



HAL
open science

Rhéologie et contrôle des écoulements de dispersions granulaires par l'application de vibrations

Naïma Gaudel

► **To cite this version:**

Naïma Gaudel. Rhéologie et contrôle des écoulements de dispersions granulaires par l'application de vibrations. Matériaux. Université de Lorraine, 2018. Français. NNT: 2018LORR0154. tel-01948691

HAL Id: tel-01948691

<https://hal.univ-lorraine.fr/tel-01948691>

Submitted on 18 Nov 2020

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



AVERTISSEMENT

Ce document est le fruit d'un long travail approuvé par le jury de soutenance et mis à disposition de l'ensemble de la communauté universitaire élargie.

Il est soumis à la propriété intellectuelle de l'auteur. Ceci implique une obligation de citation et de référencement lors de l'utilisation de ce document.

D'autre part, toute contrefaçon, plagiat, reproduction illicite encourt une poursuite pénale.

Contact : ddoc-theses-contact@univ-lorraine.fr

LIENS

Code de la Propriété Intellectuelle. articles L 122. 4

Code de la Propriété Intellectuelle. articles L 335.2- L 335.10

http://www.cfcopies.com/V2/leg/leg_droi.php

<http://www.culture.gouv.fr/culture/infos-pratiques/droits/protection.htm>



Rhéologie et contrôle des écoulements de dispersions granulaires par l'application de vibrations

Thèse présentée et soutenue publiquement le 13 Novembre 2018

pour l'obtention du grade de

Docteur de l'Université de Lorraine

Mention Énergie et Mécanique

Présentée par **Naïma Gaudel**

Composition du jury

Examineurs :	Stéphanie Deboeuf	Chargée de Recherche CNRS, IJLRDA, Paris
	Claire Gaiani	Professeur, LIBio, Vandoeuvre-lès-Nancy
	Raffaella Ocone	Professeur, Heriot-Watt University, Edinburgh
	Nicolas Vandewalle	Professeur, GRASP, Liège
Rapporteurs :	Philippe Gondret	Professeur, FAST, Paris
	Alexandre Valance	Directeur de Recherche CNRS, IPR, Rennes
Encadrants :	Salaheddine Skali-Lami	Maître de Conférences, LEMTA, Vandoeuvre-lès-Nancy
	Sébastien Kiesgen de Richter	Maître de Conférences, LEMTA, Vandoeuvre-lès-Nancy
Invité :	Michel Lebouché	Professeur émérite, LEMTA, Vandoeuvre-lès-Nancy

Laboratoire d'Énergétique et de Mécanique Théorique et Appliquée - UMR 7563

Université de Lorraine

2 Avenue de la Forêt de Haye - BP 90161- 54505 Vandoeuvre-lès-Nancy Cedex, France

Remerciements

Je souhaiterais tout d'abord remercier l'ensemble du LEMTA pour l'accueil chaleureux et la bonne humeur. Merci aux membres de l'équipe "hydrodynamique et rhéophysique" pour leur soutien et nos discussions scientifiques. Je remercie tout particulièrement mes encadrants de thèse, Sébastien et Salah, pour m'avoir orientée et supportée (dans les deux sens du terme) durant ces trois années. Sébastien, merci de m'avoir donné la chance de participer au projet Européen, cela m'a ouvert de nombreuses portes. Ta pédagogie et ton excellence scientifique ont fait de moi quelqu'un de meilleure.

Je tiens également à remercier les équipes techniques, sans qui cette aventure n'aurait pas été possible, pour leur réactivité face aux nombreux problèmes expérimentaux que j'ai rencontrés. En particulier, merci à Jérémy pour sa motivation sans faille et ses compétences.

J'en profite pour remercier l'équipe administrative, et je pense bien évidemment à ma secrétaire d'équipe préférée Valérie et à l'ex-maman des doctorants Irène.

Ces trois années de thèse n'auraient pas été aussi sympa sans les autres doctorants ! Je ne vais pas faire de liste car j'ai peur de froisser quelqu'un en oubliant d'écrire son prénom, mais je suis certaine que tout le monde se reconnaîtra, les anciens comme les nouveaux. Par contre, je vais être obligée de remercier en spéciale dédicace mon "collègue de bureau" Morgan, ami depuis 7 ans maintenant (on se fait vieux !). Je voulais juste lui préciser que je n'étais pas sa secrétaire, d'ailleurs je ne suis la secrétaire de personne !

Merci à mes amis qui sont restés même dans la difficulté, et aux nouvelles rencontres, pour les soirées décompression ! Une énorme pensée va directement à mon amie d'enfance Mélane, qui nous a quitté beaucoup trop tôt. Je peux imaginer ce qu'elle aurait dit "La classe Nonette !".

Enfin, je voudrais remercier avec tout mon amour mes parents, ma sœur Malika, et mes frères Mathias et Romaric ainsi que ma Tata Edith pour leur soutien inconditionnel et leur confiance en moi. Merci également à BBC, pour sa présence de tous les instants. Je ne connais pas la fin de l'histoire, mais je suis sûre que nous continuerons main dans la main.



Quand on ne sait rien, on peut tout de même trouver des choses, avec de l'imagination.

Boris Vian

À Mélane,



Table des matières

Introduction générale	1
I État de l'art de l'influence des vibrations sur les milieux granulaires	7
1 Généralités sur les dispersions granulaires	11
1.1 Interactions présentes dans les granulaires	12
1.1.1 Les contacts directs	12
Le contact frictionnel	12
Le contact collisionnel	13
1.1.2 Un contact indirect, la lubrification	13
1.1.3 Réseau de chaînes de forces	14
1.2 Contraintes et déformations dans les écoulements	15
1.2.1 Tenseur des contraintes	15
1.2.2 Tenseur des taux de déformation	16
1.2.3 Viscosité de cisaillement	17
1.3 Lien contrainte/déformation dans les dispersions granulaires	18
1.3.1 Cas du cisaillement plan	18
1.3.2 Rhéologie locale $\mu(I)$	20
1.3.3 Limitation du modèle	21
1.4 Écoulements confinés de type Couette	22
1.4.1 Géométrie de Couette	22
1.4.2 Modèles non locaux	23
1.5 Écoulements à surface libre sur plan incliné	25
1.5.1 Loi de friction sur plan incliné	25
1.5.2 Modèles non locaux	27

2	Influence des vibrations sur les dispersions granulaires	31
2.1	Influence des vibrations sur la rhéologie des dispersions granulaires à l'échelle macroscopique	32
2.1.1	Comportement des dispersions granulaires sous vibrations en milieu confiné	32
2.1.2	Comportement des dispersions granulaires à surface libre sous vibrations .	35
2.2	Influence des vibrations sur les réorganisations internes des dispersions granulaires à l'échelle du grain	37
2.2.1	Techniques de mesure à l'échelle de la particule	37
2.2.2	Résultats obtenus en diffusion de lumière	38
2.3	Objectifs de la thèse	40
II	Écoulements de dispersions granulaires en géométrie de type Couette sous vibrations	41
3	Étude expérimentale de suspensions granulaires sous vibrations en géométrie de type Couette	45
3.1	Dispositif expérimental et outils de mesure	46
3.1.1	Le rhéomètre à poudres	46
3.1.2	Les techniques iso-indice et fluorescence induite par laser	48
3.1.3	Les techniques de suivi de particules	52
3.2	Étude expérimentale couplée globale/locale de l'écoulement d'une suspension gravitaire sous vibrations	55
3.2.1	Abstract	56
3.2.2	Introduction	56
3.2.3	Experimental methods	57
3.2.4	Results and discussions	60
	Bulk rheology	60
	Local study	62
3.2.5	Conclusions	71
3.3	Ouverture sur l'étude expérimentale couplée globale/locale de l'écoulement d'une suspension isodense sous vibrations	72
3.3.1	Rhéologie globale	72
3.3.2	Rhéologie locale	73
	Cas sans vibrations	73
	Régime frictionnel	74

	Plateau de viscosité	74
3.4	Discussion et bilan sur l'étude expérimentale de suspensions granulaires en géométrie de type Couette sous vibrations	77
3.4.1	Suspension gravitaire à haute viscosité	77
3.4.2	Suspension isodense à faible viscosité	79
3.4.3	Mise en commun des systèmes	80
4	Ouverture sur l'étude numérique d'un rhéomètre à poudres sous vibrations	83
4.1	Principe général des simulations numériques en DEM	83
4.1.1	Algorithme et initialisation	84
	Calcul des forces par liste de Verlet	84
4.1.2	Intégration des équations du mouvement et conditions aux limites	86
4.2	Étude DEM d'une dispersion granulaire sous vibrations en cellule de type Couette	87
4.2.1	Géométrie du système et propriétés des particules	87
4.2.2	Résultats et discussion sur l'étude numérique	89
	Rhéologie globale	89
	Rhéologie locale	90
4.3	Bilan et perspectives sur l'étude numérique d'un rhéomètre à poudres sous vibrations	93
III	Écoulements à surface libre de dispersions granulaires sous vibrations	95
5	Étude d'avalanches granulaires sous vibrations	99
5.1	Étude expérimentale d'avalanches granulaires sous vibrations	99
5.1.1	Dispositif expérimental et outils de mesure	100
5.1.2	Résultats de l'étude sans vibrations	105
5.1.3	Résultats de l'étude sous vibrations	108
	Abstract	108
	Introduction	108
	Experimental Section	109
	Results and discussion	112
	Conclusions	126
5.1.4	Étude complémentaire sur les avalanches granulaires sous vibrations	126
	Tas de grains sous vibrations	126
	Ajout d'un système de rugosité relative	127
5.2	Simulations DEM d'avalanches granulaires sous vibrations	129
5.2.1	Routines choisies pour l'obtention des résultats	129

5.2.2	Résultats de l'étude	131
	Abstract	131
	Introduction	132
	Simulation methods	133
	Results and discussions	135
	Conclusions	148
5.2.3	Description of the model	148
5.3	Discussion et bilan sur les écoulements de dispersions sur plan incliné sous vibrations	150
5.3.1	Un régime gravitaire à hauts angles, $\theta > \theta_c$	150
5.3.2	Un régime vibrationnel à bas angles, $\theta < \theta_c$	152
	Bilan et discussions	152
	Pistes de modélisation	153
6	Étalement d'une goutte de suspension sous vibrations	161
6.1	Étude expérimentale de l'étalement d'une goutte de suspension sur un plan horizontal vibré	161
6.1.1	Dispositif expérimental et outils de mesures	162
6.1.2	Résultats de l'étude sous vibrations	165
	Abstract	165
	Introduction	166
	Experimental conditions	167
	Spreading dynamics	168
	Influence of the vibrations	170
	Influence of the beads diameter	171
	Influence of the interstitial fluid viscosity	172
	Scaling law	173
	Conclusion	174
6.1.3	Ouverture sur l'influence de l'état de surface	175
6.2	Discussion et bilan sur l'étalement d'une suspension granulaire sous vibrations . .	176
	Conclusion générale et perspectives	179

Introduction générale

Pourquoi étudier les milieux granulaires ?

De nombreux produits de soin corporel existent, allant des poudres aux exfoliants. L'industrie cosmétique porte une grande attention au stockage, au transport et au mélange de ces derniers. Outre cette constatation, ces mêmes problèmes liés aux propriétés physiques et mécaniques des milieux granulaires touchent des secteurs industriels variés : l'agroalimentaire (céréales), le secteur pharmaceutique (médicaments), le génie civil (bétons)... (Fig. 1). Pour améliorer l'utilisation des milieux granulaires, la science cherche à dépasser plusieurs obstacles auxquels les industries sont confrontées. Nous pouvons citer le problème de blocage des écoulements qui apparaît à cause de la formation d'arches lors de la vidange de poudres (problème du silo). Nous pouvons citer également les problèmes de stockage où les études sur la compaction deviennent alors primordiales (mise en forme, mise en sac, ...).



FIGURE 1 – Quelques exemples de milieux granulaires dans le secteur industriel et en géophysique. *De gauche à droite* : des céréales (en ligne sur <http://lavitaliteverte.com>), du béton (<http://he-raime49.blog50.com>), coulée de lave à Hawaï (<http://www.geologues-prospecteurs.fr>), liquéfaction du sol suite à un tremblement de terre (<http://www.2012un-nouveau-paradigme.com>).

Au-delà des enjeux industriels, il ne faut pas occulter les enjeux environnementaux (Fig. 1). La compréhension de la dynamique des milieux granulaires est importante, cela permettrait par exemple de prévenir les phénomènes géophysiques à l'origine de catastrophes naturelles telles que les coulées de lave volcanique, les avalanches de neige ou encore la liquéfaction des sols après un séisme. Les questions soulevées par ces processus restent souvent sans réponse sur une Terre très peuplée où la nécessité de prédire ces catastrophes devient incontournable. Les enjeux sont forts, l'omniprésence des dispersions granulaires dans notre quotidien et notre incapacité à établir des

lois qui régissent leur écoulement sont à l'origine de nombreuses recherches. Qu'ils soient secs ou en présence d'un fluide interstitiel, les granulaires sont souvent soumis à des sollicitations qui altèrent leur comportement toujours mal compris aujourd'hui, ce qui en fait un sujet actuel.

Qu'est-ce qu'une dispersion granulaire ?

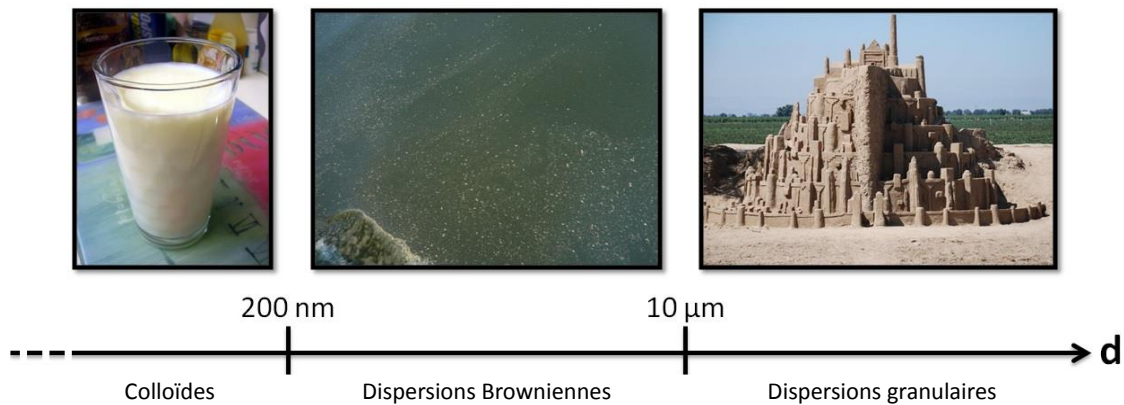


FIGURE 2 – Classification des milieux granulaires en fonction du diamètre des grains et exemples de la vie quotidienne correspondants. *De gauche à droite* : du lait, composé de colloïdes de molécules de graisse dans une suspension à base d'eau (<http://www.futura-sciences.com>), des grains de pollen sur le bras de mer Haringvliet au Pays-Bas (<http://www.le-voyage-de-saltimbanque.fr>), la ville de Minas-Tirith dans Le Seigneur des Anneaux, réalisée en sable (<http://www.geekdad.fr>).

D'un point de vue physique, on définit une dispersion granulaire comme une assemblée dense de particules, sphériques ou non, de diamètre typiquement supérieur à la dizaine de microns (Fig. 2). Ces milieux sont composés d'une forte concentration de particules solides non colloïdales, soit seules appelées "dispersion granulaire sèche" soit saturées en fluide interstitiel appelées "suspension granulaire" ou "pâte". On parle de "dispersion granulaire humide" lorsque le milieu n'est pas saturé en fluide. Au sein d'une dispersion, les particules solides sont en contact. Sous sollicitation les interactions entre particules sont diverses et dictent le comportement de la dispersion d'où la difficulté à les caractériser proprement. Des hétérogénéités de structure apparaissent lorsqu'elles sont sous sollicitation, rendant leur comportement non local. En effet, lorsqu'une dispersion est cisailée, l'écoulement peut se localiser, le milieu n'est alors plus homogène et les propriétés rhéologiques mesurées ne sont plus intrinsèques : celles-ci dépendent donc de la géométrie utilisée.

Un paramètre incontournable pour caractériser une dispersion granulaire est la fraction volumique solide définie, dans le cas de dispersions monodisperses, telle que : $\phi = \frac{V_g}{V_{tot}}$, avec V_g le volume occupé par les grains et V_{tot} le volume total de l'empilement. Elle est donc comprise entre 0 (minimum de compaction) et 1 (maximum de compaction). On peut introduire quatre

fractions volumiques remarquables :

- la fraction volumique critique pour la structure cristalline la plus lâche possible $\phi_c = 0,52$,
- la fraction volumique critique correspondant à l'empilement aléatoire le plus lâche possible, ou encore "random loose packing" $\phi_c = \phi_{rlp} = 0,56$,
- la fraction volumique pour l'empilement aléatoire compact maximal, ou "random closed packing" $\phi_{rcp} = 0,64$,
- la fraction volumique maximale égalant à un réseau cristallin compact $\phi_{max} = 0,74$.

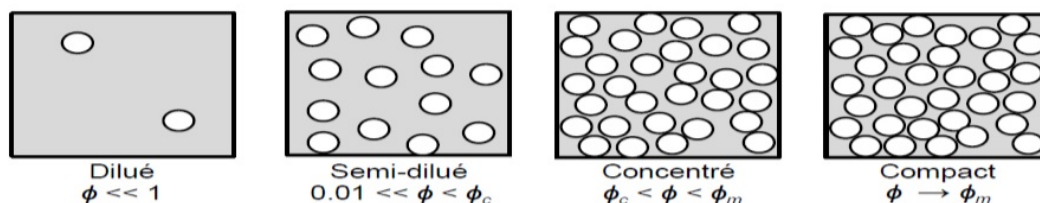


FIGURE 3 – Les différents régimes de concentration suivant la valeur de ϕ , d'après Coussot [1].

Une dispersion est dite "granulaire" et non Brownienne dès lors que $\phi_c < \phi < \phi_{max}$ (Fig. 3). Dans cette gamme une particule qui se déplacerait de plus d'un diamètre perturberait inexorablement ses voisines. On peut donc créer une transition d'un état bloqué à un état débloqué de la matière, nommée transition de jamming, simplement par sollicitation en faisant évoluer d'un état à un autre la configuration des grains au sein du milieu. La difficulté de l'étude des dispersions granulaires réside dans notre incapacité à les classer dans une catégorie particulière de la matière, leurs propriétés s'assimilent parfois à un solide, parfois à un liquide ou à un gaz. La prédiction à toutes les échelles d'un comportement pour une dispersion de grains soumise à une sollicitation n'est pas aisée car il existe un réseau de contacts en son sein qui lui confère des propriétés dynamiques particulières et fait émerger des corrélations à longue portée. Les raisons pour lesquelles ces propriétés apparaissent lors de cette transition ne sont pas comprises. L'acquisition d'une bonne mesure rhéologique nécessite d'avoir un écoulement le plus homogène possible, or les hétérogénéités dans les milieux granulaires (localisation de l'écoulement, migration, fracturation ...) ne sont pas négligeables. Un autre obstacle à la compréhension de ces milieux réside dans la difficulté de prédire leur comportement dans des géométries complexes, où des effets non locaux apparaissent et influent grandement sur leur rhéologie apparente.

Pourquoi étudier les dispersions granulaires sous vibrations ?

Dans l'industrie, ou dans l'environnement, les milieux granulaires sont soumis à des vibrations. En effet que ce soit le transport de sable dans un bateau tanguant à cause des vagues, l'acheminement de médicaments ou autres granulaires sur tapis roulant d'un point à un autre

dans une entreprise ou encore le transit de béton dans un camion subissant les aspérités de la route, cela engendre des réorganisations au sein du milieu et donne parfois lieu à des situations non souhaitées. Dans la nature on remarque également que les catastrophes peuvent être dues à des séismes qui influencent le comportement des matériaux. Dans l'industrie, le transport de systèmes type milieux granulaires se doit d'être optimisé. En effet les industriels appliquent souvent, de façon volontaire ou non, des vibrations (déblocage d'un silo, convoyeur vibrant). Le dimensionnement des installations et les choix des solutions techniques se font le plus souvent de manière empirique. Il y a donc un besoin d'outils de modélisation permettant de prédire le comportement de ces milieux. L'enjeu est également de comprendre le rôle des vibrations pour leur proposer des pistes d'optimisation. Des solutions optimisées basées sur le contrôle des écoulements pourraient être obtenues grâce à une meilleure compréhension des propriétés de structure allant de la micro- à la macro- échelle lorsque des vibrations contrôlées sont appliquées. Il apparaît évident que sous vibrations par exemple, la valeur initiale de ϕ est modifiée influant directement sur la rhéologie. Ces systèmes sont donc des matériaux d'aspect solide au repos mais qui peuvent étonnement se décroincer et se comporter comme des liquides s'ils reçoivent une énergie d'intensité suffisamment grande. Cette énergie pourrait permettre d'homogénéiser les systèmes afin de supprimer les non-localités et les rendre "contrôlables".

Problématique et plan de la thèse

Le fil conducteur de ce travail de thèse est basé sur la problématique suivante : quelle est l'influence des vibrations sur les réorganisations à l'échelle des particules menant au comportement rhéologique apparent des dispersions granulaires sèches et saturées en fluide ?

Afin d'apporter des éléments de réponse à cette question, notre étude est divisée en trois parties majeures :

- la première partie est un *état de l'art de l'influence des vibrations sur les milieux granulaires*, dans laquelle les généralités ainsi que l'étude bibliographique sur la rhéologie de ces milieux, sans et en présence de vibrations, sont exposées. Une attention particulière est portée sur la littérature concernant les configurations géométriques étudiées, i.e. la cellule de type Couette et le plan incliné.
- la seconde partie consiste en l'étude d'*écoulements de dispersions granulaires en géométrie de type Couette sous vibrations*. Nous proposons de coupler les mesures rhéologiques globales classiques d'une suspension granulaire à des mesures locales par une méthode couplée iso-indice/fluorescence induite par laser. Ces expériences nous permettent de relier les mouvements à l'échelle de la particule (champ et fluctuation des vitesses, volume libre, ...) à la rhéologie macroscopique. Nous traitons les questions de l'influence des vibra-

tions sur (i) le caractère Newtonien apparent à bas cisaillement et (ii) la non-localité des écoulements granulaires. Afin de sonder la dynamique interne d'une dispersion de grains secs soumise à des vibrations, nous proposons en ouverture une étude numérique.

- la troisième et dernière partie consiste en l'étude d'*écoulements à surface libre de dispersions granulaires sous vibrations*. Nous proposons un dispositif expérimental de plan incliné vibrant permettant de caractériser les avalanches de dispersions granulaires denses. Afin de relier le comportement macroscopique obtenu par expérience, nous proposons une étude numérique de ces écoulements. Les études expérimentales et numériques font apparaître deux régimes, l'un contrôlé par la gravité, l'autre par les vibrations. Nous discutons de l'influence des vibrations sur (i) la rhéologie et (ii) les non-localités dans ces deux régimes. Enfin, nous proposons l'étude expérimentale d'une goutte de suspension sous vibrations et discutons de l'influence des différents paramètres (diamètre des grains, viscosité du fluide interstitiel, intensité des vibrations, état de surface) sur son étalement.

Cette étude s'inscrit dans le cadre du projet européen Interreg VA "PowderReg", qui a pour objectif final de proposer un démonstrateur pour le transport, le stockage et la mise en forme de poudres d'intérêt industriel.

Première partie

État de l'art de l'influence des
vibrations sur les milieux granulaires

Introduction à la partie

La première partie est destinée à donner l'état de l'art de l'influence des vibrations sur les milieux granulaires, afin de situer notre étude dans son contexte bibliographique.

Dans le premier chapitre (Chapitre 1), nous définissons les grandeurs et concepts rhéologiques utiles à la compréhension du manuscrit, tels que les interactions présentes en jeu dans les milieux granulaires, les contraintes et les déformations et leur lien au travers de la rhéologie locale $\mu(I)$. Puis nous présentons un bilan orienté des différents travaux de la littérature portant sur les deux géométries étudiées dans ce travail de thèse, la géométrie confinée de type Couette et l'écoulement à surface libre sur plan incliné.

Dans le second chapitre (Chapitre 2) nous présentons un résumé non exhaustif des travaux réalisés sur l'influence des vibrations sur les dispersions granulaires aux échelles macroscopique et microscopique, en axant sur ceux qui nous seront utiles par la suite.

Enfin, nous présentons les objectifs de notre travail de thèse dans la Section 2.3.

Chapitre 1

Généralités sur les dispersions granulaires

Sommaire

1.1 Interactions présentes dans les granulaires	12
1.1.1 Les contacts directs	12
1.1.2 Un contact indirect, la lubrification	13
1.1.3 Réseau de chaînes de forces	14
1.2 Contraintes et déformations dans les écoulements	15
1.2.1 Tenseur des contraintes	15
1.2.2 Tenseur des taux de déformation	16
1.2.3 Viscosité de cisaillement	17
1.3 Lien contrainte/déformation dans les dispersions granulaires	18
1.3.1 Cas du cisaillement plan	18
1.3.2 Rhéologie locale $\mu(I)$	20
1.3.3 Limitation du modèle	21
1.4 Écoulements confinés de type Couette	22
1.4.1 Géométrie de Couette	22
1.4.2 Modèles non locaux	23
1.5 Écoulements à surface libre sur plan incliné	25
1.5.1 Loi de friction sur plan incliné	25
1.5.2 Modèles non locaux	27

1.1 Interactions présentes dans les granulaires

Un matériau granulaire concentre un grand nombre de particules en son sein pouvant interagir entre elles, les contacts sont alors directs et frictionnels. Cependant elles sont assez grosses pour être exemptées de l'agitation thermique brownienne. L'effet des forces répulsives électrostatiques dues à la présence d'ions à la surface des particules, ainsi que celui attractif des forces de Van Der Waals sont négligeables dans le cas des granulaires étudiés ici. Pour une assemblée de grains secs, nous sommes en présence de forces frictionnelles et collisionnelles. En présence d'un fluide interstitiel autre que l'air, nous pouvons faire l'impasse sur les forces collisionnelles qui nécessitent un temps de contact très bref, contact peu probable dès lors que le fluide est assez visqueux. En revanche ce fluide induit des forces indirectes dites de lubrification.

1.1.1 Les contacts directs

Le contact frictionnel

Parfois, sous sollicitation ou lors d'un écoulement lent sous gravité, les inclusions entrent en contact au moins momentanément les unes avec les autres. Lorsque ce contact est assez long et que les particules sont en mouvement relatif les unes par rapport aux autres, on dit que c'est un contact direct frictionnel. Une pièce, même parfaitement usinée, présente des aspérités à la surface. Lorsque l'on rapproche deux corps, il n'y a en réalité qu'une partie de leur surface qui est en contact et la distance qui les sépare est de l'ordre de la rugosité ϵ (éloignement entre les sommets et les creux de la surface considérée). Le comportement microscopique de ce contact est complexe à cause des phénomènes incompris qui apparaissent, mais il est assez facile de décomposer son comportement macroscopique en trois étapes distinctes (Fig. 1.1) :

- formation du contact avec déformations élastiques ou plastiques
- développement de liaisons adhésives au niveau des zones de contact
- les régions cisailées se détendent et les zones en contact se séparent

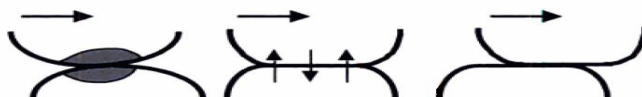


FIGURE 1.1 – Schéma des trois étapes élémentaires à un contact frictionnel entre deux particules, d'après Coussot [1].

Pour décrire le mieux possible la majorité des situations rencontrées lors de contact solide-

solide, il faut utiliser la loi de Coulomb dans l'hypothèse d'un frottement glissant, telle que :

$$F_f = \mu F_n \quad (1.1)$$

avec F_n la composante normale à la réaction et μ le coefficient de frottement Coulombien, typiquement compris entre 0,1 et 1. La durée d'un contact frictionnel t_f , correspondant à un déplacement relatif d'un diamètre de particule, est estimée du même ordre de grandeur que la durée caractéristique de l'écoulement dû au cisaillement $\dot{\gamma}$:

$$t_f = 1/\dot{\gamma} \quad (1.2)$$

On définit la pression granulaire P_g comme étant la contrainte supportée par un réseau de grains en contact. Ainsi, pour des particules de masse volumique ρ_p immergées dans un fluide ρ_f , la pression granulaire dépend de la profondeur z de l'empilement et est définie par $P_g = \Delta\rho\phi gz$, avec $\Delta\rho = (\rho_p - \rho_f)$, g la constante gravitationnelle et ϕ la fraction volumique. La loi de Coulomb (Eq. 1.1) peut alors s'exprimer en terme de contrainte frictionnelle σ_f :

$$\sigma_f = \mu P_g \quad (1.3)$$

Le contact collisionnel

Dans le cas d'un contact très bref entre deux particules, les transmissions par contact frictionnel sont négligeables devant les échanges par quantité de mouvement. On parle alors de contact collisionnel, observé dans le cas d'écoulements de grains à fort gradient de vitesse. Considérons deux particules sphériques identiques de rayon R et de masse m_p entrant en collision frontale avec une vitesse de rapprochement $v = R\dot{\gamma}$. L'énergie cinétique initiale des deux particules $E_c = 2 \times (\frac{1}{2}mv^2)$ est convertie en énergie élastique $E_{el} = 2F_H\delta_e$, où δ_e est l'enfoncement typique lors du choc et F_H est la force de contact élastique de Hertz telle que $F_H \sim E (R\delta_e^3)^{1/2}$, avec E le module d'Young. La durée d'un contact collisionnel t_c , très faible devant t_f , est alors évaluée comme suit :

$$t_c \sim \delta_e/v \sim \left(\frac{m_p^2}{E^2 R v} \right)^{1/5} = \left(\frac{m_p^2}{E^2 R^2 \dot{\gamma}} \right)^{1/5} \quad (1.4)$$

1.1.2 Un contact indirect, la lubrification

Les contacts lubrifiés apparaissent en présence d'un fluide interstitiel. En effet le mouvement des particules dans le fluide entraîne des forces hydrodynamiques. Dans le cas de suspensions denses les particules sont séparées par une fine couche de fluide h . Lorsqu'elle est inférieure à R , le rayon de la particule sphérique, on dit qu'il y a un contact lubrifié. En utilisant l'approximation de lubrification on peut évaluer l'interaction entre deux particules en supposant l'apparition d'une

surpression entre les deux grains lors du rapprochement de ceux-ci [2]. La surpression est telle que les sphères vont se repousser (Fig. 1.2(a)) avec une force de répulsion dite de lubrification, qui s'écrit :

$$F_{lub} = \frac{3\pi}{2} \eta_f R^2 \frac{v_r}{h} \quad (1.5)$$

où η_f est la viscosité du fluide, R le rayon du grain, v_r la vitesse relative des particules et h la distance les séparant.

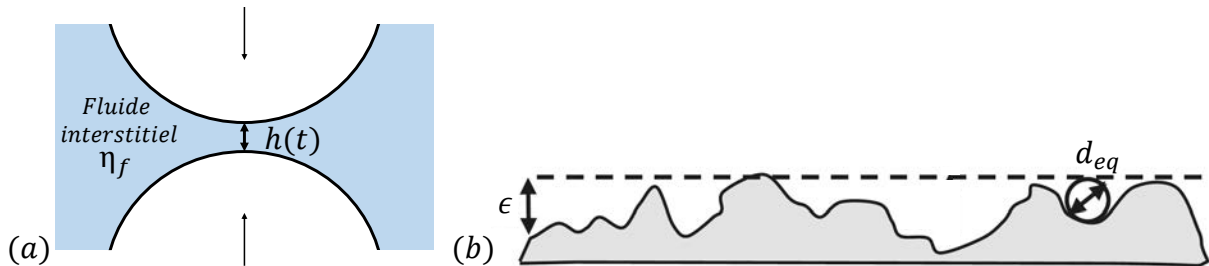


FIGURE 1.2 – Représentations schématiques (a) d'un contact lubrifié entre deux sphères et (b) de la rugosité d'une surface plane, où la ligne pointillée représente l'enveloppe passant par les sommets de la surface réelle, d'après Coussot [1].

Si l'on regarde l'expression de la force de lubrification, lorsque la distance entre les sphères tend vers 0 la force doit tendre vers l'infini, or nous avons vu qu'il pouvait y avoir une force de contact. En fait nous avons négligé le fait que les surfaces des sphères sont en réalité rugueuses, il reste toujours une couche de fluide de l'épaisseur de la rugosité (Fig. 1.2(b)). L'équation est donc bornée et sa valeur maximale vaut $F_{lub_{max}} = \frac{3\pi}{2} \eta_f R^2 \frac{v_r}{\epsilon}$ avec ϵ la rugosité dont l'ordre de grandeur est évalué à d_{eq} (Fig. 1.2(b)).

1.1.3 Réseau de chaînes de forces

Au sein de la matière granulaire, des réseaux de contacts se constituent, dans lesquels se propagent et se distribuent les forces dans le matériau. Ces forces de contact très inhomogènes se répartissent en un réseau de chaînes de forces qui supporte quasiment toutes les contraintes. Ces réseaux sont à l'origine des phénomènes de blocage (jamming) dans les milieux granulaires, c'est pourquoi il est primordial de comprendre l'influence du désordre des forces à l'échelle de la particule sur les propriétés d'équilibre mécanique à l'échelle macroscopique. Cette thématique fait l'objet de nombreuses recherches, expérimentales et numériques [3–8]. La photoélasticimétrie est une méthode qui permet de visualiser les contraintes dans la matière en plaçant des grains photoélastiques entre deux polariseurs croisés. Sous l'effet d'une contrainte, le milieu devient biréfringent et un réseau enchevêtré de lignes lumineuses apparaît, d'autant plus intense que les forces sont importantes. La Fig. 1.3 représente les images de réseaux de contacts obtenues par

photoélasticimétrie lors d'un cisaillement uniforme de disques photoélastiques. Nous pouvons distinguer des réseaux de contacts "faibles" constitués de particules dites "fragiles" où les grains restent mobiles (Fig. 1.3(a)), puis les forces sont transmises par contact d'un grain à l'autre au fur et à mesure que le cisaillement augmente (Fig. 1.3(b)), et enfin des réseaux de contacts "forts" constitués de particules dites "compétentes" amenant à un milieu totalement bloqué (Fig. 1.3(c)).

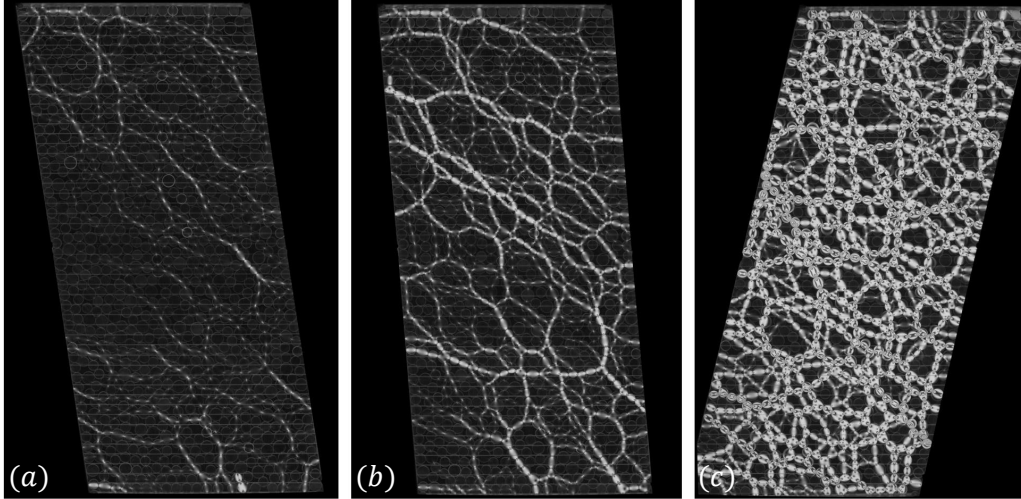


FIGURE 1.3 – Images d'un réseau de contacts obtenues par photoélasticimétrie dans le cas d'un cisaillement uniforme de disques : (a) état fragile, (b) état proche du jamming, et (c) état complètement bloqué, loin de la transition de jamming, d'après Behringer [3].

1.2 Contraintes et déformations dans les écoulements

1.2.1 Tenseur des contraintes

Lorsqu'un fluide est en mouvement, du frottement existe entre les couches de fluide glissant les unes sur les autres et des forces de surface apparaissent. Considérons une surface dS , dont \vec{n} est la normale pointant vers l'extérieur. Le tenseur des contraintes $\boldsymbol{\sigma}$ est défini tel que la force $d\mathbf{F}$ exercée par le milieu extérieur sur la surface dS soit égal à $d\vec{F} = \boldsymbol{\sigma} \cdot \vec{n} dS$ (Fig. 1.4(a)). Par convention, on peut aussi noter $\boldsymbol{\sigma} = \sigma_{ij}$, qui s'interprète comme une force par unité de surface exercée dans la direction i sur un élément de surface de fluide dont la normale est orientée suivant j . Les termes diagonaux représentent les contraintes normales et ceux non diagonaux les contraintes tangentielles. Le tenseur des contraintes est symétrique et se décompose alors en deux termes, dont le premier isotrope est lié à la pression (fluide au repos) et le second anisotrope aux contraintes visqueuses dues à la déformation des éléments de fluide (fluide en mouvement) : $\sigma_{ij} = -p\delta_{ij} + \tau_{ij}$, avec p la pression hydrostatique, δ_{ij} le symbole de Kronecker et τ_{ij} le tenseur des contraintes visqueuses. Dans un repère $(\vec{x}_1, \vec{x}_2, \vec{x}_3)$, le tenseur des contraintes s'écrit tel que

(Fig. 1.4(b)) :

$$\boldsymbol{\sigma} = \begin{pmatrix} \sigma_{11} & \sigma_{12} & \sigma_{13} \\ \sigma_{21} & \sigma_{22} & \sigma_{23} \\ \sigma_{31} & \sigma_{32} & \sigma_{33} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -p + \tau_{11} & \tau_{12} & \tau_{13} \\ \tau_{21} & -p + \tau_{22} & \tau_{23} \\ \tau_{31} & \tau_{32} & -p + \tau_{33} \end{pmatrix} \quad (1.6)$$

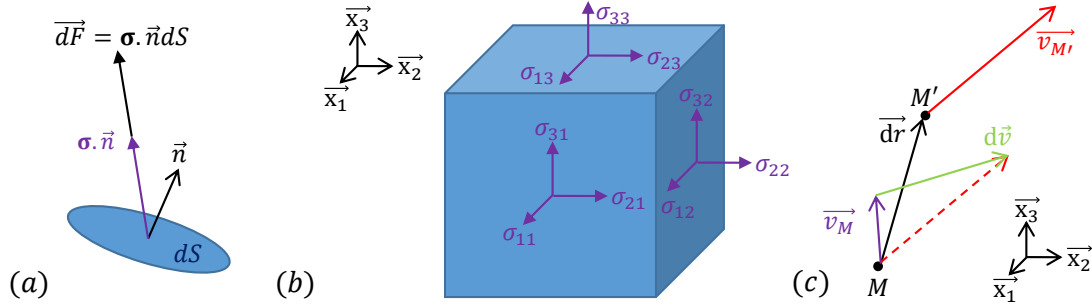


FIGURE 1.4 – Représentations schématiques (a) d'une force $d\vec{F}$ s'exerçant sur une surface dS de normale \vec{n} , (b) des composantes du tenseur des contraintes dans un repère orthonormé, (c) de la déformation dans une particule de fluide.

1.2.2 Tenseur des taux de déformation

Au sein de l'écoulement, chaque particule fluide est soumise à des changements d'orientation, de forme et de position. Ces changements induisent une variation du déplacement lorsque l'on passe d'une couche de fluide à sa couche de fluide infiniment voisine, c'est ce que que l'on appelle *déformation*. Cette déformation peut s'analyser au travers de la variation de vitesse de deux points voisins appartenant à la même particule. Considérons un point $M(x_1, x_2, x_3)$ dont la vitesse instantanée est $v_{\vec{M}}(v_1, v_2, v_3)$, et un point $M'(x_1 + dx_1, x_2 + dx_2, x_3 + dx_3)$ avec $v_{\vec{M}'}(v'_1, v'_2, v'_3)$. On définit le déplacement entre M et M' comme étant $d\vec{r}$, et l'accroissement de vitesse comme $\vec{v}(\vec{r} + d\vec{r}) = \vec{v}(\vec{r}) + d\vec{v}$ (Fig. 1.4(c)). Un développement limité au premier ordre permet d'explicitier les composantes de la vitesse en M' par rapport à celles en M dans le repère $(\vec{x}_1, \vec{x}_2, \vec{x}_3)$:

$$\vec{v}(\vec{r} + d\vec{r}) = \vec{v}(\vec{r}) + \hat{\gamma} \cdot d\vec{r} = \begin{pmatrix} v'_1 \\ v'_2 \\ v'_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \frac{\partial v_1}{\partial x_1} & \frac{\partial v_1}{\partial x_2} & \frac{\partial v_1}{\partial x_3} \\ \frac{\partial v_2}{\partial x_1} & \frac{\partial v_2}{\partial x_2} & \frac{\partial v_2}{\partial x_3} \\ \frac{\partial v_3}{\partial x_1} & \frac{\partial v_3}{\partial x_2} & \frac{\partial v_3}{\partial x_3} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} dx_1 \\ dx_2 \\ dx_3 \end{pmatrix} \quad (1.7)$$

avec $\hat{\gamma}$ le tenseur des taux de déformation, symétrique.

Nous étudions dans ce manuscrit des écoulements sous cisaillement, c'est pourquoi dorénavant nous désignerons par $\sigma_{23} = \sigma$ la contrainte de cisaillement et par $\dot{\gamma}_{23} = \dot{\gamma}$ le taux de cisaillement.

1.2.3 Viscosité de cisaillement

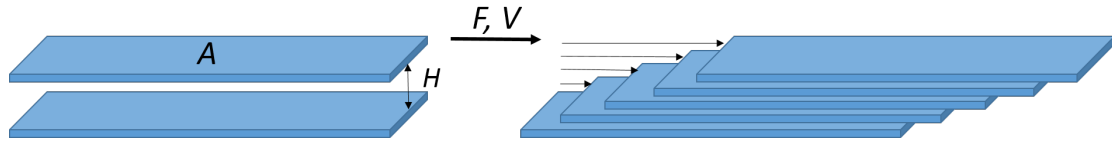


FIGURE 1.5 – Représentation schématique d'un fluide sous cisaillement simple continu : V est la vitesse de déplacement du plan supérieur, F la force tangentielle exercée dans la direction du déplacement, H la distance séparant les deux plans parallèles, et A la surface de chaque couche.

Afin de définir la caractéristique rhéologique basique d'un fluide, la viscosité, prenons le cas d'un cisaillement simple. Un fluide est placé entre deux plans solides parallèles séparés d'une distance H . Le plan inférieur est fixe, et une force tangentielle F est exercée sur le plan supérieur qui se déplace alors à une vitesse V (Fig. 1.5). Dans un tel écoulement, on fait l'hypothèse qu'il y a un glissement homogène de couches identiques. Le rapport entre la vitesse relative des couches et leur épaisseur est défini comme étant le taux de cisaillement $\dot{\gamma}$, constant et égal à V/H . D'autre part, le rapport entre la force tangentielle et la surface de chaque couche est défini comme étant la contrainte tangentielle $\sigma = F/A$. La contrainte tangentielle représente une résistance au frottement entre les couches, elle dépend donc du taux de cisaillement.

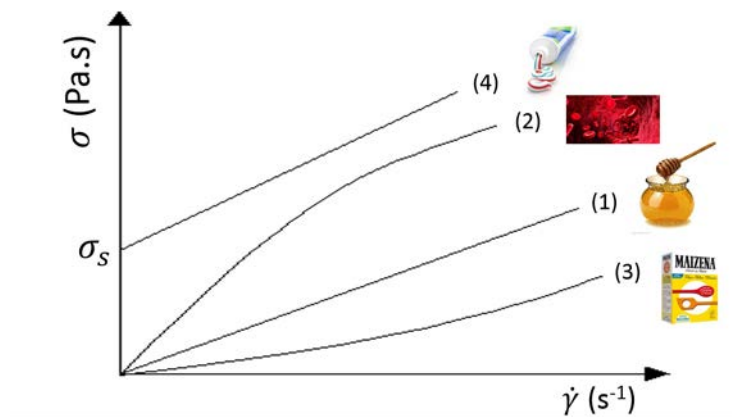


FIGURE 1.6 – Courbe typique d'écoulement pour un fluide (1) Newtonien (ex : le miel), (2) rhéofluidifiant (ex : le sang), (3) rhéoépaississant (ex : la Maizena[©]) et (4) à seuil (ex : le dentifrice).

Le comportement du fluide visqueux est alors régi par la loi de Newton (1687) :

$$\sigma = \eta(\dot{\gamma}) \dot{\gamma} \quad (1.8)$$

avec σ la contrainte tangentielle, $\dot{\gamma}$ le taux de cisaillement (ou gradient de vitesse) en s^{-1} et η la viscosité apparente dynamique de cisaillement en Pa.s. Lorsque la viscosité ne dépend pas du

gradient de vitesse (Fig. 1.6(1)), on dit que le fluide visqueux est Newtonien (e.g. l'eau avec une viscosité $\eta = 1 \text{ mPa.s}$). Néanmoins, la plupart des fluides que l'on rencontre dans notre quotidien sont dits non-Newtoniens : leur viscosité dépend du cisaillement imposé (e.g. dentifrice, béton, crème ou boue).

Le développement des rhéomètres au XIX^e siècle a permis de mettre en évidence les différents comportements non-Newtoniens des fluides (Fig. 1.6). Ces propriétés particulières proviennent de la présence d'inclusions dans le fluide, polymères ou particules par exemple. On distingue alors plusieurs comportements (liste non exhaustive) :

- Dans le cas d'un cisaillement simple, on définit un fluide comme étant rhéofluidifiant ou rhéoépaississant lorsque la contrainte de cisaillement est une fonction non-linéaire du taux de cisaillement :

$$\sigma \propto \dot{\gamma}^{1-a} \quad (1.9)$$

Si $a > 0$, la viscosité apparente du fluide diminue avec $\dot{\gamma}$ et il est dit *rhéofluidifiant* (Fig. 1.6(2)). Si $a < 0$, la viscosité apparente du fluide augmente avec $\dot{\gamma}$ et il est dit *rhéoépaississant* (Fig. 1.6(3)).

- Certains fluides sont dits *fluides à seuil* (Fig. 1.6(4)). Au repos, le matériau est solide dû à l'existence d'un réseau continu de liens dans la structure. Lorsque l'on applique une contrainte supérieure à sa contrainte seuil σ_s , le matériau s'écoule alors comme un fluide visqueux. Si l'on abaisse de manière progressive la contrainte sous le seuil durant l'écoulement, le fluide s'immobilise : la transition solide-liquide dans ce cas est réversible.

1.3 Lien contrainte/déformation dans les dispersions granulaires

1.3.1 Cas du cisaillement plan

Considérons un écoulement de cisaillement plan, où une couche de grains sphériques mono-disperses de diamètre d et de masse volumique ρ_p est confinée entre deux parois rugueuses par une pression imposée P sur la plaque supérieure (Fig. 1.7(a)). Les plaques se déplacent alors l'une par rapport à l'autre avec une vitesse relative v^r tel que le gradient de vitesse imposé est $\dot{\gamma} = v^r/L = \text{cste}$, avec L la distance entre les plaques. En l'absence de gravité, et pour un écoulement stationnaire et uniforme, les contraintes tangentielle $\tau = |\sigma_{xz}|$ et normale $P = |\sigma_{zz}|$ sont homogènes dans le matériau.

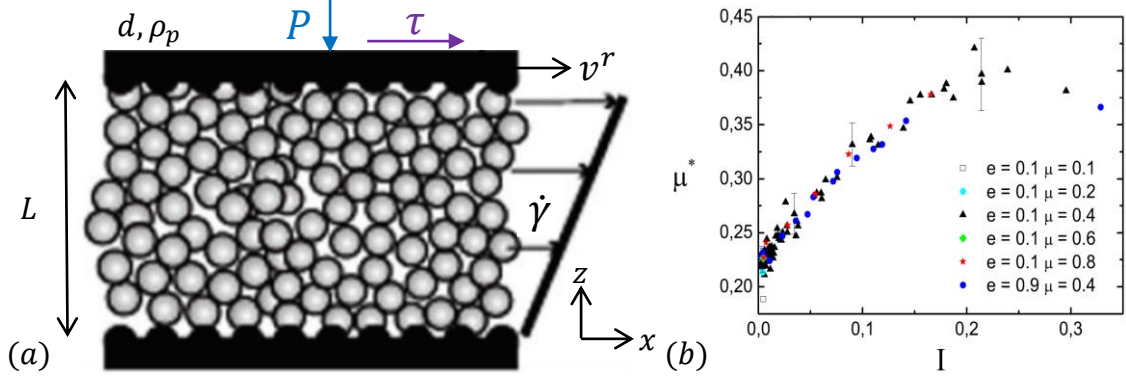


FIGURE 1.7 – (a) Représentation schématique d’un milieu granulaire sous cisaillement plan. (b) Loi de friction $\mu(I)$ obtenue pour des disques 2D par simulations discrètes de cisaillement plan, pour différents paramètres de simulations, d’après da Cruz *et al.* [9].

Dans le cas d’études d’écoulements granulaires denses, il n’existe pas d’équation constitutive explicitant la rhéologie qui fasse l’unanimité. Cependant, d’un point de vue macroscopique, ces écoulements denses sont caractérisés par un seuil d’écoulement (lié à la friction interparticulaire), ainsi qu’à une dépendance de la contrainte avec le taux de cisaillement. De ces deux propriétés de base, les écoulements granulaires denses sont analogues à des fluides à seuil (*cf* Section 1.2.3). Dans le cas du cisaillement plan, seulement quatre paramètres de contrôles apparaissent : le diamètre des grains d , leur masse volumique ρ_p , le taux de cisaillement $\dot{\gamma}$ et la pression de confinement P . L’analyse dimensionnelle nous indique que le système est contrôlé par un seul nombre sans dimension :

$$I = \frac{\dot{\gamma}d}{\sqrt{P/\rho_p}} \quad (1.10)$$

Ce nombre adimensionné I est communément appelé le nombre inertiel, introduit par Iordanoff et Khonsari [10] et da Cruz *et al.* [9], et peut être interprété d’un point de vue physique comme le rapport entre un temps microscopique de réarrangement lié à la pression de confinement $t_{micro} = d/\sqrt{P/\rho_p}$ et un temps macroscopique lié au cisaillement moyen $t_{macro} = 1/\dot{\gamma}$ (*cf* Section 1.1.1). En considérant la loi de Coulomb, la contrainte tangentielle τ doit être proportionnelle à la contrainte normale P (échelle de contrainte naturelle du système), on a alors :

$$\tau = \mu(I)P \quad (1.11)$$

où μ est un coefficient de friction effectif qui dépend du taux de cisaillement et de la pression au travers du nombre inertiel I . L’analyse dimensionnelle ne permet pas d’obtenir une expression de la loi de friction $\mu(I)$, c’est pourquoi des expériences ainsi que des simulations sont nécessaires. Dans un premier temps, des simulations discrètes de cisaillement plan de disques (2D) ont été réalisées par da Cruz *et al.* [9], et mettent en évidence que la friction μ est bien dirigée par le

nombre I (Fig. 1.7(b)). Il est alors constaté que μ croît avec $\dot{\gamma}$, et diminue avec l'augmentation de P . Pour $I = 0$, le coefficient de friction débute d'une valeur non-nulle μ_s .

1.3.2 Rhéologie locale $\mu(I)$

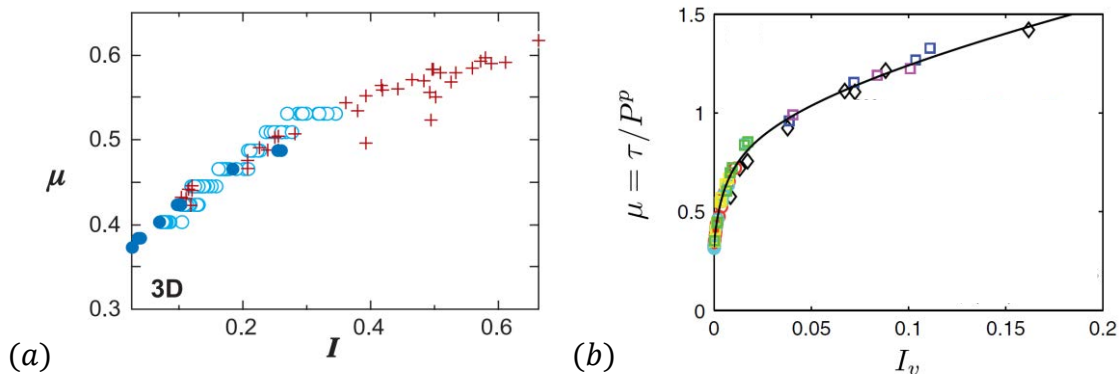


FIGURE 1.8 – (a) Loi de friction $\mu(I)$ dans trois configurations différentes : expériences sur plan incliné (\circ), simulations 3D sur plan incliné (\bullet) et expériences de cisaillement plan ($+$), d'après Forterre et Pouliquen [11]. (b) Loi de friction $\mu(I_v)$ obtenue pour des expériences de suspensions granulaires denses dans une cellule de cisaillement à pression imposée, d'après Boyer *et al.* [12].

Si cette loi de friction définit la rhéologie intrinsèque du matériau, les contraintes développées dans un écoulement inhomogène doivent être les mêmes que dans un cisaillement plan. C'est le cas si la rhéologie est locale, i.e. si la contrainte de cisaillement ne dépend que de $\dot{\gamma}$ et de P . Des expériences et simulations en cellule de Couette annulaire (présentation dans la Section 1.4.1) ainsi qu'en écoulements stationnaires uniformes sur plan incliné rugueux (présentation dans la Section 1.5.1) ont été réalisées. La superposition des données quelque soit la géométrie suggère l'existence d'une rhéologie locale unique (Fig. 1.8(a)). La loi de friction $\mu(I)$ est alors généralisée à des écoulements inhomogènes où $\dot{\gamma}$ et P dépendent localement de z :

$$\tau = \mu(I)P \quad \text{avec} \quad I = \frac{|\dot{\gamma}(z)|d}{\sqrt{P(z)/\rho_p}} \quad (1.12)$$

Un ajustement des résultats expérimentaux et numériques permet de donner une expression empirique de la loi de friction, proposée par Jop *et al.* [13] et Pouliquen *et al.* [14] :

$$\mu(I) = \mu_s + \frac{\mu_2 - \mu_s}{I_0/I + 1} \quad (1.13)$$

où μ_s est le coefficient de friction dans le cas statique, μ_2 est la valeur maximale atteinte par μ pour les grands I , et I_0 est une constante qui dépend du système. De manière analogue, il a été montré par Cassar *et al.* [15] que la rhéologie des milieux granulaires saturés en fluide est

gouvernée par une loi de friction visqueuse telle que :

$$\tau = \mu(I_v)P \quad \text{avec} \quad I_v = \frac{|\dot{\gamma}(z)|\eta_f}{P(z)} \quad (1.14)$$

où η_f est la viscosité du fluide interstitiel et I_v est le nombre inertiel visqueux interprété physiquement par le ratio entre le temps microscopique $t_{micro} = \eta_f/P$ et un temps macroscopique lié au cisaillement moyen $t_{macro} = 1/\dot{\gamma}$. Cette loi de friction visqueuse a été depuis vérifiée (Fig. 1.8(b)) et une loi empirique ; sommant la contribution de la friction des grains et celle hydrodynamique ; a été proposée par Boyer *et al.* [12].

La rhéologie des écoulements granulaires denses est parfaitement décrite par un coefficient de friction qui dépend du taux de cisaillement et de la pression au travers du nombre inertiel sans dimension I . Cette formulation est locale, et phénoménologique. Elle prédit avec succès plusieurs configurations d'écoulement complexes.

1.3.3 Limitation du modèle

Cependant, cette formulation atteint ses limites lorsqu'il s'agit de prédire des écoulements quasi-statiques. En effet, pour de très faibles valeurs de I (typiquement $< 10^{-2}, 10^{-3}$), les déformations macroscopiques sont lentes comparées aux fluctuations à l'échelle des grains. Cela fait apparaître des inhomogénéités dans le champ de contrainte, rendant ainsi la rhéologie non locale, d'où l'incapacité de $\mu(I)$ à prédire ces écoulements.

Ce problème apparaît dans des écoulements sur plans inclinés où l'épaisseur de la couche se rapproche de l'épaisseur d'arrêt. Le nombre I tend alors vers 0, la rhéologie $\mu(I)$ n'est plus valable et des non-localités apparaissent. Cela a été observé expérimentalement par Deboeuf *et al.* [16] pour des écoulements non confinés et par Malloggi *et al.* [17] pour des écoulements de grains de sable, où le nombre I semble dépendre également de la hauteur de l'écoulement. La limite de $\mu(I)$ a également été observée numériquement par Staron *et al.* [18] dans le cas de chute de grains 2D sur plan incliné (Fig. 1.9(a)), où une rhéologie non locale provenant des fluctuations de vitesses a été mise en évidence pour des très faibles valeurs de I .

Dans le cas d'écoulements confinés de type Couette où des bandes de cisaillement existent, les données s'éloignent de la rhéologie locale prédite par $\mu(I)$ pour de faibles valeurs de I . Des travaux réalisés par Koval *et al.* [19] ont mis en évidence une rhéologie non locale où des écoulements existent pour $\mu < \mu_s$ (Fig. 1.9(b)). Macroscopiquement le milieu granulaire semble bloqué mais des mouvements de grains, dont l'influence s'étend sur une échelle de l'ordre de quelques diamètres, permettent des réarrangements locaux induisant un écoulement à l'échelle microscopique.

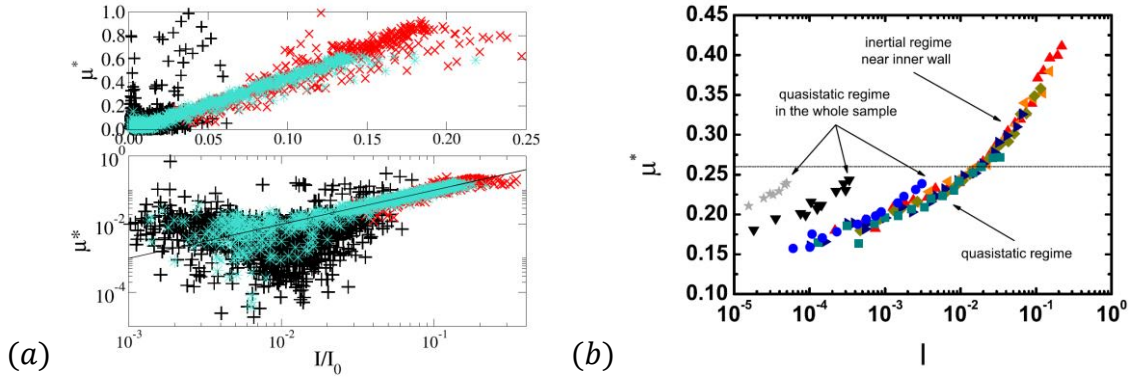


FIGURE 1.9 – Loi de friction $\mu(I)$ (a) dans le cas de simulations 2D de chutes de grains sur plan incliné pour de très faibles valeurs de I , en linéaire (en haut) et logarithmique (en bas), d’après Staron *et al.* [18]. La rhéologie $\mu(I)$ n’est plus valable pour des valeurs de $I < 2 \times 10^{-2}$. (b) dans le cas de simulations 2D en cellule de type Couette pour différentes valeurs de vitesses du cylindre intérieur, d’après Koval *et al.* [19], mettant en évidence l’existence d’écoulements pour $\mu < \mu_s$.

Pour ces raisons, nous présentons dans la suite ces deux configurations particulières ainsi que les modèles non locaux proposés dans la littérature pour palier aux limitations de $\mu(I)$. Par rapport à notre travail de thèse, il faut se poser la question suivante : est-il possible de supprimer ces inhomogénéités qui rendent l’écoulement non local grâce à l’application de vibrations contrôlées ?

1.4 Écoulements confinés de type Couette

1.4.1 Géométrie de Couette

Pour mesurer les caractéristiques rhéologiques d’un fluide, il suffit de connaître la relation entre la contrainte appliquée σ et le taux de cisaillement $\dot{\gamma}$ au cours du temps. Cela nous donne la courbe d’écoulement d’un matériau $\sigma = f(\dot{\gamma})$. Pour des fluides simples, la viscosité de cisaillement est la pente de la relation linéaire obtenue. Pour des fluides complexes, un couplage structure/écoulement est à l’origine de non-linéarités entre contrainte et cisaillement. La courbe d’écoulement d’un matériau peut être obtenue facilement à l’aide d’un rhéomètre, appareil spécialement conçu pour ces mesures. Il permet d’imposer soit un couple T (proportionnel à la contrainte) et de mesurer la vitesse de rotation $\dot{\theta}$, soit une vitesse de rotation (proportionnelle au taux de cisaillement) et de mesurer le couple.

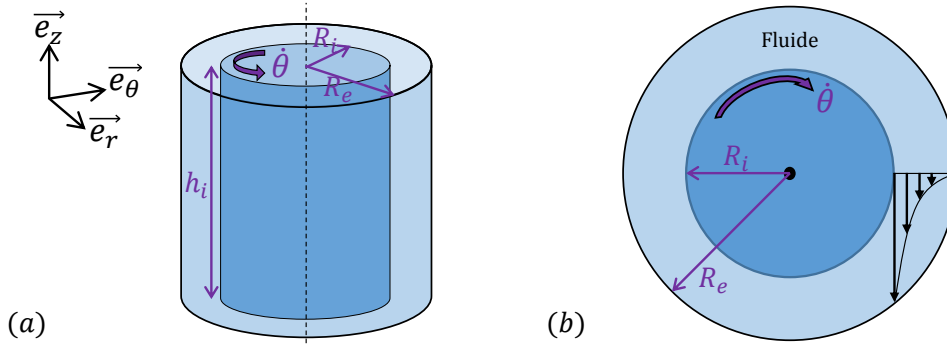


FIGURE 1.10 – Représentations schématiques (a) d’une cellule de Couette et (b) d’un profil de vitesse dans l’entrefer. Le fluide est placé dans l’entrefer entre le cylindre interne de rayon R_i et de hauteur h_i qui tourne à une vitesse angulaire $\dot{\theta}$ tandis que le cylindre externe de rayon R_e est fixe.

Les mesures se font en cellule de Couette, i.e. l’écoulement est généré dans un entrefer entre deux cylindres coaxiaux, dont celui interne de rayon R_i est en rotation tandis que celui externe de rayon R_e est fixe (Fig. 1.10(a)). Lorsque l’entrefer est très petit devant R_i , l’écoulement s’apparente à un cisaillement simple entre deux plaques. Dans l’hypothèse d’un écoulement incompressible, et en négligeant les effets de bord, le champ des vitesses prend alors la forme $\vec{v} = v_\theta(r)\vec{e}_\theta$ (Fig. 1.10(b)). Dans le cas d’un fluide Newtonien, l’équation de Navier-Stokes en régime stationnaire conduit à la contrainte tangentielle, et la dérivée de la vitesse du fluide dans le gap conduit au taux de cisaillement, en coordonnées cylindriques ($\vec{e}_r, \vec{e}_\theta, \vec{e}_z$) :

$$\sigma_{r\theta} = \frac{T}{2\pi r^2 h_i} \quad \text{et} \quad \dot{\gamma}_{r\theta} = -r \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{v}{r} \right) \quad (1.15)$$

où T est le couple, r est la distance à l’axe de rotation et h_i la hauteur du cylindre intérieur. Notons que les formulations en terme de contrainte et de gradient ne sont pas équivalentes. En effet, la continuité des contraintes même en présence de localisation/inhomogénéités impose une décroissance en $1/r^2$ du champ des contraintes. En revanche, le gradient dépend considérablement des inhomogénéités. Notons également que, si le matériau est inhomogène, l’appareil mesure une viscosité apparente. Or, nous avons dit plus tôt que les matériaux granulaires, de par les inhomogénéités qui se créent lors d’écoulements, présentent des propriétés non locales. Quels sont alors les modèles alternatifs qui permettent de les décrire ? Et comment interpréter les résultats issus de mesures rhéométriques ?

1.4.2 Modèles non locaux

Au voisinage de la transition de jamming, i.e. pour des valeurs de I tendant vers 0, des événements plastiques influent sur la rhéologie sur des longueurs plus ou moins importantes, rendant

cette dernière non locale. Des modèles ont donc été développés pour décrire ce comportement. Les modèles STZ [20] (Shear Transformation Zones) et SGR [21] (Soft Glassy Rheology) sont basés sur des approches de type "champ moyen" où les réarrangements sont induits par une température effective créée par des fluctuations de volume libre et un bruit associé aux réorganisations dans le système, respectivement. Ces dernières années ont vu l'émergence de modèles de fluidité, principalement issus des travaux de Bocquet *et al.* [22] et repris et adaptés depuis dans de nombreux travaux [23–26]. Le principe général est le suivant : la fluidité est une variable de structure qui peut être vue comme l'inverse d'une viscosité ou comme un taux de réorganisation plastique, et qui vérifie une équation de convection-diffusion intervenant dans la loi de comportement. L'équation de fluidité introduit une longueur de corrélation ξ qui rend compte de l'évolution de la structure du matériau, et qui dépend de la valeur de contrainte locale au travers du coefficient de friction dynamique effectif.

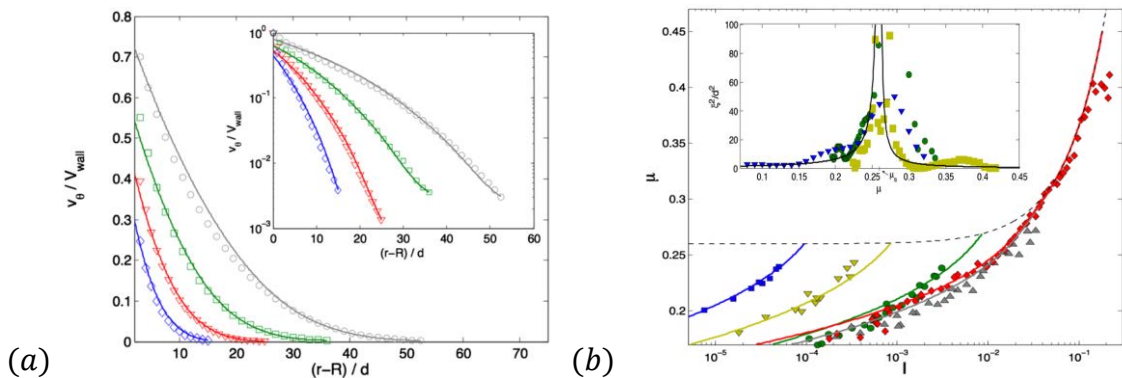


FIGURE 1.11 – Simulations 2D de cisaillement en cellule de type Couette, d'après Kamrin *et al.* [23]. (a) Profils de vitesse dans l'entrefer pour différentes valeurs de vitesse du cylindre interne. Une localisation de l'écoulement apparaît, parfaitement capturée par le modèle NGF (traits pleins). (b) Évolution du coefficient de friction μ en fonction du nombre inertiel I pour différentes valeurs de vitesse du cylindre interne, les données s'éloignent de la rhéologie locale prédite par $\mu(I)$ (traits pointillés) pour des valeurs de $I < 4 \times 10^{-2}$ et sont parfaitement ajustées par le modèle NGF (traits pleins). En insert, évolution de la longueur de corrélation ξ en fonction de μ , les données sont ajustées par le modèle NGF.

Pour les milieux granulaire, ce modèle de fluidité a été adapté en modèle NGF (Nonlocal Granular Fluidity) par exemple dans le cas d'écoulement en géométrie de type Couette par Kamrin *et al.* [23] où une longueur de corrélation semble exister, créant ainsi des bandes de cisaillement. Une fluidité granulaire g est alors introduite telle que la fluidité granulaire effective est en fait la fluidité granulaire si l'écoulement était local corrigée par un terme de diffusion qui

s'étend sur une longueur coopérative ξ . L'équation non locale sur g s'écrit alors :

$$g = g_{loc} + \xi^2 \nabla^2 g \quad (1.16)$$

où $g = \dot{\gamma}/\mu$; $g_{loc}(\mu, P) = H \frac{(\mu - \mu_s)^2}{b\mu} \sqrt{P/m}$ avec H la fonction de Heaviside, b une constante, m la masse des particules, P la pression normale, μ_s le coefficient de friction statique et $\mu = \mu(I)$; et ξ la longueur de réarrangements plastiques induits par des redistributions de contrainte dans le système et définie par :

$$\xi(\mu)/d = A \left(\frac{1 + H(\mu_s - \mu)}{|\mu - \mu_s|} \right)^\alpha \quad (1.17)$$

avec a et α des constantes et d le diamètre des particules. Des simulations en géométrie de type Couette 2D ont été réalisées par Kamrin *et al.* [23] et les auteurs ont montré une parfaite cohérence avec ce modèle NGF. En effet, le modèle représente correctement (i) les profils de vitesse angulaire avec la localisation de l'écoulement qui dépend de la vitesse du cylindre interne (Fig. 1.11(a)), (ii) la rhéologie non locale qui apparait pour des faibles valeurs de I (ici $I < 10^{-2}$) (Fig. 1.11(b)), et (iii) la valeur de la longueur de corrélation $\xi(\mu)$ qui diverge au voisinage de μ_s (Fig. 1.11(b), en insert).

Ces résultats ont été obtenus par simulations numériques, on voit alors l'importance de tester ce modèle sur des données expérimentales. De plus, l'apparition de longueurs de corrélations dans les systèmes granulaires dues à des inhomogénéités dans la distribution des contraintes rendent la rhéologie non locale. Comment les vibrations influencent le caractère local de la rhéologie ?

1.5 Écoulements à surface libre sur plan incliné

1.5.1 Loi de friction sur plan incliné

Typiquement, l'étude consiste en l'écoulement de grains secs (système modèle, e.g. billes de verre) sur un plan rugueux pour empêcher un écoulement en bloc (Fig. 1.12). Le ratio entre diamètre des grains en écoulement d ainsi que ceux du plan rugueux λ est variable. L'angle d'inclinaison du plan θ ainsi que l'ouverture du réservoir (qui fixe le débit) sont les paramètres de contrôle. Considérer un écoulement stationnaire et uniforme sur un plan rugueux revient à imposer un coefficient de friction effectif dans toute la couche, où il a été montré que [27] :

$$\mu(I) = \tan(\theta) \quad \text{avec} \quad I = \frac{u'(z)d}{\sqrt{g\phi \cos(\theta)}(h-z)} \quad (1.18)$$

En utilisant l'expression de l'Eq. 1.13 de la loi de friction, on trouve que la variation de I avec l'angle est donnée par $I = \mu^{-1}(\tan \theta) = I_0(\tan \theta - \mu_s)/(\mu_2 - \tan \theta)$. D'après l'Eq. 1.18, et en supposant que la vitesse à la paroi rugueuse s'annule, on obtient l'expression du profil de vitesse

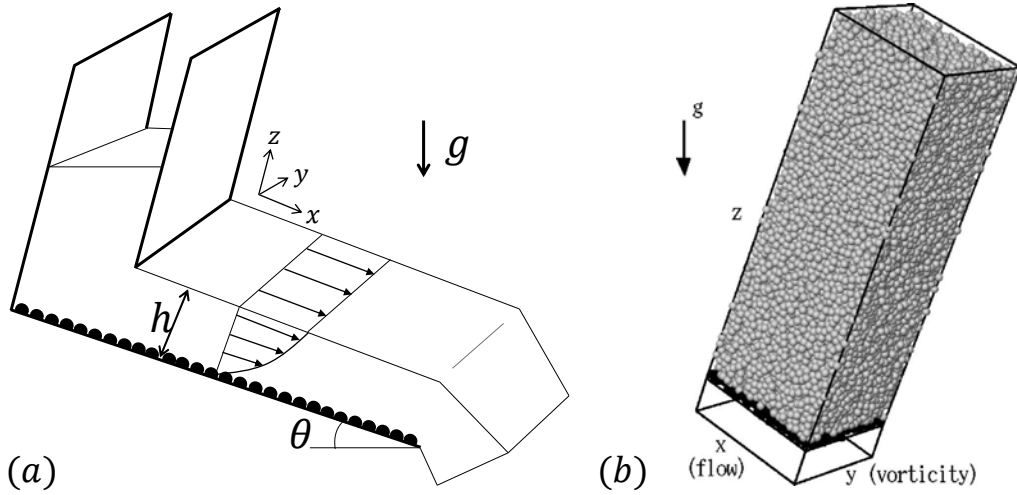


FIGURE 1.12 – (a) Représentation schématique d'une expérience et (b) Snapshot d'une simulation DEM, d'après Silbert *et al.* [29], d'écoulement de grains secs sur un plan incliné rugueux.

dans la hauteur :

$$\frac{u(z)}{\sqrt{gd}} = \frac{2}{3} I_0 \frac{\tan \theta - \mu_s}{\mu_2 - \tan \theta} \sqrt{\phi \cos \theta} \left(\frac{h^{3/2} - (h-z)^{3/2}}{d^{3/2}} \right) \quad (1.19)$$

Ce type de profil en $z^{3/2}$ est appelé "profil de Bagnold". Cette variation est une implication directe de l'hypothèse d'une rhéologie locale, et cohérente avec les résultats de simulations (voir par exemple Baran *et al.* [28]). La vitesse moyenne de l'écoulement peut être intégrée dans l'épaisseur, et le ratio entre la vitesse moyenne \bar{u} et la vitesse de surface u_s est donné par $\bar{u}/u_s = 3/5$.

Les expériences et les simulations ont également montré qu'il existe une corrélation entre la vitesse moyenne de l'écoulement \bar{u} , l'épaisseur de la couche h et l'angle d'inclinaison θ selon :

$$Fr = \frac{\bar{u}}{\sqrt{gh}} = \beta \frac{h}{h_{stop}(\theta)} \quad (1.20)$$

où Fr est le nombre de Froude, $\beta \sim 0,136$ est une constante et $h_{stop}(\theta)$ est la hauteur d'arrêt, i.e. l'épaisseur minimale d'écoulement pour un angle donné (ou dépôts). Les expériences menées par Pouliquen [30] (Fig. 1.13(a)) confirment l'Eq. 1.20, donc la dépendance de \bar{u} en $h^{3/2}$, directement liée à la rhéologie locale $\mu(I)$. Il propose également une loi empirique qui décrit l'évolution de la hauteur d'arrêt h_{stop} avec l'angle θ (Fig. 1.13(b)) :

$$\tan \theta = \tan \theta_1 + (\tan \theta_2 - \tan \theta_1) \exp \left(-\frac{h_{stop}}{Ld} \right) \quad (1.21)$$

où θ_1 correspond à l'angle où h_{stop} diverge, θ_2 à l'angle où h_{stop} disparaît et L est une longueur adimensionnée caractéristique du système sur laquelle $\theta_{stop}(h)$ varie.

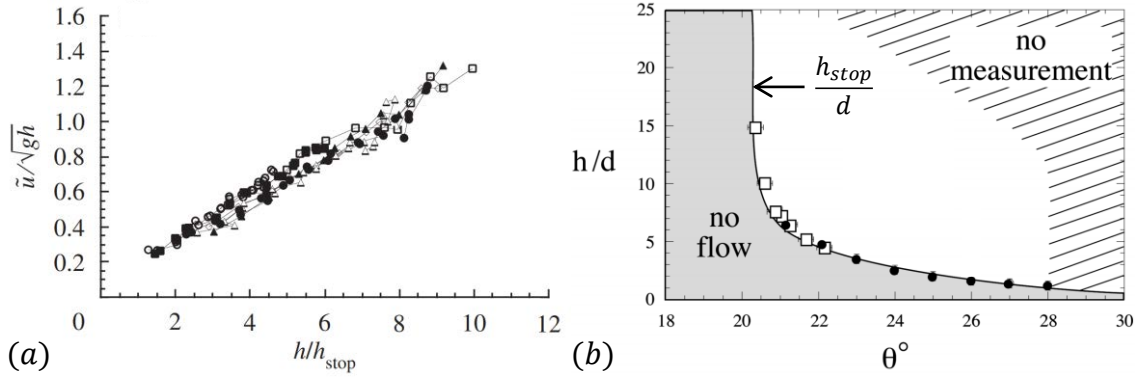


FIGURE 1.13 – D’après Pouliquen [30]. (a) Loi d’échelle (Eq. 1.20) pour des expériences d’écoulements stationnaires uniformes de billes de verres sur plan inclinés rugueux. (b) Évolution de la hauteur d’arrêt en fonction de θ pour ces mêmes expériences, les données sont ajustées par l’Eq. 1.21 (trait plein).

L’écoulement de grains secs sur plan incliné dans tous ses aspects a fait l’objet de nombreuses études depuis maintenant une vingtaine d’années, expérimentalement [16, 17, 30–36] et numériquement [18, 28, 29, 37–41]. Cependant, à notre connaissance, aucune étude n’a été réalisée sur l’influence des vibrations sur la rhéologie locale de ces écoulements. De plus, certaines de ces études ont permis de pointer du doigt les limites de ce modèle, notamment dans les cas d’écoulements très lents ou pour des hauteurs proches de la hauteur d’arrêt. Dans ces conditions particulières, l’influence de paramètres à l’échelle microscopique modifie la rhéologie, d’où l’émergence de modèles non locaux.

1.5.2 Modèles non locaux

Comme nous l’avons vu précédemment, la rhéologie locale $\mu(I)$ ne prédit pas les écoulements à faible I . Dans le cas d’un plan incliné, elle n’est donc plus valable lorsque $h \mapsto h_{stop}$. D’ailleurs, l’Eq. 1.20 ne décrit pas l’arrêt, puisqu’elle ne répond pas à la condition $\bar{u}(h_{stop}) = 0$. Pour remédier à cette lacune, des modèles non locaux ont été développés.

En 2009, Pouliquen et Forterre [42] proposent une approche non locale afin de réunir les régimes quasi-statiques et à plus grandes valeurs du nombre I . L’idée principale est la suivante : un mouvement dû à la contrainte de cisaillement a lieu en z . Ce mouvement induit des fluctuations de contraintes $\delta\sigma_{z' \rightarrow z}$ qui se propagent jusqu’en z , pouvant permettre à une particule dans cette couche de sortir de sa cage. Le mouvement en z est donc activé par des fluctuations de contraintes créées en z' . On appelle cela un processus d’activation, dont une représentation schématique est proposée Fig. 1.14(a). De ces hypothèses et en se basant sur des probabilités de sortie de cage, l’évolution du gradient de vitesse $\dot{\gamma}(z)$ avec la contrainte $\tau(z)$ s’exprime de manière générale

comme :

$$\dot{\gamma}(z) = \frac{1}{d} \int \frac{|\dot{\gamma}(z)|}{1 + \dot{\gamma}(z)d/I_0\sqrt{P(z)}/\rho_p} \left[\exp\left(-\frac{(\mu_2 P(z) - \tau(z))(1 + \beta(z - z')^2/d^2)}{P(z')}\right) - \exp\left(-\frac{(\mu_2 P(z) + \tau(z))(1 + \beta(z - z')^2/d^2)}{P(z')}\right) \right] dz'$$

avec β l'extension spatiale des fluctuations de contrainte. Ce modèle, appliqué aux conditions du plan incliné, décrit qualitativement les évolutions de h_{stop} avec l'angle θ ainsi que le nombre de Froude avec le ratio h/h_{stop} , avec les bons ordres de grandeur et la description de l'arrêt (Figs. 1.14(b) et (c)). Cependant des différences subsistent, que les auteurs ont expliquées par la non prise en compte (i) des variations de fraction volumique avec z et (ii) de l'hystérésis observée en expérience [43, 44].

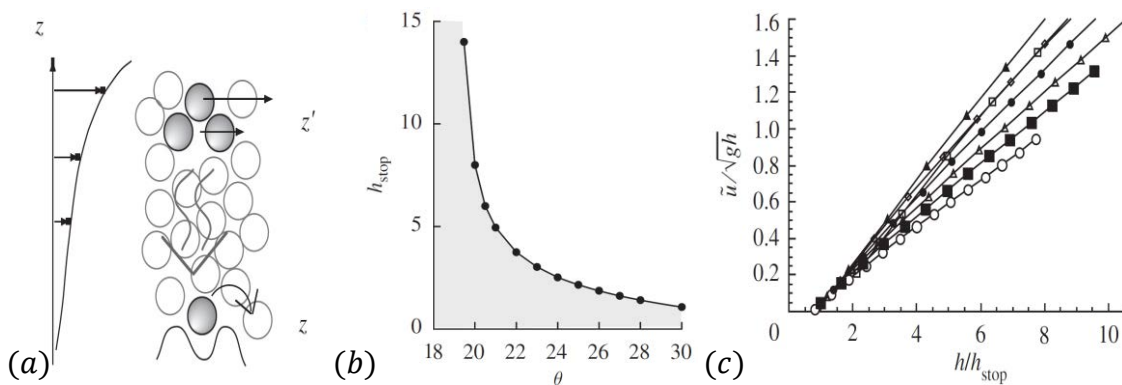


FIGURE 1.14 – D'après Pouliquen et Forterre [42]. (a) Schéma d'un processus d'activation non local. (b) Prédiction de l'évolution de h_{stop} en fonction de θ par le modèle d'activation non local. (c) Prédiction de la loi d'échelle $Fr \propto h/h_{stop}$ par le modèle non local.

En 2010, Staron *et al.*[18] ont montré que, plutôt que de considérer les fluctuations de contrainte comme responsables des non localités, les fluctuations de vitesses lorsque $I \mapsto 0$ semblent être la principale cause de celles-ci. Par simulations 2D de chutes de disques, les auteurs proposent de définir une température granulaire T_g liée aux fluctuations de vitesses par la relation $T_g = \langle (\delta v)^2 \rangle$. Les auteurs montrent que le bruit créé par l'écoulement lui-même est à l'origine de la température granulaire, et se propage sur une certaine distance caractéristique. Cette température granulaire, présentant une décroissance spatiale exponentielle, crée des réarrangements à l'échelle locale avec une dépendance en loi de puissance au taux de cisaillement telle que $\dot{\gamma} \propto T_g(z)^\alpha$, où $\alpha \sim 0,72$ (Fig.1.15(a)). Le profil de vitesse proposé est donc exponentiel, de la forme $u(z) \propto 1 - \exp(-\gamma \frac{z}{d})$, où γ est une longueur caractéristique tirée de l'ajustement des données de simulations (Fig. 1.15(b)). Cependant, des questions restent ouvertes quant à la généralisation de ce modèle pour des écoulements 3D et dans d'autres configurations, ainsi qu'à la transition vers des I plus importants.

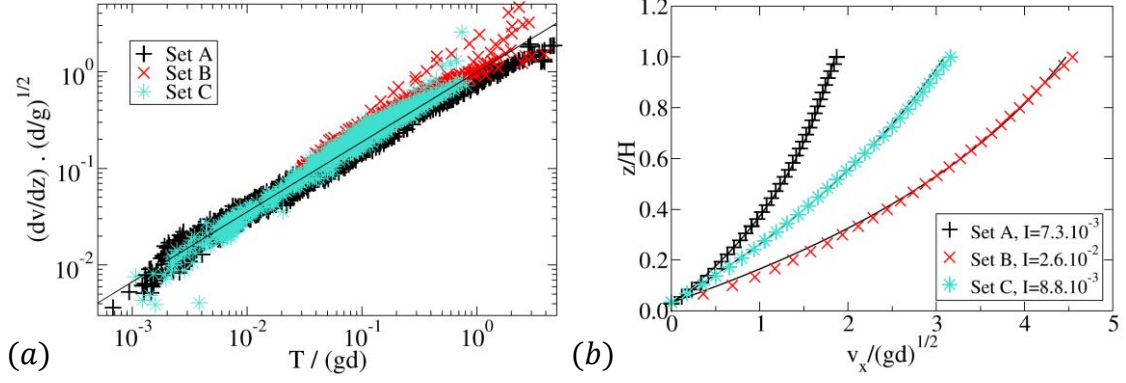


FIGURE 1.15 – D’après Staron *et al.*[18]. Pour des simulations 2D de chutes de grains, et pour trois valeurs très faibles du nombre I , (a) Gradient de vitesse adimensionné en fonction de la température granulaire adimensionnée. (b) Profils de vitesse adimensionnée, les données sont ajustées par une forme exponentielle de type $v(z) \propto 1 - \exp(-\gamma \frac{z}{d})$.

En 2015, des travaux numériques de Kamrin et Henann [26] ont montré qu’appliquer le modèle NGF (*cf* Section 1.4.2) aux écoulements sur plans inclinés permet de capturer correctement la rhéologie et de faire le lien continu entre les écoulements quasi-statiques et à grands I . Dans ces travaux, le modèle NGF est donné par sa forme réduite pour des écoulements stationnaires par :

$$g_{loc}(\mu, P) = \frac{\dot{\gamma}(\mu, P)}{\mu} = \frac{\mu_{loc}^{-1}(\mu) \sqrt{P/\rho_s d^2}}{\mu} \quad \text{et} \quad g = g_{loc} + \xi^2 \nabla^2 g \quad (1.22)$$

où la version linéaire $\mu_{loc}(I) = \mu_s + \alpha_1 I$ est utilisée, avec α_1 une constante, valable dans les écoulements quasi-statiques. Le champ g est une variable d’état appelée fluidité granulaire, et ξ est une longueur de coopération définie par :

$$\frac{\xi(\mu)}{d} = A \sqrt{\frac{\mu_2 - \mu}{\Delta\mu |\mu - \mu_s|}} \quad (1.23)$$

où $\Delta\mu = \mu_2 - \mu_s$ et A est l’amplitude adimensionnée sur laquelle s’étendent les non-localités. De ces hypothèses, l’évolution de la hauteur d’arrêt avec l’angle est prédite par :

$$\frac{h_{stop}(\theta)}{d} = \frac{\pi A}{2} \sqrt{\frac{\mu_2 - \tan \theta}{\Delta\mu (\tan \theta - \mu_s)}} \quad (1.24)$$

Ce modèle ajuste correctement les données expérimentales (Fig. 1.16(a)) et conduit à des profils de vitesses de type Bagnold pour les grands I avec une transition vers des profils d’apparence concaves de type $u(z) \propto 1 - \sin(z\pi/2H)$ pour les faibles valeurs de I (i.e. $h \mapsto h_{stop}$). De ces informations, l’évolution du nombre de Froude avec le ratio h/h_{stop} est tracé pour des résultats de simulations et comparé aux expériences (Fig. 1.16(b)). Les données de simulations ne correspondent pas correctement aux expériences, et les auteurs expliquent cela par la légère différence entre le modèle proposé pour h_{stop} et les données expérimentales, qui ne semble pas suffisant pour

décrire correctement le comportement asymptotique lorsque $\theta \mapsto \theta_1$. Le modèle NGF basé sur un modèle continu permet une première approche très intéressante pour prédire les écoulements granulaires sur plan incliné. Cependant, il semble nécessaire de l'agrémenter car des différences subsistent encore entre ce modèle et la réalité des expériences.

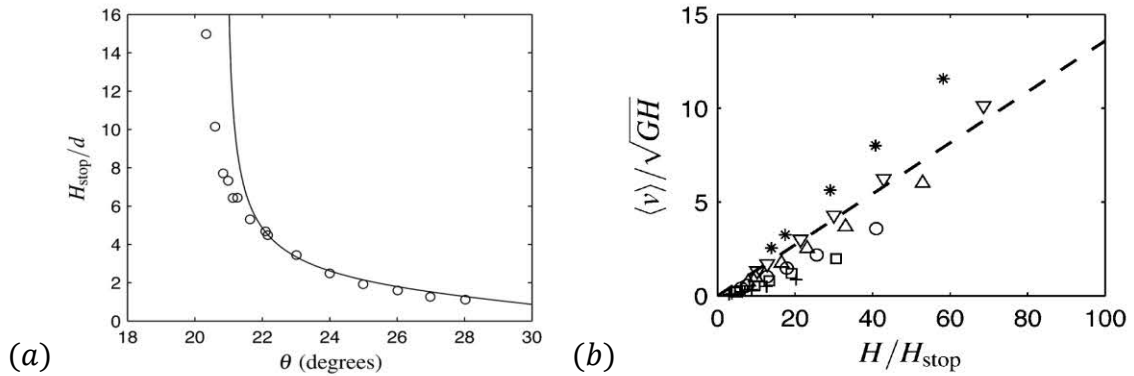


FIGURE 1.16 – D’après Kamrin et Henann [26]. Prédiction théorique par le modèle NGF de (a) $h_{stop}(\theta)$ (trait plein), comparée aux résultats expérimentaux tiré de Pouliquen [30] (\circ). (b) $Fr(h/h_{stop})$ pour différentes valeurs de θ et de h (symboles), comparée aux résultats expérimentaux tiré de Pouliquen [30] (traits pointillés).

Ces travaux sur lesquels nous nous basons vont nous être très utiles pour notre travail de thèse afin de répondre à deux questions : (i) comment les vibrations modifient la rhéologie des dispersions granulaires, que ce soit pour des écoulements confinés ou à surface libre ? (ii) Comment, dans ces configurations, les vibrations modifient les hétérogénéités du milieu à travers les fluctuations de vitesses à l’échelle des grains en vue d’un contrôle des écoulements ? Nous présentons dans le chapitre suivant un bilan non exhaustif des études qui sont en lien avec ces questions.

Chapitre 2

Influence des vibrations sur les dispersions granulaires

Sommaire

2.1	Influence des vibrations sur la rhéologie des dispersions granulaires à l'échelle macroscopique	32
2.1.1	Comportement des dispersions granulaires sous vibrations en milieu confiné	32
2.1.2	Comportement des dispersions granulaires à surface libre sous vibrations	35
2.2	Influence des vibrations sur les réorganisations internes des dispersions granulaires à l'échelle du grain	37
2.2.1	Techniques de mesure à l'échelle de la particule	37
2.2.2	Résultats obtenus en diffusion de lumière	38
2.3	Objectifs de la thèse	40

Il apparaît crucial, aux vues des enjeux industriels, environnementaux et fondamentaux, de s'intéresser aux dispersions granulaires sous vibrations et d'appréhender l'influence des différents paramètres (viscosité du fluide interstitiel, taille des grains, intensité de vibration, ...) sur la rhéologie locale et globale de ces dernières. Dans cette partie, nous présentons les principaux résultats obtenus précédemment sur les dispersions granulaires sous vibrations.

2.1 Influence des vibrations sur la rhéologie des dispersions granulaires à l'échelle macroscopique

2.1.1 Comportement des dispersions granulaires sous vibrations en milieu confiné

Les résultats que nous allons présenter dans cette section sont le fruit du travail de thèse de Caroline Hanotin [45], réalisé au LEMTA sur un rhéomètre à poudre (cellule de type Couette) lié à une cellule vibrante (description détaillée dans la Section 3.1.1). Ils sont valables pour des dispersions granulaires soumises à des valeurs de contrainte et de cisaillement stationnaires, i.e. dans le cas d'un régime permanent.

Afin de comprendre à quel point le comportement des dispersions sous vibrations est intéressant il est important de se rappeler leur rhéologie en l'absence de vibrations. Sous l'effet de la gravité ou sous cisaillement, une dispersion non soumise à des vibrations adopte un comportement de type fluide à seuil : un écoulement n'est possible qu'au-dessus d'une contrainte seuil σ_s , ici il faut donc vaincre les forces de frictions σ_f . Ceci pose un réel problème pour prétendre avoir un écoulement homogène et donc des mesures rhéométriques représentatives de la rhéologie locale du matériau. Est-ce que soumettre une dispersion granulaire à des vibrations permet de s'affranchir de la contrainte seuil qui apparait en régime sous cisaillement ?

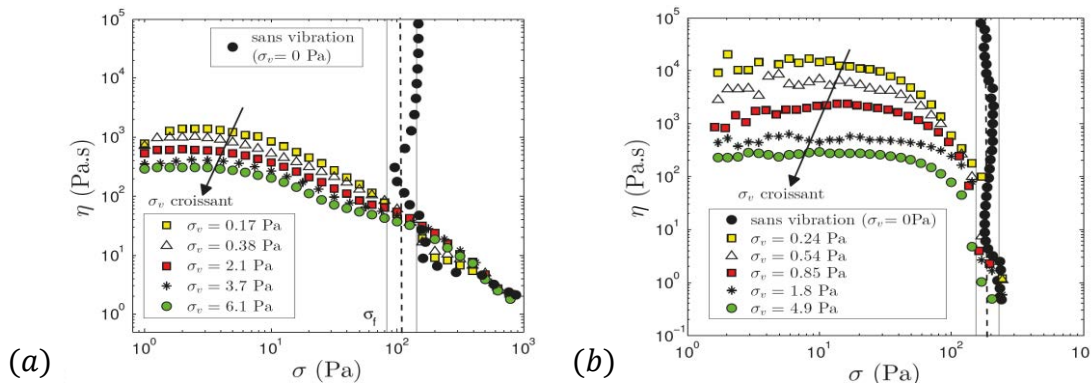


FIGURE 2.1 – D'après Hanotin [45]. Évolution de la viscosité η en fonction de la contrainte de cisaillement σ pour différentes contraintes de vibration σ_v pour (a) des billes de verre de 100 μm immergées dans un fluide $\eta_f = 67,8 \text{ mPa}\cdot\text{s}$, et pour (b) des billes de verre seules de 100 μm . Le rectangle représente la gamme de valeurs pour l'estimation de la contrainte frictionnelle σ_f (loi de Coulomb $\sigma_f = \mu P_g$).

Les courbes expérimentales d'écoulement en présence de vibrations sont obtenues pour des échelons de contrainte σ de 1 à 1000 Pa pendant 60 secondes. L'intensité des vibrations est mesurée au travers de la contrainte de vibration $\sigma_v = \frac{1}{2}\rho_s A^2 (2\pi f)^2$, où A et f sont l'amplitude et la

fréquence des vibrations respectivement et ρ_s est la densité de la suspension qui dépend de ρ_f et ρ_p , densités du fluide et des particules, respectivement, telle que $\rho_s = \rho_p\phi + (1 - \phi)\rho_f$. Pour des billes de verre immergées dans un fluide (Fig. 2.1(a)) deux régimes explicites apparaissent, selon que la contrainte de cisaillement est supérieure ou inférieure à la contrainte seuil frictionnelle. Pour $\sigma < \sigma_f$, le régime est dominé par les vibrations. En appliquant des vibrations au milieu, la contrainte seuil disparaît et laisse place à un plateau de viscosité constante η_0 , adoptant un comportement de type Newtonien. Sa valeur dépend de la contrainte de vibration appliquée et sera d'autant plus grande que σ_v est faible. En effet, plus on injecte d'énergie à la suspension, plus les particules s'agitent, entraînant alors une chute de la viscosité. Ce phénomène est également observé sur des billes de verre sèches (Fig. 2.1(b)) et rejoint les résultats de Marchal *et al.* [46]. Macroscopiquement, le système passe donc d'un état frictionnel à un état visqueux sous l'effet des vibrations. Cela fait apparaître, à bas cisaillement, un régime Newtonien de viscosité constante η_0 contrôlable grâce aux vibrations. Pour $\sigma > \sigma_f$, le régime est dominé par le cisaillement. La réorganisation granulaire sous cisaillement devient plus efficace que celle sous vibrations et le milieu se comporte comme un fluide rhéofluidifiant. Toutes les courbes se superposent et rejoignent celle réalisée sans vibrations, avec une même tendance (Fig. 2.1(a)) : la viscosité diminue lorsque le cisaillement augmente. Notons également que l'évolution de la viscosité effective a été reliée avec la viscosité de plateau, le taux de cisaillement et le taux de cisaillement critique selon la relation : $\eta = \frac{\sigma}{\dot{\gamma}} = \frac{\eta_0 + \eta_H \dot{\gamma} / \dot{\gamma}_c}{1 + \dot{\gamma} / \dot{\gamma}_c}$. Au temps long, donc pour des taux de cisaillement faibles ($\dot{\gamma} \rightarrow 0$) la viscosité tend bien vers la viscosité de plateau et donc un comportement Newtonien. Dans la suite, nous nous intéressons particulièrement à l'influence des paramètres d'expériences (d , η_f , σ_v) sur la valeur de la viscosité de plateau η_0 .

Dans le régime d'écoulement dominé par les vibrations ($\sigma < \sigma_f$), il a été montré dans le cas sec par Marchal *et al.* [46] que les interactions interparticulaires pouvaient être décrites localement par une approche de type Hookéenne $\sigma_{sec} = G\gamma$, avec G le module élastique et γ la déformation. Le comportement de la dispersion ne dépend pas de la taille des grains dans le cas sec, contrairement au cas saturé (Fig. 2.2(a)).

En revanche, dans le cas de granulaires saturés, Hanotin [45] a montré que la viscosité de plateau est inversement proportionnelle à la contrainte de lubrification σ_{lub} définie par $\sigma_{lub} \propto \frac{F_{lub}}{d^2} \propto \frac{\eta_f A (2\pi f)}{d}$. (Fig. 2.2(b)). Cette relation n'est valable que pour des valeurs de $\sigma_{lub} > 1$, lorsque les effets visqueux dominent les effets inertiels, i.e. lorsque le nombre de Reynolds particulaire est inférieur à l'unité $Re_p = \frac{\Delta\rho A (2\pi f)d}{\eta_f} < 1$, où $\Delta\rho = \rho_p - \rho_f$ (Fig. 2.2(b), en insert). Dans le cas où les effets visqueux sont prépondérants, le comportement de la viscosité de plateau est dirigé par les interactions de lubrification sous vibrations représentées par σ_{lub} qui sont répulsives. En se repoussant, les particules cassent le réseau de contact qui s'était formé, entraînant la décohésion

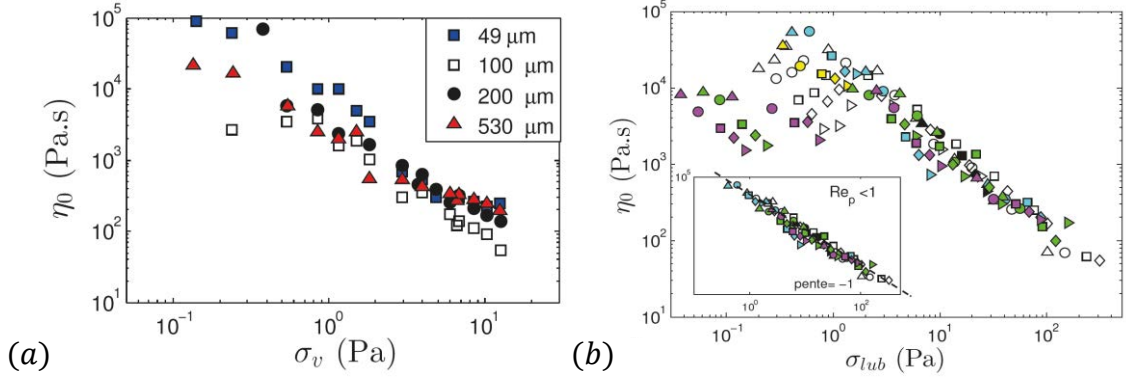


FIGURE 2.2 – (a) Évolution de la viscosité de plateau η_0 en fonction de la contrainte de cisaillement σ pour différentes contraintes de vibration σ_v pour des billes de verres sèches de différentes tailles, d'après Marchal *et al.* [46]. (b) Évolution de η_0 en fonction de la contrainte de lubrification σ_{lub} pour différentes valeurs de vibrations $\sigma_v = 0, 38$ à $6, 1$ Pa, de viscosité de fluide $\eta_f = 4, 5$ à 500 mPa.s et de diamètre de grains $d = 49$ à 530 μm . En insert, idem mais avec une sélection des points pour lesquels $Re_p < 1$. D'après Hanotin [45].

du système et une chute de la viscosité η_0 .

Les travaux de Quemada [47] ont montré que, à fraction volumique constante, on peut représenter l'évolution de la viscosité relative de toute suspension brownienne de sphères dures en fonction d'une seule variable appelée nombre de Péclet sur une seule courbe maîtresse. Ce nombre est en fait le rapport entre le temps de diffusion brownienne et le temps caractéristique de l'écoulement de cisaillement tel que :

$$Pe_\gamma = \frac{t_{brownien}}{t_{cisaillement}} = \frac{6\pi\eta_f R^3 \dot{\gamma}}{k_b T}$$

avec k_b la constante de Boltzmann et T la température. Par analogie, Hanotin [45] propose de représenter l'évolution de η_0 comme une variable du nombre adimensionné Péclet de lubrification tel que :

$$Pe_{lub} = \frac{t_{micro}}{t_{macro}} = \frac{\eta_f A (2\pi f)}{\mu P_g d} \quad (2.1)$$

D'un point de vue physique, ce nombre est le rapport de deux temps caractéristiques du mouvement, le temps microscopique ou le temps que met un grain à tomber dans le creux entre deux billes consécutives sous l'effet de la pression granulaire $t_{micro} = \eta_f / (\mu P_g)$ et le temps macroscopique ou le temps que met une bille pour parcourir une distance de l'ordre de son diamètre sous l'effet d'une vitesse $t_{macro} = d / (A 2\pi f)$ induite par les vibrations. Les résultats expérimentaux sont en adéquation avec ce modèle (Fig. 2.3).

En s'appuyant sur des résultats antérieurs pertinents et en choisissant les temps caractéristiques en adéquation avec les suspensions granulaires, on peut considérer que c'est le nombre

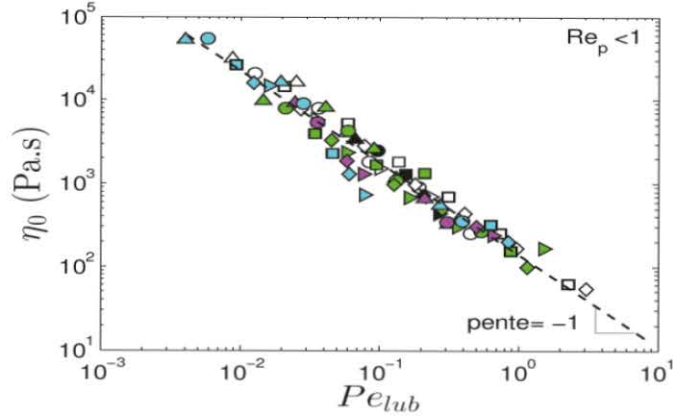


FIGURE 2.3 – Évolution de la viscosité de plateau en fonction du nombre de Péclet de lubrification pour différentes valeurs de contrainte de vibration, de fluide interstitiel et de diamètre, pour des valeurs de Reynolds particulaire inférieures à 1. D’après Hanotin [45].

Pe_{lub} qui dirige leur comportement rhéologique dans le domaine visqueux tel que $\eta_0 \propto (Pe_{lub})^{-1}$.

Ces résultats sont basés sur la rhéologie apparente mesurée au rhéomètre. Comment les réarrangements locaux induisent ce comportement apparent ? La dynamique locale est-elle en accord avec la rhéologie macroscopique ?

2.1.2 Comportement des dispersions granulaires à surface libre sous vibrations

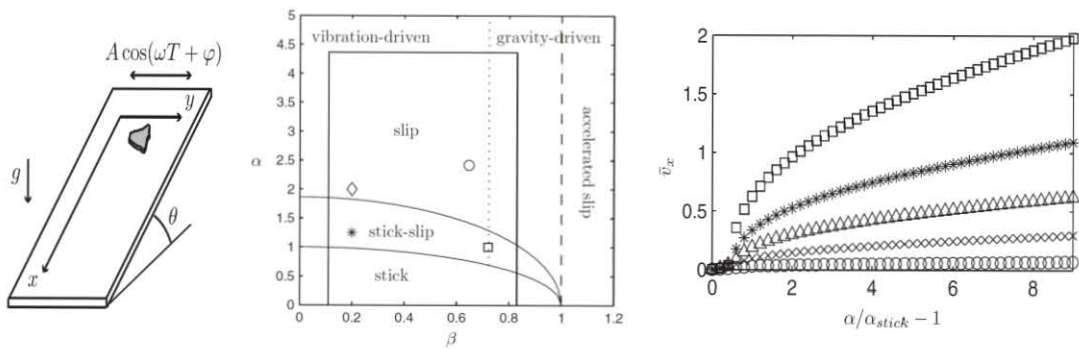


FIGURE 2.4 – D’après Benedetti *et al.*[48]. Dispositif expérimental de l’écoulement d’un grain angulaire sur un plan incliné lisse sous vibrations transverses. Les différents régimes d’écoulement qui dépendent de l’angle d’inclinaison et de la vibration au travers des nombres adimensionnés $\alpha = \tan \theta / \mu$ et $\beta = \Gamma / \mu$. Vitesse moyenne dans le sens de l’écoulement en fonction du paramètre α pour $\beta = 0, 1$ (\circ), $0, 3$ (\times), $0, 5$ (Δ), $0, 7$ ($*$) et $0, 9$ (\square).

Des études ont été réalisées sur l'influence des vibrations sur les écoulements à surface libre de dispersions granulaires sèches. Des travaux sur l'influence de vibrations transverses sinusoïdales sur un grain angulaire s'écoulant sur un plan incliné lisse ont été réalisés par Benedetti *et al.* [48] (Fig. 2.4). Les résultats numériques et expérimentaux sont en accord et ont permis d'identifier différents régimes d'écoulement. Le rôle des vibrations est négligeable pour les grands angles d'inclinaison mais contribue de manière importante pour les petits angles où (i) le grain est bloqué (stick) qu'importe la vibration, (ii) le grain est mis en mouvement de manière saccadée (stick-slip) par les vibrations et (iii) le grain glisse continûment sur le plan (slip). Ces régimes sont gouvernés par deux paramètres adimensionnés $\alpha = \tan \theta / \mu$ et $\beta = \Gamma / \mu$, et il a été montré que la vitesse moyenne dans le sens de l'écoulement dépend de ces deux paramètres, et est d'autant plus importante que la vibration et/ou l'angle le sont. Cette étude suggère un équilibre de la force de gravité par une force de friction qui s'auto-ajuste en fonction de l'angle et des vibrations. Se pose alors la question de la transposition de ces résultats à des assemblées de grains.

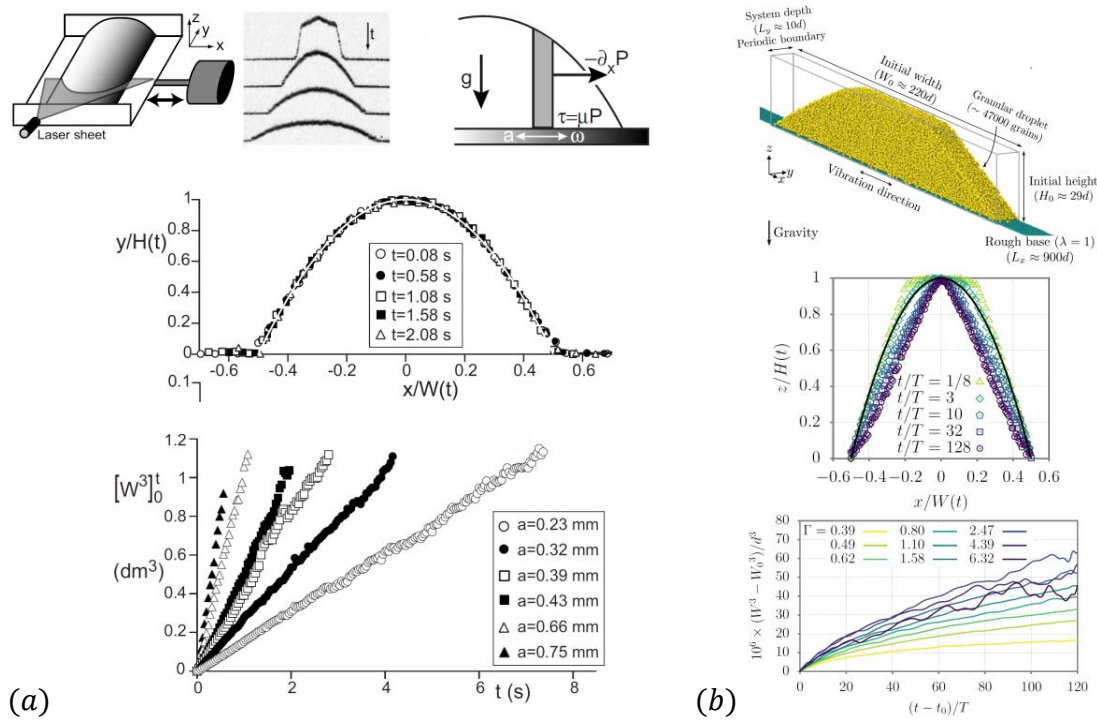


FIGURE 2.5 – (a) D'après Sánchez *et al.* [49]. Dispositif expérimental de l'étalement d'une goutte de granulaires secs soumise à des vibrations transverses. Profil auto-similaire de la goutte de forme parabolique. Dynamique d'étalement de la goutte pour différentes amplitudes de vibration. (b) D'après Khefif *et al.* [50]. Schéma de la configuration numérique de l'étalement d'une goutte de particules sphériques soumise à des vibrations transverses. Profil auto-similaire de la goutte de forme parabolique aux temps courts puis triangulaire aux temps longs. Dynamique d'étalement de la goutte pour différentes valeurs de Γ .

Dans cette optique, des études ont été menées sur des assemblées de grains soumises à des vibrations. Ainsi, des travaux expérimentaux sur l'influence de vibrations transverses sinusoïdales sur l'étalement d'une goutte de granulaires secs ont été réalisés par Sánchez *et al.* [49] (Fig. 2.5(a)). Les auteurs ont montré que les vibrations permettent de déclencher l'étalement de la goutte granulaire. Ils ont mis en évidence le profil auto-similaire de la goutte, de forme parabolique, parfaitement décrite par une équation de diffusion non-linéaire de la forme $\partial_t h = \partial_x(U\partial_x h^2)$, avec le coefficient de diffusion $U = A(2\pi f)f(\Gamma)/2\mu$. Ils ont également montré que la dynamique d'étalement de la goutte est sous-diffusive de la forme $W^3(t) - W^3(0) \sim Ut$, et est d'autant plus efficace que les vibrations sont importantes. Enfin, ils ont mis en évidence que le coefficient de friction effective μ_{eff} , extrait des courbes expérimentales d'étalement, semble être entièrement contrôlé par la vitesse des vibrations et non pas par l'accélération. Très récemment, des travaux numériques sur cette même étude ont été réalisés par Khefif *et al.* [50] (Fig. 2.5(b)). Les auteurs mettent en évidence (i) le profil auto-similaire parabolique aux temps courts tendant vers une forme triangulaire aux temps longs, (ii) une dynamique d'étalement sur-diffusive caractérisée par un écoulement de surface aux temps courts et (iii) puis sous-diffusive d'abord en \sqrt{t} avant de rejoindre les résultats expérimentaux en t caractérisée par un écoulement en bloc.

De ces travaux, de nombreuses questions se posent, auxquelles nous tenterons de répondre dans ce manuscrit. Il semble important de trouver le paramètre de vibration (vitesse, accélération) qui gouverne la dynamique des dispersions granulaires. Dépend-il de la configuration géométrique et/ou du sens des vibrations (transverse, horizontal)? L'ajout de vibrations amène-t-il un comportement de nature diffusive, sur-diffusive ou sous-diffusive? Quel est le comportement d'une assemblée de grains (et non d'un seul) sur un plan incliné vibré (et non sur un plan horizontal)? De plus, il apparaît nécessaire d'identifier les mécanismes internes qui conduisent au comportement apparent du matériau.

2.2 Influence des vibrations sur les réorganisations internes des dispersions granulaires à l'échelle du grain

2.2.1 Techniques de mesure à l'échelle de la particule

Plusieurs techniques de mesure ont été développées pour sonder la dynamique des dispersions granulaires à l'échelle de la particule. Nous pouvons citer par exemple les techniques d'imagerie par résonance magnétique (IRM) possédant une résolution temporelle faible (~ 5 s) mais une résolution spatiale importante (100 μm). Elle est fondée sur le principe de la résonance magnétique nucléaire (RMN) qui consiste à détecter et analyser la réponse des protons hydrogène soumis à un champ magnétique extérieur et déstabilisés par une onde électromagnétique. Cette technique

a déjà été mise en œuvre sur des dispersions granulaires [51, 52]. Des techniques iso-indice couplées à de la fluorescence induite par laser (dont les détails sont exposés dans la Section 3.1.2) ont été appliquées à des milieux granulaires denses [53–56], et dont la limite est la profondeur de l'échantillon à laquelle il est possible d'obtenir des images exploitables (de l'ordre de la dizaine de tailles de grain). Il existe également les techniques de diffusion de lumière DWS (Diffusing Wave Spectroscopy) pour les temps courts [57, 58] et MSDWS (MultiSpeckle Diffusing Wave Spectroscopy) pour les temps longs [59] qui permettent de sonder la dynamique du système sur une petite partie de l'échantillon (quelques tailles de grain) mais avec une résolution temporelle élevée (10^{-7} s pour la DWS et $10^{-1} - 1$ s pour la MSDWS). Le principe de la diffusion de lumière est le suivant : l'échantillon est éclairé par un laser dont les photons de la lumière incidente subissent des diffusions multiples en traversant le milieu, les rayons diffusés sont alors détectés et forment une figure d'interférence contenant des tâches lumineuses appelées "speckles". Les images récupérées sont traitées et des fonctions d'auto-corrélation permettent alors de quantifier le degré de réorganisation dans les dispersions granulaires et d'en extraire un temps de réorganisation. C'est cette dernière technique qui a été principalement utilisée pour obtenir l'influence des vibrations sur les milieux granulaires à l'échelle microscopique.

2.2.2 Résultats obtenus en diffusion de lumière

Des études par DWS menées par Kim *et al.* [57] sur des granulaires secs sous vibrations ont mis en évidence un comportement de type vitreux avec une évolution de la fonction de corrélation en exponentielle étirée, et un temps de réorganisation contrôlé par le nombre Γ (Fig. 2.6(a)). Plus tard, des travaux de Zivkovic *et al.* [58] sur des suspensions granulaires saturées en eau ont montré que la relaxation du système est entièrement contrôlée par le paramètre de vibration Γ (Fig. 2.6(a)). Des mesures par MSDWS dont le schéma de principe est présenté sur la Fig. 2.6(b) ont été menés par Hanotin *et al.* [59] sur des suspensions granulaires saturées en fluide. Les auteurs ont montré que le temps de réorganisation du système est relié au temps de relaxation de Maxwell et est une fonction, entre autre, de l'énergie de vibration (Fig. 2.6(b)). Ils ont interprété ce temps comme le temps moyen entre deux événements de réorganisation ("yielding events") induits par les vibrations.

Ces travaux présentés sur les réorganisations internes semblent montrer que l'ajout de vibrations induit (i) un régime purement collisionnel aux temps courts suivi (ii) d'un régime sous-diffusif associé aux sorties de cage et enfin (iii) un régime diffusif typique d'un comportement Newtonien aux temps longs. Cependant, ces résultats obtenus en DWS et MSDWS amènent une question : les décorrélations proviennent-elles d'événements plastiques localisés ou d'hétérogénéités dans l'échantillon ? C'est pourquoi il est important d'utiliser une technique de mesure capable

de répondre à cette question et la technique couplée iso-indice/fluorescence induite par laser est une bonne candidate pour cela.

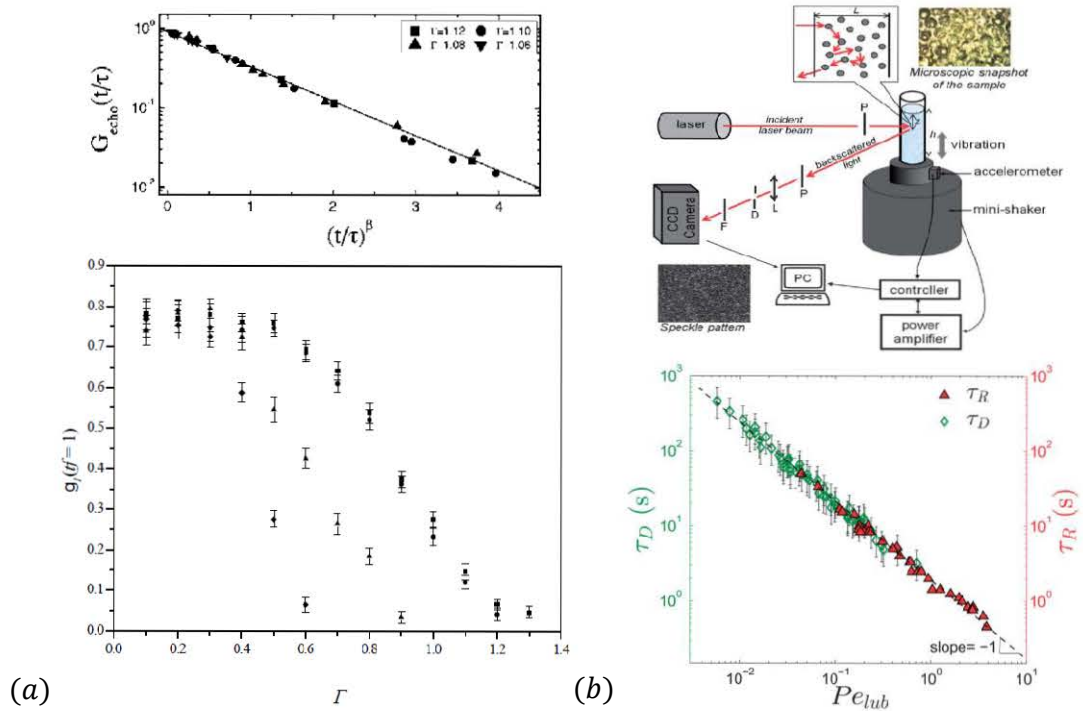


FIGURE 2.6 – (a) D’après Kim *et al.* [57]. Évolution de l’écho de la fonction de corrélation en fonction du temps normalisé par le temps caractéristique de relaxation du système pour différentes valeurs de Γ , pour des expériences de granulaires secs sous vibrations. D’après Zivkovic *et al.* [58]. Évolution de la fonction de relaxation g_1 en fonction du nombre d’accélération pour différentes hauteurs dans l’empilement, pour des expériences de dispersions saturées en liquide sous vibrations. (b) D’après Hanotin *et al.* [59]. Dispositif de MSDWS appliqué à des expériences de suspensions granulaires saturées en fluide sous vibrations. Comparaison du temps de décorrélation τ_D de la fonction g_2 et du temps de Maxwell τ_R extrait de mesures rhéologiques.

2.3 Objectifs de la thèse

Cette étude bibliographique met en évidence les difficultés rencontrées pour modéliser et prédire le comportement des dispersions granulaires dans le régime quasi-statique ($I \mapsto 0$). En particulier, les questions suivantes restent ouvertes :

- (i) Comment les corrélations à longue portée dans ce régime font émerger le comportement non local ?
- (ii) Quels paramètres physiques (nombre d'inertie, fluidité, ...) contrôlent la rhéologie de ces milieux ?
- (iii) Quel est le rôle des fluctuations de vitesse sur la loi de comportement des dispersions granulaires ?

Ce travail de thèse montre qu'appliquer des vibrations mécaniques externes à des dispersions granulaires permet d'influer sur les longueurs de corrélations ainsi que sur les hétérogénéités structurales de ces milieux. Cela permet alors de contourner une partie des problèmes cités, en vue de contrôler et de prédire leur écoulement.

L'objectif de cette thèse est donc le suivant :

Comprendre comment les vibrations modifient la dynamique locale et les hétérogénéités d'écoulements de dispersions granulaires, et de ce fait leur rhéologie apparente. En particulier, caractériser leur influence dans deux géométries d'intérêt (géométrie de type Couette et plan incliné) et dans le régime quasi-statique.

Deuxième partie

Écoulements de dispersions granulaires
en géométrie de type Couette sous
vibrations

Introduction à la partie

Dans l'état de l'art, nous avons montré que les études précédentes menées dans l'équipe ont fait apparaître l'intérêt des vibrations. D'une part, les études par rhéométrie classique sur des suspensions granulaires ont montré qu'elles permettent de supprimer la contrainte seuil apparente et de faire apparaître un comportement Newtonien à bas cisaillement avec un plateau de viscosité qui dépend de l'intensité des vibrations. D'autre part, les études par MSDWS (Multi-Speckle Diffusing Wave Spectroscopy) sur des échantillons de suspensions granulaires ont montré que les vibrations permettent des réorganisations à l'échelle du grain liées à un temps typique de réarrangement d'autant plus court que les vibrations sont importantes. Bien que la MSDWS nous renseigne sur l'effet local des vibrations, elle ne nous permet pas d'avoir des informations sur la nature de la dynamique. C'est pourquoi nous proposons dans cette partie de visualiser directement l'écoulement de dispersions granulaires sous vibrations.

Le premier chapitre de cette partie est divisé en quatre sections.

La première section de ce chapitre (Section 3.1) consiste en une description détaillée du matériel expérimental ainsi que des outils de mesures développés pour la réalisation des expériences d'écoulements de suspensions granulaires dans un rhéomètre à poudres soumis à des vibrations.

La seconde section (Section 3.2) est destinée à l'étude couplée globale/locale de l'écoulement d'une suspension gravitaire à haute viscosité sous vibrations dans une géométrie de type Couette. Nous montrons que la rhéologie est non locale lorsqu'il n'y a pas de vibrations avec apparition d'une longueur de coopération, mais qu'elle semble devenir locale grâce à l'homogénéisation de l'échantillon par l'action couplée du cisaillement et des vibrations. Nous mettons en évidence sur le plateau de viscosité, un comportement diffusif des particules, et l'apparition d'un temps caractéristique de réorganisation lié aux vibrations. Les résultats sont présentés tels que publiés dans *Physical Review E* [60].

La troisième section (Section 3.3) est une ouverture sur l'influence de la nature de la suspension sur la rhéologie. Nous proposons l'étude couplée globale/locale de l'écoulement d'une suspension isodense à faible viscosité sous vibrations dans une géométrie de type Couette. Nous montrons que les conclusions proposées dans le cas d'une suspension gravitaire à haute viscosité sont transposables à une suspension isodense à faible viscosité, avec un temps de réarrangement sur le plateau Newtonien qui dépend dans ce cas de l'action couplée des vibrations et du cisaillement.

La quatrième et dernière section (Section 3.4) consiste en un bilan des résultats des deux études expérimentales. Nous proposons des pistes de compréhension par discussion des résultats obtenus.

Le second et dernier chapitre de cette partie est divisé en trois sections.

La première section (Section 4.1) est destinée à présenter de manière générale le principe des simulations numériques en DEM (Discrete Element Method), en axant sur les choix faits dans notre étude.

La deuxième section (Section 4.2) consiste en l'étude numérique d'écoulements de grains secs sous vibrations dans une géométrie de type Couette. Tout d'abord nous décrivons la géométrie et les paramètres de simulation utilisés dans notre étude. Puis nous présentons les résultats obtenus et en discutons. Nous montrons que les résultats obtenus dans les deux études précédentes sont transposables à une dispersion de grains secs.

La troisième et dernière section (Section 4.3) est destinée à faire un bilan de ce chapitre d'ouverture.

Chapitre 3

Étude expérimentale de suspensions granulaires sous vibrations en géométrie de type Couette

Sommaire

3.1	Dispositif expérimental et outils de mesure	46
3.1.1	Le rhéomètre à poudres	46
3.1.2	Les techniques iso-indice et fluorescence induite par laser	48
3.1.3	Les techniques de suivi de particules	52
3.2	Étude expérimentale couplée globale/locale de l'écoulement d'une suspension gravitaire sous vibrations	55
3.2.1	Abstract	56
3.2.2	Introduction	56
3.2.3	Experimental methods	57
3.2.4	Results and discussions	60
3.2.5	Conclusions	71
3.3	Ouverture sur l'étude expérimentale couplée globale/locale de l'écou- lement d'une suspension isodense sous vibrations	72
3.3.1	Rhéologie globale	72
3.3.2	Rhéologie locale	73
3.4	Discussion et bilan sur l'étude expérimentale de suspensions gra- nulaires en géométrie de type Couette sous vibrations	77
3.4.1	Suspension gravitaire à haute viscosité	77
3.4.2	Suspension isodense à faible viscosité	79
3.4.3	Mise en commun des systèmes	80

3.1 Dispositif expérimental et outils de mesure

Afin de caractériser l'écoulement de suspensions de grains sous vibrations dans une cellule de type Couette globalement et localement, nous avons utilisé deux méthodes : des mesures rhéométriques classiques pour sonder le comportement macroscopique et une technique iso-indice pour sonder l'intérieur de l'échantillon.

3.1.1 Le rhéomètre à poudres

Nous présentons le fonctionnement du rhéomètre à poudres utilisé pour déterminer le comportement macroscopique d'une suspension granulaire sous vibrations. Le rhéomètre à poudres a déjà permis de caractériser grand nombre de milieux granulaires secs ou saturés [45, 46, 61–63]. De manière générale, une cellule dans laquelle est placé l'échantillon est liée à un pot vibrant imposant des vibrations verticales qui génère une agitation granulaire appelée "température granulaire", analogie aux systèmes Browniens. Cela permet d'homogénéiser le milieu, ce qui améliore la reproductibilité des mesures.

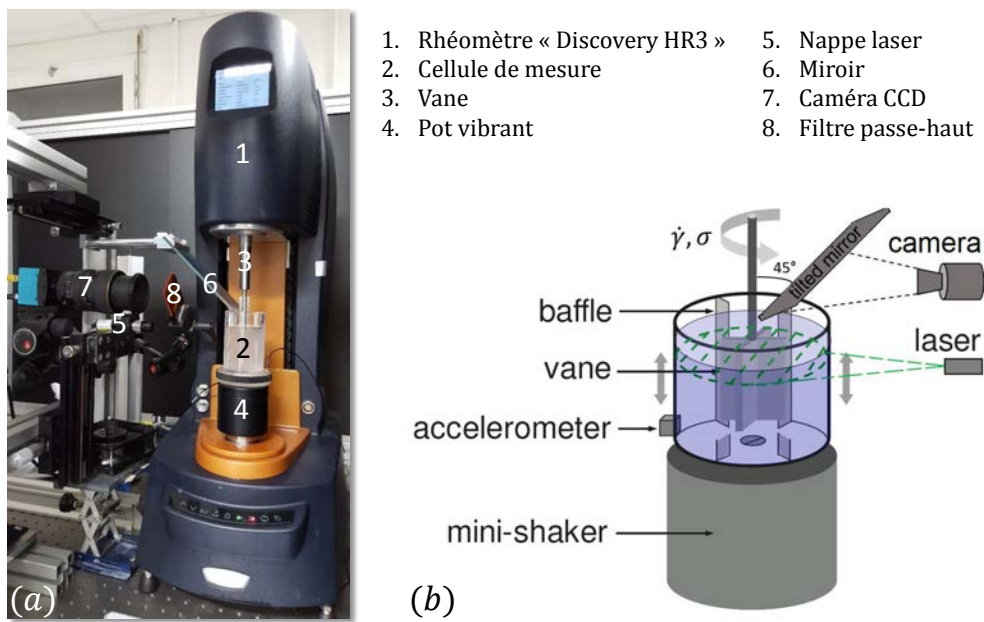


FIGURE 3.1 – (a) Photographie avec légende et (b) Schéma du dispositif expérimental pour l'étude couplée globale/locale de l'écoulement d'une suspension granulaire en géométrie de type Couette sous vibrations.

Le dispositif expérimental est présenté sur les Figs. 3.1 (a) et (b). L'appareil de mesure est un rhéomètre classique à contrainte imposée, le "Discovery HR3" -1-. L'échantillon à étudier est placé dans une cellule de mesure cylindrique -2- de rayon $R_c = 25$ mm, munie de chicanes

de largeur $l_{ch} = 5$ mm qui permettent le non-glissement à la paroi [1] et définissent le cylindre externe de rayon $R_e = R_c - l_{ch} = 20$ mm. La mesure rhéométrique est effectuée grâce à un scissomètre à 4 pâles, aussi appelé "vane" -3-, de hauteur $h_v = 50$ mm qui décrit un cylindre effectif lorsqu'il est mis en rotation autour de son axe de rayon $R_i = 7,5$ mm. L'échantillon est donc confiné et cisailé entre un cylindre intérieur mobile et un cylindre externe fixe, analogue à une cellule de Couette d'entrefer, ou "gap", de rayon $R_e - R_i = 12,5$ mm. Le vane est mis en mouvement sous l'action d'un couple constant T et l'appareil mesure la vitesse angulaire de rotation de ce dernier $\dot{\theta}$, ou inversement.

La contrainte de cisaillement σ et le taux de cisaillement $\dot{\gamma}$ sont reliés aux valeurs de T et $\dot{\theta}$ par des constantes d'étalonnage K_σ et $K_{\dot{\gamma}}$ telles que $\sigma = K_\sigma T$ et $\dot{\gamma} = K_{\dot{\gamma}} \dot{\theta}$. Pour déterminer l'expression de ces constantes, il nous faut considérer un système de coordonnées cylindriques $(\vec{e}_r, \vec{e}_\theta, \vec{e}_z)$. La vitesse d'écoulement est telle que $\vec{v} = v_\theta(r) \vec{e}_\theta$ pour des raisons de symétrie et en l'absence de gradient de pression axial. Les composantes non nulles des tenseurs de contrainte et de taux de déformation sont donc $\sigma_{r\theta} = \sigma$ et $\dot{\gamma}_{r\theta} = \dot{\gamma}$, respectivement. La résolution de l'équation de conservation de la quantité de mouvement se fait en posant les conditions aux limites $v_\theta(r = R_i) = \dot{\theta} R_i$ et $v_\theta(r = R_e) = 0$, et en postulant que la contrainte et le taux de déformation sont reliés par une loi de comportement type loi d'Ostwald de Waele définie par $\sigma = k \dot{\gamma}^n$, où k est l'indice de consistance et n l'indice d'écoulement (voir Section 1.2.3). La résolution de ce problème mène aux expressions des constantes suivantes :

$$K_\sigma = \frac{1}{2\pi h_v r^2} \quad \text{et} \quad K_{\dot{\gamma}} = \left(\frac{2}{n}\right) \frac{(R_e/r)^{2/n}}{(R_e/R_i)^{2/n} - 1} \quad (3.1)$$

avec r représentant la position radiale dans l'entrefer. La valeur de n reste inconnue et dépend du fluide, cependant Aït Kadi *et al.* [64] ont montré qu'il existe une région dans l'entrefer située en r^* pour laquelle la constante $K_{\dot{\gamma}}$ est indépendante de n (Fig. 3.2(a)). On peut alors donner l'expression analytique de r^* en considérant l'intersection des courbes $K_{\dot{\gamma}}(r, n)$ et $K_{\dot{\gamma}}(r, n')$, où $n = 1$ et $n' = 0,15$ sont deux valeurs extrêmes d'indice d'écoulement :

$$r^* = \left(\frac{n' (R_e/R_i)^{2/n'} - 1}{n (R_e/R_i)^{2/n} - 1} R_e^{2/n - 2/n'} \right)^{(2/n - 2/n')^{-1}} \quad (3.2)$$

Cela signifie que dans la région au voisinage de r^*/R_e , l'échantillon sera toujours cisailé qu'importe la valeur de n (Fig. 3.2(b)). Les grandeurs rhéologiques déterminées par le rhéomètre sont donc implicitement calculées en $r = r^*$ à partir des mesures expérimentales du couple T et de la vitesse angulaire de rotation $\dot{\theta}$. Dans notre configuration expérimentale, $r^*/R_e \sim 0,45$, $K_\sigma = 51262,72 \text{ Pa} \cdot \text{N}^{-1} \cdot \text{m}^{-1}$ et $K_{\dot{\gamma}} = 1,764 \text{ rad}^{-1}$.

Cette cellule de mesure est reliée à un mini vibreur électromagnétique (type 4840, Brüel&Kjær) (Fig. 3.1, -4-) qui impose des vibrations verticales et sinusoïdales. Un système de boucle

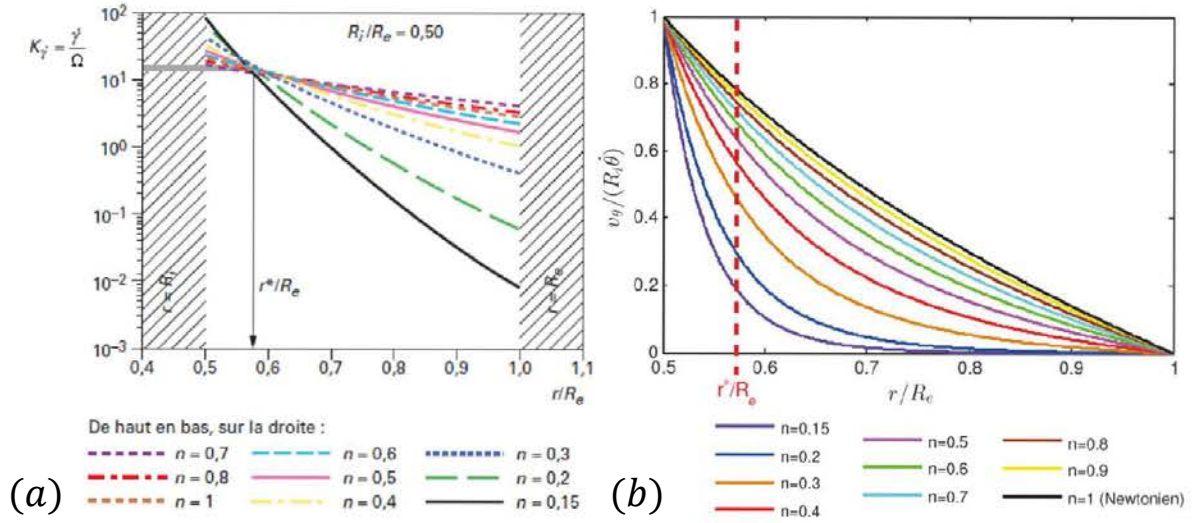


FIGURE 3.2 – Pour une cellule de type Couette avec $R_i/R_e = 0,5$. (a) Constante d'étalonnage K_γ en fonction de la position dans le gap r pour différentes valeurs de l'indice d'écoulement n , d'après Choplin *et al.* [65]. Les courbes se coupent en un point, défini comme $r = r^*$. (b) Profils des vitesses théoriques adimensionnées $v_\theta / (R_i \dot{\theta})$ en fonction de la position dans le gap r/R_e , d'après Hanotin [45].

fermée permet l'asservissement des vibrations grâce à un contrôleur relié à un amplificateur et à un accéléromètre fixé à la base de la cellule de mesure. Les travaux menés par C. Hanotin [45] sur les suspensions granulaires vibrées ont montré que la valeur de la viscosité de plateau dépendait de la vitesse des vibrations au travers du paramètre de contrôle σ_v (voir Section 2.1.1), qui est la contrainte mécanique de vibrations, telle que :

$$\sigma_v = 1/2 \rho_s A^2 (2\pi f)^2 \quad (3.3)$$

où ρ_s est la densité de la suspension qui dépend de ρ_f et ρ_p , densités du fluide et des particules, respectivement. Elle est définie par $\rho_s = \rho_p \phi + (1 - \phi) \rho_f$, où ϕ est la fraction volumique initiale de la suspension telle que $\phi = \frac{V_g}{V_{tot}}$, avec V_g le volume occupé par les grains et V_{tot} le volume total de l'empilement. Cette contrainte de vibration peut être vue comme une énergie volumique de vibrations $\sigma_v = E_v/V$ où V est le volume de l'échantillon et $E_v = (1/2)m(2\pi f)^2 A^2$ est l'énergie de vibration.

Nous avons dorénavant tous les éléments pour obtenir le comportement macroscopique d'une suspension granulaire sous vibrations.

3.1.2 Les techniques iso-indice et fluorescence induite par laser

Nous allons expliquer les techniques couplées iso-indice et fluorescence induite par laser utilisées pour visualiser les changements de structure à l'intérieur de l'échantillon granulaire. Pour de

plus amples détails sur la mise en oeuvre de ces techniques, on pourra consulter les deux reviews proposées par Dijkstra *et al.* [56] et Wiederseiner *et al.* [55].

La technique iso-indice consiste à utiliser des billes transparentes immergées dans un liquide de même indice de réfraction, ce qui rend alors le milieu translucide. Les indices optiques de réfraction ont été vérifiés à l'aide d'un réfractomètre manuel (Mettler Toledo, type RE30GS). Nous avons choisi deux types de suspensions granulaires.

La première, que nous avons étudiée en détail, est une suspension gravitaire à haute viscosité. Elle est composée de billes monodisperses en verre borosilicate (Sigmund Lindner), parfaitement sphériques, de diamètre moyen $d = 1$ mm, d'indice optique $n_D = 1,473$ et de densité $\rho_p = 2230$ kg.m⁻³, immergées dans du glycerol bidistillé (BDH Chemicals) de viscosité $\eta = 1,49$ Pa.s, de même indice optique n_D et de densité $\rho_f = 1260$ kg.m⁻³. La différence entre un milieu fixe de billes de verre dans l'air et immergées dans un liquide de même indice de réfraction est très bien illustrée sur la Fig. 3.9.

La seconde suspension que nous avons choisi d'étudier est celle proposée dans le cadre de la review de Wiederseiner *et al.* [55], qui est un mélange quasi-isodense à faible viscosité. Elle est composée de billes monodisperses en PMMA, polyméthylmétacrylate (GoodFellow), parfaitement sphériques, de diamètre moyen $d = 600$ μm, d'indice optique $n_D = 1,49$ et de densité $\rho_p = 1180$ kg.m⁻³, immergées dans du Triton X100 (Fisher Scientific) de viscosité $\eta = 0,27$ Pa.s, de même indice optique n_D et de densité $\rho_f = 1070$ kg.m⁻³.

Nous avons également testé une suspension proposée dans la thèse de Ngoma [66], composée de billes de borosilicate et d'un mélange de deux huiles minérales (viscosité $\eta_m = 18,3$ mPa.s, densité $\rho_m = 850$ kg.m⁻³) dans les proportions respectives de 90% de Mineral Oil (Sigma-Aldrich) et de 10% d'Immersion Oil - Type A (Cargille). Les premiers tests au rhéomètre de cette suspension ont révélé des plateaux de viscosité de l'ordre de 10⁷ Pa.s très bruités. En effet, dans notre cadre d'étude, les forces inertielles doivent être négligeables et la viscosité de la suspension contrôlée par la compétition entre forces de lubrification et forces frictionnelles, i.e. le nombre de Reynolds particulaire doit être inférieur à 1. Or, pour cette suspension on

Tableau 3.1 – Présentation des propriétés des suspensions granulaires étudiées : type de billes, fluide interstitiel et colorant fluorescent.

Système 1			Système 2		
Borosilicate	Glycerol	Colorant Fluorescent	PMMA	Triton X100	Colorant Fluorescent
$n_D = 1,473$	$n_D = 1,473$	Rhodamine 6G	$n_D = 1,49$	$n_D = 1,49$	Nile Blue
$\rho = 2,23$ g/cm ³	$\rho = 1,26$ g/cm ³		$\rho = 1,18$ g/cm ³	$\rho = 1,07$ g/cm ³	690 perchlorate
$d = 1$ mm	$\eta = 1,49$ Pa.s		$d = 600$ μm	$\eta = 0,27$ Pa.s	

a $Re_p = (\Delta\rho A(2\pi f)d) / \eta_f \sim 1,5 > 1$, avec de faibles vibrations telles que $A = 100 \mu\text{m}$ et $f = 30 \text{ Hz}$. Nous étudierons donc les deux suspensions présentées dans le Tab. 3.1.

Afin de visualiser le mouvement des particules à l'intérieur de la structure granulaire, nous avons utilisé la technique optique de fluorescence induite par laser (PLIF, Planar Laser Induced Fluorescence). Cette méthode consiste en la ré-émission de la lumière grâce à un colorant fluorescent uniquement dans le plan d'émission du rayonnement de la nappe laser. Le colorant fluorescent doit avoir un pic d'absorption du même ordre que la longueur d'onde du laser utilisé, et ré-émettre à une longueur d'onde supérieure. Les ré-émissions sont conservées en ajoutant un filtre optique.

Nous avons donc ajouté un colorant fluorescent dans la phase liquide de la suspension granulaire, en nous basant sur des études précédentes [55, 56, 66]. Pour le système 1, nous avons choisi la Rhodamine 6G (BDH Chemicals), qui a un pic d'absorption à $\lambda = 530 \text{ nm}$ et ré-émet à $555 < \lambda < 585 \text{ nm}$. Pour le système 2, nous avons utilisé du Nile Blue 690 Perchlorate (Sigma-Aldrich), qui a un pic d'absorption à $\lambda = 530 \text{ nm}$ et ré-émet à $600 < \lambda < 630 \text{ nm}$. Cela nous permet de n'utiliser qu'un seul laser et passe-haut, suffisant pour obtenir des images propres pour les deux systèmes. Nous illuminons donc le milieu avec une nappe laser verte (Coherent Inc.), de longueur d'onde $\lambda = 518 \text{ nm}$ et d'une puissance maximale de $P = 36 \text{ mW}$ (Fig. 3.1, -5-). Un miroir incliné à 45° de l'échantillon -6- permet à une caméra CCD haute fréquence (1280×1024 pixels, MotionBLITZ "EoSens mini") -7-, placée derrière un filtre optique passe-haut à 550 nm -8- et perpendiculaire à l'échantillon, de ne récupérer que la lumière ré-émise par fluorescence, provenant donc uniquement de la phase liquide. Des photographies des deux systèmes issues de la caméra sont présentées en exemple sur les Figs. 3.3(a) et (b).

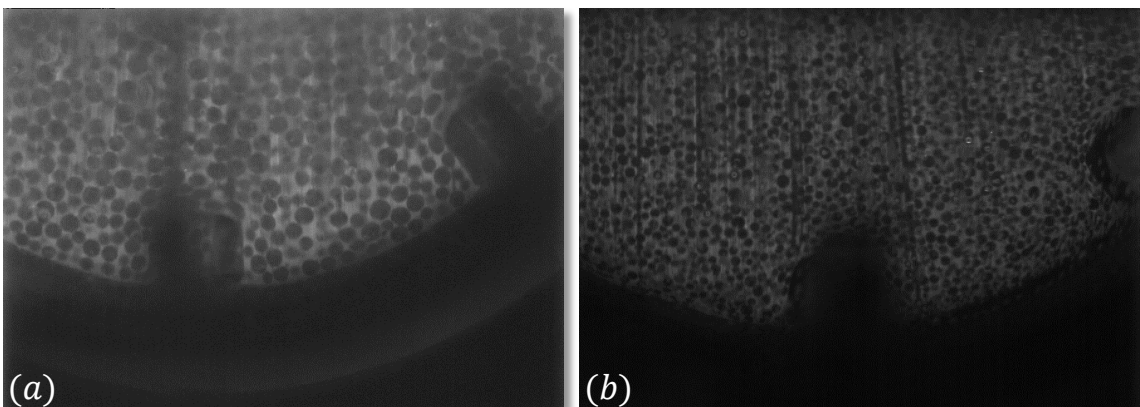


FIGURE 3.3 – Exemples d'images brutes récupérées par la caméra pour (a) le système 1 et (b) le système 2 présentés dans le Tab. 3.1.

Une expérience typique se déroule suivant le même protocole. La phase liquide de la sus-

pension est chauffée afin de diminuer sa viscosité et le colorant fluorescent qui est sous forme poudreuse est dissout dedans. La solution est alors filtrée pour enlever les restes de poudre. Les billes sont ensuite saupoudrées sur le liquide, afin de les laisser sédimenter. Après quelques heures, l'échantillon est placé dans une cloche à vide afin d'enlever les éventuelles bulles d'air. L'échantillon est au final composé de 6 cm de hauteur de grains et de 0,2 mm de fluide surnageant, nécessaire pour que les billes soient toujours immergées, même si de la dilatance apparaît. Il est ensuite placé sur la cellule de mesure, puis le vane est plongé à l'intérieur. Des vibrations à $\sigma_v = 21,03$ Pa sont imposées durant 5 min afin d'être dans la partie logarithmique de la phase de compaction, ce qui assure un instant initial reproductible (*cf* Ref. [67]). Des expériences de rampes continues de contrainte ont été effectuées afin d'obtenir les mesures de rhéologie globale, soit $\dot{\gamma} = 10^{-3} - 10^2$ s $^{-1}$ soit $\sigma = 1 - 10^3$ Pa, en prenant 10 points par décade. Les mesures locales sont obtenues à contrainte σ ou taux de cisaillement $\dot{\gamma}$ imposé, appelé "peakhold". Un tour de vane est imposé après la phase de compaction afin de débloquent le système pour des expériences même à très faible cisaillement. Afin de s'assurer de la stationnarité de nos mesures, nous avons effectué des peakhold à très faible contrainte ou cisaillement, puisque c'est dans cette gamme que les systèmes sont les plus longs à atteindre un état stationnaire, et suivi l'évolution de la viscosité de la suspension dans le temps (Fig. 3.4). Nous pouvons remarquer les fortes variations de viscosité dans l'état stationnaire pour le système 1 comparé au système 2, provenant de la forte viscosité du fluide interstitiel. De ces résultats, nous avons décidé de faire durer chaque rampe en moyenne 5 min, et chaque point est une moyenne effectuée sur les trois dernières minutes, ce qui nous assure des mesures dans l'état stationnaire. Les images récupérées par la caméra lors des peakhold dans l'état stationnaire nous permettent de faire du suivi de particules afin d'obtenir la rhéologie à l'échelle locale, après traitement PIV ou PTV.

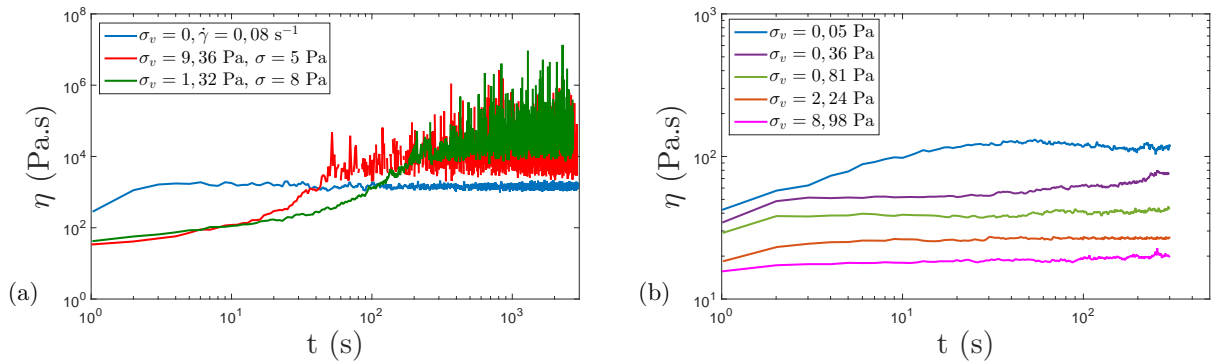


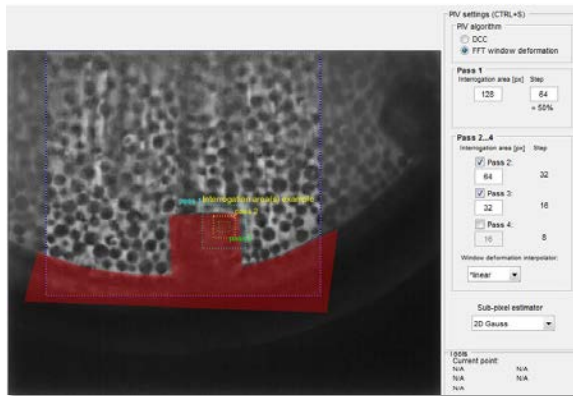
FIGURE 3.4 – Exemples de la variation de la viscosité de la suspension au cours du temps pour quelques peakhold (contrainte ou cisaillement imposé) et différentes valeurs d'intensité de vibrations σ_v , dans le cas du (a) système 1 et (b) système 2, peakhold $\sigma = 1$ Pa.

3.1.3 Les techniques de suivi de particules

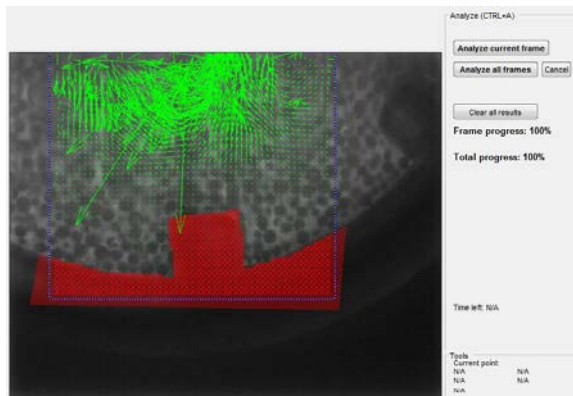
Les informations locales sont extraites de deux manières différentes, suivant les conditions de l'expérience. Pour des cisaillements de l'ordre de $10^{-3} < \dot{\gamma} < 1 \text{ s}^{-1}$, un écoulement est observé sur des temps qui permettent d'obtenir des champs de vitesse afin de calculer le gradient de vitesse local. Pour des cisaillements $\dot{\gamma} < 10^{-3} \text{ s}^{-1}$, l'écoulement n'est plus observable, et l'on s'intéresse aux trajectoires individuelles et aux fluctuations de vitesses des particules dans le temps.

Pour obtenir le champ des vitesses dans le gap, nous utilisons le logiciel de PIV (Particle Image Velocimetry) proposé par Matlab "PIVlab" [68, 69], dont le principe est de mesurer un champ de vitesse à partir de la différence de temps connue entre deux images et le déplacement de particules individuelles mesuré entre ces deux images. Avant de lancer l'algorithme de PIV, il faut uniformiser l'intensité lumineuse de chaque image, éliminer les réflexions parasites des grains et augmenter le contraste des marqueurs. La première étape consiste à sélectionner la zone d'étude, et choisir les paramètres de traitement. Il faut uniformiser la zone sélectionnée grâce à la fonction "Enable CLAHE", imposer une limite haute d'intensité pour enlever la brillance des grains blancs en cochant "Enable Intensity Capping", et enlever le bruit de l'image avec "Wiener2 denoise filter". Nous appliquons également un "mask" qui permet de sélectionner une zone morte dans la zone d'étude (Fig. 3.5, étape -1-). Ensuite, on peut faire plusieurs "pass", i.e. lancer l'algorithme plusieurs fois avec des fenêtres d'interrogations décroissantes pour plus de précision, nous avons choisi d'en faire trois ici. L'écoulement étant unidirectionnel, nous avons opté pour l'estimateur de Gauss en 2D -1-, et l'analyse nous donne un champ de vitesse où quelques erreurs se sont glissées -2-. Pour y remédier, le "post-processing" permet de sélectionner les limites de la vitesse -3-. Le logiciel nous permet ensuite de faire une moyenne sur toutes les images sélectionnées et traitées des vecteurs vitesse, puis les limites de vitesse sont une nouvelle fois sélectionnées -4-. En tirant une ligne du bord de la pâle jusqu'à la chicane de la géométrie (fonction "Extraction parameters from polyline"), on obtient le champ des vitesses dans le gap, en pixels/frames -5-. Pour avoir la vitesse en m/s, il suffit de connaître le temps écoulé entre deux images et la correspondance pixels↔mètres extraite sous Fiji [70] en moyennant les diamètres apparents des particules (extraits eux-mêmes des mesures de surfaces apparentes).

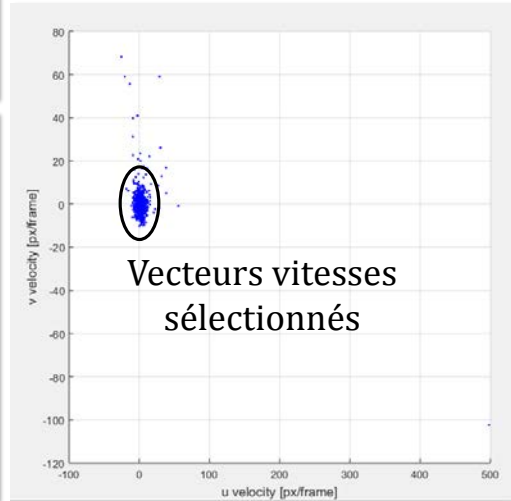
Pour de faibles cisaillements, nous utilisons un logiciel de tracking de particules (PTV, Particle Tracking Velocimetry) proposé par Fiji "TrackMate-Fiji" [71], dont le principe est d'extraire à chaque pas de temps la trajectoire individuelle des particules détectées. Le post-processing est très important pour que l'algorithme fonctionne. Nous présentons les étapes retenues dans notre cas, à adapter évidemment selon les images. Nous avons tout d'abord sélectionné une surface représentative de notre échantillon ($10 \times 25 \text{ mm}$) qui exclut le champ de vitesse minimale qui pourrait apparaître proche du vane, et les bords de la géométrie qui peuvent jouer un rôle dans



-1- Choix des paramètres de pre-processing, des fenêtres d'interrogation et de l'estimateur



-2- Premier résultat de l'analyse



-3- Post-processing, sélection des vecteurs et interpolation

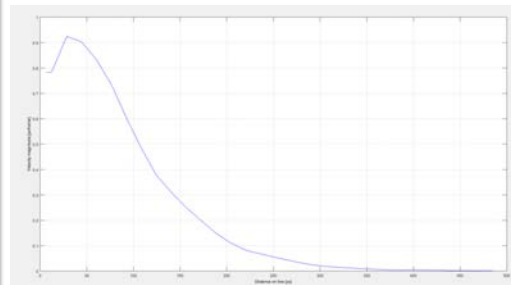
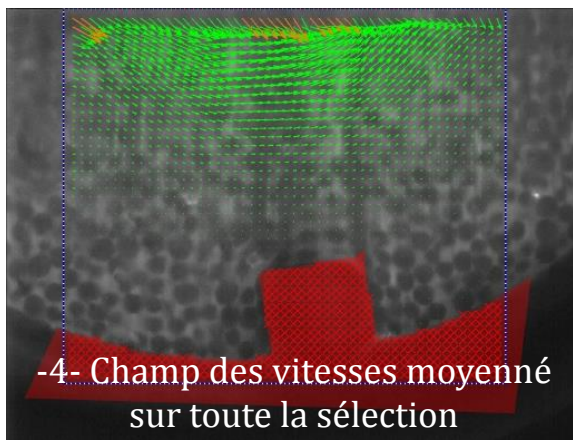
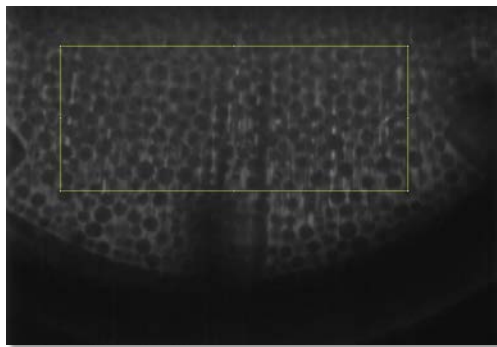


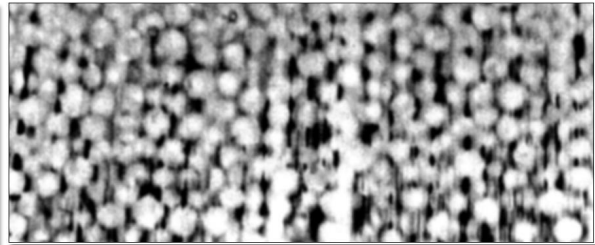
FIGURE 3.5 – Étapes de traitement des images sur "PIVlab" [68, 69]. La zone de travail, les paramètres de pre-processing et les paramètres de PIV sont sélectionnés -1- ; le post-processing permet d'éliminer les vecteurs parasites après la première analyse PIV -2-, -3- ; le champ des vitesses moyenné sur toutes les images est obtenu sur toute la sélection -4- ; la fonction "polyline" permet d'extraire le profil de vitesse dans le gap -5-.

le déplacement des particules (Fig. 3.6, -1-). Nous avons traité les images suivant cette procédure : la fonction "Enhance Contrast" choisie à 10% afin de faire ressortir clairement la différence entre les particules (en noir) et la phase liquide (en blanc), puis les fonctions "Sharpen", "Smooth"

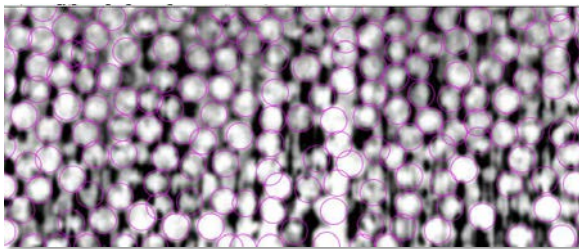
et "Mean Filter" à adapter pour faire apparaître les particules aussi distinctement que possible séparées les unes des autres. Enfin, la fonction "Invert" permet d'inverser les couleurs comme l'algorithme repère des particules blanches sur fond noir -2-. Le détecteur LoG (Laplacian of Gaussian) est appliqué et filtre l'image par rapport à la taille estimée de la particule (paramètre à entrer), et les calculs sont faits dans un espace de Fourier. Ce détecteur permet de faire de la localisation subpixel grâce à un schéma d'ajustement quadratique. Une fois les particules repérées -3-, nous avons choisi de les suivre grâce au "Simple LAP (Linear Assignment Problem) Tracker" qui traite les événements seulement s'ils se produisent sur des intervalles de temps et de distance très courts ("Linking max distance" et "Gap-closing max distance" choisis à la moitié de la valeur d'un diamètre, et "Gap-closing max frame gap" choisi à 2). Les data sont ensuite récupérées puis traitées afin d'obtenir les trajectoires des particules -4-.



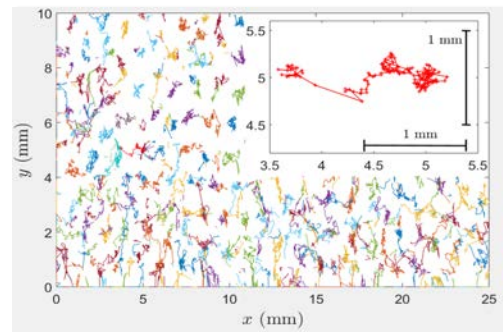
-1- Sélection de la zone à traiter, puis « crop »



-2- Pre-processing : choix du contraste, « Smooth », « Sharpen », « Mean filter », et inversion des couleurs



-3- Détecter et suivre les particules : « LoG detector » et « Simple LAP Tracker »



-4- Post-processing : obtention des trajectoires des particules

FIGURE 3.6 – Étapes de traitement des images avec "TrackMate-Fiji" [71]. La zone de travail à partir de l'image brute est sélectionnée -1- ; le pre-processing nécessaire avant d'implémenter l'algorithme -2- ; la détection des particules se fait avec un détecteur de type "LoG", et leur suivi avec un tracker du type "Simple LAP" -3- ; le post-processing des data permet d'obtenir les trajectoires individuelles de chaque particule -4-.

Nous souhaitons faire remarquer que (i) des expériences ont été réalisées également à $z = 8$ mm de profondeur et les résultats sont sensiblement les mêmes qu'à $z = 10$ mm concernant le champ des vitesses (Fig. 3.7(a)), (ii) nous avons retiré le drift dû au mouvement du vane si nécessaire afin de pouvoir comparer nos résultats qui peuvent être effectués à des peakhold différents sur le plateau (Fig. 3.7(b)) et (iii) nous observons également des mouvements de particules dans la direction verticale que nous considérons nuls en moyenne car il y en a autant vers le bas que vers le haut.

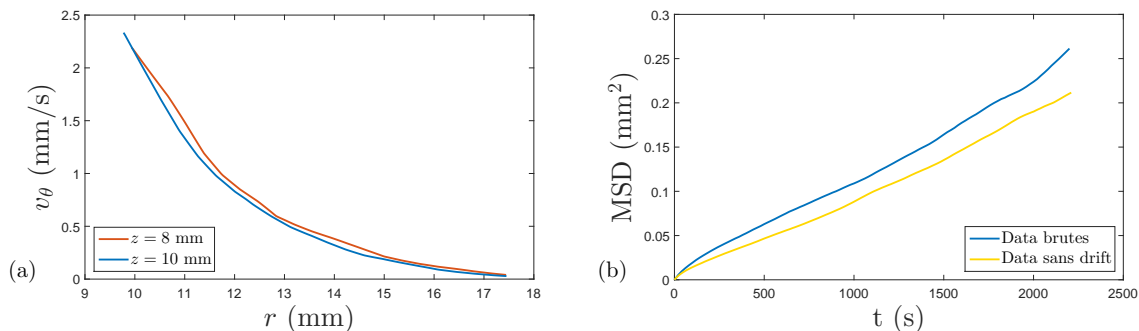


FIGURE 3.7 – Pour le système 1, (a) Profils des vitesse v_θ dans le gap à deux profondeurs différentes dans l'échantillon $z = 10$ mm et $z = 8$ mm, pour une vibration $\sigma_v = 1,32$ Pa et un peakhold $\sigma = 200$ Pa, (b) Déplacement quadratique moyen (MSD) calculés avec et sans drift, pour une vibration $\sigma_v = 3,67$ Pa et un peakhold $\sigma = 5$ Pa.

Nous connaissons dorénavant tous les outils nécessaires à l'étude couplée globale/locale d'une suspension granulaire vibrée en géométrie de type Couette.

3.2 Étude expérimentale couplée globale/locale de l'écoulement d'une suspension gravitaire sous vibrations

Cette partie est une copie de l'article scientifique présentant les résultats de l'étude expérimentale couplée globale/locale de l'écoulement d'une suspension gravitaire sous vibrations N. Gaudel *et al.*, **Bulk and local rheology in a dense and vibrated granular suspension**, *Physical Review E* **96**(6), 062905 (2017).

Remarque : Dans cet article, le rayon externe est pris comme étant $R_e = 17,5$ mm, cela provient d'une erreur car il est en réalité de 20 mm et le gap est donc de 12,5 mm et non de 10 mm. Cependant, cela n'a pas d'incidence sur les résultats obtenus par mesures rhéométriques car la calibration a été réalisée avec la valeur réelle, ni sur ceux obtenus par PIV et PTV car (i) les conditions expérimentales ne nous permettent pas de visualiser les grains proches du vane et (ii) la calibration a été réalisée sur le diamètre des particules.

3.2.1 Abstract

In this paper, we experimentally investigate the dynamics of particles in dense granular suspensions when both shear and external vibrations are applied. We study in detail how vibrations affect particles reorganization at the local scale and modify the apparent rheology. The non local nature of the rheology when no vibrations are applied is evidenced, in agreement with previous numerical studies from the literature. It is also shown that vibrations induce structural reorganizations which tend to homogenize the system and cancel the non local properties.

3.2.2 Introduction

Granular dispersions are widely found in industrial processes as diverse as food manufacturing (cereals), pharmaceutical manufactures (powders, medicines), construction industry (sand, concrete), paper industry (fibers, paper pastes) or mining engineering (clay or ores) for example [72]. Vibratory solutions are widely used in industrial processes for controlled feeding of dry bulk materials, screening dry and wet products, conveying large tonnages of bulk materials or also for vibrating bins, bowls and hoppers [73]. These processes are usually designed from empirical knowledge. Optimized solutions based on energy savings could be obtained with a better understanding of the property-structure link from the (micro-) scale of the particle to the (macro-) scale of the process.

In this article, we focus on the rheological properties of granular materials immersed in a liquid of unequal density usually referred to as granular suspensions [1, 54, 74, 75]. Their behavior clearly differs from the one of density matched suspensions, which rheology has been studied in detail in the literature [15, 76–78]. Granular suspensions usually tend to sediment. Due to large concentration, a gravity consolidated contact network can appear, which suggests a description similar to dry granular matter [46, 79].

Many studies combining rheological and light diffusion measurement recently suggested an apparent Brownian motion of granular suspensions when external mechanical vibrations are applied [46, 59, 80–83]. The link between this apparent Newtonian rheological behavior and the dynamics at the grain scale is still not clear.

In this work, we aim to bridge the gap between constitutive laws extracted from rheological measurements and the local evolution of the grain motions when external vibrations are applied. Our previous works focus on the global rheology of vibrated granular suspensions [45, 59, 82–84]. But open questions remain on the way particles reorganize when vibrations are applied and lead to the measured global rheology. Here, we study how the system reorganizes at the grain scale leading to a decrease of its apparent viscosity.

In this paper, we show that, when no vibrations are applied, the rheology is non local and

suggests the existence of a correlation length in the sample, as proposed by recent numerical studies [23, 24]. We evidence that applying vibrations homogenizes the system and induces local rheological effects. By analyzing grain motions, we show that the apparent Newtonian viscosity plateau observed at low shear rate is well related to a diffusing motion of particles, as already shown with diffusing wave spectroscopy measurements. The comparison between the relaxation time extracted from rheological measurements and the diffusing time obtained from particle tracking measurements evidences that the reorganization time induced by vibrations is related to a subdiameter deformation of cages around each particles.

3.2.3 Experimental methods

The bulk rheology of both sheared and vibrated granular suspensions is experimentally investigated using both classical rheometry and an optical technique. The aim of this work is to link the global rheology to local properties at the grain scale. Granular suspensions used are made of borosilicate glass beads (Sigmund Lindner ©) totally immersed in a Newtonian interstitial fluid (glycerol). Sample properties are described in detail in Tab. 3.2. It is a gravitational and a high-viscosity system. This has been seldom studied and the behavior may differ from usual studied isodense suspensions.

Tableau 3.2 – Studied sample properties

Borosilicate	Glycerol	Fluorescent Dye
$n_D = 1.473$	$n_D = 1.473$	Rhodamine 6G
$\rho_p = 2.23 \text{ g/cm}^3$	$\rho_f = 1.26 \text{ g/cm}^3$	
$d = 1 \text{ mm}$	$\eta = 1.49 \text{ Pa.s}$	

Rheological measurements have been obtained using a stress-imposed rheometer (Discovery HR3). The characterization cell used is a "powder cell", analogous to a virtual cylindrical Couette geometry (the annular gap equals 10 mm, the vane radius equals 7.5 mm). This device is fixed to a vibration shaker connected to an accelerometer, a function generator and a power amplifier. The transmitted vibrations are sinusoidal and computer controlled thanks to a closed-loop system (Fig. 3.8(a)). A detailed description of the calibration procedure and the equipment can be found in Refs. [46, 82]. The vibration energy supplied to the samples can be expressed through a mechanical vibration stress $\sigma_v = 1/2\rho_s A^2 (2\pi f)^2$, where f and A are the frequency and amplitude of the vibrations respectively, and ρ_s is the suspension density depending on the fluid ρ_f and particles ρ_p densities $\rho_s = \rho_p\phi + (1 - \phi)\rho_f$, with $\phi = 0.61$ [82]. In the following, results obtained for frequencies and amplitudes in the range $f = 30 - 100 \text{ Hz}$ and $A = 50 - 400 \text{ }\mu\text{m}$ are presented.

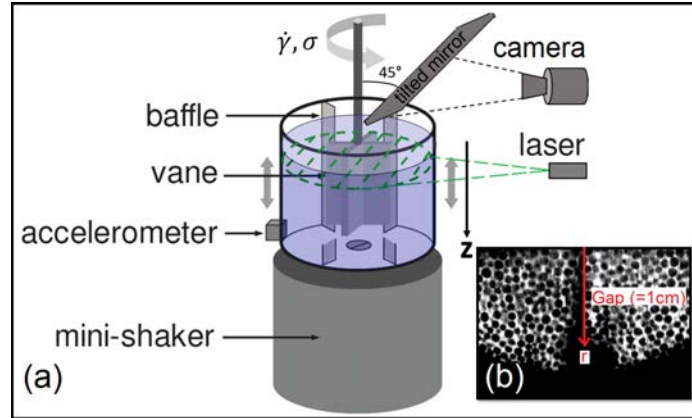


FIGURE 3.8 – (a) Sketch of the experimental setup : the granular index-matched suspension is placed in a characterization cell (vane geometry). A rheometer and a vibration shaker are used for analyzing the rheological behavior of the granular media. The particles motion in the 2D cross-section, lighted by a laser sheet, is recorded by a camera through a tilted mirror. (b) A typical 2D cross-section of the sample, obtained with RIMS : borosilicate beads ($d = 1$ mm) appear as dark spots in a bright background.

The classical rheometry provided us the bulk rheology of the sample, for different values of σ_v . In order to conserve the initial sample state, the granular suspension is mixed and then forced by vibrations (at $\sigma_v = 21.03$ Pa during 5 min), before each experiment. Continuous shear rate ($\dot{\gamma} = 10^{-3}$ to 10^2 s $^{-1}$) or shear stress ramp ($\sigma = 1$ to 10^3 Pa) experiments have been carried out to obtain the bulk rheology . We have checked that all data points have been obtained in the steady state.



FIGURE 3.9 – Top view of the sample to test the readability of a text through 10 sizes of particles. The sample is made of borosilicate beads of $d = 1$ mm diameter in air (*left*), the refractive-index is matched with bidistilled glycerol (*right*) : media and fluid have optical indexes equal $n_D = 1.473$.

Particles motions of granular suspensions at the local scale requires to image the bulk of the sample. For that, we used the refractive-index matched scanning (RIMS). Wiederseiner *et al.* [55]

published a review on this widely studied technique [53, 56, 85, 86]. This method is an optical technique that relies on submersing a granular media in a well chosen fluid which have the same refractive indices n_D . The sample becomes then transparent and the quality of refractive index matching can be reliably and easily estimated by checking the readability of a text through the prepared suspension (Fig. 3.9). The RIMS is a tomographic-like imaging technique. To detect particles positions, we add a fluorescent dye in the liquid part of the suspension. The peak in the absorption spectrum of the dye is matched with the excitation wavelength of the laser sheet ($\lambda_{laser} = 518$ nm). Depending on the emission spectrum, a longpass filter is chosen to only extract the fluorescent light from the fluid that can be detected with a camera (here, $\lambda = 550$ nm). This allows to visualize the particles as dark spots in a well-defined cross section of the sample. A CCD camera (1280×1024 pixels) and a tilted mirror placed above the sample is used to record grains motions in half of the cross-section. The acquisition frequency of the camera is a multiple of the vibration frequency (fps= 1 to 20 s^{-1}). A typical image is given in Fig. 3.8(b).

Imposed shear stress and imposed shear rate experiments (peakhold) have been carried out for different values of σ_v . From the recorded images, a particle image velocimetry (PIV) measurements provided us velocity profiles in the gap. For that, we used the algorithm software PIVlab [68, 69]. Recorded images are filtered in order to detect particles. The light intensity has been standardized thanks to the "Enable CLAHE" function. Light reflections have been excluded with the "Enable Intensity Capping" function. The contrast between the beads and the interstitial fluid have been increased removing noise with "Wiener2 denoise filter", for each picture. The velocity field is obtained thanks to the 2D Gauss estimator by measuring the motion of individual particles between two images separated by a known time interval. The profile near the vane (from $r = 7.5$ to 8.5 mm) can not be extracted due to visualization limitations, however we expect lubrication effects in this region. The local rheology can be extracted from the velocity profiles measured in the gap at ten particles diameter depth from the free surface of the sample.

Particle tracking velocimetry (PTV) measurements provided us the trajectories of individual particles with time. To extract particles trajectories, we used a tracking algorithm (TrackMate-Fiji [71]¹).

1. A pre-processing have been done to obtain images where beads appear as white spots in a dark background. A plain LoG (Laplacian of Gaussian) segmentation on the image is applied with the "LoG detector" (the calculations are made in the Fourier space). An estimated diameter of the beads is then inputted, and a sub-pixel localization is required. The particle-linking algorithm "Simple LAP (Linear Assignment Problem) tracker" is chosen. This tracker allows to deal with gap-closing events, only based on time and distance conditions. For our experiments, the "linking max distance" and the "gap-closing max distance" are chosen as half of the bead diameter.

3.2.4 Results and discussions

Bulk rheology

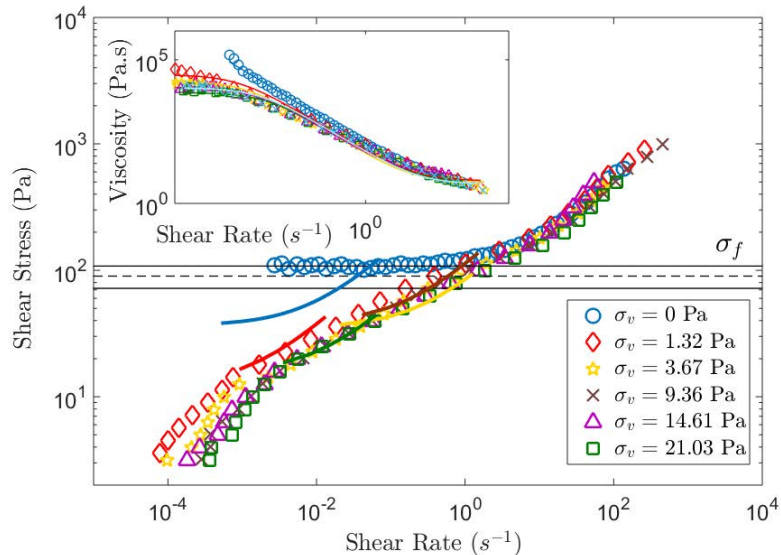


FIGURE 3.10 – Evolution of the shear stress σ with respect to the shear rate $\dot{\gamma}$, for different values of the vibration stress σ_v . The dashed line represents the value of the frictional stress σ_f (Coulomb’s law), and the solid horizontal lines the error bar. Markers are data from the bulk rheology. Experiments have been carried out at imposed shear rate for the curve at $\sigma_v = 0$, and performed at imposed shear stress for the vibrating case. Solid lines are data from the local rheology. In inset, the bulk viscosity η vs. the shear rate $\dot{\gamma}$. Solid lines materialized the fits given by Eq. 3.5 and 3.7.

The evolution of the shear stress σ and the bulk viscosity η are plotted as a function of the shear rate $\dot{\gamma}$, for different values of σ_v (Fig. 3.10). For vibrated suspensions, we define three regimes. A low $\dot{\gamma}$ values regime ($10^{-4} < \dot{\gamma} < 10^{-3}$), where a viscosity plateau appears whose amplitude depends on σ_v . An intermediate $\dot{\gamma}$ values regime ($10^{-3} < \dot{\gamma} < 1$), where the viscosity decreases with the shear rate, but still depends on the vibrations. Finally, a high $\dot{\gamma}$ values regime ($1 < \dot{\gamma} < 10^3$), where all the data collapse on a single curve for all σ_v . In the following, we will discuss about the low and intermediate $\dot{\gamma}$ values regimes for the non-vibrating case, and the vibrating one.

Non-vibrating case When no vibrations are applied ($\sigma_v = 0$ Pa, in Fig. 3.10), σ remains constant until $\dot{\gamma} \approx 1 \text{ s}^{-1}$ and then increases with it. A typical yield stress behavior is observed for the studied suspension, in agreement with previous results [82, 84]. The bulk flow curve follows the Herschel-Buckley law $\sigma = \sigma_f + k\dot{\gamma}^n$, with the values $k = 16.9 \text{ Pa}\cdot\text{s}^n$, $n = 0.71$ and

$\sigma_f = 105.32$ Pa. A frictional stress can be defined as $\sigma_f = \mu P_g$, with $\mu = 0.5 \pm 0.1$ the inter-grain friction coefficient and P_g the average granular pressure given by [46] :

$$P_g = \Delta\rho\phi g\bar{z}, \quad (3.4)$$

where g is the gravitational constant, ϕ the volume fraction, $\Delta\rho$ the relative density of the beads and fluid, and \bar{z} the average height of the packing. The Coulomb's law leads to $\sigma_f = 90 \pm 18$ Pa, in agreement with the experimental result. It has been shown in the literature that the evolution of the viscosity with the shear rate can be written as [84] :

$$\eta = \frac{\sigma}{\dot{\gamma}} = G_M \frac{\gamma_c}{\dot{\gamma}} + \eta_H \quad (3.5)$$

where G_M is the shear modulus of the whole suspension, γ_c is a critical deformation (rupture of the contact network in the suspension), and η_H is the viscous contribution to the stress transmission. The non-vibrating rheological data have been fitted to the Eq. 3.5 (Fig. 3.10). The value of the shear modulus is $G_M = 342.71$ Pa. In this framework, the frictional stress equals $\sigma_f = G_M\gamma_c = 117.81$ Pa, in agreement with the previous proposed values. The flow curve obtained in absence and in presence of vibrations merge for $\sigma = \sigma_f$: this value is then a transition between the two regimes [82].

Vibrating case The flow curves presented in Fig. 3.10 are in agreement with previous works that have shown that the frictional stress σ_f is a limit between two domains [82]. For $\sigma \leq \sigma_f$, the apparent yield stress is suppressed and a viscosity plateau appears at low shear. The value of the viscosity plateau ($\eta = cst = \eta_0$) decreases with increasing the vibration stress. Such a behavior can be explained by a fluidization of the packing due to the increase of the particle mobility. After the viscosity plateau, the viscosity drops with the increase of the shear stress (intermediate regime) and depends on the value of σ_v . In this intermediate regime, the friction entirely controls the flow. For $\sigma \geq \sigma_f$, the viscosity curves follow the non-vibrating case. The suspension flow behavior is totally controlled by the shear stress, whatever the value of σ_v [12, 87]. In the following, we focus on the case $\sigma \leq \sigma_f$.

The low shear viscosity plateau can be related to a viscoelastic rearrangement time τ_R as shown in Refs [59, 83, 84] :

$$\eta_0 = G_M\tau_R \quad (3.6)$$

In the following, we evaluate the viscosity plateau η_0 , the shear modulus G_M , and the reorganization time τ_R in the suspension $\tau_R = 1/f_b$, by fitting our data (Fig. 3.10) to the models proposed by Hanotin *et al.* [84] :

$$\eta = \frac{\sigma}{\dot{\gamma}} = \frac{G_M + \eta_H\dot{\gamma}/\gamma_c}{f_b + \dot{\gamma}/\gamma_c} = \frac{\eta_0 + \eta_H\dot{\gamma}/\gamma_c}{1 + \dot{\gamma}/\gamma_c} \quad (3.7)$$

where $\dot{\gamma}_c$ is the critical shear rate corresponding to the critical deformation γ_c . The viscosity η_H and the shear modulus G_M (Eq. 3.7) are assessed by fitting the global curves. The values of $\dot{\gamma}_c$ and η_0 for each case are extracted by reporting values of η_H in the fits. The value of the shear modulus can be considered as a constant (Fig. 3.11, in inset). A mean value is then calculated and equals $\langle G_M \rangle = 275.17 \pm 94$ Pa. Finally, the macroscopic rearrangement times τ_R responsible for the value of the viscosity are obtained through Eq. 3.6.

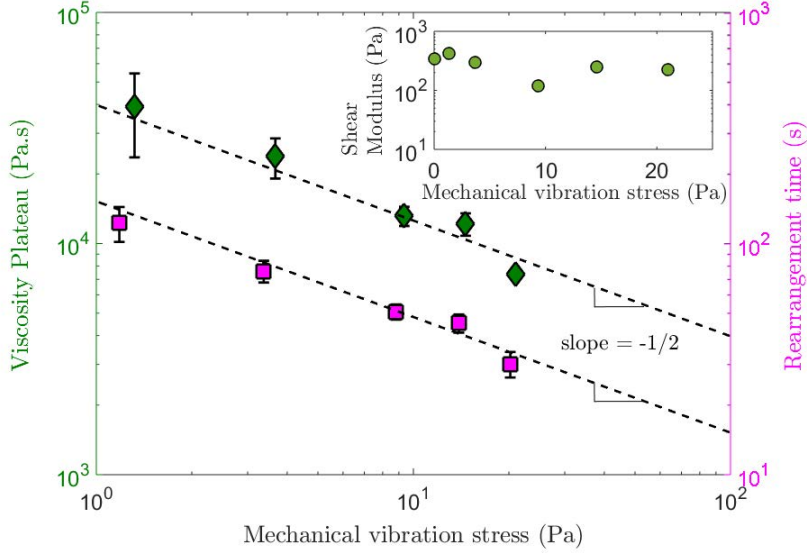


FIGURE 3.11 – Viscosity plateau η_0 and rearrangement time τ_R values, evaluated through Eq. 3.7, as functions of the mechanical vibration stress σ_v . In inset, the shear modulus G_M vs. σ_v . The dashed line is a guide for the eyes.

The evolution of the viscosity plateau η_0 and the macroscopic rearrangement time τ_R as functions of σ_v are plotted in Fig. 3.11. The values of these two quantities are controlled by the rearrangement dynamics and decrease with $(\sigma_v)^{-1/2}$ (Fig. 3.11). When the energy supplied to the system through the applied vibrations increases, the particles reorganization frequency increases. This dependency has already been evidenced in a previous work [59].

The result $\eta_0 \propto \tau_R \propto (\sigma_v)^{-1/2}$ suggests that the value of the viscosity plateau is controlled by the applied vibrations. It is then of interest to study how vibrations affect particles reorganization.

Local study

In this part, local information are extracted and compared with the global one. The local values of the shear rate are given by deriving the raw data of the velocity profile $\dot{\gamma}_{loc} = -r \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{u_\theta(r)}{r} \right)$ where $u_\theta(r)$ is the angular velocity. The local shear stress in the gap is given by $\sigma_{loc}(r) = \frac{T}{2\pi r^2 h}$, with $h = 5$ cm the height of the vane and T (N.m) the torque given by the rheometer. The local

viscosity is then given by $\eta_{loc}(r) = \frac{\sigma_{loc}(r)}{\dot{\gamma}_{loc}}$.

The evolution of the torque with the depth of the sample is not known. Some measurements at $z = 8$ mm have been performed and nearly no deviations from the case $z = 10$ mm have been observed. Dilatancy effects that change greatly the behavior have been observed for $0 < z < 8$ mm. Moreover, it has been impossible to see deeper than $z = 10$ mm for experimental constraints.

We thus assume that the suspension is homogeneous near the vane in the depth : the averaged σ imposed by the rheometer is nearly the same all along z direction. In the following, all the local measurements have been performed at $z = 10$ mm depth, and the torque value is taken from the global measurements.

Non-vibrating case - Correlation lengths The velocity profiles in the gap have been plotted for the non-vibrating case, for some values of imposed shear rates $\dot{\gamma}$ (Fig. 3.12, in inset). We observe a localization of the flow at $r = r_{loc}$ where the angular velocity $u_{\theta}(r)$ drops to zero. Only a part of the suspension is forced by the vane to flow for $r < r_{loc}$, the other part is totally jammed. When $\dot{\gamma}$ increases, the localization length in the gap increases.

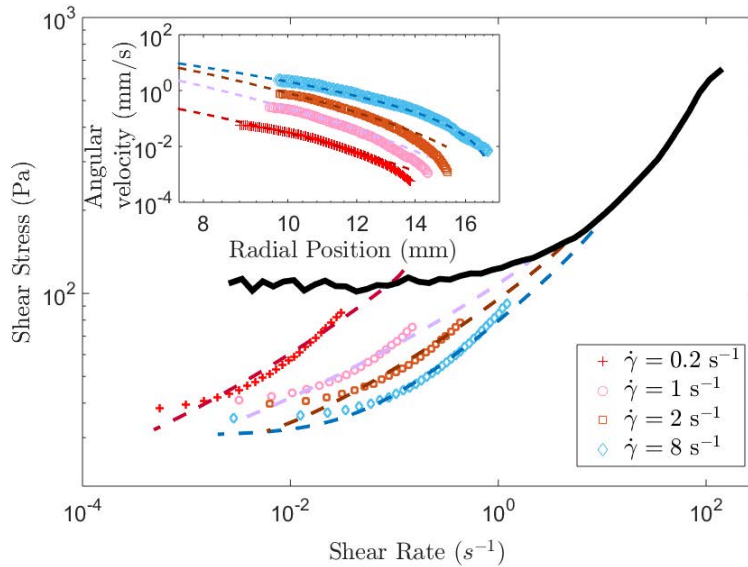


FIGURE 3.12 – Shear stress σ versus shear rate $\dot{\gamma}$ for the case $\sigma_v = 0$. The solid line is data from the bulk rheology. Markers are data from the local rheology ($\dot{\gamma}_{loc}$; σ_{loc}) obtained for various values of the imposed shear rates, well fitted to a fluidity model (dashed lines). In inset, the logarithmic plot of the corresponding velocity profiles in the gap.

From torque balance and differentiation of velocity profiles, the local shear stress σ_{loc} and the local shear rate $\dot{\gamma}_{loc}$ are computed, respectively. The local and bulk flow curves are plotted in Fig. 3.12. A strong departure is observed from what is expected regarding the bulk rheology. We

also point out that while the local stress state is far below the bulk yield stress, the suspension flows over a large part of the gap. This suggests a non-local rheological law with local plastic events spreading over a given characteristic length. Such effect has already been observed in many soft materials [88–90] and in numerical study of granular rheology [23, 24]. From our knowledge, this is the first time that such a result is experimentally evidenced in dense granular suspensions of non-Brownian particles.

To go further, we analyze our data in the framework of the kinetic elasto-plastic model which introduces the concept of local fluidity [22] : $f = \frac{\dot{\gamma}}{\sigma}$. Fluidity obeys a stationary diffusion equation :

$$\xi^2 \Delta f = f - f_R \quad (3.8)$$

where ξ is the cooperative length over which spatial rearrangements take place and $f_R[\sigma(r)]$ is the bulk fluidity obtained in absence of non-local terms. The first step in solving the fluidity equation (Eq. 3.8) is to look for an axisymmetric solution. For that, the bulk rheological behavior in the non-vibrating case is assessed independently using the vane rheometer : the data for $\sigma_v = 0$ (Fig. 3.10) are fitted to the classical Herschel-Buckley law (parameters are given in Section 3.2.4). These parameters are now kept constant in the following fluidity analysis. In summary, f_R is given by the Hershel-Buckley model :

$$f_R[\sigma(r)] = \begin{cases} \frac{1}{\sigma(r)} \left(\frac{\sigma(r) - \sigma_f}{k} \right)^{1/n}, & \text{for } \sigma > \sigma_f \\ 0, & \text{otherwise.} \end{cases}$$

The second step is to numerically integrate Eq. 3.8 with two boundary conditions at the outer wall and at the vane rotor. Since the suspension is totally jammed beyond r_{loc} , the fluidity at the outer wall is fixed to zero. Due to the lack of velocity measurements close to the vane, the fluidity cannot be measured precisely. So we choose to keep the fluidity boundary condition at the vane and the correlation length ξ as adjustable parameters in the fitting procedure. [22, 23, 90]. The values of ξ weakly depend on the applied shear rate with an average $\langle \xi \rangle = 2d$. This average value is used to plot the non-local model on Fig. 3.12 and shows a relatively good agreement with our experimental data. Our cooperative length $\langle \xi \rangle$ compares well with numerical simulations of granular rheology obtained for stress values below the dynamical yield stress σ_f : $3 \lesssim \frac{\xi}{d} \lesssim 5$ [23, 24].

Vibrating case - Intermediate $\dot{\gamma}$ values The intermediate regime is defined for a range of $\dot{\gamma}$ values corresponding to a transition between the viscosity plateau and the collapse of all the data with the non-vibrating case.

From PIV measurements, the local velocity profiles can be extracted for various values of

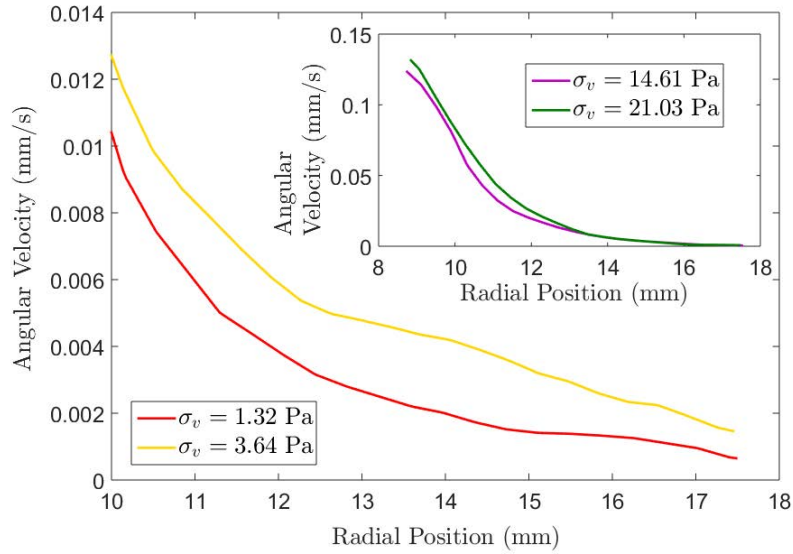


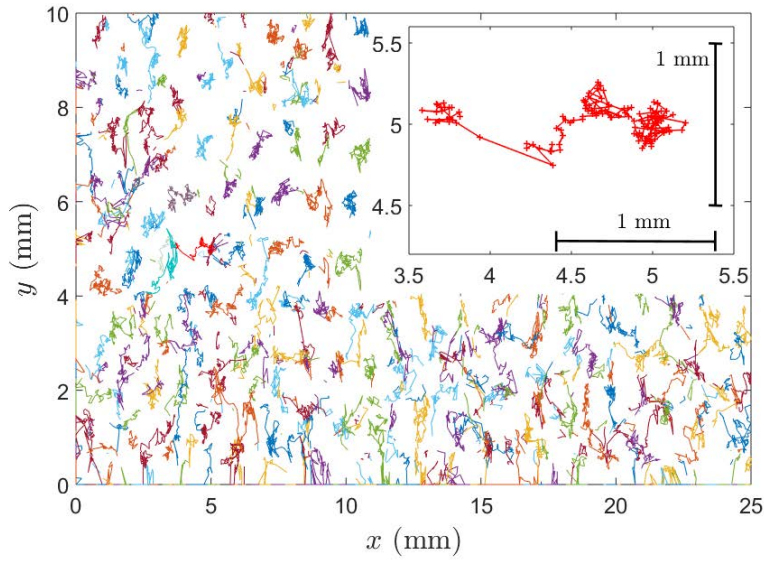
FIGURE 3.13 – Velocity profiles in the gap (at $z = 10$ mm) for different values of mechanical vibration stress for an imposed shear stress $\sigma = 54$ Pa. In inset, u_θ vs. r for some values of σ_v and for an imposed shear stress $\sigma = 70$ Pa.

the imposed shear stress and σ_v (some examples are given in Fig. 3.13). From these profiles, the local rheology has been calculated with a torque value corresponding to the mean torque applied to the sample. In contrary to the non-vibrating case, our results suggest that the local rheology is the same than the macroscopic one (Fig 3.10). When vibrations are applied to the granular suspension, non-local effect no longer persists due to the breaking of the contact network of grains preventing the propagation of plastic rearrangements. It also depends on the applied vibrations, as the bulk rheology.

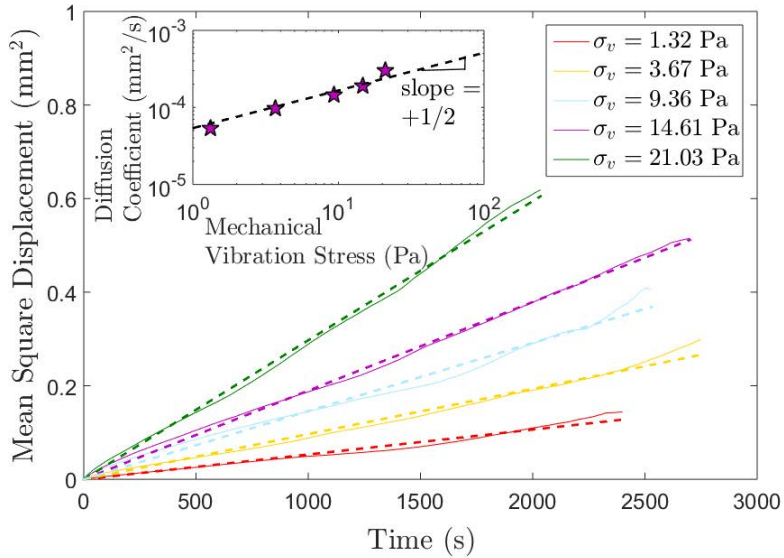
In this intermediate regime, reorganizations occur due to both vibrations and shear. The bulk rheology is the same than the local one due to the homogenization of the suspension. Vibrations cancel the localization and the apparent yield stress of the suspension. Therefore, the assumption that the averaged σ imposed by the rheometer is nearly the same all along z direction seems to be valid.

Vibrating case - Low $\dot{\gamma}$ values

MSD calculations The tracking (PTV) measurements on the viscosity plateau provide us 2D maps of particles trajectories for each vibration energy during one experiment (Fig. 3.14(a)). On the viscosity plateau, PIV measurements are impossible because of very low shear rates value. PTV measurements have been performed for a particular interrogation window chosen in the middle of the cross-section to avoid (i) the velocity field that could appear near the vane, and



(a)



(b)

FIGURE 3.14 – (a) 2D map of particles trajectories, for imposed shear stress $\sigma = 5$ Pa and $\sigma_v = 14.61$ Pa. In inset, typical trajectory of a particle followed during 2500 s. Most of the time, the grain keeps confined in a cage formed by its nearest neighbors. (b) Mean square displacement as a function of time, for imposed shear stress $\sigma = 5$ Pa and various values of the mechanical vibration stress σ_v . The data are well fitted to $\langle r^2(t) \rangle \propto Dt$ (dashed lines). In inset, D vs. σ_v , for the same data. The dashed line is a guide for the eyes.

(ii) the boundary condition at the outer wall. Moreover, experiments where no shear but only vibrations are applied have been carried out. The PTV results show the same process, with the same slope for a given σ_v , than in the case where both vibrations and low shear are applied. For

this high viscosity system, the time that would take for a bead to travel over a diameter length due to the shear is much larger than the one due to vibrations. In order to only take into account the vibrations effect, the grain averaged motion due to the shear has been subtracted from the measurements when necessary. Therefore, the viscosity plateau is related to a rearrangement time induced by vibrations, we called τ_{vib} .

A typical grain trajectory is plotted in Fig. 3.14(a), in inset. We observe that particles cages diffuse with time. We extract the mean square displacement (MSD) of the beads submitted to various values of σ_v . The results suggest a purely diffusing process without subdiffusive cage effect (Fig. 3.14(b)), well described by :

$$\langle r^2(t) \rangle \propto Dt \quad (3.9)$$

with D the diffusion coefficient depending on the vibration stress. The value of D increases with increasing σ_v , such as $D \propto (\sqrt{\sigma_v})^\beta$ (Fig. 3.14(b), in inset), with $\beta = 1.16 \pm 0.04$. This suggests that τ_R is relating to D as $\tau_R \propto D^{-1}$. These results are perfectly in agreement with DEM simulations investigating compaction dynamics of a granular media subject to vertical taps, which suggests the existence of a glassy dynamics of the system, as observed here [91]. Actually, increasing the vibration energy allows the increase of velocity fluctuations, and thus the decrease of the viscosity.

The microscopic rearrangement time τ_{vib} has to be equal to the corresponding macroscopic time extracted from the bulk rheology, at $z = 10$ mm. It has been shown, through MSDWS (Multi-Speckle Diffusing Wave Spectroscopy) experiments on suspensions, that the decorrelation time is directly proportional to z , the distance from the free surface of the sample [59]. Therefore, we calculate the rearrangement time τ_R^* extracted from rheological measurements and evaluated at $z = 10$ mm. The rearrangement time τ_{vib} , which is the time between two contact breaking events induced by vibrations, is related to a particle displacement over a fraction α of its diameter. This diameter fraction is evaluated by combining Eqs. 3.6 and 3.9, such as $\tau_R^* = \tau_{vib} = \langle (\alpha d)^2 \rangle / D$. The value of α is plotted as a function of the vibration stress σ_v (Fig. 3.15, in inset). We see that α remains constant whatever the value of σ_v , and equals $\langle \alpha \rangle = 0.061 \pm 0.005$. The rearrangement time τ_{vib} due to vibrations seems to be the time for a particle displacement of $0.06d$. The evolution of τ_{vib} calculated with $\langle \alpha \rangle$ is plotted in Fig. 3.15. The macroscopic and the microscopic rearrangement times collapse on the same straight line and scale with $(\sqrt{\sigma_v})^{-1}$ in that case.

These results suggest that the value of the viscosity plateau η_0 appearing under vibrations is controlled by a rearrangement time. For our experiments, it seems that τ_R^* is the time for a particle displacement of $0.06d$.

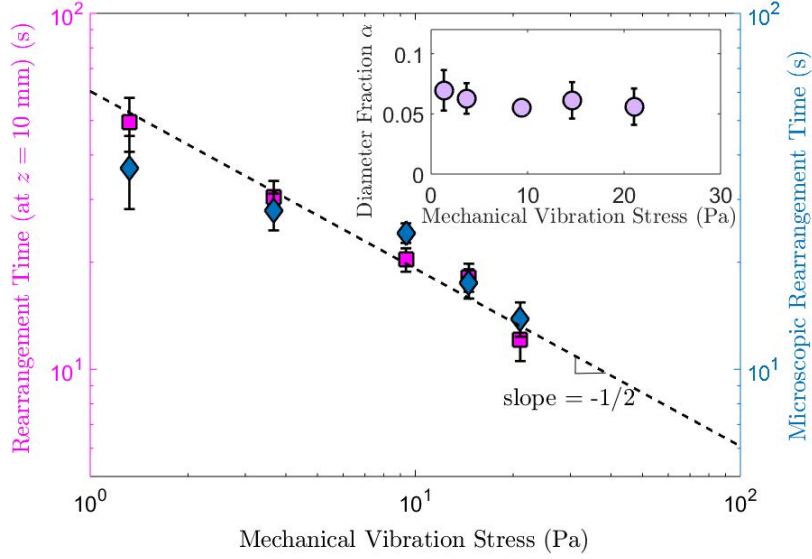


FIGURE 3.15 – Logarithmic plot of the rearrangement times τ_R^* and τ_{vib} calculated with $\langle \alpha \rangle$, as functions of the mechanical vibration stress σ_v . The dashed line is a guide for the eyes. In inset, α vs. σ_v .

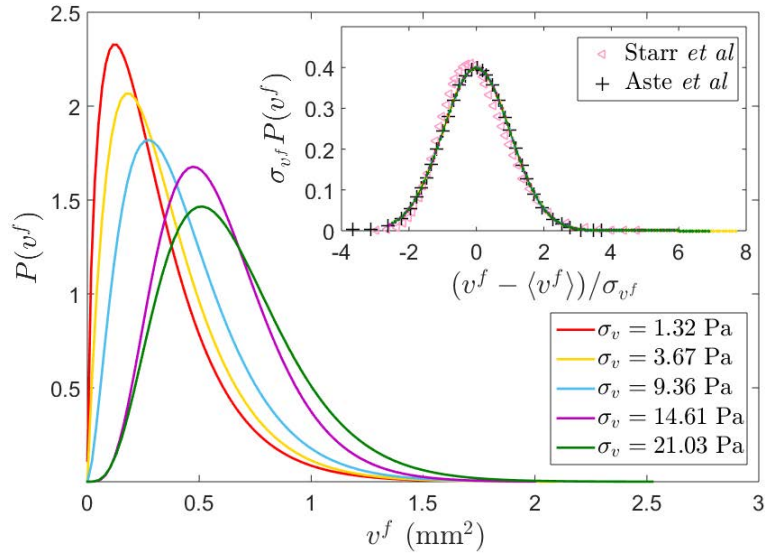
Free volume approach To go further, we decided to study the distribution of the interstitial voids in the packing microstructure and how this evolves with the vibration intensity. Following previous works [91–98], we focused on the free volume associated to each particle, computed through the Voronoï tessellation.

We define the surface in 2D occupied by a particle as v the Voronoï polyhedron. This corresponds to the cell area around a particle in which all points are closer to that particle than to any other in the packing. The Voronoï tessellation allows to partition the image into Voronoï polyhedra needed to map the space.

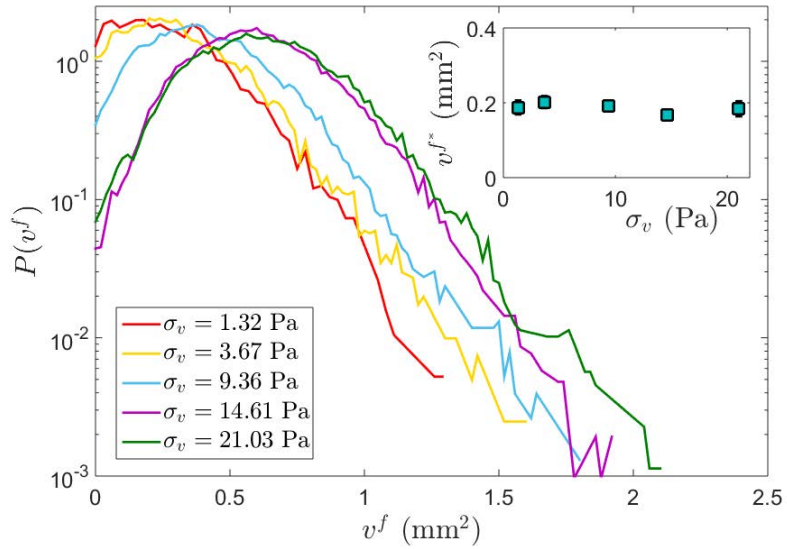
Each particle can "rattle" in a cage, more or less spacious, depending on the vibration energy. The particle center can translate, given that all others are fixed. In this paper, we have defined the free volume for each particle as the difference between the Voronoï volume associated to one grain and the area of the closest regular polyhedron of this grain ($v_g = \sqrt{3}/2$) [94] : $v^f = v - v_g$. Free volume distributions for different values of σ_v are plotted in Fig. 3.16. The distributions are asymmetric with exponential tails, which are standard features of the Voronoï distributions. In granular media, these distributions are well approximated by a gamma law, in agreement with previous works [94–98] :

$$P(v^f) = \frac{(v^f)^{a-1}}{b^a \Gamma(a)} e^{-v^f/b} \quad (3.10)$$

with a the shape parameter and b the scale parameter. The mean free volume equals $\langle v^f \rangle = ab$ and $\sigma_{v^f}^2 = ab^2$. The mean value $\langle v^f \rangle$ and the standard deviation σ_{v^f} increase with increasing σ_v .



(a)



(b)

FIGURE 3.16 – Free volume distributions for different values of the mechanical vibration stress σ_v . (a) The data are well fitted with a gamma law presented in Eq. 3.10 (solid lines). In inset, plot of the rescaled distributions. The same scaling has been found by Starr *et al.* [99] and Aste *et al.* [100]. (b) Semi-logarithmic plot of raw data : well-defined exponential tails appear, with characteristic free volumes v^{f*} . In inset, v^{f*} vs. σ_v .

Increasing vibration energy allows the increase of voids volumes at the local scale, and therefore the decrease of the viscosity at the macroscopic scale. However, the distributions collapse on the same master curve when $\sigma_{v^f} P(v^f)$ is plotted (Fig. 3.16(a), in inset) as a function of the rescaled quantity $(v^f - \langle v^f \rangle) / \sigma_{v^f}$. Moreover, it is exactly the same scaling that has been observed in MD simulations of glass-forming liquids by Starr *et al.* [99], and supported by experimental data on granular packs by Aste *et al.* [100]. This tends to confirm the existence of a sole underlying geometrical system, where the vibrations effect is included into the average and the variance of the free volumes distributions. Figure 3.16(b) displays the distributions of free volumes in semi-logarithmic plot. One still observes exponential tails for free volumes high enough to allow rearrangements. In this region, one can define a critical free volume v^{f*} beyond which spatial rearrangements become possible [91, 94, 96] : $P(v^f) \sim \exp(-v^f/v^{f*})$. The value of v^{f*} does not depend on the value of σ_v (Fig. 3.16(b), in inset). The mean critical free volume equals $\langle v^{f*} \rangle = 0.1866 \pm 0.0115 \text{ mm}^2$. This value is the value of the area crown corresponding to $(\langle \alpha \rangle d)$, $v^{f*} \approx 2\pi R (\langle \alpha \rangle d) = 0.188 \text{ mm}^2$.

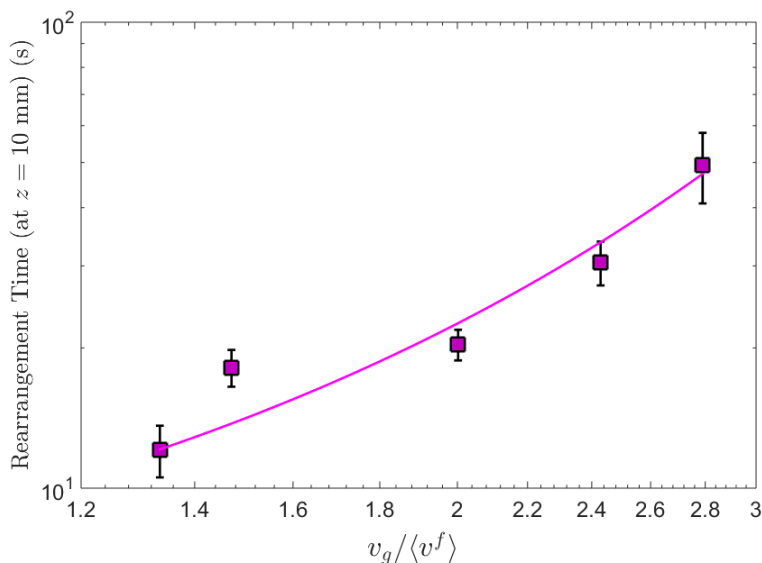


FIGURE 3.17 – Evolution of the rearrangement time τ_R^* as a function of $v_g / \langle v^f \rangle$. The solid line is the Doolittle's model presented in Eq. 3.11.

We suggest that the relation linking the rearrangement time τ_R^* (proportional to the viscosity) to the free volumes is given by the Doolittle's free-space equation [101], common in previous works [92, 93, 102] :

$$\eta_0 \propto \tau_R^* \propto A \exp\left(B \frac{v_g}{\langle v^f \rangle}\right) \quad (3.11)$$

where A and B are constants depending on the nature of the fluid. This model usually works well for polymer liquids submitted to change in temperature. The data are well fitted to this empirical

model (Fig. 3.17), with $A = 3.4695 \pm 0.0527$ Pa.s, and $B = 0.93614 \pm 0.0142$ in agreement with the fact that B is found by Doolittle to be a constant of order unity. We have finally linked a dynamical property of the suspension τ_R^* to a structural parameter $\langle v^f \rangle$.

3.2.5 Conclusions

In this paper, we have experimentally studied the bulk and the local rheology of a gravitational and a high-viscosity vibrated granular suspension.

We show that applying vibrations suppresses the yield stress. This makes appear a viscosity plateau at low shear and a frictional regime for intermediate shear rate values. The viscosity of the suspension decreases with increasing the vibration intensity.

Refractive-index matching technique allows to visualize inside the sample and therefore to study the rearrangements of the grains at the local scale :

(i) When no vibrations are applied, we evidence the non locality of the rheology and extract a correlation length that does not depend on the applied shear rate : $\xi = 2d$. This value is in agreement with previous numerical simulations from the literature.

(ii) In the intermediate regime, the local rheology collapses on the bulk rheology, showing that action of both shear and vibrations homogenizes the system.

(iii) On the viscosity plateau, we extract a rearrangement time induced by vibrations using PTV technique. We evidence that the rheological time τ_{R^*} corresponds to the time a particle need to move from $0.06d$.

(iv) Analyzing free volumes distributions, we show that the length $0.06d$ is related to a critical free volume v^{f^*} beyond which cage reorganization become possible.

To our knowledge, this is the first time that the effect of vibrations on rearrangement time at the local scale arising in dense granular and vibrated suspensions are experimentally put in evidence.

It would be of great interest to study the dependency of the velocity field in the gap with the depth z of the sample, through X-ray tomography measurements for instance.

Acknowledgments This work is funded by European Funds Interreg VA ("PowderReg" Project).

3.3 Ouverture sur l'étude expérimentale couplée globale/locale de l'écoulement d'une suspension isodense sous vibrations

Nous proposons dans cette section l'étude couplée globale/locale de l'écoulement d'une suspension isodense à faible viscosité (Tab. 3.1, système 2). Cela nous permet de vérifier si les résultats présentés dans la Section 3.2 sont transposables à une suspension avec d'autres propriétés. Le dispositif expérimental et les outils de mesures sont identiques que précédemment et présentés dans la Section 3.1.

3.3.1 Rhéologie globale

Les courbes d'écoulement obtenues avec le rhéomètre (Fig. 3.18(a)) sont en accord avec les résultats présentés précédemment pour le système 1 (Section 3.2). En effet, on observe un comportement de type fluide à seuil lorsque $\sigma_v = 0$ Pa, avec apparition d'une contrainte frictionnelle évaluée avec la loi de Coulomb à $\sigma_f = 11,75 \pm 2,35$ Pa, et extraite par ajustement avec la loi Herschel-Bulkley $\sigma_f = 15,89$ Pa où $\sigma = \sigma_f + k\dot{\gamma}^n$ avec $k = 14,4$ Pa.sⁿ et $n = 0,75$. Nous avons également extrait le module de cisaillement de l'Eq. 3.5, $G_M = 13,63$ Pa. Ces résultats

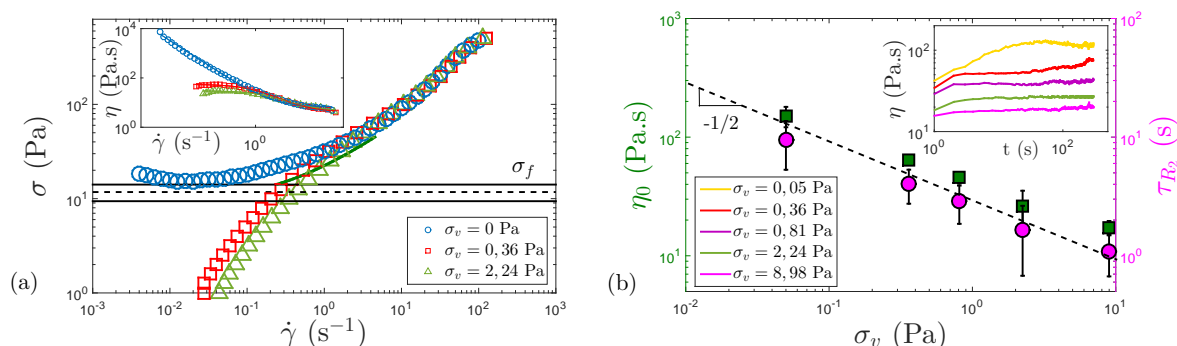


FIGURE 3.18 – (a) Évolution de la contrainte en fonction du taux cisaillement pour différentes valeurs de la contrainte de vibration σ_v . Le trait plein représente les données calculées après extraction locale des profils de vitesse par PIV dans le régime frictionnel. Un intervalle pour la contrainte frictionnelle σ_f calculée théoriquement par la loi de Coulomb est représenté. En insert, la viscosité en fonction du cisaillement pour les mêmes valeurs de σ_v . Les marqueurs représentent les données expérimentales, et les traits pleins les ajustements des données par les Eqs. 3.5 and 3.7. (b) Évolution de la viscosité de plateau η_0 et du temps de réarrangement τ_{R_2} en fonction de la contrainte de vibration σ_v . La ligne pointillée représente une pente $-1/2$. En insert, évolution temporelle de la viscosité du système 2 à une valeur de contrainte imposée $\sigma = 1$ Pa pour différentes valeurs de σ_v .

confirment le fait que $\sigma_f \sim G_M$ est une transition entre les deux régimes présentés précédemment dans la Section 3.2.4. Dans la suite, nous nous intéressons au régime $\sigma < \sigma_f$, là où les vibrations changent la rhéologie apparente.

Dans ce régime, les vibrations suppriment la contrainte seuil et font apparaitre un plateau de viscosité η_0 dont la valeur diminue avec l'augmentation des vibrations σ_v . La valeur de cette viscosité Newtonienne peut être reliée à un temps de réarrangement viscoélastique τ_R , extrait des Eqs. 3.6 et 3.7. La valeur de G_M est considérée constante et évaluée par ajustement à $G_M = 15,85 \pm 3,89$ Pa. Les ajustements des courbes d'écoulement sont présentés en traits pleins sur la Fig. 3.18(a), en insert. Afin d'avoir accès à plusieurs décades sur σ_v de l'évolution de la viscosité de plateau, nous avons réalisé des expériences à une valeur de contrainte imposée $\sigma = 1$ Pa se trouvant sur le plateau (Fig. 3.18(b), en insert). Après un court transitoire, la viscosité atteint une valeur constante qui dépend de σ_v . Cette valeur est moyennée dans le temps et assimilée à η_0 pour le cas correspondant. Nous avons alors tracé l'évolution de la viscosité de plateau ainsi que des temps de réarrangement correspondants pour différentes valeurs de vibration σ_v (Fig. 3.18(b)). Ces deux quantités sont contrôlées par la contrainte de vibration $\eta_0 \propto \tau_R \propto (\sigma_v)^{-1/2}$, ce qui semble confirmer les résultats obtenus avec le système 1 (Section 3.2.4).

3.3.2 Rhéologie locale

Rappelons que les mesures locales sont obtenues par des mesures PIV permettant l'accès au profil de vitesse dans le gap. Les valeurs locales de la contrainte dans le gap sont données par la relation $\sigma_{loc}(r) = T/(2\pi r^2 h_v)$ avec $h_v = 5$ cm la hauteur du vane et T le couple (N.m) donné par le rhéomètre. Les valeurs locales du taux de cisaillement sont obtenues par la relation $\dot{\gamma}(r) = -r \frac{\partial}{\partial r}(v_{\theta}(r)/r)$ en dérivant (i) le profil de vitesse brut ou (ii) l'ajustement du profil de vitesse $v_{\theta}(r) = ar + b/r + c/r^2$. On utilise le cas (ii) afin d'extrapoler les données non accessibles proche du vane. Toutes les mesures locales ont été réalisées à une profondeur $z = 10$ mm dans l'échantillon, en considérant la surface comme étant $z = 0$.

Cas sans vibrations

Nous avons tracé sur la Fig. 3.19(a), dans le cas sans vibrations, la courbe d'écoulement obtenue par mesures rhéométriques $(\sigma, \dot{\gamma})$ ainsi que les données extraites par mesures locales $(\sigma_{loc}, \dot{\gamma}_{loc})$ pour une valeur imposée $\dot{\gamma} = 0,01$ s⁻¹. Comme dans le cas du système 1, la rhéologie est non locale, le système est bloqué macroscopiquement mais il existe des mouvements à l'échelle des particules. Le modèle de fluidité et la même procédure que dans l'étude du système 1 ont été utilisés (*cf* Section 3.2.4) afin de représenter la rhéologie non locale qui provient d'événements plastiques locaux s'étendant sur une longueur caractéristique ξ/d . Comme dans le cas du système

1, le modèle ajuste correctement les données expérimentales et semble être en accord avec une rhéologie non locale, avec une longueur de corrélation moyenne $\langle \xi \rangle \sim 7d$. Cette valeur, bien que cohérente avec les études précédentes obtenues numériquement [23, 24], est nettement supérieure à celle obtenue pour le système 1 ($\sim 2d$). Cela est certainement dû à l'isodensité du système 2, qui induit des forces de contact plus faibles que dans le système 1, et un transfert de mouvement induit par les interactions hydrodynamiques qui s'étend plus loin.

Régime frictionnel

Pour des valeurs de cisaillement intermédiaires correspondant au régime frictionnel, nous observons une baisse de la viscosité avec l'augmentation du cisaillement et des vibrations. La rhéologie locale, obtenue par mesures de PIV et ajustement des profils de vitesse, rejoint la rhéologie globale dans ce régime (Fig. 3.18(a), trait plein), ce qui confirme nos conclusions explicitées dans la Section 3.2.4. En effet, dans le régime frictionnel, les vibrations ajoutées au cisaillement permettent l'homogénéisation de l'échantillon et suppriment la localisation de l'écoulement : la rhéologie est donc locale.

Plateau de viscosité

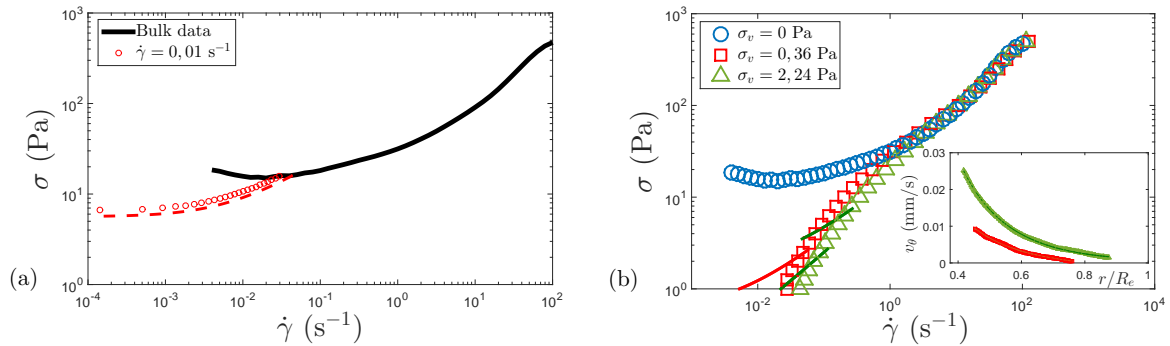


FIGURE 3.19 – Évolution de la contrainte en fonction du taux de cisaillement. (a) Dans le cas sans vibrations. La rhéologie globale est en trait noir plein, le modèle de fluidité (traits pointillés) ajuste correctement les données expérimentales extraites localement pour une valeur imposée $\dot{\gamma} = 0,01 \text{ s}^{-1}$ (o). (b) Pour différentes valeurs de la contrainte de vibration σ_v . Les traits pleins représentent les données calculées après extraction locale des profils de vitesse par PIV sur le plateau de viscosité. En insert, les profils de vitesse dans le gap extraits par PIV pour un peakhold sur le plateau de viscosité $\sigma = 1 \text{ Pa}$. Les données sont ajustées par $v_\theta(r) = ar + b/r + c/r^2$ (traits pleins).

Concernant la rhéologie à l'échelle des grains sur le plateau de viscosité, nous avons pu obtenir

des mesures PIV dans le gap, contrairement au cas du système 1. Cela est dû aux propriétés du système 2, isodense et à faible viscosité, qui permet d'observer des mouvements induits par le vane à des temps longs. De ce fait, nous avons tracé les données locales extraites par PIV de l'évolution de la contrainte en fonction du taux de cisaillement pour quelques peakhold (σ imposés) relatifs au plateau, et pour deux valeurs de σ_v (Fig. 3.19(b), traits pleins). Les profils de vitesse sont donnés en exemple pour $\sigma = 1$ Pa sur la Fig. 3.19(b), en insert. Les données locales semblent rejoindre celles globales pour les grandes valeurs de $\dot{\gamma}$ et s'éloigner pour les faibles, i.e. la rhéologie semble locale pour les données extraites proches du vane et non locale lorsque l'on avance dans le gap. En effet, les profils de vitesse dans le gap mettent en évidence une localisation de l'écoulement, avec une vitesse nulle avant la fin du gap (Figs. 3.19(b) et 3.20(b), en insert). La localisation de l'écoulement se fait d'autant plus loin dans le gap que la contrainte de vibration est importante, ce qui semble montrer que les vibrations induisent des mouvements même proche de la paroi externe. Nous avons calculé la valeur de la distance de localisation r_{loc}/R_e en cherchant $v_\theta = 0$ à partir de l'ajustement des données expérimentales et avons tracé son évolution en fonction du paramètre de vibration σ_v (Fig. 3.20(a)). Il semble que la distance de localisation de l'écoulement se déplace linéairement avec σ_v , démontrant l'effet des vibrations sur la suppression des hétérogénéités dans le champ des contraintes. Nous pouvons également noter que l'ajustement des données par une loi linéaire suggère une localisation de l'écoulement non nulle dans le cas sans vibrations, évaluée à $r/R_e = 0,72$ (peakhold $\sigma = 1$ Pa). Cela rejoint le fait que, même sans vibrations, un écoulement doit exister avec une localisation de l'écoulement qui rend la rhéologie du système non locale.

La prochaine étape est de relier les mesures macroscopiques obtenues au rhéomètre à celles locales obtenues par PIV. Ce lien se fait au travers du temps de réarrangement des grains qui dépend de la contrainte de vibration. Comme dans le cas du système 1, le temps τ_{R_2} doit être réévalué en cohérence avec la mesure qui se fait à $z = 10$ mm de profondeur dans l'échantillon. Il a été montré par mesures de MSDWS que ce temps dépend linéairement de z depuis la surface libre de la suspension. Le temps de réarrangement macroscopique à mettre en lien avec celui microscopique est donc calculé en $z = 10$ mm et nommé $\tau_{R_2}^*$. Nous supposons alors que le temps de réarrangement $\tau_{R_2}^*$ soit lié au temps microscopique de réorganisation induit par le mouvement radial des grains τ_θ qui dépend des vibrations. La cohérence entre ces deux temps nous impose de travailler à un endroit du gap où macro et micro échelles doivent donner les mêmes résultats, i.e. où la rhéologie est locale. Nous avons déjà vu dans la Section 3.1.1 que c'était le cas proche du vane. Ceci s'explique par le fait que le rhéomètre est calibré de telle sorte que les mesures sont locales dans une région autour de $r = r^*$ dans le gap, en considérant que tout l'échantillon est en mouvement. Cette valeur est définie par la relation $r^* = 0,45R_e \sim 9$ mm où R_e est la

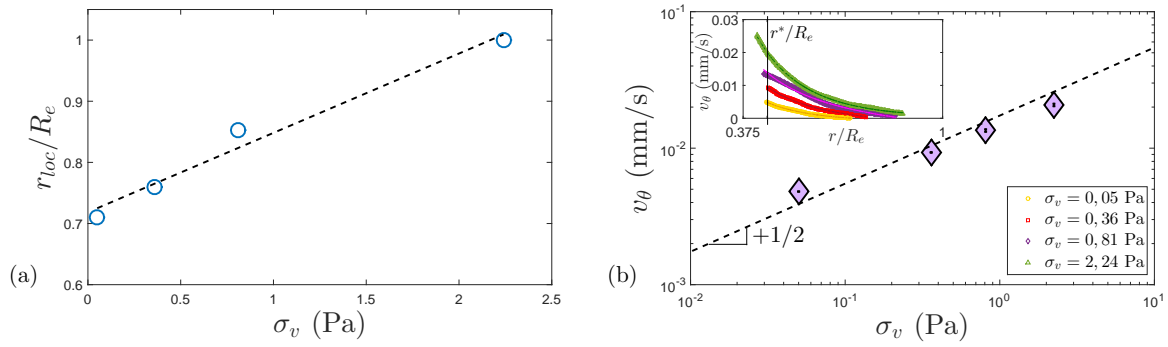


FIGURE 3.20 – (a) Évolution de la distance au vane de la localisation de l’écoulement r_{loc}/R_e en fonction des vibrations σ_v pour une valeur de contrainte imposée $\sigma = 1$ Pa. Les données sont ajustées par une loi linéaire $r_{loc}/R_e = 0,72 + 0,13\sigma_v$. (b) Évolution de la vitesse v_θ extraite en $r = r^*$ en fonction de la contrainte de vibration σ_v pour le système 2 (PMMA+Triton X100) et une valeur de contrainte imposée $\sigma = 1$ Pa. En insert, profils de vitesse dans le gap pour différents σ_v . Le trait plein représente la valeur r^*/R_e dans le gap.

valeur du rayon externe du cylindre de la géométrie utilisée [45, 46]. Le temps de réorganisation induit par le mouvement radial est donc évalué tel que $\tau_{R_2} = \tau_\theta = \kappa d/v_\theta(r = r^*)$, avec κ une fraction de diamètre. Les valeurs de v_θ en $r = r^*$ sont extraites des profils de vitesse obtenus par PIV et tracés en fonction de la vibration σ_v (Fig. 3.20(b)). La vitesse en r^* varie en $\sqrt{\sigma_v}$, ce

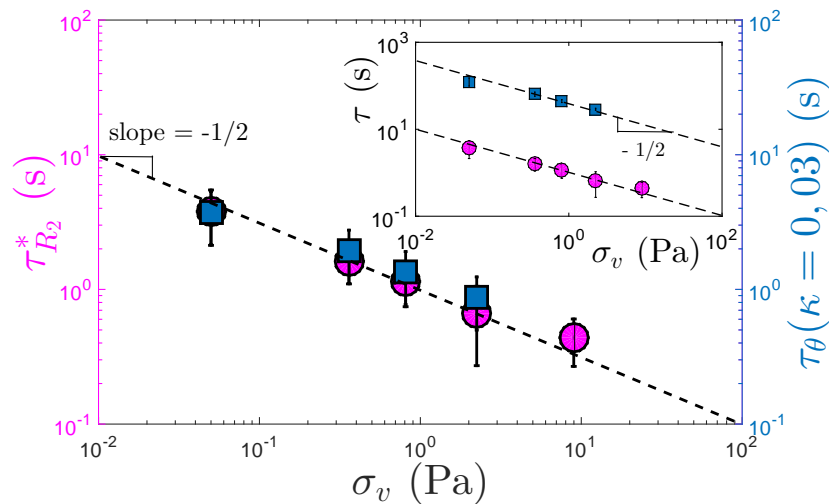


FIGURE 3.21 – Évolution du temps de réarrangement $\tau_{R_2}^*$ évalué en $z = 10$ mm ainsi que du temps de réorganisation induit par le cisaillement τ_θ calculé avec $\kappa = 0,03$ en fonction de la contrainte de vibration σ_v . En insert, $\tau_{R_2}^*$ évalué en $z = 10$ mm et τ_θ calculé avec $\kappa = 1$ en fonction de σ_v . Les traits pointillés représentent la pente de $-1/2$.

qui nous conforte dans l'idée que c'est le temps de réorganisation induit par cette vitesse qui est responsable des valeurs de viscosité de plateau, puisque $\eta_0 \propto \tau_\theta \propto (v_\theta)^{-1}$.

L'évolution du temps de réorganisation microscopique τ_θ calculé pour $d = 600 \mu\text{m}$, v_θ en r^* , et $\kappa = 1$ dans un premier temps, est tracé en parallèle du temps macroscopique $\tau_{R_2}^*$ sur la Fig. 3.21, en insert. Les deux temps ont la même évolution $\tau_{R_2}^* \propto \tau_\theta \propto (\sigma_v)^{-1/2}$, mais les données n'ont pas le même ordre de grandeur. Par méthode des moindres carrés, nous évaluons la valeur de κ afin que les temps macro et micro soient égaux. Nous traçons sur la Fig. 3.21 l'évolution de $\tau_{R_2}^*$ et de τ_θ pour $\kappa = 0,030 \pm 0,001$. Ce temps correspond donc au temps que met une particule à se déplacer de $0,03d$ entre deux événements, i.e. entre deux réorganisations à l'échelle locale, contrôlant ainsi la valeur de la viscosité de plateau η_0 de la suspension.

3.4 Discussion et bilan sur l'étude expérimentale de suspensions granulaires en géométrie de type Couette sous vibrations

3.4.1 Suspension gravitaire à haute viscosité

Nous avons présenté l'étude expérimentale couplée globale/locale d'une suspension gravitaire visqueuse dans une cellule de type Couette soumise à des vibrations. Le rhéomètre nous apporte des informations moyennées sur le comportement rhéologique global de la suspension. Nous retrouvons les résultats de la littérature [45], i.e. nous observons la suppression de la contrainte seuil par ajout de vibrations, l'apparition d'un plateau de viscosité à bas cisaillement, ainsi qu'un régime de type frictionnel pour des valeurs de cisaillement intermédiaires. La valeur de la viscosité de plateau η_0 diminue avec l'augmentation de la contrainte de vibrations σ_v . La technique iso-indice/fluorescence induite par laser nous permet de sonder l'intérieur de l'échantillon et les mouvements à l'échelle du grain, et ainsi de relier la rhéologie globale à celle mesurée localement.

Sans vibrations, nous avons montré qu'il existe en réalité un écoulement malgré la contrainte seuil explicitée par les mesures globales. Ce comportement est prédit par des travaux numériques [23, 24]. La rhéologie est donc non locale, et une longueur de corrélation associée aux réarrangements dans le système émerge de l'ordre de $\xi/d \sim 2$. Ces mouvements à l'échelle du grains sont lents et localisés, d'où un milieu en apparence bloqué.

Sous vibrations et dans le régime frictionnel, le cisaillement couplé aux vibrations entraîne des mouvements dans tout l'échantillon, tendant à l'homogénéiser. Il semble que les vibrations induisent des réarrangements dans tout le système, et aient pour rôle de supprimer la localisation de l'écoulement même en paroi externe. Les mesures rhéométriques globales sont alors en accord avec la dynamique à l'échelle locale : l'homogénéisation par les vibrations rend la rhéologie locale. Nous souhaitons apporter une discussion sur la dynamique au voisinage du vane. En effet, le profil

de vitesse obtenu expérimentalement n'est pas exploitable mais une extrapolation est possible car nous connaissons son évolution dans le gap, telle que $v_\theta(r) = ar + b/r + c/r^2$. Ainsi nous pouvons comparer la vitesse obtenue par mesures locales v_θ en $r = R_i$ et la vitesse initialement imposée par l'appareil de mesure $v_\theta = \omega R_i$ en fonction des valeurs de peakhold $\sigma(R_i)$ et pour différentes valeurs de vibrations (Fig. 3.22(a)). Nous n'avons pas assez de décades pour proposer une loi d'évolution, cependant nous pouvons remarquer que la vitesse suit la même tendance qu'importe le moyen d'extraction. Néanmoins, la vitesse extraite par mesures locales est nettement inférieure à celle imposée par le rhéomètre. Cela suggère que des effets de glissement au vane apparaissent, où un cisaillement préférentiel d'une couche de fluide perturbe la mesure. En réalité, seulement un faible pourcentage de la vitesse imposée est transmise aux grains $\%_t v < 40\%$. Cette transmission de vitesse semble être d'autant plus efficace que le couplage vibrations/contrainte imposée est important (Fig. 3.22(b)), suggérant une diminution de la couche de fluide cisailée près du vane. Il serait alors intéressant de faire d'autres expériences afin d'évaluer correctement la vitesse de glissement (vane/1^{ère} couche de grains) ou (1^{ère} couche/2^{nde} couche de grains), ainsi que l'influence des vibrations sur celle-ci.

Sous vibrations et sur le plateau de viscosité, nous avons mis en évidence que le comportement de type Newtonien observé en rhéologie provient du processus diffusif que présente le système à l'échelle des particules. Cette nature diffusive expliquant le comportement Newtonien sous vibrations à bas gradient permet de confirmer ce que les résultats de la littérature obtenus en MSDWS suggèrent [59]. En effet les vibrations dominent dans ce régime, où le temps caractéristique de réarrangement dû à l'écoulement, de l'ordre de $\tau_\gamma \sim 1/\dot{\gamma} \sim 1000$ s, est grand devant celui lié aux

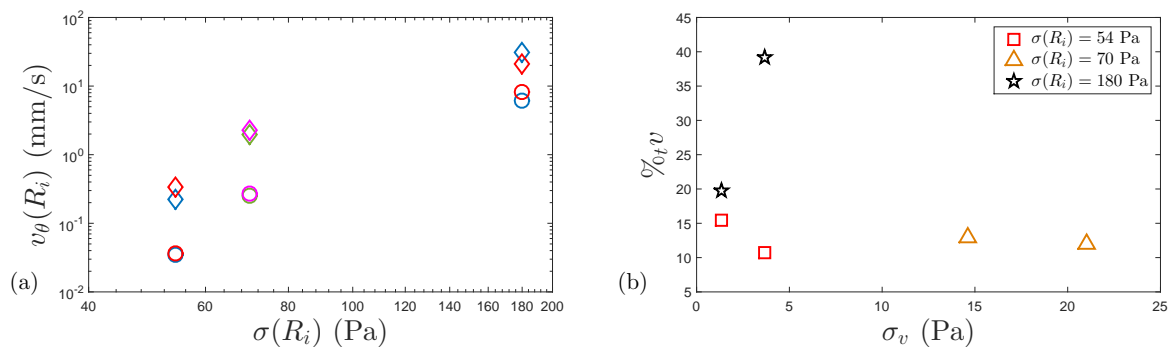


FIGURE 3.22 – (a) Évolution de la vitesse au rayon interne R_i obtenue par extrapolation des mesures locale (\circ) et donnée par le rhéomètre (\diamond), en fonction de la contrainte imposée $\sigma(R_i)$. Données obtenues pour $\sigma_v = 1, 32$ Pa (bleu), $3, 64$ Pa (rouge), $14, 61$ Pa (vert) et $21, 03$ Pa (rose). (b) Évolution du pourcentage de vitesse imposée transmise aux particules $\%_t v$ en fonction des vibrations σ_v , pour différentes valeurs de contrainte imposée $\sigma(R_i)$.

vibrations, de l'ordre de $\tau_{vib} \sim 1/f \sim 100$ s. Le coefficient de diffusion associé croit en loi de puissance avec les vibrations tel que $D \propto \sqrt{\sigma_v}$. Le temps caractéristique de réarrangement des particules extrait par mesures locales, et qui correspond au temps entre deux sorties de cage, est cohérent avec celui tiré des mesures rhéologiques macroscopiques. Ce temps décroît avec les vibrations tel que $\tau_R \propto (\sqrt{\sigma_v})^{-1}$. Cette échelle est relative à un volume libre disponible permettant des réorganisations autour de chaque particule qui est de l'ordre de $0,06d$. Cela suggère que l'augmentation des vibrations permet uniquement la création de vides à l'échelle locale en augmentant les fluctuations de vitesses, induisant ainsi une baisse de la viscosité effective. L'effet des vibrations est donc inclus totalement dans la moyenne et la variance de la distribution des volumes libres mais ne semble pas influencer la valeur du volume libre au-dessus de laquelle les réarrangements deviennent possible. Nous avons également montré que le temps de réarrangement est lié au volume libre moyen dans l'échantillon par l'équation de Doolittle. Cette équation est couramment utilisée pour représenter la variation de la viscosité dans des systèmes où sa variation est directement liée à une température intrinsèque au milieu. Les fluctuations de vitesses dans les milieux granulaires peuvent être par exemple créées par l'écoulement lui-même et sont exprimées au travers de la température granulaire par $T_g = \langle(\delta v)^2\rangle$. Nous savons également que le volume libre moyen mesuré dans nos expériences dépend de l'intensité des vibrations. Il semble donc que la viscosité de plateau soit directement liée à la température granulaire intrinsèque à la suspension granulaire et dépendante de l'intensité des vibrations. Il serait intéressant d'approfondir cette étude en calculant cette température granulaire afin de proposer une loi d'évolution avec les vibrations. Dans ce régime dominé par les vibrations, nos résultats suggèrent donc que (i) le comportement de type Newtonien provient de processus diffusifs intrinsèques à la rhéologie locale et non relatifs aux hétérogénéités dans l'écoulement, (ii) les vibrations contrôlent la cinétique de distribution du volume autorisant des réarrangements à l'échelle de la particule et (iii) ces réarrangements sont liés à une température granulaire créée par des fluctuations de vitesses provenant des vibrations appliquées.

3.4.2 Suspension isodense à faible viscosité

L'étude expérimentale couplée globale/locale d'une suspension isodense à faible viscosité dans une cellule de type Couette soumise à des vibrations nous permet d'apporter des pistes sur l'influence des propriétés de la suspension (ici isodensité et diamètre des grains) sur sa rhéologie. Les mêmes conclusions exposées pour le système gravitaire à haute viscosité peuvent être tirées sur (i) la rhéologie macroscopique, (ii) la non-localité dans le cas sans vibrations avec une longueur de corrélation $\xi/d \sim 7$ et (iii) le couplage des vibrations avec l'écoulement qui rend la rhéologie locale dans le régime frictionnel.

En ce qui concerne le plateau de viscosité, nous pouvons faire le bilan suivant :

- un champ de vitesse est observé et il semble que de faibles vibrations ne suffisent pas à délocaliser l'écoulement : la rhéologie est donc non locale,
- la zone de localisation semble dépendre linéairement du paramètre de vibration σ_v ,
- un temps de réarrangement relié à la viscosité de plateau est extrait, en considérant la rhéologie locale au point r^* défini pour chaque géométrie. Ce temps montre la même décroissance en loi de puissance avec l'intensité des vibrations que dans le cas du système 1, mais est évalué environ 25 fois plus faible et correspond à un volume libre disponible autour de chaque particule de l'ordre de $0,03d$,
- les résultats suggèrent que le temps de réorganisation du système 2 est en réalité un couplage du temps de réorganisation directement dû au mouvement du vane, et du temps de réorganisation dû aux vibrations. Cette hypothèse semble valable compte-tenu du fait que le temps associé à l'écoulement est du même ordre de grandeur que celui dû aux vibrations ($\tau_\gamma \sim \tau_{vib} \sim 100$ s).

Sur le plateau, i.e. à bas gradient, les réarrangements se font plus rapidement dans une suspension à faible viscosité, les grains ont le temps de se déplacer sur une distance d'autant plus courte que la viscosité du système est faible. Il serait alors intéressant de réaliser des expériences à bas gradient, uniquement sous vibrations pour décorrélérer les deux effets.

3.4.3 Mise en commun des systèmes

La dynamique pour les deux suspensions est la même mais les ordres de grandeurs de viscosité sont différents. Nous proposons donc de réunir les données sur une même courbe maitresse, en prenant en compte tous les paramètres de l'expérience. Pour cela, nous nous basons sur le scaling proposé par Hanotin *et al.* [82] rappelé ici :

$$\eta_0 \propto Pe_{lub}^{-1} \quad \text{avec} \quad Pe_{lub} = (\eta_f A 2\pi f) / (d\sigma_f)$$

Aux vues des trois ordres de grandeurs qui séparent les valeurs de viscosité, cette loi d'échelle ne représente pas le comportement de nos deux systèmes. Dans un premier temps, nous proposons donc de définir une viscosité de référence telle que $\eta_{ref} = P_g \sqrt{d/g}$, où $P_g = \Delta\rho\phi g L_{1,2}$ avec $L_{1,2}$ une longueur caractéristique à choisir suivant le système 1 ou 2. Après plusieurs essais, nos données expérimentales se rejoignent sur une même courbe lorsque $L_1 \equiv \bar{z}$, où \bar{z} est la hauteur moyenne du vane définie dans la pression granulaire nous permettant de calculer la contrainte frictionnelle (Eq. 3.4), et $L_2 \equiv d$ (Fig. 3.23(a)). Nous proposons d'expliquer cela par le fait que le système 1 est gravitaire et la pression granulaire sur l'ensemble de l'échantillon doit être prise en compte, contrairement au système 2 de par son isodensité.

Dans un second temps, nous avons ajouté à nos données expérimentales les données extraites des travaux de Hanotin *et al.* [82] sur la Fig. 3.23(b). En première approche, nous pouvons avancer que le système 2 semble proche des données des travaux précédents, bien qu'ils aient été réalisés sur des suspensions granulaires gravitaires comme le système 1 et non isodense. Ce qui nous laisse penser que la différence observée sur les valeurs de η_0 entre le système 1 et les autres suspensions peut provenir d'une viscosité de fluide interstitiel critique. Cette valeur critique pourrait provenir des effets de lubrification qui deviennent négligeables devant les forces frictionnelles, d'où une augmentation considérable de la viscosité apparente. Pour vérifier cette hypothèse, il serait intéressant de réaliser des mesures expérimentales avec une suspension gravitaire utilisée dans les travaux de Hanotin *et al.* [82], mais avec une viscosité de fluide interstitiel de l'ordre de celle du glycérol.

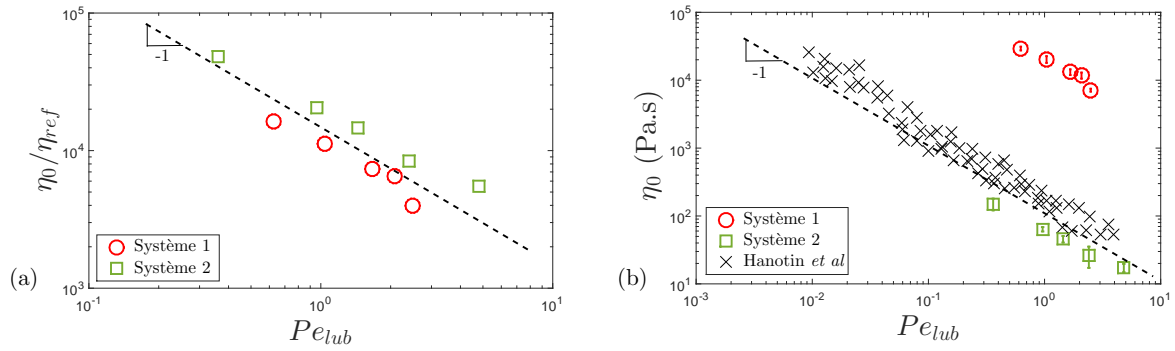


FIGURE 3.23 – (a) Viscosité de plateau adimensionnée par une viscosité de référence calculée avec $P_g = \Delta\rho\phi g\bar{z}$ pour le système 1 et $P_g = \Delta\rho\phi gd$ pour le système 2, en fonction du nombre Péclet de lubrification. (b) η_0 vs. Pe_{lub} pour les deux systèmes étudiés et comparés aux valeurs extraites de Hanotin *et al.* [82].

En conclusion, les résultats expérimentaux semblent montrer que, quelles que soient les propriétés de la suspension granulaire, les vibrations suppriment la contrainte seuil apparente et font apparaitre un plateau Newtonien à bas gradient.

Sans vibrations la rhéologie est non locale et fait apparaitre une longueur de coopération associée aux réorganisations dans le système.

Dans le régime dominé par les vibrations, la rhéologie est rendue locale grâce aux vibrations qui homogénéisent le système.

Sur le plateau de viscosité, il semble qu'une température granulaire créée par des fluctuations de vitesse provenant des vibrations permette des réorganisations dans le système. Le comportement Newtonien observé sous vibrations est intrinsèque à la dynamique locale qui est de nature diffusive. Un temps de réarrangement qui correspond au temps entre deux sorties de cage est relié à des volumes libres autour de chaque particule permettant des réorganisations. Ce temps décroît en loi de puissance avec l'intensité des vibrations, et peut être lié soit uniquement aux vibrations soit à un couplage écoulement/vibrations selon la nature de la suspension (gravitaire ou non).

Chapitre 4

Ouverture sur l'étude numérique d'un rhéomètre à poudres sous vibrations

Sommaire

4.1 Principe général des simulations numériques en DEM	83
4.1.1 Algorithme et initialisation	84
4.1.2 Intégration des équations du mouvement et conditions aux limites	86
4.2 Étude DEM d'une dispersion granulaire sous vibrations en cellule de type Couette	87
4.2.1 Géométrie du système et propriétés des particules	87
4.2.2 Résultats et discussion sur l'étude numérique	89
4.3 Bilan et perspectives sur l'étude numérique d'un rhéomètre à poudres sous vibrations	93

Dans cette partie, nous présentons dans un premier temps le principe des simulations en dynamique moléculaire de DEM (Discrete Element Method), en axant sur les choix que nous avons fait pour notre étude. Puis nous décrivons la géométrie et les paramètres de simulations afin de présenter les résultats obtenus sur l'étude numérique d'un rhéomètre à poudres sous vibrations. Ce travail a été réalisé dans le but d'obtenir simultanément les informations locales et globales dans le cas d'une dispersions de grains secs.

4.1 Principe général des simulations numériques en DEM

La méthode de dynamique moléculaire appliquée aux milieux granulaires fut développée par Cundall et Strack [103] en 1979, et appelée DEM (Discrete Element Method). Cette méthode considère les particules comme des sphères déformables interagissant lors de chocs décrits par des lois de frottement et de répulsion. Les trajectoires individuelles sont alors calculées en résolvant

les équations du mouvement à chaque pas de temps. Actuellement, cette méthode est la plus utilisée pour simuler des milieux granulaires, dont nous connaissons les limites. En effet, il est commun de modifier les propriétés des matériaux (module d'Young ou coefficient de frottement par exemple) afin de limiter les temps de calcul pouvant être très longs. Notons aussi la réduction des systèmes simulés compte-tenu des moyens informatiques actuels (typiquement, un nombre de particules inférieur à 10 millions). Nous présentons ici de manière générale la méthode DEM.

4.1.1 Algorithme et initialisation

Afin d'illustrer la structure du programme ainsi que les principales caractéristiques de la méthode DEM, nous pouvons prendre un schéma simple de l'algorithme utilisé :

1. Initialisation des grains : la première étape consiste à donner à chaque particule i une masse m_i , un rayon R_i , un moment d'inertie I_i , une position x_i, y_i, z_i , une vitesse de rotation ω_i et une vitesse de translation V_{T_i} initiales dans chaque coordonnée de l'espace. Les grains ne doivent pas se chevaucher et les positions doivent être compatibles avec la géométrie du système simulé. Dans nos simulations nous avons choisi de déposer les grains par gravité, ou pluviation, car cela reflète la réalité d'un dépôt sédimentaire (distribution des orientations de contact anisotrope, irrégularité de la surface libre, ...).
2. Calcul des forces agissant sur chaque grain : gravité, frottement, chocs, ...
3. Intégration des équations du mouvement de manière simultanée pour toute l'assemblée de grains.
4. Enregistrement des grandeurs souhaitées : position, vitesse, ...

Les étapes 2 à 4 sont répétées jusqu'à ce que le temps de simulation demandé soit atteint.

Calcul des forces par liste de Verlet

Le calcul des forces qui s'exercent entre particules passe tout d'abord par la recherche des contacts. Pour cela, il existe plusieurs techniques dont la méthode des cellules, celle des cellules liées ou encore la liste de Verlet. Dans nos simulations, le calcul des forces se fait par liste de Verlet car la méthode des cellules, certes moins coûteuse en temps, n'est pas implémenter dans le moteur de dynamique moléculaire LIGGGHTS (**L**AMMPS for **I**mproved **G**eneral **G**ranular and **G**ranular **H**eat **T**ransfer **S**imulations) [104, 105].

Dans une simulation DEM, deux grains n'interagissent que lorsqu'ils sont en contact, les interactions se font alors uniquement à courte portée. La méthode de la liste de Verlet consiste à définir une liste L_i de particules "proches" constituant des contacts potentiels avec une particule i dans un rayon R_{Verlet} (Fig. 4.1(a)). Pour N particules, le programme examine chacune des

$N(N - 1)/2$ paires et sélectionne celles dont le centre est situé à une distance inférieure à R_{Verlet} . Les mouvements des grains étant infinitésimaux entre deux pas de temps consécutifs, la liste est ainsi conservée pendant plusieurs pas de temps, puis actualisée après un laps de temps. Cette actualisation se fait lorsqu'une quelconque particule j pourrait entrer en collision avec une particule i alors qu'elle n'est pas un contact potentiel ($j \notin L_i$), i.e. la liste de Verlet n'est plus valable lorsque $\Delta_j > \Delta_{update} = \frac{1}{2}R_{Verlet} - R_{max}$ avec R_{max} le maximum des rayons de particules. Dans nos simulations, R_{Verlet} est grand devant la taille d'un grain mais très petit devant la taille du système, typiquement de l'ordre de quelques particules, afin d'optimiser le temps de calcul.

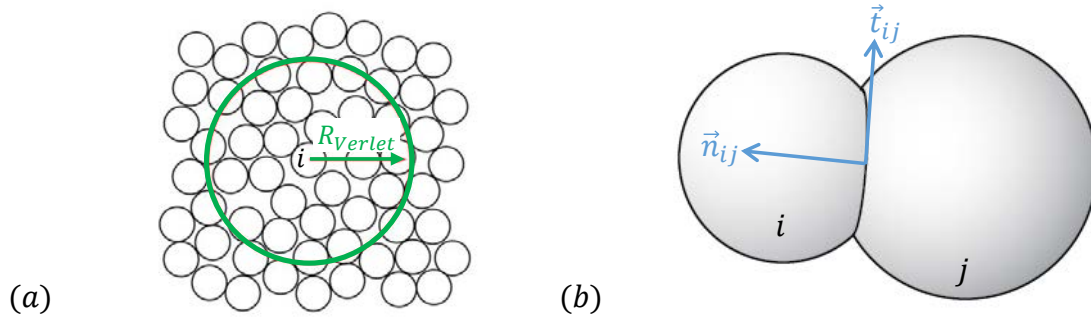


FIGURE 4.1 – (a) La liste de Verlet consiste à rechercher les potentiels contacts avec une particule i dans un rayon R_{Verlet} . (b) Vue schématique des directions normale \vec{n}_{ij} et tangentielle \vec{t}_{ij} lors d'un contact entre deux sphères i et j .

L'étape d'après consiste à chercher dans la liste de candidats potentiels pour une collision ceux qui sont en contact. Le programme identifie deux particules i et j en contact si la distance qui les sépare est inférieure à la somme de leurs rayons R_i et R_j . Entre ces deux particules s'exerce alors une force décomposée en une force normale \vec{F}_{ij}^n dirigée selon le vecteur normal au contact $\vec{n}_{ij} = \vec{r}_{ij}/r_{ij}$, où \vec{r}_{ij} est le vecteur reliant les centres de i et de j , et en une force tangentielle \vec{F}_{ij}^t dirigée selon le vecteur tangent au contact $\vec{t}_{ij} = \vec{v}_{ij}^g/v_{ij}^g$, où \vec{v}_{ij}^g est la vitesse de glissement de i par rapport à j (Fig. 4.1(b)).

La force normale se décompose elle-même en une force élastique qui représente la répulsion entre particules et une force dissipative qui reproduit l'inélasticité des collisions. Dans nos simulations, la force élastique est calculée en choisissant un contact de Hertz adapté à la collision de deux sphères déformables i et j :

$$F_{ij}^{Hertz} = \frac{2E}{3(1 - \nu^2)} \sqrt{R_{ij}^{eff}} \delta_{ij}^{3/2}$$

avec E le module d'Young, ν le coefficient de Poisson, $R_{ij}^{eff} = 1/R_i + 1/R_j$ le rayon effectif et $\delta_{ij} = R_i + R_j - r_{ij}$ le recouvrement des particules. La composante dissipative est calculée en considérant une force de frottement visqueuse F^{visq} associée à une force élastique linéaire qui

conduit à une équation du second ordre :

$$F^{visq} = -k_n \frac{d\delta}{dt} \quad \text{et} \quad m_{eff} \frac{d^2\delta}{dt^2} + \gamma_n \frac{d\delta}{dt} + k_n \delta = 0$$

En résolvant exactement cette équation, on peut alors exprimer la durée des chocs Δt^{coll} ainsi que le coefficient de restitution e en fonction des constantes de simulation k_n et γ_n :

$$\Delta t^{coll} = \pi \sqrt{\frac{m_{eff}}{k_n}} \left(1 - \frac{\gamma_n^2}{4m_{eff}k_n}\right)^{-1/2} \quad \text{et} \quad e = \exp\left(-\frac{\gamma_n}{2m_{eff}} \Delta t^{coll}\right)$$

La force tangentielle est une force due aux frottements. Dans nos simulations, le frottement est de type solide et obéit à la loi d'Amontons-Coulomb, 1773 (Fig. 4.2(a)). Dans cette loi, la force tangentielle F_{ij}^t est reliée à la force normale F_{ij}^n par la constante de proportionnalité notée μ , le coefficient de frottement dynamique. Dans ce cadre, si la vitesse de glissement v_{ij}^g est nulle alors la valeur de la force tangentielle est indéterminée, or l'intégration des équations du mouvement requiert une valeur de F_{ij}^t . Ce problème est alors contourné par une régularisation de la loi de Coulomb en raccordant les deux branches par un segment de pente finie γ_t (Fig. 4.2(b)). Cette loi régularisée entraîne une force tangentielle nulle dans les cas statiques et quasi-statiques. Afin de palier au problème, une force de type ressort est utilisée pour le calcul de la force tangentielle, basée sur le modèle de Cundall [103] et faisant intervenir le recouvrement tangentiel δ_t :

$$F_{ij}^{ressort} = -\min(|k_t \delta_t|, |\mu F_{ij}^n|) \quad \text{et} \quad \delta_t = \int_{tra_j} \vec{t} \cdot d\vec{l}$$

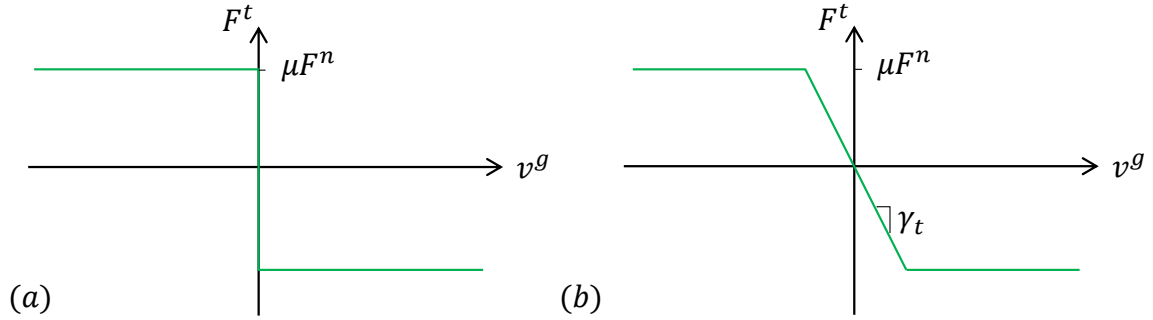


FIGURE 4.2 – (a) Loi de frottement d'Amontons-Coulomb, 1773. (b) Loi de Coulomb régularisée par un segment de pente γ_t .

Nous avons dorénavant tous les éléments pour intégrer les équations du mouvement.

4.1.2 Intégration des équations du mouvement et conditions aux limites

La force totale $\vec{F}_{j \rightarrow i}$ exercée par la particule j sur la particule i ainsi que le moment $\vec{M}_{j \rightarrow i}$ associé à cette force au centre de la particule i s'écrivent :

$$\vec{F}_{j \rightarrow i} = F_{ij}^n \vec{n}_{ij} + F_{ij}^t \vec{t}_{ij} \quad \text{et} \quad \vec{M}_{j \rightarrow i} = R_i \vec{F}_{j \rightarrow i} \wedge \vec{n}_{ij}$$

Les équations du mouvement à résoudre sont les suivantes :

$$\left\{ \begin{array}{l} m_i \frac{d\vec{v}_i}{dt} = \sum_{\text{contacts } \{ij\}} \vec{F}_{j \rightarrow i} + m_i \vec{g} \\ I_i \frac{d\vec{\omega}_i}{dt} = \sum_{\text{contacts } \{ij\}} \vec{M}_{j \rightarrow i} \end{array} \right.$$

La méthode la plus simple et la plus efficace pour résoudre numériquement ces équations est l'algorithme de Verlet. Il utilise les coordonnées d'une particule aux instants t et $t - dt$, ainsi que la force f qui s'exerce sur elle. Pour la coordonnée x aux instants $t + dt$ et $t - dt$, le développement de Taylor s'écrit :

$$\begin{aligned} x(t + dt) &= x(t) + \partial_t x(t) dt + \frac{f}{m} \frac{dt^2}{2!} + \partial_t^3 x(t) \frac{dt^3}{3!} + o(dt^3) \\ x(t - dt) &= x(t) - \partial_t x(t) dt + \frac{f}{m} \frac{dt^2}{2!} - \partial_t^3 x(t) \frac{dt^3}{3!} + o(dt^3) \end{aligned}$$

En sommant ces deux équations, on a :

$$x(t + dt) + x(t - dt) = 2x(t) + \frac{f}{m} dt^2 + o(dt^3)$$

On peut alors calculer la nouvelle position de la particule x_{nv} à partir des positions précédentes x et x_{old} (précision $o(dt^4)$), ainsi que la vitesse v^x :

$$x_{nv} = 2x - x_{old} + \frac{f}{m} dt^2 \quad \text{et} \quad v^x = \frac{x_{nv} - x_{old}}{2dt} + o(dt)$$

L'une des limitations de la DEM concerne le nombre de particules qu'il est possible de simuler. Cela amène à utiliser des conditions aux limites périodiques (CLP). Le principe est simple : réintroduire une particule qui sort de la cellule à une extrémité, à l'extrémité opposée. Cela revient à dupliquer le système dans l'espace et à s'affranchir des effets de bord. Il faut néanmoins choisir une taille de système de telle sorte qu'une particule ne puisse pas interagir avec elle-même.

Nous avons présenté de manière générale le fonctionnement et les choix DEM appliqués à nos simulations. Nous pouvons dorénavant nous concentrer sur la géométrie développée et les résultats obtenus grâce à cette méthode.

4.2 Étude DEM d'une dispersion granulaire sous vibrations en cellule de type Couette

4.2.1 Géométrie du système et propriétés des particules

Le système considéré a été développé en collaboration avec Riccardo Maione (PhD, LRGP, 2017) [106].

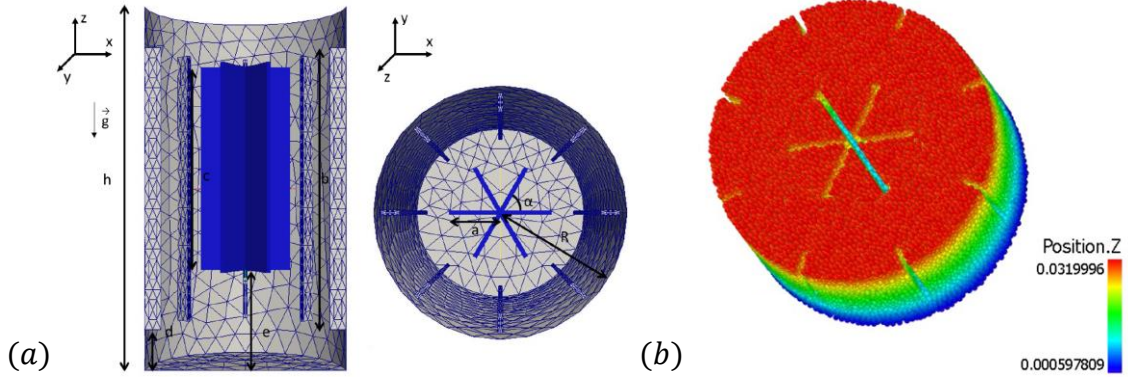


FIGURE 4.3 – (a) Géométrie de la simulation créée avec gmsh [107], dont les propriétés géométriques sont présentées dans le Tab. 4.1, d’après Maione [106]. (b) Image typique d’une simulation DEM de billes de verres dans une géométrie de type Couette sous vibrations.

Le maillage de la géométrie est créé avec gmsh [107]. La géométrie de la simulation est présentée sur la Fig. 4.3(a) et les propriétés géométriques sont indiquées dans le Tab. 4.1. Le rhéomètre simulé est équipé d’un rotor interne de six pâles d’épaisseur w , de largeur a , de hauteur c , avec un angle entre les pâles α , et à une distance e du fond de la cuve. Le rhéomètre est également équipé de huit chicanes radiales perpendiculaires à la surface du cylindre, d’épaisseur w , de largeur f , de hauteur b , et à une distance axiale du fond de la cuve d . Les pâles et les chicanes sont simulées afin d’éviter le glissement entre la dispersion granulaire et les parois, phénomène qui réduirait considérablement la contrainte de cisaillement effective appliquée au système granulaire.

Tableau 4.1 – Présentation des propriétés géométriques du rhéomètre à poudres simulé.

α ($^\circ$)	60	b (m)	0,07	d (m)	0,01	f (m)	0,004	R (m)	0,025
a (m)	0,011	c (m)	0,05	e (m)	0,025	h (m)	0,09	w (m)	0,001

Les simulations DEM présentées dans ce manuscrit sont basées sur le modèle de Cundall et Strack [103], qui consiste en un suivi Lagrangien de chaque particule. Les particules sont déposées par gravité, ou pluviation, car cela reflète la réalité d’un dépôt sédimentaire (distribution des orientations de contact anisotrope, irrégularité de la surface libre, ...). Les contacts particule/particule et particule/paroi sont modélisés par des approches de type sphère molle, où les recouvrements entre particules sont autorisés pour calculer les forces. Le mouvement des particules est calculé de manière déterministe en résolvant les équations du mouvement présentées dans la Section 4.1.2. Le schéma DEM utilisé se base sur le logiciel open-source LIGGGHTS

(LAMMPS for Improved General Granular and Granular Heat Transfer Simulations) [104, 105]. Cette étude est réalisée pour obtenir le comportement dynamique de billes de verre monodisperses dans un rhéomètre de type Couette sous vibrations. La difficulté de ces simulations réside dans le fait que l'effet des vibrations se manifeste à bas gradient de vitesse, où les transitoires et les temps de simulations pour obtenir un état stationnaire peuvent être prohibitifs. Les propriétés des particules sont présentées dans le Tab. 4.2 et correspondent aux valeurs communément utilisées dans la littérature pour des billes de verre monodisperses. Il est à noter que la valeur du module d'Young E est abaissé afin de réduire le temps de simulation. Les pâles tournent à une vitesse de rotation imposée $\omega = [0,01 - 10]$ rpm, où $\text{rpm} \equiv \text{trs}/\text{min}$. L'ajout de vibrations est réalisé en imposant des oscillations verticales transmises aux particules au travers du cylindre externe, en choisissant une période égale à l'inverse de la fréquence de vibrations $T = 1/f = 1/50$ s et une amplitude selon l'axe z de l'ordre de $A/d = [0,05 - 0,4]$. Le pas de temps d'intégration est de $\delta t = 10^{-5}$ s, afin de satisfaire deux critères de simulations, i.e. il doit être inférieur à la fois au pas de temps critique de Rayleigh et à celui de Hertz. Le nombre total de particules N simulé est constant et égal à $N = 115000$. Les résultats présentés dans la suite sont obtenus à une hauteur dans le matériau de $z = e + \frac{1}{2}c$, et moyennés dans le temps dans un état stationnaire. Une image typique de simulation est présentée sur la Fig. 4.3(b).

Tableau 4.2 – Présentation des propriétés des particules simulées.

Coefficient de restitution e	0,6	Module d'Young E (N.m ⁻¹)	5×10^5
Coefficient de Poisson ν	0,45	Module de cisaillement G (N.m ⁻¹)	$1,7 \times 10^6$
Coefficient de friction μ	0,5	Rayon des particules r (m)	5×10^{-4}
Coefficient de roulement μ_r	0,25	Densité des particules ρ (kg.m ⁻³)	2500

4.2.2 Résultats et discussion sur l'étude numérique

Rhéologie globale

La rhéologie globale est présentée en considérant l'hypothèse de la localité des mesures en $r = r^*$ dans le gap. Pour cette géométrie, nous avons calculé r^* à l'aide de l'Eq. 3.2, dont la valeur est estimée à $r^* = 0,012$ m. Les valeurs de contrainte et de gradient de vitesse sont donc prises en r^* pour différentes valeurs de la vitesse de rotation des pâles ω , dans le cas sans vibrations et dans le cas d'une valeur de vibration $\sigma_v = 0,19$ Pa. Les résultats présentés dans les Sections 2.1.1 et 3.2 sur les travaux expérimentaux sont retrouvés numériquement. En effet,

nous pouvons remarquer sur la Fig. 4.4(a) que (i) la dispersion granulaire semble bloquée à une contrainte seuil $\sigma_s = 692$ Pa lorsqu'il n'y a pas de vibrations tandis (ii) qu'un écoulement est créé par ajout de vibrations. La Fig. 4.4(b) semble montrer que sans vibrations la dispersion adopte un comportement frictionnel $\sigma \propto 1/\dot{\gamma}$. La viscosité de la dispersion sous vibrations semble tendre vers (i) un régime frictionnel à grands I et (ii) une valeur constante à bas gradient, typique d'un comportement Newtonien. Ces résultats numériques sont proches de ce qui est observé expérimentalement.

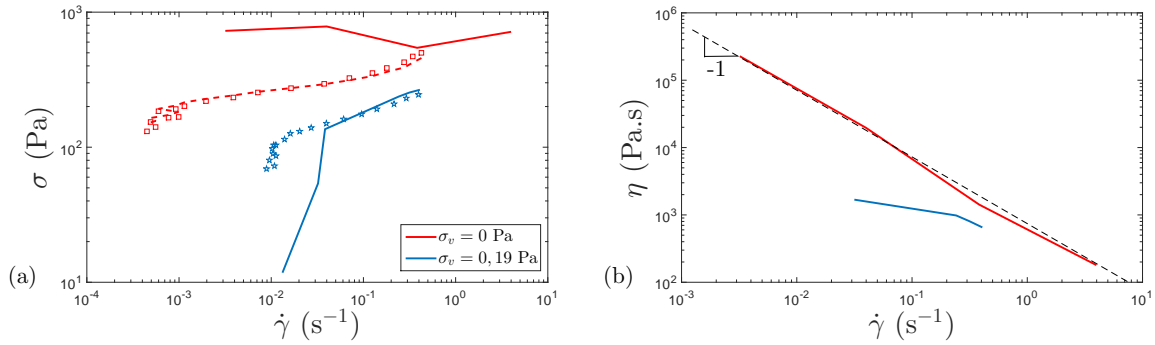


FIGURE 4.4 – Traits pleins : courbes d'écoulement en $r = r^*$ dans le gap, pour différentes valeurs de vitesse de rotation des pâles ω , et pour deux valeurs de vibrations. Symboles : rhéologie locale avec $\omega = 1$ rpm, pour $\sigma_v = 0$ Pa (\square) et $\sigma_v = 0,19$ Pa (\star). (a) Évolution de la contrainte en fonction du gradient de vitesse. Le trait en pointillés est un ajustement des données locales par le modèle de fluidité (Eq. 3.8) en absence de vibrations. (b) Évolution de la viscosité en fonction du gradient de vitesse. Les traits pointillés représentent une pente de -1 .

Nous nous intéressons dans la suite aux valeurs locales et les comparons aux données globales.

Rhéologie locale

Pour cette étude, nous ne nous intéressons qu'aux évolutions des paramètres dans le gap, et ne prenons en compte ce qu'il se passe ni à l'intérieur des pâles ni entre les chicanes et le bord externe de la géométrie.

Cas sans vibrations

Dans un premier temps nous souhaitons faire l'étude du cas sans vibrations, afin de vérifier que nous retrouvons les résultats de littérature. Cela nous permet dans un second temps de comprendre l'influence des vibrations sur la rhéologie du milieu granulaire par comparaison.

Dans un premier temps, nous avons appliqué le modèle de fluidité (Eq. 3.8) utilisé pour ajuster les données locales en expérience. La même procédure que dans les études des systèmes

1 et 2 est suivie (Sections 3.2.4 et 3.3.2, Eq. 3.8). Le modèle ajuste correctement les données numériques locales (Fig. 4.4(a), traits pointillés) et semble être en accord avec une rhéologie non locale, avec une longueur de corrélation moyenne $\langle \xi \rangle \sim 4d$.

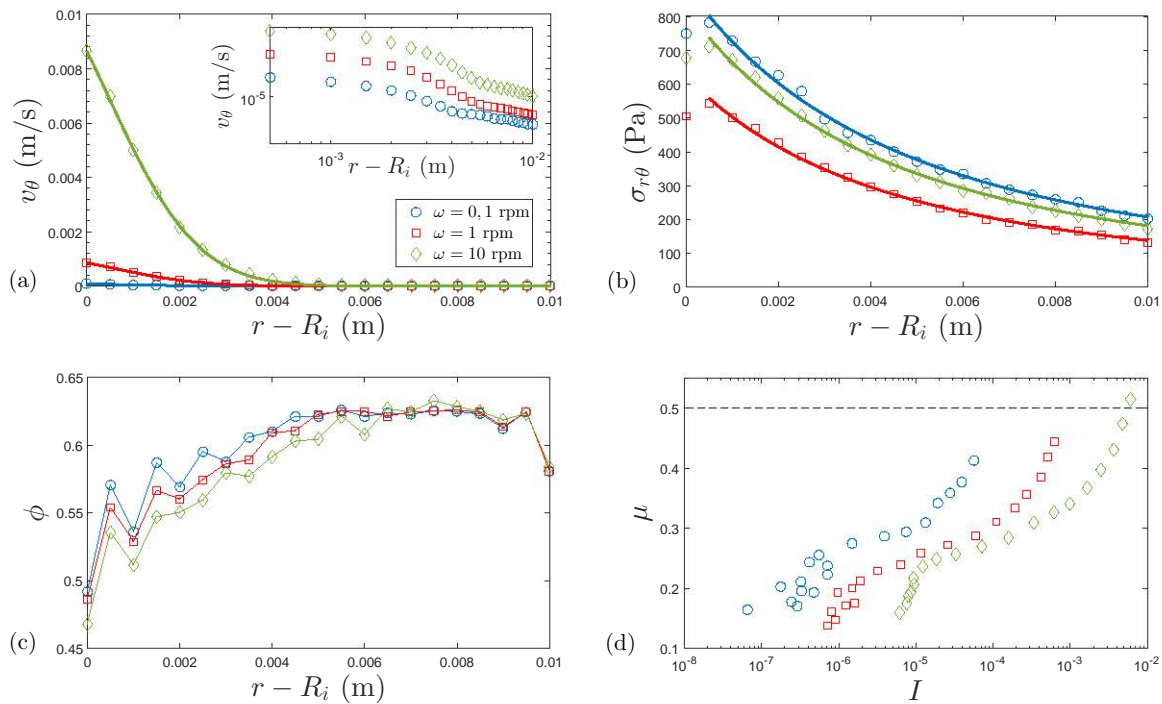


FIGURE 4.5 – Pour différentes valeurs de vitesse de rotation des pâles ω . (a) Profil de vitesse v_θ dans le gap. Les données sont ajustées par une fonction Gaussienne du type $v_\theta = v_\theta(R_i) \exp(-a(r - R_i) - b(r - R_i)^2)$ (traits pleins). En insert, représentation logarithmique. (b) Profil de la contrainte $\sigma_{r\theta}$ dans le gap. Les traits pleins représentent l’ajustement des données par une loi de puissance $\sigma_{r\theta} \propto 1/r^2$. (c) Profil de la fraction solide ϕ dans le gap. (d) Loi de friction $\mu(I)$. Les traits pointillés représentent la friction statique $\mu = 0, 5$.

Ensuite, nous avons tracé sur la Fig. 4.5(a) les profils de vitesse v_θ dans le gap pour différentes valeurs de vitesse de rotation des pâles ω , et nous retrouvons (i) un cisaillement principalement localisé proche du vane avec une forte décroissance du profil de vitesse qui (ii) est représenté par une fonction Gaussienne du type $v_\theta = v_\theta(R_i) \exp(-a(r - R_i) - b(r - R_i)^2)$ avec (iii) une augmentation de la zone cisailée lorsque ω augmente.

La Fig. 4.5(b) représente les profils de contrainte $\sigma_{r\theta}$ dans le gap pour différentes valeurs de vitesse de rotation des pâles ω , et nous retrouvons une décroissance en $1/r^2$, en accord avec la continuité de la contrainte.

Les résultats que nous venons d’expliciter sont cohérents avec ceux de la littérature [19, 23, 108], ainsi qu’avec les résultats expérimentaux présentés dans les Sections 3.2.4 et 3.3.2.

De plus, les profils de fraction solide en grains ϕ dans le gap sont tracés sur la Fig. 4.5(c) pour différentes valeurs de vitesse de rotation des pâles ω , et nous retrouvons (i) un matériau granulaire d'autant plus dilaté à proximité du vane que la vitesse de rotation est importante, avec (ii) une augmentation de la fraction solide dans le gap jusqu'à (iii) atteindre un matériau structuré proche des chicanes avec $\phi \sim \phi_{rcp}$, et qu'importe la valeur de ω .

La loi de friction $\mu(I)$ est obtenue localement en considérant $\mu(r) = \sigma_{r\theta}(r)/\sigma_{rr}(r)$ et $I(r) = \dot{\gamma}(r)d/\sqrt{\sigma_{rr}(r)}/\rho$. Nos résultats explicités sur la Fig. 4.5(d) rejoignent les travaux précédents, i.e. dans le régime quasi-statique ($I < 10^{-2}$) la friction effective devient inférieure à la friction statique $\mu = 0,5$. Le matériau granulaire est capable de s'écouler en-dessous de ce seuil, et cela est dû aux hétérogénéités de la distribution des contraintes dans le gap. Nous pouvons également remarquer une baisse intense de la valeur de μ pour les faibles I due au changement soudain de pente dans le profil de vitesse pour les grandes valeurs de r (Fig. 4.5(a), en insert).

Cas avec vibrations

D'après les Figs. 4.4(a) et (b), le régime est de type frictionnel pour des valeurs de cisaillement de l'ordre de $\dot{\gamma} > 0,5 \text{ s}^{-1}$. Nous avons donc tracé sur la Fig. 4.4(a) les données locales $(\sigma, \dot{\gamma})$ dans ce régime, pour $\omega = 1 \text{ rpm}$ et $\sigma_v = 0,19 \text{ Pa}$ (symboles \star). Les résultats sont cohérents avec nos travaux expérimentaux (*cf* Sections 3.2.4 et 3.3.2). En effet, les données locales se superposent aux données globales prises en r^* . L'action couplée du cisaillement et des vibrations homogénéise le système, tendant à rendre la rhéologie locale.

Nous avons tracé les résultats provenant des données locales pour une valeur de rotation des pâles fixe $\omega = 1 \text{ rpm}$ correspondant au régime frictionnel, dans le cas sans vibrations et pour une valeur d'intensité de vibration donnée $\sigma_v = 0,19 \text{ Pa}$. Cela nous permet de comprendre les mécanismes internes dans ce régime frictionnel qui mènent à cette rhéologie apparente :

- l'ajout de vibrations permet de supprimer la localisation de l'écoulement qui apparaît dans le cas sans vibrations (Fig. 4.6(a)),
- les vibrations changent drastiquement la valeur de la contrainte tout en maintenant une décroissance en $1/r^2$ dans le gap (Fig. 4.6(b)),
- l'ajout de vibrations entraîne une homogénéisation du champ de fraction solide, hypothèse nécessaire à une rhéologie locale (Fig. 4.6(c)),
- la baisse de la contrainte et l'homogénéisation du champ de pression (reliée à celle du champ de fraction solide) entraîne une baisse de la friction μ lorsque des vibrations sont ajoutées (Fig. 4.6(d)).

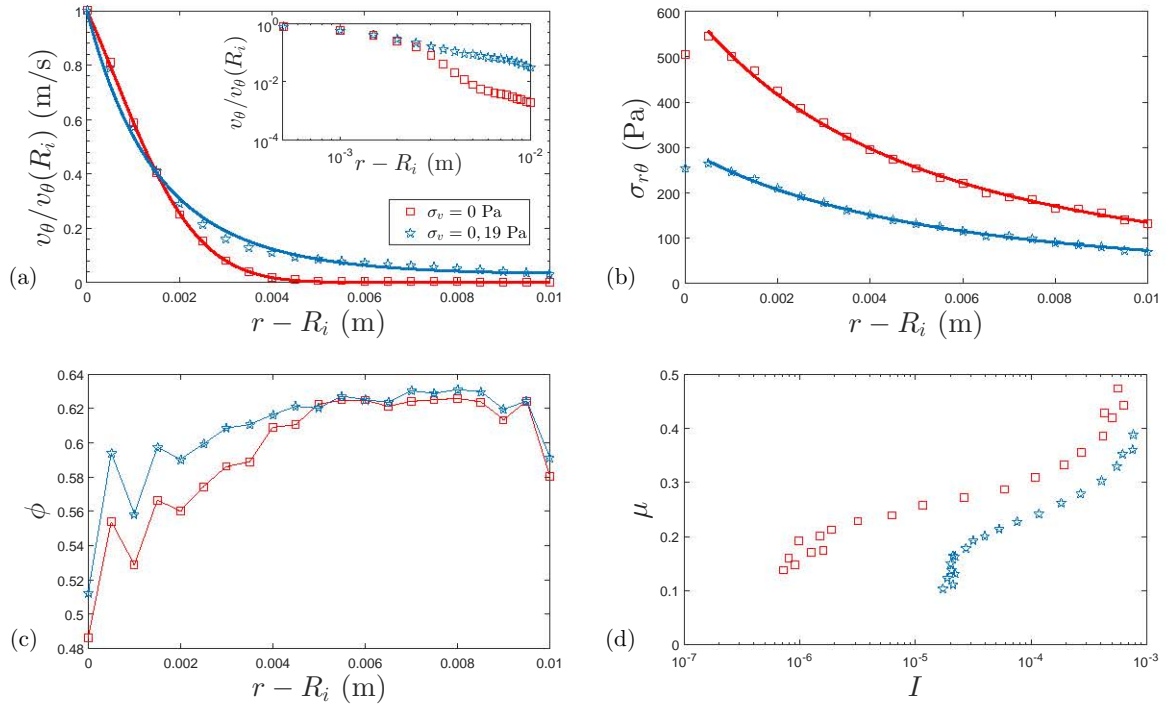


FIGURE 4.6 – Pour $\omega = 1$ rpm et différentes valeurs de σ_v . (a) Profil de vitesse $v_\theta/v_\theta(R_i)$ dans le gap. Les données sont ajustées par une fonction Gaussienne du type $v_\theta/v_\theta(R_i) = \exp(-a(r - R_i) - b(r - R_i)^2)$ (traits pleins). En insert, représentation logarithmique. (b) Profil de la contrainte $\sigma_{r\theta}$ dans le gap. Les traits pleins représentent l’ajustement des données par une loi de puissance $\sigma_{r\theta} \propto 1/r^2$. (c) Profil de la fraction solide ϕ dans le gap. (d) Loi de friction $\mu(I)$.

4.3 Bilan et perspectives sur l’étude numérique d’un rhéomètre à poudres sous vibrations

Nous avons présenté les premiers résultats de l’étude numérique DEM de l’écoulement d’une dispersion de grains secs dans un rhéomètre à poudres sous vibrations. Les résultats obtenus sont en accord avec les travaux de la littérature [19, 23, 108], ainsi qu’avec les résultats expérimentaux présentés dans le Chapitre 3. En effet, la dispersion granulaire sèche semble se comporter comme une dispersion granulaire saturée :

- sans vibrations, le système s’écoule localement bien qu’il semble bloqué en-dessous de la contrainte seuil globalement. La rhéologie non locale est prédite par le modèle de fluidité et fait apparaître une longueur de coopération associée aux réorganisations dans le système, de l’ordre de $\xi/d \sim 4$.
- avec vibrations, la rhéologie globale semble montrer que la contrainte seuil est supprimée. Le comportement est de type frictionnel pour des valeurs de cisaillement intermédiaires

et un début de plateau de viscosité est observé à bas gradient.

- les résultats semblent montrer que la rhéologie est locale sous vibrations dans le régime de type frictionnel. Cette localité provient de la suppression de la localisation de la zone de cisaillement dans les profils de vitesse, ainsi que de l'homogénéisation de la fraction volumique dans le gap.

L'outil numérique se révèle être un très bon candidat pour sonder la dynamique des particules dans une dispersion granulaire sèche. À l'avenir, il serait intéressant d'approfondir cette étude, notamment afin d'obtenir des informations sur la dynamique du système à bas gradient. Par exemple, faire des simulations numériques à très faible valeur de rotation ω avec un pas de temps très court permettrait d'obtenir le déplacement quadratique moyen des particules, afin de caractériser la nature du déplacement (diffusive ou non). Cela permettrait également d'extraire un temps de réorganisation et d'étudier sa dépendance avec les vibrations. Les simulations numériques pourraient également permettre d'étudier la variation de la contrainte au vane dans la profondeur de l'écoulement.

Troisième partie

Écoulements à surface libre de dispersions granulaires sous vibrations

Introduction à la partie

Jusqu'à présent, nous nous sommes intéressés aux écoulements de granulaires secs ou saturés dans des milieux confinés. Ce chapitre est consacré aux écoulements de dispersions granulaires modèles dans des configurations à surface libre, induits par gravité. Ces configurations se rapprochent des conditions rencontrées dans l'industrie (transport alimentaire ou pharmaceutique dans des chaînes industrielles, convoyeurs vibrants, ...) et également en géophysique (écoulements de boue, avalanches, ...), et sont à l'heure actuelle encore mal comprises.

Le premier chapitre de cette partie est divisé en trois sections.

La première section de ce chapitre (Section 5.1) est destinée à l'étude expérimentale d'avalanches granulaires sous vibrations. Nous présentons le dispositif expérimental ainsi que les outils de mesures développés et utilisés pour cette étude. L'objectif est de comprendre l'effet des vibrations ainsi que l'influence des paramètres tels que le diamètre des grains, l'angle d'inclinaison ou la rugosité du plan sur les propriétés de l'écoulement. Une étude dans le cas sans vibrations a été réalisée afin de valider notre dispositif par comparaison avec la littérature. Nous mettons en évidence l'existence de deux régimes, l'un contrôlé par la gravité, l'autre par les vibrations. Nous proposons un modèle qui décrit l'évolution des dépôts en fonction de l'intensité des vibrations dans le régime gravitaire, et des lois d'échelle décrivant l'influence des différents paramètres dans les deux régimes observés. Les résultats sont présentés tels que publiés dans *Physical Review E* [109]. Des études complémentaires sont réalisées sur ce dispositif, qui nous permettent d'obtenir des informations concernant l'influence de la rugosité sur les dépôts ainsi que sur la vibration qui active l'écoulement dans le régime vibrationnel. Enfin, une piste de description de la transition de l'écoulement instationnaire vers l'arrêt est proposée, constituant un premier pas vers la compréhension de la dynamique d'arrêt des avalanches granulaires.

La seconde section (Section 5.2) consiste en l'étude d'avalanches granulaires sous vibrations par simulations DEM (Discrete Element Method) en conditions périodiques. Nous présentons le modèle et les routines utilisées pour simuler ces écoulements. L'objectif est d'apporter une première compréhension de l'influence des vibrations à l'échelle des particules. En effet, les simulations permettent de relier le comportement macroscopique donné par les expériences à celui microscopique en sondant le comportement des particules dans tout l'écoulement. Nous mettons en évidence la cohérence des résultats DEM avec les mesures expérimentales, et proposons une loi d'échelle dans le régime vibrationnel prenant en compte les fluctuations de vitesses à l'échelle de la particule. Les résultats sont présentés tels que soumis dans *Powder Technology*.

La troisième et dernière section (Section 5.3) consiste en un bilan des résultats des études expérimentale et numérique. Nous proposons des pistes de compréhension par discussion des ré-

sultats obtenus. Une proposition de modèle décrivant l'évolution des dépôts, ainsi qu'une adaptation de la loi $\mu(I)$ dans le régime vibrationnel sont présentés.

Le second et dernier chapitre de cette partie est divisé en deux sections.

La première section (Section 6.1) présente l'étude de l'étalement d'une goutte de pâte granulaire sur un plan horizontal sous vibrations. Nous présentons le dispositif expérimental ainsi que les outils de mesures développés et utilisés pour cette étude. L'objectif est de comprendre l'effet des vibrations ainsi que l'influence des paramètres tels que le diamètre des grains, la viscosité du fluide interstitiel ou l'intensité des vibrations appliquées, sur les propriétés d'étalement. Nous mettons en évidence le caractère gravitaire de type Newtonien de la pâte sous vibrations. Nous proposons un modèle basé sur de précédentes études qui décrit la variation de la viscosité de la pâte en fonction des différents paramètres de l'expérience. Les résultats sont présentés tels que publiés (version "preprint") dans *Soft Matter* [110]. Une étude complémentaire sur l'influence de l'état de surface, mettant en avant le passage d'un comportement de type Newtonien à rhéofluidifiant, est présentée.

La dernière section (Section 6.2) consiste en un bilan et une discussion des résultats de cette étude.

Chapitre 5

Étude d’avalanches granulaires sous vibrations

Sommaire

5.1	Étude expérimentale d’avalanches granulaires sous vibrations	99
5.1.1	Dispositif expérimental et outils de mesure	100
5.1.2	Résultats de l’étude sans vibrations	105
5.1.3	Résultats de l’étude sous vibrations	108
5.1.4	Étude complémentaire sur les avalanches granulaires sous vibrations . . .	126
5.2	Simulations DEM d’avalanches granulaires sous vibrations	129
5.2.1	Routines choisies pour l’obtention des résultats	129
5.2.2	Résultats de l’étude	131
5.2.3	Description of the model	148
5.3	Discussion et bilan sur les écoulements de dispersions sur plan in-	
	cliné sous vibrations	150
5.3.1	Un régime gravitaire à hauts angles, $\theta > \theta_c$	150
5.3.2	Un régime vibrationnel à bas angles, $\theta < \theta_c$	152

5.1 Étude expérimentale d’avalanches granulaires sous vibrations

Cette partie est présentée sous la forme suivante :

- description détaillée du matériel expérimental ainsi que des outils de mesures développés pour la réalisation des expériences d’écoulements de grains secs sur plan incliné rugueux,
- étude de ces expériences **sans** vibrations afin de valider notre dispositif par comparaison avec la littérature,

- copie de l'article scientifique présentant les résultats d'avalanches de grains secs sur plan incliné vibré. N. Gaudel *et al.*, **Granular avalanches down inclined and vibrated planes**, *Physical Review E* **94**(3), 032904 (2016) [109],
- études expérimentales complémentaires.

5.1.1 Dispositif expérimental et outils de mesure

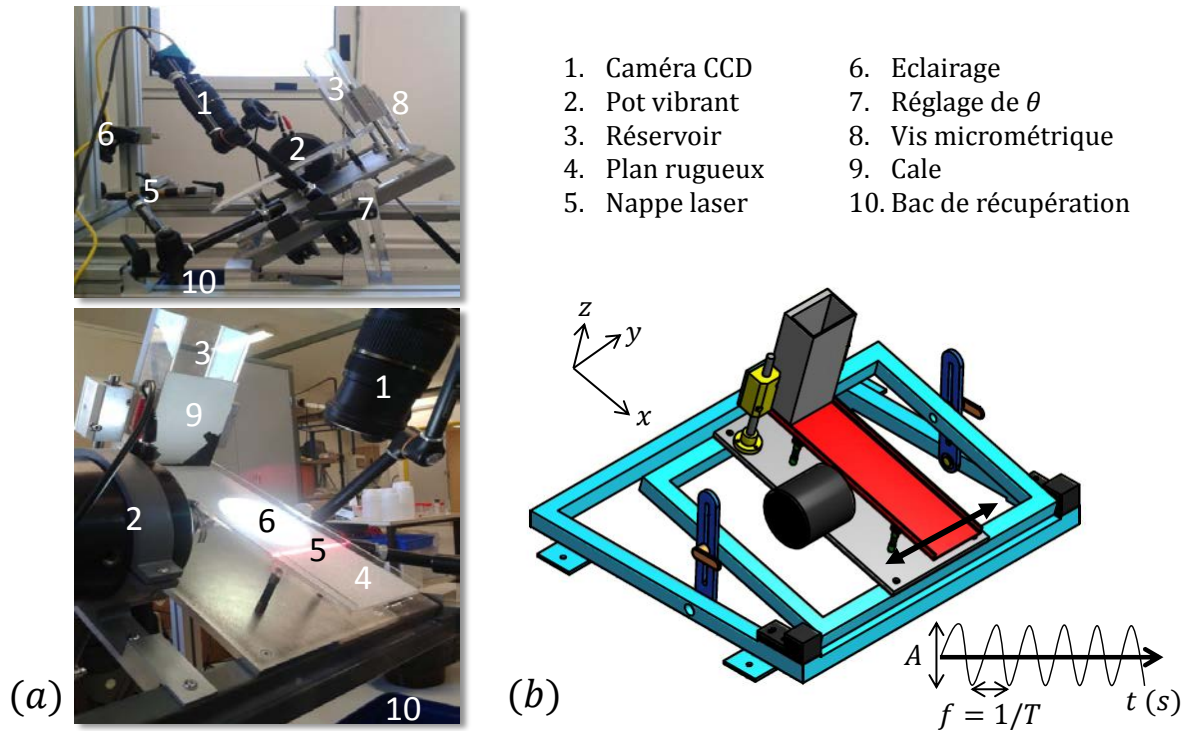


FIGURE 5.1 – Dispositif expérimental du plan incliné vibrant, (a) Photographies avec légende et (b) Schéma.

Afin de caractériser l'écoulement de grains sur un plan incliné vibrant, nous avons mis au point le dispositif expérimental présenté sur la Fig. 5.1. Nous présentons ici l'étude des écoulements de particules modèles type billes de verre sphériques (diamètre d) sur un plan rendu rugueux en collant ces mêmes particules dessus (diamètre λ). Ces particules s'écoulent sur un plan de dimensions $L = 40$ cm, $l = 10$ cm, $h_{bords} = 10$ mm et $m = 200$ g, inclinable de l'horizontale jusqu'à 35° . L'application de vibrations contrôlées transverses nous impose un plan assez court en comparaison des ~ 2 m utilisés dans l'étude de référence de Pouliquen [30]. L'écoulement est déclenché en ouvrant le réservoir de volume 900 cm³ à la hauteur voulue grâce à une vis micrométrique. Les particules utilisées sont légèrement polydisperses (Silibeads©, dispersion explicitée dans le Tab. 5.1) et ont une masse volumique $\rho = 2500$ kg.m⁻³. Le réservoir dans lequel sont placées les billes n'est pas solidaire du plan ni de ses bords.

Le plan est lié à un pot vibrant électromagnétique (type 4809, Brüel& Kjær), lui-même relié à un amplificateur et à un accéléromètre afin de gérer la fréquence et l'amplitude à injecter. La transmission des vibrations au plan se fait par des lamelles situées en-dessous de ce dernier. Des vibrations transverses, dans le plan $-xy$ selon la direction y (Fig. 5.1(b)), sont contrôlées par un asservissement qui se fait sur l'accélération RMS. Les échantillons sont soumis à des vibrations sinusoïdales pour différents couples de fréquences et d'amplitudes dans les gammes $f = [30-80]$ Hz et $A = [30-500]$ μm de pic à pic, respectivement. En changeant les couples (Af) , il apparait que le paramètre de contrôle est alors l'accélération relative définie par $\Gamma = A(2\pi f)^2/g$, avec g l'accélération de la pesanteur (voir Fig. 5.13). L'obligation de transmettre les vibrations sur toute la longueur du plan ainsi que son intégrité sont des contraintes expérimentales qui nous imposent de travailler avec de faibles valeurs du nombre Γ (< 3), cela nous assure également la non-fluidification de l'échantillon durant les expériences.

Une caméra CCD haute définition (1280×1024 pixels, MotionBLITZ "EoSens mini 1", objectif 100 mm grand angle) est disposée au-dessus de l'écoulement, parallèlement à la plaque. La caméra a dans son champ une zone assez grande ($\approx 30 \text{ cm}^2$) pour filmer simultanément les variations de hauteur et de vitesse (Fig. 5.1). Cette zone est centrée sur le plan pour ne pas prendre en compte les effets de confinement aux parois, qui changent significativement la structure de l'écoulement [30, 36]. Une source de lumière blanche éclaire en plus le centre du plan afin d'avoir la vitesse de surface de l'écoulement, et une nappe laser (Z-Laser, $\lambda = 660 \text{ nm}$, $P = 100 \text{ mW}$), disposée loin de l'injection ($\approx 35 \text{ cm}$) pour avoir un régime homogène et établi, permet d'obtenir la hauteur de l'écoulement. La fréquence d'acquisition des images choisie est un multiple de la fréquence de vibration imposée afin d'avoir une image fixe, et adaptée selon la vitesse de l'écoulement pour que le logiciel de PIV puisse faire les corrélations d'une image à l'autre. Typiquement, la fréquence d'enregistrement est entre $30 < fps < 300 \text{ img/s}$. Des billes de verre noires teintées en surface sont insérées au sein des billes de verre en tant que traceurs. Une étude par PIV du déplacement de ces marqueurs permet de remonter à la vitesse de surface.

La plaque de plexiglas est recouverte d'un plan rugueux que nous avons fabriqué en collant des bandes de ruban adhésif double face sur du papier rigide à la taille de la plaque, maintenu dessus par quelques points de ruban adhésif. Nous avons alors effectué plusieurs écoulements à la suite de grains de diamètre λ , et enlevé le surplus, environ 70 % du plan est recouvert de particules. Les grains mis en écoulement sont un mélange de billes de verres sèches blanches et teintées de noir en surface (respectivement 90 % et 10 %) de masse $m = [500 - 800]$ g. Dans un souci de reproductibilité, les billes sont versées dans le réservoir fermé et la surface est arasée. Afin de déclencher l'écoulement au moment voulu, une cale est placée devant le réservoir, que l'on peut alors ouvrir sans que les billes se répandent immédiatement. Nous avons

choisi de réaliser les mesures pour principalement une ouverture de réservoir $\delta = 5$ mm compte tenu des contraintes expérimentales. En effet, la hauteur de l'écoulement décroît avec x jusqu'à atteindre sa hauteur stationnaire qui dépend de l'ouverture [111]. Plus elle est importante, plus la longueur x nécessaire pour atteindre l'état stationnaire est grande. Comme notre plan est petit, l'ouverture $\delta = 5$ mm est idéale pour étudier les écoulements en régime stationnaire. Nous avons tout de même réalisé quelques expériences à deux autres ouvertures de réservoir $\delta = 3$ et 8 mm. Les valeurs de fréquence et d'amplitude sont entrées dans le logiciel qui les gère, et lorsque les vibrations demandées sont atteintes, la caméra est mise en route et la cale est retirée. La caméra enregistre l'écoulement d'une dizaine de secondes et les images du film sont traitées.

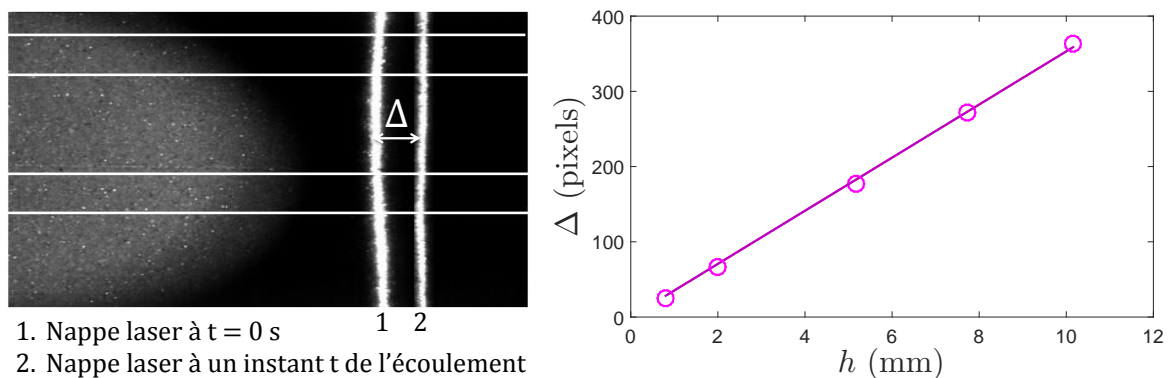


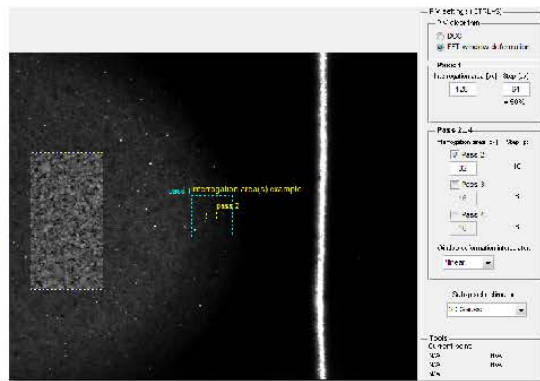
FIGURE 5.2 – À gauche : Représentation schématique du principe du programme de cross-corrélation. À droite : Exemple de courbe de calibration de déviation de nappe laser inclinée d'un angle $\beta = 3^\circ$ par rapport au plan. Le trait plein représente l'ajustement linéaire des données.

La nappe laser est inclinée d'un angle $\beta = 3^\circ$ constant par rapport au plan. Pour obtenir la valeur de la hauteur à un instant donné, il nous suffit de regarder la déviation de la nappe laser par rapport à la situation initiale puisqu'elles sont liées par la relation $h = \Delta \tan \beta$. La déviation Δ en pixels est donnée grâce à un programme Matlab de cross-corrélation qui mesure la similitude entre une image de référence (avant l'écoulement) et les images pendant l'écoulement. La corrélation est faite sur 20 lignes verticales (Fig. 5.2), et une moyenne des résultats est effectuée avant la conversion pixels-mm. Avec cette méthode, le plus petit déplacement détectable est de l'ordre du sub-pixel. La calibration est faite grâce à des plaques de hauteurs différentes et connues. La courbe de calibration est vérifiée avant chaque expérience, une courbe typique de calibration est donnée sur la Fig. 5.2.

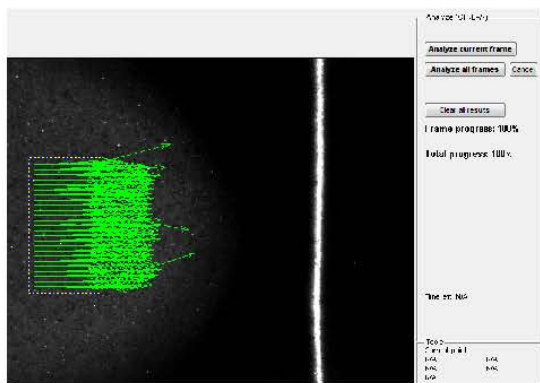
Nous avons vu comment obtenir la hauteur au cours du temps, donc également la hauteur dans l'état stationnaire, ce qui nous intéresse maintenant c'est le lien entre cette dernière et la vitesse de l'écoulement. Pour cela nous avons utilisé un logiciel de PIV proposé par Matlab "PIVlab" [68, 69], dont le principe a été présenté dans la Section 3.1.3. Avant de lancer l'algorithme de PIV,



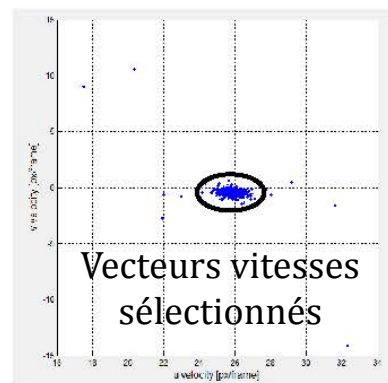
-1- Choix des paramètres de pre-processing



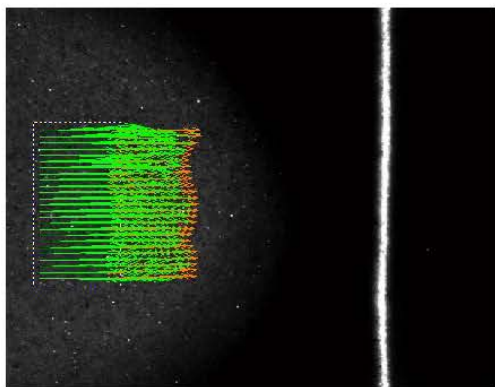
-2- Choix des fenêtres d'interrogation et de l'estimateur



-3- Premier résultat de l'analyse



-4- Post-processing, sélection des vecteurs et interpolation



-5- Champ des vitesses final obtenu par mesures PIV après analyse.

FIGURE 5.3 – Étapes de traitement des images sur "PIVlab" [68, 69]. La zone de travail et les paramètres de pre-processing sont choisis -1- ; les paramètres de PIV tels que la taille, le nombre de fenêtres d'interrogations et l'estimateur sont sélectionnés -2- ; le post-processing permet d'éliminer les vecteurs parasites après la première analyse PIV -3-, -4- ; le champ des vitesses est finalement obtenu et les données peuvent être enregistrées -5-.

il faut uniformiser l'intensité lumineuse de chaque image, éliminer les réflexions parasites des grains et augmenter le contraste des marqueurs. La première étape consiste à sélectionner la

zone d'étude, et choisir les paramètres de traitement (Fig. 5.3, -1-). Il faut uniformiser la zone sélectionnée grâce à la fonction "Enable CLAHE", imposer une limite haute d'intensité pour enlever la brillance des grains blancs en cochant "Enable Intensity Capping", et enlever le bruit de l'image avec "Wiener2 denoise filter". Ensuite, nous avons adapté selon les expériences (vitesse de l'écoulement et fps) le nombre de "pass" réalisés, i.e. l'algorithme est lancé plusieurs fois avec des fenêtres d'interrogations décroissantes pour plus de précision. L'écoulement étant unidirectionnel, nous avons opté pour l'estimateur de Gauss en 2D -2-, et l'analyse nous donne un champ de vitesse où quelques erreurs se sont glissées -3-. Pour y remédier, le "post-processing" permet de sélectionner les bornes inférieures et supérieures de la vitesse -4-. Une fois le champ des vitesses obtenu -5-, le logiciel propose alors de moyenniser la composante recherchée (ici, la vitesse de surface v_s) et d'enregistrer le résultat en pixels/frames. Pour avoir la vitesse en m/s, il suffit de connaître le temps écoulé entre deux images et la correspondance pixels \leftrightarrow mètres. Celle-ci est obtenue grâce au logiciel Fiji [70] qui mesure le périmètre en pixels d'un carré de côté connu. De plus, nous avons placé une balance à la fin de l'écoulement afin de récupérer les valeurs du débit massique Q_m au cours du temps. La connaissance de la hauteur de l'écoulement h ainsi que de la largeur du plan l permet de calculer la vitesse moyenne de l'écoulement $\bar{u} = Q_m/lh\rho_p\phi$, avec $\phi = 0,61$.

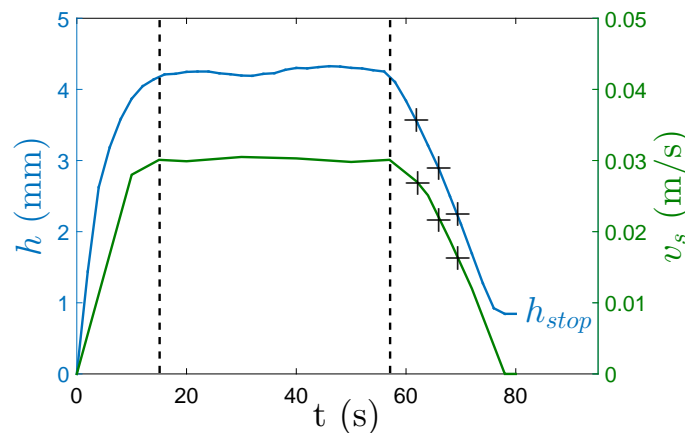


FIGURE 5.4 – Variation de la hauteur et de la vitesse de l'écoulement dans le temps ; $d/\lambda = 1/3$, $\theta = 23^\circ$, $\Gamma = 0,72$. L'état stationnaire est délimité par les deux traits pointillés. Les croix noires représentent les points intermédiaires choisis pour les mesures expérimentales.

Tous les résultats que nous allons présenter dans la suite du manuscrit ont été obtenus différemment de ceux de Pouliquen [30]. En effet, mesurer la vitesse du front de propagation de l'écoulement dans l'état stationnaire nécessite un plan assez long pour que ce front ait le temps de s'établir. Cela n'étant pas notre cas, nous avons choisi de mesurer la vitesse de surface à la place, qui est proportionnelle à la vitesse de front de propagation. Afin d'avoir un maximum

d'expériences exploitables, nous avons choisi de suivre la hauteur au cours du temps, de mesurer celle dans l'état stationnaire ainsi que l'épaisseur de grains h_{stop} qui reste à la fin de l'écoulement, et de prendre trois points entre ces deux hauteurs (Fig. 5.4). Ainsi, nous faisons l'hypothèse que $\mu(I)$ est toujours valable dans la transition de h vers h_{stop} pour des valeurs h suffisamment éloignées de la hauteur d'arrêt. On assimile donc ces hauteurs intermédiaires à des hauteurs stationnaires que nous aurions pu imposer et relevons les valeurs de vitesses correspondantes. Nous avons vérifié cette hypothèse pour quelques angles et vibrations en changeant l'ouverture du réservoir, et une bonne cohérence est retrouvée entre les données expérimentales obtenues en conditions stationnaires et celles obtenues en instationnaire par assimilation (Fig. 5.5(a)). De plus, notons que l'ouverture du réservoir ne semble pas avoir d'influence sur la valeur des dépôts (Fig. 5.5(b)).

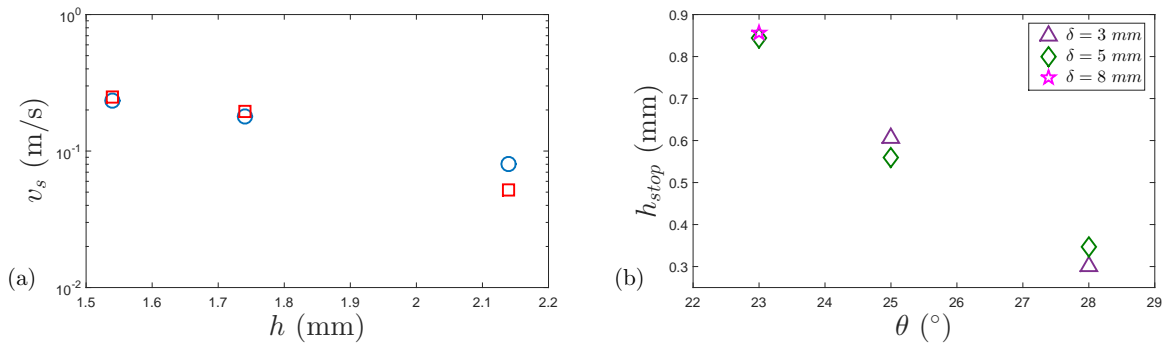


FIGURE 5.5 – (a) Vitesse de surface en fonction de la hauteur de l'écoulement, pour différents Γ . Données expérimentales obtenues en conditions stationnaires (\square) pour des valeurs d'ouverture de réservoir $\delta = 3$ et 8 mm et en conditions instationnaires par assimilation (\circ) pour $\delta = 5$ mm. (b) Valeur des dépôts h_{stop} en fonction de l'angle θ pour $\Gamma = 0,72$ et différentes valeurs de δ .

Dans la suite, nous étudions l'influence des paramètres θ , d/λ et Γ sur l'écoulement dans l'état stationnaire.

Remarque : Il est important de noter qu'il faut renouveler régulièrement les échantillons de billes afin d'éviter des problèmes d'humidité qui entraînent des écoulements inhomogènes. Nous avons par exemple observé l'apparition de "vagues".

5.1.2 Résultats de l'étude sans vibrations

Nous avons réalisé une étude préliminaire sur des expériences sans vibrations afin de comparer nos résultats avec ceux de la littérature.

Dans cette section, les résultats sont obtenus pour une rugosité relative $d/\lambda = 1/3$. Nous avons tout d'abord tracé le diagramme de stabilité ($\tan \theta, h_{stop}/d$) (Fig. 5.6(a)) puis nous avons

ajusté nos résultats à l'aide de l'Eq. 1.21 proposée par Pouliquen [30], et rappelée ici :

$$\tan \theta = \tan \theta_1 + (\tan \theta_2 - \tan \theta_1) \exp \left(-\frac{h_{stop}}{Ld} \right)$$

Le système que l'on étudie s'écoule sous l'effet de la gravité tant que θ est supérieur à $\theta_1 = 24,7^\circ$ et ne permet pas d'avoir un régime permanent pour un angle supérieur à $\theta_2 = 37,3^\circ$, la longueur caractéristique sur laquelle $\theta_{stop}(h)$ varie vaut $L = 4,32$. Nous avons alors tracé la variation de la vitesse adimensionnée v_s/\sqrt{gd} en fonction de h/d (Fig. 5.6(b)). La vitesse de l'écoulement est d'autant plus importante que l'épaisseur de la couche de grains et l'angle d'inclinaison le sont, en accord avec la littérature.

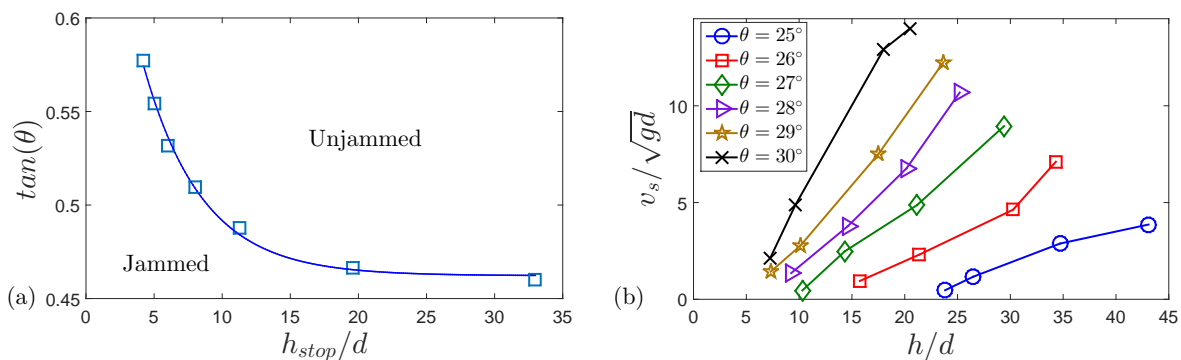


FIGURE 5.6 – Pour des billes de verres de diamètre $d = 100 \mu\text{m}$ sur un plan rugueux $\lambda = 300 \mu\text{m}$, (a) Diagramme de stabilité $\tan(\theta) - h_{stop}/d$. Le trait plein représente l'ajustement des données par l'Eq. 1.21, limite entre l'état bloqué et débloqué. (b) Vitesse adimensionnée v_s/\sqrt{gd} en fonction de h/d pour différents angles.

Il nous reste donc à vérifier que le scaling proposé par Pouliquen [30] (Eq. 1.20) est valable dans notre cas, il est rappelé ici :

$$\frac{\bar{u}}{\sqrt{gh}} = \beta \frac{h}{h_{stop}(\theta)}$$

Pour cela, nous avons tracé la variation de la vitesse adimensionnée v_s/\sqrt{gh} en fonction de $\bar{h}/h_{stop}(\theta)$ et toutes les données expérimentales se rejoignent sur une droite maîtresse (Fig. 5.7). L'influence des paramètres ajustables est comprise dans la valeur de $h_{stop}(\theta)$. Néanmoins, cette droite ne passe par 0, notre système semble donc suivre une loi d'échelle prenant en compte l'arrêt du type (Eq. 5.1) : $v_s/\sqrt{gh} = 0,73 (h/h_{stop}(\theta) - 1)$ (Fig. 5.7, trait plein).

Ce comportement a déjà été observée précédemment pour l'écoulement de grains de sables par Malloggi *et al.* [17], mais cela a été expliqué par la rugosité des particules, ce qui n'est pas notre cas. Cela a également été observé par Deboeuf *et al.* [16] dans le cas d'écoulements de billes de verres dans une géométrie non-confinée, ce qui n'est pas notre cas non plus. Nous pouvons également expliquer ce phénomène par notre prise de données dans la partie transitoire de h vers

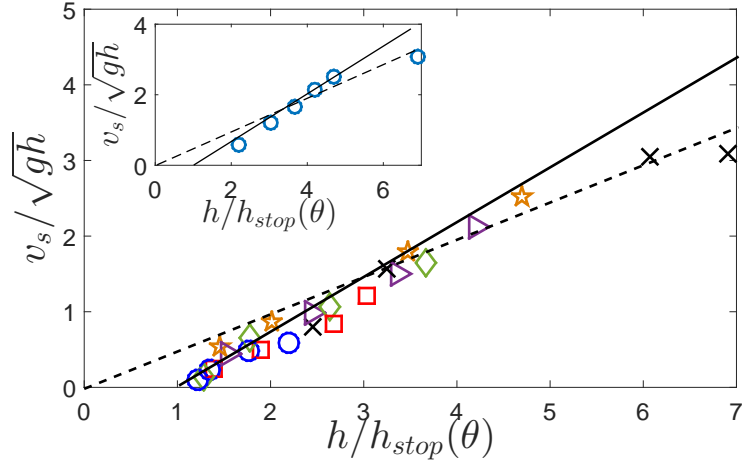


FIGURE 5.7 – Évolution de la vitesse adimensionnée v_s/\sqrt{gh} en fonction de $h/h_{stop}(\theta)$ pour une rugosité relative $d/\lambda = 1/3$. Les données se placent sur une droite maîtresse d'équation $v_s/\sqrt{gh} = 0,73(h/h_{stop}(\theta) - 1)$ (trait plein). Un ajustement de la forme $v_s/\sqrt{gh} = 0,49(h/h_{stop}(\theta))$ est présenté (traits pointillés). En insert, idem avec les données sélectionnées uniquement dans l'état stationnaire.

h_{stop} , en les assimilant à des états stationnaires. Pour le vérifier, nous avons tracé sur la Fig. 5.7 en insert, la variation de $v_s/\sqrt{gh}(h/h_{stop})$ en ne sélectionnant que les données expérimentales obtenues dans un état stationnaire. La même tendance étant observée, nous pouvons conclure que ce n'est pas ce choix qui influe sur la loi d'échelle. De ces observations, nous pouvons alors avancer que ce comportement vient de notre méthode expérimentale de détermination de la hauteur d'arrêt, qui diffère de celle de Pouliquen [30]. En effet, dans ses travaux il la définit de deux manières différentes :

1. en fixant une hauteur h et en diminuant continument l'angle jusqu'à ce que l'écoulement s'arrête en $\theta_{stop}(h)$,
2. en fixant un angle θ et en fermant le réservoir, la hauteur diminue lentement jusqu'à l'arrêt de l'écoulement et une couche statique de billes $h_{stop}(\theta)$ reste sur le plan.

Il a montré que $\theta_{stop}(h)$ et $h_{stop}(\theta)$ ne sont plus des fonctions inverses pour (i) les grands angles d'inclinaison car $h_{stop} \ll \bar{h}$ et (ii) les angles d'inclinaison proches de l'angle critique car h_{stop} varie très fortement avec l'angle dans cette région. Notre méthode est plus proche de sa méthode 2., ce qui expliquerait les différences observées pour $h \mapsto h_{stop}$, i.e. pour les faibles angles. De plus, cela rejoint une étude de Aumaître *et al.* [112] sur une couche granulaire vibrée horizontalement, qui a révélée une forte influence des vibrations sur les seuils d'écoulement à cause des effets d'hystérésis (effets mémoires, dépendance de l'histoire de l'écoulement). À partir de $h/h_{stop} = 4$, on peut retrouver une rhéologie de type $\mu(I)$ avec une loi d'échelle de la forme $v_s/\sqrt{gh} =$

0,49 ($h/h_{stop}(\theta)$) (Fig. 5.7, traits pointillés). En-dessous de cette valeur, des effets non locaux apparaissent et notre méthode expérimentale de détermination de h_{stop} prend en compte l'arrêt par construction, en imposant une vitesse nulle lorsque $h = h_{stop}$.

De manière générale, nos résultats pour l'écoulement de grains secs en absence de vibration sont similaires à ceux de la littérature, nous pouvons dorénavant nous intéresser au cas où l'on impose des vibrations, et étudier leur influence.

5.1.3 Résultats de l'étude sous vibrations

Cette partie est une copie de l'article scientifique présentant les résultats de l'étude expérimentale d'avalanches granulaires sous vibrations N. Gaudel *et al.*, **Granular avalanches down inclined and vibrated planes**, *Physical Review E***94**(3), 032904 (2016).

Abstract

In this article, we study granular avalanches when external mechanical vibrations are applied. We identify conditions of flow arrest and compare with the ones classically observed for non-vibrating granular flows down inclines [Pouliquen, *Physics of Fluids*, 1999, **11**, 542]. We propose an empirical law to describe the thickness of the deposits with the inclination angle and the Γ number related to the vibration intensity. The link between the surface velocity and the depth of the flow highlights a competition between gravity and vibrations induced flows. We identify two distinct regimes : (a) gravity driven flows at large angles where vibrations do not modify dynamical properties but the deposits ; Scaling laws in this regime are in agreement with the literature for non-vibrating granular flows. (b) vibrations driven flows at small angles where no flow is possible without applied vibrations ; In this last regime, the flow behavior can be properly described by a vibration induced activated process. We show, in this study, that granular flows down inclined planes can be finely tuned by external mechanical vibrations.

Introduction

Free surface flows of granular materials are widely encountered in industrial processes as diverse as food manufacturing (cereals), pharmaceutical manufactures (powders, medicines), construction industry (sand, concrete, ...), paper industry (fibers, paper pastes) or mining engineering (clay or ores) for example [72]. Some commercially important issues concern the optimization of their transport, storage or mixing properties. In fact, most of the energy in these industries is dissipated by the Joule effect during granular materials transport. Vibratory solutions are widely used in these industrial processes for controlled feeding of dry bulk materials, screening dry and wet products, conveying large tonnages of bulk materials or also for vibrating

bins, bowls and hoppers [73]. Optimized solutions based on energy savings could be obtained with a better understanding of the property-structure link from the (micro -) scale of the particle to the (macro -) scale of the flow when external vibrations are applied.

In that case, granular flows properties change in a drastic way. In particular, vibrations modify the rheology by changing local blockages properties at the grain scale [48, 113], and therefore the porosity of the packing [67, 114, 115]. It has recently been shown that a competition emerges between a shear and a vibrations dominated rheology for granular confined flows in vibrating Couette geometries which suggests a glassy behavior of the system with slow relaxation processes [59, 81, 83, 84, 116]. Granular flows in the absence of vibrations have extensively been studied in the literature. For homogeneous flows down inclines, a minimum thickness h_{stop} below which no flow occurs has been evidenced. This quantity takes part in the relation linking the depth averaged velocity \bar{u} to the thickness \bar{h} of the flow :

$$\frac{\bar{u}}{\sqrt{g\bar{h}}} = \alpha + \beta \frac{\bar{h}}{h_{stop}(\theta)} \quad (5.1)$$

where g is gravity, and θ is the inclination angle of the plane. The relation 5.1 has been interpreted in the framework of the $\mu(I)$ rheology [30]. Without vibrations, the inertial rheology works well to describe steady uniform flows of dense granular media in various configurations [11, 30, 35], but fails to predict flow properties for non-uniform flow geometries in the quasi-static regime [19, 117]. Yet, the scaling in Eq. 5.1 has been observed for non-uniform and/or non steady flow configurations [16, 118]. The existence of a local rheology requires $\alpha = 0$ but the flow arrest condition ($h = h_{stop}$) fixes $\alpha = -\beta$. The last condition is in contradiction with a local rheology and suggests non-local effects [17, 117].

Our present work focuses on the flow properties of a grains assembly when both gravity and vibrations affect the flow. Since vibrations are expected to influence grain motions (vibration induced creep effects) in the quasi-static regime, we address here the influence of external vibrations on granular avalanches down inclines when $h \approx h_{stop}$. We compare experimental results to known results without vibrations on the issues of (i) the influence of the vibrations on the stopping height as a function of the inclination angle. (ii) the dependence of the surface velocity on the thickness of the flow when vibrations are applied. Our main goal is to identify the influence of the vibrations on free surface granular flow properties.

Experimental Section

Our experimental setup is shown in Fig. 5.8. The granular material flows down a 40-cm-long and 10-cm-wide plane that can be inclined from horizontal up to $\theta = 35^\circ$, the flow is confined as studied in preceding works [17, 30, 119]. Due to experimental constraints, we cannot use inclined

planes as large as the ones used in previously mentioned studies (typically 2-m-long). In fact, applying well controlled sinusoidal vibrations imposed the use of a small size plane. The structure of the flow in that configuration is discussed in the next section. The flow is triggered by opening a given height of the tank, indicated as δ , of volume 900 cm^3 , thanks to a micrometric screw. The inclined surface is roughened by gluing one layer of particles. The particles used are slightly polydisperse spherical glass beads ($\rho \approx 2500 \text{ kg/m}^3$, Silibeads) of diameter d and λ for the bulk and for the rough surface, respectively. Our results are obtained for three different systems of bulk/glued beads (Tab. 5.1).

Tableau 5.1 – Glass beads used for the rough surface and for the bulk material for the three systems studied

System	Bulk (d)	Rough surface (λ)
1	$120 \text{ }\mu\text{m} \pm 30$	$300 \text{ }\mu\text{m} \pm 100$
2	$500 \text{ }\mu\text{m} \pm 100$	$300 \text{ }\mu\text{m} \pm 100$
3	$300 \text{ }\mu\text{m} \pm 100$	$500 \text{ }\mu\text{m} \pm 100$

The transverse vibrations are delivered through a vibration shaker controlled with a power amplifier, a function generator, and an accelerometer. Vibrations are transmitted through vibrated blades under the plane. To entirely control the applied vibrations, a closed-loop system is used. The sample is subjected to sinusoidal vibrations with frequencies and amplitudes in the range $f = [30 - 80] \text{ Hz}$ and $A = [30 - 450] \text{ }\mu\text{m}$, far from the resonant frequency (about 100 Hz for our experimental device). The angle θ varies from 20° to 32° in the experiments stated here.

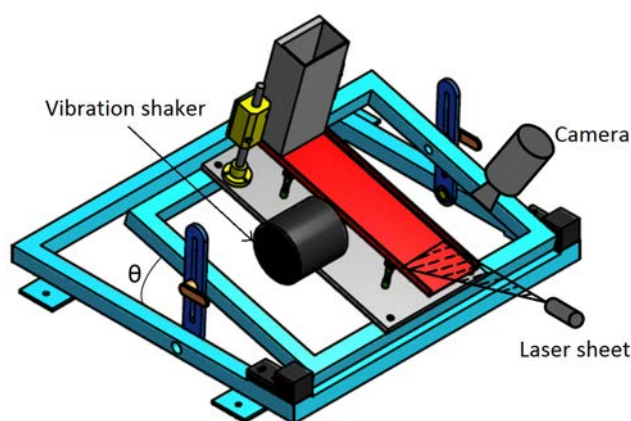


FIGURE 5.8 – Sketch of the experimental setup : granular flow down a tilting rough plane horizontally vibrated with a vibration shaker.

For all our experiments, the surface velocity $u_s(t)$ and the thickness of the layer $h(t)$ have been

systematically measured for each inclination angle θ and for different values of the $\Gamma = \frac{A(2\pi f)^2}{g}$ number, where g is gravity. Due to experimental constraints, typical values of Γ used in this work are lower than 3. In the range of vibration parameters studied, no fluidization of the granular sample occurs during our experiments. A CCD camera (1280×1024 pixels), placed above the plane, records the flow at a frequency multiple of the vibration frequency. A typical image of the flow is given in Fig. 5.9. The camera is placed far enough from the reservoir to have a developed flow, and centered to avoid lateral boundary effects which change greatly the flow structure [30, 36, 111]. The zone of interest is localized at 35 cm from the aperture and has a 5 cm width.

The flowing material is lighted with a laser sheet at a very small angle of incidence ($\approx 3^\circ$). When the flow occurs, the projection of the laser sheet is shifted from its initial position. Its displacement is proportional to the flow thickness [120], which provides the granular layer height measurement. The laser sheet deviation Δ (pix) is calculated using a crosscorrelation algorithm that measures the similarity between a reference picture (before the flow) and successive pictures during the flow. The correlation is calculated for twenty vertical lines along the length of the plane, and gives us an averaged value of h . The conversion pixels to mm is done calibrating the laser sheet with samples of well known heights (Fig. 5.9).

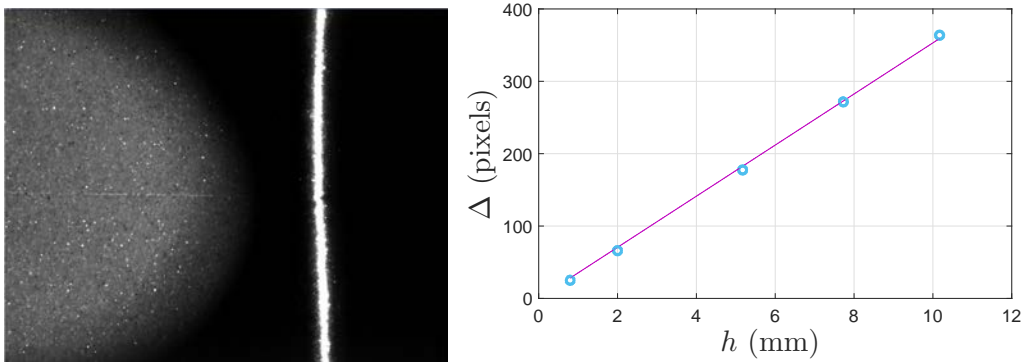


FIGURE 5.9 – *Left* : Snapshot of the camera screen at $t=0$ s, with the illuminated area for PIV measurements and the laser sheet (white line) for thickness measurements. *Right* : Example of a calibration curve of the laser sheet. Displacement of the laser sheet as a function of the flow depth is given by $\Delta = 35.31 \times h$.

Black tinted beads (with the same properties of the flowing granular material) have been introduced into the bulk material acting as tracers for PIV measurements. After filtering images¹,

1. The luminous intensity has to be standardized thanks to the "Enable CLAHE" function, bead's interference reflections must be excluded with the "Enable Intensity Capping" function, and tracers's contrast has to be increased removing noise with "Wiener2 denoise filter", for each picture. As the flow is unidirectional, the velocity field is obtained thanks to the 2D Gauss estimator by measuring the moving of individual particles between two images separated by a known time interval.

the algorithm software PIVlab [68, 69] allows us to extract the surface velocity field.

A typical experiment is done as follows. First, grains are poured into the tank. A wedge is put ahead of the aperture which prevents the material from flowing. When the desired vibration amplitude is reached, the wedge is removed and an avalanche starts. The camera records the granular collapse on the plane. In the following, we study the influence of the vibration intensity, inclination angle and relative roughness d/λ on the flows. We mainly present results for the system 1 as we observe qualitatively the same behavior for the two other systems.

Results and discussion

Flow structure In this section, we discuss the flow's stationarity and homogeneity. Fig. 5.10 shows the time evolution of the thickness h and the surface velocity u_s for a typical experiment. After a short transient, h and u_s keep constant during about 40 s where the flow can hence be considered as steady, and then relax to h_{stop} and zero values, respectively. In the following, the mean velocity \bar{u}_s and height \bar{h} are calculated by averaging both these quantities with time in the steady state.

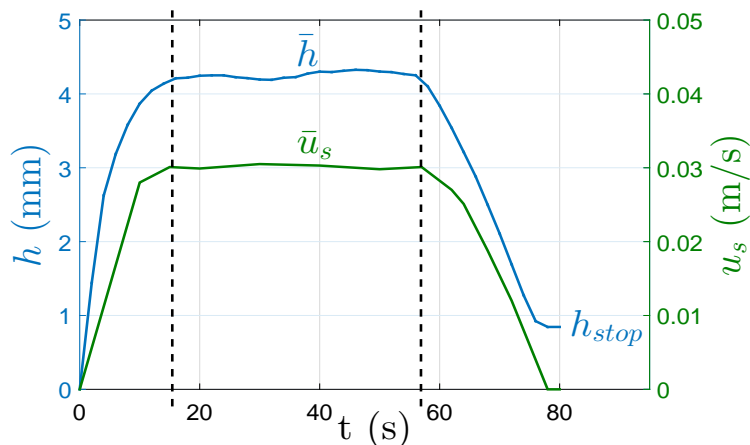


FIGURE 5.10 – Time evolution of the thickness layer h and surface velocity u_s for a typical experiment : system 1, $\theta = 23^\circ$, $\Gamma = 0.72$.

To study the flow structure along the plane in the steady state regime, the laser sheet is placed in parallel to the flow direction (x -direction) from the tank. The deviation angle $\Delta\varphi$ ($^\circ$), related to the variation of \bar{h} with x is measured for different angles θ and intensities of the vibrations Γ (see the new experimental configuration used for these measurements in Fig. 5.11, *in insert*). We experimentally observe a quasi-linear dependency of \bar{h} with x . The value of $\Delta\varphi$ (Fig. 5.11), depending on the inclination angle, changes abruptly for $\theta_c = 24.7^\circ$, the minimum angle at which no flow occurs without vibrations. We find that $\Delta\varphi \approx 1.6^\circ$ ($\theta > \theta_c$) and 0.8° ($\theta < \theta_c$) are quite independent of the vibration intensity in the range of values studied in this article.

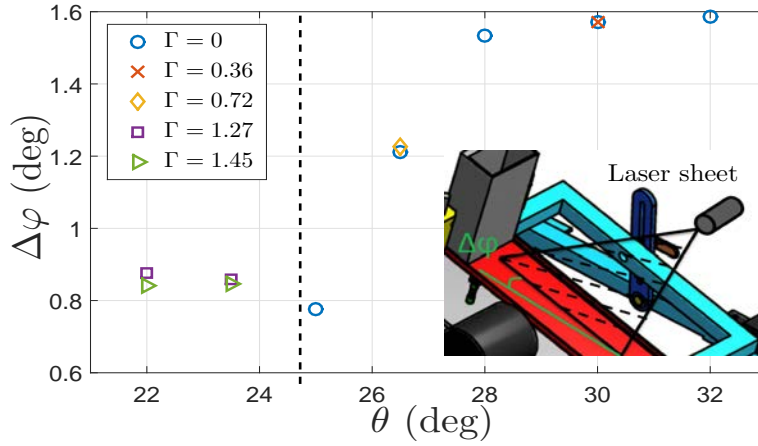


FIGURE 5.11 – Deviation angle $\Delta\varphi$ linked to the variation of h along the plane for different inclination angle θ , for the system 1 and for typical values of Γ used in our experiments. In insert, experimental configuration with the new position of the laser sheet.

This result suggests the existence of a transition from vibrations driven flows at small angles to gravity driven flows for larger ones. Flows at $\theta < \theta_c$ are very slow and homogeneized by applied vibrations whereas gravity dominates the flow for $\theta > \theta_c$ and leads to a more heterogeneous flow structure. In our experimental conditions, $\Delta\varphi/\tan(\theta) \approx 0.05 < 1$. Thus, the force related to the pressure difference between the right and left side of an elementary slice of granular material along the plane is smaller than the gravity driven force and the friction force at the bed level. The friction coefficient μ tends then to $\tan(\theta)$ and inertial terms $u_x \partial u_x / \partial x \approx u_s^2 / L \approx 10^{-4} g$ can be neglected [16, 30].

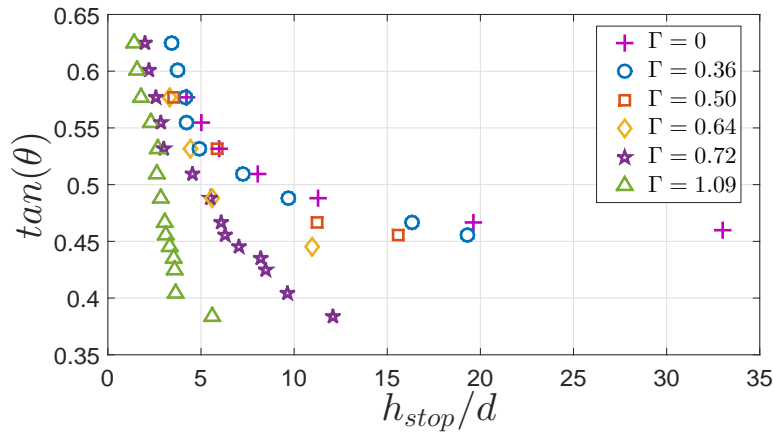


FIGURE 5.12 – Stability diagram for the system 1 and for different values of the Γ number.

Study of deposits We begin by describing the height of the deposits to determine the stability diagram. $\tan(\theta)$ is plotted as a function of the dimensionless stopping height h_{stop}/d for different values of Γ for the system 1 (Fig. 5.12). For a given Γ , due to gravity, h_{stop} decreases when the inclination angle increases. The material shows more resistance to flow near the rough surface due to the boundary friction [43, 121, 122]. For a given d/λ , h_{stop} decreases with Γ , whatever the angle of inclination. The minimum angle at which flows occur decreases when vibration intensity increases. This reveals that, in addition to gravity effect, vibrations allow the fluxing of the flow. Granular chute flows are very sensitive to the roughness conditions : our experiments showed that h_{stop} decreases when d/λ increases, for given values of θ and Γ . This phenomenon has already been studied by C. Goujon [121] : when $d > \lambda$, the friction decreases when bead size increases.

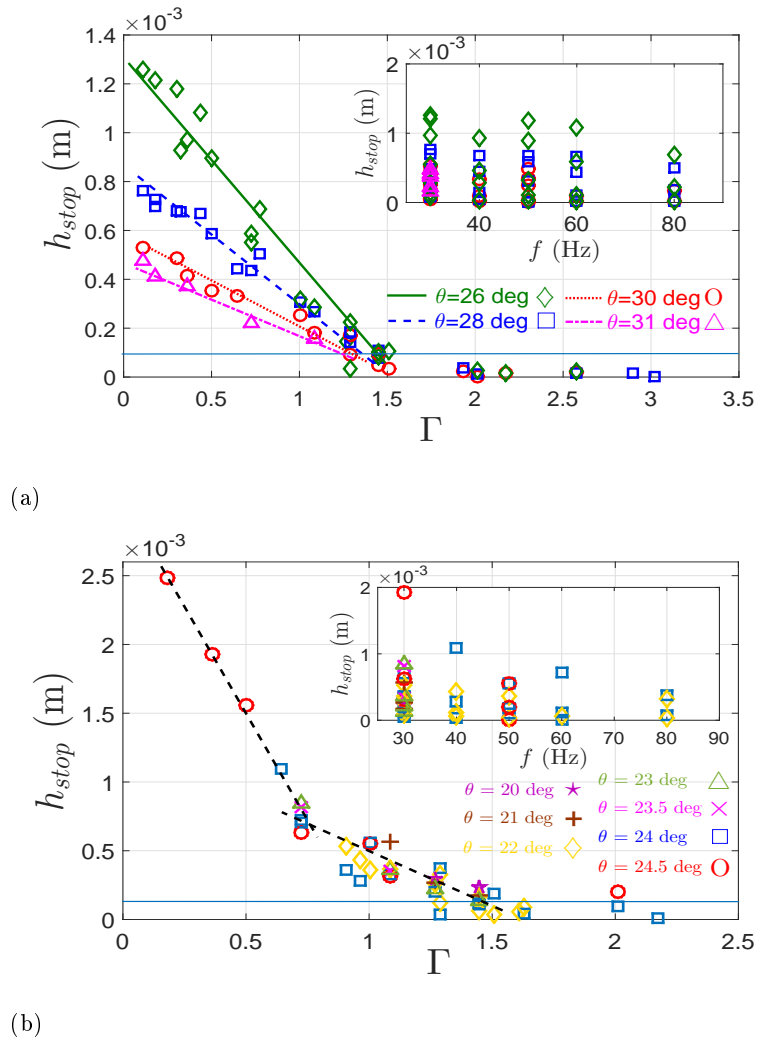


FIGURE 5.13 – Evolution of h_{stop} as a function of Γ for the system 1 (a) for $\theta > \theta_c$ and (b) for $\theta < \theta_c$. Below the solid blue line, $h_{stop} < d$: thus, error measurements are quite similar to the data values. In inserts, we plot the evolution of h_{stop} as a function of the frequency.

To rationalize the data, we relied on the analytical expression for $h_{stop}(\theta)$ proposed by Pouliquen [30] :

$$\tan(\theta) = \tan \theta_1 + (\tan \theta_2 - \tan \theta_1) \exp\left(-\frac{h_{stop}}{Ld}\right) \quad (5.2)$$

where θ_1 is the angle where $h_{stop}(\theta)$ diverges, θ_2 the angle where $h_{stop}(\theta)$ vanishes, and L is a characteristic dimensionless thickness over which $\theta_{stop}(h)$ varies.

The stability diagram (Fig. 5.12) suggests that the Eq. 5.2 can be extended to vibrated systems for all the range of inclination angles θ . Then, parameters θ_1 , θ_2 and L are expected to depend on the Γ number. The first step is the study of the variation of the deposits with the vibration intensity. $h_{stop}(\theta)$ is plotted as a function of the frequency for various intensities of the vibrations, for $\theta > \theta_c$ (Fig. 5.13(a), *in insert*) and for $\theta < \theta_c$ (Fig. 5.13(b), *in insert*). The frequency parameter badly describes the variation of the deposits. However, Figs. 5.13(a) and (b) show that $h_{stop}(\theta)$ is well controlled by the relative acceleration Γ , for a given angle when $\theta > \theta_c$, and whatever the angle when $\theta < \theta_c$. This dependence has already been observed by Benedetti *et al.* [123] for the flow of one bead down an incline submitted to transverse vibrations. We observe that h_{stop} decreases linearly with Γ and vanishes at a critical value $\Gamma_c(\theta)$ which slightly decreases with θ .



FIGURE 5.14 – Sketch of a three-layer flow. h , h_{stopWV} and h_{stop} are respectively the depth of the flow, the deposits without vibrations and the deposits with vibrations.

In the following, we consider the flow as a three-layer flow (Fig. 5.14) made of the thickness h of the flow, the thickness of the deposits h_{stop} , and the thickness of the deposits when no vibrations are applied h_{stopWV} . The grains thickness which flow thanks to vibrations is defined as $(h_{stopWV} - h_{stop})$. Vibrations affect the flow over a penetration depth h_{stopWV} . By comparison with the penetration depth for a Newtonian fluid (equivalent of a boundary layer), we suppose, in the following, that [124] :

$$h_{stopWV} = \gamma \times \sqrt{\frac{\nu}{\omega}} \quad (5.3)$$

where $\nu = \mu/\rho$ is the kinematic viscosity defined as the ratio of the dynamic viscosity μ to the density of the fluid ρ and γ a coefficient equals to 4.64 in the Newtonian case without vibrations. By analogy with Eq. 5.3, and by dimensional analysis, we hypothesize that h_{stopWV} for the

granular material can be written as :

$$h_{stop_{WV}} = \gamma \times \sqrt{\frac{\mu_{app}}{\rho\omega}} \quad (5.4)$$

with $\nu_{app} = \mu_{app}/\rho$ the apparent viscosity which contains the dependence with d/λ and $\omega = 2\pi f$.

At the first order (h_{stop} is very thin), we suppose that the shear stress scaled as :

$$\tau_s = \mu_{app} \frac{A\omega}{h_{stop_{WV}} - h_{stop}} \quad (5.5)$$

The stress can also be expressed as :

$$\tau_s = \rho g h_{stop_{WV}} \quad (5.6)$$

Combining Eqs. 5.4, 5.5 and 5.6, $h_{stop_{WV}}$ becomes :

$$h_{stop_{WV}} = \gamma \times \sqrt{\frac{g h_{stop_{WV}} (h_{stop_{WV}} - h_{stop})}{A\omega^2}} \quad (5.7)$$

From Eq. 5.7, h_{stop} is written :

$$h_{stop}(\theta, \Gamma) = h_{stop_{WV}}(\theta) \left(1 - \frac{\Gamma}{\gamma^2}\right) \quad (5.8)$$

where $h_{stop_{WV}}$ is the height of the deposits without vibrations and $\gamma^2 = \Gamma_c$ the critical value of the relative acceleration. For the system 1, the experiments fix $\gamma = 1.20 \pm 0.2$: this value is lower than 4.64 (for Newtonian fluid), which suggests that rolling effects of the particles on the rough plane mainly controlled the flow and the value of Γ_c . Eq. 5.8 predicts how vibrations modify the value of h_{stop} .

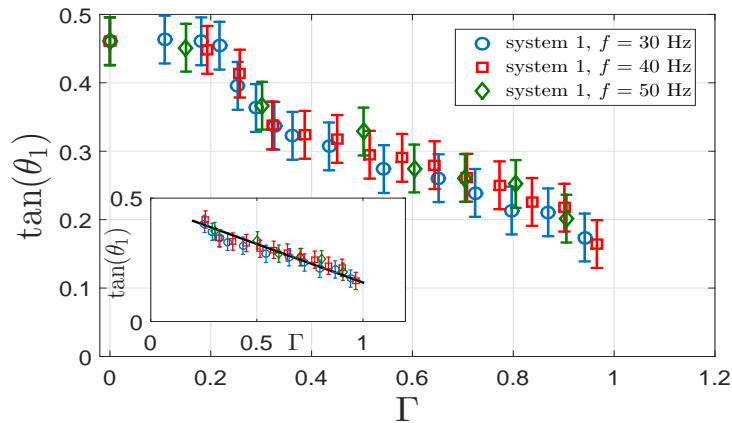


FIGURE 5.15 – Evolution of $\tan(\theta_1)$ as a function of the Γ number for the system 1, and three frequencies. In insert, the same but focused on the linear variation : the solid line is a linear fit given by $\tan(\theta_1) = 0.47 - 0.31 \times \Gamma$.

For $\theta < \theta_c$, the situation is more complex : for $\Gamma < 0.25$, vibration intensity is too weak to induce a flow and then h_{stop} is not defined anymore. Above $\Gamma \approx 0.7$, h_{stop} follows the same linear scaling with Γ (Eq. 5.8) and $\Gamma_c \approx 1.48 \pm 0.5$, whatever the inclination angle. Below $\Gamma \approx 0.7$, the slope breaks and h_{stop} decreases faster with Γ . For the moment, we cannot provide any explanation for this observation. In the following, we only consider data for $\Gamma > 0.7$ and assume a constant value of $\theta_2 = 44 \pm 2^\circ$ with $\Gamma_c = 1.48 \pm 0.5$.

In order to study the variation of θ_1 with vibrations, we perform additional experiments for which we study the formation of a pile by successive avalanches. It allows us to measure the value of the repose angle $\tan(\theta_1)$ [125]. We report on Fig. 5.15 the variation of $\tan(\theta_1)$ as a function of the Γ number. We observe a constant value of θ_1 up to $\Gamma = 0.25$, followed by a linear decrease for higher Γ values. The transition defines a minimum relative acceleration Γ_a below which vibrations don't trigger the flow.

Combining Eq. 5.2, the linear dependence of $\tan(\theta_1)$ with Γ (for $\Gamma > 0.25$) and $\tan(\theta_2) = \tan(44^\circ)$, we plot in Fig. 5.16 the following quantity :

$$Y = \frac{\tan(\theta) - \tan(\theta_1)}{\tan(\theta_2) - \tan(\theta_1)} = \exp\left(-\frac{h_{stop}}{Ld}\right) \quad (5.9)$$

All experimental data points (each point is a mean over three independent realizations) collapse into a single curve which highlights the influence of vibrations on h_{stop} . Our results suggest that vibrations mainly influence the flow through $\tan(\theta_1)$ and that $\tan(\theta_2)$ and L can be supposed constant.

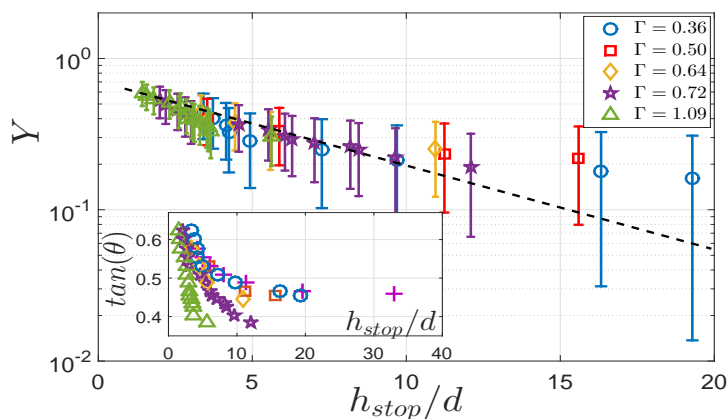


FIGURE 5.16 – Semi-log plot of Y defined in Eq. 5.9 as a function of h_{stop} for the system 1 and different Γ values. Each point is a mean over three independent realizations. In insert, a reminder of Fig. 5.12 : evolution of $\tan(\theta)$ vs. h_{stop}/d .

Flow regimes The results of surface velocity and thickness measurements obtained in the steady state regime for the system 1, with and without vibrations, are presented in Fig. 5.17(a) and (b). Evolution of \bar{u}_s and \bar{h} as functions of θ are qualitatively the same for the two other systems.

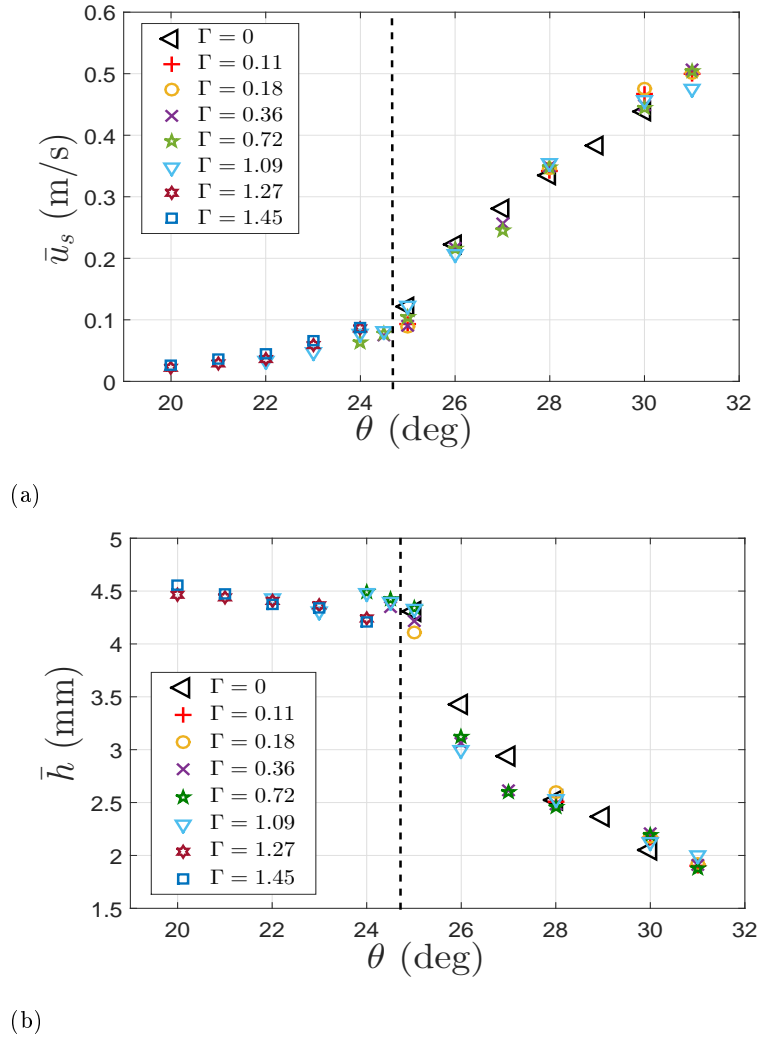
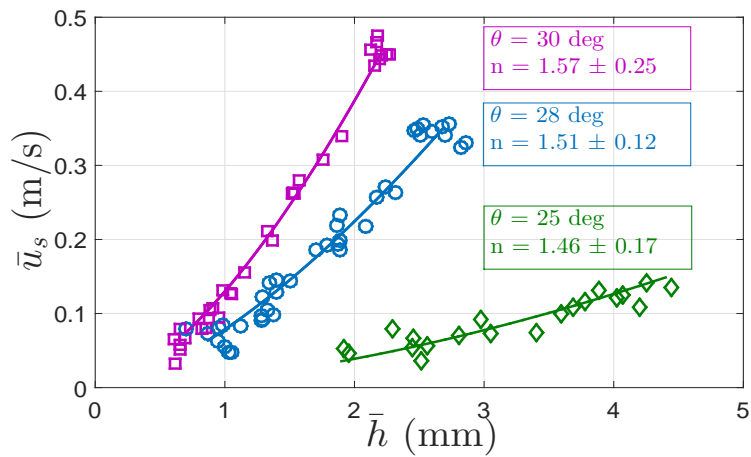


FIGURE 5.17 – Evolution of (a) \bar{u}_s and (b) \bar{h} as functions of θ for system 1, with and without vibrations (for $\delta = 5$ mm). Two regimes appear for both cases.

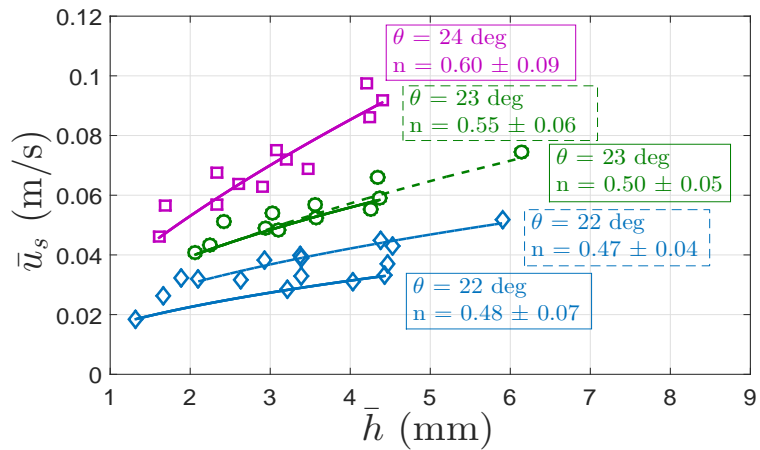
Firstly, flows occur at inclination angles where, without vibrations, they would not occur (here, below $\theta = 24.7^\circ$). Then the surface velocity of the flow increases with increasing the angle (Fig. 5.17(a)). In parallel, to maintain the flow, the thickness decreases with increasing θ (Fig. 5.17(b)). The values of the surface velocity and the thickness of the flow are nearly the same for a given angle, whatever the vibration intensity in the range of the Γ values studied here. When $\theta > 24.7^\circ$, variations of \bar{u}_s and \bar{h} are significant with increasing θ , and both these quantities do not depend on the applied vibrations for a given inclination angle. While below this angle,

these quantities progress slightly with increasing the inclination angle. Consequently, this angle appears to be a transition between two regimes.

In the present case, the gap is open from $\delta = 5$ mm and yet the height in the steady state regime for high angles can reach the value of 2 mm. Actually the thickness of the layer in the steady state \bar{h} changes along the plane, it gradually decreases (see Sect. 5.1.3). This has already been observed for granular flows without vibrations [36, 111], that's why a particular attention was taken to always analyze the flow properties at the same position along the plane.



(a)



(b)

FIGURE 5.18 – Surface velocity \bar{u}_s as a function of the thickness layer \bar{h} for system 1 for (a) high angles and (b) low angles regimes. Solid lines correspond to $\delta = 5$ mm, dotted lines to $\delta = 8$ mm. In both cases, power law fits ($y = ax^n$) are represented for different angles where n is the exponent of the power law.

We evidence a critical angle θ_c , below which no flow occurs without vibrations, between two regimes :

- for $\theta > \theta_c$: we observe a high angles regime where variations of \bar{u}_s and \bar{h} are significant when θ changes,
- for $\theta < \theta_c$: we observe a low angles regime where \bar{u}_s and \bar{h} slightly increases and decreases respectively.

To test this hypothesis, the surface velocity \bar{u}_s is plotted as a function of \bar{h} for both regimes in Fig. 5.18. In the high angles regime (Fig. 5.18(a)), our data are well fitted to a power law with an exponent $n = 3/2 \pm 0.08$, which is in agreement with experimental and numerical results previously obtained by Vallance [122] and Azanza [126]. However, in the low angles regime (Fig. 5.18(b)), $n = 1/2 \pm 0.05$. This shows a slowing down of the dynamics at small angles and it evidences the two regimes.

High angles regime : $\theta > \theta_c$ In the high angles regime the evolution of the surface velocity as a function of the thickness shows a $3/2$ power law exponent, typical of a gravitational flow. These flows have already been studied without vibrations, and respond to a scaling law where $h_{stop}(\theta)$ contains all the dependence in θ . This scaling law (Eq. 5.1) is in agreement with experimental and numerical results [16, 17, 30, 40, 121] :

$$\frac{\bar{u}}{\sqrt{gh}} = \alpha + \beta \frac{\bar{h}}{h_{stop}(\theta)}$$

where g is the gravity, \bar{u} is the front velocity, α and β depend on the granular material and the Froude number is equal to $Fr = \frac{\bar{u}}{\sqrt{gh}}$. For a flow of glass beads, $\alpha = 0$ and the flow rule is consistent with a local rheology [35]. However this law does not verify $\bar{u}(h_{stop}) = 0$ and then does not describe the flow arrest. The solution to this last condition requires $\alpha = -\beta$. This has already been observed by Deboeuf *et al.* [16] in the central part of unconfined flows down an inclined rough plane. In such a case, flows are quasi-static, close to the jamming transition, very

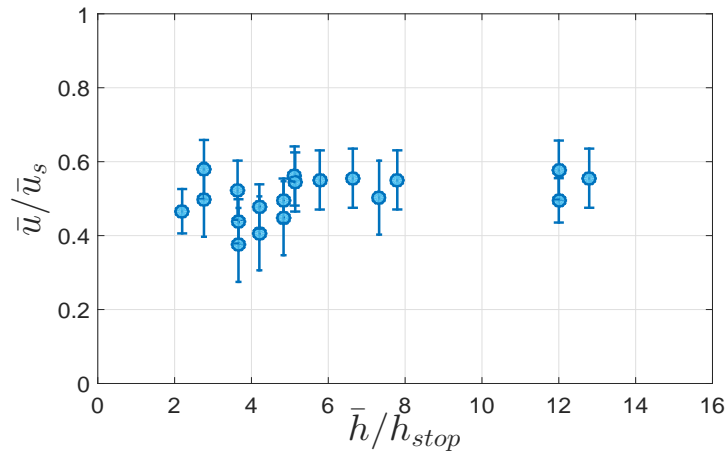


FIGURE 5.19 – Ratio \bar{u}/\bar{u}_s as a function of \bar{h}/h_{stop} for the system 1, in the high angles regime.

thin ($\bar{h}/h_{stop} < 2$), and $\bar{u}/\bar{u}_s = 1/2$. Measurements in this regime showed that surface velocity is directly proportional to the front velocity such as $\bar{u}/\bar{u}_s = 1/2 \pm 0.08$ (Fig. 5.19) : this last relation leads to a linear velocity profile according to previous results [16, 17, 127]. A Bagnold profile is not observed ($\bar{u}/\bar{u}_s = 3/5$), suggesting a jamming transition where non-local effects are expected to become significant. Further studies showed [17, 119], in the case of sheared granular and whatever the ratio \bar{h}/h_{stop} , that the line does not go through origin regarding the flow rule.

In Eq. 5.1, for gravitational flows without vibrations, the influence of the parameters θ , d and λ are taken into account in the single function $h_{stop}(\theta)$. This scaling shown in Fig. 5.20 (*in insert*) appears to be inadequate with our data.

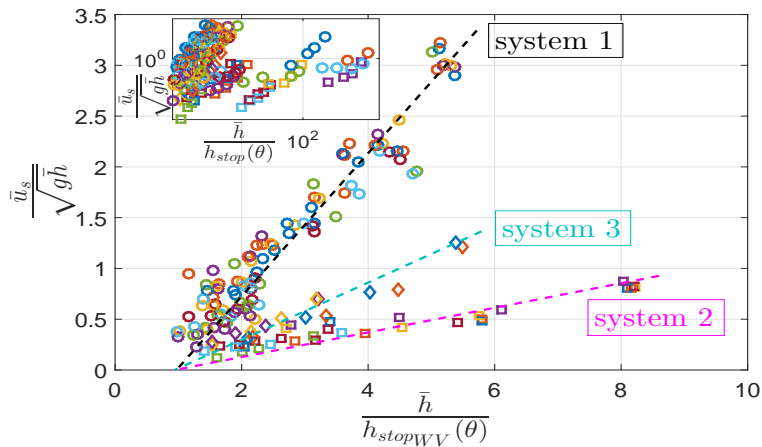


FIGURE 5.20 – Froude number $\bar{u}_s/\sqrt{g\bar{h}}$ as a function of the rescaled avalanche height $\bar{h}/h_{stop_{WV}}(\theta)$ for the three systems presented in Tab. 5.1. In insert, Froude number $\bar{u}_s/\sqrt{g\bar{h}}$ as a function of $\bar{h}/h_{stop}(\theta)$ in log-log coordinates for the three systems.

Since vibrations seem to have no influence on \bar{h} and \bar{u}_s (see Sect. 5.1.3) in this regime, we replace $h_{stop}(\theta)$ with $h_{stop_{WV}}(\theta)$. Then, for vibrated flows (Fig. 5.20), it seems that the data collapse into three different straight lines, each of them corresponds to a particular relative roughness. As a consequence, we show for the first time that the function $h_{stop_{WV}}(\theta)$ does not include the influence of the bead diameter d and the roughness λ . Thereby, we propose to define an effective stopping height such as :

$$h_{stop}^{eff}(\theta) = h_{stop_{WV}}(\theta) \frac{d}{\lambda} \quad (5.10)$$

Thus, the dimensionless velocity $\bar{u}_s/\sqrt{g\bar{h}}$ (Froude number) is plotted as a function of $\bar{h}/h_{stop}^{eff}(\theta)$, for the three systems. This scaling shown in Fig. 5.21 appears to be suitable : the data for each of the three systems collapse into the same straight line. The Froude number seems to be a linear function of $\bar{h}/h_{stop}^{eff}(\theta)$, henceforth independent of the bead size d , inclination θ and roughness

condition λ . Their influence is included in the single function $h_{stop}^{eff}(\theta)$:

$$\frac{\bar{u}_s}{\sqrt{g\bar{h}}} = \alpha + \beta \frac{\bar{h}}{h_{stop}^{eff}(\theta)} \quad (5.11)$$

where $\alpha = -0.2$ and $\beta = 0.2$. The same remarks than Deboeuf *et al.* [16] for unconfined flows can be made : $\alpha = -\beta$, $\bar{u}/\bar{u}_s = 1/2$. The relation $\alpha = -\beta$ is obtained with and without vibrations for our experiments. But our flows are confined as Pouliquen [30]. It suggests that the inhomogeneity of the flows along the plane (Fig. 5.11) is responsible for this discrepancy [16].

The scaling law (Eq. 5.11) rationalizes our data and verifies the flow arrest condition ($\bar{u}(h_{stop}) = 0$) :

$$Fr = \frac{\bar{u}}{\sqrt{g\bar{h}}} = \tilde{\alpha} \left(\frac{\bar{h}}{h_{stop}^{eff}(\theta)} - 1 \right) \quad (5.12)$$

where $h_{stop}^{eff}(\theta) = h_{stopWV}(\theta) \frac{d}{\lambda}$ and $\tilde{\alpha} = 0.1$ assuming now $\bar{u}/\bar{u}_s = 1/2$.

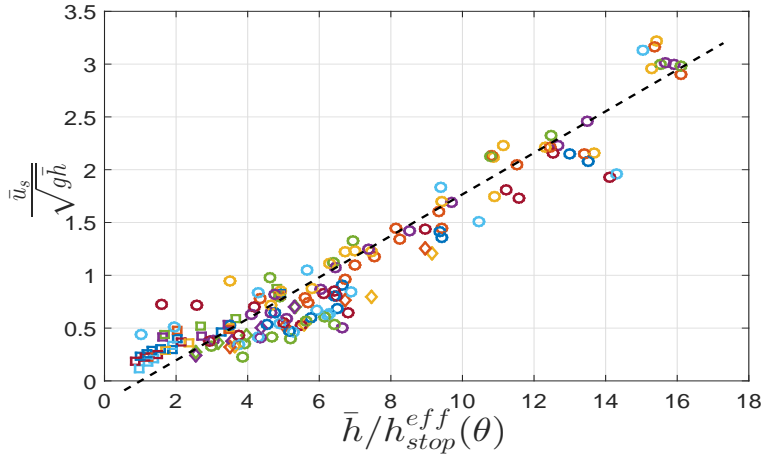


FIGURE 5.21 – Froude number $\bar{u}_s/\sqrt{g\bar{h}}$ as a function of the rescaled avalanche height $\bar{h}/h_{stop}^{eff}(\theta)$ for the three systems presented in Tab. 5.1. Data are well fitted to $\bar{u}_s/\sqrt{g\bar{h}} = 0.2 \times \bar{h}/h_{stop}^{eff}(\theta) - 0.2$ (dotted line).

Low angles regime : $\theta < \theta_c$ In the low angles regime, Fig. 5.18(b) shows that flows are slow, similar to a stopping dynamics, with a power law evolution of the surface velocity as a function of h with an exponent $n = 1/2$. In this regime, flows should not occur : the thickness of the deposits diverges. Taking this into account in Eq. 5.11, the term $\bar{h}/h_{stop}^{eff}(\theta)$ tends to 0. Then, it just remains the contribution of $\sqrt{\bar{h}}$ such as :

$$\bar{u} = \tilde{\gamma} \sqrt{\bar{h}} \quad (5.13)$$

with $\tilde{\gamma} = \tilde{\alpha} \sqrt{g}$. Fig. 5.22 shows that, in this regime, the ratio $\bar{u}/\bar{u}_s = 2/3 \pm 0.1$. This value is intermediate between the ones obtained for a Bagnold profile ($3/5$) and a plug flow ($1/2$) where non-local effects are significant.

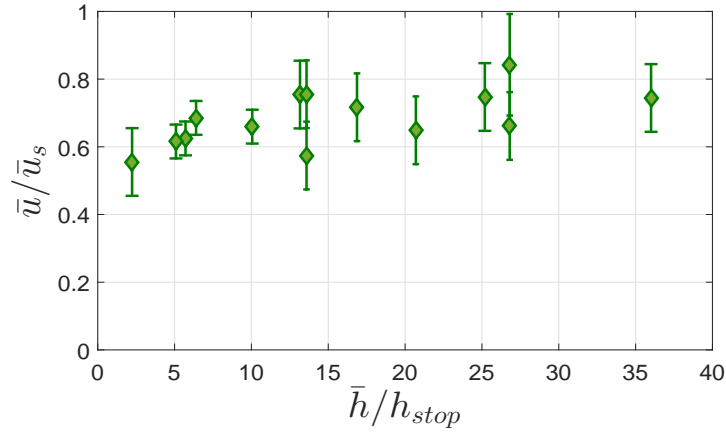


FIGURE 5.22 – Ratio \bar{u}/\bar{u}_s as a function of \bar{h}/h_{stop} for the system 1, in the low angles regime.

Concerning the flow in this regime, it is important to note that a minimum Γ number is necessary to trigger it. To go further, the phase diagram of the system 1 (Fig. 5.23) suggests that a minimum relative acceleration Γ is necessary to have a steady flow (in our experimental conditions). This Γ value is a bit higher than the one needed to trigger the flow and depends on the system settings as well as the inclination angle. For a given system, when θ decreases, the minimum amplitude to have a steady flow increases because the role of gravity becomes insignificant.

It is also interesting to understand how parameters influence the surface velocity. When θ or the relative roughness d/λ increases, h_{stop} decreases and \bar{u}_s slightly raises as friction between beads decreases. For a given angle, when Γ increases, h_{stop} decreases. Finally, in the low angles regime, the surface velocity \bar{u}_s is influenced by the relative roughness, θ and the vibration energy. As a consequence, vibrations impose \bar{u}_s as well as $h_{stop}(\theta)$.

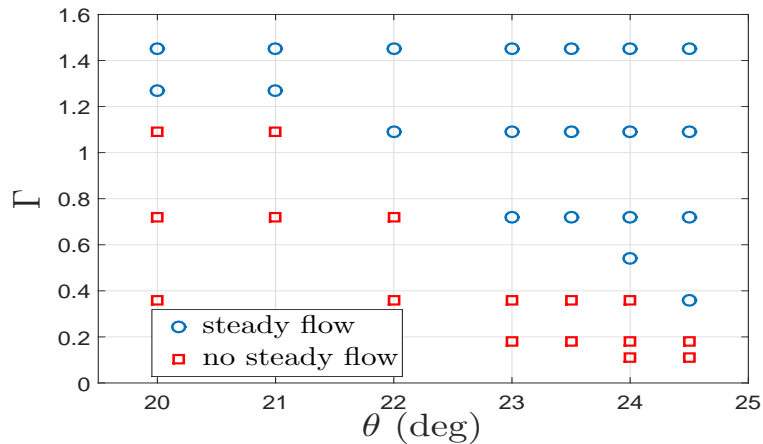


FIGURE 5.23 – Phase diagram (Γ, θ) for the system 1, in the low angles regime.

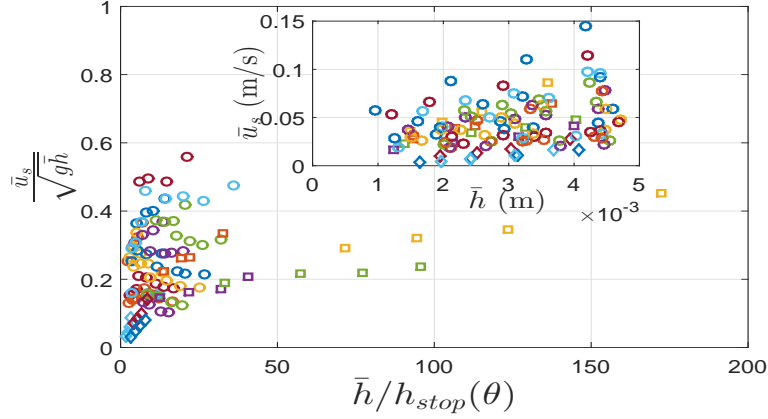


FIGURE 5.24 – Froude number $\bar{u}_s/\sqrt{g\bar{h}}$ as a function of $\bar{h}/h_{stop}(\theta)$ in log-log coordinates for the three systems. In insert, \bar{u}_s as a function of \bar{h} .

First, we tried the scaling law (Eq. 5.1) proposed in many previous studies [16, 17, 30, 40, 121]. This scaling law does not well describe the flow (Fig. 5.24) in our experiments. We find that a scaling law given by $\bar{u}_s = \sqrt{\bar{h}}/h_{stop}^2(\theta)$ better rationalizes our data for the system 1 (Fig. 5.25). The surface velocity varies linearly with $\sqrt{\bar{h}}/h_{stop}^2(\theta)$ and the slope only depends on the value of the Γ number. In the following, we assume that an activated process allows to describe the flow [128, 129]. We expect a dependency of \bar{u}_s with $\exp\left(-\frac{\Gamma}{\Gamma_a}\right)$, where Γ_a is the minimum relative acceleration needed to activate the flow. Then, the dimensionless equation writes :

$$\frac{\bar{u}_s}{\sqrt{g\bar{h}}} \left(\frac{h_{stop}}{d}\right)^2 \propto \exp\left(-\frac{\Gamma}{\Gamma_a}\right) \quad (5.14)$$

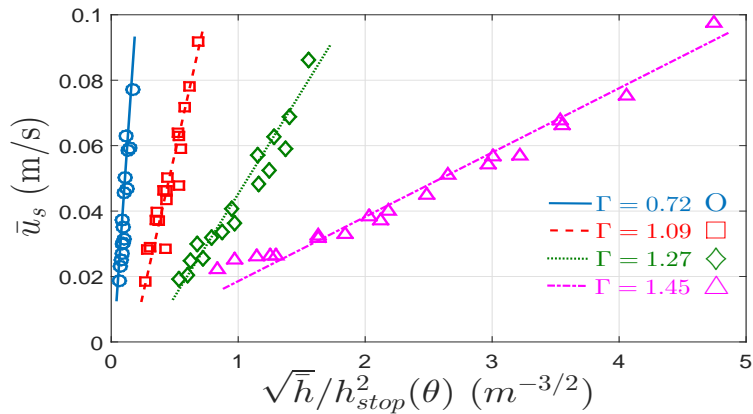


FIGURE 5.25 – Evolution of \bar{u}_s as a function of $\sqrt{\bar{h}}/h_{stop}^2(\theta)$ for the system 1 and for different values of the Γ number. The lines are guides for the eyes.

The variation of $\frac{\bar{u}_s}{\sqrt{g\bar{h}}} \left(\frac{h_{stop}}{d}\right)^2$ is plotted in Fig. 5.26 (*in insert*) as a function of Γ for all data

of the system 1. This scaling law (Eq. 5.14) rationalizes our data, and the slope equals $-1/\Gamma_a$. We estimate, for the system 1, that $\Gamma_a = 0.25 \pm 0.02$: this result is consistent with the one estimated for θ_1 in section 5.1.3. The proposed law works well for the two other systems (2 and 3) with different values of Γ_a , reported in the Tab. 5.2. As expected, these values are lower than those of the system 1 because of the higher relative roughness of the plane.

Tableau 5.2 – Values of Γ_a for the three systems and the corresponding relative roughness of the plane

System	Relative roughness	Γ_a
1	1/3	0.25 ± 0.02
2	5/3	0.08 ± 0.03
3	3/5	0.12 ± 0.03

Considering the values of Γ_a corresponding to each system, $\frac{\bar{u}_s}{\sqrt{gh}} \left(\frac{h_{stop}}{d} \right)^2$ is plotted as a function of Γ/Γ_a (Fig. 5.26). All data collapse into the same straight line, suggesting that the scaling law given by Eq. 5.14 well describes the flow in the low angles regime.

Our results show that the Froude number does not depend on \bar{h} but Γ . The exponential dependency suggests an activated process of grains reorganizations induced by vibrations. Stability of the beads at the surface of the packing is determined by a local friction and a local geometry. When external mechanical vibrations are applied, the beads can move only if perturbations are strong enough. The probability for a bead to escape from local trap increases with θ and the vibration intensity. More, further investigations are needed to understand the dependency of Fr with $(h_{stop}/d)^2$ when vibrations are applied.

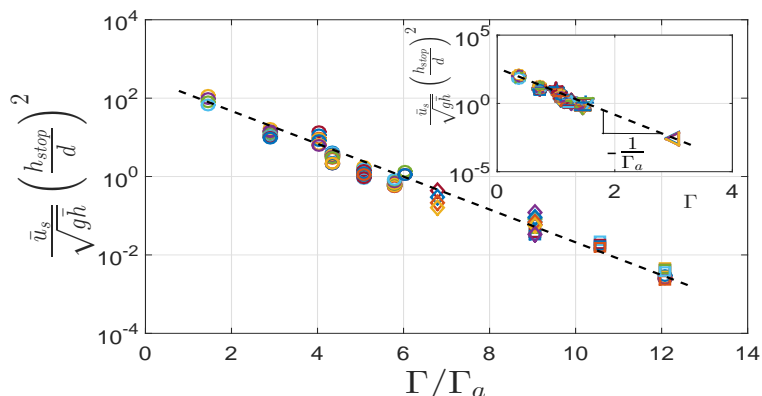


FIGURE 5.26 – Semi-log plot of $\frac{\bar{u}_s}{\sqrt{gh}} \left(\frac{h_{stop}}{d} \right)^2$ as a function of Γ/Γ_a for the three systems presented in Tab. 5.1. In insert, semi-log plot of $\frac{\bar{u}_s}{\sqrt{gh}} \left(\frac{h_{stop}}{d} \right)^2$ vs. Γ for the system 1.

Conclusions

In this article, we have experimentally investigated the flow of granular spherical particles down an inclined and horizontally vibrated plane. Three main results are obtained :

(i) We put in evidence the existence of two regimes, a gravity driven regime for $\theta > \theta_c$ and a vibrations driven regime, controlled by the Γ number, for smaller angles. We report the existence of stationary flows in both cases.

(ii) In the first regime, vibrations do not modify the velocity and the height of the flow for a fixed angle. However, we find that vibrations affect the height of the deposits h_{stop} , and thus the apparent scaling law $Fr = \tilde{\alpha} \left(\frac{\bar{h}}{h_{stop}^{eff}(\theta)} - 1 \right)$. Our results show that h_{stop} decreases quite linearly with the Γ number :

$$h_{stop}(\theta, \Gamma) = h_{stop_{WV}}(\theta)(1 - \Gamma/\Gamma_c)$$

(iii) In the second regime, flows do not occur in the absence of vibrations. We propose a phase diagram depending on the Γ number. In that case, the surface velocity scales with \sqrt{h} suggesting the predominance of non-local effects in the rheology. We show that applying vibrations allow to control the flow rate, and that the scaling law for granular flows down inclined planes is, in this case, given by :

$$\frac{\bar{u}_s}{\sqrt{g\bar{h}}} \left(\frac{h_{stop}}{d} \right)^2 \propto \exp \left(-\frac{\Gamma}{\Gamma_a} \right)$$

To our knowledge, it is the first time that the effect of vibrations on scaling laws arising in dense granular flows down inclines has been studied.

Acknowledgments The authors thank the students A. Pascot and M. Sandoungout for their work. This study would not have been possible without the technical assistance of S. Becker, J. Bianchin, F. Demeurie and J.-Y. Morel. This work is cofunded by the operational program FEDER FSE Lorraine 2014-2020.

5.1.4 Étude complémentaire sur les avalanches granulaires sous vibrations

Dans cette section, nous apportons des compléments relatifs à l'étude expérimentale d'écoulements de grains secs sur plan incliné sous vibrations.

Tas de grains sous vibrations

Dans la Section 5.1.3, nous avons tracé l'évolution de l'angle de repos θ_1 en fonction de l'intensité des vibrations Γ pour le système 1. Cet angle de repos ne provient pas de l'ajustement

des données par l'Eq. 5.2 sur $h_{stop} = f(\theta)$ mais a été mesuré indépendamment. Un angle d'inclinaison $\theta = 0^\circ$ est fixé sur notre plan rugueux. La formation du cône est réalisée en versant les grains dans un entonnoir fixe au-dessus du plan, les laissant ainsi s'empiler. Des vibrations sont imposées et la caméra, parallèle au plan, enregistre les images du tas. L'angle de repos θ_1 est mesuré lorsque le tas est fixe. La Fig. 5.27(a) est riche en informations. En effet, pour un $\Gamma < 0,25$, aucune variation de la valeur de l'angle de repos n'est observée. Il est donc nécessaire d'imposer une vibration supérieure pour déclencher un écoulement du tas. Cela permet de faire un parallèle avec la définition du nombre Γ_a proposé, qui est la vibration minimum pour activer l'écoulement. Puis, pour $\Gamma > \Gamma_a$, l'angle de repos diminue linéairement avec le paramètre de contrôle Γ . De plus, nous pouvons considérer que les couches de grains sont totalement érodées lorsque l'angle de repos s'annule. Nous cherchons alors à définir la valeur du nombre Γ pour lequel $\tan(\theta_1) = 0$. Pour cela, l'ajustement des données expérimentales nous donne $\tan(\theta_1) = 0 = 0,47 - 0,31\Gamma$ pour $\Gamma = 1,52$. Cette valeur est en cohérence avec la valeur critique Γ_c pour laquelle il ne reste plus de grains sur le plan, proposée en étudiant la variation de h_{stop} avec Γ .

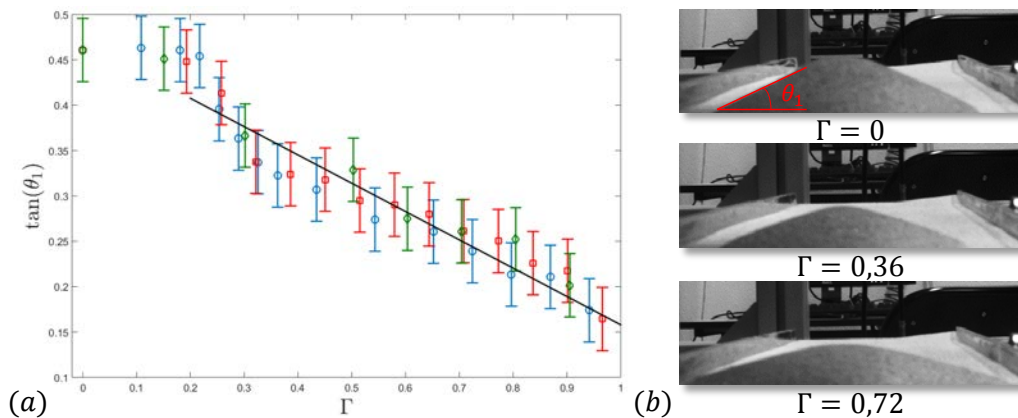


FIGURE 5.27 – (a) Évolution de l'angle de repos θ_1 en fonction du paramètre de vibration Γ pour le système 1. Les données sont ajustées par une fonction linéaire $\tan(\theta_1) = 0.47 - 0.31 \times \Gamma$ (trait plein). (b) Exemples d'images typiques de l'expérience permettant de mesurer l'angle de repos θ_1 d'un tas de grains secs sous vibrations.

Il apparait alors que cette expérience puisse à elle seule définir, pour un système donné, les deux paramètres caractéristiques extrêmes de vibrations Γ_a et Γ_c puisqu'ils ne dépendent pas de l'angle d'inclinaison, mais sont intrinsèques au milieu granulaire considéré.

Ajout d'un système de rugosité relative

Nous présentons ici les résultats de stages réalisés en 2016 par Arthur Pascot, Marcel Sandoungout et Mehdi Stiti que j'ai co-encadrés. L'étude expérimentale d'avalanches granulaires

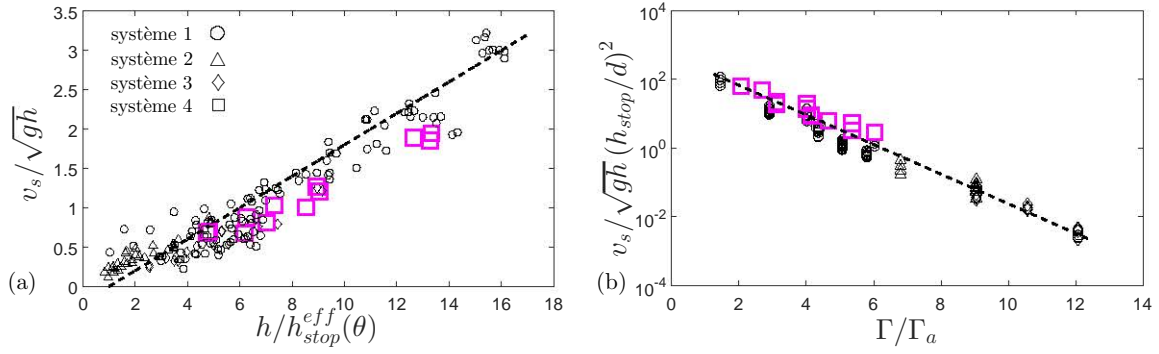


FIGURE 5.28 – Lois d'échelle pour les trois systèmes de rugosité relative présentés dans la Section 5.1.3 (données en noir) et pour le système 4 correspondant à $d/\lambda = 1/5$ (\square en couleur), pour (a) le régime gravitaire et (b) le régime vibrationnel.

sur plan incliné rugueux et vibrant a été faite pour une rugosité relative $d/\lambda = 1/5$, que nous appellerons système 4. En complément des résultats présentés dans la Section 5.1.3, les nouvelles données du système 4 sont tracées sur la Fig. 5.28 et s'alignent parfaitement. Cela confirme nos propositions de lois d'échelle dans les deux régimes, gravitaire (Eq. 5.11) et vibrationnel (Eq. 5.14).

Ce nouveau système nous permet de tracer l'évolution de l'accélération relative d'activation Γ_a en fonction de la rugosité relative d/λ (Fig. 5.29(a)). Les données sont parfaitement ajustées

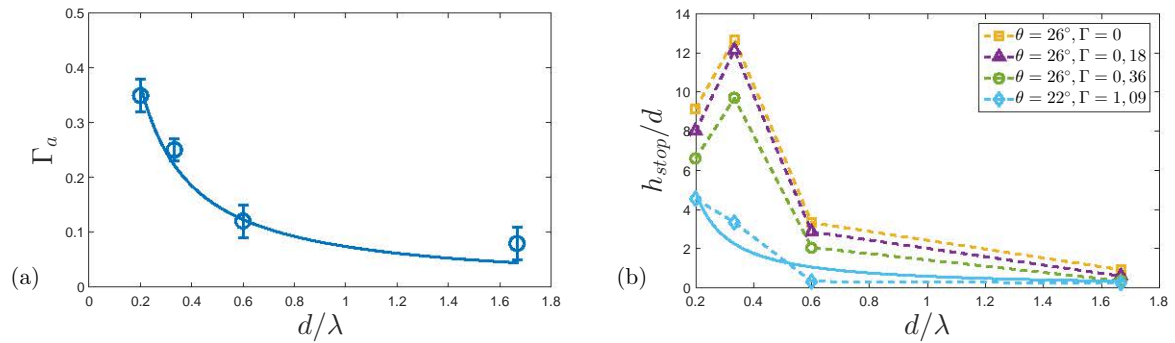


FIGURE 5.29 – (a) Évolution de l'accélération relative d'activation Γ_a en fonction de la rugosité relative du système étudié d/λ , dans le régime dominé par les vibrations. Les données sont ajustées par une loi inverse $\Gamma_a = 0,074 (d/\lambda)^{-1}$ (trait plein). (b) Évolution des dépôts h_{stop}/d en fonction de d/λ pour différentes valeurs de Γ , dans les régimes gravitaire ($\theta = 26^\circ$) et vibrationnel ($\theta = 22^\circ$). Une suppression du maximum de friction apparaît dans le régime dominé par les vibrations, où les dépôts dépendent exponentiellement de la rugosité. Les données sont ajustées par l'Eq. 5.16 (trait plein).

par une fonction inverse du type :

$$\Gamma_a \propto (d/\lambda)^{-1} \quad (5.15)$$

En effet, l'énergie à injecter pour déclencher un écoulement dans le régime vibrationnel est d'autant plus importante que le ratio d/λ est faible. Des études précédentes ont montré qu'il existe, dans le régime gravitaire et sans vibrations, une croissance de la friction (et donc une augmentation de h_{stop} pour un angle donné), un maximum de friction pour $d/\lambda = 1/2$, suivi d'une décroissance [121]. Un maximum de friction signifierait alors un maximum dans l'intensité de vibrations pour activer les contacts et déclencher l'écoulement. Or la Fig. 5.29(a) semble montrer une décroissance monotone de Γ_a avec d/λ . Si l'on trace l'évolution des dépôts en fonction de la rugosité relative dans le régime gravitaire sans et avec vibrations, on observe bien ce maximum de friction (Fig. 5.29(b)). Cependant, dès que les vibrations sont égales ou supérieures au Γ_a , la friction sur le plan a déjà été vaincue, d'où la suppression du maximum de friction observé dans le régime vibrationnel (Fig. 5.29(b)). En injectant la loi d'évolution des dépôts avec la rugosité (Eq. 5.15) dans la loi $h_{stop}(\Gamma)$ (Eq. 5.29) que nous proposons plus tard (*cf* Section 5.3.2), on peut proposer la loi de proportionnalité suivante, qui semble représenter correctement les données :

$$\frac{h_{stop}}{d}(d/\lambda) \propto \exp\left(\frac{1/\Gamma - 1/\Gamma_c}{d/\lambda}\right) - 1 \quad (5.16)$$

5.2 Simulations DEM d'avalanches granulaires sous vibrations

Cette étude nous permet de relier le comportement macroscopique donné par les expériences à celui microscopique en sondant le comportement des grains dans la hauteur de l'écoulement grâce aux simulations DEM, bien que cela soit qualitatif. Cette partie est présentée sous la forme suivante :

- description des choix de routine faits pour l'obtention des résultats,
- copie de l'article scientifique soumis au journal *Powder Technology*, intitulé **Effect of vibrations on granular material flows down an inclined plane using DEM simulations**, par N. Gaudel et S. Kiesgen de Richter. Cet article présente les résultats de l'étude DEM d'avalanches de billes de verre sur plan incliné vibré, en les comparant aux résultats expérimentaux obtenus précédemment.

5.2.1 Routines choisies pour l'obtention des résultats

Le principe et les modèles relatifs aux simulations DEM (Discrete Element Method) réalisées sous LIGGGHTS (LAMMPS for Improved General Granular and Granular Heat Transfer Simulations) sont présentés et détaillés dans la Section 4.1. Une brève description est rappelée

dans la Section 5.2.3, ainsi que l'expression des coefficients des forces de contact utilisés dans le modèle. Nous présentons ici les routines choisies pour définir la hauteur des dépôts h_{stop} dans le cas des simulations, dans les régimes gravitaire et vibrationnel.

Pour définir la valeur des dépôts h_{stop} , deux choix s'offrent à nous. Le premier est de fixer une hauteur initiale de grains dans la boîte de simulation et une intensité de vibration, puis de faire varier l'angle jusqu'à ce qu'il n'y ait plus d'écoulement : cela revient à chercher $\theta_{stop}(h)$. Le second est de fixer la valeur de l'angle et des vibrations, puis de diminuer le nombre de particules dans l'écoulement (donc h) jusqu'à ce que $v = 0$. Afin d'être cohérent avec nos expériences, nous avons opté pour la seconde solution qui implique bien la condition d'arrêt $v = 0$ pour $h = h_{stop}$. Les simulations numériques sont lancées sur un temps nécessaire à l'obtention d'écoulements stationnaires, où la vitesse de surface est constante dans le temps (Fig. 5.30(a)). Toutes les variables sont ensuite moyennées dans cet intervalle stationnaire. Cependant, en simulation, la vitesse des écoulements n'est jamais rigoureusement nulle, comme on peut le voir sur la Fig. 5.30(a) en représentation semi-logarithmique. C'est pourquoi nous avons suivi la proposition de précédents travaux qui considèrent que l'écoulement cesse lorsque $v \sim 0$ avec un profil de vitesse dans la hauteur non monotone [29, 40]. Un exemple explicite est donné sur la Fig. 5.30(b), où nous considérons qu'il n'y a plus d'écoulement lorsque $H/d = 5$.

L'angle critique a été défini de la même manière que précédemment, i.e. l'angle pour lequel même à grand H/d le profil de vitesse est non monotone et $v \sim 0$. En-dessous de cet angle, nous considérons être dans le régime dominé par les vibrations. La définition de h_{stop} dans ce régime s'est avéré compliqué car la moindre vibration peut créer un écoulement, qui semble stationnaire mais fortement bruité (Fig. 5.31(a)). Nous verrons dans la suite que, pour obtenir des écoulements

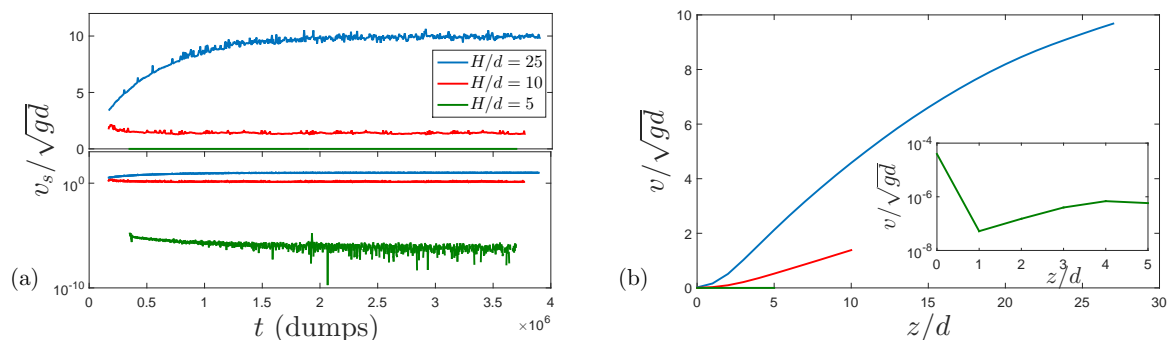


FIGURE 5.30 – Dans le régime dominé par la gravité pour $\theta = 24^\circ$, $\Gamma = 0$ et différentes valeurs de H/d . (a) Variation de la vitesse de surface dans le temps pour des simulations numériques complètes, en linéaire (*en haut*) et en semi-logarithmique (*en bas*). (b) Profils de vitesse dans la hauteur. En insert, profil de vitesse non monotone dans la hauteur pour $H/d = 5$: il n'y a plus d'écoulement à cette hauteur.

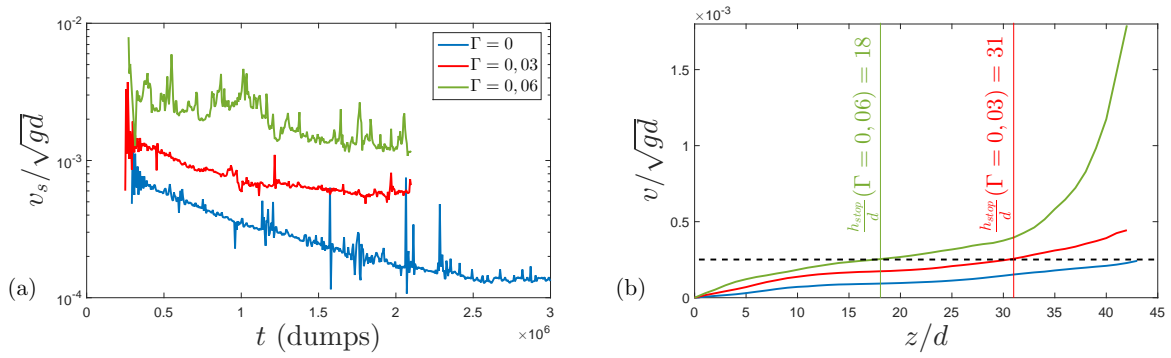


FIGURE 5.31 – Dans le régime dominé par les vibrations pour $\theta = 20^\circ$, $H/d = 40$ et différentes valeurs de Γ . (a) Variation de la vitesse de surface dans le temps pour des simulations numériques complètes en semi-logarithmique. (b) Profils de vitesse dans la hauteur. La ligne en pointillés représente la limite de vitesse que l'on va considérer comme étant $v \sim 0$, prise pour $\Gamma = 0$. Sur cette base, nous définissons les valeurs des dépôts h_{stop}/d lorsque des vibrations sont imposées. Deux exemples sont montrés ici : $\Gamma = 0,03$ et $\Gamma = 0,06$.

stationnaires propres dans ce régime, il est nécessaire d'injecter de fortes vibrations (qui ne sont plus cohérentes avec celles injectées en expérience). Cependant, en première approche et afin de comparer les résultats numériques avec ceux expérimentaux, nous avons décidé de proposer une routine qui définit le h_{stop} . Cette routine est la suivante : la simulation à angle θ et H/d fixés pour $\Gamma = 0$ nous donne une vitesse de surface limite que l'on considèrera comme étant la vitesse nulle, donc pour laquelle $h = h_{stop}$. Cela nous permet donc de fixer la hauteur des dépôts h_{stop}/d pour différentes valeurs de vibrations. Un exemple explicite est donné sur la Fig. 5.31(b).

5.2.2 Résultats de l'étude

Cette partie est une copie de l'article scientifique présentant les résultats de l'étude numérique d'avalanches granulaires sous vibrations N. Gaudel et S. Kiesgen de Richter, **Effect of vibrations on granular material flows down an inclined plane using DEM simulations**, soumis à *Powder Technology* (2018).

Abstract

The influence of transverse mechanical vibrations on dense flows of granular material down inclines with a rough bed is analyzed using 3D DEM simulations and compared with experimental results. The vibrations make appear two distinct behaviors : a gravity-driven regime and a vibration-driven regime. In the gravity-driven regime, our results are consistent with previous studies from the literature. The vibrations induce particles velocity fluctuations in the vibration-

driven regime, which generate a granular temperature profile along the depth of the packing related to the velocity profile. The velocity profile is consistent with a creeping flow which makes appear a critical length scale related to a nonlocal rheology. Our results suggest that this length scale emerges from the characteristic damping length of transverse vibration waves which propagate in the bulk of the granular material. These results could be of interest for the optimization of powders conveying.

Introduction

Industries are looking for tests, correlations, or even rheological models for the flow of granular matter during transport, in relation with some measurable physical features. The ubiquity of vibrating devices in industry makes it difficult to assess their economical impact but evidence suggests that it is very high. It is thus of prime importance that correlations and models take into account the impact of vibrations (amplitude, frequency) on the rheological behavior and the structure (rupture, granulation) of granular flows. Optimizing their transport requires a better understanding of the influence of a large number of parameters (size and morphology of particles, viscosity of the interstitial fluid, volume fraction, intensity of the applied vibrations, geometrical and confinement effects, ...) on the rheological properties of vibrated granular matter. From a fundamental point of view, studying the influence of vibrations on the flowing behavior of granular dispersions represents a fascinating interplay between the jamming transition in dense granular dispersions and rheology.

The flow of granular dispersions in the absence of vibrations has extensively been studied in the literature, experimentally [16, 17, 30, 33–36] and numerically [18, 28, 29, 37–41]. In these papers, it has been shown that a visco-plastic $\mu(I)$ rheology describes accurately the flow of such dispersions. The dynamical friction coefficient μ , and therefore the yield stress, depends on the dimensionless number I which is the ratio of the internal reorganization time of the dispersion to the typical timescale of the flow. When vibrations are applied, the behavior of granular dispersions is drastically altered. In particular, previous studies have shown that the rheology is modified by changing local blockages properties at the grain scale [60, 67, 84, 96, 115, 130] and therefore the conditions for flow arrest. For instance, the constitutive law for vibrated granular flows down inclines should have a friction coefficient which depends on the shear rate, the dispersion properties, and the vibration intensity through the relative acceleration Γ . In particular, vibrations modify the deposits by permitting grains reorganizations close to the flow arrest (see Gaudel *et al.* [109]).

We numerically study how vibrations influence the limit between the jammed and the un-jammed regime (Fig. 5.32), as well as the apparent rheology $\mu(I)$. DEM simulations have the

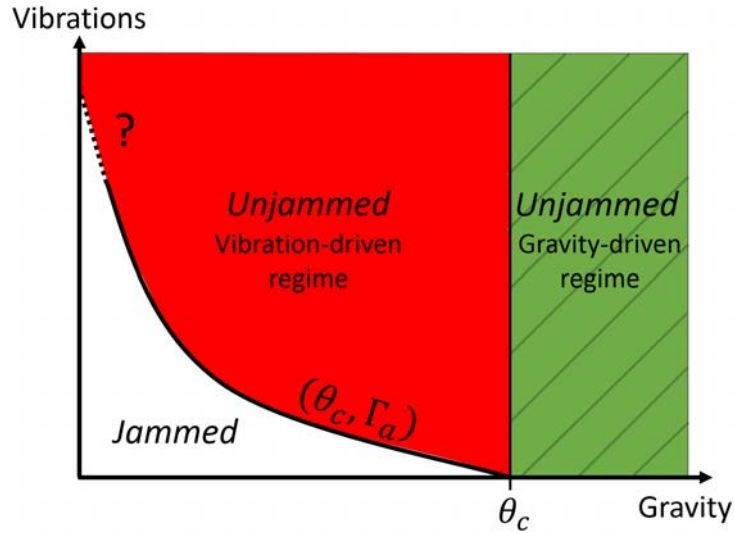


FIGURE 5.32 – Phase diagram representing the influence of the vibrations on the jamming transition in granular flows. θ_c represents the critical angle below which no flow is possible without a minimum acceleration of vibrations Γ_a .

advantage of containing all the details of the flow profiles in the bulk of the granular material for a wide range of parameters (vibration intensity, inclination angle, particle properties). In this paper, we exhibit how (i) vibrations make appear possible flows below the angle of avalanche, (ii) vibrations control the deposits, the critical angle and thus the apparent rheology of granular material, and (iii) vibration induced flows are related to a characteristic length which depends on the acceleration Γ number. The results are compared with the ones previously obtained experimentally (see Ref. [109]).

Simulation methods

Presentation of the model In this work, 3D discrete element simulations (DEM) are performed. This model is based on the method developed by Cundall and Strack [103]. It consists in a Lagrangian tracking of each particle. The contacts particle-particle and particle-wall are modeled through the soft-sphere approach, i.e. the overlapping is allowed to compute the forces. The particle motion is assessed in a deterministic way, i.e. by solving the Newtonian equations of motion. The DEM scheme used in this study is based on the open-source software LIGGGHTS (LAMMPS for Improved General Granular and Granular Heat Transfer Simulations) [104, 105].

The aim of this paper is to simulate the dynamic behavior of monodisperse glass beads ($\rho = 2500 \text{ kg/m}^3$, $d = 6 \text{ mm}$) flowing down a rough and vibrated plane ($\rho = 2500 \text{ kg/m}^3$, $\lambda = 18\text{--}30 \text{ mm}$). In the framework of such flows [28, 37, 131–133], the particle properties chosen for our DEM simulations are the following : Coulomb friction $\mu = 0.5$, Young modulus $E = 5 \times 10^6 \text{ N/m}^2$,

Poisson ratio $\nu = 0.45$, restitution coefficient $e = 0.6$, coefficient of friction particle/particle and particle/wall $\mu_{pp} = \mu_{pw} = 0.5$, and coefficient of rolling friction particle/particle and particle/wall $\mu_{rpp} = \mu_{rpw} = 0.02$. The integration time step is $\delta t = 6.18 \times 10^{-6}$ s or $\delta t = 6.25 \times 10^{-6}$ s, for a vibration frequency $f = 30$ Hz and 50 Hz, respectively.

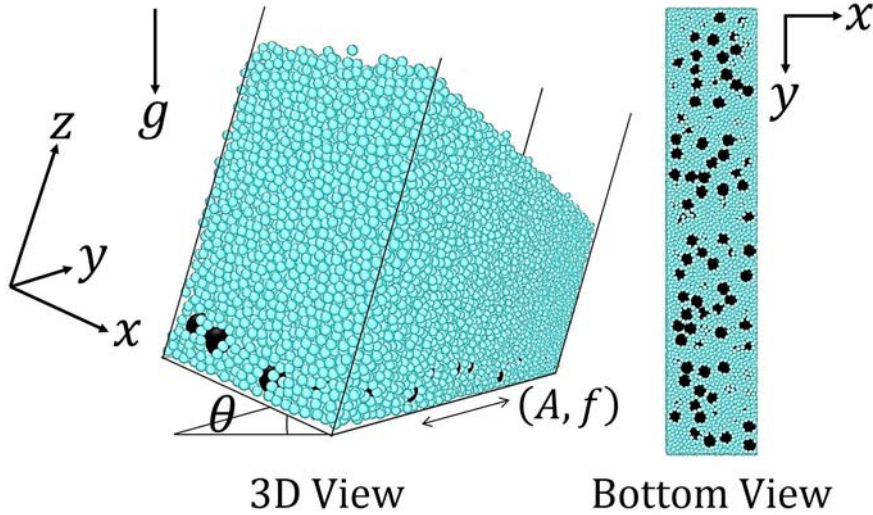


FIGURE 5.33 – Typical snapshots from simulation (3D and bottom views) with a chute base area equals $20d \times 100d$, that is inclined at θ to the horizontal. The rough bed is fixed and denoted by dark particles of diameter λ . The flowing particles of diameter d are in light color. Here, $d/\lambda = 1/3$, and $H/d \simeq 25$ corresponding to $N = 62500$ particles.

The specific feature of this work is the addition of vibrations in the simulations. For that, the walls and the xy - plane are caused to move by oscillations, initiated by a period depending on the chosen frequency f , and an amplitude A according to the y - direction (see Fig. 5.33). The amplitude range studied in this paper is $A = [0.001 \text{ to } 11.84] d^2$.

A detailed description of the Hertz-Mindlin model [134, 135] used in this work can be found in the Appendix 5.2.3.

2. In order to compare DEM simulations and experimental results presented in Ref. [109], a range of vibration amplitudes is selected for DEM simulations, ensuring the same kinetic energy E_k by grains in both cases :

$$E_{k_{DEM}} = E_{k_{EXP}} \Leftrightarrow m_{g_{DEM}} (Af)_{DEM}^2 = m_{g_{EXP}} (Af)_{EXP}^2$$

where m_g is the mass of one grain defined as $m_g = 4/3\pi R^3 \rho$, with R the radius and ρ the density of the particle under consideration. For instance, if we consider the experiments of glass beads ($\rho = 2500 \text{ kg/m}^3$) with a diameter $d = 100 \text{ }\mu\text{m}$, submitted to a frequency $f = 30 \text{ Hz}$, and a range of amplitude of vibrations $A_{EXP} = [0.5 \text{ to } 4] d$, the order of magnitude of the amplitude of vibrations that has to be used in DEM simulations is $A_{DEM} = [0.001 \text{ to } 0.01] d$.

Geometry and particle properties A typical snapshot from simulation is presented in Fig. 5.33. The studied system is made of N monodisperse spherical particles of diameter d and mass m flowing down an inclined chute geometry. The simulation volume consists of a rectangular box with a rough bed in the xy - plane, an open top, and periodic conditions in both x and y directions. This simulation cell is tilted by an angle θ with respect to the direction of gravity g . The flow is induced in the x -direction, and can reach a steady state thanks to a rough bottom. This rough bed is created by fixing a thin layer of particles, with the same properties as the bulk ones and a diameter λ . These particles are distributed over the base of the system with a given volume fraction equals 90% (see dark particles in Fig. 5.33). Since the simulations employ periodic boundary conditions in the y -direction, they are not influenced by side walls effects that are known to change the profiles significantly [36, 41]. Therefore, the simulations are similar to measurements obtained in the central part of a real chute flow.

Results and discussions

Phase diagram The phase behavior of granular particles in chute flow is determined by the height of the flow h and the tilt angle θ , as proposed in 2D by Pouliquen and Renault [43]. This study exhibits the existence of a flow line, defined as the boundary between flow and no-

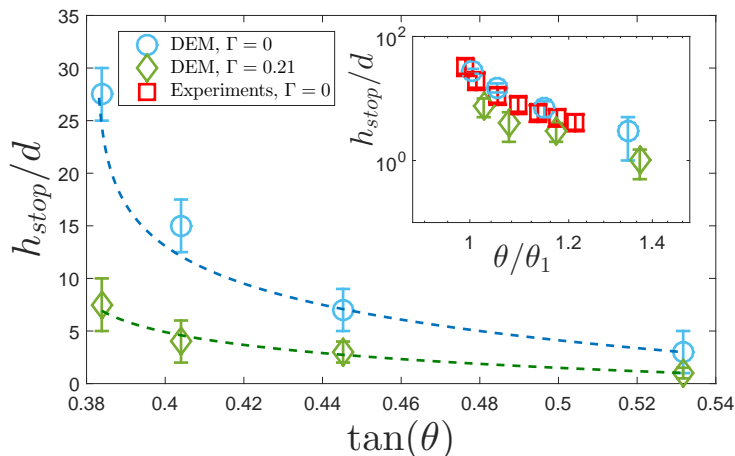


FIGURE 5.34 – Stability diagram $h_{stop}/d - \tan(\theta)$ for granular chute flow in the vibration-free case ($\Gamma = 0$) and for $\Gamma = 0.21$. The dashed lines denote the flow line fit given by Eq. 5.17. Inset : rescaled stability diagram $h_{stop}/d - \theta/\theta_1$, with θ_1 obtained through Eq. 5.17, for DEM simulations and experimental data extracted from Gaudel *et al.* [109]. θ_1 is the critical angle below which no flow occurs for a fixed value of Γ . All data correspond to a relative roughness $d/\lambda = 1/3$.

flow regions. This flow line is characterized by Pouliquen [30] and later verified by Daerr and Douady [44]. Using empirical argument, Pouliquen suggested the following analytic relation :

$$\tan \theta = \tan \theta_1 + (\tan \theta_2 - \tan \theta_1) \exp \left(-\frac{h_{stop}}{Ld} \right) \quad (5.17)$$

with θ_1 the angle where $h_{stop}(\theta)$ diverges, θ_2 the angle where $h_{stop}(\theta)$ vanishes, and L a characteristic length scale. The values of the deposits h_{stop} are determined by keeping the angle constant, and gradually decreasing the height h , i.e. the system size N . The deposit h_{stop} is defined as the height at which the system jams and flow ceases upon reducing h back down : in this case, only a few particles at the free surface rearrange, but this does not lead to a bulk motion [29, 40].

In Fig. 5.34, the stability diagram is represented in the vibration-free case $\Gamma = 0$ and for $\Gamma = 0.21$. In the vibration-free case, the simulations data points are well fitted to Eq. 5.17. The fitting parameters are $\theta_1 = 20.92^\circ$, $\theta_2 = 33.56^\circ$, and $L \approx 4.73$. In the following, we define θ_1 in the vibration-free case as θ_c the critical angle below which no flow can occur without the addition of an external energy. In Fig. 5.34(inset), the deposits are plotted as a function of the rescaled angle θ/θ_1 for our DEM simulations and experimental data extracted from Gaudel *et al.* [109], with $\theta_{1exp} = 24.7^\circ$, and $d/\lambda = 1/3$. The discrepancy concerning the value of θ_c is certainly attributable to the diameter of the particles : in experiments, beads of hundred microns are humidity-sensitive, increasing the cohesion between them. In our DEM simulations, the cohesion is not taken into account. Excepted this, results from DEM simulations are in good agreement with experimental data.

The value of h_{stop} decreases with increasing the acceleration of vibrations, for a given angle θ (Fig. 5.34). The Eq. 5.17 gives $\theta_1 = 20.47^\circ$, $\theta_2 = 32^\circ$, and $L \approx 2.19$. Hence, the minimum angle at which flow occurs decreases when vibration intensity increases. The vibrations affect the system by flowing a particle thickness $(h_{stop_{NV}} - h_{stop})$, where $h_{stop_{NV}}$ is the thickness of the deposits with no applied vibration and h_{stop} is the thickness of the deposits [109].

The results obtained in DEM simulations are in agreement with those obtained in experiments. We thus can define two regimes separated by a critical angle θ_c , whose value depends on the properties of the granular system studied. Above θ_c , this is a gravity-driven regime. Below this angle, no flow can occur without adding vibrations : it is a vibration-driven regime. In the following sections, we study in detail depth profiles and propose scaling laws in the two regimes, considering the effect of the vibrations.

Gravity-driven regime

Depth profiles Depth profiles as functions of z/d are computed for the normal stress ratio σ_{zz}/σ_{xx} (Fig. 5.35(a)) and the shear stress ratio $\sigma_{zx} = \sigma_{zz}$ (Fig. 5.35(b)) for various inclinations

angles and $N = 112500$. The normal stress ratio equals one and the shear stress ratio equals $\tan(\theta)$, besides at the bottom and the surface of the flow (i.e. the boundaries), as predicted in the framework of $\mu(I)$ [35, 37]. Depth profiles of the solid packing fraction ϕ are computed for $\theta = 28^\circ$ and different values of system sizes N (Fig. 5.35(c)). The profiles exhibit no significant variation with depth throughout the bulk, and the mean value of ϕ in the bulk is the same for a given θ , whatever the system size, which is expected for thick systems [29, 38]. Moreover, the profiles are exactly the same even when vibrations are applied for a given system size N . However, the mean value of ϕ decreases with the slope (Fig. 5.35(d)). Our data are well fitted to

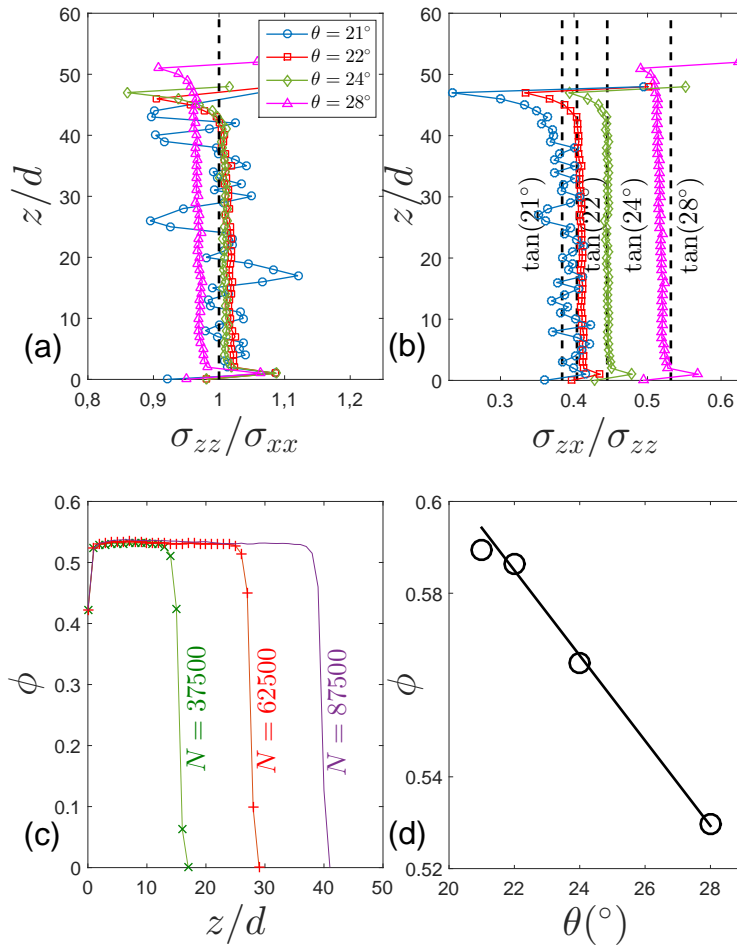


FIGURE 5.35 – (a) Profiles of average normal stress ratio for $N = 112500$ and different values of θ , the dashed line represents $\sigma_{zz} = \sigma_{xx}$. (b) Profiles of average shear stress ratio for $N = 112500$ and different values of θ . (c) Depth profiles of the packing fraction for $\theta = 28^\circ$ and different values of system size N , solid lines are data extracted for $\Gamma = 0$ and markers for $\Gamma = 0.21$. (d) Tilt dependence of the packing fraction, the solid line is fit to Eq. 5.18 [136]. All data correspond to a relative roughness $d/\lambda = 1/3$.

the relation proposed by Ertas *et al.* [136], with a tilt dependence for ϕ of the form, in the 3D case :

$$\phi(\theta) = \phi_{max} - c_{3D} (\theta - \theta_c) \quad (5.18)$$

with the imposed value $\phi_{max} = 0.595$, and the fitted value $c_{3D} = 0.009$.

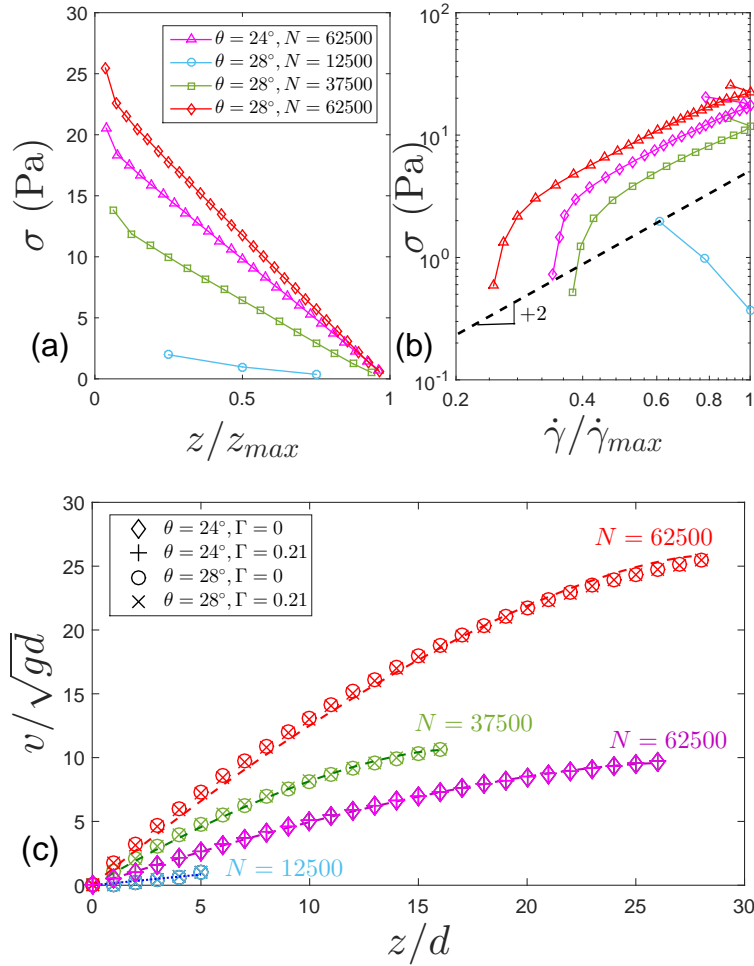


FIGURE 5.36 – (a) Profiles of the shear stress $\sigma_{xz} = \sigma$ as functions of the normalized depth z/d , for various inclination angles θ and system sizes N . (b) Flow curves $\sigma - \dot{\gamma}$ for various inclination angles θ and system sizes N . The dashed line is a guide for the eyes : $\sigma \propto \dot{\gamma}^2$. (c) Velocity profiles for various values of inclination θ , system sizes N , and Γ numbers. Markers are data extracted from DEM simulations and solid lines are fits to Bagnold profiles (Eq. 5.20), except for $N = 12500$ which is a linear fit. All data correspond to a relative roughness $d/\lambda = 1/3$. For clarity, legend is the same for figures (a) and (b).

Bagnold [137, 138] proposed a simple 2D model describing the collisional process between particle layers during granular flow. The relations predict a shear stress proportional to the square

of the shear rate :

$$\sigma \propto \dot{\gamma}^2, \text{ with } \dot{\gamma} = \frac{\partial v_x(z)}{\partial z} \quad (5.19)$$

In a local and Newtonian case, we typically use the relationship $\sigma = \eta \dot{\gamma}$, with η a viscosity. If Bagnold's argument is applied to the case of bulk granular flow, with no-slip condition at the base, the velocity depth-profile is such as :

$$v_x(z) \propto \left[h^{3/2} - (h - z)^{3/2} \right] \quad (5.20)$$

for a stack of N grains of total height h , where z is measured from the bottom of the stack. The velocity profiles are plotted in Fig. 5.36(c), for various θ , system sizes N , and Γ numbers. In the following, the flow velocity is denoted $v_x = v$. As expected, all the velocity profiles are well fitted to a Bagnold profile (Eq. 5.20). For a given angle θ and a given Γ number, the velocity increases with increasing the system size N . For a given system size N , the velocity increases with increasing the tilt angle. Nevertheless, for a given θ and a given system size N , increasing the Γ number does not change the profile nor the values of the velocity. Here, we present results for $\Gamma = 0.21$, the maximum value used in this regime, in accordance with the experiments, considering the remark remains fair for $\Gamma < 0.21$. Given this, we have plotted the evolution of the shear stress with z and the flow curves in Figs. 5.36(a) and (b), only for the free-vibration case. The local values of the shear rate are obtained by deriving the raw data of the velocity profile, as defined in Eq. 5.19. From these results, the flow curves are plotted for various systems (Fig. 5.36(c)), allowing us to check the assumption of a Bagnold rheology (Eq. 5.19).

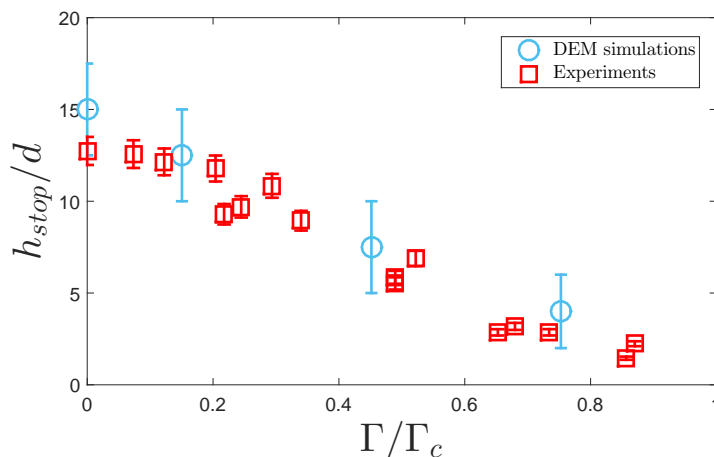


FIGURE 5.37 – Evolution of h_{stop}/d as a function of the rescaled relative acceleration Γ/Γ_c for $\theta/\theta_c = 1.05$, for DEM simulations and experimental data extracted from Gaudel *et al.* [109]. The values of Γ_c for DEM and experiments are 0.28 and 1.48, respectively. All data correspond to a relative roughness $d/\lambda = 1/3$.

However, there is a transition away from this Bagnold rheology as the stack becomes thinner. Indeed, the data in the case $\theta = 28^\circ$ and $N = 12500$, i.e. thin pile ($h \mapsto h_{stop}$), are well fitted to a linear profile. This leads to an increase of the strain rate near the surface (Figs. 5.36(b)). This behavior has already been observed and may be explained by the emergence of nonlocal effects, coming about from competing length scales in these thin piles [16, 17, 29, 139].

To go further, the evolution of the deposits with respect to the Γ number is studied. To properly compare results obtained by DEM simulations and those by experiments, the evolution of the deposits is plotted as a function of Γ/Γ_c (Fig. 5.37), where Γ_c is defined as the critical relative acceleration for which h_{stop} vanishes, and for the same value of θ/θ_c . These results are in agreement with the observations made in experiments [109]. Indeed, adding vibrations in the gravity-driven regime only modifies the values of the deposits, not the dynamics in the steady-state regime.

Velocity scaling Pouliquen have shown in experiments that granular flows down inclines obey a simple scaling relation [30], since then corroborated in many experimental and numerical studies :

$$\text{Fr} = \frac{v}{\sqrt{gh}} \propto \beta \frac{h}{h_{stop}(\theta)} \quad (5.21)$$

where $\beta = 0.136$ is a fitted coefficient, and the dimensionless Froude number is the ratio of the front velocity and a velocity of reference \sqrt{gh} , with g the gravity and h the height of the grains pile.

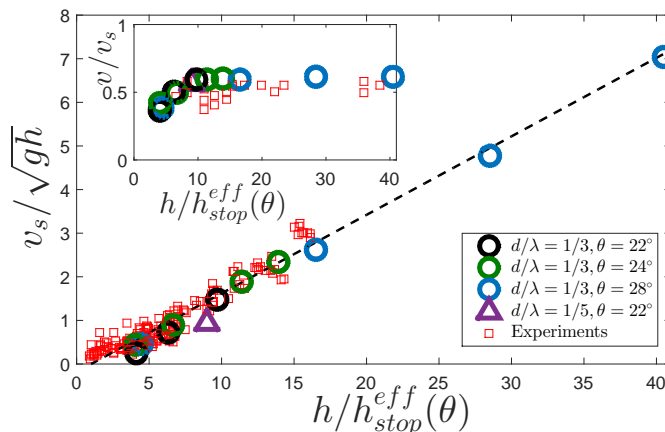


FIGURE 5.38 – Froude number v_s/\sqrt{gh} as a function of h/h_{stop}^{eff} for DEM simulations and experimental data extracted from Gaudel *et al.* [109]. The dashed line corresponds to the fit given by Eq. 5.22. Inset : Velocity ratio v/v_s as a function of h/h_{stop}^{eff} , for the same data.

Our recent study about granular avalanches down rough and vibrated inclines put in evidence

that vibrations affect the apparent scaling law, leading to the following relation [109] :

$$\text{Fr} = \frac{v}{\sqrt{gh}} = \tilde{\beta} \left(\frac{h}{h_{stop}^{eff}(\theta)} - 1 \right) \quad (5.22)$$

where $\tilde{\beta}_{exp} \simeq 0.1$, and $h_{stop}^{eff}(\theta) = h_{stop_{NV}}(\theta) \times d/\lambda$ is an effective stopping height defined as the product of the height of the deposits for a given tilt angle when no vibration are applied, and the relative roughness. In Fig. 5.38(inset), the ratio of the mean velocity v over the surface velocity v_s is plotted as a function of h/h_{stop}^{eff} , for DEM simulations and experimental results. This ratio is about $v/v_s \simeq 0.6$, in agreement with a Bagnold rheology, and falls when $h \mapsto h_{stop}$ due to nonlocal effects.

The evolution of v_s/\sqrt{gh} is plotted as a function of h/h_{stop}^{eff} (Fig. 5.38) for DEM simulations and experimental results extracted from Gaudel *et al.* [109]. All the data points collapse on the same straight line, it confirms that the influence of the bead size d , the tilt angle θ , and the roughness condition λ , are included in the single function h_{stop}^{eff} . The data are well fitted to $v_s/\sqrt{gh} = 0.18 \times (h/h_{stop}^{eff} - 1)$. Taking into account the value of the ratio v/v_s , it leads to the scaling law of Eq. 5.22, with $\tilde{\beta}_{simu} = 0.108$. This value is in good agreement with the experimental result $\tilde{\beta}_{exp}$ obtained in the case of vibrated inclines, and also with β determined by Pouliquen.

The scaling law (Eq. 5.22), derived from the scaling relation proposed by Pouliquen (Eq. 5.21), appears to be robust to predict flow properties of granular flows, even under vibrations. However, when the gravity is not sufficient to trigger the flow, i.e. in the vibration-driven regime, the apparent scaling law is changed.

Vibration-driven regime In this section, we are interested in the vibration-driven regime, i.e. $\theta < \theta_c$: a flow appears only forced by vibrations. In a first approach, we explore the behavior of granular flows in this regime only for $\theta = 20^\circ$. In the range 0.02 to 0.21 of Γ values, granular flows occur but velocity profiles are linear. In order to understand the dynamics due to vibrations in this regime, velocity profiles presented in this section are obtained for values of Γ numbers in the range 2.13 to 11.84. For this range of vibrations, no experiment have been performed due to experimental constraints. The following results are thus only obtained by DEM simulations.

Depth profiles Depth profiles as functions of z/d are computed for the normal stress ratio σ_{zz}/σ_{xx} , the shear stress ratio σ_{zx}/σ_{zz} , and for the solid packing fraction ϕ (Fig. 5.39(a), (b), and (c), respectively), for various system sizes N and Γ numbers, and for $\theta = 20^\circ$. One can make the same remarks as in the gravity-driven regime (*cf* Section 5.2.2) : the normal stress ratio equals one and the shear stress ratio equals $\tan(\theta)$, besides at the bottom and the surface of the flow

(i.e. the boundaries). The depth profiles exhibit no significant variation with depth throughout the bulk, and the mean value of ϕ in the bulk is the same for a given θ , whatever the system size N . It dismisses the assumption of a plug flow that would be created by the vibrations, otherwise we shall observe an abrupt change in the volume fraction with height, denoting the interface between the flowing and the plug regions [140, 141]. The bulk value of ϕ keeps constant with the Γ number, and seems to have reached its maximal value $\langle\phi\rangle = 0.59$ (Fig. 5.39(d)), in agreement with the expected value of ϕ_{max} (Eq. 5.18).

The depth profiles of the shear stress are plotted for $\theta = 20^\circ$ and various system sizes N

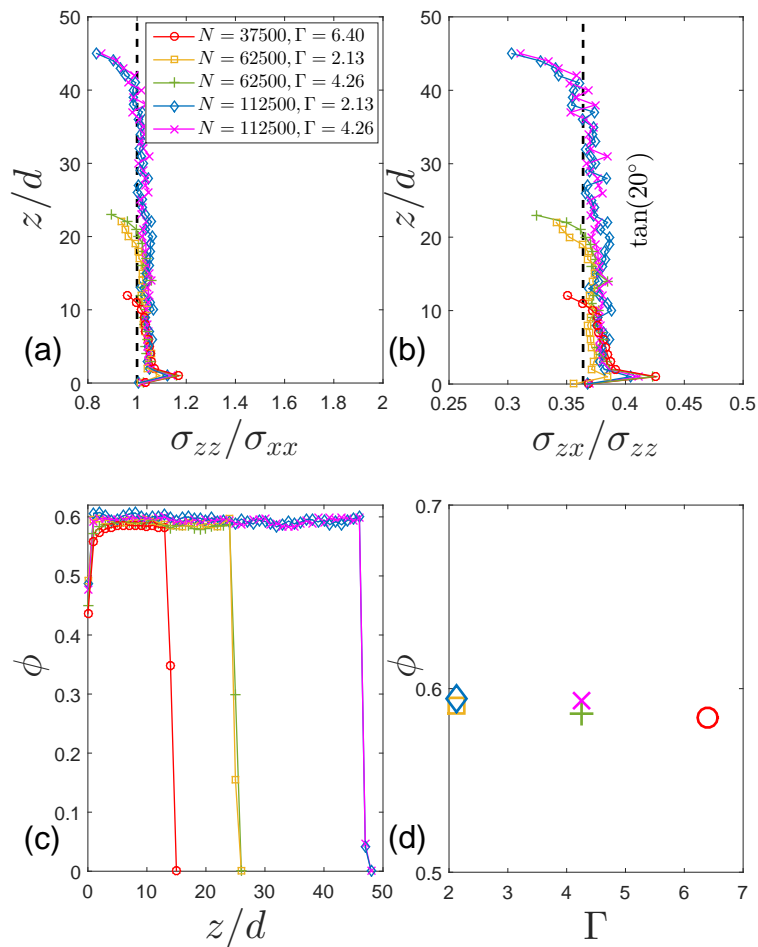


FIGURE 5.39 – (a) Profiles of average normal stress ratio for $\theta = 20^\circ$ and different values of N and Γ , the dashed line represents $\sigma_{zz} = \sigma_{xx}$. (b) Profiles of average shear stress ratio for $\theta = 20^\circ$ and different values of N and Γ , the dashed line represents $\tan(20^\circ)$. (c) Depth profiles of the packing fraction for $\theta = 20^\circ$ and different values of N and Γ . (d) Γ dependence of the packing fraction, for $\theta = 20^\circ$ and different values of N . All data correspond to a relative roughness $d/\lambda = 1/3$. For clarity, legend is the same for all figures.

and Γ numbers (Fig. 5.40(a)). The shear stress is linear with the depth and only depends on the system size, as already observed in the regime $\theta < \theta_c$ (cf Fig. 5.36(c)). However, the flow curves differ from the case gravity-driven regime (Fig. 5.40(b)). Actually, the shear stress seems to be proportional to the square root of the shear rate $\sigma \propto \dot{\gamma}^{1/2}$. Thus, this difference comes from a velocity profile which is not of the Bagnold form anymore (Fig. 5.40(c)). In general, for a given Γ value, the velocity decreases with increasing the system size N . And for a given value of N , the velocity increases with increasing Γ . These behavior can be explained by an increase of the particle mobility, all the more important that the energy of vibrations provided to each particle is high.

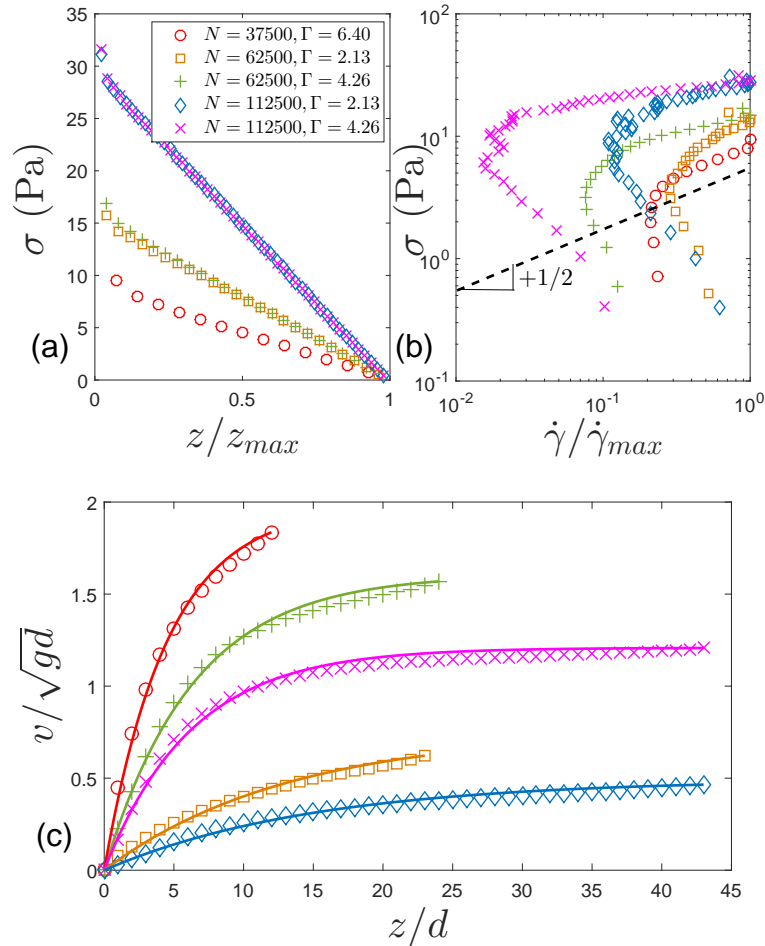


FIGURE 5.40 – For $\theta = 20^\circ$ and for various Γ numbers and system sizes N , (a) Profiles of the shear stress $\sigma_{xz} = \sigma$ as functions of the normalized depth z/d . (b) Flow curves $\sigma - \dot{\gamma}$. The dashed line is a guide for the eyes : $\sigma \propto \dot{\gamma}^{1/2}$. (c) Velocity profiles. Markers are data extracted from DEM simulations and solid lines are fits to exponential form (Eq. 5.23). All data correspond to a relative roughness $d/\lambda = 1/3$. For clarity, legend is the same for all figures.

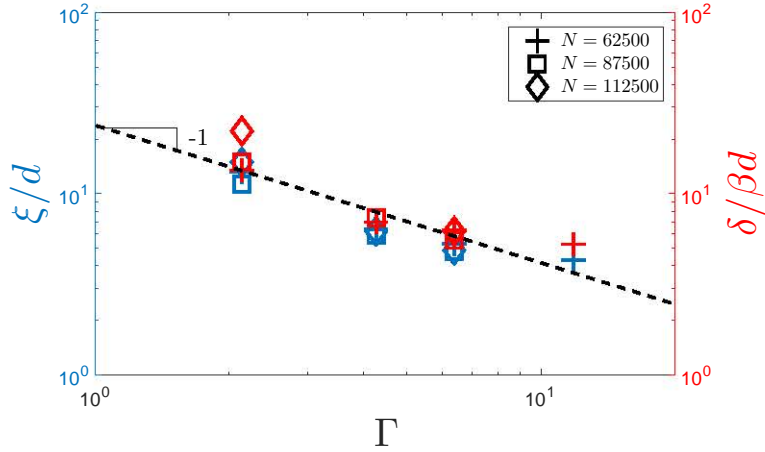


FIGURE 5.41 – Evolution of the characteristic length ξ/d (blue markers) and the penetration depth $\delta/\beta d$ (red markers) with respect to the Γ number, for $\theta = 20^\circ$ and various system sizes N . All data correspond to a relative roughness $d/\lambda = 1/3$. The dashed line is a guide for the eyes : $\xi/d, \delta/d \propto 1/\Gamma$.

The velocity profiles exhibit an exponential form, with a fast increase of the velocity near the bottom of the plane before reaching a quasi constant value. This kind of behavior has already been observed, in flow of upper-convected Maxwell fluid over a plate [142, 143], or also in creeping flows down planes [34, 144]. Most particularly, this behavior has been put in evidence in flows of a 2D granular bed close to the jamming transition (i.e. for $I \leq 2 \times 10^{-2}$) by Staron *et al.* [18], and the velocity profile is given by :

$$\frac{v(z)}{\sqrt{gd}} = \frac{v_s/\sqrt{gd}}{1 - \exp\left(-\frac{H/d}{\xi/d}\right)} \left[1 - \exp\left(-\frac{z/d}{\xi/d}\right) \right] \quad (5.23)$$

with $v_s = v(z = H)$ depending on the vibration intensity and the system size, and ξ a characteristic length.

The evolution of this dimensionless characteristic length ξ/d is plotted as a function of the acceleration of the vibrations Γ for various system sizes N (Fig. 5.41, blue markers). The value of ξ/d can be considered as a constant for a given Γ number, whatever the system size. However, this value decreases with increasing the intensity of vibrations, and seems to be an inverse function of Γ such as $\xi/d \propto 1/\Gamma$. An interpretation of this characteristic length is proposed in the next section 5.2.2. In this figure, the case $N = 37500$ is not presented because the data do not collapse on the others. A possible explanation is that, for thin systems, confinement effects are expected to become significant. This would need to be established in further work.

Velocity scaling In their study, Staron *et al.* [18] propose that, in the case of an exponential profile for the velocity, the shear rate is actually a function of the granular temperature T . The granular temperature is defined as the square of the mean particles velocity fluctuations :

$$T(z) = \langle \delta v^2 \rangle = \langle \delta v_x^2(z) + \delta v_y^2(z) + \delta v_z^2(z) \rangle \quad (5.24)$$

The rescaled shear rate is plotted as a function of the rescaled granular temperature in Fig. 5.42, for $\theta = 20^\circ$ and various values of N and Γ . The collapse of all data on the same master curve over several orders of magnitude is suitable for a power-law, and the best fit is given by :

$$\dot{\gamma}(z) \sqrt{\frac{d}{g}} = \alpha \times \left(\frac{T(z)}{gd} \right)^\beta \quad (5.25)$$

with $\alpha = 1.33$ and $\beta = 2/3$. This scaling and the values of α and β are in agreement with previous observations of grains dynamics in granular bed flows near the jamming transition [18], in simulated plan shear flows [145], and in annular shear configurations [146]. This result strongly suggests a nonlocal behavior.

This scaling also implies that an exponential decay is a good approximation for the decrease of the temperature along the z - direction. Since the derivative of the Eq. 5.23 has to be equal to the expression of the shear rate in Eq. 5.25, the depth temperature profile is given by :

$$\frac{T(z)}{gd} \propto \frac{T_0}{gd} \exp\left(-\frac{z}{\beta\xi}\right) \quad (5.26)$$

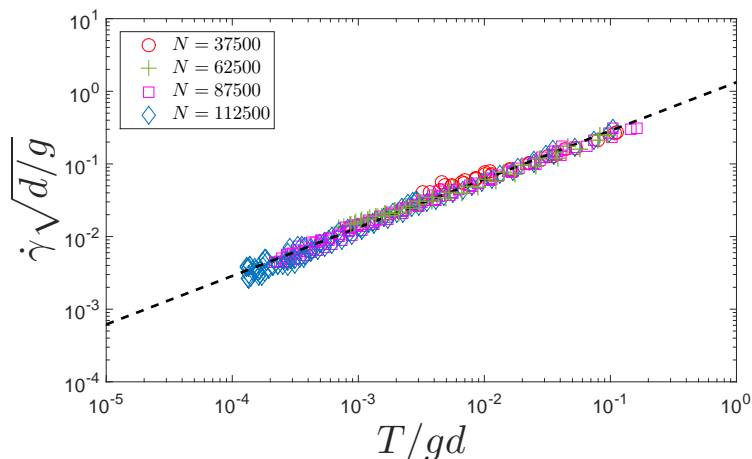


FIGURE 5.42 – Local values of the normalized velocity gradient $\dot{\gamma} \sqrt{d/g}$ as a function of the normalized temperature T/gd , for $\theta = 20^\circ$, various system sizes, and various Γ numbers. The dashed line shows the power-law trend $\dot{\gamma} \sqrt{d/g} = 1.33 (T/gd)^{2/3}$. All data correspond to a relative roughness $d/\lambda = 1/3$.

with T_0 a constant depending on the value of Γ . The depth profiles of the granular temperature are plotted in Fig 5.43. Excepted close to the boundaries, the data are well fitted to the above relation (Eq. 5.26). This confirms the scaling law proposed in Eq. 5.25.

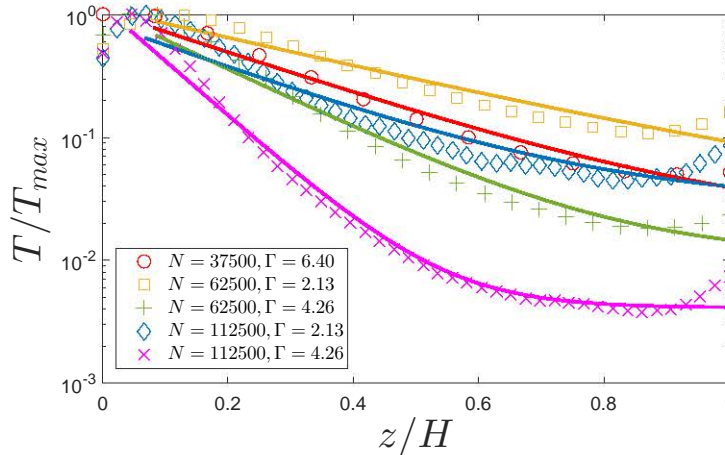


FIGURE 5.43 – Normalized depth profiles of the granular temperature T/T_{max} for $\theta = 20^\circ$ and different values of N and Γ . The solid lines show the fits given by Eq. 5.26. All data correspond to a relative roughness $d/\lambda = 1/3$.

However, it remains the question of the origin of the higher temperature at the bottom and its exponential decrease. In this paper, we make the assumption that the exponential profile would come from the damping of the waves created by the vibrations. In our work, transverse vibrations are imposed to the granular system at the bottom of the plane. We thus propose to draw a parallel with the flow of a viscoelastic fluid close to a plane oscillating transversely. In this case, the velocity parallel to the plane, i.e. v_y , verifies :

$$v_y(z, t) = f(z) \cos(\omega t + \varphi) = \Re(f(z)e^{i\omega t}) \quad (5.27)$$

with $f(z)$ a function of the depth z , ω a typical frequency, and φ the phase offset.

The velocity v_y is plotted with respect to z at different times during a typical simulation (Fig. 5.44(a)). For one period of vibration defined as $T = 1/f$, the mean values of the velocity in time and in space are equal to zero. The parallel velocity propagates along the z - direction with damping oscillations. Indeed, the vibrations propagate in the bulk and are dissipated at each layer of particles. The function describing the oscillations seems to be of the form of Eq. 5.27 but there is a change in the period of the oscillations : it decreases with z . An example is represented in Fig. 5.44(a), and This observation is exactly the same for all our DEM simulations. This may come from a coupled effect with the gravity but further investigations are necessary to obtain this information. In all cases, it is well known that the dissipative mechanism of the system is

included in the damping coefficient extracted from the exponentially decaying envelope :

$$\frac{v_y(z)}{\sqrt{gd}} \propto \gamma \exp\left(-\kappa \frac{z}{d}\right) \quad (5.28)$$

with γ a constant depending on the parameters of the simulation, and κ the damping coefficient.

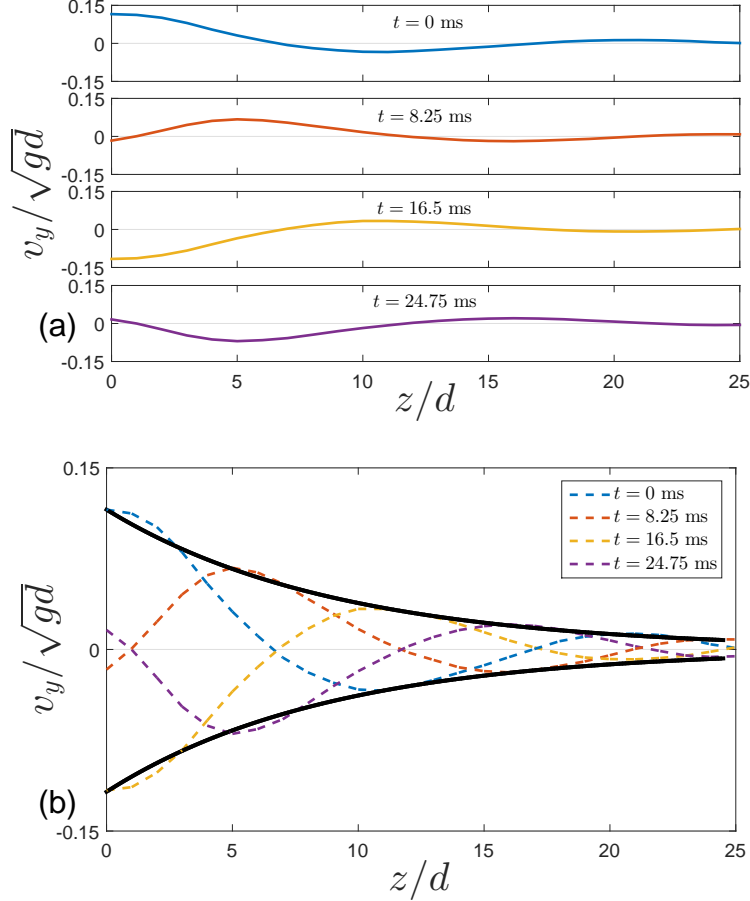


FIGURE 5.44 – Evolution of the transverse velocity v_y/\sqrt{gd} along z/d for $\theta = 20^\circ$, $N = 62500$, and $\Gamma = 2.13$. (a) At different times t during one simulation, $t = 24.5$ ms corresponding to one period of vibration. Values of mean velocities in time and space are equal to zero. (b) Superposition of the waves. The solid lines represent fits to exponential envelopes (Eq. 5.28), here $v_y/\sqrt{gd} = \pm 0.115 \exp(-0.112z/d)$.

A typical example is plotted in Fig. 5.44(b). The damping coefficient is extracted for each simulation, i.e. for $\theta = 20^\circ$, all system sizes and Γ numbers studied. This damping coefficient can be defined as the inverse of a penetration depth of the parallel velocity $\kappa^{-1} = \delta/d$, meaning the penetration depth of the vibrations in the bulk. Taking into account that the granular temperature is actually created by the vibrations, it should exist a relation of proportionality between $T(z)$ and $v_y(z)$. This directly leads to the fact that $\delta/d = \beta\xi/d$. Hence, the evolution of

the extracted penetration depth $\delta/\beta d$ is plotted as a function of the intensity of the vibrations Γ for $\theta = 20^\circ$ and various values of N (Fig. 5.41, red markers). The data collapse on the same master curve and δ/d seems to be an inverse function of Γ in the range of values studied. The waves propagate more efficiently than the intensity of vibrations is high. Moreover, the values of $\delta/\beta d$ extracted from the exponential envelopes are the same than the values of ξ/d extracted from the velocity profiles. These results validate our assumption, and point at the velocity fluctuations due to the vibrations at the bottom as the agent allowing for nonlocality. The vibrations create fluctuations that enable rearrangements at the grain scale, all the more important that Γ is high, and thus unjammed the system.

Conclusions

In order to test the influence of vibrations on free surface granular flows, we have performed particle-based DEM numerical simulations of stationary chute flows, for a large range of vibration intensities and inclination angles. We identify two regimes, in agreement with experimental results.

A gravity-driven regime appears for angles larger than the angle of avalanche, where a collisional rheology is recovered, whatever the vibration intensity. Vibrations modify the depth of the deposits and thus the apparent rheology. All data can be rationalized by introducing an effective deposit length h_{stop}^{eff} .

Below the angle of avalanche, stationary flows can be obtained by applying controlled vibrations. In this vibration-driven regime, the Bagnold rheology fails and exponential velocity profiles are obtained. We show that the rheology in this regime is related to an exponential profile of the granular temperature along the depth of the granular packing. A characteristic length scale appears which is directly related to the damping factor of transverse vibrations waves. These waves propagate in the bulk of the packing and make the rheology nonlocal, with $\dot{\gamma}(z) \propto T(z)^{2/3}$. This scaling is in agreement with results previously obtained in the literature when $I \mapsto 0$, where velocity fluctuations control the rheology.

Acknowledgments This study is conducted in the framework of the "PowderReg" project, funded by the European programme Interreg VA GR within the priority axis 4 "Strengthen the competitiveness and the attractiveness of the Grande Région / Großregion".

5.2.3 Description of the model

In this paper, the contact model used in the DEM simulations is a Hertzian-Mindlin model, with friction, rolling, and dissipation, but with no cohesion [103, 105, 134, 135]. For two grains

in contact of diameter d and mass m separated by a distance r , the normal direction \mathbf{n} is defined as the line connecting them centers, and the tangential one \mathbf{t} is in the plane perpendicular to \mathbf{n} . The contact force \mathbf{F}_c is then zero when $r > d$. When $r < d$, one can define the normal overlap $\delta_n = d - r$, and the tangential one δ_t corresponding to the relative displacement of the grains from the outset of the contact. The force is then decomposed in its normal and tangential parts, \mathbf{F}_n and \mathbf{F}_t , respectively :

$$\begin{aligned}\mathbf{F}_c &= \mathbf{F}_n + \mathbf{F}_t \\ \mathbf{F}_n &= k_n \delta_n \mathbf{n} + \gamma_n \mathbf{v}_n \\ \mathbf{F}_t &= k_t \delta_t \mathbf{t} + \gamma_t \mathbf{v}_t \quad , \text{ if } |F_t| \leq \mu |F_n| \\ &= \mu |F_n| \quad , \text{ else}\end{aligned}$$

where \mathbf{v}_n and \mathbf{v}_t are the normal and the tangential components of the relative velocity of the particles and μ is the friction coefficient. The normal and tangential stiffness k_n and k_t , and the damping coefficients γ_n and γ_t are defined in Tab. 5.3.

Concerning the calculation of the rolling coefficients, a rolling torque resistance model for spherical particles is applied. This model applies a constant directional torque on two particles in contact, depending on their rotational velocity [132, 147, 148] :

$$\mathbf{M}_\mu = \mu_r \frac{d}{4} \mathbf{F}_n \frac{\omega_r}{|\omega_r|}$$

where \mathbf{M}_μ is the frictional torque, μ_r is the rolling friction coefficient and ω_r is the relative rotating velocity.

Tableau 5.3 – Expressions of the coefficients of the contact force model used in the DEM simulations. Here, E is the Young modulus, ν the Poisson ratio, e the restitution coefficient, and $\beta = \frac{\ln(e)}{\sqrt{\ln^2(e) + \pi^2}}$ the damping ratio.

Coefficient	Particle/particle expression	Particle/wall expression
$k_n^* = k_n / \sqrt{\delta_n}$	$\frac{E}{3(1-\nu^2)} \sqrt{d}$	$\frac{2E}{3(1-\nu^2)} \sqrt{d/2}$
$k_t^* = k_t / \sqrt{\delta_n}$	$\frac{3(1-\nu)}{2-\nu} k_n^*$	$\frac{3(1-\nu)}{2-\nu} k_n^*$
$\gamma_n / \delta_n^{1/4}$	$-\sqrt{\frac{5}{2}} \beta \sqrt{m k_n^*}$	$-\sqrt{5} \beta \sqrt{\sqrt{2} m k_n^*}$
$\gamma_t / \delta_t^{1/4}$	$-\sqrt{\frac{5}{3}} \beta \sqrt{m k_t^*}$	$-\sqrt{\frac{10}{3}} \beta \sqrt{\sqrt{2} m k_t^*}$

5.3 Discussion et bilan sur les écoulements de dispersions sur plan incliné sous vibrations

Nous avons couplé expériences et simulations afin de tirer des informations sur les mécanismes se déroulant dans le bulk des écoulements de billes de verres soumises à des vibrations sur un plan incliné rugueux. Les expériences permettent une approche globale et macroscopique du comportement rhéologique, tandis que les simulations DEM apportent une compréhension locale à l'échelle du grain, tout en confirmant les résultats expérimentaux. Les études expérimentale et numérique font apparaître deux régimes bien distincts, séparés par l'angle critique d'avalanche θ_c , où des écoulements stationnaires sont observés.

5.3.1 Un régime gravitaire à hauts angles, $\theta > \theta_c$

Les vibrations ne modifient pas, ou très peu, la vitesse et la hauteur de l'écoulement pour un angle donné. Les résultats de la littérature sont retrouvés par l'étude numérique et l'étude expérimentale. Nous avons montré par simulations qu'une rhéologie collisionnelle de type $\mu(I)$ loin du seuil est retrouvée, avec des profils de vitesse de type Bagnold $v(z) \propto z^{3/2}$. Lorsque $I \mapsto 0$, i.e. lorsque $h \mapsto h_{stop}$, une rhéologie non locale distinguée par des profils de vitesse linéaires apparaît. Cela est conforté par les résultats expérimentaux qui semblent montrer une transition du ratio \bar{v}/v_s entre les valeurs 1/2 (typique d'un profil de vitesse linéaire) et 3/5 (type d'un profil de vitesse de type Bagnold) pour des valeurs $h/h_{stop} \sim 4$. L'étude expérimentale nous a permis de proposer une loi d'échelle basée sur les résultats de la littérature et capturant le comportement du matériau :

$$\text{Fr} = \tilde{\beta} \left(\frac{h}{h_{stop}^{eff}(\theta)} - 1 \right)$$

où $h_{stop}^{eff}(\theta) = h_{stop_{NV}} \frac{d}{\lambda}$ dépend de la hauteur des dépôts dans le cas sans vibrations $h_{stop_{NV}}$ et de la rugosité relative d/λ . Dans la plupart des résultats de la littérature, la loi d'échelle ne dépend pas de la rugosité relative car son effet est pris en compte dans la fonction h_{stop} , ce qui ne semble pas être notre cas. Cependant, cela peut s'expliquer par le fait que (i) Pouliquen [30] a déjà montré que le coefficient β est considérablement changé pour certains systèmes de rugosité et (ii) des effets d'hystérésis associés à la valeur des dépôts h_{stop} existent. De manière générale, les vibrations ne modifient donc pas la rhéologie du matériau dans ce régime à hauts angles. En effet, le temps caractéristique de réarrangement dû aux vibrations ($\tau_{vib} \sim 1/f = 10^{-2}$ s) est grand devant celui de l'écoulement ($\tau_{\dot{\gamma}} \sim 1/\dot{\gamma} = 10^{-3}$ s).

En revanche, nous avons montré que les vibrations permettent de modifier la hauteur des dépôts h_{stop} en érodant des couches de grains en plus, de $h_{stop_{NV}}(\theta)$ jusqu'à $h_{stop}(\theta)$. Une explication avec un modèle à trois couches est alors proposé, et l'évolution des dépôts avec le

paramètre de contrôle Γ lié aux vibrations est telle que :

$$h_{stop}(\theta, \Gamma) = h_{stop_{NV}}(\theta) (1 - \Gamma/\Gamma_c)$$

où Γ_c représente l'intensité des vibrations pour laquelle $h_{stop} = 0$. Les vibrations semblent donc principalement baisser la friction basale.

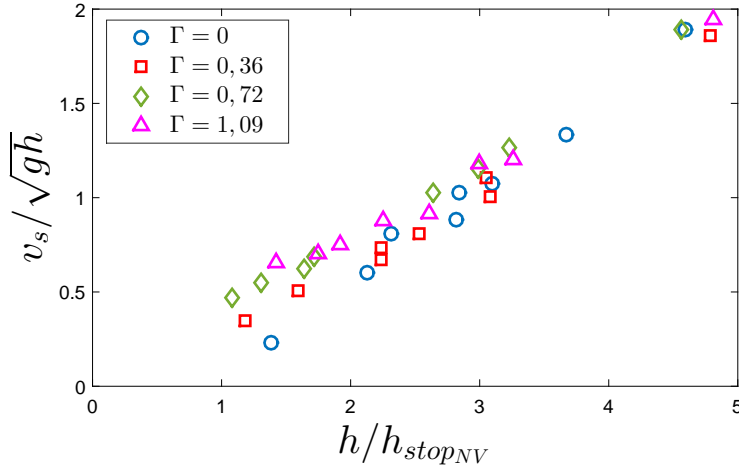


FIGURE 5.45 – Évolution de la vitesse adimensionnée v_s/\sqrt{gh} en fonction de $h/h_{stop_{NV}}$ pour le système 4 $d/\lambda = 1/5$, $\theta = 26^\circ$ et 28° , et différentes valeurs de Γ .

Quelle est alors l'influence des vibrations sur l'écoulement lorsque $h \mapsto h_{stop}$? En effet, au voisinage de h_{stop} , le temps caractéristique de réarrangement dû à l'écoulement devient du même ordre de grandeur que celui des vibrations $\tau_{vib} \sim \tau_\gamma \sim 10^{-3}$ s. Nous souhaitons proposer une piste en traçant l'évolution de $v_s/\sqrt{gh}(h/h_{stop_{NV}})$ pour un système de rugosité en séparant distinctement les expériences pour chaque valeur de Γ . D'après la Fig. 5.45, il semblerait que l'influence des vibrations devienne importante lorsque $h \mapsto h_{stop}$. Augmenter Γ induit un léger changement de pente jusqu'à obtenir une loi de type $v_s/\sqrt{gh} = \beta(h/h_{stop_{NV}})$, typique d'une loi de friction locale $\mu(I)$. Il semble donc que l'ajout de vibrations dans le régime gravitaire permette d'homogénéiser le système et de supprimer les non-localités observées lorsque $h \mapsto h_{stop_{NV}}$ dans le cas sans vibrations.

En conclusion, les études expérimentale et numérique ont montré que l'ajout de vibrations dans le régime gravitaire ne change pas la rhéologie des dispersions granulaires loin du seuil, où une rhéologie locale $\mu(I)$ est retrouvée. Cependant, les vibrations ont une influence sur les dépôts en baissant la friction basale, et une décroissance linéaire est observée. Les vibrations permettent également d'homogénéiser le système lorsque $h \mapsto h_{stop}$.

5.3.2 Un régime vibrationnel à bas angles, $\theta < \theta_c$

Bilan et discussions

Dans ce régime, ce sont les vibrations qui permettent l'écoulement. Une intensité minimum des vibrations est nécessaire pour déclencher un écoulement, inversement proportionnelle à la rugosité relative du système $\Gamma_a \propto (d/\lambda)^{-1}$. Une loi d'échelle macroscopique est proposée en considérant que l'écoulement se fait par un processus d'activation induit par les vibrations :

$$\text{Fr} (h_{\text{stop}}/d)^2 \propto \exp(-\Gamma/\Gamma_a)$$

où le nombre Γ_a est défini comme l'accélération relative minimum nécessaire pour déclencher un écoulement. La rhéologie $\mu(I)$ n'est plus suffisante pour décrire le système, et des profils de vitesse exponentiels sont observés. Ce comportement semble provenir de la propagation des ondes de vibrations dans le système, créant un profil exponentiel de la température granulaire. Les effets non locaux, entièrement contrôlés par les fluctuations de vitesses, sont décrits par la loi d'échelle :

$$\dot{\gamma}(z) \propto T(z)^{2/3}$$

Ces résultats sont en adéquation avec les résultats de la littérature, observés lors d'écoulements quasi-statiques, pour des valeurs de I très faibles [18].

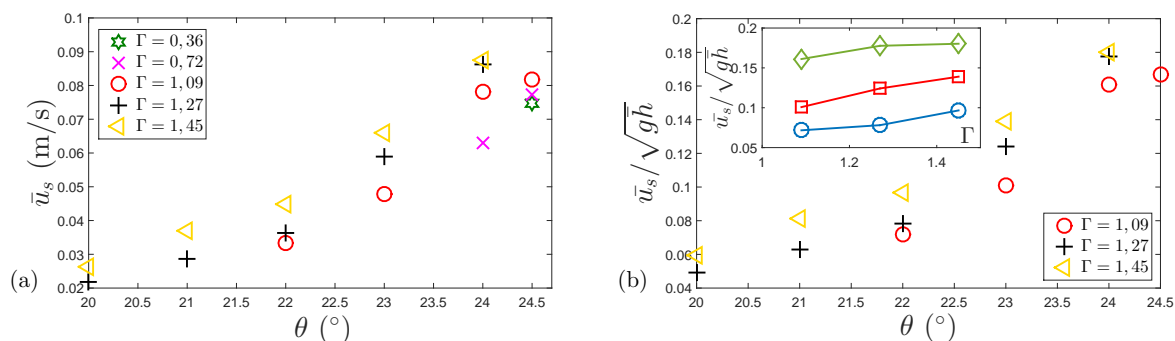


FIGURE 5.46 – Dans le régime vibrationnel pour le système 1. (a) Évolution de la vitesse de surface en fonction de l'angle d'inclinaison pour différentes valeurs de Γ . (b) Évolution de la vitesse adimensionnée en fonction de l'angle d'inclinaison pour différentes valeurs de Γ . En insert, vitesse adimensionnée vs. Γ pour $\theta = 22^\circ$ (\circ), 23° (\square) et 24° (\diamond).

D'après ces résultats se pose alors la question de l'influence des vibrations notamment sur la vitesse et la hauteur de l'écoulement :

- Premièrement, l'échelle de variation de la vitesse avec l'angle est la même dans le régime gravitaire que vibrationnel. Entre $20 < \theta < 24^\circ$ et $\Gamma = 1,45$, la vitesse est environ 3 fois plus importante, et nous observons une vitesse 2,5 fois plus importante entre $26 < \theta < 30^\circ$

et $\Gamma = 1,09$ par exemple. Cet aspect n'étant pas trivial, nous proposons de tracer sur la Fig. 5.46(a) la variation de la vitesse uniquement dans le régime vibrationnel.

- Deuxièmement, lorsque l'on trace la variation de la vitesse adimensionnée v_s/\sqrt{gh} avec l'angle (Fig. 5.46(b)), nous observons une nette variation de sa valeur. Cela semble montrer que la vitesse de l'écoulement augmente tandis que sa hauteur diminue, et rejoint les observations faites dans le régime gravitaire.
- Enfin, cette vitesse adimensionnée n'évolue pas de manière significative avec l'intensité des vibrations Γ (Fig. 5.46(b), en insert), en comparaison avec l'échelle de variation donnée par l'angle d'inclinaison.

Nous pouvons conclure que la vibration, dès qu'elle est supérieure à Γ_a , crée l'écoulement mais ne contrôle pas sa vitesse ni sa hauteur, qui semblent dépendre principalement de l'angle, donc de la friction. Il serait néanmoins intéressant de faire des expériences à haut Γ afin de savoir si une transition existe vers laquelle les vibrations changent significativement les caractéristiques de vitesse et de hauteur.

Pistes de modélisation

Comme observé dans le régime gravitaire, les vibrations semblent modifier principalement la hauteur des dépôts. En partant du fait que les écoulements se font par activation dans le régime vibrationnel, nous proposons de chercher une loi d'évolution des dépôts sous la forme d'une exponentielle, faisant intervenir Γ_a l'accélération relative minimum nécessaire pour déclencher un écoulement, Γ_c l'accélération critique pour laquelle $h_{stop} = 0$, et répondant aux conditions limites telles qu'aucun écoulement n'est possible sans ajout de vibrations $h_{stop}(\Gamma \mapsto 0) \mapsto \infty$, et $h_{stop}(\Gamma_c) = 0$. Les données expérimentales ainsi que les données obtenues par simulations DEM sont présentées sur la Fig. 5.47(a) et ajustées par la loi d'évolution suivante :

$$\boxed{\frac{h_{stop}}{d}(\Gamma) = C_1 \left[\exp\left(\frac{\Gamma_a}{\Gamma} - \frac{\Gamma_a}{\Gamma_c}\right) - 1 \right]} \quad (5.29)$$

Pour le système 1 expérimental, les paramètres $\Gamma_a = 0,25$ et $\Gamma_c = 1,50$ sont imposés car connus. En revanche, la longueur d'ajustement C_1 est un paramètre laissé libre, évalué par ajustement à $C_1 = 30,76$. Pour le système 4 expérimental, le paramètre $\Gamma_a = 0,35$ est imposé car connu. En revanche, les paramètres C_1 et Γ_c sont laissés libres et évalués par ajustement à $C_1 = 42,62$ et $\Gamma_c = 1,74$. Enfin, pour les simulations, le paramètre $\Gamma_a = 0,04$ est imposé car connu. En revanche, les paramètres C_1 et Γ_c sont laissés libres et évalués par ajustement à $C_1 = 19,09$ et $\Gamma_c = 0,45$. Le paramètre de contrôle $\Gamma_a(1/\Gamma - 1/\Gamma_c)$ est alors défini et toutes les données sont réunies sur une même courbe régie par l'Eq. 5.29, avec une longueur d'ajustement moyenne $C_1 = 32,10$ (Fig. 5.47(b)).

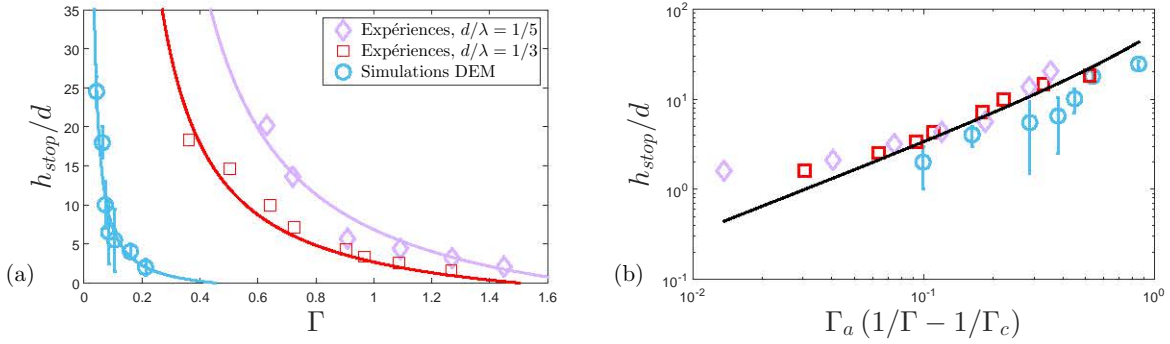


FIGURE 5.47 – (a) Tracé de l'évolution des dépôts h_{stop}/d en fonction du nombre d'accélération Γ dans le régime vibrationnel pour les expériences et les simulations DEM et pour une hauteur stationnaire de grains $H/d = 45$. Les données sont ajustées par l'Eq. 5.29, en traits pleins. (b) Tracé logarithmique de l'évolution des dépôts en fonction du paramètre de contrôle $\Gamma_a (1/\Gamma - 1/\Gamma_c)$, les données sont ajustées en trait plein par $h_{stop}/d = 32, 10 (\exp(\Gamma_a (1/\Gamma - 1/\Gamma_c)) - 1)$.

Dans les cas d'écoulements très lents, quasi-statiques, la loi $\mu(I)$ n'est plus valable et le comportement est non local. Dans leurs travaux, Kamrin *et al.* [26] utilisent le modèle NGF (Nonlocal Granular Fluidity) pour décrire les écoulements lorsque $I \mapsto 0$ (*cf* Section 1.5.2). En résolvant la forme dynamique du modèle, ils proposent d'exprimer la hauteur d'arrêt comme suit :

$$\frac{h_{stop}}{d}(\mu) = \frac{\pi A}{2} \sqrt{\frac{\mu_2 - \mu}{\Delta\mu(\mu - \mu_s)}} \quad (5.30)$$

avec $\mu = \mu_{loc}(I) = \sigma/P$ où P est la pression et I est le nombre inertiel $I = \dot{\gamma} \sqrt{\rho_p d^2 / P}$; A est un paramètre adimensionné qui représente l'amplitude de la non-localité dans l'écoulement; μ_2 est la valeur de la limite haute asymptotique de μ pour laquelle h_{stop} disparaît; μ_s est la valeur seuil de μ en-dessous de laquelle il n'y a pas d'écoulement, définie par $\mu(I \mapsto 0) = \mu_s = \arctan(\theta_c)$; et enfin $\Delta\mu = \mu_2 - \mu_s$.

Dans un premier temps, comme nous souhaitons décrire les dépôts, nous supposons que la fonction μ ne dépend pas de I . Cependant, il faut garder à l'esprit que, pour une vibration fixée, il existe plusieurs angles pour lesquels un écoulement stationnaire est observé. Nous cherchons alors à exprimer la dépendance de la fonction μ avec les vibrations dans le régime vibrationnel pour des valeurs de I proches de 0. Nous proposons une analogie avec le modèle non local représenté par l'Eq. 5.30. Dans le régime d'écoulement dominé par les vibrations, les vibrations au travers du nombre sans dimension Γ créent un écoulement. Nous proposons alors la forme suivante de la fonction μ pour $I \sim 0$:

$$\mu = \tan \theta = \mu_v(\Gamma) \quad (5.31)$$

où la fonction μ dépend alors du paramètre de vibrations au travers de $\mu_v(\Gamma)$, qui peut être

vu comme la friction effective due uniquement aux vibrations. Nous proposons l'interprétation suivante pour les paramètres μ_2 et μ_s :

$$\mu_s = \arctan(\theta_c) = \mu_v(0) \text{ et } \mu_2 = \mu_v(\Gamma_c) \quad (5.32)$$

où la définition de μ_s est conservée dans le régime vibrationnel, puisqu'il ne dépend pas des vibrations et est intrinsèque au système. La définition de μ_2 est quant à elle revue comme étant la valeur pour laquelle h_{stop} disparaît. Cette valeur dépend alors du système et est exprimée au travers de l'accélération critique Γ_c . L'évolution des dépôts s'écrit donc :

$$\frac{h_{stop}}{d}(\mu_v) = \frac{\pi A}{2} \sqrt{\frac{\mu_v(\Gamma_c) - \mu_v}{(\mu_v(\Gamma_c) - \mu_s)(\mu_v - \mu_s)}} \quad (5.33)$$

À noter que les conditions aux limites répondent aux critères, avec $\frac{h_{stop}}{d}(\mu_v(\Gamma_c)) = 0$, et $\frac{h_{stop}}{d}(\mu_v(0)) \mapsto \infty$. Nous connaissons d'une part l'évolution des dépôts avec les vibrations par l'Eq. 5.29, et d'autre part l'évolution des dépôts avec la fonction $\mu_v(\Gamma)$ par l'Eq. 5.33. Nous pouvons donc proposer une loi pour $\mu_v(\Gamma)$ en égalisant ces deux équations :

$$\mu_v(\Gamma) = \frac{\mu_v(\Gamma_c) + \mu_s \left(\frac{2}{\pi A} C_1 \left[\exp\left(\frac{\Gamma_a}{\Gamma} - \frac{\Gamma_a}{\Gamma_c}\right) - 1 \right] \right)^2 (\mu_v(\Gamma_c) - \mu_s)}{\left(\frac{2}{\pi A} C_1 \left[\exp\left(\frac{\Gamma_a}{\Gamma} - \frac{\Gamma_a}{\Gamma_c}\right) - 1 \right] \right)^2 (\mu_v(\Gamma_c) - \mu_s) + 1} \quad (5.34)$$

Dans un second temps, nous cherchons la dépendance de la fonction μ avec le nombre inertiel I lors d'écoulements stationnaires. Nous proposons tout d'abord de vérifier que l'hypothèse des profils de vitesse de forme exponentielle (Eq. 5.23) observés en simulation est cohérente avec les mesures expérimentales. Les résultats d'expérience donnent accès au ratio \bar{v}/v_s , où \bar{v} représente la vitesse moyenne, ainsi qu'aux valeurs des hauteurs stationnaires H/d . En revanche nous ne connaissons pas le profil de vitesse dans la hauteur, donc nous n'avons pas accès aux longueurs caractéristiques ξ/d (voir Eq. 5.23). Nous proposons alors d'exprimer le rapport des vitesses à partir du profil des vitesses exponentiel donné par les simulations :

$$\bar{v} = \frac{1}{H/d} \int_0^{H/d} v(z) dz \Rightarrow \frac{\bar{v}}{v_s} = \frac{1}{1 - \exp\left(-\frac{H/d}{\xi/d}\right)} - \frac{\xi/d}{H/d} \quad (5.35)$$

De cette expression, nous pouvons extraire les valeurs des longueurs de corrélation ξ/d pour quelques expériences car nous connaissons tous les autres paramètres, afin de vérifier qu'elles se superposent avec celles tirées des simulations. Nous avons donc, pour différentes valeurs de H/d et à $\Gamma = 0,72$, calculé une valeur moyenne de ξ/d puisqu'il a été montré qu'elle ne dépend pas de H/d . La même procédure a été suivie pour $\Gamma = 1,07$ et $1,45$. Sur la Fig. 5.48(a), les valeurs de ces longueurs $\langle \xi/d \rangle$ moyennées sont tracées en fonction de Γ et ajoutées aux données DEM.

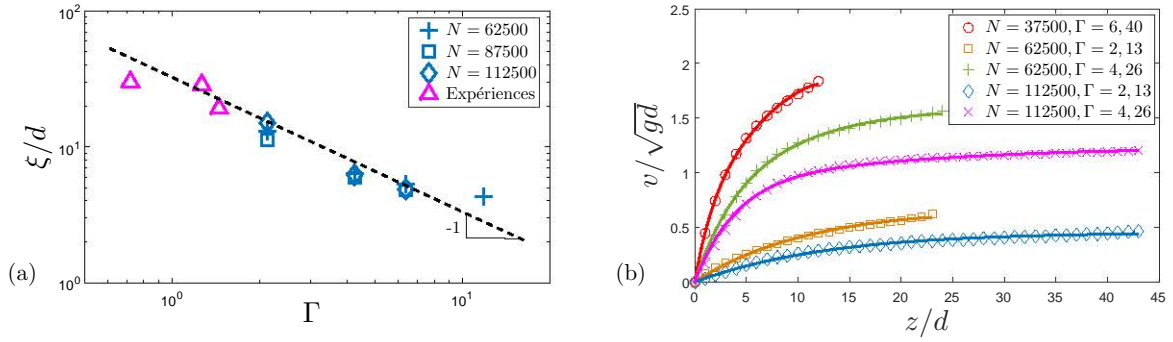


FIGURE 5.48 – (a) Évolution de la longueur de corrélation ξ/d en fonction de Γ dans le cas de simulations DEM pour trois tailles de systèmes différentes à partir de l’ajustement des profils de vitesse (Fig. 5.41), et dans le cas d’expériences par extraction des valeurs à partir de l’Eq. 5.35. (b) Profils de vitesse dans la hauteur obtenus numériquement pour $\theta = 20^\circ$ et différentes valeurs de N et Γ . Les données sont ajustées par le profil de vitesse proposé dans l’Eq. 5.41, avec μ_s , α_1 et α_2 des paramètres libres.

Cette figure confirme que le profil de vitesse proposé dans le régime vibrationnel à partir des simulations est en accord avec les mesures expérimentales.

Nous pouvons dorénavant proposer une piste de modélisation pouvant expliquer la provenance de ce profil exponentiel. Nous représentons un schéma explicitant ce modèle sur la Fig. 5.49. À faible inclinaison, les vibrations sinusoïdales transverses à la direction principale de l’écoulement induisent un profil de vitesse dans la hauteur de l’écoulement. D’après les travaux de Hanotin *et al.* [84], les vibrations confèrent à un milieu granulaire un comportement viscoélastique à faible gradient de vitesse dans le régime contrôlé par les vibrations. Sous ces hypothèses, le profil des vitesses transverses au plan v_y vérifie alors l’équation suivante [2] :

$$v_y(z, t) = Af \cos(\omega t - kz) \exp\left(-\frac{z/d}{\delta/d}\right) \quad (5.36)$$

avec $\omega = 2\pi f$ la pulsation, k le nombre d’onde et δ la longueur d’amortissement des ondes. La moyenne quadratique de ces fluctuations de vitesses fait disparaître la dépendance en temps et prévoit une décroissance exponentielle dans la hauteur telle que :

$$\langle v_y^2(z) \rangle = \frac{(Af)^2}{2} \exp\left(-2\frac{z/d}{\delta/d}\right) \quad (5.37)$$

La Fig. 5.44(b) issue des travaux de DEM montre que l’hypothèse du profil exponentiel semble vérifiée. Le caractère exponentiel tire alors sa source de la dissipation visqueuse induite par les collisions, qui proviennent des fluctuations de vitesses transverses créées par les vibrations du plan. Elles se propagent en s’amortissant de manière exponentielle dans la hauteur, et induisent une température granulaire exponentielle qui modifie le profil dans la direction de l’écoulement.

Dans cette proposition de piste de modèle, nous supposons que le champ de pression n'est pas altéré (modèle de champ moyen), mais que les fluctuations de vitesse dues aux vibrations induisent de nouvelles collisions, abaissant alors la friction effective. Nous proposons alors que la loi de friction $\mu(I)$ sur plan incliné soit donnée sous sa forme linéarisée utilisée dans l'hypothèse des régimes quasi-statiques, i.e. $\mu(I) = \mu_0 + \alpha_1 I$, avec l'ajout d'une composante collisionnelle due aux vibrations qui a pour objectif de baisser la friction :

$$\tan \theta = \mu(I) = \mu_s + \alpha_1 \frac{\dot{\gamma} d}{\sqrt{|P(z)|/\rho}} - \alpha_2 \sqrt{\frac{\langle v_y^2(z) \rangle}{|P(z)|/\rho}} \quad (5.38)$$

où μ_s est le coefficient de friction statique, α_1 est un paramètre adimensionné dépendant du matériau et α_2 est un paramètre adimensionné relatif aux collisions dues aux fluctuations de vitesses créées par les vibrations. La contrainte normale σ_{xz} ainsi que la contrainte tangentielle σ_{zz} , terme de pression $P(z)$, s'expriment comme suit :

$$\sigma_{xz}(z) = -\rho g(h-z) \sin \theta \quad \text{et} \quad \sigma_{zz}(z) = P(z) = -\rho g(h-z) \cos \theta \quad (5.39)$$

En remplaçant les termes des contraintes dans l'Eq. 5.38, l'équation à résoudre est la suivante :

$$\frac{\partial v}{\partial z} = \frac{(\tan \theta - \mu_s) \sqrt{g \cos \theta}}{\alpha d} \sqrt{h-z} + \frac{\alpha_2 A f}{\sqrt{2} \alpha_1 d} \exp\left(-\frac{z/d}{\delta/d}\right) \quad (5.40)$$

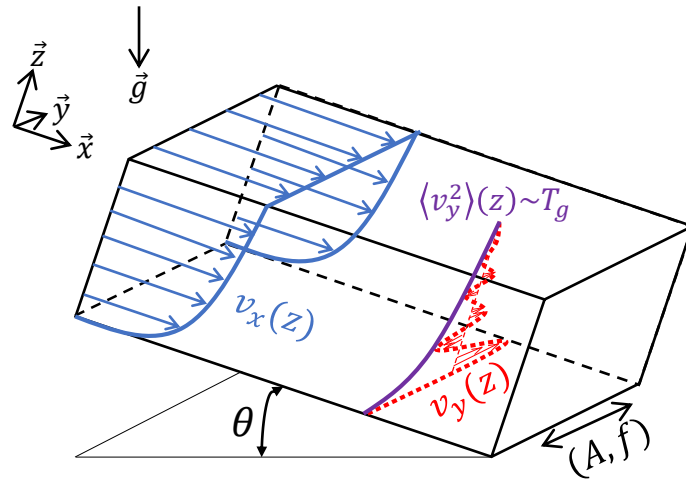


FIGURE 5.49 – Schéma explicitant le modèle de champ moyen proposé pour expliquer le profil de vitesse exponentiel à bas angle. Dans ce modèle, le caractère exponentiel provient de la dissipation visqueuse induite par les collisions, qui émanent des fluctuations de vitesses transverses v_y créées par les vibrations du plan (A, f) . Elles se propagent en s'amortissant de manière exponentielle dans la hauteur, et induisent une température granulaire exponentielle T_g qui modifie le profil dans la direction de l'écoulement v_x .

La résolution de l'Eq. 5.40 avec comme condition au limite une vitesse nulle au fond $v(z = 0) = 0$ donne la forme du profil des vitesses telle que :

$$v(z) = \frac{2}{3} \frac{(\tan \theta - \mu_s) \sqrt{g \cos \theta}}{\alpha_1 d} \left[h^{3/2} - (h - z)^{3/2} \right] + \frac{\alpha_2 A f \delta}{\sqrt{2} \alpha_1 d} \left[1 - \exp \left(-\frac{z/d}{\delta/d} \right) \right] \quad (5.41)$$

On retrouve alors le profil de Bagnold provenant des collisions induites par l'écoulement lui-même, ainsi qu'une composante exponentielle provenant de la décroissance exponentielle dans la hauteur induite par l'effet des vibrations. Nous connaissons tous les paramètres présents dans l'Eq. 5.41, excepté les valeurs des coefficients μ_s , α_1 et α_2 . Nous avons donc ajusté les données numériques par ce modèle en laissant libre ces trois coefficients (Fig. 5.48(b)). Nous pouvons conclure à une bonne cohérence entre le modèle et les données numériques. L'évolution du coefficient de friction statique avec Γ (Fig. 5.50(a), en insert) ne montre aucune influence des vibrations, avec une valeur moyenne $\langle \mu_s \rangle = 0,364 \pm 0,008$ cohérente puisque les simulations sont réalisées pour un angle de 20° ($\tan(20^\circ) = 0,364$). La contribution collisionnelle au travers de l'écoulement moyen ne semble pas dépendre de l'intensité des vibrations (Fig. 5.50(a)), et sa valeur moyenne vaut $\langle \alpha_1 \rangle = 1,49 \pm 0,05$. En revanche, le coefficient adimensionné α_2 qui est relatif aux collisions dues aux vibrations semble augmenter avec l'intensité des vibrations (Fig. 5.50(b)), induisant alors une baisse de la friction effective μ . Le modèle présenté par l'Eq. 5.38 semble être un bon candidat pour expliquer l'apparition d'un profil de type exponentiel dans le régime vibrationnel.

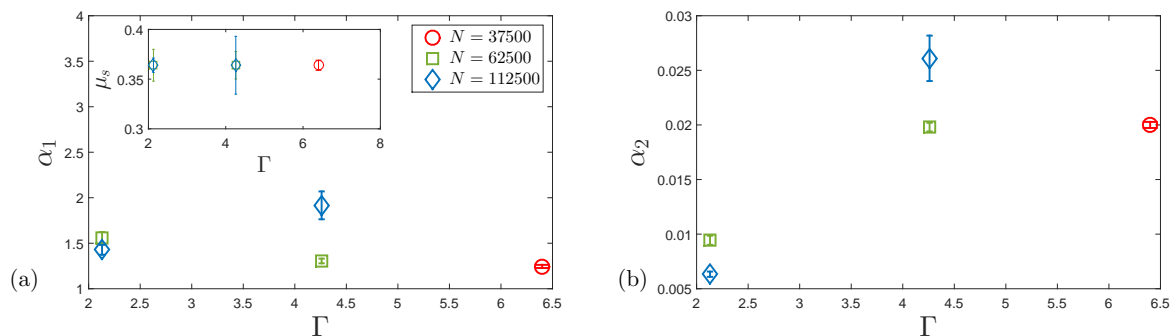


FIGURE 5.50 – Résultats obtenus pour des simulations numériques à $\theta = 20^\circ$, et pour différentes valeurs de N . (a) Évolution du coefficient α_1 en fonction de Γ . En insert, coefficient du friction statique μ_s en fonction de Γ . (b) Évolution du coefficient α_2 en fonction Γ .

Il est à noter les limitations de ce modèle. En effet, c'est un modèle phénoménologique de champ moyen où d'éventuels effets de variation de compacité induite par les vibrations sont négligés. De plus, nous n'avons pas pris en compte les corrélations entre le temps caractéristique de réorganisation induit par l'écoulement ($\dot{\gamma}$) et celui induit par les vibrations. Une des conséquences est, qu'en absence de vibrations, le modèle tend vers un profil de Bagnold même lorsque $I \mapsto 0$.

Cela suggère que cette approche doit être étendue en tenant compte des "vibrations" créées par l'écoulement lui-même, et qui modifient alors la rhéologie apparente quand $I \mapsto 0$.

En conclusion, ce régime vibrationnel est déclenché par l'apport de vibrations, dont une valeur minimale Γ_a est nécessaire et ne dépend que de la rugosité. Il semble que l'effet des vibrations se fasse principalement ressentir au fond où elles permettent d'activer les réorganisations, éliminant ainsi le seuil apparent responsable du blocage de l'écoulement en l'absence de vibrations. Elles se propagent ensuite dans la hauteur de l'écoulement de manière exponentielle, induisant une température granulaire au travers des fluctuations de vitesses transverses. Cette température permet d'activer les réarrangements à l'échelle des particules, permettant alors le contrôle du temps caractéristique de l'écoulement au travers du taux de cisaillement $\dot{\gamma}$.

Chapitre 6

Étalement d'une goutte de suspension sous vibrations

Sommaire

6.1 Étude expérimentale de l'étalement d'une goutte de suspension sur un plan horizontal vibré	161
6.1.1 Dispositif expérimental et outils de mesures	162
6.1.2 Résultats de l'étude sous vibrations	165
6.1.3 Ouverture sur l'influence de l'état de surface	175
6.2 Discussion et bilan sur l'étalement d'une suspension granulaire sous vibrations	176

6.1 Étude expérimentale de l'étalement d'une goutte de suspension sur un plan horizontal vibré

Cette partie est présentée sous la forme suivante :

- description détaillée du dispositif expérimental ainsi que des outils de mesures développés pour la réalisation des expériences d'étalement de pâtes granulaires sur un plan horizontal soumis à des vibrations,
- copie de l'article scientifique (version "preprint") publié dans *Soft Matter*, intitulé **Gravitational spreading of granular paste droplets induced by mechanical vibrations**, par N. Gaudel et S. Kiesgen de Richter, 2018 [110]. Cet article présente les résultats expérimentaux de l'influence des paramètres d'étude tels que le diamètre des particules, la viscosité du fluide interstitiel, et l'intensité des vibrations, sur l'étalement de pâtes granulaires modèles sur un plan horizontal soumis à des vibrations verticales.

- étude expérimentale complémentaire,
- discussions et bilan sur les résultats obtenus.

6.1.1 Dispositif expérimental et outils de mesures

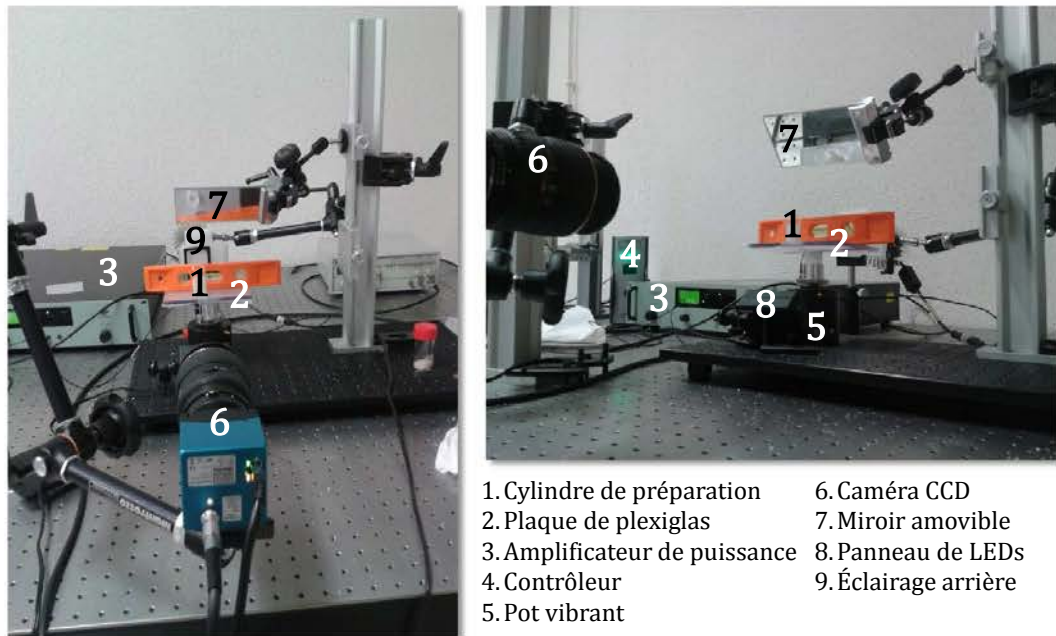


FIGURE 6.1 – Une goutte de suspension est placée dans un cylindre -1- avant son écoulement sur une plaque de plexiglas lisse et hydrophile -2-. Les vibrations sont assurées par une boucle fermée grâce à un amplificateur -3- et un contrôleur -4- liés au pot vibrant fixé sur la plaque -5-. L'expérience est enregistrée par une caméra CCD -6- qui filme simultanément la hauteur et le diamètre de la goutte grâce à un miroir amovible orienté à 45° de la plaque -7-. Afin d'avoir un contraste rendant possible l'extraction de données, des panneaux LEDs -8- et un éclairage arrière -9- ont été installés.

Afin de caractériser la dynamique d'étalement d'une goutte de suspension, nous avons mis au point un dispositif expérimental présenté sur les Figs. 6.1,6.4(a). On suit l'étalement de la pâte grâce à une caméra CCD haute résolution reliée à un PC qui enregistre le film. Une séquence d'images est présentée en exemple sur la Fig. 6.4(b). La fréquence d'enregistrement choisie est un multiple de la fréquence de vibration afin d'avoir une image fixe. La plaque a des dimensions nettement supérieures au rayon de la goutte pour éviter tout débordement, et elle est en plexiglas transparent. La caméra enregistre l'évolution de la hauteur de la goutte, un éclairage arrière permet d'avoir une image avec un bon contraste. Afin d'obtenir les profils des évolutions du rayon et de la hauteur simultanément, nous avons à disposition un miroir amovible,

que l'on incline de 45° par rapport à la plaque. Un éclairage par le dessous (un panneau de LEDs) permet de renvoyer à la caméra une image nette du rayon de la goutte. Les vibrations verticales sont imposées en fixant horizontalement la plaque de plexiglas à un pot vibrant. Un système de boucle fermée permet l'asservissement des vibrations grâce à un contrôleur relié à un amplificateur et à un accéléromètre fixé à la plaque. Le paramètre de contrôle lié aux vibrations est défini par la contrainte mécanique de vibrations $\sigma_v = 1/2\rho_s A^2 (2\pi f)^2$, où ρ_s est la densité de la suspension qui dépend de ρ_f et ρ_p , densités du fluide et des particules, respectivement, telle que $\rho_s = \rho_p\phi + (1 - \phi)\rho_f$ [82], avec une fraction volumique évaluée à $\phi \sim 0,58$.

La finalité étant de pouvoir comparer les différentes expériences, il faut veiller à avoir une préparation initiale reproductible. Ainsi, après plusieurs essais infructueux, nous avons choisi un protocole pour préparer la goutte de suspension. La première étape consiste à mélanger une masse de billes de verre (du diamètre choisi) $m_{grains} = 1,40$ g avec $m_{Emkarox} = 0,40$ g de fluide interstitiel de viscosité choisie (Emkarox dilué dans l'eau, $\rho_{Emkarox} = 1030$ kg/m³). Ce mélange est ensuite déposé dans un cylindre de diamètre $d = 9$ mm préalablement posé au centre de la plaque. Afin d'avoir une forme reproductible pour chaque expérience, nous faisons vibrer l'échantillon pendant 30 secondes à $\sigma_v = 11,85$ Pa. Les grains ont ainsi le temps de se compacter, offrant à l'instant initial une pâte de forme cylindrique, prête à s'étaler (Fig. 6.4(b)). Le cylindre est alors retiré afin de réaliser les expériences. À l'instant initial, la pâte est donc au repos.

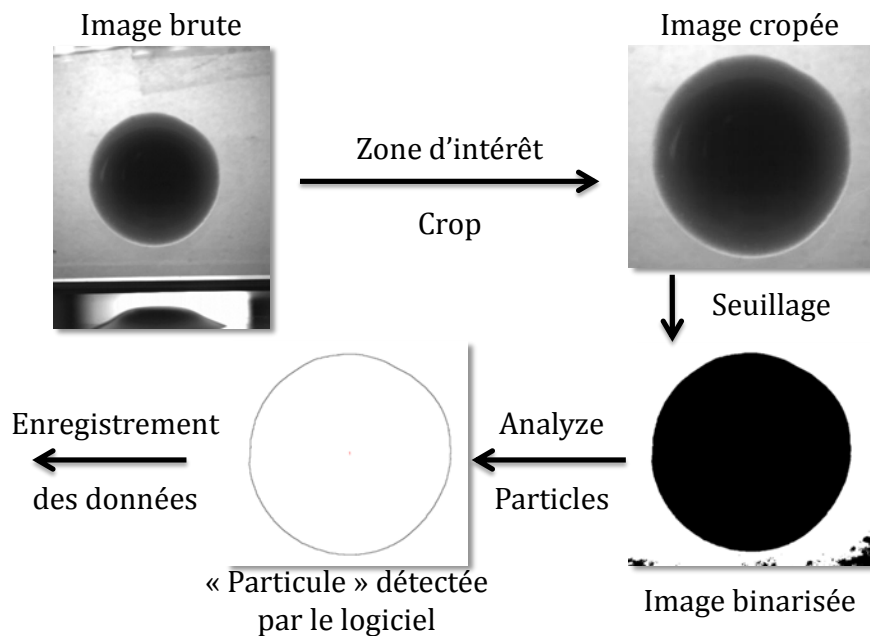


FIGURE 6.2 – Illustration des différentes étapes réalisées par le logiciel Fiji [70] pour obtenir la variation du rayon de la goutte dans le temps.

Les images enregistrées par la caméra sont stockées sur l'ordinateur et traitées grâce au

logiciel Fiji [70]. Nous avons écrit une macro permettant d'obtenir la valeur du rayon à chaque temps en plusieurs étapes (illustration sur la Fig. 6.2). Au travers de la macro, nous demandons au logiciel d'ouvrir l'image brute, de la "croper" afin de sélectionner la zone d'intérêt, et de la binariser grâce à un seuil choisi à la main pour chaque expérience afin d'éliminer les parties parasites. Une fois ces phases réussies, la commande "Analyze Particles" proposée par le logiciel permet de ne sélectionner que la goutte et d'en tirer le périmètre et l'aire afin d'en déduire le rayon. Les mesures sont converties en mm grâce à un calibrage antérieur puis enregistrées. En bouclant, nous obtenons donc un rayon correspondant à chaque image, liée à un temps. Nous avons maintenant l'évolution du rayon de la goutte en fonction du temps.

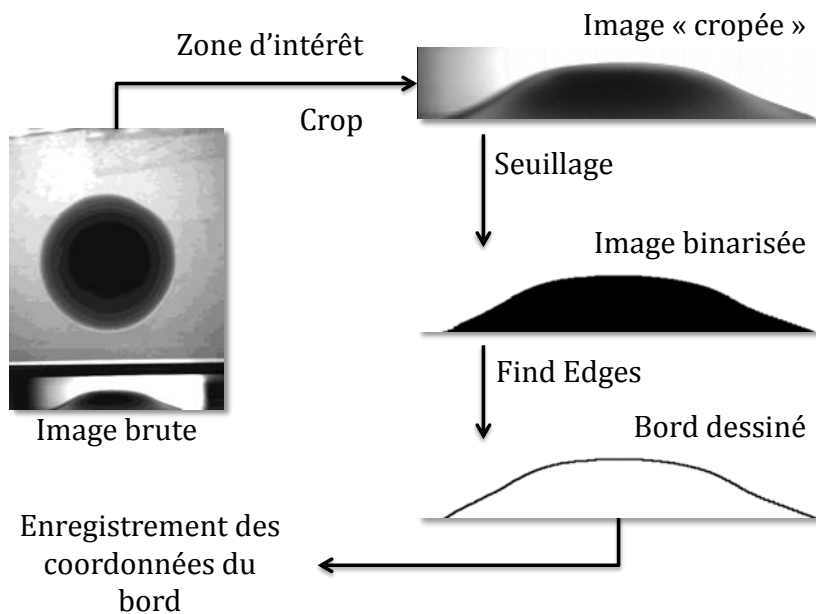


FIGURE 6.3 – Illustration des différentes étapes réalisées par le logiciel Fiji [70] pour obtenir la variation de la hauteur de la goutte dans le temps.

Pour ce qui est de la variation de la hauteur, nous avons également écrit une macro sous Fiji [70]. Cette fois encore, l'image brute est "croquée" et binarisée. La forme de la goutte n'est pas prédéfinie par le logiciel, nous utilisons donc, cette fois, la commande "Find Edges" qui repère l'interface de la goutte et enregistre les coordonnées des points la constituant (Fig. 6.3). Une boucle est effectuée afin de récupérer les données pour toute l'expérience. Matlab nous permet enfin de chercher la coordonnée y maximum pour chaque image et de tracer son évolution dans le temps. Les hauteurs de gouttes étant très petites ($h \ll R$), le logiciel nous limite à une précision de l'ordre du pixel, c'est pourquoi dans la suite nous nous baserons surtout sur l'évolution du rayon pour tirer nos conclusions, sachant que (i) l'étalement est homogène et (ii) les particules sont emportées par le fluide.

Il faut également vérifier que nous sommes bien sur le plateau Newtonien, i.e. à de faibles gradients de vitesse $\dot{\gamma} \ll 1$. Le gradient de vitesse peut être défini par $\dot{\gamma} \sim \frac{u}{h}$ avec h la hauteur de la goutte et u la vitesse dans la direction de l'écoulement telle que $u = \frac{\Delta R}{\Delta t}$. Prenons par exemple le cas d'une suspension de billes de verre de diamètre $d = 50 \mu\text{m}$ immergées dans un fluide de viscosité $\eta_f = 5,9 \text{ mPa}\cdot\text{s}$, et vibrée à $\sigma_v = 32,92 \text{ Pa}$. Les valeurs du taux de cisaillement sont de l'ordre de $\dot{\gamma} = 10^{-2} \text{ s}^{-1} \ll 1$ (Tab. 6.1), ce qui nous donne des temps d'étalement de l'ordre de $\tau_{\dot{\gamma}} \sim 100 \text{ s}$. Nous souhaitons aussi évaluer le temps de sédimentation, afin de s'assurer qu'il est grand devant celui de l'écoulement. La vitesse de sédimentation est donnée par $v_s = \frac{2\Delta\rho g R^2}{9\eta_{sus}\left(1-\frac{\phi}{\phi^*}\right)}$, avec $\Delta\rho = \rho_p - \rho_f$. La viscosité de la suspension est calculée selon Quemada $\eta_{sus} = \eta_f (1 - \phi/\phi^*)^{-2}$, où $\phi^* = 0,64$. Le temps de sédimentation est alors de l'ordre de $\tau_s = h/v_s \sim 500 \text{ s}$, où $h \sim 2 \text{ mm}$ la hauteur de la goutte est choisie comme étant la longueur caractéristique [149]. Nous avons tous les éléments et les conditions réunies pour présenter les résultats obtenus sur l'étalement d'une pâte granulaire sur un plan vibré.

Tableau 6.1 – Données et ordre de grandeur des gradients de vitesse de la goutte lors de son étalement, pour une suspension de billes de verre de diamètre $d = 50 \mu\text{m}$ immergées dans un fluide de viscosité $\eta_f = 5,9 \text{ mPa}\cdot\text{s}$, et vibrée à $\sigma_v = 32,92 \text{ Pa}$.

Temps (s)	Périmètre (pix)	Rayon (pix)	Hauteur (pix)	Vitesse (pix/s)	$\dot{\gamma}$ (s^{-1})
10	1347,743	214,999	83,33	6,6759	0,00801
30	1481,261	235,750	73,67		
60	1600,641	254,750	71,34	3,9793	0,00540

6.1.2 Résultats de l'étude sous vibrations

Cette partie est une copie de l'article scientifique (version "preprint") présentant les résultats de l'étude expérimentale de l'étalement de gouttes de suspensions granulaires sous vibrations N. Gaudel et S. Kiesgen de Richter, **Gravitational spreading of granular paste droplets induced by mechanical vibrations**, *textitSoft Matter* (2018) [110].

Abstract

Spreading experiments of granular paste droplets over a smooth and hydrophilic plate under vertical vibrations are performed. We show that applying vibrations tunes the spreading by changing the apparent viscosity of the paste and makes appear a Newtonian regime where $R(t) \propto t^{1/8}$. In this regime, the influence of the intensity of the vibrations, the particles diameter and the interstitial viscosity is investigated and all experiments are rationalized by a lubrication Peclet number, in agreement with previous results from the literature.

Introduction

A better understanding of the effect of vibrations on the flow properties of granular paste is relevant for improving the transport processes on one or many parts of production and supplying lines in pharmaceutical, food or mining industries, by optimizing the quality of final products and the energetic efficiency of related processes. For instance, in the building industry, the mechanisms of the spreading of a granular paste is important during the production of slurries for mortar or concrete. Despite the large interest of industry in these processes, the precise mechanisms involved are not known since they highly depend on the complex rheology of the materials.

Many studies related to the spreading dynamics of Newtonian [150–155] and non-Newtonian fluids [156–159], but also of polymer and fibers [160, 161] have shown that the spreading behavior takes the form $R(t) \propto t^m$, where R is the radius of the droplet and m is a power exponent depending on the properties of the material. In previous works, it has been shown that applying well controlled mechanical vibrations to granular dispersions gives remarkable properties to these systems, such as controlling their viscosity by suppressing their apparent yield stress [60, 82, 84]. The rheology is similar to a shear-thinning law, with a Newtonian plateau at low shear where the viscosity decreases with the vibration intensity. It has been observed that the viscosity at the plateau η_0 decreases with $Pe_{lub} = (\eta_f A 2\pi f) / (d\sigma_f)$ as $\eta_0 \propto Pe_{lub}^{-1}$ where A , f and d are the amplitude, the frequency of vibrations and grain diameter, respectively, and η_f is the interstitial fluid viscosity. This lubrication Peclet number can be interpreted as the ratio between a lubrication stress induced by the vibrations, and a frictional stress σ_f which is the apparent yield stress of the suspension in the vibration-free case. These macroscopic results suggest that the vibrations induce lubrication forces between grains which make the apparent yield stress vanish and decrease the apparent viscosity of the granular paste.

In the present work, we study how vibrations affect the spreading of a granular droplet on a vibrating and horizontal plate. We perform experiments quite similar to the ones made by Sanchez *et al.* [49] related to the vibration induced spreading of a dry granular droplet, but we look here at the spreading of a model granular paste. We present a quantitative analysis of the spreading behavior as a function of the interstitial fluid viscosity, beads diameter, amplitude and frequency of the applied vibrations. We show that the vibration-induced spreading of granular paste is similar to the spreading of a Newtonian fluid in the gravitational regime. Vibrations modify the apparent viscosity, in agreement with previous results obtained in stationary conditions in a powder rheometer linked to a vibration cell.

Experimental conditions

The spreading of granular paste droplets under vibrations is investigated experimentally, a sketch of the experimental setup is presented in Fig. 6.4(a). The pastes are made of monodisperse spherical glass beads (diameters studied $d = 50$ and $100 \mu\text{m}$, density $\rho_b \sim 2500 \text{ kg/m}^3$) immersed in a Newtonian fluid (Emkarox-water mixture, viscosities studied $\eta_f = 5.9$ to $64 \text{ mPa}\cdot\text{s}$, density $\rho_f \sim 1030 \text{ kg/m}^3$). The granular paste droplets spread over a smooth and hydrophilic plate. This plate is horizontally fixed to a vibration device. The samples are subjected to vertical sinusoidal vibrations. The vibrations are transmitted through a vibration shaker connected to a function generator, a power amplifier and an accelerometer, and computer-controlled thanks to a closed-loop system. In the following, results are obtained for a range of frequencies and amplitudes equal $f = 50$ to 80 Hz and $A = 300$ to $600 \mu\text{m}$, respectively. The vibration control parameter is the vibration stress defined as $\sigma_v = 1/2\rho_s A^2 (2\pi f)^2$, where ρ_s is the suspension density depending on ρ_f and ρ_b densities $\rho_s = \rho_b\phi + (1 - \phi)\rho_f$ [82], with the volume fraction $\phi \sim 0.58$ for which granular packings are known to be unstable under tapping [162]. The following protocol is used to prepare each experiment with reproducible initial conditions : an initial mass of the mixture glass beads/Emkarox is poured into a cylindrical bottomless box ($d_{\text{box}} = 9 \text{ mm}$) fixed to the plate. To

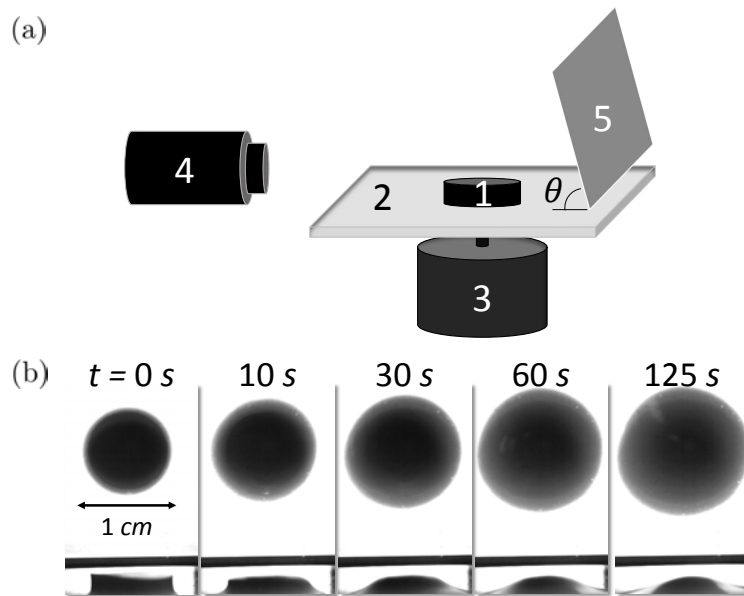


FIGURE 6.4 – (a) Sketch of the experimental setup : a paste -1- spreads over a hydrophilic and smooth plate -2-, fixed to a vibration shaker -3-. The time evolution of the height and the radius of the paste are recorded by a CCD camera -4- through a tilted mirror $\theta = 45^\circ$ -5-. (b) Typical time sequence images of the spreading of a granular paste $d = 50 \mu\text{m}$, $\eta_f = 5.9 \text{ mPa}\cdot\text{s}$ and $\sigma_v = 32.92 \text{ Pa}$.

level off the deposit, the granular suspension is shaken for 30 s at $\sigma_v = 11.85$ Pa. The confining box is then removed, and an initial cylindrical shape is obtained. Finally, the sample is submitted to vibrations to trigger the flow. The spreading is recorded by a CCD camera (1280×1024 pix) positioned so that the height h and the radius R of the droplet can be simultaneously monitored with time. The open source software Fiji [70] is used to obtain the time evolution of h and R for each experiment¹. Each experiment is performed twice and the measurement error is considered accurate to within 5%. A typical time sequence images of a spreading experiment is presented in Fig. 6.4(b). We assume that a minimum value of σ_v is necessary to the motion onset [60, 109], and we leave this study to a future report. In this paper, we focus on the high σ_v regime for which the droplet is set into motion, and we study the influence of the vibrations, the beads diameter and the interstitial fluid viscosity on the flow properties.

Spreading dynamics

Previous studies [60, 82, 84] have shown that, in the case of classical rheometry and for low values of the velocity gradient, the apparent yield stress in granular suspensions submitted to vibrations is suppressed and a viscosity plateau appears. The value of this viscosity plateau $\eta = cst = \eta_0$ depends on the properties of the paste and the intensity of the vibrations, and scales with the inverse of the lubrication Peclet number :

$$\eta_0 \propto Pe_{lub}^{-1} \quad (6.1)$$

which represents the ratio between the mechanical vibration energy transmitted through viscous forces and the internal energy of the system. The Peclet number is defined as $Pe_{lub} = (\eta_f A \omega) / (\mu P_g d)$, where $\omega = 2\pi f$, $\mu = 0.5$ is the friction coefficient, and $P_g = \Delta\rho\phi gz$ is the granular pressure with $\Delta\rho = \rho_b - \rho_f$ and z is the initial height of the droplet.

Let us consider the spreading dynamics of a Newtonian fluid droplets over a smooth surface. The well known Tanner's law can be applied, in the case of complete wetting of small drops [163] : $R(t) \propto t^m$, where m denotes the power exponent. Moreover, the mathematical study in spherical coordinates of the gravity spreading of a Newtonian droplet leads to a time evolution of the radius such as [155, 164] :

$$\frac{R(t)}{R_0} = \beta t^m = \frac{0.894V^{1/3}}{R_0} \left(\frac{\rho g V^{1/3}}{3\eta} t \right)^m \quad (6.2)$$

1. A homemade macro crops the image either focused on the top view which provides the evolution of the diameter, or on the front view which provides the evolution of the height. Then, the image is binarized. The function "Analyzed Particles" allows us to extract the values of the perimeter and the area of the droplet, directly related to the diameter. The function "Find Edges" finds the interface of the droplet and saves the coordinates. The maximum coordinate is defined as the height of the droplet. The conversion from pixels to mm is done by calibration. A loop on the stack of images allow us to extract these information during time.

where $\eta = \eta_0$ and $\rho = \Delta\rho$ in our case, R_0 is the radius value at $t = 0$ s and V is the volume of the droplet. For a Newtonian fluid, previous studies have shown that the value of m is a crossover between $1/10$ in the case of viscous spreading [152, 155, 159], and $1/8$ in the case of a gravity spreading [150, 152, 159, 161]. Due to device limitation, the measurements of h provide us data not accurate enough to be studied precisely. Nevertheless, the self-similarity of the droplet shapes at different time is verified (Fig. 6.5(a)). The experimental data are in agreement with experimental results extracted from the study of Sanchez *et al.* [49], exhibiting a parabolic solution, already put in evidence by Lopez *et al.* [150]. Furthermore, the time evolution of the volume $h \times R^2$ shows that the quantities R and h are interlinked by the volume conservation (Fig. 6.5(b)). In the following, we thus focus the study on the evolution of the radius R in the Newtonian regime induced by vibrations.

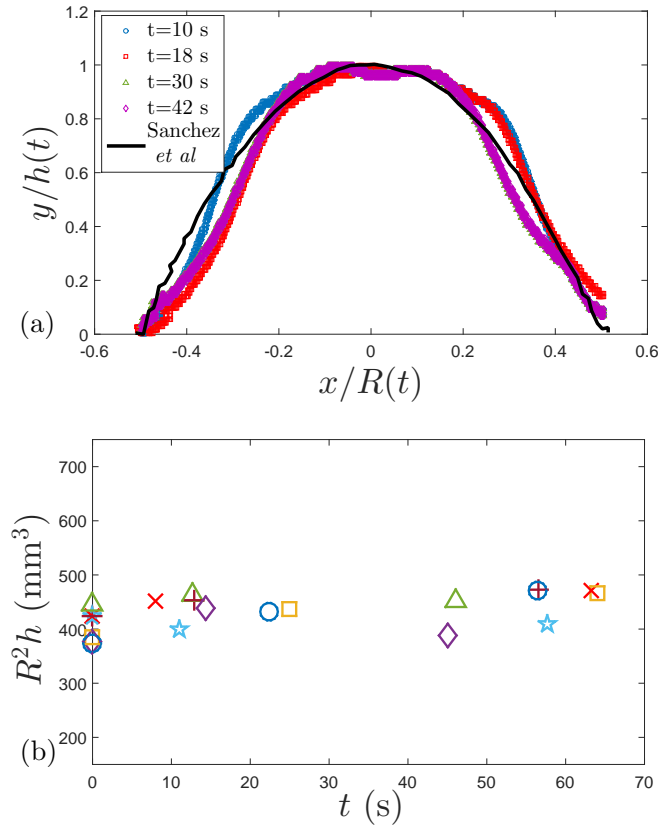


FIGURE 6.5 – (a) Rescaled droplet shapes at different times t for $d = 50 \mu\text{m}$, $\eta_f = 5.9 \text{ mPa}\cdot\text{s}$ and $\sigma_v = 22.86 \text{ Pa}$. The solid line represents experimental data extracted from the study of Sanchez *et al.* [49]. (b) Time evolution of the volume droplets for various values of d , η_f and σ_v .

Influence of the vibrations

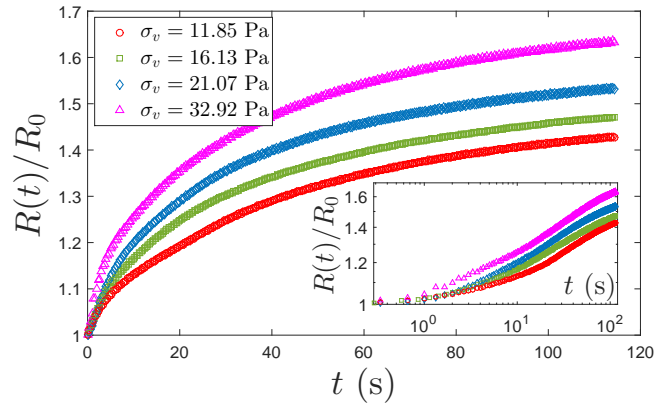


FIGURE 6.6 – Time evolution of the rescaled drop radius $R(t)/R_0$ for $d = 50 \mu\text{m}$, $\eta_f = 5.9 \text{ mPa.s}$ and various values of σ_v . In inset, same data in logarithmic plot.

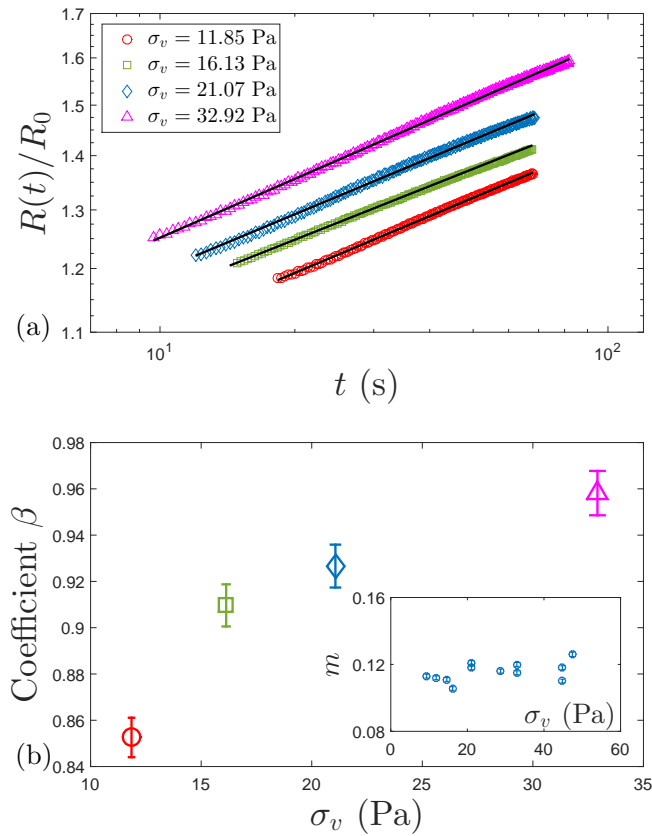


FIGURE 6.7 – For a granular paste with $d = 50 \mu\text{m}$ and $\eta_f = 5.9 \text{ mPa.s}$. (a) Logarithmic time evolution of the rescaled drop radius $R(t)/R_0$ in the power-law range for various values of σ_v . The experimental data are well fitted to Eq. 6.2 (solid lines). (b) Evolution of the coefficient β and the power exponent m (in inset) as functions of σ_v .

The influence of the vibrations on the spreading of the granular paste is studied by fixing the diameter of the beads d and the viscosity of the interstitial fluid η_f , and varying the values of A and f . The time evolution of the rescaled radius $R(t)/R_0$ is plotted in Fig. 6.6 for $d = 50 \mu\text{m}$, $\eta_f = 5.9 \text{ mPa}\cdot\text{s}$ and various values of σ_v . When the vibration stress increases, the spreading dynamics increases. This is explained by the fact that the vibrations allow reorganizations at the grain scale, more frequently as the vibration stress is high [60, 82]. For a given value of σ_v , a fast increase of the droplet radius is observed at the beginning, due to the transient regime between the cylindrical shape experimentally imposed and the spherical shape naturally reached by the droplet. Then, a power-law behavior is observed and a saturation of the radius occurs at long times (Fig. 6.6, *in inset*).

The logarithmic plot of $R(t)/R_0$ in the power-law range is displayed in Fig. 6.7(a) and the data are well fitted to $R(t)/R_0 \propto \beta t^m$. As expected, the power exponent m is constant whatever the value of the vibration stress (Fig. 6.7(b), *in inset*) and equals $m = 0.116 \pm 0.006$, in agreement with previous studies [150, 152, 155, 159, 161]. This results confirms that the granular paste acts as a Newtonian fluid under vibrations. Moreover, the coefficient β increases with increasing the vibration stress (Fig. 6.7(b)), therefore the value of the viscosity plateau η_0 decreases (Eq. 6.2), with increasing σ_v . One can also remark that the power-law regime starts earlier when σ_v increases, which may be explained by high dynamics leading to a faster oblivion of the initial shape. These results confirm the assumptions that adding vibrations to a granular paste suppresses the yield stress and tunes the spreading by changing its apparent viscosity.

Influence of the beads diameter

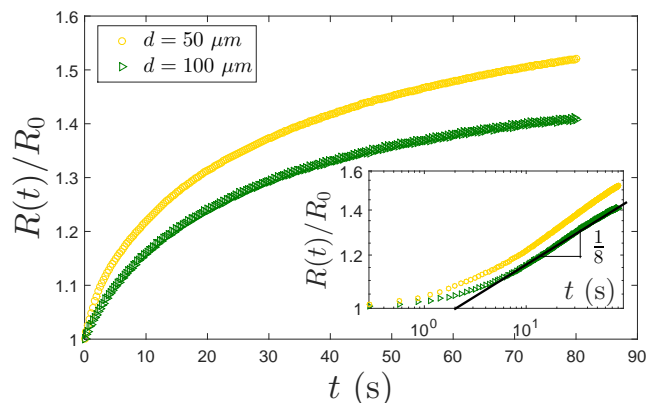


FIGURE 6.8 – Time evolution of the rescaled drop radius $R(t)/R_0$ for $\eta_f = 5.9 \text{ mPa}\cdot\text{s}$, $\sigma_v = 28.68 \text{ Pa}$ and various values of beads diameter d . In inset, same data in logarithmic plot. The solid line is a guide for the eyes, with a slope equals $1/8$.

In this section, the influence of the beads diameter on the granular paste spreading is studied for $d = 50 \mu\text{m}$ and $100 \mu\text{m}$. An example of the time evolution of the rescaled radius is plotted in Fig. 6.8 for fixed values of η_f and σ_v equal $5.9 \text{ mPa}\cdot\text{s}$ and 28.68 Pa , respectively. One can observe the existence of a power-law regime with an exponent $m \sim 1/8$ (Fig. 6.8, *in inset*), corresponding to a Newtonian behavior. The increase of the beads diameter leads to a decrease of the spreading dynamics, and therefore to an increase of the viscosity plateau η_0 . This can be explained by an increase of the viscous force which is directly proportional to the diameter. These results are in agreement with previous studies obtained in classical rheometry [82, 84].

Influence of the interstitial fluid viscosity

The time evolution of the rescaled radius is plotted in Fig. 6.9 for given values of $d = 50 \mu\text{m}$ and $\sigma_v = 11.85 \text{ Pa}$, and various values of η_f . Again, a power-law regime with an exponent $m \sim 1/8$ is put in evidence, corroborating the existence of a Newtonian behavior. The spreading dynamics increases with the increase of the viscosity of the interstitial fluid. Nevertheless, this evolution is not linear. A possible explanation is that a different spreading process occurs for high η_f at the beginning of the spreading, with an increase of the apparent contact angle (see images in Fig. 6.9), leading to a creeping flow approximation [153, 154, 160]. This will be the subject of a later work. In this paper, we focus on the increase of the spreading dynamics with η_f , behavior which is not predicted by Eq. 6.2 in the framework of the spreading of a fluid droplet ($\eta = \eta_f$). Indeed, previous studies have shown that increasing the viscosity of the fluid leads to a decrease of the spreading dynamics [152, 155]. In our case, this is a paste and the apparent

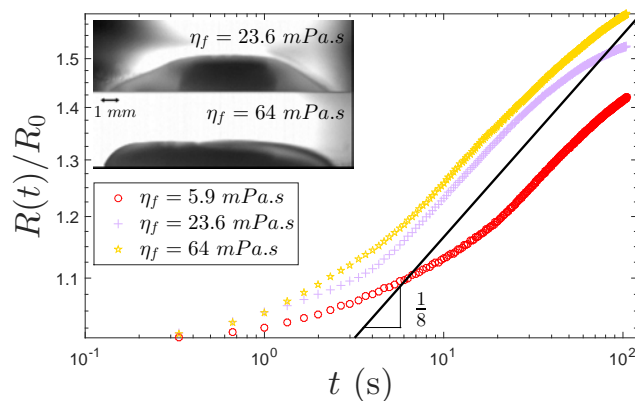


FIGURE 6.9 – Logarithmic time evolution of the rescaled drop radius $R(t)/R_0$ for $d = 50 \mu\text{m}$, $\sigma_v = 11.85 \text{ Pa}$ and various values of interstitial fluid viscosity η_f . The solid line is a guide for the eyes, with a slope equals $1/8$. In inset, images of the droplets for $\eta_f = 23.6 \text{ mPa}\cdot\text{s}$ and $\eta_f = 64 \text{ mPa}\cdot\text{s}$ recorded at the same time $t = 12 \text{ s}$.

viscosity must be taken into account. Actually, this apparent viscosity depends on the viscosity of the interstitial fluid. As our study involves a dense suspension, the beads are in contact and a thin film of fluid exists between the particles. This liquid film results in a decrease of the friction. Indeed, if the viscosity of the interstitial fluid increases, the lubrication between the particles increases. The increase of η_f allows higher dynamics at the grain scale, leading to the decrease of the apparent viscosity η_0 , in agreement with previous studies [82, 84].

Scaling law

As expressed previously in this paper, the value of the viscosity plateau η_0 is expected to scale with the inverse of the lubrication Peclet number Pe_{lub} (Eq. 6.1). The value of the viscosity plateau is thus calculated from Eq. 6.2 for all our experiments, knowing that the values of β and

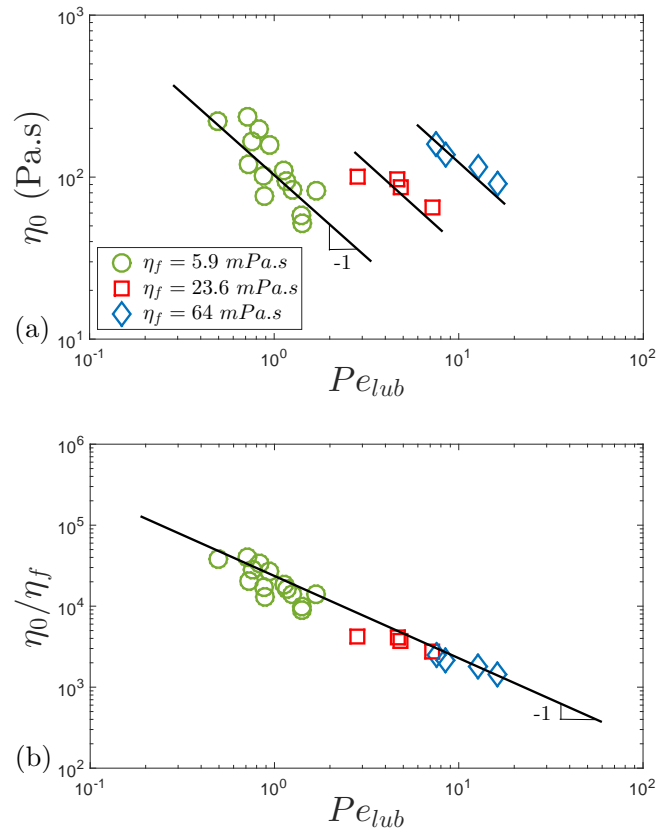


FIGURE 6.10 – For various values of beads diameter d , vibration stress σ_v and interstitial fluid viscosity η_f , (a) Logarithmic plot of the viscosity plateau η_0 as a function of the lubrication Peclet number Pe_{lub} . (b) Logarithmic plot of η_0/η_f as a function of the lubrication Peclet number Pe_{lub} . The solid lines are guides for the eyes, with a slope equals -1 .

m are extracted by fitting the experimental data in the Newtonian regime :

$$\eta_0 = \left(\frac{0.894V^{1/3}}{\beta R_0} \right)^{1/m} \frac{\Delta\rho g V^{1/3}}{3} \quad (6.3)$$

The evolution of the viscosity plateau η_0 is plotted in Fig. 6.10(a) as a function of the lubrication Peclet number Pe_{lub} , for various values of $\eta_f = 5.9, 23.6, 64$ mPa.s, $d = 50, 100$ μm and $\sigma_v = 11.85$ to 32.92 Pa. It seems that the viscosity plateau scales with the inverse of the lubrication Peclet number, whatever the values of d and σ_v , but for a given value of the interstitial viscosity η_f . As a result, we propose the following scaling law :

$$\frac{\eta_0}{\eta_f} \propto Pe_{lub}^{-1} = \left(\frac{\eta_f A \omega}{\mu P_g d} \right)^{-1} \quad (6.4)$$

The evolution of the ratio η_0/η_f is plotted as a function of Pe_{lub} for all our experiments in Fig. 6.10. All data collapse into the same straight line, suggesting that the scaling law given by Eq. 6.4 well describes the influence of the parameters studied (d , η_f and σ_v) on the spreading of a granular paste under vibrations in the Newtonian-like regime.

Conclusion

In this paper, the spreading of droplets of a granular paste over a smooth and hydrophilic plate under vibrations is investigated. We show that applying well defined vibrations cancels the apparent yield stress and makes appear a Newtonian regime with a typical power-law $R(t) \propto t^{1/8}$, in agreement with previous experiments and numerical simulations from the literature. In this power-law regime, the value of the apparent Newtonian viscosity η_0 depends on the applied vibrations through the vibration stress σ_v , but also on the beads diameter d and the interstitial fluid viscosity η_f . We show that increasing σ_v and η_f leads to a decrease of η_0 , due to a higher lubrication between the particles. Conversely, increasing the beads diameter results in an increase of η_0 because of a higher friction. We propose a scaling law that put in evidence the influence of these parameters on the value of the apparent viscosity. We show that, in the case of a free surface flow, η_0 is inversely proportional to a lubrication Peclet number such as $\eta_0/\eta_f \propto Pe_{lub}^{-1}$, in agreement with previous results encountered in confined geometry and classical rheometry.

Acknowledgments This study would not have been possible without the technical assistance of J.-Y. Morel and J. Bianchin. This study is conducted in the framework of the "PowderReg" project, funded by the European programme Interreg VA GR within the priority axis 4 "Strengthen the competitiveness and the attractiveness of the Grande Région / Großregion".

6.1.3 Ouverture sur l'influence de l'état de surface

Nous présentons ici l'étalement d'une pâte granulaire sur un plan rugueux hydrophobe. La plaque est rendue rugueuse hydrophobe en collant sur du ruban adhésif double face (fixé à la plaque) des grains de diamètre $d = 50 \mu\text{m}$ préalablement bombés à l'imperméabilisant. Nous pouvons remarquer une dynamique très rapide au début de l'étalement sur la surface hydrophobe rugueuse, en comparaison au cas de la surface hydrophile lisse (Fig. 6.11(a), en insert). Le rayon de la goutte augmente très rapidement jusqu'à $t \sim 10$ s, puis varie très lentement et tend vers un rayon final nettement inférieur à celui qu'atteint la même pâte qui s'écoule sur une surface hydrophile lisse. La représentation logarithmique (Fig. 6.11(a)) livre également des informations importantes quant à la dynamique de la goutte dans le domaine qui nous concerne : la loi de puissance $R(t) \propto t^m$ est maintenant avec un exposant $m = 0,058 \pm 0,006$. Il semble donc que la dynamique d'étalement d'une goutte de suspension sur une surface hydrophobe rugueuse est plus lente que sur un plan hydrophile lisse. Des modèles d'étalement de fluides non-Newtoniens sont connus et proposés dans le cadre d'approximation de lubrification dans le régime capillaire [165–167] :

$$R(t) \sim t^{\frac{n}{3n+5}} \quad (6.5)$$

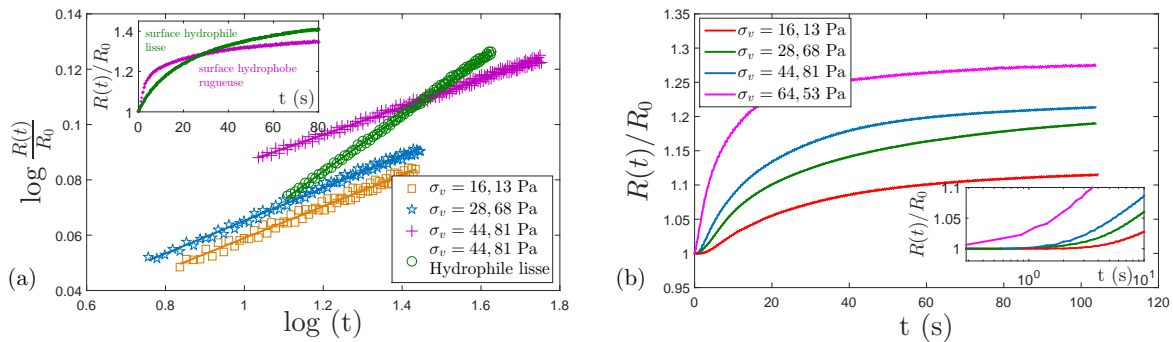


FIGURE 6.11 – Étalement de gouttes de pâte granulaire sur un plan horizontal **rugueux hydrophobe** soumises à différentes valeurs de vibrations. (a) Représentation logarithmique de l'évolution du rayon normalisé de la goutte dans le temps pour une suspension de billes de verre ($d = 100 \mu\text{m}$, $\eta_f = 5,9 \text{ mPa}\cdot\text{s}$). Un exemple de cette même suspension, mais s'étalant sur une surface hydrophile lisse a été ajouté. Seules les données dans la partie en loi de puissance sont présentées ici, et sont ajustées par $R(t) \propto t^m$ (traits pleins). En insert, l'évolution du rayon normalisé de cette même suspension pour $\sigma_v = 44, 81 \text{ Pa}$ dans les deux cas de surface. (b) Évolution du rayon normalisé de la goutte dans le temps pour une suspension de billes de verre ($d = 50 \mu\text{m}$, $\eta_f = 109 \text{ mPa}\cdot\text{s}$). En insert, un zoom sur les dix premières secondes après le début des vibrations.

où n représente l'exposant de la loi rhéologique des fluides en loi de puissance telle que $\eta = k\dot{\gamma}^{n-1}$, avec k l'indice de consistance, et $n = 1$ pour un fluide Newtonien, $n < 1$ pour un fluide rhéofluidifiant et $n > 1$ pour un fluide rhéoépaississant. De l'Eq. 6.5 et connaissant la variation en $R(t) \sim t^{0,058}$, nous pouvons en déduire la valeur de l'exposant $n = 0,35 \pm 0,07$. La pâte granulaire adopte donc le comportement d'un fluide rhéofluidifiant lorsqu'elle s'étale sur une surface hydrophobe rugueuse. Il a été montré théoriquement et expérimentalement par Starov *et al.* [165] que les transferts de molécules surfactantes entre un liquide Newtonien et une surface hydrophobe change les caractéristiques de mouillabilité au niveau des bords de la goutte. Cela induit une augmentation de la tension de surface, et donc de l'angle de contact entre la goutte et la surface, menant directement à un étalement plus lent. Cela explique la baisse de l'exposant m et le comportement rhéofluidifiant. La pâte n'adopte pas un comportement Newtonien lorsqu'elle s'étale sur une surface hydrophobe rugueuse, nous n'avons donc pas essayé la loi d'échelle de l'Eq. 6.1.

La Fig. 6.11(b) confirme le fait qu'accroître la contrainte de vibration permet l'augmentation de la dynamique d'étalement, quelque soit l'état de surface. Pour aller plus loin, un zoom sur les dix premières secondes d'écoulement dévoile une information supplémentaire : la dynamique d'étalement est quasiment stagnante dans les premières secondes (Fig. 6.11(b), en insert). Le transitoire avant l'étalement de la goutte semble diminuer avec l'augmentation de σ_v . Ceci n'a pas été observé dans le cas d'une plaque lisse ni dans le cas de l'étalement de goutte sur une surface hydrophobe. Cela suggère que ce phénomène provient de la rugosité : il faut vaincre la friction sur le plan pour commencer l'étalement. Ceci est d'autant plus facile et se fait d'autant plus rapidement que les mouvements locaux à l'échelle des grains sont importants grâce aux vibrations injectées.

6.2 Discussion et bilan sur l'étalement d'une suspension granulaire sous vibrations

Nous avons étudié expérimentalement l'écoulement de pâtes granulaires sous vibrations sur plan lisse/hydrophile. Les résultats rejoignent ceux de la littérature [82]. Nous avons mis en évidence dans cette étude la transposition des résultats obtenus sur l'écoulement de pâtes granulaires sous vibrations dans un milieu confiné à une configuration d'écoulement à surface libre. Sans ajout d'énergie externe au système, la goutte de pâte granulaire ne s'étale pas et la contrainte seuil est supprimée grâce aux vibrations.

Pour des valeurs de cisaillement $\dot{\gamma} \ll 1$, la dynamique d'étalement de la goutte est telle que $R(t) \propto t^{1/8}$, typique d'un régime gravitaire de type Newtonien. La valeur de la viscosité η_0 reliée

au régime Newtonien est extraite et dépend des paramètres de l'expérience (diamètre des grains, viscosité du fluide interstitiel, et intensité des vibrations) au travers du Péclet de lubrification telle que :

$$\eta_0/\eta_f \propto (Pe_{lub})^{-1} = \left(\frac{\eta_f A \omega}{\mu P_g d} \right)^{-1}$$

Dans cette configuration, le fluide interstitiel permet l'étalement en entraînant les grains, d'où l'adimensionnement de la viscosité de plateau η_0 par η_f . Il semble donc que la viscosité de la suspension soit contrôlée par la compétition entre deux effets : les effets de lubrification à l'échelle de la particule qui tendent à faciliter les contacts et permettent la baisse de la viscosité, et les effets visqueux à l'échelle de la goutte qui tendent à freiner le mouvement des grains et mènent à l'augmentation de la viscosité.

L'étalement de ces mêmes pâtes granulaires sur une surface rugueuse hydrophobe mène aux conclusions suivantes : l'influence des différents paramètres sur l'étalement des gouttes est la même que dans le cas d'une surface hydrophile lisse. En revanche, la dynamique d'étalement est beaucoup plus lente avec un comportement de type rhéofluidifiant, dû à l'augmentation de l'angle de contact entre le fluide interstitiel Newtonien et la surface hydrophobe.

En conclusion, l'ajout de vibrations à une goutte de suspension granulaire permet de supprimer la contrainte seuil et fait apparaître un régime de type Newtonien à bas gradient. La viscosité dépend alors des propriétés du système, et est contrôlée par la compétition entre les effets de lubrification à l'échelle de la particule et ceux visqueux à l'échelle de la goutte au travers du Péclet de lubrification. Le comportement de la goutte semble altéré fortement par l'état de surface du substrat sur lequel elle s'étale.

Conclusion générale et perspectives

Conclusion générale

Dans le cadre de ce travail de thèse, nous avons étudié expérimentalement et numériquement la rhéologie des écoulements de dispersions granulaires modèles soumises à des vibrations mécaniques. Leur omniprésence dans notre quotidien rend leur étude essentielle pour répondre aux enjeux industriels, environnementaux et fondamentaux. Ce travail de thèse s'inscrit dans la continuité de nombreuses études concernant l'influence des vibrations sur la rhéologie apparente des écoulements sous vibrations dans le régime quasi-statique et son lien avec la dynamique des particules à l'échelle locale. Dans ce cadre, nous avons choisi d'étudier les écoulements de dispersions granulaires dans deux géométries présentant un grand intérêt à la fois théorique et technologique : la géométrie de type Couette et le plan incliné. Notre objectif a été de répondre aux problématiques suivantes :

Comment les vibrations modifient-elles la dynamique locale et les hétérogénéités d'écoulements de dispersions granulaires menant à leur rhéologie apparente, dans des géométries confinée ou à surface libre ? En particulier, quelle est leur influence dans ces géométries dans le régime quasi-statique ?

Dans un premier temps, nous nous sommes intéressés à des écoulements de suspensions granulaires dans une cellule de type Couette sous vibrations. Afin de caractériser leur écoulement globalement et localement, nous avons utilisé deux méthodes expérimentales : des mesures rhéométriques classiques pour sonder le comportement macroscopique et une technique iso-indice couplée à de la fluorescence induite par laser pour sonder la dynamique des particules à l'intérieur de l'échantillon. Nous avons montré que, quelles que soient les propriétés de la suspension granulaire, les vibrations suppriment la contrainte seuil apparente et font apparaître un plateau Newtonien à bas gradient. Sans vibrations la rhéologie est non locale et fait apparaître une longueur de coopération associée aux réorganisations dans le système. Dans le régime dominé par les vibrations, la rhéologie est rendue locale grâce aux vibrations qui homogénéisent le système. Sur le plateau de viscosité, nos résultats suggèrent qu'une température granulaire créée par des fluctuations de vitesse provenant des vibrations permettent des réorganisations dans le système.

Un résultat important de ces travaux réside dans le fait que le comportement Newtonien apparent est bien intrinsèque à la rhéologie du système et est directement relié au caractère diffusif du mouvement des particules. Un temps de réarrangement qui correspond au temps entre deux sorties de cage est relié à des volumes libres autour de chaque particule permettant les réorganisations. Ce temps décroît en loi de puissance avec l'intensité des vibrations, et peut être lié soit uniquement aux vibrations soit à un couplage écoulement/vibrations selon la nature de la suspension (gravitaire ou non).

La difficulté de sonder l'intérieur d'un échantillon de grains secs nous a amené à proposer une étude numérique sur l'écoulement d'une dispersion granulaire sèche dans cette même géométrie de type Couette sous vibrations. Les premiers résultats sont encourageants et en accord avec ce qui est observé expérimentalement sur les suspensions. Il serait intéressant d'approfondir cette étude.

Dans un second temps, nous nous sommes intéressés aux écoulements de dispersions granulaires modèles dans des configurations à surface libre, induits par gravité. Pour cela, nous avons d'une part développé un dispositif expérimental de plan inclinable relié à un pot vibrant de manière à pouvoir contrôler l'intensité des vibrations injectées, et d'autre part utilisé des simulations numériques pour avoir accès aux informations dans la hauteur de l'écoulement. L'objectif était de comprendre l'effet des vibrations ainsi que l'influence des paramètres tels que le diamètre des grains, la rugosité du plan ou l'angle d'inclinaison, sur les propriétés de l'écoulement et la dynamique locale. Les études expérimentale et numérique font apparaître deux régimes bien distincts, séparés par l'angle critique d'avalanche, où des écoulements stationnaires sont observés. Au-dessus de l'angle critique, i.e. dans le régime gravitaire, l'ajout de vibrations ne change pas la rhéologie des dispersions granulaires loin du seuil, où une rhéologie locale $\mu(I)$ est retrouvée. Cependant, les vibrations ont une influence sur les dépôts en baissant la friction basale, et une décroissance linéaire est observée. Les vibrations permettent également d'homogénéiser le système lorsque $h \mapsto h_{stop}$. En-dessous de l'angle critique, i.e. dans le régime vibrationnel, l'écoulement est déclenché par l'apport de vibrations, dont une valeur minimale pour activer les contacts est nécessaire et ne dépend que de la rugosité. L'effet des vibrations permet d'activer les réorganisations à partir du fond rugueux, éliminant ainsi le seuil apparent responsable du blocage de l'écoulement en l'absence de vibrations. Les vibrations se propagent ensuite dans la hauteur de l'écoulement de manière exponentielle, induisant une température granulaire au travers des fluctuations de vitesses transverses. Cette température active les réarrangements à l'échelle des particules, permettant alors le contrôle du temps caractéristique de l'écoulement au travers du taux de cisaillement. Nous avons proposé des pistes de modèles représentant (i) l'évolution des dépôts avec les vibrations dans les deux régimes ainsi (ii) que le profil exponentiel observé dans

le régime vibrationnel.

Nous avons également étudié expérimentalement l'influence des paramètres d'étude tels que le diamètre des particules, la viscosité du fluide interstitiel, et l'intensité des vibrations, sur l'étalement de pâtes granulaires modèles sur un plan horizontal soumis à des vibrations verticales. L'ajout de vibrations à une goutte de suspension granulaire permet de la mettre en écoulement en supprimant la contrainte seuil, et fait apparaître un régime de type Newtonien. La viscosité dépend alors des propriétés du système, et est contrôlée par la compétition entre les effets de lubrification à l'échelle de la particule et ceux visqueux à l'échelle de la goutte au travers du Péclet de lubrification. Le comportement de la goutte semble altéré fortement par l'état de surface du substrat sur lequel elle s'étale.

Ce travail de thèse a donc mis en évidence qu'appliquer des vibrations externes modifie la rhéologie apparente des dispersions granulaires en changeant la dynamique du réseau de contact au travers des fluctuations de vitesse. Cela montre le rôle crucial des fluctuations de vitesse dans la modélisation des écoulements quasi-statiques. Ce mécanisme de changement dans la dynamique du réseau de contact entraîne des modifications de la friction effective et laisse entrevoir la possibilité de contrôler l'écoulement de ces milieux granulaires.

Perspectives

Nous proposons ici quelques pistes de réflexion sur les perspectives ouvertes par ce travail de thèse.

Les résultats de cette thèse ouvrent des perspectives quant à la modélisation des dispersions granulaires même en absence de vibrations externes imposées, puisqu'il a été montré que l'écoulement en lui-même induit des fluctuations qui modifient en retour leur rhéologie apparente.

Il serait également intéressant d'approfondir l'étude numérique du rhéomètre à poudres. En effet, les expériences ont montré que la nature diffusivo-dynamique locale est responsable du comportement à bas gradient. Cependant, observe-t-on également cette diffusivité dans le cas de granulaires secs ? Si oui, quel temps caractéristique peut-on extraire, et comment dépend-il des vibrations ? L'étude numérique pourrait également être étoffée en ajoutant un fluide interstitiel. En effet, l'outil numérique donne accès aux informations dans tout l'entrefer et pour chaque couche de grains. Cela permettrait par exemple de répondre à la question soulevée par l'étude expérimentale : comment évolue la dynamique locale en profondeur dans l'échantillon ?

Cette étude s'inscrit dans le cadre du projet européen "PowderReg", qui a pour objectif final

de proposer un démonstrateur pour le transport, le stockage et la mise en forme de poudres d'intérêt industriel. C'est pourquoi le développement et l'étude d'avalanches de granulaires sous vibrations sert de prémices à cette étude à grande échelle. À l'avenir, et dans le cadre de ce projet, il sera intéressant d'étudier la transposition des lois d'échelles ainsi que des modèles proposés sur (i) un démonstrateur à taille réelle ainsi qu'avec (ii) des milieux granulaires non plus modèles mais des poudres industrielles (e.g. poudre de lait). Ces poudres "réelles" exhibent des propriétés nouvelles telles que la cohésion entre particules due à leur formulation (coating, humidité, ...). Ces nouvelles propriétés vont impliquer des changements importants dans le champ des contraintes et donc dans celui des vitesses. Il apparait crucial de développer dans ce cadre d'étude des outils de mesures adaptés aux poudres [168], et de connaître l'influence de la formulation sur leurs propriétés d'écoulements [169]. Cela permettra alors de prévoir un contrôle de leur écoulement au travers de vibrations mécaniques contrôlées.

Bibliographie

- [1] P. Coussot and Ch Ancey. Rheophysical classification of concentrated suspensions and granular pastes. *Physical Review E*, 59(4) :4445, 1999.
- [2] Etienne Guyon, J. P Hulin, and Luc Petit. *Hydrodynamique physique*. EDP Sciences, Les Ulis, 2012. ISBN 978-2-7598-0792-5. OCLC : 820849826.
- [3] Robert P. Behringer. Jamming in granular materials. *Comptes Rendus Physique*, 16(1) : 10–25, January 2015. ISSN 16310705. doi : 10.1016/j.crhy.2015.02.001.
- [4] Farhang Radjai, Michel Jean, Jean-Jacques Moreau, and Stéphane Roux. Force Distributions in Dense Two-Dimensional Granular Systems. *Physical Review Letters*, 77(2) : 274–277, July 1996. ISSN 0031-9007, 1079-7114. doi : 10.1103/PhysRevLett.77.274.
- [5] T. S. Majmudar and R. P. Behringer. Contact force measurements and stress-induced anisotropy in granular materials. *Nature*, 435(7045) :1079–1082, June 2005. ISSN 0028-0836, 1476-4687. doi : 10.1038/nature03805.
- [6] Andrea J Liu and Sidney R Nagel. Jamming is not just cool any more. page 2, 1998.
- [7] Dapeng Bi, Jie Zhang, Bulbul Chakraborty, and R. P. Behringer. Jamming by shear. *Nature*, 480(7377) :355–358, December 2011. ISSN 0028-0836, 1476-4687. doi : 10.1038/nature10667.
- [8] Jie Ren, Joshua A. Dijksman, and Robert P. Behringer. Reynolds Pressure and Relaxation in a Sheared Granular System. *Physical Review Letters*, 110(1), January 2013. ISSN 0031-9007, 1079-7114. doi : 10.1103/PhysRevLett.110.018302.
- [9] Frederic da Cruz, Sacha Emam, Michael Prochnow, Jean-Noel Roux, and Francois Chevoir. Rheophysics of dense granular materials : Discrete simulation of plane shear flows. *Physical Review E*, 72(2), August 2005. ISSN 1539-3755, 1550-2376. doi : 10.1103/PhysRevE.72.021309. arXiv : cond-mat/0503682.

- [10] I. Iordanoff and M. M. Khonsari. Granular Lubrication : Toward an Understanding of the Transition Between Kinetic and Quasi-Fluid Regime. *Journal of Tribology*, 126(1) :137, 2004. ISSN 07424787. doi : 10.1115/1.1633575.
- [11] Y. Forterre and O. Pouliquen. Flows of dense granular media. *Annu. Rev. Fluid Mech.*, 40 :1–24, 2008. doi : 10.1146/annurev.fluid.40.111406.102142.
- [12] François Boyer, Élisabeth Guazzelli, and Olivier Pouliquen. Unifying suspension and granular rheology. *Physical Review Letters*, 107(18) :188301, 2011.
- [13] Pierre Jop, Yoël Forterre, and Olivier Pouliquen. A constitutive law for dense granular flows. *Nature*, 441(7094) :727–730, June 2006. ISSN 0028-0836, 1476-4687. doi : 10.1038/nature04801.
- [14] O Pouliquen, C Cassar, P Jop, Y Forterre, and M Nicolas. Flow of dense granular material : towards simple constitutive laws. *Journal of Statistical Mechanics : Theory and Experiment*, 2006(07) :P07020–P07020, July 2006. ISSN 1742-5468. doi : 10.1088/1742-5468/2006/07/P07020.
- [15] C. Cassar, M. Nicolas, and O. Pouliquen. Submarine granular flows down inclined planes. *Physics of Fluids*, 17(10) :103301, 2005. ISSN 10706631. doi : 10.1063/1.2069864.
- [16] S. Deboeuf, E. Lajeunesse, Olivier Dauchot, and Bruno Andreotti. Flow rule, self-channelization, and levees in unconfined granular flows. *Physical review letters*, 97(15) : 158303, 2006.
- [17] F. Malloggi, B. Andreotti, and E. Clément. Nonlocal effects in sand flows on an inclined plane. *Physical Review E*, 91(5), May 2015. ISSN 1539-3755, 1550-2376. doi : 10.1103/PhysRevE.91.052202.
- [18] Lydie Staron, Pierre-Yves Lagrée, Christophe Josserand, and Daniel Lhuillier. Flow and jamming of a two-dimensional granular bed : Toward a nonlocal rheology? *Physics of Fluids*, 22(11) :113303, November 2010. ISSN 1070-6631, 1089-7666. doi : 10.1063/1.3499353.
- [19] Georg Koval, Jean-Noël Roux, Alain Corfdir, and François Chevoir. Annular shear of cohesionless granular materials : From the inertial to quasistatic regime. *Physical Review E*, 79(2), February 2009. ISSN 1539-3755, 1550-2376. doi : 10.1103/PhysRevE.79.021306.
- [20] Anaël Lemaître. Origin of a Repose Angle : Kinetics of Rearrangement for Granular Materials. *Physical Review Letters*, 89(6), July 2002. ISSN 0031-9007, 1079-7114. doi : 10.1103/PhysRevLett.89.064303.

- [21] S. M. Fielding, M. E. Cates, and P. Sollich. Shear banding, aging and noise dynamics in soft glassy materials. *Soft Matter*, 5(12) :2378–2382, 2009. ISSN 1744-683X, 1744-6848. doi : 10.1039/B812394M.
- [22] Lydéric Bocquet, Annie Colin, and Armand Ajdari. Kinetic Theory of Plastic Flow in Soft Glassy Materials. *Physical Review Letters*, 103(3), July 2009. ISSN 0031-9007, 1079-7114. doi : 10.1103/PhysRevLett.103.036001.
- [23] Ken Kamrin and Georg Koval. Nonlocal Constitutive Relation for Steady Granular Flow. *Physical Review Letters*, 108(17), April 2012. ISSN 0031-9007, 1079-7114. doi : 10.1103/PhysRevLett.108.178301.
- [24] Mehdi Bouzid, Martin Trulsson, Philippe Claudin, Eric Clément, and Bruno Andreotti. Nonlocal Rheology of Granular Flows across Yield Conditions. *Physical Review Letters*, 111(23), December 2013. ISSN 0031-9007, 1079-7114. doi : 10.1103/PhysRevLett.111.238301.
- [25] Mehdi Bouzid, Adrien Izzet, Martin Trulsson, Eric Clément, Philippe Claudin, and Bruno Andreotti. Non-local rheology in dense granular flows : Revisiting the concept of fluidity. *The European Physical Journal E*, 38(11), November 2015. ISSN 1292-8941, 1292-895X. doi : 10.1140/epje/i2015-15125-1.
- [26] Ken Kamrin and David L. Henann. Nonlocal modeling of granular flows down inclines. *Soft Matter*, 11(1) :179–185, 2015. ISSN 1744-683X, 1744-6848. doi : 10.1039/C4SM01838A.
- [27] Bruno Andréotti, Yoël Forterre, Olivier Pouliquen, and Étienne Guyon. *Les milieux granulaires entre fluide et solide*. EDP sciences ; CNRS éd., Les Ulis ; Paris, 2011. ISBN 978-2-7598-0097-1 978-2-271-07089-0. OCLC : 758839610.
- [28] Oleh Baran, Deniz Ertas, Thomas C. Halsey, Gary S. Grest, and Jeremy B. Lechman. Velocity correlations in dense gravity-driven granular chute flow. *Physical Review E*, 74(5), November 2006. ISSN 1539-3755, 1550-2376. doi : 10.1103/PhysRevE.74.051302.
- [29] Leonardo E. Silbert, Deniz Ertas, Gary S. Grest, Thomas C. Halsey, Dov Levine, and Steven J. Plimpton. Granular flow down an inclined plane : Bagnold scaling and rheology. *Physical Review E*, 64(5), October 2001. ISSN 1063-651X, 1095-3787. doi : 10.1103/PhysRevE.64.051302.
- [30] O. Pouliquen. Scaling laws in granular flows down rough inclined planes. *Physics of Fluids*, 11(3) :542–548, March 1999. ISSN 1070-6631, 1089-7666. doi : 10.1063/1.869928.

- [31] Thomas Loiseleux, Philippe Gondret, Marc Rabaud, and Delphine Doppler. Onset of erosion and avalanche for an inclined granular bed sheared by a continuous laminar flow. *Physics of Fluids*, 17(10) :103304, 2005. ISSN 10706631. doi : 10.1063/1.2109747.
- [32] Sylvain Courrech du Pont, Raphaël Fischer, Philippe Gondret, Bernard Perrin, and Marc Rabaud. Instantaneous Velocity Profiles during Granular Avalanches. *Physical Review Letters*, 94(4), February 2005. ISSN 0031-9007, 1079-7114. doi : 10.1103/PhysRevLett.94.048003.
- [33] Riccardo Artoni and Andrea Santomaso. Effective wall slip in chutes and channels : experiments and discrete element simulations. *Granular Matter*, 16(3) :377–382, June 2014. ISSN 1434-5021, 1434-7636. doi : 10.1007/s10035-013-0431-y.
- [34] Pierre Jop, Yoël Forterre, and Olivier Pouliquen. Initiation of granular surface flows in a narrow channel. *Physics of Fluids*, 19(8) :088102, August 2007. ISSN 1070-6631, 1089-7666. doi : 10.1063/1.2753111.
- [35] G. D. R. MiDi. On dense granular flows. *The European Physical Journal E*, 14(4) :341–365, 2004.
- [36] Christophe Ancey. Dry granular flows down an inclined channel : Experimental investigations on the frictional-collisional regime. *Physical Review E*, 65(1), December 2001. ISSN 1063-651X, 1095-3787. doi : 10.1103/PhysRevE.65.011304.
- [37] Riccardo Artoni, Andrea C. Santomaso, Massimiliano Go, and Paolo Canu. Scaling laws for the slip velocity in dense granular flows. *Physical review letters*, 108(23) :238002, 2012.
- [38] Lydie Staron. Correlated motion in the bulk of dense granular flows. *Physical Review E*, 77(5), May 2008. ISSN 1539-3755, 1550-2376. doi : 10.1103/PhysRevE.77.051304.
- [39] Gregg Lois, Anaël Lemaître, and Jean M. Carlson. Numerical tests of constitutive laws for dense granular flows. *Physical Review E*, 72(5) :051303, 2005.
- [40] Leonardo E. Silbert, James W. Landry, and Gary S. Grest. Granular flow down a rough inclined plane : Transition between thin and thick piles. *Physics of Fluids*, 15(1) :1–10, January 2003. ISSN 1070-6631, 1089-7666. doi : 10.1063/1.1521719.
- [41] Daniel M. Hanes and Otis R. Walton. Simulations and physical measurements of glass spheres flowing down a bumpy incline. *Powder technology*, 109(1-3) :133–144, 2000.
- [42] O. Pouliquen and Y. Forterre. A non-local rheology for dense granular flows. *Philosophical Transactions of the Royal Society A : Mathematical, Physical and Engineering Sciences*,

- 367(1909) :5091–5107, December 2009. ISSN 1364-503X, 1471-2962. doi : 10.1098/rsta.2009.0171.
- [43] Olivier Pouliquen and Nathalie Renaut. Onset of granular flows on an inclined rough surface : dilatancy effects. *Journal de Physique II*, 6(6) :923–935, 1996. doi : 10.1051/jp2:1996220.
- [44] Adrian Daerr and Stéphane Douady. Two types of avalanche behaviour in granular media. *Nature*, 399(6733) :241, 1999.
- [45] Caroline Hanotin. *Rhéophysique des suspensions granulaires vibrées*. PhD thesis, Université de Lorraine, 2014.
- [46] Philippe Marchal, Nadia Smirani, and Lionel Choplin. Rheology of dense-phase vibrated powders and molecular analogies. *Journal of Rheology*, 53(1) :1–29, 2009.
- [47] D. Quemada. Rheological modelling of complex fluids. I. The concept of effective volume fraction revisited. *The European Physical Journal Applied Physics*, 1(1) :119–127, January 1998. ISSN 1286-0042, 1286-0050. doi : 10.1051/epjap:1998125.
- [48] Arnaud Benedetti, Philippe Sornay, Blanche Dalloz, and Maxime Nicolas. Angular particle sliding down a transversally vibrated smooth plane. *Physical Review E*, 85(1), January 2012. ISSN 1539-3755, 1550-2376. doi : 10.1103/PhysRevE.85.011307.
- [49] Iván Sánchez, Franck Raynaud, José Lanuza, Bruno Andreotti, Eric Clément, and Igor S. Aranson. Spreading of a granular droplet. *Physical Review E*, 76(6), December 2007. ISSN 1539-3755, 1550-2376. doi : 10.1103/PhysRevE.76.060301.
- [50] Sidi Mohammed Khefif, Alexandre Valance, and Fouzia Ould-Kaddour. Spreading of a granular droplet under horizontal vibrations. *Physical Review E*, 97(6), June 2018. ISSN 2470-0045, 2470-0053. doi : 10.1103/PhysRevE.97.062903.
- [51] Guillaume Ovarlez, Francois Bertrand, and Stephane Rodts. Local determination of the constitutive law of a dense suspension of non-colloidal particles through MRI. page 32, 2005.
- [52] Guillaume Ovarlez, Fabien Mahaut, François Bertrand, and Xavier Chateau. Flows and heterogeneities with a vane tool : Magnetic resonance imaging measurements. *Journal of Rheology*, 55(2) :197–223, March 2011. ISSN 0148-6055, 1520-8516. doi : 10.1122/1.3526349.
- [53] Sébastien Wiederseiner. *Rheophysics of concentrated particle suspensions in a Couette cell using a refractive index matching technique*. PhD thesis, Citeseer, 2010.

- [54] Joshua A. Dijksman, Elie Wandersman, Steven Slotterback, Christian R. Berardi, William Derek Updegraff, Martin van Hecke, and Wolfgang Losert. From frictional to viscous behavior : Three-dimensional imaging and rheology of gravitational suspensions. *Physical Review E*, 82(6) :060301, 2010.
- [55] Sébastien Wiederseiner, Nicolas Andreini, Gaël Epely-Chauvin, and Christophe Ancey. Refractive-index and density matching in concentrated particle suspensions : a review. *Experiments in Fluids*, 50(5) :1183–1206, May 2011. ISSN 0723-4864, 1432-1114. doi : 10.1007/s00348-010-0996-8.
- [56] Joshua A. Dijksman, Frank Rietz, Kinga A. Lőrincz, Martin van Hecke, and Wolfgang Losert. Refractive index matched scanning of dense granular materials. *Review of Scientific Instruments*, 83(1) :011301, January 2012. ISSN 0034-6748, 1089-7623. doi : 10.1063/1.3674173.
- [57] Kipom Kim, Jong Kyun Moon, Jong Jin Park, Hyung Kook Kim, and Hyuk Kyu Pak. Jamming transition in a highly dense granular system under vertical vibration. *Physical Review E*, 72(1), July 2005. ISSN 1539-3755, 1550-2376. doi : 10.1103/PhysRevE.72.011302.
- [58] V. Zivkovic, M.J. Biggs, D.H. Glass, and L. Xie. Particle dynamics and granular temperatures in dense fluidized beds as revealed by diffusing wave spectroscopy. *Advanced Powder Technology*, 20(3) :227–233, May 2009. ISSN 09218831. doi : 10.1016/j.apt.2009.03.003.
- [59] Caroline Hanotin, Philippe Marchal, Laurent J. Michot, Christophe Baravian, and Sébastien Kiesgen de Richter. Dynamics of vibrated granular suspensions probed by mechanical spectroscopy and diffusing wave spectroscopy measurements. *Soft Matter*, 9(39) :9352, 2013. ISSN 1744-683X, 1744-6848. doi : 10.1039/c3sm51570b.
- [60] Naïma Gaudel, Sébastien Kiesgen de Richter, Nicolas Louvet, Mathieu Jenny, and Salaheddine Skali-Lami. Bulk and local rheology in a dense and vibrated granular suspension. *Physical Review E*, 96(6), December 2017. ISSN 2470-0045, 2470-0053. doi : 10.1103/PhysRevE.96.062905.
- [61] Philippe Marchal. Viscoélasticité des milieux granulaires denses. 2013.
- [62] Philippe Marchal, Lionel Choplin, and Nadia Smirani. System and method for rheological characterization of granular materials, December 2005.
- [63] Luis F. Madariaga, Philippe Marchal, Christophe Castel, Eric Favre, and Lionel Choplin. Characterization of impregnated particles via powder rheology. *Powder Technology*, 196(2) :222–228, December 2009. ISSN 00325910. doi : 10.1016/j.powtec.2009.08.002.

- [64] Abdellatif Aït-Kadi, Philippe Marchal, Lionel Choplin, Anne-Sophie Chrissemant, and Mosto Bousmina. Quantitative Analysis of Mixer-Type Rheometers using the Couette Analogy. *The Canadian Journal of Chemical Engineering*, 80(6) :1166–1174, December 2002. ISSN 00084034. doi : 10.1002/cjce.5450800618.
- [65] Lionel Choplin, Philippe Marchal, Christophe Baravian, and Dominique Langevin. Rhéologie et produits formulés complexes. *Tech. Ing*, 2010.
- [66] Jeff Ngoma. Étude numérique et expérimentale de la déstabilisation des milieux granulaires immergés par fluidisation. page 238, 2015.
- [67] S. Kiesgen de Richter, C. Hanotin, P. Marchal, S. Leclerc, F. Demeurie, and N. Louvet. Vibration-induced compaction of granular suspensions. *The European Physical Journal E*, 38(7), July 2015. ISSN 1292-8941, 1292-895X. doi : 10.1140/epje/i2015-15074-7.
- [68] W Thielicke and EJ Stamhuis. PIVlab - Towards User-friendly, Affordable and Accurate Digital Particle Image Velocimetry in MATLAB. *Journal of Open Research Software*, 2(1), 2014.
- [69] W Thielicke. *The Flapping Flight of Birds - Analysis and Application*. PhD thesis, Rijksuniversiteit Groningen, 2014.
- [70] Johannes Schindelin, Ignacio Arganda-Carreras, Erwin Frise, Verena Kaynig, Mark Longair, Tobias Pietzsch, Stephan Preibisch, Curtis Rueden, Stephan Saalfeld, Benjamin Schmid, Jean-Yves Tinevez, Daniel James White, Volker Hartenstein, Kevin Eliceiri, Pavel Tomancak, and Albert Cardona. Fiji, an open-source platform for biological-image analysis. *Nature Methods*, 9(7) :676–682, July 2012. ISSN 1548-7091, 1548-7105. doi : 10.1038/nmeth.2019.
- [71] Jean-Yves Tinevez, Nick Perry, Johannes Schindelin, Genevieve M. Hoopes, Gregory D. Reynolds, Emmanuel Laplantine, Sebastian Y. Bednarek, Spencer L. Shorte, and Kevin W. Eliceiri. TrackMate, An open and extensible platform for single-particle tracking. *Methods*, 115 :80–90, February 2017. ISSN 10462023. doi : 10.1016/j.ymeth.2016.09.016.
- [72] Philippe Coussot. *Rheometry of Pastes, Suspensions and Granular Materials : Applications in Industry and Environment*. Wiley edition, 2005. ISBN 978-0-471-65369-1.
- [73] E. M. Slood and N. P. Kruyt. Theoretical and experimental study of the transport of granular materials by inclined vibratory conveyors. *Powder Technology*, 87(3) :203–210, 1996.

- [74] Christophe Ancey and Philippe Coussot. Transition frictionnelle/visqueuse pour une suspension granulaire. *Transition frictionnelle/visqueuse pour une suspension granulaire. Comptes Rendus de l'Académie des Sciences-Series IIB-Mechanics-Physics-Astronomy*, 327(5) :515–522, 1999.
- [75] Neil YC Lin, Christopher Ness, Michael E. Cates, Jin Sun, and Itai Cohen. Tunable shear thickening in suspensions. *Proceedings of the National Academy of Sciences*, page 201608348, 2016.
- [76] Alexandre Kabla and Georges Debrégeas. Contact Dynamics in a Gently Vibrated Granular Pile. *Physical Review Letters*, 92(3), January 2004. ISSN 0031-9007, 1079-7114. doi : 10.1103/PhysRevLett.92.035501.
- [77] Daniel I. Goldman and Harry L. Swinney. Signatures of Glass Formation in a Fluidized Bed of Hard Spheres. *Physical Review Letters*, 96(14), April 2006. ISSN 0031-9007, 1079-7114. doi : 10.1103/PhysRevLett.96.145702.
- [78] V Zivkovic, M J Biggs, and D H Glass. Particle dynamics in a vibrated submerged granular bed as revealed by diffusing wave spectroscopy. *Journal of Physics D : Applied Physics*, 42(24) :245404, December 2009. ISSN 0022-3727, 1361-6463. doi : 10.1088/0022-3727/42/24/245404.
- [79] Joshua A. Dijksman, Geert H. Wortel, Louwrens T. H. van Dellen, Olivier Dauchot, and Martin van Hecke. Jamming, Yielding, and Rheology of Weakly Vibrated Granular Media. *Physical Review Letters*, 107(10), September 2011. ISSN 0031-9007, 1079-7114. doi : 10.1103/PhysRevLett.107.108303.
- [80] Gianfranco D’Anna and Gérard Gremaud. Vogel-Fulcher-Tammann-Type Diffusive Slowdown in Weakly Perturbed Granular Media. *Physical Review Letters*, 87(25), November 2001. ISSN 0031-9007, 1079-7114. doi : 10.1103/PhysRevLett.87.254302.
- [81] G. D’anna, P. Mayor, A. Barrat, V. Loreto, and Franco Nori. Observing brownian motion in vibration-fluidized granular matter. *Nature*, 424(6951) :909–912, 2003.
- [82] C. Hanotin, S. Kiesgen de Richter, P. Marchal, L. J. Michot, and C. Baravian. Vibration-induced Liquefaction of Granular Suspensions. *Physical Review Letters*, 108(19), May 2012. ISSN 0031-9007, 1079-7114. doi : 10.1103/PhysRevLett.108.198301.
- [83] Ph. Marchal, C. Hanotin, L. J. Michot, and S. Kiesgen de Richter. Two-state model to describe the rheological behavior of vibrated granular matter. *Physical Review E*, 88(1), July 2013. ISSN 1539-3755, 1550-2376. doi : 10.1103/PhysRevE.88.012207.

- [84] C. Hanotin, S. Kiesgen de Richter, L. J. Michot, and Ph. Marchal. Viscoelasticity of vibrated granular suspensions. *Journal of Rheology*, 59(1) :253–273, January 2015. ISSN 0148-6055, 1520-8516. doi : 10.1122/1.4904421.
- [85] Frédéric Blanc. *Rhéologie et microstructure des suspensions concentrées non-browniennes*. PhD thesis, Citeseer, 2012.
- [86] R. Budwig. Refractive index matching methods for liquid flow investigations. *Experiments in Fluids*, 17(5) :350–355, September 1994. ISSN 0723-4864, 1432-1114. doi : 10.1007/BF01874416.
- [87] N. Huang, G. Ovarlez, F. Bertrand, S. Rodts, P. Coussot, and Daniel Bonn. Flow of wet granular materials. *Physical review letters*, 94(2) :028301, 2005.
- [88] Julie Goyon, Annie Colin, and Lyd ?ric Bocquet. How does a soft glassy material flow : finite size effects, non local rheology, and flow cooperativity. *Soft Matter*, 6(12) :2668, 2010. ISSN 1744-683X, 1744-6848. doi : 10.1039/c001930e.
- [89] Chlo ? Masselon, Jean-Baptiste Salmon, and Annie Colin. Nonlocal Effects in Flows of Wormlike Micellar Solutions. *Physical Review Letters*, 100(3), January 2008. ISSN 0031-9007, 1079-7114. doi : 10.1103/PhysRevLett.100.038301.
- [90] Baudouin Geraud, Lyderic Bocquet, and Catherine Barentin. Confined flows of a polymer microgel. *The European Physical Journal E*, 36(3), March 2013. ISSN 1292-8941, 1292-895X. doi : 10.1140/epje/i2013-13030-3.
- [91] Massimo Pica Ciamarra, Mario Nicodemi, and Antonio Coniglio. Granular packs under vertical tapping : structure evolution, grain motion, and dynamical heterogeneities. *Physical Review E*, 75(2) :021303, 2007.
- [92] Malcolm L. Williams, Robert F. Landel, and John D. Ferry. The Temperature Dependence of Relaxation Mechanisms in Amorphous Polymers and Other Glass-forming Liquids. *Journal of the American Chemical society*, 77(14) :3701–3707, 1955.
- [93] P. B. Macedo and T. A. Litovitz. On the Relative Roles of Free Volume and Activation Energy in the Viscosity of Liquids. *The Journal of Chemical Physics*, 42(1) :245–256, January 1965. ISSN 0021-9606, 1089-7690. doi : 10.1063/1.1695683.
- [94] F Lechenault, F da Cruz, O Dauchot, and E Bertin. Free volume distributions and compactivity measurement in a bidimensional granular packing. *Journal of Statistical Mechanics : Theory and Experiment*, 2006(07) :P07009–P07009, July 2006. ISSN 1742-5468. doi : 10.1088/1742-5468/2006/07/P07009.

- [95] Antonio Coniglio and Tomaso Aste. Cell theory for glass-forming materials and jamming matter, combining free volume and cooperative rearranging regions. *arXiv preprint arXiv :1505.05540*, 2015.
- [96] Patrick Richard, Pierre Philippe, Fabrice Barbe, Stéphane Bourlès, Xavier Thibault, and Daniel Bideau. Analysis by x-ray microtomography of a granular packing undergoing compaction. *Physical Review E*, 68(2), August 2003. ISSN 1063-651X, 1095-3787. doi : 10.1103/PhysRevE.68.020301.
- [97] Sean McNamara, Patrick Richard, Sébastien Kiesgen de Richter, Gérard Le Caër, and Renaud Delannay. Measurement of granular entropy. *Physical Review E*, 80(3), September 2009. ISSN 1539-3755, 1550-2376. doi : 10.1103/PhysRevE.80.031301.
- [98] T. Aste and T. Di Matteo. Emergence of Gamma distributions in granular materials and packing models. *Physical Review E*, 77(2), February 2008. ISSN 1539-3755, 1550-2376. doi : 10.1103/PhysRevE.77.021309.
- [99] Francis W. Starr, Srikanth Sastry, Jack F. Douglas, and Sharon C. Glotzer. What Do We Learn from the Local Geometry of Glass-Forming Liquids? *Physical Review Letters*, 89(12), August 2002. ISSN 0031-9007, 1079-7114. doi : 10.1103/PhysRevLett.89.125501.
- [100] T. Aste, M. Saadatfar, and T.J. Senden. The Geometrical Structure of Disordered Sphere Packings. *Physical Review E*, 71(6) :061302, 2005. doi : <https://doi.org/10.1103/PhysRevE.71.061302>.
- [101] A. K. Doolittle. Studies in Newtonian flow. II. The dependence of the viscosity of liquids on free-space. *Journal of Applied Physics*, 22(12) :1471–1475, 1951.
- [102] Morrel H. Cohen and G. S. Grest. Liquid-glass transition, a free-volume approach. *Physical Review B*, 20(3) :1077, 1979.
- [103] P.A. Cundall and O.D.L Strack. A discrete numerical model for granular assemblies. *Geotechnique*, 29(1) :47–65, 1979.
- [104] Christoph Goniva, Christoph Kloss, Alice Hager, and Stefan Pirker. An open source CFD-DEM perspective. *Proceedings of OpenFOAM Workshop, Göteborg*, pages 1–10, 2010.
- [105] Christoph Kloss, Christoph Goniva, Alice Hager, Stefan Amberger, and Stefan Pirker. Models, algorithms and validation for opensource DEM and CFD-DEM. *Progress in Computational Fluid Dynamics, An International Journal*, 12(2/3) :140, 2012. ISSN 1468-4349, 1741-5233. doi : 10.1504/PCFD.2012.047457.

- [106] Riccardo Maione. *Modélisation d'un système de pyrogazéification de la biomasse*. PhD thesis, Université de Lorraine, Nancy, 2017.
- [107] Christophe Geuzaine and Jean-François Remacle. Gmsh, A 3-D finite element mesh generator with built-in pre- and post-processing facilities. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 79(11) :1309–1331, September 2009. ISSN 00295981, 10970207. doi : 10.1002/nme.2579.
- [108] Daniel M. Mueth, Georges F. Debregeas, Greg S. Karczmar, Peter J. Eng, Sidney R. Nagel, and Heinrich M. Jaeger. Signatures of granular microstructure in dense shear flows. *Nature*, 406(6794) :385–389, July 2000. ISSN 0028-0836. doi : 10.1038/35019032.
- [109] Naïma Gaudel, Sébastien Kiesgen de Richter, Nicolas Louvet, Mathieu Jenny, and Salaheddine Skali-Lami. Granular avalanches down inclined and vibrated planes. *Physical Review E*, 94(3), September 2016. ISSN 2470-0045, 2470-0053. doi : 10.1103/PhysRevE.94.032904.
- [110] Naïma Gaudel and Sébastien Kiesgen de Richter. Gravitational spreading of granular paste droplets induced by mechanical vibrations. *Soft Matter*, 14 :9445–9450, 2018. doi : 10.1039/C8SM01570H.
- [111] Y. Forterre. *Instabilités dans les écoulements granulaires*. PhD thesis, Université de Provence - Aix-Marseille I, 2002.
- [112] Sébastien Aumaitre, Conor Puls, Jim N McElwaine, and Jerry P Gollub. Seuils d'écoulement et dynamique d'une couche granulaire vibrée horizontalement. page 6, 2007.
- [113] Nora C. Swisher and Brian C. Utter. Flow profile of granular avalanches with imposed vertical vibration. *Granular Matter*, 16(2) :175–183, April 2014. ISSN 1434-5021, 1434-7636. doi : 10.1007/s10035-014-0488-2.
- [114] Patrick Richard, Mario Nicodemi, Renaud Delannay, Philippe Ribière, and Daniel Bideau. Slow relaxation and compaction of granular systems. *Nature Materials*, 4(2) :121–128, February 2005. ISSN 1476-1122, 1476-4660. doi : 10.1038/nmat1300.
- [115] S. Kiesgen de Richter, G. Le Ca er, and R. Delannay. Heterogeneous dynamics of a granular pack under vertical tapping. *EPL (Europhysics Letters)*, 85(5) :58004, March 2009. ISSN 0295-5075, 1286-4854. doi : 10.1209/0295-5075/85/58004.
- [116] Caroline Hanotin, Sébastien Kiesgen de Richter, Laurent J Michot, and Philippe Marchal. Rheological behavior of vibrated bimodal granular suspensions : a free volume approach.

- Rheologica Acta*, 54(4) :327–335, April 2015. ISSN 0035-4511, 1435-1528. doi : 10.1007/s00397-014-0833-8.
- [117] Ken Kamrin. Nonlinear elasto-plastic model for dense granular flow. *International Journal of Plasticity*, 26(2) :167–188, February 2010. ISSN 07496419. doi : 10.1016/j.ijplas.2009.06.007.
- [118] Pierre Jop, Yoël Forterre, and Olivier Pouliquen. Crucial role of sidewalls in granular surface flows : consequences for the rheology. *Journal of Fluid Mechanics*, 541(-1) :167, October 2005. ISSN 0022-1120, 1469-7645. doi : 10.1017/S0022112005005987.
- [119] Igor S. Aranson, Lev S. Tsimring, Florent Malloggi, and Eric Clément. Nonlocal rheological properties of granular flows near a jamming limit. *Physical Review E*, 78(3), September 2008. ISSN 1539-3755, 1550-2376. doi : 10.1103/PhysRevE.78.031303.
- [120] Y. Forterre and O. Pouliquen. Long surface wave instability in dense granular flows. *Journal of Fluid Mechanics*, 486 :21–50, June 2003. ISSN 00221120, 14697645. doi : 10.1017/S0022112003004555. arXiv : cond-mat/0303017.
- [121] Céline Goujon. *Écoulements granulaires bidisperses sur plans inclinés rugueux*. PhD thesis, Université de Provence, 2004.
- [122] JW Vallance. *Experimental and Field Studies Related to the Behavior of Granular Mass Flows and the Characteristics of Their Deposits*. PhD thesis, Michigan Technological University, Michigan, USA, 1994.
- [123] A. Benedetti, M. Nicolas, B. Dalloz, and P. Sornay. Écoulement d’un grain sur un plan incliné lisse soumis à des vibrations. page 6, 2011.
- [124] H. Schlichting and K. Gersten. *Boundary-Layer Theory*. Berlin, springer edition, 2003.
- [125] S. Deboeuf. *Transitions et coexistence solide-liquide dans les matériaux granulaires*. PhD thesis, Institut de Physique du Globe, Paris, 2005.
- [126] E. Azanza. *Écoulements granulaires bidimensionnels sur un plan incliné*. PhD thesis, Ecole Nationale des Ponts et Chaussées, Paris, 1998.
- [127] Jean Rajchenbach. Dense, Rapid Flows of Inelastic Grains under Gravity. *Physical Review Letters*, 90(14), April 2003. ISSN 0031-9007, 1079-7114. doi : 10.1103/PhysRevLett.90.144302.

- [128] K. A. Reddy, Y. Forterre, and O. Pouliquen. Evidence of Mechanically Activated Processes in Slow Granular Flows. *Physical Review Letters*, 106(10), March 2011. ISSN 0031-9007, 1079-7114. doi : 10.1103/PhysRevLett.106.108301.
- [129] O. Pouliquen and Y. Forterre. Slow Dense Granular Flows As A Self Induced Process. *Advs. Complex Syst.*, 04(441) :10, 2001.
- [130] Rosario Capozza, Andrea Vanossi, Alessandro Vezzani, and Stefano Zapperi. Triggering Frictional Slip by Mechanical Vibrations. *Tribology Letters*, 48(1) :95–102, October 2012. ISSN 1023-8883, 1573-2711. doi : 10.1007/s11249-012-0002-0.
- [131] François Guillard, Yoël Forterre, and Olivier Pouliquen. Lift forces in granular media. *Physics of Fluids*, 26(4) :043301, 2014.
- [132] Y. C. Zhou, Bao Hua Xu, Ai-Bing Yu, and P. Zulli. An experimental and numerical study of the angle of repose of coarse spheres. *Powder technology*, 125(1) :45–54, 2002.
- [133] Piotr Frankowski and Martin Morgeneyer. Calibration and validation of DEM rolling and sliding friction coefficients in angle of repose and shear measurements. pages 851–854, 2013. doi : 10.1063/1.4812065.
- [134] R.D. Mindlin. Elastic spheres in contact under varying oblique forces. *Journal of Applied Mechanics*, 20 :327–344, 1953.
- [135] Alberto Di Renzo and Francesco Paolo Di Maio. Comparison of contact-force models for the simulation of collisions in DEM-based granular flow codes. *Chemical Engineering Science*, 59(3) :525–541, February 2004. ISSN 00092509. doi : 10.1016/j.ces.2003.09.037.
- [136] D. Ertas, Gary S. Grest, Thomas C. Halsey, Dov Levine, and Leonardo E. Silbert. Gravity-driven dense granular flows. *EPL (Europhysics Letters)*, 56(2) :214, 2001.
- [137] R. A. Bagnold. Experiments on a Gravity-Free Dispersion of Large Solid Spheres in a Newtonian Fluid under Shear. *Proceedings of the Royal Society A : Mathematical, Physical and Engineering Sciences*, 225(1160) :49–63, August 1954. ISSN 1364-5021, 1471-2946. doi : 10.1098/rspa.1954.0186.
- [138] R. A. Bagnold. The Flow of Cohesionless Grains in Fluids. *Philosophical Transactions of the Royal Society A : Mathematical, Physical and Engineering Sciences*, 249(964) :235–297, December 1956. ISSN 1364-503X, 1471-2962. doi : 10.1098/rsta.1956.0020.
- [139] P. Mills, D. Loggia, and M. Tixier. Model for a stationary dense granular flow along an inclined wall. *EPL (Europhysics Letters)*, 45(6) :733, 1999.

- [140] Robert Brewster, Gary S. Grest, James W. Landry, and Alex J. Levine. Plug flow and the breakdown of Bagnold scaling in cohesive granular flows. *Physical Review E*, 72(6) : 061301, 2005.
- [141] C. S. Campbell and C. E. Brennen. Chute flows of granular material : some computer simulations. *Journal of applied mechanics*, 52(1) :172–178, 1985.
- [142] T. Hayat, Z. Abbas, and M. Sajid. Series solution for the upper-convected Maxwell fluid over a porous stretching plate. *Physics Letters A*, 358(5-6) :396–403, October 2006. ISSN 03759601. doi : 10.1016/j.physleta.2006.04.117.
- [143] T. Hayat, Z. Abbas, and M. Sajid. MHD stagnation-point flow of an upper-convected Maxwell fluid over a stretching surface. *Chaos, Solitons & Fractals*, 39(2) :840–848, January 2009. ISSN 09600779. doi : 10.1016/j.chaos.2007.01.067.
- [144] Teruhisa S. Komatsu, Shio Inagaki, Naoko Nakagawa, and Satoru Nasuno. Creep Motion in a Granular Pile Exhibiting Steady Surface Flow. *Physical Review Letters*, 86(9) :1757–1760, February 2001. ISSN 0031-9007, 1079-7114. doi : 10.1103/PhysRevLett.86.1757.
- [145] Ning Xu, Corey S. O’Hern, and Lou Kondic. Stabilization of nonlinear velocity profiles in athermal systems undergoing planar shear flow. *Physical Review E*, 72(4), October 2005. ISSN 1539-3755, 1550-2376. doi : 10.1103/PhysRevE.72.041504.
- [146] W. Losert, L. Bocquet, T. C. Lubensky, and Jerry P. Gollub. Particle dynamics in sheared granular matter. *Physical review letters*, 85(7) :1428, 2000.
- [147] Y. C. Zhou, B. D. Wright, R. Y. Yang, Bao Hua Xu, and Ai-Bing Yu. Rolling friction in the dynamic simulation of sandpile formation. *Physica A : Statistical Mechanics and its Applications*, 269(2-4) :536–553, 1999.
- [148] Jun Ai, Jian-Fei Chen, J. Michael Rotter, and Jin Y. Ooi. Assessment of rolling resistance models in discrete element simulations. *Powder Technology*, 206(3) :269–282, 2011.
- [149] Abdoulaye Fall, Henri de Cagny, Daniel Bonn, Guillaume Ovarlez, Elie Wandersman, Joshua A. Dijksman, and Martin van Hecke. Rheology of sedimenting particle pastes. *Journal of Rheology*, 57(4) :1237–1246, July 2013. ISSN 0148-6055, 1520-8516. doi : 10.1122/1.4809732.
- [150] Jaime Lopez, Clarence A Miller, and Eli Ruckenstein. Spreading kinetics of liquid drops on solids. *Journal of Colloid and Interface Science*, 56(3) :460–468, September 1976. ISSN 00219797. doi : 10.1016/0021-9797(76)90111-9.

- [151] P. G. De Gennes. Wetting, statics and dynamics. *Rev. Mod. Phys.*, 57(3) :37, 1985.
- [152] A M Cazabat and M A Cohen Stuartt. Dynamics of Wetting : Effects of Surface Roughness. page 5.
- [153] Michel J. De Ruijter, Magali Charlot, Michel Voué, and Joël De Coninck. Experimental Evidence of Several Time Scales in Drop Spreading. *Langmuir*, 16(5) :2363–2368, March 2000. ISSN 0743-7463, 1520-5827. doi : 10.1021/la990769t.
- [154] S. N. Reznik and A. L. Yarin. Spreading of a viscous drop due to gravity and capillarity on a horizontal or an inclined dry wall. *Physics of Fluids*, 14(1) :118–132, January 2002. ISSN 1070-6631, 1089-7666. doi : 10.1063/1.1426388.
- [155] Thibault Roques Carmes, Vincent Mathieu, and Alexandra Gigante. Experimental contribution to the understanding of the dynamics of spreading of Newtonian fluids : Effect of volume, viscosity and surfactant. *Journal of Colloid and Interface Science*, 344(1) :180–197, April 2010. ISSN 00219797. doi : 10.1016/j.jcis.2009.12.039.
- [156] Alain Carré and Florence Eustache. Spreading Kinetics of Shear-Thinning Fluids in Wetting and Dewetting Modes. *Langmuir*, 16(6) :2936–2941, March 2000. ISSN 0743-7463, 1520-5827. doi : 10.1021/la991021d.
- [157] L Ansini and L Giacomelli. Shear-thinning liquid films : macroscopic and asymptotic behaviour by quasi-self-similar solutions. *Nonlinearity*, 15(6) :2147–2164, November 2002. ISSN 0951-7715. doi : 10.1088/0951-7715/15/6/318.
- [158] X. D. Wang, D. J. Lee, X. F. Peng, and J. Y. Lai. Spreading Dynamics and Dynamic Contact Angle of Non-Newtonian Fluids. *Langmuir*, 23(15) :8042–8047, July 2007. ISSN 0743-7463, 1520-5827. doi : 10.1021/la0701125.
- [159] Zhan-Peng Liang, Xiao-Dong Wang, Duu-Jong Lee, Xiao-Feng Peng, and Ay Su. Spreading dynamics of power-law fluid droplets. *Journal of Physics : Condensed Matter*, 21(46) : 464117, November 2009. ISSN 0953-8984, 1361-648X. doi : 10.1088/0953-8984/21/46/464117.
- [160] Bryan B. Sauer and William G. Kampert. Influence of Viscosity on Forced and Spontaneous Spreading : Wilhelmy Fiber Studies Including Practical Methods for Rapid Viscosity Measurement. *Journal of Colloid and Interface Science*, 199(1) :28–37, March 1998. ISSN 00219797. doi : 10.1006/jcis.1997.5319.

- [161] Justin R. Barone. Evaluation of polymer rheology from drop spreading experiments. *Chemical Engineering Science*, 60(10) :2579–2584, May 2005. ISSN 00092509. doi : 10.1016/j.ces.2004.11.053.
- [162] Adrian Baule, Flaviano Morone, Hans J. Herrmann, and Hernán A. Makse. Edwards statistical mechanics for jammed granular matter. *Reviews of Modern Physics*, 90(1), March 2018. ISSN 0034-6861, 1539-0756. doi : 10.1103/RevModPhys.90.015006.
- [163] V. A. Ogarev, T. N. Timonina, V. V. Arslanov, and A. A. Trapeznikov. Spreading of Polydimethylsiloxane Drops on Solid Horizontal Surfaces. *The Journal of Adhesion*, 6(4) : 337–355, January 1974. ISSN 0021-8464, 1545-5823. doi : 10.1080/00218467408075037.
- [164] Vincent Mathieu. *Contribution à l'étude de la dynamique d'étalement de fluides newtoniens*. PhD thesis, Université de Lorraine, Nancy, 2002.
- [165] V.M. Starov, A.N. Tyatyushkin, M.G. Velarde, and S.A. Zhdanov. Spreading of non-Newtonian liquids over solid substrates. *Journal of Colloid and Interface Science*, 257(2) : 284–290, January 2003. ISSN 00219797. doi : 10.1016/S0021-9797(02)00034-6.
- [166] S.I. Betelu and M.A. Fontelos. Capillarity driven spreading of power-law fluids. *Applied Mathematics Letters*, 16(8) :1315–1320, November 2003. ISSN 08939659. doi : 10.1016/S0893-9659(03)90135-2.
- [167] S.I. Betelú and M.A. Fontelos. Capillarity driven spreading of circular drops of shear-thinning fluid. *Mathematical and Computer Modelling*, 40(7-8) :729–734, October 2004. ISSN 08957177. doi : 10.1016/j.mcm.2004.10.004.
- [168] G. Lumay, F. Boschini, K. Traina, S. Bontempi, J.-C. Remy, R. Cloots, and N. Vandewalle. Measuring the flowing properties of powders and grains. *Powder Technology*, 224 :19–27, July 2012. ISSN 00325910. doi : 10.1016/j.powtec.2012.02.015.
- [169] E. H. Gnagne, J. Petit, C. Gaiani, J. Scher, and G. N. Amani. Characterisation of flow properties of foutou and fougou flours, staple foods in West Africa, using the FT4 powder rheometer. *Journal of Food Measurement and Characterization*, 11(3) :1128–1136, September 2017. ISSN 2193-4126, 2193-4134. doi : 10.1007/s11694-017-9489-2.

Résumé : Rhéologie et contrôle des écoulements de dispersions granulaires par l'application de vibrations

Ce travail est financé par le fond européen Interreg VA (projet "PowderReg"). L'optimisation du transport, du stockage et du mélange des dispersions granulaires passe par le contrôle de leur écoulement, par exemple en ajoutant des vibrations mécaniques. Ce travail permet d'apporter une meilleure compréhension de l'influence des vibrations sur la rhéologie apparente de dispersions granulaires modèles dans le régime quasi-statique. Des travaux expérimentaux et numériques sont réalisés afin de sonder les modifications de la dynamique locale ainsi que les hétérogénéités qui apparaissent lors de leur mise en écoulement. Deux géométries présentant des intérêts fondamentaux, géophysiques et industriels sont étudiées : la cellule de type Couette et le plan incliné.

Dans un premier temps, des mesures iso-indice couplées à de la fluorescence induite par laser ont été réalisées sur des suspensions granulaires dans une cellule de type Couette sous vibrations. Les vibrations rendent la rhéologie locale en homogénéisant le système. Elles suppriment la contrainte seuil apparente et font apparaître un plateau Newtonien à bas gradient, intrinsèque à la dynamique locale qui est de nature diffusive. Il est apparu que le temps de réarrangement des particules, dépendant de l'intensité des vibrations, est relié au volume libre disponible autour de chaque particule. L'étude numérique de cette géométrie dans le cas d'une dispersion granulaire sèche a mis en évidence des résultats similaires.

Dans un second temps, des écoulements de dispersions de grains secs sur un plan incliné vibrant ont été réalisés. Des travaux numériques sur cette même géométrie ont permis d'enrichir cette étude. Les résultats mettent en évidence l'existence de deux régimes sous vibrations. Le comportement dans le régime dominé par la gravité n'est pas influencé par les vibrations, et un profil de Bagnold est observé. Les vibrations permettent principalement de baisser la friction basale, influant alors la hauteur des dépôts. Dans le régime dominé par les vibrations, les écoulements sont déclenchés par les vibrations elles-mêmes. Il est apparu qu'elles induisent des fluctuations de vitesses, qui créées alors une température granulaire. Cette température permet d'activer les réorganisations à l'échelle de la particule, éliminant le seuil apparent responsable du blocage des écoulements et permettant leur contrôle au travers du taux de cisaillement.

Mots-clés : dispersion granulaire, vibrations, rhéologie, écoulement granulaire, avalanche granulaire, iso-indice

Abstract: Rheology and flow control of granular dispersions by applying vibrations

This work is funded by the European Funds Interreg VA ("PowderReg" project). The optimization of the transport, storage and mixture of granular dispersions involves their flow control, by adding mechanical vibrations, for example. The present work enables a better understanding of the influence of the vibrations on the apparent rheology of model granular dispersions in the quasi-static regime. Experimental and numerical studies were carried out in order to probe the modifications of the local dynamic and heterogeneities that appear during the flow. Two geometries, interesting for diverse applications in fundamental science, geophysics and industries, were studied : the Couette cell geometry and the inclined plane.

In the first step, refractive-index matching technique, coupled to the planar laser induced fluorescence was used to make measurements in granular suspensions in a vibrated Couette cell geometry. Vibrations make the rheology local by homogenizing the system. They suppress the yield stress and result in the appearance of a Newtonian plateau at the low shear, intrinsic to the local dynamic, which is diffusive in nature. It appears that the rearrangement time of the particles, depending on the intensity of the vibrations, is linked to a free volume available around each particle. The numerical study of this geometry in the case of a dry granular dispersion shows similar results.

In the second step, flows of dry granular dispersions down the inclined and vibrated plane were realized. This study was completed with a numerical work. The results demonstrated the existence of two distinct regimes under vibrations. The behavior in the gravity-driven regime is not affected by the vibrations and a Bagnold profile is observed. The vibrations mainly cause the decrease of the basal friction and thus influence the height of the deposits. In the vibration-driven regime, however, flows are triggered by the vibrations themselves. It appears that they induce velocity fluctuations that create a granular temperature. That temperature allows the activation of the reorganizations at the grain scale. This suppresses the apparent yield responsible for the flow jamming, and thus enables their control through the shear rate.

Keywords: granular dispersion, vibrations, rheology, granular flow, granular avalanche, refractive index matching