

Résumé de thèse

Le secteur de la construction nécessite l'utilisation d'une quantité importante de matériaux de nature différente, comme l'acier, le bois, le béton, le verre.... Cette utilisation abondante et sans contrôle a un impact négatif sur l'environnement, en raison de l'extraction de matières premières qui conduit à la raréfaction de la matière première et une consommation importante d'énergie pour arriver au produit fini. Les législateurs travaillent à la création de réglementations rigoureuses concernant la construction, afin de faire respecter les normes visant à limiter les impacts environnementaux des projets de construction. En conséquence, les concepteurs tentent de trouver de nouvelles méthodes durables réduisant les coûts et limitant l'impact des projets de construction sur l'environnement.

À cette fin, la recherche de meilleures méthodes, impose de trouver de nouvelles solutions dans les projets de construction comprenant des utilisations intelligente et optimale des matériaux de construction. Cela passe par l'amélioration de la résistance des matériaux qui induit une réduction de leur poids. Les éléments à parois minces et élancés constituent un bon compromis. Afin de ne pas pénaliser la résistance de ces éléments vis-à-vis des forces axiales et de flexion, des sections transversales en I, C, L ou tubulaires sont très adoptées.

La plupart des poutres à parois minces ont une bonne résistance à la flexion par rapport l'axe fort, mais une faible résistance à la flexion par rapport l'axe faible et en torsion. De plus, les éléments élancés sont très sensibles aux instabilités comme le flambement, le déversement ou le voilement en présence des parois très minces. C'est la raison pour laquelle le comportement d'un élément sollicité initialement en compression est contrôlé par le flambement où les modes en flexion et torsion peuvent être présents. De même, une poutre en flexion par rapport à l'axe fort peut être instable en présence des instabilités de flexion torsion qui peuvent apparaître dans le cas des poutres non retenues latéralement (phénomène de déversement). Ainsi, le comportement plan de ces structures peut être une exception plutôt qu'une règle. De même, en dynamique, les modes de vibration 3D type flexion torsion sont souvent présents avec des fréquences très basses par rapport aux modes de vibration classique en flexion pure plane.

Le comportement des poutres à section transversale ouverte à parois minces est prédominant par torsion où le gauchissement peut être important. Des modèles de calcul adaptés doivent être utilisés dans ce cas. Le comportement 2D des poutres est très bien maîtrisé aussi bien théorique que numérique. Dans le cas d'un comportement 3D en flexion torsion, les solutions analytiques sont limitées à des cas élémentaires et des formes de sections les plus simples comme les sections en I symétriques. En présence, des conditions d'appui quelconques et des sections à formes non symétriques, les solutions analytiques sont rares et les modèles numériques implémentés dans les codes de calcul peuvent être défaillants.

Motivations et objectifs

Après avoir évalué les phénomènes d'instabilité, la contribution originale de notre travail réside dans le développement de modèles théorique et numérique pour le comportement dynamique et vibratoire des poutres à parois minces et à sections ouvertes en présence des modes de type flexion torsion. Des solutions analytiques sont dérivées pour les modes de vibrations des poutres à section ouvertes arbitraires. Un modèle élément fini de poutre 3D avec gauchissement est décrit et implémenté. Il permet de traiter le comportement statique, et dynamique dans le cas des vibrations libres et forcées. Des poutres à conditions d'appuis quelconques et sections à formes quelconques sont possibles. Par ailleurs, une campagne d'essais expérimentaux est réalisée dans le but d'étudier et de comprendre le comportement dynamique et vibratoires des poutres à parois minces. Les modèles théorique, numérique et expérimental sont comparés.

Le travail réalisé au cours de cette thèse est présenté dans ce rapport et est intitulé en cinq chapitres, les travaux présentés dans chaque chapitre et les résultats trouvés sont résumés dans ce qui suit :

Au chapitre 1, étude bibliographique de la littérature pour comprendre le comportement mécanique des poutres à parois minces. Tout d'abord, le comportement 3D en flexion-torsion des poutres à sections ouvertes à parois minces est examiné. On montre que la torsion présente un effet de gauchissement, le théorème de Saint-Venant ne convient donc pas pour résoudre le problème de torsion dans le cas d'une section à parois minces. Ainsi, l'exigence d'une théorie de la torsion non uniforme pour ce type de poutres s'impose. D'ailleurs, la théorie de torsion non uniforme est détaillée en présentant le modèle de torsion avec gauchissement utilisé pour les poutres à parois minces. Sinon, les travaux précédents sur la dynamique des poutres à parois minces sont passés en revue. Les références traitant des vibrations linéaires libres et forcées sont bien étudiées et résumées dans ce chapitre. Dans la littérature la contribution sur ce domaine sont fréquentes, de nombreuses études théoriques, numériques et expérimentales ont été réalisées pour étudier le comportement vibratoire des poutres à parois minces et à sections ouvertes. Parmi ces études, les références les plus importantes qui ont un impact et ajoutent à ce sujet sont, en présence de torsion, certains modèles sont formulés conformément à la théorie de Saint-Venant, à la fois en statique et en dynamique [2, 3]. Dans Gere et Lin [4], la méthode de Rayleigh-Ritz a été utilisée pour étudier la vibration libre couplée en flexion-torsion de poutres uniformes présentant diverses conditions aux limites. De plus, dans le cas de structures à parois minces avec des sections transversales ouvertes, la torsion est prédominante par le gauchissement et le couplage torsionnel en flexion, en particulier dans le cas de sections transversales arbitraires. À notre connaissance, le modèle de Vlasov [5] est l'un des premiers modèles à inclure les phénomènes de gauchissement dans le comportement des poutres à parois minces dans les années 1930. On trouvera d'autres références dans ce domaine dans [6, 8-11]. Le recours à des modèles numériques est important car il permet d'étendre l'étude à des cas plus généraux où les solutions analytiques deviennent lourdes. De nombreux modèles ont été développés pour l'analyse vibratoire d'éléments à parois minces. Les premières tentatives d'application de la méthode des éléments finis (FEM) aux vibrations couplées de poutres à parois minces ont été étudiées dans [14, 15]. Ohga *et al.* [17] ont étudié la vibration libre des éléments à parois minces à sections ouvertes et fermées par la méthode de la matrice de transfert. [18, 19] ont présenté une analyse analytique des vibrations linéaires des sections

ouvertes du composite I et des sections en C. La vibration libre de poutres de sections transversales arbitraires a été étudiée dans [24, 25]. Par la suite [26, 27] ont appliqué la quadrature différentielle au modèle de Vlasov pour la vibration d'éléments à parois minces. Ambrosini *et al.* [28] a utilisé un modèle modifié de Vlasov pour l'analyse dynamique linéaire. Le comportement dynamique non linéaire de la section I à double symétrie en torsion a été étudié par Rozmarynowski et Szymczak [29] en utilisant l'approche des éléments finis. Plus récemment, un modèle de dynamique non linéaire a été formulé dans Egidio *et al.* [30]. La méthode des échelles multiples a été appliquée pour les mouvements en régime permanent et la stabilité des poutres à sections mono-symétriques.

Dans la littérature, de nombreux autres travaux approfondis ont étudié la vibration libre des poutres à parois minces. Yaman [31] a résolu la vibration libre des poutres à parois minces en présence des modes couplés par une approche de propagation d'ondes. Certaines références ont validé les méthodes numériques par des essais expérimentaux. Comme Piana *et al.* [62] qui ont comparé les résultats expérimentaux de vibration libre des poutres aux fréquences propres numériques. Dans l'étude des poutres en aluminium à parois minces et section croix légèrement non symétrique soumises à des forces axiales sont étudiés. Gendy et Saleeb [32] ont développé une méthode des éléments finis pour l'analyse du comportement en vibrations libres. Sur la base de la méthode de l'énergie, Prokić [33] a déduit les équations de mouvement différentiel des poutres à parois minces en torsion à la flexion avec croisement arbitraire et a étudié les vibrations couplées triplement libres. Une méthode semi-analytique est étudiée pour les poutres en appui simple. Mohri *et al.* [41] ont étudié le comportement vibratoire des poutres à parois minces pré-déformées et post-déformées à sections ouvertes selon un modèle non linéaire tenant compte des effets de couplage en torsion en flexion et de gauchissement. La plupart des travaux précédents traitaient le problème des vibrations d'un point de vue analytique ou numérique. L'effet des termes de rotation en flexion et en torsion est toujours omis. Lorsqu'elles sont comptabilisées, des procédures semi-analytiques ou des simulations de codes commerciaux sont suivies [28, 46, 62]. Des vibrations forcées sous des charges périodiques ou aléatoires sont disponibles dans [11, 48].

De plus, dans ce chapitre les types d'amortissement sont indiqués et utilisés dans le modèle de vibrations forcées. D'autre part, la méthode de transformation de Fourier (FT) est détaillée et utilisée ultérieurement pour convertir les signaux du domaine temporel au domaine fréquentiel. Ensuite, de cette analyse bibliographique, nous pourrions bien définir la problématique, le cadre et les moyens à utiliser dans la présente étude. Enfin, les objectifs du sujet de recherche sont clairement illustrés à la fin de ce chapitre. En ce qui concerne le développement de modèle pour analyser le comportement dynamique des poutres à parois minces et sections ouvertes dans lequel les termes rotationnels sont pris en compte qui fournit des solutions plus avancées avec haute précision. Ainsi, des solutions analytiques originaux pour résoudre le problème de vibration libre des poutres à sections arbitraires en se basant sur ce modèle sont détaillées dans ce qui suit. Ces solutions permettent d'apporter les hautes fréquences propres de tels types de poutres sous différentes conditions aux limites avec une haute précision.

Le chapitre 2 est consacré à la présentation de la méthode d'analyse des vibrations des poutres à parois minces. Sur la base du modèle de poutres à parois minces et de l'approche de Galerkin, des équations dynamiques du mouvement sont formulées. En utilisant le principe de Hamilton, des équations dynamiques de mouvements sont dérivées. Dans un premier temps, un modèle de vibrations libres et forcées est introduit. La cinématique du modèle est détaillée, puis la formulation variationnelle des équations de mouvement est développée. Après cela, des solutions analytiques originales pour les modes supérieurs sont dérivées dans un contexte de vibration libre. Ces solutions concernent les sections non symétriques et les différentes conditions aux limites. Dans le cadre de vibrations forcées, les solutions dans le domaine fréquentiel (analyse modal) sont adoptées. Dans le modèle, l'amortissement passif est pris en compte (le type de Rayleigh a été adopté). Enfin, certains exemples numériques de référence sont pris en compte pour la validation du modèle, puis la conclusion est tirée. Dans les neuf premiers exemples, les résultats analytiques des vibrations libres, y compris les termes d'inertie de rotation, sont comparés aux solutions classiques existantes dans la littérature. Le pourcentage d'erreur entre les deux méthodes de solution est calculé pour différentes sections et conditions aux limites. En conclusion, il est important de prendre en considération les termes de rotation cinématiques, en particulier pour l'investigation des modes supérieurs, l'erreur relative atteignant 9% entre deux méthodes de résolution lorsque nous traitons des modes supérieures de vibrations. De plus, les solutions analytiques actuelles ont également été validées par différentes solutions de référence tirées de la littérature et des comparaisons avec les codes commerciaux présentent les résultats de simulations. L'importance des solutions développées qui prennent en compte les termes de rotation est démontrée dans la liste des exemples d'application numériques en comparant les fréquences obtenues aux solutions classiques sans termes de rotation et spécialement pour les modes supérieurs. Toutes les comparaisons avec des solutions de codes numériques et de références montrent un bon accord avec les solutions développées. L'efficacité des solutions analytiques étudiées semble être exacte. Comme les solutions analytiques sont limitées à des cas simples des sections et des conditions au limites, alors l'utilisation des méthodes des éléments finis devient alors nécessaire pour l'analyse du comportement dynamique des poutres à parois minces. Pour cette raison notre modèle, présenté précédemment, est utilisée pour le développement d'une méthode numérique pour l'étude de vibrations des poutres à parois minces dans le chapitre suivant.

Au chapitre 3, une méthode par éléments finis pour les vibrations des poutres à parois minces, basée sur le modèle présenté au chapitre 2, est détaillée. Tout d'abord, une introduction à la méthode des éléments finis est présentée, puis la formulation en éléments finis de structures à parois minces est démontrée. Ensuite, la discrétisation par éléments finis est illustrée. Ensuite, les matrices d'éléments sont dérivées, suivies de la procédure d'assemblage pour obtenir les matrices globales de la structure entière. Ci-après, des solutions génériques de structures à parois minces sont détaillées. Dans les vibrations libres, les valeurs propres et les vecteurs propres sont étudiés. Sinon, en méthode de vibration forcée, une méthode d'analyse modale en régime permanent a été adoptée pour obtenir un spectre de réponse dynamique dans le domaine fréquentiel. Dans cette méthode, l'amortissement est pris en compte, par (type Rayleigh). En outre, la Méthode des Éléments Finis peut être utilisé pour étudier l'effet de mouvement de base (séisme), l'excitation vibratoire avec signal aléatoire (harmonique). Il est connu que pour les poutres à parois minces soumises à des conditions limites arbitraires et à des sections transversales arbitraires, les solutions analytiques du comportement dynamique deviennent

compliquées et par suite l'approche par éléments finis est obligatoirement suivie. À cette fin, une approche par éléments finis d'un modèle pour la vibration des poutres en 3D avec des sections ouvertes à parois minces arbitraires est développée dans ce chapitre. Notons que, dans ce cas les modes de vibrations sont couplés (flexion-flexion-torsion). Ce modèle traite différentes conditions aux limites et prend en compte les termes cinématique de flexion, de torsion, de gauchissement et de rotation. Cela conduit à une évaluation plus précise du comportement dynamique des poutres à parois minces par rapport aux solutions de la théorie des poutres classique. À l'aide du principe de Hamilton, les équations de mouvement de torsion axiale et en flexion ont été dérivées. Dans l'approche par éléments finis, des poutres 3D à 2 nœuds et à 7 degrés de liberté par nœud ont été adoptés dans le processus de maillage. Le gauchissement est considéré comme un degré de liberté indépendant. Cet élément de poutre (B3Dw) est implanté dans Matlab. Le modèle a déjà été utilisé avec succès en statique, flambement, flambement latéral et analyse non linéaire. Dans le présent travail, les vibrations libres et forcées ont été étudiées. En vibration libre, des modes de vibration plus élevés sont possibles à l'aide d'un solveur efficace disponible dans Matlab. En vibration forcée, la méthode modale à l'état d'équilibre est adoptée. Le comportement de la poutre est étudié dans le domaine fréquentiel sous toutes les forces dynamiques. L'amortissement de Rayleigh est pris en compte dans ce modèle. Dans les chapitres 2 et 3, les modèles analytiques et par éléments finis ont été validés à l'aide de solutions de référence de la littérature et de simulations faites sur des codes de calcul commerciaux (Abaqus, Adina). Bon accord est remarqué. L'efficacité des solutions analytiques et l'approche par éléments finis étudiée semblent être précises.

Au chapitre 4, des tests expérimentaux sur les vibrations libres et forcées sont effectués pour valider la méthode théorique analytique et les modèles numériques développée. Tout d'abord, dans l'introduction, certaines références de littérature relative au essais expérimentaux concernant la vibration des poutres à parois minces sont analysées. Deuxièmement, la configuration et les procédures expérimentales sont détaillées. Troisièmement, les propriétés des échantillons sont données. Les résultats des tests sont ensuite présentés et discutés. Ces résultats sont les fréquences propres, le type de mode, les spectres de réponse dynamique, les facteurs de perte et les valeurs d'amortissement pour chaque mode. Après la collecte des données des tests, ils sont utilisés pour valider le modèle numérique dans un contexte de vibration libre et forcée. Sinon, certains tests sont effectués après l'introduction de renforts intermédiaires. Par la suite, les méthodes théoriques et numériques présentées sont validées en comparant les résultats de la vibration 3D de poutres à sections ouvertes et à parois minces arbitraires avec les valeurs de référence, les codes commerciaux et les résultats expérimentaux. Dans ce chapitre, des essais expérimentaux de vibrations libres et forcées sur des poutres à parois minces avec des sections transversales ouvertes arbitraires ont été étudiés. Des essais sur des poutres avec trois conditions aux limites différentes sont effectués (en appui simple, encastré libre et bi-encastré). Des essais en utilisant le marteau de choc ont été réalisés dans une procédure de vibration libre pour obtenir les fréquences propres. Pour les tests de vibrations forcées, le pot vibrant a été utilisé pour obtenir les spectres de réponse des poutres dans le domaine fréquentiel. Les procédures de configuration des tests ont été bien démontrées dans ce travail. Les tests sont étudiés dans la plage allant de 1 à 400 Hz. Plus de 10 modes sont présentés. Le comportement présente des modes de vibration en torsion flexion couplés. Les modes dominants ont également été étudiés dans ce travail.

Les résultats des tests ont été utilisés pour comparer des simulations numériques rendues possibles par une formulation d'éléments finis étudiée dans le présent travail, où des éléments de poutres 3D permettant le gauchissement sont adoptés dans le processus de maillage (élément B3Dw). Le logiciel commercial Abaqus est également utilisé dans la validation des résultats de vibrations libres et de vibrations forcées. Cette comparaison montre un très bon accord entre les solutions numériques données par B3Dw et les résultats expérimentaux. Le comportement dynamique présente des couplages flexion-torsion présents à la fois dans les analyses et les tests numériques, les modes prédominants obtenus par B3Dw étant également en accord avec les résultats expérimentaux. Le modèle actuel correspond bien aux expériences de vibrations libres et forcées. L'efficacité de la configuration numérique et expérimentale constitue donc un bon fond pour les travaux à venir.

Cependant, pour améliorer la résistance de la structure aux effets de vibrations et économiser les matériaux en obtenant des sections optimales, une solution possible consiste à augmenter la rigidité en ajoutant des ressorts élastiques discrets ou répartis (supports élastiques). Le ressort élastique contribue à la matrice de rigidité élastique de la structure. En augmentant la constante de rigidité du support élastique, le comportement vibratoire (fréquences et modes) varie en conséquence.

Il est important de rappeler qu'en génie civil, le recours à cette solution est fréquent. C'est le cas des poutres et des poteaux contreventés dans les bâtiments ou des contreventements latéraux dans les ponts. Ces solutions sont adoptées dans la pratique, mais seule une procédure empirique est utilisée. Il est connu que sans ces éléments secondaires, la résistance totale du bâtiment n'est pas garantie et le risque de défaillance dû à des déformations hors du plan est présent.

Une autre solution consiste à utiliser des ressorts visqueux discrets (dashpots) en parallèle avec des ressorts élastiques pour contrôler les déplacements de la structure lorsque celle-ci est soumise à des efforts dynamiques. Dans ce cas, les déplacements de modes de fréquences et de structure sont contrôlés.

Les points importants à étudier sont le nombre, la distribution et la rigidité et le facteur d'amortissement nécessaires pour atteindre la conception optimale. Pour le contrôle des vibrations, l'ingénieur est invité à proposer des solutions améliorées pour le comportement des vibrations. Les fréquences propres inférieures peuvent être éliminées par des supports élastiques adéquats. Les solutions suivantes peuvent être adoptées si nous sommes intéressés par un mode particulier. Lorsque la raideur du ressort est suffisante, on peut supprimer le premier mode et passer directement au mode 2 où la fréquence propre est 4 fois plus élevée que le premier. En présence de 3 supports élastiques, on accède directement au troisième mode avec une valeur propre 9 fois supérieure au premier.

Cette procédure peut être suivie dans le cas de présence de parois minces en présence de modes de vibration 3D en présence de modes de flexion et de torsion et peut être renforcée par des supports élastiques adéquats. De plus, sous des vibrations forcées, des ressorts visqueux peuvent être adoptés afin de réduire les déplacements de structures proches de la fréquence de résonance.

Le travail est suivi de simulations analytiques et numériques en utilisant le modèle élément fini que nous avons développé par nous et des codes commerciaux : Abaqus, Adina.... etc.

Dans ce qui suit, le modèle analytique présenté et la méthode des éléments finis sont élargis pour prendre en compte l'effet des ressorts viscoélastiques intermédiaires. Ensuite, ces méthodes sont utilisées pour étudier le contrôle des vibrations (en termes de fréquences et de déplacements) de structures à parois minces en ajoutant des ressorts visqueux intermédiaires et des ressorts élastiques parallèles.

Dans le chapitre 5 l'effet des entretoises sur le contrôle des vibrations des poutres à parois minces est étudié. Premièrement, dans l'introduction, différents types d'entretoises (ressorts) sont présentés et un résumé des travaux existants est fourni. De plus, des types des ressorts élastiques et visqueux sont introduits dans le modèle. La cinématique du modèle avec des entretoises intermédiaires est alors détaillée. Après cela, les équations de mouvement sont dérivées en présence des ressorts intermédiaires. Analytiquement, certaines solutions particulières sont possibles dans le cas de sections à double symétrie avec des ressorts élastiques latéraux et en torsion. La formulation en éléments finis pour les poutres à parois minces avec des entretoises intermédiaires en vibrations libres et forcées avec des entretoises intermédiaires viscoélastiques est détaillée et est utilisée pour étudier le contrôle de la vibration des poutres à parois minces. Les applications numériques des poutres avec des ressorts élastiques intermédiaires en vibration libre et des ressorts viscoélastiques en vibration forcée sont bien étudiées. Enfin, un nouveau concept est conclu dans le contrôle des vibrations peut être utilisé pour optimiser les sections. Ce chapitre décrit en détail les méthodes efficaces pour éliminer ou réduire les vibrations indésirables. Quelques solutions efficaces ont été données qui sont les suivantes :

- Modification de la fréquence propre du système lorsque la fréquence de forçage ne peut pas être modifiée. Dans ce but, un nombre d'entretoises latérales et de torsion est ajouté à la poutre. Ces entretoises doivent être ajoutées en fonction de l'étude de localisation optimale.
- Introduire un mécanisme de dissipation de puissance en ajoutant des ressorts visqueux (dashpots), distribués de la même manière que les ressorts. Ces ressorts visqueux peuvent être implémentés au même endroit et parallèlement aux ressorts. (Ou matériaux viscoélastiques).

De plus, diverses solutions développées pour le contrôle des vibrations ont été testées avec un élément B3Dw implanté sur Matlab. Certains exemples numériques sont considérés pour étudier l'effet des ressorts élastiques, visqueux et viscoélastiques dans le contrôle du comportement en vibration. Le développement de solutions de contrôle des vibrations peut être utilisé dans des systèmes à base fixe ou vibrante (séisme). Dans tous les exemples, le MEF B3Dw implémenté sur MATLAB a été utilisé pour résoudre des problèmes de contrôle des vibrations.

En contrôlant les vibrations des poutres à parois minces en modifiant les fréquences propres, on a ajouté au support des entretoises de torsion et / ou latérales. La solution de ce problème à l'aide de la méthode analytique se limite aux cas simples de poutres à sections bi-symétriques et conditions aux limites articulées. Pour les poutres avec des sections non symétriques et pour

les conditions aux limites compliqués, les solutions analytiques deviennent lourdes, d'où l'importance du MEF B3Dw développé et utilisé pour étudier le comportement vibratoire des poutres à sections arbitraires et des conditions d'appui quelconques en présence des entretoises de flexion ou en torsion.

On observe qu'en présence de supports élastiques intermédiaires, le comportement dynamique des poutres vis-à-vis des fréquences propres plus basses (qui sont les plus dangereux sur la stabilité des structures) en torsion ou en flexion faible est amélioré. Le nombre et la distribution des ressorts ont été étudiés pour obtenir le nombre optimal des appuis pour le contrôle des vibrations. En présence des poutres à sections non symétriques, toutes les fréquences propres sont considérablement augmentées en introduisant des entretoises latérales le long de poutre. Ce concept peut être utilisé dans le contrôle des vibrations des structures afin d'améliorer la stabilité des poutres minces contre la torsion et d'autres modes indésirables.

Synthèse et perspectives

Le modèle de poutre présenté ne permet pas résoudre les sections non prismatiques, ne peut pas être utilisé dans les cas des matériaux composites et ne prend pas en compte l'effet de masse supplémentaire aux emplacements des entretoises.

Il est évident que, l'utilisation de poutres ayant des sections non-uniformes à parois minces est également importante pour gagner du poids. En principe, le concepteur utilise ces types de poutres pour obtenir le maximum de gain de poids en modifiant l'inertie et la rigidité de la poutre lorsque cela est nécessaire sur la longueur de la poutre. Pour ces poutres, le comportement vibratoire 3D devient plus complexe, du fait de la rigidité et de la masse non constante le long de la structure.

Les poutres en matériaux composites sont aujourd'hui largement utilisées dans de nombreux types de structures dans les domaines de l'ingénierie en raison de leur qualité et de leurs performances élevées permettant de résister aux diverses sollicitations exigentes. Depuis quelques décennies, ces structures évoluent vers des matériaux composites à gradient de propriétés (Functionally Graded Materials, FGM). Les propriétés de ces matériaux varient progressivement et continuellement une ou deux directions de la structure. Leur utilisation est croissante avec l'utilisation de composites et les développements récents des techniques d'impression 3D. Ces structures sont très sensibles à l'effet de cisaillement à la fois statique et dynamique aussi bien linéaire et en non linéaire sous charges statiques et dynamiques.