



**HAL**  
open science

# Etudes expérimentales et modélisation de la déformation plastique d'un fer, grandes déformations, sensibilité à la vitesse et histoire de chargement

Mostapha Afane

## ► To cite this version:

Mostapha Afane. Etudes expérimentales et modélisation de la déformation plastique d'un fer, grandes déformations, sensibilité à la vitesse et histoire de chargement. Sciences de l'ingénieur [physics]. Université Paul Verlaine - Metz, 1997. Français. NNT : 1997METZ044S . tel-01777225

**HAL Id: tel-01777225**

**<https://hal.univ-lorraine.fr/tel-01777225v1>**

Submitted on 24 Apr 2018

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



## AVERTISSEMENT

Ce document est le fruit d'un long travail approuvé par le jury de soutenance et mis à disposition de l'ensemble de la communauté universitaire élargie.

Il est soumis à la propriété intellectuelle de l'auteur. Ceci implique une obligation de citation et de référencement lors de l'utilisation de ce document.

D'autre part, toute contrefaçon, plagiat, reproduction illicite encourt une poursuite pénale.

Contact : [ddoc-theses-contact@univ-lorraine.fr](mailto:ddoc-theses-contact@univ-lorraine.fr)

## LIENS

Code de la Propriété Intellectuelle. articles L 122. 4

Code de la Propriété Intellectuelle. articles L 335.2- L 335.10

[http://www.cfcopies.com/V2/leg/leg\\_droi.php](http://www.cfcopies.com/V2/leg/leg_droi.php)

<http://www.culture.gouv.fr/culture/infos-pratiques/droits/protection.htm>

# ISGMP

INSTITUT SUPERIEUR DE GENIE MECANIQUE  
ET PRODUCTIQUE

## THESE

Présentée à



UNIVERSITE DE METZ

PAR

Mostapha AFANE

BIBLIOTHEQUE UNIVERSITAIRE - METZ	
N° inv.	19970925
Cote	S/M <sub>3</sub> 97/44
Loc	Magasin

Pour l'obtention du grade de :  
DOCTEUR de L'UNIVERSITÉ de METZ

SPECIALITE : Sciences de l'ingénieur

OPTION : Mécanique des Matériaux

*ÉTUDES EXPÉRIMENTALES ET MODÉLISATION DE LA  
DÉFORMATION PLASTIQUE D'UN FER,  
GRANDES DÉFORMATIONS, SENSIBILITÉ À LA VITESSE ET  
HISTOIRE DE CHARGEMENT*

J.F. COLLOMBET  
G. FERRON  
J.R. KLEPACZKO  
J.M. ROELANDT  
T. THOMAS

ENSAM de Bordeaux  
Université de Metz  
Université de Metz  
U.T de Compiègne  
CRE d'Arcueil

Rapporteur  
Examineur  
Dir. de thèse  
Rapporteur  
Examineur

Laboratoire de Physique et Mécanique des Matériaux  
U. R. associée au C.N.R.S., n° 1215  
Université de Metz, Ile du Saulcy, 57045 Metz cedex 01

Je dédie ce travail à mes parents,

à ma femme et à toute ma famille.

## **Remerciements**

Avant de vous présenter ce travail, je désire exprimer mes remerciements aux différentes personnalités qui m'ont fait l'honneur de participer au jury de cette thèse.

Ce travail a été réalisé au **Laboratoire de Physique et Mécanique des Matériaux** de l'**Institut Supérieur de Génie Mécanique et Productique** de Metz sous la direction de **Monsieur J. R. KLEPACZKO**, Directeur de recherches au CNRS.

Ma gratitude et ma profonde reconnaissance s'adressent tout d'abord à **J. R. KLEPACZKO** qui a accepté de diriger cette thèse. Il a su orienter ce travail au moyen des nombreuses discussions que nous avons eues tout en me laissant une complète autonomie.

Messieurs **J. M. ROELANDT**, Professeur à **U. T de Compiègne**, et **J. F. COLLOMBET**, Docteur habilité de **ENSAM de Bordeaux**, ont bien accepté de se charger de la lourde tâche de rapporter ce travail, qu'ils veulent bien trouver ici l'expression de ma profonde reconnaissance.

Je tiens à remercier **Monsieur G. FERRON**, Professeur à l'université de Metz, pour l'honneur qu'il m'a fait en acceptant de participer au jury de cette thèse et ensuite pour le vif intérêt qu'il a porté à mon travail.

J'adresse également mes remerciements à **Monsieur T. THOMAS**, Ingénieur à **CRE d'Arceuil**, pour l'intérêt qu'il a bien voulu porter à ces travaux et pour sa participation au jury de cette thèse.

Que tous mes collègues et amis du Laboratoire trouvent ici l'expression de mes remerciements, aussi bien pour l'ambiance sympathique dans laquelle s'est déroulé cette thèse, que pour leur disponibilité.

Enfin, je remercie mes parents, ma femme et tous les membres de ma famille ainsi que la famille sans qui ce travail n'aurait pas pu voir le jour.

## ***TABLE DES MATIÈRES***

# Chapitre I

I.1. Position du problème.....	1
I.2. Principales lois de comportement utilisées.....	1
I.3. sensibilité à la vitesse de déformation.....	6
I.3.1. Analyse de quelques résultats bibliographiques.....	6
I.3.2. Détermination de la sensibilité instantanée à la vitesse et de la sensibilité de l'écroûissage à la vitesse.....	14
I.3.3. Définition de la sensibilité à la vitesse.....	16
I.3.4. Importance des définitions utilisées pour l'exploitation des résultats expérimentaux.....	18
I.4. Effet de la température sur le comportement du matériau.....	20
I.5. Déformation par maclage.....	23
I.6. Influence de la taille des grains. Loi de Hall-Petch.....	26
I.7. Influence des impuretés et des éléments d'addition.....	28
I.8. Bandes de Piobers-Lüders.....	30
I.9. Recours à la théorie des dislocations.....	32
I.9.1 Historique.....	32
I.9.2 Dislocations et déformation plastique.....	33
I.9.3. Forces exercées sur les dislocations dues aux contraintes appliquées.....	34
I.9.4. Vitesse des dislocations.....	35
I.10. Obstacles au mouvement des dislocations.....	36
I.10.1 Mécanismes thermiquement activés, et contrainte effective.....	37
I.10.2. Mécanismes athérmiques et contrainte interne.....	43
I.10.3 Évolution de la microstructure et formulation du modèle.....	45
I.11. Conclusion.....	46

## Chapitre II

II.1. Introduction.....	50
II.2. Barres d'Hopkinson et celles de Kolsky modifiées.....	51
II.2.1 Historique.....	51
II.2.2. Compression dynamique.....	53
II.2.3. Le dispositif des barres de Kolsky adapté en torsion.....	54
II.3. Théorie élémentaire de la propagation des ondes de torsion.....	59
II.3.1. Propagation d'une onde de torsion dans une barre.....	59
II.3.2. Couple transmis par les ondes élastiques.....	60
II.3.3. Contrainte, vitesse de déformation et déformation dans l'échantillon tubulaire.....	61
II.3.4. Cas d'un tube mince de petite longueur utile.....	62
II.3.5. Géométrie des éprouvettes.....	63
II.4. Conclusion.....	64

## Chapitre III

III.1. Plan de Travail.....	68
III.2. Essais de torsion à différentes vitesses de déformation.....	69
III.2.1. Dispositif expérimental.....	69
III.2.2. Partie hydro-mécanique en torsion.....	69
III.2.3. Partie commandes et mesures.....	69
III.2.4. Propriétés du matériau utilisé.....	71
III.2.5. Description des essais.....	74
III.2.6. Résultats des essais quasi-statiques.....	74
III.3. Traitement des données.....	75

III.3.1. Déformation, vitesse de déformation et contrainte de cisaillement	
III.3.1.1. Déformation de cisaillement	
III.3.1.2. Vitesse de déformation de cisaillement	
III.3.1.3. Couple et contrainte de cisaillement appliqués. ....	78
III.4. Essais sur les barre de Kolsky. ....	78
III.4.1. Dispositif des barres de Kolsky en torsion, version LPMM. ....	78
III.4.2. Essais quasi-statiques. ....	83
III.4.2.1. Description des essais. ....	83
III.4.2.2. Déformation, vitesse de déformation et contrainte de cisaillement. .	84
III.5. Essais dynamiques. ....	85
III.5.1. Chargement de la barre d'incidence. ....	85
III.5.2. Résultats des essais dynamiques. ....	85
III.5.3. Mise en oeuvre des essais dynamiques. ....	88
III.5.4. Essais de chargement successif. ....	88
III.6. Essai de changement de vitesses. ....	88
III.6.1. Description des essais de changement de vitesses faibles aux vitesses élevées. ....	89
III.6.2. Description des essais de Changement de vitesses élevées aux vitesses faibles. ....	90

## Chapitre IV

IV.1. Introduction. ....	92
IV.2. Comportement du fer pour les vitesses faibles et intermédiaires. ....	92
IV.2.1. Résultats des essais de torsion quasi-statique sur la machine de Zwick. .....	92

IV.2.2. Essai de torsion quasi-statique sur les barres de Kolsky.....	94
IV.3. Comportement du fer pour les vitesses élevées.....	95
IV.3.1. Essais de torsion à vitesses élevées. ....	95
IV.3.2. Adoucissement thermique .....	101
IV.4. Changements de vitesse.....	103
IV.4.1. Saut de vitesse quasi-statique/dynamique.....	103
IV.4.2. Saut de vitesse dynamique/quasi-statique.....	115
IV.4.3. Essai de double saut de vitesse quasi- statique/dynamique/quasi-statique.....	121
IV. 5. Discussion des effets de la vitesse de déformation et de l'histoire de la vitesse de déformation.....	123
IV.6. Conclusion. ....	134

## Chapitre V

V.1 Principe de la modélisation .....	138
V.2. Évolution de la densité de dislocations.....	138
V.3. Équation d'évolution de la densité moyenne des dislocations. ....	138
V.4. Modèle d'écoulement basé sur l'activation thermique.....	143
V.4.1. Introduction.....	143
V.2 Contrainte interne.....	144
V.3. Contrainte effective.....	144
V.4. Loi d'évolution des dislocations mobiles. ....	145
V.5. Calcul numérique.....	147
V.5.1. Détermination des constantes figurant dans l'expression de la contrainte interne .....	149
V.5.1.1. Cas des essais réalisés sur le fer 0.05% C.....	149

V.5.1.2. Cas de nos essais réalisés sur le fer 0.02% C.....	150
V.5.2. Détermination des constantes de la contrainte effective.....	151
V.5.2.1. Cas des essais réalisés sur le fer 0.05% C.....	151
V.5.2.2. Cas de nos essais réalisés sur le fer 0.02% C.....	151
V.6. Comparaison des prévisions du modèle à l'expérience.....	152
V.6.1. Comparaison dans le cas du fer 0.05%C. ....	152
V.6.2 Résultats des calculs et comparaison aux expériences pour le fer 0.02%C.....	155
V.8. Conclusion. ....	157

## INTRODUCTION GÉNÉRALE

L'étude des propriétés mécaniques des métaux est essentielle pour la conception des structures, la plasticité en occupe une part très importante. Si la connaissance des charge limites à ne pas dépasser pour maintenir un matériau dans une zone élastique où ses transformations réversibles sont suffisantes, celle du comportement au delà de ce domaine (déformations résiduelles, endommagement.....) s'avère souvent indispensable. Citons à titre d'exemple les opérations de mise en forme, de la plastification en fond de fissure pour maîtriser leur propagation.

Généralement, on peut analyser le comportement mécanique à trois niveaux différents.

\* A l'échelle "globale" de la structure, on accède à une validation des calculs de dimensionnement. Les résultats obtenus sont spécifiques de la composition et de la géométrie de la structure ainsi que de la sollicitation imposée (environnement, type de chargement, vitesse d'impact.....). Devant la diversité et la complexité des chargements présents dans la nature et le coût de ces essais, ce type d'études est souvent la dernière étape avant la réalisation finale à grande échelle (maquettes sur tables sismiques, crash-tests d'automobiles, tenue d'un réacteur aux impacts d'oiseaux.....). Ces expériences servent de ratification des calculs basés sur une connaissance "locale" de la tenue ou de l'évolution de chaque composant de la structure.

\* La connaissance "locale" des composants de la structure est issue d'essais mécaniques simples de réalisation et d'interprétation. les résultats devant être comparables, ces essais sont normalisés. Les états de contraintes ainsi que l'environnement sont connus et répertoriés (essais de traction, de dureté.....). Les résultats expérimentaux sont ensuite intégrés dans des codes de calculs en vue d'une optimisation pour la mise au point des structures. Il est alors indispensable de formuler des équations rendant compte de la réponse du matériau. Celle-ci dépend non seulement du chargement imposé comme la température et la vitesse de déformation, mais aussi de l'histoire du matériau; c'est-à-dire son procédé d'élaboration, les traitements thermiques qu'il a subi, sa composition chimique et son état microstructural. Le nombre d'essais requis pour une science complète s'avère très grand, et conduit à une multitude de lois valables chacune dans un domaine limité. C'est pourquoi les modèles

mécaniques actuels s'orientent vers une description plus précise du comportement des matériaux.

\* La troisième étape relève de l'étude "microstructurale" du comportement mécanique des matériaux. Elle se base sur la compréhension des phénomènes qui régissent la déformation et sur l'évolution de la microstructure en fonction du chargement imposé. Cette démarche assez rigoureuse se révèle difficile à valider car les variables des lois de comportement ne sont plus des grandeurs macroscopiques simples à mesurer. La détermination de chaque contribution microstructurale se fait souvent de manière indirecte. Elle passe par une description approfondie du matériau étudié.

Dans la littérature, de nombreuses études ont été faites sur l'influence des différents paramètres expérimentaux parmi lesquels la température et la vitesse de déformation. Certaines conditions extrêmes de chargement comme les grandes déformations et les vitesses de déformations élevées exigent des dispositifs et techniques instrumentales complexes. Les résultats issus de ces essais aboutissent à la formulation des modèles de comportement .

Ce travail qui concerne l'étude du comportement d'un métal de réseau cubique centré, en l'occurrence le fer pur dont la composition en carbone est 0.02%. Il se décompose des différents chapitres suivants:

Le premier chapitre est consacré à analyser l'environnement théorique et expérimental, à souligner l'importance jouée par la théorie des dislocations, et à la présentation de quelques modèles de plasticité.

Le deuxième chapitre décrit les dispositifs expérimentaux de chargement dynamique et le choix de la géométrie de l'éprouvette.

Le troisième chapitre nous amène à mettre au point un dispositif expérimental, de type barres de Kolsky en torsion, permettant d'atteindre de grandes déformations. Dans ce chapitre, il est question de réaliser des essais à différentes vitesses de déformation, allons de  $5 \times 10^{-4} \text{ s}^{-1}$  à  $200 \text{ s}^{-1}$ .

Les résultats ainsi obtenus sont traités numériquement, ensuite analysés séparément, puis superposés au quatrième chapitre pour mettre en évidence:

- 1) la sensibilité à la vitesse de déformation.
- 2) l'évolution du taux d'écrouissage en fonction de la vitesse de déformation.

3) l'influence du type de chargement sur le comportement du métal.

Le cinquième chapitre nous permet la proposition d'un modèle de comportement, basé sur l'évolution des dislocations mobiles, et la détermination des paramètres du modèle.

*CHAPITRE I*

*ETUDE BIBLIOGRAPHIQUE*

## **I.1. Position du problème.**

La compréhension du comportement plastique des matériaux aux grandes déformations et dans une large gamme de vitesses de déformation revêt une grande importance pratique et fondamentale. L'effet de l'histoire de la vitesse de déformation et de la température a été sujet de plusieurs études expérimentales pour le développement d'une relation liant la contrainte et la déformation en tenant compte de cet effet au cours de la déformation plastique. Cependant la majorité de ces études restent limitées au domaine des déformations relativement faibles. Il s'avère donc nécessaire, pour aboutir à une représentation fondamentale satisfaisante répondant aux conditions réelles des vitesses de déformation rencontrées par les ingénieurs, d'investir dans le domaine des grandes déformations et à différentes vitesses de déformation.

## **I.2. Principales lois de comportement utilisées.**

Les modélisations du comportement mécanique des matériaux est nécessaire à la fois pour permettre le calcul prévisionnel de la réponse et de la tenue mécanique des structures et pour favoriser le développement de nouveaux matériaux et leur amélioration. Cette modélisation vise à établir des lois de comportement pratiques et physiques fondées; elle peut être abordée selon deux approches:

- \* Une approche microscopique basée sur la cinétique des déformations plastiques et le mouvement des dislocations.
- \* Une approche phénoménologique et inductive décrivant le comportement mécanique en faisant appel aux variables macroscopiques; elle est basée sur un modèle schématisant les mécanismes de la déformation, dans le cadre d'une formulation thermodynamique.

Les approches empiriques simples qui reflètent les observations expérimentales montrent que la contrainte d'écoulement  $\sigma$  (traction ou compression) varie avec la déformation  $\epsilon$ , la vitesse de déformation  $\dot{\epsilon}$  et la température  $T$ . Si l'effet de l'histoire de la vitesse de déformation et de la température sont négligeables [1] et [2], on a:

$$\sigma = f(\epsilon, \dot{\epsilon}, T) \quad (\text{I.1})$$

de même, pour la torsion (cisaillement):

$$\tau = f(\gamma, \dot{\gamma}, T) \quad (\text{I.2})$$

à température constante:

$$\sigma = f(\varepsilon, \dot{\varepsilon})|_T \quad (\text{I.3})$$

à vitesse et température constantes:

$$\sigma = f(\varepsilon)|_{\dot{\varepsilon}, T} \quad (\text{I.4})$$

Il existe deux grandes familles de lois utilisées pour l'analyse des structures, celle de type rigide-plastique et celle de type élastique-plastique. Les premières estiment que le solide est indéformable jusqu'à un certain seuil de contrainte à partir duquel apparaissent des déformations plastiques, les secondes considèrent le matériau comme élastique linéaire jusqu'à un certain seuil appelé limite d'élasticité, au-delà duquel il enchaîne sur un mode plastique.

De nombreuses lois de comportement ont été proposées dans la littérature, pour décrire le processus de déformation plastique d'une structure à vitesse de déformation et à température constantes [3], [4], [5] et [6]. Afin d'y voir plus clair, nous commençons par rappeler les différents types de lois et leurs formulations proposées et testées.

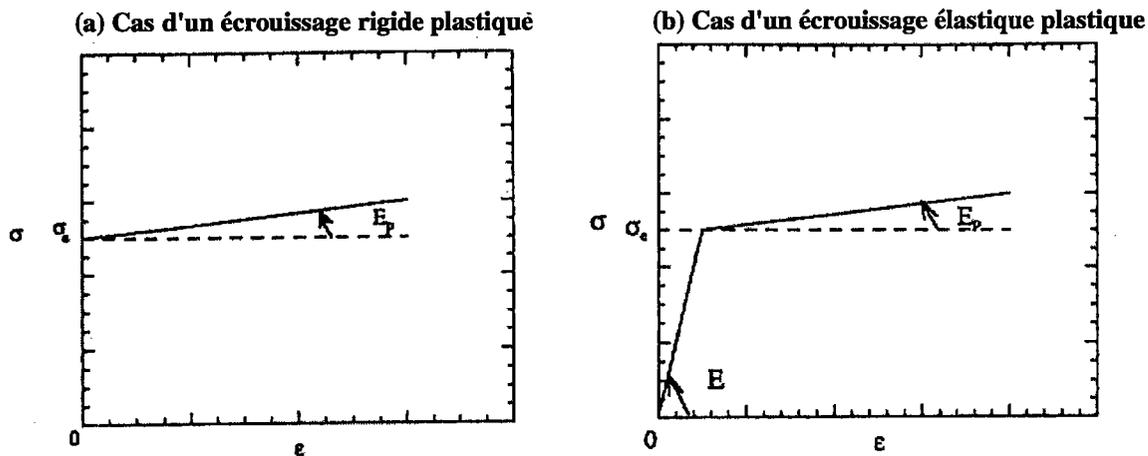
### **a) Lois à module d'écroutissement constant.**

#### **\*Loi de comportement rigide plastique.**

Le comportement du matériau est défini par sa limite d'élasticité  $\sigma_e$ , son module d'écroutissement  $E_p$ . Il est illustré par la figure(I. 1-a).

#### **\*Loi de comportement élastique plastique.**

Le comportement du matériau est défini par son module d'élasticité  $E$ , sa limite élastique  $\sigma_e$  et son module d'écroutissement constant  $E_p$ . Il est illustré par la figure(I. 1-b).

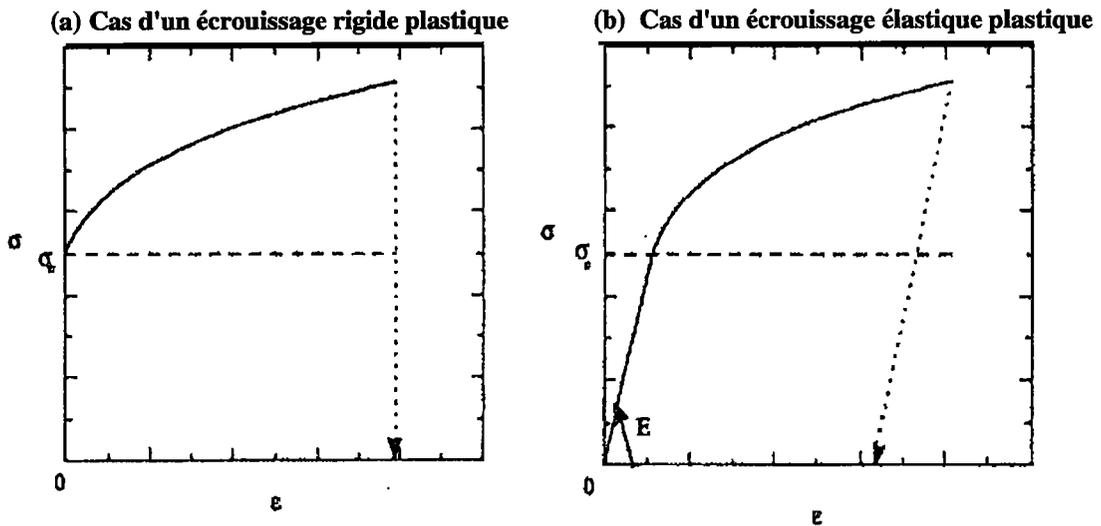


**Figure (I. 1):** Évolution de la contrainte en fonction de la déformation dans le cas d'un comportement unidimensionnel à écouissage constant.

Ces lois modélisant le comportement à écouissage constant sont relativement efficaces pour les problèmes quasi-statiques, mais deviennent vite inappropriées dans le cas d'un chargement rapide. En plus elles ne sont valables que dans le domaine des petites déformations.

b) lois avec écouissage non linéaire et indépendant de la vitesse de déformation.

Dans ce cas, l'écouissage n'est plus constant; il dépend de la déformation plastique. Les deux familles de courbes (rigide plastique et élastique plastique) sont données sur la figure(I. 2).



**Figure(I. 2):** Évolution de la contrainte en fonction de la déformation dans le cas d'un comportement unidimensionnel avec écouissage non linéaire.

La partition des déformations se fait entre déformation élastique  $\epsilon_e$  (réversible) et déformation inélastique  $\epsilon_p$  (irréversible) qui peut être séparée en déformation plastique, viscoplastique.....etc. Cette partition est justifiée par la physique des solides, la thermodynamique des processus irréversibles et par les résultats de l'expérience. La déformation élastique correspond schématiquement à une variation des distances interatomiques sans modifications des sites, alors que la déformation plastique implique des mouvements de dislocations avec modification des liaisons interatomiques. Dans le cadre de l'élastoplasticité nous écrivons:

$$\epsilon = \epsilon_e + \epsilon_p \quad (I.5)$$

La figure (I. 2) montre que dans le cas d'un comportement plastique, la déformation permanente  $\epsilon$  après déchargement est égale à la déformation totale  $\epsilon$ , alors que dans le cas élastoplastique la déformation permanente  $\epsilon_p$  est égale à la déformation total  $\epsilon$  moins la déformation élastique  $\epsilon_e$ .

Nous citons quelques relations parmi les courantes où la partie plastique est définie par le coefficient d'écrouissage, en traction et en compression:

$$n = \left[ \frac{\partial \log \sigma}{\partial \log \epsilon_p} \right]_{\dot{\epsilon}, T} \quad (I.6)$$

où  $\dot{\epsilon}$  est  $T$  sont respectivement la vitesse de déformation et la température absolue.

En (1909) Ludwik [7] a proposé une loi de comportement qui s'écrit comme suit:

$$\sigma(\epsilon_p) = \sigma_e + k\epsilon_p^n \quad (\text{I.7})$$

où  $\sigma_e$  représente la limite élastique,  $k$  et  $n$  sont des constantes du matériau et  $\epsilon_p$  est la déformation plastique.

Deux autres lois usuelles illustrant les caractéristiques générales du comportement plastique sont les suivantes:

$$\sigma(\epsilon) = k(\epsilon_0 + \epsilon)^n \quad (\text{I.8})$$

où  $k$ ,  $\epsilon_0$  et  $n$  sont des constantes du matériau.

$$\sigma(\epsilon) = \sigma_e (1 + \beta\epsilon)^n \quad (\text{I.9})$$

où  $\sigma_e$ ,  $\beta$  et  $n$  sont des constantes du matériau.

De telles relations, sont assez bien vérifiées sur de nombreux matériaux dans un domaine étendu de déformations, mais elles ne s'appliquent aux aciers et aux alliages que dans un domaine limité:

\* aux températures inférieures à la moitié de la température de fusion du matériau étudié.

\* aux vitesses de déformation faibles de l'ordre de  $10^{-3}\text{s}^{-1}$ .

Ces lois de comportement sont utilisées avec succès pour les calculs prévisionnels des déformations permanentes et de ruine plastique des structures. Cependant, les effets de la vitesse de déformation et de la température interviennent fréquemment, non seulement dans le domaine des grandes vitesses, mais aussi dans le domaine quasi-statique. Par exemple, le phénomène d'instabilités thermiques en cisaillement est souvent attribué au couplage des effets de la vitesse de déformation et de la température. La localisation est aussi expliquée par le couplage thermomécanique. Par conséquent, dans le cas de cisaillement, ces lois de comportement ne peuvent

pas rendre compte ni des instabilités thermiques, ni de la localisation de la déformation. Celles-ci nécessitent l'utilisation d'une loi de comportement thermo-visco-plastique.

### **I.3. sensibilité à la vitesse de déformation.**

#### **I.3.1. Analyse de quelques résultats bibliographiques.**

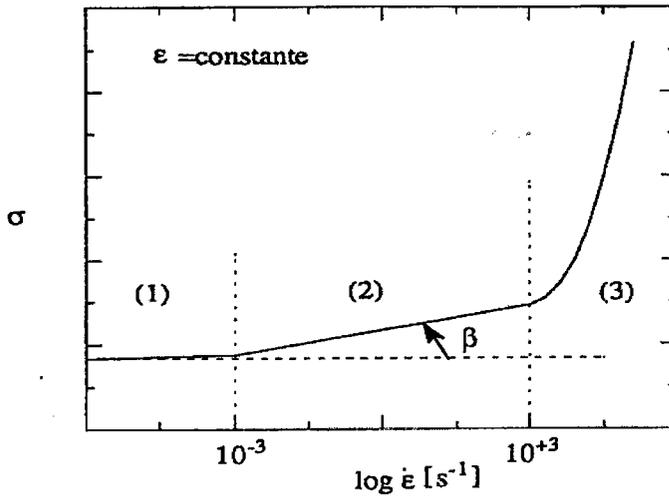
Dans le cas des métaux polycristallins CC (acier doux), l'évolution de la contrainte d'écoulement en fonction du logarithme de la vitesse de déformation est décrite par l'allure générale présentée dans la figure (I. 3).

Nous remarquons l'existence de trois zones:

\* La zone (1) correspond aux vitesses de déformation faibles, la contrainte d'écoulement  $y$  est faiblement sensible à la vitesse de déformation, et l'utilisation d'une loi de comportement insensible à la vitesse de déformation est justifiée.

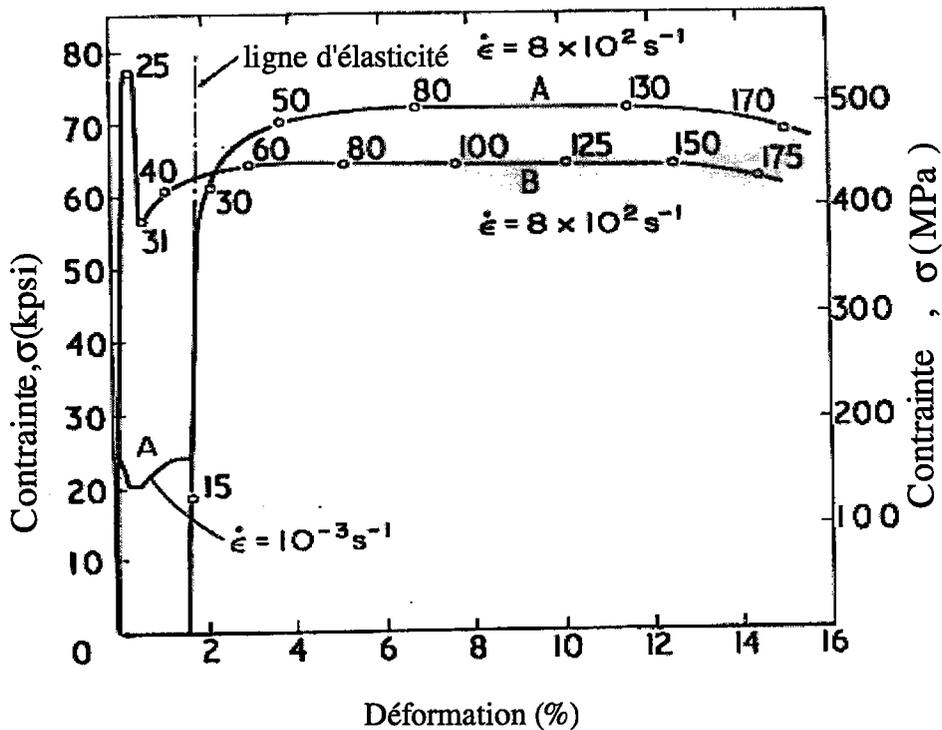
\* Dans la zone (2) (vitesses de déformation moyennes) où la sensibilité à la vitesse  $\beta$  est souvent constante, l'activation thermique est prédominante. En effet, les dislocations ont besoin d'énergie thermique pour franchir les obstacles (par exemple les autres dislocations et le potentiel de Peierls).

\* Dans la zone (3), la contrainte d'écoulement augmente rapidement en fonction de la vitesse de déformation; c'est un domaine où l'influence de pseudo-viscosité du matériau est très importante (dont le frottement interne des dislocations est une forme particulière). Le développement ultérieur de la théorie des dislocations, ainsi que la réalisation d'expériences sur la propagation de ces dernières, devraient permettre de clarifier ce problème et de préciser le domaine de validité des équations de comportement proposées, voir même d'en proposer de nouvelles.



**Figure(I. 3):** Schéma illustrant la sensibilité à la vitesse de déformation des métaux CC.

Les effets de l'histoire de la vitesse de déformation ont été expérimentalement étudiés par de nombreux auteurs [10], [11], [12], [13], [14],...etc. Les expériences consistent à charger l'échantillon à une vitesse de déformation et à une température données et à le recharger ensuite, il se produit alors un changement brusque de la vitesse de déformation. La nature complexe de l'effet de l'histoire de la vitesse de déformation pour le fer pur a été montré par Harding [15], celui-ci a effectué des essais sur des éprouvettes de fer recuit chargées en traction, voir figure (I. 4). La courbe A est obtenue par le chargement de l'échantillon à une vitesse de déformation de  $\dot{\epsilon} = 10^{+3} s^{-1}$ , après avoir imposé une petite déformation initiale  $\epsilon_i = 0.016$  à une vitesse de  $\dot{\epsilon} = 10^{-3} s^{-1}$ . On remarque sur cette figure que la courbe A est au dessus de la courbe B obtenue à la vitesse de déformation continu  $\dot{\epsilon} = 10^{+3} s^{-1}$ . Ce résultat est contradictoire avec ceux obtenus dans le cas des métaux C.F.C, où la pré-déformation à vitesse faible sert à réduire d'avantage que d'augmenter la contrainte d'écoulement ultérieure à grandes vitesses de déformation.



**Figure(I. 4):** Contrainte-déformation du fer pur. A-essai de changement de vitesse; B- essai à vitesse constante. Les nombres correspondent au temps de déformation en  $\mu\text{s}$ . Harding, [15].

Les essais effectués par Wilson et al. [16], sur les éprouvettes tubulaires des aciers doux à faibles teneurs de carbone 1020 hot-rolled (HRS) et 1018 (CRS), montrent que l'effet de la vitesse de déformation est très important alors que l'effet de l'histoire de la vitesse de déformation est faible, voir les figures (1. 5) et (I. 6).

D'autres essais ont été réalisés par Klepaczko et al. [17] sur des éprouvettes de l'acier 1020 (HRS) de composition (0.25% C, 0.5% Mn, 0.017% P et 0.029%S) à deux vitesses de déformation, une faible  $\dot{\gamma}_i = 5 \times 10^{-4} \text{ s}^{-1}$  et l'autre élevée  $\dot{\gamma}_r = 10^{+3} \text{ s}^{-1}$ , et pour des sauts entre ces deux vitesses. Les résultats de ces essais sont présentées sur les figures (I. 7), (I. 8) et (I. 9) obtenues respectivement à des températures  $T=83 \text{ K}$ ,  $116\text{K}$  et  $144\text{K}$ . Ces figures montrent que les courbes obtenues à grandes vitesses après chargement quasi-statique, se trouvent au dessus de celles obtenues aux mêmes vitesses sans chargement préalable. Cependant à haute température  $T=394\text{K}$ , figure(I.10), les portions des courbes de sauts de vitesses obtenues à différents niveaux de déformation après un chargement quasi-statique, présentent

quelques transitions, spécialement pour les grandes valeurs de pré-déformation  $\gamma_i=0.05$  et  $\gamma_i=0.1$ . La courbe contrainte-déformation obtenue à une vitesse de déformation constante converge aux grandes déformations, cet effet est lié au vieillissement dynamique qui devient important à cette température [18].

L'effet de l'histoire de la vitesse de déformation dans le domaine de vieillissement dynamique est observé pour les aciers doux de composition ( 0.125% C, 1.15% Mn et 0.37% P) par Eileiche et Campbell [19]. Les résultats sont représentés par les courbes de contrainte-déformation, voir les figures (I. 11), (I. 12) et (I.13). Ces courbes sont obtenues respectivement à des températures  $T=293$  K, 473 K et 673 K.

\* La figure (I. 11) montre l'effet de la vitesse de déformation pour des pré-déformations allant de  $\gamma_i=0.085$  jusqu'à 0.345, les points noirs représentent les limites élastiques durant le changement de vitesse de déformation.

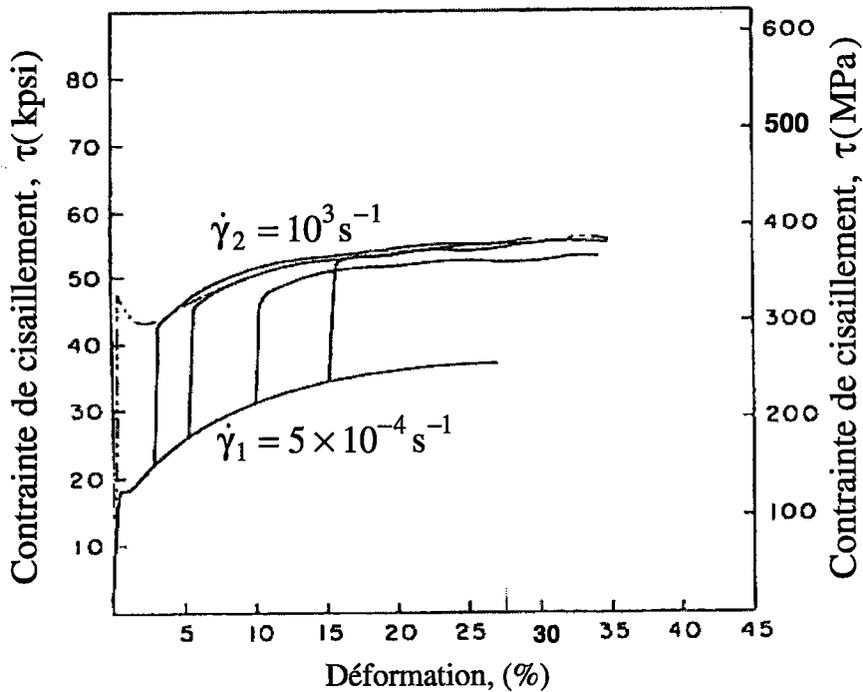
\* La figure (I. 12) présente des oscillations sous forme de "dents" sur la courbe contrainte-déformation obtenue pour une faible vitesse de déformation  $\dot{\gamma} = 6 \times 10^{-3} \text{ s}^{-1}$ , ce qui montre la présence du vieillissement dynamique.

\* Sur les figures (I. 12) (I. 13), les courbes qui représentent les résultats des essais quasi-statiques à une vitesse  $\dot{\gamma} = 6 \times 10^{-3} \text{ s}^{-1}$  et dynamiques sans prédéformation aux vitesses  $\dot{\gamma} = 1.1 \times 10^3 \text{ s}^{-1}$  à  $T=473\text{K}$  et  $\dot{\gamma} = 1.6 \times 10^3 \text{ s}^{-1}$  à  $T=673\text{K}$ , présentent des sensibilités négatives à la vitesse.

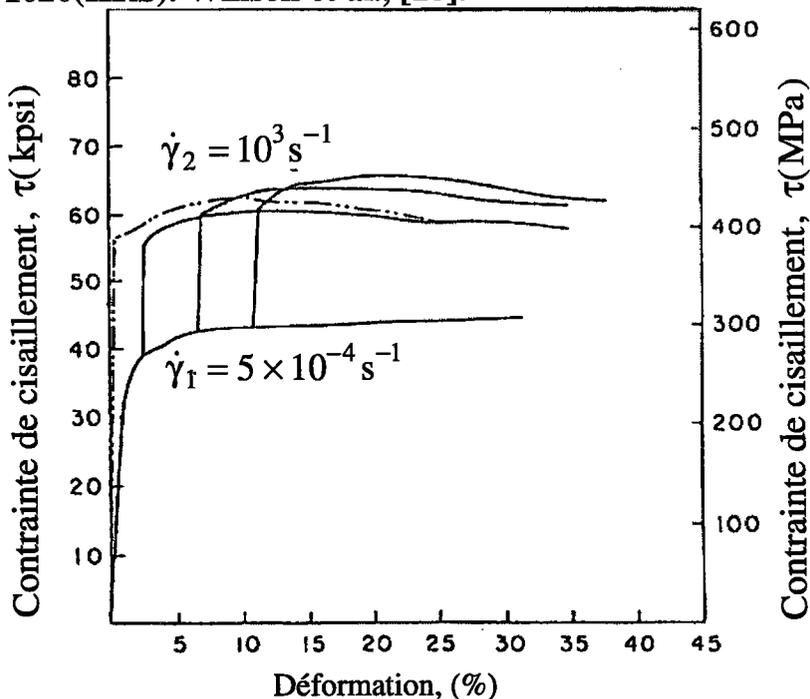
\* Sur la figure (I. 12), les courbes de sauts de vitesses réalisés à différentes pré-déformations obtenues après chargement quasi-statique présentent des pics et des niveaux de contraintes plus élevés que ceux de la courbe qui correspond à l'essai dynamique sans chargement préalable. La même constatation est faite sur la figure (I. 13).

Dans le cas des aciers doux, l'effet de l'histoire de la vitesse de déformation est important dans le domaine des températures inférieures à  $T=150$  K et des pré-déformations  $\gamma_i \approx 0.2$ . Pour les températures de l'ordre de  $500 \pm 100$  K, le vieillissement dynamique est favorisé. La situation est différente pour les déformations  $\gamma_i > 0.2$ , domaine où l'histoire de vitesse de déformation peut être importante dans le cas des températures moyennes.

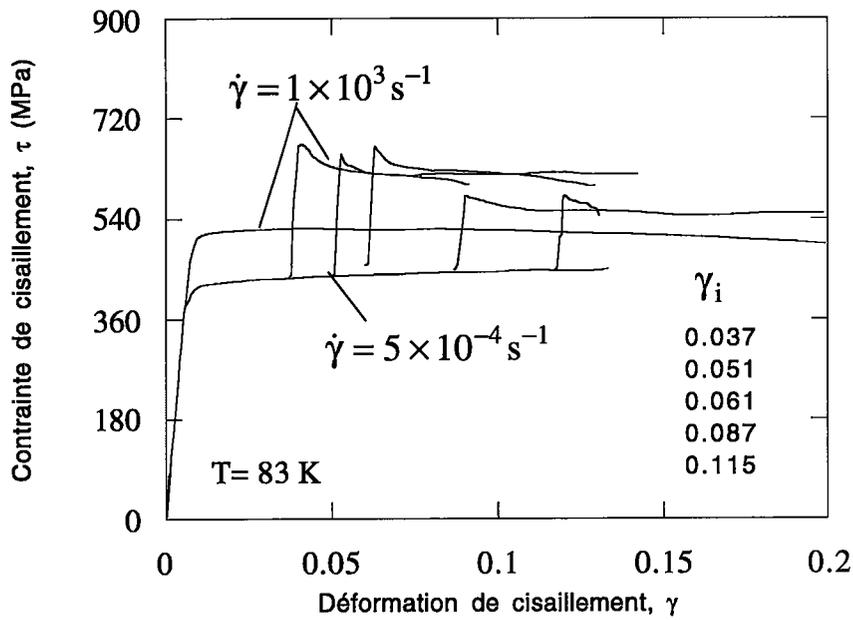
Ces résultats mettent en évidence l'importance de l'effet de la vitesse de déformation et de l'histoire de déformation des métaux C.C et de leur comportement dans le domaine du vieillissement dynamique. Ils nous montrent aussi la différence entre le comportement des métaux C.C et C.F.C.



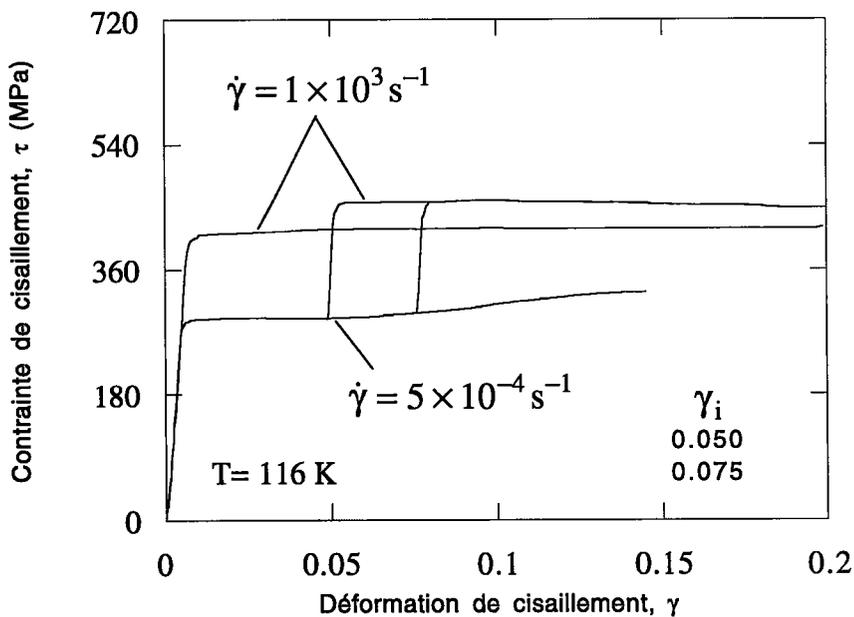
**Figure(I. 5):** Résultats des essais aux vitesses constantes et des sauts de vitesse de l'acier doux 1020(HRS). Willson et al., [16].



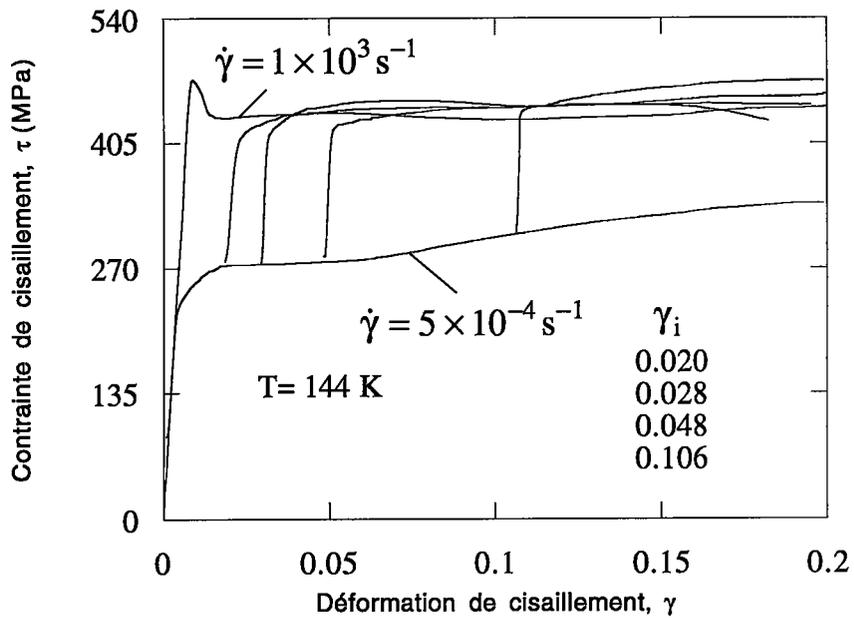
**Figure(I. 6):** Résultats des essais aux vitesses constantes et de sauts de vitesse de l'acier doux 1018 (CRS). Willson et al., [16].



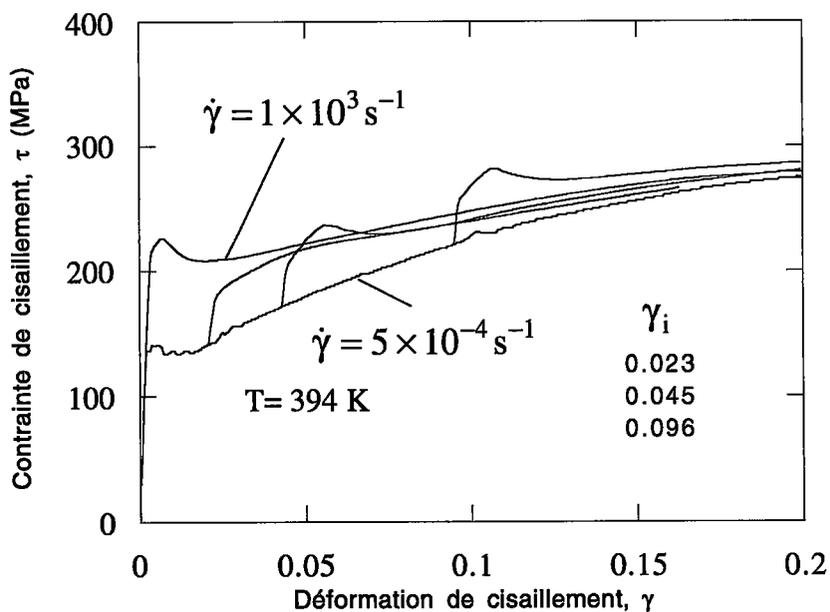
**Figure(I. 7): Résultats des essais aux vitesses constantes et des sauts de vitesse de l'acier doux 1020 (HRS) à T=83K, Klepaczko et al.,[17].**



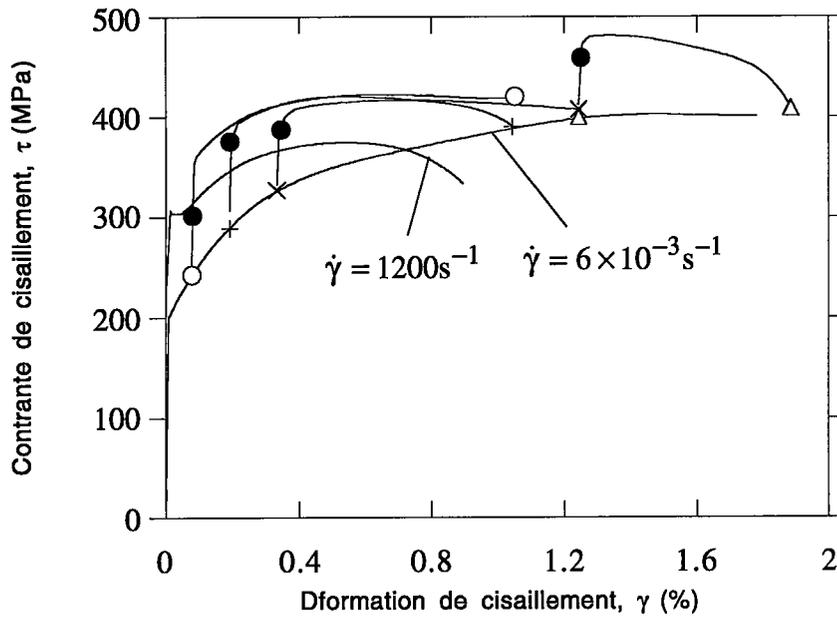
**Figure(I. 8): Résultats des essais aux vitesses constantes et des sauts de vitesse de l'acier doux 1020 (HRS) à T=116K, .Klepaczko et al.,[17].**



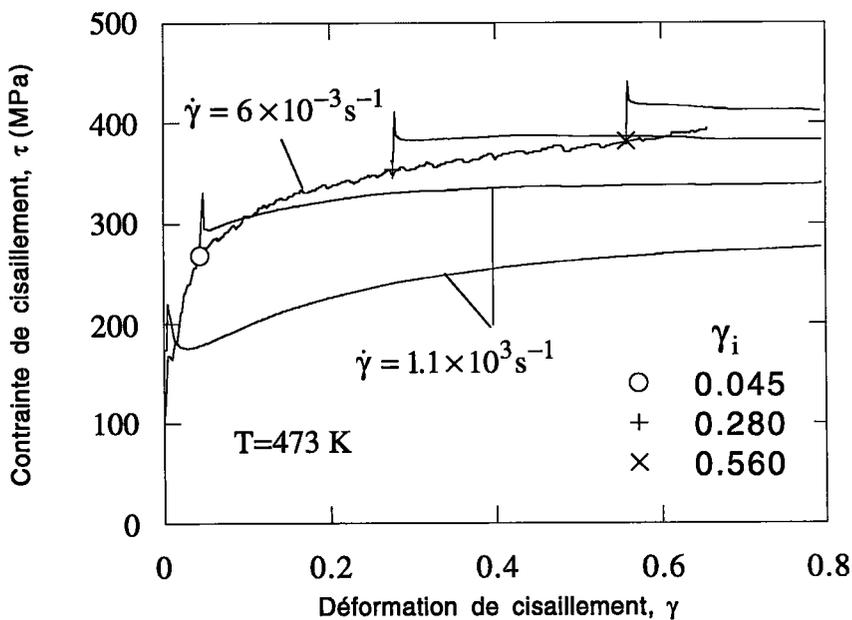
**Figure(I. 9): Résultats des essais aux vitesses constantes et des sauts de vitesse de l'acier doux 1020 (HRS) à T=144K, Klepaczko et al., [17].**



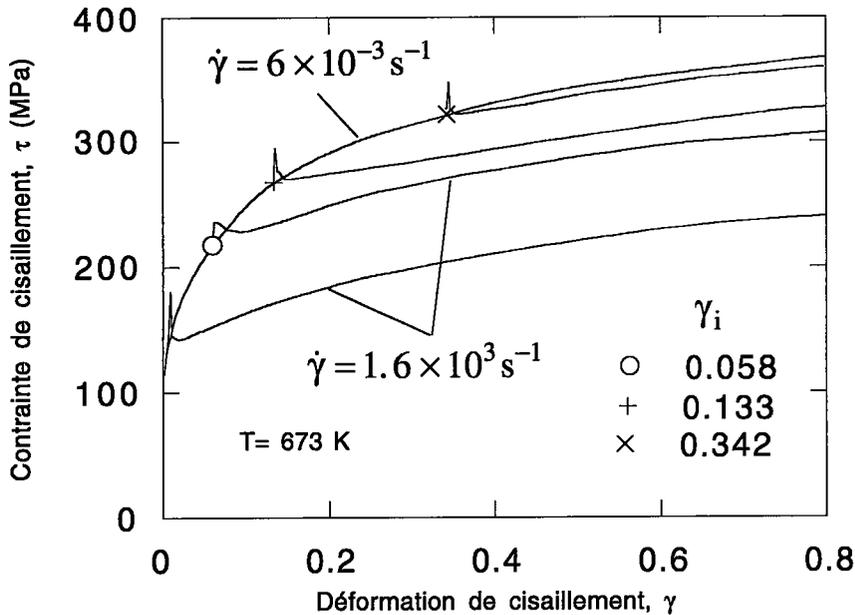
**Figure(I. 10): Résultats des essais aux vitesses constantes et des sauts de vitesse de l'acier doux 1020 (HRS) à T=394K. Klepaczko et al., [17].**



**Figure(I. 11):** Résultats des essais sur un acier doux (0.125% C, 1.15% Mn), à T=293K, Eleiche et Campbell, [19].



**Figure(I. 12):** Résultats des essais sur un acier doux (0.125% C, 1.15% Mn), à T=473K. Eleiche et Campbell, [19].



**Figure(I. 13) résultats des essais sur l'acier doux (0.125% C, 1.15% Mn), à T=673K. Eleiche et Campbell, [19].**

### I.3.2. Détermination de la sensibilité instantanée à la vitesse et de la sensibilité de l'écroutissage à la vitesse.

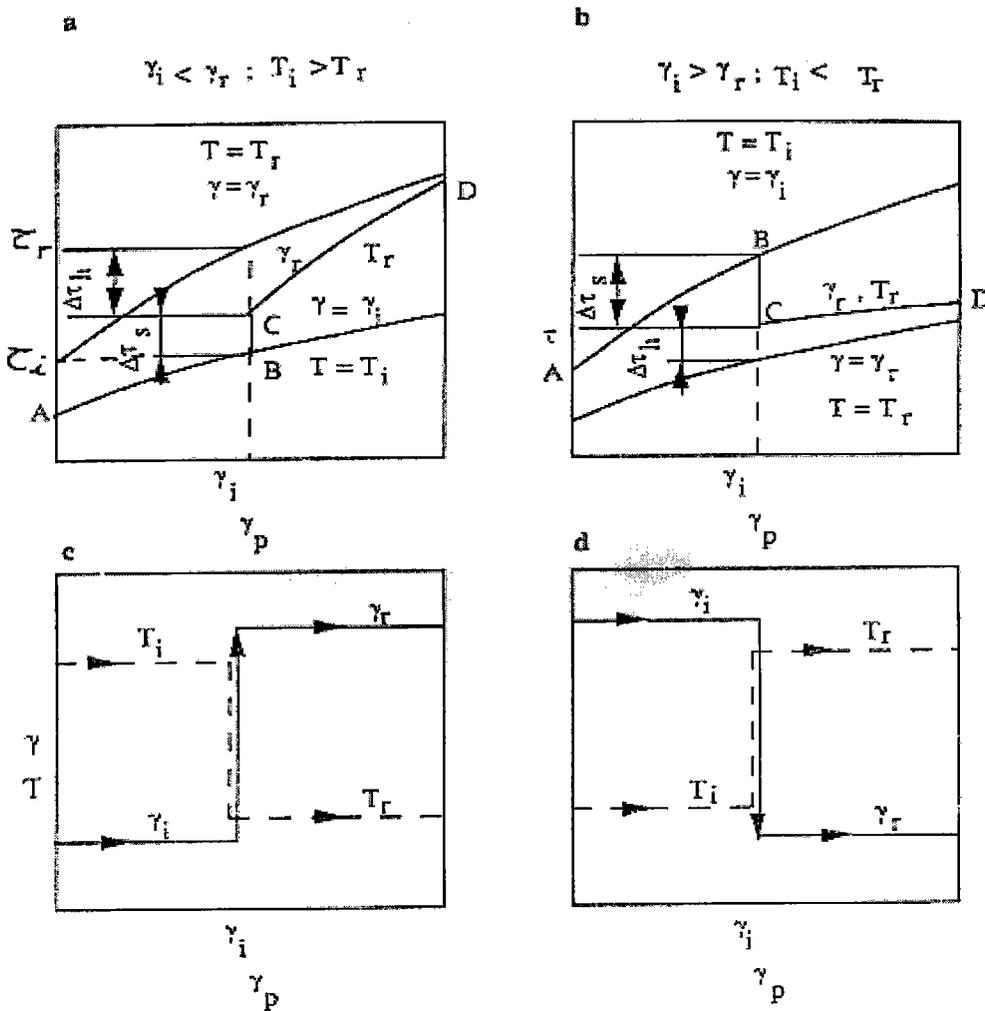
L'ensemble des résultats bibliographiques présentés dans ce paragraphe ainsi que d'autres montre clairement l'influence de la vitesse de déformation et de la température sur le comportement des métaux. Cette influence semble avoir un caractère générale dans le cas des C.F.C. Klepaczko, [11], a présenté schématiquement une portion de courbe contrainte-déformation sous l'effet d'un changement de vitesse de déformation  $\dot{\Gamma}_i$  ou de température T voir figure (I. 14). Les deux courbes de la figure, celle de dessous obtenue lors d'un chargement à une vitesse de déformation constante de l'ordre  $10^{-4}\text{s}^{-1}$  et celle de dessus obtenue à une vitesse de déformation beaucoup plus élevée  $\dot{\Gamma}_r$  de l'ordre de  $10^2\text{s}^{-1}$ , représentent la réponse du métal après un changement de vitesse de déformation. Celle-ci passe de la valeur initiale  $\dot{\Gamma}_i$  à la valeur du rechargement final  $\dot{\Gamma}_r$ . Ce changement brusque de la vitesse de déformation intervient au niveau  $\Gamma_i$  de la déformation. C'est le parcours A B C D sur la courbe, le même parcours est obtenu en fixant la vitesse de déformation,  $\dot{\Gamma} = \dot{\Gamma}_i = \dot{\Gamma}_r$  et en changeant la température d'une valeur initial,  $T_i$  à une valeur final,  $T_r$  beaucoup plus faible. L'histoire de la déformation relative à ces

courbes est présentée à la figure (I. 14) (c). La portion BC de ces courbes représente à peu près la moitié de la distance qui sépare les deux courbes obtenues, soit à la vitesse de déformation constante, soit à la température constante. Elle correspond à la réponse instantanée (à microstructure constante) du métal, c'est aussi la quantité  $\Delta\tau_s$ . La déformation se poursuit suivant la portion CD, celle-ci tendant progressivement enfin de course vers la courbe de dessus. L'effet de l'histoire de la vitesse de déformation sur l'écoulement plastique du métal est représenté par la quantité  $\Delta\tau_h$ .

La quantité  $\Delta\tau_s$  permet de quantifier la sensibilité instantanée à la vitesse de déformation, tandis que  $\Delta\tau_h$  permet de quantifier la sensibilité de l'écrouissage à la vitesse. la quantité totale  $\Delta\tau = \Delta\tau_s + \Delta\tau_h$ , est expérimentalement déterminée à partir des tests à deux vitesses de déformation constantes où à deux températures constante pour le même taux de déformation  $\Gamma_i$ , on peut alors écrire:

$$\Delta\tau = \tau_r - \tau_i \quad (\text{I.10})$$

où  $\tau_r$  est le niveau de la contrainte atteint après chargement et  $\tau_i$  est la contrainte du chargement initial



**Figure(I. 14):** Schématisation du comportement des métaux C.F.C: (a) augmentation de la vitesse de déformation de  $\dot{\gamma}_i$  à  $\dot{\gamma}_r$  ou bien diminution de la température de  $T_i$  à  $T_r$ , (b) diminution de la vitesse de déformation de  $\dot{\gamma}_i$  à  $\dot{\gamma}_r$ , ou bien augmentation de la température de  $T_i$  à  $T_r$ . [11].

### I.3.3. Définition de la sensibilité à la vitesse.

L'ensemble des résultats expérimentaux obtenus à partir des essais réalisés sur les métaux C F C, schématisé sur les figures (I. 14), permet de déterminer  $\Delta\tau_s$  et  $\Delta\tau_h$  en fonction de la déformation initiale  $\Gamma_i$ . Les quantités  $\Delta\tau_s$  et  $\Delta\tau_h$  sont à la base de détermination de deux formes possibles de la sensibilité instantanée à la vitesse et de la sensibilité de l'écroutissage à la vitesse. Si  $\Delta\tau_s$ ,  $\Delta\tau_h$  et les vitesses de déformation  $\dot{\Gamma}_i$  et  $\dot{\Gamma}_r$  sont connues, alors les deux sensibilités peuvent être déterminées à la température T et à la

déformation  $\Gamma$  constante. La forme générale de la sensibilité à la vitesse est définie par, [11]:

\* cas de cisaillement:

$$\beta_{\tau} = \left( \frac{\partial \tau}{\partial \log(\dot{\Gamma})} \right)_T \quad \text{ou} \quad \beta_{\tau} = \left( \frac{\Delta \tau}{\log(\dot{\Gamma}_r / \dot{\Gamma}_i)} \right)_T \quad (\text{I.11})$$

\* cas de traction-compression:

$$\beta_{\sigma} = \left( \frac{\partial \sigma}{\partial \log(\dot{\epsilon})} \right)_T \quad \text{ou} \quad \beta_{\sigma} = \left( \frac{\Delta \sigma}{\log(\dot{\epsilon}_r / \dot{\epsilon}_i)} \right)_T \quad (\text{I.12})$$

Une autre définition peut être utilisée:

\* cas de cisaillement:

$$m_{\tau} = \left( \frac{\partial \log \tau}{\partial \log \dot{\Gamma}} \right)_T \quad \text{ou} \quad m_{\tau} = \left( \frac{\log(\tau_i / \tau_r)}{\log(\dot{\Gamma}_i / \dot{\Gamma}_r)} \right)_T \quad (\text{I.13})$$

\* cas de traction-compression:

$$m_{\sigma} = \left( \frac{\partial \log \sigma}{\partial \log \dot{\epsilon}} \right)_T \quad \text{ou} \quad m_{\sigma} = \left( \frac{\log(\sigma_i / \sigma_r)}{\log(\dot{\epsilon}_i / \dot{\epsilon}_r)} \right)_T \quad (\text{I.14})$$

Les termes  $m_{\sigma}$  et  $m_{\tau}$  sont appelés respectivement sensibilité logarithmique à la vitesse de déformation dans le cas de traction-compression et dans le cas de cisaillement.

Nous avons les relations suivantes entre  $\beta$  et  $m$ :

\* cas de cisaillement:

$$\left(\frac{\beta}{m}\right)_{\tau} = \left(\frac{\partial \tau}{\partial \log \tau}\right)_T \quad \text{ou} \quad \left(\frac{\beta}{m}\right)_{\tau} = \left(\frac{\Delta \tau}{\log(\tau_r/\tau_i)}\right)_T \quad (\text{I.15})$$

$$\beta_{\tau} = m_{\tau} \tau_i \quad \text{ou} \quad m_{\tau} = \beta_{\tau} \left[ \frac{1}{\Delta \tau} \log\left(\frac{\Delta \tau}{\tau_i} + 1\right) \right]_T \quad (\text{I.16})$$

\* cas de traction et de compression:

$$\left(\frac{\beta}{m}\right)_{\sigma} = \left(\frac{\partial \sigma}{\partial \log \sigma}\right)_T \quad \text{ou} \quad \left(\frac{\beta}{m}\right)_{\sigma} = \left(\frac{\Delta \sigma}{\log(\sigma_r/\sigma_i)}\right)_T \quad (\text{I.17})$$

$$\beta_{\sigma} = m_{\sigma} \sigma_i \quad \text{ou} \quad m_{\sigma} = \beta_{\sigma} \left[ \frac{1}{\Delta \sigma} \log\left(\frac{\Delta \sigma}{\sigma_i} + 1\right) \right]_T \quad (\text{I.18})$$

Ces définitions sont générales et peuvent être appliquées à différentes simulations expérimentales et en particulier au cas des essais avec saut de vitesses de déformation.

### I.3.4. Importance des définitions utilisées pour l'exploitation des résultats expérimentaux.

La définition de la sensibilité à la vitesse de déformation  $\beta$  donnée par la relation (I.2) présente plusieurs avantages parmi lesquels, son lien direct avec l'activation thermique des dislocations (voir par exemple les travaux effectués par Conrad [23] et Kocks et al. [24]) et sa propriété d'additivité. En effet, si nous considérons  $\Delta \tau$  comme la différence totale entre les valeurs de contraintes correspondants, au même niveau de déformation  $\Gamma_i$ , à deux vitesses de déformation différentes et à température constante, on a alors :

$$\Delta \tau = \Delta \tau_s + \Delta \tau_h \quad (\text{I.19})$$

La sensibilité totale à la vitesse de déformation  $\beta$  est donnée par :

$$\beta = \beta_s + \beta_h \quad (\text{I.20})$$

où  $\beta_s$  est la sensibilité instantanée à la vitesse de déformation définie par:

$$\beta_s = \left( \frac{\Delta\tau_s}{\log(\dot{\Gamma}_i/\dot{\Gamma}_r)} \right)_{T, \Gamma} \quad (\text{I.21})$$

et  $\beta_h$  le taux de sensibilité de l'érouissage à la vitesse définie par:

$$\beta_h = \left( \frac{\Delta\tau_h}{\log(\dot{\Gamma}_i/\dot{\Gamma}_r)} \right)_{T, \Gamma} \quad (\text{I.22})$$

En réalité  $\beta_h$  est le taux de sensibilité de la contrainte de cisaillement dû à la sensibilité à la vitesse de déformation.

Notons finalement que  $\beta_s$  se rapporte à une même déformation et à une même microstructure, tandis que  $\beta_h$  lie deux microstructures différentes à une même déformation.

Il convient, dans bien des cas particuliers, notamment à faibles déformations, d'utiliser plutôt la sensibilité logarithmique à la vitesse définie par l'équation (I.13). En général, il n'existe pas de propriété d'additivité entre  $m_s$  et  $m_h$  où  $m_s$  est la sensibilité logarithmique instantanée à la vitesse et  $m_h$  est la sensibilité logarithmique à la vitesse de l'érouissage. Toutefois, on a pu vérifier que pour des faibles sauts de contraintes  $\tau$  vis à vis d'un changement de vitesse de déformation, la sensibilité logarithmique totale est reliée aux sensibilités  $\beta_s$  et  $\beta_h$  par la relation:

$$m = \frac{1}{\bar{\tau}}(\beta_s + \beta_h) \quad (\text{I.23})$$

où  $\bar{\tau}$  est la valeur moyenne de  $\tau$  définie par:  $\bar{\tau} = \tau_i + \frac{1}{2}\Delta\tau$ . En utilisant la relation (I.17), on aboutit à:

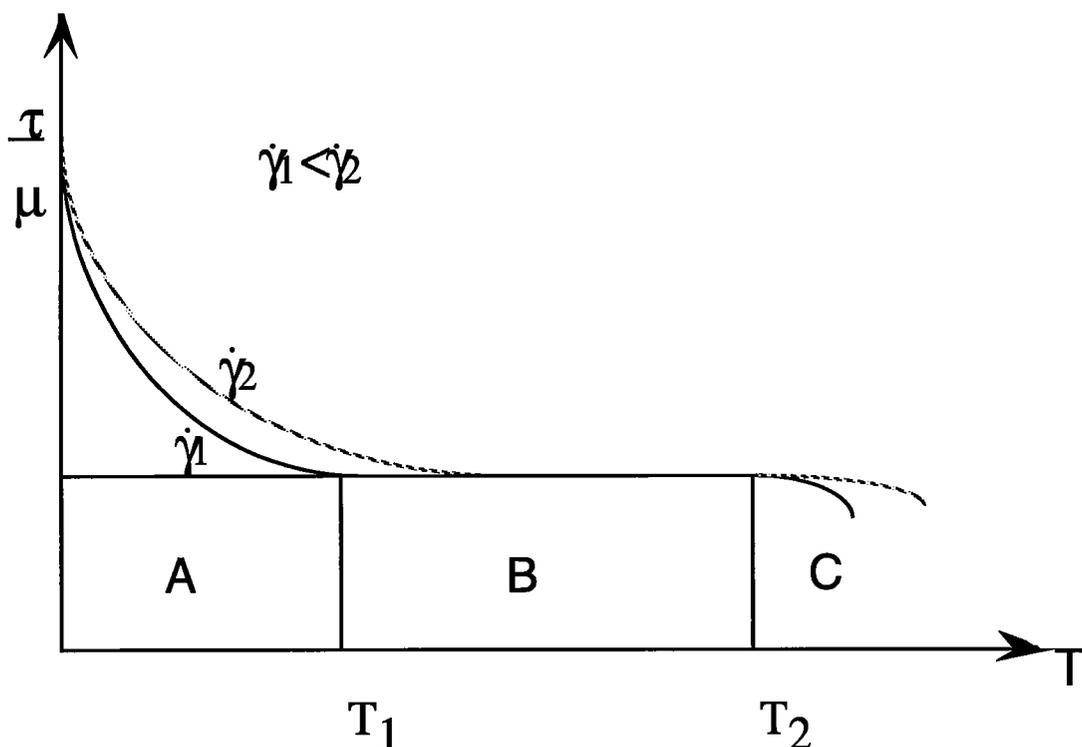
$$m = m_s + m_h \quad (\text{I.24})$$

En revanche, pour comparer l'effet de la sensibilité instantanée à la vitesse à celui de la sensibilité de l'érouissage à la vitesse nous utilisons l'équation (I.20) sous la forme suivante:

$$\beta = \beta_s \left(1 + \frac{\beta_h}{\beta_s}\right) \quad \text{ou} \quad \frac{\beta}{\beta_s} = \left(1 + \frac{\Delta\tau_h}{\Delta\tau_s}\right) \quad (\text{I.25})$$

#### I.4. Effet de la température sur le comportement du matériau.

Il est connu que la résistance d'un matériau à l'écoulement plastique diminue lorsque la température de l'essai croît. Nous avons représenté sur la figure (I.15) l'évolution générale de la limite d'élasticité en fonction de la température.



**Figure(I. 15):** variation de la limite d'élasticité (rapportée au module de cisaillement  $\mu$ ) avec la température pour deux valeurs de la vitesse de déformation.

La zone A de la figure(I. 15) correspond à une diminution de la limite d'élasticité jusqu'à un plateau athermique (zone B ). Lorsque la température augmente, les propriétés mécaniques chutent de nouveau (zone C).

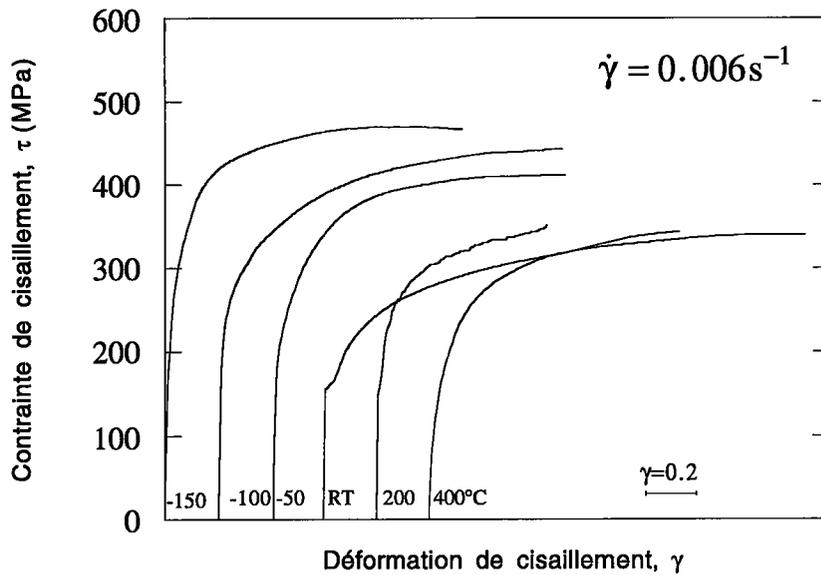
La zone A est le siège de mécanismes thermiquement activés grâce à une élévation de la température. La zone B, correspondant au plateau athermique ne voit pas le matériau influencé par la température. Le début de la zone C coïncide avec l'apparition des mécanismes de diffusion. Pour les métaux de

structure cubique à faces centrées (C.F.C) est hexagonale (H.C) à glissement basal, la décroissance de  $\tau/\mu$  (portion A) avec la température est faible, contrairement au métaux à structure cubique centrée (C.C) où H.C à glissement non basal. Les phénomènes thermiquement activés sont donc prépondérants dans le cas des métaux C.C; ils vont se révéler très visibles à la température alors que les métaux C.F.C. seront peu influencés.

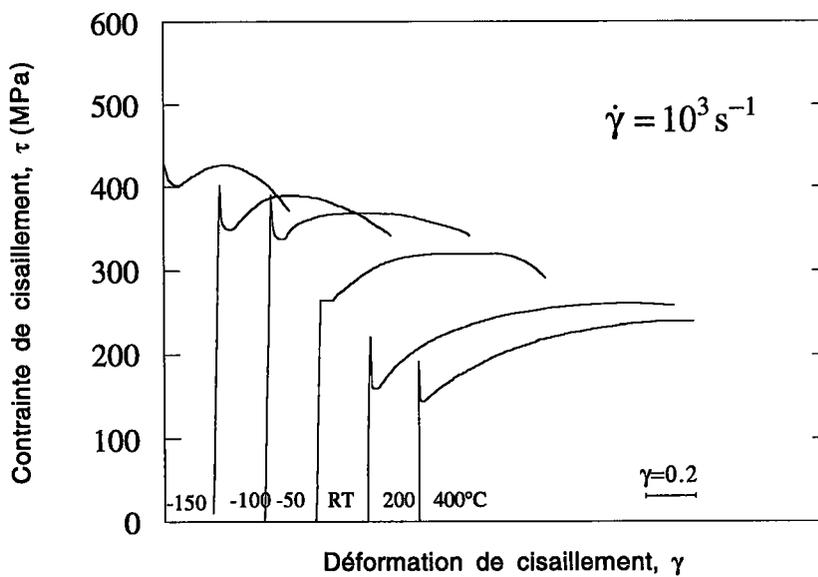
Les figures(I. 16) et (I. 17) représentent les courbes contrainte-déformation des essais de torsion sur un acier doux [19], à différentes températures respectivement pour une vitesse faible  $0.006 \text{ s}^{-1}$  et une vitesse élevée  $10^3 \text{ s}^{-1}$ . Comme tous les métaux C.C, sa limite élastique dépend fortement de la température. La courbe contrainte-déformation à  $T=473\text{K}$ , de l'essai quasi-statique, présente des oscillations sous forme de "dents" et un taux d'écrouissage très fort aux faibles déformations correspondants au début de l'essai, ce qui est dû au vieillissement dynamique [21], [22]. Pour les essais à grandes vitesses, et pour toutes les températures, les courbes contrainte-déformation présentent un pic d'élasticité, alors que les courbes des essais quasi-statiques ne le présentent pas, sauf à la température ambiante où il y a apparition d'un petit plateau. Pour des températures inférieures ou égales à l'ambiante, la limite élastique augmente avec la vitesse de déformation. Pour une même déformation, le niveau de contrainte augmente lui aussi avec la vitesse de déformation, sauf pour les grandes valeurs de déformation, ce qui est dû à l'adoucissement thermique.

Pour les températures supérieures,  $T=473\text{K}$  et  $673\text{K}$ , où la vieillissement dynamique est favorable, la contrainte ne semble avoir aucune sensibilité à la vitesse de déformation, même pour les valeurs de déformation très grandes.

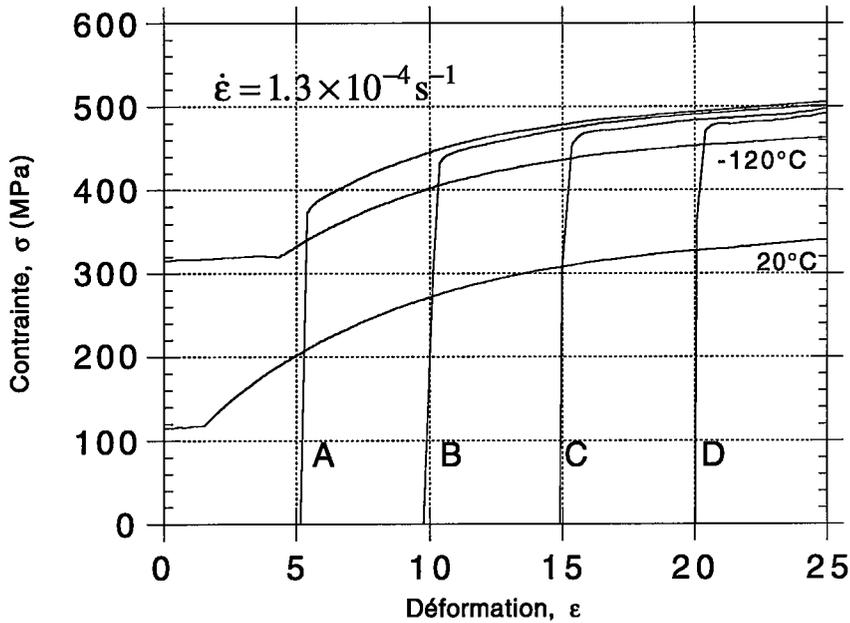
Des essais de changement de température entre  $T=293\text{K}$  et  $173\text{K}$  ont été réalisés, à une vitesse de déformation  $\dot{\epsilon} = 1.3 \times 10^{-4} \text{ s}^{-1}$ , par Lindley [20] sur des éprouvettes d'un acier doux 0.05%C. Les résultats obtenues montrent un même taux d'écrouissage que ceux obtenus à la température  $T=293\text{K}$  et que le niveau de contrainte obtenu pour un essai à basse température après une pré-déformation à l'ambiante se situe au dessus de celui obtenu pour un essai à basse température sans chargement préalable, voir figure (I. 18).



**Figure (I. 16):** Essai de torsion quasi-statique sur l'acier doux à différentes températures [19].



**Figure(I.17):** Essai de torsion sur l'acier doux à grande vitesse et à différentes températures [19].

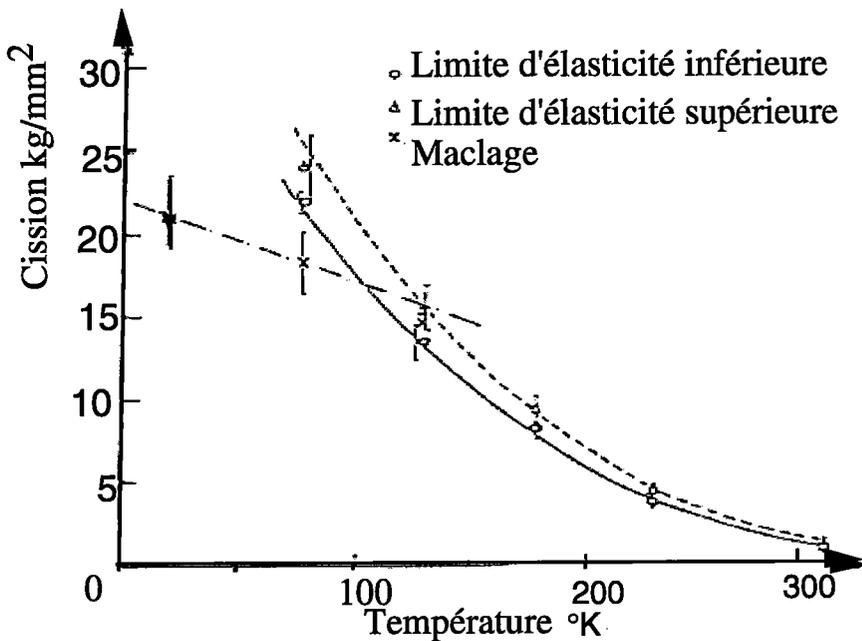


**Figure(I.18):** Essai de sauts de température sur l'acier doux à une vitesse constante, [20].

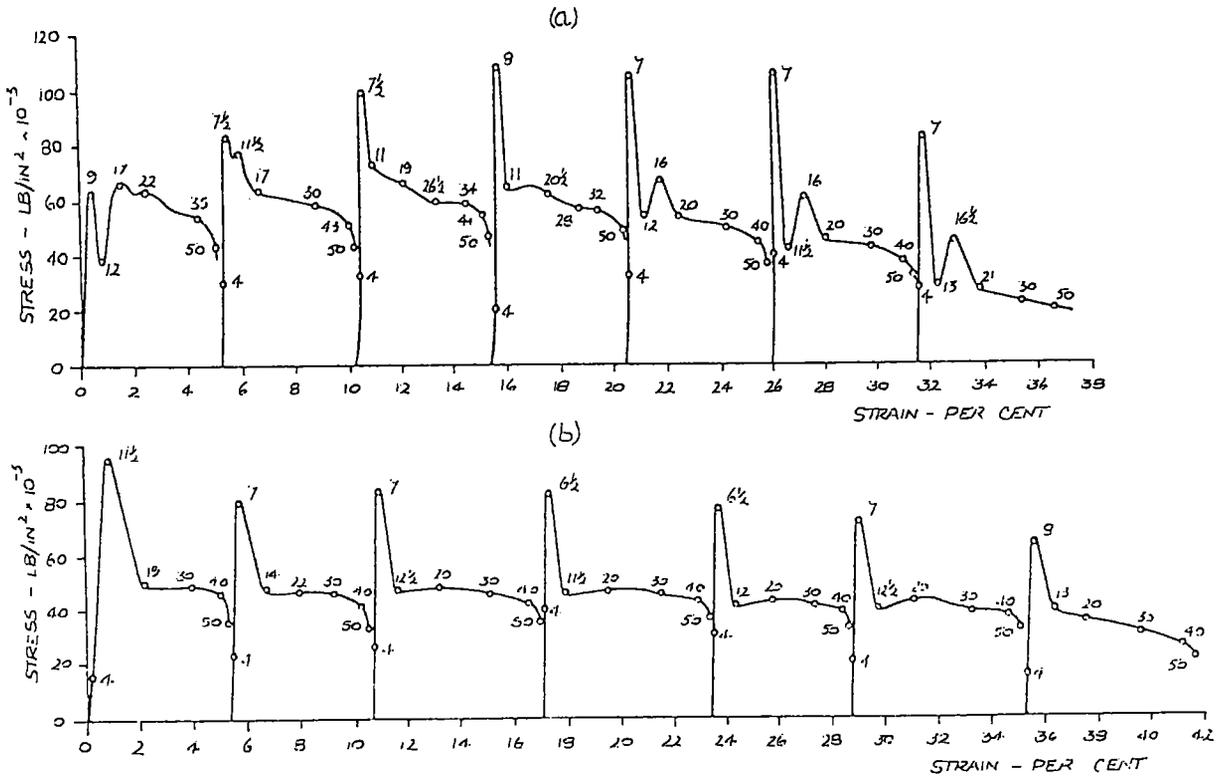
### 1.5. Déformation par maclage.

Ce mode de déformation concerne surtout les métaux C.C. et H.C. Comme pour le glissement, la partie active de la contrainte est la composante située dans le plan de macle, parallèle à la direction du maclage, puisque c'est elle qui provoque le basculement du réseau. Cependant, aucune valeur définie n'a été obtenue pour la cission qui crée le maclage. Dans des conditions opératoires bien soignées, on peut obtenir des résultats assez reproductibles, compatibles avec l'existence d'une cission critique qui augmenterait faiblement lorsque la température diminue, voir figure(I. 20). En réalité, les macles se forment pour des contraintes externes variant dans de fortes proportions et l'on observe des macles secondaires sur des systèmes correspondant à une cission réduite nulle ou même sur des systèmes entraînant une contraction de l'éprouvette. Ces macles ne sont donc pas créées par l'effort appliqué, mais se développent pour accommoder des tensions internes locales. On ne peut pas alors parler d'une cission critique de maclage. Les conditions de formation des macles dépendent de nombreux facteurs, notamment de la déformation par glissement que l'éprouvette pourrait subir antérieurement (à la température ordinaire ou à froid).

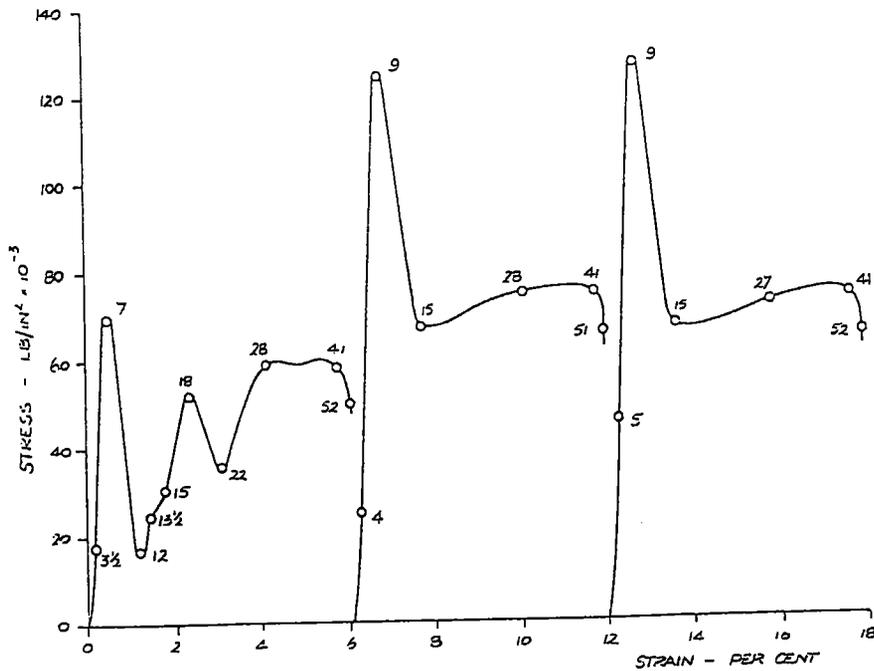
Le fer Armco se déforme par glissement uniquement à des faibles vitesses de déformation. Pour les grandes vitesses, les macles mécaniques peuvent apparaître. J.Harding [15] a effectué des expériences sur les monocristaux de fer. Ces essais consistent à soumettre des échantillons de fer à des tractions de chocs de 5% à des vitesses de l'ordre de  $\dot{\epsilon} = 10^3 \text{ s}^{-1}$ . A la température ambiante  $T=293\text{K}$ , la déformation initiale au premier choc a été causée par maclage. Celui-ci a été supprimé aux chocs suivants, et des limites élastiques inférieures et supérieures nettes ont été observées. Par contre, pour les autres chargements avant la fracture de l'échantillon, la déformation se fait par glissement voir figure (I. 21). A la température  $T=195\text{K}$ , la déformation initiale au premier choc a été causée par le maclage. Le niveau de contrainte causée par ce dernier pour le choc initial est de l'ordre de  $\sigma = 483 \text{ MPa}$ . Par contre le deuxième et le troisième chargements montrent des limites élastiques respectives de l'ordre de  $\sigma = 845 \text{ MPa}$  et  $\sigma = 876 \text{ MPa}$  voir figure (I. 22).



**Figure(I. 20):** Variation de la cission critique de glissement et de maclage avec la température d'essai. Monocristaux de fer [27].



**Figure (I. 21):** Courbes contrainte-déformation par chargements successives. Les chiffres indiquent le temps de déformation en  $\mu s$  - (a) Déformation initiale par maillage, (b) Déformation initiale par glissement., [15].

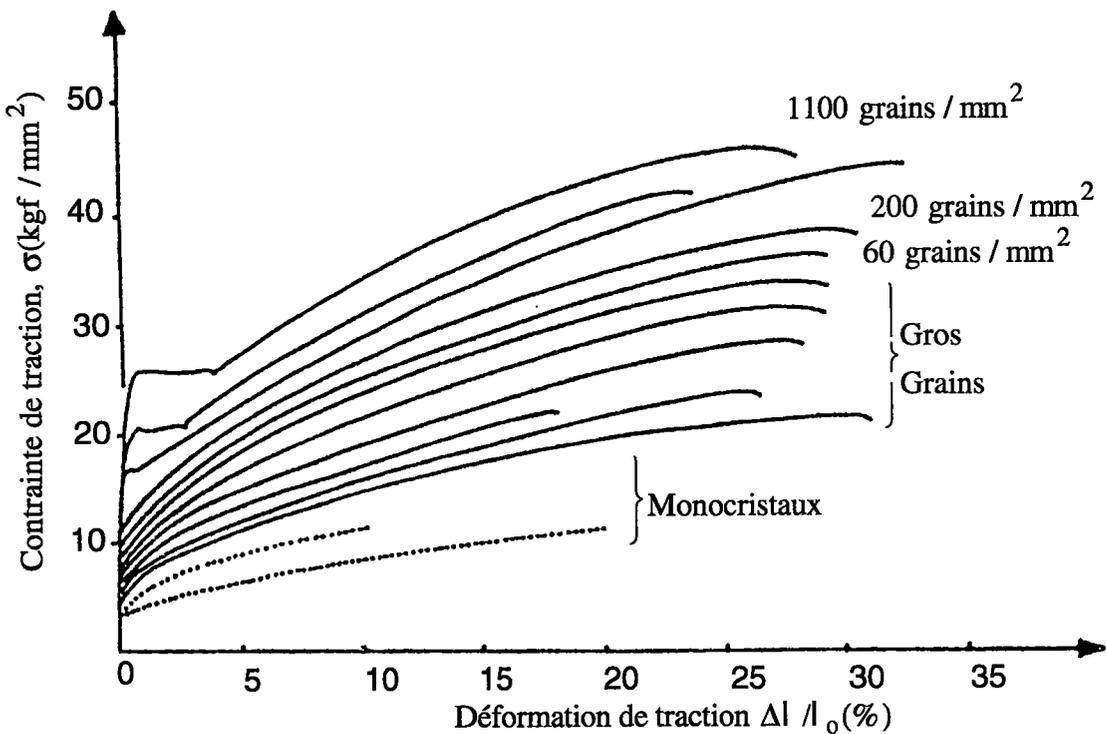


**Figure (I. 22):** Courbes contrainte-déformation par chargements successives à 95K, [15].

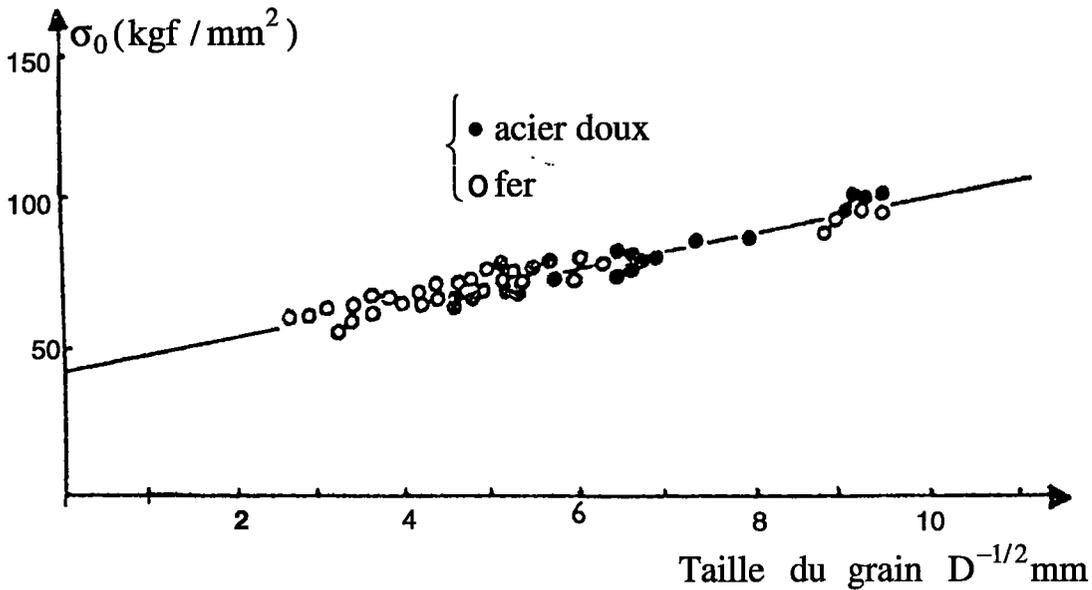
Le maclage ne contribue généralement pas beaucoup à l'allongement. Il a quelquefois surtout pour effet de modifier l'orientation d'une partie du cristal et l'amener dans une position où le glissement est plus facile.

**I.6. Influence de la taille des grains. Loi de Hall-Petch.**

Des essais ont été effectués par Jaoul [28] sur le fer décarburé à différentes tailles du grain. Il a pu ainsi obtenir les courbes contrainte-déformation superposées dans la figure (I. 23). D'autre part, d'après les résultats de divers expérimentateurs, les contraintes varient liniairement en fonction de l'inverse de la racine carré du diamètre moyen du grain, voir la figure (I. 24).



**Figure (I. 23):** Courbes de traction d'échantillons de fer Armco décarburé de divers tailles de grain [28].



**Figure (I. 24):** Variation de la limite d'élasticité du fer et des aciers doux en fonction de l'inverse de la racine carrée du diamètre moyen des grains , d'après Petch [29].

D'un point de vue théorique, certains auteurs expliquent cette relation en supposant que la limite de plasticité n'est atteinte que lorsque l'effort exercé sur un joint par un empilement atteint une certaine valeur correspondant à la résistance du joint. En effet, le nombre  $n$  de dislocations par empilement est proportionnel au diamètre du grain  $D$  suivant la relation donnée par d'Eshelby, Frank et Nabarro [30]:  $n = \frac{k\pi D}{4\mu b}$

où  $k=1$  pour une dislocation coin et  $1-\nu$  pour une dislocation vis ( $\nu$  est le coefficient de Poisson). D'après Petch [29], la limite élastique obéit à la relation:

$$\sigma_y = \sigma_0 + k_y D^{-\frac{1}{2}} \quad (\text{I.26})$$

où  $\sigma_y$  est la limite élastique du polycristal,  $k_y$  un coefficient qui ne varie pas avec les propriétés élastiques du métal et la résistance des joints et  $\sigma_0$  une contrainte appelée force de frottement.

Pour les métaux C.F.C., la grosseur des grains influence la contrainte d'écoulement, en particulier dans le stade de durcissement intragranulaire. Dans les métaux C.C., une densité plus ou moins grande des joints ne fait que

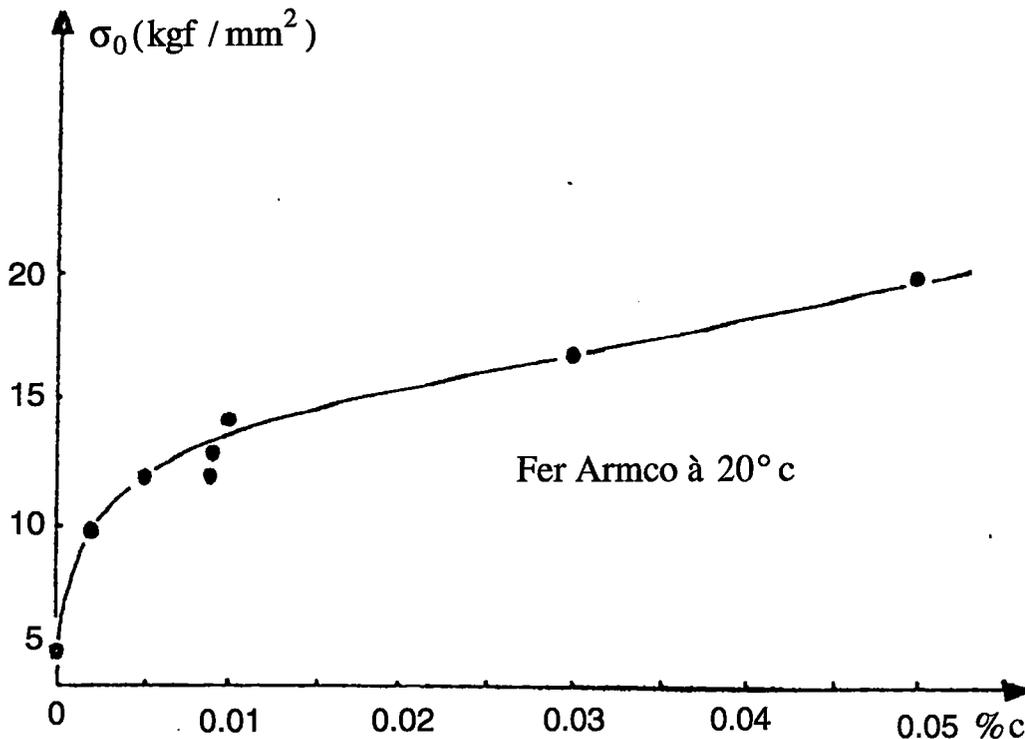
décaler la courbe de consolidation parallèlement à elle-même, sans en changer la forme.

### **I.7. Influence des impuretés et des éléments d'addition.**

Les métaux de structure cubique centrée ne peuvent pas être en général obtenus au même degré de pureté que les métaux cubiques à faces centrées et notamment, le rôle des éléments d'insertion, toujours présents, est très important. Ces impuretés sont en effet responsables des phénomènes de vieillissement.

Les éléments d'addition dans le fer constituent un sujet très vaste. Il faut prendre non seulement leur nature et leur concentration, mais aussi leur mode de répartition, celui-ci dépend de l'histoire du métal et particulièrement des traitements thermiques effectués.

L'influence du carbone et de l'azote, en faible teneur, sur la limite d'élasticité est principalement d'origine intracristalline [31]. Les essais de Kracknell et Petch [33] sur divers aciers doux montrent d'ailleurs que le coefficient  $k_y$ , caractérisant le rôle des joints, garde la même valeur pour divers aciers dans différentes conditions. Il faut remarquer que la solubilité du carbone dans le fer est très faible et qu'on ne doit rigoureusement pas parler de solution solide d'insertion: le carbone est toujours à l'état de précipités ou de nuages. Les mesures de Wert [32] ont montré que la présence de 0.0001% de carbone affectait déjà la valeur de la limite d'élasticité, voir figure (I. 125).



**Figure (I. 25):** Variation de la limite d'élasticité des polycristaux de fer Armco en fonction de la teneur en carbone, Wert [32].

L'hydrogène et l'oxygène ne sont pas non plus solubles dans le fer, ils sont la cause de deux types de fragilisation que l'on appelle "fragilité au bleu". L'effet le plus important des éléments d'insertion à faible teneur dans le fer a été observé pour la première fois par Le chatelier [34]: entre  $80$  et  $200^\circ\text{C}$ , le fer et les aciers présentent une augmentation de la résistance de l'ordre de  $10 \text{ kgf/mm}^2$  et la déformation s'effectue par cascade. Il a été observé, depuis, que ces phénomènes étaient communs à la plupart des aciers faiblement chargés en carbone et qu'ils existaient aussi dans d'autres métaux. Cela se traduit par des hachures sur les courbes et par une augmentation de résistance. Ces anomalies sont, comme dans les métaux cubiques à faces centrées, liées à la présence d'atomes étrangers en sursaturation. En effet, le phénomène de vieillissement dynamique existe dans tous les métaux.

Nous avons vu que le rôle du carbone était d'élever la limite d'élasticité par blocage ou freinage des dislocations, et que cet effet existait toujours puisqu'il suffisait de très faibles quantités d'éléments en insertion.

Les dislocations étant arrachées de leurs nuages, il suffit d'une cisssion moins élevée pour créer et propager des dislocations mobiles, il peut alors

apparaître un décrochement brusque de la tension et de la déformation qui se développe à travers l'éprouvette sous forme de bandes de glissement. Ces bandes envahissent l'éprouvette à partir d'une extrémité par propagation d'un front oblique. La chute de tension est d'autant plus forte que la température est basse puisque l'agitation thermique favorise alors de moins en moins un arrachement progressif des dislocations. Cette chute de tension est également plus accentuée à basse température, et d'une manière générale les deux mécanismes apparaissent simultanément lorsque la tension est plus élevée.

Si l'éprouvette est déchargée pendant un certain temps après avoir arracher les dislocations libres en effectuant une déformation, les atomes de carbone vont revenir bloquer les dislocations et l'effet dû aux impuretés se produit de nouveau.

### **I.8. Bandes de Piobers-Lüders.**

Les courbes de traction du fer et des acier doux présentent un aspect très caractéristique avec une limite d'élasticité supérieure (L.E.S) suivie d'une chute de contrainte, l'existence et l'amplitude de ce décrochement sont liées à la présence d'atomes étrangers en insertion et sont aussi fonction de l'axialité de l'effort.

Après le décrochement, les courbes présentent souvent un palier: la déformation se poursuit pour une valeur constante de contrainte (Limite élasticité inférieure: L.E.I). Dans ce domaine , dont l'étendue (0 à 10%) dépend de beaucoup de facteurs (température, vitesse de déformation, grosseur de grains....etc) la déformation est hétérogène, elle est limitée à une ou plusieurs bandes inclinées par rapport à l'axe de l'éprouvette, et qui se propagent le long de celle-ci. Lorsque toute l'éprouvette est recouverte de bandes, la déformation homogène reprend, avec consolidation normale du métal, voir figure (I. 26). Ces bandes sont connues sous le nom de Piobers-Lüders. On considère en général que dans ces bandes chaque grain du polycristal subit un cisaillement simple dans une direction voisine de celle de la bande. L'angle  $\lambda_m$  entre l'axe de traction et la direction la plus favorable au glissement dans un grain est environ de l'ordre de  $51^\circ$ , cette valeur correspond à l'angle que font les bandes de Lüders avec la direction de traction. Le développement des bandes de Lüders correspond à une instabilité limitée de la déformation, que Jaoul [35] avait analysée en terme de rotation du réseau dont les grains se déforment par glissement simple. Cette rotation entraîne une

variation de l'angle  $\lambda$  entre la direction de traction et la direction de glissement, qui pour certaines orientations ( $\lambda > 45^\circ$ ) produit une augmentation de la cission effective sans augmentation de la contrainte de traction. On peut ainsi calculer à partir des hypothèses simples la longueur du palier. Celle-ci est fonction de la valeur de la limite d'élasticité et du taux de consolidation, le modèle de Jaoul explique bien les observations expérimentales: le palier est d'autant plus long que la limite d'élasticité est plus élevée (basses températures, grains fins, vitesses élevées) est que le taux de consolidation est plus faible.

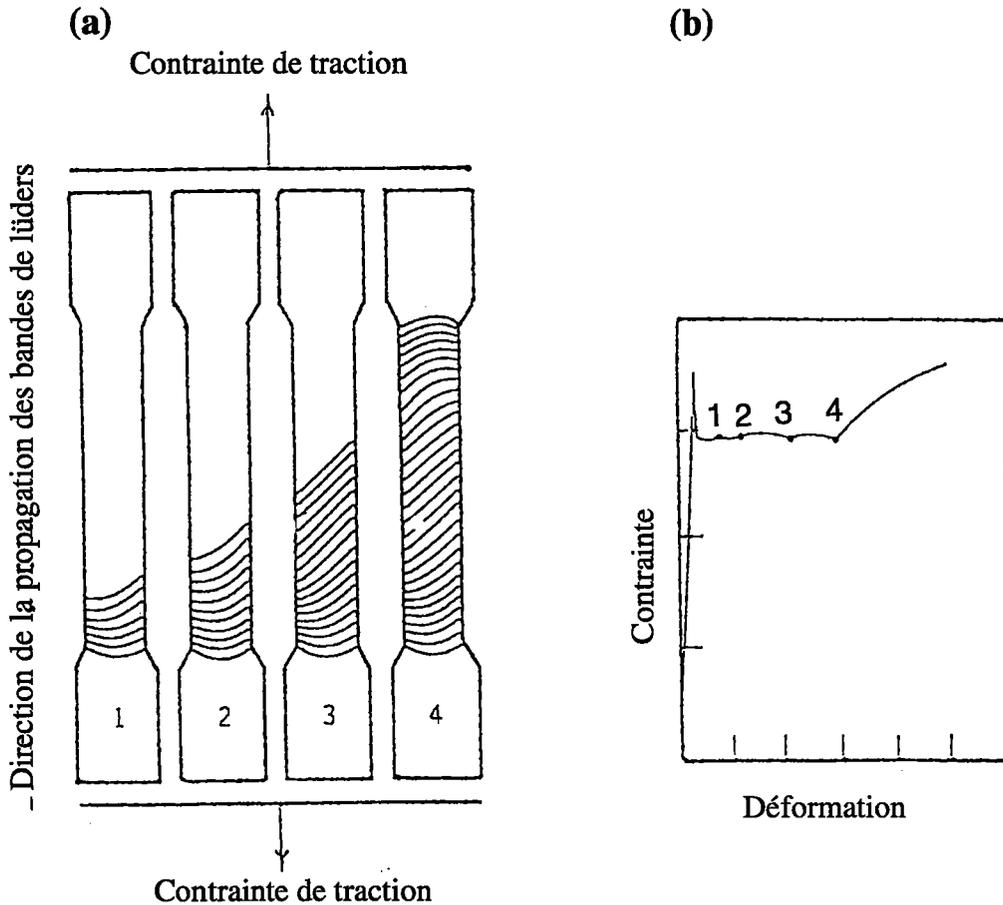
Un décrochement à la limite d'élasticité, suivi ou non d'un palier, a été observé non seulement dans le fer et les acier doux, mais dans la plupart des métaux cubiques centrés contenant des impuretés interstitielles, dans une grande variété d'alliages, dans des monocristaux de substances diverses (Si, Ge, ...etc). L'explication phénoménologique du crochet est la suivante: pour assurer la vitesse de déformation imposée par la machine, il faut appliquer aux dislocations mobiles du cristal une contrainte telle que leur vitesse satisfasse la condition:

$$\dot{\epsilon} = \phi \rho_m b v(\sigma) \quad (\text{I.27})$$

Si au départ la densité de dislocations mobiles  $\rho_m$  est faible (cristal très parfait ou dislocations ancrées par les impuretés interstitielles), il faudra appliquer une contrainte plus élevée pour créer et propager les dislocations mobiles, l'équation (I. 27) sera vérifiée pour une vitesse  $v$  plus faible, ce qui nécessite une chute de contrainte. Johnston et Gilman [36], [37] ainsi que Hahn [38] ont analysé ce mécanisme de façon détaillée. D'une manière générale, un crochet se produira lorsque la densité initiale de dislocations mobiles sera faible (notamment par suite d'un ancrage par des atomes en insertion). Dans les métaux C.C., les crochets les plus marqués sont observés dans les polycristaux où le franchissement des joints par déformation produit une variation de dislocations mobiles plus importante que l'augmentation progressive de la contrainte dans les monocristaux.

Lorsque la contrainte nécessaire pour désancrer les dislocations ou en créer de nouvelles est forte par rapport à la contrainte nécessaire pour les déplacer, il arrive que cette contrainte (L.E.S.) soit atteinte d'abord en un point du métal par suite d'un effet local de concentration de contraintes (congs des éprouvettes): la déformation reste alors localisée dans une zone

étroite, correspondant à une bande de Lüders. les concentrations de la contrainte au front de la bande permettent un déblocage progressif des dislocations dans la partie non déformée de l'éprouvette et il y ait propagation de la bande.



**Figure(I.26) Représentation schématique de la propagation des bandes de Piobers-Lüders, a) Hétérogénéité sur l'éprouvette, b) Discontinuité sur la courbe contrainte-déformation.**

## I.9. Recours à la théorie des dislocations.

### I.9.1 Historique.

On savait que dans bien des cas, la déformation des cristaux met en jeu des glissements, le long des plans, à la manière d'une rame de feuilles de papier glissant les unes sur les autres. L'idée du départ supposait que ces plans pourraient être le support de distorsions linéaires "élémentaires" se propageant au cours de la déformation d'un matériau, distorsions que l'on allait plus tard appeler dislocations. L'idée se précise dans les années 30, et une interprétation théorique a pu être déduite par Taylor [39], Orowan[40], Burgers[41]....etc. Il

a fallu attendre la fin des années 50 pour que, grâce au développement de la microscopie électronique, les données expérimentales s'accumulent: Bollmann [42] dans l'acier inoxydable, et Hirsch [43] dans l'aluminium préparé par polissage électronique. Cette notion, vieille maintenant de plus d'un demi siècle, avait été imaginée par Volterra, plusieurs décennies auparavant (1907), comme une singularité élastique dans un milieu continu . Elle a permis d'élaborer une vue qualitative cohérente de la plasticité des matériaux cristallins et des modélisations quantitatives de plusieurs de ses aspects. Il existe d'excellents ouvrages rappelant l'essentiel de l'histoire des dislocations à leur origine et le développement de leur utilisation (Read, [44], Cottrel, [45], Friedel, [46], Nabarro, [47], Gilman, [48], Hirsch et Lothe [49], Eshelby, [50]).

### I.9.2 Dislocations et déformation plastique.

Parmi plusieurs propriétés des dislocations, deux font de celles-ci, outre leur facilité de glissement, des agents efficaces de la déformation plastique dans les cristaux:

a) Les dislocations existent en très grand nombre dans ces cristaux avant même qu'ils subissent un écoulement plastique provoqué par les sollicitations mécaniques auxquelles ils sont soumis.

b) Leurs facilités de se multiplier sous contraintes par différents mécanismes qui parviennent à augmenter leur densité de plusieurs ordres de grandeur. Cette dernière est caractérisée par le nombre de dislocations par unité d'aire ou de manière équivalente par leur longueur cumulée par unité de volume:

$$\rho = \frac{\sum L}{V} \quad (\text{I.29})$$

où  $\sum L$  est la longueur cumulée des dislocations dans le volume  $V$ . Si ce dernier est exprimé en  $\text{cm}^3$  et  $\sum L$  en  $\text{cm}$ , la densité des dislocations  $\rho$  s'exprime donc en  $\text{cm}^{-2}$ . En réalité, la mobilité n'affecte qu'une faible densité des dislocations  $\rho_m$ , on a donc:

$$\rho = \rho_i + \rho_m \quad \rho_m \ll \rho_i \quad (\text{I.30})$$

où  $\rho_i$  est la densité des dislocations relativement immobiles. Ainsi un cristal vierge se trouve avec une densité initiale de dislocations de quelques dizaines ou centaines de milliers par centimètre carré et se multiplie très rapidement

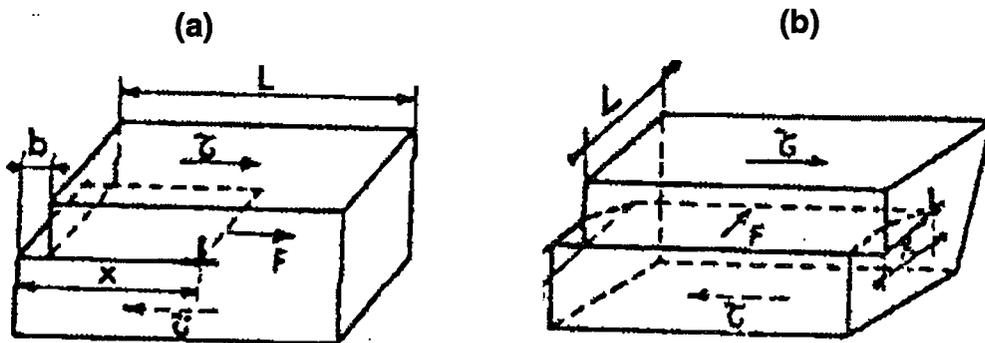
par mille, dix milles, voir un million au cours de l'écoulement plastique de ce même cristal. Orowan a été le premier à associer une densité  $\rho_m$  de dislocations en mouvement à la vitesse de déformation plastique  $\dot{\Gamma}_p$  donné par:

$$\dot{\Gamma}_p = \rho_m b \bar{v} \quad (\text{I.31})$$

où  $b$  désigne l'intensité de leur vecteur de Burgers et  $\bar{v}$  la vitesse moyenne des dislocations mobiles.

### I.9.3. Forces exercées sur les dislocations dues aux contraintes appliquées.

Un des résultats les plus importants de l'étude des dislocations réside dans la détermination de la force subie, par unité de longueur, par la dislocation sous l'action d'un champ de contraintes effectives. Dans le cas où nous considérons un élément de cristal soumis à une même cisssion  $\tau$  en surface, figure (I. 27)



**Figure (I. 27):** Cisaillement associé au déplacement d'une dislocation, coin (a) ou vis (b).

Le travail de la contrainte de cisaillement  $\tau$  est équivalent à celui d'une force  $\vec{F}$  s'exerçant sur une dislocation et d'intensité par unité de longueur:

$$F = \tau b \quad (\text{I-32})$$

Le vecteur de Burgers  $\vec{b}$ , de la dislocation mobile, caractérise à la fois la nature de dislocation et le glissement cristallographique. Une dislocation est

dite "coin" ou "vis" selon que sont vecteur de burgers lui est perpendiculaire ou parallèle.

$$F = \vec{b} \cdot [\sigma] \cdot \vec{n} \quad (\text{I-33})$$

F est donc la force résultante du tenseur des contraintes appliquées  $[\sigma]$ ,  $\vec{n}$ ,  $\vec{n}$  étant le vecteur unitaire normal au plan de glissement. La projection F de la force  $\vec{F}$  dans le plan de glissement de la dislocation contenant forcément  $\vec{n}$  et  $\vec{b}$  est également donnée par (I.32), où  $\tau$  représente la cission résultante de  $[\sigma]$  sur ce plan. En d'autres termes, c'est la cission résolue de la loi de Schmid. La comparaison de cette force aux intensités des différents obstacles pouvant s'opposer au mouvement des dislocations permet l'appréciation de la mobilité effective de ces dernières et leur contribution tant à l'écoulement plastique qu'à l'écroutissage.

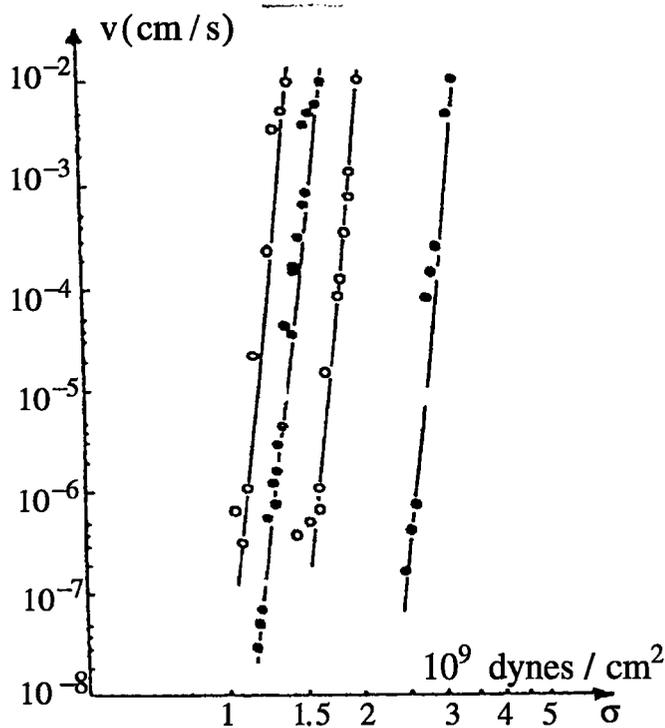
#### I.9.4. Vitesse des dislocations.

Le problème de la vitesse des dislocations est très difficile à résoudre d'un point de vue théorique: Frank [30] a étudié le mouvement uniforme des dislocations vis, Eshelby [9] a montré qu'une dislocation ne peut dépasser la vitesse de propagation du son dans le matériau en question.

Du point de vue expérimental, la première mesure de la vitesse des dislocations a été effectuée par Gilman [36] sur le fluorure de lithium pour les métaux, Low [51] a fait des mesures dans un fer de silicium. La technique est la même dans les deux cas: on attaque la surface d'un cristal à l'aide d'un réactif chimique convenable et l'on donne une impulsion mécanique à ce cristal; celui-ci se déforme et l'on enregistre l'impulsion, puis on réattaque la surface du cristal pour déterminer la nouvelle position des dislocations.

Sans entrer dans les détails, on trouve les résultats suivants:

\* Il existe une vitesse limite différente pour les dislocations coin et les dislocations vis. Ces vitesses sont inférieures à la vitesse du son.



**Figure(I. 28):** Variation de la vitesse des dislocations avec la contrainte appliquée (échantillon de fer-silicium), Low, [51].

\* Tant que la vitesse  $v$  est inférieure au tiers de la vitesse du son, elle peut se mettre sous la forme:

$$v = C\tau^m \tag{I.34}$$

où  $\tau$  est la contrainte de cisaillement et  $m$  est un exposant de l'ordre de 25.

\* A égalité des contraintes exercées sur les dislocations, les coins vont plus vite (50 fois environ) que les vis.

\* Lors de la déformation plastique, les dislocations se propagent à des vitesses de l'ordre de 0.1 mm par seconde. La figure (I. 28) représente les résultats obtenus, par. Low. [51], sur le fer-silicium.

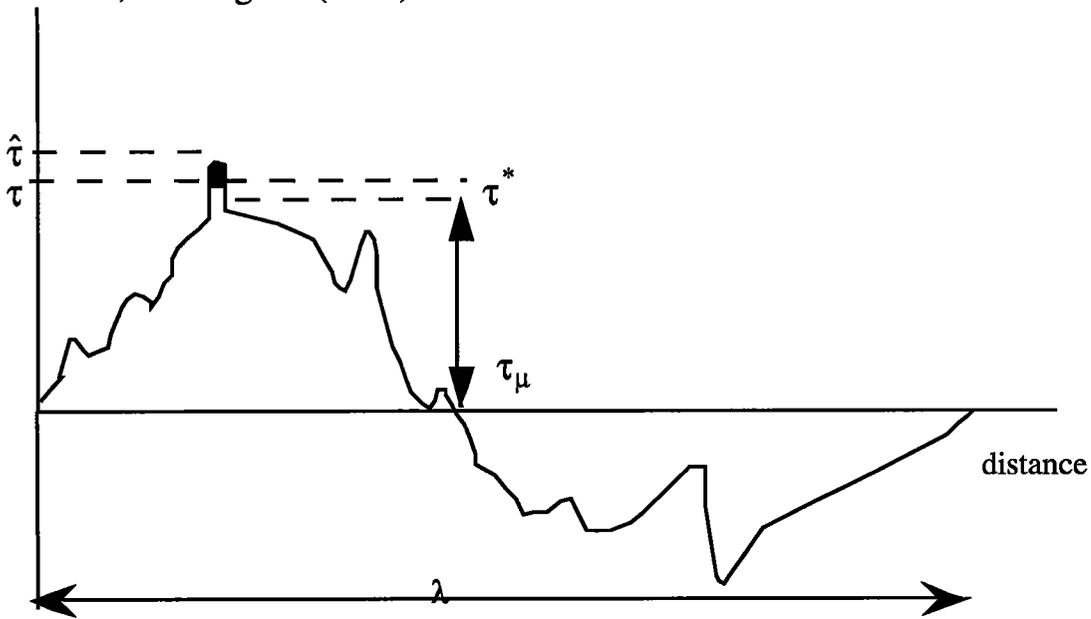
### I.10. Obstacles au mouvement des dislocations.

A l'échelle microscopique, la déformation des métaux est due essentiellement au mouvement des dislocations dans les différents plans de glissement et à la façon dont les dislocations se multiplient et sont freinées ou arrêtées par les divers obstacles. Ces mécanismes déterminent le comportement du métal: aptitude à la déformation plastique et à l'écroutissage.

Il est donc nécessaire de connaître les obstacles à la propagation de ces dislocations et de modéliser la manière dont ces obstacles sont franchis. Les mécanismes associés au franchissement de ces obstacles fixent la cinétique de glissement des dislocations et ils sont de deux types: les mécanismes thermiquement activés et les mécanismes athermiques qui sont peu sensibles à la température.

### I.10.1 Mécanismes thermiquement activés, et contrainte effective.

Lorsque la dislocation rencontre une barrière infranchissable, l'agitation thermique peut alors fournir un supplément d'énergie nécessaire au franchissement de l'obstacle. Comme les fluctuations atomiques sont très localisées, elles ne s'exercent que sur une petite partie du plan de glissement et ne peuvent être efficaces qu'envers les obstacles à une courte distance, obstacles "thermoactivés" ou faibles, comme les vallées de Peierls-Nabarro dans les C.C. et les forêts de dislocations dans les C.F.C. [11], [23], [24], [52], [53] et autres. Le champ de contraintes subi par une dislocation est la somme algébrique de toutes les contraintes qui peuvent être appliquées à cette dislocation, voir figure (I. 29).



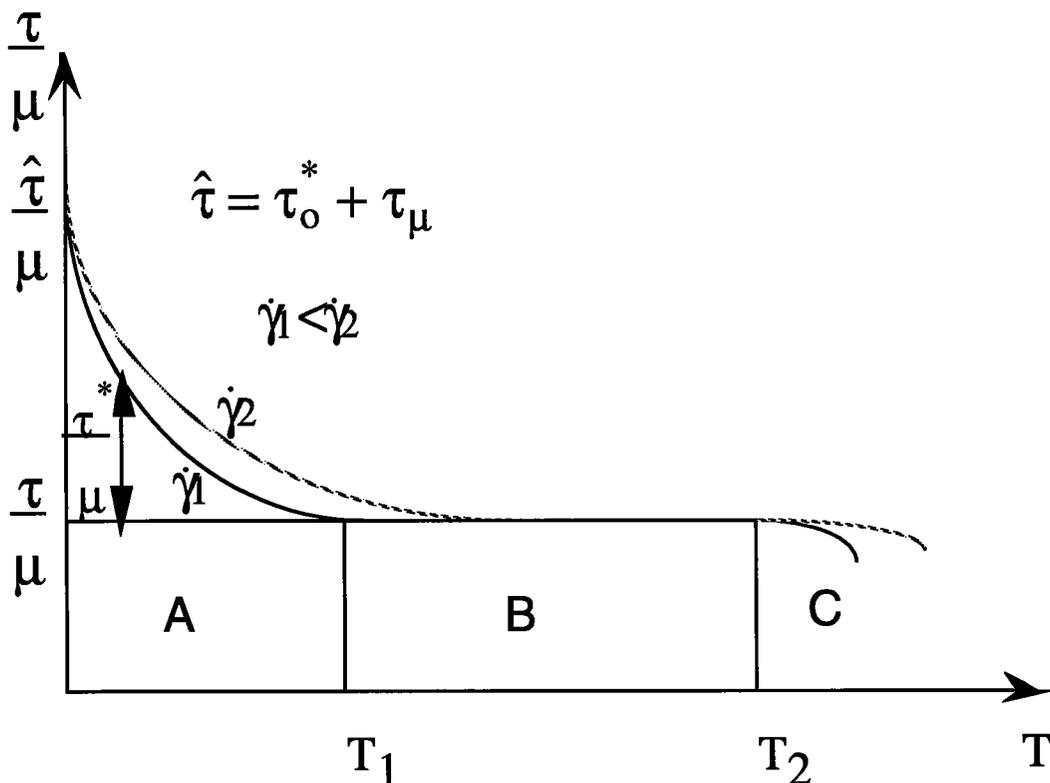
Longueur d'onde du champ du contraintes à longue distance

**Figure (I. 29):** représentation schématique du champ de contraintes rencontré par une dislocation se déplaçant dans le cristal.

L'obstacle thermoactivé le plus fort noirci sur la figure(I. 29) est celui qui gouverne l'écoulement viscoplastique. Pour une température de 0K, l'écoulement plastique se produit pour une valeur  $\hat{\tau}$  appelée contrainte de

seuil. Lorsque la température s'élève, l'activation thermique qui provient des vibration atomiques dans le réseau cristallin fournit une énergie représentée par la surface noircie sur la figure(I.29).

La statistique de franchissement dépend de l'énergie d'activation thermique. A une température fixée, lorsque l'on applique une vitesse de déformation, on impose une fréquence de franchissement des obstacles par les dislocations. Celles-ci vont alors tenter de minimiser leur énergie libre. A ce niveau d'énergie correspond la contrainte d'écoulement. Pour une même vitesse de déformation, l'énergie fournie augmente avec la température. Le niveau de contrainte nécessaire pour maintenir une vitesse de déformation  $\dot{\gamma}$  diminue. La limite d'écoulement  $\tau$  décroît alors jusqu'à la valeur  $\tau_\mu$  pour laquelle, une élévation de la température n'a plus d'influence car les distances d'activation des obstacles rencontrés sont trop importantes. La contrainte  $\tau_\mu$  ne dépend de la température qu'à travers le module de cisaillement  $\mu(T)$  voir figure (I. 30).

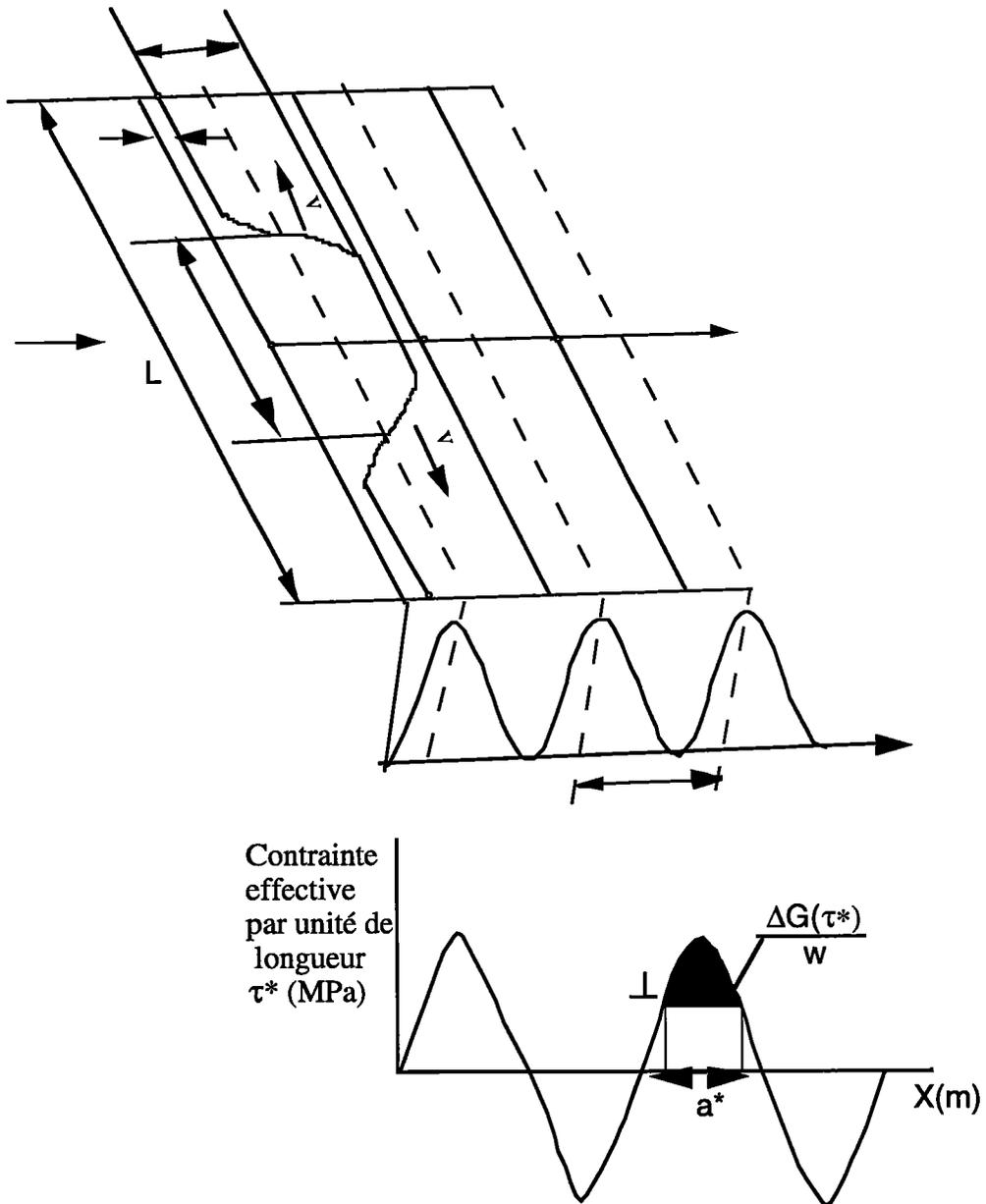


**Figure (I. 30):** Variation de la cission critique (rapportée au module de cisaillement  $\mu$ ) avec la température pour deux valeurs de la vitesse de déformation (à microstructure constante).

La figure (I. 30) montre l'évolution de la limite d'élasticité en fonction de la température pour plusieurs vitesses de déformation. Dans la zone A, les obstacles à faibles distances d'activation contrôlent le déplacement des dislocations. L'augmentation de la température permet d'abaisser la contrainte d'écoulement pour une même vitesse de déformation. La contrainte décroît de manière plus notable pour les métaux C.C. que pour les C.F.C et les H.C., indiquant que les obstacles "faibles" comme les vallées de Peierls-Nabarro jouent un rôle prépondérant sur le comportement plastique des métaux C.C. Frost et al. [54]. Sur le plateau athermique de la zone B, l'énergie fournie par la température permet de franchir les obstacles "faibles". L'écoulement est régi par les obstacles à grandes distances d'activation comme les forêts de dislocations dans les métaux C.F.C. Au delà de ce plateau, la zone C coïncide avec l'apparition des mécanismes liés au fluage.

Une façon d'appréhender l'activation thermique est de considérer le mécanisme de franchissement des vallées de Peierls-Nabarro par double décrochement d'une dislocation ancrée en deux points A et B distants de  $L$ , voir la figure (I. 31). La dislocation est soumise à la contrainte effective  $\tau^*$ . Lors de son déplacement, il se forme un double décrochement (double Kink) de longueur  $w$  et de largeur  $a^*$ .

Seeger[55], a montré que l'énergie d'activation dépend de la contrainte effective  $\tau^*$ . Plus tard, Dorn et Rajnak [56] ont étudié la cinétique de formation d'un double décrochement. Ils ont montré que cette énergie est fonction de la forme de l'obstacle. Nous présentons ici les principaux résultats de l'activation thermique.



**Figure (I. 31):** Franchissement des vallées de Peierls par double décrochement.

La fréquence  $\nu$  obéit à la statistique de Boltzmann, Conrad [23]:

$$\nu = \nu'_0 \exp\left(-\frac{\Delta G}{kT}\right) \quad (\text{I-35})$$

$\nu'_0 = \frac{b}{2w} \nu_D$  est la fréquence de vibration de la ligne de dislocation et peut être comprise entre  $\nu_D / 1000$  et  $\nu_D / 100$  où  $\nu_D$  représente la fréquence de Debeye. Elle est voisine de  $10^{13}$  Hz, Kocks et al. [24].

$\Delta G$  est l'énergie d'activation de Gibbs, elle correspond à la surface hachurée de la figure (I. 31).

Le franchissement d'un obstacle permet à une dislocation de parcourir en moyenne une distance  $\frac{La^*}{w}$ , la vitesse moyenne  $\bar{v}$  d'une dislocation est donnée par la relation:

$$\bar{v} = v_D \frac{La^* b}{2w^2} \exp\left(-\frac{\Delta G}{kT}\right) \quad (\text{I.36})$$

La relation de base entre la vitesse de cisaillement plastique  $\dot{\gamma}$ , la densité de dislocations mobiles  $\rho_m$  et leur vitesse moyenne  $\bar{v}$  est donnée par Orowan:

$$\dot{\gamma} = \rho_m b \bar{v} \quad (\text{I.37})$$

On parvient donc à la relation suivante:

$$\dot{\gamma} = \dot{\gamma}_0 \exp\left(-\frac{\Delta G(\tau^*)}{kT}\right) \quad (\text{I.38})$$

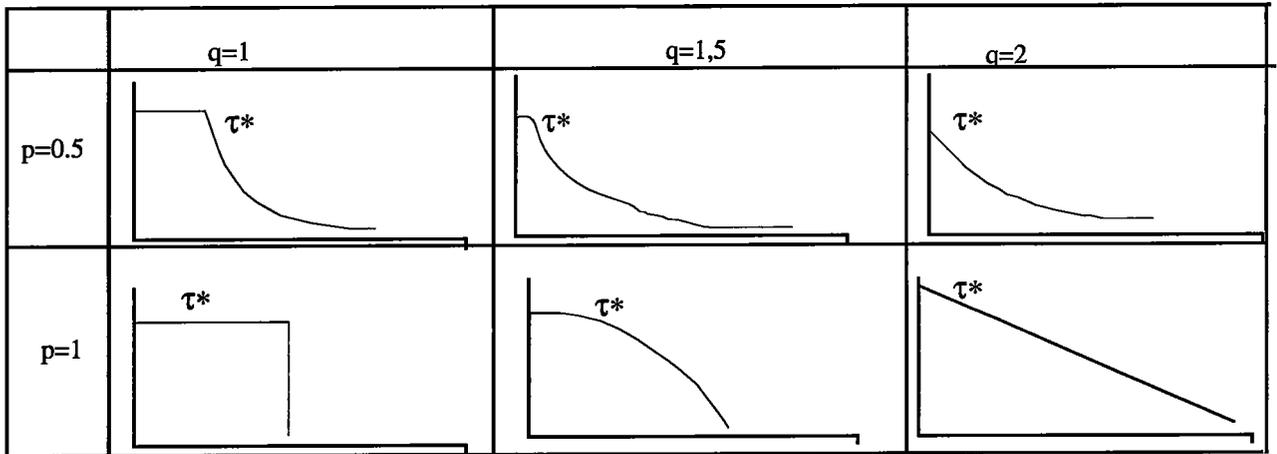
$$\dot{\gamma}_0 = \frac{La^*}{2w} v_D b^2 \rho_m = n_k b^2 \rho_m \quad (\text{I.39})$$

Alors qu'il est possible de mesurer la densité totale de dislocations, aucune méthode n'est connue à ce jour pour déterminer directement la densité mobile  $\rho_m$ . En revanche des observations au microscope électronique à transmission ont montré que la vitesse des dislocations mobiles est une fonction croissante de la contrainte appliquée Friedel [46] Gilman [48].

Les lignes de dislocations sont flexibles. Elles peuvent donc se mouvoir de plusieurs façons, la plus courante étant par décrochement. La géométrie du décrochement est fonction du champ de potentiel dans lequel se trouve la dislocation. Dorn et Rajnak [56] Gilman [48], Kocks, Argon et Ashby [24] se sont intéressés au profil d'une dislocation dans un champ de potentiel périodique. Il ressort de leurs études que l'énergie d'activation peut s'écrire avec une bonne approximation:

$$\Delta G(\tau^*) = \Delta G_0 \left[ 1 - \left( \frac{\tau^*}{\tau_0^*} \right)^p \right]^q \quad (\text{I.40})$$

où  $\Delta G_0$  est l'énergie totale de l'obstacle,  $\tau_0^*$  est la partie thermiquement activée de la contrainte de seuil à 0 K, p et q déterminent les forme de l'obstacle, voir la figure (I. 32).



**Figure (I. 32):** profils des obstacles en fonction de p et q , Koks et al. [24].

Pour que l'allure des obstacles ait une signification physique, p et q doivent vérifier:

$$0 < p \leq 1$$

$$1 \leq q \leq 2$$

Nous voyons q'une augmentation de p tend à rabattre le pied de l'obstacle tandis qu'une augmentation de q réduit le sommet de l'obstacle. Le cas le plus simple est celui de l'obstacle rectangulaire pour lequel p=q=1.

Le volume d'activation défini par:  $V^* = -\frac{\partial \Delta G}{\partial \tau^*}$  s'écrit dans le cas le plus général en dérivant l'équation (I. 40) comme suit:

$$V^* = pq \frac{\Delta G_0}{(\tau_0^*)^p} (\tau^*)^{p-1} \left[ 1 - \left( \frac{\tau^*}{\tau_0^*} \right)^p \right]^{q-1} \quad (\text{I.41})$$

Ce volume est égal, dans le cas de l'obstacle rectangulaire, à  $\frac{\Delta G_0}{\tau_0^*}$  et l'expression de l'énergie d'activation s'écrit alors:

$$\Delta G(\tau^*) = \Delta G_0 - \tau^* V^* \quad (\text{I.42})$$

On aboutit ainsi à une expression de la vitesse de déformation:

$$\dot{\gamma} = \dot{\gamma}_0 \exp\left(-\frac{\Delta G_0 - \tau^* V^*}{kT}\right) \quad (\text{I.43})$$

soit en inversant cette relation :

$$\tau = \tau_\mu + \frac{\Delta G_0}{V^*} + \frac{kT}{V^*} \ln\left(\frac{\dot{\gamma}}{\dot{\gamma}_0}\right) \quad (\text{I.44})$$

Cela donne une justification aux lois empiriques du type:

$$\tau = A + BT \ln\left(\frac{\dot{\gamma}}{\dot{\gamma}_0}\right) \quad (\text{I.45})$$

où A, B et  $\dot{\gamma}_0$  sont des constantes du matériau.

### I.10.2. Mécanismes athérmiques et contrainte interne.

Ces mécanismes correspondent à un franchissement d'obstacles qui s'effectue sans l'aide de l'activation thermique. En effet l'énergie libre d'activation représente le travail supplémentaire pour amener une dislocation dans l'état active et ne contient aucun terme lié au travail total fait durant le processus d'activation. La valeur de  $\Delta G$  n'est pas affectée par le champ de contraintes à longue portée dans le matériau, Conrad (1961) [52], Shock (1965) [57] et Seeger en (1955) [58]. Ce dernier considère que les obstacles exercent des forces résistantes au mouvement des dislocations.

Il est établi que l'effet de l'érouissage dans les métaux et d'autres paramètres et variables internes interviennent dans l'expression de la contrainte interne  $\tau_\mu$ . Nous citons parmi ces paramètres la densité des dislocations  $\rho$ , le diamètre  $d$  d'une cellule, le diamètre  $D$  du grain et la distance moyenne  $\Delta$  entre les macles, voir par exemple Teodosiu et Sidoroff (1976) [53], Saada (1960) [59], Bloom et col.(1985) [60] pour l'étude de l'effet des interactions dislocations/dislocations, Mughrabi (1975) [61] pour l'effet du diamètre des structures cellulaires. Une forme générale de  $\tau_\mu$  en fonction de la densité des dislocations  $\rho$  et des différents paramètres géométriques a été établie par Klepaczko [62] et [63]:

$$\tau_\mu = \mu \sum_j \alpha_j \left( \frac{b}{\lambda_j} \right)^{1/2} \quad (\text{I.46})$$

ou encore en fonction des paramètres  $\rho$ ,  $d$ ,  $D$  et  $\Delta$ :

$$\tau_\mu = \alpha_1 \mu b \sqrt{\rho} + \alpha_2 \mu \sqrt{\frac{b}{d(\rho)}} + \alpha_3 \mu \sqrt{\frac{b}{D}} + \alpha_4 \mu \sqrt{\frac{b}{\Delta}} \quad (\text{I.47})$$

où  $\mu$  est le module de cisaillement. Les paramètres  $\lambda_j$  caractérisent  $\rho$ ,  $d$ ,  $D$  et  $\Delta$ . L'expression de la contrainte  $\tau_\mu$  donnée par la relation (I.46) est liée aux interactions du type dislocations-dislocations, à l'évolution du diamètre des structures cellulaires et du diamètre du grain, ainsi qu'à la distance moyenne séparant les macles. Les constantes  $\alpha_1$ ,  $\alpha_2$ ,  $\alpha_3$  et  $\alpha_4$  caractérisent la contribution de chaque effet indépendamment les uns des autres. Par ailleurs, comme il a été mentionné par Klepaczko et col. [25] et [26], la restauration dynamique engendre comme l'activation thermique une évolution de la structure  $s_j$ , de plus la contrainte interne dépend elle aussi de l'histoire de la vitesse de déformation et de la température à travers le processus de la restauration dynamique. Il en ressort:

$$\tau_\mu = f_\mu \left\{ s_j \left[ h(\dot{\Gamma}, T) \right] \right\} \quad (\text{I.48})$$

En résumé, au mouvement d'une dislocation s'opposent deux types d'obstacles intrinsèques du fait de leurs propres configurations ou de leurs interactions mutuelles (mécanismes intrinsèques). De ces obstacles résultent deux composantes de la contrainte appliquée:

\* Une composante effective  $\tau^*$  qui trouve son origine dans l'activation thermique des dislocations et qui dépend de la vitesse de déformation et de la température.

\* Une composante athermique  $\tau_\mu$  appelée contrainte interne.

On constate aussi que le franchissement d'obstacles par les dislocations est caractérisé par l'ensemble des principaux paramètres suivants: la densité des dislocations mobiles  $\rho_m$ , l'aire balayée entre deux obstacles  $A$ , la contrainte interne  $\tau_\mu$  et la variation des fonctions thermodynamiques. La connaissance de ces paramètres caractérise un mécanisme microstructural donné.

### I.10.3 Évolution de la microstructure et formulation du modèle.

D'après ce qui vient d'être présenté, trois types de quantités sont à déterminer, les quantités mesurables à partir des tests mécaniques, par exemple  $\tau$ ,  $\Gamma$ ,  $\dot{\Gamma}$  et  $T$ , les constantes et les paramètres physiques et finalement les variables internes  $s_j$  ayant une relation quelconque avec l'évolution de la structure durant les déformations plastiques et qui contribuent à l'écoulement plastique. Celles-ci peuvent être identifiées à  $\rho$ ,  $\rho_m$ ,  $d$ ,  $D$ ,  $\Delta$ ,.....etc. Il est nécessaire, pour bien comprendre les mécanismes accompagnant la déformation plastique, de définir l'évolution de la structure  $s_j$ . En effet, deux composantes  $\tau^*$  et  $\tau_\mu$  de la contrainte dépendent de celle-ci. Cette évolution peut être décrite par  $j$  équations différentielles, [62], [63].:

$$\frac{ds_j}{d\Gamma} = f_j(T, \dot{\Gamma}, s_k); \quad k=1.....j \quad (\text{I.49})$$

L'indice  $j$  indique la  $j^{\text{ième}}$  variable interne  $s_j$  ( par exemple la densité des dislocations  $\rho$ , le diamètre de grain  $D$ , le diamètre de la structure cellulaire  $d$ , la distance moyenne séparant les macles  $\Delta$ ,....etc). La solution du système(I.49), introduite dans les relations (I.47) et (I.48) donne l'expression à structure constante de la contrainte totale appliquée:

$$\tau = \tau^*(s_j, \dot{\Gamma}, T) + \tau_\mu(s_j, T) \quad (\text{I.50})$$

Ainsi la contrainte d'écoulement plastique peut être calculée à tout moment, et pour toute l'histoire de la déformation plastique définie par  $\dot{\Gamma}(\Gamma)$  et  $T(\Gamma)$ .

### **I.11. Conclusion.**

Dans cette première partie bibliographique, on constate un accord entre les différents résultats expérimentaux sur l'évolution de la contrainte appliquée. Cette évolution varie en fonction de la vitesse de déformation et de la température. L'histoire de ces deux paramètres expérimentaux influence le comportement des métaux. D'autre part, les résultats de l'analyse d'activation thermique montrent que la contrainte totale appliquée est le résultat de la superposition de deux contraintes, l'une athermique appelée contrainte interne  $\tau_{\mu}$  et l'autre thermoactivée appelée contrainte effective  $\tau^*$ . Ces deux composantes dépendent de façons différentes de la micro-structure définie par  $j$  paramètres internes  $s_j$ , la contribution de la microstructure est décrite par la loi de comportement basée sur la dynamique des dislocations. Celle-ci peut être considérée comme un cadre précieux pour l'utilisation de certaines relations empiriques déduites de l'étude du mouvement des dislocations dans les cristaux.

*CHAPITRE II*

*TECHNIQUES EXPÉRIMENTALES*

## II.1. Introduction.

Plusieurs informations et propriétés mécaniques peuvent être tirées de l'étude de la sensibilité des métaux à la vitesse de déformation. Celle-ci peut être déterminée expérimentalement. Les techniques permettant de telles réalisations peuvent être divisées en deux grandes catégories.

\* Les machines conventionnelles (de type hydraulique ou vis-écrou) permettent des sollicitations uniaxiales et biaxiales à des vitesses de déformation faibles et intermédiaires. Elles ne conviennent plus aux grandes vitesses de déformation à cause du problème de la résonance.

\* Pour atteindre des vitesses de déformation élevées comme dans le cas des impacts, on utilise généralement les barres de Kolsky (dispositif d'Hopkinson modifié).

Dans cette deuxième technique. L'échantillon est placée entre les deux barres, celles d'entrée et de sortie. On soumet brusquement la barre d'entrée à des contraintes uniaxiales de traction, de compression ou de cisaillement simple. Afin de réaliser un champ de contraintes sensiblement uniforme dans le cas de torsion, il est préférable de choisir des éprouvettes tubulaires.

Dans le cas des essais dynamiques réalisées sur les barres, la théorie de propagation des ondes permet la mesure des contraintes, des déformations et des vitesses de déformation. En effet, lors du chargement, une onde se propage à travers la barre d'entrée. Elle se décompose en une partie réfléchie qui se propage dans la même barre mais en sens inverse, et une partie transmise qui se propage dans l'échantillon et puis dans la barre de sortie. La mesure des amplitudes des ondes se fait sur les barres des deux côtés de l'échantillon. L'analyse de Kolsky [67] et [72], montre que l'onde transmise à l'échantillon permet de déterminer la contrainte, tandis que l'onde réfléchie permet de déterminer la vitesse de déformation. Suivant l'appareillage utilisé, la durée du chargement de l'éprouvette ne dépasse pas  $20\mu\text{s}$  pour la compression et  $30\mu\text{s}$  pour la torsion.

Le développement des capteurs de mesure de déformation (jauge de résistance) a permis d'effectuer des mesures précises et de déduire de ces essais le comportement dynamique de divers matériaux.

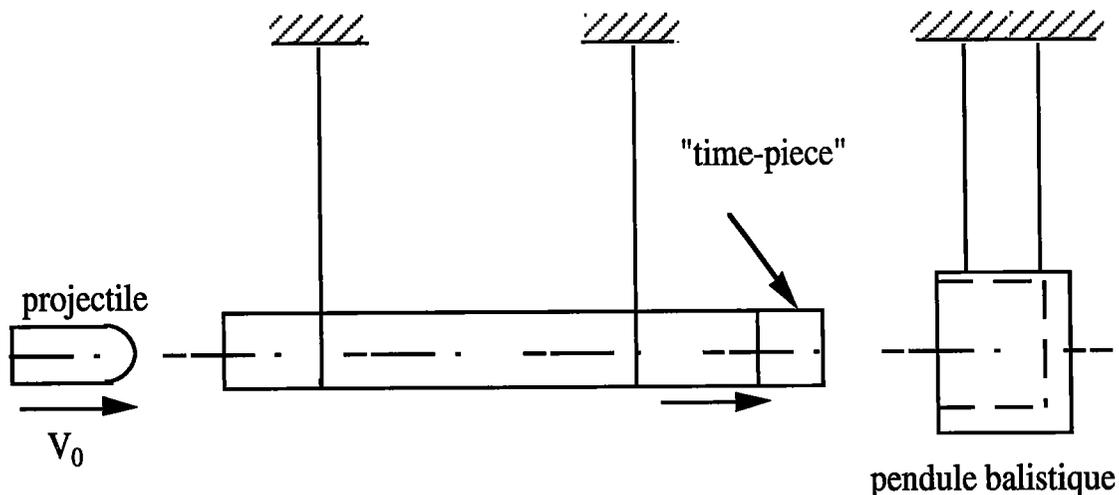
Dans ce chapitre, nous exposons la technique expérimentale utilisant le

dispositif des barres de Kolsky en torsion pouvant réaliser des essais à grandes vitesses et un aperçu sur la traction et la compression dynamique.

## II.2. Barres d'Hopkinson et celles de Kolsky modifiées.

### II.2.1 Historique

Une onde élastique se propageant dans un barreau cylindrique à section circulaire a été utilisée pour la première fois par Hopkinson en 1914 [73]. Hopkinson avait comme objectif de mesurer l'histoire de la pression  $p(t)$  d'impact d'une balle ou d'un explosif. Pour ces travaux il a suspendu balistiquement une barre d'acier de longueur 1m et de diamètre 25mm. L'impact est produit sur l'une des extrémités libres de la barre, une pièce libre de se détacher sous l'effet de l'impact sert de pièce (time-piece). Cette pièce est légèrement collé à la barre, il a le même diamètre que celle-ci et il est constitué du même matériau, voir la figure (II. 1). L'onde incidente dans la barre se transmet au joint de l'interface barre/pièce libre, et se réfléchit à l'autre extrémité libre de la pièce en une onde de traction. Quand celle-ci atteint de nouveau le joint, la pièce se libère et se trouve piégée par le pendule balistique. La mesure de la quantité de mouvement de l'ensemble pendule balistique et pièce permet de déduire la pulsation d'origine, et par conséquent, sa longueur d'onde incidente  $\lambda$  qui est égale à deux fois la longueur de la pièce libre, voir figure (II. 1),  $\lambda = 2L_0$ ,  $L_0$  étant la longueur de la pièce. En répétant l'expérience avec différentes valeurs de  $L_0$ , on peut tirer plusieurs renseignements sur la pulsation d'origine.



**Figure (II. 2): Représentation schématique du fonctionnement de la barre de Hopkinson, 1914.**

Le montage de Hopkinson permettait de déterminer l'amplitude et la durée de l'impulsion créée par un choc, en se basant sur la théorie de propagation des ondes élastiques longitudinales dans un barreau circulaire Pochhammer [89], Chrée [90] et Love [91]. En 1948, Davies [74] a remplacé la pièce libre par un capteur de déplacement, basé sur une capacité électrique, dans le but d'analyser la propagation de l'onde incidente et de mesurer le déplacement  $U(t)$  de l'extrémité libre de la barre en fonction du temps. On déduit de cette mesure la valeur de la contrainte longitudinale  $\sigma(t)$  par différentiation de  $U(t)$ .

$$\sigma(t) = \rho_b C_0 \frac{\partial U}{\partial t} \quad (\text{II.1})$$

où  $\rho_b$  et  $C_0$  désignent respectivement la densité de la barre et la célérité de l'onde de compression donnée par  $C_0 = \sqrt{\frac{E_b}{\rho_b}}$ ,  $E_b$  étant le module de Young de la barre.

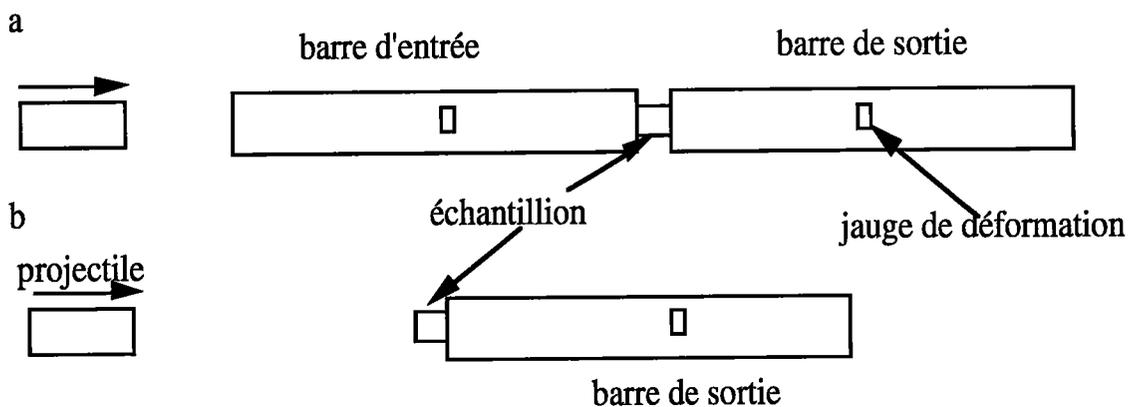
Plusieurs améliorations ont été faites pour étudier plus efficacement le comportement dynamique des matériaux parmi lesquelles, on trouve la technique des barres de Kolsky [67] qui est une version modifiée des barres de Hopkinson. Cette technique est basée sur l'analyse de la propagation des ondes dans les barres et donne la possibilité de déterminer à partir de celle-ci les caractéristiques d'un matériau. Dans cette nouvelle version, le dispositif peut être décrit par deux configurations, voir la figure (II. 2):

\* Dans la première configuration, l'échantillon qui est pris en sandwich entre deux barreaux parfaitement alignés est chargé par des ondes de contraintes générées par un projectile qui vient heurter l'extrémité libre de la barre d'entrée. Ces ondes se propagent à travers la barre d'incidence et viennent se transmettre à l'échantillon [64] et [75].

\* Dans la deuxième configuration, l'éprouvette est chargée par le choc direct d'un projectile, voir la figure (II. 2).

## II.2.2. Compression dynamique.

La version du système de compression SHPB (Split Hopkinson Pressur Bar) est composée de deux barreaux alignés et élançés prenant l'échantillon en sandwich entre eux, Lindholm [64]. La génération des ondes de chargement est produite par l'impact d'un projectile sur l'extrémité libre de la barre incidente. Ce dispositif de compression permet l'étude du comportement plastique du matériau à des grandes vitesses de déformation comprises entre  $10^2 \text{ s}^{-1}$  et  $10^3 \text{ s}^{-1}$ . En ce qui concerne l'éprouvette d'essai, il s'agit d'un matériau moins rigide que le matériau constitutif des barres, l'échantillon est inséré entre les deux barres comme l'indique la figure (II. 2-b).



**Figure (II. 2):** Diagramme schématisé du dispositif de Kolsky pour l'analyse des ondes de compression, (a) [64], (b) [75].

La relation contrainte-déformation de l'échantillon est déterminée pour un essai réalisé sur le dispositif de Kolsky par la mesure des ondes incidente, réfléchi et transmise dans les barres dans le cas de la première configuration. Dans le cas de la deuxième configuration où l'impact se fait directement sur l'échantillon, [75] et [76], la mesure de l'onde réfléchi dans le projectile se fait par des condensateurs coaxiaux. D'autres mesures utilisent des caméras rapides (high-speed photography), [77]. Les principales améliorations basées sur cette technique sont dues à, Lindholm.[64], Krafft et col. [77], Campbell et Doby [79], Davies et Hunter [80], Chiddister et Malvern [81].....etc. L'influence de l'inertie radiale et des frottements imposés par l'utilisation des barres de Kolsky en compression constitue encore un problème en ce qui concerne les impacts axiaux. Pour éviter ce problème, plusieurs chercheurs ont utilisé les barres de Kolsky en torsion pour étudier le comportement dynamique des matériaux Duffy et col. [13], [68], Campbell et col. [68], [69], Klepaczko [65].....etc.

L'onde incidente est partiellement réfléchiée à l'interface de la barre d'entrée et de l'échantillon, et est partiellement transmise à travers l'échantillon. L'amplitude de l'onde transmise, mesurée par les jauges de la barre de sortie, est proportionnelle à la contrainte exercée sur l'échantillon. L'onde réfléchiée se propage en sens inversé dans la barre d'entrée comme une onde de décharge. Les dimensions de l'échantillon doivent être suffisamment courtes, pour permettre aux ondes élastiques et plastiques plusieurs parcours successifs dans l'éprouvette à l'état quasi-statique de la contrainte.

La théorie complète de la propagation des ondes dans les barres de Hopkinson modifiées est donnée par Lindholm [64].

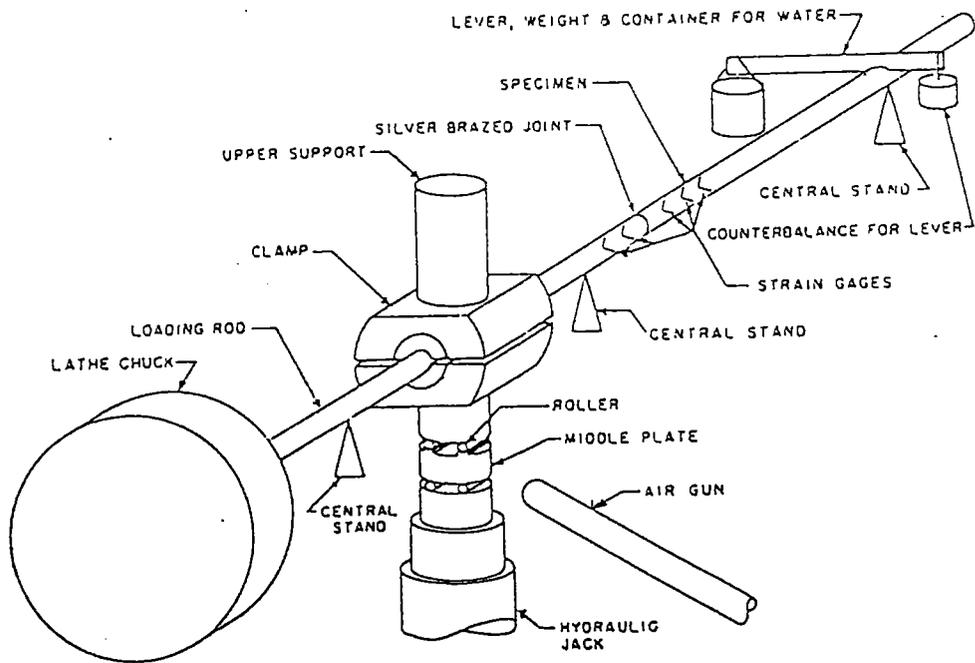
Il est possible de déduire les grandeurs  $\sigma(t)$ ,  $\varepsilon(t)$ ,  $\dot{\varepsilon}(t)$  à partir de la mesure des ondes  $\varepsilon_I(t)$ ,  $\varepsilon_R(t)$  et  $\varepsilon_T(t)$ . Par élimination du temps entre ces grandeurs, on détermine le comportement et l'histoire de la vitesse de déformation du matériau  $\sigma(\varepsilon)$  et  $\dot{\varepsilon}(\varepsilon)$  au cours d'un essai quelconque.

L'expansion radiale de l'échantillon, pendant la déformation influence la répartition de la contrainte dans celui-ci, par les frottements entre les barres et l'échantillon et par l'introduction des forces d'inertie à l'intérieur de l'échantillon. Les frottements peuvent être éliminés par lubrification des interfaces, mais l'introduction des forces d'inertie constitue une limitation de la vitesse de déformation  $\dot{\varepsilon}$ . L'analyse plus complète de l'inertie et du frottement en SHPB est donnée par Malinowski et Klepaczko [88]. L'erreur commise sur la valeur de la contrainte mesurée est assez importante pour les grandes vitesses de déformation, elle est égale à 0.05% pour une vitesse de déformation  $\dot{\varepsilon} = 2.2 \times 10^3 \text{ s}^{-1}$  et 17.5% pour  $\dot{\varepsilon} = 2.5 \times 10^4 \text{ s}^{-1}$ .

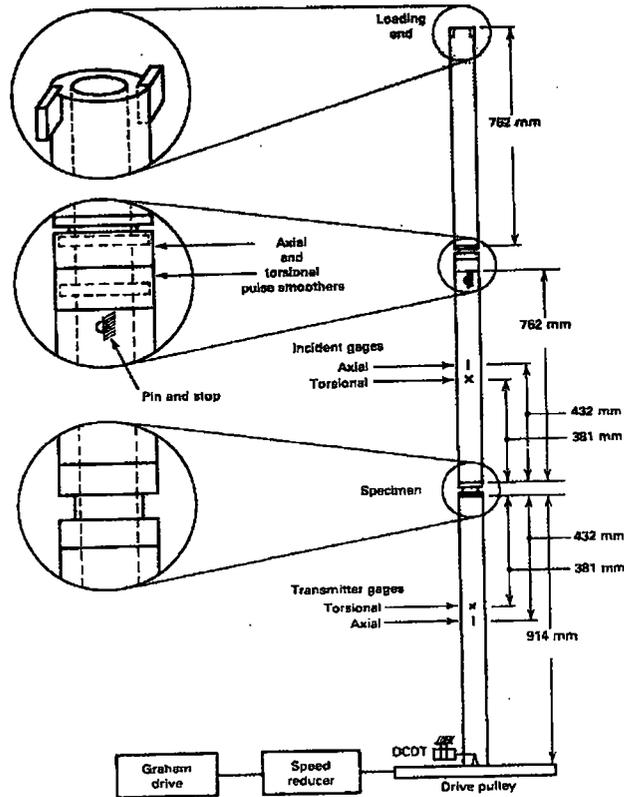
### II.2.3. Le dispositif des barres de Kolsky adapté en torsion.

L'analyse de la propagation des ondes de torsion a été étudiée au début par Becker et col. [82], Yew et col. [83] sur une machine de torsion représentée par la figure (II. 3). Plus tard, Duffy et col. [68], Campbell et col. [69] ont développé un dispositif basé sur un principe similaire à celui du chargement axial de Kolsky. Ce dispositif est appelé Split-Hopkinson Torsional Bar, (SHTB), voir la figure (II. 4). Ils ont montré qu'à l'aide d'une telle technique, la contrainte de cisaillement et la vitesse de déformation peuvent être déterminées à partir de la génération d'ondes par détonation d'explosif. La

forme du signal de l'onde incidente est presque carré. L'onde de torsion est produite en mettant du feu simultanément à deux feuilles d'explosifs. Ces feuilles sont collées sur des ailettes montées symétriquement à l'extrémité d'un tube à parois épaisses, qui est destiné à transmettre la contrainte à l'éprouvette par l'intermédiaire d'un atténuateur d'impulsion, voir la figure (II. 4). Cette méthode présente l'avantage de produire des pulsations de courte durée avec un temps de montée de l'ordre de  $10\mu s$ . La déformation plastique atteinte dans l'échantillon tubulaire est limitée. Cet inconvénient a poussé les chercheurs à utiliser une nouvelle version du dispositif SHTB.



**Figure (II. 3):** Schéma de la machine de torsion par choc, Yew et col. [82], [83].



**Figure (II. 4):** Schéma de l'essai de torsion par détonation d'explosif, Duffy et col. [68].

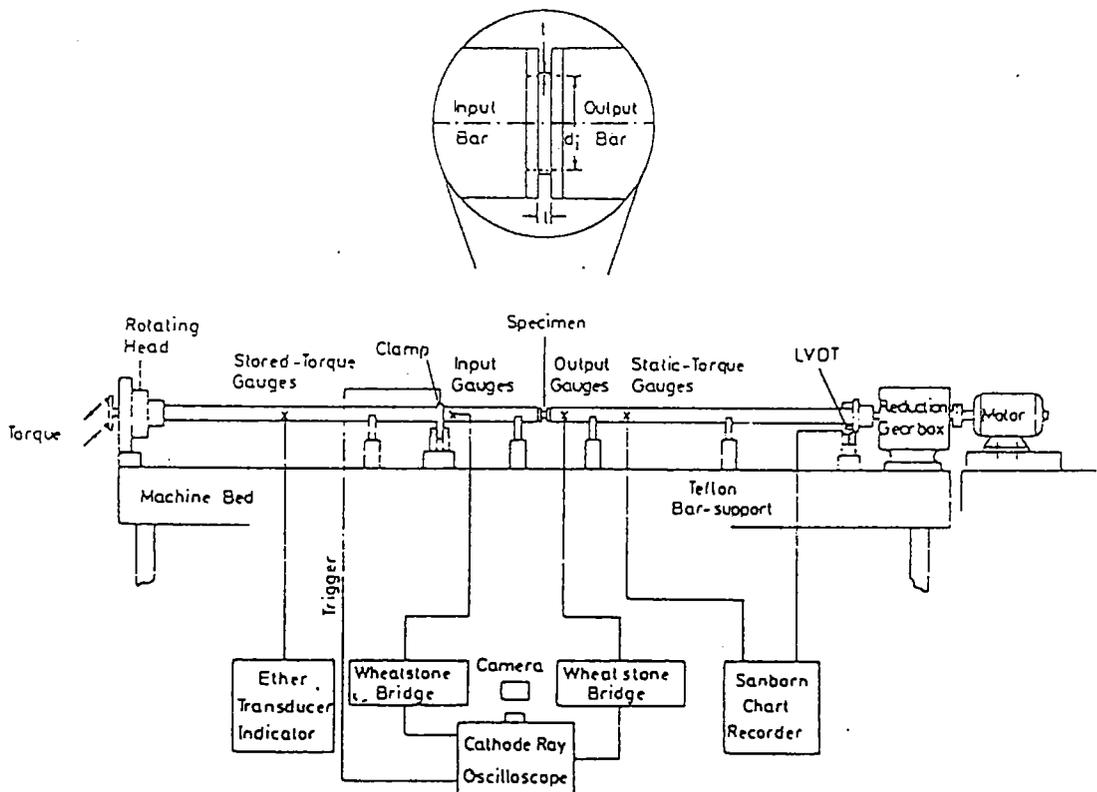
Dans cette nouvelle version, la détonation d'explosif a été remplacée par le stockage de l'énergie élastique par l'intermédiaire d'un système de blocage [69], [82], [83] et [84]. Le chargement est appliqué par la libération brusque de l'énergie élastique préalablement stockée dans la barre d'entrée du dispositif. L'énergie libérée se propage sous forme d'une onde incidente d'amplitude constante sous forme d'un créneau rectangulaire. L'échantillon qui est pris en sandwich entre les deux barres d'entrée et de sortie, est sollicité par une onde de torsion. L'impédance mécanique de l'échantillon est souvent différente de celle des barres, ce qui provoque des phénomènes de réflexion et de transmission des ondes. Lorsqu'une onde se propage dans la barre incidente, elle est partiellement réfléchiée à l'interface de la barre d'entrée et de l'échantillon et transmise à travers ce dernier. Les mesures des déformations au passage des ondes incidente et réfléchiée dans la barre d'entrée et de celle transmise dans la barre de sortie permettent d'accéder à la déformation et à la contrainte de cisaillement de l'éprouvette.

Le principal inconvénient de cette version, qui consiste à emmagasiner un couple statique, provient de la difficulté de concevoir un système de blocage

répondant au critères suivants:

- \* Une bonne rigidité.
- \* Une résistance qui empêche tout glissement de la barre d'incidence au moment de son relâchement.
- \* Une facilité d'utilisation.

La qualité des résultats expérimentaux dépend en grande partie du choix du système de serrage. La variation de ce choix est illustrée par la figure (II. 7). Le système de serrage est constitué généralement de deux mâchoires articulées entre lesquelles la barre d'entrée est piégée. Deux plaquettes très rigides sont insérées dans les deux mâchoires pour renforcer le serrage. La rupture de la vis entaillée libère l'énergie élastique préalablement stockée, ce qui entraîne la génération d'ondes élastiques du premier mode. Les barres de torsion présentent de nombreux avantages importants. On peut citer parmi ces avantages le fait que les ondes élastiques de torsion, à l'inverse des ondes longitudinales, ne sont pas dissipatives.



**Figure (II. 5):** Schéma du dispositif de torsion par stockage d'énergie élastique, première version de l'Université d'Oxford [69], [70].

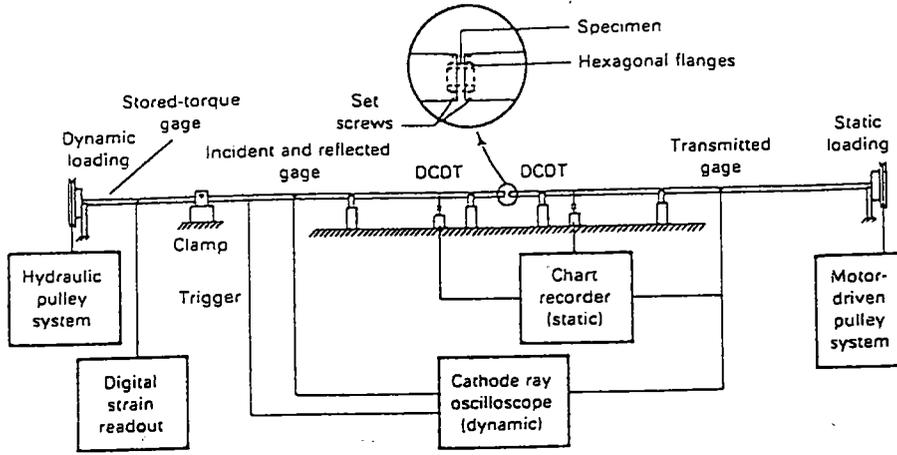


Figure (II. 6): Schéma du dispositif de torsion par stockage élastique, [69], [71], [84], deuxième version de l'Université de Brown.

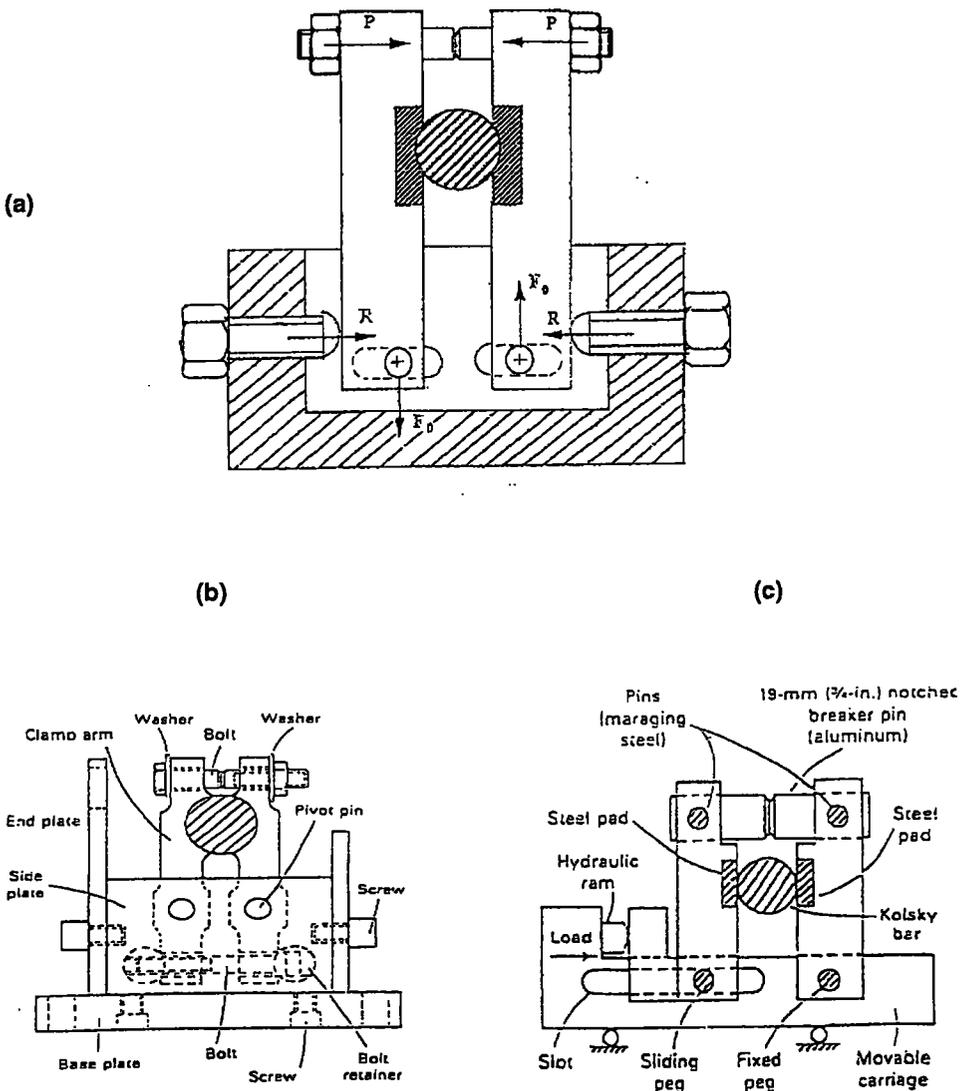
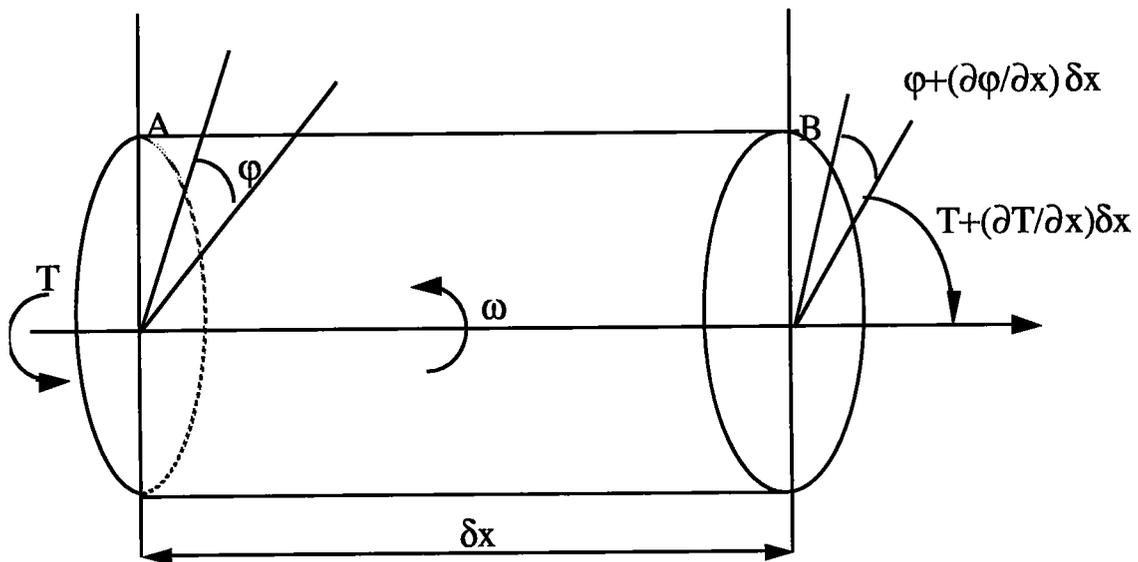


Figure (II. 7): Système de blocage. (a) d'après Klepaczko [84], (b) d'après [85] et (c) d'après [86].

### II.3. Théorie élémentaire de la propagation des ondes de torsion.

#### II.3.1. Propagation d'une onde de torsion dans une barre.

Considérons une barre cylindrique le long de laquelle se propage une onde de torsion provoquée par l'application brusque d'un couple à l'une de ses extrémités. On suppose que chacune des sections transversales reste dans son propre plan et tourne autour de son centre. On obtient l'équation unidimensionnelle de propagation des ondes à partir de l'équilibre des efforts appliqués sur un petit élément de longueur  $\delta x$  comme le montre la figure(II.8).



**Figure (II. 8):** Propagation de l'onde de torsion , uniforme le long d'une barre.

Soit un couple  $T$  appliqué brusquement à l'extrémité gauche de la barre à l'instant  $t=0$  et  $\varphi$  l'angle de rotation d'un plan transversal situé à une distance  $x$  de l'origine. La vitesse angulaire dans ce plan.

$$\omega = \frac{\partial \varphi}{\partial t} \quad (\text{II.2})$$

La déformation de cisaillement en un point de la surface latérale de la barre est donnée par:

$$\gamma = R \frac{\partial \varphi}{\partial x} \quad (\text{II.3})$$

où R est le rayon de la barre.

La conservation du moment cinétique se traduit par :

$$\frac{\partial T}{\partial x} = J\rho \frac{\partial \omega}{\partial t} \quad (\text{II.4})$$

où  $J = \frac{1}{2} \pi R^2$  est le moment d'inertie de la barre.

Pour un matériau d'élasticité linéaire on a:

$$\tau = \mu \gamma \quad (\text{II.5})$$

où  $\mu$  est le module élastique de cisaillement.

La contrainte de cisaillement  $\tau$  est liée au couple T appliqué à l'extrémité de la barre par la relation :

$$\tau = \frac{TR}{J} \quad (\text{II.6})$$

D'après les relations (II.5) et (II.6)

$$T = \mu J \frac{\partial \varphi}{\partial x} \quad (\text{II.7})$$

En introduisant (II.7) dans (II.4) on obtient:

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial t^2} = \frac{\mu}{\rho} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} \quad (\text{II.8})$$

ou encore

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial t^2} - C_2^2 \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} = 0 \quad (\text{II.9})$$

C'est l'équation de propagation de l'onde de torsion le long d'une barre à la célérité donnée par  $C_2 = \sqrt{\frac{\mu}{\rho}}$ . La solution générale de cette équation est

donnée par :

$$\varphi = f(C_2t - x) + g(C_2t + x) \quad (\text{II.10})$$

où la fonction  $f$  correspond au cas d'une onde qui se propage dans la direction des  $x$  croissants,  $g$  correspond à la situation où l'onde se propage dans la direction inverse. Les deux fonctions  $f$  et  $g$  sont quelconques et dépendent des conditions initiales.

### II.3.2. Couple transmis par les ondes élastiques.

Dans le cas d'une barre élastique, homogène et isotrope le couple  $T$  produit par l'onde de torsion est lié à l'angle de rotation  $\varphi$  de la barre par la relation (II.7). En tenant compte de l'expression de la célérité  $C_2$  et de l'expression de  $\omega$ , la relation (II.7) peut s'écrire de la façon suivante:

$$T = J\rho C_2^2 \frac{\partial \varphi}{\partial x} \quad (\text{II.11})$$

on obtient alors:

$$T(t) = J\rho C_2^2 \frac{\gamma(t)}{R} \quad (\text{II.12})$$

ou encore:

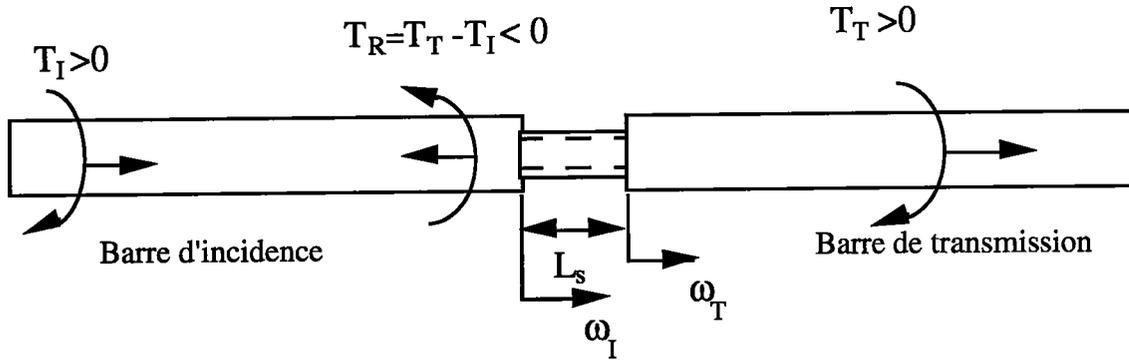
$$T(t) = J\mu \frac{\gamma(t)}{R} \quad (\text{II.13})$$

avec

$$\frac{\gamma(t)}{R} = \frac{\omega(t)}{C_2} \quad (\text{II.14})$$

### II.3.3. Contrainte, vitesse de déformation et déformation dans l'échantillon tubulaire.

Dans le cas de la propagation des ondes dans les barres de Kolsky en torsion, la vitesse de rotation de l'échantillon  $\omega_s$  est obtenue par la différence entre celles de la barre d'entrée  $\omega_E = \omega_I - \omega_R$  et de la barre de sortie  $\omega_T$ . Le signe "moins" dans l'expression de  $\omega_E$  vient du sens de la propagation de l'onde réfléchie (sens des x négatifs), voir figure (II. 9).



**Figure (II. 9): Relations entre les couples de torsion dus aux ondes incidente, réfléchie et transmise ( $T_I$ ,  $T_R$  et  $T_T$ ) ainsi que les vitesses angulaires  $\omega_I$  et  $\omega_T$  aux interfaces "barre/échantillon".**

$$\omega_s(t) = \omega_I(t) - \omega_R - \omega_T(t) \quad (\text{II.15})$$

Par ailleurs, si les déformations élastiques, provoquées par les ondes incidente  $\gamma_I(t)$ , réfléchie  $\gamma_R(t)$  et transmise  $\gamma_T(t)$ , sont mesurées sur la surface des barres en fonction du temps, la vitesse de rotation  $\omega_s(t)$  de l'échantillon intercalé entre les deux barres, est donnée par:

$$\omega_s = \frac{C_2}{R} [\gamma_I(t) - \gamma_R(t) - \gamma_T(t)] \quad (\text{II.16})$$

Le couple moyen  $T_s(t)$  appliqué à l'échantillon est exprimé par :

$$T_A = T_I(t) + T_R(t) \quad \text{et} \quad T_B = T_T(t) \quad (\text{II.17})$$

$$T_s = \frac{1}{2} (T_A + T_B) \quad (\text{II.18})$$

avec

$$T_A = \frac{J\rho C_2^2}{R}(\gamma_I + \gamma_R) \quad \text{et} \quad T_B = \frac{J\rho C_2^2}{R}\gamma_T \quad (\text{II.19})$$

D'où l'expression de  $T_s$  en fonction de  $\gamma_I$ ,  $\gamma_R$  et  $\gamma_T$ :

$$T_s = \frac{1}{2} \frac{J\rho C_2^2}{R} [\gamma_I(t) + \gamma_R(t) + \gamma_T(t)] \quad (\text{II.20})$$

La contrainte de cisaillement moyenne  $\tau_s$  appliquée à l'échantillon est donnée par:

$$\tau_s = \frac{T_s(t)}{2\pi r_s^2 e_s} \quad (\text{II.21})$$

avec

$$r_s = \frac{r_e + r_i}{2}$$

$r_s$  et  $e_s$  sont respectivement le rayon moyen et l'épaisseur de l'échantillon, voir la figure (II. 10).

En tenant compte de la relation (II.20) on obtient

$$\tau_s = \frac{J\rho C_2^2}{4\pi r_s^2 R e_s} [\gamma_I(t) + \gamma_R(t) + \gamma_T(t)] \quad (\text{II.22})$$

De même, la vitesse de déformation de cisaillement de l'échantillon  $\dot{\gamma}_s(t)$  peut être déterminée en fonction des ondes  $\gamma_I(t)$ ,  $\gamma_R(t)$ ,  $\gamma_T(t)$  par:

$$\dot{\gamma}_s = \frac{r_s}{L_s} \omega_s(t) \quad (\text{II.23})$$

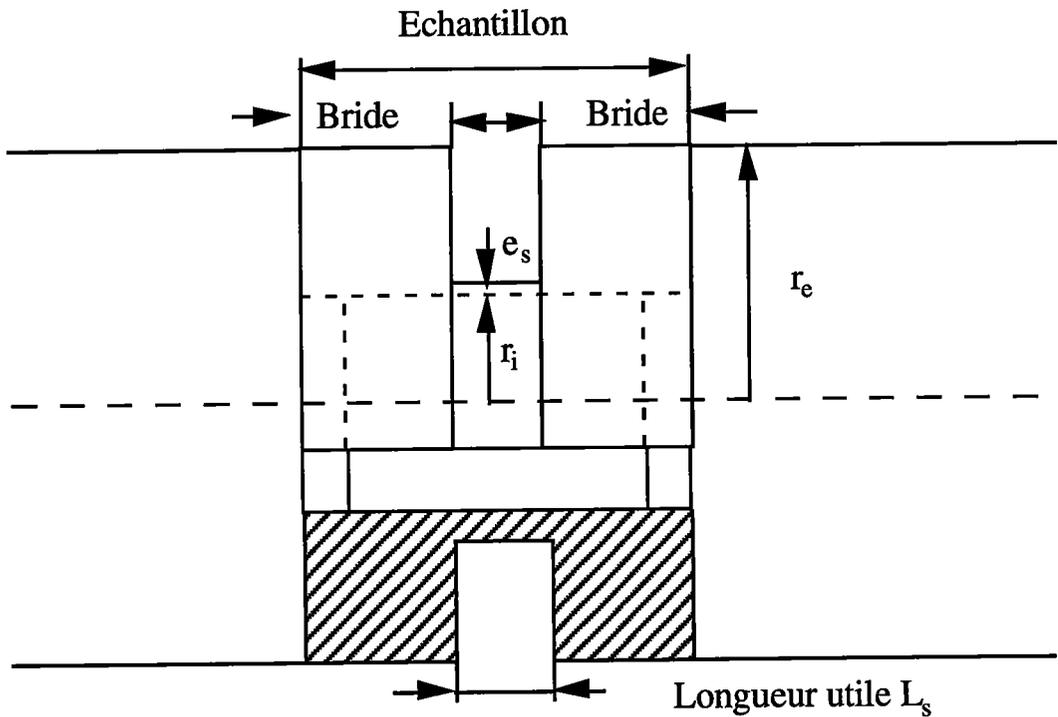
$$\dot{\gamma}_s(t) = \frac{C_2 r_s}{L_s R} [\dot{\gamma}_I(t) - \dot{\gamma}_R(t) - \dot{\gamma}_T(t)] \quad (\text{II.24})$$

On obtient finalement la déformation  $\gamma_s(t)$  de cisaillement de l'échantillon en

fonction du temps, après intégration de  $\dot{\gamma}_s$ :

$$\gamma_s(t) = \frac{C_2 r_s}{L_s R} \int_0^t \left[ (\gamma_I(\xi) - \gamma_R(\xi) - \gamma_T(\xi)) \right] d\xi \quad (\text{II.25})$$

En éliminant le temps entre les équations (II.22), (II.24) et (II.25), on obtient le comportement mécanique et l'histoire de la vitesse de déformation de l'échantillon  $\tau_s(\gamma_s)$  et  $\dot{\gamma}_s(\gamma_s)$ .



**Figure (II. 10):** Section de l'échantillon.

### II.3.4. Cas d'un tube mince de petite longueur utile.

Généralement, le choix de l'échantillon est porté sur des tubes minces et de petite longueur utile  $L_s$  comprise entre 2.5mm et 5mm. Si la mesure du couple transmis  $T_T$  à la barre de sortie s'effectue sur la surface de celle-ci à proximité de l'échantillon, la condition d'équilibre des couples donne, en négligeant la longueur de l'échantillon devant celle des barres, la relation suivante:

$$T_A \approx T_B \quad \text{ou encore} \quad T_I(t) + T_R(t) = T_T(t)$$

Par conséquent les équations (II.20) et (II.22) donnent respectivement les expressions du couple et de la contrainte:

$$T_s(t) = J\rho C_2^2 \frac{\gamma_T(t)}{R} \quad (\text{II.26})$$

$$\tau_s(t) = \frac{J\rho C_2^2}{2\pi R e_s r_s^2} \gamma_T(t) \quad (\text{II.27})$$

De même, les équations (II.16), (II.24) et (II.25) se trouvent simplifiées en tenant compte de la condition d'équilibre des déformations provoquées par les ondes incidente, réfléchie et transmise:

$$\omega_I(t) + \omega_R(t) = \omega_T(t) \quad (\text{II.28})$$

$$\gamma_I(t) + \gamma_R(t) = \gamma_T(t) \quad (\text{II.29})$$

on obtient en utilisant (II.28) et (II.29):

$$\omega_s = -2\omega_R(t) \quad (\text{II.30})$$

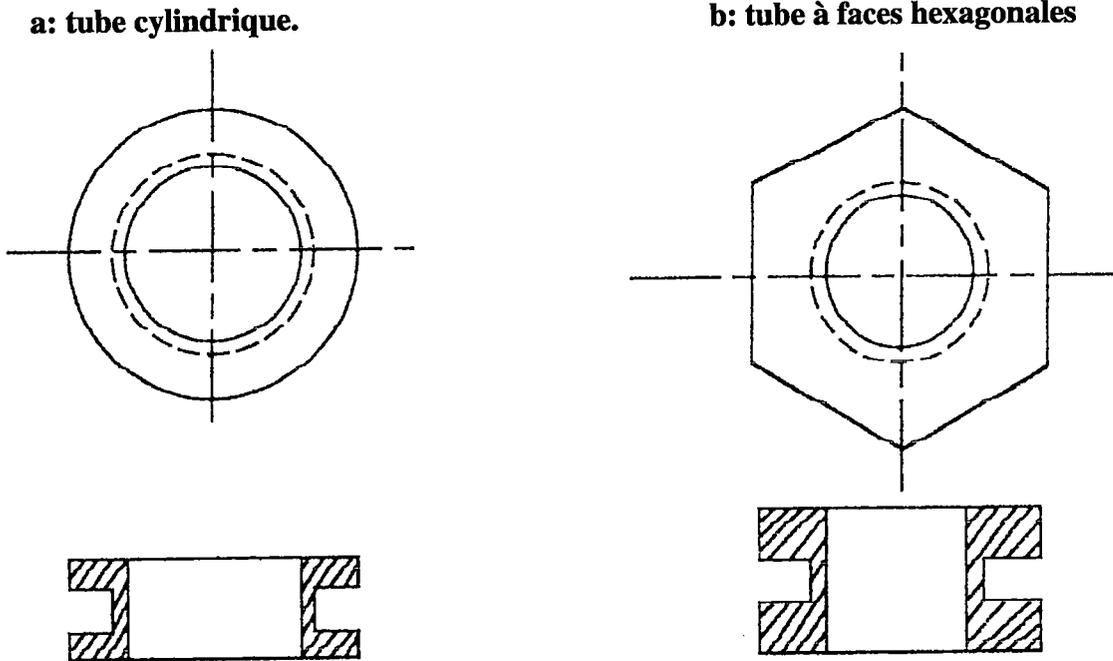
$$\dot{\gamma}_s = -2 \frac{C_2 r_s}{L_s R} \gamma_R(t) \quad (\text{II.31})$$

$$\gamma_s = -2 \frac{C_2 r_s}{L_s R} \int \gamma_R(t) dt \quad (\text{II.32})$$

Dans le cas d'un tube de petite longueur utile, seules les ondes réfléchie et transmise sont utilisées pour le calcul de  $\tau_s(t)$ ,  $\dot{\gamma}_s(t)$  et  $\gamma_s(t)$ .

### II.3.5. Géométrie des éprouvettes.

Dans le cas de la torsion, les échantillons sont souvent des tubes minces et de longueur utile ne dépassant pas 5 mm comme le montre la figure (II. 11).



**Figure (II. 11):** Echantillon polycristallin utilisé pour les barres de Hopkinson en torsion, [13], [66], [68] et [71].

L'échantillon représenté sur la figure (II. 11-a) se fixe directement sur les extrémités libres des barres d'entrée et de sortie par collage. C'est le cas par exemple des échantillons en aluminium, en cuivre ou en zinc. Il est aussi possible dans le cas des matériaux rigides comme l'acier, d'utiliser des moyens mécaniques pour la fixation de l'échantillon entre les barres. Dans les deux cas, on est confronté au problème de détachement de l'échantillon au cours de l'essai suite à des chargements mécaniques assez forts. Cet inconvénient a conduit les chercheurs à utiliser des éprouvettes hexagonales, voir la figure (II. 11-b). Ces dernières sont encastrées à l'intérieur des extrémités libres des barres. Cependant, la réalisation technique d'un tel encastrement s'avère très difficile.

Malgré ces difficultés, l'utilisation des éprouvettes tubulaires reste préférable en torsion pure. En effet, le comportement des éprouvettes cylindriques pleines est malheureusement moins simple puisque la limite élastique en cisaillement n'est dépassée qu'en surface, l'écrouissage quant à lui

se développe progressivement en profondeur dans l'éprouvette. En revanche, avec des éprouvettes tubulaires, dont l'état de contraintes est presque homogène si elles sont minces, il est possible d'analyser le développement de la limite élastoplastique de la zone déformée, voir par exemple pour plus de détails l'analyse par élément finis de Leung (1980) [87].

### **II.4. Conclusion.**

L'essai de torsion est largement employé dans le but de connaître les lois de comportement et l'évolution microstructurale des métaux. Il est pratiqué sur des éprouvettes tubulaires de faible épaisseur et de petite longueur utile. Ce mode de sollicitation permet d'éviter l'apparition d'une striction comme dans le cas de la traction, ce qui rend l'essai de torsion particulièrement intéressant pour des grandes déformations. Il est préférable d'utiliser le dispositif de Hopkinson en torsion plutôt qu'en compression ou en traction. Un dernier avantage d'utilisation de ce dispositif, réside dans la possibilité de superposition de la torsion dynamique avec la torsion quasi-statique. En effet, en accouplant un moteur à l'extrémité libre de la barre de sortie, la barre d'entrée étant bridée, on peut appliquer avant la sollicitation dynamique, une précontrainte quasi-statique à l'éprouvette. Ceci permet de distinguer l'influence de la vitesse de déformation instantanée et celle de son histoire antérieure sur la contrainte d'écoulement, voir les figures (II. 5) et (II. 6).

***CHAPITRE III***  
***ESSAIS RÉALISÉS***

### III.1. Plan de Travail.

Pendant les dernières décennies, le fer Armco (0.02 à 0.05%C) a fait l'objet de nombreux travaux pour déterminer ses propriétés mécaniques et micro-structurales [92], [93], [94], [95], [29].....etc. De notre part, nous nous sommes intéressés à l'étude de son comportement plastique et sa sensibilité à la vitesse de déformation. Pour cela et aussi dans le but de chercher un modèle qui peut caractériser son comportement aux grandes déformations et dans une large gamme de vitesses de déformations, nous avons réalisé deux types d'essais mécaniques au LPMM, le premier concerne les essais à vitesses de déformation constantes. Afin de les réaliser, deux dispositifs sont utilisés:

\* Une machine hydraulique de traction-compression-torsion de type Zwick pour les essais aux vitesses faibles et intermédiaires.

\* Un dispositif basé sur la technique des barres de Kolsky, adapté en torsion et développé au LPMM, pour les essais aux vitesses intermédiaires et élevées.

L'écoulement plastique du fer Armco ne dépend pas uniquement des paramètres habituels telsque la vitesse de déformation et la température, mais aussi de l'histoire de la vitesse de déformation et celle de la température au cours d'une sollicitation antérieure. Pour cette raison, nous avons réalisé un deuxième type d'essais, celui avec changement de vitesses de déformation: Les échantillons sont tout d'abord déformés à faible vitesse sur la machine de Zwick ou sur les barres de Kolsky , ils sont ensuite sollicités à vitesse élevée sur le dispositif des barres.

La procédure expérimentale, le principe de mesures et la préparation des échantillons font l'objet de ce chapitre.

## **III.2. Essais de torsion à différentes vitesses de déformation.**

### **III.2.1. Dispositif expérimental.**

Une partie des essais de torsion, dont les vitesses de déformation mis en jeu sont comprises entre  $5 \times 10^{-4}$  et  $2.5 \text{ s}^{-1}$ , est réalisée sur une machine hydraulique de traction-compression-torsion de type Zwick, voir la figure (III. 1). Cette machine est constituée d'une partie hydro-mécanique et d'une partie commandes et mesures.

### **III.2.2. Partie hydro-mécanique en torsion.**

La partie hydro-mécanique est composée d'un bloc purement mécanique équipé de deux vérins hydrauliques indépendants, le premier réalise la traction et la compression, alors que le deuxième est réservé à la torsion. Ce dernier est capable de délivrer un couple maximal de 150 Nm et un angle de rotation allant jusqu'à  $100^\circ$  pour des périodes d'essais allant de 1 ms à 1000 heures avec une vitesse maximale qui est de l'ordre de  $\omega_{\max} = 2000^\circ/\text{s}$ . Le deuxième bloc de la partie hydro-mécanique est constitué d'un groupe hydraulique.

### **III.2.3. Partie commandes et mesures.**

La partie commandes et mesures prévoit trois possibilités de commande, une pour les essais de traction, une pour les essais de torsion et une pour les essais de compression. La qualité des résultats obtenus dépend de l'efficacité du système de mesures, celui-ci est constitué d'un bloc électronique contenant:

- \* Un oscilloscope numérique à quatre voies "Gould type 1604": il permet d'enregistrer et de visualiser les signaux qui donnent l'évolution de l'angle de rotation et du couple appliqué.
- \* Un pont extensométrique utilisé en quart relié à une cellule formée d'une jauge d'extensométrie, qui est fixée sur le bloc du montage de l'éprouvette, aussi bien pour assurer l'étalonnage de la machine de Zwick que des barres de Kolsky en torsion.
- \* Un traceur (x,y) lié à l'oscilloscope, pour la donnée des oscillogrammes.
- \* Un voltmètre branché à un amplificateur de la force axiale qui doit rester

nulle durant tout l'essai. L'ensemble est piloté par le logiciel "Gould" réalisé au LPMIM sur micro-ordinateur PC en langage HP BASIC. Ce dernier permet aussi le stockage des données expérimentales sous forme de fichier numérique et graphique, voir la figure (III. 1).

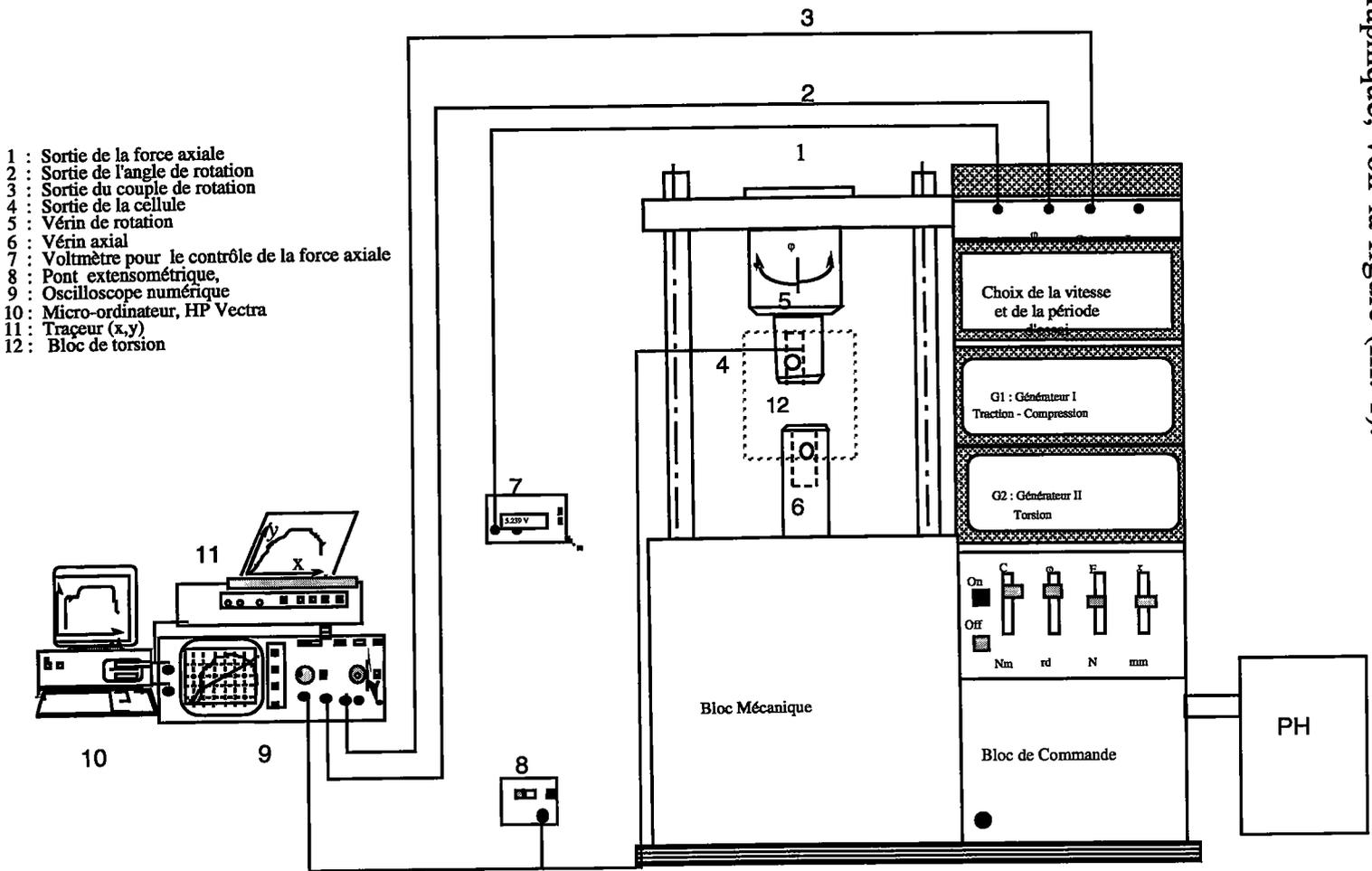
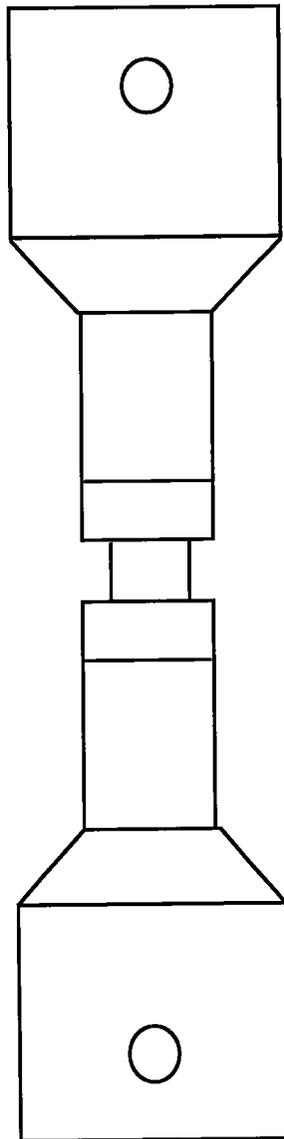


Figure (III. 1) : Dispositif de traction compression et torsion



**Figure (III. 2): Montage de l'éprouvette sur la machine de Zwick.**

#### **III.2.4. Propriétés du matériau utilisé.**

Pour nos essais, le matériau qui a été choisi est un fer Armco ayant une teneur moyenne de carbone de l'ordre de 0.02%. Le fer pratiquement pur n'est pas très performant, ses caractéristiques de résistance (limite d'élasticité, résistance à la traction, dureté.....etc) sont faibles. Par contre, ses caractéristiques de plasticité (allongement à la rupture, striction, énergie de rupture par choc sur éprouvette entaillée.....etc) sont très élevées. Ces remarques sont d'ailleurs valables pour tous les métaux purs, le métallurgiste doit les durcir pour leur conférer des propriétés mécaniques appréciées par les constructeurs, mais devra aussi tolérer une baisse concomitante de la ductibilité. La composition réelle d'un fer pratiquement pur est donnée par le tableau (III. 1):

C%	Mn%	N%
0.02 à 0.04	0.02 à 0.03	inconnu

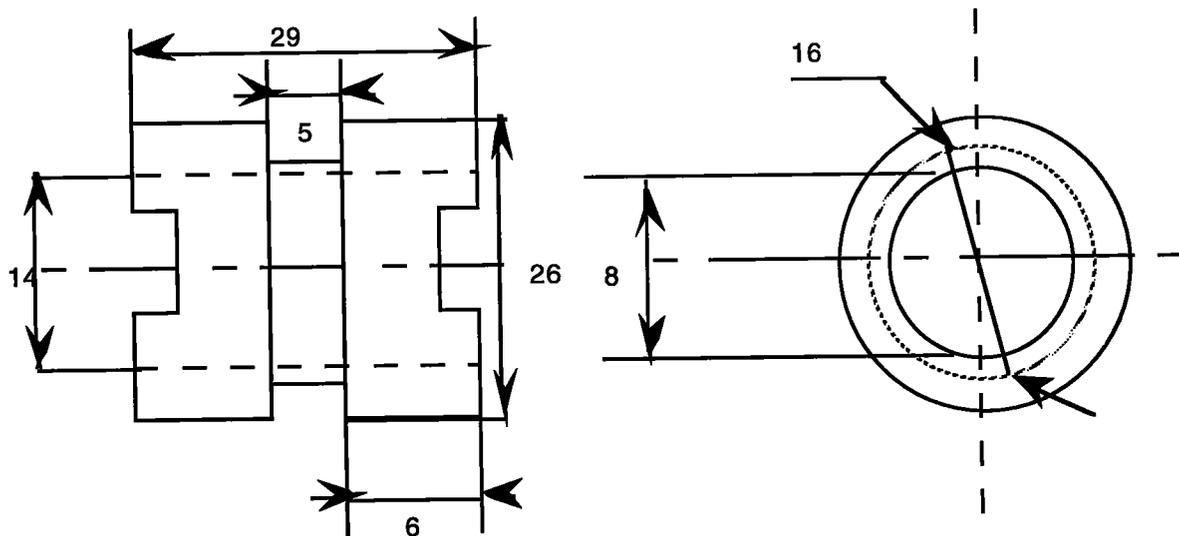
**Tableau (III. 1): Composition chimique du fer pur.**

Les caractéristiques physiques et mécaniques du fer pur sont:

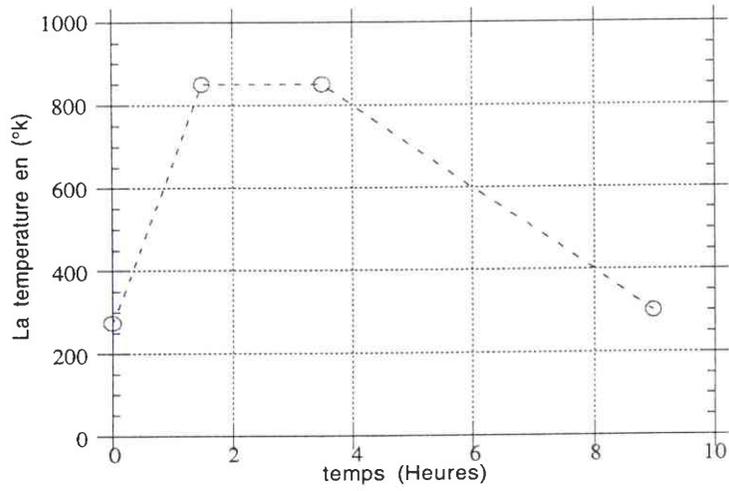
- \* Température de fusion : 1812K
- \* Masse volumique : 7870 kg/m<sup>3</sup>
- \* Limite d'élasticité en traction à T=298K : 168 MPa
- \* Résistance à la traction à T=298K : 310 MPa
- \* Allongement à la rupture en traction à T=298K : 42%

Les éprouvettes ont été préparées et usinées à partir d'une barre cylindrique. La géométrie de l'éprouvette est donnée par la figure (III. 3). Après leur usinage, ces éprouvettes ont subi un recuit de recristallisation qui consiste en un chauffage sous atmosphère sèche d'Argon jusqu'à une température de 850K, puis elles sont soumises à un maintien isotherme pendant deux heures et ensuite refroidies dans le four jusqu'à la température ambiante. Le diagramme de ce traitement thermique est présenté sur la figure (III. 4).

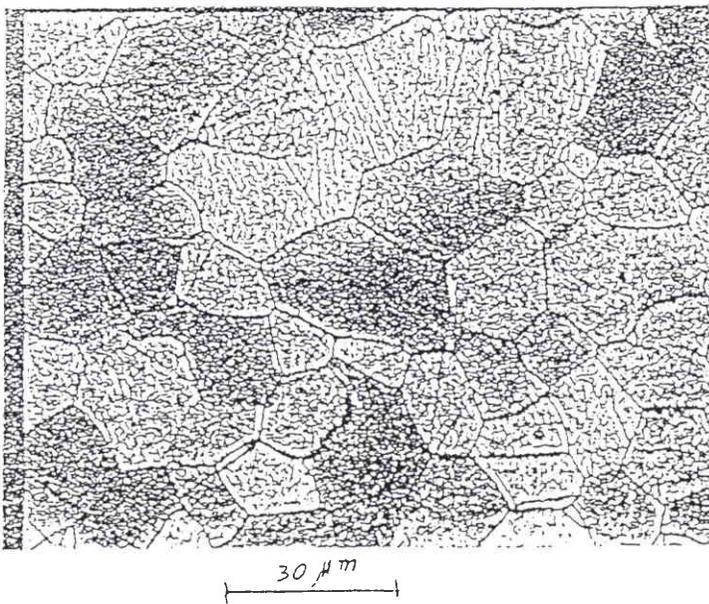
Les observations microscopiques nous montrent que le diamètre du grain après le traitement thermique est d'environ 53µm. La figure (III. 5) représente les grains après le recuit.



**Figure (III.3): Géométrie des éprouvettes utilisées pour les essais quasi-statiques et dynamiques.**



**Figure (III. 4):** Diagramme du traitement thermique de recuit.



**Figure (III. 5):** Distribution de la taille des grains après recuit.

### III.2.5. Description des essais.

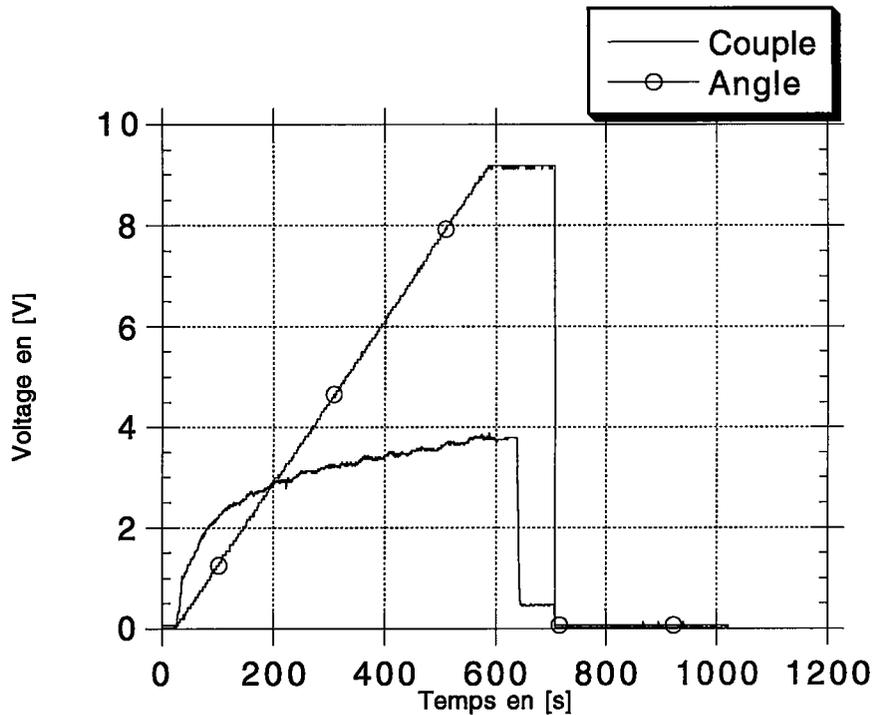
Quatre séries d'éprouvettes ont été déformées sur la machine de Zwick aux vitesses de déformation  $\dot{\Gamma}_1 = 5.10^{-4} s^{-1}$ ,  $\dot{\Gamma}_2 = 4.3 \times 10^{-3} s^{-1}$ ,  $\dot{\Gamma}_3 = 4.3 \times 10^{-2} s^{-1}$  et  $\dot{\Gamma}_4 = 2.5 s^{-1}$  à la température ambiante  $T=298K$ , en imposant à la machine les vitesses de rotation  $\omega_1 = 3.3 \times 10^{-4} rad s^{-1}$ ,  $\omega_2 = 2.9 \times 10^{-3} rad s^{-1}$ ,  $\omega_3 = 2.9 \times 10^{-2} rad s^{-1}$  et  $\omega_4 = 1.7 \times 10^{-1} rad s^{-1}$ .

L'angle de rotation imposé à la machine est limité à  $\varphi_1=100^\circ$ , le cisaillement qui lui correspond est de l'ordre de  $\gamma=2.5$ .

Une des éprouvettes a été déformée à une vitesse de déformation  $\dot{\Gamma}_3 = 0.043 s^{-1}$ , avec un angle de rotation  $\varphi_2=20^\circ$ . Le cisaillement obtenu dans ce cas est de l'ordre de  $\gamma=0.523$ . Cet essai a été réalisé dont le but d'évaluer ultérieurement par des essais de sauts de vitesses l'effet de la vitesse de déformation. .

### III.2.6. Résultats des essais quasi-statiques.

L'évolution du couple exercé par la machine sur l'éprouvette et celle de l'angle de rotation  $\varphi$  au cours du temps sont mesurées, visualisées par l'oscilloscope numérique et stockées sur PC sous forme de fichiers de 1024 points chacun de  $(t, T)$  et  $(t, \varphi)$ ,  $T$  et  $\varphi$  sont respectivement le couple exercé par la machine sur l'éprouvette et l'angle de rotation effectué par l'éprouvette mesurés par la cellule LPMM voir figure (III. 1). Les courbes  $T(t)$  et  $\varphi(t)$  montrant l'oscillogramme obtenues par l'oscilloscope et produites sur l'imprimante  $(x,y)$ , sont uillstrées sur la figure (III. 6).



**Figure (III. 6):** Oscillogramme des courbes  $\varphi(t)$  et  $T(t)$  des essais quasi-statiques.

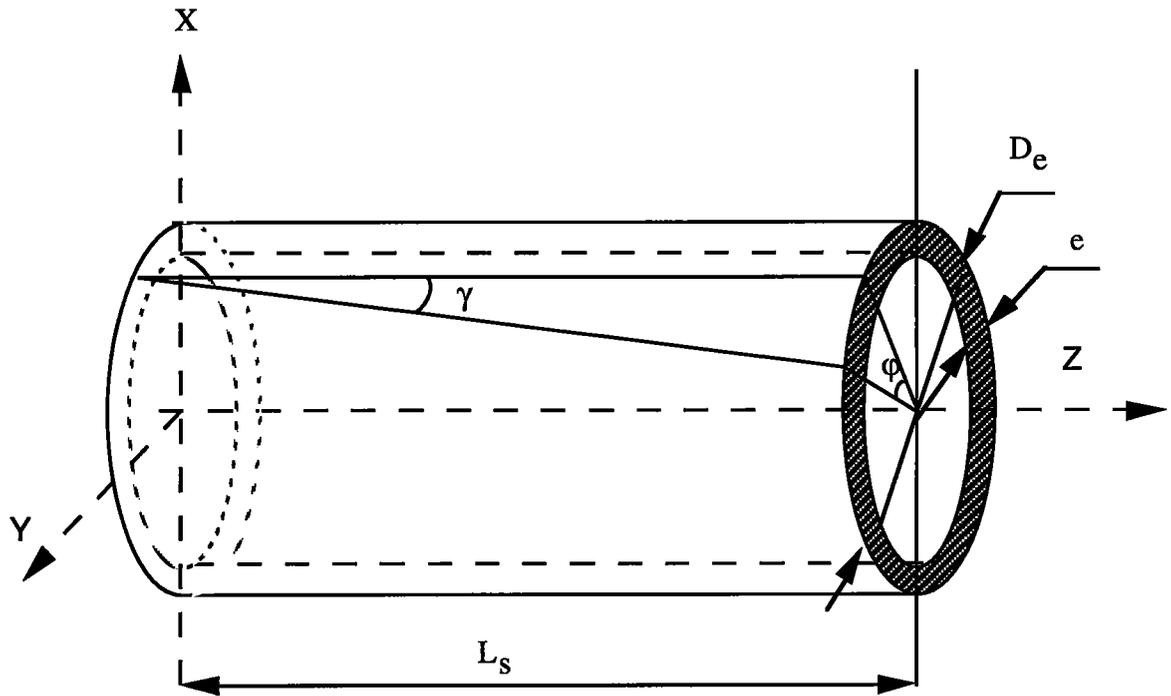
### III.3. Traitement des données.

#### III.3.1. Déformation, vitesse de déformation et contrainte de cisaillement:

Les données expérimentales enregistrées par l'oscilloscope sont stockées sur PC en vue d'un traitement numérique. Le dépouillement des essais pour la détermination du comportement en cisaillement du matériau étudié est décrit ci-dessous.

##### III.3.1.1. Déformation de cisaillement:

Soit un échantillon tubulaire en torsion, voir la figure (III. 7):



**Figure (III. 7):** Portion de l'éprouvette déformée.

La déformation  $\gamma$  est liée aux dimensions des barres par la relation:

$$\gamma = \frac{\bar{L}}{L_s} \quad \text{(III.1)}$$

où  $L_s$  est la longueur utile de l'échantillon et  $\bar{L}$  est le déplacement subie par l'éprouvette sous l'effet du couple, il est donné par la relation suivante:

$$\bar{L} = r_s \phi \quad \text{(III.2)}$$

où  $\phi$  est l'angle de torsion à l'extrémité de l'échantillon et  $r_s$  est le rayon moyen de l'échantillon, il est donnée par la relation suivante:

$$r_s = \frac{r_e + r_i}{2} \quad \text{(III.3)}$$

où  $r_e$  et  $r_i$  sont respectivement le rayon externe et le rayon interne de l'échantillon tubulaire:

La déformation de cisaillement  $\Gamma_s$  est définie comme étant le gardient de déplacement subie par l'éprouvette sous l'effet d'un couple, voir le chapitre II. sa relation avec les dimensions de l'éprouvette est donnée par la relation (III.4)

$$\Gamma = \gamma \quad (\text{III.4})$$

donc on peut noter :

$$\Gamma = \frac{\bar{L}}{L_s} \quad (\text{III.5})$$

donc

$$\Gamma_s \approx \gamma \quad (\text{III.6})$$

En introduisant (III.2) dans (III.1) on obtient  $\Gamma_s(t)$ :

$$\Gamma_s = \frac{r_s}{L_s} \varphi(t) \quad (\text{III.7})$$

### III.3.1.2. Vitesse de déformation de cisaillement:

La vitesse de déformation  $\dot{\Gamma}_s$  est définie par:

$$\dot{\Gamma}_s = \frac{d\Gamma_s(t)}{dt} \quad (\text{III.8})$$

On dérive numériquement l'équation (III.7). On obtient l'évolution de la vitesse de déformation de l'échantillon  $\dot{\Gamma}_s(t)$  au cours du temps. L'élimination du temps dans les équations (III.7) et (III.8) nous permet d'obtenir l'histoire de la vitesse de déformation  $\dot{\Gamma}_s(\Gamma_s)$ . La vitesse de déformation est liée aussi à la vitesse de rotation  $\omega$  du vérin. En effet, en remplaçant  $\Gamma_s(t)$  par son expression donnée par la relation (III.7) dans l'équation (III.8), on obtient:

$$\dot{\Gamma}_s(t) = \frac{r_s}{L_s} \frac{d\varphi}{dt} \quad (\text{III.9})$$

$\frac{d\varphi}{dt} = \omega(t)$  étant la vitesse de rotation du vérin. La relation (III.9) permet donc de fixer la vitesse de rotation du vérin pour une vitesse de déformation désirée.

### III.3.1.3. Couple et contrainte de cisaillement appliqués.

Le couple  $T_s$  appliqué à l'échantillon est donné par:

$$T_s(t) = 2\pi r_s^2 e_s \tau_s \quad (\text{III.10})$$

où  $e_s$  est l'épaisseur de la paroi de l'échantillon donnée par  $e_s = r_e - r_i$  et  $\tau_s$  est la contrainte de cisaillement dans l'échantillon.

Le couple  $T_s$  appliqué à l'échantillon est enregistré au cours du temps par l'oscilloscope  $T_s(t)$ , voir la figure (III. 6). Son introduction dans la relation (III.10) donne la contrainte de cisaillement  $\tau_s(t)$  en fonction du temps.

$$\tau_s(t) = \frac{T_s(t)}{2\pi r_s^2 e_s} \quad (\text{III.11})$$

Finalement, en supprimant le temps entre la relation (III.7), (III.9) et (III.11), on obtient les courbes contrainte-déformation qui sont accompagnées des courbes montrant l'histoire de la vitesse de déformation, voir les figures qui illustrent ces résultats au chapitre IV.

## III.4. Essais sur les barre de Kolsky.

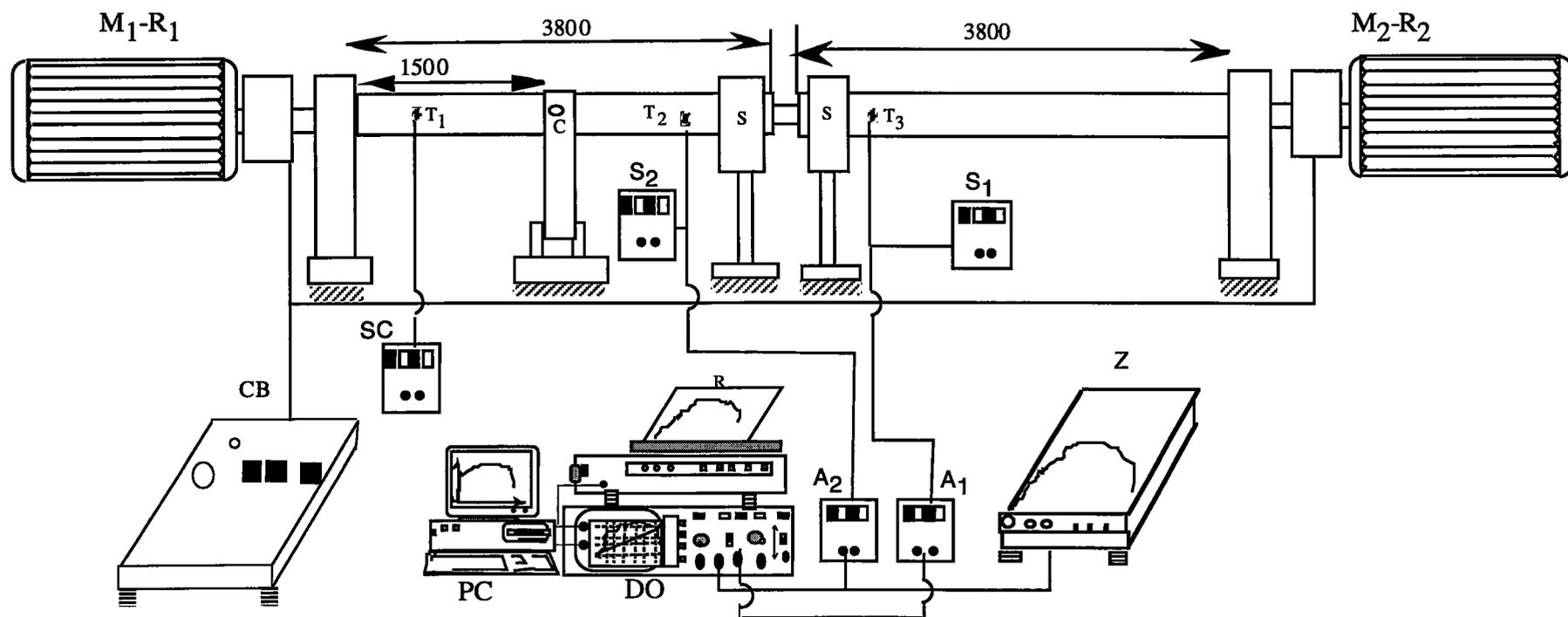
### III.4.1. Dispositif des barres de Kolsky en torsion, version LPMM.

Le dispositif de Kolsky qui a été utilisé dans nos essais, adapté en torsion dynamique est présenté dans la figure (III. 8). Ce dispositif est constitué de deux barres d'acier (Marval 18H) de même dimensions, de diamètre  $D=30\text{mm}$  et de longueur active  $L=3800\text{ mm}$  parfaitement alignées. L'échantillon est pris en sandwich entre les deux barres, celle d'entrée appelée aussi barre d'incidence et celle de sortie appelée barre de transmission. Les deux barres sont équipées de trois jauges de déformation  $T_1, T_2, T_3$ . La jauge  $T_1$  est collée sur la barre d'incidence à proximité du moto-réducteur  $M_1-R_1$ , cette jauge permet de maîtriser l'imposition du couple initial  $T_i$  appliqué. Les jauges  $T_2$  et  $T_3$  sont montées en quart du pont et collées respectivement sur la barre d'incidence à proximité du système de blocage C et sur la barre de

transmission à proximité de l'échantillon.  $T_2$  permet de détecter le passage des ondes incidentes et réfléchies dans la barre d'incidence et  $T_3$  permet de détecter l'onde transmise dans la barre de sortie. Les signaux ainsi détectés sont amplifiés par les amplificateurs  $A_1$  et  $A_2$  avant d'être visualisés sur l'oscilloscope DO puis stockés dans le micro-ordinateur PC. A l'entrée de l'oscilloscope DO, nous avons monté une table traçante de type Kip & Zonen pour détecter le glissement de la barre d'entrée au cours des essais dynamiques. Les jauges  $T_2$  et  $T_3$  sont alimentées par deux sources de tension continue  $S_1$  et  $S_2$ , alors que la jauge  $T_1$  est reliée directement à un pont électrique de type pont de Wheatstone (SC). Le dispositif est équipé d'un deuxième moteur  $R_2$  accouplé à l'extrémité libre de la barre de sortie. Ce moteur permettra dans l'avenir d'appliquer un chargement quasi-statique avant de solliciter dynamiquement l'éprouvette pour la réalisation des essais de sauts de vitesse.

Ce dispositif présente d'autres avantages parmi lesquels sa capacité d'atteindre une déformation relativement plus élevée que celle obtenue à l'aide des dispositifs classiques. Ce niveau de déformation atteint est dû en grande partie à la longueur active des barres, mais il est aussi dû au système de blocage C qui est similaire à celui conçu par Klepaczko [29]. Ce système de blocage est constitué de deux mâchoires articulées à l'extrémité en contact avec le support du dispositif. Les deux autres extrémités sont maintenues par une pièce métallique entaillée en son milieu pour faciliter la rupture après le chargement de la barre d'entrée, voir la figure (III. 10). Il présente deux avantages essentiels:

- \* Sa rigidité vis à vis de tout glissement de la barre d'entrée lors de son chargement. Elle permet un stockage parfait de l'énergie élastique nécessaire pour générer une onde de torsion.
- \* Sa facilité d'utilisation, en particulier la rupture de sa vis entaillée.



$T_1$  : Jauge de mesure du couple appliqué  
 $T_2$  : Jauge de mesure des ondes de torsion  
 incidente et réfléchie  
 $T_3$  : Jauge de mesure de l'onde transmise  
 S : Support des barres  
 C : Système de blocage  
 $M_1-R_1$  : Moto-réducteur dynamique  
 $M_2-R_2$  : Moto-réducteur quasi-statique

CB: alimentation des moto reducteurs  
 et contrôle de la vitesse de chargement des barres  
 PC: Micro-ordinateur  
 R: Imprimante (x,y)  
 DO: oscilloscope  
 $S_1$  et  $s_2$ : Alimentation des jauges,  $T_1$  et  $T_3$   
 $A_1$  et  $A_2$ : Amplification des signaux de sortie  
 Z: Table traçante de type Kip&Zonen.

Figure(III. 8) : Dispositif de torsion de type Hopkinson, LPMM

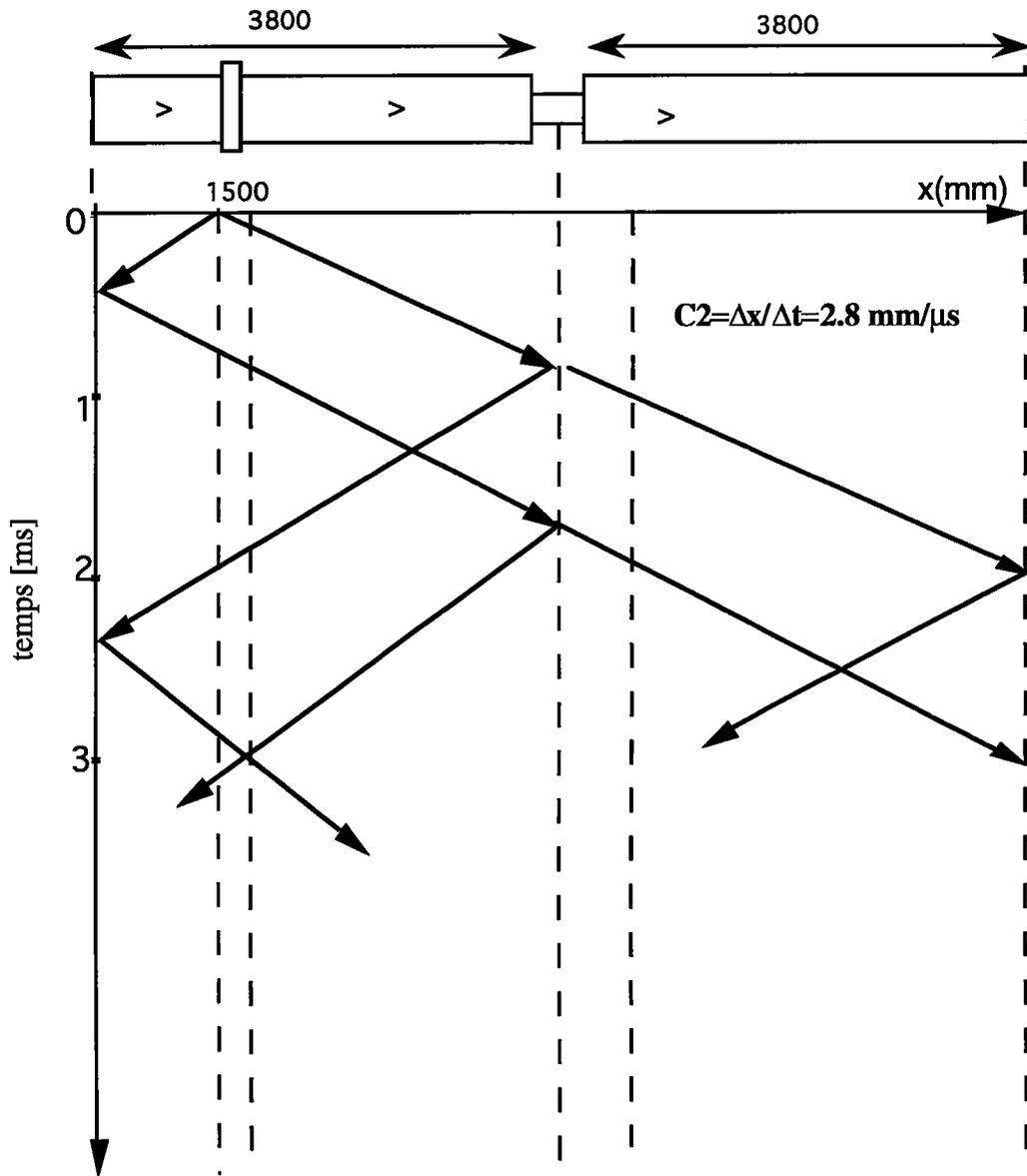
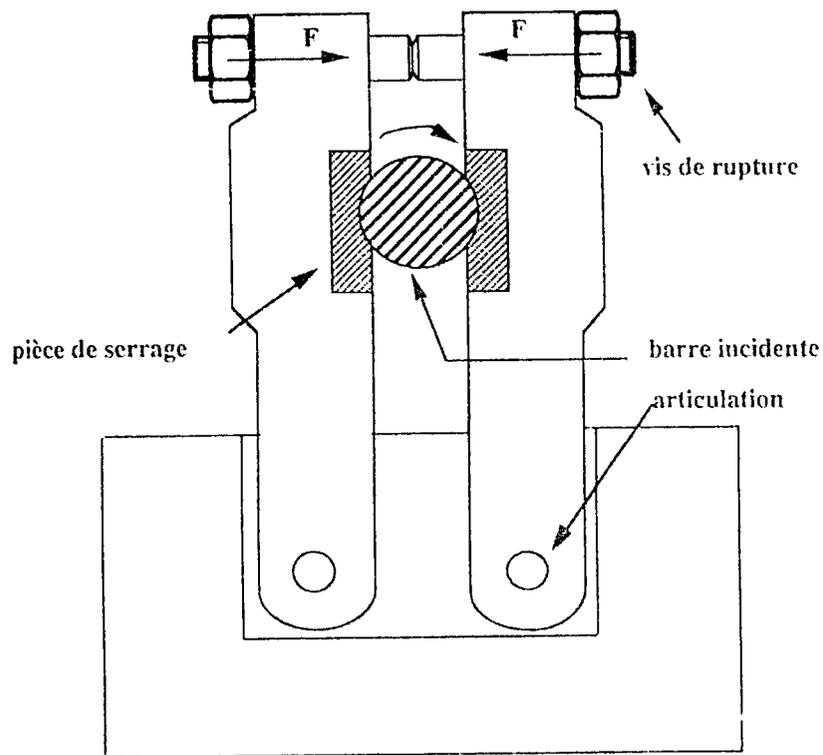
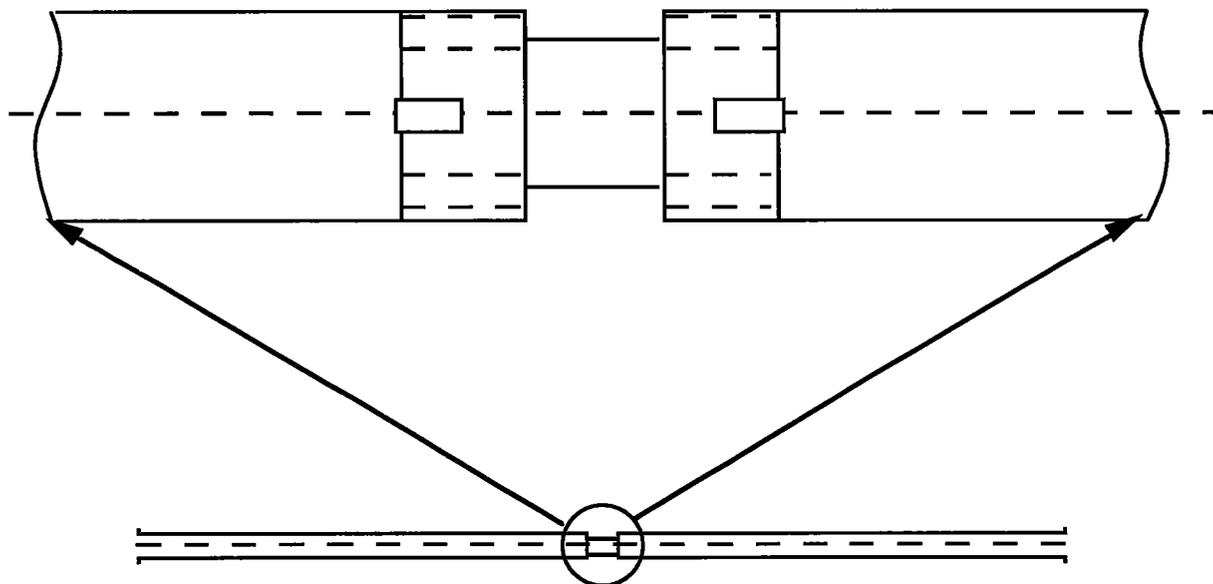


Figure (III. 9): Diagramme des caractéristiques dans le plan de Lagrange (x,t).



**Figure (III. 10):** Système de serrage utilisé pour nos essais.



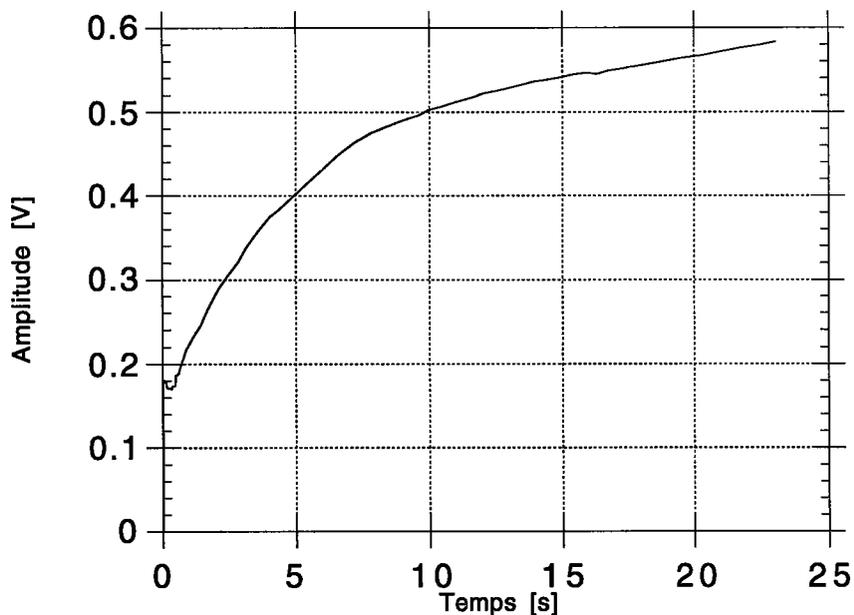
**Figure (III. 11):** Présentation schématique du montage de l'éprouvette.

### III.4.2. Essais quasi-statiques.

#### III.4.2.1. Description des essais.

Dont le but de comparer les essais quasi-statiques sur les deux dispositifs utilisés, qui sont la machine hydraulique et les barres de Kolsky, nous avons chargé 4 éprouvettes à une vitesse de déformation  $4.6 \times 10^{-2} \text{ s}^{-1}$  sur ce dernier. La vitesse de déformation correspondant à un essai quasi-statique est imposée par un couple appliqué à l'extrémité de la barre d'incidence, celui-ci est créé par un moto-réducteur M<sub>2</sub>-R<sub>2</sub> tournant à faible vitesse constante, voir la figure (III. 8).

Le signal donnant le couple appliqué à l'éprouvette est mesuré par une jauge T<sub>3</sub> collée sur la barre de transmission. Son évolution au cours du temps est visualisée par une table traçante de type Kip&Zonen. La figure (III. 12) illustre cette évolution.



**Figure (III. 12):** Oscillogramme illustrant L'évolution du couple quasi-statique appliqué à l'échantillon au cours du temps.

### III.4.2.2. Déformation, vitesse de déformation et contrainte de cisaillement.

Soit  $\varphi_f$  l'angle de torsion effectué par l'échantillon à la fin de l'essai, durant un temps  $t_f$ , sous l'action d'un couple exercé par le moto-réducteur  $M_2$ - $R_2$  tournant à faible vitesse constante. La déformation  $\Gamma_f$  de l'échantillon à la fin de l'essai est donnée par la relation:

$$\Gamma_f = \frac{r_s}{L_s} \varphi_f \quad (\text{III.12})$$

Connaissant le temps  $t_f$  de l'essai, on peut en déduire la vitesse de rotation qui est donnée par:

$$\omega = \frac{\Delta\varphi}{\Delta t} = \frac{\varphi_f - \varphi_0}{t_f - t_0} \quad (\text{III.13})$$

$\varphi_0$  étant l'angle à l'instant initial  $t_0$

La déformation à tout instant est donnée par la relation:

$$\Gamma(t) = \frac{r_s}{L_s} \omega \int_{t_0}^t dt \quad (\text{III.14})$$

Le couple appliqué à l'échantillon est donnée par:

$$T_s(t) = \kappa_T V(t) \quad (\text{III.15})$$

où  $V(t)$  et  $\kappa_T$  sont respectivement le signal donnant ce couple et la sensibilité de la jauge le mesurant.

La contrainte exercée sur l'échantillon est donnée par la relation:

$$\tau_s(t) = \frac{T_s(t)}{2 \pi r_s^2 e_s} \quad (\text{III.16})$$

En éliminant le temps entre les relations (III.16) et (III.14), nous obtenons le comportement quasi-statique du matériau en question, chargé sur le dispositif

des barres de Kolsky.

La moyenne des quatre essais réalisés sur les barres de Kolsky à la vitesse de déformation  $\dot{\Gamma} = 4.6 \times 10^{-2} \text{ s}^{-1}$  est présentée sur la figure (IV. 2) dans le chapitre suivant, celle-ci montre la superposition de la courbe contrainte-déformation moyenne avec celle obtenue sur la machine de Zwick à une vitesse proche  $\dot{\Gamma} = 4.3 \times 10^{-2} \text{ s}^{-1}$ .

### III.5. Essais dynamiques.

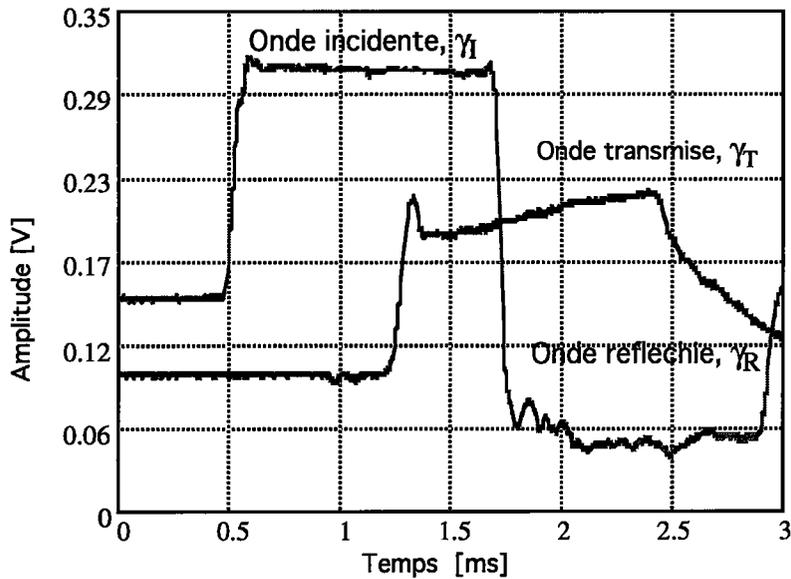
#### III.5.1. Chargement de la barre d'incidence.

L'échantillon tubulaire est placé entre les deux barres de Kolsky. L'essai débute par le serrage du système de blocage à l'aide de la vis entaillée, l'alimentation électrique des jauges  $T_1$  et  $T_3$  et l'initialisation du pont SC et de l'oscilloscope. Le chargement de la barre d'entrée s'effectue par la mise en marche d'un moteur-réducteur  $M_1-R_1$ , celui-ci libère un couple  $T_i$  qui se trouve emmagasiné entre l'extrémité de la barre d'incidence encastrée au moto-réducteur  $M_1-R_1$  et le système de blocage C. Après la rupture de la vis entaillée par une scie, une onde de torsion est générée par le relâchement soudain de l'énergie élastique préalablement stockée au niveau du système de blocage. Cette onde se propage le long de la barre d'incidence vers l'échantillon. Le temps de montée d'un tel essai est de l'ordre de  $30 \mu\text{s}$ . Il faut noter cependant, que le pont SC est systématiquement contrôlé lors des essais pour une bonne maîtrise du couple de chargement initial.

#### III.5.2. Résultats des essais dynamiques.

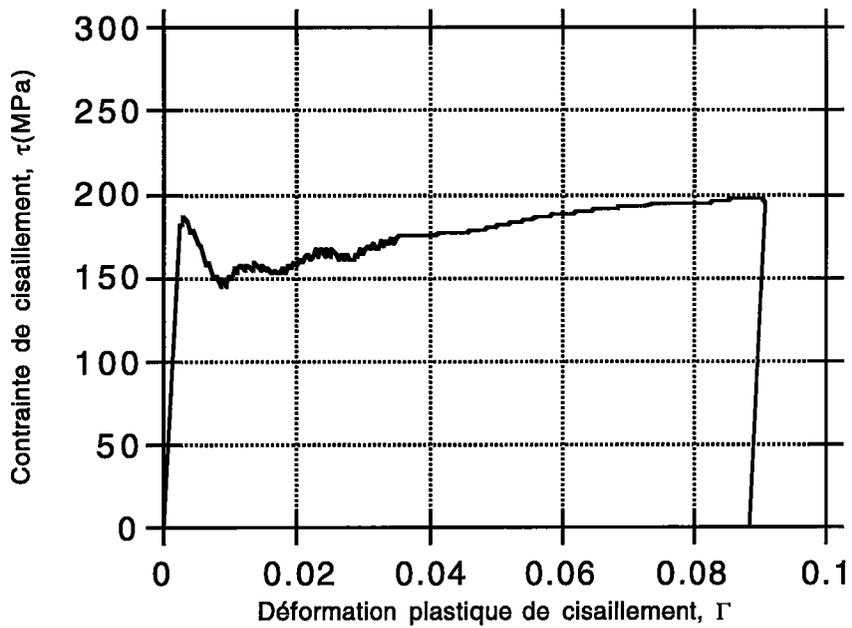
Après le relâchement du couple initial d'amplitude  $T_i$ , deux ondes se propagent à la vitesse  $C_2=2.8 \text{ m/ms}$ , en sens inverse d'amplitudes égales à  $T_i/2$ , l'une se propage vers l'échantillon; c'est l'onde incidente et l'autre vers le moto réducteur  $M_1-R_1$ ; c'est l'onde réfléchi. Une portion de l'onde incidente se trouve réfléchi au niveau de l'interface barre d'entrée/échantillon, tandis que l'autre portion est transmise dans la barre de sortie à travers l'échantillon, voir la figure(III. 9). Les signaux qui correspondent aux ondes élastiques incidente et réfléchi  $\gamma_I(t)$  et  $\gamma_R(t)$  sont mesurés par la jauge  $T_2$  collée sur la barre d'incidence, alors que la mesure du signal de l'onde transmise  $\gamma_T(t)$  est effectuée par la jauge  $T_3$  collée sur la barre de transmission. Ces signaux sont mesurés, visualisés sur un

oscilloscope numérique, stockées sur un micro-ordinateur PC sous forme de fichiers 1024 points et reproduits par une imprimante sous forme de courbes. La figure (III. 13) illustre les allures de ces signaux.

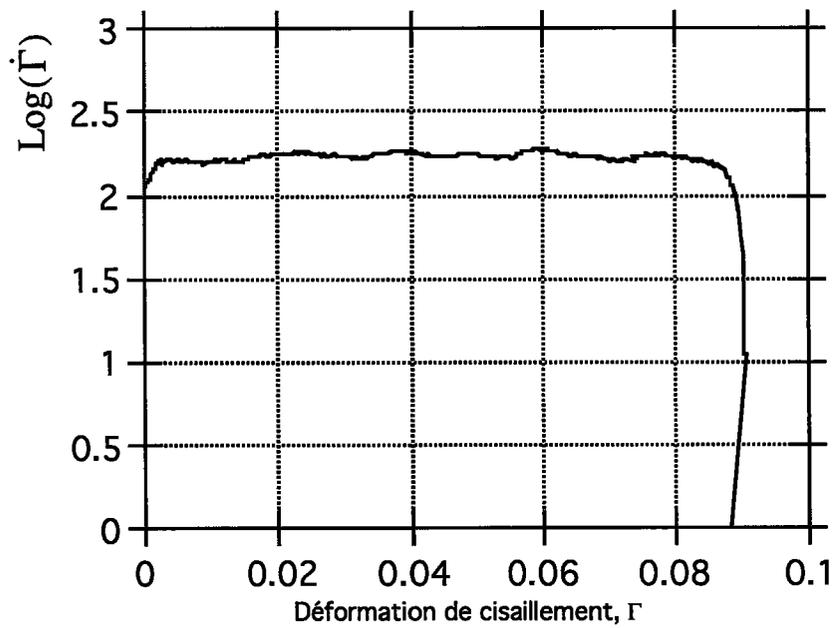


**Figure (III. 12):** Oscillogramme illustrant les trois ondes: incidente, réfléchie et transmise en fonction du temps:  $\gamma_I(t)$ ,  $\gamma_R(t)$ ,  $\gamma_T(t)$ .

Après élimination du décalage temporel présenté par les signaux enregistrés, voir la figure (III. 12), ces derniers sont traités numériquement en se basant sur la théorie unidimensionnelle de la propagation des ondes de torsion, voir chapitre II. Les influences des variations des sections droites aux interfaces sont négligées. Le dépouillement des signaux mesurés, en vue de la détermination du comportement du matériau et de l'histoire de la vitesse de déformation en cisaillement au cours des essais, est décrit au paragraphe (II.4.4). Pour cela, nous avons utilisé les équations (II.27), (II.31) et (II.32) respectivement pour déterminer la contrainte  $\tau(t)$ , la vitesse de déformation  $\dot{\Gamma}_s(t)$  et la déformation  $\Gamma_s(t)$  en fonction du temps. Nous supprimons le temps entre les relations (II.27), (II.31) et (II.32) pour obtenir la contrainte et la vitesse de déformation en fonction de la déformation. Les figures (III. 13) et (III.14) illustrent un exemple de courbes  $\tau = \tau(\Gamma_s)$  et  $\dot{\Gamma}_s = \dot{\Gamma}_s(\Gamma_s)$ . La valeur de la célérité  $C_2 = 2.8 \text{ mm} / \mu\text{s}$  a été déterminée expérimentalement.



**Figure (III. 13):** Contrainte-déformation d'un essai à grande vitesse  $\dot{\Gamma} = 178s^{-1}$ .



**Figure (III. 14):** Histoire de la vitesse de déformation d'un essai à grande vitesse,  $\dot{\Gamma} = 178s^{-1}$ .

### **III.5.3. Mise en oeuvre des essais dynamiques.**

De nombreux travaux ont permis de mettre en évidence l'influence de la vitesse de déformation sur la microstructure des matériaux ainsi l'influence de l'orientation cristallographique du grain sur la contrainte, la déformation et la vitesse de déformation. La plupart des expériences sont effectuées aux faibles vitesses de déformation, rares sont celles qui ont été menées à des vitesses de déformation supérieures à  $100 \text{ s}^{-1}$ . Ces dernières, sont menées généralement sur les dispositifs de barres de Hopkinson ou de Kolsky en compression, peu de travaux utilisent la traction ou le cisaillement (torsion).

### **III.5.4. Essais de chargement successif.**

Il est connu que le transfert de chaleur n'a pas le temps de s'effectuer au cours d'un essai à grande vitesse de déformation. La courbe contrainte-déformation obtenue par un tel essai présente un adoucissement, celui-ci est d'autant plus important que la déformation plastique réalisée est grande. Le dispositif des barres de Kolsky nous a permis d'obtenir des courbes contrainte-déformation quasi-isothermes à vitesses de déformation élevées de l'ordre de  $200 \text{ s}^{-1}$  par des essais de chargements successifs.

Nous avons réalisé sur les barres de Kolsky, à la température ambiante  $T=298\text{K}$ , des essais de chargements successifs à grandes vitesses de déformation sur quatre éprouvettes vierges. La première éprouvette a été chargée successivement cinq fois, La deuxième six fois, la troisième sept fois et la quatrième huit fois. La déformation maximale n'a pas dépassé 0.1 pour chaque chargement, ce qui nous poussé à charger ces éprouvettes de 5 à 8 fois dans les mêmes conditions pour obtenir des courbes de contrainte-déformation quasi-isothermes. Les résultats sont donnés au chapitre IV.

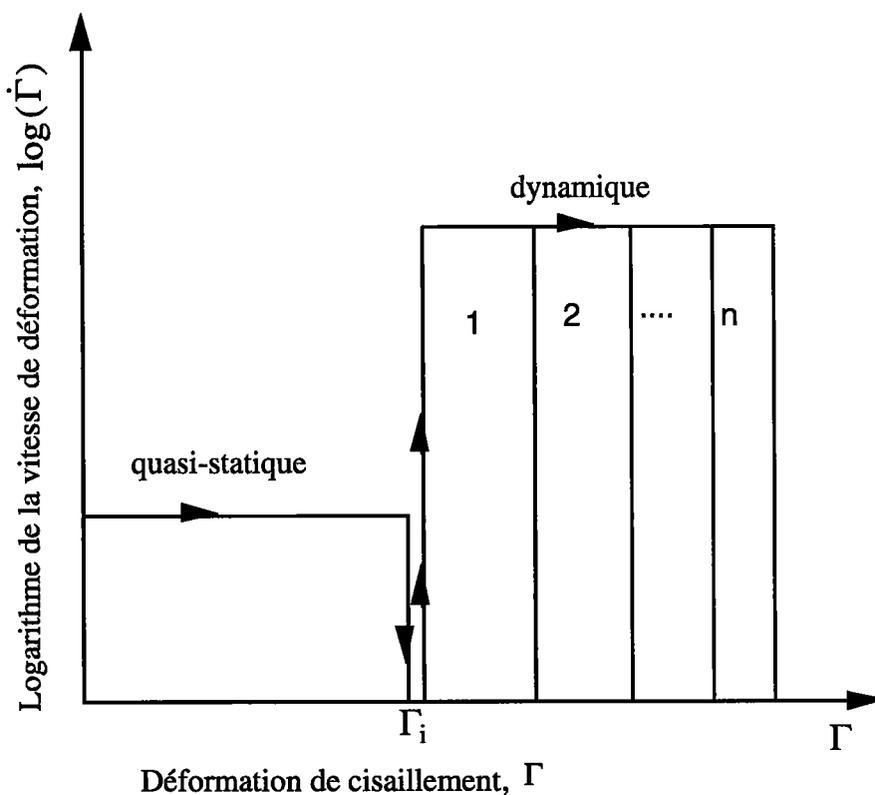
### **III.6. Essai de changement de vitesses.**

L'écoulement du matériau ne dépend pas uniquement des paramètres usuels tels que la déformation, la vitesse de déformation, la température et les paramètres internes du matériau, il dépend aussi de l'histoire de la vitesse de déformation et de la température au cours d'une sollicitation antérieure. Afin de mettre en évidence l'influence de l'histoire de la vitesse de déformation sur le comportement du matériau, des essais de changement de vitesse ont été effectués sur des éprouvettes tubulaires du fer Armco à la température

ambiante  $T=298K$ .

### III.6.1. Description des essais de changement de vitesses faibles aux vitesses élevées.

Ce type d'essais spécifique à notre dispositif permet d'étudier l'influence de l'histoire de la vitesse de déformation sur le comportement mécanique et la microstructure des matériaux. L'éprouvette est chargée tout d'abord à une faible vitesse par la mise en marche de l'ensemble moto-réducteur  $M_2-R_2$ . Après qu'elle ait atteint une valeur  $\Gamma_i$  de déformation choisie, nous la chargeons à une grande vitesse après relâchement du bloc de serrage, de la même façon déjà décrite pour les essais dynamiques. On crée ainsi une onde de torsion qui impose un saut à une vitesse de déformation élevée. On peut charger l'échantillon à grande vitesse  $n$  fois successifs, voir la figure (III. 16).



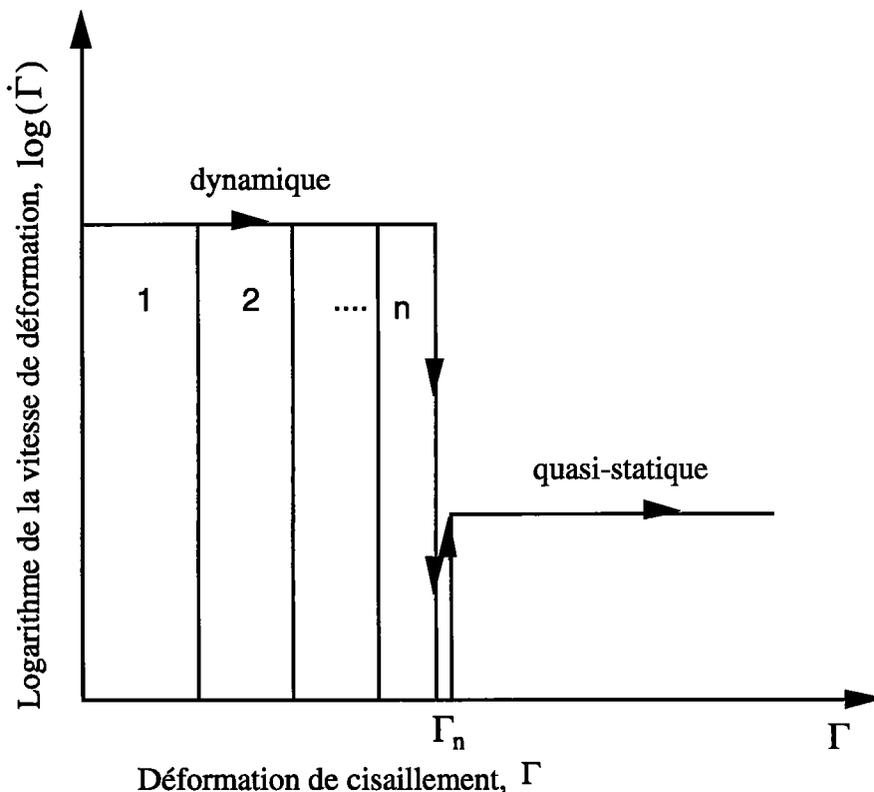
**Figure (III. 16):** Schéma illustrant la variation du logarithme de la vitesse de déformation en fonction de la déformation pour un essai de saut de vitesses "quasi-statique/dynamique".

Nous avons réalisé ce type d'essai sur deux séries chacune formé de quatre éprouvettes. Les pré-déformations sont faites pour la première série à faible

vitesse de déformation  $\dot{\Gamma}_i = 4.6 \times 10^{-2} \text{ s}^{-1}$  jusqu'à des niveaux de déformation de 0.51, 0.9, 1.125 et 1.3, alors que pour la deuxième série les pré-déformations atteintes à la même vitesse sont 0.46, 1.5, 1.25 et 1.25. Ensuite, nous avons chargé dynamiquement chacune des éprouvettes une seule fois pour la première série et deux fois pour la deuxième.

### III.6.2. Description des essais de Changement de vitesses élevées aux vitesses faibles

Nous avons réalisé les essais de changement de vitesses "dynamique/quasi-statique" en chargeant chacune des éprouvettes tout d'abord à une vitesse de déformation élevée  $n$  fois jusqu'à un certain niveau de déformation  $\Gamma$ , puis à une faible vitesse jusqu'à une déformation  $\Gamma_i$ , voir la figure(III.17).



**Figure (III. 17):** Schéma illustrant la variation du logarithme de la vitesse de déformation en fonction de la déformation pour un essai de saut de vitesses "dynamique/quasi-statique".

Nous avons réalisé ce type d'essai sur cinq éprouvettes que nous avons pré-déformé tout d'abord à grande vitesse de déformation, successivement d'une à quatre fois suivant l'éprouvette, avant de les charger à faible vitesse.

Les figures illustrant ces résultats sont données au chapitreIV.

*CHAPITRE IV*  
*ANALYSE DES RÉSULTATS*  
*EXPÉRIMENTAUX*

## **IV.1. Introduction.**

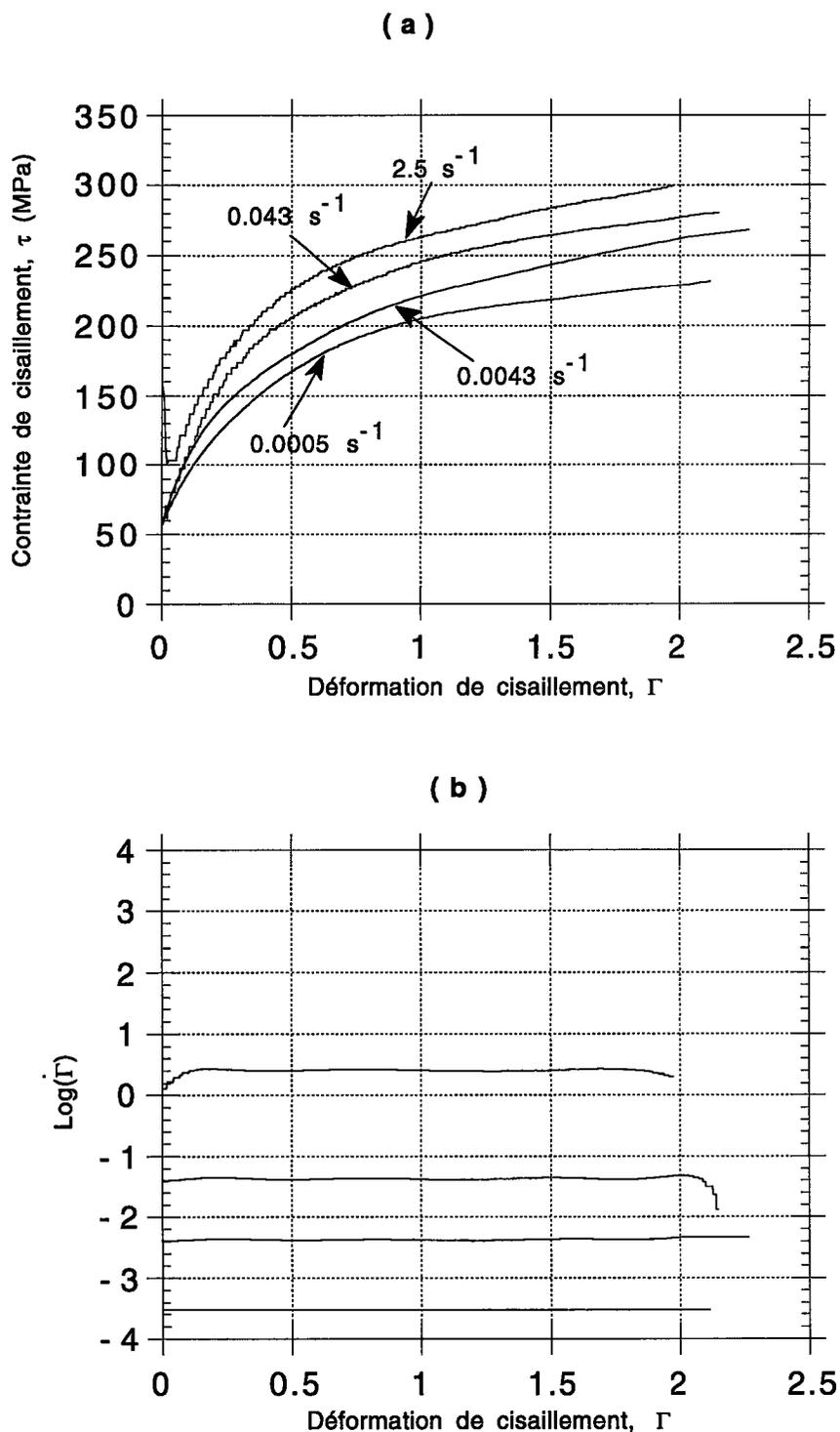
Dans le but de connaître le comportement du fer pur 0.02%C, qui est de structure cubique centrée, dans un domaine de grandes déformations et pour une large gamme de vitesses de déformations, nous avons réalisé des essais de torsion sur des échantillons tubulaires de ce métal à des vitesses de déformations faibles et intermédiaires ainsi qu'à des vitesses élevées de l'ordre de  $200\text{s}^{-1}$ . Nous avons aussi réalisé des essais de sauts de vitesse pour montrer l'influence du changement de la vitesse de déformation sur son comportement.

Les résultats obtenus au chapitreIII sont traités numériquement, et analysés séparément, puis superposés pour déterminer l'effet de la variation du régime de déformation ainsi que celui du changement de la vitesse.

## **IV.2. Comportement du fer pour les vitesses faibles et intermédiaires.**

### **IV.2.1. Résultats des essais de torsion quasi-statique sur la machine de Zwick.**

Nous avons effectué des essais torsion sur la machine de Zwick pour quatre niveaux de vitesses de déformation correspondants à  $5 \times 10^{-4} \text{s}^{-1}$ ,  $4.3 \times 10^{-3} \text{s}^{-1}$ ,  $4.3 \times 10^{-2} \text{s}^{-1}$ ,  $2.5 \text{s}^{-1}$ . Les résultats obtenus pour ces quatre vitesses, après traitement des signaux, sont superposés sur la figure (IV. 1-a) sous forme de courbes contrainte-déformation pour montrer l'influence de la vitesse sur le comportement du matériau. Cette influence se traduit par une augmentation de la contrainte avec la vitesse. Il faut aussi souligner que ces résultats couvrent un très large domaine de déformations allant jusqu'à  $\Gamma \approx 2$ . La courbe contrainte-déformation obtenue à  $\dot{\Gamma} = 2.5\text{s}^{-1}$  montre un pic d'élasticité. Ce pic peut être expliqué par une très forte création de dislocations mobiles qui "relâche" le matériau, [37], [39]. En revanche, nous n'observons pas ce pic pour les vitesses inférieures. Pour les essais quasi-statiques qui sont réalisés à des vitesses lentes, la chaleur produite à l'intérieur du matériau est évacuée par conduction au cours de l'essai. La figure (IV. 1-b) représente l'histoire de la vitesse de déformation.

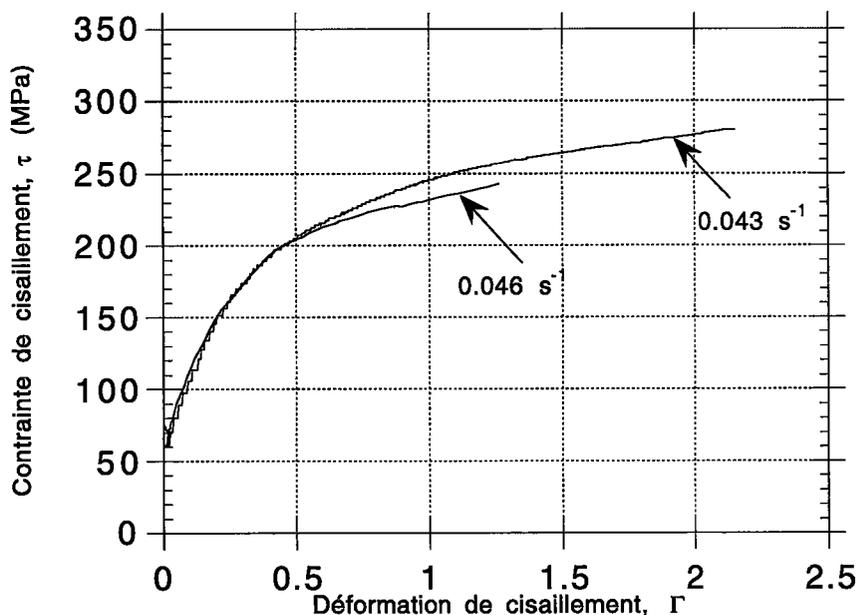


**Figure (IV. 1): Résultats des essais de torsion réalisés sur le fer à différentes vitesses de déformation, (a) courbes moyenne de contraintes-déformations, (b) histoire de la vitesse de déformation.**

### IV.2.2. Essai de torsion quasi-statique sur les barres de Kolsky.

Nous avons réalisé un essai quasi-statique sur les barres de Kolsky à température ambiante  $T=298\text{K}$  et à une vitesse de déformation de  $\dot{\Gamma} = 4.6 \times 10^{-2} \text{s}^{-1}$ . La figure (IV. 2) représente la superposition du résultat de cet essai avec le résultat de celui obtenu à la vitesse  $\dot{\Gamma} = 4.3 \times 10^{-2} \text{s}^{-1}$  par la machine de Zwick. Les deux courbes présentent une légère différence due au non parfait alignement des barres de Kolsky. Ce défaut expérimental a pour cause un couple transversal qui s'oppose au couple appliqué.

La courbe contrainte-déformation obtenue par les barres de Kolsky présente une limite d'élasticité supérieure  $\tau_s = 75.13\text{MPa}$  et une limite inférieure  $\tau_i = 71\text{MPa}$  propres au comportement de l'échantillon.



**Figure (IV. 2):** Courbes contrainte-déformation quasi-statiques sur machine de Zwick à la vitesse  $\dot{\Gamma} = 4,3 \times 10^{-2} \text{s}^{-1}$  et sur les barres de Kolsky à la vitesse  $\dot{\Gamma} = 4,6 \times 10^{-2} \text{s}^{-1}$ .

### IV.3. Comportement du fer pour les vitesses élevées.

#### IV.3.1. Essais de torsion à vitesses élevées.

Nous avons réalisé, à l'aide du dispositif des barres de Kolsky, des essais de chargements dynamiques successifs sur quatre éprouvettes à des vitesses de déformations élevées, de l'ordre de  $\dot{\Gamma} \approx 200\text{s}^{-1}$  et à la température ambiante. Les résultats de ces essais sont présentés sur les figures (IV. 3-a), (IV. 4-a), (IV. 5-a) et (IV. 6-a) sous forme de courbes contrainte-déformation et (IV. 3-b), (IV. 4-b), (IV. 5-b) et (IV. 6-b) qui illustrent l'histoire de la vitesse de déformation

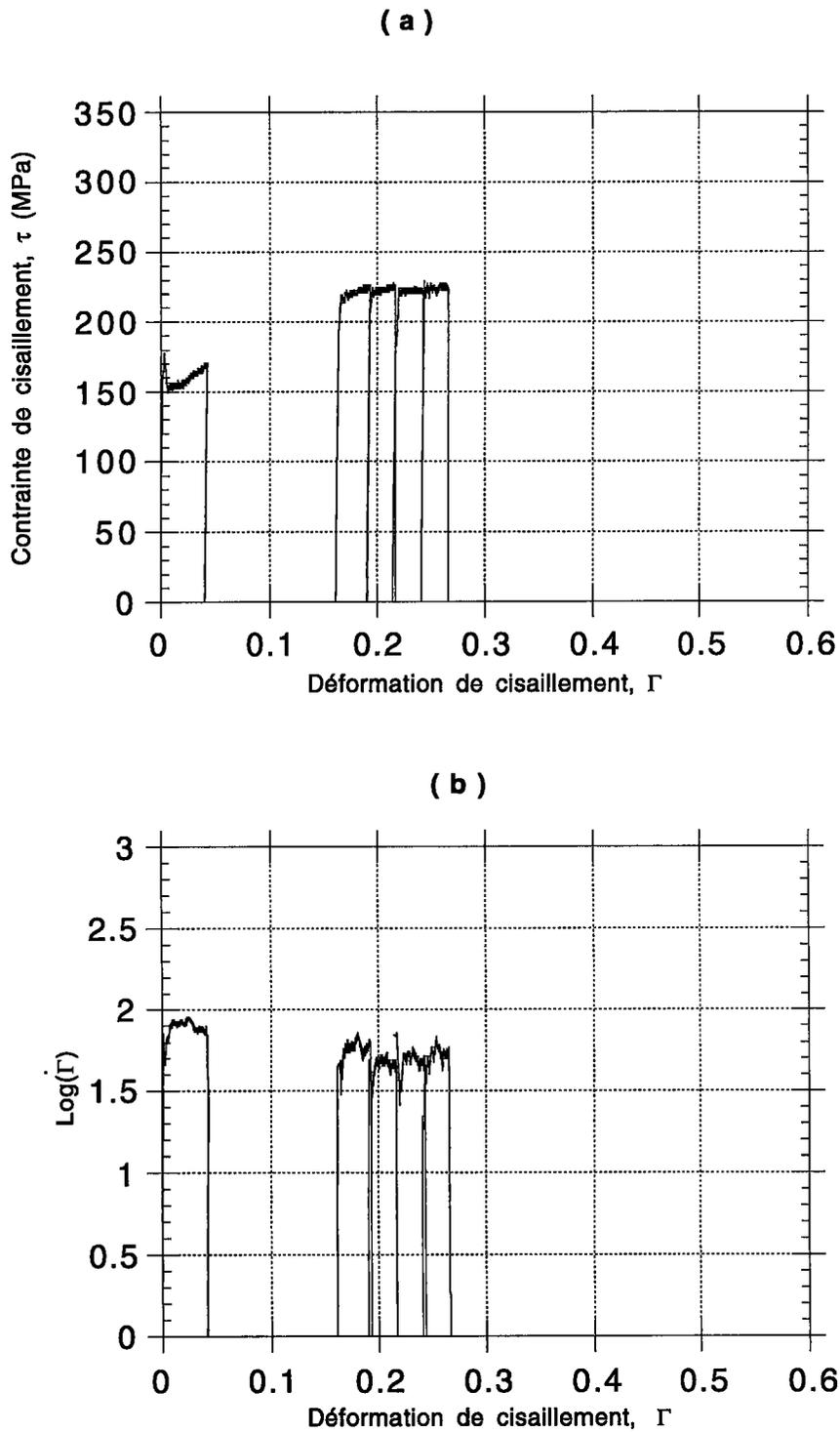
La portion des courbes contrainte-déformation qui correspond au premier chargement, présente une limite élastique supérieure suivie d'une chute de niveau de contrainte. Cette chute est due à la création rapide des dislocations mobiles à grande vitesse de déformation pour relaxer l'éprouvette, [37] et [39]. Après, on trouve un plateau qui correspond à la déformation de Lüders au cours duquel la contrainte de déformation reste presque constante. Après les déformations de Lüders, les courbes présentent un écrouissage fort.

Pour la portion des courbes qui correspond au deuxième chargement, on observe un écrouissage moins fort que celui du premier. Cette diminution d'écrouissage peut être expliquée par l'accumulation des dislocations mobiles qui naissent sous l'influence de la vitesse élevée. Ces nouvelles dislocations s'ajoutent à celles créées au cours du premier chargement et qui n'ont pas été bloquées par les solutés, ils vont ensemble relaxer l'éprouvette.

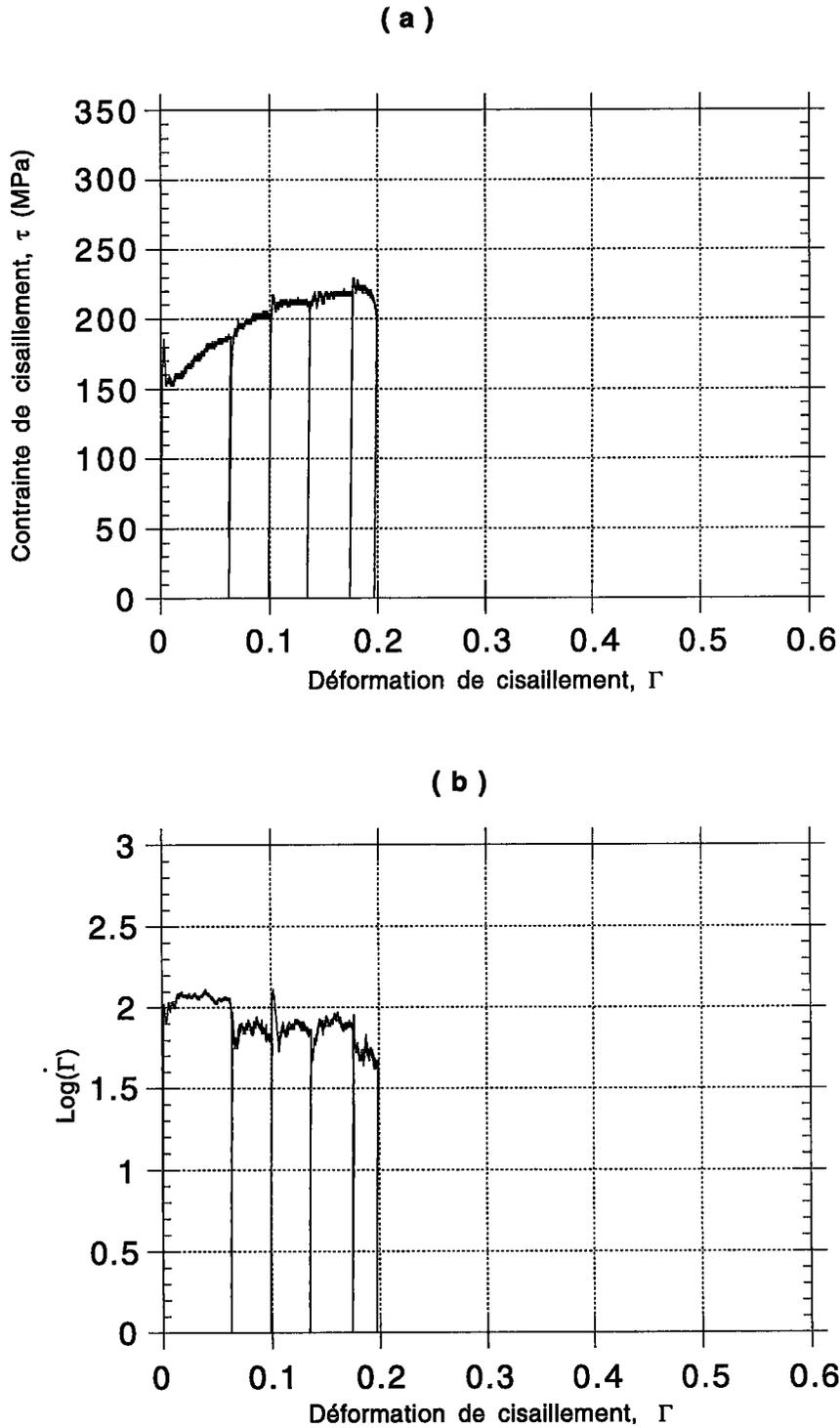
Pour chaque nouveau chargement, la portion de la courbe contrainte-déformation qui lui correspond présente une diminution de l'écrouissage par rapport à celui du chargement précédent. Cette diminution peut être expliquée de la même façon que dans le deuxième chargement.

La figure (IV. 5-a) ne présente pas de déformation de Lüders car l'éprouvette a été forcée au cours du montage. Les parties vides sur les figures (IV. 5-a) et (IV. 3-a) correspondent au déclenchement de l'oscilloscope avant le passage des ondes du deuxième chargement.

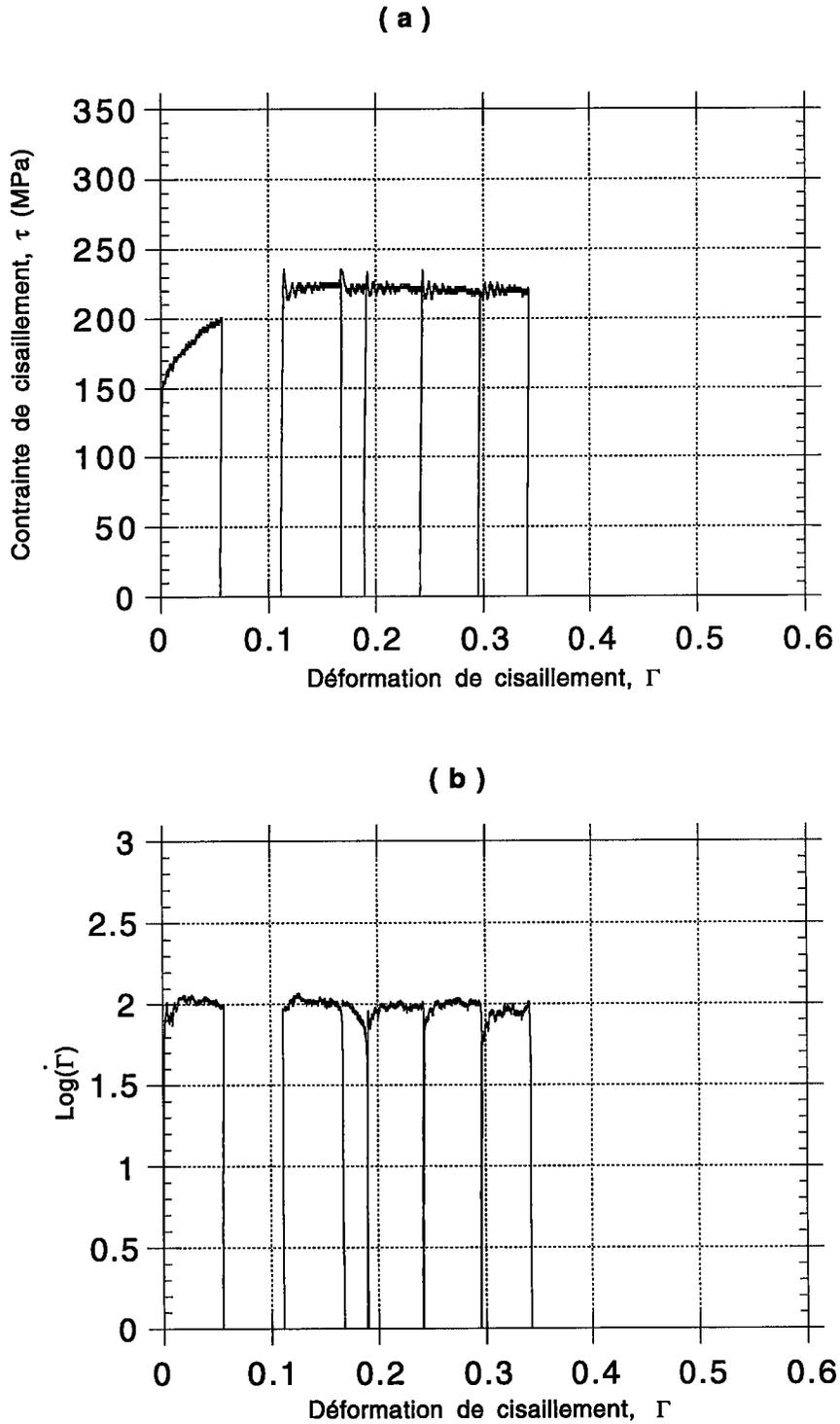
La figure (IV. 6-a) représente huit chargements successifs. Nous avons chargé l'éprouvette six fois de suite au début de l'essai, puis nous avons interrompu l'essai pendant 40 heures. La reprise de l'essai est caractérisée par une augmentation du niveau de contrainte au septième chargement, ce durcissement est dû à l'action des impuretés mobiles sur les dislocations. Comme l'ont montré Cottrell et Bilby [96], les atomes étrangers diffusent vers les dislocations et se réarrangent autour d'elles en créant un "nuage", dit nuage ou atmosphère de Cottrell. Dans notre cas, les atomes étrangers sont dans la solution du carbone présente dans le fer. La formation du nuage nécessite la diffusion d'atomes sur des grandes distances, elle dépend donc fortement de la température et du temps de déformation qui peut être de l'ordre de plusieurs heures à la température ambiante.



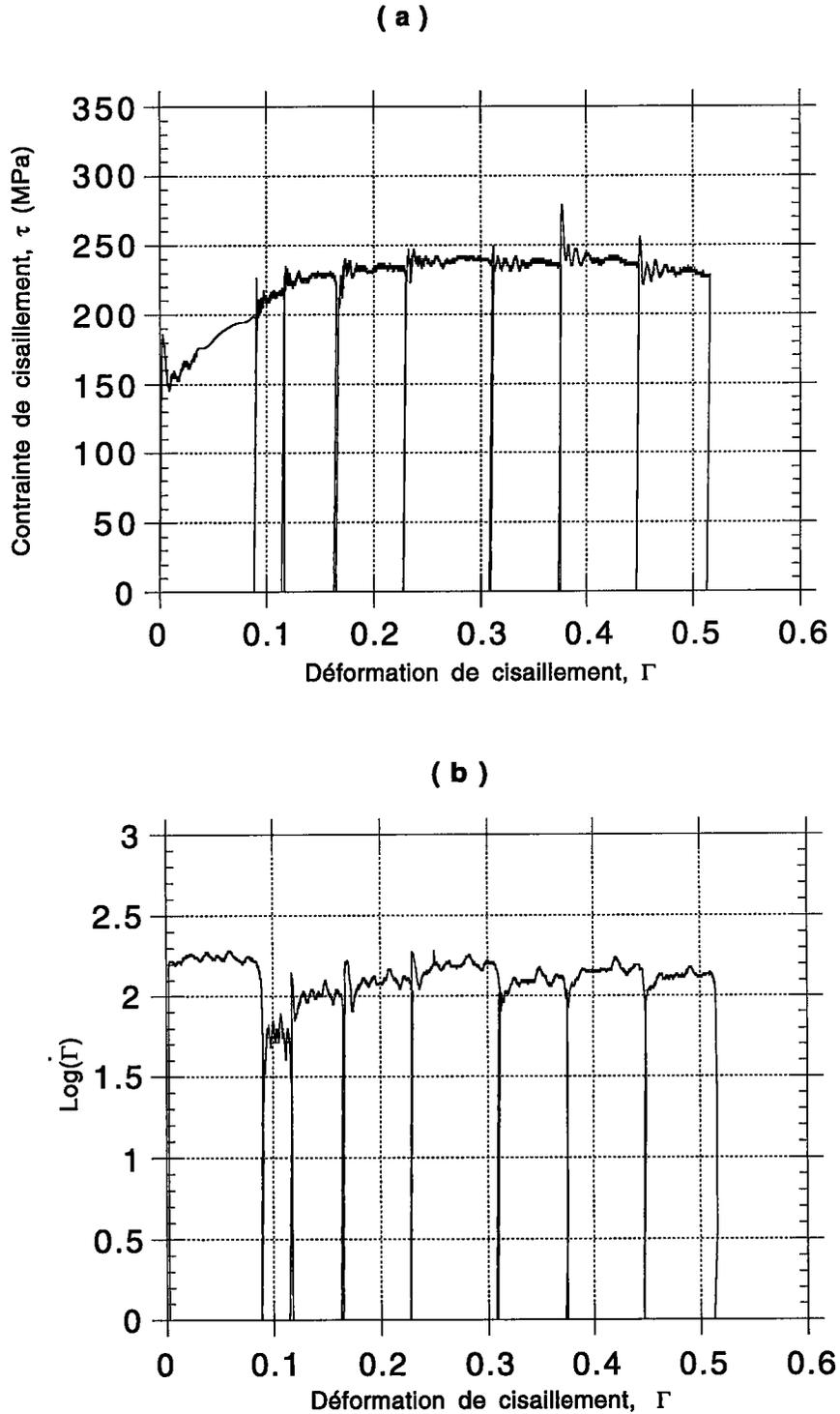
**Figure (IV. 3): Résultats d'un essai de six chargements successifs à grande vitesse de déformation, (a) courbe contrainte-déformation, (b) histoire de la vitesse de déformation.**



**Figure (IV. 4): Résultats d'un essai de cinq chargements successifs à grande vitesse de déformation, (a) courbe contrainte-déformation, (b) histoire de la vitesse de déformation.**



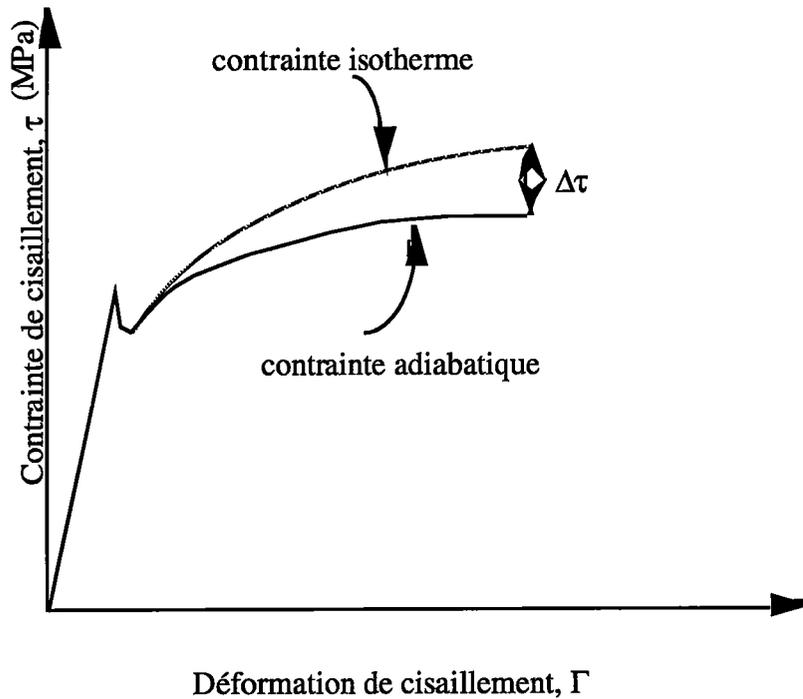
**Figure (IV. 5): Résultats d'un essai de sept chargements successifs à grande vitesse de déformation, (a) courbe contrainte-déformation, (b) histoire de la vitesse de déformation.**



**Figure (IV. 6): Résultats d'un essai de huit chargements successifs à grande vitesse de déformation, Après 40 heures de repos au septième chargement, (a) courbe contrainte-déformation, (b) histoire de la vitesse de déformation.**

### IV.3.2. Adoucissement thermique

Au cours d'un essai à grande vitesse, le temps est insuffisant pour évacuer par conduction la chaleur produite à l'intérieur du matériau, ce qui provoque un adoucissement de la contrainte, voir la figure (IV. 7).



**Figure (IV. 7):** représentation schématique des courbes contrainte-déformation isotherme et adiabatique.

Pour évaluer l'adoucissement dû à l'élévation de la température, nous avons réalisé une série d'essais dynamiques sur une même éprouvette. Nous avons obtenu un adoucissement maximal,  $\Delta\tau_a = 5.4$  MPa pour un taux de déformation  $\Gamma = 0.082$ . On considère que la majeure partie du travail fourni (environ 90%) pour déformer plastiquement l'échantillon est dissipé sous forme de chaleur. Nous pouvons donc estimer l'élévation de la température  $\Delta T$  au sein de l'échantillon à tout niveau de déformation à l'aide de la relation suivante:

$$\Delta T(\Gamma) = \frac{0.9}{\rho_F c_p} \int_0^{\Gamma} \tau(\psi) d\psi \quad (\text{IV.1})$$

où  $\rho_F$  et  $c_p$  désignent respectivement la masse volumique et la chaleur spécifique du fer dont les valeurs sont  $\rho_F = 7870 \text{ kg/m}^3$  et  $c_p = 444 \text{ J/kg K}$ . Pour un taux de déformation de 0.082, l'élévation de la température est d'environ  $\Delta T = 10 \text{ K}$ , voir la figure (IV. 8).

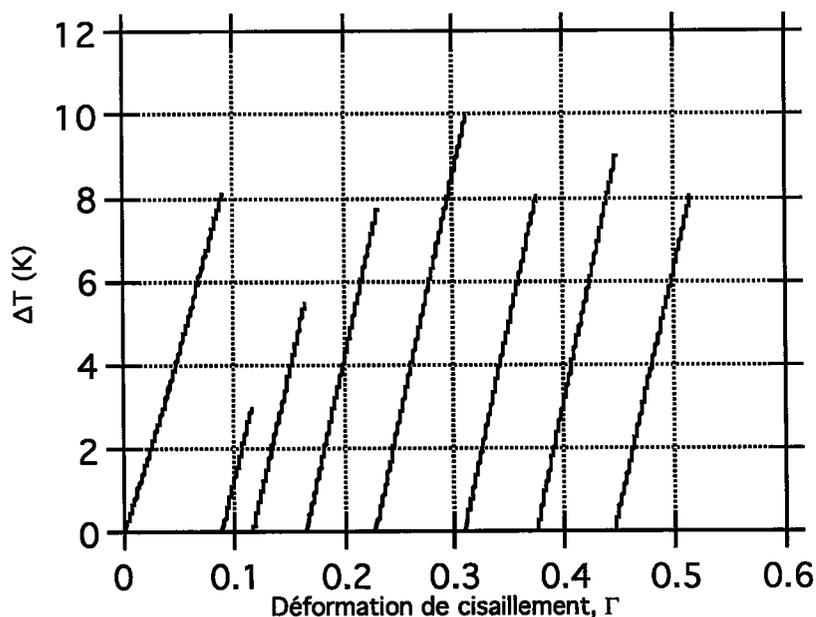
Nous obtenons une sensibilité à la température, [101]:

$$\frac{\partial \tau}{\partial T} \cong \frac{\Delta \tau}{\Delta T} = 0.54 \text{ MPa K}^{-1}.$$

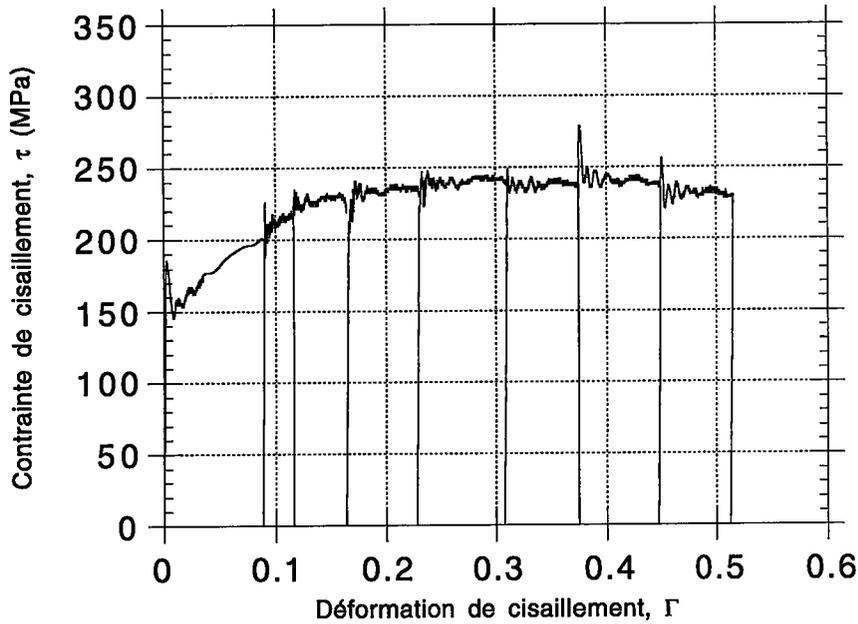
Comme cette élévation de la température est faible, on peut supposer donc que ce coefficient de sensibilité à la température varie peu au cours de l'essai. La contrainte pour essai supposé isotherme se déduit alors de celle déterminée pour un essai supposé adiabatique par la formule:

$$\tau_{\text{iso}} = \tau_{\text{ad}} + \left( \frac{0.9}{\rho_F c_p} \right) \cdot \frac{\Delta \tau}{\Delta T} \cdot \int_0^\Gamma \tau(\psi) d\psi \quad (\text{IV.2})$$

Nous obtenons donc les courbes adiabatiques corrigées dites "isothermes", voir la figure (IV. 9)



**Figure (IV. 8):** Variation de la température relative au cours de l'essai de huit chargements successifs.



**Figure (IV. 9):** Courbe contrainte-déformation isotherme de l'essai de huit chargements successifs, estimée par la relation (IV. 2).

Au cours de cet essai qui a été interrompu plusieurs fois, l'élévation de la température est faible  $3,0\text{K} \leq \Delta T_A \leq 10\text{K}$ , voir la figure (IV. 8). Nous remarquons aussi, par comparaison des deux figures (IV. 6-a) (IV. 9), que cet essai qui est dynamique est presque isotherme. On peut donc conclure que le dispositif des barres de Kolsky nous permet d'obtenir des courbes contrainte-déformation quasi-isothermes à grandes vitesses de déformation.

#### IV.4. Changements de vitesse.

##### IV.4.1. Saut de vitesse quasi-statique/dynamique.

Après avoir déformée initialement une éprouvette jusqu'à  $\Gamma_i = 0.5$  à une faible vitesse  $\dot{\Gamma}_i = 4.3 \times 10^{-3} \text{s}^{-1}$  sur la machine de Zwick, nous l'avons chargée successivement treize fois à grande vitesse sur le dispositif des barres de Kolsky. Les résultats obtenus sont présentés sur les deux figures (IV. 10-a) et (IV. 10-b) qui illustrent le comportement du matériau et l'histoire de la vitesse de déformation au cours de l'essai. Les portions vides sur ces figures correspondent au déclenchement de l'oscilloscope avant le passage des ondes de déchargement.

Nous remarquons que la portion visible sur la figure (IV. 10-a), dont les déformations sont comprises entre 1.6 et 1.8, et qui correspond à des chargements dynamiques présente un écrouissage négatif  $\frac{\partial \tau}{\partial \Gamma} \approx -112.5 \text{ MPa}$ , ce qui peut être expliqué par la création de nouvelles dislocations mobiles au cours des essais à grandes vitesses de déformation. Les dislocations qui naissent au cours d'un chargement actuel, s'ajoutent à celles déjà créées durant les chargements précédents et qui n'ont pas été bloquées par les solutés, et vont contribuer ensemble à relaxer l'éprouvette.

Nous avons dérivé numériquement la contrainte par rapport à la déformation afin de connaître la variation du taux d'écrouissage en fonction de celle-ci, voir la figure (IV. 10-b).

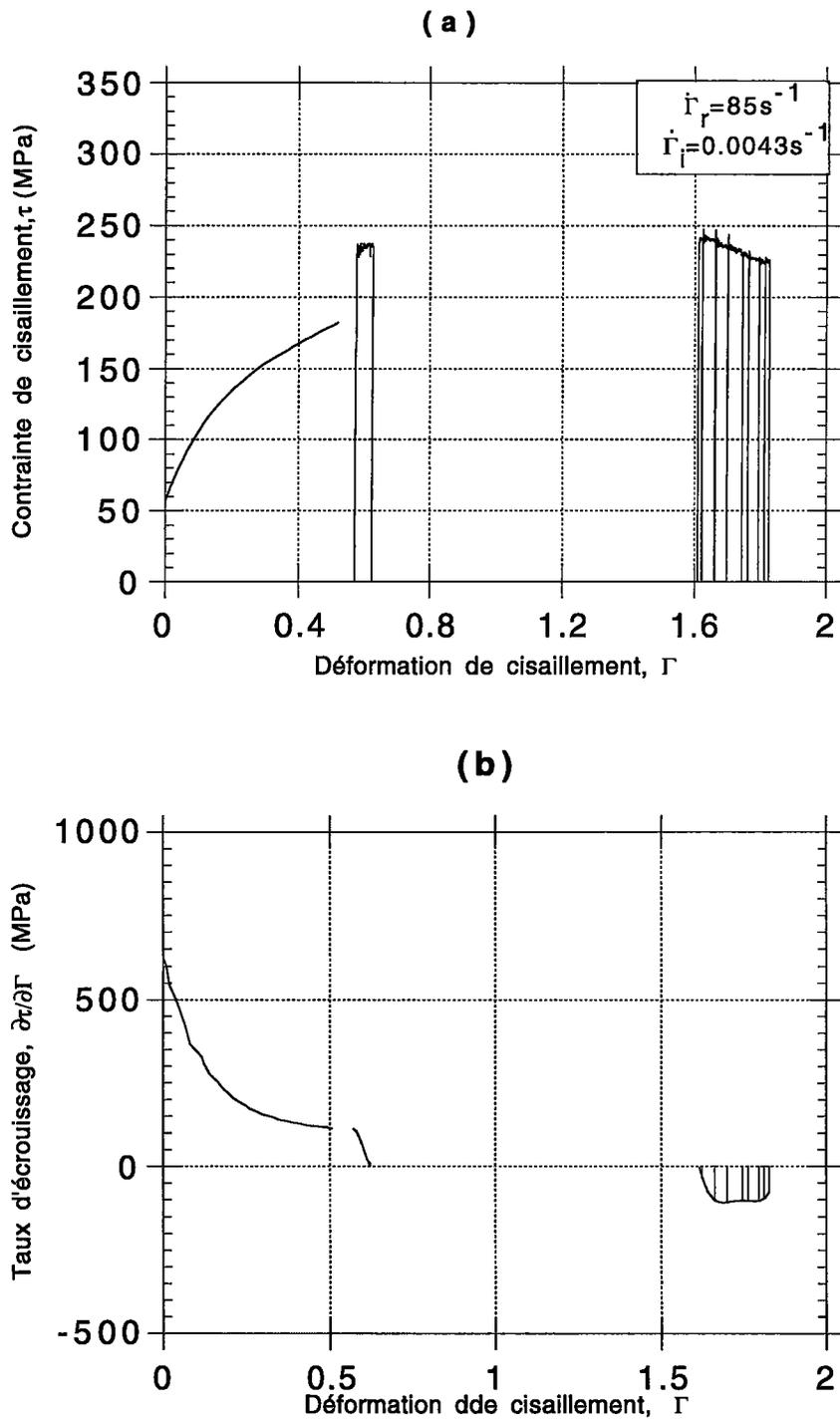
Dans le but de déterminer le comportement du fer Armco lors d'un changement de vitesse de déformation, d'autres essais ont été faits à des vitesses élevées sur des éprouvettes pré-déformées à une vitesse faible  $\dot{\Gamma} = 4.3 \times 10^{-2} \text{ s}^{-1}$  sur les barres de Kolsky. Les résultats obtenus sont présentés sur les figures (IV. 11-a), (IV. 12-a), (IV. 13-a) et (IV. 14-a) sous forme de courbes contrainte-déformation.

On constate que pour chaque essai, la portion de la courbe correspondant au chargement quasi-statique présente un écrouissage positif, alors que la portion correspondant au chargement dynamique présente un écrouissage négatif ou nul, ce qui est probablement dû à une avalanche des dislocations mobiles aux grandes vitesses de déformation. Ces essais montrent aussi une sensibilité positif du matériau à la vitesse de déformation.

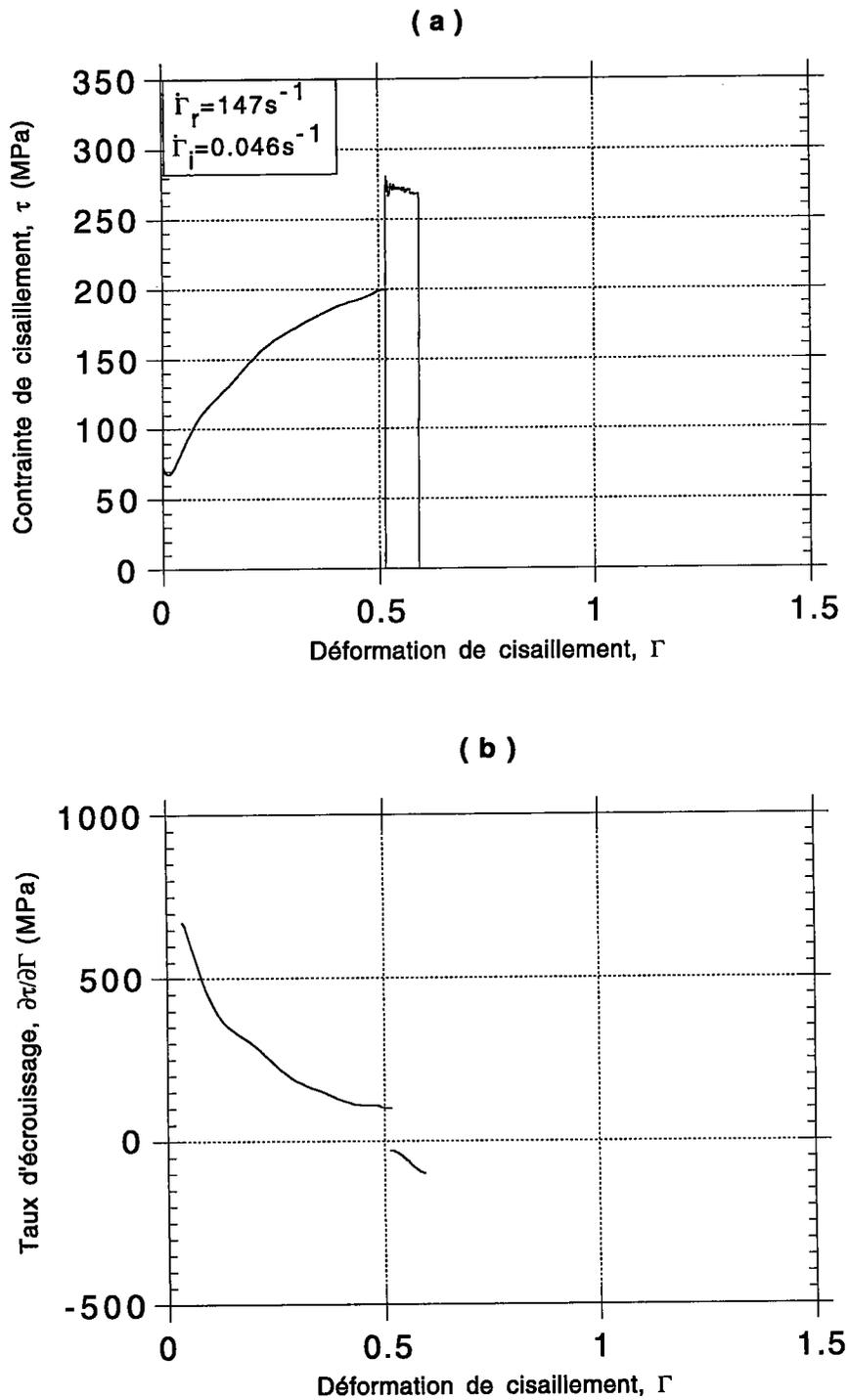
Les figures (IV. 11-b), (IV. 12-b), (IV. 13-b) et (IV. 14-b) présentent les variations de l'écrouissage en fonction de la déformation. Ces variations sont obtenues par dérivation de la contrainte en fonction de la déformation.

Nous avons appliqué à quatre autres éprouvettes deux chargements successifs chacune, à grandes vitesses de déformation, après les avoir déformées initialement à faible vitesses jusqu'à des niveaux  $\Gamma_1 = 0.46$ ,  $\Gamma_2 = 1.5$ ,  $\Gamma_3 = 1.26$  et  $\Gamma_4 = 1.26$ . sur les barres de Kolsky. Les résultats de ces essais sont représentés sur les figures (IV. 15-a), (IV. 16-a), (IV. 17-a) et (IV. 18-a) sous forme de courbes contrainte-déformation.

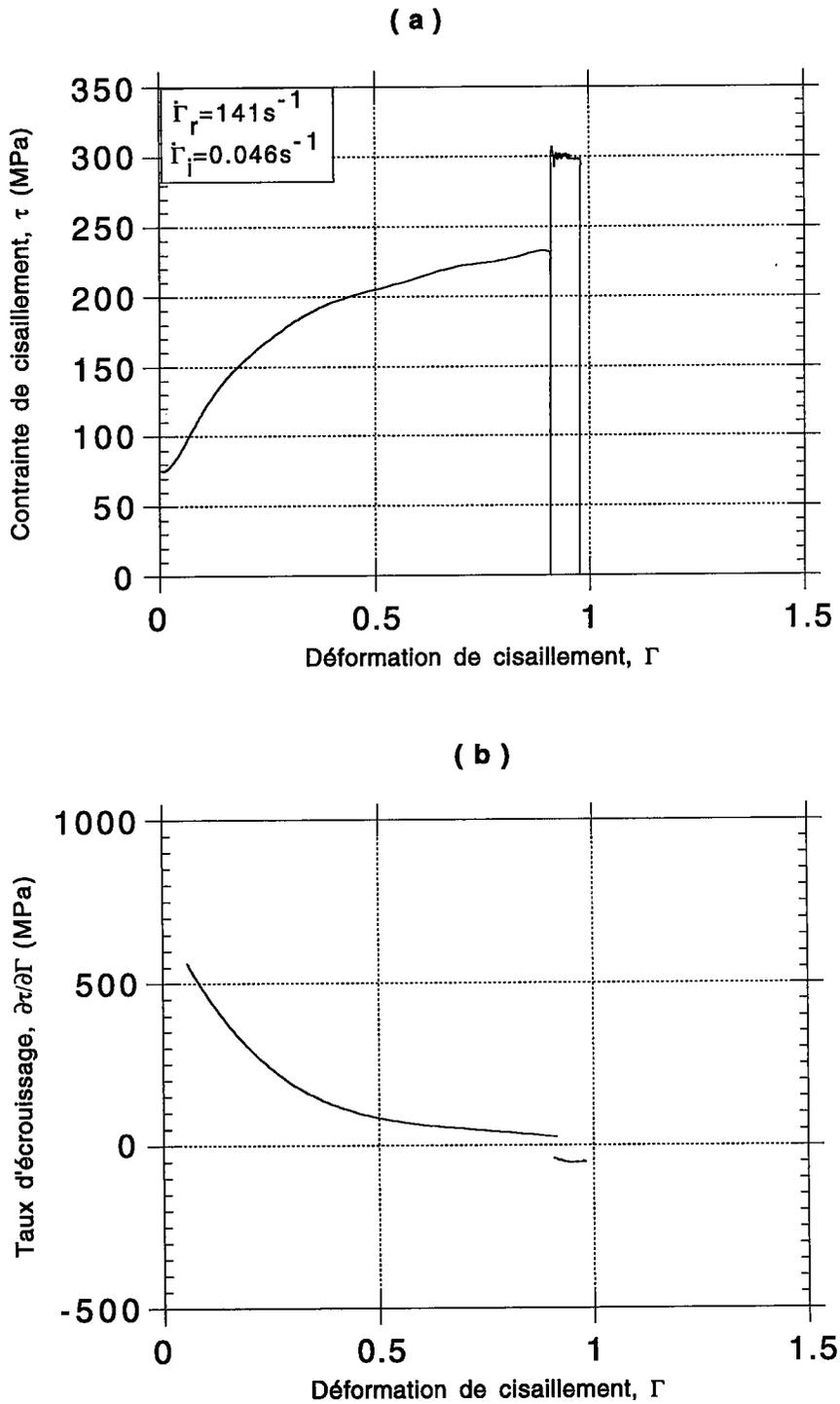
Pour la portion correspondant au premier chargement dynamique, nous faisons les mêmes observations que pour la première série d'essais pour laquelle les éprouvettes ont été soumises à un seul chargement dynamique. La portion qui correspond au deuxième chargement à grande vitesse, présente une décroissance beaucoup plus marquée de l'écrouissage. De nouvelles dislocations mobiles prennent naissance et viennent s'ajouter à celles déjà créées durant le premier chargement, et qui n'ont pas été bloquées par les solutés. Elles servent ensemble à relaxer d'avantage l'éprouvette. Les figures (IV. 15-b), (IV. 16-b), (IV. 17-b) et (IV. 18-b) présentent la variation de l'écrouissage en fonction de la déformation.



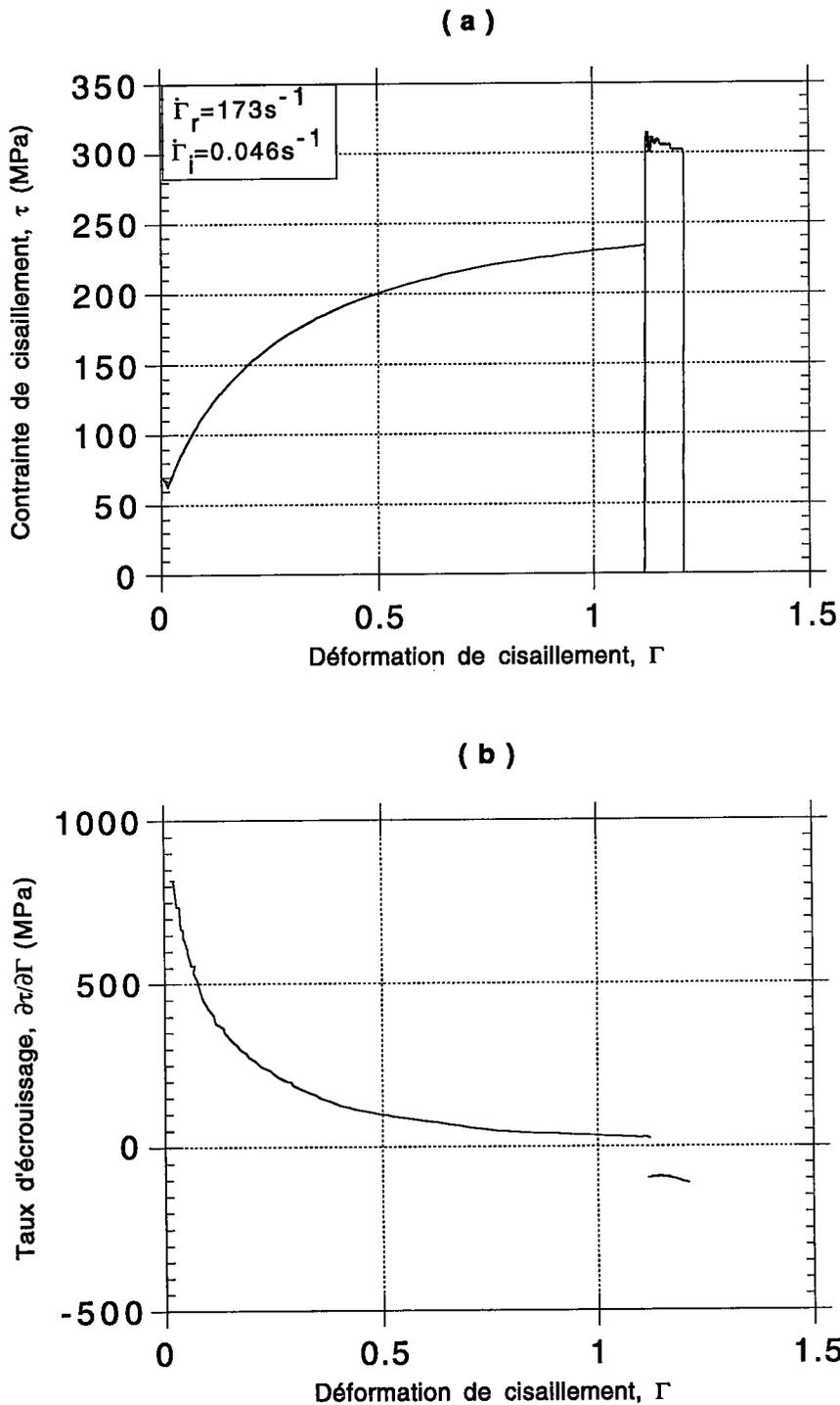
**Figure (IV. 10):** Résultats d'un essai de saut de vitesse de  $\dot{\Gamma}_i = 4.3 \times 10^{-3} s^{-1}$  à  $\dot{\Gamma}_r = 83 s^{-1}$  après une pré-déformation  $\Gamma_i = 0.5$  sur machine de Zwick, (a) courbe contrainte-déformation, (b) courbe taux d'écroutissage-déformation.



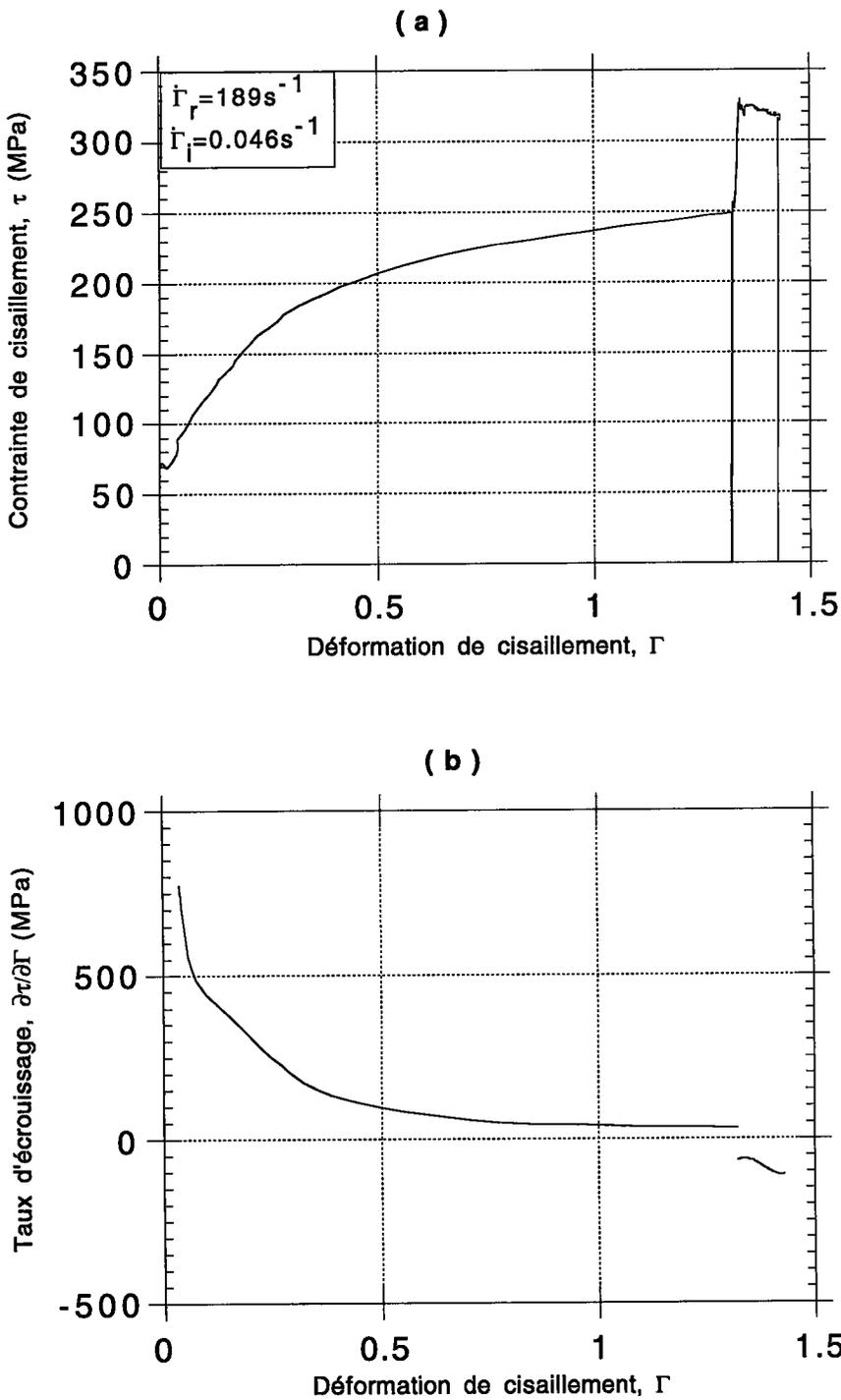
**Figure (IV. 11): Résultats d'un essai de saut de vitesse de  $\dot{\Gamma}_i = 4.6 \times 10^{-2} \text{ s}^{-1}$  à  $\dot{\Gamma}_r = 147 \text{ s}^{-1}$  après une pré-déformation  $\Gamma_i = 0.5$  sur les barres de Kolsky, (a) courbe contrainte-déformation, (b) courbe taux d'écroûissage-déformation.**



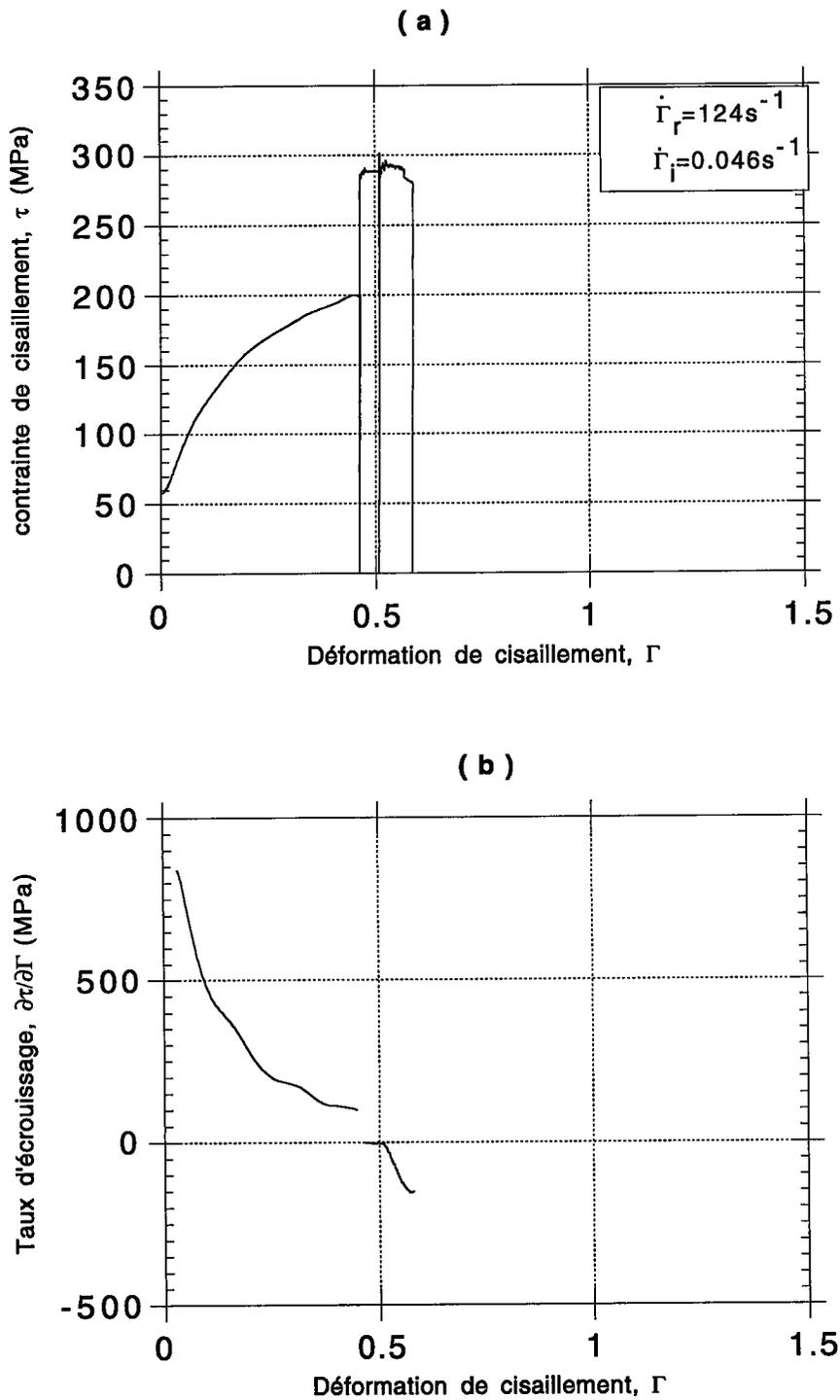
**Figure (IV. 12): Résultats d'un essai de saut de vitesse de  $\dot{\Gamma}_i = 4.6 \times 10^{-2} s^{-1}$  à  $\dot{\Gamma}_r = 141 s^{-1}$  après une pré-déformation  $\Gamma_i = 0.9$  sur les barres de Kolsky, (a) courbe contrainte-déformation, (b) courbe taux d'écroissage-déformation.**



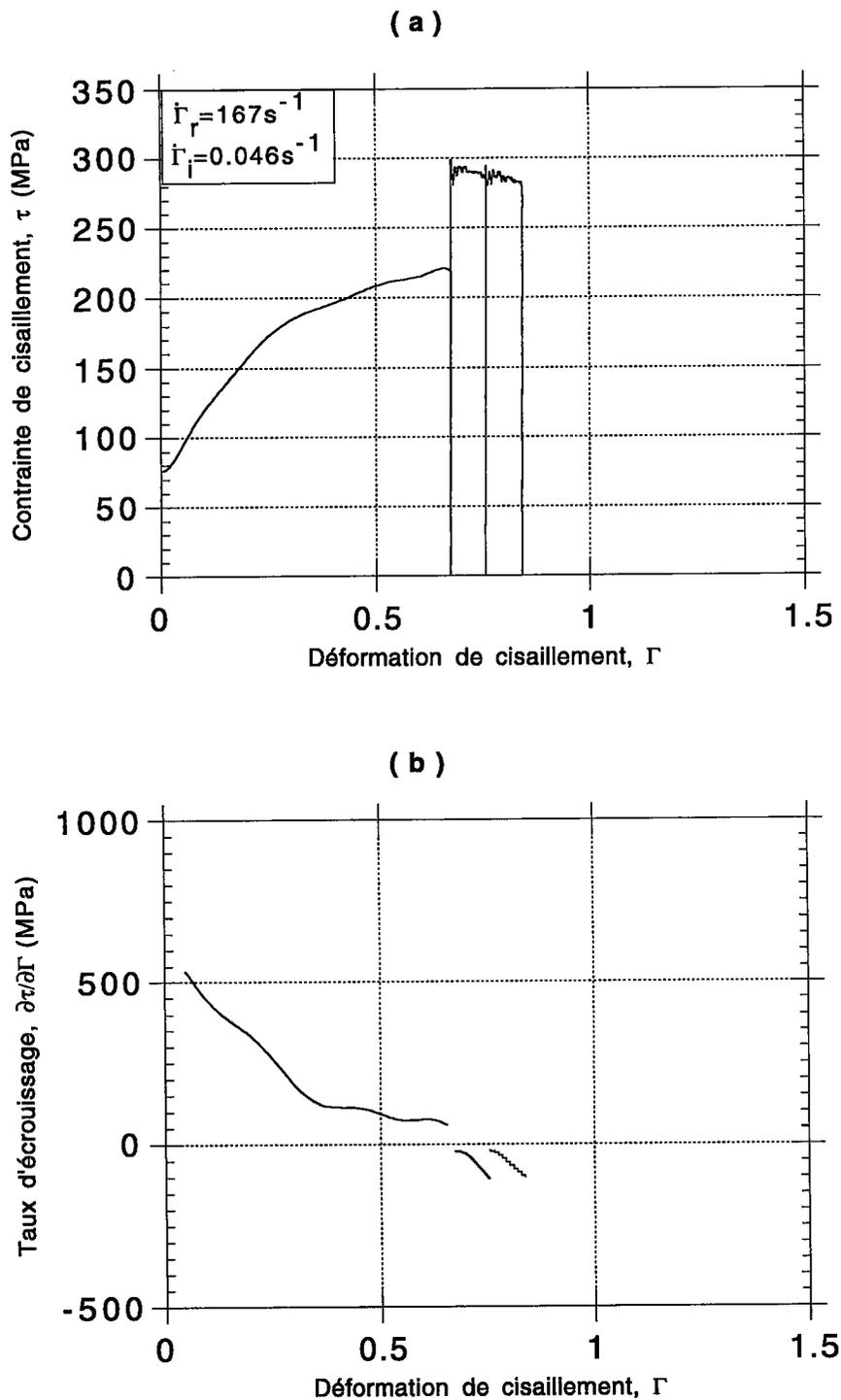
**Figure (IV. 13):** Résultats d'un essai de saut de vitesse de  $\dot{\Gamma}_i = 4.6 \times 10^{-2} \text{s}^{-1}$  à  $\dot{\Gamma}_r = 173 \text{s}^{-1}$  après une pré-déformation  $\Gamma_i = 1.12$  sur les barres de Kolsky, (a) courbe contrainte-déformation, (b) courbe taux d'écrouissage-déformation.



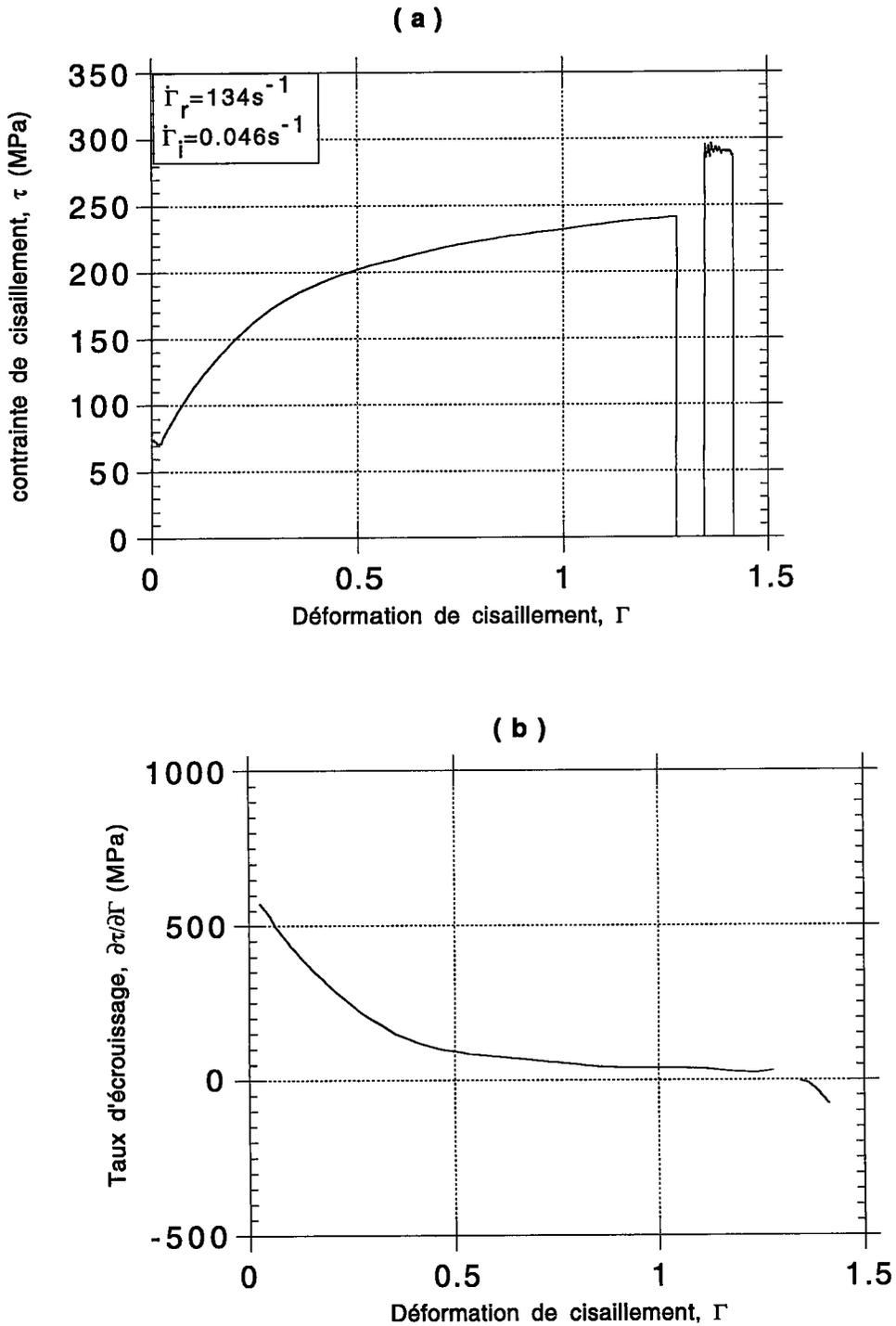
**Figure (IV. 14): Résultats d'un essai de saut de vitesse de  $\dot{\Gamma}_i = 4.6 \times 10^{-2} \text{ s}^{-1}$  à  $\dot{\Gamma}_r = 189 \text{ s}^{-1}$  après une pré-déformation  $\Gamma_i = 1.3$  sur les barres de Kolsky, (a) courbe contrainte-déformation, (b) courbe taux d'écroissance-déformation.**



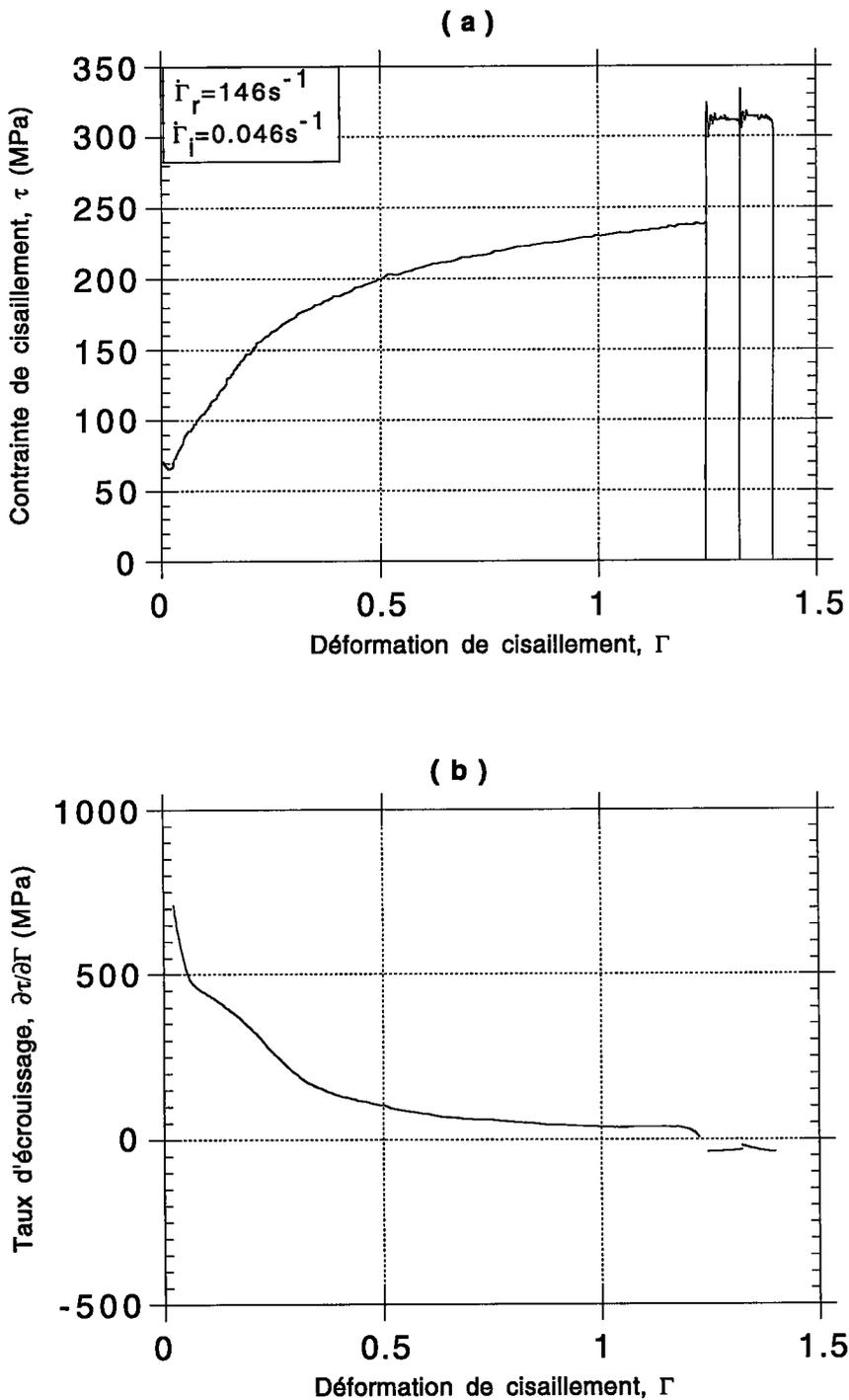
**Figure (IV. 15):** Résultats d'un essai de saut de vitesse de  $\dot{\Gamma}_i = 4.6 \times 10^{-2} s^{-1}$  à  $\dot{\Gamma}_r = 124 s^{-1}$ , sur éprouvette deux fois chargée à vitesse élevée après une pré-déformation  $\Gamma_i = 0.46$  sur les barres de Kolsky, (a) courbe contrainte-déformation, (b) courbe taux d'écroûissage-déformation.



**Figure (IV. 16):** Résultats d'un essai de saut de vitesse de  $\dot{\Gamma}_i = 4.6 \times 10^{-2} \text{s}^{-1}$  à  $\dot{\Gamma}_r = 167 \text{s}^{-1}$ , sur éprouvette deux fois chargée à vitesse élevée après une pré-déformation  $\Gamma_i = 0.67$  sur les barres de Kolsky, (a) courbe contrainte-déformation, (b) courbe taux d'écroissage-déformation.



**Figure (IV. 17):** Résultats d'un essai de saut de vitesse de  $\dot{\Gamma}_i = 4.6 \times 10^{-2} s^{-1}$  à  $\dot{\Gamma}_r = 134 s^{-1}$ , sur éprouvette deux fois chargée à vitesse élevée après une pré-déformation  $\Gamma_i = 1.25$  sur les barres de Kolsky, (a) courbe contrainte-déformation, (b) courbe taux d'écroissage-déformation.



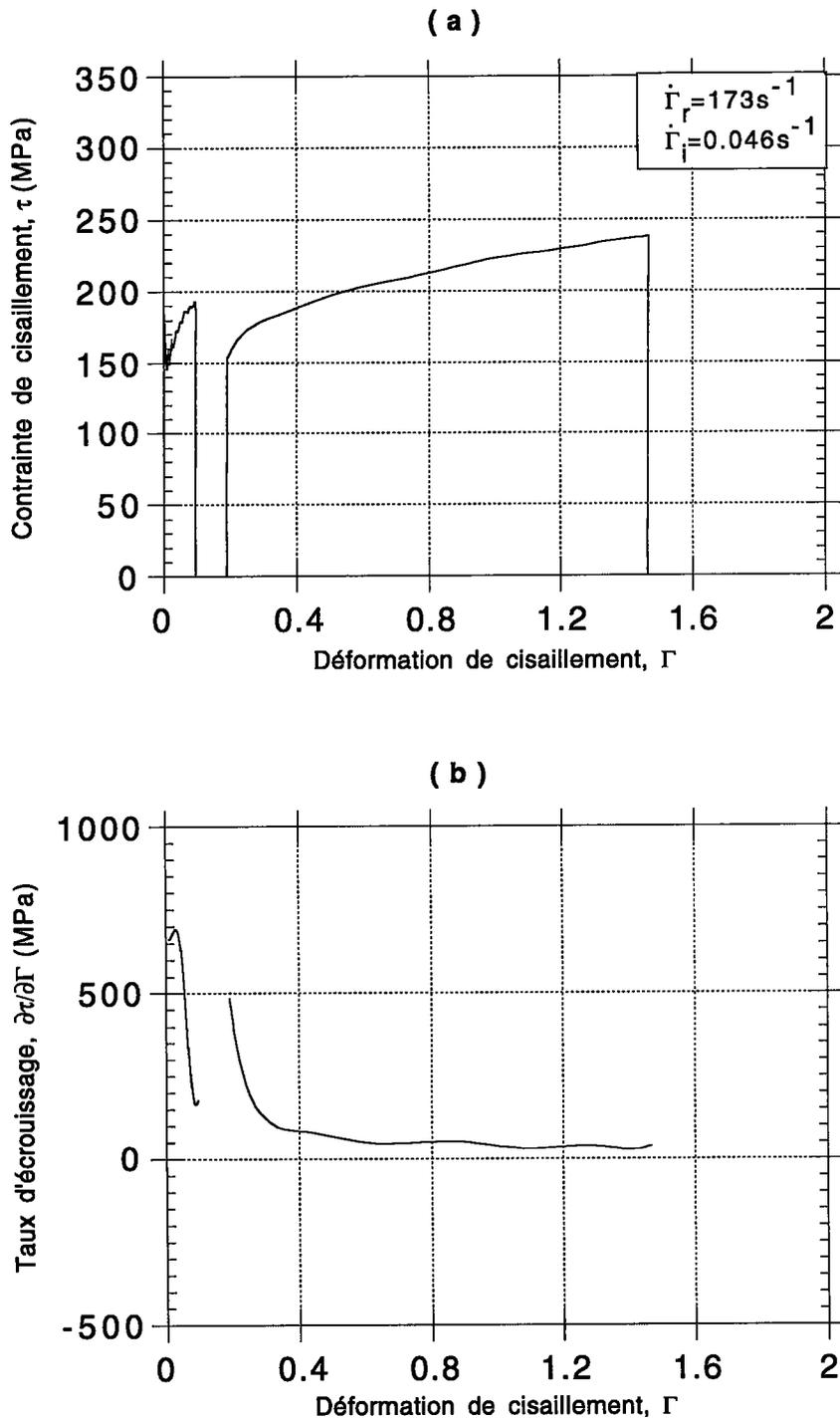
**Figure (IV. 18): Résultats d'un essai de saut de vitesse de  $\dot{\Gamma}_i = 4.6 \times 10^{-2} \text{ s}^{-1}$  à  $\dot{\Gamma}_r = 146 \text{ s}^{-1}$ , sur éprouvette deux fois chargée à vitesse élevée après une pré-déformation  $\Gamma_i = 1.25$  sur les barres de Kolsky, (a) courbe contrainte-déformation, (b) courbe taux d'écrouissage-déformation.**

#### IV.4.2. Saut de vitesse dynamique/quasi-statique.

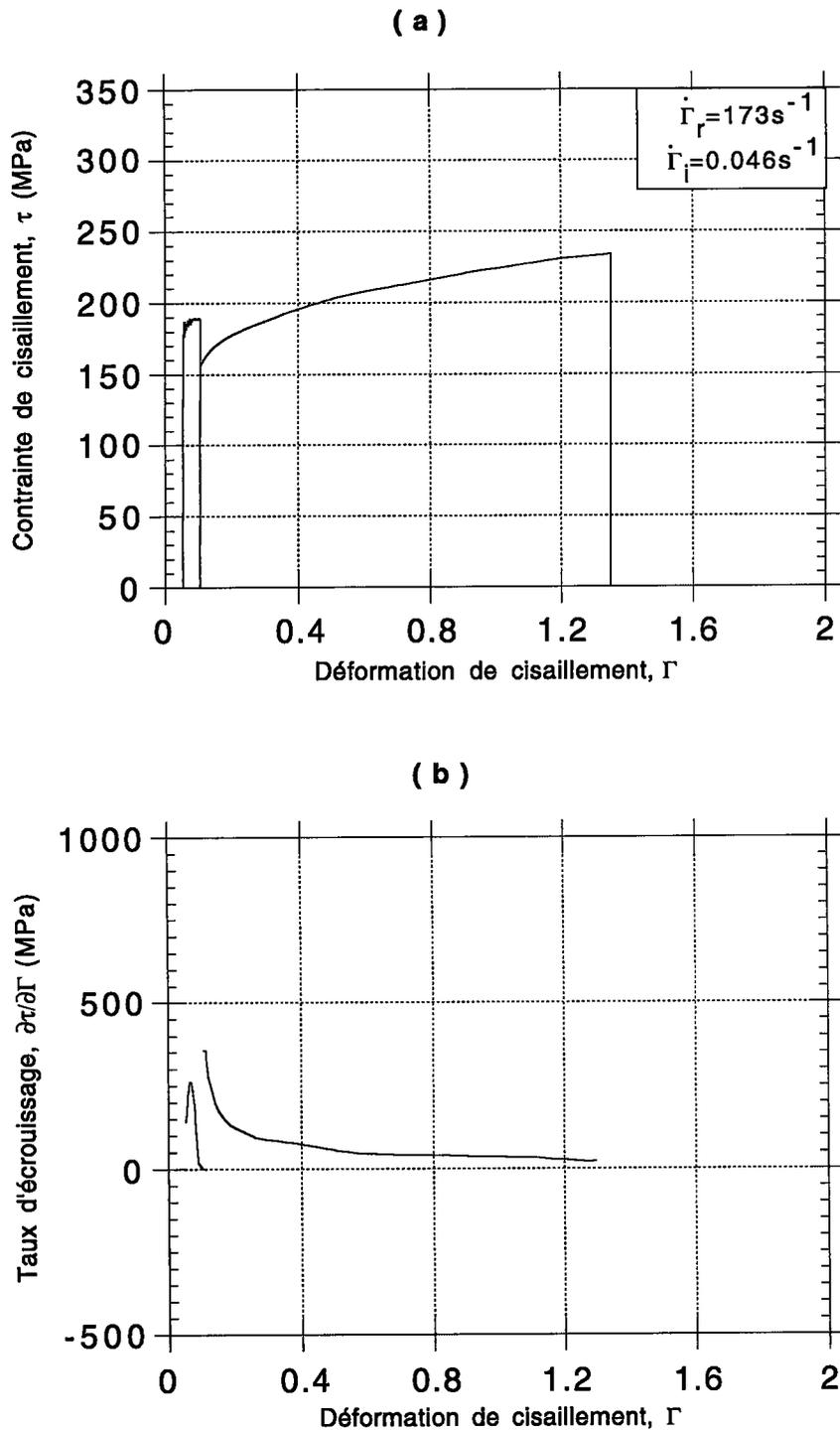
Nous avons effectué des essais à une faible vitesse de déformation  $\dot{\Gamma} = 4.3 \times 10^{-2} \text{ s}^{-1}$ , à température ambiante  $T=298 \text{ K}$ , sur des échantillons préalablement chargés à des vitesses élevées. Les résultats sont présentés sur les figures (IV. 19-a), (IV. 20-a), (IV. 21-a), (IV. 22-a) et (IV. 23-a) sous forme de courbes contrainte-déformation. Les parties vides des figures (IV. 19) et (IV. 20) correspondent au déclenchement de l'oscilloscope avant le passage des ondes de chargement.

Les portions des courbes contrainte-déformation qui correspondent aux chargements dynamiques successifs, présentent les mêmes caractéristiques que les courbes déjà analysées au paragraphe "IV.3.1." concernant les essais de torsion à vitesses élevées. Nous remarquons pour chacun de ces essais, une chute de contrainte au niveau de la déformation qui correspond à la transition de la vitesse élevée à la vitesse faible et un écrouissage positif sur la portion de la courbe contrainte-déformation correspondant au chargement quasi-statique.

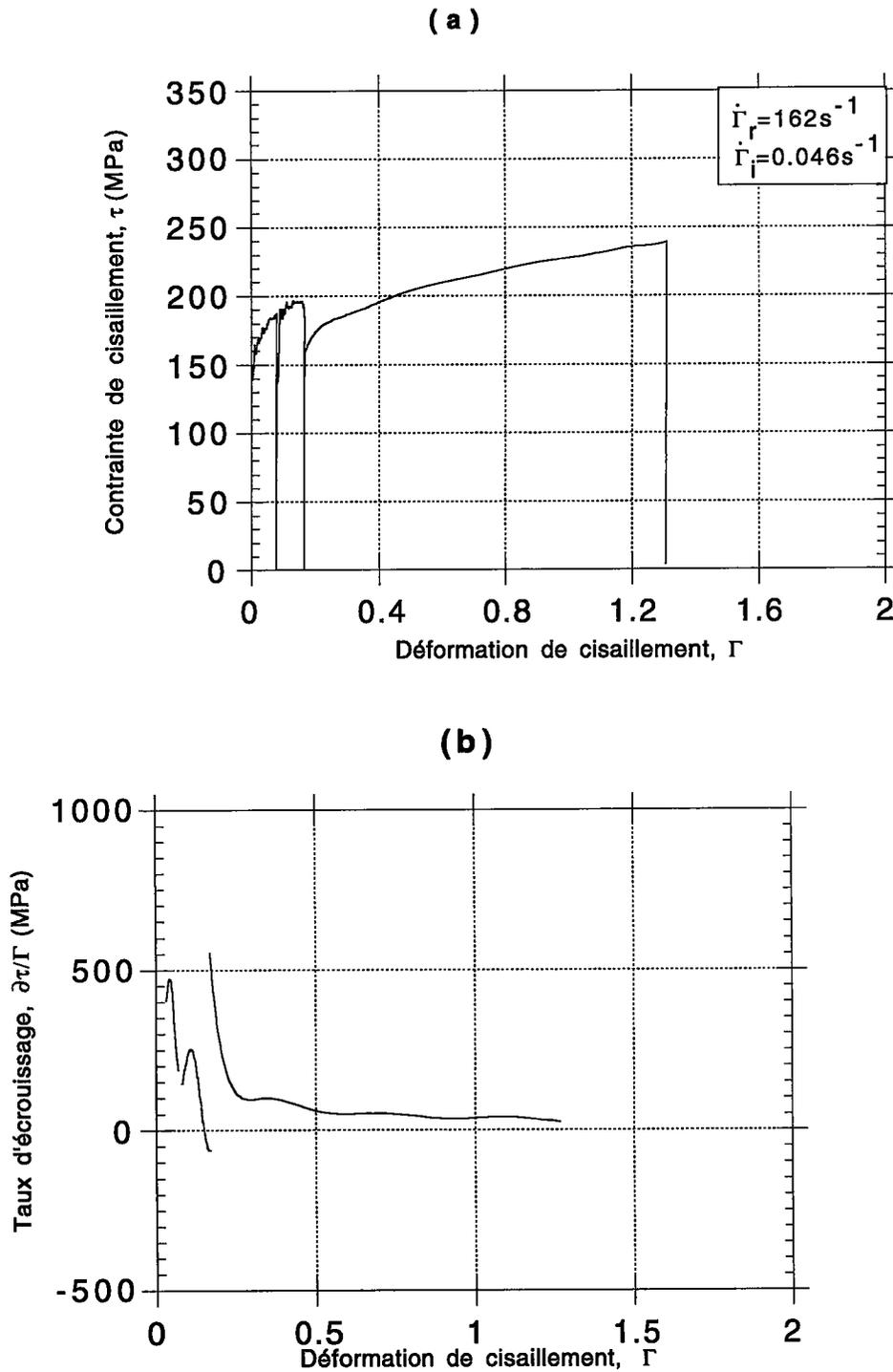
Les figures (IV. 19-b), (IV. 20-b), (IV. 21-b), (IV.22-b) et (IV.23-b) présentent les variations de l'écrouissage en fonction de la déformation. Ces variations sont obtenues par dérivation de la contrainte en fonction de la déformation.



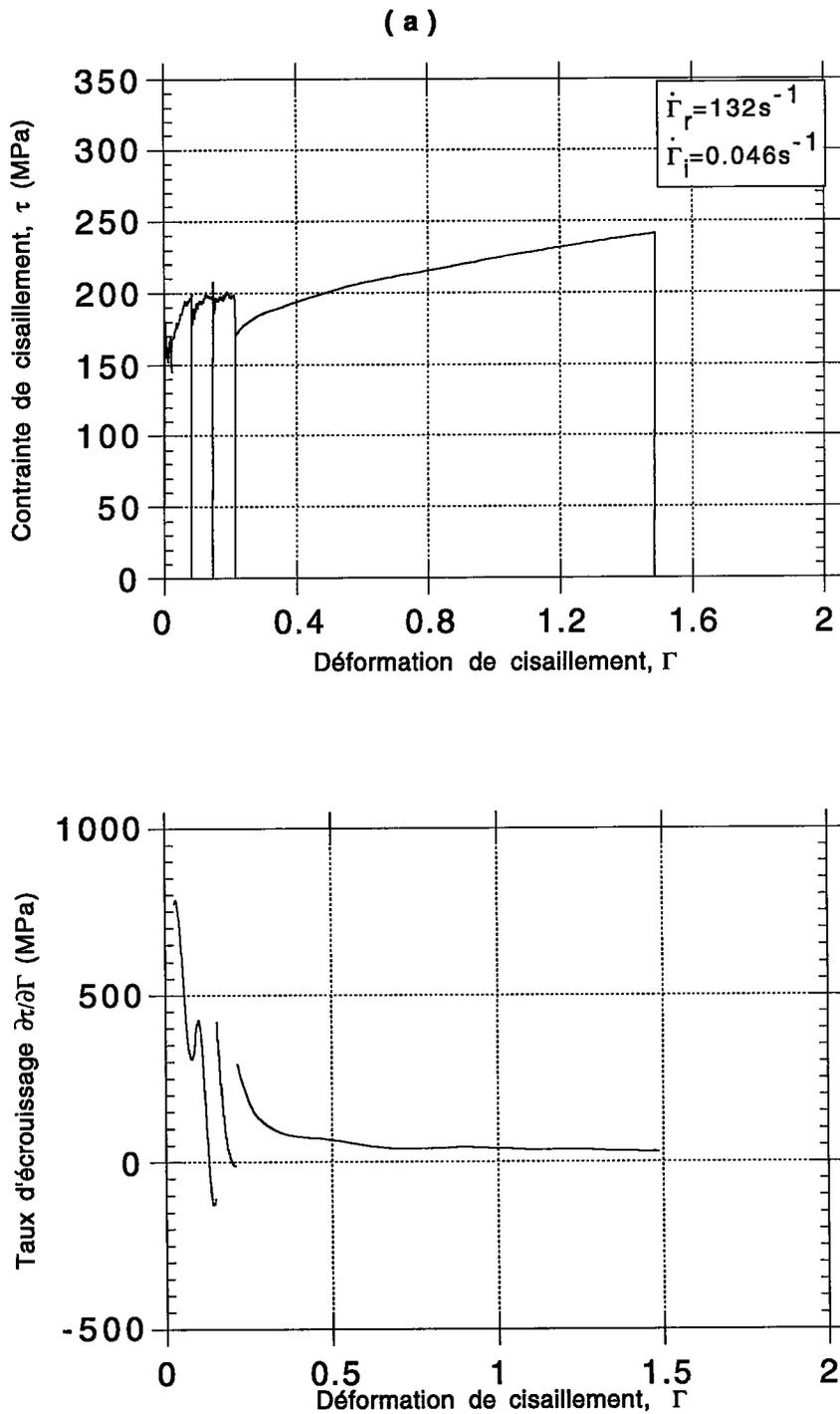
**Figure (IV. 19):** Résultats d'un essai de saut de vitesse sur l'éprouvette chargé deux fois à vitesse élevée de  $\dot{\Gamma}_r = 173\text{s}^{-1}$  à  $\dot{\Gamma}_i = 4.6 \times 10^{-2}\text{s}^{-1}$ , (a) courbe contrainte-déformation, (b) courbe taux d'écroissage-déformation.



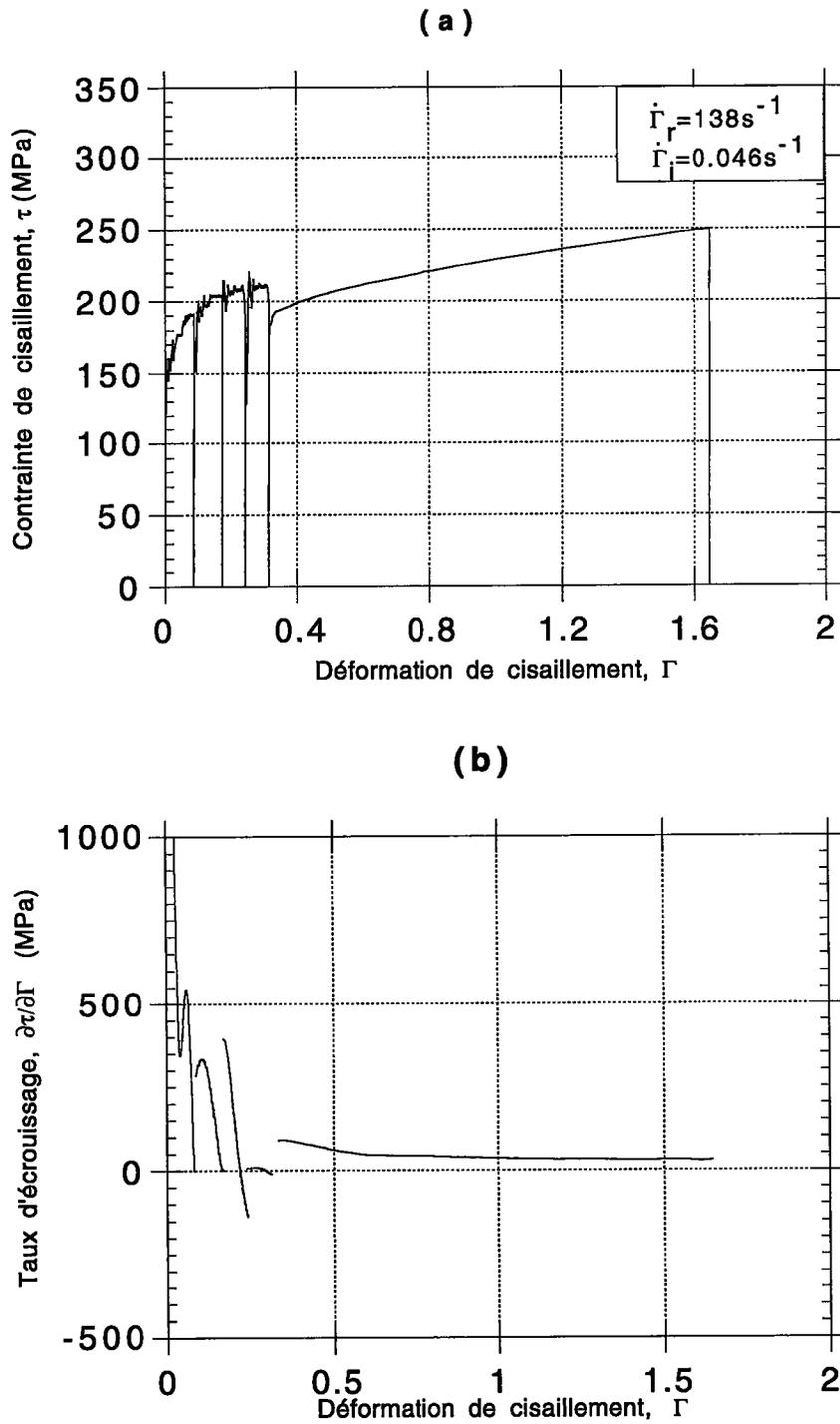
**Figure (IV. 20):** Résultats d'un essai de saut de vitesse sur l'éprouvette chargé deux fois à vitesse élevée de  $\dot{\Gamma}_r = 98s^{-1}$  à  $\dot{\Gamma}_i = 4.6 \times 10^{-2}s^{-1}$ , (a) courbe contrainte-déformation, (b) courbe taux d'écroissage-déformation.



**Figure (IV. 21):** Résultats d'un essai de saut de vitesse sur l'éprouvette chargé deux fois à vitesse élevée de  $\dot{\Gamma}_r = 162s^{-1}$  à  $\dot{\Gamma}_i = 4.6 \times 10^{-2} s^{-1}$ , (a) courbe contrainte-déformation, (b) courbe taux d'érouissage-déformation.



**Figure (IV. 22):** Résultats d'un essai de saut de vitesse sur l'éprouvette chargé trois fois à vitesse élevée de  $\dot{\Gamma}_r = 132 \text{ s}^{-1}$  à  $\dot{\Gamma}_i = 4.6 \times 10^{-2} \text{ s}^{-1}$ , (a) courbe contrainte-déformation, (b) courbe taux d'écroissage-déformation.



**Figure (IV. 23): Résultats d'un essai de saut de vitesse sur l'éprouvette chargé quatre fois à vitesse élevée de  $\dot{\Gamma}_r = 138s^{-1}$  à  $\dot{\Gamma}_i = 4.6 \times 10^{-2} s^{-1}$ , (a) courbe contrainte-déformation, (b) courbe taux d'écroissage-déformation.**

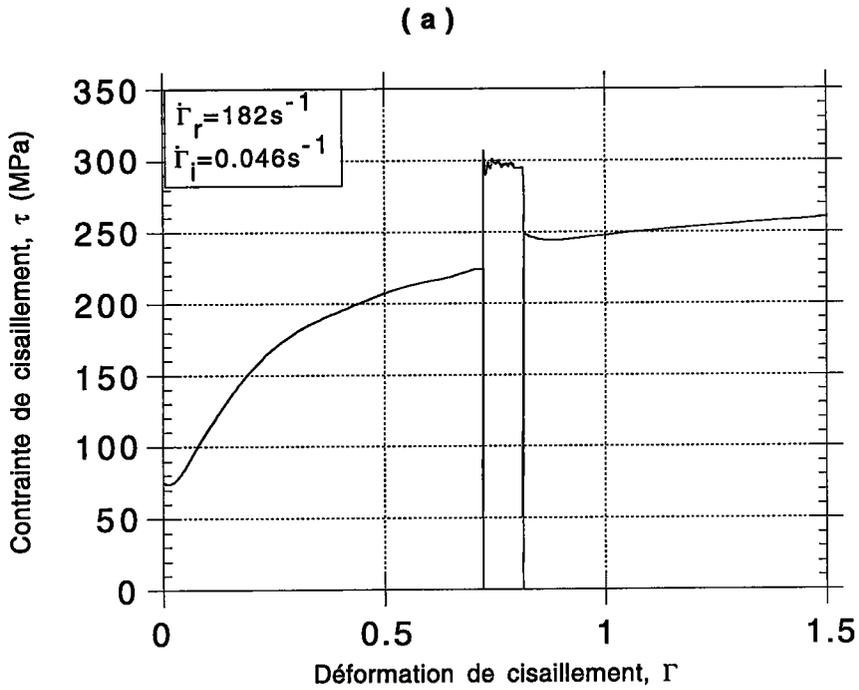
#### IV.4.3. Essai de double saut de vitesse quasi-statique/dynamique/quasi-statique.

Nous avons réalisé trois chargements successifs en torsion au moyen des barres de Kolsky sur une même éprouvette de fer Armco. Le premier chargement est quasi-statique et est effectué à une vitesse de déformation  $\dot{\Gamma}_i = 4.6 \times 10^{-2} \text{ s}^{-1}$ , le deuxième qui est cette fois dynamique est réalisé juste après sans démonter l'éprouvette à une vitesse  $\dot{\Gamma}_r = 182 \text{ s}^{-1}$  et le troisième fait après 24 heures de repos est de nouveau quasi-statique à une vitesse  $\dot{\Gamma} = 0.46 \text{ s}^{-1}$ . La figure (IV. 24) présente les résultats de cet essai.

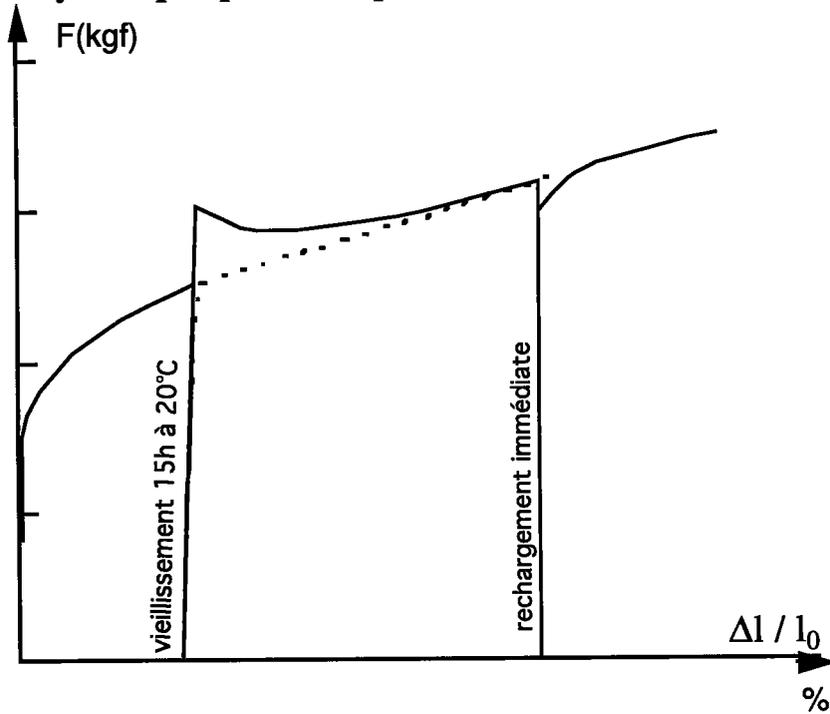
La reprise de l'essai après 24 heures est caractérisée par un pic qui correspond à une limite élastique supérieure suivie d'une chute de contrainte. Ce comportement est dû à l'action des impuretés mobiles sur les dislocations, comme l'ont montré Cottrell et Bilby [96]. Cette interaction permet d'expliquer les crochets observés sur les courbes de traction, à basse température ou après un certain temps de vieillissement à l'ambiante, des monocristaux de fer contenant du carbone.

Un tel crochet disparaît lorsqu'on décharge l'éprouvette et qu'on la charge de nouveau tout de suite après le premier chargement [97] et [98]. Ces expériences sont schématisées sur la figure (IV. 25). On peut expliquer l'apparition de ces crochets de la façon suivante:

Si le métal subit un vieillissement dans le temps, les impuretés diffusent vers les dislocations présentes et s'organisent en nuages de Cottrell, elles les bloquent ainsi très efficacement. L'application d'une contrainte suffisante peut servir à créer des dislocations mobiles et à leur donner assez d'énergie pour surmonter les obstacles, ce qui explique la chute de contrainte. Si on décharge maintenant l'éprouvette et qu'on applique tout de suite après une nouvelle contrainte, les impuretés n'ont pas le temps de diffuser vers les dislocations qui viennent de naître durant le chargement antérieure. Ces dislocations peuvent donc se mettre en mouvement sous l'effet d'une contrainte plus faible que dans le cas où on charge le matériau après une période de repos, pendant laquelle il peut subir un éventuel vieillissement.



**Figure (IV. 24):** Résultat d'un essai de torsion avec double changement de vitesse quasi-statique/dynamique/quasi-statique.



**Figure (IV. 25):** Crochet sur les courbes de traction du fer monocristallin, [97].

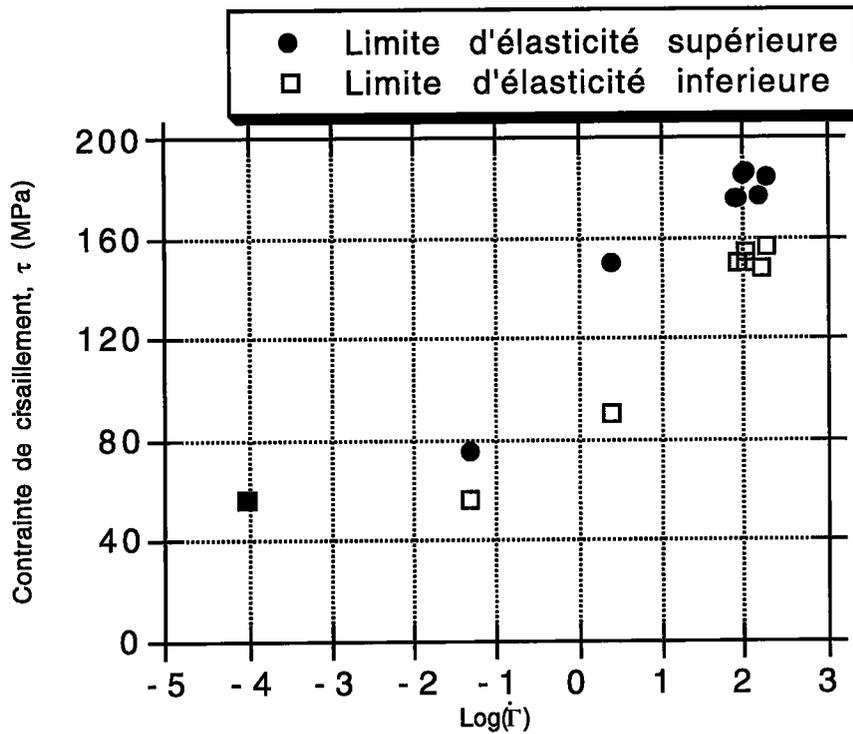
#### **IV. 5. Discussion des effets de la vitesse de déformation et de l'histoire de la vitesse de déformation**

La vitesse de déformation présente une grande influence sur le comportement des éprouvettes aussi bien pour les essais à vitesse constante que pour les essais de sauts de vitesse.

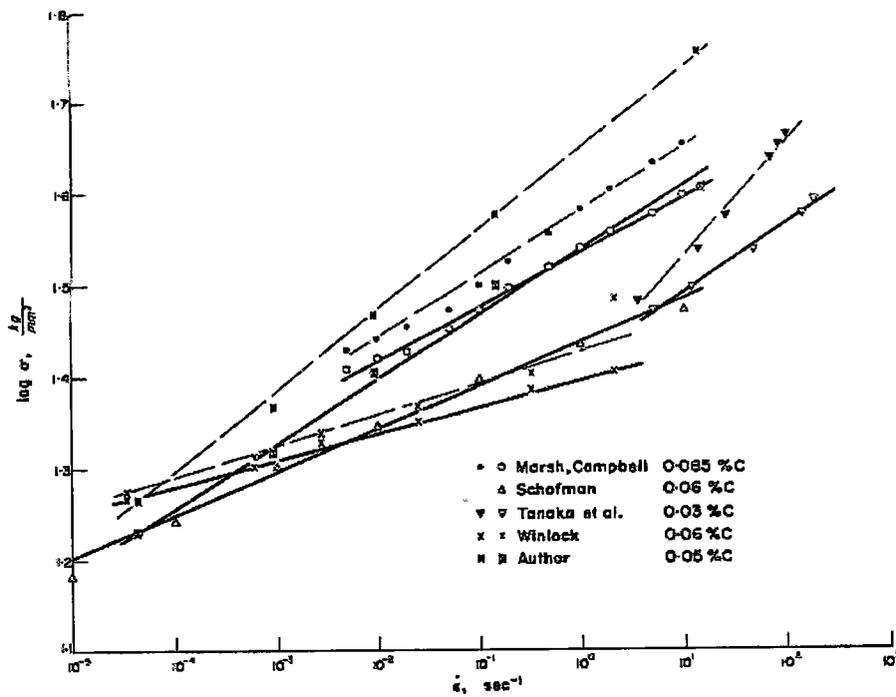
\* Essais à vitesse constante:

Les courbes contrainte-déformation des essais réalisés sur la machine de Zwick à la vitesse  $\dot{\Gamma} = 2.5s^{-1}$  ainsi que celles des essais réalisés sur les barres de Kolsky présentent des limites d'élasticité supérieures et inférieures. Ces limites d'élasticité augmentent avec la vitesse de déformation, voir la figure (IV. 26). Ce qui est en accord avec les résultats de la littérature, voir la figure (IV. 27).

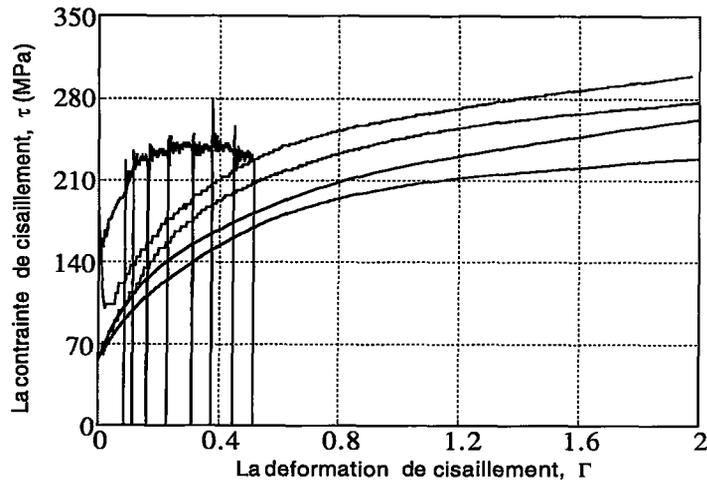
Pour montrer l'effet de la vitesse de déformation sur le comportement des échantillons; nous avons superposé les résultats des essais réalisés sur les barres de Kolsky, à grandes vitesses de déformation, à ceux des essais effectués sur la machine de Zwick, pour des déformations comprises entre  $\Gamma = 0$  et  $\Gamma = 2$ , voir la figure (IV. 28). L'effet de la vitesse de déformation est illustré sur la figure (IV. 29).



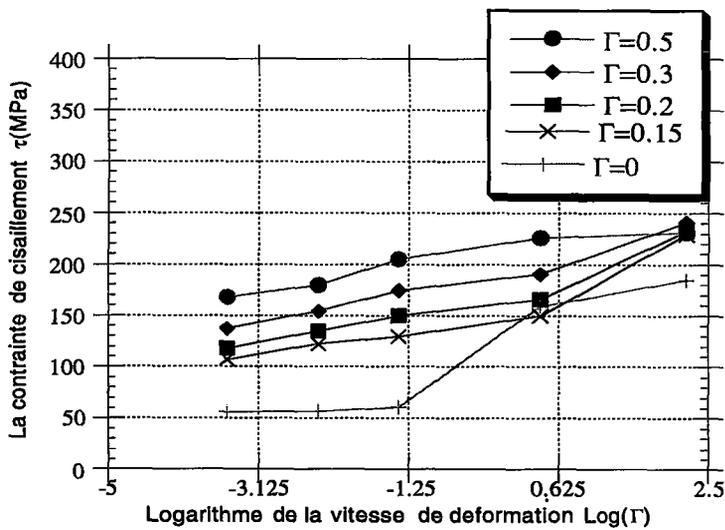
**Figure (IV. 26):** Limites d'élasticité supérieures et inférieures du fer Armco 0.02% C, à différentes vitesses de cisaillement.



**Figure (IV. 27):** Limites d'élasticité supérieures et inférieures du fer Armco, à différentes vitesses de cisaillement, [100].



**Figure (IV. 28):** Superposition des résultats des essais sur la machine de Zwick à faible vitesse et sur les barres de Kolsky aux vitesses élevées.



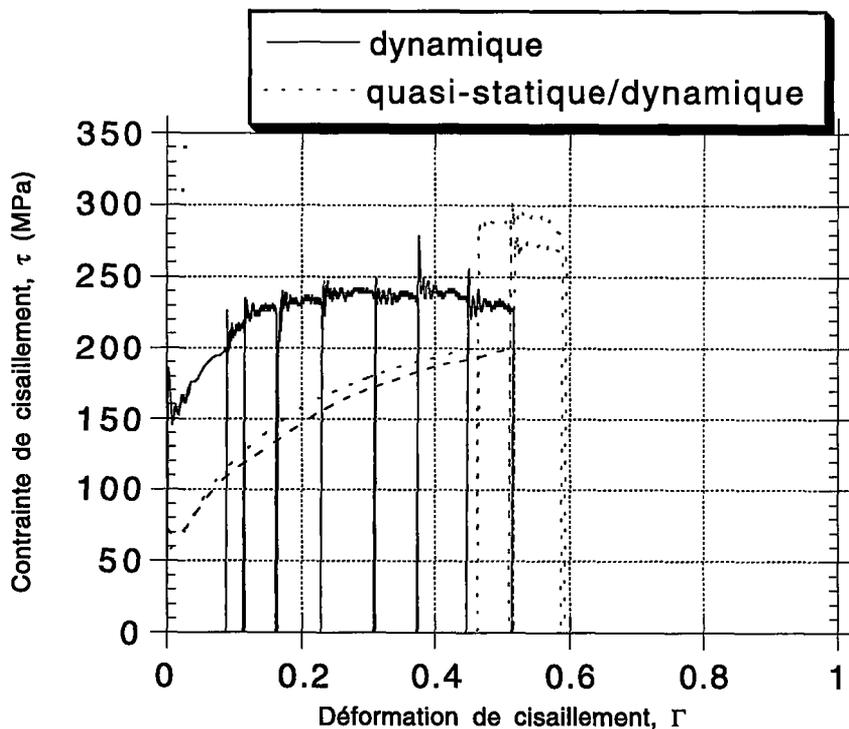
**Figure (IV. 29):** Sensibilité de la contrainte de cisaillement à la vitesse pour six niveaux de déformation plastique.

Essais de sauts de vitesse de déformation:

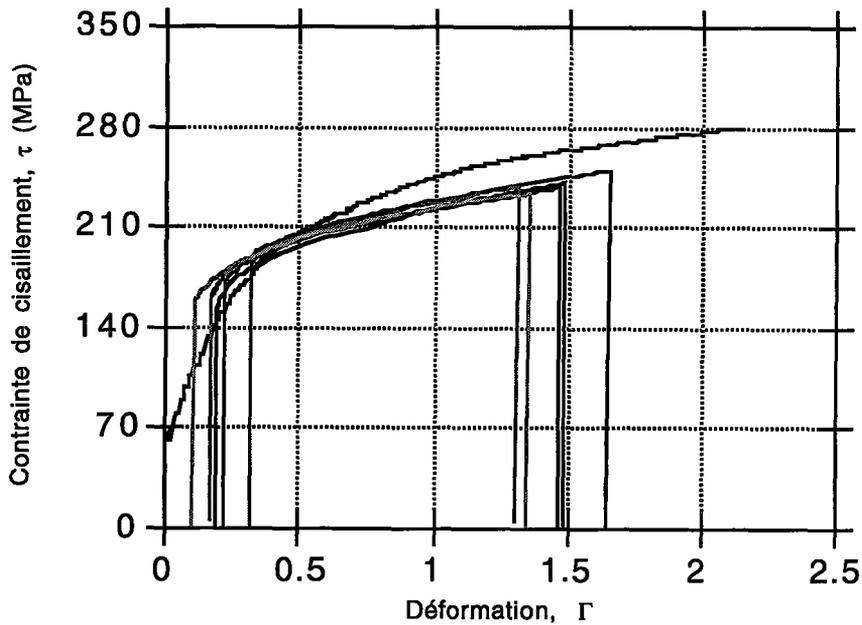
Les portions des courbes contrainte-déformation qui correspondent aux vitesses élevées après une pré-déformation à faible vitesse se trouvent au dessus de celles des courbes correspondants aux chargements dynamiques à vitesse constante, l'écart de consolidation entre les deux courbes est  $\Delta\tau=58$  MPa pour une déformation  $\Gamma= 0.46$  et  $\Delta\tau=41.02$  MPa pour  $\Gamma= 0.51$ , voir la figure (IV. 30). Cette observation est en bon accord avec les résultats expérimentaux obtenus sur le fer par Harding [15], voir la figure (I. 3).

Par contre, les portions des courbes contrainte-déformation qui correspondent aux vitesses faibles après un saut de vitesse "dynamique/quasi-statique" se trouvent au dessous de celles des courbes correspondants aux chargements quasi-statiques à vitesse constante, voir la figure (IV. 31). Ce résultat est similaire à celui obtenu par Tanaka et col., [99], voir la figure (IV. 32).

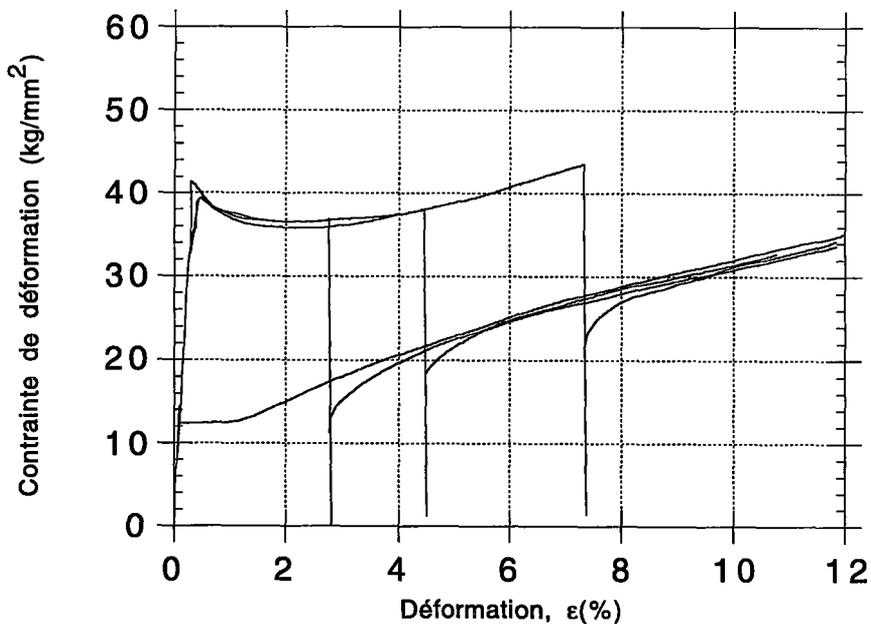
Les variations de la sensibilité à la vitesse de déformation en fonction de la déformation, pour les deux cas de sauts de vitesse "quasi-statique/dynamique" et "dynamique/quasi-statique", sont représentées sur la figure (IV. 33).



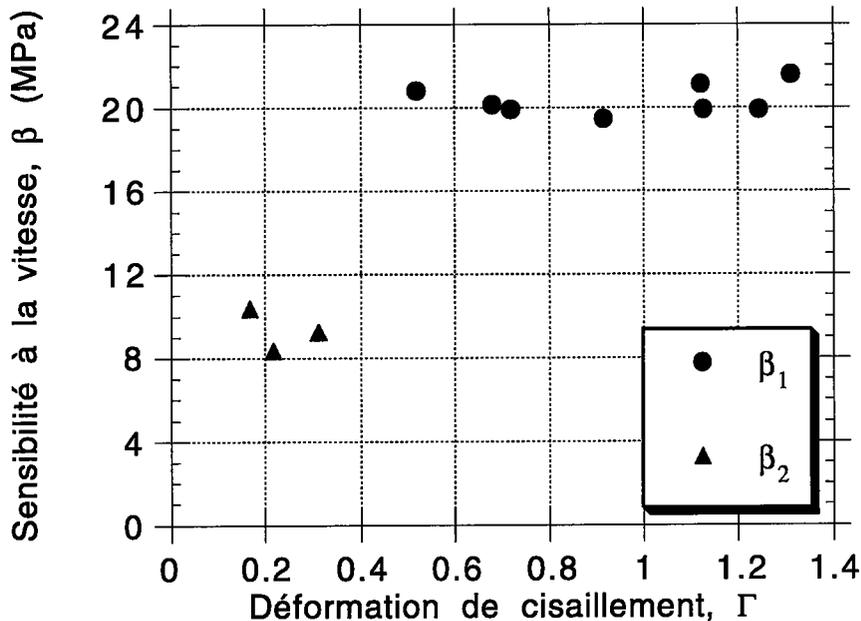
**Figure (IV. 30):** Superposition des courbes contrainte-déformation de l'essai dynamique à vitesse constante avec celui de saut de vitesse.



**Figure (IV. 31):** Superposition des courbes contrainte-déformation de l'essai quasi-statique à vitesse constante avec celui de saut de vitesse "dynamique/quasi-statique".

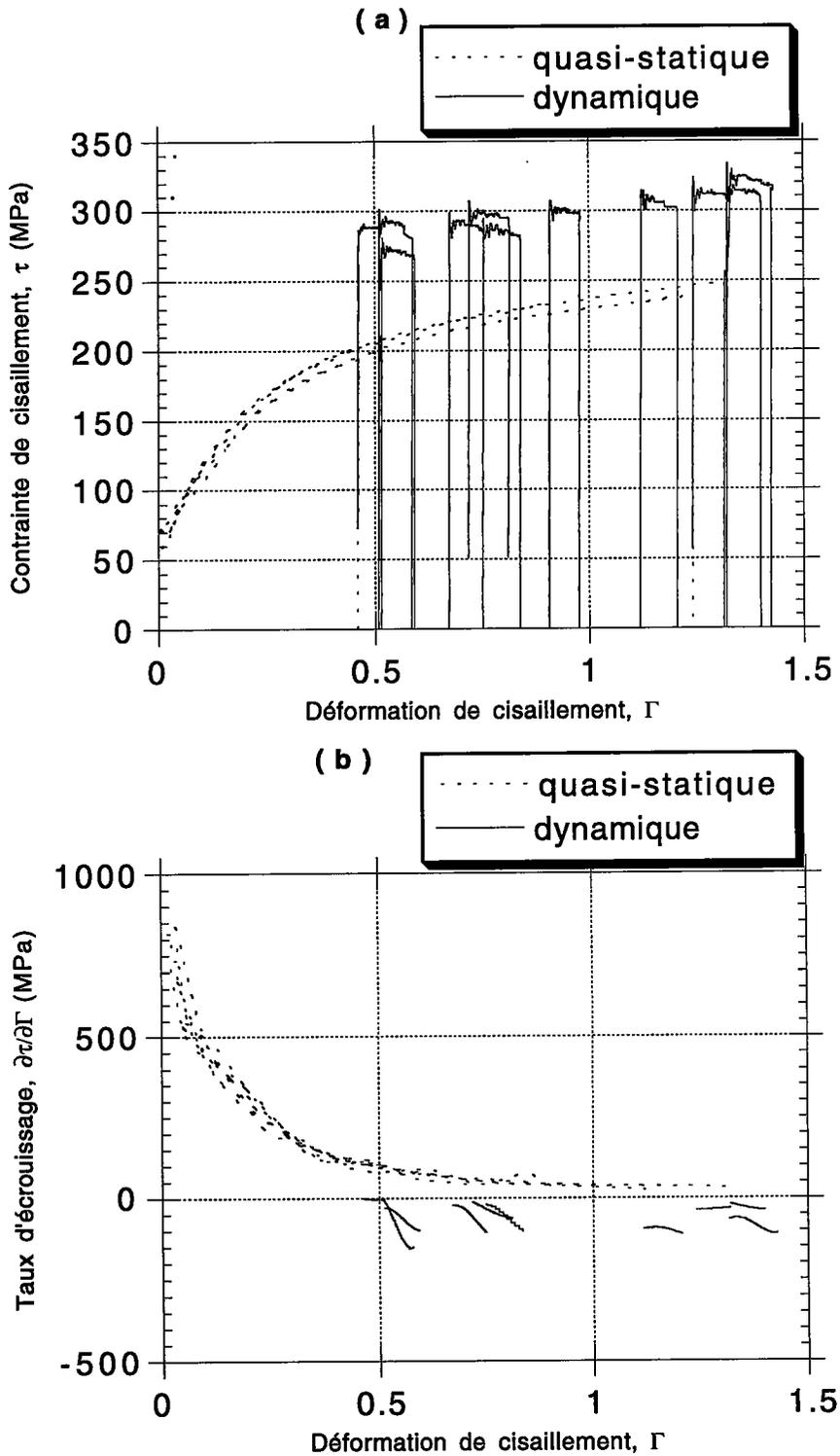


**Figure (IV. 32):** Effet du pré-chargement dynamique à vitesse  $\dot{\epsilon} \approx 4 \times 10^2 \text{ s}^{-1}$  sur le chargement quasi-statique à vitesse  $\dot{\epsilon} \approx 1.2 \times 10^{-3} \text{ s}^{-1}$ , pour l'acier 0.03% C, en compression, d'après [99].

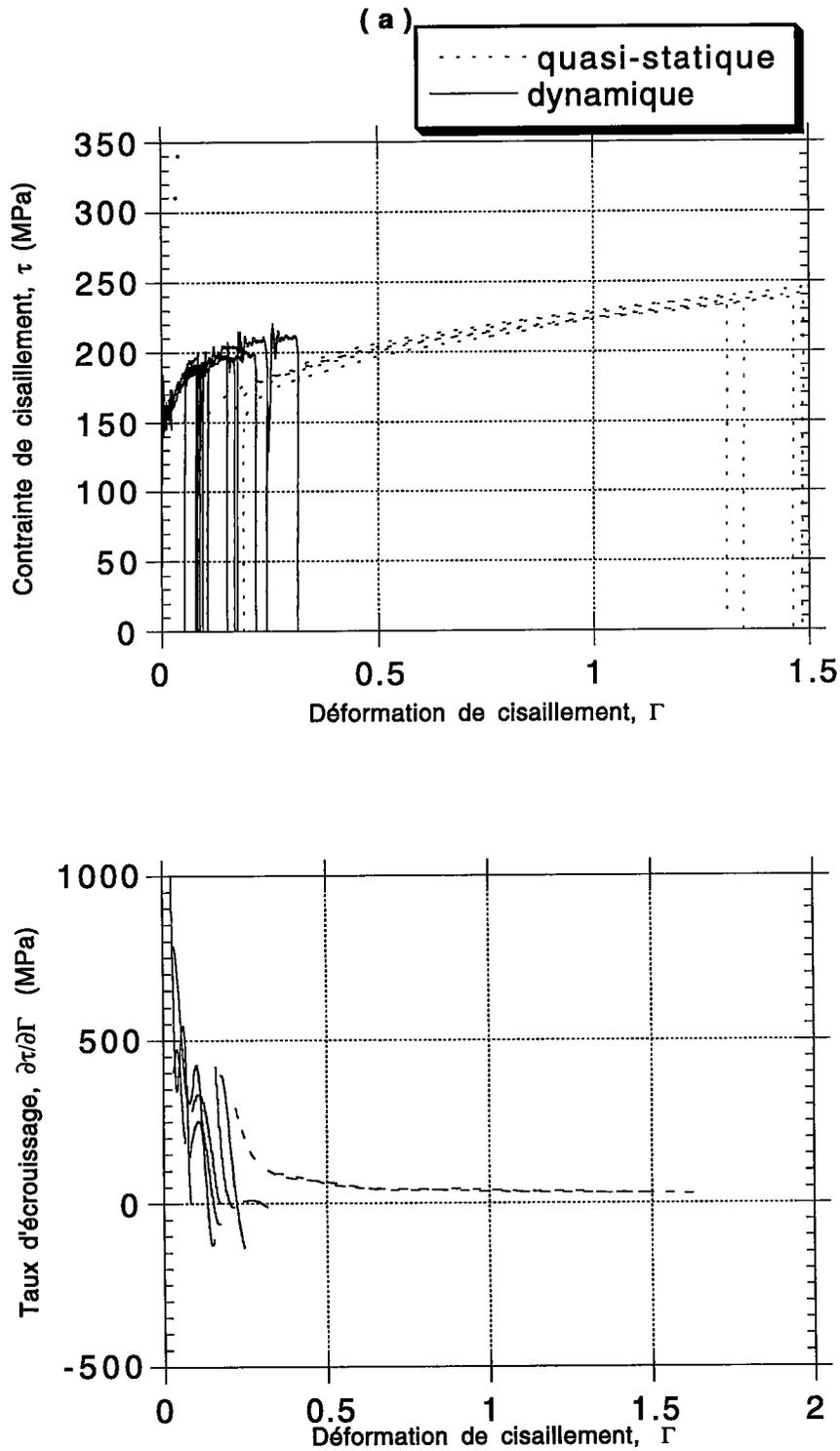


**Figure(IV.33) Courbes de la Sensibilité à la vitesse en fonction de la déformation, "quasi-statique/dynamique"  $\beta_1$  et "dynamique/quasi-statique"  $\beta_2$ .**

Nous avons déjà vu qu'au cours des essais de chargements dynamiques successifs l'élévation de la température est faible et que l'essai est donc quasi-isotherme, voir la figure (IV. 8). Cette constatation permet de conclure l'absence de l'adoucissement thermique au cours des essais de sauts de vitesse "quasi-statique/dynamique" que nous avons réalisé. L'écroûissage négatif ou nul qui apparaît sur la portion des courbes contrainte-déformation correspondant au chargement dynamique lors de ces essais, voir les figures (IV. 34-a) et (IV. 34-b), n'est donc pas associé à un adoucissement thermique. Le relâchement du matériau dans ce cas est probablement dû à une très forte création de dislocations mobiles aux grandes vitesses de déformation. Par contre, cette création n'est pas trop importante aux faibles vitesses de déformation, ce qui explique le fait que l'écroûissage reste positif sur la portion des courbes contrainte-déformation correspondant au chargement quasi-statique lors des de essais de sauts de vitesse "dynamique/quasi-statique", voir les figures (IV.35-a) et (IV.35-b). L'effet de l'histoire de la vitesse de déformation est illustré sur la figure(IV.34-a).



**Figure (IV. 34):** Superposition des courbes de sauts de vitesse "quasi-statique/dynamique", (a) contrainte-déformation, (b) taux d'écrouissage-déformation.



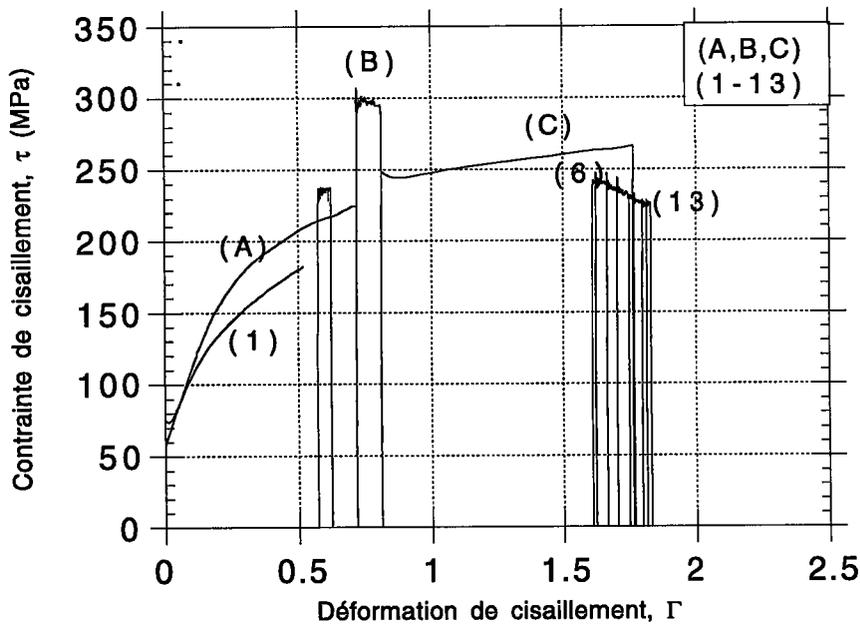
**Figure (IV. 35):** Superposition des courbes de sauts de vitesse "dynamique/quasi-statique", (a) contrainte-déformation, (b) taux d'écrouissage-déformation.

Nous superposons sur la même figure (IV. 36) les courbes contrainte-déformation correspondants à deux essais différents, le premier est celui d'un double saut de vitesse "quasi-statique/dynamique/quasi-statique" et le deuxième est celui de saut de vitesse "quasi-statique/dynamique" réalisé par treize

chargements successifs. Les résultats de ces deux essais sont déjà présentés respectivement sur les figures (IV. 24) et (IV. 10-a). Cette représentation permet de montrer l'effet d'un changement de vitesse qui se traduit par un saut de contrainte.

Pour les portions (1), (A) et (C), illustrant sur la figure (IV. 36) les chargements quasi-statiques dans le cas des deux essais, l'écroutissement est positif, alors qu'il est négatif ou nul sur les portions (B) et (6-13) représentant les chargements dynamiques

Pour une même déformation, le niveau contrainte sur la portion "C" correspondant au deuxième chargement quasi-statique de l'essai du double saut "quasi-statique/dynamique/quasi-statique" est supérieur à celui sur les portions (6.....13) correspondant au chargement dynamique lors de l'essai de saut de vitesse "quasi-statique/dynamique".



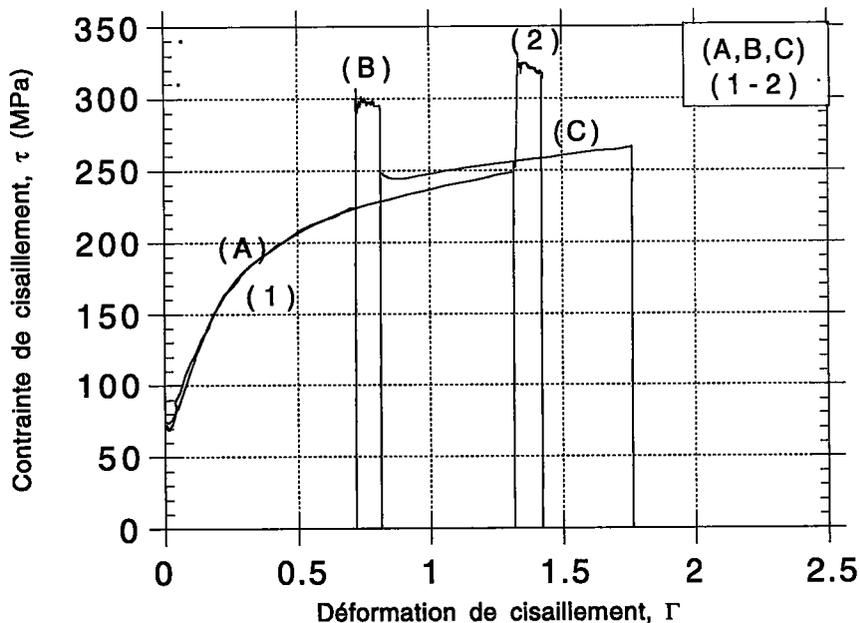
**Figure (IV. 36):** Superposition des courbes contrainte-déformation de deux essais de sauts de vitesse, l'un "quasi-statique/dynamique/quasi-statique" et l'autre "quasi-statique/dynamique".

Nous superposons sur la figure (IV. 37) les courbes contrainte-déformation correspondants à l'essai du double saut de vitesse dont les résultats sont

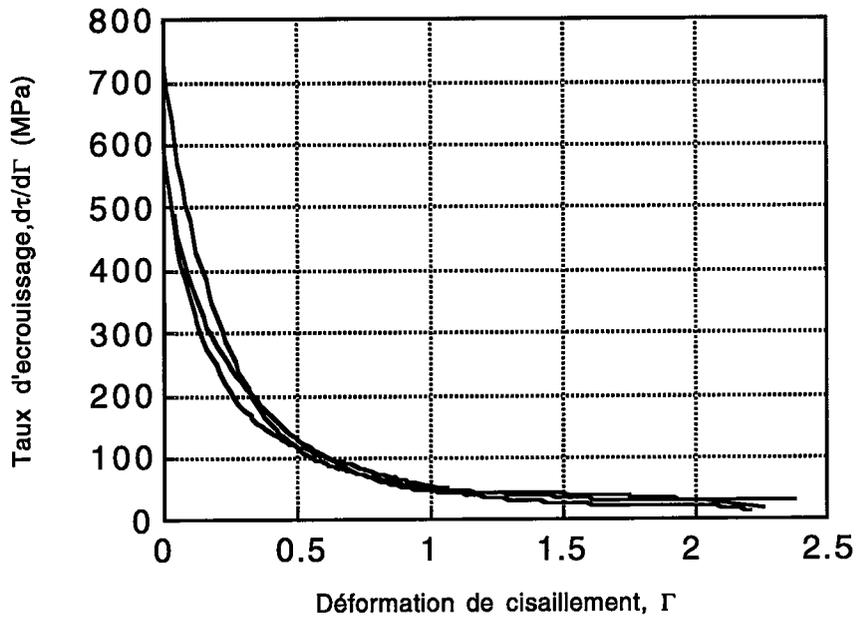
présentés sur la figure (IV. 24) et d'un saut de vitesse "quasi-statique/dynamique", dont les résultats sont présentés sur la figure (IV. 14-a).

Pour l'essai du double saut "quasi-statique/dynamique/quasi-statique", illustré par les portions (A-B-C) sur la figure (IV. 37), la transition "quasi-statique/dynamique" est effectuée pour une déformation  $\Gamma_i = 0.72$  et la valeur de la contrainte obtenue en régime dynamique juste après le saut est  $\tau = 296 \text{ MPa}$ .

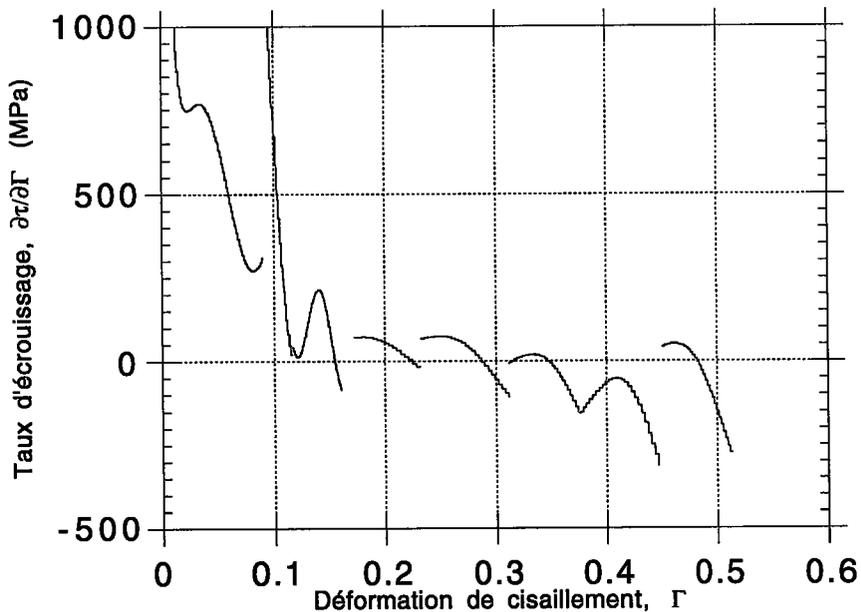
Pour l'essai du saut de vitesse "quasi-statique/dynamique", illustré par les portions (1-2) sur la figure (IV. 37), le saut est effectué pour une déformation  $\Gamma_i = 1,3$  et la valeur de la contrainte obtenue en régime dynamique juste après le saut est  $\tau = 326 \text{ MPa}$ . Cette contrainte est supérieure à celle obtenue juste après la transition "quasi-statique/dynamique" dans le cas de l'essai du double saut, ce qui montre que le comportement du fer Armco dépend aussi de l'histoire de la vitesse de déformation.



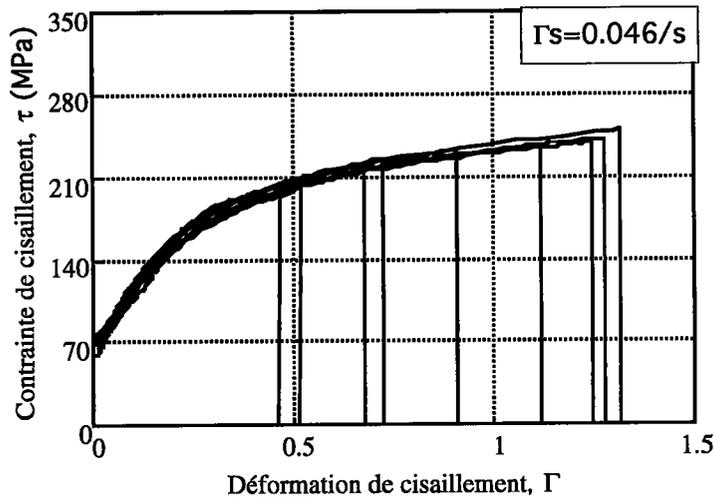
**Figure (IV. 37):** Superposition des courbes contrainte-déformation de deux essais de sauts de vitesse, l'un "quasi-statique/dynamique/quasi-statique" et l'autre "quasistatique/dynamique".



**Figure (IV. 38):** Courbe représentant le taux d'écrouissage en fonction de la déformation, pour les vitesses  $0.0043s^{-1}$ ,  $0.043s^{-1}$  et  $2.5s^{-1}$ .



**Figure (IV. 39):** Courbe représentant le taux d'écrouissage en fonction de la déformation, pour huit chargements successifs à vitesse rapide.



**Figure (IV. 49):** Superposition des courbes quasi-statiques sur les barres de Kolsky .

#### IV.6. Conclusion.

L'analyse de la déformation plastique du fer Armco 0.02% C à travers les résultats expérimentaux de ce chapitre permet d'établir les constatations suivantes:

- \* Les deux limites d'élasticité supérieure et inférieure augmentent avec la vitesse de déformation, voir la figure (IV. 26).
- \* La sensibilité instantanée à la vitesse de déformation vaut  $\beta = 20.9$  MPa pour les sauts de vitesse "quasi-statique/dynamique" et  $\beta = 9$  MPa dans les cas saut de vitesse "dynamique/quasi-statique", voir la figure (IV. 33).
- \* L'érouissage est positif dans le cas des essais quasi-statiques, voir la figure (IV. 38). Dans le cas des essais dynamiques de chargements successifs, l'érouissage est fort pour les premiers chargements puis décroît rapidement vers des valeurs nulles ou négatives pour les chargement ultérieurs, voir la figure (IV. 39). Dans le cas des essais de sauts de vitesse "quasi-statique/dynamique", l'érouissage est négatif ou nul, voir la figure(IV.34-b).
- \* Après un saut de vitesse "dynamique/quasi-statique", les nouvelles limites d'élasticité de la portion de la courbe contrainte-déformation correspondante au chargement quasi-statique sont supérieures aux contraintes, pour le même niveau de déformation, obtenues à vitesse constante. Ce qui est probablement

dû à un changement de la microstructure au sein du métal à grandes vitesses de déformation.

\* Après un saut de vitesse "dynamique/quasi-statique" de  $\dot{\Gamma}_r$  à  $\dot{\Gamma}_i$ , la portion de la courbe contrainte-déformation qui correspond au chargement quasi-statique est située pour les grandes déformations au dessous de la courbe contrainte-déformation obtenue à vitesse constante  $\dot{\Gamma}_i$ , voir la figure (IV. 31).

\* Après un saut de vitesse "quasi-statique/dynamique" de  $\dot{\Gamma}_i$  à  $\dot{\Gamma}_r$ , la portion de la courbe contrainte-déformation qui correspond au chargement dynamique se trouve au dessus de la courbe contrainte-déformation obtenue à vitesse constante  $\dot{\Gamma}_r$ , voir la figure voir figure(IV.34-a).

\* Le pic d'élasticité qui apparaît au début des courbes contrainte-déformation obtenues à partir des essais à grandes vitesses, s'explique par une très forte création de dislocations mobiles qui "relâche" le matériau. Par contre celui qui apparaît sur les courbes des essais effectués sur un métal ayant déjà subi un vieillissement dans le temps s'explique par la diffusion des impuretés mobiles vers les dislocations présentes, ces impuretés s'organisent en nuages de Cottrell en les bloquant ainsi très efficacement. L'application d'une contrainte suffisante peut servir à créer des dislocations mobiles et à leur donner assez d'énergie pour surmonter les obstacles, ce qui explique la chute de contrainte.

L'analyse de la déformation plastique du fer Armco nous a montré qu'il est très sensible à la vitesse de déformation comme tous les autres métaux C.C, qu'il présente des limites d'élasticité inférieure et supérieure et que son comportement dépend aussi de l'histoire de la vitesse de déformation. Cette analyse ne peut être complète que si on lui associe une description de l'évolution de la microstructure et des mécanismes fondamentaux qui régissent l'aptitude à la déformation et à la mise en forme des métaux.

***CHAPITRE V***

***DESCRIPTION ET MODÉLISATION DES  
MÉCANISMES PHYSIQUES DE LA  
DÉFORMATION PLASTIQUE***

## V.1 Principe de la modélisation

Les lignes des dislocations sont disposées, au sein d'un cristal à l'état recuit, selon un réseau tridimensionnel. Les intersections entre ces lignes constituent de véritables noeuds. Dans cet état, la densité moyenne  $\rho$  des dislocations est de l'ordre de  $10^8 \text{ cm}^{-2}$ , voir même dix fois plus selon la pureté des métaux. On constate que la densité des dislocations au sein d'un métal augmente avec la déformation plastique, elle peut atteindre  $10^{11} \text{ cm}^{-2}$  dans un métal très écroui, [49] et [53]. Des mécanismes de création des dislocations rentrent donc en jeu lors de l'évolution de la déformation plastique. Parmi ceux-ci, nous citons celui de Frank et Read où un segment de dislocation entre deux noeuds du réseau constitue une source de boucles de dislocations, la loi des noeuds étant respectée.

La densité totale  $\rho$  des dislocations est le résultat de deux mécanismes opposés, qui sont leur multiplication et leur annihilation. En effet, deux dislocations de signes opposés s'annihilent. Cette annihilation dépend en grande partie de la température, plus celle-ci augmente, plus le taux d'annihilation des dislocations augmente, Essman [104].

Les dislocations rencontrent des obstacles lors de leur progression au cours de la déformation plastique. Le principal obstacle au glissement des dislocations est constitué par les dislocations elles-mêmes. Chaque dislocation subit d'abord, des interactions à distance avec toutes les autres dislocations présentes dans le cristal, dont le champ de contraintes internes résultant exerce une certaine force sur cette dislocation. Mais surtout, une dislocation mobile aura à croiser dans son plan d'autres dislocations, l'interaction correspondante peut être attractive ou répulsive selon les vecteurs de Burgers. Cet effet est encore plus fort lorsque la dislocation mobile doit traverser tout un réseau de dislocations de forêt. Dans ce cas les modèles de durcissement développés cherchent à rendre compte de ces interactions constituant des obstacles efficaces au mouvement des dislocations. On admet généralement que l'écrouissage global est lié à la densité des dislocations  $\rho$ , par la relation:

$$\tau_{\mu} = \alpha\mu(T)b\sqrt{\rho} \quad (\text{V.1})$$

Cette relation présente l'intérêt de lier le durcissement à la densité des dislocations. C'est aussi le cas de la relation (I.46), [63]. En effet l'expression donnée par celle-ci peut s'écrire comme suit:

$$\tau_{\mu} = \mu(T)b\sqrt{\rho} \left[ \alpha_1 + \alpha_2 (b\rho d(\rho))^{-1/2} + \alpha_3 (b\rho D)^{-1/2} + \alpha_4 (b\rho \Delta)^{-1/2} \right] \quad (\text{V.2})$$

La principale dépendance de  $\tau_{\mu}$  vis à vis des quatre paramètres internes  $\rho$ ,  $d$ ,  $D$  et  $\Delta$  est la densité des dislocations  $\rho$ . En négligeant l'effet de l'évolution du diamètre des structures cellulaires, du diamètre du grain ainsi que celui de la distance moyenne séparant les macles, on aboutit à la relation (V.1), avec  $\alpha \approx \alpha_1$ , coefficient global dépendant des mécanismes d'interactions. D'une autre manière, en posant:

$$\alpha = \alpha_1 + \alpha_2 (b\rho d(\rho))^{-1/2} + \alpha_3 (b\rho D)^{-1/2} + \alpha_4 (b\rho \Delta)^{-1/2} \quad (\text{V.3})$$

où  $\alpha$  est le coefficient global caractérisant l'effet des différents paramètres internes  $\rho$ ,  $d$ ,  $D$  et  $\Delta$ . Dans la littérature, pour les métaux purs, le coefficient  $\alpha$  est considéré constant, de l'ordre de 0.5. Dans le cas contraire où  $\alpha$  dépend des différents paramètres internes, la relation (V.2) devient:

$$\tau_{\mu} = \alpha(\rho, d, D, \Delta)\mu(T)b\sqrt{\rho} \quad (\text{V.4})$$

La composante interne  $\tau_{\mu}$  ne dépend de la température qu'à travers le module de cisaillement  $\mu(T)$ . L'expression de ce dernier en fonction de la température est donnée par l'équation (V.5), Schreiber [103] et Klepaczko [104].

$$\mu(T) = \mu_0 [1 - AT - BT^2] \quad (\text{V.5})$$

où  $\mu_0$  est le module élastique de cisaillement du matériau à la température  $T=0$  K, A et B sont des constantes empiriques.

## V.2. Évolution de la densité de dislocations.

Deux approches modernes font appel à la théorie des dislocations, pour expliquer l'évolution de celle-ci au cours de la déformation plastique:

\* La première associe la déformation plastique à la multiplication des dislocations. Elle est basée sur une formulation mathématique décrivant l'évolution de la densité des dislocations, voir par exemple Klepaczko (1975) [11], Kocks (1976) [120], Mecking et Kocks (1981) [106], Estrin et Mecking (1984) [107], Printz et Argon (1984) [109], Estrin (1991) [110], Klepaczko (1991) [63] et Follansbee et Kocks (1988) [111].

\* La seconde est basée sur l'observation microscopique du comportement moyen d'un grand nombre de dislocations mobiles et immobiles, le processus d'accumulation des dislocations est pris en compte pour décrire les lois d'évolution de la densité de dislocations, voir par exemple Gilman [49], Dörn et col. [105], Bergström (1970) [112], Klepaczko [11], Korbel et Swiatkowski [113] et Morrone et Duffy [114].

Dans les deux cas, le problème général revient à la représentation mathématique de l'évolution des variables internes au cours de la déformation plastique. Parmi ces variables, la densité des dislocations est la plus importante.

## V.3. Équation d'évolution de la densité moyenne des dislocations.

La forme générale de l'équation d'évolution de la densité moyenne des dislocations est donnée par l'équation différentielle suivante:

$$\frac{d\rho}{d\Gamma} = M_{\text{eff}}(\dot{\Gamma}, T, \rho) \quad (\text{V.6})$$

où  $M_{\text{eff}}$  est le coefficient effectif de multiplication des dislocations, [49]. Dans ses premiers travaux s'intéressant à l'évolution de la microstructure au cours de la déformation plastique, Gilman avait considéré ce coefficient comme un paramètre constant ne dépendant ni de la température ni de la vitesse de déformation,  $M_{\text{eff}} = M_{\text{II}}$ , [49]. Ceci implique que la densité de dislocations augmente d'une façon linéaire au cours de la déformation plastique. Pour une densité initiale de dislocations  $\rho = \rho_0$  correspondant à  $\Gamma = 0$ , l'intégration de l'équation (V.6) conduit à :

$$\rho = \rho_0 + M_{II}\Gamma \quad (\text{V.7})$$

Cette relation est en bon accord avec les résultats expérimentaux obtenus aux faibles températures pour des faibles déformations n'excédant pas 0.01, voir par exemple [49], [112], [115] et [116]. D'autres formes plus générales du coefficient  $M_{\text{eff}}$ , qui tiennent compte de la température, de la vitesse de déformation et de l'évolution de la densité des dislocations au cours de la déformation plastique, ont été discutées [11] et [64].

$$M_{\text{eff}} = M_g(\dot{\Gamma}) - M_a(\rho, \dot{\Gamma}, T) \quad (\text{V.8})$$

$M_g(\dot{\Gamma})$  est le coefficient de contribution de la génération des dislocations, il ne dépend pas de la température. Le coefficient  $M_a(\rho, \dot{\Gamma}, T)$  présente la contribution de l'annihilation des dislocations, il dépend de la vitesse de déformation et de la température. Si le coefficient  $M_{\text{eff}}(\rho, \dot{\Gamma}, T)$  est connu, la détermination de la déformation plastique  $\Gamma$  est possible à n'importe quel moment en intégrant l'équation (V.6) pour une histoire quelconque de la vitesse de déformation  $\dot{\Gamma} = \dot{\Gamma}(\Gamma)$  et de la température  $T = T(\Gamma)$ .

$$\Gamma = \int \frac{d\zeta}{M_{\text{eff}}(\zeta, \dot{\Gamma}(\zeta), T(\zeta))} + C \quad (\text{V.9})$$

où  $C$  est une constante qui dépend de la valeur initiale de la densité des dislocations.

Le problème principal dans cette approche basée sur la multiplication des dislocations, réside dans le choix de l'expression mathématique du coefficient de multiplication des dislocations. En effet, cette expression doit tenir compte de l'effet de la température et de la vitesse de déformation sur la génération et l'annihilation des dislocations. Klepaczko a proposé une équation différentielle décrivant l'évolution de la densité moyenne des dislocations, dans laquelle le coefficient de la multiplication  $M_{\text{eff}}$  des dislocations dépend de la vitesse de déformation et de la température [64]:

$$\frac{d\rho}{d\Gamma} = M_{II}(\dot{\Gamma}) - k_a(\dot{\Gamma}, T)(\rho - \rho_0) \quad (\text{V.10})$$

$M_{II}(\dot{\Gamma})$  est le coefficient de génération des dislocations à travers la restauration dynamique, tandis que  $k_a(\dot{\Gamma}, T)$  est le coefficient d'annihilation des dislocations. Cette relation satisfait à la conditions initiale  $M_{eff}(\rho_0) = M_{II}$ . Son intégration, dans le cas où  $\dot{\Gamma}$  et  $T$  sont constantes, conduit à la solution suivante:

$$\rho = \rho_0 + \frac{M_{II}}{k_a} (1 - \exp(-k_a \Gamma)) \quad (V.11)$$

En introduisant cette solution dans le relation (V.1), on aboutit à l'expression de la contrainte interne  $\tau_{\mu}(\Gamma)$ . Une équation d'évolution plus complète a été proposée plus tard par le même auteur, [63]. Celle-ci peut être utilisée dans le cas des métaux purs à faibles et à grandes vitesses de déformation:

$$\frac{d\rho}{d\Gamma} = \frac{1}{b} \left[ \frac{1}{\delta} + (1 - \xi(\rho)) \frac{k_0}{L(\dot{\Gamma})} + \frac{k_1 \xi(\rho)}{d(\rho)} \right] - \left[ k_a(\dot{\Gamma}, T) + \frac{\eta(T)}{\dot{\Gamma}} \right] (\rho - \rho_0) \quad (V.12)$$

où  $\delta$  représente l'espace moyen entre les particules dures. Dans le cas de certains alliages,  $\delta = \lambda = \text{constante}$ ,  $\lambda$  étant le libre parcours moyen. Ce dernier est initialement contrôlé par l'espace moyen séparant les dislocations,  $\lambda = L = \frac{1}{\sqrt{\rho}}$ , Kocks (1976) [117]. La fonction  $\xi(\rho)$  présente la probabilité de formation des cellules de dislocations,  $0 \leq \xi(\rho) \leq 1$ . Dans le cas où  $\xi(\rho) = 0$  correspondant à  $\rho = \rho_0$ , on obtient l'expression suivante de  $M_{II}$  en combinant les relations (V.10) et (V.12):

$$M_{II}(\dot{\Gamma}) = \frac{1}{b} \left[ \frac{1}{\delta} + \frac{k_0}{L(\dot{\Gamma})} \right] \quad (V.13)$$

La fonction  $\eta(T)$  de l'équation (V.12) caractérise le fluage du matériau, elle dépend de la température, tandis que  $d(\rho)$  représente la variation du diamètre des structures cellulaires en fonction de la densité des dislocations. Pour des vitesses faibles et des températures élevées, le diamètre  $d(\rho)$  est sensible à toute variation de la vitesse de déformation et de la température à travers le processus de diffusion. Pour plus de détails, voir l'étude de Ferron et col., [118]. Il est donc intéressant de faire intervenir l'évolution du diamètre des cellules dans l'équation d'évolution de la microstructure. Une expression de

$d(\rho)$  déduite des observations expérimentales sur l'aluminium par Morrone et Duffy, [114], semble être acceptable pour une large gamme de vitesses de déformation et de températures:

$$d(\rho) = d_{\min} \left[ 1 + \frac{\rho_0}{\rho} \left( \chi \frac{D_0}{d_{\min}} - 1 \right) \right] \quad (\text{V.14})$$

où  $D_0$  est le diamètre initial du grain,  $\chi$  est une constante caractérisant le diamètre maximal du sous grain lorsqu'il commence à se former (faible densité de dislocation  $\rho$  et faible déformation;  $d_{\max} = \chi D_0$ ,  $\chi < 1$ ) et  $d_{\min}$  est la valeur asymptotique minimale de  $d(\rho)$  qui correspond aussi à la valeur de saturation de la contrainte aux grandes déformations.

D'autres formes simplifiées de l'équation différentielle (V.12) ont été proposées auparavant par Kocks, [117], Estrin et Mecking, [107], dans lesquelles différents types d'interactions ont été pris en compte. En effet, Kocks a proposé l'équation structurale suivante pour interpréter les interactions de type dislocations/dislocations:

$$\frac{d\rho}{d\Gamma} = \frac{1}{b} \left( \frac{\sqrt{\rho}}{\eta} - L_a \rho \right) \quad (\text{V.15})$$

Le produit  $\eta L$  représente le libre parcours moyen  $\lambda$ . Kocks a fait intervenir aussi dans cette équation la longueur  $L_a$  de la dislocation annihilée par activation thermique. Cette longueur dépend de la vitesse de déformation  $\dot{\Gamma}$  et de la température  $T$ .

Les effets des interactions de types dislocations/dislocations et dislocations/particules ont été étudiés par Estrin et Mecking pour décrire d'une manière unifiée la plasticité d'un matériau, [107].

$$\frac{d\rho}{d\Gamma} = k + k_1 \sqrt{\rho} - k_2 \rho \quad (\text{V.16})$$

$k$  est une constante liée au libre parcours moyen,  $k = (b\lambda)^{-1}$ . Le terme  $k_1 \rho^{1/2}$  est associé à la multiplication athermique des dislocations mobiles, celles-ci deviennent immobilisées après avoir traversé une distance proportionnelle à

celle qui sépare les dislocations  $\rho^{-1/2}$ ,  $k_1$  étant une constante. Le terme  $k_2\rho$  est associé à la restauration dynamique.

Les modèles basés sur la multiplication des dislocations ont connu beaucoup de progrès dans la description du comportement mécanique des matériaux, voir par exemple l'étude faite par Printz et col. [108] qui ont tenu compte en plus de la densité moyenne  $\rho$  des dislocations, de la densité moyenne des dislocations à l'intérieur des structures cellulaires, et ont donc établi un modèle basé sur l'évolution de deux paramètres microstructuraux. Un autre modèle proposé par Klepaczko, [64], prend en compte l'évolution de la densité des dislocations mobiles  $\rho_m$  et celle des dislocations relativement immobilisées  $\rho_i$ . Un autre modèle à deux paramètres a été développé récemment par Estrin [110], dans lequel il tient compte aussi bien de la densité moyenne des dislocations mobiles  $\rho_m$  que de celle des dislocations immobiles  $\rho_f$  (forêt de dislocations). Ces modèles qui se basent tous sur l'idée de l'évolution des paramètres microstructuraux, permettent de déterminer l'état mécanique du matériau. Ils ont été utilisés généralement dans le cas des essais à vitesse de déformation et à température constantes dans des domaines de déformations relativement faibles.

Pour restituer le comportement présenté par les résultats expérimentaux du chapitre IV, le choix d'une équation d'évolution des dislocations doit d'une part être acceptable aux grandes déformations et pour une large gamme de vitesses de déformation et de températures et d'autre part prendre en compte:

- \* Les limites inférieure et supérieure d'élasticité.
- \* L'importance de la grande sensibilité à la vitesse de déformation dans le cas des essais de chargements à vitesse constante et ceux des sauts de vitesse.

Nous essayerons de répondre à ces questions par le modèle modifié de multiplication des dislocations.

## **V.4. Modèle d'écoulement basé sur l'activation thermique.**

### **V.4.1. Introduction.**

On sait bien que la contrainte d'écoulement des métaux C.C est très influencée à la fois par la vitesse de déformation et par la température aux quelles se produit la déformation, [15], [119]...etc. La combinaison des effets de ces deux paramètres macroscopiques engendre une réponse assez compliquée de la limite élastique et de la contrainte d'écoulement de ces métaux.

On peut dire généralement qu'aux basses températures et aux hautes vitesses, la déformation plastique est associée au mouvement des dislocations. La dynamique des dislocations joue donc un rôle clé dans la compréhension à la fois de la limite élastique et l'écoulement plastique des métaux C.C et leurs alliages.

Une approche moderne est proposée par Gilman et Johnson [37] pour expliquer les limites d'élasticité supérieure et inférieure de l'écoulement plastique. Cette approche qui repose sur une formulation correcte des effets associés à la multiplication des dislocations, fut à l'origine développée pour expliquer les limites élastiques haute et basse du LiF d'une part, et d'autre part pour rendre compte qualitativement de la chute de la limite élastique en termes de rapide multiplication des dislocations et de dépendance de la contrainte à leur vitesse. En suivant la même approche, un modèle similaire de l'écoulement du fer et de ses alliages a été édifié par Hahn [39], et aussi par Cottrell [122]. Ces modèles, bien que qualitatifs offrent une approche unifiée de la limite élastique et de la propagation des bandes de Lüders [120] et [121].

Il serait souhaitable que l'analyse complète de la limite élastique et de l'écoulement plastique des métaux C.C puisse être liée à l'analyse de la vitesse de déformation en terme d'activation thermique.

## V.2 Contrainte interne.

En intégrant l'équation d'évolution (V.9) et en injectant la solution obtenue (V.9) dans la relation (V.1), on obtient l'expression suivante de la contrainte interne qui lie l'écroûissage à la densité moyenne des dislocations:

$$\tau_{\mu} = \alpha b \mu(T) \sqrt{\rho_0 + \frac{M_{II}}{k_a} (1 - \exp(-k_a \Gamma))} \quad (\text{V.17})$$

## V.3. Contrainte effective.

C'est la composante activée thermiquement de la contrainte, elle est principalement responsable de l'écoulement plastique. Elle traduit l'effet de l'activation thermique qui permet aux dislocations mobiles de franchir les obstacles les moins résistants. Sa valeur est liée à l'énergie d'activation du processus thermiquement activé qui régit le mouvement des dislocations par la relation suivante dite équation d'Arrhénius

$$\dot{\Gamma} = v(\tau, s_{\alpha}, T) \exp\left(-\frac{\Delta G(\tau^*, T)}{kT}\right) \quad (\text{V.18})$$

Les paramètres  $v$ ,  $k$  et  $\Delta G$  sont respectivement le facteur pré-exponentiel, la constante de Boltzman et l'énergie libre d'activation.

Les analyses faites par différents auteurs [62], [63] indiquent que les dislocations dans les structures C.C se trouvent confrontées à des barrières d'énergie imposées par les vallées de Peierls. Ces dislocations se déplacent à travers ces vallées par une formation thermiquement activée de paires de décrochements. L'énergie libre d'activation nécessaire pour vaincre ces obstacles est donnée par la relation (I.40). La relation entre cette énergie et l'enthalpie libre à 0K est donnée par la relation suivante:

$$\Delta G_0 = 2 \Delta H_k^0 \frac{\mu(T)}{\mu_0} \quad (\text{V.19})$$

Dans le cas de la formation d'un double décrochement, le facteur pré-exponentiel est donnée par la relation suivante:

$$v_p(\rho_m) = \rho_m n b^2 v_D \quad (\text{V.20})$$

où  $\rho_m$ ,  $v_D$ ,  $n$  et  $b$  désignent respectivement la densité de dislocation mobiles, la fréquence de vibration du réseau ou fréquence de Debye, un coefficient caractérisant la géométrie du double décrochement et le vecteur de bürgers, dans le cas du fer  $n \approx 2$ .

Le second paramètre microstructural  $\rho_m$  qui entre dans la fonction pré-exponentielle, est supposé proportionnelle à la densité moyenne des dislocations  $\rho$ :

$$f = \frac{\rho_m}{\rho} \quad \text{avec } f < 1 \quad (\text{V.21})$$

#### V.4. Loi d'évolution des dislocations mobiles.

Nous sommes amenés à formuler une loi d'évolution des dislocations mobiles pour décrire le comportement des métaux C.C. Au début de l'écroutissage, les dislocations sont ancrées par les atomes d'impuretés et la production des dislocations mobiles est très intense, ce qui conduit à la relaxation du système avec l'apparition d'un pic d'élasticité correspondant à une chute de la contrainte d'écoulement.

La densité des dislocations mobiles tend vers une valeur de saturation qui dépend de la vitesse de déformation. Cette évolution est d'autant plus rapide que la densité totale des dislocations est loin de la valeur de saturation. L'évolution des dislocations mobiles qui dépend donc de la densité totale des dislocations, est donnée par:

$$\frac{\partial \rho_m}{\partial \rho} = \frac{\Omega}{\rho} \quad (\text{V.22})$$

où  $\Omega$  est une constante.

Cette équation suppose que la production des dislocations mobiles est inversement proportionnelle à la densité totale de dislocations. Son intégration, avec la condition  $\rho_m = \rho_m^0$  lorsque  $\rho = \rho_0$ , conduit à la relation suivante:

$$\rho_m = \rho_m^0 + \Omega \ln\left(\frac{\rho}{\rho_0}\right) \quad (\text{V.23})$$

où  $\rho_m^0$  est la densité initiale des dislocations mobiles ou encore le nombre initial de sources qui peuvent être thermiquement activées. En introduisant la fraction initiale  $f_0 = \frac{\rho_m^0}{\rho_0}$  dans l'équation (V.23), on obtient :

$$\rho_m = f_0 \rho_0 \left[ 1 + \frac{\Omega}{f_0 \rho_0} \ln\left(\frac{\rho}{\rho_0}\right) \right] \quad (\text{V.24})$$

La constante  $\Omega$  est de l'ordre du coefficient  $M_{\text{eff}}$  et La fraction  $f$  n'est pas constante, elle dépend de  $\rho$ . En introduisant l'expression de  $\rho_m$  dans l'équation (V.21), on obtient l'expression suivante:

$$f = f_0 \frac{\rho_0}{\rho} \left[ 1 + \frac{\Omega}{f_0 \rho_0} \ln\left(\frac{\rho}{\rho_0}\right) \right] \quad (\text{V.25})$$

$f$  est une fonction décroissante de la densité de dislocation  $\rho$ .

En combinant les équations (V.20) et (V.24), le facteur pré-exponentiel devient:

$$v_p(\rho) = f_0 \rho_0 n b^2 v_D \left[ 1 + \frac{\Omega}{f_0 \rho_0} \ln\left(\frac{\rho}{\rho_0}\right) \right] \quad (\text{V.26})$$

Cette loi d'évolution des dislocations mobiles qui est relativement simple, a été choisie pour les raisons suivantes:

- \* La densité des dislocations mobiles est une fonction de la densité totale de dislocations.
- \* La multiplication des dislocations mobiles est d'autant plus rapide que la densité totale des dislocations est faible.

La contrainte effective qui permet aux dislocations mobiles de franchir les barrières de Peierls au moyen des fluctuations thermiques, est obtenue en inversant les deux équations (V.18), (I.40)

$$\tau^* = \tau_0^* \left\{ 1 - \left[ \frac{kT}{\Delta G_0} \ln \left( \frac{v_p}{\dot{\Gamma}} \right) \right]^{1/q} \right\}^{1/p} \quad (\text{V.27})$$

Il faut cependant noter que, contrairement à la contrainte interne, la contrainte effective diminue rapidement en fonction de la température. Elle devient presque négligeable aux températures supérieures à la température critique  $T_c$  donnée par la relation:

$$T_c = \frac{\Delta G_0}{k} \left[ \ln \left( \frac{v_p}{\dot{\Gamma}_p} \right) \right]^{-1} \quad (\text{V.28})$$

Il est intéressant de souligner que  $T_c$  dépend de la vitesse de déformation.

La contrainte d'écoulement totale  $\tau$  est la somme des deux composantes  $\tau_\mu$  qui est athermique et  $\tau^*$  qui est thermiquement activée:

$$\tau = \tau_\mu + \tau^* \quad (\text{V.29})$$

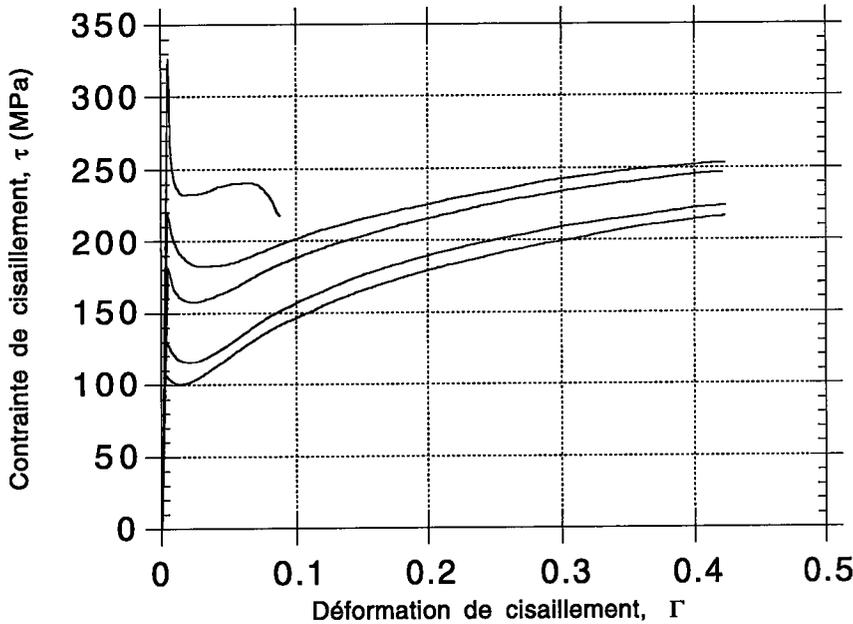
En substituant les expressions des contraintes interne et effective dans (V.29), on obtient finalement:

$$\tau = \alpha \mu(T) b \left\{ \rho_0 + \frac{M_{II}}{k_a} (1 - \exp(-k_a \Gamma)) \right\}^{1/2} + \tau_0^* \left\{ 1 - \left[ \frac{kT}{\Delta G_0} \ln \left( \frac{v_p}{\dot{\Gamma}} \right) \right]^{1/q} \right\}^{1/p} \quad (\text{V.30})$$

### V.5. Calcul numérique.

Dans la suite de ce chapitre, nous proposons de tester l'aptitude du modèle proposé ci dessus à restituer le comportement du fer. Dans un premier temps, nous comparons les prévisions du modèle aux essais de cisaillement réalisés sur le fer (Armco 0.05% C) par Klepaczko [100] et dont les résultats sont présentés sur la figure (V. 1). Puis, nous faisons la même comparaison avec les

essais de torsion que nous avons réalisé sur le fer (Armco 0.02% C) et dont les résultats sont déjà exposés dans le chapitre IV.



**Figure (V. 1): Résultats des essais de torsion réalisé a des vitesse,  $55s^{-1}$ ,  $0.44s^{-1}$ ,  $2.85 \times 10^{-2}s^{-1}$ ,  $2.77 \times 10^{-3}s^{-1}$ ,  $3.31 \times 10^{-4}s^{-1}$  sur le fer 0.05% C, Klepaczko, [100].**

Pour commencer, nous discutons les valeurs numériques des différentes constantes introduites dans les équations du modèle. Le premier groupe comprend les constantes physiques absolues suivantes:

Le vecteur de Burgers du fer	$b = 2.48 \times 10^{-8} \text{ cm}$
La constante de Boltzmann	$k = 8.614 \times 10^{-5} \text{ eVK}^{-1}$
La fréquence de Debye	$\nu_D = 10^{13} \text{ s}^{-1}$

Le seconde groupe de constantes est nécessaire pour décrire les effets de la température sur la réponse élastique du réseau cristallin:

Module de cisaillement à 0K du fer  $\mu_0 = 8.254 \times 10^4 \text{ MPa}$

Constantes de l'équation (V.5)...  $A = 3.564 \times 10^{-6} \text{ K}^{-1}$  et

L'équation (V.5) donne la valeur de la température pour laquelle le module de cisaillement s'annule, cette valeur correspond à la température de fusion du fer  $T_m = 1812\text{K}$ . Par contre, La valeur de  $\mu$  à la température  $T=300\text{K}$  est  $\mu_{300} = 8.02 \times 10^4 \text{ MPa}$ .

### V.5.1. Détermination des constantes figurant dans l'expression de la contrainte interne .

#### V.5.1.1. Cas des essais réalisés sur le fer 0.05% C.

\* Détermination de la constante généralisée d'interaction:

Nous avons déterminé cette constante à partir de la courbe contrainte-déformation de l'essai quasi-statique réalisé à une vitesse de déformation  $\dot{\Gamma}_1 = 3.31 \times 10^{-4} \text{ s}^{-1}$ . La valeur de la limite élastique de cet essai est  $\tau_y = 77.73 \text{ MPa}$ . Le métal étant recuit, la valeur de la densité initiale des dislocations est  $\rho_0 = 5 \times 10^8 \text{ cm}^{-2}$  d'après [115]. La valeur calculée de la constante généralisée d'interaction  $\alpha$  est 1.75, voir l'annexe.

\* Détermination des coefficients de multiplication et d'annihilation des dislocations:

Pour obtenir les coefficients  $M_{II}$  et  $k_a$ , nous avons optimisé l'erreur entre la courbe contrainte-déformation de l'essai quasi-statique réalisé  $\dot{\Gamma}_1 = 3.31 \times 10^{-4} \text{ s}^{-1}$  et la courbe théorique obtenue à partir du modèle, voir l'annexe. Les valeurs calculées sont  $M_{II} = 1.5 \times 10^{10} \text{ cm}^{-2}$  et  $k_a = 3.41$

#### V.5.1.2. Cas de nos essais réalisés sur le fer 0.02% C.

De la même façon, nous avons déterminé les constantes  $\alpha$ ,  $M_{II}$  et  $k_a$  à partir de la courbe contrainte-déformation de l'essai quasi-statique que nous avons réalisé à une vitesse de déformation  $\dot{\Gamma} = 4.6 \times 10^{-2} \text{ s}^{-1}$ , sur les barres de Kolsky. La valeur de la limite élastique de cet essai est  $\tau_y = 52 \text{ MPa}$ . L'éprouvette étant recuite, la valeur de la densité initiale des dislocations utilisée est  $\rho_0 = 5 \times 10^8 \text{ cm}^{-2}$ . Les valeurs calculées des paramètres recherchés sont  $\alpha = 1.17$ ,  $M_{II} = 2.26 \times 10^{10} \text{ cm}^{-2}$  et  $k_a = 2.04$

Pour le calcul des courbes contrainte-déformation aux autres vitesses, nous supposons que les coefficients  $M_{II}$  et  $k_a$  sont indépendants de la vitesse de déformation.

### V.5.2. Détermination des constantes de la contrainte effective.

Le dernier groupe de constantes qui entre dans l'expression de la composante thermiquement activée de la contrainte  $\tau^*$ , est constitué par les paramètres  $p$  et  $q$  qui décrivent la géométrie de l'obstacle et l'énergie  $2H_k^0$  de l'activation du processus de double décrochement. Les valeurs de  $p$  et  $q$  sont respectivement  $3/4$  et  $4/3$ , d'après Kocks et col. [24]. La valeur de  $2H_k^0$  est prise égale à  $0.63$  eV. Cette valeur a été déterminée pour les monocristaux de fer, d'après [45]. Une autre valeur similaire  $2H_k \approx 0.6$  eV a été obtenue pour le fer, d'après [123].

#### V.5.2.1. Cas des essais réalisés sur le fer 0.05% C.

Nous avons déterminé les valeurs des paramètres  $\tau_o^*$  et  $\Omega$  pour chacun des essais correspondants aux vitesses  $\dot{\Gamma}_2 = 2.77 \times 10^{-3} \text{ s}^{-1}$ ,  $\dot{\Gamma}_3 = 2.85 \times 10^{-2} \text{ s}^{-1}$ ,  $\dot{\Gamma}_4 = 0.44 \text{ s}^{-1}$  et  $\dot{\Gamma}_5 = 55 \text{ s}^{-1}$ . Cette détermination est faite en approximant par la méthode des moindres carrés, la contrainte effective théorique donnée par l'expression (V.17) et la contrainte effective expérimentale obtenue en retranchant la contrainte interne  $\tau_\mu$  déjà déterminée dans le paragraphe V.5.1. de la contrainte mesurée  $\tau_{ex}$ . La valeur calculée de  $\Omega$  est indépendante de la vitesse de déformation, elle est égale à  $1.35 \times 10^9$ , alors que la valeur de  $\tau_o^*$  est une moyenne des valeurs obtenues pour les quatre vitesses de déformation.

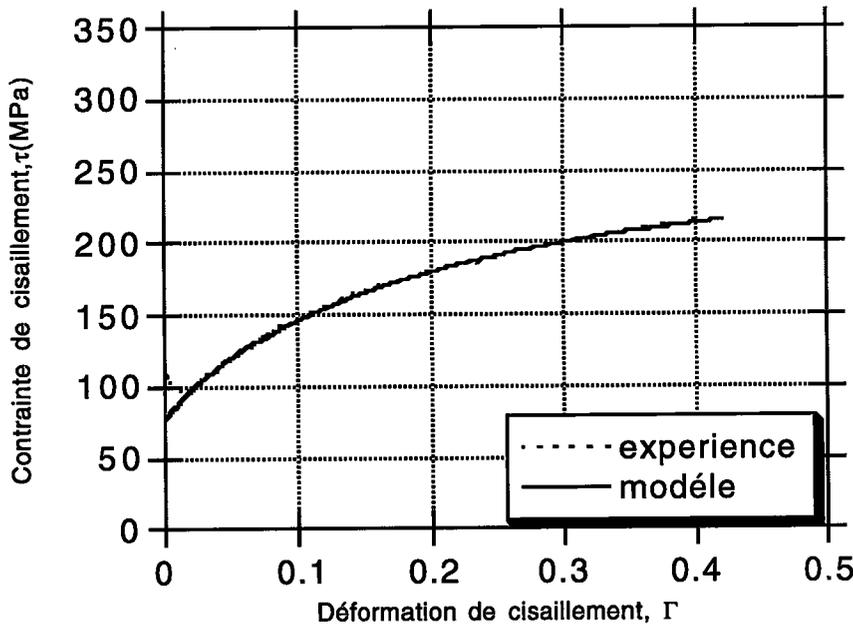
#### V.5.2.2. Cas de nos essais réalisés sur le fer 0.02% C.

De la même façon que dans le paragraphe V.5.2.1, nous avons déterminé les valeurs des paramètres  $\tau_o^*$  et  $\Omega$  pour les essais de chargements dynamiques successifs représentés sur la figure (IV. 6) et de sauts de vitesse "quasi-statique/dynamique", représentés sur les figures (IV. 12) et (IV. 16). La valeur calculée de  $\Omega$  est la même que celle trouvée ci dessus, dans le cas du fer 0.05% C,  $1.35 \times 10^9$ . La valeur moyenne de  $\tau_o^*$  est  $150$  MPa, cette valeur est plus petite que celle obtenue dans le cas du fer 0.05% C, ce qui probablement dû au taux du carbone dans le métal.

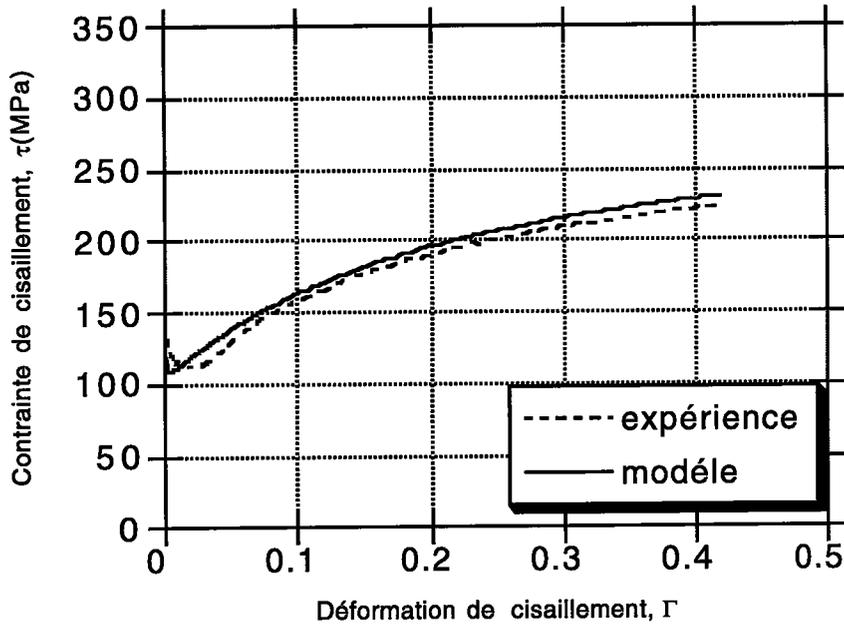
**V.6. Comparaison des prévisions du modèle à l'expérience.**

**V.6.1. Comparaison dans le cas du fer 0.05%C.**

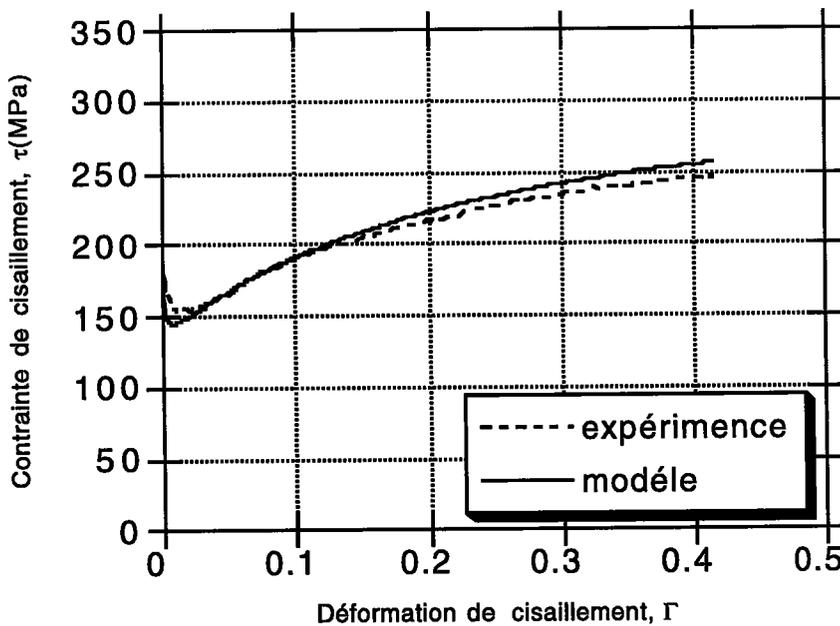
Nous avons calculé les courbes contrainte-déformation théoriques, à partir du modèle proposé, pour les quatre vitesses de déformation  $\dot{\Gamma}_2 = 2.77 \times 10^{-3} s^{-1}$ ,  $\dot{\Gamma}_3 = 2.85 \times 10^{-2} s^{-1}$ ,  $\dot{\Gamma}_4 = 0.44 s^{-1}$  et  $\dot{\Gamma}_5 = 55 s^{-1}$  en utilisant les valeurs des paramètres déterminées ci dessus. Les prévisions du modèle sont superposés aux résultats de l'expérience pour chacune de ces vitesses sur les figures (V. 2), (V. 3), (V. 4), (V. 5) et (V. 6).



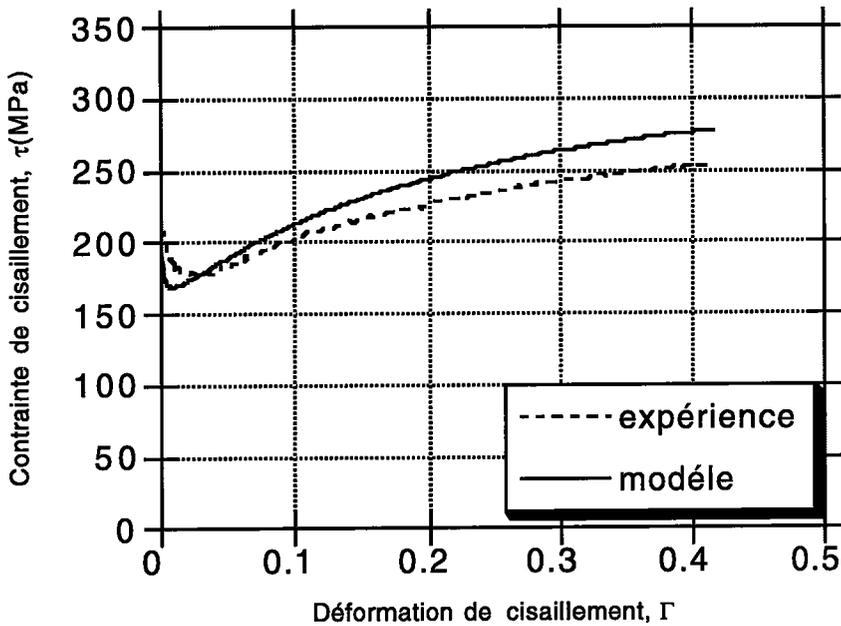
**Figure (V. 2):** Contrainte-déformation théorique et expérimentale du fer Armco 0.05%C pour la vitesse  $\dot{\Gamma} = 3.31 \times 10^{-3} / s$ .



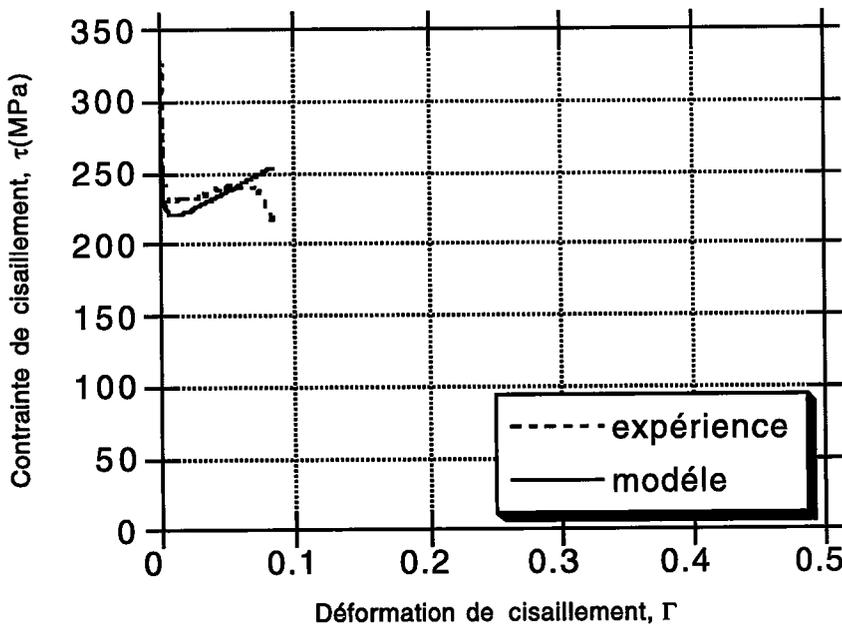
**Figure (V. 3):** Contrainte-déformation théorique et expérimentale du fer Armco 0.05% C pour la vitesse  $\dot{\Gamma} = 2.77 \cdot 10^{-3} / s$ .



**Figure (V. 4):** contrainte-déformation théorique et expérimentale du fer Armco 0.05% C pour la vitesse  $\dot{\Gamma} = 2.85 \cdot 10^{-2} / s$ .



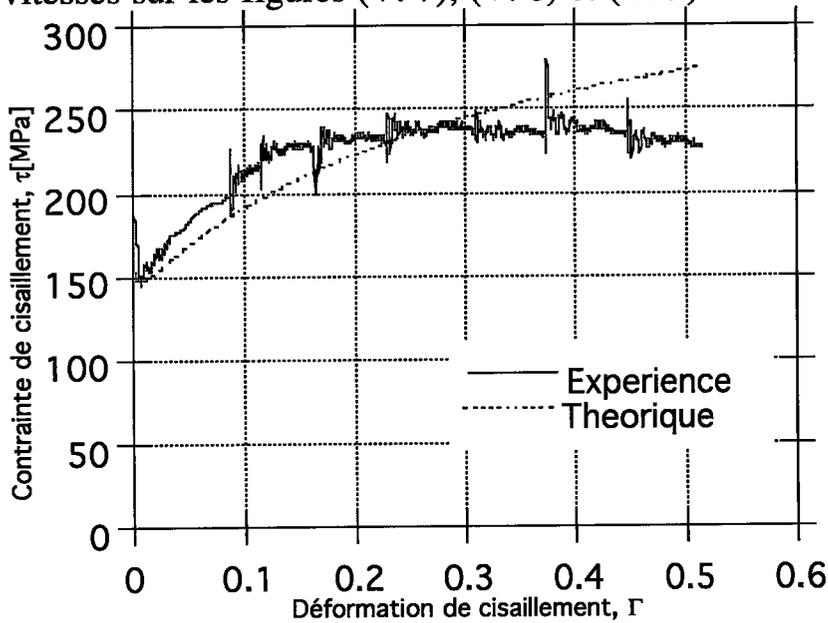
**Figure (V. 5):** Contrainte-déformation théorique et expérimentale du fer Armco 0.05% C pour la vitesse  $\dot{\Gamma} = 0.44 / s$ .



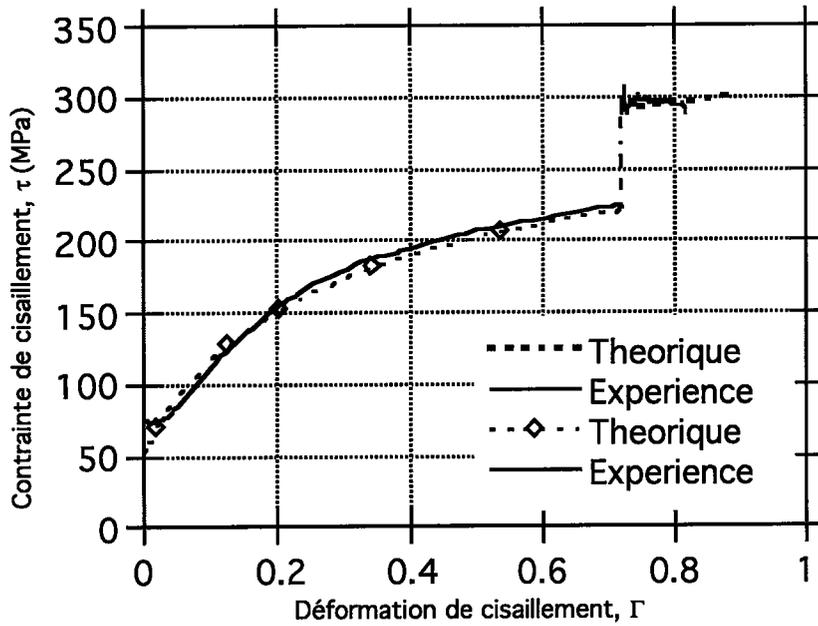
**Figure (V. 6):** Contrainte-déformation théorique et expérimentale du fer Armco 0.05% C pour la vitesse  $\dot{\Gamma} = 55 / s$ .

### V.6.2 Résultats des calculs et comparaison aux expériences pour le fer 0.02% C.

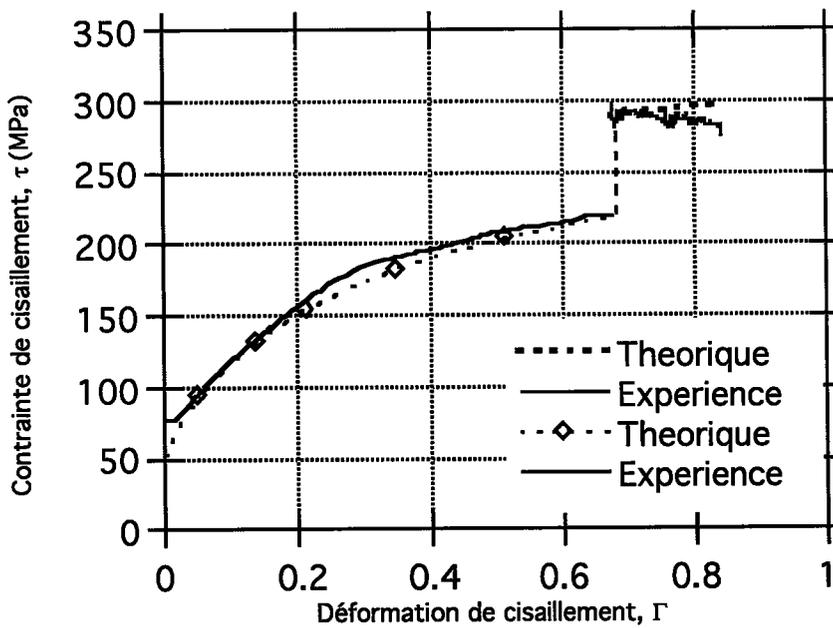
Nous avons calculé les courbes contrainte-déformation théoriques, à partir du modèle proposé, pour les essais de chargements dynamiques successifs représentés sur la figure (IV. 6) et de sauts de vitesse "quasi-statique/dynamique", représentés sur les figures (IV. 12) et (IV. 16), en utilisant les valeurs des paramètres déterminées ci dessus. Les prévisions du modèle sont superposés aux résultats de l'expérience pour chacune de ces vitesses sur les figures (V. 7), (V. 8) et (V. 9).



**Figure (V. 7):** Contrainte-déformation théorique et expérimentale du fer 0.02% C pour le cas de l'essai de chargements dynamiques successifs à  $\dot{\Gamma} = 175s^{-1}$ .



**Figure (V. 8):** Contrainte-déformation théorique et expérimentale du fer 0.02% C, de l'essai de saut de vitesse quasi-statique/dynamique  $\dot{\Gamma}_i = 4.6 \times 10^{-2} \text{ s}^{-1}$  et  $\dot{\Gamma}_r = 141 \text{ s}^{-1}$ .



**Figure (V. 9):** Courbe théorique et expérimentale du fer 0.02% C, de l'essai de saut de vitesse quasi-statique/dynamique  $\dot{\Gamma}_i = 4.6 \times 10^{-2} \text{ s}^{-1}$  et  $\dot{\Gamma}_r = 146 \text{ s}^{-1}$ .

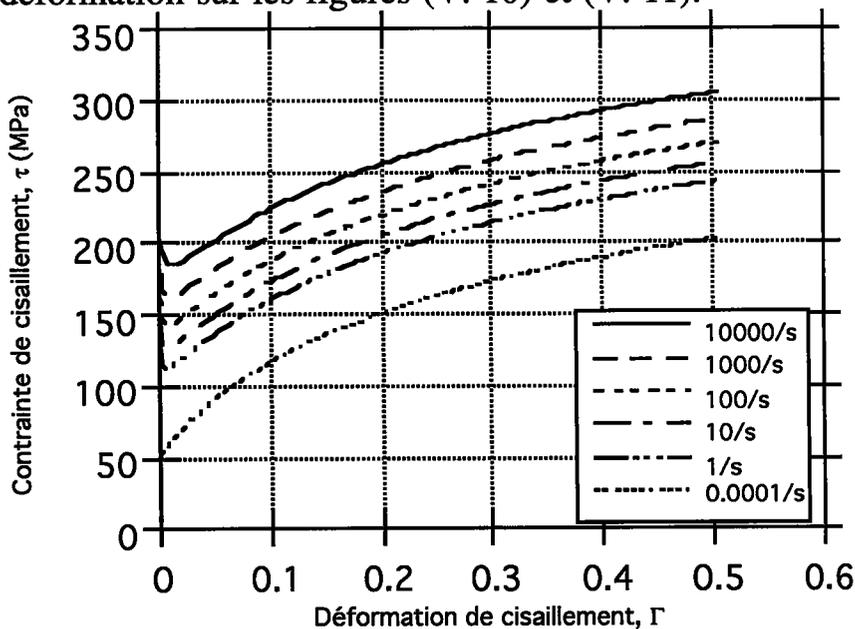
### V.7. Discussion.

Les courbes contrainte-déformation obtenues par le modèle présentent des limites d'élasticité inférieures et supérieures. Ces limites sont dues à l'augmentation rapide de la densité des dislocations mobiles qui relaxe l'éprouvette Gilman et col. [37] et Hahn [39] (ChapitreIV). Ces courbes présentent une sensibilité positive à la vitesse de déformation.

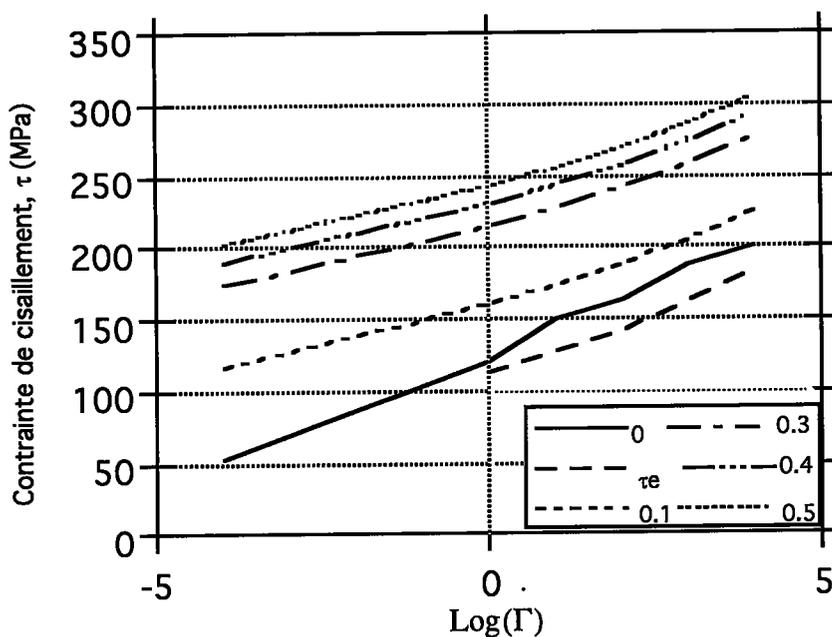
La différence entre les courbes contrainte-déformation expérimentales et celles obtenues par le modèle augmente avec la vitesse de déformation. La figure (V. 7) montre que l'écrouissage prévu par le modèle est positif pour les grandes déformations plastiques, alors que celui déduit de l'expérience est négatif ou nul pour les déformations supérieures à 0.1.

Les figures (V. 8) et (V. 9) montrent que les courbes contrainte-déformation obtenues par le modèle présentent une même sensibilité instantanée à la vitesse de déformation que celle des courbes contrainte-déformation de l'expérience. Les courbes théoriques présentent un écrouissage positif pour les grandes déformations plastiques, alors que celui présenté par les courbes expérimentales est négatif.

Nous avons représenté les courbes contrainte-déformation théoriques calculées pour le fer 0.02%C et la sensibilité de la contrainte à la vitesse de déformation sur les figures (V. 10) et (V. 11).



**Figure (V. 10):** Superposition des courbes théoriques contrainte-déformation pour des vitesses comprises entre  $\dot{\Gamma} = 0.0001s^{-1}$  et  $10000s^{-1}$ .



**Figure (V. 11): Sensibilité théorique de la contrainte de cisaillement à la vitesse pour six niveaux de déformation.**

## V.8. Conclusion.

L'analyse de l'évolution de la microstructure permet de définir les mécanismes fondamentaux qui accompagnent la déformation plastique. Les contributions respectives, mais aussi étroitement liées, de la microstructure (densité de dislocations) et des conditions de déformation (vitesse de déformation et température) se trouvent explicitées.

Le modèle établi est basé sur l'activation thermique et le mouvement de dislocations. Il rend possible la description de beaucoup de situations expérimentales différentes pour la déformation plastique des métaux C.C à différentes températures et vitesses de déformation. Il restitue les limites élastiques inférieure et supérieure observées lors de l'expérience. Il donne la même sensibilité instantanée à la vitesse de déformation que celle obtenue expérimentalement lors d'un essai de changement de vitesse.

Dans le domaine des grandes déformations, l'écroissage prévu par le modèle est positif alors que celui obtenu par l'expérience est négatif, voir les figures (V. 7), (V. 8) et (V. 9).

Pour un modèle plus réaliste, il faut trouver une autre expression de l'évolution des dislocations mobiles de telle sorte que les courbe théoriques présentent le même écroissage que la réalité.

## Conclusion générale.

Dans ce travail, nous nous sommes amenées à comprendre dans un premier temps le comportement du fer Armco 0.02%C en torsion à différentes vitesses de déformation et vis-à-vis d'un changement de la vitesse. Dans un second temps, nous avons accordé une attention particulière à la sensibilité de ce matériau à la vitesse de déformation. La grande qualité des résultats expérimentaux que nous avons obtenus en torsion est due à la performance du dispositif expérimental utilisé et à la géométrie des éprouvettes.

Les nombreux essais de torsion effectués aux vitesses de déformations faibles et élevées, à la température ambiante, font apparaître les points suivants en ce qui concerne le comportement du fer Armco 0.02%C:

- \* Une forte augmentation de la limite d'élasticité supérieure en fonction de la vitesse de déformation.
- \* Une grande sensibilité instantanée à la vitesse de déformation. Cette sensibilité demeure constante au cours de la déformation plastique.
- \* Une sensibilité à l'histoire du chargement; les effets de l'histoire sont d'autant plus importants que la déformation avant le saut de vitesse est grande.
- \* Une grande ductilité pour toute les vitesses de déformation.
- \* Une diminution importante de l'écroutissement avec la vitesse de déformation.

Nous sommes attachés à associer l'écoulement plastique aux micromécanismes de déformation. Afin de bien comprendre les contributions des différents mécanismes et aussi pour tenter de connaître au mieux le comportement des métaux C.C, nous avons tenté de développer un modèle de comportement basé sur des phénomènes physiques en reprenant un formalisme proche de celui proposé par Klepaczko. Ce modèle a déjà fourni des résultats remarquables pour le comportement des métaux C.F.C.

Enfin, nous avons constaté que ce modèle rend compte des limites d'élasticité observées lors de l'expérience, de la chute de la contrainte après la limite élastique supérieure. Il donne la même sensibilité instantanée à la vitesse de déformation que celle obtenue expérimentalement et montre l'effet de l'histoire de la vitesse de déformation. Par contre, il donne un écrouissage différent de celui déduit de l'expérience dans le cas des essais aux vitesses élevées et ceux de changement de vitesse "quasi-statique/dynamique". Il faudra donc améliorer la forme mathématique de l'équation d'évolution des dislocations mobiles de telle sorte que le modèle puisse restituer correctement les résultats de l'expérience.

## ANNEXE

### METHODE D'APPROXIMATION

#### **\*Détermination des paramètres de la contrainte interne:**

L'approximation consiste à ajuster la courbe représentée par le fonction:

$$\tau_{\mu} = \alpha \mu b \sqrt{\rho_0 + \frac{M_{II}}{k_a} [1 - \exp(-k_a \Gamma)]} \quad (\text{A-1})$$

et de déterminer les paramètres  $\alpha$ ,  $k_a$ ,  $M_{II}$ , telle que la somme des erreurs entre les points expérimentaux et la courbe théoriques soit minimale.

#### a) Détermination de $\alpha$ :

On constate que  $\alpha$  peut être déterminée facilement et indépendamment de  $k_a$  et  $M_{II}$ ; et cela pour  $\Gamma = 0$

$$\tau_{\mu}^0 = \alpha \mu b \sqrt{\rho_0} \quad (\text{A.2})$$

d'où

$$\alpha = \frac{\tau_{\mu}^0}{\mu b \sqrt{\rho_0}} \quad (\text{A.3})$$

$\tau_{\mu}^0$  étant la limite d'élasticité.

#### b) Détermination de $k_a$ et $M_{II}$ :

L'optimisation de l'équation (A-1) revient à minimiser la fonction suivante:

$$F(\bar{x}) = \sum_{i=1}^N \left\{ f_i(x_1, x_2, \dots, x_M) \right\}^2 \quad (\text{A.4})$$

avec  $N > M$

$N$  étant le nombre de points expérimentaux et  $M$  le nombre de paramètres à déterminer.  $f_i$  est la différence entre la valeur théorique et la valeur expérimentale:

$$f_i = \tau_{\mu}^{\text{thé}}(\Gamma_i) - \tau_{\mu}^{\text{exp}}(\Gamma_i) \quad (\text{A.5})$$

On pose:

$$A = \alpha \mu b, \quad x_1 = M_{\text{II}} \text{ et } x_2 = k_a$$

En introduisant (A.5) dans (A.4):

$$F(\bar{x}) = \sum_{i=1}^N \left( A \left[ \rho_0 + \frac{x_1}{x_2} \{1 - \exp(-x_2 \Gamma)\} \right]^{1/2} - \tau_{\mu}^{\text{exp}} \right)^2 \quad (\text{A.6})$$

L'estimation de l'erreur est donnée par:

$$E_r = \left\{ \frac{F(\bar{x})}{N(N-1)} \right\}^{1/2} \quad (\text{A.7})$$

où encor

$$E_r = \left\{ \frac{f_i^2}{N(N-1)} \right\}^{1/2} \quad (\text{A.8})$$

La programmation de cette méthode débute par l'introduction des valeurs estimées de  $M_{\text{II}}$  et  $k_a$  du même ordre de grandeur que les valeurs réelles à chercher;  $M_{\text{II}}$  est de l'ordre de  $10^{+9} \text{ cm}^{-2}$  et  $k_a$  est de l'ordre de 1 pour une Erreur donnée.

Théoriquement, la solution finale ne dépend pas des valeurs initiales données au départ, mais on a remarqué que pour deux combinaisons différentes des valeurs initiales, on a deux solutions différentes qui minimisent l'erreur  $E_r$ ;

ceci est dû vraisemblablement à une instabilité mathématique à cause de la différence très grande entre  $M_{II}$  et  $k_a$  et de la non linéarité du système.

### \* Détermination des paramètres de la contrainte effective

$\Omega$  et  $\tau_0^*$  :

On utilisant la même méthode:

Dans ce cas on a:

$$f_i = \tau_{thé}^* (\Gamma_i) - \tau_{exp}^* (\Gamma_i) \quad (A.9)$$

avec

$$\tau_{thé}^* (\Gamma_i) = \tau_0^* \left\{ 1 - \left[ \frac{kT}{\Delta G_0} \ln \left( \frac{v_p(\Gamma_i)}{\dot{\Gamma}} \right) \right]^{1/q} \right\}^{1/p} \quad (A.10)$$

et

l'expression de  $v_p(\Gamma_i)$  est donnée par la relation:

$$v_p(\Gamma_i) = f_0 \rho_0 n b^2 v_D \left[ 1 + \frac{\Omega}{f_0 \rho_0} \ln \left( 1 + \frac{M_{II}}{k_a \rho_0} (1 - \exp(-k_a \Gamma_i)) \right) \right] \quad (A.11)$$

l'expression de  $\tau_{exp}^* (\Gamma_i)$  est donnée par:

$$\tau_{exp}^* (\Gamma_i) = \tau_{exp}(\Gamma_i) - \tau_{\mu}(\Gamma_i). \quad (A.12)$$

on substituant (A.12), (A.11) et (A.10) dans (A.9) et on pose que  $x_1 = \Omega$ , et

$$x_2 = \tau_0^*$$

de la même façon on optimise la fonction  $F(\bar{x}) = \sum_{i=1}^N \{f_i(x_1, x_2)\}^2$

L'estimation de l'erreur est donnée par:(A.7)

La programmation de cette méthode débute par l'introduction des valeurs estimées de  $\tau_0^*$  et  $\Omega$  du même ordre de grandeur que les valeurs réelles à chercher;  $\tau_0^*$  est de l'ordre de 100 MPa et  $\Omega$  est de l'ordre de  $10^{+9}$  pour une erreur donnée.