

Management de la Production et de Maintenance pour une Logistique inverse tenant compte des contraintes écologiques (environnementales)

Salim Bouslikhane

▶ **To cite this version:**

Salim Bouslikhane. Management de la Production et de Maintenance pour une Logistique inverse tenant compte des contraintes écologiques (environnementales). Automatique / Robotique. Université de Lorraine, 2019. Français. NNT : 2019LORR0332 . tel-02928386

HAL Id: tel-02928386
https://hal.univ-lorraine.fr/tel-02928386

Submitted on 2 Sep 2020

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

AVERTISSEMENT

Ce document est le fruit d'un long travail approuvé par le jury de soutenance et mis à disposition de l'ensemble de la communauté universitaire élargie.

Il est soumis à la propriété intellectuelle de l'auteur. Ceci implique une obligation de citation et de référencement lors de l'utilisation de ce document.

D'autre part, toute contrefaçon, plagiat, reproduction illicite encourt une poursuite pénale.

Contact : ddoc-theses-contact@univ-lorraine.fr

LIENS

Code de la Propriété Intellectuelle. articles L 122. 4
Code de la Propriété Intellectuelle. articles L 335.2- L 335.10
http://www.cfcopies.com/V2/leg/leg_droi.php
http://www.culture.gouv.fr/culture/infos-pratiques/droits/protection.htm

THÈSE

Présentée à

L'Université de Lorraine – METZ

UFR Mathématiques, Informatique, Mécanique

Pour obtenir le titre de

DOCTEUR

en

Automatique, Traitement du Signal et des Images, Génie Informatique

Par

Salim BOUSLIKHANE

Management de la Production et de Maintenance pour une Logistique inverse tenant compte des contraintes écologiques (environnementales)

Soutenue le vendredi 3 mai 2019, devant le jury composé de :

Rapporteurs

Farouk Yalaoui	Professeur à Université de Technologie de Troyes, France
Hamid Allaoui	Professeur à l'Université d'Artois, France

Examinateurs

Hakim ARTIBA	Professeur à l'Université de Valencienne, France
Eric Levrat	Professeur à l'Université de Lorraine-Nancy, France
Yasmina Hani	Maître de conférences à l'Université Paris, France

Directeur de thèse

Nidhal REZG	Professeur à l'Université de Lorraine – Metz, France

Co-Directeur

Zied Hajej	Maître de conférences (HDR) à l'Université de Lorraine – Metz

A mes très chers parents et grands parents,

A ma fille adorée et à ma bien aimée,

A ma sœur et à mes frères chéris,

A mes proches et moins proches,

Je vous dédie ce mémoire de thèse.

Remerciements

Avant tout développement sur mes travaux de recherche, il apparait opportun de commencer ce mémoire de thèse par des remerciements, à ceux qui m'ont beaucoup appris au cours de ce doctorat, ainsi qu'à ceux qui ont fait de celui-ci un moment très profitable.

Je dédie mes remerciements les plus chaleureux aux membres du jury pour le temps qu'ils ont bien voulu consacrer à l'évaluation de mon mémoire de thèse.

Je remercie sincèrement mon cher directeur de thèse Monsieur Nidhal REZG (Directeur du Laboratoire de Génie Industriel, de Production et de Maintenance LGIPM, et professeur à l'Université de Lorraine) ainsi que mon co-directeur de thèse Monsieur Zied HAJEJ (Maitre de conférence à l'Université de Lorraine) de m'avoir littéralement encadré dans la réalisation de mes travaux de recherche et de m'avoir accompagné dans l'aboutissement du présent mémoire. Ils m'ont offert les meilleures conditions de travail, je leur suis particulièrement et profondément reconnaissant. Plus concrètement, je souhaiterai les remercier pour leur patience, leur disponibilité et leur pédagogie ; ils m'ont toujours poussé à aller de l'avant et m'ont accompagné au quotidien dans mon évolution.

J'ai également grandement apprécié leur ouverture dans le domaine scientifique, leur convivialité dans le travail, ainsi que leur volonté de transmettre des compétences.

Conjointement, je remercie l'ensemble des membres du laboratoire pour la bonne humeur, et l'ambiance « familiale » qui règne au sein de ce dernier. Je nomme particulièrement Sofiene DELLAGI, Sadok TURKI, Nathalie SAUER, Zouhour GUIRAS, Sadok REZIG, Nadia NDHAIEF, et Christel WIEMERT. Merci à vous chers chercheurs, enseignants et secrétaires pour votre bienveillance.

La suite de mes remerciements s'adresse aux doctorants pour leur soutien et leurs conseils judicieux. Ces trois années n'auraient pas été les mêmes sans votre cordialité.

Enfin, je tiens à remercier ma famille et mes proches pour leurs encouragements et leur présence. Un remerciement particulier à mon grand frère Julien HUSSON qui m'a soutenu et motivé tout au long de mes travaux de recherches.

Sommaire

Introduction générale 10

Chapitre 1 : Etat de l'art : Les stratégies de production et de maintenance dans la gestion industrielle 14

1.1 Introduction 15

1.2 Les systèmes de production 15

1.2.1 Les objectifs des systèmes de production 16

1.2.2 Classification des systèmes de production 17

1.2.2.1 Typologie liée aux ressources 17

1.2.2.2 Typologie liée aux demandes 19

1.3 La chaîne logistique dans le système de production 20

1.3.1 Chaine logistique 20

1.3.2 Cycle de vie 20

1.3.3 Gestion des déchets 21

1.3.4 Logistique inverse 21

1.3.5 Processus de la logistique inverse 23

1.3.6 Niveaux de décision 24

1.4 La maintenance dans les systèmes manufacturing et remanufacturing 25

1.4.1 La maintenance : définition et historique 25

1.4.2 Les catégories de maintenances 26

1.4.3 Les politiques de maintenance 28

1.4.4 La Loi de défaillance 29

1.4.5 La planification conjointe Production-Maintenance : 31

1.5 Description du problème 36

1.5.1 Motivation / Problématique 36

1.5.2 Problématique de la thèse 36

1.5.3 Notations 39

1.6 Conclusion 40

Chapitre 2 : Développement et optimisation d'une politique de maintenance intégrée à la production pour une unité de Manufacturing et de Remanufacturing sous contrainte de la taxe carbone 41

2.1. Introduction 42

2.2. Description du problème 43

2.2.1. La stratégie d'optimisation séquentielle 47

2.2.2. Modèle Quadratique (modèle de HMMS) 47

2.3. Formulation du problème stochastique 48

2.3.1. Modèle stochastique du problème 48

2.3.2. Politique de production 53

2.3.2.1. Cas de production 54

2.3.2.2. Mise en équation 55

2.4. Étude analytique 63

2.5. Résolution 76

2.6. Étude et analyse de politique de maintenance 76

2.6.1. Description de politique de maintenance 77

2.6.1.1. Taux de défaillance de la machine 77

2.6.1.2. Formulation du coût de maintenance 81

2.7. Exemples numériques 85

2.8. Conclusion 93

Chapitre 3 : Développement d'une politique écologique de production et de maintenance (PEPM) pour une chaine logistique sous contrainte de taxe carbone et de taux de défaillance en faisant appel à une sous-traitance dans le cadre d'un appel d'offres 94

3.1 Introduction : 95

3.2 Problématique Industrielle 96

3.2.1 Notations 91

3.2.2 Description du problème 91

3.3 Modèle du problème stochastique 98

3.3.1 Politique de production 93

3.3.2 Politique de maintenance 97

3.4 Stratégie écologique de production et de maintenance 104

3.5 Modèle analytique d'optimisation 107

3.5.1 Problème déterministe équivalent 101

3.5.2 Optimisation écologique de la production et de maintenance 105

3.6 Exemples numériques 112

Synthèse : Les avantages de la politique écologique de production et de maintenance 120

3.7 Conclusion 121

Chapitre 4 : Développement et optimisation d'une politique de maintenance intégrée à la production pour une chaine logistique sous contrainte de taxe carbone et avec une commutation de la sous-traitance *122*

4.1 Introduction : 123

4.2 Problématique Industrielle 124

4.2.1 Notations 119

4.2.2 Description du problème 120

4.3 Modèle du problème stochastique 126

4.3.1 Politique de production....122

4.3.2 Stratégie de maintenance....127

4.4 L'approche de l'optimisation 134

4.5 Exemple numérique.... 140

4.6 Conclusion 148

Conclusion générale 149

Bibliographie.... 151

Liste des figures

Figure 1.1 : Décomposition systémique d'un système de production (Le Moigne, 1990) 17
Figure 1.2 : Évolution de taux de défaillance pour une maintenance parfaite 26
Figure 1.3 : Évolution de taux de défaillance pour une maintenance minimale 27
Figure 1.4 : Évolution de taux de défaillance pour une maintenance imparfaite 27
Figure 2.1 : Déscription du problème 46
Figure 2.2 : Stratégie séquentielle 47
Figure 2.3 : Durée de la maintenance préventive pour le Cas 1 54
Figure 2.4 : Durée de la maintenance préventive pour le Cas 2 54
Figure 2.5 : Procédure numérique pour déterminer les taux de production optimaux 76
Figure 2.6 : Politique de maintenance durant l'horizon H 77
Figure 2.7 : Évolution du taux de défaillance durant l'horizon *H* 78
Figure 2.8 : Nombre moyen de défaillances 82
Figure 2.9 : Procédure numérique pour déterminer Nm* 84
Figure 2.10: Le coût de maintenance en fonction de *Nm* 89
Figure 2.11: Variation du coût de maintenance en fonction de *Nm* 90
Figure 2.12: Variation du coût de maintenance en fonction de *Nm* 90
Figure 2.13: Variation du coût de maintenance en fonction de *Nm* 91
Figure 2.14: Variation du coût de maintenance en fonction de *Nm* pour θ=0.95 91
Figure 2.15: Variation du coût de maintenance en fonction de *Nm* pour θ=0.7 92
Figure 2.16: Variation du coût de maintenance en fonction de *Nm* pour θ=0.3 92
Figure 3.1: Système de production en boucle fermée 98
Figure 3.2: Maintenance préventive pour l'unité R durant l'horizon de production 99
Figure 3.3: Évolution de la quantité de carbone à l'horizon H 102
Figure 3.4: Évolution du nombre moyen de pannes 112
Figure 3.5: Quantité de carbone pour l'unité de Manufacturing durant H.Δt=12 114
Figure 3.6: Quantité de carbone pour l'unité de Remanufacturing durant H.Δt=12 115
Figure 3.7: Coût total de maintenance en fonction de N_m 115
Figure 4.1: Système de production en boucle fermée 126
Figure 4.2: Planification des actions de maintenance préventive pour l'unité de Remanufacturing durant l'horizon de production 127
Figure 4.3: Fonctions du tableau de bord 129
Figure 4.4. Évolution du taux de défaillance 133
Figure 4.5: Étapes de la méthode de résolution 140
Figure 4.6: Quantité de carbone émise avec et sans l'unité de sous-traitance 142
Figure 4.7: Nombre optimal d'actions de maintenance préventive 143
Figure 4.8: Quantité de carbone émise avec et sans l'unité de sous-traitance 144
pour C_{ps} = 35; C_c = 3550 144
Figure 4.9: Quantité de carbone émise avec et sans l'unité de sous-traitance pour Cps=500; Cc=550 145

Liste des tableaux

Tableau 2.1 : Plan économique de production 86
Tableau 2.2 : Plan de production pour $\theta = 0,95$ 87
Tableau 2.3 : Plans de production pour $\theta = 0,6$ 87
Tableau 2.4 : Plan de production pour $\theta = 0,3$ 88
Tableau 2.5: Récapitulatif de la variation du coût total de production en fonction de θ 88
Tableau 3.1: Demandes moyennes durant H=12 périodes 113
Tableau 3.2: Plan économique de production durant H=12 périodes 113
Tableau 3.3: Plan de consommation de carbone pour l'unité de Manufacturing 114
Tableau 3.4: Plan de consommation de carbone pour l'unité de remanufacturing 114
Tableau 3.5 : Nombre moyen de pannes pour l'unité de Manufacturing 116
Tableau 3.6 : Nombre moyen de pannes pour l'unité de Remanufacturing 116
Tableau 3.7 : Ordre décroissant du nombre moyen de pannes pour l'unité M 118
Tableau 3.8 : Ordre décroissant du nombre moyen de pannes pour l'unité R 118
Tableau 3.9 : Ordre croissant du nombre moyen de pannes pour l'unité R 119
Tableau 3.10 : Ordre croissant du nombre moyen de pannes pour l'unité R 119
Tableau 4.1: Demandes moyennes durant H=12 périodes 141
Tableau 4.2: Plan économique de production durant H=12 périodes 141
Tableau 4.3: Quantité de carbone émise par les unités M et R 142
Tableau 4.4: Plan économique de production avec C_{ps}=35; C_c=3550 143
Tableau 4.5: Plan économique de production avec C_{ps}=500; C_c=550 144
Tableau 4.6: Quantité de carbone émise avec X_e = 6.3 145
Tableau 4.7: Quantité de carbone émise avec X_e = 15.8 146
Tableau 4.8 : Quantité de carbone émise avec Q_{cm}=200000 and Q_{cr}=2000 146
Tableau 4.9 : Quantité de carbone émise avec Q_{cm}=50000 et Q_{cr}=2000 147
Tableau 4.10: Quantité de carbone émise avec Q_{cm}=118000 et Q_{cr}=1500 147
Tableau 4.11: Quantité de carbone émise avec Qcm=118000 et Qcr=3500 147

Introduction générale

Au cours des 20 dernières années, les pressions sociales et économiques ont amené les entreprises de fabrication à prêter davantage attention aux conséquences environnementales des produits et des services qu'elles proposent et aux processus qu'elles déploient (Brandenburg et al. 2014). D'autre part, dans un contexte industriel, l'intégration des aspects écologiques et sociaux avec les considérations économiques, contribuent de plus en plus dans la gestion et la prise de décision au sein d'une entreprise. Ce constat, a permis d'apporter une nouvelle dimension, à savoir la performance environnementale et son efficacité et son impact sur les stratégies de gestion de la production ou des services toute en tenant compte des stratégies de maintenance. Par conséquent, les stratégies opérationnelles doivent pouvoir s'adapter aux conditions changeantes du marché, réagir à des événements imprévus et résoudre ces difficultés en collaborant, tout en intégrant les préoccupations environnementales. D'un point de vue opérationnel, les installations industrielles sont confrontées à un manque de stratégies pour répondre aux normes et exigences en matière de déchets et d'émissions toxiques tout en maintenant une efficacité économique élevée (Bonney et Jaber, 2011). Ce manque de stratégie est accentué par le contexte extrêmement dynamique et complexe qui régit les systèmes de fabrication. Il y a évidemment un écart important lorsqu'il s'agit de stratégies ou de normes traitant de manière indépendante des problèmes économiques et environnementaux.

En réalité, la considération des aspects environnementaux au niveau opérationnel est relativement nouvelle dans la littérature. Malgré l'existence de certaines réalisations intégrant les aspects environnementaux et tenant compte du comportement dynamique des systèmes de production des biens et des services (dégradation, maintenance, ...), le problème de contrôle, sous contrainte environnementale, est resté encore un sujet ouvert dans la littérature scientifique. Même les normes internationales, telles que ISO14000, fixent des cibles et des objectifs généraux à atteindre en termes de gestion environnementale, mais sans apporter trop de détails sur le niveau opérationnel. Par conséquent, le principal problème des systèmes de production consiste à minimiser les coûts de production et de maintenance grâce à une gestion simultanée et économique, tout en respectant les exigences environnementales de plus en plus réglementées par la majorité des pays industrialisés.

Dans ce contexte, de nombreuses recherches dans le domaine industriel ont été consacrées à l'optimisation de la planification de la production et de la maintenance en proposant des solutions aux contraintes imposées par les exigences environnementales dans la gestion du système de production en considérant la contrainte des émissions nocives dans l'écosystème.

En termes économique et technique, minimiser les coûts et garantir une disponibilité considérable d'un système de production sont les principaux objectifs de l'entreprise, mais par contre ne sont pas une tâche facile. Dû à l'exigence des clients en matière de qualité, de coût et de délais de livraison, l'environnement des systèmes manufacturiers est caractérisé par un marché à

une forte concurrence. Par conséquent, les entreprises doivent manager d'une façon efficace leurs coûts de production et de maintenance et optimiser leurs moyens de production sous critères technico-économique. Puisque, les pannes aléatoires ou l'arrêt de système de production sont considérés comme une source de perturbation qui s'en suit engendre une perte de productivité et le non-respect des délais de livraison. Pour garantir la performance de productivité de bien et de services, l'entreprise ne doit plus subir les aléas, mais doit les prévoir et analyser leurs effets sur le long terme. D'où, de nouvelles stratégies industrielles de management sont nécessaires pour élaborer de nouvelles méthodologies de planification conjointe de la production et de la maintenance.

Suite à ce constat, pour atteindre les deux principaux objectifs de l'entreprise, d'une part, sous un critère économique tel que la minimisation les différents coûts de maintenance, de pertes des demandes, de stockage et d'autre part, sous critère technique tel que l'amélioration de la disponibilité de l'outil de production, une stratégie de maintenance intégrée à la production est devenue nécessaire.

Dans ce cadre, le travail de recherche, proposé dans ce manuscrit, s'est intéressé au problème de management conjoint de la production, de la maintenance dans un contexte de régularisation des émissions carbone à travers le nouveau concept de la chaine logistique à savoir la logistique inverse. Dans ce cadre, les objectifs de cette thèse s'articulent autour du développement de politiques de maintenance intégrées pour une logistique inverse avec prise en compte des contraintes écologiques. La contribution principale de nos travaux est de proposer : Premièrement, une stratégie d'optimisation de la production couplée à la maintenance d'un système de Manufacturing et de remanufacturing sous contrainte de quantité de carbone émise. Deuxièmement, le développement d'une nouvelle stratégie d'optimisation de la production et de la maintenance avec un appel à la sous-traitance et sous-contrainte de maitrise de quantité de carbone émise. Troisièmement, une stratégie de commutation (Switching) de sous-traitance afin de réduire la taxe carbone pour les deux unités de Manufacturing et de remanufacturing. Le verrou scientifique de cette étude est de déterminer conjointement un plan économique de production corrélé à un plan optimal de maintenance tout en considérant, d'une part, l'influence de la cadence de production sur la dégradation de l'unité de Manufacturing, et d'autre part, la contrainte de taxe carbone avec un appel à la sous-traitance.

Ce mémoire de thèse est organisé de la manière suivante :

Dans le premier chapitre, le contexte d'étude est présenté et permettant la mise en situation de notre problématique par rapport aux travaux existants du point de vue de la gestion de la production et de maintenance. La première partie abordera succinctement les systèmes de production à travers la classification des systèmes de production. La deuxième partie sera consacrée à la chaîne logistique dans le système de production : nous y présenterons les concepts de la chaine logistique, logistique inverse, ses intérêts et de sa structure. Dans la troisième partie, nous présenterons les concepts de la maintenance dans une chaine logistique, ses catégories, ainsi que les différentes politiques étudiées en littératures. Les principaux travaux existant dans

la littérature concernant la planification conjointe de la gestion de la production et de maintenance sous contraintes industrielles telle que : les contraintes environnementales. Finalement, afin de souligner la spécificité de notre problématique, nous nous focaliserons sur le manque de travaux dans la littérature, à savoir l'aspect écologique, les demandes aléatoires, le taux de service, la dégradation liée aux variations des cadences de production pour des problèmes de planification de la production et de la maintenance (Forcasting).

Le deuxième chapitre traite du développement et de l'optimisation des plans de production et de maintenance sous contrainte écologique (taxe carbone). En effet, l'étude concerne une chaine logistique composée de deux unités de manufacturing et de remanufacturing dans l'optique de satisfaire des demandes aléatoires tout en respectant un taux de service. Les deux unités de production sont soumises à la réglementation en vigueur concernant la taxe carbone. Soit une quantité de carbone annuelle à ne pas dépasser pour une production sans pénalité. En termes de fiabilité, les deux unités de Manufacturing et de remanufacturing sont sujettes à des pannes aléatoires et des actions de maintenance qui sont programmés en tenant compte de la dégradation de l'unité en fonction de sa cadence de production. À ce titre, ce chapitre portera sur une stratégie séquentielle d'optimisation des deux plans de production et de maintenance. Pour cette stratégie d'optimisation, il conviendra de déterminer initialement le plan économique de production et d'y associer un plan optimal de maintenance. Dans un premier temps, nous définissons une politique de production afin de déterminer les plans économiques de production de deux unités de Manufacturing et de remanufacturing en tenant compte de l'état de l'unité de Manufacturing (en période de maintenance ou non) puisque en considérant que le plan de maintenance de l'unité de Remanufacturing est prédéfini du début de la production. Dans un deuxième temps, pour minimiser les coûts liés aux actions de maintenance, une stratégie de maintenance périodique (type bloc avec réparation minimale) sera développée en considérant la corrélation entre la production et la maintenance.

Par la suite, le troisième chapitre s'intéresse à la proposition d'une nouvelle politique écologique de production et de maintenance (PEPM) en intégrant la sous-traitance comme une solution pour minimiser les coûts, satisfaire la demande et réduire l'impact financier de la taxe carbone. Le choix de la sous-traitance sera dans la cadre d'un appel d'offres en répondant aux questions principales : quel sera le coût de la sous-traitance afin de respecter l'optimisation (PEPM) et à quel instant nous ferons l'appel à la sous-traitance ? Cette nouvelle politique reste toujours dans la logique de l'influence de la production sur la dégradation des unités de production.

Dans le quatrième et dernier chapitre de cette thèse, nous abordons l'approche de l'appel à la sous-traitance sous politique de commutation entre les deux unités de Manufacturing et de remanufacturing afin de minimiser le coût total de production, de stockage et de taxe carbone. Dans ce contexte, nous proposerons un nouveau modèle de production en nous basant sur un tableau de bord pour définir une condition d'intervention de la sous-traitance pour chacune des deux unités. En soumettant l'hypothèse de la sous-traitance au politique de production utilisée dans les chapitres précédents, nous déterminerons simultanément les plans économiques de

production pour les deux unités et celle de la sous-traitance et par conséquent le plan optimal de maintenance de l'unité de Manufacturing.

Il faut noter dans cette étude que l'intégration de la production à la maintenance est basée sur l'optimisation séquentielle du plan de production et de maintenance, avec une dégradation liée à la cadence de production sur les unités de Manufacturing et de Remanufacturing. Toutes les approches proposées dans cette thèse sont étudiées et justifiées par des exemples numériques.

Chapitre 1

Les stratégies de production et de maintenance dans la gestion industrielle : Etat de l'art

Dans ce chapitre, nous présentons le concept et la structure de la maintenance intégrée dans un contexte environnemental et économique. Un état de l'art concernant les différentes classifications des systèmes de production sera mené, ainsi qu'une présentation de différents concepts et structures d'une chaine logistique. Une revue bibliographique dévoilera les concepts et les différentes politiques de la maintenance dans une chaine logistique et plus spécifiquement le rôle de la maintenance dans les systèmes Manufacturing et Remanufacturing en explorant les diverses définitions de la maintenance, les politiques ainsi que la loi de défaillance liée aux caractéristiques physiques des équipements. Une autre partie sera consacrée à la présentation des différents travaux concernant le couplage de la gestion de la production et de la gestion de la maintenance ainsi que les récents travaux de la littérature traitant cette problématique de la planification conjointe sous contraintes environnementales. Ce chapitre se conclura par le positionnement du problème traité dans cette thèse et sa mise en situation.

1.1 Introduction

Suite au développement rapide de l'environnement industriel : socio-économique et technologique, la concurrence dans la plupart des secteurs industriels est devenue de plus en plus importante et exige un effort afin d'assurer leur pérennité sur le marché. D'autre part, une forte pression est exercée de la part des clients sur les entreprises en exigeant un meilleur niveau de service et une meilleure qualité de produits.

Face à ces différents constats, l'entreprise manufacturière doit disposer d'un système de production fiable et disponible dans l'objectif d'accomplir une mission de production de biens ou de services pour satisfaire les demandes des clients dans le meilleur délai et avec un coût optimisé. Pour cela, il est indispensable de maîtriser les différents composants du système industriel, allant du service production au service maintenance tout en tenant compte des ressources humaines et matérielles. De nouvelles politiques de production et de maintenance sont nécessaires pour mieux gérer les activités de l'entreprise et pour éviter tout arrêt de production suite à des défaillances aléatoires qui perturbent la production et qui entrainent des demandes perdues et des pénuries de stocks.

D'autre part, l'intégration de l'aspect écologique avec l'aspect socio-économique a plus d'importance dans la prise de décision de l'entreprise. Donc, la performance écologique joue un rôle important dans l'amélioration et l'efficacité des mesures de performance traditionnelles d'un système de production. En conséquence, le système manufacturier utilisera des stratégies opérationnelles pour résoudre et trouver les solutions pour le problème de production et de maintenance en s'adaptant aux conditions aléatoires et aux contraintes du marché, tout en intégrant des préoccupations environnementales.

Ce chapitre est organisé comme suit : Dans un premier temps, nous nous intéresserons aux topologies des systèmes de production, de maintenance et de la logistique inverse ainsi que les critères d'évaluation d'un système de production. La deuxième partie sera consacrée aux politiques d'optimisation de la production et de la maintenance ainsi qu'aux stratégies de maintenance intégrée à la production en tenant compte des différentes contraintes industrielles et environnementales. Dans la troisième partie, nous définirons la problématique industrielle, l'objectif de la thèse et les différentes notations utilisées dans le manuscrit. La conclusion sera présentée dans la quatrième partie.

1.2 Les systèmes de production

Afin de satisfaire les demandes de marché, l'entreprise s'est basée sur un ensemble de processus pour produire des biens et des services. L'ensemble de ces processus, qui s'est caractérisé par des opérations ou des transformations organisées entre les différents composants, présente un système de production. Généralement, le système de production est l'ensemble d'activités de transformation des flux de matières premières et d'informations en produits finis grâce aux différentes ressources de production telles que : les équipements, la main-d'œuvre, etc. Cette transformation est pilotée par un système de gestion en respectant un ensemble de contraintes

(socio-économiques, techniques, écologiques …etc) afin d'atteindre des objectifs définis (Artigues, 1997).

1.2.1 Les objectifs des systèmes de production

Afin de garantir une meilleure performance, l'entreprise est face à des questions relatives à sa production telles que : la qualité, la quantité, l'évaluation de performances, l'amélioration continue, le niveau de service, etc. Dans ce contexte, plusieurs travaux ont traité ces types de problèmes tels que : (Buzacott et Shanthikumar, 1993), (Li et Meerkov, 2009), (Papadopoulos et Heavey, 1996).

(Sassine, 1998) a défini le système de production comme une association d'un ensemble de ressources pour transformer les entrées (inputs) (matières premières, produits semi-finis, outillage …) en sorties (outputs) (produits finis, semi-finis…), tout en exploitant les ressources disponibles (outils, machines, engins …).
En se basant sur cette définition, le système de production peut être plus complexe et plus difficile à contrôler au vu des autres fonctionnalités qu'il peut assurer, à savoir la maintenance, la fabrication, le pilotage, etc. Et d'autre part, outre sa finalité première qui est de produire un bien ou un service économique, il cherche à satisfaire d'autres objectifs complémentaires tels que :

- ✓ Le niveau de service en matière de capacité et de délai : afin d'améliorer le niveau de service qui est considéré comme un objectif important dans l'industrie, l'entreprise doit adapter sa capacité de production au volume des ventes en choisissant de nouveaux plans d'investissements en capacité. D'autre part, en termes de délai, le système de production doit répondre aux différentes demandes dans des délais raisonnables en mettant en place un mode de production réactif qui permettra soit d'éviter l'excès des stocks de biens finaux, soit de ne pas connaître de pénurie de stocks.
- ✓ Le coût : afin de garantir la compétitivité de l'entreprise, il doit adopter un système de production qui doit fonctionner avec les coûts les plus économiques. À long terme, la minimisation du coût est considérée comme un objectif se traduisant par la recherche permanente de gains de productivités afin de détenir ou de conserver un avantage compétitif au niveau du coût pour l'entreprise.
- ✓ La qualité : actuellement, la qualité est considérée comme un facteur nécessaire pour la compétitivité des entreprises. Dans l'entreprise, l'interaction de la qualité avec la performance de la production a une grande importance économique ; elle s'est caractérisée par la relation entre la bonne qualité de la production et les performances financières des entreprises.
- ✓ La flexibilité : la flexibilité constitue un enjeu majeur pour la compétitivité des entreprises. Elle est considérée comme une capacité d'adaptation sous une double contrainte de l'incertitude et de l'urgence. En effet, du fait des variations incertaines de la demande, le système de production doit être capable d'adapter au souci de la concurrence sur des aspects multiples tels que : la quantité, les coûts, les délais, la qualité et les services.

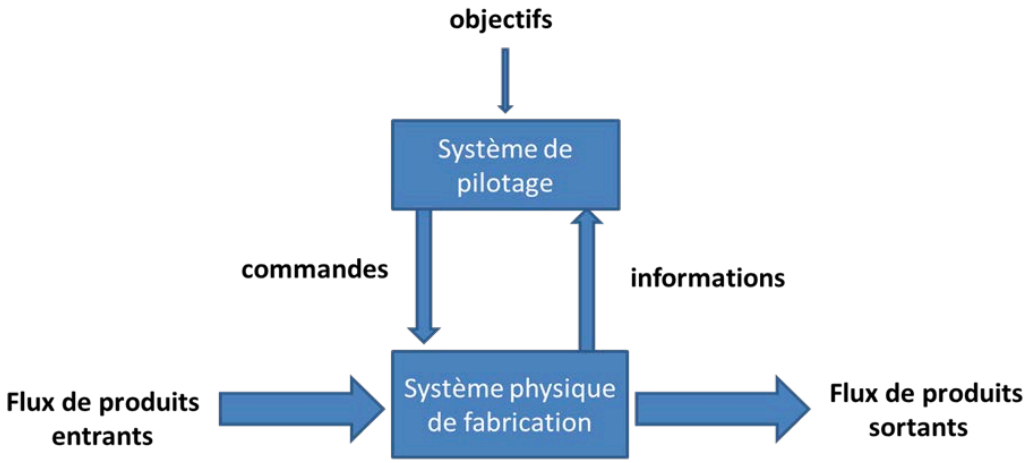


Figure 1.1 : Décomposition systémique d'un système de production (Le Moigne, 1990)

1.2.2 Classification des systèmes de production

Dans la littérature, du fait de la complexité des processus de production, les modèles de production sont classifiés en deux typologies (Giard, 1988):

- Une première liée aux ressources que nous pouvons classifier selon le type et la quantité des produits fabriqués ainsi que l'organisation des flux de production.
- Une seconde qui est fonction de la relation avec le client et qui distingue trois classes de relation avec le client (Courtois et al. 1995; Giard, 2003): un premier système de production est basé sur la commande du client, un deuxième système de production est basé sur le stock et le troisième est basé sur l'assemblage à la commande.

1.2.2.1 Typologie liée aux ressources

Dans cette typologie, nous distinguons deux classes :

- Une première classe qui dépend du type et de la quantité(s) des produits fabriqués dans laquelle nous trouvons :
  - La production de « type unitaire » : dans ce mode de production, le système de production est caractérisé par un seul type de produit sur commande du client. Les produits fabriqués sont destinés à des besoins spécifiques demandés par les clients. D'autre part, la taille du produit et le type de la demande sont considérés comme une contrainte et imposent la production de très faible quantité puisqu'elle exige la mobilisation de toutes les ressources nécessaires au bon moment et au bon endroit pour la réalisation d'un produit. Nous trouvons ce type de production unitaire dans certains types d'industries, tels que : avions, locomotives, navires..., les produits qui ont des caractéristiques bien définies (meubles...) et les produits complexes (montage d'usine ou d'atelier).

- La production en série : elle se caractérise par le grand nombre de produits identiques fabriqués dont la conception et les caractéristiques ont déjà été définitivement établies. Ce type de production en série est considéré comme de production au stock et se caractérise par plusieurs opérations élémentaires et répétitives afin de produire le même produit plusieurs fois. Il existe deux types de production en série : la production en grande série où la quantité à produire est importante et la diversité des produits est limitée (automobiles). Dans ce type de production, la disponibilité et le taux d'utilisation des ressources sont élevés et le temps d'attente des produits en cours de fabrication est généralement faible.

➢ Une deuxième classification est fonction des flux de production où se retrouvent les systèmes de production en processus continu (les raffineries, l'industrie chimique, etc.) et les systèmes discontinus ou discrets (produits énumérables). Pour le processus continu, les productions fabriquées suivent une même séquence de stations de travail et d'opérations ; à ce niveau, il faut tenir compte du problème de capacité de production. Alors que l'unité de fabrication dans le processus discontinu est basée sur des lots où les pièces sont identiques dans chaque lot. L'ordonnancement et le contrôle de la production sont considérés comme les problèmes principaux de la fabrication discontinue.

En se basant sur la quantité et les caractéristiques de la demande ainsi que le taux ou la cadence de production, deux approches d'ordonnancement de la production sont utilisées dans les systèmes discrets : l'aménagement par procédé ou fonctionnel et l'aménagement en ligne. Nous pouvons citer aussi le système de production flexible qui est dû aux exigences des clients et au développement des systèmes de communication.

- Aménagement en ligne : l'aménagement en ligne est utilisé généralement dans la production de masse (industrie automobile) et plus particulièrement au niveau de l'assemblage final (Arnould et Renaud, 2003). Dans ce type d'aménagement en ligne, les machines sont placées en ligne dans l'ordre de la gamme de fabrication. Tous les articles subissent un ensemble d'opérations de transformation ou d'assemblage en suivant le même circuit. Ce mode d'organisation exige une parfaite maîtrise des gammes opératoires et une très grande régularité de circulation du flux. Dans cet aménagement en ligne, l'arrêt d'une machine provoque la paralysie de la chaîne de production ; ce qui provoque le problème d'optimisation au niveau des stocks tampons et au niveau de la fiabilité et de la maintenance des équipements. D'autre part, peuvent survenir d'autres problèmes liés aux systèmes manufacturiers aménagés en ligne tels que : les problèmes d'équilibrage de lignes d'assemblage (Bard, 1989) et les problèmes des phénomènes aléatoires qui perturbent le fonctionnement des lignes (Conway et al. 1988; Gershwin 1987; Suri et Diehl 1986)

- Aménagement fonctionnel : ce type d'aménagement est adopté dans les entreprises qui fabriquent un grand nombre de variétés de produits avec des lots de petite taille. Dans ce cas, l'atelier se compose de départements de spécialisation dont chacun contient les machines de même type, qui réalisent les mêmes opérations. Contrairement à l'aménagement en ligne, le contrôle de la production dans l'aménagement fonctionnel est plus complexe puisque les équipements sont en général sous exploités et les dates de livraison des demandes difficiles à maîtriser (Johnson, 1954; McKay et al., 1988).

- Ateliers flexibles : les ateliers flexibles sont des unités de production rapidement reconfigurables en fonction des changements de l'environnement et des contraintes de production (A. Sethi et S. Sethi, 1990). Un système manufacturier flexible (FMS) est considéré comme une collection de stations à commande numérique, interconnectées par un système de transport et de stockage automatisé. Il constitue une méthode alternative d'agencement des stations de travail quand la production en ligne, à la chaîne, devient trop complexe à organiser du fait de l'exigence de la production par la diversification des produits (Groover, 2000; Talavage et Hannam, 1988).

1.2.2.2 Typologie liée aux demandes

Cette typologie est basée sur trois catégories de systèmes de production qui dépend de la relation avec le client (Courtois et al., 1995; Giard, 2003) : le premier système est la production à la commande, le deuxième est la production au stock et le troisième assemblage à la commande.

- Production à la commande
  Dans ce type de système de production, la production ainsi que la préparation des matières premières sont déclenchées à la réception d'une commande ferme du client ou par une demande aléatoire. Le niveau du stock dans ce type de système est quasiment nul et par conséquent il est plus favorisé par rapport à la production sur stock puisqu'il permet de réduire des frais financiers. Par contre, le délai de mise à disposition et de livraison correspondant au délai de production est négociable avec le client.

- Production au stock
  Ce deuxième type de système de production est caractérisé par un délai de fabrication qui est supérieur à celui de livraison accepté par le client. Dans ce cas, l'entreprise doit satisfaire les clients selon leurs cahiers de charge en anticipant leurs demandes et en se basant sur des prévisions. Dans ce type de système, il faut tenir compte de l'état de stock ainsi que du problème de gestion de stock.

- Assemblage à la commande
  L'assemblage à la commande est une politique de configuration à la commande qui représente une alternative à la représentation continue du processus de production avec ses différentes stratégies : production à la commande ou production pour stock. Cette politique de configuration consiste au découpage temporel de la gamme de production ; celui-ci sert à réduire le délai d'attente de la commande du client qui est celui de l'assemblage final et du transport. L'utilisation de cette politique de gestion de la production de type assemblage à la commande doit répondre à deux interrogations concernant les modules stockés (problème de définition) et la quantité préparée (problème de la gestion).

James F. III Cox et John H. Jr. Blac kstone, editors. APICS Dictionary. American Production and Inventory Control Society, 9th edition,1998.

1.3 La chaîne logistique dans le système de production

Pour l'assimilation du fonctionnement d'une chaine logistique inverse, il est important de comprendre les notions de base sur lesquelles cette branche est fondée. Pour ceci, nous nous intéresserons aux concepts de la chaine logistique, en général, et de la chaine logistique inverse, en particulier. Nous nous focaliserons également sur les notions de cycle de vie du produit et des déchets, car la logistique inverse y est très liée.

1.3.1 Chaine logistique

Plusieurs définitions de la chaine logistique sont proposées dans la littérature. (Ramezani et *al.*, 2013), par exemple, la définit comme le processus regroupant toutes les étapes menant au produit final, commençant par l'achat des matières premières auprès des fournisseurs, les transformations en produits finis par les usines et la distribution aux clients à travers le centre de distribution. (Pishvaee *et al.*, 2009) l'ont définie par le réseau de flux directs menant des fournisseurs aux clients. Dans le même contexte, (RotaFranz et al., 2001) la considèrent comme l'ensemble des entreprises qui interviennent dans les processus d'approvisionnement en composants, de fabrication, de distribution et de vente du produit, du premier des fournisseurs au client ultime. (Tsay et al., 1999) généralise cette notion en présentant la chaîne logistique comme un ensemble de deux ou plusieurs entreprises liées par des flux de marchandises, d'informations et financiers.

La chaine logistique inverse, représentée également par la distribution inverse ou la logistique verte, est la branche de la logistique qui se focalise sur le flux de retour en fin de vie des produits auprès des consommateurs, selon (Assavapokee *et al.*, 2012. Comme son nom l'indique, la logistique inverse est le réseau dans lequel les produits empruntent le circuit opposé de la chaine logistique directe.

1.3.2 Cycle de vie

Le cycle de vie d'un produit est l'ensemble des phases que traverse le produit à partir de la conception jusqu'à son retrait du marché. Selon (Riopel *et al.*, 2011), le cycle de vie de tout produit est composé de cinq phases essentielles : la conception, la production, la distribution, l'utilisation et finalement la destruction. Cependant, la notion de recyclage a introduit une nouvelle phase, « la revalorisation », qui doit être prise en considération dès la conception.

La phase d'utilisation est caractérisée par plusieurs durées exposées par (Mudgal et al., 2012), à savoir la durée d'usage, la durée de détention, qui correspond à la durée entre l'acquisition du produit et sa fin d'utilisation, la durée de détention totale, qui, comme son nom l'indique, est le total des durées de détention et finalement la durée d'existence, qui est l'intervalle entre la fin de fabrication du produit et son élimination, sa valorisation ou son recyclage.

Généralement, deux stratégies de gestion des retours peuvent être suivies selon le flux : flux en boucle ouverte ou flux en boucle fermée

- Flux en boucle ouverte :

Après son utilisation, le produit n'est pas récupéré par son producteur. Il est soit mis au rebut, soit récupéré par une autre industrie afin de l'intégrer dans une autre chaîne logistique.

- Flux en boucle fermée :

Après son utilisation, le produit est récupéré par le producteur. Ainsi, il subit des transformations l'intégrant à nouveau dans la chaîne, et ce, à travers une réutilisation, une re-fabrication ou encore une utilisation comme pièce de rechange.

1.3.3 Gestion des déchets

Ils sont définis comme matériaux rejetés ou laissés, n'ayant pas une valeur immédiate. Dans notre contexte, les déchets que nous considérons sont les résidus du processus de la chaîne logistique, de la transformation de la matière première jusqu'à l'élimination du produit. Les déchets contenant au moins une substance toxique sont considérés comme déchets dangereux.

1.3.4 Logistique inverse

La logistique inverse est une branche de la logistique qui prend, actuellement, de plus en plus d'importance. Son apparition date des années 90. On peut citer les publications du « Council of Logistics Management » « *Reverse Logistics* » en 1991 et de « *Reuse and Recycling – Reverse Logistics opportunities* » en 1993 ainsi que « l'organisation de la protection de l'environnement » et ses propositions au « congrès international de la Haye en 1991 ».

La logistique inverse, comme son nom l'indique, se réfère aux activités de logistique d'une organisation, mais dans un sens inversé à ce qu'il peut être dans la logistique traditionnelle. La logistique que nous nommons traditionnelle est celle qui va du système productif vers le consommateur. La logistique inverse, est un concept émergent qui, depuis une dizaine d'années, se rencontre dans la littérature sous différents termes : logistique inversée, « reverse logistics », gestion de la récupération des produits, logistique à rebours, logistique négative, etc. La logistique inverse est un thème très étudié en marketing. (Pishvaee et al., 2009**)** ont considéré que la chaine de logistique inverse est le retour de produits collectés dans des centres de collecte spécifiques. Ce retour est suivi d'un tri lors duquel les produits récupérables sont expédiés au centre de récupération et les produits mis au rebut sont livrés au centre d'élimination. (Hu et al., 2002**)**, l'ont décrite comme étant la branche de logistique impliquée dans la planification, la gestion et le contrôle de flux des déchets ayant pour but de les réutiliser ou de les éliminer définitivement. Dans ce même contexte (Zhou & Wang, 2008**)** l'ont considéré comme le processus efficient de planification, d'exécution et de contrôle des flux entrants, des stocks des marchandises secondaires et de l'information relative à ces flux, dont le but est de récupérer la valeur des matières.

- **Les intérêts de la logistique inverse**

Directement touchées par l'augmentation des prix du carburant et des sources d'énergie servant à la climatisation, à la réfrigération et au chauffage, de même que par les embouteillages et la dégradation des infrastructures routières, les entreprises sont de plus en plus préoccupées par

les enjeux énergétiques et environnementaux et sont amenées à revoir leur logistique de façon à réduire leurs coûts et à accroître leur compétitivité. Soucieuses de leur image, sensibles aux attentes sociétales et poussées par les nouvelles réglementations gouvernementales, nombre d'entre elles s'orientent aussi vers le contrôle de leurs émissions de gaz à effet de serre. À cela s'ajoute la nécessité de prendre en charge les marchandises retournées et d'assurer la collecte et le recyclage en fin de vie.

Puisque les stratégies de réduction de temps de cycle et de stocks ont eu pour effet de privilégier les modes de transport les plus énergivores et les moins éco-efficients (avion et camion), d'accroître la fréquence des livraisons et de faire en sorte que les stocks — bien que plus petits — soient en transit plutôt qu'entreposer, il s'agit maintenant de diminuer les déplacements de marchandises et/ou leurs impacts par les moyens suivants :

- Le recours à des véhicules plus éco-efficients
- Une optimisation des trajets
- Un repositionnement des centres de distribution
- Des politiques d'aménagement du territoire qui amènent une réduction des distances
- Des méthodes de conditionnement et d'emballage permettant d'améliorer le taux de remplissage des camions
- Une diversification des modes de transport (intermodalité, multimodalité)
- L'utilisation de sources d'énergie renouvelable
- Des méthodes plus perfectionnées de traitement des flux d'information

➢ **Motifs :**

Cette importance caractérisant la logistique inverse est basée sur trois motifs essentiels du point de vue de l'entreprise aussi bien que des clients.

- Environnement et écologie **:** la législation environnementale et écologique constitue actuellement une préoccupation sociétale. Pour s'adapter à la réglementation environnementale, les entreprises sont amenées à adopter des pratiques écologiques, dont la logistique inverse. En effet, selon la littérature, la logistique permet de minimiser des impacts négatifs potentiels sur la santé et l'environnement, selon (Slack *et al.*, 2009**)**, et (Misra & Pandey, 2005**)**, la mauvaise gestion des déchets, d'après (Slack *et al.*, 2009), ainsi que les besoins en extraction de matière première, selon (Aitken *et al.*, 2003).

- Marketing et intérêt des consommateurs **:** les consommateurs de plus en plus conscients de l'importance de la préservation de l'environnement ont tendance à critiquer les emballages et « sur-emballages » des produits. Ainsi adopter une stratégie de logistique inverse permet le recyclage et améliore l'image de marque de l'entreprise.

- Économiques : la logistique inverse est économiquement intéressante si la réintégration du produit engendre des économies au niveau de la fabrication d'un nouveau produit ou au niveau de l'approvisionnement en matières premières.

- **Structure de la chaine logistique inverse :**

D'une façon simplifiée, la chaine logistique inverse consiste à collecter, traiter et redistribuer les déchets. Cette définition permet d'identifier plusieurs acteurs qui coopèrent en vue de la création de cette chaine :

- les clients auprès desquels les déchets sont collectés
- les points de collecte
- les centres de traitements
- les centres de redistribution
- les nouveaux clients auxquels les produits sont distribués

La chaine de logistique inverse peut avoir trois types de structures :

- La structure convergente : dans ce cas, la chaîne est composée d'un centre de traitement alimenté par un ensemble d'entreprises formant un réseau de collecte et de stockage.

- La structure divergente : la chaîne, dans ce cas, est essentiellement un réseau de redistribution composé d'un centre de traitement et des entreprises de distribution des produits vers les nouveaux clients.

- La structure en réseau : la chaîne logistique inverse de cette structure est étendue et complétée étant donné qu'elle comprend à la fois le réseau de collecte et le réseau de distribution.

- **Flux :**

La chaine de logistique inverse, à l'instar de la chaîne de logistique directe, est caractérisée par trois types de flux : le flux informatique, le flux physique et le flux financier.

- Le flux informatique ou flux d'information est l'analyse de l'ensemble des informations transmises et échangées entre les acteurs de la chaîne logistique inverse.

- Le flux physique : il s'agit des flux matériels composés du retour de produits, leurs transformations et leurs livraisons aux clients.

- Le flux financier **:** ce flux traduit les échanges financiers entre les acteurs de la chaîne, à savoir la vente et l'achat.

1.3.5 Processus de la logistique inverse

Comme susmentionnée, la logistique inverse consiste à collecter, traiter et redistribuer les produits. Le traitement de ces produits est en fonction de leur état lors de leur retour ; ils peuvent alors subir une réparation, une réutilisation, une refabrication, un recyclage ou encore une élimination. L'ensemble des opérations mentionnées constitue le processus de la logistique inverse détaillé ci-dessous :

- La barrière : gérée essentiellement par le service après-vente, d'après (Lee et al., 2009), elle consiste à contrôler l'intégration des produits à la chaine logistique, c'est-à-dire à autoriser ou non le retour du produit.

- La collecte : elle est la phase durant laquelle les produits sont récupérés auprès du client. Elle comporte, selon (Riopel *et al.*, 2011), deux axes : la reprise et le transport.

- Le tri : les produits collectés sont testés et examinés, dans cette phase, en vue de déterminer leur état.

- La mise à disposition : elle consiste à prendre la décision du traitement à effectuer à la suite du tri réalisé précédemment. Quatre traitements sont possibles :

- La réparation **:** réalisée pour les produits faiblement endommagés, elle consiste à réparer ou remplacer les pièces en pannes. La réparation permet de remettre les produits en état de marche normale ou état de consommation normale. Ainsi, ils pourront être réintégrés au niveau de la vente.
- La réutilisation **:** ce traitement est basé sur le nettoyage et la réinitialisation des paramètres du produit permettant une intégration au niveau de la distribution.
- La refabrication : ou le remanufacturing est un traitement qui consiste à désassembler, inspecter et réparer les composants des produits et à les intégrer par la suite dans la chaine logistique directe de l'usine, afin de les réassembler.
- Le recyclage : pour ce traitement, les produits sont démantelés et les matériaux qui les constituent sont séparés. Ceux-ci sont soit recyclés et donc réintégrés au niveau de l'approvisionnement, soit mis au rebut.
- L'élimination : si pour des raisons techniques, le produit ne peut subir aucun des traitements susmentionnés, il est rejeté lors de l'étape du tri.

1.3.6 Niveaux de décision

À l'instar de toute autre activité, la gestion d'une chaine logistique inverse nécessite plusieurs prises de décision pouvant être classées en trois niveaux : stratégique, tactique et opérationnel, en se basant sur l'horizon de la décision.

- **Le niveau décisionnel stratégique**

Ce niveau correspond aux décisions à long terme ayant pour but de définir les objectifs globaux de l'entreprise et la stratégie à adopter pour les atteindre à savoir : concevoir la chaîne de production ; choisir la localisation des usines et des entrepôts ; identifier la technologique à adopter pour le traitement.

- **Le niveau décisionnel tactique**

Ce deuxième niveau correspond aux décisions à moyen terme qui se focalisent sur le choix des politiques et le dimensionnement des ressources pour atteindre les objectifs définis au niveau stratégique. Parmi ces décisions : planifier la production ; identifier les politiques de stockage ; coordonner entre la production, la distribution et le traitement ; définir la stratégie de marketing et la technologie de l'information.

- **Le niveau décisionnel opérationnel**

Ce dernier niveau est relatif aux décisions de court terme. Les décisions prises à ce niveau prennent encore plus en considération les détails des activités et leur contrôle : gérer le transport et les flux de la chaine logistique ; gérer et contrôler les niveaux de stocks ; ordonnancer et contrôler la production.

1.4 La maintenance dans les systèmes de Manufacturing et de Remanufacturing

1.4.1 La maintenance : définition et historique

La maintenance, définie comme un ensemble d'entretiens d'un matériel technique, est le volet de la planification industrielle assurant une efficacité optimale. Étant une fonction au service des autres fonctions, la maintenance était considérée, auparavant, comme une fonction non productive et donc non stratégique. Toutefois, le rôle joué par la maintenance au sein de l'entreprise a considérablement évolué depuis les années 80. D'ailleurs, (Retour et al.) l'ont définie comme un ensemble d'activités regroupées en deux sous-ensembles : les activités à dominance technique et les activités à dominance gestion (Retour, 1990) .

Actuellement, elle représente un vecteur important de la compétitivité de l'entreprise. Cette importance, dont se caractérise la maintenance, a été renforcée par les contraintes imposées sur les coûts de production des biens et services, engendrés par la crise économique et l'intensification de la concurrence entre les entreprises.

La notion FMDS « Fiabilité, Maintenabilité, Disponibilité et Sécurité » a été intégrée dans le concept moderne de la maintenance. Ceci a créé un nouveau but pour la recherche scientifique dans ce domaine, qu'est l'optimisation des politiques de maintenance, surtout suite à l'apparition de la notion de la maintenance préventive (Lyonnet, 1992). Les chercheurs se sont orientés, essentiellement, vers trois catégories de politique de maintenance.

- Une politique basée sur le coût : connue par « Life Cycle Cost LCC », cette stratégie est strictement économique. Elle a été définie par Blanchard et al. (Blanchard, 1991) comme une politique optimisant le coût global de possession pendant le cycle de vie d'un produit (coûts de recherche et de développement, coûts de conception et de fabrication/production, coûts d'exploitation et de maintenance, coûts de mise au rebut et de déclassement). Le but de ces stratégies est de prendre en considération les actions de maintenance effectuées durant le cycle de vie d'un équipement. Selon (Fougerousse et al., 1992), la défaillance d'un équipement et la réalisation d'une action de maintenance préventive engendrent, en plus des coûts directs de maintenance, des coûts indirects dus à l'arrêt de production.

- Une politique basée sur la fiabilité et la maintenabilité : nommée également « Reliability Centred Maintenance (RCM)», ou encore « Optimisation de la Maintenance par la Fiabilité (OMF) ». Cette stratégie est centrée sur la compréhension des fonctions des équipements ainsi que sur l'impact de leurs défaillances sur le fonctionnement du système.

- Une politique basée sur la productivité : connue par « Total Productive Maintenance (TPM) ». Cette stratégie est basée sur la participation de l'ensemble du personnel à la maintenance. Elle opte pour une amélioration continue de la disponibilité des équipements. La TPM est utilisée surtout pour le just-in-time (juste à temps).

1.4.2 Les catégories de maintenances

Les actions de maintenance peuvent être classées en deux catégories essentielles : la maintenance corrective et la maintenance préventive.

- La maintenance corrective est réalisée lors de la défaillance d'un système. Il s'agit alors d'actions de maintenance non planifiées ayant pour but de remettre en marche le système, indépendamment du type de panne et de son occurrence.

- La maintenance préventive est réalisée lorsque le système est en fonctionnement. Il s'agit d'actions planifiées en fonction de l'évolution de plusieurs paramètres.

L'étude du système permet d'extraire plusieurs paramètres de son comportement, surtout en probabilité d'occurrence, notamment la probabilité de tomber en panne à chaque instant, probabilité d'être dans un état de dégradation donné en fonction du temps. La modélisation du système et l'utilisation de ces paramètres permettent de prévoir et planifier les interventions ainsi que d'évaluer leurs coûts.

Ces études légitiment une nouvelle catégorisation de la maintenance : maintenance parfaite, maintenance imparfaite et maintenance minimale.

- La maintenance parfaite : il s'agit des actions de remplacements et de réparations remettant le système dans un état comparable à son état neuf « As Good As New (AGAN) ». Suite à une telle maintenance, la distribution des durées de vie et le taux de défaillance sont réinitialisés. C'est le type de maintenance le plus couteux.

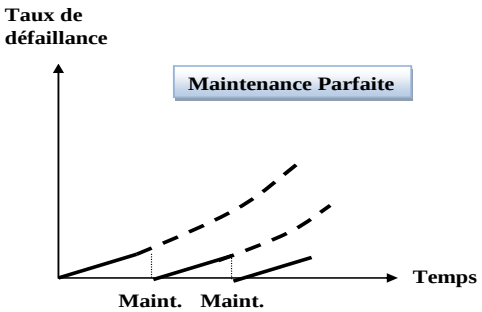


Figure 1.2 : Évolution de taux de défaillance pour une maintenance parfaite

- La maintenance minimale : les actions de maintenance minimales ont pour unique but de remettre en marche le système. Elles modélisent ainsi les maintenances correctives. Suite à une maintenance minimale, le système est dit dans un état aussi mauvais qu'avant « As Bad As Old ABAO »

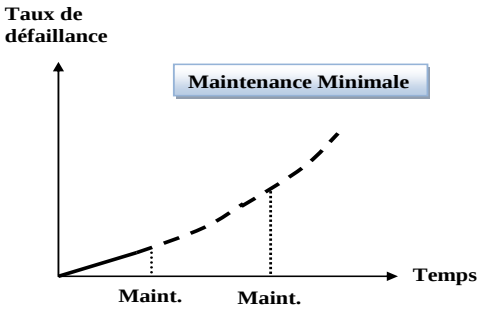


Figure 1.3 : Évolution de taux de défaillance pour une maintenance minimale

- La maintenance imparfaite : cette catégorie modélise un état intermédiaire entre les deux types susmentionnés. Elle a été proposée initialement par (Brown et Proschan, 1983) et définie comme une réalisation simultanée d'une maintenance parfaite et d'une maintenance minimale avec des probabilités différentes. En effet, une maintenance préventive peut être considérée comme parfaite avec une probabilité p et minimale avec la probabilité $(1 - p)$. Ce modèle a été par la suite généralisé par (Block et al., 1985). Selon (Doyen et al., 2004) et (Wu et al., 2005), le concept de la maintenance imparfaite permet d'estimer l'efficacité des tâches de remise en état préventive et corrective et de prendre en compte la qualité de réalisation de ces tâches pour l'optimisation des politiques de maintenance.

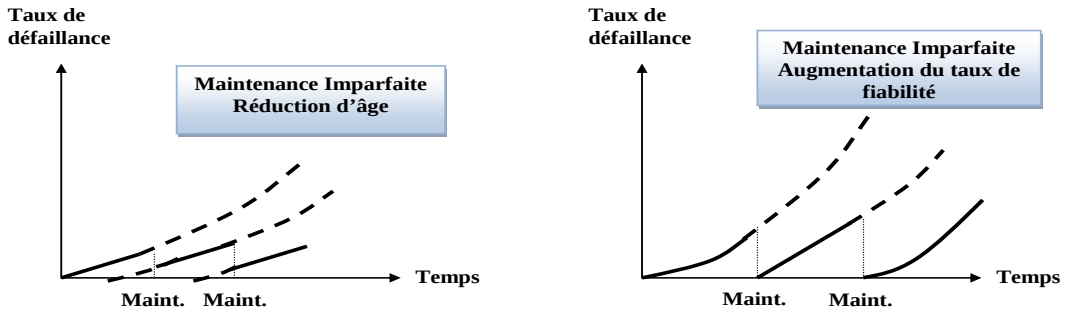


Figure 1.4 : Évolution de taux de défaillance pour une maintenance imparfaite

1.4.3 Les politiques de maintenance

En se basant sur les types de maintenance mentionnés précédemment, plusieurs politiques ont été constituées. Certaines de ces politiques de maintenance sont basées uniquement sur le temps de fonctionnement, à savoir les politiques de type blocks et les politiques de type âge.

- La politique de type blocks consiste à mettre en place un planning de remise à neuf du système ayant la forme $k.T$ (k = 1, 2, ..., N - 1) unités de temps, et le remplacer à N.T unités de temps. Ainsi, l'objectif de la stratégie est de retrouver les paramètres optimaux du planning ; le nombre optimal des périodes de maintenances préventives N*, ainsi que la durée optimale T* de ces périodes et ce, en minimisant les coûts de maintenance (Nakagawa, 1986). Au cours de ces périodes, des maintenances correctives sont réalisées en cas de défaillance du système. Ces restitutions ne peuvent en aucun cas influencer le planning établi. Le suivi de cette politique risque d'engendrer un remplacement d'un système dans un état neuf. Pour éviter ce risque (Barlow et al., 1960) ont pris en considération les maintenances correctives effectuées. Dans le même contexte (Schutz et al., 2008) ont intégré de nouvelles contraintes à cette politique, à savoir maintenir un seuil de disponibilité minimal du système.

- La politique de type âge ou encore « age-replacement policies » repose sur le même principe que le type block, à l'exception de la constance de la taille des intervalles T. En effet, elle consiste à retrouver le nombre de maintenances préventives optimal N^* à effectuer avant le remplacement du système et à optimiser par la suite les tailles des N^* intervalles. Étant donné l'importance du nombre de variables de décisions et la corrélation entre elles, cette stratégie est moins utilisée que celle de type blocks.

Les stratégies, décrites ci-dessus, sont les plus basiques. Il existe d'autres stratégies plus récentes utilisant des technologies plus importantes, notamment la télémaintenance, la maintenance productive totale et la maintenance centrée sur la fiabilité.

La télémaintenance est fondée sur l'utilisation des capteurs liés à une centrale de contrôle et de surveillance et mesurant les grandeurs liées à l'état des équipements du système. Ainsi, grâce au suivi de l'évolution de l'état des machines en temps réel, il est possible de déterminer le type de maintenance le plus adapté.

La maintenance productive totale, « Total Productive Maintenance », comme définie précédemment, consiste dans la participation de l'ensemble des employés à la maintenance du système. La complexité de cette stratégie se situe au niveau de ses prérequis. En effet, elle nécessite un apprentissage des employés et une culture d'entreprise plus que des techniques de maintenance.

La maintenance basée sur la fiabilité « Reliability Centred Maintenance » a été initialement adoptée dans l'industrie aéronautique. Elle se focalise sur l'état du système plus que sur les modifications à effectuer. Elle consiste alors à trouver le seuil de fiabilité optimal permettant de minimiser les coûts de maintenance. (Zhou et al. 2007) ont étudié cette stratégie avec l'utilisation des maintenances préventives imparfaites hybrides permettant de réduire l'âge virtuel et d'augmenter la fonction du taux de défaillance.

1.4.4 La Loi de défaillance

L'optimisation des différentes politiques de maintenance nécessite une connaissance de la défaillance du système qui est liée aux caractéristiques physiques des équipements du système. La fonction de défaillance doit ainsi tenir compte du fonctionnement du système lors des périodes précédentes et permettre de définir son état futur. Vu la complexité du développement d'une expression analytique décrivant la défaillance d'un système sous ces conditions variables, l'approche pronostic est utilisée. (Byington et al., 2003) ont proposé dans leur travail de recherche trois approches :

- L'approche basée sur un modèle physique :

Cette approche permet de définir avec précision l'état futur du système à condition qu'une formulation mathématique du mécanisme de dégradation soit disponible. Étant donné cette condition, l'approche basée sur un modèle physique est peu utilisée surtout pour les systèmes complexes. (Muller, 2005) a appliqué cette approche dans son travail en considérant la dégradation comme une variable continue dont l'évolution est déterminée par une loi déterministe ou stochastique.

- L'approche basée sur des données :

Cette approche se base sur la comparaison des paramètres avec les prévisions déterminées par des moyens statistiques. En effet, la différence donne des signes de détérioration du système. Ainsi, elle est guidée par les données collectées. Dans ce contexte, l'état futur du système peut être défini grâce aux méthodes statistiques.

- L'approche basée sur l'expérience :

Cette approche est appliquée dans le cas où la définition d'un modèle mathématique est complexe et le suivi de la dégradation du système difficile. Elle est fondée essentiellement sur la connaissance fiabiliste du système, résultant des données de retour d'expériences. Dans ce contexte, des variables explicatives peuvent influencer les fonctions de fiabilité ou de taux de défaillance en accélérant le processus de dégradation (Accelerated Life Model) ou en augmentant le taux de défaillance (Proportional Hazards Model).

En se basant sur le choix de l'approche et le type de causes, deux modèles sont essentiellement utilisés.

- Modèle de vie accélérée

Ce modèle est semi-paramétrique et est fondé sur le principe que la vitesse d'utilisation de la ressource à un moment t ne dépends que de la valeur des variables explicatives appliquées à ce même moment t. La condition essentielle permettant d'appliquer ce modèle est de connaître la distribution de probabilité de la « durée de vie du produit », considérée comme une variable aléatoire, pour chaque niveau de défaillance ainsi que l'équation d'accélération.

Afin de déterminer la fonction définissant la distribution de base étudiée, à savoir le taux de défaillance, l'estimation non paramétrique peut être utilisée. En effet, le modèle de vie accélérée

peut être considéré comme non paramétrique si la fonction de survie est inconnue et aucune supposition ne porte sur une forme paramétrique du modèle analytique.

Ce modèle se caractérise par une fonction de fiabilité nominale qui dépend aussi bien des conditions opérationnelles qu'environnementales, d'après (Martorell, 1999). Une expression de cette fonction a été donnée par :

$$R(t,z) = \left(R_0(g(z).t)\right)$$

Où
R0 : fonction de fiabilité nominale
g(z) : fonction de risque dépendant du vecteur z
z : vecteur qui contient q covariables, représentant les conditions de fonctionnement

- Modèle à risques proportionnel.

Cas particulier des modèles à risques multiplicatifs, ce modèle a pour but d'évaluer l'effet de certaines variables sur la durée de survie. Il est basé sur l'hypothèse que le taux de panne varie proportionnellement aux conditions de fonctionnement et est caractérisé par une fonction aléatoire nommée « risque instantané de base » dont la fonction générale est exprimée comme suit :

$$\lambda(t,z) = \lambda_0(t).C(.z) \quad t \geq 0, \forall z$$

Où

λ_0 : fonction risque instantanée de base

μ= (μ1,..., μp) : vecteur des coefficients de régression
C : fonction positive.
z : vecteur qui contient q covariables, représentant les conditions de fonctionnement

Le modèle de Cox est l'un des modèles à risques proportionnels les plus utilisés. Sa fonction de défaillance est donnée par :

$$\lambda(t,z) = \lambda_0(t).g(z)$$

Ainsi la fonction de fiabilité est alors exprimée par :

$$R(t,z) = exp\left(-\int_0^t \lambda_0\,(u)du\right)^{g(z)} \quad t \geq 0$$

$$R(t,z) = \left(R_0(t)\right)^{g(z)}$$

En plus du modèle de Cox, il existe d'autres modèles traduisant l'influence des facteurs externes sur le bon fonctionnement du système, à savoir le modèle résistance-contrainte, le modèle de chocs et le modèle à risques concurrents.

1.4.5 La planification conjointe Production-Maintenance :

Actuellement, la maintenance est devenue une fonction stratégique participant à la réalisation des objectifs de productivité, de rentabilité et de croissance de l'entreprise. Ainsi, il est important de maximiser ses résultats et ses impacts, mais en minimisant ses coûts. C'est à partir de cet objectif qu'est apparue la planification conjointe de la production et de la maintenance.

Il s'agit d'un domaine de recherche peu développé. En effet, la majorité des travaux ont intégré la maintenance à la planification de la production. Les études réalisées dans le cadre de cette planification conjointe ont suivi deux approches :

- Approche restreinte : le système est supposé composé d'une seule machine qui ne peut exécuter qu'une opération à un instant donné.

- Approche globale : la ligne de production est supposée composée de plusieurs machines.

Dans ce qui suit, nous présenterons une revue littéraire de la planification conjointe de la production et de la maintenance, suivant les deux approches.

(Brandolese et al., 1996) ont planifié conjointement la production et la maintenance selon l'approche globale. Ils ont commencé par fixer la date d'exécution de chaque tâche et la machine sur laquelle elle doit être exécutée. Ensuite, ils ont intégré la maintenance en planifiant les interventions le plus près possible des périodes optimales. Leur travail s'est basé sur la minimisation des coûts incluant les coûts de production, de préparation et de maintenance tout en respectant les contraintes temporelles et en minimisant la durée totale de réalisation.

Dans une étude plus récente (Kenne et Gharbi, 2004) ont proposé une méthode pour déterminer la période optimale des maintenances préventives et du taux de production pour une approche globale. Pour ce faire, ils ont eu recours à l'optimisation stochastique de la gestion de production et de maintenance.

Les travaux les plus récents traitant de cette planification conjointe peuvent être répartis en différentes catégories.

- ***Les modèles d'optimisation simultanée de taux de production et de maintenance***

Cette catégorie comporte les modèles de contrôle optimal du flux de production pour lesquels le taux de production et les dates de maintenance sont des variables de décision. Nous pouvons citer dans ce contexte :

(Kenne et al., 2008) ont considéré un système global composé de m machines produisant n produits et soumis à des périodes de réparation suite aux pannes. En effet, les machines sont sujettes à des pannes aléatoires qui nécessitent des actions de maintenance corrective. Ces interventions réduisent la disponibilité des machines. Ils ont considéré le taux de production et

la date de réparation comme variables de décision. Leur modèle est basé sur la minimisation du coût total intégrant le coût du surplus de production et le coût de maintenance.

(Ouali et al., 2002) ont suivi l'approche restreinte et ont considéré la demande comme étant constante. Ils ont pris en considération l'interaction entre la stratégie de la maintenance et de la politique de production, et ce, en optimisant simultanément les flux de la production et de la maintenance préventive. De plus, pour planifier la maintenance, ils ont pris en compte la demande pour assurer la disponibilité nécessaire pour la satisfaire ; car, par hypothèse, l'insatisfaction entraine des pénalités. Le niveau du stock et l'âge du système de production ont été utilisés comme indicateurs de performance du système. En effet, ils ont fixé un stock de sécurité suivant lequel varie le taux de production. (Ouali et al. 2002) ont établi l'expression du coût total moyen par unité de temps des actions de maintenance et l'ont minimisé pour obtenir l'âge optimal de la maintenance préventive. Par la suite, ils ont établi le coût total moyen par unité de temps intégrant les coûts d'inventaire et des demandes perdues afin de retrouver le niveau de stock de sécurité optimale. Finalement, ils ont établi un coût total moyen par unité de temps intégrant les deux coûts susmentionnés. Suite à une simulation, ils ont montré que le couplage production-maintenance est efficace, c'est-à-dire mène à des coûts moins élevés.

Nourelfath et al. (2006) ont traité le cas d'un système de production composé d'équipements série-parallèle et caractérisé par des systèmes multiétats et ils ont proposé une stratégie de maintenance prenant en compte les priorités spécifiques entre les composants du système. Dans un problème de contrôle étendu, Nourelfath et al. (2010) ont proposé un modèle mathématique intégrant la politique de production avec les décisions de maintenance pour les systèmes multiétats. Afin de satisfaire la demande de tous les produits à l'horizon fini, ils ont proposé une nouvelle politique de maintenance intégrée à la production en minimisant le coût total de la maintenance préventive et corrective, de l'installation, de l'inventaire, du réapprovisionnement et de la production.

Récemment (Hajej et al. 2011) ont traité le problème d'optimisation de la maintenance intégrée à la production d'un système de production pour satisfaire une demande aléatoire sur un horizon fini. Dans leur travail (Hajej et al. 2011) ont proposé une corrélation analytique entre la production et la maintenance en supposant que le taux de défaillance dépend du temps et de la cadence de production.

- ***Les modèles de systèmes de production avec stock tampon***

Pour ce modèle (Rezg et al., 2004) ont considéré l'approche globale avec un stock à la fin de la ligne où la demande est puisée à périodicité et quantité constantes. Ils ont également considéré un niveau de stock de sécurité duquel dépend le taux de production ainsi qu'une pénalité induite suite à l'insatisfaction de la demande. Le système est soumis à une politique de maintenance de type âge. En premier lieu, ils se sont focalisés uniquement sur la partie maintenance en établissant un coût total moyen par unité de temps sur un horizon fini intégrant les actions de maintenance corrective et préventive. Ils ont minimisé cette fonction pour déterminer l'âge optimal de la maintenance préventive. En deuxième lieu, ils se sont focalisés sur la production et ont établi un coût total moyen par unité de temps intégrant le coût des

inventaires et des demandes perdues, tout en considérant tous les scénarios possibles d'évolution du stock. La minimisation de ce coût leur a permis de déterminer le niveau optimal de stock de sécurité. Finalement, ils ont intégré les deux aspects en formulant un coût total moyen par unité de temps intégrant la maintenance, l'inventaire et les demandes perdues. En utilisant une approche hybride basée sur la simulation et les algorithmes génétiques, ils ont déterminé simultanément le niveau de stock optimal et l'âge de la maintenance préventive optimale dans le cas d'une seule machine. Leurs travaux ont été, par la suite, étendus à *n* machines.

- ***Les modèles EMQ (Economic Manufacturing Quantity)***

(Groenevelt, 1992), (Makis, 1995), (Cassady, 2003), (Rahim ,1998) et (Wang, 2003) se sont intéressés à cette catégorie. Ils se sont basés dans leurs recherches sur l'étude de la défaillance du système. Ils ont aussi étudié l 'impact de cette défaillance sur le dimensionnement de lots de produits ainsi que sur leurs qualités.

- ***Les modèles de planification agrégés de production***

(Weinstein et Chung, 1999) ont mis en place un plan agrégé de production pour un ensemble de familles de produits en minimisant le coût total qui intègre le set up, la production, le stockage, la main-d'œuvre et la maintenance. Ils ont par la suite, établi un plan directeur de production et minimisé les écarts avec le plan agrégé. Finalement, ils ont simulé les défaillances dans les différents postes de travail.

(Aghezzaf, 2007) et (Aghezzaf, 2008), de leur côté, se sont basés sur les paramètres de fiabilité du système au début du processus de planification pour développer leurs modèles.

(Dellagi et al., 2006) ont intégré la sous-traitance dans la planification conjointe de la production et la maintenance. En effet, ils ont considéré un système restreint composé d'une seule machine M_1 et ont représenté le sous-traitant par une deuxième machine M_2 qui a des périodes d'indisponibilité incontrôlables. Ils ont de plus supposé que le taux de défaillance de la machine M_2 est constant. Ainsi, seule M_1 était soumise à une politique de maintenance préventive de type âge. La considération de la contrainte de sous-traitance leur a permis de définir une nouvelle politique de maintenance, noté politique de maintenance améliorée IMP (Improved Maintenance Policy).

(Dahane et al., 2007) ont aussi travaillé dans ce même contexte de sous-traitance. Ils ont proposé des politiques de maintenance intégrées, dans le cas d'entreprises prestataires de sous-traitance. En effet, au début, ils ont déterminé simultanément l'âge optimal de remplacement préventif et le niveau optimal de stock en se basant sur une stratégie de maintenance simple. Par la suite, ils ont généralisé leurs résultats pour obtenir une politique de maintenance intégrée présentant une généralisation basée sur le nombre de sous-traitances à réaliser pendant un cycle. Finalement, ils ont analysé quantitativement ces politiques.

En termes de couplage de production et de maintenance sous contrainte environnementale, un certain nombre de travaux ont été traités récemment.

(Dabos et al., 1998) ont traité l'aspect environnemental (pollution, émissions ....) sur le problème de production et de maintenance. Ils ont montré que la bonne gestion de la production et de la maintenance est de minimiser le coût total et en même temps de prendre en compte les exigences environnementales qui sont considérées comme le problème majeur pour les entreprises. (Dabos et al., 2001) ont proposé une nouvelle politique environnementale dans le contexte de contrôle de l'environnement (émissions, taxes) pour un système de fabrication répondant à une demande. Ils ont développé un modèle mathématique afin de minimiser le coût total de production et d'inventaire en présentant l'impact de la politique environnementale sur les décisions de production et d'inventaire. (Dabos et al., 2007) ont développé un modèle mathématique pour un système de fabrication avec des produits qui se détériorent et des accords négociables sur les émissions. Dans cette étude, ils ont proposé une politique de contrôle optimal en dérivant le niveau d'inventaire optimal et le taux de production optimale pour minimiser le coût total de production et d'inventaire.

(Pan and Li, 2014) ont présenté un problème d'optimisation d'un système stochastique de production et d'inventaire sous contrainte des produits défaillants, de taxe d'émission et de réduction de la pollution afin de déterminer le taux optimal de production et le taux d'investissement dans la réduction de la pollution. (Brouhle et al., 2009) ont proposé des approches volontaires inspirées du système de management environnemental pour améliorer l'efficacité et réduire les émissions. Selon (Chen and Monahan, 2010), les approches réglementaires et volontaires conduisent à deux processus distincts de gestion de la production et des stocks sous contrainte environnementale

(Ben-Salem et al., 2015a) ont traité le problème de la production, de la maintenance et du contrôle des émissions d'un système de production dégradable. Ce système est composé d'une unité de production servant à produire un unique type de produit. Suite à sa dégradation, la disponibilité de la machine décroit contrairement à ses émissions qui croissent au fil du temps. Concernant la maintenance, deux types ont été utilisés. Le premier « Maintenance Parfaite » qui est coûteux et se réalise dans une durée de temps importante, mais permet de restaurer la machine en la remettant à son état initial (as good as new AGAN). Le second type est la « maintenance corrective », qui est moins couteux et permet juste la remise en marche de la machine après une panne (as bad as old ABAO). La résolution du problème a été basée sur la minimisation des coûts composés de coûts de stockage, pénalités de retard, coûts de maintenance corrective et coût de maintenance parfaite ainsi que les pénalités d'émissions en cas de dépassement du seuil. Étant donné que les autorités imposent un seuil d'émission bien défini, l'objectif de l'article est de définir une stratégie planifiant la production et la maintenance tout en contrôlant les émissions de l'unité de production. Pour ceci, trois politiques de contrôle ont été définies et comparées : « Hedging Point Policy » HPP1, HPP2 et HPP3. Concernant le HPP1, il s'agit d'une politique de production qui se base sur le niveau de stock. En effet, si le stock disponible est inférieur au stock de confort, la production est maximale. Une fois que le stock de confort est atteint, le taux de production est limité par le taux de demande et si le stock dépasse le stock de confort, la production est arrêtée jusqu'à liquidation de cet excès. Pour cette stratégie, une maintenance parfaite n'est effectuée que lorsque l'âge de la machine atteint un niveau critique défini au préalable. La politique HPP2 garde la même structure que la HPP1, mais considère, de

plus, un niveau de stock de sécurité pour la maintenance parfaite. En effet, elle ne peut être réalisée que si le stock existant est supérieur au niveau de sécurité. La politique HPP3 tient compte du taux d'émission, et ce, en précisant un seuil d'émission duquel dépend la valeur du stock de confort. En effet, deux niveaux de stock de confort sont définis au préalable. Si les émissions sont inférieures au seuil, HPP2 est appliqué avec le stock de confort élevé et si les émissions dépassent le seuil, HPP2 est appliquée avec la valeur la moins élevée du stock de confort. Dans les deux cas, le stock de sécurité est égal à la valeur du stock de confort la moins élevée. Une résolution expérimentale a été aussi réalisée dans le but de définir les paramètres optimaux. L'étude a conduit à choisir la politique HPP3 qui tient compte des émissions. Afin d'améliorer encore plus la stratégie, un nouveau type de maintenance a été intégré à HPP3.

Dans le même contexte (Ben-Salem et al.,2015b) ont proposé une nouvelle politique de contrôle : Environmental Hedging Point Policy (EHPP), qui se caractérise par deux niveaux de production et un niveau d'émission fixés par l'entreprise elle-même. Cette stratégie inclut l'axe environnemental dans la planification de la production. Les résultats obtenus permettent d'affirmer que la stratégie proposée est plus efficace. Dans ce travail, deux politiques de contrôle ont été présentées. La première politique est appelée HPP classique : il s'agit d'une politique de production qui se base sur le niveau de stock. En effet, si le stock disponible est inférieur au stock de confort, la production est maximale. Une fois que le stock de confort est atteint, le taux de production est limité par le taux de demande et si le stock dépasse le stock de confort, la production est arrêtée jusqu'à liquidation de cet excès. Cette politique ne tient pas compte des émissions et des pénalités de dépassements. La seconde politique est appelée Environmental Hedging Point Policy EHPP : cette politique tient compte du taux d'émission, et ce, en précisant un seuil d'émission adapté duquel dépend la valeur du stock de confort. En effet, deux niveaux de stock de confort sont définis au préalable. Si les émissions sont inférieures au seuil, HPP est appliquée avec le stock de confort élevé et si les émissions dépassent le seuil, HPP est appliquée avec la valeur la moins élevée du stock de confort. De plus, des versions améliorées de HPP classique et EHPP, intitulées HPPU et EHPPU, considérant le taux de production comme endogène et l'optimisant, ont été également proposées. La politique de contrôle EHPPU, a permis une réalisation de gain de 20% par rapport à EHPP et de 46% par rapport à HPP lors de l'étude expérimentale réalisée.

Récemment (Hajej et al, 2016) (Hajej et al, 2017) ont traité une nouvelle problématique de forecasting sous contrainte environnementale. Ils ont développé de nouvelles stratégies, qui réduisent les émissions de carbone et minimisent le coût total pour respecter les normes et les réglementations environnementales. La stratégie de maintenance est basée sur la corrélation entre la maintenance et la production. Dans un premier axe, ils ont considéré la sous-traitance comme une solution pour satisfaire la demande aléatoire du client avec un niveau de service donné. Il s'agit d'éviter les pénuries en raison de l'indisponibilité du système de fabrication. La stratégie de maintenance optimale proposée a pour objectif de minimiser les pénalités de coûts des émissions de carbone. Dans le deuxième axe, ils ont proposé une solution économique et écologique, car ils ont minimisé le coût total de production, de maintenance et d'émission en proposant une nouvelle stratégie de maintenance optimale caractérisée par le nombre optimal d'actions de maintenances préventives qui réduit la quantité moyenne d'émission. Dans notre

étude, nous nous sommes basés pour notre modèle analytique sur l'étude de (Hajej et al, 2016) (Hajej et al, 2017).

1.5 Description du problème

1.5.1 Motivation / Problématique

Durant les 20 dernières années, une grande importance a été accordée aux conséquences environnementales de la production. Ceci a créé un nouvel axe dans la mesure de la performance d'une entreprise, nommé la performance environnementale. Étant donné l'intégration de la performance écologique dans la mesure de la performance et l'efficience de l'entreprise, la considération de l'aspect environnemental dans la prise de décisions est alors devenue importante. En effet, les politiques de gestion de la maintenance et de gestion de la production n'échappent pas à ce constat et leur remise en cause est nécessaire si l'on considère les problèmes environnementaux au niveau opérationnel de la prise de décision. Malgré l'existence de certains travaux intégrant les aspects environnementaux et tenant compte du comportement dynamique des systèmes de production (dégradation, défaillance, maintenance ...), le problème de contrôle de maintenance intégrée à la production sous contrainte environnementale reste encore un sujet ouvert dans la littérature scientifique. Même les normes internationales, telles que ISO14000, fixent des cibles et des objectifs généraux à atteindre en termes de gestion environnementale, mais sans trop de détails sur le niveau opérationnel.

D'autre part, l'intégration de l'aspect écologique dans le problème de forecasting a des influences sur la gestion de la production et de la maintenance. En effet, un système de production, qui est sujet à des pannes aléatoires, peut causer une dégradation et par conséquent des émissions de CO2. La fréquence de pannes aléatoires augmente souvent avec le non-respect des intervalles de maintenance préventive des machines. Ces pannes fréquentes du système de production sont considérées comme une source de perte de production et de grande émission. Puisque, en termes de taux de service, la disponibilité des machines, au moment voulu, est considérée comme une condition nécessaire pour le bon fonctionnement de la production et la satisfaction des clients.

Pour remédier à ce problème, il serait intéressant de proposer une politique de contrôle du système de production en intégrant un management qui nécessite un compromis entre les différents coûts d'émission (taxe sur le carbone), de production, d'inventaire et de maintenance.

Notre travail de recherche s'inscrit dans cette problématique pour laquelle nous proposons différentes politiques d'optimisation conjointe de production et de maintenance, tout en respectant les réglementations environnementales (taxe carbone). Ces modèles prennent en considération l'aspect écologique dans la programmation conjointe du plan de production et de maintenance pour une logistique inversée. Ces modèles nous permettront d'établir une optimisation écologique de la production et de la maintenance afin de trouver un plan économique, tout en réduisant les émissions et en considérant la sous-traitance comme solution et la dégradation du système comme fonction de sa production.

1.5.2 Problématique de la thèse

La problématique soulevée dans ce mémoire est assimilée à une chaine logistique inverse dont le système de production composé de deux unités de production (manufacturing et

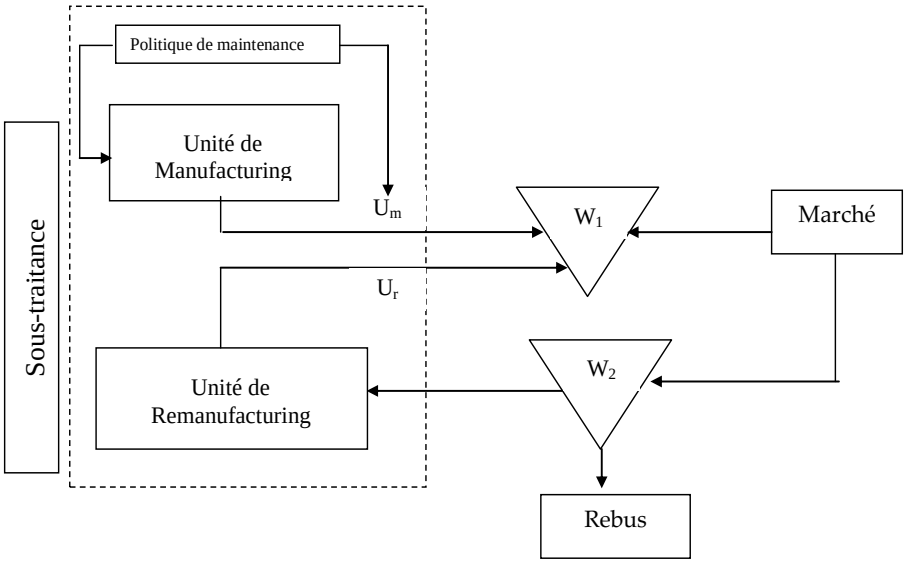
remanufacturing) sert à produire un seul type de produit afin de satisfaire des demandes aléatoires des clients, pendant un horizon de temps bien défini, tout en respectant un certain taux de service donné. Cependant, les deux unités de production génèrent la dégradation du système de production qui peut entraîner des pannes aléatoires dont les coûts des actions de maintenance réduisent les bénéfices générés. D'autre part, les activités du système de production engendrent aussi des émissions de carbone pouvant entraîner des taxes fixées par les autorités. Ces émissions ont été quantifiées en précisant la quantité émise suite à la fabrication d'un produit.

Par ailleurs, afin de répondre à une telle demande, tout en assurant un niveau de service minimum donné, le système de production doit fonctionner avec une cadence variable qui permet de minimiser les coûts de production, d'inventaire, de maintenance et de taxes carbone.

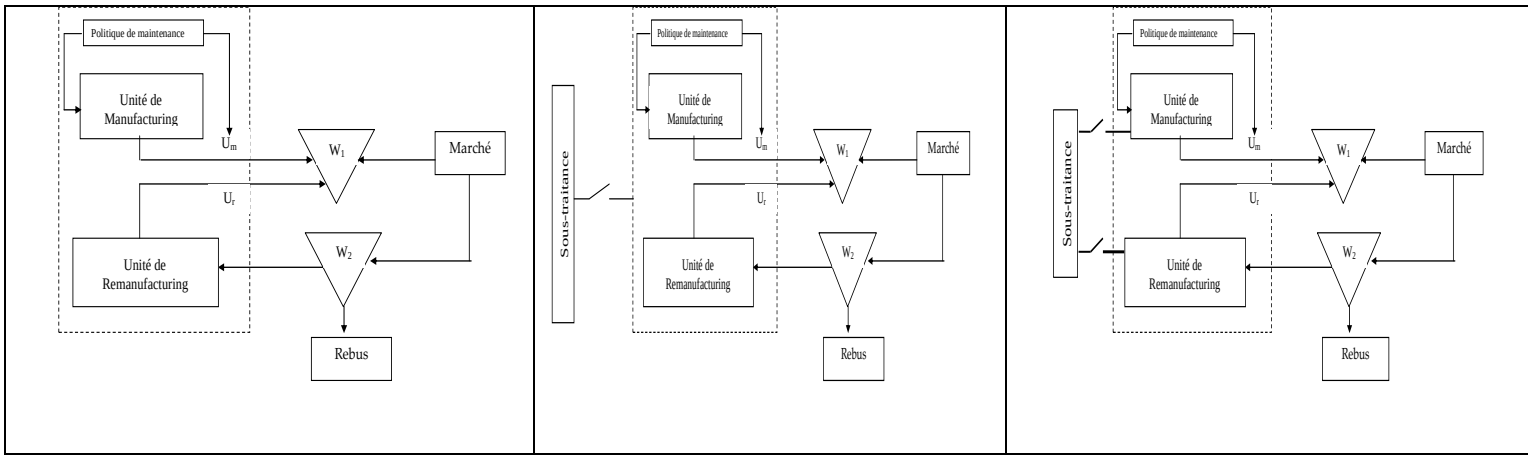
La contribution principale posée par cette thèse consiste donc à proposer de nouvelles politiques écologiques intégrant l'aspect environnemental à travers les émissions de carbone dans la planification et le contrôle de la production et de la maintenance d'un système ayant une demande aléatoire et soumise à des pannes aléatoires. L'objectif principal de ces différentes politiques consiste à déterminer un plan économique de production de l'unité de Manufaturing et de l'unité de Remanufacturing et à définir une politique optimale de maintenance adaptée pour l'unité de Manufacturing dans le but de minimiser les coûts liés à la production, aux taxes carbone et aux actions de maintenance.

Dans notre travail, nous avons proposé une nouvelle stratégie écologique basée sur la solution de sous-traitance. D'une part, nous adoptons la sous-traitance dans un contexte d'appel d'offres afin de satisfaire la demande et de diminuer la taxe sur le carbone. D'autre part, nous considérons la sous-traitance comme une solution qui échange sa production entre l'unité de Manufacturing et de remanufacturing afin de minimiser le coût total.

Dans notre démarche, nous commençons par considérer un système de production composé de deux unités de Manufacturing et de remanufacturing fabricant un seul type de produit pour répondre à une demande aléatoire durant un horizon fini. En tenant compte du plan de maintenance prédéfini pour l'unité de Remaunfaturing, nous établissons un plan économique de production pour les deux unités, qui assure un niveau minimum de service et minimise le coût total de production, inventaire et taxe carbone. Dans une deuxième étape, nous proposons un modèle intégrant la sous-traitance comme une solution pour minimiser les taxes carbones. Cette solution propose de faire appel à un sous-traitant dans le cadre d'un appel d'offres où nous allons chercher le coût minimal d'un sous-traitant afin de respecter notre politique écologique de production et de maintenance. Dans l'étape suivante, afin de réduire la quantité totale de carbone émise pendant le processus de production, nous proposons un tableau de bord de gestion en répondant à la question suivante : à quelle condition le sous-traitant participera-t-il au Manufactruing et non au remanufacturing, et vice versa ?



Problème général



Problème de logistique inverse sous contrainte de taxe carbone

Solution de sous-traitance dans le cadre d'un appel d'offres

Solution de sous-traitance commutateur entre Manufacturing et Remanufacturing

1.5.3 Notations

Les principales notations utilisées sont données ci-dessous :

- H: nombre des périodes allouées pour la production, exprimée en unité de temps,
- Δt: longueur d'une période de production
- $U_m(k)$: cadence de l'unité de Manufacturing durant la période k (k=0, 1,…, H).
- $U_r(k)$: cadence de l'unité Remanufacturing durant la période k (k=0, 1,…, H).
- $U_s(k)$: cadence de l'unité de sous-traitance durant la période k (k=0, 1,…, H).
- w_m(k): niveau du stock principal
- w_r(k): niveau du second stock
- $d(k)$: quantité de la demande associée à la période k (k=1,……,H)
- $R(k)$: quantité retournée au stock associée à la période k (k=1,……,H)
- U_{mmax} : cadence maximale de production
- θ : probabilité du taux de service
- α: facteur de la quantité de demandes retournées/taux de retour
- β : facteur de la quantité des produits retournés qui sera destinée à la destruction
- τ : délai de retour
- C_{pm} : coût unitaire de l'unité de manufacturing
- C_{pr} : coût unitaire de l'unité de remanufacturing
- C_{ps}: coût unitaire de l'unité de sous-traitance
- C_{sm}: coût unitaire de stockage du stock principal w_m
- C_{sr}: coût unitaire de stockage du stock principal w_r
- C_{prs} : coût unitaire de sous-traitance
- $E\{.\}$: espérance
- Mp : coût d'une action de maintenance préventive, exprimée en unité monétaire
- Mc : coût d'une action de maintenance corrective, exprimée en unité monétaire
- R(t): fonction de fiabilité
- $C_M(.)$: coût de maintenance lié à la politique périodique, exprimé en unité monétaire
- $\varphi_M(.) = Nbrp(.)$: nombre moyen de pannes pouvant survenir suivant la politique périodique
- $\lambda_0(t)$: fonction du taux nominal de défaillance
- um: unité monétaire
- $Int(.)$: partie entière

1.6 Conclusion

Aujourd'hui, la maintenance est considérée comme l'une des fonctions techniques de l'entreprise et joue un rôle important dans la conduite de la production ainsi que dans la recherche d'amélioration et d'optimisation. Dans la première partie de ce chapitre, nous avons présenté les différentes classifications de processus de production ainsi que les concepts de la chaine logistique, en général, et de la chaine logistique inverse, en particulier. Dans une deuxième partie, après la présentation d'un état de l'art concernant les principaux types de maintenance ainsi que les différentes politiques de maintenance, nous avons présenté les différents travaux faisant le couplage de production et de maintenance sous différentes contraintes, telles que les contraintes environnementales, la sous-traitance, le taux de service…

Dans la suite de ce chapitre, nous avons exposé la problématique principale en illustrant la contribution par rapport à l'existant dans ce domaine de recherche. Cette problématique a été développée, principalement, au niveau des conditions de fonctionnement et de l'influence des contraintes environnementales et industrielles pour un système de production, telle que l'influence de variation du taux de production sur la dégradation des équipements et sur la quantité de carbone émise ainsi que sur la politique de production et sur la stratégie de maintenance.

Chapitre 2

Développement et optimisation d'une politique de maintenance intégrée à la production pour une unité de Manufacturing et de Remanufacturing sous contrainte de la taxe carbone

Dans ce chapitre, nous chercherons à développer une stratégie optimale de maintenance à travers un plan optimal de production. La problématique évoquée sera étudiée pour un système contenant deux blocs machines, à savoir une unité de Manufacturing et une unité de Remanufacturing soumises à la contrainte d'émissions de carbone. Ces unités seraient capables de répondre à une demande aléatoire sur un horizon de temps fini, prenant en considération un niveau de service donné, la quantité de produits retournés, et la quantité de carbone rejetée. La cadence de production aura donc une grande influence sur ces éléments ainsi que sur la dégradation des unités. Nous avons élaboré un plan économique de production qui minimise le coût total comprenant : les coûts de stockage, de production et de taxes carbone (dues au rejet excédentaire de CO2 par les deux unités). C'est à partir de ce plan économique de production que l'on a développé un plan optimal de maintenance. Il s'agit d'une politique de maintenance périodique avec réparation minimale consistant à déterminer le nombre optimal des actions de maintenance préventives durant l'horizon fini de production.

La politique de production de l'unité de Manufacturing prend en considération le plan prédéfini de maintenance de l'unité Remanufacturing. La stratégie de maintenance est dépendante du plan de production obtenu (par la politique de production) par une relation analytique qui relie le taux de défaillance à la cadence de production.

2.1. Introduction

Les industries ont commencé à adopter de nouvelles méthodes d'optimisation pour réduire leurs déchets de production et de livraison et, par conséquent, répondre plus efficacement aux demandes des clients. La réussite d'un système de production est basée avant tout sur une bonne implication des employés et sur la mise en place de démarches d'amélioration continue axées sur la culture d'élimination des déchets. Les déficits causés par les problèmes environnementaux, tels que ceux engendrés par les émissions atmosphériques, les rejets d'eaux usées et autres, sont rarement les cibles de nos efforts.

Durant les 20 dernières années, une grande importance a été accordée aux conséquences environnementales de la production. Ceci a créé un nouvel axe dans la mesure de la performance d'une entreprise ; on l'a nommée performance environnementale. Bien qu'elles soient devenues indispensables, les stratégies tenant compte des normes et des exigences des émissions toxiques imposées par les autorités, tout en maintenant l'efficacité économique, sont très peu nombreuses. Même s'ils ne sont pas explicitement ciblés, les gains environnementaux sont intégrés dans la création de ce flux régulier et rapide des produits, à travers le processus de production avec un minimum de défauts, d'inventaire, de temps d'arrêt et de mouvements inutiles. Dans ce contexte, prenons pour exemple la réduction des impacts environnementaux associés à des matériaux et traitements utilisés en retravaillant ou détruisant le produit défectueux, ainsi que les déchets et les émissions en découlant. Théoriquement, le lien fort existe entre la production et l'amélioration de protection de l'environnement. En fait, l'objectif fondamental des systèmes de production est l'élimination systématique des déchets en mettant l'accent sur les coûts de production, la qualité, la livraison du produit et la bonne implication de la main-d'œuvre. Dans ce contexte, nous pouvons citer les travaux de (Dobos, 1998, 1999, 2001) ; des modèles mathématiques ont été présentés, dans le cadre d'une approche du contrôle environnemental (taxe, émission) afin de minimiser le coût total et déterminer l'effet de la politique environnementale sur les décisions de production et d'inventaire. En ce qui concerne l'interaction entre la production / maintenance et l'aspect environnemental (Li, 2014) propose une stratégie de production et d'entretien prenant en compte les éléments détériorés et l'examen des émissions ainsi que la pollution. (Chouikhi et al., 2012) ont présenté un modèle mathématique afin de déterminer une période de maintenance optimale en minimisant le coût total de maintenance et des émissions de l'environnement. Les différents travaux consultés traitent de la planification de la production et/ou de la maintenance en considérant l'aspect environnemental ; cependant, l'état des équipements pouvant influencer les émissions dans la réalisation de la stratégie de production et de maintenance n'est pas pris en compte. Dans ce contexte, (Ben-Salem et al., 2014) ont présenté le problème de la production, de la maintenance et du contrôle des émissions d'un système de production dégradable. Suite à sa dégradation, la disponibilité de la machine décroit contrairement à ses émissions qui croissent au fil du temps. Étant donné que les autorités imposent un seuil d'émission bien défini, l'objectif est de définir une stratégie planifiant la production et la maintenance tout en contrôlant les émissions de l'unité de production. (Ben Salem et al., 2015) ont proposé de nouvelles politiques de contrôle de production (HPP) (hedging

point policy) tenant compte de l'aspect environnemental dans l'optimisation du plan de production et de maintenance d'une usine.

Par conséquent, le problème de l'interaction de l'aspect environnemental avec la complexité croissante du système manufacturier, en termes de production, de dégradation et de maintenance, est également considéré comme un sujet ouvert dans le problème manufacturier. Dans ce contexte, la contribution de ce chapitre est de proposer une nouvelle stratégie de maintenance intégrée à la production d'un système manufacturier soumis à des dégradations et des émissions. Nous nous pencherons sur la relation entre le problème environnemental et la dégradation de la machine en tenant compte de l'influence de la variation des taux de production sur le taux de défaillance et sur l'émission.

Dans ce présent chapitre, le problème d'optimisation de la production, de la maintenance et d'émission est abordé différemment par rapport aux travaux existants. Nous pouvons citer comme exemple la politique de « hedging point policy » de (Ben Salem et al., 2015) que les auteurs utilisent pour déterminer la date de la maintenance préventive et le niveau optimal du stock, en considérant une cadence de production pouvant varier uniquement entre 0, d (demande) ou Umax (cadence maximale). La nouveauté de ce présent travail est la prise en compte de l'influence de la variation des cadences de production ainsi que des aspects environnementaux sur la dégradation de la machine et, par conséquent, sur la prise de décision de l'entreprise. Nous sommes dans une logique d'optimisation de cadence de production sur un horizon fini. Comme ces cadences de production sont variables d'une période à une autre, le plan de maintenance doit suivre en conséquence, car la dégradation n'est plus uniforme sur l'horizon de la planification. Il s'agit de recalculer les périodicités des actions de maintenance préventive.

Ce chapitre consiste à développer et optimiser une stratégie de maintenance combinée à un plan de production économique sous contrainte de taxe carbone due aux émissions. Il est organisé comme suit. Dans la section 2.2, la problématique industrielle y est développée. Dans la section 2.3, nous avons présenté la formulation stochastique de la problématique industrielle ainsi que la politique de production proposée. Dans la section 2.4, nous avons présenté l'étude analytique et l'approche utilisée pour faciliter la résolution de notre problématique. Dans la section 2.5, la stratégie de maintenance est développée et étudiée de façon analytique. Dans la section 2.6, des exemples numériques sont étudiés dans le but d'appliquer les approches développées. La conclusion est présentée dans la section 2.7.

2.2. Description du problème

Le système de production étudié est composé de deux unités de production servant à produire un seul type de produit soumis à des pannes aléatoires ainsi que des activités de réparation et de maintenance : une unité principale M de production pour le Manufacturing et une unité secondaire R pour le Remanufacturing des produits retournés. La machine principale M doit répondre à une demande aléatoire à partir d'un stock W_m selon un niveau de service donné. La

demande aléatoire est caractérisée par une distribution normale. Concernant les produits livrés aux clients, une partie α est finalement retournée au deuxième stock *Wr* après une période τ. Après contrôle, une quantité β des produits retournés sera destinée à la destruction et (1- β) sera remise à la deuxième unité R de remise à neuf (remanufacturing). Les émissions ont été quantifiées en précisant la quantité de polluants dégagés lors de la production d'un article. Le taux de dégradation du système Manufacturing a été également considéré. L'usine en question est soumise à des pannes aléatoires. De plus, la production engendre des émissions nocives pouvant encourir des pénalités sous forme de taxes en cas de dépassement de la limite des émissions fixée par les autorités.

Du point de vue de la fiabilité, nous présumons que la dégradation de la machine *M* suit une loi dont le taux de pannes (défaillance) est croissant avec le temps et l'usage. La machine M est soumise à un planning de maintenance préventive selon une stratégie qui dépend de la politique de la production, dont le but est de réduire l'occurrence de ses pannes. L'unité R de remise à neuf « Remanufacturing» est l'objet d'une défaillance aléatoire et d'un planning fixe des actions de maintenance préventive, toutes les $h.T_r$ avec $T_r = x.\Delta t$; h: 1 ... $H.\Delta$t / T_r ; x :1…H avec une durée de maintenance fixe égale à $t = y.\Delta t$ et caractérisée par une loi uniforme avec des paramètres [a, b] à définir. D'autre part, les unités de production sont soumises à la réglementation en vigueur concernant la taxe sur le carbone. Dans ce cas, nous supposons que, $Q_{cm}^0(0)$ and $Q_{cr}^0(0)$ sont les quantités de carbone annuelles autorisées par l'autorité, pour l'unité de fabrication M et la remise à neuf R, et qu'elles ne seront pas dépassées pour une production sans pénalité.

Dans cette étude, nous avons proposé une formulation optimale du problème de planification de la production et de la maintenance. Notre étude s'organise en deux parties. La première consiste à déterminer un plan économique de production ainsi que la quantité minimale de carbone rejetée par chacune des deux machines pour chaque période *k* durant l'horizon fini de production H.Δt. La fonction objective de ce modèle consistera donc à minimiser le coût total de production des machines M et R, de stockages et de rejets excessifs de carbone par ces machines, toujours dans le but de satisfaire au mieux la demande aléatoire avec un certain niveau de service donné. La deuxième partie détaillera la proposition d'une stratégie de maintenance préventive pour la machine principale de Manufacturing M visant à améliorer la disponibilité, tout en réduisant la dégradation de la machine M. En intégrant le plan économique établi dans la première partie, notre objectif est de déterminer un nouveau plan optimal de maintenance préventive pour la machine principale minimisant le coût total de la maintenance. Les variables de décision de cette fonction ainsi que les contraintes appliquées seront présentées dans les sections suivantes.

Avant d'évoquer ces paramètres, il convient de rappeler certaines définitions et explications afin de mieux cerner notre problématique.

- **Horizon du plan**

Dans notre étude, l'horizon fini de production est celui de l'horizon du temps utilisé dans notre problème de forecasting et d'optimisation conjoint de production et de maintenance, contrairement à la plupart des travaux de littératures utilisant un horizon infini. Afin de permettre un certain lissage au niveau du plan de production et, par conséquent, sur le plan de maintenance, il est important de préciser que l'horizon doit être suffisamment long. Les plans de production et de maintenance sont déterminés en considérant plusieurs facteurs, tels que : les fluctuations saisonnières (demande saisonnière, disponibilités des ressources matérielles et humaines…).

- **Demande aléatoire**

La satisfaction de la demande aléatoire est considérée dans cette problématique comme le rôle premier du système manufacturier. Ainsi, l'accent est mis essentiellement sur des stratégies réactives selon lesquelles la demande est considérée comme une contrainte à respecter. Parallèlement, nous considérerons les produits mis sur le marché comme connu et la demande comme aléatoire. Les prévisions peuvent alors être issues de différentes sources d'information, telles que les commandes enregistrées, l'expérience des distributeurs, les données historiques, les études de marché ou encore les analyses sectorielles. Aussi, si la demande est considérée comme aléatoire, le délai d'obtention est, lui, toujours vu comme certain. Dans ce cas, l'occurrence de ruptures de stock ne peut donc plus être pleinement exclue. Par conséquent, la modélisation d'une telle situation devrait également prendre en compte le coût de ces ruptures et le critère économique à optimiser (l'espérance mathématique des différents coûts).

- **Ressources**

Sur l'horizon de production, la plus grande flexibilité est observée au niveau de la disponibilité de l'équipement et de la fiabilité de ce dernier. Par ailleurs, concernant l'influence du taux de production sur la dégradation de la machine, il subsiste une relation cumulative entre la production et la fiabilité. La ressource relève donc du choix d'acquérir de nouvelles machines ou d'opter pour la sous-traitance (chapitre 3) qui peut être incluse dans le plan de production.

- **Niveaux de production et de stocks**

Afin de satisfaire la demande aléatoire propre à une période donnée, différentes possibilités s'offrent à nous :

- Livraisons sur stocks au cours des périodes antérieures
- Production de la période en question,
- Livraisons en retard au cours des périodes ultérieures

En combinant les trois options citées ci-dessus, le niveau d'activité de l'entreprise s'équilibre sur l'horizon de production, de même que le volume de ressources utilisées se stabilise.

- **La notion de niveau de service**

Dû à la croissance de la concurrence entre les entreprises, le niveau de service est considéré comme l'un des facteurs principaux pour satisfaire les clients, gagner leur confiance et remporter

plus de marchés. Dans le domaine industriel, la notion de niveau de service peut être utilisée comme une mesure de performance du système manufacturier et définie de différentes façons non équivalentes : en termes de temps écoulé entre ruptures successives, du nombre attendu de ruptures ou de probabilité de rupture, etc. Dans notre approche, le niveau de service est défini par la probabilité qu'aucune rupture de stock ne se produise entre deux approvisionnements successifs.

- **La notion de taux de carbone rejeté**

Pour chaque produit fabriqué ou retraité, nos machines M et R émettent du carbone dans l'atmosphère. Vu les problématiques écologiques que rencontre notre planète, les industries sont soumises à des restrictions en termes de rejet de carbone. En effet, afin de limiter ces rejets, les autorités imposent un niveau seuil de rejet carbone à ne pas dépasser avant de commencer à payer des taxes. Nous avons donc pris en considération dans notre modèle ce niveau seuil afin de déterminer à quel taux de production et à quelle période nos machines peuvent produire en limitant ces pénalités.

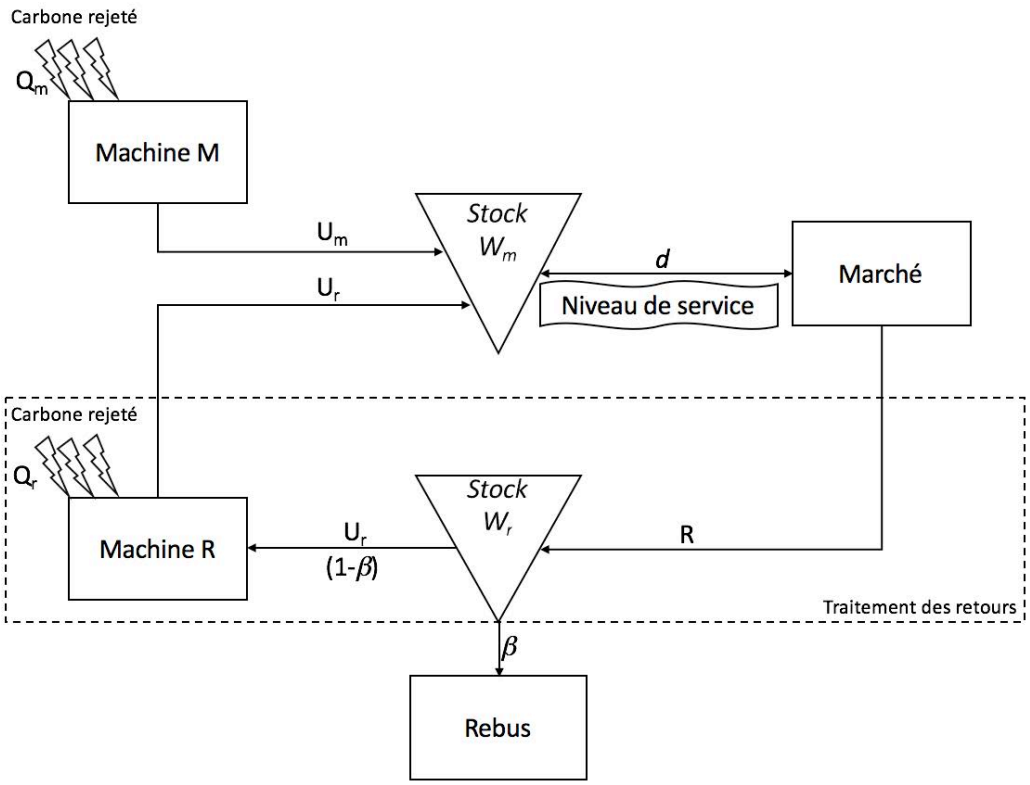


Figure 2.1 : Déscription du problème

Dans cette étude, afin de modéliser la politique de production, nous exprimons le coût total de production, de stockage et des taxes carbone en utilisant un modèle quadratique qui tient compte de la variation de l'état des différentes variables. D'autre part, la stratégie adoptée pour le problème d'optimisation est une stratégie séquentielle qui sera présentée dans la partie suivante.

2.2.1. La stratégie d'optimisation séquentielle

Dans la littérature, il y a deux manières de résoudre l'optimisation conjointe des plans de production et de maintenance. D'une part, il existe une stratégie d'optimisation intégrée qui permet l'optimisation de plusieurs activités de manière simultanée. D'autre part, il y a la stratégie d'optimisation séquentielle qui consiste à optimiser des activités de manière successive. En effet, l'optimisation de la seconde activité prendra comme une contrainte forte l'activité qui la précède. L'utilisation de cette stratégie implique dans notre cas qu'il faut tout d'abord planifier le plan de production afin de déterminer par la suite un plan de maintenance. En effet, d'après la loi de défaillance attachée au système, la modélisation du taux de production a une forte influence sur la variation du taux de défaillance. Ainsi, l'élaboration du plan économique de production nous permettra de déterminer le taux de défaillance qui lui sera associé et d'en déduire le plan optimal de maintenance.

Cette problématique est bien connue de la communauté scientifique, car elle a été évoquée dans les 21 problèmes de NP-complets de Karp (Karp, 1972). De ce fait, elle a fait l'objet d'une multitude de travaux concernant les résolutions approchées ou exactes. Notamment les travaux de Martello et Toth (Martello, 1990), sur l'implémentation de la procédure de séparation et d'évaluation (Branch and Bound), sont considérés comme une référence dans le domaine.

L'optimisation séquentielle présentée pour cette stratégie permet effectivement de minimiser les coûts générés par le plan de production. Cependant, la minimisation des coûts de maintenance est dépendante du plan de production.

La figure ci-après donne un aperçu sur la stratégie d'optimisation séquentielle

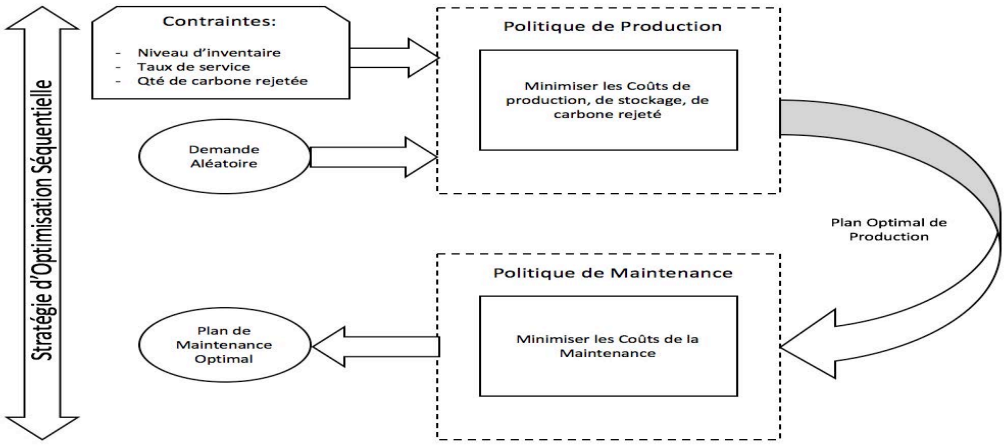


Figure 2.2 : Stratégie séquentielle

2.2.2. Modèle Quadratique (modèle de HMMS)

Le modèle quadratique est considéré parmi l'une des premières contributions de modélisation du contrôle de production. Parmi ces modèles quadratiques, nous pouvons citer le modèle de

HMMS développé par Holt, Modigliani, Muth et Simon (Holt et al. 1960), qui est considéré comme l'un des premiers modèles traitant le principe de « *l'équivalent certain* » pour les problèmes dynamiques linéaires et quadratiques (Bertesekas, 1995). Il est généralement utilisé comme un outil d'analyse comparative des différentes approches de planification de la production et permettant de fournir aux gestionnaires et aux décideurs des perspectives ainsi que des idées sur la façon de gérer les ressources matérielles de l'entreprise (Singhal and Singhal, 1996). Malgré son importance, ce modèle a été largement critiqué et des doutes subsistaient quant à son applicabilité dans les cas réels auprès des industries manufacturières ; notamment quelques interrogations ont été émises autour de la fiabilité de ce modèle, à savoir que les fonctions de coûts quadratiques ne semblaient pas être une hypothèse concrète et valide. De même, ce modèle ne tient pas compte des contraintes sur les variables de décision. De nombreux autres travaux, tels que ceux de (Silva Filho et Ventura, 1999) se sont penchés sur ce modèle en étudiant ces différentes interrogations et ont montré l'efficacité de l'application de ce modèle dans l'optimisation industrielle. Nous citons à titre d'exemple les travaux de (Hax and Candea, 1984) prouvant que cette approche quadratique est utile pour évaluer le processus de production. En effet, le modèle HMMS s'avère efficace pour décrire et modéliser, par exemple, les différents statuts possibles de niveau de stocks pouvant être soit négatif (rupture de stock), soit positif (excédent de stocks).
Inspirés par le modèle HMMS, nous avons adapté cette approche pour formuler un modèle stochastique du problème. En effet, le modèle HMMS fournit une règle de décision qui permet de minimiser les différents coûts et qui propose une solution optimale de la planification de production, du niveau de stock, de la main-d'œuvre et des heures supplémentaires.

En conclusion, l'utilisation du modèle HMMS est justifiée par le fait que ce modèle implique une fonction quadratique, afin de prendre en compte la variance d'un paramètre d'intérêt (la variance entre le paramètre réel et le paramètre cible) dans les deux statuts possibles (négatif et positif) en utilisant l'espérance mathématique au carré.

2.3. Formulation du problème stochastique

2.3.1. Modèle stochastique du problème

Les modèles de programmation linéaire ont la capacité de résoudre une multitude de problèmes. Les domaines d'application sont aussi variés et ont été utilisés pour la résolution de problèmes dans le secteur aéronautique, notamment pour des problèmes d'ordonnancement de calendrier ou dans le domaine des hydrocarbures, pour l'agencement de la distribution du pétrole. La raison de cette polyvalence est la facilité d'intégrer des contraintes aux modèles (Miller, 2007). En effet, grâce au logiciel disponible, nous pouvons résoudre efficacement des programmes de grande envergure et vérifier la robustesse des résultats à travers une analyse de sensibilité. Ainsi, la programmation linéaire devient un outil privilégié pour la planification agrégée de la production.
Afin de résoudre notre problème, nous avons établi plusieurs hypothèses qui vous seront présentées ci-dessous.

- Hypothèse de base :

  - Un seul produit est fabriqué : dans cette étude, nous considérons que les unités de production ne fabriquent et reconditionnent qu'un seul type de produits.

  - Périodes de planification : nous considérons que l'horizon du temps fini découpé en H périodes égales k de planifications avec k= 1,…,H

  - La demande est aléatoire : nous supposons que la demande aléatoire *d(k)* suit une loi de distribution normale avec paramètres : la moyenne $\hat{d}(k) \geq 0$ et la variance $\sigma_d^2 \geq 0$

  - Convention de modélisation du temps : utilisation de la convention de modélisation du temps qui est communément employée dans la littérature lors de l'élaboration d'un plan de production modélisé linéairement. Nous avons alors :

    - La production, qui vise à satisfaire la demande d'une période k, est réalisée en début de période
    - La livraison aux clients s'effectue en fin de période *k*, le niveau de stock est déterminé par la suite (en fin de période *k*, début de période *k*+1).

  - La planification et les durées des actions de maintenance de la machine remanufacturing R durant l'horizon $H.\Delta t$ sont programmées au début de la production et auront un impact sur la quantité produite par la machine Manufacturing M.

- Variables de décisions : sur un horizon de temps $H.\Delta t$ avec k=1,…..,H , les variables de décisions sur lesquelles se basera la résolution de notre problème sont les suivantes :

  - PROD_M[k] : Quantités produites par M durant la période k
  - PROD_R[k] : Quantités produites par R durant la période k
  - STOCK_M[k] : Quantité de produits en stock Wm au début de la période k
  - STOCK_R[k] : Quantité de produits en stock Wr au début de la période k
  - CARBONE_M[k] : Quantité de carbone rejetée par M
  - CARBONE_R[k] : Quantité de carbone rejetée par R

- Schéma du modèle : le modèle se caractérise par la structure de base suivante :

Minimiser :

[(*Coût de production pour M*) + (*Coût de Stockage pour* w_m) + (*Coût des rejets carbone pour M*) + (*Coût de production pour R*) + (*Coût de Stockage pour* w_r) + (*Coût des rejets carbone pour R*)]

Sous contraintes :

- Niveau des Stocks w_m et w_r
- Retour des produits
- Capacité de production maximale de M et R
- Taux de service imposé
- Quantité de carbone rejeté par M et R

- Définitions des principaux coûts

En nous basant sur le modèle quadratique (HMMS), nous déterminerons ci-dessous l'ensemble des coûts de production, de stockage, de rejet de carbone pour les deux machines M et R.

- ***Coût de production dans une période k***

Coût de production pour M = $coût\ unitaire\ de\ production \times$ PROD_M[k]

Coût de production pour R = $coût\ unitaire\ de\ production \times$ PROD_R[k]

- ***Coût de stockage dans une période k***

Coût de stockage pour w_m= *coût unitaire de stockage* (C_{sm}) × STOCK_M[k]

Coût de stockage pour w_r= *coût unitaire de stockage* (C_{sr})× STOCK_R[k]

- ***Coût des rejets carbone dans une période k***

Coût de rejets carbone M =

$$\begin{cases} coût\ carbone\ \left(CQ_m\ (k)\right) \times \text{CARBONE}_{\text{M[k]}} & si\ \text{CARBONE_M [k]}\ \leq 0 \\ 0 & si\ non \end{cases}$$

Coût de rejets carbone R =

$$\begin{cases} coût\ carbone\ \left(CQ_r\ (k)\right) \times \text{CARBONE}_{\text{R[k]}} & si\ \text{CARBONE_R [k]}\ \leq 0 \\ 0 & si\ non \end{cases}$$

- Définitions des principales contraintes

- Niveau des stocks

Le stock disponible en fin de chaque période *k*, est donné par la différence entre la production cumulée, c'est-à-dire la production ajoutée au stock initial et la demande cumulée jusqu'à cette période. À chaque fin de période de production *k* et début de nouvelle période de production

k+1, le niveau de stock de la machine Manufacturing STOCK_M[k + 1] sera calculé de la manière suivante :

$$\mathrm{STOCK}_{\mathrm{M[k+1]}} = \mathrm{STOCK}_{\mathrm{M}_{\mathrm{Init[k=0]}}} + \sum_{s=1}^{k} \mathrm{PROD}_{\mathrm{M[s]}} + \sum_{s=1}^{k} \mathrm{PROD}_{\mathrm{R[s]}} - \sum_{s=1}^{k} demande(s)$$

$$avec\ k \in \{1, \dots, H\text{-}1\}$$

Cette contrainte peut être présentée en utilisant la contrainte d'équilibre des flux (flux entrant=flux sortant) : pour *k*=1,…,*H*-1

$$\mathrm{STOCK}_{\mathrm{M[k+1]}} = \mathrm{STOCK}_{\mathrm{M[k]}} + \mathrm{PROD}_{\mathrm{M[k]}} + \mathrm{PROD}_{\mathrm{R[k]}} - demande(k)$$

$$avec\ k \in \{1, \dots, \mathrm{H} - 1\}$$

De même, pour le niveau du stock de la machine Remanufacturing STOCK_R[k + 1] qui sera calculé en utilisant la relation suivante :

$$\mathrm{STOCK}_{\mathrm{R[k+1]}} = \mathrm{STOCK}_{\mathrm{R[k]}} - \mathrm{PROD}_{\mathrm{R[k]}} + (1 - \beta) \times Retour(k)$$

$$avec\ k \in \{1, \dots, \mathrm{H} - 1\}$$

- Retour des produits

Après chaque τ période, une quantité α de produits est retournée de chez le client au stock $\mathrm{STOCK}_{\mathrm{R}}$, avant d'être triée pour en déterminer la quantité (1-*β)* de produits à reconditionner par la machine R. La quantité retournée par le client est donnée par la relation suivante :

$$\mathrm{Retour}(k) = \begin{cases} \alpha \times demande(k - \tau/\Delta t) & si\ k \geq \tau \\ 0 & si\ non \end{cases}$$

- Capacité de production de M et R

Les machines Manufacturing M et Remanufacturing R fonctionnent respectivement avec des cadences maximales PROD_Mmax et PROD_Rmax, pendant une période k, qui ne peuvent pas être dépassées.

$$\text{PROD_Mmin} \leq \text{PROD_M(k)} \leq \text{PROD_Mmax}$$

$$\text{PROD_Rmin} \leq \text{PROD_R(k)} \leq \text{PROD_Rmax}$$

- Niveau de service

Le niveau de service détermine la performance du système de production pour répondre efficacement à la demande aléatoire, à chaque période k , sans faire face à des ruptures de stock. Il s'exprime par la contrainte de probabilité sur le niveau du stock pour chaque période k.

$$Prob[\text{STOCK_M}[k+1] > 0\ ] > \theta$$

θ Étant le seuil à respecter, imposé par le manufacturier.

- Quantité de rejet de carbone contrôlé

La production des deux machines est sujette à une régulation concernant le taux de carbone rejeté. À partir de deux seuils initiaux $Q^0_{cm}(0)$ et $Q^0_{cr}(0)$, nous déduisons la quantité de carbone rejeté pendant chaque période k. Nous obtenons ainsi la quantité CARBONE_M[k] et CARBONE_R[k] à utiliser pour les périodes suivantes. Les taxes commenceront à être payées à partir du moment où la quantité d'émission dépasse le seuil annuel fixe autorisé Q^0_{cm} et/ou Q^0_{cr}. À noter que X_e est la quantité d'émission générée pour la production d'un article et Δt la durée d'une période de production.

$$\text{CARBONE_M[k]} = Q^0_{cm}(0) - \sum_{j=1}^{k} \text{PROD_M[j]} \times \Delta t \times X_e$$

$$\text{CARBONE_R[k]} = Q^0_{cr}(0) - \sum_{j=1}^{k} \text{PROD_R[j]} \times \Delta t \times X_e$$

- Maintenance de la machine Remanufacturing R

Nous supposons que la stratégie de maintenance appliquée pour la machine R suit une planification périodique prédéfinie et caractérisée par des actions de maintenance à durée non négligeable, se caractérisant par une variable aléatoire. La planification de la machine Remanufacturing est prédéfinie puisque la machine R est moins sollicitée par rapport à la machine principale M ; elle sera donc moins sujette à la dégradation.

- Maintenance de la machine Remanufacturing R

Nous supposons que la stratégie de maintenance appliquée pour la machine R suit une planification périodique prédéfinie et caractérisée par des actions de maintenance à durée non

négligeable, se caractérisant par une variable aléatoire. La planification de la machine Remanufacturing est prédéfinie puisque la machine R est moins sollicitée par rapport à la machine principale M ; elle sera donc moins sujette à la dégradation.

- Maintenance de la machine Manufacturing M

Contrairement à la planification prédéfinie de la maintenance de la machine remanufacturing R, que nous considérons comme une hypothèse influençant la production de la machine principale, la stratégie de maintenance de la machine Manufacturing M sera une décision stratégique à rechercher afin de minimiser le coût total de production, d'émission et de maintenance.

2.3.2. Politique de production

À partir du modèle stochastique décrit dans la sous-section précédente, nous avons formulé un problème stochastique qui se base sur un modèle linéaire et quadratique sous contrainte de taux de service. Nous avons défini une combinaison entre les taux de production, les niveaux de stocks et les quantités d'émission pour l'unité de Manufacturing M et Rremaunfacturing R. Cette combinaison minimise les coûts de production, de stockage et de taxe sur le carbone. Dans cette étude, nous avons supposé que l'horizon fini de production est partagé en *H* périodes égales.

Afin de développer le modèle analytique de notre problème stochastique, nous supposons que :

- Les coûts de stockage, de production et la taxe sur le carbone C_{pr}, C_s et C_c sont connus et constants
- L'écart-type de la demande $\sigma_d(k)$ et la demande moyenne $\hat{d}(k)$ pour chaque période *k* sont connus et constants.
- Le planning de la maintenance de la machine Remanufacting R est prédéfini

Rappelons que notre objectif est de déterminer un plan économique de production ainsi que la quantité de carbone pour chaque période *k,* pour les deux unités M et R, sur l'horizon *H*.

Formellement, notre problème se présente comme suit :

$$\left(U_m^*, U_r^*, Q_m^*, Q_r^*\right) = \underbrace{Min}_{(U_m, U_r, Q_m, Q_r)} \left(F(U_m, U_r, Q_m, Q_r)\right)$$

Avec $U_m = \left(U_m(1), U_m(2), \dots\dots\dots, U_m(H\text{-}1)\right)$

$$U_r = \left(U_r(1), U_r(2), \dots\dots\dots, U_r(H\text{-}1)\right)$$

$$Q_m = \left(Q_m(1), Q_m(2), \dots\dots\dots, Q_m(H\text{-}1)\right)$$

$$Q_r = \left(Q_r(1), Q_r(2), \dots\dots\dots, Q_r(H\text{-}1)\right)$$

2.3.2.1. Cas de production

En raison des différentes contraintes présentées précédemment, nous allons traiter deux cas de production qui dépendent du plan de maintenance prédéfini de la machine de Remanufacturing R :

- **Cas 1 :** la fin de l'action de maintenance préventive pour la machine R ne dépasse pas la fin de la période de production Δt. Dans ce cas, la durée de maintenance préventive sera caractérisée par une distribution uniforme avec comme paramètres $b_1 = 0$ et $b_2 = \left(\lfloor h * x \rfloor + 1 - h * x\right) * \Delta t$ avec $h = \{1, 2, ..., \lfloor H/x \rfloor$, $T_r = x.\Delta t$; $x : 1 \ldots H.$

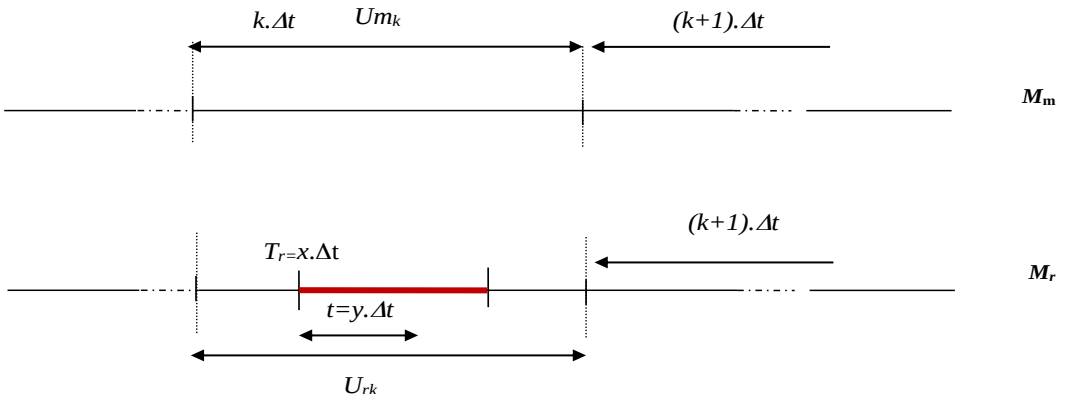


Figure 2.3 : Durée de la maintenance préventive pour le Cas 1

- **Cas 2 :** la fin de l'action de maintenance préventive pour la machine R dépasse la fin de la période de production Δt. Dans ce cas, la durée de maintenance préventive sera caractérisée par une distribution uniforme avec comme paramètres $b_1 = 0$ et $b_2 = \left(\lfloor h * x \rfloor + 1 - h * x\right) * \Delta t + \Delta t$ avec $h = \{1, 2, ..., \lfloor H/x \rfloor$, $T_r = x.\Delta t$; $x : 1 \ldots H.$

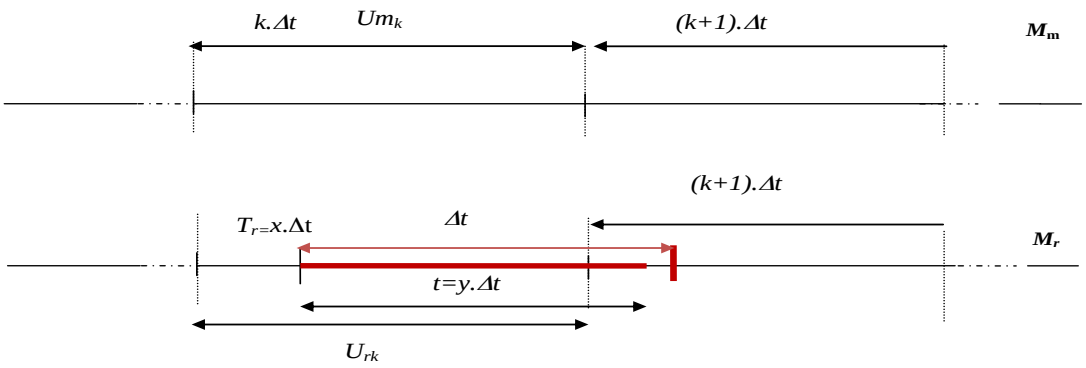


Figure 2.4 : Durée de la maintenance préventive pour le Cas 2

2.3.2.2. Mise en équation

Comme mentionné dans la section précédente, nous nous retrouvons face à deux cas qui dépendent de l'état de de la stratégie de maintenance appliquée à la machine Remanufacturing R. Ainsi, suivant les cas, certaines contraintes seront influencées, notamment les contraintes reliées à la production des machines M et R, aux stocks et au rejet de carbone.

- **Cas 1** : rappelons que dans ce cas, la fin de l'action de maintenance préventive pour la machine Remanufacturing R ne dépasse pas la fin de la période de production Δt.

Dans cette section, afin de formuler notre problème d'optimisation, qui est considéré comme un problème de contrôle stochastique sous contrainte de niveau de service, nous développons et optimisons le coût total moyen de production, d'inventaire et de rejet de carbone durant l'horizon de temps fini $H.\Delta t$.

Pour chaque période k (k :1,…,H), nous calculons les coûts de production, d'inventaire et de rejet de carbone en utilisant le modèle quadratique (HMMS) de coût tout en prenant en considération les différents états de stock, tels que les ruptures et les excédents de stock.

Les coûts :

Les coûts moyens de production, de stockage et de rejet de carbone pour la machine M durant une période k sont donnés par l'équation suivante :

$$f_m\big(U_m(k), w_m(k), Q_m(k)\big) = C_{pm}\times U_m(k)^2 + C_{Sm}\times E\{w_m(k)^2\} + C_c\times|Q_m(k)|_{|Q_m(k)<0}$$

(2.1)

De même pour la machine de Remanufacturing R, les coûts moyens de production, de stockage et de rejet de carbone pour la machine M durant une période k sont donnés par l'équation suivante :

$$f_r\left(U_r(k), w_r(k), Q_r(k)\right) = C_{pr}\times[(1-b_k)\times U_r(k) + b_k\times(1-y)\times U_r(k)]^2 + C_{sr}\times E\{w_r(k)^2\} + C_c\times\left|Q_r(k)\right|_{|Q_r(k)<0}$$

(2.2)

En additionnant les différents coûts mentionnés ci-dessus, nous obtenons le coût total moyen de production, de stockage et de rejet de carbone pendant un horizon $H.\Delta t$ et qui s'exprime ainsi :

$$
\begin{aligned}
F\left(U_m(k), w_m(k), Q_m(k), U_r(k), w_r(k), Q_r(k)\right) \\
&= C_{sm} \times E\{w_m(H)^2\} \\
&+ \sum_{k=0}^{H-1} \left[C_{pm} \times U_m(k)^2 + C_{sm} \times E\{w_m(k)^2\} + C_c \times \left| Q_m(k) \right|_{|Q_m(k)<0} \right] \\
&+ C_{sr} \times E\{w_r(H)^2\} \\
&+ \sum_{k=0}^{H-1} \left[C_{pr} \times \left((1-b_k) \times U_r(k) + b_k \times (1-y) \times U_r(k) \right)^2 + C_{sr} \times E\{w_r(k)^2\} \right. \\
&\left. + C_c \times \left| Q_r(k) \right|_{|Q_r(k)<0} \right]
\end{aligned}
$$

(2.3)

<u>Les contraintes :</u>

- <u>Niveau de stock</u>

Pour chaque période *k*, le niveau du stock principal w_m est calculé à partir de l'équation de l'état du stock. Cette équation est aléatoire à cause de l'incertitude de la fluctuation de la demande ; elle est définie par l'équation d'équilibre suivante :

$$w_m(k+1) = w_m(k) + U_m(k) + \left((1-b_k) \times U_r(k) + b_k \times (1-y) \times U_r(k)\right) - d(k) \quad k = \{0,1,2.....,H-1\}$$

(2.4)

$w_m(k=0)$ est le niveau de stock initial avant le début de la production

Le calcul de niveau du stock est dépendant de l'état de la machine Remanufacturing (en maintenance ou non). En effet, il se caractérise par l'ajout d'une variable binaire b_k qui détermine si la machine Remanufacturing R est en état de maintenance préventive ou pas, à la période *k*. Dans ce cas, b_k est égal à 1 si une action de maintenance est appliquée sur la période *k*

et 0, ou non.

$$b_k = \begin{cases} 1 \quad si \quad k = \lfloor h * x \rfloor \qquad h = \{1,2,.....,\lfloor H/x \rfloor\} \\ 0 \quad si \quad non \end{cases}$$

De même pour le niveau du stock w_r à chaque période *k* est donné par l'équation suivante :

$$w_r(k+1) = w_r(k) - \left((1-b_k) \times U_r(k) + b_k \times (1-y) \times U_r(k)\right) + \alpha * d(k-\tau) * (1-\beta)$$
$$k = \{0,1,2.....,H-1\}$$

(2.5)

- Niveau de service

En raison de l'incertitude de la fluctuation de la demande, les variables de production et de stockage sont stochastiques et leurs statistiques dépendent d'une variable qui suit une distribution probabiliste. Cette contrainte probabiliste est nécessaire pour déterminer les variables de décisions puisqu'elle présente le niveau de service. En effet, l'importance de cette contrainte est d'aider le manager à améliorer la performance du système de production en analysant différents scénarios de plan de production et en donnant un aperçu sur l'utilisation future des ressources. Exemple : afin d'améliorer le niveau de service en termes de satisfaction du client, le manager peut étudier différentes politiques de stock en variant le degré de probabilité θ.

Cette contrainte probabiliste est donnée par la relation suivante dans laquelle aucune rupture de stock n'aura lieu à la fin de la période de production k.

$$\Pr ob\left[w_m(k+1) > 0\right] > \theta \qquad \textbf{(2.6)}$$

Avec θ le degré de probabilité du taux de service à respecter par le manufacturier afin de satisfaire la demande aléatoire des clients.

- Quantité de carbone

La quantité de carbone émise à chaque période de production k par la machine manufacturing M est donné par l'équation suivante :

$$Q_m(k) = Q_{cm}^0 - \sum_{j=1}^{k} U_m(j) * \Delta t * X_e \qquad \textbf{(2.7)}$$

La quantité de carbone émise à chaque période de production k par la machine remanufacturing R dépend aussi de la variable binaire b_k qui caractérise l'état de la machine R, si elle est en maintenance ou non :

$$Q_r(k) = Q^{\circ}_{cr}(0) - \sum_{j=1}^{k}\left[(1-b_j) * U_r(j) + b_j * (1-y) * U_r(j)\right] * \Delta t * X_e \qquad \textbf{(2.8)}$$

Avec :

$$b_k = \begin{cases} 1 \;\; si \;\; k = \lfloor h * x \rfloor & h = \{1, 2, ..., \lfloor H/x \rfloor\} \\ 0 \;\; si \;\; non \end{cases}$$

Les limites supérieures et inférieures de cadences de production des machines M et R pour chaque période k sont définis par les contraintes suivantes :

$$\begin{aligned} U_{m\min} \le U_m(k) \le U_{m\max} \\ U_{r\min} \le U_r(k) \le U_{r\max} \end{aligned} \qquad \textbf{(2.9)}$$

➢ **Cas 2 : la fin de l'action de maintenance préventive pour la machine R dépasse la fin de la période de production Δt.**

Ce cas est un peu plus compliqué que le cas précédent, car la durée de l'action de maintenance préventive peut chevaucher deux périodes consécutives de production. Pour établir le coût total et l'ensemble des contraintes, nous devons vérifier au préalable dans chaque période *k* l'état de la machine R en utilisant les variables binaires b_k , s_k . b_k est égal à 1 si la période de production *k* est coïncidé avec la période de la maintenance préventive de la machine R et 0 sinon. s_k étant égale à 1 si une action de maintenance préventive est effectuée durant la période précédente *k*-1.

Nous obtenons ainsi la fonction objective relative au cas 2 qui minimise l'ensemble des coûts de production, d'inventaire et de rejet de carbone pour les deux unités M et R :

$$F\left(U_m(k), U_r(k), w_m(k), w_r(k)\right) = \left\{ \begin{array}{l} Cs_m * E\left\{w_m(H)\right\}^2 \\ +\sum_{k=0}^{H-1} \left[C_{pm} * U_m(k)^2 + C_{sm} * E\left\{w_m(k)\right\}^2 + C_c * \left|Q_m(k)\right|_{|Q_m(k)<0} \right] \\ +C_{sr} * E\left\{w_r(H)\right\}^2 \\ +\sum_{k=0}^{H-1} \left[\begin{array}{l} Cp_r * \left[\begin{array}{l} \left(1 - s_k\right) * \left((1 - b_k) * U_r(k) + b_k * \left(\frac{x_k \cdot \Delta t - \lfloor x_k \cdot \Delta t \rfloor}{\Delta t} \right) * U_r(k) \right) \\ +s_k * \left[\left(-x_k - y + \frac{\lfloor x_k \cdot \Delta t \rfloor}{\Delta t} + 1 \right) * U_r(k) \right) \end{array} \right]^2 \\ +Cs_r * E\left\{w_r(k)\right\}^2 + Cc * \left|Q_r(k)\right|_{|Q_r(k)<0} \end{array} \right] \end{array} \right\}$$

(2.10)

Avec :

$$s_k = \begin{cases} 1 \;\; si \;\; k-1 = \lfloor h * x \rfloor & h = \{1,2,.....,\lfloor H/x \rfloor\} \\ 0 \;\; si \;\; non \end{cases}$$

$$b_k = \begin{cases} 1 \;\; si \;\; k = \lfloor h * x \rfloor & h = \{1,2,.....,\lfloor H/x \rfloor\} \\ 0 \;\; si \;\; non \end{cases}$$

$$x_k = \begin{cases} h * x \;\; si \;\; k-1 = \lfloor h * x \rfloor & h = \{1,2,.....,\lfloor H/x \rfloor\} \\ 0 \;\; si \;\; non \end{cases}$$

Soumis aux contraintes suivantes :

Le niveau du stock de l'unité de Manufacturing M à la période k+1 est donné par l'équation suivante :

$$w_m(k+1) = \begin{pmatrix} w_m(k) + U_m(k) \\ +(1-s_k) \times \left((1-b_k) \times U_r(k) + b_k \times (\frac{x_k \cdot \Delta t - \lfloor x_k \cdot \Delta t \rfloor}{\Delta t}) \times U_r(k) \right) \\ +s_k \times \left((-x_k - y + \frac{\lfloor x_k \cdot \Delta t \rfloor}{\Delta t} + 1) \times U_r(k) \right) - d(k) \end{pmatrix} \quad k = \{0,1,2.....,H-1\} \qquad \textbf{(2.11)}$$

Le niveau du stock de l'unité de Remanufacturing R à la période k+1 est donné par l'équation suivante :

$$w_r(k+1) = w_r(k) - \begin{bmatrix} (1-s_k) \times \left((1-b_k) \times U_r(k) + b_k \times (\frac{x_k \cdot \Delta t - \lfloor x_k \cdot \Delta t \rfloor}{\Delta t}) \times U_r(k) \right) \\ +s_k \times \left((-x_k - y + \frac{\lfloor x_k \cdot \Delta t \rfloor}{\Delta t} + 1) \times U_r(k) \right) \end{bmatrix} + \alpha * d(k-\tau) * (1-\beta) \quad k = \{1,2.....,H-1\}$$

(2.12)

Le niveau de service pour chaque période de production k de l'unité de Manufacturing est caractérisé par la contrainte probabiliste suivante :

$$\Pr ob\left[w_m(k+1) > 0 \right] > \theta \qquad \textbf{(2.13)}$$

La quantité de carbone émise à chaque période de production k par la machine M est donnée par l'équation suivante :

$$Q_m(k) = Q^{\circ}_{cm}(0) - \sum_{j=1}^{k} U_m(j) * \Delta t * X_e \qquad (2.14)$$

La quantité de carbone émise à chaque période de production *k* par la machine R est dépendante de son état de maintenance et décrite par l'équation suivante :

$$Q_r(k) = Q^{\circ}_{cr}(0) - \sum_{j=1}^{k} \left[\begin{array}{l} (1-s_j) * \left((1-b_j) * U_r(j) + b_j * \left(\frac{x_j \cdot \Delta t - \lfloor x_j \cdot \Delta t \rfloor}{\Delta t} \right) * U_r(j) \right) \\ + s_j * \left[\left((-x_j - y + \frac{\lfloor x_j \cdot \Delta t \rfloor}{\Delta t} + 1) * U_r(j) \right) \right] \end{array} \right] * \Delta t * X_e \qquad (2.15)$$

avec

$$b_k = \begin{cases} 1 \;\; si \;\; k = \lfloor h * x \rfloor & h = \{1, 2, \ldots\ldots, \lfloor H/x \rfloor\} \\ 0 \;\; si \;\; non \end{cases}$$

$$s_k = \begin{cases} 1 \;\; si \;\; k-1 = \lfloor h * x \rfloor & h = \{1, 2, \ldots\ldots, \lfloor H/x \rfloor\} \\ 0 \;\; si \;\; non \end{cases}$$

$$x_k = \begin{cases} h * x \;\; si \;\; k-1 = \lfloor h * x \rfloor & h = \{1, 2, \ldots\ldots, \lfloor H/x \rfloor\} \\ 0 \;\; si \;\; non \end{cases}$$

Les contraintes suivantes décrivent les limites supérieures et inférieures du taux de production des machines M et R pour chaque période *k*.

$$\begin{aligned} U_{m\min} \le U_m(k) \le U_{m\max} \\ U_{r\min} \le U_r(k) \le U_{r\max} \end{aligned} \qquad (2.16)$$

Remarque :

Nous ne tenons pas compte de la production pour les deux unités M et R à la fin de l'horizon H ; nous n'introduisons donc pas le coût de production à la fin de l'horizon *H* ($U_m(H)^2$, $U_r(H)^2$) dans la formulation du coût total.

Rappelons que l'objectif principal de la politique de production est de déterminer la combinaison optimale (U_m, U_r, Q_m, Q_r) qui correspond aux cadences optimales des unités de Manufacturing M

et Remanufacturing R à produire dans chaque période ainsi que les quantités minimales d'émission de carbone durant l'horizon de temps *H* fini. Il convient donc de résoudre le problème stochastique suivant :

Cas 1 :

Fonction objective :

$$Min_{(U_m(k),w_m(k),Q_m(k),U_r(k),w_r(k),Q_r(k))}\ F$$

$$= Min_{(U_m(k),w_m(k),Q_m(k),U_r(k),w_r(k),Q_r(k))} \Bigg[C_{sm} \times E\{w_m(H)^2\}$$

$$+ \sum_{k=0}^{H-1} \Big[C_{pm} \times Um(k)^2 + C_m \times E\{w_m(k)^2\} + Cc \times \left| Q_m(k) \right|_{|Q_m(k)<0} \Big]$$

$$+ Cs_r \times E\{w_r(H)^2\}$$

$$+ \sum_{k=0}^{H-1} \Big[C_{pr} \times \big((1-b_k) \times U_r(k) + b_k \times (1-y) \times U_r(k) \big)^2 + Cs_r \times E\{w_r(k)^2\}$$

$$+ Cc \times \left| Q_r(k) \right|_{|Q_r(k)<0} \Big] \Bigg]$$

Contraintes :

$$w_m(k+1) = w_m(k) + U_m(k) + \big((1-b_k) \times U_r(k) + b_k \times (1-y) \times U_r(k) \big) - d(k) \quad k = \{0,1,2.....,H-1\}$$

$$w_r(k+1) = w_r(k) - \big((1-b_k) \times U_r(k) + b_k \times (1-y) \times U_r(k) \big) + \alpha * d(k - \tau/\Delta t) * (1-\beta) \quad k = \{0,1,2.....,H-1\}$$

$$b_k = \begin{cases} 1 \quad si \quad k = \lfloor h * x \rfloor \qquad h = \{1,2,.....,\lfloor H/x \rfloor\} \\ 0 \quad si \quad non \end{cases}$$

$$\Pr ob\left[w_m(k+1) > 0 \right] > \theta$$

$$Q_m(k) = Q_{cm}^0 - \sum_{j=1}^{k} U_m(j) \times \Delta t \times X_e$$

$$Q_r(k) = Q^{\circ}_{cr}(0) - \sum_{j=1}^{k} \left[(1-b_j) \times U_r(j) + b_j \times (1-y) \times U_r(j) \right] \times \Delta t \times X_e$$

$$U_{m\min} \le U_m(k) \le U_{m\max}$$

$$U_{r\min} \le U_r(k) \le U_{r\max}$$

Cas 2 :

Fonction objective :

$$Min_{(U_m(k)^*,U_r(k)^*,w_m(k)^*,w_r(k)^*)}F =$$

$$Min_{(U_m(k)^*,U_r(k)^*,w_m(k)^*,w_r(k)^*)}\left\{\begin{array}{l} C_{sm}\times E\{w_m(H)\}^2 \\ +\sum_{k=0}^{H-1}\left[C_{pm}\times U_m(k)^2+C_{sm}\times E\{w_m(k)\}^2+Cc\times|Q_m(k)|_{|Q_m(k)<0}\right] \\ +C_{sr}\times E\{w_r(H)\}^2 \\ +\sum_{k=0}^{H-1}\left[C_{pr}\times\left[\begin{array}{l}(1-s_k)\times\left((1-b_k)\times U_r(k)+b_k\times(\frac{x_k\cdot\Delta t-\lfloor x_k\cdot\Delta t\rfloor}{\Delta t})\times U_r(k)\right) \\ +s_k\times\left[\left(-x_k-y+\frac{\lfloor x_k\cdot\Delta t\rfloor}{\Delta t}+1\right)\times U_r(k)\right]\end{array}\right]^2\right] \\ +Cs_r\times E\{w_r(k)\}^2+Cc\times|Q_r(k)|_{|Q_r(k)<0} \end{array}\right\}$$

$$s_k=\begin{cases}1 \;\; si \;\; k-1=\lfloor h*x\rfloor & h=\{1,2,.....,\lfloor H/x\rfloor\}\\ 0 \;\; si \;\; non\end{cases}$$

$$b_k=\begin{cases}1 \;\; si \;\; k=\lfloor h*x\rfloor & h=\{1,2,.....,\lfloor H/x\rfloor\}\\ 0 \;\; si \;\; non\end{cases}$$

$$x_k=\begin{cases}h*x \;\; si \;\; k-1=\lfloor h*x\rfloor & h=\{1,2,.....,\lfloor H/x\rfloor\}\\ 0 \;\; si \;\; non\end{cases}$$

Contraintes :

$$w_m(k+1)=\left(\begin{array}{l} w_m(k)+U_m(k) \\ +(1-s_k)*\left((1-b_k)*U_r(k)+b_k*(\frac{x_k\cdot\Delta t-\lfloor x_k\cdot\Delta t\rfloor}{\Delta t})*U_r(k)\right) \\ +s_k*\left[\left((-x_k-y+\frac{\lfloor x_k\cdot\Delta t\rfloor}{\Delta t}+1)*U_r(k)\right)\right]-d(k)\end{array}\right) \quad k=\{0,1,2.....,H-1\}$$

$$w_r(k+1)=w_r(k)-\left[\begin{array}{l}+(1-s_k)*\left((1-b_k)*U_r(k)+b_k*(\frac{x_k\cdot\Delta t-\lfloor x_k\cdot\Delta t\rfloor}{\Delta t})*U_r(k)\right) \\ +s_k*\left[\left((-x_k-y+\frac{\lfloor x_k\cdot\Delta t\rfloor}{\Delta t}+1)*U_r(k)\right)\right]\end{array}\right]+\alpha*d(k-\tau/\Delta t)*(1-\beta) \quad k=\{0,1,2.....,H-1\}$$

$$\Pr ob\left[w_m(k+1)>0\right]>\theta$$

$$Q_m(k)=Q^{\circ}_{cm}(0)-\sum_{j=1}^{k}U_m(j)\times\Delta t\times X_e$$

$$Q_r(k) = Q^{\circ}_{cr}(0) - \sum_{j=1}^{k} \left[\begin{array}{l} (1-s_j) \times \left((1-b_j) \times U_r(j) + b_j \times (\frac{x_j \cdot \Delta t - \lfloor x_j \cdot \Delta t \rfloor}{\Delta t}) \times U_r(j) \right) \\ + s_j \times \left[\left((-x_j - y + \frac{\lfloor x_j \cdot \Delta t \rfloor}{\Delta t} + 1) \times U_r(j) \right) \right] \end{array} \right] \times \Delta t \times X_e$$

$$U_{m\min} \le U_m(k) \le U_{m\max}$$

$$U_{r\min} \le U_r(k) \le U_{r\max}$$

2.4. Étude analytique

Nous rappelons que le modèle présenté dans les sous-sections précédentes est un modèle stochastique avec une contrainte de niveau de service pour chaque période de production. Il est donc difficile de trouver une solution optimale à cause de la nature stochastique du problème. Afin de faciliter la résolution de notre problématique et parvenir à une solution satisfaisante, il est préférable de convertir notre modèle d'un problème stochastique en problème déterministe.
Étant donné l'aspect stochastique de notre modèle, l'approche de l'« équivalent certain » est donc utilisée. Cette dernière consiste à remplacer nos variables par leurs équivalents en valeurs moyennes, afin de prendre en considération l'aspect aléatoire de la demande qui suit la loi de distribution normale. En effet, étant donné que la demande aléatoire a une influence sur la valeur du niveau de stocks $w_m(k)$ et $w_r(k)$, ces dernières deviennent des variables stochastiques.

Tandis que les taux de production Um et Ur et la quantité de carbone émise Q_m et $Q_r$sont des

variables déterministes.
Le problème déterministe conserve les propriétés principales du problème original et offre la possibilité d'exploiter les différentes méthodes de programmation mathématique.

Cas 1 :

Ainsi, après avoir appliqué les transformations nécessaires pour le cas 1, nous obtenons le modèle déterministe suivant :

$$Min_{\left(U_m(k),w_m(k),Q_m(k),U_r(k),w_r(k),Q_r(k)\right)}$$

:

$$Cs_m\times(\widehat{w}_m(H)^2)$$
$$+\sum_{k=1}^{H\text{-}1}(C_{pm}\times U_m(k)^2+Cs_m\times(\widehat{w}_m(k)^2)+C_c\times Q_m(k)_{|Q_m(k)<0}+\sum_{k=0}^{H}\left[C_{sm}\times\left(k\times\sigma_d^2\right)\right]$$
$$+Cs_r\times\left(\widehat{w}_r(H)\right)^2$$
$$+\sum_{k=1}^{H\text{-}1}\left[\begin{matrix}(C_{pr}\times[(1-b_k)\times U_r(k)+b_k\times(1-y)\times U_r(k)]^2+\\ Cs_r\times\left(\left(\widehat{w}_r(k)\right)^2\right)+C_c\times Q_r(k)_{|Q_r(k)<0}\end{matrix}\right]$$
$$+\sum_{k=0}^{H}\left[C_{sr}\times\left(k\times(1-\beta)^2\times\alpha^2\times\sigma_d^2\right)\right]$$

(2.17)

Contraintes :

$$\widehat{w}_m(k+1)=\widehat{w}_m(k)+U_m(k)+\left((1-b_k)\times U_r(k)+b_k\times(1-y)\times U_r(k)\right)-\hat{d}(k)$$

$$\widehat{w}_r(k+1)=\widehat{w}_r(k)-\left((1-b_k)\times U_r(k)+b_k\times(1-y)\times U_r(k)\right)+(1-\beta)\times\alpha\times\hat{d}\left(k-\tau/\Delta t\right)$$

$$k=\{1,2\ldots,H\text{-}1\}\text{ et }k\geq\tau$$

$$wmk+1>0\geq\theta\Longrightarrow Umk+1-bk\times Urk+bk\times1-y\times Urk\geq k+1\times\sigma d\times\varphi\text{-}1\theta+d(k)\text{-}wmk$$

$$k=\{1,2\ldots,H\text{-}1\}$$

$$Q_m(k)=Q_{cm}^0(0)-\sum_{j=1}^{k}U_m(j)\times\Delta t\times X_e$$

$$Q_r(k)=Q_{cr}^0(0)-\sum_{j=1}^{k}\left[\left(1-b_j\right)\times U_r(j)+b_j\times(1-y)\times U_r(j)\right]\times\Delta t\times X_e$$

$$U_{mmin} \leq U_m(k) \leq U_{mmax}$$

$$U_{rmin} \leq U_r(k) \leq U_{rmax}$$

Cas 2 :

Pour le cas 2, le modèle stochastique transformé en modèle déterministe est le suivant :

$$Min_{\left(U_m(k),w_m(k),Q_m(k),U_r(k),w_r(k),Q_r(k)\right)}$$

$$\left\{\begin{array}{c} C_{sm}\times\left(\widehat{w}_m(H)^2\right) \\ +\sum_{k=1}^{H-1}\left[C_{pm}\times U_m(k)^2 + Cs_m\times\left(\widehat{w}_m(H)^2\right) + Cc\times Q_m(k)_{|Q_m(k)<0}\right] + \sum_{k=0}^{H}\left[Cs_m\times\left(k\times\sigma_d^2\right)\right] \\ +Cs_r\times\left(\widehat{w}_r(H)\right)^2 \\ +\sum_{k=0}^{H-1}\left[Cp_r\times\left[(1-s_k)\times\left((1-b_k)\times U_r(k) + b_k\times\frac{(x_k\times\Delta t - \lfloor x_k\cdot\Delta t\rfloor)}{\Delta t}\times U_r(k)\right)\right]\right] \\ +s_k\times\left[\left(-x_k - y + \frac{\lfloor x_k\cdot\Delta t\rfloor}{\Delta t} + 1\right)\times Ur(k)\right] \\ +\sum_{k=0}^{H}\left[Cs_r\times(k\times(1-\beta)^2\times\alpha^2\times\sigma_d^2)\right] \end{array}\right\}$$

(2.18)

Avec : $S_k = \begin{cases} 1\ si\ k\text{-}1 = \lfloor h\times x\rfloor \\ 0\ sinon \end{cases} \qquad h = \{1,2,\dots,\lfloor H/x\rfloor\}$

$$b_k = \begin{cases} 1\ si\ k\text{-}1 = \lfloor h\times x\rfloor \\ 0\ sinon \end{cases} \qquad h = \{1,2,\dots,\lfloor H/x\rfloor\}$$

$$x_k = \begin{cases} 1\ si\ k\text{-}1 = \lfloor h\times x\rfloor \\ 0\ sinon \end{cases} \qquad h = \{1,2,\dots,\lfloor H/x\rfloor\}$$

Contraintes :

$$\widehat{w}_m(k+1) = \begin{pmatrix} \widehat{w}_m(k) + U_m(k) \\ +(1-s_k)\times\left((1-b_k)\times U_r(k) + b_k\times\frac{(x_k\times\Delta t - \lfloor x_k\cdot\Delta t\rfloor)}{\Delta t}\times U_r(k)\right) \\ +s_k\times\left[\left(-x_k - y + \frac{\lfloor x_k\cdot\Delta t\rfloor}{\Delta t} + 1\right)\times U_r(k)\right] - \hat{d}(k) \end{pmatrix}$$

$$k = \{0,1,2,\dots,H-1\}$$

$$\widehat{w}_r(k+1) = \widehat{w}_r(k) - \begin{bmatrix} (1-s_k)\times\left((1-b_k)\times U_r(k) + b_k\times\frac{(x_k\times\Delta t - \lfloor x_k\cdot\Delta t\rfloor)}{\Delta t}\times U_r(k)\right) \\ +s_k\times\left[\left(-x_k - y + \frac{\lfloor x_k\cdot\Delta t\rfloor}{\Delta t} + 1\right)\times U_r(k)\right] \end{bmatrix} + \alpha\times\hat{d}(k - {}^{\tau}/_{\Delta t})\times(1-\beta)$$

$$k = \{0,1,2,\dots,H-1\}$$

$$Prob[w_m(k+1) > 0] \geq \theta \Rightarrow U_m(k) + (1-s_k)\times\left((1-b_k)\times U_r(k) + b_k\times\frac{(x_k\times\Delta t - \lfloor x_k\cdot\Delta t\rfloor)}{\Delta t}\times U_r(k)\right) + s_k\times\left[\left(-x_k - y + \frac{\lfloor x_k\cdot\Delta t\rfloor}{\Delta t} + 1\right)\times U_r(k)\right] \geq \sqrt{k+1}\times\sigma_d\times\varphi^{-1}(\theta) + \hat{d}(k) - \widehat{w}_m(k)$$

$$Q_m(k) = Q^0_{cm}(0) - \sum_{j=1}^{k} U_m(j)\times\Delta t\times X_e$$

$$Q_r(k) = Q^0_{cr}(0) - \sum_{j=1}^{k}\begin{bmatrix} (1-s_j)\times\left((1-b_j)\times U_r(j) + b_j\times\frac{(x_j\times\Delta t - \lfloor x_j\cdot\Delta t\rfloor)}{\Delta t}\times U_r(j)\right) \\ +s_j\times\left[\left(-x_j - y + \frac{\lfloor x_j\cdot\Delta t\rfloor}{\Delta t} + 1\right)\times U_r(j)\right] \end{bmatrix}\times\Delta t\times X_e$$

$$b_j = \begin{cases} 1\ si\ j-1 = \lfloor h\times x\rfloor & h = \{1,2,\dots,\lfloor {}^{H}/_{x}\rfloor\} \\ 0\ sinon \end{cases}$$

$$U_{mmin} \leq U_m(k) \leq U_{mmax}$$

$$U_{rmin} \leq U_r(k) \leq U_{rmax}$$

Preuve

A. Transformation déterministe de la fonction du coût total (Cas 1)

Nous supposons que l'espérance et la variation de la demande sont connues pour chaque période *k* ; de ce fait :

$E\{d(k)\} = \hat{d}(k)$ et $V_{d(k)} = \sigma_d^2 \quad \forall k \in \{1,2,\dots.,H\}$

Les variables du niveau des stocks $w_m(k)$ et $w_r(k)$ sont représentées statistiquement par leurs moyennes : $E\{w_m(k)\} = \hat{w}_m(k)$ et $E\{w_r(k)\} = \hat{w}_r(k)$

Et leurs variances : $E\{(w_m(k) - \hat{w}_m(k))^2\} = V_{W_m(k)}$ et $E\{(w_r(k) - \hat{w}_r(k))^2\} = V_{W_r(k)}$

D'autre part, $E\{U_m(k)\} = U_m(k)$ *et* $E\{U_r(k)\} = U_r(k)$ avec leurs variances $V_{U_m(k)} = V_{U_r(k)} = 0$

O: $w_m(k+1) = w_m(k) + U_m(k) + (1 - b_k) \times U_r(k) + b_k \times (1-y) \times U_r(k) - d(k)$

et $w_r(k+1) = w_r(k) - \big((1 - b_k) \times U_r(k) + b_k \times (1-y) \times U_r(k) - \big) +$

$(1-\beta) \times \alpha \times d\left(k - {}^{\tau}/_{\Delta t}\right)$

Transformation de l'équation du stock principal $W_m(k+1)$

La relation entre $\hat{w}_m(k)$ *et* $\hat{w}_m(k+1)$ est définie par l'équation suivante :

$E\{w_m(k+1)\} = E\{w_m(k) + U_m(k) + (1 - b_k) \times U_r(k) + b_k \times (1-y) \times U_r(k) - d(k)\}$

$\hat{w}_m(k+1) = \hat{w}_m(k) + U_m(k) + (1 - b_k) \times U_r(k) + b_k \times (1-y) \times U_r(k) - \hat{d}(k)$

Cette équation représente l'évolution moyenne de variable du stockage pour chaque période *k* ; $k \in \{1,2,\dots.,H\}$.

En calculant la différence, entre $w_m(k+1)\ et\ \hat{w}_m(k+1)$, nous obtenons :

$$w_m(k+1) - \hat{w}_m(k+1) =$$

$$\left(w_m(k) - \hat{w}_m(k)\right) + (1-b_k) \times \left(\underbrace{U_r(k) - U_r(k)}_{0}\right) + b_k \times (1-y) \times \left(\underbrace{U_r(k) - U_r(k)}_{0}\right) + \left(\underbrace{Um(k) - Um(k)}_{0}\right) - \left(d(k) + \hat{d}(\mathrm{k})\right)$$

$$\left(w_m(k+1) - \hat{w}_m(k+1)\right)^2 = \left(\left(w_m(k) - \hat{w}_m(k)\right) - \left(d(k) - \hat{d}(\mathrm{k})\right)\right)^2$$

$$E\left\{\left(w_m(k+1) - \hat{w}_m(k+1)\right)^2\right\} = E\left\{\left(\left(w_m(k) - \hat{w}_m(k)\right) - \left(d(k) - \hat{d}(\mathrm{k})\right)\right)^2\right\}$$

$$= E\left\{\left(w_m(k) - \hat{w}_m(k)\right)^2\right\} + E\left\{\left(d(k) - \hat{d}(\mathrm{k})\right)^2\right\} - 2 \times E\left\{\left(w_m(k) - \hat{w}_m(k)\right) \times \left(d(k) - \hat{d}(\mathrm{k})\right)\right\}$$

Étant donné que $w_m(k)\ et\ d(\mathrm{k})$ sont des variables aléatoires indépendantes, nous pouvons en déduire que:

$$E\left\{\left(w_m(k) - \hat{w}_m(k)\right) \times \left(d(k) - \hat{d}(\mathrm{k})\right)\right\} = E\left\{\left(w_m(k) - \hat{w}_m(k)\right)\right\} \times E\left\{\left(d(k) - \hat{d}(\mathrm{k})\right)\right\}$$

Or :

$$E\left\{\left(w_m(k) - \hat{w}_m(k)\right)\right\} = E\{w_m(k)\} - E\{\hat{w}_m(k)\} = 0$$

$$E\left\{\left(d(k) - \hat{d}(\mathrm{k})\right)\right\} = E\{d(k)\} - E\{\hat{d}(k)\} = 0$$

Alors : $E\left\{\left(w_m(k+1) - \hat{w}_m(k+1)\right)^2\right\} = E\left\{\left(w_m(k) - \hat{w}_m(k)\right)^2\right\} + E\left\{\left(d(k) - \hat{d}(\mathrm{k})\right)^2\right\}$ **(2.19)**

Généralement, pour une variable aléatoire v_k nous avons :

$$E\{(v_k - \hat{v}_k)^2\} = Va_k = E\{a_k^2\} - \hat{a}_k{}^2 \qquad \textbf{(2.20)}$$

À partir de (2.19) et (2.20), en utilisant l'expression de la variance sur $w_m(k+1)$, nous obtenons :

$$V_{w_m}(k+1) = V_{w_m}(k) + V_d(k) = V_{w_m}(k) + \sigma_{dk}^2 \qquad \textbf{(2.21)}$$

Nous supposons que $V_{w_m}(0) = 0$ et que σ_{d_k} est constant et égal à σ_d pour toutes les k périodes ; nous pouvons déduire que :

$$V_{w_m}(k) = k \times \sigma_d^2 \qquad \textbf{(2.22)}$$

Nous pouvons démontrer par récurrence l'équation (2.22) de V_{w_m}:

On sait que $V_{w_m}(k+1) = V_{w_m}(k) + \sigma_d^2$

→ Pour k=0 $V_{w_m}(1) = V_{w_m}(0) + \sigma_d^2 = \sigma_d^2$

→ Pour k=1 $V_{w_m}(2) = V_{w_m}(1) + \sigma_d^2 = 2\sigma_d^2$

→ Pour k=2 $V_{w_m}(3) = V_{w_m}(0) + \sigma_d^2 = 3\,\sigma_d^2$

Donc pour k $V_{w_m}(k) = k \times \sigma_d^2$

L'équation (2.22) est vérifiée pour k=0 : $V_{w_m}(k=0) = 0$

Supposons que : $V_{w_m}(k) = k \times \sigma_d^2$

D'après l'équation (2.21) :

$$V_{w_m}(k+1) = V_{w_m}(k) + V_d(k) = k \times \sigma_d^2 + \sigma_d^2 = \sigma_d^2 \times (k+1)$$

Donc $V_{w_m}(k) = k \times \sigma_d^2$

Or, d'après l'équation (2.20)

$$E\left\{\left(w_m(k) - \hat{w}_m(k)\right)^2\right\} = V_{w_m}(k) = E\{w_m(k)^2\} - \hat{w}_m(k)^2$$

$$E\{w_m(k)^2\} - \hat{w}_m(k)^2 = V_{w_m}(k) = k \times \sigma_d^2$$

D'ou

$$E\{w_m(k)^2\} = k \times \sigma_d^2 + \hat{w}_m(k)^2 \qquad \textbf{(2.23)}$$

Transformation de l'équation $w_r(k+1)$

$$E\{w_r(k+1)\} = \hat{w}_r(k+1) = \hat{w}_r(k) - \big((1-b_k)\times U_r(k) + b_k \times (1-y)\times U_r(k)\big) +$$

$$(1-\beta)\times\alpha\times\hat{d}\left(k-{}^{\tau}/_{\Delta t}\right)$$

De la même manière, nous calculons la différence entre $W_r(k+1)$ *et* $\widehat{W}_r(k+1)$, nous obtenons

$$w_r(k+1) - \hat{w}_r(k+1) =$$

$$\big(w_r(k) - \hat{w}_r(k)\big)$$
$$+\Bigg(\underbrace{-\big((1-b_k)\times U_r(k) + b_k\times(1-y)\times U_r(k)\big) + \big((1-b_k)\times U_r(k) + b_k\times(1-y)\times U_r(k)\big)}_{0}\Bigg)$$
$$+ (1-\beta)\times\alpha\times\left(d\left(k-{}^{\tau}/_{\Delta t}\right) - \hat{d}\left(k-{}^{\tau}/_{\Delta t}\right)\right)$$

$$avec\ k = \{1,2\ldots.,H-1\}\ et\ k \geq \tau$$

$$E\left\{\left(w_r(k+1) - \hat{w}_r(k+1)\right)^2\right\} =$$

$$E\left\{\left(w_r(k) - \hat{w}_r(k)\right)^2\right\} + (1-\beta)^2\times\alpha^2\times E\left\{\left(d\left(k-{}^{\tau}/_{\Delta t}\right) - \hat{d}\left(k-{}^{\tau}/_{\Delta t}\right)\right)^2\right\}$$
$$+ 2\times(1-\beta)\times\alpha\times E\left\{\left(d\left(k-{}^{\tau}/_{\Delta t}\right) - \hat{d}\left(k-{}^{\tau}/_{\Delta t}\right)\right)\times\left(w_r(k) - \hat{w}_r(k)\right)\right\}$$

$$avec\ k = \{1,2\ldots.,H-1\}\ et\ k \geq \tau$$

Comme $\hat{w}_r(k)$ et $\hat{d}\left(k-{}^{\tau}/_{\Delta t}\right)$ sont des variables aléatoires indépendantes, on peut en déduire que:

$$(1-\beta)\times\alpha\times E\left\{\left(d\left(k-{}^{\tau}/_{\Delta t}\right) - \hat{d}\left(k-{}^{\tau}/_{\Delta t}\right)\right)\times\left(w_r(k) - \hat{w}_r(k)\right)\right\}$$

$$= (1-\beta)\times\alpha\times E\left\{\left(d\left(k-{}^{\tau}/_{\Delta t}\right) - \hat{d}\left(k-{}^{\tau}/_{\Delta t}\right)\right)\right\}\times E\left\{\left(w_r(k) - \hat{w}_r(k)\right)\right\}$$

Avec

$$E\left\{\left(d\left(k-{}^{\tau}/_{\Delta t}\right) - \hat{d}\left(k-{}^{\tau}/_{\Delta t}\right)\right)\right\} = E\left\{d\left(k-{}^{\tau}/_{\Delta t}\right)\right\} - E\left\{\hat{d}\left(k-{}^{\tau}/_{\Delta t}\right)\right\} = 0$$

$$E\left\{\left(w_r(k) - \hat{w}_r(k)\right)\right\} = E\left\{\left(w_r(k)\right)\right\} - E\left\{\left(\hat{w}_r(k)\right)\right\} = 0$$

Donc

$$E\left\{\left(w_r(k+1)-\hat{w}_r(k+1)\right)^2\right\} = E\left\{\left(w_r(k)-\hat{w}_r(k)\right)^2\right\} + (1-\beta)^2 \times \alpha^2 \times E\left\{\left(d\left(k-{}^{\tau}/_{\Delta t}\right)-\hat{d}\left(k-{}^{\tau}/_{\Delta t}\right)\right)^2\right\}$$

D'où

$$V_{w_r}(k+1) = V_{w_r}(k) \times (1-\beta)^2 \times \alpha^2 \times \sigma_{dk}^2$$

Si nous assumons que $V_{W_r}(0) = 0$ et que σ_{d_k} est constant et égal à σ_d pour toutes les périodes *k*, nous pouvons déduire que :

$$V_{W_r}(k) = k \times (1-\beta)^2 \times \alpha^2 \times \sigma_d^2$$

$$V_{w_r}(k) = E\left\{\left(w_r(k)-\hat{w}_r(k)\right)^2\right\} = E\left\{\left(w_r(k)\right)^2\right\} - \left(\hat{w}_r(k)\right)^2$$

Nous pouvons écrire que :

$$E\left\{\left(w_r(k)\right)^2\right\} - \left(\hat{w}_r(k)\right)^2 = k \times (1-\beta)^2 \times \alpha^2 \times \sigma_d^2$$

D'où $E\left\{\left(w_r(k)\right)^2\right\} = k \times (1-\beta)^2 \times \alpha^2 \times \sigma_d^2 + \left(\hat{w}_r(k)\right)^2$ **(2.24)**

<u>Transformation de la fonction objective</u>

En remplaçant $E\left\{\left(w_m(k)\right)^2\right\}(2.23) et\, E\left\{\left(w_r(k)\right)^2\right\}(2.25)$ dans la fonction objective, nous obtenons :

$$\left\{\begin{array}{c} Cs_m \times (H \times \sigma_d^2 + \hat{w}_m(H)^2) \\ + \sum_{k=0}^{H-1} (C_{pm} \times U_m(k)^2 + C_{sm} \times (k \times \sigma_d^2 + \hat{w}_m(k)^2) + C_c \times Q_m(k)_{|Q_m(k)<0} \\ + C_{sr} \times \left(H \times (1-\beta)^2 \times \alpha^2 \times \sigma_d^2 + \left(\hat{w}_r(H)\right)^2\right) \\ + \sum_{k=1}^{H-1} \left[\begin{array}{c} (C_{pr} \times [(1-b_k) \times U_r(k) + b_k \times (1-y) \times U_r(k)]^2 + \\ C_{sr} \times \left(k \times (1-\beta)^2 \times \alpha^2 \times \sigma_d^2 + \left(\hat{w}_r(k)\right)^2\right) + C_c \times Q_r(k)_{|Q_r(k)<0} \end{array}\right] \end{array}\right\}$$

$$\left\{\begin{array}{c} C_{sm} \times (\hat{w}_m(H)^2) \\ + \sum_{k=0}^{H-1} (C_{pm} \times U_m(k)^2 + C_{sm} \times (\hat{W}_m(k)^2) + C_c \times Q_m(k)_{|Q_m(k)<0} + \sum_{k=0}^{H} [C_{sm} \times (k \times \sigma_d^2)] \\ + Cs_r \times \left(\hat{w}_r(H)\right)^2 \\ + \sum_{k=0}^{H-1} \left[\begin{array}{c} (C_{pr} \times [(1-b_k) \times U_r(k) + b_k \times (1-y) \times U_r(k)]^2 + \\ C_{sr} \times \left(\left(\hat{w}_r(k)\right)^2\right) + C_c \times Q_r(k)_{|Q_r(k)<0} \end{array}\right] \\ + \sum_{k=0}^{H} [C_{sr} \times (k \times (1-\beta)^2 \times \alpha^2 \times \sigma_d^2)] \end{array}\right\}$$

B. Transformation déterministe de la fonction du coût total (Cas 2)

Nous effectuons les mêmes démarches que pour le cas 1 ; nous obtenons : $E\{w_m(k)^2\} = k \times \sigma_d^2 + \hat{w}_m(k)^2$

$$E\left\{\left(w_r(k)\right)^2\right\} = k \times (1-\beta)^2 \times \alpha^2 \times \sigma_d^2 + \left(\hat{w}_r(k)\right)^2$$

La fonction objective peut être écrite sous la forme suivante :

$$\left\{\begin{array}{c} C_{sm} \times (\hat{w}_m(H)^2) \\ +\sum_{k=1}^{H-1}\left[C_{pm} \times U_m(k)^2 + C_{sm} \times (\hat{w}_m(H)^2) + Cc \times Q_m(k)_{|Q_m(k)<0}\right] + \sum_{k=0}^{H}\left[C_{sm} \times (k \times \sigma_d^2)\right] \\ +C_{sr} \times \left(\hat{W}_r(H)\right)^2 \\ +\sum_{k=0}^{H-1}\left[C_{pr} \times \left[(1-s_k) \times \left((1-b_k) \times U_r(k) + b_k \times \frac{(x_k \times \Delta t - \lfloor x_k \cdot \Delta t \rfloor)}{\Delta t} \times U_r(k)\right)\right]\right] \\ +s_k \times \left[\left(-x_k - y + \frac{\lfloor x_k \cdot \Delta t \rfloor}{\Delta t} + 1\right) \times U_r(k)\right] \\ +\sum_{k=0}^{H}\left[C_{sr} \times (k \times (1-\beta)^2 \times \alpha^2 \times \sigma_d^2)\right] \end{array}\right\}$$

C. Transformation déterministe de la fonction du coût total (Cas 2)

Nous effectuons les mêmes démarches que pour le cas 1 ; nous obtenons :

$$E\{w_m(k)^2\} = k \times \sigma_d^2 + \hat{w}_m(k)^2$$

$$E\left\{\left(w_r(k)\right)^2\right\} = k \times (1-\beta)^2 \times \alpha^2 \times \sigma_d^2 + \left(\hat{w}_r(k)\right)^2$$

La fonction objective peut être écrite sous la forme suivante :

$$\left\{\begin{array}{c} C_{sm} \times (\hat{w}_m(H)^2) \\ +\sum_{k=1}^{H-1}\left[C_{pm} \times U_m(k)^2 + C_{sm} \times (\hat{w}_m(H)^2) + Cc \times Q_m(k)_{|Q_m(k)<0}\right] + \sum_{k=0}^{H}\left[C_{sm} \times (k \times \sigma_d^2)\right] \\ +C_{sr} \times \left(\hat{W}_r(H)\right)^2 \\ +\sum_{k=0}^{H-1}\left[C_{pr} \times \left[(1-s_k) \times \left((1-b_k) \times U_r(k) + b_k \times \frac{(x_k \times \Delta t - \lfloor x_k \cdot \Delta t \rfloor)}{\Delta t} \times U_r(k)\right)\right]\right] \\ +s_k \times \left[\left(-x_k - y + \frac{\lfloor x_k \cdot \Delta t \rfloor}{\Delta t} + 1\right) \times U_r(k)\right] \\ +\sum_{k=0}^{H}\left[C_{sr} \times (k \times (1-\beta)^2 \times \alpha^2 \times \sigma_d^2)\right] \end{array}\right\}$$

D. Transformation déterministe de la contrainte de taux de service

Afin de poursuivre notre démarche de transformation du problème stochastique en déterministe, nous nous attardons sur la transformation de la contrainte du taux de service. En effet, il est nécessaire de connaitre avant tout le changement de la variance de stockage sur l'horizon H afin de déterminer la quantité minimale cumulative de production à produire pour satisfaire la demande.

Rappelons la contrainte du taux de service élaboré précédemment avec θ représentant le degré du taux de service à atteindre:

$$\text{Prob}\left[w_m(k+1) \geq 0\right] \geq \theta$$

Nous avons transformé cette contrainte stochastique en sa forme déterministe :

Cas 1 :

$$Prob(w_m(k+1) \geq \theta)$$

$$\Longrightarrow U_m(k) + (1-b_k) \times U_r(k) + b_k \times (1-y) \times U_r(k) \geq U_\theta(w_m(k), \theta)$$

k=0,1…,H-1

Cas 2 :

$$Prob(w_m(k+1) \geq \theta)$$

$$\Rightarrow U_m(k) + (1-s_k) \times \left((1-b_k) \times U_r(k) + b_k \times \frac{(x_k \times \Delta t - \lfloor x_k \Delta t \rfloor)}{\Delta t} \times U_r(k)\right) + s_k \times \left[\left(-x_k - y + \frac{\lfloor x_k \Delta t \rfloor}{\Delta t} + 1\right) \times U_r(k)\right] \geq U_\theta(w_m(k), \theta)$$

k=0,1…,H-1

Avec

$U_\theta(\,)$ la quantité cumulative minimale de production

$$U_\theta(w_m(k), \theta) = \sqrt{k+1} \times (\sigma_d) \times \varphi_{d,k}^{-1}(\theta) + \hat{d}(k) \text{-} \hat{w}_m(k) \qquad k=0,1\ldots,H\text{-}1$$

$V_{d,k}$ La variance de la demande d pendant la période k

$\varphi_{d,k}$ La fonction de répartition gaussienne ayant comme moyenne $\hat{d}(k)$ et comme variance $V_{d,k} \geq 0$.

$\varphi^{-1}_{d,k}$ l'inverse de la fonction de répartition

Cas 1 :

La variance de la variable de stock principal est définie dans la sous-section précédente par $V_{w_m}(k) = k \times \sigma_d^2$ et qui dépend linéairement de la variation de la demande. Nous pouvons alors la considérer comme une variable aléatoire qui suit une loi normale définie par :

$$w_m(k) = \hat{w}_m(k) + G_k \times \sqrt{V_{w_m}(k)} \leftrightarrow w_m(k) = \hat{w}_m(k) + G_k \times \sqrt{k} \times \sigma_d$$

Avec G_k une variable aléatoire qui suit une loi normale $N(0,1)$.

$$Prob(w_m(k+1) \geq 0) \geq \acute{o}$$

$$Prob\left[\hat{w}_m(k+1) + G_k \times \sqrt{k+1} \times \sigma_d\right] \geq \acute{o}$$

$$Prob\left[\begin{matrix}\hat{w}_m(k) + \\ +G_k \times \sqrt{k+1} \times \sigma_d + U_m(k) + (1-b_k) \times U_r(k) + b_k \times (1-y) \times U_r(k) - \hat{d}(\mathrm{k}) \geq 0\end{matrix}\right] \geq \acute{o}$$

$$Prob\left[G_k \times \sqrt{k+1} \times \sigma_d \geq \hat{d}(\mathrm{k}) - \hat{w}_m(k) - U_m(k) - (1-b_k) \times U_r(k) - b_k \times (1-y) \times U_r(k)\right] \geq \acute{o}$$

$$Prob\left[G_k \geq \hat{d}(\mathrm{k}) - \hat{w}_m(k) - U_m(k) - (1-b_k) \times U_r(k) - b_k \times (1-y) \times U_r(k) \Big/ \sqrt{k+1} \times \sigma_d\right] \geq \acute{o}$$

$$1 - Prob\left[G_k \leq \hat{d}(\mathrm{k}) - \hat{w}_m(k) - U_m(k) - (1-b_k) \times U_r(k) - b_k \times (1-y) \times U_r(k) \Big/ \sqrt{k+1} \times \sigma_d\right] \geq \acute{o}$$

Nous supposons que $\varphi_{d,k}$ est la fonction de répartition de la variable G. Puisque $\varphi_{d,k}$ Est une fonction strictement croissante et dérivable, elle est donc bijective. Nous obtenons :

$$1 - \varphi_{d,k}\left[\hat{d}(\mathrm{k}) - \hat{w}_m(k) - U_m(k) - (1 - b_k) \times U_r(k) - b_k \times (1 - y) \times U_r(k) \Big/ \sqrt{k+1} \times \sigma_d\right] \geq 6$$

$$\hat{w}_m(k) + U_m(k) + (1 - b_k) \times U_r(k) + b_k \times (1 - y) \times U_r(k) - \hat{d}(\mathrm{k}) \geq \sqrt{k+1} \times \sigma_d \times \varphi^{-1}(\theta)$$

$$U_m(k) + (1 - b_k) \times U_r(k) + b_k \times (1 - y) \times U_r(k) \geq \sqrt{k+1} \times \sigma_d \times \varphi^{-1}(\theta) + \hat{d}(\mathrm{k}) - \hat{w}_m(k)$$

2.5. Résolution

Il existe de nombreuses approches d'optimisation qui peuvent être utilisées pour résoudre un problème stochastique. La politique optimale, qui détermine le plan optimal de production, se base sur des informations de l'état de service et le plan prédéfini de la maintenance de l'unité de remanufacturing. La résolution de cette politique est obtenue par une programmation dynamique. Formellement, ces techniques servent à mettre en place une politique optimale réelle qui fournit une solution réalisable, facile à calculer et à exécuter.

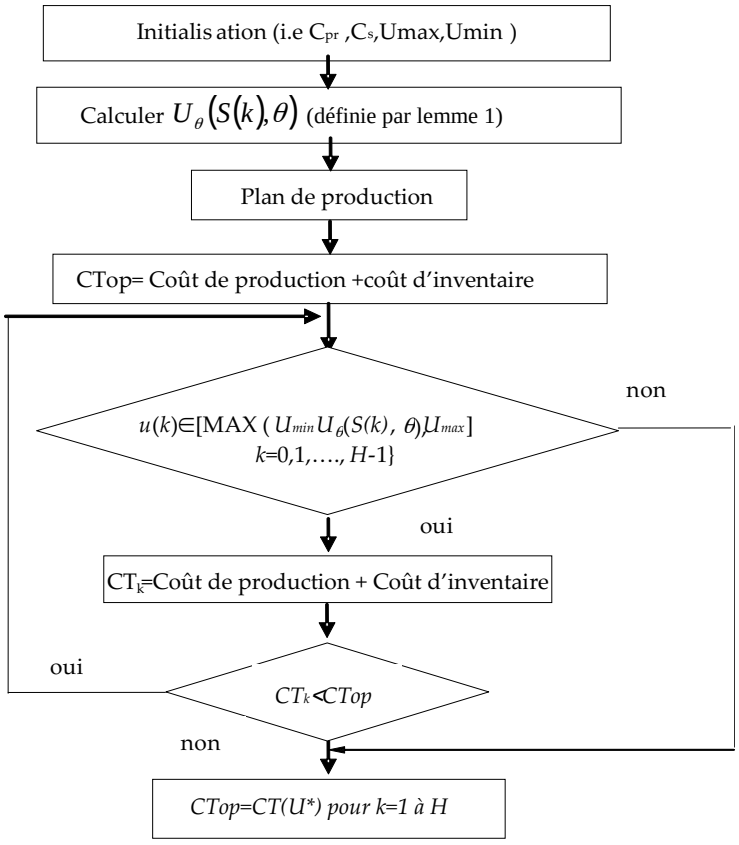


Figure 2.5 : Procédure numérique pour déterminer les taux de production optimaux

2.6. Étude et analyse de politique de maintenance

Suivant l'approche de résolution séquentielle et après avoir déterminé le plan économique de production décrit dans la section précédente, nous nous intéressons dans cette section à déterminer la politique de maintenance adaptée à la machine qui est la plus demandée par notre système, à savoir la machine principale de Manufacturing M. Rappelons que la planification de la machine remanufacturing est prédéfinie dès le début de la production ; ce choix est dû au peu d'utilisation et à moins de pression sur l'unité de remanufacturing R . Ainsi, nous étudions l'impact des différents paramètres au niveau du plan de production sur le taux de dégradation de la machine Manufacturing. La stratégie de maintenance développée dans cette section permet d'établir un plan de maintenance optimal caractérisé par le nombre optimal des actions de

maintenance préventive, pour réduire le nombre moyen des pannes ainsi que les actions de maintenance correctives. En effet, les actions de maintenances correctives sont assujetties à des pannes imprévues et requièrent des interventions en plein cycle de production, ce qui est plus couteux. Tandis que les actions de maintenances préventives sont programmées dans l'horizon fini de la production, de façon à être appliquées dans des instants spécifiques pour ne pas perturber le cycle de production et minimiser le coût total.

2.6.1. Description de politique de maintenance

Cette stratégie consiste à définir une optimisation de la maintenance intégrée à la production. Puisque, durant la phase de production, la machine de Manufacturing M est sujette à des pannes aléatoires et à des dégradations, par conséquent, le taux de défaillance $\lambda(t)$ est progressif au cours du temps et en fonction de l'usage. Afin de remédier à cette dégradation, et limiter le nombre moyen de pannes, des actions de maintenances sont effectuées. La stratégie de maintenance utilisée, dans cette étude, est une stratégie de maintenance préventive avec réparation minimale (**Aven T (2008, 1983)**). Plus précisément, les remplacements et les actions de maintenances préventives sont appliqués à la fin des périodes de production et sont mises en pratique périodiquement $N_m.T_m$, $(N=0,1,..)$ Avec $N_m.T_m=H$ sur l'horizon fini $H.\Delta t$. chaque remplacement ou action de maintenance préventive aux périodes $i.T_m$ (i :1,…,N_m) restaure l'unité de Manufacturing à son état neuf AGAN (As Good As New). À l'occurrence d'une panne entre deux remplacements préventifs successifs, une réparation minimale est mise en place et rend l'unité de Manufacturing dans un état aussi mauvais que vieux ABAO (as Bad as Old).

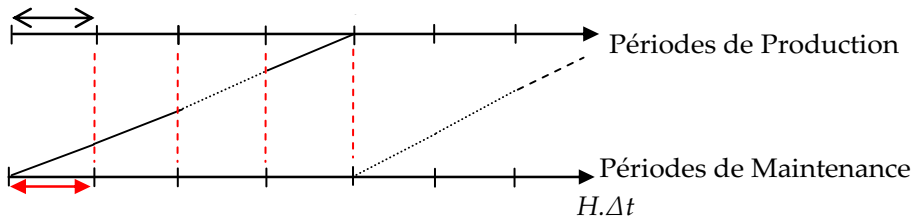


Figure 2.6 : Politique de maintenance durant l'horizon H

2.6.1.1. Taux de défaillance de la machine

Comparé aux travaux de littérature, l'apport de cette stratégie de maintenance adoptée est de montrer l'influence de variation de production d'une période à une autre sur la détérioration de la machine et, par la suite, sur le nombre moyen de pannes ainsi que sur les actions préventive et corrective de la maintenance. Afin de montrer l'influence des cadences de production obtenues par la politique optimale de production, sur la dégradation de l'unité de Manufacturing M, une relation analytique cumulative du taux de défaillance est définie. En nous basant sur le modèle de **Cox [Cox, 1972]**, nous avons établi une relation paramétrique entre les facteurs opérationnels

(variation de taux de production) et le risque de défaillance. Formellement, la fonction de taux de défaillance instantanée à chaque période de production k est exprimée par une relation entre le taux de production durant chaque période et le taux de défaillance nominal, donné par l'équation suivante :

$$\Delta\lambda\left(t,U_m\left(k\right)\right)=g\left(U_m\left(k\right)\right)\cdot\lambda_0\left(t\right) \tag{2.25}$$

Avec $g\left(u_k\right)=\dfrac{U_m\left(k\right)}{U_{mmax}}$

$\lambda_0(t)$ est le taux de défaillance nominal dans lequel l'unité de Manufacturing travaille avec sa cadence maximale durant tout l'horizon H.Δt.

D'autre part, la croissance du taux de défaillance est présentée par une fonction cumulative qui dépend du taux de défaillance des périodes précédentes de production. Par conséquent, nous pouvons modéliser le taux de défaillance cumulatif à chaque période de production *k* et à chaque action de maintenance $i\times T,\ i=1,\ldots,N$ par la relation suivante:

$$\lambda_{i,k}\left(t\right)=\left(1-\left\lfloor\frac{k-1}{\left(\left\lfloor\frac{k-2}{T_m}\right\rfloor+1\right)\times T_m}\right\rfloor\right)\times\lambda_{i,k-1}\left(\Delta t\right)+\frac{U_m\left(k\right)}{U_{max}}\times\lambda_0\left(t\right)\qquad\forall t\in\left[0,\Delta t\right] \tag{2.26}$$

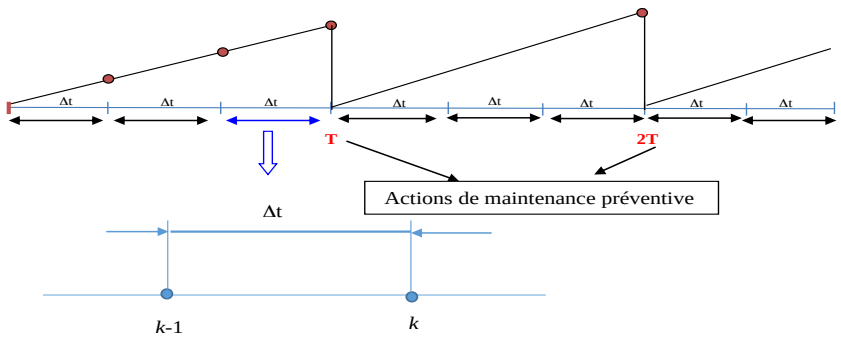


Figure 2.7 : Évolution du taux de défaillance durant l'horizon *H*

Nous pouvons simplifier l'équation (2.26) ; elle devient :

$$\lambda_{i,k}(t)=\prod_{p=1}^{k}\left(1-\left\lfloor\frac{k-1}{\left(\left\lfloor\frac{k-2}{T_m}\right\rfloor+1\right)\times T_m}\right\rfloor\right)\times\lambda_{(t=0)}+\sum_{p=1}^{k-1}\prod_{j=p+1}^{k}\left(1-\left\lfloor\frac{j-1}{\left(\left\lfloor\frac{j-2}{T_m}\right\rfloor+1\right)\times T_m}\right\rfloor\right)\cdot\left(\frac{U_{mi}(p)}{U_{mmax}}\times\lambda_0(\Delta t)\right)+\frac{U_{mi}(k)}{U_{mmax}}\times\lambda_0(t)\quad\forall t\in\{0,\Delta t\}$$

avec $T=\left\lfloor\frac{H}{N_m}\right\rfloor\cdot\Delta t$ **(2.27)**

Preuve :

Pour chaque période k avec $k\in\{1,2\ldots.H\}$, l'équation (2.26) est calculée de la façon suivante :

Pour *k*=1 : $\lambda_{i,1}(t)=\lambda_{i,0}(\Delta t)+\frac{U_m(1)}{U_{mmax}}\times\lambda_0(t)$

Pour *k*=2 : $\lambda_{i,2}(t)=\left(1-\left\lfloor\frac{1}{T_m}\right\rfloor\right)\times\lambda_{i,1}(\Delta t)+\frac{U_m(2)}{U_{mmax}}\times\lambda_0(t)$

$$\lambda_{i,2}(t)=\left(1-\left\lfloor\frac{1}{T_m}\right\rfloor\right)\times\left(\lambda_{i,0}(\Delta t)+\frac{U_m(1)}{U_{mmax}}\times\lambda_0(\Delta t)\right)+\frac{U_m(2)}{U_{mmax}}\times\lambda_0(t)$$

$$\lambda_{i,2}(t)=\left(1-\left\lfloor\frac{1}{T_m}\right\rfloor\right)\times\lambda_{i,0}(\Delta t)+\left(1-\left\lfloor\frac{1}{T_m}\right\rfloor\right)\times\left(\frac{U_m(1)}{U_{mmax}}\times\lambda_0(\Delta t)\right)+\frac{U_m(2)}{U_{mmax}}\times\lambda_0(t)$$

Pour *k*=3 : $\lambda_{i,3}(t)=\left(1-\left\lfloor\frac{2}{\left(\left\lfloor\frac{1}{T_m}\right\rfloor+1\right)\times T_m}\right\rfloor\right)\times\lambda_{i,2}(\Delta t)+\frac{U_m(3)}{U_{mmax}}\times\lambda_0(t)$

$$\lambda_{i,3}(t)=\left(1-\left\lfloor\frac{2}{\left(\left\lfloor\frac{1}{T_m}\right\rfloor+1\right)\times T_m}\right\rfloor\right)\times\left(\left(1-\left\lfloor\frac{1}{T_m}\right\rfloor\right)\times\lambda_{i,0}(\Delta t)+\left(1-\left\lfloor\frac{1}{T_m}\right\rfloor\right)\times\left(\frac{U_m(1)}{U_{mmax}}\times\lambda_0(\Delta t)\right)+\frac{U_m(2)}{U_{mmax}}\times\lambda_0(\Delta t)\right)+\frac{U_m(3)}{U_{mmax}}\times\lambda_0(t)$$

$$\lambda_{i,3}(t)=\left(1-\left\lfloor\frac{2}{\left(\left\lfloor\frac{1}{T_m}\right\rfloor+1\right)\times T_m}\right\rfloor\right)\times\left(1-\left\lfloor\frac{1}{T_m}\right\rfloor\right)\times\lambda_{i,0}(\Delta t)+\left(1-\left\lfloor\frac{2}{\left(\left\lfloor\frac{1}{T_m}\right\rfloor+1\right)\times T_m}\right\rfloor\right)\times\left(1-\left\lfloor\frac{1}{T_m}\right\rfloor\right)\times\left(\frac{U_m(1)}{U_{mmax}}\times\lambda_0(\Delta t)\right)$$
$$+\left(1-\left\lfloor\frac{2}{\left(\left\lfloor\frac{1}{T_m}\right\rfloor+1\right)\times T_m}\right\rfloor\right)\times\frac{U_m(2)}{U_{mmax}}\times\lambda_0(t)+\frac{U_m(3)}{U_{mmax}}\times\lambda_0(t)$$

$$\lambda_{i,3}(t)=\left(1-\left\lfloor\frac{2}{\left(\left\lfloor\frac{1}{T_m}\right\rfloor+1\right)\times T_m}\right\rfloor\right)\times\left(1-\left\lfloor\frac{1}{T_m}\right\rfloor\right)\times\lambda_{i,0}(\Delta t)+\left(1-\left\lfloor\frac{2}{\left(\left\lfloor\frac{1}{T_m}\right\rfloor+1\right)\times T_m}\right\rfloor\right)\times\left(\left(1-\left\lfloor\frac{1}{T_m}\right\rfloor\right)\times\left(\frac{U_m(2)}{U_{mmax}}\times\lambda_0(t)+\frac{U_m(1)}{U_{mmax}}\times\lambda_0(\Delta t)\right)\right)$$
$$+\frac{U_m(3)}{U_{mmax}}\times\lambda_0(t)$$

On suppose que pour une période *k*, on a l'égalité suivante :

$$\lambda_{i,k}(t)=\prod_{p=1}^{k}\left(1-\left\lfloor\frac{k-1}{\left(\left\lfloor\frac{k-2}{T_m}\right\rfloor+1\right)\times T_m}\right\rfloor\right)\times\lambda_{(t=0)}+\sum_{p=1}^{k-1}\prod_{j=p+1}^{k}\left(1-\left\lfloor\frac{j-1}{\left(\left\lfloor\frac{j-2}{T_m}\right\rfloor+1\right)\times T_m}\right\rfloor\right)\cdot\left(\frac{U_{mi}(p)}{U_{mmax}}\times\lambda_0(\Delta t)\right)+\frac{U_{mi}(k)}{U_{mmax}}\times\lambda_0(t)\quad\forall t\in\{0,\Delta t\}$$

Nous démontrons cette inégalité pour la période k+1 :

Pour *k*=*k*+1

$$\lambda_{i,k+1}(t)=\left(1-\left\lfloor\frac{k}{\left(\left\lfloor\frac{k-1}{T_m}\right\rfloor+1\right)\times T_m}\right\rfloor\right)\times\lambda_{i,k}(\Delta t)+\frac{U_m(k+1)}{U_{mmax}}\times\lambda_0(t)$$

$$\lambda_{i,k+1}(t)=\left(1-\left[\frac{k}{\left(\left\lfloor\frac{k-1}{T_m}\right\rfloor+1\right)\times T_m}\right]\right)\times\left[\begin{array}{l}\prod_{p=1}^{k}\left(1-\left[\frac{k-1}{\left(\left\lfloor\frac{k-2}{T_m}\right\rfloor+1\right)\times T_m}\right]\right)\times\lambda_{(t=0)}\\+\sum_{p=1}^{k-1}\prod_{j=p+1}^{k}\left(1-\left[\frac{j-1}{\left(\left\lfloor\frac{j-2}{T_m}\right\rfloor+1\right)\times T_m}\right]\right)\cdot\left(\frac{U_{mi}(p)}{U_{mmax}}\times\lambda_0(\Delta t)\right)+\frac{U_{mi}(k)}{U_{mmax}}\times\lambda_0(t)\end{array}\right]+\frac{U_m(k+1)}{U_{mmax}}\times\lambda_0(t)$$

$$\lambda_{i,k+1}(t)=\left[\begin{array}{l}\prod_{p=1}^{k+1}\left(1-\left[\frac{k}{\left(\left\lfloor\frac{k-1}{T_m}\right\rfloor+1\right)\times T_m}\right]\right)\times\lambda_{(t=0)}\\+\sum_{p=1}^{k}\prod_{j=p+1}^{k+1}\left(1-\left[\frac{j-1}{\left(\left\lfloor\frac{j-2}{T_m}\right\rfloor+1\right)\times T_m}\right]\right)\cdot\left(\frac{U_{mi}(p)}{U_{mmax}}\times\lambda_0(\Delta t)\right)\end{array}\right]+\frac{U_m(k+1)}{U_{mmax}}\times\lambda_0(t)$$

2.6.1.2. Formulation du coût de maintenance

Rappelons que l'objectif de cette politique périodique est de déterminer le nombre optimal des actions de maintenance préventive pour l'unité de Manufacturing sous critère économique. Ce critère est caractérisé par la minimisation du coût total de maintenance à travers les hypothèses suivantes :

- Les pannes sont détectées instantanément,
- Le coût M_c pour effectuer le remplacement de la panne (maintenance corrective) et le coût M_p d'un remplacement préventif (maintenance préventive) sont connus et constants avec ($M_c >> M_p$)
- Les ressources requises pour effectuer les remplacements sont disponibles en tout temps (pas de phénomène d'attente).

Formellement, le coût total de maintenance, associé à la politique périodique, est composé de deux coûts : le coût des actions de maintenance préventive et le coût des actions de maintenance corrective. Il est alors exprimé comme suit :

$$C_M\left(U\left(Um(1),\ldots\ldots\ldots,Um(H\text{-}1)\right),N_m\right)=\underbrace{M_p\times(N_m\text{-}1)}_{Coût\ de\ maintenance\ préventive}+\underbrace{M_c\times Nbrp(N_m)}_{Coût\ de\ maintenance\ corrective}$$

(2.28)

Avec :

$Nbrp(N_m)$: le nombre moyen de défaillances pouvant apparaitre durant l'horizon de la production et qui dépend du plan économique de production défini par le vecteur U.

Puisque la stratégie de maintenance adoptée dans notre problématique est une stratégie de maintenance périodique avec réparation minimale, alors le nombre moyen de défaillances durant une durée T est déterminé par le calcul d'intégral de la fonction de taux de défaillance qui doit être une fonction monotone croissante. Dans ce cas, le nombre moyen de défaillances est défini par la relation suivante :

$$Nbrp(T) = \int_0^T \lambda(t)dt$$

Rappelons que l'apport de notre stratégie de maintenance est d'étudier l'influence de la variation de conditions de fonctionnement (variation de cadences de production) sur le taux de défaillance ; celui-ci diffère de la plupart des travaux qui considèrent que la production est constante durant tout l'horizon. En nous basant sur les différentes cadences de production définies par le plan économique de production U=[U_m(1), U_m (2),…… U_m (H-1)], nous avons défini le nombre moyen de défaillances, comme suit :

$$Nbrp\left(N_m\right) = \sum_{j=0}^{N_m} \left[\sum_{i=In\left(j\times\left\lfloor\frac{H}{N_m}\right\rfloor\right)+1}^{In\left((j+1)\times\left\lfloor\frac{H}{N_m}\right\rfloor\right)} \int_0^{\Delta t} \lambda_{j,i}(t) \right] + \sum_{k=\left\lfloor\frac{H}{N_m}\right\rfloor\cdot N_m+1}^{H} \int_0^{\Delta t} \lambda_{H,k}(t)\,dt \qquad (2.29)$$

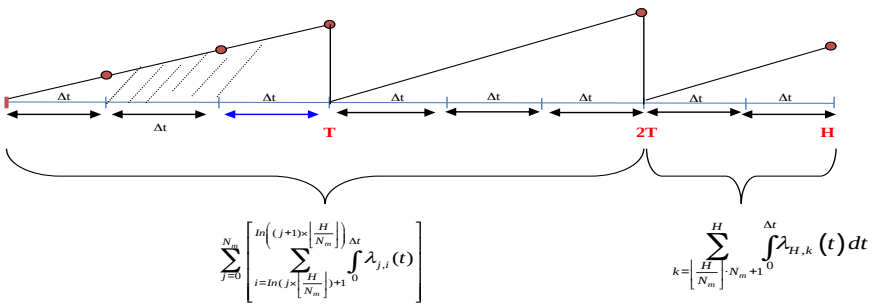


Figure 2.8 : Nombre moyen de défaillances

La variable de décision de notre politique de maintenance correspond au nombre optimal des actions de maintenance préventive Nm^* ainsi qu'à l'intervalle Tm^* entre deux actions de maintenance préventive. Vu la complexité de la fonction « coût total de maintenance », la

résolution analytique, qui revient à calculer le dérivé de la fonction « coût donné » par l'équation suivante, est devenue difficile :

$$\frac{\partial C_M\left(U\left(U_m(1),\ldots\ldots\ldots,U_m(H\text{-}1)\right),N_m\right)}{\partial N_m} \tag{2.30}$$

Dans ce cas, une procédure numérique peut être appliquée pour obtenir la solution optimale.
Pour vérifier l'existence d'un minimum local, nous avons calculé :
Les limites aux bornes de $C_M\left(U\left(U_m(1),\ldots\ldots\ldots,U_m(H\text{-}1)\right),N_m\right)$:

$$\lim_{N\to 1} C_M\left(U\left(Um(1),\ldots\ldots\ldots,Um(H\text{-}1)\right),N_m\right) = \lim_{N\to 1}\left(M_p\times(N_m\text{-}1) + M_c\times Nbrp(N_m)\right) \tag{2.31}$$

$$= \underbrace{M_c\times Nbrp(1)}_{Constante}$$

Et

$$\lim_{N\to+\infty} C_M\left(U\left(Um(1),\ldots\ldots\ldots,Um(H\text{-}1)\right),N_m\right) = \lim_{N\to+\infty}\left(M_p\times(N\text{-}1) + M_c\times Nbrp(N_m)\right)=+\infty \tag{2.32}$$

Par ailleurs,

$$C_M\left(U\left(Um(1),\ldots\ldots\ldots,Um(H\text{-}1)\right),N_m+1\right)\text{-}C_M\left(U\left(Um(1),\ldots\ldots\ldots,Um(H\text{-}1)\right),N_m\right)\geq 0$$

$$\left[M_p\times(N_m) + M_c\times Nbrp(N_m+1)\right]\text{-}\left[M_p\times(N\text{-}1) + M_c\times Nbrp(N_m)\right]\geq 0$$

$$M_p + M_c\times\left(Nbrp(N_m+1)\text{-}Nbrp(N_m)\right)\geq 0$$

$$\left(Nbrp(N_m+1)\text{-}Nbrp(N_m)\right)\leq\frac{M_p}{M_c}\quad(N_m\text{=}1,2,\ldots.) \tag{2.33}$$

$$C_M\left(U\left(Um(1),\ldots\ldots\ldots,Um(H\text{-}1)\right),N_m\right)\text{-}C_M\left(U\left(Um(1),\ldots\ldots\ldots,Um(H\text{-}1)\right),N_m\text{-}1\right)\leq 0$$

$$\left[M_p\times(N_m\text{-}1) + M_c\times Nbrp(N_m)\right]\text{-}\left[M_p\times(N_m\text{-}2) + M_c\times Nbrp(N_m\text{-}1)\right]\leq 0$$

$$M_p + M_c \times \left(Nbrp(N_m)\text{-}Nbrp(N_m\text{-}1)\right) \leq 0$$

$$\left(Nbrp(N_m\text{-}1)\text{-}Nbrp(N_m)\right) \leq \frac{M_p}{M_c} \quad (N_m\text{=}1,2,\ldots.) \tag{2.34}$$

L'existence d'une solution optimale unique et finie, qui se caractérise par le nombre optimal des actions de maintenance préventive N*, doit vérifier la condition suivante :

$$\exists\, N^* \quad si \quad \chi_{N_m} \leq \frac{M_p}{M_c} \leq \chi_{N_{m\text{-}1}}$$

Avec : $$\chi_N = Nbrp(N_m)\text{-}Nbrp(N_m + 1) \tag{2.35}$$

$$\exists\, N^* \quad si \begin{cases} M_p + M_c \times \left(Nbrp(N_m + 1)\text{-}Nbrp(N_m)\right) \geq 0 \\ M_p + M_c \times \left(Nbrp(N_m)\text{-}Nbrp(N_m\text{-}1)\right) \leq 0 \\ \lim\limits_{N \to 1} C_M\left(U\left(Um(1), \ldots\ldots\ldots, Um(H\text{-}1)\right), N_m\right) = constante \\ \lim\limits_{N \to +\infty} C_M\left(U\left(Um(1), \ldots\ldots\ldots, Um(H\text{-}1)\right), N_m\right) = +\infty \end{cases} \tag{2.36}$$

Pour optimiser la stratégie de maintenance, une procédure numérique est proposée afin d'obtenir la solution optimale en satisfaisant les différentes relations de l'équation (2.36) et en minimisant le coût total de maintenance.

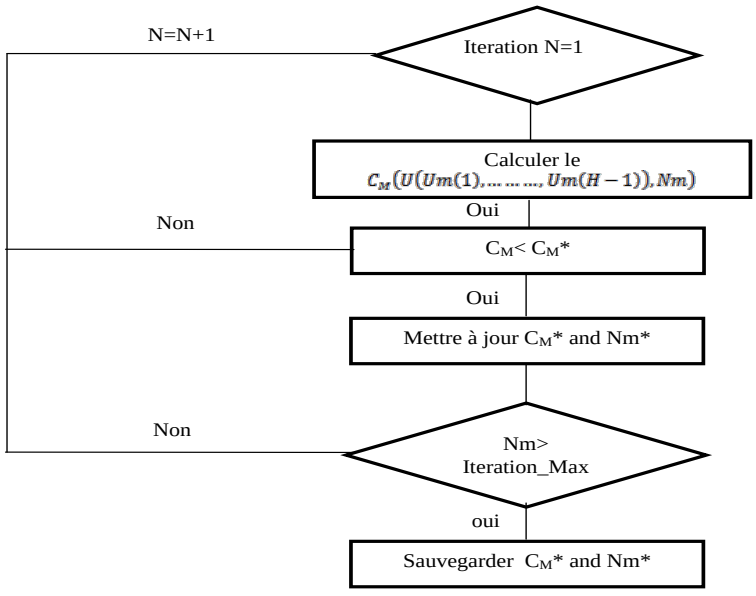


Figure 2.9 : Procédure numérique pour déterminer Nm*

2.7. Exemples numériques

Dans cette section, nous étudions numériquement les différentes politiques d'optimisation développées dans les sections précédentes et qui consistent à trouver les plans économiques de production, d'émissions et de maintenance. Nous avons utilisé la stratégie de résolution/optimisation séquentielle en intégrant les résultats obtenus lors de la résolution de la politique de production afin de chercher le plan optimal de maintenance.

Dans cet exemple numérique, nous considérons un horizon de planification défini partagé en H=24 périodes (mois) de production. Dans chaque période, deux machines : une principale et l'autre de remanufacturing sont disponibles pour satisfaire une demande aléatoire et éviter la rupture du stock à la fin de chaque période. Supposons que les deux machines sont identiques et produisent un seul type de produit.

❖ **Les données de la politique de production :**

Dans notre exemple numérique, nous utilisons les données suivantes :

Conditions initiales : $w_m(0)= w_r(0)= 0$

Limites opérationnelles : $U_{mmin}=0$ $U_{mmax}=2300$; $U_{rmin}=0$ $U_{rmax}=500$;

- Coûts : C_{pm} =30 um, C_{pr} =25 um, C_{sm} =20 um, C_{sr} =25 um, C_c=250 um ;
- Demande aléatoire avec une variance V_d = 100
- Variables temporelles : H=12 ; Δt=1
- Taux de service : le degré de satisfaction de la clientèle, associée à la contrainte taux de service, est égal à 90% ($\theta = 0{,}9$).
- $Q_{cm}^0(0)$=118000 um; $Q_{cr}^0(0)$=7000 um
- X_e=6
- α =0.4;
- τ = 1;
- Pour la machine de Remanufacturing, nous traitons le premier cas dans lequel l'action de maintenance préventive ne dépasse pas la fin de la période de production Δt. Les actions de maintenance préventive sont appliquées à chaque intervalle $h.Tr$ avec $Tr=x.\Delta t$ avec x= 2 et h:1…H/T_r avec une durée de temps fixe $t=y.\Delta t$, caractérisée par une loi uniforme avec les paramètres suivants : $\left[0,\left(\lfloor h*x \rfloor +1-h*x\right)*\Delta t\right]$ $h=\{1,2,.....,\left\lfloor H/x \right\rfloor\}$.
- Les demandes moyennes $\hat{d}_k$

$d(k)$=[2258, 2156 , 2205 , 1734 , 1850 , 2097, 2171 , 2073 ,1910 , 1953,1846 , 2163];

❖ **Les données relatives à la fiabilité du système**

La loi de défaillance de l'unité principale M caractérisant les conditions nominales est de type Weibull avec leurs paramètres :

- Paramètre de forme (ξ) :2
- Paramètre d'échelle (μ) :30
- Paramètre de position : 0

Concernant la stratégie de maintenance, les coûts des actions de maintenance correctives et préventives sont exprimés ci-dessous :

- M_c =2000 um
- M_p =100 um

❖ **Plan économique de production**

En appliquant la procédure numérique de résolution, décrite dans la politique de production, nous obtenons une solution optimale qui donne le plan économique de production. Ce plan économique est présenté par le taux de production dans chaque période pour chaque unité de Manufacturing et Remanufacturing ainsi que la quantité d'émission dans chaque période. (Tableau 2.1)

Le tableau 1 montre la variation de cadences de production ainsi que les quantités d'émission pour les deux unités de Manufacturing et de Remanufactring durant l'horizon de temps fini considéré. En effet, cette variation est expliquée par la variation aléatoire de la demande qui suit la loi normale et le taux de service de satisfaction du client. En termes d'émission, nous remarquons que le payement de taxe carbone commencera à la période 11 pour l'unité principale de Manufacturing, et à la période 8 pour l'unité de Remanufacturing.

Tableau 2.1 : Plan économique de production

Période	$d(k)$	U_m	U_r	w_m	w_r	Q_m	Q_r
Période 1	2258	2275	0	17	0	118000	10000
Période 2	2156	2187	0	48	0	91228	10000
Période 3	2205	2192	174	209	277	78076	8956
Période 4	1734	1867	293	635	415	66874	7198
Période 5	1850	1835	473	1093	383	55864	4360
Période 6	2097	1682	327	1005	403	45772	2398
Période 7	2171	1743	385	962	388	35314	88
Période 8	2073	1584	183	656	625	25810	-1010
Période 9	1910	1548	294	624	765	16306	-2774
Période 10	1953	1832	267	770	912	5314	-4376
Période 11	1846	2047	481	1452	813	-6968	-7262
Période 12	2163	1661	311	1261	893	-16934	-9128

Le coût total de production généré par ces données est de l'ordre de : CT= 1.449e+09 um

Étude de sensibilité au taux de service θ

Nous étudions dans cette partie la variance du taux de service ϵ et son influence sur le plan de production et sur la quantité d'émission ainsi que sur le coût total de production.

Tableau 2.2 : Plan de production pour $\theta = 0,95$

Période	$d(k)$	U_m	U_r	w_m	w_r	Q_m	Q_r
Période 1	2258	2289	0	31	0	118000	10000
Période 2	2156	2243	0	118	0	90808	10000
Période 3	2205	1997	279	189	172	78826	8326
Période 4	1734	1757	352	564	251	68284	6214
Période 5	1850	2179	361	1254	331	55210	4048
Période 6	2097	1759	290	1206	388	44656	2308
Période 7	2171	1770	478	1283	280	34036	-560
Période 8	2073	1799	333	1342	367	23242	-2558
Période 9	1910	1842	61	1335	740	12190	-2924
Période 10	1953	1564	304	1250	850	2806	-4748
Période 11	1846	1391	400	1195	832	-5540	-7148
Période 12	2163	2012	370	1414	853	-17612	-9368

Le coût total de production pour un taux de service de $\theta = 0,95$ est :CT= 1.506e+09 um

Tableau 2.3 : Plans de production pour $\theta = 0,6$

Période	$d(k)$	U_m	U_r	w_m	w_r	Q_m	Q_r
Période 1	2258	2268	0	10	0	118000	10000
Période 2	2156	2261	0	115	0	90826	10000
Période 3	2205	2197	437	544	14	77644	7378
Période 4	1734	1645	328	783	117	67774	5410
Période 5	1850	1375	361	669	197	59524	3244
Période 6	2097	1808	362	742	182	48676	1072
Période 7	2171	1587	451	609	101	39154	-1634
Période 8	2073	2002	89	627	432	27142	-2168
Période 9	1910	1171	435	323	431	20116	-4778
Période 10	1953	2017	41	428	804	8014	-5024
Période 11	1846	1360	290	232	896	-146	-6764
Période 12	2163	2062	369	500	918	-12518	-8978

Le coût total de production pour un taux de service de $\theta = 0,6$ est : CT=1.3420e+09 um

Tableau 2.4 : Plan de production pour $\theta = 0,3$

Période	$d(k)$	U_m	U_r	w_m	w_r	Q_m	Q_r
Période 1	2258	2259	0	1	0	118000	10000
Période 2	2156	2197	0	42	0	91264	10000
Période 3	2205	1823	430	90	21	80326	7420
Période 4	1734	1924	74	354	378	68782	6976
Période 5	1850	1362	497	363	322	60610	3994
Période 6	2097	2022	268	556	401	48478	2386
Période 7	2171	1215	456	56	315	41188	-350
Période 8	2073	2112	131	226	604	28516	-1136
Période 9	1910	1746	87	149	951	18040	-1658
Période 10	1953	1540	292	28	1073	8800	-3410
Période 11	1846	1760	282	224	1173	-1760	-5102
Période 12	2163	1548	213	22	1351	-12248	-6380

Le coût total de production pour un taux de service de l'ordre de $\theta = 0,3$ est :

CT=1.2998e+09

Tableau 2.5: Récapitulatif de la variation du coût total de production en fonction de θ

Taux de service θ	Coût de production
0,3	1.2998e+09
0,6	1.3420e+09
0,95	1.506e+09

Interprétations :

En faisant varier la valeur du taux de service, nous constatons que le coût total de production augmente avec l'augmentation de cette valeur. Ceci est expliqué par le fait qu'une augmentation du taux de service engendre une augmentation des cadences de production de l'unité de Manufacturing et de Remanufacturing et donc l'augmentation du niveau de stock afin de satisfaire la demande du client. D'autre part, l'augmentation des cadences de production engendre une augmentation d'émission de carbone et par conséquent, l'augmentation du coût de taxe carbone.

- **Plan de maintenance**

Dans cette section, en utilisant le plan économique de production obtenu précédemment par la politique de production, nous appliquons la stratégie de maintenance en optimisant le nombre d'actions de maintenance préventive à appliquer durant l'horizon H fini ainsi que l'intervalle de maintenance entre deux actions successives de maintenance préventive. Rappelons que notre stratégie de maintenance est basée sur une stratégie périodique avec réparation minimale.

En minimisant la fonction coût de maintenance $C_M\left(U\left(Um(1),\ldots\ldots\ldots,Um(H\text{-}1)\right),N_m\right)$, nous obtenons le nombre optimal des actions de maintenance préventive ainsi que l'intervalle de maintenance pour la machine principale de Manufacturing, en tenant compte de l'influence de variation des cadences de production sur la dégradation de l'unité de Manufacturing.

À partir de la figure 2.10, nous remarquons que le nombre optimal d'actions de maintenance préventive est de Nm^*=2, donc deux actions de maintenance préventive seront appliquées durant l'horizon H=12 avec un intervalle de maintenance Tm^*= 6.Δt entre deux actions successives de maintenance.

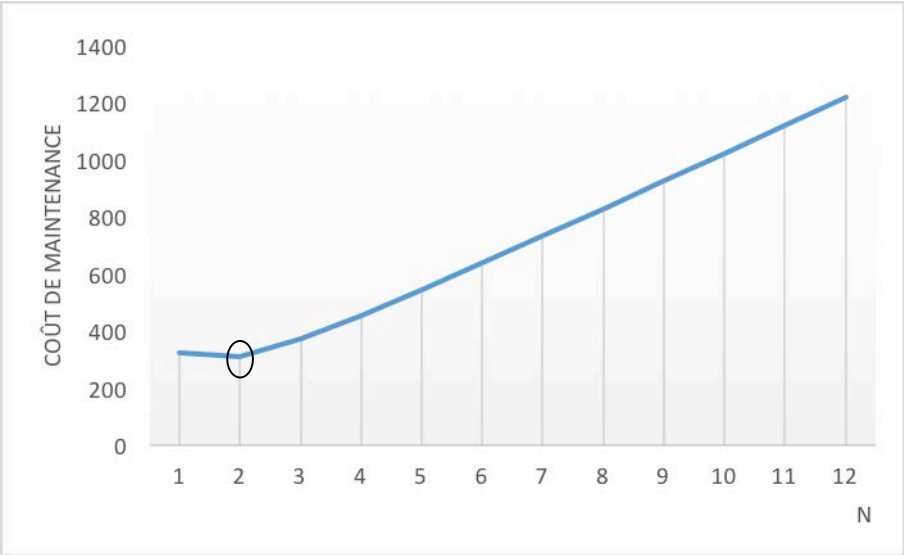


Figure 2.10: Le coût de maintenance en fonction de *Nm*

Étude de sensibilité sur les couts unitaire de maintenance préventive et corréctive sur M

Dans cette section, nous étudions l'influence de variation de quelques paramètres sur le plan optimal de maintenance. Pour ce faire, nous étudions, en premier lieu, la variation des valeurs des coûts unitaires de maintenance préventive *Mp* et corrective *Mc* et leur effet sur le nombre optimal des actions de maintenance préventive à effectuer sur l'unité de Manufacturing. En second lieu, nous utilisons le résultat de l'étude de sensibilité du plan de production en variant le taux de service sur le plan optimal de maintenance.

Variation des coûts de maintenances

1er cas : $M_p = 100$ et $M_c = 6000$

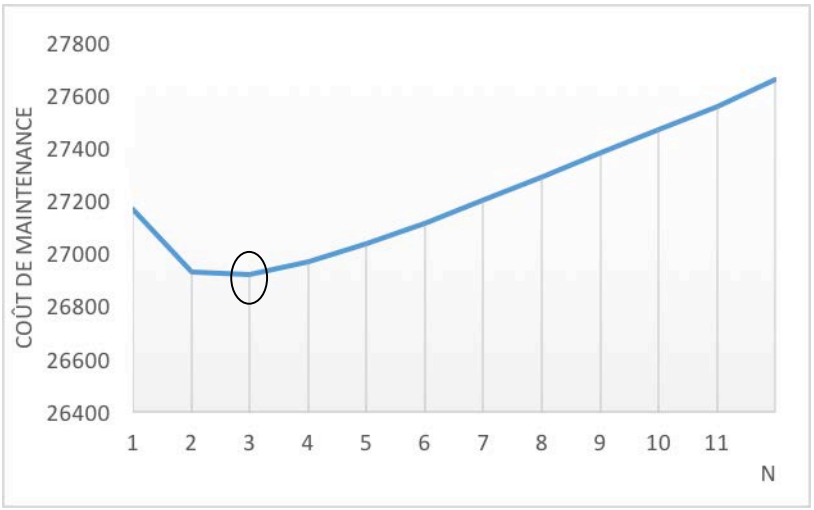


Figure 2.11: Variation du coût de maintenance en fonction de *Nm*

2er cas : $M_p = 100$ et $M_c = 12000$

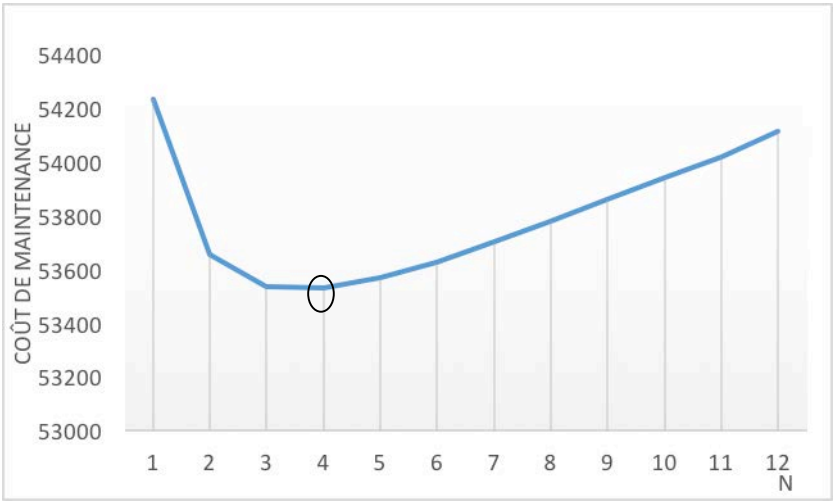


Figure 2.12: Variation du coût de maintenance en fonction de *Nm*

3er cas : $M_p = 1000$ et $M_c = 1000$

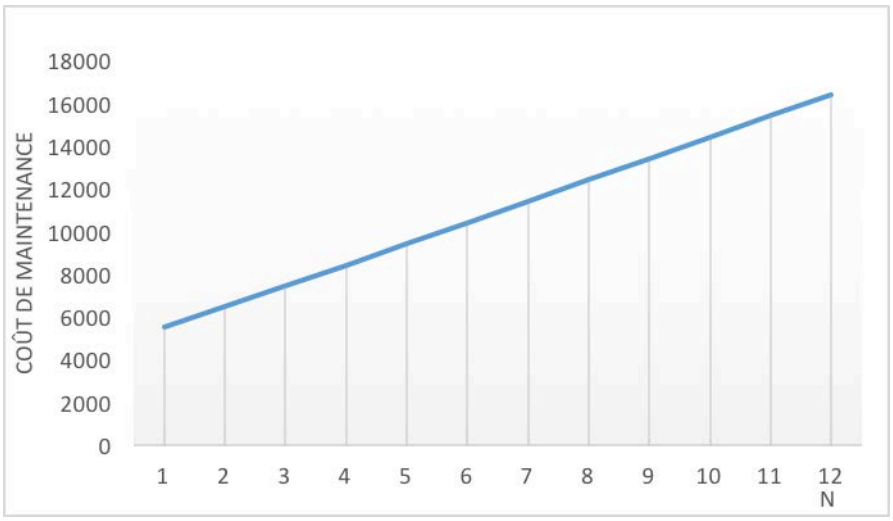


Figure 2.13: Variation du coût de maintenance en fonction de *Nm*

Variation du taux de service

En utilisant les résultats du plan de production trouvés lors de la variation des valeurs du taux de service, nous étudions l'effet du taux de service sur le plan optimal de maintenance. Nous utilisons les données suivantes comme variables d'entrée :

$$\xi = 2\,;\mu = 30\,;M_c = 2000\ (unité\ monétaire)\,;M_p = 100\ (unité\ monétaire)$$

- Plan de maintenance pour $\theta = 0{,}95$

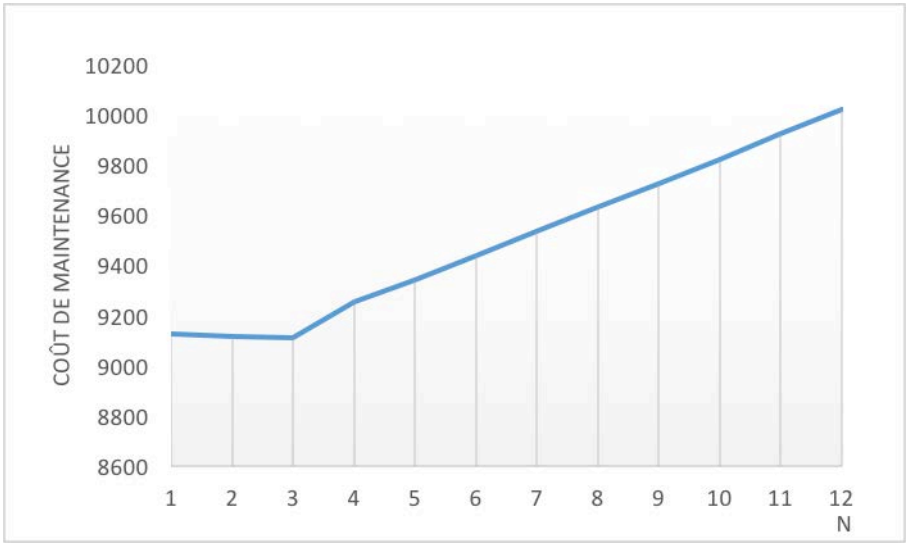


Figure 2.14: Variation du coût de maintenance en fonction de *Nm* pour θ=0.95

Le coût total de maintenance pour $\theta = 0{,}95$ est : $C_M = 9109{,}41um$

- Plan de maintenance pour $\theta = 0,7$

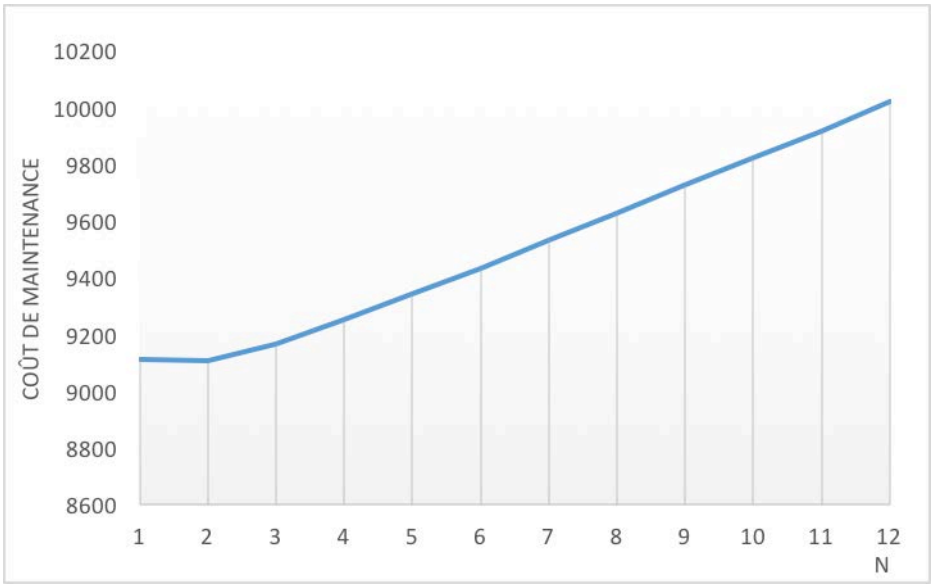


Figure 2.15: Variation du coût de maintenance en fonction de *Nm* pour θ=0.7

Le coût total de maintenance pour θ = 0.7 est : $C_M = 9106,07um$

- Plan de maintenance pour $\theta = 0,3$

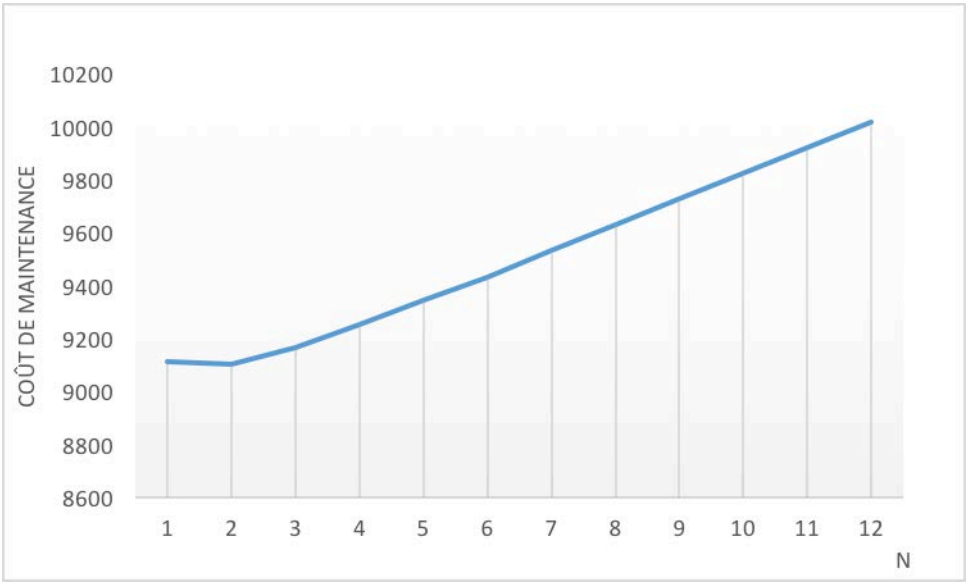


Figure 2.16: Variation du coût de maintenance en fonction de *Nm* pour θ=0.3

Le coût total de maintenance pour $\theta = 0,3$ est : $C_M = 9103,75um$

Interprétations :

À partir des figures 2.11, 2.12, nous remarquons que le nombre d'actions de maintenance préventive à effectuer pour l'unité M passe de Nm=3 (pour Mc=6000) à Nm=4 (pour Mc=12000). Nous constatons que plus le coût d'une action de maintenance corrective augmente par rapport au coût d'une action de maintenance préventive, plus il serait préférable d'augmenter le nombre d'actions de maintenance préventive afin de minimiser le coût total de maintenance. Ceci est expliqué par le fait que pour éviter les coûts chers de maintenance corrective, l'entreprise va essayer de réduire le nombre moyen de pannes en augmentant les actions de maintenance préventive pour restaurer le système à son état neuf.

À partir de la figure 2.13, nous remarquons que le nombre d'actions de maintenance préventive pour l'unité M est de Nm=1 pour M_c=M_p=1000. Nous constatons que plus le coût d'une action de maintenance préventive est élevé, plus il serait préférable d'appliquer des actions de maintenance corrective. Ceci est expliqué par le fait que moins nous appliquons des actions de maintenance préventives, plus l'unité M est sujette à des pannes et par conséquent, engendre l'augmentation du nombre moyen de pannes. Les figures 2.14, 2.15 et 2.16, montrent l'influence de la variation du taux service sur le plan de maintenance et son coût total. En effet, plus le taux de service est augmenté, plus l'unité M fonctionne et les cadences de production sont élevées afin de satisfaire la demande du client et par conséquent, la dégradation augmente. Ce qui rend l'unité M sujette à des défaillances plus fréquentes et donc engendre un nombre moyen de pannes trop élevé. Par conséquent, le nombre des actions de maintenance préventive et corrective devient plus important afin de garantir le bon fonctionnement de l'unité.

2.8. Conclusion

Dans ce chapitre, nous nous sommes intéressés à la formulation du problème stochastique de production sous contrainte du taux de service et du rejet carbone. Afin d'optimiser notre problématique, une stratégie séquentielle est proposée. Dans un premier temps, nous avons pu déterminer le plan économique de production ainsi que la quantité du rejet de carbone, pour l'unité de Manufacturing et de Remanufacturing, minimisant ainsi le coût total de production, d'inventaire et de taxe carbone. Afin de faciliter la résolution du problème, cette politique de production se caractérise par la transformation de notre problème stochastique en un problème déterministe. Dans un second temps, nous avons proposé une stratégie optimale de maintenance pour l'unité de Manufacturing en utilisant le plan économique de production obtenu et la corrélation entre le taux de défaillance et la variation des cadences de production. Cette stratégie de maintenance consiste à trouver le nombre optimal des actions de maintenance préventive durant l'horizon de production H tout en minimisant le coût total de maintenance. Dans le chapitre suivant, nous nous intéresserons à une nouvelle stratégie écologique d'optimisation pour notre problématique, en faisant appel à un sous-traitant.

Chapitre 3

Développement d'une politique écologique de production et de maintenance (PEPM) pour une chaine logistique sous contrainte de taxe carbone et de taux de défaillance en faisant appel à une sous-traitance dans le cadre d'un appel d'offres

Dans ce chapitre, nous proposerons une nouvelle politique écologique conjointe de production et de maintenance, qui prend en compte l'aspect écologique d'un problème de prévision d'un système de Manufacturing et Remanufacturing non fiable et sujet à des dégradations.

Comme dans le deuxième chapitre, le système de fabrication étudié est composé de deux unités de Manufacturing et de Remanufacturing produisant un seul type de produits, afin de satisfaire une demande aléatoire sous un niveau de service donné. D'autre part, le système de production génère des émissions nocives pour l'environnement, qui après un seuil d'émission, peut être sanctionné par une taxe environnementale. L'objectif de ce chapitre est de proposer une nouvelle stratégie écologique d'optimisation de la politique de production et de maintenance (PEPM) ; nous ferons appel à une sous-traitance, dans le cadre d'un appel d'offres, afin de satisfaire la demande aléatoire et de réduire la taxe carbone. Dans ce contexte, nous déterminerons le plan économique de production et la stratégie optimale de maintenance pour l'unité de Manufacturing ; nous tiendrons (tenant) compte du plan de maintenance prédéfinie de l'unité de Remanufacturing, et nous définirons les conditions permettant d'obtenir un coût de sous-traitance optimal (PEPM).

3.1. Introduction :

Pour la fabrication industrielle, l'intégration des aspects écologiques et sociaux avec des considérations économiques a plus d'importance dans la prise de décision de gestion de l'entreprise. Cette importance concernera les produits et services proposés par le fabricant et les processus qu'il déploie. Sous cette réalité, une performance écologique joue un rôle important dans les mesures d'efficacité et de performance traditionnelles d'un système de fabrication.
Par conséquent, le système de fabrication utilisera ses stratégies opérationnelles pour résoudre et trouver les solutions aux problèmes de production et de maintenance en s'adaptant aux conditions aléatoires et aux contraintes du marché et en intégrant les préoccupations environnementales. L'aspect environnemental (rejets industriels, émissions de polluants ...) et son influence sur le problème de la maintenance intégrée à la production dans un contexte stochastique dynamique sont ignorés. Dans ce contexte (Bonney et Jaber, 2011) ont montré qu'il manquait des stratégies économiques (production, maintenance…) développées pour satisfaire aux normes et aux exigences en matière de déchets et d'émissions toxiques, tout en maintenant une efficacité économique élevée.
Cependant, le principal problème des systèmes de fabrication est de minimiser les coûts de production et de maintenance grâce à une gestion optimale, tout en respectant les exigences environnementales de plus en plus réglementées par la majorité des pays industrialisés. Ben Salam et al. (2015) ont proposé des politiques de production qui intègrent à la fois des questions économiques et environnementales, en utilisant une politique de points de couverture (HPP : hedging point policy), afin de mieux contrôler le taux de production et les émissions générées.

Dans notre étude, nous nous basons sur les travaux de Hajej et al. (2014) et Ayed et al. (2012). Ils ont proposé un nouveau problème d'optimisation concernant la prévision du plan de production et de maintenance pour satisfaire une demande aléatoire. Afin de satisfaire le client avec un niveau de service donné tout en faisant appel à la sous-traitance, ils ont déterminé les plans optimaux de production des machines principales et sous-traitantes. Ces plans minimisent le coût total de la production, des stocks et de la maintenance sous la contrainte de taux de défaillance, qui dépend à la fois du temps et du taux de production. Hajej et al. (2017) ont élaboré un plan écologique de production et de maintenance pour un système de production soumis à des défaillances aléatoires, en utilisant l'appel au sous-traitant, en cas de dépassement de la limite d'émissions requise par les autorités.
Les travaux mentionnés ci-dessus ont montré les différentes stratégies de contrôle des systèmes de production, mais la prise en compte de l'intégration des aspects environnementaux dans un problème d'optimisation du système de production reste un problème ouvert. C'est pour cela que la combinaison entre l'efficacité économique et les aspects écologiques est devenue une nécessité.
À la lumière de cette réalité, la contribution principale de ce chapitre est de fournir aux décideurs des stratégies de fabrication intégrant à la fois les aspects économiques et écologiques. Ainsi, nous considérons un problème optimal de contrôle de prévision stochastique de production et de maintenance pour un système de fabrication polluant.

L'objectif de ce document est de développer une stratégie optimale écologique de production et de maintenance qui intègre dans notre système la dimension du Remanufacturing et l'aspect environnemental. Nous identifions un compromis entre l'efficacité économique et l'exigence environnementale. Le système est composé de deux machines : une unité de fabrication (manufacturing) et une unité de reconditionnement (remanufacturing) faisant appel à un sous-traitant et considérant le retour de produits. Nous visons à déterminer un plan économique de production et une stratégie optimale de maintenance en nous basant sur le sous-traitant comme une solution pour minimiser la pénalité d'émissions et en tenant compte du fait que le taux de défaillance de la machine principale est corrélé à la production.

Le reste du chapitre est organisé comme suit : sera exposé dans la section 2 le problème de la production stochastique et de la maintenance. Par la suite, la section 3 décrira la formulation du problème de la politique de production et de la stratégie de maintenance. Dans la section 4, une description de l'évolution de la dynamique des systèmes et des politiques de production et de maintenance sera proposée. La stratégie de production et de maintenance écologiques sera aussi présentée dans cette section. La section 5 présentera le modèle d'optimisation et l'approche de résolution proposée. Un exemple numérique et une interprétation des résultats seront établis à la section 6. Enfin, la section 7 conclura le document.

3.2. Problématique Industrielle

3.2.1 Notations

Nous rappelons les différentes notations utilisées dans cette thèse et plus précisément dans ce chapitre :
Δt : période de production
$H.\ \Delta t$: horizon fini de production
$\hat{d}$: moyenne de la demande durant une période k (k=0, 1,…, H).

σ_d: écart type de la variable aléatoire de la demande.

β : pourcentage de produits retournés au deuxième stock w_r.
τ : délai de retour.
θ : probabilité du taux de service
$U_m(k)$: cadence de l'unité de Manufacturing durant la période k (k=0, 1,…, H).
$U_r(k)$: cadence de l'unité de Remanufacturing durant la période k (k=0, 1,…, H).
$U_s(k)$: cadence de l'unité du sous-traitant
w_m(k): niveau du stock principal
w_r(k): niveau du second stock
Cp_m : coût unitaire de l'unité de Manufacturing
Cp_r : coût unitaire de l'unité de Remanufacturing
Cp_s: coût unitaire de l'unité du sous-traitant
C_{sm}: coût unitaire de stockage du stock principal w_m

C_{Sr}: coût unitaire de stockage du stock principal w_r

$Q_m(k)$: quantité de carbone restant à chaque période k pour l'unité M

$Q_r(k)$: quantité de carbone restant à chaque période k pour l'unité R

Q_{cm}: quantité maximale d'émissions de carbone allouées par les autorités pour M

Q_{cr}: quantité maximale d'émissions de carbone allouées par les autorités pour R

X_e: quantité d'émissions nocives générées par un produit fabriqué

Um_{max}: taux de production maximal pour l'unité de fabrication (Manufacturing)

Um_{min}: taux de production minimal pour l'unité de fabrication (Manufacturing)

Ur_{max}: taux de production maximal pour l'unité de Remanufacturing

Ur_{min}: taux de production minimal pour l'unité de Remanufacturing

Tp: durée d'une action de maintenance préventive de l'unité de Remanufacturing

Mp : coût unitaire d'une action de maintenance préventive

Mc : coût unitaire d'une action de maintenance corrective

3.2.2 Description du problème

Le système est composé de deux unités de production (Manufacturing et Remanufacturing). L'unité de Manufacturing traite un seul type de produits pour satisfaire une demande aléatoire à partir d'un stock principal w_1 avec un certain niveau de service donné et pendant un horizon de production fini. La demande est aléatoire et suit une loi normale avec ses paramètres : la moyenne $\hat{d}$ et l'écart type σ_d. À chaque période k, le marché retourne les produits non conformes reçus à la période $(k - \tau/\Delta t)$. Ces produits retournés au deuxième stock w_2 sont proportionnels à la demande $\alpha \cdot d(k - \tau/\Delta t)$. D'autre part, nous présentons une unité de reconditionnement (remanufacturing) qui traite une partie du produit retourné par les clients. Ces deux unités sont sujettes à des pannes aléatoires, des réparations et des activités de maintenance préventive. Rappelons que parmi les caractéristiques du système de fabrication étudié dans cette thèse, des émissions nocives pour l'environnement sont générées par ces deux machines lors de la production. Ces émissions peuvent entraîner des sanctions sous la forme d'une taxe écologique imposée par les autorités compétentes. Une pénalité liée à la taxe sur le carbone sera imposée si les deux unités de Manufacturing et de Remanufacturing dépassent respectivement les limites autorisées Q_{cm} et Q_{cr}. Le système de production peut également faire appel à la sous-traitance afin de répondre à la demande sous un certain niveau de service donné et, simultanément, minimiser la taxe carbone à payer. Du point de vue de la fiabilité, les dégradations de l'unité de Manufacturing et de Remanufacturing sont influencées par la variation du taux de production d'une période à une autre et, par conséquent, les taux de défaillance sont croissants au cours du temps et de l'usage. Comme dans le chapitre 2, nous supposons que la stratégie de maintenance pour les deux unités est périodique. Pour l'unité de Manufacturing, la stratégie de maintenance est caractérisée par des actions de maintenances préventives périodiques avec des réparations minimales et dont le nombre optimal N_m est une variable de décision à déterminer. Pour l'unité

de Remanufacturing, la stratégie de maintenance est prédéfinie et caractérisée par des actions de maintenances préventives N_r qui seront appliquées périodiquement sur des intervalles T_r avec une durée non négligeable notée Tp pour chaque action de maintenance.

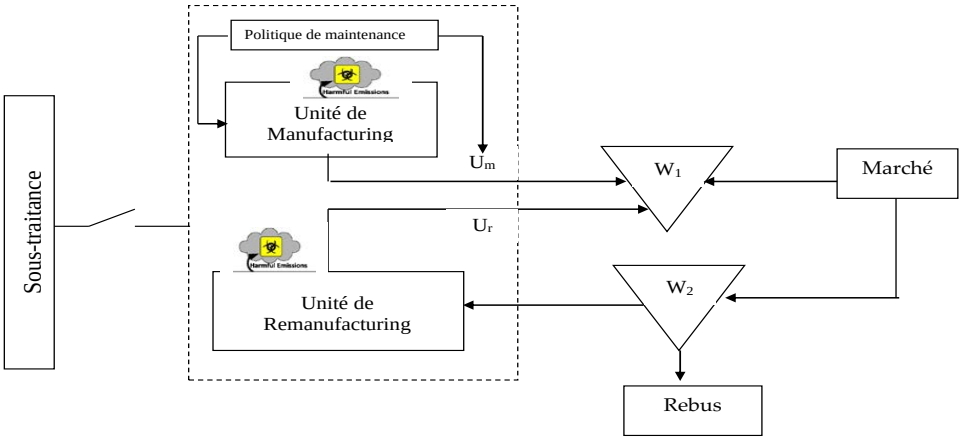


Figure 3.1: Système de production en boucle fermée

L'objectif de cette étude est de mettre en place un compromis important entre les coûts de production, de maintenance et de réduction des émissions de carbone, tout en faisant appel à la sous-traitance dans le cadre d'un appel d'offres. Le coût Cps doit être fixé à partir d'une politique d'optimisation, appelée politique écologique de production et de maintenance (PEPM), dont la référence est la solution d'achat de crédits carbone, en payant les pénalités Cc.

La question principale à résoudre dans notre problématique est : Quel sera le coût de la sous-traitance Cps afin de respecter l'optimisation (PEPM) ? Rappelons qu'en dehors des pénalités pour la taxe carbone sur la production, il y a aussi la dégradation des équipements de production qu'il faut prendre en considération, sachant qu'elle est liée aux cadences de production.

3.3. Modèle du problème stochastique

Nous rappelons que dans notre étude, l'horizon de production est divisé également en H périodes. Chaque période est notée par k, k = {1,2, .. H}. La variable de demande d(k) est considérée comme étant une composante stochastique du système d'équations d'équilibre des stocks. En particulier, l'évolution de la demande sur les périodes suit une distribution normale où les variables aléatoires indépendantes d(k) ont une moyenne $E\left(d_k\right)=\hat{d}_k$ et une variance invariante dans le temps $Var\left(d_k\right)=\sigma_d^2$. Il convient de souligner que ce processus peut être utilisé dans la pratique pour représenter les demandes de produits déterminées par un dispositif de prévision préalable ou même à partir de données historiques relatives aux commandes des

clients. D'autre part, nous avons considéré que la demande est satisfaite à la fin de chaque période.

L'idée est de minimiser le coût total de production, de stockage, de Remanufacturing et de sous-traitance durant un horizon fini. La demande doit être satisfaite à la fin de chaque période de production. Concernant la maintenance de l'unité de Remanufacturing, nous considérons une stratégie périodique de maintenance avec réparation minimale et dans laquelle les actions de maintenance préventive sont appliquées périodiquement à chaque intervalle $h.Tr$ h={1,2,…Nr}. La durée de chaque action de maintenance préventive de l'unité de Remanufacturing n'est pas négligeable et égale à $tp = y \times \Delta t$ avec y suivant une distribution uniforme des paramètres a et b . La durée d'une action de maintenance préventive de l'unité de Remanufacturing ne peut pas dépasser la même période de production k où l'action de maintenance a commencé. (Figure 3.2).

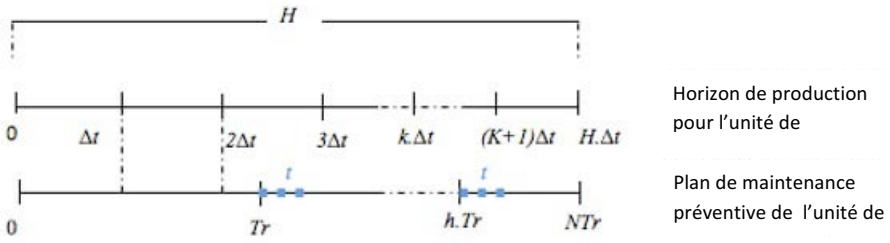


Figure 3.2: Maintenance préventive pour l'unité de Remanufacturing durant l'horizon de production

3.3.1 Politique de production

Ce type de problème peut être formulé comme un problème de contrôle optimal stochastique sous contrainte de niveau de service. Pour le système de fabrication considéré ($w_m(k)$, $U_m(k)$) et ($w_r(k)$, $U_r(k)$) désignent le niveau de stock et le taux de production, respectivement, pour l'unité de Manufacturing et de Remanufacturing.

Pour toute période spécifique, l'état du système est caractérisé par une composante continue décrivant le niveau cumulatif de stock durant chaque période k. Par conséquent, le niveau des stocks à la période k + 1 est dépendant du niveau de stocks de la période précédente et de la quantité de produits ainsi que de la quantité de demandes.

L'équation (1) présente le niveau de stock du stock principal $w_m(k)$ à la période k + 1. Elle est égale au niveau de stock de la période précédente k plus la quantité de produits fabriqués par l'unité de Manufacturing à la période k et la quantité de produits générés par l'unité de Remanufacturing à la période k, en tenant compte de son état (en maintenance ou non) caractérisé par la variable binaire b_k , moins la demande à la période k.

Pour chaque période k, le comportement dynamique du niveau d'inventaire de stock principal w_m(k) est donné par l'équation suivante :

$$w_m(k+1) = w_m(k) + [U_m(k)] + \left[\left((1-b_k)\times U_r(k) + b_k \times(1-y)\times U_r(k)\right)\right]\text{-d}(k) \quad \textbf{(3.1)}$$

$$k = \{1, 2....., H-1\}$$

$$b_k = \begin{cases} 1 & if\ k = \lfloor h\times x \rfloor\ \forall\ h \in \{1, \dots, \left\lfloor \frac{H}{x} \right\rfloor} \\ 0 & si\ non \end{cases}$$

En outre, les produits retournés par le client (α) après une période $\tau/\Delta t$ et rejetés, β car ne pouvant pas être retraités, sont stockés dans un deuxième stock $w_r(k)$ donné par l'équation suivante :

$$w_r(k+1) = w_r(k) - \left[\left((1-b_k)\times U_r(k) + b_k \times(1-y)\times U_r(k)\right)\right] + \alpha\times d\left(k - \tau/\Delta t\right)\times(1-\beta)$$

$$k = \{1, 2....., H-1\} \quad \textbf{(3.2)}$$

Le niveau de service, caractérisé par une contrainte probabiliste liée à l'inventaire, est pris comme une contrainte imprévue (chance contrainte). L'incertitude sur la fluctuation de la demande rend la première contrainte de l'équation du niveau du stock, aléatoire. Par conséquent, les variables d'inventaire et de production sont stochastiques et leurs statistiques dépendent des fonctions de distribution probabilistes de la demande. Ceci explique l'utilisation de la contrainte probabiliste (3). Une telle contrainte peut également être utile pour aider le gestionnaire à analyser divers scénarios et situations de production. Par exemple, en faisant varier la valeur de l'indice probabiliste in (3), le responsable peut analyser diverses politiques de stockage et espérer ainsi améliorer la satisfaction de la clientèle.

Formellement, la contrainte de niveau de service pour chaque période est présentée comme suit :

$$\text{Prob}\left[w_m\left(k+1\right) \geq 0\right] \geq \theta \text{ with } k \in \{0,1,...,H-1\} \quad \textbf{(3.3)}$$

La contrainte de capacité de chaque unité de Manufacturing et de Remanufacturing prend en compte la consommation de crédit carbone. Soit Bc (k) l'indicateur de carbone de chaque période *k* exprimé en tant que variable binaire, le taux de production de chaque unité à la période *k* ne peut pas dépasser le taux de production maximal donné si l'indicateur de carbone est égal à 1. Dans le cas où la quantité consommée pour les crédits de carbone à la période *k* est supérieure à 0, l'indicateur de carbone est égal à 0.

Le taux de production à un moment donné doit satisfaire la contrainte de capacité du système, donnée par l'équation :

$$\begin{cases} 0 \le U_m(k) \le Um_{\max} \cdot B_c(k) \\ 0 \le U_r(k) \le Ur_{\max} \cdot B_c(k) \end{cases} \quad \textbf{(3.4)}$$

$$avec \quad B_c(k) = \begin{cases} 1 \quad si \quad Q_c(k) > 0 \\ 0 \quad si \quad Q_c(k) \le 0 \end{cases} \qquad B_c(k) : \text{Indicateur } de \text{ carbone}$$

Lors du Manufacturing et du Remanufacturing des produits avec des taux variables de production $U_m(k)$ et $U_r(k)$, le système est obligé d'émettre une quantité de polluants nocifs pour chaque pièce produite. D'autre part, le système de fabrication dans cette étude doit être conforme aux normes et règles prévues pour chaque période de référence *j*. Si la quantité d'émissions ou la consommation de carbone dépasse un niveau standard fixé par les autorités compétentes, la quantité excédentaire est pénalisée d'un coût pour l'environnement (**Jaber et al. 2013**). À la fin de la période de référence, le compteur d'émissions est remis à zéro.

Par conséquent, les quantités de carbone restantes à la période $j.\Delta t$ pour l'unité de Manufacturing et de Remanufacturing sont données par les équations suivantes :

$$Q_m(j) = Q_m(0) - \sum_{k=1}^{j} U_m(k) \cdot \Delta t \cdot X \text{ avec } \begin{cases} Q_m(0) = Q_c^m(0) \cdot H/Lm & si \ H/Lm \ge 1 \\ Q_m(0) = Q_c^m(0) & si \ H/Lm < 1 \end{cases}$$

$$Q_r(j) = Q_r(0) - \sum_{k=1}^{j} \left((1-b_k) \times U_r(k) + b_k \times (1-y) \times U_r(k) \right) \cdot \Delta t \cdot X \text{ avec } \begin{cases} Q_r(0) = Q_c^r(0) \cdot H/Lr & si \ H/Lr \ge 1 \\ Q_r(0) = Q_c^r(0) & si \ H/Lr < 1 \end{cases}$$

(3.5)

Avec :

$Q_c^m(0)$: quantité de crédits carbone (quantité d'émissions) alloués pour la période *Lm* par les autorités pour l'unité de Manufacturing.

$Q_c^r(0)$: quantité de crédits carbone (quantité d'émissions) alloués pour la période *Lr* par les autorités pour l'unité de Remanufacturing.

X_e : quantité d'émissions nocives générées par un produit manufacturé ou remanufacturé (un article).

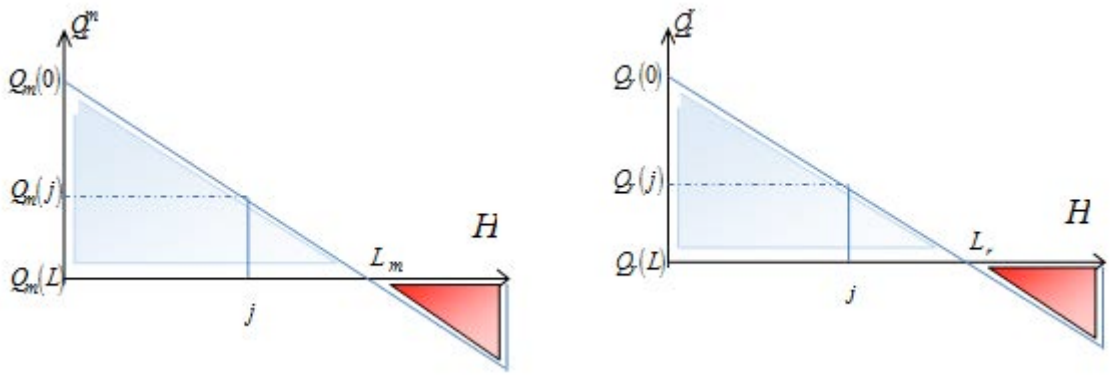


Figure 3.3: Évolution de la quantité de carbone à l'horizon H

- Coût de production et de stockage

Nous rappelons que dans cette étude, l'horizon de production est divisé également en *H* périodes. Chaque période est notée par *k*, *k* = {1,2, .. *H*}. Pour chaque période k, nous calculons le coût des stocks en fonction du niveau de stock pour les deux unités $w_m(k)$ et $w_r(k)$ et en nous basant sur le modèle HMMS qui utilise une fonction de coût quadratique permettant de pénaliser à la fois les excédents et les pénuries au niveau des stocks. La fonction de coût est donnée par l'équation suivante :

$$C_{hold}(k) = C_{hm} \times E[w_m(k)]^2 + C_{hr} \times E[w_r(k)]^2$$

Où E{ } désigne l'opérateur d'espérance mathématique.
De même pour le coût de production des unités de Manufacturing et de Remanufacturing pour chaque période, qui est donnée par l'équation suivante :

$$C_{prod}(k) = C_{pm} \times [U_m(k)]^2 + C_{pr} \times [(1 - b_k) \times U_r(k) + b_k \times (1 - y) \times U_r(k)]^2$$

Où C_{pm} et C_{pr} Est le coût unitaire du Manufacturing et du Remanufacturing.

Durant l'horizon fini H, la fonction du coût total de production et de stockage pour les deux unités est exprimée comme suit :

$$C_T = C_{hm} \times E[w_m(H)]^2 + \sum_{k=1}^{H-1} [C_{hm} \times E[w_m(k)]^2 + C_{pm} \times [U_m(k)]^2] + C_{hr} \times E[w_r(H)]^2 + \sum_{k=1}^{H-1} [C_{hr} \times E[w_r(k)]^2 + C_{pr} \times [(1 - b_k) \times U_r(k) + b_k \times (1 - y) \times U_r(k)]^2]$$

(3.6)

3.3.2 Politique de maintenance

Rappelons que la stratégie de maintenance adoptée est une stratégie de maintenance préventive avec réparation minimale. Celle-ci concerne seulement l'unité principale de Manufacturing puisque le planning pour l'unité de Remanufacturing est déjà prédéfini. L'unité de Manufacturing du système étudié est sujette à des pannes aléatoires, des actions de réparation et des activités de maintenance. Sur un horizon fini de production $H.\Delta t$ qui est divisé en N intervalles égaux de durée T_m, une action de maintenance préventive parfaite est appliquée à chaque instant $h.T$ (h = 1,2,…., N_m), pour restaurer le taux de défaillance à son état initial et rendre le système à son état neuf (As Good As New). Lorsque l'unité de Manufacturing tombe en panne entre des opérations successives de maintenance préventive parfaite, une action de maintenance corrective avec réparation minimale est effectuée. Ce type de réparation minimale rétablit le système dans le même état qu'avant la défaillance (As Bad As Old), car la maintenance corrective n'a aucune influence sur l'état de dégradation du système. Nous supposons que les durées de réparation et de maintenance parfaite sont négligeables. La corrélation entre la dégradation du système et le taux de production est établie par l'augmentation du taux de défaillance en fonction du temps et du taux de production (**Hajej et al. 2010**). L'objectif de la stratégie de maintenance est de déterminer le plan optimal de maintenance caractérisé par le nombre optimal des actions de maintenance préventive N_m* durant l'horizon de production H.Δt.

Formellement, le coût de maintenance de l'unité de Manufacturing est exprimé comme suit :

$$C_{Mm}(U_m, N_m) = M_p \cdot (N_m - 1) + M_c \cdot \varphi(U_m, N_m) \qquad \textbf{(3.7)}$$

Avec :

$\varphi(U_m, N)$ le nombre moyen des pannes durant l'horizon [0, H.Δt]

3.4. Stratégie écologique de production et de maintenance

Dans cette section, nous présentons une stratégie commune d'optimisation de la production et de la maintenance dans un contexte écologique. Le contrôle du système de production dans cette étude confrontera la gestion d'un compromis entre les coûts d'émission (taxe sur le carbone), de production, d'inventaire et de maintenance. Le principe de cette stratégie est de proposer une solution qui permet de donner une partie de la production au sous-traitant, mais à condition que le coût de la sous-traitance soit plus économique que le coût de la taxe carbone a payé, si nous avions à produire cette quantité de production. Cette décision ne peut être prise indépendamment du coût des stocks et du coût de maintenance, car, lorsque nous sous-traitons une partie de la production (Manufacturing et Remanufacturing), nous minimisons les coûts de stockage et de maintenance. L'objectif de cette stratégie est de déterminer la quantité de production qui sera confiée à la sous-traitance, afin d'éviter de payer davantage de taxe sur le carbone et de déterminer le prix de sous-traitance économique, pour, en dernier lieu, minimiser le coût total. Dans ce cas, nous avons déterminé la quantité de consommation de carbone dépassant la quantité de crédits de carbone alloué par les autorités, pour l'unité de Manufacturing et de Remanufacturing ; pour ce faire, nous avons calculé respectivement la différence entre $Q_c^m(0)$ et la quantité consommée à la fin de l'horizon fini de production H.Δt qui est égale à $Q_m(H)$ et entre $Q_c^r(0)$ et $Q_r(H)$. Par la suite, nous avons considéré deux coûts C1 et C2. Premièrement, le coût (C1) est la somme des coûts non liés à la politique de production et de maintenance écologiques $C(\overline{\text{PEPM}})$, où nous avons pris en compte uniquement les coûts de production, de stocks et de maintenance (sans le coût de taxe carbone et sans le coût de sous-traitance), ainsi que le coût de la taxe sur le carbone. Le deuxième coût (C2) correspond au coût en cas de non-application de la politique de production et de maintenance écologique $C(\overline{\text{PEPM}})$ plus le coût de sous-traitance, moins les coûts de production, de stocks et de maintenance correspondant aux quantités de consommation de carbone pour le Manufacturing et le Remanufacturing dépassant respectivement $Q_c^m(0)$ et $Q_c^r(0)$ (à supprimer lors de l'appel du sous-traitant). Cette politique est un engagement qui considère la détermination d'une condition analytique en comparant les deux coûts et en fixant une limite spécifique de coût de sous-traitance à partir de laquelle nous obtenons un coût total optimal sous les aspects écologiques.

Remarque :

Nous avons considéré que le coût de maintenance pour l'unité de Remanufacturing est fixé dès le début de la production puisque son planning de maintenance est déjà prédéfini et considéré comme une hypothèse. Mais nous pouvons, dans d'autres cas, intégrer et étudier l'influence du coût de maintenance de l'unité de Remanufacturing sur la stratégie écologique en considérant l'influence des taux de production de l'unité de Remanufacturing sur sa dégradation ainsi que sur le nombre moyen de pannes et sur le planning de maintenance.

Formellement, nous supposons que:

$C\left(\overline{\text{PEPM}}\right)$: le coût sans considérer la politique écologique de production et de maintenance pour les unités de Manufacturing et de Remanufacturing.

$\overline{C_{Mm}\left(U_m, N_m\right)}$: le coût de maintenance à retirer de $C_{Mm}\left(U_m, N_m\right)$ pour l'unité de Manufacturing lorsqu'on fait appel au sous-traitant.

$\overline{C_{Mr}\left(U_r, N_r\right)}$: le coût de maintenance à retirer de $C_{Mr}\left(U_r, N_r\right)$ pour l'unité de Remanufacturing lorsqu'on fait appel au sous-traitant.

Avec :

Le premier coût (C1), où nous avons considéré le coût de la taxe sur le carbone sans considérer le coût du sous-traitant, est donné par l'équation suivante :

$$C_1 = C\left(\overline{\text{PEPM}}\right) + \Delta Q_{cm}.Cc_m + \Delta Q_{cr}.Cc_r \tag{3.8}$$

Avec Cc_m : le coût de la pénalité d'émissions (taxe carbone) pour l'unité de Manufacturing

Cc_r : le coût de la pénalité d'émissions (taxe carbone) pour l'unité de Remanufacturing

Et ΔQ_c et ΔQ_{cr} sont la quantité de consommation de carbone dépassant la quantité de crédits de carbone alloué par les autorités :

$$\begin{aligned} \Delta Q_{cm} &= Q_c^m\left(0\right) - Q_m\left(H\right) \\ \Delta Q_{cr} &= Q_c^r\left(0\right) - Q_r\left(H\right) \end{aligned} \tag{3.9}$$

Le deuxième coût (C2), où nous avons considéré le sous-traitant :

$$\begin{aligned} C_2 = C\left(\overline{\text{PEPM}}\right) - \overline{C_{Mm}\left(U_m, N_m\right)} - \overline{C_{Mr}\left(U_r, N_r\right)} - C_{pm}\cdot\Delta_{pm} - C_{hm}\cdot\sum_{j=\Delta_{pmD}}^{\Delta_{pmF}} E\left\{w_m\left(j\right)\right\} + C_{ps}\cdot\Delta_{pm} \\ - C_{pr}\cdot\Delta_{pr} + C_{ps}\cdot\Delta_{pr} \end{aligned} \tag{3.10}$$

Avec Δ_{pmD} : la période de production correspondante aux périodes où nous commençons la sous-traitance.

Δ_{pmF} : la période de production correspondante aux périodes où nous finirons la sous-traitance

À partir de l'équation (9), nous pouvons déterminer la quantité de produits Δ_{pm} pour l'unité de Manufacturing et Δ_{pr} pour l'unité de Remanufacturing exprimée comme suit:

$$\Delta_{pm} = \left(Q_c^m\left(0\right) - Q_m\left(H\right)\right) \Big/ X_e$$

$$\Delta_{pr} = \left(Q_c^r(0) - Q_r(H)\right) \Big/ X_e \qquad \textbf{(3.11)}$$

Rappelons que X_e est la quantité d'émissions nocives générées par un produit de l'unité de Manufacturing ou de Remanufacturing.

Le coût de la sous-traitance C_{pS} , qui permet de respecter l'optimisation PEPM, est donné par le lemme suivant :

Lemme 1 :

$$C_2 - C_1 \le 0 \Rightarrow C_{ps} \le \frac{\left(\begin{array}{l}\overline{C_{Mm}(U_m, N_m)} + \overline{C_{Mr}(U_r, N_r)} + \left(C_{pm}\cdot\Delta_{pm} + C_{pr}\cdot\Delta_{pr}\right) \\ + \left(C_{hm}\cdot\sum_{j=\Delta_{pmD}}^{\Delta_{pmF}} E\{w_m(j)\}\right) + \left(\Delta Q_{cm}.Cc_m + \Delta Q_{cr}.Cc_r\right)\end{array}\right)}{\left(\Delta_{pr} + \Delta_{pm}\right)} \qquad \textbf{(3.12)}$$

Preuve :

$$C_1 = C\left(\overline{\text{PEPM}}\right) + \Delta Q_{cm}.Cc_m + \Delta Q_{cr}.Cc_r$$

$$C_2 = C\left(\overline{\text{PEPM}}\right) - \overline{C_{Mm}(U_m, N_m)} - \overline{C_{Mr}(U_r, N_r)} - C_{pm}\cdot\Delta_{pm} - C_{hm}\cdot\sum_{j=\Delta_{pmD}}^{\Delta_{pmF}} E\{w_m(j)\} + C_{ps}\cdot\Delta_{pm} - C_{pr}\cdot\Delta_{pr} + C_{ps}\cdot\Delta_{pr}$$

$$C_2 - C_1 < 0$$

$$C\left(\overline{\text{PEPM}}\right) - \overline{C_{Mm}(U_m, N_m)} - \overline{C_{Mr}(U_r, N_r)} - C_{pm}\cdot\Delta_{pm} - C_{hm}\cdot\sum_{j=\Delta_{pmD}}^{\Delta_{pmF}} E\{w_m(j)\} + C_{ps}\cdot\Delta_{pm} - C_{pr}\cdot\Delta_{pr} + C_{ps}\cdot\Delta_{pr} - C\left(\overline{\text{PEPM}}\right) - \Delta Q_{cm}.Cc_m - \Delta Q_{cr}.Cc_r \le 0$$

$$C_{ps}\cdot\left(\Delta_{pr} + \Delta_{pm}\right) \le \overline{C_{Mm}(U_m, N_m)} + \overline{C_{Mr}(U_r, N_r)} + C_{pm}\cdot\Delta_{pm} + C_{hm}\cdot\sum_{j=\Delta_{pmD}}^{\Delta_{pmF}} E\{w_m(j)\} + C_{pr}\cdot\Delta_{pr} + \Delta Q_{cm}.Cc_m + \Delta Q_{cr}.Cc_r$$

$$C_{ps} \le \frac{\begin{array}{l}\overline{C_{Mm}(U_m, N_m)} + \overline{C_{Mr}(U_r, N_r)} + \left(C_{pm}\cdot\Delta_{pm} + C_{pr}\cdot\Delta_{pr}\right) \\ + C_{hm}\cdot\sum_{j=\Delta_{pmD}}^{\Delta_{pmF}} E\{w_m(j)\} + \left(\Delta Q_{cm}.Cc_m + \Delta Q_{cr}.Cc_r\right)\end{array}}{\left(\Delta_{pr} + \Delta_{pm}\right)}$$

3.5 Modèle analytique d'optimisation

Le but principal de cette section est de proposer un modèle d'optimisation permettant de minimiser le coût total sur l'horizon fini H.Δt et de présenter une nouvelle méthode pour résoudre ce modèle. La transformation du problème stochastique défini ci-dessus en un problème déterministe équivalent facilite la résolution de notre problème stochastique séquentiel sous contraintes.

3.5.1 Problème déterministe équivalent

Rappelons que la variable de demande $d(k)$ est normalement distribuée avec une moyenne $E\left(d\left(k\right)\right)=d(k)$ et un écart type connus σ_d pour chaque période k et que les variables d'inventaire $w_m(k)$ et $w_r(k)$ Sont décrites statistiquement, respectivement par ses moyennes $E\left(w_m\left(k\right)\right)=w_m(k)$ et $E\left(w_r\left(k\right)\right)=w_r(k)$, ses variances $E\left(\left(w_m\left(k\right)-w_m(k)\right)^2\right)=Var\left(w_m\left(k\right)\right)$ et $E\left(\left(w_r\left(k\right)-w_r(k)\right)^2\right)=Var\left(w_r\left(k\right)\right)$.

Puisque $U_m(k)$ and $U_r(k)$ sont constants pour chaque période de production Δt, nous avons $U_m(k)=E\left(U_m\left(k\right)\right)=U_m(k)$ and $U_r(k)=E\left(U_r\left(k\right)\right)=U_r(k)$, $Var\left(U_m\left(k\right)\right)=0$ et $Var\left(U_r\left(k\right)\right)=0$ de même que les équations d'équilibre pour les deux stocks sont données par les équations suivantes :

$$\widehat{w}_m(k+1)=\widehat{w}_m(k)+[U_m(k)]+\left[\left((1-b_k)\times U_r(k)+b_k\times(1-y)\times U_r(k)\right)\right]\text{-}\hat{\mathrm{d}}(k)$$

$$\widehat{w}_r(k+1)=\widehat{w}_r(k)\text{-}U_r(k)+\alpha\times\hat{d}\left(k\text{-}{}^{\tau}/_{\Delta t}\right)\times(1-\beta)$$

(3.13)

- Fonction de coût de production et d'inventaire

Nous avons établi que $V_{w_m}(k)=E\{w_m(k)^2\}\text{-}\widehat{w}_m(k)^2$ et $V_{w_r}(k)=E\{w_r(k)^2\}\text{-}\widehat{w}_r(k)^2$. En supposant que l'écart type σ_D soit constant pour chaque période de production k et égal à σ et $V_{w_m}\left(k=0\right)=0$, $V_{w_r}\left(k=0\right)=0$, nous avons obtenu :

D'une part,

$$V_{w_m}(k) = k \times \sigma^2$$

$$E\{w_m(k)^2\} = k \times \sigma^2 + \hat{w}_m(k)^2 \quad \textbf{(3.14)}$$

Et d'autre part,

$$V_{W_r}(k) = k \times \alpha^2 \times (1-\beta)^2 \times \sigma^2$$

$$E\left\{w_r(k)^2\right\} = k \times \alpha^2 \times (1-\beta)^2 \times \sigma^2 + \hat{w}_r(k)^2 \quad \textbf{(3.15)}$$

Substituant les relations (3.14) et (3.15) dans le coût total de production et des stocks, nous avons obtenu la fonction déterministe équivalente suivante :

$$Min\ C_T = Min \left\{ \begin{array}{l} C_{hm} \times \left(\hat{w}_m(H)^2\right) \\ + \sum_{k=1}^{H-1} \left[C_{pm} \times P_m(k)^2 + C_{hm} \times \left(k \times \sigma^2 + \hat{w}_m(k)^2\right)\right] \\ + \sum_{k=1}^{H} \left[C_{hr} \times \left(k \times \sigma^2\right)\right] \\ + C_{hr} \times \left(\hat{w}_r(H)^2\right) \\ + \sum_{k=1}^{H-1} \left[C_{pr} \times \left[P_r(k)\right]^2 + C_{hr} \times \left(k \times \alpha^2 \times (1-\beta)^2 \times \sigma^2 + \hat{w}_r(k)^2\right)\right] \\ + \sum_{k=1}^{H} \left[C_{hr} \times \left(k \times \alpha^2 \times (1-\beta)^2 \times \sigma^2\right)\right] \end{array} \right\}$$

(3.16)

Où $\hat{w}_m(k)$ et $\hat{w}_r(k)$ représentent les niveaux moyens des stocks à la fin de la période k.

- Contrainte du niveau de service

Nous avons transformé la contrainte de niveau de service stochastique vers une forme déterministe en spécifiant une certaine quantité de production cumulée et minimale en fonction des exigences du niveau de service.

À partir de l'expression analytique de la variance de variable d'inventaire définie dans l'équation (3.14), la variable aléatoire d'inventaire $w_m(k)$ est exprimée par la relation suivante :

$$w_m(k) = w_m(k) + \varepsilon_k \times \sqrt{V_{w_m}(k)} \quad \Leftrightarrow \quad w_m(k) = w_m(k) + \varepsilon_k \times \sqrt{k} \times \sigma$$

(3.17)

Où ε_k suit la loi normale centrée réduite N(0,1).

La contrainte déterministe du niveau de service (3.3) est exprimée comme suit :

$$[U_m(k)] + \left[\left((1-b_k)\times U_r(k) + b_k \times (1-y)\times U_r(k)\right)\right] \geq \sqrt{(k+1)}\times\sigma\times\varphi^{-1}(\theta) + \hat{d}(k) - \hat{w}_m(k)$$

$$k \in \{0,1,...,H-1\}$$

(3.18)

φ : fonction de distribution cumulative de la loi normale avec la moyenne μ=0 et l'écart type σ=1.

- Fonction du coût de maintenance

L'objectif de la stratégie de maintenance pour l'unité de Manufacturing est de déterminer le plan optimal de maintenance caractérisé par le nombre optimal des actions de maintenance préventive N_m et l'intervalle entre deux actions de maintenance préventive T_m , donné par la relation suivante :

$$T_m^* = \frac{H}{N_m^*} \qquad \textbf{(3.19)}$$

Rappelons que l'expression analytique du coût de maintenance définie dans l'équation (3.7) est :

$$C_{Mm}(U_m, N_m) = M_p \cdot (N_m - 1) + M_c \cdot \varphi(U_m, N_m)$$

Le taux de défaillance de l'unité de Manufacturing s'accroit à chaque période de production en fonction du taux de production. Le taux de défaillance dans chaque intervalle k est exprimé comme suit :

$$\lambda_{k,j}(t) = \lambda_{k-1,j}(\Delta t) + \frac{U_{m,j}(k)}{U_{m\max}} \times \lambda_n(t) \quad \forall t \in [0, \Delta t] \text{ et } \forall j \in [0,1,....,N_m]$$

(3.20)

Avec j : l'intervalle des actions de maintenance

Et $\lambda_{k,j=0} = \lambda_{0,j}$.

$\lambda_n(t)$: est le taux de défaillance nominal correspondant au taux de défaillance de l'unité de Manufacturing lorsqu'il travaille avec son taux maximal de production durant tout l'horizon H.Δt.

Nous pouvons simplifier l'expression du taux de défaillance comme suit :

$$\lambda_{k,j}(t) = \lambda_{0,j} + \sum_{l=1}^{k-1} \frac{U_{m,j}(l)}{U_{m\max}} \lambda_n(\Delta t) + \frac{U_{m,j}(k)}{U_{m\max}} \lambda_n(t) \ \ with \ t \in [0, \Delta t] \quad \textbf{(3.21)}$$

Supposons que In : désigne la partie entière de (.). Alors le nombre moyen de pannes sur l'horizon H.Δt est :

$$\varphi_M(U_m, N_m) = \sum_{j=0}^{N_m-1} \left[\sum_{i=In\left(j\times\frac{T_m}{\Delta t}\right)+1}^{In\left((j+1)\times\frac{T_m}{\Delta t}\right)\Delta t} \int_0 \lambda_{i,j}(t) + \int_0^{(j+1)\times T_m - In\left((j+1)\times\frac{T_m}{\Delta t}\right)\times\Delta t} \lambda_{In\left((j+1)\times\frac{T_m}{\Delta t}\right)+1,j}(t)dt \right.$$
$$\left. + \int_0^{\left(In\left((j+1)\times\frac{T_m}{\Delta t}\right)+1\right)\times\Delta t-(j+1)\times T_m} \frac{\left(U_m\left(In\left((j+1)\times\frac{T_m}{\Delta t}\right)+1\right)\right)}{U_{m\max}} \times \lambda_n(t)dt \right] \quad \textbf{(3.22)}$$

Par conséquent, nous remplaçons $\lambda_i(t)$ dans l'expression (3.22) :

$$\varphi_M(U_m, N_m) = \sum_{j=0}^{N-1} \left(\begin{array}{l} \left(In\left((j+1)\times\frac{T}{\Delta t}\right) - In\left(j\times\frac{T}{\Delta t}\right) - 1\right)\times\Delta t\times\lambda_{0,j}(t_0) + \\ \sum_{i=In\left(j\times\frac{T}{\Delta t}\right)+1}^{In\left((j+1)\times\frac{T}{\Delta t}\right)\Delta t} \int_0 \left(\sum_{l=In\left(j\times\frac{T}{\Delta t}\right)+1}^{i-1} \frac{U_{m,j}(l)}{U_{m\max}} \cdot \lambda_n(\Delta t) \right) dt + \sum_{i=In\left(j\times\frac{T}{\Delta t}\right)+1}^{In\left((j+1)\times\frac{T}{\Delta t}\right)\Delta t} \int_0 \frac{U_{m,j}(i)}{U_{m\max}} \cdot \lambda_n(t)dt + \\ \int_0^{(j+1)\times T - In\left(\frac{(j+1)\times T}{\Delta t}\right)\times\Delta t} \left(\sum_{l=In\left(j\times\frac{T}{\Delta t}\right)+1}^{In\left(\frac{(j+1)\times T}{\Delta t}\right)} \frac{U_{m,j}(l)}{U_{m\max}} \cdot \lambda_n(\Delta t) \right) dt + \int_0^{(j+1)\times T - In\left(\frac{(j+1)\times T}{\Delta t}\right)\times\Delta t} \frac{U_{m,(j+1)}\left(In\left(\frac{(j+1)\times T}{\Delta t}\right)+1\right)}{U_{m\max}} \cdot \lambda_n(t)dt \\ + \frac{U_{m,(j+1)}\left(In\left(\frac{(j+1)\cdot T}{\Delta t}\right)+1\right)}{U_{m\max}} \times \int_0^{\left(In\left((j+1)\times\frac{T}{\Delta t}\right)+1\right)\times\Delta t-(j+1)\times T} \lambda_n(t)\,dt \end{array} \right)$$

Nous remplaçons $T_m = H/N_m$:

$$\varphi_M\left(U_m, N_m\right) = \sum_{j=0}^{N_m-1} \left(\begin{array}{l} \left(In\left((j+1)\times \frac{H}{N\cdot\Delta t} \right) - In\left(j\times \frac{H}{N\cdot\Delta t} \right) - 1 \right) \times \Delta t \times \lambda_0\left(t_0\right) + \\ \frac{\lambda_0\left(\Delta t\right)\times\Delta t}{U_{m\max}} \times \sum_{i=In\left(j\times\frac{T_m}{\Delta t}\right)+1}^{In\left((j+1)\times\frac{H}{N\cdot\Delta t}\right)} \sum_{l=In\left(j\times\frac{T_m}{\Delta t}\right)+1}^{i-1} U_{m,j}(l)\,dt \quad + \quad \frac{1}{U_{m\max}} \cdot \sum_{i=In\left(j\times\frac{H}{N\cdot\Delta t}\right)+1}^{In\left((j+1)\times\frac{H}{N\cdot\Delta t}\right)} \int_0^{\Delta t} U_{m,j}(i)\cdot\lambda_n\left(t\right)dt + \\ \sum_{l=In\left(j\times\frac{T_m}{\Delta t}\right)+1}^{In\left(\frac{(j+1)\times H}{N\cdot\Delta t}\right)} \frac{U_{m,j}(l)}{U_{m\max}} \cdot \lambda_n\left(\Delta t\right) \cdot \left((j+1)\times\frac{H}{N_m} - In\left(\frac{(j+1)\times H}{N_m\cdot\Delta t}\right)\times\Delta t \right) \\ + \int_0^{(j+1)\times\frac{H}{N}-In\left(\frac{(j+1)\times H}{N\cdot\Delta t}\right)\times\Delta t} \frac{u_{\left(In\left(\frac{(j+1)\times T_m}{\Delta t}\right)+1\right),(j+1)}}{U_{m\max}} \cdot \lambda_n\left(t\right)dt \\ + \frac{u_{\left(In\left(\frac{(j+1)\times T_m}{\Delta t}\right)+1\right),(j+1)}}{U_{m\max}} \times \int_0^{\left(In\left((j+1)\times\frac{T_m}{\Delta t}\right)+1\right)\times\Delta t-(j+1)\times T_m} \lambda_n\left(t\right)\,dt \end{array} \right) \quad \textbf{(3.23)}$$

3.5.2 Optimisation écologique de la production et de maintenance

Afin de définir dans l'offre un coût minimal de sous-traitance C_{ps}, le but est de minimiser les coûts de maintenance $\overline{C_{Mm}\left(U_m, N_m\right)}$ $\overline{C_{Mr}\left(U_r, N_r\right)}$; ceux-ci disparaissent au moment où nous appelons la sous-traitance et ils dépendent du nombre de défaillances corrélées aux taux de production ($U_m(k)$, $U_r(k)$) pour chaque période k. L'appel à la sous-traitance consistera en une optimisation de la charge concernant les cadences de production, afin de minimiser le nombre de défaillances et, par conséquent, la partie de coûts de maintenance à soustraire du coût global, si la quantité est affectée à la sous-traitance.

La répartition dans la sous-traitance se fait selon la logique suivante: $\underset{U-->S}{Min}\ \overline{C(N,U)}$

Rappelons que pour l'unité de Remanufacturing, le nombre des actions de maintenance N_r* et l'intervalle Tr* sont déjà définis au début de la production. Dans ce cas, la stratégie consiste à déterminer le nombre optimal d'actions de maintenance préventive N_m* et l'intervalle optimal entre deux actions de maintenance successives T_m*. Ensuite, pour chaque unité, nous calculons le nombre moyen de défaillances pour chaque intervalle ([0, T_m], [T_m, 2.T_m],… .. [(N_m-1) T_m, N_m.T_m)] pour l'unité de Manufacturing avec $N_m.T_m = H$ et ([0, T_r], [T_r, 2.T_r],… .. [(N_r-1).T_r, N_r.T_r)] pour l'unité de Remanufacturing avec $N_r.T_r = H$. Dans cette stratégie, nous avons essayé de comparer les résultats du coût minimal de sous-traitance C_{ps} de deux propositions en envoyant les quantités de production Δ_{pm} et Δ_{pr} pour la sous-traitance, selon un ordre croissant ou décroissant du nombre moyen de pannes. En cas d'ordre décroissant, nous retirons la quantité de production Δ_{pm} de l'unité de Manufacturing et Δ_{pr} de l'unité de Remanufacturing pour les périodes de production qui se trouvent respectivement dans l'intervalle de maintenance [(i-1) .T_m, i.T_m] et [(i-1) .T_r, i.T_r] où le nombre moyen de pannes est le plus élevé. Le cas de l'ordre croissant consiste à supprimer des périodes de production, qui se trouvent dans l'intervalle de maintenance où le nombre moyen de pannes est le plus faible.

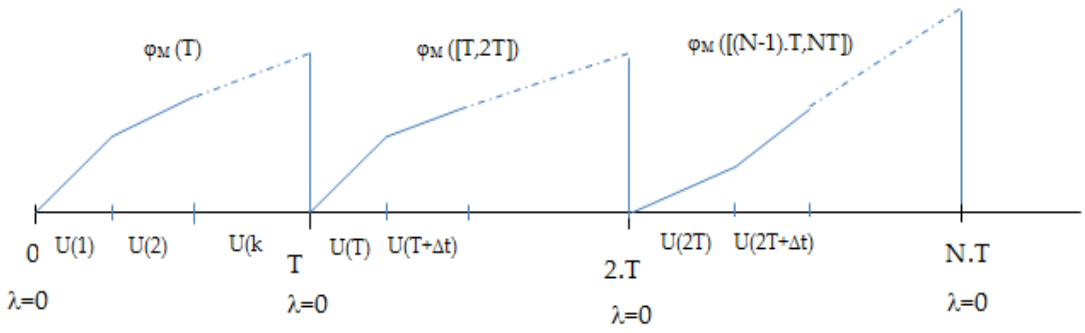


Figure 3.4: Évolution du nombre moyen de pannes

3.6 Exemples numériques

Pour illustrer le modèle développé précédemment, nous prenons comme exemple un système de fabrication qui produit un seul type de produit dont la demande fluctue périodiquement (tableau 1). L'horizon de planification est égal à H = 12 périodes avec une période de production Δt= 1 um. La satisfaction du client est caractérisée par un taux de service égal à 90% (θ=0.9). La dégradation de l'unité de Manufacturing est caractérisée par une distribution Weibull avec ses deux paramètres de forme ξ = 2 et d'échelle μ = 30 et avec un taux de défaillance croissant.

Pour l'unité de remanufacturing : le nombre des actions de maintenance préventive Nr=3 avec x=4; Tr=x×Δt ; tp=y.Δt avec y, suit la loi uniforme avec paramètres $[0, (\lfloor h \times x \rfloor + 1 - h \times x) \times \Delta t]$

avec h={1,2,….,N_r}.

- Limites inférieures et supérieures des capacités de Manufacturing et de remanufacturing:
Um_{max} = 2300; Ur_{max} = 500.
Les autres données du problème sont présentées comme suit :

- Coefficients de coût: C_{hm}=20; C_{hr}=20; C_{pm}=30; C_{pr}=25; C_c=50;
- Coefficients de quantité de carbone: X_e=9; Q_{cm}=118000; Q_{cr}=7000; ρ=2;

- Mp=500 um et Mc=2000 um.

Tableau 3.1: Demandes moyennes durant H=12 périodes

Périodes	Demandes
1	2258
2	2156
3	2205
4	1734
5	1850
6	2097
7	2171
8	2073
9	1910
10	1953
11	1846
12	2163

Les plans économiques de production pour l'unité de Manufacturing et Remanufacturing sont présentés dans le tableau 3.2. En nous basant sur le plan économique de production de l'unité de Manufacturing obtenu, nous déterminerons, pour la politique de maintenance, le nombre optimal d'intervalles de maintenance préventive N_m^* et la durée de l'action de maintenance préventive T_m^* avec $T_m^* = H / N_m^*$.

Tableau 3.2: Plan économique de production durant H=12 périodes

Période	Quantité produite par l'unité de Manufacturing	Quantité produite par l'unité de Remanufacturing
1	2286	0
2	2238	0
3	2277	443
4	1817	200
5	1957	465
6	1603	306
7	2022	0
8	1991	371
9	1322	370
10	1348	250
11	1679	492
12	1769	349

D'après l'équation (3.5), les plans de consommation de carbone pour les deux unités de Manufacturing et Remanufacturing, durant chaque période de production et pendant l'horizon fini H = 12, sont donnés par les tableaux (3.3) et (3.4). Les quantités de consommation de carbone, qui dépassent la quantité de crédits de carbone alloué par les autorités pendant l'horizon fini H.Δt, sont égales à ΔQ_{cm}= 82781 pour l'unité de Manufacturing et ΔQ_{cr}=22214 pour l'unité de Remanufacturing ; les quantités de produits correspondants sont égales à Δ_{pm} = 9197 et Δ_{pr} =

2468. Par conséquent, le coût de la taxe sur le carbone pour l'unité de Manufacturing est égal à 459894,44 um et pour l'unité de Remanufacturing 123411,11 um.

Tableau 3.3: Plan de consommation de carbone pour l'unité de Manufacturing

Q_m**(1)**	Q_m**(2)**	Q_m**(3)**	Q_m**(4)**	Q_m**(5)**	Q_m**(6)**
97426	77284	56791	40438	22825	8398
Q_m**(7)**	Q_m**(8)**	Q_m**(9)**	Q_m**(10)**	Q_m**(11)**	Q_m**(12)**
-9800	-27719	-39617	-51749	-66860	-82781

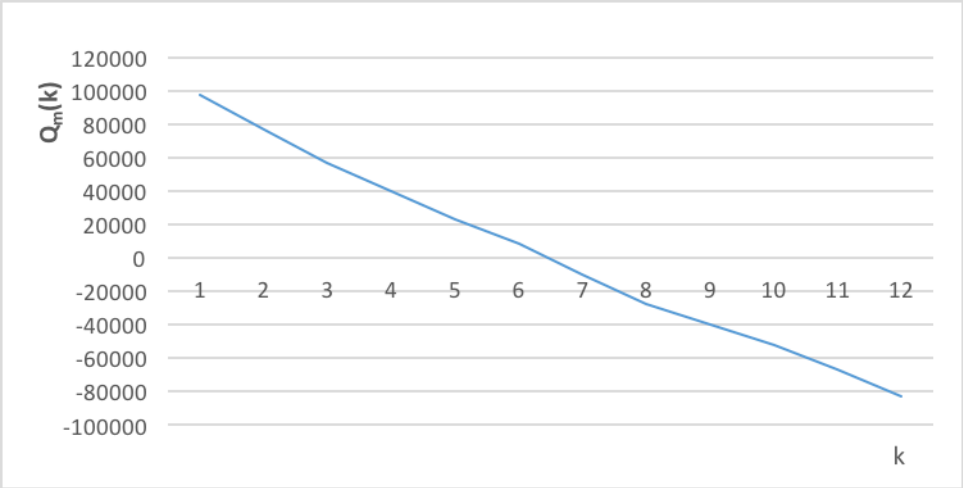


Figure 3.5: Quantité de carbone pour l'unité de Manufacturing durant H.Δt=12

Tableau 3.4: Plan de consommation de carbone pour l'unité de Remanufacturing

Q_r**(1)**	Q_r**(2)**	Q_r**(3)**	Q_r**(4)**	Q_r**(5)**	Q_r**(6)**
7000	7000	3013	1213	-2972	-5726
Q_r**(7)**	Q_r**(8)**	Q_r**(9)**	Q_r**(10)**	Q_r**(11)**	Q_r**(12)**
-5726	-9065	-12395	-14645	-19073	-22214

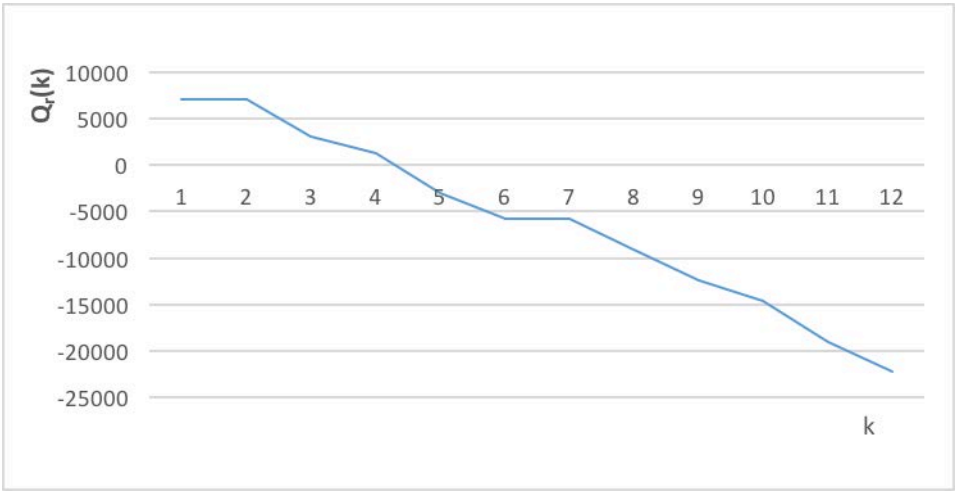


Figure 3.6: Quantité de carbone pour l'unité de Remanufacturing durant H.Δt=12

Pour la politique de maintenance, la figure 3.7 présente la courbe du coût total de maintenance en fonction de N_m. Nous pouvons conclure que le nombre optimal des actions de maintenance préventive est $N_m^* = 3$. Les actions de maintenance préventive sont effectuées tous les $T^* = 4.\Delta t$, correspondant à un coût total minimal d'activités de maintenance $CM^* = 9069{,}96$ um (unités monétaires). Selon la stratégie de maintenance, les tableaux (3.5) et (3.6) donnent les nombres moyens de défaillances pour chaque unité à chaque intervalle de maintenance $[i.T_m, (i + 1).T_m]$ avec $i \in \{0,1,2\}$.

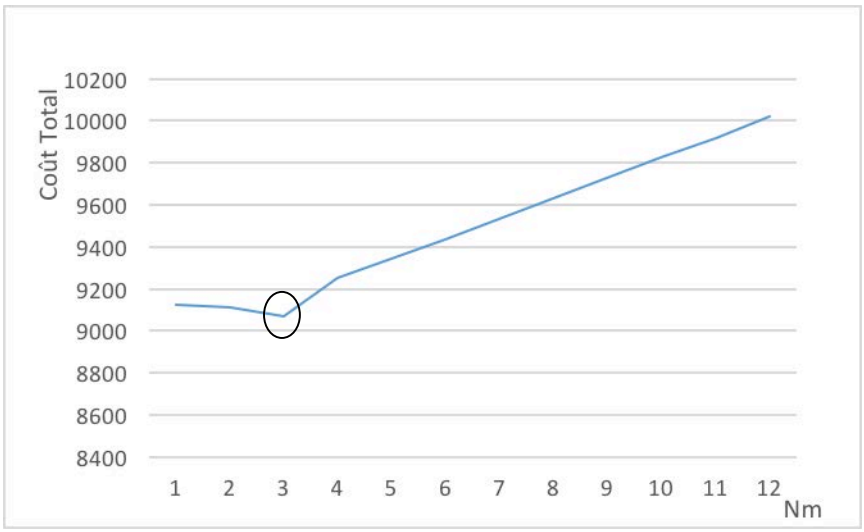


Figure 3.7: Coût total de maintenance en fonction de N_m

Tableau 3.5 : Nombre moyen de pannes pour l'unité de Manufacturing

Intervalle de maintenance [i.T_m, (i+1).T_m]			
Nombre moyen de pannes			
Taux de production dans l'intervalle de maintenance			
[0, T_m]			
2.01234			
U_m(1)=2286	U_m (2)=2238	U_m (3)=2277	U_m (4)=1817
[T_m,2T_m]			
2.41641			
U_m(5)=**1957**	U_m(6)=**1603**	U_m(7)=**2022**	U_m(8)=**1991**
[2T_m,3T_m]			
2.41495			
U_m(9)=**1322**	U_m(10)=**1348**	U_m(11)=**1679**	U_m(12)=**1769**

Tableau 3.6 : Nombre moyen de pannes pour l'unité de Remanufacturing

Intervalle de maintenance [i.T_r, (i+1).T_r]			
Nombre moyen de pannes			
Taux de production dans l'intervalle de maintenance			
[0,T_r]			
2.00699			
U_r(1)=0	U_r(2)=0	U_r(3)=443	U_r(4)=200
[T_r,2T_r]			
2.4093			
U_r(5)=465	U_r(6)=306	U_r(7)=0	U_r(8)=371
[2T_r, 3T_r]			
2.41013			
U_r(9)=370	U_r(10)=250	U_r(11)=492	U_r(12)=349

La première approche est caractérisée par l'ordre décroissant défini dans le tableau (3.7) pour l'unité de Manufacturing et le tableau 3.6 pour l'unité de Remanufacturing. Selon le tableau (3.7), nous avons commencé par retirer la quantité de production Δ_{pm} = 9197 des périodes de production de l'intervalle de maintenance [Tm, 2Tm] pour lesquelles le nombre moyen de pannes est maximum et égal à 2.41641, nous envoyons par la suite cette quantité vers la sous-

traitance. Dans ce cas, le coût de maintenance à retirer du coût total est égal à $\overline{C_{Mm}(U_m, N_m)}$= 4832,82 um. Dans le tableau (3.7), après l'envoi de cette quantité (Δ_{pm} = 9197) vers la sous-traitance, nous avons constaté que les cadences de production des quatre périodes de production de l'intervalle [T_m, $2T_m$] sont égales à zéro. Après la suppression de ces différentes cadences dont la somme est égale à 7573, il nous reste 1624 que l'on peut sous-traiter ; dans ce cas-là, on peut envoyer cette quantité de deuxièmes intervalles [$2T_m$,$3T_m$]. De même, pour l'unité de Remanufacturing, dans le tableau 3.6, la quantité de production à sous-traiter Δ_{pr} = 2468 en commençant par les périodes de production de l'intervalle **[**$2T_r$,$3T_r$] dont le nombre moyen de pannes est maximum ; puis on peut passer au deuxième intervalle **[**T_r,$2T_r$] pour sous-traiter la quantité restante. À partir de l'équation 12, nous avons obtenu, pour l'appel d'offres, que le coût du sous-traitant n'excède pas 49,59 um afin de respecter l'optimisation PEPM.

Pour la deuxième approche (ordre croissant) définie dans les tableaux 3.9 et 3.10, nous remarquons que pour les deux unités de Manufacturing et de Remanufacturing, les deux intervalles [0, Tm] et [0, Tr] sont les plus bas en termes de nombre moyen de pannes (qui sont) égales respectivement à 2.01234 et 2.00699. Dans le cas de cette offre, le coût du sous-traitant ne doit pas dépasser 69,6 um. En comparant ces deux approches, nous pouvons noter que la première approche (ordre décroissant) est plus intéressante que la deuxième (approche) (ordre croissant) en termes de coût.

Cela peut s'expliquer par le fait que, en utilisant l'approche de l'ordre décroissant, nous supprimons dès le départ la quantité de production des intervalles de maintenance où les nombres moyens de pannes sont plus grands. Dans ce cas, nous pouvons réduire la pression sur les deux unités de Manufacturing et de Remanufacturing. Il est logique que nous obtenions une faible production pendant ces différents intervalles et par conséquent, le degré de dégradation de l'équipement diminue ainsi que le coût de la maintenance. D'autre part, pour l'approche ascendante, nous retirons la production de l'intervalle de maintenance, qui présente déjà un nombre moyen de pannes faible, ce qui n'a pas une grande influence sur la dégradation de la machine et sur les coûts de maintenance, ainsi que sur le coût d'appel d'offres du sous-traitant.

Tableau 3.7 : Ordre décroissant du nombre moyen de pannes pour l'unité de Manufacturing

$[T_m,2T_m]$: 2.41641

$U_m(5)=0$	**$U_m(6)=0$**	**$U_m(7)=0$**	**$U_m(8)=0$**	

$[2T_m,3T_m]$: 2.41495

$U_m(9)=0$	**$U_m(10)=1046$**	$U_m(11)=1679$	$U_m(12)=1769$	

$[0,T_m]$: 2.01234

$U_m(1)=2286$	$Um\ (2)=2238$	$Um\ (3)=2277$	$Um(4)=1817$	

Tableau 3.8 : Ordre décroissant du nombre moyen de pannes pour l'unité de Remanufacturing

$[2T_r,3T_r]$: 2.41013

$U_r(9)=0$	$U_r(10)=0$	$U_r(11)=0$	$U_r(12)=0$	

$[T_r,2T_r]$: 2.4093

$U_r(5)=0$	$Ur(6)=0$	$Ur(7)=0$	$Ur(8)=135$	

$[0,T_r]$: 2.00699

$U_r\ (1)=0$	$U_r\ (2)=0$	$U_r\ (3)=443$	$U_r(4)=200$	

Avec : $\overline{C_{Mm}\left(U_m,N_m\right)}$= 4832,82 et $\overline{C_{Mr}\left(U_r,N_r\right)}$ =9638,86

$$C_{ps} \le \frac{\left(\begin{array}{l}\overline{C_{Mm}\left(U_m,N_m\right)}+\overline{C_{Mr}\left(U_r,N_r\right)}+\left(C_{pm}\cdot\Delta_{pm}+C_{pr}\cdot\Delta_{pr}\right)\\ +\left(C_{hm}\cdot\sum_{j=\Delta_{pmD}}^{\Delta_{pmF}}E\left\{w_m\left(j\right)\right\}\right)+\left(\Delta Q_{cm}.Cc_m+\Delta Q_{cr}.Cc_r\right)\end{array}\right)}{\left(\Delta_{pr}+\Delta_{pm}\right)} \Rightarrow C_{ps} \le 49,59$$

Tableau 3.9 : Ordre croissant du nombre moyen de pannes pour l'unité de Remanufacturing

[0,T_m]: 2.01234

$U_m(1)=0$	$U_m(2)=0$	$U_m(3)=0$	$U_m(4)=0$

[2T_m,3T_m]: 2.41495

$U_m(9)=0$	$U_m(10)=467$	$U_m(11)=1679$	$U_m(12)=1769$

[T_m,2T_m]: 2.41641

$U_m(5)=1957$	$U_m(6)=1603$	$U_m(7)=2022$	$U_m(8)=1991$

Tableau 3.10 : Ordre croissant du nombre moyen de pannes pour l'unité de Remanufacturing

[0,T_r] : 2.00699

$U_r(1)=0$	$U_r(2)=0$	$U_r(3)=0$	$U_r(4)=0$

[T_r,2T_r] : 2.4093

$U_r(5)=0$	$U_r(6)=0$	$U_r(7)=0$	$U_r(8)=0$

[2T_r,3T_r] : 2.41013

$U_r(9)=0$	$U_r(10)=0$	$U_r(11)=429$	$U_r(12)=349$

Avec : $\overline{C_{Mm}\left(U_m,N_m\right)}$= 4024,6 et $\overline{C_{Mr}\left(U_r,N_r\right)}$ =13652,86

$$C_{ps} \le \frac{\left(\begin{array}{l}\overline{C_{Mm}\left(U_m,N_m\right)}+\overline{C_{Mr}\left(U_r,N_r\right)}+\left(C_{pm}\cdot\Delta_{pm}+C_{pr}\cdot\Delta_{pr}\right)\\ +\left(C_{hm}\cdot\sum_{j=\Delta_{pmD}}^{\Delta_{pmF}}E\left\{w_m\left(j\right)\right\}\right)+\left(\Delta Q_{cm}.Cc_m+\Delta Q_{cr}.Cc_r\right)\end{array}\right)}{\left(\Delta_{pr}+\Delta_{pm}\right)} \Rightarrow C_{ps} \le 69,6$$

Synthèse : Les avantages de la politique écologique de production et de maintenance

Premièrement, le principe du PEPM est de proposer une stratégie écologique efficace de production et de maintenance qui détermine un plan économique de production (tableau 3.2) et une stratégie optimale de maintenance (figure 3.6). Ceux-ci doivent satisfaire une demande aléatoire sous un certain niveau de service donné, en respectant les normes et les exigences relatives aux émissions toxiques tout en maintenant une efficacité économique élevée. En fonction des différents résultats numériques, nous pouvons noter l'importance de la politique écologique de production et de maintenance (PEPM). Le principe de cette politique est de détecter les périodes où il y a le plus grand nombre de défaillances de l'unité de Manufacturing et de Remanufacturing et par conséquent une plus grande dégradation et donc des émissions de carbone maximales. Cette dégradation importante est la conséquence d'une utilisation importante de la machine et de la fabrication d'une grande quantité de produits. Puisque le degré de dégradation de l'unité de Manufacturing est influencé par la variation des taux de production d'une période à une autre, nous l'avons caractérisé par une équation analytique (équation 3.21) qui montre l'évolution du taux de défaillance de l'unité de Manufacturing, en fonction de son utilisation et en respectant la continuité de la fiabilité des équipements d'une période à une autre. À partir de cette équation, nous avons déterminé le nombre moyen de pannes, en supposant qu'après chaque intervention de maintenance préventive, l'état de l'équipement est "comme neuf" et qu'une action de maintenance peut être appliquée pendant la production, comme elle peut être effectuée à la fin de la période de production. Dans ce cas, la solution consiste à réduire la pression sur la machine en sous-traitant une partie des quantités de production, à condition que le coût de la sous-traitance soit plus économique, afin de réduire la taxe environnementale, tout en satisfaisant la demande du client.

Le coût économique de la sous-traitance, égal à Cps ≤ 49, est donné par la relation (3.12) en fonction du coût de maintenance à retirer du coût total correspondant aux différentes opérations de maintenance effectuées pendant $[T_m, 2.T_m]$et$[2.T_m, 3.T_m]$.

3.7 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons proposé une nouvelle politique de contrôle, appelée Politique Ecologique de Production et de Maintenance (PEPM), qui intègre les aspects écologiques dans le contrôle de la production et de la maintenance d'un système de Manufacturing et Remanufacturing, satisfaisant une demande aléatoire, soumise à des défaillances aléatoires et entraînantes des émissions nocives pour l'environnement. L'originalité de notre contribution consiste à considérer une nouvelle stratégie écologique d'optimisation de la production et de la maintenance ; celle-ci est basée sur une solution de sous-traitance dans le cadre d'un appel d'offres prenant en compte l'influence des taux de production sur le degré de dégradation des équipements. Plus précisément, l'optimisation (PEPM) est établie dans un contexte où le taux de défaillance du système dépend à la fois du temps et du taux de production. Nous rappelons que le contexte de l'influence de la variation du taux de production sur la dégradation du système et, par conséquent, sur la stratégie de maintenance est bien développé dans le deuxième chapitre. En fait, dans cette étude, pour un problème de prévision des demandes aléatoires avec un niveau de service requis, nous traitons un problème d'optimisation stochastique et quadratique de production et maintenance ; ce dernier est appréhendé avec une nouvelle contrainte qui concerne les taxes écologiques imposées par les autorités compétentes et qui doit être respectée. En comparant deux approches de (PEPM), nous avons obtenu le meilleur coût de sous-traitance afin de respecter l'optimisation PEPM.

Dans le chapitre suivant, nous allons proposer une nouvelle stratégie de commutation de sous-traitance entre les deux unités de Manufacturing et de Remanufacturing pour aider à réduire leurs quantités de carbone émises ainsi que leurs taxes.

Chapitre 4

Développement et optimisation d'une politique de maintenance intégrée à la production pour une chaine logistique sous contrainte de taxe carbone et avec une commutation de la sous-traitance

Dans ce chapitre, nous continuerons à approfondir l'étude du problème de couplage de la gestion de la maintenance et la gestion de la production pour une chaine logistique sous contrainte de taxe carbone et de sous-traitance.

En effet, nous étudierons le même système présenté au chapitre 3 dans lequel nous avons proposé une politique écologique de production et de maintenance, en faisant appel à une sous-traitance, dans le cadre d'un appel d'offres, afin de satisfaire la demande aléatoire et de réduire la taxe sur le carbone pour les deux unités de Manufacturing et Remanufacturing.

Dans cette partie de notre thèse, nous proposerons une nouvelle politique basée sur la commutation de sous-traitance entre les deux unités de Manufacturing et de Remanufacturing pour aider à réduire leurs quantités de carbone émises ainsi que leurs taxes.

En premier lieu, nous établirons un tableau de bord pour définir une condition d'intervention du sous-traitant. Ensuite, nous proposerons les plans économiques de production pour les différentes unités de Manufacturing, Remanufacturing et sous-traitance, ainsi que le plan optimal de maintenance de l'unité de Manufacturing.

4.1 Introduction :

En raison du développement rapide dans le domaine manufacturier, qui dépend du progrès de la technologie, les nouveaux produits industriels sont maintenant introduits à un rythme accéléré et les déchets abandonnés commencent à poser un gros problème pour la société et l'environnement. Dans le même contexte, compte tenu de la quantité croissante de CO2 et d'autres gaz à effet de serre à l'origine du phénomène, les problèmes environnementaux ont fait l'objet d'une attention accrue à l'échelle mondiale, Barreto et Kypreos, (2004). Pour réduire la pollution de l'environnement et minimiser le gaspillage des ressources, les gouvernements accordent plus d'attention à la protection de l'environnement et encouragent les entreprises à réduire les émissions de carbone par le biais de politiques de réduction des émissions, en recyclant et en réutilisant les déchets.
D'un point de vue opérationnel, concernant le problème de réduction des émissions, peu d'études se sont concentrées sur la relation entre les problèmes décisionnels de la politique de réduction des émissions des gouvernements et le problème de la décision de production des fabricants. Dans ce contexte, un processus décisionnel dynamique peut être appliqué afin d'obtenir des décisions optimales à la fois des gouvernements et des fabricants pour les politiques de réduction des émissions.
Dans la littérature, concernant les politiques de production dans le domaine de l'environnement, des études importantes consistent à examiner l'impact de différentes stratégies des instruments et à développer de nouvelles politiques pour réduire les émissions Sambodo (2010), Parag et al. (2011). Ces différentes politiques sont classées dans des instruments réglementaires et incitatifs, ayant pour objectif de mentionner de nombreuses découvertes intéressantes, telles que les coûts sociaux et la réduction des émissions de carbone, Bohringger et al. (2012).
D'autre part, le concept de gestion de la chaîne d'approvisionnement écologique est l'une des préoccupations environnementales les plus citées et utilisées dans les systèmes de fabrication.

Dans la littérature sur la gestion de la chaîne logistique, la plupart des études menées par Matsui et al. (2001) portent principalement sur la coordination entre les machines et l'évaluation des stratégies, les coûts de production et de maintenance, ainsi que sur les bénéfices et le bien-être social tout au long de la chaîne logistique (Toptal et al. (2017), (Soleimani et al. (2016)). Récemment, plusieurs recherches ont axé leurs études sur la chaîne d'approvisionnement durable en prenant en compte des processus durables, tels que la boucle de la chaîne d'approvisionnement (reconditionnement) Hajej et al., (2012). Considérant le problème environnemental sous l'aspect logistique, Tang et al. (2015) ont présenté un nouveau contrôle des stocks pour un système de fabrication à émissions nocives, en modélisant un modèle de référence avec une contrainte de réduction des émissions pour comprendre comment l'ajustement des décisions de contrôle des stocks pouvait réduire les émissions de carbone de la logistique.

L'influence de la considération environnementale (émission, carbone, polluant..) sur le problème d'optimisation, de la maintenance intégrée à la production n'est pas encore largement abordée dans les recherches. Cependant, le problème majeur de la majorité des entreprises est de prendre

en compte les aspects environnementaux sur la gestion de la production et la gestion de la maintenance, en même temps que la minimisation du coût total. Dans ce contexte, Dabos (2007) a traité le problème de l'optimisation de la production et de la maintenance pour un système de fabrication comportant une sanction des émissions négociables et une détérioration des produits, en développant un modèle mathématique, afin de minimiser le coût total de production et les stocks.
En ce qui concerne la considération du sous-traitant sur l'optimisation de la maintenance intégrée à la production, Ayed et al. (2012) Hajej et al. (2014) ont traité un problème de prévision de production et de maintenance en considérant le sous-traitant comme une solution pour satisfaire la demande aléatoire et minimiser le coût total. Dellagi et al. (2007) et Dahane et al. (2010) ont proposé des stratégies de maintenance intégrées, en tenant compte de la nécessité de collaborer avec un autre sous-traitant, pour satisfaire les demandes des clients pour le premier travail et en considérant sa machine principale, en tant que fournisseur de service de sous-traitance.

Le reste du chapitre est organisé comme suit : La section 2 présente le problème de la production stochastique et de la maintenance. La section 3 présente la formulation du problème de la politique de production et la stratégie de maintenance. Dans la section 4, nous proposons l'approche d'optimisation pour trouver une solution optimale. Un exemple numérique et une analyse de sensibilité sont illustrés à la section 5.

4.2 Problématique Industrielle

4.2.1 Notations

Nous rappelons les différentes notations utilisées dans cette thèse et plus précisément dans ce chapitre :
Δt : la période de production
$H.\ \Delta t$: l'horizon fini de production
$\hat{d}$: la moyenne de la demande durant une période k (k=0, 1,…, H).

σ_d: l'écart type de la variable aléatoire de la demande.

β : le pourcentage du produit retourné et renvoyé au deuxième stock w_r.
ρ : le délai de retour.
θ : la probabilité du taux de service
$U_m(k)$: la cadence de l'unité de Manufacturing durant la période k (k=0, 1,…, H).
$U_r(k)$: la cadence de l'unité de Remanufacturing durant la période k (k=0, 1,…, H).
$U_s(k)$: la cadence de l'unité de sous-traitant
w_m(k): le niveau du stock principal
w_r(k): le niveau du second stock
Cp_m : le coût unitaire de l'unité de Manufacturing
Cp_r : le coût unitaire de l'unité de Remanufacturing
Cp_s: le coût unitaire de l'unité de sous-traitance
C_{sm}: le coût unitaire de stockage du stock principal w_m
C_{sr}: le coût unitaire de stockage du stock principal w_r

$Q_m(k)$: la quantité de carbone restant à chaque période k pour l'unité M
$Q_r(k)$: la quantité de carbone restant à chaque période k pour l'unité R
Q_{cm}: la quantité maximale d'émissions de carbone alloué par les autorités pour M
Q_{cr}: la quantité maximale d'émissions de carbone alloué par les autorités pour R
X_e: la quantité d'émissions nocives générées par un produit fabriqué

U_{mMax}:le taux maximal de production pour l'unité de fabrication (manufacturing)
U_{mmin}: le taux minimal de production pour l'unité de fabrication (manufacturing)
U_{rMax}: le taux maximal de production pour l'unité de Remanufacturing
U_{rmin}: le taux minimal de production pour l'unité de Remanufacturing
T_p: la durée d'une action de maintenance préventive de l'unité de Remanufacturing
M_p : le coût unitaire d'une action de maintenance préventive
M_c : le coût unitaire d'une action de maintenance corrective

4.2.2 Description du problème

Notre objectif est d'établir un plan de production optimal tout en tenant compte de la contrainte d'une quantité limitée de carbone pouvant être émise au cours du processus de l'entreprise. Ce plan sera élaboré pour un horizon de production fini constitué de H périodes de durée égale Δt. Comme le montre la figure 4.1, notre système est composé d'unités de fabrication (Manufacturing), de reconditionnement (Remanufacturing) et de sous-traitance. Pour conserver des stocks, deux entrepôts doivent être pris en compte : le premier pour le stockage du produit fini et le second pour le stockage des produits retournés par les clients (produits devant être retraités).

L'unité de fabrication est composée d'une machine responsable de la production répondant à une demande aléatoire. La demande aléatoire est caractérisée par une loi Normale avec ses paramètres : la moyenne $\hat{d}$ et l'écart type σ_d. Le plan de production à établir doit prendre en

compte un certain niveau de service permettant d'assurer à chaque période, l'émission de carbone et la pénalité à payer après avoir dépassé un certain niveau fixé d'émission et d'autres contraintes liées à la capacité de production. Le plan de maintenance à établir est élaboré en choisissant le nombre optimal d'actions de maintenances préventives minimisant le coût total. Les délais des actions préventives et correctives sont supposés négligeables par rapport aux délais de production, ce qui signifie que les lots à produire ne dépendent que de la demande de chaque période ainsi que le taux de service. D'autre part, la stratégie de maintenance appliquée à l'unité de fabrication tenait compte de l'influence de la variation de la production d'une période à une autre sur le degré de dégradation de l'unité et, par conséquent, sur le nombre moyen de défaillances. L'unité de Remanufacturing est également composée d'une machine. Le rôle de cette machine est de retraiter les produits usés non jetables retournés par les clients. De même que l'unité de Manufacturing, le plan de Remanufacturing doit prendre en compte la quantité de carbone émise et la pénalité à payer après avoir dépassé un niveau déterminé. Contrairement à la stratégie de maintenance de l'unité de fabrication, le plan de maintenance préventif de l'unité de Remanufacturing est établi du début en choisissant le nombre des actions de maintenance

préventive, car la machine a moins de pression que l'unité de fabrication. Nous supposons que la durée pour une action de maintenance préventive pour l'unité de Remanufacturing est non négligeable, noté tp.
Le rôle du sous-traitant, dans ce contexte industriel, est d'aider l'unité de Manufacturing ou l'unité de Remanufacturing à réduire la quantité totale de carbone émise pendant le retraitement ou la production.

Dans cette étude, nous déterminons les plans de production économiques pour les unités de fabrication, de reconditionnement et de sous-traitance, ainsi que la planification optimale de la maintenance, caractérisée par le nombre optimal d'activités de maintenance préventive pour l'unité de fabrication, minimisant ainsi le coût total de production, les stocks, les émissions de CO2 et la maintenance.

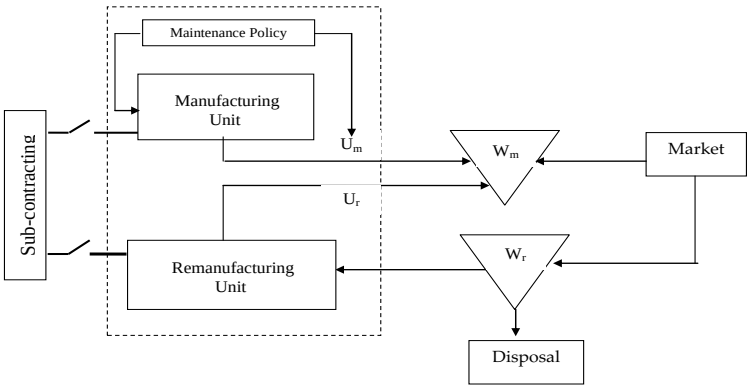
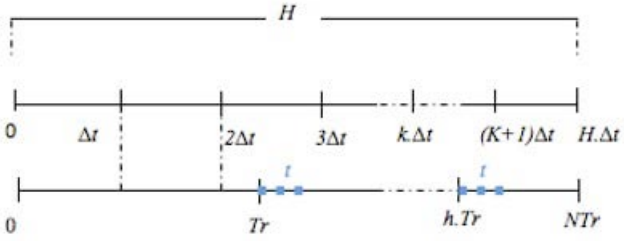


Figure 4.1: Système de production en boucle fermée

4.3 Modèle du problème stochastique

Afin d'établir le plan de production pour l'horizon fini H.Δt, nous allons considérer une fonction de coût quadratique basée sur le modèle HMMS, **Holt et al. (1960)**. Cette fonction de coût prendra en compte les coûts de production, de Remanufacturing, de sous-traitance et de stockage. Contrairement à la durée de maintenance négligeable par rapport à la durée de production de l'unité de Manufacturing, la durée de maintenance préventive de l'unité de Remanufacturing tp n'est pas négligeable et suit une distribution uniforme des paramètres a et b. Rappelons que les actions de maintenance préventive pour l'unité de Remanufacturing sont appliquées périodiquement à chaque intervalle $h.Tr$ h={1,2,…}. L'intervalle entre deux actions de maintenance préventive pour l'unité de Remanufacturing est égal à $x \times \Delta t$ avec x = {1,2,..H}. Dans ce qui suit, la durée de chaque action de maintenance préventive t_p sera exprimée par $t_p = y \times \Delta_t$ avec y suivant une distribution uniforme des paramètres a et b. Dans ce cas, nous supposons qu'une action de maintenance préventive de l'unité de Remanufacturing commence et se termine au cours de la même période de production k.



Horizon de production de l'unité de

Plan de maintenance préventive de l'unité de Remanufacturing

Figure 4.2: Planification des actions de maintenance préventive pour l'unité de Remanufacturing durant l'horizon de production

4.3.1 Politique de production

Notre objectif est d'établir un plan économique de production prenant en compte la contrainte de la quantité de carbone autorisée à être émise au cours de la production. Pour ce faire et déterminer les lots économiques à produire pour chaque période, nous allons procéder en minimisant la fonction de coût total, composée de la production, du Remanufacturing, de la sous-traitance, du stockage et des coûts de dépassement de la quantité de carbone autorisée.

- Quantité d'émission de carbone

Au cours du processus de Manufacturing et de Remanufacturing, une certaine quantité de carbone, proportionnelle à la quantité de production, est émise. Afin de réduire les émissions de gaz à effet de serre, le gouvernement a imposé une quantité maximale d'émissions de carbone : $Q_{cm}(0)$ pour l'unité de Manufacturing et $Q_{cr}(0)$ pour l'unité de Remanufacturing. Après avoir dépassé cette quantité autorisée d'émissions, les entreprises devront payer une pénalité en fonction de la quantité émise. Ainsi, la quantité de carbone restante après l'émission dans chaque période par unité de fabrication et de reconditionnement sera exprimée par :

$$Q_m(k) = Q_{cm}(0) - \sum_{j=1}^{k} U_m(j) \times \Delta t \times X_e \quad \textbf{(4.1)}$$

$$Q_r(k) = Q_{cr}(0) - \sum_{j=1}^{k} U_r(j) \times \Delta t \times X_e \quad \textbf{(4.2)}$$

Où $U_m(k)$ et $U_r(k)$ sont les quantités produites, respectivement, par les unités de Manufacturing et de Remanufacturing pendant la période k.

- Taux de production

- ***Unité de Manufacturing***

Pour l'unité de Manufacturing, la quantité produite peut varier d'une période à l'autre, en fonction de la demande aléatoire et du stock correspondant à chaque période. De plus, puisque la durée de maintenance est négligeable par rapport aux périodes de production, le taux de production désigné par $U_m(k)$ peut varier entre le taux de production minimal Um_{min} et le taux de production maximal de l'unité de Manufacturing Um_{max}.

- ***Unité de Remanufacturing***

En ce qui concerne l'unité de Remanufacturing, la quantité de Remanufacturing dépend du niveau de stock correspondant aux produits retournés par les clients**.** Contrairement au cas de l'unité de Manufacturing, l'unité de Remanufacturing peut ne pas produire durant toute la période, s'il y a une présence de maintenance préventive**.** Dans ce cas, les périodes de maintenance préventive et de production se croisent en une seule période. Pour identifier cette période, nous introduisons une variable binaire b_k qui prend la valeur 1, si la période de production se chevauche avec une action préventive et 0, sinon.

$$b_k = \begin{cases} 1 & if\ k = \lfloor h \times x \rfloor\ \forall\ h \in \{1, \dots, \left\lfloor \frac{H}{x} \right\rfloor} \\ 0 & sinon \end{cases}$$

La quantité à retraiter à chaque période par l'unité de Remanufacturing est représentée comme suit :

$$U_r(k) = (1 - b_k) \times U_r(k) + b_k \times (1 - y) \times U_r(k) \quad \textbf{(4.3)}$$

Avec $U_r(k)$ la quantité retraitée lorsque la production et l'action de maintenance préventive ne se chevauchent pas. Dans ces conditions, $U_r(k)$ peut varier de Ur_{min} à Ur_{max}.

- Unité de sous-traitance

Afin de réduire la quantité de carbone émise par l'unité de Manufacturing et de Remanufacturing, l'entreprise peut faire appel à une unité de sous-traitance. Dans cette étude, l'unité de sous-traitance ne peut aider qu'une seule unité durant une période de production : soit Manufacturing, soit Remanufacturing des produits retournés. C'est pourquoi nous introduisons la variable binaire a_k qui prend 1, si l'unité de sous-traitance aide l'unité principale de Manufacturing et 0, sinon. L'expression des lots produits par l'unité sous-traitante s'exprimera comme suit :

$$U_s(k) = a_k \times U_s(k) + (1 - a_k) \times U_s(k) \quad \textbf{(4.4)}$$

La question qui peut se poser ici est la suivante : à quelle condition le sous-traitant aidera-t-il l'unité de Manufacturing et l'unité de Remanufacturing, et vice-versa ?

Pour définir cette condition, nous allons définir deux fonctions par intervalle en fonction de la quantité de carbone émise par les unités de Manufacturing et de Remanufacturing. Nous attribuerons un nombre de 1 à 4 à quatre zones différentes, proportionnellement à la quantité de carbone émise. Ces fonctions seront exprimées comme suit :

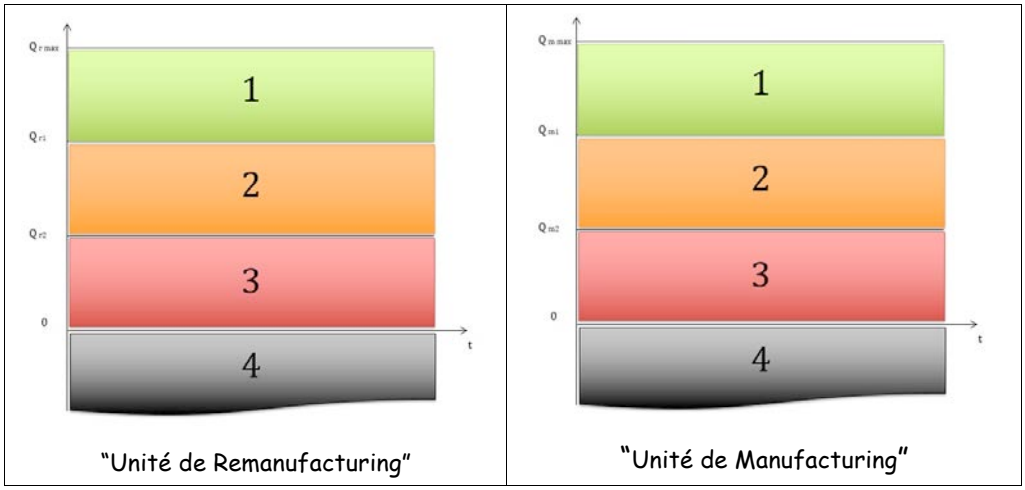


Figure 4.3: Fonctions du tableau de bord

$$f_m(Q_m) = \begin{cases} 1 \ if \ Q_{1m} \le Q_m \le Q_{mMAX} \\ 2 \ if \ Q_{2m} \le Q_m \le Q_{1m} \\ 3 \ if \ 0 \le Q_m \le Q_{2m} \\ 4 \ if \ Q_m \le 0 \end{cases} \qquad f_r(Q_r) = \begin{cases} 1 \ if \ Q_{1r} \le Q_r \le Q_{rMAX} \\ 2 \ if \ Q_{2r} \le Q_r \le Q_{1r} \\ 3 \ if \ 0 \le Q_r \le Q_{2r} \\ 4 \ if \ Q_r \le 0 \end{cases}$$

Les quantités de carbone, définissant les intervalles (Q_{1m}, Q_{2m}, Q_{2r} ...), sont déterminées par l'entreprise en fonction de la quantité maximale autorisée par le gouvernement. Si $f_m < f_r$ signifie que l'unité de Remanufacturing est plus proche de la quantité maximale autorisée, alors le sous-traitant aidera l'unité de Remanufacturing dans le retraitement des produits retournés. Étant donné que la pression de travail sur l'unité de Manufacturing est supérieure à l'unité de Remanufacturing, nous supposons également que l'assistance de l'unité de Manufacturing par la sous-traitance est prioritaire. Ce qui signifie que si $fm = fr$, l'unité sous-traitante assistera l'unité de Manufacturing. Sous ces hypothèses, la fonction assurant le passage de sous-traitance d'une unité à une autre est donnée par :

$$a_k = \begin{cases} 1 & if \ f_m \ge f_r \\ 0 & else \end{cases}$$

- Niveau d'inventaire

Notre système est composé de deux stocks. Le premier a pour rôle de stocker les produits finis après Manufacturing et Remanufacturing. Le second est établi pour stocker les produits retournés par les clients (α) après une période $\tau/\Delta t$. Après avoir rejeté β des produits retournés

qui ne peuvent pas être retraités, l'unité de Remanufacturing traite les produits défectueux et les stocke dans le premier entrepôt pour les revendre une autre fois. Les niveaux de stock de ces entrepôts $w_m(k)$ et $w_r(k)$, respectivement pour le premier et le second entrepôt, sont calculés à

la fin de chaque période et sont exprimés par:

$$w_m(k+1) = w_m(k) + [U_m(k) + a_k \times U_s(k)] + \left[\left((1-b_k)\times U_r(k) + b_k \times (1-y)\times U_r(k)\right) + (1-a_k)\times U_s(k)\right] - \mathrm{d}(k)$$

(4.5)

$$w_m(k+1) = w_m(k) + U_{MT}(k) + U_{RT}(k) - d(k)$$

$$w_r(k+1) = w_r(k) + \alpha \times d\left(k - {}^{\tau}/_{\Delta t}\right) \times (1-\beta) - [((1-b_k)\times U_r(k) + b_k \times (1-y)\times U_r(k)) + (1-a_k)\times U_s(k)]$$

$$w_r(k+1) = w_r(k) + \alpha \times d\left(k - {}^{\tau}/_{\Delta t}\right) \times (1-\beta) - U_{RT}(k)$$

(4.6)

Où

$$U_{MT}(k) = [U_m(k) + a_k \times U_s(k)]$$

$$U_{RT}(k) = [((1-b_k)\times U_r(k) + b_k \times (1-y)\times U_r(k)) + (1-a_k)\times U_s(k)]$$

- Niveau de service

Afin de prévenir les ruptures de stock et d'assurer la continuité du service, même en cas de variation inattendue de la demande d'une période à une autre, nous modélisons une contrainte probabiliste où la probabilité d'un niveau de stock positif, correspondant aux produits finis, est supérieure à θ (où θ ∈] 0,1]).

$$P[w_m(k+1) \geq 0] \geq \theta \qquad \textbf{(4.7)}$$

- Solution de sous-traitance

Pour allouer les quantités à produire ou à retraiter par les unités de Manufacturing, Remanufacturing ou bien de sous-traitance, nous allons introduire une variable aléatoire γ qui suit une distribution uniforme des paramètres $p_1 = 0$ et $p_2 = 0{,}5$. Pour que :

$$U_{MT}(k) = U_m(k) + \alpha_k \times U_s(k) = \gamma \times U_{MT}(k) + (1-\gamma) \times U_{MT}(k) \qquad \textbf{(4.8)}$$

$$U_{RT}(k) = U_r(k) + (1-\alpha_k) \times U_s(k) = \gamma \times U_{RT}(k) + (1-\gamma) \times U_{RT}(k) \qquad \textbf{(4.9)}$$

Afin d'optimiser les coûts, nous ajouterons également une variable binaire υ qui prend 1, si le coût de la pénalité due au dépassement de la quantité de carbone autorisée est supérieur au coût à payer au sous-traitant.

$$\upsilon = \begin{cases} 1 & if\ C_{carbon} \geq C_{subcontractor} \\ 0 & else \end{cases}$$

Les lots à produire pour l'exemple de $a_k = 1$ seront exprimés par :

$$U_{MT}(k) = U_m(k) + U_s(k) = \gamma \times U_{MT}(k) + (1 - \gamma) \times U_{MT}(k)$$

Avec

$$U_m(k) = \upsilon \times \gamma \times U_{MT}(k) + (1 - \upsilon) \times (1 - \gamma) \times U_{MT}(k)$$

$$U_s(k) = (1 - \upsilon) \times \gamma \times U_{MT}(k) + \upsilon \times (1 - \gamma) \times U_{MT}(k)$$

- Si le coût du carbone est supérieur au coût de la sous-traitance, l'unité de Manufacturing produira la quantité minimale $\gamma \times U_{MT}(k)$ et l'unité du sous-traitant produira le reste $(1 - \gamma) \times U_{MT}(k)$.
- Si le coût de la sous-traitance est supérieur au coût du carbone (υ = 0), une quantité minimale sera produite par l'unité du sous-traitant.

- Les fonctions coûts :

Nous rappelons que notre objectif est d'élaborer un plan économique de production pour un horizon fini $H.\Delta t$. Nous minimisons la fonction du coût total, composée du coût des stocks, du coût de production et du coût de pénalité pour un dépassement de quantité d'émission autorisée.

$$C_T = \sum_{k=1}^{H-1}\left[C_{hold}(k) + C_{prod}(k) + C_{carbon}(k)\right] + C_{hold}(H) \quad \textbf{(4.10)}$$

- Pénalité carbone :

Afin de limiter la quantité de carbone émise par les entreprises au cours de ses activités, le gouvernement impose une pénalité à payer après avoir dépassé la quantité autorisée :

$$C_{carbon}(k) = C_c \times (|Q_-(k)|) \times \mathbf{1}_{Q_-(k) < 0} + (|Q_+(k)|) \times \mathbf{1}_{Q_+(k) < 0}) \quad \textbf{(4.11)}$$

- Coût de production :

En se basant sur le modèle HMMS, Holt et al. (1960), le coût de production des unités de Manufacturing, de Remanufacturing et de sous-traitance sera exprimé par :

$$C_{prod}(k) = C_{pm} \times [U_m(k)]^2 + C_{pr} \times [U_r(k)]^2 + C_{ps} \times [U_s(k)]^2$$

$$C_{prod}(k) = C_{pm} \times [U_m(k)]^2 + C_{pr} \times [(1 - b_k) \times U_r(k) + b_k \times (1 - y) \times U_r(k)]^2 + C_{ps} \times [U_s(k)]^2$$

(4.12)

Où C_{pm}, C_{pr} et C_{ps} Sont le coût unitaire de Manufacturing, de Remanufacturing et de sous-traitance.

- Coût d'inventaire :

Le coût d'inventaire sera également basé sur le modèle HMMS et donné par la relation suivante :

$$C_{hold}(k) = C_{hm} \times E[w_m(k)]^2 + C_{hr} \times E[w_r(k)]^2 \quad \textbf{(4.13)}$$

C_{hm} et C_{hr} représentent le coût de stockage d'une unité de produit fini et de produit retourné.

La fonction de coût total sera exprimée comme suit :

$$\begin{aligned} C_T = {} & C_{hm} \times E[w_m(H)]^2 \\ & + \sum_{k=1}^{H-1} [C_{hm} \times E[w_m(k)]^2 + C_{pm} \times [U_m(k)]^2 + C_c \times (|Q_-(k))| \times \mathbf{1}_{Q_-(k) < 0}] \\ & + C_{hr} \times E[w_r(H)]^2 \\ & + \sum_{k=1}^{H-1} [C_{hr} \times E[w_r(k)]^2 + C_{pr} \times [U_r(k)]^2 + C_c \times (|Q_r(k))| \times \mathbf{1}_{Q_r(k) < 0}] \\ & + \sum_{k=1}^{H-1} C_{ps} \times [U_S(k)]^2 \end{aligned}$$

(4.14)

4.3.2 Stratégie de maintenance

Dans cette section, nous avons proposé une stratégie de maintenance optimale pour l'unité de Manufacturing en fonction du plan de production obtenu par la politique de production. La stratégie de maintenance proposée est caractérisée par une stratégie de maintenance préventive avec une réparation minimale. Les activités de maintenance préventive sont effectuées périodiquement pendant l'horizon fini de la production H.Δt. Dans ce cas, l'horizon fini de production est divisé également en N_m intervalles T_m ($T_m = j \times \Delta t$) de maintenance avec $N_m.T_m = H.\Delta t$. Une action de maintenance préventive parfaite est effectuée à chaque fois $q \times T_m$, $q = 1,\ldots,N_m$ pour restaurer l'unité de Manufacturing à l'état neuf. Une réparation minimale (aussi mauvaise qu'ancienne) est effectuée lorsqu'il y a une défaillance entre deux actions de maintenance

préventive sans modifier le taux de défaillance de l'unité de Manufacturing. L'objectif de cette stratégie est de déterminer le nombre optimal d'actions de maintenance préventive N_m pour l'unité de Manufacturing en minimisant le coût total de maintenance.

Le coût total de la maintenance est suivi de l'équation :

$$C_M(N_m) = M_p \cdot (N_m - 1) + M_c \cdot \varphi(N_m) \quad \textbf{(4.15)}$$

Avec

$\varphi(N_m)$: Nombre moyen de pannes au cours de [0, H.Δt] pour l'unité de Manufacturing.

Le nombre moyen de défaillances est calculé en fonction du taux de défaillance. D'autre part, le taux de panne est influencé par la variation de la cadence de production et est donné par la fonction cumulative suivante :

$$\lambda_k(t) = \lambda_{k-1}(\Delta t) + \frac{U_m(k)}{U_{mmax}} \lambda_n(t) \quad \textbf{(4.16)}$$

Avec $\lambda_n(t)$ présente le taux de défaillance nominal pour l'unité de Manufacturing lorsque l'unité travaille avec son taux maximal de production au cours de la totalité de l'horizon fini H.Δt.

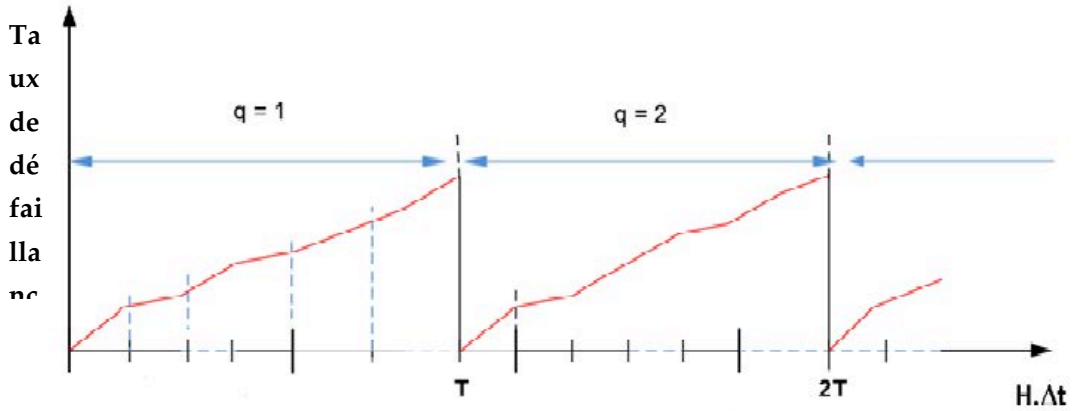


Figure 4.4. Évolution du taux de défaillance

Le nombre moyen de pannes pour l'unité de Manufacturing est présenté comme suit :

$$\varphi(N_m) = \sum_{i=0}^{\left\lfloor \frac{H\cdot\Delta t}{T_m} \right\rfloor - 1} \left[\sum_{k=In\left(i+\frac{T_m}{\Delta t}\right)+1}^{In\left((i+1)\times\frac{T_m}{\Delta t}\right)} \int_0^{\Delta t} \lambda_k(t)\,dt \right] + \sum_{k=\left\lfloor \frac{H\cdot\Delta t}{T_m} \right\rfloor \times \frac{T_m}{\Delta t}}^{H} \int_0^{\Delta t} \lambda_k(t)\,dt \quad \textbf{(4.17)}$$

Avec:

$N_m = H.\Delta t / T_m$

4.4 L'approche de l'optimisation

Notre objectif est de trouver les tailles optimales de lots à produire par les unités de Manufacturing, de Remanufacturing et de sous-traitance P_M, P_R et P_s, ainsi que le nombre optimal d'activités de maintenance préventive pour l'unité de Manufacturing, en minimisant le coût total de la production, des rejets carbone, des stocks et de la maintenance.
En raison de la nature stochastique de notre problème, il serait difficile de trouver une solution optimale. Il est donc préférable de transformer notre modèle en un problème déterministe afin de faciliter sa résolution. Pour ce faire, nous utilisons l'approche "équivalent certain" qui consiste à associer les variables à leurs valeurs moyennes et à considérer que la variation de la demande aléatoire suit une distribution gaussienne **Silva Filho et Ventura (1999) et Silva Filho (2001).** La demande étant une variable aléatoire, elle affecte la valeur du niveau du stock $w_m(k)$ qui devient une variable stochastique, alors que les taux de production sont des variables déterministes.

Notre problème déterministe sera alors défini comme suit :

$$Min\ C_T = Min \left\{ \begin{array}{l} C_{hm} \times \left(\mu_{w_m} (H)^2 \right) \\ + \sum_{k=1}^{H-1} \left[C_{pm} \times U_m(k)^2 + C_{hm} \times \left(k \times \sigma^2 + \mu_{w_m} (k)^2 \right) + Cc \times \left| Q_m(k) \right| \times 1_{Q_m(k)<0} \right] \\ + \sum_{k=1}^{H} \left[C_{hr} \times \left(k \times \sigma^2 \right) \right] \\ + C_{hr} \times \left(\mu_{w_r} (H)^2 \right) \\ + \sum_{k=1}^{H-1} \left[\begin{array}{l} C_{pr} \times \left[U_r(k) \right]^2 + C_{hr} \times \left(k \times \alpha^2 \times (1-\beta)^2 \times \sigma^2 + \hat{w}_r (k)^2 \right) \\ + Cc \times \left| Q_r(k) \right| \times 1_{Q_m(k)<0} \end{array} \right] \\ + \sum_{k=1}^{H} \left[C_{hr} \times \left(k \times \alpha^2 \times (1-\beta)^2 \times \sigma^2 \right) \right] \\ + \mathrm{M_p} \cdot (\mathrm{N}_m - 1) + \mathrm{M_c} \cdot \varphi(\mathrm{N}_m) \end{array} \right\} \quad \textbf{(4.18)}$$

$$\hat{w}_m(k+1) = \hat{w}_m(k) + U_{MT}(k) + U_{RT}(k) - \hat{d}(k)$$

$$\hat{w}_r(k+1) = \hat{w}_r(k) + \alpha \times \hat{d}\left(k - {}^{\tau}/_{\Delta t}\right) \times (1-\beta) - U_{RT}(k)$$

$$U_{mmin} \le U_m(k) \le U_{mmax}$$

$$U_{rmin} \le U_r(k) \le U_{rmax}$$

$$Q_m(k) = Q_{cm}(0) - \sum_{j=1}^{k} U_m(j) \times \Delta t \times X_e$$

$$Q_r(k) = Q_{cr}(0) - \sum_{j=1}^{k} U_r(j) \times \Delta t \times X_e$$

Avec:

$$U_{MT}(k) = [U_m(k) + a_k \times U_s(k)]$$

$$U_{RT}(k) = [((1 - b_k) \times U_r(k) + b_k \times (1 - y) \times U_r(k)) + (1 - a_k) \times U_s(k)]$$

$$b_k = \begin{cases} 1 & if\ k = \lfloor h \times x \rfloor\ \forall\ h \in \{1, \dots, \left\lfloor \frac{H}{x} \right\rfloor} \\ 0 & sinon \end{cases}$$

$$\alpha_k = \begin{cases} 1 & si\ f_m \geq f_r \\ 0 & si\ non \end{cases}$$

$$f_m(Q_m) = \begin{cases} 1\ if\ Q_{1m} \leq Q_m \leq Q_{mMAX} \\ 2\ if\ Q_{2m} \leq Q_m \leq Q_{1m} \\ 3\ if\ 0 \leq Q_m \leq Q_{2m} \\ 4\ if\ Q_m \leq 0 \end{cases} \qquad f_r(Q_r) = \begin{cases} 1\ if\ Q_{1r} \leq Q_r \leq Q_{rMAX} \\ 2\ if\ Q_{2r} \leq Q_r \leq Q_{1r} \\ 3\ if\ 0 \leq Q_r \leq Q_{2r} \\ 4\ if\ Q_r \leq 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} P[w_m(k+1) \geq 0] \geq \theta \\ \Updownarrow \\ U_{MT}(k) + U_{RT}(k) \geq \sqrt{(k+1)} \times \sigma_d \times \varphi^{-1}(\theta) + \hat{d}(k) - \hat{w}_m(k) \end{cases}$$

Preuve :

Nous supposons que les moments statistiques premier et secondaire de la demande sont connus pour chaque période *k*, $E\{D(k)\} = \hat{D}(k)$ et $V_{D(k)} = \sigma^2$.

Les variables d'inventaire $w_m(k)$ et $w_r(k)$ sont décrites statistiquement, respectivement par leurs moyens $E\{w_m(k)\} = \hat{w}_m(k)$ et $E\{w_r(k)\} = \hat{w}_r(k)$ ainsi que leurs variances $V_{w_m(k)} = E\left\{\left(w_m(k) - \hat{w}_m(k)\right)^2\right\}$ et $V_{w_r(k)} = E\left\{\left(w_r(k) - \hat{w}_r(k)\right)^2\right\}$.

L'équation d'équilibre du niveau de stock de l'unité de Manufacturing peut être reformulée comme suit :

$$\hat{w}_m(k+1) = \hat{w}_m(k) + \hat{U}_{MT}(k) + \hat{U}_{RT}(k) - \hat{d}(k) \qquad k = 0,1,\dots,H-1$$

(4.19)

De même, l'équation d'équilibre du niveau de stock de l'unité de Remanufacturing peut être reformulée comme suit :

$$\widehat{w}_r(k+1) = \widehat{w}_r(k) + \alpha \times \hat{d}\left(k - {}^{\tau}/_{\Delta t}\right) \times (1-\beta) - \widehat{U}_{RT}(k) \;\; k = \{1, 2 \ldots\ldots, H-1\} \; et \; k \geq \tau$$

(4.20)

Avec

$$\widehat{U}_{MT}(k) = \left[\widehat{U}_m(k) + a_k \times \widehat{U}_s(k)\right]$$

$$\widehat{U}_{RT}(k) = \left[((1 - b_k) \times \widehat{U}_r(k) + b_k \times (1 - y) \times \widehat{U}_r(k)) + (1 - a_k) \times \widehat{U}_S(k)\right]$$

- Si nous calculons la différence entre les équations (4.5) et (4.19), nous obtenons :

$$w_m(k+1) - \widehat{w}_m(k+1) = (w_m(k) - \widehat{w}_m(k)) + \underbrace{(U_{MT}(k) - \widehat{U}_{MT}(k))}_{0} + \underbrace{(U_{RT}(k) - \widehat{U}_{RT}(k))}_{0} - (d(k) - \hat{d}(k))$$

$$E\{(w_m(k+1) - \widehat{w}_m(k+1))^2\} = E\{(w_m(k) - \widehat{w}_m(k))^2\} - E\left\{\left(d(k) - \hat{d}(k)\right)^2\right\} - 2 \cdot E\left\{\left((w_m(k) - \widehat{w}_m(k)\right) \cdot \left(d(k) - \hat{d}(k)\right)\right\}$$

Puisque $w_m(k)$ et $d(k)$ sont des variables aléatoires indépendantes, on peut en déduire que :

$$E\left\{\left((w_m(k) - \widehat{w}_m(k)\right) \cdot \left(d(k) - \hat{d}(k)\right)\right\} = E\left\{\left((w_m(k) - \widehat{w}_m(k)\right)\right\} \times E\left\{\left(d(k) - \hat{d}(k)\right)\right\}$$

Par conséquent :

$$E\left\{\left((w_m(k) - \widehat{w}_m(k)\right)\right\} = E\{w_m(k)\} - E\{\widehat{w}_m(k)\} = 0$$

$$E\left\{\left(d(k) - \hat{d}(k)\right)\right\} = E\{d(k)\} - E\left\{\hat{d}(k)\right\} = 0$$

Donc

$$\{(w_m(k+1) - \widehat{w}_m(k+1))^2\} = E\{(w_m(k) - \widehat{w}_m(k))^2\} - E\left\{\left(d(k) - \hat{d}(k)\right)^2\right\}$$

Supposons que $V_{w_m}(k=0)=0$ *et* σ_D est constant et égal à σ pour toutes les périodes, nous pouvons déduire que :

$$V_{w_m}(k+1)=V_{w_m}(k)+\sigma^2 \quad k\geq 1$$

Pour $k=0, V_{w_m}(1)=\sigma^2$

$V_{w_m}(k)=k\times\sigma^2$

Puisque $V_{w_m}(k) = E\{(w_m(k)\text{-}\hat{w}_m(k))^2\} = E\{w_m(k)^2\}\text{-}\hat{w}_m(k)^2$, nous pouvons écrire

$$E\{w_m(k)^2\}\text{-}\hat{w}_m(k)^2 = k\times\sigma^2$$

Donc

$$E\{w_m(k)^2\} = k\times\sigma^2 + \hat{w}_m(k)^2 \qquad \textbf{(4.21)}$$

- Si nous calculons la différence entre les équations (4.6) et (4.20), nous obtenons :

$$\begin{aligned} &w_r(k+1)-\hat{w}_r(k+1)\\ &\quad=\left(w_r(k)-\hat{w}_r(k)\right)+\alpha\times\left(d(k-{}^{\tau}/_{\Delta t})-\hat{d}(k-{}^{\tau}/_{\Delta t})\right)\times(1-\beta)\\ &\quad-\left(U_{RT}(k)-\hat{U}_{RT}(k)\right)\end{aligned}$$

$$k=\{1,2.....,H-1\}\ et\ k\geq {}^{\tau}/_{\Delta t}$$

$$\begin{aligned} &E\left\{\left(w_r(k+1)-\hat{w}_r(k+1)\right)^2\right\}\\ &\quad=E\left\{\left(w_r(k)-\hat{w}_r(k)\right)^2\right\}+\alpha^2\times E\left(d(k-{}^{\tau}/_{\Delta t})-\hat{d}(k-{}^{\tau}/_{\Delta t})\right)^2\times(1-\beta)^2\\ &\quad+E\left\{\left(U_{RT}(k)-\hat{U}_{RT}(k)\right)^2\right\}\\ &\quad+2\times E\left\{\left(w_r(k)-\hat{w}_r(k)\right)\times\alpha\times\left(d(k-{}^{\tau}/_{\Delta t})-\hat{d}(k-{}^{\tau}/_{\Delta t})\right)\times(1-\beta)\right\}\\ &\quad-2\\ &\quad\times E\left\{\left(w_r(k)-\hat{w}_r(k)\right)\times\left(U_{RT}(k)-\hat{U}_{RT}(k)\right)\right.\\ &\quad\left.-2\times E\left\{\alpha\times\left(d(k-{}^{\rho}/_{\Delta t})-\hat{d}(k-{}^{\tau}/_{\Delta t})\right)\times(1-\beta)\times\left(U_{RT}(k)-\hat{U}_{RT}(k)\right)\right\}\right\}\end{aligned}$$

$$k=\{1,2.....,H-1\}\ et\ k\geq {}^{\tau}/_{\Delta t}$$

Puisque $w_r(k)$ et $d(k-{}^{\tau}/_{\Delta t})$ sont des variables aléatoires indépendantes, on peut en déduire que :

$$E\left\{(w_r(k)-\hat{w}_r(k))\times\alpha\times\left(d(k-{}^{\tau}/_{\Delta t})-\hat{d}(k-{}^{\tau}/_{\Delta t})\right)\times(1-\beta)\right\}$$
$$=(1-\beta)\times\alpha\times E\{(w_r(k)-\hat{w}_r(k))\}\times E\left\{\left(d(k-{}^{\tau}/_{\Delta t})-\hat{d}(k-{}^{\tau}/_{\Delta t})\right)\right\}$$

Avec

$$E\left\{\left(d(k-{}^{\tau}/_{\Delta t})-\hat{d}(k-{}^{\tau}/_{\Delta t})\right)\right\}=E\{d(k-{}^{\tau}/_{\Delta t})\}-E\{\hat{d}(k-{}^{\tau}/_{\Delta t})\}=0$$

Donc,

$$E\left\{\left(w_r(k+1)-\hat{w}_r(k+1)\right)^2\right\}$$
$$=E\left\{\left(w_r(k)-\hat{w}_r(k)\right)^2\right\}+\alpha^2\times E\left(d(k-{}^{\tau}/_{\Delta t})-\hat{d}(k-{}^{\tau}/_{\Delta t})\right)^2\times(1-\beta)^2$$

$$V_{w_r}(k+1)=V_{w_r}(k)+\alpha^2\times(1-\beta)^2\times\sigma^2$$

Supposons que $V_{w_r}(k=0)=0$ et que l'écart type est constant et égal à σ pour toutes les périodes, nous pouvons déduire que :

$$V_{W_r}(k)=k\times\alpha^2\times(1-\beta)^2\times\sigma^2$$

Puisque $Var_{w_r(k)}=E\left\{\left(w_r(k)-\widehat{w}_r(k)\right)^2\right\}=E\left\{w_r(k)^2\right\}-\widehat{w}_r(k)^2$,

Alors $E\left\{w_r(k)^2\right\}-\widehat{w}_r(k)^2=k\times\alpha^2\times(1-\beta)^2\times\sigma^2$.

Par conséquent,

$$E\left\{w_r(k)^2\right\}=k\times\alpha^2\times(1-\beta)^2\times\sigma^2+\widehat{w}_r(k)^2 \qquad \textbf{(4.22)}$$

En substituant (4.21) et (4.22) en (4.14), on obtient :

$$Min\ C_T = Min\left\{\begin{array}{l} C_{hm}\times\left(\hat{w}_m(H)^2\right) \\ +\sum_{k=1}^{H-1}\left[C_{pm}\times P_M(k)^2 + C_{hm}\times\left(k\times\sigma^2+\hat{w}_m(k)^2\right)+Cc\times\left|Q_m(k)\right|\times 1_{Q_m(k)<0}\right] \\ +\sum_{k=1}^{H}\left[C_{hr}\times\left(k\times\sigma^2\right)\right] \\ +C_{hr}\times\left(\hat{w}_r(H)^2\right) \\ +\sum_{k=1}^{H-1}\left[C_{pr}\times\left[P_R(k)\right]^2 + C_{hr}\times\left(k\times\alpha^2\times(1-\beta)^2\times\sigma^2+\hat{w}_r(k)^2\right)+Cc\times\left|Q_r(k)\right|\times 1_{Q_m(k)<0}\right] \\ +\sum_{k=1}^{H-1}+\sum_{k=1}^{H}\left[C_{hr}\times\left(k\times\alpha^2\times(1-\beta)^2\times\sigma^2\right)\right] \end{array}\right\}$$

Les étapes de la méthode de résolution sont données par l'algorithme suivant :

- Étape 1 : générer de manière aléatoire une première solution pour le plan de production : vecteur des taux de production des unités de Manufacturing et de Remanufacturing;
- Étape 2 : vérifier si la contrainte de niveau de service est vérifiée pour la solution actuelle.
- Étape 3 : calculer la quantité de carbone émise par les unités de Manufacturing et de Remanufacturing ;
- Étape 4 : déterminer dans quelle zone se trouvent les unités de Manufacturing et de Remanufacturing :

• Étape 4.1: si la quantité de carbone de l'unité de Manufacturing est supérieure à la quantité de carbone de l'unité de Remanufacturing, nous comparons le coût du carbone au coût du sous-traitant :

- Si le coût du carbone est supérieur au coût de la sous-traitance, l'unité de Manufacturing produira la quantité minimale $\gamma.U_{MT}(k)$ et l'unité de sous-traitance produira le reste $(1-\gamma).U_{MT}(k)$.
- Sinon, une quantité minimale sera produite par l'unité de sous-traitance.

• Étape 4.2: sinon, nous comparons le coût du carbone au coût du sous-traitant :

- Si le coût du carbone est supérieur au coût de la sous-traitance, l'unité de Remanufacturing produira la quantité minimale $\gamma.U_{MT}(k)$ et l'unité de sous-traitance produira le reste $(1-\gamma).U_{MT}(k)$.
- Sinon, une quantité minimale sera produite par l'unité de sous-traitance

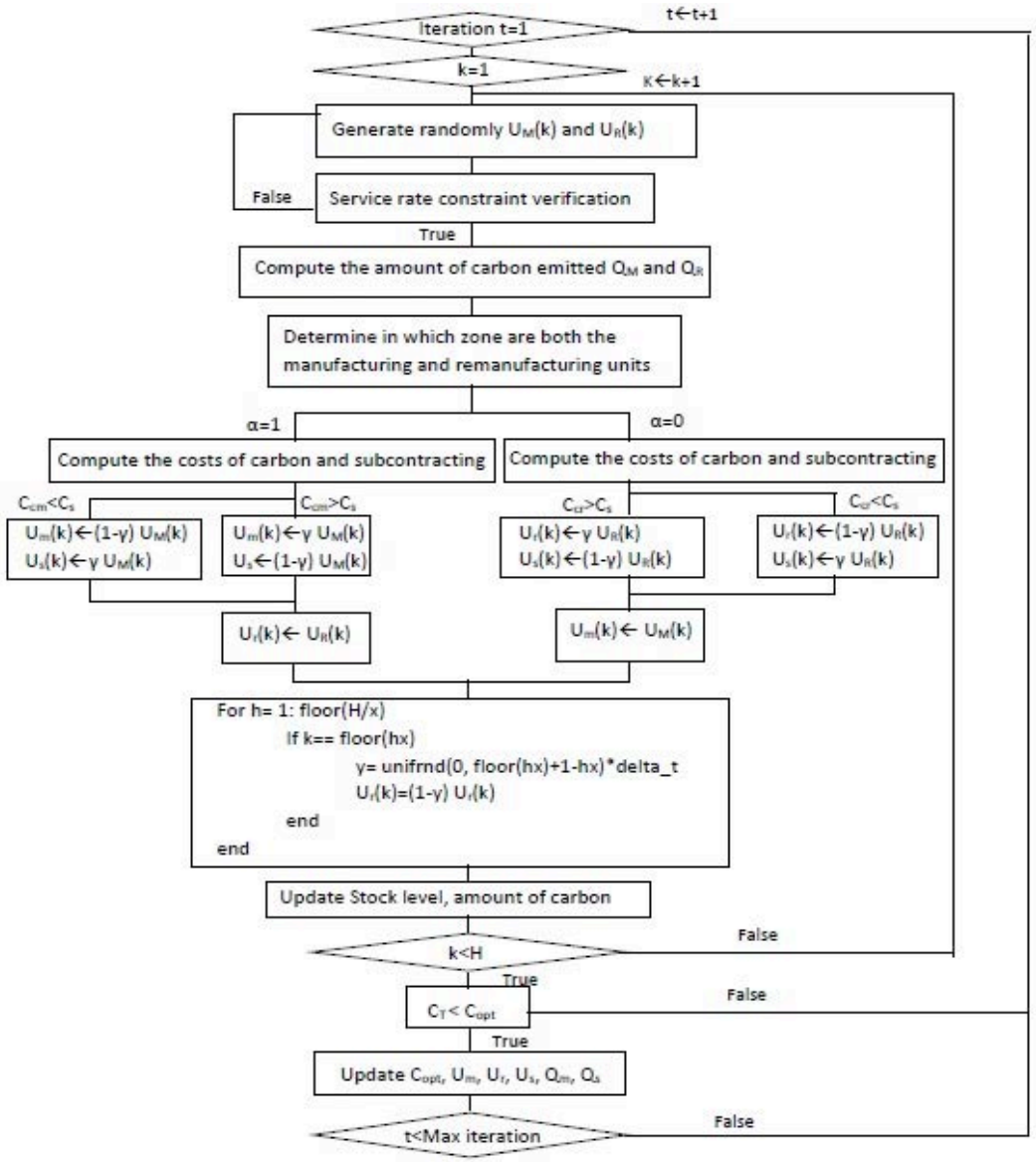


Figure 4.5: Étapes de la méthode de résolution

4.5 Exemple numérique

Dans cet exemple numérique, nous supposons que l'horizon fini de production est égal à H = 12.Δt avec la longueur de la période Δt = 1. L'indice de niveau de service est θ = 90%. La demande est aléatoire, caractérisée par les moyennes indiquées dans le tableau 1 et l'écart type est fixé pour toutes les périodes de production ; il est égal à σ_d = 100. Les niveaux initiaux de stocks $w_m(k = 0) = w_r\ (k = 0) = 0$.

- Limites inférieures et supérieure des capacités de Manufacturing et de Remanufacturing : U_{mmin} = 1500; U_{mmax} = 2300; U_{rmin} = 50; U_{rmax} = 150;

Les autres données du problème sont présentées comme suit :

Coefficients de coût : C_{sm}=20; C_{sr}=25; C_{pm}=30; C_{pr}=25; C_{ps}=35; C_c=1250;

Coefficients de quantité de carbone: X_e=9.3; Q_{cm}=118000; Q_{cr}=2000; Q_{1m} = 0.6×Q_{cm}=; Q_{2m} = 0.4×Q_{cm}=; Q_{1r} = 0.8×Q_{cr}; Q_{2r} = 0.4 × Q_{cr}; ρ=2;

Pour la stratégie de maintenance, le taux de défaillance de l'unité de Manufacturing suit la loi de Weibull de paramètres : de forme ξ =2 et d'échelle η=100 et avec *Mp*=500 um et *Mc*=2000 um.

Tableau 4.1: Demandes moyennes durant H=12 périodes

Périodes	Demandes
1	1961
2	1833
3	1975
4	1984
5	2024
6	2049
7	2081
8	1962
9	2048
10	1775
11	1909
12	2042

Politique de la production

Tableau 4.2: Plan économique de production durant H=12 périodes

Période	Quantité produite par l'unité de Manufacturing	Quantité produite par l'unité de Remanufacturing	a_k	Quantité produite par l'unité de sous-traitance	w_m	w_r
1	1491	0	1	639	169	0
2	1579	0	1	677	593	0
3	1496	101	1	374	589	683
4	1861	54	0	15	584	565
5	1725	11	0	103	399	846
6	1834	19	0	32	235	795
7	1376	120	1	590	240	1080
8	1258	137	1	839	512	942
9	1551	137	1	665	817	1013
10	588	96	1	1372	1097	1898
11	357	78	1	1430	1076	2208
12	371	123	1	1485	1013	2617

Tableau 4.3: Quantité de carbone émise par les unités de Manufacturing et de Remanufacturing

période	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Qm sans sous-traitance	98191	77210	59819	42512	26469	9413	-8871	-28373	-48972	-67200	-83819	-101080
Qm	104134	89449	75536	58229	42186	25130	12333	634	-13790	-19259	-22579	-26029
Qr sans sous-traitance	2000	2000	1061	-334	-1395	-1887	-3003	-4352	-5626	-6519	-7737	-8881
Qr	2000	2000	1061	559	456	280	-837	-2111	-3385	-4278	-5003	-6147

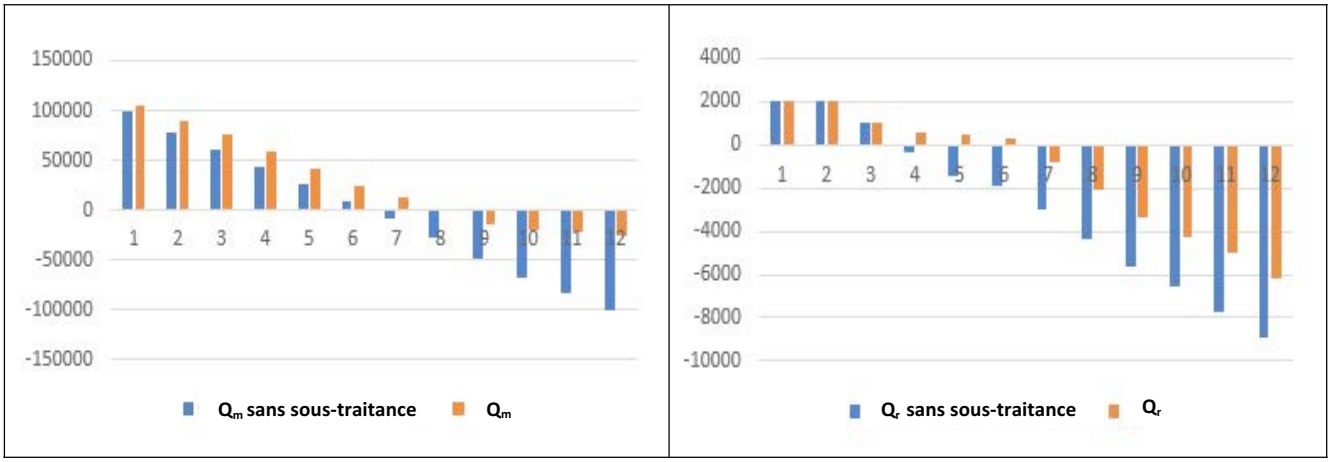


Figure 4.6: Quantité de carbone émise avec et sans l'unité de sous-traitance

- Nous pouvons remarquer dans le tableau 4.3 que le Remanufacturing a dépassé la quantité de carbone émise autorisée (valeur négative de la quantité de carbone Qr sans sous-traitance). Cela signifie que l'unité de Remanufacturing est dans la quatrième zone de notre fonction d'indicateur, définie précédemment, tandis que l'unité de Manufacturing est toujours dans la troisième zone. L'unité de sous-traitance va ensuite aider l'unité de Remanufacturing durant les périodes 4, 5 et 6 afin de réduire la quantité de carbone émise.
- En utilisant cette méthode d'optimisation, la quantité de carbone émise par les unités de Manufacturing et de Remanufacturing est réduite. En fait, nous pouvons remarquer, à partir de la figure 4.6 et du tableau 4.3, que nous avons réussi à retarder le dépassement de la quantité de carbone autorisée de la 7ème période à la 9ème période, pour l'unité de Manufacturing, et de la 4ème période à la 7ème période pour l'unité de Remanufacturing. De plus, cette méthode nous permet de réduire les émissions de carbone, même après avoir dépassé la quantité autorisée. Nous avons pu économiser 75051 um pour l'unité de Manufacturing et 2734 um pour l'unité de Remanufacturing.
- En termes d'optimisation, si le coût de la sous-traitance est supérieur au coût du carbone, les tailles maximales de lots seront affectées aux unités de Manufacturing ou de Remanufacturing. Nous pouvons remarquer, en analysant le tableau 4.2, que cette condition est satisfaite. Pendant les 3 premières périodes de production, le sous-traitant aidera au Remanufacturing en prenant la taille minimale du lot, car le coût du carbone est nul (cette unité n'a pas dépassé le montant autorisé). Pour les 3 prochaines périodes, le sous-traitant aidera au Remanufacturing ; au cours de la quatrième période, le sous-traitant prendra la plus petite taille du lot, car le coût de la sous-traitance est supérieur

à la pénalité de dépassement du montant autorisé. Dans la cinquième et sixième période, le coût de la pénalité dépassera le coût de la sous-traitance, raison pour laquelle le Remanufacturing produira une taille minimale de lot. De même, pour les 3 dernières périodes où l'unité de sous-traitance assistera au Manufacturing et produira la taille maximale de lot.

Politique de la maintenance

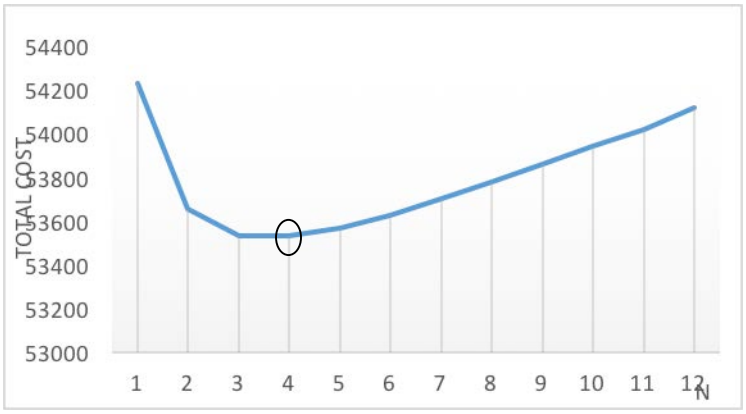


Figure 4.7: Nombre optimal d'actions de maintenance préventive

À partir de la figure 4.7, nous pouvons remarquer que le nombre optimal des actions de maintenance préventive pour l'unité de Manufacturing N_m=4 avec un intervalle optimal entre deux actions de maintenances successives T_m*=3.Δt. Dans ce cas, nous pouvons conclure que l'unité de production principale produit davantage par rapport à l'unité de Remanufacturing et que, par conséquent, le taux d'échec de l'unité de fabrication (Manufacturing) augmente plus rapidement, ainsi que le nombre optimal d'activités de maintenance préventive.

Étude de sensibilité

Impact de la variabilité des coûts

- C_{ps}=35 and C_c=3550

Tableau 4.4: Plan économique de production avec C_{ps}=35; C_c=3550

Période	Quantité produite par l'unité de Manufacturing	Quantité produite par l'unité de Remanufacturing	a_k	Quantité produite par l'unité de sous-traitance	w_m	w_r
1	1563	0	1	670	271	0
2	1754	0	1	438	435	0
3	1713	87	1	428	768	894
4	1751	47	0	13	597	1805
5	2252	11	0	97	964	1887
6	1988	17	0	53	909	1816

7	825	119	1	1237	1120	1697
8	349	97	1	1398	782	1599
9	324	118	1	1294	436	1875
10	187	55	1	1685	234	2256
11	211	67	1	1895	310	2796
12	799	54	1	1199	291	2742

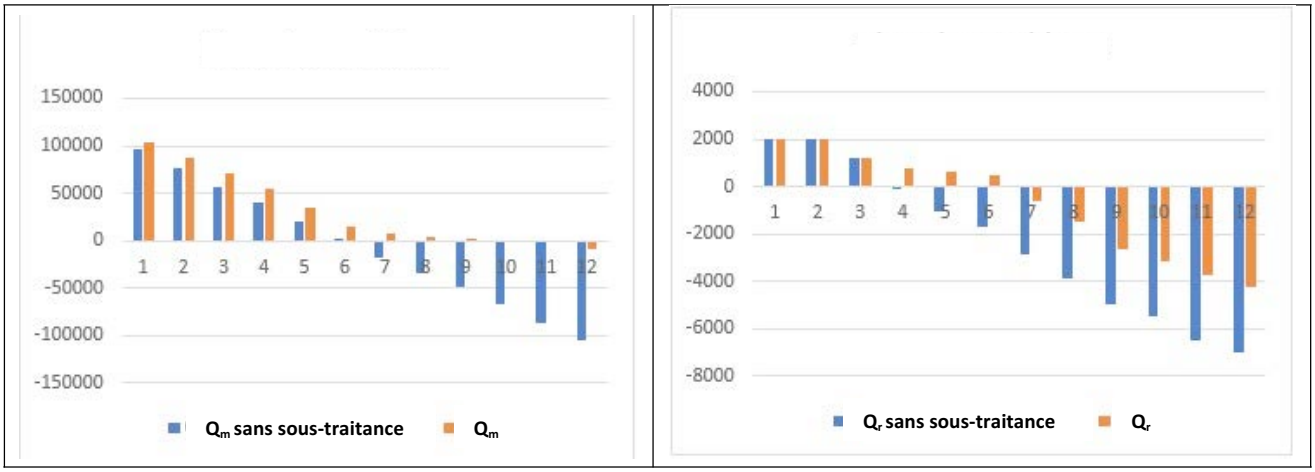


Figure 4.8: Quantité de carbone émise avec et sans l'unité de sous-traitance pour C_{ps} = 35; C_c = 3550

Tableau 4.5: Plan économique de production avec C_{ps}=500; C_c=550

Période	Quantité produite par l'unité de Manufacturing	Quantité produite par l'unité de Remanufacturing	a_k	Quantité produite par l'unité de sous-traitance	w_m	w_r
1	1600	0	1	686	391	0
2	1160	0	1	774	253	0
3	1172	100	1	781	215	279
4	2083	84	0	27	458	786
5	2274	30	0	46	798	710
6	1838	48	0	48	773	606
7	1151	106	1	768	819	1103
8	1456	58	1	364	755	2026
9	1197	54	1	798	896	2368
10	1768	71	1	196	889	2491
11	1798	52	1	200	845	2427
12	1287	89	1	551	830	2951

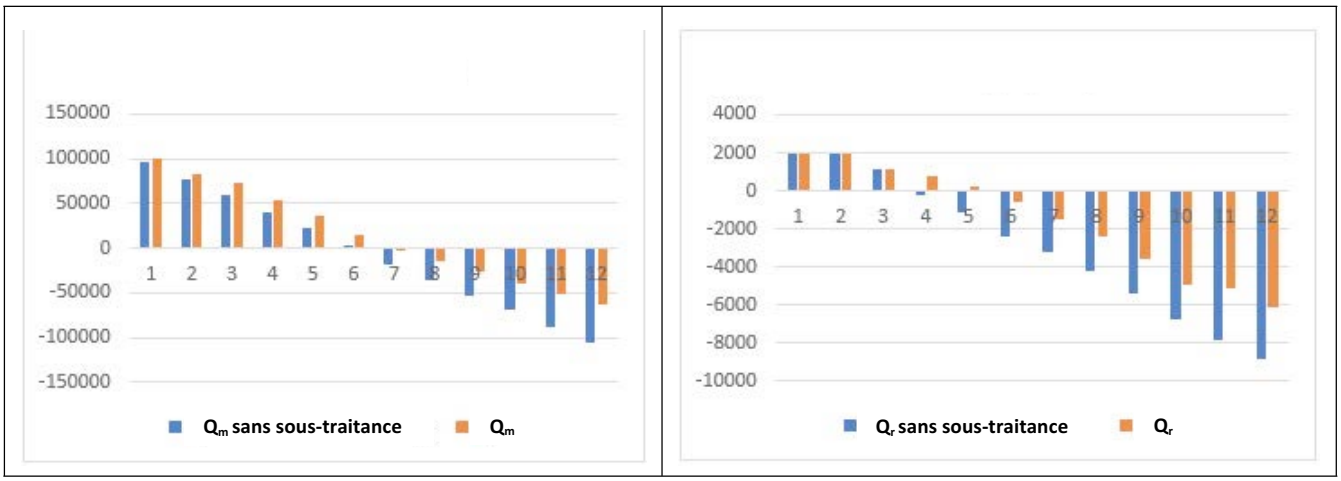


Figure 4.9: Quantité de carbone émise avec et sans l'unité de sous-traitance pour Cps=500; Cc=550

- Nous pouvons remarquer, à partir des figures (4.7 à 4.8) et des tableaux (4.4 à 4.5), que plus l'écart entre le coût unitaire du sous-traitant et le coût de la pénalité carbone, est grand, plus l'unité du sous-traitant prendra le maximum de production et de quantité de carbone au cours de la production. Ce résultat est prévisible, car l'entreprise cherche à minimiser sa fonction de coût total. Ce qui signifie que si le coût de la pénalité est supérieur au coût de la sous-traitance, l'entreprise s'efforcera de minimiser les émissions de carbone, afin de minimiser le coût total.
- Nous pouvons également noter que l'écart entre la quantité de carbone émise pendant le processus de Remanufacturing avec et sans sous-traitance reste presque identique au cours de la période finale (environ 2 000 mu). Cela est principalement dû à l'ordre de priorité (l'unité de Manufacturing est prioritaire). En fait, le sous-traitant ne prendra pas le lot maximal tant que l'une de nos unités n'aura pas dépassé le montant autorisé (ce qui signifie que la fonction de l'indicateur correspondant à cette unité en prendra 4). Si les unités de Manufacturing et de Remanufacturing dépassent respectivement Q_{cm} et Q_{rm}, le sous-traitant aidera à la fabrication. C'est pourquoi nous remarquons dans notre cas que l'écart entre Q_r avec et sans sous-traitance reste presque identique au cours de la dernière période lorsque les deux unités ont dépassé leurs quantités de carbone autorisées.

Impact de la variabilité de la proportion de carbone émise

Tableau 4.6: Quantité de carbone émise avec X_e = 6.3

Période	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
a_k	1	1	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1
Qm sans sous-traitance	104178	91068	77630	65464	51604	38475	25522	13666	-484	-12240	-26390	-39305
Qm	109709	101841	88403	76237	62377	49248	36295	24439	14535	3957	-5946	-11112
Qr sans sous-traitance	2000	2000	1345	526	-350	-841	-1465	-2057	-2719	-3172	-3689	-4199
Qr	2000	2000	1540	923	835	797	734	520	-142	-596	-715	-1226

Tableau 4.7: Quantité de carbone émise avec X_e = 15.8

Période	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
a_k	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1
Qm sans sous-traitance	81723	45984	18586	-10501	-39889	-68819	-103216	-134042	-166274	-202234	-232839	-264297
Qm	96228	71216	43819	17638	11761	3087	-358	-6520	-16189	-26981	-36161	-48737
Qr sans sous-traitance	2000	2000	-101	-2471	-4146	-6279	-7496	-8444	-10672	-12520	-14179	-16407
Qr	2000	2000	531	-449	-2124	-3862	-5078	-5868	-8096	-9945	-11272	-13500

- À partir des tableaux 4.6 et 4.7, nous pouvons remarquer que la variabilité de la proportion de carbone émise pour produire un article a un impact sur la variable de décision α_k qui indique si le sous-traitant aide à la fabrication (Manufacturing) ou bien au Remanufacturing. En fait, en augmentant la proportion de carbone émise, tout en maintenant la quantité maximale autorisée constante, les deux unités dépasseront cette quantité plus tôt, ce qui signifie que leurs fonctions d'indicatrices prendront la zone 4 et à cause de l'ordre de priorité, le sous-traitant aidera l'unité de Manufacturing. En diminuant la valeur de X_e, l'unité de Remanufacturing dépassera la quantité autorisée plus tôt que l'unité de fabrication, car Q_{cm} est supérieur à Q_{rm}. La fonction d'indicatrice de l'unité de Remanufacturing aura probablement une valeur supérieure à celle correspondant à l'unité de Manufacturing. Ce qui signifie que l'unité de sous-traitance aidera l'unité de Manufacturing à réduire ses émissions de carbone.

Impact de la variabilité de la quantité de carbone autorisée

Pour mieux estimer la sensibilité de notre modèle à la variabilité de la quantité de carbone autorisée, nous fixons le coût du carbone C_c = 2250 et le coût de la sous-traitance C_{ps} = 35.

Tableau 4.8 : Quantité de carbone émise avec Q_{cm}=200000 and Q_{cr}=2000

Période	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
a_k	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Qm sans sous-traitance	235586	222129	208590	194623	180637	170746	160861	146529	134697	120617	108011	96545
Qm	238471	227704	219584	205617	191631	181740	171855	157522	145691	131610	119004	107538
Qr sans sous-traitance	2000	2000	1654	1105	438	-438	-822	-1635	-2026	-2706	-3286	-3985
Qr	2000	2000	1654	1471	1068	929	816	595	475	274	186	116

Tableau 4.9 : Quantité de carbone émise avec Q_{cm}=50000 et Q_{cr}=2000

Période	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
a_k	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
Qm sans sous-traitance	29670	9443	-9929	-30547	-45939	-61414	-80721	-95210	-112797	-129583	-150629	-167741
Qm	35771	23635	12010	3760	-2396	-5493	-9353	-10803	-12561	-14244	-18457	-21880
Qr sans sous-traitance	2000	2000	1163	605	-176	-651	-2036	-3422	-4752	-5998	-7337	-8667
Qr	2000	2000	1163	735	-46	-455	-1841	-3134	-4464	-5710	-6203	-7533

- Qcm=118000 et Qcr=1500

Tableau 4.10: Quantité de carbone émise avec Q_{cm}=118000 et Q_{cr}=1500

Période	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
α_k	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1
Qm sans sous-traitance	97903	78615	58685	40475	22461	4493	-13939	-32995	-52767	-69972	-88702	-106688
Qm	105938	92434	72504	54295	36281	18313	3563	-13586	-31377	-36538	-40286	-43885
Qr sans sous-traitance	1500	1500	468	-295	-1671	-2211	-3355	-3996	-4657	-5326	-5847	-6489
Qr	1500	1500	775	570	431	328	-816	-1337	-1997	-2666	-3104	-3745

Tableau 4.11: Quantité de carbone émise avec Qcm=118000 et Qcr=3500

Période	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
a_k	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
Qm sans sous-traitance	97428	77015	56248	36439	16835	-2277	-20830	-41821	-62913	-82266	-98002	-114156
Qm	101539	85208	72746	58880	41238	27855	13012	-5876	-10098	-13967	-15539	-20384
Qr sans sous-traitance	3500	3500	2356	1826	970	-229	-1615	-2936	-3856	-4870	-5335	-6246
Qr	3500	3500	2356	2012	1156	385	-1001	-2173	-3094	-4107	-4405	-5316

Nous pouvons remarquer qu'en réduisant la quantité autorisée d'une unité tout en maintenant l'autre constante, comme dans le cas des tableaux 4.9 et 4.10, le nombre d'interventions de l'unité de sous-traitance pour aider cette unité augmentera. Puisque, quand Q_{cm} diminue, l'unité concernée épuisera cette quantité plus tôt et le sous-traitant devra aider à réduire les émissions de carbone. Nous pouvons raisonner de la même manière lorsque nous augmentons la quantité d'émission autorisée, comme dans le cas des tableaux 4.8 et 4.11. Et dans ce cas, le nombre d'interventions de l'unité sous-traitante pour aider cette unité diminuera. Si Q_{cr} augmente et que Q_{cm} reste constant, l'unité de Remanufacturing épuisera sa quantité autorisée ultérieurement et le sous-traitant assistera alors davantage dans la fabrication (manufacturing). Même situation lorsque Q_{cm} augmente et que Q_{cr} reste constant, l'unité de Manufacturing épuisera sa quantité autorisée plus tard et le sous-traitant assistera davantage au Remanufacturing.

4.6 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons intégré la sous-traitance dans notre modèle en tant que solution permettant de minimiser la quantité de carbone émise et sa taxe par l'unité de Manufacturing et l'unité de Remanufacturing.
L'idée proposée est de considérer un tableau de bord pour développer une condition d'intervention du sous-traitant afin d'aider les unités de Manufacturing ou de Remanufacturing. Pour résoudre ce problème, une politique de production est tout d'abord élaborée, afin de déterminer le plan économique de production pour les unités de Manufacturing et de Remanufacturing, ainsi que le plan d'intervention du sous-traitant, et ceci en alternance. Deuxièmement, en considérant l'impact du taux de défaillance de l'unité de Manufacturing par la variation des cadences de production, nous avons proposé une stratégie de maintenance de type bloc sous critères économiques, afin d'obtenir le nombre optimal des actions de maintenances préventives appliquées pendant l'horizon fini de production.

Conclusion générale

La contribution principale de ce travail de recherche est la mise en œuvre des politiques de production et des stratégies de maintenance pour une chaine logistique inverse soumise à certaines contraintes économiques et environnementales. À partir de l'état de l'art sur les services de production et de maintenance dans les systèmes manufacturiers, nous avons présenté les différentes configurations des systèmes de production et leurs classifications ainsi que les différentes structures de la chaine logistique, les types et politiques de maintenance appliquée dans l'industrie, ainsi que les récents travaux, traitant la problématique de la maintenance intégrée sous contraintes opérationnelles, économiques et environnementales. Nous nous sommes intéressés au problème de la maintenance intégrée à la production dans une chaine logistique inverse sous contrainte de taxe carbone. Le problème posé consiste à proposer un plan optimal de maintenance intégrée à la production pour un système de production devant satisfaire une demande aléatoire sous un taux de service prédéfini.

Notre système de production est composé de deux unités de Manufacturing et de Remanufacturing produisant un seul type de produit pour satisfaire une demande aléatoire. À partir d'une étude bibliographique, nous avons fait le constat d'un manque d'approches traitant notre problématique. En effet, l'étude des horizons de temps fini ainsi que la variation du taux de production impactant la dégradation dans le cadre de la planification de la production couplée à la maintenance n'ont pas été suffisamment traitées dans la littérature. De manière similaire, très peu de travaux abordent les problématiques sous contraintes environnementales. On note qu'au niveau opérationnel, la prise de décision tenant compte du comportement dynamique des systèmes de production est relativement nouvelle. En se basant sur ces aspects peu étudiés en littérature, nous avons bâti la problématique de cette thèse.

Dans le deuxième chapitre, nous avons défini notre système de production qui est composé de deux unités de Manufacturing et de Remanufacturing qui produisent un seul type de produit, dont le but de satisfaire une demande aléatoire sous un certain niveau de service donné et sous contrainte de taxe carbone au cours du temps. Ce chapitre concerne l'étude d'une stratégie séquentielle qui se caractérise par la détermination des plans économiques de production et d'émissions de carbone pour les deux unités ainsi que le plan optimal de maintenance pour l'unité de Manufacturing soumise à une forte sollicitation. L'optimisation consiste d'une part à minimiser une fonction du coût total de production, de stockage et de taxe carbone et en tenant compte de différentes contraintes économiques et environnementales, et d'autre part à minimiser les coûts de maintenance de la machine Manufucturing. Concernant la stratégie de maintenance étudiée dans ce chapitre, nous avons établi la corrélation entre la production et la maintenance en développant une relation analytique pour la fonction de défaillance caractérisant la dégradation de l'unité de Manufacturing sous cadence variable à travers les différentes périodes de planification sur un horizon fini. À partir de cette fonction, nous avons proposé une stratégie de maintenances périodique, qui se caractérise par la réalisation d'actions de maintenance préventives à intervalles de temps constants, minimisant la fonction du coût de maintenance afin

d'obtenir un plan optimal de maintenance. Ces différentes actions de maintenances préventives peuvent intervenir indifféremment à la fin des périodes de production ou pendant leur exécution. Cette politique vise à déterminer, en plus du nombre optimal de maintenances préventives, les durées optimales des intervalles des maintenances préventives.

Le troisième chapitre concerne l'étude d'une nouvelle politique écologique de production et de maintenance en intégrant la sous-traitance dans notre modèle comme une solution afin de minimiser la quantité de carbone émise et sa taxe. Cette nouvelle politique propose une stratégie écologique efficace de production et de maintenance qui détermine un plan économique de production et une stratégie optimale de maintenance afin de satisfaire une demande aléatoire sous un certain niveau de service donné et dans le respect des normes et des exigences relatives aux émissions toxiques tout en maintenant une efficacité économique élevée. L'appel à la sous-traitance sera dans le cadre d'un appel d'offres tenant en compte de l'influence du taux de production sur la dégradation des unités. Cette stratégie vise à déterminer le coût de la sous-traitance ainsi que les périodes d'intervention de la sous-traitance durant les durées importantes d'indisponibilité liées aux défaillances de l'unité de Manufacturing et de Remanufacturing et par conséquent une plus grande dégradation causant des pics d'émission de carbone, afin de respecter l'optimisation de la politique écologique proposée.

Dans le dernier chapitre, une nouvelle politique basée sur la commutation de la sous-traitance entre les deux unités de Manufacturing et de Remanufacturing afin de réduire leurs quantités de carbone émises ainsi que leurs taxes. En étudiant l'impact de la taxe carbone sur la prise de décision en termes d'optimisation de la production, nous avons proposé une stratégie de production et de maintenance économique originale permettant de minimiser le coût total. De plus, afin de réduire la quantité totale de carbone et sa taxe, le sous-traitant a pour rôle d'aider la fabrication ou l'unité de reconditionnement au cours du processus de production. En effet, les principaux objectifs sont de déterminer les plans de production économiques des unités de fabrication, de reconditionnement et de sous-traitance, ainsi que la planification de la maintenance optimale caractérisée par le nombre optimal d'activités de maintenance préventive pour l'unité de production, minimisant ainsi le coût total de production, de stocks, de pénalité carbone et de maintenance.

Au-delà de cette étude, ces contributions peuvent être appliquées à d'autres modèles du système de production des biens et des services dans le cadre d'une chaine logistique sous différentes contraintes. Notre système de production peut être étendu à plusieurs machines produisant différents types de produits. Suite à cette étude, et comme perspective, nous pouvons relaxer l'hypothèse du retour des produits en tenant compte de la qualité des produits retournés (mauvaise, moyenne, bonne) et son influence sur la vitesse de la dégradation de deux unités de Manufacturing et de Remanufacturing ainsi que la quantité de carbone dégagée. Dans le même contexte, nous pouvons relaxer la contrainte concernant les actions de maintenance en considérant que les durées des actions de maintenance préventive sont non négligeables ou bien les actions de maintenance correctives sont imparfaites. Dans ce cas-là, l'objectif est de considérer leur influence sur les plans économiques de production et de maintenance minimisant le coût total de production, d'inventaire, de taxe carbone et de maintenance imparfaite.

Bibliographie

[Artigues , 1997] Artigues, C.. « Ordonnancement en temps réel d'ateliers avec temps de préparation des ressources ». *Thèse de Doctorat*, Université Paul Sabatier de Toulouse, Laboratoire d'analyse et d'architecture des systèmes du CNRS , 1997.

[Arnould, 2003] Arnould, P., Renaud, J., « Flux de production : les outils d'amélioration », *Ed. Afnor*, p.51-52, Paris, France, 2003.

[Aitken, 2003] Aitken, J., Childerhouse, P., & Towill, D. "The impact of product life cycle on supply chain strategy". *(Elsevier, Éd.) Int. J. Production Economics*, 85, 127-140, 2003.

[Aghezzaf, 2007] Aghezzaf, E.H., Jamali, M.A., Ait-kadi, D., ''An integrated production and preventive maintenance planning model'', *European journal of operational research*, 181, 676-685, 2007.

[Aghezzaf, 2008] Aghezzaf E.H, N. NAJID, ''Integrated production and preventive maintenance in production systems subject to random failures'', *Information science*, 178, 3382-3392, 2008.

[Assavapokeea, 2012] Assavapokeea, T., and Wongthatsanekorn, W.," Reverse production system infrastructure design for electronic products in the state of Texas", Computers & Industrial Engineering, Volume 62, Issue 1, Pages 129-140, 2012.

[Barlow, 1960] Barlow and Hunter, 1960 R. Barlow and L.C. Hunter,"Optimum preventive maintenance policies", *Operations Research* 8 (1), pp. 90–100.1960.

[Brown, 1983] Brown, M. and F. Proschan. Imperfect repair. *Journal of Applied Probability*, 20, pp. 851–859. 1983.

[Block, 1985] Block, H.W., Borges, W.S., Savits, T.H."Age-dependent minimal repair". *Journal of applied probability*, 22:370-385, 1985.

[Bard, 1989] Bard, J. « Assembly line balancing with parallel workstations and dead time ». *International Journal of Production Research*, 27(6), 1005-1018, 1989.

[Blanchard, 1991] B.S. Blanchard, "System Engineering Management", *John Wiley & Sons*, NewYork, 1991.

[Buzacott , 1992] Buzacott J.A., Shanthikumar J.G., "Stochastic models of manufacturing systems", *Prentice-Hall, Englewood Cliff*, NJ, 1992.

[Brandolese, 1996] Brandolese M., Fransi M. & Pozzeti A., "Production and maintenance integrated planning", *International Journal of Production Research*, VOL. 34(7), pp.2059-2075, 1996.

[Byington, 2003] Byington, C., M. Watson, M. Roemer and T. Galie. "Prognostic Enhancements to Gas turbine Diagnostic Systems". *Proceedings of the IEEE Aerospace Conference*, Big Sky, USA.2003.

[Brouhle, 2009] Brouhle, K., Griffiths, C., Wolverton, A., « Evaluating the role of EPA policy levers: An examination of a voluntary program and regulatory threat in the metal-finishing industry». *Journal of Environmental Economics and Management*, 57, 166–181,2009.

[Ben-Salem, 2015a] Ben-Salem, A., Gharbi, A., Hajji, A.,«Environmental issue in an alternative production maintenance control for unreliable manufacturing system subject to degradation», *Int J Adv Manuf Technol.* DOI 10.1007/s00170-014-6454-7, 2015.

[Ben-Salem, 2015b] Ben-Salem A., Gharbi A., Hajji A., 2015b, « An environmental Hedging Point Policy to control production rate and emissions in unreliable manufacturing systems », *International Journal of Production Research*. Vol. 53, No. 2, 435–450, http://dx.doi.org/10.1080/00207543.2014.946161, 2015.

[Cox, 1972] Cox, D. "Regression Models and Life-Tables". *Journal of the Royal Statistical Society*, 34(2), pp. 187–220.1972.

[Courtois, 1995] Courtois, A., Martin-Bonnefous, C., et Pillet, M., « *Gestion de production* ». *EO SUP, Éditions d'Organisation*, 1995.

[Conway, 1988] Conway, R., Maxwell, W., McClain, J. O., et Thomas, L. J. « The Role of Work-in-Process Inventory in Serial Production Lines ». *Operations Research*, 36(2), 229-241, 1988.

[Cassady, 2003] Cassady, C.R. and Kutanoglu, E., « Minimizing job tardiness using integrated preventive maintenance planning and production scheduling ». *IIE Transactions*, 35(6), pp. 503–513,2003.

[Dobos ,1998] Dobos, I., « Production-inventory control under environmental constraints », *International Journal of Production Economics*, 56, 123- 131,1998.

[Doyen, 2004] Doyen, L. and O. Gaudoin. « Modelisation de l'efficacité de la maintenance des systèmes réparables ». *Synthèse bibliographique. Rapport du contrat T50L47/F00555/0 entre EDF et le LMC*.2004.

[Dobos ,2001] Dobos, I., «Production strategies under environmental constraints: Continuous-time model with concave costs ». *International Journal of Production Economics*, 71, 323- 330,2001.

[Dellagi, 2006] Dellagi, S. « Développement de stratégies de maintenance dans un contexte de sous-traitance partielle de production ». *Thèse de doctorat*. Universite Paul Verlaine-Metz, France.2006.

[Dahane, 2007] Dahane, M. « Couplage de la gestion de la maintenance et la gestion de la production sous contrainte de sous-traitance ». *Thèse de doctorat*. Universite Paul Verlaine – Metz, France.2007.

[Dobos ,2007] Dobos I. , «Tradable Emission Permits and Production-inventory Strategies of the Firm», *International Journal of Production Economics*, 108, 329–333. [CrossRef], [Web of Science ®]View all references, doi:10.1016/j.ijpe.2006.12.039, 2007.

[Fougerousse, 1992] S. Fougerousse, J. Germain, « Pratique de la maintenance industrielle par le coût global », *Afnor gestion*, 1992.

[Filho, 2004] Silva Filho, O. S., et Cezarino, W. « An Optimal Production Policy Applied to a Flow-shop Manufacturing System ». *Brazilian Journal of Operations & Production Management*, 1(1), 73-92,2004.

[Filho, 2007] O.S.Silva Filho "Stochastic Production Planning problem under Unobserved Inventory System "; *Proceedings of the American Control Conference* ,New York City,USA,July 11-13.2007.

[Gershwin, 1987] Gershwin, S. B., « An Efficient Decomposition Method for the Approximate Evaluation of Tandem Queues with Finite Storage Space and Blocking ». Operations Research, 35(2), 291-305, 1987.

[Giard, 1988] Giard N., « Gestion de la production » . *Edition Economica*, 1988.

[Giard, 2003] Giard, V., « *Gestion de la production et des flux* ». Economica, 2003.

[Groover, 2000] Groover, M. P., "Automation, Production Systems, and Computer-Integrated Manufacturing". Prentice Hall PTR.

[Groenevelt, 1992] H. GROENEVELT, L. PINTTELON, A. SEIDMANN, ''Production batching with machine breakdowns and safety stocks'', *Operations research*, 40, 959-971, 1992.

[Hu, 2002] Hu, T. L., Sheu, J. B. and Huang, K. H., A reverse logistics cost minimization model for the treatment of hazardous wastes. Trans. Res., Part E, Logist. Trans. Rev., 38, 457-473, 2002.

[**Hajej, 2009**] Hajej, Z., Dellagi, S., et Rezg, N., « An optimal production/maintenance planning under stochastic random demand, service level and failure rate ». 292-297, 2009.

[**Hajej, 2011**] Hajej Z., Dellagi S, Rezg N. "Optimal integrated maintenance/production policy for randomly failing systems with variable failure rate", *International Journal of Production Research*, Volume 49, Issue 19, DOI:10.1080/00207543.2010.528063,2011.

[**Hajej, 2012**] Hajej Z., Dellagi S., Rezg N. "Joint optimisation of maintenance and production policies with subcontracting and product returns", *Journal of Intelligent Manufacturing*, Volume 25, Issue 3, pp 589-602, DOI: 10.1007/s10845-012-0707-9, 2012.

[**Hajej, 2014**] Hajej Z., Rezg N., Gharbi A. Forecasting and Maintenance Problem under Subcontracting Constraint with Transport Delay. International Journal of Production Research. DOI:10.1080/00207543.2014.911418, Volume 52, Issue 22,2014.

[Hajej, 2017a] Hajej Z, Rezg N., Gharbi A. "Ecological Optimization for Forecasting Production and Maintenance Problem based Carbon Tax". *International Journal of Advanced Manufacturing Technology*. DOI: 10.1007/s00170-016-8877-9. Volume 88, Issue 5–8, pp 1595–1606,2017.

[Hajej, 2017b] Hajej Z, Rezg N., Gharbi A. "Joint Optimization of Production and Maintenance Planning With an Environmental Impact Study". *International Journal of Advanced Manufacturing Technology*. Volume 93, Issue 1–4, pp 1269–1282, 2017.

[Holt, 1960] Holt, C.C., Modigliani, F., Muth, J.F., Simon, H.A.."Planning Production, Inventory and Work Force". *Prentice Hall*, Englewood Cliffs, NJ. , 1960.

[Johnson, 1954] Johnson, S. M. « Optimal two- and three-stage production schedules with setup times included ». Naval Research Logistics Quarterly, 1(1), 61-68,1954.

[James, 1998] James F. III Cox et John H. Jr. Blac kstone, editors. APICS Dictionary. American Production and Inventory Control Society, 9th edition,1998.

[Kenne, 2004] J.P. KENNE, A. GHARBI, ''Stochastic optimal production control problem with corrective maintenance'', *Computers & industrial engineering*, 46, 865-875, 2004.

[Kenne, 2008] J.P. KENNE, L.J. NKEUNGOUE, ''Simultaneous control of production, preventive and corrective maintenance rates of failure prone manufacturing system'', *Applied numerical mathematics*, 58, 180-194, 2008.

[Li, 2009] Li J. and Meerkov S.M., « Production Systems Engineering», *Springer*, New York, 2009.

[Le Moigne, 1990] Le Moigne J.-L,. La modélisation des systèmes complexes. Paris, Bordas, 178 p,1990.

[Lyonnet, 1992] P. Lyonnet. *La maintenance : mathématiques & méthodes*. Lavoisier - Paris, 1992.

[Lee, 2009] Lee, D.-H., & Dong, M. "Dynamic network design for reverse logistics operations under uncertainty". *(Elsevier, Éd.) Transportation Research Part E*, 45, 61-71,2009.

[Lambert, 2011] Lambert,S.,, Riopel, D., Abdul-Kader, W.," A reverse logistics decisions conceptual framework", *Computers & Industrial Engineering*, Volume 61, Issue 3, Pages 561-581, 2011.

[Makis, 1995] V. MAKIS, J. FUNG, ''Optimal preventive replacement, lot sizing and inspection policy for a deteriorating production system'', *Journal of quality in maintenance engineering*,1, 41-55, 1995.

[Muller, 2005] Muller, A. ''Contribution a la maintenance previsionnelle des systems de production par la formalization d'un processus de prognostic''. *Thèse de doctorat*. Universite Henri Pointcare, Nancy.2005.

[Misra, 2005] Misra, V. and S. Pandey, "Hazardous waste, impact on health and environment for development of better waste management strategies in future in India". *Environment international*, 31(3): p. 417-431, 2005.

[Martorell, 1999] Martorell, S., A. Sanchez and S. Vicente." Age-dependent reliability model considering effects of maintenance and working conditions". *Reliability Engineering and System Safety*, 64(1), pp. 19–31.1999.

[McKay, 1988] McKay, K. N., Safayeni, F. R., et Buzacott, J. A. « Job-Shop Scheduling Theory: What Is Relevant? » Interfaces, 18(4), 84-90, 1988.

[Nakagawa, 1986] Nakagawa, T. "Periodic and Sequential Preventive Maintenance Policies". *Journal of Applied Probability*, 23(2), pp. 536–542.1986.

[Nourelfath, 2006] Nourelfath, M. and D. Ait-Kadi, 2006, "Optimization of series-parallel multi-state systems under maintenance policies". Reliability Engineering and System Safety, 92 (2007) 1620-1626.

[Nourelfath, 2012] Nourelfath, M., Châtelet E. and Nahas N., 2012 "Joint redundancy and imperfect preventive maintenance optimization for series-parallel multi-state degraded systems". Reliability Engineering and System Safety, 103 (2012) 51-60.

[Ouali, 2002] Ouali M.S., Rezg N., Xie X., "Maintenance préventive et optimisation des flux d'un système de production", *Journal Européen des Systèmes Automatisés (JESA)*, Vol. 36, N°.1, pp 97-116, 2002.

[Papadopoulos, 1996] Papadopoulos. H.T., C. Heavey., ``Queueing theory in manufacturing systems analysis and design: A classification of models for production and transfer lines'', European Journal of Operational Research, 92, pp. 1—27, 1996.

[Pishvaee, 2009] Pishvaee, M. S., Jolai, F., & Razmi, J. "A stochastic aptimization model for integrated forward/reverse logistics network design". (Elsevier, Éd.) Journal of Manufacturing systems, 28, 107-114,2009.

[Retour, 1990] Retour D., Bouche M. & Plauchu V., "Où va la maintenance industrielle", *Problèmes Économiques*, VOL. 2 (159), pp. 7-13, 1990.

[Rota-Franz et al., 2001] K. Rota-Franz, C. Thierry, G. Be, « Gestion des Flux dans les chaînes logistiques dans P. Burlat », *JP Campagne : Performances industrielles et gestion des flux*, *Hermès Traité* IC2. p. 153-186, 2001.

[Rezg, 2004] Rezg, N., Xie X., Mati Y., "Joint optimisation of preventive maintenance and inventory control in a production line using simulation", *International Journal of Production Research*, 44, pp 2029-2046. 2004.

[Riopel, 2011] Riopel, D., Chouinard, M., Marcotte, S., & Aït-Kady, D. « Ingénierie et gestion de la logistique inverse ». (*Lavoisier, Éd*.) Paris,2011.

[Ramezani, 2013] Ramezani, M., Bashiri, M., & Tavakkoli-Mogaddam, R.. « A new multi-objective stochastic model for a forward/reverse logistic network design with responsiveness and quality level". (Elsevier, Éd.) *Applied Mathematical Modelling*, 37, 328-344,2013.

[Rahim, 1998] M. RAHIM, M. BEN-DAYA, ''A generalized economic model for joint determination of production run, inspection schedule and control chart design'', *International journal of production research*, 36, 277-289, 1998.

[Suri, 1986] Suri, R., et Diehl, G. W. « A Variable Buffer-Size Model and Its Use in Analyzing Closed Queueing Networks with Blocking ». Management Science, 32(2), 206-224, 1986.

[Sethi,1990] Sethi, A., et Sethi, S. « Flexibility in manufacturing: A survey ». International Journal of Flexible Manufacturing Systems, 2(4), 1990.

[Sassine, 1998] SASSINE Ch., Simeu-abazi Z., 1998. Intégration despolitiques de maintenance dans les systèmes de production manufacturiers. Thèse de Doctorat, INPG, Grenoble, France.

[Schutz, 2008] Schutz, J., N Rezg and J.B. Leger."Periodic preventive maintenance policy in finite horizon with an adaptive failure law". *IEEE International Conference on Industrial Engineering and Engineering Management* (*IEEM* 2008), pp. 2117–2121, Singapore.2008.

[Slack, 2009] Slack, B and Fremont A., "Fifty Years of Organisational Change in Container Shipping and the Role of Family Firms". Geojournal, 74, 23-34, 2009.

[Talavage, 1988] Talavage, J., et Hannam, R. G. "*Flexible Manufacturing Systems in Practice: Applications, Design, and Simulation*". Marcel Dekker Inc, New York, 1988.

[Tsay, 1999] Tsay A.A., Nahmias S., Agrawal N. " Modeling Supply Chain Contracts: A Review. In: Tayur S., Ganeshan R., Magazine M. (eds) Quantitative Models for Supply Chain Management". *International Series in Operations Research & Management Scien*ce, vol 17. Springer, Boston, MA, 1999.

[Wang, 2003] C. WANG, S. SHEU, ''Determining the optimal production-maintenance policy with inspection errors: using a markov chain'', *Computers & operations research*, 30, 1-17, 2003.

[Wu, 2005] Wu, S., Clements-Croome, D. "Optimal maintenance policies under different operational schedules". *IEEE Transactions on Reliability*, 54(2):338 346, 2005.

[Zhou, 2007] Zhou, X., L. Xi and J. Lee. "Reliability-centered predictive maintenance scheduling for a continuously monitored system subject to degradation". *Reliability Engineering & System Safety*, 92(4), pp. 530–534.2007.

[Zhou, 2008] Zhou, Y., & Wang, S. Generic Model of Reverse Logistics Network Design. (Elsevier, Éd.) *Journal of transportation systems engineering and information technology*, 8, 71-78,2008.

[Weinstein, 1999] L. WEINSTEIN, C. CHUNG, ''Integrating maintenance and production decisions in a hierarchical production planning environment'', *Computers & operations research*, 26, 1059-1074, 1999.