



**HAL**  
open science

# Matériaux mésostructurés et infiltration métallique avec optimisation du squelette architecturé

Paul Lohmuller

► **To cite this version:**

Paul Lohmuller. Matériaux mésostructurés et infiltration métallique avec optimisation du squelette architecturé. Matériaux. Université de Lorraine, 2019. Français. NNT: 2019LORR0311. tel-02860906

**HAL Id: tel-02860906**

**<https://hal.univ-lorraine.fr/tel-02860906v1>**

Submitted on 2 Feb 2022

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



## AVERTISSEMENT

Ce document est le fruit d'un long travail approuvé par le jury de soutenance et mis à disposition de l'ensemble de la communauté universitaire élargie.

Il est soumis à la propriété intellectuelle de l'auteur. Ceci implique une obligation de citation et de référencement lors de l'utilisation de ce document.

D'autre part, toute contrefaçon, plagiat, reproduction illicite encourt une poursuite pénale.

Contact : [ddoc-theses-contact@univ-lorraine.fr](mailto:ddoc-theses-contact@univ-lorraine.fr)

## LIENS

Code de la Propriété Intellectuelle. articles L 122. 4

Code de la Propriété Intellectuelle. articles L 335.2- L 335.10

[http://www.cfcopies.com/V2/leg/leg\\_droi.php](http://www.cfcopies.com/V2/leg/leg_droi.php)

<http://www.culture.gouv.fr/culture/infos-pratiques/droits/protection.htm>

**THESE**

Pour l'obtention du titre de :

**DOCTEUR DE L'UNIVERSITE DE LORRAINE**

Spécialité : Science des matériaux

Présenté par :

**PAUL LOHMULLER**

---

**Matériaux mésostructurés et Infiltration Métallique  
avec Optimisation du Squelette Architecturé**

---

Thèse soutenue publiquement le 29/11/2019 à Metz devant le jury composé de :

M. Samuel FOREST, Directeur de recherche CNRS, MAT - Centre des matériaux, Mines Paristech, Paris	Rapporteur
M. Rémy DENDIEVEL, Professeur des universités, SIMAP/GPM2, Grenoble INP, Grenoble	Rapporteur
M. Christophe DESRAYAUD, Professeur des universités, LGF, Mines St Etienne, St Etienne	Examineur
Mme. Emilie GAUDRY, Professeur des universités, IJL, Mines Nancy, Nancy	Examineur
M. Christophe COLIN, Maitre de conférences, MAT - Centre des matériaux, Mines Paristech, Paris	Examineur
M. Pascal LAHEURTE, Maitre de conférences HDR, LEM3, Université de Lorraine, Metz	Directeur de thèse
M. Julien FAVRE, Maitre assistant, LGF, Mines St Etienne, St Etienne	Co-directeur de thèse
M. Samuel KENZARI, Ingénieur de recherche CNRS, IJL, Mines St Nancy, Nancy	Co-directeur de thèse
M. Marco MONTEMURRO, I2M, Maitre de conférence HDR, Art et Métiers Paristech, Bordeaux	Invité



*« Avec l'âge, tu les trouves toutes belles ... (les thèses) »*

P. Laheurte (Metz)

10/09/19

*« Sans bras, sans jambes, on n'avance pas »*

P. Laheurte (Metz)

21/06/18

# Table des matières

Table des matières.....	4
Remerciements.....	7
Introduction générale.....	9
<b>1. Chapitre 1 : Généralités.....</b>	<b>12</b>
<b>1.1. Les matériaux hybrides.....</b>	<b>12</b>
<b>1.2. Introduction à la Fabrication Additive (FA).....</b>	<b>15</b>
1.2.1. Définitions et principes.....	16
1.2.2. Les procédés additifs et les matériaux.....	17
1.2.3. Applications, opportunités et limites.....	18
<b>1.3. La fusion laser sélective (SLM).....</b>	<b>22</b>
1.3.1. Le principe.....	22
1.3.2. Les défauts.....	25
1.3.3. La poudre.....	26
Bibliographie.....	27
<b>2. Chapitre 2 : Génération de réseaux périodiques et quasi-périodiques, analogie aux réseaux cristallins et quasicristallins.....</b>	<b>32</b>
<b>2.1. Etat de l'art.....</b>	<b>32</b>
2.1.1. Les différents types de squelettes architecturés.....	32
2.1.2. Méthodes de génération de réseaux architecturés périodiques.....	35
2.1.3. Méthodes de génération de réseaux architecturés quasi-périodiques.....	40
2.1.4. Elaboration de réseaux architecturés.....	47
2.1.5. Fabricabilité et contrôle des structures <i>lattices</i> par SLM.....	49
<b>2.2. Modèle continu de génération de structures <i>lattices</i> associé à un groupe ponctuel.....</b>	<b>52</b>
2.2.1. Logiciels et ressources numériques.....	52
2.2.2. Le modèle, la maille et éléments de symétries, élément de codage.....	52
2.2.3. Application aux réseaux cubiques et hexagonaux.....	60
2.2.4. Discussion générale.....	79
<b>2.3. Génération de réseau quasi-périodique introduction de la symétrie quinaire.....</b>	<b>81</b>
2.3.1. Méthodes et logiciels.....	81
2.3.2. Retour sur la méthode de génération de Madison.....	81

2.3.3.	Génération de réseau quasipériodique.....	85
2.3.4.	VERs et approximants.....	89
2.3.5.	Discussion générale.....	92
<b>2.4.</b>	<b>Contrôle de fabricabilité de structures <i>lattices</i></b> .....	<b>93</b>
2.4.1.	Matériaux et méthodes.....	93
2.4.2.	Résultats et discussion. ....	96
<b>2.5.</b>	<b>Conclusion partielle.</b> .....	<b>106</b>
	<b>Bibliographie</b> .....	<b>108</b>
<b>3.</b>	<b>Chapitre 3 : Evaluation numérique des propriétés mécaniques effectives de réseaux architecturés et confrontation expérimentale</b> .....	<b>115</b>
<b>3.1.</b>	<b>Etat de l'art</b> .....	<b>115</b>
3.1.1.	Méthodes numériques d'évaluation des propriétés mécaniques. ....	115
3.1.2.	Méthodes expérimentales d'évaluation des propriétés mécaniques.....	125
3.1.3.	Propriétés mécaniques effectives des structures <i>lattices</i> .....	127
<b>3.2.</b>	<b>Modélisation en compression uni-axiale des propriétés élastiques des structures <i>lattices</i> cubiques</b> .....	<b>135</b>
3.2.1.	Matériaux et méthodes.....	135
3.2.2.	Résultats.....	136
3.2.3.	Discussion générale.....	148
<b>3.3.</b>	<b>Détermination des propriétés élastiques 3D des structures <i>lattices</i> par une procédure d'homogénéisation, étude de l'anisotropie</b> .....	<b>154</b>
3.3.1.	Matériaux et méthodes.....	154
3.3.2.	Résultats.....	155
3.3.3.	Discussion générale.....	163
<b>3.4.</b>	<b>Comparaison des propriétés élastiques avec certaines structures hexagonales et quasilattices.</b> .....	<b>165</b>
3.4.1.	Matériaux et méthodes.....	165
3.4.2.	Résultats.....	166
3.4.3.	Discussion générale.....	175
<b>3.5.</b>	<b>Confrontation expérimentale/numérique des rigidités effectives des structures <i>lattices</i> produites par SLM</b> .....	<b>177</b>
3.5.1.	Matériaux et méthodes.....	177
3.5.2.	Résultats.....	178
3.5.3.	Discussion.....	182
<b>3.6.</b>	<b>Conclusion partielle</b> .....	<b>184</b>

<b>Bibliographie</b> .....	187
<b>4. Chapitre 4 : Elaboration et caractérisation de composites à matrice et renforts métalliques</b> .....	195
<b>4.1. Etat de l'art.</b> .....	195
4.1.1. Les composites à matrices métalliques.....	195
4.1.2. Procédés d'élaborations des composites à matrices métalliques .....	196
4.1.3. Caractéristiques des CMMs.....	199
4.1.4. Infiltration d'un réseau poreux par infiltration spontanée .....	207
<b>4.2. Approche théorique : modélisation semi-phénoménologique d'un front de remontée capillaire dans une structure <i>lattice</i></b> .....	211
4.2.1. Matériaux et méthodes.....	211
4.2.2. Le modèle .....	214
4.2.3. Résultats .....	216
4.2.4. Validation expérimentale du modèle d'infiltration.....	224
4.2.5. Discussion .....	226
<b>4.3. Elaboration et caractérisation métallurgique de composites à matrice d'aluminium et squelette architecturé macroscopique en alliage de titane,</b> .....	229
4.3.1. Matériaux et méthodes.....	229
4.3.2. Résultats et discussions.....	231
<b>4.4. Conclusion partielle</b> .....	243
<b>Bibliographie</b> .....	245
<b>Conclusion générale</b> .....	253
<b>Perspectives</b> .....	256
<b>Annexe A : VERs et approximants des trois quasilattices</b> .....	258
<b>Annexe B : Convergence du maillage du modèle d'homogénéisation des approximants de la quasilattice de type A</b> .....	260
<b>Annexe C : Mesures d'angles de contact statique d'un époxy et de l'aluminium sur un substrat en Ti-6Al-4V</b> .....	262
<b>Liste des tableaux</b> .....	263
<b>Liste des figures</b> .....	264



## Remerciements

Il semble naturel de commencer cette partie par remercier les deux laboratoires qui m'ont accueilli : le LEM3 et l'IJL. Une reconnaissance particulière aux différents acteurs administratifs, d'accueils et informatiques qui ont contribué au bon déroulement de cette thèse

J'aimerais également exprimer ma gratitude envers l'ensemble des membres de mon jury. Premièrement à Samuel Forest et Remy Dendievel pour leurs enthousiasmes et l'intérêt (et le courage) dont ils ont fait preuve en acceptant la charge de rapporteur de ces travaux. Je remercie également Emilie Gaudry pour l'agréable présidence qu'elle a menée lors de ma soutenance. Mes remerciements vont également à Christophe Desrayaud, Christophe Colin et Marco Montemurro, pour avoir pris le temps de lire ce manuscrit, ainsi que pour vos remarques et commentaires.

Je remercie vivement Pascal Laheurte mon directeur de thèse, premièrement pour la confiance qu'il m'a accordé depuis le début de cette aventure. Egalement pour ses conseils, ses nombreuses discussions, son attention et ... sa patience à mon égard. Une grand merci à Julien Favre, co-directeur de thèse, que la passion et l'enthousiasme qui te caractérise ne te quitte jamais. Enfin et non des moindres, ma vive gratitude pour Samuel Kenzari, mon second co-directeur, ton dynamisme, tes idées abondantes et ton professionnalisme, tu es à mon sens le meilleur exemple à donner à un jeune chercheur. Un dernier grand merci à vous trois pour la cohésion et la capacité à travailler ensemble lors de ces dernières années, vous êtes les principaux acteurs de la réussite de ces travaux.

Comment oublier la team café... Ma gratitude va également à Laurent Peltier, sans toi je n'aurais peut-être jamais fait de thèse, ton dynamisme et ta joie de vivre sont un moteur pour toute l'équipe et j'espère encore passer de nombreuses années à travailler sur le brevetage de dispositif de laboratoire. A Gael Le Coz, pour son sens de l'iconographie, un modèle de classe. Un grand merci au duo de choc Patrick, dit « Patou », Moll et Pierre Charbonier, pour tous les moments passés à discuter autour d'un cafés (ou autres).

Un merci particulier à tous les techniciens et ingénieurs qui m'ont accordé du temps : Olivier Godart, Boris Piotrowski, Jean-Sebastien Lecomte, Jérôme Slovensky, Olivier Perroud, Guillaume Robin, Luc Mohrain, Marie-Cécile De Weerd.

Un grand merci à tous les doctorants et post-doctorant avec qui mon accompagné et avec qui j'ai passé de bon moments : Kevin, Francis, Clément, Pascal, Dimitri, Soraya, Nada, Chrizsoula, Rabi, Younes, Anis, Yassine, Jana, Bénédicte, Noémie, Paul Bo., Pierre, Loïc.

Et une spéciale dédicace à Paul Di mon collègue de bureau, sans toi rien n'aurais été pareil, sans toi tout dois rester comme tel. Pour te citer « Change rien mec, t'es génial ».

Un clin d'œil à mes meilleures amies Morgane et Marie-Jeanne, sans vous je ne serais pas arrivé au bout et vous êtes certainement celle qui m'avait le plus eu sur le dos au cours des 3 dernières années, simplement merci. Enfin j'aimerais finir par remercier ma famille et particulièrement ma maman et mes trois sœurs, vous avez été un soutien du début à la fin de mes études. Pour m'avoir encouragé, poussé et surtout supporté ces derniers temps un immense merci.

Et à tous ceux que j'aurais oublié, merci.

## Introduction générale.

L'allégement de structure constitue un enjeu permanent et un facteur d'amélioration de l'empreinte carbone. L'essor des convictions écologiques est une nouvelle motivation permettant d'arguer le développement de matériaux pour l'allégement de structure. Les matériaux hybrides, qui peuvent être définis comme une combinaison d'un ou plusieurs matériaux organisés dans l'espace, sont parfaitement aptes à répondre à ces problématiques et constituent un défi technologique spécifique.

On distinguera deux types de matériaux hybrides qui seront tous deux étudiés au cours de ce manuscrit :

- Les matériaux hybrides architecturés : il s'agit d'un matériau (en général) unique, structuré dans l'espace, où les propriétés physiques sont contrôlées via le matériau intrinsèque qui le constitue et son organisation dans l'espace en terme de morphologie et d'échelle.
- Les matériaux hybrides conventionnels : il s'agit du couplage de deux matériaux de nature différente (composites), avec l'un des deux sous forme de matrice et le second sous forme de renforts. Dans ce cas, les propriétés sont gouvernées par la nature des deux matériaux et l'organisation de l'un par rapport à l'autre dans l'espace.

Les matériaux hybrides architecturés connaissent aujourd'hui un essor remarquable directement associé au développement exponentiel des procédés additifs. En effet, la liberté de conception de ces procédés a permis le réel contrôle de l'architecture des matériaux hybrides, au travers, par exemple, de structures *lattices*. Avant le développement de la fabrication additive, les hybrides architecturés étaient sous forme de mousse pour lesquels la maîtrise de la structure est fortement limitée. Il est maintenant possible de façonner quasiment à volonté la morphologie du squelette, pour des échelles nanométriques à millimétriques. La fabrication additive permet également d'entrevoir la production de ces matériaux à base de polymères, d'alliages métalliques ou de céramiques.

Plus récemment, l'usage de squelettes architecturés réalisés par des procédés additifs a également permis la réalisation de matériaux hybrides conventionnels. Pour des squelettes métalliques ou céramiques ; ceci ouvre la voie à l'élaboration de composites à matrices métalliques (CMMs) d'un nouveau genre. Jusqu'à présent, les CMMs sont principalement renforcés par des particules ou des fibres céramiques ou métalliques. Dans ce cas, l'organisation du renfort est en grande partie gouvernée par le procédé d'élaboration employé. L'emploi de la fabrication additive permet désormais le contrôle complet de l'organisation du squelette dans l'espace. Ce contrôle s'effectue par la maîtrise de la fraction de renforts, l'échelle qui les caractérise et leurs organisations. Cependant, la difficulté tient dans la capacité à élaborer les CMMs en conservant l'intégrité du squelette (stabilité dimensionnelle, homogénéité, etc.).

L'élaboration de CMMs à renforts architecturés est donc associée à deux problématiques principales : i) la conception et l'élaboration du squelette et ii) la maîtrise du procédé d'élaboration du CMM. Plusieurs méthodes de génération de réseaux architecturés sont aujourd'hui envisageables, conduisant à différentes familles de réseaux poreux. Dans ce manuscrit, notre intérêt concerne principalement les structures *lattices*. Il s'agit d'un micro-treillis généralement caractérisé par un motif périodique constitué d'un assemblage de poutres dans un espace donné. La liberté de conception associée à la fabrication additive est aujourd'hui à l'origine de différents types de structure *lattice*, pour autant, les topologies étudiées sont souvent peu nombreuses et l'influence directe de la topologie n'est que rarement étudiée. Il en résulte une difficulté à déterminer un ordre hiérarchique entre les différentes topologies, et le choix de celles-ci est souvent fait par souci de simplicité voir par défaut. Dans l'optique de la conception d'un CMM, les outils de sélection d'une topologie sont relativement limités. Nous focaliserons une partie de l'étude sur l'influence de l'architecture sur les propriétés physiques afin de proposer des méthodes permettant de mettre en avant un ordre hiérarchique entre les topologies. Pour cela, différentes étapes sont nécessaires :

- La génération d'une base de données de topologies, avec un contrôle de l'échelle et de la densité relative.
- Des méthodes prédictives d'évaluation numérique des propriétés physiques accessibles via la base de données.
- Une validation expérimentale des modèles prédictifs conduisant au besoin à des corrections des modèles proposés.
- Des outils permettant la comparaison directe des topologies.

La seconde problématique évoquée, à savoir l'élaboration du CMMs, est intimement liée à la nature de ses constituants, les échelles et les formes mises en jeux. Les méthodes employées pour l'élaboration des CMMs ne sont pas toutes adaptables à un squelette continu et rigide. De plus, en fonction des tailles caractéristiques du squelette, les phénomènes physiques mises en jeux lors de l'élaboration ne sont pas les mêmes. Il est donc nécessaire de maîtriser l'influence de la taille des pores, ainsi que la topologie et la densité relative du réseau poreux en vue de la réalisation du composite. Enfin, pour des constituants présentant des natures de liaisons atomiques identiques, il est également nécessaire de maîtriser les réactions qui peuvent avoir lieu au cours de l'élaboration. L'élaboration d'un CMM est décomposée en plusieurs étapes :

- La détermination de l'influence des caractéristiques géométriques et physiques du squelette pour la sélection d'un procédé d'élaboration.
- La détermination et la compréhension des réactions mises en jeux lors de l'élaboration.
- La compréhension des propriétés qui résulte de l'élaboration du composite au regard des informations des deux points précédents.

Ces sept étapes constituent notre feuille de route pour l'élaboration d'un CMM à renforts métalliques architecturés. La majeure partie de ces étapes seront étudiées dans ce manuscrit dans quatre chapitres. Chacun de ces chapitres sera introduit par un état de l'art suivi par une description des matériaux, méthodes numériques et expérimentales employées.

Le premier chapitre aborde la notion de matériaux hybrides et la fabrication additive.

Le second chapitre est dédié à la conception de structures *lattices* périodiques et quasipériodiques. Pour ce faire, un modèle de génération de structures périodiques inspiré de la cristallographie est proposé. Il permet la génération d'une base de données de structures à symétries cubiques et hexagonales. En parallèle, l'analogie à la cristallographie est poursuivie par la génération de réseaux présentant une symétrie quinaire (réseaux quasipériodiques). Une analyse des propriétés géométriques de ces structures permet de dégager des premières pistes sur l'influence du système de symétrie. Ce chapitre se clôture sur le contrôle de structures élaborées par un procédé de fabrication additive, de sorte à estimer les déviations entre les modélisations numériques et les réalisations expérimentales associées.

Le troisième chapitre traite de la détermination numérique des propriétés effectives des *lattices* préalablement conçues. Des modèles phénoménologiques sont extraits de simulations numériques afin d'évaluer les propriétés effectives d'une topologie sur l'ensemble de la gamme de densité relative. Ces modèles phénoménologiques permettent de proposer une méthode afin de dégager l'influence de l'architecture sur les propriétés mécaniques élastiques. Ceci permet la comparaison des performances de structures d'un même système de symétrie et de symétries différentes. Enfin, une nouvelle étape de validation expérimentale a pour objectif de mettre à jour les limites du modèle proposé au regard des informations issues du second chapitre.

Le dernier chapitre se consacre à la réalisation des CMMs et revêt un caractère plus exploratoire. Dans un premier temps, la modélisation analytique de l'infiltration d'un réseau poreux permet de déterminer les dimensions caractéristiques favorables à l'infiltration par capillarité ou par gravité. L'influence de l'architecture est une nouvelle fois discutée, mais du point de vue de l'infiltration. Dans un second temps, des CMMs sont élaborés pour valider le modèle proposé pour différents fluides infiltrant. Enfin, un procédé d'élaboration gravitaire est employé pour la production de CMMs. Une première analyse métallurgique de ces matériaux hybrides permet de discuter de l'influence des paramètres d'élaboration sur les microstructures.

# 1. Chapitre 1 : Généralités

## 1.1. Les matériaux hybrides

Les squelettes architecturés présentés dans ce manuscrit s'inscrivent dans un cadre plus vaste, celui des matériaux hybrides. Ces matériaux sont définis comme une combinaison de plusieurs matériaux, ou une organisation d'un matériau dans l'espace, leurs conférant des propriétés qui ne sont pas accessibles à partir de leurs constituants seuls, dans le but de répondre à un cahier des charges spécifiques [1, 2, 3, 4]. Ashby et Bréchet résumant cette définition au travers d'une méthode nommée « A + B + forme + échelle » [1]. La Figure 1-1 illustre les multiples possibilités offertes par le couplage de deux éléments. Ces différentes hybridations peuvent résulter de différentes origines, telles que la fraction volumique des éléments ou l'organisation d'un élément par rapport à l'autre dans l'espace. De plus, à fraction volumique de composant équivalente et pour une organisation équivalente, il est également possible d'adapter les propriétés de l'hybride en modifiant les longueurs caractéristiques d'un composant par rapport à l'autre. Par exemple, un composite à fibre de verre ne présentera pas les mêmes propriétés si ses fibres sont présentes seules ou sous forme de mèches (assemblage de plusieurs fibres), indépendamment de la fraction volumique et de l'organisation des fibres.

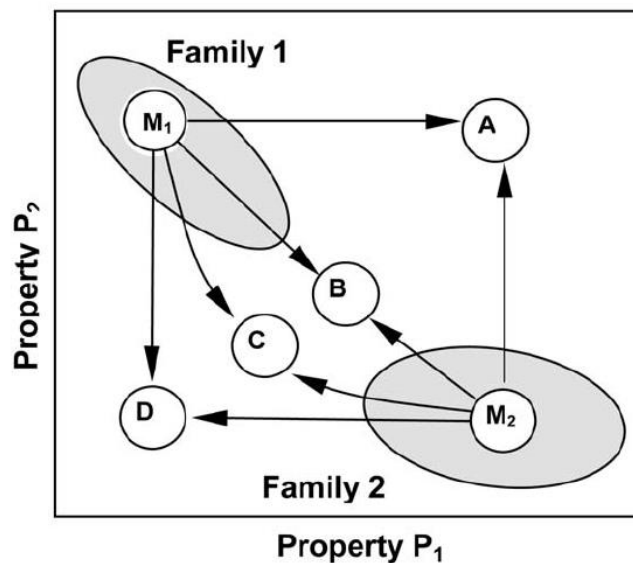


Figure 1-1: Les possibilités d'hybridations au travers du couplage de deux éléments  $M_1$  et  $M_2$  [1].

Lors de la création d'un matériau hybride, différents cas de figure peuvent apparaître (Figure 1-1). Dans un premier cas, un matériau peut présenter des propriétés combinées équivalentes ou supérieures aux propriétés séparées de chaque constituant (point A), on parlera alors de couplage synergique. Ce cas apparaît notamment pour des matériaux présentant un revêtement. Un second cas est un matériau répondant à une condition de règle de mélange (moyenne des propriétés pondérées selon la fraction volumique). Certains composites unidirectionnels possèdent un comportement relativement proche de celui-ci (point B sur la Figure 1-1). Les points

C et D correspondent à des effets antagonistes, à savoir des propriétés obtenues inférieures à celles des constituants seuls. Ashby *et al.* parlent de propriétés gouvernées par « le lien le plus faible » entre les deux constituants. Ces hybrides font preuve d'apports moins spectaculaires que pour les hybrides synergiques. Cependant, ces matériaux seront souvent employés dans le cadre d'un compromis et montrent un intérêt applicatif pour la réduction de masse ou l'optimisation des performances [1].

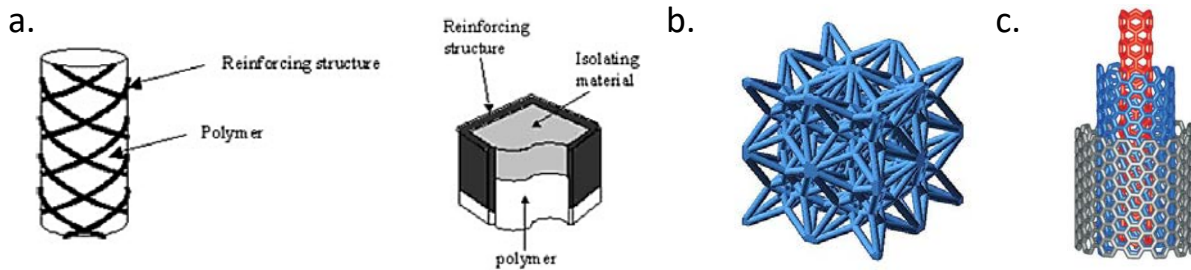


Figure 1-2: Emploi de matériaux hybrides dans le cadre d'un cahier des charges complexes a. [5], matériau hybride (méthode avec un matériau unique organisé dans l'espace) b., représentation schématique d'un multitube de carbone nanométrique c. [6].

L'emploi de matériaux hybrides permet d'envisager une réponse « sur mesure » par rapport à un cahier des charges d'ingénierie complexe. Les travaux de Kromm *et al.* illustrent bien la méthode « A + B + forme + échelle » [5]. La conception d'une tuyauterie pour liquide inflammable engendre un cahier des charges présentant des contraintes thermiques, mécaniques ainsi qu'une résistance aux impacts et ondes de choc. Dans ce cadre, les auteurs montrent qu'il n'est pas possible de remplir un tel cahier des charges grâce à l'emploi d'un matériau monolithique. Ils montrent qu'une solution au problème peut être apportée en suivant une démarche logique visant à hiérarchiser les contraintes de conception et à répondre à chacune d'elle par ordre d'importance en utilisant le matériau le plus adapté. La Figure 1-2.a présente une solution envisageable à leur problématique.

La Figure 1-2 illustre également la nuance entre un composite (en son sens le plus commun, une matrice organique et des renforts) et un matériau hybride. Les trois applications de cette figure correspondent toutes à un matériau hybride au sens d'Ashby, dans l'optique où chacune d'entre elles peut être imaginées et produites à des échelles différentes. A la dépendance près des procédés de production existant, il est même possible de concevoir ce type structure (Figure 1-2.b-c) comme modèle de treillis pour des édifices du génie civile. Tandis que pour les composites à matrice organique, l'échelle des microstructures est directement reliée aux longueurs caractéristiques de ses renforts. Cette vision des matériaux s'inscrit dans le cadre de travaux bien plus complet sur la sélection des matériaux proposés par Ashby et ses collaborateurs [6, 7, 1, 2, 3].

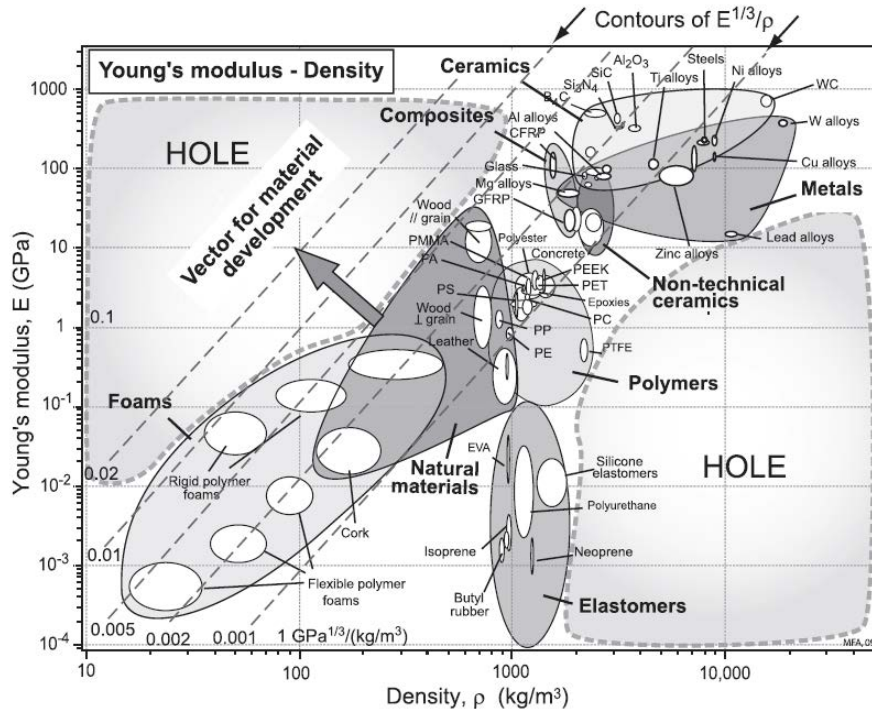


Figure 1-3: Espace 2D représentant la densité en fonction du module de Young, certaines corrélations apparaissent, tandis que des zones complètes sont vides [3].

De façon très résumée, l'analyse des matériaux sous forme de carte de propriétés permet de mettre en évidence des zones de corrélation entre ces propriétés mais également des zones totalement vides (Figure 1-3). Il apparaît que certaines de ces zones de « non-droit » pour les matériaux conventionnels présentent un réel défi technologique et scientifique de par les propriétés envisageables. Rappelons enfin, de façon non exhaustive, que tous ces travaux sont une partie intégrante de la problématique traitée ici et constituent la vision moderne de la sélection des matériaux.

Ces matériaux hybrides présentent un intérêt certain pour de nombreux domaines d'applications, en particulier pour leurs aspects personnalisables. Cependant, leurs avantages sont contrebalancés par un temps et un coût de fabrication plus important que le cadre d'emploi de matériaux monolithiques. Ainsi, l'emploi de ces matériaux est essentiellement consacré aux applications à fortes valeurs ajoutées, comme dans les domaines automobile [8, 9], aéronautique et aérospatiale [10, 11, 12], pour des pièces supports et de refroidissement pour composant électronique [13], le domaine biomédical [14, 15], ainsi que des applications navales [16].

Nous nous intéresserons, dans les chapitres 2 et 3, uniquement aux matériaux hybrides « organisés dans l'espace », c'est-à-dire les squelettes architecturés pour lesquels la méthode utilisée est de type « A + forme + échelle » selon Ashby [5]. L'état de l'art associé au couplage de matériaux sera abordé au cours du chapitre 4.



## 1.2. Introduction à la Fabrication Additive (FA)

Comme mentionné dans l'introduction générale, les études menées durant cette thèse n'auraient pas pu être envisagées sans l'apport des technologies de Fabrication Additive (FA). Il semble donc tout à fait naturel d'introduire les différents concepts et limites associées à cette famille de procédés. Cependant et comme montré par la Figure 1-4, issue du rapport du cabinet d'analyse Wohlers Associates de 2018 sur la FA, les évolutions des brevets relatifs aux technologies additives et en parallèle celle des publications scientifiques les employant suivent une nette tendance exponentielle [17].

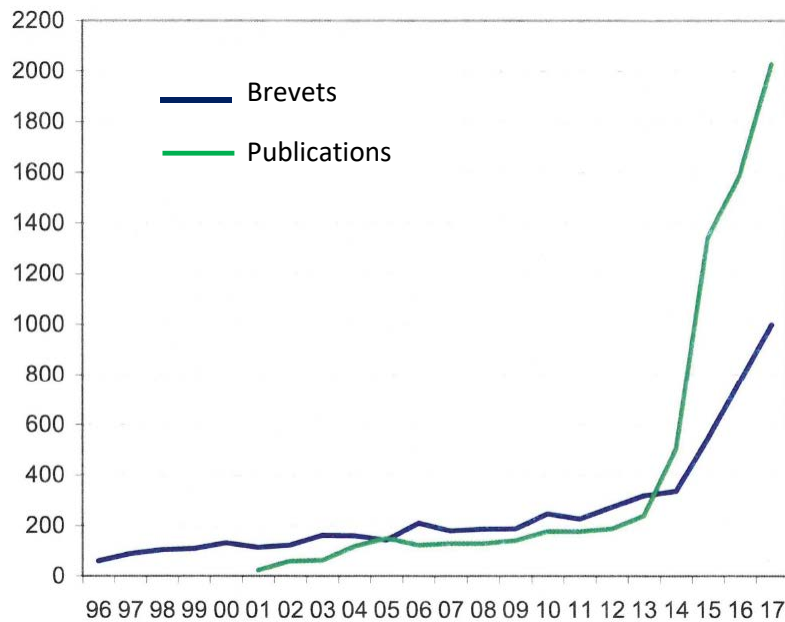


Figure 1-4: Evolutions du nombre de brevets (bleu) et des publications scientifiques (vert) dans le temps [18].

Associé à cet essor, les procédés additifs sont également de plus en plus normalisés. Depuis février 2018, 6 normes ISO internationales ont été adoptées. Le nombre de livres et de formations secondaires, universitaires et privés liés à la FA sont aussi en évolution croissante. Cette partie sera donc concise et générale, le lecteur désireux d'en savoir plus pourra se référer aux ouvrages cités. Dans un premier temps, les généralités et principes de bases de la FA seront abordés. Puis, nous décrirons brièvement les différentes familles de procédés et les matériaux associés. Enfin, nous conclurons en discutant des applications, enjeux et limites apportés par la FA.

### 1.2.1. Définitions et principes

La norme internationale ISO/ASTM 52900 définit la FA comme un procédé d'assemblage d'un matériau en vue de réaliser un objet 3D issu d'un modèle numérique, en général en procédant couche par couche [18]. Elle est en opposition aux procédés soustractifs et de mises en forme, qui nécessitent un ou plusieurs outillages et une action mécanique directe. Selon la norme ISO 17296-2, il peut s'agir d'un procédé en une seule étape : la forme et les propriétés du matériau sont obtenues simultanément ; ou d'un procédé multi-étapes : en général on acquiert d'une part la forme, puis d'autre part on consolide thermiquement ou par infiltration [19].

Tous les procédés de FA suivent une démarche globale en quatre étapes correspondant à la Figure 1-5, et c'est plus particulièrement les spécificités des trois dernières étapes qui marqueront les différences entre les grandes familles de procédés additifs. Outre la modélisation numérique, le point commun à tous les procédés réside dans la notion de tranchage en vue de l'élaboration/mise en forme couche par couche.

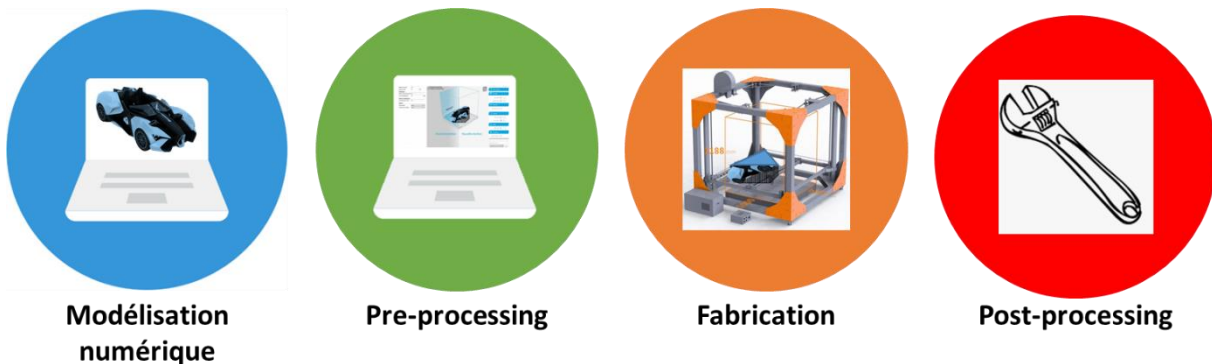


Figure 1-5 : Démarche globale des procédés additifs, dans l'ordre modélisation numérique d'un objet 3D, tranchage et renseignement des spécificités machine, production, post-traitement (découpage des supports, traitements thermiques ...)

Ces quatre étapes majeures peuvent être décrites de la manière suivante :

- **Modélisation numérique** : Au travers d'outils numériques, un modèle numérique 3D est généré. Il se veut représentatif d'un besoin et conforme aux exigences de production et aux règles de conception de la FA. Les outils numériques peuvent être de différentes natures tels que des logiciels de Conception Assistée par Ordinateur (CAO), du codage de scripts, mais également des acquisitions d'objets 3D au travers des technologies de Scan 3D optique ou à rayons X. Il s'en suit la génération d'un modèle 3D dans un format compatible avec les technologies 3D employées (majoritairement le format STL).
- **Pre-processing** : Il consiste en trois étapes succinctes, la mise en place à l'échelle du modèle 3D dans un volume de travail numérique représentatif de celui de la machine réelle, ainsi que la génération de support de fabrication. Le tranchage en couches égales d'une épaisseur correspond à la hauteur des couches lors de la fabrication. Enfin la dernière étape est le renseignement des paramètres procédés pour chaque couches générées.

- Fabrication : C'est l'étape de fabrication couche par couche de la pièce préalablement conçue, précédée d'une étape de préparation de la machine (préparation du plateau ou de la chambre de travail, préchauffage du plateau, génération d'atmosphère protectrice au besoin ...). Elle se termine par une étape de nettoyage plus ou moins contraignante en fonction des technologies.
- Post-processing : Retrait des supports de fabrication, traitement de consolidation, traitements de reprises des états de surface, fonctionnalisation de surface, ajout de propriétés ...

### 1.2.2. Les procédés additifs et les matériaux

Les procédés additifs se décomposent en sept catégories principalement différenciées par les spécificités machines. La Figure 1-6 résume les différentes familles de procédés où les illustrations ont été tirées de la norme ISO 17296-2 (2016) [19] qui standardise les procédés additifs. Il existe néanmoins des ouvrages antérieurs présentant une classification quasiment similaire [20, 21, 22].

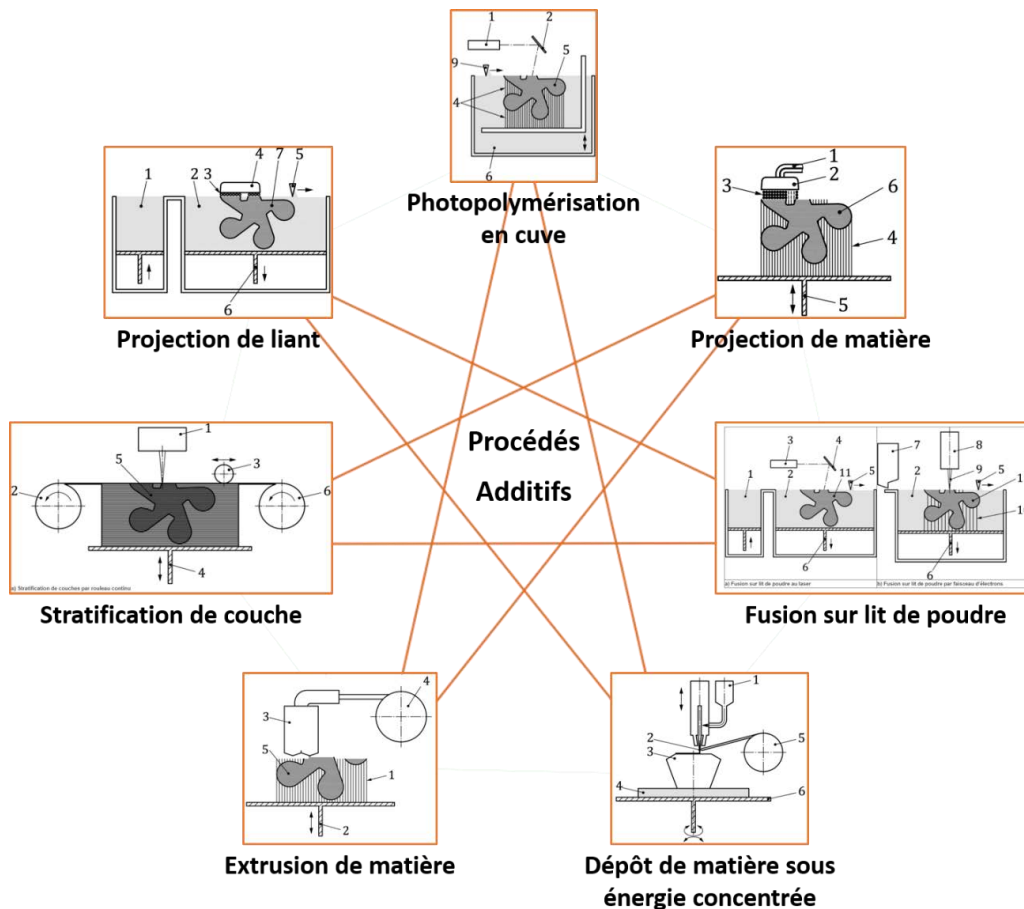


Figure 1-6: Les sept procédés additifs, illustrations tirées de la norme ISO 17296-2 [20].

- La photopolymérisation en cuve (ou Stéréolithographie *apparatus*, SLA), issue du brevet Français déposé par André, Mehauté et Witte en 1984 [23], il est le premier procédé de FA développé et commercialisé. Il s'agit d'un procédé où la matière (monomère) est polymérisée sous l'action d'un laser UV ou d'une source lumineuse concentrée. Elle est donc dédiée aux matériaux photosensibles. Il existe toutefois des exemples de réalisations de composites [24]. A noter qu'une variante emploie un apport de lumière par le bas (a contrario de la représentation du procédé Figure 1-6).
- Les procédés de projection de matière (ex : *Direct Metal Deposition*, DMD) et de projection de liant (ex : *Metal Binder Jetting*, MBJ) sont assez proches, et sont également dédiés aux polymères et composites. Dans un cas, il s'agit d'un dépôt de gouttelettes liquides sélectives. Dans le second cas, il s'agit d'un dépôt de résine sur un lit de poudre (les natures de poudres sont multiples). A noter que les techniques de projection sont plutôt bien adaptées à la fabrication multi-matériaux et/ou multi-coloris.
- La fusion sur lit de poudre est le procédé qui présente la plus grande versatilité des matériaux, grâce à la focalisation fine et le balayement sur une surface d'un faisceau laser (*Laser Beam Melting*, LBM ou *Selective Laser Sintering* SLS) ou d'électrons (*Electron Beam Melting*, EBM), il est possible de générer des objets polymères, métalliques ou céramiques. Cependant, la fabrication multi-matériaux est actuellement impossible pour ces procédés.
- Les procédés d'extrusion de matière et de dépôt de matière sous énergie concentrée sont similaires. L'extrusion visant à extraire sélectivement un fil au travers d'une buse, elle est plutôt dédiée aux matériaux polymères (*Fused Deposition Modeling*, FDM) et aux céramiques structurelles (*Robocasting*). Tandis que pour le second, le fil ou la poudre (métallique) est continuellement fondue par l'intermédiaire d'une énergie thermique (*Wire Arc Additive Manufacturing*, WAAM).
- Enfin, la stratification se concentre sur les produits en plaques, comme le papier, le bois et parfois des plaques métalliques. L'assemblage des découpes peut se faire de façon automatisé (*Laminated Object Manufacturing*, LOM) ou lors d'une seconde étape manuelle (*Stratoconception*).

### 1.2.3. Applications, opportunités et limites

Les procédés additifs trouvent des applications dans de nombreux domaines, tant les possibilités offertes sont importantes. Rauch *et al.* proposent un classement des secteurs d'attractivités pour la FA, basé sur des critères d'évaluations multiples (Figure 1-7) [25].

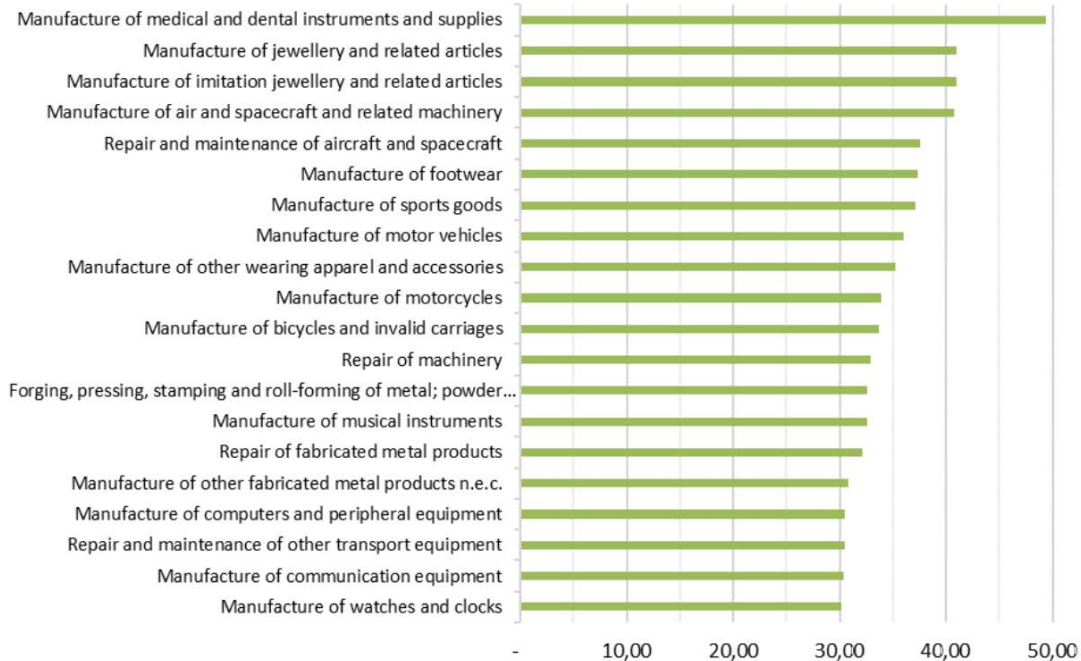


Figure 1-7 : Classement des secteurs d'attractivités pour les technologies additives basé sur un critère d'évaluation multi-objectifs [39].

Il apparaît que les domaines médicaux, les transports, la joaillerie et l'habillement présentent tous de forts potentiels d'applications. Ceci s'explique principalement par l'accès à des dispositifs sur mesure, dans un cadre de productions rapides de petites/moyennes séries et de plus en plus maîtrisées (Figure 1-7) [25]. Par extension, et principalement pour les domaines de la joaillerie et de l'habillement, ceci représente une réponse des industriels aux modes de consommations actuels. Notamment cela répond à la tendance à la personnalisation des produits, présent dans de nombreux domaines. Dans ces différents domaines de nombreuses applications font état de brevets et publications scientifiques. Sans faire un état de l'art exhaustif, quatre exemples ont été sélectionnés pour illustrer l'apport de la fabrication additive par comparaison aux procédés conventionnels (Figure 1-8). Ces exemples seront complétés par différentes références de revues sur chacun des domaines abordés.

La Figure 1-8.a est un exemple d'application dans le domaine aérospatial, dans ce cadre il ne s'agit pas de produire une pièce mais d'en réparer une, aspect peu abordé jusqu'à présent mais qui représente un domaine d'application extrêmement important. La zone défectueuse est préalablement découpée, puis une pièce adaptée aux dimensions de la découpe est obtenue par fusion laser sélective sur lit de poudre. A noter que des procédés, tels que les procédés de dépôts de matière sous énergie concentrée ou les procédés par projection de matière, sont également adaptés à la réparation de pièce. Dans un second temps, le patch est directement soudé sur la pièce endommagée [26, 27]. La maintenance n'est qu'un exemple concernant le transport, le lecteur intéressé pourra se reporter aux articles suivants [26, 28, 29].

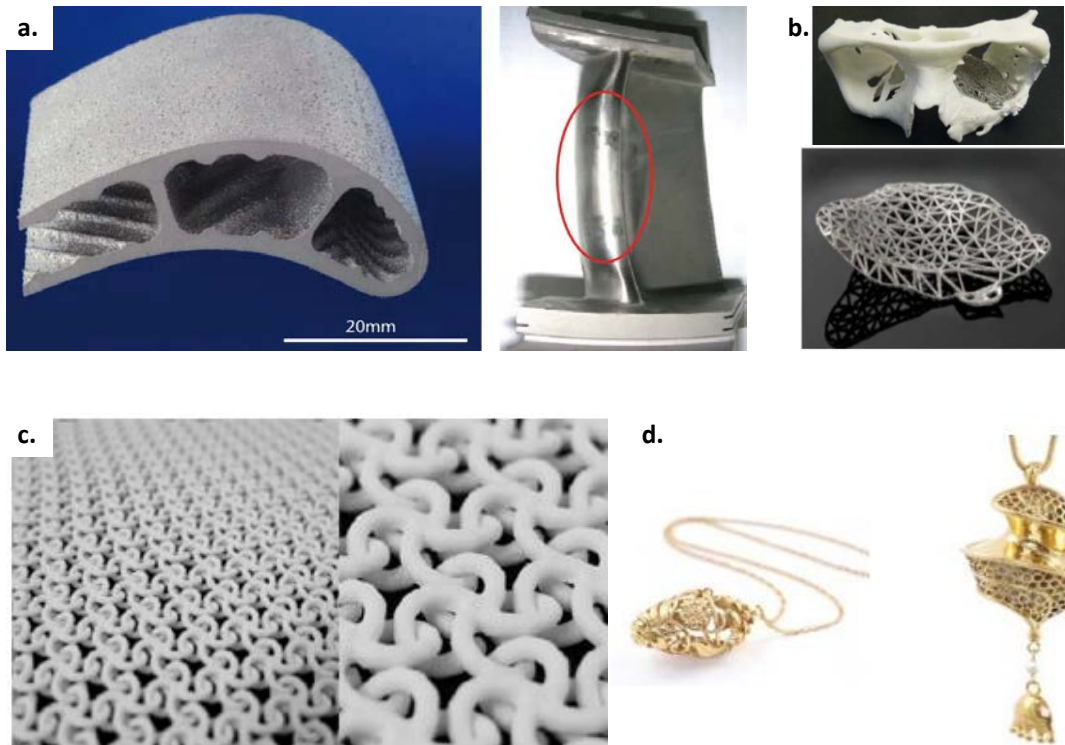


Figure 1-8: Exemple d'application de pièces produites par fabrication additive, patch de réparation pour une partie de réacteur d'avion a. [40], implant d'orbital oculaire partiel sur mesure b. [41], un exemple de tissage textile produit par fabrication additive c. et des exemples de réalisation dans le domaine de la joaillerie d.

La Figure 1-8.b, illustre la réalisation d'une prothèse d'une partie d'orbital oculaire, sur mesure adaptée à la morphologie d'un patient [30]. La fabrication additive est à même de répondre à des problématiques diverses et variées pour de nombreux domaines médicaux [31, 32, 33]. La Figure 1-8.c présente un exemple de fibre textile conçue pour tirer profit des possibilités offertes par la fabrication additive. Son design est adapté de sorte à pouvoir fabriquer les maillons d'une pièce en conservant leurs flexibilités [34]. D'autres types de tissages font également l'objet d'étude [35]. Il est également possible de trouver des exemples de chaussures [36] ou encore des attelles pour poignets [37]. La Figure 1-8.d représente des exemples d'applications dans le domaine de la joaillerie, l'apport de la fabrication additive est multiple dans ce domaine, d'une part il est possible d'accéder à des géométries complexes, et d'autre part elle permet également de réduire le nombre d'étapes de fabrication par rapport au moulage traditionnel [38, 39]. Enfin, la joaillerie amène également à un fort développement des nuances de matériaux disponibles pour les technologies de fabrication additive métallique et notamment par l'emploi de métaux rares et précieux, tel que l'or ou encore le platine [40, 41, 42, 43].

Les possibilités offertes par la fabrication additive apparaissent comme en réelle rupture avec les procédés soustractifs ou de mise en forme. Il en résulte un certain nombre de challenges et limitations. Weller *et al.* [44] identifient quatre principes clefs différenciant les procédés additifs des autres procédés : la versatilité des machines, le sur mesure et la flexibilité, la complexité des

formes et la réduction des assemblages. D'ailleurs de nombreux articles traitant des tendances et opportunités s'accordent sur ces éléments [20, 45, 46, 47]. Selon ces mêmes auteurs, les conséquences de ces opportunités sont multiples, comme la réduction : du nombre d'outillages et de moules, du nombre d'assemblage, de l'emploi des procédés de soudage. La fabrication additive est principalement avantageuse dans le cadre de petites/moyennes séries, pour des « grandes » séries présentant des pièces à très hautes valeurs ajoutées (et de faibles dimensions), les pièces unitaires sur mesure et pour des opérations de maintenances et réparations.

Aujourd'hui apparaissent également les premières limitations, les plus importantes se voulant être le choix restreint des nuances de matériaux sous forme de poudres et la finition des pièces obtenues par fabrication additive [48]. Cependant de nombreux efforts sont faits en ce sens notamment grâce à l'apparition de « smart materials » comme des matériaux à changement de phase [49], magnétique [50] ou piézoélectrique [51]. De plus, l'essor de la fabrication 4D s'annonce, et vise au travers du contrôle des matériaux imprimés à ajouter une nouvelle dimension : le temps [52, 53]. Ces récents développements s'inscrivent donc pleinement dans la démarche de design des matériaux abordés précédemment.

La fabrication couche par couche donne accès à une liberté de design sans précédent, toutefois, les possibilités offertes sont principalement reliées à la résolution des procédés (plus petits détails accessibles). Les différents procédés additifs permettent aujourd'hui la production de maison à une échelle quasi-industrielle [54], comme la production de structures à une échelle submicronique [55]. Néanmoins, ces procédés présentent également des limites, elles-mêmes directement associées aux échelles considérées. Les limites communes à l'ensemble des procédés additifs sont : l'anisotropie des propriétés, les effondrements locaux et les désolidarisations du plateau de fabrication. L'anisotropie des propriétés est directement liée à la notion de fabrication couche par couche et donc des interfaces générées. De plus, et plus particulièrement pour les matériaux métalliques, cette anisotropie est fortement corrélée à des microstructures préférentiellement orientées [56, 57, 58]. De nombreuses études sur différents matériaux montrent notamment une anisotropie des propriétés mécaniques [57, 58, 59, 60], thermiques [61] et électriques [62].

Les notions d'effondrements locaux (ou globaux), ainsi que les problèmes de désolidarisations de la pièce par rapport au substrat, sont plutôt liés aux design de la pièce ainsi qu'aux supports et à l'orientation dans le volume de travail de la machine. Les effondrements locaux sont associés à des parties de pièces dont les inclinaisons sont faibles par rapport au plateau (entre 20 et 45°). Ces orientations associées à l'empilement de couches sont de plus en plus dures à fabriquer à mesure que l'angle est faible. Comme déjà évoqué, l'orientation de la pièce a un impact sur les propriétés mécaniques et physiques. De plus, elle a une influence sur l'état de surface, le temps de fabrication et le *post-processing* [63]. De nombreuses études se focalisent sur l'optimisation des supports en lien direct avec la pièce à construire comme par exemple l'étude d'Hussein *et al.*

focalisée sur l'effet de la densité et de la topologie de support périodique [64], d'autres abordent des approches basées sur un algorithme multi-conditionnel, comme les travaux de Vaiday et Anand qui notamment génèrent des supports en prenant en compte leur accessibilité pour le décrochage [65]. Les désolidarisations du plateau sont-elles le marqueur d'un manque de maîtrise des paramètres d'élaboration pour un matériau donné.

Au travers de ces limites et contraintes globales, il s'avère que chacune des étapes présentées en Figure 1-5 sont liées les unes aux autres. La conception doit anticiper l'orientation et la génération des supports, le *pre-processing* doit assurer l'intégrité de la fabrication à la dépendance des propriétés physiques et esthétiques de la pièce. Enfin, les supports doivent être conçus de manière à assurer le compromis entre robustesse et facilité de décrochage lors du post-traitement. La démarche globale de design pour la fabrication additive pourrait être détaillée longuement, mais elle ne constitue pas un axe de développement des travaux présentés ici. Par conséquent le lecteur intéressé pourra se reporter aux références suivantes [66, 67, 68, 20, 21].

### **1.3. La fusion laser sélective (SLM)**

Comme nous le verrons dans les chapitres suivants, l'essentiel des travaux expérimentaux ont été produits au travers du procédé de fusion laser sélective sur lit de poudre. Hormis, les procédés de dépôts de matière sous énergie concentrée, qui parfois utilisent des fils, les procédés lasers sont principalement reliés à l'usage de matière première sous forme de poudre. De plus, nous détaillerons principalement la technologie SLM « métallique », qui présente peu de différences par rapport à ses semblables polymères et céramiques (bien que l'élaboration céramique soit indirecte). Dans un premier temps, nous reviendrons sur le principe de façon plus détaillée. Puis seront abordés les principaux défauts liés à ce procédé. Et nous terminerons par différentes informations autour des poudres employées.

#### **1.3.1. Le principe**

Un lit de poudre, d'une épaisseur prédéterminée, est localement amené à fusion suivant une trajectoire prédéfinie par l'intermédiaire d'un laser qui balaie grâce à un système optique une surface correspondant à une tranche d'un modèle numérique 3D. La plateforme de fabrication est ensuite abaissée d'une épaisseur de couche et un nouveau lit de poudre est amené. S'en suit la fusion d'une nouvelle tranche superposée à la précédente (Figure 1-9.a) [69]. L'approvisionnement en poudre se fait par gravité via un « poudreux » (en anglais *recoater*), ou racloir qui étale la poudre suivit un rouleau compacteur. La focalisation du laser est également un



paramètre clef ; elle est à l'origine de ce qui est appelé un « *spotsize* », cette valeur est un diamètre directement relié à la largeur du cordon de soudure déposé, et par conséquent à la résolution minimale accessible lors d'un trajet de laser. Dans le cadre des procédés SLM les résolutions sont généralement de l'ordre de 50  $\mu\text{m}$  à 120  $\mu\text{m}$ .

Un autre aspect important tient dans l'usage des supports. Les pièces sont généralement maintenues au plateau de fabrication par l'intermédiaire de supports de fabrication permettant le décrochage de la pièce du substrat. Les supports peuvent être de différentes topologies et densités (Figure 1-9.b) [70]. Les supports sont également nécessaires pour toutes les parties de pièces présentant une certaine inclinaison par rapport au plateau (entre 20° et 45° en fonction des matériaux) [69]. Ils ont donc une importance toute particulière pour la viabilité de la réalisation finale d'une pièce. De plus, il est nécessaire d'adapter la topologie des supports à la surface qu'ils soutiennent, pour favoriser son état de surface et également faciliter leurs détachements. La gestion des supports et leurs générations sont souvent assistées par de nombreux paramètres. Cependant, leurs choix sont souvent faits par l'expérience du manipulateur et les outils actuellement présents ne permettent pas (ou peu) de prédirent aisément la conception optimisée des supports.

La SLM est un procédé multiparamétrique. A l'heure actuelle, les ordres d'influences des paramètres d'élaboration les uns par rapports aux autres restent mal connus, certains d'entre eux se distinguent comme étant des paramètres clefs :

- *L'épaisseur de couche* : elle est directement reliée à la granulométrie de la poudre employée (typiquement entre 20 et 100  $\mu\text{m}$  de diamètre). Toutefois, avec un système d'apport en poudre par gravité (Figure 1-9.a), les couches fabriquées ont une épaisseur inférieure à la granulométrie, ceci s'explique par la densification engendrée lors de la fusion. L'épaisseur de couche dicte également le volume de matière à laser en lien avec la compacité du lit de poudre.
- *La puissance laser* : la plupart des machines possèdent des lasers d'une puissance comprise entre 200 et 800 W. La puissance du laser est directement reliée à sa capacité à être focalisé et donc à générer un *spotsize* constant sur l'ensemble du plateau de fabrication. Le réglage de la puissance dépend de l'épaisseur de couche, du matériau et de la vitesse de balayage.
- *La vitesse de balayage* : correspond à la vitesse d'avance du laser. A l'image des procédés de soudage, lorsqu'elle est couplée avec la puissance (ici) du laser, elle est un bon indicateur de la largeur de cordon. La difficulté étant de faire accélérer et décélérer les miroirs réfléchissant de manière à conserver une vitesse constante du faisceau sur un trajet de laser. Elle est donc fortement reliée à l'homogénéité et au taux de porosité lors du développement de paramètres.
- *L'écart entre les balayages* : représente la distance entre deux traits de laser consécutifs. L'avantage de ce paramètre est qu'il est indépendant du laser, de l'épaisseur de couche et du

matériau. Il est également indissociable de l'homogénéité et du taux de porosité du matériau élaboré.

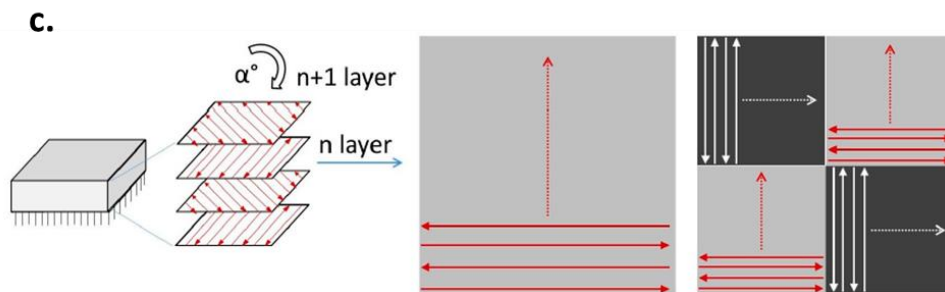
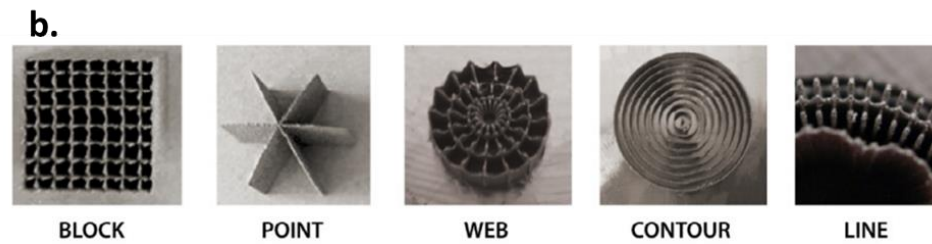
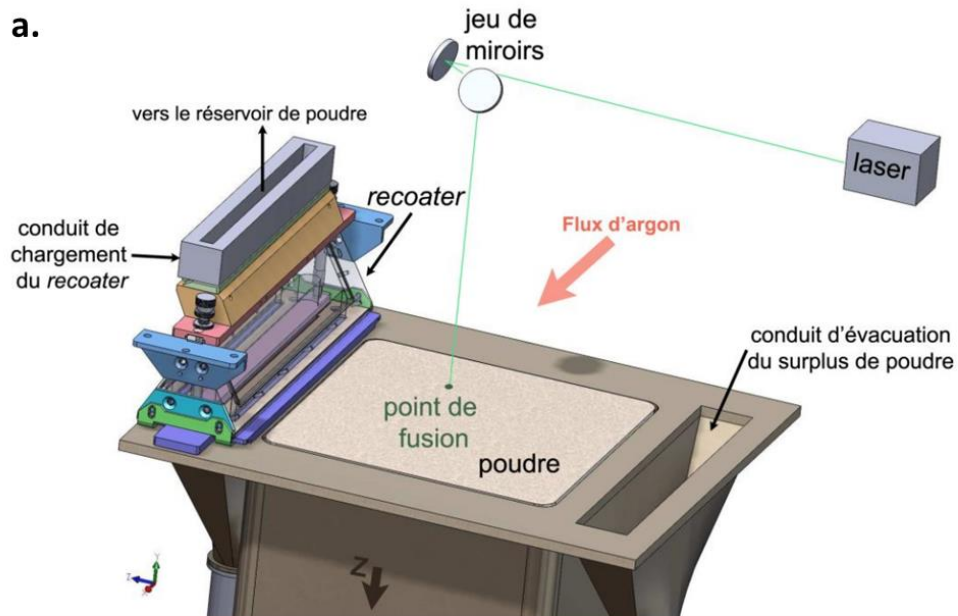


Figure 1-9: Représentation schématique d'un procédé SLM a. [68], différentes topologies de supports b. [67], exemple de stratégies de lasage c. [69].

Les stratégies de fusion ont également une influence majeure sur l'intégrité d'une pièce lors de l'emploi des procédés SLM. Il est important de considérer qu'une surface à laser est décomposée en plusieurs parties. Les contours sont en général ajustés à la bordure extérieure d'un STL ; suivant les constructeurs le nombre de contours, leurs dispositions et leurs paramètres de lasage varient. Ces contours ont un rôle principal de maintien de la surface lasée. En fonction des paramètres lasers, ceux-ci ont également une influence sur l'intégrité de la pièce finie et sur l'état de surface. Le remplissage peut également être effectué selon plusieurs stratégies. Sur la Figure 1-9.c sont données deux exemples de stratégies de remplissages les plus utilisées. La première,

appelé « *stripes* », consiste en une série d'aller-retour sur une longueur maximale préalablement définie. Tandis que pour la seconde, appelée « *chess* », la surface à laser est morcelée en carrés de petites dimensions, successivement lasés. Il est également couramment employé une stratégie de rotation des slices les unes par rapport aux autres (selon un angle égal à un nombre premier), ce qui permet d'éviter la superposition directe de deux cordons de soudures (Figure 1-9.c) et améliore l'homogénéité du matériau. Selon les stratégies et paramètres laser utilisés, l'histoire thermique du matériau n'est pas la même et engendre des différences de taux de porosités [71], microstructures [72] et contraintes résiduelles [73].

### 1.3.2. Les défauts.

Comme pour les procédés soustractifs et de mises en forme, les procédés additifs présentent leurs lots de défauts. Bien souvent, le contrôle de ces défauts se fait au travers de l'optimisation des conditions d'élaborations. Leurs déterminations et leurs contrôles est donc un élément clef du développement des matériaux pour l'additif. Nous n'aborderons ici que les défauts prédominants au procédé de fusion laser sélectif. Les défauts liés au design ne seront pas abordés car globalement commun à l'ensemble des procédés additifs. Quatre principaux défauts sont retrouvés sur les pièces obtenues par procédé additifs :

- *Les porosités* : A l'image des procédés de fonderie, la notion de fusion est intimement liée à la génération de pores. En effet, lors de la fusion d'un alliage métallique les éléments légers (oxygène, hydrogène, azote...) sont placés dans des cadres thermiques bien au-delà de leurs températures d'évaporations. Il en résulte la génération de bulles gazeuses qui peuvent être piégées dans la nappe liquide d'alliage en fusion. De plus, si les conditions de fusions ne sont pas optimisées, il peut résulter des manques de fusion qui se traduisent par des porosités, souvent larges, remplies de poudre non fondue. Dans le cadre des procédés SLM, la fusion est induite par un laser, il est aujourd'hui connu que les interactions laser/matière en fonction des paramètres laser sont à l'origine de certains types de porosités [74]. Les porosités sont donc reliées à deux phénomènes, d'une part la présence d'un bain liquide et d'autre part l'interaction laser/matière [75]. Le contrôle des taux de porosités est principalement assurés par l'optimisation des paramètres procédés, cependant ceux-ci restent fortement dépendants du matériau à fondre [74, 76, 77, 78, 79].
- *Les fissurations à chaud* : sont directement reliées à l'histoire thermique du matériau élaboré. En fonction des paramètres lasers et des stratégies de trait de laser, les différentes zones d'une même pièce subissent des histoires thermiques différentes (cycles de chauffés et refroidissements). De plus, en fonction des géométries à élaborer certaines zones peuvent dissiper la chaleur plus ou moins efficacement. Par conséquent et en fonction des matériaux (notamment les matériaux multi-phasés), les contraintes dues au refroidissement peuvent

amener à la génération de microfissurations [76, 78, 79]. De plus, ces effets thermiques sont en général répétés dans le temps, ce qui conduit à une accumulation de contraintes résiduelles, puis une croissance des fissures qui peut mener jusqu'à un cas extrême de décèlement de la pièce du substrat de fabrication ou au phénomène d'incurvation (déchirures localisées de la pièce) [79, 69].

- *L'anisotropie des propriétés et les hétérogénéités* : l'anisotropie des propriétés a déjà été traitée au paragraphe 1.2.3. Nous rappellerons tout de même que les paramètres influents sur la microstructure des alliages et sur leurs textures, il résulte une anisotropie plus ou moins marquée des propriétés physiques du matériau. Les procédés SLM offrent également la possibilité de réaliser des alliages in-situ par l'intermédiaire de mélanges de poudres judicieusement choisis. En fonction des différences de points de fusion des éléments, ce type d'élaboration peut conduire à la présence de particules non fondues et dégrader les propriétés mécaniques [80].
- *Les états de surfaces* : représentent un réel verrou pour les procédés additifs. En effet, lors de la fusion, tout un ensemble de particules est partiellement fondu ou fritté en bordure de pièce, il en résulte un état de surface relativement médiocre. Celui-ci contraint à la reprise en usinage de l'ensemble des zones fonctionnelles. Enfin, il a été montré dans différentes études que cet état de surface a également une influence sur les propriétés de fatigue d'alliages obtenus par fusion laser sélective [81, 82].

### **1.3.3. La poudre.**

La poudre est un élément clef de l'intégrité des pièces produites par SLM. De manière générale, sa granulométrie est relativement fine, entre 20 et 100  $\mu\text{m}$ , et dépend de la focalisation du laser, de la technologie d'apport de poudre et de l'épaisseur de couche à fabriquer. Ces poudres de formes sphériques sont principalement obtenues par atomisation gazeuse ; cependant il semble possible d'utiliser des poudres non sphériques (obtenues par concassage) [80]. Les poudres suivent une distribution Gaussienne permettant d'assurer une meilleure compacité du lit que pour une poudre de taille homogène [83]. La technologie d'apport de poudre joue principalement un rôle dans la compacité du lit. En général, lors d'apport par gravité les densités de lit sont relativement faibles, toutefois lors d'un apport par rouleau le compactage est plus important. A paramètres procédé équivalents, la distribution des diamètres de particules peut avoir une influence sur l'état de surface [84], le taux de porosités [83]. Néanmoins les études sur l'influence du lit de poudre sont encore peu courante et les phénomènes associés sont donc peu compris, même si quelques outils d'analyses semblent prometteurs [85]. Enfin la présence de porosités dans les poudres, sous forme de particules creuses, est un facteur sévèrement aggravant pour la présence de porosités dans la pièce finale [86].

## Bibliographie

- [1] M. Ashby et Y. Bréchet, «Designing hybrid materials,» *Acta Materialia*, vol. 51, p. 5801–5821, 2003.
- [2] Y. Brechet et J. Embury, «Architected materials: Expanding materials space,» *Scripta Materialia*, vol. 68, pp. 1 - 3, 2013.
- [3] M. Ashby, «Designing architected materials,» *Scripta Materialia*, vol. 68, pp. 4 - 7, 2013.
- [4] N. Nanko, «Definitions and Categories of Hybrid Materials,» *Azjomo*, vol. 11, pp. 1 - 8, 2009.
- [5] F. Krom, J. Quenisset, R. Harry et T. Lorriot, «An example of multimaterials design,» *Advanced in Engineering Materials*, vol. 6, n° 14, pp. 371 - 374, 2002.
- [6] M. Ashby, «On the engineering properties of materials,» *Acta Materialia*, vol. 37, n°15, pp. 1273 - 1293, 1989.
- [7] M. Ashby, *Materials selection in mechanical design*, Oxford: Butterworth Heinemann, 1999.
- [8] M. Grujicic, V. Sellapan, M. Omar, N. Seyr, A. Obieglo, M. Erdmann et J. Holzleitner, «An overview of the polymer-to-metal direct-adhesion hybrid technologies for load-bearing automotive components,» *Journal of materials processing and technology*, vol. 197, pp. 363 - 373, 2008.
- [9] X. Cui, S. Wang et S. Hu, «A method for optimal design of automotive body assembly using multi-material construction,» *Materials & Design*, vol. 29, pp. 381 - 387, 2008.
- [10] C. Yan, W. Lifeng et R. Jianyue, «Multi-functional SiC/Al Composites for Aerospace Applications,» *Chinese journal of aeronautics*, vol. 21, pp. 578 - 584, 2008.
- [11] S. Rawal, «Metal-Matrix Composites for Space Applications,» *JOM: the journal of the Minerals, Metals & Materials Society*, vol. 53, pp. 14 - 17, 2001.
- [12] G. Girard, M. Jrad, S. Bahi, M. Martiny, S. Mercier, L. Bodin, D. Nevo et S. Dareys, «Experimental and numerical characterization of thin woven composites used in printed circuit boards for high frequency applications,» *Composite Structures*, vol. 193, pp. 140 - 153, 2018.
- [13] C. Zweben, «Metal-Matrix Composites for Electronic Packaging,» *JOM: the journal of the Minerals, Metals & Materials Society*, vol. 44, pp. 15 - 22, 1992.
- [14] M. Demir, L. Ramos-Riviera, R. Silva et S. B. A. Nazhat, «Zein-Based Composites in Biomedical Applications,» *Journal of biomedical research part A*, vol. 105, n°16, pp. 1656 - 1665, 2017.
- [15] S. Ramakrishna, J. Mayer, E. Wintermantel et K. Leong, «Biomedical applications of polymer-composite materials : a review,» *Composites science and technology*, vol. 61, pp. 1189 - 1224, 2001.
- [16] S. Boyd, J. Blake, R. Shenoj et A. Kapadia, «Integrity of hybrid steel-to-composite joints for marine application,» *Proceedings of the institution of the mechanical engineers, part M : Journal of Engineering for the Maritime Environment*, vol. 218, n°14, pp. 235 - 246, 2004.
- [17] W. Associates, «Wohlers Report 2018: 3D Printing and Additive Manufacturing State of the industry : annual worldwide progress report,» 2018.
- [18] ISO/ASTM52900, *Fabrication additive -- Principes généraux -- Terminologie*, 2015.
- [19] ISO17296-2, *Fabrication additive – Principes généraux – Partie 2 : Vue d'ensemble des catégories de procédés et des matériaux de bases*, 2015.
- [20] I. Gibson, D. Rosen et B. Stucker, *Additive Manufacturing Technologies*, New-York: Springer, 2010.
- [21] A. Gebhardt, *Understanding Additive Manufacturing Rapid Prototyping · Rapid Tooling · Rapid Manufacturing*, Cincinnati: Hanser Publications, 2012.

- [22] F. Laverne, F. Segonds et P. Dubois, «Fabrication additive - Principes généraux,» *Techniques de l'ingénieur*, 2016.
- [23] J. André, A. Le Mehauté et O. De Witte, «Dispositif pour Réaliser un modèle de pièce industrielle». France Brevet FR2567668, 17 01 1986.
- [24] A. Sakly, S. Kenzari, D. Bonina, S. Corbel et V. Fournée, «A novel quasicrystal-resin composite for stereolithography,» *Materials & design*, vol. 56, pp. 280 - 285, 2014.
- [25] E. Rauch, M. Unterhofer et P. Dallasega, «Industry Sector Analysis for the Application of Additive Manufacturing in Smart and Distributed Manufacturing Systems,» *Manufacturing Letters*, vol. 15, pp. 126 - 131, 2018.
- [26] A. Gasser, «Laser Metal Deposition (LMD) and Selective Laser Melting (SLM) in Turbo-Engine Applications,» *laser material processing*, vol. 2, pp. 58 - 63, 2010.
- [27] I. Kelbassa, P. Albus, J. Dietrich et J. Wilkes, «Manufacture and repair of aero engine components using laser technology,» *Proceedings of the 3rd Pacific International Conference on Application of Lasers and Optics*, Beijing, 2008.
- [28] C. Dordlofva, A. Lindwall et P. Törlind, «Opportunities and Challenges for Additive Manufacturing in Space Applications,» *NordDesign 2016*, Trondheim, 2016.
- [29] A. Uriondo, M. Miguez et S. Perinpanayagam, «The present and future of additive manufacturing in the aerospace sector: A,» *Journal of aerospace engineering*, pp. 1 - 16, 2015.
- [30] M. Salmi, K. Paloheimo, R. Björkstrand, M. Paloheimo, J. Salo, R. Kontio, K. Mesimäki et A. Mäkitie, «Patient-specific reconstruction with 3D modeling and DMLS additive manufacturing,» *Rapid Prototyping Journal*, vol. 18, n°13, p. 209 – 214, 2012.
- [31] M. Javais et A. Haleem, «Additive manufacturing applications in medical cases: A literature based review,» *Alexandria Journal of Medicine*, vol. 54, pp. 411 - 422, 2018.
- [32] J. Giannatsis et V. Dedoussis, «Additive fabrication technologies applied to medicine and health care: a review,» *International Journal of Advanced manufactured Technology*, vol. 40, p. 116 – 127, 2009.
- [33] A. Haleem, M. Javaid et A. Saxena, «Additive manufacturing applications in cardiology: A review,» *The Egyptian Heart Journal*, vol. 70, p. 433 – 441, 2018.
- [34] M. Bloomfield et S. Borstock, «Modeclix. The additively manufactured adaptable textile,» *Materials Today Communications*, vol. 16, pp. 212 - 216, 2018.
- [35] G. Bingham, R. Hague, C. Tuck et A. Long, «Rapid Manufactured Textiles,» *International Journal of Computer Integrated Manufacturing*, vol. 20, n°11, pp. 96 - 105, 2007.
- [36] F. Inc, «New Balance et Formlabs s'associent pour révolutionner les performances et les possibilités de personnalisation des chaussures,» Formlabs Inc, 11 07 2019. [En ligne]. Available: <https://formlabs.com/fr/blog/new-balance-formlabs-personnalisation-chaussures/>. [Accès le 04 09 2019].
- [37] A. Paterson, R. Bibb, R. Campbell et G. Bingham, «Comparing additive manufacturing technologies for customised wrist splints,» *Rapid Prototyping Journal*, vol. 21, n°13, pp. 230 - 243, 2015.
- [38] F. Cooper, «Sintering and Additive Manufacturing: The New Paradigm for the Jewellery Manufacturer,» *Johnson Matthey Technology Review*, vol. 3, pp. 233 - 242, 2015.
- [39] T. Ferreira, H. Almeida, P. Bartolo et I. Campbell, «Additive Manufacturing in Jewellery Design,» *Proceedings of the ASME 2012 11th Biennial Conference on Engineering Systems Design and Analysis*, Nantes, 2012.

- [40] U. Klotz, D. Tiberto et F. Held, «Optimization of 18-karat yellow gold alloys for the additive manufacturing of jewelry and watch parts,» *Gold Bulletin*, vol. 50, n°13, pp. 111 - 121, 2017.
- [41] M. Khan et P. Dickens, «Selective Laser Melting (SLM) of pure gold,» *Gold bulletin*, vol. 43, n°12, pp. 114 - 121, 2010.
- [42] A. Gebhardt, M. Fateri, J. Hötter, M. Knothe, F. Schmidt et H. Rieper, «Numerical and Experimental Investigation of Selective Laser Melting of Silver,» *Fraunhofer Direct Digital Manufacturing Conference*, Berlin, 2012.
- [43] M. Fateri et A. Gebhardt, «Jewelry Fabrication via Selective Laser Melting of Glass,» chez *proceeding f the 2014 12th biennial conference on engineering system design and analysis*, Copenhagen, 2014.
- [44] C. Weller, R. Kleer et P. P.F., «Economic implications of 3D printing : Market structure models in light of additive manufacturing revisited,» *International Journal of production economics*, vol. 164, pp. 43 - 56, 2015.
- [45] U. Dilberoglu, B. Gharehpapagh, U. Yamana et M. Dolena, «The role of additive manufacturing in the era of Industry 4.0,» *Procedia Manufacturing* , vol. 11, p. 545 – 554, 2017 .
- [46] W. Gao, Y. Zhang, D. Ramanujan, K. Ramani, Y. Chen, C. Williams, C. Wang, Y. Shin, S. Zhang et Z. P.D., «The status, challenges, and future of additive manufacturing in engineering,» *Computer-Aided Design*, vol. 69, p. 65 – 89, 2015.
- [47] M. Lavoie et J. Addis, «Harnessing the potential of additive manufacturing technologies: Challenges and opportunities for entrepreneurial strategies,» *International Journal of Innovation Studies*, 2019.
- [48] S. Tofail, E. Koumoulos, B. A., S. Bose, L. O'Donoghue et C. Charitidis, «Additive manufacturing: scientific and technological challenges, market uptake and opportunities,» *Materials Today*, vol. 21, n°11, pp. 22 - 37, 2018.
- [49] S. Dabdaskhsh, M. Speirs, J. Van Humbeeck et J. Kruth, «Laser additive manufacturing of bulk and porous shape-memory NiTi alloys: From processes to potential biomedical applications,» *MRS Bulletin*, vol. 41, pp. 765 - 774, 2016.
- [50] C. Mikler, V. Chaudhary, T. Borkar, V. Soni, D. Jeager, X. Chen, R. Contieri, R. Ramanujan et R. Banerjee, «Laser Additive Manufacturing of Magnetic Materials,» *Journal of Materials*, vol. 69, n°13, pp. 532 - 543, 2017.
- [51] J. Lee et C. Chua, «Fundamentals and applications of 3D printing for novel materials,» *Applied Materials Today*, vol. 7, pp. 120 - 133, 2017.
- [52] A. Mitchell, U. Lafont et , C. Holynska, «Additive Manufacturing- A Review of 4D Printing and Future Applications,» *Additive Manufacturing*, vol. 24, pp. 606 - 626, 2018.
- [53] P. Reddy et P. Devi, «Review on the advancements to additive manufacturing-4d and 5d printing,» *International Journal of Mechanical and Production Engineering Research and Development*, vol. 8, n°14, pp. 397 - 402, 2018.
- [54] dezeen, «Chinese company 3D prints 10 buildings in a day using construction waste,» dezeen, 24 04 2014. [En ligne]. Available: <https://www.dezeen.com/2014/04/24/chinese-company-3d-prints-buildings-construction-waste/>. [Accès le 04 09 2019].
- [55] X. Zheng, «Ultralight, Ultrastiff Mechanical Metamaterials,» *Science*, vol. 344, n°16190, pp. 1373-1377, 2014.
- [56] D. Herzog, V. Seyda, E. Wycisk et C. Emmelman, «Additive manufacturing of metals,» *Acta Materialia*, vol. 117, pp. 371 - 392, 2016.

- [57] L. Thijs, M. W. R. Sistiaga, Q. Xie, J. Kruth et J. Van Humbeeck, «Strong morphological and crystallographic texture and resulting yield strength anisotropy in selective laser melted tantalum,» *Acta Materialia*, vol. 61, n°112, pp. 4657-4668, 2013.
- [58] B. Carroll, T. Palmer et A. Beese, «Anisotropic tensile behavior of Ti–6Al–4V components fabricated with directed energy deposition additive manufacturing,» *Acta materialia*, vol. 87, p. 309 – 320, 2015.
- [59] M. W. Faes, P. Lava et D. Moens, «Variability, heterogeneity, and anisotropy in the quasi-static response of laser sintered PA12 components,» *Strain*, vol. 53, p. 12219, 2016.
- [60] T. Jollivet, A. Darfeuille, B. Verquin et S. Pillot, «Rapid Manufacturing of Polymer Parts by Selective Laser Sintering,» *International Journal of Marterial Forming*, vol. 2, pp. 697 - 700, 2009.
- [61] C. Shemelya, A. De La Rosa, A. Torrado et D. Roberson, «Anisotropy of Thermal Conductivity in 3D Printed Polymer Matrix Composites for Space Based Cube Satellites,» *Additive Manufacturing*, vol. 16, pp. 186 - 196, 2015.
- [62] C. Silbernagel, I. D. P. Ashcroft et M. Galea, «Electrical resistivity of additively manufactured AlSi10Mg for use in electric motors,» *Additive Manufacturing*, vol. 21, pp. 395 - 403, 2018.
- [63] M. Taufik et P. Jain, «Role of build orientation in layered manufacturing: a review,» *International Journal Manufacturing Technology and Management*, vol. 27, pp. 47 - 73, 2013.
- [64] A. Hussein, L. Hao, C. Yan, R. Everson et P. Young, «Advanced lattice support structures for metal additive manufacturing,» *Journal of Materials Processing Technology*, vol. 213, p. 1019 – 1026, 2013 .
- [65] R. Vaidya et S. Anand, «Optimum Support Structure Generation for Additive Manufacturing using Unit Cell Structures and Support Removal Constraint,» *44th Proceedings of the North American Manufacturing*, vol. 5, p. 1043 – 1059, 2016.
- [66] S. Killi, *Additive Manufacturing: Design, Methods, and Processes*, New York: Pan Stanford, 2017.
- [67] T. Page, *Design for Additive Manufacturing Guidelines for cost effective manufacturing*, Saarbrücken: LAP LAMBERT Academic Publishing, 2011.
- [68] C. Seepersad, «Challenges and Opportunities in Design for Additive Manufacturing,» *3D Printing and Additive Manufacturing*, vol. 1, pp. 10 - 13 , 2014.
- [69] S. Pillot, «<https://www-techniques-ingenieur-fr>,» [En ligne]. Available: <https://www-techniques-ingenieur-fr.bases-doc.univ-lorraine.fr/base-documentaire/42633210-fabrication-additive-impression-3d/download/bm7900/fusion-laser-selective-de-lit-de-poudres-metalliques.html>. [Accès le 20 03 19].
- [70] F. Calignano, «Design optimization of supports for overhanging structures in aluminum and titanium alloys by selective laser melting,» *Materials and Design*, vol. 64, p. 203 – 213, 2014.
- [71] D. Koutny, D. Palousek, L. Pantelejev, C. Hoeller, R. Pichler, L. Tesicky et J. Kaiser, «Influence of Scanning Strategies on Processing of Aluminum Alloy EN AW 2618 Using Selective Aluminum» *Materials*, vol. 11, p. 298, 2018.
- [72] L. Carter, P. W. P. Martin et M. Attalah, «The influence of the laser scan strategy on grain structure and cracking behaviour in SLM powder-bed fabricated nickel superalloy,» *Journal of Alloys and Compounds*, vol. 615, p. 338 – 347, 2014.
- [73] D. Wang, S. Wu, Y. Yang, W. Dou, S. Deng, Z. Wang et S. Li, «The Effect of a Scanning Strategy on the Residual Stress of 316L Steel Parts Fabricated by Selective Laser Melting (SLM),» *Materials*, vol. 11, p. 1821, 2018.



- [74] R. Cunningham, C. Zhao, N. Parab, C. Kantzos, J. Pauza, K. Fezzaa, T. Sun et A. Rollett, «Keyhole threshold and morphology in laser melting revealed by ultrahigh-speed x-ray imaging,» *Science*, vol. 363, pp. 849 - 852, 2019.
- [75] W. Sames, F. Medina, W. Peter, S. Babu et R. Dehoff, «Effect of process control and powder quality on inconel 718 produced using electron beam melting,» chez *8th International Symposium on Superalloy 718 and Derivatives*, Pittsburgh, 2014.
- [76] C. Galy, E. Le Guen et E. Lacoste, «Main defects observed in aluminum alloy parts produced by SLM: from causes to consequences,» *Additive Manufacturing*, vol. 22, pp. 165 - 175, 2018.
- [77] K. Gong, K. Rafi, H. Gu, T. Starr et B. Stucker, «Analysis of Defect Generation in Ti-6Al-4V Parts Made Analysis of Defect Generation in Ti-6Al-4V Parts Made,» *Additive Manufacturing*, Vols. 1 sur 21 - 4, pp. 87 - 98, 2014.
- [78] M. Hirsch, S. Catchpol-Smith, R. Patel, P. Marrow, W. Li, W. Tuck, S. Sharples et A. Clare, «Meso-scale defect evaluation of selective laser melting using spatially resolved acoustic spectroscopy,» *Proceeding of Royal Society A*, vol. 473, p. 20170194, 2017.
- [79] B. Zhang, Y. Li et Q. Bai, «Defect Formation Mechanisms in Selective Laser Melting: A Review,» *Chinese Journal of Mechanical Engineering*, vol. 30, pp. 515 - 527, 2017.
- [80] M. Fischer, «Elaboration in situ d'alliages de titane et de structures architecturées par fabrication additive – Application aux dispositifs médicaux implantables,» manuscrit de thèse, 2017.
- [81] N. Aboulkhair, I. Maskery, C. Tuck, I. Ashcroft et N. Everitt, «Improving the fatigue behaviour of a selectively laser melted aluminium alloy Influence of heat treatment and surface quality,» *Materials and Design*, vol. 104, pp. 174 - 182, 2016.
- [82] I. Koutiri, E. Pessard, P. Peyre, O. Amlou et T. De Terris, «Influence of SLM process parameters on the surface finish, porosity rate and fatigue behavior of as-built Inconel 625 parts,» *Journal of Materials Processing Technology*, vol. 255, pp. 536 - 546, 2018.
- [83] A. Spierings, N. Herres et G. Levy, «Influence of the particle size distribution on surface quality and mechanical properties in AM steel parts,» *Rapid Prototyping Journal*, vol. 17, n°13, pp. 195 - 202, 2011.
- [84] S. Beitz, R. Uerlich, T. Bokelmann, A. Diener, T. Vietor et A. Kwade, «Influence of Powder Deposition on Powder Bed and Speciment Properties,» *Materials*, vol. 12, p. 297, 2019.
- [85] G. Yablokova, M. Speirs, J. Van Humbeeck, J. Kruth, J. Schrooten, R. Cloots et F. Boschini, «Rheological behavior of  $\beta$ -Ti and NiTi powders produced by atomization for SLM production of open porous orthopedic implants,» *Powder Technology*, vol. 283, pp. 199 - 209, 2015.
- [86] R. Cunningham, A. Nicolas, J. Madsen, E. Fodran, E. Anagnostou, M. Sangid et A. Rollett, «Analyzing the effects of powder and post-processing on porosity and properties of electron beam melted Ti-6Al-4V,» *Materials Research Letters*, vol. 5, n° 17, pp. 516 - 525, 2017.

## 2. Chapitre 2 : Génération de réseaux périodiques et quasi-périodiques, analogie aux réseaux cristallins et quasicristallins.

### **2.1. Etat de l'art**

#### 2.1.1. Les différents types de squelettes architecturés

La notion de matériau architecturé est intimement liée à la méthode de conception de matériaux hybrides « matériau A + forme + échelle » de Ashby et Brechet [1] décrite au chapitre 1. Ces matériaux sont généralement divisés en deux catégories, les matériaux cellulaires et les matériaux poreux. Cette discrétisation est faite en fonction de la densité relative, à savoir la fraction volumique de matière dans un volume donnée ; un matériau étant considéré comme cellulaire pour une densité relative inférieure à 30 % [2]. « L'architecturation » est quant à elle plutôt liée au contrôle de la densité relative au travers de la topologie du matériau, et donc à l'évolution d'une ou plusieurs propriétés physiques en fonction de la densité relative. En d'autres termes, il s'agit au travers d'une architecture de tirer avantage de la forme pour répondre à une attente spécifique. Nous ne considérerons ici que les topologies obtenues sans assemblages mécaniques (vissage, rivetage, soudure ...). La Figure 2-1 détaille les différents types de matériaux architecturés, deux principales catégories émergent, les matériaux à topologies induites et ceux à topologies contrôlées. Les treillis ne seront pas inclus dans cette partie à cause de la notion d'assemblage. D'autres structuration, tels que les pavages de Voronoï ou encore les matériaux prismatiques (matériaux 2D profilés) ne seront également pas abordés. Dans le cas des topologies induites, la forme, la taille et la morphologie des porosités sont obtenues lors de l'élaboration, tandis que pour les matériaux à topologies contrôlées, le squelette est conçu de façon distincte en respectant les spécificités de chacune des catégories. Par exemple, pour les mousses synthétiques, la variabilité de la microstructure dépend plus du contrôle des paramètres procédés, plutôt que d'une réelle conception avant l'élaboration.

A contrario, dans le second cas, la microstructure est déterminée avant l'élaboration, le matériau et la structure sont donc construits simultanément. Les matériaux architecturés à topologies contrôlées sont donc fortement dépendant des procédés additifs. La grande liberté de design offerte par ces procédés permet notamment la versatilité des topologies. De plus, l'éventail des technologies disponibles ouvre également la voie vers une gamme de résolution étendue qui donne accès à une production à différentes échelles. Enfin, comme nous l'avons déjà abordé dans la partie précédente, le grand nombre de matériaux employables par la FA permet un contrôle quasi-total de la méthode proposée par Ashby et Brechet.

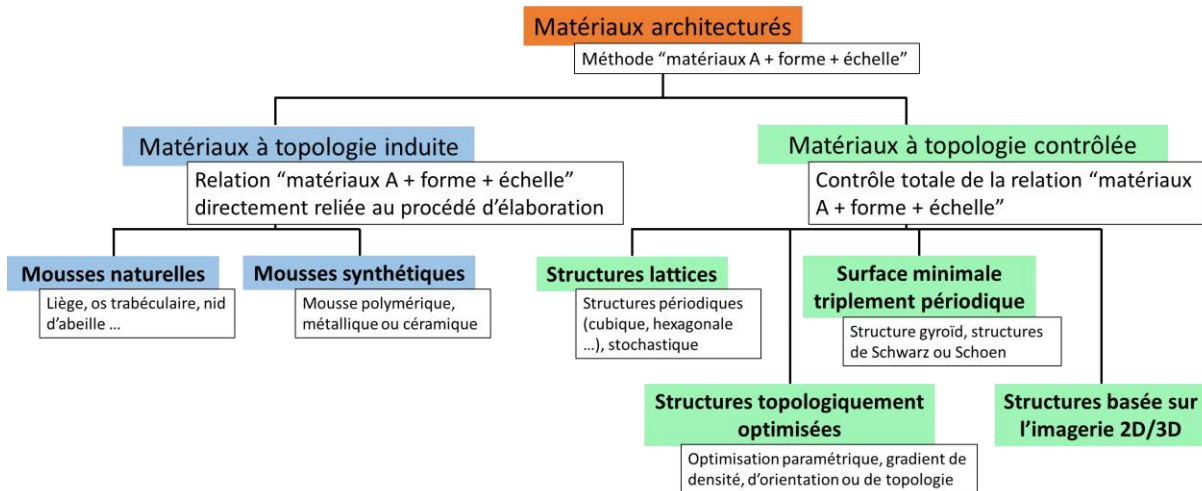


Figure 2-1 : Les différents types de matériaux architecturés.

### Matériaux architecturés à topologies induites :

- Les mousses naturelles : dans la nature de nombreuses structures poreuses peuvent être observées. Ces structurations sont toujours employées en réponse à un besoin associé au milieu dans lequel elles opèrent. Par exemple, un essaim d’abeille emploiera des structures alvéolaires en réponse à un besoin d’optimisation de l’espace. Les os longs sont également représentatifs de la structuration naturelle de la matière dans la nature. En effet l’os est décomposé en deux parties principales, une partie corticale (dense) et une spongieuse. Cette solution permet d’une part de minimiser le ratio résistance/masse et, d’autre part, de posséder une meilleure résistance à l’absorption des chocs qu’un os totalement plein.
- Les mousses synthétiques : Initialement développées à partir de matériaux polymères, elles existent aujourd’hui également sous forme de mousses métalliques, céramiques et composites. Ces mousses présentent des tailles de pores variables (de l’échelle nanométrique jusqu’à une échelle mésoscopique) et de différentes géométries (sphériques, polyédriques, cylindriques ...). Les applications associées aux mousses sont diversifiées. Le domaine biomédicale s’y intéresse notamment pour la conception de tissus mous par l’intermédiaire de mousses polymères [3, 4, 5] ou dures, grâce aux mousses métalliques [6]. Les mousses céramiques, grâce à la grande versatilité de leurs compositions ainsi que leurs bonnes stabilités thermiques et chimiques, sont souvent employées comme supports de catalyse [7, 8, 9]. Ces mousses permettent également l’élaboration de matériaux diélectriques plus performants que leurs équivalents monolithiques [3, 10, 11, 12]. On leurs trouvent également des propriétés d’absorption de chocs [3, 6], d’échange de chaleur [13], d’isolant acoustique [6], de barrière à interférence électromagnétique [14], de retardateur de flamme [15].

### Matériaux architecturés à topologies induites :

- Les structures *lattices* : Autrement appelées micro-treillis (ou nano-treillis en fonction de la taille), peuvent être définies comme une organisation spatiale en treillis, basée sur un motif périodique ou non, visant à remplir un volume donné pour un ratio propriétés/masse non atteignable par le matériau seul. Souvent fabriqués par l'intermédiaire des procédés de FA, ces treillis sont produits sans assemblages des différents éléments. Elles sont en générales à porosités ouvertes et présentent souvent des faibles densités relatives. L'origine des travaux sur ces matériaux peut être imputée à l'Université de Cambridge et à l'équipe d'Ashby et ses collaborateurs avec l'intronisation de la structure « *octet-truss* » en 2001 (Figure 2-2.a). Cette introduction s'est faite au travers de deux articles, un premier traitant des aspects d'élaborations [16], et le second s'intéressant aux propriétés mécaniques relatives de cette structure [17]. Il est toutefois à noter que le design de la structure est fortement inspiré d'un brevet de Fuller [18], initialement prévu pour la conception de hangar de grandes dimensions (stationnement d'aéronefs militaires). A l'instar de la structure *octet-truss*, les *lattices* peuvent être fortement périodiques (périodicité de la cellule unitaire et des éléments internes à celle-ci), comme totalement stochastiques. De plus, en fonction du volume à remplir et du cahier des charges, des algorithmes permettent de déformer la structure *lattice* dans l'espace de sorte à suivre la courbure de l'enveloppe externe d'un volume. La *lattice* sera alors dit « conforme » on parle également de sphéroïdisation, en opposition à une *lattice* « non-conforme », ayant un motif dont les dimensions ne sont pas modifiées dans l'espace [19]. Les intérêts et applications de ces types de structures sont du même ordre que celles des mousses. Le principal avantage étant la flexibilité offerte par le choix de la topologie et celui de la densité relative pour s'adapter à un cahier des charges spécifique.

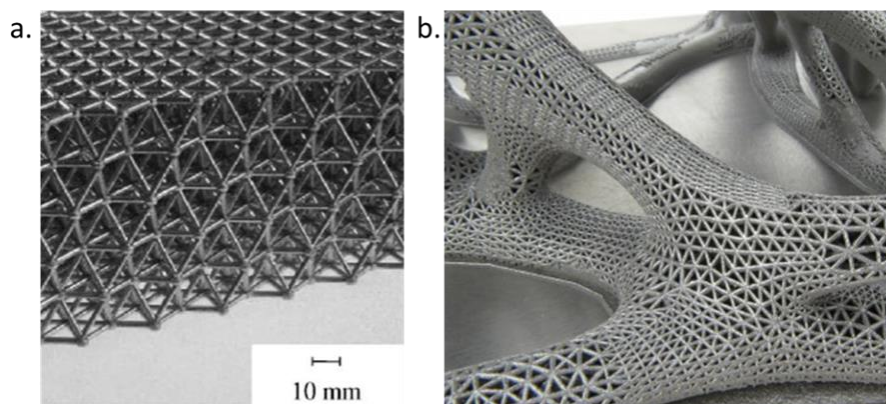


Figure 2-2 : Un réseau de structure octet-truss a. [17], un exemple de volume employant des lattices conformes b.

- Les surfaces topologiquement optimisées : Conventionnellement l'optimisation topologique (OT) a pour but de déterminer un design à partir d'un volume initial et d'un certain nombre de contraintes (d'ordre géométriques, mécaniques, thermiques...) [20]. Ces procédures sont généralement basées sur des algorithmes employant des modèles

par éléments finis et visant à minimiser une fonction coût représentative des contraintes imposées à un volume. Dans le cadre de l'emploi de structures *lattices*, cette approche permet non seulement de proposer pour une pièce des solutions alternatives à celles obtenues par l'OT conventionnelle ; mais aussi de proposer une répartition dans le volume des topologies, optimisées par rapport aux conditions locales [21, 22, 23]. Ceci a permis l'émergence des gradients de densité [22, 24, 23], d'orientation [23, 25] et dans un second temps de topologie [23, 26]. Les travaux plus récents dans ce cadre, sont principalement multi-échelles avec l'emploi d'une OT conventionnelle à une échelle macroscopique, couplée à des procédures d'homogénéisation à des échelles microscopiques [27, 24].

- Les surfaces minimales triplement périodiques (*Triply Periodic Minimal Surface* (TPMS) ou *Triply Periodic Level Surface* (TPLS)) : sont des surfaces minimales auxquelles on impose une périodicité des contours selon les trois directions d'un espace orthogonal. En d'autres termes, il s'agit d'une surface élémentaire dont les deux courbures principales sont équivalentes et opposées en tout point [28]. Ainsi, ces surfaces appartiennent toutes à un groupe d'espace et elles peuvent être décrites par l'intermédiaire d'intégrales elliptiques basées sur la représentation de Weierstrass [29]. Cependant, la majeure partie des TPMS possède une expression approximée de leur surface. Au-delà de leurs intérêts en tant que matériaux poreux, ces structures peuvent également être observées dans la nature [30], mais également dans des cristaux liquides [28]. Leurs esthétismes confèrent également des intérêts dans les domaines artistiques et architecturaux.
- Structures basées sur de l'imagerie 2D/3D : l'idée principale est de réussir à reproduire des structurations architecturées naturelles d'un point de vue numérique pour être ensuite capable de les reproduire via les techniques de FA [31, 32]. Un modèle 3D peut être obtenu par l'intermédiaire d'imagerie 2D, de scanner optique ou par tomographie au rayons X. Une fois un modèle obtenu, trois stratégies sont possibles : la réplification direct du modèle [33], le rétro-ingénierie [33] (génération d'un modèle fidèle aux formes et dimensions) et la bio-inspiration [34] (sans utiliser de mesures préalables, on s'inspire d'un modèle naturel lors de la conception).

## 2.1.2. Méthodes de génération de réseaux architecturés périodiques.

### 2.1.2.1. Définition d'une structure *lattice* (architecturée) périodique

La définition d'une structure *lattice* est aujourd'hui sujette à débat dans la communauté scientifique. Comme mentionné précédemment, deux catégories se distinguent : les réseaux stochastiques et périodiques. Les structures stochastiques présentent une organisation aléatoire dans l'espace. La description de la morphologie et des dimensions des cellules se fait alors à l'aide d'une distribution statistique aléatoire. Les réseaux périodiques sont quant à eux générés en

fonction des caractéristiques géométriques d'une cellule unitaire (CU). Dong *et al.* proposent de définir une structure *lattice* comme une structure remplissant l'espace, et qui se veut structurellement accommodante, c'est-à-dire une structure dont le volume unitaire permet de remplir l'espace sans laisser d'espace libre entre les cellules [35]. Cette définition est directement tirée d'une analogie à la description cristallographique de la matière, cependant elle ne permet pas de différencier un réseau de points, d'un réseau de points connectés [36, 37]. Une définition plus globale est proposée par Helou et Kara ; une structure *lattice* est une structure paramétrable (topologie employée, à gradient ; échelle ; volume). Elle est définie dans un référentiel adapté à la morphologie de la CU permettant un remplissage de l'espace sans vide [37].

#### 2.1.2.2. Design d'une cellule unitaire périodique

La revue de littérature tend à indiquer que seul un petit nombre de topologies sont actuellement étudiées (<40), et un grand nombre de ces structures ne sont que des combinaisons ou de légères modifications de structures préalables [37]. En général, trois stratégies sont envisageables lors du design numérique d'une CU périodique : i) la combinaison d'opération booléenne, on parlera d'une approche explicite ; ii) le design par voxel, il s'agira alors d'une approche paramétrique ; iii) ou l'emploi de modèles mathématiques, l'approche sera dite implicite [38].

##### 2.1.2.2.1. Approche explicite

L'approche explicite est manuelle et principalement basée sur l'emploi de logiciels de conception assistée par ordinateur (CAO). La structure est générée par une succession d'opérations booléenne sur des entités élémentaires (cylindres, sphères, tétraèdres ...). Cette méthode est donc très efficace pour la génération de structures *lattices* (Figure 2-3.a), mais également de certaines TPMS (Figure 2-3.b) [39, 38, 40]. D'autres approches proposent l'emploi d'une entité élémentaire composée d'un cylindre surmonté à ses extrémités par deux demi-sphères (Figure 2-3.c) de sorte à assurer la convexité du volume et à générer des connections moins abruptes. Puis il s'agit de considérer une CU centrée sur un nœud (Figure 2-1.d) [41, 42]. Cependant cette méthode n'est employable que dans le cas d'une CU triplement périodique.

Différents logiciels de CAO permettent de mener à bien ces différentes opérations, toutefois et comme mentionnées par différentes études, la génération de structures comportant un grand nombre d'éléments est rapidement limitée par la capacité mémoire d'un ordinateur [38, 41, 42]. De plus, ces méthodes s'achèvent par une triangulation des surfaces (Figure 2-3.d), plus ou moins complexe à réaliser en fonction des topologies. Celle-ci permet la génération d'un format compatible avec les technologies de FA (généralement un fichier STL). Un triangle est en général

défini par trois points et une normale permettant la séparation de la zone considérée comme le volume et la zone externe. Sur des topologies complexes cette triangulation ne va pas sans la génération d'erreurs (inversions de normales, volume non convexe, superposition de triangles ...). Ces erreurs se doivent d'être corrigées soit localement soit par l'intermédiaire d'un remaillage global de la structure. Les étapes de remaillages peuvent être à l'origine de modifications de la CU notamment au niveau des frontières du volume et au voisinage des nœuds du réseau.

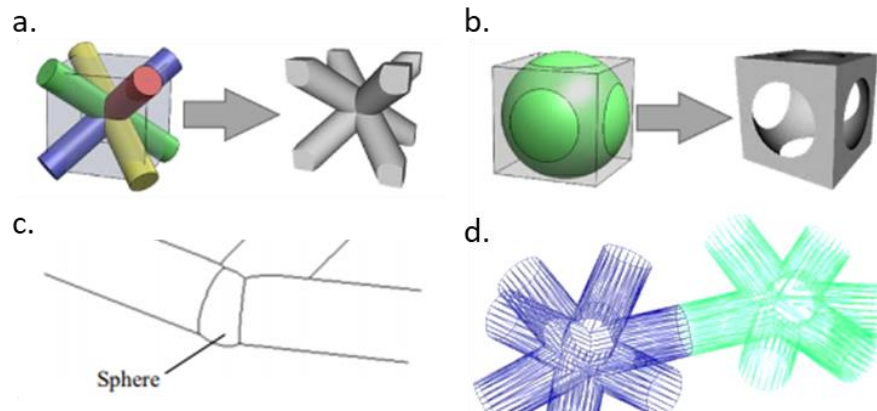


Figure 2-3 : Méthode implicite pour la génération de structure lattice a. et TPMS b.; utilisation d'un cylindre surmonté de deux demi-sphères c. [41]; CU pour la génération d'une mousse de Kelvin .d [41].

#### 2.1.2.2.2. Approche paramétrique

L'approche paramétrique est une solution permettant de s'affranchir du maillage surfacique de la structure. Contrairement à l'approche explicite où la surface est directement décrite par l'intermédiaire de points (triangulation), l'approche paramétrique décrit la surface externe de la CU par l'intermédiaire de surfaces paramétrées [38]. Ces surfaces paramétrées sont largement employées dans les logiciels de CAO car elles nécessitent peu de ressource informatique. Cette approche permet de générer des surfaces incurvées aisément et est relativement simple d'utilisation [38]. La plus basique est l'emploi de voxels (version 3D d'un pixel)(Figure 2-4.a) ; la structure est élaborée par empilement de cubes, la résolution de la structure étant directement liée à celle du voxel [43].

L'un des principaux avantages de l'emploi de voxels lors de la génération de structures *lattices* est la possibilité de générer directement ; un réseau complet plutôt que de répéter une CU. Cela permet de générer des interfaces entre la zone remplie de *lattices* et les frontières de ce volume, que ce soit dans le cas d'une paroi inexistante ou d'une paroi pleine (Figure 2-4.b). Elle est également adaptée à la génération de structure conforme, de gradient de densités et d'orientations. L'autre avantage est la possibilité de visualiser le matériau couche par couche. En effet pour chaque plan coupant un réseau 3D de voxels, il existe une projection 2D en pixel de l'intersection de ce plan et le motif du réseau. Cet aspect s'avère particulièrement utile lors de la

génération d'un fichier d'export pour la FA. En général il prend la forme d'une suite d'images représentant l'évolution des zones à condenser par rapport à une direction de fabrication [38]. A noter qu'il existe d'autres types de surfaces paramétrées, plus complexes, qui permettent d'accéder à des géométries courbes sans être aussi dépendants de la résolution que les voxels. Il s'agit par exemple des éléments NURBS (Non-Uniform Rational –Spline) ou encore des surfaces gaussiennes rationnelles [38, 44, 45].

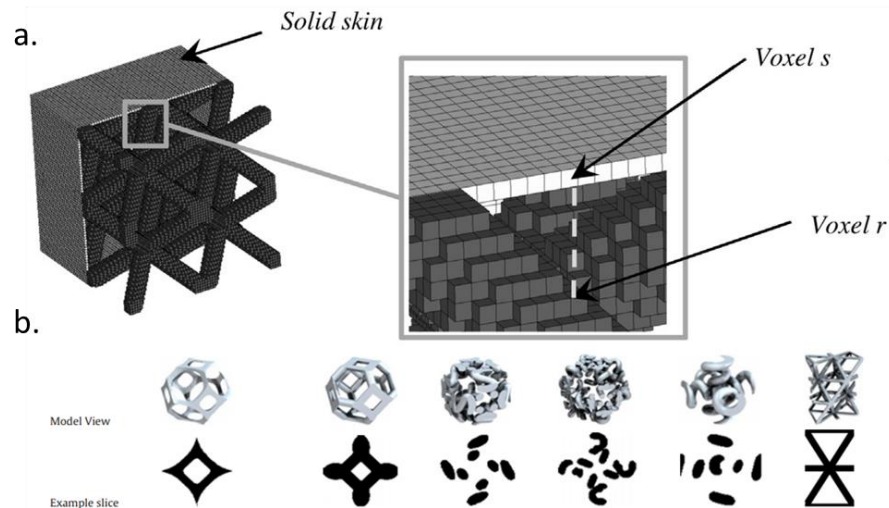


Figure 2-4 : Un exemple de structure lattice générée par des voxels et une vue rapprochée sur l'interface lattice/parois a. [43], des exemples de CUs et un exemple de tranche associée [43].

### 2.1.2.2.3. Approche implicite

L'approche implicite vise à définir une iso-surface associée à une fonction mathématique. Dans un cadre 3D, ceci se traduit par une surface dont les points appartiennent à  $\mathbb{R}^3$  et qui satisfont l'équation :  $f(x, y, z) = 0$  [38], avec  $f$  une fonction de  $\mathbb{R}^3$  dans  $\mathbb{R}$ . Le principal avantage de l'approche explicite tient dans sa représentation relativement simple de surfaces plus ou moins complexes. L'emploi d'une fonction mathématique permet de dissocier l'intérieur de l'extérieur d'un volume en utilisant le signe de la fonction ( $f = 0$ , sur la frontière ;  $f < 0$ , à l'extérieur ;  $f > 0$ , dans le volume). Ces approches ont initialement été développées par Schoen [46], basées sur les travaux de Schwarz [47], ce qui donna naissance à la notion de TPMS. La base mathématique repose sur la notion de surface minimale périodique, à savoir une surface qui sous une contrainte de périodicité aux frontières, minimise son aire. La détermination mathématique de telle fonction se fait au travers de la géométrie différentielle et des représentations de Weierstrass. Cependant il existe des approximations à ces surfaces obtenues par combinaisons de fonctions trigonométriques [38, 48, 40] (Figure 2-5). Le principale avantage de cette méthode par rapport aux autres, réside dans la possibilité d'ajuster les paramètres d'une CU directement avec les paramètres de l'équation qui la décrit. Pour la Figure 2-5.a le paramètre  $x$  contrôle le rayon de courbure autour du nœud quand  $b$  contrôle le rayon des poutres. Néanmoins, il est à noter que



cette approche limite la versatilité des designs de par la difficulté d'usage dans le cadre des structures *lattices* et la limitation des topologies pour les TPMS.

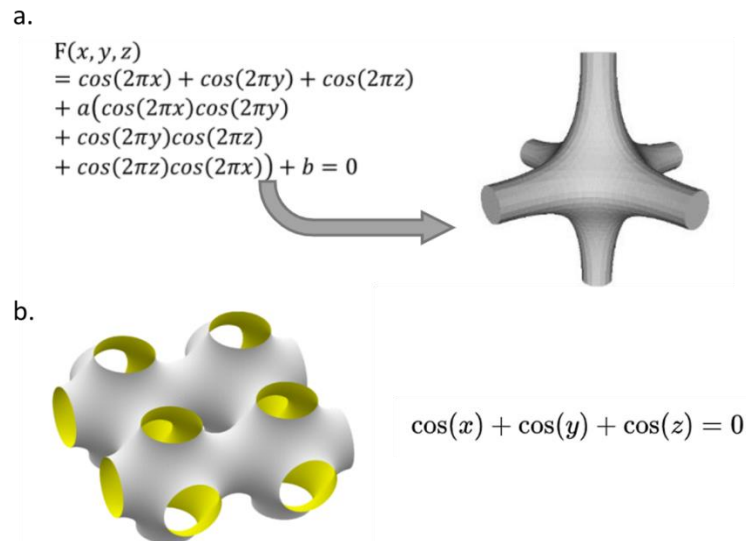


Figure 2-5 : Exemples de topologies obtenues grâce à l'approche implicite et leurs équations, a. CU d'une structure lattice cubique primitive [38], b. une TPMS (surface de Schwarz P).

### 2.1.2.3. Pavage de l'espace à structurer

Une fois la CU générée, par l'une des trois approches explicitées, et proprement dimensionnée, la génération des réseaux architecturés périodiques, se fait par remplissage d'un volume prédéfini [40]. En son sens le plus strict, un pavage est dit périodique si il existe une CU capable de remplir le volume complet sans superposition ni zone de vide et ce uniquement par opération de translation [49, 50]. Cette question d'empilement régulier dans l'espace fait l'objet d'études depuis plusieurs décennies [51]. Il en résulte que seuls 5 types de polyèdres sont à même de répondre à cette définition du pavage périodique, les paralléloèdres : les prismes cubiques et hexagonaux ; les dodécaèdres allongés et rhombiques, ainsi qu'un tetrakaïdodécaèdre (aussi appelé dodécaèdre tronqué). Ces 5 polyèdres appartiennent à la famille des plésioèdres, à savoir des polyèdres capables d'un pavage complet de l'espace au travers de translations et d'éléments de symétrie rotationnelle. Il en existe en théorie un nombre fini, ils ont de 4 à 38 faces, cependant tout pavage réalisé avec un plésioèdre, qui n'est pas un paralléloèdre, abouti à un remplissage apériodique de l'espace car il nécessite des opérations rotationnelles [49, 50]. Il en résulte que la plus grande partie des CUs employées font partie des paralléloèdres, avec un emploi massif de prismes cubiques [37].

Il existe deux stratégies concernant le pavage de l'espace, l'usage de CU uniformes et les réseaux conformes. Pour la première, la procédure de pavage est effectuée par distribution logique de la CU en fonction de son système de symétrie, puis par une ou plusieurs opération(s) booléenne(s)

d'union(s). Cette méthode présente l'avantage d'une mise en œuvre extrêmement simple. Néanmoins ceci se fait au détriment de l'intégrité du maillage de la CU aux frontières [40, 52]. Lors de l'usage de réseaux conformes, l'idée motrice est d'adapter les topologies aux frontières avec le volume à paver, de sorte à générer des transitions « fluides » entre la zone pavée et celle vide. Différentes approches permettent la génération de réseaux de *lattices* conformes [52]. Cependant, cette partie n'étant pas étudiée au cours de ces travaux, nous ne détaillerons pas les procédures pour leurs générations. Il est également à noter que les trois approches précédemment décrites pour la génération de CU, peuvent également permettre la génération directe de réseaux. L'approche paramétrique est la plus simple à mettre en œuvre (notamment pour la génération de gradient). Toutefois la génération directe de réseaux s'avère souvent gourmande en ressources informatiques.

### 2.1.3. Méthodes de génération de réseaux architecturés quasi-périodiques

Nous avons vu précédemment, que seules 5 solides rendent possible un pavage périodique de l'espace. Un point intéressant à relever est que lors d'un pavage périodique, seules les rotations d'ordre 2, 3, 4 et 6 peuvent apparaître. Il s'agit en fait du théorème de restriction cristallographique.

Quid de la symétrie d'ordre 5 ? N'étant pas limité à des empilements d'atomes (même si nous verrons que l'analogie entre structures *lattices* et cristallographie peut se poursuivre à l'ordre 5), il est important de souligner que la symétrie 5 (impropre à l'empilement) est pourtant fréquente dans la nature (une étoile de mer ou encore les pervenches), l'architecture (le pentagone américain ...) ou encore dans les domaines artistiques (mosaïques islamiques quinaires) [53]. De sorte à poursuivre notre analogie avec la cristallographie, nous essaierons de dépeindre les originalités de ces matériaux en comparaison à leurs homologues cristallins. Puis, nous nous intéresserons aux méthodes possibles pour la génération de réseaux quasi-périodiques 3D. A noter que la quasi-périodicité se distingue de l'apériodicité par la présence d'axes de rotation interdits par le théorème de restriction cristallographie (ordre de symétrie différent de 2, 3, 4 et 6). En vue de ne pas s'égarer, les aspects métallurgiques ainsi que les propriétés des matériaux quasicristallins ne pourront pas être abordés. De même, nous nous restreindrons à la symétrie d'ordre 5, à savoir pentagonale (2D) et icosaédrique (3D). Comme pour les symétries cristallines, les groupes de symétrie quasicristallins rassemblent différents types d'éléments de symétrie. Par exemple le groupe icosaédrique présente des axes d'ordres 5 mais également d'ordres 3 et 2. Ne seront abordés ici que les différences structurelles entre les trois types de réseaux quasicristallins. Les méthodes de descriptions géométriques de ces réseaux seront abordées au cours du paragraphe suivant.

### 2.1.3.1. Les réseaux quasicristallins

La cristallographie conventionnelle repose sur la notion de pavage d'un volume par une maille élémentaire périodique dont le motif (atomes dans la cellule) possède, au moins la même symétrie que la maille. Ceci conduit au théorème de restriction cristallographique qui interdit la possibilité d'une symétrie d'ordre 5 ou un ordre supérieur à 6 au sein d'un cristal, ceux-ci ne permettant pas un pavage complet de l'espace. Cependant Schechtman en 1982, met à jours un matériau métallique présentant ce type de symétrie dite icosaédrique [54]. Depuis, on distingue trois types de symétries quasicristallines, en fonction du nombre de dimensions dans lesquelles on retrouve des organisations aperiodiques.

Les quasicristaux unidimensionnels sont caractérisés par une répétition aperiodique de plans périodiques selon la direction normale aux plans (Figure 2-6.a). Certains alliages des systèmes Al-Ni-Si, Al-Cu-Co et Al-Cu-Mn présentent ce type de caractéristiques [55, 56]. La génération d'une structure quasipériodique 1D est relativement bien illustrée par la suite de Fibonacci. Une des façons de la générer est d'utiliser un segment long L et un segment court C, la construction se fait ensuite par les substitutions suivantes  $C \rightarrow L$  et  $L \rightarrow LC$ , en commençant par un segment long L, la suite qui en découle est :

L  
LC  
LCL  
LCLLC  
LCLLCLCL  
LCLLCLCLLCLLC  
Etc...

Le rapport entre le nombre de segments L sur le nombre de segments C évolue comme 1/0, 1/1, 2/1, 3/2, 5/3, 8/5, etc., ce qui décrit bien une suite de Fibonacci dont le rapport L/C converge vers le nombre d'or  $\phi$  lorsque la suite tend vers l'infini. Le nombre d'or est la seule solution positive de l'équation  $x^2 = x + 1$ . Un quasicristal représente le cas limite où la maille est de dimension infinie, sans périodicité de translation possible.

Les quasicristaux bidimensionnels sont caractérisés par la répétition périodique de plans aperiodiques selon une direction. On retrouve des pavages pentagonaux dans l'architecture arabe du XVème siècle [53]. Néanmoins, ils trouvent un regain d'intérêts au cours du XXème siècle, de façon anonyme via les travaux de Amman [58], puis indépendamment par Penrose [59, 60]. Quelques années plus tard, ces pavages furent généralisés de l'ordre 7 à 12 [61]. Ces pavages se distinguent principalement par la nécessité d'employer plusieurs polygones élémentaires. Dans ces pavages, Penrose propose des méthodes conduisant à différents sets de polygones de base (tuiles élémentaires). Un fait remarquable est que chacune des pièces proposées sont ou

peuvent être construites à partir de triangles d'or aigus  $[1, \phi, \phi]$  et de triangles d'or obtus  $[1, 1, \phi]$  (les indications entre crochets correspondent aux longueurs des côtés des triangles). Ces deux triangles sont par ailleurs tous deux associés aux rapports des longueurs des côtés d'un pentagone sur celle d'une de ces diagonales (et donc au nombre d'or car la diagonale d'un pentagone est égale à la longueur de son côté multiplié par le nombre d'or).

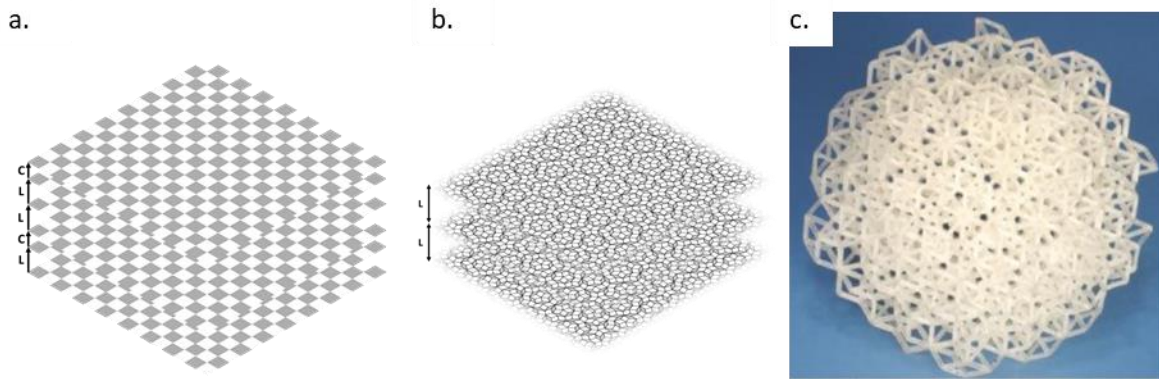


Figure 2-6 : Une représentation schématique d'un quasicristal a. 1D, b. 2D et c. une structure de réseau cristallin présentant une symétrie icosaédrique [57]

Enfin les quasicristaux tridimensionnels permettent un pavage 3D et sont les seuls à présenter les symétries de l'icosaèdre. Comme nous l'avons vu, la première preuve d'existence de ce type de pavages aperiodiques est associée à leur découverte par Schechtman [54], cependant les conditions de refroidissement de son alliage conduit à la génération d'une phase Al-Mn métastable. En 2009, dans les restes d'une météorite en Russie, la formation naturelle d'une phase icosaédrique base Al a pu être découverte ; celle-ci est associée à des conditions d'élaborations de type géologiques (haute pression et température) [62, 63]. Dans le cadre de la construction 3D de ces réseaux, il est également nécessaire d'employer plusieurs polyèdres élémentaires. A nouveau lors de la génération, le nombre d'or est intimement lié aux dimensions caractéristiques.

#### 2.1.3.2. Les méthodes de génération de réseaux quasicristallins

On distingue deux stratégies de génération des réseaux quasicristallins, d'une part une approche mathématique nécessitant l'appelle à des hyperspaces et d'autre part, les approches fractales utilisant plusieurs CUs.

##### Méthodes utilisant un hyperspace :

On relève deux principales méthodes permettant la génération de réseaux quasipériodiques par l'intermédiaire d'un hyperspace, la méthode des coupes ou des multi-grilles et la méthode des

coupes et projections [64, 65]. Elle dérive toutes les deux de la méthode proposée par Wolf [66] et Janner *et al.* [67] pour la description de réseaux aperiodiques. Elle se base sur le fait qu'un arrangement quasiperiodique peut être décrit comme la projection d'une structure tridimensionnelle periodique d'un espace superieur. En consequence, le groupe de symetrie du cristal est obtenu par le groupe d'espace dans une dimension superieure. Il regit le set de deplacements rigides laissant invariante la structure decrite dans l'hyperespace [68, 69]. La structure quasiperiodique est donc la restriction de l'hyperespace [64].

Illustrons ce concept au travers de la determination d'un quasicristal unidimensionnel, que nous appellerons chaine de Fibonacci. Soit un reseau periodique carre de parametre  $a$ , defini par deux vecteurs orthogonaux  $(e_1, e_2)$ . Il s'agit de notre hyperespace  $R_2$  (de dimension 2). Soit  $R_{para}$  et  $R_{ortho}$  les deux sous espaces de  $R_2$  correspondant a l'espace physique et l'espace complementaire. On associe a chaque point de  $R_2$  un segment, choisi de sorte que l'intersection de  $R_2$  et  $R_{para}$  donne l'ensemble des points correspondant aux extremités des segments formant la chaine dans l'espace physique [64]. Du point de vue de la cristallographie la longueur  $\Delta$  correspond a une surface atomique, a savoir la description dans un hyper-espace d'une position atomique dans l'espace physique. L'intersection des segments et de  $R_{para}$  engendre une suite de segment. Cette suite est periodique si la pente de  $R_{para}$  dans  $R_2$  est rationnel, si la cotangente de l'angle entre cette pente et le repere est egale au nombre d'or, la suite generée est une alternance de segments longs et courts, respectivement indiqués L et C sur la Figure 2-7. Cette suite de segments est une suite de Fibonacci comme celle decrite prealablement.

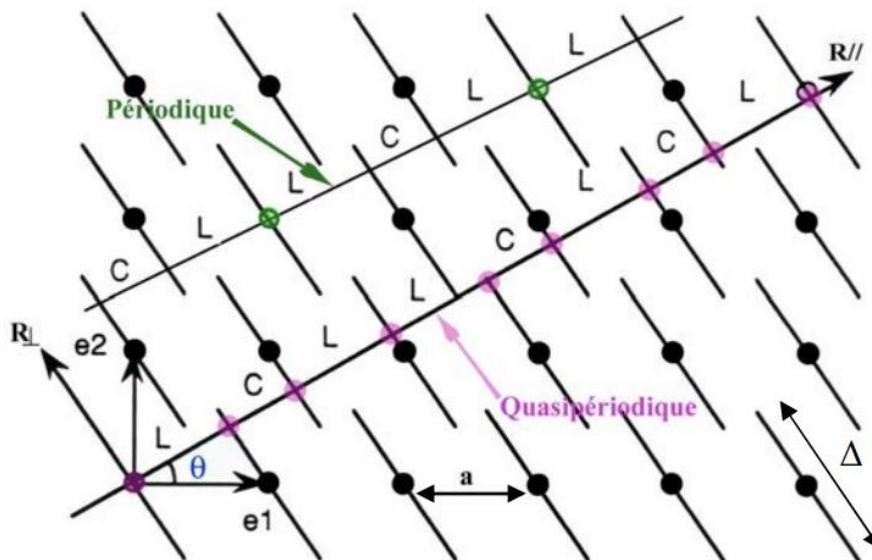


Figure 2-7 : Illustration de la méthode de coupe, pour l'obtention d'un réseau unidimensionnel périodique pour une pente de valeur rationnelle, et quasi-périodique pour une pente égale au nombre d'or [64].

Cette procédure peut être étendue pour un espace physique de dimensions 2 ou 3. Ces espaces nécessitent respectivement l'utilisation d'hyperespaces de dimension 4 et 6. Dans le cas 2D, elle conduit à la génération d'un pavage surfacique à base de losanges d'or aigus et obtus, d'angles

respectifs  $36^\circ$  ( $\pi/5$ ) et  $72^\circ$  ( $2\pi/5$ ) (le rapport des diagonales est égal au nombre d'or). A noter que, ces deux polygones présentent un rapport d'aires égal au nombre d'or. De même en trois dimensions, les cellules de bases à la construction du réseau seront des rhomboèdres d'or, eux-mêmes composés de faces en losanges d'or dont le rapport d'aires est toujours égal à  $\phi$  [68, 69].

### Méthodes utilisant des cellules élémentaires :

Ces méthodes permettent la génération d'un réseau de 2 et 3 dimensions au travers de l'emploi de cellules élémentaires de même dimension que le réseau. Il est bien connu que le pavage d'un plan par des pentagones ne peut aboutir à un remplissage d'un plan sans vide ni recouvrement. Cependant Penrose (bien que précédé par Amman) propose en 1974 [59, 60], différents set de polygones élémentaires, permettant une propagation d'une symétrie d'ordre 5 dans le plan. On parle également de pavage par substitution [70] ; la périodicité étant exclue par la symétrie quinaire, l'idée est de faire croître le pavage par le remplacement des éléments d'une première génération par ces mêmes éléments 'inflatés' ou 'déflatés' (homothétiquement agrandis ou réduits). Prenons la procédure employée par Penrose pour générer ces pavages du plan. Dans un premier temps on divise un pentagone en 6 petits pentagones, qui engendrent la création de 5 triangles isocèles. Si l'on poursuit cette démarche de la seconde génération à la troisième, on remarque que les écarts entre les pentagones prennent localement une forme de losange. De plus, on remarque que les triangles isocèles de la génération 2, se subdivisent en un pentagone surmonté d'un polygone en forme de « bateau en papier ». A la 4<sup>ème</sup> génération (non représenté ici), les losanges se subdivisent comme indiqué sur la Figure 2-8, en un pentagone, un « bateau en papier » et un pentagramme (étoile à 5 branches). Il résulte donc à la génération suivante une subdivision du pentagramme ; cette dernière est complétée au travers de 5 pentagones, 5 « bateaux en papiers » et un pentagramme (Figure 2-8). Cette subdivision ne faisant pas intervenir de nouveau polygone, il s'avère donc possible de faire un pavage sans vide ni superposition, au travers des 4 cellules élémentaires qui sont : un pentagone régulier, un losange, le fameux « bateau en papier » et un pentagramme.

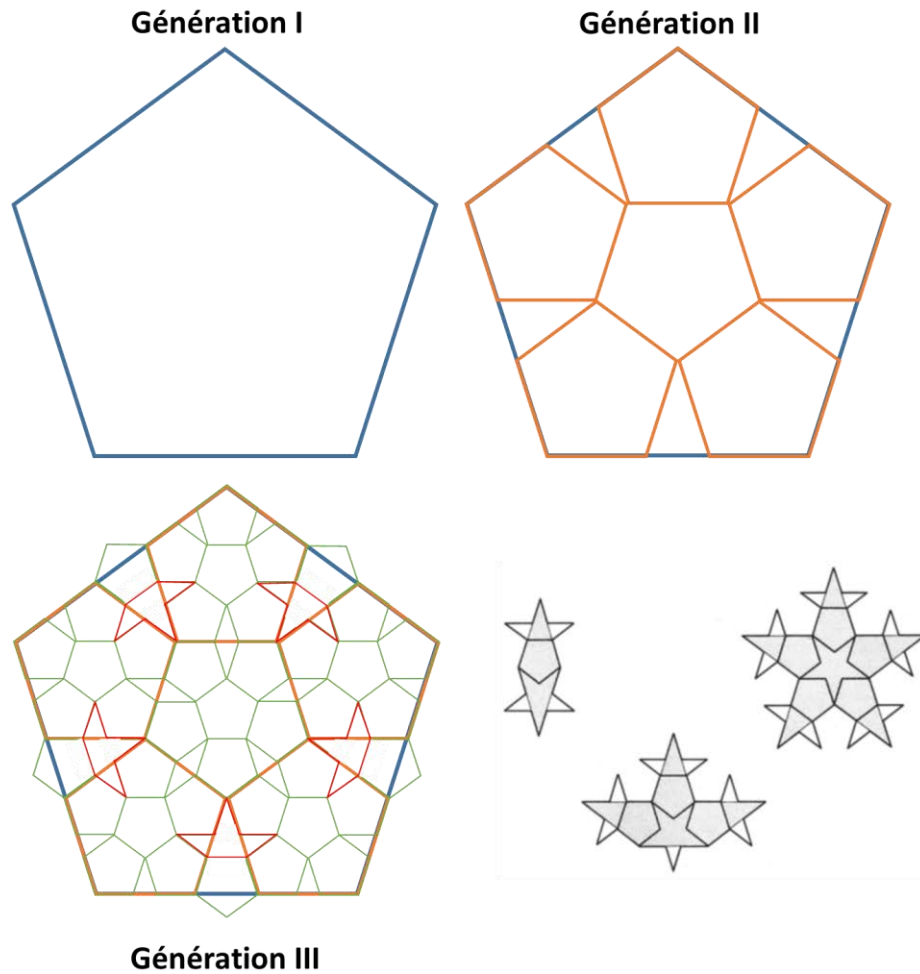


Figure 2-8 Pavages par substitutions d'un pentagone aux générations 2 et 3, et les subdivisions des cellules élémentaires losanges, "bateau en papier" et du pentagramme extrait de [59].

Penrose montre également dans un second temps, qu'au travers d'un choix judicieux des morphologies des cellules unitaires, il est possible de réduire à deux leur nombre : les deux losanges d'or (Figure 2-9.a), tout en conservant le principe de subdivision (Figure 2-9.b). Au travers de ces deux CU, il s'avère évident qu'il est possible de réaliser de nombreux pavages différents sans pour autant qu'ils présentent une symétrie d'ordre 5. Il est donc nécessaire d'utiliser des règles d'assemblage qui se manifestent par une décoration en flèche sur les arêtes et en section pleine ou vide sur les sommets des polygones (Figure 2-9). Le pavage se doit donc d'être réalisé par assemblages deux à deux des losanges de sorte que les décorations coïncident (Figure 2-9.c).

Finalement, la génération du réseau est faite en deux étapes, d'une part l'assemblage des CUs en respectant les règles d'assemblages, et d'autre part le processus de subdivision aussi appelé « inflation/déflation » permettant la génération d'un réseau incommensurable. Différentes règles d'assemblages existent également et sont obtenues de différentes manières, à l'instar des losanges d'Amman [71]. Les choix de sets de CUs sont variés et permettent de générer dans le plan des symétries de tous ordres grâce aux généralisations des méthodes exposées

préalablement, notamment les règles de substitution de Harris [72]. Les méthodes employant des hyperespaces sont également généralisées notamment au travers des études de De Bruijn [73, 74]. Cette versatilité des réseaux est directement reliée au fait qu'il existe une infinité de systèmes de rotation qui ne sont pas compatibles avec la périodicité (en 2D seul 3 groupes sont des exceptions les rotations d'ordres 2, 3, 4 et 6 ...).

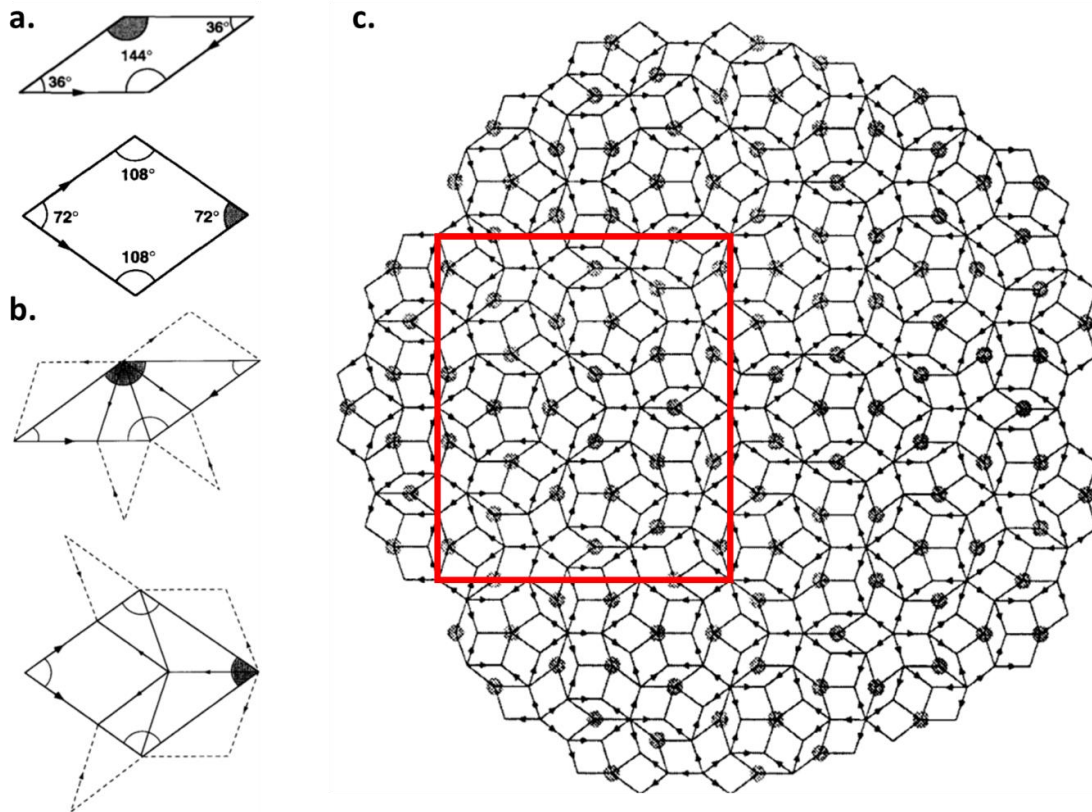


Figure 2-9 : Les losanges d'ors aigus et obtus a., leurs déflations respectives b. et un pavage de Penrose associé c. [70], à noter que l'on observe des motifs pentagonaux comme décagonaux. Encadré en rouge un approximant du réseau, on remarque que les frontières sont périodiques malgré la présence localement d'une symétrie d'ordre 5

En 3D la situation est nettement différente, en théorie les 32 groupes de rotation compatibles avec la périodicité sont à exclure, de plus de nombreux groupe de symétrie aboutissent à une infinité de rotation différentes. Seuls les deux groupes de rotation de l'icosaèdre permettent un pavage complet de l'espace : le premier composé est de 60 rotations tandis que le second (en réalité son sous-groupe) en compte 120 [70]. L'icosaèdre est un polygone régulier à 20 faces triangulaires équilatérales, 30 arrêtes et 12 sommets. Le groupe d'espace est composé de symétries d'ordre 5 sur les sommets, d'ordre 3 au centre des faces, d'ordre 2 au milieu des arrêtes et d'un centre d'inversion au centre du polyèdre. La généralisation du pavage de Penrose en 3D, se fait au travers des deux rhomboèdres d'or (eux-mêmes composés de losanges d'or aigus et obtus). Les règles d'assemblage sont différentes sur chaque faces et conduisent à la génération du groupe d'espace de l'icosaèdre [70]. Lors de sa construction il est intéressant de noter que certains polyèdres réguliers à symétrie d'ordre 5 constitués des deux rhomboèdres d'or



apparaissent comme le triacontaèdre rhombique ou l'énneacontaèdre [75]. Cette particularité a permis de déterminer les différents sets de CUs. Socolar *et al.* proposent par exemple un jeu de 4 CUs : un rhomboèdre oblate, un dodécaèdre rhombique, un icosaèdre rhombique et un triacontaèdre rhombique associé à 3 règles d'assemblages différentes [68]. Toutefois leurs règles de subdivision sont complexes et font apparaître un grand nombre de nouvelles CUs à chaque nouvelle étape de subdivision. Cette procédure est notamment reprise par Madison, il la complète par des règles de subdivision légèrement différentes [76] ; nous reviendrons sur ces travaux plus en détail dans la partie 2.3.2.

Aux dimensions deux et trois, les réseaux quasipériodiques possèdent, outre leurs aspects esthétiques remarquables, deux propriétés particulières : l'autosimilarité et l'isomorphisme local [60, 69]. La première correspond aux capacités à retrouver des motifs qui se répètent à des intervalles inférieurs à deux fois leurs dimensions. La seconde, concerne la possibilité de générer un réseau identique à une échelle 'inflatée' ou 'déflatée' en fonction du carré du nombre d'or en 2D ou du cube du nombre d'or en 3D.

#### 2.1.3.3. Les approximants, du quasi-périodique vers le périodique

Nous avons précédemment vu qu'une coupe d'un hyperespace-bidimensionnelle, présentant une pente de valeur rationnelle par rapport au réseau physique, donnait naissance à une chaîne périodique [77] (Figure 2-7). Ce motif peut ensuite être répété de façon périodique en conservant localement la sous structure du quasicristal. De la même façon il est possible de déterminer des approximants pour des réseaux quasi-périodiques 2D et 3D, possédant différents groupes d'espace, au travers de l'emploi des hyperespaces. De plus, et comme représentées par l'encadré rouge sur la Figure 2-9, il est également possible de trouver des portions périodiques de pavages obtenues par subdivision, cependant leurs déterminations s'avèrent plus complexes (voir empiriques). Expérimentalement, certains approximants ont pu être mis à jour, présentant une structure cubique [78], orthorhombique [78] ou encore monoclinique [79] pour des exemples d'approximants dans le plan, et des approximants cubiques en 3D [80].

#### 2.1.4. Elaboration de réseaux architecturés.

Jusqu'à ce stade, la réalisation d'un réseau architecturé a été développée du point de vue des outils numériques existant, dans cette partie nous nous focaliserons sur leurs élaborations expérimentales. La fabrication de matériaux architecturés est actuellement principalement pilotée par les procédés additifs. En effet chacun des sept procédés décrits dans la partie introductive permet la génération de structures architecturées, à des niveaux de complexités et à des échelles différentes. Néanmoins, il est important de considérer que l'élaboration de

matériaux architecturés a dans un premier temps été concentrée autour des mousses. Différentes techniques permettent leurs élaborations par voie liquides ou solides, cependant les mousses générées présentent généralement une distribution stochastique des porosités. Parallèlement, on peut noter l'essor des matériaux prismatiques comme les structures en nids d'abeilles, également obtenues au moyen de différentes techniques (mais souvent via de procédés d'assemblages) ; néanmoins, ces structures doivent plutôt être vues comme des *lattices* 2D profilées selon une direction. Les matériaux architecturés « 3D », et les techniques d'élaborations associées, sont plutôt récentes. Dans cette partie nous nous concentrerons sur les élaborations métalliques. A ce jour, quatre types de procédés sont employés pour la réalisation de structures architecturées, tels que décrits ci-dessous :

- La fabrication additive : Deux technologies de FA se distinguent pour la réalisation de structures *lattices* : les procédés SLM et EBM, principalement grâce à la finesse des résolutions accessibles. Les procédés de dépôts sous énergie concentrée sont plutôt employés pour la réalisation de structures prismatiques. La réelle maturation des procédés métalliques étant postérieure à celle des procédés polymères, il en résulte que ces technologies ne sont ni les seules ni les premières à permettre l'élaboration de structures *lattices*. Les procédés ci-après sont d'ailleurs souvent basés sur une technologie de FA polymère pour la réalisation du réseau métallique final.
- Le moulage sacrificiel : il s'agit d'un procédé multi-étape, consistant en la réalisation d'une préforme (en générale en polymère), revêtue par une céramique. La préforme est ensuite évacuée de sorte à ne laisser qu'une coque de céramique ; enfin l'alliage métallique est directement coulé dans la coque. Ces techniques sont principalement limitées par la taille et la complexité de la structure (capacité à écouler un fluide dans un réseau plus ou moins complexe). De plus, il est nécessaire d'employer un alliage métallique présentant une importante fluidité [81]. Il est également à noter que les préformes sont en générale obtenues au travers de procédés de FA [82]. Les travaux de Mun *et al.* sont un bon exemple de réalisation de structures *lattices* par moulage sacrificielle [83]. Il existe une variante basée sur l'amélioration des performances d'une *lattice* (en général) en polymère, au travers d'un revêtement de surface. Ces revêtement peuvent par exemple être obtenus par électrodéposition [84] et la structure polymère peut ou non être retirée [85]
- L'assemblage de fils métalliques : des fils métalliques sont positionnés dans un outil d'alignement, permettant de générer des couches de fils colinéaires. Dans un second temps les fils sont joints au travers d'un collage par diffusion [86]. Cette technique permet l'assemblage de fils pleins [86], de tubes [86], voir même de fils composites [87]. La principale limite de cette technique concerne les motifs disponibles, souvent réduits à des orientations de type  $0^\circ/90^\circ$  ou  $\pm 45^\circ$  [81, 19].

- Expansion de feuilles métalliques : c'est un procédé en trois étapes, une étape de perforation, une seconde d'aplanissement et enfin une étape de mise en forme par pliage des tôles (qui peut être suivit d'une mise en place de tôles de sorte à réaliser une structure en sandwich) [88]. Cette technique est un bon moyen de s'affranchir d'une préforme pour la fabrication d'un réseau 3D ; de plus, le développement de l'étape de perforation permet de réaliser ces réseaux avec un minimum de perte de matière [89]. Ici encore la principale limite réside dans la faible versatilité des motifs possibles ainsi que sur la résolution des perforations en lien avec l'étape de mise en forme [89, 81].
- Méthode d'assemblage rapide : c'est une méthode relativement analogue au procédé par expansion de feuilles métalliques. Ici, les poutres sont obtenues par découpe jet d'eau puis assemblées manuellement grâce à des encoches judicieusement placées. Un second set de poutres est obtenues par découpe jet d'eau d'une plaque plane. La *lattice* est ensuite montée par empilement des assemblages de poutres et des structures planes. Enfin, un brasage des zones assemblées permet d'assurer la bonne intégrité de l'ensemble [90]. Là aussi, les limitations sont reliées aux motifs disponibles ainsi qu'à la résolution des poutres [19].

#### 2.1.5. Fabricabilité et contrôle des structures *lattices* par SLM.

Comme nous l'avons vu précédemment, la santé matière suite à l'élaboration par SLM (intégrité structurelle, taux de porosités, gradient de microstructure ...) est intimement liée aux conditions d'élaborations et aux sets de paramètres employés. Une stratégie couramment utilisée dans l'industrie consiste à user de sets de paramètres conduisant à de faibles taux de porosités et compenser les déviations géométriques en réajustant le design d'une pièce. Les outils prédictifs étant encore rares ou compliqués à mettre en œuvre, il s'avère nécessaire de pouvoir réaliser un contrôle dimensionnel sur ces pièces. A l'instar de l'élaboration conventionnelle, on retrouve des méthodes de contrôles destructifs et non destructifs. Cependant, compte tenu des échelles des structures *lattices*, les méthodes de contrôles se font principalement au travers d'analyses d'images, en microscopie optique (OM), microscopie électronique à balayage (MEB), ou encore au tomographe et  $\mu$ -tomographe aux rayons X ( $\mu$ -CT pour  *$\mu$ -computed-tomography*). Les études s'intéressant aux différences entre un modèle numérique et celui fabriqué ne sont pas fréquentes, et leurs résultats sont en plus dépendants du matériau. On retrouve des aciers [91, 92, 93], des alliages d'aluminium [94, 95, 96, 97] et des alliages de titane [98, 99, 100, 101, 102]. Certaines de ces études s'intéressent à l'influence des paramètres d'élaboration sur les taux de porosités ou les diamètres de poutres [91, 94, 101]. Il résulte un lien étroit entre les paramètres d'élaboration, les taux de porosités et le diamètre des poutres produites. La Table 2-1 résume les différents aspects abordés dans les travaux mentionnés. On remarque également que les densités d'énergie et les stratégies de lasage ne sont pas toujours complètement décrites ce qui rend la

comparaison des différentes études les unes avec les autres complexes. Les études à sets de paramètres constants employant des approches statiques [95, 97, 99], mettent à jour des variations de diamètres en fonction de leurs orientations par rapport à la direction de fabrication. Bagheri *et al.* montrent une différence de l'ordre de 20% entre les valeurs mesurées et celles conçues [103]. Arabnejad *et al.* obtiennent des résultats fortement similaires à ceux de Bagheri [104] pour les mêmes conditions. Ces deux études montrent également que les déviations par rapport à une valeur nominale tendent à augmenter à mesure que le taux de porosités de la structure augmente. Ces variations sont en général expliquées par des différences de dissipation thermique en fonction de l'orientation des poutres [96, 102, 97].

De même des variations microstructurelles sont également visibles en fonction de l'orientation des poutres pour les alliages d'aluminium [96, 97]. Ce phénomène ne semble pas avoir été observé pour les alliages de Titane. Ces variabilités sont principalement expliquées par les différences de conduction thermique entre une poutre verticale et une poutre inclinée par rapport au plateau de fabrication [96, 102, 97]. Toutefois les topologies employées étant très peu variées, ces études se concentrent principalement sur des angles de 0, 35, 45 et 90 degrés. L'étude de Wauthle *et al.* est à notre connaissance la plus complète en ce sens. Ils s'intéressent à l'effet de l'orientation sur la fabricabilité (en termes de volume) et sur les propriétés mécaniques [99]. Pour un même type de structure, à une densité fixe, les résultats montrent une variabilité de 5% sur la densité relative en fonction de l'orientation. Malheureusement les auteurs ne déterminent pas les rayons des poutres et aucune analyse des diamètres n'est réalisée.

Pour résumé, on retrouve des défauts d'ordres géométriques et d'ordres microstructuraux, tous deux intimement liés à l'histoire thermique du matériau et donc aux conditions opératoires d'élaboration employées et à l'orientation des poutres. Cependant, la majeure partie des études sont fortement spécifiques. Trois stratégies sont envisageables pour corriger ces déviations : l'adaptation de la CAO [105], l'optimisation du set de paramètres procédé [106, 107] et le *post-processing* [108].

Table 2-1 : Résumé des études sur la manufacturabilité des structures lattices obtenues par SLM et moyens de contrôle OM : optical microscopy,  $\mu$ CT  $\mu$ -computed-tomography.

Réf	Matériau	Nombre de Topologie	Sets paramétriques	Stratégie de lasage	Densité d'énergie	Analyses microstructures	Densité relative	Analyses géométriques	Taux de porosités
[91]	316L	1	Variable	Par points	0,05 à 0,12 J	Non	Oui	OM	Non
[92]	316L	1	Fixe	Par points	0,024 J	Non	Oui	OM/ $\mu$ CT	Non
[93]	Acier maraging	1	Non renseigné			Non	Oui	$\mu$ CT	Non
[94]	AlSi10Mg	1	Variable	Non renseigné	Non calculable	Oui	Non	OM/ $\mu$ CT	Oui
[95]	AlSi10Mg	2	Fixe	Non renseigné	60 J.mm <sup>-3</sup>	Non	Oui	$\mu$ CT	Non
[96]	AlSi10Mg	1	Fixe	Contour / Remplissage	Non calculable	Oui	Oui	OM/ $\mu$ CT	Oui
[97]	AlSi10Mg	1	Fixe	Contour / Remplissage	55 J.mm <sup>-3</sup>	Oui	Oui	OM/ $\mu$ CT	Oui
[98]	Ti6Al4V	2	Fixe	Non renseigné	Non calculable	Non	Non	$\mu$ CT	Non
[99]	Ti6Al4V	1	Fixe	Non renseigné	10,8 J.mm <sup>-3</sup>	Oui	Oui	Non	Oui
[102]	Ti6Al4V	1	Fixe	Contour / Remplissage	Non calculable	Non	Oui	OM/ $\mu$ CT	Non
[100]	Ti CP	2	Variable	Contour/ Damier	Non calculable	Non	Non	OM	Non
[101]	Ti-Ta	1	Variable	Non renseigné	Non calculable	Non	Non	OM	Non

## 2.2. Modèle continu de génération de structures *lattices* associé à un groupe ponctuel

### 2.2.1. Logiciels et ressources numériques

Dans ce chapitre nous développerons une méthode originale de génération de structures *lattices*. Les réseaux de points et de connexions permettant la description d'une cellule unitaire périodique ont été obtenus par l'intermédiaire d'un code en langage Python (version 2.7.12). Son bon fonctionnement nécessite l'installation des modules `math`, `numpy`, `os`, `matplotlib`. Le code a été réalisé de sorte à être opérationnel sur un ordinateur Linux, cependant ce choix est fait uniquement en raison de la simplification des commandes d'appel du système, l'intégralité du script est également fonctionnel sous Windows. Le code permet la génération d'un fichier `.scad`. Celui-ci permet l'assignation d'une section à chacune des poutres préalablement déterminées au travers du logiciel Openscad [109]. Il s'agit d'un logiciel *open source* de CAO orienté programmation (version 2015.03-2). Le principal avantage de ce logiciel réside dans son interfaçage en langage Python, qui autorise son emploi dans des codes. Par soucis d'esthétisme, les visuels des structures seront obtenus par l'intermédiaire de Blender [110] ou Materialise 3-Matic [111]. Les volumes de structures ont été calculés par le logiciel Materialise 3-Matic pour une cellule cubique de côté égal 1 mm et pour une longueur de poutre égale à 1 mm pour le réseau hexagonal.

### 2.2.2. Le modèle, la maille et éléments de symétries, élément de codage

#### 2.2.2.1. Le modèle

Le principe du modèle qui est présenté au cours de ce paragraphe tient dans l'analogie entre une structure *lattice*, comme celle décrit préalablement, et une structure cristallographique (à savoir la combinaison d'une maille et d'un motif). En cristallographie, le couple maille/motif permet la définition complète du plus petit élément périodique d'un réseau. La maille permet la génération d'un réseau, tandis que le motif gère la répartition des atomes au sein de celle-ci. Cette répartition des atomes entraîne *de facto* des interactions entre ceux-ci qui se manifestent sous forme de liaisons. De la même façon, une *lattice* périodique est couramment traitée comme un réseau de nœuds et de connexions reliant ces nœuds dans un volume permettant un pavage complet de l'espace uniquement par translation. La Figure 2-10 présente les trois structures cristallines cubiques : cubique primitive (CP), cubique centrée (CC), cubique à faces centrées (CFC) ; ainsi que leurs structures *lattices* correspondantes, avec les très répandues octet-truss et structure diagonale (ou CC, ou BCC (pour *body centered cubic*)). Le point commun évident à toutes les structures de la Figure 2-10 est le cube dans lequel elles s'inscrivent. De plus, et indépendamment

de la répartition des atomes, il s'avère également que chaque connexion intrinsèque aux mailles présente une seule et même longueur.

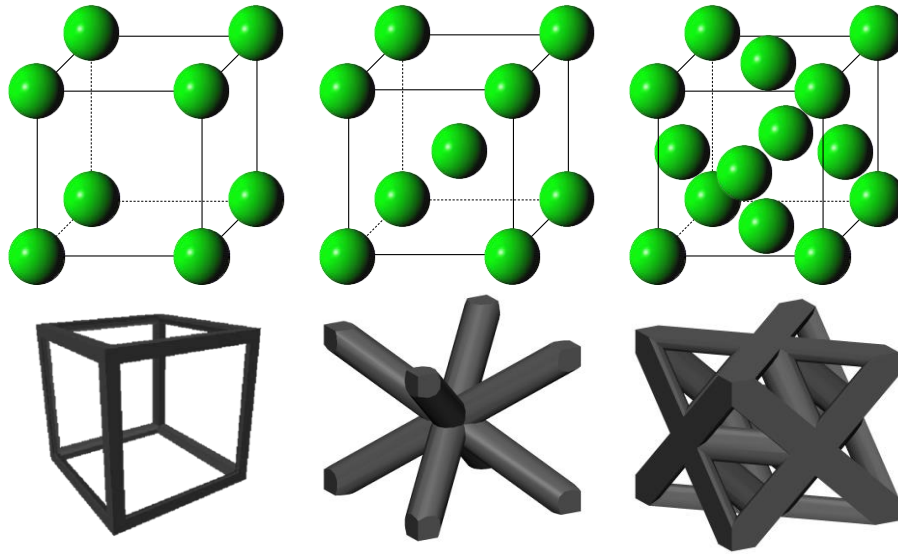


Figure 2-10: Les trois mailles cristallines cubiques de Bravais et leurs analogies en structures lattices, (de gauche à droite) cubique primitive (PC), cubique centrée (CC) et cubique faces centrées (CFC).

En cristallographie, la maille appartient à un groupe ponctuel qui rassemble l'ensemble des opérations de symétrie laissant la morphologie du cristal invariant. La symétrie cristalline autorise 10 éléments de symétries : les axes de rotations d'ordre 1, 2, 3, 4 et 6, ainsi que les anti-rotations  $\bar{1}$ ,  $\bar{2}$  ou  $m$  (pour miroir),  $\bar{3}$ ,  $\bar{4}$  et  $\bar{6}$  qui sont constituées d'une rotation d'ordre  $n$  est d'une inversion. Les groupes ponctuels sont composés de 7 groupes holoédres représentatives des familles de symétries cristallines 3D (la Table 2-2 résume les différents groupes ponctuels cristallins), chaque holoédres possèdent des méridres (sous-groupes ponctuels) dont les systèmes de symétries sont tous inférieurs. Les combinaisons des groupes holoédres et méridres donnent les 32 groupes ponctuels de la cristallographie classique.

Table 2-2 : Les familles cristallines 3D, leurs groupes holoédriques en notation de Schoenflies et leurs éléments de symétries minimaux,  $A_n$  correspond à un axe de rotation d'ordre  $n$ .

<b>Famille cristalline</b>	<b>Groupes holoédres</b>	<b>Éléments de symétrie minimaux</b>
Triclinique	$\bar{1}$	$1 \times A_1$
Monoclinique	$2/m$	$1 \times A_2$ et $1 \times m$
Orthorhombique	$mmm$	$3 \times A_2$
Quadratique	$4/mmm$	$1 \times A_4$
Rhomboédrique	$\bar{3}m$	$1 \times A_3$
Hexagonale	$6/mmm$	$1 \times A_6$
Cubique	$m\bar{3}m$	$4 \times A_3 + 3 \times A_2$

C'est ensuite le couplage du groupe ponctuel et d'un réseau de Bravais qui est à l'origine des groupes d'espaces, on ajoute aux opérations de symétries ponctuelles différentes opérations de translations ainsi que des translations combinées (rototranslations et réflexions glissées).

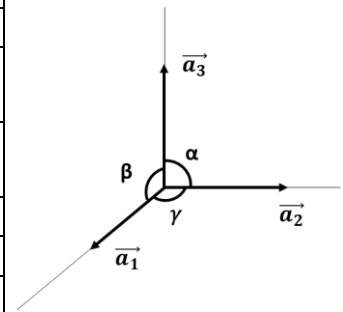
Comme nous l'avons vu, la cristallographie fait l'usage d'éléments de symétrie pour la description d'un solide, d'une part avec des opérations ponctuelles pour la description de sa maille et d'autre part, avec des opérations translationnelles pour la description de la décoration atomique de cette maille. Si à présent on se restreint aux opérations ponctuelles associées à un volume élémentaire (correspondant à une famille cristalline), et que l'on y place un motif élémentaire, la génération du réseau est directement induite par les éléments de symétries ponctuelles et donc quel que soit le motif élémentaire initial, l'ornementation du réseau conservera forcément la symétrie de sa maille. La différence entre les trois structures de la Figure 2-10 n'est donc plus que l'organisation spatiale du motif élémentaire employé.

### 2.2.2.2. La maille et les éléments de symétries

Comme nous l'avons vu, le modèle présenté se base sur l'emploi combiné d'une maille élémentaire et d'éléments de symétrie associés respectivement à un groupe ponctuel et un motif. Il appartient donc de définir ces différents éléments de façon paramétrique. Concernant le motif, il est nécessaire de pouvoir décrire les particularités des 7 familles cristallines, cependant une maille n'est pas unique car chaque réseau peut en principe être décrit par une infinité de mailles. Pour ce faire employons la définition d'un réseau de Bravais en 3 dimensions, à savoir, l'ensemble des vecteurs  $\{m_1a_1 + m_2a_2 + m_3a_3\}$  (avec  $m_i \in \mathbb{Z}$ ) pour lesquelles les vecteurs de bases  $a_1, a_2, a_3$  sont linéairement indépendants. Il en résulte que les paramètres des réseaux sont constitués des longueurs  $a_1, a_2, a_3$  et des angles  $\alpha, \beta, \gamma$ .

Table 2-3 : Les familles cristallines et leurs paramètres de mailles généraux

Famille cristalline	Paramètres de maille
Triclinique	$a_1 \neq a_2 \neq a_3$ et $\alpha \neq \beta \neq \gamma$
Monoclinique	$a_1 \neq a_2 \neq a_3$ et $\alpha = \gamma = 90^\circ, \beta > 90^\circ$
Hexagonale	$a_1 = a_2 \neq a_3$ et $\alpha = \beta = 90^\circ, \gamma = 120^\circ$
Trigonal (ou Rhomboédrique)	$a_1 = a_2 = a_3$ et $\alpha = \beta = \gamma \neq 90^\circ$
Orthorhombique	$a_1 \neq a_2 \neq a_3$ et $\alpha = \beta = \gamma = 90^\circ$
Tétraгонаle	$a_1 = a_2 \neq a_3$ et $\alpha = \beta = \gamma = 90^\circ$
Cubique	$a_1 = a_2 = a_3$ et $\alpha = \beta = \gamma = 90^\circ$





Les 6 paramètres permettant la description complète des mailles de toutes les familles cristallines seront donc les premières données d'entrée du modèle. De plus, les paramètres de maille seront aussi employés comme repère de base du réseau.

Dans un second temps, il appartient pour chacune des mailles cristallines de générer l'ensemble des éléments de symétrie correspondant à son groupe ponctuel holoédrique. Il appartient donc de pouvoir décrire des axes de rotations d'ordre 2, 3, 4 et 6 et les symétries planes aussi appelées miroirs (roto inversion d'ordre 2 ou  $\bar{2}$ ).

Commençons par les axes de rotations ; ils sont caractérisés par un vecteur (direction invariante lors de la rotation) et d'un incrément angulaire  $2\pi/n$  avec n l'ordre de rotation. Ainsi, la génération des points symétriques à un premier point par une rotation d'ordre n, s'effectuera en n-1 étape de rotation du point initial d'un angle respectivement égale à  $2\pi/n, 2 \times (2\pi/n), \dots, (n-1) \times (2\pi/n)$ .

La rotation autour d'un vecteur unitaire  $(u_x, u_y, u_z)$ , d'un angle  $\theta$  se fait au travers de la matrice de rotation R suivante :

$$R = \begin{pmatrix} u_x^2(1-c) + c & u_x u_y(1-c) - u_z \cdot s & u_x u_z(1-c) + u_y \cdot s \\ u_x u_y(1-c) + u_z \cdot s & u_y^2(1-c) + c & u_y u_z(1-c) - u_x \cdot s \\ u_x u_z(1-c) - u_y \cdot s & u_y u_z(1-c) + u_x \cdot s & u_z^2(1-c) + c \end{pmatrix}$$

avec  $c = \cos(\theta)$  et  $s = \sin(\theta)$ .

Il faut dans un premier temps déterminer une origine locale sur l'axe de rotation, en généralement un des points du vecteur directeur de cet axe. On définit un vecteur M entre l'origine locale et le point à dupliquer. On détermine ensuite un vecteur unitaire associé à l'axe de rotation et on calcule les nouvelles coordonnées du point dupliqué par la relation  $M' = R.M$ . Enfin on soustrait aux coordonnées de M' les coordonnées de l'origine locale de sorte à déterminer les coordonnées du nouveau point créé dans le repère global.

Prenons par exemple une symétrie d'ordre 4, selon un axe (0, 0, 1) et dupliquons un point de coordonnées (1, 0, 0), nous aurons donc 3 rotations successives d'angle  $\pi/4, \pi/2$  et  $3\pi/4$ , qui nous donneront respectivement les points de coordonnées (0, 1, 0), (-1, 0, 0) et (0, -1, 0).

Une symétrie plane, est caractérisée par un vecteur  $\vec{u}$  (a, b, c) qui est normal au plan et un décalage  $\Delta$  par rapport à l'origine globale. Dans un premier temps on détermine une origine locale P, à savoir un point du plan. La normale associée  $\vec{u}$  à l'origine locale P permet une détermination du paramètre d de l'équation du plan ( $ax + by + cz + d = 0$ ). Une fois ce paramètre calculé, on calcule une distance au plan par rapport au point M (x, y, z) à dupliquer. Puis on ajoute deux fois cette valeur, à la position de M selon  $\vec{u}$  et  $-\vec{u}$ . Enfin, on calcule les distances entre les nouveaux

points  $M'_1$  et  $M'_2$  et le plan. Le point pour lequel la distance entre le plan et  $M'$  est égale à celle entre  $M$  et le plan correspond au miroir du point  $M$ . En suivant cette procédure un axe de rotation sera complètement défini par l'intermédiaire d'un vecteur colinéaire à cet axe et un ordre de rotation, tandis qu'une symétrie plane sera définie par un vecteur normal au plan miroir et un décalage de ce plan par rapport à l'origine. Les roto-inversions d'un ordre supérieur à deux seront employées comme une étape de rotation correspondent à l'ordre de la rotation, suivit d'une symétrie plane appliquée par un miroir dont l'axe de rotation est normal au plan.

Il ne reste plus qu'à déterminer comment paramétrer le motif ; à l'instar de la cristallographie, définissons-le comme des positions atomiques. Prenons l'exemple des réseaux cubiques, en analysant la Figure 2-10, on remarque que chaque sommet du cube est occupé par une position atomique. On peut donc déjà attribuer un point fixe à un des sommets du cube pour composer notre motif. De plus, on note que sur chaque structure présentée, il existe des chemins continus reliant les faces opposées une à une, il y a donc la nécessité d'un second point dont une des coordonnées est fixée à la moitié d'une des hauteurs de la maille. En fixant la coordonnées  $z$  du second point tel que  $z > 0,5c$ , la description complète de la topologie peut être faite au travers des couples de coordonnées  $(x, y)$  (Figure 2-11).

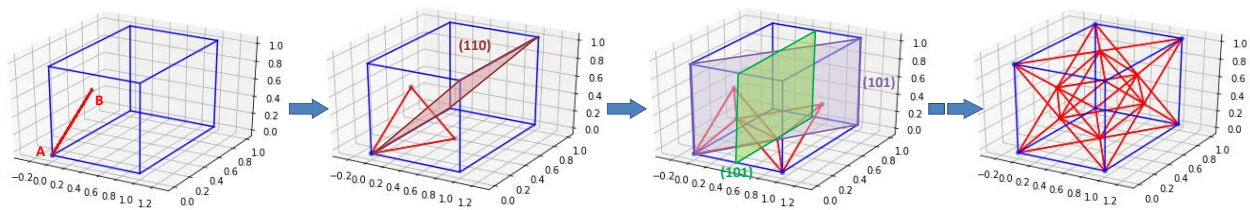


Figure 2-11 : Exemples de génération d'une CU cubique, à partir de 2 points initiaux A et B et des éléments de symétrie du réseau (toute les opérations de symétrie ne sont représenté ici)

Ainsi, avec les couples de points  $(0, 0, 0)$  et  $(0, 0, c/2)$ , on génère un cubique primitif. De même, avec les couples  $(0, 0, 0)$  et  $(a/2, 0, c/2)$  (Figure 2-11) ; puis  $(0, 0, 0)$  et  $(a/2, b/2, c/2)$ , on génère respectivement une structure CFC et CC. Cette procédure peut être étendue aux autres familles cristallines, le choix du ou des points fixes et de l'élément paramétrable devant être fait de sorte à conserver la continuité de la structure selon les trois directions de l'espace.

Pour résumé, l'intégralité de la description topologique d'une structure périodique est obtenue au travers d'une maille, d'un groupe ponctuel et un motif défini par au moins deux points, dont les coordonnées d'un point gèrent la topologie de la structure.

### 2.2.2.3. Éléments de codage

Afin de faciliter la compréhension de l'implémentation de l'algorithme, nous détaillerons son fonctionnement plutôt que de simplement lister les lignes de code. Il s'agit plutôt d'expliciter la structure globale du code et les principaux éléments qui le composent au travers de l'exemple du réseau cubique. Le code compte 4 entrées différentes : la famille cristalline, qui gère les paramètres de mailles et le système de symétrie ; le couple  $(x, y)$ , responsable de la topologie ; un rayon à assigner aux connections entre deux points (dans notre cas choisi tel qu'il soit proportionnel à l'un des côtés de la maille) ; et un paramètre noté « VERsize » défini comme le nombre de CUs disposés dans les trois directions de l'espace. Le modèle donc permet la génération de CUs seules ou de réseaux uniformes.

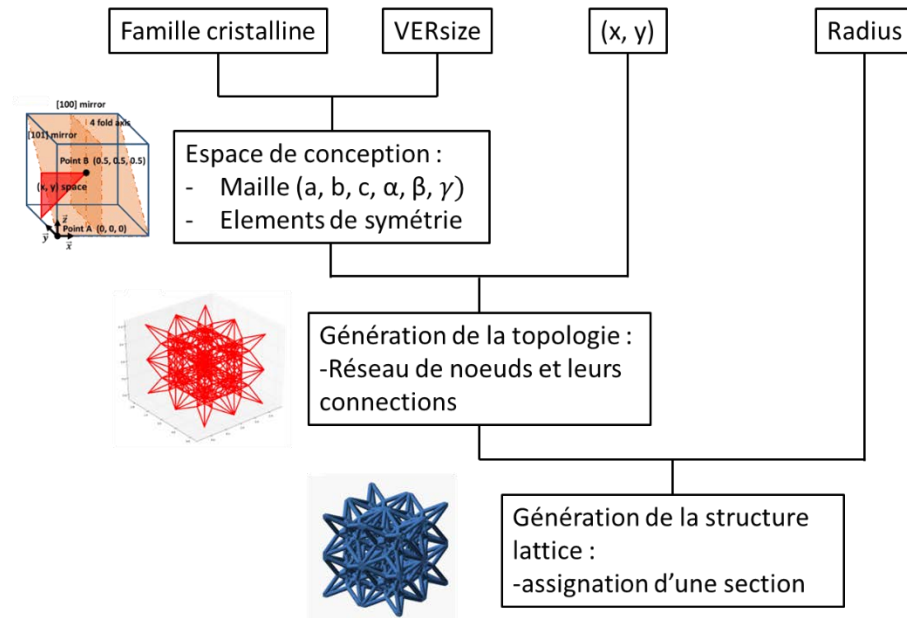


Figure 2-12 : Structure globale du modèle continu de génération de structures lattices périodiques.

On génère premièrement « l'espace de conception » relatif à une famille cristalline, la maille et les différents éléments de symétrie associés. Les éléments de symétries sont inclus dans deux tableaux : un premier rassemblant la liste des axes de rotations et le second listant les roto-inversions (seuls les miroirs ont été implémentés, les rotoinversions d'ordres supérieures ont été ignorées) (Figure 2-12). Ces éléments sont ensuite dupliqués autant de fois qu'indiqué par la valeur de « VERsize » dans les trois directions de l'espace (avec « VERsize »  $> 1$  et  $\in \mathbb{N}$ ).

Dans un second temps, on crée un tableau rassemblant les différents points et un second pour les connexions. On renseigne les deux premiers points du motif, par exemple  $(0, 0, 0)$  et  $(x, y, c/2)$  pour le réseau cubique. S'en suit la génération de l'ensemble des points du réseau selon l'algorithme Figure 2-13.

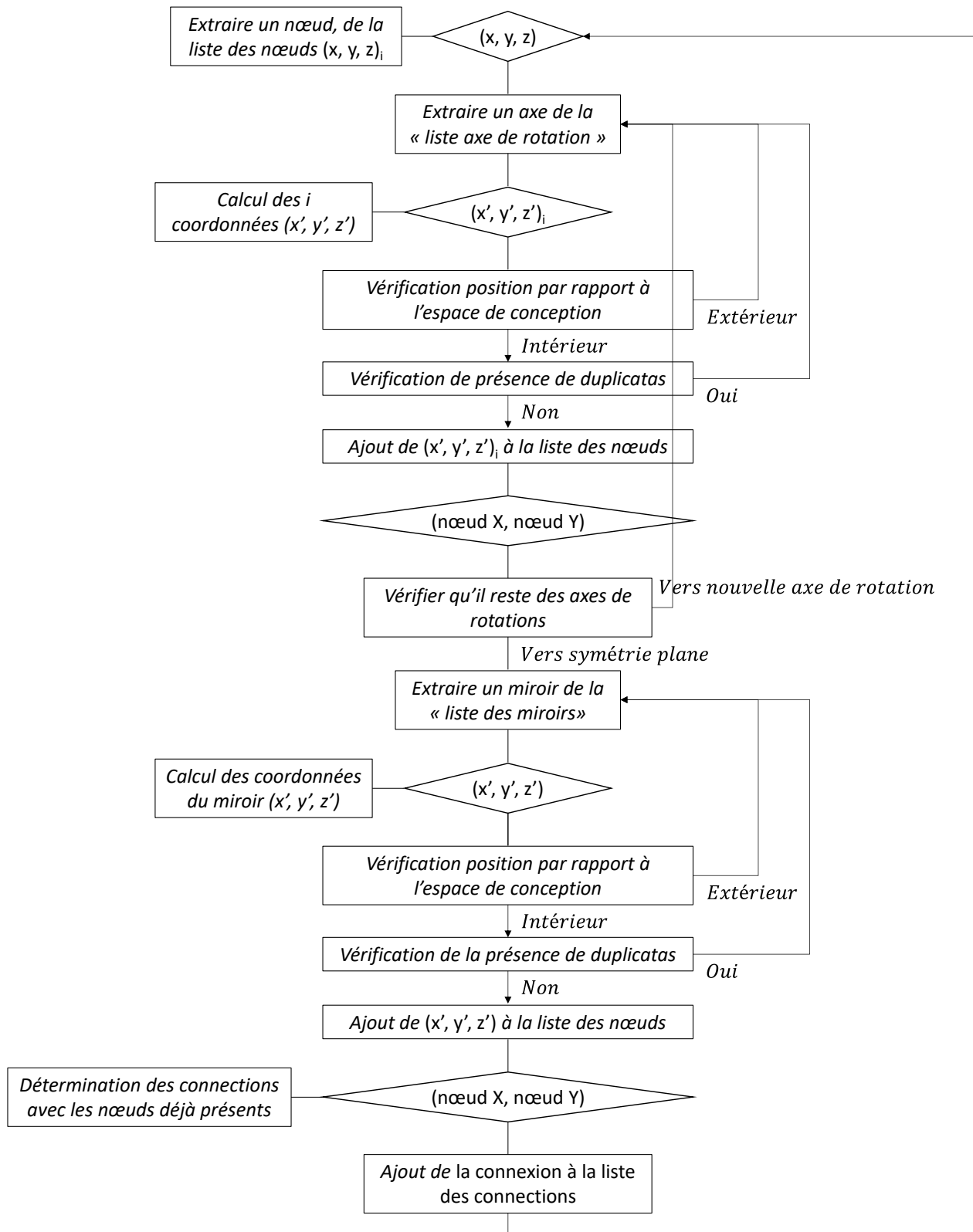


Figure 2-13 : Structure de l'algorithme employé pour la génération du réseau de points et de connexions.

On calcul dans un premier temps la distance entre les deux points initiaux du réseau, cette distance correspondra à la longueur des poutres et permettra de détecter les connexions entre les points existant et les nouveaux points créés. On détermine ensuite tous les points associés au premier axe de rotation de la liste. On vérifie si ceux-ci sont ou non dans l'espace de conception, si oui, on vérifie qu'ils ne sont pas déjà présents dans la liste des points, puis si cela n'est pas le cas on l'intègre à la liste des points. Enfin on cherche si le nouveau point est à une distance d'autres nœuds déjà présents correspondants à la distance de connexion, et on intègre les nouvelles connexions au tableau. On effectue ensuite ces opérations pour l'ensemble des axes de symétries, puis on effectue la même procédure pour les miroirs. Enfin, lorsque que pour un point initial, toutes ces copies ont été générées par rotation et symétrie plane, on passe au nœud suivant de la liste. L'algorithme s'arrête lorsque qu'il ne détecte pas de nouveau point après deux itérations complètes.

Une fois le réseau de nœuds et de connexions générés, il reste l'étape d'inflation, à savoir l'assignement d'une section autour des connexions 1D. Pour ce faire, il faut dans un premier temps générer un fichier « *lattice.scad* » qui renseigne pour chaque poutres, la position du centre et son orientation par rapport à un repère global. Les positions des centres de gravités des connexions sont calculées comme la moyenne des coordonnées des points aux extrémités. Concernant les orientations, dans un premier temps on détermine le vecteur directeur de la connexion, puis on détermine l'angle entre ce vecteur et le plan  $(x, y)$ . On détermine un vecteur normal, au vecteur directeur de la connexion, l'orientation d'une poutre est ainsi déterminée comme sa rotation par rapport au plan  $(x, y)$  selon une direction normale à cette orientation. Cette méthode de rotation ne fonctionne que si la poutre est centrée sur l'origine du repère, en ce sens, les poutres sont dans un premier temps orientées, puis translatées. Comme proposé par [39], les poutres sont composées d'un cylindre et de deux demi-sphères aux extrémités. Une fois l'ensemble des poutres mises en place, une opération booléenne d'union permet la génération d'un volume unique. Enfin, une opération booléenne de soustraction est effectuée entre la structure *lattice* et les frontières de l'espace de design. Enfin la structure obtenue est exportée au format STL.

La démarche présentée ci-dessus est elle-même imbriquée dans un algorithme permettant de faire varier les valeurs des paramètres géométriques  $(x, y)$  ainsi que le rayon des poutres.

L'ensemble des structures à générer est rassemblé dans un fichier *todolist.csv*. Chaque ligne indique les paramètres  $(x, y, r, \text{VERsize})$  relatif à une structure, une dernière valeur est égale à 0 lorsque la structure est en attente de réalisation (ou à échoué) et égale à 1 lorsque la génération de la structure est terminée. L'emploi de cette *todolist* (qui peut être générée automatiquement)

permet la génération d'un nombre prédéterminé de structures sans aucune opération manuelle, et joue le rôle de queue de calcul.

### 2.2.3. Applications aux réseaux cubiques et hexagonaux

#### 2.2.3.1. Les systèmes de symétries cubique et hexagonale

Un système de symétries est un groupement de l'ensemble des isométries laissant invariant un solide. On distinguera deux types d'isométries, les rotations et les isométries négatives (elles-mêmes composées de miroirs et des roto-inversions). Dans le cadre des systèmes de symétrie cristalline, seul 10 types d'isométries sont possibles (5 rotations, 5 isométries négatives). Pour décrire les éléments de symétrie du cube et d'un prisme hexagonal, nous emploierons les symboles d'Herman-Mauguin :

- 1, 2, 3, 4 et 5, les axes de rotations d'angle  $2\pi/n$  avec  $n$  l'ordre de la rotation
- $\bar{1}$ ,  $\bar{2} = m$  ( $m$  pour miroir),  $\bar{3}$ ,  $\bar{4}$  et  $\bar{5}$  les axes de roto-inversions, alliant un miroir et une rotation d'angle  $2\pi/n$  avec  $n$  l'ordre de la rotation

Le groupe de symétrie holoédrique du cube est composé de 48 isométries, décomposées en 24 rotations et 24 isométries négatives. Les rotations sont les suivantes :

- Application de l'identité (ordre 1, axe quelconque)
- 3 axes 2 (passant par le centre des faces)
- 6 axes 4 (passant par le centre des faces, 3 axes pour 2 angles)
- 6 axes 2 (passant par le milieu de deux arêtes opposées)
- 8 axes 3 (passant par deux sommets opposés)

Les isométries négatives sont des antis rotations composées des rotations précédentes associées à la symétrie centrale. On retrouvera donc :

- La symétrie centrale
- 3  $m$  (passant par le centre du cube et parallèle à une face)
- 6 axes  $\bar{4}$  (issues des 3 plans précédents avec 2 angles par plan)
- 6  $m$  (passant par deux arêtes opposées)
- 8 axes  $\bar{3}$  (4 plans passant par deux sommets opposés et 2 angles par plan)

Le prisme hexagonal possède 24 isométries de l'espace, composées de 12 rotations et 12 isométries négatives, les rotations sont les suivantes :

- L'identité
- 2 axes 6 (passant par le centre des faces hexagonales, 1 axe pour deux angles)
- 2 axes 3 (issu de l'axe d'ordre 6)
- 1 axe 2 (issu de l'axe d'ordre 6)

- 3 axes 2 (passant par le centre des faces rectangulaires opposées)
- 3 axes 2 (passant par le centre des arêtes opposées parallèles à l'axe d'ordre 6)

Les isométries négatives sont listées ci-dessous :

- La symétrie centrale
- 2 axes  $\bar{6}$  (passant par le centre des faces hexagonales, 1 axe pour deux angles)
- 2 axes  $\bar{3}$  (issus des précédents)
- 1 m (perpendiculaire aux axes 6 et 3)
- 3 m (parallèle à l'axe 6 et passant par deux arêtes de face rectangulaire et de face opposée)
- 3 m (parallèle à l'axe 6 et passant par deux milieux de faces rectangulaires opposées)

Les différents éléments de symétrie du cube et du prisme hexagonal explicités ci-dessus seront employés comme entrée de l'algorithme pour les deux applications du modèle préalablement présenté.

#### 2.2.3.2. Génération de structures *lattices* appliquées à la symétrie cristalline cubique.

##### 2.2.3.2.1. Stratégie de génération de cellule unitaire

Les données d'entrées sont donc les suivantes : les paramètres  $a = b = c = 1$  et les angles  $\alpha = \beta = \gamma = 90^\circ$ . Les éléments de symétries sont ceux explicités dans la partie précédente. Il en résulte la création d'un espace de conception, que nous appellerons VER (Volume Élémentaire Représentatif). Le rayon est ici fixé comme un ratio du paramètre  $a$ . De plus, la longueur des poutres est unique et correspond à la distance mesurée entre les deux points placés initialement. L'évolution de la densité relative ou du ratio rayon sur longueur de poutre (parfois employé pour la caractérisation de ces matériaux) sera donc directement ajusté par la valeur donnée au rayon. C'est la gestion des deux points initiaux qui permet par symétrie de réduire l'espace de conception disponible. Il s'agit de l'espace dans lequel les coordonnées du point variables sont admissibles. On considérera ici deux stratégies différentes représenté en Figure 2-14.

La première représentée en Figure 2-14.a est basée sur deux règles : i) le premier point A est fixe à l'origine du repère et ii) une des trois coordonnées du second point est supérieure ou égale à  $a/2$ . La seconde règle ii) permet la continuité de la structure, elle permet de fait d'éliminer le cube rouge du volume de conception (Figure 2-14). De plus, les trois cubes jaunes et les trois verts sont équivalents entre eux. En effet, les permutations d'indices conduisent à la génération de structures identiques dans les cubes de mêmes couleurs de la Figure 2-14. Par conséquent, en employant la seconde stratégie, le volume élémentaire peut être réduit à une zone composée d'un cube vert, un jaune et du cube bleu. Il reste possible de réduire ce volume en considérant la symétrie imposée par les permutations des coordonnées deux à deux pour une troisième fixée.

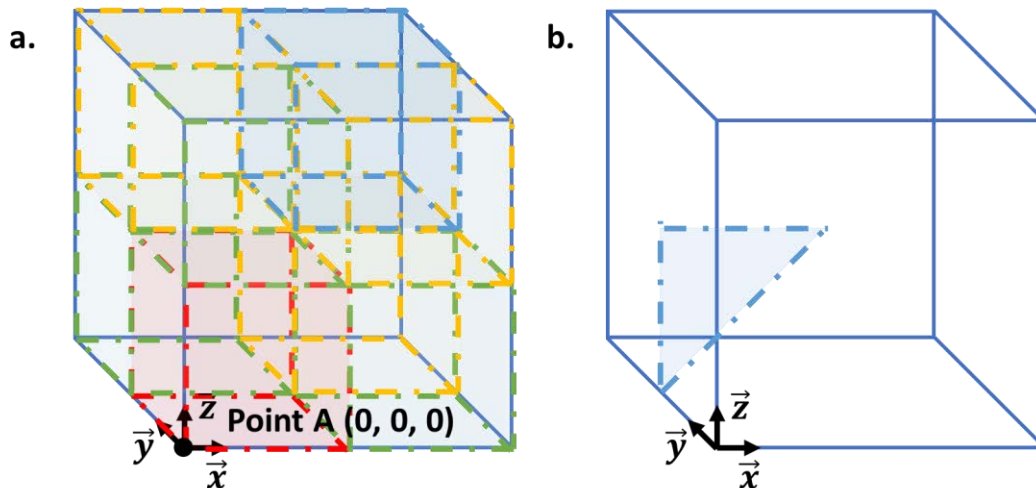


Figure 2-14 : Les espaces de conceptions pour les deux stratégies de génération de structure, a. le point A est toujours fixé à l'origine, b. le point A est fixé au sommet le plus proche du point B.

La seconde stratégie est un cas particulier de la première. La première règle i) de la stratégie précédente est conservée et la seconde est restreinte à ii) une des trois coordonnées du second point est égale à  $a/2$ . Cette seconde règle rend la première inutile car tous les sommets de l'espace de conception sont équivalents à cause de ii). Dans un second temps les permutations des deux coordonnées du second point permettent de réduire l'espace de conception à un triangle (Figure 2-14). Les règles données dans ces deux stratégies ne sont que des exemples. Par exemple, l'emploi d'un troisième point ou encore l'utilisation de nœuds uniquement internes à l'espace de conception peuvent également être envisagés. Dans tous les cas, la stratégie de génération employée à une forte influence sur les topologies associées. La Figure 2-15 montre six exemples de structures dont trois sont associés à la seconde stratégie. On remarque sur les Figure 2-15.a la présence de deux types de nœuds, un premier au coin associé au point placé à l'origine, tandis que le second type de nœuds est en partie obtenu par intersection de poutre. A contrario, sur la Figure 2-15.b, on retrouve également les nœuds présents au coin de la CU, alors que la seconde série de nœuds est générée par l'intersection des poutres bout à bout. Cependant, dans les deux cas on aboutit à la génération d'une *lattice* dont le système de symétrie est équivalent à celui de la maille (du cube).

Si à présent on se replace dans un cadre cristallographique, les connexions entre deux atomes sont représentatives de l'interaction entre ceux-ci (placés aux extrémités de cette connexion). De plus, un usage courant, est de représenter uniquement les interactions de premiers ordres ; ces interactions étant reliées à la distance interatomique, on représente les connexions entre les atomes qui sont les plus proches voisins. Ceci conduit donc à une distance interatomique unique au sein d'une maille.



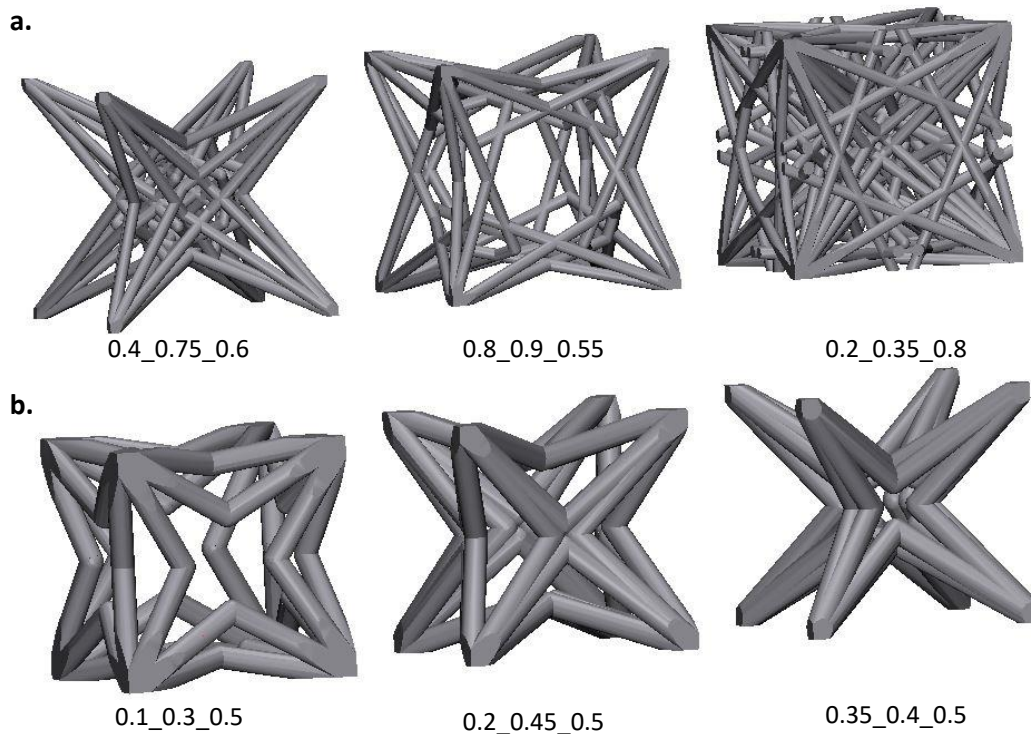


Figure 2-15 : Exemples de topologies et les coordonnées du second point, pour la première stratégie a. et la seconde b.

Le cadre associé au réseau de Bravais serait plutôt représentatif de la seconde stratégie de génération de CU, les connexions étant toutes de mêmes longueurs et associant deux à deux les nœuds du réseau. Les réseaux de Bravais, qui définissent le motif associé à une maille sont néanmoins limités en terme de nombre, car directement liés à la notion d'empilement de sphère dans les différents systèmes cristallins. Dans notre cadre, les restrictions sur les topologies du motif n'ont pas lieu d'être et l'empilement de nœuds n'a pas de nécessité d'être compact. La seconde stratégie peut être vue comme une façon de passer d'un réseau de Bravais à un autre, de façon continue, en adaptant progressivement la valeur des indices  $x$  et  $y$ . Ainsi les structures correspondant au réseau de Bravais cubique primitif, cubique centré et cubique face centrée sont respectivement obtenues en prenant les coordonnées du second point à  $(0, 0, a/2)$ ,  $(a/2, a/2, a/2)$  et  $(0, a/2, a/2)$ . Toutes les valeurs de couple  $(x, y)$  différentes de celles données précédemment sont donc des structures dont la périodicité correspond à celle du cube mais dont la décoration (l'organisation des poutres) ne trouve pas de parallèle dans la cristallographie car ne respectant pas l'empilement compact. Pour chaque couple  $(x, y)$  employé la topologie générée est donc unique. Cependant, il s'avère possible de passer d'une structure à l'autre en adaptant de façon continue la valeur des indices  $(x, y)$  d'une première structure vers la seconde. Nous reviendrons sur ces aspects dans la partie suivante.

Concernant la première stratégie, le code présenté ne permet pas de créer un nœud à l'intersection entre deux poutres. De plus, il apparaît également que la longueur de poutre ne

peut rester unique (à part dans quelques conditions particulières) par conséquent l'analyse d'une structure à l'autre se révèle plus complexe. Une façon de parvenir à résoudre ce problème réside dans le fait de redéfinir la liste des nœuds et des connexions en prenant en compte les intersections de poutres, une fois celle-ci générées par la première stratégie. Toutefois la génération continue de structures reste possible. Dans le but de réduire l'espace de conception et limiter l'ensemble des structures étudiées, seule la deuxième stratégie de génération de structure sera explorée dans le reste de ces travaux. Néanmoins, la première stratégie a été employée à titre de validation du modèle et s'avère pleinement fonctionnelle ; quelques exemples de structures « remarquables » sont données en Figure 2-15.

#### 2.2.3.2.2. Résultats et discussion.

Une des grandes lignes conductrices de ces travaux, tend à investiguer l'effet de l'architecture sur différentes propriétés physiques. La méthode présentée précédemment permet la génération d'un nombre étendu de topologies, cependant, avant de s'intéresser à certaines propriétés physiques de ces réseaux, commençons par nous intéresser à leurs propriétés géométriques. Une première partie explicitera plus en détail la notion de continuité du modèle, notamment au travers de l'influence de la discrétisation de l'espace de conception. La seconde partie traitera des connectivités, à savoir le nombre de poutres arrivant à un même nœud pour une structure, ceci conduira à la détermination de zones particulières dans l'espace de conception. Enfin, nous nous intéresserons à l'influence du rayon sur la densité relative des structures générées et du ratio  $r/l$  sur la densité relative.

##### Continuité des topologies :

La notion de continuité entre topologies est directement associée à la description géométrique réduite des structures produites. En effet, la totalité de la géométrie est décrite au travers de 2 indices  $(x, y, z)$ , avec au moins l'un de ses indices égal à  $a/2$  et les deux autres compris entre 0 et 0,5. La conséquence directe de ces limites induit la génération d'une structure dont les poutres présentent une seule et unique longueur et un maximum de 3 angles d'inclinaisons différents par rapport à un plan  $(a, b)$  dans un repère orthonormé direct  $(a, b, c)$  (Figure 2-16). Nous parlerons d'angles d'inclinaisons par rapport au un plateau de fabrication.

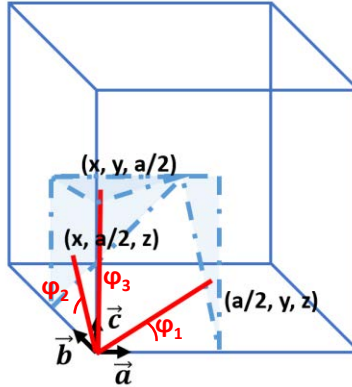


Figure 2-16 : Les trois angles d'inclinaisons par rapport au plan (a, b) des poutres en fonction des paramètres (x, y, z).

La longueur de poutre L et les trois d'angles d'inclinaisons  $\varphi_1$ ,  $\varphi_2$ ,  $\varphi_3$  sont déterminés au travers des formules :

$$L(x, y, z) = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} \quad (1.1)$$

$$\varphi_1(x, y) = \cos^{-1} \left( \frac{\sqrt{x^2 + y^2}}{L} \right) \quad (1.2)$$

$$\varphi_2(x) = \cos^{-1} \left( \frac{\sqrt{x^2 + z^2}}{L} \right) \quad (1.3)$$

$$\varphi_3(y) = \cos^{-1} \left( \frac{\sqrt{y^2 + z^2}}{L} \right) \quad (1.4)$$

Si on considère à présent l'indice z fixe égal a/2, l'espace des couples (x, y) restant peut être représenté sous forme d'une surface 2D, dont les axes principaux couvrent l'étendue des valeurs possibles pour x et y. L'emploi de couleur comme troisième dimension permet de retranscrire au sein d'une seule carte, l'ensemble des valeurs prises par une propriété pour l'ensemble des paramètres topologiques (x, y) testés. Chaque point d'une carte correspondant à une topologie spécifique. La Figure 2-17 montre les variations des longueurs de poutres et des 3 angles d'inclinaisons  $\varphi$  par rapport aux paramètres géométriques x et y. Sur chaque cartes présentées on retrouve bien la notion de continuité dans l'évolution des valeurs affichées. Il est donc toute à fait envisageable pour chaque couple (x, y) et (x + Δx, y + Δy) de trouver une infinité de topologies intermédiaires qui permettent un passage continu de (x, y) vers (x + Δx, y + Δy). Les valeurs de Δx et Δy conditionnent donc les écarts angulaires entre les topologies ; il en résulte que plus ces valeurs sont petites plus les couples de structures sont indiscernables. La continuité n'est donc pas parfaite au sens strict, mais à l'instar des méthodes numériques dépendante d'une discrétisation de l'espace des (x, y).

Les angles  $\varphi_1$ ,  $\varphi_2$ ,  $\varphi_3$  sont également des bons marqueurs de la fabricabilité des structures. Il est communément admis qu'à mesure que l'angle entre un élément et le plateau (donc le plan (a, b)) diminue, la fabrication se complique en raison du phénomène d'escalier engendré par la FA. Les angles inférieurs à  $30^\circ$  sont une limite pour les pièces en Ti6Al4V fabriquées par SLM. On remarque que très peu de couples (x, y) remplissent cette condition. Cependant, la réorientation de la CU dans l'espace permet en partie de pallier ce problème. Ces aspects seront rediscutés à la fin de ce chapitre dans la partie contrôle.

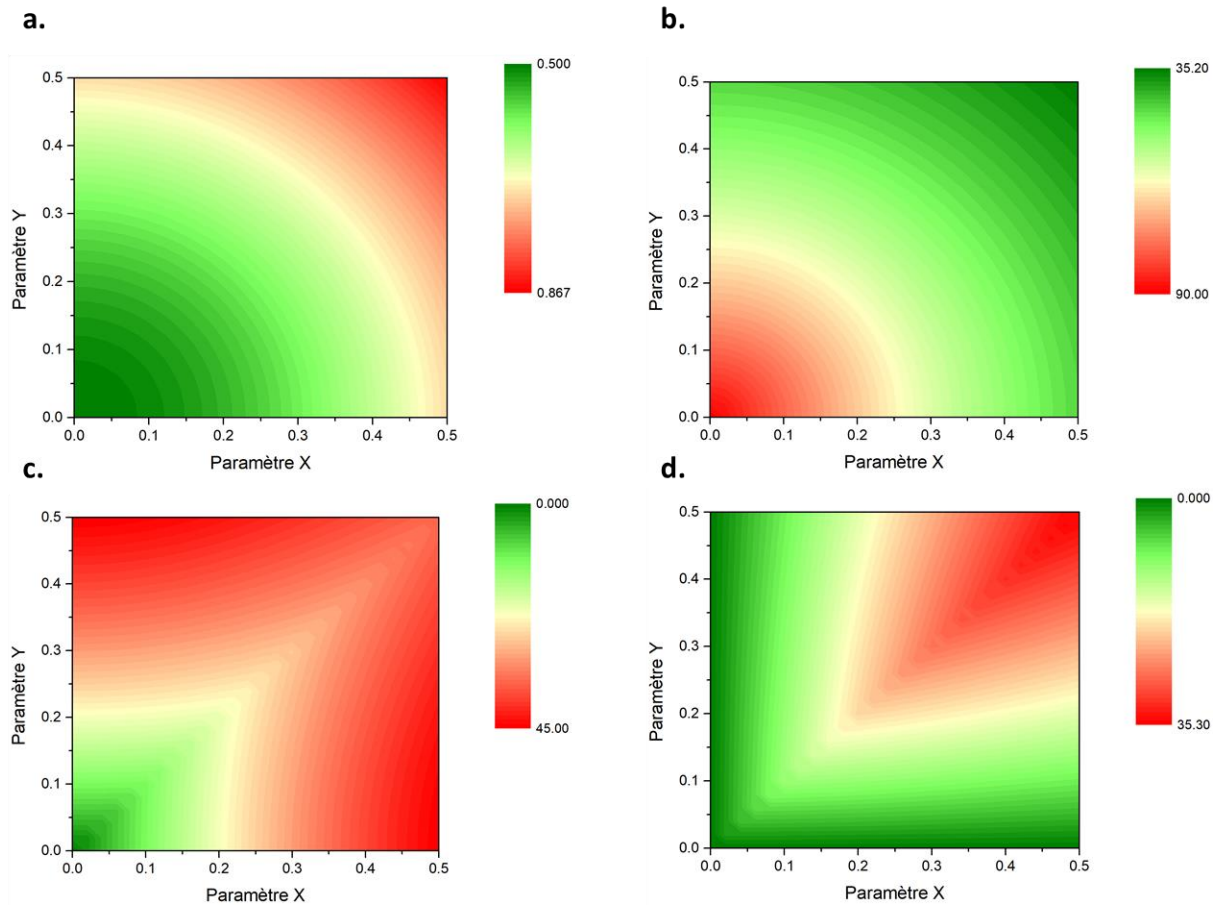


Figure 2-17 : Carte des longueurs de poutres a., et des angles d'inclinaisons  $\varphi_1$  b.,  $\varphi_2$  c. et  $\varphi_3$  d.

Le point le plus novateur associé à ce modèle est la possibilité de produire des réseaux de structures *lattices* à gradient de topologie. La possibilité de balayer l'espace des couples d'indices (x, y) permet également le pavage de l'espace en employant une multitude de structures. La variation locale de topologie est donc gouvernée par l'évolution des paramètres (x, y). Les incréments topologiques  $\Delta x$  et  $\Delta y$  ont une influence directe sur l'interface entre deux structures voisines. Les différences d'angles entre deux topologies proches peuvent directement être obtenues au travers des cartes Figure 2-17.b.c.d. Les incréments topologiques gouvernent également le nombre de cellules nécessaires pour passer d'une topologie précise à une autre. Par exemple, sur la Figure 2-18, les deux gradients sont construits en respectant les mêmes bornes

pour  $x$  et  $y$  mais avec un incrément topologique de 0,01 pour le gradient en haut à gauche contre 0,05 pour celui en bas à droite. Le nombre de cellules est certes bien plus important mais le passage d'un octet-truss (coin supérieur gauche des triangles) à une structure diagonale (coin de droite) est beaucoup plus continu dans un cas que dans l'autre.

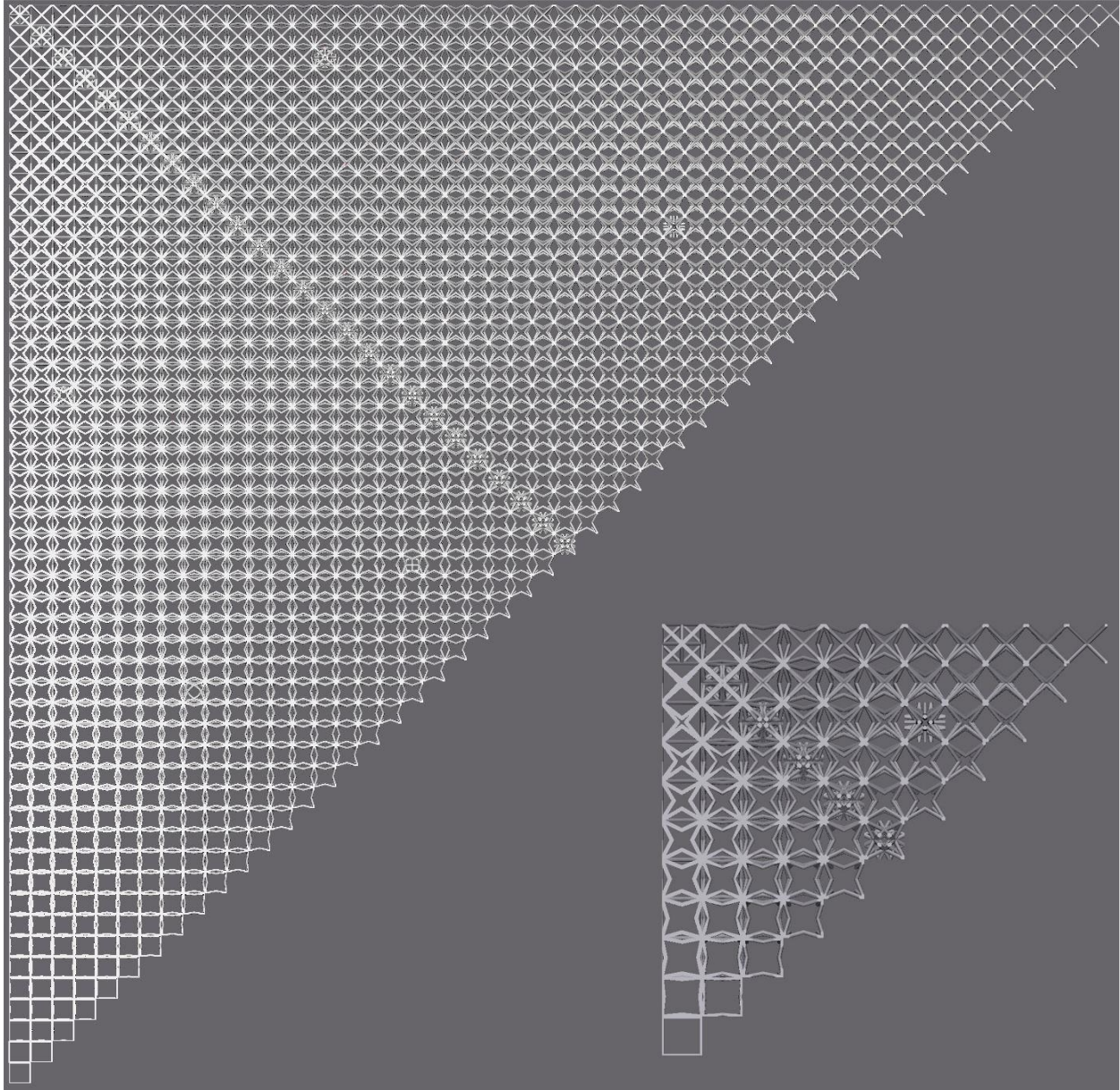


Figure 2-18: Gradients topologiques de l'espace  $(x, y)$  avec des incréments topologiques de  $\Delta x = \Delta y = 0,01$  (haut gauche) et  $\Delta x = \Delta y = 0,05$  (bas droite).

Dans notre cadre, la génération de tels gradients permet également de mettre à jour un certain nombre de cas singuliers. On peut notamment remarquer sur les gradients de la Figure 2-18, la présence de structures plus complexes, le long de la hauteur de l'hypoténuse du triangle. Prenons l'exemple du même espace discrétisé avec un pas topologique de 0,02, le nombre de cellules différentes est alors de 351 (Figure 2-19).

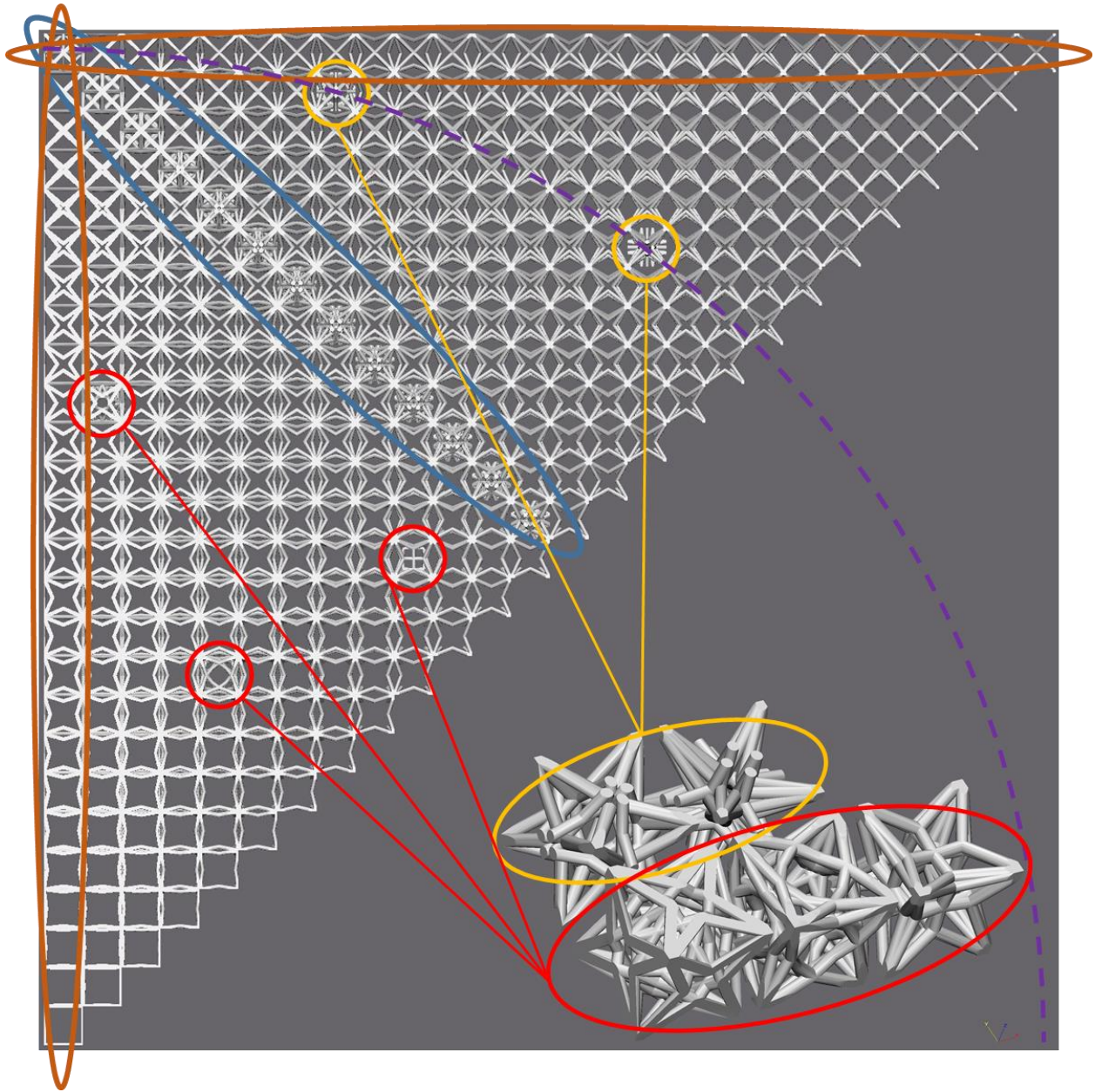


Figure 2-19 : Les différents cas particuliers de structures, en brun les faces centrées, en bleu les coordonnées dont la somme est égales à  $a/2$ , en jaune, la longueur de poutre est égale à  $\sqrt{2}/2$ , en rouge les structures dont les distances internes entre nœuds correspondent à la longueur de poutre.

Tout d'abord, pour les couples d'indices  $(x, y)$  dont une des coordonnées est égale à 0, on remarque la présence de poutres partagées en leurs milieux sur chacune des faces, éléments que l'on retrouve sur les cartes Figure 2-17.d . De même, les structures avec un de leurs indices égaux à  $a/2$  présentent sur les faces des en forme en croix (Figure 2-18 et Figure 2-19). Les zones entourées en bleu, qui représentent les coordonnées des couples d'indices correspondant à la diagonale pour laquelle  $x \neq y$ , ont des demi-poutres qui correspondent aux connexions créées avec les proches voisins. Cela signifie que la distance entre les nœuds de deux cellules voisines

est égale à celle entre deux nœuds à l'intérieur de la cellule. Les cellules entourées en rouge répondent presque à la même définition. Dans ce cadre, les nouvelles connexions sont créées à l'intérieur même de la structure et génèrent souvent des couples de poutres inter-sécantes (Figure 2-19). Enfin, les structures entourées en jaune sont caractérisées par une longueur de poutre égale à celle de la diagonale d'un carré unitaire sur deux multipliée par le paramètre  $a$  (ligne en pointillée violet sur la Figure 2-19). Ce type de configuration conduit également à la génération de connexions avec les cellules voisines. Il est à noter que seules les structures entourées en bleu et jaune sur la Figure 2-19 génèrent une franche discontinuité par rapport à leurs voisines. Dans le cadre d'un gradient topologique, ces structures sont donc soit à utiliser les unes avec les autres, soit à éviter lors de la définition du gradient.

### Etude de la connectivité :

Comme nous le verrons dans le chapitre suivant, la connectivité est un bon indicateur de la rigidité d'une structure [112]. Elle concerne le nombre de poutres qui arrivent à un même nœud. Dans la majeure partie des études, la connectivité n'est pas prise en compte car peu de CUs différentes sont étudiées. De plus, elles présentent souvent un seul type de nœud. A notre connaissance, le seul cas d'étude des connectivités sur un nombre important de CUs est attribué à Zok *et al.* [36]. Dans leurs travaux, ils proposent un calcul des connectivités basé sur une moyenne des connectivités présentes. Cependant, ils ne prennent pas en compte l'occurrence d'une valeur connectivité par rapport aux autres. Enfin, le partage de certains nœuds sur plusieurs cellules (aux sommets, arrêtes ou faces) n'est pas non plus pris en compte dans les moyennes effectuées par les auteurs. En termes de connectivités, la Figure 2-19 montre 3 cas différents :

- 1) Les CUs avec un seul type de connectivité (les CUs correspondant au réseau de Bravais PC, CC et CFC).
- 2) Des CUs possédant deux types de nœuds ayant des connectivités différentes : les nœuds aux sommets de la CU, et ceux composés par l'intersection bout à bout de deux poutres (ce sont les plus nombreuses).
- 3) Enfin les différentes zones rouges, jaunes et bleues de la Figure 2-19 présentent elles des connectivités plus complexes. On retrouve les nœuds au coin de la CU. Les intersections de poutres bout à bout qui génèrent des connectivités égales à 2. Les intersections de poutres génèrent également des nœuds de connectivités égales à 4 (zones entourées en gris sur la Figure 2-20), toutefois, nous ne considérerons pas ceux-ci comme des nœuds directs du réseau mais plutôt comme induits. Enfin, un nœud de connectivité plus élevée est composé par l'intersection de poutres bout à bout dont les nœuds sont à l'intérieur et/ou partagés avec des nœuds des CUs voisines, deux exemples sont données en Figure 2-20, la visualisation du nœud est simplifiée par

des flèches qui indiquent les directions prises par les poutres. Ces nœuds dérivent des conditions géométriques particulières décrites dans la partie précédente.

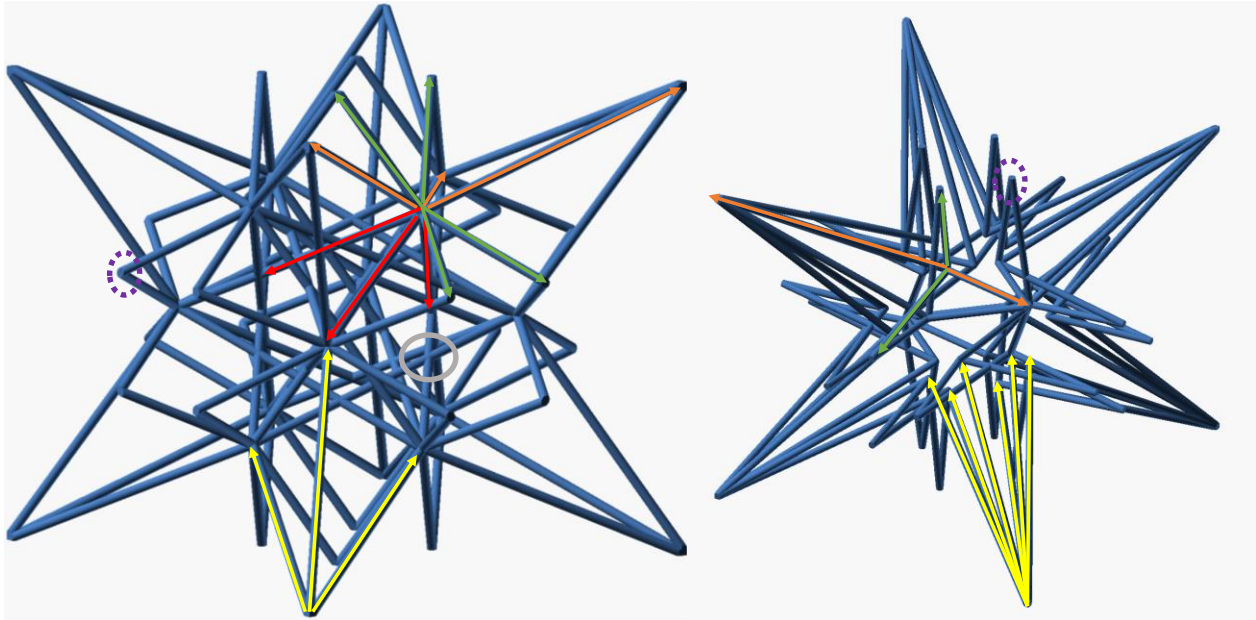


Figure 2-20 : Les trois types de connectivités de l'iso-truss (gauche) et de la structure (0.3, 0.4) de la famille des Hexastructure faiblement connecté (droite), les flèches jaunes indiquent un huitième de la connectivités au nœud, les zones entourées en violets montrent les connectivités partagées sur les faces, et les nœuds internes ( $Z_2$ ) avec les poutres fléchées en vert en direction des faces, en orange en direction des sommets et rouge vers d'autres nœuds de la structure. Les zones entourées en gris montrent des exemples de connectivités non prise en compte dans le calcul global.

Appelons  $Z_1$ , les nœuds aux sommets de la CU ;  $Z_1$  peut prendre 5 valeurs, 6 pour la structure (0, 0), 12 pour la structure (0, 0.5), 8 pour la structure (0.5, 0.5) et 24 ou 48 pour toutes les autres structures. De plus, ce nœud est dans toutes les structures répertoriées 8 fois (à chaque coin) comptant chacune pour un huitième du nœud. Seules les trois topologies avec  $Z_1 < 24$  présentent un seul type de nœud, nous les appellerons les topologies à connectivité « similairement située » à l'instar de [112]. Considérons  $Z_2$  comme un second type de nœud. Pour les structures où  $x = 0$  (avec  $y \in ]0, 0,5[$ ), les structures partagent toutes 4 nœuds par face avec leurs voisines. Il s'agit de connexions de poutres bout à bout donc, d'une connectivité égale à 2 que l'on retrouve 24 fois (4 par face) comptant toute pour  $\frac{1}{2}$ . Enfin,  $Z_3$  concernera les nœuds créés sur les faces (issus des connexions avec les nœuds des CUs voisines) et ne sera retrouvé que dans quelque cas particuliers, comme ceux décrits Figure 2-20.

L'analyse systématique des connectivités conduit à la détermination de différents groupes de structures. Le tableau 2-4 résume les différents types de structures en fonction de leurs topologies respectives. L'octet-truss (d'indice (0, 0.5)) est la structure qui présente la plus grande connectivité. Mise à part la structure diagonale, toutes les valeurs de  $Z_1$  sont des multiples de 6 ce qui explique la particule hexa dans les dénominations du tableau 2-4.



Table 2-4 : Les différents types de structures déterminées en fonction de leurs connectivités, les noms de zones se rapportent à la Figure 2-21

Nom de zone	Description	Paramètre	$Z_1$	$Z_2$	$Z_3$	$\bar{Z}$
A	Similairement situées	$(0, 0), (0, 0.5), (0.5, 0.5)$	6 / 12 / 8	-	-	6 / 12 / 8
B	Faces centrées	$(0, y)$ (avec $y \in ]0, 0.5[$ )	24	-	2	$\approx 3,69$
C	En formes de croix	$(0.5, y)$ (avec $y \in ]0, 0.5[$ )	24	4	-	$\approx 6,86$
D	Mono-V Hexastructures	$(x, y)$ (avec $x = y$ )	24	2	-	$\approx 3,69$
E	Hexastructures fortement connectées	$(x, y)$ (avec $x + y = 1/2$ )	48	10	8	$\approx 10,56$
F	Double-V Hexastructures	$(x, y)$	48	2		$\approx 3,84$
G	Hexastructures faiblement connectées	avec $L = \frac{\sqrt{2}}{2}$	48	4	4	$\approx 5,76$
	Iso-truss	$(0.25, 0.25)$	24	10	4	$\approx 7,68$
	Cas particuliers	$(0.02, 0.32), (0.08, 0.18), (0.18, 0.24)$	48	3	-	$\approx 4,8$

La Figure 2-21.a nous montre la carte des connectivités pour un incrément topologique de 0,02. On y voit apparaître les discontinuités des zones C, D, E et G. De plus, on remarque les discontinuités induites par les cas particuliers (dont les coordonnées sont données tableau 2-4). Si à présent on produit la même carte pour un incrément topologique de 0,02, on retrouve une carte similaire sur laquelle les cas particuliers n'apparaissent plus et où l'iso-truss est au centre de la carte (voir référence [113]). Cette comparaison souligne bien l'importance de la valeur de l'incrément topologique sur les structures obtenues lorsque l'on considère l'espace des couples  $(x, y)$  comme représentatif d'une propriété.

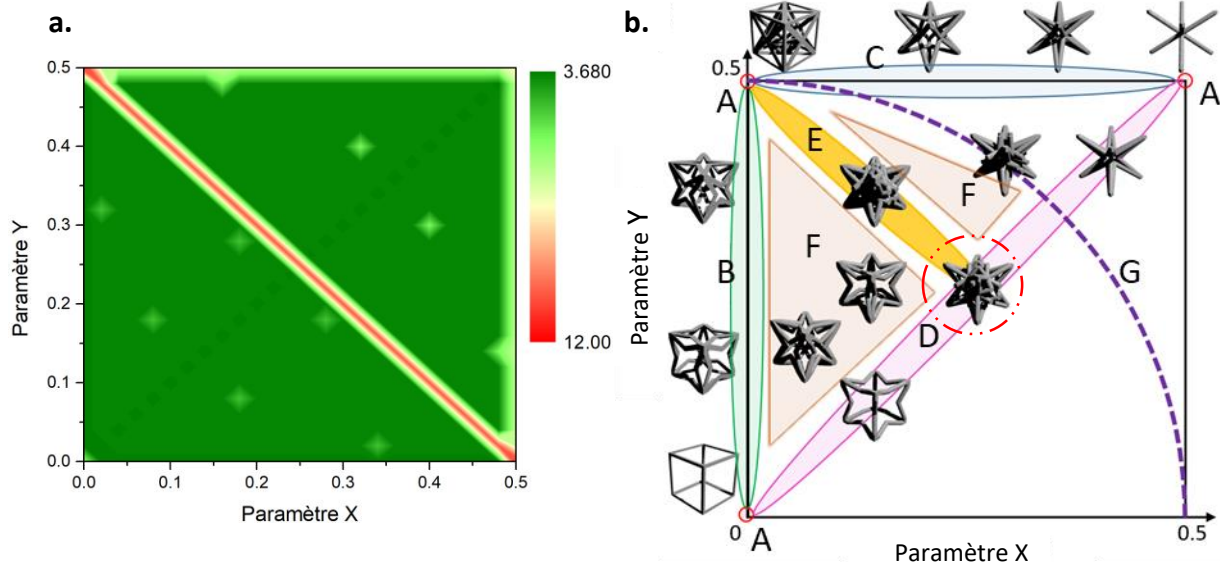


Figure 2-21 : La carte des connectivités du réseaux cubique a.; les différentes zones à topologies caractéristiques, les significations des lettres font références à la Table 2-4 b.

### Influence des paramètres géométriques sur la densité relative :

La densité relative caractérise pour un matériau poreux la fraction volumique de structure par rapport à celle de la maille, suivant la formule :

$$\rho^* = V_{Lattice} / V_{CU} \quad (1.5)$$

Avec  $V_{Lattice}$  le volume de la structure *lattice* et  $V_{CU}$  le volume de la CU (ici du cube). Cette partie vise à étudier la variation de la densité relative sur l'espace des  $(x, y, r)$ . La façon de générer nos structures, conduit à une longueur de poutre unique au sein d'une même structure. Ainsi, pour un ratio rayon/a donné, il existe des différences de densité relative d'une structure à l'autre (Figure 2-22).

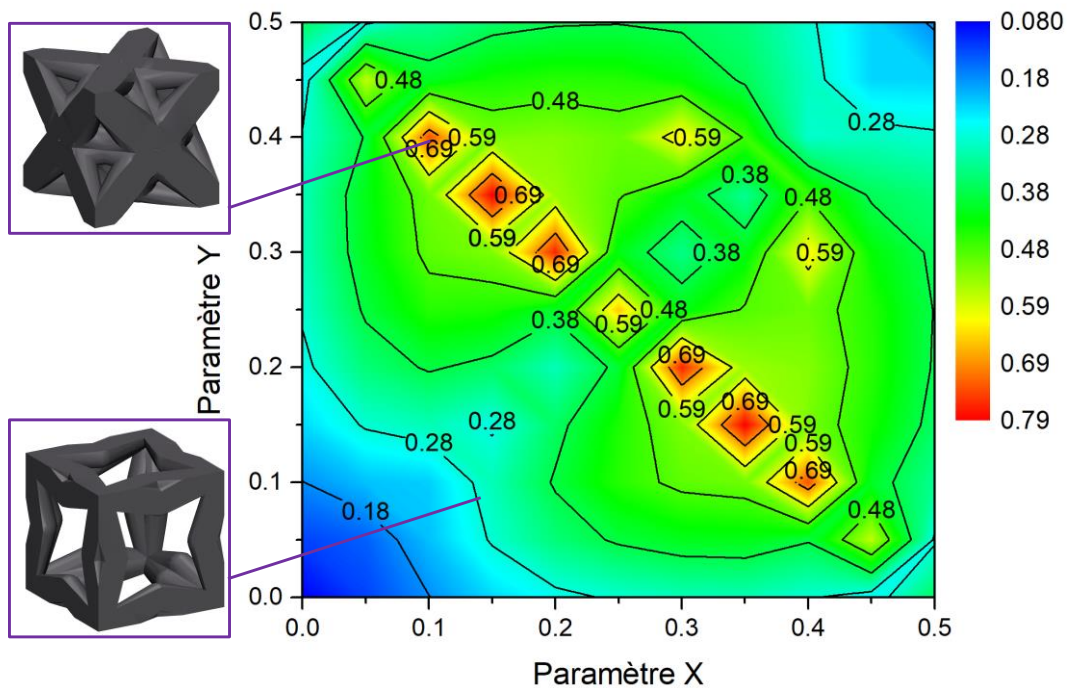


Figure 2-22 : Carte des densités relatives pour un rayon de 0,1

Il est donc nécessaire de décrire l'évolution de  $\rho^*$  en fonction du rayon. La longueur de poutre qui est dans notre cadre gouvernée par le couple  $(x, y)$  influe également sur la densité relative. Cependant, en considérant le rayon comme proportionnel à la longueur  $a$ , il est possible d'étudier l'influence du ratio rayon/ $a$  sur la densité relative. Ainsi, quelle que soit la valeur de  $a$ , les tendances obtenues sont de mêmes types. Ceci n'est néanmoins valable que pour le réseau cubique de par la triple périodicité de son motif.

L'emploi d'une formulation mathématique comme celle proposée dans les modèles de type Gibson-Ashby [17] est compliquée à mettre en œuvre dans le cadre de cette étude. Nous ne décrivons donc pas de façon géométrique cette évolution. La principale difficulté est due aux intersections de poutres (Figure 2-22) qui rendent le calcul analytique de  $\rho^*$  extrêmement

complexe. Toutefois, nous proposons de décrire ici l'influence du rayon sur la densité relative de façon phénoménologique.

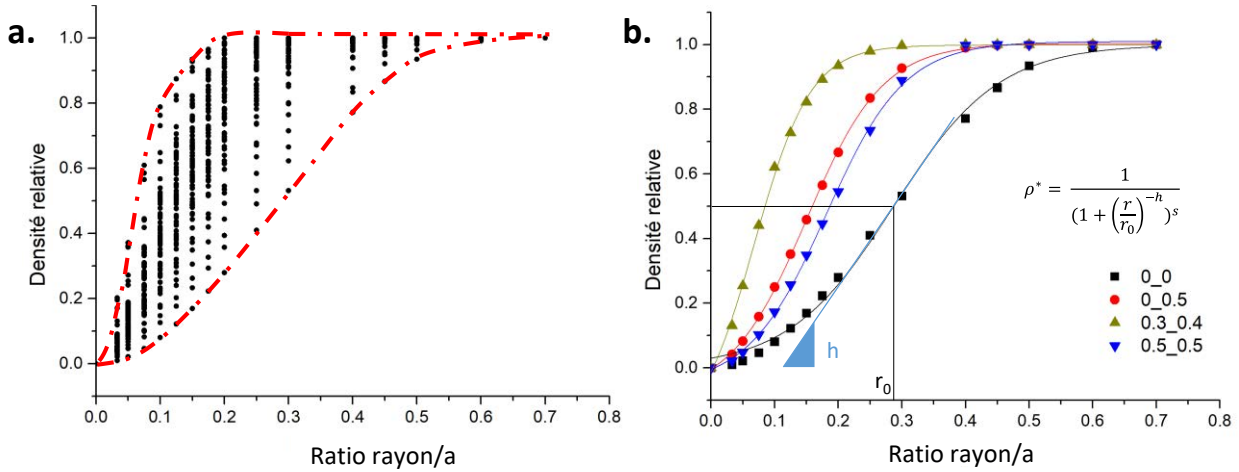


Figure 2-23 Les densités relatives de 66 structures pour différentes valeurs du ratio rayon sur paramètre de maille et leurs bornes supérieures et inférieures (ligne en pointillé rouge) a., 4 exemples de fit par une loi croissances.

La Figure 2-23.a montre l'ensemble des valeurs prises par  $\rho^*$  pour 66 topologies différentes ( $\Delta x = \Delta y = 0,05$  avec  $a = 1$ ) ; une nette tendance de type croissance sigmoïdale se dégage. Elle permet également de déterminer des bornes inférieures et supérieures des variations de densités (ligne en pointillé rouge sur la Figure 2-23.b). Cette tendance peut être décrite par la fonction suivante :

$$\rho^*(r) = \frac{1}{(1 + (\frac{r}{r_0})^{-h})^s} \quad (1.6)$$

Avec  $h$  la pente de la courbe et  $r_0$  la valeur du rayon pour laquelle la densité relative est égale à 0,5 ( $R^2 > 0,997$ ). Cette formule est valide pour  $a = 1$ , dans le cas où  $a \neq 1$ ,  $r$  et  $r_0$  doivent être remplacés par  $r/a$  et  $r_0/a$ .

La pente  $h$  est un bon indicateur de l'influence du rayon sur  $\rho^*$ . En effet, plus la pente est importante, plus une variation faible du rayon entrainera une grande variation de la densité relative. La valeur de  $r_0$  est un indicateur des limites de fabricabilité de la structure. En effet, chaque technologie est associée à une résolution minimale donc à un rayon minimal de poutre.  $r_0$  correspond au ratio rayon/a obtenue pour à une densité relative de 50% : si cette valeur est faible et tend vers le rayon critique de résolution de la machine, alors un panel important de densités devient inaccessible à la fabrication. A l'inverse si  $r_0$  est grand, ce n'est que la queue de la sigmoïde correspondant à des densités très faibles qui est non-fabricable, et un large éventail de densités reste accessible. Enfin, la valeur de  $r_0$  affecte la rapidité de variation de  $\rho^*$  avec  $r$ , on peut donc s'attendre à ce que plus la pente  $h$  est importante, plus la valeur de  $r_0$  est faible.

La Figure 2-24 montre l'évolution des paramètres  $h$  et  $r_0$  dans l'espace des  $(x, y)$ . Premièrement et comme attendu, on remarque que les deux paramètres sont antagonistes : la maximisation de

l'un entraîne forcément la minimisation du second et inversement. La zone E de la Figure 2-21.b présente les valeurs de pentes les plus importantes, directement associées à un nombre de poutres plus importants pour ces structures. A contrario, les zones de connectivité plus faible B, D et F (Figure 2-21.b) présentent principalement les plus faibles pentes mais possèdent des valeurs de  $r_0$  plus variables (notamment sur la zone D de la Figure 2-20.b). Il semblerait donc que plus la connectivité d'une topologie est importante plus l'influence du ratio rayon/a sur la densité est forte.

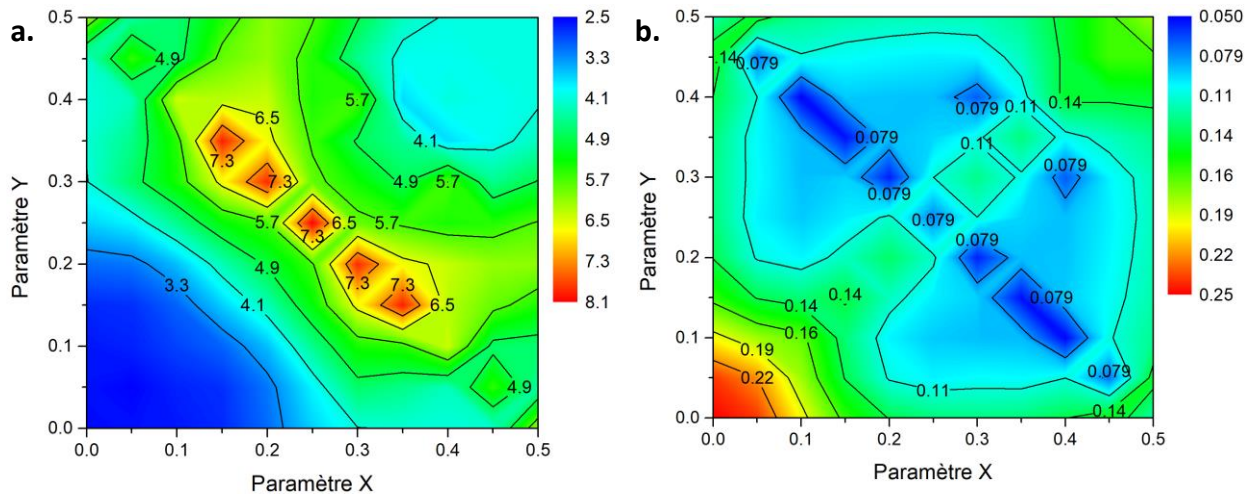


Figure 2-24 : Carte des valeurs de  $h$  .a. et  $x_0$  b. pour l'espace  $(x, y)$  avec  $\Delta x = \Delta y = 0,05$ .

### 2.2.3.3. Applications au cas de réseau hexagonal

Le réseau cubique a été abondamment étudié, et il possède à lui seul des symétries d'ordre 2, 3 et 4. L'application aux autres groupes ponctuels cristallins peut donc être vue comme une généralisation du cas particulier correspondant au réseau cubique. Cependant la définition de l'espace de connexion par analogie au réseau de Bravais n'est pas toujours évidente et relève d'un intérêt limité dans le cadre de cette thèse. De sorte à ne pas délaissier la symétrie d'ordre 6, cette partie vise à donner quelques éléments sur le groupe hexagonal.

Seul un réseau de Bravais est possible dans le groupe hexagonal, il est caractérisé par une pseudo-maille rhomboédrique dont le motif est composé d'un atome au sommet du rhomboèdre. Un second point est positionné au barycentre du triangle formé par la projection du premier point et de ces deux plus proches voisins à la base du rhomboèdre sur le plan médian. On parle de pseudo-maille car la maille telle que décrite Figure 2-25 ne permet pas un pavage de l'espace uniquement par translation.

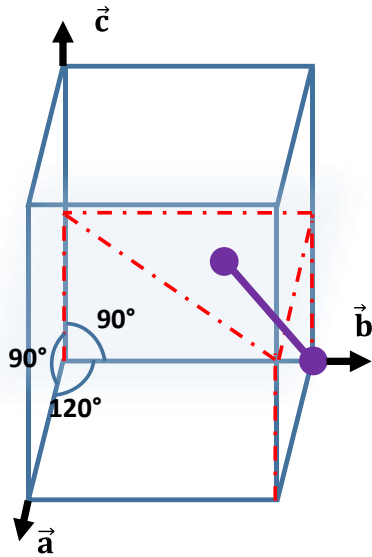


Figure 2-25 : Une pseudo-maille hexagonale et son motif (en violet).

Dans un repère non orthonormé de vecteurs de bases orientés comme sur la Figure 2-25, l'espace de conception est plus complexe à définir que pour le réseau cubique. En essayant de conserver, une longueur de poutre unique et des connexions entre nœuds créées analogiquement à la Figure 2-14.b, l'espace de conception peut être réduit à un triangle dont deux des côtés sont colinéaires aux vecteurs  $\vec{a}$  et  $\vec{b}$  (Figure 2-25). Le motif initial est composé de deux points : le premier est fixe à  $(a, 0, 0)$  tandis que le second est variable d'indice  $(x, y, c/2)$ . Le maintien d'une longueur de poutre unique est plus compliqué dans le cas du réseau hexagonal. En théorie, l'unicité de la longueur de poutre n'est assurée que dans une condition, lorsque le rapport  $c/a = \sqrt{2/3}$ . Dans notre modèle, cette condition est remplie lorsque le second point a pour coordonnées  $(2a/3, b/3, c/2)$  avec  $a = b = 1$  et  $c = \sqrt{2/3}$ . Cette position est à l'origine de trois connexions avec le demi-plan inférieur et trois autres avec le demi-plan supérieur (il s'agit d'ailleurs de la topologie correspondant au réseau de Bravais hexagonal compact). Toutes les valeurs  $(x, y, c/2)$  différentes de  $(2a/3, b/3, c/2)$  conduisent à la génération de structures dont les longueurs de poutres sont multiples. Pour « forcer » l'obtention d'une longueur de poutre unique, on utilise le second point au travers de ses coordonnées  $(x, y)$  et on recalcule sa troisième coordonnée de sorte que la longueur de poutre soit égale à un. La valeur de  $c$  en fonction des indices  $(x, y)$  est donnée par la relation :

$$c(x, y) = 2 \times \sqrt{1 - x^2 - y^2} \quad (1.7)$$

Cette relation peut être aisément retrouvée à l'aide du théorème de Pythagore. Les variations de  $x$  et  $y$  sont comprises entre 0 et 1 avec  $y$  inférieur ou égal à  $x$ . D'un plan de base à un plan médian, il en résulte pour chaque couple  $(x, y)$  la génération de un à trois nœuds (« issu de chaque coin du triangle ») qui en fonction de conditions géométriques précises forment un nombre plus ou moins important de connexions inter-planaires.

En termes d'angles d'inclinaisons, on retrouve sur chaque topologie une série de plans parallèles à la base du prisme hexagonal. Quel que soit le couple  $(x, y)$ , les poutres connectant les plans parallèles possèdent une inclinaison unique par rapport à un plateau de fabrication, nous les appellerons une nouvelle fois  $\varphi$ . Cet angle est donné par la relation :

$$\varphi(x, y) = \cos^{-1} \left( \frac{x^2 + y^2}{\sqrt{x^2 + y^2} \cdot \sqrt{x^2 + y^2 + (c/2)^2}} \right) \quad (1.8)$$

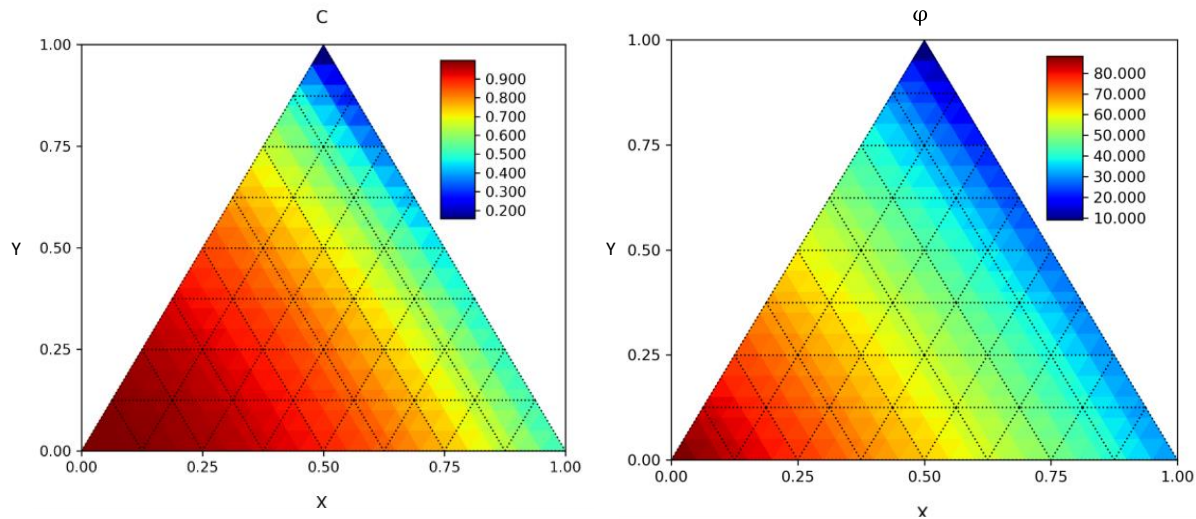


Figure 2-26 : Carte des paramètres  $c$  a.; et la carte des angles  $\varphi$  b. pour l'espace des  $(x, y)$  dans le réseau hexagonal.

Comme pressenti, les paramètres  $c$  et les angles  $\varphi$  évoluent de façon continue dans l'espace de design des  $(x, y)$  du réseau hexagonal. On note cependant une singularité concernant les coordonnées en  $(1, 0, c/2)$ . Celle-ci correspond à une inclinaison des poutres entre les plans de base de l'hexagone prismatique et les poutres qui les connectent égale à  $0^\circ$ . Cette orientation implique une distance entre plan nulle (paramètre  $c$ ). La topologie résultante est un profil hexagonal sur un plan. Sa version « 3D » correspondrait donc à une structure prismatique en nid d'abeille avec des parois d'une épaisseur égale à deux fois le rayon.

Les connectivités sont plus complexes à déterminer notamment en raison de la forte densité de poutres sur le plan médian (Figure 2-27.d-e). Toutefois autour de certains cas particuliers, il est possible de donner quelques éléments de réponses. Les structures « hexagonale primitive » (HP) et « hexagonale compacte » (HC) sont les seules topologies à posséder un seul type de nœuds. Elles sont respectivement obtenues avec les nœuds  $(0, 0, c/2)$  et  $(2a/3, b/3, c/2)$ , leurs connectivités sont de 8 et 12. L'ensemble des nœuds dont l'indice  $x = 0$  ou l'indice  $y = 1$ , forment la famille des Hexagonaux à faces connectées, pour lesquelles des connexions sont partagées avec les cellules voisines sur chaque face rectangulaire du prisme hexagonal. La structure « Hexagonale

à Face Centrée » (HFC) est un cas particulier de cette famille pour laquelle les poutres se rejoignent aux centres des faces rectangulaires (Figure 2-27.c).

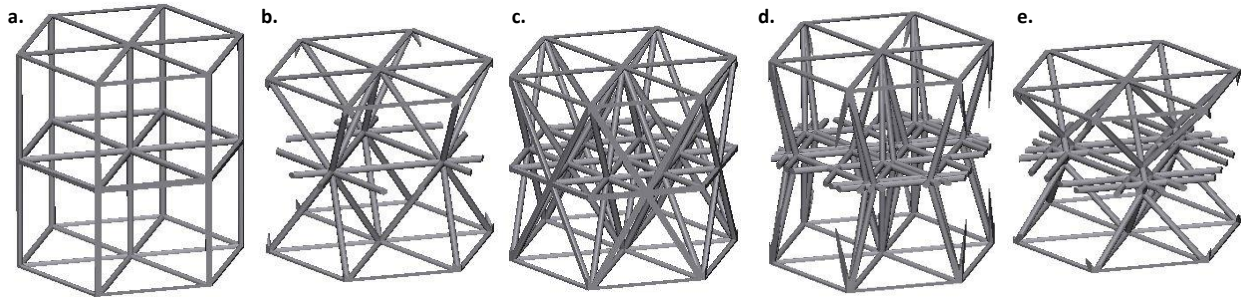


Figure 2-27 : Topologies : « Hexagonale Primitive » (HP) a.; « Hexagonale Compacte » (HC) b.; « Hexagonale Face Centrée » (HFC) c.;  $x = 0,3$   $y = 0,1$  d.;  $x = 0,8$   $y = 0,4$  e.

On peut donc identifier pour cette famille de structures 2 types de connectivités, une première au centre de chaque face et au sommet de l'hexagone d'une connectivité de 18 et une seconde sur les faces égale à 4 (égale à 8 pour l'HC). Une autre famille particulière sur le réseau hexagonal est la famille de structure de type  $(x, y = x/2, c/2)$ , leurs nœuds se situent tous sur la hauteur passant par l'origine du triangle désignant l'espace de conception. Par conséquent la connectivité des nœuds au sommet de la maille est de 12, et la structure HC est un cas particulier de cette famille. Enfin l'ensemble des nœuds ne répondant à aucune des conditions précédemment citée amènent à la génération de structures dont la connectivité aux sommets de la maille est de 18.

A l'instar du réseau cubique, le réseau hexagonal présente également une évolution de la densité relative en fonction du rayon de type croissance sigmoïdale (Figure 2-28). L'emploi de la même relation que précédemment montre des corrélations quasiment aussi bonnes que pour le réseau cubique ( $R^2 > 0,990$ ), cependant elle n'est ici valable que pour une longueur de poutre de 1. On peut supposer une tendance similaire pour d'autres valeurs de longueur de poutre avec des paramètres différents pour  $h$  et  $r_0$ .

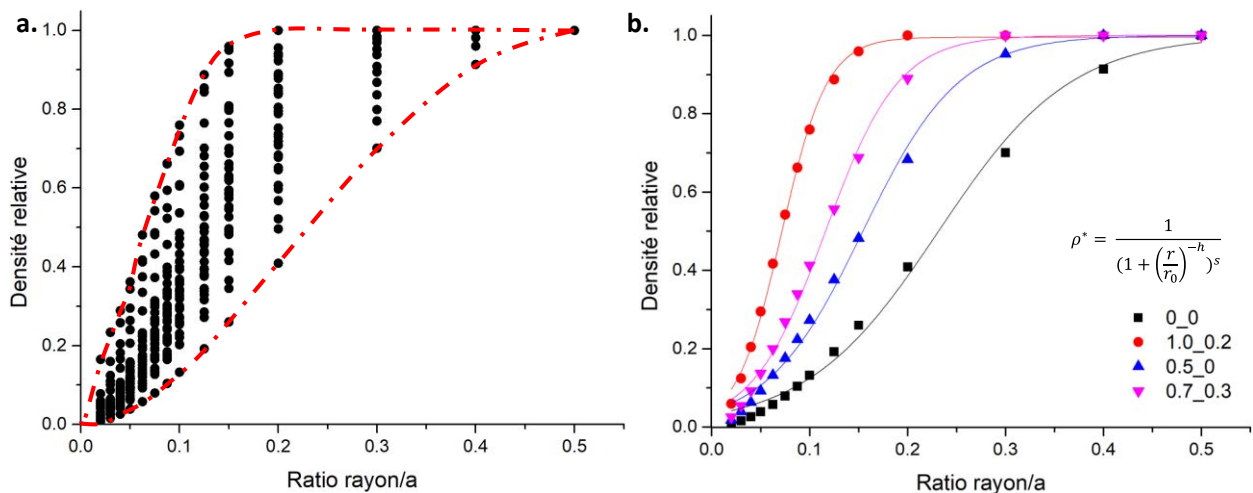


Figure 2-28 : L'ensemble des densités relatives mesurées dans le réseau hexagonal a., fit par des lois croissances sigmoïdales des courbes limites (rouge et noir) et de deux courbes intermédiaires (rose et bleu) b. en fonction de  $r/a$  avec  $a = 1$ .

Les gammes de variations proposées par les structures du réseau cubique (Figure 2-23) et celles du réseau hexagonal (Figure 2-28) sont relativement analogues. Néanmoins la comparaison directe d'un réseau à l'autre est difficilement possible car le volume des CUs dans le réseau hexagonal n'est pas constant. Ainsi, dans le réseau cubique, le volume de la CU est toujours égal à  $a^3$  tandis que dans le réseau hexagonal il vaut  $\left(\frac{3\sqrt{3}}{2}\right) \cdot a^2 \cdot c$  avec  $c$  fonction du couple d'indice  $(x, y)$ . Toutefois, la loi phénoménologique employée est un moyen robuste de comparer deux structures d'un même réseau. Les cartes des pentes  $h$  et des valeurs  $r_0$  sont données en Figure 2-29. On retrouve le caractère antagoniste des variations de la pente  $h$  par rapport à celle de la valeur de  $r_0$ . On observe également que la présence des maxima pour les pentes (ou des minima pour  $x_0$ ) coïncide avec les valeurs de  $c$  les plus faibles ou les valeurs d'angles d'inclinaisons de poutres les plus faibles par rapport au plan  $(a, b)$ . Les valeurs intermédiaires observées sur la hauteur du triangle au point  $(0, 0)$  sont directement corrélées à une connectivité plus faible que les structures voisines (principalement les nœuds aux sommets de l'hexagone prismatique).

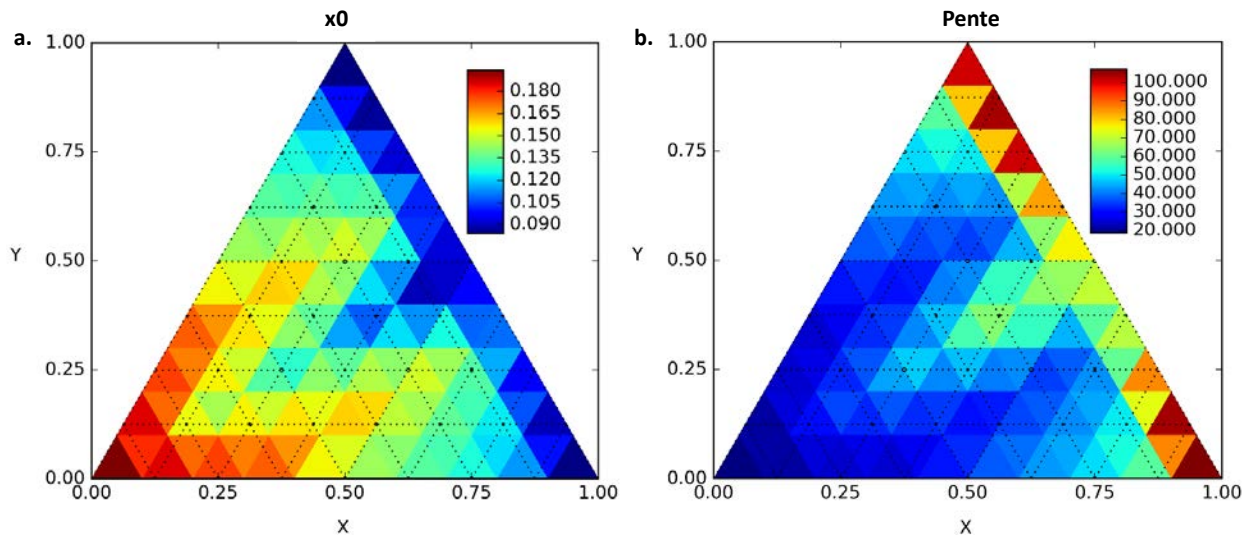


Figure 2-29 : Cartes des valeurs de  $r_0$  a. et des pentes  $h$  b. pour les structures du réseau hexagonal avec  $L = 1$ .

Contrairement au réseau cubique, le réseau hexagonal ne semble pas faire apparaître de connexions entre les nœuds et la structure et/ou partagées avec les cellules voisines. Ces éléments laissent suggérer que ces singularités sont intimement liées à la triple périodicité du réseau cubique. De plus, la génération de gradient topologique est également plus complexe. La dépendance de  $c$  par rapport au couple  $(x, y)$  induit une variation non triviale des dimensions des CUs employées. La génération d'un gradient topologique n'est donc possible que si les hauteurs de CUs sont uniformisées, ceci se fait donc au détriment de l'unicité de la longueur de poutre.



#### 2.2.4. Discussion générale

Dans cette partie un modèle de génération de structures architecturées périodiques est proposé. Celui-ci se base sur l'emploi d'un groupe de symétrie associé à une maille élémentaire. La décoration de la maille par l'intermédiaire d'une première connexion et de deux nœuds permet la génération d'un réseau de points et de connexions possédant une longueur de poutre unique. L'espace de design associé à la maille regroupe l'ensemble des positions admises par les points initiaux. De plus, des règles de positionnement des points initiaux inspirées de la cristallographie, permettent d'obtenir une *lattice* continue dont l'espace de conception peut être réduit par symétrie. Ce modèle permet la génération d'un nombre infini de topologies périodiques différentes. Le principal avantage de la méthode est que la description topologique dans un système de symétrie donné est uniquement gouvernée par un set d'indices  $(x, y, z)$ . La description de la densité est obtenue au travers du rayon des poutres, il en résulte un espace 4D  $(x, y, z, r)$ . La variation continue de  $r$  ouvre la voie à la possibilité de générer des gradients densités.

L'application de ce modèle aux réseaux cristallins cubiques et hexagonaux atteste de sa robustesse. Il en résulte que la continuité d'une topologie sur l'autre est principalement pilotée par la notion d'incrément topologique. En conséquence, plus un incrément topologique est faible, plus les deux topologies obtenues sont indiscernables. Cette notion permet d'envisager la génération de gradient topologique. De plus, le réseau cubique a fait apparaître différentes topologies présentant de franches discontinuités par rapport à leurs proches voisines. Ces discontinuités sont attribuées aux connexions créées entre les nœuds d'une structure et/ou avec les CUs voisines ; il s'agit de conditions géométriques particulières. Il semblerait que ces structures soient en partie présentes grâce à la triple périodicité du réseau cubique. Un calcul de connectivité pondéré est ensuite employé pour distinguer les différents types de structures présentes pour les réseaux cubiques. Il apparaît que pour des conditions géométriques spécifiques, on obtient une topologie tout aussi spécifique. L'étude de l'influence du rayon sur la densité relative a fait apparaître une nette tendance de type croissance sigmoïdale. Un modèle phénoménologique a été mis en place dont les paramètres sont les marqueurs de l'influence du rayon sur l'évolution de la densité relative.

Il est cependant à noter que la présence de topologies disruptives doit être prise en compte dans la génération d'un gradient topologique. Deux stratégies sont envisageables : contourner ces topologies spécifiques ou concevoir des structures « tampons » dont les topologies permettent une transition « douce » d'une topologie à l'autre. Le réseau hexagonal a également pu mettre à jour une seconde limite. Lorsque les règles de positionnement des points initiaux conduisent à une altération des dimensions initiales de la CUs, le gradient topologique se doit d'être fait au détriment de la longueur de poutre. Le réseau cubique, de par sa triple périodicité est donc particulièrement adapté à ces gradients. Le design numérique proposé ici ne prend pas en compte

les contraintes de fabrication communément admises sur les angles productibles par les technologies de FA. Enfin, un point qui n'a pas été mentionné jusqu'ici, l'emploi d'un fichier STL est un fort avantage pour le passage vers la fabrication. Toutefois, pour des topologies complexes ou des réseaux importants les fichiers générés peuvent devenir volumineux et complexes à manipuler.

## 2.3. Génération de réseau quasi-périodique introduction de la symétrie quinaire.

### 2.3.1. Méthodes et logiciels

L'ensemble du réseau de nœuds et de connexions entre ces nœuds a été déterminé au moyen d'un code d'assemblage programmé en langage Python (version 2.7.12). Son bon fonctionnement nécessite l'installation des modules math, numpy, os, matplotlib. Le code est conçu pour fonctionner sur un ordinateur Linux mais aucun élément n'empêche son emploi sur un autre type de système d'exploitation. La génération de la section autour des connexions est réalisée au travers du logiciel Blender. Les rendus visuels et la détermination des densités relatives de cette partie sont principalement obtenus avec Materialize 3-Matic.

### 2.3.2. Retour sur la méthode de génération de Madison

#### 2.3.2.1. Le groupe ponctuel icosaédrique

Le groupe ponctuel icosaédrique est composé de 120 isométries, elles-mêmes décomposées en 60 rotations et 60 isométries négatives, les rotations sont les suivantes :

- L'application de l'identité
- 24 axes 5 (passant par deux sommets opposés d'un icosaèdre, 12 axes différents pour 2 angles par axes)
- 20 axes 3 (passant par le centre de deux faces opposées d'un icosaèdre)
- 15 axes 2 (passant par le centre des arêtes d'un icosaèdre)

Les isométries négatives sont les suivantes :

- Le centre d'inversion
- 24 axes  $\bar{5}$  (issue des axes d'ordre 5)
- 20 axes  $\bar{3}$
- 15 miroirs

Le groupe icosaédrique n'étant pas cristallin au sens strict (bien que quasi-cristallin), la répétition par opération de translation d'un motif élémentaire n'est pas possible. La notion d'espace de conception et notamment sa réduction au travers des éléments de symétrie n'est donc pas envisageable. En effet, la génération d'un réseau possédant le système de symétrie décrit ci-dessus nécessite l'emploi de plusieurs cellules unitaires. De plus, la quasicristallinité étant plus complexe, le paramétrage de la topologie ne sera pas développé dans cette partie. Nous nous contenterons de générer trois réseaux singuliers présentant tous une symétrie icosaédrique puis nous nous intéresserons à leurs propriétés géométriques.

Précédemment, nous avons vu que deux stratégies prédominent pour la réalisation de réseau 3D : l'emploi d'hyper-espace ou l'utilisation du principe de subdivision. L'objectif de l'étude de ces réseaux est de montrer s'il existe ou non un « gap » entre les propriétés d'un réseau périodique et celles d'un réseau quasi-périodique. A l'instar de Madison [76], nous sommes également convaincus qu'il est toujours préférable d'employer une méthode en 3D pour décrire un objet à 3 dimensions. Nous emploierons donc la seconde stratégie pour la génération de nos réseaux. Au travers de la mécanique les potentielles différences de propriétés seront étudiées dans le troisième chapitre.

### 2.3.2.2. La procédure de subdivision de Madison

Levine *et al.* [114] proposent peu de temps après la découverte des quasicristaux un set de 4 CUs permettant un pavage complet de l'espace et présentant une symétrie icosaédrique. Ces CUs sont les suivantes : un rhomboèdre rhombique, un dodécaèdre rhombique, un icosaèdre rhombique et un triacontaèdre rhombique. Ces CUs possèdent un même type de face en losange d'or (à savoir un losange dont le rapport des longueurs de diagonales est proportionnel au nombre d'or).

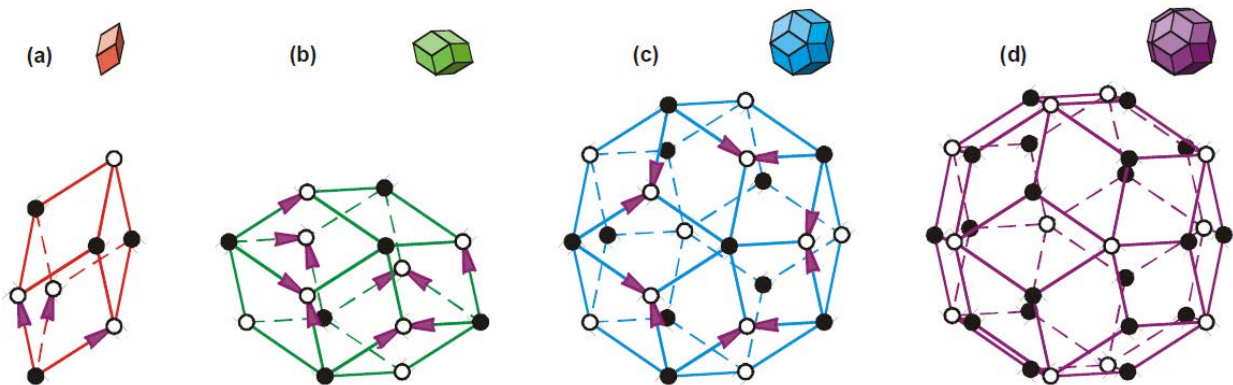


Figure 2-30 : Les 4 CUs d'un pavage icosaédrique et leurs règles de coordinances issues de la procédure de Madison [76].

Madison propose les mêmes CUs que Levine et des règles de coordinances similaires (ou règles d'assemblages) (bien que Levine les fixe sur les faces des polyèdres tandis que Madison les impose sur les arêtes et sommets (Figure 2-30)). La différence majeure entre les procédures proposées dans ces deux travaux est liée aux règles « d'inflation/déflation ». Couramment et à l'instar de la méthode de Penrose [60] ou celle employée par Levine [114], on procède à une « déflation » des CUs (décoration) du réseau puis une « inflation » au travers d'une opération homothétique. Cette procédure conduit Levine à la génération de 9 nouveaux polyèdres dont seul le rhomboèdre d'or est une des CUs précédemment utilisées. De plus, l'appel à une dimension supérieure pour obtenir les CUs de la génération suivante est de plus en plus fastidieuse à mesure que l'ordre « d'inflation » augmente. Ce qui limite fortement l'emploi du principe de subdivision pour la génération d'un réseau icosaédrique.

Partant de ce constat, et persuadé qu'une procédure 3D est toujours plus intuitive que l'appel à des hyperspaces pour générer un réseau 3D, Madison propose une approche légèrement différente basée sur une « inflation » puis une « déflation ». Premièrement « l'inflation » consiste en une homothétie des CUs Figure 2-30 de sorte que le volume soit « inflaté » par un ratio de  $\phi^3$  (avec  $\phi$  le nombre d'or). Puis on décore ces CUs en utilisant uniquement les 4 CUs de l'échelle initiale en employant les règles d'assemblages. L'idée principale étant que l'ensemble du volume doit être rempli en respectant les règles d'assemblage, sans intersections de polyèdres. Les polyèdres sont assemblés couche par couche jusqu'à recouvrir l'intégralité des arêtes de la CU « inflatée ». Les polyèdres qui dépassent de la CU « inflatée » se doivent de partager une même partie de leurs volumes avec les CUs voisines, ce qui force naturellement au respect des règles de coordinances. Plus de détails concernant la décoration des CUs sont donnés en référence [76].

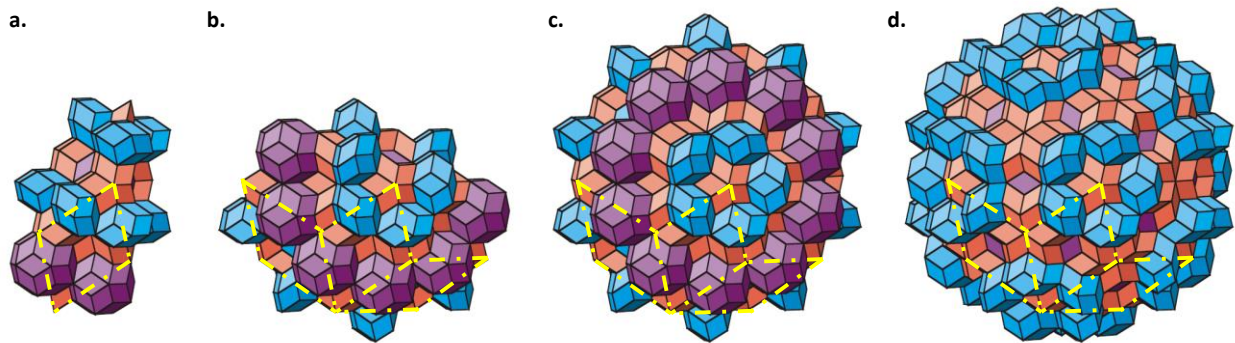


Figure 2-31 : Inflations et décorations des CUs de base du réseau icosaédrique, le rhomboèdre d'or, le dodécaèdre rhombique, l'icosaèdre rhombique et le triacontaèdre rhombique, les triangles en pointillés jaunes représentent certaines faces des polyèdres initiaux « inflatés ».

Ces trois points de départ seront à l'origine des trois types de réseaux respectivement appelés type A, B et C. L'assemblage se fait, comme pour « l'inflation/déflation » des CUs, couche par couche, en respectant les règles de coordinance et en s'interdisant les intersections de polyèdres. Les Figure 2-32, Figure 2-33 et Figure 2-34 représentent respectivement les quasi-réseaux de type A, B et C. On remarque entre la Figure 2-32.b et Figure 2-33.b, l'influence de l'emploi des règles de coordinance avec une seconde couche constituée d'icosaèdres pour le type A tandis que le type B est paré de triacontaèdres. On note également que le type C est dans le même temps un réseau centré sur un triacontaèdre et la décoration d'un triacontaèdre « inflatée » d'un facteur  $\phi^3$  (Figure 2-34).

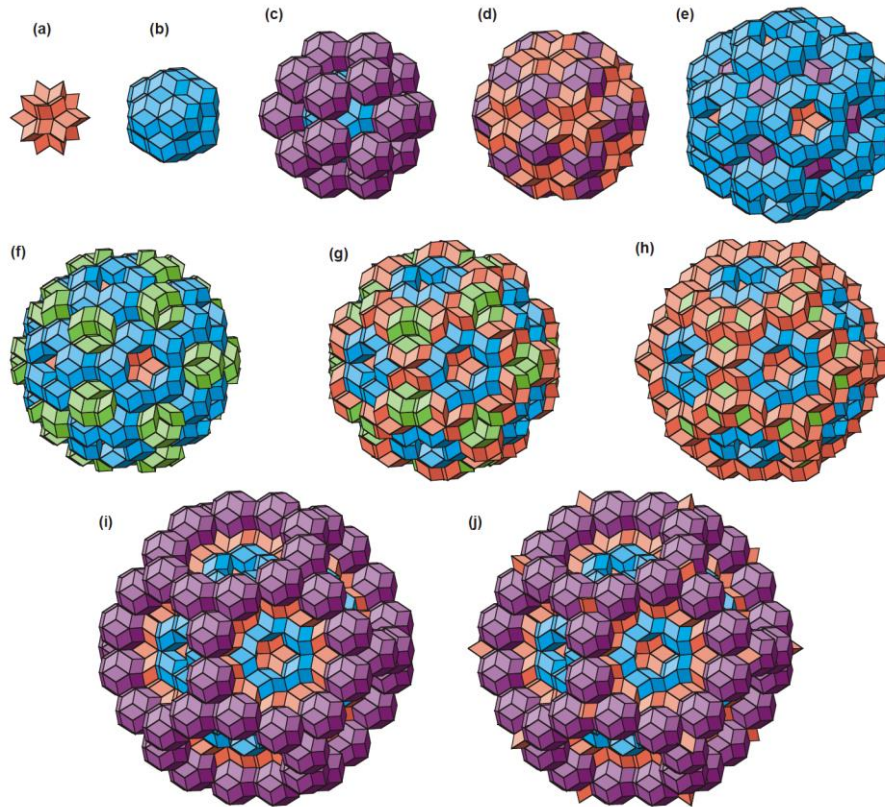


Figure 2-32 : Les différentes couches d'un quasi-réseau de type A (centré sur un hexecontaèdre rhombique) [76].

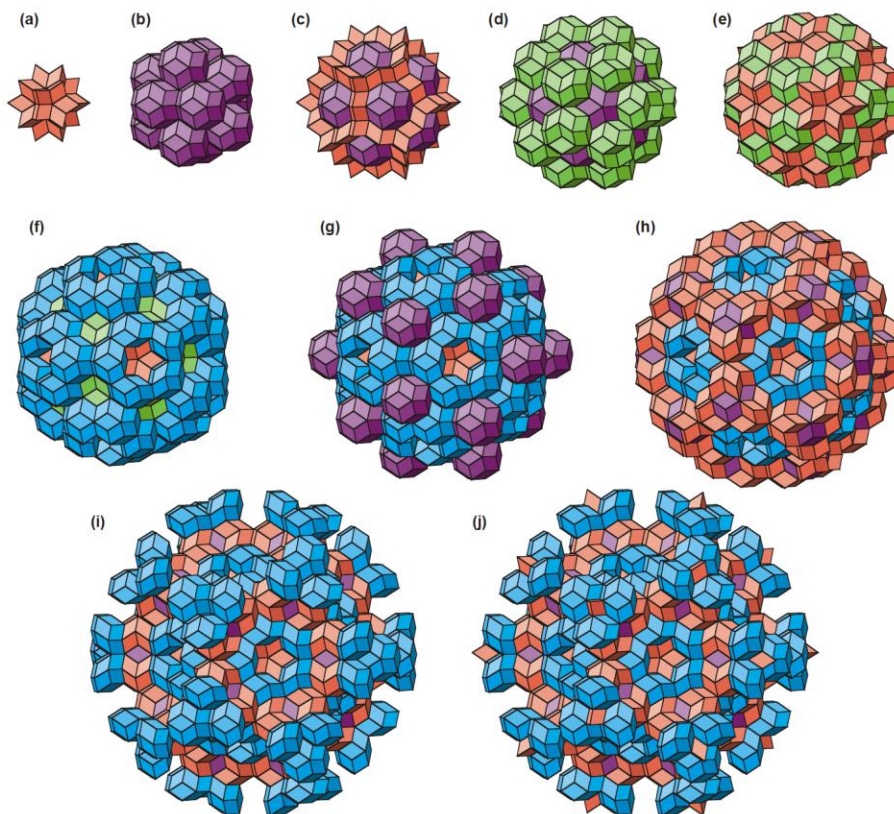


Figure 2-33 : Les différentes couches d'un quasi-réseau de type B (centré sur un hexecontaèdre rhombique) [75].

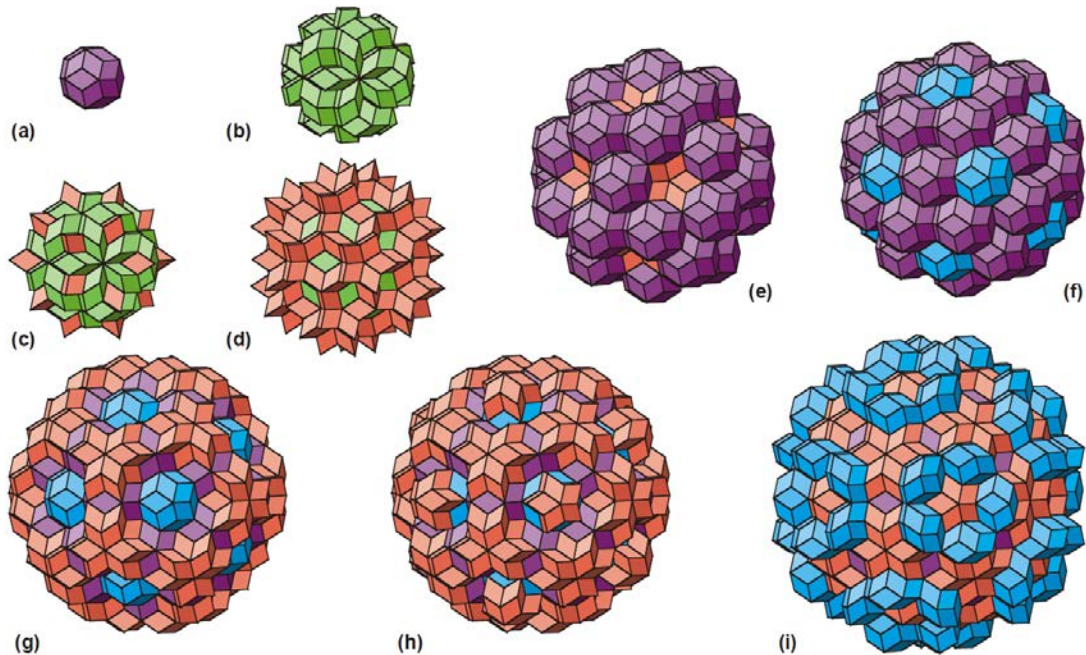


Figure 2-34 : Les différentes couches d'un quasi-réseau de type C (centré sur un triacontaèdre [75]).

Il est important de considérer que les trois empilements denses présentés dans cette partie ne correspondent pas à des positions atomiques telles que celles décrites par la cristallographie. Ces empilements se doivent d'être considérés comme les supports des positions atomiques. Du point de vue de la cristallographie, ils peuvent être considérés comme des réseaux quasicristallins du fait qu'ils possèdent l'ensemble des symétries de l'icosaèdre. Dans un second article, Madison propose une décoration des CUs avec uniquement un atome au centre des triacontaèdres [115]. Au travers de différentes itérations « d'inflation/déflation », l'auteur retrouve les différents clusters (agrégats atomiques) caractéristiques des matériaux quasicristallins.

### 2.3.3. Génération de réseau quasipériodique

#### 2.3.3.1. Outils numérique pour la construction des réseaux

L'idée principale de cette partie est d'employer les réseaux quasipériodiques définis par Madison pour générer des réseaux *lattices* quasi-périodiques ; nous les appellerons « quasilattices » dans la suite de cette thèse.

L'idée est d'employer un code permettant l'assemblage des différentes CUs en respectant les règles de coordinances. Pour ce faire une première partie de code permet la définition des CUs au travers de leurs sommets (qui seront les nœuds du réseau), les arêtes (correspondant aux futures poutres) et les faces (permettant les règles d'assemblages). L'ensemble des sommets renseignés pour chaque CUs permet la génération de cellule dont les faces sont des losanges d'or. L'ensemble des CUs a été implémenté en langage Python sous forme de classe, de sorte à pouvoir

les manipuler comme un objet. Ainsi une translation ou une rotation conduira à une modification du set de nœuds mais pas de celui des connexions ou des faces. Un outil d'homothétie a également été implémenté permettant d'une part l'opération « d'inflation », et d'autre part de choisir une longueur de poutre. La difficulté tient dans la possibilité de positionner et d'orienter une CU par rapport à une seconde. De plus, cette difficulté est renforcée par la nécessité de respecter les règles de coordinance. On doit donc réussir à positionner la bonne face du bon type de CUs, sur les bonnes faces des CUs préalablement positionnées (un puzzle 3D...). L'automatisation d'une telle procédure numérique apparaissant complexe, le parti pris a été de s'équiper « des outils » nécessaires à cet assemblage et de réaliser, couche par couche manuellement, les structures comme présentées par Madison. L'avantage principal de l'emploi de ces CUs étant qu'elles possèdent toutes le même type de face.

Pour ce faire, différentes fonctions ont été implémentées telle que les opérations de translations, les rotations autour de x, y et z ; ainsi qu'une rotation autour d'un axe défini par un angle et un vecteur. Cependant, le seul emploi de ces différentes fonctions ne permet pas un assemblage aisé des différentes couches des réseaux.

La majeure partie des assemblages a été réalisée par une fonction nommée « rend\_coïncidant », elle permet de placer une des faces d'une CU mobile en parfaite coïncidence avec une face préalablement positionnée. L'idée est de déterminer les normales relatives à la face mobile et celle fixe, de sorte à déterminer d'une part les translations nécessaires et d'autre part à calculer les angles nécessaires pour la bonne orientation de la CU à déplacer.

Une fois l'ensemble des CUs placées dans l'espace, il reste une étape d'assemblage qui permet, à l'instar des réseaux périodiques, la génération d'un tableau de nœuds et d'un tableau de connexions entre ces nœuds. Les assemblages sont comme pour les CUs définis comme une classe regroupant les deux tableaux précédemment cités. Ils peuvent donc également être translétés et réorientés. Ils peuvent aussi être utilisés comme sous-ensemble d'un assemblage plus grand. La génération du réseau est suivie par une opération de détection et d'élimination des doublons des nœuds et connexions. Enfin, le code extrait un fichier d'extension .obj qui peut être ouvert sur différents logiciels de CAO. Toutefois il en résultera uniquement un réseau de connexion composé d'éléments 1D appelé « wireframe ».

Au travers d'un second script, on assigne au réseau préalablement défini une section par l'intermédiaire de l'outil d'inflation du logiciel Blender. Il permet avec robustesse la création d'un STL employable pour la fabrication additive (taille d'environ 700 Mo pour les plus grands assemblages). Dans cette étude une section circulaire a été employée, de plus ce logiciel à un choix varié de section.

La procédure « d'inflation/déflation » est permise grâce à une définition des CUs comprenant leurs descriptions à une échelle « déflatée ». Une fonction permet de remplacer un réseau à une première échelle vers la seconde génération. Cependant, compte-tenu du très important nombre de connexions au niveau de la génération mère, la seconde génération n'a pas pu être mise en



œuvre à cause des limites des ressources numériques disponibles. De plus, le code ne permet pas directement le passage vers une troisième génération (ou des générations supérieures). En effet la redéfinition du réseau de points et de connexions d'une génération sur l'autre est une manipulation complexe. En cause, la gestion des doublons de nœuds qui nécessite une réactualisation du tableau de connexion.

### 2.3.3.2. Propriétés géométriques

Les trois réseaux A, B et C obtenus sont représentés Figure 2-35 et sont respectivement les versions « quasilattices » des réseaux de Madison Figure 2-32.j, Figure 2-33.j et Figure 2-34.i. Les transformées de Fourier (TF) de ses trois figures peuvent être vues comme le réseau réciproque de la structure. Centré sur un axe d'ordre 5, on retrouve des motifs fortement semblables aux clichés de diffraction de Schechtman [54]. Le même exercice sur un axe d'ordre 2 et d'ordre 3 conduit à des « diffractions » présentant dans les deux cas la symétrie de l'axe observé. Les TFs sont un moyen efficaces et aisées de retrouver l'ordre de symétrie d'une structure à partir de quelques images. Les réseaux complets possédant autour de 7000 nœuds, l'emploi des TFs est également un bon moyen de détecter des erreurs lors de la phase d'assemblage de la quasilattice.

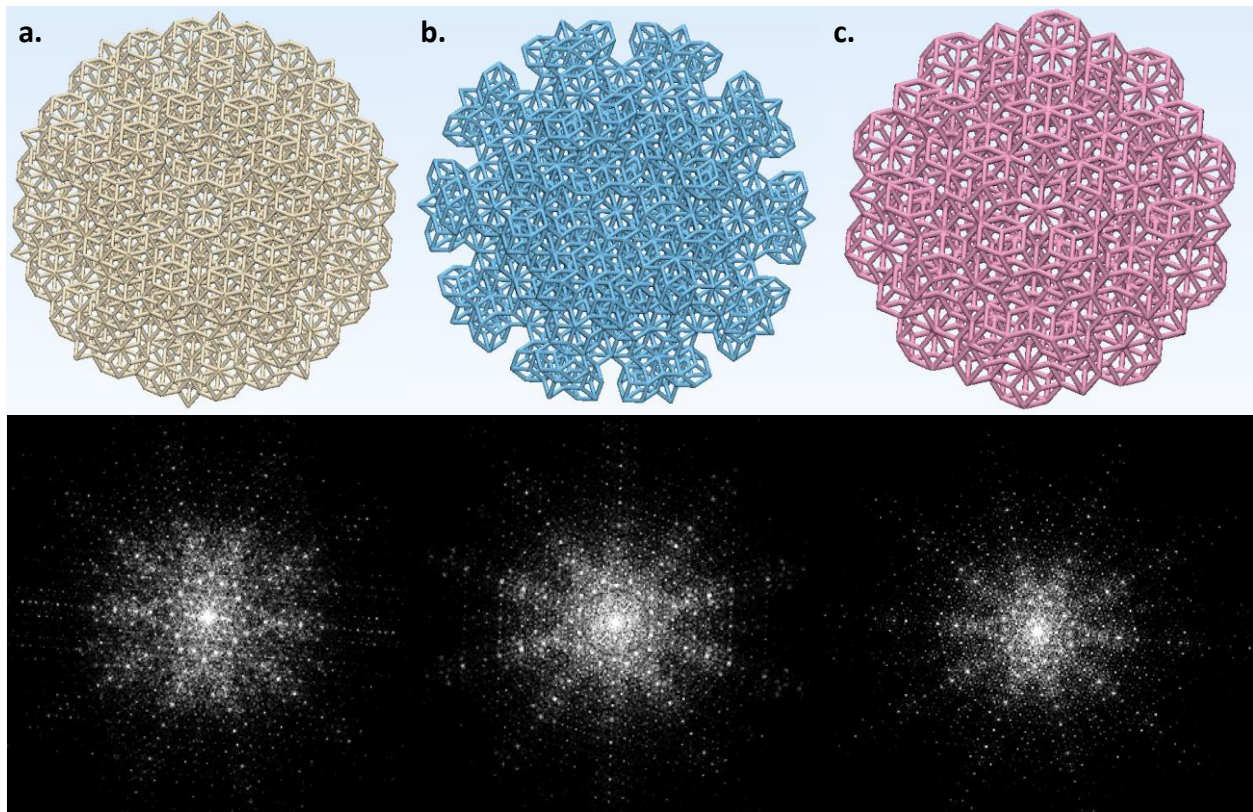


Figure 2-35 : Les trois quasilattices type A a., type B b. et type C c. centrées sur un axe d'ordre 5 et les transformées de Fourier respectives de ses trois images.

L'étude des tableaux de connectivités a pu mettre à jours des valeurs de connectivité entre 3 et 12 (Figure 2-36). Les valeurs de 12 sont uniquement présentes au centre des deux réseaux de types A et B. Les connectivités d'une valeur égale à 3, 5 et 7 se retrouvent principalement en périphérie des quasilattices. De façon générale, on note la grande variabilité des connectivités présentes dans les quasilattices en comparaison avec les *lattices* cubiques (voir Table 2-4). Toutefois au regard du critère de rigidité de Maxwell ( $Z > 12$ ), les valeurs de connectivités de ces structures semblent être trop faibles pour entrevoir des structures à comportement dominés par l'allongement (*cf.* partie 3.1.1.1).

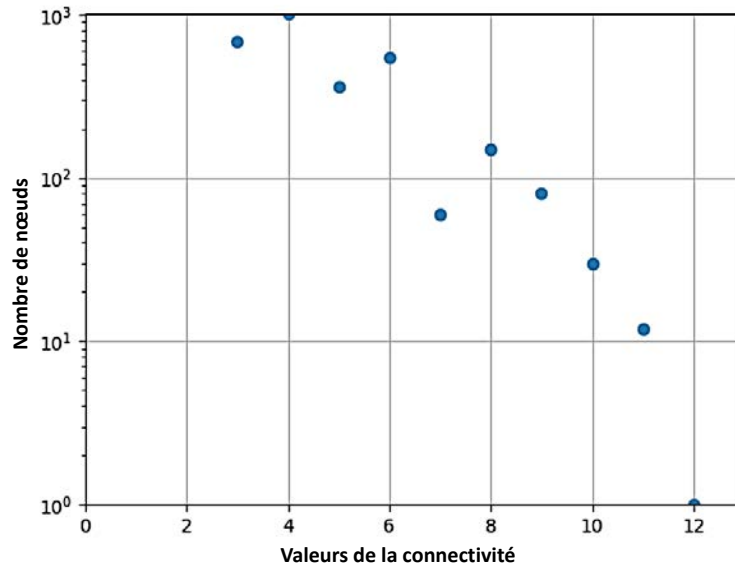


Figure 2-36 : Les connectivités de la quasilattice de type A.

La photo en Figure 2-37 montre la réalisation des trois types de quasilattices en Ti6Al4V avec une longueur de poutre d'environ 2,5 mm et un rayon de 300  $\mu\text{m}$ . Les mêmes types de paramètres que pour la partie 2.4.1 ont été employés lors de l'élaboration. Il est intéressant de noter que, à ces dimensions, la structure est totalement autoportante. Ceci signifie que l'ensemble des poutres est fabriqué avec des supports positionnés uniquement sur les parties basses des quasilattices.

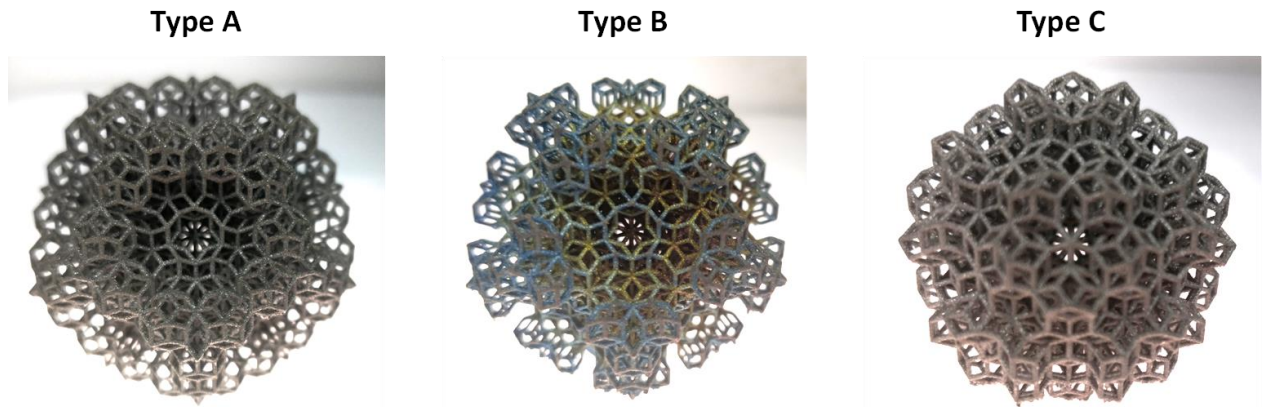


Figure 2-37 : Les trois types de quasilattices fabriquées en Ti6Al4V par fusion laser sélective (de gauche à droite) le type A, type B et type C.

#### 2.3.4. VERs et approximants

Les photos en Figure 2-37 illustrent bien la complexité des quasilattices ; pour ces réseaux l'intégralité du volume peut s'inscrire dans un dodécaèdre. Cependant ce volume n'est pas évident à étudier, nous nous proposons donc d'extraire des volumes cubiques de ces réseaux de sorte à pouvoir les étudier de la même façon que dans la partie 2.2. Les cubes seront orientés de sorte que les axes d'ordre 2 du système de symétrie de l'icosaèdre soient coïncidents avec les axes d'ordres 4 centrés sur les faces du cube (Figure 2-38). Nous extrairons deux types de CUs cubiques : les VERs et les approximants. Les approximants se devant d'avoir un volume fonction du nombre d'or, la longueur du côté des différentes CUs sera donné par la suite suivante  $\phi$ ,  $\phi + 1$ ,  $2\phi + 1$ ,  $3\phi + 2$  et  $5\phi + 3$ , que nous appellerons respectivement « approximant nX » avec X de 1 à 5 correspondant au rang dans la suite précédemment cité. De sorte à étudier la différence entre les approximants et le reste du réseau un seconde suite de CUs a été extraite. Nous parlerons de VERs, ils ont une longueur respectivement égale à 1,  $\phi + 1$ ,  $2 + \phi$ ,  $3 + 2\phi$  et  $5 + 3\phi$ . Ils seront appelés « VER nX » avec une nouvelle fois X de 1 à 5.

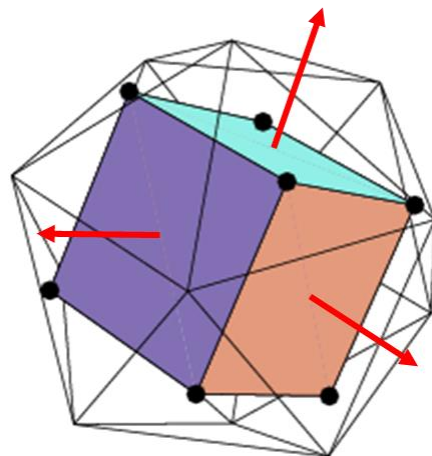


Figure 2-38: Orientation d'un cube représentatif d'un VER par rapport aux éléments de symétrie du groupe icosaédrique, les flèches rouges représente les axes d'ordre 2 du réseau icosaédrique qui sont également colinéaires avec les axes 4 du cube.

La Figure 2-39.a-d représente l'approximant  $n_2$  de type A ou B, on y retrouve tous les éléments de symétrie du groupe icosaédrique avec les axes de rotation d'ordre 2, 3 et 5 ainsi qu'un miroir. Néanmoins, on retrouve un caractère périodique au travers des motifs présents sur les faces de la CU. Il est donc, à l'instar des Figure 2-39.e-f, possible de générer un pavage complet du plan avec cette topologie sans trou ni recouvrement. La CU possède sa symétrie propre tandis que sa décoration (sa sous-structure) conserve tous les éléments de la symétrie icosaédrique. On parle donc bien d'un approximant de la quasilattice considérée. Les approximants sont les seules CUs qui partagent des poutres aux niveaux des faces. Ces poutres sont coupées transversalement en leurs milieux (Figure 2-39). De plus, les poutres qui sont connectées avec les CUs voisines sont également scindées au milieu de leurs longueurs. Cette propriété n'est pas présente pour les VERs, ceci s'explique par le fait que les volumes des approximants sont tous des fonctions de  $\phi^n$  (la suite de puissances de  $\phi$ ) ce qui n'est pas le cas des VERs. L'ensemble des approximants et des VERs déterminés sont donnés en annexe A.

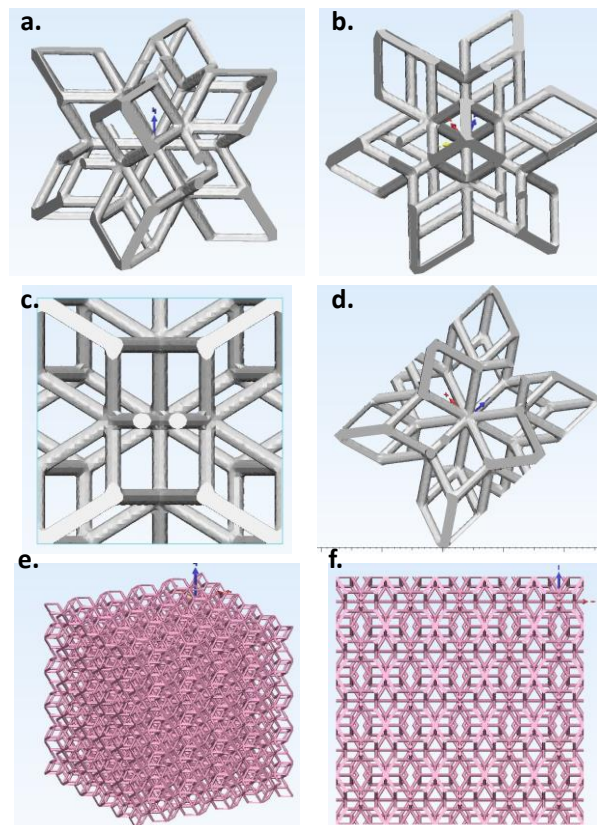


Figure 2-39 : L'approximant de Type A (ou B)  $n_2$  a., centré sur un axe 3 b., centré sur un axe 2 c., centré sur axe 5 d., un réseau de  $5 \times 5$  CUs en vue isométrique e. et selon la symétrie d'ordre 2 f.

On peut naturellement se demander si les approximants possèdent chacun un comportement singulier ou s'ils sont représentatifs de la quasilattice dont ils s'approchent. La Figure 2-40 donne les évolutions de densités relatives et les extrapolations associées aux lois déterminées pour les VERs et les approximants. C'est la complexité du maillage qui limite le nombre de rayons différents étudiés ici, cependant les lois phénoménologiques déterminées ont montré une

excellente corrélation avec un coefficient  $R^2 > 0,994$ . Une extrapolation a donc été réalisée pour déterminer l'ensemble de la plage de variation. On remarque d'abord des valeurs de pentes plus importantes pour les approximants (Figure 2-40.b) que pour les VERs (Figure 2-40.a) ( $h = 33^{\pm 1,8}$  contre  $h = 17,4^{\pm 3,4}$ ). On peut expliquer cette différence par une influence moindre des poutres partagées par rapport à une poutre complète. De plus, on remarque que plus les CUs sont grandes (n4 et n5) plus les pentes sont faibles, ce qui laisse présager d'une certaine convergence des valeurs obtenues représentatives des propriétés du réseau. Enfin, sur la Figure 2-40.b, on peut remarquer que le VER n1 présente une pente (et donc un  $r_0$ ) bien plus important que les autres CUs testées. Ceci s'explique par un volume testé bien plus faible que celui des autres et donc d'une densité de poutre par rapport au volume plus important, il en résulte ainsi une sensibilité plus importante à la variation de rayon. La faible variabilité de la Figure 2-40.b est un indicateur de la convergence des valeurs obtenues. Dans ce cas, les valeurs peuvent être considérées comme celles du réseau car globalement toutes similaires. Ceci est moins vérifié sur la Figure 2-40.a où l'on peut suggérer des comportements plus singuliers en fonction de l'approximant choisi.

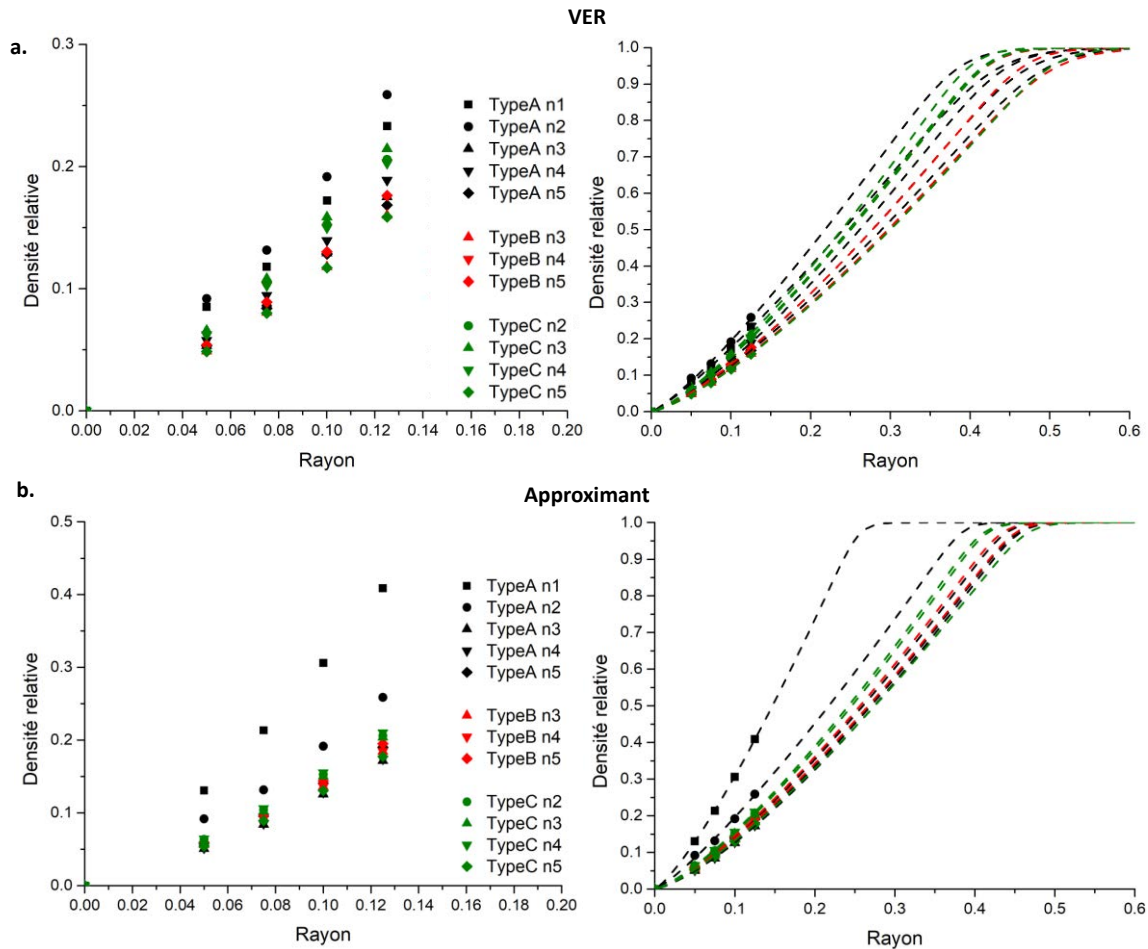


Figure 2-40: Influence de la variation de rayon sur la densité relative pour les différents types de quasilattices et les différents VERs (gauche), extrapolation non linéaire selon l'équation 2.6 pour une longueur de poutre  $L \approx 0,95$  (droite). a. les CUs relatives aux VERs et b. les différents approximants.

### 2.3.5. Discussion générale

Dans cette partie la procédure de Madison pour la génération de réseau quasipériodique a été mise en œuvre de sorte à générer 3 quasilattices présentant une symétrie icosaédrique. Des outils numériques adaptés ont permis un assemblage manuel de ces structures. Il est à noter que les outils mis en place (et notamment la « déflation » permise au travers du stockage de la sous-structure dans les données de la CU), peuvent être employés avec une CU périodique qui possède une décoration qui lui est propre. Les quasilattices présentent des connectivités variées en comparaison avec les *lattices* cubiques. La principale limite est dans la complexité à manipuler des gros fichiers (STL autour de 700 Mo). En ce sens l'étude de la procédure « d'inflation/déflation » n'a pas pu être menée.

La complexité des quasilattices limite également les analyses sur le réseau complet. Différents volumes cubiques ont donc été extraits, laissant apparaître la formation de topologies périodiques avec une sous-structure icosaédrique. Il s'agit d'approximants des quasilattices. La longueur des cubes permettant les « découpes » dans les quasilattices a été répartie en deux suites dont l'une des deux conduit à des volumes qui sont fonctions de  $\phi^3$ . Les CUs de cette dernière présentent des poutres partagées avec les voisines, leurs variations de densités relatives par rapport au rayon pour une longueur de poutre donnée ont montré un comportement spécifique pour chaque approximant générés. La seconde suite a conduit à la génération de CUs dont les frontières sont composées d'intersections de cylindres de longueurs plus ou moins importantes. Il en résulte une influence du rayon sur la densité relative moindre à mesure que le volume de la CU croît. Ceci semble indiquer que les propriétés de ces CUs ne possèdent pas un comportement particulier mais plutôt celui de la quasilattice. C'est d'ailleurs souvent la conclusion d'études sur les approximants quasicristallins, plus l'approximant est grand, plus ses propriétés se rapprochent de sa phase mère quasicristalline.

## 2.4. Contrôle de fabricabilité de structures *lattices*

### 2.4.1. Matériaux et méthodes

Les échantillons de cette étude ont été produits avec une machine SLM Solution 280HL. Les principaux paramètres procédés sont les suivants : une puissance laser de 200W, une vitesse de lasage de  $1175 \text{ mm}\cdot\text{s}^{-1}$ , une hauteur de couche de  $30 \mu\text{m}$  ( $e$ ) et une distance entre deux trajets de laser de  $80 \mu\text{m}$  ( $h$ ) (Figure 2-41). La stratégie de lasage est nommée « stripes » et est caractérisée par des allers-retours du laser sur une distance maximale de 15 mm. Chaque nouvelle couche a des trajectoires de laser tournées de  $67^\circ$  par rapport à la précédente (Figure 2-41). Ce set de paramètres est standard et est préconisé par le constructeur. Le choix d'un set de paramètres fixes a été employé de sorte à limiter la variabilité entre les échantillons produits.

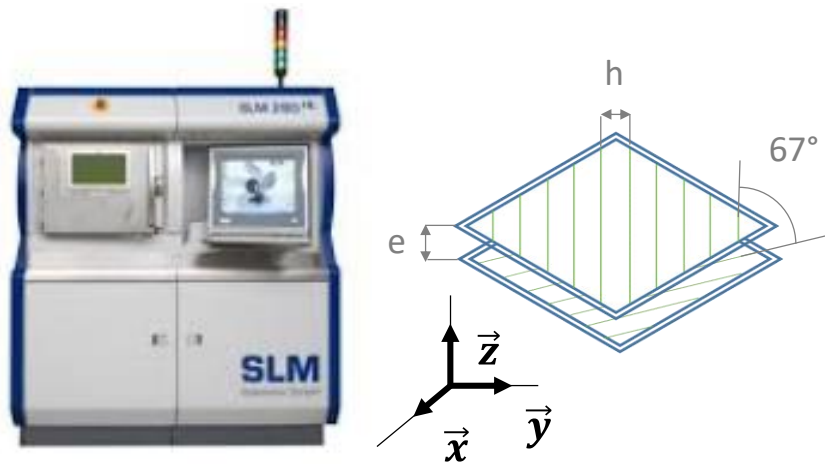


Figure 2-41 : Une SLM 280HL et un schéma de principe de la stratégie de lasage employée.

Les structures ont été produites à partir d'une poudre de Ti6Al4V (Ti64) de granulométrie centrée sur  $45\mu\text{m}$ . Les fabrications ont eu lieu sous atmosphère protectrice d'Argon pour prévenir des problèmes d'oxydation.

Afin de limiter le nombre d'essais, 5 topologies ont été sélectionnées à partir du modèle de génération de structure cubique de sorte à couvrir un nombre important d'inclinaisons (en accord avec la Figure 2-17). Elles sont représentées en Figure 2-42, les valeurs des couples ( $x, y$ ) et les inclinaisons de leurs poutres sont résumé dans la Table 2-5.

Table 2-5 : Structures et angles d'inclinaisons étudiée dans la partie contrôle de lattice.

	<i>Octet-truss</i>	<i>Diag-truss</i>	<i>Auxe-truss</i>	<i>Hexa-truss</i>	<i>Iso-truss</i>
<i>Paramètre</i> ( $x, y$ )	(0, 0.5)	(0.5, 0.5)	(0.1, 0.2)	(0.2, 0.4)	(0.25, 0.25)
$\varphi_1$ ( $^\circ$ )	0	35	76	48	67
$\varphi_2$ ( $^\circ$ )	45		21	37	36
$\varphi_3$ ( $^\circ$ )			10	18	

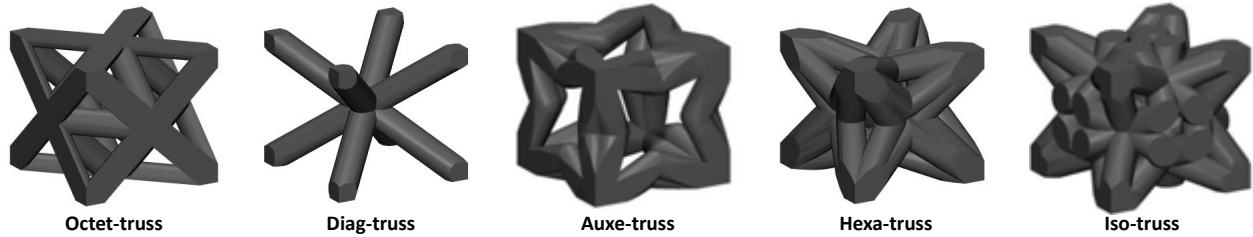


Figure 2-42 : Les 5 topologies élaborées par SLM.

Les échantillons ont été conçus en respect de la norme ISO 13314 [116], à savoir 5 répétitions de la CU dans les 3 directions de l'espace. Les CUs font 3 mm de côté, ce qui conduit à des éprouvettes de 15x15x15 mm<sup>3</sup>. Chaque échantillon est caractérisé à trois niveaux de densités relatives différentes et produit en 5 exemplaires de sorte à évaluer la répétabilité des essais. Enfin un échantillon plein de 15x15x15 mm<sup>3</sup> a été produit de sorte à déterminer la masse du Ti64 pour une densité relative de 1. Les mesures de densité relative correspondent au ratio de la masse de l'échantillon sur celle de la référence totalement dense. Les valeurs exprimées sont les moyennes de 5 mesures sur les 5 échantillons (25 mesures par topologies par niveau de densité). L'intervalle de confiance est calculé en prenant deux fois l'écart type à la moyenne pour chaque point (95%). Les mesures ont été réalisées à l'aide d'une balance de précision dont l'incertitude sur la mesure est de l'ordre de 0,1 mg.

La procédure générale d'analyse par micro-tomographie est donnée par le schéma Figure 2-43. Un échantillon de chaque topologie et niveau de densité a été étudié par micro-tomographie X ( $\mu$ -CT pour *micro-computed-tomography*) avec une taille de voxel de 10  $\mu$ m. L'échantillon plein présente une compacité supérieure à 99,8 % (résolution de 0,5  $\mu$ m, seuil de détection des porosités 1,5  $\mu$ m). Compte tenu de cette valeur les porosités intrinsèques aux matériaux ne seront pas considérées dans cette étude.

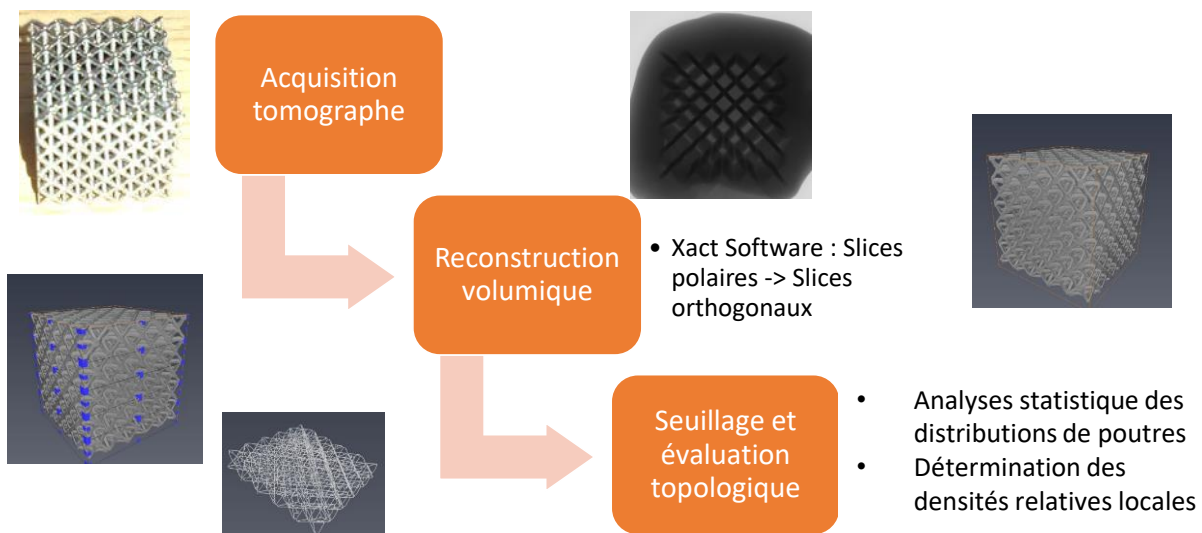


Figure 2-43 : Procédure d'analyse de la topologie par  $\mu$ -CT.



L'acquisition tomographique conduit à l'obtention d'une image par incrément angulaire chaque analyse conduisant à minima à 1600 images ou « slices ». A ce stade la structure est donc définie avec des slices polaires ou comme une série de slices « autour d'un axe ». L'étape de reconstruction volumique permet le passage des slices polaires à des slices orthogonaux. On peut les voir comme « empilés selon un axe ». Cette étape est à l'origine de premiers traitements et réductions des artefacts, cependant elle conserve la taille de voxel et donc la résolution. Enfin, le logiciel de traitement numérique d'imagerie 3D Avizo, permet au travers d'opérations de seuillages de discrétiser les zones considérées comme partie de la structure et celles qui ne le sont pas. Pour se rapprocher de condition réelle, le dernier seuillage a été effectué de sorte à caler les densités relatives numériques des structures sur celles mesurées expérimentalement.

Enfin, le module d'Avizo Xfiber permet la détection et l'analyse de cylindres dans l'espace. Il permet l'étude du rayon des poutres de façon statistique (Figure 2-44.a). De plus, la quantité de matière présente autour d'un nœud sera caractérisée par une grandeur appelée densité relative locale. L'idée étant de comparer la fraction de structure dans un volume donné entre un modèle numérique et expérimentale (Figure 2-44.b-c). Chaque valeur de densité relative locale a été obtenue comme la moyenne de 20 mesures pour chaque types de nœuds et l'incertitude prise comme deux fois l'écart type des distributions mesurées. Le volume permettant la mesure de densité relative locale est adaptée à la topologie du nœud, de sorte que pour le rayon le plus important (densité la plus forte), la part de cylindre dans le volume est réduite au maximum.

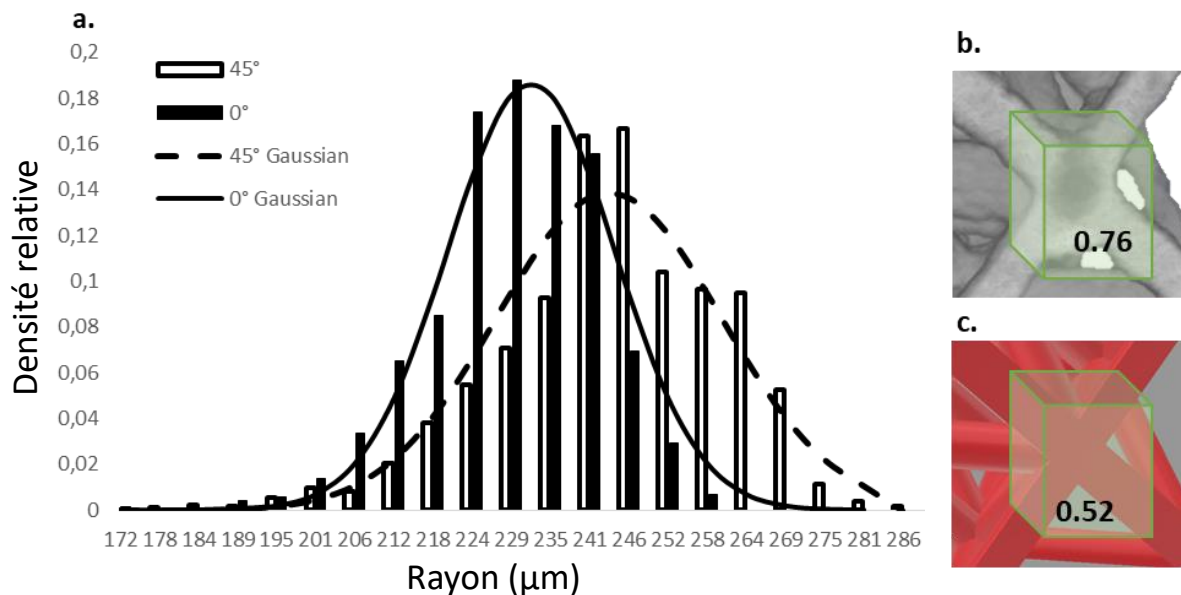


Figure 2-44 : a. Distributions statistiques des rayons de poutres et leurs Gaussiennes, densités relatives locales autour du modèle expérimentale a. et du modèle numérique b., les boîtes vertes sont représentatives du volume de mesures (par soucis de visibilité la moitié des structures a été cachées).

## 2.4.2. Résultats et discussion.

Au cours de cette partie, nous étudierons la fabricabilité des structures *lattices* au travers des différents moyens d'analyses présentés précédemment. A l'instar des travaux référencés dans la littérature, l'objectif est d'évaluer en fonction de la densité relative, la difficulté à produire une topologie plutôt qu'une autre. Certaines topologies ont volontairement été choisies pour leurs faibles angles d'inclinaisons par rapport au plateau de fabrication. Pour ce faire toutes les structures ont été élaborées selon la même orientation (dite cube sur face) et avec le même set de paramètre, de sorte à dégager l'effet de la topologie sur la fabricabilité.

### 2.4.2.1. Mesures de densités relatives

La mesure de densité relative peut être vue comme une information macroscopique aisément accessible et de fait plutôt économique. Elle permet la comparaison de la densité relative expérimentale et numérique. Le cas idéal de fabricabilité peut donc être représenté par la droite en pointillée de la Figure 2-45, elle correspond à une équation  $\rho_{exp} = \rho_{tar}$  ou  $\rho_{exp}$  et  $\rho_{tar}$  correspondent respectivement à la densité relative mesurées et cibles.

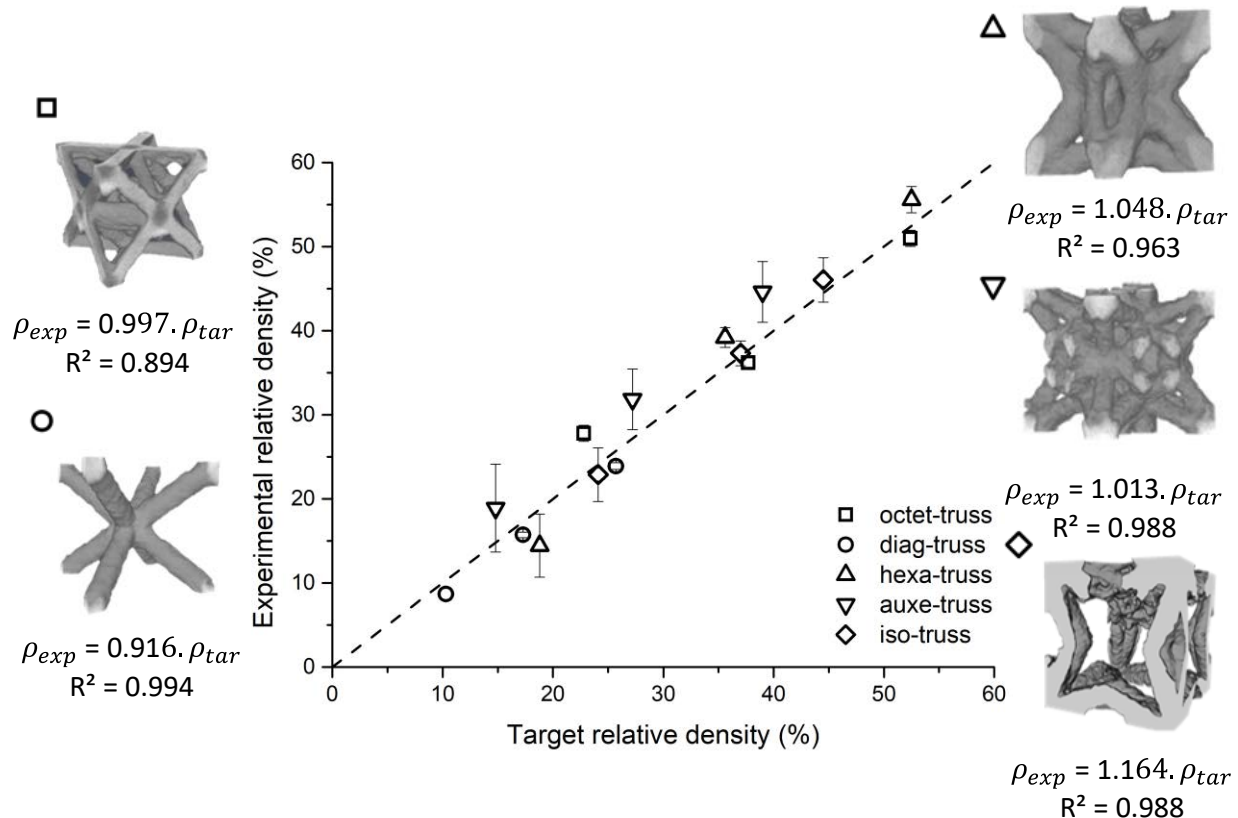


Figure 2-45 : Densités relatives mesurées en fonction des densités cibles et les fits linéaires obtenus pour les topologies évaluées.

La Figure 2-45 montre les valeurs mesurées par rapport à leurs valeurs nominales. De façon générale, on note que les écarts les plus importants sont obtenus pour l'axe-truss et sont de l'ordre de +5 % par rapport à la valeur nominale. On remarque également que les mesures ne sont pas toutes supérieures à la valeur désirée. De plus, les écarts types obtenus sont clairement fonction de la densité relative et de la topologie. Il semblerait que plus la densité relative cible est faible plus la valeur expérimentale obtenue est dispersée. Cependant ceci n'est pas valable pour la structure diag-truss qui présente les dispersions les plus faibles. Ces deux éléments sont un indicateur du besoin d'étudier les topologies au cas par cas.

Pour chaque structure, une bonne corrélation linéaire de la forme  $\rho_{exp} = a \cdot \rho_{tar}$  a pu être obtenue, le coefficient  $a$  peut être vu comme un indicateur de la fabricabilité d'une structure ; plus sa valeur est éloignée de 1 plus celle-ci est complexe à fabriquer. De plus, en fonction d'une valeur de ce coefficient supérieure ou inférieure à 1, on peut en déduire l'aptitude d'une structure à être élaborée au-dessus ou en-dessous de sa valeur nominale. Toutefois, il est important de noter que ce coefficient est valable pour la plage de densité relative étudiée. On doit nécessairement s'attendre à de fortes non-linéarités à très faible et très forte densités relatives, car par définition la densité expérimentale doit converger vers la valeur nominale pour les bornes  $\rho = 0$  et  $\rho = 1$ . De plus, les effets d'échelles sont un autre élément qui ne peut être pris en compte numériquement. En effet, la borne inférieure est limitée par la résolution du procédé et limite la taille des poutres. Enfin, la borne supérieure est limitée par le volume de fabrication. Ceci implique que les mesures et conclusions obtenues ici ne sont valables qu'au voisinage des dimensions qui la caractérisent et sur l'intervalle de densité relative étudiée.

#### 2.4.2.2. Analyses des distributions de rayons de poutres en fonction de la densité relative et de leurs orientations

L'emploi des méthodes de  $\mu$ -CT, permet une analyse plus fine d'une structure 3D. Cette description 3D précise couplée à des algorithmes de détection de cylindre permet une analyse statistique robuste des rayons de poutres. Sur les différents diagrammes Figure 2-46, on retrouve les moyennes et écarts types de chaque topologie pour les différentes valeurs de rayons nominales. On note premièrement que jusqu'à un rayon de 225  $\mu\text{m}$ , les rayons obtenus sont relativement fidèles à la valeur nominale. En dessous de cette valeur, les moyennes mesurées sont globalement inférieures aux attentes, ces différences sont au maximum de l'ordre de -20 %. Ces résultats sont conformes à ceux obtenus dans la littérature [102, 103, 104]. La Figure 2-46 montre également une évolution des incertitudes à mesures que le rayon nominal diminue. Cette augmentation peut s'expliquer par la difficulté croissante à produire des poutres à mesure que le rayon nominal devient faible. De plus, pour les topologies Hexa-truss, Axe-truss, les importantes

incertitudes peuvent s'expliquer par la difficulté à détecter des poutres dont une fraction de leurs volumes est confondue avec une voisine. Ce phénomène est particulièrement exacerbé pour la structure Iso-truss car pour cette topologie les intersections de poutres génèrent une fraction importante de nœuds qui rend la détection des poutres ardues.

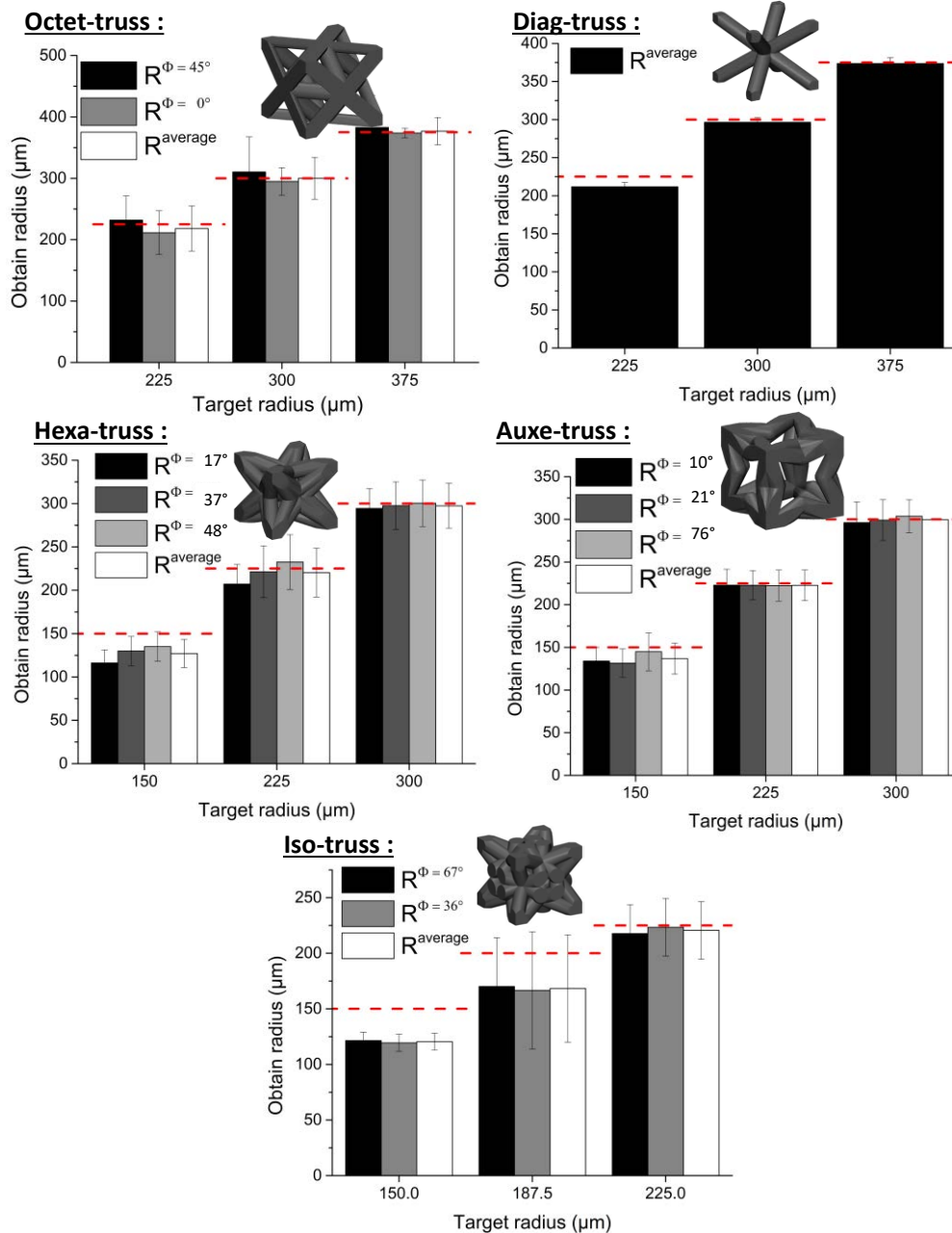


Figure 2-46 : Moyennes des rayons obtenus pour les 5 topologies à 3 niveaux de densités, pour les différentes orientations de poutres, les lignes en pointillées rouges correspondent aux valeurs nominales.

La machine employée possède un *spotsizes* de 60μm or il est couramment recommandé de limiter le rayon des poutres (ou le plus petit élément à fabriquer) à 2 fois la valeur du *spotsizes* (2 passes de contour d'environ 60 μm). Pour les rayons de poutres de 150 μm, on s'approche donc

fortement des limites de résolutions de la machine. A mesure que le rayon diminue la zone de remplissage diminue au profit de la portion de contour, l'historique thermique est différent en fonction de la surface à laser, ce qui engendre des déviations plus importantes à faible densité par rapport aux valeurs nominales.

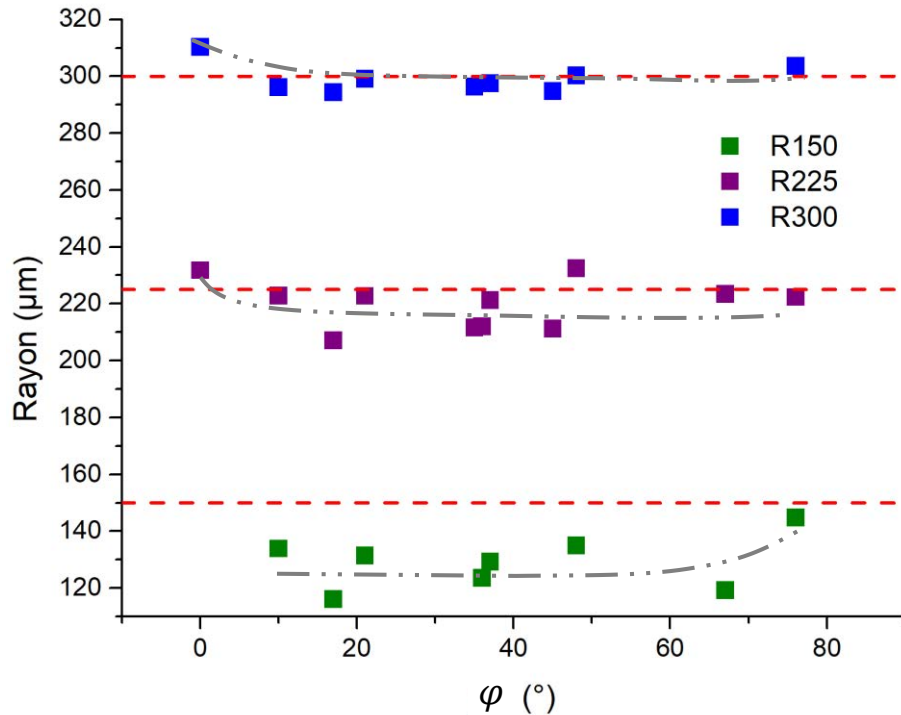


Figure 2-47 : Dépendance des rayons mesurés en fonction de l'angle d'inclinaison des poutres par rapport au plateau de fabrication, les lignes pointillées rouges illustrent les valeurs nominales des rayons et les grises sont des guides visuelles

La Figure 2-47 montrent l'évolution du rayon mesuré en fonction de l'angle d'inclinaison des poutres par rapport au plateau pour 3 rayons nominaux de 150, 225 et 300  $\mu\text{m}$ . On peut remarquer une valeur de rayon légèrement plus importante pour les angles faibles pour les poutres de 225 et 300  $\mu\text{m}$ . Les rayons d'une valeur de 300  $\mu\text{m}$  sont relativement fidèles à leurs valeurs nominales tandis que pour les rayons plus faibles on retrouve la tendance à produire des rayons de plus en plus petit à mesure que le rayon s'approche de la valeur de 2 fois le *spotsizes*. Concernant le rayon de 150  $\mu\text{m}$ , la différence entre rayon nominal et mesuré est de l'ordre de 15 % en moyenne. De plus, la tendance est ici inversée par rapport aux autres rayons avec une légère augmentation pour les angles important. Dans ce cas de faible densité relative, les conditions de refroidissement sont sensiblement différentes des précédentes par l'importante augmentation de la surface spécifique des structures. De plus, pour des structures aussi fines, les paramètres procédés employés ne semblent pas aussi bien optimisés que pour les rayons de plus grandes dimensions. Il semble donc que les difficultés associées à la production de poutres à faibles angles d'inclinaisons sont fonction du rayon. Pour des rayons importants, les poutres avec de faibles angles sont surdimensionnées par rapport au rayon nominal. Dans le cas de rayons de petites

dimensions, la tendance est inversée avec une sous-estimation par rapport aux valeurs nominales.

#### 2.4.2.3. Analyses des densités relatives locales, influence de la topologie des nœuds sur la fabricabilité

Les analyses de la partie précédente ne permettent pas seules d'expliquer les mesures obtenues sur la Figure 2-45. Cette remarque est particulièrement valable pour les structures hexa-truss et aux-truss qui présentent des valeurs de densités relatives supérieures aux valeurs nominales. Ce qui apparaît plutôt contradictoire par rapport aux valeurs de rayons inférieurs aux valeurs nominales. Comme nous l'avons évoqué précédemment, en fonction des angles d'inclinaisons respectifs de chaque topologie la fraction d'intersection de cylindre par rapport au volume total n'est pas la même. Cette fraction est quantitativement complexe à déterminer, cependant le nombre de nœuds ou de connectivités est un premier indicateur de cette fraction. En ce sens les structures octet-truss et diag-truss, toutes deux de connectivités similairement situées (voir Table 2-4), peuvent être vues comme les moins affectées par cette part de cylindre inter-sécante. D'une façon plus pragmatique, les intersections de cylindres sont à l'origine d'arêtes vives dans un modèle 3D (Figure 2-48 a. et c.). Or la notion de trajectoire de laser (guidé par des miroirs réflecteurs), ne permet pas la réalisation de telles arêtes vives. De plus, la quantité de matière à fondre autour d'un nœud est fatalement supérieure à celle d'une section cylindrique, ce qui se traduit par une dissipation thermique plus lente que pour les autres parties de la pièce et donc la présence de plus de matière que voulu. Enfin un nœud qui présente localement un grand nombre d'orientations différentes peut également mener à des déviations géométriques. La combinaison de ces différents éléments conduits à des morphologies de nœuds différentes de celles du modèle numérique (Figure 2-48 b. et d.). L'objectif est donc de quantifier les écarts de densité relative locale autours des nœuds entre un modèle expérimental et numérique afin de comprendre les écarts macroscopiques au modèle décrit par la Figure 2-45.

Pour ce faire, nous introduisons la notion de densité relative locale, caractéristique de la fraction de matière dans un volume donné. Conformément au Table 2-1 et Table 2-4, les structures octet-truss et diag-truss ne comporte qu'un seul type de nœud. Les trois autres topologies en présentent 2 différents, que nous désignerons respectivement comme « connectivités au sommets » et « connectivités internes » en fonction de leurs positions par rapport dans la CU (Figure 2-48.d). La structure Iso-truss présente un nombre d'intersections de cylindres important, dues aux connexions internes entre les points du réseau et les nœuds des CUs voisines. En ce sens, un troisième type de densité relative locale a été analysée, il est nommé « connectivité centrée ».

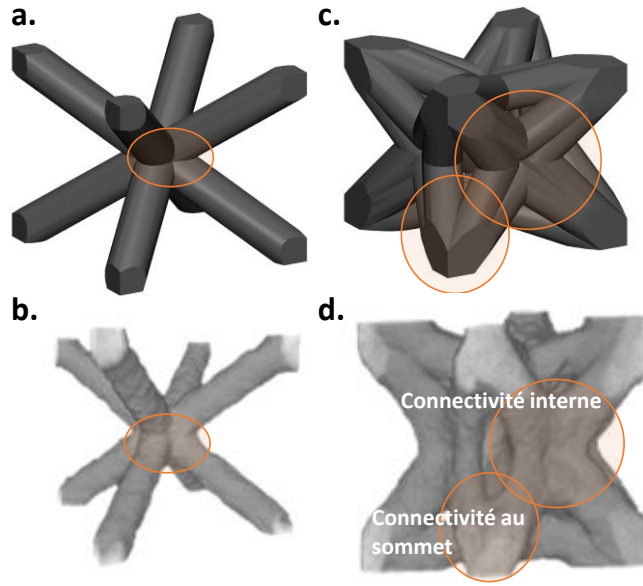


Figure 2-48 : Morphologies de nœuds de la diag-truss et l'hexa-truss pour le modèle numérique a.c. et fabriqués par SLM b.d. sont entourées en orange les zones considérées comme nœuds.

La Figure 2-49, donne les densités relatives locales pour les différentes topologies étudiées et leurs trois niveaux de densité. Comme attendues, les structures octet-truss et diag-truss présentent des densités relatives locales les plus proches des valeurs nominales (Figure 2-49.a-b). Seul le point de plus faible densité de l'octet-truss se démarque avec une forte augmentation de la densité relative locale. Ceci s'explique par l'influence des poutres à  $0^\circ$  sur la topologie, plus celles-ci sont petites, plus elles subissent des effondrements partiels lorsqu'elles sont fabriquées directement sur le lit de poudre. Il en résulte deux conséquences directes, une augmentation de la quantité de matière au niveau des nœuds (là où elle est soutenue par le restant de la pièce) et d'importantes irrégularités sur le profil des poutres (Figure 2-49.f).

Les structures hexa-truss et aux-truss présentent toutes deux des densités relatives locales plus importantes que la valeur nominale (Figure 2-49.c-d). On relève également des incertitudes plus importantes que pour les structures précédentes. Ces deux éléments s'expliquent par le fait que ces deux topologies possèdent deux angles  $\varphi$  proche l'un de l'autre ( $37^\circ$  et  $48^\circ$  pour l'hexa-truss et  $10^\circ$  et  $21^\circ$  pour l'aux-truss). Ces orientations proches sont à l'origine d'intersections de poutres sur une grande part de leurs longueurs (Figure 2-48.d). Il en résulte un nombre important d'arêtes vives d'une longueur de plus en plus importante à mesure que les angles d'orientations sont proches les uns des autres. De plus, ces orientations proches induisent des topologies dont les nœuds sont proches les des uns des autres. Pour des rayons importants ceci se traduit par une coalescence partielle des poutres, principalement causée par une accumulation thermique plus importante. On peut remarquer que la densité locale de la structure hexa-truss chute pour son rayon le plus faible sous la valeur nominale, accompagnée d'une forte augmentation de l'incertitude. Ceci est dû à l'effondrement (partiel ou complet) de certaines poutres orientées à

17° (principalement celles orientées à -17° qui constituent des « point bas » dans la topologie, à savoir des zones à fabriquer directement sur le lit de poudre). Le fait intéressant est qu'il est possible d'élaborer des « points bas » en usant de la poudre comme support. Il en résulte, pour les forts rayons, d'importantes déviations géométriques et d'un rayon moyen fabriqué inférieur à la valeur nominale (« tassement » de la structure fondue sur le lit de poudre). Pour des rayons faibles, les déviations géométriques deviennent trop importantes et l'intégrité des poutres fabriquées n'est plus assurée.

La structure iso-truss est particulièrement intéressante par rapport aux deux structures explicitées précédemment. Elle présente également deux angles d'orientations mais qui sont relativement différent l'un de l'autre. On remarque sur la Figure 2-49.e que les densités relatives locales sont comme pour les structures octet-truss et diag-truss très proches de leurs valeurs nominales. Ceci atteste donc bien que deux orientations proches l'une de l'autre pour une topologie conduisent à une importante densification autour des nœuds. La connectivité centrée représentative des nœuds formés par les intersections de poutres dans la structure est supérieure à la valeur nominale pour les rayons importants. Pour de plus faibles rayons, celle-ci se rapproche de la valeur cible. Cette apparente contradiction par rapport à la Figure 2-45 peut s'expliquer par le fait qu'à plus faible densité, la fraction de poutre dans le volume représentatif de la connectivité centrée est plus importante que dans le cas des grands rayons. Il y a donc un équilibre atteint entre les rayons de poutres plus faibles tendant à diminuer la densité, et la densification autour des nœuds, induite par les arêtes vives de la structure qui tend à l'augmenter.



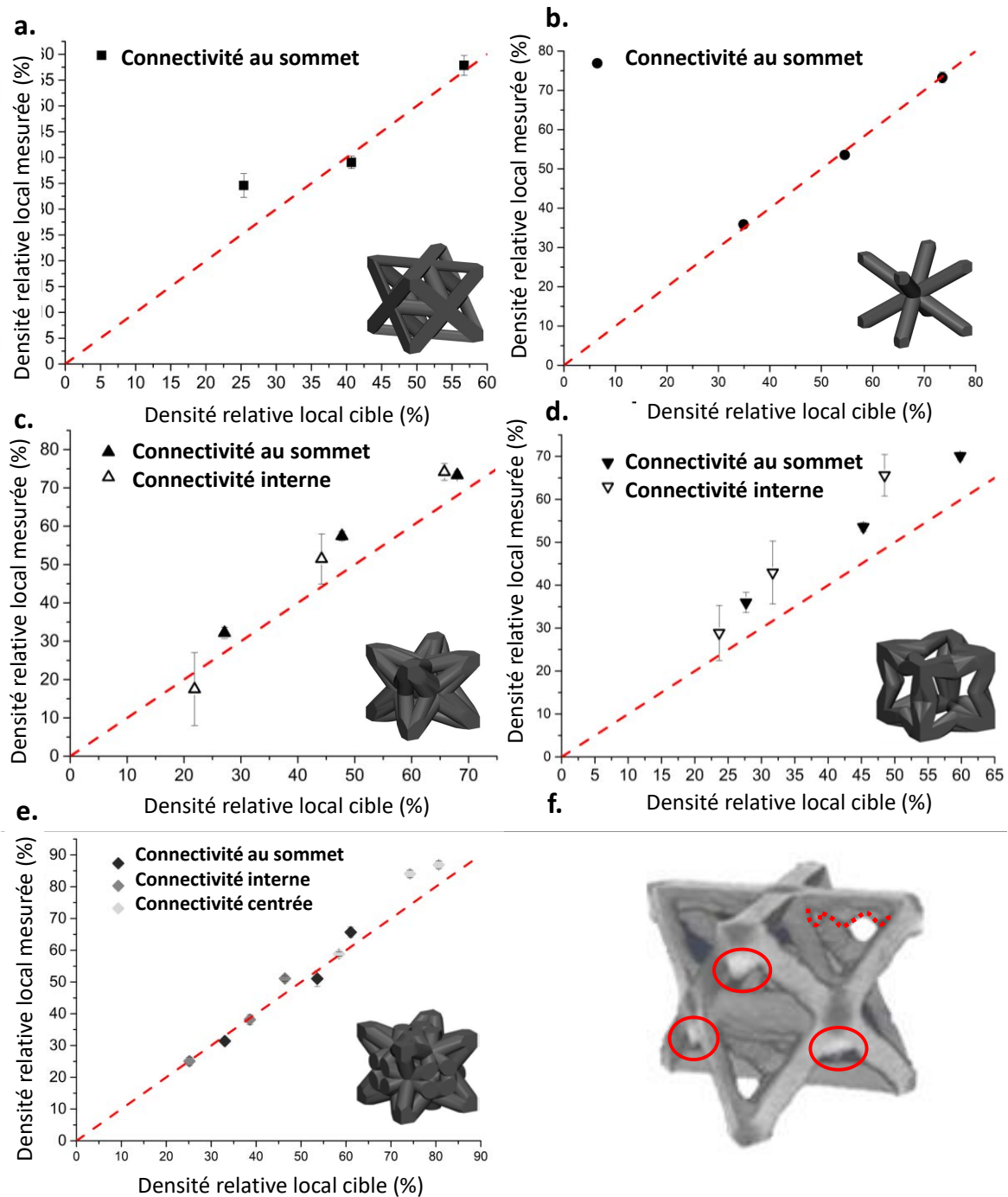


Figure 2-49 : Densités relatives locales pour les structures octet-truss a., diag-truss b., hexa-truss c., axe-truss d. et iso-truss e., les lignes rouges pointillées correspondent au cas de fabricabilité idéal et f. un exemple de CUs d'octet-truss à un rayon de 150  $\mu\text{m}$  et ses différentes déviations géométriques en rouge.

#### 2.4.2.4. Discussion générale

Dans cette partie, le contrôle de structures lattices périodiques, produite par SLM est effectué au travers de procédures d'analyses par  $\mu$ -CT. Il en résulte la détermination des densités relatives, des distributions de rayons et d'orientation de poutres et le calcul de densités relatives locales autour des nœuds. L'objectif global étant d'évaluer les divergences entre un modèle numérique idéal et la structure produite.

Les analyses de densités relatives ont pu montrer des écarts maximums avec une valeur nominale de l'ordre de 5%. De plus, la détermination d'une relation entre les valeurs mesurées et désirées ont permis de mettre à jour un indicateur « macroscopique » de manufacturabilité. Celui-ci traduit de la tendance d'une structure à être produite au-dessus ou en-dessous de sa valeur nominale. Cette analyse met en lumière la nécessité de procéder à du contrôle de topologie au cas par cas. Enfin, les différentes tendances observées par rapport à la valeur nominale suggèrent que les mécanismes en jeux ne sont pas identiques (ou de même ordre) pour toute les topologies.

La détermination des distributions de poutres en fonction de leurs densités relatives et de leurs inclinaisons par rapport au plateau de fabrication a été menée. D'une part, il en résulte une tendance à fabriquer des rayons plus faibles que la valeur nominale à mesure que celle-ci diminue ; cette différence peut atteindre des valeurs de l'ordre de 20 % conformément à l'état de l'art. D'autre part, l'effet de l'orientation n'est que faiblement marqué pour des rayons importants. Cependant à mesure que le rayon des poutres se rapproche de la résolution de la machine, les déviations deviennent plus importantes pour les angles à faibles inclinaisons par rapport au plateau de fabrication. Ces résultats seuls ne permettent pas de comprendre les déviations « macroscopiques » de densité relative.

Les densités relatives locales sont un bon indicateur de la fabricabilité d'un nœud, elle semble en mesure de contrebalancer les déviations associées au rayons. Il a été montré que des topologies présentant des angles d'inclinaisons proches, conduisent à une importante densification autour des nœuds. Néanmoins, les conclusions relatives à la structure iso-truss mettent en garde quant à l'influence du volume permettant la détermination de ces densités relatives locales. De façon générale, les arêtes vives induites par le design numérique sont toujours à l'origine d'une densification de la matière autours des nœuds. Par conséquent, plus leurs fractions dans le volume est importante, plus les déviations autour des nœuds le sont aussi.

Il s'avère donc complexe de tirer des conclusions générales des résultats obtenus dans cette partie. Toutefois, les divergences géométriques sont principalement expliquées au travers des différences de dissipations thermiques entre les zones à élaborer. Une piste permettant de parvenir à ces déviations serait d'élaborer un set de paramètre procédé customisé non pas pour une topologie mais pour à une orientation de poutres spécifiques. De plus, pour un set de

paramètres fixes, on peut également considérer des corrections en ajustant localement la morphologie et /ou l'orientation de la CU.

Comme nous l'avons dit, les conclusions données ici ne sont valables que pour des topologies proches de celles testées, les effets de taille ne sont pas pris en compte dans cette étude. De plus, l'effet du voisinage d'une CU sur la dissipation thermique, n'est pas le même selon qu'on se place au cœur du réseau ou à ses frontières, ces effets ne sont également pas étudiés ici.

## 2.5. Conclusion partielle.

Comme mentionné dans l'introduction générale l'un des objectifs de ces travaux et d'essayer de comprendre l'effet de l'architecture sur différentes propriétés mécaniques. Jusqu'à présent, la littérature fait état d'un nombre limité de topologies différentes, qui sont souvent des combinaisons de quelques cellules de bases. Afin d'aller plus loin, une analogie à la cristallographie a été employée de sorte à générer un nombre infini de structures. Le modèle se base sur l'emploi combiné d'un groupe ponctuel, d'une maille (dont la symétrie est celle du groupe ponctuel) et d'un motif variable selon des règles définies. Les règles pour la décoration de la maille sont arbitraires mais se doivent de conduire à la génération d'une structure *lattice* continue dans l'espace. La sélection judicieuse de règles a permis la réalisation d'un modèle de génération de topologie cubique continue. Celui-ci permet au travers d'une description géométrique réduite de générer une base de données potentiellement infinie de structures différentes. Ce modèle ouvre également la voie vers des gradients topologiques. L'application au réseau cubique et hexagonal est un gage de la robustesse du code proposé. Les analyses de connectivités permettent dans les deux réseaux de déterminer des familles de structures, il en résulte que pour des conditions géométriques spécifiques, la topologie obtenue est tout aussi spécifique. La principale limite de cette procédure tient dans l'usage des fichiers de type STL, qui dans le cadre de topologie complexe ou d'un réseau, peut engendrer des difficultés de manipulation.

Une analogie à la cristallographie ne saurait être complète sans la notion de quasicristallinité, c'est pourquoi trois réseaux quasipériodiques ont été modélisés à l'aide d'une méthode issue de la littérature. Ces structures présentent des aspects pleinement spécifiques en comparaison avec leurs homologues périodiques et ne sont que très peu étudiés jusqu'à présent du point de vue des matériaux architecturés. En appui sur les réseaux cubiques et hexagonaux, la quasipériodicité tentera de répondre à la question suivante : la symétrie d'ordre 5 est-elle disruptive par rapport aux symétries cristallines d'ordre 3, 4 et 6 ? L'emploi de transformé de Fourier sur les images correspondantes aux réseaux atteste de la présence d'une symétrie icosaédrique. Les quasilattices présentent des connectivités variées en comparaison avec les *lattices* cubiques. Par l'intermédiaire de volumes cubiques reliés au nombre d'or, différents types de CUs périodiques ont été extraites des trois réseaux. Lorsque le volume est directement proportionnel au nombre d'or, les structures générées sont fortement périodiques, on parlera d'approximants. Les approximants montrent une influence de la variation du rayon des poutres sur la densité relative de moins en moins importante à mesure que la taille de la CU augmente. Pour les VERs dont le volume n'est pas proportionnel à  $\phi$ , l'influence de la variation du rayon sur la densité relative est moindre, ces structures sont donc plus représentative des propriétés des quasilattices.

Enfin une dernière partie s'est intéressée à la fabricabilité des structures conçues par fusion laser sélective, au travers de cinq cas particuliers du réseau cubique. La sélection des structures a été faite de sorte à couvrir de nombreux angles d'inclinaisons par rapport au plateau de fabrication. L'analyse des densités relatives, au travers de la variabilité des tendances, a fait apparaître une nécessité d'étude au cas par cas. Des éléments conformes à la littérature, tels que des variations de rayons mesurées par rapport à une valeur nominale ont été retrouvés. Cependant, ces variations sont directement fonction du rayon des poutres à élaborer, elle-même en lien avec la résolution maximale du procédé. De plus, l'effet de l'orientation des poutres a été investigué. La dépendance du rayon mesuré par rapport à l'inclinaison est de plus en plus forte à mesure que le rayon désiré est petit. Les conclusions déterminées autour des rayons ne permettent pas d'expliquer pleinement les déviations sur la densité relative. En ce sens, une mesure de densité relative locale est proposée, caractéristique de la quantité de matière autour d'un nœud. Deux conclusions fortes en découlent : plus les rayons nominaux sont faibles, plus les nœuds fabriqués présentent des valeurs divergentes et des incertitudes importantes. Et pour les structures présentant des angles d'inclinaisons proches les uns des autres une importante densification de la matière interviennent autour des nœuds. Ces deux phénomènes semblent en compétition et permettent d'expliquer en partie les déviations macroscopiques mesurées (densité relative). Il est toutefois important de noter que ces données ne sont valables que pour des structures dont les topologies et les dimensions sont proches de celles testées. En effet, les effets d'échelles et de voisinage sur la fabricabilité n'ont pas été étudiés à ce stade.

## Bibliographie

- [1] M. Ashby et Y. Bréchet, «Designing hybrid materials,» *Acta Materialia*, vol. 51, p. 5801–5821, 2003.
- [2] C. Petit, S. Meille et E. Maire, «Cellular solids studied by x-ray tomography and finite element modeling - a review,» *Journal of Materials Research*, vol. 17, pp. 2191 - 2201, 2013.
- [3] E. Aram et S. Medhipour-Ataei, «A Review on the Micro- and Nanoporous Polymeric Foams: Preparation and Properties,» *International Journal of Polymeric Materials and Polymeric Biomaterials*, vol. 65, n°17, pp. 358 - 375, 2015.
- [4] B. Oktay, N. Kayaman-Apohan, S. Erdem-Kuruca et M. Süleymanoğlu, «Fabrication of collagen immobilized electrospun poly (vinyl alcohol) scaffolds,» *Polymer Advanced Technologies*, vol. 26, p. 978 – 987, 2015.
- [5] J. Guan, K. Fujimoto, M. Sacks et W. Wagner, «Preparation and characterization of highly porous, biodegradable polyurethane scaffolds for soft tissue applications,» *Biomaterials*, vol. 26, p. 3961 – 3971, 2005.
- [6] F. García-Moreno, «Commercial Applications of Metal Foams: Their Properties and Production,» *Materials*, vol. 9, p. 85, 2016.
- [7] M. Twigg et J. Richardson, «Theory and applications of ceramic foam catalysts,» *Transactions in Chemical Engineering*, vol. 80, pp. 183 - 189, 2002.
- [8] S. Ahmad, H. Taib et A. Ismail, «Short Review: Ceramic Foam Fabrication Techniques for Wastewater Treatment Application,» *Advanced Materials Research*, vol. 795, pp. 5 - 8, 2013.
- [9] S. Kim et C. Lee, «A review on manufacturing and application of open-cell metal foam,» *Procedia Materials Science*, vol. 4, p. 305 – 309, 2014.
- [10] E. Aram et S. Mehdi-pour-Ataei, «Preparation of Thermally Stable, Low Dielectric Constant, Pyridine-Based Polyimide and Related Nanofoams,» *Journal of Applied Polymer Science*, pp. 4387 - 4394, 2013.
- [11] S. Mehdi-pour-Ataei et S. Saidi, «Structure–property relationships of low dielectric constant, nanoporous, thermally stable polyimides via grafting of poly(propylene glycol) oligomers,» *Polymers for Advanced Technologies*, vol. 19, pp. 889 - 894, 2008.
- [12] S. Ahmad, H. Taib et A. Ismail, «Short Review: Ceramic Foam Fabrication Techniques for Wastewater Treatment Application,» *Advanced Materials Research*, vol. 2013, pp. 5 - 8, 2013.
- [13] Y. Wang, Y. Park et C. Joen, «A Review of Metal Foam and Metal Matrix Composites for Heat Exchangers and Heat Sinks,» *Heat Transfer Engineering*, vol. 33, p. 12, 2013.
- [14] Y. Li, X. Pei, B. Shen, W. Zhai, L. Zhang et W. Zheng, «Polyimide/graphene composite foam sheets with ultrahigh thermostability for electromagnetic interference shielding,» *RSC Advances*, vol. 5, p. 24342, 2015.
- [15] H. Yang, X. Wang, L. Song, B. Yu, Y. Yuan, Y. Hu et R. Yuen, «Aluminum hypophosphite in combination with expandable graphite as a novel flame retardant system for rigid polyurethane foams,» *Polymers Advanced Technologies*, vol. 25, p. 1034 –1043, 2014.
- [16] T. Brittain, Y. Sugimura, O. Schueller, A. Evans et G. Whitesides, «Fabrication and Mechanical Performance of a Mesoscale Space-Filling Truss System,» *Journal of Microelectromechanical*, vol. 10, n°11, pp. 113 - 120, 2001.
- [17] V. Deshpande, N. Fleck et M. Ashby, «Effective properties of the octet-truss lattice material,» *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, vol. 49, p. 1747 – 1769, 2001.

- [18] R. B. Fuller, «Synergetic Building Construction». 7 Feb 1961.
- [19] A. Azman, F. Vignat et F. Villeneuve, «Design Configurations and Creation of Lattice Structures for Metallic Additive Manufacturing,» *14e Colloque National AIP-Priméca*, La Plagne, 2015.
- [20] M. Bendsoe et N. Kikuchi, «Generating optimal topologies in structural design using a homogenization method,» *Computer Method in Applied Mechanics and Engineering*, vol. 71, pp. 197 - 224, 1988.
- [21] L. Cheng, P. Zhang, E. Biyikli, J. Bai, S. Pilz et A. To, «Integration of Topology Optimization with Efficient Design of Additive Manufactured Cellular Structures,» *Proceedings of the Solid Freeform Fabrication*, Austin, 2015.
- [22] L. Cheng, P. Zhang, E. Biyikli, J. Bai, J. Robbins et A. Po, «Efficient design optimization of variable-density cellular structures for additive manufacturing: theory and experimental validation,» *Rapid Prototyping Journal*, vol. 23, n°14, pp. 660 - 677, 2017.
- [23] A. Panesar, M. Abdi, D. Hickman et I. Ashcroft, «Strategies for functionally graded lattice structures derived using topology optimisation for Additive Manufacturing,» *Additive Manufacturing*, vol. 19, pp. 81 - 94, 2018.
- [24] L. Cheng, J. Bai et A. Po, «Functionally graded lattice structure topology optimization for the design of additive manufactured components with stress constraints,» *Computer Methods in Applied Mechanical Engineering*, vol. 344, p. 334 – 359, 2019.
- [25] H. Zhang, Y. Wang et Z. Kang, «Topology optimization for concurrent design of layer-wise graded lattice materials and structures,» *International Journal of Engineering Science*, vol. 138, pp. 26 - 49, 2019.
- [26] A. Takezawa, X. Zhang et Y. Koizumi, «Numerical study on the effective stiffness of topology-optimized lattice structures made of orthotropic crystal grains with optimal orientation,» *Computational Materials Science*, vol. 159, pp. 202 - 209, 2019.
- [27] Y. Wang, H. Xu et D. Pasini, «Multiscale isogeometric topology optimization for lattice materials,» *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, vol. 316, pp. 568 - 585, 2017.
- [28] A. Mackay, «Periodic minimal surfaces,» *Nature*, vol. 314, pp. 604 - 606, 1985.
- [29] P. Gandy, D. Cvijovic, A. Mackay et J. Klinowski, «Exact computation of the triply periodic D ('diamond') minimal surface,» *Chemical Physics Letters*, vol. 314, n°15 - 6, pp. 543 - 551, 1999.
- [30] Y. Deng et M. Mieczkowski, «Three-dimensional periodic cubic membrane structure in the mitochondria of amoebae *Chaos carolinensis*,» *Protoplasma*, vol. 203, n°11 - 2, pp. 16 - 25, 1998.
- [31] A. Du Plessis, C. Broeckhoven, I. Yadroitsava, I. Yadroitsev, C. Hands et D. Bhate, «Beautiful and Functional: A Review of Biomimetic Design in Additive Manufacturing,» *Additive Manufacturing*, vol. 27, pp. 408 - 427, 2019.
- [32] R. Müller, N. Abaid, J. Boreyko, C. Fowlkes, A. Goel, C. Grimm, S. Jung, B. Kennedy, C. Murphy, N. Cushing et J. Han, «Biodiversifying bioinspiration,» *Bioinspiration & Biomimetics*, vol. 13, p. 053001, 2018.
- [33] A. Du Plessis, C. Broeckhoven, I. Yadroitsev, I. Yadroitsava et S. Le Roux, «Analyzing nature's protective design: The glyptodont body armor,» *Journal of the Mechanical Behavior of Biomedical Materials*, vol. 82, p. 218–223, 2018.
- [34] G. Gu, I. Su, S. Sharma, J. Voros, Z. Qin et M. Buehler, «3D-printing of bio-inspired composites,» *Journal of Biomechanical Engineering*, vol. 138, pp. 021006-1, 2016.
- [35] L. Dong, V. Deshpande et H. Wadley, «Mechanical response of Ti–6Al–4V octet-truss lattice structures,» *International Journal of Solids and Structures*, Vols. 1 sur 260-61, p. 107–124, 2015.

- [36] F. Zok, R. Latture et M. Begley, «Periodic truss structures,» *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, vol. 96, pp. 184 - 203, 2016.
- [37] M. Helou et S. Kara, «Design, Analysis and Manufacturing of Lattice Structure : an overview,» *International Journal of Computer Integrated Manufacturing*, vol. 31, n°13, pp. 243 - 261, 2018.
- [38] L. Hao, D. Raymont, C. Yan, A. Hussein et P. Young, «Design and Additive Manufacturing of Cellular Lattice Materials,» *Proceedings of the 5th International Conference on Advanced Research in Virtual and Rapid Prototyping*, Leiria, 2011.
- [39] W. Tao et M. Leu, «Design of Lattice Structure for Additive Manufacturing,» chez *2016 International Symposium on Flexible Automation*, Cleveland, 2016.
- [40] F. Tamburrino, S. Graziosi et M. Bordegoni, «The Design Process of Additively Manufactured Mesoscale Lattice Structures: A Review,» *Journal of Computing and Information Science in Engineering*, vol. 18, pp. 040801-1, 2018.
- [41] H. Wang, Y. Chen et D. Rosen, «A Hybrid Geometric Modeling Method for Large Scale Conformal Cellular Structures,» *25th Computers and Information in Engineering Conference, Parts A and B*, Long Beach, 2005.
- [42] Y. Chen, «A Mesh-based Geometric Modeling Method for General Structures,» chez *International Design Engineering Technical Conferences*, Philadelphia, 2006.
- [43] A. Aremu, J. Brennan-Craddock, P. Panesar, I. Ashcroft, R. Hague, R. Wildman et C. Tuck, «A voxel-based method of constructing and skinning conformal and functionally graded lattice structures suitable for additive manufacturing,» *Additive Manufacturing*, vol. 13, pp. 1 - 13, 2017.
- [44] F. Masarwi, J. Machchhar, P. Antolin et G. Elber, «Hierarchical, random and bifurcation tiling with heterogeneity in micro-structures construction via functional composition,» *Computer-Aided Design*, vol. 102, pp. 148 - 149, 2018.
- [45] J. Martinez, S. Hornus, H. Song et S. Lefebvre, «Polyhedral Voronoi diagrams for additive manufacturing,» *ACM Transactions on Graphics*, vol. 37, n°14, pp. 1 - 15, 2018.
- [46] A. Schoen, «Infinite Periodic Minimal Surfaces Without Self-intersections,» NASA Technical Note, Wahsington, D.C., 1970.
- [47] H. Schwarz, *Gesammelte Mathematische Abhandlungen*, Berlin: Julius Springer, 1890.
- [48] R. Gabrielli, I. Turner et C. Bowen, «Development of Modelling Methods for Materials to be Used as Bone Substitutes,» *Key Engineering Materials*, Vols. 1 sur 2361 - 363, pp. 903 - 906, 2008.
- [49] Coxeter et H.S.M., *Regular Polytopes*, New York: Dover, 1973.
- [50] Tutton et A.E.H., *Crystallography and Practical Crystal Measurement*, London: Lubrecht & Cramer, 1964.
- [51] L. J. Gibson et M. F. Ashby, *Cellular Solids : Structures and Properties*, Cambridge: Cambridge University Press, 1991.
- [52] Y. Tang, G. Dong, Q. Zhou et Y. Zhao, «Lattice Structure Design and Optimization With Additive Manufacturing Constraints,» *IEEE Transactions on Automation Science and Engineering*, vol. 99, pp. 1 - 17, 2017.
- [53] P. Lu et P. Steinhardt, «Decagonal and Quasi-Crystalline Tilings in Medieval Islamic Architecture,» *Science*, vol. 315, p. 1106, 2007.
- [54] D. Schechtman, I. Blech, D. Gratias et J. Cahn, «Metallic Phase with Long-Range Orientational Order and No Translational Symmetry,» *Physical Review Letters*, vol. 53, n°120, pp. 1951 - 1953, 1984.



- [55] L. He, X. Li, Z. Zhang et K. Kuo, «One-Dimensional Quasicrystal in Rapidly Solidified Alloy,» *Physical Review Letters*, vol. 61, n°19, pp. 1116 - 1118, 1988.
- [56] K. Chattopadhyay, S. Lele, N. Thangaraj et S. Ranganathan, «Vacancy ordered phases and one-dimensional quasiperiodicity,» *Acta Metallurgica*, vol. 35, n°13, pp. 727 - 733, 1987.
- [57] W. Man, M. Megens, P. Steinhardt et P. Chaikin, «Experimental measurement of the photonic properties of icosahedral quasicrystals,» *Nature*, vol. 436, pp. 993-6, 2005.
- [58] M. Senechal, «The Mysterious Mr. Ammann,» *The Mathematical Intelligencer*, vol. 26, n°14, pp. 10 - 21, 2004.
- [59] R. Penrose, «The role of aesthetics in pure and applied mathematical research,» *Bull.Inst.Math.Appl.*, vol. 10, pp. 266 - 274, 1974.
- [60] R. Penrose, «Pentaplexity,» *Eureka*, vol. 39, pp. 16 - 22, 1978.
- [61] E. Whittaker et R. Whittaker, «Some Generalized Penrose Patterns from Projections of n-Dimensional Lattices,» *Acta crystallographica*, vol. 44, pp. 105 - 112, 1988.
- [62] L. Bindi, C. Lin, C. Ma et P. Steinhardt, «Collisions in outer space produced an icosahedral phase in the Khatyrka meteorite never observed previously in the laboratory,» *Scientific Reports*, vol. 6, p. 38117, 2016.
- [63] L. Bindi, P. Steinhardt, N. Yao et P. Lu, «Natural Quasicrystals,» *Science*, vol. 324, pp. 1306 - 1309, 2009.
- [64] S. Kenzari, «Phd thesis : Elaboration et Caractérisation de Nano-Composites Métal-Intermétalliques Complexes,» 2006. [En ligne]. Available: <https://www.theses.fr/114042268>. [Accès le 07 05 2019].
- [65] F. Fang, D. Hammock et K. Irwin, «Methods for Calculating Empires in Quasicrystals,» *Crystals*, vol. 304, n°17, pp. 1 - 21, 2017.
- [66] P. De Wolf, «The Pseudo-Symmetry of Modulated Crystal Structures,» *Acta crystallographica*, vol. 30, n°1A, pp. 777 - 785, 1974.
- [67] A. Janner et T. Janssen, «Symmetry of periodically distorted crystals,» *Physical Review B*, vol. 15, pp. 643 - 658, 1977.
- [68] J. Socolar, J. Steinhardt et D. Levine, «Quasicrystals with arbitrary orientatiortal symmetry,» *Physical Review B*, vol. 32, pp. 5547 - 5550, 1985.
- [69] A. Dubois, *Usefull Quasicrystals*, Singapore: World Scientific, 2005.
- [70] C. Janot et J. Dubois, *Les quasicristaux matières à paradoxes*, Les Ulis: EDP Sciences, 1998.
- [71] T. Stelging, «Ammann bars and quasicrystals,» *Discrete & Computational Geometry*, vol. 7, pp. 125 - 133, 1992.
- [72] E. Harris, «Non-peroidic Rhomb Substitution Tilings that Admit n Rotational Symetry,» *Discrete & Computational Geometry*, vol. 34, pp. 523 - 536, 2005.
- [73] N. de Bruijn, «Dualization of multigrig,» *Journal of Physics*, vol. 47, pp. C3-9-C3-18, 1986.
- [74] N. de Bruijn, «Penrose patterns are almost entirelydetermined by two points,» *Discrete Mathematics*, vol. 106/107, pp. 97 - 104, 1992.
- [75] G. Bonhomme, «PhD thesis : Oxydation des quasi-cristaux pour applications industrielles,» 2003. [En ligne]. Available: <http://www.theses.fr/2003INPL053N>. [Accès le 15 05 2019].
- [76] A. Madison, «Subsitution rules for icosahedral quasicrystals,» *RSC Advances*, pp. 5745 - 5753, 2014.

- [77] V. Elser et C. Henley, «Crystal and quasicrystal structures in Al-Mn-Si alloys,» *Physical review letters*, vol. 55, p. 2883, 1985.
- [78] A. Tsai, A. Inoue et T. Masumoto, «New Decagonal Al-Ni-Fe and Al-Ni-Co Alloys Prepared by Liquid Quenching,» *Materials Transaction JIM*, vol. 30, n°12, pp. 150 - 154, 1989.
- [79] K. Fung, C. Yang, Y. Zhou, J. Zhao, W. Zhan et S. B.G., «Icosahedrally Related Decagonal Quasicrystal in Rapidly Cooled Al-14-at.%-Fe Alloy,» *Physical Review Letter*, vol. 56, p. 2060, 1986.
- [80] J. A. E. Guo et A. Tsai, «Stable icosahedral quasicrystals in binary Cd-Ca and Cd-Yb systems,» *physical Review Letters B*, vol. 62, p. R14605(R), 2000.
- [81] M. Suard, «PhD Thesis : Caractérisation et optimisation de structures treillis,» 2015. [En ligne]. Available: [https://tel.archives-ouvertes.fr/tel-01241583/file/SUARD\\_2015\\_archivage.pdf](https://tel.archives-ouvertes.fr/tel-01241583/file/SUARD_2015_archivage.pdf). [Accès le 05 16 2019].
- [82] D. Winter, «An Examination of the Alternative Methods Used by the Investment Casting Industry to Produce Sacrificial Patterns: Have All of the Available Options Been Considered?,» *ASME 2009 International Mechanical Engineering Congress and Exposition*, Lake Buena Vista, 2009.
- [83] J. Mun, B. Yun, Ju, J., Chang et B.M., «Indirect additive manufacturing based casting of a periodic 3D cellular metal – Flow simulation of molten aluminum alloy,» *Journal of Manufacturing Processes*, vol. 17, pp. 28 - 40, 2015.
- [84] E. Bele et G. Hibbard, «Reinforcement of microtruss cellular materials by nanocrystalline electrodeposition,» *Scripta Materialia*, vol. 68, pp. 31 - 34, 2013.
- [85] D. Jang, L. Meza, F. Greer et J. Greer, «Fabrication and deformation of three-dimensional hollow ceramic nanostructures,» *Nature Materials*, vol. 12, pp. 893 - 898, 2013.
- [86] D. Queheillalt et H. Wadley, «Cellular metal lattices with hollow trusses,» *Acta Materialia*, vol. 53, n°12, pp. 303 - 313, 2005.
- [87] P. Moongkhamklang, D. Elzey et H. Wadley, «Titanium matrix composite lattice structures,» *Composites: Part A*, vol. 39, pp. 176 - 187, 2008.
- [88] H. Wadley, N. Fleck et A. Evans, «Lattice truss structures from expanded metal sheetFabrication and structural performance of periodic cellular metal sandwich structures,» *Composites Science and Technology*, vol. 63, pp. 2331 - 2343, 2003.
- [89] G. Kooistra et H. Wadley, «Lattice truss structures from expanded metal sheet,» *Materials & Design*, vol. 28, pp. 507 - 514, 2007.
- [90] L. Dong, V. Deshpande et H. Wadley, «Mechanical response of Ti-6Al-4V octet-truss lattice structures,» *International Journal of Solids and Structures*, Vols. 1 sur 260 - 61, pp. 107 - 124, 2015.
- [91] S. Tsopanos, R. Mines, S. McKown, Y. Shen, W. Cantwell, W. Brooks et C. Stutcliffe, «The Influence of Processing Parameters on the Mechanical Properties of Selectively Laser Melted Stainless Steel Microlattice Structures,» *Journal of Manufacturing Science and Engineering*, vol. 132, pp. 041011-1, 2010.
- [92] C. Yan, L. Hao, A. Hussein, P. Young et D. Raymont, «Advanced lightweight 316L stainless steel cellular lattice structures fabricated via selective laser melting,» *Materials & Design*, vol. 55, pp. 533 - 541, 2014.
- [93] N. Takano, H. Takizawa, P. Wen, K. Odaka, S. Matsunaga et S. Abe, «Stochastic prediction of apparent compressive stiffness of selective laser sintered lattice structure with geometrical imperfection and uncertainty in material property,» *International Journal of Mechanical Sciences*, vol. 134, pp. 347 - 356, 2017.

- [94] C. Qui, S. Yue, N. Adkins, M. Ward, H. Hassanin, P. Lee, P. Withers et M. Attallah, «Influence of processing conditions on strut structure and compressive properties of cellular lattice structures fabricated by selective laser melting,» *Materials Science & Engineering A*, vol. 628, pp. 188 - 197, 2015.
- [95] L. Liu, P. Kamm, F. Garcia-Moreno, J. Banhart et D. Pasini, «Elastic and failure response of imperfect three-dimensional metallic lattices: the role of geometric defects induced by Selective Laser Melting,» *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, vol. 107, pp. 160 - 184, 2017.
- [96] P. Delroisse, P. Jacques, E. Maire, O. Rigo et A. Simar, «Effect of strut orientation on the microstructure heterogeneities in AlSi10Mg lattices processed by selective laser melting,» *Scripta Materialia*, vol. 141, pp. 32 - 35, 2017.
- [97] Z. Dong, Y. Liu, W. Li et J. Liang, «Orientation dependency for microstructure, geometric accuracy and mechanical properties of selective laser melting AlSi10Mg lattices,» *Journal of Alloys and Compounds*, vol. 791, pp. 490 - 500, 2019.
- [98] S. Van Bael, G. Kerckhofs, M. Moesen, G. Pyka, J. Schrooten et J. Kruth, «Micro-CT-based improvement of geometrical and mechanical controllability of selective laser melted Ti6Al4V porous structures,» *Materials Science and Engineering A*, vol. 528, p. 7423 – 7431, 2011.
- [99] R. Wauthle, B. Vrancken, B. Beynaerts, K. Jorissen, J. Schrooten, J. Kruth et J. Van Humbeeck, «Effects of build orientation and heat treatment on the microstructure and mechanical properties of selective laser melted Ti6Al4V lattice structures,» *Additive Manufacturing*, vol. 5, pp. 77 - 84, 2015.
- [100] S. Sing, W. Yeong, F. Wiria et B. Tay, «Characterization of Titanium Lattice Structures Fabricated by Selective Laser Melting Using an Adapted Compressive Test Method,» *Experimental Mechanics*, vol. 56, pp. 735 - 748, 2016.
- [101] S. Sing, F. Wiria et W. Yeong, «Selective laser melting of lattice structures: A statistical approach to manufacturability and mechanical behavior,» *Robotics and Computer-Integrated Manufacturing*, vol. 49, pp. 170 - 180, 2018.
- [102] M. Fischer, «Elaboration in situ d'alliages de titane et de structures architecturées par fabrication additive – Application aux dispositifs médicaux implantables,» *manuscrit de thèse*, 2017.
- [103] Z. Bahgeri, D. Melancon, L. Liu, R. Jonhtson et D. Pasini, «Compensation strategy to reduce geometry and mechanics mismatches in porous biomaterials built with Selective Laser Melting,» *Journal of the Mechanical Behavior of Biomedical Materials*, vol. 70, pp. 17 - 27, 2017.
- [104] S. Arabnejad, R. Johnston, J. Pura, B. Singh, M. Tanzer et D. Pasini, «High-strength porous biomaterials for bone replacement: A strategy to assess the interplay between cell morphology, mechanical properties, bone ingrowth and manufacturing constrains,» *Acta Biomaterialia*, vol. 30, pp. 345 - 356, 2016.
- [105] M. Dias, J. Guedes, C. Flanagan, S. Hollister, Fernandes et P.R., «Optimization of scaffold design for bone tissue engineering: A computational and experimental study,» *Medical Engineering & Physics*, vol. 36, n°14, pp. 448 - 457, 2014.
- [106] S. Eshraghi et S. Das, «Mechanical and microstructural properties of polycaprolactone scaffolds with one-dimensional, two-dimensional, and three-dimensional orthogonally oriented porous architectures produced by selective laser sintering,» *Acta Biomaterialia*, vol. 6, n°17, pp. 2467 - 2476, 2010.
- [107] B. Partee, S. Hollister et S. Das, «Selective Laser Sintering Process Optimization for Layered Manufacturing of CAPA® 6501 Polycaprolactone Bone Tissue Engineering Scaffolds,» *Journal of Manufacturing Science and Engineering*, vol. 128, pp. 531 -540, 2005.

- [108] G. Pyka, A. Burakowski, G. Kerckhofs, M. Moesen, S. Van Bael, J. Schrooten et M. Wevers, «Surface Modification of Ti6Al4V Open Porous Structures Produced by Additive Manufacturing,» *Advanced Engineering Materials*, vol. 14, pp. 363 - 370, 2012.
- [109] O. U. Manual, Wikibooks, The Free Textbook Project, 2019.
- [110] Community et B. O., Blender - a 3D modelling and rendering package, Amsterdam: Stichting Blender Foundation, 2018.
- [111] M. NV, Materialise 3-matic Documentation, Louvain, 2018.
- [112] V. S. Deshpande, M. F. Ashby et N. A. Fleck, «Foam topology bending versus stretching dominated architectures,» *Acta materialia*, vol. 49, p. 1035–1040, 2001.
- [113] P. Lohmuller, J. Favre, S. Kenzari, B. Piotrowski, L. Peltier et P. Laheurte, «Architectural effect on 3D elastic properties and anisotropy of cubic lattice structures,» *Materials & Design*, p. (en cours de soumission), 2019.
- [114] D. Levine et P. Steinhardt, «Quasicrystals: A New Class of Ordered Structures,» *Physical Review Letters*, vol. 53, n°126, pp. 2477 - 2480, 1984.
- [115] A. Madison, «Atomic structure of icosahedral quasicrystals: stacking multiple quasi-unit cells,» *RSC Advances*, vol. 5, n°197, pp. 79279 - 79297, 2019.
- [116] I. 13314, «Mechanical testing of metals Ductility testing Compression test for porous ad cellular metals,» 2011.
- [117] J. Plateau, *Statistique expérimentale et théorique des liquies soumis aux seules force moléculaires*, Ghent, 1873.
- [118] «Quasicrystal,» chez *Seminar II*, Ljubljana, 2009.
- [119] W. Steurer, «Twenty years of structure research on quasicrystals. Part I. Pentagonal, octagonal, decagonal and dodecagonal quasicrystals,» *Zeitschrift für Kristallographie - Crystalline Materials*, vol. 219, pp. 391 - 446, 2009.

### **3. Chapitre 3 : Evaluation numérique des propriétés mécaniques effectives de réseaux architecturés et confrontation expérimentale.**

#### **3.1. Etat de l'art**

L'emploi des structures *lattices* (LS) se base sur la possibilité de remplir un volume par l'intermédiaire d'un motif de sorte que le ratio performance/masse soit optimisé. La bonne maîtrise de ce ratio s'effectue grâce à deux leviers : un cahier des charges complet et une connaissance prédictive et/ou expérimentale des propriétés des structures employées. Les propriétés des LS sélectionnées se doivent d'être adaptées pour une réponse adéquate au cahier des charges. De plus, le contrôle des propriétés mécaniques d'un squelette est un élément clef de la maîtrise des propriétés mécaniques globales du composite. Il est donc nécessaire de connaître les comportements associés à chaque type de topologies. Deux aspects retiendront notre attention. Tout d'abord, nous verrons les méthodes possibles pour la détermination des propriétés mécaniques, leurs avantages et leurs limites. Pour cela, nous découplerons les aspects analytiques, numériques et expérimentaux en trois parties distinctes. Puis, nous nous intéresserons, aux propriétés mécaniques, en se focalisant principalement sur les propriétés élastiques de certaines structures cubiques. Une partie permettra de clarifier l'évolution des propriétés au regard de l'ensemble de la gamme de densité relative. Puis nous passerons en revue les études traitant de l'influence de l'architecture sur les propriétés mécaniques.

##### 3.1.1. Méthodes numériques d'évaluation des propriétés mécaniques.

La détermination des propriétés effectives d'un réseau poreux permet de le considérer comme un matériau monolithique. Différentes stratégies coexistent quant à leurs déterminations. Nous en relèverons quatre principales : les analyses topologiques, les modélisations analytiques, les méthodes numériques basées sur la Méthode des Eléments Finis (MEF) et les procédures d'homogénéisation.

###### 3.1.1.1. Analyses topologiques.

L'analyse topologique se base sur le fait qu'il est possible de déduire le comportement d'une structure en analysant ses nœuds [1, 2]. Considérons les deux assemblages (Figure 3-1), comme des assemblages de poutres dont les nœuds sont articulés. Soumises à un chargement, les poutres du premier assemblage vont tourner autour des nœuds, conduisant à l'effondrement du réseau, (Figure 3-1.(a)). Dans ce cas la charge n'est pas supportée, nous parlerons de mécanisme [1]. Pour le même chargement, les poutres du second assemblage vont supporter la charge, en

traction pour certaines poutres, et en compression pour d'autres. Dans ce cas l'effondrement interviendra par allongements des poutres, nous parlerons de structure (Figure 3-1.(b)) [1].

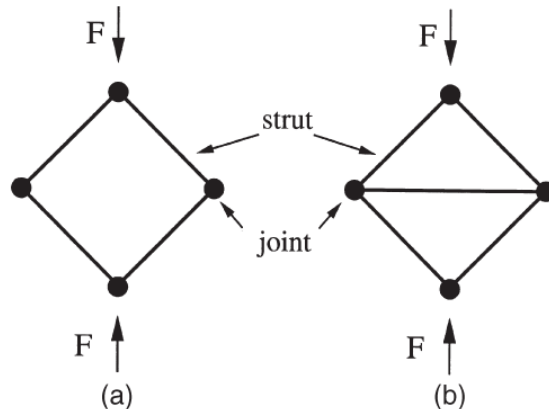


Figure 3-1 : Un mécanisme (a) et une structure (b), extrait de [1].

Considérons à présent les deux assemblages de la Figure 3-1 comme pourvus de nœuds fixes. L'application d'un chargement sur la première structure sera à l'origine d'un moment fléchissant, à l'origine du fléchissement des poutres. On parlera dans ce cas de « comportement dominé par le fléchissement » (CDF). A l'inverse pour le second assemblage, la notion de nœud fixe n'influe que peu sur la rigidité macroscopique, et l'effondrement de la structure est toujours gouverné par la résistance axiale des poutres. On parlera ici de « comportement dominé par l'allongement ». Il est relativement intuitif de considérer qu'un comportement dominé par l'allongement présentera toujours des résistances supérieures à celle d'une structure sujette au fléchissement. L'idée de l'analyse topologique est donc au travers d'une observation minutieuse d'une structure, de déterminer un critère pour l'obtention d'une structure à « comportement dominé par l'allongement » (CDA). Premièrement proposé par Maxwell au cours du XIX<sup>ème</sup> siècle, il se base sur la notion de conservation de l'énergie pour proposer un critère permettant de déterminer si une structure est ou non rigide. Il est souvent appelé critère (ou règle) de Maxwell et prend la forme suivante (en 3D) :

$$b = 3j - 6 \quad (3.1)$$

Avec  $b$  le nombre de poutres et  $j$  le nombre de nœuds. Ce critère peut être vu comme une condition nécessaire mais pas suffisante, car celle-ci ne prend pas en compte les notions de mécanismes et de structures [3, 2]. Un critère généralisé est proposé par Calladine sous la forme suivante [3] :

$$b - 3j + 6 = m - s \quad (3.2)$$

Avec  $m$ , le nombre de mécanismes et  $s$  celui des structures (*cf.* les travaux de Pellegrino et Calladine pour la détermination de  $m$  et  $s$  [4]). On remarque ici que la condition de rigidité est remplie lorsque  $m = s$  (sans pour autant que tous deux soient nuls). En se basant sur les travaux de Pellegrino et Calladine, Deshpande *et al.* proposent un critère pour les réseaux similairement situés (structure dont tous les nœuds sont identiques). Ils montrent qu'une condition nécessaire

et suffisante pour l'obtention d'un réseau rigide correspond (en 3D) à une connectivité égale à douze [1]. De plus, ils montrent que pour les réseaux présentant plusieurs topologies de nœuds, il est nécessaire que la structure soit principalement constituée de parties rigides. Cette notion de « principalement constituée de » amène à une légère ambiguïté quant à la détermination d'un critère pour des structures présentant plusieurs types de connectivités.

D'un point de vue applicatif, ces critères apparaissent comme un outil simple pour l'évaluation qualitative de la rigidité d'une structure. Il résulte qu'une structure CDA conduit à des résistances et rigidités supérieures à celle d'une structure gouvernée par le flambement. Cependant le passage de la limite élastique conduit, pour les structures CDA, à une chute importante de la résistance causée par la rupture brutale des poutres [5]. Ceci est un élément limitant l'emploi de ces structures pour des applications comme l'absorption d'énergie, qui nécessite une réponse contraintes-déformations la plus étendue et constante possible après la limite élastique, comportement que l'on observera plutôt pour une structure CDF.

### 3.1.1.2. Modélisations analytiques.

L'un des principaux avantages des structures *lattices* est la possibilité d'employer la théorie des poutres pour décrire les relations contraintes-déformations macroscopiques de façon analytique. Il s'agit d'une modélisation de type discrète où l'ensemble des poutres est représenté par des nœuds et des connexions. Les propriétés effectives sont déterminées par la résolution des équations d'équilibres sur un volume élémentaire représentatif (VER).

Ces modèles ont premièrement été développés pour la détermination des propriétés effectives des mousses. Gibson et Ashby [6] proposent une analyse dimensionnelle des propriétés mécaniques des mousses à pores ouverts et fermés. Pour ce faire, ils proposent deux modèles simplifiés représentatifs des deux types de mousses représentées en Figure 3-2.

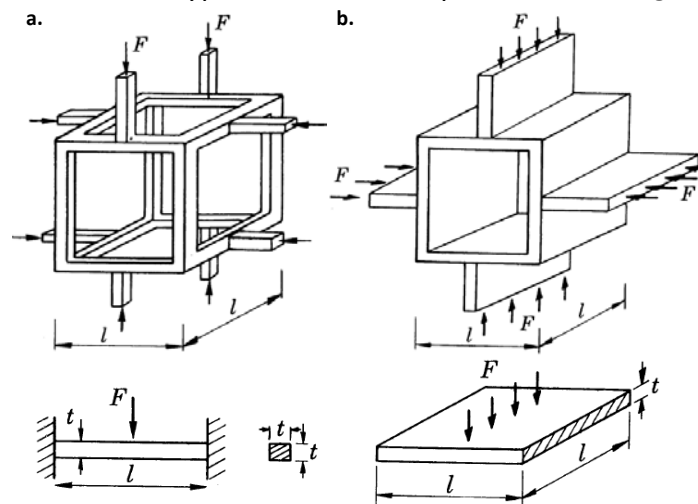


Figure 3-2 : Modèles de mousses à pores ouverts a. et pores fermés b. du modèle de Gibson et Ashby.

Dans un premier temps les auteurs déterminent la densité relative et les moments quadratiques en fonction des caractéristiques géométriques de la structure et de la section des poutres. Ils établissent les relations de proportionnalités suivantes :

$$\rho/\rho_s \propto (t/l)^2 \text{ et } I \propto t^4 \text{ Mousse à pores ouverts} \quad (3.3)$$

$$\rho/\rho_s \propto t/l \text{ et } I \propto l.t^3 \text{ Mousse à pores fermés} \quad (3.4)$$

Avec  $\rho_s$  la densité du matériau plein,  $l$  la longueur de poutre et  $t$  l'épaisseur de la poutre ou des parois. Ils déterminent ensuite la rigidité en considérant l'application d'une force axiale. Celle-ci mène au fléchissement des poutres dont la déflexion est régie selon la relation suivante :

$$\delta \propto \frac{Fl^3}{E_s I} \quad (3.5)$$

Avec  $E_s$  le module de Young du matériau massif. En considérant à présent la contrainte et la déformation comme respectivement proportionnelles à  $F/l^2$  et  $\delta/l$ , la loi de Hooke conduit aux deux relations analytiques suivantes :

$$E/E_s = C_1(\rho/\rho_s)^2 \text{ Pores ouverts} \quad (3.6)$$

$$E/E_s = C'_1(\rho/\rho_s)^3 \text{ Pores fermés} \quad (3.7)$$

Avec  $C_1$  et  $C'_1$  les paramètres représentatifs de la géométrie de la structure. De la même façon, cette méthode peut également être employée pour l'obtention de relations de mêmes formes reliant le module cisailant et la limite d'élasticité à la densité relative. Cependant ces relations ne sont valables que pour une longueur de poutre importante devant la section. Lorsque cette condition n'est pas remplie, la densité relative doit être calculée en prenant en compte le volume des nœuds. De plus, à forte densité, les contributions axiales et les effets de cisaillements deviennent importants et doivent être pris en compte par le modèle. Les relations de proportionnalités sont donc plus complexes à établir. Les auteurs montrent néanmoins qu'une approximation fidèle peut être obtenue sous la forme  $E/E_s = (\rho/\rho_s)^2$  en considérant l'ensemble de la gamme de densité relative. Dans la suite de ce manuscrit ce modèle sera nommé modèle de Gibson-Ashby ou modèle G-A. Ce processus en 2D ou en 3D conduit à la détermination des propriétés effectives d'une structure au travers de ses grandeurs caractéristiques et des propriétés mécaniques du matériau constitutif ; on parle de modélisation continue [7]. Sur la base de ce modèle et en accord avec les données de la littérature, Ashby et Gibson proposent une formulation générale de la forme [8]:

$$E/E_s = C.(\rho/\rho_s)^m \quad (3.8)$$



Les paramètres  $C$  et  $m$  sont représentatifs de la topologie du milieu. Toutefois, le modèle A-G est uniquement employable pour  $\rho/\rho_s < 0,3$ .

La théorie classique des poutres comprend deux modèles : la théorie d'Euler-Bernoulli et celle de Timoshenko [9]. La première est entièrement résolue au travers de l'équilibre des forces, tandis que la seconde prend en compte l'équilibre des forces et des moments. Le modèle employé doit donc être choisi en fonction du comportement d'une structure. Une structure à CDA pourra être modélisée selon la théorie d'Euler-Bernoulli, tandis qu'une topologie à CDF devra prendre en compte les rotations. En 3D, la loi de Hooke généralisée relie la déformation à la contrainte au travers de la matrice de rigidité. La résolution des équations d'équilibres aux différents nœuds du VER permet la détermination de cette matrice. Cependant l'acuité des résultats obtenus dépend des hypothèses employées. Deshpande *et al.* [5] déterminent les rigidités effectives de l'octet-truss en considérant uniquement la contribution de l'allongement sur la déformation. On retrouve le modèle d'Euler-Bernoulli dans de nombreuses études [5, 10, 11, 12, 13, 14], celles-ci prennent en général deux modes de déformations : l'allongement et le flambement. Le modèle de Timoshenko est parfois confronté à celui d'Euler Bernoulli comme dans les études suivantes [14, 13]. Il reste néanmoins le modèle le plus adapté aux topologies présentant des mécanismes tels que présentés sur la Figure 3-1. Il est en général basé sur une formulation énergétique et prend en compte les allongements, le flambement et la rotation des nœuds. La prise en compte de ces trois mécanismes permet la détermination des propriétés effectives quel que soit la densité relative.

Différentes topologies ont été étudiées au travers de ces modèles telles que la structure diagonale [13, 15, 14], l'octet-truss [16], le tétraèdre [17, 18, 19, 20], le cuboctaèdre [11], le dodécaèdre rhombique [10]. Enfin des modèles plus complets basés sur la théorie élastique micro-polaire [21, 22] ou encore la théorie de micro-dilatation [23] permettent la prise en compte de paramètres cinématiques. Ces modèles sont particulièrement adaptés aux déplacements complexes qui ont lieu au sein des structures comme les auxétiques (coefficient de Poisson négatif), mais sont fortement gourmands en ressources informatiques et donc souvent limités à des VERs réduits en taille ou à l'étude des réseaux 2D.

### 3.1.1.3. Modélisation par la méthode des éléments finis.

Trois types d'erreurs ont une influence sur le résultat obtenu. Premièrement, la structure testée est idéalisée lors de sa modélisation numérique. Cette idéalisation a lieu à deux échelles, d'une part du point de vue de la topologie, nous avons pu voir en partie 2.4, qu'il existe des divergences entre un modèle numérique et un modèle obtenu expérimentalement. D'autre part, la modélisation numérique prend rarement en compte les défauts et les porosités intrinsèques au

matériau. Ceci peut être réalisée au travers de la formulation mathématique employée lors de l'interpolation.

La seconde source d'erreur se décompose également en deux parties. La première partie concerne la taille des éléments, celle-ci influence d'une part la topologie finale de la structure idéalisée, et d'autre part elle influence la précision de l'interpolation faite entre deux éléments voisins. La seconde partie est associée au type d'éléments choisi. En 3D, ces éléments prennent des formes polyédriques (pour des problèmes de pavages leurs formes se réduisent souvent à des tétraèdres ou des prismes). L'emploi de ces éléments seuls permettent uniquement la prise en compte de fonctions d'interpolations linéaires, l'ajout de nœuds sur les arêtes des éléments permet de réaliser une interpolation sur trois points plutôt que deux et permet donc d'envisager l'emploi de fonctions de forme non linéaires.

Enfin le couple (forme d'élément) / (nombre de points d'interpolations) conditionne les modèles physiques employables. Par exemple, pour un problème de résistance des structures, l'emploi d'éléments 1D limite le modèle à l'emploi de la théorie des poutres. Un élément 2D sera adapté à la théorie des plaques, pour des contraintes-déformations planes. A contrario les éléments 3D sont nécessairement associés aux théories élastiques 3D. C'est ensuite le nombre de points d'interpolations qui régit le nombre de mécanismes physiques possibles et donc l'acuité d'une solution. Il est toutefois important de noter que le nombre d'éléments couplé au nombre de points d'interpolations a une influence directe sur les ressources numériques nécessaires. La résolution d'un problème via la méthode des éléments finis conduit donc toujours à une solution associée à un compromis entre la discrétisation de la structure, l'enrichissement d'un modèle physique et le temps de calcul. Outre la notion d'existence et d'unicité de la solution, la méthode des éléments finis pose deux limites fondamentales : la notion de convergence des résultats et l'erreur associée à la modélisation numérique de la structure par rapport à une structure réelle.

Différentes études traitent spécifiquement de ces problématiques numériques en se focalisant sur les structures *lattices*. Tancogne-Dejean *et al.* [24] utilisent un rayon moyen déterminé par micro-tomographie ( $\mu$ -CT) pour réaliser des simulations plus fidèles à la réalité. Suard *et al.* [25, 26] proposent au travers d'analyses  $\mu$ -CT, un concept de rayon mécaniquement équivalent, qui prend en compte l'effet de l'état de surface sur les propriétés mécaniques effectives. Ces travaux sont d'ailleurs confirmés par de Formanoir *et al.* [27] dans une étude expérimentale concernant l'influence d'un traitement chimique sur les propriétés mécaniques d'une structure *lattice*. D'autres modèles introduisent directement dans le design numérique de leur structure des défauts caractéristiques des procédés FA [28, 29, 30, 31, 32]. Dans toutes ces études, l'acuité du modèle proposé par rapport aux données expérimentales est renforcé par l'utilisation de corrections géométriques (souvent indépendamment de la discrétisation en éléments finis de la structure).

L'influence du type d'élément et leur taille est investiguée par Smith *et al.* [33]. Pour des éléments 1D ou 3D, ils montrent qu'il existe une influence de la taille d'élément sur le plateau de contraintes (voir partie 3.1.2). S'agissant d'une étude comparative les auteurs préconisent de travailler à une même taille d'éléments pour les deux types de modèles. Cependant l'allure asymptotique de leurs résultats tend également à montrer une convergence des valeurs pour de faibles tailles d'éléments au détriment du temps de calcul.

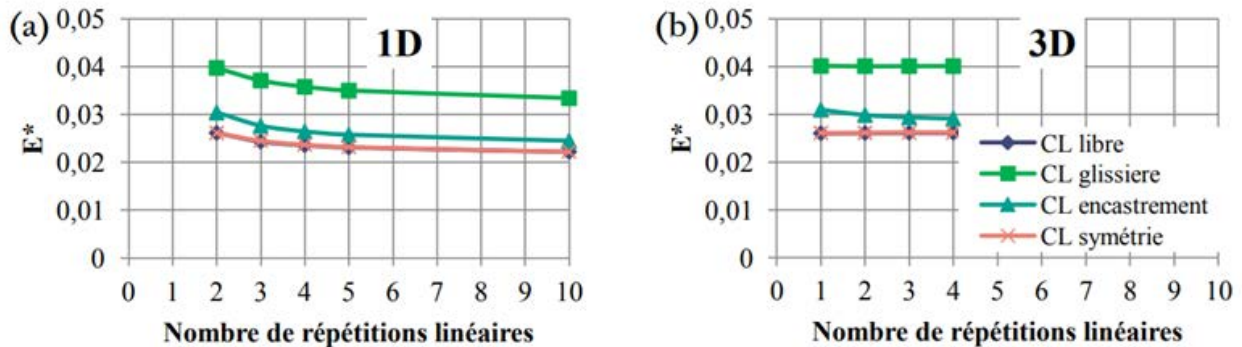


Figure 3-3 : Influence des types d'éléments et des nombres de répétitions linéaires sur la rigidité relative d'une structure octet-truss [32].

Fischer compare les rigidités relatives d'une structure octet-truss entre des éléments 1D et 3D en fonction de nombre de cellules répétées dans les trois directions de l'espace, pour différentes conditions aux limites [32]. Elle montre que le modèle 3D est beaucoup moins sensible qu'une modélisation 1D au nombre de répétitions linéaires de la CU dans l'espace. Ceci s'explique par l'hypothèse de petites déformations, ainsi que l'hypothèse de Navier-Bernoulli qui stipule que les sections restent planes et droites, ce qui entraîne des effets de bord importants. Elle montre une convergence des valeurs pour un nombre de répétitions linéaires pour les modèles 1D et 3D respectivement égale à cinq et deux (Figure 3-3). Dans les deux cas, il existe une dépendance des rigidités mesurées par rapport aux conditions aux limites. La sensibilité du modèle 1D est principalement expliquée par le fait que ce modèle ne prend pas en compte les effets de bords. Elle préconise donc une modélisation 3D et une répétition de deux cellules dans les trois directions de l'espace. Néanmoins, d'autres travaux comme ceux de Bornert *et al.* [34] ou les travaux de Michel *et al.* [35] préconisent l'emploi d'une seule CU lorsque celle-ci est triplement périodique, avec des conditions aux limites appliquées également triplement périodiques. Enfin le nombre de répétitions linéaires dans l'espace tend à avoir une influence sur les modes de déformations non linéaires et plastiques [33, 11, 36]. De plus, en fonction des modèles, des divergences peuvent apparaître relatives à la prise en compte ou non des effets de bords [10].

L'influence du nombre d'éléments est également traitée au travers des études de sensibilités du maillage. Pour des éléments tétraédriques linéaires, Wettergreen *et al.* montrent une convergence des forces de réactions sur les faces d'une structure complexe chargée en compression à partir de 75 000 éléments [37]. Pour des éléments tétraédriques linéaires, Kadkhodapour *et al.* [38] montrent qu'environ 150 000 éléments sont suffisants pour déterminer

les propriétés élastiques de deux structures cubique primitive et diamant, tandis que la plasticité nécessite respectivement 270 000 et 320 000 éléments pour converger. Refai *et al.* prescrivent un nombre similaire d'éléments sur 17 topologies différentes [39]. Pour des éléments tétraédriques, Dumas *et al.* indiquent un nombre d'éléments convergeant fonction de la densité de la structure ; cependant cette observation n'est pas normalisée sur le volume relatif et la comparaison s'avère donc complexe. Les auteurs suggèrent ici un nombre d'éléments entre 15 000 et 50 000 pour une structure tétraédrique [40].

Au regard de ces différents éléments, les dimensions du maillage tendent à être fonction de la topologie, la densité relative et du type d'éléments employé. Dans notre étude, une taille d'élément volontairement petite sera employée de sorte à maximiser l'acuité des résultats au détriment du temps de calcul. Le choix du VER sera lui déterminé en fonction de la périodicité ou non de la structure. Dans le cas de structures périodiques et en accord avec [35], seul une CU sera modélisée. Les quasilattices feront elles l'objet d'une étude de convergence du VER, similaire à celle que l'on peut retrouver pour des mousses [41, 42].

#### 3.1.1.4. Procédure d'homogénéisation périodique mécanique de structures *lattices*

L'homogénéisation périodique est une procédure qui tend à déterminer les propriétés effectives mécaniques. Il s'agit d'une méthode multi-échelle qui au travers de la résolution des équations d'équilibres à une échelle locale microscopique conduit à la détermination des propriétés macroscopiques du matériau [43]. Prenons l'exemple de l'élasticité 3D, tel qu'il est détaillé en référence [44]. La théorie de l'homogénéisation permet de calculer le tenseur des rigidités macroscopiques  $C_{ijkl}^{macro}$  de la façon suivante, en utilisant la notation d'Einstein :

$$C_{ijkl}^{macro} = \frac{1}{V_{CU}} \int_{V_{CU}} C_{pqrs}^{micro} \left( \varepsilon_{pq}^{0(ij)} - \varepsilon_{pq}^{(ij)} \right) \left( \varepsilon_{rs}^{0(kl)} - \varepsilon_{rs}^{(kl)} \right) dV \quad (3.9)$$

Avec  $C_{pqrs}^{micro}$  la matrice de rigidité du matériau constitutif de la structure,  $\varepsilon_{pq}^{0(ij)}$  le champ de déformation macroscopique et  $\varepsilon_{pq}^{(ij)}$  le champ de déformation local. Ce dernier est relié au déplacement microscopique selon la relation suivante :

$$\varepsilon_{pq}^{(ij)} = \varepsilon_{ij}(\chi^{ij}) = \frac{1}{2} (\chi_{p,q}^{ij} - \chi_{q,p}^{ij}) \quad (3.10)$$

Avec  $\chi^{ij}$  le champ de déplacement local. Ce champ est déterminé au travers de l'équation suivante, avec  $\vartheta$  correspondant à un déplacement virtuel :

$$\int_V C_{ijpq} \varepsilon_{ij}(\vartheta) \varepsilon_{pq}(\chi^{kl}) dV = \int_V C_{ijkl} \varepsilon_{ij}(\vartheta) \varepsilon_{pq}^{0(kl)} dV \quad (3.11)$$

Cette équation est ensuite résolue au travers d'un modèle analytique [5, 16] ou par discrétisation et utilisation de la méthode des éléments finis [45, 46, 13]. La matrice de rigidité  $C_{ijkl}^{macro/micro}$ , est un tenseur d'ordre 4 possédant 81 composantes. Il fait le lien entre les tenseurs des contraintes et des déformations, la symétrie de ces deux tenseurs permet la réduction des composantes de la matrice de rigidité de 81 à 21. Selon la notation de Voigt, il prend la forme suivante :

$$C_{ijkl} = \begin{pmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & C_{14} & C_{15} & C_{16} \\ & C_{22} & C_{23} & C_{24} & C_{25} & C_{26} \\ & & C_{33} & C_{34} & C_{35} & C_{36} \\ & & & C_{44} & C_{45} & C_{46} \\ & & & & C_{55} & C_{56} \\ & & & & & C_{66} \end{pmatrix} \quad (3.12)$$

Dans le cas des matériaux périodiques, le nombre de composantes de C peut être à nouveau réduit au travers des éléments de symétrie de la structure considérée [47]. En ce sens un matériau orthotrope ou cubique, à l'instar de la périodicité des structures générée en partie 2.2, donne des matrices dont les formes sont les suivantes :

$$C^{cubique} = \begin{pmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{12} & 0 & 0 & 0 \\ & C_{11} & C_{12} & 0 & 0 & 0 \\ & & C_{11} & 0 & 0 & 0 \\ & & & C_{44} & 0 & 0 \\ & & & & C_{44} & 0 \\ & & & & & C_{44} \end{pmatrix} \quad (3.13)$$

$$C^{ortho} = \begin{pmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & 0 & 0 & 0 \\ & C_{22} & C_{23} & 0 & 0 & 0 \\ & & C_{33} & 0 & 0 & 0 \\ & & & C_{44} & 0 & 0 \\ & & & & C_{55} & 0 \\ & & & & & C_{66} \end{pmatrix} \quad (3.14)$$

Le champ de déformation macroscopique  $\epsilon_{pq}^{0(ij)}$  rassemble l'ensemble des déformations unitaires. Il se décompose en trois déformations axiales et trois déformations dans le plan ; ces six déformations sont représentées en Figure 3-4.

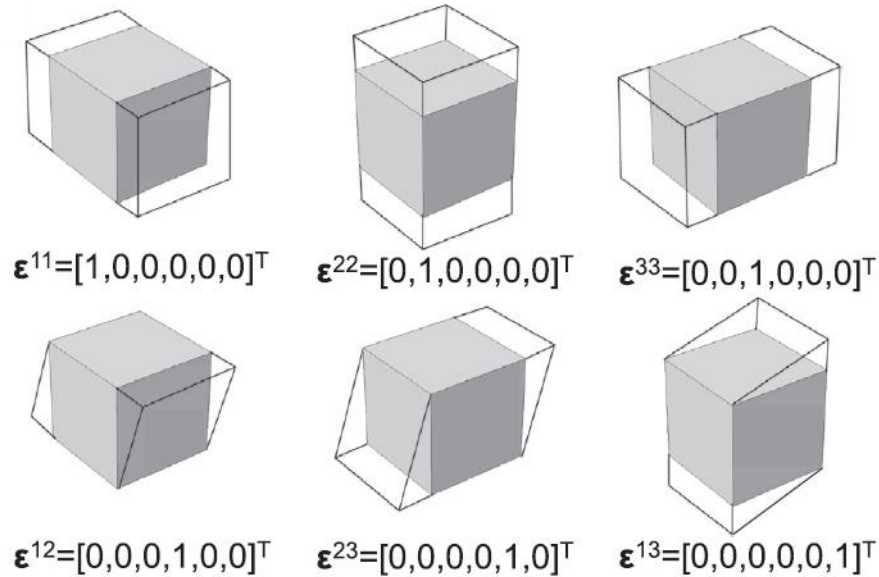


Figure 3-4 : Les 6 déformations unitaires appliquées à un VER [46].

L'application de ces six déformations conduit à la génération d'un champ de contrainte induit par les conditions aux limites au sein de la structure. Les déformations étant unitaires, une des composantes de  $\epsilon_{pq}^{0(ij)}$  est active tandis que les cinq autres sont égales à zéro. La récupération du champ de contraintes sur les faces appropriées permet directement la détermination des constantes de rigidités. L'équation 3.15 donne un exemple de deux constantes de rigidités déterminées à partir d'une déformation axiale ou plane :

$$\begin{cases} \epsilon_{11} \\ \epsilon_{22} \\ \epsilon_{33} \\ 2\epsilon_{32} \\ 2\epsilon_{31} \\ 2\epsilon_{21} \end{cases} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \xrightarrow{\text{donne}} \begin{cases} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{33} \\ \sigma_{32} \\ \sigma_{31} \\ \sigma_{21} \end{cases} = \begin{cases} C_{11} \\ C_{21} \\ C_{31} \\ C_{41} \\ C_{51} \\ C_{61} \end{cases} \quad \begin{cases} \epsilon_{11} \\ \epsilon_{22} \\ \epsilon_{33} \\ 2\epsilon_{32} \\ 2\epsilon_{31} \\ 2\epsilon_{21} \end{cases} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \xrightarrow{\text{donne}} \begin{cases} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{33} \\ \sigma_{32} \\ \sigma_{31} \\ \sigma_{21} \end{cases} = \begin{cases} C_{14} \\ C_{24} \\ C_{34} \\ C_{44} \\ C_{54} \\ C_{64} \end{cases} \quad (3.15)$$

Cette procédure est complétée par un choix judicieux des conditions aux limites sur les faces, arêtes et sommets de la structure testée ; celles-ci se doivent de respecter les indications de la Table 3-1.

Table 3-1 : Conditions aux limites sur les différentes zones d'une CU cubique pour les 6 chargements unitaires.

Composante de déformation active	Conditions aux limites
$\varepsilon_{11}$	$\Delta l_{x x=l_x} = 0,001l_x$
	$\Delta l_{x x=0} = \Delta l_{y y=0} = \Delta l_{y y=l_y} = \Delta l_{z z=0} = \Delta l_{z z=l_z} = 0$
$\varepsilon_{22}$	$\Delta l_{y y=l_y} = 0,001l_y$
	$\Delta l_{x x=0} = \Delta l_{x x=l_x} = \Delta l_{y y=0} = \Delta l_{z z=0} = \Delta l_{z z=l_z} = 0$
$\varepsilon_{33}$	$\Delta l_{z z=l_z} = 0,001l_z$
	$\Delta l_{x x=0} = \Delta l_{x x=l_x} = \Delta l_{y y=0} = \Delta l_{y y=l_y} = \Delta l_{z z=0} = 0$
$\varepsilon_{32}$	$\Delta l_{x y=l_y} = 0,0005l_y \quad \Delta l_{y x=l_x} = 0,0005l_x$
	$\Delta l_{x y=0} = \Delta l_{y x=0} = \Delta l_{z z=0} = \Delta l_{z z=l_z} = 0$
$\varepsilon_{31}$	$\Delta l_{y z=l_z} = 0,0005l_z \quad \Delta l_{z y=l_y} = 0,0005l_y$
	$\Delta l_{y z=0} = \Delta l_{z y=0} = \Delta l_{x x=0} = \Delta l_{x x=l_x} = 0$
$\varepsilon_{21}$	$\Delta l_{x z=l_z} = 0,0005l_z \quad \Delta l_{z x=l_x} = 0,0005l_x$
	$\Delta l_{x z=0} = \Delta l_{z x=0} = \Delta l_{y y=0} = \Delta l_{y y=l_y} = 0$

La procédure introduite ci-dessus a été proposée par Stevens à la fin du XXème siècle [48, 49]. Il parle de conditions aux limites cinématiques, et propose un modèle particulièrement simple et robuste à implémenter. On retrouve cette procédure dans différentes études de la littérature comme par exemple les travaux de Xu *et al.* [45] ou ceux de Dong *et al.* [50]. La périodicité des conditions aux limites impose un déplacement périodique entre deux points opposés d'un maillage [51, 52, 53]. Cependant cette notion se fait au détriment du temps de calcul, de plus la périodicité des conditions aux limites impose également un contrôle du maillage sur les frontières de la structures [54]. Comme présenté dans l'étude de Arabnejad et Pasini [54], la prise en compte de la périodicité des conditions aux limites tend à conduire à des résultats plus robustes ; ils montrent également que les différences par rapport aux autres méthodes (conditions au limites cinématiques) sont de l'ordre de 10 % maximum pour les rigidités et jusqu'à 20 % pour les modules de cisaillements.

### 3.1.2. Méthodes expérimentales d'évaluation des propriétés mécaniques

Nous avons vu dans la partie 2.4 les divergences pouvant subvenir entre un modèle numérique idéal et un modèle produit expérimentalement au travers d'un procédé de FA. Certaines modélisations (*cf.* 3.1.1.3) prenaient en compte ces déviations géométriques de sorte à produire des modèles plus fidèles à l'expérience. La détermination expérimentale des propriétés effectives des structures *lattices* est un moyen d'alimenter et de valider la modélisation numérique. De plus, les aspects expérimentaux permettent également de mettre à jours des éléments difficilement accessibles au travers des méthodes numériques comme les effets microstructuraux, les effets d'échelles ou encore la présence d'hétérogénéités au sein du matériau constitutif de la structure.

Le comportement typique d'un matériau poreux au cours d'un essai quasi-statique peut être représenté par la courbe Figure 3-5 [55]. Nous distinguerons trois zones : la zone élastique, la zone de transition, et la zone de densification. Tout d'abord, la zone élastique dénotée par un I est caractérisée par 3 grandeurs : le gradient quasi-élastique noté 1, le gradient élastique noté 2 et la première résistance maximale à la compression, noté 3. Les deux premières grandeurs peuvent être assimilées à la rigidité de la structure, c'est principalement le gradient élastique qui est utilisé pour déterminer les modules apparents des structures. La première résistance maximale à la compression correspond au premier maxima local de la courbe de contraintes-déformations. Il est le marqueur de la résistance de la structure et du début de son effondrement. La seconde zone de la Figure 3-5, nommée II, caractérise une zone de transition lors de laquelle il réside une compétition entre l'augmentation de la résistance due à la densification et l'effondrement progressif de la structure. Cette zone est caractérisée par la résistance plateau notée  $\sigma_{pl}$ . La valeur ainsi que la plage de déformation de ce plateau est un indicateur de la cinétique d'effondrement d'une structure. Il est également un bon marqueur du potentiel d'une structure pour des applications en chargement dynamique [5]. Enfin, la zone III de la Figure 3-5 est appelée zone de densification ; à ce stade la structure ne possède plus son intégrité initiale et les effondrements successifs conduisent à une importante réduction du volume élémentaire de la structure testée et donc une augmentation de sa densité relative en compression. Cette dernière zone est identifiée par une valeur de contrainte 1,3 fois supérieure à celle de  $\sigma_{pl}$ , il s'agit du point noté  $\sigma_{130}$  sur la Figure 3-5.

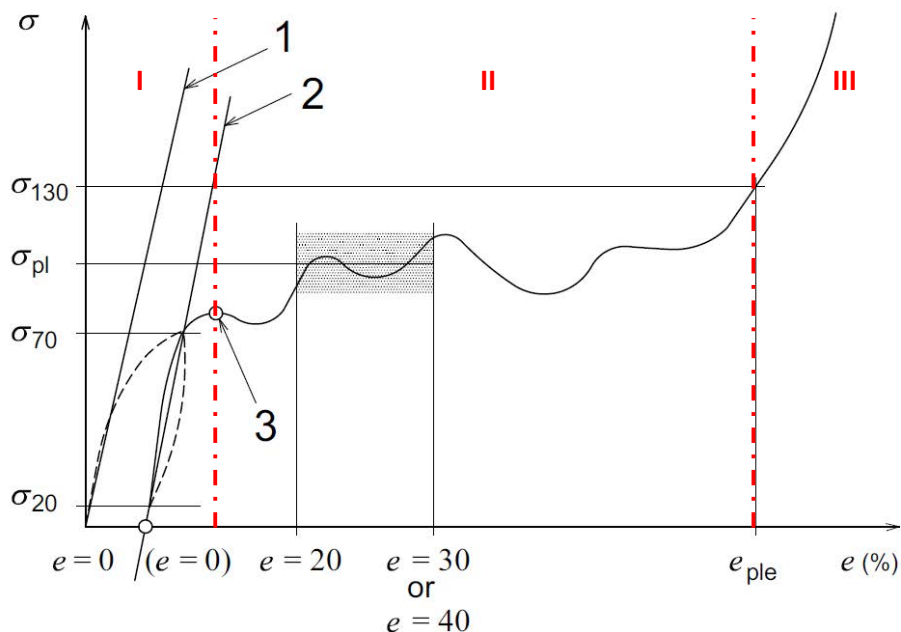


Figure 3-5 : Courbe typique d'un essai de compression sur un matériau poreux, image extrait de [56].



La norme ISO 13314 [56] donne également des spécifications géométriques et des informations sur la répétabilité des essais. Elle est donc employée dans de nombreuses études [11, 12, 38, 57, 58] pour n'en citer que quelques-unes.

De même, les modules cisailants et les résistances associées sont principalement obtenus au travers d'essais de torsion ou de cisaillement. De par sa simplicité de mise en œuvre, le test de torsion est le plus employé pour la détermination des modules et résistances cisailantes [55]. On peut notamment citer les études de Cuadrado *et al.* [59], Yanez *et al.* [60] ou encore Wauthle *et al.* [61]. D'autres études traitent également des modules tranchants au travers d'essais de cisaillement entre plateaux [40, 62, 63]. Cependant les études sur les propriétés en cisaillements ne sont pas fréquentes, en partie à cause de la complexité et du volume des éprouvettes mises en œuvre.

On retrouve également différents types d'études plus complexes sur de la tenue en service. Elles sont sous la forme de courbes S-N ou de courbes d'accumulations de la déformation [58, 64, 65, 66]. De plus, les structures *lattices* présentent également un intérêt tout particulier du point de vue de leurs propriétés sous sollicitations dynamiques et principalement pour des applications de type absorption d'énergie. On retrouve notamment les travaux de Lijun et Weidong [67], Cui *et al.* [68] et Ozdemir *et al.* [69].

### 3.1.3. Propriétés mécaniques effectives des structures *lattices*.

Dans cette partie, nous nous attarderons plus en détail sur les propriétés mécaniques effectives des structures *lattices*. Pour ce faire nous découperons cette partie en 3 points :

- Le premier concerne les propriétés effectives des structures cristallines (FC, BCC, PC) que l'on retrouve dans le modèle de génération de structures présenté dans le chapitre précédent, et qui seront vues comme des références pour les comparaisons entre nos modèles et la littérature.
- Le second point s'intéressera aux travaux étudiant l'ensemble du spectre de densité relative.
- Enfin, l'effet de l'architecture sur les propriétés mesurées.

A notre connaissance, aucune étude n'a été menée sur les propriétés mécaniques des quasilattices, notre attention se portera donc uniquement sur les structures *lattices* à périodicités cubiques.

### 3.1.3.1. Propriétés mécaniques des structures cristallines.

#### L'octet-truss (FCC) :

Les propriétés élastiques effectives de la structure octet-truss ont été déterminées au travers de la théorie des poutres par Deshpande *et al.* [5] et dans un second temps par Hu *et al.* [16]. Pour un rayon petit devant la longueur de poutre, les études déterminent soit une matrice de rigidité (noté S) soit une matrice de compliance (C). La détermination des raideurs effectives est réalisée pour des cellules octaédriques et tétraédriques par Deshpande et pour une cellule tétraédrique dans le cas de Hu. L'orientation par rapport à un repère global de l'origine conduit à des propriétés différentes, nous retrouverons les deux matrices suivantes :

$$\mathbf{S}_{Deshpande}^{octa} = \frac{l^2}{2\sqrt{2}\pi r^2 E_s} \begin{pmatrix} 3 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ & 3 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ & & 3 & 0 & 0 & 0 \\ & & & 4 & 0 & 0 \\ & & & & 4 & 0 \\ & & & & & 4 \end{pmatrix} \quad (3.16)$$

$$\mathbf{C}_{Hu}^{tétra} = \frac{E_s \pi r^2}{2\sqrt{2}l^2} \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ & 2 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ & & 2 & 0 & 0 & 0 \\ & & & 1 & 0 & 0 \\ & & & & 1 & 0 \\ & & & & & 1 \end{pmatrix} \quad (3.17)$$

Nous pourrions également considérer l'étude de Challapali et Ju [70], qui détermine analytiquement et expérimentalement les propriétés de la structure en considérant un matériau intrinsèque orthotrope. Cheng *et al.* [71] proposent également une formulation analytique plus robuste que celle de Deshpande ou Hu en prenant l'intégralité de la structure en considération ; cependant les différences sont peu significatives. Au travers du modèle de Gurtin-Murdoch, les effets de taille sont pris en compte pour la détermination de la surface de charge d'une structure octet-truss par Abdelhamid et Czekanski [72]. Meza *et al.* [73] déterminent les coefficients du modèle G-A pour la structure octet-truss. Ils remarquent, à une échelle nanométrique, la variabilité des paramètres du modèle en fonction du matériau testé (un polymère et une céramique). De façon générale, le comportement élastique de l'octet-truss est de type CDA [5]. Toutefois il n'est pas possible de considérer ce comportement comme valable sur l'ensemble de la gamme de densité relative.

Deshpande *et al.* [5] déterminent les surfaces de charge d'une structure octet-truss de façon analytique, numérique et au travers d'une formulation analytique quadratique qui permet de prendre en compte le caractère anisotrope de la structure. Ils s'intéressent à deux types

d'effondrement : celui causé par une rupture plastique et l'effondrement associé au flambement élastique de la structure. Pour chaque type d'effondrement, les auteurs donnent les différents modes de déformation des poutres internes à la structure. Hu *et al.* s'intéressent aux déformations plastiques au travers de l'évolution de l'écroutissage de cette structure. De façon analytique et numérique, ils montrent l'évolution des surfaces de charges en fonction de la déformation appliquée [16]. Cette étude met également en avant des divergences de plus en plus significatives entre modèle analytique et numérique à mesure que la déformation augmente. Tancogne-Dejean *et al.* [74] montrent au travers d'un modèle éléments finis que les mécanismes de déformation évoluent entre faible et forte densité relative. En outre les auteurs mettent également en avant une sensibilité à la vitesse de déformation et ils déterminent l'effet d'une poutre de section non-uniforme sur les propriétés mécaniques et l'influence de la taille de la structure. Deshpande et Fleck étudient également le comportement élastique et plastique de l'octet-truss sous une sollicitation en flambement 3 points [75]. Cette étude leur permet d'étudier l'effet d'une structure sandwich (structure *lattice* entre deux plaques rigides) composée d'octet-truss sur les propriétés mécaniques, en comparaison avec une structure *lattice* seule.

La structure diagonale (BCC) :

La structure diagonale (que nous appellerons également diag-truss) est moins étudiée que la structure octet-truss ; à notre connaissance aucune modélisation continue des propriétés effectives n'est proposée pour cette topologie. Cependant différentes études traitent des rigidités et résistances axiales [13, 59, 33, 62, 39] tandis que les propriétés en cisaillement sont également données dans les références [39, 59, 62]. Ptochos *et al.* [13] proposent une formulation analytique reliant la densité relative, le module de Young et le coefficient de Poisson aux paramètres géométriques de la structure. Les auteurs donnent les relations suivantes :

$$\frac{\rho}{\rho_0} = \pi 4\sqrt{3} \left(\frac{r}{l}\right)^2 \quad (3.18)$$

$$\frac{E}{E_0} = \frac{4\sqrt{3}}{\frac{l^2}{\pi r^2} + \frac{l^4}{2\pi r^4}} = \frac{2E_0 \left(\frac{\rho}{\rho_0}\right)}{2\pi^2 + 1} \quad (3.19)$$

$$\nu = \frac{\frac{-l}{\pi r^2} + \frac{l^2}{4\pi r^4}}{\frac{1}{\pi r^2} + \frac{l^2}{2\pi r^4}} \quad (3.20)$$

Crupi *et al.* [76] déterminent de façon expérimentale les coefficients C et m du modèle G-A pour la rigidité et la résistance effective d'une structure diagonale pour une densité relative comprise

entre 0,1 et 0,25. Concernant le module cisailant, aucune relation analytique, ni modèle G-A ne semblent avoir été déterminé dans la littérature. Néanmoins Refai *et al.* [39], via des modélisations par éléments finis, établissent les variations des modules et contraintes de cisaillement sur une plage de densité relative entre 0,1 et 0,4. La Figure 3-6 montre les variations du module cisailant effectif par rapport à la densité relative et les valeurs associées du modèle G-A. Pour la normalisation, un module de cisaillement du matériau intrinsèque de 42,5 GPa a été utilisé. De la même façon, à partir des données de Refai *et al.*, il est possible de donner des relations pour la résistance au cisaillement et pour le module cisailant.

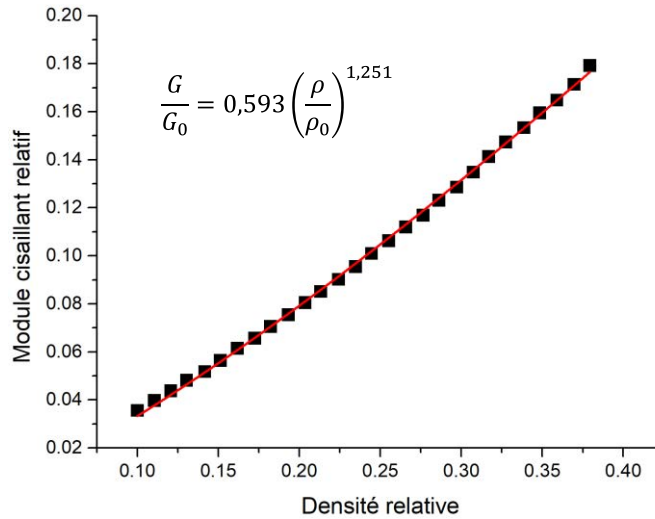


Figure 3-6 : Relation entre le module cisailant et la densité relative d'une structure diagonale, données extraites de [39].

Genevose *et al.* [77] s'intéressent à la plasticité de la structure BCC, ils montrent expérimentalement que le champ de déformation est hétérogène et complexe. Ils montrent également la validité des champs de déformations obtenus par élément fini comparés à ceux obtenus par corrélation d'images. Gumruk *et al.* [62] s'intéressent au travers de divers types de chargements multiaxiaux, à la surface de charge de la structure BCC et montrent une certaine variabilité de cette surface en fonction de la taille des CUs considérées. Les auteurs montrent également l'apparition de bandes de cisaillement macroscopiques lors de la déformation plastique d'une structure BCC.

#### La structure cubique (PC) :

Wu *et al.* [46], utilisent les propriétés homogénéisées d'une structure cubique pour leur implémentation dans une routine d'optimisation topologique. Ils proposent une interpolation polynomiale d'ordre 3 pour relier les constantes de rigidités à la densité relative sur l'ensemble de la gamme possible. Les tendances ainsi que les interpolations sont données en Figure 3-7. Il est communément admis que cette structure possède des bonnes propriétés en tension lorsque le chargement est dans la direction des poutres [78, 38].

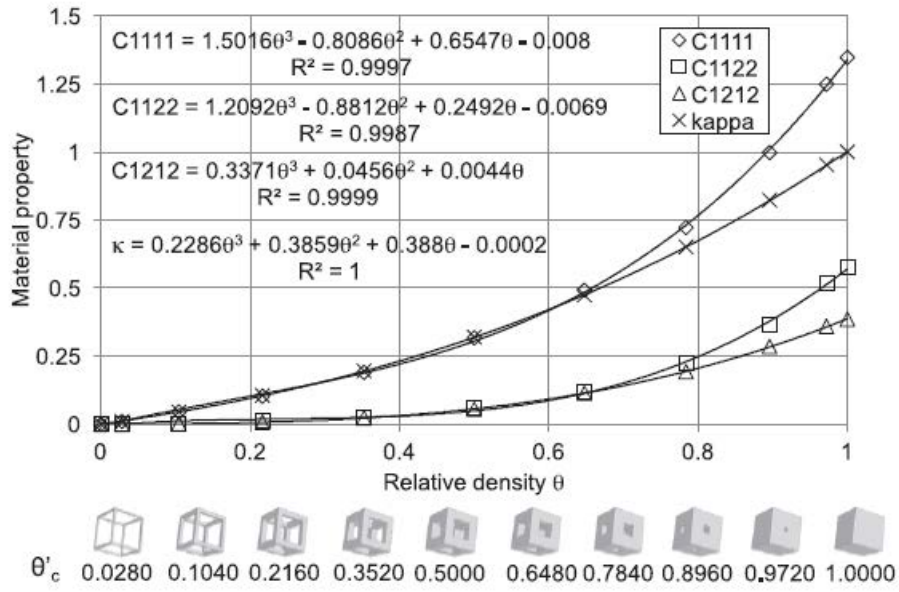


Figure 3-7 : Constantes de rigidités d'une structure cubique et sa conductivité thermique ( $\kappa$ ) en fonction de la densité relative  $\theta$ , extrait de [46].

Vigliotti et Pasini [78] font état de très faibles rigidités en cisaillement pour la structure cubique primitive. Ils montrent également que la structure PC est aisément sujette au flambement inélastique et que de très faibles contraintes de cisaillement conduisent rapidement à la rupture de la structure. En compression, Kadkhodapour *et al.* montrent que la déformation plastique s'effectue par effondrements successifs des couches de la structure par flambement des poutres [38]. Cependant, en fonction de l'orientation du chargement, la déformation passe d'une déformation par flambement à une déformation en flexion des poutres [38, 79].

### 3.1.3.2. Propriétés mécaniques des structures *lattices* sur l'intégralité de la gamme de densité.

Dans cette étude nous nous intéressons à l'effet de l'architecture sur les propriétés mécaniques d'un méta-matériau. En ce sens, nous nous intéresserons à l'ensemble de la gamme de densité relative. Gibson et Ashby [6], analysent différentes données expérimentales de la littérature pour proposer une relation générale reliant les rigidités effectives aux densités relatives Figure 3-8. Sur l'ensemble du spectre des densités relatives, ils mettent en avant trois zones dénotées I, II et III. La zone I correspond à la zone de validité de la théorie des poutres (principalement gouvernée par le flambement). On remarque notamment une forte variabilité des données par rapport à l'interpolation proposée. Cet élément laisse présager une influence de la morphologie de la mousse sur ses propriétés. La zone II est une zone intermédiaire où le rapport  $r/l$  faible n'est pas respecté, on note que la variabilité des données est beaucoup plus faible que pour la zone I, ce

qui signifie une faible influence la topologie de la mousse sur les rigidités effectives. Enfin, la zone III peut être vue comme des trous dans un solide, pour laquelle la théorie d'Eshelby paraît la plus adaptée pour la détermination des propriétés mécaniques.

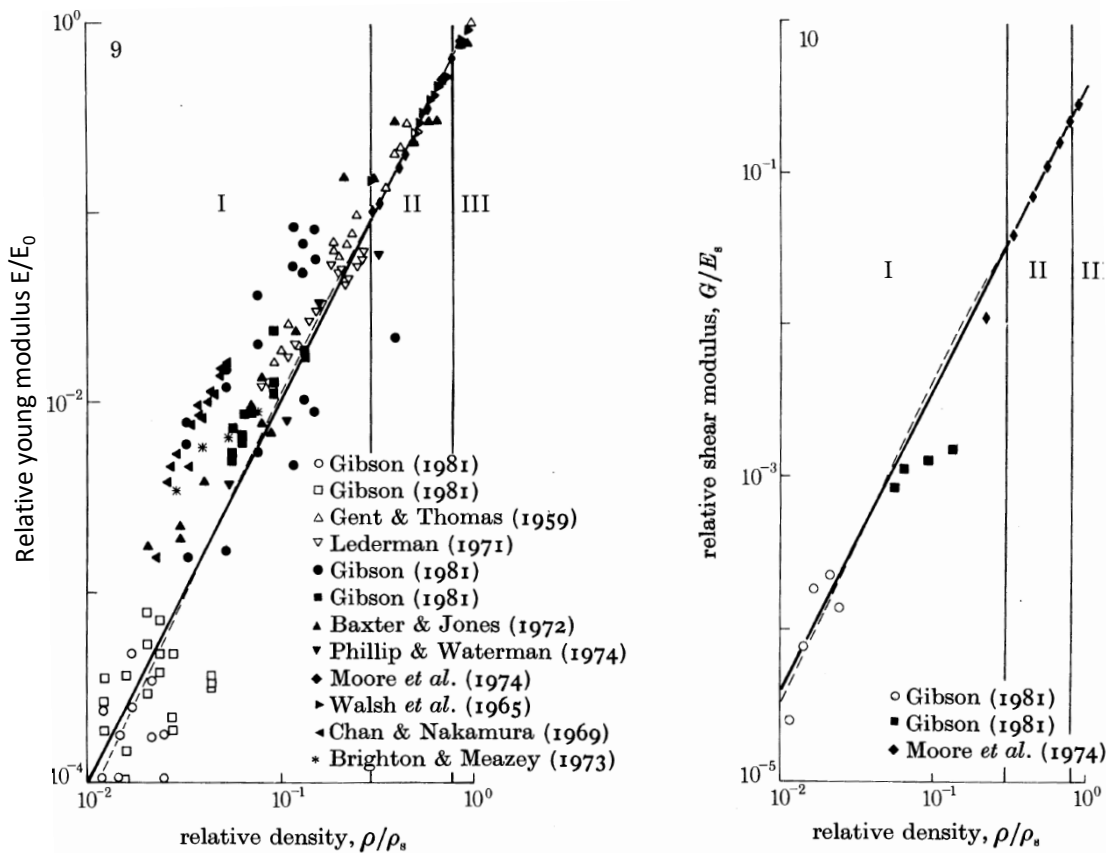


Figure 3-8 : Relations entre  $E/E_0$  et  $G/E_s$  et la densité relative, les icones vides représentent les mousses à pores ouverts et les pleins les mousses à pores fermés.

Bonatti et Mohr [80] montrent qu'il n'existe pas d'ordre hiérarchique entre une structure octet-truss pleine et tubulaire. A faible densité les propriétés de la structure à section creuse sont supérieures à celles de l'octet-truss conventionnelle, tandis qu'à plus forte densité la tendance est inversée. Meza *et al.* [73] complètent cette étude et proposent que la rigidité et la résistance soient corrélées d'une part à la topologie de la cellule et d'autre part aux paramètres géométriques de celle-ci (type de section, rayon, épaisseur de mur ...). Cette notion se retrouve dans les travaux de Vigliotti *et al.* [78], où la rigidité, la résistance et les modes de déformations sont étudiés ; en prenant en compte l'influence des paramètres géométriques et la densité (sur l'intégralité de sa gamme). La connaissance des propriétés mécaniques sur l'ensemble de la gamme de densité relative permet par exemple la conception de gradients de densités au sein de routines d'optimisations topologiques [46, 81].

### 3.1.3.3. Influence de la topologie sur les propriétés mécaniques des structures *lattices*.

Ahmadi *et al.* s'intéressent à l'effet de la topologie sur différentes propriétés mécaniques obtenues expérimentalement [57]. Pour une section équivalente pour chaque structure et six topologies étudiées, ils montrent, à l'image de Bonatti *et al.*, qu'il n'existe pas d'ordre hiérarchique entre différentes structures sur une gamme de densité comprise entre 0,1 et 0,4. Ceci est représenté en Figure 3-9 avec les rigidités et résistances effectives en fonction de la densité relative des topologies testées. Par exemple la structure la plus rigide n'est pas la même sur une gamme de densité relative de 0,1 ou 0,4. De plus, les auteurs montrent également que les mécanismes de déformations et de ruptures ne sont pas les mêmes en fonction de la topologie considérée, ce qui se traduit directement sur les courbes de contraintes/déformations.

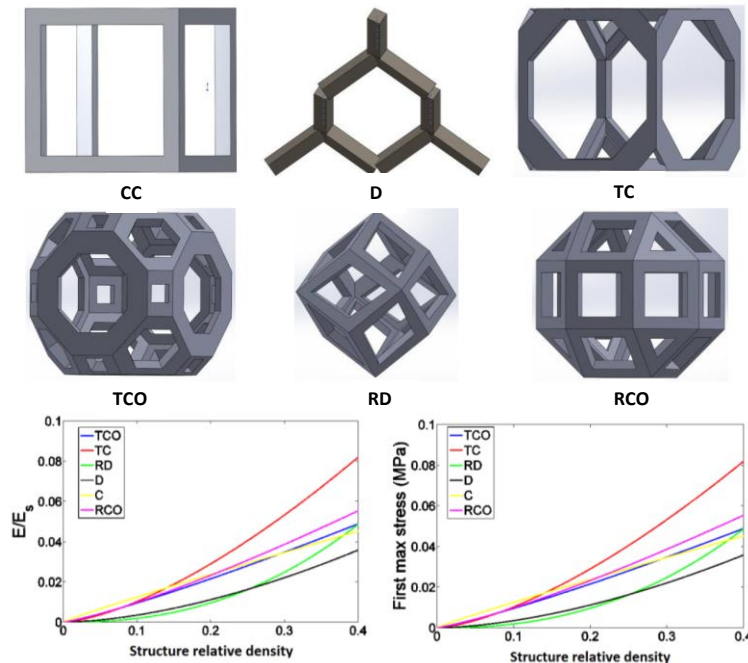


Figure 3-9 : Les 6 topologies étudiées par Ahmadi *et al.* et les rigidités et premières résistances maximales relatives mesurées expérimentalement [57].

En considérant respectivement quinze et treize topologies, Refai *et al.* [39] et Zadpoor et Hedayati [82] retrouvent également l'absence d'ordre hiérarchique, pour une section et des dimensions de CUs données. L'étude paramétrique de Vigliotti et Pasini [78] s'intéressent à treize structures, ils proposent une carte 2D présentant « le spectre des possibles » en termes de rigidité, résistance et surface de charge par rapport à la densité relative, en considérant des parois de plus en plus épaisses. Cette étude permet d'appréhender l'influence d'une *lattice* avec parois sur les propriétés mécaniques ; cependant elle ne permet que difficilement de déterminer l'influence de la topologie tant l'usage des cartes proposées est complexe.

De façon plus générale, on retrouve les deux comportements de la partie 3.1.1.1, avec des structures à CDA et CDF. Ces comportements amènent à des réponses différentes lors d'une sollicitation plastique [8, 79]. Les structures CDA, gouvernées par l'allongement, subissent des ruptures localisées aux nœuds dus à la concentration des contraintes. On parlera de comportement fragile car les ruptures successives amènent à des pertes de résistances brutales qui se traduisent sur une courbe contraintes-déformations par des pics (Figure 3-10.a). Dans le cas d'un comportement CDF, le flambement induit une déformation progressive de certaines poutres, on parlera de comportement ductile (Figure 3-10.b). L'effondrement progressif induit une compétition entre la perte de résistance due à la rupture progressive des poutres et l'augmentation de la résistance due à la densification induite par la déformation. En fonction de la topologie on retrouvera l'un ou l'autre de ces comportements.

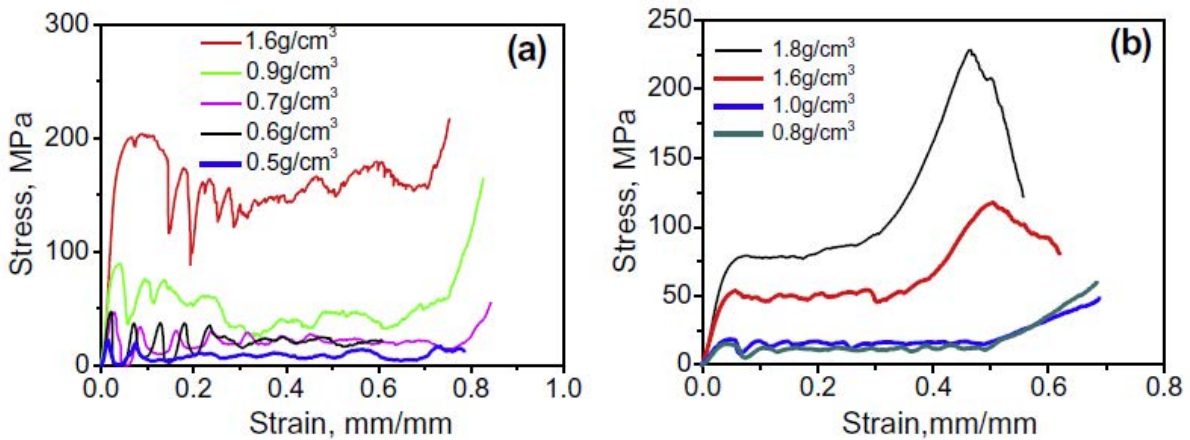


Figure 3-10 : Courbes contraintes-déformations en compression quasi statique uni-axiale pour différentes densités d'une structure cubique au comportement CDA (a) et d'un dodécaèdre rhombique au comportement CDF (b), extrait de [79].



## 3.2. Modélisation en compression uni-axiale des propriétés élastiques des structures *lattices* cubiques

### 3.2.1. Matériaux et méthodes

Dans cette partie les modèles numériques des *lattices* ont été obtenues conformément à la procédure expliquée en partie 2.2. Un incrément topologique  $\Delta x = \Delta y = 0,05$  a été utilisé, six rayons différents ont été implémentés, de sorte à couvrir l'espace des  $(x, y, r)$  avec 396 structures différentes (6 x 66 topologies). Dans l'objectif de ne s'intéresser qu'à l'effet de la topologie, le rayon est calculé comme un ratio de la longueur de CU. La longueur de CU étant la même pour tous les calculs (1 mm), ceci permet de proprement s'extraire de l'influence des paramètres géométriques. Le maillage par éléments finis a été produit par le logiciel Tetgen [83], de sorte que la surface maximale d'une face soit inférieure à  $0,05 \text{ mm}^2$  et le volume maximal des éléments inférieur à  $0,1 \text{ mm}^3$ . Il en résulte un nombre d'éléments par section supérieur à 16 et un nombre total d'éléments compris entre 30 000 (pour une structure très faiblement poreuse) à 350 000 éléments (structure les plus complexes), conformément à la littérature [38, 39]. Tetgen permet la génération d'un maillage tétraédrique linéaire, présenté sous la forme d'un fichier pour la description des nœuds, des arêtes, des faces et des éléments de la structure. A l'aide d'un script Python, un INP (fichier d'import d'Abaqus) a été écrit à partir des fichiers Tetgen pour chaque structure.

La Méthode des Eléments Finis (MEF) a été utilisée pour évaluer le comportement des structures *lattices* cubiques 3D. Il s'agit ici d'une étude en élasticité linéaire en petite déformation. La MEF est ici employée comme un outil pour déterminer la rigidité d'une structure quelle que soit sa densité. L'objectif principal est de générer une base de données, sur les propriétés effectives des structures *lattices*, grâce à une analyse systématique des données issues des modélisations par la MEF. En outre, une attention particulière sera portée sur la contribution de la topologie d'une structure indépendamment de l'effet de la densité. En ce sens, il s'avère primordial d'étudier ces structures sur l'ensemble de la gamme de densité.

Le chargement mécanique, une compression uni-axiale, est l'essai le plus répandu pour les structures *lattices* de par sa simplicité de mise en œuvre numérique comme expérimentale. Une déformation macroscopique  $\varepsilon = 1 \%$  est appliquée sur une des faces de la structure. On ajoute des conditions aux limites de symétrie sur la face opposée et sur deux faces adjacentes colinéaires à la direction de l'effort (Figure 3-11). Ceci implique un glissement sans effort de ces trois plans. De plus, les conditions aux limites de symétrie permettent de simuler un volume huit fois supérieur à celui de la Figure 3-11, le volume effectif simulé correspond donc à deux répétitions selon les trois directions de l'espace, conformément à la littérature [32, 34]. Le modèle est donc en accord avec la littérature concernant la taille de son VER et son maillage. Le modèle complet a été implémenté dans Abaqus V6.13-2.

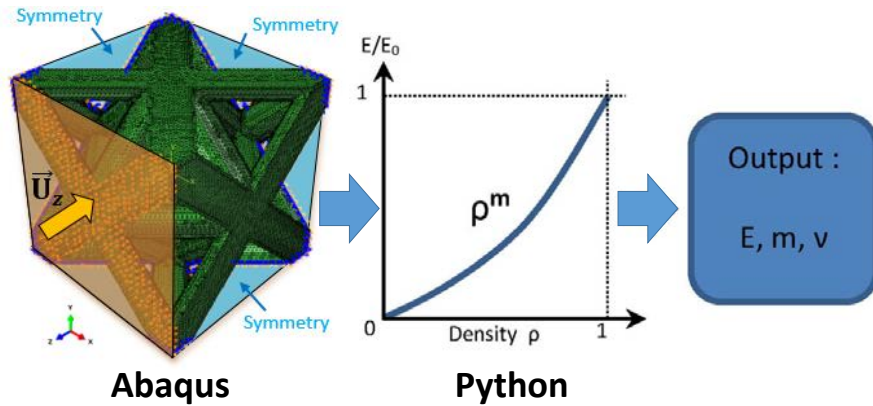


Figure 3-11 : Procédure d'évaluation des propriétés effectives d'une structure lattice.

Le modèle a été utilisé pour 3 matériaux homogènes isotropes constitutifs de la structure, de sorte à investiguer l'influence du matériau. Le premier caractérisé par un module de 1 GPa est proche de celui d'un polymère ABS obtenu par FDM. Le second, d'un module de 10 GPa est plutôt proche du comportement d'un composite. Enfin le dernier avec 100 GPa est assimilable à un matériau métallique tel qu'un alliage Ti6Al4V. Dans l'objectif de ne capter que l'effet de la raideur, le coefficient de Poisson est pris égal à 0,4 pour les trois matériaux. Pour chaque cas le module effectif de la structure et le coefficient de Poisson sont déterminés à partir des résultantes des efforts sur les faces adéquates et sont déterminés de façon automatique grâce à un script Python. Enfin les courbes reliant les modules et coefficients de Poisson à la densité relative, ainsi que les cartes 2D colorées sont obtenues par l'intermédiaire du logiciel de traitement de données OriginPro 9.0.

### 3.2.2. Résultats

#### 3.2.2.1. Analyse des rigidités effectives

Il a premièrement été montré que les rigidités effectives des structures *lattices* cubiques sont complètement indépendantes du module du matériau constitutif. La variation de  $E_0$  de 1 à 100 GPa entraîne une variation des rapports  $E/E_0$  inférieure 0,01%. On peut donc considérer que le rapport  $E/E_0$  pour une structure et une densité relative donnée est matériau-indépendant. Cependant ce résultat, n'est valable qu'en élasticité linéaire en petite déformation et en considérant un matériau intrinsèque homogène isotrope.

L'emploi de six rayons différents permet le balayage de l'ensemble de la gamme de densité relative. La Figure 3-12.a rassemble l'ensemble des rigidités relatives mesurées en fonction de leurs densités relatives. On trouve une allure générale de type loi puissance avec un spectre peu étalé. Ceci suggère que la topologie est de second ordre devant la densité relative. On retrouve également les trois zones décrites par Gibson et Ashby [6] :

- Premièrement, pour une densité relative  $\rho < 0,6$  on retrouve un comportement de structure avec une forte influence de la topologie sur la rigidité. On notera que pour  $\rho = 0,5$ , il est possible de trouver deux topologies dont les écarts de rigidités sont égaux à 68% (Figure 3-12.a), ce qui laisse sous-entendre que l'influence de la topologie tend à devenir de plus en plus importante à mesure que la densité relative est faible.
- Puis il existe une zone intermédiaire entre  $0,6 < \rho < 0,8$ .
- Enfin une zone de faible influence de l'architecture pour  $\rho > 0,8$

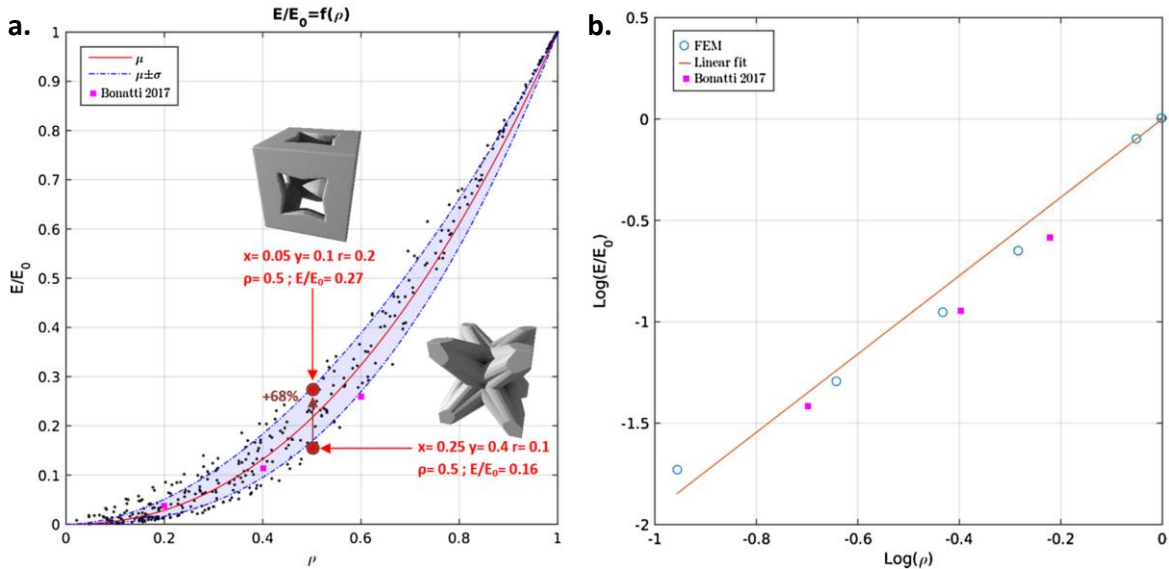


Figure 3-12 : a. Tracé de l'ensemble des rigidités relatives mesurées en fonction de la densité relative, (en rouge) loi puissance moyenne  $\mu$ , (en pointillées bleues) les lois puissances moyennes décalées de plus ou moins l'écart type  $\sigma$ . b.  $\text{Log}(E_0/E)$  vs  $\text{Log}(\rho)$  pour la structure octet-truss, le fit linéaire associé et les points expérimentaux de Bonatti et Mohr [80].

Pour chaque topologie testée la rigidité effective est reliée à la densité relative par une loi puissance de la forme suivante (Figure 3-12.b) :

$$\frac{E}{E_0} = \left(\frac{\rho}{\rho_0}\right)^m \quad (3.21)$$

Avec  $E_0$  et  $\rho_0$  le module et la densité intrinsèque du matériau. Cette modélisation est purement phénoménologique ; elle respecte la borne supérieure (si  $E = E_0$  alors  $\rho/\rho_0 = 1$ ) et la borne inférieure avec  $E/E_0$  tendant vers 0 lorsque  $\rho/\rho_0$  diminue. Le paramètre  $m$  est donc un indicateur fiable du comportement élastique d'une structure. En accord avec Ashby et Bréchet [84], si  $m = 1$ , il s'agit de la loi de mélange et donc la rigidité effective a une dépendance linéaire avec la densité relative. Dans notre cas on trouve uniquement  $m > 1$ , ce qui correspond à un effet antagoniste de la rigidité par rapport à la densité relative. En d'autres mots, ceci signifie que quel que soit la façon de perdre de la matière, la perte de rigidité est toujours plus importante que le gain de matière. On trouve une valeur de  $m$  moyenne  $\mu = 2,21$  relativement proche de la valeur  $m = 2$  déduite par Gibson [6]. On peut donc dire que l'influence de la densité relative sur

la rigidité d'une structure *lattice* cubique est relativement proche de celui d'une mousse. L'écart type est de  $\sigma = 0,358$ . Les courbes relatives à la moyenne et l'incertitude ( $\pm\sigma$ ) sont données en Figure 3-12.a, on notera qu'une grande partie des structures simulées s'insèrent dans l'incertitude autour de la moyenne ce qui est un gage de la faible influence de la topologie sur la rigidité relative. Il semble donc compliqué de s'extraire de la situation du « plus faible lien qui domine » décrite par Ashby lorsque  $m > 1$ .

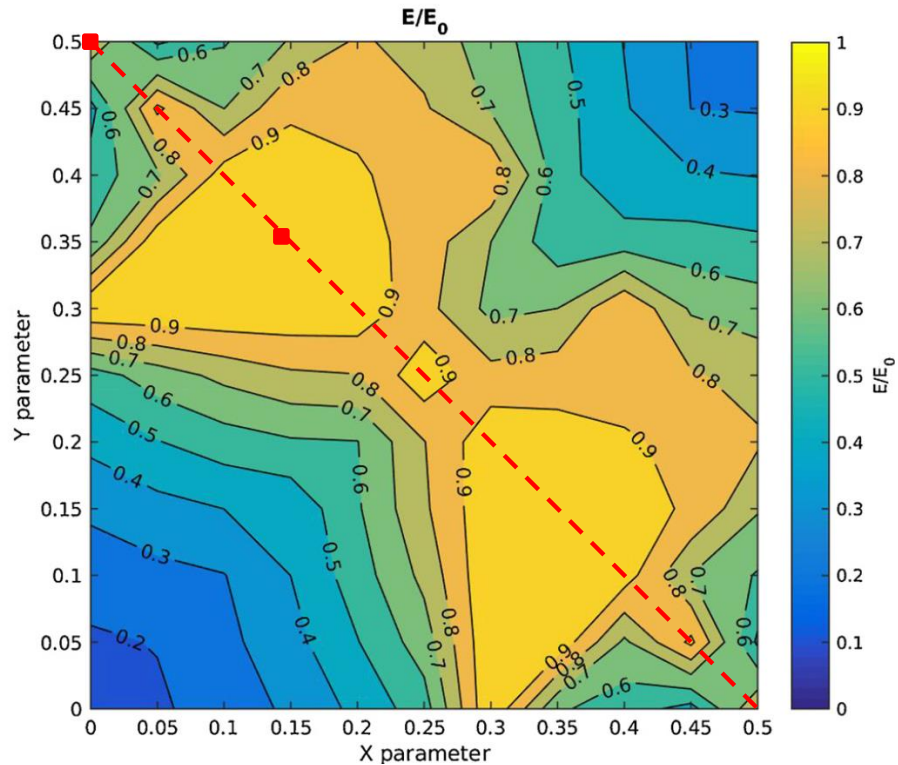


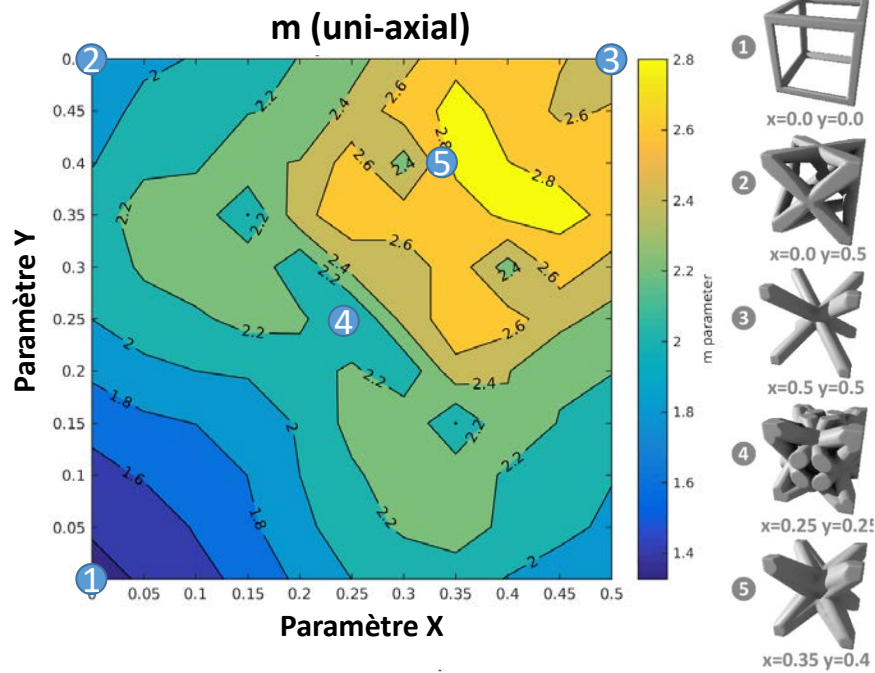
Figure 3-13 : Variations de  $E/E_0$  en fonction des paramètres géométriques  $X$  et  $Y$  pour un rayon égal à 0,2 avec  $E_0 = 1\text{GPa}$ , extrait de [85], la ligne pointillée rouge représente la diagonale ( $x \neq Y$ ) et les carrés rouges la structure octet-truss (0, 0,5) et la structure (0,15, 0,35).

Il est intéressant de noter que pour un rayon donné, les rigidités effectives les plus importantes ne sont pas obtenues pour les structures cristalline (PC, FCC, BCC) mais correspondent plutôt à des combinaisons de  $(x, y)$  complexes. Sur la Figure 3-13, on retrouve les variations de  $E/E_0$  pour l'ensemble des structures testées. On remarque notamment sur la diagonale de la carte (avec  $X \neq Y$ ) la présence de maxima (ligne rouge pointillé de la Figure 3-13). Ceux-ci peuvent être directement corrélés à la figure Figure 2-21.a, où l'on retrouve la plus importante densité de poutre pour ces topologies. On peut donc logiquement attendre des propriétés mécaniques plus importantes dans ces zones. Par exemple, la structure (0,15, 0,35) a une densité deux fois supérieure à celle de l'octet-truss pour une rigidité effective qui est trois fois supérieure (avec  $r = 0,1$ )(carrés rouges de la Figure 3-13). L'emploi de cartes 2D colorées pour la représentation d'un grand nombre de structures est un outil puissant pour le design mécanique de pièces allégées multifonctionnelles.

Dans le cadre particulier de l'allégement d'une structure rigide, l'architecture la plus favorable à un cahier des charges est celle pour laquelle le ratio  $E/E_0$  est le plus important sans pour autant nécessiter une importante densité relative. En termes de coefficient  $m$ , ceci revient à chercher la plus petite valeur de  $m$ . Les variations de  $m$  sont données en Figure 3-14 pour l'ensemble des topologies testées. On remarque que la plus faible valeur de  $m$  est obtenue par la structure cubique primitive ( $x = 0, y = 0$ ) avec une valeur de  $m$  environ égale à 1,3. Ceci signifie que pour une rigidité souhaitée la structure PC est celle qui nécessitera le moins de matière. Ce n'est pas très surprenant car il s'agit de la seule topologies dont une partie des poutres est directement orientée dans la direction du chargement ; la structure est donc principalement soumise à une tension uni-axiale dans les poutres alignées avec la direction de chargement.

néisation)

b.



re X

Figure 3-14 : Paramètre  $m$  de la loi puissance  $E/E_0 = \rho^m$  et quelques exemples de structures lattices cubiques [85].

La structure octet-truss possède une valeur de  $m$  intermédiaire égale à 1,9 ; elle s'explique par une orientation à  $45^\circ$  des poutres par rapport à la direction de chargement. La structure est chargée en tension et en flexion. Les valeurs de  $m$  les plus importantes se retrouvent au niveau de la structure BCC (0.5, 0.5). En effet, les angles par rapport à la direction de chargement sont les plus importants, ce qui conduit à une prédominance de la déformation par flexion des poutres. La valeur de  $m$  la plus importante est égale à 2,9 pour la structure (0.35, 0.4). Il s'agit de la structure qui perd le plus rapidement sa rigidité à mesure que la densité relative diminue. On peut naturellement se demander l'intérêt de telles propriétés, cependant celles-ci aussi trouvent des applications. En effet, un  $m$  important constitue le cas idéal pour le développement de matériaux à faible module d'Young utile par exemple pour des dispositifs médicaux implantables. Plus la rigidité est faible, plus le phénomène de « *stress-shielding* » est minimisé et meilleure est

la bio-intégration d'un implant employant ces structures [86, 87, 88]. En conséquence, les deux extrêmes de la carte Figure 3-14 sont intéressants d'un point de vue applicatif.

Les variations de  $m$  sont complexes et dépendantes de la topologie dans son ensemble ainsi que d'éléments à une échelle locale [80] (section des poutres, géométrie des nœuds, orientation des poutres, longueur de poutre ...). Toutefois, malgré cette complexité apparente, le comportement global semble fortement relié à l'orientation des poutres, tandis que les autres facteurs jouent un rôle de second ordre. Comme nous l'avons vu dans le chapitre précédent, il est possible de relier les angles d'inclinaisons  $\varphi_1$ ,  $\varphi_2$  et  $\varphi_3$  caractéristiques d'une topologie à ces paramètres géométriques X et Y. La moyenne de ces trois angles, nous donne la désorientation moyenne des poutres par rapport à la direction de chargement. Ces désorientations moyennes sont données en Figure 3-15. La part de compression pure est donc directement reliée à  $\cos(\varphi)$  : pour une valeur  $\cos(\varphi) = 1$ , la structure subit uniquement un chargement en compression pure, ce qui correspond donc à la borne supérieure de Voigt (une telle structure serait une série de poutres verticales parallèles). A contrario à mesure que  $\cos(\varphi)$  diminue la flexion des poutres devient prédominantes,  $m$  augmente et le système se rapproche progressivement de la borne inférieure de Reuss. On peut voir sur la Figure 3-15, une relativement bonne corrélation linéaire ( $R^2 \approx 0,8$ ) entre la désorientation moyenne et le paramètre  $m$  sous la forme suivante :

$$m = 6,02 \cdot \cos(\varphi) - 0,86 \quad (3.22)$$

Cette équation peut être vue comme une première approche pour estimer la capacité ou non d'une structure cubique à subir des chargements en compression uni-axiale. Une relation plus précise pourrait être trouvée en prenant en compte la section des poutres, la connectivité ou la longueur de poutres, néanmoins ces éléments semblent être de second ordre devant la désorientation moyenne.

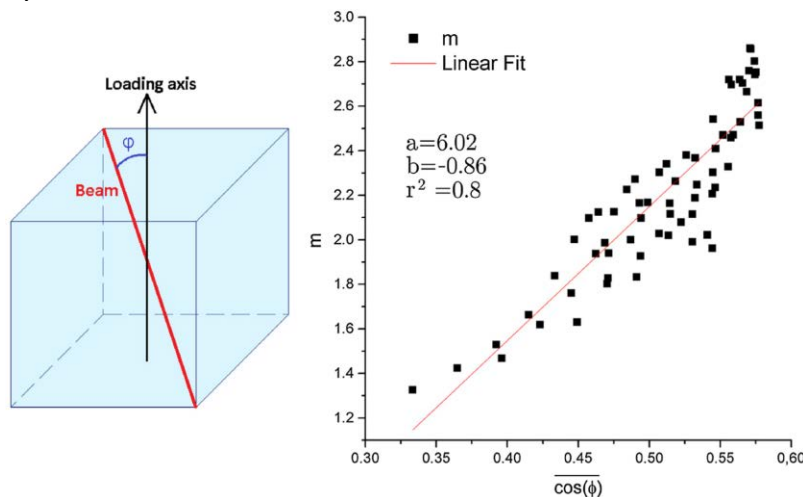


Figure 3-15 : Variations des paramètres  $m$  en fonction de la désorientation moyenne des poutres de la structure par rapport à l'axe de chargement [85].

### 3.2.2.2. Coefficient de Poisson et structures auxétiques.

Le coefficient de Poisson définit l'expansion radiale de la matière soumise à un chargement axial. Pour une structure cubique pavée par des *lattices* en compression, le coefficient de Poisson correspond à la déformation dans la direction transverse, normalisée par la déformation axiale. La déformation transverse est déterminée par le déplacement des faces externes par rapport à l'axe central de la structure. Il se calcule de la façon suivante :

$$\nu = -\frac{\varepsilon_x}{\varepsilon_z} = -\frac{1}{\varepsilon_z} \frac{du_x}{u_x} \quad (3.23)$$

Avec  $\varepsilon_z$  la déformation macroscopique selon la direction de chargement et  $\varepsilon_x = \frac{du_x}{u_x}$  dans la direction  $\vec{x}$  transverse. Pour chaque topologie, le coefficient de Poisson a été mesuré à partir de l'ensemble des nœuds du maillage des faces externes de la CU parallèles à la direction de chargement.

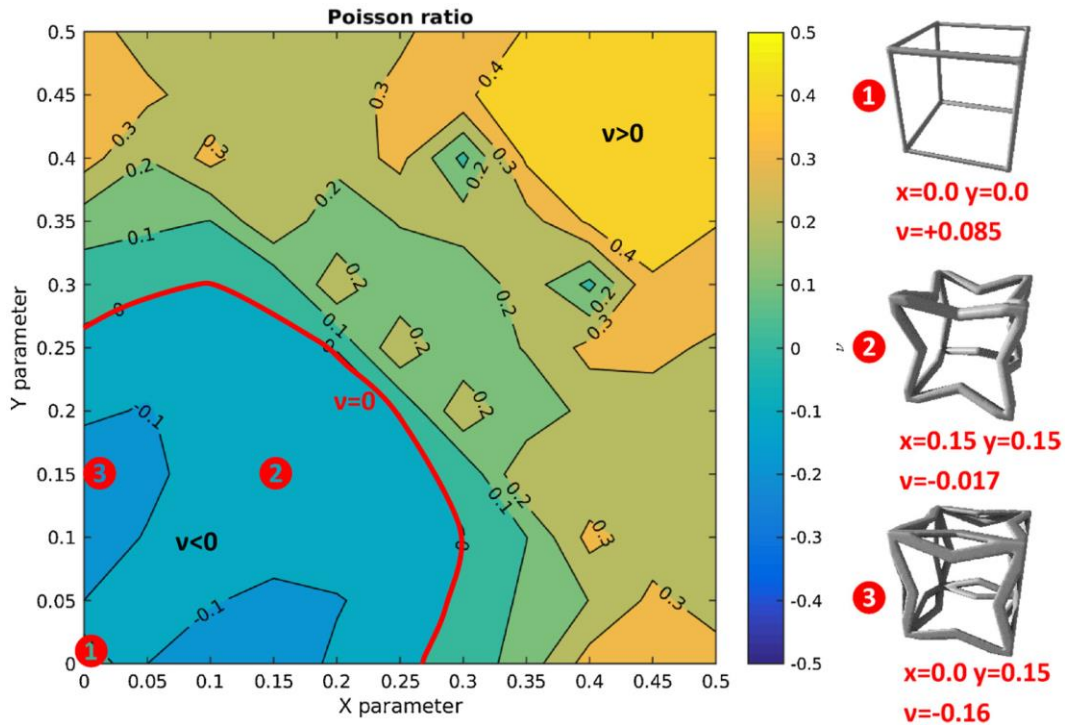


Figure 3-16 : Coefficients de Poisson en fonction des paramètres topologiques  $x$  et  $y$  pour  $r=0,05$ . La ligne rouge délimite la zone où  $\nu < 0$ , correspondant aux structures à comportement auxétiques [85].

La Figure 3-16 rassemble l'ensemble des coefficients de Poisson calculés pour un rayon  $r = 0,05$ . Ces valeurs varient de  $-0,1$  à la valeur du matériau massif de  $0,4$ . Les valeurs négatives des coefficient de Poisson se retrouvent dans le coin inférieur gauche de la Figure 3-16 pour lesquelles les valeurs de  $x$  et  $y$  sont faibles. Une structure présentant un  $\nu < 0$  possède un comportement « auxétique » [89, 90]. A contrario pour  $X > 0,4$  et  $Y > 0,4$  le coefficient de Poisson atteint une valeur de  $0,4$  identique aux propriétés intrinsèques du matériau constitutif. De plus, le coefficient

de Poisson est fortement dépendant du rayon des structures, et à mesure que celui-ci augmente, il tend vers la valeur du matériau massif. La ligne rouge sur la Figure 3-16 représente la démarcation caractérisant les comportements auxétiques pour un rayon  $r = 0,05$ . A mesure que le rayon augmente, cette zone rétrécit rapidement ; et pour un rayon égal à  $0,075$  seuls quelques couples  $(x, y)$  conduisent encore à des structures auxétiques. Au-delà, cette zone disparaît complètement et des déformations transverses plus conventionnelles sont retrouvées.

Les calculs des coefficients de Poisson sont basés sur une moyenne des déplacements des nœuds d'une face externe. Cependant, on peut se demander si les déformations, et donc le coefficient de Poisson, sont homogènes sur l'ensemble d'une face latérale. La réponse est non, et il devient par conséquent complexe de considérer une définition élégante du coefficient de Poisson. En ce sens une seconde définition du coefficient de Poisson selon une approche plus locale est proposée. Les nœuds d'une face latérale externe sont définis dans un repère cylindrique de sorte que l'ensemble de la surface soit balayée par un angle  $\theta$  de  $0^\circ$  à  $90^\circ$ . Le maillage subit un déplacement global  $\vec{du}$  induit par la déformation élastique. Ce déplacement se décompose en une partie radiale  $\vec{du}_r$  et une partie rotationnelle  $\vec{du}_\theta$ . Seule la contribution axiale  $\vec{du}_r$  contribue à l'expansion (radiale) de la structure, tandis que  $\vec{du}_\theta$  correspond à une rotation de corps rigide. Le coefficient de Poisson est donc calculé en fonction de l'angle  $\theta$  par la relation suivante :

$$v_{local} = \frac{du_r}{u} \quad (3.24)$$

La Figure 3-17 est un exemple de coefficient de Poisson local pour une structure  $(0.05, 0.4)$ . On peut remarquer que cette structure présente des coefficients de Poisson très faibles pour une gamme de densités relatives importante. On pourrait donc s'attendre à un coefficient de Poisson homogène sur toute la surface. Toutefois, comme le montre la Figure 3-17, ce n'est pas du tout le cas. Pour  $r < 0,075$  on observe différentes plages angulaires où le coefficient de Poisson local est proche de 0. Ceci signifie que les portions de matière présentes sur cette plage montrent de très faibles déplacements radiaux et restent globalement stables autour de leurs positions initiales. D'autres plages angulaires font apparaître des coefficients de Poisson nettement négatifs, ce qui signifie que les éléments des maillages dans ces zones ont une tendance à bouger vers l'intérieur de la structure, comportement caractéristique des structures auxétiques. On retrouve principalement ces zones pour des angles autour de  $0^\circ$ ,  $45^\circ$  et  $90^\circ$ . Ces différentes plages angulaires correspondent aux zones en forme de V sur la structure Figure 3-17. Pour les angles à  $0^\circ$  et  $90^\circ$  la forme en V est dans la direction de la sollicitation, tandis que pour la zone autour de  $45^\circ$ , la forme en V est normale à la direction de chargement. Les zones entre ces plages angulaires comprennent principalement des nœuds placés sur la partie élancée de la poutre. Il semble donc que la morphologie locale induise des déformations plus ou moins importantes re-entrantes ou non. On peut également noter qu'à plus forte densité cette tendance est inversée ; ce sont les



zones du maillages en dehors des formes en V qui subissent la majeure partie des déplacements vers l'extérieur de la structure.

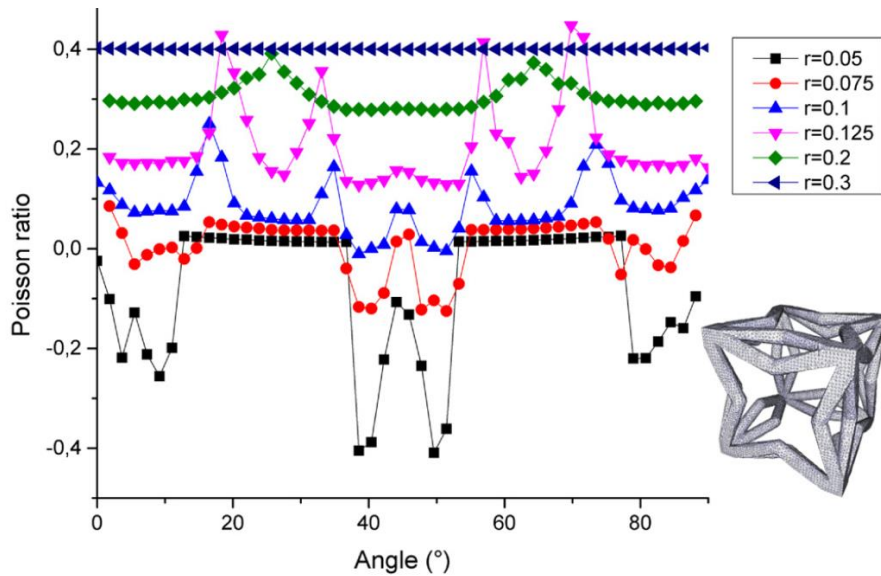


Figure 3-17: Coefficients de Poisson locaux en fonction de la position angulaire sur une face externe latérale d'une structure (0.05, 0.2) pour les six rayons implémentés [85].

Pour conclure cette partie, la présence de structures à comportement auxétique est démontrée pour certaines zones de l'espace de conception. A une échelle plus locale cette observation est moins confirmée. Le coefficient de Poisson est donc un bon indicateur macroscopique du comportement transverse de la structure, mais perd de sa signification à une échelle plus locale. En ce sens, la détermination d'un coefficient de Poisson local est un outil intéressant pour comprendre les déformations hétérogènes des structures ainsi que la visualisation des déplacements globaux du réseau de nœud.

### 3.2.2.3. Maxima globaux et champ de contrainte local.

Le facteur de concentration de contrainte  $K$  est défini tel que  $K = \sigma_m / \tilde{\sigma}$  avec  $\sigma_m$  la contrainte maximale de Von Mises, et  $\tilde{\sigma}$  la contrainte macroscopique appliquée. L'emploi d'un modèle par la MEF permet la détermination complète du champ de contrainte à l'échelle de la microstructure d'une structure *lattice*. La Figure 3-18 illustre ce champ de contraintes complexe pour le cas particulier d'une structure octet-truss. Les zones de concentrations de contraintes se situent sur la surface externe à l'intersection des poutres. L'amplitude de la contrainte dans ces zones peut-être jusqu'à dix fois supérieure à celle présente dans les parties médianes des poutres. Ces zones

se révèlent donc être propices à la localisation de la plasticité ainsi qu'à l'initiation et la propagation des fissures.

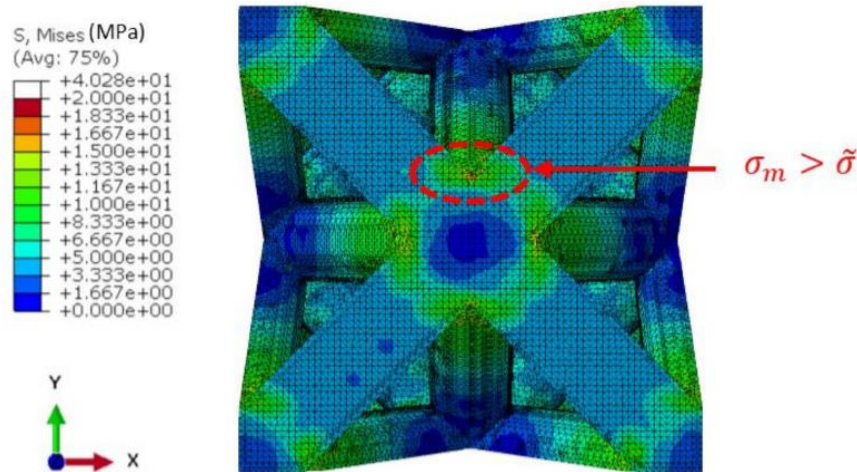


Figure 3-18 : Champ de contraintes de Von Mises d'une structure octet-truss et ses zones de concentrations de contraintes autour des nœuds de la structure [91].

Cependant l'analyse d'un champ de contrainte n'est pas une tâche évidente, et la recherche pure et simple d'une valeur maximale n'est pas un gage d'acuité. En effet, la MEF engendre des singularités dans le champ de contrainte, dues à d'éventuelles distorsions importantes de certains éléments. En conséquence, l'analyse des contraintes maximales ne peut se faire au travers des valeurs prises par un seul élément, une approche statistique semble plus appropriée. Le champ de contraintes est donc ici analysé au travers de l'intégralité des éléments constitutifs de la structure, et la distribution des contraintes est une fonction de la fraction volumique d'éléments pour un chargement donné (Figure 3-19). En fonction de l'architecture, la distribution des contraintes fait apparaître différents pics à faibles densités relatives ( $< 20$  MPa pour une déformation  $\epsilon = 1\%$  et un module intrinsèque de 1 GPa). Pour une valeur de contrainte importante la fraction d'éléments chute rapidement à zéro. La valeur maximale de contrainte correspond à une fraction volumique tendant vers 0, ce qui prouve que le maximum est une singularité associée à un élément de volume quasi-nul. Donc la prise en compte d'un maxima comme représentatif du champ de contraintes maximales d'une structure mène, au regard de la Figure 3-19, à une piètre prédiction des contraintes maximales dans une structure. Afin de palier à ce problème, la contrainte maximale  $\sigma_m$  est ici définie comme la moyenne pondérée par la fraction volumique sur la population des 1% d'éléments possédant les plus importantes valeurs de contraintes. Si un élément correspond à un maxima de contrainte, mais possède un volume quasi-nul, il n'affectera que peu cette valeur moyenne. Ainsi la mesure du maxima correspond à une fraction volumique plus réaliste, et l'effet de possibles singularités est corrigé.

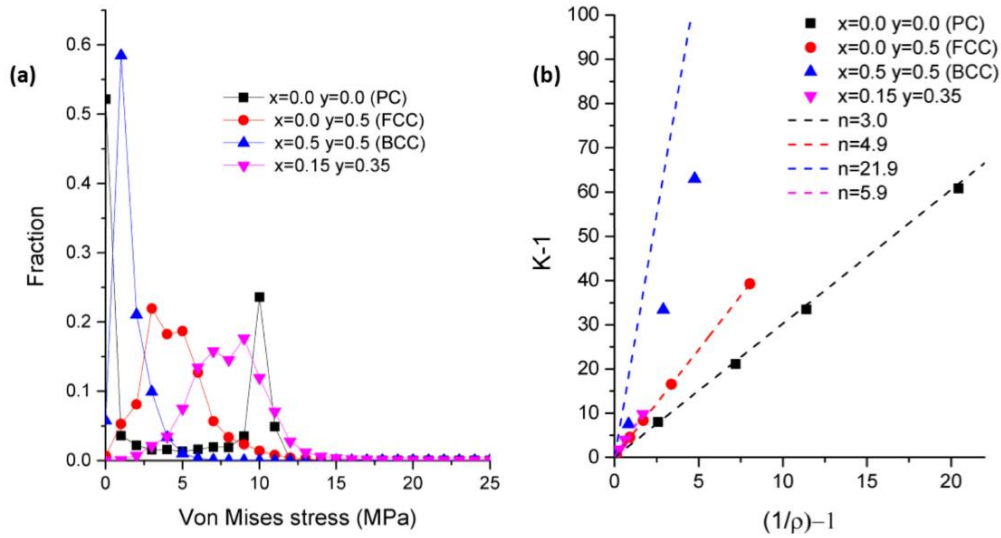


Figure 3-19 : Distribution des contraintes de Von Mises en fonction de la fraction d'élément correspondant pour 4 topologies différentes (a), et le facteur de concentration de contrainte  $K$  en fonction de la densité relative pour 4 topologies et les relations linéaires associées [91].

Par ailleurs, il est intéressant de mesurer l'écart entre la valeur moyenne du champ de contrainte dans la *lattice* et la contrainte macroscopique  $\tilde{\sigma}$ . Nous allons définir  $\bar{\sigma}$  comme étant la moyenne pondérée par les fractions volumiques de la contrainte à travers toute la population d'éléments. Ceci permet de définir un second facteur de concentration de contraintes  $\bar{K} = \bar{\sigma} / \tilde{\sigma}$ . Ce facteur de concentration de contrainte représente l'écart entre l'amplitude moyenne du champ de contrainte dans les poutres, et la contrainte macroscopique. Ce facteur a donc une signification plus macroscopique, à l'échelle du VER, et donne une information moyenne sur l'état de contrainte des poutres.

D'après Salimon *et al.* [92], le facteur de concentration de contraintes varie selon une loi puissance de la forme suivante :

$$K = \frac{1}{\rho^m} = \rho^{-m} \quad (3.25)$$

Cependant, cette équation ne représente pas proprement les variations de  $K$  par rapport à la densité relative.  $K$  semble plutôt suivre une relation linéaire par rapport à  $1/\rho$ , les variations de  $K$  peuvent par conséquent être traduites par l'équation suivante :

$$K = n_1 \frac{1}{\rho} + n_2 \quad (3.26)$$

Avec  $n_1$  et  $n_2$  deux paramètres représentatifs de l'architecture. Compte tenu de la borne supérieure de la densité relative ( $\rho = 1$ ), il est naturel de considérer qu'il n'y a pas de concentration de contraintes et donc  $K = 1$ . L'équation 3.26 peut donc être reformulée de la façon suivante :

$$K = 1 + n \left( \frac{1}{\rho} - 1 \right) \quad (3.27)$$

Avec le paramètre  $n$  représentatif de la topologie. La Figure 3-19.b illustre  $K - 1$  en fonction de  $1/\rho - 1$  ; on retrouve une relation linéaire où la pente correspond au coefficient  $n$ . L'emploi de l'équation 3.27 conduit à un facteur de corrélation  $R^2$  environ égal à 0,98. Les coefficients  $n$  ont été déterminés pour l'ensemble des structures de l'espace de design  $(x, y)$ . De même, il est possible de trouver un coefficient  $\bar{n}$  de sorte à relier le facteur de concentration de contraintes local à la densité relative. Les paramètres  $n$  et  $\bar{n}$  donne donc directement une estimation des facteurs de concentrations  $K$  et  $\bar{K}$  pour l'ensemble des structures testées. Ainsi en intégrant les relations reliant le rayon à la densité relative (voir partie 2.2.3.2.2), il est possible de déterminer les facteurs  $K$  et  $\bar{K}$  en fonction du ratio de rayon sur la longueur de la CU.

#### 3.2.2.4. Facteur de concentration de contraintes.

Le facteur de concentration de contraintes  $K$  se doit d'être minimisé pour limiter l'apparition de déformations plastiques et maximiser la durée de vie en fatigue. La Figure 3-20 représente les variations des facteurs de concentrations  $K$  en fonction des paramètres géométriques  $(x, y)$  pour deux valeurs de rayons différentes. Pour des valeurs soit faibles soit importantes de  $x + y$ , les concentrations de contraintes sont les plus importantes. Cela signifie que des structures cubique primitive  $(0, 0)$  ou diagonale  $(0.5, 0.5)$  sont promptes à révéler la concentration de contraintes. Cet élément suggère que ces topologies présenteront les plus faibles résistances élastiques ou tenues en service.

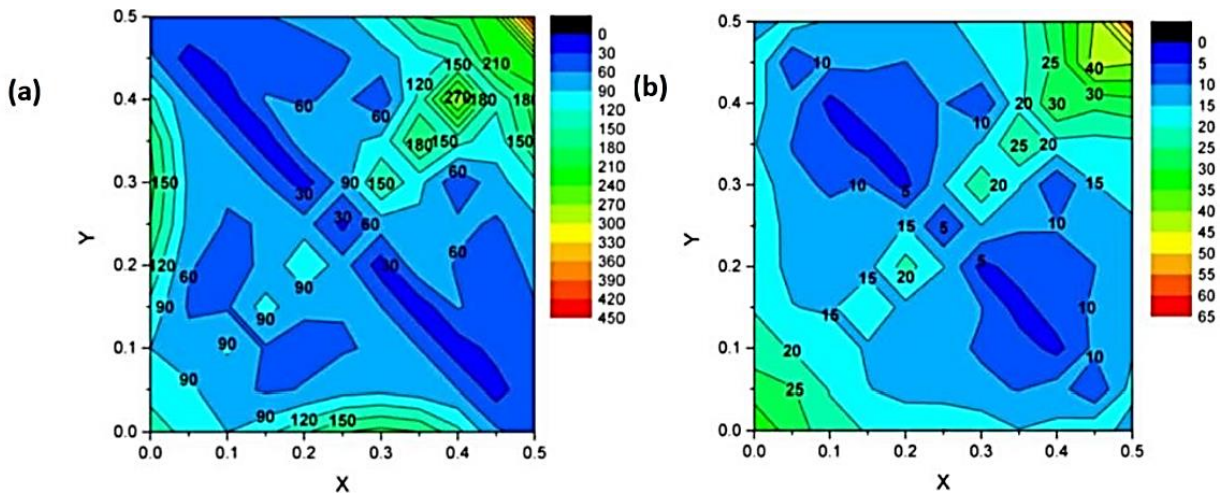


Figure 3-20 : Facteurs de concentrations de contraintes globaux  $K$  en fonction des paramètres topologiques  $(x, y)$  pour deux rayons  $r = 0,05\text{mm}$  a. et  $r = 0,1\text{mm}$  b. (la taille de la CU est fixée à  $1\text{mm}$ ) [91].

A contrario, les topologies présentes sur la diagonale de la carte tel que  $x + y = 0,5$  possèdent les facteurs de concentration de contraintes les plus faibles. On peut donc, pour ces structures, s'attendre à des résistances intéressantes ainsi que des tenues en service plus importantes que pour les zones préalablement définies. Il apparait donc que les structures présentant la plus forte densité de poutres présentent les concentrations de contraintes les plus faibles. En effet, pour ces structures le nombre de nœuds est accru ; par conséquent la répartition du champ de

contraintes est plus homogène que pour une structure présentant peu de nœuds. La Figure 3-20.b est d'ailleurs quasiment superposable avec la carte des connectivités (Figure 2-21.a), ce qui confirme le lien étroit entre la concentration de contrainte et la connectivité (ou topologie d'un nœud). Ces éléments sont en concordances directes avec l'étude de Refai *et al.* sur l'influence de la topologie du nœud sur les résistances élastiques des structures *lattices* [39]. Les cartes de la Figure 3-20 sont intéressantes pour la sélection d'une topologie avec une valeur de K spécifique pour des situations où la densité relative influe peu sur la conception. Comme indiquée au chapitre précédent, l'ingénierie mécanique repose souvent sur le choix d'un compromis entre plusieurs propriétés. Il est évident que dans un cadre d'allègement de structure la densité relative et le facteur de concentration de contrainte se doivent d'être conjointement minimisés. L'analyse des paramètres  $n$  et  $\bar{n}$  rend ce compromis possible, car les deux paramètres sont des indicateurs directs de l'influence de la variation de densité sur les facteurs de concentrations de contraintes.

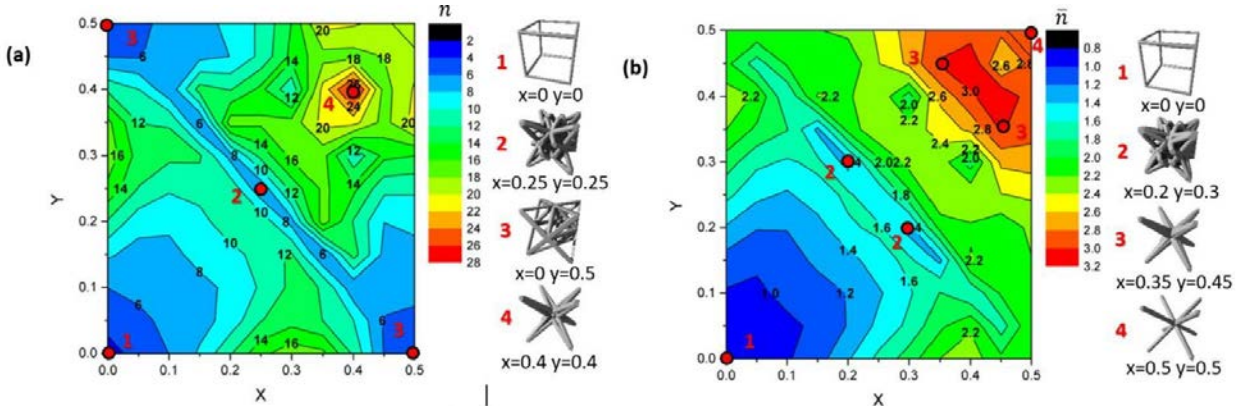


Figure 3-21 : Cartes des paramètres  $n$  (a) et  $\bar{n}$  (b) indicateurs de la dépendance de la concentration de contraintes par rapport à la densité pour  $K = \sigma_m / \bar{\sigma}$  a. et  $\bar{K} = \bar{\sigma} / \bar{\sigma}$ .

La Figure 3-21.a illustre les variations du paramètre  $n$  par rapport aux paramètres topologiques  $x$  et  $y$ . Le facteur  $n$  est représentatif de l'influence de la densité relative sur le coefficient de concentration de contraintes. Pour des applications structurelles se paramètre doit donc être minimisé. Une faible valeur de  $n$  permet, pour de faible densité, de réduire les risques de localisation de la plasticité et donc d'augmenter la durée de vie de la structure. Avec cette notion à l'esprit, il apparait que la structure cubique primitive (0, 0) est une nouvelle fois la meilleure candidate. En effet, en petite déformation et selon une direction  $\langle 001 \rangle$ , elle est uniquement soumise à de la compression pure, qui conduit à de faibles réactions aux nœuds. La structure (0.5, 0.5) présente le moins bon paramètre  $n$ , cette structure possède un seul type de nœud d'une connectivité égale à huit et se trouve être similairement située (*cf.* partie 2.2.3.2.2). En conséquence, la densité de nœud est minimisée par rapport aux autres structures, et donc les contraintes sont d'autant plus localisées.

Une analyse similaire peut être conduite de la même façon pour  $\bar{K}$  qui illustre cette fois-ci l'évolution de la concentration de contrainte moyennée au regard du volume complet de la *lattice*. En conséquence,  $\bar{n}$  est le paramètre de sensibilité de  $\bar{K}$  par rapport à la densité, et donne

des informations sur l'amplitude moyenne du champ de contrainte dans les poutres.  $\bar{K}$  permet de discuter de l'occurrence de la plasticité ou de l'endommagement de la structure sur l'ensemble du volume des poutres, et non pas à une échelle locale.  $\bar{K}$  est donc particulièrement intéressant pour la détermination d'une structure optimale en considérant sa résistance élastique. Une valeur faible de  $\bar{K}$  assure un champ de contraintes moyen plutôt faible, et donc peu de risque d'entrer de façon généralisée dans le domaine plastique. Un  $\bar{K}$  faible permet donc d'augmenter la limite élastique de la structure *lattice* dans son ensemble, indépendamment de maxima locaux. Une faible valeur de  $\bar{n}$  permet donc de préserver un champ de contrainte moyen dans la structure relativement faible pour de faible densité. Une nouvelle fois, l'optimal est retrouvé pour la structure (0, 0). A l'image de la contrainte maximale, il est également un bon compromis entre la réduction de densité relative par rapport à l'augmentation du champ de contrainte moyen. Les structures sur la diagonale  $x + y = 0,5$  sont également de bons candidats, compte tenu de leurs importantes densités de nœuds. Les concentrations de contraintes sont nombreuses mais leurs amplitudes sont relativement faibles. A contrario, la structure (0.35, 0.45) se révèle être la moins bonne candidate ; il s'agit d'une structure de type diagonale pour laquelle le champ de contrainte est maximisé pour une densité donnée.

### 3.2.3. Discussion générale

#### 3.2.3.1. Limitations associées à la fabricabilité

Les structures *lattices* sont particulièrement prometteuses du point de vue du ratio entre leurs propriétés effectives et leur densité relative. Comme nous l'avons vu sur la Figure 2-17, pour certaines structures, une fraction importante des poutres présentent un angle d'inclinaison faible par rapport à un plan  $(\vec{x}, \vec{y})$ . En conséquence, lorsque ces structures sont fabriquées « à plat » par rapport à la plateforme de fabrication (selon un plan {001}), des défauts plus ou moins importants peuvent apparaître [28]. Il est indiqué dans la littérature que des problèmes d'effondrement partiel (ou complet) et des déviations géométriques sont à attendre pour des poutres orientées avec des angles d'inclinaisons  $\varphi_x < 35^\circ$  [93]. Au regard des Figure 2-17.b-d on remarque que la seule structure « fabricable » est la structure diagonale (0.5, 0.5). Cependant, il faut également considérer la fabricabilité à l'échelle des éléments de la structure. En ce sens, l'application stricte de ce type de règle de conception rend une structure octet-truss non fabricable « à plat », or la partie 2.4 est en contradiction directe avec ceci. Il est important de considérer la capacité d'un lit de poudre à soutenir une poutre (au détriment de déviations géométriques plus ou moins importantes qui en résultent). De plus, certaines structures comme la structure hexa-truss (voir chapitre précédent), présentent « des points bas » dans leurs conceptions. Ces parties uniquement soutenues par le lit de poudre présentent d'importantes déviations géométriques mais restent tout de même fabricables. Il est donc complexe d'établir des règles strictes quant à l'orientation des poutres par rapport au plateau de fabrication,

d'autant plus que ces recommandations sur les angles d'inclinaisons ne sont pas valables pour tous les types des matériaux, ni pour toutes les technologies (en fonction des spécificités des technologies employées, des variabilités peuvent également être trouvées d'une machine à l'autre pour une même technologie).

Un second moyen d'action peut être trouvé dans la possibilité d'orienter la structure par rapport au plateau de fabrication et ainsi de modifier ses angles d'inclinaisons  $\varphi_x$  [94]. Par exemple une structure (0, 0) est communément admise comme complexe à fabriquer ( $\varphi_1 = 0^\circ$ ,  $\varphi_2 = 90^\circ$ ). Si on oriente cette structure selon une direction  $\langle 111 \rangle$  par rapport à la plateforme de fabrication l'ensemble des poutres est alors orientées selon un angle  $\varphi = 35^\circ$  et la règle précédemment citée est respectée. De plus, ces différentes déviations d'ordres géométriques peuvent être prises en compte lors de la modélisation du problème [24, 25, 30, 31, 32].

### 3.2.3.2. Application à la sélection des matériaux

Comme mentionnées au début du paragraphe 3.2.1, trois valeurs de module de Young intrinsèques ont été implémentées et les résultats ont pu mettre à jour une sensibilité quasiment nulle de ce paramètre d'entrée du modèle. Nous avons également vu que la base de données de calcul associée à cette partie concerne 396 structures, pour lesquelles nous avons pu déterminer autant de modules d'Young effectifs et de densités relatives associées. La carte d'Ashby (Figure 3-22) illustre la plage de propriétés accessibles au travers des structures cubiques simulées, superposées aux différentes familles de matériaux conventionnels. On retrouve les points correspondant à l'ABS (carrés bleus) d'une rigidité de 1 GPa et ceux du Ti6Al4V (losanges rouges) d'un module de Young égal à 100 GPa.

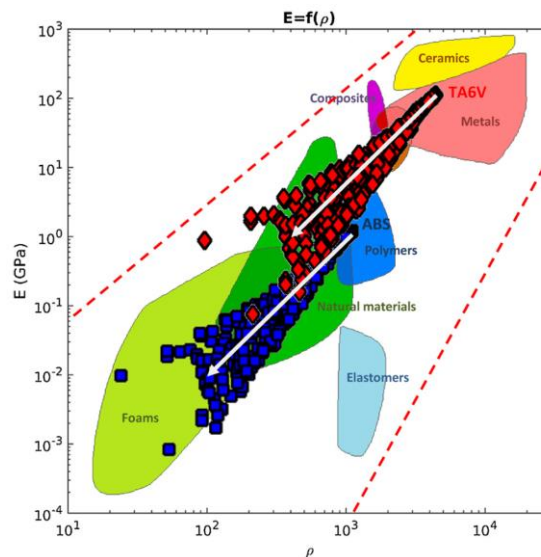


Figure 3-22 : Les structures lattices (losanges rouges et carrés bleus) simulées couvrent une large gamme de Module de Young et densités. Pour les structures en polymère ( $E = 1\text{GPa}$ ), les propriétés divergent de celles des polymères monolithique vers les propriétés des mousses [85]

En considérant l'aspect matériau-indépendant des résultats de cette étude, il est possible de déterminer les rigidités effectives accessibles au travers d'une architecturation cubique sur n'importe quel type de matériau. Ceci se traduit sur la carte d'Ashby Figure 3-22 par la présence de deux lignes pointillées représentatives des bornes supérieures et inférieures des propriétés accessibles. Ces limites permettent ainsi sur une carte d'Ashby de représenter simultanément les propriétés des matériaux monolithiques et leurs structures *lattices* associées. Dans le cas des *lattices* cubiques faites en polymère, le module apparent varie entre 1 MPa et 200 MPa pour des densités inférieures à  $10^2 \text{ kg.m}^{-3}$ . Les propriétés de ces structures deviennent équivalentes à celle des mousses. En ce sens, au travers de l'architecturation l'ABS devient adapté pour des applications spécifiques telles que l'isolation acoustique ou thermique, l'amortissement de vibrations, ou encore des parties de pièce amenant une flexibilité structurelle.

De la même façon, pour les *lattices* métalliques, on retrouvera des propriétés proches de celle des composites, polymères ou matériaux naturels. On peut alors naturellement se demander pourquoi utiliser une *lattice* métallique couteuse tandis qu'un polymère monolithique est sensé faire aussi bien l'affaire ! La réponse se trouve dans l'accessibilité à des propriétés multifonctionnelles. On retrouvera notamment des propriétés de conductivité thermique et électrique, une résistance à l'usure, ou encore une amélioration de la biocompatibilité, difficilement accessibles avec un polymère. Les structures *lattices* métalliques sont donc tout spécifiquement adaptées aux applications nécessitant un design multifonctionnel incluant à priori la mécanique avec d'autres propriétés physiques.

#### 3.2.3.3. Etude de cas

Comme nous l'avons vu, un des avantages principaux de cette étude réside dans la possibilité de rassembler l'ensemble des valeurs atteintes par une propriété sur une carte 2D. Concrètement cette carte représente l'ensemble des paramètres (un par topologie) caractérisant la relation entre une propriété et la densité relative (sous la forme d'une loi puissance pour la rigidité et d'une relation linéaire pour les facteurs de concentrations de contrainte. L'exemple ci-dessous est destiné à illustrer une utilisation de ces cartes, au travers d'un dimensionnement en fonction du facteur K.

Nous avons vu que l'équation 3.27 permet de relier le coefficient de concentrations de contraintes K à la densité relative  $\rho$  au travers d'une loi puissance ; où l'exposant n est caractéristique de la structure pour des paramètres géométriques données (taille de CU, section de poutre ...). Lors de la conception mécanique d'une pièce structurelle, l'ingénieur est forcé de fixer deux de ces variables et de déterminer la dernière. Lorsque l'on sélectionne les couples (n, K) ou (n,  $\rho$ ), la topologie de la structure est déjà présélectionnée et donc elle ne peut plus être vue comme variable. Cette méthodologie est celle conventionnellement utilisée en conception



mécanique : la structure est premièrement dessinée sur un logiciel de CAO, puis une section est assignée de sorte à obtenir un champ de contraintes conforme aux attentes. Toutefois, pour  $n$  fixe, il n'est pas possible de choisir à la fois  $K$  et  $\rho$ , car ils sont tous deux dépendants de  $n$ .

Avec ce modèle de génération de structure il est possible de considérer une troisième voie de conception, en choisissant indépendamment le couple  $(K, \rho)$ , et avec  $n$  fonction de  $(x, y)$ . Cette méthode apparaît comme bien plus élégante car elle permet la sélection indépendante des valeurs de  $K$  ou  $\rho$ , grâce au changement continu d'architecture qui permet d'adapter  $n$ . Prenons par exemple les objectifs suivants comme cahier des charges :  $\rho = 0,1$  et  $K = 100$ . En utilisant l'équation 3.27, le paramètre  $n$  doit être égal ou inférieur à une valeur de 11 pour remplir ces deux critères. En utilisant la carte Figure 3-21.a, on peut déduire différentes architectures  $(x, y)$  pertinentes, comme par exemple les structures  $(0.2, 0.25)$  ou  $(0.3, 0.4)$ . Un cahier des charges conduit donc à un ensemble de structures présentes dans ce cas sur les iso-valeurs  $n = 11$  de la Figure 3-21.a, ainsi il ne reste « plus » qu'à sélectionner la plus avantageuse du point de vue de la fabricabilité.

#### 3.2.3.4. Notion de fatigue des structures *lattices*

La fatigue des structures *lattices* est aujourd'hui étudiée pour quelques structures de façon expérimentale ou numérique. Les structures les plus fréquemment étudiées sont la structure cubique primitive et ses variantes [95], la structure diamant [58, 96, 97] et de façon extensive le dodécaèdre rhombique [96, 98, 99, 100, 101, 102, 103]. Un nombre important de données expérimentales existent concernant la structure dodécaèdre rhombique issus des travaux de Yavari *et al.* [101] et Zhao *et al.* [102, 103] conduisant à différentes courbes S-N pour différents niveaux de densités relatives. Ces données expérimentales serviront de base de comparaisons avec notre estimation de premier ordre issue des concentrations de contraintes dans les *lattices*. Le dodécaèdre rhombique a été généré en utilisant la même procédure que précédemment, pour plus d'information se référer à [91] ; elle est représentée en Figure 3-23. Conformément aux références [101, 102], la structure a été générée pour des densités relatives comprise entre 0,16 et 0,38. Le paramètre  $n$  a été estimé à  $n = 9,2$  pour cette structure, et le facteur  $K$  varie entre 16 et 49 sur la gamme de densité relative concernée.

Le comportement en fatigue du dodécaèdre rhombique est illustré sur la Figure 3-23 conformément aux références [101, 102]. Il a également été ajoutés les données expérimentales concernant le comportement en fatigue du Ti6Al4V (massif) produit par SLM issus des références [104, 105, 106, 107]. La courbe S-N suit l'équation de Basquin pour une fatigue à grand nombre de cycles, selon la relation suivante :

$$\Delta\sigma \cdot N^A = C \quad (3.28)$$

Avec A et C des paramètres du matériau,  $\Delta\sigma$  l'amplitude de contrainte et n le nombre de cycles avant la rupture. Les paramètres A et C ont été déterminés par ajustement sur des données expérimentales sur le dodécaèdre rhomboédrique et l'alliage Ti64.

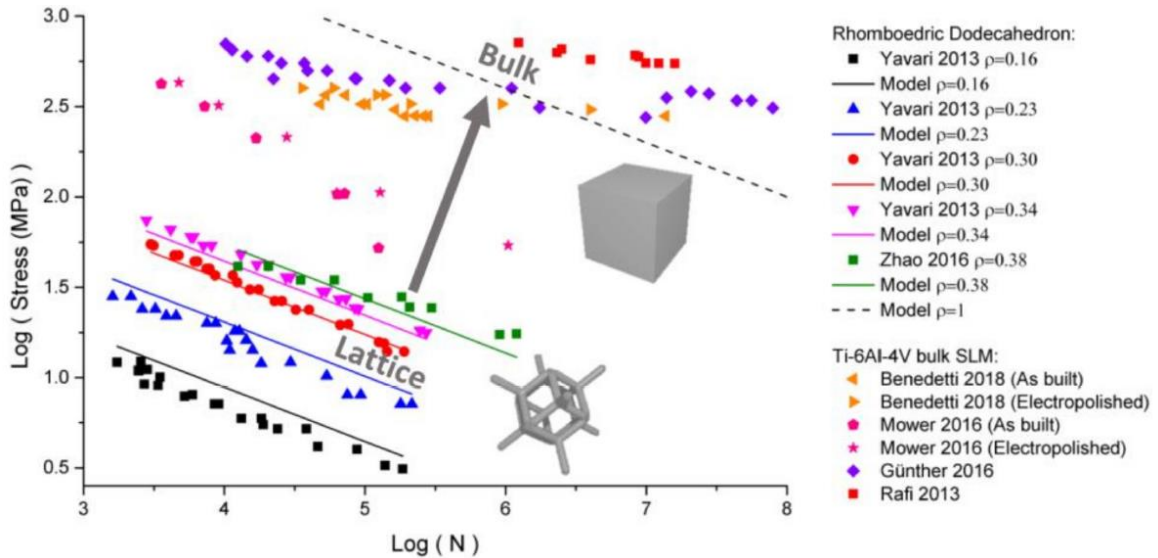


Figure 3-23 : Courbes S-N pour un Ti6Al4V massif et ses lattices associées (points expérimentaux) et les valeurs estimées à partir des calculs de concentrations de contraintes (lignes pleines et pointillées) [91].

Une décroissance de densité de 0,38 à 0,16 induit naturellement une décroissance de la contrainte à rupture. Ceci est principalement dû à la concentration de contraintes aux nœuds qui entraîne une rupture prématurée si on la compare aux propriétés du matériau intrinsèque. On peut cependant déterminer deux niveaux de concentration de contraintes : i) le premier est relié à K, ii) le second, que nous appellerons  $K_{poutre}$  caractérise les concentrations de contraintes associées à l'état de surface des poutres.

On peut déterminer une taille de défaut que l'on appellera  $a$  ; localement il résulte un rayon égale à  $R - a$ . Par conséquent les contraintes localisées proches d'un défaut de surface seront plus importantes à cause de la réduction de section. Le facteur de concentration de contraintes s'écrira de la façon suivante :

$$K_{poutre} = \left( \frac{R}{R - a} \right)^2 \quad (3.29)$$

Et donc la contrainte à rupture sera obtenue par la relation :

$$\sigma = \frac{\sigma_B}{K \cdot K_{poutre}} \quad (3.30)$$

Avec  $\sigma_B$ , la contraintes dans le matériau pour une densité égale à 1. Dans le cas particulier ou  $N = 1$ ,  $\sigma_B$  correspond directement à la valeur du paramètre C de l'équation 3.28. En accord avec Yavari *et al.* [101], la déviation moyenne entre la valeur nominale des rayons et celle fabriquée et entre 20 et 40  $\mu\text{m}$ . L'évolution de la densité relative du dodécaèdre rhomboédrique par rapport au rayon, pour une longueur de CU fixe à 1 mm est donnée par la relation suivante :

$$\rho = 12,51r^2 + 1,76r \quad (3.31)$$

Pour des densités relatives de 0,16 à 0,38 on obtient donc un rayon qui varie de 0,06 à 0,11 mm. En employant une taille de défaut de surface moyenne de 30  $\mu\text{m}$ , la concentration de contraintes due à la surface  $K_{poutre}$  est comprise entre 1,8 et 3,6. La concentration de contrainte K des structures est obtenue au travers de l'équation 3.27 et varie de 16 à 49 pour la gamme de densité relative considérée. On remarque de prime à bord que la valeur de K est dix fois supérieure à celle de  $K_{poutre}$ , ce qui laisse présager que l'architecture est prédominante devant les défauts de surfaces pour la fatigue mécanique des structures. Néanmoins,  $K_{poutre}$  ne peut être négligé, sans quoi l'estimation des courbes S-N est tronquée.

Sur la Figure 3-23, il est possible d'effectuer une régression linéaire sur les points expérimentaux, avec une pente égale à 0,3 correspondant au paramètre A de l'équation 3.28. Cette valeur est valable pour toute la gamme de densité étudiée. De même, le matériau monolithique montre une valeur similaire de A, mais avec une incertitude plus importante. Cette dispersion des données est principalement attribuée aux défauts résultant du procédé. Le décalage vertical des courbes S-N augmente de façon monotone par rapport à la densité relative. Ce décalage est principalement contrôlé par les concentrations de contraintes provoquées par les porosités ouvertes à mesure que la densité relative diminue. Un paramètre  $n = 9,2$  a été déterminé par éléments finis et permet l'estimation phénoménologique des courbes S-N associées aux densités d'un dodécaèdre rhombique. Utilisant un paramètre  $C = 25 \text{ GPa}$  pour le matériau monolithique, il est alors possible de prédire, avec une fidélité satisfaisante par rapport aux données expérimentales, l'ensemble des données pour le dodécaèdre rhombique sur l'intégralité de la plage de densité relative (ligne pleine de la Figure 3-23). La contrainte  $\sigma_B$  suit la courbes S-N du matériau plein (ligne pleine Figure 3-23), et le décalage vertical progressif est dû à la diminution de  $\sigma$  induite par l'augmentation de la concentration de contraintes en lien direct avec l'équation 3.27. En extrapolant à  $\rho = 1$  pour le matériau monolithique, l'estimation de la tenue en service du matériau intrinsèque à la structure  $\sigma_B$  possède une valeur relativement conforme aux résultats de Benedetti *et al.* [104] ou Günther *et al.* [105]. Cependant cette valeur est supérieure à celle obtenue par Mower *et al.* [106] et inférieure à celle de Rafi *et al.* [107]. Ceci illustre l'importante variabilité des propriétés en fatigue, associée aux différences de conditions opératoires entre les références citées. En ce sens, les conclusions extraites des courbes S-N prédictives se doivent d'être considérées avec précaution. On peut donc s'attendre à un effet important des paramètres du laser, des propriétés de la poudre utilisée et des possibles post-traitements, sur les propriétés en fatigue d'un couple matériau/structure. Ainsi la procédure proposée ici ne peut être employée que dans un cadre de première estimation. La quantification exacte d'une courbe S-N ne peut malheureusement être mieux réalisée qu'au travers d'une intensive campagne expérimentale d'essais de fatigue conventionnels. Toutefois, le paramètre  $n$  reste un indicateur robuste de la contrainte maximale dans une structure *lattice*. Ces informations introduites dans une loi de Basquin, permet une estimation de première ordre de la tenue en fatigue d'une structure *lattice*.

### 3.3. Détermination des propriétés élastiques 3D des structures *lattices* par une procédure d'homogénéisation, étude de l'anisotropie

La procédure d'homogénéisation employée dans cette partie vise à la détermination des propriétés élastiques 3D des structures *lattices* cubiques. Le modèle en compression uni-axiale présenté préalablement a pu montrer qu'il était possible d'extraire un nombre significatif de données sur un simple modèle élastique en petite déformation. Cependant ce modèle revient à considérer notre mésostructure comme isotrope avec un module cisailant déductible des valeurs des modules de Young et du coefficient de Poisson. Toutefois, si on reprend le principe de P. Curie, « les effets sont au moins aussi symétriques que la cause », notre matériau considéré comme isotrope est en désaccord avec ce principe. Une étude 3D permet de palier à cette limite en considérant l'ensemble des 21 composantes d'une matrice de rigidité, ceci permet l'étude des modules cisailants mais également celle des couplages entre rigidité axiale et transverse. D'une certaine façon, ceci peut également être vu comme une confirmation du principe de Curie pour la mécanique élastique linéaire des structures *lattices* cubiques.

#### 3.3.1. Matériaux et méthodes

La procédure d'homogénéisation employée ici est basée sur les travaux de Steven *et al.* [48, 49], elle présente l'avantage d'être relativement simple à implémenter et s'avère relativement robuste pour la prédiction des propriétés élastiques en petite déformation [48]. Néanmoins, il s'agit d'une homogénéisation aux conditions aux limites cinématiques, en ce sens l'acuité directe d'une valeur ne sera pas directement discutée, mais à l'image de la partie précédente, nous nous intéresserons une nouvelle fois plutôt à des tendances de sorte à dégager l'effet de la topologie.

Les conditions aux limites sont telles que présentées en 3.1.1.4 (Table 3-1), composées de trois chargements axiaux  $\varepsilon_x, \varepsilon_y, \varepsilon_z$  et trois cisaillements  $\gamma_{xy}, \gamma_{xz}, \gamma_{yz}$  avec  $\vec{x}, \vec{y}, \vec{z}$  les trois vecteurs d'une base orthonormée directe. Cette procédure a déjà fait preuve de bons résultats pour des études portant sur les structures *lattices* [45, 108], mais aussi pour d'autres types de matériaux tels que les composites [49, 109].

Pour cette partie l'espace des  $(x, y)$  a été discrétisé en 36 points tel que représenté en Figure 3-24 ; chaque structures étant déclinées en 4 rayons différents de sorte à couvrir l'espace des  $(x, y, r)$  avec 144 cas différents (la longueur de CU étant fixée à 1mm). Les mêmes fichiers INPs que ceux obtenus en partie 3.2.1 ont été utilisés. Au travers d'un script Python, la partie compression du premier modèle a été supprimée des INPs. Ils sont ensuite tous dupliqués en 6 INPs où les différentes conditions aux limites ont pu être introduites. Les 6 calculs sont ensuite simultanément exécutés au travers du logiciel Abaqus 6.14 (mais restent compatibles avec la version 6.13 préalablement employée). Enfin un second script Python de post-traitement, a

permis la déduction des matrices de rigidités à partir des résultantes des forces normalisées sur les faces de la CU issues des six calculs. Un module de Young de 1 GPa et un coefficient de Poisson de 0,4 serviront de paramètres du modèle élastique linéaire du matériau constitutif des structures.

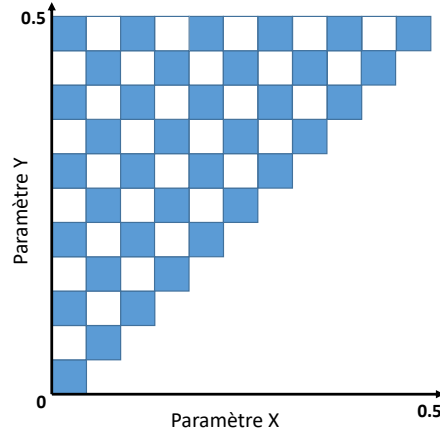


Figure 3-24 : Discretisation de l'espace de conception des  $(x, y)$  pour le modèle 3D élastique, on retrouve 36 CUs indépendantes symbolisées par des carrés bleus.

Une fois la matrice de rigidité déterminée, il devient possible d'étudier l'anisotropie d'une structure. Pour un matériau cubique (voir équation 3.13), le ratio de Zener [47, 109] permet d'estimer cette anisotropie au travers de la relation suivante :

$$A = \frac{2C_{44}}{(C_{11} - C_{12})} \quad (3.32)$$

Ce ratio a été calculé pour toutes les combinaisons de  $(x, y, r)$  ; lorsqu'il est proche de l'unité la structure peut être vu comme isotrope [45, 110]. Nous verrons dans la partie résultat en quoi ce paramètre peut nous aider à prédire l'aptitude d'une structure à être contrainte en tension, en cisaillement, ou les deux.

### 3.3.2. Résultats

Nous pouvons confirmer le principe de Curie pour l'ensemble des structures *lattices* cubiques. A savoir les matrices de rigidités sont entièrement déterminées par 3 constantes indépendantes tel que :

$$C^{cubique} = \begin{pmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{12} & 0 & 0 & 0 \\ & C_{11} & C_{12} & 0 & 0 & 0 \\ & & C_{11} & 0 & 0 & 0 \\ & & & C_{44} & 0 & 0 \\ & & & & C_{44} & 0 \\ & & & & & C_{44} \end{pmatrix} \quad (3.33)$$

Il est toutefois important de noter que ces conclusions sont valides uniquement pour de petites déformations. En outre la structure est considérée comme constante avec la déformation, de sorte à conserver la symétrie cubique de la structure tout au long de celle-ci. Les altérations de la topologie ou modification de la densité relative au cours de la déformation peuvent être prise en compte au travers de modèle élastique plus complet, comme la théorie des micro-dilatations [23]. Dans le cadre de cette théorie, le coefficient de la loi puissance n'est plus constant mais doit être continuellement adapté avec les changements de topologies induits par la déformation.

L'avantage principal de l'étude des matériaux cubiques est qu'ils ne présentent pas de couplage entre le comportement en tension et celui en cisaillement. Ceci induit d'une part des valeurs nulles dans la matrice de rigidité ( $C_{ij} = 0$  pour  $3 < i < 6$  et  $3 < j < 6$ ) mais également la possibilité d'étudier séparément les constantes reliées au comportement en tension et celles caractéristiques du cisaillement.

### 3.3.2.1. Les constantes de rigidités $C_{11}$ et $C_{12}$ et les paramètres de sensibilité à la densité relative $m_{11}$ et $m_{12}$

Le comportement en traction ou en compression d'un matériau cubique dépend uniquement des constantes de rigidités  $C_{11}$  et  $C_{12}$ . Ces constantes sont directement reliées au module de Young et au coefficient de Poisson, selon les relations suivantes :

$$E = \frac{(C_{11}^2 + C_{11}C_{12} - 2C_{12}^2)}{C_{11} + C_{12}} \quad (3.34)$$

$$\nu = \frac{C_{12}}{C_{11} + C_{12}} \quad (3.35)$$

$C_{11}$  est donc la constante qui gouverne la rigidité axiale, tandis que  $C_{12}$  est reliée aux réponses transverses induites par une déformation axiale.

Nous avons pu voir dans la partie 3.2.2.1 et dans la littérature que la rigidité effective d'une structure *lattice* était dépendante de la densité relative et la topologie. Nous avons également pu voir que l'influence de la topologie était elle-même fonction de la densité relative. En ce sens et à l'image de la partie précédente, nous nous intéresserons tout d'abord à la dépendance topologie/densité relative par rapport aux constantes effectives mesurées. Dans un second temps l'effet de l'architecture sera discuté et les optimums en termes de comportement en tension/compression seront déterminés.

La Figure 3-25.a illustre les variations de la constante de rigidité effective  $\overline{C_{11}} = C_{11}/C_{11}^0$  avec  $C_{11}^0$  la constante de rigidité axiale du matériau massif. La Figure 3-25.b illustre les variations de la constante  $C_{12}$  en adoptant la même normalisation. On peut remarquer que sur l'ensemble du

spectre de densité relative les deux constantes de rigidité varient selon des lois puissances de valeurs moyennes  $m_{11}^{moyen} = 2,35$  et  $m_{12}^{moyen} = 3$ . On retrouve ici l'effet antagoniste entre la densité relative et les rigidités effectives, une nouvelle fois la perte de rigidité est toujours plus importante que la perte de masse. On remarque également une décroissance plus importante de la constante  $C_{12}$  par rapport à son homologue. Ceci indique que les composantes transverses sont plus impactées par la variation de densité relative que les composantes axiales. Par analogie aux matériaux isotropes, il est connu (principalement pour les matériaux céramiques) que le coefficient de Poisson est fortement dépendant de la densité relative. On peut également remarquer que la variabilité des mesures est bien plus prononcée pour la composante transverse. La composante  $C_{12}$  est donc plus influencée par la variation d'architecture que  $C_{11}$ .

Focalisons notre attention sur les variations de  $C_{11}$ , à première vue on peut remarquer que toutes les structures testées semblent corrélées à une loi puissance quelle que soit la topologie de celles-ci. Les différents domaines décrits par Gibson et Ashby [6] ne sont pas particulièrement marqués, ce qui suggère que la topologie n'a qu'une influence de second ordre par rapport à la densité relative. Si à présent on considère uniquement les matériaux cellulaires ( $\bar{\rho} < 0,3$ ), on peut remarquer sur la Figure 3-25 que les variations de  $\overline{C_{11}}$  sont proches de 60 % pour  $\bar{\rho} < 0,3$  et supérieures à 80 % pour  $\bar{\rho} < 0,1$ . Pour  $\bar{\rho} > 0,3$ , la topologie semble être de second ordre devant la densité relative. Cependant à faible densité relative, ceci n'est plus valable, et la constante de rigidité axiale est beaucoup plus influencée par la topologie. L'architecture semble donc ici de second ordre mais avec un rôle croissant à mesure que la densité relative diminue.

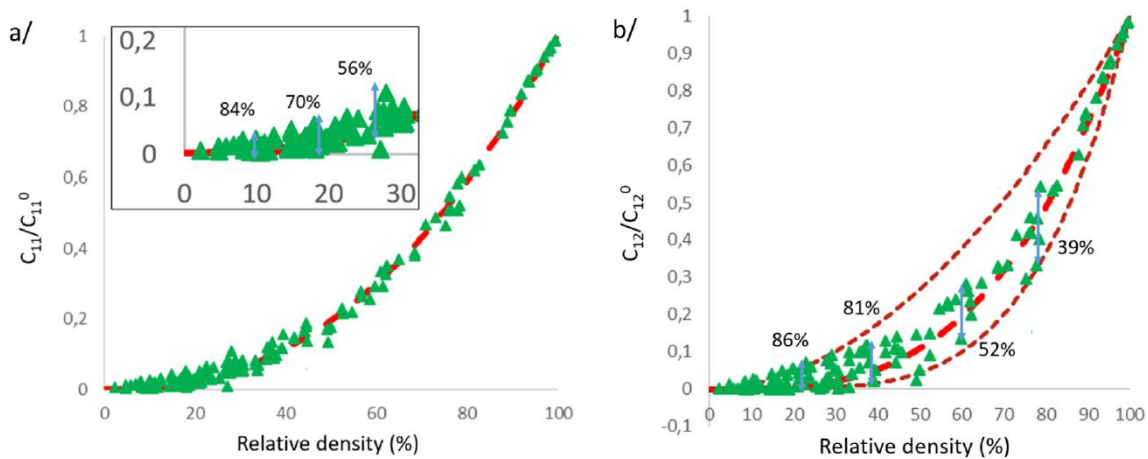


Figure 3-25 :  $\overline{C_{11}}$  en fonction de la densité relative pour l'ensemble des structures testées et sa valeur moyenne  $m_{11}^{moyen} = 2,35$  (ligne pointillée rouge) a. et son équivalent pour  $\overline{C_{12}}$  avec  $m_{12}^{moyen} = 3$  (ligne pointillée rouge) et une déviation de  $\sigma = \pm 1$  (lignes pointillées brunes) b [111].

Pour la constante effective  $\overline{C_{12}}$ , on retrouve également une bonne corrélation selon une loi puissance, dans ce cas la dispersion autour de la valeur moyenne  $m_{12}^{moyen}$  est beaucoup plus importante que dans le cas précédent. Cette déviation est proprement bornée sur la Figure 3-25.b, au travers d'une incertitude  $\sigma = 1$  (lignes pointillées brunes). L'architecture semble avoir une influence d'un ordre quasiment comparable à la densité relative pour les réactions transverses.

Dans ce cas les variations de  $\overline{C_{12}}$  sont supérieures à 80 % pour ( $\bar{\rho} < 0,4$ ). On peut expliquer ces importantes variations au regard de la partie 3.2.2.2 où des structures ont pu montrer un caractère auxétique ( $\nu < 0$ ). Nous avons également pu montrer la forte sensibilité de certaines topologies à la densité relative ; ces notions permettent d'expliquer les importantes variations de la constante  $C_{12}$ .

Intéressons-nous à présent à l'effet de l'architecture sur l'évolution des constantes de rigidités. Les paramètres  $m_{11}$  et  $m_{12}$  permettent de dégager l'influence du couple (x, y) sur les constantes  $C_{11}$  et  $C_{12}$  indépendamment de la densité relative. Comme précédemment, les résultats sont illustrés au travers de cartes 2D colorées ; nous les analyserons par comparaison avec la carte des connectivités que nous avons pu voir en partie 2.2.3.2.2.

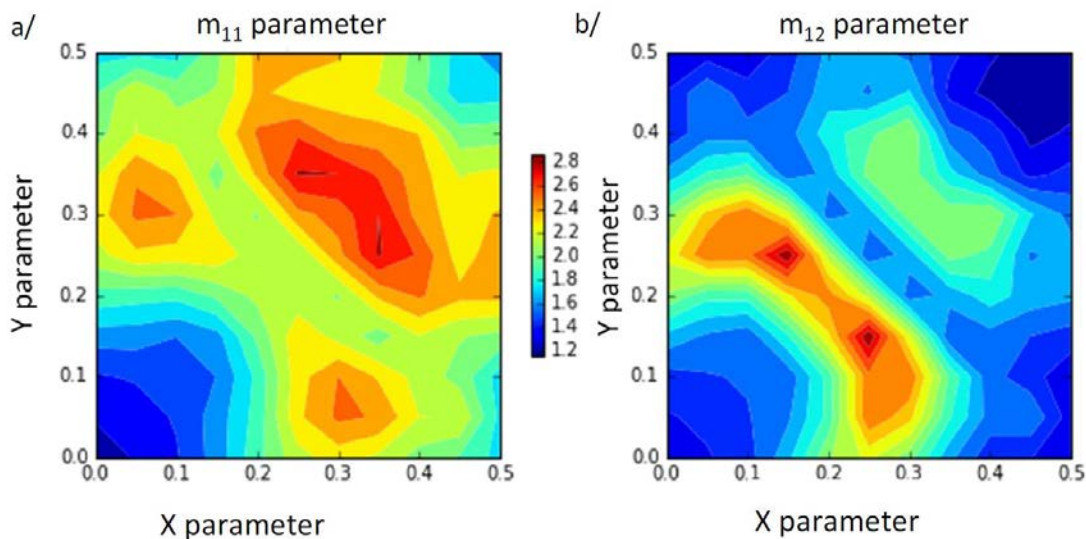


Figure 3-26 : Cartes des paramètres  $m_{11}$  et  $m_{12}$  reliant respectivement  $C_{11}/C_{11}^0$  et  $C_{12}/C_{12}^0$  à la densité relative au travers d'une loi puissance [111].

Comme nous pouvions l'attendre, les variations de  $m_{12}$  sont plus prononcées que celle de  $m_{11}$  sur l'ensemble des couples (x, y),  $m_{11}$  varie entre 1,3 et 3 tandis que  $m_{12}$  est lui compris entre 1,5 et 5,5 (Figure 3-26). On peut premièrement remarquer que les coins des deux cartes présentent tous des minima locaux, ce qui laisse entendre qu'une connectivité similairement située (un seul type de nœuds) tend à induire une plus faible influence de la perte de densité relative que dans le cas de connectivités multiples. On peut également remarquer que les structures hexatruss faiblement et fortement connectées (voir Figure 2-21.b, zone E et G) présentent des paramètres  $m_{11}$  et  $m_{12}$  proches des valeurs moyennes sur toutes les structures ( $m_{11}^{moyen} = 2,09$  et  $m_{12}^{moyen} = 2,68$ ). Ces deux zones présentent toutes deux d'importantes connectivités et ceci est relié à une faible décroissance des composantes de rigidités axiales au regard de la densité relative. On peut également remarquer que les maxima des paramètres  $m_{11}$  et  $m_{12}$  (cas de décroissance des rigidités les plus prononcées) sont tous deux situés dans les zones de plus faibles connectivités (zone F de la Figure 2-21.b). On en déduit donc que plus le nombre de nœuds de faible connectivité dans une structure est élevé, plus l'effondrement de ses rigidités par rapport à la chute de densité



relative sera rapide. Ce phénomène est principalement influencé par la variation de  $C_{12}$  qui est plus prononcée que celle de  $C_{11}$ , tout particulièrement prononcé dans les zones d'apparition de structures auxétiques.

Du point de vue des performances du matériau, il existe une infinité de combinaisons  $(x, y, \rho)$  permettant de passer d'un matériau plein isotrope jusqu'à des structures à de très faibles densités relatives. Pour l'allègement des structures, le choix d'une topologie optimale doit être fait par l'intermédiaire d'une structure qui présente la plus faible décroissance de ces propriétés par rapport à la densité relative, ce qui se traduit par la minimisation des paramètres  $m$ . Pour un comportement en tension, on retrouve une nouvelle fois la structure  $(0, 0)$  et ses versions proches.

On retrouve de très importantes valeurs de  $m_{12}$  autour des coordonnées  $(0.15, 0.25)$  ; il s'agit des zones pour lesquelles on retrouve des valeurs de  $C_{12}$  nulles ou négatives. L'emploi d'une loi puissance excluant les valeurs négatives, il n'est donc pas possible de directement retrouver ces tendances ici. Cependant le calcul des coefficients de Poisson peut être fait au travers de l'équation 3.35 et ainsi faire apparaître les zones préalablement déterminées comme auxétiques.

#### 3.3.2.2. La constante de rigidités $C_{44}$ et son paramètre $m_{44}$

Dans cette partie nous nous intéresserons au comportement en cisaillement, via les variations de la constante de rigidité  $C_{44}$  qui est directement reliée au module de cisaillement selon la relation suivante [110]:

$$C_{44} = G \quad (3.36)$$

Sur la Figure 3-27, on retrouve la constante de rigidité effective  $\overline{C}_{44} = C_{44}/C_{44}^0$  par rapport à la densité relative pour l'ensemble des trinômes  $(x, y, \rho)$ . Une nouvelle fois une bonne corrélation avec une loi puissance peut être trouvée, avec un paramètre  $m_{44}^{moyen} = 2,6$ . On remarque ici que  $m_{11}^{moyen} < m_{44}^{moyen} < m_{12}^{moyen}$ , ce qui est conforme aux variations que l'on peut retrouver dans les travaux de Li *et al.* [108] ou dans ceux de Wu *et al.* [46]. A l'image de la constante  $C_{12}$ , la variation autour de la valeur moyenne est relativement marquée avec un écart type  $\sigma = \pm 0,8$ . On retrouve des variations de l'ordre de 35 % pour des densités relatives inférieures à 0,6 et des variations supérieures à 80 % pour  $\rho < 0,3$ .

Comme nous l'avons vu précédemment, la densité reste de premier ordre ; toutefois comme pour  $\overline{C}_{12}$ , l'effet de l'architecture est de plus en plus prononcé à mesure que la densité relative diminue. Le comportement en cisaillement est donc plus sensible à la topologie que le comportement en tension, ceci implique que certaines structures « perdent » relativement peu rapidement leurs modules de cisaillement de par la décroissance de la densité relative, tandis que d'autres topologies sont fortement affectées.

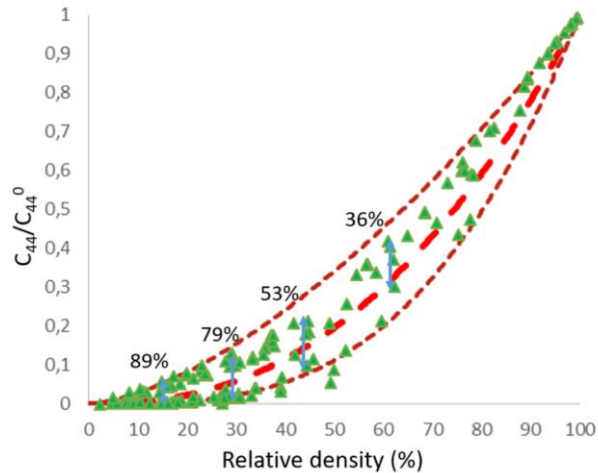


Figure 3-27 :  $\overline{C_{44}}$  en fonction de la densité relative pour l'ensemble des structures testées, la loi puissance associée d'une valeur moyenne  $m_{44}^{moyen} = 2,6$  (ligne pointillée rouge), et les déviations associées  $\sigma = \pm 0,8$  (lignes pointillées cuivres) [111].

La Figure 3-28 montre les variations du paramètre  $m_{44}$  pour l'ensemble des couples  $(x, y)$  étudiés. Les variations globales sont très similaires à celles observées pour  $m_{11}$  et  $m_{12}$ , mais semblent être « renversées » par rapport à la carte du module d'Young Figure 3-15. Le minimum global est transféré de la position  $(0, 0)$  à la structure  $(0.5, 0.5)$ , ce qui correspond à la structure diagonale. Cette structure présente les propriétés les plus intéressantes en cisaillement car les poutres sont orientées selon les directions principales des contraintes. Les architectures en forme de croix (voir Figure 2-21.b) présentent également de bons modules de cisaillement, dues à leurs particularités topologiques. Ces structures peuvent être en quelques sortes vues comme des versions dégradées de la structure diagonale. Ces résultats sont cohérents avec les études de la littérature qui traitent de topologies proches, comme les travaux de Dirrenberger *et al.* [90], Doyoyo et Hu [112]. Comme précédemment, les structures à forte connectivité (zone E et G de la Table 2-4) possèdent un paramètre de sensibilité à la densité relative proche de la valeur moyenne. Une nouvelle fois, la connectivité élevée semble donc un moyen efficace d'assurer de bonnes propriétés élastiques. A l'image des constantes associées à la tension, les maximas pour le paramètre  $m_{44}$  se retrouvent dans les zones de faibles connectivités. Par exemple les structures doubles V hexastructure (Table 2-4) présentent de nombreux nœuds d'une connectivité égale à deux. Lors d'une déformation par cisaillement, on peut donc s'attendre à un allongement de ces parties et donc à de faibles propriétés pour ce type de sollicitation.

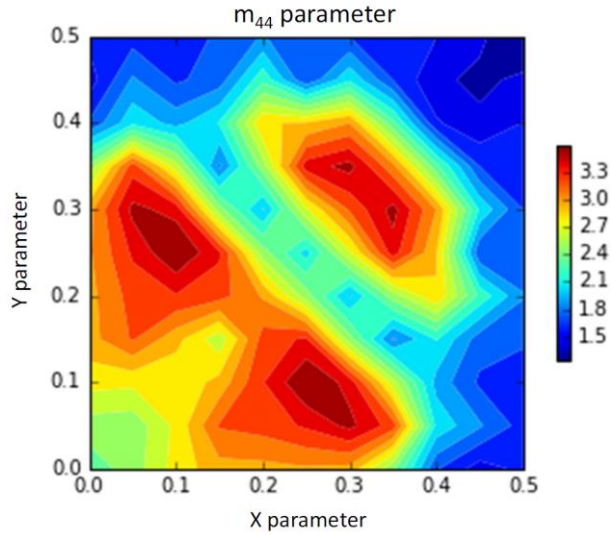


Figure 3-28 : Carte des paramètres  $m_{44}$  reliant  $C_{44}/C_{44}^0$  à la densité relative [111].

### 3.3.2.3. Anisotropies des structures *lattices* cubiques.

Les structures *lattices* sont couramment employées en réponse aux problématiques d'allégement des structures. L'idée est de mettre la bonne quantité de matière en fonction des attentes locales pour une pièce [84]. Au sein d'une pièce complexe, un volume unitaire est soumis à différents types de chargements (tension, cisaillement, ...) induisant d'importants gradients de contraintes et de déformations [113]. Aussi, la connaissance et le contrôle des modes de déformation au sein d'une pièce est de toute première importance pour contrôler les propriétés à l'échelle de la structure *lattice*. De plus, cette étude permettra également de comparer les topologies les unes par rapport aux autres via les trois constantes de rigidités.

On rappelle que lorsque que le rapport d'anisotropie  $A$  (ou ratio de Zener) est égal à 1 le matériau peut être considéré comme isotrope [110, 47]. Avec l'équation 3.32, on peut déduire que lorsque  $A > 1$ ,  $C_{44}$  est prédominante devant  $C_{11}$  et  $C_{12}$ , en ce sens la structure sera « favorable au cisaillement ». A contrario pour  $A < 1$ , ce sont les composantes  $C_{11}$  et  $C_{12}$  qui prédominent. Ceci n'induit pas directement que la structure soit favorable à la tension car elle dépend de deux constantes. Mais simplement que ces structures sont plus adaptées au comportement en tension/compression qu'à celui en cisaillement.

Comme précédemment, l'idée est d'étudier l'évolution de ce ratio, à partir d'un matériau plein isotrope en utilisant 36 architectures différentes. Pour ce faire, introduisons le paramètre  $Z$  qui fait le lien entre le ratio de Zener et la densité relative, au travers de la relation suivante :

$$A = \rho^Z \quad (3.37)$$

On peut considérer les trois cas suivant : i)  $Z = 0$ , quel que soit la densité relative la topologie reste isotrope, ii)  $Z < 0$  associée aux matériaux « favorables au cisaillement » et iii)  $Z > 0$  pour les matériaux adaptés à la tension/compression.

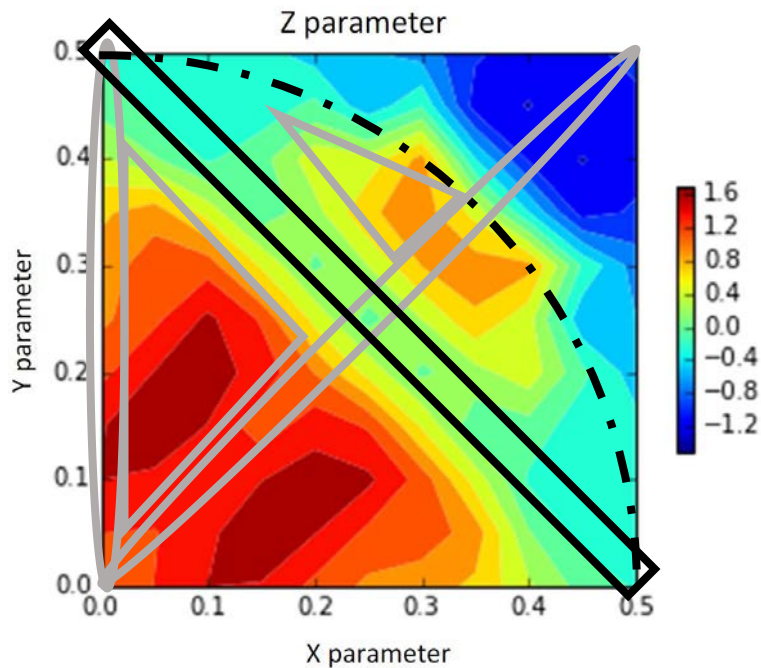


Figure 3-29 : Carte des paramètres Z qui relie le ratio de Zener A à la densité relative en fonction des topologies (x, y) [111].

La Figure 3-29 donne les variations de Z par rapport aux paramètres topologiques (x, y). On peut aisément séparer cette carte en trois domaines distincts :

- Le premier, dans le coin supérieur droit, concentre les paramètres Z inférieurs à 0, ce qui est en lien direct avec les conclusions de la partie 3.3.2.2 et atteste de la présence d'une famille de structure favorable au cisaillement. Il est cependant important de noter que cette préférence va avec une forte anisotropie des propriétés et donc avec un comportement en tension médiocre.
- Le second domaine (encadré en gris sur la Figure 3-29) correspond aux zones B, D, F de la Table 2-4, qui correspondent respectivement aux topologies faces centrées, et hexastructures Mono V et Double V. Elles présentent toutes un paramètre Z supérieure à 1, qui est le marqueur vraisemblable d'un bon comportement favorable en tension/compression.
- Le dernier domaine, représenté par l'encadré noir et l'arc de cercle pointillé noir sur la Figure 3-29 correspond au zones E et G de la Table 2-4. Ces structures semblent conserver leurs isotropies jusqu'à de très faibles densités relatives. On retrouve par exemple  $Z = 1,104$  pour la structure (0.25, 0.25), ou encore  $Z = 1,057$  pour la topologie (0.2, 0.3). On peut comparer ces valeurs à celle obtenue par l'octet-truss ( $Z = 1,636$ ) qui est parfois considéré comme isotrope [114, 115]. Il était relativement inattendu de trouver des structures présentant une telle isotropie au regard de la densité relative. Encore une fois,

ces éléments peuvent s'expliquer par la densité de poutres importante et la forte connectivité de ces topologies. Ces structures peuvent donc être considérées comme un bon compromis entre comportement en tension et en cisaillement.

### 3.3.3. Discussion générale

Dans cette partie, nous allons résumer les différents résultats de sorte à donner un point de vue général sur les possibilités en termes de propriétés élastiques 3D des structures *lattices* du groupe d'espace  $m\bar{3}m$ , et ce indépendamment de la densité. La combinaison des différentes cartes conduit à la détermination de cinq grandes familles de structures. Ces familles sont représentées en Figure 3-30, où l'on retrouve les différents comportements caractéristiques de ces familles.

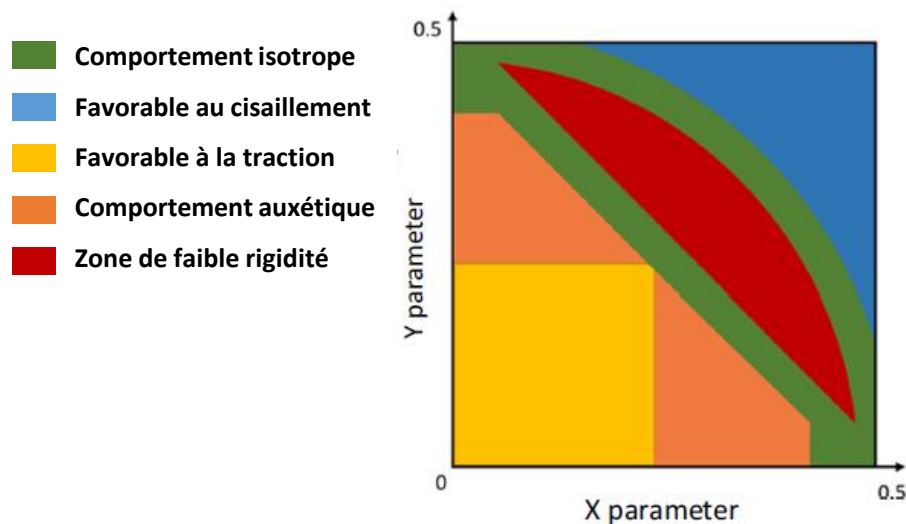


Figure 3-30 : Carte schématique des différents comportements observés sur des structures lattices cubiques.

Les propriétés singulières de chaque famille au regard de la topologie, la connectivité, les paramètres de sensibilités  $m_{xx}$  et l'anisotropie sont discutés ci-dessous :

*Comportement isotrope* : On retrouve, en vert, les zones F et G de la Table 2-4, avec les structures les plus intéressantes au centre de la carte (comme les couples (0.2, 0.3) et (0.25, 0.25)). Les coefficients de sensibilité  $m_{11}$ ,  $m_{12}$  et  $m_{44}$  sont tous trois, proches des valeurs moyennes. L'isotropie initiale des propriétés du matériau massif est préservée malgré la décroissance des constantes de rigidités sur une importante plage de densité relative. Ces éléments sont principalement expliqués par une connectivité élevée ainsi qu'une importante densité de poutre (causée par des connections avec les CU voisines et/ou internes à la structure). Ces structures apparaissent donc comme étant un bon compromis entre comportement en tension et comportement en traction et se voient donc être particulièrement adaptées aux sollicitations multi-axiales.

*Topologie favorable au cisaillement* : Il s'agit des topologies qui s'apparentent à la structure diagonale (les topologies voisines et quelques structures en forme de croix (voir Table 2-4). Elles présentent une faible décroissance de la constante de rigidité  $\overline{C}_{44}$  en comparaison avec les deux autres constantes. Ce comportement est attribué à une part importante de matière orientée dans la direction de la sollicitation. Les topologies présentant des formes de croix (voir Table 2-4), et d'une connectivité de quatre, favorise la résistance au cisaillement. Ceux-ci présentent cependant une forte anisotropie, couplée à un médiocre comportement en tension.

*Topologie favorable à la traction/compression* : Il s'agit globalement de l'opposé du groupe précédent, avec un comportement principalement tourné vers la tension/compression. On retrouve dans ce groupe la structure cubique primitive ainsi que ses versions dégradées. Il s'agit des structures présentant la plus importante proportion de matière dans la direction (ou proche) de la sollicitation. Comme précédemment cette prédominance du comportement en tension est contrebalancée par le faible comportement en cisaillement et une forte anisotropie des propriétés.

*Comportement auxétique* : Ces topologies présentent différents nœuds d'une connectivité égale à deux permettant des déformations transverses réentrantes lors d'une sollicitation axiale. On retrouve pour ces structures les plus importantes décroissances de la constante de rigidité  $\overline{C}_{12}$  qui expliquent l'apparition de coefficient de Poisson très faible. Notre modèle ne permet néanmoins pas de capter le passage du coefficient de Poisson d'une valeur positive à négative. Il est toutefois intéressant de noter que ces structures présentent des paramètres  $m_{11}$  relativement importants et des paramètres  $m_{44}$  proches des maximas. Ceci induit une rapide décroissance des propriétés en tension et en cisaillement reliée à une importante anisotropie des propriétés.

*Zone de faible rigidité* : Comme pour les comportements auxétiques, il s'agit des structures dont les paramètres de sensibilité  $m_{11}$ ,  $m_{12}$  et  $m_{44}$  sont les plus importants. Cependant ces structures ne présentent vraisemblablement pas de comportement auxétique. Il s'agit des structures de plus faibles connectivités où l'on recense une importante fraction de nœuds d'une connectivité égale à deux ; ces nœuds semblent particulièrement propices à la déformation. On peut donc parler de faible rigidité pour ces topologies avec la présence d'une anisotropie. Ces structures peuvent être intéressantes dans des cadres applicatifs nécessitant de faibles rigidités à partir d'un important module intrinsèque (par exemple pour des problématiques de biomimétisme et biomécanique des tissus durs et mous, ou encore l'amortissement des vibrations).

### 3.4. Comparaison des propriétés élastiques avec certaines structures hexagonales et quasilattices.

Malheureusement l'emploi de Tetgen pour le maillage 3D des structures hexagonales n'a pas été réalisable, principalement à cause de la complexité des structures et notamment du nettoyage des STL. Il n'a donc pas été possible de réaliser une analyse paramétrique telle que celle présentée précédemment pour le réseau hexagonal. Nous donnerons des éléments de comparaison et des premières pistes d'études concernant la rigidité axiale de deux structures : la structure hexagonale compacte (HC) et la structure hexagonale primitive (HP).

Dans un second temps, nous nous intéresserons aux propriétés des quasilattices, pour lesquelles il n'existe pas, à notre connaissance, d'étude mécanique élastique. L'emploi de CU carrée telles que décrite dans la partie 2.3.4 a permis l'utilisation du même script d'homogénéisation qu'en partie 3.3. En ce sens, les analyses seront plus complètes pour les quasilattices mais sur une fenêtre de densités relatives plus restreinte que précédemment. L'objectif est de déterminer si l'emploi d'une symétrie quinaire au sein d'un réseau quasilattice ou d'un approximant en fonction de leurs tailles permet ou non de s'écarter des tendances préalablement exposées sur les *lattices* cubiques.

#### 3.4.1. Matériaux et méthodes

Les structures hexagonale compacte ( $1/3, 2/3, c/2$ ) et primitive ( $0, 1, c/2$ ) ont été générées de la même façon que pour les structures cubiques. Pour chaque structure, quatre rayons ont été implémentés avec des valeurs de 0,05 à 0,1 fois la longueur de poutre de 1 mm. Les structures ont été maillées au travers du logiciel Tetgen et comprennent entre 100k et 600k éléments. Le calcul par éléments finis consiste en une compression uni-axiale selon l'axe sénaire d'une déformation égale à 0,1 % par rapport à la hauteur de la CU. Les déplacements des faces opposées au chargement ont été bloqués de sorte à éviter les translations et la rotation de corps rigide. Les densités relatives ont été calculées de la même façon qu'en partie 2.2.1.

Les VERs associés aux trois types de réseaux quasilattices et les approximants ont été obtenus conformément à la procédure de la partie 2.3.4. La longueur de poutre est unique pour l'ensemble des réseaux et correspond à une longueur  $L = \phi/2$  mm, avec  $\phi$  le nombre d'or. Quatre rayons ont été employés allant de 0,05, 0,075, 0,1 et 0,125 mm. Les structures seront les mêmes que celles décrites en partie 2.3.4 et les dénominations seront conservées. Les maillages éléments finis ont été réalisés via le logiciel 3-Matic Research et la convergence du maillage sera étudiée pour le réseau de type A (voir annexe B). Le même type d'homogénéisation que dans la partie 3.3.1 sera effectué sur chaque topologie et les lois puissances similaires aux modèles précédents seront déterminées de sorte à pouvoir comparer les performances de ces structures. Le matériau

intrinsèque sera considéré comme homogène isotrope avec un module de Young de 1 GPa et un coefficient de Poisson de 0,3.

### 3.4.2. Résultats

#### 3.4.2.1. Rigidité de la structure hexagonale primitive et hexagonale compacte

Comme nous l'avons vu, seule la rigidité dans l'axe du prisme hexagonal sera discutée, en comparaison avec les propriétés des *lattices* cubiques. La Figure 3-31 donne l'évolution des rigidités effectives des structures HP et HC par rapport à la densité relative. A première vue, la tendance en loi puissance est retrouvée pour ces deux structures hexagonales. Elles présentent respectivement des paramètres  $m^{HP} = 1,37$  et  $m^{HC} = 1,85$ . On peut donc considérer ces deux structures comme relativement intéressantes par rapport à l'ensemble des structures possibles pour lesquelles la valeur moyenne est de  $\mu = 2,21$  (Figure 3-31). Cependant, ces deux structures présentent des particularités géométriques qui leurs sont propres et que l'on ne retrouve pas sur l'ensemble des topologies hexagonales. Premièrement, elles sont toutes les deux similairement situées avec la présence d'un seul type de nœud avec une connectivité égale à huit pour l'HP et douze pour l'HC.

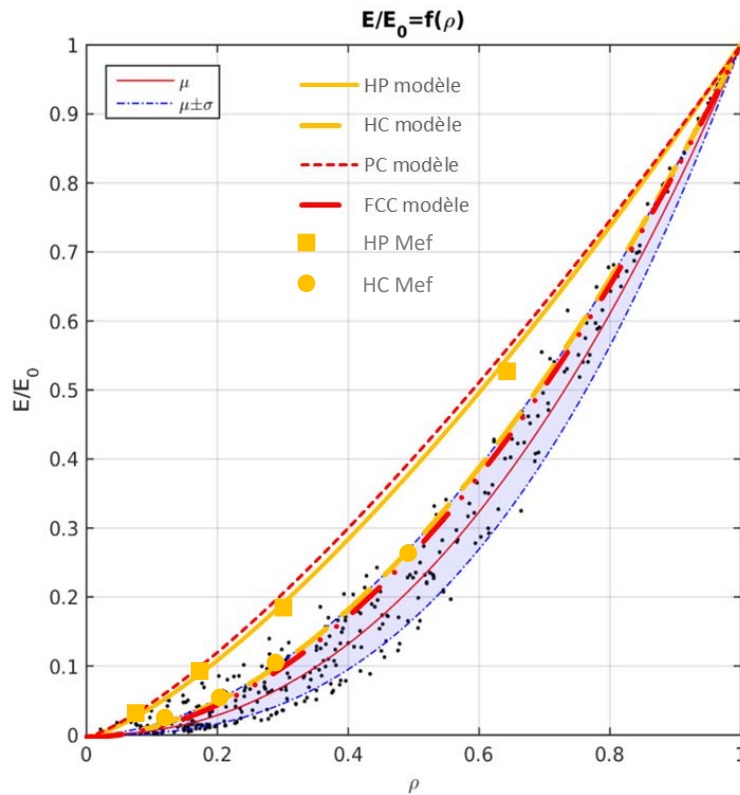


Figure 3-31 : Module de Young effectif selon la direction de l'axe sénaire, pour les structures HP et HC (carrés, ronds et lignes jaunes continues ou pointillées), les modèles des lattices cubiques PC et FCC (lignes rouges pointillées) et le spectre des module de Young pour l'ensemble des lattices cubiques.

La structure HP possède des poutres orientées selon la direction de chargement. On peut directement comparer cette structure avec la structure cubique primitive, celle-ci possède le



même type d'orientation des poutres pour un chargement axial. La connectivité de ces deux structures peut être vue comme un marqueur de densité de poutre (plus la connectivité est importante plus le nombre de poutre l'est aussi). En ce sens la structure HP est donc « plus dense » que la structure PC pour un rayon donné. Pourtant, on peut voir sur la Figure 3-31, que les comportements sont très proches. On retrouve logiquement ceci sur les paramètres de sensibilité du module de Young à la densité relative, avec des valeurs  $m^{PC} = 1,31$  et  $m^{HP} = 1,37$ . La structure HP est donc légèrement moins efficace que la structure PC. Ceci peut s'expliquer par la fraction élevée de poutres orientées selon la direction de chargement.

La structure HC avec sa connectivité de douze satisfait pleinement les critères de rigidité de Deshpande *et al.* [1]. Pour un chargement selon l'axe sénaire, on retrouve une série de poutres orientées à environ 37° et la seconde à 90°. On retrouve donc une topologie proche de la structure octet-truss, qui possède une connectivité égale à douze et des poutres orientées à 45° ou 90° par rapport au chargement. On trouve des valeurs de  $m$  proche l'une de l'autre avec  $m^{octet-truss} = 1,91$  et  $m^{HC} = 1,85$ , la légère différence étant explicable par une orientation des poutres un peu plus favorable à la résistance en compression pour la structure hexagonale que pour l'octet-truss.

De façon générale, l'emploi d'une symétrie sénaire semble conduire à des modules de Young relatifs proches de ceux du réseau cubique. On peut à première vue suggérer des propriétés légèrement supérieures à celles du réseau cubique, néanmoins cette observation ne se base que sur deux structures, dont les désorientations des poutres par rapport au chargement sont relativement faibles. On peut toutefois suggérer une carte des propriétés pour lesquelles les minima se retrouvent pour de faibles valeurs de couples  $(x, y)$  et avec une augmentation des paramètres de sensibilités à mesure que les valeurs du couples  $(x, y)$  augmentent.

#### 3.4.2.2. Rigidité des quasilattices et approximants

Comme pour la partie 2.3.4, nous nous intéresserons à deux séries de quasilattices, respectivement nommée VERs et approximants, issus des trois réseaux A, B et C. Chaque réseau est découpé en un maximum de 5 CUs cubiques. La taille des CUs des VERs est de  $1, 1+\varphi, 2+\varphi, 3+2\varphi, 5+3\varphi$  mm et celles des approximants ont des valeurs de  $\varphi, 1+\varphi, 1+2\varphi, 2+3\varphi, 3+5\varphi$  mm. Les différents volumes seront nommés de  $n1$  à  $n5$  ; leurs volumes sont représentés en Figure 3-32. Les VERs seront traités de  $n2$  à  $n5$  ( $n1$  est un volume vide ou trop peu occupé). Les approximants de type A seront étudiée pour  $n$  de 1 à 5, le type B de 3 à 5 (les CUs  $n1$  et  $n2$  des types A et B sont équivalentes) et le type C pour  $n$  de 2 à 5 (la CU  $n1$  est un volume vide centré sur un triacontaèdre).

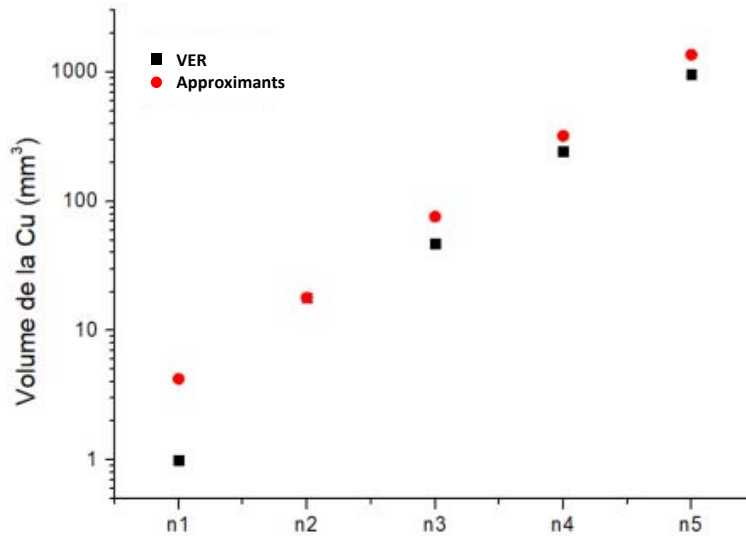


Figure 3-32 : Volumes des CUs des suites VERs (carrés noirs) et les approximants (ronds rouges).

L'ensemble des matrices de rigidités déterminées ont au minimum montrés des propriétés cubiques. Ceci est la conséquence directe de la découpe des VERs tel que le cube résultant ait trois de ses faces normales aux axes d'ordre 2 du réseau icosaédrique comme représenté en Figure 3-33. Les constantes  $C_{11}$ ,  $C_{12}$  et  $C_{44}$  ainsi que le coefficient de Zener seront étudiées de la même façon qu'en partie 3.3.2.

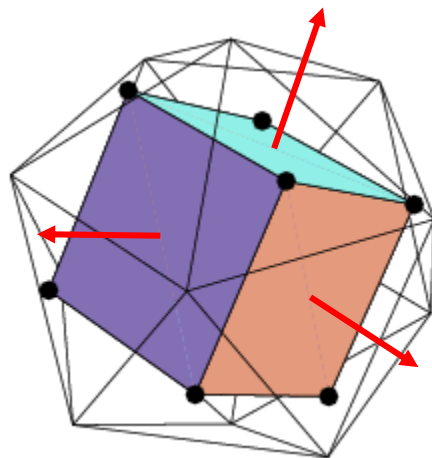


Figure 3-33 : Orientation d'un cube représentatif d'un VER par rapport aux éléments de symétrie du groupe icosaédrique, les flèches rouges représentent les axes d'ordre 2 du réseau icosaédrique qui sont également colinéaires avec les axes 4 du cube.

#### 3.4.2.2.1. Détermination des rigidités effectives des réseaux quasilattices

Dans cette partie nous nous intéresserons uniquement aux VERs. Nous chercherons à déterminer les propriétés effectives des trois quasilattices via l'analyse de la convergence des résultats en fonction des tailles des VERs considérées. La détermination de lois puissance du même type que dans la partie 3.3.2 permettra la comparaison directe des performances des réseaux quasilattices par rapport aux *lattices* cubiques.

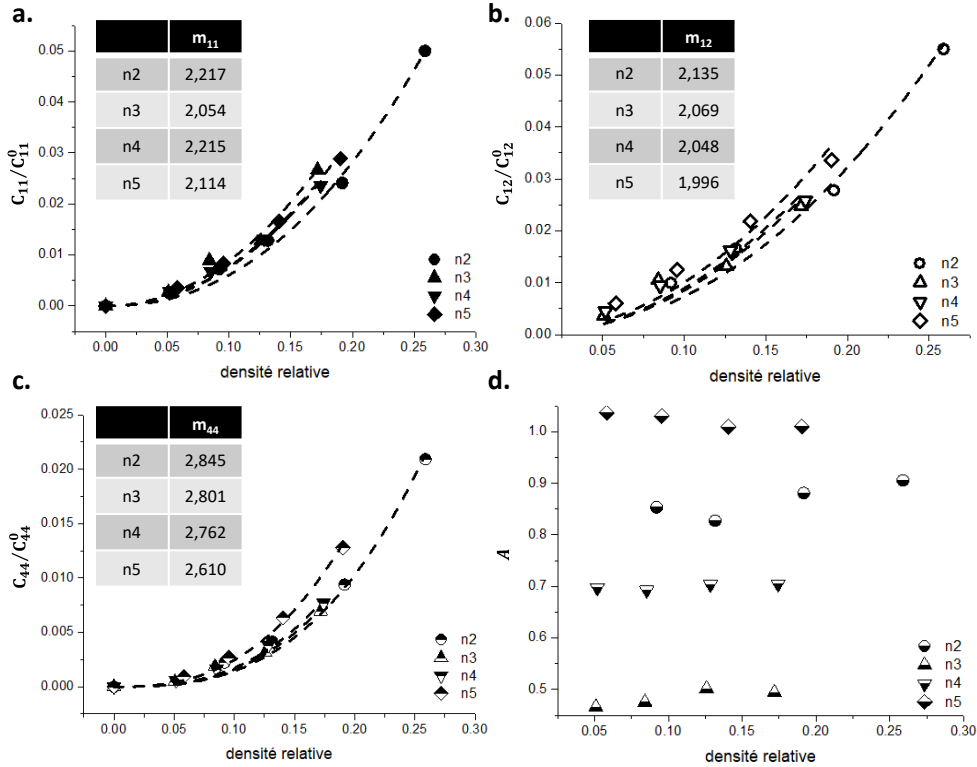


Figure 3-34 : Variations des constantes de rigidités effectives  $\overline{C}_{11}$  (a.),  $\overline{C}_{12}$  (b.),  $\overline{C}_{44}$  (c.) et le ratio de Zener A (d.), pour les différentes tailles de VERs de la quasilattice type A.

La Figure 3-34 montre l'évolution des constantes de rigidité effectives  $\overline{C}_{11} = C_{11}/C_{11}^0$ ,  $\overline{C}_{12} = C_{12}/C_{12}^0$  et  $\overline{C}_{44} = C_{44}/C_{44}^0$  et du coefficient d'anisotropie A tel que défini par l'équation 3.32 pour les différentes tailles de VERs issus de la quasilattices de type A. De la même façon les résultats du types B et C sont respectivement la Figure 3-35 et Figure 3-36 On retrouve une bonne corrélation avec une loi puissance pour les valeurs de  $\overline{C}_{11}$ ,  $\overline{C}_{12}$  et  $\overline{C}_{44}$  ( $R^2 > 0,98$  pour  $C_{11}$  et  $C_{44}$  et  $R^2 > 0,90$  pour  $C_{12}$ ).

Les VERs représentatifs des quasilattices des trois types ont conduit à une valeur moyenne  $\mu_{11}^{quasi} = 2,12 \pm 0,08$ , celle-ci est légèrement inférieure à la moyenne des valeurs obtenues pour les *lattices* cubiques ( $\mu_{11}^{cubique} = 2,35$ ), ce qui est favorable à l'améliorer de la résistance spécifique et pour l'allègement de structure. Cependant, elle reste très éloignée des minimums de la Figure 3-26. La valeur moyenne du paramètres de sensibilité de  $\overline{C}_{12}$  par rapport à la densité relative est égale à  $\mu_{12}^{quasi} = 2,08 \pm 0,10$  est nettement inférieure à  $\mu_{12}^{cubique} = 3$ . Les Figure 3-34-40-41.b montrent que les constantes de rigidité  $\overline{C}_{12}$  sont toujours positives. Ceci tend à indiquer qu'un nombre important d'orientations de poutres et une variabilité des valeurs de connectivités ne permettent pas d'envisager un comportement auxétique. La différence majeure entre les valeurs moyennes provient donc de la présence d'auxétiques parmi les *lattices* cubiques qui présentent de très importantes valeurs de  $m_{12}$  (voir Figure 3-26.b). Une valeur de  $m_{12} = 2$  est toutefois relativement courante pour les *lattices* cubiques au regard de la Figure 3-26.b. La valeur

$\mu_{44}^{quasi} = 2,74 \pm 0,10$  est légèrement supérieure à celle rencontrée pour les structures cubiques ( $\mu_{44}^{cubique} = 2,6$ ). Pour les trois valeurs moyennes, on peut noter une incertitude inférieure à 2% autour des valeurs moyennes. Ainsi, le type de quasilattice a une faible influence sur l'évolution des rigidités.

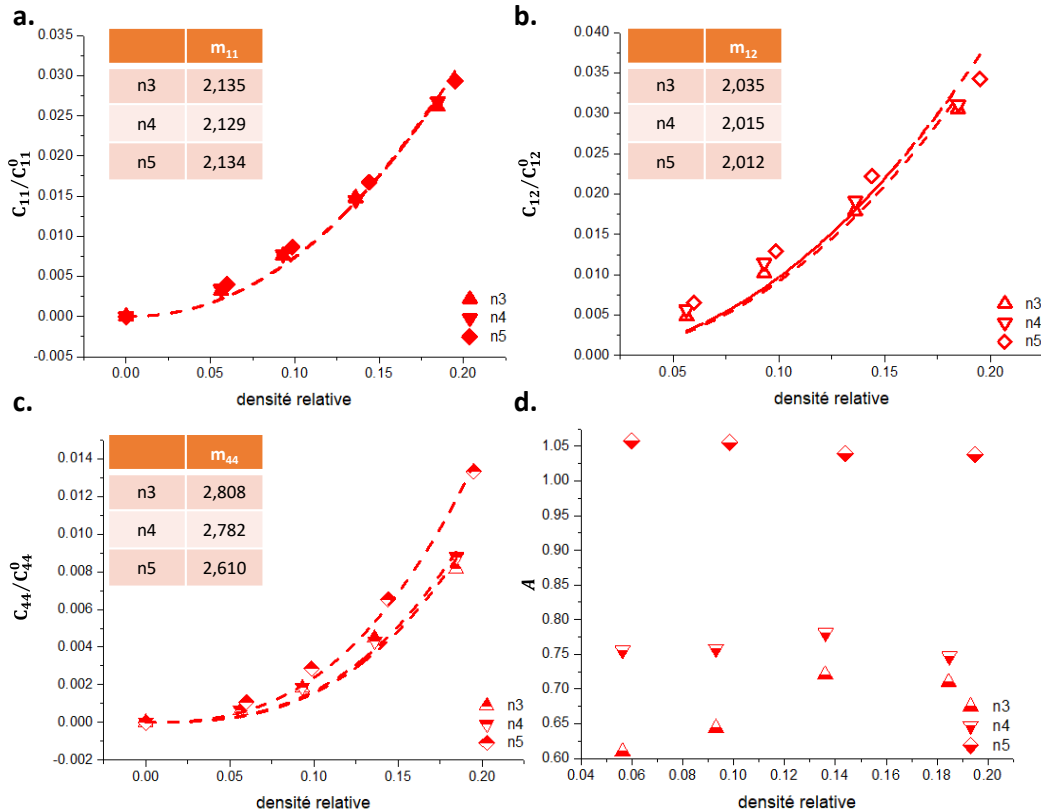


Figure 3-35 : Variations des constantes de rigidités effectives  $\overline{C}_{11}$  a.,  $\overline{C}_{12}$  b.,  $\overline{C}_{44}$  c. et le ratio de Zener A d., pour les différentes tailles de VERs de la quasilattice type B.

Les VERs n5 possèdent les plus faibles valeurs de  $m_{12}$  et  $m_{44}$  pour les trois types de quasilattices. De plus, les variations des 3 paramètres de sensibilités du VER n4 à n5 sont relativement faibles, ce qui laisse suggérer une certaine convergence du réseau avec la taille du VER. Cependant, les différences de propriétés qui subsistent entre ces deux structures sont trop importantes pour conjecturer d'une convergence des résultats obtenue comme représentatif du réseau complet. On peut néanmoins remarquer un important décrochage des valeurs de  $m_{44}$  de n5 par rapport à celle de n4, représentative de performances bien meilleures en cisaillement pour le plus grand des VERs considérés (Figure 3-34.c, Figure 3-35.c, Figure 3-36.c). La constante de rigidité relative  $C_{44}$  est la seule à montrer un net ordre hiérarchique entre les différentes tailles de VER (hormis pour la quasilattice de type C avec la structure n2 qui présente de bonnes propriétés en cisaillement (Figure 3-36.c)).

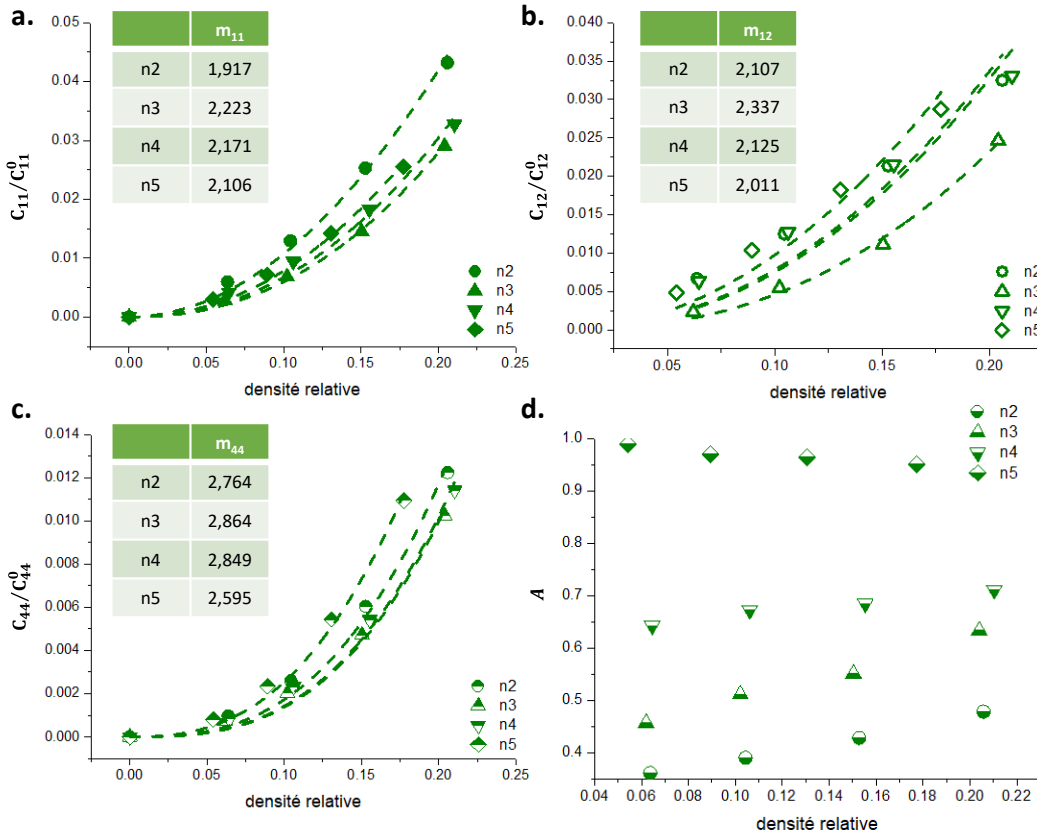


Figure 3-36 : Variations des constantes de rigidités effectives  $\overline{C}_{11}$  a.,  $\overline{C}_{12}$  b.,  $\overline{C}_{44}$  c. et le ratio de Zener  $A$  d., pour les différentes tailles de VERs de la quasilattice type C.

Les coefficients d'anisotropies  $A$  présentent des variations par rapport à la densité qui sont fonction de la taille du VER choisie. En effet, on remarque sur les Figure 3-34.d, Figure 3-35.d et Figure 3-36.d que les VERs n2 et n3 présentent des valeurs de  $A$  qui varient en fonction de la densité relative. A contrario les valeurs des coefficients d'anisotropies des VERs n4 et n5 sont beaucoup plus stables par rapport à la variation de densité quel que soit le type de quasilattices testées. Les topologies n2 à n4 présentent toutes des comportements favorables à la tension/compression qui sont directement dus aux faibles valeurs de  $C_{44}$  mesurées. A contrario, les topologies n5 sont pour les trois types de quasilattices très proches d'un comportement isotrope même pour de très faibles densités. On peut notamment relever des coefficients  $A$  compris entre 0,98 et 1,03 pour une densité relative inférieure à 5 %. L'augmentation du coefficient de Zener vers une valeur de 1 en fonction de la taille du VER ainsi que la stabilisation de sa valeur tend à montrer que plus le volume de la quasilattice considérée est important, plus celui-ci s'approche de propriétés isotropes indépendamment de la densité relative. L'amélioration de l'isotropie par rapport à la taille du VER peut s'expliquer par la présence de plus en plus importante de nœuds à fortes connectivités ainsi qu'une forte variabilité des orientations de poutres par rapport à une direction de chargement.

### 3.4.2.2.2. Détermination des rigidités effectives d'approximants de quasilattices

Les résultats observés pour les approximants des trois réseaux quasipériodiques ont montré des tendances fortement similaires à celles obtenues pour les VERs de la partie précédente. La Table 3-2, reprend les valeurs des différents paramètres de sensibilités des 3 constantes de rigidité pour les différents approximants testés. De manière générale, on retrouve des valeurs moyennes des paramètres  $m_{11}$ ,  $m_{12}$  et  $m_{44}$  inférieures à celles obtenues pour les VERs. Ces performances accrues par rapport à leurs homologues peuvent s'expliquer par la présence de demi-poutres coupées en leurs milieux transversalement à la longueur de celle-ci (voir annexe A). Il en résulte une meilleure répartition du champ de déformation imposé et donc une meilleure rigidité de l'ensemble de la structure.

Table 3-2 : Paramètres de sensibilités à la variation de densité relative  $m_{11}$ ,  $m_{12}$  et  $m_{44}$  des lattices approximants des réseaux quasipériodiques.

Type	Rang n	$m_{11}$	$m_{12}$	$m_{44}$
A	1	1,944	2,059	2,815
	2	2,217	2,135	2,845
	3	1,959	1,855	2,583
	4	1,947	1,836	2,464
	5	1,998	1,957	2,410
B	3	1,941	1,788	2,527
	4	2,050	1,872	2,670
	5	2,088	1,965	2,598
C	2	1,971	2,107	2,764
	3	2,103	1,955	2,805
	4	2,047	1,858	2,665
	5	2,102	1,934	2,734
<b>Moyenne</b>		<b>2,031<sup>±0,086</sup></b>	<b>1,943<sup>±0,110</sup></b>	<b>2,657<sup>±0,143</sup></b>

On remarque à nouveau les comportements singuliers des approximants n1 et n2 des trois réseaux. Ceux-ci présentent de faibles propriétés en cisaillement ( $m_{44}$  important) et des comportements en tension relativement bons. Comme précédemment, les propriétés en cisaillement augmentent significativement entre les approximants n2 et n3 pour les types A et B, et n3 et n4 pour le type C. Les approximants n5 présentent des propriétés intéressantes, il possède un paramètre  $m_{12}$  globalement similaire mais des paramètres  $m_{11}$  et  $m_{44}$  qui leur sont propres. Il semble donc qu'à grande distance les trois approximants des différents types de réseaux possèdent des propriétés distinctes. Cet élément se retrouve assez bien sur les valeurs des coefficients de Zener de ces structures (Figure 3-37). On retrouve un comportement très stable du coefficient d'anisotropie devant la variation de densité. Cette observation est d'ailleurs valable pour les approximants de n3 à n5 de chacun des trois réseaux tandis que n2 et n3 montrent des variations de A plus proches de celles observées chez les *lattices* cubiques. Cet élément confirme

ainsi la présence d'une transition entre les propriétés d'une *lattice* cubiques et celle d'une quasilattice. Pour faire l'analogie avec un matériau cristallin, il est connu que l'approximant possède plutôt les propriétés de sa sous-structure que de sa structure périodique. De plus, les approximants sont généralement des structures de grandes tailles (quelques centaines d'Angstrom). Ces deux éléments sont donc cohérents avec les observations issues des structures aux volumes les plus importants (n4 et n5).

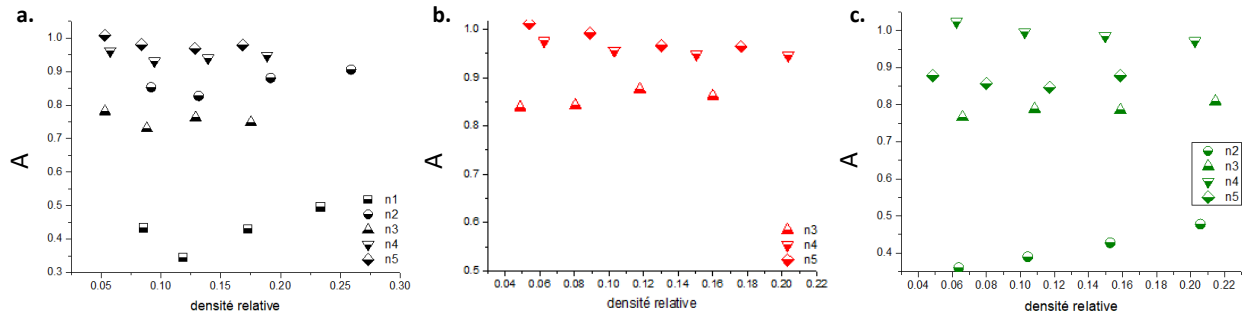


Figure 3-37 : Variations des coefficients de Zener A, pour les réseaux de type A a.; type B b. et de type C c.

Il est également intéressant de noter que les trois types de quasilattices, possèdent leurs propres comportements. Bien que ceux-ci soient relativement proches les uns des autres, on peut distinguer un comportement favorable au cisaillement pour le type C, favorable à la tension/compression pour le type B, et isotrope pour le type C. A grande échelle et en comparaison avec les *lattices* cubiques, il s'agit clairement de structures de type isotrope, dont les propriétés à très faibles densités sont bien supérieures à celles des *lattices* cubiques. En conséquence, ces réseaux semblent parfaitement adaptés aux sollicitations multiaxiales requérant de faibles niveaux de densités relatives.

Il apparaît également que les structures approximantes exhibent des propriétés plus intéressantes que celle obtenues par les VERs. La Figure 3-38 reprend les différents paramètres  $m$  déterminés en fonction de la longueur de la CU concernée. On retrouve nettement la tendance des approximants à minimiser les valeurs de  $m$  par rapport aux VERs. On remarque que pour des longueurs importantes, les valeurs de  $m$  des VERs semblent converger vers la même valeur pour les trois réseaux (lignes pointillées de la Figure 3-38). A contrario, les approximants semblent uniquement converger pour le paramètre  $m_{12}$ , tandis que chacun des trois types présentent des valeurs de  $m_{11}$  et  $m_{44}$  distinctes. Les approximants semblent donc tous posséder leurs propriétés qui sont disruptives par comparaison à celles obtenues pour une longueur de CU indépendante du nombre d'or.

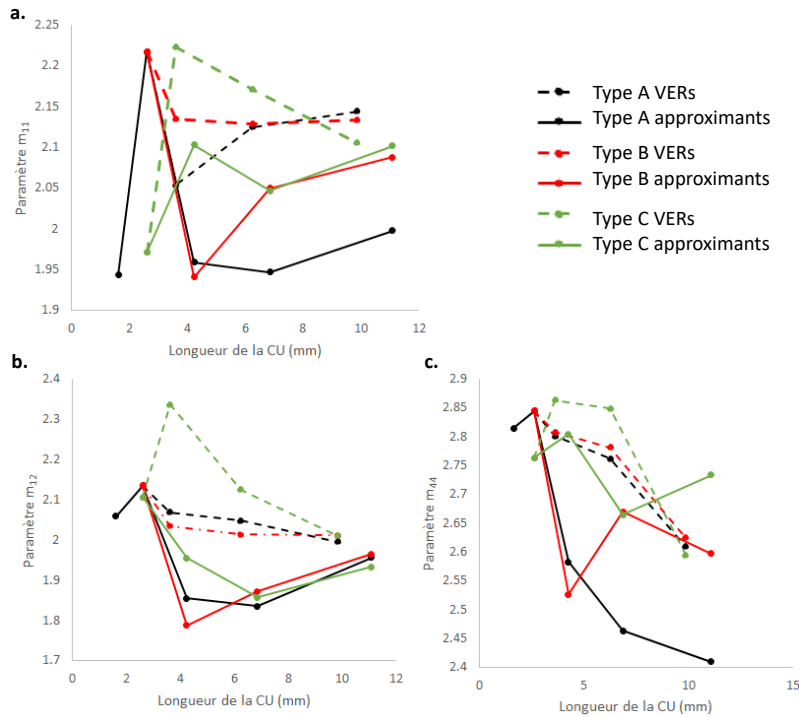


Figure 3-38 : Variations des paramètres de sensibilités  $m_{11}$  a.,  $m_{12}$  b., et  $m_{44}$  c. pour les différentes tailles de CUs testées, les lignes pointillées correspondent aux VÉR et celles pleines aux approximatifs.

On peut donc suggérer que l'évolution des paramètres de sensibilités  $m_{11}$  et  $m_{44}$  tendra vers une valeur représentative des propriétés des quasilattices lorsque la longueur de CU augmente. Cependant, cette évolution est ponctuée de pics pour chaque valeur de longueur de CU fonction du nombre d'or, comme représenté en Figure 3-39. Il semblerait que ces pics tendent à minimiser les paramètres  $m$  et sont donc bénéfiques pour les performances mécaniques du réseau. Les approximatifs doivent donc être vus comme des cas particuliers de découpage de Cu au sein d'une quasilattice. Toutefois et conformément à la métallurgie, plus la taille de l'approximant augmente plus son comportement est proche de celui de la quasilattice (approximatifs n5 de la Figure 3-39 par rapport à la ligne de base représentative des propriétés des VÉR).

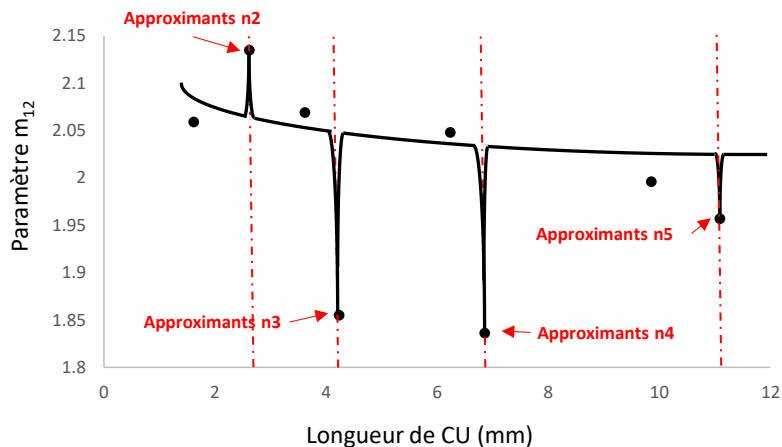


Figure 3-39 : Variations du paramètre  $m_{12}$  en fonction de la longueur de CUs de la quasilattice de type A, la ligne noire présente les propriétés des VÉR tandis que les pics caractérisent les approximatifs, les lignes pointillées rouges indiquent les longueurs de Cu relative aux approximatifs, la courbe noire est un guide visuel.



### 3.4.3. Discussion générale

Cette partie a pour but de déterminer s'il existe des sauts de propriétés mécaniques entre les structures *lattices* issus de différents types de système de symétrie. Pour ce faire les tendances ont été dégagées au travers de l'étude de deux structures hexagonales et des trois types de réseaux quasipériodiques. Des lois puissances du mêmes types que celles des parties 3.2.2 et 3.3.2, ont été déterminées de sorte à pouvoir directement comparer les performances de ces topologies par rapport à leurs homologues cubiques.

Cependant les structures HP et HC ont montrées des propriétés mécaniques relativement proches de celles des structures cubiques. Ceci s'explique principalement par l'orientation des poutres par rapport au chargement plutôt favorable à la tension, et d'importantes connectivités aux nœuds. Il est nécessaire de mesurer les observations émises pour ces structures compte-tenu du peu de topologies testées. De plus, les matériaux hexagonaux, présentent une orthotropie de leurs propriétés mécaniques. En conséquence, une étude uni-axiale ne permet pas de prendre en compte les variations du module d'Young en fonction de la direction de chargement ni le comportement en cisaillement. L'orthotropie des propriétés des *lattices* hexagonales, leurs promettent différents types d'applications, telles que la fabrication de substituts osseux dont les propriétés présentent les mêmes caractéristiques.

Les quasilattices ont fait l'objet d'une attention toute particulière, compte tenu de l'absence d'étude sur la mécanique de ces structures. L'étude des propriétés élastiques des trois réseaux a été effectuée par l'analyse de deux séries de CUs cubiques issues du réseau icosaédrique. L'orientation de ce cube par rapport à une symétrie icosaédrique a permis l'obtention de propriétés au moins cubiques. De plus, il a pu être montré que pour une taille de CU inférieure à quatre mm (pour la longueur de poutre et la gamme de densité considérées), les propriétés de la structure extraite s'approchent davantage de celles d'une *lattice* cubique que d'une quasilattice. Ces différences de comportement se manifestent aux travers de la chute de  $m_{44}$  et d'une stabilisation du coefficient d'anisotropie par rapport à la densité relative. Au-delà de cette valeur, les propriétés des VERs testées convergent vers une valeur commune pour les trois types de réseaux. Des paramètres  $m_{11} = 2,12$ ,  $m_{12} = 2,03$  et  $m_{44} = 2,61$  sont donc représentatifs de l'évolution des propriétés des quasilattices par rapport à l'évolution de la densité relative. Les structures approximantes ont également été testées et ont montré des comportements tout à fait singuliers par rapport aux VERs. La différence étant une longueur de CU fonction de nombre d'or. Cette différence induit des conséquences directes sur la topologie des CUs avec une proportion de matière plus importante sur les faces, entraînant une meilleure répartition des contraintes et donc une rigidité plus importante. Ces structures présentent des comportements différents en fonction du type de quasilattice considéré ainsi que la taille de la CU. La convergence des valeurs précédemment observées à grande échelle n'existe plus et chacun des trois

approximants  $n5$  semble présenter ses propres caractéristiques. Les approximants peuvent donc être vus comme des « cas particuliers » de découpage de CU au sein d'un réseau quasipériodique qui conduisent à des propriétés disruptives par rapport à toutes les CUs dont la longueur de VER n'est pas fonction du nombre d'or.

Il est toutefois important de nuancer ces observations ; d'une part, l'étude n'a porté que sur un type d'orientation des CUs par rapport au réseau icosaédrique. Il apparaît complexe de pressentir des propriétés cubiques pour une CU centrée sur un axe d'ordre 5. L'étude dans cette direction ainsi que dans celle de l'axe 3 sont des éléments importants pour la compréhension fine des structures quasipériodiques. De plus, l'étude de ces structures nécessite des maillages pouvant attendre plusieurs millions d'éléments pour s'assurer d'une insensibilité des résultats par rapport au nombre d'éléments. Il pourrait être intéressant de mesurer les différences de résultats entre une définition 1d et 3d des poutres, de sorte à limiter les temps de calculs. De même, le développement de modélisations prenant en compte des matériaux intrinsèques à la structure non isotrope est également un gage de difficulté à faire converger des calculs. Pour ces diverses raisons, l'étude des quasilattices est aujourd'hui encore complexe et restreinte par les ressources informatiques. Cependant, les éléments donnés ici tendent à montrer le potentiel de ces structures, et ce principalement au regard de l'isotropie dont elles font état.

### 3.5. Confrontation expérimentale/numérique des rigidités effectives des structures *lattices* produites par SLM

#### 3.5.1. Matériaux et méthodes

Les structures testées dans cette partie sont les mêmes que celles employées dans la partie 2.4. Il s'agit des structures diagonale (0.5, 0.5), octet-truss (0, 0.5), hexa-truss (0.2, 0.4), aux-truss (0.1,0.2) et iso-truss (0.25, 0.25). Pour chaque topologies, trois rayons ont été produits de sorte à déterminer expérimentalement la relation entre densité relative et rigidité effective. Les densités relatives employées seront issues de la partie 2.4.2.1 et sont associés à un alliage Ti6Al4V comme matériau intrinsèque.

Le design des échantillons et les essais ont été conduits selon les spécifications de la norme ISO 13314 [56]. Les échantillons comprennent donc cinq répétitions dans les trois directions de l'espace pour une taille de CU de 3 mm (Figure 3-40.b). Chaque type échantillon a été produit et testé quatre fois de sorte à mesurer une incertitude autour des valeurs moyennes de rigidités égales à deux fois l'écart type. Les essais de compressions ont été réalisés avec une machine d'essais Zwick-Roell équipée d'une cellule de charge de 100 kN et une vitesse de déformation égale à  $10^{-3} \text{ s}^{-1}$ . Les déplacements ont été mesurés à l'aide d'un extensomètre multiXtens représenté en Figure 3-40.a. Par soucis de simplicité, les valeurs affichées des modules de Young effectifs correspondent au gradient quasi-statique tel que décrit par [56] (cf. 3.1.2).

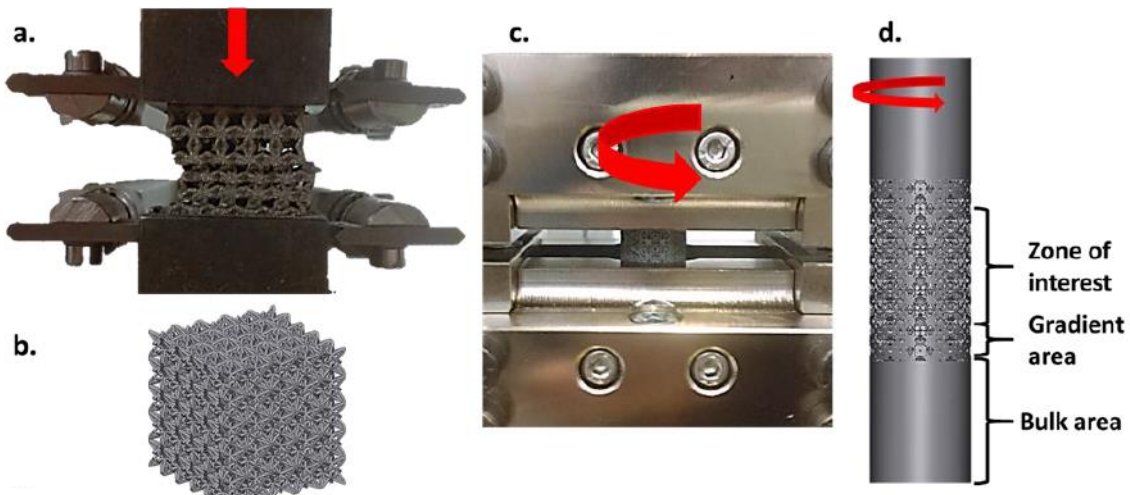


Figure 3-40 : a. Montage de compression, b. design des échantillons de compression, c. montage de torsion, d. design des échantillons de torsion avec la zone d'intérêt, une aire de gradient de densité et la partie pleine prise dans les mors. Les flèches rouges indiquent les directions de déformation

Les essais de torsion ont été réalisés avec une machine hydraulique Zwick-Roell, avec un couple max de  $250 \text{ N.m}^{-1}$  et une vitesse angulaire de  $0,5 \text{ }^\circ.\text{s}^{-1}$ , selon le montage de la Figure 3-40.c. L'éprouvette a été conçue de sorte à minimiser les risques de ruptures dans les mors (Figure 3-40.d). La zone d'intérêt consiste en une section circulaire de 15 mm de diamètre sur 15 mm de hauteur. Les longueurs de CU ont les mêmes dimensions que pour les éprouvettes de traction, de sorte à assurer cinq répétitions de CUs dans les trois directions de l'espace. Une zone de gradient

de densité est ajoutée entre la zone d'intérêt et la partie pleine prise aux mors. Celle-ci se compose de deux couches de CUs de 3 mm de côté dont la densité relative est de plus en plus importante à mesure que l'on s'approche de la partie pleine.

### 3.5.2. Résultats

#### 3.5.2.1. Compression uni-axiale quasi-statique

##### 3.5.2.1.1. Comportement global en compression

La Figure 3-41 reprend une courbe contraintes-déformations en compression obtenue pour chaque type de topologies et les trois niveaux de densités relatives. Comme on pouvait s'y attendre, la limite élastique augmente à mesure que la densité relative augmente pour toutes les topologies. On retrouve les deux types de comportement explicités dans la partie 3.1.3.3. Hormis la structure hexa-truss, toutes les topologies observées semblent avoir un comportement de type fragile. Ceci est déjà reporté dans la littérature pour la structure octet-truss [5]. Ce résultat est également attendu pour la structure aux-truss, qui présente un comportement proche d'une topologie cubique primitive et donc un comportement de type fragile [79]. On aurait pu s'attendre à un comportement ductile pour la structure diagonale. Cependant pour les trois niveaux de densités relatives étudiées, la plasticité a été dominée par les ruptures fragiles de poutres selon des plans [110], comme cela a été reporté par [116, 117]. On peut suggérer que pour la structure diagonale un comportement de type ductile intervient à plus faible densité. Ceci implique que le comportement plastique est fonction de la densité relative. Ce changement de comportement semble apparaître pour des ratios rayon/longueur de poutre inférieurs à 0,15.

La structure hexa-truss semble elle posséder un comportement de type ductile, avec un plateau de déformation relativement stable suivi d'une densification de la matière. Pour les structures octet-truss et iso-truss, à forte densité, on peut suggérer des comportements ductiles. La première chute de résistance est brutale mais conduit à des ruptures partielles des poutres. Lorsque le chargement se poursuit, la déformation se localise sur ces portions de poutres restantes, et conduit à d'importantes déformations locales pour des résistances inférieures au premier maxima de contrainte. Les ruptures sont alors plus locales et induisent un meilleur niveau de résistance après le premier effondrement.

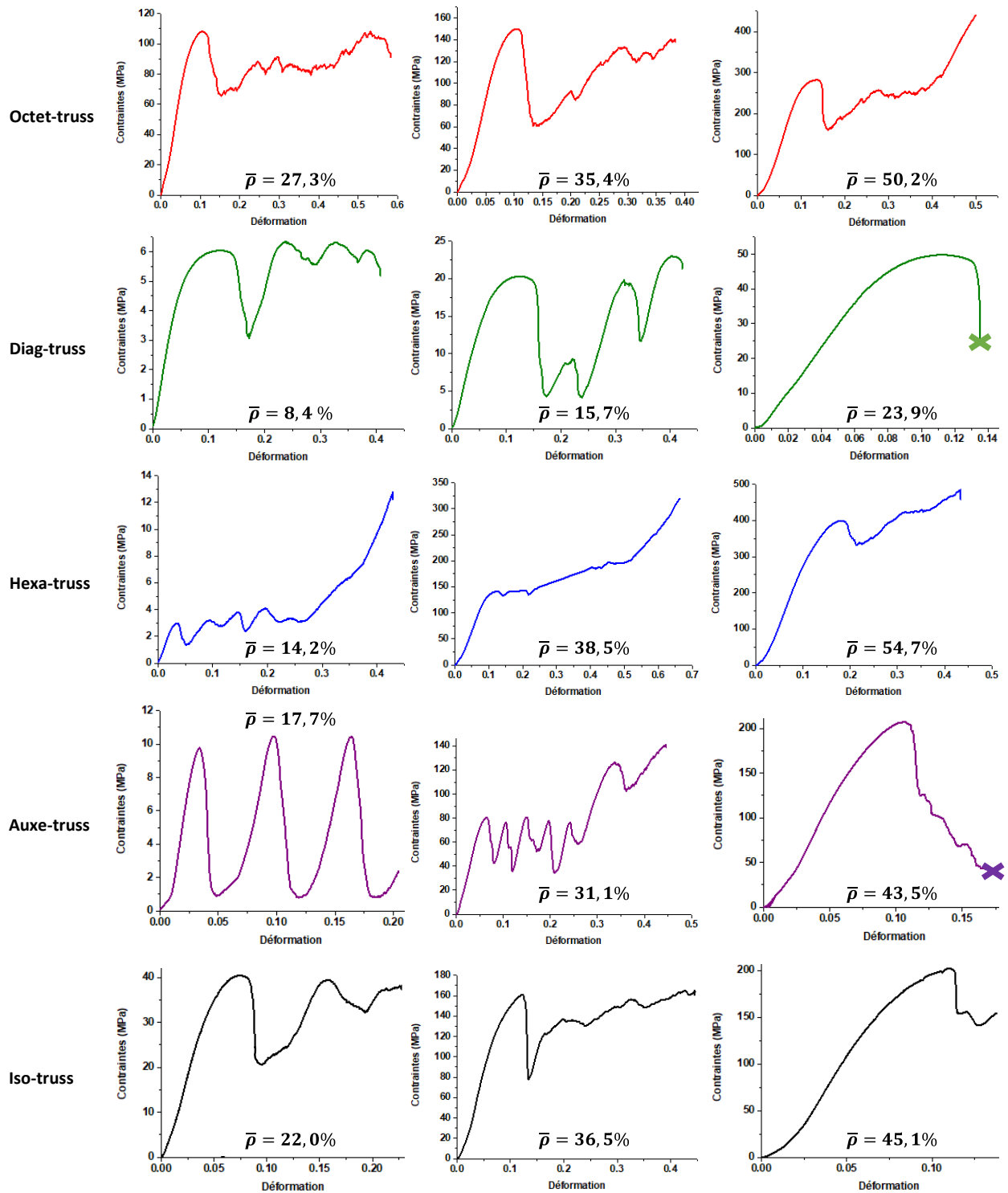


Figure 3-41 : Exemples de courbes de contraintes-déformations en compression des 5 topologies pour les trois densités relatives de chaque topology (chaque colonne correspond à un ratio  $r/l$  constant).

### 3.5.2.1.2. Comportement élastique

Sur chacun des cas testés, les modules d'Young ainsi que les résistances élastiques ont été mesurés en accord avec la norme [56]. La Figure 3-42 reprend ces données en fonction de la densité relative pour les 5 topologies étudiées. De manière générale, on retrouve une bonne corrélation entre les modules effectifs mesurés et les données du modèle issues de la partie 3.2.2.1 avec des déviations maximales autour des valeurs du modèle inférieures à 8 %. Dans tous les cas les propriétés mesurées croissent avec l'augmentation de la densité relative. Les écarts-types sont eux relativement faibles pour les modules, tout comme pour les résistances élastiques, signe de la bonne reproductibilité des résultats.

Les écarts par rapport aux modèles sont différents en fonction de la topologie et leur évolution est également fonction de la densité relative. Ceci est en corrélation directe avec les éléments de la partie 2.4.2, qui tendent à indiquer que les erreurs de fabrication associées à une topologie lui sont propres, et sont difficilement transposables à une autre topologie. On peut remarquer la tendance du modèle à sous-évaluer les rigidités effectives, mise à part pour les faibles niveaux de densités des structures hexa-truss et aux-truss. Ceci est contradictoire avec le fait que les rayons de poutres mesurés soient inférieurs aux valeurs nominales. Cependant, nous avons également pu voir que la densité relative locale autour d'un nœud est plus importante que la valeur nominale, il en résulte une augmentation de la rigidité plus marquée pour de faibles densités relatives (*cf.* partie 2.4.2.3). Refai *et al.* ont montré numériquement qu'un rayon de courbure autour d'un nœud induit une augmentation de rigidité relative [39]. Ces observations semblent donc se vérifier ici.

Les résistances élastiques effectives  $\overline{R}_e = \sigma/\sigma_e$  (avec  $\sigma_e = 1\ 030$  MPa), par rapport à la densité relative suivent un modèle de type Gibson-Ashby dont les paramètres sont indiqués sur la Figure 3-42. On retrouve une bonne corrélation ( $R^2 > 0,95$ ) entre les deux grandeurs, bien que des déviations apparaissent pour des valeurs de densités relatives élevées. Les paramètres du modèle de Gibson-Ashby pour la structure octet-truss sont assez proches de ceux obtenus par Meza *et al.* [73].

De même la structure diag-truss présente des paramètres du modèle de G-A également proches de ceux déterminés par Crupi *et al.* [76]. Les structures hexa-truss et aux-truss présentent des paramètres du modèle importants en comparaison des autres structures, ce qui signifie qu'elles subissent une décroissance plus rapide de leurs propriétés lorsque la densité relative chute. Ceci s'explique principalement par les mesures effectuées sur les plus faibles densités. Compte tenu des orientations par rapport au plateau de fabrication ( $10^\circ$  et  $17^\circ$ ), certaines poutres présentent un effondrement partiel ou complet qui conduit à des rigidités et des résistances effectives très faibles pour ces structures.

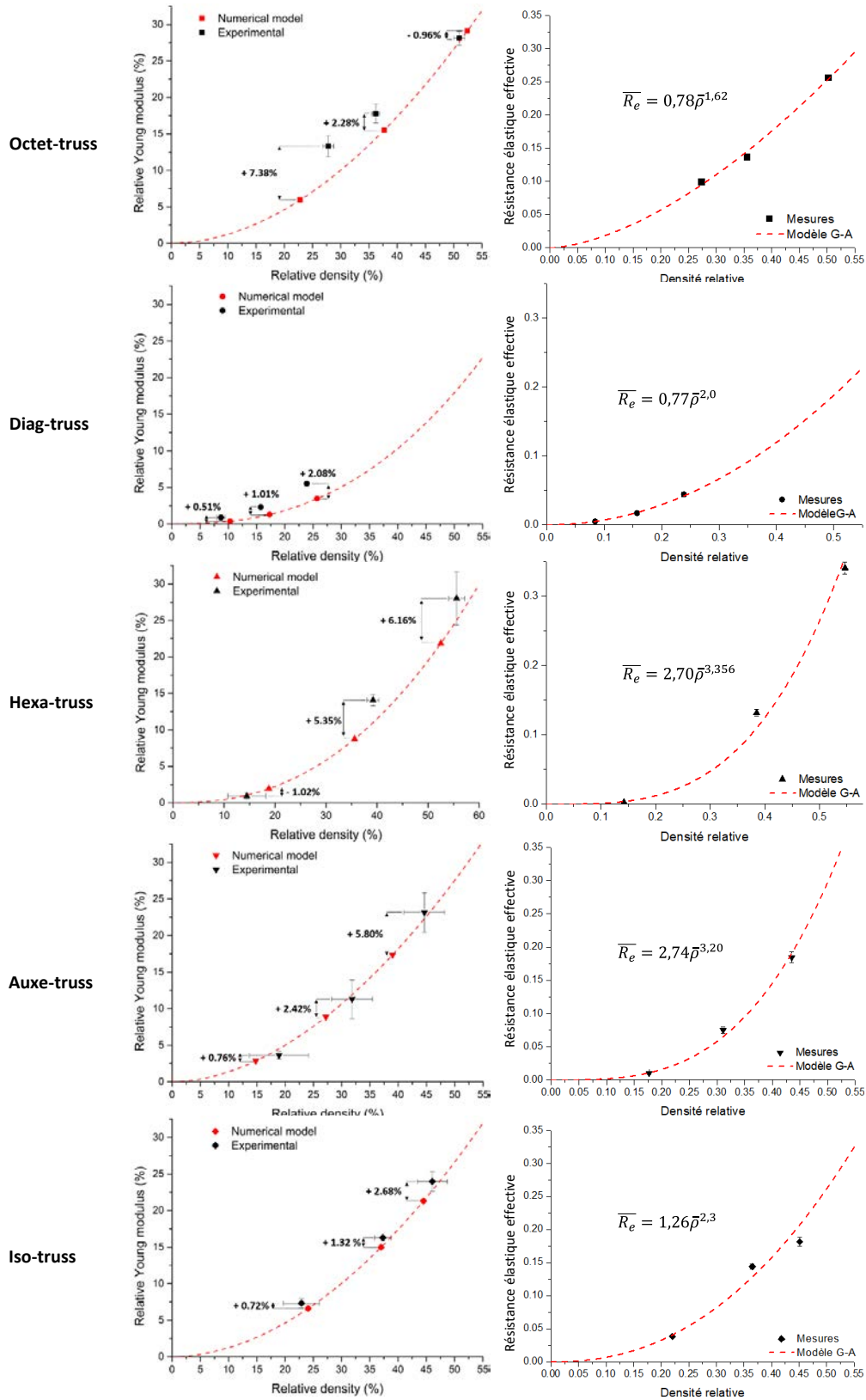


Figure 3-42 : Relations entre densités relatives et modules d'Young (courbe de gauche) et les résistances élastiques effectives  $\bar{R}_e = \sigma/\sigma_e$  (courbes de droite), les courbes en rouges correspondent aux modèles de la partie 3.2.2.1 pour les modules effectifs et les modèles de Gibson-Ashby pour les résistances élastiques.

### 3.5.2.2. Essais de torsion.

Les essais de torsion permettent d'accéder aux informations relatives au comportement en cisaillement, via l'analyse d'un couple en fonction d'un déplacement angulaire. Avec le calcul des moments de torsions il est possible de remonter à une courbe de cisaillement en contraintes-déformations. Compte-tenu de la complexité des éprouvettes et de leur volume seule la topologie iso-truss (0.25, 0.25) sera testée pour les trois mêmes niveaux de densités que l'étude en compression. On retrouve sur la Figure 3-43, les modules de cisaillement effectifs calculés en fonction de la densité relative. Une nouvelle fois les faibles incertitudes sont un gage de la bonne reproductibilité des essais. Les données du modèle numérique homogénéisé issue de la partie 3.3.2.2 et celles du modèle de G-A, associés aux données expérimentales, relient le module cisailant et la densité relative ( $m = 2,05$  pour le modèle homogénéisée et  $2,15$  pour la puissance du modèle expérimental). Une fois encore on retrouve une très bonne corrélation entre les données expérimentales et numériques. Les modèles semblent légèrement surestimer la densité relative. En accord avec les résultats de la partie 2.4.2.3, on sait que cette topologie présente très peu de déviations en termes de densité relative autour des nœuds. Par conséquent les défauts sont principalement associés aux déviations sur les rayons qui induisent ici une perte de rigidité qui n'est pas contrebalancée.

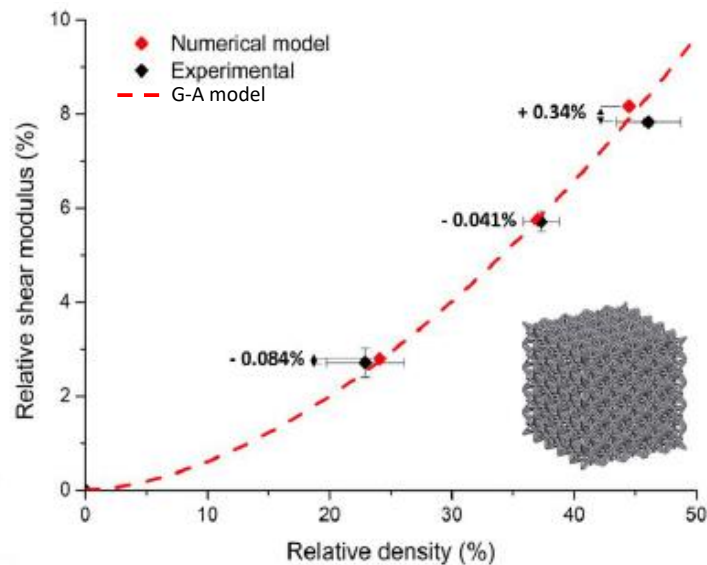


Figure 3-43 : Modules de cisaillement effectifs en fonction de la densité relative pour la structure iso-truss, en noir les points expérimentaux, en rouge les valeurs issues du modèle homogénéisé, et la ligne pointillée rouge représente le modèle G-A.

### 3.5.3. Discussion

Les modèles proposés dans la partie 3.2 ont été confrontés à l'expérience après une campagne d'essais de compression sur cinq topologies cubiques ainsi que des essais de torsions sur la structure iso-truss. L'influence de la densité relative sur les propriétés élastiques expérimentales a été étudiée grâce à trois niveaux de densités relatives différentes.



En fonction des topologies, on retrouve les comportements ductiles ou fragiles indiqués dans la littérature. En termes d'évolution des modules d'Young effectifs par rapport à la densité relative, on retrouve des tendances très analogues à celles observées sur les modélisations numériques. Les modèles numériques ont une légère tendance à surestimer les rigidités effectives. Ceci est dû aux densités relatives locales autour des nœuds plus importantes que la valeur nominale. De plus, à faible densité pour les structures hexa-truss et aux-truss, des pertes de rigidité par rapport aux modèles sont constatées. Celles-ci sont principalement dues à l'effondrement partiel ou complet de certaines poutres présentant une faible inclinaison par rapport au plateau de fabrication. L'analyse des résistances élastiques effectives a pu montrer une bonne adéquation avec les données déjà présentes dans la littérature. En ce sens, les structures hexa-truss et aux-truss présentent les pertes de résistances les plus rapides principalement dues aux très faibles résistances mesurées à faible densité relative.

Enfin dans une dernière partie, la structure iso-truss a été testée en torsion de sorte à mesurer des modules de cisaillement. Une nouvelle fois une très bonne corrélation entre expérience et modèle a pu être observée. L'absence de surplus de matière autour des nœuds pour cette topologie conduit à des rigidités effectives inférieures aux prévisions du modèle. Cette différence de rigidité étant expliquée par des rayons mesurés plus faibles que ceux nominaux. En outre, la confirmation de la validité des raideurs en compression et en cisaillement obtenues par l'expérience confirme les propriétés intéressantes de la structure iso-truss et notamment son isotropie.

### 3.6. Conclusion partielle

Basé sur le modèle de génération de structure du chapitre second, l'objectif principal de cette partie est de déterminer l'influence de la topologie d'une structure architecturée sur ces propriétés mécaniques élastiques. L'étude des rigidités de l'ensemble de la gamme de densité relative a permis de mettre à jour une relation entre les propriétés élastiques et la densité relative sous la forme d'une loi puissance. Le paramètre de cette loi est un indicateur de la sensibilité d'une propriété à la décroissance de la densité relative. Ces relations font apparaître un effet antagoniste entre la propriété considérée et la densité relative, ce qui se traduit par des paramètres de sensibilité toujours supérieurs à un (la valeur représentative de la loi des mélange). Il est donc possible, avec ces paramètres de sensibilité d'extraire l'influence de l'architecture, et de comparer une topologie à une autre indépendamment de la densité relative. L'ensemble des propriétés associées à un espace de conception peut être représentées sur une carte 2D où chaque position de la carte correspond à une topologie distincte de sa voisine.

Dans un premier temps un modèle de compression uni-axiale a montré la viabilité d'une loi puissance sur les modules de Young pour les structures *lattices* cubiques. Sur l'ensemble de la gamme de densité, les trois zones caractéristiques des mousses ont pu être retrouvées (cf. partie 3.1.3.2). Ceci se manifeste par une faible variabilité de la rigidité effective à forte densité relative, et une influence grandissante de la topologie lorsque la densité relative décroît. Il apparaît ainsi que la topologie est de second ordre devant la densité relative, mais que son influence est grandissante à mesure que la densité diminue. Malgré une faible variabilité apparente des modules d'Young, pour des densités relatives inférieures à 50 %, une large gamme de rigidités est accessible dans le réseau cubique pour une densité donnée. L'emploi de trois matériaux différents a permis de montrer une indépendance des raideurs effectives en fonction des propriétés intrinsèques du matériau. Ceci permet donc de compléter les cartes d'Ashby raideur/densité grâce à la gamme de propriétés accessible par architecturation.

Dans un second temps l'analyse des coefficients de Poisson a conduit à déterminer une zone d'existence de structures auxétiques ( $\nu < 0$ ). Ce comportement est cependant fortement dépendant de la densité relative et n'apparaît que pour de faibles valeurs de  $\rho$ . La détermination d'un coefficient de Poisson local, orienté par rapport à la position sur une face de CU, a mis à jour une hétérogénéité de la réponse transversale à un déplacement axial. Certaines parties de la CU présentent des déformations réentrantes, tandis que d'autres ne subissent quasiment aucun déplacement. Ces déformations complexes se corrélaient relativement aisément à la topologie de la structure considérée et sont fortement fonction de la densité relative.

Enfin dans un troisième temps, une analyse des contraintes et des facteurs de concentrations de contraintes a été menée. Une relation linéaire a pu être trouvée entre les facteurs de

concentrations de contrainte et l'inverse de la densité relative ; permettant d'établir les mêmes cartes que pour les raideurs. Il en résulte que la connectivité a une forte influence sur les concentrations de contrainte. Plus la fraction de nœuds dans une CU est importante plus les concentrations de contraintes sont nombreuses mais de faibles intensités. Cette variabilité des paramètres de sensibilités des facteurs de concentration de contrainte permet d'envisager la notion de gradient de concentration de contrainte et donc d'un contrôle de la déformation plastique au travers de la maîtrise des contraintes résiduelles. De plus, l'intégration des facteurs de concentration de contraintes dans une loi de Basquin a permis de montrer qu'il était possible de prédire les propriétés en fatigues d'une structure, lorsque la concentration de contrainte associée au défaut de surface est prise en compte. Il est donc tout particulièrement important de disposer d'une première estimation des propriétés en fatigue d'une structure au travers d'un essai uni-axial afin de prédire la durée de vie de pièces architecturées.

Le modèle uni-axial est toutefois limité à une description isotrope du comportement élastique d'une structure qui possède une symétrie cubique. De plus, le matériau intrinsèque est lui-même considéré comme isotrope ce qui n'est également pas représentatif de l'expérience. Enfin un autre élément important qui a été négligé dans ce modèle numérique concerne les déviations géométriques associées à la fabrication (rayon réel et densité relative autour des nœuds).

Un second modèle basé sur une procédure d'homogénéisation périodique a permis la détermination des propriétés 3D des *lattices* cubiques. Il a pu être montré que le principe de Curie est vérifié : pour une structure d'une symétrie cubique, les propriétés élastiques obtenues sont au moins cubiques. La détermination des constantes de rigidités effectives a conduit à la détermination des paramètres de sensibilités associés à chacune d'elles. Les composantes de raideur axiales sont en moyenne moins influencées par la densité relative que leurs homologues transversaux. Ceci s'explique par la présence de structures auxétiques dont les coefficients de Poisson négatifs conduisent à d'importantes valeurs des paramètres  $m_{12}$ . De la même façon les modules en cisaillement ont été étudiés et ont permis de mettre à jour la structure diagonale comme la plus apte au cisaillement. On retrouve une influence de la densité relative plus prononcée que pour la composante axiale, mais inférieure à la composante transverse ; résultat que l'on retrouve dans la littérature pour des topologies singulières. L'étude de l'anisotropie, au travers du coefficient de Zener, a mis à jour l'existence de certaines topologies isotropes jusqu'à des densités relatives de 20 %.

La compilation des informations sur les constantes de rigidités et l'anisotropie a permis d'identifier différentes familles de structures aux comportements singuliers. On y retrouve les structures favorables aux chargements axiaux et cisailant. Les structures à comportement auxétiques avec  $\nu < 0$ , celles possédant des propriétés quasi-isotropes indépendamment de la densité relative, et les structures qui ont les plus faibles rigidités effectives.

Dans un second temps, l'apport de la symétrie hexagonale et icosaédrique a été investigué. Pour ce faire, deux structures hexagonales ont été testées selon leurs axes sénaires afin de déterminer leurs rigidités effectives. De prime abord, les paramètres de sensibilités ont pu montrer des propriétés légèrement supérieures des *lattices* hexagonales par rapport aux cubiques. Cependant cette observation se doit d'être modérée car peu de topologies ont été testées. Les deux topologies présentent en effet des orientations de poutres par rapport au chargement et une importante connectivité, ce qui explique les bonnes performances des deux cas étudiés.

Les quasilattices ont également montré des propriétés très proches de celles des matériaux cubiques. Il ne semble donc pas aisé de s'extraire du spectre des propriétés déterminé en Figure 3-12.a. Néanmoins, les quasilattices sous la forme de VERs ont pu montrer que les propriétés des trois réseaux convergent vers les mêmes valeurs à mesure que le volume considéré augmente. Ceci suggère des propriétés uniques pour un réseau à symétrie icosaédrale à grande distance. L'étude des approximants, qui sont des découpages périodiques d'une espace quasipériodique, a pu montrer de meilleures propriétés que pour les VERs. Ceci s'explique principalement par la présence de poutres sur les faces permettant une meilleure répartition des efforts. De plus, les approximantes de plus grandes tailles ont fait état d'une anisotropie stable par rapport à la densité relative et une sensibilité du module de cisaillement plus faible que pour les CUs de plus faibles tailles. Les VERs et approximants  $n_5$  ont montrés une excellente isotropie de leurs propriétés effectives jusqu'à des valeurs de densité relative de 5 %. Enfin l'analyse de l'ensemble des tailles de CUs montre qu'à mesure que la taille de CU augmente, les propriétés convergent vers les propriétés de la quasilattice. Seuls les découpages, dont la taille est fonction du nombre d'or, conduisent à des pics de propriétés relatives aux performances accrues des approximants par rapport au VERs.

Enfin dans une dernière partie cinq structures cubiques ont été testées en compression uni-axiale quasi-statique, et une en torsion. Une bonne corrélation a pu être mise à jour entre les valeurs mesurées et les modèles numériques proposés pour les rigidités. Une légère tendance du modèle à surestimer les rigidités a été observée. Celle-ci s'explique, conformément à la littérature et à l'étude de la partie 2.4.2.3, par la présence d'un surplus de matière autour des nœuds induit par la fabrication. L'analyse des résistances élastiques au travers du modèle G-A a confirmé l'influence de la connectivité sur les contraintes. Toutefois, certains défauts de fabrication pour des densités relatives faibles et des angles d'inclinaisons faibles conduisent à des paramètres du modèle plus important que pour d'autres structures. Enfin l'étude du comportement en torsion de la structure iso-truss a permis de confirmer son comportement isotrope pour des densités relatives faibles.

## Bibliographie

- [1] V. S. Deshpande, M. F. Ashby et N. A. Fleck, «Foam topology bending versus stretching dominated architectures,» *Acta materialia*, vol. 49, p. 1035–1040, 2001.
- [2] J. C. Maxwell, «On the calculation of the equilibrium and stiffness of frames,» *Philosophical Magazine*, vol. 27, p. 294, 1864.
- [3] C. R. Calladine, «Buckminster Fuller's "Tensegrity" structures and Clerk Maxwell's Rules for the Construction of Stiff Frames,» *International Journal of Solids Sciences*, vol. 14, pp. 161 - 172, 1978.
- [4] S. Pellegrino et C. Calladine, «Matrix analysis of statically and kinematically indeterminate frameworks,» *International Journal of Solids and Structures*, vol. 22, n°14, pp. 409 - 428, 1986.
- [5] V. Deshpande, N. Fleck et M. Ashby, «Effective properties of the octet-truss lattice material,» *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, vol. 49, p. 1747 – 1769, 2001.
- [6] L. Gibson et M. Ashby, «The Mechanics of Three-Dimensional Cellular Materials,» *Proceedings of the Royal Society A*, vol. 382, pp. 43 - 59, 1982.
- [7] A. Noor, «Continuum modeling for repetitive lattice structures,» *American Society of Mechanical Engineers*, vol. 41, n°17, pp. 285 - 296, 1988.
- [8] L. J. Gibson et M. F. Ashby, *Cellular Solids : Structures and Properties*, Cambridge: Cambridge University Press, 1991.
- [9] S. Timoshenko et J. Gere, *Theory of elastic stability*, New York: McGraw-Hill, 1961.
- [10] S. Babaei, B. Jahromi, A. Ajdari, H. Nayeb-Hashemi et A. Vaziri, «Mechanical properties of open-cell rhombic dodecahedron cellular structures,» *Acta Materialia*, vol. 60, pp. 2873 - 2885, 2012.
- [11] R. Hedayati, M. Sadighi, M. Mohammadi-Aghdam et A. Zadpoor, «Mechanics of additively manufactured porous biomaterials based on the rhombicuboctahedron unit-cell,» *Journal of the Mechanical Behavior of Biomedical Materials*, vol. 53, pp. 272 - 294, 2016.
- [12] S. Ahmadi, G. Campoli, S. Yavari, B. Sajadi, R. Wauthle, .. Schrooten, H. Weinans et A. Zadpoor, «Mechanical behavior of regular open-celle porous biomaterials of diamond lattice unit-cells,» *Journal of the Mechanical Behavior of Biomedical Materials*, vol. 34, pp. 106 - 115, 2014.
- [13] E. Ptochos et G. Labeas, «Elastic modulus and Poisson's ratio determination of micro-lattice cellular structures by analytical, umerical and homogenisation methods,» *Journal of Sandwich Structures and Materials*, pp. 1 - 30, 2012.
- [14] R. Hedayati, M. Sadighi, M. Mohammadi-Agham et A. Zadpoor, «Analytical relationships for the mechanical properties of additively manufactured porous biomaterials based on octahedral unit cells,» *Applied Mathematical Modelling*, vol. 46, pp. 408 - 422, 2017.
- [15] K. Ushijima et M. Smith, «An investigation into the compressive properties of stainless steel micro-lattice structures,» *Journal of Sandwich Structures and Materials*, vol. 13, p. 303, 2010.
- [16] J. W. Hu et T. Park, «Continuum Models for the Plastic Deformation of Octet-Truss Lattice Materials Under Multiaxial Loading,» *Journal of Engineering Materials and Technology*, vol. 135, 2013.
- [17] L. Gong, «On the stability of Kelvin cell foams under compressive loads,» *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, vol. 53, pp. 771 - 794, 2005.
- [18] R. Sullivan, L. Ghosn et B. Lerch, «A general tetrakaidecahedron model for open-celled foams,» *International Journal of Solids and Structures*, vol. 45, pp. 1754 - 1765, 2008.

- [19] H. Zhu, J. Knott et N. Mills, «Analysis of the Elastic Properties of Open-Cell Foams with Tetraikaidecahedral Cells,» *Journal of the Mechanics and Physic of Solids*, vol. 45, n°13, pp. 319 - 343, 1997.
- [20] K. Li, X. Gao et A. Roy, «Micromechanics model for three-dimensional open-cell foams using a tetraikaidecahedral unit cell and Castigliano's second theorem,» *Composites Science and Technology*, vol. 63, pp. 1769 - 1781, 2003.
- [21] A. Eringen, «Linear Theory of Micropolar Elasticity,» *Journal of Mathematics and Mechanics*, vol. 15, n°16, pp. 909 - 923, 1966.
- [22] M. Assidi, F. reis et J. Ganghoffer, «Equivalent mechanical properties of biological membranes from lattice homogenization,» *Journal of the Mechanical Behavior of Biomedical Materials*, vol. 4, pp. 1833 - 1845, 2011.
- [23] S. Lurie, A. Kalamkarov, Y. Solyaev, A. Ustenko et A. Volkov, «Continuum micro-dilatation modeling of auxetic metamaterials,» *International Journal of Solids and Structures*, Vols. 1 sur 2132 - 133, pp. 188 - 200, 2018.
- [24] T. Tancogne-Dejean et D. Mohr, «Elastically-isotropic elementary cubic lattices composed of tailored hollow beams,» *Extreme Mechanics Letters*, vol. 22, pp. 13 - 18, 2018.
- [25] M. Suard, G. Martin, P. Lhuissier, R. Dendievel, F. Vignat, J. Blandin et F. Villeneuve, «Mechanical equivalent diameter of single struts for the stiffness prediction of lattice structures produced by Electron Beam Melting,» *Additive Manufacturing*, vol. 8, pp. 124-131, 2015.
- [26] M. Suard, «PhD Thesis : Caractérisation et optimisation de structures treillis,» 2015. [En ligne]. Available: [https://tel.archives-ouvertes.fr/tel-01241583/file/SUARD\\_2015\\_archivage.pdf](https://tel.archives-ouvertes.fr/tel-01241583/file/SUARD_2015_archivage.pdf). [Accès le 05 16 2019].
- [27] C. Formanoir, M. Suard, R. Denideviel, G. Martin et S. Godet, «Improving the mechanical efficiency of electron beam melted titanium lattice structures by chemical etching,» *Additive Manufacturing*, vol. 11, pp. 71 - 76, 2016.
- [28] N. Takano, H. Takizawa, P. Wen, K. Odaka, S. Matsunaga et S. Abe, «Stochastic prediction of apparent compressive stiffness of selective laser sintered lattice structure with geometrical imperfection and uncertainty in material property,» *International Journal of Mechanical Sciences*, vol. 134, pp. 347 - 356, 2017.
- [29] S. Arabnejad, R. Johnston, J. Pura, B. Singh, M. Tanzer et D. Pasini, «High-strength porous biomaterials for bone replacement: A strategy to assess the interplay between cell morphology, mechanical properties, bone ingrowth and manufacturing constrains,» *Acta Biomaterialia*, vol. 30, pp. 345 - 356, 2016.
- [30] M. Ravari, M. Kadkodaie, M. Badrossamay et R. Rezaei, «Numerical investigation on mechanical properties of cellular lattice structures fabricated by fused deposition modeling,» *International Journal of Mechanical Sciences*, vol. 88, p. 154 – 161, 2014.
- [31] L. Xiao, W. Song, C. Wang, H. Tang et Q. L. N. Fan, «Mechanical properties of open-cell rhombic dodecahedron titanium alloy lattice structure manufactured using electron beam melting under dynamic loading,» *International Journal of Impact Engineering*, vol. 100, pp. 75 - 89, 2017.
- [32] M. Fischer, «Elaboration in situ d'alliages de titane et de structures architecturées par fabrication additive – Application aux dispositifs médicaux implantables,» manuscrit de thèse, 2017.
- [33] M. Smith, Z. Guan et W. Cantwell, «Finite element modelling of the compressive response of lattice structures manufactured using the selective laser melting technique,» *International Journal of Mechanical Sciences*, vol. 67, pp. 28 - 41, 2013.

- [34] M. Bonert, B. T. et P. Gilormini, Homogénéisation en mécanique des matériaux 1: Matériaux aléatoires élastiques et milieux périodiques, Paris: Hermes Science Publications , 2001.
- [35] J. Michel, H. Moulinec et P. Suquet, «Effective properties of composite materials with periodic microstructure : a computational approach,» *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, vol. 172, pp. 109 - 143, 1999.
- [36] M. Laroussi, K. Sab et A. Alaoui, «Foam mechanics: nonlinear response of an elastic 3D-periodic microstructure,» *International Journal of Solids and Structures*, vol. 39, pp. 3599 - 3623, 2002.
- [37] M. Wettergreen, B. Bucklen, B. Starly, E. Yuksel, W. Sun et M. Liebschner, «Creation of a unit block library of architectures for use in assembled scaffold engineering,» *Computer-Aided-Design*, vol. 37, pp. 1141 - 1149, 2005.
- [38] J. Kadkhodapour, H. Montazerian, A. Darabi, A. Anaraki, S. Ahmadi, A. Zadpoor et S. Schmauder, «Failure mechanism of additively manufactured porous biomaterials : Effect of porosity and type of unit cell,» *Journal of the Mechanical behavior of Biomedical Materials*, vol. 50, pp. 180 - 191, 2015.
- [39] K. Refai, M. Montemurro, C. Brugger et N. Saintier, «Determination of the effective elastic properties of titanium lattices structures,» *Mechanics of Advanced Materials and Structures*, 2019.
- [40] M. Dumas, P. Terriault et V. Brailovski, «Modelling and characterization of a porosity graded lattice structure for additively manufactured biomaterials,» *Materials and Design*, vol. 12, pp. 383 - 392, 2017.
- [41] C. Simoneau, P. Terriault, J. Rivard et B. Brailovski, «Modeling of metallic foam morphology using the Representative Volume Element approach: Development and experimental validation,» *International Journal of Solids and Structures*, vol. 51, pp. 3633 - 3641, 2014.
- [42] M. M. Y. Ghezal et I. Doghri, «Micromechanical models for porous and cellular materials in linear elasticity and viscoelasticity,» *Computational Materials Science*, vol. 70, pp. 51 - 70, 2013.
- [43] L. Tartar, The general theory of homogenization, Berlin: Springer, 2009.
- [44] E. Andreassen et A. C.S., «How to determine composite material properties using numerical homogenization,» *Computational Materials Science*, vol. 83, pp. 488 - 495, 2014.
- [45] S. Xu, J. Shen, S. Zhou, X. Huang et Y. Xie, «Design of lattice structures with controlled anisotropy,» *Materials and Design*, vol. 93, pp. 443 - 447, 2016.
- [46] T. Wu, K. Liu et A. Tovar, «Multiphase topology optimization of lattice injection molds,» *Computers and Structures*, vol. 192, pp. 71 - 82, 2017.
- [47] J. Nye, Physical Properties of Crystal : Their Representation by Tensors and Matrices, Oxford: Oxford Science Publications, 1957.
- [48] G. P. Steven, «Homogenization of multicomponent composite orthotropic materials using FEA,» *Communications in Numerical Methods in Engineering*, vol. 13, pp. 517 - 531, 1997.
- [49] P. Tan, L. Tong et G. P. Steven, «Behavior of 3D orthogonal woven CFRP composites. Part II. FEA and analytical modeling approaches,» *Composites Part A: Applied Science and Manufacturing*, vol. 31, n°13, pp. 273 - 281, 2000.
- [50] G. Dong, Y. Tang et Y. F. Zhao, «A 149 line homogenization code for three-dimensionnal cellular materials written in MATLAB,» *Journal of Engineering Materials and Technology* , vol. 141, 2019.
- [51] O. Zienkiewicz et F. Scott, «On the principle of repeatability and its applications in analysis of turbine and pump impellers,» *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, vol. 4, pp. 445 - 452, 1972.

- [52] B. Hassani et E. Hinton, «A review of homogenization and topology optimization I homogenization theory for media with periodic structure,» *Computers and Structures*, vol. 69, pp. 707 - 717, 1998.
- [53] B. Hassani et E. Hinton, «A review of homogenization and topology optimization II analytical and numerical solution of homogenization,» *Computers and Structures*, vol. 69, pp. 719 - 738, 1998.
- [54] S. Arabnejad et D. Pasini, «Mechanical properties of lattice materials via asymptotic homogenization and comparison with alternative homogenization methods,» *International Journal of Mechanical Sciences*, vol. 77, pp. 249 - 262, 2013.
- [55] M. Ashby, A. Evans, N. Fleck, J. Hutchinson et H. Wadley, *Metal Foams: A Design Guide*, Boston: Butterworth-Heinemann, 2000.
- [56] I. 13314, «Mechanical testing of metals Ductility testing Compression test for porous ad cellular metals,» 2011.
- [57] S. M. Ahmadi, S. A. Yavari, R. Wauthle, B. Pouran, J. Schrooten, H. Weinans et A. A. Zadpoor, «Additively Manufactured Open-Cell Porous Biomaterials Made from Six Different Space-Filling Unit Cells: The Mechanical and Morphological Properties,» *Materials*, vol. 8, pp. 1871 - 1896, 2015.
- [58] B. Van Hooreweder, Y. Apers, K. Lietaert et J. Kruth, «Improving the fatigue performance of porous metallic biomaterials produced by Selective Laser Melting,» *Acta Biomaterialia*, vol. 47, pp. 193 - 202, 2017.
- [59] A. Cuadrado, A. Yanez, O. Martel, S. Deviaene et D. Monopoli, «Influence of load orientation and of types of loads on the mechanical properties of porous Ti6Al4V biomaterials,» *Materials and Design*, vol. 135, pp. 309 - 318, 2017.
- [60] A. Yanez, A. Cuadrado, O. Martel, H. Afonso et D. Monopoli, «Gyroid porous titanium structures: A versatile solution to be used as scaffolds in bone defect reconstruction,» *Materials and Design*, vol. 140, pp. 21 - 29, 2018.
- [61] R. Wauthle, J. Stok, S. Yavari, J. Van Humbeeck, J. Kruth, A. Zadpoor, H. Weinans, M. Mulier et J. Schrooten, «Additively manufactured porous tantalum implants,» *Acta Biomaterialia*, vol. 14, pp. 217 - 225, 2015.
- [62] R. Gümrük, R. Mines et S. Karadeniz, «Static mechanical behaviours of stainless steel micro-lattice structures under different loading conditions,» *Materials Science & Engineering A*, vol. 586, p. 392 - 406, 2013.
- [63] L. Dong, V. Deshpande et H. Wadley, «Mechanical response of Ti-6Al-4V octet-truss lattice structures,» *International Journal of Solids and Structures*, Vols. 1 sur 260-61, p. 107-124, 2015.
- [64] F. Brenne, T. Niendorf et H. Maier, «Additively manufactured cellular structures: Impact of microstructure and local strains on the monotonic and cyclic behavior under uniaxial and bending load,» *Journal of Materials Processing Technology*, vol. 213, pp. 1558 - 1564, 2013.
- [65] L. Huynh, J. Rotella et M. Sangid, «Fatigue behavior of IN718 microtrusses produced via additive manufacturing,» *Materials and Design*, vol. 105, pp. 278 - 289, 2016.
- [66] S. Yavari, S. Ahmadi, R. Wauthle, B. Pouran, J. Schrooten, H. Weinans et A. Zadpoor, «Relationship between unit cell type and porosity and the fatigue behavior of selective laser melted meta-biomaterials,» *Journal of the Mechanical Behavior of Biomedical Materials*, vol. 43, pp. 91 - 101, 2015.
- [67] X. Lijun et S. Weidong, «Additively-manufactured functionally graded Ti-6Al-4V lattice structures with high strength under static and dynamic loading: Experiments,» *International Journal of Impact Engineering*, vol. 111, p. 255 - 272, 2018.



- [68] X. Cui, L. Zhao, Z. Wang, H. Zhao et D. Fang, «Dynamic response of metallic lattice sandwich structures to impulsive loading,» *International Journal of Impact Engineering*, vol. 43, pp. 1 - 5, 2012.
- [69] Z. Ozdemir, E. Hernandez-Nava, A. Tyas, J. Warren, S. Fay, R. Goodall, I. Todd et H. Askes, «Energy absorption in lattice structures in dynamics: Experiments,» *International Journal of Impact Engineering*, vol. 89, pp. 49 - 61, 2016.
- [70] A. Challapalli et J. Ju, «Continuum model for effective properties of orthotropic octet-truss lattice material,» *Proceedings of the ASME 2014 International Mechanical Engineering Congress and Exposition IMECE2014*, Montreal, 2014.
- [71] G. Cheng, Y. Cai et L. Xu, «Novel implementation of homogenization method to predict effective properties of periodic materials,» *Acta Mechanica Sinica*, vol. 29, n°14, pp. 550 - 556, 2013.
- [72] M. Abdelhamid et A. Czekanski, «On the effective properties of 3D metamaterials,» *Proceedings of the ASME 2016 International Mechanical Engineering Congress and Exposition IMECE2016*, Phoenix, 2016.
- [73] L. Meza, G. Phlipot, C. Portela, A. Maggi, L. Montemayor, A. Comella, D. Kochmann et J. Greer, «Reexamining the mechanical property space of three-dimensional lattice architectures,» *Acta Materialia*, vol. 140, pp. 424 - 432, 2017.
- [74] T. Tancogne-Dejean, A. Spierings et D. Mohr, «Additively-manufactured metallic micro-lattice materials for high specific energy absorption under static and dynamic loading,» *Acta Materialia*, vol. 116, pp. 14 - 28, 2016.
- [75] V. Deshpande et N. Fleck, «Collapse of truss core sandwich beams in 3-point bending,» *International journal of solids and structures*, vol. 38, pp. 6275 - 6305, 2001.
- [76] V. Crupi, E. Kara, G. Epasto, E. Guglielmino et H. Aykul, «Static behavior of lattice structures produced via direct metal laser sintering technology,» *Materials and Design*, vol. 135, pp. 246 - 256, 2017.
- [77] K. Genovese, S. Leeflang et A. Zadpoor, «Microscopic full-field three-dimensional strain measurement during the mechanical testing of additively manufactured porous biomaterials,» *Journal of the mechanical behavior of biomedical materials*, vol. 69, pp. 327 - 341, 2017.
- [78] A. Vigliotti et D. Pasini, «Stiffness and strength of tridimensional periodic lattices,» *Computer Method in Applied Mechanics and Engineering*, Vols. 1 sur 2229 - 232, pp. 27 - 43, 2012.
- [79] S. Li, Q. Xu, Z. Wang, W. Hou, Y. Hao, R. Yang et L. Murr, «Influence of cell shape on mechanical properties of Ti-6Al-4V meshes fabricated by electron beam melting method,» *Acta Biomaterialia*, vol. 10, n°110, pp. 4537 - 4547, 2014.
- [80] C. Bonatti et D. Morh, «Large Deformation Response of Additively-Manufactured FCC Metamaterials: From Octet Truss Lattices Towards Continuous Shell Mesostructures,» *International Journal of Plasticity*, 2017.
- [81] P. Terriault et V. Brailovski, «Modeling and simulation of large, conformal, porosity-graded and lightweight lattice structures made by additive manufacturing,» *Finite Elements in Analysis and Design*, vol. 138, pp. 1 - 11, 2018.
- [82] A. Zadpoor et R. Hedayati, «Analytical relationships for prediction of the mechanical properties of additively manufactured porous biomaterials,» *Journal of Biomedical Materials Research Part A*, vol. 104, pp. 3164 - 3174, 2016.
- [83] H. Si, «TetGen, a Delaunay-based quality tetrahedral mesh generator,» *ACM Transaction on Mathematical Software*, vol. 41, n°12, p. 36, 2015.

- [84] M. Ashby et Y. Bréchet, «Designing hybrid materials,» *Acta Materialia*, vol. 51, p. 5801–5821, 2003.
- [85] J. Favre, P. Lohmuller, B. Piotrowski, S. Kenzari, P. Laheurte et F. Meraghni, «A continuous crystallographic approach to generate cubic lattices and its effect on relative stiffness of architected materials,» *Additive Manufacturing*, vol. 21, pp. 359-368, 2018.
- [86] A. Barbas, *Etude biomécanique de substituts osseux en titane poreux destinés à la chirurgie maxillo-faciale*, Phd Thesis, 2011.
- [87] P. Didier, B. Piotrowski, M. Fischer et P. Laheurte, «Mechanical stability of custom-made implants: Numerical study of anatomical device and low elastic Young's modulus alloy,» *Materials Science and Engineering C*, vol. 74, pp. 399 - 409, 2017.
- [88] B. Piotrowski, A. Baptista, E. Patoor, P. Bravetti, A. Eberhardt et P. Laheurte, «Interaction of bone-dental implant with new ultra low modulus alloy using a numerical approach,» *Materials Science and Engineering: C*, vol. 38, pp. 151 - 160, 2014.
- [89] J. Dirrenberger, S. Forest, D. Jeulin et C. Colin, «Homogenization of periodic auxetic materials,» *Engineering Procedia*, vol. 10, p. 1847–1852, 2011.
- [90] J. Dirrenberger, S. Forest et D. Jeulin, «Effective elastic properties of auxetic microstructures : anisotropy and structural applications,» *International Journal of Mechanics and Materials in Design*, vol. 9, pp. 21 - 33, 2013.
- [91] P. Lohmuller, J. Favre, B. Piotrowski, S. Kenzari et P. Laheurte, «Stress concentration and mechanical strength of cubic lattice architectures,» *Materials*, vol. 11, p. 1146, 2018.
- [92] A. Salimon, Y. Brechet, M. Ashby et A. Greer, «Potential applications for steel and titanium metal foams,» *Mechanical Behavior of Cellular Solids*, vol. 40, pp. 5793 - 5799, 2005.
- [93] M. Cloots, B. Spierings et K. Wegener, «Assessing new support minimizing strategies for the additive manufacturing technology SLM,» *International Solid Freeform Fabrication Proceedings*, 2013.
- [94] P. Alexander, S. Allen et D. Dutta, «Part orientation and build cost determination in layered manufacturing,» *Computer Aided-Design*, vol. 30, pp. 343 - 358, 1998.
- [95] M. Dallago, V. Fontanari, E. Torresani, M. Leoni, C. Pederzoli, C. Potricj et M. Benedetti, «Fatigue and biological properties of Ti-6Al-4V ELI cellular structures with variously arranged cubic cells made by selective laser melting,» *Journal of the Mechanical Behavior of Biomedical Materials*, vol. 78, pp. 381 - 394, 2018.
- [96] A. Zargarian, M. Esfahanian, J. Kadkhodapour et S. Ziaei-Rad, «Numerical simulation of the fatigue behavior of additive manufactured titanium porous lattice structures,» *Materials Science and Engineering C*, vol. 60, pp. 339 - 347, 2016.
- [97] B. Van Hooreweder et J. Kruth, «Advanced fatigue analysis of metal lattice structures produced by Selective Laser Melting,» *CIRP Annals of Manufacturing Technologies*, vol. 66, pp. 221 - 224, 2017.
- [98] R. Hedayati, H. Hosseini-Toudeshky, M. Sadighi, M. Mohammadi-Aghdam et A. Zadpoor, «Computational prediction of the fatigue behavior of additively manufactured porous metallic biomaterials,» *International Journal of Fatigue*, vol. 84, pp. 67 - 79, 2016.
- [99] S. Li, L. Murr, X. Cheng, Z. Zhang, Y. Hao, R. M. F. Yang et R. Wicker, «Compressive fatigue behavior of Ti-6Al-4V mesh arrays fabricated by electron beam melting,» *Acta materialia*, vol. 60, pp. 793 - 802, 2012.

- [100] L. Xiao, W. Song, C. Wang, H. Liu, H. Tang et J. Wang, «Mechanical behavior of open-cell rhombic dodecahedron Ti–6Al–4V lattice structure,» *Materials Science and Engineering A*, vol. 640, pp. 375 - 384, 2015.
- [101] S. Yavari, R. Wauthle, J. Van der Stok, A. Riemsdag, M. Janssen, M. Mulier, J. Kruth, J. Schrooten, H. Weinans et A. Zadpoor, «Fatigue behavior of porous biomaterials manufactured using selective laser melting,» *Materials Science and Engineering C*, vol. 33, pp. 4849 - 4858, 2013.
- [102] S. Zhao, S. Li, W. Hou, Y. Hao, R. Yang et R. Misra, «The influence of cell morphology on the compressive fatigue behavior of Ti-6Al-4V meshes fabricated by electron beam melting,» *Journal of the Mechanical Behavior of Biomedical Materials*, vol. 59, pp. 251 - 264, 2016.
- [103] S. Zhao, S. Li, W. Hou, Y. Hao, R. Yang et R. Misra, «Compressive and fatigue behavior of functionally graded Ti-6Al-4V meshes fabricated by electron beam melting,» *Acta Materialia*, vol. 59, pp. 251 - 264, 2011.
- [104] M. Benedetti, V. Fontanari, M. Bandini, F. Zanini et S. Carmignato, «Low- and high-cycle fatigue resistance of Ti-6Al-4V ELI additively manufactured via selective laser melting: Mean stress and defect sensitivity,» *International Journal of Fatigue*, vol. 107, pp. 96 - 109, 2018.
- [105] J. Günther, D. Krewerth, T. Lippmann, S. Leuders, T. Tröster, A. Weidner, T. Niendorf et H. Biermann, «Fatigue life of additively manufactured Ti–6Al–4V in the very high cycle fatigue regime,» *International Journal of Fatigue*, vol. 94, pp. 236 - 245, 2016.
- [106] T. Mower et M. Long, «Mechanical behavior of additive manufactured, powder-bed laser-fused materials,» *Materials Science and Engineering A*, vol. 651, pp. 198 - 213, 2016.
- [107] H. Rafi, N. Karthik, H. Gong, T. Starr et B. Stucker, «Microstructures and Mechanical Properties of Ti6Al4V Parts Fabricated by Selective Laser Melting and Electron Beam Melting,» *Journal of Materials Engineering and Performances*, vol. 22, pp. 3872 - 3883, 2013.
- [108] D. Li, W. Liao, N. Dai, G. Dong, Y. Tang et Y. M. Xie, «Optimal design and modeling of gyroid-based functionally graded cellular structures for additive manufacturing,» *Computer-Aided Design*, vol. 104, pp. 87 - 99, 2018.
- [109] A. Hallal, R. Younes et F. Fardoun, «Review and comparative study of analytical modeling for the elastic properties of textile composites,» *Composites: Part B*, vol. 50, pp. 22 - 31, 2013.
- [110] M. A. Meyers et K. K. Chawla, *Mechanical Behavior of Materials*, Cambridge: Cambridge University Press, 2009.
- [111] P. Lohmuller, J. Favre, S. Kenzari, B. Piotrowski, L. Peltier et P. Laheurte, «Architectural effect on 3D elastic properties and anisotropy of cubic lattice structures,» *Materials and Design*, vol. 182, p. 108059, 2019.
- [112] M. Doyoyo et J. H. Hu, «Plastic failure analysis of an auxetic foam or inverted strut lattice under longitudinal and shear loads,» *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, vol. 54, p. 1479 – 1492, 2006.
- [113] S. A. Khanoki et D. Pasini, «Multiscale Design and Multiobjective Optimization of Orthopedic Hip Implants with Functionally Graded Cellular Materials,» *Journal of Biomechanical Engineering*, vol. 134, 2012.
- [114] M. S. A. Elsayed et D. Pasini, «Multiscale structural design of columns made of regular octet-truss lattice material,» *International Journal of Solids and Structures*, vol. 47, pp. 1764 - 1774, 2010.
- [115] R. J.D., *Elastic Beams and Frames*, Woodhead Publishing, 2002.
- [116] C. Qui, S. Yue, N. Adkins, M. Ward, H. Hassanin, P. Lee, P. Withers et M. Attallah, «Influence of processing conditions on strut structure and compressive properties of cellular lattice structures

fabricated by selective laser melting,» *MaterialsScience&EngineeringA*, vol. 628, pp. 188 - 197, 2015.

- [117] V. Weibmann, R. Bader, H. Hansmann et N. Laufer, «Influence of the structural orientation on the mechanical properties of selective laser melted Ti6Al4V open-porous scaffolds,» *Materials and Design*, vol. 95, pp. 188 - 197, 2016.

## 4. Chapitre 4 : Elaboration et caractérisation de composites à matrice et renforts métalliques

### 4.1. **Etat de l'art.**

#### 4.1.1. Les composites à matrices métalliques.

Les composites à matrices métalliques (CMMs) sont un type de matériau hybride, formé d'une matrice métallique et de renforts de nature métallique ou céramique. Ces matériaux sont conçus en fonction d'un cahiers des charges et sont principalement employés dans l'aéronautique [1, 2, 3], le transport [2, 3], le médical [3, 4, 5] et dans des applications thermiques [1, 3, 4] ou électroniques [1, 3, 4] ou encore pour leurs bonnes propriétés rhéologiques [3, 6]. Cependant les CMMs sont souvent produits en réponse à un besoin spécifique. Leur conception répond donc pleinement à la méthode « matériau A + matériau B + forme + échelle » de Ashby et Brechet [7].

La nature du matériau employé pour la matrice dépend principalement de l'application visée. Les alliages d'Aluminium sont les plus employés et les plus fréquemment étudiés dans la littérature, en raison de leurs faibles densités et de leurs bonnes propriétés électriques et thermiques [2]. On retrouve notamment des études traitant des alliages de séries 1XXX [8, 9, 10, 11], 2XXX [12, 13], 3XXX [14, 15, 16, 6], 4XXX [17, 18] ou encore 7XXX [19]. Le titane et ses alliages sont également fréquemment employés comme matrices de CMMs [20, 21, 22, 23, 24]. En tirant partie des très bons ratios résistance/densité de ces alliages, il est possible par exemple, au travers de renforts, d'améliorer leur biocompatibilité [25, 20] ou leurs propriétés mécaniques en température [26, 21]. De même on profite des bonnes propriétés électriques et thermiques du cuivre et l'on renforce sa résistance au travers de différents types de renforts [27, 28, 29, 30]. On retrouve également mais dans une moindre mesure des matrices en Zinc [31, 32], en alliages ferreux [33, 34], ou en Magnésium [35, 36].

Les renforts sont sélectionnés en fonction de la matrice et des besoins souhaités du composite. L'échelle et la forme de ces renforts sont variées et dépendantes de la nature du matériau. On peut ainsi classer les composites en fonction de l'échelle des renforts puis de leur morphologie. A une échelle nanométrique, on retrouvera principalement les renforts sous forme de particules céramiques ou en tant que nanotubes de carbone [37, 6, 38, 39]. A mesure que l'échelle augmente, la variabilité des morphologies et des matériaux de renfort est accrue. On retrouve de nombreuses particules céramiques de quelques micromètres à quelques dizaines de micromètres, sous forme de différents carbures [11, 34, 1], borures [19, 1] et oxydes [15, 13, 10, 34, 1]. On retrouvera également des renforts en fibre de verre [27, 23, 28] ou de carbone [40, 41]. A une échelle plus importante (la centaine de microns et plus), les renforts se présentent principalement sous forme de fils d'une longueur plus ou moins importante et dont la répartition est plus ou moins ordonnée [25, 17, 24, 30]. Il existe également des renforts plus exotiques comme ceux en alliage à haute entropie utilisés par Karthik *et al.* [42], ou des cendres [12]. On

note également la présence de quelque CMMs dont les renforts sont des structures *lattices* comme les études de Pawlosky *et al.* [16, 43], l'étude de Mustafa *et al.* [44], qui se concentrent sur des renforts en alliages ferreux et une matrice d'aluminium. Cakmak *et al.* proposent le même type de composites mais avec un renfort en Co-Cr et une matrice en Inconel 718 [45]. Martin *et al.* proposent différents couples de titanes et alliages pour la réalisation de composites par frittage flash [46].

#### 4.1.2. Procédés d'élaborations des composites à matrices métalliques

La versatilité des CMMs, et notamment celle de leurs renforts, conduit à un important nombre de procédés permettant l'élaboration de ces matériaux. La Figure 4-1 reprend les différents procédés d'élaborations des CMMs en fonction de l'état de la matrice au cours du procédé. La nature des renforts, leurs tailles et leurs morphologies, ainsi que la nature de la matrice influencent le choix du procédé, notamment les passages en phase liquide ou gazeuse qui doivent être effectués en fonction des températures caractéristiques du renfort [3, 47]. L'usage d'une matrice métallique rend possible l'emploi de post-traitements thermiques de sorte à ajuster les microstructures du matériau. De plus, de nombreux procédés parmi ceux cités en Figure 4-1 nécessitent une étape supplémentaire de consolidation. Compte-tenu de la versatilité des procédés et au vue des éléments qui seront traités dans les parties suivantes, seul les procédés à l'état liquide seront abordés, avec une attention particulière portée sur les procédés d'infiltration.

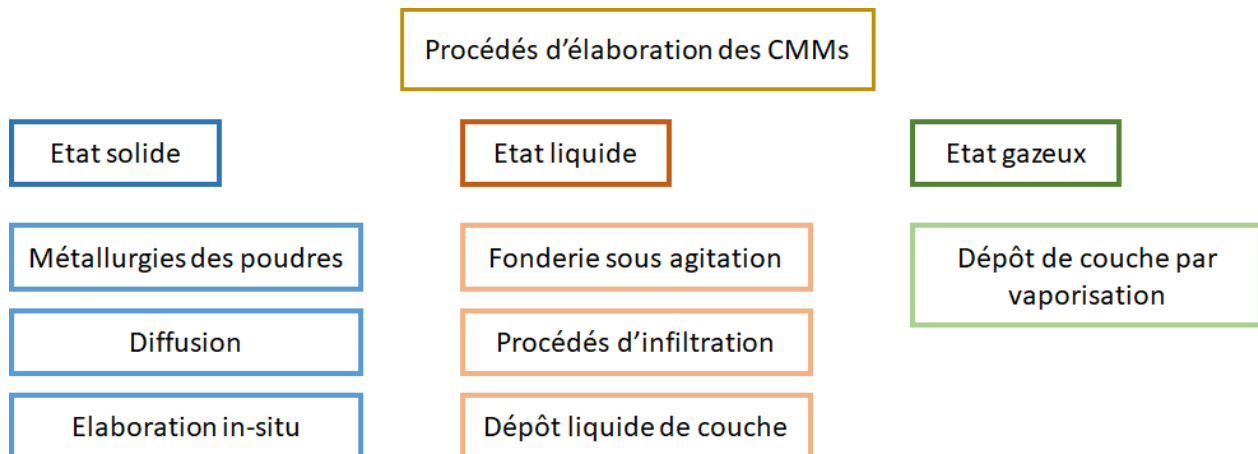


Figure 4-1 : Les principaux procédés d'élaboration des CMMs.

#### **Procédés d'infiltration :**

Nous distinguerons deux types de procédés : les procédés d'infiltration spontanée, et les procédés d'infiltration forcée [48, 49]. La Figure 4-2 reprend les deux types d'infiltration ainsi que les procédés associés. Le point commun à tous ces procédés repose sur le phénomène de

capillarité, qui induit un déplacement d'un front liquide au sein d'une préforme. La notion de capillarité sera détaillée en partie 4.1.4. Il s'agit de la seule force motrice pour l'infiltration spontanée, tandis que dans le cas de l'infiltration forcée, une pression extérieure est appliquée sur le métal fondu de sorte à accélérer le remplissage de la préforme. La pression extérieure dépend du procédé associé et peut être mécanique, gazeuse, électromagnétique, etc...

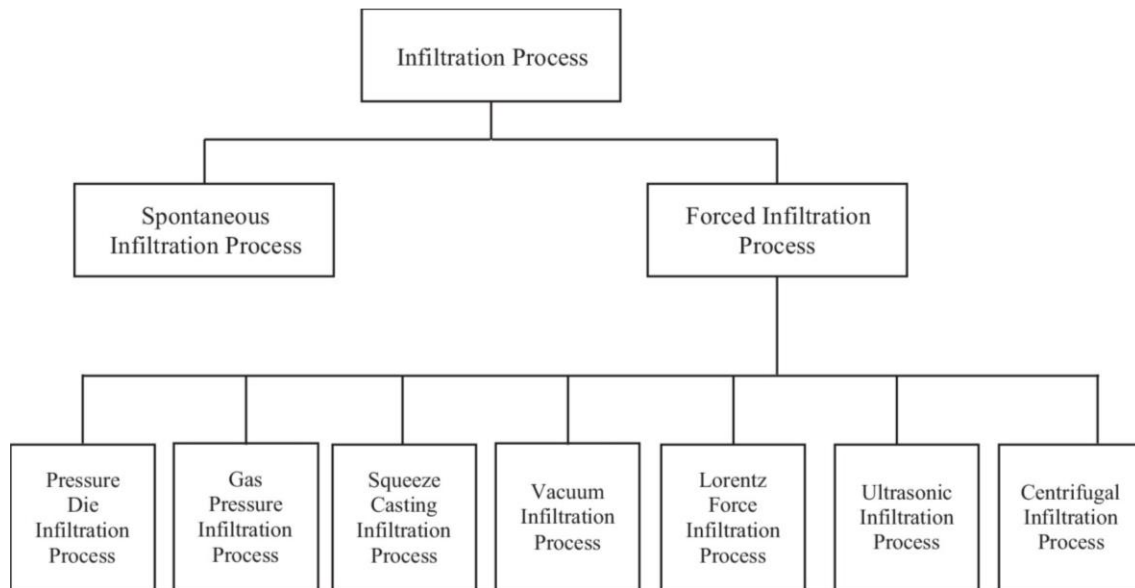


Figure 4-2 : Les deux types d'infiltration et leurs procédés associés, figure extraite de [48].

#### *Infiltration spontanée :*

La préforme est en générale obtenue par métallurgie des poudres, afin d'obtenir un squelette poreux. Cette préforme est ensuite infiltrée par la matrice liquide lors d'un cycle thermique, en générale sous atmosphère neutre ou contrôlée. La bonne réalisation du procédé réside dans le contrôle température/atmosphère par rapport au couple de matériaux infiltrant/infiltré utilisé.

Ce procédé est donc limité par la mouillabilité entre la matrice et la préforme (aptitude d'un liquide à s'étaler sur une surface solide sous atmosphère contrôlée). Une faible mouillabilité diminue les hauteurs et cinétiques d'infiltration. Il est cependant possible de jouer sur la mouillabilité du liquide en contrôlant l'interface par des traitements d'oxydation ou de nitruration afin d'améliorer les rendements d'infiltration [49, 50, 51]. De plus, les mouvements capillaires sont également intimement liés aux caractéristiques géométriques de la préforme à infiltrer. La morphologie et la taille des porosités mises en jeux est donc un élément clef du contrôle du procédé [49]. Ces limites seront également détaillées dans la partie 4.1.4.

#### *Infiltration sous pression :*

Ce procédé est en général associé à l'emploi d'une ligne d'injection. La matrice fondue et le renfort sont introduits sous pression (grâce à un piston d'injection) dans un moule qui contient une préforme poreuse. Une fois la matrice solidifiée, la pièce est éjectée du moule. Les principaux

avantages de ce procédé résident dans la possibilité de réaliser des géométries complexes à des cadences élevées et pour un coût raisonnable [48, 49]. Néanmoins, d'importantes déformations de la préforme peuvent être observées, et le contrôle du procédé est principalement gouverné par la pression exercée [49, 52].

#### *Infiltration sous gaz pressurisé :*

L'infiltration sous gaz pressurisé commence par une étape de mise sous vide de la chambre de travail afin d'éliminer l'air présent au sein de la préforme. Dans un second temps, l'apport d'un gaz pressurisé permet l'infiltration de la préforme par la matrice liquide. Cette technique est relativement aisée à mettre en œuvre et elle est parfaitement adaptée à la production de nouveaux matériaux pour la recherche [49, 53]. Il a été reporté dans la littérature que l'emploi d'une sous-pression, conformément à la loi des gaz parfaits, favorise la hauteur et la cinétique d'infiltration [54].

#### *Infiltration par forgeage liquide :*

L'élaboration de CMMs via l'infiltration d'une préforme par forgeage liquide est relativement similaire à l'infiltration sous pression. La différence tient dans le fait que la préforme est ici placée dans un moule de forge fixe au sein duquel sont repartis les renforts. L'exercice d'une pression du contre moule sur l'ensemble permet la génération du composite. Les principaux avantages de ce procédé sont la possibilité de répartir le renfort dans le moule à convenance, la production de forme complexe et le bon rendement du procédé [48, 49]. Une nouvelle fois la pression exercée est un élément clef du procédé, elle peut impacter l'intégrité de la préforme si elle est trop importante. La pression est en général plus faible que pour l'infiltration sous pression [55].

#### *Infiltration sous vide :*

Le métal liquide est situé au-dessus de la préforme, la génération d'une pression partielle au sein de la préforme poreuse induit une pression de succion du liquide qui pénètre au sein des renforts. Un système de détection thermique et de fermeture de vanne est nécessaire pour prévenir des risques d'arrivée du métal liquide dans la pompe à vide. La principale difficulté associée à ce procédé tient dans la faible vitesse de refroidissement qui conduit à des grains de tailles importantes et à la génération de réactions interfaciales matrice/renforts [48]. Les paramètres clefs de ce procédé sont la température, le temps d'infiltration et la pression partielle exercée.

#### *Infiltration via la force de Lorentz :*

Il s'agit d'un procédé plus récent semblable au forgeage électromagnétique (que l'on retrouve sur les techniques de fusion en creuset froid). Un fort champ magnétique interagit avec les courants de Foucault au sein du métal, ce qui induit une force de Lorentz. Ceci permet la pénétration du métal liquide dans la préforme à des vitesses très importantes [48, 56].



#### *Infiltration ultrasonique :*

L'élaboration du composite est réalisée au travers d'une agitation ultrasonique. L'émetteur ultrasonique induit une cavitation acoustique au sein du métal liquide qui permet à l'air emprisonné dans la préforme d'être évacué sous forme de bulles [48, 57]. Cette méthode permet la réalisation de composites dont les particules sont plus fines que pour l'infiltration par agitation, dû à l'absence d'agglomérats de particules. Il s'agit donc d'une méthode particulièrement adaptée à la génération de nano composites avec une dispersion uniforme des renforts [57]. Cependant celle-ci n'est pas adaptée à la production à grande échelle.

#### *Infiltration par centrifugation :*

L'infiltration par centrifugation utilise une force centrifuge pour favoriser l'avancée d'un front de métal liquide dans une préforme. La pression centrifuge est donc directement fonction des rayons caractéristiques de la cuve d'infiltration de sorte à générer des vitesses de rotations élevées [49, 58]. La pression centrifuge est l'élément clef du contrôle du procédé. Dans le cadre de l'emploi de préformes, la pénétration du métal liquide dans celle-ci induit une chute de pression qui peut limiter la poursuite de l'infiltration [59]. De plus, lorsque les renforts sont présents sous forme de particules, le procédé conduit généralement à une répartition non homogène de celles-ci.

### 4.1.3. Caractéristiques des CMMs

#### 4.1.3.1. Propriétés microstructurales

Les CMMs sont souvent classés en fonction de leurs morphologies ; on dénombre quatre catégories de CMMs représentés en Figure 4-3 [60]. Leurs renforts respectifs sont les suivants :

- Les renforts particuliers
- Les fibres courtes ou pellets
- Les fibres continues (ou fibres longues)
- Les empilements de feuilles laminées (à noter que les différentes couches peuvent être elles-mêmes des composites)

Comme nous l'avons déjà vu dans la partie précédente, c'est ensuite l'échelle des renforts qui conditionne le choix du procédé pour la réalisation du composite. Pour les quatre types de CMMs, on retrouve des renforts aux trois échelles suivantes : nanométrique, micronique, supramicronique ( $< 100 \mu\text{m}$ ). On pourrait également envisager une catégorie macroscopique (millimétrique et au-delà), mais celle-ci n'est pas très représentative des CMMs. On la retrouve notamment dans le génie civil avec le béton armé, ou de façon plus générale dans les céramiques.

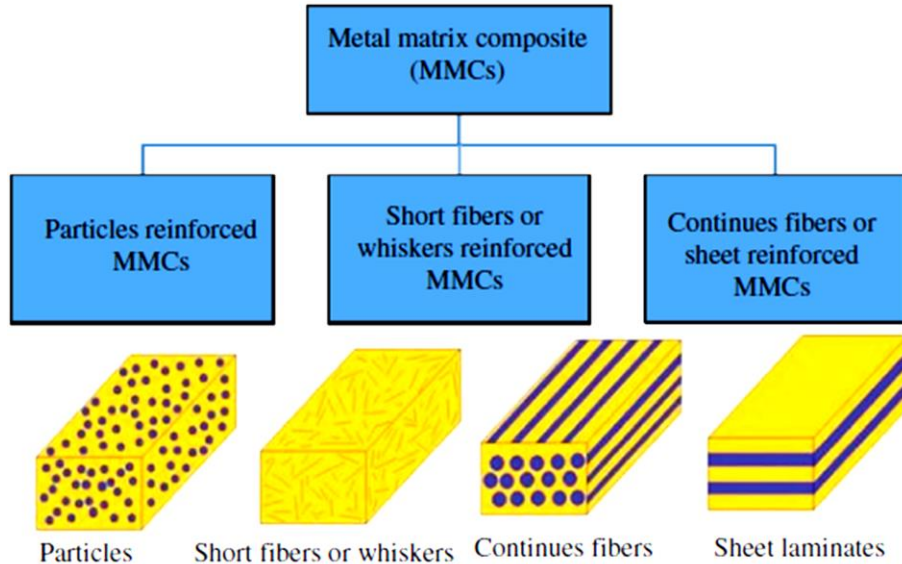


Figure 4-3 : Les différents types de CMMs, figure extraite de [60].

A l'échelle nanométrique, la principale difficulté est la capacité à disperser de façon homogène les renforts [61]. Les méthodes in-situ conduisent à des répartitions relativement homogènes des renforts car ceux-ci sont créés par des mécanismes thermodynamiques dans l'ensemble du volume de la matrice [62]. De même, la technique de dispersion de particules à une échelle nanométrique (*nano-scale dispersion process*) est adaptée pour générer une distribution homogène des particules [62, 63]. La notion de fibre à l'échelle nanométrique est limitée, toutefois, un équivalent peut être trouvé dans les CMMs renforcés par des nano-tubes de carbone.

A l'échelle micrométrique ( $\approx 1$  à 100 microns), la versatilité des renforts est la plus importante en termes de morphologie et de nature des renforts. L'échelle des renforts a une incidence directe sur la surface spécifique de ceux-ci dans un volume donné. En conséquence, ceci induit une proportion d'interface souvent plus importante que celle des nanocomposites. En général, l'optimisation du couple infiltrant/infiltré et des paramètres procédés conduit à une bonne qualité des interfaces [49, 64]. A contrario, dans les cas d'une mauvaise (voire une absence de) mouillabilité de la matrice sur les renforts, une très faible cohésion entre les deux matériaux (voire une décohésion) est observée [65].

Il est important de considérer qu'à cette échelle, la notion d'interface se réduit aux liaisons chimiques entre les constituants des deux phases, et l'apparition d'une troisième phase est relativement peu fréquente [66]. La notion d'interface, et notamment son lien avec les propriétés mécaniques, sera rediscutée dans la partie suivante.

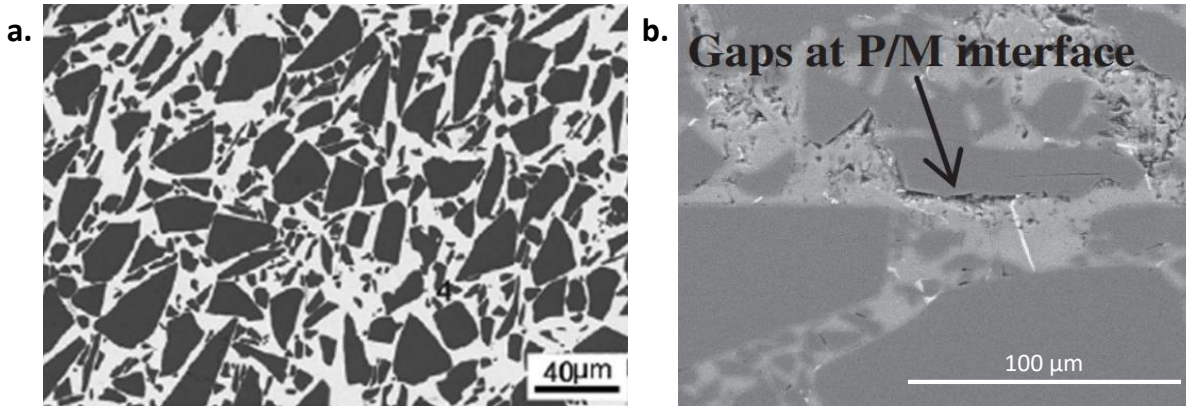


Figure 4-4 : Un CMM SiCp/CU présentant une bonne interface a. (extrait de [64]) un CMMs à matrice d'aluminium série 3XXX à particules de SiC présentant de nombreux pores aux interfaces b. (extrait de [65]).

A l'échelle supramicronique, on retrouve également des interfaces classiques telles que celles présentées Figure 4-4.a. Cependant, lorsque les conditions thermodynamiques sont favorables, on assiste régulièrement à la création d'une troisième phase de jonction entre le renfort et la matrice (Figure 4-5). L'épaisseur de cette couche est fonction des paramètres d'élaboration et a également une forte influence sur les propriétés mécaniques associées [67]. Lorsque les conditions de mouillabilité sont mauvaises, des porosités apparaissent aux interfaces. On retrouve cette observation sur la Figure 4-5.b-c : la matrice et l'interface forment une interface peu cohésive où des pores de tailles macroscopiques apparaissent sur quasiment l'ensemble de l'interface. Enfin, l'utilisation de renforts de « grandes dimensions » permet d'envisager de nouvelles formes pour ceux-ci, comme l'emploi de fils ou de réseaux architecturés (Figure 4-5).

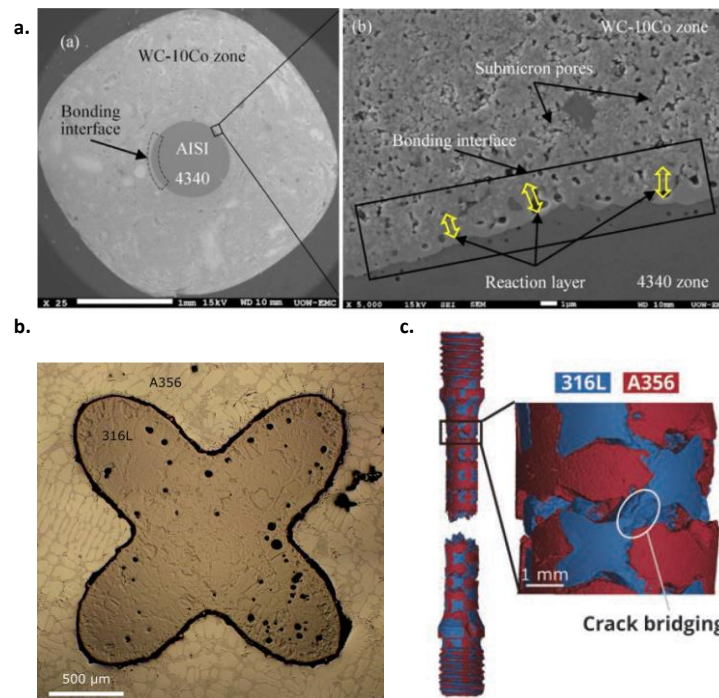


Figure 4-5 : Un bi-matériaux présentant une interphase entre la matrice en WC-10Co et un fil d'AISI (extrait de [67]) a. un composite à renfort architecturé en 316L et sa matrice en alliage d'aluminium qui présente une interface non cohésive (zone noir) (extrait de [16]) b. et une vue 3D obtenue par µ-CT du même composite (extrait de [43]) c.

Dans le cas d'une interface parfaitement cohésive comme présenté en Figure 4-4.a, nous parlerons de composites à phases inter-pénétrantes [68, 69]. La notion d'interpénétration, telle que proposée par Clarke [69], correspond à une dispersion homogène et continue des deux phases sur l'ensemble du volume de la pièce. Ce cas se retrouve principalement pour des CMMs à fort taux de renforts, et principalement pour ceux obtenus pas les méthodes in-situ ou les procédés utilisant une préforme [69]. De plus, le développement des techniques de FA a également permis la réalisation de CMMs interpénétrant au travers de l'emploi de réseaux structurés en trois dimensions. On retrouvera les études de Pawlowski *et al.* [16, 43], pour autant, ces matériaux sont également étudiés pour des couplages polymère/polymère comme par exemples les études d'Al-Ketan *et al.* [70] ou de Dolata [71].

#### 4.1.3.2. Propriétés physiques

L'élaboration d'un composite est en général relative à un cahier des charges et l'évaluation de ses propriétés est souvent faite au regard du (des) matériau(x) initialement employé(s) pour celui-ci. L'optimisation d'une ou des propriétés visées est fortement dépendante du domaine d'application associé. De plus, la versatilité des applications induit également une importante variété des propriétés physiques (mécaniques, thermiques, électriques, biologiques, etc.). En ce sens, une revue sélective d'un type de propriétés vis-à-vis d'un autre a peu de sens. Nous nous intéresserons donc dans un premier temps aux caractéristiques propres aux CMMs, notamment à la notion d'interface et de son influence sur les propriétés du matériau. Dans un second temps, nous effectuerons une comparaison des propriétés thermiques et mécaniques des CMMs par rapport aux matériaux conventionnels.

##### *Caractéristiques des CMMs :*

Du point de vue des propriétés mécaniques, les CMMs sont principalement employés pour leurs bonnes rigidités, leur bonne résistance à la compression et à la rupture et leur comportement de surface [48]. Ces propriétés (mais également les autres types propriétés physiques) sont principalement gouvernées par le comportement aux interfaces [66, 68]. On distinguera six catégories différentes de jonctions aux interfaces [72]:

- Jonction mécanique : dans ce cas il y a une absence complète de liaisons chimiques entre matrice et renforts. Cela peut provenir d'une imbrication mécanique des composants ou être associé à la contraction de la matrice sur le renfort.
- Jonction par mouillage et dissolution : lorsque les propriétés de surfaces du couple matrice/renfort permettent la mouillabilité de la matrice sur le renfort, le phénomène de dissolution entre en jeu (bien qu'il soit parfois peu prononcé). La jonction est dans ce cas

caractérisée par les solubilités maximales mutuelles des composants. Cependant, la dissolution n'intervient que dans le cas où il n'existe pas de contamination extérieure (absorption/résorption de gaz des constituants, présence en surface d'un oxyde, nitrure, etc.). Il s'agit donc d'une interaction à courte distance sur des distances de quelques rayons atomiques.

- Jonction réactive : dans ce cas, un nouveau composant chimique est créé à l'interface entre le renfort et la matrice. Le transfert des atomes est ainsi gouverné par le mécanisme de diffusion. On parlera souvent d'interphase pour qualifier la nouvelle phase en présence.
- Jonction par échange réactif : il s'agit d'un cas particulier de la catégorie précédente où au moins deux réactions interviennent. Bien souvent, ces réactions sont séquentielles et ne sont pas discernables lorsque l'élaboration est terminée.
- Jonction d'oxyde : cette catégorie ne fait pas intervenir d'autres mécanismes que ceux déjà énumérés. Néanmoins, elle est particulièrement représentative des matériaux présentant une couche d'oxyde native. Il s'agit donc d'un type de jonction où l'on subit l'effet d'une couche d'oxyde, sans pour autant chercher à la retirer.
- Jonction mixte : comme son nom l'indique, il s'agit d'une cohésion reposant sur plusieurs mécanismes. Lors de l'élaboration (et surtout en fonction des cinétiques mises en jeu), d'autres mécanismes peuvent intervenir, ce cas est rencontré lors du remplacement d'un type de jonction par un autre (par exemple une jonction mécanique remplacée par une jonction réactive).

Du point de vue des propriétés macroscopiques associées, la hiérarchisation des différents types d'interfaces est complexe. Par exemple, les jonctions mécaniques peuvent conduire à de faibles propriétés d'interface et des ruptures au niveau de celles-ci (on parle de délaminage). Mais lorsque les imbrications renforts/matrice sont significatives, les ruptures se produisent plutôt au sein de la matrice.

Un élément clef du contrôle de l'élaboration d'un composite concerne la stabilité thermodynamique de l'interface. On distinguera cinq types d'instabilités. Dans le premier cas, l'instabilité est chimique, c'est-à-dire induite par les réactions entre les renforts et la matrice. Il s'agit donc d'un effet de dissolution et de précipitation. Le second type concerne des variations morphologiques de la phase de renfort. On retrouve ceci lorsque les deux phases sont thermodynamiquement stables et l'on observe une sphéroïdisation/agglomération de la phase de renfort au sein de la matrice.

On peut rencontrer un troisième type d'instabilité lorsque la réaction à l'interface est continue [69] : pour des CMMs à jonctions réactives, l'interphase croît jusqu'à la stabilité

thermodynamique du système. Poussé à l'extrême, on peut s'attendre à une homogénéisation de la phase en présence, au détriment de la matrice et des renforts, et en fonction de leurs stœchiométries respectives. En ce sens, le matériau sera plutôt vu comme un alliage mono ou multiphasé. Enfin, un dernier type d'instabilité peut-être observé dans le détachement d'une interphase pseudo-stable [69]. La saturation de l'interphase conduit à l'apparition de microstructures de même nature que l'interphase au sein de la matrice ou du renfort. C'est un cas que l'on retrouve par exemple avec le système Ti-Al où un intermétallique  $TiAl_3$  se forme à l'interface entre les renforts et la matrice, ce phénomène est particulièrement important dans l'étude de Youesefi et Doostmohammadi [73] et l'étude de Watanabe *et al.* en fonderie centrifuge [74].

Ce cinquième point fait principalement intervenir la notion de cinétique de réaction, enfin dans un dernier temps, la bonne compréhension de ces cinétiques permet le contrôle de l'interface et donc la réalisation de matériaux sur mesure, plus généralement appelés en anglais « functionally graded materials » (FGM). La notion de cinétique sera à nouveau abordée dans la partie 'Résultats', le contrôle sera indirectement traité. De plus, la notion d'interface est ici principalement traitée du point de vue chimique, voir métallurgique, lorsqu'une particule céramique est mise en jeu dans la réalisation du composite. L'ouvrage de Metcalfe *et al.* est en ce sens parfaitement complet, notamment au niveau de la mécanique des interfaces qui sera peu détaillée dans cet état de l'art [72].

#### *Apports des CMMs par rapport aux matériaux conventionnels :*

Comme nous l'avons déjà dit les CMMs sont souvent employés pour mettre à profit plusieurs propriétés simultanément. Par conséquent, les cartes d'Ashby sont un outil intéressant permettant la comparaison d'un grand nombre de matériaux pour différentes propriétés données. La Figure 4-6 est un exemple appliqué à la sélection de matériaux comme substrat de composants électroniques [68]. Cette application spécifique nécessite que le matériau soit en capacité de maintenir un composant en position à basse température. Pour ce faire, la conductivité thermique doit être maximisée, tout en conservant un coefficient d'expansion thermique (CET) proche de celui des semi-conducteurs utilisés dans les circuits électroniques (cette zone est représentée en vert sur la Figure 4-6). On observe premièrement que le CET des métaux tend à être trop important tandis que celui des céramiques est trop faible. L'emploi de CMMs permet la conception d'un CET sur mesure au travers du contrôle de la fraction volumique d'un constituant par rapport à un autre. De plus, la sélection du couple métal/matrice permet d'entrevoir une gamme de conductivités thermiques bornée entre les valeurs obtenues par les meilleures céramiques et celle des matériaux dans la tranche de CET permise.

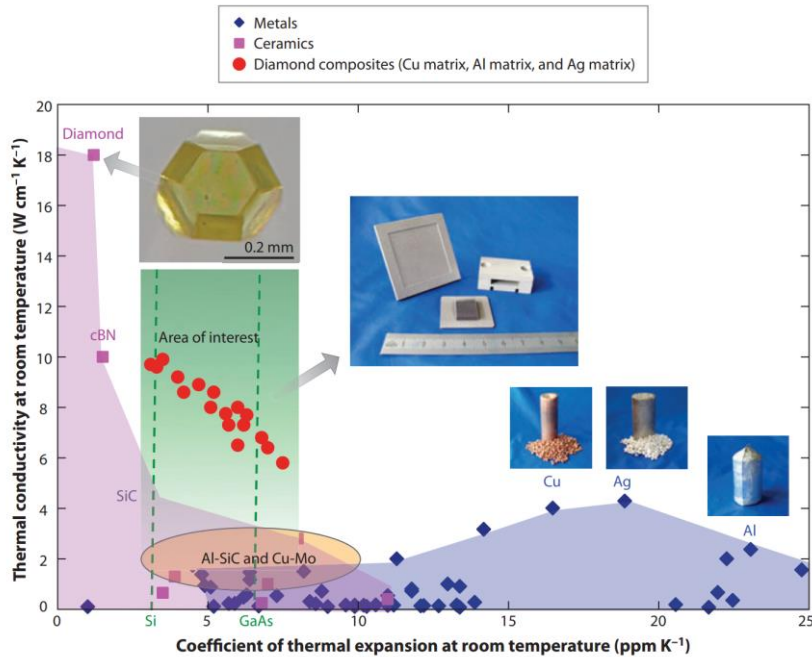


Figure 4-6 : Une carte d'Ashby permettant la comparaison de matériaux pour une application de substrat de composants électroniques (extrait de [68]).

Du point de vue de la mécanique, la présence d'une interphase réactive est en général néfaste pour les propriétés macroscopiques du composite. La formation d'une phase intermétallique ou de composés céramiques aux interfaces entraîne des pertes de ductilité et des gains de résistance [72]. La Figure 4-7 est une carte de sélection des matériaux en fonction de leurs densités et de leurs résistances élastiques ; la zone représentative des propriétés des CMMs est entourée en orange. On peut noter que les CMMs ne permettent pas d'accéder à des zones de vides dans la carte. Par conséquent, lorsque le besoin se réduit à maximiser la résistance et minimiser la densité, les meilleurs candidats se trouvent être parmi les composites à matrice polymère (notés PMCs sur la Figure 4-7). Cependant, il est intuitif de considérer qu'en température, un matériau à matrice polymère verra ses propriétés se dégrader plus rapidement que dans le cas d'une matrice métallique, et c'est sur ce point que le choix d'un CMM peut être pertinent. De plus, on peut également remarquer que le principal apport des CMMs par rapport aux alliages conventionnels concerne la densité. En effet, nous avons pu voir que de nombreux CMMs sont renforcés par des particules et fibres céramiques de faibles densités relatives. Ainsi, les composites à matrices métalliques base aluminium, magnésium ou titane sont fréquemment étudiés et présentent une densité relativement faible par comparaison aux autres alliages métalliques plus denses (Cu, Fe, etc.).

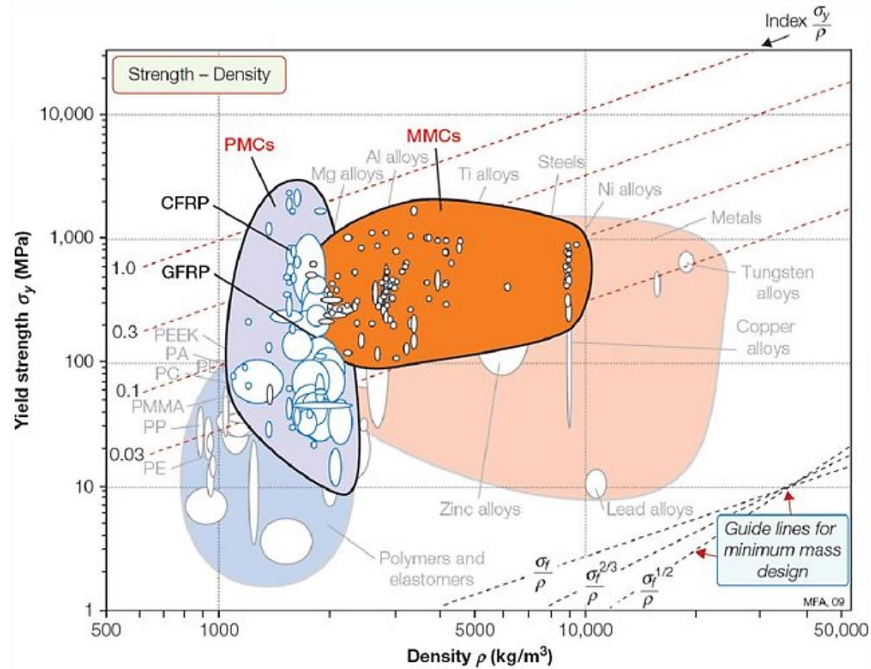


Figure 4-7: Carte de sélection des matériaux en fonction de leurs densités et leurs limites élastiques, les CMMs sont présent dans la bulle orange dénommée MMCs (carte extrait de [75]).

Du point de vue des renforts, les principaux éléments permettant la compréhension des propriétés effectives macroscopiques d'un composite sont : la fraction volumique, la morphologie, la taille, l'orientation et la distribution au sein de la matrice. Enfin, les contraintes internes aux interfaces ou encore la génération d'une interphase, influencent également les propriétés du composite. Dans le domaine des déformations élastiques, la rigidité est gouvernée par la fraction volumique de renfort. Les modules de Young effectifs peuvent être déterminés au travers du modèle de Hashin-Shtrikman selon la relation suivante [76] :

$$E_c = \frac{E_m[E_m V_r + E_r(V_r + 1)]}{E_r V_m + E_m(V_r + 1)} \quad (4.1)$$

Avec  $E_c$ ,  $E_m$  et  $E_r$  les modules de Young du composite, de la matrice et des renforts ; et  $V_m$  et  $V_r$  les fractions volumiques de matrices et renforts.

Dans le domaine de déformation plastique, le comportement macroscopique du matériau dépend principalement des mécanismes de déformation mis en jeu. De façon générale, la matrice est plus ductile que les renforts ; par conséquent la génération et le déplacement des dislocations interviendront d'abord dans la matrice [77, 78]. La génération et l'accumulation des dislocations au niveau des interfaces et des joints de grains sont des moteurs de la nucléation des microcavités et de vides. La nucléation de vide est-elle à l'origine l'endommagement dans un matériau (la prise en compte du vide comme une nouvelle phase permet de déduire les pertes de propriétés associées). L'évolution de l'endommagement, ou en d'autres termes, l'initiation et la propagation d'une fissure au sein du composite est directement liée aux mécanismes de ruptures [77, 78, 79].



En fonction de la qualité de l'interface, les mécanismes mis en jeu sont résumés sur la Figure 4-8. Pour de faibles jonctions, on observe principalement des décohésions ou du délaminage entre fibres et matrice. Dans le cas d'une jonction intermédiaire, la rupture intervient par propagation de fissures le long des fibres, jusqu'à rupture de celles-ci par cisaillement. Enfin, dans le cas d'une forte jonction entre matrice et renforts, la rupture intervient soit par rupture de la matrice, soit par rupture de la fibre. C'est principalement ce type de rupture qui interviendra dans les matériaux présentant une interphase réactive [77].

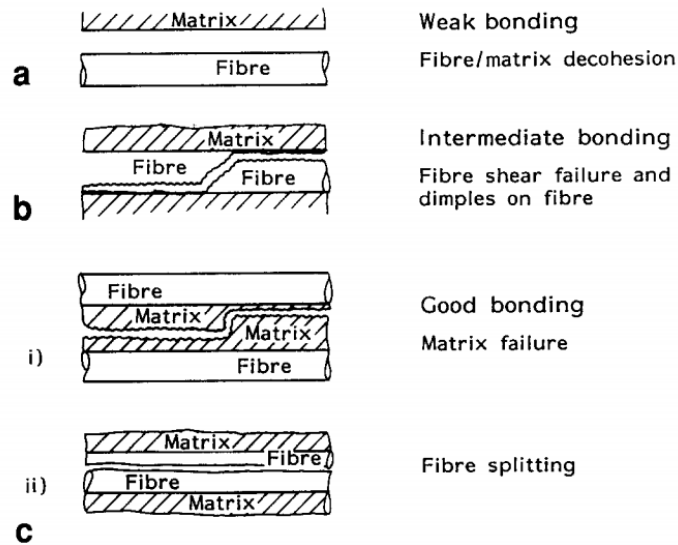


Figure 4-8 : Les différents types de mécanismes de ruptures a. faible jonction d'interface, b. jonction d'interface intermédiaire, c. forte jonction d'interface avec les mécanismes de rupture de matrice (i) et rupture de fibre (ii) (extrait de [79]).

#### 4.1.4. Infiltration d'un réseau poreux par infiltration spontanée

##### 4.1.4.1. Notion théorique relative à la capillarité

La capillarité est un phénomène consistant en la capacité d'un liquide à remonter dans un tube ou un réseau poreux en s'affranchissant de la force de gravité [80]. Du point de vue de la physique, il s'agit essentiellement de l'étude de l'interface entre deux liquides non miscibles, un liquide et une atmosphère ou entre un liquide et un solide. Dans le cas de l'infiltration d'un réseau poreux, il s'agit d'une interface triple entre un liquide (dans notre cas un métal en fusion), un solide (le matériau métallique du réseau poreux) et d'une atmosphère gazeuse. Lors de l'infiltration, pour des conditions thermiques adéquates, cette interface est mobile jusqu'à un niveau d'équilibre. La dépendance de ce niveau d'équilibre relève donc du tryptique (matériau infiltrant / matériau infiltré / atmosphère) et des caractéristiques géométriques du réseau poreux à infiltrer. L'exemple le plus connu du phénomène de capillarité est la remontée du café dans un morceau de sucre. Si l'on considère par analogie que le sucre (solide) agit comme un premier matériau métallique poreux et le café (liquide) comme un second dont le point de fusion est plus faible que

le premier, alors les phénomènes physiques mis en jeu entre les deux exemples sont strictement les mêmes.

La capillarité fait appel à la tension/énergie superficielle/interfaciale. Les tensions de surface caractérisent les interactions moléculaires qui ont lieu à l'interface entre deux milieux et sont par exemple à l'origine de la forme des gouttes, des bulles de savons, ou encore des infiltrations d'eau dans un mur [80]. La tension superficielle  $\gamma$  est donc l'énergie qu'il faut appliquer à un liquide de sorte à augmenter son aire surfacique d'une unité.  $\gamma$  s'exprime en général en  $\text{mN}\cdot\text{m}^{-1}$  ou en  $\text{mJ}\cdot\text{m}^{-2}$ . Lorsque trois milieux sont en jeux, de nouvelles conditions opèrent au niveau du point triple à l'origine d'un angle de contact (Figure 4-9).

Les tensions superficielles entre : le liquide-solide  $\overrightarrow{\gamma_{SL}}$ , solide-atmosphère  $\overrightarrow{\gamma_{SA}}$  et atmosphère-liquide  $\overrightarrow{\gamma_{AL}}$  sont reliés à l'angle de contact  $\theta_E$  selon la loi de Young-Dupré :

$$\cos(\theta_E) = \frac{\gamma_{SA} - \gamma_{SL}}{\gamma_{AL}} \quad (4.2)$$

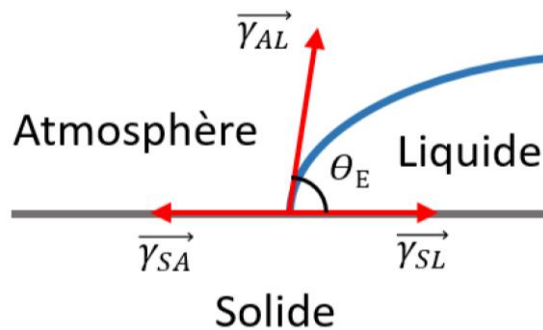


Figure 4-9 : Un point triple à l'intersection entre un milieu liquide, solide et une atmosphère, les tensions superficielles associées et l'angle de contact  $\theta_E$ .

L'angle de contact est un indicateur de la mouillabilité d'un liquide sur une surface solide dans une atmosphère donnée. La mouillabilité caractérise donc la capacité d'un fluide à s'étaler sur une surface [80, 81]. Lorsque  $\theta_E = 0$ , on parle de mouillage complet ou parfait, le liquide s'étale selon une fine couche. Pour  $\theta_E < 90^\circ$ , on parlera de mouillage partiel, la mouillabilité étant de moins en moins bonne à mesure que  $\theta_E$  augmente. L'angle de contact est donc un bon moyen d'évaluation de la compatibilité d'un solide vis-à-vis d'un liquide. En outre, les modifications de surfaces, qu'elles soient d'ordres chimiques ou morphologiques, agissent également sur la valeur de l'angle de contact favorablement ou défavorablement en fonction de leur influence sur les tensions de surface.

Comme nous l'avons vu préalablement, la capillarité permet de s'affranchir de la gravité de sorte à permettre la remontée d'un liquide dans un tube fin. Il existe une longueur  $\kappa^{-1}$  au-delà de laquelle la gravité devient importante, on parle de longueur capillaire. Elle est définie par l'équilibre entre la pression hydrostatique et la pression de Laplace ; on obtient la relation suivante :

$$\kappa^{-1} = \sqrt{\gamma/\rho g} \quad (4.3)$$

Avec  $\rho$  la densité du fluide et  $g$  la constante de gravité.  $\kappa^{-1}$  est donc une constante, en général, elle est de l'ordre de quelques mm. Par conséquent pour un rayon  $r < \kappa^{-1}$  le liquide sera dans une condition de zéro-gravité et dominé par la capillarité. La notion de distance capillaire adaptée à un tube, permet son dimensionnement en prenant en compte l'ensemble du triptyque (infiltrant / infiltré / atmosphère). De même, dans un milieu poreux, la montée d'un front liquide n'est possible que si les rayons des porosités du réseau sont inférieurs à  $\kappa^{-1}$ .

#### 4.1.4.2. Modélisation d'un front de remontée capillaire dans un réseau poreux

C'est Laplace qui en 1806, propose pour la première fois une équation permettant de déterminer la hauteur de remontée d'un fluide dans un tube. Pour ce faire, il réalise l'équilibre énergétique entre la pression de Laplace sous la surface d'un ménisque et la pression hydrostatique associée à la différence de hauteur entre deux points, on retrouve la relation suivante :

$$E = -2\pi R h \gamma \cos(\theta_E) + \frac{1}{2} \pi R^2 h^2 \rho g \quad (4.4)$$

Avec  $R$  le rayon du tube et  $h$  la hauteur de remontée. Le premier terme correspond à la contribution de la capillarité, tandis que le second caractérise l'influence de la gravité. La minimisation de l'énergie  $E$  conduit à la hauteur de Jurin  $H$  tel que :

$$H = \frac{2\gamma \cos(\theta_E)}{r\rho g} \quad (4.5)$$

Une solution analytique de l'évolution du front par rapport au temps est ensuite donnée dans le modèle de Lucas [82], puis Washburn [83] et est aujourd'hui connue sous le nom de modèle de Lucas-Washburn :

$$\frac{dh}{dt} = \frac{P(r^2 + 4\epsilon r)}{8\eta l} \quad (4.6)$$

Avec  $P$  la pression capillaire,  $\epsilon$  le coefficient de glissement,  $\eta$  la viscosité dynamique du fluide. C'est au travers de la loi de Poiseuille qui caractérise la perte de pression dans un tube que Lucas et Washburn arrivent à la relation 4.6. Elle permet de déterminer le temps de remontée en fonction de la hauteur d'imprégnation [82, 83]. De même une relation reliant la hauteur d'imprégnation au temps peut être obtenue au travers de l'emploi d'une fonction  $W$  de Lambert [84].

La morphologie des pores, leurs orientations et leurs tortuosités peuvent également être pris en compte au travers d'un modèle plus complexe [85]. Il est possible d'adapter ce modèle à un réseau poreux via la loi de Darcy [84, 86]. De même, les modèles restreints par la gravité

permettent de déterminer l'influence des caractéristiques du milieu poreux sur la hauteur et la cinétique d'infiltration [84]. Le milieu poreux est en général considéré au travers de grandeurs équivalentes, tels que des rayons équivalents ou des fractions volumiques de vide. Il en résulte évidemment que plus la taille caractéristique des pores d'un système est faible, plus la hauteur d'infiltration sera grande. Par ailleurs, plus la taille des pores est faible, plus la cinétique d'infiltration est lente. Dans le cadre d'une infiltration métal/métal et en fonction de la compatibilité des matériaux, des réactions de diffusion peuvent entraîner la génération d'une interface responsable de la modification des propriétés de surfaces [51, 81]. Le contrôle de la cinétique d'infiltration constitue donc un élément clé du contrôle de l'infiltration spontanée.

#### 4.1.4.3. Exemple d'application à l'élaboration de CMMs

On retrouve notamment des préformes à base de fibres dans l'étude de Mortensen *et al.* [87] ou encore l'étude de Xia *et al.* [88]. De même, les études de Johnson et Sonuparlak [89], de Lee *et al.* [90], ou encore celle de Contreras *et al.* [91] sont des bons exemples de la viabilité de l'emploi de la capillarité seule comme force permettant la montée d'un fluide dans une préforme constituée de particules.

Plus récemment, l'essor des technologies de FA a permis d'envisager la création d'une préforme au moyen du frittage laser sélectif (SLS pour *Selective Laser Sintering*). L'étude de Dück *et al.* [92] est en ce sens pionnière avec l'emploi d'une préforme en Ni infiltrée par une matrice en Cu. De même, différentes études portent sur le couplage fer/bronze, comme les travaux de Kumar et Kruth [93] et celle de Pavankumar et Elangovan [94]. Sercombe *et al.* dans un série de papiers s'intéressent aux composites aluminium/aluminium, au travers différentes variantes (ajout de Mg pour l'effet getter, Sn ou Pb ou traitement de nitruration pour améliorer la qualité de l'interface et l'angle de contact liquide/solide) [51, 95, 96, 97, 98, 99]. On peut également noter les études de Kenzari *et al.* avec un matrice à base d'aluminium et une préforme composée d'une poudre quasicristalline liée par un polymère [100, 101]. On trouve également dans la littérature des exemples d'infiltration de Carbure de Tungstène par du Cobalt [102] ou encore des carbures de titane infiltrés par des alliages à base de Ni et Al [103]. Dans le même esprit, il existe également des infiltrations de polymères dans une préforme métallique, comme l'étude de He *et al.* [104, 105] ou celle de Yan *et al.* [106]. A notre connaissance, la seule étude portant sur l'infiltration par capillarité d'un réseau *lattice* est attribué à Jafari *et al.* [107]. Ils s'intéressent à la remontée de quatre fluides différents dans un réseau composé de structure diagonale.

## 4.2. Approche théorique : modélisation semi-phénoménologique d'un front de remontée capillaire dans une structure *lattice*

### 4.2.1. Matériaux et méthodes

#### Modélisation numérique :

Le modèle d'infiltration tel que décrit dans la partie suivante est basé sur les structures *lattices* périodiques cubiques obtenues dans la procédure décrite en partie 2.2. Un incrément de topologie  $\Delta x = \Delta y = 0,05$  a été sélectionné de sorte à discrétiser l'espace de conception en 66 topologies distinctes. Le paramètre de maille des CUs est considéré comme variable, de sorte à déterminer l'influence de la taille de la structure sur la remontée du fluide. Le rayon, et par conséquent la densité relative de la structure, varie selon sept ratios différents par rapport à la taille de la CU (0,05 ; 0,0625 ; 0,075 ; 0,0875 ; 0,1 ; 0,15 et 0,2 fois le paramètre de maille).

Les différentes topologies étudiées, pour leurs sept niveaux de densités relatives, ont été découpées par l'intermédiaire du site SLAcer.js [108]. Il s'agit d'un logiciel spécialisé dans la réalisation du tranchage numérique de pièce 3D. Il permet l'obtention d'une série d'images, chacune étant représentative d'une couche d'une épaisseur de 1/200 de la structure. Les images obtenues sont ensuite analysées à l'aide du logiciel ImageJ2 [109], de sorte à extraire pour chaque couche la fraction surfacique de matière associée. Le modèle qui sera décrit en partie suivante est de type analytique. Il est implémenté dans un code Python (version 2.7.12). Son bon fonctionnement nécessite l'installation des modules math, numpy, os, matplotlib. Le traitement des données a été réalisé avec le logiciel OriginPro 9.

Le modèle a été utilisé pour 3 infiltrants différents, caractérisés par leurs densités et tensions superficielles, leurs angles de contact formés avec du Ti6Al4V, et leurs viscosités dynamiques. Les données des trois matériaux sont résumées dans la Table 4-1.

Table 4-1 : Propriétés des infiltrants employés pour le modèle.

<b>Matériau</b>	<b><math>\rho</math> (kg.m<sup>-3</sup>)</b>	<b><math>\gamma</math> (mN.m<sup>-1</sup>)</b>	<b><math>\theta</math> (°)</b>	<b><math>\mu</math> (mPa.s<sup>-1</sup>)</b>	<b>Ref</b>
<i>Eau (20°)</i>	997	72,8	65	1	[107]
<i>Epoxy (80°)</i>	1150	43,6	31*	73	[110]
<i>Aluminium (700°C)</i>	2699	871	72*	1,2	[81]

\* Valeur mesurée expérimentalement (voir annexe C)

### Validation expérimentale :

#### *Les fluides :*

Afin de confronter les résultats numériques et expérimentaux, trois matériaux ont été employés correspondant à la Table 4-1 : de l'eau déminéralisée, et une résine époxy d'enrobage MA2+ de la marque Presi© (diglycidyléther de bisphénol A) relativement similaire à celle de la référence [110], et un aluminium de série 1050. La tension de surface spécifique à cette résine n'a pas pu être directement mesurée, nous la considérerons comme égale à celle de la Table 4-1 .

#### *Les réseaux poreux :*

Le réseau infiltré est composé de structures octet-truss de différentes tailles (entre 3 mm et 1 mm de longueur de CU) et à deux niveaux de densité : 0,37 et 0,66. Les réseaux poreux ont été produits par fusion laser sélective en utilisant des paramètres procédés identiques à la partie 2.4. Les échantillons ont été nettoyés successivement avec de l'acétone puis de l'éthanol sous ultrasons, suivi d'un étuvage à 90° C pendant 12 heures, pour résorber les composés organiques potentiellement présent à la surface de la *lattice*.

#### *Moyens de mesures expérimentaux :*

Deux moyens de caractérisation différents ont été employés pour déterminer les hauteurs d'imprégnation des deux fluides : le réseau poreux a été premièrement plongé dans l'eau par le dessus. Après un temps de maintien de 5 minutes dans le bain liquide, les échantillons ont été ensuite délicatement retirés du support puis pesés sur une balance de précision dont l'incertitude est de l'ordre de 0,1 mg. Quinze mesures ont été réalisées afin d'estimer un intervalle de confiance égale à  $\pm 2 \sigma$  (95 %).

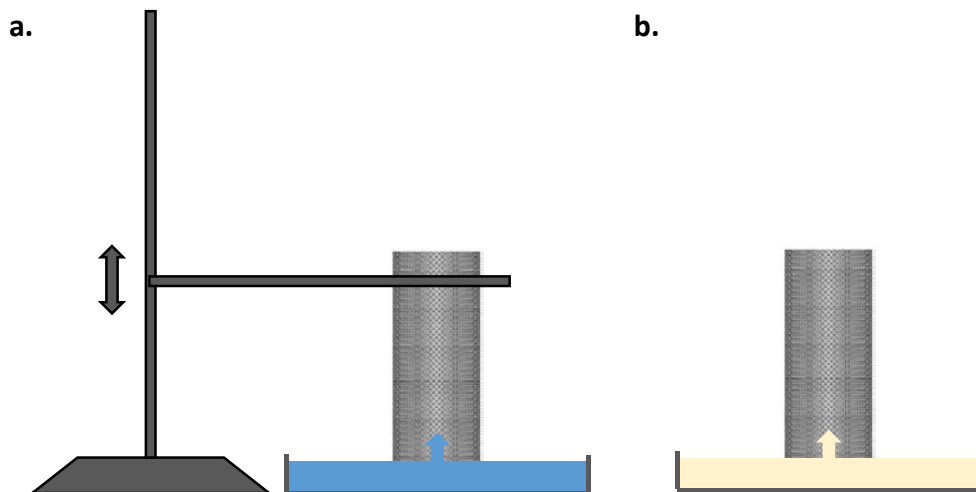


Figure 4-10 : Montage d'infiltration capillaire pour a. de l'eau et b. et une résine époxy (structure octet truss).

Compte-tenu de sa capacité à polymériser en présence d'un catalyseur, la mise en œuvre de l'imprégnation d'une résine époxy est plus simple. Les échantillons ont donc été positionnés sur des cales et l'époxy a été coulé dans le récipient prévu à cet effet (Figure 4-10).

La Figure 4-11 illustre le montage employé pour l'infiltration métallique. Une semelle de Ti64 dans laquelle est usinée une cuvette est utilisée comme réceptacle pour l'aluminium liquide. Le réseau poreux sous la forme d'un cylindre de 15mm de diamètre pour 30 mm de hauteur possède à sa base un tube fileté permettant de raccorder la semelle et le réseau poreux. Les charges d'aluminium et la semelle sont recouvertes de nitrure de bore. Pour la semelle, ceci permet d'éviter la diffusion de l'aluminium vers le titane de la semelle tout en favorisant la coulabilité de l'aluminium. Pour les lopins d'aluminium, la couche de nitrure de bore permet de réaliser une coque protectrice autour de l'alumine native. Juste avant l'introduction dans le four, une partie de nitrure de bore et d'alumine est polie pour mettre à jour une fenêtre de passage et ainsi orienter plus facilement le flux d'aluminium en fusion vers la structure *lattice*.

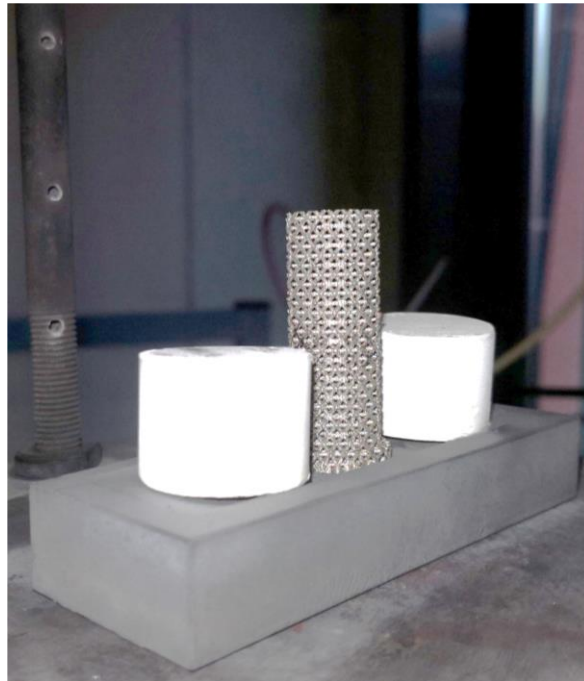


Figure 4-11 : Montage expérimental d'infiltration spontanée où une semelle Ti64 est recouverte de nitrure de bore sur laquelle est vissé le réseau poreux de 30 mm de haut, deux lopins d'aluminium placés de part et d'autre sont également recouverts de BN. On distingue en arrière-plan les buses d'arrivée d'Argon.

Le four employé est un four à potence qui propose un volume de travail relativement important (diamètre du tube de 180 mm). L'installation ne permettant pas de réaliser une atmosphère protectrice stabilisée, le contrôle s'effectue sous la forme d'une « fuite contrôlée » avec un premier traitement à 250 °C de 6 h à 1,3 bar permettant un dégazage et une purification de l'atmosphère par apport continu d'Argon et relâchement contrôlé (par la fuite et la sortie). L'infiltration est ensuite réalisée lors d'une montée à 850° C sans maintien avec une légère surpression de 1,1 bar.

#### 4.2.2. Le modèle

L'objectif du modèle mis en place dans cette partie est de déterminer l'influence de l'organisation d'un réseau poreux sur la remontée par capillarité d'un fluide. Préalablement, l'emploi d'un modèle restreint par la gravité permettra de déterminer les tailles critiques permettant d'envisager une infiltration spontanée (uniquement gouvernée par la capillarité). Pour ce faire, le modèle de Fries *et al.* [84] a été adapté en une formulation en différences finies de sorte à prendre en compte la taille et la topologie de la structure. Pour ce faire, les mêmes hypothèses que Fries *et al.* seront employées, à savoir :

- Le flux est considéré comme unidirectionnel
- Pas d'effet de friction ou d'inertie du volume d'air déplacé
- Les effets d'inerties du liquide sont négligés
- La loi de Darcy est employée pour déterminer de la perte de pression visqueuse dans un milieu poreux
- L'évolution dynamique de l'angle de contact est négligée

Dans ce cadre l'équilibre des moments au sein d'un réseau poreux est donné par la relation suivante :

$$\frac{2 \cdot \gamma \cdot \cos \theta}{R} = \rho \cdot g \cdot h + \frac{\varphi \cdot \mu \cdot h}{K} \cdot \dot{h} + \rho \frac{d(h\dot{h})}{dt} \quad (4.7)$$

Avec  $\gamma$  la tension de surface,  $\theta$  l'angle de contact,  $R$  le rayon équivalent des porosités,  $\rho$  la densité du fluide,  $g$  la constante de gravitation,  $\mu$  la viscosité dynamique du fluide,  $\varphi$  et  $K$  sont respectivement associées à la densité relative et à la perméabilité du milieu poreux, et  $h$  la hauteur du fluide. De gauche à droite les termes de l'équation 4.7 se réfèrent à :

- La pression capillaire
- La contribution de la gravité (pression hydrostatique)
- La perte de pression visqueuse (loi de Darcy)
- Un terme inertiel (qui sera négligé à partir de ce point)

L'équation 4.7 peut donc s'écrire sous la forme :

$$\dot{h} = \frac{a}{h} - b \quad (4.8)$$

Avec

$$a = \frac{2\gamma \cos(\theta) K}{\varphi \mu R} \quad (4.9)$$

$$b = \frac{\rho g K}{\varphi \mu} \quad (4.10)$$



Une solution implicite ( $t = f(h)$ ) avec une condition initiale  $h(0) = 0$  peut être trouvée sous la forme :

$$t(h) = -\frac{h}{b} - \frac{a}{b^2} \ln\left(1 - \frac{b \cdot h}{a}\right) \quad (4.11)$$

Dans cette équation, les grandeurs  $\gamma$ ,  $\theta$  et  $\mu$  sont relatives au fluide infiltrant et  $R$ ,  $\varphi$  et  $K$  sont associés au réseau poreux. Dans sa forme actuelle, le milieu poreux est défini comme homogène au travers de valeurs équivalentes. Nous proposons ici une forme incrémentale où l'on calcule  $t(h) = f(h, a(h), b(h))$ , avec des valeurs de  $a$  et  $b$  sont fonction de la hauteur par rapport au réseau.

Pour ce faire, il faut dans un premier temps définir le réseau à infiltrer. Il est composé dans le modèle d'un paramètre de maille et d'un nombre de CUs (sous-entendu en hauteur). La multiplication de ces deux paramètres d'entrées donne la hauteur maximale qu'il est possible d'infiltrer. Toutes les topologies possèdent un fichier « phi\_data » regroupant les fractions volumiques de matières associées aux couches obtenues par SLAcer. Une CU est donc discrétisée en 200 tranches dont les épaisseurs sont identiques et égales à  $1/200$  du paramètre de maille. Les rayons équivalents  $R$  (m) et les perméabilités  $K$  ( $m^2$ ) sont ensuite calculés au travers de la fraction volumique de matière  $\varphi$  et du paramètre de maille  $L$ . Le rayon équivalent est obtenu avec la relation suivante :

$$R = \sqrt{(L(\varphi - 1))^2 / \pi} \quad (4.12)$$

La perméabilité est plus complexe à calculer, elle est définie comme l'aptitude d'un matériau poreux à laisser passer un fluide sous l'effet d'un gradient de pression. Il s'agit d'une constante directement reliée à la loi de Darcy. Pour un fluide compressible, elle s'écrit :

$$\vec{q} = -\frac{K}{\mu} (\vec{\nabla}p - \rho \vec{g}) \quad (4.13)$$

Avec  $\vec{q}$  la vitesse de Darcy,  $\vec{\nabla}p$  le gradient de pression et  $K$  la perméabilité en  $m^2$ . Son calcul analytique est souvent fait au détriment de la topologie du réseau poreux ou au travers d'une formulation par éléments finis du problème. Pour les deux méthodes employables, le temps de calcul devient rapidement conséquent en considérant une CU tranchée en 200 couches. Jackson *et al.* proposent une relation phénoménologique reliant la perméabilité adimensionnelle (perméabilité  $K$  par unité d'aire  $p^2$ ) à la densité relative d'un réseau fibreux [111] :

$$\frac{K}{p^2} = \frac{3}{20\varphi} (-\ln \varphi - 0,931 + O(\ln \varphi)^{-1}) \quad (4.14)$$

Le dernier terme de l'équation est un facteur correctif. Cette relation est uniquement valable pour  $\varphi < 0,2$  [111]. Dans notre cas et basé sur l'équation 4.14, la perméabilité sera obtenue par une loi puissance ( $R^2 = 0,998$ ) de sorte à couvrir l'ensemble du spectre de densité relative. La relation est la suivante :

$$\frac{K}{L^2} = 29,589e^{-\varphi/0,0209} + 6,572e^{-\varphi/0,0775} - 52,759e^{-\varphi/0,00082} \quad (4.15)$$

$L^2$  remplace ici  $p^2$  car l'aire relative au milieu poreux est directement celle d'une face de la CU. L'emploi d'une discrétisation du réseau poreux permet donc d'une part, de prendre en compte la topologie du réseau, et d'autre part, d'étudier l'influence des échelles sur la viabilité de l'infiltration par capillarité.

Avec pour condition initiale  $t(h_0) = 0$  avec  $h_0 = 0$ , on calcule d'abord :

$$t(h_1) = f(h_1, a(h_1), b(h_1)) \quad (4.16)$$

avec  $h_1 = h_0 + \Delta h$  et  $\Delta h = L/200$ . Ensuite, pour  $h_2 = h_1 + \Delta h$ , on calcule un différentiel de temps relatif au temps nécessaire pour atteindre  $h_2$  et  $h_1$  avec les nouveaux paramètres  $a(h_2), b(h_2)$  tel que :

$$\Delta t(h_2) = f(h_2, a(h_2), b(h_2)) - f(h_1, a(h_2), b(h_2)) \quad (4.17)$$

On obtient finalement :

$$t(h_2) = t(h_1) + \Delta t(h_2) \quad (4.18)$$

On détermine ainsi l'évolution du temps par rapport à la hauteur au travers d'une suite telle que pour  $h_i = h_{i-1} + \Delta h$ , on ait :

$$t(h_i) = t(h_{i-1}) + \Delta t(h_i) \quad (4.19)$$

Avec

$$\Delta t(h_i) = f(h_i, a(h_i), b(h_i)) - f(h_{i-1}, a(h_i), b(h_i)) \quad (4.20)$$

Le modèle présenté dans cette partie a pour paramètre d'entrée un fluide et un réseau poreux. Le fluide est caractérisé par sa tension de surface, son angle de contact avec du Ti64, sa densité et sa viscosité dynamique. Le réseau poreux est déterminé par la topologie de sa CU, sa longueur  $L$  de CU et sa densité relative (qui peut prendre 7 valeurs différentes par topologie).

### 4.2.3. Résultats

#### 4.2.3.1. Influence du matériau infiltrant

La Figure 4-12 donne des exemples de courbes représentant la hauteur d'infiltration en fonction du temps pour trois liquides différents. Le réseau poreux est composé de structures octet-truss d'un paramètre de maille  $L$  égal à 1 mm pour une densité relative de 0,36. L'eau et l'aluminium montrent des temps à saturations relativement proches, autour de 5 secondes, tandis que l'époxy sature après plus de 200 secondes. Cette différence est associée à la grande différence de viscosité entre l'époxy et les deux autres liquides (voir Table 4-1). De plus, l'époxy possède l'angle de contact le plus faible par rapport au Ti64. Par conséquent, le paramètre  $a$  de l'équation 4.8 est maximisé, et donc la dépendance au temps est plus importante. Bien que les temps à saturation de l'aluminium et de l'eau soient très proches, la hauteur maximale d'infiltration est bien différente. L'aluminium atteint environ 42 mm quand l'eau monte de 12,8 mm. L'aluminium et l'eau ont des viscosités et des angles de contacts relativement proches. Par contre, la densité de

l'aluminium est trois fois supérieure à celle de l'eau et la tension de surface est environ cent fois supérieure. Il semble que l'effet de la forte densité de l'aluminium soit contrebalancé par son importante tension de surface (en comparaison avec l'eau). Du point de vue du fluide, et hormis la notion de mouillabilité ( $\theta < 90^\circ$ ), le principal moteur de la hauteur d'infiltration est la tension de surface, alors que le temps d'infiltration est principalement gouverné par la viscosité.

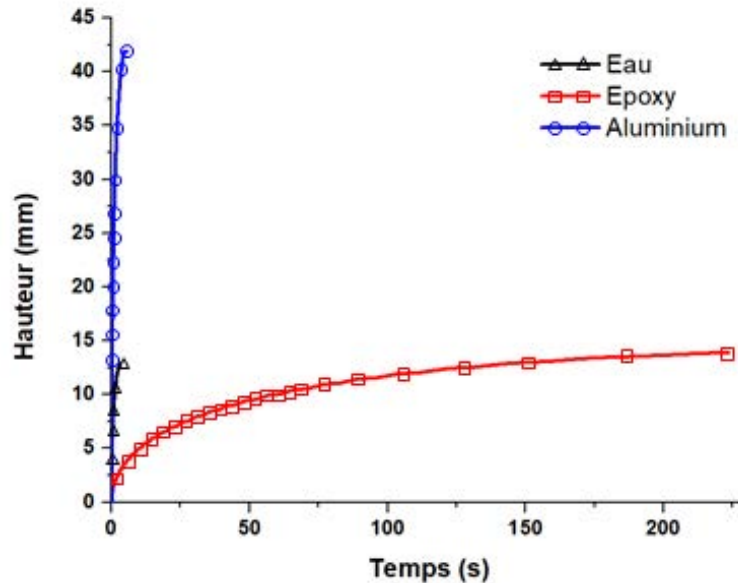


Figure 4-12 : Courbe temps-hauteur d'infiltration pour une structure octet-truss d'une densité de 0,37, une taille de maille de 1 mm pour trois liquides : l'eau (courbe noire), l'époxy (courbe rouge), et de l'aluminium liquide (courbe bleue).

#### 4.2.3.2. Influence de la longueur CU

La Figure 4-13.a illustre les positions du front d'infiltration au cours du temps pour différentes tailles de maille  $L$ . Comme attendu, plus la valeur de  $L$  est faible, plus la hauteur de remontée est importante. Ceci est directement associé au fait que le rayon équivalent calculé est fonction de  $L$ . Plus la taille de CU est faible, plus la cinétique de remontée est lente. Certes, il faut un temps plus long pour une hauteur plus importante, mais la « pente »  $dh/dt$  à hauteur fixée est plus faible à mesure que  $L$  diminue.

Pour  $L = 5\text{mm}$ , la hauteur maximale est d'environ 3 mm, ce qui ne correspond même pas à la remontée d'une CU. A contrario, lorsque la taille de CU fait environ  $170\ \mu\text{m}$ , le front passe au travers de plus de 450 CUs avant saturation. La Figure 4-13.b montre l'évolution des hauteurs maximales d'imprégnations en fonction de  $L$ . On remarque ici une nette tendance de type fonction inverse. Ceci est cohérent avec la loi de Jurin, où la hauteur maximale de remontée est inversement proportionnelle au rayon du tube qui est infiltré. On peut également déterminer qualitativement une limite caractérisant les longueurs de CU favorables à l'infiltration par capillarité par fonderie gravitaire, pour une topologie donnée. Concernant la structure octet-

truss, cette limite peut se placer autour de 1mm ; au-delà de cette longueur, la gravité est dominante devant la capillarité, et vice-versa.

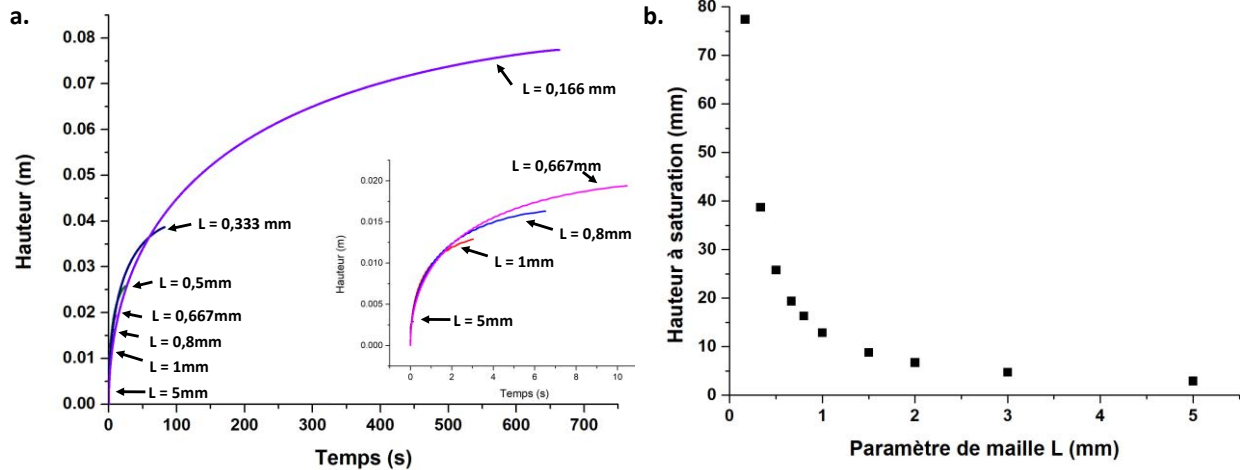


Figure 4-13 : a. Courbes des hauteurs d'infiltration d'eau en fonction du temps pour les différentes tailles de mailles L (indiquées par les flèches noires), dans des réseaux poreux composés d'octet-truss d'une densité relative de 0,37. b. Les hauteurs maximales d'imprégnations pour les différentes tailles de mailles (les courbes pour L = 1,5 ; 2 et 3mm ne sont pas représentées en a.).

Il est cependant important de nuancer ces résultats au regard de la fabricabilité du réseau par le procédé SLM. Nous avons jusqu'ici considéré le rayon des poutres comme un ratio de la longueur de maille. Or, la résolution du procédé permet d'envisager des poutres jusqu'à une longueur de 50  $\mu\text{m}$ . Il a été montré que le plus petit ratio rayon/L est égal à 0,05. Il est donc possible de déterminer une plus petite taille de CU fabricable pour les sept ratios rayons/L au travers de la formule  $L_{\text{mini}} = \text{Rayon}_{\text{mini}} / \text{valeur du ratio}$ . La Table 4-2 rassemble les  $L_{\text{mini}}$  pour les différents ratios étudiés. On note également que la longueur de CU égale à 0,166 mm de la Figure 4-13.a n'est pas fabricable par le procédé SLM pour les ratios rayons/L étudiés ici. Cette valeur de L sera toutefois considérée dans les résultats suivants comme un cas limite.

Table 4-2 : Longueurs de CUs minimales en fonction des ratios rayon/L employés dans le modèle.

Ratio R/L	0,05	0,0625	0,075	0,0875	0,1	0,15	0,2
$L_{\text{mini}}$ (mm)	1	0,8	0,66	0,57	0,5	0,33	0,25

#### 4.2.3.3. Influence de la densité relative

La Figure 4-14 montre les évolutions des fronts de remontées capillaires en fonction du temps pour quatre topologies différentes. Les différentes courbes correspondent aux ratios de la Table 4-2, pour lesquelles les densités relatives associées sont données. Pour les 4 topologies, le liquide infiltrant est de l'aluminium et la longueur de maille L est égale à 1 mm. Comme attendu, plus la densité relative du réseau poreux est importante, plus la hauteur maximale d'imprégnations est importante également. Ceci est directement reliée au fait que plus la densité est importante, plus les rayons équivalents associés sont faibles, et plus la perméabilité est importante. De plus, les

cinétiques d'imprégnation sont dépendantes de la densité relative pour les mêmes raisons. Ces deux observations sont en concordance directe avec les résultats des parties 4.2.3.1 et 4.2.3.2.

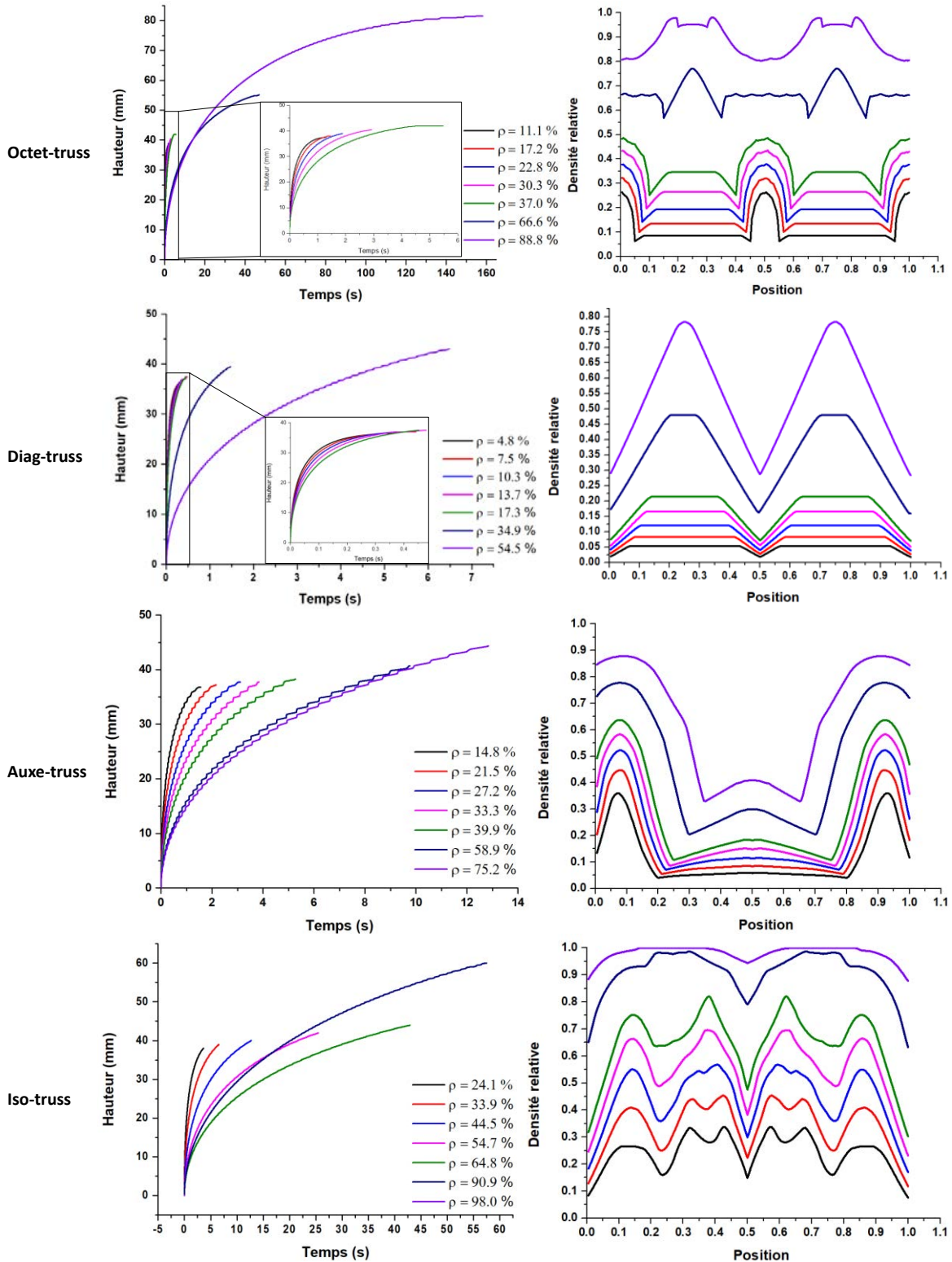


Figure 4-14 : Courbes des hauteurs d'infiltrations en fonction du temps pour différents niveaux de densités de structures (gauche), et les profils de densités en fonction de la hauteur sur une CU (droite), pour les structures (de haut en bas) octet-truss, diag-truss, auxe-truss et iso-truss. Le liquide infiltrant est de l'aluminium liquide, et  $L = 1\text{mm}$ .

De manière générale, on constate une faible influence de la densité relative sur la hauteur maximale d'imprégnation pour des densités relatives inférieures à 30 %. Au-delà de cette valeur, les cinétiques et hauteurs d'infiltrations sont beaucoup plus dépendantes de la densité relative. De plus, le comportement à la remontée n'est pas similaire d'une topologie à l'autre pour  $\rho > 0,3$ . Il y a donc une dépendance double de la hauteur d'infiltration par rapport à la densité et la topologie du réseau poreux. L'influence de la topologie sera étudiée dans la partie suivante. On observe deux types de comportement :

- Les structures octet-truss et diag-truss présentent toutes les deux, pour les deux derniers niveaux de densités (courbes bleues foncées et violettes Figure 4-14), une forte chute de la vitesse d'infiltration ainsi qu'une augmentation de la hauteur maximale par rapport aux densités plus faibles.
- Pour les structures aux-truss et iso-truss, l'évolution de la hauteur et la perte de vitesse d'infiltration sont beaucoup plus graduelles par rapport à l'augmentation de la densité relative. Pour la structure iso-truss pour  $\rho > 0,7$ , la tendance s'inverse et la cinétique d'infiltration est plus rapide que pour les niveaux de densités inférieurs.

On retrouve donc pour ces quatre topologies des comportements relativement analogues bien que des singularités apparaissent dans chaque cas. Ces deux types de comportement peuvent être expliqués par les profils de densités (courbes à droite sur la Figure 4-14). Une courbe représente les variations de densité relative « locale » d'une CU pour un niveau de densité global fixé. Les densités relatives locales correspondent aux fractions volumiques de matière dans chacune des 200 couches qui composent une CU.

On remarque dans un premier temps que l'évolution de la densité relative locale selon la hauteur d'une CU n'est pas linéaire avec l'augmentation de la densité relative macroscopique. Par exemple, on retrouve sur la structure octet-truss une augmentation de densité relative à la base de la CU, en son centre et au sommet. Ces trois zones correspondent aux positions des couches de poutres inclinées à 90° par rapport à la direction d'infiltration. A mesure que la densité augmente, les maxima locaux de densité associés à ces poutres diminuent, jusqu'à une inversion de cette tendance pour les deux derniers niveaux de densités macroscopiques. On retrouve alors un profil de densités beaucoup plus homogène avec cette fois des maxima de densités associés aux poutres inclinées à 45°. On observe également ce phénomène pour la structure iso-truss. On peut donc conjecturer que la modification de la cinétique d'infiltration aux fortes densités des structures octet-truss et iso-truss est associée à une homogénéisation du profil d'évolution de la densité relative par rapport à la hauteur de la CU pour des fortes densités.

La structure aux-truss semble avoir le même type de comportement, avec un profil de densités de plus en plus homogène, qui entraîne à forte densité une accélération de la cinétique d'infiltration (courbe violette par rapport à la courbe bleue foncée). Pour la topologie diag-truss,

le phénomène est inversé : les profils de densités tendent à devenir de moins en moins homogènes, qui se traduit par une cinétique d'infiltration de plus en plus lente pour une hauteur toujours croissante par rapport à l'augmentation de la densité relative.

Il semble donc que l'influence de la densité relative sur le comportement lors de la remontée par capillarité soit intimement liée à la topologie étudiée. Cependant, l'observation locale des variations de densités relatives en fonction de la hauteur d'une CU permet d'expliquer les différents comportements. Il est ainsi nécessaire d'étudier le couple densité/topologie de façon simultanée pour dégager la réelle influence de la topologie par rapport à la densité.

#### 4.2.3.4. Détermination de l'influence de la topologie d'un réseau poreux sur la remontée capillaire

Il a été montré que la hauteur maximale d'imprégnation est fonction du fluide infiltrant, de la longueur de maille et de la densité, quelle que soit la topologie. Dans cette partie, nous chercherons à identifier l'influence de la topologie. Pour ce faire, il est nécessaire d'isoler la contribution de chacun des éléments du modèle. Les hauteurs d'infiltration ont été déterminées pour 66 topologies (x, y), huit longueurs L de CUs ; sept niveaux de densités associés chacun à un ratio r/a (voir Table 4-2) ; ainsi que les trois fluides de la Table 4-1. On recherche donc la fonction suivante :

$$H = f((x, y), L, \rho, \text{fluide}) \quad (4.21)$$

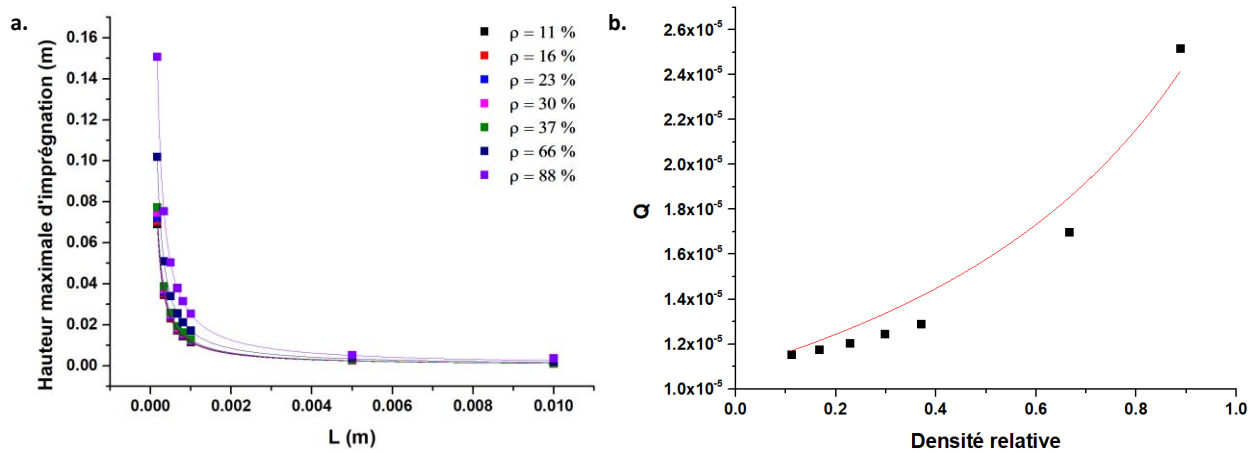


Figure 4-15 : Hauteurs maximales d'imprégnations d'eau pour une structure octet-truss et ses 7 niveaux de densités pour les différentes valeurs de longueurs de CUs testées, les courbes sont les fits obtenus par la relation 4.22 a, et la variation des paramètres Q en fonction de la densité relative (en rouge le fit obtenu par la relation 4.22 b).

La Figure 4-15 montre les hauteurs maximales d'imprégnations obtenues avec ce modèle pour une structure octet-truss et ses sept niveaux de densités. Comme pressenti dans la partie 4.1.4 on retrouve une variation de la hauteur par rapport à la longueur de CU sous la forme d'une fonction inverse. On remarque également une faible influence de la densité relative par rapport à celle de

la longueur de CU. On retrouve également un effet de la densité de plus en plus marqué à mesure qu'elle est importante, conformément à la partie 4.2.3.3.

Dans un premier temps, on détermine la dépendance de la hauteur d'infiltration par rapport à la longueur de CU au travers de la relation suivante (une très bonne corrélation a pu être obtenue avec  $R^2 > 0,998$ ) :

$$H(L) = \frac{Q((x, y), \text{fluide}(F), \varphi)}{L} \quad (4.22)$$

Avec H la hauteur maximale d'imprégnation et F une constante relative au fluide, à la densité relative et à la topologie. Pour chaque topologie, on détermine donc sept valeurs de Q (une par niveaux de densité) par fluide.

Dans un second temps, on s'intéresse à la variation des valeurs de Q par rapport à la densité relative pour toutes les topologies. La Figure 4-15 montre les variations du paramètre Q en fonction de la densité relative. Il reste donc à isoler la contribution du fluide et la contribution de l'architecture. Pour ce faire, nous avons employé la relation suivante :

$$Q(\varphi) = \frac{A(\text{fluide})}{(1 + C((x, y), \text{fluide}), \varphi)} \quad (4.23)$$

Pour chaque fluide testé, le paramètre A sera identifié comme une constante relative à la contribution du fluide, tandis que C caractérise l'influence de la topologie. Pour identifier A différentes valeurs ont été testées et la comparaison d'une valeur par rapport à l'autre a été faite au travers des variations des facteurs de corrélation  $R^2$ . Ainsi, la valeur de A a été déterminée afin de minimiser les erreurs pour un fluide donné. Les valeurs de A sélectionnées mènent à des  $R^2$  moyens  $> 0,9$  avec au moins 60/66 topologies au-dessus de cette valeur. Un  $R^2$  minimum d'environ 0,75 est obtenu pour la structure (0, 0). La constante A prend une valeur de  $1,09 \cdot 10^{-5}$ ,  $1,15 \cdot 10^{-5}$  et  $3,54 \cdot 10^{-5}$  pour respectivement l'eau, l'époxy et l'aluminium. Plus la valeur de A est importante, plus le fluide est favorable à l'infiltration (pour un squelette en Ti64). On peut donc en déduire que l'aluminium permettra théoriquement d'atteindre des hauteurs d'infiltration plus importantes que l'eau ou l'époxy. Cette conclusion est contre-intuitive, cependant elle pouvait être pressentie à travers des valeurs de distances capillaires de 2,72, 1,96 et 8,71 mm, calculées selon la relation 4.3, pour l'eau, l'époxy et l'aluminium respectivement. La distance capillaire ne prend pas en compte l'angle de contact, pour autant, les valeurs des angles de contact prises par l'eau et l'époxy (voir Table 4-1) sont en cohérence avec l'ordre hiérarchique déterminé pour les coefficients A.

La détermination de A comme une constante ne permet pas de garantir l'indépendance de A par rapport au paramètre C. Il est nécessaire que les paramètres C soient également constants quel que soit le fluide employé. La Figure 4-16 montre l'évolution du paramètres C en fonction de la topologie (x, y) pour les trois fluides considérés. D'une carte à l'autre, les valeurs obtenues sont très similaires, avec une différence moyenne des valeurs de C environ égale à 1 % et une déviation



atteignant un maximum de 9 %. On peut remarquer que les lignes de niveaux des cartes de la Figure 4-16 sont relativement similaires (l'échelle et les valeurs des lignes de niveaux sont identiques pour faciliter la comparaison entre les cartes).

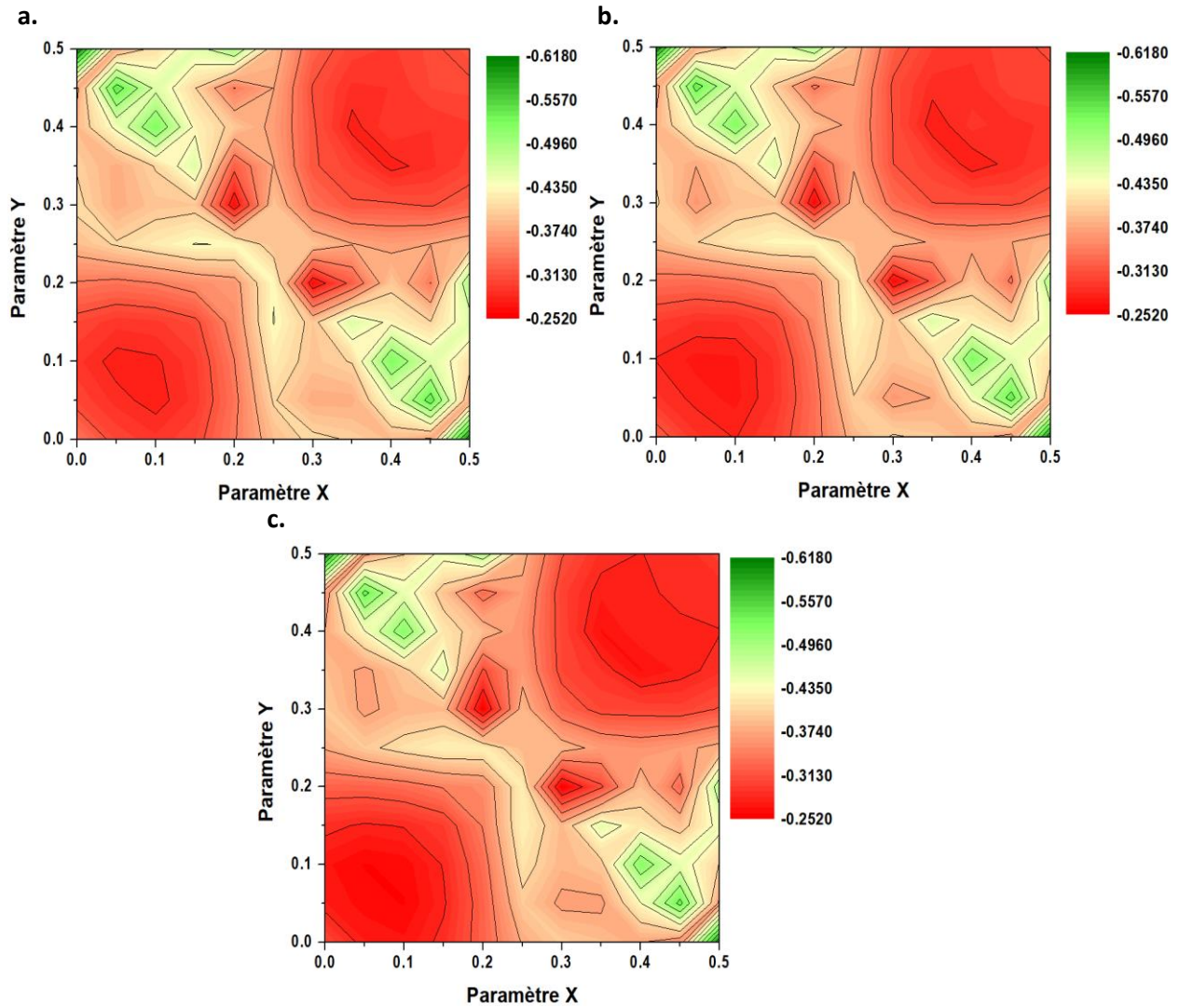


Figure 4-16 : Carte du paramètre C pour l'ensemble des topologies  $(x, y)$  avec comme fluide infiltrant de l'eau a., de l'époxy b., et de l'aluminium liquide (700°C) c.

Il semble donc que les paramètres A et C soient bien indépendants. En d'autres mots, la contribution de la topologie d'un réseau poreux est la même quelle que soit le fluide infiltrant. Bien que cette conclusion soit relativement intuitive, elle est démontrée par la quantification de l'influence de la topologie vis-à-vis des autres paramètres mis en jeu, afin de permettre la comparaison des performances d'imprégnations. En effet, la relation 4.23 peut être écrite sous la forme :

$$Q(\varphi) = \frac{A(\text{fluide})}{(1 + C(x, y), \varphi)} \quad (4.24)$$

La connaissance des valeurs de A pour différents fluides permet la génération d'une base de données des valeurs de Q, elle-même directement utilisable dans la relation 4.22. On retrouve au final une relation de la forme :

$$H(L) = \frac{Q(\varphi)}{L} \quad (4.25)$$

Compte-tenu de l'indépendance de C(x,y) par rapport au fluide dans la suite de ce chapitre, nous ne considérerons plus que les valeurs de la Figure 4-16.c. Conformément aux relations 4.24 et 4.25, les plus faibles valeurs de C permettent d'obtenir les plus importantes hauteurs d'infiltration. La structure la plus adaptée est donc la structure octet-truss avec une valeur de C égale à -0,618. A contrario, les maxima ont des valeurs autour de -0,25, soit un facteur deux par rapport à l'octet-truss. De façon générale, les minima se retrouvent sur la diagonale avec les coordonnées  $x \neq y$ . En lien avec la Figure 2-21.a, on remarque que ces valeurs correspondent aux zones à fortes connectivités. On peut suggérer que ceci est dû à une variation de la densité relative par rapport à la hauteur sur la CU plus constante que pour d'autres topologies (à l'instar du comportement de l'iso-truss et de l'octet-truss sur la Figure 4-14). C étant directement multipliée par la densité relative (voir équation 4.23), on déduit donc que le choix de l'architecture a une influence relativement marquée. On retrouve notamment ce facteur deux sur la Figure 4-14, avec une structure octet-truss qui atteint plus de 80 mm de hauteur quand les structures diag-truss et hexa-truss saturent légèrement au-dessus de 40 mm. La structure iso-truss possède des valeurs intermédiaires de C, que l'on retrouve également sur la Figure 4-14.

#### 4.2.4. Validations expérimentales du modèle d'infiltration

##### *Infiltration d'eau :*

Les imprégnations d'eau ont uniquement été menées sur un réseau d'octet-truss d'une longueur de maille de 1 mm et à une densité de 0,36 pour une hauteur de 30 mm. Le volume complet infiltrable correspond à 0,64 fois le volume total de la colonne, ce qui correspond à une valeur de 3,33 cm<sup>3</sup>, valeur approximativement égale à la masse d'eau maximale imprégnable. Les masses moyennes mesurées donnent une valeur de 1,89 g et une incertitude égale à  $\pm 0,36$  g. La valeur moyenne correspond donc à 0,57 fois le volume maximal imprégnable. Rapporté à la hauteur, on en déduit une hauteur maximale d'infiltration environ égale à 17,0 mm, Si on compare cette valeur à la valeur théorique égale à 12,7 mm obtenue sur la Figure 4-12 (courbe noir), on retrouve une différence de l'ordre de 33 %. L'ordre de grandeur par rapport au modèle est donc relativement respecté. On peut toutefois suggérer qu'une part importante de cette déviation est induite par les états de surfaces du réseau poreux. La littérature fait état d'une rugosité de surface de l'ordre de 15-20  $\mu\text{m}$ . Quelle que soit la hauteur, on peut donc supposer une densité relative plus importante que celle employée dans le modèle de la partie 4.2.2.

### *Infiltration d'époxy :*

La Figure 4-17 montre quatre exemples de composites Epoxy/Ti64 après infiltration du réseau poreux. La Figure 4-17.a-c permet de vérifier expérimentalement l'influence de l'architecture sur la hauteur d'imprégnation. Les trois *lattices* de la Figure 4-17,a-c correspondent à des densités relatives proches égales à 0,35 pour la diag-truss, 0,39 pour l'axe-truss et 0,37 pour l'octet-truss. Pour des tailles de mailles équivalentes et des densités relatives presque identiques, on observe une remontée deux fois supérieure dans le réseau d'octet-truss que pour les deux autres topologies. La relation 4.25 nous donne des hauteurs maximales d'imprégnation de 4,25 mm pour la diag-truss, 4,22 mm pour l'axe-truss et 7,92 mm pour l'octet-truss. La tendance est bien celle observée expérimentalement, avec une hauteur maximale nettement supérieure pour l'octet-truss par rapport aux deux autres structures. Il est ici complexe de comprendre les écarts par rapport au modèle, toutefois, il est important de rappeler qu'il peut y avoir des différences de tensions de surface et de viscosités dynamiques entre les données du modèle et les propriétés du fluide. Il est important de noter que les ordres de grandeurs entre les hauteurs de remontée sont en accord avec les parties 4.2.3.3. La Figure 4-17.d montre la hauteur de remontée dans un réseau d'octet-truss de même densité que pour la Figure 4-17.c mais avec une taille de maille de 1,5 mm. La hauteur maximale atteinte est supérieure à 21 mm, ce qui est globalement deux fois supérieure à la valeur obtenue pour un réseau dont les mailles font 3 mm. Cette observation permet directement de valider l'emploi d'une relation de type inverse dans l'équation 4.24.

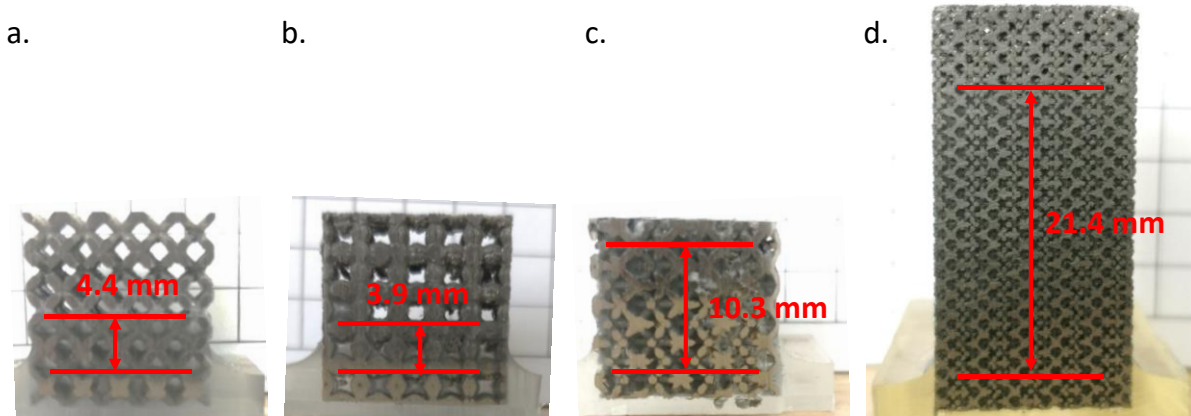


Figure 4-17 : Infiltrations de réseaux poreux par de l'époxy avec une maille de 3mm diag-truss a., aux-truss b., octet-truss c. et un réseau d'octet-truss avec une maille de 1,5mm d.

### *Infiltration d'aluminium :*

La Figure 4-18 montre les échantillons réalisés pour le premier essai de faisabilité d'infiltration d'aluminium décrits en partie 4.2.1. A première vue, il semble prématuré de parler de succès total mais la faisabilité est en partie démontrée. La Figure 4-18.a est une réelle preuve de concept de l'infiltration spontanée d'un réseau architecturé métallique par un second métal en fusion. On remarque que l'infiltration a eu lieu sur toute la hauteur de l'échantillon.

En revanche, il apparaît de fortes déviations géométriques, voire une perte d'intégrité du squelette (relativement flagrant sur la Figure 4-18.a). Cette déstabilisation dimensionnelle peut probablement s'expliquer par les phénomènes de diffusion entre le liquide et le squelette à hautes températures et qui peuvent être envisagés comme équivalents à ceux de la partie 4.3. On peut aussi remarquer une tendance à pencher, cette distorsion à lieu comme représentée en Figure 4-18.b. Sur la Figure 4-18.a, on remarque une zone où le squelette est quasiment indiscernable (entourée en rouge). On peut suggérer que ceci est lié au flux d'argon qui n'est pas homogène sur la structure, et qu'il est certainement à l'origine de gradients thermiques entre les différentes zones de l'échantillon. Ces gradients thermiques peuvent favoriser plus ou moins la diffusion aux interfaces et donc la dégradation du squelette.

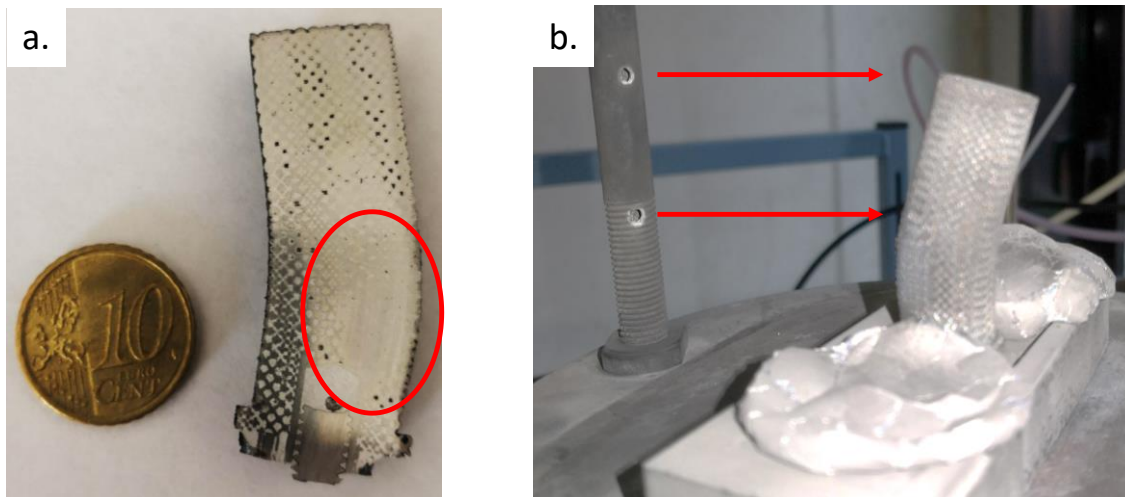


Figure 4-18 : Infiltration spontanée d'un réseau composé d'octet d'une taille de maille de 1,5 mm pour une montée en température à 850°C sans maintien, la zone rouge représente une zone où le squelette est quasiment indiscernable a. et .b la position en sortie de four de l'échantillon positionné par rapport au flux d'argon (symbolisé par les flèches rouges).

Ces premiers essais encourageants méritent d'être poursuivis, notamment pour optimiser le cycle temps / température / atmosphère qui semble être à portée de mains (travaux en cours). Enfin, on peut déjà noter que les hauteurs d'infiltrations atteintes par l'aluminium sont supérieures à celles obtenues avec les autres liquides infiltrant (Figure 2-17.d), ce qui est en concordance directe avec les résultats de la partie 4.2.3.1.

#### 4.2.5. Discussion

Un modèle de remontée capillaire dépendant de la gravité est proposé dans cette partie. L'emploi d'une formulation en différences finies permet de prendre en compte l'architecture du réseau poreux. Pour ce faire, les paramètres tels que la densité relative et le rayon équivalent sont calculés en fonction de la hauteur d'une CU unitaire. Le modèle possède donc comme entrée : un réseau poreux défini par un couple  $(x, y)$ , un niveau de densité et une longueur de CU, un fluide caractérisé par sa densité et sa rhéologie, son angle de contact par rapport au Ti64, sa viscosité

dynamique et enfin la constante de gravité. C'est le calcul de la perméabilité qui rend le modèle présenté partiellement phénoménologique, via la relation 4.14. Il s'agit de la principale limite du modèle car l'effet de l'architecture sur la perméabilité est en partie biaisé par l'approximation utilisée. Cependant la réactualisation des valeurs locales de perméabilités à chaque nouvelle couche du réseau permet de limiter la perte d'information.

Dans notre cadre et comme attendu, la longueur de CU a une influence semblable à celle du rayon équivalent des différents modèles de la littérature [84, 86]. La détermination de la relation 4.22 a permis d'isoler le paramètre L des autres au travers de la détermination d'un paramètre Q pour chaque topologie et chaque niveau de densité. Ce même paramètre a été étudié en fonction de la densité relative, ceci a permis de déterminer deux paramètres A et C :

- A est relatif au fluide infiltrant. Pour un fluide donné, il est possible de trouver une valeur de A constante quel que soit le couple (x, y) considéré.
- La détermination des valeurs de C pour les trois fluides a mis à jour l'indépendance des valeurs de C par rapport à celles de A. Ainsi l'influence de l'architecture a pu être déterminée indépendamment du fluide et de la longueur de CU considérée. Les écarts relevés entre les valeurs de C d'un fluide à l'autre sont relativement minimes, et toutefois indépendants de la valeur choisie pour A. Ainsi la détermination de la valeur de A est un paramètre essentiel gouvernant les valeurs de C. Les indicateurs que sont la longueur capillaire et l'angle de contact permettent de comprendre les variations de A d'un fluide à l'autre. Enfin, la détermination de A est empirique, en ce sens le modèle pourrait être amélioré en déterminant une relation prédictive basée sur les paramètres du fluide pour la détermination de A.

Les variations du paramètre C, uniquement fonction du couple (x, y), ont conduit à la détermination de la structure octet-truss comme la plus intéressante en terme d'infiltrabilité. Toutefois, les variations de C sur l'espace des (x, y) sont complexes à expliquer. Il semble exister une corrélation au moins partielle entre les performances d'imprégnations et la connectivité. Celle-ci peut en partie s'expliquer par les profils de densités relatives en fonction de la hauteur de la CU (Figure 4-14), qui s'avèrent être plus homogènes pour les structures possédant de fortes connectivités.

La validation expérimentale sur l'eau a permis de montrer la relativement bonne acuité du modèle. Il s'avère pour autant que le modèle sous-estime la hauteur de remontée, ceci peut s'expliquer par la présence d'un état de surface rugueux favorable à la remontée capillaire. Les essais d'imprégnations menés sur l'époxy ont vérifiés l'influence de la topologie, celle-ci est en accord avec les données du modèle. De plus, l'effet de la taille de maille a également été vérifié. La comparaison des hauteurs maximales par rapport au modèle n'a pas pu être réalisée compte tenu de l'absence de mesures expérimentales des tensions de surface et de la viscosité dynamique de l'époxy employé. L'infiltration métallique est illustrée dans ce manuscrit au travers

d'un exemple démontrant la faisabilité du concept. Néanmoins, un manque de maîtrise des paramètres procédés limite à l'heure actuelle la réalisation de ces CMMs, avec notamment une difficulté à conserver l'intégrité structurelle du squelette.

### 4.3. Elaboration et caractérisation métallurgique de composites à matrice d'aluminium et squelette architecturé macroscopique en alliage de titane,

Nous avons vu dans la partie 4.1.4 que l'action capillaire et celle de la gravité sont opposées. Dans la partie 4.2.3.2, nous avons montré que la longueur de CU unitaire joue un rôle de premier ordre dans l'estimation de la hauteur maximale d'infiltration spontanée. La courbe Figure 4-13.b a permis de délimiter l'influence de la gravité en fonction de la longueur de CU. Dans cette partie, nous nous intéresserons à l'élaboration d'un composite dont le squelette est formé de mailles dont les longueurs sont supérieures à 1 mm, c'est en ce sens que nous parlerons de « squelette architecturé macroscopique » ; en opposition à un squelette microscopique dont les longueurs de CU sont inférieures à 1 mm.

#### 4.3.1. Matériaux et méthodes

##### *Le squelette :*

Le renfort du composite est composé de squelette architecturé en Ti64 obtenue par SLM selon la même procédure qu'en partie 2.4. Il s'agit d'échantillons de section circulaire de 15 mm et d'une hauteur de 15 mm. Trois longueurs de mailles différentes ont été produites : 3 mm, 1,5 mm et 1 mm. Tous les squelettes ont une densité relative de 0,37. En relation avec les propriétés effectives déterminées au chapitre 2, l'octet-truss a été déterminé comme une topologie mécaniquement optimisée en vue de l'élaboration du composite. De plus, pour les tailles de maille considérées, il a été montré que l'influence de la capillarité est faible devant l'action de la gravité selon la Figure 4-13.b.

##### *La matrice :*

La matrice est un aluminium série 1050, la composition est rappelée en Table 4-3. Des lopins ont été découpés d'un barreau de diamètre 15 mm, la masse d'aluminium a été choisie comme 1,2 fois la masse théorique nécessaire, ce qui conduit à une masse totale d'aluminium d'environ 6,5 g par échantillon.

Table 4-3 : Composition chimique d'un alliage d'aluminium série 1050.

Si	Fe	Cu	Mn	Mg	Zn	Ti	Autres	Al
< 0,25	< 0,4	< 0,05	< 0,05	< 0,05	< 0,07	< 0,05	< 0,03	> 99,5

##### *Elaboration :*

Avant élaboration, les squelettes et les charges d'aluminium ont été nettoyés successivement à l'acétone et à l'éthanol sous ultrason. Ils ont ensuite été placés en étuve 12 h à 90° C de sorte à limiter toute contamination extérieure.

La charge est placée sur la *lattice* ; le tout est déposé dans un récipient en alumine et placé dans le creuset froid du four de fusion (voir Figure 4-19). Dans cette position l'action électromagnétique est principalement exercée sur le squelette, qui en chauffant va permettre la fusion de l'aluminium. La fusion sous creuset froid ne contient pas beaucoup de paramètres d'élaboration. On relèvera le temps de fusion, la tension et l'atmosphère. Pour tous les tests, une atmosphère protectrice d'argon est utilisée après plusieurs cycles de purge vide partiel/argon.

La puissance de chauffe a également été maintenue fixe. Des pré-tests ont été conduits : pour de l'aluminium seul ; ce qui a permis de déterminer une fusion à partir de 8 kV. Puis un second test, dans des conditions réelles en présence de la structure *lattice* a conduit à la détermination d'une tension optimale de 10 kV. Pour chaque longueur de CU, trois temps de fusion ont été employés 20, 40 et 90 secondes afin d'étudier l'influence du temps d'élaboration sur les porosités, les phases en présence et la microstructure.

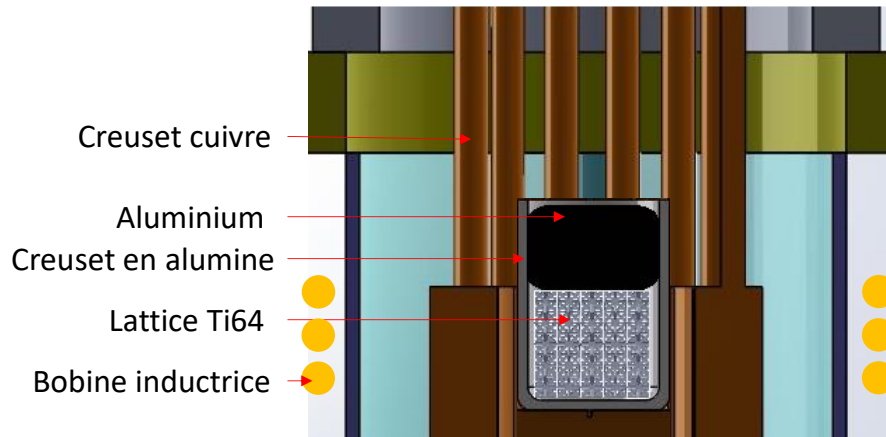


Figure 4-19 : Schéma de la mise en place des éléments du composite dans un creuset froid.

#### *Préparations et analyses métallurgiques :*

Les composites élaborés ont été découpés en six tranches transversales à la section. Après enrobage, les échantillons ont été polis avec du papier SiC avec une taille de particule de 600 à 4000 particules.cm<sup>-2</sup>, suivi d'un polissage de finition avec une suspension d'alumine de 0,1 µm.

Les analyses de porosités ont été menées par analyses d'images obtenues sur un microscope optique Zeiss Axio Imager 2 avec un grossissement de x20. Plusieurs images sont utilisées pour couvrir une surface supérieure à 150 mm<sup>2</sup> (soit la quasi-totalité des tranches découpées). Le logiciel de traitement d'image ImageJ2 [109] a permis l'analyse des micrographies. Dans un premier temps, une opération de binarisation a permis d'extraire la fraction de vides pour une surface donnée de sorte à estimer un taux de porosités par tranche. Certains échantillons ont subi une analyse qualitative des porosités par µ-CT en vue de vérifier certains détails relatifs à l'analyse des porosités complexes à obtenir par des micrographies 2D. Les opérations de traitement



d'images de seuillage ont permis la détection et la quantification de porosité jusqu'à une taille de 1,5  $\mu\text{m}$  (3 voxels au minimum par pore).

Les analyses de phases ont été menées à l'aide d'un diffractomètre RX Bruker D8 Advance Twin équipée d'une anode en Cu ( $\lambda_{\text{Cu}} = 0,154 \text{ nm}$ ).

Les images issues de microscopie électronique à balayage (MEB) ont été réalisées sur deux appareils différents : un Zeiss Supra40 et un JEOL 6500F, il s'agit de deux MEBs à émission de champs. Les images ont été prises à une tension d'accélération de 20 kV pour des distances de travail comprises entre 8 et 11 mm.

#### 4.3.2. Résultats et discussions

##### 4.3.2.1. Analyse des porosités

Dans cette partie nous nous intéresserons uniquement aux porosités issues de l'élaboration du composite. On observe quatre types de porosités différents :

- Les manques de fusion : il s'agit d'importants volumes continus que le métal liquide ne parvient pas à remplir, on les retrouve principalement en périphérie de l'échantillon entouré en rouge sur la Figure 4-20, Lorsqu'ils sont retrouvés en partie supérieures, ils s'apparentent plutôt à des retassures, tandis qu'en partie inférieure (voir Figure 4-22) ils semblent plutôt s'apparenter à un temps de fusion trop court (uniquement observé sur l'échantillon pour  $L = 3 \text{ mm}$  et un temps de fusion de 20 secondes).
- Les porosités macroscopiques : il s'agit de porosités d'une taille de plusieurs centaines de microns. On les observe principalement sur les échantillons dont les tailles de CU sont égales à 1 et 1,5 mm. Ces pores adoptent des formes très circulaires, qui suggèrent des bulles « bloquées » entre deux nœuds du réseau (entouré en violet sur la Figure 4-20).
- Les porosités de tailles intermédiaires : elles sont les plus difficiles à identifier sur une coupe 2D ; elles peuvent aisément être confondues avec la catégorie précédente. Sur la Figure 4-20, on les trouve entourées en vert ; on remarque que leurs formes sont beaucoup moins sphériques. De plus, leurs positions dans le réseau sont différentes des porosités macroscopiques, elles se situent plutôt autour des poutres du réseau.
- Les microporosités : il s'agit des pores les plus petits ; on les retrouve dans deux types de positions (en noir sur la Figure 4-20) : i) au sein de la matrice, il s'agit de porosités conventionnelles issues de la fonderie de l'aluminium ii) un deuxième type semble plutôt se positionner proche des parties du réseau. D'après leurs tailles, on peut suggérer qu'il s'agit de microbulles coincées dans les rugosités de surface associées au procédé SLM.

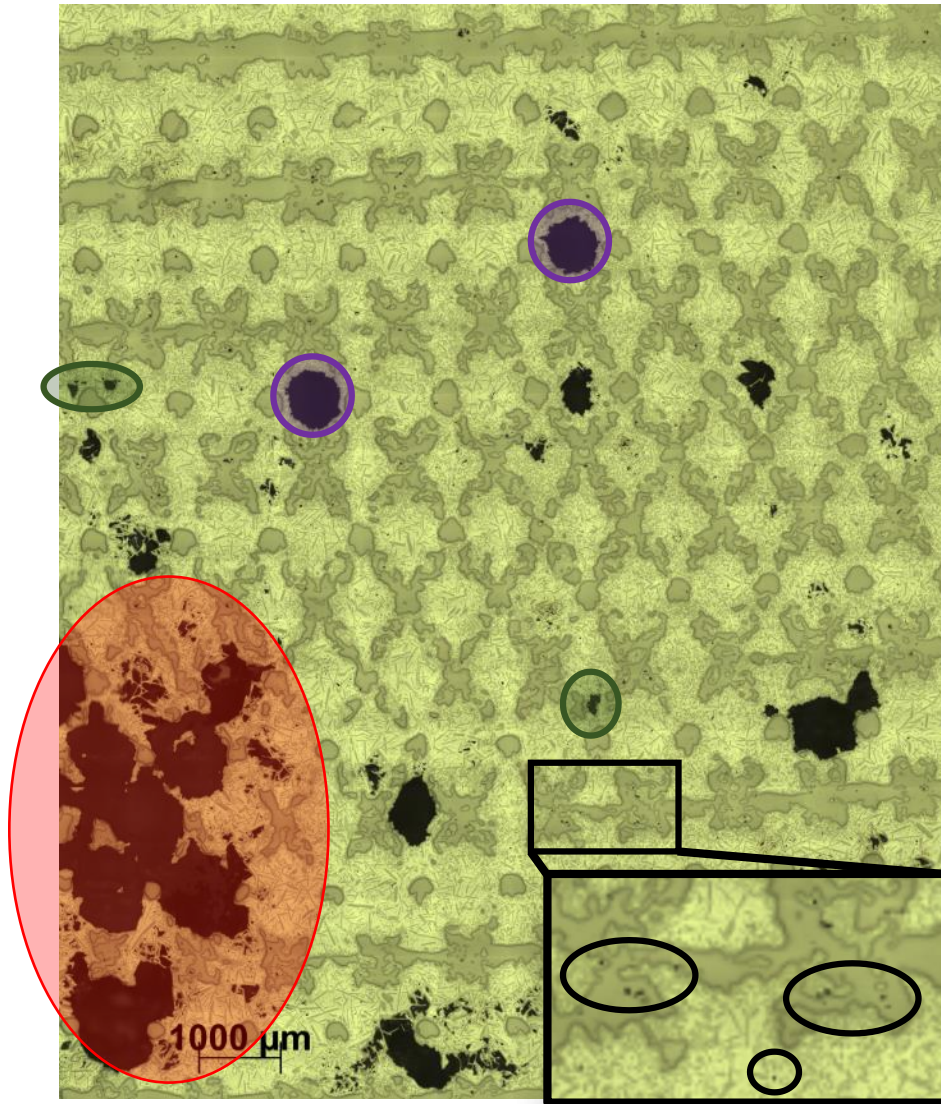


Figure 4-20 : Un matériau hybride Ti64/Al avec un squelette dont les mailles cubiques font 1mm de côté, après 40 secondes de temps de fusion. On trouve différents types de porosités : les manques de fusion (rouge), les macroporosités (violet), les porosités intermédiaires (vert) et les microporosités (noir).

La Figure 4-21.a montre une reconstitution 3D d'un composite élaboré. On retrouve en bleu foncé le squelette de Ti64 et en bleu clair la matrice d'aluminium. Le squelette extrait de la matrice en Figure 4-21.b atteste de la conservation de son intégrité suite à l'élaboration. Sur la Figure 4-21.c, on retrouve les différents types de porosités précédemment cités (hormis le manque de fusion). Les zones entourées en rouge sont des exemples représentatifs des porosités de tailles intermédiaires ; on remarque ici une tendance de ces pores à s'enrouler autour d'une poutre. On peut également remarquer que les porosités microscopiques semblent être regroupées en amas au sein de la matrice. De plus, en fonction de la hauteur sur l'échantillon (Figure 4-21,c), on peut remarquer que les porosités semblent avoir une taille de plus en plus importante. On voit une possible coalescence de ces porosités qui sont à l'origine de la formation des porosités intermédiaires (autour d'une poutre) ou macroscopiques (autour d'un nœud).

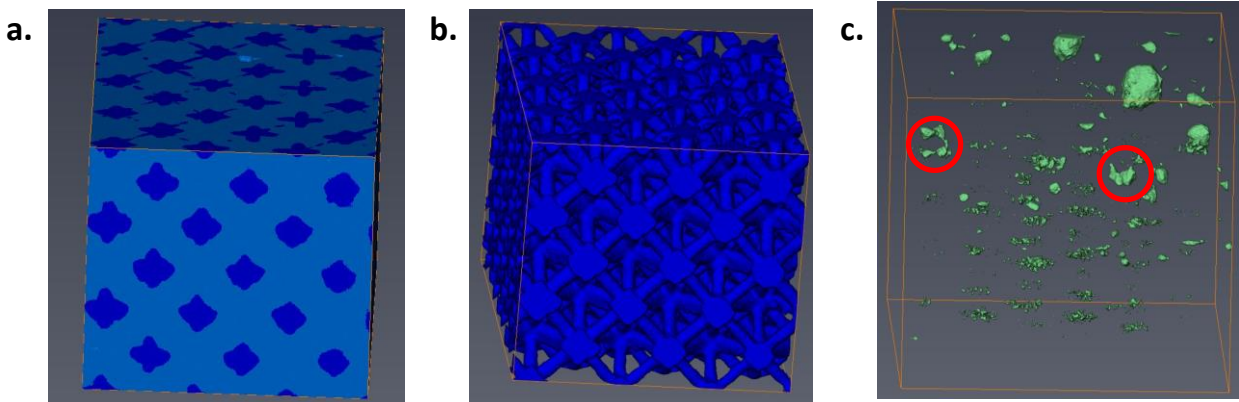


Figure 4-21 : Reconstitution 3D d'une acquisition en  $\mu$ -CT d'un matériau hybride Ti64/Al, dont le squelette est un octet-truss d'une longueur de maille de 3mm et un temps de fusion de 90 secondes (taille de voxel de 2  $\mu$ m), a. la matrice et les renforts, b. le squelette extrait de la matrice et c. la répartition des pores au sein du composite et des exemples de porosités de tailles intermédiaires entourées en rouge.

La Figure 4-22 montre une micrographie représentative des échantillons pour 3 tailles de maille, On retrouve les différents types de porosités préalablement décrits. L'échelle du squelette ainsi que le temps de fusion ont tous deux une influence sur la morphologie et le taux de porosités dans le composite. Abordons tout d'abord la morphologie des pores en fonction de la taille de la CU :

- *Lattice* de 3 mm : on retrouve principalement des manques de fusion dans les parties supérieures et inférieures de l'échantillon. La diminution de ces zones avec le temps de fusion laisse suggérer un temps de fusion trop court pour les échantillons à 20 et 40 secondes. On peut également les identifier comme des retassures. On remarque une présence importante de pores de tailles intermédiaires en comparaison avec des pores macroscopiques. La taille des porosités du squelette de l'ordre de plusieurs millimètres implique qu'il y a eu formation de bulles gazeuses du même ordre. Or, plus une bulle est grande plus sa remontée est rapide dans un liquide. Il en découle donc que la taille de la CU limite fortement l'apparition de porosités macroscopiques, et de nombreuses porosités d'une taille inférieure à 100  $\mu$ m sont réparties dans l'échantillon.
- *Lattice* de 1,5 mm : dans ce cas le seul manque de fusion est observé pour un temps de fusion de 40 secondes. On remarque une forte présence de porosités de taille macroscopique pour le temps de fusion de 20 secondes. Ces pores semblent « bloqués » entre deux nœuds et occupent un espace de plusieurs centaines de microns. On peut estimer que l'agitation électromagnétique permet progressivement de dégager ces pores de leurs positions et de rejoindre la surface. Après 90 secondes de fusion, les porosités macroscopiques sont quasiment absentes, on observe cependant une forte altération du squelette qui suggère une dissolution du squelette dans la matrice en fonction du temps.

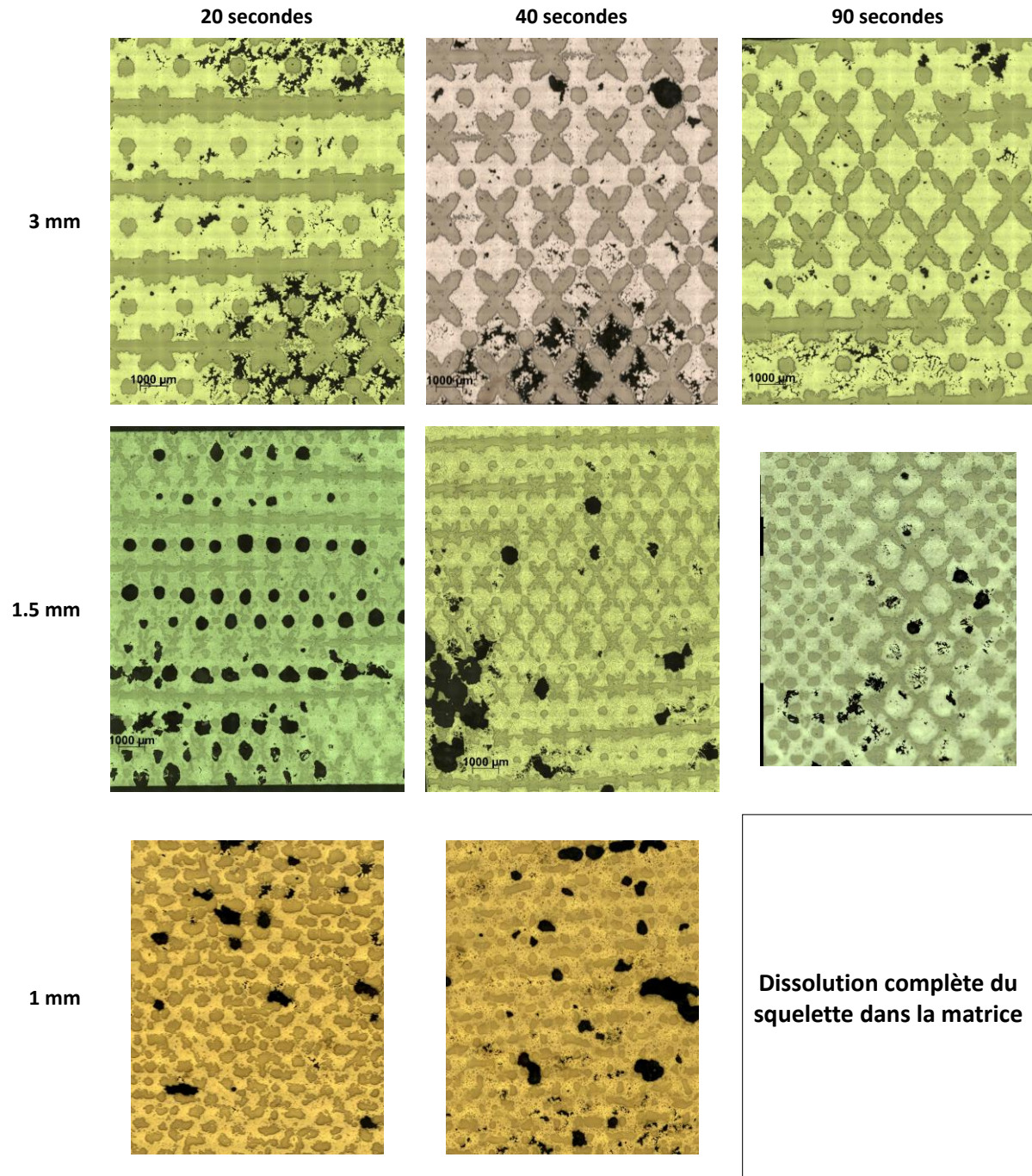


Figure 4-22 : Micrographies optiques des différents matériaux hybrides : la phase foncée correspond à la lattice, la plus claire à la matrice et la phase noire aux porosités, pour les trois tailles de mailles considérées : 3 mm, 1,5 mm et 1 mm et les trois temps de fusion : 20, 40 et 90 secondes.

- *Lattice* de 1 mm : on observe la présence de beaucoup moins de porosités macroscopiques ; de plus, celles-ci ne sont plus situées en partie supérieure de l'échantillon, et elles tendent à nouveau à diminuer avec le temps de fusion. La dissolution du squelette est une nouvelle fois présente et semble avoir une cinétique plus rapide que pour les échantillons précédents, probablement dû à une plus grande densité d'interface

entre le renfort et la matrice disponible pour la dissolution. Après 40 secondes, la dégradation du squelette est relativement équivalente à celle du squelette de 1,5 mm après 90 secondes de fusion.

La différence de répartition des porosités entre les différentes tailles de maille n'est pas triviale, Pour un squelette de 3 mm, la formation et la croissance des bulles dans la matrice liquide ne semblent pas être entravée par le squelette. A contrario, pour une taille de CU de 1,5 mm, celles-ci sont complètement piégées, et pour une taille de 1mm elles n'existent quasiment pas. Ceci laisse supposer que les mécanismes d'infiltrations mis en jeux sont fonction de la taille de la CU. Bien évidemment, on peut suggérer l'influence grandissante de l'action capillaire à mesure que la taille de maille diminue. Deux éléments en sont de clairs indicateurs. Premièrement, on peut remarquer pour les huit micrographies de la Figure 4-22 que quasiment aucune partie des squelettes n'est en contact direct avec une porosité. Il semble que dans tous les cas, une couche d'aluminium se soit déposée sur le squelette de Ti64, marqueur de la bonne mouillabilité de l'aluminium et donc d'une action capillaire. Secondement, l'absence de porosités macroscopiques en partie inférieure des échantillons de 1 mm montre qu'une part de l'infiltration de ces réseaux est gouvernée par la capillarité. On peut donc d'une certaine façon en déduire que pour une taille de 1,5 mm cette action n'est pas suffisante pour permettre la remontée des porosités pour un temps de fusion de 20 secondes. Tandis que l'infiltration d'un réseau de mailles de 3 mm soit pleinement gouvernée par la gravité.

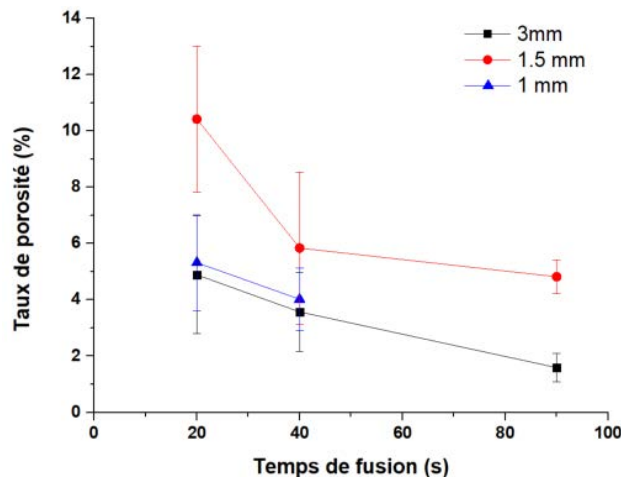


Figure 4-23 : Taux de porosités en fonction du temps de fusion pour les trois tailles de mailles considérées.

La Figure 4-23 donne les taux de porosités moyens obtenus après infiltration, on retrouve la plus forte fraction de porosités pour la taille de maille de 1,5 mm en comparaison des deux autres tailles de CU pour de faibles temps de fusion. Pour les mailles de 3 mm, un taux de porosités autour de 2 % est obtenu après 90 secondes de fusion, ce qui est gage d'une relativement bonne qualité d'élaboration. Pour les tailles de 1,5 et 1 mm, les taux de porosités ne sont pas critiques (4 à 6 %), mais on observe pourtant une dissolution partielle du squelette dans la matrice.

#### 4.3.2.2. Analyses des phases en présence par diffraction des rayons X

La Figure 4-24 montre les différents diffractogrammes obtenus sur les composites élaborés. On retrouve trois phases majoritaires : une phase cubique faces centrées (cfc), une phase hexagonale et une troisième phase quadratique. La phase cubique peut aisément être assimilée à la phase de l'aluminium compte tenu de l'absence de changement de phase de cette composition en fonction des températures de refroidissement. Le paramètre de maille de cette phase ( $a = 4,0496 \text{ \AA}$ ) est similaire à celui de la phase cfc-Al ( $a = 4,046 \text{ \AA}$ ) [112].

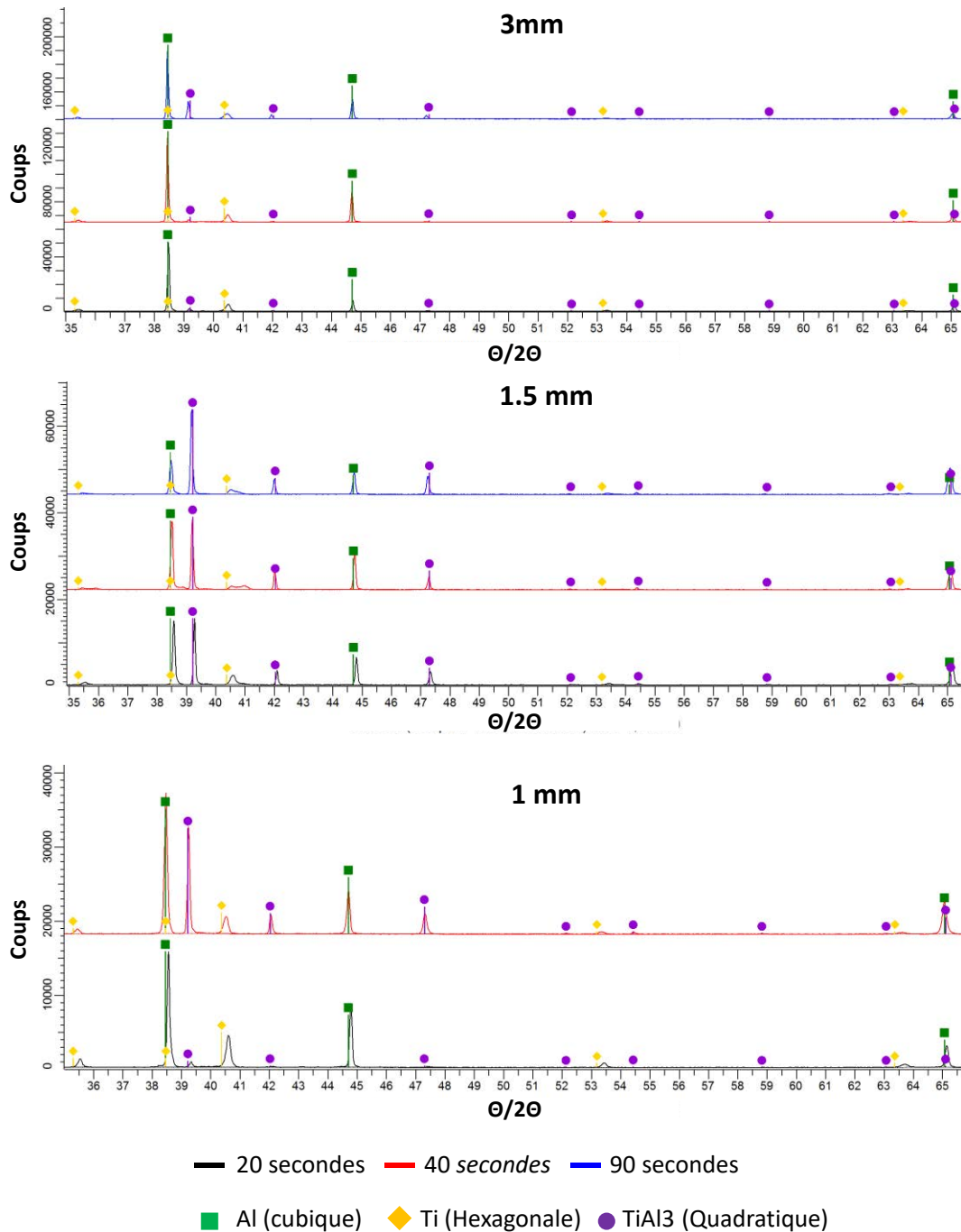


Figure 4-24 : Diffractogrammes  $\Theta/2\Theta$  obtenus pour les différents composites élaborés pour les trois hauteurs de mailles considérées (de haut en bas) et les différents temps de fusion de 20 s (noir), 40 s (rouge) et 90 s (bleu).

La phase hexagonale correspond à la phase  $\alpha$  de l'alliage de titane, avec des paramètres de mailles :  $a = 2,918 \text{ \AA}$  et  $c = 4,662 \text{ \AA}$ . En fonction des vitesses de refroidissement, il est également possible d'obtenir des structures cubiques dite  $\beta$  et hexagonales  $\alpha'$ . Les structures  $\alpha'$  sont couramment obtenues pour des Ti64 produit par SLM [113, 114], mais ne sont pas détectables par DRX car indiscernables de la phase  $\alpha$ . De plus, la phase  $\beta$  ne semble pas être détecté, par conséquent, si elle est présente, celle-ci l'est forcément de façon minoritaire (< 5 %).

La troisième phase est indexée comme un intermétallique  $\text{TiAl}_3$ , il s'agit d'un aluminure de titane de structure quadratique dont les paramètres de mailles sont les suivants :  $a = 3,846 \text{ \AA}$  et  $c = 8,594 \text{ \AA}$ . C'est une phase fréquemment observée lors de la diffusion entre Ti et Al [115, 116, 117], sa formation s'explique par la forte proportion d'aluminium apporté [118].

Pour les trois tailles de mailles considérées, on peut remarquer qualitativement l'augmentation des pics de la phase  $\text{TiAl}_3$  en fonction du temps de fusion. Il apparait également que cette évolution est fonction de la taille de maille : plus celle-ci est faible, plus l'intensité des pics associés est importante (par exemple les trois diffractogrammes rouges de la Figure 4-24). Cette croissance de la phase intermétallique semble se faire principalement au détriment de la matrice en Ti64 (diminution plus importante des pics de la phase hexagonale que ceux de la phase cubique).

#### 4.3.2.3. Influence des paramètres d'élaboration sur les microstructures

*Les différents types de microstructures en présence :*

La Figure 4-25 illustre les différents types de microstructures que l'on retrouve dans les composites élaborés. Les analyses chimiques par pointés EDX donnent également une estimation de la composition de chaque phase en présence (% molaire). On distingue les 5 types de microstructures suivantes :

- Phase A : il s'agit du squelette de Ti64. On observe une morphologie lamellaire qui confirme la présence d'une phase de « type »  $\alpha$ . Elle fait suite au revenu (lors de l'infiltration) de la phase  $\alpha'$  initialement contenue dans les grains préliminaires  $\beta$  et caractéristique des vitesses de refroidissements rapides du procédé SLM.
- Phase B : le contraste plus sombre de cette phase par rapport à la phase A indique que les éléments de cette phase sont moins denses que ceux de la phase A. Cette observation couplée à l'analyse chimique désigne cette phase comme la matrice d'aluminium.
- Phase C : il s'agit du composé intermétallique formé à l'interface entre le squelette et la matrice. On retrouve une stœchiométrie très proche d'un aluminure de titane  $\text{TiAl}_3$  conformément à l'analyse de la partie 4.3.2.2. On remarque que cette phase prend une forme nodulaire, la morphologie de cette phase en fonction des paramètres d'élaboration sera rediscutée dans la partie suivante.

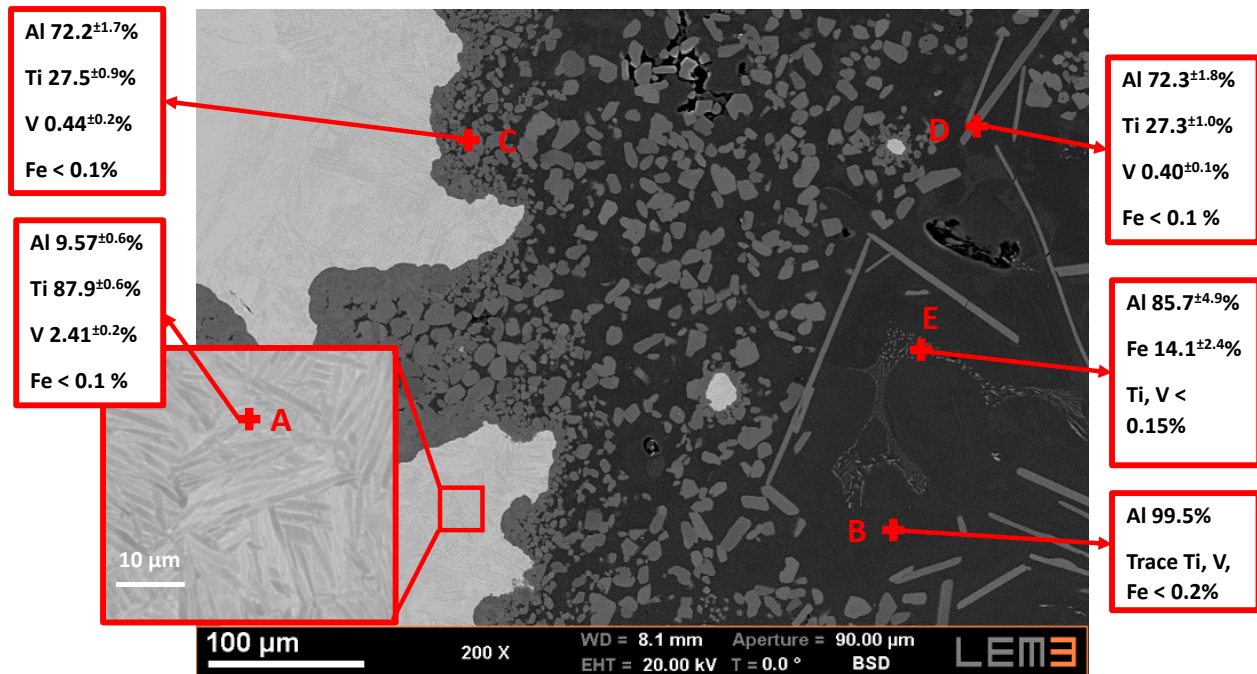


Figure 4-25 : Micrographie BSE d'un composite Ti64/Al élaboré par creuset froid (taille de maille = 3mm, temps de fusion = 90 sec) et les analyses EDX pour les différents types de microstructures en présences. Les analyses chimiques par pointés de chaque phases.

- Phase D : l'analyse chimique semble indiquer qu'il s'agit également de l'intermétallique  $TiAl_3$ , mais elle se retrouve sous forme de palette et en général loin des parois du squelette.

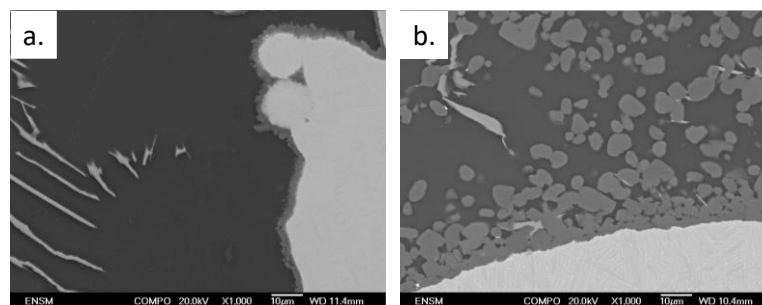


Figure 4-26 : Imagerie BSE des deux types de répartition des aluminures de fer a. pour un faible temps de fusion en lamelle dans la matrice et b. pour une temps de fusion de 90 secondes enchevêtrées avec les nodules de  $TiAl_3$ .

- Phase E : il s'agit d'une phase inattendue ; présente dans tous les essais, elle est associée aux impuretés de l'aluminium et/ou du Ti64; sa composition semble indiquer un intermétallique de type Al-Fe, probablement un composé  $Al_3Fe$ . Il s'agit de lamelles de quelques micromètres d'épaisseurs, peu présentes et réparties de façon homogène dans la matrice sous les deux formes représentées en Figure 4-26. Pour des temps de fusion faibles, celles-ci prennent une forme de lamelles dans la matrice (Figure 4-26.a). On peut également distinguer sur la Figure 4-27, pour les micrographies après 20 secondes de fusion, qu'une ségrégation de cette phase intermétallique semble dessiner des joints de grain dans la matrice d'aluminium. Pour des temps de fusion importants, on retrouve



cette phase enchevêtrée avec les nodules d'aluminure de titane (Figure 4-26.b). L'analyse DRX et les micrographies tendent à indiquer que cette phase minoritaire est indépendante du temps de fusion et du squelette. Elle ne sera donc pas étudiée davantage au cours de ce chapitre. Cet intermétallique est également retrouvé pour des conditions voisines dans la référence [116].

*Etude des microstructures en fonction des temps de fusion :*

Nous avons pu voir que la génération de l'interphase de  $TiAl_3$  est expliquée par le phénomène de diffusion et dépend donc du couple temps/température. Dans notre cadre, nous considérons la température comme reliée à la tension appliquée qui est constante, de sorte que la cinétique de diffusion soit principalement gouvernée par le temps.

La Figure 4-27 illustre l'évolution des microstructures pour les différentes tailles de maille et les temps de fusion étudiés. On y retrouve les différentes microstructures présentées dans la section précédente. Cependant, la fraction d'une phase par rapport aux autres semble fortement dépendante du temps de fusion.

Pour un temps de fusion de 20 secondes, on retrouve pour les tailles de mailles :

- de 3 et 1 mm : très peu de nodules ou de lamelles de  $TiAl_3$  avec une identification plus ou moins marquée de l'aluminure de fer. On remarque également une faible altération des surfaces externes du squelette avec la présence de nombreuses particules circulaires typiques des procédés de fusion sur lit de poudre.
- pour la maille de 1,5 mm, à contrario, on retrouve une forte concentration en  $TiAl_3$  sous forme de nodules et une dissolution partielle du squelette. Ceci laisse présager un manque de maîtrise du temps de fusion de cet échantillon. Excepté pour l'échantillon de 1,5 mm, on retrouve des interfaces d'une taille de l'ordre de quelques micromètres comme le montre la Figure 4-28.a.

Pour un temps de fusion de 40 secondes, on observe :

- pour des tailles de mailles de 3 et 1,5 mm, on observe la présence de nodules et lamelles de  $TiAl_3$ . Néanmoins, leurs répartitions n'est pas homogènes, on retrouve les nodules proches du squelette quand les palettes en sont éloignées.
- pour des mailles de 1 mm, seules les morphologies nodulaires sont observables.

Pour les trois tailles de mailles, la largeur de l'interface est au maximum d'une dizaine de micromètres.

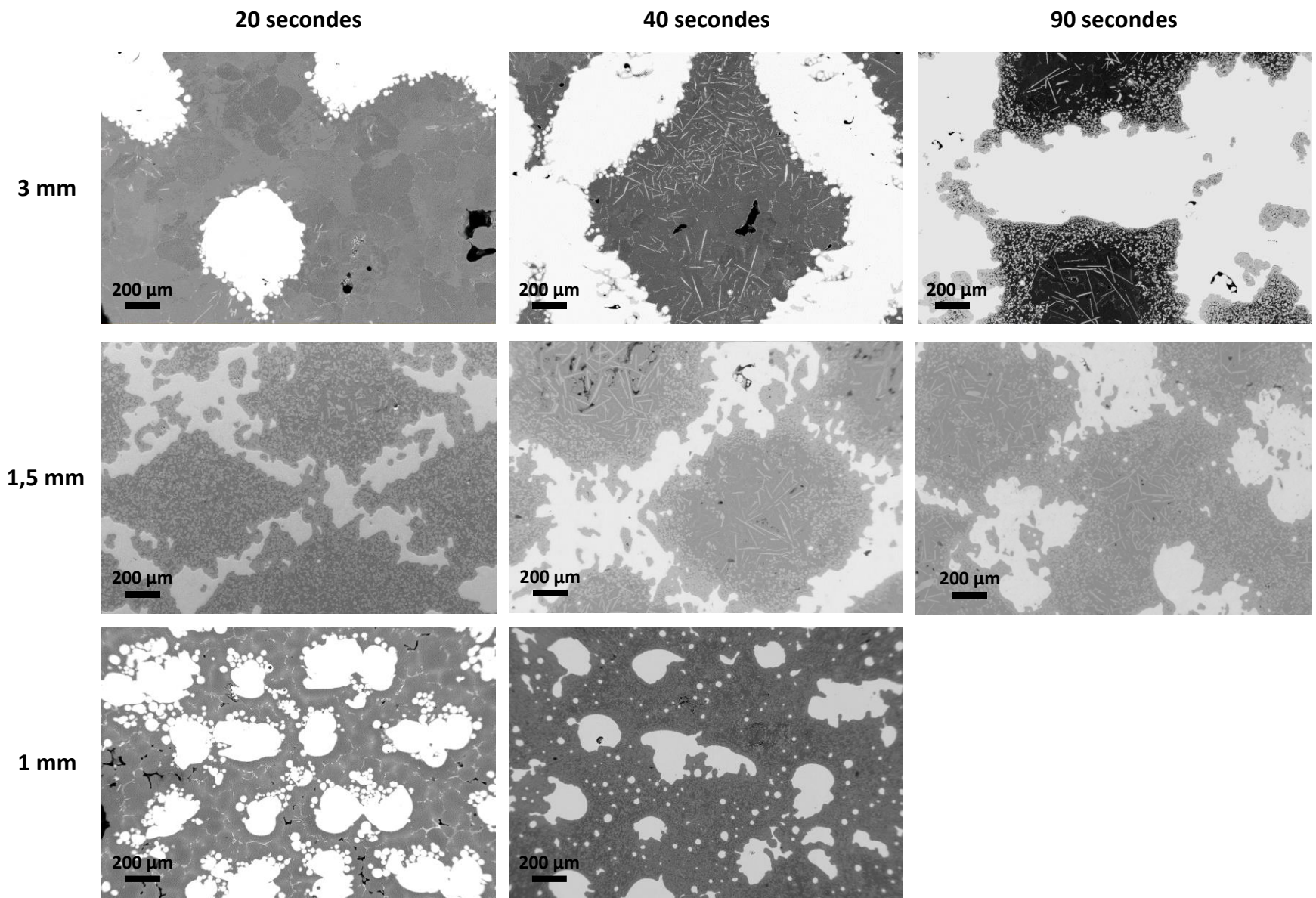


Figure 4-27 : Les différentes microstructures obtenues en fonction des tailles de mailles et du temps de fusion.

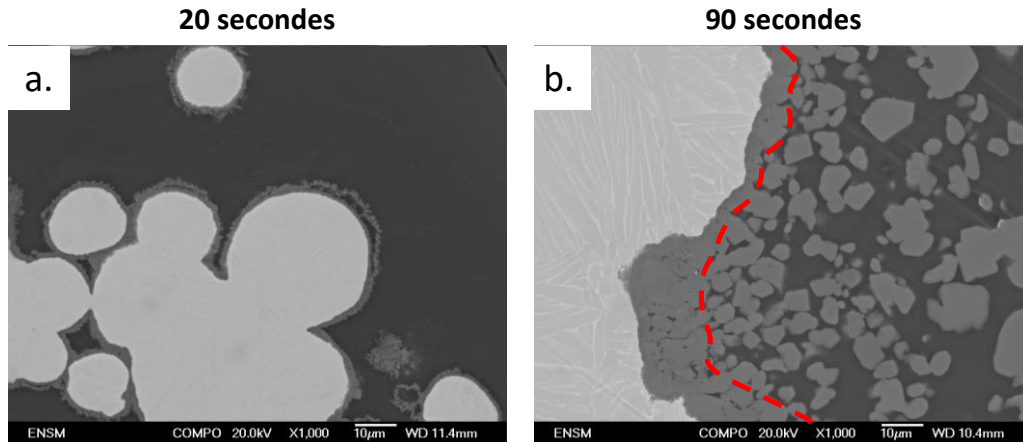


Figure 4-28 : Morphologie des interfaces pour a, un temps de fusion de 20 secondes et b, 90 secondes, en rouge pointillé une délimitation possible de l'interface, pour des tailles de maille d'une longueur de 1mm.

Pour un temps de fusion de 90 secondes :

- pour les mailles de 3 mm et 1,5 mm on remarque une augmentation de la fraction de nodule et de palette ; de plus, la fraction de nodule semble plus prononcée que celle des palettes. Enfin, le phénomène de ségrégation des palettes et d'autant plus accentuée que pour des temps de fusion plus courts.

La Figure 2-28.c, montre l'interface entre le squelette et la matrice d'aluminium une nouvelle fois on retrouve une interface dont la largeur est d'une dizaine de microns.

On aurait pu naturellement s'attendre à une augmentation régulière de l'épaisseur de l'interface en fonction du temps de fusion. Néanmoins, il semble que dans le cas de l'élaboration en creuset froid, l'épaisseur de cette interface soit limitée. A partir d'une taille critique, on semble observer un décrochement d'une partie de l'interface sous forme de nodule. On peut suggérer que ce décrochement est fortement favorisé par l'agitation électromagnétique au sein de l'aluminium liquide. On remarque d'après la Figure 4-28.b que ces nodules semblent grossir à mesure qu'ils s'éloignent de l'interface. On peut ainsi supposer une coalescence de microparticules détachées de l'interface amenant à l'obtention de nodules de quelques dizaines de micromètres.

De plus, ces nodules semblent continuer à coalescer pour les mailles de 3 mm et 1,5 mm, entraînant la formation de particules sous formes de palettes dont la taille est de l'ordre de plusieurs centaines de microns de longueur. Cependant, ceci n'est plus observé pour la maille de 1 mm ou seule la coalescence des nodules entre elles semble avoir lieu.

Pour une maille de 3 mm, le volume de matrice d'aluminium est important entre deux parties du squelette. En effet, on observe une part plus importante de palettes que pour les plus petites mailles. Pour une maille de 1,5 mm, ce volume est réduit, et on constate sur la Figure 4-27 que les palettes sont moins présentes et se concentrent dans les zones les plus éloignées du squelette. Enfin, pour une maille de 1 mm, ces palettes sont absentes, ce qui laisse supposer que la coalescence est moins importantes et que seuls des nodules sont formés. En d'autres mots, la

taille des microstructures est fonction du volume dont elle dispose, On peut également supposer que ces palettes sont bloquées dans leurs formations par les inclusions d'aluminure de fer. La validation de ces hypothèses nécessite toutefois des analyses plus approfondies.

Les différences de morphologies et de répartitions du composé  $TiAl_3$  au sein des composites sont intimement liées à la taille de maille du squelette. En conséquence, plus celle-ci est petite, plus la surface spécifique en contact avec l'aluminium liquide est importante, et donc plus la formation d'intermétallique sera importante et rapide. Néanmoins, cette conclusion n'est valable que pour un temps de fusion assez long pour atteindre l'épaisseur critique de l'interface, permettant le décrochage du  $TiAl_3$ . En dessous de cette épaisseur, il est également possible d'élaborer des composites avec une très faible fraction de  $TiAl_3$  dans la matrice (à l'instar des micrographies pour un temps de fusion de 20 secondes des mailles de 3 et 1 mm de côté (Figure 4-27)).

#### 4.4. Conclusion partielle

Ce chapitre est dédié à l'élaboration de matériaux hybrides à matrice et renforts métalliques. Il est une application de la méthode « matériau A + matériau B + forme + échelle ». Les notions d'échelles et de formes sont ici étudiées du point de vue de l'infiltrabilité, via un modèle semi-phénoménologique d'infiltration spontanée. Celui-ci a mis en évidence une influence de premier ordre de l'échelle (étudié par l'influence de la longueur de CU). Des tailles de squelettes caractéristiques favorables à la capillarité ou à l'infiltration gravitaire ont été déterminées. La topologie et la densité relative ont une influence de second ordre. Le modèle a néanmoins permis de dégager leurs influences sur la remontée capillaire via la détermination d'une constante architecturale indépendante du liquide infiltrant et de la densité relative. Ceci a permis la sélection d'une structure optimale en vue de l'infiltration. Des éléments de validation expérimentaux ont confirmé les tendances observées sur le modèle pour un liquide, un polymère et un alliage en fusion. Dans les trois cas, la viabilité du concept est démontrée, cependant l'infiltration métallique a révélée certaines difficultés principalement associées à la gestion des paramètres d'élaboration. Les essais expérimentaux ont également permis de relever quelques limites du modèle, telles que l'influence de l'état de surface ou encore la bonne connaissance des propriétés physiques du fluide infiltrant. Ces limites peuvent évidemment être comblées, d'une part au travers de l'étude de « l'influence directe » de l'état de surface sur la remontée capillaire. On peut suggérer que l'état de surface obtenu par SLM agit comme un réseau poreux microscopique secondaire permettant un second phénomène à une échelle plus locale favorisant la remontée macroscopique. On pourrait en quelque sorte envisager une « remontée multi-échelle ». D'autre part, la bonne connaissance des propriétés physiques des infiltrants est souvent complexe à évaluer, par exemple la tension de surface de l'époxy est prise à une température ambiante. Or il est connu que la polymérisation est une réaction exothermique qui engendre une modifications des propriétés de surface et rhéologiques du fluide. Il semble donc nécessaire de caractériser les propriétés du fluide « au plus près » des conditions d'élaboration.

Du point de vue de l'élaboration les quatre éléments de la méthode « matériau A + matériau B + forme + échelle » ne peuvent que difficilement être étudiés indépendamment les uns des autres, Toutefois, le couplage des matériaux A et B, conditionné par la notion de mouillabilité, est un premier élément d'évaluation de la viabilité du composite. En effet le couple A/B conditionne directement la nature et la morphologie de l'interface. Dans notre cas, la génération d'une interphase pour les composites métal/métal est le gage de la bonne compatibilité des deux matériaux. A contrario, dans le cas du couplage époxy/métal, il apparait évident qu'une interphase ne peut être créée compte tenu des différences de liaisons atomiques entre les constituants des deux phases. La nature de l'interphase/interface conditionne les propriétés physiques du matériau hybride élaboré, sa maîtrise est donc un élément clef du contrôle du procédé. Les composites Al/Ti64 élaborés par creuset froid ont tous présenté une interphase

intermétallique  $TiAl_3$ . Du point de vue des propriétés mécaniques, les intermétalliques sont connus pour leurs caractères fragilisant. Nous avons cependant pu voir que la maîtrise des paramètres d'élaboration permet de contrôler cette interphase et dans notre cas, de générer ou non des particules intermétalliques au sein de la matrice. Le caractère fragile de l'intermétallique peut donc être employé à bon escient pour générer des matériaux sur mesure. Pour une application donnée, le design du squelette par rapport à la matrice est un premier pas. L'emploi d'un couplage métal/métal permet au travers des conditions d'élaboration (ou de traitement thermique) de réajuster les propriétés par rapport à un besoin initial. L'évaluation des propriétés mécaniques macroscopiques, comme celles de l'interphase et des inclusions est obligatoire pour la bonne compréhension de ces matériaux. La prise en compte des propriétés permet une maîtrise avancée du triptyque matériaux / procédé / performance introduit dans le chapitre 1. D'un autre point de vue l'emploi de matériaux hybrides métalliques générant des interphases peut être vue comme une méthode « matériau A + matériau B + forme + échelle + produits des matériaux (A+ B) ».

## Bibliographie

- [1] W, Qu, L, Zhang et S, Ren, «Review of metal matrix composites with high thermal conductivity for thermal management applications,» *Progress in natural science : Materials International* , vol, 21, pp, 189 - 197, 2011,
- [2] C, Saravanan, K, Subramania, V, Krishman et R, Narayanan, «Effect of Particulate Reinforced Aluminium Metal Matrix Composite A review,» *Mechanics and Mechanical Engineering*, vol, 19, n° %11, pp, 23 - 30 , 2015,
- [3] J, Kaczamr, K, Pietrzak et W, Wlosinski, «The production and application of metal matrix composite materials,» *Journal of Materials Processing Technology*, vol, 106, pp, 58 - 67, 2000,
- [4] H, Ye, X, Liu et H, Hong, «Fabrication of metal matrix composites by metal ijection molding - A review,» *Journal of Materials Processing and Technology*, vol, 200, pp, 12 - 24, 2008,
- [5] L, Zhang et H, Attar, «Selective Laser Melting of Titanium Alloys and Titanium Matrix Composites for Biomedical Applications : A review»,
- [6] M, Akbari, H, Baharvandi et O, Mirzaee, «Nano-sized aluminum oxide reinforced commercial casting A356 alloy matrix: Evaluation of hardness, wear resistance and compressive strength focusing on particle distribution in aluminum matrix,» *Composites Part B: Engineering*, vol, 52, pp, 262 - 268, 2013,
- [7] M, Ashby et Y, Bréchet, «Designing hybrid materials,» *Acta Materialia*, vol, 51, p, 5801–5821, 2003,
- [8] K, Tee, L, LU et M, Lai, «In situ processing of Al–TiB<sub>2</sub> composite by the stir-casting technique,» *Journal of Materials Processing Technology*, Vols, %1 sur %289 - 90, pp, 513 - 519, 1999,
- [9] H, Ding, H, Biermann et O, Hartmann, «Low cycle fatigue crack growth and life prediction of short-fibre reinforced aluminium matrix composites,» *International Journal of Fatigue*, vol, 25, n° %13, pp, 209 - 220, 2003,
- [10] M, Ravichandran et S, Dineshumar, «Synthesis of Al-TiO<sub>2</sub> Composites through Liquid Powder Metallurgy Route,» *SSRG International Journal of Mechanical Engineering* , vol, 1, pp, 12 - 15, 2014,
- [11] A, Kumar, M, Mahapatra et P, Jha, «Fabrication and Characterizations of Mechanical Properties of Al-4,5%Cu/10TiC Composite by In-situ Method,» *Journal of Minerals and Materials Characterization and Engineering* , vol, 11, pp, 1075 - 1080, 2012,
- [12] C, Atuanya et V, Aigbodion, «Evaluation of Al–Cu–Mg alloy/bean pod ash nanoparticles synthesis by double layer feeding–stir casting method,» *Journal of Alloys and Compounds*, vol, 601, pp, 251 - 259, 2014,
- [13] M, Kok, «Production and mechanical properties of Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub> particle-reinforced 2024 aluminium alloy composites,» *Journal of Materials Processing Technology*, vol, 161, n° %13, pp, 381 - 387, 2005,
- [14] S, Balasivanandha Prabu, L, Karunamoorthy, S, Kathiresan et B, Mohan, «Influence of stirring speed and stirring time on distribution of particles in cast metal matrix composite,» *Journal of Materials Processing Technology* , vol, 171, p, 268 – 273, 2006,
- [15] H, Abdizadeha, R, Ebrahimifard et M, Baghchesara, «Investigation of microstructure and mechanical properties of nano MgO reinforced Al composites manufactured by stir casting and powder metallurgy methods: A comparative study,» *Composites Part B: Engineering*, vol, 56, pp, 217 - 221, 2014,

- [16] A, Pawlowski, Z, Cordero, M, French, T, Muth, J, Carver, R, Dinwiddie, A, Elliott, A, Shyam et D, Splitter, «Damage-tolerant metallic composites via melt infiltration of additively manufactured preforms,» *Materials & Design*, vol, 127, pp, 346 - 351, 2017,
- [17] R, Gupta, S, Mehrotra et S, Gupta, «Evaluation and optimization of metal matrix composite strip produced by single roll continuous strip casting method,» *Materials Science and Engineering: A*, vol, 465, n° 11 - 2 , pp, 116 - 123, 2007,
- [18] M, Valencia Garcia, H, Martinez et A, Ortiz, *The Open Industrial & Manufacturing Engineering Journal*, vol, 3, pp, 1 - 6, 2010,
- [19] R, Keshavamurthy, S, Mageri, B, Naveenkumar, P, Kadakol et K, Vasu, «Microstructure and Mechanical Properties of Al7075-TiB2 in-situ composite,» *Research Journal of Materials Sciences*, vol, 1, n° 110, pp, 6 - 10, 2013,
- [20] A, Kumar, K, Biswas et B, Basu, «Hydroxyapatite-titanium bulk composites for bone tissue engineering applications,» *Journal of Biomaterials Research Part A*, vol, 103, n° 12, pp, 791 - 806, 2015,
- [21] R, MacKay, P, Brindley et F, Froes, «Continuous fiber-reinforced titanium aluminide composites,» *JOM*, vol, 43, pp, 23 - 29, 1991,
- [22] K, Zhu, Y, XU, T, Jing et H, Hou, «Fracture behavior of a composite composed by Ti-aluminide multi-layered and continuous-SiCf-reinforced Ti-matrix,» *Rare Metals*, vol, 36, pp, 279 - 297, 2017,
- [23] C, Loble et Z, Guo, «Processing of Ti-SiC metal matrix composites by tape casting,» *Materials Science and Technology* , vol, 14, pp, 1024 - 1028, 1998,
- [24] Groh et H,C,D, «One-Step Tape Casting of Composites via Slurry on Fiber,» Ohio Glenn Research Center, Cleveland, 2001,
- [25] R, Comin, M, Cid, L, Grinschpun, C, Oldani et N, Salvatierra, «Titanium-hydroxyapatite composites sintered at low temperature for tissue engineering: in vitro cell support and biocompatibility,» *Journal of Applied Biomaterials & Functional Materials*, vol, 15, pp, 176 - 183, 2017,
- [26] R, Thurston, «Elevated Temperature Tensile and Creep Behavior of a SiC Fiber-Reinforced Titanium Metal Matrix Composite,» Ohio Aerospace Inst, Cleveland, 1994,
- [27] S, Kimmig, S, Elgeti et J, You, «Impact of long-term thermal exposure on a SiC fiber-reinforced copper,» *Journal of Nuclear Materials*, vol, 443, pp, 386 - 392, 2013,
- [28] V, Paffenholz, «Synthese und Charakterisierung von SiCf/Cu-MatrixVerbundwerkstoffen und ihre Anwendung in einem Modell,» IPP-Report, Munich, 2010,
- [29] A, Herrmann, K, Schmid, M, Balden et H, Bolt, «Interfacial optimization of tungsten fibre-reinforced copper for high-temperature,» *Journal of Nuclear Materials*, Vols, 1 sur 2386 - 388, pp, 453 - 456, 2009,
- [30] D, McDanel, «Tungsten Fiber Reinforced Copper Matrix Composites,» NASA technical paper, 1989,
- [31] S, Lo, S, Dionne, M, Sahoo et H, Hawthorne, «Mechanical and tribological properties of zinc-aluminium metal-matrix composites,» *Journal of Materials Science*, vol, 27, n° 121, pp, 5681 - 5691, 1992,
- [32] G, Ranganath, S, Sharma et M, Krishna, «Dry sliding wear of garnet reinforced zinc/aluminium metal matrix composites,» *Wear*, vol, 251, pp, 1408 - 1413, 2001,
- [33] B, Song, Z, Whang, Q, Yan, Y, Zhang, J, Zhang, C, Cai, Q, Wei et Y, Shi, «Integral method of preparation and fabrication of metal matrix composite: Selective laser melting of in-situ



- nano/submicro-sized carbides reinforced iron matrix composites,» *Materials Science and Engineering: A*, vol, 707, pp, 478 - 487, 2017,
- [34] E, Pagounis, M, Talvitie et V, Lindroos, «Influence of the metal/ceramic interface on the microstructure and mechanical properties of HIPed iron-based composites,» *Composites Science and Technology*, vol, 56, pp, 1329 - 1337, 1996,
- [35] F, Witte, F, Feyerabend, P, Maier, J, Fischer, M, Störmer, C, Blawert, W, Dietzel et N, Hort, «Biodegradable magnesium–hydroxyapatite metal matrix composites,» *Biomaterials*, vol, 28, n° 113, pp, 2163 - 2174, 2007,
- [36] B, Selvam, P, Marimuthu, R, Narayanasamy, V, Anandakrishnan, K, Tun, M, Gupta et M, Kamaraj, «Dry sliding wear behaviour of zinc oxide reinforced magnesium matrix nano-composites,» *Materials and Design*, vol, 58, pp, 475 - 481, 2017,
- [37] H, Su, W, Gao, Z, Feng et Z, Lu, «Processing, microstructure and tensile properties of nano-sized Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub> particle reinforced aluminum matrix composites,» *Materials & Design*, vol, 36, pp, 590 - 596, 2012,
- [38] Y, Jang, S, Kim, S, Lee, D, Kim et M, Um, «Fabrication of carbon nano-sized fiber reinforced copper composite using liquid infiltration process,» *Composites Science and Technology*, vol, 65, pp, 781 - 784, 2005,
- [39] A, Argawal, S, Bakshi et D, Lahiri, Carbon nanotubes: reinforced metal matrix composites, Abingdon-on-Thames: Taylor and Francis, 2011,
- [40] K, Shirvanimoghaddam, S, Hamin, M, Akbari, S, Fakhroesini, H, Khayyam, A, Pakseresht, E, Ghasali, M, Zabet, K, Munir, S, Jia, J, Davim et N, Naebe, «Carbon fiber reinforced metal matrix composites: Fabrication processes and properties,» *Composites: Part A*, vol, 92, pp, 70 - 96, 2017,
- [41] L, L, W, Lui, Y, Tang, B, Shen et W, Hu, «Friction and wear properties of short carbon fiber reinforced aluminum matrix composites,» *Wear*, vol, 266, pp, 733 - 738, 2009,
- [42] G, Karthik, S, Panikar, G, Ram et R, Kottada, «Additive manufacturing of an aluminum matrix composite reinforced with nanocrystalline high-entropy alloy particles,» *Materials Science & Engineering A*, vol, 679, pp, 193 - 203, 2017,
- [43] A, Pawlowski, R, Dinwiddie, D, Splitter et A, Elliott, «Producing hybrid metal composites by combining additive manufacturing and casting,» *Advanced materials and process*, vol, 175, n° 17, pp, 17 - 21, 2017,
- [44] A, Moustafa, R, Dinwiddie, A, Pawlowski, D, Splitter, A, Shyam et Z, Cordero, «Mesostructure and porosity effects on the thermal conductivity of additively manufactured interpenetrating phase composites,» *Additive Manufacturing*, vol, 22, pp, 223 - 229, 2018,
- [45] E, Cakmak, N, Sridharan, S, Venkatakrishnan, H, Bilheux, L, Santodonato, A, Shyam et S, Babu, «Feasibility Study of Making Metallic Hybrid Materials Using Additive Manufacturing,» *Metallurgical and Materials Transactions A*, vol, 49, pp, 5035 - 5041, 2018,
- [46] G, Martin, D, Fabrègue, F, Mercier, J, Chafino-Aixa, R, Dendievel et J, Blandin, «Coupling electron beam melting and spark plasma sintering: A new processing route for achieving titanium architected microstructures,» *Scripta Materialia*, vol, 122, pp, 5 - 9, 2016,
- [47] B, Ralph, H, Yuen et W, Lee, «The processing of metal matrix composites - an overview,» *Journal of Materials Processing Technology*, vol, 63, pp, 339 - 353, 1997,
- [48] P, Garg, A, Jamwal, D, Kumar, K, Sadasivuni, C, Hussain et P, Gupta, «Advance research progresses in aluminium matrix composites: manufacturing & applications,» *Journal of Materials Research and Technology*, p, In press, 2019,

- [49] K, Manu, L, Raaj, T, Rajan et M, Gupta, «Liquid Metal Infiltration Processing of Metallic Composites: A Critical Review,» *Metallurgical and Materials Transactions B*, vol, 47, n° 1B, pp, 2799 - 2819, 2016,
- [50] F, Ortega-Celaya, M, Pech-Canul, J, Lopez-Cuevas, J, Rendon-Angeles et M, Pech-Canul, «Microstructure and impact behavior of Al/SiCp composites fabricated by pressureless infiltration with different types of SiCp,» *Journal of Materials Processing and Technology*, vol, 183, n° 12 - 3, pp, 368 - 373, 2007,
- [51] T, Sercombe et G, Schafer, «On the role of tin in the nitridation of aluminium powder,» *Scripta Materialia*, vol, 55, pp, 323 - 326, 2006,
- [52] N, Rasmussen, P, Hansen et S, Hansen, «High pressure die casting of fibre-reinforced aluminium by preform infiltration,» *Materials Science and Engineering: A*, vol, 135, pp, 41 - 43, 1991 ,
- [53] J, Blucher, «Discussion of a liquid metal pressure infiltration process to produce metal matrix composites,» *Journal of Materials Processing Technology*, vol, 30, pp, 381 - 390, 1992,
- [54] L, Qi, L, Su, J, Zhou, J, Guan, X, Hou et H, Li, «Infiltration characteristics of liquid AZ91D alloy into short carbon fiber preform,» *Journal of Alloys and Compounds*, vol, 527, pp, 10 - 15, 2012,
- [55] A, Demir et N, Altintok, «Effect of gas pressure infiltration on microstructure and bending strength of porous Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub>/SiC-reinforced aluminium matrix composites,» *Composite Science and Technology*, vol, 64, pp, 2067 - 2074, 2004,
- [56] R, Andrews et A, Mortensen, «Lorentz-force-driven infiltration by aluminium,» *Materials Science and Engineering A*, vol, 144, pp, 165 - 168, 1991,
- [57] S, Jayalakshmi, R, Singh et M, Gupta, «Synthesis of Light Metal Nanocomposites : Challenge and Opportunities,» *Indian journal of advances in chemical science*, vol, 1, pp, 283 - 288, 2016,
- [58] J, Wannasin et M, Flemings, «Fabrication of metal matrix composites by a high-pressure centrifugal infiltration process,» *Journal of Materials Processing Technology*, vol, 169, n° 12, p, 143 - 149, 2005,
- [59] Y, Nishida, I, Shirayanagi et Y, Sakai, «Infiltration of fibrous preform by molten aluminum in a centrifugal force field,» *Metallurgical and Materials Transactions A*, vol, 27, n° 12, pp, 4163 - 4169, 1996,
- [60] J, Mistry et P, Gohil, «Research review of diversified reinforcement on aluminum metal matrix composites: fabrication processes and mechanical characterization,» *Science and Engineering of Composite Materials*, vol, 25, pp, 633 - 647, 2016,
- [61] C, Lu, K, Tieu et D, Wexler, «Significant enhancement of bond strength in the cumulative roll bonding process using nano-sized SiO<sub>2</sub> particles,» *Journal of Processing Technology*, vol, 209, pp, 4830 - 4834, 2009,
- [62] F, Shehata, A, Fathy, M, Abdelhameed et M, Moustafa, «Preparation and properties of Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub> nanoparticle reinforced copper matrix composites by in situ processing,» *Materials & Design*, vol, 30, pp, 2756 - 2762, 2009,
- [63] T, Noguchi, A, Magario, S, Fukazawa, S, Shimizu, J, Beppu et M, Seki, «Carbon Nanotube/Aluminium Composites with Uniform Dispersion,» *Materials Transactions*, vol, 45, pp, 602 - 604, 2004,
- [64] L, Zhang, X, Qu, B, Duan, X, He et S, Ren, «Microstructure and thermo-mechanical properties of pressureless infiltrated SiCp/Cu composites,» *Metallurgical and Materials Transactions B*, vol, 68, pp, 2731 - 2738, 2016,

- [65] G, Zhang, B, Chen, M, Jin et J, Zhang, «Active-Transient Liquid Phase (A-TLP) Bonding of High Volume Fraction SiC Particle Reinforced A356 Matrix Composite,» *Materials Transactions*, vol, 56, pp, 212 - 217, 2015,
- [66] R, Everett et R, Arsenault, *Metal Matrix Composites : Processing and interfaces*, Boston: Harcourt Brace Jovanovich, 1974,
- [67] M, Hasan, J, Zhao et Z, Jiang, «Micromanufacturing of composite materials: a review,» *International Journal of Extreme Manufacturing*, vol, 1, p, 012004, 2019,
- [68] A, Mortensen et J, Llorca, «Metal Matrix Composites,» *Annual Reviews of Materials Research*, vol, 40, pp, 243 - 270, 2010,
- [69] D, Clarke, «Interpenetrating phase composites,» *Journal of American Ceramic Society* , vol, 74, pp, 739 - 752, 1981,
- [70] O, Al-Ketan, M, Adel Assad et R, Abu Al-Rub, «Mechanical properties of periodic interpenetrating phase composites with novel architected microstructures,» *Composites structures* , vol, 176, pp, 9 - 19 , 2017,
- [71] A, Dolata, «Fabrication and Structure Characterization of Alumina-Aluminum Interpenetrating Phase Composites,» *Journal of Materials Engineering and Performance*, vol, 25, pp, 3098 - 3106, 2016,
- [72] A, Metcalfe, *Interfaces in Metal Matrix Composites*, Cambridge: Academic Press, 1974,
- [73] M, Yousefi et H, Doostmohammadi, «Microstructure characterization and formation mechanism of functionally graded Al-TiAl<sub>3</sub> insitu composite by liquid-solid interaction,» *Journal of Alloys and Compounds*, vol, 766, pp, 721 - 728, 2018,
- [74] «Evaluation of three-dimensional orientation of Al<sub>3</sub>Ti Platelet in Al-based functionally graded materials fabricating centrifugal casting technique,» *Acta materialia*, vol, 49, pp, 775 - 783, 2001,
- [75] M, Ashby, *Materials Selection in Mechanical Design*, Oxford: Butterworth-Heinemann, 2010,
- [76] Z, Hashin et S, Shtrikman, «A variational approach to the theory of the elastic behavior of multiphase materials,» *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, vol, 11, pp, 127 - 140, 1963,
- [77] K, Kainer, *Metal Matrix Composites : Custom-made Materials for Automotive and Aerospace Engineering*, Hoboken: Wiley, 2006,
- [78] B, Malumdar et G, Newaz, «Inelastic deformation of metal matrix composites : Plasticity and damage mechanism,» *Philosophical Magazine A*, vol, 66, pp, 187 - 212, 1992,
- [79] K, Schulte et K, Minoshima, «Damage mechanism under tensile and fatigue loading of continuous fibre-reinforced metal-matrix composites,» *Composites*, vol, 24, pp, 197 - 208, 1993,
- [80] P, De Gennes, F, Brochard-Wyart et D, Quéré, *Capillarity and Wetting*, New-York: Springer, 2004,
- [81] F, Delannay, L, Froyen et A, Deruyttere, «The wetting of solids by molten metals and its relation to the preparation of metal-matrix composites,» *Journal of Materials Science*, vol, 22, pp, 1 - 16, 1987,
- [82] R, Lucas, «Ueber das Zeitgesetz des kapillaren Aufstiegs von Flüssigkeiten,» *Colloid and Polymers Science*, vol, 23, pp, 15 - 22, 1918,
- [83] E, Washburn, «The Dynamics of Capillary Flow,» *Physical Review Letters*, vol, 17, p, 273, 1921,
- [84] N, Fries et M, Dreyer, «An analytic solution of capillary rise restrained by gravity,» *Colloid and Interface Science*, vol, 320, pp, 259 - 263, 2008,

- [85] J, Cai, E, Perfect, C, Cheng et X, Hu, «Generalized modeling of Spontaneous Imbibition Based on Hagen-Poiseuille Flow in Tortuous Capillaries with Variably Shaped Apertures,» *Langmuir*, vol, 30, pp, 5142 - 5151, 2014,
- [86] S, Nia et K, Jessen, «Theoretical Analysis of Capillary Rise in Porous Media,» *Transport in Porous Media*, vol, 110, pp, 141 - 155, 2015,
- [87] A, Mortensen, O, Pederson et H, Liholt, «On the Work Hardening of Fiber Reinforced Copper,» *Scripta Materialia*, vol, 38, pp, 1109 - 1115, 1998,
- [88] Z, Xia, Y, Zhou, Z, Mao et B, Shang, «Fabrication of fiber-reinforced metal-matrix composites by variable pressure infiltration,» *Metallurgical and Materials Transactions B*, vol, 23, pp, 295 - 302, 1992,
- [89] W, Johnson et B, Sonuparlak, «Diamond/Al metal matrix composites formed by the pressureless metal infiltration process,» *Journal of Materials Research*, vol, 8, pp, 1169 - 1173, 1993,
- [90] K, Lee, Y, Kim et H, Kwon, «Fabrication of Al-3 Wt pct Mg matrix composites reinforced with Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub> and SiC particulates by the pressureless infiltration technique,» *Metallurgical and Materials Transactions A*, vol, 29, pp, 3087 - 3095, 1998,
- [91] A, Contreras, V, Lopez et E, Bedolla, «Mg/TiC composites manufactured by pressureless melt infiltration,» *Scripta Materialia*, vol, 51, pp, 249 - 253, 2004,
- [92] J, Dück, F, Niebling, T, NeeBe et A, Otto, «Infiltration as post-processing of laser sintered metal parts,» *Powder Technology*, vol, 145, pp, 62 - 68, 2004,
- [93] S, Kumar et J, Kruth, «Effect of bronze infiltration into laser sintered metallic parts,» *Materials and Design*, vol, 28, pp, 400 - 407, 2007,
- [94] G, Pavankumar et M, Elangovan, «Study on Effect of Post Processing on Direct Metal LASER Sintered 420 Stainless steel Infiltrated with Bronze,» *Materials Today: proceedings*, vol, 5, pp, 24476 - 24485, 2018,
- [95] T, Sercombe et G, Schaffer, «Rapid manufacturing of aluminum components,» *Science*, vol, 301, n° 15637, pp, 1225-1227, 2003,
- [96] T, Sercombe et G, Schaffer, «The production of aluminium SLS prototypes via infiltration,» *proceedings of the International Conference on Advanced Research in Virtual and Rapid Prototyping*, pp, 297 - 301, 2003,
- [97] T, Sercombe et G, Schaffer, «On the role of magnesium and nitrogen in the infiltration of aluminium by aluminium for rapid prototyping applications,» *Acta materialia*, vol, 52, pp, 3019-3025, 2004,
- [98] T, Sercombe et G, Schaffer, «Advances in the production of infiltrated aluminium parts using selective laser sintering,» *chez Proceedings of the 14th Annual Solid Freeform Fabrication Conference*, Austin, 2004,
- [99] G, Schaffer et T, Sercombe, «Aluminium prototypes by selective laser sintering and infiltration - A review of progress to date,» *Materials Forum*, vol, 29, pp, 93 - 97, 2005,
- [100] S, Kenzari, D, Bonina, J, Dubois et V, Fournée, «Quasicrystal-polymer composites for laser sintering technology,» *Materials and Science*, vol, 35, pp, 691-695, 2012,
- [101] S, Kenzari, D, Bonina, J, Dubois et V, Fournée, «Additive manufacturing of light-weight, fully metallic components using quasicrystals,» *Journal of Materials Processing Technology*, vol, 214, pp, 3108-3111, 2014,

- [102] C, Cramer, P, Nandwana, R, Lowden et A, Elliott, «Infiltration studies of additive manufacture of WC with Co using binder jetting and pressureless melt method,» *Additive Manufacturing*, vol, 28, pp, 333 - 343, 2019,
- [103] J, Arnold, C, Cramer, A, Elliott, P, Nandwana et S, Babu, «Microstructure evolution during near-net-shape fabrication of NiAl-TiC cermets through binder jet additive manufacturing and pressureless melt infiltration,» *International Journal of Refractory Metals and Hard Materials*, vol, 84, p, 104985, 2019,
- [104] Z, He, Y, Kim, M, Kokkengada et J, Zhou, «Rapid Pattern Based Powder Sintering With Room Temperature Polymer Infiltration,» chez *Proceedings of the Tenth Solid Freeform Fabrication Symposium*, Austin, 1999,
- [105] J, Zhou, M, Kokkengada, Z, He, Y, Kim et A, Tseng, «Low temperature polymer infiltration for rapid tooling,» *Materials & Design*, vol, 25, pp, 145 - 154, 2004,
- [106] C, Yan, Y, Shi, J, Yang et J, Liu, «Preparation and selective laser sintering of nylon-12 coated metal powders,» *Journal of Materials Processing Technology*, vol, 209, p, 5785 – 5792, 2009,
- [107] D, Jafari, W, Wits et B, Geurts, «Metal 3D-printed wick structures for heat pipe application: Capillary performance analysis,» *Applied Thermal Engineering*, vol, 143, pp, 403 - 414, 2018 ,
- [108] lautr3k et wilbur-shi, «SLAcer.js,» [En ligne], Available: <https://laur3k.github.io/SLAcer.js/>, [Accès le 27 08 2019],
- [109] Rueden, C,T,, J, Schindelin et M, Hiner, «ImageJ2: ImageJ for the next generation of scientific image data,» *BMC Bioinformatics*, vol, 18, p, 529, 2017,
- [110] M, Li, Z, Zhang et Z, Sun, «Contact Angle of Epoxy Resin Measured by Capillary Impregnation and the Wilhelmy Technique,» *Polymers & Polymer Composites*, vol, 14, n° 13, pp, 251 - 259, 2006,
- [111] G, Jackson et D, James, «The permeability of fibrous porous media,» *Canadian Journal of Chemical Engineering*, vol, 64, pp, 364 - 374, 1986,
- [112] P, Nakashima, «The Crystallography of Aluminum and its Alloys,» chez *The Encyclopedia of Aluminum and its Alloys*, Londres, Chapman and Hall/CRC, 2019, pp, 488 - 586,
- [113] A, Casadebaigt, J, Hugues et D, Monceau, «Influence of Microstructure and Surface Roughness on Oxydation Kinetics at 500 - 600°C of Ti-6Al-4V Alloy Fabricated by Additive Manufacturing,» *Oxidation of Metals* , vol, 90, pp, 633 - 648, 2018,
- [114] L, Thijs, M, W, R, Sistiaga, Q, Xie, J, Kruth et J, Van Humbeeck, «Strong morphological and crystallographic texture and resulting yield strength anisotropy in selective laser melted tantalum,» *Acta Materialia*, vol, 61, n° 12, pp, 4657-4668, 2013,
- [115] F, van Loo et G, Rieck, «Diffusion in the titanium-aluminium system - I, Interdiffusion between solid Al and Ti or Ti-Al alloys,» *Acta Metallurgica* , vol, 21, n° 11, pp, 61 - 71, 1973,
- [116] A, Assari et B, Eghbali, «Solid state diffusion bonding characteristic at the intercalades of Ti and Al layers,» *Journal of Alloys and Compounds*, vol, 773, pp, 50 - 58, 2019,
- [117] C, Zhang et W, Liu, «Abnormal effect of temperature on intermetallic compound layer growth at aluminium-titanium interface : The role of grain boundary diffusion,» *Materials Letters*, vol, 254, pp, 1 - 4, 2019,
- [118] U, Kattner, J, Lin et Y, Chang, «Thermodynamic Assessment and calculation of the Ti-Al System,» *Metallurgical Transactions A*, vol, 23, n° 18, pp, 2081 - 2090, 1992,
- [119] M, Tan et X, Zhang, «Powder metal matrix composites: selection and processing,» *Materials Science and Engineering A*, vol, 244, pp, 80 - 85, 1998,

- [120] Y, Liu, S, Lim, L, Lu et M, Lai, «Recent development in the fabrication of metal matrix-particulate composites using powder metallurgy techniques,» *Journal of Materials Science*, vol, 29, n° %18, pp, 1999 - 2007, 1994,
- [121] M, Önal et M, Gavgali, «Production of metal matrix composites by in-situ technique,» *The Journal of Scientific and Engineering Research*, vol, 4, n° %12, pp, 78 - 82, 2017,
- [122] T, Srivatsan, Y, Lin, F, Chen, K, Manigandan et E, Lavernia, «Synthesis and Microstructural Development of Particulate Reinforced Metal-Matrix Composites Using the Technique of Spray Atomization and Deposition,» chez *TMS 2018 Annual Meeting & Exhibition*, Pheonix, 2018,
- [123] A, Agarwal, T, McKechnie et S, Seal, «Net shape nanostructured aluminum oxide structures fabricated by plasma spray forming,» *Journal of Thermal spray Technology*, vol, 12, n° %13, pp, 350 - 359, 2003,
- [124] D, Aussavy, S, Costil, O, El Kedim, G, Montavon et A, Bonnot, «Metal Matrix Composites Manufactured by Thermal Spraying : Influence of Powder Preparation and the Coating Properties,» *Journal of Thermal Spray Technology*, vol, 23, pp, 190 - 196, 2013,
- [125] A, Baptista, F, Silva, J, Porteiro, J, Miguez et G, Pinto, «Sputtering Physical Vapor Deposition (PVD) Coatings : A critical Review on Process Improvement and Market Trend Demand,» *Coatings*, vol, 8, p, 402, 2018,
- [126] R, Prabu, S, Ramesh, M, Savitha et M, Balachandar, «Review of Physical Vapor Deposition (PVD) Techniques,» chez *International Conference on Sustainable Manufacturing*, Coimbatore, 2013,
- [127] R, Chuanbing et S, Baogen, «Nanocrystalline and nanocomposite permanent magnets by melt spinning technique,» *Chinese Physics B*, vol, 27, p, 117502, 2018,
- [128] O, Salih, H, Ou, W, Sun et M, D,G,, «A review of friction stir welding of aluminium matrix composites,» *Materials & Design*, vol, 86, pp, 61 - 71, 2015,
- [129] A, McLelland, H, Atkinson et P, Anderson, «Thixoforming of a novel layered metal matrix composite,» *Materials Science and Technology*, vol, 15, pp, 939 - 945, 2013,
- [130] M, Lal, S, Singhal, I, Sharma et R, Mathur, «An alternative improved method for the homogeneous dispersion of CNTs in Cu matrix for the fabrication of Cu/CNTs composites,» *Applied Nanoscience*, vol, 3, pp, 29 - 35, 2013,
- [131] S, Sajjadi, H, Ezatpour et M, Parizi, «Comparison of microstructure and mechanical properties of A356 aluminum alloy/Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub> composites fabricated by stir and compo-casting processes,» *Materials and Design*, vol, 34, pp, 106 - 111, 2012,
- [132] X, Chen, J, Xia, J, Peng, W, Li et S, Xie, «Carbon-nanotube metal-matrix composites prepared by electroless plating,» *Composites Science and Technology*, vol, 60, pp, 301 - 306, 2000,
- [133] J, Luo et V, Acoff, «Using cold roll bonding and annealing to process Ti/Al multi-layered composites from elemental foils,» *Materials Science and Engineering: A*, vol, 379, pp, 164 - 172, 2004,
- [134] I, Ibrahim, M, F,A, et E, Lavernia, «Particulate reinforced metal matrix composites : a review,» *Journal of Materials Science*, vol, 26, pp, 1137 - 1156, 1991,
- [135] A, Mortensen, *Melt Infiltration of Metal Matrix Composites*, Oxford: Pergamon Press, 2000,

## Conclusion générale

L'objectif principal de cette thèse est la réalisation de matériaux hybrides à squelettes architecturés optimisés. Cet objectif se décompose naturellement en deux sous parties : l'optimisation du squelette et l'élaboration du composite. La notion d'optimisation du squelette est forcément dépendante d'un cahier des charges. De sorte à s'affranchir de cette dépendance, l'idée a été de s'intéresser à l'influence de la topologie afin de dégager l'ensemble des propriétés accessibles offertes par l'architecturation.

Dans un premier temps, un modèle de génération de structure *lattice* périodique est proposé, fortement inspiré de la cristallographie. En se basant sur un système de symétrie et un volume donné, il est possible de générer une infinité de structures différentes en fonction du positionnement de points initiaux dans le réseau. La stratégie de positionnement des points initiaux du réseau a une influence directe sur l'espace de conception qui en résulte, un choix judicieux permet de le limiter en fonction des symétries associées au réseau. Il permet une description géométrique réduite à quelques paramètres. Ce modèle a été appliqué aux réseaux cubiques et hexagonaux. Ce résultat permet d'entrevoir la génération de gradients de topologies au travers d'une variation continue des paramètres géométriques en fonction de la position dans le réseau poreux. L'étude des connectivités a permis de faire ressortir différents types de familles de structures présentant des similitudes du point de vue de leurs topologies. De plus, l'étude de l'évolution de la densité relative en fonction du rayon des poutres a mis en évidence une dépendance entre cette évolution et la connectivité. En parallèle, des réseaux quasipériodiques ont été générés, inspirés par la quasi-cristallographie. La génération d'approximants (structures périodiques approchant un réseau quasipériodique) a été menée au travers d'une découpe judicieuse de ces réseaux pour des volumes fonction du nombre d'or. Ces réseaux ont montré des valeurs de connectivité plus variables que pour les réseaux cubiques.

Le modèle proposé permet d'envisager tous types de structures périodiques à partir de la connaissance des éléments de symétrie relatifs à cette périodicité. Il est donc tout à fait possible d'envisager des topologies quadratiques, monocliniques ou tricliniques. Ce modèle reste cependant limité par un choix arbitraire de règles pour le placement des points initiaux. Si celles-ci ne sont pas judicieusement choisies, il peut en résulter un réseau non-continu de poutres. Enfin, la partie contrôle de « fabricabilité » a mis à jour des divergences entre un modèle numérique idéal et un réseau poreux produit par fusion sélective laser. Deux types de déviations majeures ont pu être identifiées : les déviations sur les rayons et les surplus de matières autour des nœuds du réseau.

Dans un second temps, la base de données de structures *lattices* cubiques a été employée pour déterminer l'influence de la topologie et de la densité relative sur les propriétés mécaniques effectives des structures *lattices*. L'étude s'est concentrée sur la détermination de propriétés élastiques. Des simulations numériques ont permis de relier les rigidités effectives à la densité relative par une loi puissance. L'exposant de cette loi est un paramètre de sensibilité de l'évolution de la propriété considérée par rapport à la variation de densité relative. Pour toutes ces propriétés, il est apparu un caractère antagoniste de ces deux grandeurs, à savoir que la perte de rigidité est toujours plus importante que la perte de matière. Partant de ce constat, la densité relative a été classée de première importance devant la topologie. Cependant, l'étude de l'ensemble du spectre de densité relative a montré une influence croissante de la topologie. De plus, la loi puissance n'utilisant qu'un paramètre pour une topologie décrite par deux paramètres, il est possible de représenter l'ensemble des propriétés des *lattices* associées à un système de symétrie sur une carte 2D colorée. Chaque position de cette carte correspond à une topologie distincte. En ce sens, un ordre hiérarchique a pu être proposé pour les structures d'un même type de symétrie.

De la même façon, l'analyse des propriétés 3D de ces réseaux permet l'accès aux informations relatives à son anisotropie. Il en résulte la détermination de différentes familles de *lattices* cubiques dont les comportements sont singuliers. On détermine les familles suivantes : les structures favorables à la tension ou au cisaillement, les structures isotropes, les structures à comportement auxétique et les structures à faibles rigidités. La détermination de ces familles est un premier pas pour sélectionner un squelette mécaniquement optimisé. Il apparaît également que cette méthode est un moyen robuste pour comparer les performances de structures de réseaux de symétries différentes. Par exemple les quasilattices exhibent une isotropie de leurs propriétés jusqu'à des densités relatives inférieures à 5 %, alors que ce comportement n'est observé que rarement pour les topologies cubiques.

Là où initialement, la conception de réseau poreux était faite par ajustement de la densité relative pour une topologie donnée et une propriété visée. Ces travaux permettent une conception basée sur une détermination de la structure à partir d'un choix de densité relative et d'une valeur de propriétés effectives. L'emploi de gradients topologiques peut également être vu comme une opportunité. En effet, ces modèles permettent d'envisager un gradient de propriétés indépendamment du contrôle de la densité relative dans le cadre d'emploi de matériaux intelligents (à changement de phases, magnéto-actifs, électro-actifs, etc.). Ils permettent d'envisager la réalisation de composites/dispositifs 4D via la maîtrise d'une transformation, d'un changement de forme, ou d'une nouvelle fonction/propriété contrôlable au cours du temps (ou dans l'espace).



Une dernière partie a été dédiée à l'élaboration des dits composites à matrice métallique à squelette optimisé. Pour ce faire, un modèle de remonté d'un front d'infiltration par capillarité a été mise en place. Celui-ci a permis d'identifier une taille de cellule unitaire délimitant les réseaux « infiltrables » par capillarité de ceux « infiltrables » par gravité. L'emploi de méthodes analogues à celles employées pour les propriétés mécaniques a permis d'identifier l'influence de la topologie sur l'infiltration par capillarité. Cette influence a pu être déterminée comme indépendante du fluide infiltrant et de l'échelle du squelette. En outre, elle permet le choix d'un squelette non seulement optimisé mécaniquement mais également pour l'infiltration. La validation du concept a été menée avec succès avec de l'eau et une résine époxy. La validation avec un métal infiltrant a été abordée mais reste partielle. Toutefois le succès de l'infiltration ne semble que dépendre du contrôle des paramètres thermiques, ce qui ne constitue pas un verrou scientifique insurmontable pour ce type de couplage de matériaux.

Une série de composites a été élaborée par coulée gravitaire au sein d'un creuset froid. Les paramètres d'élaboration et les influences de la taille du squelette pour une topologie et une densité donnée ont été étudiées pour un squelette en Ti6Al4V infiltré par de l'aluminium. L'analyse des porosités a permis de mettre à jour des fractions de vide dans les matériaux élaborés tout à fait acceptables pour des temps de fusion optimisés (inférieur à 6% de pores). De plus, il semble que certains pores soient caractéristiques des composites élaborés. On relèvera notamment la présence de porosités macroscopiques dont le volume comble quasiment l'espace entre deux nœuds du réseau, ou encore des porosités de tailles intermédiaires enrouler avec le squelette. Pour ces deux cas, ils semblent que ces porosités soient intimement liées à la topologie du squelette. L'analyse métallurgique a conclu à la génération d'une interphase entre le squelette et la matrice sous la forme d'un composé intermétallique de type  $TiAl_3$ . Ce composé est formé par diffusion aux interfaces et sa fraction est directement fonction de la surface spécifique du squelette et du temps de fusion. Il est tout particulièrement important de considérer que le comportement de cette interphase pendant l'élaboration est relié aux caractéristiques géométriques du squelette et aux conditions d'élaboration. Il semble donc tout à fait envisageable d'adapter sur mesure les propriétés du CMM élaboré au travers du contrôle de l'interphase générée.

La validation expérimentale du modèle a pu mettre à jour l'influence de l'état de surface sur la hauteur maximale de remonté de l'infiltrant dans le réseau poreux. Cette influence suggère un phénomène de capillarité locale évoluant dans des conditions différentes du front de remonté macroscopique. De plus, l'acuité des résultats semble fortement dépendante des propriétés de surface d'entrée du modèle. Une détermination de ces propriétés dans des conditions au plus proches possibles de l'expérience est nécessaire. Le procédé d'infiltration gravitaire par creuset froid employé dans cette étude est un autre type de limite. Il s'agit d'un procédé adapté à la production d'échantillons pour des analyses scientifiques. Dans le cadre d'une pièce dont le

volume est complexe, il est nécessaire d'employer d'autres types de procédés de coulée gravitaire pour lesquels l'utilisation d'un moule serait nécessaire.

## Perspectives

Le contrôle des structures par tomographie X a fait apparaître que certaines topologies sont plus simples à élaborer que d'autres et que les déviations observées sont fonction de la densité relative étudiée. Il semble donc nécessaire de réaliser une étape de contrôle pour chaque nouvelle structure étudiée. Le développement de méthodes rapides et moins onéreuses que celle employées est un premier axe de travail. On peut également suggérer que les défauts observés sont fonction de l'échelle de la *lattice* qu'ils occupent. Ceci peut être vu comme une nouvelle piste quant à la détermination de conclusions générale sur le contrôle de structures *lattices*.

L'acuité de la hiérarchisation des topologies proposées est dépendante des modèles employés. En effet, des modèles relativement basiques ont été employés en négligeant certains aspects, comme par exemple la variation du volume de la CU avec la déformation, ou encore l'emploi d'un matériau intrinsèque isotrope. Ces deux pistes peuvent être vues comme des perspectives d'amélioration de ces modèles.

De plus, la validation expérimentale a pu mettre à jour l'influence des divergences entre modèles numériques et expérimentaux sur les propriétés effectives mesurées. La prise en compte de ces éléments dans les modèles est également un gage d'amélioration des résultats. Enfin, il est important de considérer que les propriétés mécaniques inélastiques n'ont pas été directement étudiées dans ce manuscrit. Les propriétés en fatigue sont également un élément clef de l'optimisation d'un réseau architecturé et représentent les principales limites à la conception de nos réseaux. Il est également important de noter que cette méthode est largement envisageable pour déterminer d'autres propriétés effectives telles que thermiques ou électriques. De même, pour les systèmes hexagonaux et quasipériodiques, l'étude des propriétés doit être menée selon les différentes orientations principales d'une structure, par exemple par rapport aux axes d'ordre 5 des quasilattices.

L'infiltration spontanée de structures *lattices* ouvre de nombreuses perspectives à elle seule. Bien que peu étudiée dans ce travail de thèse et indépendante de la gravité, elle paraît moins limitante du point de vue de la topologie du volume à infiltrer. Avec l'avantage de ne pas nécessiter de moule pour obtenir une pièce. Ceci permet d'envisager de nombreuses possibilités, tant dans la liberté de forme que dans les couplages de matériaux squelette/infiltrant. La maîtrise des combinaisons, des paramètres procédés, l'homogénéité, la santé métallurgique, la stabilité dimensionnelle, etc., sont autant d'études à mener pour franchir de nombreux verrous

technologiques. L'enjeu applicatif est important et le chemin pour y parvenir sera long mais il permettrait d'envisager la production de pièces métalliques allégées (à corps creux) dont les densités du volume et/ou de l'enveloppe surfacique pourraient être contrôlées par infiltration spontanée. Ceci ouvrirait un nouveau champ d'exploration, vraisemblablement fertile, pour la production de pièces à hautes technicités et possédant un niveau de propriétés à gradient contrôlé (à souhait) dans l'ensemble du volume disponible. En poussant ces raisonnements plus loin, et avec une parfaite maîtrise du réseau poreux et des cycles thermiques, il est possible d'envisager l'infiltration multi-matériaux dans un même objet, ce qui constituerait encore un nouveau chemin exploratoire à prendre.

Annexe A : VERs et approximants des trois quasilattices

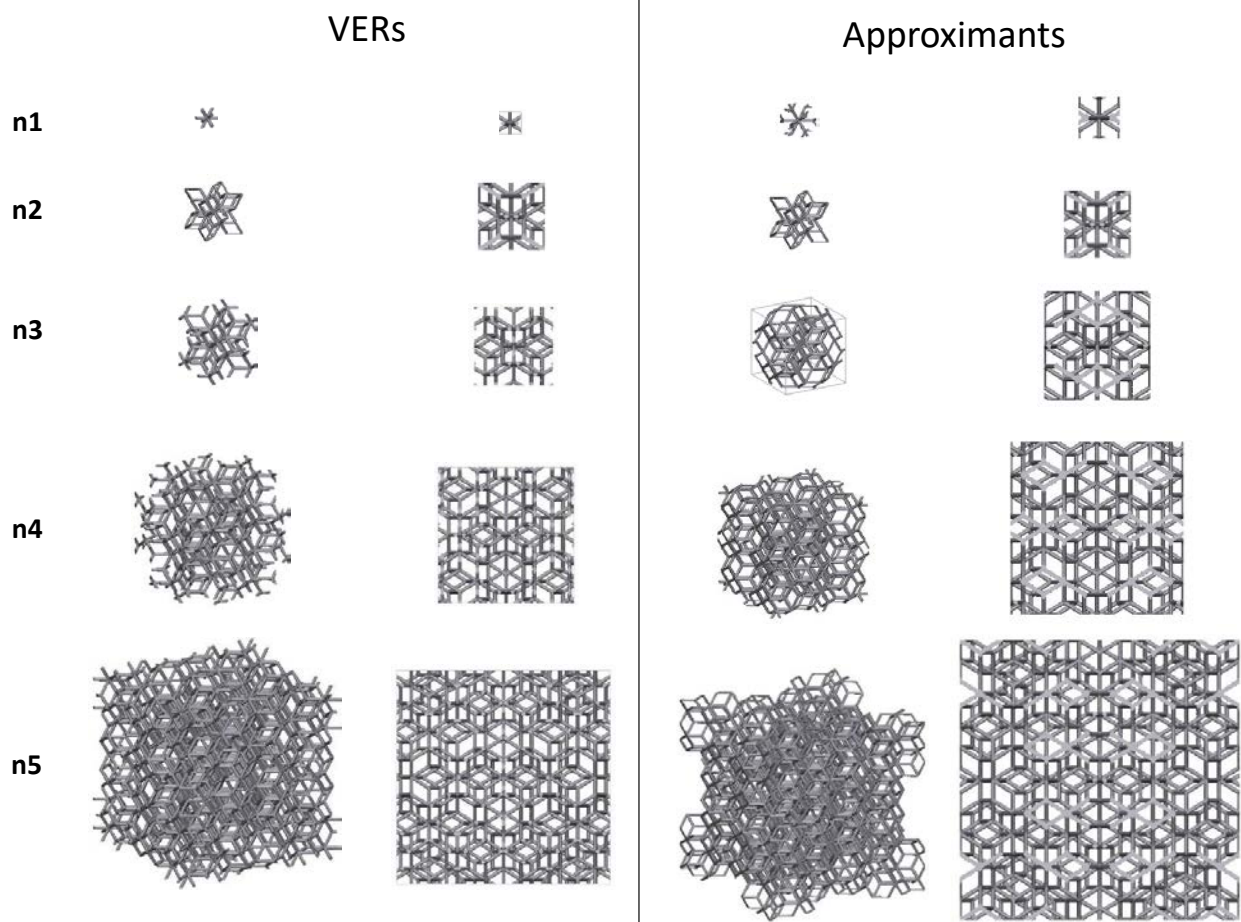


Figure A-1 : les VERs (gauche) et approximants (droite) cubiques découpés dans la quasilattice de type A.

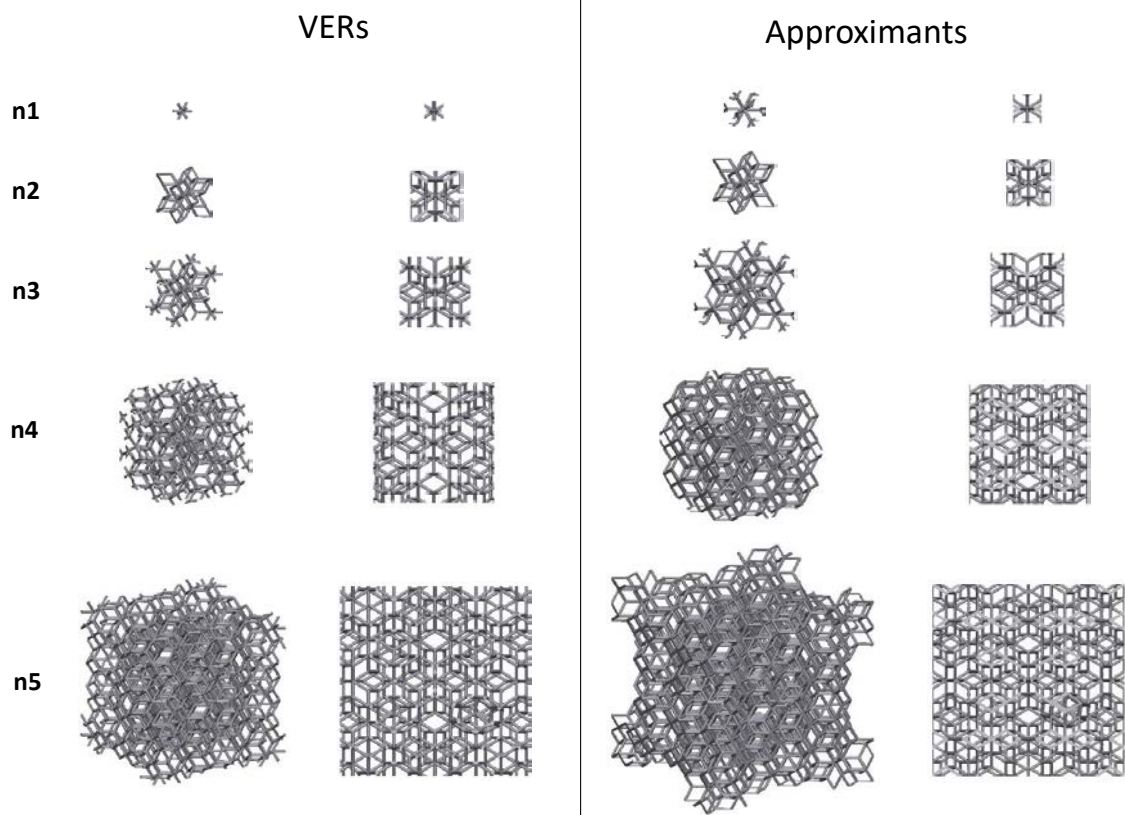


Figure A-2 : les VERs (gauche) et approximants (droite) cubiques découpés dans la quasilattice de type B.

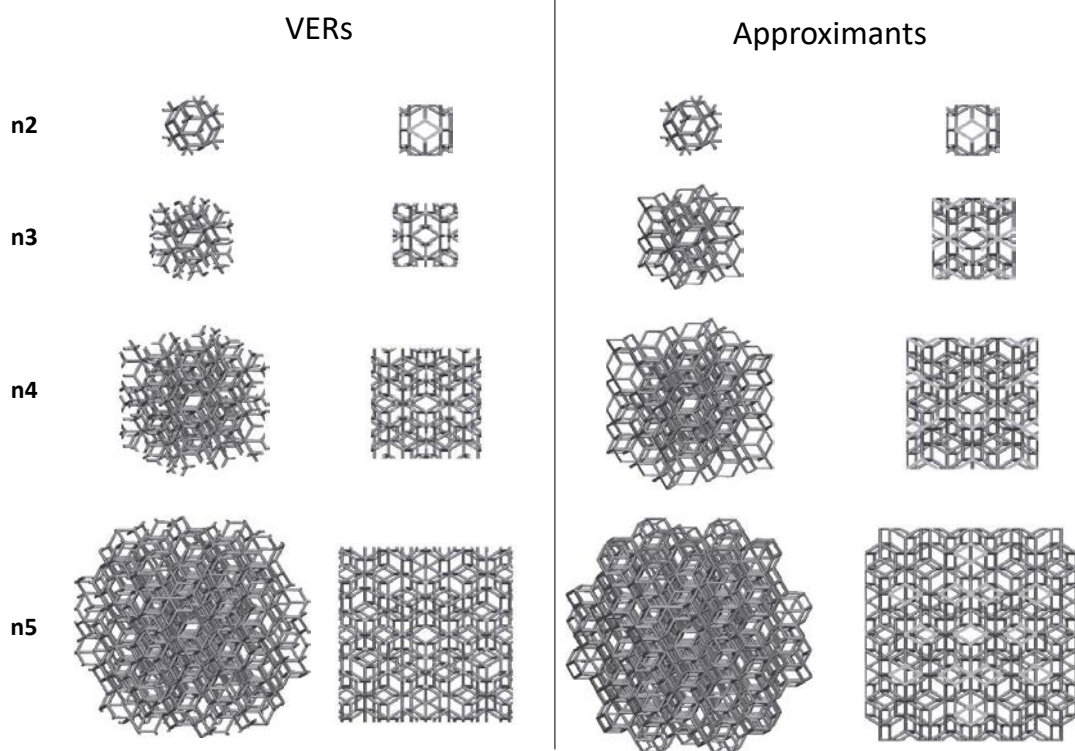


Figure A-3 : les VERs (gauche) et approximants (droite) cubiques découpés dans la quasilattice de type C.

## Annexe B : Convergence du maillage du modèle d'homogénéisation des approximants de la quasilattice de type A

Compte tenu de la taille importante des CUs, une analyse de la sensibilité à la taille du maillage de la rigidité mesurée a été conduite pour les approximants de la quasilattice de type A, pour les 5 volumes et les 4 rayons considérés. Chaque configuration a été testée pour 4 tailles d'éléments conduisant à des nombres d'éléments compris entre 32 000 et 1,5 million d'éléments. Les volumes des CUs étant variables leurs sensibilités seront déterminées en fonction du nombre d'élément par unité de volume. La Figure B-1, reprend les résultats obtenus pour les rayons extremum de 0,05 et 0,125mm. De façon générale, on retrouve une convergence des résultats avec l'augmentation du nombre d'éléments plus ou moins marqué en fonction des CU.

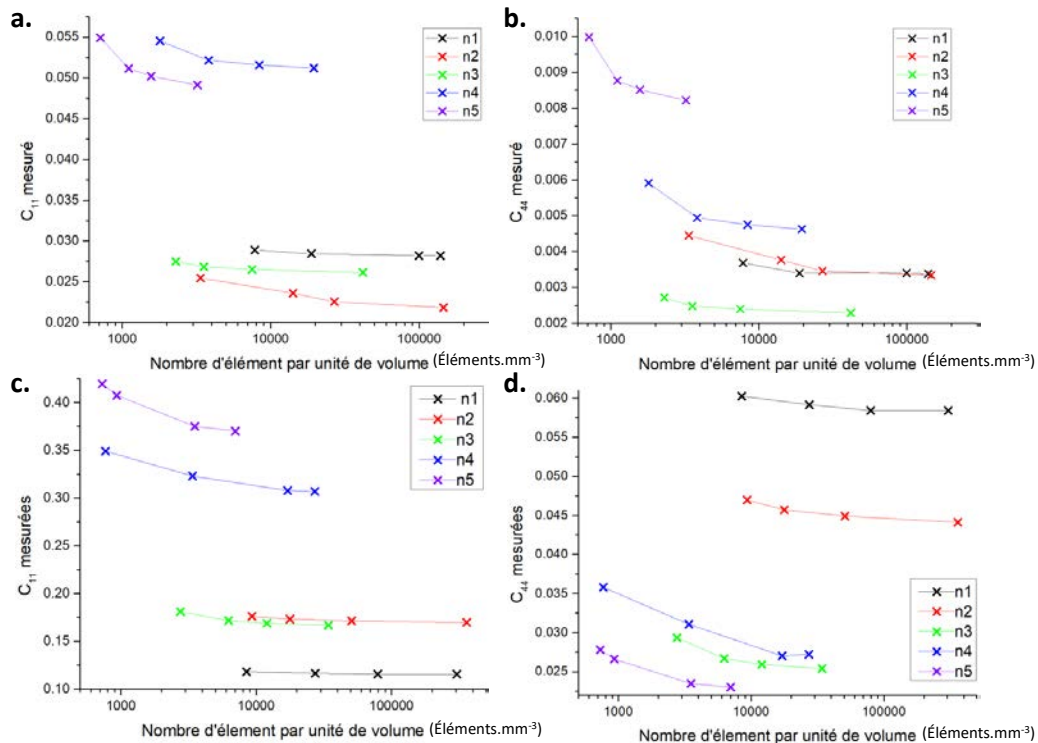
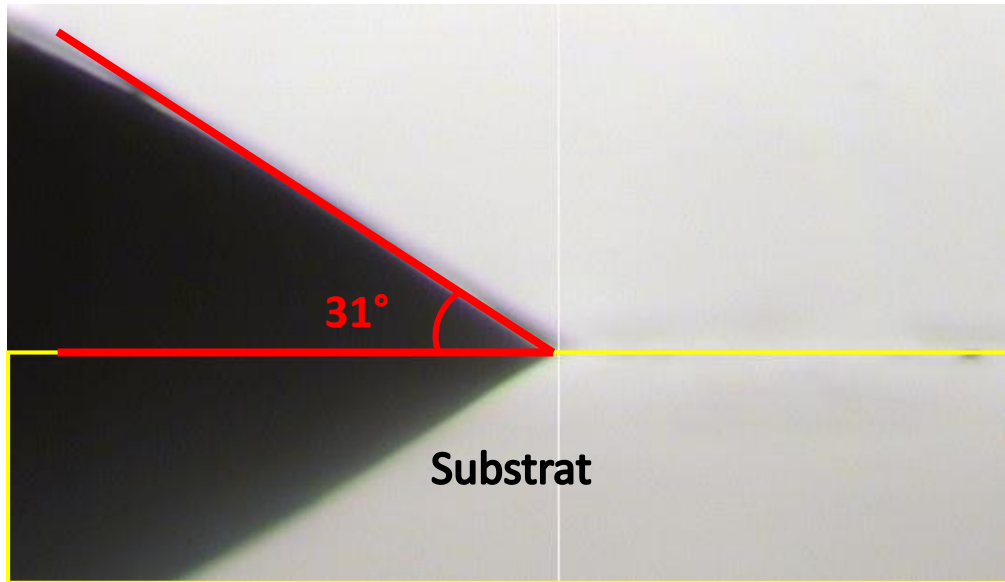


Figure B-1 : Constantes de rigidités mesurées en fonction du nombre d'éléments par unité de volume, pour les approximants du type A pour un rayon de 0,05mm (a, b) et 0,125mm (c, d).

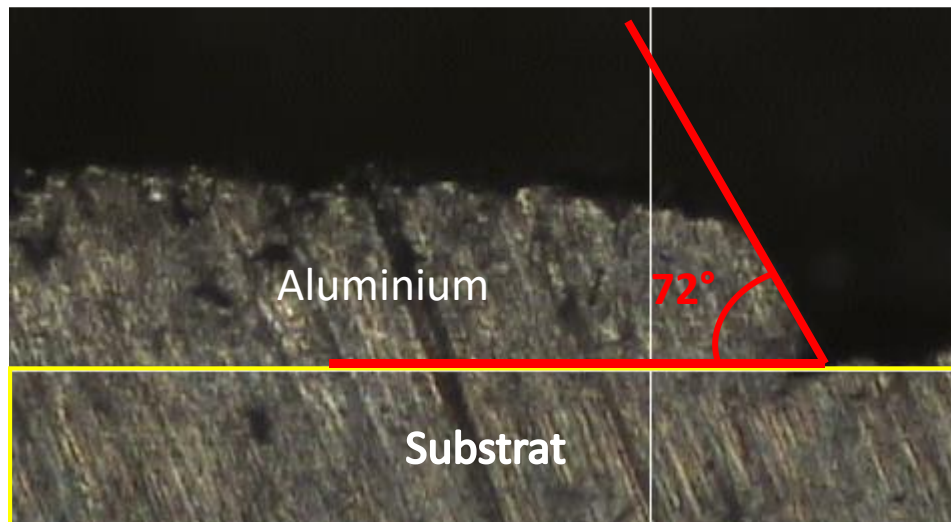
Les CUs n1 à n3 sont globalement peu sensibles au nombre d'éléments pour la constante  $C_{11}$ . A contrario la convergence des résultats est plus tardive pour la constante  $C_{44}$ . Le dimensionnement du nombre d'éléments se fera donc en fonction de la constante  $C_{44}$ . Les maillages des CUs n1 et n2 compteront donc un minimum de 20 000 éléments par unité de volume, ce qui correspond à plus de 80 000 éléments pour n1 et 360 000 éléments pour n2. Les CUs n3, n4 et n5 nécessitent 10 000 éléments par unité de volume, ce qui correspond respectivement à des minimums de 760 000, 3,2 millions, 13,6 millions d'éléments. Le nombre de rayons étudiés a été choisi à la suite

de cette analyse de sensibilité du maillage, compte tenu du fait que la réalisation de maillage de plusieurs millions d'éléments est complexe et coûteuse en temps. Les résultats présentés dans le chapitre troisième sont obtenus par l'intermédiaire de maillage respectant au moins les nombres d'éléments mentionnés ci-avant.

Annexe C : Mesures d'angles de contact statique d'un époxy et de l'aluminium sur un substrat en Ti-6Al-4V



*Figure C-1 : mesure de l'angle de contact statique entre un époxy et un substrat en Ti-6Al-4V.*



*Figure C-1 : mesure de l'angle de contact statique entre un aluminium (après refroidissement) et un substrat en Ti-6Al-4V.*



## Liste des tableaux

Table 2-1 : Résumé des études sur la manufacturabilité des structures lattices obtenues par SLM et moyens de contrôle OM : optical microscopy, $\mu$ CT $\mu$ -compouted-tomography.....	51
Table 2-2 : Les familles cristallines 3D, leurs groupes holoédriques en notation de Schoenflies et leurs éléments de symétries minimaux, $A_n$ correspond à un axe de rotation d'ordre n.....	53
Table 2-3 : Les familles cristallines et leurs paramètres de mailles généraux .....	54
Table 2-4 : Les différents types de structures déterminées en fonction de leurs connectivités, les noms de zones se rapportent à la Figure 2-21.....	71
Table 2-5 : structures et angles d'inclinaisons étudiée dans la partie contrôle de lattice.....	93
Table 3-1 : Conditions aux limites sur les différentes zones d'une CU cubique pour les 6 chargements unitaires.....	125
Table 3-2 : Paramètres de sensibilités à la variation de densité relative $m_{11}$ , $m_{12}$ et $m_{44}$ des lattices approximants des réseaux quasipériodiques.....	172
Table 4-1 : Propriétés des infiltrants employés pour le modèle .....	211
Table 4-2 : Longueurs de CUs minimales en fonction des ratios rayon/L employés dans le modèle .....	218
Table 4-3 : Composition chimique d'un alliage d'aluminium série 1050 .....	229

## Liste des figures

Figure 1-1: Les possibilités d'hybridations au travers du couplage de deux éléments M1 et M2 [1], .....	12
Figure 1-2: Emploi de matériau hybride dans le cadre d'un cahier des charges complexes a, [5], matériau hybride (méthode avec un matériau unique organisé dans l'espace) b,, représentation schématique d'un multitube de carbone nanométrique c, [6],.....	13
Figure 1-3: Espace 2D représentant la densité en fonction du module de Young, certaines corrélations apparaissent, tandis que des zones complètes sont vides [3] .....	14
Figure 1-4: Evolutions du nombre de brevet (bleu) et de publication scientifique (vert) dans le temps [18], .....	15
Figure 1-5 : Démarche globale des procédés additifs, dans l'ordre modélisation numérique d'un objet 3D, tranchage et renseignement des spécificités machine, production, post-traitement (découpage des supports, traitements thermiques ...) .....	16
Figure 1-6: Les sept procédés additifs, illustrations tirées de la norme ISO 17296-2 [20] .....	17
Figure 1-7 : Classement des secteurs d'attractivités pour les technologies additives basé sur un critère d'évaluation multi-objectifs [39],.....	19
Figure 1-8: Exemple d'application de pièce produite par fabrication additive, patch de réparation pour une partie de réacteur d'avion a, [40], implant d'orbital oculaire partiel sur mesure b, [41], un exemple de tissage textile produit par fabrication additive c, et un exemple de réalisation dans le domaine de la joaillerie d,.....	20
Figure 1-9: Représentation schématique d'un procédé SLM a, [68], différentes topologies de supports b, [67], exemple de stratégies de lasage c, [69].....	24
Figure 2-1 : Les différents types de matériaux architecturés.....	33
Figure 2-2 : Un réseau de structure octet-truss a, [17], un exemple de volume employant des lattices conformes b,.....	34
Figure 2-3 : Méthode implicite pour la génération de structure lattice a, et TPMS b,, utilisation d'un cylindre surmonté de deux demi-sphères c, [41]; CU pour la génération d'une mousse de Kelvin ,d [41]	37
Figure 2-4 : Un exemple de structure lattice générée par des voxels et une vue rapprochée sur l'interface lattice/parois a, [43], des exemples de CUs et un exemple de tranche associée [43],.....	38
Figure 2-5 : Exemples de topologies obtenues grâce à l'approche implicite et leurs équations, a, CU d'une structure lattice cubique primitive [38], b, une TPMS (surface de Schwarz P),.....	39
Figure 2-6 : Une représentation schématique d'un quasi cristal a, 1D, b, 2D et c, une structure lattice présentant une symétrie icosaédrique [57].....	42
Figure 2-7 : Illustration de la méthode de coupe, pour l'obtention d'un réseau unidimensionnel périodique pour une pente de valeur rationnelle, et quasi-périodique pour une pente égale au nombre d'or [64],.....	43
Figure 2-8 Pavages par substitutions d'un pentagone aux générations 2 et 3, et les subdivisions des cellules élémentaires losanges, "bateau en papier" et du pentagramme extrait de [59], .....	45
Figure 2-9 : Les losanges d'ors aigus et obtus a,, leurs déflations respectives b, et un pavage de Penrose associé c, [70], à noter que l'on observe des motifs pentagonaux comme décagonaux, Encadré en rouge un approximant du réseau, on remarque que les frontières sont périodiques malgré la présence localement d'une symétrie d'ordre 5.....	46
Figure 2-10: Les trois mailles structure cristalline cubique de Bravais et leurs analogies en structure lattice, (de gauche à droite) cube primitif (PC), cubique centré (CC) et cubique faces centrées (CFC).....	53
Figure 2-11 : Exemples de génération d'une CU cubique, à partir de 2 points initiaux A et B et des éléments de symétrie du réseau (toute les opérations de symétrie ne sont représenté ici) .....	56

Figure 2-12 : Structure globale du modèle continue de génération de structures lattices périodiques ....	57
Figure 2-13 : Structure de l'algorithme employé pour la génération du réseau de point et de connexions .....	58
Figure 2-14 : Les espaces de conceptions pour les deux stratégies de génération de structure, a, le point A est toujours fixée à l'origine, b, le point A est fixée au sommet le plus proche du point B .....	62
Figure 2-15 : Exemples de topologies et la coordonnée du second point, pour la première stratégie a, et la seconde b,.....	63
Figure 2-16 : Les trois angles d'inclinaisons par rapport au plan (a, b) des poutres en fonction des paramètres (x, y, z).....	65
Figure 2-17 : Carte des longueurs de poutres a,, et des angles d'inclinaisons $\varphi_1$ b,, $\varphi_2$ c, et $\varphi_3$ d, .....	66
Figure 2-18: Gradients topologiques de l'espace (x, y) avec des incréments topologiques de $\Delta x = \Delta y = 0,01$ (haut gauche) et $\Delta x = \Delta y = 0,05$ .....	67
Figure 2-19 : Les différentes cas particulier de structure, en brun les faces centré, en bleu les coordonnées ont la somme est égales à un a/2, en jaune, la longueur de poutre égale à 22, en rouge les structures dont les distances internes entre nœuds correspondent à la longueur de poutre,.....	68
Figure 2-20 : Les trois types de connectivités de l'iso-truss (gauche) et de la structure (0,3, 0,4) de la famille des Hexastructure faiblement connecté (droite), les flèches jaunes indiquent un huitième de la connectivités au nœud, les zones entourées en violets montrent les connectivités partagées sur les faces, et les nœuds internes ( $Z_2$ ) avec les poutres fléchées en vert en direction des faces, en orange en direction des sommets et rouge vers d'autres nœuds de la structure, Les zones entourées en gris montrent des exemples de connectivités non prise en compte dans le calcul global,.....	70
Figure 2-21 : La carte des connectivités du réseaux cubique a,; les différentes zone à topologie caractéristique b,.....	71
Figure 2-22 : Carte des densités relative pour un rayon de 0,1 .....	72
Figure 2-23 Les densités relative de 66 structure pour différente valeur du ratio rayon sur paramètre de maille et leurs bonne supérieur et inférieur (ligne en pointillé rouge) a,, 4 exemples de fit par un loi croissance : .....	73
Figure 2-24 : Carte des valeurs de h ,a, et x0 b, pour l'espace (x, y) avec $\Delta x = \Delta y = 0,05$ , .....	74
Figure 2-25 : Une pseudo-maille hexagonale et son motif (en violet) .....	75
Figure 2-26 : Carte des paramètres c a,; et la carte des angles $\varphi$ b, pour l'espace des (x, y) dans le réseau hexagonal .....	76
Figure 2-27 : Topologies : « Hexagonale Primitive » (HP) a,; « Hexagone Compacte » (HC) b,; « Hexagonale Face Centré » (HFC) c,; x = 0,3 y = 0,1 d,; x = 0,8 y = 0,4 e,.....	77
Figure 2-28 : L'ensemble des densités relatives mesurées dans le réseau hexagonal a,, fit par une loi croissance sigmoïdale des courbes limites (rouge et noir) et de deux courbes intermédiaires (rose et bleu) b, en fonction de r/a avec a = 1, .....	77
Figure 2-29 : Des valeurs de $r_0$ a, et des pentes h b, pour les structures du réseau hexagonal avec L = 1, 78	78
Figure 2-30 : Les 4 CUs d'un pavage icosaédrale et leurs règles de coordinances issues de la procédure de Madison [76] .....	82
Figure 2-31 : Inflation et décoration des CUs de base du réseau icosaédrale, le rhomboèdre d'or, le dodécaèdre rhombique, l'icosaèdre rhombique et le triacontaèdre rhombique, les triangles en pointillés jaunes représentent certaines faces des polyèdres initiaux « inflatés » .....	83
Figure 2-32 : Les différentes couches d'un quasi-réseau de type A (centré sur un hexecontaèdre rhombique) [76] .....	84
Figure 2-33 : Les différentes couches d'un quasi-réseau de type B (centré sur un hexecontaèdre rhombique) [75] .....	84
Figure 2-34 : Les différentes couches d'un quasi-réseau de type C (centré sur un triacontaèdre [75],.....	85

Figure 2-35 : Les trois quasilattices type A a,, type B b, et type C c, centré sur un axe d'ordre 5 et les transformés de Fourier respective de ses trois images, .....	87
Figure 2-36 : Les connectivités de la quasilattice de type A.....	88
Figure 2-37 : Les trois types de quasilattices fabriqués en Ti6Al4V par fusion laser sélective (de gauche à droite) le type A, type B et type C .....	89
Figure 2-38: Orientation d'un cube représentatif d'un VER par rapport aux éléments de symétrie du groupe icosaédrique, les flèches rouges représente les axes d'ordre 2 du réseau icosaédrique qui sont également colinéaires avec les axes 4 du cube,.....	89
Figure 2-39 : L'approximant de Type A (ou B) n2 a,, centré sur un axe 3 b,, centré sur un axe 2 c,, centré sur axe 5 d,, un réseau de 5x5x5 CUs en vue isométrique e, et selon la symétrie d'ordre 2 f, .....	90
Figure 2-40: Influence du rayon sur la densité relative pour les différents types de quasilattice et les différents VER (gauche), extrapolation non linéaire selon l'équation 2,6 pour une longueur de poutre $L \approx 0,95$ (droite), a, les CUs relatives aux VERs et b, les différents approximants,.....	91
Figure 2-41 : Une SLM 280HL et un schéma de principe de la stratégie de lasage employée,.....	93
Figure 2-42 : Les 5 topologies élaborées par SLM.....	94
Figure 2-43 : Procédure d'analyse de la topologie par $\mu$ -CT .....	94
Figure 2-44 : a, Distribution statistique des rayons de poutres et leurs Gaussiennes, densité relative locale autour du modèle expérimentale a, et du modèle numérique b,, les boites vertes sont représentatives du volume de mesures (par soucis de visibilité la moitié des structures a été cachée) ...	95
Figure 2-45 : Densités relatives mesurées en fonction des densités cibles et les fits linéaires obtenus pour les topologies évaluées, .....	96
Figure 2-46 : Moyennes des rayons obtenus pour les 5 topologies à 3 niveaux de densité, pour les différentes orientations de poutres, les lignes en pointillées rouges correspondent aux valeurs nominales .....	98
Figure 2-47 : Dépendance du rayons mesurées en fonction de l'angle d'inclinaison des poutres par rapport au plateau de fabrication, les lignes pointillés rouges illustrent les valeurs nominales des rayons et les grises sont des guides visuelles .....	99
Figure 2-48 : Morphologies de nœuds de la diag-truss et l'hexa-truss pour le modèle numérique a,c, et fabriqués par SLM b,d, sont entourées en orange les zones considérées comme nœuds,.....	101
Figure 2-49 : Densité relative locale pour les structures octet-truss a,, diag-truss b,, hexa-truss c,, auxetruss d, et iso-truss e,, la ligne rouge pointillée correspond au cas de fabricabilité idéal et f, un exemple de CUs d'octet-truss à un rayon de 150 $\mu\text{m}$ et ses différentes déviations géométriques en rouge, .....	103
Figure 3-1 : Un mécanisme (a) et une structure (b), extrait de [1], .....	116
Figure 3-2 : Modèles de mousses à pores ouverts a, et pores fermés b, du modèle de Gibson et Ashby	117
Figure 3-3 : Influence du type d'élément et du nombre de répétitions linéaires sur la rigidités relative d'une structure octet-truss [32], .....	121
Figure 3-4 : Les 6 déformations unitaires appliquées à un VER [46],.....	124
Figure 3-5 : Courbe typique d'un essai de compression sur un matériau poreux, image extrait de [56].	126
Figure 3-6 : Relation entre le module cisailant et la densité relative d'une structure diagonale, données extraites de [39], .....	130
Figure 3-7 : Constantes de rigidités d'une structure cubique et sa conductivité thermique ( $\kappa$ ) en fonction de la densité relative $\theta$ , extrait de [46], .....	131
Figure 3-8 : Relation en $E/E_0$ et $G/E_0$ sur la densité relative, les icones vides représentent les mousses à pores ouverts et les pleins les mousses à pores fermés .....	132
Figure 3-9 : Les 6 topologies étudiées par Ahmadi et al, et les rigidités et premières résistances maximales relatives mesurées expérimentalement [57],.....	133

Figure 3-10 : Courbes contraintes-déformations en compression quasi statique uniaxiale pour différentes densités d'une structure cubique au comportement CDA (a) et d'un dodécaèdre rhombique au comportement CDF (b), extrait de [79].....	134
Figure 3-11 : Procédure d'évaluation des propriétés effectives d'une structure lattice .....	136
Figure 3-12 : a, Tracé de l'ensemble des rigidités relatives mesurées en fonction de la densité relative, (en rouge) loi puissance moyenne $\mu$ , (en pointillés bleus) les lois puissances moyennes décalées de plus ou moins l'écart type $\sigma$ , b, $\text{Log}(E_0/E)$ vs $\text{Log}(\rho)$ pour la structure octet-truss, le fit linéaire associé et les points expérimentaux de Bonatti et Mohr [80], .....	137
Figure 3-13 : Variations de $E/E_0$ en fonction des paramètres géométriques X et Y pour un rayon égal à 0,2 avec $E_0 = 1\text{GPa}$ , extrait de [85], la ligne pointillée rouge représente la diagonale ( $x \neq y$ ) et les carrés rouges la structure octet-truss (0, 0,5) et la structure (0,15, 0,35),.....	138
Figure 3-14 : Paramètre m de la loi puissance $E/E_0 = \rho^m$ et quelques exemples de structures lattices cubiques en couleur ? [85], .....	139
Figure 3-15 : Variations des paramètres m en fonction de la désorientation moyenne de la structure qu'ils caractérisent par rapport à l'axe de chargement [85],.....	140
Figure 3-16 : Coefficients de Poisson en fonction des paramètres topologiques x et y pour $r=0,05$ , La ligne rouge délimite la zone où $\nu < 0$ , correspondant aux structures à comportement auxétique [85], .....	141
Figure 3-17: Coefficients de Poisson locaux en fonction de la position angulaire sur une face externe latérale d'une structure (0,05, 0,2) pour les 6 rayons implémentés [85], .....	143
Figure 3-18 : Champ de contraintes de Von Mises d'une structure octet-truss et ses zones de concentrations de contraintes autour des nœuds de la structure [91], .....	144
Figure 3-19 : Distribution des contraintes de Von Mises en fonction de la fraction correspondante pour 4 topologies différentes (a), et le facteur de concentration de contrainte K en fonction de la densité relative pour 4 topologies et les relations linéaires associées [91], .....	145
Figure 3-20 : Facteurs de concentrations de contraintes globaux K en fonction des paramètres topologiques (x, y) pour deux rayons $r = 0,05\text{mm}$ a, et $r = 0,1\text{mm}$ b, (la taille de la CU est fixée à 1mm) [91], .....	146
Figure 3-21 : Cartes des paramètres n (a) et n (b) indicateurs de la dépendance de la concentration de contraintes par rapport à la densité pour $K = \sigma m \sigma$ a, et $K = \sigma \sigma$ , .....	147
Figure 3-22 : Les structures lattices (losanges rouges et carrés bleus) simulées couvrent une large gamme de Module de Young et densité, Pour les structures en polymère ( $E = 1\text{GPa}$ ), les propriétés divergent de celles des polymères monolithique vers les propriétés des mousses [85] .....	149
Figure 3-23 : Courbes S-N pour un Ti6Al4V massif et ses lattices associées (point expérimentaux) et les valeurs estimées à partir des calculs de concentrations de contraintes (lignes pleines et pointillées) [91], .....	152
Figure 3-24 : Discrétisation de l'espace de conception des (x, y) pour le modèle 3D élastique, on retrouve 36 CUs indépendantes symbolisées par des carrés bleus.....	155
Figure 3-25 : $C_{11}$ en fonction de la densité relative pour l'ensemble des structures testées et sa valeur moyenne $m_{11\text{moyen}} = 2,35$ (ligne pointillée rouge) a, et son équivalent pour $C_{12}$ avec $m_{12\text{moyen}} = 3$ (ligne pointillée rouge) et une déviation de $\sigma = \pm 1$ (lignes pointillées brunes) b [111], .....	157
Figure 3-26 : Cartes des paramètres $m_{11}$ et $m_{12}$ reliant respectivement $C_{11}C_{110}$ et $C_{12}C_{120}$ à la densité relative au travers d'une loi puissance [111] .....	158
Figure 3-27 : $C_{44}$ en fonction de la densité relative pour l'ensemble des structures testées, la loi puissance associée d'une valeur moyenne $m_{44\text{moyen}} = 2,6$ (ligne pointillée rouge), et les déviations associées $\sigma = \pm 0,8$ (lignes pointillées cuivres) [111],.....	160
Figure 3-28 : Carte des paramètres $m_{44}$ reliant $C_{44}C_{440}$ à la densité relative [111] .....	161
Figure 3-29 : Carte des paramètres Z qui relie le ratio de Zener A à la densité relative en fonction des topologies (x, y) [111].....	162

Figure 3-30 : Carte schématique des différents comportements observés sur des structures lattices cubiques .....	163
Figure 3-31 : Module de Young effectif selon la direction de l'axe sénaire, pour les structures HP et HC (carrés, ronds et lignes jaunes continue ou pointillée), les modèles des lattices cubiques PC et FCC (lignes rouges pointillées) et le spectre des module de Young pour l'ensemble des lattices cubiques,.....	166
Figure 3-32 : Volumes des CUs des suites VERs (carrés noirs) et les approximants (ronds rouges),.....	168
Figure 3-33 : Orientation d'un cube représentatif d'un VER par rapport aux éléments de symétrie du groupe icosaédrique, les flèches rouges représentent les axes d'ordre 2 du réseau icosaédrique qui sont également colinéaires avec les axes 4 du cube,.....	168
Figure 3-34 : Variations des constantes de rigidités effectives $C_{11}$ (a,), $C_{12}$ (b,), $C_{44}$ (c,) et le ratio de Zener A (d,), pour les différentes tailles de VERs de la quasilattice type A,.....	169
Figure 3-35 : Variations des constantes de rigidités effectives $C_{11}$ a,, $C_{12}$ b,, $C_{44}$ c, et le ratio de Zener A d,, pour les différentes taille de VERs de la lattice type B,.....	170
Figure 3-36 : Variations des constantes de rigidités effectives $C_{11}$ a,, $C_{12}$ b,, $C_{44}$ c, et le ratio de Zener A d,, pour les différentes tailles de VERs de la lattice type C, .....	171
Figure 3-37 : Variations des coefficients de Zener A, pour les réseaux de type A a,; type B b, et de type C C, .....	173
Figure 3-38 : Variation des paramètres de sensibilité $m_{11}$ a,, $m_{12}$ b,, et $m_{44}$ c, pour les différentes tailles de CUs testées, les lignes pointillées correspondent à Fibo 1 et celles pleines à Fibo 2, .....	174
Figure 3-39 : Variations du paramètre $m_{12}$ en fonction de la longueur de CUs de la quasilattice de type A, la ligne noir présentent les propriétés des VERs tandis que les pics caractérisent les approximants, les lignes pointillées rouges indiquent les longueurs de Cu relative aux approximants, la courbe noir est un guide visuel.....	174
Figure 3-40 : a, Montage de compression, b, design des échantillons de compression, c, montage de torsion, d, design des échantillons de torsion avec la zone d'intérêt, une aire de gradient de densité et la partie pleine prise dans les mors, Les flèches rouges indiquent les directions de déformation .....	177
Figure 3-41 : Exemples de courbes de contrainte-déformation en compression des 5 topologies pour les trois densités relatives de chaque topologie (chaque colonne correspond à un ratio $r/l$ constant),.....	179
Figure 3-42 : Relation entre densité relative et module d'Young (courbe de gauche) et la résistance élastique effective $Re = \sigma\epsilon$ (courbes de droite), les courbes en rouges correspondent aux modèles de la partie 3,2,2,1 pour les modules effectifs et les modèles de Gibson-Ashby pour les résistances élastiques, .....	181
Figure 3-43 : Modules de cisaillement effectifs en fonction de la densité relative pour la structure iso-truss, en noir les points expérimentaux, en rouge les valeurs issues du modèle homogénéisé, et la ligne pointillé rouge représente le modèle G-A,.....	182
Figure 4-1 : Les principaux procédés d'élaboration des CMMs .....	196
Figure 4-2 : Les deux types d'infiltration et leurs procédés associés, figure extraite de [48].....	197
Figure 4-3 : Les différents types de CMMs, figure extraite de [60].....	200
Figure 4-4 : Un CMM SiCp/CU présentant une bonne interface a, (extrait de [64]) un CMMs à matrice d'aluminium série 3XXX à particules de SiC présentant de nombreux pores aux interfaces b, (extrait de [65]), .....	201
Figure 4-5 : Un bi-matériaux présentant une interphase entre la matrice en WC-10Co et un fil d'AlSi (extrait de [67]) a, un composite à renfort architectural en 316L et sa matrice en alliage d'aluminium qui présente une interface non cohésive (zone noir) (extrait de [16]) b, et une vue 3D obtenue par $\mu$ -CT du même composite (extrait de [43]) c,.....	201
Figure 4-6 : Une carte d'Ashby permettant la comparaison de matériaux pour une application de substrat de composants électroniques (extrait de [68]),.....	205

Figure 4-7: Carte de sélection des matériaux en fonction de leurs densités et leurs limites élastiques, les CMMs sont présent dans la bulle orange dénommée MMCs (carte extrait de [75]), .....	206
Figure 4-8 : Les différents types de mécanismes de ruptures a, faible jonction d'interface, b, jonction d'interface intermédiaire, c, forte jonction d'interface avec les mécanismes de rupture de matrice (i) et rupture de fibre (ii) (extrait de [79]).....	207
Figure 4-9 : Un point triple à l'intersection entre un milieu liquide, solide et une atmosphère, les tensions superficielles associées et l'angle de contact $\theta_E$ .....	208
Figure 4-10 : Montage d'infiltration capillaire pour a, de l'eau et b, et une résine époxy (structure octet truss),.....	212
Figure 4-11 : Montage expérimental d'infiltration spontanée où une semelle Ti64 est recouverte de nitrure de bore sur laquelle est vissé le réseau poreux de 30 mm de haut, deux lopins d'aluminium placés de part et d'autre sont également recouverts de BN, On distingue en arrière-plan les buses d'arrivée d'Argon, .....	213
Figure 4-12 : Courbe temps-hauteur d'infiltration pour une structure octet-truss d'une densité de 0,37, une taille de maille de 1 mm pour trois liquides : l'eau (courbe noir), l'époxy (courbe rouge), et de l'aluminium liquide (courbe bleue), .....	217
Figure 4-13 : a, Courbe des hauteurs d'infiltration d'eau en fonction du temps pour les différentes tailles de mailles L (indiqué par les flèches noires), dans des réseaux poreux composés d'octet-truss d'une densité relative de 0,37, b, Les hauteurs maximales d'imprégnation pour les différentes tailles de mailles (les courbes pour L = 1,5 ; 2 et 3mm ne sont pas représenté en a),.....	218
Figure 4-14 : Courbes des hauteurs d'infiltration en fonction du temps pour différents niveaux de densités de structures (gauche), et les profils de densités en fonction de la hauteur sur une CU (droite), pour les structures (de haut en bas) octet-truss, diag-truss, aux-truss et iso-truss, Le liquide infiltrant est de l'aluminium liquide, et L = 1mm,.....	219
Figure 4-15 : Hauteur maximale d'imprégnation d'eau pour une structure octet-truss et ses 7 niveaux de densités pour les différentes valeurs de longueurs de CUs testées, les courbes sont les fits obtenus par la relation 4,22 a, et la variation des paramètres Q en fonction de la densité relative (en rouge le fit obtenu par la relation 4,22) b, .....	221
Figure 4-16 : Carte du paramètre C pour l'ensemble des topologies (x, y) avec comme fluide infiltrant de l'eau a,, de l'époxy b, et de l'aluminium liquide (700°C) c, .....	223
Figure 4-17 : Infiltration de réseaux poreux par de l'époxy avec une maille de 3mm diag-truss a,, aux-truss b,, octet-truss c, et un réseau d'octet-truss avec une maille de 1,5mm d,.....	225
Figure 4-18 : Infiltration spontanée d'un réseau composé d'octet d'une taille de maille de 1,5 mm pour une montée en température à 850°C sans maintien, la zone rouge représente une zone où le squelette est quasiment indiscernable a, et b, la position en sortie de four de l'échantillon positionné par rapport au flux d'argon (symbolisé par les flèches rouges), .....	226
Figure 4-19 : Schéma de la mise en place des éléments du composite dans un creuset froid,.....	230
Figure 4-20 : Un matériau hybride Ti64/Al avec un squelette dont les mailles cubiques font 1mm de côté, après 40 secondes de temps de fusion, On trouve différents types de porosités : les manques de fusion (rouge), les macroporosités (violet), les porosités intermédiaires (vert) et les microporosités (noir).....	232
Figure 4-21 : Reconstitution 3D d'une acquisition en $\mu$ -CT d'un matériau hybride Ti64/Al, dont le squelette est un octet-truss d'une longueur de maille de 3mm et un temps de fusion de 90 secondes (taille de voxel de 2 $\mu$ m), a, la matrice et les renforts, b, le squelette extrait de la matrice et c, la répartition des pores au sein du composite et des exemples de porosités de taille intermédiaire entourées en rouge,.....	233
Figure 4-22 : Micrographies optiques des différents matériaux hybrides : la phase foncée correspond à la lattice, la plus claire à la matrice et la phase noire aux porosités, pour les trois tailles de mailles considérées : 3 mm, 1,5 mm et 1 mm et les trois temps de fusion : 20, 40 et 90 secondes .....	234

Figure 4-23 : Taux de porosités en fonction du temps de fusion pour les trois tailles de mailles considérées .....	235
Figure 4-24 : Diffractogrammes $\Theta/2\Theta$ obtenus pour les différents composites élaborés pour les trois hauteurs de mailles considérées (de haut en bas) et les différents temps de fusion de 20 s (noir), 40 s (rouge) et 90 s (bleu), .....	236
Figure 4-25 : Micrographie BSE d'un composite Ti64/Al élaboré par creuset froid (taille de maille = 3mm, temps de fusion = 90 sec) et les analyses EDX pour les différents types de microstructures en présence, Les analyses chimiques par pointés de chaque phase, .....	238
Figure 4-26 : Imagerie BSE des deux types de répartition des aluminures de fer a, pour un faible temps de fusion en lamelle dans la matrice et b, pour une temps de fusion de 90 seconde, enchevêtrés avec les nodules de $TiAl_3$ , .....	238
Figure 4-27 : Les différentes microstructures obtenues en fonction des tailles de mailles et du temps de fusion, .....	240
Figure 4-28 : Morphologie des interfaces pour a, un temps de fusion de 20 secondes et b, 90 secondes, en rouge pointillé une délimitation possible de l'interface, pour des tailles de maille d'une longueur de 1mm, .....	241



## **Matériaux mésostructurés et Infiltration Métallique avec Optimisation du Squelette Architecturé**

*Composites, Infiltration, Allègement de structure, Matériaux poreux, Architecture*

La recherche constante d'allègement de structure et d'optimisation des performances est à l'origine des matériaux hybrides, Ils sont définis comme la combinaison de deux matériaux (ou plus), ou la structuration d'un matériau dans un volume donné, selon une organisation et une échelle prédéterminée en vue de répondre à une application spécifique, De plus, l'essor récent de la fabrication additive permet d'entrevoir une liberté de conception inégalée, Ceci est à l'origine de matériaux hybrides tels que les structures lattices ; il s'agit d'un assemblage de micro-poutres ordonnées ou non visant à remplir un volume donné, Ce travail de thèse porte sur l'élaboration d'un matériau hybride métallique à squelette architecturé optimisé, Dans un premier temps, nous nous intéresserons à l'optimisation du squelette, Pour ce faire un modèle original de génération de structures lattices périodiques inspiré de la cristallographie sera proposé, Il permettra la génération d'une base de données de structures à laquelle seront ajoutées des structures lattices quasipériodiques, Dans un second temps, nous nous intéresserons aux performances de ces structures du point de vue du : comportement mécanique et de l'infiltration de réseau poreux par un liquide, Dans les deux cas, des relations phénoménologiques seront déterminées afin de relier la rigidité à la densité relative, ou la remonté d'un front d'infiltration en fonction des caractéristique géométrique d'un squelette, Ces relations, via les paramètres qui les gouvernent, permettent de dégager l'influence de la topologie et donne lieu à des outils de sélection sous forme de cartes 2D, Les étapes de contrôle des structures par tomographie X, d'évaluations des propriétés mécaniques expérimentales et d'infiltration de réseaux poreux, rendent possible la confrontation avec les modèles proposés, Ces différents outils valident la topologie et l'échelle du squelette optimisé du point de vue mécanique et de l'infiltration, Pour finir, des composites associant un alliage d'aluminium et un squelette en Ti-6Al-4V produit par fusion laser sélective, sont élaborées par creuset froid, Une analyse des porosités et de la métallurgie à l'interface Ti/Al révélera la viabilité du procédé, ainsi que l'influence des conditions d'élaborations sur les microstructures,

### **Metal infiltrated mesostructured materials with optimization of architected scaffold**

*Composites, Infiltration, Structural lightening, Porous materials, Architecture*

The constant search for structural lightening and performance optimization is at the origin of hybrid materials, They are defined as the combination of two (or more) materials, or the structuring of a material in a given volume, according to predetermined organization and scale in order to respond to a specific application, In addition, the recent growth of additive manufacturing offers a new unmatched design freedom, This is at the origin of hybrid materials such as lattices; it is an assembly of micro-beams ordered or not to fill a given volume, This PhD work focuses on the development of a hybrid metallic material with optimized architected skeleton, At first, we will focus on the optimization of the skeleton, To do this, an original model generation of periodic lattices inspired by crystallography will be proposed, It will allow the generation of a database of structures to which will be added quasiperiodic lattices structures, In a second time, we will focus on the performances of these structures from the point of view of: mechanical behavior and porous network infiltration by a liquid, In both cases, phenomenological relations will be determined in order to relate the rigidity to the relative density, or the rise of an infiltration front according to the geometric characteristics of a skeleton, These relationships, via the parameters that govern them, make it possible to identify the influence of the topology and give rise to selection tools in the form of 2D maps, The X-ray tomography control steps, evaluations of the experimental mechanical properties and infiltration of porous networks make possible the confrontation with the proposed models, These different tools validate the topology and the scale of the optimized skeleton from the mechanical point of view and the infiltration, Finally, composites combining an aluminum alloy and a Ti-6Al-4V skeleton produced by selective laser melting are produced by a cold crucible, Porosity and metallurgical analysis at the Ti / Al interface will reveal the viability of the process, as well as the influence of the processing conditions on the microstructures,

