



**HAL**  
open science

# Contribution à la mesure en micro-ondes de la permittivité complexe des liquides à fortes pertes

Pierre Boyer

► **To cite this version:**

Pierre Boyer. Contribution à la mesure en micro-ondes de la permittivité complexe des liquides à fortes pertes. Physique [physics]. Université de Nancy, 1967. Français. NNT : 1967NAFS0026 . tel-02354272

**HAL Id: tel-02354272**

**<https://hal.univ-lorraine.fr/tel-02354272>**

Submitted on 7 Nov 2019

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



## AVERTISSEMENT

Ce document est le fruit d'un long travail approuvé par le jury de soutenance et mis à disposition de l'ensemble de la communauté universitaire élargie.

Il est soumis à la propriété intellectuelle de l'auteur. Ceci implique une obligation de citation et de référencement lors de l'utilisation de ce document.

D'autre part, toute contrefaçon, plagiat, reproduction illicite encourt une poursuite pénale.

Contact : [ddoc-theses-contact@univ-lorraine.fr](mailto:ddoc-theses-contact@univ-lorraine.fr)

## LIENS

Code de la Propriété Intellectuelle. articles L 122. 4

Code de la Propriété Intellectuelle. articles L 335.2- L 335.10

[http://www.cfcopies.com/V2/leg/leg\\_droi.php](http://www.cfcopies.com/V2/leg/leg_droi.php)

<http://www.culture.gouv.fr/culture/infos-pratiques/droits/protection.htm>

PUBLICATIONS DE L'UNIVERSITÉ DE NANCY

COLLECTION DES THÈSES DE LA FACULTÉ DES SCIENCES

PHYSIQUE

PREMIÈRE THÈSE



# Contribution à la mesure en micro-ondes de la permittivité complexe des liquides à fortes pertes

DEUXIÈME THÈSE

## Utilisation des lignes à retard en résonance paramagnétique électronique

Présentées à la Faculté des Sciences de l'Université de Nancy  
pour obtenir le grade de Docteur ès-Sciences Physiques

par **Pierre BOYER**

Maitre-Assistant à la Faculté des Sciences

soutenues le 26 Octobre 1967

devant la Commission d'Examen

JURY :

**M. J. BARRIOL**, Président

**M. R. GUILLIEN**

**M. J. AUBRY**

} Examineurs

1967

A Rouvier Parti  
en respectueux hommage.





**PUBLICATIONS DE L'UNIVERSITÉ DE NANCY**

**COLLECTION DES THÈSES DE LA FACULTÉ DES SCIENCES**

**PHYSIQUE**

PREMIÈRE THÈSE

# **Contribution à la mesure en micro-ondes de la permittivité complexe des liquides à fortes pertes**

DEUXIÈME THÈSE

## **Utilisation des lignes à retard en résonance paramagnétique électronique**

Présentées à la Faculté des Sciences de l'Université de Nancy  
pour obtenir le grade de Docteur ès-Sciences Physiques

par **Pierre BOYER**

Maitre-Assistant à la Faculté des Sciences

soutenu le 26 Octobre 1967

devant la Commission d'Examen

JURY :

**M. J. BARRIOL**, Président

**M. R. GUILLIEN**

**M. J. AUBRY**

Examineurs

**1967**



**Doyen** : M. AUBRY

**Assesseur** : M. GAY

**Doyens honoraires** : MM. CORNUBERT - DELSARTE - ROUBAULT.

**Professeurs honoraires** : MM. RAYBAUD - LAFFITTE - LERAY - JULY - LAPORTE - EICHORN - GODEMENT - DUBREUIL - L. SCHWARTZ - DIEUDONNE - DE MALLEMANN - LONGCHAMBON - LETORT - DODE - GAUTHIER - GOUDET - OLMER - CORNUBERT - CHAPELLE - GUERIN - WAHL.

**Maîtres de conférences honoraires** : MM. LIENHART - PIERRET.

### Professeurs

MM. DELSARTE	Analyse supérieure	* MALAPRADE	Chimie
ROUBAULT	Géologie	MANGENOT	Botanique
CAPELLE	Méca. Rationnelle	GAYET	Physiologie
VEILLET	Biologie animale	BONVALET	Méca. appliquée
BARRIOL	Chimie théorique	HADNI	Physique
BIZETTE	Physique	* BASTICK	Chimie
GUILLIEN	Electronique	DUCHAUFOUR	Pédologie
GILBERT	Chimie physique	GARNIER	Agronomie
LEGRAS	Méca. Rationnelle	NEEL	Chimie org.indus.
BOLFA	Minér. & crist.	BERNARD	Géologie appliquée
NICLAUSE	Chimie	* CHAMPIER	Physique
FAIVRE	Phys. appliquée	* GAY	Chimie biologique
AUBRY	Chimie minérale	STEPHAN	Zoologie
COPPENS	Radiogéologie	* CONDE	Zoologie
DUVAL	Chimie	* WERNER	Botanique
FRUHLING	Physique	EYMARD	Calcul dif. & int.
HILLY	Géologie	LEVISALLES	Chimie organique
LE GOFF	Génie chimique	Mme HERVE	M.M.P.
SUHNER	Phys. expériment.	* GOSSE	Méca. physique
CHAPON	Chimie biologique	FELDEN	Physique
HEROLD	Chimie minér. indus.	* DAVOINE	Physique (E.N.S.M.I.M.)
SCHWARTZ B.	Exploitation minière	N...	Chimie biologique

\* Professeur titulaire à titre personnel.



## Maîtres de Conférences

Mme	BASTICK	Chimie M.P.C. (Epinal)	MARTIN	Chimie M.P.C.
MM.	GUDEFIN	Physique	PAULMIER	Méca. expérimentale
	ROCCI	Géologie	PROTAS	Minéralogie
	VUILLAUME	Psychophysio.	COURTILLOT	Mécanique des Fluides
	FRENTZ	Biol. animale	JOZEFOWICZ	Physico-chimie
	HORN	Phys. propédeutique	JURAIN	Géologie (S.P.C.N.)
	LAFON	Phys. (I.S.I.N.)	RIVAIL	Chimie appli. (C.U.C.E.S.)
	MARI	Chimie (I.S.I.N.)	VILLERMAUX	Génie chimique
	AUROUZE	Géologie	METCHE	Biochimie appli. (Brass.)
	DEVIOT	Physi. du solide	N...	Proba. & statistiques
	FLECHON	Physique M.P.C.	N...	Mécanique (I.S.I.N.)
Mle	HUET *	Math. (S.P.C.N.)	N...	Mathématiques
MM	VIGNES	Métallurgie	N...	Mathématiques M.P.C.
	BALESDENT	Thermodynam. chim.	N...	Mathématiques S.P.C.N.
	BLAZY	Minéral. appl. (E.N.S.G.)	N...	Mathématiques appliquées
	JANOT	Phys. M.P.C. (Epinal)	N...	Méca. des fluides (I.S.I.N.)
	JACQUIN	Pédol. & chim. agricole	N...	Physiologie animale
	MAINARD	Physique M.G.P.	N...	Mathématiques M.P.
	CACHAN	Ento. appli. (E.N.S.A.)		

\* en disponibilité

**Secrétaire principal : C. CARON**

A la mémoire de mon Beau-Père

A ma Mère

A mon Epouse

A tous les miens



A Monsieur le Professeur BARRIOL

Hommage respectueux



A V A N T - P R O P O S

*Ce travail a été effectué au Laboratoire de Chimie Théorique de la Faculté des Sciences de Nancy où Monsieur le Professeur BARRIOL a eu la bonté de nous accueillir. Nous ne saurons jamais trop lui exprimer notre gratitude pour la bienveillance et le soutien qu'il nous a toujours témoignés ainsi que pour les moyens de travail qu'il a mis à notre disposition. Que cette étude soit pour lui un gage de notre profonde reconnaissance.*

*Que Monsieur le Professeur GUILLIEN, Directeur de l'Institut de Génie Biologique et Médical, qui a accepté de siéger dans notre Jury et Monsieur le Doyen AUBRY qui, malgré ses très nombreuses occupations, a bien voulu juger notre travail, veuillent bien trouver ici l'expression de notre respectueuse gratitude.*

*Notre reconnaissance va également à Monsieur le Professeur BASTICK, Directeur de l'Ecole Nationale Supérieure des Industries Chimiques, pour le bienveillant intérêt qu'il nous a prodigué.*

*Nous remercions également Monsieur RIVAIL, Maître de Conférences, qui, cette dernière année, nous a déchargé de lourdes tâches administratives, Messieurs GOULON et CAUPIN, Ingénieurs E.N.S.I.C., qui nous ont aidé dans certaines de nos expériences, ainsi que notre camarade BONNET, Assistant, dont l'amitié a rendu agréable ces années de recherches. Nous n'oublions pas tous nos camarades du Laboratoire pour l'amicale coopération qui a rendu notre tâche plus aisée.*

*Que Messieurs LECLERC et DEFFAUX, dont la grande habileté nous a permis de réaliser de nombreux montages, soient aussi remerciés, ainsi que Madame MAJERCSIK qui s'est*

acquittée avec gentillesse de la lourde tâche de dactylographie et Monsieur MERCIER qui, avec son équipe de l'Atelier Universitaire de Documentation, a assuré l'impression de ce travail.

---

## I N T R O D U C T I O N

Dès la fin du XIX<sup>e</sup> siècle, l'intérêt de l'étude des structures moléculaires par voie diélectrique s'est imposée ; très rapidement, il fut constaté que les propriétés diélectriques variaient avec la longueur d'onde (1) et de nombreux progrès furent faits dans ce domaine, épaulés par la théorie de DEBYE (2).

Les méthodes de mesure de la permittivité d'une substance dépendent essentiellement de la fréquence utilisée. Entre les ondes de basses fréquences où les dimensions de l'échantillon sont très petites devant la longueur d'onde de la radiation et le domaine optique où, au contraire, les dimensions de l'échantillon sont très grandes devant la longueur d'onde, se situe en particulier le domaine des micro-ondes (U.H.F.) dont la longueur d'onde est du même ordre de grandeur que la taille de l'échantillon. Notre étude portera plus particulièrement sur les méthodes de mesure dans la bande X ( $f \sim 10$  GHz ;  $\lambda \sim 3$  cm), bien que les méthodes soient généralement encore applicables aux régions voisines. Cette région du spectre hertzien présente de nombreux intérêts et en particulier :

- Influence négligeable de la conductivité électrique.
- Région de relaxation de nombreux liquides.

Dans une première partie, nous rappellerons les lois régissant la propagation guidée et nous ferons apparaître les paramètres expérimentaux dont la mesure sera discutée dans la seconde partie. Ensuite, nous passerons en revue les méthodes de mesure de la permittivité complexe en détaillant les méthodes que nous avons été amené à mettre au point pour l'étude des liquides à fortes pertes. Enfin, après avoir introduit la polarisation complexe, nous étudierons dans une dernière partie quelques mélanges binaires de liquides polaires.



Avant d'aborder cette étude, il est cependant bon de signaler que les premières mesures de la permittivité vers ces fréquences ont été effectuées dès 1895 par des méthodes d'ondes amorties (1)(3). Par la suite, les montages de BARKHAUSEN et KURZ (4) d'une part, et de PIERRET (5) d'autre part et plus tard l'usage du magnétron (6)(7) ont permis de produire des ondes entretenues dans le domaine U.H.F. L'étude de leur propagation sur des fils de LECHER a permis de mettre au point des méthodes de mesure de la permittivité. Ces méthodes (8) à (14), bien que souvent peu précises, peuvent être considérées comme les bases des méthodes les plus élaborées actuellement utilisées et qui n'ont vu le jour qu'après l'invention du klystron par les frères VARIAN en 1938 et le développement des guides d'ondes durant la seconde guerre mondiale.

G E N E R A L I T E S1. EQUATIONS DE MAXWELL.

La forme la plus générale des équations de MAXWELL s'écrit :

$$\begin{aligned}\operatorname{rot} \vec{E} &= - \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \\ \operatorname{rot} \vec{H} &= \vec{J} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \\ \operatorname{div} \vec{B} &= 0 \\ \operatorname{div} \vec{D} &= \rho\end{aligned}$$

S'il n'y a pas de charges localisées,  $\rho = 0$ . Si le milieu est conducteur, le courant  $\vec{J}$  est alors lié à  $\vec{E}$  par

$$\vec{J} = \sigma \vec{E}$$

D'autre part, du fait des phénomènes de relaxation diélectrique,  $\vec{E}$  et  $\vec{D}$  ne sont pas parallèles, ce que l'on exprime par

$$\vec{D} = (\epsilon_1 - j\epsilon_2) \vec{E}$$

Les phénomènes magnétiques conduisent à une expression du même type

$$\vec{B} = (\mu_1 - j\mu_2) \vec{H}$$

On pose

$$\mu^* = \mu_1 - j\mu_2$$

$\mu^*$  étant la perméabilité complexe du milieu. Les équations de

MAXWELL s'écrivent alors :

$$\begin{aligned} \text{rot } \vec{E} &= -\mu^* \frac{\partial \vec{H}}{\partial t} \\ \text{rot } \vec{H} &= \sigma \vec{E} + (\epsilon_1 - j\epsilon_2) \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \\ \text{div } \vec{E} &= 0 \\ \text{div } \vec{H} &= 0 \end{aligned}$$

Si on a une onde périodique dans le temps, de pulsation  $\omega$  :

$$\vec{E} = -\frac{j}{\omega} \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$$

et par suite

$$\text{rot } \vec{H} = \left[ \epsilon_1 - j\left(\epsilon_2 + \frac{\sigma}{\omega}\right) \right] \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$$

On introduit la permittivité complexe  $\epsilon^*$

$$\epsilon^* = \epsilon' - j\epsilon'' = \epsilon_1 - j\left(\epsilon_2 + \frac{\sigma}{\omega}\right)$$

Le terme  $\epsilon''$  contient la participation de relaxation diélectrique ( $\epsilon_2$ ) et la participation de la conduction ( $\frac{\sigma}{\omega}$ ). Pour les hautes fréquences, le terme  $\frac{\sigma}{\omega}$  devient, en général, négligeable devant  $\epsilon_2$ .

Avec ces notations, on a :

$$\begin{aligned} \text{rot } \vec{E} &= -\mu^* \frac{\partial \vec{H}}{\partial t} \\ \text{rot } \vec{H} &= \epsilon^* \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \\ \text{div } \vec{E} &= 0 \\ \text{div } \vec{H} &= 0 \end{aligned}$$

De ces relations, il est possible de déduire :

$$\Delta \vec{E} = \epsilon^* \mu^* \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2}$$

$$\Delta \vec{H} = \epsilon^* \mu^* \frac{\partial^2 \vec{H}}{\partial t^2}$$

Ces deux équations (dites "équations d'ondes") admettent des solutions du type \*

$$F = f(\alpha_0 x + \beta_0 y + \gamma_0 z + \delta_0 t)$$

avec la condition :

$$\alpha_0^2 + \beta_0^2 + \gamma_0^2 - \delta_0^2 \epsilon^* \mu^* = 0$$

On peut imposer arbitrairement

$$\alpha_0^2 + \beta_0^2 + \gamma_0^2 = 1.$$

d'où

$$\delta_0 = \pm \frac{1}{\sqrt{\epsilon^* \mu^*}}$$

La condition imposée aux  $\alpha_0$ ,  $\beta_0$ ,  $\gamma_0$  permet de les interpréter comme les cosinus directeurs d'un vecteur  $\vec{u}$ , ce qui permet d'écrire, en posant :

$$v = \frac{1}{\sqrt{\epsilon^* \mu^*}}$$

et en appelant  $\vec{r}$  le vecteur de composantes  $x, y, z$

$$F = f(\vec{u} \cdot \vec{r} \pm vt)$$

et en exprimant que l'onde est un phénomène périodique dans le temps de pulsation  $\omega$  :

$$F = F_0 e^{j\omega \left( t \pm \frac{\vec{u} \cdot \vec{r}}{v} \right)}$$

On introduit le vecteur de propagation  $\vec{v}$

$$\vec{v} = j\omega \frac{\vec{u}}{v} = j\omega \sqrt{\epsilon^* \mu^*} \vec{u} = \gamma \vec{u}$$

\* Il est à remarquer que toute solution des équations de MAXWELL satisfait les équations d'ondes mais que la réciproque n'est pas vraie (15).

en introduisant la constante de propagation  $\gamma$

$$\gamma = j\omega \sqrt{\epsilon^* \mu^*}$$

d'où

$$F = F_0 e^{j\omega t \pm \vec{v} \cdot \vec{r}}$$

$\vec{v}$  a les dimensions de l'inverse d'une vitesse. Le fait que  $\vec{v}$  soit un vecteur complexe indique qu'il y a propagation, avec atténuation.

La détermination (-) correspond à une onde directe et la détermination (+) à une onde inverse.

$$F = F_0 e^{j\omega t - \vec{v} \cdot \vec{r}} + F_1 e^{j\omega t + \vec{v} \cdot \vec{r}}$$

exprime que toute onde peut être considérée comme la superposition d'une onde directe d'amplitude  $F_0$  et d'une onde inverse d'amplitude  $F_1$ .

## 2. PROPAGATION LIBRE.

On considère l'onde directe représentée par :

$$\begin{aligned} \vec{E} &= \vec{E}_0 e^{j\omega t - \vec{v} \cdot \vec{r}} \\ \vec{H} &= \vec{H}_0 e^{j\omega t - \vec{v} \cdot \vec{r}} \end{aligned}$$

$\vec{E}$  devant vérifier  $\text{div } \vec{E} = 0$ , cela impose :

$$\text{div } \vec{E} = \sum_{x,y,z} \frac{\partial E_x}{\partial x} = \sum_{x,y,z} -v_x E_{0x} = -\vec{v} \cdot \vec{E} = 0$$

d'où

$$\vec{v} \cdot \vec{E} = 0$$

De même,  $\vec{H}$  devant vérifier  $\text{div } \vec{H} = 0$  conduit à :

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{H} = 0$$

Il faut aussi exprimer que  $\vec{E}$  vérifie

$$\text{rot } \vec{E} = -\mu^* \frac{\partial \vec{H}}{\partial t}$$

$$(\text{rot } \vec{E})_x = \frac{\partial E_z}{\partial y} - \frac{\partial E_y}{\partial z} = -\mu^* \frac{\partial H_x}{\partial t} = -j\omega\mu^* H_x$$

comme

$$\frac{\partial E_z}{\partial z} = -v_y E_z$$

$$-v_y E_z + v_z E_y = -j\omega\mu^* H_x$$

On obtient deux autres relations analogues. On en déduit :

$$\vec{\nabla} \wedge \vec{E} = j\omega\mu^* \vec{H}$$

On aurait de même

$$\vec{\nabla} \wedge \vec{H} = -j\omega\epsilon^* \vec{E}$$

En résumé, on doit avoir :

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{E} = 0$$

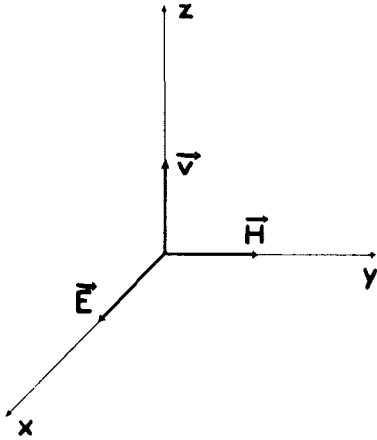
$$\vec{\nabla} \cdot \vec{H} = 0$$

$$\vec{\nabla} \wedge \vec{E} = j\omega\mu^* \vec{H}$$

$$\vec{\nabla} \wedge \vec{H} = -j\omega\epsilon^* \vec{E}$$

Ce qui montre que  $\vec{E}$ ,  $\vec{H}$ ,  $\vec{\nabla}$  forment un trièdre trirectangle.

On choisira les axes de telle manière que  $\vec{E}$  soit porté par Ox,  $\vec{H}$  par Oy et  $\vec{v}$  par Oz.



$$\vec{E} = (E_x, 0, 0)$$

$$\vec{H} = (0, H_y, 0)$$

$$\vec{v} = (0, 0, \gamma)$$

$$\vec{r} = (0, 0, z)$$

avec 
$$\gamma = j\omega\sqrt{\epsilon^* \mu^*}$$

Une onde sera donc représentée par :

$$E_x = E_0 e^{j\omega t - \gamma z} + E_1 e^{j\omega t + \gamma z}$$

$$H_y = H_0 e^{j\omega t - \gamma z} + H_1 e^{j\omega t + \gamma z}$$

### 3. PROPAGATION GUIDÉE.

On considère que l'on a une onde plane guidée se propageant suivant l'axe Oz.  $\vec{E}$  et  $\vec{H}$  doivent encore vérifier les équations de MAXWELL et on pourra donc prendre une solution du type

$$F = F(x, y) e^{j\omega t - \gamma' z}$$

avec une constante de propagation  $\gamma'$  différente de la constante de propagation  $\gamma$  de l'onde libre de même fréquence. On doit encore avoir :

$$\Delta F = \epsilon^* \mu^* \frac{\partial^2 F}{\partial t^2}$$

Ce qui impose :

$$\frac{\partial^2 F}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 F}{\partial y^2} + \gamma'^2 F + \omega^2 \epsilon^* \mu^* F = 0$$

On remplace  $j\omega \sqrt{\epsilon^* \mu^*}$  par  $\gamma$ , d'où, en posant :

$$k^2 = \gamma'^2 - \gamma^2$$

$$\frac{\partial^2 F}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 F}{\partial y^2} + k^2 F = 0$$

Il faut trouver  $F(x,y)$  vérifiant cette équation. On cherche une solution à variables séparées :

$$F(x,y) = f(x) g(y)$$

Ce qui impose :

$$f''g + fg'' + k^2 fg = 0$$

soit :

$$\frac{f''}{f} + \frac{g''}{g} + k^2 = 0$$

Comme  $f$  et  $g$  sont des fonctions ne dépendant respectivement que de  $x$  et de  $y$ , cela impose :

$$\frac{f''}{f} = -\alpha_1^2$$

$$\frac{g''}{g} = -\beta_1^2$$

où  $\alpha_1$  et  $\beta_1$  sont des constantes réelles. On en déduit :

$$f = f_0 \cos(\alpha_1 x + \psi_x)$$

$$g = g_0 \cos(\beta_1 y + \psi_y)$$

d'où,  $F_0 = f_0 g_0$  étant une constante

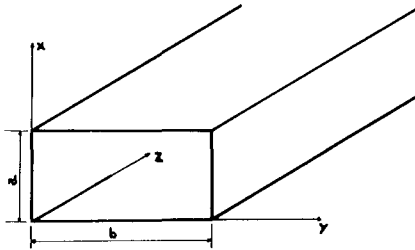
$$F = F_0 \cos(\alpha_1 x + \psi_x) \cos(\beta_1 y + \psi_y) e^{j\omega t - \gamma' z}$$



avec la condition

$$k^2 = \alpha_1^2 + \beta_1^2$$

Il reste à calculer  $k$  qui dépend de la manière dont l'onde est guidée (guide rectangulaire, circulaire, elliptique, coaxial, ...). On se place ici dans le cas d'un guide rectangulaire et on écrit que  $\vec{E}$  et  $\vec{H}$  vérifient les conditions aux limites imposées par les parois du guide, supposées parfaitement conductrices. On doit avoir, avec les notations de la figure :



$$\left. \begin{aligned} x=0 \quad E=0 \quad \cos \psi_x = 0 \\ x=a \quad \dot{E}=0 \quad \cos(\alpha_1 a + \psi_x) = 0 \end{aligned} \right\} \alpha_1 = \frac{m\pi}{a}$$

$$\left. \begin{aligned} y=0 \quad E=0 \quad \cos \psi_y = 0 \\ y=b \quad E=0 \quad \cos(\beta_1 b + \psi_y) = 0 \end{aligned} \right\} \beta_1 = \frac{n\pi}{b}$$

Finalement :

$$k^2 = \pi^2 \left( \frac{m^2}{a^2} + \frac{n^2}{b^2} \right)$$

$m$  et  $n$  étant des nombres entiers caractérisant le mode de propagation.  $k^2$  ne dépend que du mode et ne fait intervenir que les caractéristiques géométriques du guide ; le milieu de propagation n'intervient pas.

Ce calcul montre qu'une onde plane guidée se propage avec des lois identiques à celles d'une onde plane libre, à condition de remplacer la constante de propagation  $\gamma$  par  $\gamma'$  tel que

$$\gamma'^2 - \gamma^2 = \frac{4\pi^2}{\lambda_c^2}$$

en posant :

$$\frac{4}{\lambda_c^2} = \frac{m^2}{a^2} + \frac{n^2}{b^2}$$

comme

$$\gamma = j \frac{2\pi}{\lambda} \quad \gamma' = j \frac{2\pi}{\lambda'}$$

on a :

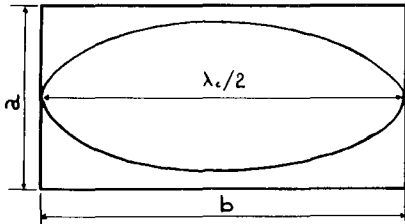
$$\frac{1}{\lambda^2} - \frac{1}{\lambda'^2} = \frac{1}{\lambda_c^2}$$

$\lambda$ ,  $\lambda'$ ,  $\lambda_c$  étant des nombres réels, on doit avoir :

$$\lambda < \lambda_c$$

ce qui montre que les ondes pouvant se propager dans un guide doivent avoir une longueur d'onde  $\lambda$  inférieure à  $\lambda_c$  (longueur d'onde de coupure du guide).

La plus petite valeur de  $\lambda_c$  correspond à  $m = 0$ ,  $n = 1$ , soit à :  $\lambda_c = 2b$  (Mode  $TE_{01}$ ).



La "coupure" d'un guide peut s'interpréter comme l'établissement d'un système d'ondes stationnaires dans le plan de la section droite du guide.

$$\frac{\lambda_c}{2} = b$$

Mode  $TE_{01}$

#### 4. PASSAGE D'UN MILIEU A UN AUTRE.

On vient de voir qu'une onde guidée pouvait être considérée comme une onde plane se propageant avec une constante de propagation  $\gamma'$  associée à la constante de propagation  $\gamma$  dans l'espace libre par la relation :

$$\gamma'^2 - \gamma^2 = \frac{4\pi^2}{\lambda_c^2}$$

Cette identité formelle entre les expressions décrivant une onde guidée et une onde libre montre que les conditions de continuité, lors du passage d'un milieu à un autre, s'exprimeront d'une manière analogue en écrivant la continuité des composantes tangentielles du champ électrique et du champ magnétique.

Il faudra cependant se rapprocher expérimentalement le plus possible d'une surface de séparation plane, normale aux parois du guide pour éviter l'apparition de modes parasites, lors du passage d'un milieu à un autre.

### 5. NOTION D'IMPEDANCE DANS UN GUIDE..

Il est possible d'appliquer la théorie des lignes basses fréquences aux phénomènes de propagation UHF (16). En basse fréquence, on peut définir la puissance instantanée  $W$  transportée par l'onde, une tension  $V$  et une intensité  $I$ , telles que :

$$W = VI = \frac{V^2}{Z_0} = Z_0 I^2$$

$Z_0$  étant l'impédance de la ligne. Avant de généraliser cette notion aux UHF, il faut remarquer deux propriétés propres aux circuits hyperfréquences :

- les dimensions du circuit sont du même ordre de grandeur que la longueur d'onde
- généralement, l'onde n'est pas unique mais comporte des "modes".

Une onde électromagnétique correspond à la propagation de deux champs électrique  $E$  et magnétique  $H$ , tels que  $\gamma$  étant la constante de propagation :

$$E = E_0 e^{j\omega t - \gamma z} + E_1 e^{j\omega t + \gamma z}$$

$$H = H_0 e^{j\omega t - \gamma z} + H_1 e^{j\omega t + \gamma z}$$

ce qui s'écrit encore, en introduisant le facteur de réflexion

$$\rho = \frac{E_1}{E_0} = - \frac{H_1}{H_0}$$

$$E = E_0 e^{j\omega t - \gamma z} (1 + \rho e^{2\gamma z})$$

$$H = H_0 e^{j\omega t - \gamma z} (1 - \rho e^{2\gamma z})$$

Or  $\frac{E}{H}$  a les dimensions d'une impédance. On posera :

$$Z = \frac{E}{H} \qquad Z_0 = \frac{E_0}{H_0}$$

$Z_0$  étant, par définition, l' "impédance caractéristique" du guide (dont la définition n'est d'ailleurs pas unique (17)). On écrira :

$$z = \frac{Z}{Z_0} = \frac{1 + \rho e^{2\gamma z}}{1 - \rho e^{2\gamma z}}$$

$z$  étant l' "impédance normalisée". Cette dernière relation fait apparaître une notion particulière aux circuits UHF : la valeur "vue" en un point d'une impédance dépend de sa position par rapport à ce point.

Cette notation en impédance est souvent utilisée et présente l'avantage de permettre des représentations graphiques simples de résultats de mesure, à l'aide des diagrammes d'impédances (18). Cette notion importante pour les électroniciens présente moins d'intérêt dans le cas particulier de la mesure des permittivités où un langage "optique" est généralement préférable.

## 6. RELATIONS LIANT $\gamma_2'$ à $\epsilon^*$ .

La longueur d'onde de coupure  $\lambda_c$  d'un guide, pour un mode donné, ne dépend pas du milieu, mais uniquement des dimensions du guide. On a donc :

$$\gamma_1'^2 - \gamma_1^2 = \gamma_2'^2 - \gamma_2^2 = \frac{4\pi^2}{\lambda_c^2}$$

avec

$$\begin{aligned}\gamma_2 &= j\omega \sqrt{\epsilon^* \mu} \\ \gamma_1 &= j\omega \sqrt{\epsilon_v \mu_v} = j \frac{2\pi}{\lambda}\end{aligned}$$

Les milieux étant supposés non ferromagnétiques

$$\mu_v = \mu$$

et par suite :

$$\gamma_2 = \gamma_1 \sqrt{\frac{\epsilon^*}{\epsilon_v}} = j \frac{2\pi}{\lambda} \sqrt{\frac{\epsilon^*}{\epsilon_v}} = j \frac{2\pi}{\lambda} \sqrt{\epsilon' - j\epsilon''}$$

en posant :

$$\frac{\epsilon^*}{\epsilon_v} = \epsilon' - j\epsilon''$$

$\epsilon_v$  étant la permittivité du vide (On confond la permittivité du vide et de l'air sec, ce qui introduit une erreur de l'ordre de  $5,7 \cdot 10^{-4}$  (19)). Finalement :

$$\gamma_2^2 = - \frac{4\pi^2}{\lambda^2} (\epsilon' - j\epsilon'') = \gamma_2'^2 - \frac{4\pi^2}{\lambda_c^2}$$

On pose :

$$\gamma_2' = a + jb$$

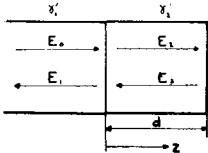
On en déduit, en séparant les parties réelle et imaginaire :

$$\epsilon' = \frac{\lambda^2}{4\pi^2} (b^2 - a^2) + \left(\frac{\lambda}{\lambda_c}\right)^2$$

$$\epsilon'' = 2 \cdot \frac{\lambda^2}{4\pi^2} ab$$

7. EXPRESSIONS DU COEFFICIENT DE REFLEXION ET DU COEFFICIENT DE TRANSMISSION.

- Colonne de diélectrique de longueur d fermée sur un court-circuit.



Pour chacun des milieux, l'onde résultante s'écrit :

$$\mathcal{E}_1 = E_0 e^{j\omega t - \gamma_1' z} + E_1 e^{j\omega t + \gamma_1' z}$$

$$\mathcal{E}_2 = E_2 e^{j\omega t - \gamma_2' z} + E_3 e^{j\omega t + \gamma_2' z}$$

Les conditions aux limites s'écrivent :

$$z = 0 \quad E_0 + E_1 = E_2 + E_3$$

$$\gamma_1' (E_0 - E_1) = \gamma_2' (E_2 - E_3)$$

$$z = d \quad E_2 e^{-\gamma_2' d} + E_3 e^{\gamma_2' d} = 0$$

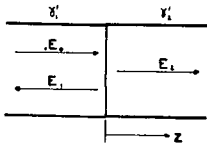
On en déduit le coefficient de réflexion  $r = \frac{E_1}{E_0}$

$$r = \frac{\rho_0 e^{-2\gamma_2' d}}{1 - \rho_0 e^{-2\gamma_2' d}}$$

en posant

$$\rho_0 = \frac{\gamma_1' - \gamma_2'}{\gamma_1' + \gamma_2'}$$

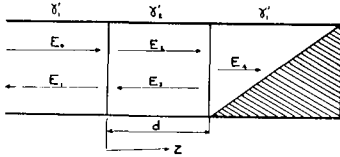
- Colonne de diélectrique de longueur infinie.



Il suffit de faire d infini dans l'expression précédente :

$$r = \rho_0$$

- Colonne de diélectrique de longueur d fermée sur une charge adaptée.



On a, pour chacun des milieux :

$$\mathcal{E}_1 = E_0 e^{j\omega t - \gamma'_1 z} + E_1 e^{j\omega t + \gamma'_1 z}$$

$$\mathcal{E}_2 = E_2 e^{j\omega t - \gamma'_2 z} + E_3 e^{j\omega t + \gamma'_2 z}$$

$$\mathcal{E}_3 = E_4 e^{j\omega t - \gamma'_1 z}$$

Les conditions aux limites donnent :

$$z = 0 \quad E_0 + E_1 = E_2 + E_3$$

$$\gamma'_1 (E_0 - E_1) = \gamma'_2 (E_2 - E_3)$$

$$z = d \quad E_2 e^{-\gamma'_2 d} + E_3 e^{\gamma'_2 d} = E_4 e^{-\gamma'_1 d}$$

$$\gamma'_2 (E_2 e^{-\gamma'_2 d} - E_3 e^{\gamma'_2 d}) = \gamma'_1 E_4 e^{-\gamma'_1 d}$$

d'où le coefficient de réflexion  $r = \frac{E_1}{E_0}$

$$r = \rho_0 \frac{1 - e^{-2\gamma'_2 d}}{1 - \rho_0^2 e^{-2\gamma'_2 d}}$$

et le coefficient de transmission  $t = \frac{E_4}{E_0}$

$$t = (1 - \rho_0^2) \frac{e^{(\gamma'_1 - \gamma'_2)d}}{1 - \rho_0^2 e^{-2\gamma'_2 d}}$$

### 8. REMARQUE SUR LES METHODES UTILISANT DES LIGNES COAXIALES.

Les méthodes exposées dans le cas d'ondes se propageant dans des guides rectangulaires restent en général encore valables dans le cas de lignes coaxiales. Il suffit alors d'exprimer que la longueur d'onde de coupure  $\lambda_c$  est infinie

dans le cas du coaxial\*. Cela revient à faire  $p = \frac{\lambda}{\lambda_c} = 0$   
d'où :

$$\lambda_i = \lambda_i'$$

$$\gamma_i = \gamma_i'$$

On peut passer facilement de la permittivité apparente  $\epsilon_a^*$  mesurée en guide d'onde, en appliquant les relations établies pour des lignes coaxiales, à la véritable permittivité  $\epsilon^*$

On a en effet, dans le cas des ondes guidées :

$$\gamma_1' = j \frac{2\pi}{\lambda} \sqrt{1 - p^2}$$

$$\gamma_2' = j \frac{2\pi}{\lambda} \sqrt{\epsilon^* - p^2}$$

d'où :

$$\frac{\gamma_2'}{\gamma_1'} = \sqrt{\frac{\epsilon^* - p^2}{1 - p^2}}$$

En utilisant les relations des lignes coaxiales ( $p = 0$ ), on trouve :

$$\frac{\gamma_2'}{\gamma_1'} = \sqrt{\epsilon_a^*}$$

d'où l'on déduit :

$$\epsilon' = \epsilon_a' (1 - p^2) + p^2$$

$$\epsilon'' = \epsilon_a'' (1 - p^2)$$

\* Cela revient à dire que dans le cas des lignes coaxiales, les ondes se propagent comme si elles étaient dans l'espace libre.





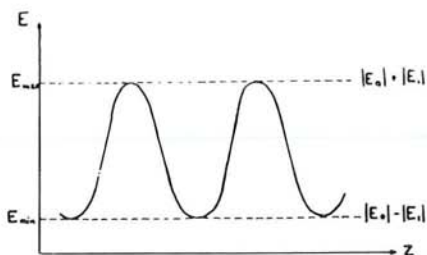


D E T E R M I N A T I O N  
D E S P A R A M E T R E S E X P E R I M E N T A U X

Dans ce qui précède, il est apparu que les paramètres expérimentaux étaient les coefficients de réflexion et de transmission complexes. En fait, on peut introduire une grandeur fort pratique : le Taux d'Ondes Stationnaires (en abrégé : T.O.S.)

On le définit par :

$$S = \frac{E_{\min}}{E_{\max}}$$



(On rencontre aussi la définition inverse,  $s = \frac{E_{\max}}{E_{\min}}$ , que nous n'utiliserons pas).

Cette grandeur peut être reliée simplement au module du coefficient de réflexion. On a, en effet :

$$|r| = \frac{|E_1|}{|E_0|}$$

et comme

$$E_{\min} = |E_0| - |E_1|$$

$$E_{\max} = |E_0| + |E_1|$$

On en déduit :

$$S = \frac{1 - |r|}{1 + |r|}$$

ou

$$|r| = \frac{1 - S}{1 + S}$$

1. MESURE D'UN TAUX D'ONDES STATIONNAIRES\*.

- Méthode directe.

Il est possible de revenir à la définition du T.O.S.

$$S = \frac{E_{\min}}{E_{\max}}$$

La tension lue à la sortie du cristal détecteur étant proportionnelle au carré du champ (détection quadratique du cristal), on a :

$$S = \frac{E_{\min}}{E_{\max}} = \sqrt{\frac{V_{\min}}{V_{\max}}}$$

Il suffit donc de placer la ligne à un minimum de tension et ensuite à un maximum et de faire le rapport des deux valeurs lues.

Cette méthode est très rapide mais peu précise.

Entre autre, la tension maximum est connue avec imprécision et le cristal opère dans des conditions très différentes de puissance.

- Méthode de l'atténuateur calibré.

Cette méthode a pour avantage sur la précédente de faire travailler le cristal dans les mêmes conditions.

Pour celà, on place la sonde à un maximum de tension et à l'aide d'un atténuateur calibré, on ramène cette tension à la même valeur qu'à un minimum.

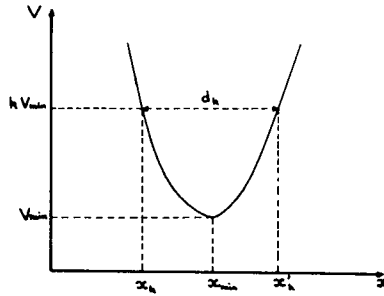
La variation de l'atténuation correspond au carré du T.O.S.

- Méthode précise.

Dans le cas des T.O.S. faibles, on a intérêt à

\*On laissera de côté les systèmes automatiques (21) qui ne donnent généralement pas une bonne précision.

utiliser une méthode consistant à mesurer la distance séparant deux points de part et d'autre du minimum dont l'amplitude (en tension) est k fois celle du minimum (20)

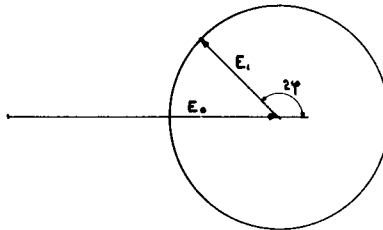


D'une manière générale, on a :

$$E^2 = E_0^2 + E_1^2 - 2 E_0 E_1 \cos 2\phi$$

avec :

$$\phi = \frac{\pi}{\lambda} d$$



En posant :

$$E_1 = \rho E_0$$

On a :

$$E^2 = E_0^2 (1 + \rho^2 - 2\rho \cos 2\phi)$$

On en déduit :

$$E_{\min}^2 = E_0^2 (1 + \rho^2 - 2\rho)$$

$$E_{\max}^2 = E_0^2 (1 + \rho^2 + 2\rho)$$

La condition :

$$V = k V_{\min}$$

s'écrit encore :

$$E = \sqrt{k E_{\min}}$$

Et par suite :

$$k = \frac{E^2}{E_{\min}^2} = \frac{1 - \rho^2 - 2\rho \cos 2\phi}{1 + \rho^2 - 2\rho} = \frac{4\rho \sin^2 \phi}{1 + \rho^2 - 2\rho} + 1$$

et

$$\frac{1}{S^2} = \frac{E_{\max}^2}{E_{\min}^2} = \frac{1 + \rho^2 + 2\rho}{1 + \rho^2 - 2\rho} = \frac{4\rho}{1 + \rho^2 - 2\rho} + 1$$

Finalement :

$$\frac{4\rho}{1 + \rho^2 - 2\rho} = \frac{1}{S^2} - 1 = \frac{k - 1}{\sin^2 \phi}$$

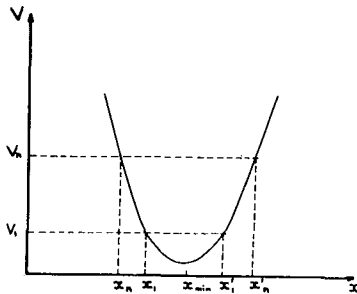
ce qui donne :

$$S = \frac{\sin \phi}{\sqrt{k - 1 + \sin^2 \phi}} = \frac{1}{\sqrt{1 + (k - 1) \operatorname{cosec}^2 \phi}}$$

Lorsque  $\phi = \frac{\pi}{\lambda g}$  est très petit, pour  $k = 2$ ,  $S$  prend la

forme simple :

$$S \sim \frac{\pi}{\lambda g}$$



Pratiquement, on détermine la position du minimum par la méthode des moyennes :

$$x_{\min} = \frac{x_1 + x_1'}{2} = \frac{x_2 + x_2'}{2}$$

En théorie, une seule valeur de  $V_n$  permet de déterminer la position du minimum. En fait,

il est préférable d'opérer pour plusieurs valeurs de  $V_n$  et de prendre la moyenne des valeurs de  $x_{\min}$  ainsi obtenues.

La position du minimum ayant été ainsi déterminée, on place la sonde en  $x_{\min}$ . On règle l'atténuateur de manière que le millivoltmètre indique le cinquième de l'échelle totale (ceci afin d'avoir le maximum d'amplitude sans avoir à changer d'échelle par la suite).

Soit  $V_{\min}$ , la tension lue au millivoltmètre.

On détermine ensuite les positions  $x_k$  et  $x'_k$  des points correspondant à  $V_k = k V_{\min}$  pour  $k = 2, 3, 4, 5$ .

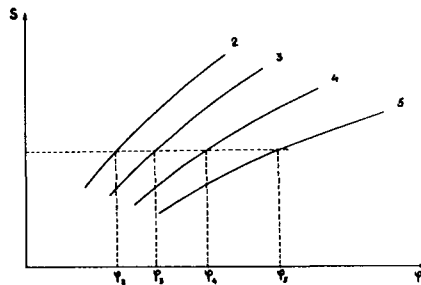
On en déduit les distances :

$$d_k = x'_k - x_k$$

d'où :

$$\phi_k = \frac{\Pi d_k}{\lambda g}$$

et l'on cherche, sur l'abaque correspondant, la valeur de  $S$



Nous avons dressé (22) un réseau d'abaque pour quatre valeurs de  $k$  (2, 3, 4, 5).

- ERREURS COMMISES SUR LA DETERMINATION DU T.O.S.

Les erreurs commises lors de la détermination d'un taux d'ondes stationnaires peuvent être d'origine diverse.

- *Erreur* due aux pertes sur les parois du guide  
Négligeable
- *Erreur* sur la détermination de la fréquence  
Négligeable, celle-ci pouvant, avec un ondemètre ordinaire, être déterminée avec une précision supérieure à  $5.10^{-4}$
- *Erreur* due à la variation de puissance du klystron.  
Négligeable si, le klystron étant alimenté par une alimentation bien stabilisée, on se place au sommet d'un mode.
- *Erreur* due à une détection non quadratique du cristal.  
On élimine pratiquement cette erreur en travaillant à bas niveau, ce qui est un des avantages de la méthode précédemment exposée.
- *Erreur* sur la détermination de la position de la sonde. Un comparateur permet de déterminer la position de la sonde avec une erreur absolue de l'ordre de  $5.10^{-2}$  mm. La position d'un minimum se fait par une méthode de moyenne, ce qui augmente la précision.
- *Erreur* sur la lecture des indications du millivoltmètre.  
Négligeable.
- *Erreur* due à la sonde.  
L'antenne plongée dans le champ crée une distorsion qui modifie le système d'ondes stationnaires. On réduit cette perturbation en enfonçant le moins possible la sonde. D'autre part, cette perturbation est d'autant plus importante qu'on se rapproche d'un maximum (23)(24) ; la méthode de mesure utilisée fait opérer au voisinage d'un minimum, ce qui réduit encore l'erreur. Pour les très faibles T.O.S., l'enfoncement de la sonde joue un rôle important et on peut montrer qu'il existe un enfoncement optimum (25).

Les mesures faites pour  $k = 2,3,4,5$  montrent une excellente convergence des valeurs du T.O.S. (écarts souvent inférieurs à  $10^{-3}$ ).

- *Erreur* due à la fente de la ligne.

La fente introduit des erreurs de deux types :

- Modification de la longueur d'onde dans le guide.

- Rayonnement.

Il est difficile de faire la part des deux sources d'erreur. D'une manière globale, on peut dire qu'il y a deux T.O.S. :

$S_m$  = valeur mesurée

$S$  = valeur réelle

d'où un écart :

$$\Delta S = S_m - S$$

On peut considérer que  $\Delta S$  est sensiblement constant (26)(27).

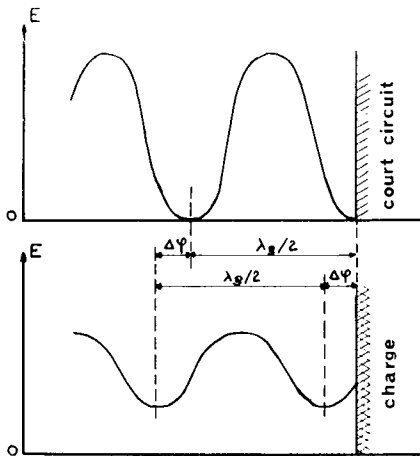
Il est possible de déterminer  $\Delta S$  expérimentalement en mesurant le T.O.S. de la ligne vide et court-circuitée. Au lieu de trouver zéro, on trouve  $\Delta S$ . Cet effet de distorsion du champ, causé par la fente, apparaît d'ailleurs lors de la détermination de la position du minimum par la méthode de la moyenne : on observe généralement un très léger déplacement de la position du minimum au fur et à mesure que l'écart entre les points de mesure augmente.

Cet écart sur  $S$  peut être contrôlé en effectuant la mesure de  $\epsilon^*$  pour des substances pures bien définies et dont la permittivité est bien connue. On compare le T.O.S. calculé et le T.O.S. mesuré. L'expérience montre que l'écart est pratiquement le même, quel que soit  $S$ , et correspond au  $\Delta S$  mesuré précédemment. Des méthodes faisant appel à des équipements spéciaux, permettraient de déterminer cette



erreur avec une bien plus grande précision (28) à (30). Les méthodes de mesures de la permittivité complexe ne justifient pas l'utilisation de telles méthodes.

## 2. MESURE DU DEPHASAGE.



La mesure du déphasage introduit par une charge se fait par l'étude du déplacement du minimum d'un système d'ondes stationnaires provoqué par le remplacement d'un court-circuit par la charge considérée.

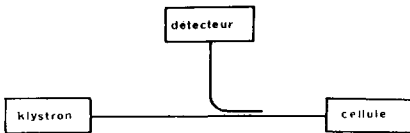
On peut obtenir la position d'un minimum avec une erreur inférieure à  $5 \cdot 10^{-2}$  mm. Cependant, les déphasages mesurés étant petits, la précision obtenue est généralement médiocre. Il ne faut guère espérer améliorer cette précision dans le cas où la charge est un liquide, la surface avant de celui-ci étant mal définie du fait du bombement du mica, ce qui ne justifie donc pas l'usage de méthodes plus sensibles (31) à (33).

## 3. MESURE DU MODULE DU COEFFICIENT DE REFLEXION.

Comme il l'a été précisé plus haut, le module  $|r|$  du coefficient de réflexion se déduit du taux d'ondes stationnaires  $S$  par :

$$|r| = \frac{1 - S}{1 + S}$$

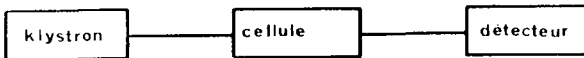
Il est aussi possible de mesurer directement le carré du module à l'aide d'un dispositif analogue à celui sché-



matisé sur la figure ci-contre. En fait, ce montage ne donne que les valeurs relatives de  $|r|^2$ . Il est possible d'étalonner le système en remplaçant la charge par un court-circuit dont le coefficient de réflexion est  $|r|^2 = 1$ . L'utilisation d'un tel dispositif suppose une directivité du coupleur indépendante de la charge pour le domaine de variation considéré.

#### 4. MESURE DU MODULE DU COEFFICIENT DE TRANSMISSION.

On réalise le montage représenté sur la figure. Comme dans le cas de la mesure du module du coefficient de réflexion, ce dispositif donne les variations relatives du carré du module du carré du coefficient de transmission :  $|t|^2$ . Comme précédemment, il est possible d'étalonner le système en utilisant, cette fois, une cellule de mesure vide.



Les approximations faites dans les calculs ne justifient pas l'utilisation de méthodes plus précises (34).

On peut accéder aussi directement au coefficient d'atténuation en plaçant deux sondes à détection quadratique dans le milieu étudié, à des distances  $z_1$  et  $z_2$  de la face d'entrée (35). On a alors : les amplitudes, en supposant que l'onde transmise est complètement absorbée :

$$|E_1| = k_1 E_0 e^{-az_1}$$

$$|E_2| = k_2 E_0 e^{-az_2}$$

$k_1$  et  $k_2$  étant les coefficients caractéristiques des détecteurs que l'on obtient par une mesure, avec la cellule vide.

On en déduit :

$$a = \frac{1}{z_1 - z_2} \text{Log} \frac{k_1}{k_2} \left| \frac{E_2}{E_1} \right|$$

Une telle mesure impose que le premier détecteur ne modifie pas l'onde d'une manière appréciable.

5. INFLUENCE DU MICA SUR LES MESURES DES COEFFICIENTS DE REFLEXION ET DE TRANSMISSION.

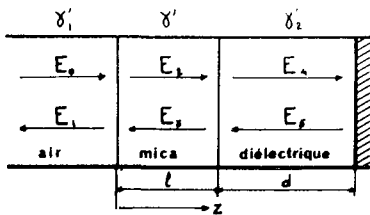
Les liquides, placés dans les guides, sont généralement limités, du côté du générateur, par une mince lame de mica. Nous allons montrer que l'influence de la lame est négligeable sur les mesures.

Pour celà, nous avons trois cas à étudier :

- Coefficient de réflexion d'une ligne court-circuitée.
- Coefficient de réflexion d'une épaisseur  $d$  de diélectrique fermé sur une charge adaptée.
- Coefficient de transmission d'une épaisseur  $d$  de diélectrique.

Dans ce qui suit, nous supposons que la lame de mica est parfaitement plane et normale aux côtés du guide. Son épaisseur sera notée  $l$  et sa constante de propagation  $\gamma'$ .

- Coefficient de réflexion d'une ligne court-circuitée.



Pour les trois milieux, on a les ondes résultantes données par :

$$\mathcal{E}_1 = (E_0 e^{-\gamma_1' z} + E_1 e^{\gamma_1' z}) e^{j\omega t}$$

$$\mathcal{E}_2 = (E_2 e^{-\gamma' z} + E_3 e^{\gamma' z}) e^{j\omega t}$$

$$\mathcal{E}_3 = (E_4 e^{-\gamma_2' z} + E_5 e^{\gamma_2' z}) e^{j\omega t}$$

Les conditions aux limites s'écrivent :

$$z = 0 \quad E_0 + E_1 = E_2 + E_3$$

$$\gamma'_1 (E_0 - E_1) = \gamma' (E_2 - E_3)$$

$$z = l \quad E_2 e^{-\gamma' l} + E_3 e^{\gamma' l} = E_4 e^{-\gamma'_2 l} + E_5 e^{\gamma'_2 l}$$

$$\gamma' (E_2 e^{-\gamma' l} - E_3 e^{\gamma' l}) = \gamma'_2 (E_4 e^{-\gamma'_2 l} - E_5 e^{\gamma'_2 l})$$

$$z = l+d \quad E_4 e^{-\gamma'_2 (l+d)} + E_5 e^{\gamma'_2 (l+d)} = 0$$

La lame de mica ayant une faible épaisseur

$$e^{-2\gamma'_2 l} \sim 1 - 2\gamma'_2 l$$

et par suite :

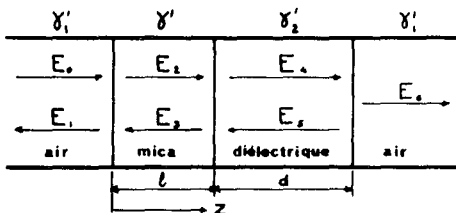
$$r = \frac{E_1}{E_0} = R \left[ 1 - 2\gamma' \frac{(R - \rho_1)(1 - \rho_1 R)}{R(1 - \rho_1^2)} l \right]$$

en posant :

$$R = \frac{\rho_0 - e^{-2\gamma'_2 l}}{1 - \rho_0 e^{-2\gamma'_2 l}} = \text{coefficient de réflexion en l'absence de mica.}$$

$$\rho_1 = \frac{\gamma'_1 - \gamma'}{\gamma'_1 + \gamma'}$$

- Coefficient de réflexion et de transmission d'une épaisseur d de diélectrique.



Les ondes ont pour expression :

$$\mathcal{E}_1 = (E_0 e^{-\gamma'_1 z} + E_1 e^{\gamma'_1 z}) e^{j\omega t}$$

$$\mathcal{E}_2 = (E_2 e^{-\gamma' z} + E_3 e^{\gamma' z}) e^{j\omega t}$$

$$\mathcal{E}_3 = (E_4 e^{-\gamma'_2 z} + E_5 e^{\gamma'_2 z}) e^{j\omega t}$$

$$\mathcal{E}_4 = E_6 e^{-\gamma'_1 z} e^{j\omega t}$$

Les conditions aux limites s'écrivent :

$$z = 0 \quad E_0 + E_1 = E_2 + E_3$$

$$\gamma'_1 (E_0 - E_1) = \gamma' (E_2 - E_3)$$

$$z = l \quad E_2 e^{-\gamma' l} + E_3 e^{\gamma' l} = E_4 e^{-\gamma'_2 l} + E_5 e^{\gamma'_2 l}$$

$$\gamma' (E_2 e^{-\gamma' l} - E_3 e^{\gamma' l}) = \gamma'_2 (E_4 e^{-\gamma'_2 l} - E_5 e^{\gamma'_2 l})$$

$$z = l+d \quad E_4 e^{-\gamma'_2 (l+d)} + E_5 e^{\gamma'_2 (l+d)} = E_6 e^{-\gamma'_1 (l+d)}$$

$$\gamma'_2 (E_4 e^{-\gamma'_2 (l+d)} - E_5 e^{\gamma'_2 (l+d)}) = \gamma'_1 E_6 e^{-\gamma'_1 (l+d)}$$

En tenant encore compte de :

$$e^{-\gamma'_2 l} \sim 1 - 2\gamma'_2 l$$

on a :

$$r = \frac{E_1}{E_0} = R \left[ 1 - 2\gamma' \frac{(R - \rho_1)(1 - \rho_1 R)}{R(1 - \rho_1^2)} l \right]$$

$$t = \frac{E_6}{E_0} = T \left[ 1 - (\gamma' - \gamma'_1) l \right]$$

où :

$$R = \rho_0 \frac{1 - e^{-2\gamma'_2 d}}{1 - \rho_0^2 e^{-2\gamma'_2 d}} = \text{coefficient de réflexion en l'absence de mica}$$

$$T = (1 - \rho_0^2) \frac{e^{+(\gamma'_1 - \gamma'_2)d}}{1 - e^{-2\gamma'_2 d}} = \text{coefficient de transmission en l'absence de mica.}$$

$$\rho_1 = \frac{\gamma'_1 - \gamma'}{\gamma_1 + \gamma'}$$

- Evaluation des différents coefficients.

Le mica étant supposé de bonne qualité, c'est-à-dire n'ayant pas d'occlusions métalliques, on a, pour la bande X :

$$\epsilon_{\text{mica}}^* \sim 5,5$$

d'où :

$$\gamma_1' = j \frac{2\pi}{\lambda} \sqrt{1 - p^2} \sim 1,5 j$$

$$\gamma' = j \frac{2\pi}{\lambda} \sqrt{\epsilon^* - p^2} \sim 4,7 j$$

$$\rho_1 \sim -5,2 \quad \gamma' - \gamma_1' = 3,2 j$$

$l$  est en général de l'ordre de 0,02 à 0,05 mm, ce qui donne pour  $t$  :

$$t \sim T (1 - 0,016 j)$$

$$|t|^2 \sim |T|^2$$

$r$  est plus difficile à exprimer mais le coefficient est encore négligeable devant 1.

Le problème de la courbure du mica est plus délicat à résoudre : il faut exprimer les conditions aux limites en introduisant des modes d'ordres supérieurs. La courbure étant faible, on peut supposer, à priori, qu'ils ont une amplitude presque nulle et que seul un léger déphasage est introduit (36).



M E T H O D E S    D E    M E S U R E  
                  D E     $\epsilon^*$

Les seules méthodes qui retiendront notre attention seront celles faisant appel à des techniques de mesure directes de  $\epsilon^*$  et utilisant des ondes guidées dans le domaine des micro-ondes.

Nous laisserons donc de côté les méthodes de :

- Propagation libre (nécessitant des échantillons de grandes dimensions pour éviter les effets de "bords").
- Cavités résonnantes (dont le domaine d'application est strictement limité aux corps ayant de faibles pertes).
- Comparaison d'impédances (mettant en jeu des problèmes d'équilibre de Tés, délicats).

Cette limitation du sujet étant faite, les paramètres de mesure expérimentaux sont donc  $r$  et  $t$ , coefficients complexes de réflexion et de transmission, ce qui donne quatre paramètres mesurables :

$$|r| \quad \text{ou} \quad |r^2| \quad \text{ou} \quad S$$

$$|t| \quad \text{ou} \quad |t^2|$$

$$\text{Arg } r$$

$$\text{Arg } t$$

Les diverses techniques de mesure de  $\epsilon^*$  font appel à la détermination de deux de ces paramètres ou à l'étude des variations de l'un d'entre eux en fonction de la longueur de l'échantillon étudié.

En fait, les distinctions qui se feront entre les différentes méthodes seront principalement dues à des méthodes de calcul particulières, facilitées généralement par



des abaques ou des approximations. Il est d'ailleurs à remarquer que la donnée de certains paramètres (en admettant déjà qu'ils soient facilement mesurables) ne conduit pas nécessairement à  $\epsilon^*$  du fait de difficultés mathématiques difficilement surmontables. Il faut aussi insister sur le fait que les méthodes mathématiquement les plus rigoureuses ne sont pas toujours celles qui conduisent aux meilleures déterminations de  $\epsilon^*$ .

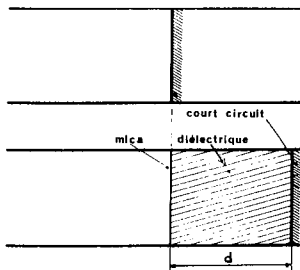
Toutes les méthodes valables pour la détermination de la permittivité des solides s'appliquent pratiquement aux liquides. Dans ce dernier cas, il est cependant possible de mettre en oeuvre d'autres méthodes utilisant les propriétés de fluide des liquides : méthodes faisant appel à une variation continue de la longueur de l'échantillon.

Un tableau récapitulatif, à la fin de ce chapitre, permet de faire une comparaison sommaire de toutes ces méthodes et fait apparaître que notre contribution a porté principalement dans l'amélioration des mesures de  $\epsilon^*$  pour les liquides à fortes pertes. Les méthodes que nous proposons conduisent à  $\epsilon^*$  par des calculs simples, sans indétermination, et ne nécessitant aucun abaque.

Dans ce qui suit, afin de situer notre travail, nous rappellerons les principes des principales méthodes de mesure avec les relations permettant de passer des données expérimentales à  $\epsilon^*$  ; seules les méthodes nouvelles que nous proposons seront détaillées.

## 1. METHODE DE LA LIGNE COURT-CIRCUITEE.

### Principe de la mesure (20)(37)



On étudie la perturbation du système d'ondes stationnaires provoquée par le remplacement du court-circuit par l'échantillon, le court-circuit étant alors placé derrière la substance étudiée.

On a :

$$r = \frac{\rho_0 - e^{-2\gamma_2' d}}{1 - \rho_0 e^{-2\gamma_2' d}}$$

d'où :

$$\operatorname{th}\gamma_2' d = \frac{1 - e^{-2\gamma_2' d}}{1 + e^{-2\gamma_2' d}} = \frac{1 - \rho_0}{1 + \rho_0} \frac{1 + r}{1 - r} = \frac{\gamma_2'}{\gamma_1'} \frac{1 + r}{1 - r}$$

On en déduit :

$$\frac{\operatorname{th}\gamma_2' d}{\gamma_2' d} = \frac{1}{\gamma_1' d} \frac{1 + \frac{1 - S}{1 + S} e^{-2j\phi}}{1 - \frac{1 - S}{1 + S} e^{-2j\phi}} = \frac{1}{\gamma_1' d} \frac{S - jT}{1 - jST}$$

Les mesures donnent S et T.  $\gamma_1'$  et d sont connus. On en déduit C et  $\xi$  tels que :

$$C e^{j\xi} = \frac{1}{\gamma_1' d} \frac{S - jT}{1 - jST}$$

On a à résoudre :

$$\frac{\operatorname{th}\gamma_2' d}{\gamma_2' d} = C e^{j\xi}$$

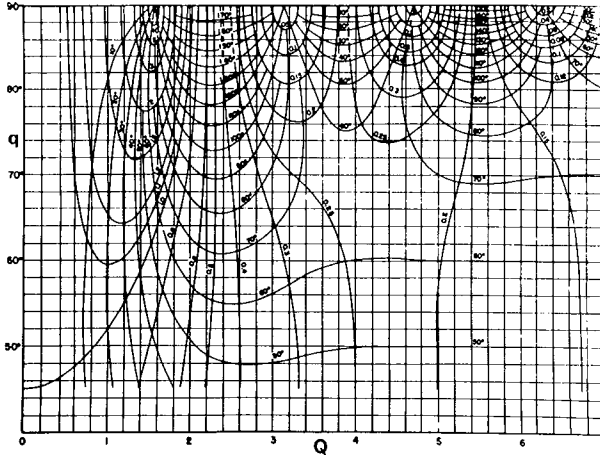
Cette équation peut être résolue par approximations successives (38). Cependant, grâce à des abaques de formes très diverses (39) à (50), on peut trouver une solution graphique. L'abaque le plus courant (39) donne les variations de Q et q tels que  $\gamma_2' d = Q e^{jq}$ , en fonction de C et  $\xi$ . (Les autres abaques n'en sont que des présentations différentes). On en déduit :

$$\gamma_2' = \frac{Q}{d} e^{jq}$$

On peut en déduire a et b et par suite  $\epsilon'$  et  $\epsilon''$  par :

$$\epsilon' = \left(\frac{\lambda}{\lambda_g}\right)^2 \left[ (b^2 - a^2) \frac{\lambda_g}{4\pi^2} - 1 \right] + 1$$

$$\epsilon'' = 2 \left(\frac{\lambda}{\lambda_g}\right)^2 \frac{\lambda_g^2}{4\pi^2} ab$$



L'équation  $\frac{\text{th} \gamma_2 d}{\gamma_2 d} = C e^{j\xi}$  admet plusieurs solutions et on a donc une indétermination. Pour la lever, il faut faire une autre mesure avec une autre longueur de l'échantillon.  
 On doit avoir pour les deux longueurs\*  $d'$  et  $d''$  :

$$\gamma_2' = \frac{Q' e^{j q' d'}}{d'} = \frac{Q'' e^{j q'' d''}}{d''}$$

ce qui impose que parmi les deux séries de valeurs de  $q$  et  $Q$  on ait deux valeurs égales de  $q'$  et  $q''$  auxquelles correspondent  $Q'$  et  $Q''$ , tels que :

$$\frac{Q'}{d'} = \frac{Q''}{d''}$$

Il est encore possible de lever l'indétermination (52)(53) en prenant  $d'' = 2 d'$ . On a alors :

$$\frac{\text{th} \gamma_2' d'}{\gamma_2' d'} = C' e^{j \xi'}, \quad \frac{\text{th} \gamma_2' d''}{\gamma_2' d''} = \frac{\text{th} 2 \gamma_2' d'}{2 \gamma_2' d'} = C'' e^{j \xi''}$$

\* Les longueurs des échantillons doivent être judicieusement choisies, dans le cas des substances à fortes pertes, afin d'avoir la meilleure précision (51).

$$\text{d'où} \quad \gamma_2' = a + jb = \frac{1}{d'} \frac{1}{C' e^{j\xi_1'}} \sqrt{\frac{C' e^{j\xi_1'}}{C'' e^{j\xi_2''}} - 1}$$

Le calcul se poursuit ensuite de la même manière.

La méthode est encore utilisée en guides circulaires pour étudier les variations de  $\epsilon^*$  avec la température. Les calculs sont alors programmés sur une calculatrice (54). Dans certains cas, l'équation :

$$\frac{\text{th} \gamma_2' d}{\gamma_2' d} = \frac{1}{\gamma_1' d} \frac{S - jT}{1 - jST}$$

peut se simplifier.

Si  $a$  et  $S$  sont petits, on a, avec une bonne approximation (55)

$$\frac{\text{tg} \quad bd}{bd} = - \frac{\lambda_g T}{2\pi d}$$

La résolution de cette équation se fait graphiquement (56) ou à l'aide de tables (39). Comme dans le cas précédent, on obtient une indétermination qui se lève d'une manière analogue. Une fois  $b$  connu, on en déduit :

$$\epsilon' = \frac{\frac{1}{\lambda_c^2} + \left(\frac{b}{2\pi}\right)^2}{\frac{1}{\lambda_c^2} + \frac{1}{\lambda_g^2}} = \lambda^2 \left[ \frac{1}{\lambda_c^2} + \left(\frac{b}{2\pi}\right)^2 \right]$$

$$\epsilon'' = (\epsilon' - p^2) \frac{S \lambda_g}{\pi d} \frac{b (1 + T^2)}{b (1 + T^2) - T}$$

Lorsque les pertes sont faibles et  $\epsilon'$  pas trop grand ( $\epsilon' < 10$ ), des solutions graphiques (57) abrègent légèrement certains calculs. Dans le cas des liquides peu absorbants, cette relation peut se simplifier (58). On peut en effet faire varier la longueur du liquide pour se placer dans des conditions telles que :

$$d = m \frac{\lambda_2'}{2}$$

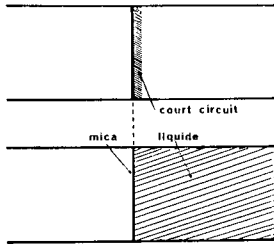
On a alors,  $T$  étant de ce fait nul :

$$\epsilon' = p^2 + \left(\frac{\lambda_1'}{\lambda_2}\right)^2$$

$$\epsilon'' = (\epsilon' - p^2) \frac{2S}{\pi} \left(\frac{\lambda_1'}{\lambda_2}\right)$$

## 2. METHODE DE L'ECHANTILLON DE GRANDE LONGUEUR.

Principe de la Mesure (59).



On étudie la perturbation du système d'ondes stationnaires provoquée par le remplacement du court-circuit par l'échantillon dont la longueur est suffisamment grande pour que l'onde transmise soit complètement absorbée.

On a :

$$r = \rho_0 = \frac{\gamma_1' - \gamma_2'}{\gamma_1' + \gamma_2'}$$

d'où :

$$\frac{1+r}{1-r} = \frac{\gamma_1'}{\gamma_2'} = \frac{S - jT}{1 - jST}$$

On en déduit  $\gamma_2'$  et par suite  $\epsilon^*$  par :

$$\epsilon' = (1 - p^2)(A^2 - B^2 - 1) + 1$$

$$\epsilon'' = -2(1 - p^2)AB$$

avec :

$$A = \frac{S(1 + T^2)}{S^2 + T^2} \quad B = \frac{T(1 - S^2)}{S^2 + T^2}$$

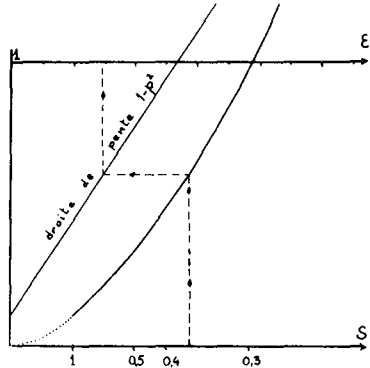
Dans le cas particulier où  $|T| \ll S$ , les relations se simplifient

et :

$$\epsilon' \sim (1 - p^2) \left( \frac{1}{S^2} - 1 \right) + 1$$

$$\epsilon'' \sim - 2 (1 - p^2) \frac{T}{S^3}$$

$\epsilon'$  peut s'obtenir rapidement par une construction graphique simple.



Cette méthode a l'avantage de présenter des calculs simples. Elle donne  $\epsilon'$  avec une bonne précision.

Le déphasage introduit par l'échantillon étant extrêmement faible,  $T$  est assez imprécis et  $\epsilon''$  est entaché d'erreur.

Le principe de cette méthode peut être étendu à la mesure de la permittivité des liquides à faibles pertes (60).

En plaçant une charge adaptée dans le liquide, on supprime l'onde transmise dans celui-ci. La relation précédente donnant  $\epsilon'$  s'applique encore ici :

$$\epsilon' = (1 - p^2) \left( \frac{1}{S^2} - 1 \right) + 1$$

Par contre, la détermination de  $\epsilon''$ , déjà délicate dans le cas des fortes pertes, perd ici toute signification. Il faut avoir recours à une autre mesure.

On a vu que l'on avait :

$$\epsilon' = \frac{\lambda^2}{4\Pi^2} (b^2 - a^2) + \left(\frac{\lambda}{\lambda_c}\right)^2$$

$$\epsilon'' = 2 \frac{\lambda^2}{4\Pi^2} ab$$

d'où, en éliminant  $b$  entre ces deux relations :

$$(\epsilon' - p^2) \frac{4\Pi^2}{\lambda^2} = \frac{\epsilon''^2}{4a^2} \left(\frac{4\Pi^2}{\lambda^2}\right)^2 - a^2$$

Dans le cas de pertes faibles,  $a \ll \lambda$ , et on a pratiquement :

$$\epsilon'' = \frac{a\lambda}{\Pi} \sqrt{\epsilon' - p^2}$$

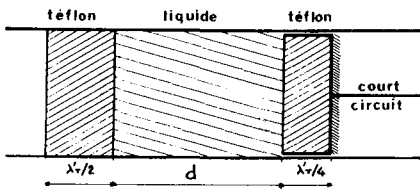
Pour déterminer  $a$ , on utilise une cellule à court-circuit mobile et on déduit  $a$  par :

$$a = \frac{1}{2l} \text{Log} \frac{\sqrt{Rr} + 1}{\sqrt{Rr} - 1}$$

où  $R$  et  $r$  sont les maximale et minimale de la tension pour la modification  $l$  de la longueur de l'échantillon (on a pratiquement :  $S = \sqrt{\frac{R}{r}}$ ).

### 3. METHODE DE LA VARIATION DU T.O.S. EN LIGNE OUVERTE.

#### Principe de la méthode (61)

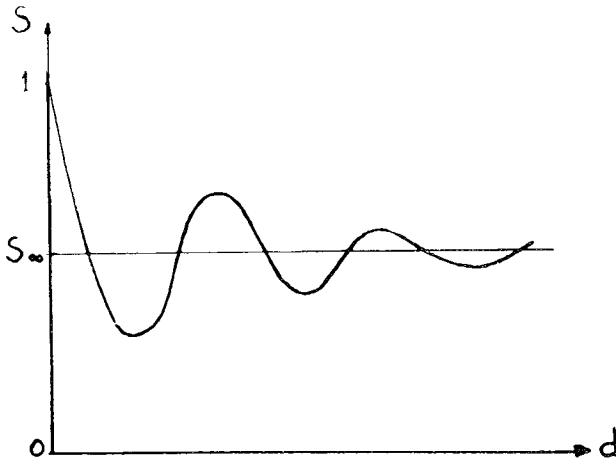


On étudie les variations du T.O.S. en fonction de la longueur de la colonne de diélectrique.

Celle-ci est limitée dans le guide d'onde par une lame de téflon, d'épaisseur  $\frac{\lambda_1'}{2}$  donc parfaitement transparente, et à l'autre extrémité par une lame de téflon d'épaisseur  $\frac{\lambda_1'}{4}$  et un court-circuit.

\*  $\lambda_1'$  est la longueur d'onde dans le guide rempli de téflon, supposé ne pas présenter de pertes diélectriques.

L'ensemble terminal se comporte comme un système absorbant.



On a pratiquement la distance de deux maximums (ou minimums) consécutifs donnée par :

$$d = \frac{\lambda_2'}{2}$$

On peut montrer (62) que l'on a, avec une bonne approximation :

$$\frac{S_n}{S_\infty} = \text{th} \left( n\pi \text{tg} \frac{1}{2}\Delta \right)$$

où  $S_n$  est le T.O.S. du  $n$  ième maximum,  $S_\infty$  la valeur limite du T.O.S. correspondant à une longueur infinie de diélectrique et avec :

$$\text{tg} \Delta = \frac{\epsilon''}{\epsilon' - p^2}$$

On en déduit :

$$\epsilon'' = \frac{1}{\pi} \left( \frac{\lambda}{\lambda_2'} \right) a \lambda_2'$$

$\lambda_2'$  est donné par le graphique comme double de la distance de deux maximums consécutifs.  $a \lambda_2'$  est déduit des courbes (61)

$$\frac{S_n}{S_m} = f(a \lambda_2')$$

Connaissant  $\epsilon''$ , on en déduit  $\epsilon'$  par :

$$\epsilon' = \left( \frac{\lambda}{\lambda_2'} \right)^2 + p^2 - \frac{\epsilon''}{4} \left( \frac{\lambda_2'}{\lambda} \right)^2$$

relation qui n'est valable que dans le cas des liquides ayant des pertes moyennes.

Cette méthode nécessite une bonne stabilité en fréquence (du fait des propriétés résonnantes des lames de



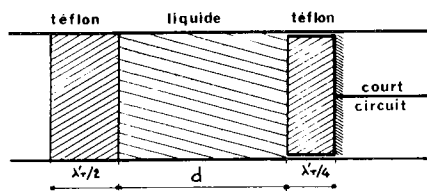
téflon à  $\frac{\lambda'_{\tau}}{2}$  et  $\frac{\lambda'_{\tau}}{4}$  ).

D'autre part, l'utilisation d'abaques est obligatoire. Il est aussi à remarquer que l'expérience ne permet pas de mesurer le T.O.S. en continu avec une bonne précision. On est donc amené à construire la courbe point par point et à bien la préciser au voisinage des extremums.

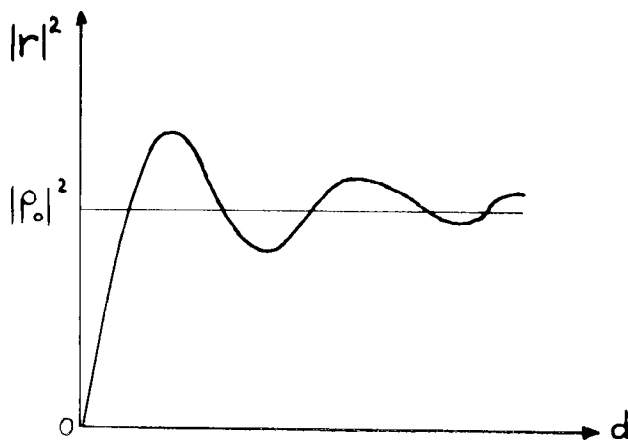
#### 4. METHODES DE LA VARIATION DU CARRE DU MODULE DU COEFFICIENT DE REFLEXION EN LIGNE OUVERTE.

Il existe deux méthodes de calcul reliant les données expérimentales à  $\epsilon^*$ .

Principe de la 1ère méthode (63).



On étudie les variations du carré du module du coefficient de réflexion en fonction de l'épaisseur du diélectrique. Celle-ci est limitée du côté du générateur par une lame de téflon de longueur  $\frac{\lambda'_{\tau}}{2}$ , donc parfaitement transparente et à son extrémité, par le système parfaitement absorbant d'une lame de téflon d'épaisseur  $\frac{\lambda'_{\tau}}{4}$  fermée sur un court-circuit.



Soit  $|r_n|^2$  le carré du module du coefficient de réflexion correspondant au  $n^{\text{ième}}$  maximum. L'épaisseur de diélectrique correspondant au  $n^{\text{ième}}$  maximum étant  $n \frac{\lambda'_2}{2}$ , on a

$$\frac{|r_n|^2}{|r_m|^2} = a \frac{\lambda'_2}{2} (m - n)$$

En effectuant un calcul analogue au précédent, on obtient :

$$\operatorname{tg} \frac{1}{2} \Delta = a \frac{\lambda_2}{2\Pi}$$

et

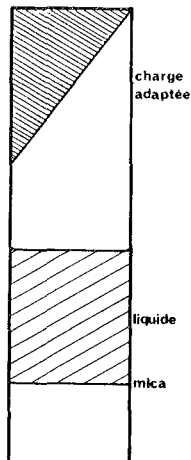
$$\epsilon' = p^2 + \left(\frac{\lambda_1}{\lambda_2}\right)^2 \left| 1 - \operatorname{tg}^2 \frac{1}{2} \Delta \right|$$

$$\epsilon'' = \frac{1}{\Pi} \left(\frac{\lambda_1}{\lambda_2}\right)^2 a \lambda_2'$$

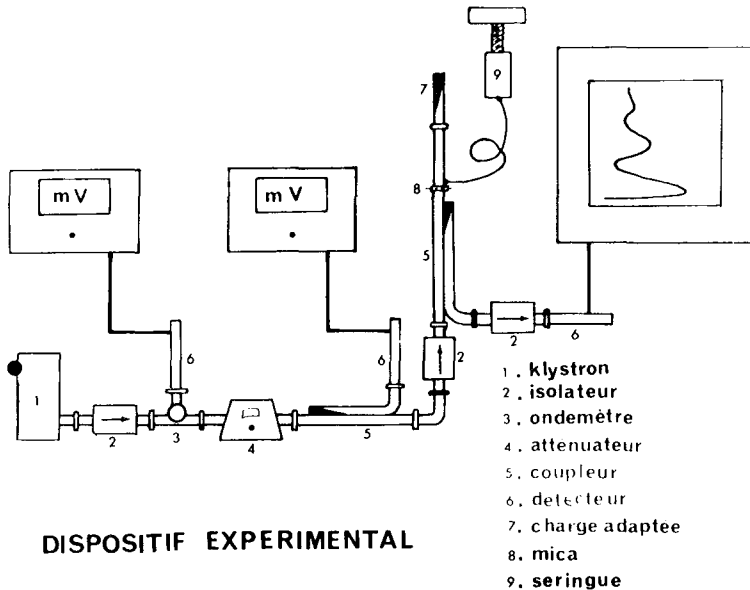
Pour être correcte, cette méthode impose que l'atténuation décroisse exponentiellement, avec la longueur, c'est-à-dire qu'il n'y a plus que la première onde réfléchie sur la face arrière qui se combine avec l'onde incidente et l'onde réfléchie sur la face avant. Dans cette région,  $|r_n|^2 \sim |\rho_0|^2$  et on n'a pratiquement aucune précision.

#### Principe de la 2ème méthode (64).

Le principe de mesure est identique au précédent. La seule modification de principe est le remplacement du bloc de téflon de longueur  $\frac{\lambda_1}{2}$  par une feuille de mica et le remplacement du système absorbant par une charge adaptée, ne baignant pas dans le liquide. La face arrière correspond à la surface libre du liquide (ce qui impose que le guide soit vertical). Il semble que le ménisque n'apporte pas de perturbation notable, dans le cas de guides à grande section (guide pour ondes centimétriques, par exemple). L'intérêt de ces modifications est de rendre le système moins sensible à de légères variations de fréquences.



Le liquide est introduit par un petit orifice à la base du guide d'ondes. En asservissant un enregistreur à la variation de hauteur du liquide, on obtient une représentation continue des variations de  $|r|^2$  en fonction de l'épaisseur.



### DISPOSITIF EXPERIMENTAL

Le coefficient de réflexion est donné par :

$$r = \rho_0 \frac{1 - e^{-2\gamma'_2 d}}{1 - \rho_0^2 e^{-2\gamma'_2 d}}$$

Lorsque  $d$  devient grand,  $r \approx \rho_0$

- Points tels que  $|r|^2 = |\rho_0|^2$

L'expression de  $r$  s'écrit encore :

$$r \rho_0 = \frac{e^{-2\gamma'_2 d} - \frac{1}{\rho_0^2}}{e^{-2\gamma'_2 d} - \frac{1}{\rho_0^2}}$$

Comme  $\gamma'_2 = a + jb$ ,  $e^{-2\gamma'_2 d}$  est représenté, dans le plan complexe, par une spirale logarithmique.

Soient A, le point d'affixe 1, B le point d'affixe  $\frac{1}{\rho_0^2}$  et

M un point d'affixe  $e^{-2\gamma_2' d}$ . On a :

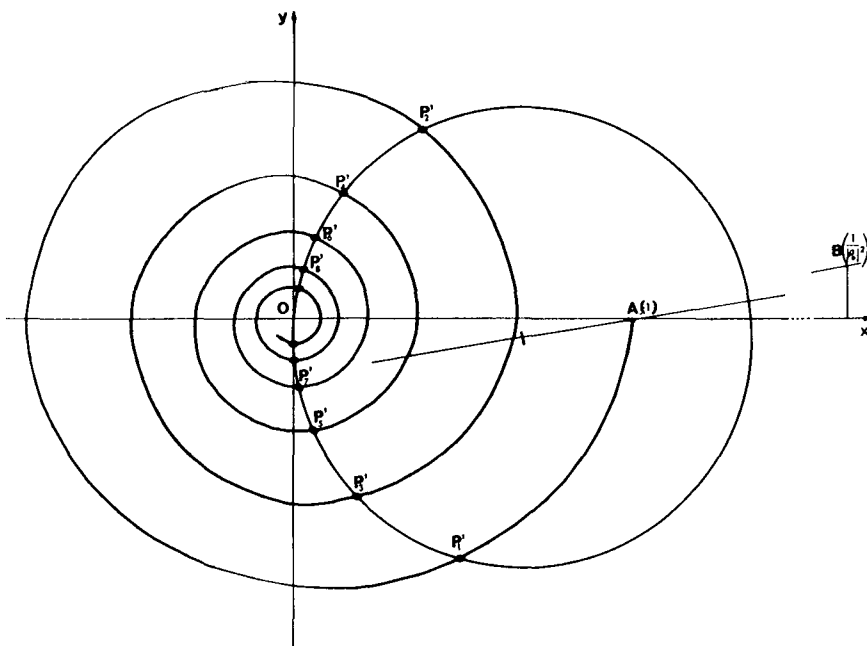
$$\frac{MA}{MB} = \frac{e^{-2\gamma_2' d} - 1}{e^{-2\gamma_2' d} - \frac{1}{\rho_0^2}} = r\rho_0$$

Si on veut  $|r| = |\rho_0|$  cela entraîne :

$$\left| \frac{MA}{MB} \right| = |\rho_0|^2$$

et par suite, M est sur le cercle divisant AB dans le rapport  $|\rho_0|^2$ .

*Remarque* : Ce cercle passe par O qui correspond à d infini.



La spirale logarithmique rencontre ce cercle en des points  $P'_1, P'_2, P'_3, \dots$  qui correspondent aux différents points d'intersection  $P_1, P_2, P_3, \dots$  de la courbe représentative de  $|r|^2$  avec la droite d'ordonnée  $|\rho_0|^2$ . Cette construction montre que :

$$d_1 \neq d_2 \neq d_3 \neq d_4 \dots$$

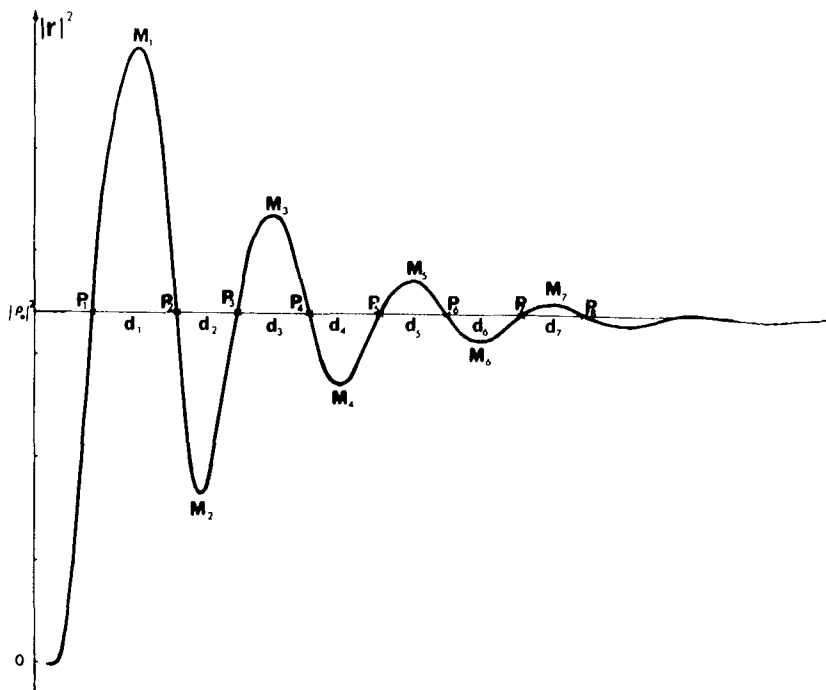
en posant

$$d_n = P_n P_{n+1}$$

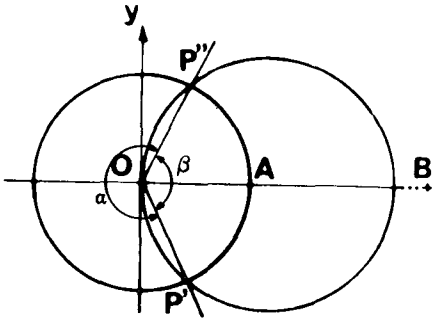
La courbe représentative n'est donc pas une courbe pseudo-périodique. Cependant, lorsque  $d$  croît, les points  $P'_i$  se rapprochent de plus en plus de l'axe  $Oy$  et par suite, on a pratiquement :

$$d_n = d_{n+1}$$

Pour  $d$  grand, la courbe est donc pratiquement pseudopériodique.



Si  $\gamma_2'$  est un nombre imaginaire pur (diélectrique sans pertes), la spirale logarithmique se réduit à un cercle et  $\rho_0$  étant alors réel, se trouve sur la droite OA.



La figure admet cette droite pour axe de symétrie et les points  $P'$  se réduisent à deux points  $i$   $P'$  et  $P''$ .

On doit avoir, avec les notations des figures :

$$\frac{\alpha}{\beta} = \frac{d_1}{d_2}$$

et comme

$$\alpha + \beta = 2\pi$$

on a :

$$d_1 + d_2 = \text{constante} = \delta$$

La courbe représentant les variations de  $|r|^2$  est périodique.

- *Extremums de  $|r|^2$*

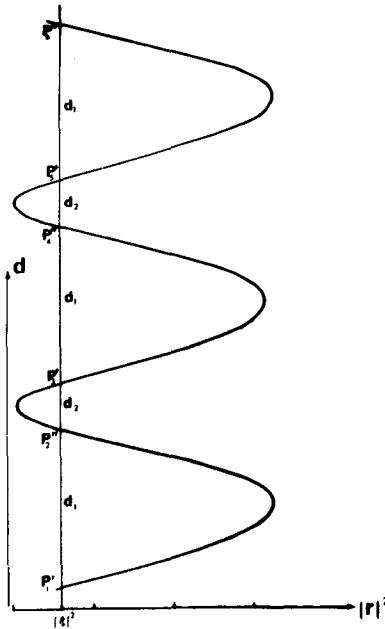
Les points  $M_1, M_3, M_5, \dots$  correspondent à  $r$  maximal, donc à :

$$\left| \begin{array}{c|c} M' & A \\ \hline 2n+1 & B \\ \hline M' & \\ \hline 2n+1 & \end{array} \right| \text{ maximal}$$

Les points  $M_2, M_4, M_6, \dots$  correspondent à  $r$  minimal, donc à :

$$\left| \begin{array}{c|c} M' & A \\ \hline 2n & B \\ \hline M' & \\ \hline 2n & \end{array} \right| \text{ minimal}$$

Les points  $M_1'$  sont les points de contacts de la spirale



avec des cercles centrés sur AB. Suivant que le contact est intérieur ou extérieur à la spirale, on a un minimum ou un maximum. Ces points  $M'_1$  sont très proches de Ox et on peut donc admettre, avec une excellente approximation :

$$M_n M_{n+2} = \delta = M_{n+1} M_{n+2}$$

De plus, le passage de  $M'_n$  à  $M'_{n+2}$  (ou de  $M'_{n+1}$  à  $M'_{n+3}$ ) correspond à une rotation de  $2\pi$  et donc la longueur d correspondante est telle que :

$$\delta = d_n + d_{n+1}$$

lorsque la courbe est supposée être pseudopériodique.

On a donc ici un procédé simple permettant de déterminer la pseudopériode  $d$  à partir des positions des extremums. Il est ainsi possible de mesurer  $d$  dans la région où la courbe n'est pas pseudopériodique alors que la région où la courbe est pratiquement pseudopériodique est telle que  $|r|^2 \sim |\rho_0|^2$  et donc inaccessible à des pointés précis.

- *Passage des données expérimentales à  $\epsilon^*$ .*

L'expérience donne  $\delta$  et  $|\rho_0|^2$

Lorsque l'épaisseur du diélectrique a augmenté de  $d$ , le point M a tourné sur la spirale de  $2\pi$  (on se place dans une région où la courbe est pseudopériodique). On doit donc avoir :

$$2b\delta = 2\pi$$

soit :

$$b = \frac{2\pi}{2\delta}$$

D'autre part :

$$\rho_0 = \frac{\gamma_1 - \gamma_2}{\gamma_1 + \gamma_2} = \frac{j \frac{2\pi}{\lambda g} - a - jb}{j \frac{2\pi}{\lambda g} + a + jb} = \frac{(\frac{2\pi}{\lambda g} - b) + ja}{(\frac{2\pi}{\lambda g} + b) - ja}$$

En posant  $q = \frac{\lambda g}{2\delta}$  et en tenant compte que :

$$\left(\frac{\lambda}{\lambda g}\right)^2 = 1 - p^2$$

On a :

$$\rho_0 = \frac{\frac{2\Pi}{\lambda} (\sqrt{1-p^2} - q) + ja}{\frac{2\Pi}{\lambda} (\sqrt{1-p^2} + q) - ja}$$

d'où le module de  $|\rho_0|$

$$|\rho_0|^2 = \frac{\frac{4\Pi^2}{\lambda^2} (\sqrt{1-p^2} - q)^2 + a^2}{\frac{4\Pi^2}{\lambda^2} (\sqrt{1-p^2} + q)^2 + a^2}$$

d'où :

$$a^2 = \frac{4\Pi^2}{\lambda^2} \left[ 2q \sqrt{1-p^2} \frac{1 + |\rho_0|^2}{1 - |\rho_0|^2} - (1 - p^2 + q^2) \right]$$

ce qui donne :

$$a^2 - b^2 = \frac{4\Pi^2}{\lambda^2} \left[ 2q \sqrt{1-p^2} \frac{1 + |\rho_0|^2}{1 - |\rho_0|^2} - (1 - p^2 + 2q^2) \right]$$

On en déduit :

$$\epsilon' = 1 + 2q^2 - 2q \sqrt{1-p^2} \frac{1 + |\rho_0|^2}{1 - |\rho_0|^2}$$

D'autre part :

$$\frac{4\Pi^2}{\lambda^2} \epsilon'' = 2ab = 2b \sqrt{(a^2 - b^2) + b^2} = 2b \sqrt{\frac{4\Pi^2}{\lambda^2} (p^2 - \epsilon') + b^2}$$

Ce qui donne finalement :

$$\epsilon'' = 2q \sqrt{p^2 + q^2 - \epsilon'}$$

En définitive, on a :

$$\epsilon' = 1 + \frac{\lambda^2}{2\delta^2} - \frac{\lambda}{\delta} \sqrt{1-p^2} \frac{1 + |\rho_0|^2}{1 - |\rho_0|^2}$$



$$\epsilon'' = \frac{\lambda}{\delta} \sqrt{p^2 + \frac{\lambda^2}{4\delta^2}} - \epsilon'$$

s'il n'y a pas de pertes :

$$\begin{aligned}\epsilon'' &= 0 \\ \epsilon' &= p^2 + \frac{\lambda^2}{4\delta^2}\end{aligned}$$

Les relations précédentes permettent de déterminer  $\epsilon^*$  dans le cas des liquides sans pertes ainsi que dans le cas des liquides à fortes pertes.

Si les pertes sont moyennes, il peut arriver que l'amortissement de la courbe représentative de  $|r|^2$  ne soit pas suffisant pour que l'on puisse déterminer directement  $|\rho_0|^2$ . Pour y remédier, on peut, si celà est possible, augmenter la quantité de liquide afin de prolonger la courbe. On peut aussi déduire  $|\rho_0|^2$  directement des valeurs expérimentales. Pour celà, on détermine les points  $C_i$  de la courbe situés à mi-distance (en abscisse) de deux extremums consécutifs. Ces points se distribuent sur deux courbes asymptotes à  $|r|^2 = |\rho_0|^2$ .

Avec les notations de la figure relative au chloroforme, posons :

$$OA_3 = \eta$$

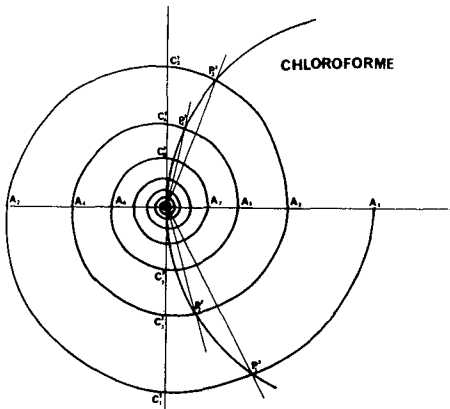
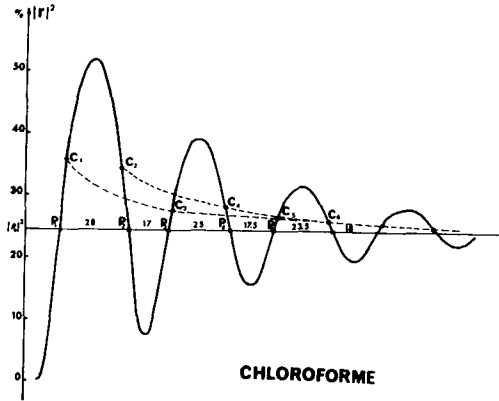
d'où :

$$OC'_k = \eta \frac{2k - 1}{4}$$

On en déduit, AO étant égal à 1 et OB égal à  $\frac{1}{|\rho_0|^2}$ , le point B étant très voisin de l'axe :

$$C'_k A^2 = \eta \frac{2k - 1}{2} + 1$$

$$C'_k B^2 = \eta \frac{2k - 1}{2} + \frac{1}{|\rho_0|^4}$$



d'où :

$$|r_k|^2 = |\rho_0|^2 \frac{\eta \frac{2k-1}{2} + 1}{|\rho_0|^2 \eta \frac{2k-1}{2} + 1}$$

On en déduit :

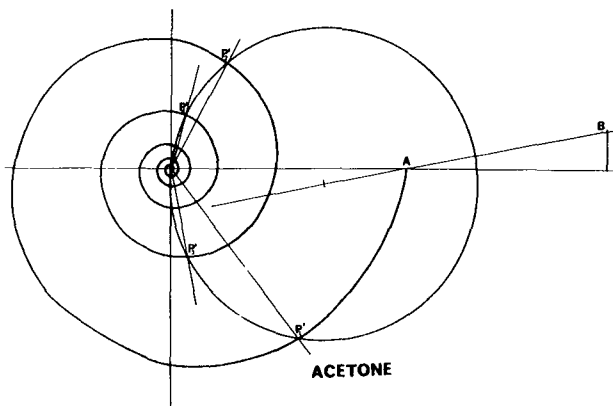
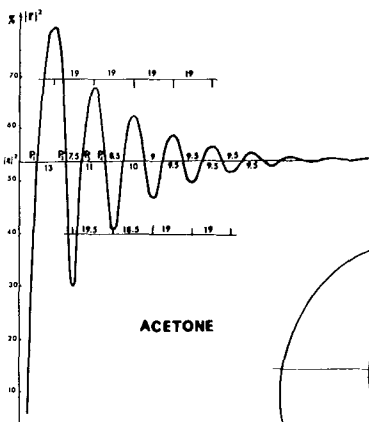
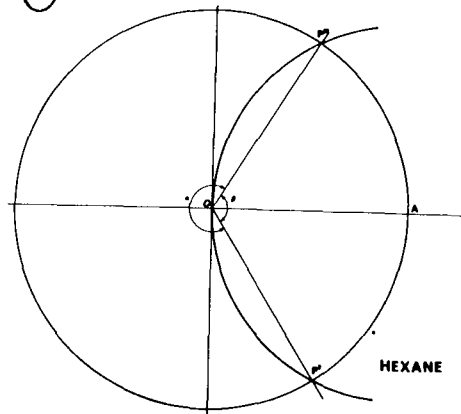
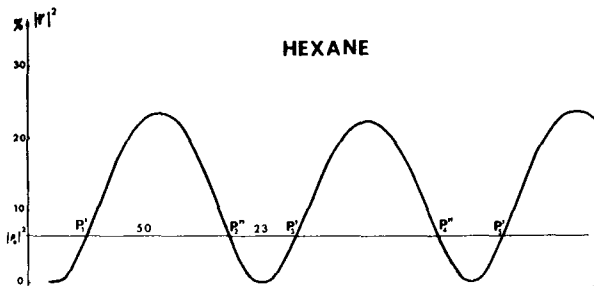
$$\eta \frac{2k-1}{2} = \frac{|r_k|^2 - |\rho_0|^2}{|\rho_0|^2 [1 - |\rho_0|^2 |r_k|^2]}$$

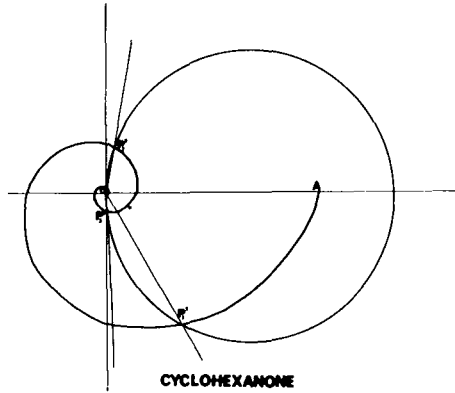
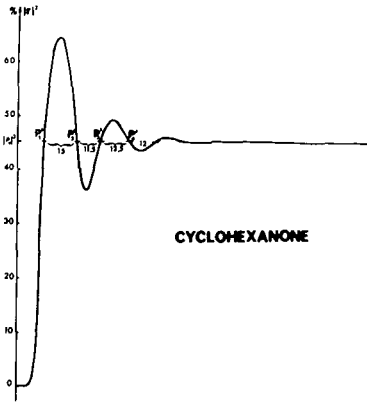
On déduit ainsi  $\eta$  à partir d'une valeur approchée  $|\rho_0^*|^2$  de  $|\rho_0|^2$  et d'une valeur mesurée  $|r_k|^2$ , ce qui permet d'obtenir une meilleure valeur approchée de  $|\rho_0|^2$  par :

$$|\rho_0|^2 = |\rho_0^*|^2 \frac{1}{1 + \eta \frac{2k-1}{2}}$$

On pourrait continuer ainsi de suite mais pratiquement il suffit de faire une seule fois cette opération.

Des études graphiques faites à partir des valeurs expérimentales ont permis de justifier cette technique de mesure.



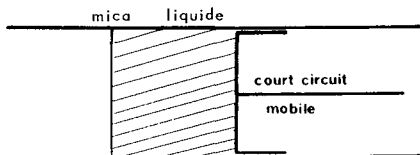


On peut résumer les mesures sur ces différents exemples dans un tableau :

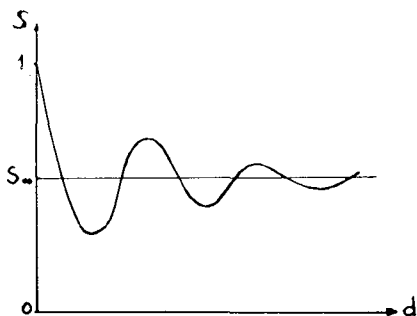
LIQUIDE	$\epsilon'$	$\epsilon''$	$\text{tg} \delta$	$d_1/d_2$	$\alpha/\beta$
Hexane	1,88	0	0	2,17	2,16
Acétone	19,75	5,00	0,25	1,73	1,73
Chloroforme	4,72	0,71	0,15	1,65	1,61
Cyclohexanone	10,73	6,48	0,60	1,30	1,32

5. METHODE DE LA VARIATION DU T.O.S. EN LIGNE COURT-CIRCUITEE.

Principe de la méthode (65)(66).



-On étudie les variations du T.O.S. en fonction de l'épaisseur du diélectrique. Celui-ci est limité, côté générateur, par une lame de mica mince et sans pertes et de l'autre côté, par un piston de court-circuit mobile.



- Dans le cas des liquides à pertes non négligeables, la distance de deux maximums (ou de deux minimums) est donnée avec une bonne approximation par :

$$d = \frac{\lambda \frac{1}{2}}{2}$$

Bien que les extremums ne soient pas localisés expérimentalement avec une grande précision, les valeurs du T.O.S. en ces points peuvent

être déterminées graphiquement avec précision si on connaît suffisamment de valeurs du T.O.S. pour tracer la courbe des variations de S avec d. On a en particulier la valeur  $S_{\infty}$  du T.O.S. pour une longueur infinie de diélectrique.

On peut montrer que (62) :

$$\frac{S_n}{S_{\infty}} \sim \text{th}(n\pi \text{tg} \frac{1}{2} \Delta)$$

où  $S_n$  est le T.O.S. correspondant au maximum d'ordre n et avec :

$$\text{tg} \Delta = \frac{\epsilon''}{\epsilon' - p^2}$$

De  $\lambda'_2$ ,  $\frac{S_m}{S_\infty}$  et  $\frac{S_n}{S_\infty}$  il est possible de déduire  $\epsilon'$  et  $\epsilon''$  par :

$$\epsilon' = p^2 + \left(\frac{\lambda}{\lambda'_2}\right)^2 \left(1 - \operatorname{tg}^2 \frac{1}{2} \Delta\right)$$

$$\epsilon'' = 2 \left(\frac{\lambda}{\lambda'_2}\right)^2 \operatorname{tg} \frac{1}{2} \Delta$$

$\operatorname{tg} \frac{1}{2} \Delta$  est donné par des abaques représentant les variations de  $\frac{S_n}{S_m} = f\left(\frac{n}{m}, \operatorname{tg} \frac{1}{2} \Delta\right)$ .

Dans le cas des liquides à faibles pertes, cette méthode peut donner lieu à des calculs plus simples (67) évitant d'avoir à recourir aux abaques précédents.

La courbe donne encore directement la longueur d'onde  $\lambda'_2$  dans le liquide. En se plaçant à des longueurs telles que  $d = n \frac{\lambda'_2}{2}$ , on a :

$$\operatorname{th} \gamma'_2 d = \operatorname{th} ad$$

d'où, en posant :

$$\sigma = \operatorname{th} ad$$

$$\eta = \frac{a}{b}$$

$$|r| = \frac{1 - S}{1 + S} = \frac{|1 - \sigma - j\eta|}{|1 + \sigma + j\eta|}$$

d'où on déduit :

$$(1 + \sigma^2 + \eta^2)s = \sigma(1 + s^2)$$

Dans le cas des liquides à faibles pertes,  $\eta$  est petit et par suite :

$$\sigma = s(1 + \eta^2 - \frac{1}{4} s^4 + \frac{s^6}{16} + \dots)$$

Pour des longueurs telles que  $d' = (2n + 1) \frac{\lambda'_2}{4}$ , un calcul

analogue conduit à :

$$|r'| = \frac{1 - S'}{1 + S'} \left| \frac{1 - \sigma' + j\sigma'}{1 + \sigma' - jn\sigma'} \right|$$

avec :

$$\sigma' = \frac{\lambda_1}{\lambda_2} \operatorname{th} ad'$$

d'où :

$$(1 + \sigma'^2 + \sigma'^2 t^2) s' = \sigma' (1 + s'^2)$$

d'où on déduit :

$$\sigma' = s' \left( 1 - \frac{1}{4} s'^4 + \frac{1}{16} s'^6 + \dots \right)$$

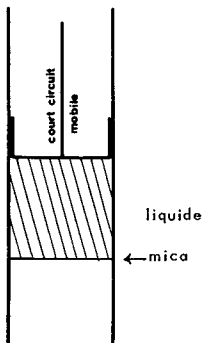
On a en particulier, pour  $d = 2d'$

$$\operatorname{th} ad' = \sqrt{\frac{\sigma\sigma'}{2 - \sigma\sigma'}}$$

On en déduit, à l'aide de tables, la valeur de  $a$ ,  $b$  étant donné par  $b = \frac{2\pi}{\lambda_2}$ .

## 6. METHODE DE LA VARIATION DU CARRE DU MODULE DU COEFFICIENT DE REFLEXION EN LIGNE COURT-CIRCUITEE.

Principe de la méthode.



- On étudie les variations du coefficient de réflexion en fonction de l'épaisseur du diélectrique. Celui-ci est limité, du côté du générateur, par une lame de mica.

En enfonçant le piston, on chasse le liquide. On mesure, à l'aide d'un cristal placé dans le bras de dérivation d'un coupleur directif, les variations du carré du module du coefficient de réflexion.

On peut faire un raisonnement analogue à celui fait pour la ligne ouverte. Le coefficient de réflexion est donné par :

$$r = \frac{\rho_0 - e^{-2\gamma_2' d}}{1 - \rho_0 e^{-2\gamma_2' d}}$$

ce qui s'écrit encore :

$$r\rho_0 = \frac{e^{-2\gamma_2' d} - \rho_0}{e^{-2\gamma_2' d} - \frac{1}{\rho_0}}$$

Lorsque  $d$  devient grand, on retrouve bien  $r = \rho_0$ . Si on appelle  $M$  le point d'affixe  $e^{-2\gamma_2' d}$ ,  $A$  celui d'affixe  $\rho_0$  et  $B$  celui d'affixe  $\frac{1}{\rho_0}$ , on a :

$$\left| \frac{MA}{MB} \right| = r\rho_0$$

Les points d'intersection de la courbe de variation de  $|r|^2$  en fonction de  $d$  avec la droite  $|r|^2 = |\rho_0|^2$  correspondant à :

$$\left| \frac{MA}{MB} \right| = |\rho_0|^2$$

$M$  est donc sur le cercle, lieu des points divisant  $AB$  dans le rapport  $|\rho_0|^2$ .

Ce cercle passe encore par  $O$  qui correspond à  $d$  infini. Comme précédemment, les points d'intersection de ce cercle avec la spirale logarithmique, lieu de  $M$ , s'alignent rapidement, ce qui correspond à l'apparition d'une pseudo-période sur la courbe  $|r|^2 = f(d)$ . Cette pseudopériode est :

$$\delta = \frac{\pi}{b}$$

La suite du calcul est rigoureusement identique et on a encore

$$\varepsilon' = 1 + \frac{\lambda^2}{2\delta^2} - \frac{\lambda}{\delta} \sqrt{1 - p^2} \frac{1 + |\rho_0|^2}{1 - |\rho_0|^2}$$



$$\epsilon'' = \frac{\lambda}{\delta} \sqrt{p^2 + \frac{\lambda^2}{4\delta^2}} - \epsilon'$$

Si le liquide n'a pas de pertes,  $\epsilon'' = 0$  et par suite :

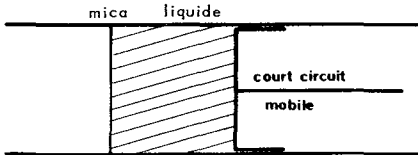
$$\epsilon' = p^2 + \frac{\lambda^2}{4\delta^2} = \lambda^2 \left( \frac{1}{\lambda_2^2} + \frac{1}{(2\delta)^2} \right)$$

Des abaques (68) permettent de relier  $\delta$  à  $\epsilon'$ .

La méthode décrite est cependant moins précise que celle opérant en ligne ouverte, du fait de l'influence du court-circuit (état de surface, contact avec le guide) sur la détermination de  $\rho_0$ .

## 7. METHODE DE LA SONDE FIXE EN LIGNE COURT-CIRCUITEE.

Principe de la méthode (69)(70).



- On étudie les déplacements du court-circuit redonnant un minimum pour une même position de la sonde correspondant à un minimum lorsque le diélectrique est remplacé par un court-circuit ( $d = 0$ ).

Pour cette nouvelle valeur de l'épaisseur du diélectrique, on mesure le T.O.S.

On a, dans le cas d'une ligne court-circuitée :

$$\frac{\text{th}\gamma_2' d}{\gamma_2' d} = \frac{1}{\gamma_1' d} \frac{S - jT}{1 - jST}$$

On peut chercher les valeurs de  $d$  telles que le minimum reste fixe ( $T=0$ ). On a alors :

$$\frac{\text{th}\gamma_2' d}{\gamma_2' d} = \frac{S}{\gamma_1' d}$$

Ce qui donne, en séparant la partie réelle de la partie imaginaire :

$$\frac{2\pi}{\lambda} \frac{d}{S} = ad \operatorname{tg} bd + bd \operatorname{coth} ad = bd \operatorname{th} ad - ad \operatorname{cotg} bd$$

Des deux expressions de  $2\pi \frac{d}{\lambda}$ , on tire la condition :

$$a \operatorname{sh} 2 ad + b \sin 2 bd = 0$$

Il est alors possible, compte tenu de cette condition et d'une des expressions de  $\frac{2\pi}{\lambda} \frac{d}{S}$ , de tracer des abaques permettant de résoudre le système et d'obtenir  $a$  et  $b$  et donc de déduire  $\epsilon^*$ .

Remarque :

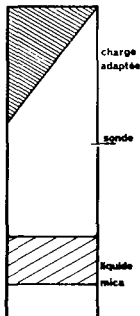
Il est possible de placer la sonde à un maximum et d'opérer d'une manière identique. A un maximum, on a  $T$  infini et par suite :

$$\frac{\operatorname{th} \gamma_2' d}{\gamma_2' d} = \frac{1}{\gamma_1' d} \frac{1}{S}$$

Le calcul se poursuit d'une manière analogue (il suffit de changer formellement  $S$  en  $1/S$ ).

8. METHODE DU COEFFICIENT DE TRANSMISSION.

Principe de la méthode (71)



Deux opérations :

- Mesure du T.O.S. d'une colonne infinie de diélectrique.
- Etude de la variation du coefficient de transmission en fonction de l'épaisseur. La dernière mesure s'effectue en étudiant les variations du signal transmis lorsque le liquide s'élève dans le guide d'onde, placé

verticalement.

Une antenne très fine permet de capter le signal transmis sans perturber l'onde qui est absorbée par une charge adaptée.

On a vu que pour  $\gamma'_2 = a + jb$ , on avait :

$$\epsilon' = \left(\frac{\lambda}{\lambda_g}\right)^2 \left[ b^2 - a^2 \frac{\lambda_g}{4\pi^2} - 1 \right] + 1$$

$$\epsilon'' = 2 \left(\frac{\lambda}{\lambda_g}\right)^2 \frac{\lambda_g^2}{4\pi^2} ab$$

D'autre part, dans le cas d'une épaisseur infinie de diélectrique, on avait :

$$\epsilon' = \left(\frac{\lambda}{\lambda_g}\right)^2 (A^2 - B^2 - 1) + 1$$

$$\epsilon'' = -2 \left(\frac{\lambda}{\lambda_g}\right)^2 AB$$

L'identification de ces deux séries d'expressions de  $\epsilon^*$  conduit à :

$$a = -\frac{2\pi}{\lambda_g} B$$

$$b = \frac{2\pi}{\lambda_g} A$$

On a d'autre part une relation liant A et B. En effet, comme

$$A = \frac{S(1 + T^2)}{S^2 + T^2}$$

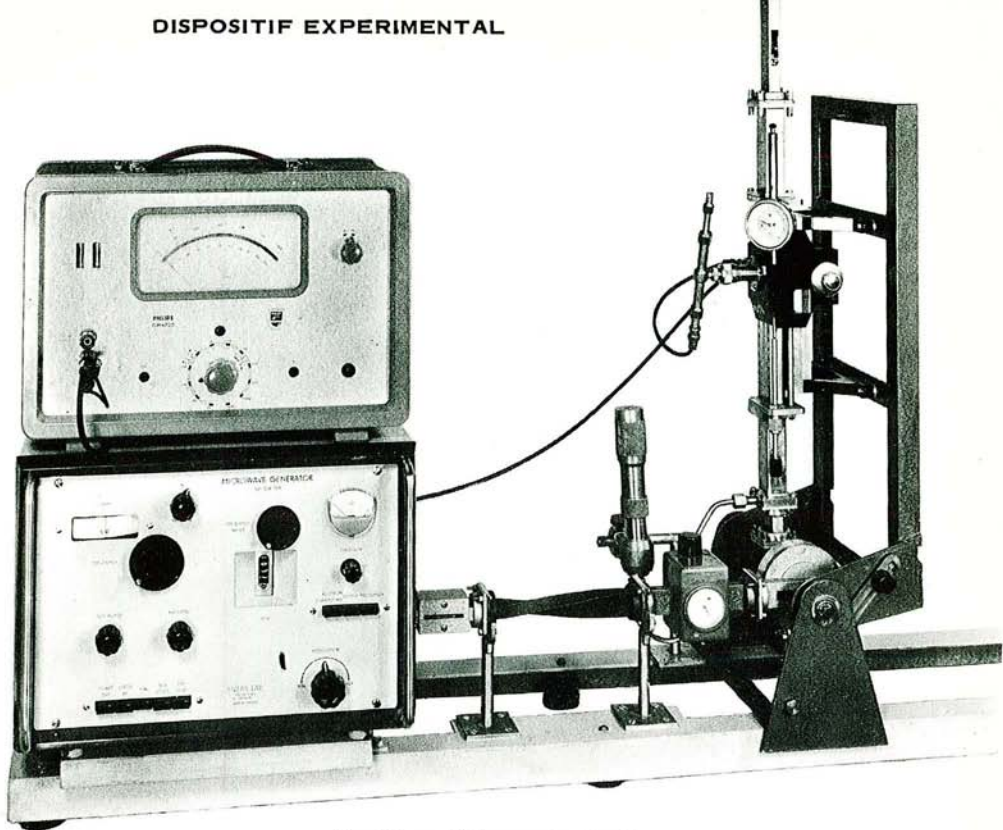
$$B = \frac{T(1 - S^2)}{S^2 + T^2}$$

On a :

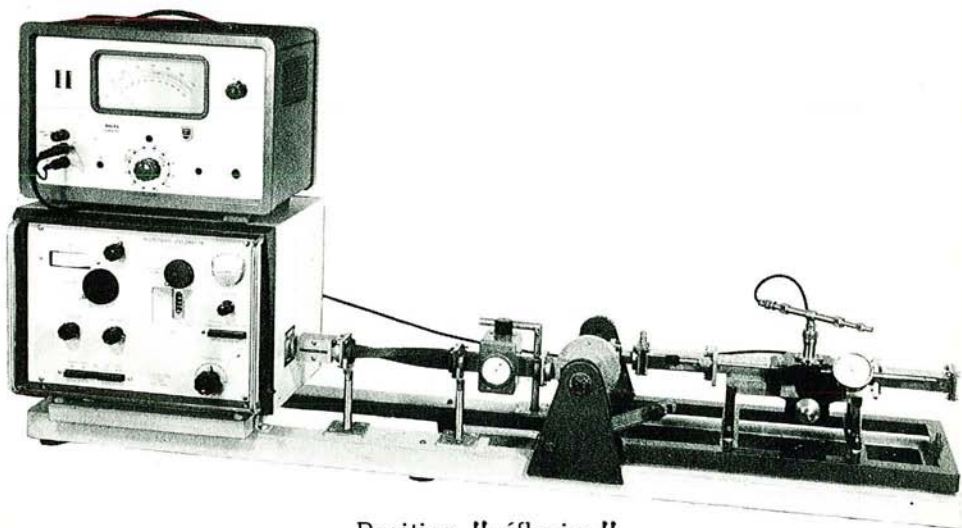
$$A^2 - A \left(\frac{1}{S} + S\right) + B^2 + 1 = 0$$

S se mesure relativement facilement. Il reste donc à mesurer A ou B pour calculer B ou A et ensuite en déduire  $\epsilon^*$ .

DISPOSITIF EXPERIMENTAL



Position "transmission"



Position "réflexion"



Il est possible de déduire facilement B du coefficient de transmission :

$$t = (1 - \rho_0^2) \frac{e^{(\gamma_1' - \gamma_2')d}}{1 - \rho_0^2 e^{-2\gamma_2'd}}$$

Si d est suffisamment grand :

$$t \sim (1 - \rho_0^2) e^{(\gamma_1' - \gamma_2')d}$$

d'où,  $\gamma_1'$  étant un nombre imaginaire pur :

$$|t|^2 \sim |1 - \rho_0^2|^2 e^{-2ad}$$

et par suite :

$$\text{Log } |t|^2 = \text{Log } |1 - \rho_0^2|^2 - 2ad$$

On a donc une variation linéaire de  $\text{Log } |t|^2$  en fonction de d. La pente<sup>(\*)</sup> de cette droite donne a , d'où :

$$B = -\frac{\lambda g}{2\pi} a$$

A l'aide de l'équation :

$$A^2 - \left(\frac{1}{S} + S\right) A + B^2 + 1 = 0$$

On en déduit A et par suite  $\epsilon^*$ .

Il est à remarquer que cette équation est du second ordre et donc donne deux valeurs  $A_1$  et  $A_2$  pour A. L'examen des coefficients montre qu'elles sont toutes les deux positives. On peut les classer par rapport à leur moyenne géométrique  $\sqrt{1 + B^2}$ .

$$0 < A_1 < \sqrt{B^2 + 1} < A_2$$

(\*) Il est bon de remarquer que la validité de l'approximation faite dans cette méthode se contrôle d'elle-même. En effet, tant que l'épaisseur n'est pas assez grande, la variation de  $|t|^2$ , représentée en coordonnées semi-logarithmiques, n'est pas rectiligne. Il reste cependant une légère ondulation résiduelle due à la désadaptation du détecteur (72)(73) qui est très minime.

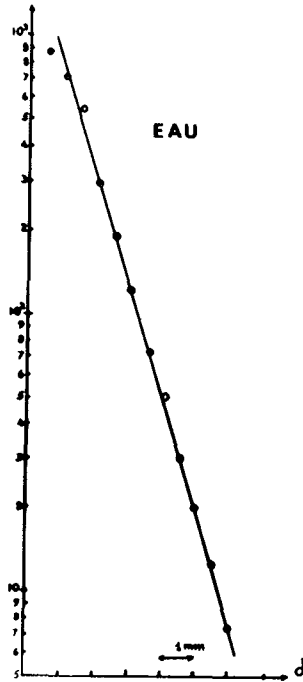
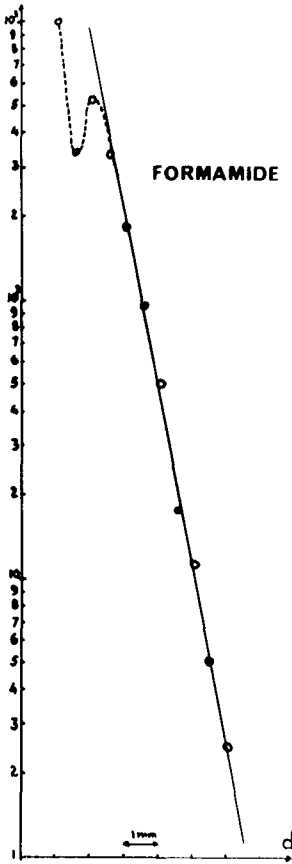
Comme on a :

$$\epsilon' = \left(\frac{\lambda}{\lambda_g}\right)^2 (A^2 - B^2 - 1) + 1$$

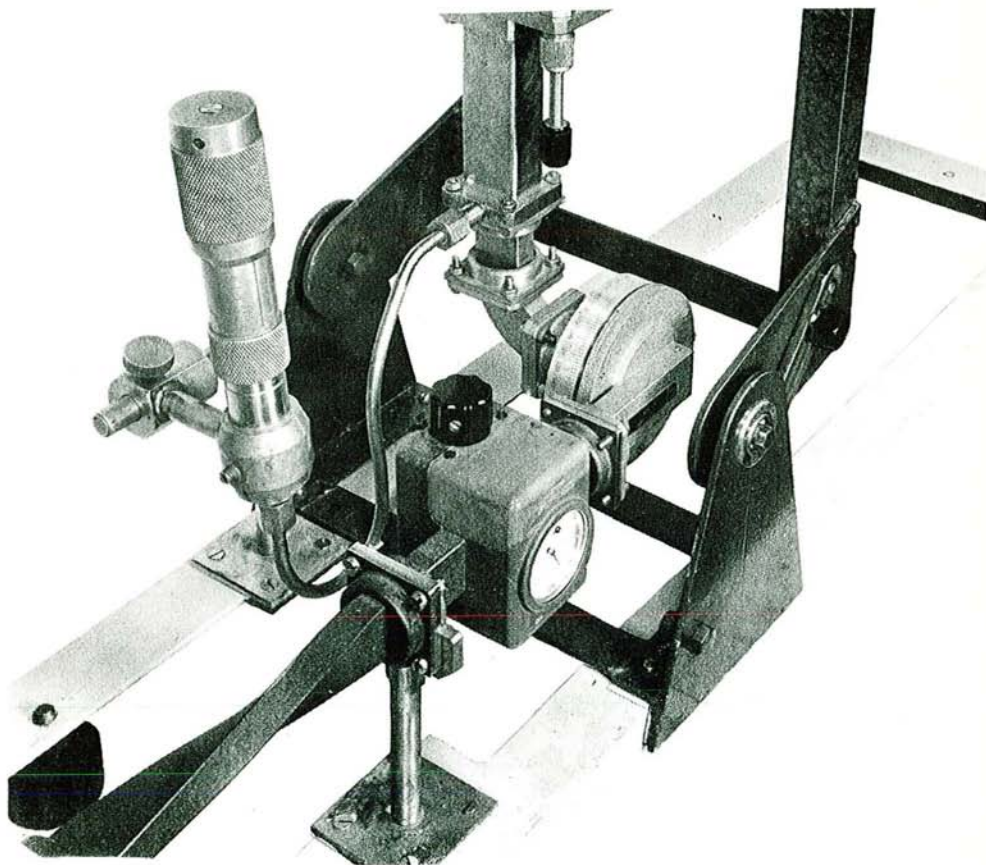
On voit que pour  $A = \sqrt{B^2 + 1}$

$$\epsilon' = \left(\frac{\lambda}{\lambda_g}\right)^2 ((B^2 + 1) - B^2 - 1) + 1 = 1$$

Ce qui impose (comme  $\epsilon' > 1$ ) de choisir la valeur  $A_2$ .



DISPOSITIF EXPERIMENTAL

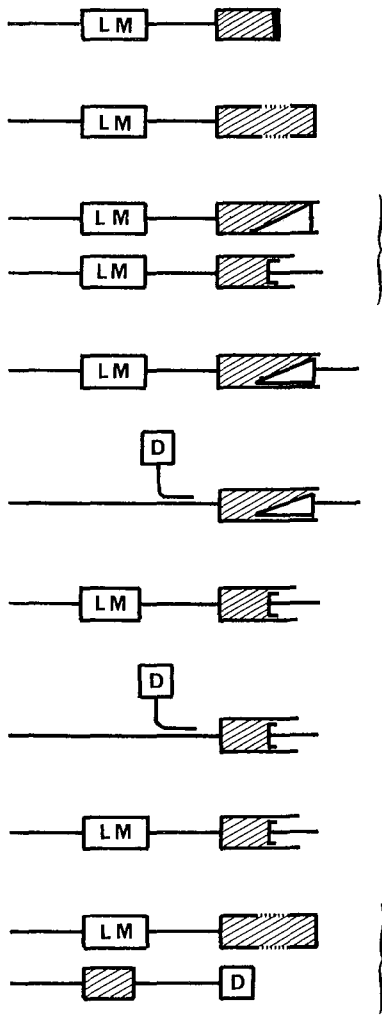


Détail du dispositif expérimental








9. TABLEAU RECAPITULATIF




Légende

 Ligne de mesure

 Détecteur

 Charge adaptée mobile

 Court-circuit mobile

Ref. bibliogr.	Liquide seulement (longueur variable)	Paramètres mesurés	Abaque nécessaires	Adoptés aux liquides à fortes pertes	Méthodes nouvelles
20 37		S T	★		
59		S T		★	★
60	★	S T			
61	★	S	★	★	
63	★	$r^2$	★	★	
64	★	$r^2$		★	★
65 66	★	S	★	★	
	★	$r^2$		★	★
69 70	★	S	★		
71	★	S $t^2$		★	★





IV

G E N E R A L I T E S  
S U R   L A   P O L A R I S A T I O N

1. LA RELATION DE DEBYE.

Dans le premier chapitre, nous avons été conduit à introduire la permittivité complexe

$$\epsilon^* = \epsilon' - j\epsilon''$$

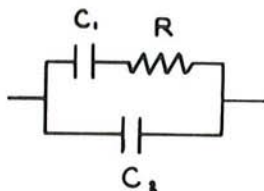
pour exprimer le déphasage entre le champ électrique et l'induction électrique

$$\vec{D} = \epsilon^* \vec{E}$$

Il est possible, à l'aide d'un modèle électrique, d'exprimer les variations, avec la fréquence, de l'absorption d'énergie par la matière. Le modèle le plus simple (74) est de considérer une capacité et une résistance en série



mais une étude plus détaillée montre qu'un modèle formé de deux condensateurs et une résistance convient mieux pour représenter les pertes diélectriques de la matière dans un large domaine de fréquences.



Avec les notations de la figure, l'impédance  $Z$  du système est donnée par :

$$\frac{1}{Z} = j C_1 \omega + j \frac{C_2 \omega}{1 + j RC_2 \omega} = j C^* \omega$$

$C^*$  étant la capacité complexe équivalente.  
On en déduit :

$$C^* = C_1 + \frac{C_2}{1 + j RC_2 \omega}$$

$RC_2$  ayant les dimensions d'un temps, on pose :

$$RC_2 = \tau$$

$\tau$  étant le temps de relaxation.

$S$  et  $e$  étant respectivement les surfaces et épaisseur de ces capacités ( $C_1$ ,  $C_2$ ,  $C^*$ ) supposées être toutes géométriquement identiques, on a, au coefficient de proportionnalité  $\frac{S}{e}$  près :

$$\epsilon^* = \epsilon_1 + \frac{\epsilon_2}{1 + j \omega \tau}$$

Pour  $\omega = 0$       $\epsilon^*(0) = \epsilon_1 + \epsilon_2 = \epsilon_0$

et

pour  $\omega = \infty$       $\epsilon^*(\infty) = \epsilon_1 = \epsilon_\infty$

d'où la relation de DEBYE<sup>(\*)</sup>:

$$\epsilon^* = \epsilon_\infty + \frac{\epsilon_0 - \epsilon_\infty}{1 + j \omega \tau}$$

En séparant la partie réelle de la partie imaginaire :

$$\epsilon' = \epsilon_\infty + \frac{\epsilon_0 - \epsilon_\infty}{1 + \omega^2 \tau^2}$$

$$\epsilon'' = \frac{\epsilon_0 - \epsilon_\infty}{1 + \omega^2 \tau^2} \omega \tau$$

(\*) La relation de DEBYE peut être établie à partir de considérations théoriques plus "moléculaires" (74).

d'où on déduit :

$$\omega\tau = \frac{\epsilon''}{\epsilon' - \epsilon_\infty}$$

Ces relations traduisent, avec une bonne approximation, le comportement des corps "ne possédant qu'un seul temps de relaxation".

Des relations plus complexes permettent de donner une meilleure image du comportement des diélectriques purs avec la fréquence (75)

$$\frac{(\epsilon^* - n^2)(2\epsilon^* + 1)}{\epsilon^*} = \frac{(\epsilon_0 - n^2)(2\epsilon_0 + 1)}{\epsilon_0} \frac{1}{1 + j\omega\tau}$$

## 2. GENERALITES SUR LA POLARISATION EN CHAMP STATIQUE.

L'interprétation de la permittivité n'est généralement pas aisée et l'on a recours à des fonctions de  $\epsilon$  ayant une signification physique plus simple : la polarisation  $P$  est l'une de ces grandeurs.

On pose :

$$P = P_e + P_a + P_0$$

où  $P_e$  est la participation électronique et  $P_a$  la participation atomique à la polarisation et  $P_0$  la polarisation d'orientation. Lorsqu'on se déplace vers les très hautes fréquences, la polarisation d'orientation n'intervient plus et pratiquement seule la polarisation électronique joue un rôle.

Dans le cas de molécules non polaires, il est aisé de calculer la polarisation en considérant une molécule isolée, située dans une sphère de rayon  $a$ , baignant dans le milieu. Cette molécule est soumise au champ interne, c'est-à-dire au champ appliqué au milieu, augmenté du champ créé par les extrémités des dipôles se terminant sur la sphère (on admet que les autres molécules situées dans la sphère ont un effet moyen nul sur la molécule considérée). Un tel modèle

conduit à l'équation de CLAUSIUS-MOSSOTTI :

$$P = \frac{\epsilon_0 - 1}{\epsilon_0 + 2} \frac{M}{\rho}$$

d'où l'on déduit la relation de LORENZ-LORENTZ (réfraction molaire) en utilisant la relation de MAXWELL ( $\epsilon_0 = n^2$ )

$$R = \frac{n^2 - 1}{n^2 + 1} \frac{M}{\rho}$$

La relation de CLAUSIUS-MOSSOTTI, établie dans le cas de molécules non polaires, n'est plus valable pour les molécules polaires\*.

Pour les liquides polaires, il faut tenir compte des interactions moléculaires, ce qui conduit à introduire le champ de réaction d'un dipôle (90) qui correspond à la résultante des champs de molécules voisines orientées par la molécule considérée. On obtient alors la relation d'ONSAGER

$$P = \frac{4\pi N\mu^2}{9kT} = \frac{(\epsilon - n^2)(2\epsilon + n^2)}{\epsilon(n^2 + 2)^2} \frac{M}{\rho}$$

Cette relation n'est plus vérifiée pour les liquides associés. On peut l'étendre aux mélanges (91)

$$P = \frac{(\epsilon_0 - n^2)(2\epsilon_0 + n^2)}{\epsilon_0(n^2 + 2)^2} = \frac{4\pi N}{9kT} \sum N_i \mu_i^2$$

$N_i$  étant le nombre de moles par unité de volume.

\* On peut cependant en déduire la relation

$$4\pi \frac{N\mu^2}{9kT} = \left( \frac{\epsilon_0 - 1}{\epsilon_0 + 2} - \frac{n^2 - 1}{n^2 + 2} \right) \frac{M}{\rho} = \frac{3(\epsilon_0 - 1)}{(\epsilon_0 + 2)(n^2 + 2)} \frac{M}{\rho}$$

qui tient compte de la participation du moment dipolaire permanent  $\mu$  et de l'agitation thermique des dipôles ( $N$  étant le nombre d'Avogadro). Cette relation n'est valable que pour les solutions diluées de liquides polaires dans un solvant non polaire.

### 3. POLARISATION EN CHAMP SINUSOIDAL.

Lorsque le champ statique est remplacé par un champ sinusoidal, la permittivité statique  $\epsilon_0$  est remplacée par la permittivité complexe  $\epsilon^* = \epsilon' - j\epsilon''$ .

La méthode la plus simple pour obtenir la polarisation complexe (ou polarisation dynamique) est de remplacer formellement  $\epsilon_0$  par  $\epsilon^*$  dans l'expression de la polarisation statique. Le résultat ainsi obtenu ne donne pas une bonne représentation des résultats expérimentaux.

En exprimant que le champ de réaction du dipôle ne dépend pas de la fréquence du champ appliqué, on obtient la relation de BARRIOL (75)

$$P^* = \frac{(\epsilon^* - n^2)(2\epsilon^* + 1)}{\epsilon^*(n^2 + 2)} = \frac{4\pi N \mu^2}{9kT} \frac{(2\epsilon_0 + 1)(n^2 + 2)}{(2\epsilon_0 + n^2)(1 + j\omega\tau)}$$

### 4. POLARISATION COMPLEXE D'UN MELANGE.

C'est cette dernière relation que nous utiliserons, en l'étendant au cas d'un mélange :

$$P^* = \frac{(\epsilon^* - n^2)(2\epsilon^* + 1)}{\epsilon^*(n^2 + 2)} = \frac{4\pi N}{9kT} \frac{(2\epsilon_0 + 1)(n^2 + 2)}{(2\epsilon_0 + n^2)} \sum_i \frac{N_i \mu_i^2}{1 + j\omega\tau_i}$$

$N_i$  étant le nombre de moles par unité de volume ayant un moment dipolaire  $\mu_i$ , un indice  $n_i$ , une permittivité statique  $\epsilon_{0,i}$  et un temps de relaxation  $\tau_i$ .

En posant :

$$P^* = A - jB$$

on a :

$$A = \sum_i \frac{N_i K_i}{1 + \omega^2 \tau_i^2}$$



$$B = \sum_i \frac{N_i K_i \omega \tau_i}{1 + \omega^2 \tau_i^2}$$

avec :

$$K_i = \frac{4 \pi N}{9 k T} \frac{(2 \epsilon_0 + 1)(n^2 + 2)}{2 \epsilon_0 + n^2} \mu_i^2$$

D'autre part on a :

$$A - jB = \frac{(\epsilon^* - n^2)(2\epsilon^* + 1)}{\epsilon^* (n^2 + 2)}$$

d'où on déduit :

$$A = \frac{(\epsilon'^2 + \epsilon''^2)(2\epsilon' - 2n^2 + 1) - n^2 \epsilon'}{(\epsilon'^2 + \epsilon''^2)(n^2 + 2)}$$

$$B = \frac{2(\epsilon'^2 + \epsilon''^2) + n^2}{(\epsilon'^2 + \epsilon''^2)(n^2 + 2)} \epsilon''$$

Ce qui montre, qu'en première approximation, B varie sensiblement comme  $\epsilon''$ .

E T U D E  
D E Q U E L Q U E S M E L A N G E S B I N A I R E S  
D E L I Q U I D E S P O L A I R E S

Dans cette dernière partie, nous allons passer en revue quelques mélanges binaires de liquides polaires.

Toutes les mesures ont été effectuées à 20°C sur des produits d'origine Merck (généralement de qualité "purs pour chromatographie"). L'eau est purifiée par passage sur échangeur d'ions. Les mesures de permittivité ont été effectuées à une fréquence de 10 GHz, en utilisant la méthode du coefficient de transmission que nous avons mise au point.

1. SYSTEME ETHANOL-EAU.

Le système éthanol-eau a déjà fait l'objet de plusieurs études par voie diélectrique (77) à (78). Les mesures faites à basse fréquence montrent une variation de la permittivité qui présente un écart à la linéarité non significatif. Il en est d'ailleurs de même pour la polarisation (79).

Des mesures effectuées à de plus hautes fréquences, variant entre 0,4 et 10 GHz mais seulement pour de faibles concentrations en eau (inférieures à 5 %), ont montré une très forte élévation du temps de relaxation avec la concentration en eau (80)(81). Du fait des pertes trop élevées, ces mesures n'avaient pas été faites à 10 GHz pour des concentrations supérieures à 5 % en eau. L'utilisation de notre méthode de mesure, basée sur l'étude de la transmission associée à la mesure du coefficient de réflexion, nous a permis de poursuivre l'étude de ce système pour des concentrations variant de l'éthanol pur à l'eau pure.

- Etude de  $\epsilon^*$ .

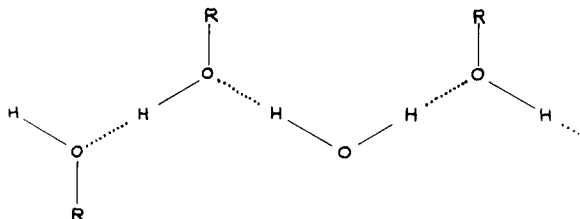
La non linéarité des variations de  $\epsilon'$  et  $\epsilon''$  montre que le système éthanol-eau ne se comporte pas comme une

solution idéale et qu'il y a donc modification de la structure des composants.

Du côté des faibles concentrations en eau, on observe, par rapport à la linéarité, une diminution de  $\epsilon'$  et  $\epsilon''$ , ce qui conduit à supposer l'existence d'un composé I.

Du côté des fortes concentrations en eau, on remarque au contraire une augmentation de  $\epsilon''$  accompagnée d'une diminution de  $\epsilon'$ , ce qui suggère l'existence d'un composé II. Ces deux composés peuvent se justifier simplement : Pour les fortes concentrations en eau, l'éthanol ne modifie pratiquement pas la structure des édifices aqueux ("icebergs") du fait de la taille du radical alkyl (82). Des molécules d'éthanol (une ou deux) peuvent se greffer sur un iceberg, ce qui d'ailleurs expliquerait la position du maximum de  $\epsilon''$  qui apparaît à une concentration en eau de l'ordre de 0,98 %, pourcentage qui correspond à environ une molécule d'éthanol pour une vingtaine de molécules d'eau\*. Un tel ensemble serait le composé II.

Pour les faibles concentrations en eau, l'éthanol, comme les alcools en général, se comporte plus en accepteur de protons qu'en donneur (83) et la présence d'eau tend à établir des ponts entre les chaînes alcooliques :

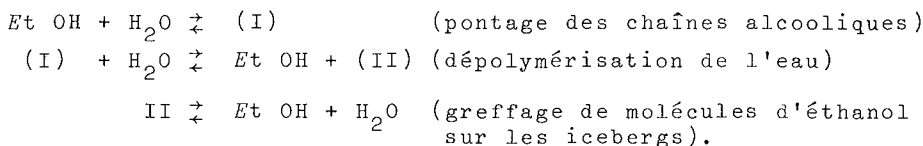


Ces liaisons augmentent alors la tendance de l'eau à devenir à son tour un accepteur de protons et par suite la possibilité de lier deux autres chaînes alcooliques sur l'oxygène de l'eau (82). Il est vraisemblable que le composé I a une structure de ce type.

Pour passer du composé II au composé I, il faut qu'il y ait dislocation des icebergs, ce qui met en évidence le rôle dépolymérisant de l'éthanol pour l'eau.

\* Les icebergs seraient formés d'une vingtaine de molécules d'eau (88)(89).

Il semble donc qu'on peut schématiser le comportement du système par la succession de trois équilibres :



- Etude de P\*.

Pour les faibles concentrations en eau, on peut admettre que l'on n'a pratiquement que de l'éthanol et du composé I. On peut donc écrire :

$$\begin{aligned}
 A &= \frac{N_1 K_1}{1 + \omega^2 \tau_1^2} + \frac{N_3 K_3}{1 + \omega^2 \tau_3^2} \\
 B &= \frac{N_1 K_1}{1 + \omega^2 \tau_1^2} \omega \tau_1 + \frac{N_3 K_3}{1 + \omega^2 \tau_3^2} \omega \tau_3
 \end{aligned}$$

où les indices 1 et 3 sont respectivement affectés à l'éthanol et au composé I.

Si  $N_1^0$  est le nombre de moles par unité de volume pour l'éthanol pur, on a :

$$N_1 = N_1^0 - \Delta N_1$$

$\Delta N_1$  étant le nombre de moles d'éthanol qui ont participé à la formation des moles du composé I. A chaque mole d'éthanol utilisée correspond  $k$  moles du composé ( $k$  étant un nombre positif inférieur à 1), d'où :

$$N_3 = k \Delta N_1 = k (N_1^0 - N_1)$$

Si  $x$  est la concentration en alcool :

$$x = \frac{N_1}{N_1^0}$$

d'où :

$$N_3 = k (1 - x) N_1^0$$

et par suite :

$$\begin{aligned} A &= \left[ \frac{xK_1}{1+\omega^2\tau_1^2} + \frac{(1-x)kK_3}{1+\omega^2\tau_3^2} \right] N_1^0 \\ &= \frac{K_1 N_1^0}{1+\omega^2\tau_1^2} + (1-x) \left[ \frac{kK_3}{1+\omega^2\tau_3^2} - \frac{K_1}{1+\omega^2\tau_1^2} \right] N_1^0 \\ B &= \left[ \frac{xK_1}{1+\omega^2\tau_1^2} \omega\tau_1 + \frac{(1-x)kK_3}{1+\omega^2\tau_3^2} \omega\tau_3 \right] N_1^0 \\ &= \frac{K_1 N_1^0 \omega\tau_1}{1+\omega^2\tau_1^2} + (1-x) \left[ \frac{kK_3 \omega\tau_3}{1+\omega^2\tau_3^2} - \frac{K_1 \omega\tau_1}{1+\omega^2\tau_1^2} \right] N_1^0 \end{aligned}$$

On en déduit :

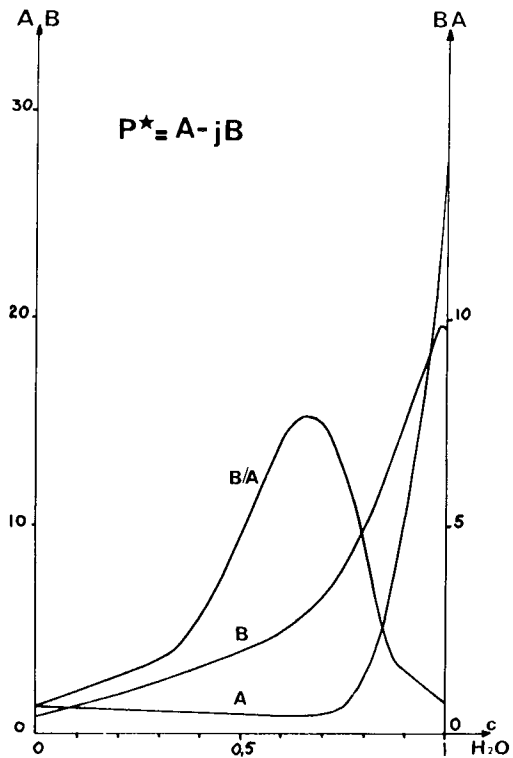
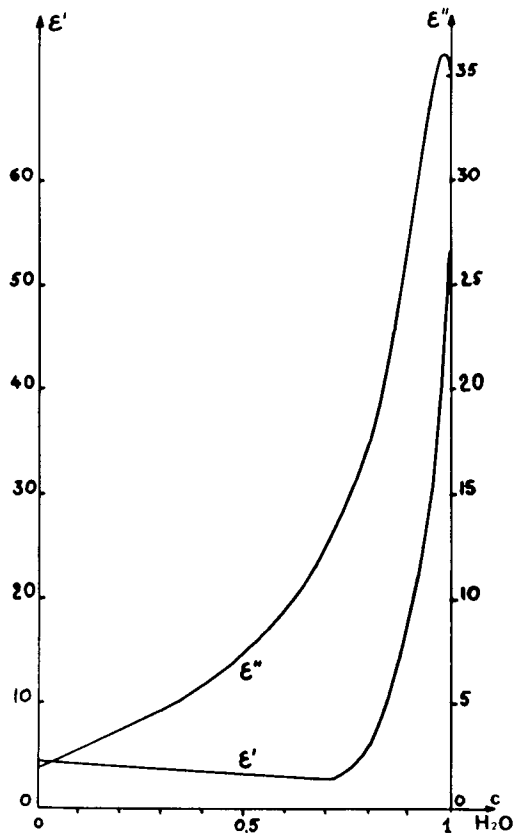
$$\frac{B}{A} = \omega\tau_1 \frac{1 + (1-x) \left[ \frac{kK_3 \omega\tau_3}{1+\omega^2\tau_3^2} - \frac{K_1 \omega\tau_1}{1+\omega^2\tau_1^2} \right] \frac{1+\omega^2\tau_1^2}{K_1 \omega\tau_1}}{1 + (1-x) \left[ \frac{kK_3}{1+\omega^2\tau_3^2} - \frac{K_1}{1+\omega^2\tau_1^2} \right] \frac{1+\omega^2\tau_1^2}{K_1}}$$

Pour les valeurs de  $x$  voisines de 1 (concentrations en eau très faibles) :

$$\frac{B}{A} \sim \omega\tau_1 \left[ 1 + (1-x) \frac{kK_3}{K_1} \frac{1+\omega^2\tau_1^2}{1+\omega^2\tau_3^2} \left( \frac{\tau_3}{\tau_1} - 1 \right) \right]$$

La pente de  $\frac{B}{A}$  (qui est rectiligne dans cette région) étant positive, . impose :

$$\tau_3 > \tau_1$$



ETHANOL - EAU

Un raisonnement analogue fait dans la région des fortes concentrations en eau, où  $\frac{B}{A}$  est encore rectiligne, montrerait que le temps de relaxation  $\tau_4$  du composé II est supérieur à celui de l'eau ( $\tau_2$ ).

La linéarité de A et B, pour les faibles concentrations en eau, permet d'avoir un ordre de grandeur de  $\tau_3$ . En effet, les expressions de A et B s'écrivent encore, pour la partie rectiligne :

$$A = \frac{K_1 N_1^0}{1 + \omega^2 \tau_1^2} + (1 - x) \alpha$$

$$B = \frac{K_1 N_1^0 \omega \tau_1}{1 + \omega^2 \tau_1^2} + (1 - x) \beta$$

où  $\alpha$  et  $\beta$  représentent les pentes respectives des droites (A) et (B).

En identifiant les expressions avec les expressions précédentes, on en déduit, par élimination de  $\frac{kK_3 N_1^0}{1 + \omega^2 \tau_3^2}$

$$\omega \tau_1 = \frac{\frac{K_1 N_1^0}{1 + \omega^2 \tau_1^2} \omega \tau_1 + \beta}{\frac{K_1 N_1^0}{1 + \omega^2 \tau_1^2} + \alpha}$$

L'expérience conduit à :

$$\frac{K_1 N_1^0}{1 + \omega^2 \tau_1^2} = 1,48 \quad (\text{ordonnée à l'origine de A})$$

$$\frac{K_1 N_1^0 \omega \tau_1}{1 + \omega^2 \tau_1^2} = 1,07 \quad (\text{ordonnée à l'origine de B})$$

$$\alpha = - 1,2$$

$$\beta = 4,6$$

donc

$$\begin{aligned} \omega\tau_3 &\sim 20 \\ \text{d'où l'on tire :} & \\ \tau_3 &\sim 32.10^{-11} \text{ s.} \end{aligned}$$

ce qui donne un temps de relaxation environ trente fois supérieur à celui de l'éthanol. Cette très forte augmentation du temps de relaxation, avec l'adjonction d'un peu d'eau dans l'éthanol, avait déjà été pressentie par l'étude des spectres hertziens de solutions faiblement aqueuses (80)(81).

Du fait de la mauvaise définition de la pente à l'origine de B, pour les fortes concentrations en eau, il n'est pas possible de calculer ainsi  $\tau_4$ .

On peut remarquer que la polarisation statique de ce système présente un écart à la linéarité non significatif (79) alors que dans le domaine des micro-ondes, cet écart est nettement plus important : il semble qu'on puisse attribuer cette évolution à la durée de vie des édifices alcool-eau qui serait du même ordre de grandeur que la période des ondes U.H.F.

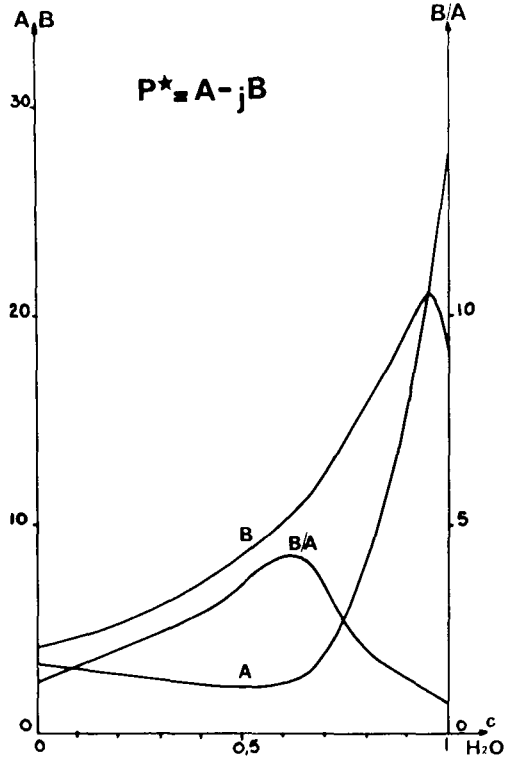
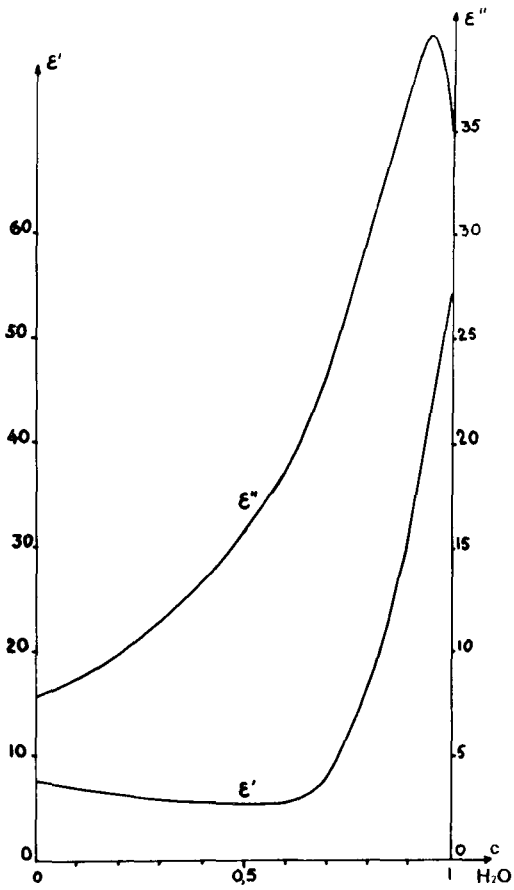
## 2. SYSTEME METHANOL-EAU.

Ce système, comme le précédent, a aussi fait l'objet de plusieurs études par voie diélectrique (76) à (78) et les mesures en basse fréquence montrent aussi une variation sensiblement linéaire de la permittivité. Aux plus hautes fréquences, il est possible de mettre en évidence que l'adjonction de faibles quantités d'eau augmente le temps de relaxation (81). Mais là encore, du fait des pertes trop élevées, les mesures n'avaient pu être faites que pour les concentrations en eau inférieures à 5 %. Notre méthode de mesure nous a encore permis de faire sans difficulté cette étude pour toute la gamme de concentration en eau.

### - Etude de $\epsilon^*$ .

Le comportement diélectrique du système méthanol-eau est sensiblement le même que celui du système éthanol-eau : lorsque la concentration en eau augmente, on a d'abord une diminution de  $\epsilon'$  et ensuite une augmentation rapide





METHANOL = EAU

alors que  $\epsilon''$  croît régulièrement jusqu'à un maximum (voisin de  $c = 0,95$  % en eau) pour redécroître ensuite.

Cette similitude suggère une interprétation identique à la précédente (formation de deux composés). L'abaissement de la concentration en eau où apparaît le maximum de  $\epsilon''$  s'expliquerait par le fait que les molécules de méthanol étant de taille plus voisine de celle des molécules d'eau, pourraient remplacer, par échange, quelques molécules d'eau périphériques des icebergs sans pour cela empêcher la possibilité de greffage de quelques molécules de méthanol sur ces mêmes édifices.

Il semble donc qu'on puisse mettre en évidence l'existence de liaisons hydrogène entre l'eau et le méthanol alors que des méthodes de mesure de la susceptibilité magnétique de grande précision, effectuées dans ce but, n'ont pas réussi à les mettre en évidence (84)(85).

#### - Etude de P\*.

Là encore, on a évidemment une grande similitude entre les deux systèmes, à la différence que le maximum de B est nettement moins marqué dans le système méthanol-eau. A Les deux extrémités rectilignes de la courbe permettent encore de montrer que le temps de relaxation  $\tau_3$  du composé I est supérieur à celui du méthanol et que celui du composé II est supérieur à celui de l'eau pure.

Les tangentes à l'origine des courbes représentatives de A et B, pour les faibles concentrations en eau, conduisent encore à l'ordre de grandeur du temps de relaxation  $\tau_3$  du composé I

$$\frac{K_1 N_1^0}{1 + \omega^2 \tau_1^2} = 3,38$$

$$\frac{K_1 N_1^0}{1 + \omega^2 \tau_1^2} \omega \tau_1 = 4,21$$

$$\alpha = - 1,5$$

$$\beta = 1,6$$

d'où :

$$\omega\tau_3 \sim 3$$

et par suite :

$$\tau_3 \sim 4,8.10^{-11} \text{ s}$$

(on a ici une plus mauvaise définition de  $\omega\tau_3$  du fait du départ moins rectiligne de B).

Là encore, on peut constater, pour la polarisation, un écart à la linéarité beaucoup plus important en micro-ondes qu'en statique et attribuer cet accroissement de l'écart à la durée de vie des édifices qui, comme dans le cas du système méthanol-eau, serait du même ordre de grandeur que la période de l'onde U.H.F.

### 3. SYSTEME ETHYLENE GLYCOL-EAU.

Nous avons voulu voir, à l'aide de ce système, si un dialcool avait, en solution aqueuse, un comportement différent d'un monoalcool.

Le comportement diélectrique en ultra hautes fréquences est semblable à celui des deux systèmes méthanol-eau et éthanol-eau. Comme il se doit, les courbes représentatives de  $P^* = A - jB$  ont la même allure. La seule différence notable réside en un maximum de  $\frac{B}{A}$  encore moins prononcé que pour le système méthanol-eau<sup>A</sup>

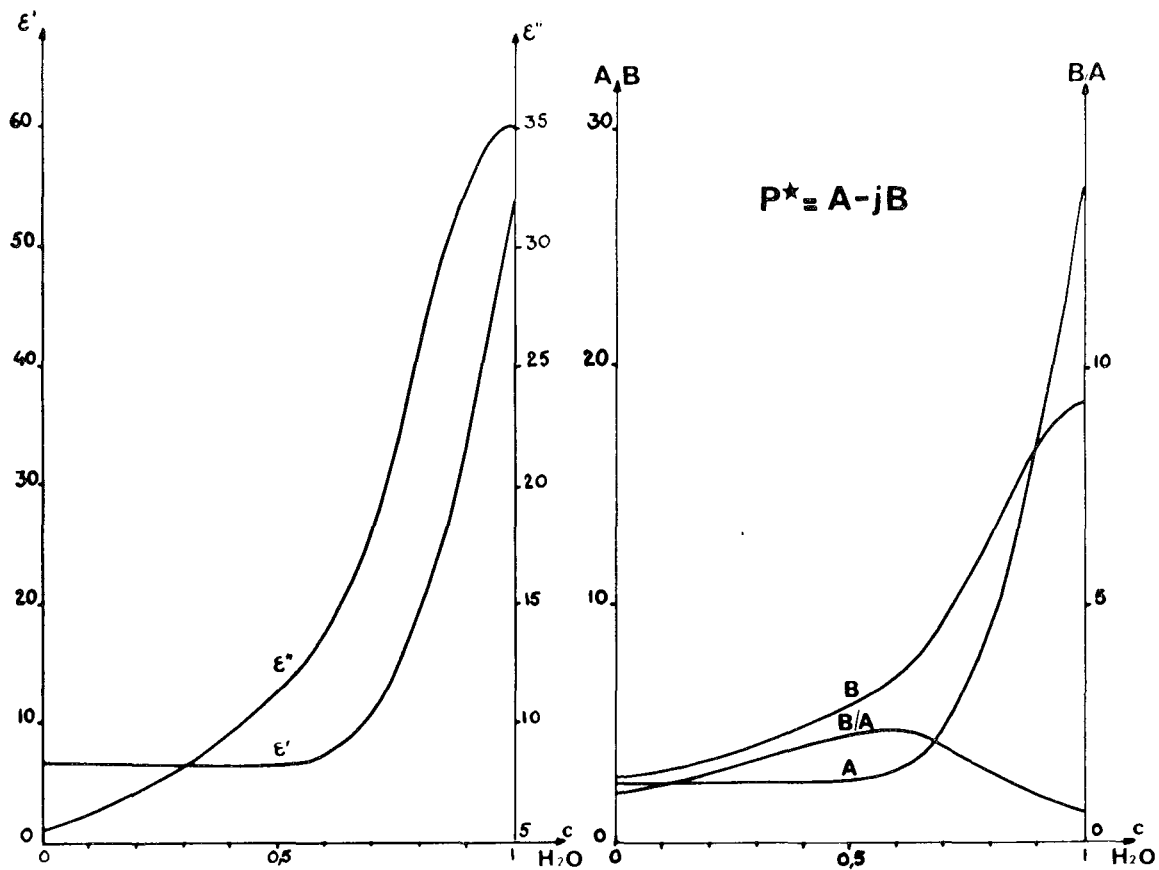
Le temps de relaxation  $\tau_3$  du composé I peut encore être calculé :

$$\frac{N_1^0 K_1}{1 + \omega^2 \tau_1^2} = 2,65$$

$$\frac{N_1^0 K_1}{1 + \omega^2 \tau_1^2} \omega\tau_1 = 2,75$$

$$\alpha \sim 0$$

$$\beta = 2,4$$



ETHYLENE GLYCOL = EAU

d'où

$$\omega\tau_3 \sim 1,95$$

et par suite :

$$\tau_3 \sim 3.10^{-11} \text{ s}$$

#### 4. SYSTEME FORMAMIDE-EAU.

##### -Etude de $\epsilon^*$ .

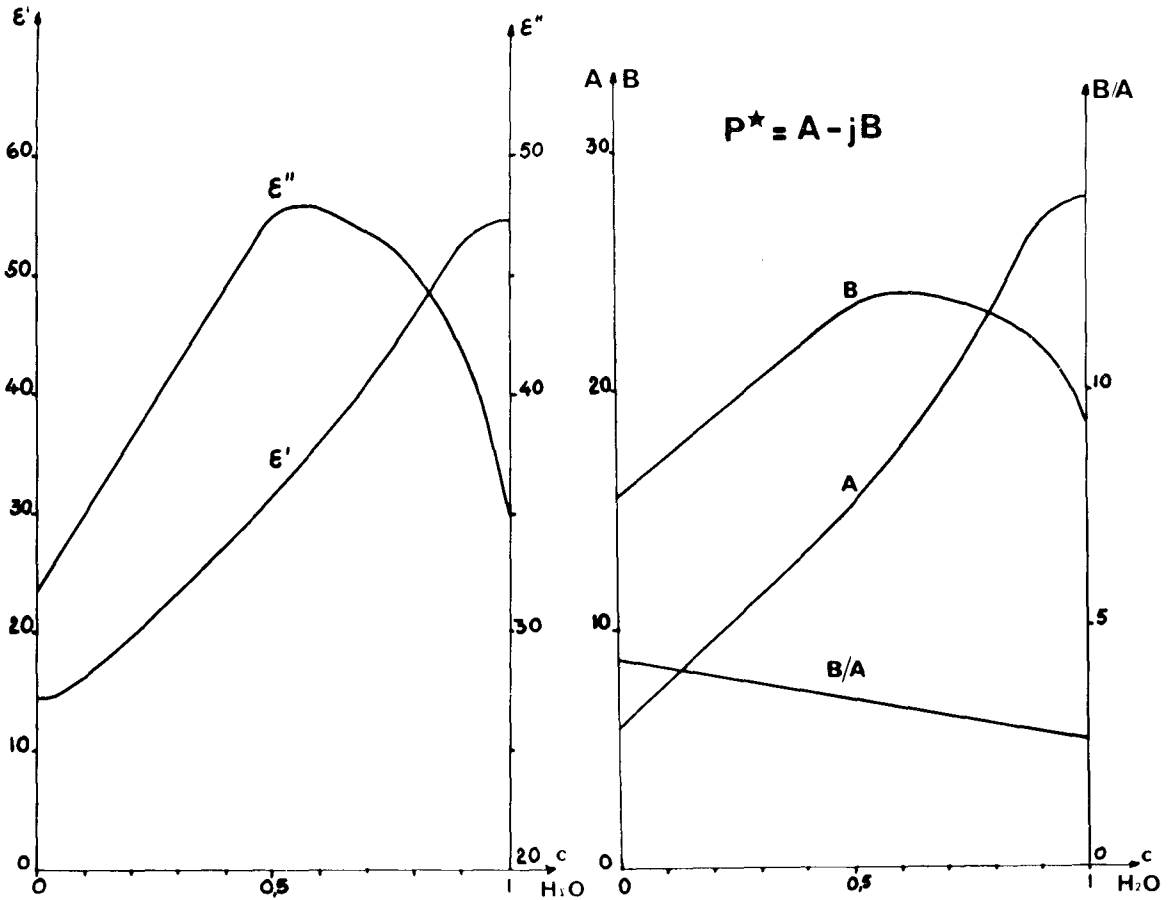
L'examen de ce système montre un type nouveau de variations de  $\epsilon'$  et  $\epsilon''$  : au contraire des solutions aqueuses d'alcools,  $\epsilon''$  passe par un maximum très accusé, alors que  $\epsilon'$  varie presque linéairement.

Il semble que l'on puisse interpréter ces courbes en supposant la formation d'un composé unique.

La valeur de  $\epsilon^*$ , que nous avons obtenue pour le formamide pur, ne coïncide pas du tout avec la valeur donnée pour la même longueur d'onde par les tables du N.B.S. (86) mais confirme cependant l'existence d'un temps de relaxation unique (87) (Ce point s'aligne en effet avec les points représentatifs des mesures faites à de plus basses fréquences, dans la représentation de COLE et COLE).

##### -Etude de $P^*$ .

La linéarité de  $\frac{B}{A}$  montre que le composé a un temps de relaxation compris entre ceux du formamide et de l'eau.



FORMAMIDE - EAU





## C O N C L U S I O N

Notre rappel des méthodes de mesure, dans le domaine des ondes centimétriques de la permittivité complexe, montre une grande diversité des solutions proposées qui font généralement appel à des calculs compliqués utilisant des abaques. De plus, ces méthodes sont peu adaptées à l'étude des liquides présentant une permittivité élevée et des pertes importantes.

Notre travail a consisté en la mise au point de nouvelles méthodes permettant d'accéder simplement à la permittivité des liquides à fortes pertes. Toutes les méthodes que nous avons proposées conduisent directement, et sans la nécessité d'utiliser des abaques, à la permittivité complexe.

L'étude théorique de ces nouvelles méthodes et en particulier l'examen des causes et de l'influence des erreurs commises lors de la détermination des paramètres expérimentaux (T.O.S., déphasage, coefficient de réflexion, perturbation apportée par la lame de mica limitant le diélectrique), nous a permis de dégager des processus expérimentaux qui se sont avérés très satisfaisants.

En particulier, la méthode de variation du carré du module du coefficient de réflexion nous a permis, grâce à un synchronisme parfait entre le déroulement de l'enregistreur et la variation de l'épaisseur du diélectrique, d'avoir une méthode permettant de mesurer des permittivités dans un très large domaine [depuis les liquides sans pertes ( $\text{tg}\delta = 0$ ) aux liquides présentant des pertes moyennes ( $\text{tg}\delta = 0,6$ )].

La méthode de variation du coefficient de transmission que nous avons proposée ensuite convient tout particulièrement pour les liquides à très fortes pertes et donne une précision acceptable sur  $\epsilon''$ . Cette méthode, facile à mettre en oeuvre, semble aussi spécialement adaptée à l'étude des solutions ioniques présentant une conduction importante (à titre d'essai, nous avons effectué des mesures sur des solu-



tions aqueuses de bromure de potassium, au voisinage de la saturation). La simplicité de cette méthode permet d'envisager son extension à d'autres domaines de fréquences.

C'est cette dernière méthode que nous avons utilisée pour l'étude de solutions aqueuses d'alcools et de formamide. Nous avons pu effectuer les mesures dans la gamme complète de concentration d'eau. Les mélanges méthanol-eau, éthanol-eau, éthylène glycol-eau présentent un comportement diélectrique identique qui s'interprète par l'existence d'associations moléculaires ayant un temps de relaxation bien supérieur à celui de l'eau et de l'alcool ; le système formamide-eau a un comportement diélectrique totalement différent.

Bien qu'une étude quantitative complète de ces mélanges fortement associés n'ait pu être réalisée, la méthode utilisée semble être particulièrement adaptée à l'étude de tels systèmes. Elle offre de plus la possibilité d'effectuer, dans la bande des ondes centimétriques, des mesures difficilement réalisables à des fréquences plus basses.

---

B I B L I O G R A P H I E

- (1) Eine bequeme Methode zur Demonstration des elektrischen Brechungsexponenten von Flüssigkeiten.

DRUDE P.

Ann. der Physik, 55 (1895) 633

Zwei Methoden zur Messung der Dielektrizitätskonstante und der elektrischen Absorption bei schnellen Schwingungen.

DRUDE P.

Z.phys.Chem., 23 (1897) 267

- (2) Polar molecules

DEBYE P.

The Chemical Catalog Co. New-York 1929

- (3) Die anomale Dispersion einer Silikatlösungen zwischen 50 und 60 cm Wellenlänge.

FRANKENBERGER E.

Ann. der Physik, 82 (1927) 394

Messungen des Brechungsexponenten von Wasser zwischen 23 und 73 cm Wellenlänge.

FRANKENBERGER E.

Ann. der Physik, 1 (1929) 948

- (4) Die kürzesten mit Vakuum röhren herstellbaren Wellen.

BARKHAUSEN H. et KURZ K.

Phys. Z., 1 (1920) 1

- (5) Sur un nouveau mode d'entretien d'oscillations dans les lampes triodes.  
PIERRET E.  
C.R.Acad.Sci., 186 (1928) 1284
- (6) Die Erzeugung von kurzwelligigen ungedämpften Schwingungen bei Anwendung des Magnetfeldes  
SLUTZKHIN A.A. et STEINBERG D.S.  
Ann. der Physik, 1 (1929) 658
- (7) Electromagnetic waves of 1,1 cm wavelength and the absorption spectrum of amonia.  
CLEETON C.E. et WILLIAMS N.H.  
Phys. Rev., 45 (1934) 234
- (8) Zur Messung der Dielektricitäts-konstante vermittelst elektrischer Drahtwellen.  
DRUDE P.  
Ann. der Physik, 8 (1902) 336
- (9) Ueber die Absorption elektrischer Schwingungen in Flüssigkeiten.  
WILDERMUTH K.  
Ann. der Physik, 8 (1902) 212
- (10) The dielectric properties of water for continuous waves.  
SOUTHWORTH G.C.  
Phys. Rev. , 23 (1924) 631
- (11) Dispersions-untersuchungen mit ungedämpften Ultrakurzwellen.  
SEEBERGER M.  
Ann. der Phys., 16 (1933) 77
- (12) Der elektrische Brechungskoeffizient von Wasser und wässrigen Lösungen.  
DRUDE P.  
Ann. der Physik, 59 (1897) 16

- (13) Ueber Verlustmessungen an Dipolflüssigkeiten und festen technischen Isolierstoffen bei Zentimeterwellen.  
BÄZ G.  
Phys.Z., 40 (1939) 394
- (14) Interferenzröhren für elektrische Wellen.  
BECKER A.  
Ann. der Physik, 8 (1902) 22
- (15) Les cavités électromagnétiques et leurs applications en radiophysique.  
KAHAN T.  
Mémorial des Sciences Physiques  
LX-Gauthier-Villars Ed. Paris 1956
- (16) Physique des guides d'ondes électromagnétiques.  
KAHAN T.  
Mémorial des Sciences Physiques  
LII-Gauthier-Villars Ed. Paris 1952
- (17) Waveguide impedance - too many definitions  
WALKER R.M.  
Electronic Communication, 3 (1966) 13
- (18) Diagrammes des impédances.  
BOYER P.  
Rev.Gen.Electron., 208 (1964) 3
- (19) The dielectric constant of dry air  
HUGHES J.V. et ARMSTRONG H.L.  
J.appl.Phys., 23, n°5 (1952) 501
- (20) A new method for measuring dielectric constant and loss in the range of centimeter waves.  
ROBERTS S. et VON HIPPEL A.  
J.appl.Phys., 17 (1946) 610
- (21) An automatic standing wave indicator  
ALLEN P.J.  
Trans.I.E.E., 67 II (1948) 1299

- (22) Méthode de mesure de la permittivité complexe des liquides en hyperfréquences.  
BOYER P.  
D.E.S., Paris 1961
- (23) Probe error in standing wave detectors.  
ALTAR W., MARSHALL F.B. et HUNTER L.P.  
Proc.I.R.E., 34 (1946) 33
- (24) Loading and coupling effects of standing wave detectors  
TOMIYACU K.  
Proc. I.R.E., 37 (1949) 1405
- (25) Problem of measuring large V.S.W.R.s.  
ZAL'TSMAN E.B. et POYARKOVA V.E.  
Measurement Techniques, 4 (1965) 344
- (26) Handbook of microwave measurements.  
WIND M. et RAPAPORT H.  
Interscience Publishers, New-York 1958
- (27) Dielectric measurement methods for solids at microwave frequencies.  
SURBER W.H. et CROUCH G.E.  
J. appl. Phys., 19 (1948) 430
- (28) A new technique for the measurement of microwave standing-wave ratios.  
MACPHERSON A.C. et KERNS D.M.  
Proc. I.R.E., 44 (1956) 1024
- (29) The calibration of the slotted section for precision microwave measurements.  
OLINER A.A.  
Rev.Sci.Instrum., 25 (1954) 13
- (30) Microwave measurements for calibration laboratories  
Application note 38 - Hewlett-Packard (1960)

- (31) Measurement of relative phase shift at microwave frequencies.  
FINNILA C.A., ROBERTS L.A. et SÜSSKIND C.  
I.R.E. Trans., MTT 3 (1960) 143
- (32) Null method of measuring microwave phase shifts.  
GARDNER A.L.  
Rev.Sci.Instrum., 37 (1966) 23
- (33) The measurement of phase at U.H.F. and microwave frequencies.  
DYSON J.D.  
I.R.E.Trans., MTT 14 (1966) 410
- (34) Microwave attenuation measurements with accuracies from 0,0001 to 0,06 decibel over a range of 0,01 to 50 decibels.  
ENGEN G.F. et BEATTY R.W.  
J.Res.N.B.S., 64 C (1960) 139
- (35) Nouvelles méthodes de mesure de la permittivité complexe de diélectriques hétérogènes pour des fréquences supérieures à 1 GHz.  
SALMER G., CONSTANT E. et LEBRUN A.  
12e Colloque AMPERE, Bordeaux 1963
- (36) Precision measurement of the microwave dielectric constant of liquids.  
FATUZZO E. et MASON P.R.  
J. appl.Phys., 36 (1965) 427
- (37) Waveguide measurements of dielectric absorption of solutions of polar substances in non polar solvents.  
HALL H.W., HALLIDAY I.G., JOHNSON W.A. et WALKER S.  
Trans.Faraday Soc. 42 A (1946) 136

- (38) Some measurements on the absorption of centimetric waves by liquid dielectrics.  
CRIPWELL F.J. et SUTHERLAND G.G.B.  
Trans.Faraday Soc., 42 (1946) 149
- (39) Dielectric materials and applications.  
VON HIPPEL A.  
J. Wiley, New-York 1958
- (40) Dielectrics and waves.  
VON HIPPEL A.  
J. Wiley, New-York 1959
- (41) Nouvelle méthode de mesure des indices de réfraction et d'absorption électrique pour la gamme des ondes décimétriques et métriques.  
BENOIT J.  
J.Phys., 5 (1944) 203
- (42) Abaque de la fonction  $\text{th}z/z$  pour l'étude des diélectriques en hyperfréquence.  
BENOIT J.  
Ann.Telecom., 4 (1949) 27
- (43) Un nouvel abaque pour la détermination de la constante diélectrique et de l'absorption en ondes centimétriques  
LE MONTAGNER S. et LE BOT J.  
C.R.Acad.Sci., 233 (1951) 1017
- (44) Un nouvel abaque pour la détermination de la permittivité des diélectriques en hyperfréquence.  
LEBRUN A.  
C.R.Acad.Sci., 234 (1952) 518
- (45) Calcul des constantes diélectriques.  
REDHEFFER R.M., WILDMAN R.C. et O'GORMAN V.  
J.appl. Phys., 23 (1952) 505

- (46) Sur quelques techniques de mesure d'impédances en ondes métriques et décimétriques et leur utilisation pour l'étude des propriétés diélectriques de substances solides et liquides. Application au cas de quelques alcools saturés normaux.  
LEBRUN A.  
Thèses, Lille 1953
- (47) The computation of the complex dielectric constant from microwave impedances measurements.  
POLEY J.Ph.  
Appl.Sci.Res.,B.4 (1954) 173
- (48) Méthode de calcul rapide de  $\epsilon_r$  et  $\mu_r$  à partir des mesures d'impédances en hyperfréquences et sa transposition graphique sur abaque.  
LE JUNTER N.  
Onde élect., 376 bis (1958) 305
- (49) Diagrammes de résolution de la fonction hyperbolique complexe  $\text{th } \text{Te}^{J^T} / \text{Te}^{J^T}$  appliquée à la détermination de constantes diélectriques en hyperfréquences.  
FELDEN M.  
Onde élect., 390 (1959) 754
- (50) Nouveaux abaques pour la détermination des constantes diélectriques complexes aux hyperfréquences.  
DEMAU Cl. et DELBOS G.  
C.R.Acad.Sci., 261 (1965) 5397
- (51) The influence of the sample thickness in the measurements of dielectric characteristics with transmission lines by the method of Roberts-von Hippel.  
MANDEL M. et MARCO C.  
Physica 3 (1964) 597
- (52) On a method of S.Roberts and A. von Hippel for measuring dielectric constant.  
SATYANARAYANA U.V.  
Sci.and Cult., 23 (1957) 196



- (53) A new method for computing the complex dielectric constant from ultrahigh frequency impedance measurement.  
KRISHNA K.V.G.  
Trans.Faraday Soc., 52 (1956) 1110
- (54) Microwave measurement of permittivity and  $\tan \delta$  .  
BRYDON G.M. et HEPPLESTONE D.J.  
Proc.Instn .electr.Engrs., 112 (1965) 421
- (55) Microwave dielectric measurements.  
DAKIN T.W. et WORKS C.N.  
J.appl.Phys., 18 (1947) 789
- (56) Measuring dielectric constant graphically.  
HEIMER R.  
Electronics, 34 (1961) 76
- (57) Rapid measurement of dielectric constant and loss tangent.  
BOWIE D.M. et KELLERHER K.S.  
I.R.E. Trans.,MTT 4 (1956) 137
- (58) Rapid method for determining v-h-f dielectric parameters for liquids and solutions using standing wave procedures  
CORFIELD M.G., HORZELSKI J. et PRICE A.H.  
Brit.J.appl.Phys., 12 (1961) 680
- (59) Détermination de la permittivité complexe de diélectriques liquides en hyperfréquences.  
BOYER P.  
C.R.Acad.Sci., 254 (1962) 4153
- (60) A waveguide method of measurement of the dielectric constant of low-loss liquids.  
DAGG I.R. et REESOR G.E.  
Canad.J.Phys., 41 (1963) 1314

- (61) Dielectric measurement of liquids at microwave frequencies.  
CROUCH G.E.  
J.Chem.Phys., 16 (1948) 364
- (62) Universal curves for dielectric filled waveguides and microwave dielectric measurements method for liquids.  
SURBER W.H.  
J.appl.Phys., 19 (1958) 514
- (63) The dielectric constant of liquids at microwave frequencies -I. An experimental apparatus at 3 cm wave length.  
KOIZUMI N.  
Bull.Inst.Chem.Research, Kyoto Univers. 28 (1952)55
- (64) Etude du coefficient de réflexion présenté par une colonne de diélectrique de longueur variable. Application à la mesure des permittivités.  
BOYER P.  
J.Phys.Appl., 26 (1965) 201 A
- (65) Microwave dispersion of some polar liquids.  
POLEY J.Ph.  
Appl.Sci.Res. B.4 (1955) 337
- (66) Techniques de mesure de la relaxation des liquides polaires en ondes centimétriques.  
POLEY J.Ph.  
Onde électr. 338 (1955) 455
- (67) Sur une nouvelle méthode de mesure de la constante diélectrique complexe des liquides en hyperfréquences.  
BROT C.  
C.R.Acad.Sci., 239 (1954) 612
- (68) Charts speed design of dielectric-filled waveguides  
GLASSER R.  
Microwaves (1965) 57

- (69) Dielectric measurement of high-loss liquids in rectangular waveguides.  
STANIFORTH J.A., BENNETT R.G. et CALDERWOOD J.H.  
Electronics Letters 1 (1965) 4
- (70) Measurement of v.h.f. complex permittivity of liquids by means of an adjustable coaxial line.  
BENNETT R.G. et CALDERWOOD J.H.  
Proc.Instn.electr.Engrs 112 (1965) 416
- (71) Méthode de mesure de la permittivité des liquides polaires.  
BOYER P.  
C.R.Acad.Sci., 262 (1966) 1449
- (72) Mismatch errors in the measurement of ultrahigh-frequency and microwave variable attenuators.  
BEATTY R.W.  
J.Res.N.B.S. 52 (1954) 7
- (73) Mesure de la permittivité des liquides par une méthode de transmission à 3 cm de longueur d'onde.  
GELAS J. et LESTRADE J.C.  
Onde élect. 474 (1966) 989
- (74) Les Moments dipolaires  
BARRIOL J.  
Gauthier-Villars, Paris 1957
- (75) Généralisation dans le cas d'un champ sinusoïdal de la relation d'Onsager pour les diélectriques.  
BARRIOL J.  
C.R.Acad.Sci., 259 (1964) 4010
- (76) Dielectric constant of some organic solvent-water mixtures at various temperatures.  
ÄKERHOF G.  
J.Amer.Soc., 54 (1932) 4125

- (77) On the determination of the dielectric constants of liquids at radio-frequencies. IV Methyl alcohol, water and alcohol water mixtures : experimental.  
JONES T.T. et DAVIES R.M.  
Phil.Mag., 28 (1939) 307
- (78) La constante diélectrique statique des mélanges liquides  
DECROOCK D.  
Bull.Soc.Chim., 1 (1964) 127
- (79) Contribution à l'étude des interactions moléculaires par la polarisation du milieu..  
WEISBECKER A.  
Thèses Nancy 1966
- (80) Dielectric properties of liquid ethanol and 2-propanol  
HASSION F.X. et COLE R.H.  
J.Chem.Phys., 23 (1955) 1756
- (81) Dielectric behaviour of certain alcohol+benzene and alcohol+water mixtures.  
SAROJINI V.  
Trans.Faraday Soc., 57 (1961) 1534.
- (82) Structural properties of alcohol-water mixtures  
FRANKS F. et IVES D.J.G.  
Quart.Rev., 20 (1966) 1
- (83) Thermodynamic and other properties of solutions involving hydrogen bonding.  
MITCHELL A.G. et WYNNE-JONES W.F.K.  
Disc.Faraday Soc. 15 (1953) 161
- (84) The determination of the magnetic susceptibilities of the binary systems benzene-alcohol and alcohol-water  
DEYMER J.  
Istambul Univ.Fen.Fak.Mecmuasi Ser.C27(1962)145

- (85) The magnetic susceptibilities of methyl alcohol-water mixtures.  
DEYMER J.  
Istambul Univ.Fen.Fak.Mecmuasi, Ser.C 29 (1964)111
- (86) Tables of dielectric dispersion. Data for pure liquids and dilute solutions.  
BUCKLEY F. et MARYOTT A.A.  
N.B.S. Circular 589 (1958)
- (87) Sur la dispersion diélectrique dans le domaine décimétrique et centimétrique.  
BROT C., MAGAT M. et REINISCH J.  
Koll.Z. 134 (1953) 101
- (88) The structure of water  
PAULING L.  
Hydrogen bonding, Pergamon Press, New-York 1959
- (89) Structure de l'eau et des solutions aqueuses.  
MAGAT M.  
Colloque d'information R.C.P. n°4, CNRS 1964
- (90) Electric moments of molecules in liquids  
ONSAGER L.  
J.Am.Chem.Soc. 58 (1936) 1486
- (91) Contribution à la théorie de la constante diélectrique des solutions.  
BARRIOL J. et WEISBECKER A.  
C.R.Acad.Sci., 259 (1964) 2831
-

T A B L E des M A T I E R E S

<u>INTRODUCTION</u> .....	1
I. <u>GENERALITES</u> .....	3
1. <i>Equations de Maxwell</i> .....	3
2. <i>Propagation libre</i> .....	6
3. <i>Propagation guidée</i> .....	8
4. <i>Passage d'un milieu à un autre</i> .....	11
5. <i>Notion d'impédance dans un guide</i> .....	12
6. <i>Relations liant <math>\gamma_2</math> à <math>\epsilon^*</math></i> .....	13
7. <i>Expressions du coefficient de réflexion         et du coefficient de transmission</i> .....	15
8. <i>Remarque sur les méthodes utilisant des         lignes coaxiales</i> .....	16
II. <u>DETERMINATION DES PARAMETRES EXPERIMENTAUX</u> ....	19
1. <i>Mesure d'un Taux d'Ondes Stationnaires</i> .....	20
2. <i>Mesure du déphasage</i> .....	26
3. <i>Mesure du module du coefficient de réflexion</i> .....	26
4. <i>Mesure du module du coefficient de transmis-         sion</i> .....	27
5. <i>Influence du mica sur les mesures du coeffi-         cient de réflexion et de transmission</i> .....	28
III. <u>METHODES DE MESURE DE <math>\epsilon^*</math></u> .....	33
1. <i>Méthode de la ligne court-circuitée</i> .....	34
2. <i>Méthode de l'échantillon de grande longueur</i> .....	38
3. <i>Méthode de variation du T.O.S. en ligne         ouverte</i> .....	40
4. <i>Méthodes de variation du carré du module du         coefficient de réflexion en ligne ouverte</i> ..	42
5. <i>Méthodes de variation du T.O.S. en ligne         court-circuitée</i> .....	54
6. <i>Méthode de la variation du carré du module         du coefficient de réflexion en ligne court-         circuitée</i> .....	56
7. <i>Méthode de la sonde fixe en ligne court-         circuitée</i> .....	58
8. <i>Méthode du coefficient de transmission</i> .....	59
9. <i>Tableau récapitulatif</i> .....	67

IV.	<u>GENERALITES SUR LA POLARISATION</u> .....	69
	1. <i>La relation de Debye</i> .....	69
	2. <i>Généralités sur la polarisation en champ statique</i> .....	71
	3. <i>Polarisation en champ sinusoïdal</i> .....	73
	4. <i>Polarisation complexe d'un mélange</i> .....	73
V.	<u>ETUDE DE QUELQUES MELANGES BINAIRES DE LIQUIDES POLAIRES</u> .....	75
	1. <i>Système Ethanol-Eau</i> .....	75
	2. <i>Système Méthanol-Eau</i> .....	81
	3. <i>Système Ethylène Glycol-eau</i> .....	84
	4. <i>Système Formamide-eau</i> .....	86
VI.	<u>CONCLUSION</u> .....	89
VII.	<u>BIBLIOGRAPHIE</u> .....	91

Nom de l'Etudiant :: BOYER Pierre

Nature de la Thèse : Doctorat d'Etat ès Sciences Physiques

Vu, Approuvé

et Permis d'imprimer

Nancy le 4 Septembre 1967

Le Doyen

J. AUBRY





DEUXIEME THESE

---

Proposition donnée par la Faculté

**Utilisation des lignes à retard  
en résonance paramagnétique électronique**

Cet exemplaire est imprimé  
à des fins particulières et ne  
peut en aucun cas être vendu.

Achévé d'imprimer le 17 Octobre 1967  
à l'atelier de Documentation Universitaire  
3, Rue Sellier, 3 NANCY

Dépot légal N° 341 Faculté des Sciences Editeur  
4ème trimestre 1967



