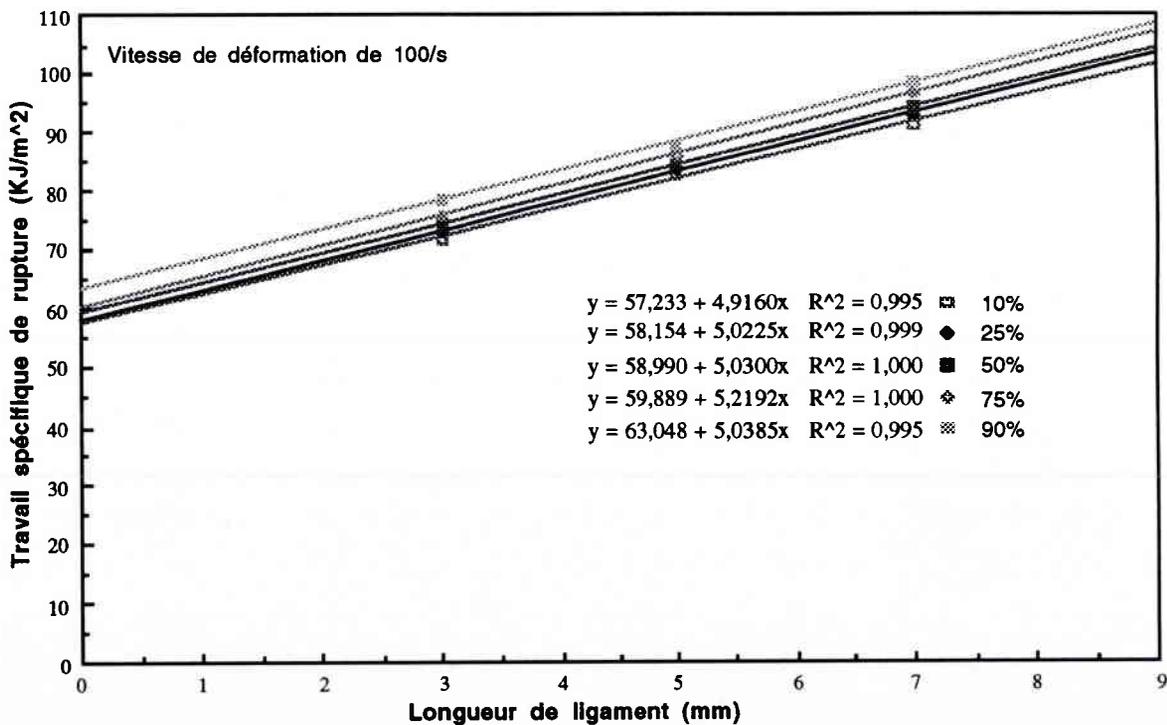


Figure 5.30 : Méthode de détermination du travail essentiel de rupture pour 100/s.

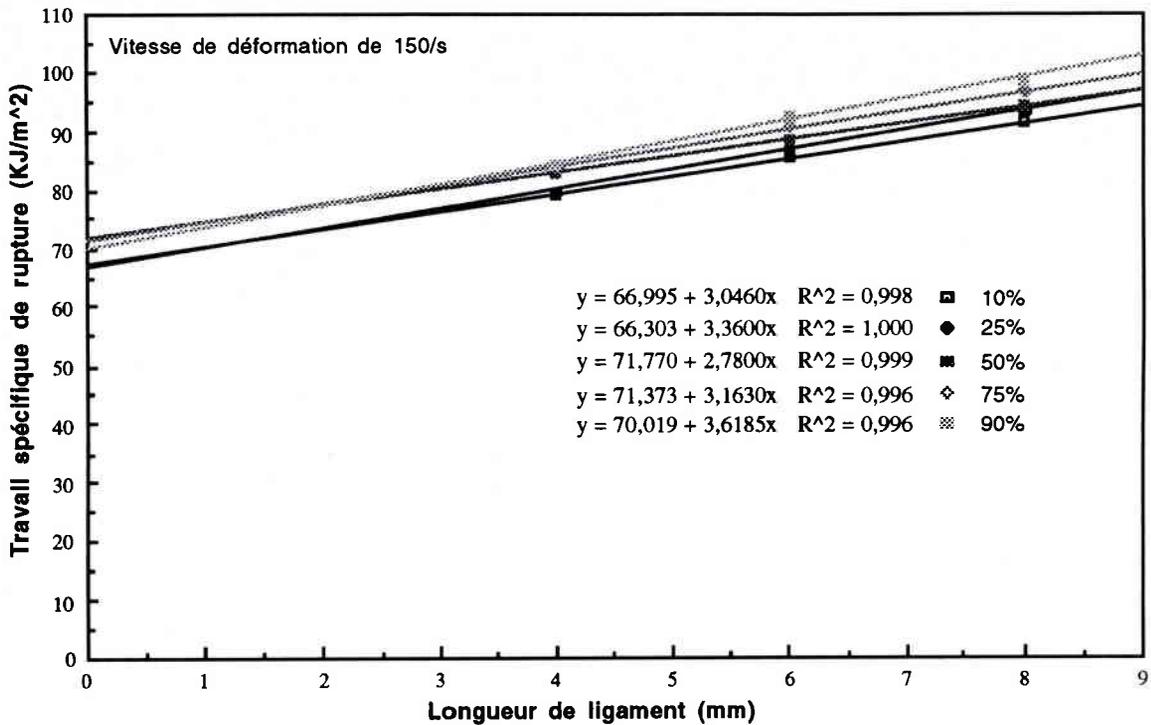


Figure 5.31 : Méthode de détermination du travail essentiel de rupture pour 150/s.

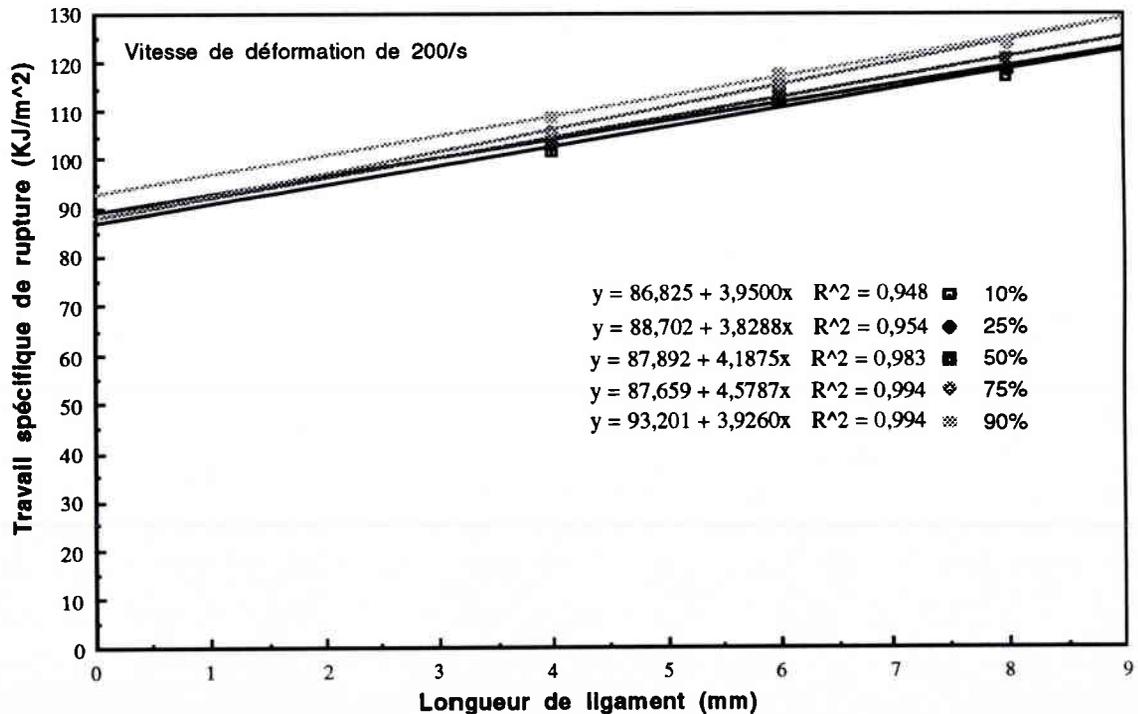


Figure 5.32 : Méthode de détermination du travail essentiel de rupture pour 200/s.

Le tableau 5.11 récapitule les paramètres caractérisant la distribution du travail essentiel de rupture à l'aide du modèle de Weibull pour chaque vitesse de déformation.

Vitesse de déformation (/s)	Moyenne du travail essentiel de rupture Γ_e (kJ/m ²)	Ecart type σ (kJ/m ²)
0,001	28,31	7
0,004	31,94	7,03
0,008	37,37	8,57
100	59,46	3,29
150	69,29	2,51
200	88,86	2,52

Tableau 5.11 : Récapitulatif des résultats de ténacité obtenus d'après la méthode du travail essentiel de rupture.

La figure 5.33 représente l'évolution de la ténacité en fonction de la vitesse de déformation. Nous pouvons remarquer, d'après cette courbe, une augmentation de la ténacité et une diminution la dispersion en fonction de la vitesse de déformation. Justement, pour la vitesse de déformation la plus faible, la dispersion est de l'ordre de 7, par contre pour 200/s, elle est de l'ordre de 2,51. Ce phénomène a été déjà observé par K. Labibes[2.17]. Cela est dû au faite qu'à faible vitesse de déformation, les dispersions aux niveaux des déplacements et des forces sont plus grandes qu'aux grandes vitesses de déformation.

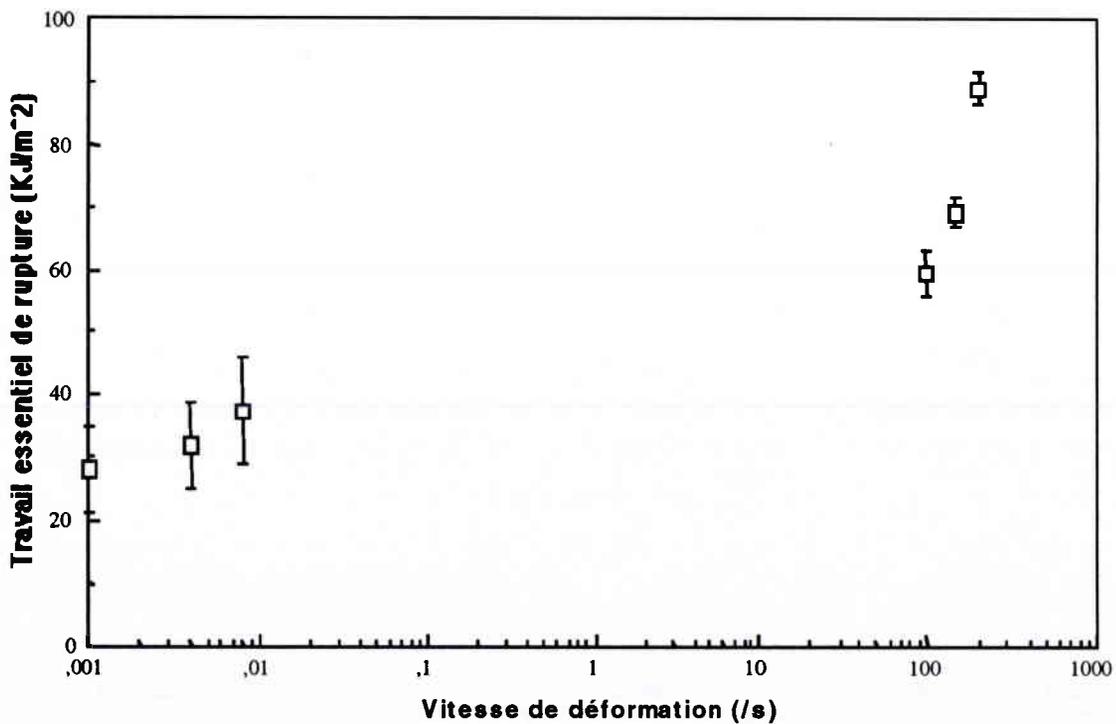


Figure 5.33 : Evolution du travail essentiel de rupture en fonction de la vitesse de déformation.

5.5.2. Détermination de la ténacité à l'aide du critère d'Andrews

Le support théorique et la méthode expérimentale associée à ce critère est exposée au Chapitre 3.

La détermination expérimentale conduit à l'évaluation du paramètre $-dU/dA$ qui représente la variation d'énergie nécessaire pour propager la fissure sur une surface dA .

5.5.2.1. Détermination expérimentale du critère d'Andrews

Rappelons succinctement la procédure à prendre pour la détermination de la ténacité par le critère d'Andrews. Tout d'abord nous disposons de courbes charge-déplacement obtenues expérimentalement sur des éprouvettes axisymétriques (cf figure 5.1) contenant des fissures de longueur croissante, en outre il est nécessaire d'effectuer un essai sur une éprouvette non-fissurée ($a = 0$) (cf figure 5.34). Dans la relation (3.38) du chapitre 3, la densité d'énergie de déformation $W_{o\text{crit}}^*(a_i)$ est calculée pour chaque longueur de fissure par rapport à la courbe sans fissure et est pour chaque charge P_i .

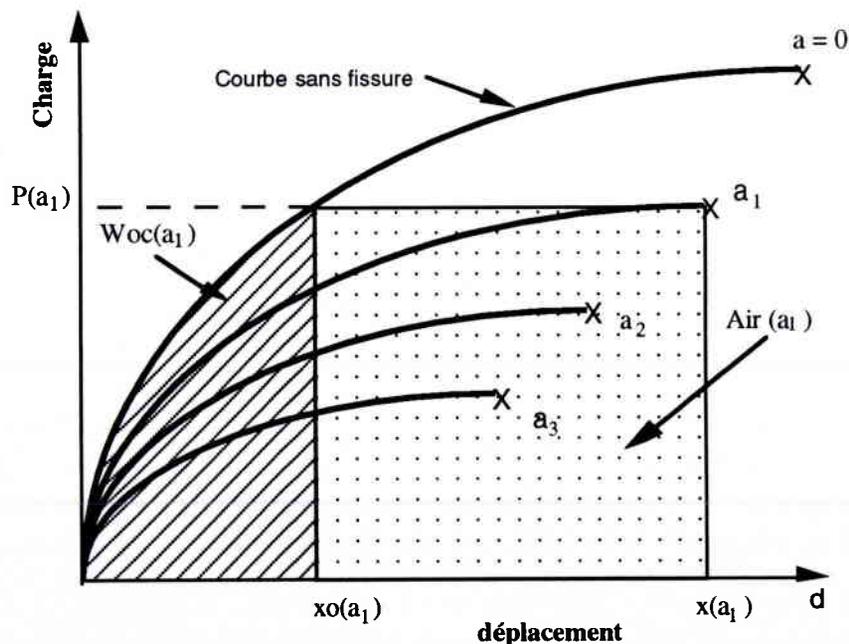


Figure 5.34 : Enregistrement charge-déplacement pour 4 éprouvettes axisymétriques.

On quantifie par la suite le terme $\Delta U(a_i, W_{o\text{crit}}^*(a_i))$ comme suit :

$$\Delta U_i(a_i) = W_{o\text{crit}}^*(a_i) + (x(a_i) - x_o(a_i)) \cdot P(a_i) - \text{Aire}(a_i) \quad (5.6)$$

Pour une valeur W_o^* (i) donnée (constante), on reporte les valeurs de $-\Delta U$ en fonction de a_i (cf figure 5.35).

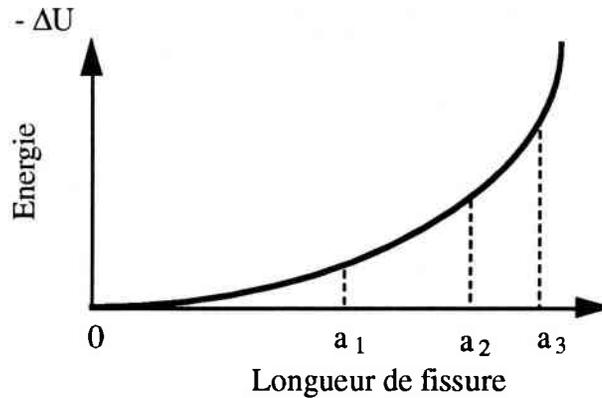


Figure 5.35 : Courbe $-\Delta U=f(a)|W_o$

Nous avons utilisé, dans nos calculs, l'approximation proposée par Naït-abdelaziz[2.8] en corrigeant les résultats par une fonction de calibration de type linéaire (relation 5.7). Cette correction est introduite en utilisant l'équivalence existant en mécanique linéaire entre K le facteur d'intensité de contrainte et G le taux de restitution d'énergie.

L'expression de la correction de géométrie d'après Harris[2.9], pour une éprouvette axisymétrique, est donnée par :

$$F(X) = \frac{1}{(1-X)^2} \cdot \left(\left(0,8 + \frac{X}{1-X} \right) \cdot 4 \right)^{\frac{-1}{2}} \tag{5.7}$$

avec $X = a/R$ (a = longueur de ligament, R = rayon de l'éprouvette)

En introduisant cette fonction de correction, on calcule l'expression de $-\Delta U$ en intégrant la formule suivante :

$$-\frac{dU}{dA} = k(W_o^*) \cdot W_o^* \cdot \frac{a^2}{2\pi(R-a)} \left[\frac{1}{(1-X)^2} \cdot \left(\left(0,8 + \frac{X}{1-X} \right) \cdot 4 \right)^{\frac{-1}{2}} \right]^2 \tag{5.8}$$

ou $dA = 2\pi(R-a) da$

D'où finalement la pente de la droite des valeurs du produit $k_1(W_o^*) \cdot W_{oc} = f(1/F(a, R))$ désigne la ténacité suivant le critère d'Andrews modifié par Naït-Abdelaziz avec $k_1(W_o^*)$ sans dimension.

5.5.2.2. Résultats expérimentaux

Ces résultats sont traités par la théorie généralisée en incluant la correction de géométrie axisymétrique.

Les figures 5.36 à 5.40 présentent quelques résultats des étapes essentielles du traitement (courbe charge-déplacement, $-\Delta U = f(a)$, fonction $k(W_0)$, droite de régression) pour quelques vitesses de déformation.

L'opportunité de la correction est confirmée au vu des figures 5.36c à 5.40c sur lesquelles le paramètre énergétique I est déterminé. Sur ces figures, conformément à la relation (5.8), sont reportées en abscisses les valeurs du terme $(a.F(X)^2)^{-1}$ et en ordonnées les valeurs $2k_1(W_0).W_{oc}$ de nos essais.

De plus les allures des fonctions $k_1(W_0)$ qui découlent de ces calculs sont différentes en fonction de la vitesse de déformation. Nous observons, pour les essais statiques (vitesse de déformation allant de 0,001 à 0,008/s), que la fonction $k_1(W_0)$ débute par une valeur maximum de l'ordre de 2000 et décroît rapidement pour atteindre une valeur constante de l'ordre de 200 pour la vitesse de 1 mm/mn, 500 pour la vitesse de 10 mm/mn et de 1000 pour la vitesse de 20 mm/mn. Par contre, l'allure de la fonction $k_1(W_0)$ pour les grandes vitesses de déformation est différente de celles obtenues précédemment. Elle débute par un minimum allant de 20 et augmente jusqu'à une valeur constante de l'ordre de 500. Il faut remarquer que l'allure de la fonction $k_1(W_0)$ pour la vitesse de déformation de 100/s est identique à celle obtenue pour les faibles vitesses de déformations.

Le tableau 5.12 récapitule toutes les valeurs de ténacité obtenus par le critère d'Andrews sous forme statistique en utilisant le modèle de Weibull.

<i>Vitesse de déformation (/s)</i>	<i>Critère d'Andrews modifié 2I (kJ/m²)</i>	<i>Ecart type σ (kJ/m²)</i>
0,001	22,73	5,21
0,004	33,39	5,33
0,008	36,80	3,89
100	77,05	2,50
150	84	1,85
200	94,46	1,78

Tableau 5.12 : Récapitulatif des résultats obtenus d'après le critère d'Andrews modifié.

Le tableau 5.12 est représenté sous forme de courbe (cf figure 5.41) ci-dessous.

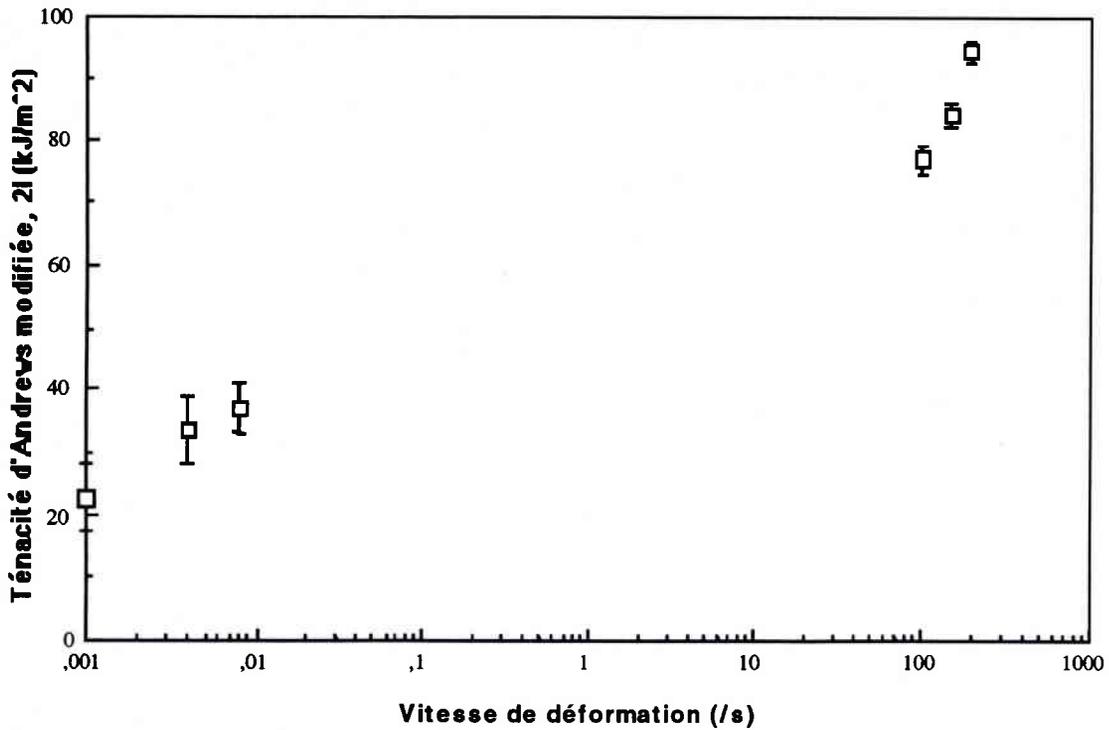


Figure 5.41 : Evolution de la ténacité 2I en fonction de la vitesse de déformation d'après le critère d'Andrews modifiée par Naït-Abdelaziz.

Nous pouvons remarquer, comme précédemment, que la ténacité augmente en fonction de la vitesse de déformation et de plus, l'écart type associé à la ténacité diminue quand la vitesse de déformation augmente. Cette remarque a déjà été signalée par la méthode du travail essentiel de rupture.

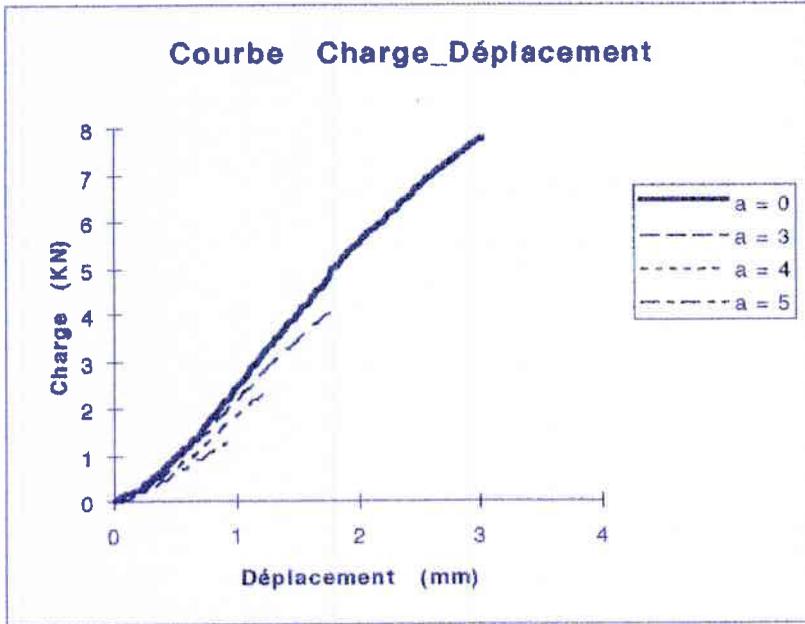


Figure 7.36(a): Courbe charge-déplacement, $V = 1 \text{ mm/mn}$

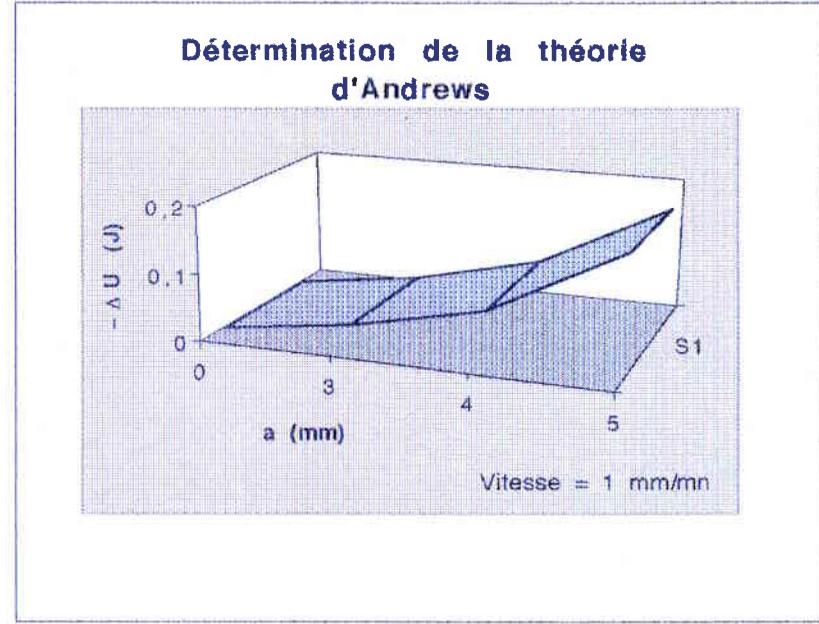


Figure 7.36(b) : $-\Delta U = f(a)$

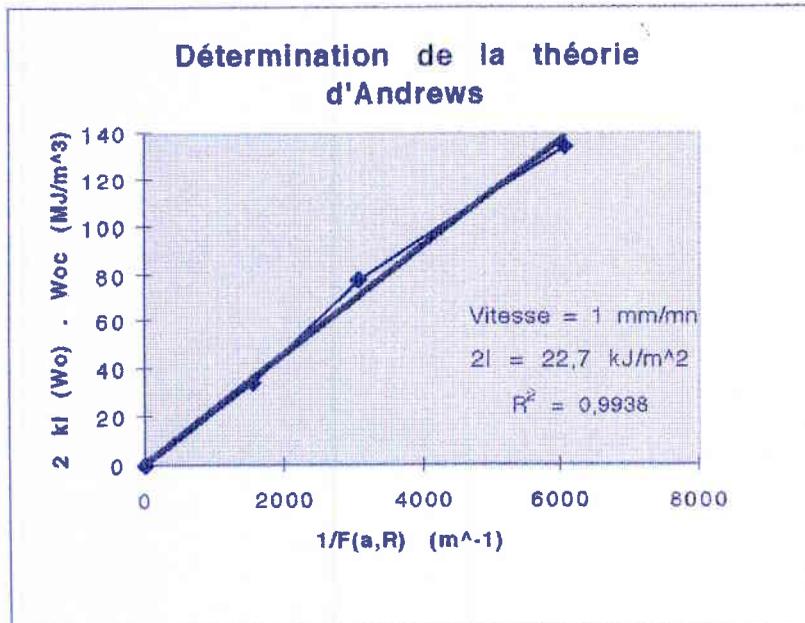


Figure 7.36(c) : $2kl (W_o) \cdot W_{oc} = f(1/F(a,R))$

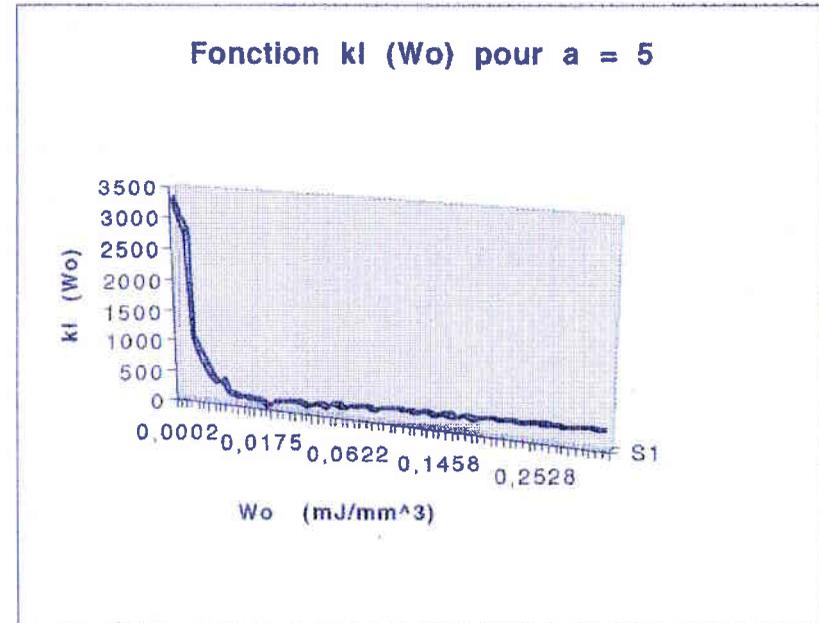


Figure 7.36(d) : $kl (W_o) = f(W_o)$

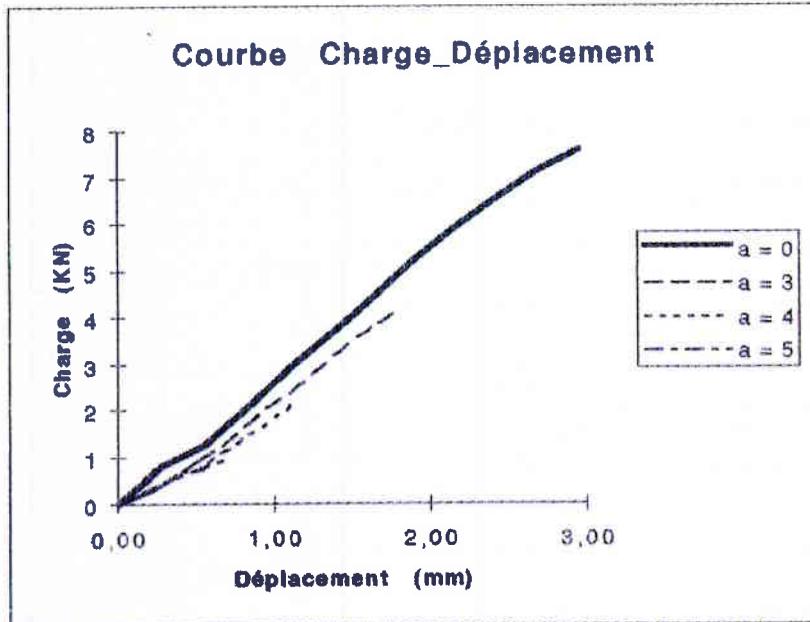


Figure 7.37(a) : Courbe charge-déplacement, $V = 10 \text{ mm/mn}$

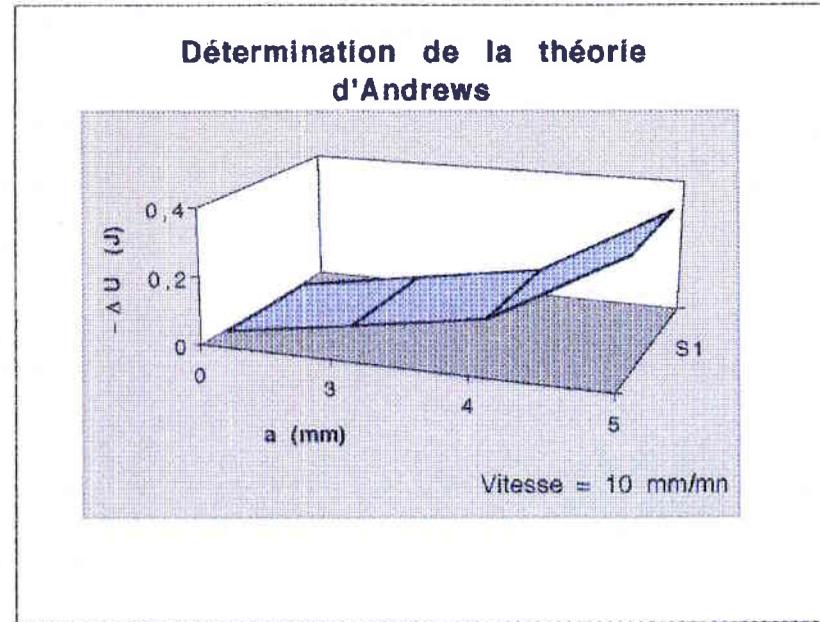


Figure 7.37(b): $-\Delta U = f(a)$

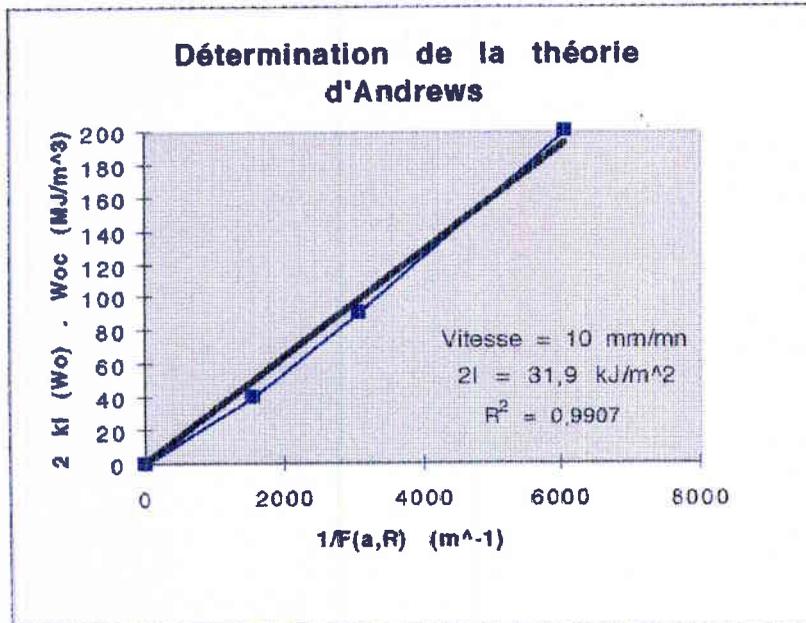


Figure 7.37(c): $2kl(W_o) \cdot W_{oc} = f(1/F(a,R))$

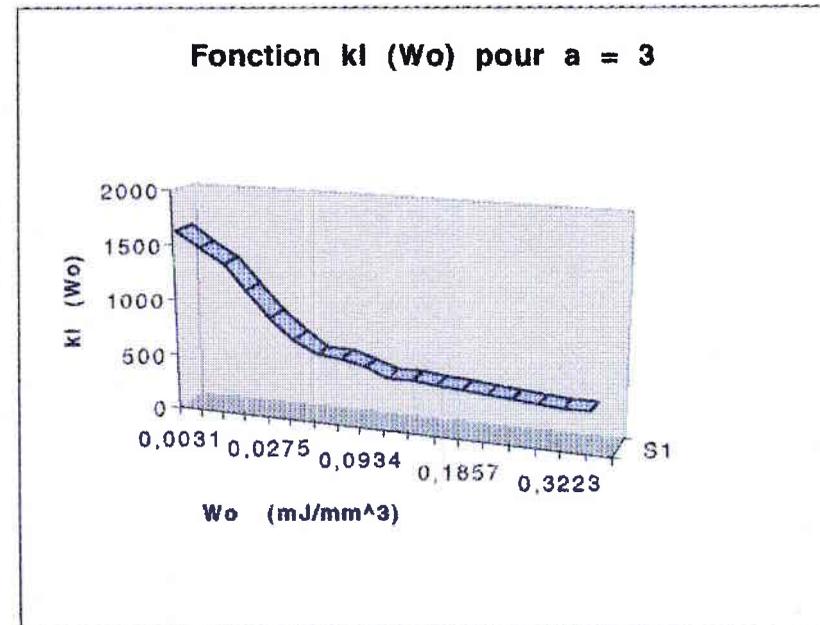


Figure 7.37(d): $kl(W_o) = f(W_o)$

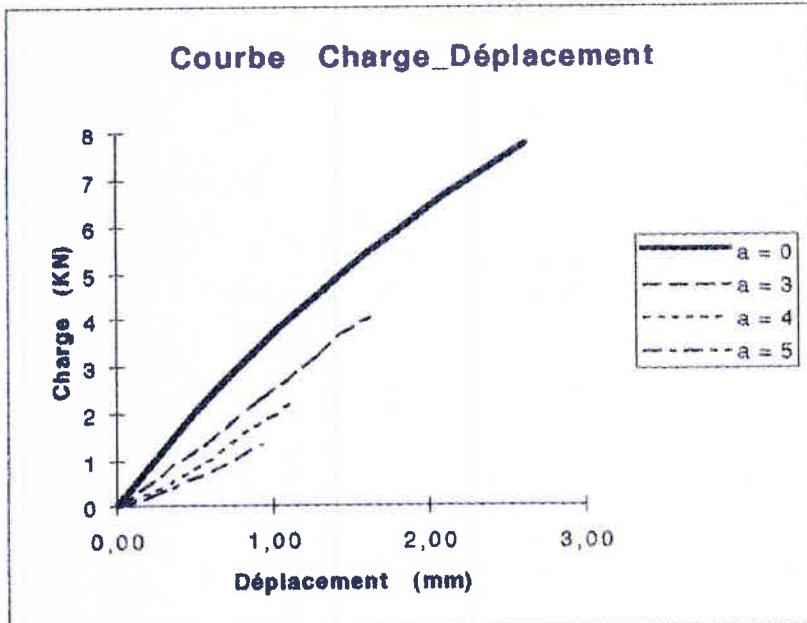


Figure 7.38(a) : Courbe charge-déplacement, $V = 20 \text{ mm/mn}$

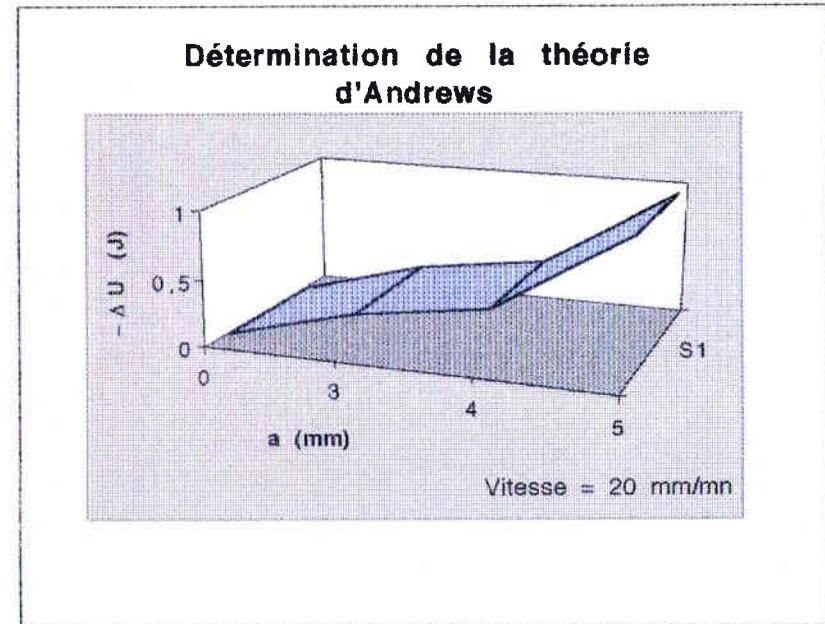


Figure 7.38(b): $-\Delta U = f(a)$

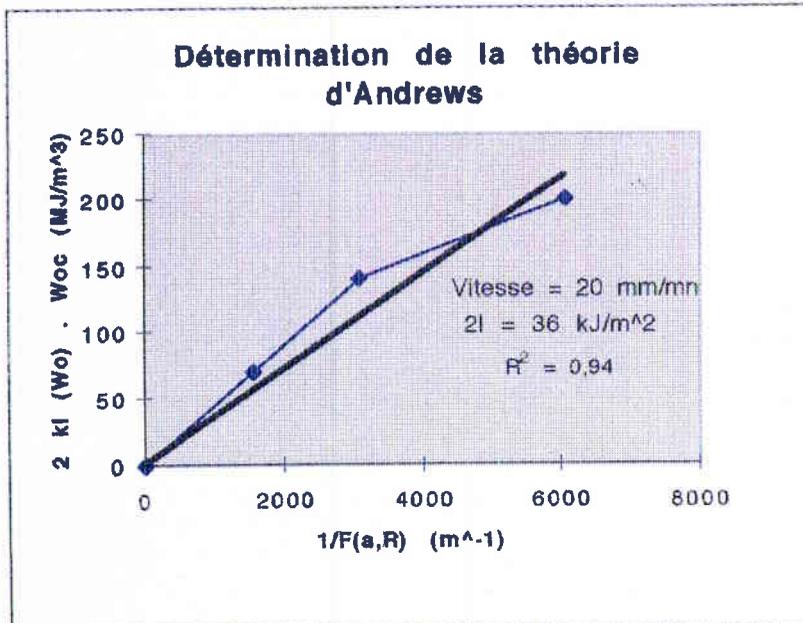


Figure 7.38(c): $2kI(W_o) \cdot W_{oc} = f(1/F(a,R))$

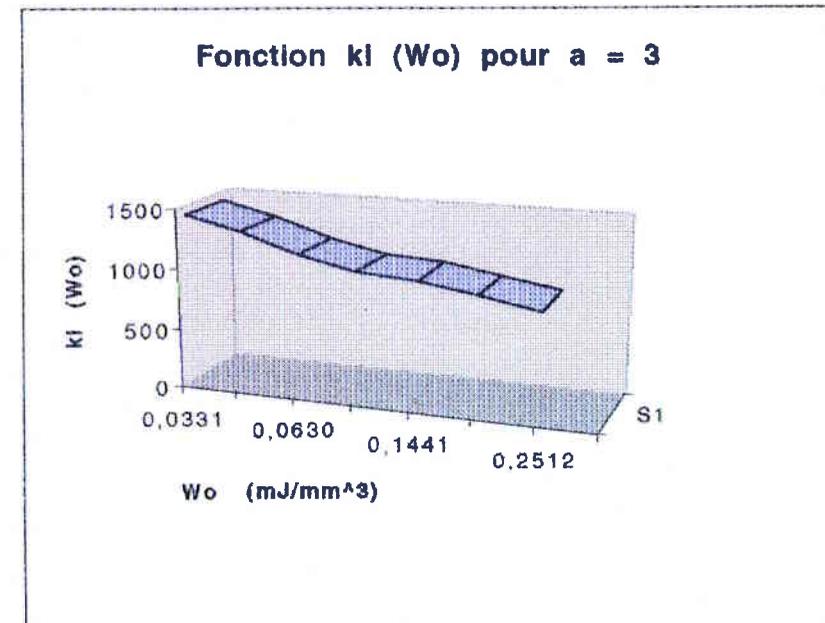


Figure 7.38(d): $KI(W_o) = f(W_o)$

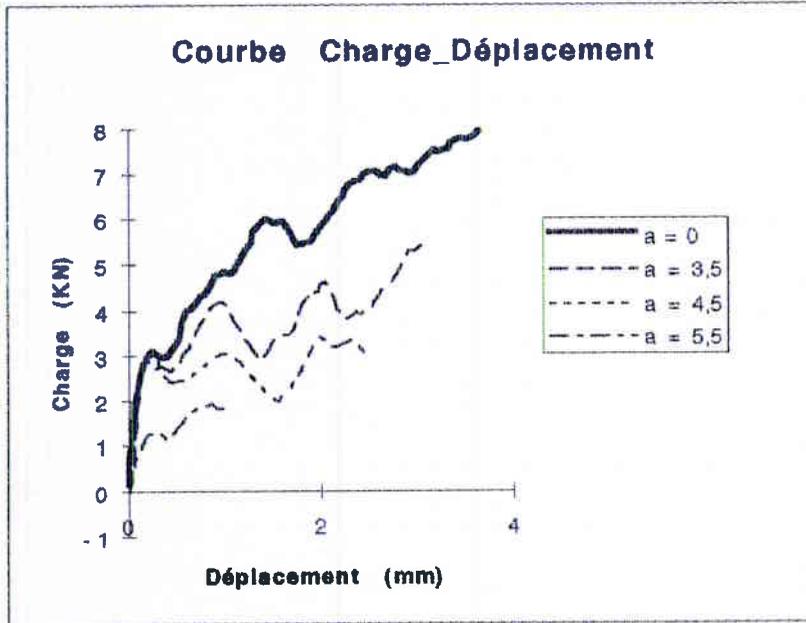


Figure 7.39(a) : Courbe charge-déplacement (non lissée), $\dot{\epsilon} = 100 / s$

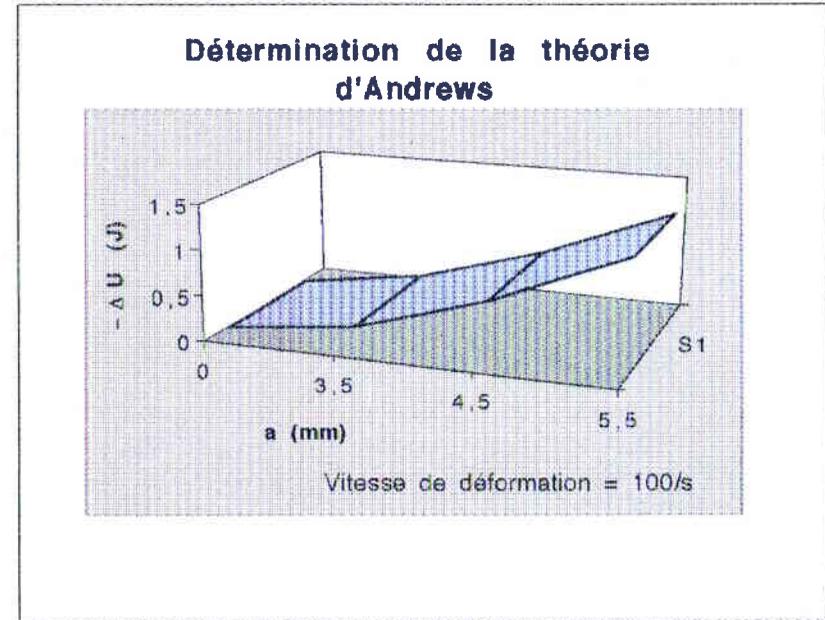


Figure 7.39(b): $-\Delta U = f(a)$

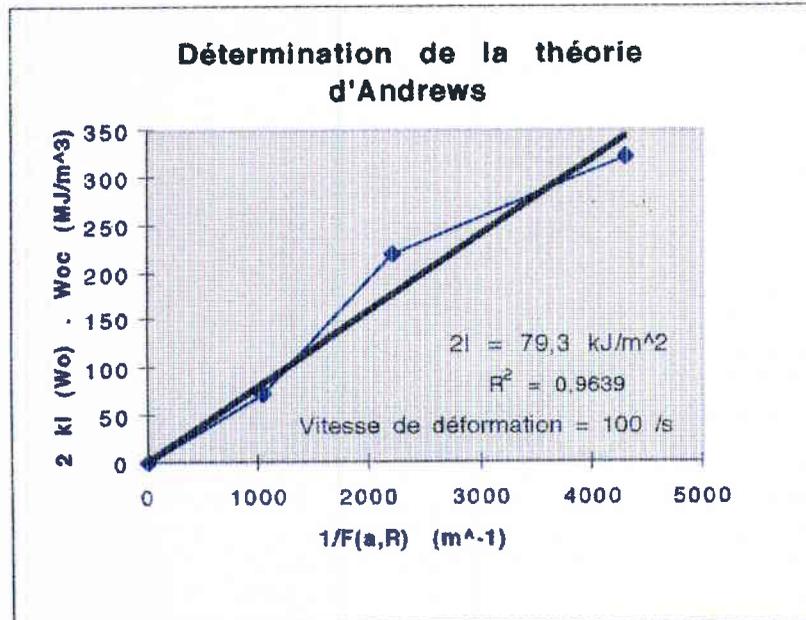


Figure 7.39(c): $2KI(W_o) \cdot W_{oc} = f(1/F(a,R))$

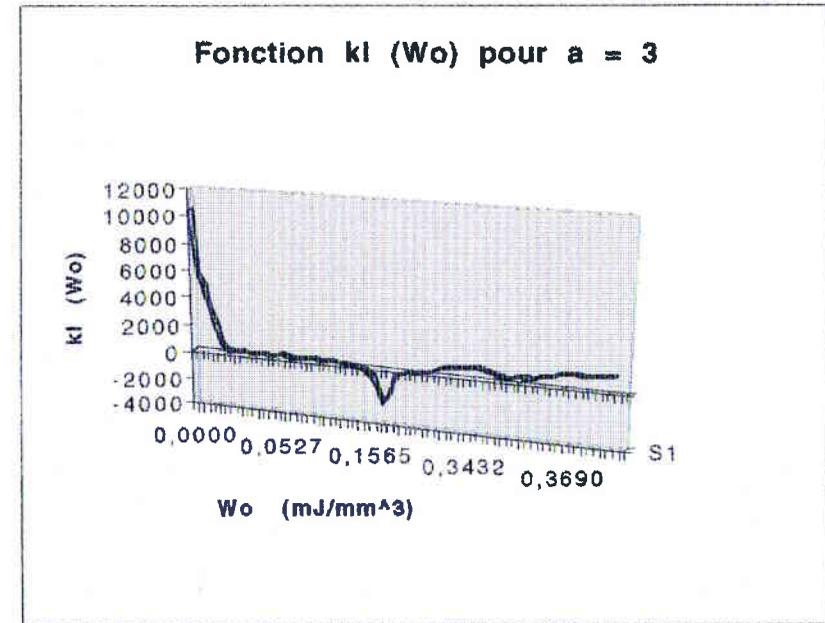


Figure 7.39(d): $KI(W_o) = f(W_o)$

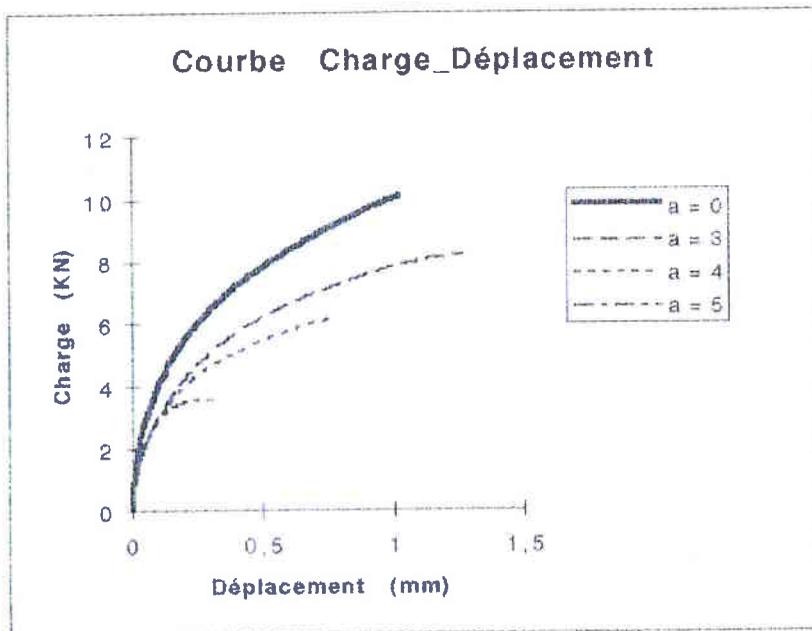


Figure 7.40(a) : Courbe charge-déplacement (lissée), $\dot{\epsilon} = 200$ /s

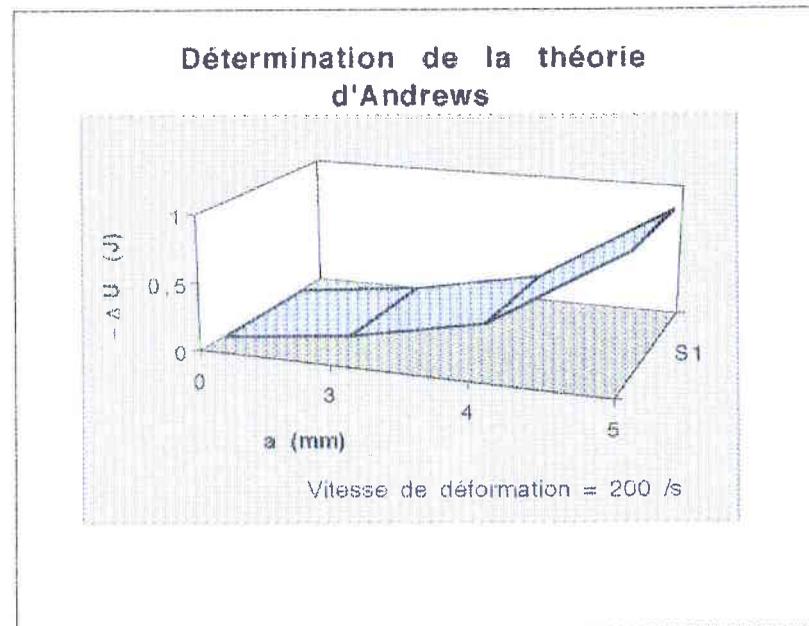


Figure 7.40(b): $-\Delta U = f(a)$

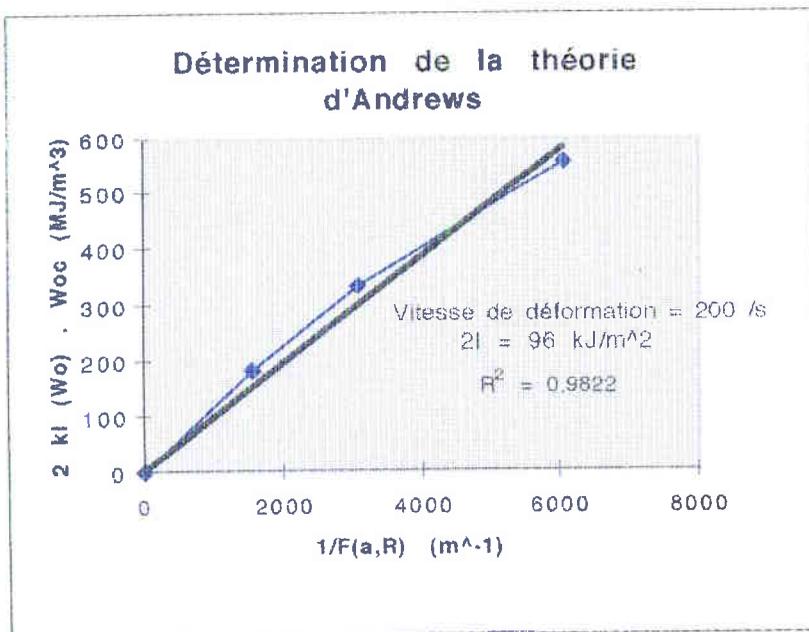


Figure 7.40(c): $2KI(W_o) W_{oc} = f(1/F(a,R))$

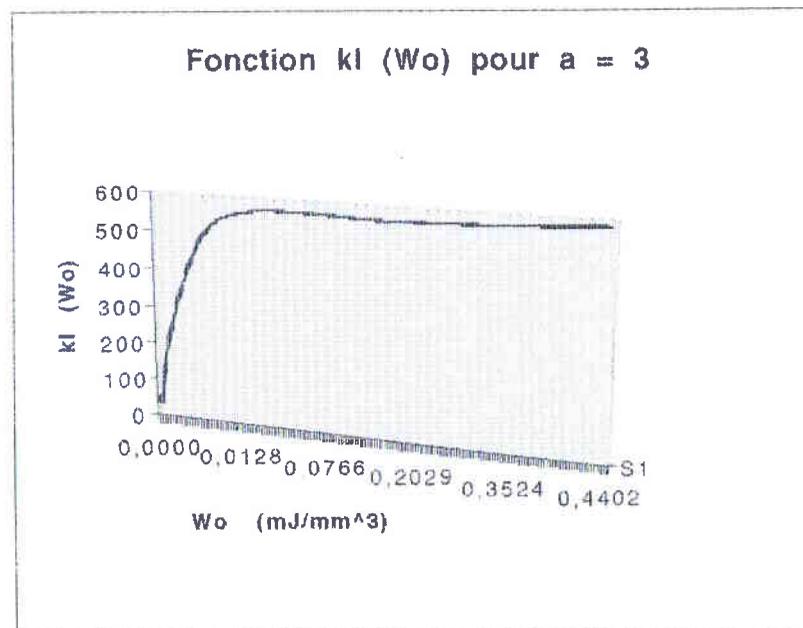


Figure 7.40(d): $KI(W_o) = f(W_o)$

5.5.3. Détermination de la ténacité à l'aide de l'Intégrale J

Pour comparer les résultats obtenus par le travail essentiel de rupture à ceux obtenus par l'intégrale J nous avons choisi la méthode de détermination expérimentale proposée par Begley-Landes[2.4].

5.5.3.1 Détermination expérimentale de l'Intégrale J

Cette méthode nécessite, tout comme pour la détermination par la théorie généralisée d'Andrews, la mesure de courbes charge-déplacement correspondantes à des éprouvettes identiques fissurées à des longueurs de défaut croissantes. Le principe est bien connu de tous les expérimentateurs. On mesure à déplacement donné (pour un paramétrage du déplacement) l'énergie potentielle U, c'est à dire l'aire sous la courbe charge-déplacement jusqu'à la valeur du déplacement critique considéré comme le montre la figure 5.42.

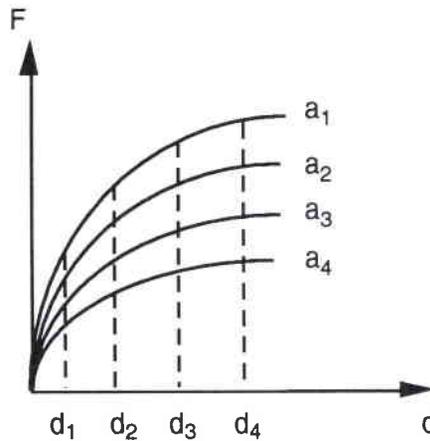


Figure 5.42 : Courbe charge-déplacement.

On reporte ensuite les valeurs de U en fonction des différentes longueurs de fissures a représentant en fait des incréments de la surface de fissure ΔA (relation 5.11).

Le calcul numérique des aires sous les courbes charge-déplacement correspondant à chaque incrémentation de ΔA fournit l'énergie U (cf Chapitre 2) qui, pour un déplacement donné, permet de déterminer l'intégral J définie par :

$$J(d_j) = - \frac{dU}{dA_{d_j}} \quad (5.9)$$

Le terme dA s'exprime, dans le cas des échantillons axisymétriques, par la relation suivante :

$$dA = 2\pi \cdot (R - a) da \quad (5.10)$$

Cette variation n'étant pas linéaire en fonction de a (ce qui n'était pas le cas de l'exemple traité dans le Chapitre 2), les calculs utiliseront directement la définition données par la relation suivante :

$$\Delta A = \pi \cdot (R^2 - (R - a)^2) \quad (5.11)$$

Les points $U(\Delta A, d)$ sont reportés dans un graphe $(U, \Delta A)$ et lissés par des fonctions polynomiales paramétrées par d (figure 5.43).

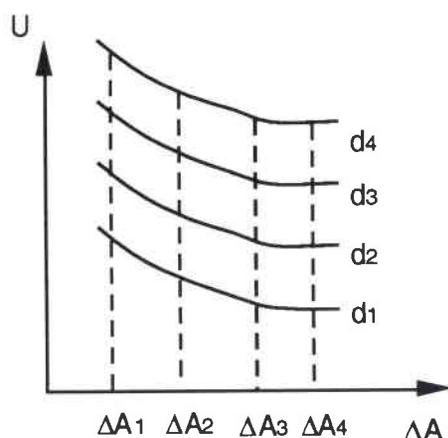


Figure 5.43 : U en fonction de ΔA .

Les pentes de ces courbes permettent de tracer l'évolution de J en fonction de l'incrément d . Aux points de charges maximales correspondent les déplacements critiques d_c , et par conséquent les valeurs critiques de J , donnant ainsi un ensemble de valeurs expérimentales de J_{Ic} , caractéristique du matériau.

5.5.3.2 Résultats expérimentaux

Les figures 5.44 à 5.47 montrent les différentes étapes du dépouillement, dans le cas des éprouvettes axisymétriques, pour quelques vitesses de déformation.

Nous pouvons observer :

- les courbes charge-déplacement (pour les grandes vitesses de déformation, elles sont lissées par des fonctions polynomiales),
- les points expérimentaux ($U, \Delta A$) approximés par des courbes de paramètre d ,
- les déplacements critiques reportés sur un graphe (d_c, a),
- la courbe J en fonction de d (équation de la courbe).

Les figures 5.44c-d à 5.47c-d mettent en évidence la bonne corrélation des points expérimentaux ($U, \Delta A$) avec les courbes paramétrées par d .

Les déplacements critiques sont montrés sur les figures 5.44b à 5.47b correspondant aux courbes charge-déplacement et cela pour chaque configuration de vitesses de déformation. On y note, pour les faibles vitesses, une dispersion importante qui diminue quand la vitesse de déformation augmente. Néanmoins, nous avons répertorié aux paragraphes 5.2 et 5.3 les variations des déplacements critiques à l'aide du modèle de Weibull, pour chaque longueurs de fissure. Dans ce cas, nous avons calculé un déplacement critique moyen ($d_{c \text{ moyen}}$) parmi les moyennes obtenues de chaque longueur de fissures. Dans ce cas, les valeurs moyennes critiques permettent de calculer les valeurs de ténacité critique J_{Ic} pour chaque vitesse de déformation, et les autres déplacements critiques permettent d'encadrer les ténacités critiques moyennes correspondantes.

Le tableau 5.13 représente les valeurs moyennes de ténacité par la méthode de l'intégral J sous forme statistique en utilisant le modèle de Weibull.

<i>Vitesse de déformation</i> (/s)	<i>Intégrale J</i> $J_{Ic} (kJ/m^2)$	<i>Ecart type</i> $\sigma (kJ/m^2)$
0,001	25,01	5,7
0,004	40,21	5,07
0,008	47,29	4,80
100	71,09	3,79
150	83,68	3,28
200	97,20	2,57

Tableau 5.13: Récapitulatif des résultats obtenus d'après le critère d'Andrews modifié.

Le tableau 5.13 est représenté sous forme de courbe (cf figure 5.49) ci-dessous.

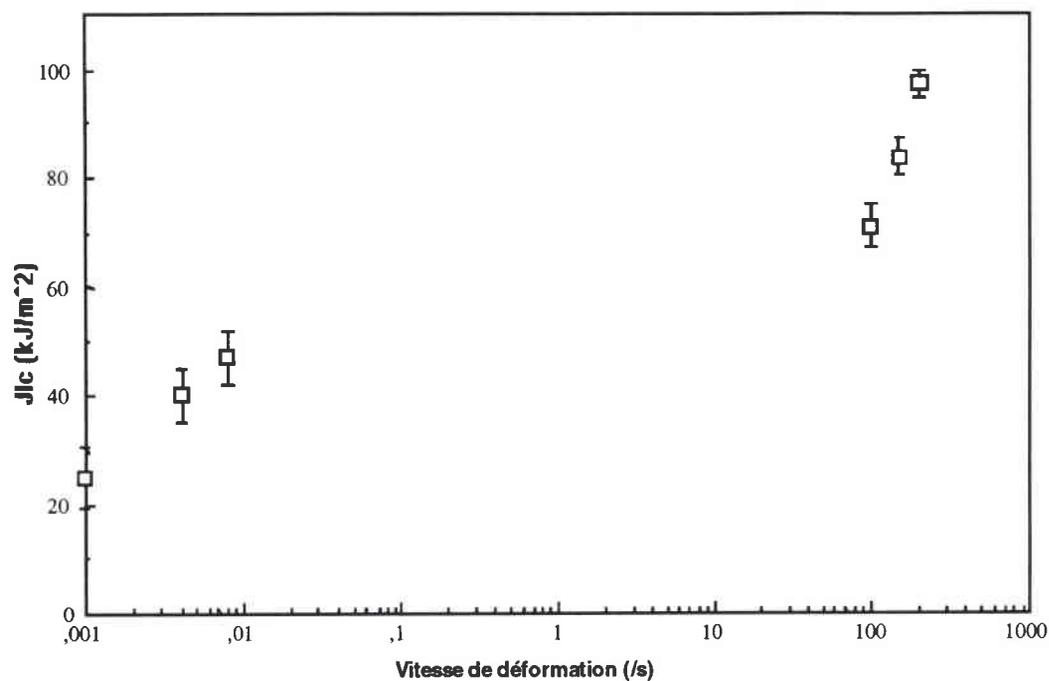


Figure 5.49 : Evolution de l'Intégral J suivant la méthode de Begley-Landes en fonction de la vitesse de déformation.

Nous pouvons remarquer, comme précédemment, que la ténacité augmente en fonction de la vitesse de déformation et de plus, l'écart type associé à la ténacité diminue quand la vitesse de déformation augmente.

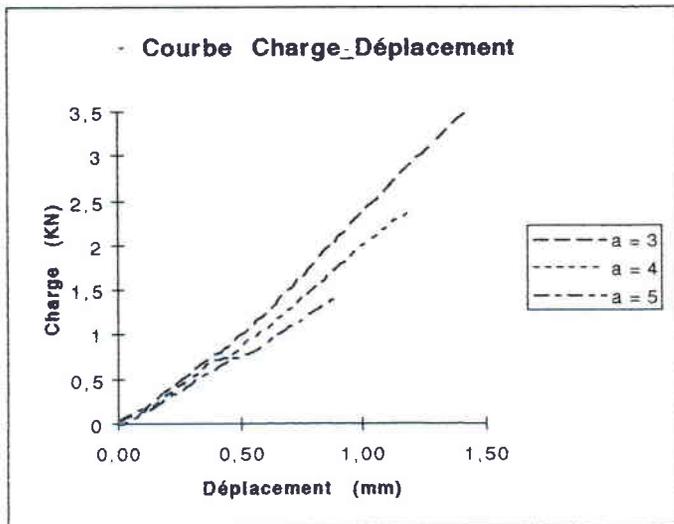


Figure 7.44(a) : Courbe charge-déplacement, $V = 1 \text{ mm/mn}$

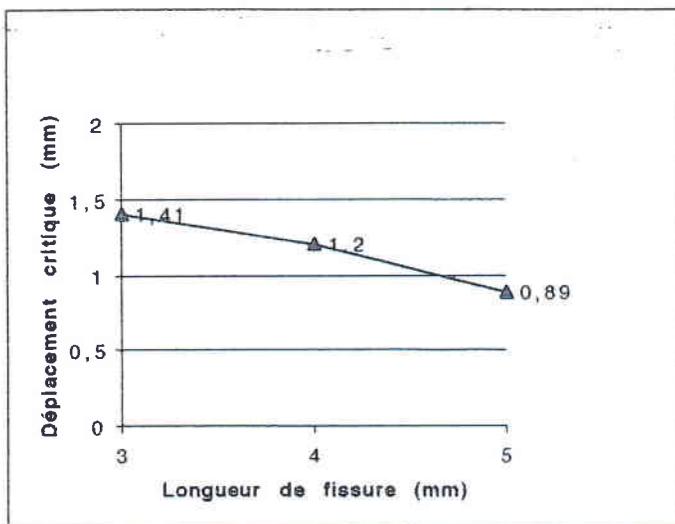


Figure 7.44(b): Déplacements critiques

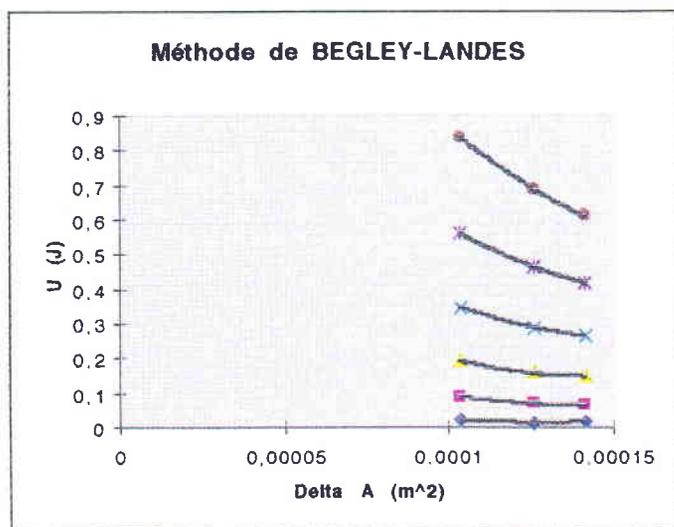


Figure 7.44(c): Méthode de Begley-Landes, $U = f(\Delta A)$

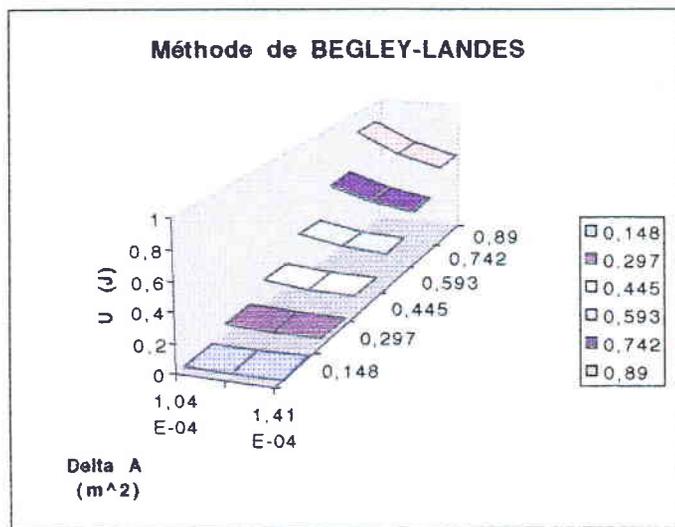


Figure 7.44(d): Méthode de Begley-Landes, $U = f(\Delta A)$

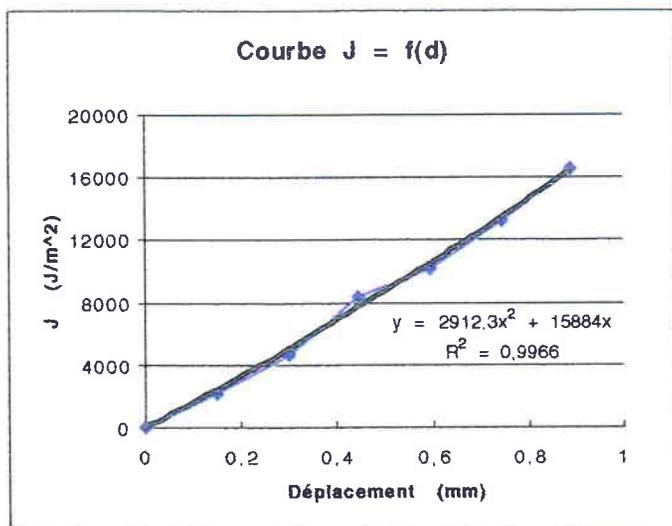


Figure 7.44(e): Méthode de Begley-Landes, $J = f(d)$

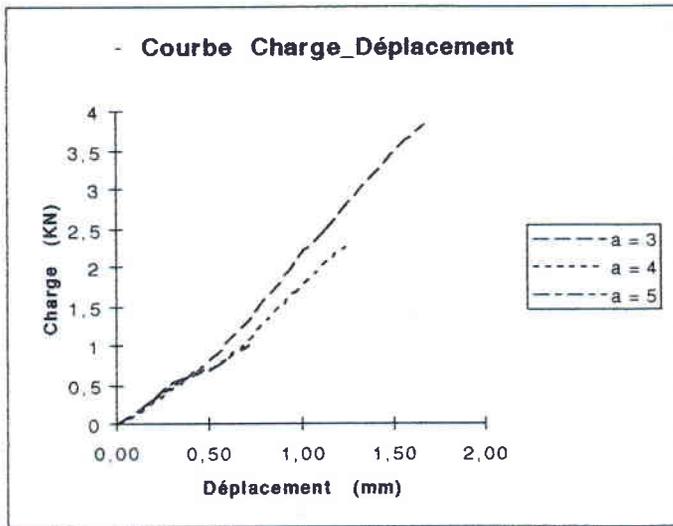


Figure 7.45(a) : Courbe charge-déplacement, V = 10 mm/mn

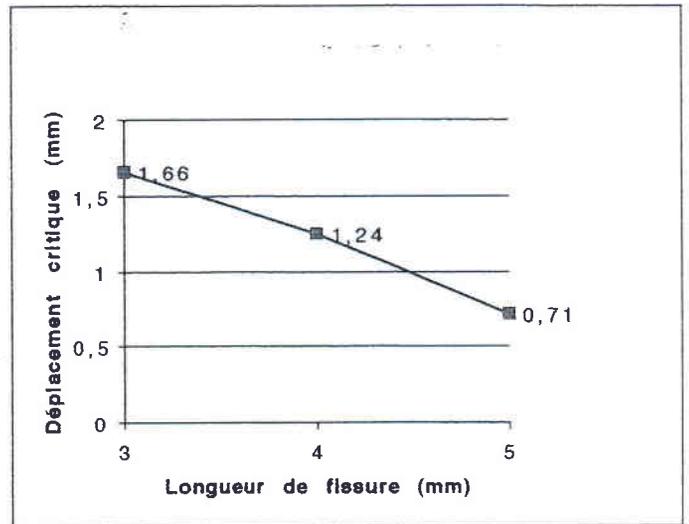


Figure 7.45(b) : Déplacements critiques

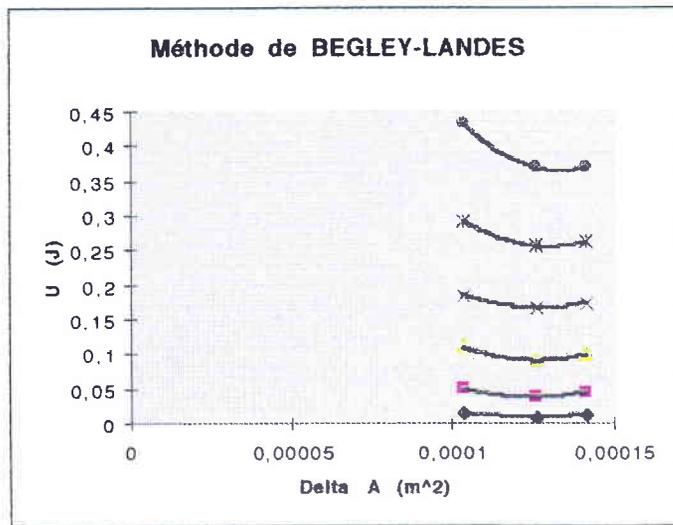


Figure 7.45(c) : Méthode de Begley-Landes, U = f(ΔA)

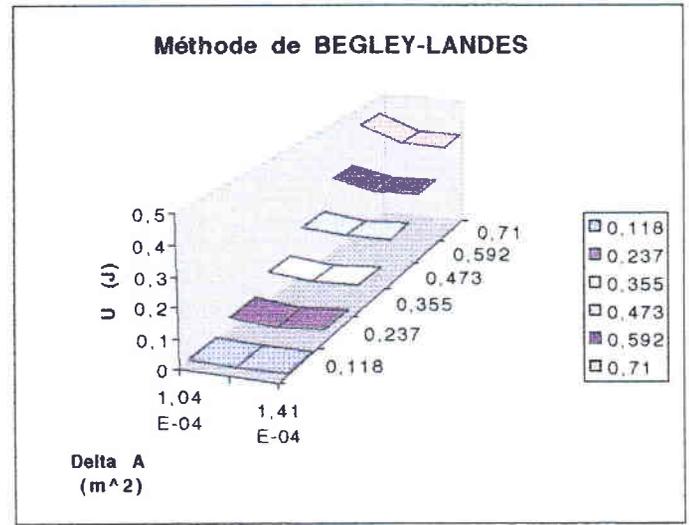


Figure 7.45(d) : Méthode de Begley-Landes, U = f(ΔA)

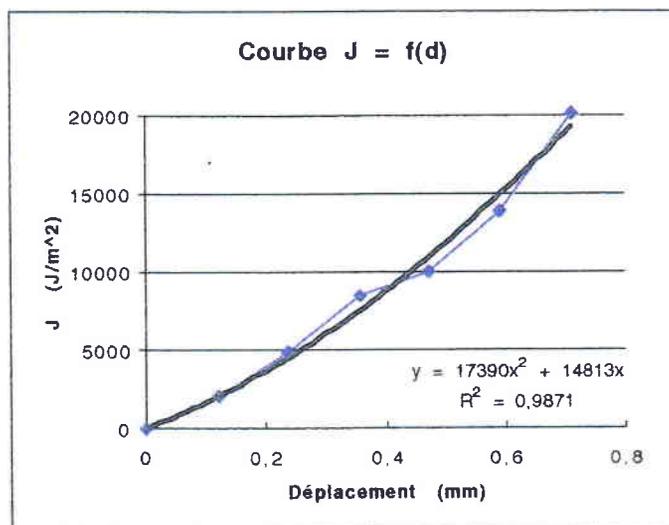


Figure 7.45(e) : Méthode de Begley-Landes, J = f(d)

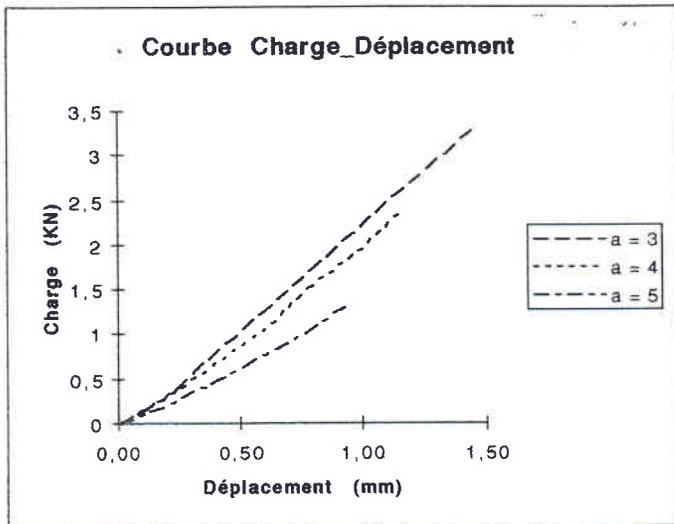


Figure 7.46(a) : Courbe charge-déplacement, $V = 20 \text{ mm/mn}$

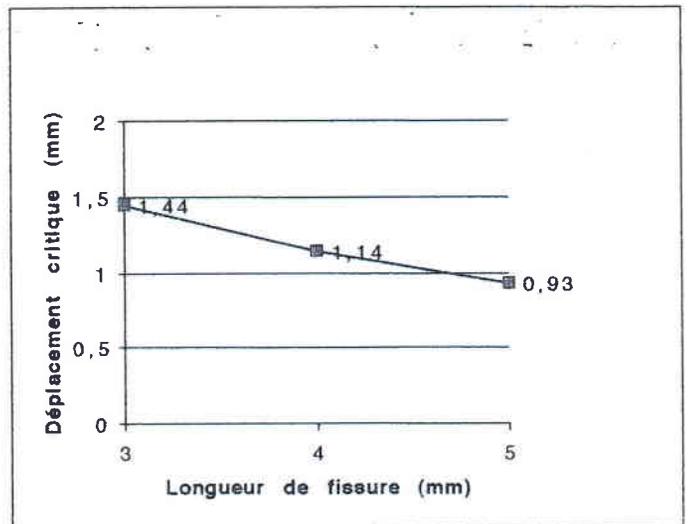


Figure 7.46(b) : Déplacements critiques

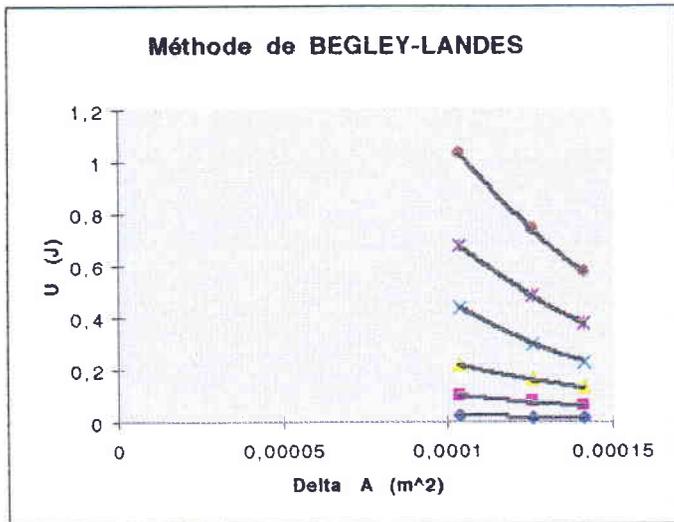


Figure 7.46(c) : Méthode de Begley-Landes, $U = f(\Delta A)$

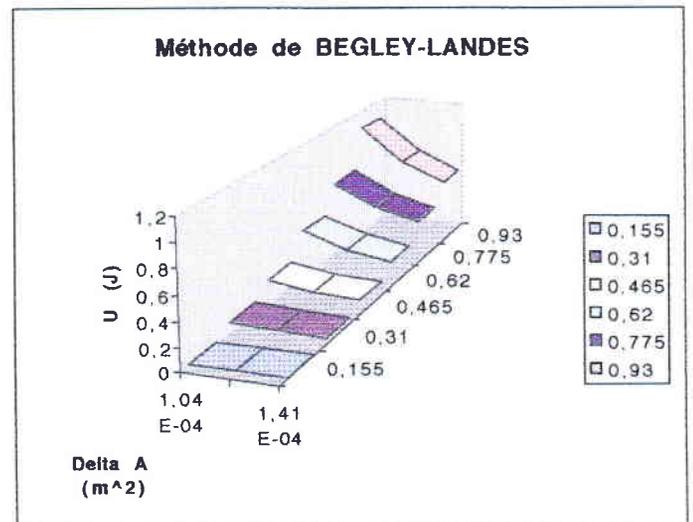


Figure 7.46(d) : Méthode de Begley-Landes, $U = f(\Delta A)$

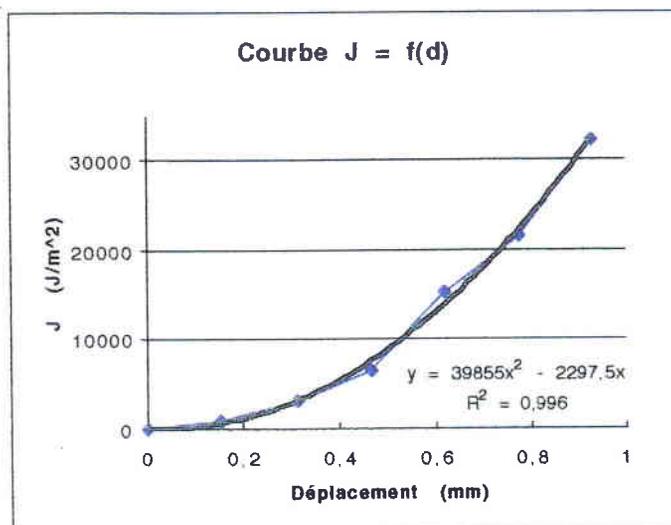


Figure 7.46(e) : Méthode de Begley-Landes, $J = f(d)$

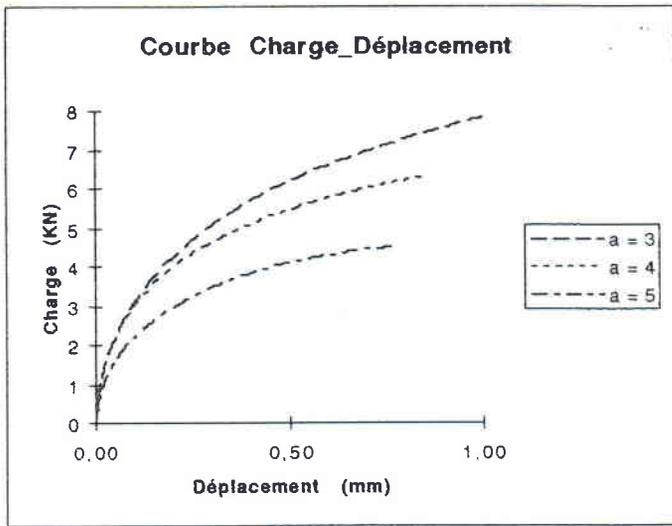


Figure 7.47(a) : Courbe charge-déplacement (lissé), $\epsilon = 200$ /s

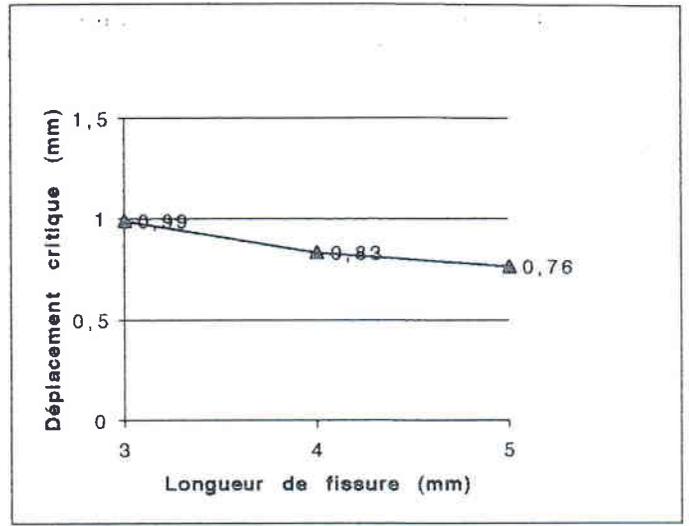


Figure 7.47(b): Déplacements critiques

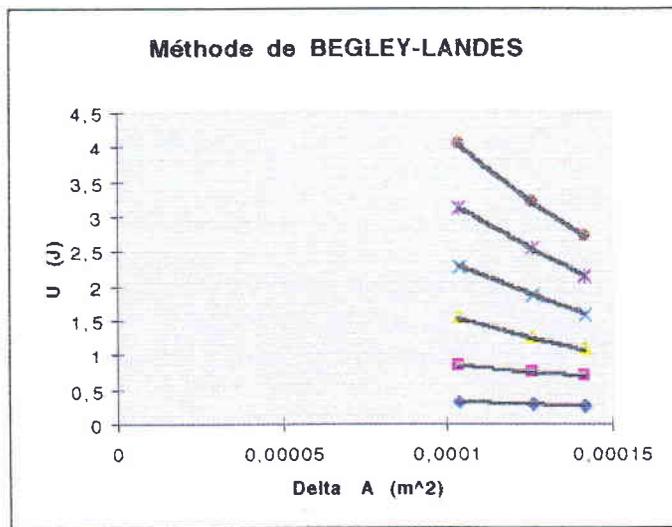


Figure 7.47(c): Méthode de Begley-Landes, $U = f(\Delta A)$

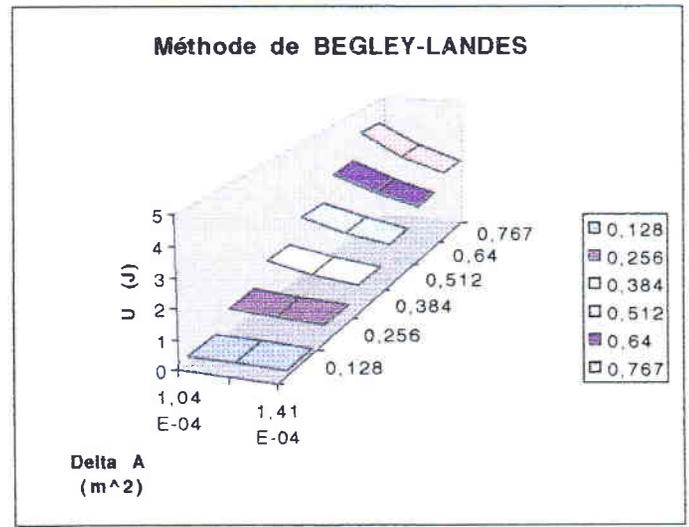


Figure 7.47(d): Méthode de Begley-Landes, $U = f(\Delta A)$

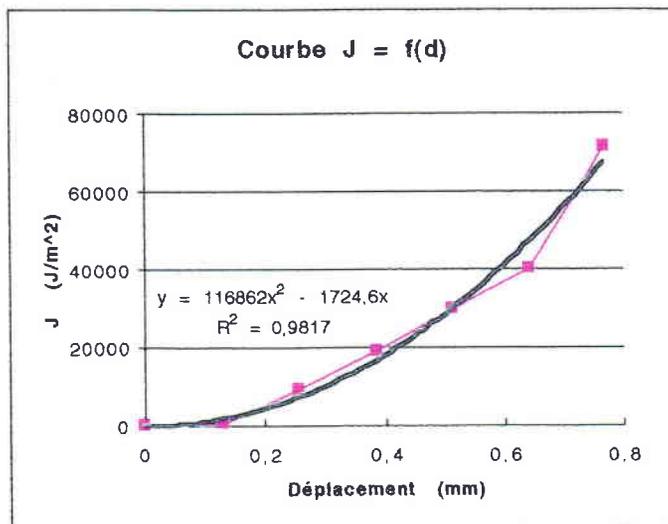


Figure 7.47(e): Méthode de Begley-Landes, $J = f(d)$

5.6. Conclusions

La méthode développée par Begley et Landes nécessite plusieurs éprouvettes pour la détermination de la valeur de la ténacité J_{ic} . En effet, pour chaque éprouvette testée, à l'amorçage de la fissure correspond un déplacement critique d_c et donc une valeur critique J_{ic} .

Mais les valeurs de d_c variant d'une entaille à l'autre, il s'ensuit une dispersion plus grande sur la valeur de J_{ic} .

Par contre la théorie développée par Andrews semble donc bien adaptée pour caractériser la rupture de matériaux non linéaire. La fonction $k_1(W_0)$ reflète les effets de non linéarité.

C'est une théorie originale pour laquelle l'énergie de rupture est fonction de la densité d'énergie de déformation. La méthode de détermination expérimentale est analogue à l'évaluation de l'Intégral J et nécessite, de ce fait, plusieurs éprouvettes.

L'inconvénient de ces théories et méthodes est l'influence du paramètre géométrique qui joue un rôle prédominant dans le calcul de la ténacité. Justement Naït Abdelaziz[2.8] a proposé une fonction de correction qui introduit la géométrie dans le critère d'Andrews. Cette correction permet d'ajuster effectivement les droites pour l'évaluation du taux de restitution d'énergie critique I_c .

La détermination de la ténacité d'un polymère doit être abordée de préférence en utilisant le travail essentiel de rupture. Ce critère du travail essentiel de rupture est un critère de rupture énergétique global qui n'est donc pas tributaire de la géométrie utilisée. Ce critère est basé sur l'hypothèse que le travail dépensé jusqu'à rupture pour un corps fissuré U_c est composé de 2 parties : un travail de rupture et un travail de déformation plastique.

Chapitre 6 :

**Analyse fractale
par traitement numérique d'images**

6. ANALYSE FRACTALE PAR TRAITEMENT NUMÉRIQUE D'IMAGES

6.1. Introduction

L'étude de la surface de rupture d'un matériau requiert la mise en oeuvre de diverses techniques. Parmi celles-ci, l'analyse d'image facilite la caractérisation de certains paramètres, notamment la dimension fractale qui dépend de la morphologie de la surface de rupture et variable selon la zone étudiée.

Nous nous sommes proposé de mettre au point un programme basé sur l'analyse d'image pour permettre une détermination de la dimension fractale d'une surface de rupture de façon statistique. Le point d'amorçage de la rupture est un endroit privilégié de la surface de la rupture pour lequel nous avons concentré notre attention.

L'objectif est d'étudier l'évolution de la dimension fractale en fonction de la vitesse de déformation pour permettre une identification des mécanismes de rupture et de mettre en évidence un lien entre la dimension fractale D_f de la zone d'amorçage de la rupture et de la ténacité du polycarbonate Γ_e .

Dans le cadre de ce chapitre, nous présentons les différentes techniques et algorithmes réalisés pour l'élaboration de ce programme.

Avant d'aborder l'ensemble des techniques mises au point pour cette étude, nous avons jugé nécessaire de présenter un rappel sur l'étude fractale et le principe de la méthode utilisée.

Le programme "FRACTALE" permet de déterminer la dimension fractale qui est fonction des variations d'altitude qui représentent les niveaux de gris obtenus à partir du logiciel Optilab™ /X. Les images traitées sont bi-dimensionnelles et proviennent essentiellement d'éprouvettes rompues à différentes vitesses de déformation.

Dans cette étude, nous exposerons tout d'abord la méthodes utilisées pour le calcul de la dimension fractale (méthode spectrale : cf paragraphe 6.4). Enfin nous commenterons les résultats obtenus (cf paragraphe 6.5).

6.2 Rappels sur les notions de Fractales

Ce paragraphe est un rappel succinct sur la notion de fractale qui a été introduite par B.B. Mandelbrot dans les années 70 [3.2]. Il s'agit là d'une généralisation de nombreux travaux antérieurs (Cantor, Poincaré, Julien, etc...) sur les fonctions non dérivables en tous points. D'un point de vue qualitatif, un objet fractal possède des aspérités à toutes les échelles de longueur. Qu'on la regarde à l'oeil nu, à la loupe ou bien au microscope, il ne présente pas de contour lisse. Autrement dit, sa surface, ou son contour, résiste à toute définition d'un plan tangent, ou d'une ligne tangente. La théorie des fractales [3.2], [6.1], [6.2] introduit un nombre, la dimension fractale en général non entier, qui permet de quantifier l'aspect plus ou moins tortueux de l'objet. Plusieurs définitions de la dimension fractale existent [6.1], [6.3], [6.4], [6.2], [6.5].

La plus simple due à Bouligand (reprenant les idées de Minkowski) [6.1], [6.4], consiste à essayer de recouvrir toute la matière de l'objet avec un nombre minimal de boules sécantes de diamètre l . On essaie de répéter cette opération avec des boules de plus en plus petites et on regarde comment le nombre minimal de boules N_l varie avec le diamètre des boules l quand l tend vers 0.

Ainsi pour une ligne, on trouve que N_l augmente comme l^{-1} . Pour une surface sans trou on trouve que N_l augmente comme l^{-2} etc... On a à faire à une fractale de dimension D si N_l augmente comme l^{-D} :

$$N_l = l^{-D} \tag{6.1}$$

L'analyse fractale a été le sujet de nombreuses applications récentes. Il est parfois difficile de mesurer des paramètres lorsque les objets sont irréguliers [6.2].

De nombreuses applications ont été réalisées utilisant la théorie des fractales pour construire des lignes, des surfaces, des volumes etc... On en trouve de nombreux exemples dans le livre de Mandelbrot [6.1], et de Cherbit [6.2].

La notion de dimension fractale, pour être bien définie mathématiquement, nécessite un passage à la limite vers l'infiniment petit. En pratique, pour les objets physiques il y aura toujours une limite inférieure au-dessous de laquelle l'objet ne pourra plus être considéré comme une fractale.

6.3. Traitement et analyse d'images

6.3.1. Introduction

Afin d'être traitée par ordinateur, une image analogique doit être numérisée ou discrétisée.

Dans ce chapitre, avant de passer aux descriptions de l'appareillage de traitements d'images utilisés dans le cadre de cette étude, nous nous proposons de présenter un rappel sur la notion de définition d'une image numérique et sur la manière de l'obtenir à partir d'un signal vidéo.

6.3.2. Image numérique

6.3.2.1. Définition d'une image

Il existe de nombreuses définitions du mot « image ». Selon le dictionnaire « Le Petit Robert », le mot « image » désigne d'après son sens abstrait :

"Reproduction exacte ou représentation analogique d'un être, d'une chose".

A. Marion [6.6] appelle image tout ce qui est représentation d'autre chose (qu'elle même), il nomme objet tout être, toute chose ou tout concept, et en divise l'ensemble des objets. Ce dernier étant subdivisé en trois groupes :

a) les images physiques visibles sont soit volatiles (images données par instruments d'optiques, les hologrammes, ou bien les écrans de tubes cathodiques...), soit permanentes (photographie, dessins, sculpture...),

b) les images physiques sont non visibles, c'est à dire hors du domaine visible (vues infrarouges, ultraviolets ou spectres physiques...), ou bien de nature immatérielle (cartes de température, de pression, de population...).

c) enfin les images mathématiques sont des concepts. Elles peuvent être continues (par exemple une fonction $f(x, y)$ ou discrètes : ce sont alors des tableaux ou matrices de nombres. La fonction $f(x, y)$ est à valeurs réelles, positives et bornées de deux variables réelles.

L'échantillonnage et la quantification de f donnent l'image digitale $I(i, j)$ définie sur $(1, \dots, N) \times (1, \dots, N) \in \mathbb{N}^2$ à valeurs entières.

Un point de la matrice $N \times N$ associé à l'image I est appelé pixel, il vient de l'expression "pictures éléments". Cette valeur $I(i, j)$ est le niveau de gris du pixel (i, j) . Elle représente l'intensité lumineuse où luminance (image vidéo) où flux thermique (image vidéo) ou le flux thermique (image infrarouge) au point (i, j) .

6.3.2.2. Numérisation d'une image

Le processus de numérisation [6.6], [6.7], [6.8], [6.9], [6.10] se décompose en trois phases :

- a) un balayage de la surface de l'image ligne par ligne par une ouverture de dimensions finies,
- b) un échantillonnage spatial bidimensionnel qui consiste à prélever uniquement les points finis par l'ouverture,
- c) une quantification permettant d'attribuer à chaque pixel, un niveau de gris dont la valeur mesurée est en fonction de la densité optique recueillie par l'ouverture considérée.

Généralement, l'image produite par une caméra est fournie ligne par ligne (signaux analogiques). L'ensemble de ces signaux, permettant de reconstituer l'image, s'appelle signal vidéo fréquence ou tout simplement vidéo (cf figure 6.1).

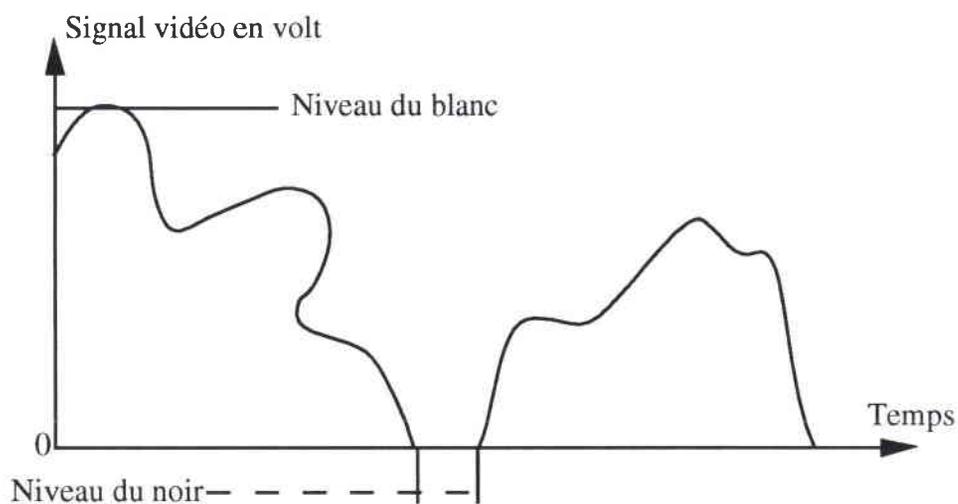


Figure 6.1 : Signal vidéo.

A chaque synchronisation, le convertisseur Analogique/Numérique retient un nombre N défini de lignes (en fonction du matériel utilisé) pour obtenir une image numérique $I(N \times N)$ de N lignes et N colonnes.

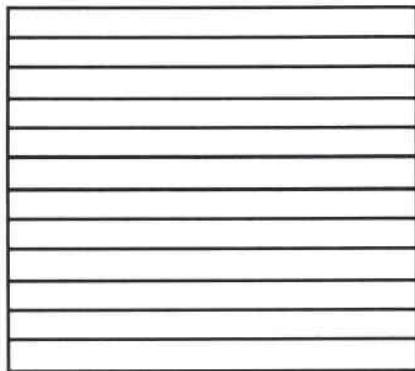
$$I = \begin{bmatrix} f(1, 1) & \dots & \dots & f(1, N) \\ f(2, 1) & \dots & \dots & f(2, N) \\ \vdots & \dots & \dots & \vdots \\ f(N, 1) & \dots & \dots & f(N, N) \end{bmatrix}$$

Chaque pixel de cette image est codé sur n bits, ce qui permet d'avoir 2^n niveaux de gris allant de 0 (noir) à $2^n - 1$ (blanc).

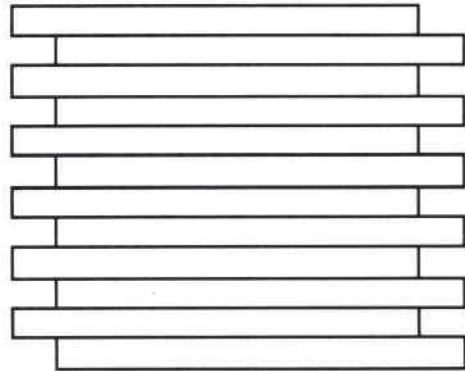
En général, la répartition spatiale des pixels d'une image numérique est effectuée sous la forme de deux trames différentes [6.10], [6.11], et [6.12] :

a) la trame rectangulaire se réalise en échantillonnant les lignes de la même façon (cf figure 6.2),

b) la trame hexagonale s'obtient par un échantillonnage décalé d'une demi période toutes les deux lignes (cf figure 6.2).



Rectangulaire



Hexagonale

Figure 6.2 : Trames de numérisation.

6.3.3. Equipements et matériels utilisés pour l'analyse et le traitement d'images

Le matériel utilisé pour cette étude est composé d'un système d'acquisition et de traitement d'image sur un ordinateur Macintosh (cf figure 6.3). Nous allons tout d'abord présenter une description détaillée de la chaîne de traitement d'images puis nous finirons par l'équipement.

6.3.3.1. Chaîne de traitement d'images sur Macintosh

Cet équipement se compose :

a) d'un micro-ordinateur Macintosh type Quadra 700.

b) d'une carte d'acquisition et de traitement d'images, ayant une résolution de 640 x 480 pixels. Chaque pixel est codé sur 24 bits dans chaque point des trois plans. Avec ces spécifications, une image couleur occupe une place mémoire de $3 \times 640 \times 480 = 921,6 \text{ Ko}$.

c) d'une caméra CCD connecté à un microscope optique pour la saisie de l'image.

d) d'un moniteur pour la visualisation ayant une très bonne résolution.

Une vue générale de ce système et sa photographie sont représentées successivement sur la figure 6.3 :

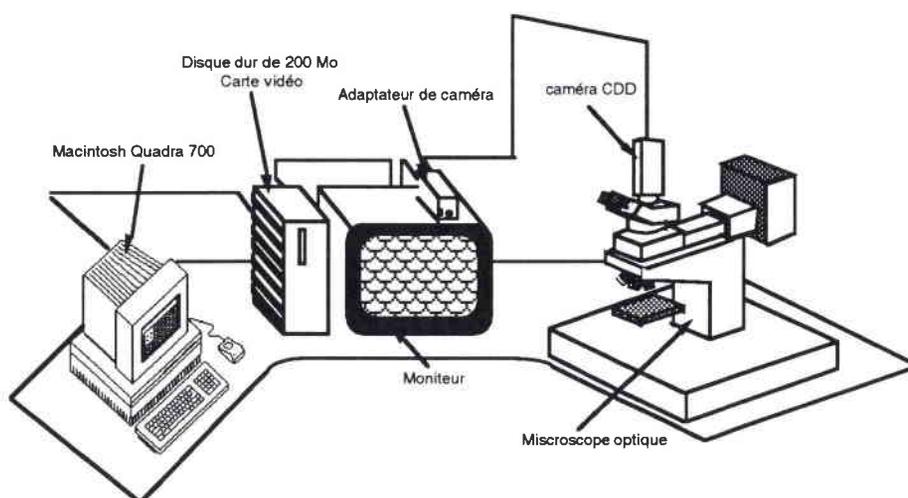


Figure 6.3 : Vue d'ensemble du dispositif d'analyse d'image.

6.3.3.2 Logiciels de traitement d'image

L'analyse et le traitement d'image sont réalisés respectivement par les logiciels Médiagrabber™ 2.0 et Optilab™ /X 2.0. Médiagrabber™ permet grâce à une carte vidéo de restituer l'image obtenue du microscope connecter à une caméra par le biais d'un l'ordinateur. Par contre, Optilab™ /X 2.0 permet de traiter et d'observer les différents niveaux de gris d'une surface de rupture.

6.4. Méthode de calcul de la dimension fractale

Pour calculer la dimension fractale D_f d'une surface de rupture, on utilise des techniques classiques du traitement d'image.

L'image de la surface de rupture est obtenue grâce à un microscope optique relié à une caméra CCD qui envoie l'image à un ordinateur. Le traitement de l'image se fait par le logiciel OptilabTM. Ce logiciel permet d'obtenir les variations d'altitude de la surface de rupture qui se traduisent par une courbe de niveaux de gris (cf figure 6.4). Cette courbe de niveaux de gris peut être appréhendée à un signal $z(t)$ et donc traitée par l'analyse spectrale fondée sur la théorie des transformations de Fourier (Tricot [6.5]).

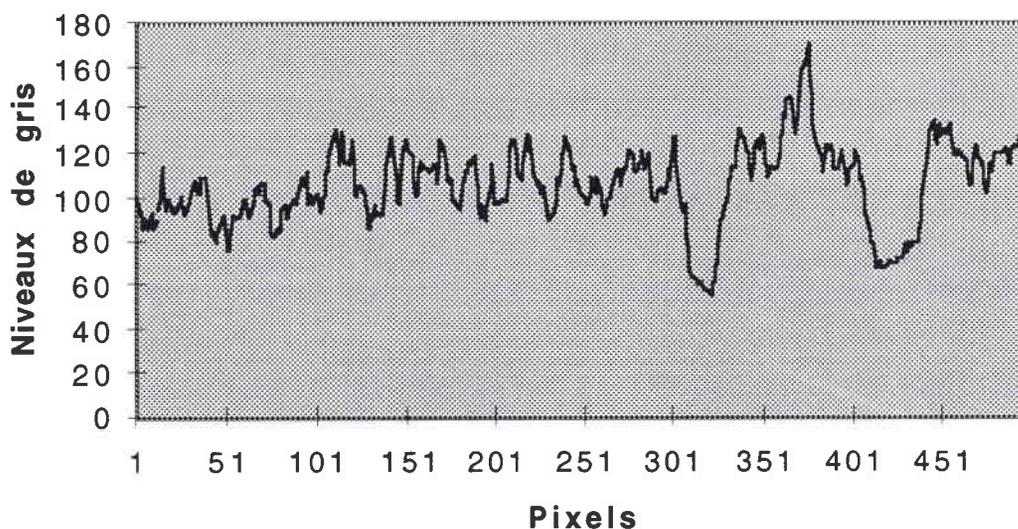


Figure 6.4 : Exemple de courbe de niveau de gris $z(t)$ obtenue à l'aide du logiciel Optilab.

6.4.1. « FRACTALE » : Logiciel de traitement d'images pour l'analyse fractale.

A partir de l'étude théorique de l'analyse spectrale, nous avons développé un programme qui permet d'obtenir facilement et rapidement la dimension fractale d'une surface de rupture. Ce programme est destiné au calcul de la dimension fractale d'une surface de rupture d'un polymère.

Le programme a été écrit sous le programme iconographique "LABVIEW" qui est spécialisé dans le traitement du signal (cf annexe 1.1). Les organigrammes suivants résument le principe du calcul et du programme (cf figures 6.6, 6.7).

6.4.1.1. Analyse spectrale

Pour définir la méthode spectrale, on montre, dans un premier temps, que le spectre de puissance du signal $z(t)$ est proportionnel à une puissance de la fréquence. Puis dans un second temps que cette puissance est reliée à une valeur non entière appelée dimension fractale.

Soit $z(t)$ un signal défini sur $[0, +\infty[$. Sa transformation de Fourier TF est :

$$\forall f, \text{TF}_z(f) = \int_0^{\infty} e^{-ift} z(t) dt \quad (6.2)$$

Remarque : Dans le cas d'analyse de profils de lignes la transformée de Fourier TF du signal existe toujours puisque $z(t)$ est une fonction continue à support compact.

On peut définir le spectre de puissance de $z(t)$ par :

$$G(t)(f) = P_z(f) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \left| \int_0^T e^{-ift} z(t) dt \right|^2 \quad (6.3)$$

Si maintenant on suppose que le signal $z(t)$ est à homothétie interne, c'est à dire :

$$z(bt) = b^H z(t) \quad (6.4)$$

où b et H sont 2 paramètres, alors on trouve:

$$\forall f, G(t)(bf) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \left| \int_0^T e^{-ibft} z(t) dt \right|^2 \quad (6.5)$$

en faisant le changement de variable $bt=\tau$, on a alors l'expression suivante :

$$G(t)(bf) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \left| \int_0^{bT} e^{-ift} z\left(\frac{\tau}{b}\right) b^{-1} d\tau \right|^2 \quad (6.6)$$

ou encore :

$$G(t)(bf) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{b^2 T} \left| \int_0^{bT} e^{-ift} z\left(\frac{t}{b}\right) dt \right|^2 \quad (6.7)$$

$$G(t)(bf) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{b^2 T} \left| \int_0^{bT} e^{-ift} b^{-H} z(t) dt \right|^2 \quad (6.8)$$

$$G(t)(bf) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{b^{2H+1} T} \left| \int_0^T e^{-ift} z(t) dt \right|^2 \quad (6.9)$$

par conséquent on trouve :

$$G(t)(bf) = \frac{1}{b^{2H+1}} G(t)(f) \quad (6.10)$$

Ceci prouve que G tend vers 0 lorsque f tend vers l'infini selon une convergence dominée par :

$$\frac{1}{f^{2H+1}} \quad (6.11)$$

Si on calcul le spectre de puissance d'un signal à homothétie interne dont on connaît la dimension fractale, on aura une relation entre spectre de puissance et dimension fractale.

On étudie donc la fonction de Weierstrass-Mandelbrot représentée figure 6.5, définie par:

$$WM(t) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} b^{-nH} (1 - \cos b^n t) \quad (6.12)$$

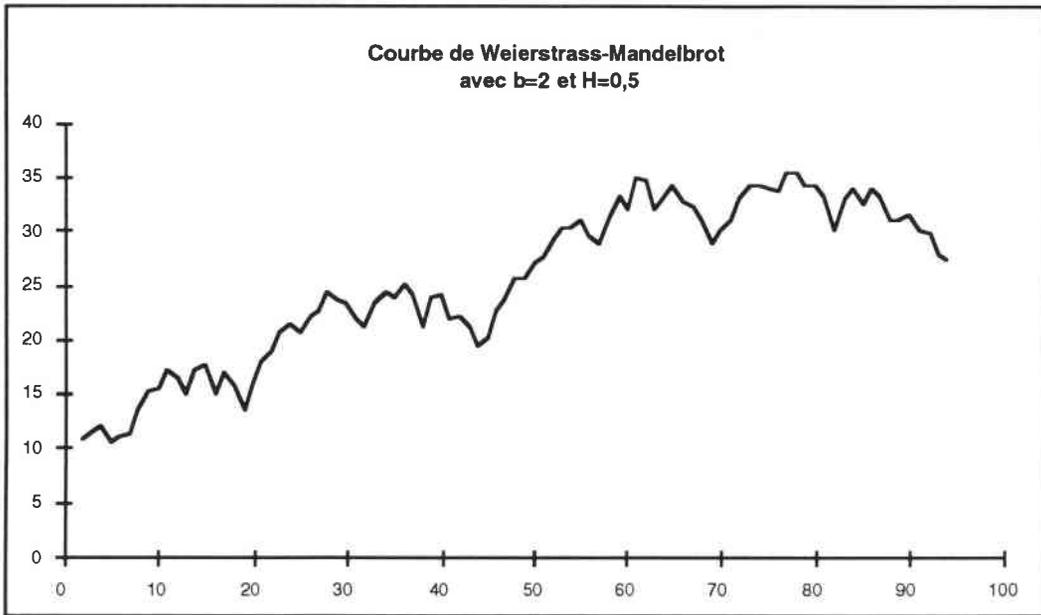


Figure 6.5 : Courbe de WEIERSTRASS-MANDELBROT

Cette fonction est à homothétie interne:

$$WM(bt) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} b^{-nH} (1 - \cos b^{n+1} t) \quad (6.13)$$

$$WM(bt) = b \sum_{n=-\infty}^{+\infty} b^{-nH} (1 - \cos b^n t) = b WM(t) \quad (6.14)$$

On peut connaître sa dimension fractale : considérons un entier k appartenant à un intervalle de temps compris entre $[0, +\infty[$, la fonction de Weierstrass-Mandelbrot peut donc s'écrire sous la forme $WM(t) = WM_1(t) + WM_2(t)$, où :

$$WM_1(t) = \sum_{|n|=0}^{k-1} b^{-nH} (1 - \cos b^n t) \quad (6.15)$$

$$WM_2(t) = \sum_{|n|=k}^{\infty} b^{-nH} (1 - \cos b^n t) \quad (6.16)$$

Relativement à WM_1 , WM_2 comporte des oscillations plus serrées et plus rapides d'amplitude b^{-kH} et de largeur b^{-k} . Si on cherche à recouvrir le graphe de WM par des carrés de coté b^{-k} il en faudra donc :

$$W(k) = \frac{b^k b^{-kH}}{b^{-k}} = b^{(2-H)k} \quad (6.17)$$

Or, par définition, la dimension fractale D_f d'un graphe est :

$$D_f = \lim_{k \rightarrow \infty} \frac{\log W(k)}{\log b^k} \quad (6.18)$$

Donc pour la courbe de Weierstrass-Mandelbrot WM, la dimension fractale D_f sera égale à $2-H$.

Finalement :

$$G(t)(f) \approx \frac{1}{f^{2H+1}} \quad (6.19)$$

avec $D_f=2-H \Rightarrow H=2-D_f$

par conséquent :

$$G(t)(f) \approx \frac{1}{f^{5-2D_f}} \quad (6.20)$$

6.4.1.2. Technique et algorithme utilisés pour le calcul de la dimension fractale

La technique pour déterminer la dimension fractale d'une surface de rupture est mise sous forme d'algorithme :

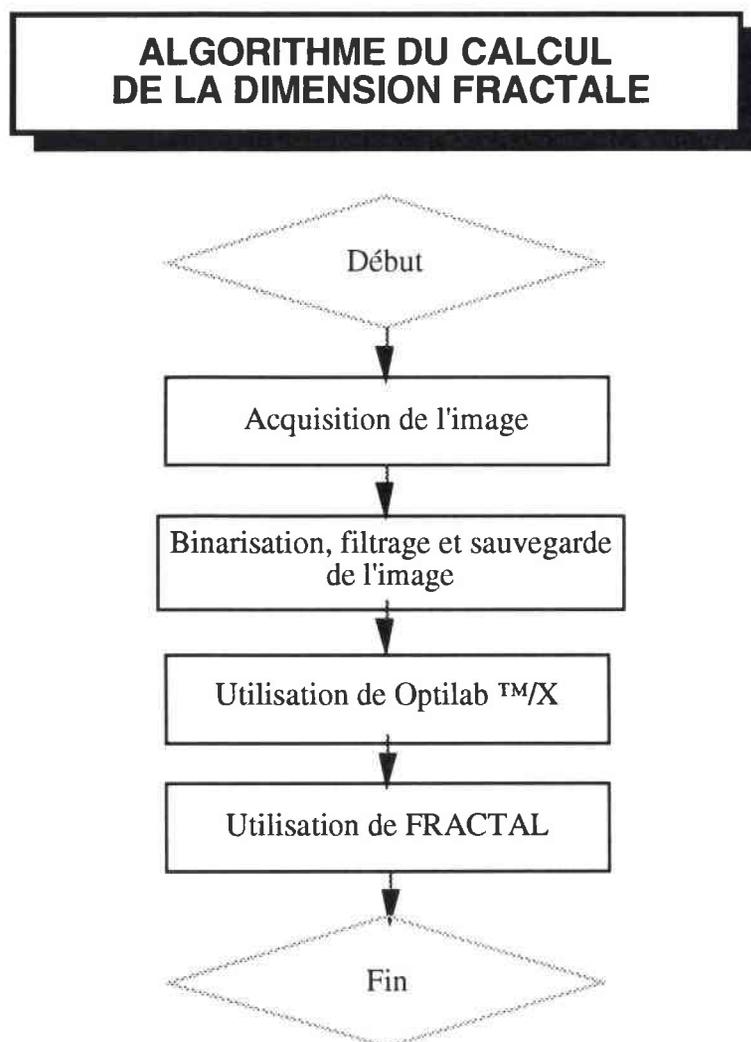


Figure 6.6 : Algorithme d'utilisation pour la détermination de la dimension fractale d'une surface de rupture

6.4.1.2.1 Acquisition et sauvegarde de l'image

L'acquisition d'une image originale comportant des variations d'altitude est réalisée à l'aide d'une caméra CCD et d'un programme d'acquisition adapté à la carte image (résolution 640x480 pixels, pixel codé sur 24 bits), avec éclairage en contre-jour (Médiagrabber™ 2.0).

Ensuite cette image est visualisée sur le moniteur puis sauvegardée dans le plan sur le disque dur (cf. figure 6.8).

6.4.1.2.2 Utilisation de Optilab™ /X 2.0

Optilab est un logiciel de traitement et d'analyse d'images pour Macintosh. Ce logiciel a été développé par le CNRS.

Optilab™/X peut traiter des images avec une résolution minimale de 64x64 pixels en 8 ou 24 bits.

L'utilisation d'Optilab™/X permet de connaître la variation d'altitude d'une surface de rupture selon une ligne (direction). Cette variation peut être assimilée à un signal $z(t)$. En utilisant la méthode sur l'analyse spectrale, il est simple de calculer la dimension fractale selon un niveau de gris (variation d'altitude, cf figure 6.4).

6.4.1.2.3 Utilisation de « FRACTALE »

Le programme « FRACTALE » permet de déterminer facilement la dimension fractale d'après la méthode spectrale. L'organigramme suivant résume le principe du programme :

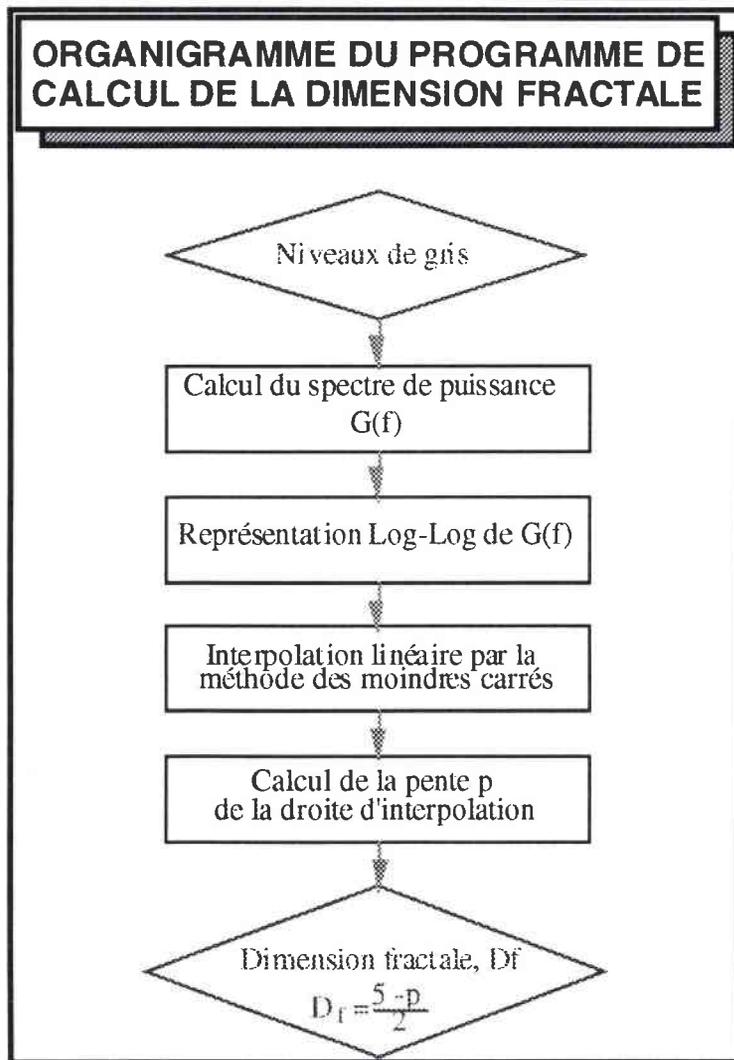


Figure 6.7 : Organigramme du programme de calcul de la dimension fractale

6.5. Résultats

Préalablement, on cherche à déterminer l'influence de la longueur du ligament, l'influence de la vitesse de déformation sur la dimension fractale et enfin le lien entre ténacité et dimension fractale.

6.5.1. Influence de la longueur du ligament sur la dimension fractale

On observe très distinctement sur la surface de rupture du polycarbonate deux zones morphologiquement très différentes (cf figure 6.8) :

- une zone lisse appelée zone miroir ou "mirror zone",
- et une zone tourmentée appelée "hackle zone".

La mesure de la dimension fractale a été effectuée sur ces deux zones.

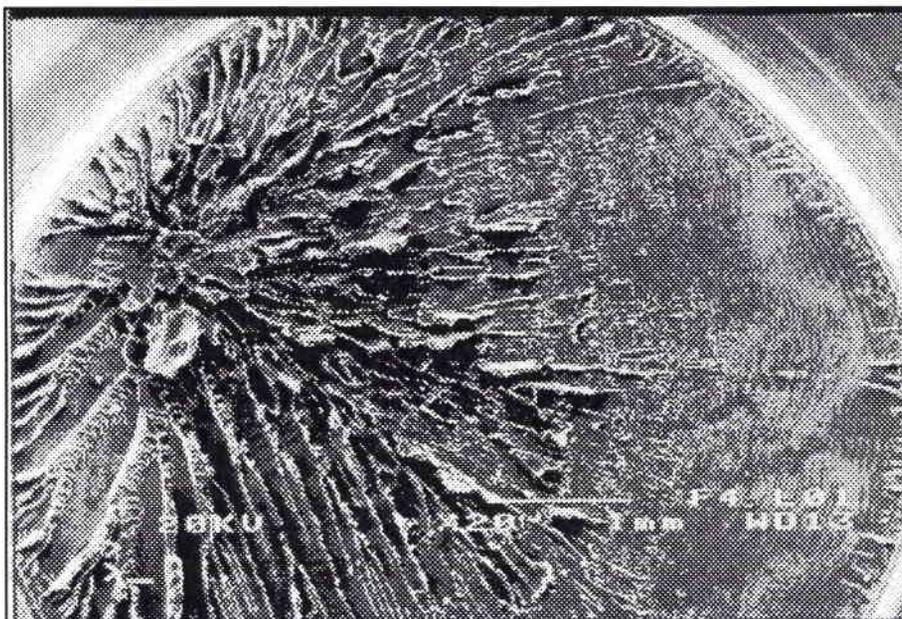


Figure 6.8 : Surface de rupture du polycarbonate.

Pour avoir des résultats statistiquement exploitables, on réalise plusieurs mesures de la dimension fractale sur les différentes zones pour chaque longueur de ligament.

Le tableau 6.1 montre le nombre d'essais pour chaque longueur de ligament et pour la vitesse de déformation de 100/s.

Longueur du ligament (mm)	Nombre d'éprouvettes rompues utilisées	Nombre de mesures par zone et par éprouvette
3	6	9
5	8	9
7	7	9

Tableau 6.1 : Nombre d'éprouvettes utilisées et de mesures faites .

Le détail des valeurs des mesures de la dimension fractale D_f se trouve en annexe 1.2.

Dans les tableaux suivant (tableaux 6.2 et 6.3), nous répertorions les valeurs moyennes de la dimension fractale obtenues par un traitement statistique utilisant la loi de Weibull ainsi que le module de Weibull m_w attaché à chaque valeur de D_f .

Longueur du ligament (mm)	Dimension fractale (D_f)	Ecart type (d_s)	Module de Weibull (m_w)
3	1,69	0,14	13,58
5	1,61	0,14	13,7
7	1,71	0,18	10,93

Tableau 6.2 : Valeurs de la dimension fractale dans la zone miroir après traitement statistique pour différentes longueurs de ligament.

Longueur du ligament (mm)	Dimension fractale (D_f)	Ecart type (d_s)	Module de Weibull (m_w)
3	1,28	0,15	8,03
5	1,29	0,15	9,54
7	1,33	0,14	10,81

Tableau 6.3 : Valeurs de la dimension fractale dans la zone tourmentée après traitement statistique pour différentes longueurs de ligament.

On peut d'emblée remarquer que les modules de Weibull sont compris entre 8,03 et 13,7, ce qui signifie une faible dispersion des valeurs mesurées de la dimension fractale D_f . Ces tableaux sont représentés sous forme de courbes (cf figures 6.9 et 6.10).

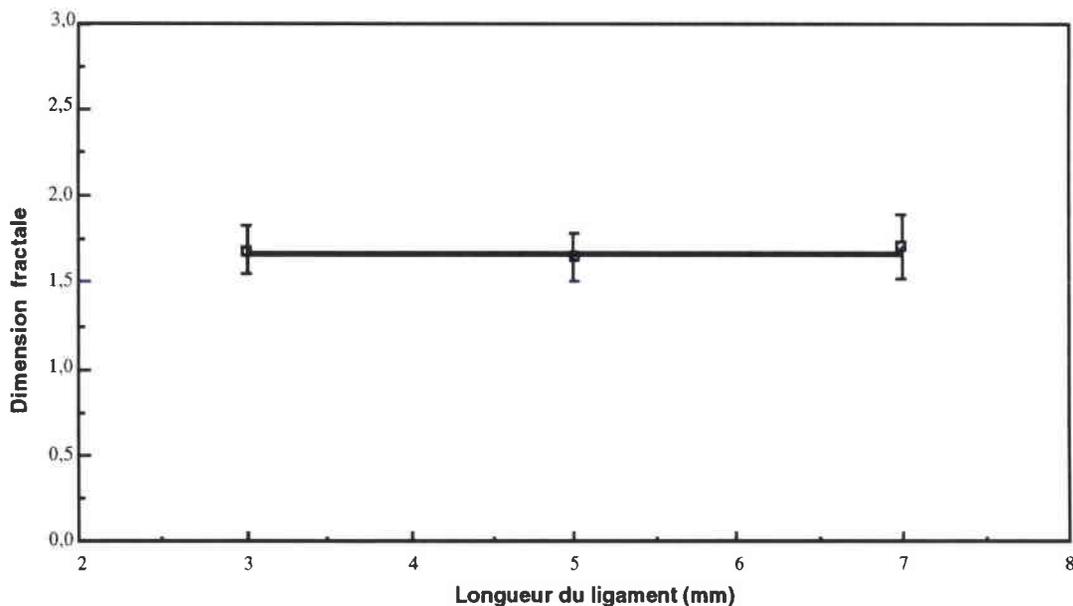


Figure 6.9 : Dimension fractale de la zone miroir en fonction de la longueur du ligament.

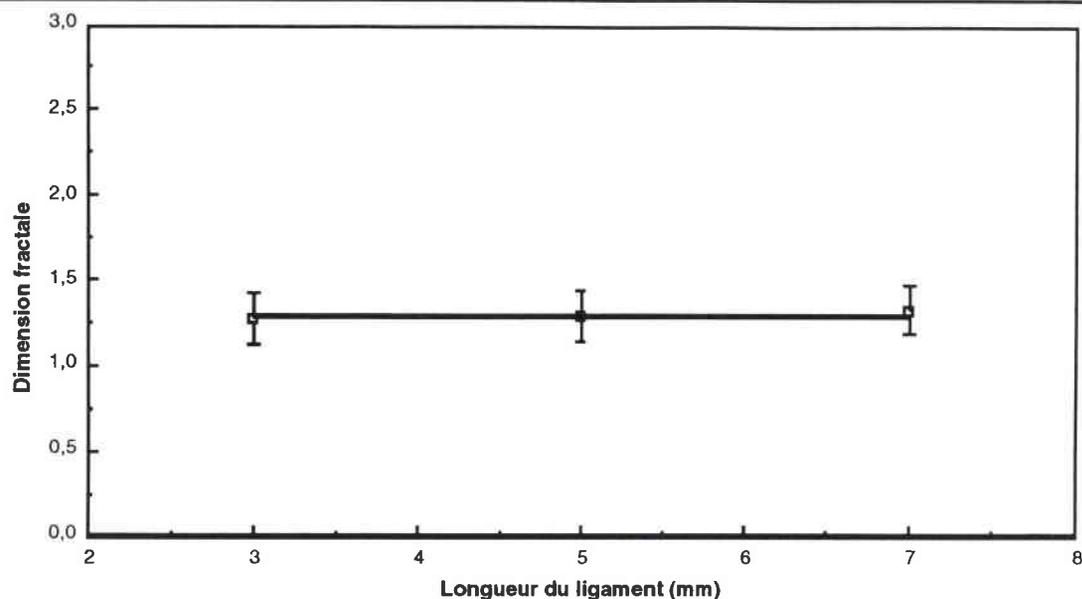


Figure 6.10 : Dimension fractale de la zone tourmentée en fonction de la longueur du ligament.

Ces courbes permettent de conclure à l'absence d'influence de la longueur du ligament sur la dimension fractale. En effet, la longueur du ligament influe sur la taille des zones mais pas sur leurs morphologies propres.

Dans la prochaine étape, on cherchera un lien entre la dimension fractale et un paramètre influençant plus directement la morphologie de la surface de rupture. Or, on sait que la vitesse de déformation globale sur la zone d'amorçage joue un rôle primordial sur la forme de la surface de rupture.

6.5.2. Influence de la vitesse de déformation sur la dimension fractale

Grâce aux résultats obtenus qui ont montré la faible dispersion des mesures de la dimension fractale (modules de Weibull m_w élevé), nous avons, par la suite, diminué le nombre de mesures de la dimension fractale D_f sur les éprouvettes rompues.

L'influence de la vitesse de déformation sur la dimension fractale dans la zone miroir sera observée.

6.5.2.1. Protocole d'expérience

Le tableau 6.5 regroupe les vitesses de déformation et le nombre d'éprouvettes rompues.

<i>Vitesse de déformation</i> (/s)	<i>Nombre d'éprouvettes rompues utilisées</i>	<i>Nombre de mesures de D_f par éprouvette</i>
0,001	2	9
0,004	2	9
0,008	2	9
150	2	9
200	2	9

Tableau 6.5 : Nombre d'éprouvettes et nombre de mesure de D_f par vitesse de déformation.

Remarque : Pour la vitesse de déformation de 100/s, les mesures réalisées présentées au paragraphe 6.5.1. seront utilisées ; la dimension fractale est simplement la moyenne des dimensions fractales obtenues avec les différentes longueurs de ligament.

6.5.2.2. Résultats

Le détail des mesures de la dimension fractale pour les différentes vitesses de déformation se trouve en annexe 1.3. Ces mesures ont été dépouillées par la loi de Weibull et sont données dans le tableau 6.6.

<i>Vitesse de déformation</i> (/s)	<i>Dimension fractale</i> (D_f)	<i>Ecart type</i> (d_s)	<i>Module de Weibull</i> (m_w)
0,001	1,69	0,14	12,73
0,004	1,66	0,09	19,78
0,008	1,68	0,1	17,41
100	1,67	0,15	12,73
150	1,35	0,08	15,43
200	1,28	0,07	16,14

Tableau 6.6 : Valeur de la dimension fractale dans la zone miroir après traitement statistique pour chaque vitesse de déformation.

Le tableau 6.6 est représenté sous forme de courbe (cf figure 6.11) ci-dessous.

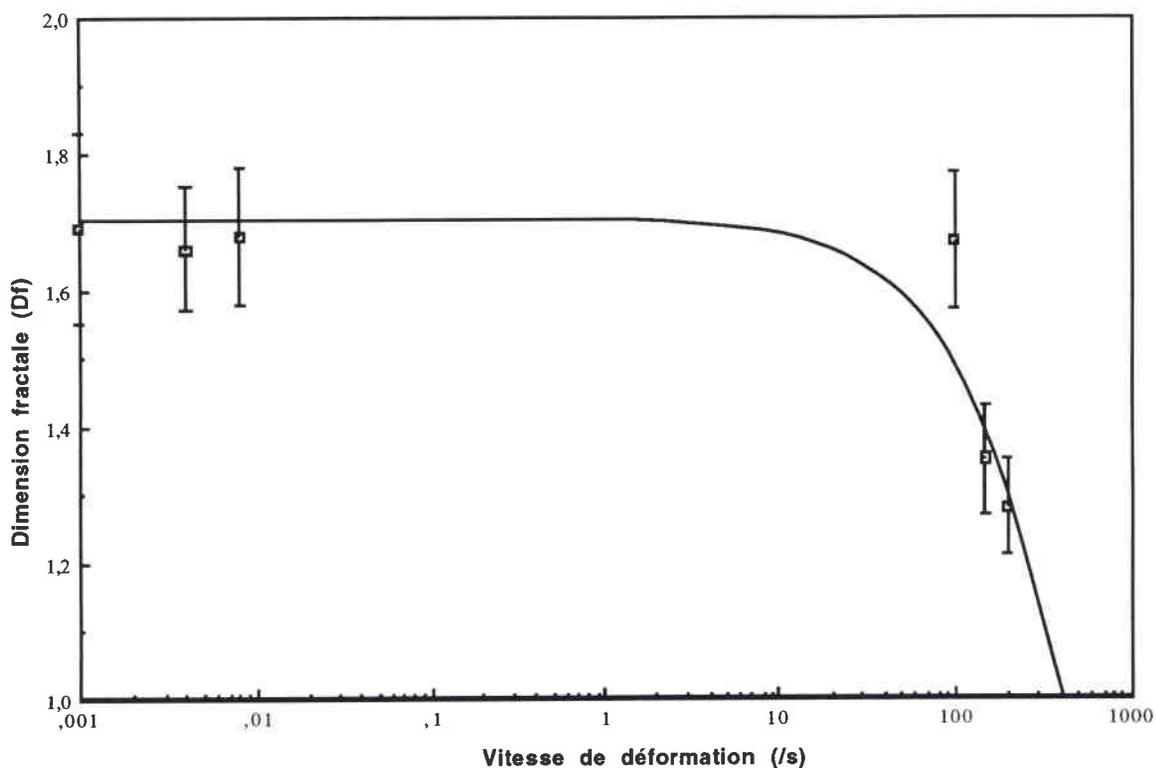


Figure 6.11 : Evolution de la dimension fractale dans la zone miroir en fonction vitesse de déformation.

On constate que la dimension fractale diminue quand la vitesse de déformation augmente. En effet, la vitesse de déformation joue un rôle important sur le processus de l'éprouvette qui influe elle-même énormément sur la morphologie de la rupture. Si la vitesse de déformation augmente, l'éprouvette casse plus brutalement, ce qui conduit à une surface de rupture plus lisse, par conséquent la dimension fractale est plus faible.

D'autre part, il s'est avéré que la vitesse de déformation influe également sur les valeurs de la ténacité. Le but est de trouver un lien entre la ténacité Γ_e et la dimension fractale D_f .

6.5.3. Influence de la ténacité sur la dimension fractale

Nous avons vu précédemment que la méthode du travail essentiel de rupture Γ_e consiste à connaître le travail essentiel associé à l'instabilité de la fissure (énergie essentielle pour la propagation de la fissure). Il semble alors judicieux de calculer la dimension fractale D_f dans la zone d'amorçage. En reportant les valeurs de la ténacité Γ_e en fonction de la dimension fractale tout en précisant les vitesses de déformation associées aux points expérimentaux (cf figure 6.12).

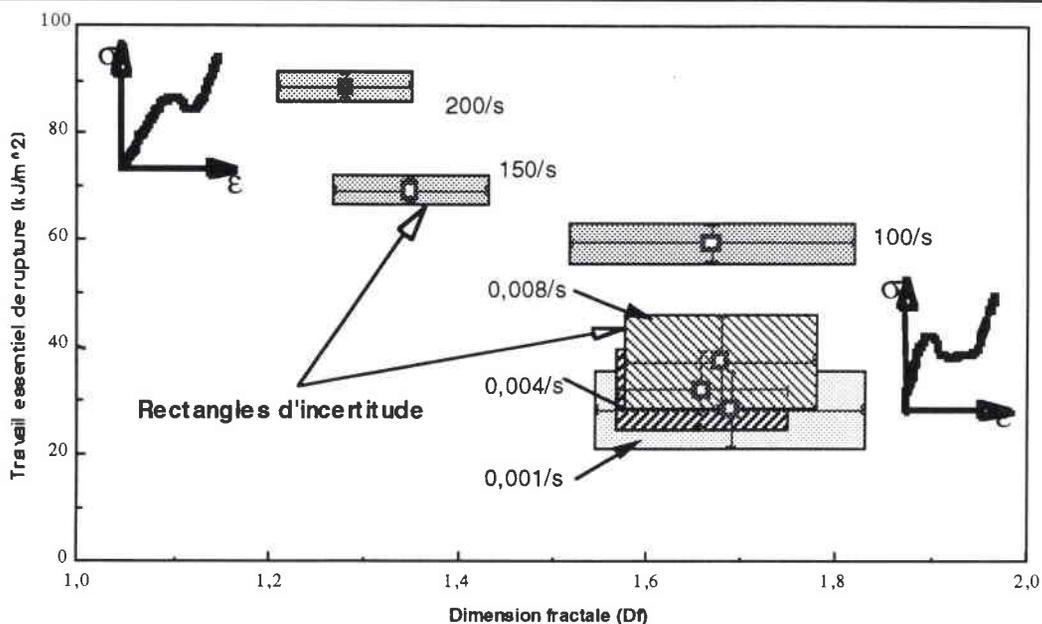


Figure 6.12 : Evolution de la ténacité en fonction de la dimension fractale.

Cette courbe montre que la dimension fractale augmente quand la ténacité diminue. Ce résultat peut être interprété de la même façon que celui portant sur la vitesse de déformation et la dimension fractale. Plus le polymère est tenace moins il casse brutalement, donc plus sa surface de rupture est tourmentée et plus sa dimension fractale est grande. On note par ailleurs deux zones où la dimension fractale varie peu avec la vitesse de déformation. Ces deux zones correspondent à deux mécanismes de rupture différents identifiables par des lois de comportement différentes (cf chapitre 5).

6.6. Conclusion

Dans cette étude sur le polycarbonate et en utilisant la méthode spectrale, nous avons constaté que la dimension fractale croît quand la ténacité diminue.

Une analyse plus détaillée de cette évolution montre qu'à vitesse de déformation inférieure à 100/s la dimension fractale et donc probablement le mécanisme de rupture ne change pas. La ténacité augmente toutefois rapidement par changement de la loi de comportement.

Au-delà d'une vitesse de déformation supérieure à 100/s la loi de comportement et la ténacité évoluent moins rapidement. Mais les sites d'activation du processus de rupture deviennent plus nombreux conduisant, à un relief plus lisse. Il s'ensuit une diminution de la dimension fractale.

Ce point mérite d'être confirmé par d'autres études, et notamment sur d'autres matériaux.

Chapitre 7 :

Résultats et discussions

7. RESULTATS ET DISCUSSIONS

L'aspect original de la présente recherche a consisté à mettre en évidence l'intérêt de nouvelles méthodes de détermination de la ténacité de matériaux plastiques à comportement ductile, et la caractérisation de la surface de rupture par la dimension fractale.

7.1 Comparaison des différentes méthodes utilisées

Le tableau 7.1 récapitule les valeurs de J_{1c} , $2I$, et de Γ_e calculées par les différentes méthodes présentées.

$\dot{\epsilon}$ (/s)	$2I$ (kJ/m ²)	Ecart type (d_s)	J_{1c} (kJ/m ²)	Ecart type (d_s)	Γ_e (kJ/m ²)	Ecart type (d_s)
0,001	22,73	5,21	25,01	5,70	28,31	7
0,004	33,39	5,33	40,21	5,07	31,94	7,03
0,008	36,80	3,89	47,29	4,80	37,37	8,57
100	77,05	2,50	71,09	3,79	59,46	3,29
150	84	1,85	83,68	3,28	69,29	2,51
200	94,46	1,78	97,20	2,57	88,86	2,52

Tableau 7.1 : Valeurs de ténacité en fonction de la vitesse de déformation suivant les 3 méthodes.

La méthode de Begley-Landes conduit, pour chaque vitesse de déformation, à une valeur minimale et maximale de J_{1c} , correspondant respectivement à un déplacement critique minimal et maximal. On a, par conséquent, reporté pour cette méthode, la valeur de J_{1c} correspondant à une valeur moyenne de ces déplacements critiques moyens.

Nous avons ensuite reporté sur un même graphe les valeurs de ténacité J_{1c} , $2I$ et les valeurs obtenues par la méthode du travail essentiel de rupture en fonction de la vitesse de déformation (cf figure 7.1). La vitesse de déformation $\dot{\epsilon}$ est définie par l'expression :

$$\dot{\epsilon} = \frac{\epsilon_f}{t_f}$$

pour les vitesses statiques et par :

$$\dot{\varepsilon} = \frac{2 C_o}{h_o} \varepsilon_r(t)$$

pour les vitesses dynamiques.

Dans la détermination des vitesses de déformation pour les vitesses statiques, les composantes ε_1 et t_1 sont respectivement la déformation finale moyenne et le temps moyen de rupture pour une vitesse de traverse.

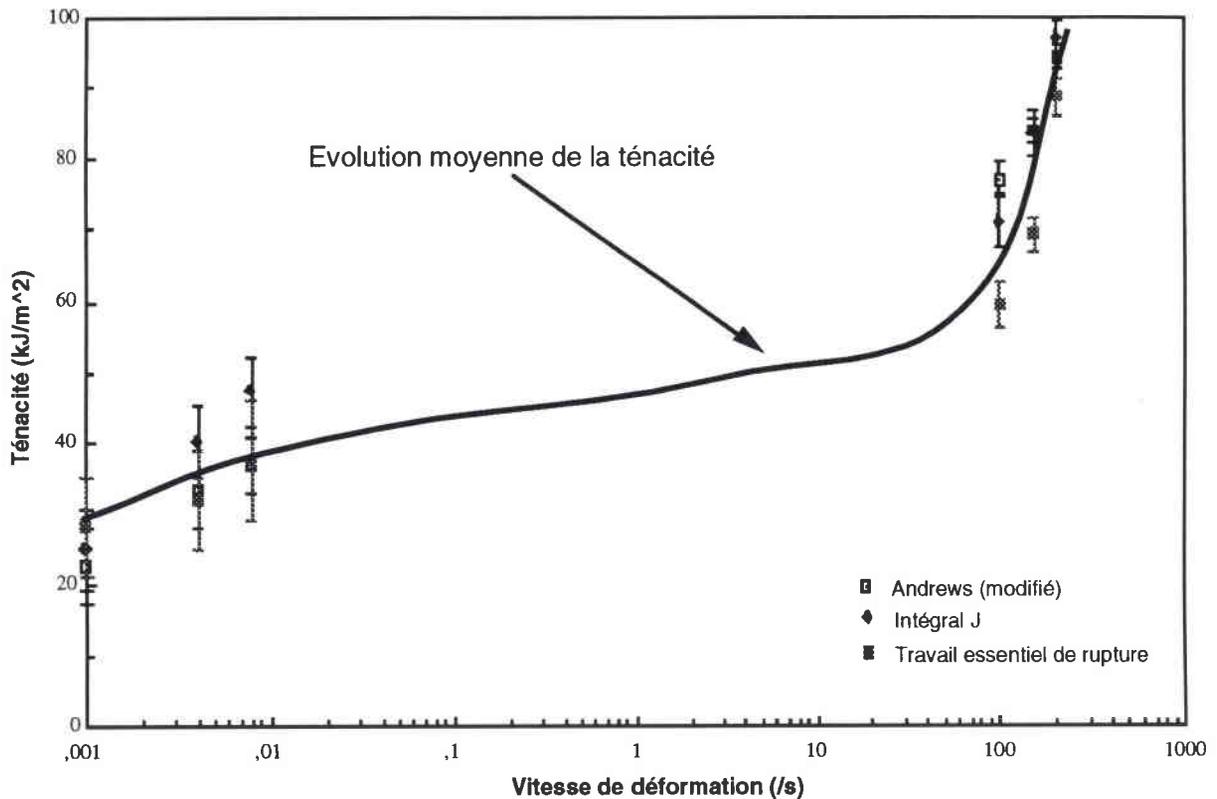


Figure 7.1 : Evolution de la ténacité en fonction de la vitesse de déformation suivant les 3 méthodes.

7.1.1 Méthode de Begley-Landes

La méthode de Begley-Landes fait apparaître une dispersion assez importante des valeurs de J_{1c} . Justement, les écarts entre les valeurs maximales et moyennes de J_{1c} sont respectivement pour les vitesses de chargements statique et dynamique de 84 % et 16 %.

Ces écarts peuvent être expliqués principalement par la définition du point critique correspondant à l’amorçage de la fissure. C’est pour cela qu’on a utilisé un déplacement moyen pour chaque vitesse de déformation.

7.1.2 Critère d'Andrews modifié

Naït-Abdelaziz[2.8] a modifié le critère d'Andrews par introduction d'une fonction de calibration tenant compte des effets de géométrie. Nos résultats, ainsi obtenus, sont satisfaisants.

D'une part, la relation 7.8 qu'il propose décrit bien l'évolution des points expérimentaux $(-\Delta U, 1/F(a))$ pour des éprouvettes axisymétriques et ce pour toutes les vitesses de déformation explorées (cf figures 7.36 à 7.40).

D'autre part, au vu du tableau 7.1, les résultats relatifs au paramètre 2I indiquent une amélioration très sensible.

Ces écarts peuvent être expliqués par la méthode utilisée. Justement 2I est calculé par l'intermédiaire d'une fonction k_1 dépendant de la densité d'énergie de déformation, fonction qui sur les courbes expérimentales est déterminée à W_0 constante et donc à charge constante, alors que l'Intégrale J est déterminée par la méthode de Begley-Landes à déplacement constant. Justement, la cause de cette dispersion est le fait qu'on n'utilise pas le même procédé : le critère d'Andrews par une fonction k_1 et la méthode de Begley-Landes par incrémentation.

7.1.3 Travail essentiel de rupture

L'hypothèse de Cotterell et Reddel, formalisée par l'équation 7.5 est bien vérifiée expérimentalement par les figures 7.27 à 7.32. La linéarité est observée pour les différentes vitesses de sollicitations. Les valeurs de Γ_e peuvent ainsi être interprétées comme des mesures de la ténacité.

On a vu dans la partie bibliographique que le Polycarbonate a un comportement ductile donc une forte domination de la plasticité. La zone d'élaboration de la fissure est le siège de déformations plastiques intenses. Cette plasticité intense qui se manifeste par une striction latérale prononcée de la zone d'élaboration de la fissure constitue l'essentiel du processus dissipatif.

Cette constatation a permis à ces auteurs d'établir une procédure expérimentale simple qui donne accès au travail essentiel de rupture. Nous avons montré l'équivalence entre le travail essentiel de rupture et l'Intégrale J. On peut remarquer que les valeurs obtenues par le travail essentiel de rupture couplé avec la méthode des percentiles donnent lieu à des dispersions pratiquement identiques que les différentes méthodes (cf tableau 7.1).

7.1.4 Conclusions quant à l'évolution de ces différentes méthodes

La méthode de Begley-Landes est intéressante car elle permet l'évaluation expérimentale de J_{Ic} . Mais elle nécessite d'une part, la connaissance du point critique d'amorçage de la fissure (difficilement réalisable pour les essais dynamiques) et d'autre part le nombre d'essais à effectuer doit être conséquent de façon à interpréter de manière précise l'évolution de $-dU/dA$. De plus pour des matériaux à caractère hétérogène les essais, pour une longueur de fissure donnée, doivent être suffisamment nombreux pour minimiser cette source de dispersion.

Le critère d'Andrew, modifié par Naït-Abdelaziz[2.8], étant une méthode globale, conduit aux mêmes réflexions quant à la détermination du paramètre critique $2I$. Cependant, et c'est une nouveauté en mécanique de rupture, Andrews relie le paramètre $-dU/dA$ à la densité d'énergie de déformation W_o^* , ce qui est une généralisation de la théorie de Griffith pour les matériaux élastiques. De la même façon que pour la méthode de Begley-Landes[3.4], la méthode d'Andrews nécessite en plus la détermination de la courbe charge-déplacement pour une éprouvette sans fissures indispensable pour connaître la densité d'énergie de déformation uniforme W_o correspondant à chaque niveau de force, de plus la géométrie de l'éprouvette rentre en compte.

Enfin, la méthode du travail essentiel de rupture donne lieu à des résultats tout à fait satisfaisants. Justement par rapport aux autres méthodes, il n'a besoin de connaître que les énergies de rupture correspondantes à différentes longueurs de ligaments. En plus, l'avantage de la méthode du travail essentiel de rupture est qu'il n'a pas besoin de détecter l'amorçage qui est bien évidemment un atout important par rapport aux autres méthodes vues précédemment.

7.2 Evolution de la ténacité en fonction de la vitesse de sollicitation

Le caractère viscoplastique du Polycarbonate laissait prévoir une influence certaine de la vitesse de déformation sur la ténacité.

Nos résultats expérimentaux montrent une évolution peu commune de la ténacité en fonction de la vitesse de déformation. Justement pour des matériaux métalliques, l'évolution est tout autre (diminution de la ténacité quand la vitesse de déformation augmente), c'est pour cela qu'il nous a semblé utile de connaître le ou les mécanismes moléculaire de déformation des matières plastiques. Au chapitre 2, nous mentionnons brièvement les phénomènes de craquelures qui sont la base même de la propagation de la fissure.

7.2.1 Mécanisme moléculaire de déformation

Dans les polymères, la rupture commence souvent comme un endommagement diffus sous forme de craquelures (cf chapitre 2). Il s'agit de multiples microfissures dont les faces sont reliés entre-elles par des ponts de molécules extraites du matériau (cf figure 7.2). Cela se traduit par le blanchissement de la partie affectée. Ultérieurement, la croissance puis la coalescence de ces craquelures provoquent la rupture de la pièce.

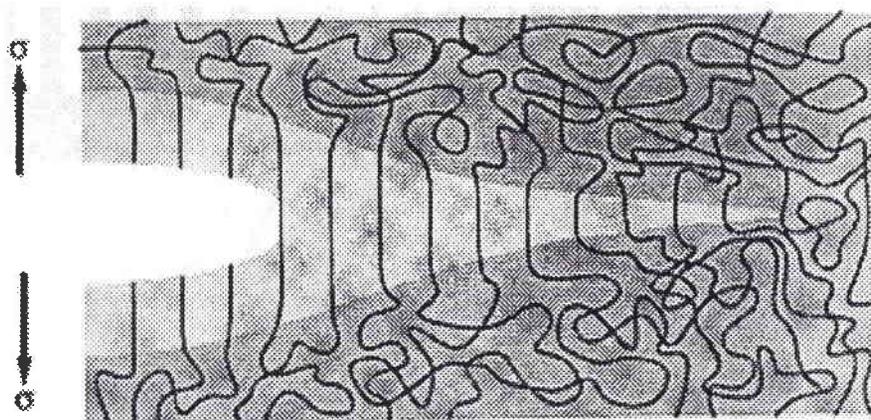


Figure 7.2: Schéma du profil d'une fissure qui se propage dans une zone de craquelure (blanc : fissure, gris clair : craquelure composée de chaînes moléculaires orientées, gris foncé : polymère amorphe) [7.1].

Comme pour la création des fissures, leur propagation exige la rupture de liaisons atomique et donc une dépense d'énergie qui se traduit par l'apparition de l'énergie de surface γ . Mais de plus, le voisinage de l'extrémité des fissures, où les déformations et les contraintes sont très élevées, est le siège de processus irréversibles, déformations viscoplastiques, qui demandent une dépense d'énergie supplémentaire dissipée en majeure partie sous forme de chaleur. Cette dernière énergie est dans la majorité des cas bien supérieure à l'énergie de surface et est puisée dans le réservoir que constituent l'énergie potentielle des forces appliquées et l'énergie élastique stockée dans le solide [7.2].

D'une manière très schématique, dans les matériaux solides, les mécanismes moléculaires qui conduisent à la déformation plastique sont liés aux cisaillements entre les plans atomiques (cf figure 7.3).

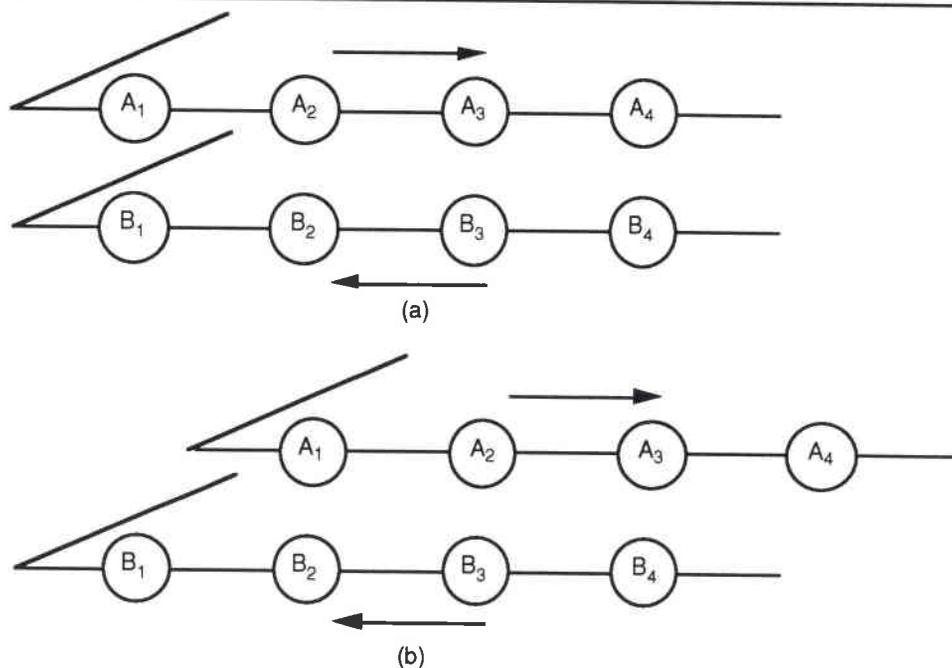


Figure 7.3 : Mouvement relatif des plans atomiques dû au cisaillement.

Le mouvement relatif des plans atomiques est la façon la plus plausible d'expliquer le caractère stable et irréversible de la déformation plastique. Dans les métaux, la présence de dislocations permet de comprendre qu'un tel mécanisme puisse avoir lieu, même avec des contraintes faibles (cf figure 7.4)

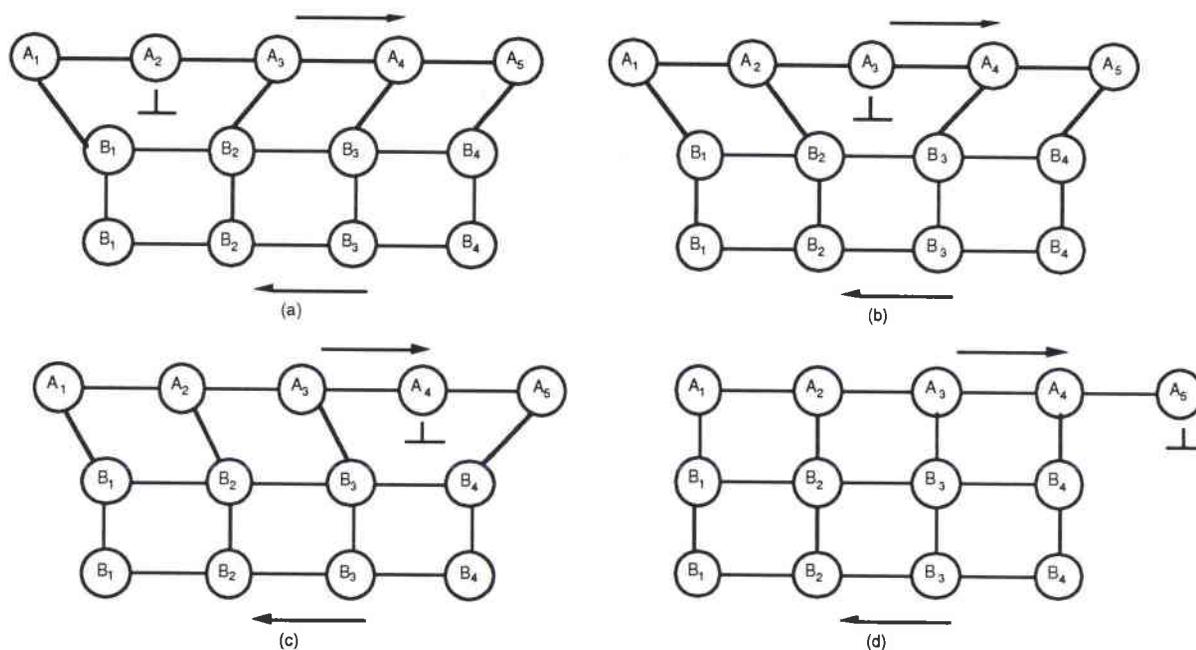


Figure 7.4 : Mouvement d'une dislocation due au cisaillement.

On remarque que, grâce au cisaillement, l'atome A₂ peut se déplacer vers la droite, ce qui déplace la dislocation vers l'atome A₃, et ainsi de suite.

Ce phénomène est considéré comme le principale mécanisme de la déformation plastique à base température dans les métaux. Les grandes déformations plastiques sont obtenues lorsqu'un grand nombre de dislocations est mobile (dislocation glissile) et lorsqu'il y a multiplication de celles-ci.

Bien que ce mécanisme existe réellement dans les polymères, il ne peut expliquer à lui seul les grandes déformations plastiques. Justement, les principaux mécanismes de déformation plastique dans les polymères sont associés à une réorientation à grande échelle des chaînes moléculaires amorphes.

Dans les polymères amorphes les réorganisations structurale liées à la déformation sont moins bien connues, du fait de la difficulté à étudier les structures amorphes, car elles sont inaccessibles par diffraction des rayon X et des électrons. En outre, on rappelle qu'un polymère amorphe peut être considéré comme un ensemble de pelotes statistiques qui s'imbriquent les uns dans les autres, formant un réseau complexe d'enchevêtrements.

Dans ce type de matériau une tension unidirectionnelle provoque une réorientation des pelotes et un alignement des chaînes, accompagnées par une déformation plastique par cisaillement. Toutefois, cette réorganisation structurale est limitée par la quantité d'enchevêtrements entre les chaînes, car les enchevêtrements agissent comme des points de réticulation qui empêche l'étirage.

Au cours de la déformation, il y a une possibilité de désenchevêtrer certaines chaînes. Cette possibilité est d'autant plus importante que la température est élevée et que la longueur des chaînes, la vitesse de déformation et la densité du réseau d'enchevêtrement sont faibles. D'où l'augmentation de la ténacité quand la vitesse de déformation augmente pour certains polymères.

7.2.2 Résultats de la littérature

Avant de citer quelques résultats de la littérature, il faut noter qu'au Laboratoire de Fiabilité Mécanique plusieurs travaux ont relatés l'influence de la vitesse de déformation sur la ténacité pour différents polymères.

Tout d'abord Naït-Abdelaziz[2.8], en 1985, a réalisé des calculs de ténacités sur le Propergol solide à différentes vitesses de sollicitation (statique, vitesse intermédiaire et dynamique). Sur la figure 7.5, on remarque bien l'évolution croissante de la ténacité en fonction de la vitesse de déformation. Cela est dû à deux phénomènes distincts. Le premier est

l'influence du caractère viscoélastique dû au liant, et le second est que le matériau passe d'un état caoutchoutique à un état dit vitreux.

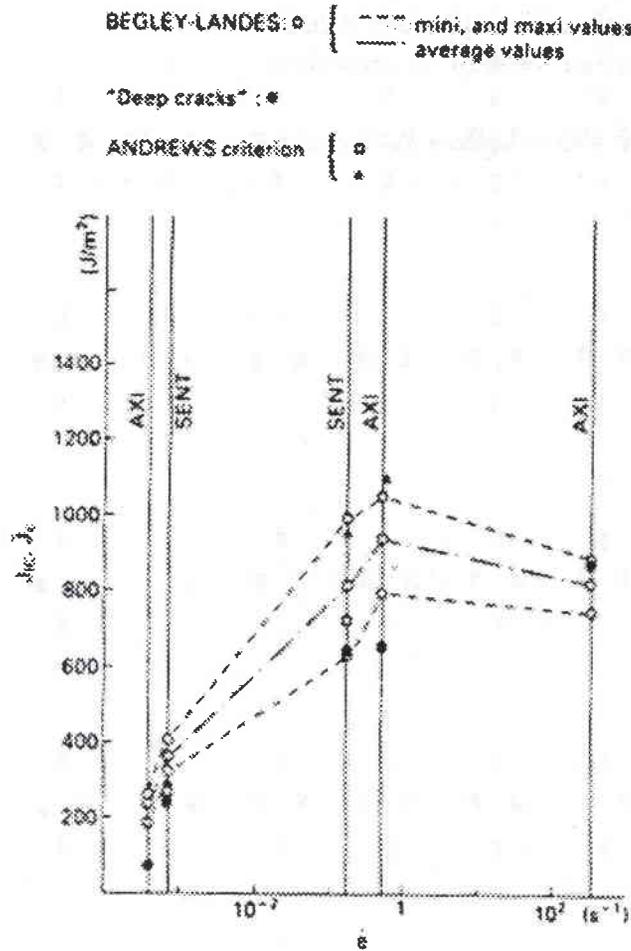


Figure 7.5 : Evaluation des paramètres J_{ic} et $2I$ en fonction de la vitesse de déformation pour un propergol inerte d'après Naït-Abdelaziz [2.8]

Dans la littérature, différents auteurs ont étudiés l'influence de la vitesse de déformation et de la température sur les polymères. Justement, Atkins, en 1975, montre l'influence de la température et de la vitesse de sollicitation sur la ténacité d'un polymère (cf figure 7.6). Cette dernière montre que la ténacité sur des éprouvettes CT en PMMA augmente avec la vitesse de traverse pour des températures variant entre 273 et 243 K.

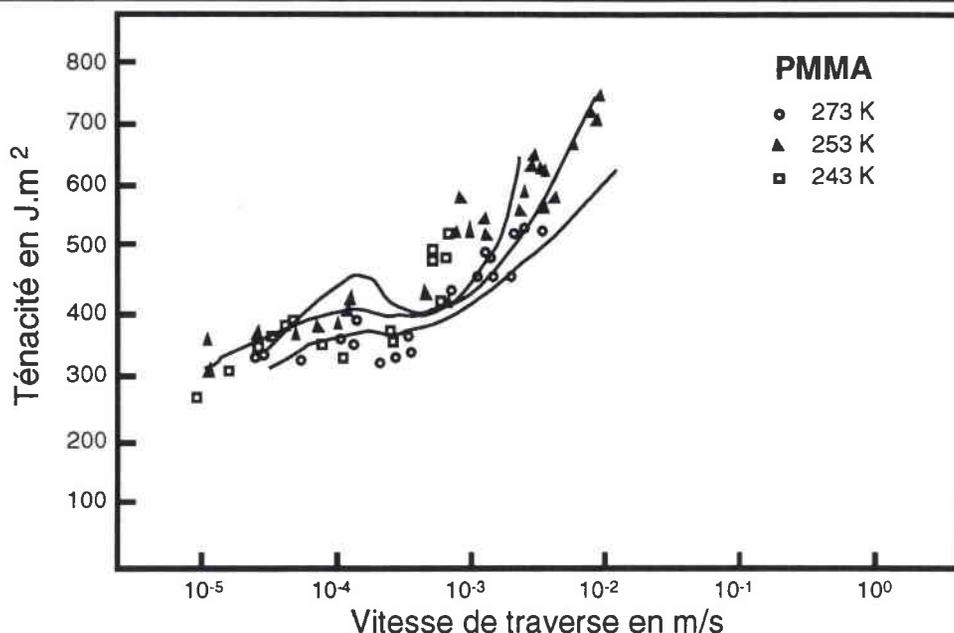


Figure 7.6 : Valeurs expérimentales sur la ténacité pour le PMMA (d'après Atkins et al.[7.3])

La figure 7.7 montre les travaux de Marshall et al.[7.4] sur des éprouvettes en PMMA. Ils ont trouvé une évolution croissante du facteur d'intensité de contrainte en fonction de la vitesse de traverse. D'autres résultats de la littérature montre cette même évolution. Justement, Lake et al.[7.5], en 1982, ont montrés, pour des éprouvettes en époxy soumises à une sollicitation en torsion, une augmentation de la ténacité quand la vitesse croît.

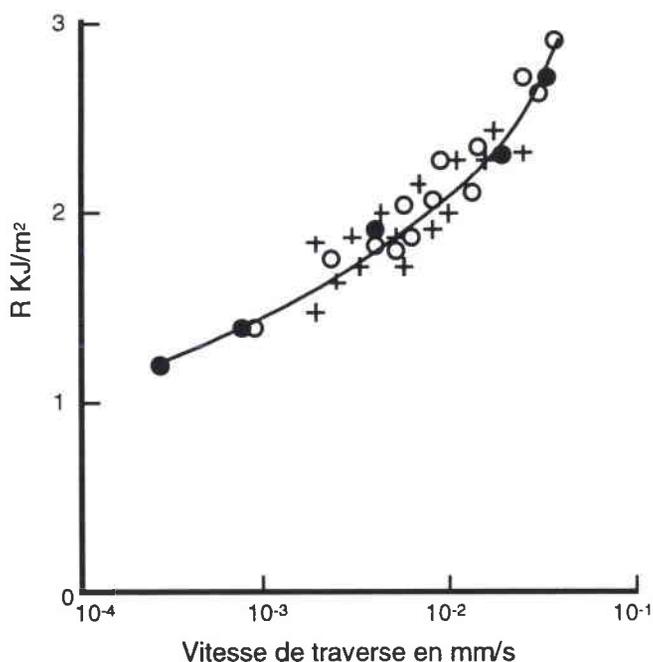


Figure 7.7 : Variation de R avec la vitesse de déchirement pour le SBR vulcanisé (données Malaysian Rubber Producers Research Association) (d'après Lake et Thomas[7.5] (1982)).

En 1973, Ferguson et al [7.6] ont montré pour des éprouvettes en Polystyrène ayant une rupture ductile, une augmentation de la ténacité en fonction de la vitesse de traverse jusqu'à un maximum suivi d'une diminution (cf figure 7.8).

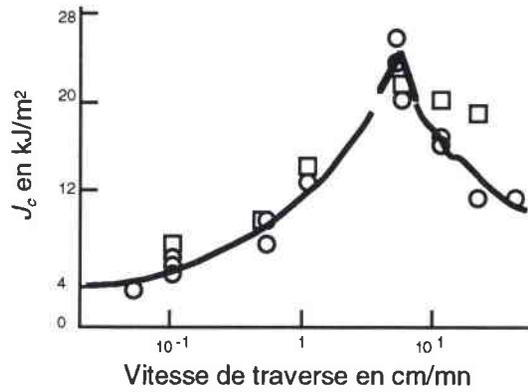


Figure 7.8 : Evaluation de J_c en fonction de la vitesse de sollicitation pour un Polystyrène[7.6].

Les figures 7.9 et 7.10 montrent différents travaux sur l'influence de la vitesse de traverse sur le calcul de la ténacité.

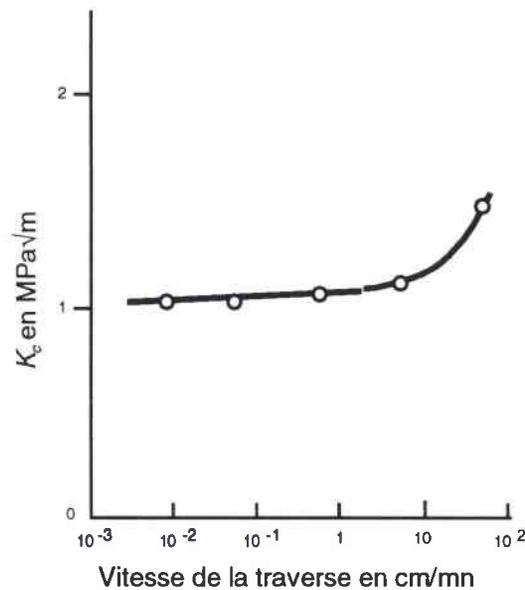


Figure 7.9 : Influence de la vitesse de traverse sur K_c pour un Polystyrène à 20°C [7.7].

La figure 7.10 reprend les travaux réalisés par Castino's[7.8] en 1983 sur le déchirement ductile du Polystyrène. On remarque qu'il a la même allure que les figures 7.5 à 7.10.

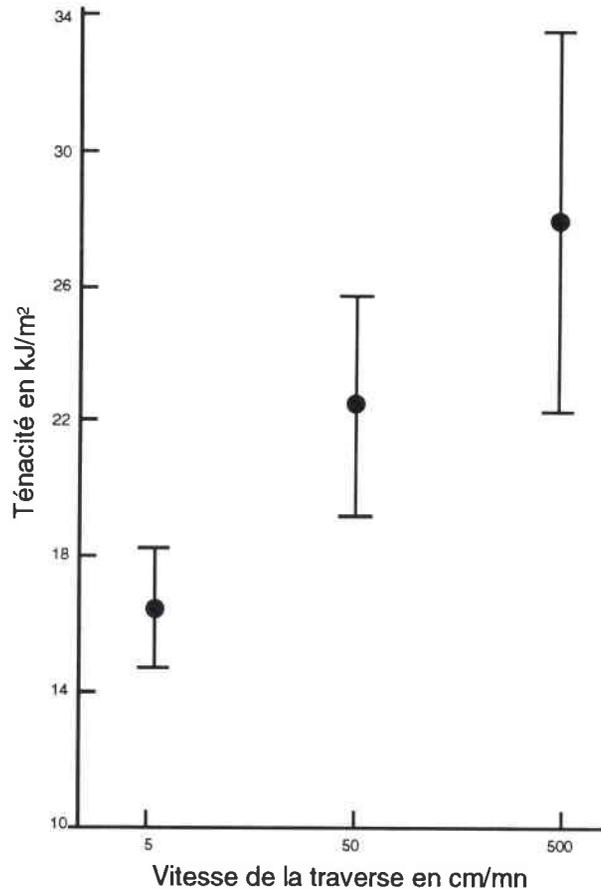


Figure 7.10 : Evolution de la ténacité en fonction de la vitesse de traverse pour un Polystyrène d'après les travaux de Castino's [7.8] en 1983.

7.2.3. Conclusion

On a constaté, d'après les résultats de la littérature, une augmentation de la ténacité quand la vitesse de déformation augmente et cela pour quelques polymères.

Nos résultats confirment l'augmentation de la ténacité en fonction de la vitesse de déformation.

7.3. ANALYSE FRACTALE

En guise d'introduction à ce paragraphe, et pour rappeler le bien fondée de notre démarche, nous voudrions citer ces quelques phrases extraites d'un article récent de Tricot. Parlant des fractals comme de « cas particulier » ou « d'ensembles bizarres » mis en évidence et étudiés par d'illustres mathématiciens et physiciens du siècle écoulé, il dit : « *il vient un moment (...) où l'on s'aperçoit qu'au fond, les mêmes outils d'analyse ont servi à traiter des cas en appence très différents, provenant d'origines diverses. Si vraiment, à partir de la*

multiplicité des tâtonnements historiques, on arrive à faire ressortir une forme d'unité, une notion globale et simple, qui s'impose d'elle-même dès sa découverte, c'est alors qu'une théorie véritable se fait jour, et les malheureux cas d'exception d'autrefois obtiennent droit de cité, prennent à leur tour figure de cas général. On dit que pour les fractals, ce grand moment est arrivé. En tous cas, le mot servant à envelopper la notion « fractal » est là, nouveau et dû à Benoît Mandelbrot ».

L'approche fractale que nous avons réalisé est fondée sur l'hypothèse de surfaces caractérisées par une invariance d'échelle. La dimension fractale ainsi calculée définit la capacité de remplissage de l'espace d'un profil ou d'une surface. La dimension prend des valeurs comprises entre 1 et 2 pour les profils, et entre 2 et 3 pour les surfaces. Nous allons par une approche simple nous apercevoir que la surface de rupture peut-être abordée comme un objet fractal.

7.3.1. Est-ce que la surface de rupture est un objet fractale ?

Rappelons tout d'abord la définition d'un objet fractal : « la géométrie fractale d'un objet qui doit présenter la propriété d'*invariance d'échelle* : il doit être strictement identique à toutes les échelles d'observation ». Justement d'après Mandelbrot, la dimension fractale doit être la même quel que soit l'échelle d'observation. Nous avons réalisé des mesures de dimension fractale, à l'aide de notre programme « FRACTALE », sur une surface de rupture au point d'amorçage de la fissure et à différentes échelles d'observation (cf figure 7.11).

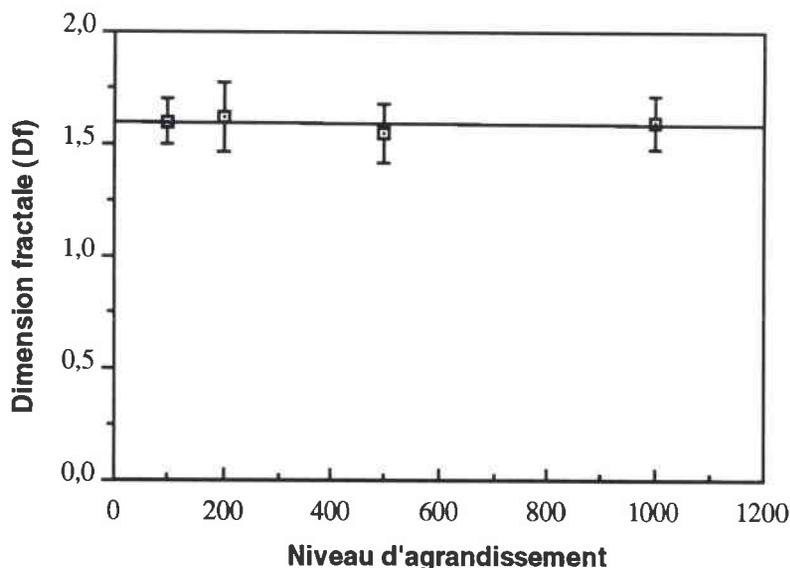


Figure 7.11 : Evolution de la dimension fractale par rapport au niveau d'agrandissement.

Nous pouvons observer aucune influence de la dimension fractale au point d'amorçage à différents niveau d'observation. On peut donc conclure que la surface de rupture peut être identifiée comme un objet fractale.

7.3.2. Relation entre la dimension fractale et l'exposant spectral α (traitement de signal)

Nous avons vu dans le chapitre 8 un raisonnement simple qui associe la dimension fractale avec l'exposant spectrale (relation 7.1). Cette démonstration montre de manière simplifiée qu'il existe une relation entre D_f et le coefficient α qui apparaît dans l'expression des spectres d'énergie dits « en $1/f^\alpha$ », de la manière suivante :

$$\alpha = 5 - 2 D_f \quad (7.1)$$

Cette relation est intéressante puisqu'elle permet de calculer la dimension D_f associée à une fonction fractale donnée, si l'on connaît son spectre d'énergie.

7.3.3. Mesures rugosimétriques ou dimension fractale

Plusieurs auteurs ont étudiés l'approche de la mesure de la rugosité par la dimension fractale. Justement, plusieurs méthodes de mesures rugosimétriques existent mais difficilement exploitable d'après le nombre de paramètres. Ces paramètres sont à l'heure actuelle encore trop nombreux et souvent les utilisateurs ne savent lesquels choisir. C'est pour cela que nous avons essayé de montrer l'intérêt de nouvelle méthode pour quantifier la surface de rupture par un indice appelé « dimension fractale ».

Pour un usage purement métrologique, ces systèmes offrant une résolution spatiale de l'ordre du micromètre sont parfaitement satisfaisants. Toutefois, si les données rugosimétriques sont exploitées dans le but de comprendre et d'interpréter des processus élémentaires impliqués sur des interfaces rugueuses, il est important d'insister sur le filtrage introduit systématiquement par le système d'acquisition. Ce filtrage induit une diminution des niveau de gris, une augmentation au niveau des pentes, donc une perte au niveau du résultat.

Plusieurs outils informatiques utilisant les nouvelles techniques de traitement d'images sont utilisées dans l'industrie (Microscope mécanique à balayage adaptés à partir de profilomètre commercialisé en reprenant les données disponibles dans la littérature) pour caractériser la rugosimétrie des surfaces à l'aide de la dimension fractale.

La caractérisation de la surface de rupture par la dimension fractale a donné des résultats tout à fait remarquables. Mais ces résultats de la dimension fractale au point d'amorçage ne sont pas intrinsèques au matériau, car elles dépendent de l'outil utilisé. Par contre elle peut être un outil identificateur pour caractériser des mécanismes de rupture.

Chapitre 8 :
Conclusion générale

8. CONCLUSION GÉNÉRALE

Résumons les principales contributions établies dans ce travail.

Trois problématiques ont été abordées. La première concerne la caractérisation de la ténacité d'un polymère ductile : le Polycarbonate. La seconde aborde l'analyse fractale en tant que telle. La troisième problématique concerne les relations entre la dimension fractale et la ténacité. Pour chacune de ces analyses, nous rappelons les apports qui nous semblent les plus saillants.

1) La caractérisation du comportement à la rupture d'un polymère ductile :

La mécanique de la rupture est un cadre conceptuel très riche qui permet une caractérisation rigoureuse du comportement à la rupture des matériaux (chapitre 2). La rupture ductile nous a plus particulièrement attiré à cause du rôle prédominant qu'y joue l'étendue et l'intensité de la déformation plastique dans la formation de la morphologie de la surface de rupture. La première partie de cette étude a consisté en la mise au point d'un dispositif de traction dynamique (chapitre 4). La dernière partie de ce travail concernait la caractérisation de la rupture d'un Polycarbonate sous différentes vitesses de déformation.

Les résultats de ténacité, satisfaisants pour les essais sur barres d'Hopkinson, ont montrés de plus grandes dispersions pour les essais réalisés à faibles vitesses de déformation. L'utilisation de l'approche énergétique proposée par Cotterell et Reddel caractérise la ténacité par le travail essentiel de rupture. Cette théorie, comme nous avons pu le remarquer, permet une détermination expérimentale assez simple de la ténacité et ne souffre pas de restriction géométrique dans ses conditions d'application comme les critères d'Andrews et J_{ic} (chapitre 5).

2) Analyse fractale :

Nous proposons d'abord une technique de calcul simple permettant d'accéder à la dimension fractale par l'intermédiaire du programme « FRACTALE » (chapitre 6). Ce programme a la particularité de déterminer la dimension fractale en utilisant la méthode spectrale. Notre apport consiste alors à proposer une lecture de la morphologie suivant deux zones : la zone tourmentée et la zone lisse.

Nous montrons ensuite une indépendance de la dimension fractale en fonction de la longueur de ligament. Nous avons, par la suite, choisi d'effectuer les calculs de la dimension fractale de façon statistique dans la zone d'amorçage de la rupture située dans la zone lisse.

3) Relation entre dimension fractale et ténacité : (chapitre 3)

La littérature traitant de la fractographie fractale n'ayant pas encore fait l'objet d'une analyse critique, nous nous sommes concentrés sur ce point. Nous regroupons les différentes publications en trois familles. Dans la première, nous classons les travaux qui se contentent d'utiliser la géométrie fractale comme outil descriptif de la morphologie des surfaces de rupture. On y rencontre rarement le souci de vérifier l'étendue de l'autosimilarité des surfaces de rupture caractérisées. Dans la seconde, nous classons les travaux qui tentent de cerner les origines possibles de l'autosimilarité. On y découvre un domaine en plein essor, particulièrement difficile à appréhender car il est à la croisée de nombreuses disciplines. Les auteurs veulent comprendre l'origine de l'autosimilarité par l'analyse de la rupture, en considérant le phénomène sous différents aspects : aspect physique et thermodynamique, aspect mécanique, aspect statistique, aspect géométrique. Dans cette famille, les confirmations expérimentales des développements théoriques proposés restent rares. Enfin, nous regroupons dans la troisième famille les publications qui envisagent avec plus ou moins de succès une relation entre la dimension fractale et la ténacité. Les conclusions apparaissent très contradictoires. Ceci est attribué à la mauvaise qualité des estimations de dimension fractale d'une part et à l'interprétation trop large de la ténacité d'autre part.

Nous montrons d'abord que le modèle fractal est effectivement un modèle attrayant pour décrire, par un paramètre unique (la dimension fractale), l'apparente complexité des surfaces au point d'amorçage de la rupture. Nous caractérisons la reproductibilité de nos résultats en utilisant le programme « FRACTALE ». Enfin, nous montrons que la dimension fractale n'est pas intrinsèque au matériau mais, elle est un indicateur fractographique qui révèle l'effet de la microstructure sur les mécanismes de rupture.

Perspectives :

- Réaliser d'autres essais sur des géométries différentes puis de calculer la ténacité par la méthode du travail essentiel de rupture couplé à la méthode des percentiles,
- Réaliser d'autres essais sur des matériaux différents puis d'utiliser le calcul de la dimension fractale par la méthode spectrale à l'aide d'un microscope électronique à balayage,
- Réaliser une étude microfractographique pour essayer d'identifier plus précisément les changements de mécanisme de rupture associées au Polycarbonate.

REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES

REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES

- [1.1] : Traité des nouvelles technologies,
« Les plastiques : polymères, transformations et applications »,
2^{ème} édition, Maurice Reyne, (1991).
- [1.2] : I.M. Ward,
« Mechanical propertie of solid polymers »,
2^{ème} édition, J. Wiley, New-York, (1985).
- [1.3] : C. Bultel, J.M. Lefebvre et B. Escaïg,
« On the workhardening rate of glassy polymer »,
Polymer, 24 (1983), pp.476-480.
- [1.4] : J. Perez,
« Physique et mécanique des polymères amorphes »,
Lavoisier Tec et Doc, Paris, France (1992).
- [1.5] : N. Brown,
« Yield behavior of polymers »
Failure of plastics, Ed. W. Brostow et R.D. Corneliusen, Munich, (1986), pp.9-118.
- [1.6] : C. Bauwens-Crowet,
« The compression in glassy polymers »
Polymeric materials, ASM, Metals Park, (1975), pp.411-486.
- [1.7] : R. Schirrer,
« Les craquelures dans les polymères »
Introduction à la mécanique des polymères, Edité par G. G'Sell et J.M. Haudin, (1996).
- [1.8] : A.S. Argon,
« A theory for the low-temperature plastic deformation of glassy polymers »,
Phil. Mag., 28 (1973), pp.865-889.
- [1.9] : C. Bauwens-Crowet, J.C. Bauwens and G. Homés,
Journal of Polymer Science, A2, 7 (1969), p735.
- [1.10] : A.S. Argon,
« Plastic deformation in glassy polymers »,
Polymeric materials, ASM, Metals Park, (1975), pp.411-486
- [1.11] : C. G'Sell and J.J. Jonas,
Journal of material science, 16 (1981), p1956.
- [1.12] : A. Marquez-Lucero, C. G'Sell et K.W. Neale,
« Experimental investigation of neck propagation in polymers »,
Polymer, 30 (1989), pp.636-642.

- [1.13] : *Crazing in Polymers*,
Advances in Polymer Science, 91/92, éd. H.H. Kausch, Berlin (1990).
- [1.14] : *Crazing in Polymers*,
Advances in Polymer Science, 52/53, éd. H.H. Kausch, Berlin (1983).
- [1.15] : *Polymers/ Properties and Applications 2*,
Polymer Fracture, éd. H.H. Kausch, Berlin (1987).
- [1.16] : *Failure of Plastics*,
éd. Brostow and Cornelius, Hanser Publications, Munich (1986).
- [1.17] : A.J. Kinloch and R.J. Young,
« Fracture behaviour of polymers »,
Applied science publishers, London (1983).
- [2.1] : A.A. Griffith
Phil. Trans. Pro. Soc, A221, (1921), p163.
- [2.2] : G.R. Rice
« Apath independant integral and the approximate analysis of strain concentration by notched cracks »,
J. of Appl. Mech., 35 (1968), p379.
- [2.3] : G.R. Irwin, J.A. Kies and H.L. Smit,
« Fracture strenghts relative to onset and arrest of crack propagation »
NRL Report, N°5222, November (1958).
- [2.4] : J.A. Begley and I.D. Landes,
« The integral J as a failure criterion »,
Fracture toughness, ASTM STP 514 (1971), pp.1-21.
- [2.5] : B.H. Kim, C.R. Joc of D.M. Otterson,
« On the détermination of Fracture Toughness in Polymers »,
Polymer testing, 8 (1989), pp.119-130.
- [2.6] : C.A. Paton and S. Hashemi,
« Plane-stress essential work of ductile fracture of polycarbonate »
Journal of materials science, 27 (1992), pp.2279-2290.
- [2.7] : E.H. Andrews,
« A generalized theorie of fracture mechanics »,
Journal of material sciences, 9 (1976), p887.
- [2.8] : M. Naït-Abdelaziz,
« Thèse de doctorat présenté à l'INPL »
Académie de Nancy-Metz (Déc. 1985).
- [2.9] : D.P. Rooke and D.J. Cartwright,
« Compression stress intensité factors »
Hillingdon Press - Ux bridge (1976).

- [2.10] : B. Cotterell,
« Plane stress ductile fracture »
Fracture mechanics and technology, 11 (1977), Hong-Kong, pp.785-795.
- [2.11] : K.B. Broberg,
Int. J. Fract, 4 (1974), pp.11-19.
- [2.12] : Y.W. Mai and B. Cotterell,
« Plane stress ductile fracture »,
Advances in Fracture Research, Ed. D. Francois, 4 (1981), pp.1683-1695.
- [2.13] : P.C. Paris, H. Tada, A. Zahoor and H. Ernst,
« The theory of instability of the tearing mode of elastic-plastic crack growth »,
ASTM STP 668 (1979), pp. 5.36.
- [2.14] : B. Cotterell, W. Mai,
« On the essential work of ductile fracture in polymers »,
Int. J. Fract. 32 (1986), pp.105-125.
- [2.15] : W. Mai, B. Cotterell,
« Effect of pre-strain on plane stress ductile fracture in α -brass »,
J. Mater. Sci, 15 (1980), pp.2296-2306.
- [2.16] : H. Liebowitz and J. Eftis,
« On non linear effects in fracture mechanics »,
Engineering fracture mechanics, (1971), pp.267-281.
- [2.17] : K. Labibes,
« Thèse de doctorat présentée à l'Université de Metz »
Académie de Nancy-Metz (sept. 1993).
- [2.18] : G. Pluvinage,
« Mécanique élastoplastique de la rupture »,
Cepadues - éd. (1989).
- [2.19] : E. Orowan,
Journal of Welding 33 (1955), pp.1574-1605.
- [3.1] : Benoît B. Mandelbrot,
« Les objets fractals »
Nouvelle Bibliothèque Scientifique Flammarion (1989).
- [3.2] : Benoît B. Mandelbrot,
« The fractal geometry of nature »
Freeman (1982).
- [3.3] : Takayasu,
« Fractals in the physical science »,
Manchester University Press (1990).
- [3.4] : E. Guyon, R. Jullien, J. Brette,

« Les fractals »,
Revue du Palais de la Découverte. Vol 19 (1991), n° 188, pp.15-39.

[3.5] : B. Branner,
« Choas et fractals »,
Revue du Palais de la Découverte. Vol 20 n° 198 (1992), pp.11-24.

[3.6] : George R Baran, C. Roques-carmes, D. Wehbi, M. Degrange,
« Fractal characteristics of fracture surfaces »,
J. Am. Ceram. Soc. Vol 75 (1992), pp.2687-2691.

[3.7] : Pande CS, Richards LE, Louat N, Demprey BD, Schwoeble,
« A Fractal characterization of fractured surfaces »,
Acta Metall Mater. Vol 35(1987), pp.1633-1637.

[3.8] : Ray KK, Mandal G,
« Study of correlation between fractal dimension and impact energy in a high strength low alloy steel »,
Acta Metall Mater. Vol 40 (1992), pp.463-469.

[3.9] : Benoit B. Mandelbrot, Dann E. Passoja, Alvin J. Paullay,
« Fractal character of fracture surfaces of metal »,
Nature. Vol 308. n° 19 (1984), pp.721-722.

[3.10] : Nie Qiuhua, Shi Shaoqui, Zhang Maojiong,
« The fractal dimension measurement and analysis of polymer fracture surface »,
Sympos. on deformat., damage and fracture of polymers, (1992), pp.217-228.

[3.11] : Z. Q. Mu, C. W. Lung,
« Studies on the fractal dimension and fracture toughness of steel »,
J. Phys. D : Appl. Phys. Vol 21 (1988), pp.848-850.

[3.12] : G. M. Lin, J. K. L. Lai,
« Fractal characterization of fracture surfaces in a resin-based composite »,
Journal of Material Science Letter. Vol 12 (1993), pp.470-472.

[3.13] : Shou-zhu Zhang, Chi-wei Lung,
« Fractal dimension and fracture toughness »,
J. Phys. D: Appl. Phys. Vol 22 (1989), pp.790-793.

[3.14] : J.J. Mecholsky, D. E. Passoja, K. S. Feinberg-Ringel,
« Quantitative analysis of brittle fracture surfaces using fractal geometry »,
J. Am. Ceram. Soc. Vol 72 (1989), pp.60-65.

[3.15] : He-Ping Xie,
« Studies on fractal models of the microfracture of marble »,
Chinese Science Bulletin. Vol 34 (1989), pp.1292-1296.

[3.16] : D. L. Davidson,
« Fracture surface roughness as a gauge of fracture toughness: aluminium-particulate SiC composites »,
Journal of Materials Science Letter. Vol 24 (1989), pp.681-687.

- [3.17] : Xing-Gang Jiang, Wu-Yang Chu, Ci-Mei Hsiao,
« Relationship between J_{1c} and fractal value of fracture surface of ductile materials »,
Acta Metall. Mater. Vol 42 n°1 (1994), pp.105-108.
- [3.18] : Keustermans Jean Pierre,
« Analyse fractale et mécanique de la rupture »,
Thèse Université catholique de Louvain. Belgique (1994).
- [3.19] : Yu A. Krupin, I. K. Kiselev,
« On statistical properties of the estimation of fractal dimensions of the corrosion fracture
surfaces of low-alloy high-strength steel »,
Scripta Metallurgica et Materialia. Vol 24 (1990), pp.2113-2118.
- [3.20] : Yu A. Krupin, I. K. Kiselev,
« Fractal properties in fracture »,
Scripta Metallurgica et Materialia. Vol 25 (1990), pp.655-658.
- [3.21] : K.K. Ray, S. Ray,
« Fractal characterisation of fracture surfaces by slit island technique »,
Trans. Indian Inst. Met. Vol 46. n°3 (1993), pp. 167-174.
- [3.22] : M. Kurose, Y. Hirose, T. Sasaki, Y. Yoshioka,
« Fractal characteristics of steel corrosion cracking in SNCM 439 steel having different prior-
austenite grain size »,
Engineering Fracture Mechanics. Vol 53 n° 2 (1996), pp.279-288.
- [3.23] : F. Gao, Tianming Wang,
« Apparent fracture energy of brittle materials by branching of crack and microcrack »,
Journal of Material Science Letter. Vol 9 (1990), pp.1409-1411.
- [3.24] : Shi Shaochiu, Zhang Maojiong,
« The fractal dimensions of fracture surfaces and the methods of measurement »,
Journal of Ningbo university. Vol 5 n°2 (1992), pp.1-11.
- [3.25] : E. Louis, F. Guinea,
« The fractal nature of fracture »
Europhysics Letter. Vol 3 (1987), pp.871-877.
- [3.26] : Yao Hao, Zhongguang Wang, Yan Kang,
« Fractal analysis on the fatigue fracture surface along the crack propagation direction »,
Steel Research. Vol 65 n°7 (1994), pp.305-308.
- [3.27] : Hong-Zhi Ding, Xiu-san Xing, He-Sun Zhu,
« Fractal behaviour in fatigue materials »,
Journal of Materials Science Letter. Vol 13 (1994), pp.636-638.
- [3.28] : Q. Y. Long, Li Suqin, C. W. Lung,
« Studies on the fractal dimension of a fracture surface formed by slow stable crack
propagation »,
J. Phys. D: Appl. Phys. Vol 24 (1991), pp.681-687.

- [4.1] : J. Hopkinson,
1872 - Collected Scientific Papers, Vol. II,
Cambridge Univ. Press., New-York (1921), p316.
- [4.2] : R.M. Davies,
Phil. Trans., A 240 (1948), p340.
- [4.3] : H. Kolsky,
Proc. Phys. Soc., B62 (1949), p676.
- [4.4] : L. Pochhammer,
J. reine-agen., Math, 81 (1876), p324.
- [4.5] : R.M. Davies,
Surveys in Machanics, Camb. Univ. Press (1956), p64.
- [4.6] : Skalak,
« Longitudinal Impact of a semi-infinite circular elastic bar »,
J. A. Mech., 24 (1957), p59.
- [6.1] : B. Mandelbrot,
« The fractal geometry of nature »,
W.H. Freeman and compagny, New-York (1982), p468.
- [6.2] : G. Cherbit,
« Fractale, dimensions non entières et applications »,
Masson (1987), p.362.
- [6.3] : J. Stewart,
« Les fractales dans la série chronique de Rose Polymath »,
Berlin, Paris (1982).
- [6.4] : R. Julien,
« Les phénomènes d'agrégation et les agrégats fractals »,
Extrait des Anales des Télécommunication, Tome 41 (1986), pp.343-372.
- [6.5] : J.C. Tricot,
« Two definitions of fractionnal dimension »,
Math. Proc. Cambridge Philos. Sco., 91 (1982), pp.57-74.
- [6.6] : A. Marion,
« Introduction aux techniques de traitement d'images »,
Eyrolles (1987), p278.
- [6.7] : J.E. Besançon,
« Vision par ordinateur en deux et trois dimensions »,
Eyrolles (1988), p411.
- [6.8] : J.G. Postaire,
« De l'image à la décision. Analyse des images numériques et théorie de la décision »,

Dunod Informatique (1987), p186.

[6.9] : J. Lefevre,

« Les techniques numériques au service de l'image : Digitalisation vidéo et traitement en fausses couleurs »,

Electronique Radio plans 509 (1990), pp.54-65.

[6.10] : « Analyses d'images : mise au point théoriques et applications en géologie, géographie, en biologie et imagerie médicale »

Formation Permanente, Bordeaux 27-31 mai 1991.

[6.11] : P. Coulais,

« Traitement d'images de granulats. Application à leur analyse granulométrique. Corrélation avec l'analyse par tamissage »,

Thèse de doctorat, Poitier (1991).

[6.12] : M. Coster, J.L. Cherman,

« Précis d'analyse d'images »,

Edition du CNRS (1989), p.560.

[7.1] : C. Oudet,

« Polymères, structure et propriétés »,

Masson (1994), p142.

[7.2] : D. François et J. Lemaitre,

« Notions sur les mécanismes et la mécanique de l'endommagement »,

Introduction à la mécanique des polymères, Ed. C. G'Sell et J.M. Haudin (1995), pp.345-386.

[7.3] : A. G. Atkins, S.C. Lee and R.M. Caddell,

J. Mater. Sci., 10 (1975), p1381.

[7.4] : G.P. Marshall, L.H. Coutts and J.G. Williams,

Plastic and Polymers, April, 95 (1970).

[7.5] : G.J. Lake and A.G. Thomas,

Proc.Conf. Absorbed Specific Energy (1982), ed. Sih, Gzoboly and Guillemot.

[7.6] : R.J. Ferguson, G.P. Marshall and J.G. Williams,

Polymer, 14 (1973), pp.451-459.

[7.7] : G.P. Marshall, L.E. Culver, J.G. Williams,

Int. J. Fracture, 9 (1973), pp.295-309.

[7.8] : F. Castino's,

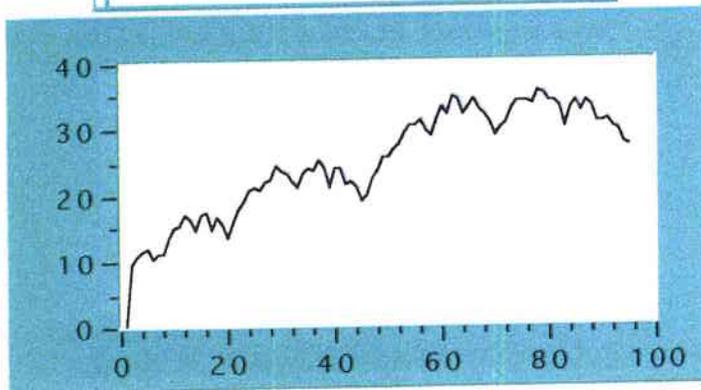
Eng. Sci. thesis(1983), Departement of Mechanical Engineering, Sydney University; NWS, Australia.

ANNEXES

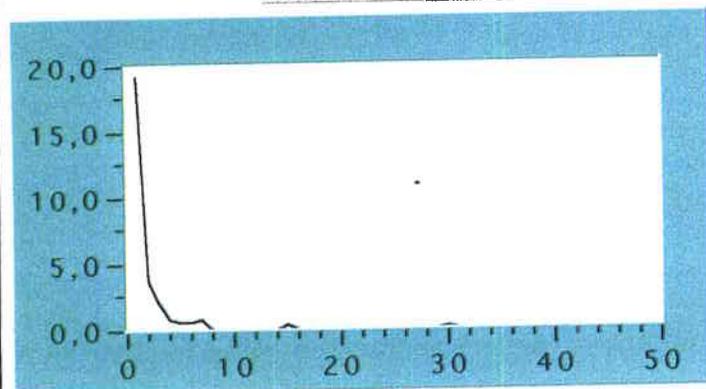
Front Panel

Nom du fichier

untitled:Courbe Weierstrass-M



Niveaux de gris



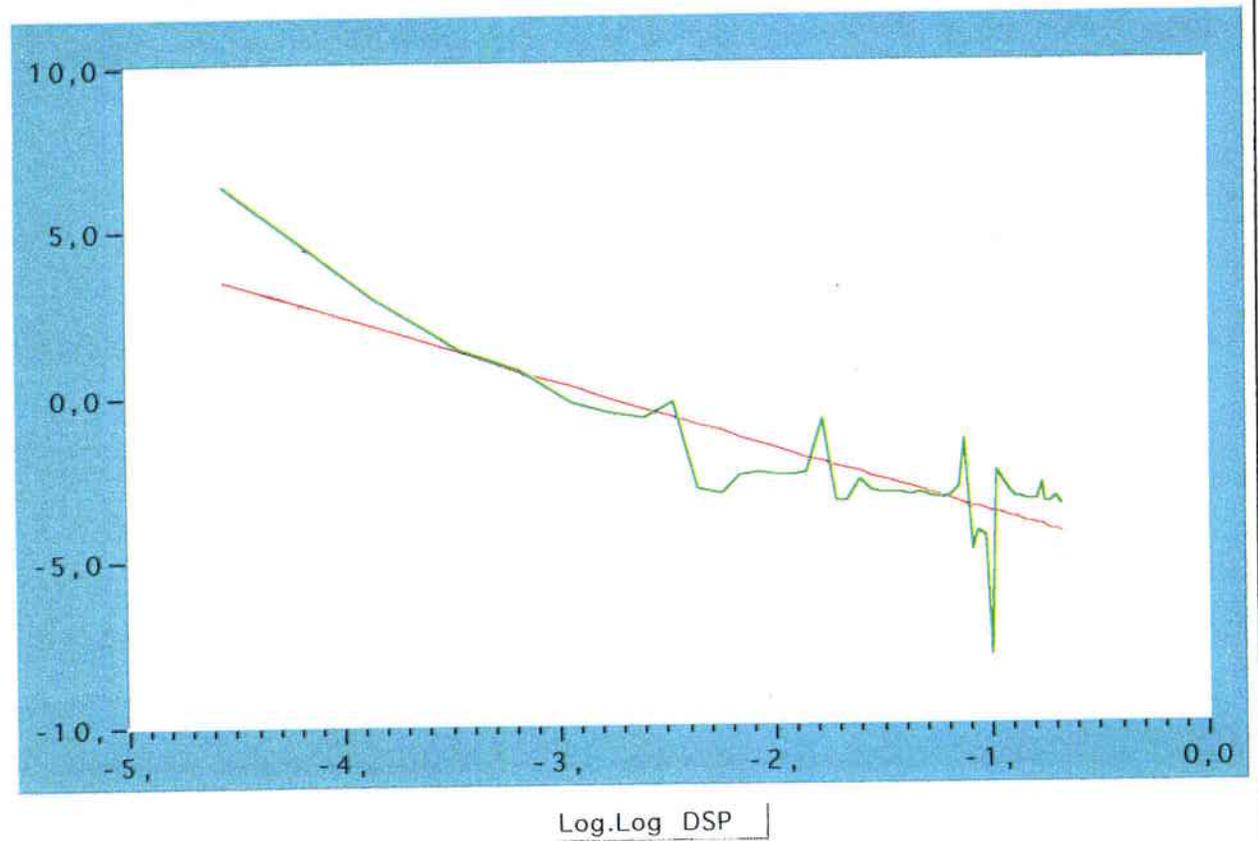
DSP

Pente

-2,00

Dimension Fractale

1,50



ANNEXE 1.2

Dimension fractale dans la zone tourmentée (A)

et dans la zone miroir (B)

Longueur du ligament fissuré = 3 mm

N° de l'essai	1	2	3	4	5	6	7	8	9
A	1,32	1	1,25	1,2	1,18	1,21	1,43	1,42	0,65
B	1,68	1,77	1,55	1,7	1,66	1,54	1,57	1,64	1,59

N° de l'essai	10	11	12	13	14	15	16	17	18
A	1,35	1,38	1,11	1,41	1,32	1,29	1,41	1,44	1,28
B	1,61	1,4	1,63	1,58	1,55	1,6	1,52	1,62	1,56

N° de l'essai	19	20	21	22	23	24	25	26	27
A	1,38	1,05	1,15	1,41	1,3	1,17	1,32	1,3	1,29
B	1,83	1,86	1,78	1,81	1,73	1,88	1,94	1,84	1,61

N° de l'essai	28	29	30	31	32	33	34	35	36
A	1,23	1,32	1,22	1,38	1,3	1,4	1,18	0,97	1,5
B	1,82	1,75	1,38	1,69	1,73	1,72	1,55	1,74	1,38

N° de l'essai	37	38	39	40	41	42	43	44	45
A	1,24	1,21	1,36	1,4	1,21	1,4	1,3	0,94	1,34
B	1,93	1,96	1,94	1,91	1,67	1,54	1,86	1,89	1,65

N° de l'essai	46	47	48	49	50	51	52	53	54
A	1,4	1,45	1,4	1,26	1,4	1,2	1,23	1,38	1,33
B	1,61	1,77	1,63	1,79	1,65	1,61	1,69	1,67	1,66

Dimension fractale dans la zone tourmentée (A)
 et dans la zone miroir (B)

Longueur du ligament fissuré = 5 mm

N° de l'essai	1	2	3	4	5	6	7	8	9
A	1,32	1,27	1,21	1,31	1,39	1,46	1,33	1,16	1,31
B	1,66	1,5	1,72	1,51	1,62	1,69	1,75	1,83	1,56

N° de l'essai	10	11	12	13	14	15	16	17	18
A	1,45	1,46	1,55	1,62	1,31	1,19	1,44	1,35	1,13
B	1,79	1,68	1,7	1,52	1,93	1,85	1,56	1,68	1,71

N° de l'essai	19	20	21	22	23	24	25	26	27
A	1,27	1,29	1,29	0,96	1,04	1,28	1,14	1,4	1,51
B	1,72	1,52	1,46	1,73	1,44	1,58	1,72	1,79	1,44

N° de l'essai	28	29	30	31	32	33	34	35	36
A	1,44	1,17	1,3	1,09	1,21	1,32	1,36	1,11	1,13
B	1,7	1,58	1,57	1,54	1,5	1,38	1,61	1,5	1,62

N° de l'essai	37	38	39	40	41	42	43	44	45
A	1,46	1,49	1,58	1,34	1,07	1,55	1,49	1,18	1,39
B	1,67	1,73	1,57	1,44	1,64	1,68	1,55	1,59	1,78

N° de l'essai	46	47	48	49	50	51	52	53	54
A	1,31	1,19	1,29	1,38	1,28	1,18	1,36	1,33	1,21
B	1,45	1,46	1,59	1,39	1,44	1,36	1,54	1,46	1,4

N° de l'essai	55	56	57	58	59	60	61	62	63
A	1,4	1,56	1,47	1,41	1,4	1,28	1,38	1,2	1,36
B	1,65	1,74	1,54	1,39	1,45	1,83	1,73	1,72	1,73

N° de l'essai	64	65	66	67	68	69	70	71	72
A	1,17	1,13	1,28	1,09	1,23	1,2	0,83	0,99	1,19
B	1,99	1,64	1,52	1,55	1,75	1,74	1,58	1,67	1,64

Dimension fractale dans la zone tourmentée (A)

et dans la zone miroir (B)

Longueur du ligament fissuré = 7 mm

N° de l'essai	1	2	3	4	5	6	7	8	9
A	1,23	1,44	1,32	1,44	1,18	1,29	1,32	1,16	1,15
B	1,71	1,52	1,48	1,46	1,44	1,41	1,79	1,48	1,39

N° de l'essai	10	11	12	13	14	15	16	17	18
A	1,53	1,6	1,29	1,5	1,66	1,48	1,59	1,7	1,38
B	1,83	1,72	1,64	1,6	1,65	1,42	1,43	1,68	1,62

N° de l'essai	19	20	21	22	23	24	25	26	27
A	1,28	1,26	1,33	1,39	1,28	1,35	1,24	1,24	1,39
B	2	1,96	1,77	1,65	1,98	1,81	1,74	1,80	1,81

N° de l'essai	28	29	30	31	32	33	34	35	36
A	1,41	1,21	1,35	0,9	1,5	1,32	1,39	1,15	1,24
B	1,69	1,6	1,59	1,81	1,67	1,6	2,04	1,85	1,7

N° de l'essai	37	38	39	40	41	42	43	44	45
A	1,29	1,33	1,46	1,38	1,4	1,09	1,34	1,15	1,16
B	1,89	1,88	1,85	1,81	2,04	1,84	2,02	1,91	1,98

N° de l'essai	46	47	48	49	50	51	52	53	54
A	1,46	1,26	1,41	1,31	1,31	1,3	1,28	1,4	1,44
B	1,76	1,9	1,44	1,59	1,79	1,88	1,7	1,82	1,68

N° de l'essai	55	56	57	58	59	60	61	62	63
A	1,35	1,38	1,38	1,35	1,25	1,32	1,17	1,45	1,29
B	1,82	1,73	1,3	1,43	1,62	1,67	1,74	1,78	1,75

ANNEXE 1.3

Dimension fractale dans la zone miroir (B)

Vitesse de déformation = 0,001/s

N° de l'essai	1	2	3	4	5	6	7	8	9
B	1,36	1,44	1,53	1,54	1,55	1,6	1,62	1,65	1,65

N° de l'essai	10	11	12	13	14	15	16	17	18
B	1,68	1,69	1,73	1,75	1,77	1,77	1,79	1,8	1,82

Dimension fractale dans la zone miroir (B)

Vitesse de déformation = 0,004/s

N° de l'essai	1	2	3	4	5	6	7	8	9
B	1,5	1,53	1,56	1,59	1,61	1,61	1,62	1,63	1,56

N° de l'essai	10	11	12	13	14	15	16	17	18
B	1,66	1,68	1,69	1,71	1,72	1,73	1,76	1,79	1,83

Dimension fractale dans la zone miroir (B)

Vitesse de déformation = 0,008/s

N° de l'essai	1	2	3	4	5	6	7	8	9
B	1,54	1,55	1,56	1,57	1,59	1,62	1,63	1,63	1,65

N° de l'essai	10	11	12	13	14	15	16	17	18
B	1,65	1,66	1,69	1,71	1,73	1,74	1,79	1,82	1,82

Dimension fractale dans la zone miroir (B)

Vitesse de déformation = 150/s

N° de l'essai	1	2	3	4	5	6	7	8	9
B	1,41	1,35	1,32	1,3	1,41	1,33	1,39	1,41	1,37

N° de l'essai	10	11	12	13	14	15	16	17	18
B	1,34	1,4	1,43	1,17	1,36	1,4	1,36	1,46	1,31

Dimension fractale dans la zone miroir (B)

Vitesse de déformation = 200/s

N° de l'essai	1	2	3	4	5	6	7	8	9
B	1,41	1,32	1,19	1,34	1,26	1,19	1,32	1,30	1,21

N° de l'essai	10	11	12	13	14	15	16	17	18
B	1,21	1,11	1,30	1,28	1,39	1,30	1,20	1,15	1,30

ANNEXE 2

Démonstration de la relation 2.58

$$\int J da = \int - \frac{dU}{dA} da$$

$$\text{avec } A = \pi (R-a)^2$$

donc $dA = - 2 \pi (R-a) da = - \pi b da$ (b et a respectivement longueur du ligament et longueur de fissure (voir figure 2.17)).

Par conséquent, en substituant dA par la relation ci-dessus, on trouve :

$$\int J da = \int - \frac{dU}{- \pi b da} da = \frac{1}{\pi} \int \frac{dU}{b}$$

$$\int J da = \frac{1}{\pi} \int \frac{dU}{b}$$

(1)

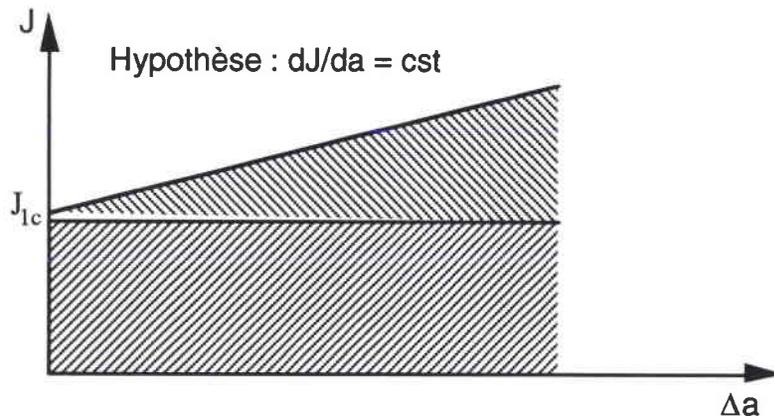


Figure annexe 2.1 : Intégrale J pour un accroissement infinitésimal de fissure

$$\int J da = J_{1c} \int_{a_0}^R da + \left[\frac{1}{2} \int \frac{\delta J}{\delta a} da \right] \cdot \int da$$

mais $da = - db/2$

$$\int J da = -\frac{J_{1c}}{2} \int_{b_0}^0 db + \left[\frac{1}{2} \int_{b_0}^0 \frac{\delta J}{\delta a} \frac{db}{2} \right] \cdot \int \frac{db}{2} \quad (2)$$

(1) et (2), on trouve :

$$\frac{1}{\pi} \int \frac{dU}{b} = -\frac{J_{1c}}{2} \int_{b_0}^0 db + \left[\frac{1}{2} \int_{b_0}^0 \frac{\delta J}{\delta a} \frac{db}{2} \right] \cdot \int \frac{db}{2}$$

$$\frac{1}{\pi} U_c = +\frac{J_{1c}}{4} b_0^2 + \frac{1}{2} \frac{\delta J}{\delta a} \frac{b_0^3}{8}$$

$$\frac{U_c}{\pi b_0^2} = J_{1c} + \frac{\delta J}{\delta a} \frac{b_0}{4}$$

Démonstration de la relation 2.61

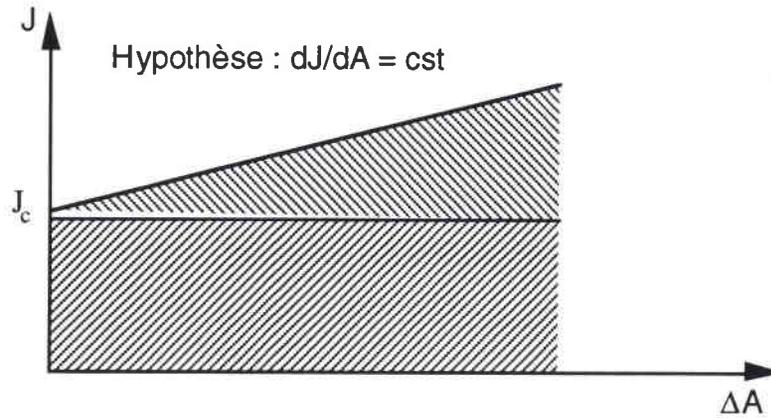


Figure annexe 2.2 : Intégrale J pour un accroissement infinitésimal de la surface de rupture

Conditions initiales : $a = a_0$,

rupture complète : $a = R$.

avec $dA = 2\pi (R-a) da$ et puisque $b/2 = R-a$, par conséquent $da = - db/2$

avec comme borne d'intégration : $a = a_0 \Rightarrow b = b_0$,

$a = R \Rightarrow b = 0$ et $dA = \pi b (- db/2)$.

$$\int_{a_0}^R J dA = \int_{a_0}^R - \frac{dU}{dA} dA$$

$$\int_{a_0}^R J dA = \int_{a_0}^R - dU = U_c$$

$$\int_{a_0}^R J dA = \int_{a_0}^R J_c dA + \int_{a_0}^R \frac{dJ}{dA} \Delta A \cdot dA$$

(1):

$$= J_c \int_{b_0}^0 \pi b \left(- \frac{db}{2} \right) = J_c \cdot \frac{\pi b_0^2}{4}$$

En faisant l'hypothèse que dJ/dA est bien une constante, on a :

(2) :

$$= \frac{dJ}{dA} \int_{a_0}^R \Delta A \cdot dA = \frac{dJ}{dA} \int_{b_0}^0 \frac{\pi}{4} (b_0 + b) \cdot (b_0 - b) \cdot \left(\frac{\pi}{2} \cdot b (-db) \right)$$

avec $\Delta A = \pi b_0^2/4 - \pi b^2/4$

après développement, on trouve :

$$= \frac{dJ}{dA} \cdot \frac{\pi b_0^2}{4} \cdot \frac{\pi b_0^2}{8}$$

(1) et (2), on trouve :

$$\frac{U_c}{\pi b_0^2} = J_c + \frac{dJ}{dA} \frac{b_0^2}{8}$$

4