

Étude d'une machine supraconductrice à flux axial pour une application aéronautique

Alexandre Colle

▶ **To cite this version:**

Alexandre Colle. Étude d'une machine supraconductrice à flux axial pour une application aéronautique. Energie électrique. Université de Lorraine, 2020. Français. NNT : 2020LORR0036 . tel-02929485

HAL Id: tel-02929485
https://hal.univ-lorraine.fr/tel-02929485

Submitted on 3 Sep 2020

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

AVERTISSEMENT

Ce document est le fruit d'un long travail approuvé par le jury de soutenance et mis à disposition de l'ensemble de la communauté universitaire élargie.

Il est soumis à la propriété intellectuelle de l'auteur. Ceci implique une obligation de citation et de référencement lors de l'utilisation de ce document.

D'autre part, toute contrefaçon, plagiat, reproduction illicite encourt une poursuite pénale.

Contact : ddoc-theses-contact@univ-lorraine.fr

LIENS

Code de la Propriété Intellectuelle. articles L 122. 4
Code de la Propriété Intellectuelle. articles L 335.2- L 335.10
http://www.cfcopies.com/V2/leg/leg_droi.php
http://www.culture.gouv.fr/culture/infos-pratiques/droits/protection.htm

UNIVERSITÉ DE LORRAINE

Ecole Doctorale IAEM (Informatique Automatique Electronique – Electrotechnique Mathématiques)

Thèse

Présentée et soutenue publiquement pour l'obtention du titre de

DOCTEUR DE L'UNIVERSITÉ DE LORRAINE EN GÉNIE ÉLECTRIQUE

par **Alexandre COLLE**

Étude d'une machine supraconductrice à flux axial pour une application aéronautique

---

Soutenance publique le 09/01/2020

Membres du jury :

Rapporteurs :	*Guy Friedrich*	Professeur, LEC, Université de Technologie de Compiègne
	Jacques Noudem	Professeur, CRISMAT, CNRS/ENSICAEN
Examinateurs :	*Georges Barakat*	Professeur, GREAH, Université du Havre (**président du jury**)
	Loic Quéval	Maître de Conférences, GEEPS, Central Supélec
	Sabrina Ayat	Docteur, Safran Tech
	Thierry Lubin	Maître de Conférences HDR, GREEN, Université de Lorraine (**co-directeur de thèse**)
	Jean Lévêque	Professeur, GREEN, Université de Lorraine (**directeur de thèse**)

Groupe de Recherche en Energie Electrique de Nancy
Faculté des Sciences & Technologiques, BP 239
54506 Vandœuvre-lès-Nancy Cedex

AVANT PROPOS

Je tiens à remercier tout premièrement *M. Nourredine Takorabet* et *M. Bernard Davat*, Professeurs à l'Université de Lorraine, respectivement directeur et ancien directeur du laboratoire, pour leur accueil au sein du laboratoire *GREEN*.

Mes remerciements vont aussi à la Direction Générale à l'Armement (*DGA*) pour avoir financé ces travaux de recherches. En particulier à *M. Éric Lafontaine* pour son suivi et son implication tout au long de la thèse. Mais également à la société *SAFRAN* et au pôle de recherche *SAFRAN TECH* représenté par *M. Olivier Gosselin*, *M. Julien Labbé*, *Mme. Sabrina Ayat* et *M. Rémy Biaujaud*, pour leur intérêt, leur anticipation, leur aide et surtout leur dévotion à faire de ce projet une réussite.

Je tiens à exprimer mes remerciements les plus sincères à *M. Jean Lévêque* et *M. Thierry Lubin*, respectivement Professeur et Maître de conférences à l'Université de Lorraine, pour m'avoir encadré lors de cette thèse. Merci pour votre présence et votre écoute. Merci pour votre calme et optimisme dans les moments pénibles. Merci pour votre éthique de la science qui façonne et façonnera encore des scientifiques dévoués. Ce sont trois agréables années que j'ai pu passer à vos côtés, riche en apprentissages sur les machines électriques, la supraconductivité et bien d'autres, Merci.

J'adresse également mes remerciements à l'équipe d'*AF Cryo*, plus particulièrement à *Adrien Cipriani* et *Julien Tanchon* mais aussi aux autres membres de l'équipe pour leur expertise et le partage de leurs connaissances en mécanique et en cryogénie.

Je remercie également *M. Guy Friedrich* et *M. Jacques Noudem*, respectivement Professeur à l'Université de Technologie de Compiègne et Professeur à l'Ecole Nationale Supérieure d'Ingénieurs de Caen, pour avoir accepté d'être rapporteurs de cette thèse et pour l'intérêt que vous avez porté à l'évaluer.

Mes remerciements à *M. Georges Barakat*, Professeur à l'Université du Havre, pour m'avoir fait l'honneur de présider mon jury lors de la soutenance.

Je crois honnêtement que mon épanouissement, ressentis durant cette thèse, est due à une atmosphère de travail seine qui règne sur le laboratoire du GREEN. Ainsi je remercie l'ensemble de mes collègues du laboratoire et de l'Université de Lorraine pour tous les moments de vie partagé avec vous, que ce soit sur le plan de la recherche, de l'enseignement ou des loisirs. Je remercie *Sajjad Ahmadi*, *Florent Becker, Kévin Berger, Badr El Boudour Bidouche, Bruno Douine, Rémi Dorget, Huang Guan Bin, Ghazi Hajiri, Melika Hinaje, Jakub Kapek, Moussa Kelouaz, Stéphanie Lamane, Rafael Linares, Hocine Menana, Smail Mezani, Quentin Nouhaitas, Abderezzak Rezzoug, Isabelle Schwencker, Yazid Statra, Anis Smara, Francis Weinachter*. Merci aussi à tout ce que j'ai oublié…

Et enfin, je tiens à remercier très sincèrement mon père, ma mère et mon frère qui ont été une profonde source d'inspiration et de développement. Mes derniers remerciements vont aux restes de ma famille, à mes amis et à ceux qui m'ont entouré.

Table des matières

AVANT PROPOS .....

INTRODUCTION GENERALE 1

CHAPITRE 1 : **LES SUPRACONDUCTEURS ET LEURS APPLICATIONS POUR LES MACHINES ELECTRIQUES**.....3

1. **INTRODUCTION**.....4

1.1. La croissance du transport aérien 4

1.2. L'avion plus électrique 4

1.3. L'avion à propulsion électrique 5

1.3.1. Les différentes architectures 5

1.3.2. Les objectifs de la transition 6

1.4. Bilan des différents concepts 7

1.5. Etat de l'art des machines électriques, projections et conclusions.....8

2. **LA SUPRACONDUCTIVITE** 9

2.1. Historique et découvertes.....9

2.2. Les supraconducteurs 11

2.2.1. La surface critique 11

2.2.2. Les types I et les types II 12

2.2.3. Les supraconducteurs à BTC.....13

2.2.4. Les supraconducteurs à HTC.....14

2.2.5. MgB_2.....19

3. Le calcul du courant critique d'une bobine supraconductrice HTC.....20

3.1. La caractéristique E-J des supraconducteurs 20

3.2. Les caractéristiques : $J_c = f(B,T)$ et $n=f(B,T)$ 22

3.3. Le courant critique I_{cm} d'une bobine.....24

4. Utilisation des massifs supraconducteurs.....27

4.1. Le modèle de Bean 27

4.2. Magnétiser des supraconducteurs 29

4.2.1. Le refroidissement sous champ ou « Field Cooling » (FC).....30

4.2.2. L'impulsion de champ après refroidissement ou « Pulse Field Magnetization » (PFM) 31

4.3. La réponse diamagnétique des supraconducteurs.....32

5. **LES MACHINES SUPRACONDUCTRICES** 33

5.1. Basse contre Haute Température Critique (BTC contre HTC) 33

5.2. Partiellement contre totalement supraconductrice 34
5.3. Les différentes topologies 35
5.3.1. Machine homopolaire supraconductrice 36
5.3.2. Machines synchrones supraconductrices 37
5.3.3. Machine asynchrone supraconductrice 43
5.3.4. Des machines à topologies atypiques 45
6. **OBJECTIFS DE LA THESE** 49
CHAPITRE 2 : **LE DIMENSIONNEMENT DE MACHINE SUPRACONDUCTRICE POUR L'AERONAUTIQUE** 51
1. INTRODUCTION 52
2. DIMENSIONNEMENT ELECTROMAGNETIQUE D'UNE MACHINE SUPRACONDUCTRICE 52
2.1. Vers une machine partiellement supraconductrice 53
2.2. Premier choix 53
2.3. La structure de la machine retenue 55
2.4. Pré-dimensionnement 62
2.4.1. Densité de courant superficielle 63
2.4.2. Induction dans l'entrefer 66
2.4.3. La géométrie issue du pré-dimensionnement 69
2.5. La topologie 70
2.5.1. L'ensemble des choix 70
2.5.2. Le stator 71
2.5.3. Le rotor 76
2.5.4. La forme des pastilles 88
2.5.5. L'utilisation de matériau ferromagnétique 89
3. CONCLUSION 91
CHAPITRE 3 : **MODELISATION SEMI-ANALYTIQUE DE L'INDUCTEUR SUPRACONDUCTEUR** 95
1. INTRODUCTION 96
2. MODELE SEMI-ANALYTIQUE 96
2.1. Méthodes de résolution 96
2.2. Structure de la machine supraconductrice étudiée 99
2.2.1. Paramètres géométriques de l'inducteur supraconducteur 100
2.2.2. Paramètres géométriques de l'induit en cuivre 101
2.2.3. Modélisation électromagnétique de l'inducteur 102
2.2.4. Problème *A* : Modélisation de la bobine supraconductrice 104

2.2.5. Problème *B* : Fonction de modulation 111
2.2.6. Distribution magnétique de l'inducteur supraconducteur 119
2.2.7. Couple et force électromagnétique 119
2.2.8. Validation de la modélisation 123
3. MODELISATION DES MASSIFS SUPRACONDUCTEURS 129
3.1. Les performances des massifs supraconducteurs 129
3.2. Modèle analytique 131
3.3. Modèles numériques 132
3.3.1. Formulation en H 132
3.3.2. Comparaison des différents modèles 135
4. CONCLUSION 141
CHAPITRE 4 : **OPTIMISATION DE LA MACHINE SUPRACONDUCTRICE** 143
1. INTRODUCTION 144
2. BILAN DE MASSE ET ETUDE MECANIQUE 144
2.1. Les différents matériaux utilisés 146
2.2. Etude mécanique des composants de la machine 147
2.2.1. La bobine supraconductrice 147
2.2.2. L'induit en cuivre 148
2.2.3. Les pastilles supraconductrices 149
2.2.4. L'arbre moteur 152
2.2.5. Les cryostats 153
2.2.6. Le support des écrans 156
2.2.7. Le support de l'induit 159
2.2.8. Le support de la bobine supraconductrice 160
2.2.9. Les amenées de courant 160
3. BILAN THERMIQUE 162
3.1. Cryogénie tournante 162
3.1.1. Les pertes par conduction dans le support G10 163
3.1.2. Les pertes par radiation 164
3.1.3. Les pertes AC dans le support de thermalisation des pastilles 165
3.1.4. Les pertes AC dans les pastilles supraconductrices 168
3.2. Cryogénie fixe 170
3.2.1. Les pertes par conduction et radiation 170
3.2.2. Les pertes dans les amenées de courant 173

4. OPTIMISATION DE LA MACHINE SUPRACONDUCTRICE 175
4.1. Résultats des optimisations 175
4.1.1. Méthode de dimensionnement et d'optimisation 175
4.1.2. Correction numérique 179
4.1.3. Puissance massique 179
4.2. Comparaison avec les technologies actuelles 189
5. CONCLUSION 191
CHAPITRE 5 : **CONSTRUCTION & TEST DU PROTOTYPE** 192
1. INTRODUCTION 193
2. CONCEPTION DU PROTOTYPE 193
2.1. Modification de la structure 193
2.1.1. Cryostat tournant 193
2.1.2. Cryostat fixe 193
2.1.3. Choix du matériau pour le cryostat 194
2.2. Choix électrique 196
2.2.1. Nouvelle dimension de la bobine supraconductrice 196
2.2.2. Dimensionnement de l'induit 198
2.3. Choix cryogénique 203
2.4. Choix mécanique 204
3. REALISATION DU PROTOTYPE 205
3.1. La bobine supraconductrice 205
3.1.1. Le ruban supraconducteur 205
3.1.2. Les amenées de courant 205
3.1.3. Le refroidissement 205
3.1.4. Réduction des pertes 205
3.1.5. L'assemblage 207
3.2. Le rotor 208
3.2.1. Les écrans supraconducteurs 208
3.2.2. Le refroidissement 208
3.2.3. Le support & la transmission du couple 209
3.2.4. L'assemblage 211
3.3. L'induit 212
3.3.1. Fil et bobine en cuivre 212
3.3.2. Cryostat fixe 212

3.3.3. Assemblage 213
3.4. La machine & son banc de test 214
4. RESULTATS EXPERIMENTAUX 216
4.1. Caractérisation de la bobine HTC 217
4.2. Modulation du champ magnétique 218
4.3. Essai à vide 220
5. CONCLUSION 221
CONCLUSION GENERALE 224
REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUE 225
ANNEXE 234
NOMENCLATURE 239

INTRODUCTION GENERALE

Le monde s'électrifie et plus particulièrement le monde du transport. En cause le réchauffement climatique et la pollution atmosphérique, qui promeut l'énergie électrique comme solution de la transition énergétique. L'électricité est de plus en plus un facteur de décarbonation avec les énergies renouvelables. De plus, l'utilisation de cette énergie est efficace. Le rendement des moteurs électriques peut être supérieur à *90 %* contre *30 %* pour les moteurs thermiques. Si la possibilité de transporter un grand nombre de passager au sol avec l'énergie électrique est une réalité, il en est autrement dans les airs. Mais le changement est en marche grâce à des projets comme le Solar Impulse, le célèbre avion solaire ayant fait le tour du monde en plusieurs étapes. Ces projets montrent que la technologie est quasiment prête.

Le souci d'amélioration pour l'industrie de l'aéronautique concerne la masse des équipements. Pour un avion tout électrique le stockage de l'électricité et les convertisseurs électromécaniques doivent être plus performants que les technologies actuelles. Le stockage électrique est un des enjeux clés de la transition énergétique. Les solutions sont diverses et peuvent être mécanique (volant d'inertie), électrochimique (pile à combustible, batteries), électromagnétique (bobines supraconductrices, supercapacités) ou encore thermique (chaleur latente). La production ou la motorisation électrique est le second aspect de la transition. Les moteurs électriques à aimants permanents possèdent à l'heure actuelle le meilleur ratio puissance/poids, appelé aussi puissance massique. Mais cela est encore insuffisant, c'est la raison pour laquelle des technologies de ruptures sont étudiées comme l'utilisation de matériaux supraconducteurs.

L'objectif de cette thèse consiste à étudier les matériaux supraconducteurs qui ont la particularité de n'avoir aucune perte quand un courant électrique les traverse. On y voit donc rapidement un avantage concernant leur intégration dans les machines électriques. Ils permettent d'augmenter le champ magnétique dans l'entrefer d'une machine électrique et d'en réduire le volume et la masse. Il s'agit d'une thématique de recherche importante du laboratoire GREEN de l'Université de Lorraine à Nancy avec lequel cette thèse s'est déroulée. Ces travaux interviennent dans le cadre d'un financement ANR par la DGA (Direction Générale de l'Armement) et d'une collaboration CIFRE avec l'entreprise SAFRAN.

Le manuscrit présente les travaux de recherches que nous avons menés durant 3 années. Il est divisé en 5 chapitres et s'organise de la façon suivante :

- Chapitre 1 : **LES SUPRACONDUCTEURS ET LEURS APPLICATIONS POUR LES MACHINES ELECTRIQUES**

Il s'agit d'une introduction à la supraconductivité. On y trouve également un état de l'art des principales machines supraconductrices réalisées à ce jour. L'intérêt de ce chapitre est de répertorier l'ensemble des topologies de machines avant d'en sélectionner une en adéquation avec une application aéronautique.

- Chapitre 2 : **LE DIMENSIONNEMENT DE MACHINE SUPRACONDUCTRICE POUR L'AERONAUTIQUE**

A partir du cahier des charges de SAFRAN et de l'état de l'art du chapitre précédent, nous sélectionnons la structure de la machine supraconductrice à étudier. Comme les machines électriques standards, il existe plusieurs configurations qui définissent l'actionneur (axiale, radiale, nombres de rotor, …). Pour

cela, nous utilisons un modèle numérique afin de retenir la configuration avec la puissance massique la plus élevée. Nous allons voir également comment conduire un pré-dimensionnement à l'aide d'équation analytique afin d'appréhender les dimensions de la machine pour une puissance donnée.

- Chapitre 3 : **MODELISATION SEMI-ANALYTIQUE DE L'INDUCTEUR SUPRACONDUCTEUR**

Un modèle semi-analytique permettant de calculer la distribution magnétique de l'inducteur supraconducteur est développé dans ce chapitre. Nous utilisons pour cela la résolution des équations de Maxwell par la méthode de séparation de variables. Cette approche est suffisamment précise et rapide en vue d'une intégration dans une routine d'optimisation.

- Chapitre 4 : **OPTIMISATION DE LA MACHINE SUPRACONDUCTRICE**

L'utilisation du modèle semi-analytique est utilisé pour optimiser la masse des machines supraconductrices pour différents couples et puissances entre *50 kW* et *1 MW* avec une vitesse de rotation fixée à *5000 tr/min*. La masse est obtenues par une étude préalable des composantes de la machine et d'une étude mécanique et thermique.

- Chapitre 5 : **CONSTRUCTION & TEST DU PROTOTYPE**

Les résultats de la machine de *50 kW*, obtenues dans le chapitre précédent, ont servis de base pour la fabrication d'un prototype. Les différents choix de construction qui ont permis d'améliorer la structure originale sont présentés. Enfin, les premiers tests de la machine supraconductrice et une conclusion sur les améliorations sont présentés

CHAPITRE 1

LES SUPRACONDUCTEURS ET LEURS APPLICATIONS POUR LES MACHINES ELECTRIQUES

1. INTRODUCTION

1.1. La croissance du transport aérien

L'Organisation de l'Aviation Civile Internationale (OACI) a normalisé une unité de mesure appelée le « passager-kilomètres payant », qui permet d'estimer la croissance du transport aérien. Cet indicateur s'obtient en prenant le nombre de passagers ayant payé un billet sur chaque vol multiplié par la distance parcourue par l'avion.

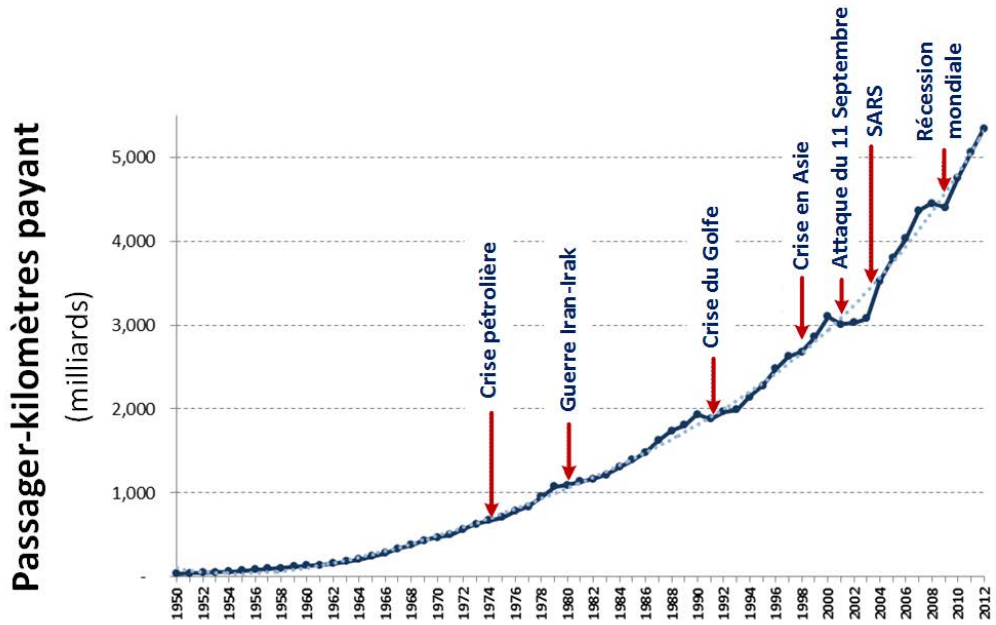


Figure 1.1 : Evolution du passager-kilomètre payant depuis 1950 [DJI13]

La *Figure 1.1* montre que le transport aérien croit d'environ 9% chaque année depuis 1950 et a permis de rendre le monde plus petit à l'échelle de l'être humain. Cependant, les vols commerciaux restent chers et représentent 2% des émissions humaines de CO2. Par conséquent, les compagnies aériennes et l'industrie aéronautique envisagent le transport de demain. Celui-ci passera par une réduction des coûts, des bruits et des émissions de gaz à effet de serre. Pour répondre à ces attentes, l'énergie électrique est choisie pour le développement des avions du futur. Ainsi plusieurs concepts apparaissent comme « l'avion plus électrique » ou « l'avion à propulsion électrique » qui seront développés dans la suite.

1.2. L'avion plus électrique

Dans une architecture d'avion utilisé pour le transport civil, la source d'énergie des équipements à bord peut être soit mécanique, hydraulique, pneumatique ou encore électrique. La puissance est obtenue avec la combustion du carburant dans les moteurs. Cette puissance est majoritairement utilisée pour propulser l'avion mais le reste est utilisé pour les systèmes à bord. On retrouve cette énergie non-propulsive sous quatre formes :

- La puissance pneumatique est obtenue à partir des compresseurs à haute pression. Ce type d'énergie sert à la pressurisation de la cabine, à l'alimentation en air pour l'équipage et les passagers ou encore au système d'antigivrage des ailes utilisant de l'air chaud.

- La puissance mécanique est transférée du moteur principal aux pompes hydrauliques mais aussi aux générateurs électriques via des boîtes de vitesse.
- La puissance hydraulique est fournie par les pompes hydrauliques pour alimenter la plupart des systèmes d'actionnement. On y retrouve le système de déploiement du train d'atterrissage, les freins, la gestion des volets et des lattes, ...
- La puissance électrique est produite avec le générateur principal pour alimenter la cabine, l'éclairage de l'avion ou encore les systèmes de divertissement à bord. L'avantage de cette technologie est qu'elle est plutôt compacte, n'est pas soumise aux fuites, et est souple d'utilisation. Par contre, la gestion de la sûreté est plus complexe notamment en cas de court-circuit.

Cette architecture est le produit de dizaines d'années de développement mais les systèmes deviennent aujourd'hui de plus en plus complexes. L'interaction entre les équipements réduit le rendement total du système. Par exemple une simple fuite du système pneumatique ou hydraulique peut entrainer la panne d'un pan entier du système et immobiliser l'avion le temps de localiser la fuite. Un avion « plus électrique » est un avion dont l'ensemble de la puissance non-propulsive est convertie en énergie électrique. Ce changement implique une augmentation de la puissance électrique à bord. Pour un avion « plus électrique » de 300 passagers, la puissance requise est supérieure à 1,5MW [ROS07].

La puissance électrique d'un réseau aéronautique est générée via une machine synchrone à rotor bobine. Cette génératrice est couplée à la turbine via une boîte de vitesse à rapport variable. Le réseau ainsi obtenu est triphasé de 115V AC à une fréquence constante de 400Hz. Il a été démontré que le remplacement de la boite de vitesse par une électronique de puissance améliorerait le rendement, réduirait le coût et les opérations de maintenance. Ainsi dans ce schéma, le turboréacteur de l'avion entraine le générateur électrique fournissant de l'électricité à fréquence variable qui est ensuite transformé en une fréquence constante par un convertisseur de puissance. Dans cette optique, une augmentation de la tension à 230/400V AC à 400Hz du réseau électrique est explorée permettant de diminuer le poids des convertisseurs (plus faible courant).

1.3. L'avion à propulsion électrique

1.3.1. Les différentes architectures

Le second aspect de l'électrification des avions concerne la propulsion. Cette solution permettrait de réduire l'émission de gaz à effet serre, de diminuer la consommation de carburant pour les solutions à propulsion hybride (turboréacteurs couplés avec des moteurs électriques), mais aussi diminuer le bruit des aéronefs. Cependant pour s'imposer sur une flotte commerciale, ces technologies doivent se montrer plus compétitives que celles actuelles. Au total, six architectures sont considérées, comme le montre la *Figure 1.2*, parmi lesquelles :

- L'architecture tout électrique n'utilise que des composants électriques.
- L'architecture hybride (parallèle, série et parallèle/série) est un couplage entre des actionneurs électriques et des turbines à kérosène. La répartition du travail sur la propulsion peut être ajustée suivant les phases de vol.
- L'architecture turboélectrique (totale et partielle) ne stocke pas l'énergie électrique. Ici, une turbine entraine un générateur qui alimente les convertisseurs et les moteurs électriques reliés aux hélices.

Le niveau de réduction des émissions en CO_2 dépend de l'architecture choisie. Par exemple pour la solution tout électrique l'unique source de puissance est les batteries, donc l'émission de CO_2 directe est réduite de 100%. Tandis que les structures hybrides conservent les turbines pour recharger les

batteries ou assurer la propulsion pendant certaines phases du vol, la réduction est donc moins importante.

L'architecture la plus populaire aujourd'hui est la propulsion turboélectrique. Les autres structures sont pénalisées pour le stockage de l'énergie électrique. On estime que dans 10 à 30 ans, les technologies de batteries ne seront pas suffisamment matures pour les capacités et les densités d'énergie requises pour les vols commerciaux électriques. Cependant pour être efficace, l'architecture turboélectrique doit s'intégrer en synergie avec des concepts aérodynamiques comme le « Boundary Layer Ingestion (BLI) » ou la propulsion distribuée. La propulsion distribuée permet de repartir les moteurs le long de l'avion. La répartition diminue la taille des moteurs et donc augmente l'aérodynamisme des avions.

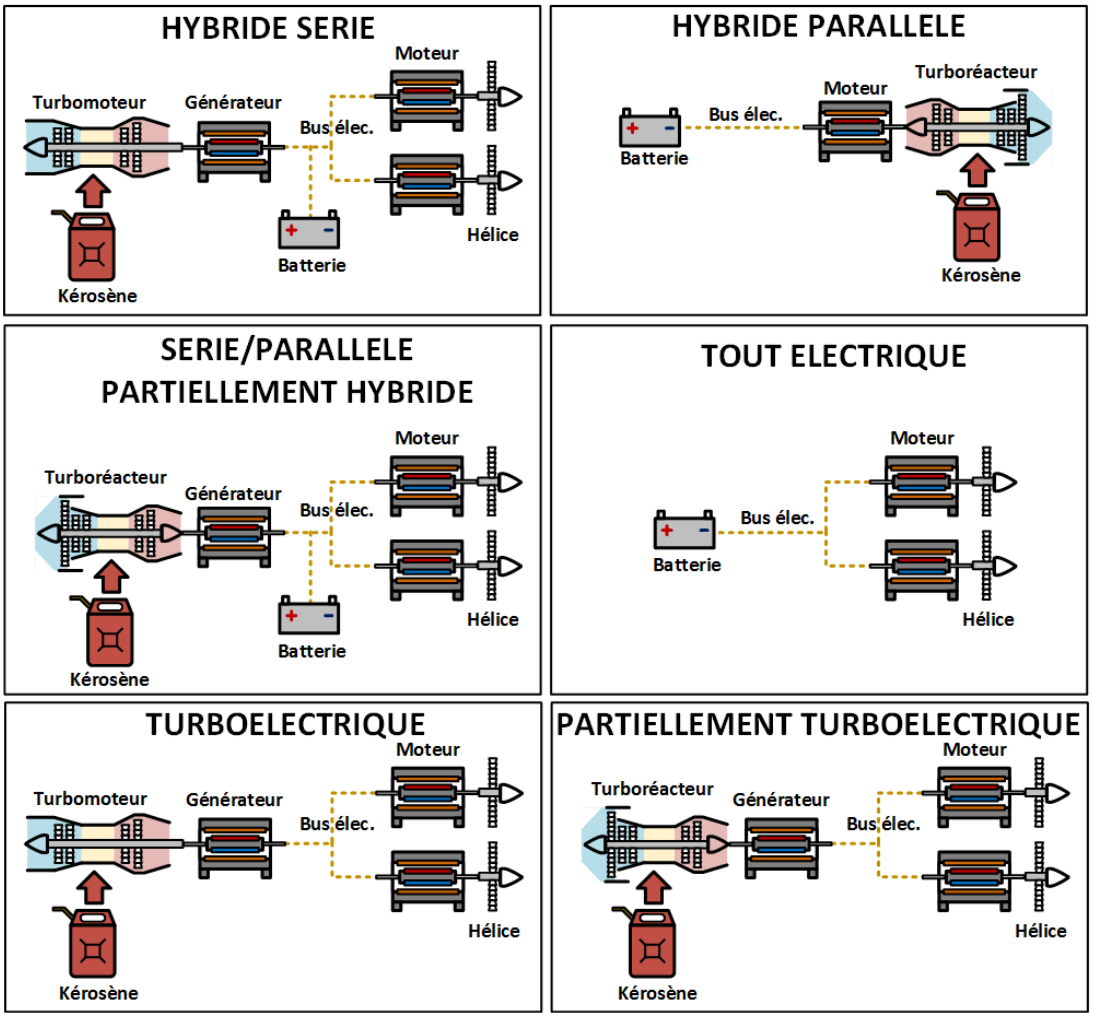


Figure 1.2 : Les six architectures électriques différentes

1.3.2. Les objectifs de la transition

Plusieurs industriels, gouvernements ou encore universités ont commencé à travailler sur des systèmes d'avions hybrides ou électriques. Quelques programmes sont répertoriés dans le *Tableau I* [NAP16], on y retrouve le type d'architecture choisie ou encore la puissance massique requise pour les batteries ou les moteurs. A l'heure actuelle, les architectures à propulsion électrique ont été partiellement étudiées. La sécurité, la redondance, l'utilisation optimale des modules de propulsion en architecture hybride ou encore le stockage d'énergie sont des exemples parmi d'autres des étapes qui reste à franchir.

L'un des paramètres les plus importants pour les systèmes aéronautiques est l'énergie massique (Wh/kg) pour les systèmes de stockage et la puissance massique (kW/kg) pour les actionneurs électriques ou les convertisseurs de puissance. C'est pourquoi l'ensemble du système électrique dans le *Tableau I* est évalué en fonction de ces critères.

L'avion régional constitue aujourd'hui une première étape dans le développement des avions à propulsion électrique. Les principaux constructeurs aéronautiques estiment qu'un avion de ligne de plus de 100 sièges est à l'heure actuelle une utopie avec les systèmes de stockage électrique d'aujourd'hui. En effet, il faudrait entre 170 et 180 tonnes de batteries pour faire décoller un Airbus A320 de 80 tonnes, dixit Stéphane Cueille (directeur de la R&T et Innovation de SAFRAN).

Tableau I : Quelques projets d'avions à propulsion électrique

Nom du projet/organisme	Type d'aéronef	Architecture électrique	Moteurs et générateurs électriques	Batteries
BOEING SUGAR	Avion long-courrier (+100 places)	Hybride parallèle	Moteur : ***P*** : 5.3 MW $\boldsymbol{P_m}$: 5 kW/kg	$\boldsymbol{E_m}$: 750 Wh/kg
NASA N3X	Avion long-courriers (+100 places)	Turboélectrique	Générateur : ***P*** : 30 MW $\boldsymbol{P_m}$: >10 kW/kg Moteur : ***P*** : 4 MW $\boldsymbol{P_m}$: >10 kW/kg	Ø
WRIGHT ELECTRIC	Avion long-courriers (+100 places)	***PI***	***PI***	***PI***
AIRBUS E-FAN X	Avion régional (100 places)	Hybride série	Moteur : ***P*** : 2,5 MW	***E*** : 400 kWh
ZUNUM AERO	Avion régional (12 → 50 places)	Hybride série	Générateur : ***P*** : 1 MW	***PI***

P : Puissance, $\boldsymbol{P_m}$: Puissance massique, ***E*** : Energie, $\boldsymbol{E_m}$: Energie massique, ***PI*** : Pas d'information

1.4. Bilan des différents concepts

Ainsi, « l'avion plus électrique » et « l'avion à propulsion électrique » se différencient dans la gamme de puissance des équipements électriques. Pour « l'avion plus électrique », la puissance des actionneurs mise en jeu est de l'ordre de la dizaine voire centaine de kW, alors que la puissance des actionneurs pour la propulsion électrique est de l'ordre du MW voire de la dizaine de MW. Le *Tableau II* montre les objectifs de puissance et d'énergie massique suivant le type d'avion et le type d'architecture électrique souhaité.

La topologie turboélectrique semble donc l'architecture la plus intéressante pour l'avion à propulsion électrique. Cependant comme le montre le *Tableau II*, c'est aussi l'architecture qui demande une puissance massique des actionneurs la plus importante. Ces études ont montré que des machines électriques ayant des performances supérieures à 10 kW/kg étaient nécessaires. L'amélioration des architectures hybrides ou tout électriques ne dépend pas que des actionneurs électriques car la masse du système de stockage électrique devient majoritaire. Or une architecture turboélectrique n'est pas tributaire de l'amélioration des systèmes de stockage. C'est la raison pour laquelle certains projets proposent des dimensionnements de machine supérieurs à 20 kW/kg, comme nous le verrons par la suite.

Tableau II : Besoins sur la puissance et l'énergie massique

Type d'architecture		**Puissance électrique (MW)**	**Puissance massique (kW/kg)**	**Energie massique (Wh/kg)**
« L'avion plus électrique »	**Hybride parallèle**	Moteur : <1	>3	>250
	Tout électrique	Moteur : <1	>6.5	>400
	Turboélectrique	Moteur et générateur : <1,5	>6.5	Ø
« L'avion à propulsion électrique » (+200 passagers)	**Hybride parallèle**	Non étudié	Ø	Ø
	Tout électrique	Pas faisable	Ø	Ø
	Turboélectrique	Moteur : 4 Générateur : 30	**>10**	Ø

1.5. Etat de l'art des machines électriques, projections et conclusions

Le Boeing 787 fournit le point de départ de l'état de l'art, puisqu'il s'agit de l'avion le plus « électrique » aujourd'hui. La puissance électrique totale installée est de *1 MW*. Cet avion intègre des générateurs électriques dont la densité de puissance est *2,2 kW/kg*. La *Figure 1.3* montre l'évolution de la densité de puissance à partir de l'état de l'art jusqu'à une vision futuriste, avec une augmentation d'un facteur dix. Des projections estiment que la puissance massique pourrait atteindre *9 kW/kg* pour des machines conventionnelles (aimants permanents, rotor en cuivre bobiné, …) de *1-3 MW*. Cet objectif pourrait être atteint avec l'utilisation de matériaux composites [ZHA16]. Néanmoins, pour atteindre l'objectif de *22 kW/kg*, des technologies de rupture doivent être étudiées. L'utilisation des matériaux comme les supraconducteurs pourrait significativement réduire la puissance massique des moteurs ou générateurs, même s'il existe aujourd'hui de nombreux obstacles à un possible avion « cryogénique ». Parmi ces obstacles, comme l'utilisation des supraconducteurs en régime variable, un système de cryogénie léger, robuste et redondant en cas de panne.

Les travaux de cette thèse portent sur l'étude d'une machine électrique supraconductrice répondant aux besoins et critères de sécurité et de maintenance du secteur de l'aéronautique. Ils explorent également les gains sur la puissance massique envisageable avec les performances des matériaux supraconducteurs (rubans et pastilles) d'aujourd'hui pour des machines jusqu'au MW.

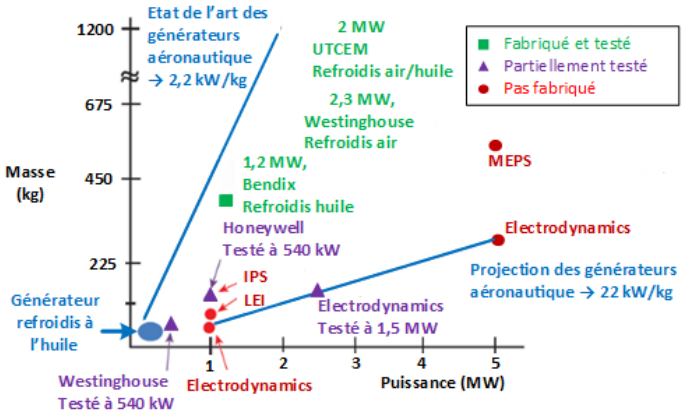


Figure 1.3 : Projection de la densité de puissance des actionneurs [BOR15]

2. LA SUPRACONDUCTIVITE

2.1. Historique et découvertes

A la suite de leurs travaux sur la liquéfaction de l'hélium, l'équipe du physicien néerlandais Heike Kamerlingh Onnes entreprit d'observer le comportement des conducteurs électriques aux très basses températures. A l'époque, plusieurs théories s'affrontaient quant à l'évolution de la résistivité électrique des matériaux soumis à des températures tendant vers le zéro absolu. C'est donc lors d'une expérience en 1911 pour caractériser le Mercure (Hg), que les scientifiques découvrirent que la résistivité chutait brutalement autour de la température de liquéfaction de l'hélium soit *4,2 K* (*Figure 1.4*), cette température sera appelée température critique. La supraconductivité est découverte.

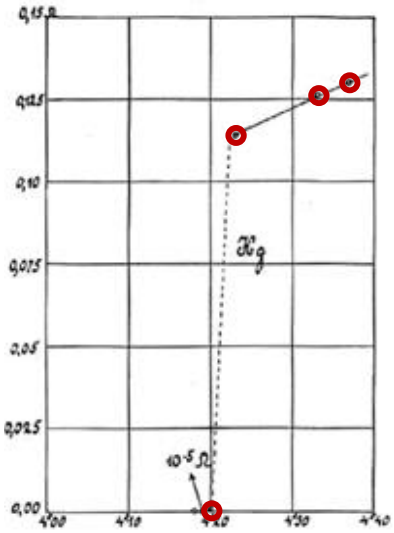


Figure 1.4 : Mesure historique de la transition du mercure par K. Onnes en 1911

Plus tard en 1933, le physicien allemand Walther Meissner observa un second comportement de la supraconductivité. Les matériaux supraconducteurs sont des diamagnétiques parfaits sous un très faible champ magnétique. Ce phénomène, appelé aussi « effet Meissner », persiste tant que la valeur du champ magnétique est inférieure au champ critique. Le diamagnétisme est le comportement opposé du ferromagnétisme, puisque les matériaux ferromagnétiques attirent les lignes de champ magnétique alors que les matériaux diamagnétiques les expulsent, voir la *Figure 1.5*.

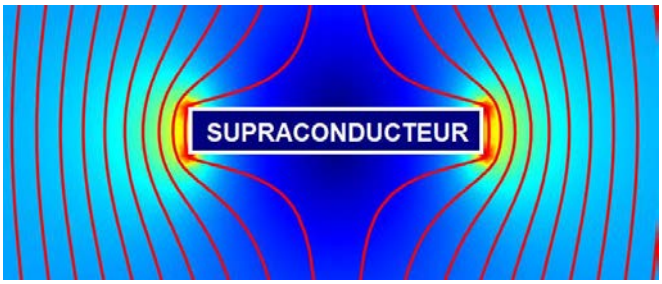


Figure 1.5 : Présentation de l'effet Meissner où tout le champ magnétique est dévié par le supraconducteur

Durant la seconde moitié du XIXème siècle, les scientifiques ont tentés de théoriser la supraconductivité :

- 1950 : La *théorie de Ginzburg-Landau* permet d'expliquer les propriétés macroscopiques des supraconducteurs. Cette théorie prédit également l'existence de deux types de supraconducteurs. La supraconductivité du Mercure, découvert par Onnes, est de type I.
- 1952 : Les *vortex d'Abrikosov* caractérisent l'aimantation et l'état mixte des supraconducteurs de type II. Contrairement aux types I où la supraconductivité disparait au-delà d'un champ critique H_{c1} très faible, il existe un second champ critique H_{c2} beaucoup plus élevé pour le type II. La supraconductivité ne disparait qu'une fois H_{c2} atteint.
- 1957 : La *théorie Bardeen-Cooper-Schrieffer (BCS)* explique la supraconductivité par la formation de paires d'électrons, appelé *paires de Cooper*.
- 1962 : L'*Effet Jospehson* caractérise l'apparition d'un courant entre deux matériaux supraconducteurs séparés par une fine couche d'un matériau isolant.

A partir de 1960, des supraconducteurs à base d'un alliage de Niobium et de Titane sont réalisés sous formes de fils par les scientifiques de Westinghouse. Ces fils supraconducteurs sont référencés comme étant « à basse température critique ». Ils sont limités à des températures critiques de *20 K* et obéissent à la *théorie BCS*. Ils sont classés dans la famille des supraconducteurs sous forme de métaux ou d'alliages. En 1986, le physicien allemand Berdnorz et son confrère suisse Müller découvrirent un nouveau genre de supraconducteur : les cuprates. Ils observèrent une transition de la résistivité dans un composé de Baryum-Lanthane-Cuivre à une température record de *35 K*, alors que pour beaucoup de scientifique, le phénomène de supraconductivité ne pouvait pas apparaître à des températures supérieures à *30 K*. Rapidement après, d'autres cuprates composés d'Yttrium ou de Bismuth ont présentés des températures critiques supérieures à *92 K*, donc au-dessus de la température de l'azote liquide (*77 K*).

Cette découverte a suscité un regain d'activité dans la recherche scientifique autour des supraconducteurs. En 2000, un composé, le MgB_2, n'appartenant pas à la famille des cuprates, est découvert comme étant supraconducteur alors que le matériau était connu depuis plus de 40 ans. En 2008, des composés à base de fer, les pnictures, se révèlent être également supraconducteurs à des températures de l'ordre de *56 K*.

La *Figure 1.6* reprend les différentes familles de supraconducteurs connues à ce jour avec leur date de découvertes.

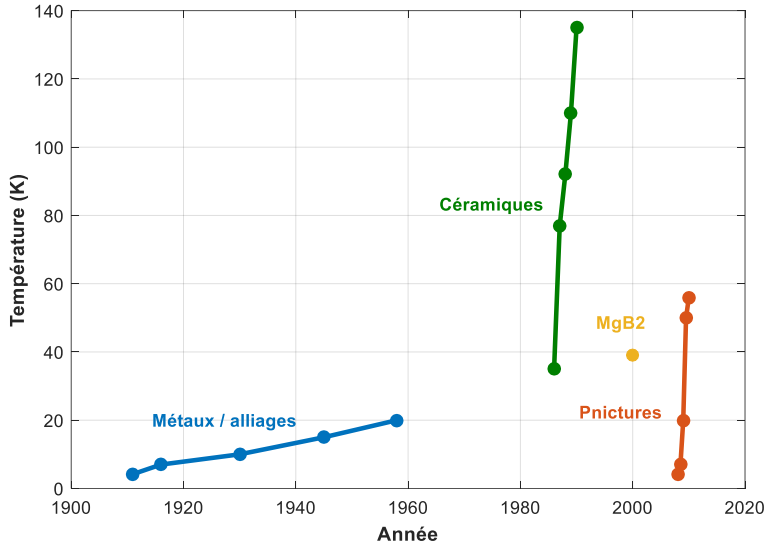


Figure 1.6 : Les différentes familles de supraconducteurs connus à ce jour

2.2. Les supraconducteurs

2.2.1. La surface critique

La température critique T_c et le champ magnétique critique H_c ont été évoqués dans le paragraphe précédent. Il existe une troisième grandeur critique qui est la densité de courant critique J_c. L'utilisation de ces matériaux doit se faire en dessous de ces valeurs critiques sous peine de perdre la supraconductivité. En réalité, une combinaison de ces trois valeurs définit une surface critique en dessous de laquelle on doit être pour conserver l'état supraconducteur. Plus le point de fonctionnement est éloigné de cette surface, meilleures sont les propriétés du matériau supraconducteur. La *Figure 1.7* représente la surface critique pour différents types de matériaux supraconducteurs.

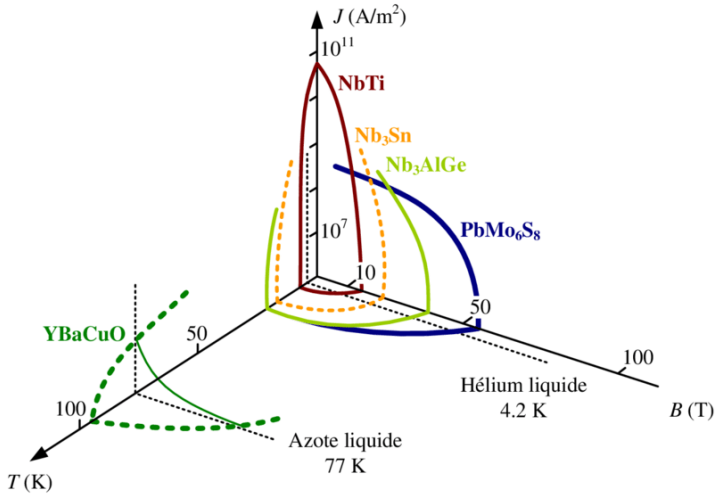


Figure 1.7 : La surface critique des supraconducteurs de type II [BRU89]

2.2.2. Les types I et les types II

Un supraconducteur de type I ne possède qu'un seul champ magnétique critique, appelé H_{c1}. Une fois cette valeur dépassée le matériau perd sa supraconductivité. En dessous, il est caractérisé par l'effet Meissner donc aucun champ magnétique ne peut pénétrer dans l'échantillon supraconducteur. La transition entre l'état supraconducteur et l'état normal est brutale. Comme H_{c1} est très faible (quelques mT), son utilisation en électrotechnique sous forme de fil ou de massif est impossible.

Un supraconducteur de type II est caractérisé par un second champ magnétique critique, appelé H_{c2}. Le premier champ magnétique critique H_{c1} et l'effet Meissner existent toujours, mais le franchissement de H_{c1} n'entraine pas une transition vers l'état normal. Au contraire, un état mixte se développe entre H_{c1} et H_{c2} où une cohabitation d'états supraconducteurs et d'états normaux se met en place. Les états normaux apparaissent sous la forme de vortex de flux magnétique, comme le montre la Figure 1.8. L'avantage des types II est le maintien de la supraconductivité jusqu'à $\mu_0 H_{c2}$ qui varie selon le matériau mais dont la valeur peut être très supérieure à *10 T*.

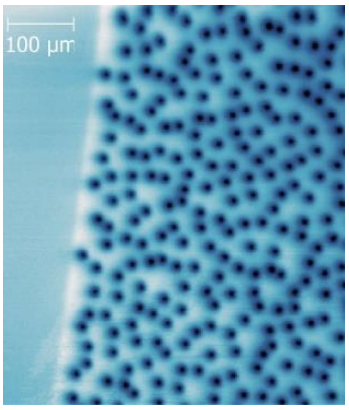


Figure 1.8 : Vortex magnétique dans un échantillon de supraconducteur de type II [WEL15]

La Figure *1.9* récapitule la distinction entre les supraconducteurs de type I et de type II.

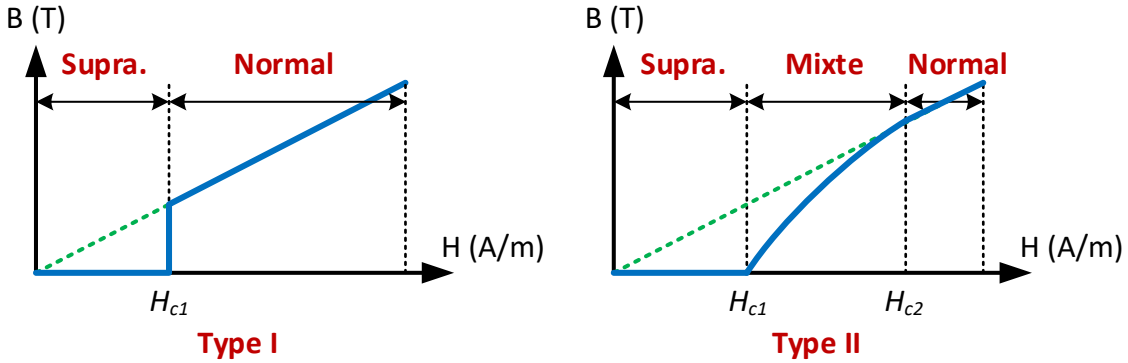


Figure 1.9 : Les deux types de supraconductivité

Tous les matériaux supraconducteurs dédiés aux applications électrotechniques font partie du type II. La suite de l'état de l'art répertorie les principaux supraconducteurs utilisés. La caractérisation de ces matériaux peut être faite en fonction de la famille du composé chimique comme il a été présenté sur la *Figure 1.7*. Cependant nous parlerons plutôt de supraconducteurs à basse température critique (BTC) pour les métaux/alliages et les supraconducteurs à hautes températures critiques (HTC) pour les cuprates. Le cas du MgB_2 est particulier car il n'appartient à aucun de ces groupes, sa température

critique étant intermédiaire. Les pnictures ne seront pas évoqués dans cet état de l'art car leur découverte est trop récente.

2.2.3. Les supraconducteurs à BTC

Ce sont les premiers matériaux à avoir été utilisés pour des applications industrielles. Leur température de fonctionnement est inférieure à *20 K* et leur composition est basée sur des alliages métalliques. Le refroidissement le plus courant pour ces supraconducteurs est l'hélium liquide à *4,2 K*.

Les matériaux supraconducteurs à BTC sont encore à l'heure actuelle les plus utilisés, notamment l'alliage métallique de Niobium et de Titane (NbTi) sous forme multi-filamentaire, pour réaliser des électro-aimants supraconducteurs dans des applications comme les appareils d'imagerie médical ou les accélérateurs de particule. L'autre alliage populaire est celui de Niobium et d'Etain (Nb_3Sn) qui a été très étudié pour réaliser les bobines supraconductrices destiné à la fusion (ITER). La *Figure 1.10* présente quelques sections de fils supraconducteurs.



Figure 1.10 : Section de différents fils en NbTi de Brucker®

De par ses bonnes propriétés mécaniques, le composé NbTi peut être mis sous forme de fil par des procédés conventionnels de filage et d'étirage ce qui réduit son coût de fabrication à environ *150 $* par kilogramme de fil. Le Nb_3Sn est plus adapté pour des applications à fort champ (entre *10* et *21 T*). Cependant, sa fragilité amène des problèmes de fabrication qui ont pour conséquence d'élever le coût de fabrication entre *700* et *2000 $* par kilogramme de fil.

Les principaux supraconducteurs à BTC sont répertoriés dans le *Tableau III*.

Tableau III : Comparaison entre différents fils BTC

Nom	**T_c (K)**	**B_c (T) @4,2K**	**J_c (A/mm²) @4,2K et 5T**	**Remarques**
NbTi	10	<10	1200	-Bonne propriété mécanique -Peut être « twisté », courbé -Procédé de fabrication maitrisé
Nb_3Sn	18,3	<25	5000	-Propriété mécanique moyenne -Manutention difficile à T° ambiante -Plus cher que le NbTi
$PbMo_6S_8$	14	<50	300	-Hc très élevé

2.2.4. Les supraconducteurs à HTC

La découverte en 1986 des supraconducteurs HTC, sous forme de cuprates, a permis de relancer l'intérêt pour la supraconductivité.

L'énorme avantage qu'offrent ces matériaux est l'apparition de la supraconductivité au-dessus de la température de l'azote liquide. Ce caloporteur est facile à produire et économique. De plus, le fonctionnement à de plus hautes températures rend les capacités thermiques des matériaux plus importants qu'à l'hélium liquide (*4,2 K*). Une capacité thermique plus grande permet de réduire l'excursion thermique en cas d'apport d'énergie sur le fil. Ainsi le risque de quench (perte de la supraconductivité) est diminué.

La particularité de ces matériaux est l'anisotropie de leurs propriétés physiques. En effet, la densité de courant critique varie suivant le plan cristallographique.

A ce jour, deux familles de cuprates sont les plus plébiscitées pour les applications en électrotechnique :

- À base de Bismuth (Bi) pour former une céramique de BiSrCaCuO, simplifié en «BSCCO »
- À base de Terre Rare (RE) pour former des céramiques de RE-BaCuO, simplifié en « RE-BCO ». Les Terres Rares utilisées sont principalement de l'Yttrium (Y), du Néodyme (Nd), du Samarium (Sm) ou du Gadolinium (Gd).

Les principaux supraconducteurs à HTC utilisés dans ces familles sont répertoriés dans le *Tableau IV*.

Tableau IV : Comparaison entre différents fils HTC

Nom	Tc (K)	Bc (T) @4,2 K	Jc (A/mm²) @4,2K et 5T	Remarques
Bi-2212	85	>45	600	-Fort champ critique -Fabrication en forme de fil
Bi-2223	108	>30	500 (⊥) [AYA07] 650 (//)	-Fabrication en forme de ruban -Anisotropie des performances
$REBa_2Cu_30_x$	93	>45	1200 (⊥) [TSU17] 4700 (//)	-Très forte anisotropie -Cher
$YBa_2Cu_3O_x$ (massif)	93	>30	<10 000	-Forte anisotropie -Moins cher que REBCO

En se basant sur des prix au mètre [DOL15], on arrive par conversion à 2900 $/kg pour le BSCCO et 4000 $/kg pour le YBCO. Ces prix sont nettement supérieurs à ceux des fils supraconducteurs BTC. Néanmoins, les prix peuvent fluctuer en fonction de la quantité achetée. Ici, les chiffres sont donnés pour une commande de *240 m* de BSCCO et *25 m* d'YBCO.

2.2.4.1. La famille BSCCO

Les conducteurs :

Les « BSCCO » constituent la première génération de fil supraconducteur à HTC. Ces supraconducteurs sont principalement connus sous deux formes : le $Bi_2Sr_2CaCu_2O_{8+x}$ (Bi-2212) ($T_c = 85$ *K*) et le $Bi_2Sr_2Ca_2Cu_3O_{10+x}$ (Bi-2223) ($T_c = 110$ *K*), avec lesquels des conducteurs sont réalisés. Les performances du premier s'avèrent meilleures pour une utilisation à basse température (4,2 K) alors que le second convient aux applications dont la température est plus élevée.

La technique de fabrication de ces conducteurs est appelée PIT (Powder In Tube) et permet de transformer une céramique en un conducteur multibrins flexible. Ce procédé est illustré sur la *Figure 1.11*.

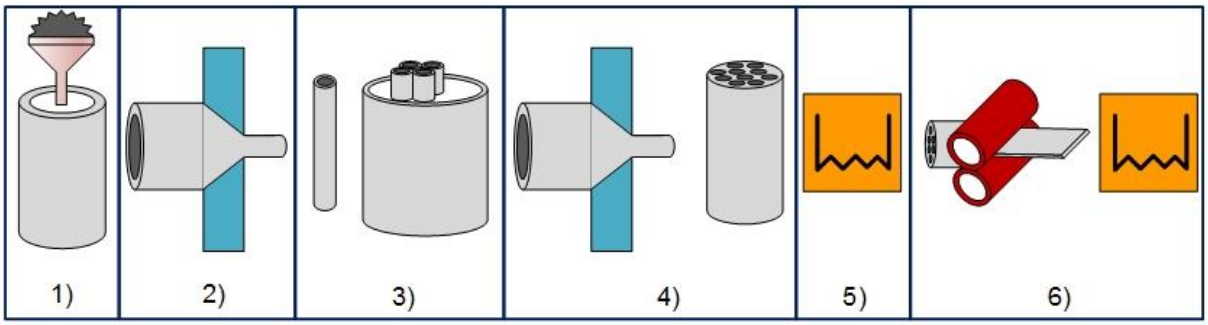


Figure 1.11 : Procédé de fabrication « Powder In Tube »

1) Une fine poudre qui contient un composé supraconducteur est préparée. Elle est ensuite versée dans un tube en argent, appelé le stabilisateur.

2) Le tube rempli est ensuite réduit par plusieurs étapes de tréfilage afin d'obtenir un fil supraconducteur monobrin.

3) Plusieurs fils monobrin sont ensuite mis en parallèle dans un autre tube en argent pour créer ce que l'on appelle un fil multibrin.

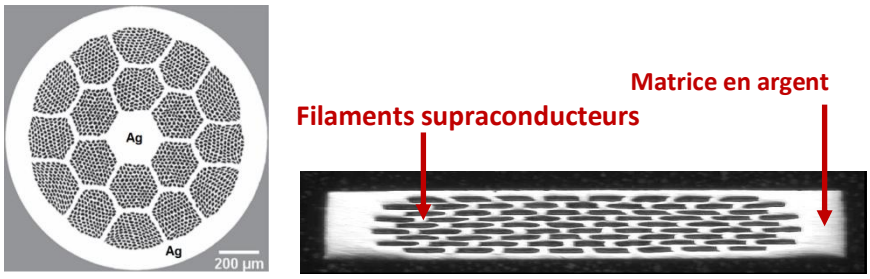
4) Le fil multibrin est lui aussi tréfilé.

5) Le conducteur est recuit à une température autour de 900 °C sous oxygène, c'est durant cette étape que la phase supraconductrice est formée, la poudre devient un polycristal.

6) Une phase de laminage est réservé aux conducteurs Bi-2213 afin d'aligner les surfaces des cristaux et réduire les joints inter-grains. L'étape de laminage est optionnelle pour un conducteur Bi-2212 qu'on peut retrouver sous forme de fil alors que le conducteur Bi-2223 n'existe que sous forme de ruban, voir la *Figure 1.12*.

Parce que l'argent ne s'oxyde pas à haute température et n'interagit pas avec les matériaux supraconducteurs, il constitue la matrice de ces conducteurs. L'avantage de cette matrice en argent est sa grande conductivité thermique et électrique. En cas d'un échauffement local dans le filament supraconducteur, la proximité de l'argent offre la possibilité d'évacuer les pertes plus facilement qu'à travers le supraconducteur. Cependant, l'argent est un matériau lourd et cher et qui représente une grande partie de la section du conducteur.

Malgré tout, le procédé permet d'obtenir de grande longueur de fil. La technique a nettement évolué depuis la fabrication des premiers fils comme l'atteste l'évolution du courant critique au cours des années sur la *Figure 1.13*. Les longueurs de production peuvent dépasser 1800m [SAT11].



a) b)

Figure 1.12 : Section d'un conducteur a) Bi-2212 b) Bi-2223

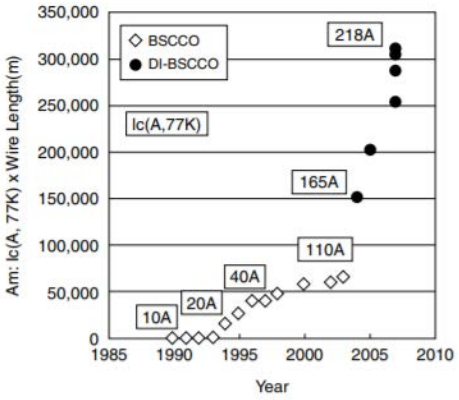


Figure 1.13 : Evolution du courant critique pour des rubans SUMITOMO [SAT11]

La structure cristalline et le procédé de fabrication des rubans Bi-2223 conduit à une anisotropie des performances du conducteur en fonction de l'orientation du champ magnétique. La variation du courant critique d'un ruban Bi-2223 fabriqué par SUMITOMO est montrée sur la *Figure 1.14*. Le champ perpendiculaire au ruban dégrade plus significativement les performances que le champ parallèle.

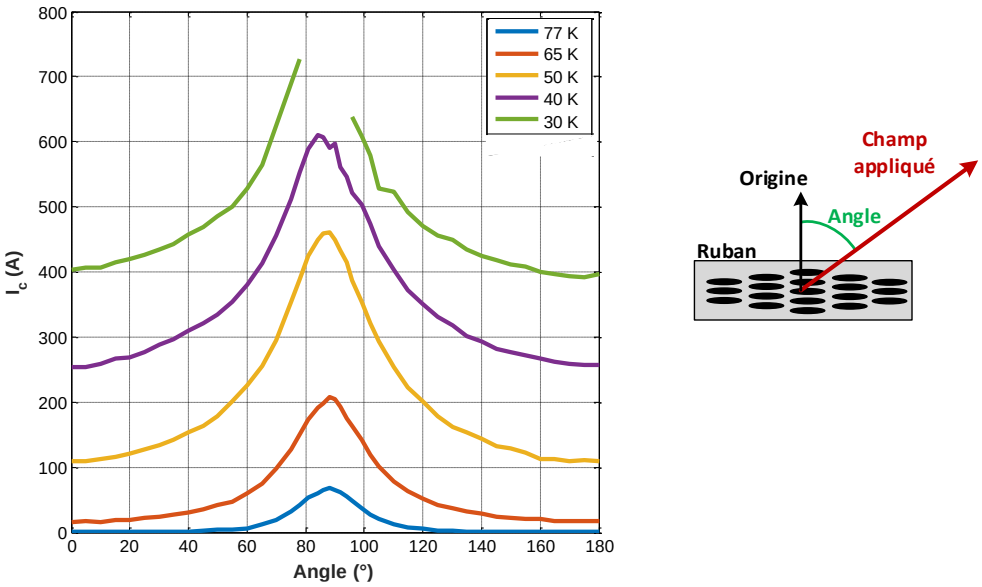


Figure 1.14 : Variation du courant critique en fonction de l'orientation du champ magnétique

Les massifs :

Bien qu'une part importante de la production soit dédiée à l'élaboration de ruban Ag/Bi-2223, la préparation sous forme de massif peut aussi être intéressante. Le procédé de fabrication le plus optimal semble être le frittage. L'avantage de cette technique de fabrication est de pouvoir donner la forme que l'on souhaite aux massifs. Cependant, la présence de joint inter-grain et l'absence d'alignement des cristaux décroit les densités de courant critique, qui atteint *120 A/mm²* en champ propre et à *77 K* [GAR02]. On le verra par la suite mais ces performances sont 10 fois inférieures à ce que l'on peut atteindre avec d'autres types de massif.

Le champ d'application principal de ces massifs concerne les amenées de courant pour alimenter des aimants supraconducteurs. De bons conducteurs électriques sont généralement aussi de bons conducteurs thermiques. Les amenées de courant en cuivre peuvent constituer un point critique de l'application et doivent être dimensionnées avec précision afin de minimiser les pertes. D'où l'intérêt d'employer des amenées de courant supraconductrices car les pertes Joules sont annulées (résistivité nulle) et les pertes par conduction sont faibles (mauvais conducteur thermique). La *Figure 1.15* montre un exemple d'une amenée de courant sous forme de tube sertis de part et d'autre d'argent afin de faciliter les connexions.



Figure 1.15 : Amenée de courant en BSCCO de CAN Superconductors ®

2.2.4.2. La famille RE-BCO

Les rubans :

La seconde génération de conducteur à HTC ne présente pas une structure multi-filamentaire mais une structure en couche. Trois couches sont nécessaires à l'élaboration d'un ruban RE-BCO : le substrat qui est une feuille de métal, généralement un alliage de Ni, sur lequel une couche tampon et une couche supraconductrice sont déposées par croissance par épitaxie. La couche tampon sert à éviter la diffusion métallique entre le substrat et la couche supraconductrice. En général, une couche d'argent puis une couche de cuivre sont ajouté pour protéger le ruban de son environnement mais également pour des raisons de stabilisation. La *Figure 1.16* montre le schéma d'une section d'un conducteur de la seconde génération.

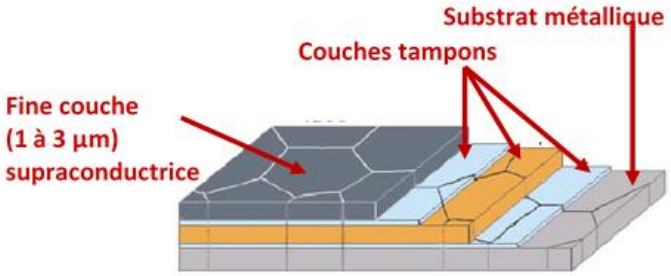


Figure 1.16 : Section d'un conducteur RE-BCO

La structure cristalline des supraconducteurs RE-BCO présente également une anisotropie vis-à-vis de l'orientation du champ magnétique dont les effets sont semblables à ceux observés sur les conducteurs BSCCO.

Les densités de courant atteintes par les conducteurs RE-BCO sont plus importantes que pour les supraconducteurs de première génération (1G), et le matériau maintien sa supraconductivité jusqu'à un champ critique très élevé. Cependant le procédé de fabrication est complexe car les performances dépendent de la qualité des dépôts. La *Figure 1.17* montre l'inhomogénéité du courant critique en fonction de la longueur du ruban.

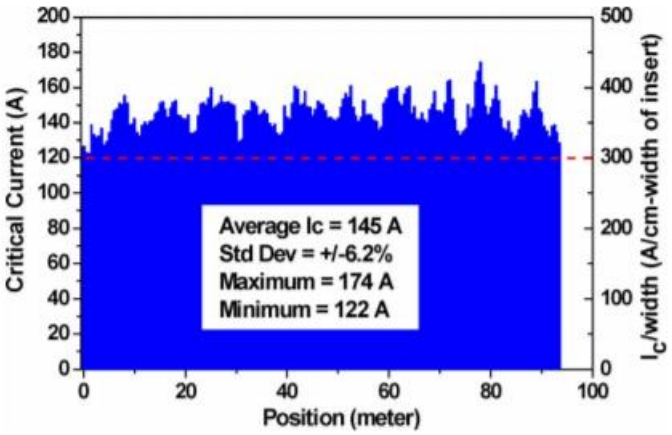


Figure 1.17 : Variation du courant critique sur un ruban AMSC [RUP07]

Aujourd'hui les longueurs de production ne dépassent que rarement 1000 m. Pour des besoins en longueur plus grande, il est possible de réaliser des soudures résistives entre rubans dont la résistivité est de l'ordre de 20 nΩ.

Les massifs :

La fabrication des massifs de RE-BCO s'obtient à partir d'une croissance cristalline. Un germe, habituellement composé d'une terre rare légère tel que le Samarium, est déposé sur une pastille fritté riche en Yttrium ou autre terre rare. Ensuite, l'ensemble est soumis à une longue étape thermique avec des températures supérieures à *1000°C* puis une phase d'oxygénation durant laquelle la phase supraconductrice est créée. Ce procédé permet d'obtenir un monocristal. L'absence de frontière cristalline augmente la densité de courant critique qui est d'environ *1000 A/mm²* (à *77 K* et sous champ propre), ce qui est 10 fois supérieur à un massif fabriqué par frittage [MOR06].

Actuellement, l'aspect des massifs est limité à des formes cylindriques ou rectangulaires. D'autres formes peuvent être obtenues par une découpe à partir d'une croissance sur un échantillon cylindrique ou rectangulaire.

La qualité et les propriétés électriques diminuent avec la taille du cristal. C'est pour cela que les dimensions d'un massif monocristal de RE-BCO n'est guère supérieur à *80 mm* pour le diamètre et 2 cm pour l'épaisseur. Une amélioration de la résistance mécanique de ces matériaux a permis à Zhang et ses collègues de fabriquer des pastilles dont le diamètre est de *140 mm* [SAK07]. Une autre approche consiste à placer plusieurs germes afin de créer plusieurs domaines monocristal et ainsi augmenter la taille du massif. Des courants supraconducteurs peuvent circuler d'un domaine à un autre ce qui rend les massifs multi-domaines plus performants que plusieurs mono-domaine placé l'un à côté de l'autre

[YAN02]. La Figure 1.18 montre plusieurs massifs rectangulaires avec 3 germes et un massif cylindrique monocristal.



Figure 1.18 : Plusieurs formes de massif RE-BCO en mono- ou multi-domaine de CAN Superconductors ®

2.2.5. MgB_2

Le MgB_2 est utilisé dans l'industrie depuis plus de 40 ans, cependant sa supraconductivité n'a été découverte qu'en 2001. La transition apparait à une température de 39 K, qui est en dessous de celle de l'azote liquide et au-dessus de la limite des 30 K de la théorie BCS. Ce matériau n'est donc ni répertorié comme un supraconducteur à BTC ou à HTC.

A cause de sa température critique néanmoins relativement basse, l'azote liquide ne peut être utilisé. L'hélium gazeux ou même de l'hydrogène liquide pourrait être envisagé pour une application avec de tel matériau.

Les fils de MgB_2 sont relativement faciles à produire sur de grandes longueurs (jusqu'à 5 km) avec des formes et des sections différentes. Il existe plusieurs procédés de production, la technique du PIT (identique aux rubans BSCCO) est la plus utilisée. La *Figure 1.19* montre la section de plusieurs conducteurs en MgB_2, qui se présente sous la forme de plusieurs filaments supraconducteurs emprisonnés dans une matrice métallique.

Plusieurs réalisations ou études numériques ont déjà été conduites avec l'utilisation de MgB_2 pour le dimensionnement de stockage d'énergie magnétique supraconductrice (SEMS) [ATO12] ou de moteurs supraconducteurs pour l'éolien [MAR15]. La possibilité de faire des joints supraconducteurs entre deux fils présente un énorme avantage pour des applications d'imagerie médicale par exemple. En effet, dans ce genre d'application le fonctionnement permanent est souhaitable. Un courant pourrait circuler dans une bobine court-circuitée, les pertes dues aux amenées de courant seraient supprimées. La résistance de joint entre deux fils en MgB_2 est inférieure à 10^{-14} Ω.m.

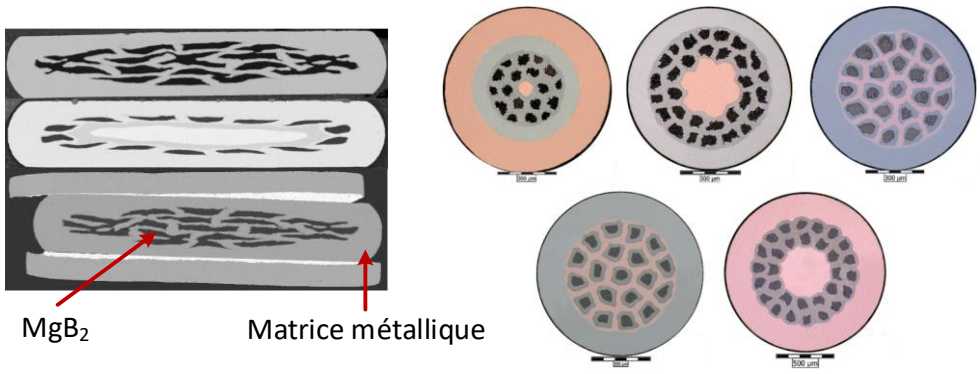


Figure 1.19 : Plusieurs formes de massif RE-BCO en mono- ou multi-domaine [PEL13][KOV13]

Les principales propriétés du supraconducteur MgB_2 sont résumées le *Tableau V*.

Tableau V : Performances du MgB_2

Nom	Tc (K)	Bc (T) @4,2 K	Jc (A/mm²) @4,2K et 5T	Remarques
MgB_2	39	< 49	200	-Faible anisotropie de J_c -Peu cher

En se basant sur le critère d'un prix par kilo-ampère mètre de *13 $/kAm* [COL], on arrive par conversion à *250 $/kg* pour le MgB_2. Pour arriver à ce résultat, le fil est utilisé à *20 K* sous *1 T* permettant de faire passer *400 A*. Ce prix est l'un des plus faible parmi l'ensemble des fils ou rubans supraconducteurs.

Conclusion sur les rubans :

En comparant les différents tableaux, les fils supraconducteurs BTC ont les meilleures performances à *4,2 K*. De plus, le prix du NbTi est très faible vis-à-vis des autres supraconducteurs. Cependant, l'utilisation de ces matériaux n'est possible qu'à une température autour de *4,2 K*, ce qui est une réelle pénalité en termes de masse et volume des systèmes de refroidissement actuels.

C'est la raison pour laquelle, nous avons choisis de travailler avec des supraconducteurs HTC. Nous nous intéresserons aux rubans Bi-2232 et RE-BCO. Le fil Bi-2212 est intéressant pour des applications à très basse température, cependant à des températures supérieures le Bi-2232 lui est préféré.

Le MgB2 peut être intéressant vis-à-vis de son prix et de sa température de refroidissement, cependant ses performances se dégradent rapidement avec l'augmentation du champ magnétique.

3. Le calcul du courant critique d'une bobine supraconductrice HTC

Les bobines d'inductance sont les composants de bases de la plupart des applications de l'électrotechnique tels que les transformateurs, les machines électriques, les SMES, etc. Une bobine supraconductrice est réalisée à partir des fils ou des rubans vus dans la section précédente. Pour une opération stable, le courant maximal admissible dans une bobine doit être déterminé. Nous ne nous intéresserons ici qu'au calcul du courant critique pour des rubans supraconducteurs HTC. Cependant, la démarche à appliquer serait quasiment identique avec des fils BTC. L'unique différence est l'anisotropie des performances que présente la technologie HTC.

3.1. La caractéristique E-J des supraconducteurs

En supposant qu'un matériau supraconducteur soit utilisé en dessous de sa température critique et de son champ magnétique critique, la transition entre l'état supraconducteur (1), montré sur la *Figure 1.20*, et l'état normal (3) ne peut être due qu'à une opération au-dessus du courant critique. Dans ce cas, le point de fonctionnement est au-delà de la surface critique. Entre ces deux états (au niveau de la transition), il y a ce qu'on appelle l'état dissipatif (2) pour lequel le champ électrique n'est plus nul et donc les pertes également. La *Figure 1.20* montre l'ensemble de ces états et l'évolution du champ électrique en fonction de la densité de courant dans le supraconducteur.

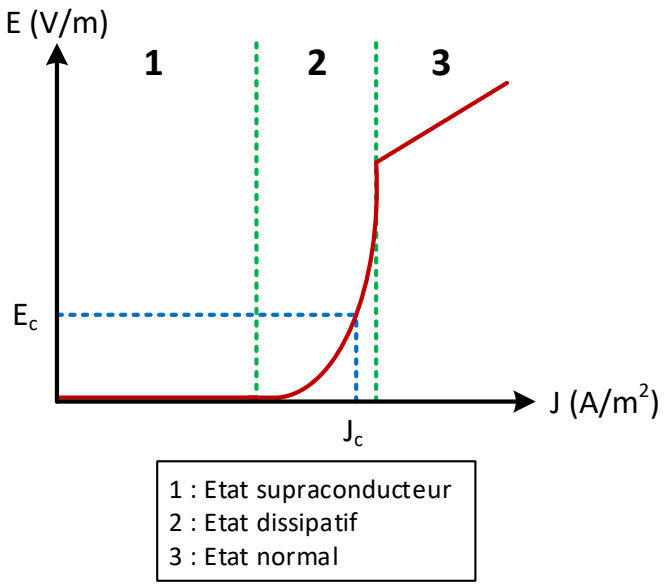


Figure 1.20 : Les différents états d'un matériau supraconducteur

Pour calculer le courant critique, le comportement de l'état dissipatif (2) doit être connu. Plusieurs modèles existent afin d'interpoler les résultats avec l'expérimentation. Nous allons présenter le modèle dit de la « loi en puissance » qui présente l'avantage d'avoir des dérivées premières et secondes continues, facilitant les convergences lors de calculs numériques.

Loi en puissance :

$$\vec{E}\left(\left|\vec{J}\right|\right) = E_c \left(\frac{\left|\vec{J}\right|}{J_c\left(\left|\vec{B}\right|, T\right)} \right)^{n\left(\left|\vec{B}\right|, T\right)} \frac{\vec{J}}{\left|\vec{J}\right|} \qquad (1\text{-}1)$$

L'indice *n* indique si la transition de l'état 1 à 3 est brusque ou douce. Dans l'expression (1-1), les valeurs de J_c et *n* varient en fonction de la température et du champ magnétique vu par l'échantillon.

La densité de courant critique J_c, c'est-à-dire le courant local maximal pouvant circuler dans le ruban HTC, est définit à partir d'un critère sur le champ électrique, dit également critique, E_c. Cette densité de courant critique est atteinte quand le champ électrique *E* est égal à la valeur du champ électrique critique E_c.

Pour un matériau HTC, E_c est fixé à 1 µV/cm. Cette valeur provient d'un compromis entre les pertes engendrées dans le matériau et la consommation/prix d'azote liquide nécessaire à l'extraction des pertes. Pour un matériau BTC, le critère E_c a été choisi plus faible (0,1 µV/cm) car l'hélium liquide est plus cher.

Au final, le courant critique I_c du ruban est simplement calculé avec :

$$I_c = J_c S_{ruban} \qquad (1\text{-}2)$$

Où S_{ruban} est la surface totale du ruban. Le courant (1-2) est aussi communément appelé le *courant critique ingénieur*.

La *Figure 1.21* présente une approximation utilisant la loi en puissance de données obtenues expérimentalement pour un échantillon de Di-BSCCO de type H refroidit à l'azote liquide. La mesure

de la tension a été réalisé sur un échantillon de *10 cm*, c'est la raison pour laquelle la tension critique est atteinte pour *10 µV* (*10 cm x 1 µV/cm*). L'interpolation est obtenue en prenant un J_c de ***185 A/mm²*** et *n* de ***15***. Avec les dimensions du ruban, le courant critique I_c mesuré est de *185 A*, qui correspond à celui indiqué par le constructeur.

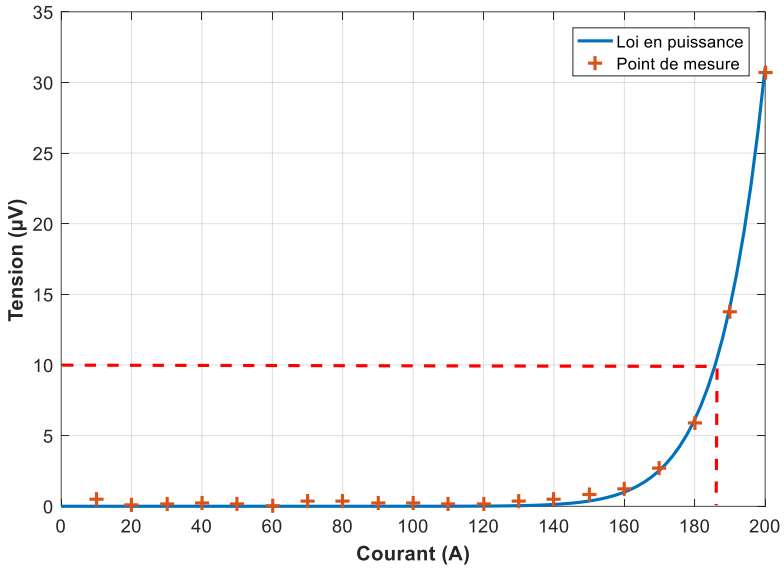


Figure 1.21 : Interpolation par la loi en puissance d'un échantillon Di-BSCCO à 77 K. Pour cet exemple, J_c = 100 A/mm² et n = 15

3.2. Les caractéristiques : $J_c = f(B,T)$ et $n=f(B,T)$

Dans l'expression (1-1), la densité de courant critique J_c et l'exposant *n* varient en fonction de l'induction et de la température. Ces caractéristiques changent d'un fabricant à un autre ou d'une technologie à une autre. La *Figure 1.22* présente cette dépendance pour un ruban BSCCO commercialisé par SUMITOMO ELECTRIC sous le nom de DI-BSCCO type H.

Pour un ruban HTC, les performances dépendent de la valeur et de l'orientation de l'induction magnétique. Sur la *Figure 1.22*, la température est désignée par la couleur de la courbe, l'orientation de l'induction perpendiculaire sur le ruban est indiquée par un trait continu tandis qu'une induction parallèle est représentée par un trait en pointillé. Pour donner des valeurs, sous **2 T** à **30 K** et suivant l'orientation du champ magnétique, la densité de courant critique J_c peut quasiment varier du simple au double soit **260 A/mm²** ou **490 A/mm²**.

La température influence également la valeur du courant critique. Chaque matériau possède sa propre température critique T_c. Dans le cas du ruban de *SUMITOMO*, T_c vaut ***110 K***. Plus la température de fonctionnement s'éloigne de T_c, meilleures seront ses performances. Par exemple, sous un champ perpendiculaire de **2 T**, la densité de courant critique à **20 K** sera de **380 A/mm²** alors qu'à **40 K** elle serait de **120 A/mm²** (voir *Figure 1.22*).

L'indice *n* dans l'expression (1-1) varie d'une façon similaire au courant critique suivant l'orientation du champ magnétique et de la température de refroidissement. La *Figure 1.22* (suite) montre le coefficient *n* estimé à partir de mesures expérimentales [WIM17]. Comme ce coefficient provient d'interpolations basés sur la loi en puissance (1-1), la variation apparait hasardeuse par endroit. Néanmoins, on peut constater la décroissance de *n* avec l'augmentation de la température et de la valeur de l'induction.

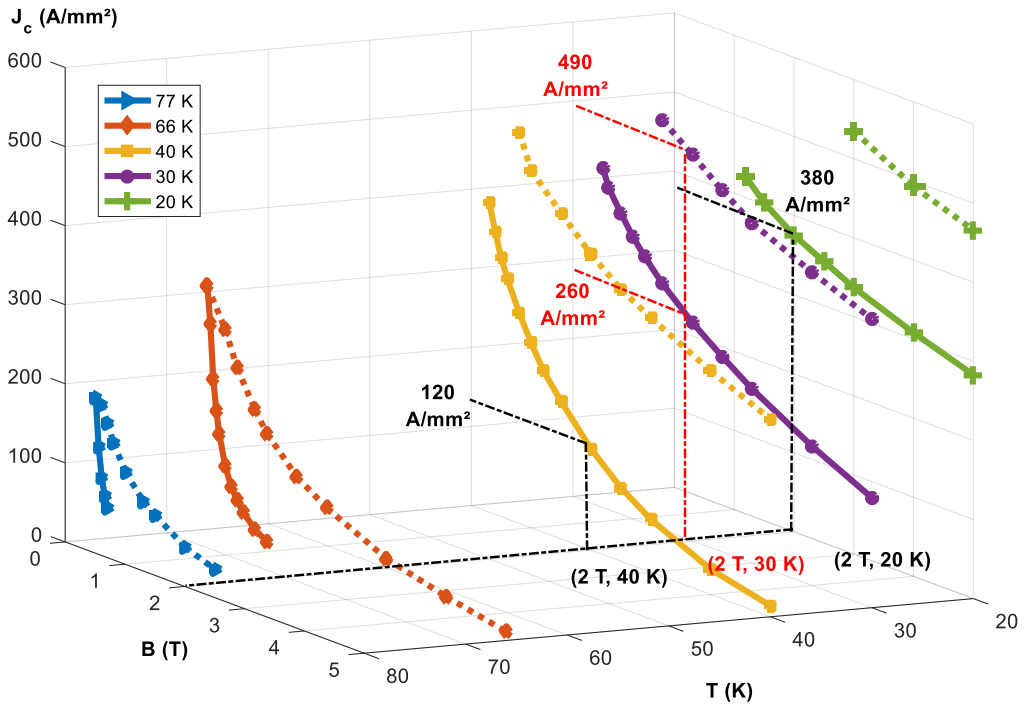


Figure 1.22 : J_c en fonction de l'induction magnétique pour plusieurs températures

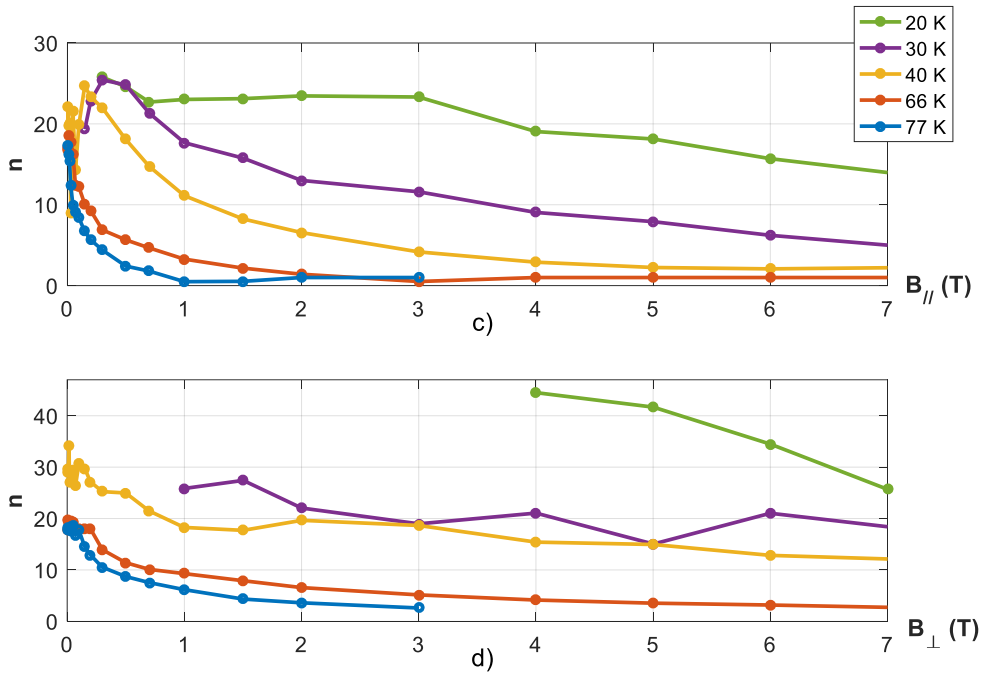


Figure 1.22 (suite) : Le coefficient n en fonction de l'induction magnétique pour plusieurs températures

Le modèle de Kim-Anderson :

Le calcul du courant critique d'un ruban ou d'une bobine nécessite de connaître une expression mathématique pour les variations de J_c et de n en fonction de la valeur de l'induction. Le modèle de Kim-Anderson permet d'interpoler les données expérimentales ou du fabricant (*Figure 1.22* et *Figure 1.22 (suite)*) à partir de 6 constantes. L'avantage de ce modèle est de pouvoir considérer l'effet combiné des champs magnétiques perpendiculaires et parallèles.

$$J_c(B_{//}, B_{\perp}) = \frac{J_{c0}}{\left(1 + \frac{\sqrt{k_a{}^2 B_{//}{}^2 + B_{\perp}{}^2}}{B_0}\right)^{\beta}}$$

$$n(B_{//}, B_{\perp}) = \frac{n_0}{1 + \frac{\sqrt{k_a{}^2 B_{//}{}^2 + B_{\perp}{}^2}}{B_{n0}}} \qquad (1\text{-}3)$$

Avec

- J_{c0} : Densité de courant critique sous champ nul (A/mm²)
- B_0, β : Constantes qui caractérisent la variation de la densité de courant
- n_0 : Indice n sous champ nul
- B_{n0} : Constante qui caractérise la variation de l'indice n
- k_a : Facteur d'anisotropie

Pour le calcul qui va suivre, nous allons utiliser des coefficients obtenus en interpolant des mesures effectuées au laboratoire du GREEN. Leurs valeurs sont répertoriées dans le *Tableau VI* pour des températures de *77 K* et *30 K* sur un ruban DI-BSCCO type H [DOL15].

Tableau VI : Coefficients du modèle de KIM-ANDERSON pour un ruban BSCCO

	Paramètre	77 K	30 K
Jc	J_{c0}	184	300
	B_0	0,175	0,75
	β	1,765	0,8
	k_a	0,1	0,1
n	n_0	23	46
	B_{n0}	0,061	2
	k_a	0,1	0,1

3.3. Le courant critique I_{cm} d'une bobine

Le courant critique d'une bobine supraconductrice est différent de celui d'un ruban isolé car le voisinage de plusieurs spires va augmenter localement le champ magnétique et donc dégrader les performances du fil. Dans une machine électrique, il faut tenir compte de tout l'environnement magnétique (bobines, aimants, matériaux ferromagnétiques, etc).

Le courant critique d'un solénoïde supraconducteur est le courant maximal I_{cm} qui garantit une opération stable à une température donnée. L'estimation d'I_{cm} nécessite le calcul de la distribution du champ magnétique sur chaque spire de la bobine combinée avec les propriétés du ruban supraconducteur utilisé. La structure multi-filamentaire ou en dépôt d'un ruban supraconducteur rend la simulation souvent complexe car le courant circule uniquement sur une fraction du conducteur. De plus, les bobines sont formées de plusieurs tours, cela augmente encore la difficulté de simulation. Afin de simplifier la distribution magnétique sur une bobine supraconductrice, les travaux de Bendali & al. [BEN12] ont permis de montrer que les résultats expérimentaux/simulations étaient proches en négligeant :

- La structure du ruban : tout le conducteur est considéré supraconducteur. On doit alors effectuer nos calculs avec le courant critique ingénieur, celui-ci prend en compte le remplissage de matériaux supraconducteurs dans le ruban.
- Les spires de la bobine : toute la bobine est approchée par un conducteur homogène. Un coefficient de remplissage est alors ajouté au courant critique ingénieur, qui est généralement pris autour de 90%. La structure en méplat des rubans supraconducteurs permet d'atteindre de fort taux de remplissage.

Un exemple du calcul d'I_{cm} est montré pour la configuration de la *Figure 1.23* avec les dimensions du *Tableau VII*. Il s'agit d'une bobine supraconductrice placée autour d'une dent ferromagnétique qui pourrait représenter un inducteur de machine supraconductrice à pôles saillants. Cette bobine est réalisée pour cet exemple avec le ruban Di-BSSCO de SUMITOMO et est refroidie dans de l'azote liquide à une température de *77 K*. Les propriétés de la *Figure 1.22* pour J_c et n sont donc utilisées pour ce calcul.

Le problème est considéré 2D, les têtes de bobines ne sont donc pas prises en compte, voir *Figure 1.23*. Le calcul électromagnétique est réalisé avec un logiciel de calcul par élément finis. La forme en méplat des conducteurs HTC n'offre qu'une seule possibilité pour le sens d'enroulement. Suivant la figure, le champ parallèle au ruban est donc suivant *y* et le champ perpendiculaire suivant *x*.

Pour calculer, le courant critique ingénieur nous utiliserons une technique appelé la méthode du « champ électrique maximal ».

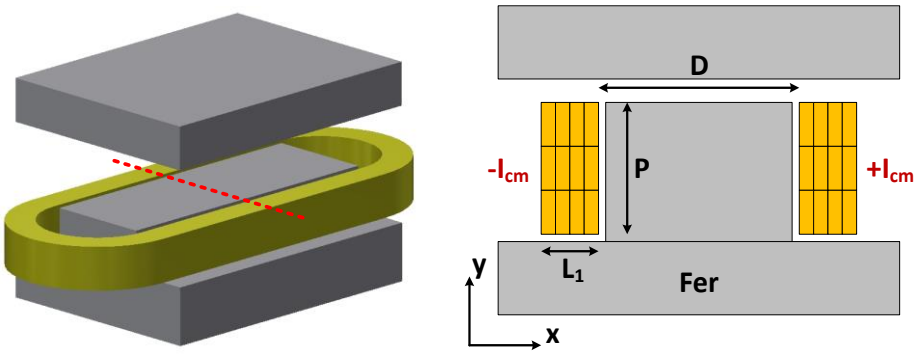


Figure 1.23 : Bobine HTC autour d'une dent ferromagnétique

Tableau VII : Dimension des bobines HTC

BOBINE DANS L'ENCOCHE	
Largeur (L1)	0,02 m
Profondeur (P)	0,03 m
Diamètre de courbure (D)	0,08 m

La méthode du champ électrique maximal :

Cette méthode sera utilisée tout au long de notre étude. Il s'agit d'un procédé itératif où la densité de courant est augmentée par pallier en partant d'une valeur initiale J_0. Pour chaque nouvelle valeur de J, les distributions du champ perpendiculaire $B_\perp$ et parallèle $B_{//}$ sont calculées. Ces valeurs sont ensuite injectées dans le modèle de Kim-Anderson qui estime la valeur de J_c et de n. Le champ électrique est finalement obtenu à partir de l'expression (1-1). Un critère d'arrêt est ajouté sur les itérations quand :

$$\max\left(E(J_c)\right) = E_c \tag{1-4}$$

La méthode est résumée sur la *Figure 1.24*. Le courant de fonctionnement I_{cm} est ensuite obtenu avec l'expression (1-2).

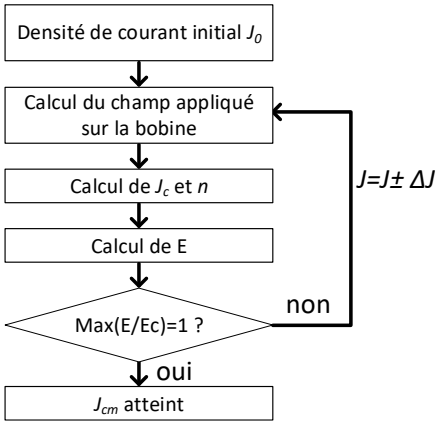
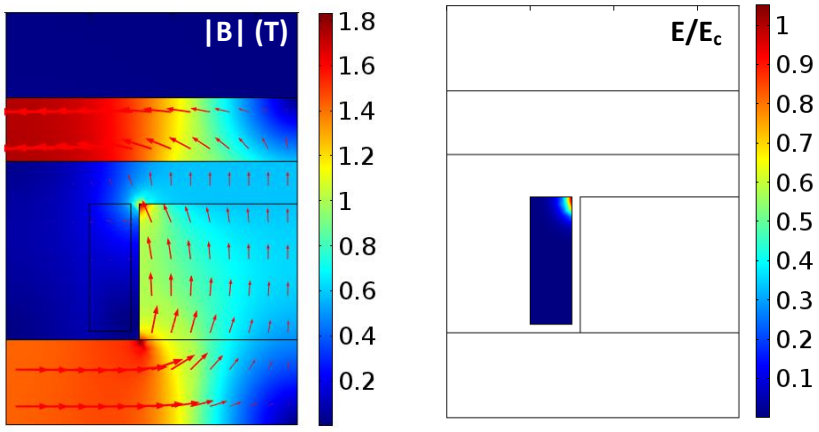


Figure 1.24 : Méthode du champ électrique maximale

En appliquant la méthode du champ électrique maximale sur l'exemple de la bobine à noyau ferromagnétique, on trouve une densité de courant critique de **17,5 A/mm²** avec les coefficients du *Tableau III* à **77 K**. Une densité de courant bien plus importante peut être obtenue avec une température plus basse. La distribution magnétique est représentée sur la *Figure 1.25a*. On constate qu'une grande partie des lignes de champ est canalisée par le circuit magnétique et permet de protéger une partie des rubans. Cependant, une partie du champ traverse la bobine supraconductrice au niveau de l'extrémité de la dent. C'est à ce niveau que le critère d'arrêt est obtenu, comme le montre le ratio entre E et E_c de la *Figure 1.25b*. Les spires d'une bobine sont en séries, le courant critique d'une bobine I_{cm} est généralement imposé par une ou un petit groupe de spires. Les distributions magnétiques du champ perpendiculaire et parallèle sont respectivement montrées sur les *Figures 1.25c et d*.



a) b)

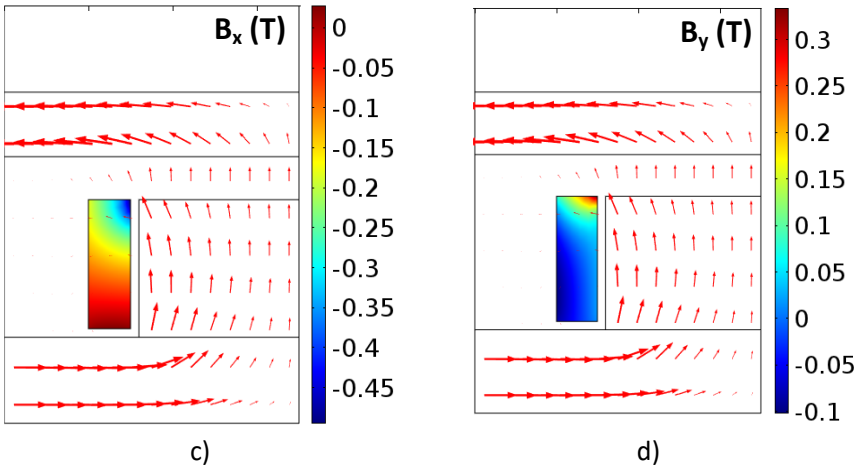


Figure 1.25 : Résultat de simulation de la bobine supraconductrice autour de l'encoche pour J = 17,5 A/mm²

4. Utilisation des massifs supraconducteurs

D'après la loi de Lenz, tout conducteur soumis à un champ magnétique variable est le siège de courants induits. Ces courants génèrent un champ magnétique dont la direction est opposée à celui qui lui a donné naissance. Comme un supraconducteur est caractérisé par une résistance quasi-nulle dans son état mixte, de forts courants peuvent être induits. Ces courants persistent alors même que le champ excitateur extérieur est redevenu nul, on a alors piégé un courant dans un matériau supraconducteur. A partir de ces propriétés, nous allons voir que des aimants ou des écrans magnétiques peuvent être créés.

4.1. Le modèle de Bean

Le modèle de l'état critique de Bean est un cas particulier de la loi en puissance où l'indice lorsque $n \to \infty$ [BEA62][BEA64]. Il avait été originalement proposé pour expliquer le phénomène d'hystérésis observable sous l'application d'un courant ou d'un champ magnétique variable. Ce modèle considère la transition de l'état supraconducteur à l'état normal comme étant instantanée. Le changement s'opère quand la densité de courant est égale à $\pm J_c$.

$$\begin{aligned} \forall \left|\vec{J}\right| < J_c, E = 0 \\ Pour \ \left|\vec{J}\right| \geq J_c, E \neq 0 \end{aligned} \tag{1-5}$$

Le courant à l'intérieur d'un massif supraconducteur ne peut prendre que les valeurs suivantes : $\pm J_c$ ou 0. Ainsi, quand le courant pénètre dans l'échantillon, le champ magnétique est gouverné par l'équation :

$$\nabla \times \vec{H} = \pm J_c \tag{1-6}$$

La répartition du courant dans un cylindre supraconducteur soumis à une induction externe B sinusoïdale et d'amplitude B_{max} est montrée sur la *Figure 1.26*. Le matériau est initialement vierge de tout courant. De I à II, le champ magnétique extérieur croit jusqu'à la valeur maximale B_a. Le courant, induit par la loi de Lenz, pénètre alors dans le matériau à partir de la surface extérieure jusqu'à une longueur L_p, appelé longueur de pénétration. Le courant est bouclé, ce qui implique que la somme totale du courant sur la coupe de la *Figure 1.26* est nulle. Avec le modèle de Bean, la densité de courant ne peut prendre que les valeurs $+J_c$ (à droite du cas II), $-J_c$ (à gauche du cas II) ou 0 (au centre). Ensuite

le champ magnétique décroit jusque zéro (III), un courant de direction opposé est donc induit. En III, le champ magnétique extérieur est nul pourtant il subsiste encore un courant dans l'échantillon supraconducteur. C'est ce principe qui sera exploité pour créer des aimants supraconducteurs. L'alternance négative du champ appliqué, induit des distributions de courant identiques à l'exception que leurs directions sont opposées.

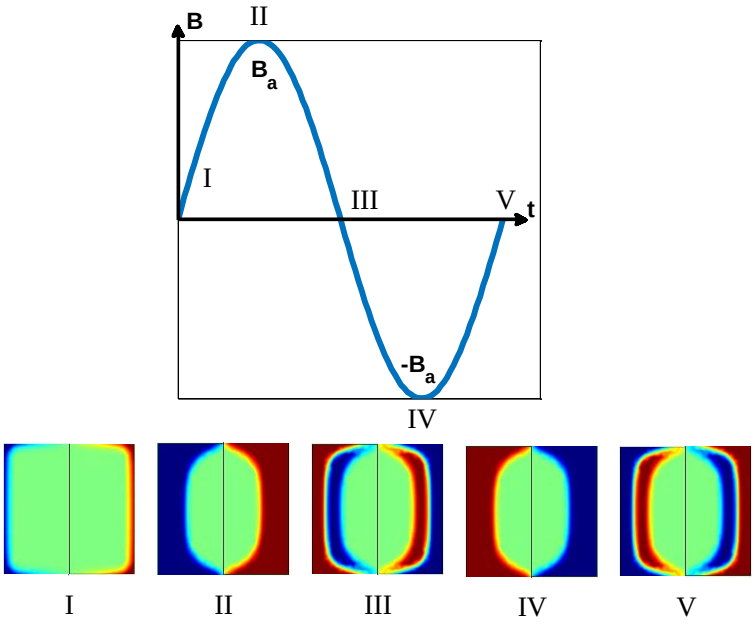


Figure 1.26 : Distribution du courant dans un bloc supraconducteur soumis à un champ magnétique extérieur sinusoïdal

Bien que restreint à des géométries simples, le modèle de Bean permet d'obtenir analytiquement la distribution du courant et du champ magnétique à l'intérieur du supraconducteur, ce qui facilite la compréhension de la magnétisation des supraconducteurs [DOU01][GON15]. Nous allons prendre pour exemple un cylindre supraconducteur infiniment long et de rayon *R* représenté sur la *Figure 1.27*, sur lequel un champ externe variable $B_a(t)$ perpendiculaire à la section du cylindre est appliqué.

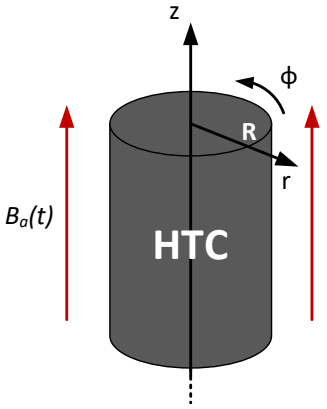


Figure 1.27 : Cylindre supraconducteur soumis à un champ B_a

Le cylindre est infiniment long suivant l'axe *z*, le problème magnétique est donc invariant suivant cette direction. Si l'on suppose que $\mu = \mu_0$ pour le matériau supraconducteur (type II), alors les équations de Maxwell combinées avec le modèle de Bean s'écrivent :

$$\nabla \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$
$$\nabla \times \vec{B} = \pm \mu_0 J_c \qquad (1\text{-}7)$$
$$\nabla . \vec{B} = 0$$
$$\nabla . \vec{E} = 0$$

En supposant, la phase de montée du champ magnétique de I à II de la *Figure 1.26*. La densité de courant et le champ électrique sont tous deux orientés suivant *Θ*. La densité de courant vaut $-J_c$ pour $0 < r < L_p$ et $+J_c$ pour $R-L_p < r < R$, où L_p est la longueur de pénétration du courant. Le problème étant à une dimension, les équations de (1-7) peuvent se simplifier.

$$\frac{1}{r}\frac{\partial (rE_\theta)}{\partial r} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$
$$-\frac{\partial B_z}{\partial r} = \pm \mu_0 J_c \qquad (1\text{-}8)$$

En développant les équations (1-8), nous trouvons :

$$E_\theta(r,t) = -\frac{\partial B}{dt}\frac{r^2 - L_p{}^2(t)}{2r}$$
$$B_z(r,t) = -\mu_0 J_c r + B_a(t) \qquad (1\text{-}9)$$

Le champ dans le cylindre décroit linéairement jusqu'à atteindre *0* pour une profondeur L_p qui est donnée par :

$$L_p = \frac{B_{\max}}{\mu_0 J_c} \qquad (1\text{-}10)$$

4.2. Magnétiser des supraconducteurs

Les aimants permanents possèdent une induction rémanente indépendante du volume de l'échantillon. Le champ magnétique produit par les aimants permanents est donc limité par les propriétés des matériaux. Au contraire, les aimants supraconducteurs sont créés à partir d'un courant piégé. L'avantage d'un aimant supraconducteur est que la valeur de l'aimantation dépend de la quantité de courant dans le matériau.

A partir du modèle de Bean présenté précédemment, un aimant supraconducteur est totalement magnétisé quand la longueur de pénétration L_p est égal au rayon R de la pastille et que la densité de courant est uniforme jusqu'à cette longueur. Donc l'induction maximale qui peut être piégée dans une pastille cylindrique vaut :

$$B_{piégé} = k\mu_0 J_c R \qquad (1\text{-}11)$$

Où k est un coefficient de correction pour prendre en compte le champ démagnétisant dû à l'épaisseur E_p finie de la pastille [AIN15]. Dans l'exemple précédent du cylindre infini k valait 1, alors que pour un cylindre d'épaisseur finie, on a :

$$k_{ana} = \frac{E_p}{2R} \ln\left(\frac{R}{E_p} + \sqrt{1 + \left(\frac{R}{E_p} \right)^2} \right) \quad (1\text{-}12)$$

La qualité du matériau et la température de fonctionnement détermine la densité de courant critique et donc le champ maximal qui peut être piégé.

De nombreuses recherches ont été conduites sur une possible démagnétisation du supraconducteur une fois exposé à une perturbation magnétique AC. C'est le cas dans une machine électrique où les aimants supraconducteurs subissent le champ harmonique de l'induit. Dans [BER16], un massif est soumis à champ magnétique sinusoïdal de quelques centaines de *mT*. Les tests conduits pour plusieurs fréquences montrent une décroissance inférieure à *1 %*. Cependant, l'environnement magnétique d'un moteur électrique est plus complexe que ce qui est considéré dans ces travaux quand on pense notamment à l'alimentation MLI qui génère des fréquences supérieures au *kHz*. Dans [SMA19], la démagnétisation est testée sur des empilements de rubans magnétisés. Cette fois-ci, les aimants sont utilisés dans une machine fonctionnant en génératrice. La décroissance de la magnétisation à *77 K* est plus importante et atteint presque *30 %*. L'utilisation d'aimants supraconducteurs pour les machines électriques est donc attractive de par la forte valeur de l'aimantation possible, à condition de maitriser la démagnétisation.

On va maintenant passer en revue les deux principales techniques de magnétisation, à savoir :

- Le refroidissement sous champ
- L'impulsion de champ après refroidissement

4.2.1. Le refroidissement sous champ ou « Field Cooling » (FC)

Le principe consiste à appliquer un champ magnétique constant H_{app} à partir d'un l'électro-aimant sur le massif au-dessus de sa température critique. Aucune réaction électromagnétique n'a lieu car la phase supraconductrice n'est pas présente. Ensuite on refroidit le massif pour qu'il devienne supraconducteur. Et puis, le champ magnétique est diminué jusqu'à être ramené à zéro. Lors de la décroissance, des courants vont apparaître dans la pastille afin de conserver H_{app}. Quand la source est coupée, le champ magnétique piégé au centre est sensiblement égal à H_{app}. Toutes ces indications sont schématisées sur la *Figure 1.28a* en utilisant les équations du modèle de Bean. On peut également constater la forme particulière de l'aimantation en forme de dôme qui est due à la circulation des courants dans la totalité de la pastille.

La vitesse de décroissance doit être lente, afin de minimiser les pertes AC qui pourrait dégrader l'opération. En effet, l'échauffement créé par les pertes dégrade la valeur de la densité de courant localement et donc l'aimantation.

Pour atteindre des aimantations importantes (*>10 T*), le champ magnétique de l'électro-aimant doit l'être également. Généralement, un dispositif supraconducteur est utilisé dont l'encombrement est le principal inconvénient de cette méthode.

Cette technique permet d'atteindre des aimantations records, ainsi une induction de *17 T* à *29 K* a été piégé dans une pastille cylindrique de *20 mm* de diamètre [TOM03]. A ces niveaux de champ, le problème n'est plus la qualité de la pastille mais les résistances mécaniques de cette dernière. L'interaction entre le champ et le courant piégé crée des forces de Lorentz qui tendent à faire exploser la pastille. Pour renforcer les pastilles des imprégnations en résine d'époxy et une frette en fibre de carbone ont été rajoutée [TOM02].

Depuis ce record a été battu, non pas en utilisant des massifs mais des rubans supraconducteurs empilés. Une induction de *17,7 T* a été piégé à *8 K* entre deux paquets de rubans sans le besoin d'un renforcement mécanique [PAT18]. En effet, le substrat en Hastelloy possède des propriétés mécaniques élevées.

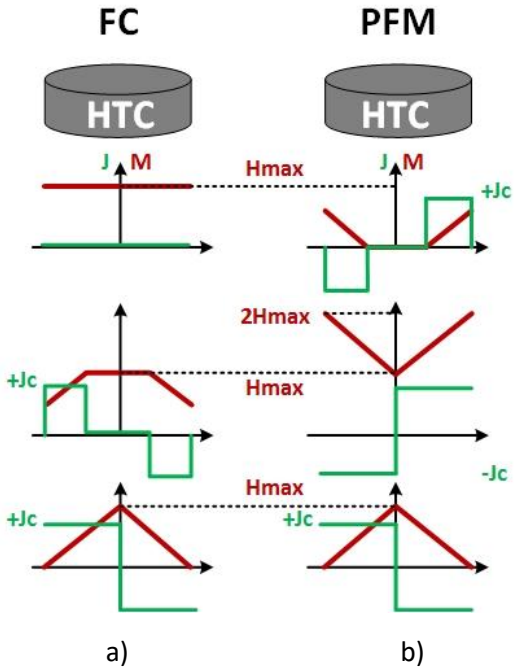


Figure 1.28: Comparaison entre les deux méthodes d'aimantation

4.2.2. L'impulsion de champ après refroidissement ou « Pulse Field Magnetization » (PFM)

Des champs magnétiques importants peuvent également être obtenus pendant un cours laps de temps. C'est la technique du champ pulsé, qui permet de diminuer considérablement la taille du dispositif inducteur. Plus besoin d'un électro-aimant supraconducteur encombrant, une bobine en cuivre dont les dimensions sont semblables à la pastille à aimanter est suffisant. La *Figure 1.29* représente deux topologies de bobines inductrices. Les bobines de type vortex sont enroulées jusqu'à leur centre et permettent d'augmenter la valeur du champ piégé [FUJ11].

Le processus de magnétisation est cette fois-ci très différent car la pastille est refroidie avant l'application du champ magnétique. Lorsqu'on applique le pulse de champ magnétique, l'état magnétique et le courant de la pastille est montré sur la *Figure 1.28b*. Avec cette méthode, pour espérer piéger H_{app}, le champ magnétique à appliquer doit être au minimum $2H_{app}$.

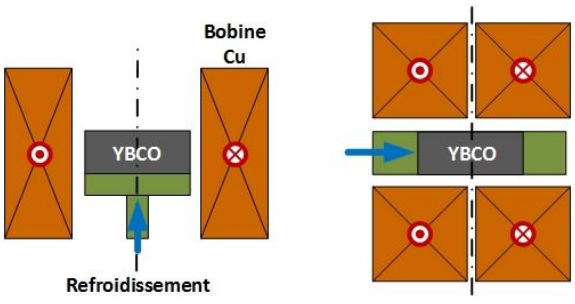


Figure 1.29: a) Solénoïde b) Bobine vortex

Cependant, le problème important avec cette technique de magnétisation est que le champ piégé est généralement plus faible qu'avec la technique précédente. C'est particulièrement vrai à de faible température où l'échauffement associé au changement rapide du champ magnétique réduit localement la densité de courant dans le matériau supraconducteur. Cependant, à des températures proches de l'azote liquide, l'induction piégée est comparable [WEI15][ITO96]. C'est pour cette raison, que le record actuel d'induction piégée est de *5,2 T* à *29 K* [FUJ06], qui est 3 fois moins important que le record utilisant un FC.

4.3. La réponse diamagnétique des supraconducteurs

La réponse diamagnétique des supraconducteurs est une réaction, provoquée par la loi de Lenz, à un champ variable. Les courants induits sont importants et se répartissent de sorte à ce que l'état magnétique initial au cœur du supraconducteur soit conservé.

Une modélisation numérique, voir *Figure 1.30*, montre ce qui se passe quand on augmente le champ magnétique à *1 T*, initialement nul, appliqué à un massif supraconducteur. Le champ magnétique est appliqué perpendiculairement à la grande dimension. Un courant se développe à l'intérieur du matériau sur une longueur de pénétration L_p. Ce courant se réparti de sorte à maintenir à l'intérieur le champ initial, ici 0. On constate également que le champ magnétique en dehors de la pastille est influencé par ce courant. Ainsi dans la zone II le champ magnétique est réduit alors que pour la zone I il est augmenté jusqu'à *2 T*. On montrera par la suite comment exploiter cette variation pour créer des inducteurs de machines supraconductrices.

Cette propriété est exploitée pour créer des blindages magnétiques pour des limiteurs de courant [LEV02][LEV09], des lentilles magnétiques [PRI18] ou encore des actionneurs électriques. Un des avantages d'utiliser la réponse diamagnétique pour la conversion électromécanique est que le champ inducteur est moins sensible aux champs harmoniques de l'induit.

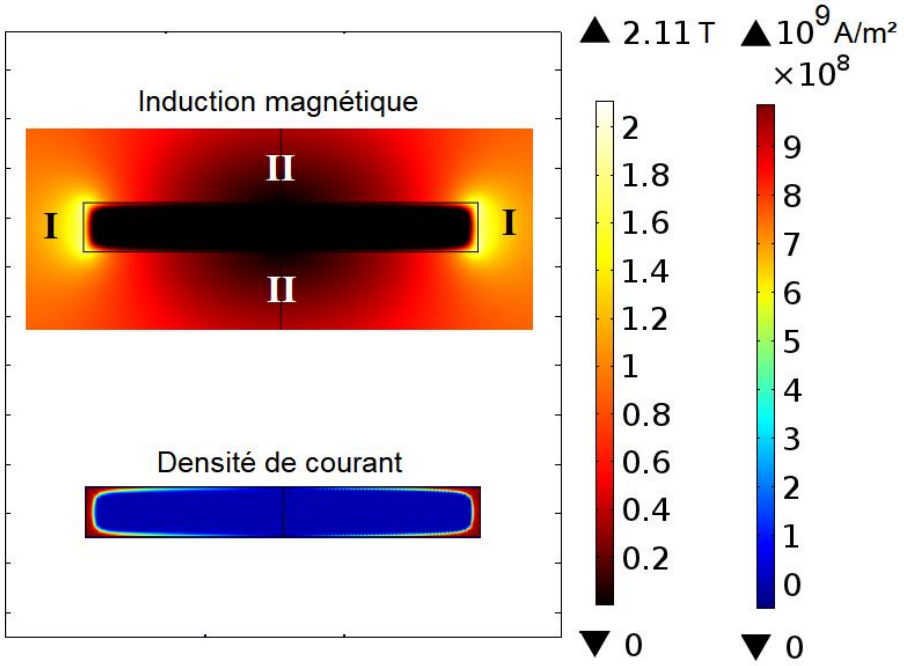


Figure 1.30: Réponse diamagnétique d'un massif supraconducteur soumis à une rampe de champ magnétique

5. LES MACHINES SUPRACONDUCTRICES

Après avoir vu comment les matériaux supraconducteurs ont été mis en forme (rubans ou massifs) et comment les utiliser sous forme d'électroaimants, aimants ou barrières de flux, nous allons voir leurs applications pour des machines supraconductrices. Dans cette partie, un état de l'art des principales machines supraconductrices fabriquées est dressé.

5.1. Basse contre Haute Température Critique (BTC contre HTC)

Rapidement après la découverte de la supraconductivité, les chercheurs ont cherché à utiliser les propriétés de ces matériaux applications de l'électrotechnique. Kamerlingh Onnes, le découvreur, avait pour ambition de créer des électro-aimants supraconducteurs. Mais ayant découvert la supraconductivité de type I, il était déçu de constater que les supraconducteurs métalliques transitaient (quench) sous faibles champs. Les recherches et développements autour des machines supraconductrices ont débutés dans les années 1960, peu de temps après le développement des fils multi-filamentaire NbTi ayant des performances suffisamment stables [NIT18]. L'intérêt pour les machines supraconductrices peut-être le résultat de deux facteurs. Le premier est le choc pétrolier qui survient au début des années 1970 et le second était la croyance que la demande électrique allait doubler d'année en année. On se préparait donc à devoir concevoir des alternateurs de plus en plus puissants avec de meilleurs rendements pour l'économie d'énergie. Le problème était que les alternateurs atteignaient leurs limites au-delà de *1,5 GW*, en termes de transport pour l'assemblage (tunnel, route, etc) mais aussi de dimensions de la machine (vitesse de périphérie limite, effet de flèche, etc). Après plusieurs prototypes expérimentaux de faibles puissances à travers le monde (France *1 kW*, Etats-Unis *50 kW*, Russie *20 kVA*, etc), des projets importants ont débutés au début des années 1970 [TIX91].

La technologie des fils supraconducteurs BTC était bien maitrisée avant 1986, par contre la complexité et le coût de la cryogénie posaient toujours problème. De plus, la communauté scientifique était persuadée que le phénomène de supraconductivité ne pouvait apparaître pour des températures supérieures à *35 K*. C'est en partie pour cela que la découverte de la supraconductivité à haute température critique, en 1986, a provoqué tant d'enthousiasme.

La recherche sur les machines supraconductrices BTC s'est poursuivie jusqu'à la fin des années 1990 avec l'aboutissement du projet SuperGM au Japon. Depuis la découverte de la supraconductivité HTC, la recherche autour des machines supraconductrices BTC a presque disparu. A partir des années 90, la maturité technologique concernait les rubans BSCCO dit de première génération. L'utilisation des rubans de seconde génération pour les machines électriques ne débute que dans les années 2000 [BAR05].

Dans le *Tableau VIII*, quelques importants projets de machines supraconductrices BTC sont répertoriés. Les *Figures 1.31 et 1.32* montrent certaines réalisations du *Tableau VIII*.

Tableau VIII : Quelques réalisations de machines supraconductrices BTC

	Pays	Institution	Puissance-Vitesse	Type	Remarque	Réf.
1970-80	USA	Westing-house	5 MVA 3600 tr/min	NbTi	**Production électrique**	[BLA12]
	USA	Westing-house	10 MVA 12000 tr/min	NbTi	**Générateur aéronautique** •Jamais testé • Puissance massique : **20,7 kVA/kg**	[BLA12]

	USA	GE	20 MVA 3600 tr/min	NbTi	**Production électrique**	[KEI85]
1990-2000	JAP		70 MW 3600 tr/min	NbTi	**Production électrique** •Projet SuperGM •3 différentes configurations de fils supraconducteurs ont été étudiées pour augmenter la stabilité, la densité de courant et minimiser les pertes AC. •Rendement de 98,3 % •Champ magnétique maximale de **4 T**	[YAM99]

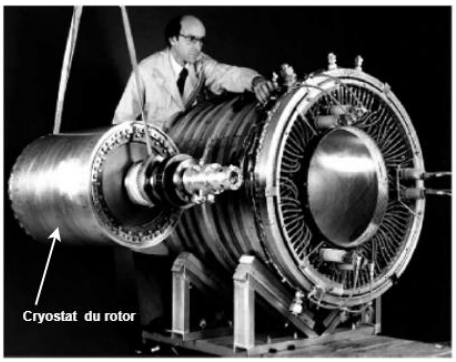


Figure 1.31: Machine supraconductrice LTC 20 MW fabriqué par GE

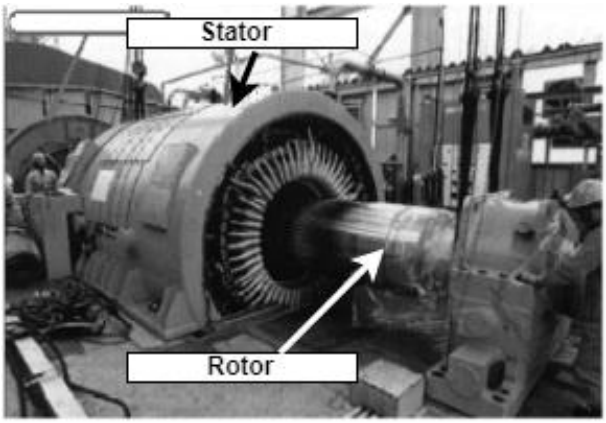


Figure 1.32: Projet SuperGM de génératrice supraconductrice de 70 MW

5.2. Partiellement contre totalement supraconductrice

Quand des matériaux supraconducteurs sont utilisés pour l'induit et l'inducteur, alors la machine est dite totalement supraconductrice. La machine partiellement supraconductrice se réfère à une structure où uniquement l'inducteur est supraconducteur, et l'induit est classique (bobines en cuivre).

Les machines totalement supraconductrices ont l'ambition d'atteindre les plus fortes densités de puissance, car la capacité de transport de courant des supraconducteurs permet de significativement augmenter le champ inducteur et la densité de courant linéique de l'induit. L'épaisseur de l'entrefer est fixée par la séparation mécanique, il est donc sensiblement le même que les machines électriques standards. De plus, les rendements sont également accrus, de par la suppression des pertes DC. Cependant, les pertes AC dans les conducteurs supraconducteurs constituent aujourd'hui encore un frein au développement de ces machines. Elles sont dues aux courants AC circulant dans le

supraconducteur mais également à l'environnement électromagnétique variable dans une machine. Des câbles supraconducteurs BTC à base de filaments ultrafins ont été utilisés avec succès pour des applications AC. Les pertes de fils NbTi à 50 Hz et sous champ assez faible (<1 T) sont du même ordre de grandeur que le cuivre (avec la puissance frigorifique pris en compte) [NIT18]. La *Figure 1.33* montre l'exemple d'un câble composé de 36 fils de 0,825 mm de diamètre, chaque fil comprend 6300 filaments de NbTi de diamètre 6 µm. Cependant l'équivalence en matériaux HTC est encore en développement. Bien que récemment, des fils MgB_2 spécialement dimensionnés pour des applications AC, ont été utilisés pour réaliser des induits supraconducteurs. La *Figure 1.34* montre le fil MgB2 (1,4 mm de côté) avec de très fins filaments et une matrice en titane pour réduire les pertes par courant de Foucault.

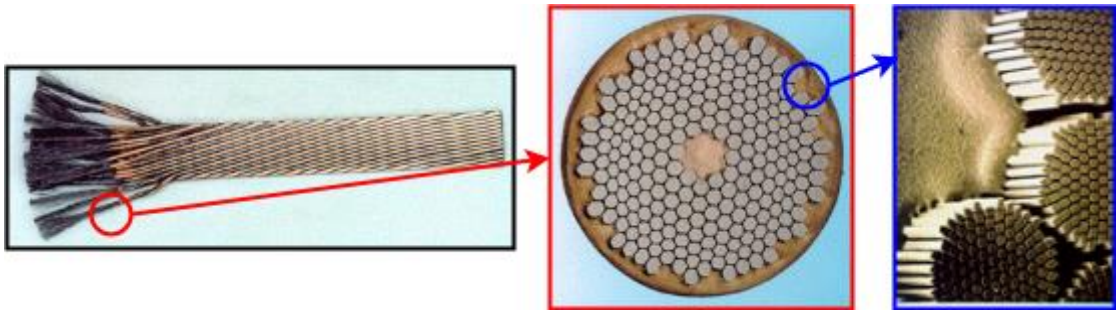


Figure 1.33: Câble NbTi à faible pertes AC conçu pour le LHC

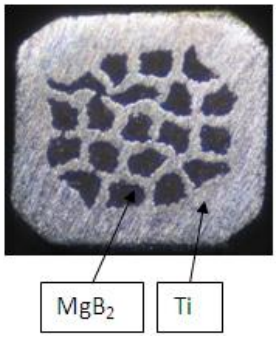


Figure 1.34: Fil MgB2 à faibles pertes AC fabriqué par Columbus Superconductors

Les machines partiellement supraconductrices, quant à elle, ont également le potentiel d'accroitre la densité de puissance vis-à-vis des technologies de machines électriques standards en réduisant ou supprimant l'utilisation de matériaux ferromagnétiques. L'entrefer est plus épais qu'une machine standard ou totalement supraconductrice, due à l'épaisseur de l'isolation thermique entre l'induit et l'inducteur et de l'entrefer mécanique. Les courants dans les parties supraconductrices sont continus (inducteur), de plus l'environnement magnétique AC peut être facilement réduit par des écrans électromagnétiques. Les pertes AC sont dont moins problématiques, ce qui explique que la majorité des machines construites à ce jour soit partiellement supraconductrices.

5.3. Les différentes topologies

Pour beaucoup de réalisations, la topologie est identique aux machines électriques standards (synchrones, à aimants permanents, …), on parle alors de cryo-copie, mais on peut également trouver des topologies propres à l'utilisation de supraconducteurs. Dans la suite de cet état de l'art, les machines supraconductrices sont répertoriées en fonction de la topologie puisque dans l'ensemble les mêmes remarques s'appliquent à des machines BTC/HTC ou totalement/partiellement supraconductrices. A ce jour beaucoup de machines supraconductrices ont été réalisées, cet état de

l'art reprend et complète l'état de l'art des machines supraconductrice HTC réalisé par Gaël Malé & al. [MAL12].

5.3.1. Machine homopolaire supraconductrice

Les machines homopolaires ont été parmi les premières machines supraconductrices à être réalisé. Cela s'explique d'une part, par la simplicité de mise en œuvre qui est basée sur la loi de Laplace, et d'autre part, par l'utilisation « douce » des supraconducteurs (courants DC, bobine statique, et sans effort sur le fil). La simplicité du principe est rappelée sur la *Figure 1.35*. Un disque parcouru par un courant radiale (à partir de son centre jusqu'à son rayon extérieur) se met à tourner s'il est soumis à un champ magnétique parallèle à son axe de rotation. L'utilisation de supraconducteur permet d'accroitre considérablement le champ magnétique inducteur DC et donc la puissance de la machine.

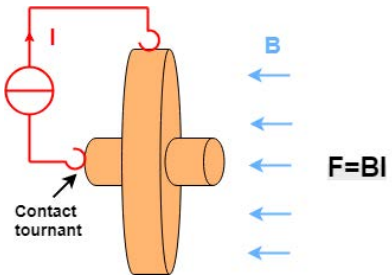


Figure 1.35: Principe de fonctionnement d'une machine homopolaire

Les machines homopolaires supraconductrices ont été pensées pour la propulsion des navires électriques. Quelques machines ont été réalisées, on peut citer la fabrication et l'implémentation pour trois navires de combats [SUP97]. Mais les défauts, tel que le contact tournant, de la machine homopolaire ont conduit à l'abandon de cette topologie. Ces génératrices se comportent comme des sources de courant, les collecteurs de courant pour les très fortes intensités souffrent de mauvaises performances.

Le *Tableau IX* répertorie quelques machines homopolaires fabriqués et les *Figures 1.36 et 1.37* montrent quelques réalisations.

Tableau IX : Quelques réalisations de machines supraconductrices homopolaires

	Pays	Institution	Puissance-Vitesse	Type	Remarque	Réf.
1990-2000	USA	NSWC	125 kW 11 700 tr/min	BSCCO	**Propulsion marine** •125 kW à **4 K** •91 kW à **28 K** •Testé sur un bateau	[SUP97] [WAL95]
2000-10	USA	General Atomics (NSWC)	3,7 MW 500 tr/min		**Propulsion marine** •Rendement de 97 % •Champ magnétique dans l'entrefer de **2 T** •Puissance/Couple massique : **0,3 kW/kg - 6 Nm/kg**	[THO02]
2010-20	AUS	GET	200 kW 3600 tr/min		•Opération à **28 K** •Contact glissant en liquide métallique •Blindage actif •Rendement de 86 % •Champ magnétique dans l'entrefer de **2,4 T**	[FUG16]

NSWC: Naval Surface Warfare Center, GET : Guinea Energy Technologies

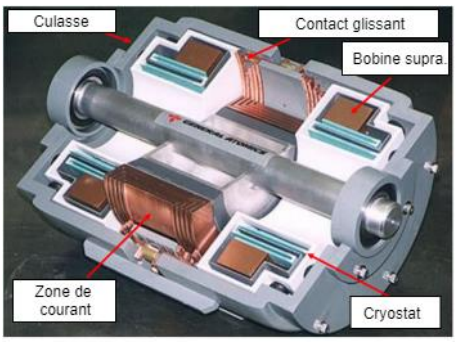


Figure 1.36: Coupe d'une machine supraconductrice homopolaire réalisée par General Atomics

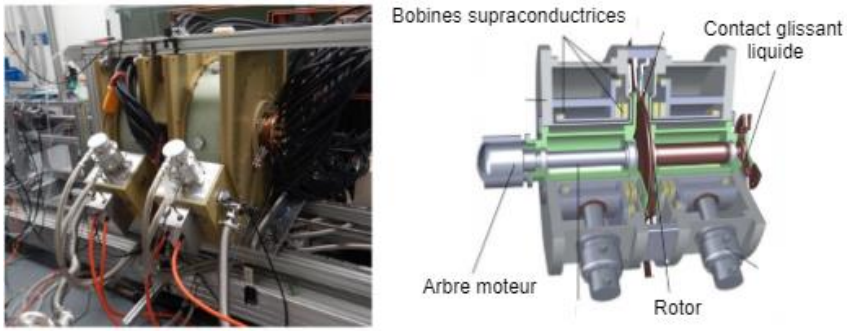


Figure 1.37: Machine homopolaire 200 kW réalisée par Guinea Energy Technologies

5.3.2. Machines synchrones supraconductrices

A cause de difficultés de refroidissement, les premières machines supraconductrices synchrones avaient un induit tournant [SMI75]. Les leviers techniques ont ensuite été franchis pour avoir des topologies à inducteur tournant.

5.3.2.1. Rotor bobiné

Des bobines supraconductrices sont utilisées pour générer le champ magnétique DC de l'inducteur. L'induit peut être réalisé avec un bobinage supraconducteur ou avec un bobinage classique en cuivre. On peut répertorier deux différentes façons de concevoir ce type de machine [GIE09][GAM06] :

- Les machines à « air » emploient des matériaux ferromagnétiques uniquement pour la culasse extérieure pour minimiser le rayonnement électromagnétique. Puisqu'un noyau ferromagnétique au rotor saturerait rapidement avec les forts champs magnétiques générés par les enroulements supraconducteurs, on l'élimine. Cette topologie permet d'obtenir d'importante puissance massique. Par contre en l'absence de matériaux ferromagnétiques au rotor, l'effort est directement subi par les fils supraconducteurs, ce qui peut dégrader leurs performances. Le stator peut être également dépourvu de dents ferromagnétiques. Par ce biais on peut augmenter le taux de remplissage des bobines de l'induit. De par l'absence de fer, ces machines ont une très faible réactance synchrone. Sur la *Figure 1.38*, une coupe d'une machine à « air » est représentée, les bobines supraconductrices doivent être supportés par un matériau aux bonnes propriétés mécaniques et aux mauvaises propriétés thermiques.

Le *Tableau X* répertorie quelques machines synchrones à noyau amagnétique fabriqués et la *Figure 1.39* montre une réalisation.

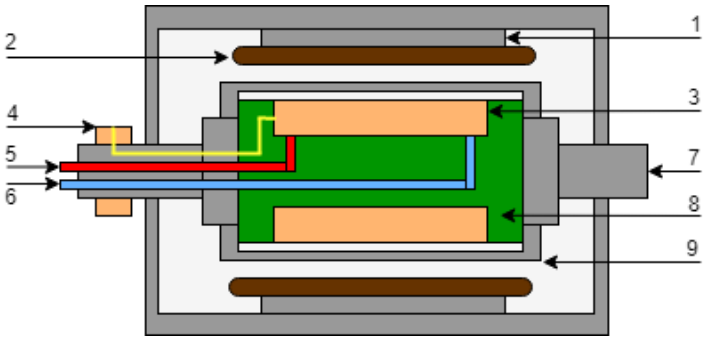


Figure 1.38: Section d'une machine radiale à air :

1-Culasse ferromagnétique 2-Bobines en cuivre 3-Bobines supraconductrices 4-Bagues/balais 5-Sortie cryogène 6-Entrée cryogène 7-Arbre mécanique 8-Support non-magnétique 9-Cryostat/Blindage électromagnétique

Tableau X : Quelques réalisations de machines supraconductrices synchrones

	Pays	Institution	Puissance-Vitesse	Type	Remarque	Réf.
1990	USA	REC & RA	93 kW 1800 tr/min	BSCCO	•Opération à **27 K** par une circulation d'hélium gazeux •Champ magnétique maximal de **0,7 T**	[SCH96]
2000-10	USA	REC & RA	745 kW 1800 tr/min	BSCCO	**Production électrique** •Opération à **33 K** par une circulation d'hélium gazeux •Premier prototype à 150 kW •Extrapolation vers 3,7 MW •Puissance/Couple massique : **0,3 kW/kg - 1,6 Nm/kg**	[ZHA00]
	USA	AMSC	3,7 MW 1800 tr/min	BSCCO	**Production électrique** •Opération à **35 K** •Rendement de 97,7 %	[GAM02]
	USA FRA	AMSC & ALSTOM	5 MW 230 tr/min	BSCCO	**Propulsion marine** •Opération à **32 K** •Rendement de 96 % •Volume et poids divisé par 2	[SNI05]
	USA	AMSC	8 MVAR	BSCCO	**Compensateur synchrone**	[BRA04]
	KOR	KERI & DOOSAN	1 MW 3600 tr/min	BSCCO	**Pompe, ventilateur et compresseur industriel** •Opération à **30-35 K** par un thermosiphon au Néon. • Champ magnétique dans l'entrefer de **1,05 T** •Rendement de 97,7 %	[KWO07] [BAI16]

	USA	AMSC & ONR	36,5 MW 120 tr/min	BSCCO	**Propulsion marine (voir Figure 1.9)** •Opération à **32 K** •Rendement de 96 % •Poids réduit de 63,5% •Puissance/Couple massique : **0,5 kW/kg – 39,8 Nm/kg**	[GAM11]
	JAP	NEDO	7,5 kW 360 tr/min	YBCO	•Opération à **40 K** par une circulation d'hélium gazeux •Champ magnétique dans l'entrefer de **0,2 T** •Rotor cryogénique tournant	[IWA08]
	JAP	JRTT	100 kW 230 tr/min	BSCCO	**Propulsion marine** •Machine axiale avec axe vertical •Opération à **30 K** • Champ magnétique dans l'entrefer de **1,4 T**	[SUG09]
2010-19	JAP		100 kW 230 tr/min	BSCCO	**Propulsion marine** •Machine à flux axiale •Opération à **77 K** • Puissance/Couple massique : **0,1 kW/kg – 4 Nm/kg**	[MIK10]
	UK	US	100 kW 3000 tr/min	BSCCO	•Opération à **77 K** •Poids réduit de 48% par rapport à un rotor en fer • Puissance/Couple massique : **0,7 kW/kg – 2,2 Nm/kg**	[BAI11]

NEDO: New Energy and Industrial Technology Development Organization, RA: Rockwell Automation, US: University of Southampton



Figure 1.39: Moteur HTC le plus puissant (36,5 MW) jamais construit [GAM11]

- Des machines à noyaux rotoriques sont des machines avec un noyau ferromagnétique au rotor, comme le montre la *Figure 1.40*. La présence de fer réduit la quantité de fil supraconducteur à utiliser et ainsi le prix. Il est également possible d'ajouter des plots ferromagnétiques autour des bobines supraconductrices. Ces plots vont canaliser les lignes de champ dans le fer et ainsi réduire la contrainte magnétique sur le fil supraconducteur, ce qui va en améliorer les performances. De plus, à condition de ne pas trop le saturer, l'effort principale est repris par les plots. Pour les mêmes raisons que précédemment, on peut se passer des dents ferromagnétiques pour le bobinage de l'induit.

Le *Tableau XI* répertorie quelques machines synchrones à noyau ferromagnétique fabriqués et les *Figures 1.41* et *1.42* montrent quelques réalisations.

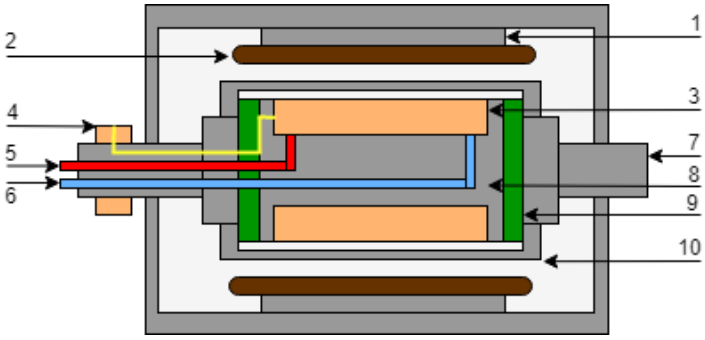


Figure 1.40: Section d'une machine radiale à noyau de fer :

1-Culasse ferromagnétique 2-Bobines en cuivre 3-Bobines supraconductrices 4-Bague/balais 5-Sortie cryogène 6-Entrée cryogène 7-Arbre mécanique 8-Support magnétique 9-Transmission du couple 10-Cryostat/Blindage électromagnétique

Tableau XI : Quelques réalisations de machines supraconductrices synchrones

	Pays	Institution	Puissance - Vitesse	Type	Remarque	Réf.
1990-2000	USA	AMSC & REC	1,5 kW 3600 tr/min 3,7 kW 1800 tr/min	BSCCO	•Machine à pôle saillant •Opération à **77 K**	[JOS95]
2000-10	KOR	KERI	3 kVA 1800 tr/min	BSCCO	•Machine à pôle saillant •Un « glaçon » de LN2 à **10-15 K** est utilisé pour le refroidissement •Le « glaçon » est refroidie par de l'hélium liquide	[JO02]
	ALL	Siemens	400 kW 1500 tr/min	BSCCO	**Propulsion marine** •Machine à pôle saillant •Opération à **27 K** par un thermosiphon au Ne liquide •Champ magnétique dans l'entrefer de **1,1 T**	[NIC02] [KUM05]
	USA	GE	1,5 MVA 3600 tr/min	BSCCO	**Production électrique** •Prototype •Extrapolation vers 100 MVA •Opération à **20-40 K** par de l'hélium gazeux	[FOG04]
	JAP	IHI	12,5 kW 100 tr/min	BSCCO	**Propulsion marine** •Machine axiale avec design original •Totalement supraconductrice •Opération à **77 K**	[KWO07]
	JAP	NEDO	15 kW	YBCO	**Propulsion marine** •Inducteur fixe extérieur en supraconducteur •Opération à **20-30 K** •Champ magnétique dans l'entrefer de **0,5 T** • Puissance massique : **0,02 kW/kg**	[IWA07]

	ALL	Siemens	4 MVA 3600 tr/min	BSCCO	**Production électrique marine** •Design pour faciliter la maintenance • Puissance/Couple massique : **0,6 kW/kg – 0,8 Nm/kg**	[NIC07]
	JAP	IHI	22 kW 360 tr/min	HBCO	•Machine axiale à double rotor •Induit tournant donc bobine supra. fixe •Opération à **77 K**	[IWA08]
	UK	US	100 kVA	BSCCO	•Des plots ferromagnétiques réduisent le champ magnétique perpendiculaire •Opération à **77 K** •Champ magnétique dans l'entrefer de **0,6 T**	[ALM05] [ALM02]
	JAP	IHI	400 kW 250 tr/min	BSSCO	**Propulsion marine** •Machine axiale à double rotor •Induit en supraconducteur •Inducteur à aimant permanent •Opération à **66-70 K**	[KWO07]
	UK FRA	Converteam GREEN	250 kW 1500 tr/min	BSCCO	•Opération à **30 K** • Puissance/Couple massique : **0,1 kW/kg – 0,6 Nm/kg**	[MOU10]
	ALL	Siemens	4 MW 120 tr/min	BSCCO	**Propulsion marine** •Opération à **30 K**	[NIC10]
	USA	GE	1,3 MW 10000 tr/min	BSCCO	**Machine à griffe pour application aéronautique** •Opération à **30 K** avec un thermosiphon au Néon • Puissance/Couple massique : **2,6 kW/kg – 2,5 Nm/kg**	[SIV09]
	UK	Converteam	1,7 MW 214 tr/min	BSCCO	**Générateur hydroélectrique** •Opération à **30 K** à l'hélium gazeux	[CON09]
2010-19	CHI	Tsinghua University	1,8 kW 300 tr/min	BSCCO	•Opération à **77 K** •Induit réalisé avec des rubans supraconducteurs (f = 10 Hz) •Champ magnétique dans l'entrefer de **0,8 T** (rotor à aimant permanent)	[QU14]
	RUS	MAI	21,7 kVA 9000 tr/min	YBCO	**Machine à griffe pour application aéronautique** •Opération à **77 K** •Le cuivre du stator est refroidi avec l'azote liquide	[KOV16]
	EUR	EcoSwing Projec	3,6 MW 15 tr/min	YBCO	**Eolienne supraconductrice** •Opération à **20 K** •Le poids a été réduit de 40 % par rapport à une technologie standard	[ECO19]

REC : Reliance Electric Company, US : University of Southampton, MAI : Moscow Aviation Institute



Figure 1.41: Machine ULCOMAP de 250 kW [MOU10]



Figure 1.42: Machine SIEMENS de 4 MW [NIC10]

5.3.2.2. Machines à aimants supraconducteurs

Ce type de structure suscite un très fort intérêt pour les applications à forte densité de puissance, par la possibilité d'aimanter les massifs supraconducteurs à des valeurs bien au-dessus des aimants permanents.

La principale difficulté dans la réalisation de ces machines est la magnétisation in-situ. Ainsi par soucis d'encombrement, la technique du champ pulsé est préférée dans beaucoup de cas. Cependant, les élévations de température lors des pulses de champ magnétique sont très néfastes sur les propriétés des supraconducteurs. C'est pour cette raison qu'aujourd'hui le champ piégé avec cette technique n'est guère meilleur qu'une utilisation d'aimants permanents.

Le *Tableau XII* répertorie quelques machines à aimants supraconducteurs fabriqués et la *Figure 1.43* montre quelques réalisations.

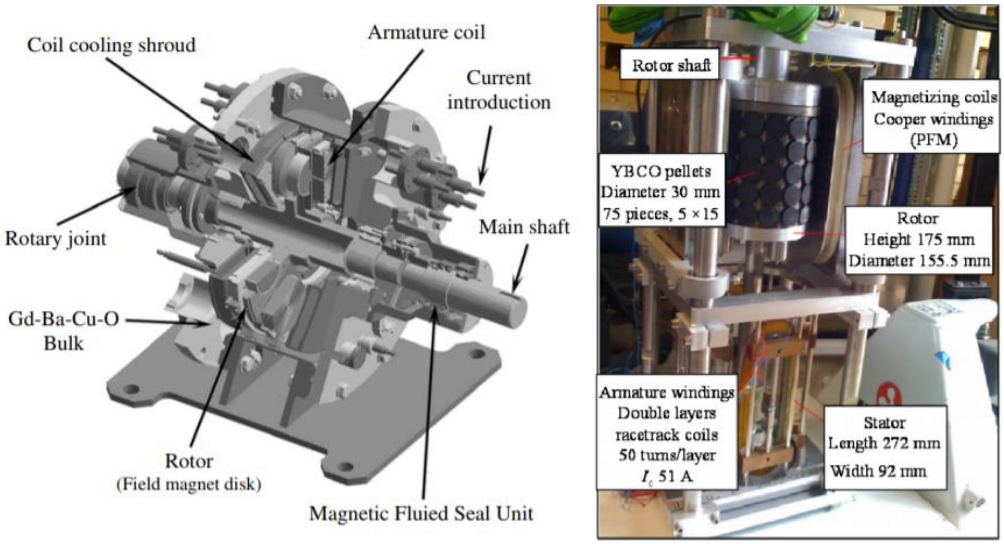
Tableau XII : Quelques réalisations de machines à aimants supraconducteurs

	Pays	Institution	Puissance - Vitesse	Type	Remarque	Réf.
1990-2000	JAP		0,94 kW	YBCO	•Machine à flux axiale •Champ magnétique pulsé •Les bobines magnétisantes sont placés autour des pastilles dans le cryostat. •Opération à **65-77 K**	[ITO95]
2000-10	JAP	UMST	10 kW 850 tr/min - 16 kW 760 tr/min	GdBCO	**Propulsion marine** •Machine à flux axiale •Opération à **77 K** •Champ piégé entre **1 T et 0,7 T**	[MIK06]
	JAP	CJR	1,5 kW 600 tr/min	YBCO	•Machine à flux radiale •Champ magnétique pulsé •Opération à **30 K** •Champ piégé à la surface du cryostat de **0,3 T**	[HIR03]
	JAP	UMST	3,1 kW 700 tr/min	GdBCO	•Machine à flux axiale •Champ magnétique pulsé avec des bobines vortex •Les bobines qui magnétise sont gardées pour l'induit et placées à l'extérieur du cryostat. •Opération à **77 K** •Champ piégé entre **0,5 T et 0,8 T**	[MAT05] [MIK06]
2010-19	UK	Cambridge University	7,8 kW 1500 tr/min	YBCO	•Machine à flux radiale •Champ magnétique pulsé •Opération à **77 K** •Champ piégé à la surface du cryostat de **0,375 T**	[XIA11]
	JAP		30 kW 720 tr/min	GdBCO	**Propulsion marine** •Machine à flux axiale •Opération à **77 K** • Puissance/Couple massique : **0,15 kW/kg – 2 Nm/kg**	[MIK10]
	JAP	TUMSAT	30 kW 190 tr/min	YBCO	**Propulsion marine** •Machine à flux radiale •Opération à **30 K** •Magnétisation par « Field Cooling »	[TUM19]

UMST: University of Marine Science and Technology, CJR: Central Japan Railway

5.3.3. Machine asynchrone supraconductrice

D'une manière générale, le couple de démarrage d'une machine asynchrone est assez faible. C'est la raison pour laquelle des doubles encoches ou des encoches rotoriques de formes particulières sont employées sur les rotors à cage d'écureuil. En contrepartie pour un couple donné et proche de la vitesse de synchronisme, le glissement et donc les pertes sont augmentées.



a) b)

Figure 1.43: Machine à aimant supraconducteur a) axiale de 10 kW [MIK10] b) radiale de 7,8 kW [XIA11]

Cependant, une machine asynchrone supraconductrice profite d'un fort couple au démarrage et d'un couple non-dégradé proche du synchronisme. En effet, la caractéristique non-linéaire E-J des supraconducteurs permet ce comportement. Au moment du démarrage, la valeur du glissement vaut 1 car le rotor ne tourne pas. Les supraconducteurs sont utilisés dans leur état dissipatif (au-dessus de E_c) et un courant important circule dans les barres du rotor. Le couple de démarrage est important. Au contraire quand le moteur accélère la résistance du rotor diminue fortement avec le glissement (en dessous de E_c). La particularité est que proche de la vitesse de synchronisme (inatteignable avec une machine asynchrone standard), un flux magnétique est piégé entre les barres permettant au rotor d'atteindre la vitesse de synchronisme.

A ce jour, peu de machines asynchrones existent sous une forme partiellement supraconductrice car le large entrefer engendre de fortes fuites de flux. Les quelques réalisations concernent des machines toutes supraconductrices.

Le *Tableau XIII* répertorie quelques machines asynchrones supraconductrices fabriqués et la *Figure 1.44* montre une réalisation.

Tableau XIII : Quelques réalisations de machines asynchrones supraconductrices

	Pays	Institution	Puissance-Vitesse	Type	Remarque	Réf.
2010-19	JAP	NEDO	20 kW 1200 tr/min	BSCCO	•Opération à **77 K**	[SEK12]
	CHI	Beijing University	500 kW	BSCCO	•Opération à **77 K** • Puissance massique : **3,3 kW/kg** •Pas testé	[LIU18]



Figure 1.44: Machine à induction supraconductrice de 20 kW [SEK12]

5.3.4. Des machines à topologies atypiques

Cette partie répertorie les machines supraconductrices dont le fonctionnement n'est pas commun. Elles trouveraient toutes leurs places dans la partie sur les machines synchrones mais leurs particularités méritent que l'on s'attarde sur leurs comportements. Le second point commun entre ces structures est l'utilisation de massifs supraconducteurs.

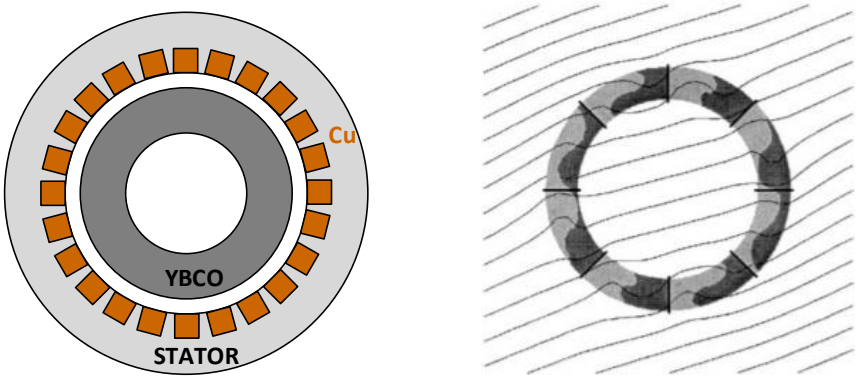
5.3.4.1. Machine à hystérésis

Le schéma d'une machine supraconductrice à hystérésis est représenté sur la *Figure 1.45a*. Idéalement, le rotor prend la forme d'un anneau supraconducteur creux disposé sur la partie centrale du rotor qui doit être fabriqué avec un matériau paramagnétique. A l'époque de ces travaux, la difficulté pour réaliser l'anneau conduit à utiliser plusieurs massifs supraconducteurs maintenus par une résine d'époxy. Quant au stator, il est composé d'un circuit ferromagnétique et de bobines en cuivre classiques.

Quand le rotor supraconducteur est placé dans le champ tournant du stator, les vortex qui existent dans l'état mixte du supraconducteur se déplacent jusqu'à un autre site d'ancrage. Ce mouvement induit des super-courants qui magnétisent l'anneau. D'une façon analogue aux machines asynchrones, ce sont les pertes au rotor qui se traduisent en couple mécanique. Afin d'augmenter la puissance de la machine, il faut augmenter les pertes. La pénétration du courant joue alors un rôle car si l'épaisseur de l'anneau supraconducteur est trop importante, les performances sont diminuées. Une simulation de la pénétration du courant est montrée sur la *Figure 1.45b* pour plusieurs massifs imprégnés.

Avec un refroidissement à l'azote liquide, les machines supraconductrices à hystérésis ont atteint des puissances massiques 5 à 7 fois plus importantes que des machines à hystérésis avec du fer [KOV01]. Les limites de ces machines sont :

- La création d'un champ tournant suffisamment important pour pénétrer les massifs.
- Le sectionnement du rotor, où des études numériques ont montrées que les fuites de flux entre les massifs étaient trop importantes.



a) b)

Figure 1.45: a) Section d'une machine à hystérésis b) Courant induit dans l'anneau supraconducteur du rotor

5.3.4.2. Machine à réluctance variable

Le couple d'une machine à réluctance est lié à la saillance magnétique du rotor, c'est-à-dire la différence de perméabilité entre l'axe *d* et *q* du rotor (définis sur la *Figure 1.46*). Cette différence est généralement créée par une alternance de matériaux amagnétiques et ferromagnétiques. Une machine supraconductrice à réluctance hybride consiste à remplacer les matériaux amagnétiques par des matériaux supraconducteurs fonctionnant en écrans. L'effet recherché est l'augmentation de la saillance avec la réponse fortement diamagnétique des massifs supraconducteurs. La différence de perméabilité entre l'axe *d* et *q* est ainsi fortement augmentée, le flux suivant l'axe *q* étant en théorie nul.

Plusieurs réalisations jusqu'à *40 kW* ont montré que la puissance massique de ces moteurs était augmentée de 3 à 6 fois par rapport à des machines à réluctance standard. Une telle augmentation est justifiée par :

- La même machine a été utilisée sauf que pour la machine standard les parties supraconductrices ont été enlevées. Le circuit à réluctance possède donc de moins bonnes qualités.
- La totalité de la machine supraconductrice a été plongée dans l'azote liquide. Un courant de plus forte amplitude pouvait alors circuler dans le cuivre.

Des machines de *150 kW* ou encore des structures linéaires ont été dimensionnées suivant cette topologie [OSW02].

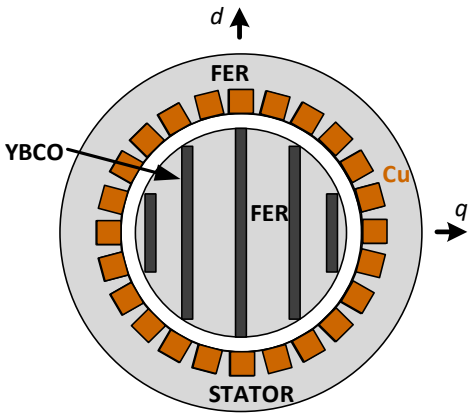


Figure 1.46: Section d'une machine à réluctance variable

5.3.4.3. Machines à modulation de flux

Ce sont des machines (avec la suivante) qui ont été développées et réalisées au sein du laboratoire du GREEN de Nancy.

L'inducteur d'une machine à modulation de flux est représenté sur la *Figure 1.47*. Sur cette figure, deux solénoïdes supraconducteurs coaxiaux sont alimentés avec des courants opposés. Ainsi le flux est dirigé radialement entre les solénoïdes.

Des massifs supraconducteurs sont ensuite disposés à l'endroit où la direction du flux est radiale et sont répartis sur le pourtour. Pour cette machine, les massifs sont utilisés comme des écrans grâce à la réponse diamagnétique des supraconducteurs. Le champ magnétique ne peut donc circuler qu'entre les écrans.

La variation de l'induction magnétique, observé dans l'entrefer, est donc une alternance entre une zone de fort champ magnétique entre les pastilles et une zone où le champ magnétique est faible derrière une pastille, voir *Figure 1.48*. Cette distribution est particulière car elle ne s'apparente pas à un inducteur standard où l'alternance est positive et négative.

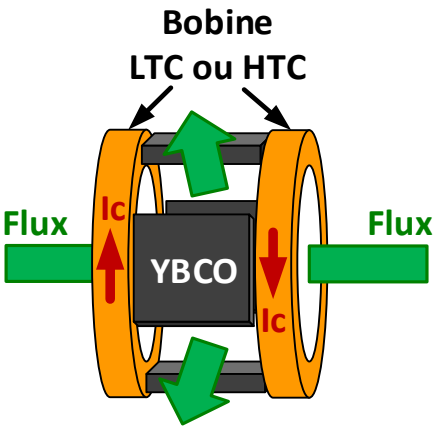


Figure 1.47: Principe de l'inducteur à modulation de flux

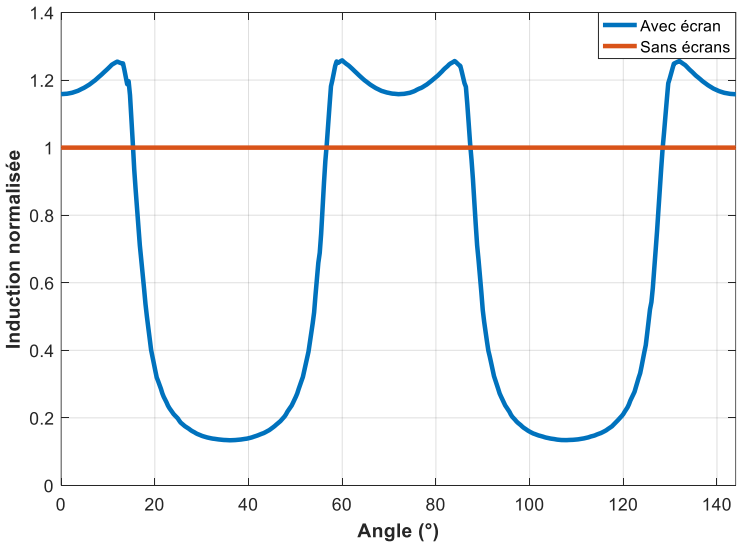


Figure 1.48: Répartition du flux magnétique dans l'entrefer

5.3.4.4. Machine à barrière de flux

La machine à barrière de flux utilise également la réponse diamagnétique des supraconducteurs. L'inducteur est représenté sur la *Figure 1.49*. On retrouve la topologie avec les deux solénoïdes supraconducteurs mais cette fois-ci alimentés par des courants dans la même direction. La variation du champ magnétique dans l'entrefer est créée par l'ajout d'un massif supraconducteur inséré en biais entre les solénoïdes.

L'avantage de cette structure est la création d'une variation de l'induction magnétique très proche d'une sinusoïde. Cependant, il est difficile d'imaginer une machine à plus d'une paire de pôles et la conception de machine forte puissance nécessite des écrans de tailles importantes.

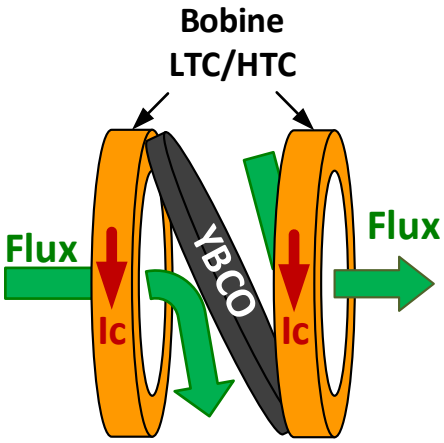


Figure 1.49: Principe de l'inducteur à barrière de flux

Le *Tableau XIV* répertorie deux machines supraconductrices atypique fabriqués au laboratoire du GREEN et la *Figure 1.50* montre des photos de ces réalisations.

Tableau XIV : Quelques réalisations de machines supraconductrices atypiques

	Pays	Institution	Puissance-Vitesse	Type	Remarque	Réf.
2007	FRA	GREEN	190 tr/min	NbTi YBCO	**Machine à modulation de flux** •Opération à **4,2 K** •Variation du champ magnétique maximale de **2,5 T** •Dimensionnement extrapoler vers les 100 kW	[NET07]
2016	FRA	GREEN	500 tr/min	NbTi YBCO	**Machine à barrière de flux** •Opération à **4,2 K** •Variation du champ magnétique maximale de **4 T**	[ALH16]



a) b)

Figure 1.50 : a) Inducteur à modulation de flux [NET07] b) Machine à barrière de flux [ALH16]

6. OBJECTIFS DE LA THESE

Nous proposons d'étudier les machines supraconductrices avec les contraintes du monde aéronautiques en vue de l'électrification de la propulsion des aéronefs. Comme nous l'avons vu dans l'état de l'art, le critère d'évaluation d'un actionneur électrique est sa puissance massique. Nous allons donc inclure cette grandeur importante dans notre dimensionnement.

Les travaux présentés dans cette thèse s'inscrivent dans le cadre d'une convention CIFRE-DGA. Il s'agit d'une collaboration de recherche entre l'équipe d'Applications des Supraconducteurs au Génie Electrique du laboratoire GREEN et l'équipe Convertisseurs de Puissance du centre de R&T de SAFRAN (SAFRAN TECH).

Les objectifs de la thèse sont les suivants :

- **Définir la topologie et la structure de la machine supraconductrice :** La première étape de l'étude consiste à isoler une topologie parmi toute celle que l'on a pu voir durant ce chapitre, à savoir synchrone, à aimant supraconducteur ou même une machine atypique. Pour cela, nous nous baserons sur des critères initiaux de *SAFRAN*. Une fois la topologie retenue, la structure et la composition de la machine doivent être fixées. En effet, à l'instar des machines électriques standards, il existe plusieurs façons de composer une topologie (flux radial vs flux axial, nombre de rotors, …).

- **Modélisation analytique de l'interaction magnétique :** Une modélisation analytique de la machine sélectionnée sera indispensable dans la suite des travaux. Ceci dans le but de réaliser un pré-dimensionnement plus rapide qu'en utilisant un modèle numérique. Bien entendu, ce dernier reste une étape indispensable pour la finalisation du dimensionnement. Le modèle analytique choisis devra être capable d'estimer correctement le couple et les différentes forces électromagnétiques de l'actionneur.

- **Modélisation du comportement des supraconducteurs :** Le courant que l'on peut faire circuler dans un supraconducteur dépend du point de fonctionnement (champ magnétique et température). Les différents modèles que nous développerons devront prendre en compte ces effets.

- **Recherche de la meilleure densité de puissance :** Un outil d'optimisation sera couplé à nos modèles afin de rechercher la géométrie la plus légère pour une machine cible donnée. Dans ces travaux, deux

machines seront optimisées. La première a une puissance de *50 kW* pour une vitesse de rotation de *5000 tr/min*. La deuxième a une puissance de *1 MW* tout en ayant la même vitesse de rotation. Cette seconde machine peut servir d'appui à une extrapolation sur des machines supraconductrices dédiées à la propulsion électrique des avions.

- **Réalisation et tests d'un prototype :** La validation de la théorie passera par la construction et les tests électriques de la machine de 50 kW optimisée. Le prototype sera testé en génératrice accouplé à une machine d'entrainement. L'actionneur supraconducteur sera refroidi avec une boucle d'hélium gazeux disponible au laboratoire permettant un fonctionnement à *30 K*.

CHAPITRE 2

LE DIMENSIONNEMENT D'UNE MACHINE SUPRACONDUCTRICE POUR L'AERONAUTIQUE

1. INTRODUCTION

Dans l'état de l'art, nous avons pu constater qu'il existait une multitude de machines supraconductrices, allant de la cryo-copie à des structures dont le fonctionnement dépend de propriétés propres aux supraconducteurs. Dans ce chapitre, une topologie de machine est choisie suivant le cahier des charges donné par la *DGA* et l'équipementier aéronautique *SAFRAN*. On verra également pourquoi les fréquences d'alimentation liées à un fonctionnement pour l'industrie aéronautique conduisent à étudier les machines partiellement supraconductrices.

Ensuite, un pré-dimensionnement électromagnétique sur la machine retenue est effectué. Cette étape est nécessaire afin d'appréhender les dimensions géométriques qui seront injectées comme point de départ dans un algorithme d'optimisation. L'objectif du dimensionnement est de trouver la machine offrant la puissance massique la plus importante. Au cours de ce dimensionnement, le comportement magnétique de la machine sera approché avec de simples formules analytiques. Néanmoins, un modèle de la machine plus précis est nécessaire et sera développé dans le prochain chapitre.

Enfin, la dernière partie de ce chapitre porte sur l'étude thermique dit des parties « chaudes ». Comme la machine est partiellement supraconductrice, l'induit reste soumis à des pertes Joules, qui doivent être évacuées avec un système de refroidissement. Différentes topologies pour ce refroidissement seront proposées et étudiées afin de sélectionner la plus performante pour notre application.

2. DIMENSIONNEMENT ELECTROMAGNETIQUE D'UNE MACHINE SUPRACONDUCTRICE

La comparaison entre machines électriques s'effectue en utilisant le couple massique ou le couple volumique. En effet, le couple est une grandeur qui est déterminée par les interactions magnétiques dans l'entrefer mais également le volume de la machine. La puissance dépend de la vitesse de rotation qui est fixée, en fonctionnement moteur, par la fréquence d'alimentation de l'induit. La fréquence ne dimensionne que les convertisseurs du moteur. En mettant de côté l'impact de la mécanique (augmentation de la force centrifuge avec la vitesse) ou de la thermique (augmentation des pertes AC avec la vitesse), la puissance n'est donc pas dimensionnante mais le couple l'est.

Cependant dans le domaine de l'aéronautique, la compétitivité entre les technologies s'évalue en termes de puissance massique. Ainsi pour qu'une comparaison soit équitable, deux applications sont introduites et répertoriées en fonction de leur vitesse de rotation. La première application concerne la propulsion distribuée de l'avion qui semble être aujourd'hui l'architecture la plus prometteuse. Plusieurs moteurs électriques sont disposés sur la carcasse de l'avion. La puissance de ces moteurs se situe entre *1* et *2 MW* avec une vitesse de rotation de *2500* à *5000 tr/min*. La deuxième application est la génération électrique avec une puissance entre *5* et *10 MW* pour des vitesses de rotation de *10 000* à *40 000 tr/min*. Les vitesses de rotation sont plus élevées car les génératrices sont, avec cette option, connectées aux turbines à haute vitesse.

Peu importe l'application (motrice ou génératrice), on a pu constater lors de l'état de l'art que la barre des *10 kW/kg* est un objectif annoncé par la *NASA* pour un avion tout électrique. Une telle puissance massique semble difficilement atteignable avec des actionneurs électriques standards. Une technologie de rupture, telle que le sont les supraconducteurs, est donc étudiée. Il s'agit de répondre si, de par l'absence de résistivité de ces matériaux, la densité de courant peut être suffisamment

augmentée pour réduire la masse des conducteurs tout en ajoutant la masse du système de refroidissement dans le bilan pour les supraconducteurs.

Notre étude porte sur la première catégorie d'application, à savoir un moteur supraconducteur dédié à la propulsion. On se concentre uniquement sur les matériaux supraconducteurs à haute température critique (HTC). Avec les performances des supraconducteurs HTC d'aujourd'hui, la température de refroidissement est fixée autour de 30K. Une température plus basse améliorerait les propriétés électriques des supraconducteurs mais augmenterait également le prix du système de refroidissement. Un ruban supraconducteur de première génération (1G) sera utilisé pour la fabrication du prototype car la technologie est plus mature. Néanmoins, des études théoriques seront conduites en utilisant les performances actuelles prometteuses de rubans de seconde génération (2 G).

2.1. Vers une machine partiellement supraconductrice

Les pertes en DC dans un matériau supraconducteur sont considérées nulles. Cependant exposé à un champ magnétique AC ou parcouru par un courant AC, les pertes dues à des phénomènes d'hystérésis, de courants de Foucault ou encore de couplage (pour un ruban multi-filamentaire comme le BSCCO) peuvent être considérables.

Pour rappel, les machines supraconductrices peuvent intégrer des matériaux supraconducteurs aussi bien au niveau de l'inducteur qu'à l'induit. Une machine combinant les deux sont appelée « toute supraconductrice », la désignation « partiellement supraconductrice » ne concerne que le cas où une seule partie utilise ces matériaux.

Dans la littérature [FED17], les pertes AC obtenues sur un induit supraconducteur sont du même ordre de grandeur que la puissance de la machine pour des vitesses de rotation supérieures à *1800 tr/min*. Cette étude concerne une machine toute supraconductrice à 8 pôles avec du fil MgB_2 au niveau de l'induit. La structure multi-filamentaire du MgB_2 est plus propice à la réduction des pertes AC. Malgré l'utilisation de ce fils, les pertes cryogéniques, composées majoritairement des pertes AC, s'élèvent à plus de 2 MW pour une machine de 10 MW tournant à 8000 tr/min.

Les applications décrites précédemment ont des vitesses de rotation supérieures à 1800 tr/min, les machines toute supraconductrices sont donc écartées de notre étude. Par la suite, on va donc se concentrer sur les machines dites partiellement supraconductrices, où seul l'inducteur intégrera ces matériaux.

2.2. Premier choix

Le cahier des charges de SAFRAN impose trois restrictions sur la topologie de la machine :

- **Forte puissance massique**

Aujourd'hui, il fait consensus que le dimensionnement d'actionneur électrique de forte densité de puissance passe par une diminution de la masse de matériau ferromagnétique, qui peuvent représenter jusque 30 % de la masse totale [ZHA18]. C'est pourquoi de nombreuses machines à aimants permanents adoptent des structures de type Hallbach afin de réduire la taille de la culasse de retour de flux [ZHA16].

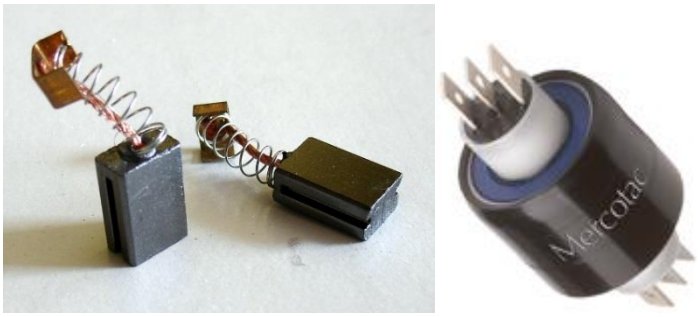
En suivant ce mouvement, les machines supraconductrices asynchrone, à réluctance et à hystérésis sont écartées pour cette raison car leurs performances ne sont appréciables qu'avec la présence de matériaux ferromagnétiques.

- **Absence d'un système d'alimentation tournant**

Le système d'alimentation tournant est un dispositif capable de transmettre un courant entre une source électrique fixe et plusieurs bobines qui tournent avec le rotor d'une machine électrique.

Ce système peut être mécanique avec l'utilisation de bagues/balais, qui est proscrit dans notre application pour des raisons de maintenance. Les balais, représentés sur la *Figure 2.1a*, frottent sur une un anneau conducteur pour transmettre le courant. Différents matériaux peuvent être utilisés pour les balais mais habituellement une poudre de graphite/carbone est choisie. En tournant, le contact entre la bague et le balai détériore les matériaux, créant de la poussière et précipite la maintenance. On peut constater sur la figure les ressorts qui garantissent la continuité du contact quand le balai s'use.

Pour minimiser le frottement mécanique, des dispositifs dont le contact entre la partie fixe et la partie mouvante est assuré par un liquide métallique existent. Généralement, ce liquide est du mercure. Le principal inconvénient est le coût d'un tel dispositif. La *Figure 2.1b* montre un système de bagues tournant liquides de *30 A* [MER].



a) b)

Figure 2.1 : a) Balais pour rotor bobiné b) Alimentation tournante avec liquide métallique

L'autre solution est électromécanique, il s'agit d'un transformateur tournant. Un enroulement primaire fixe induit une tension dans un enroulement secondaire tournant. La tension induite est ensuite redressée avec des diodes pour alimenter l'inducteur constitué de bobines qui tournent. La *Figure 2.2* présente une machine supraconductrice dont le design a conduit à cette solution pour alimenter des bobines supraconductrices au rotor. Pour notre projet, le transformateur tournant est écarté pour des raisons de poids, car il constitue un module supplémentaire.

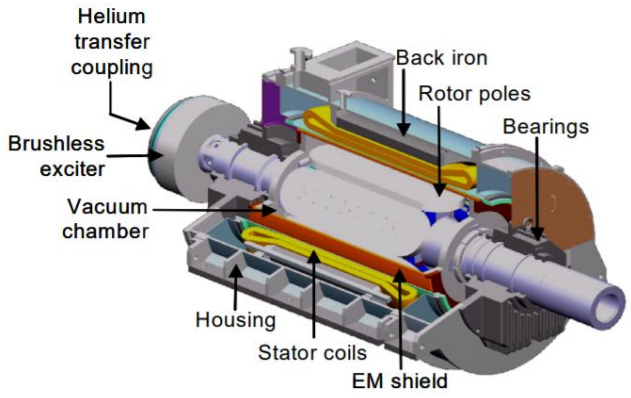


Figure 2.2 : Moteur de 5 MW développé par AMSC [SNI05]

Ce deuxième critère élimine les machines synchrones à rotor bobiné, qui ont besoin d'un système d'alimentation tournant.

- **Possibilité de coupure de l'excitation**

Les seules candidates restantes sont les machines à aimants supraconducteurs et les machines à modulation de flux. Le troisième critère est la possibilité de couper l'alimentation en cas de court-circuit de la machine, c'est-à-dire une désexcitation rapide.

Un aimant supraconducteur conserve sa magnétisation tant que ce dernier est refroidi. Il n'y a donc aucun moyen d'annuler le champ inducteur mis à part réchauffer les aimants. Malheureusement, la constante de temps thermique est souvent longue et ne permet pas d'avoir une réaction du système rapide.

Ainsi, l'unique machine répondant à la demande de l'avionneur est une structure à modulation de flux. Pour rappel, des écrans supraconducteurs sont utilisés pour réagir à un champ magnétique inducteur. Si ce dernier est coupé, le champ inducteur est annulé car les pastilles ne sont pas magnétisées. Le troisième critère est donc validé. De plus, le champ magnétique inducteur est créé par une bobine supraconductrice, qui se doit d'être fixe afin de respecter le deuxième critère. La structure d'une telle machine est développée dans la prochaine section.

2.3. La structure de la machine retenue

Une structure radiale de machine à modulation de flux avait été présentée dans le *Chapitre I*. Nous allons rappeler les composants qui constitue l'inducteur. Il y a :

- **Une ou plusieurs bobine(s) supraconductrice(s)**

Les électroaimants supraconducteurs génèrent un champ magnétique fort qui est homogène spatialement. Cet élément est statique et ne tourne pas. Afin de créer un couple électromagnétique, une variation spatiale du champ dans l'entrefer est nécessaire c'est pour cela que les composants suivants sont ajoutés.

- **Des écrans supraconducteurs**

Ces éléments apparaissent sous forme de massifs supraconducteurs qui n'ont aucune résistivité en dessous de leur température critique. Quand le champ magnétique croit lors de l'alimentation de la bobine supraconductrice, des courants sont induits sur la périphérie des écrans par la loi de Lenz. Ces courants sont si importants qu'ils annulent le champ magnétique à proximité de l'écran. Ainsi, la variation du champ magnétique est obtenue. Ces éléments ont la capacité de tourner et constituent le rotor de la machine.

Les deux composants associés forment ce que l'on appelle l'inducteur supraconducteur. Les éléments de l'inducteur sont maintenant connus, nous allons voir comment les agencer pour créer un actionneur électrique. A l'instar des machines électriques standards, la solution à modulation de flux peut exister sous une forme radiale ou axiale. Le but de cette section est de trouver s'il existe une structure plus avantageuse en termes de puissance massique.

Pour étudier de façon simple ces structures, la force de Laplace est utilisée. La rotation de la machine est obtenue avec une force azimutale.

$$\mathbf{dF} = I\mathbf{dl} \times \mathbf{B} \tag{2-1}$$

Où ***dF*** est le vecteur de la force de Laplace, *I* le courant électrique de l'induit, ***dl*** le vecteur de l'orientation du courant et ***B*** le vecteur de l'induction magnétique développé par l'inducteur.

Deux solutions existent pour engendrer cette force :

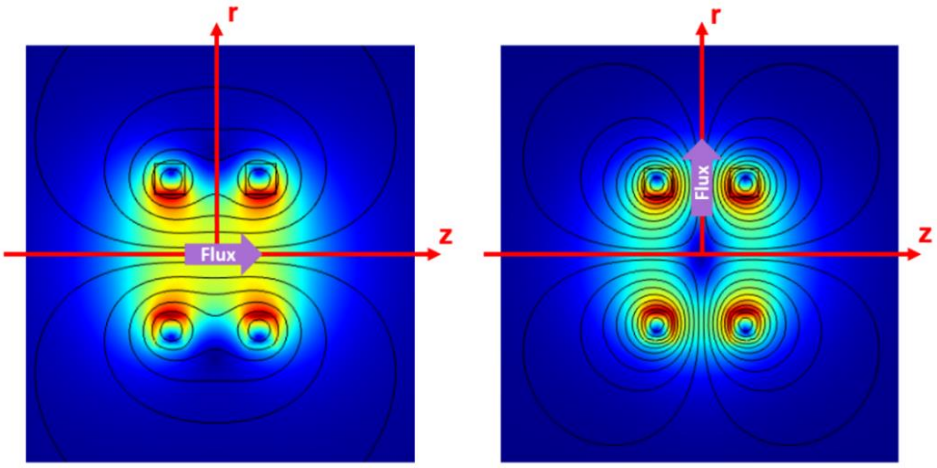
– **Un courant radial et une induction axiale**

Il s'agit de la configuration axiale. La *Figure 2.3a* représente le flux axial crée par deux bobines alimentées par un courant de même direction. Afin de moduler le champ magnétique, le rotor comprenant les écrans doit être disposé au cœur de ces bobines, comme le montre la *Figure 2.3a*.

– **Un courant axial et une induction radiale**

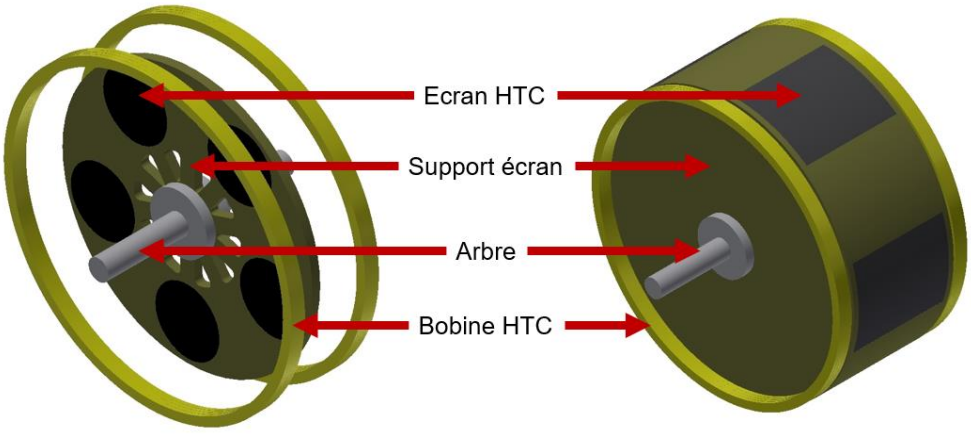
Il s'agit de la configuration radiale. La *Figure 2.3b* illustre le flux radial obtenu par deux bobines alimentées par un courant de direction opposée. La modulation du flux s'effectue en disposant les écrans entre les bobines, comme le montre la *Figure 2.3b*.

Enfin la *Figure 2.4* et *2.5* montrent l'assemblage de l'inducteur et de l'induit pour chaque structure.



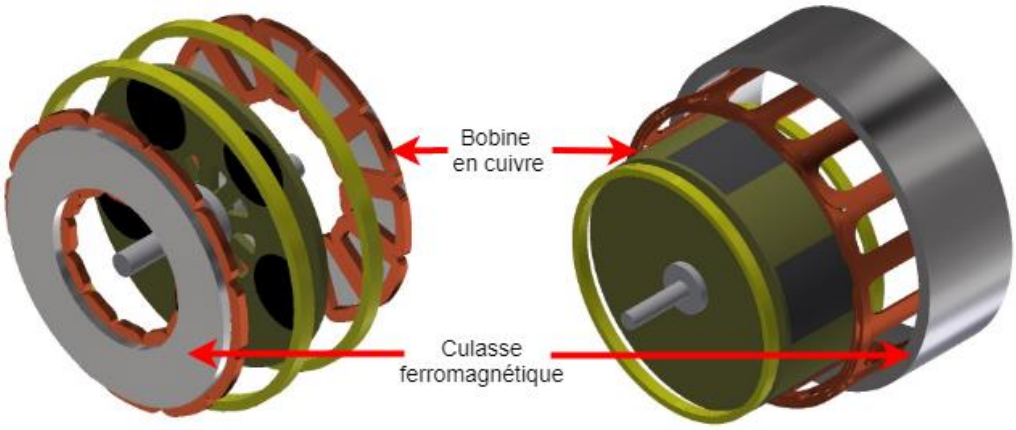
a) b)

Figure 2.3 : Distribution du champ magnétique avec les courants dans les bobines a) dans le même sens b) dans le sens opposé



a) b)

Figure 2.4 : Inducteur assemblé pour la structure a) axiale b) radiale



a) b)

Figure 2.5 : Vue éclatée des éléments actifs d'une machine à flux a) axiale b) radiale

Nous choisissons de comparer les deux structures à partir de la force électromotrice et sans considérer l'induit. A partir de la puissance électromagnétique délivrée par un générateur électrique triphasé s'écrit :

$$P = 3EI \tag{2-2}$$

Où *E* est la force électromotrice générée par la mise en rotation de l'inducteur et *I* le courant circulant dans les bobines de l'induit. On introduit dans la suite un critère de comparaison *K* des inducteurs basés sur une simplification de *E*. La force électromotrice dépend de la vitesse de rotation *Ω*, du nombre de spires *N* de l'induit, de la polarité *p* et de la forme du flux sous un pôle. En supposant, une variation sinusoïdale du flux, *E* est donnée par :

$$E = \frac{d\Phi}{dt} = pN\Omega\hat{\phi}\cos\left(p\Theta\right) \tag{2-3}$$

Le critère *K,* que l'on introduit, ne prend pas en compte :

- **Le nombre de spires** qui est une donnée issue du dimensionnement de l'induit (non considéré pour le moment)
- **La vitesse de rotation** qui est supposé commune aux deux structures (radiale et axiale).

Cependant, la masse des éléments actifs *M* de l'inducteur doit y figurer car l'objectif est de rechercher la topologie avec la puissance massique la plus importante.

L'unité de *K* est le Wb/kg et sa valeur maximale s'écrit :

$$K = \frac{E}{MN\Omega} = \frac{p\hat{\phi}}{M} \tag{2-4}$$

En réalité, la variation du flux sous un pôle n'est pas sinusoïdale. Une étape, intermédiaire consistera donc à rechercher l'onde fondamentale du flux via une décomposition en série de Fourier.

Les différents résultats sont obtenus à l'aide d'un logiciel de résolution par éléments finis en 3D (COMSOL Multiphysics®). Pour ces simulations, les écrans supraconducteurs seront considérés comme des matériaux diamagnétiques parfaits ($\mu = 0$). Cette hypothèse est vraie tant que l'épaisseur de la couche où circulent les courants induits est suffisamment fine par rapport aux dimensions de l'écran.

La *Figure 2.6* est une vue en coupe de la *Figure 2.4* pour chaque inducteur, les paramètres géométriques du *Tableau I*, obtenus après une étude paramétrique pour maximiser *K*, y sont représentés. Pour la structure axiale, les deux bobines supraconductrices sont regroupées afin de générer une induction magnétique plus importante. De plus, on considère une épaisseur d'entrefer d'environ *10 mm* pour les deux configurations afin de garantir la tenue mécanique et l'isolation thermique.

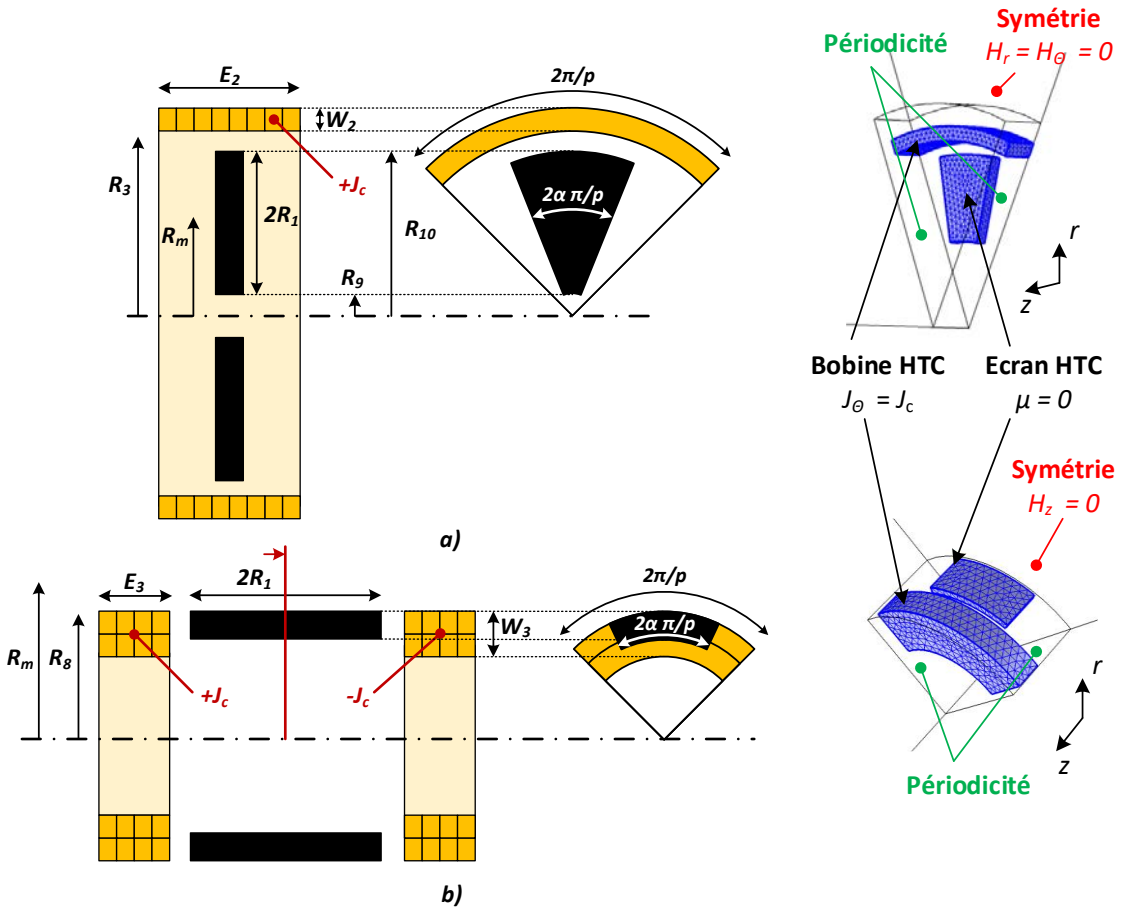


Figure 2.6 : Paramètres géométriques de l'inducteur (a) axial (b) radial

Tableau I : Paramètres géométriques des différents inducteurs

Nom du paramètre	Machine radiale (Figure 2.6a)	Machine axiale (Figure 2.6b)
Paires de pôles	9 (p)	5 (p)
Epaisseur d'entrefer	0,01 m (e)	0,01 m (e)
Rayon extérieur/intérieur	**0,35 m (R_8)**	0,36 m (R_3)
Epaisseur bobine HTC	0,21 m (W_3)	0,03 m (W_2)
Longueur bobine HTC	0,09 m (E_3)	0,18 m (E_2)
Longueur écran HTC	**0,27 m ($2R_1$)**	0,25 m ($2R_1$)
Ouverture d'un pôle	**50 % (α)**	67 % (α)
Rayon inducteur/moyen	**0,36 m (R_m)**	0,22 (R_m)

Inducteur radial :

La géométrie de l'inducteur radial est obtenue à partir des travaux de G. Malé & al. [MAL13] sur les machines de fortes puissances (données en rouge dans le *Tableau I*). Cependant, l'objectif de ces travaux n'était pas la maximisation de la puissance massique. Nous allons néanmoins conserver, comme point de départ, le volume d'entrefer donné par le rayon de l'inducteur R_c et la longueur de l'écran L_{sc}.

La première étape permet de déterminer la polarité p optimale pour le rayon d'entrefer donné. La *Figure 2.7* représente les résultats de simulation en considérant une géométrie de bobine supraconductrice issue des travaux de G. Malé & al., à savoir $k_l = E_3/R_8 = 0,15$ et $k_e = W_3/R_8 = 0,45$. On constate que $p = 9$ maximise le critère K.

La deuxième étape consiste à obtenir la géométrie de la bobine supraconductrice afin de maximiser la valeur du critère K avec la polarité optimale $p = 9$. Pour cela, les coefficients k_l et k_e sont modifiés. Les résultats de la variation paramétriques sont indiqués sur la *Figure 2.8*. Afin d'augmenter la puissance massique de l'inducteur avec le volume d'entrefer initiale, les coefficients doivent prendre les valeurs suivantes : $k_l = 0,085$ et $k_e = 0,31$. Pour ces nouvelles valeurs $p = 9$ est toujours la valeur optimale de la polarité.

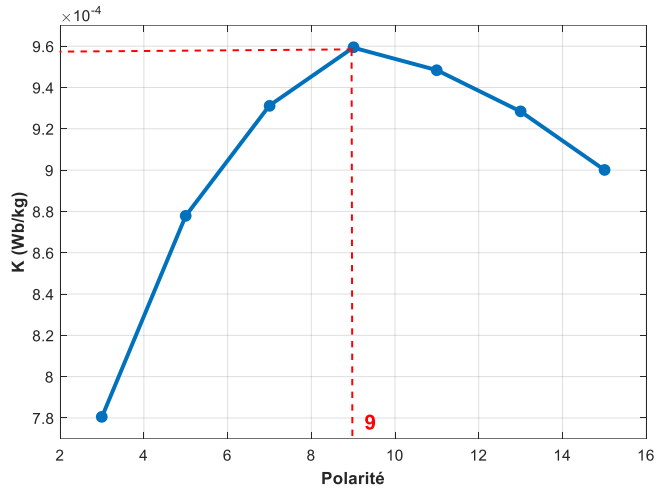


Figure 2.7 : Nombre de paires de pôles optimales pour la structure radiale

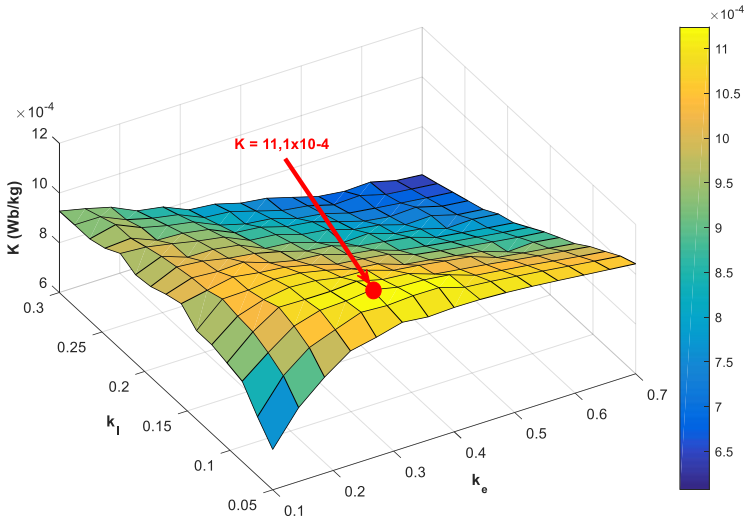


Figure 2.8 : Variation paramétrique de la géométrie de la bobine HTC pour la structure radiale

Avec ce jeu de paramètres, la densité de courant critique de chaque bobine HTC en considérant $J_c(B)$ ainsi que la variation de l'induction au milieu de l'entrefer valent :

$$@30K:\ J_c = 196\ \text{A/mm}^2 \text{ et } \Delta B = 1{,}1\ \text{T} \tag{2-5}$$

Inducteur axial :

La géométrie de l'inducteur axial n'est au départ pas connu. Pour la comparaison des deux structures (radiale et axiale), nous faisons le choix de conserver la même surface d'entrefer. Ce choix permet de prendre pour hypothèses que la masse du bobinage de l'induit serait équivalente, puisqu'il « engloberait » la même surface. De plus, la masse des éléments actifs de l'inducteur est préservée.

Dans un premier temps, nous allons observer l'ouverture d'un pôle optimale (α) pour une géométrie quelconque. En guise de point de départ, nous prenons arbitrairement : $R_3 = 0{,}5\ m$; $k_e = W_2/R_3 = 0{,}1$ *et* $kl = E_2/R_3 = 0{,}9$ par conservation des masses de la bobine inductrice avec la structure radiale. Dans un premier temps *p* est fixé à 3. Les résultats de cette simulation sont représentés sur la *Figure 2.9*. On constate que $\alpha = 0{,}67$ maximise le critère de dimensionnement.

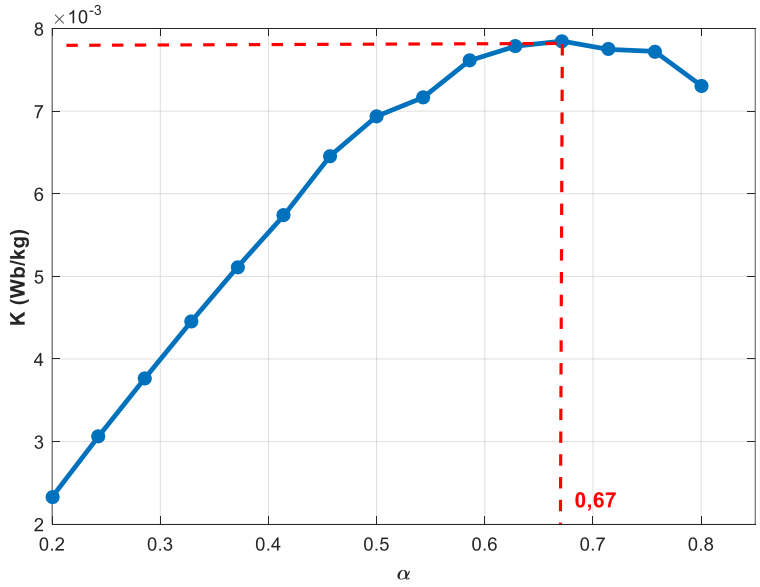


Figure 2.9 : Ouverture d'un pôle pour la structure axiale

Cette valeur de α combinée avec la conservation du volume/masse des écrans $V_{écrans}$ permet de lier le rayon intérieur R_9 et extérieur R_{10} des massifs supraconducteurs.

$$\alpha\pi(R_{10}^{\ 2} - R_9^{\ 2})E_{ecr} = V_{écrans} \tag{2-6}$$

Où E_{sc} est l'épaisseur des écrans dont la valeur est la même d'une structure à une autre.

Le rayon extérieur de la bobine supraconductrice R_3 est déduit à partir de R_{10} en considérant une distance d'entrefer de *10 mm* entre la bobine et les écrans. Nous rappelons que la conservation du volume/masse du ruban supraconducteur lie également les paramètres k_e et k_l de la bobine.

On doit ensuite rechercher la valeur du rayon intérieur de la bobine R_3 et k_e (ou k_l) qui maximise la valeur du critère *K*. Les résultats de la variation paramétrique sont indiqués sur la *Figure 2.10*. Afin d'augmenter la puissance massique de l'inducteur, le rayon intérieur de la bobine HTC, R_3, doit être de *0,36 m*. De plus, pour ce rayon le coefficient d'épaisseur optimal est de $k_e = 0{,}08$. L'épaisseur de la

bobine supraconductrice est d'environ *30 mm* avec cette valeur de k_e, donc le rayon extérieur de la bobine est également le rayon maximal de la machine électrique (voir *Figure 2.6*) et vaut *0,39 m*. On constate que la structure axiale a un rayon maximal quasiment identique à l'inducteur radiale qui vaut *0,36 m* sans prendre en compte l'épaisseur de l'induit.

Finalement, la polarité optimale de l'inducteur axiale est recherchée. Les valeurs précédemment trouvées par variation paramétrique sont conservées, à savoir $\alpha = 0,67$; $R_3 = 0,36$ *m* ; $k_e = 0,08$; $k_l = 0,49$ (par déduction des volumes/masses). La *Figure 2.11* montre l'évolution du critère en fonction de la polarité. La valeur de *p* qui maximise *K* est 5.

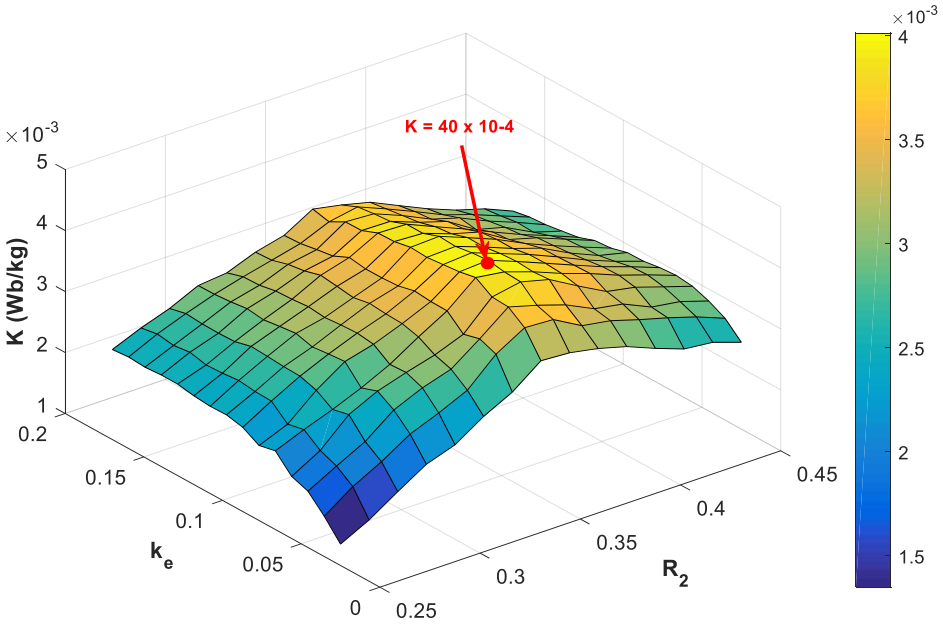


Figure 2.10 : Variation paramétrique de la géométrie de la bobine HTC pour la structure axiale

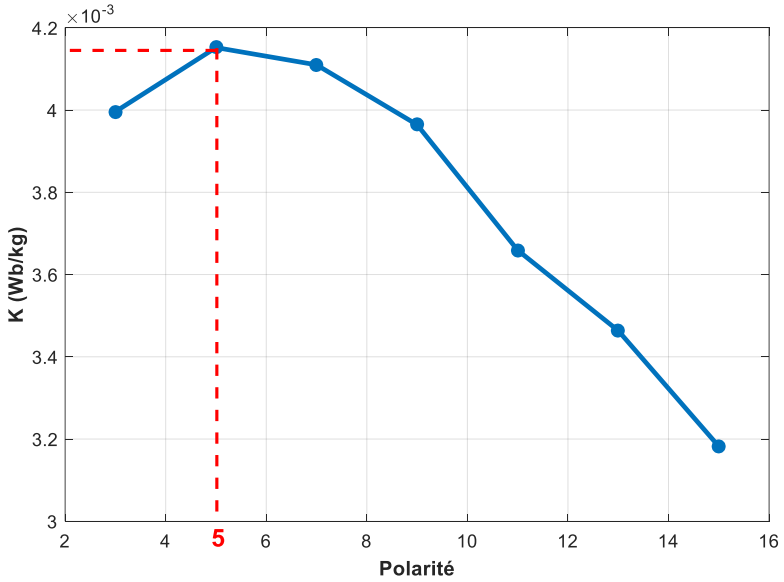


Figure 2.11 : Nombre de paires de pôles optimales pour la structure axiale

Avec ce jeu de paramètres, la densité de courant critique de chaque bobine HTC ainsi que la variation de l'induction dans l'entrefer au niveau du rayon moyen valent :

$$@30K : J_c = 228 \text{ A/mm}^2 \text{ et } \Delta B = 1,3 \text{ T} \quad (2\text{-}7)$$

En conclusion, le critère *K* pour la machine axiale ($K = 4,2.10^{-3}$) est **4 fois** plus important qu'avec une structure radiale ($K = 1,1.10^{-3}$) à iso-masse d'éléments actifs. Même si l'étude précédente présente des imperfections (études paramétriques plutôt qu'une optimisation globale), le résultat obtenu nous pousse à nous orienter pour la suite de l'étude vers la solution axiale. Attention tout de même à ne pas généraliser cette conclusion qui ne s'applique qu'avec l'utilisation de ruban 1G sélectionné (BSCCO type-H de SUMITOMO). Il se pourrait qu'avec un ruban 2G dont la contrainte magnétique soit moins critique qu'une structure radiale soit plus adaptée.

2.4. Pré-dimensionnement

Dans la suite de notre étude, nous allons effectuer un pré-dimensionnement sur une machine axiale à double induit. Cette étape est nécessaire afin d'estimer les dimensions géométriques de la machine cible (*50 kW*, *100 N.m* et *5000 tr/min*). L'ensemble des paramètres géométriques ainsi que les principaux composants de cet actionneur sont schématisés sur la *Figure 2.12*. On retrouve les composants « actifs » (qui participent à la conversion électromécanique) et des éléments « non-actifs » tel que les cryostats ou les supports isolants. Les rôles de ces éléments propres aux machines supraconductrices seront précisés plus tard dans l'étude.

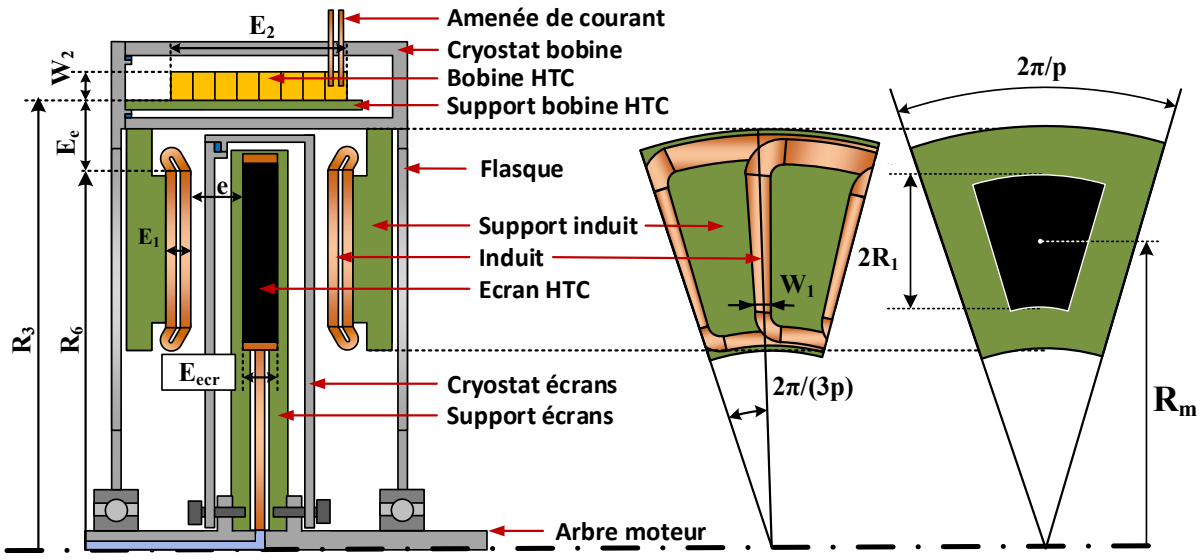


Figure 2.12 : Schéma et paramètres géométrique de la machine supraconductrice axiale

Pour ce pré-dimensionnement, nous utiliserons une formule analytique permettant de calculer la puissance électrique d'une machine axiale [PAR05].

$$P = \frac{4\sqrt{2}\pi}{3\sqrt{3}} \hat{B}_1 K_1 R_6^3 \Omega \quad (2\text{-}8)$$

Où B_1 est la valeur maximale du fondamental de l'induction magnétique axiale dans l'entrefer et K_1 de la densité de courant superficielle efficace de l'induit tous les deux produits dans l'entrefer. Enfin R_6 et

Ω représentent respectivement le rayon extérieur de l'induit (voir *Figure 2.8*) et la vitesse de rotation du rotor. L'équation (2-8) est modifiée pour en extraire le rayon extérieur de l'induit.

$$R_6 = \sqrt[3]{\frac{3\sqrt{3}P}{4\sqrt{2}\pi B_1 K_1 \Omega}} \tag{2-9}$$

Avant d'obtenir une estimation géométrique d'une machine de *50 kW*, nous devons au préalable établir une valeur pour K_1 et B_1.

2.4.1. Densité de courant superficielle

Cette grandeur magnétique est générée par l'induit non-supraconducteur. Dans la littérature, on peut trouver des valeurs de densité de courant superficielle pour des machines électriques standards [PYR13][PAR05]. Quand un refroidissement liquide est utilisé, la densité de courant dans le cuivre peut être supérieur à *10 A/mm²* et créer pour K_1 supérieures à *100 kA/m*. Mais ces valeurs ne sont applicables qu'en présence d'un circuit magnétique.

Dans le but d'atteindre de forte densité de puissance, posons comme limite extrême une machine supraconductrice dépourvue de tout matériau ferromagnétique. Ainsi, le bobinage de l'induit est plongé dans l'air. Le but de cette partie est de trouver une expression analytique du champ magnétique tangentiel généré par un tel bobinage.

Pour une bobine :

Nous commençons par rechercher le champ magnétique crée par une seule des bobines qui compose l'induit. Le champ magnétique crée par l'aller ou le retour de courant est calculé à l'aide du théorème d'Ampère en faisant l'hypothèse que les lignes de champ décrivent des cercles. La *Figure 2.13* illustre cette hypothèse pour une bobine de section rectangulaire traversée par un courant *I*.

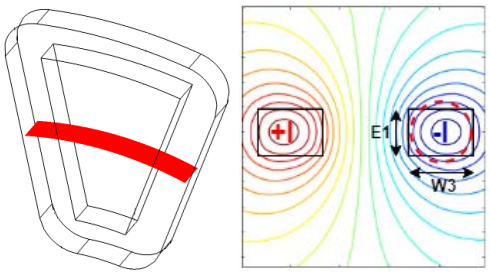


Figure 2.13 : Coupe d'une bobine d'induit et les lignes de champ générées

Le diamètre du cercle équivalent est pris comme étant la moyenne entre la largeur W_1 et la profondeur E_1 de la bobine :

$$d = \frac{W_1 + E_1}{2} \tag{2-10}$$

En appliquant le théorème d'Ampère sur ce cercle, on trouve que le champ magnétique tangentiel crée par une section de la bobine vaut :

$$H_{\max} = \frac{I}{\pi d} \tag{2-11}$$

Quand le bobinage est inséré dans une dent ferromagnétique (non-saturée), le champ magnétique tangentiel H_t est considéré constant sur la largeur de l'encoche. Mais pour un bobinage dans l'air, cette

hypothèse n'est plus vraie puisque les lignes de flux s'apparentent à des cercles. Dans ce cas, la variation de H_t est approximée par une sinusoïde sur le diamètre du cercle d et nulle ailleurs.

$$H_t = \begin{cases} H_{\max} \cos\left(\frac{\pi}{2d} x\right) & -d/2 < x < d/2 \\ 0 & \text{ailleurs} \end{cases} \qquad (2\text{-}12)$$

Pour un induit triphasé :

On considère une machine triphasée, qui présente trois enroulements diamétraux identiques décalés de $2\pi/(3p)$, où p est le nombre de paires de pôles, alimentés par un système de courant triphasé équilibré parfaitement sinusoïdal. On considère l'instant où le courant dans la phase 1 vaut $+I$ alors que dans la phase 2 et 3 il vaut $-I/2$. L'allure de la densité de courant superficielle avec l'hypothèse (2-12) est représentée sur la *Figure 2.14*. On constate sur cette figure que la contribution magnétique des encoches se superpose par endroit, il s'agit du cas où l'espacement entre deux allers ou retours de bobine est plus court que le rayon $d/2$ du cercle.

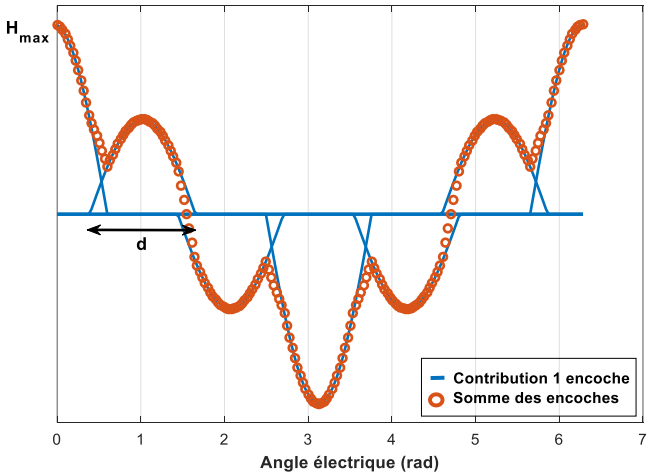


Figure 2.14 : Densité superficielle de courant par un simple bobinage triphasé et diamétrale

En considérant l'ensemble du bobinage triphasé, l'expression du fondamental de K vaut :

$$K_1 = \sum_{n=1}^{6} H_{tn} \cos\left(p \frac{2\pi}{X}\left(x - (n-1)\frac{X}{6}\right)\right) \qquad (2\text{-}13)$$

L'expression de H_{tn} et la validité de l'approche sont données en *Annexe II.1*.

Calcul de K_1 :

Dans la littérature, le rayon extérieur de l'induit, R_6 vaut environ *0,15 m* pour des machines à aimants permanent axiales à fortes densité de puissance dont la valeur du couple est autour *100 N.m* [LAM15][EVO][PHI]. Nous allons nous inspirer de cette dimension pour estimer les performances du bobinage dans l'air de la machine supraconductrice, pour lequel nous devons imposer ses dimensions W_1 et E_1.

Tout d'abord, la largeur de la bobine W_1 doit être fixée. Afin de maximiser le champ tangentiel, W_1 est choisis le plus grand possible par rapport à l'espace disponible. Pour une machine axiale, cette espace se situe au niveau du rayon intérieur de l'induit R_7, voir la *Figure 2.16*. Ce rayon est calculé en utilisant la condition k_d qui maximise le couple [PAR05], on a donc :

$$R_7 = k_d \times R_6 = \frac{0{,}15}{\sqrt{3}} = 0{,}09 \text{ m} \tag{2-14}$$

Enfin, W_1 dépend de la polarité p, que l'on conserve égal à *5*, et du remplissage de l'espace, que l'on fixe à 80% afin de laisser de la place au support mécanique des bobines. On a donc :

$$W_1 = 0{,}8\frac{2\pi R_7}{6p} = 0{,}015 \text{ m} \tag{2-15}$$

Pour déterminer l'épaisseur d'une bobine (E_1), nous allons tout d'abord calculer l'atténuation de la modulation du flux en fonction de l'éloignement par rapport aux pastilles supraconductrices. Pour cela, nous reprenons le modèle numérique utilisé précédemment (partie 2.3). Les dimensions de l'inducteur (R_3, E_2 et W_2) et l'épaisseur des écrans (E_{ecr}) n'importe peu et sont pris arbitrairement car ils n'influent pas sur les effets de l'atténuation. La taille de l'écran est comprise entre R_6 et R_7 (précédemment estimé) et de centre R_m. La *Figure 2.15* montre que lorsque l'on est très proche des pastilles (*z = 0,5 mm*), la modulation est importante cependant quand on s'éloigne l'amplitude de la modulation diminue. Nous choisissons une épaisseur de la bobine E_1 égale à *20 mm* car au-delà la modulation du flux magnétique est réduite de plus de 50 %.

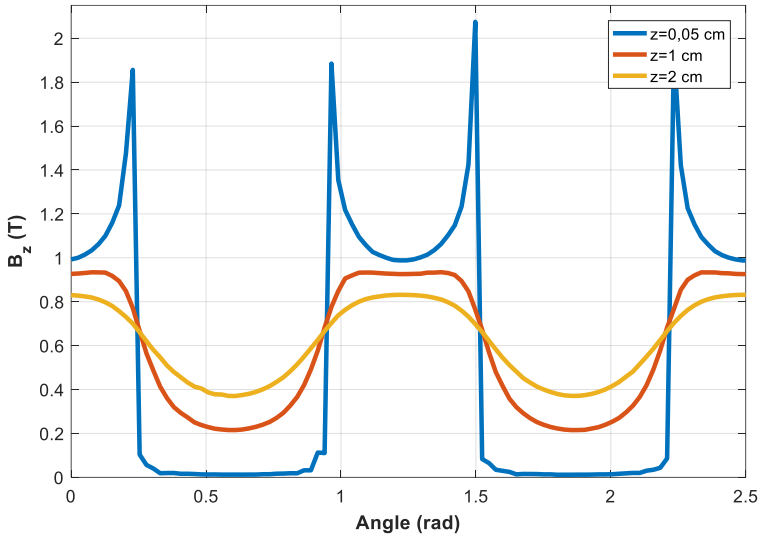


Figure 2.15 : Atténuation du champ axial en fonction de la distance par rapport aux pastilles avec R_6 = 0,15 m

Le *Tableau II* reprend les valeurs de l'induit pour notre cible de *50 kW* et la *Figure 2.16* rappel la signification géométrique de ces paramètres. La valeur du courant total dans l'encoche est calculée en considérant un coefficient de foisonnement de la bobine de *70%* et une densité de courant dans le

cuivre de *10 A/mm²*. En utilisant l'expression (2-13) et les valeurs du *Tableau II*, le fondamental de K_1 a pour valeur efficace ***25 kA/m***.

Tableau II : Paramètres géométriques et électriques de l'induit

Nom du paramètre	Valeur induit départ
Courant total (*I*)	2100 A
Largeur bobine (W_1)	0,015 m
Profondeur bobine (E_1)	0,02 m

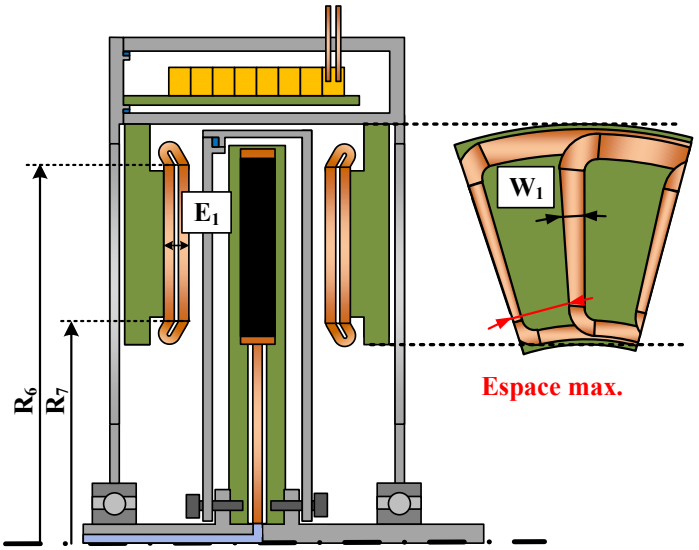


Figure 2.16 : Paramètres géométrique de l'induit

2.4.2. Induction dans l'entrefer

Il est possible d'utiliser la bobine supraconductrice pour générer un très fort champ magnétique dans l'entrefer. Cette opération permet de réduire le volume de la machine (2-8) mais au détriment du poids de la machine car une quantité importante de fil supraconducteur serait nécessaire. En termes de masse volumique, le fil supraconducteur 1G est l'élément le plus lourd dans une machine supraconductrice car il est composé d'une matrice en argent ($\rho_{Ag} = 10,5\ g.cm^{-3}$) alors que les cryostats peuvent être fait en un alliage d'aluminium ($\rho_{Al} = 2,7\ g.cm^{-3}$) et les isolants thermiques sont faits généralement en fibre de verre G10/11 ($\rho_{G10} = 1,7\ g.cm^{-3}$).

On se propose de raisonner autrement. En s'appuyant sur d'autres travaux de machines supraconductrices pour l'aéronautique, on remarque que l'induction dans l'entrefer est généralement inférieure à *1 T* [FEL11][TER18]. Nous reprenons notre modèle numérique avec $R_6 = 0,15\ m$, $p = 5$ et une ouverture polaire $\alpha = 67\ \%$ (la valeur du *Tableau I* est conservée) afin de fixer la géométrie de la bobine supraconductrice qui maximiser la puissance massique.

<u>Géométrie de la bobine supraconductrice :</u>

Les inconnus géométriques sont montrés sur la *Figure 2.17*, il y a le rayon R_3, la longueur E_2 et l'épaisseur W_2 de la bobine HTC.

Le rayon R_3 est déterminé à partir de R_6 et de l'entrefer électromagnétique, noté E_e, qui comprend l'épaisseur du support e_1 et du cryostat de la bobine HTC e_2, le vide d'isolation thermique e_3, l'épaisseur des têtes de bobine en cuivre W_1. Cet entrefer est estimé pour ce premier dimensionnement à *25 mm*.

La longueur de la bobine supraconductrice E_2 est choisie égale à l'épaisseur totale de l'induit, des entrefers (cryogéniques et mécaniques) et des pastilles, voir *Figure 2.17*, pour avoir la composante axiale du champ magnétique sur le cuivre le plus grand possible au niveau des bobines en cuivre.

$$E_2 = E_{ecr} + 2\times\left(E_1 + e\right) \tag{2-16}$$

Où E_{ecr} est l'épaisseur d'une pastille supraconductrice, E_1 l'épaisseur de l'induit et l'entrefer électromagnétique e total est pris égal à *3 mm*, en prenant *1 mm* pour l'entrefer mécanique e_4, *1 mm* pour l'épaisseur du cryostat e_5 et *1 mm* pour l'isolation thermique e_6.

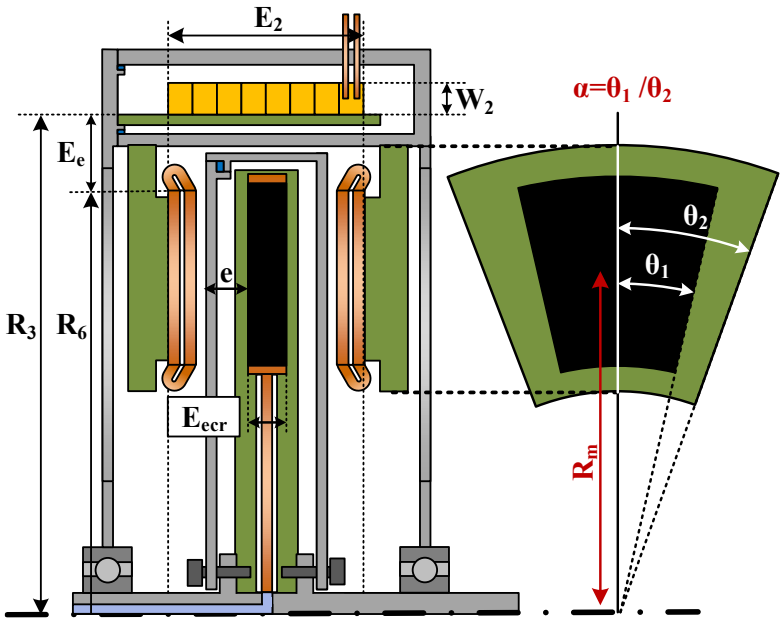


Figure 2.17 : Paramètres géométriques de la bobine supraconductrice

Induction magnétique de l'inducteur :

Par choix le rayon R_3 et la longueur E_2 sont fixés, nous allons donc faire varier W_2 pour ajuster la valeur de l'induction. Le calcul numérique est réalisé pour plusieurs niveaux du fondamental de l'induction B_1 entre *0,4* et *1,4 T*. Pour simplifier le problème, le fondamental de l'induction maximale est uniquement calculé au niveau du rayon moyen R_m. C'est un problème itératif dans lequel on fait varier l'épaisseur T_2 de la bobine jusqu'à obtenir la bonne valeur de B_1. Pour chaque nouvelle épaisseur, l'algorithme de calcul du courant maximal admissible dans le ruban supraconducteur est utilisé, voir la *Figure 2.18*.

La puissance est obtenue à l'aide de l'expression (2-8) dans laquelle B_1 est calculé avec le modèle numérique. Nous choisissons de réaliser cette étude à puissance P constante, la valeur de K_1 dans l'expression (2-8) est ajustée de sorte à maintenir $P = 50\ kW$. Le bobinage de l'induit étant dans l'air, K_1 est proportionnel aux ampères-tours NI et donc également à la masse du bobinage.

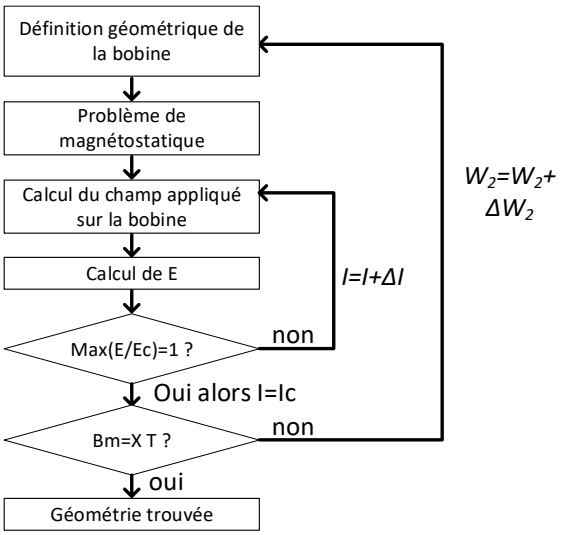


Figure 2.18 : Algorithme pour établir la géométrie de la bobine HTC

Le *Tableau III* montre la masse totale de la machine de 50 kW en fonction de l'induction B_1. La masse des écrans supraconducteurs reste constante, on ne les inclut pas dans le bilan de masse. La *Figure 2.19* représente la courbe de la puissance massique normalisée. Cette figure montre un résultat intéressant, la machine possède une meilleure puissance massique quand la variation B_1 vaut *0,6 T*. Cette valeur est obtenue pour W_2 *= 0,022 m*. Sans les pastilles, le champ magnétique axial B_z de la bobine HTC vaut *1,3 T* au niveau du rayon moyen R_m, nous aurons besoin de cette valeur par la suite.

Tableau III : Résultats de l'étude

B_1 (T)	K_1 (kA/m)	M. induit (kg)	M. HTC (kg)	M. tot (kg)
0,4	30	7,8	3,2	11
0,6	20	5,2	5,0	**10,2**
0,8	15	3,9	7,2	11,1
1	12	3,1	9,7	12,8
1,2	10	2,6	12,6	15,2
1,4	9	2,2	15,4	16,6

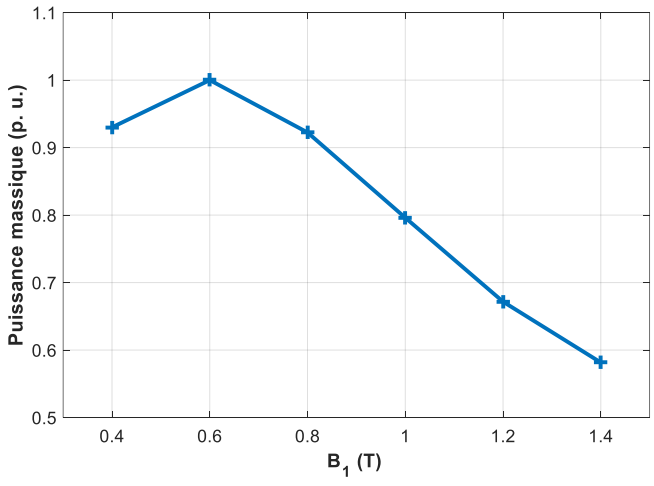


Figure 2.19 : Puissance massique électromagnétique en fonction du niveau d'induction

2.4.3. La géométrie issue du pré-dimensionnement

En utilisant l'expression (2-9) et en faisant l'hypothèse que les estimations précédentes de K_1 et B_1 restent identiques si R_6 change légèrement, on obtient pour notre machine supraconductrice ayant une puissance de *50 kW*.

$$R_6 = 0{,}127 \text{ m} \tag{2-17}$$

Le rayon moyen R_m (centre des pastilles) correspond à la moyenne entre R_7 et R_6. L'épaisseur de la bobine supraconductrice E_2 doit être recalculée en utilisant l'algorithme de recherche du courant critique avec cette nouvelle valeur de R_6.

L'ensemble des paramètres est rappelé dans le *Tableau IV*. Le pré-dimensionnement ne permet pas d'optimiser la machine car certaines parties du problème ont été contrainte par variation paramétrique. Néanmoins cette première étape est nécessaire pour la suite de l'étude car elle permet d'appréhender les dimensions d'une machine de *50 kW*. De nombreuses questions restent ouvertes sur le type de bobinage à utiliser pour l'induit, sur la meilleure topologie du rotor ou encore sur la polarité optimale. Pour toutes ces interrogations qui trouveront leurs réponses dans la suite du chapitre, l'actionneur définit par le *Tableau IV* sera utilisé.

Tableau IV : Géométrie de la machine pré-dimensionnée

	Nom du paramètre	Valeur
INDUIT	**Courant dans toute la section (*I*)**	2100 A
	Largeur bobine (W_1)	0,015 m
	Profondeur bobine (E_1)	0,020 m
	Rayon extérieur du bobinage (R_6)	0,127 m
	Rayon intérieur du bobinage (R_7)	k_d x R_6 (2-14)
	Densité de courant superficielle (K_1)	**25 kA/m**
INDUCTEUR	**Courant critique dans le ruban (I_c)**	230 A
	Rayon centre des écrans (R_m)	$(R_6+R_7)/2$=0,1 m
	Rayon du solénoïde supraconducteur (R_3)	R_6+0.025m
	Longueur solénoïde supraconducteur (E_2)	0,056 m (2-16)
	Epaisseur solénoïde supraconducteur (W_2)	0,022 m
	Induction (B_1)	**0,6 T**

2.5. La topologie

2.5.1. L'ensemble des choix

Plus tôt dans le chapitre, il a été démontré qu'une machine à modulation de flux axiale présentait une meilleure densité de puissance. Mais des topologies de machine axiale, il en existe plusieurs. Au cours de cette section, les configurations présentées sur la *Figure 2.20* sont étudiées pour en retenir la meilleure.

Dans un premier temps, le type de bobinage à utiliser au niveau de l'induit est étudié. Une comparaison sur les deux principaux types (distribué et concentrique) est conduite en termes de masse et de pertes induites dans les parties supraconductrices dues aux champs harmoniques.

Ensuite, les différentes topologies de rotor d'une machine à modulation de flux sont passées en revue. Le choix repose sur le nombre de rotors à adopter mais également sur les matériaux qui le compose. Les matériaux ferromagnétiques concentrent le flux magnétique et les massifs supraconducteurs les détournent, sur ce principe plusieurs rotors ont été imaginés. Les avantages et inconvénients de chaque configuration sont évoqués.

La forme des écrans supraconducteurs influence la valeur du couple, ainsi plusieurs géométries sont comparées.

Enfin, la présence de matériau ferromagnétique sous forme de culasse dentée ou non pour le stator est étudiée.

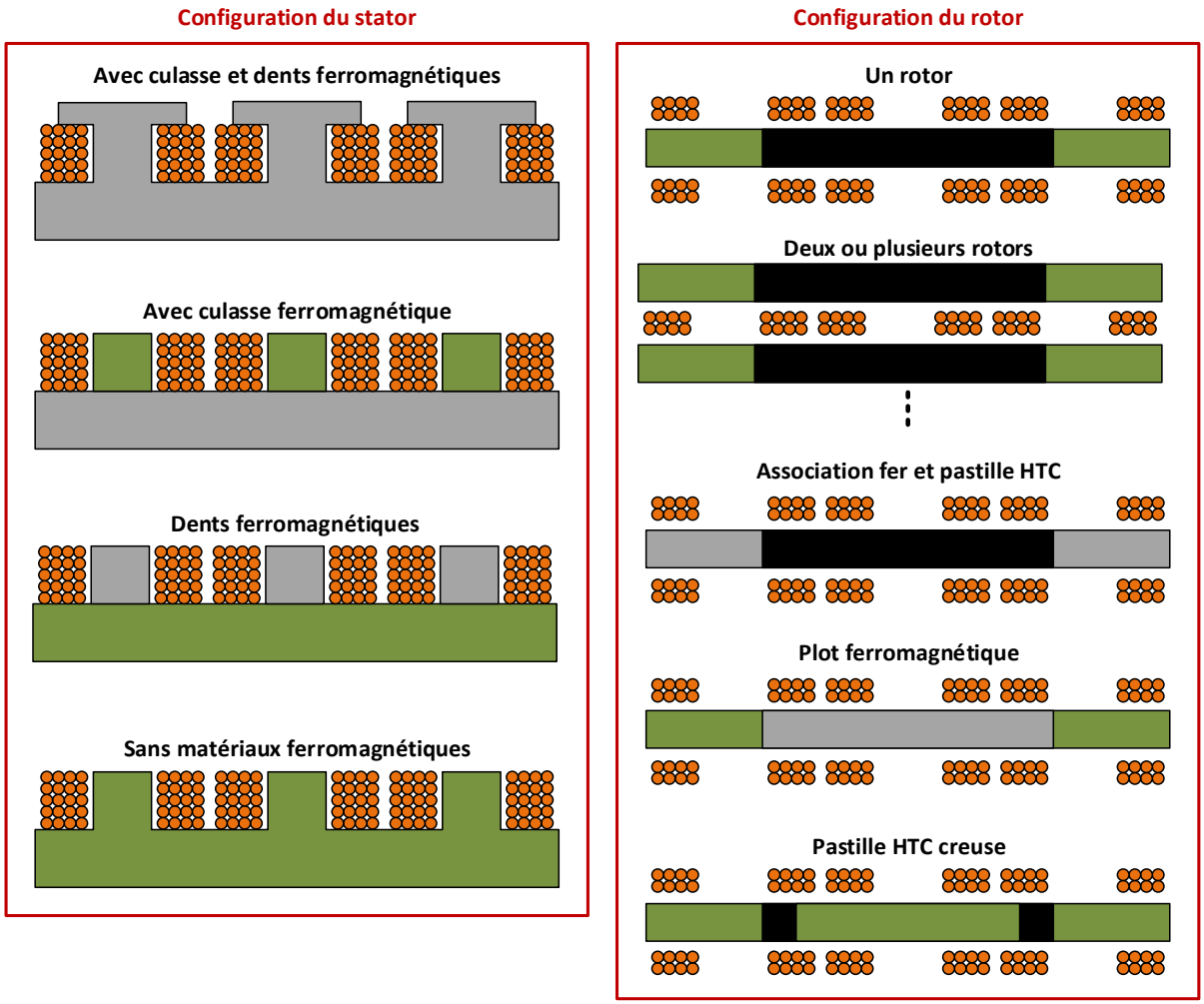


Figure 2.20 : Schéma de l'ensemble des configurations du stator et du rotor étudié

2.5.2. Le stator

L'induit d'une machine électrique est la partie génératrice du champ tournant qui entraine l'inducteur. Idéalement, ce champ tournant à une répartition spatiale sinusoïdale et donc aucun harmonique n'est présent. En réalité, ce n'est pas le cas. Le champ tournant est composé de différents harmoniques ayant des vitesses de rotation différentes de la vitesse du rotor par courants induits. Cette différence de vitesse entraine des pertes dans le rotor. La distribution sinusoïdale peut être approchée avec des techniques de bobinage tel que la distribution des bobines, leurs raccourcissements polaires, etc [LAP07].

Dans cette partie, deux types de bobinage seront confrontés sur leur masse et les pertes AC induites dans le rotor. Le premier bobinage est appelé « distribué » et le second est appelé « concentrique ». La disposition optimale des enroulements pour un bobinage concentrique est donnée avec la méthode de « l'étoile des encoches », qui est expliqué dans [BIA06].

L'effet de la polarité sur les pertes AC sera également étudié. Une vue 3D de ces deux bobinages pour une machine de *10* pôles est montrée sur la *Figure 2.21*. Le bobinage concentrique est assez particulier car il comporte *12* bobines. Le *Tableau V* résume succinctement les avantages et inconvénients de ces bobinages.

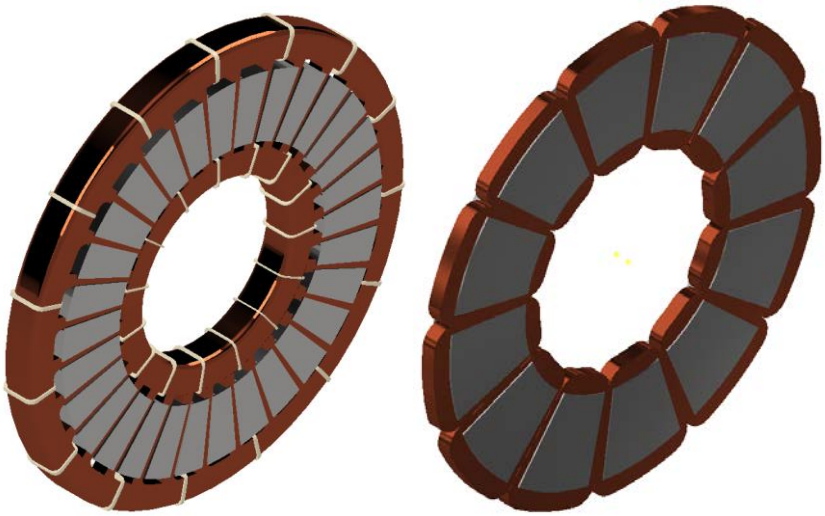


Figure 2.21 : a) Bobinage distribué triphasé pour 10 pôles b) Bobinage concentrique triphasé à 12 encoches

Tableau V : Avantage et inconvénients de deux types de bobinage

Type de bobinage	Avantage	Inconvénient
Distribué	**-Moins d'harmoniques d'espace** -Densité de courant superficielle plus importante	**-Plus lourd**
Concentrique	**-Moins lourd** -Fabrication et maintenance plus simple	**-Plus d'harmoniques d'espace**

Hypothèses et formules :

Les pertes AC sont des pertes par hystérésis dans le supraconducteur, dues au déplacement des vortex. L'estimation de ces pertes est donnée à partir d'une formule analytique qui n'est vraie que pour des cas particuliers. Les hypothèses prises pour ce calcul sont les suivantes :

- L'épaisseur de la pastille est considérée infinie.
- La pénétration des courants harmoniques est incomplète. C'est-à-dire qu'ils n'atteignent pas le centre de la pastille. Sinon il n'y aurait plus de modulation de flux et la machine ne pourrait pas fonctionner.
- L'état magnétique initial des pastilles supraconductrices est négligé. En effet, le courant DC induit lors de l'alimentation de la bobine supraconductrice n'est pas pris en compte dans la formule.

Les résultats de ce calcul ne permettront pas de conclure sur une valeur précise des pertes AC mais plutôt sur l'ordre de grandeur de ces pertes. Une estimation numérique sera donnée par la suite. Avec ces hypothèses, les pertes volumiques sont données par [DOU01] :

$$P_v = 2f\,\frac{{B_{\max}}^2}{\mu_0}\left(\frac{2\beta}{3}-\frac{\beta^2}{3}\right) \tag{2-18}$$

En posant β :

$$\beta = \frac{B_{\max}}{B_p} \tag{2-19}$$

Où B_{max} est l'amplitude maximale du champ appliqué et B_p le champ de pénétration de la pastille.

Application à une machine électrique :

L'environnement magnétique d'une machine électrique est très complexe car on y retrouve une multitude d'harmonique de champ magnétique. Dans cette étude, nous allons approximer ce qui se passe dans un entrefer de machine électrique avec l'expression (2-18). Pour cela, il faut identifier qu'elle est :

- L'amplitude du champ harmonique B_{max}

Il a été démontré que les pertes par hystérésis ne dépendaient pas de la forme du champ harmonique mais uniquement de son amplitude maximale. Donc B_{max} s'obtient en faisant la norme de tous les harmoniques de rang m à l'exception du fondamental. Pour l'étude, on se limite à *M* harmoniques.

$$B_{\max} = \sqrt{\sum_{m=2}^{M} {B_m}^2} \tag{2-20}$$

- La fréquence

La fréquence considérée dans l'expression (2-19) est celle de l'harmonique dont l'amplitude est la plus importante. On parlera par la suite de fréquence polluante pour la désigner.

- Le champ de pénétration B_p

Pour une densité de courant critique constante, le champ de pénétration dépend uniquement du rayon de la pastille. Cette dimension varie en fonction de la polarité de la machine.

Afin de localiser le rang de l'harmonique polluant, une analyse fréquentielle de l'induction axiale est réalisée pour chaque type d'induit et différentes polarités afin de localiser le rang de l'harmonique

polluant. La section des bobines est adaptée suivant la polarité pour conserver une densité de courant superficielle de **25 kA/m**.

Le *Tableau VI* indique le rang de l'harmonique polluant mais également le champ harmonique B_{max}, qui est obtenu sur les 50 premiers harmoniques. Le spectre harmonique d'un bobinage distribué et concentrique à 10 pôles est représenté sur la *Figure 2.22*. Les résultats ont été obtenus avec le logiciel par éléments finis *COMSOL Multiphysics®*. Sur cette figure, on peut constater que l'harmonique polluant est le 25 dans le cas d'un bobinage distribué et le 7 pour un bobinage concentrique.

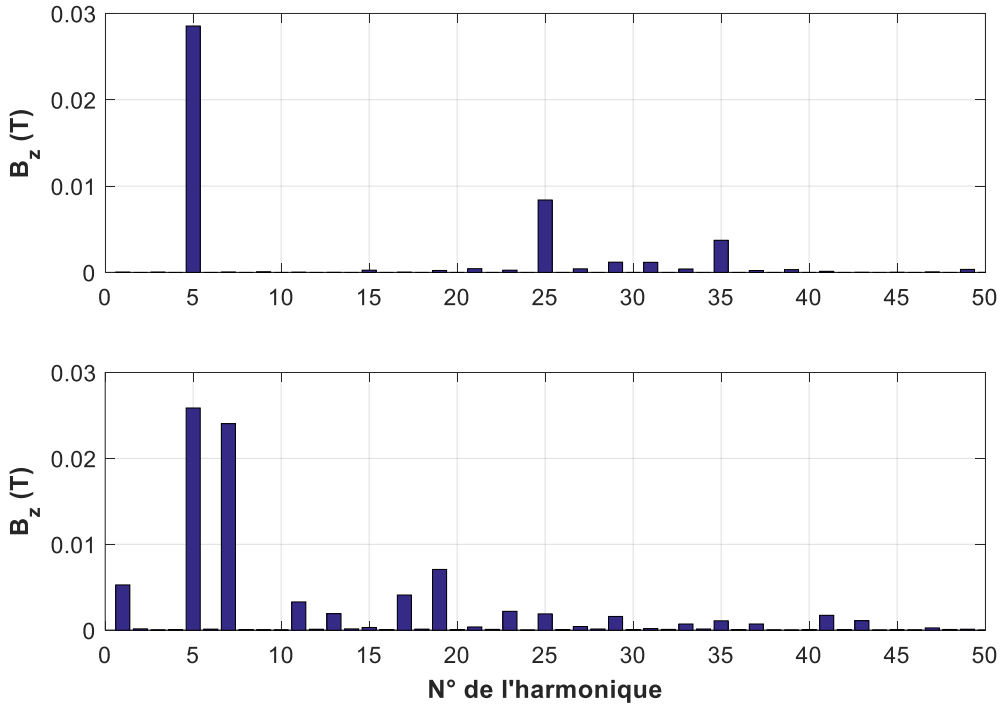


Figure 2.22 : Analyse spectrale du bobinage a) distribué b) concentrique

Tableau VI : Rang de l'harmonique « le plus polluant »

	Polarité	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**
Bobinage distribué	Rang	20	25	30	35	40
	B_{max} (T)	0,0063	0,0051	0,0042	0,0036	0,0031
Bobinage concentrique	Rang	5	7	3	5	4
	B_{max} (T)	0,026	0,025	0,03	0,027	0,026

Ensuite, la fréquence relative de l'harmonique polluant de rang *n* par rapport au rotor est recherchée. La valeur de *n* est donnée par le *Tableau VI* suivant la configuration de l'induit. En partant

de la définition d'un champ tournant, l'induction magnétique des harmoniques est écrite dans le repère statorique (fixe) par :

$$B_n = B_{\max} \sin\left(n\theta_s - \omega t\right) \tag{2-21}$$

Où B_{max} est la valeur maximale du champ harmonique, Θ_s est un angle dans le repère statorique et ω est la pulsation des courants de l'induit. La polarité p n'est pas introduite dans l'expression (2-20) afin d'étudier les sous-harmoniques présent dans un bobinage concentrique.

Avec l'expression (2-21), on en déduit la vitesse de l'harmonique polluant Ω_{sn} :

$$\Omega_{sn} = \frac{\omega}{\mathrm{sgn}(n) \times n} \tag{2-22}$$

Où la fonction *sgn* vaut soit -1 ou +1 en fonction du sens de rotation par rapport au fondamental ($n=p$). La fonction *sgn* peut être généralisé pour une machine triphasée par :

$$\begin{gathered} \text{Si } (1+n) \text{ est multiple de } 3 \text{ alors } sgn(n) = -1 \\ \text{Si } (1-n) \text{ est multiple de } 3 \text{ ou } n = 1 \text{ alors } sgn(n) = 1 \end{gathered} \tag{2-23}$$

Le rotor tourne à une vitesse de synchronisme Ω. La différence de vitesse entre Ω et Ω_{sn} (2-22) est la cause des pertes par courants de Foucault. Pour calculer cette vitesse différentielle Ω_{rn}, on doit se placer dans le repère rotorique.

$$\theta_r = \theta_s - \Omega t \tag{2-24}$$

Donc

$$\Omega_{rn} = \frac{\omega}{\mathrm{sgn}(n) \times n} - \Omega \tag{2-25}$$

La relation entre la vitesse et la pulsation électrique d'une machine synchrone nous donne :

$$\Omega = \frac{\omega}{p} \tag{2-26}$$

En intégrant (2-26) dans (2-25), on obtient la fréquence relative des harmoniques f_{rn} vu par le rotor :

$$f_{rn} = \frac{n\Omega_{rn}}{2\pi} = f\left|\mathrm{sgn}(n) - \frac{n}{p}\right| \tag{2-27}$$

Ainsi la fréquence relative associée à l'harmonique polluant est reporté dans le *Tableau VII* en utilisant l'expression (2-27).

Tableau VII : Fréquence relative de l'harmonique polluant

Polarité	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**
Fréquence des courants en Hz	333	416	500	583	667
Fréquence (distribué) en Hz	**2000**	**2500**	**3000**	**3500**	**4000**
Fréquence (concentrique) en Hz	**750**	**1000**	**750**	**1000**	**1000**

Enfin, le champ de pénétration B_p est obtenu avec le modèle de Bean (voir *Chapitre I*):

$$B_p = \mu_0 J_c R \tag{2-28}$$

L'ouverture d'un pôle est donnée par la grandeur α que l'on a précédemment pris égal à 67 %. Le rayon des pastilles est simplement calculé avec la relation :

$$R_1 = \frac{\alpha\pi}{p} R_m \tag{2-29}$$

En conservant le même centre des pastilles $r = R_m$ et une densité de courant critique J_c de 1000 A/mm², le rayon et le champ de pénétration des pastilles sont calculés avec (2-28) en fonction de la polarité et indiqués dans le *Tableau VIII*.

Tableau VIII : Rayon et champ de pénétration en fonction de la polarité

Polarité	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**
Rayon de la pastille R_1 (m)	0,063	0,051	0,042	0,036	0,031
Champ de pénétration B_p (T)	79	63	52	45	32

L'amplitude du champ harmonique, la fréquence et le champ de pénétration ont été obtenus. L'expression (2-18) peut maintenant être utilisée pour calculer les pertes volumiques dans une pastille. Le résultat est ensuite multiplié par le nombre d'écrans, soit p, et le volume d'un écran $V_{écran}$. Les pertes par hystérésis P_t sont données par :

$$P_t = pP_v V_{écran} \tag{2-30}$$

Les résultats de (2-30) apparaissent dans le *Tableau IX* pour une épaisseur des pastilles de 1 cm.

Tableau IX : Evaluation des pertes dans les pastilles

Polarité	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**
Pertes (distribué) en W	0,007	0,005	0,003	0,002	0,002
Pertes (concentrique) en W	0,177	0,215	0,275	0,264	0,281

Cette première étude montre que les pertes AC restent faibles peu importe le type de bobinage de l'induit ou sa polarité. Car même si les fréquences relatives sont élevées, le champ harmonique crée par un induit sans la présence d'une culasse ferromagnétique est quant à lui très faible. (*Tableau VI*)

Comme le choix du type d'induit n'est pas contraint par les pertes AC dans les pastilles, nous allons choisir le plus léger. Il s'agit évidemment du bobinage concentrique de par le raccourcissement des têtes de bobines. Pour donner un exemple, le poids des deux bobinages de la *Figure 2.21* est calculé

en considérant un coefficient de remplissage de 70 %. Une réduction de 45 % sur la masse est obtenus entre une topologie distribuée (*3,02 kg*) et concentrique (*2,08 kg*).

2.5.3. Le rotor

A l'instar des machines électriques axiales conventionnelles, plusieurs choix existent sur le nombre ou la position du/des rotor(s) de la machine supraconductrice. Nous verrons cependant que le comportement est différent d'une machine axiale à aimants permanents à cause de la topologie particulière de l'inducteur.

L'ensemble de ces choix seront étudiés numériquement à l'aide d'un logiciel de résolution par éléments finis. Nous regarderons la modulation de flux et le couple générés pour chaque configuration d'inducteur supraconducteur. Les résultats seront donnés dans un tableau afin de sélectionner la topologie ayant la meilleure densité de puissance. Le cahier des charges de la machine est rappelé dans le *Tableau X*.

Afin de réduire, le temps de calcul nous faisons l'hypothèse que les supraconducteurs ont un comportement diamagnétique parfait ($\mu = 0$). Cette simplification est particulièrement vraie quand la longueur de pénétration du champ magnétique dans l'écran supraconducteur reste faible par rapport à ses dimensions. Cependant pour mener à bien le dimensionnement d'une machine supraconductrice à modulation de flux, le comportement réel des supraconducteurs doit être pris en compte et fera l'objet d'une partie du prochain chapitre.

L'ensemble des topologies de rotor seront dans un premier temps simulé avec une simple culasse ferromagnétique. L'intérêt de cette culasse (dentée ou non) au niveau de l'induit sera discuté plus tard.

Tableau X : Cahier des charges du prototype

Puissance (kW)	50	
Vitesse (tr/min)	5000	
Température de fonctionnement (K)	30	
Densité de courant dans l'induit (A/mm²)	Liquide : 10 [PYR13]	Air : 5 [PYR13]

- **<u>La machine à un rotor et un induit (I)</u>**

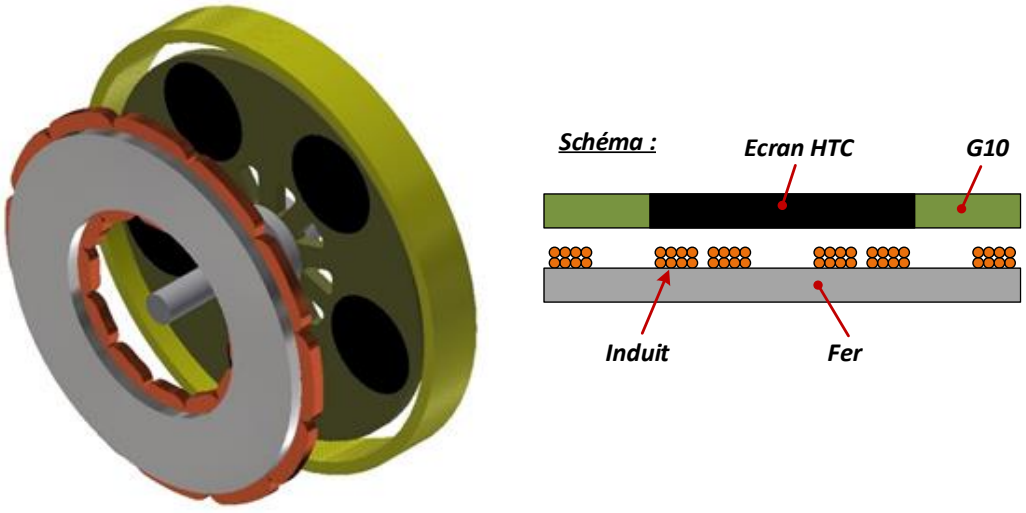


Figure 2.22 : Machine supraconductrice à un induit et un rotor

La topologie à un seul rotor et induit est représentée sur la *Figure 2.22*. Il s'agit de la même structure que celle présentée sur la *Figure 2.5* sauf qu'un induit a été retiré. Elle présente donc de moins bonne performance en termes de puissance massique, car la conversion électromagnétique n'est faite que d'un côté.

Néanmoins, la structure peut présenter des avantages dans certaines applications, comme la machine présentée sur la *Figure 2.23* [DOL15]. Il s'agit d'une machine supraconductrice dont l'inducteur est réalisé avec quatre bobines supraconductrices rondes alors que l'induit est composé de six bobines en cuivre. En lieu et place, d'un potentiel second induit un accouplement magnétique est ajouté. La transmission du couple peut donc se faire sans contact. Ainsi les pertes thermiques dues aux « torque tube » (lien mécanique entre la partie cryogénique et la partie extérieur) sont ainsi totalement supprimées, ce qui peut être un avantage pour une machine supraconductrice en vue de réduire les pertes thermiques et ainsi le poids du système de refroidissement.

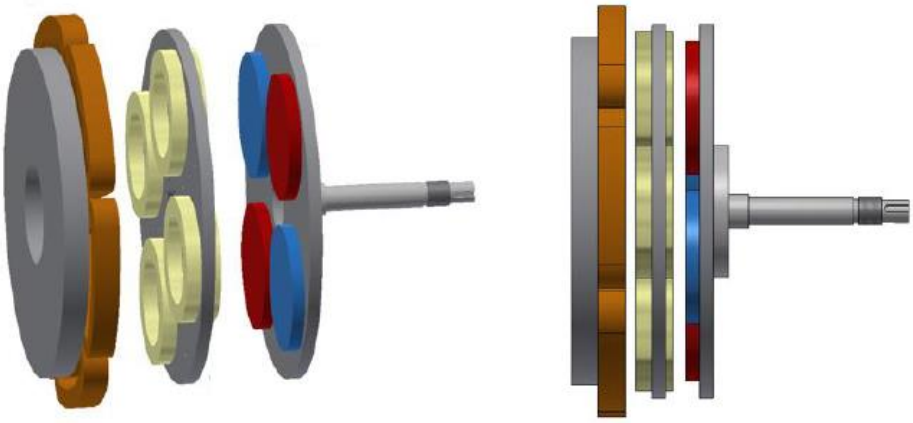


Figure 2.23 : Machine axiale avec un accouplement magnétique [DOL15]

- **<u>La machine à un rotor et deux induits (II)</u>**

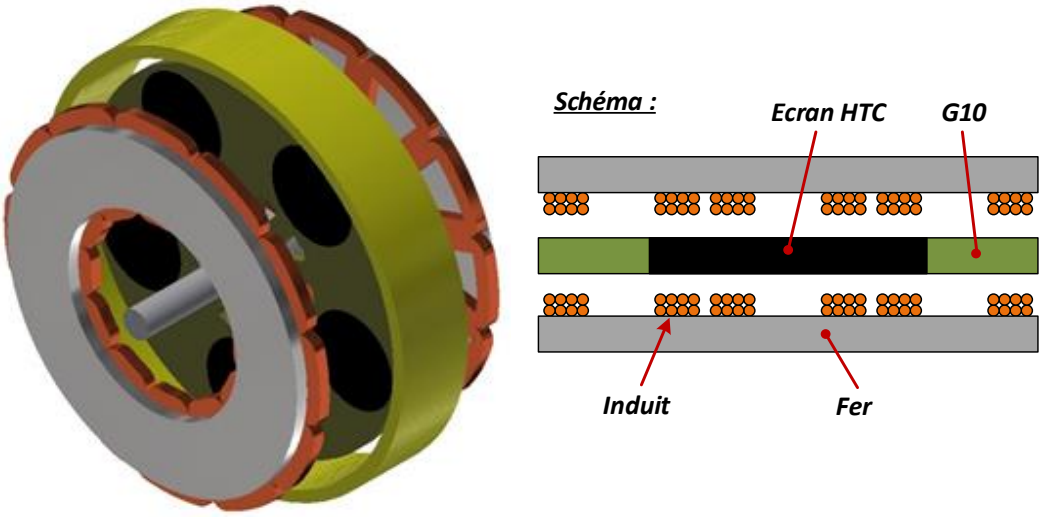


Figure 2.24 : Machine supraconductrice à un rotor et deux induits

La machine avec un rotor est représentée sur la *Figure 2.24*. Cette machine est dite à double induit car le système de bobinage triphasé est situé de chaque côté du rotor. Par rapport à la structure précédente et en conservant la même masse de bobine en cuivre, la puissance massique est augmentée. L'épaisseur des bobines étant deux fois moindre, les spires sont situées plus près des pastilles où la modulation est importante.

Si les stators sont connectés en parallèles, la machine présente une continuité de fonctionnement à la moitié de la puissance si un des induits est défaillant. De plus, le refroidissement de l'induit est simple car le bobinage est accessible. Enfin, si la machine est fabriquée parfaitement symétrique, le rotor ne subit pas de force axiale. Par contre, les efforts axiaux se répercutent sur les induits qui sont plus faciles à contrer par des supports en dehors de l'entrefer.

- **La machine à deux rotors et un induit (III)**

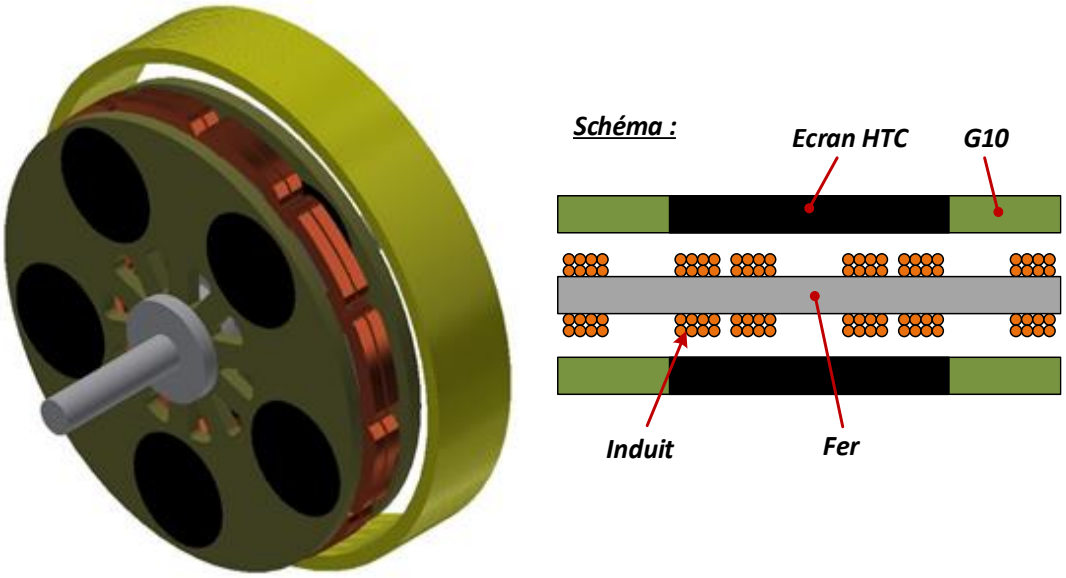


Figure 2.25 : Machine supraconductrice à double rotor

La machine avec deux roues d'écrans et un seul induit est présentée sur la *Figure 2.25*. Le système de bobinage triphasé est maintenant situé au cœur de la machine. L'avantage de cette topologie est cette fois-ci d'avoir un meilleur confinement des bobines de l'induit par les pastilles supraconductrices, cela à pour effet d'augmenter la modulation du flux magnétique et donc le couple.

Cependant ce confinement rend l'extraction des calories du cuivre plus difficile. Comme un refroidissement liquide est compliqué (mais pas impossible), l'étude de cette topologie est faite avec un refroidissement à air. La densité de courant dans le cuivre sera donc limitée à *5 A/mm²*.

Comparaison de la distribution magnétique entre la structure (II) et (III) :

La distribution magnétique suivant que l'on ait un ou deux rotor(s) est montrée sur les *Figures 2.26a et b* pour un plan cylindrique indiqué sur les *Figures 2.26c et d*. Pour le point d'observation, nous reprenons les hypothèses précédentes sur l'épaisseur de l'entrefer électromagnétique de *3 mm* et une épaisseur de l'induit de *20 mm*. La modulation du flux sera observée au milieu des spires de l'induit soit à *13 mm* des écrans supraconducteurs.

La *Figure 2.26a* correspond à une machine à double induits, ces derniers sont placés de part et d'autre de l'écran. On constate que l'induction qui était nulle au niveau de l'écran, est dans la fourchette *[0,28 ; 0,46] T* à *13 mm* de celui-ci.

La *Figure 2.26b* représente, quant à elle, la machine à double rotor où l'induit est inséré entre les deux pastilles HTC. L'induction est également nulle proche des pastilles. Cependant après un éloignement de *13 mm*, l'induction est dans la fourchette [0 ; 0,26] T. Cela confirme ce qui a été dit précédemment concernant l'effet positif d'un meilleur confinement avec deux roues d'écrans car une modulation de flux plus importante augmente la puissance de la machine.

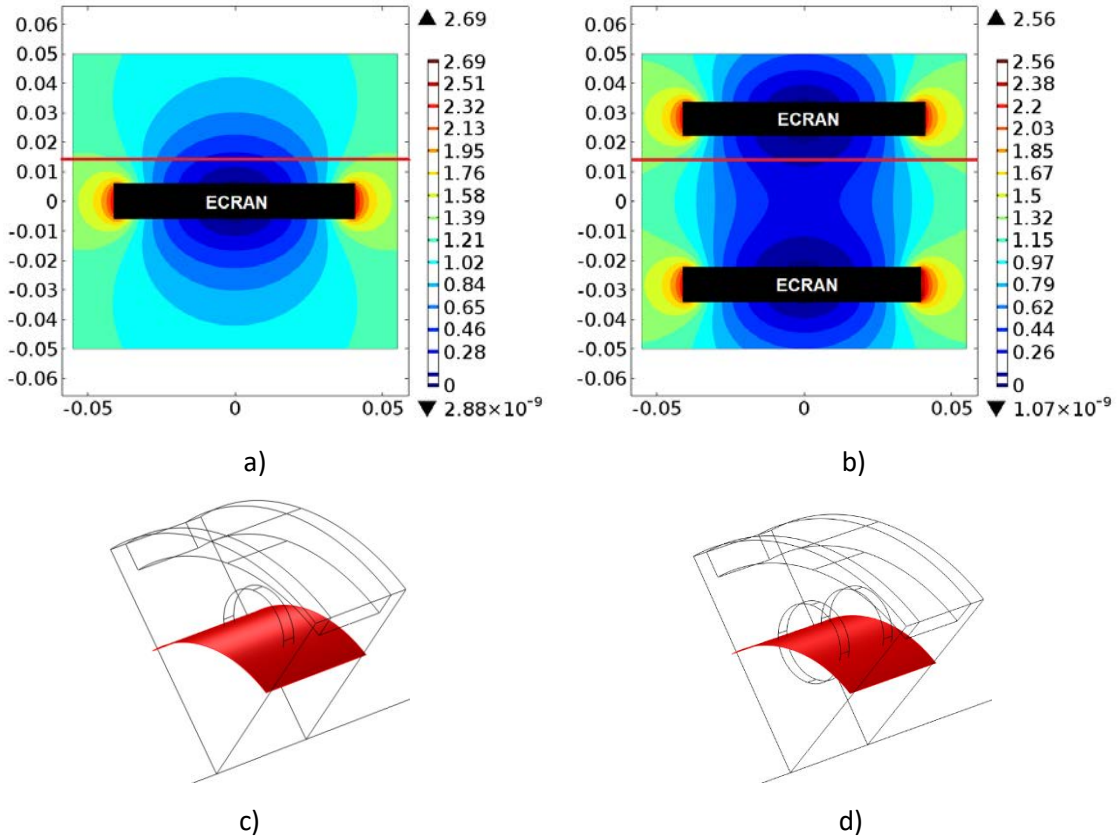


Figure 2.26 : Contour à iso-induction pour a) un écran b) deux écrans avec leurs plans de coupe c) et d)

Une autre comparaison est menée toujours au niveau du rayon moyen sur l'affaiblissement de la modulation du flux entre les premières spires à *3 mm* des écrans et les dernières situées à plus de *23 mm*. La *Figure 2.27* montre les résultats obtenus sur la composante axiale de l'induction magnétique B_z qui est génératrice du couple électromagnétique. L'électro-aimant a été dimensionné pour crée une induction axiale en $r = R_m$ de *1,3 T* (sans les pastilles). Sur la *Figure 2.27*, on constate que l'induction maximale est augmentée à *1,45 T* pour les spires les plus proches des pastilles. En effet, le flux stoppé par l'écran est concentré sur ces frontières, ce qui a pour effet d'augmenter l'induction. Pour les spires le plus éloignées, ce phénomène disparait et on retrouve, pour rappel, la valeur sans pastille de *1,3 T*.

La *Figure 2.27a* représente la modulation du flux vu par les spires de l'induit les plus proches des écrans. On remarque qu'à cette distance la variation du champ magnétique est similaire peu importe le nombre de rotor. Les valeurs extrêmes (maximum et minimum) de la modulation avec deux rotors sont toutefois réduites. Cela s'explique par la présence de la deuxième pastille qui décroit le champ total vu par la première.

Pour observer une amélioration de la modulation avec l'utilisation d'un deuxième rotor, il faut regarder la *Figure 2.27b*. En effet, la variation de l'induction magnétique décroit plus faiblement avec la structure à deux rotors. A cet endroit, les harmoniques contenus dans le champ magnétique ont été naturellement filtré par l'entrefer et on retrouve une allure presque sinusoïdale.

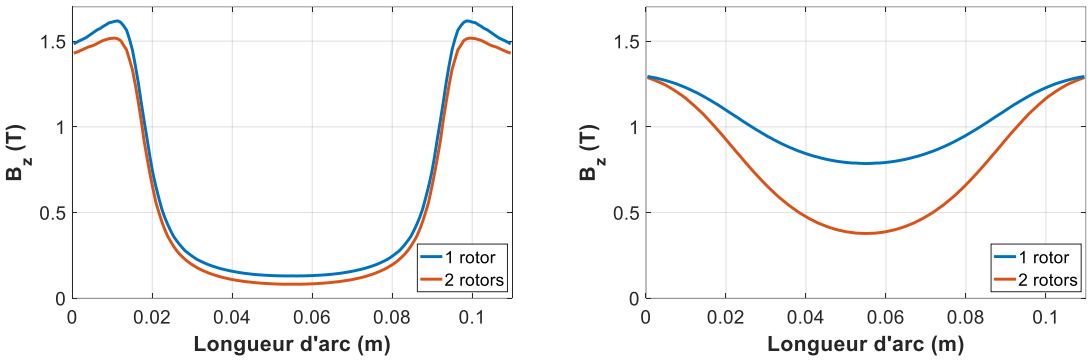


Figure 2.27 : Modulation du flux sur les spires a) les plus proches b) les plus éloignées

On a pu voir que la variation moyenne de l'induction sur les spires de l'induit est plus grande avec une structure à double rotor. Ce qui amène à conclure que le couple et la puissance sont également plus important avec cette topologie, à condition qu'un refroidissement liquide puisse être mis en œuvre afin d'avoir la même densité de courant dans le cuivre.

Concernant la puissance massique, l'ajout d'une roue d'écran double la masse du rotor si le volume des écrans est conservé. Or l'épaisseur des pastilles peut être divisée par deux pour la structure à double rotor. Cette opération augmente la pénétration du courant induit dans la pastille et dégrade la qualité de la modulation. Toutefois, à ces niveaux de champ magnétique la pénétration reste faible et la dégradation de la modulation de flux est minime. On peut donc considérer qu'entre ces deux structures la masse est équivalente.

- **La machine à « stack » (IV)**

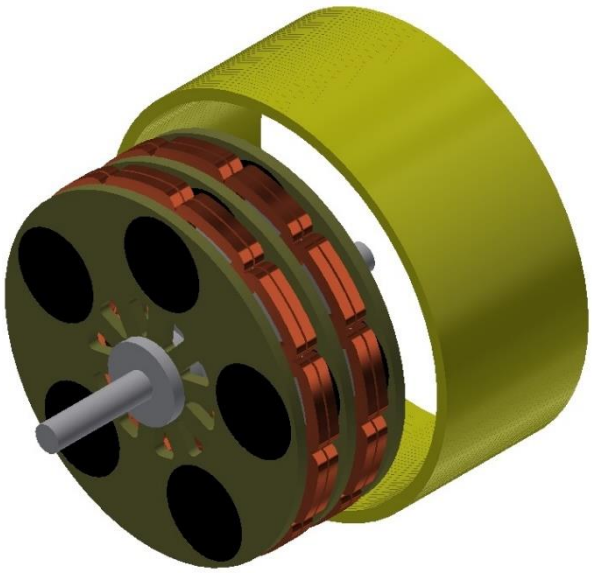


Figure 2.28 : Machine supraconductrice à stack

La topologie consiste en une succession de roue de pastilles supraconductrices et d'induit en cuivre avec un électro-aimant supraconducteur qui englobe cette alternance. La machine est illustrée sur la *Figure 2.28* avec une configuration de 3 rotors et 2 induits.

Dans sa configuration partiellement supraconductrice (inducteur supraconducteur mais induit en cuivre), la difficulté réside dans la fabrication de cette machine. L'alternance de domaine à température « ambiante » et cryogénique plus le confinement des induits sont complexes à mettre en œuvre. C'est pourquoi, une machine totalement supraconductrice se prêtera mieux à cette topologie. Dans ce cas, le refroidissement peut être commun au rotor et au stator, tandis que la séparation des domaines par les cryostats est supprimée.

Cette configuration pourrait également être une solution pour les machines à très forte puissance où l'augmentation du rayon du rotor entraine des problèmes mécaniques (effet de flèche, force centrifuge, …).

Dans une machine électrique axiale standard, l'ajout d'un « stack » double la puissance mais également la masse. Au final, la puissance massique reste à peu de chose près équivalente. Or avec la machine supraconductrice à modulation de flux, la longueur de la bobine HTC augmente pour chaque ajout de « stack ». Nous allons voir en quoi le comportement est modifié en fonction des empilements.

D'une façon analogue à un aimant permanent d'épaisseur finie, un solénoïde de longueur finie possède un champ démagnétisant H_d, voir la *Figure 2.29*. L'induction magnétique crée par ce solénoïde parcouru par une densité de courant *J* peut se résoudre par une approche ampérienne (courants) ou coulombienne (charges magnétiques équivalentes). Ces charges magnétiques sont surfaciques et s'écrivent [DUR68]:

$$\sigma_s(r) = \begin{cases} \mu_0 J(R_{11} - R_3) & 0 < r < R_3 \\ \mu_0 J(R_{11} - r) & \mathrm{R}_3 < r < R_{11} \\ 0 & r > R_{11} \end{cases} \tag{2-31}$$

Le champ démagnétisant est typiquement coulombien. Pour une distribution de charges réparties sur une surface $\sum$, le champ H_d est donné en un point *M* par :

$$H_d(M) = \iint_{\Sigma} \frac{\sigma_s}{4\pi\varepsilon_0 PM} d^2S \tag{2-32}$$

Où *P* est un point sur la surface $\sum$.

En l'absence de source de champ magnétique extérieur, le vecteur champ magnétique ***H*** totale s'écrit simplement par :

$$\mathbf{H} = \mathbf{H_d} \tag{2-33}$$

Enfin, l'expression du vecteur de l'induction ***B*** est :

$$\mathbf{B} = \mu_0(\mathbf{H} + \mathbf{M}) = \mu_0(\mathbf{H_d} + \mathbf{M}) \tag{2-34}$$

Vectoriellement $\boldsymbol{H_d}$ est opposé à la magnétisation ***M*** du solénoïde, ce qui explique le caractère démagnétisant. En augmentant la longueur de la bobine supraconductrice, la distance *PM* de l'expression (2-32) grandit et diminue le champ démagnétisant. Ainsi au vu de l'expression (2-34), l'induction totale augmente et donc l'ensemble couple/puissance de la machine également.

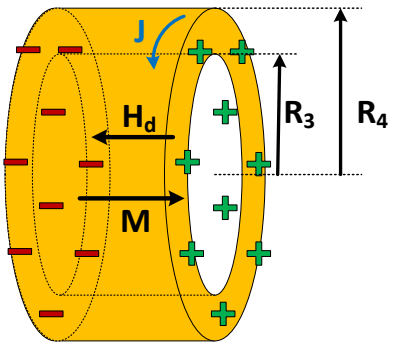


Figure 2.29 : Le champ démagnétisant d'un solénoïde

L'augmentation de l'induction en *z = 0* et *r = R_m* est tracée sur la *Figure 2.30* en fonction de la longueur de l'électro-aimant supraconducteur. Il faut également faire attention à recalculer le courant critique de la bobine HTC pour chaque nouvelle géométrie. On introduit un coefficient *k.*

$$k = \frac{\Delta B_{zN}}{\Delta B_{z1}} \tag{2-35}$$

Où ΔB_{z1} est l'induction axiale avec un seul rotor et ΔB_{zN} l'induction axiale avec *N* rotors. Pour une configuration à *3* rotors, le coefficient *k* vaut *1,93*.

Une courbe de tendance de *k* est donnée pour dimensionner de plus large empilement.

$$k = -3{,}871 \times \left(N\right)^{-0{,}2502} + 4.845 \tag{2-36}$$

Où *N* est le nombre d'empilement. Ainsi pour *N = 3* « stacks », *k* vaut 2 donc la puissance massique est doublée et pour *N = 9* « stacks » la puissance massique est théoriquement multiplié par 2,6.

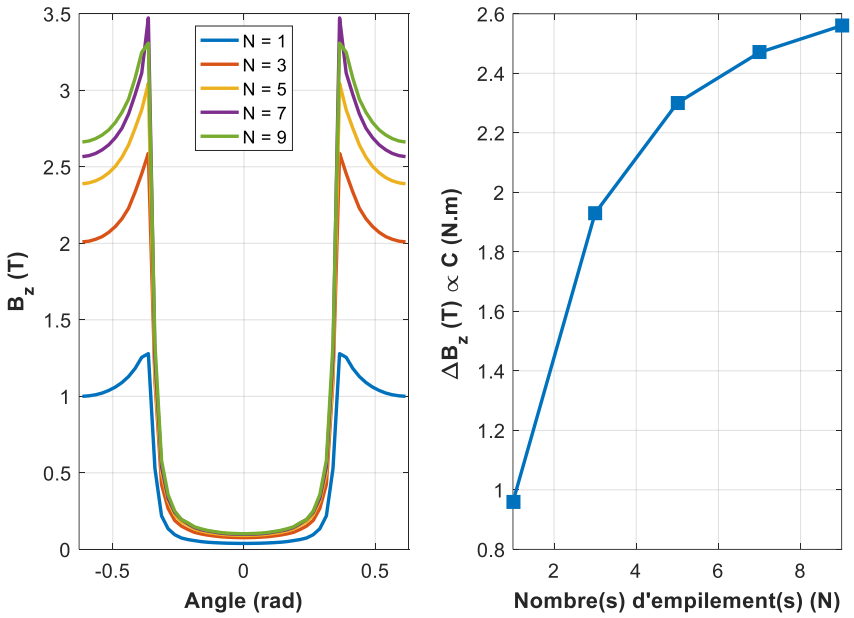


Figure 2.30 : Evolution de l'induction avec la longueur de la bobine

- **La machine à plots ferromagnétiques (V)**

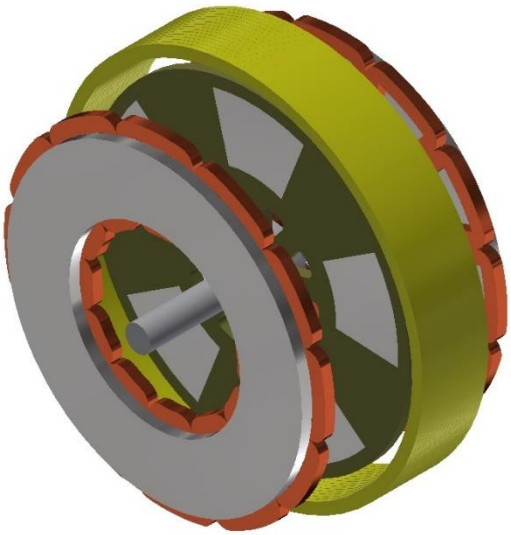


Figure 2.31 : Machine à plots ferromagnétiques

Bien que la tendance pour atteindre de fortes densités de puissance soit dans la réduction des parties ferromagnétiques, la structure illustrée sur la *Figure 2.31* pourrait néanmoins être avantageuse. Les pastilles supraconductrices sont remplacées par des plots ferromagnétiques. Ces plots offrent une réluctance différente de celle l'air favorisant le passage du flux. La modulation est ainsi réalisée avec de simples pièces ferromagnétiques, ce principe est utilisé dans les boîtes de vitesse magnétique. Bien souvent, le flux produit par la bobine supraconductrice est suffisant pour saturer le fer, les plots sont ainsi magnétisés (tant que la bobine est alimentée).

Cette structure a déjà été étudiés au laboratoire du GREEN dans sa forme axiale [REZ87] et radiale [SMA18]. L'énorme avantage est d'avoir un rotor non-cryogénique, l'unique partie supraconductrice est une bobine fixe qui ne présente aucun problème de réalisation. L'entrefer peut être réduit à des valeur commune aux machines électriques standard. Cependant la variation du flux magnétique dépend fortement des propriétés du matériau ferromagnétique qui est limités à *2 T* pour du fer pur [KAL04]. La magnétisation étant unidirectionnelle (bobine supraconductrice), elle crée une distribution de l'induction prenant comme valeur soit $+B_{max}$ derrière un plot soit $+B_{min}$ entre les plots. Les deux valeurs sont positives, donc l'amplitude maximale que l'on peut espérer avec du fer ne peut être qu'inférieure à *1 T*.

La modulation de flux en utilisant des plots ferromagnétiques est montrée sur la *Figure 2.32* au niveau des premières spires de l'induit. L'utilisation d'écrans supraconducteurs augmente par 5 la variation de l'induction magnétique à épaisseur équivalente, soit *10 mm*. Pour cette valeur d'épaisseur, l'induction due à la concentration du flux magnétique derrière un plot ferromagnétique atteint *1,5 T*. Cette valeur est identique à la compression des lignes de flux entre les écrans HTC.

Pour augmenter la variation de l'induction ΔB avec des plots ferromagnétiques il suffit d'augmenter leurs épaisseurs. La *Figure 2.32* montre qu'avec un plot d'une épaisseur de *40 mm*, ΔB est multiplié par 2,5. La *Figure 2.33* quant à elle décrit l'évolution du couple qui est multiplié par 2 quand l'épaisseur du plot passe de *10 mm* à *40 mm.* Dans les deux cas, on remarque une atténuation des performances qui est due à la saturation du fer. Il existe donc une limite sur le volume de fer à utiliser afin d'avoir les meilleures performances.

Bien évidemment, les résultats de simulation dépendent du type de fer choisi. Dans cette étude, nous avons choisi un alliage de fer et de silicium (3 %) dont la saturation apparait à *1,6 T*. D'autres

alliages plus performant à base de fer et cobalt, dont la saturation est proche de *2 T*, amélioreront légèrement les performances de l'inducteur mais resteront toujours très inférieures à une technologie supraconductrice.

Enfin en termes de masse, la densité volumique d'un massif YBCO est plus faible (5900 $kg.m^{-3}$) que celle du fer (7800 $kg.m^{-3}$). La solution d'un rotor supraconducteur est ainsi celle à adopter pour des machines à fortes puissances massiques.

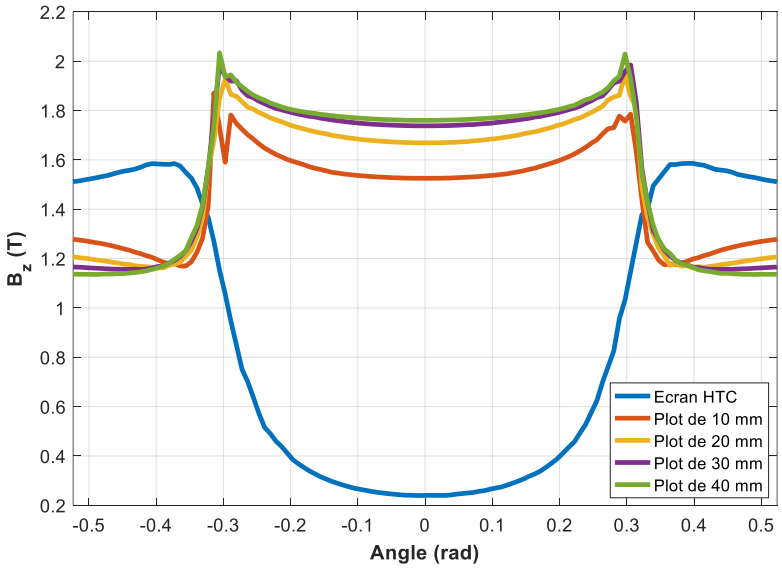


Figure 2.32 : Comparaison entre une modulation de flux par écrans supraconducteurs et par plots ferromagnétiques

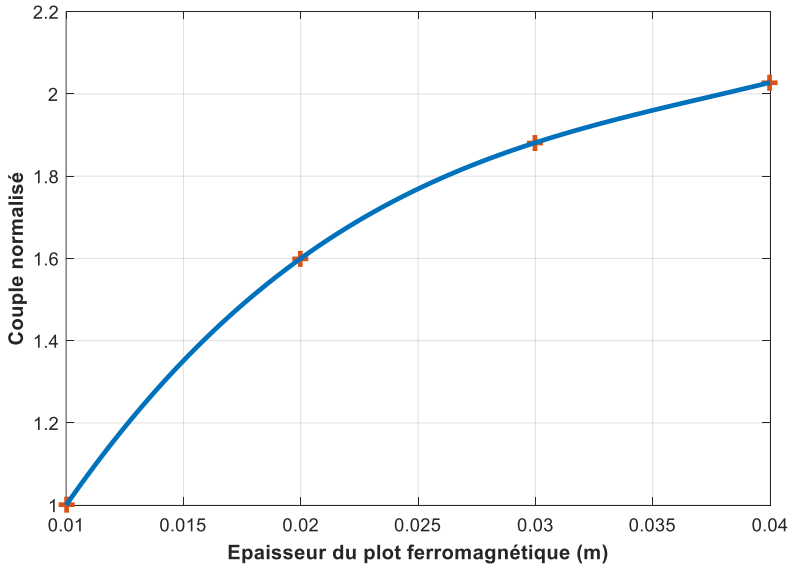


Figure 2.33 : Evolution du couple normalisé avec l'épaisseur des plots ferromagnétiques

- **La machine combinant les pastilles supraconductrices et les plots ferromagnétiques (VI)**

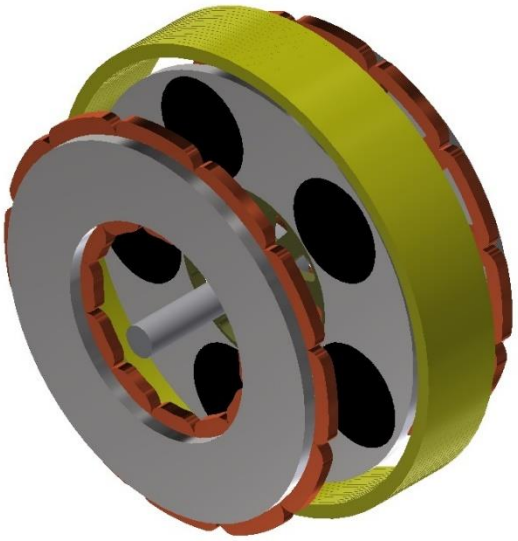


Figure 2.34 : Machine supraconductrice avec du fer et des pastilles supraconductrices

La machine, montrée sur la *Figure 2.34*, agence alternativement des matériaux ferromagnétiques et des pastilles supraconductrices. L'avantage est d'augmenter la valeur du champ magnétique entre les écrans en insérant un matériau à faible réluctance.

La contribution du fer est nettement visible sur la *Figure 2.35* où l'induction est accrue d'environ 6 % entre les pastilles. Pour cette simulation, l'alliage de fer et de silicium (3 %) est conservé (B_{sat} *= 1,6T*).

L'augmentation de l'induction accroit le couple. Cependant l'ajout du fer est toujours pénalisant en termes de masse. La puissance massique de cette machine sera évaluée par la suite.

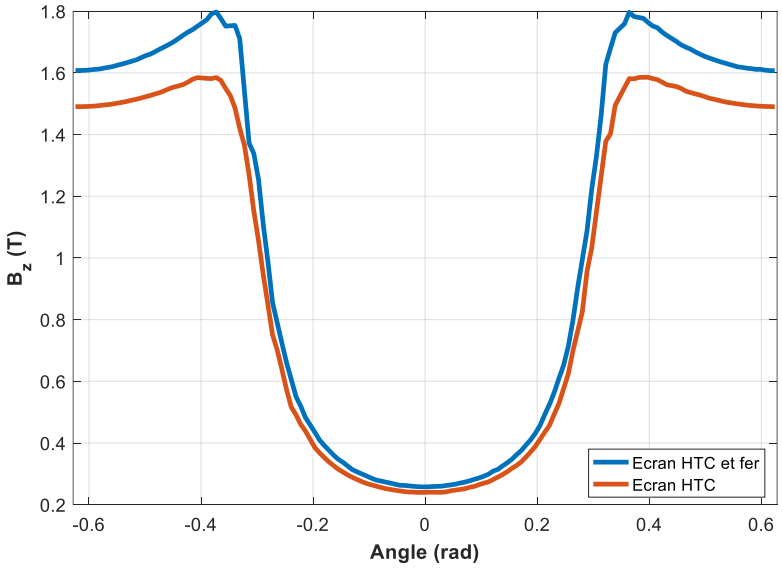


Figure 2.35 : Modulation de flux avec l'utilisation de fer et d'écran

- **La machine avec écran creux ou bobine HTC court-circuité (VII)**

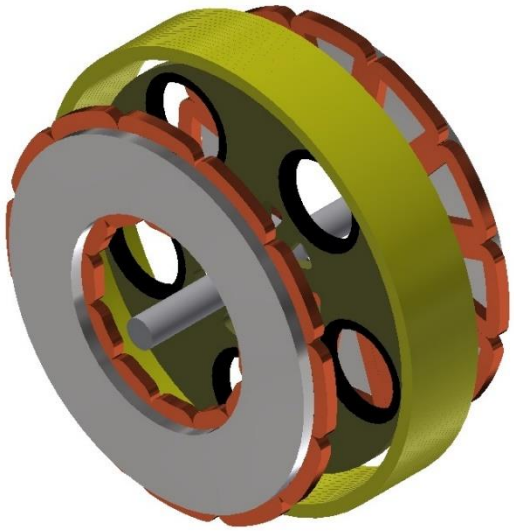


Figure 2.36 : Machine à pastille creuse ou bobine court-circuité

Enfin, la dernière configuration concerne une modification des écrans supraconducteurs. Comme la majorité du courant induit se développe sur une fine longueur de pénétration à partir de la surface extérieure de la pastille, on se propose de supprimer la partie intérieure de l'écran. C'est ce qui est illustré sur la *Figure 2.36*, où les écrans supraconducteurs peuvent soit être des massifs creux ou des enroulements de rubans HTC court-circuités.

Le principal avantage de cette configuration est la réduction de la masse des écrans. Cet avantage est parfaitement adapté pour les machines à haute vitesse où le dimensionnement mécanique dépend des efforts centrifuges. Ces derniers sont proportionnels à la masse de l'objet en rotation.

Le nouvel écran est défini par son rayon intérieur R_{creux} et extérieur R_1, comme l'illustre la Figure 2.37 pour un cas 2D. Sur cette même figure, on retrouve la répartition typique de la densité de courant dans une pastille supraconductrice pleine, simulée à l'aide d'un logiciel de résolution par élément finis. Pour cette image, nous avons pris pour la pastille supraconductrice une densité de courant critique de *1000 A/mm²* et un champ appliqué de *3 T* (afin de rendre la pénétration du courant plus visible). Le courant pénètre sur une longueur de pénétration L_p.

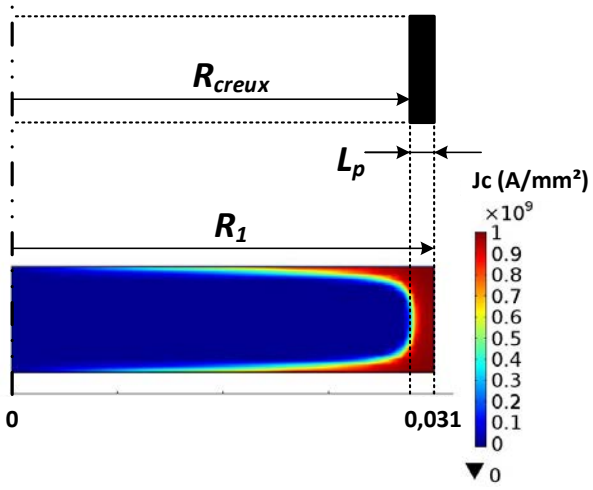


Figure 2.37 : Nouvelle pastille proposée et répartition de la densité de courant dans un écran plein

L'influence du rayon intérieur de la pastille est étudiée sur la *Figure 2.38*. La variation de l'induction est plus faible quand le creux de la pastille augmente. Pour une pastille avec R_{creux} de *35 mm* et de *20 mm*, la variation de l'induction est respectivement *0,6* et *0,8 T*. En effet, la *Figure 2.37* montre que la pastille ne peut pas uniquement se réduire à une épaisseur L_p où circule la totalité du courant. Une partie de ce courant atteint le centre de la pastille pleine et participe à la modulation du flux magnétique.

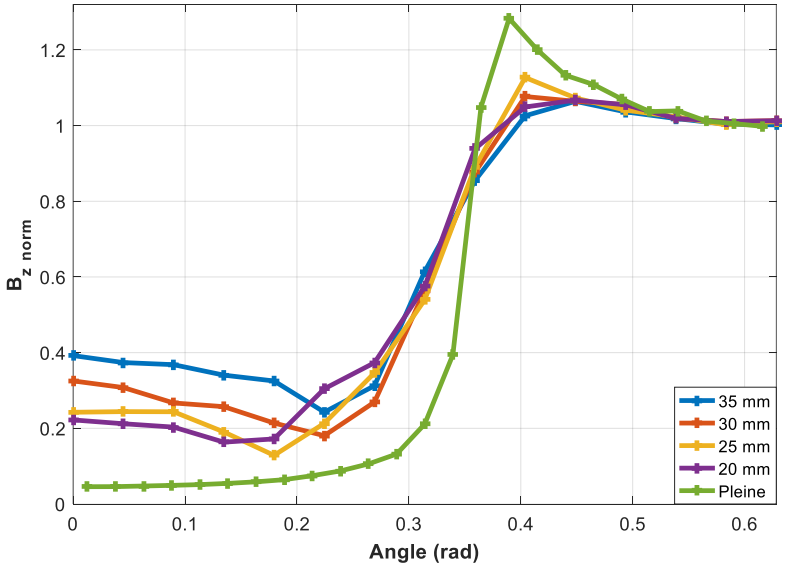


Figure 2.38 : Evolution de l'induction normalisée en fonction de R_{creux}

La *Figure 2.39* montre l'allure de la répartition du courant induit dans des pastilles creuses avec respectivement R_{creux} de 35mm et de 20mm. Le problème est 3D donc la répartition de la densité de courant n'est pas symétrique.

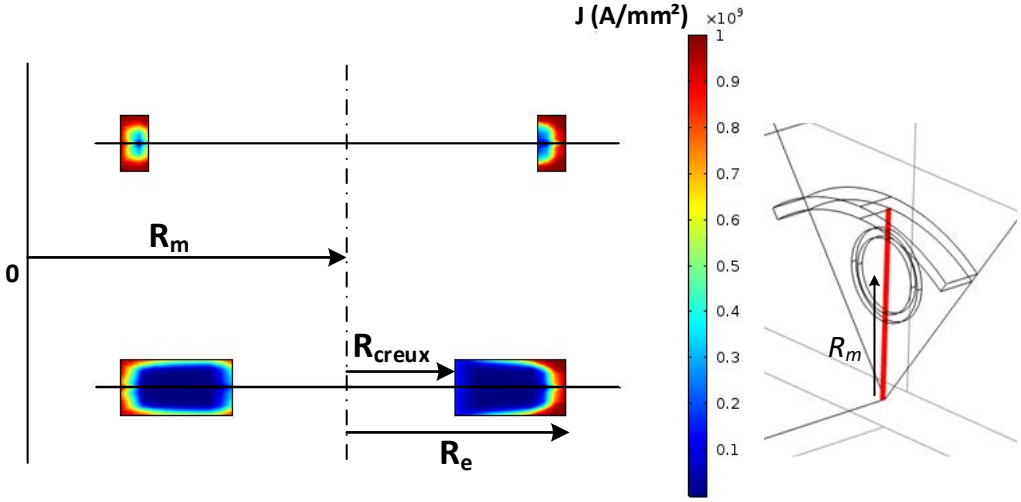


Figure 2.39 : Répartition du courant pour R_{creux} = 35 et 20 mm

Finalement, le *Tableau XI* compare toutes les configurations évoquées en termes d'amplitude de modulation, de couple électromagnétique et du couple massique, noté C_m, sur une échelle unitaire.

Pour rappel :

- La machine à un rotor et un induit (I)
- La machine à un rotor et deux induits (II)
- La machine à deux rotors et un induit (III)
- La machine à « stack » (IV)
- La machine à plots ferromagnétiques (V)
- La machine combinant les pastilles supraconductrices et les plots ferromagnétiques (VI)
- La machine avec écran creux ou bobine HTC court-circuitée (VII)

La solution (III) pourrait être performante à condition d'appréhender le problème du refroidissement liquide.

Les performances de la topologie (IV) dépendent du coefficient *k* (2-36) qui croit avec le nombre de « stack ». Cette machine n'est pas retenue dans cette étude à cause de sa complexité de fabrication.

La configuration (VI) combinant un rotor en fer et avec des écrans supraconducteurs offrent l'induction dans l'entrefer la plus élevée et donc également le couple, néanmoins la puissance massique est dégradée par l'utilisation de fer.

La puissance massique avec les écrans creux (VII) est obtenue avec $R_{creux} = 35\ mm$. Avec cette option, le poids des écrans est réduit de *70 %*. Les performances sont certes moins bonnes à *5000 tr/min* mais la réduction de masse sur le rotor pourrait permettre d'accroitre la vitesse de rotation.

Enfin aux vues des résultats de simulation, le rotor (II) est la configuration avec la meilleure puissance massique. Une machine axiale à deux induits sera donc la configuration de notre étude.

Tableau XI : Comparaison entre les différentes configurations de rotor

	(I)	(II)	(III)	(IV)	(V)	(VI)	(VII)
ΔB normalisé	0,93	0,93	0,93	*k(N)*	0,16	**1,00**	0,52
Couple normalisé	0,45	0,91	0,59	*k(N)*	0,40	**1,00**	0,67
Masse normalisé	**1,00**	1,30	1,30	*N*	1,30	1,46	1,26
C_m normalisé	0,65	**1,00**	0,64	*k(N)/N*	0,44	0,98	0,76

2.5.4. La forme des pastilles

La modulation du flux dépend directement de la forme de l'écran qui s'oppose au passage du flux. Aujourd'hui en utilisant le procédé de croissance d'un germe, les formes cylindriques ou rectangulaires sont les plus simples à concevoir. Des formes particulières peuvent être obtenues en taillant ces massifs.

L'étude va passer en revue les différentes formes afin de conclure sur celle qui est optimale. La géométrie de ces formes va dépendre de l'espace disponible pour une demi-ouverture de pôle (forme géométrique rouge) avec comme contrainte de recouvrir parfaitement cet espace au niveau du rayon moyen R_m. Sur la *Figure 2.40*, on retrouve des écrans :

- Cylindrique (*Figure 2.40a*)
- Rectangulaire (*Figure 2.40b*)
- Hexagonal (*Figure 2.40c*)
- Tuile (*Figure 2.40d*)

L'écran en forme de tuile s'adapte parfaitement à l'ouverture d'un demi-pôle, en effet il s'agit de la forme naturelle pour une machine axiale. On s'attend donc à trouver les meilleures performances avec cette forme de massifs.

La *Tableau XII* compare le couple en échelle unitaire en fonction de la forme. La puissance massique dans ce cas est quasiment proportionnelle car le changement de forme cause une différence de poids négligeable. D'autant plus que le poids des écrans est déjà faible par rapport au reste de la machine (bobine supra, induit en cuivre, …).

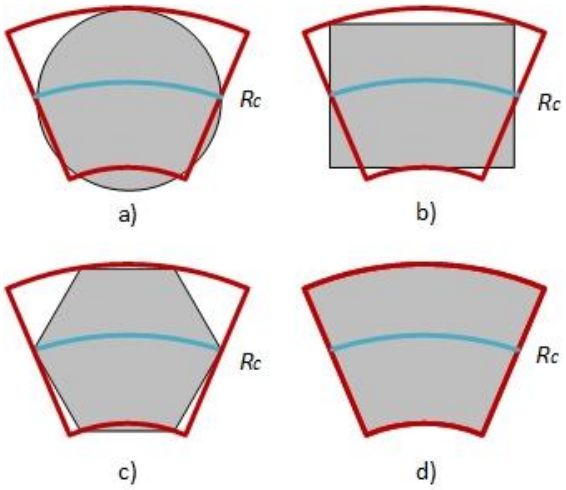


Figure 2.40 : Différentes formes de pastille supraconductrice

Tableau XII : Comparaison entre les différentes formes d'écrans

	a)	b)	c)	d)
Couple	0,75	0,75	0,73	1
Puissance massique	0,75	0,75	0,73	1

Comme attendu, la tuile supraconductrice d) est la forme optimale pour la machine axiale. Cependant au début de cette thèse, il était difficile et coûteux de se procurer ce genre de massifs qui résulte d'un usinage. Nous avions donc considéré une autre forme pour l'écran. Les cylindres ou rectangles supraconducteurs sont fabriqués sous forme de mono-domaine ou multi-domaine par des entreprises, il est donc assez commode de s'en procurer [ATZ][CAN]. De plus, les deux configurations ont les mêmes performances. Par choix, une pastille cylindrique est retenue pour la suite de l'étude.

2.5.5. L'utilisation de matériau ferromagnétique

Contrairement aux machines électriques standards, l'utilisation de matériaux supraconducteurs permet de suffisamment augmenter les ampères-tours pour réduire voire supprimer l'utilisation de matériaux ferromagnétiques. Dans cette partie, nous allons étudier l'influence du fer sur l'induction dans l'entrefer, sur le couple électromagnétique mais également l'effet sur la masse de l'actionneur. La *Figure 2.4*1 montre l'emplacement des culasses. Comme pour une machine axiale standard on les retrouve derrière les bobines de l'induit.

La courbe de la *Figure 2.42* montre l'évolution du couple en fonction de la masse totale en fonction de l'augmentation de l'épaisseur E_{cu} de l'anneau en fer. Il existe un point pour lequel le couple massique est maximum. Il apparait que pour $E_{cu} = 5\ mm$ la valeur du couple massique est augmenté de 11 %.

Ces éléments ne sont nullement utilisés pour un retour de flux à l'instar d'une machine électrique standard. Au contraire, le flux magnétique important généré par la bobine supraconductrice sature totalement ces éléments. Leur présence est justifiée par l'augmentation de l'induction au cœur de la machine comparée à leur masse. Sur la géométrie pré-dimensionnée d'une puissance de *50 kW*, leur utilité est avérée. Il faudra conduire la même étude pour une puissance et une géométrie différente.

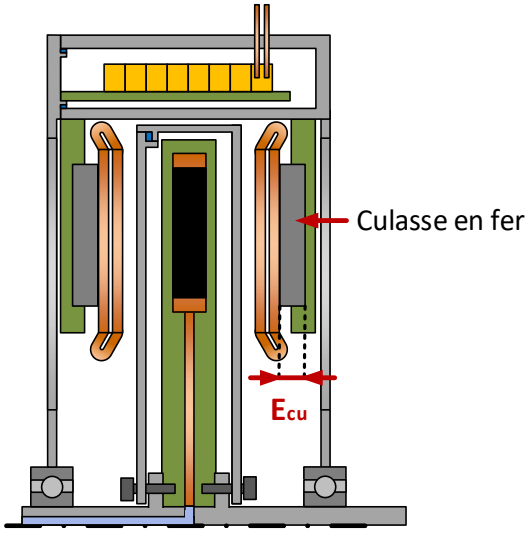


Figure 2.41 : Emplacement des culasses en fer

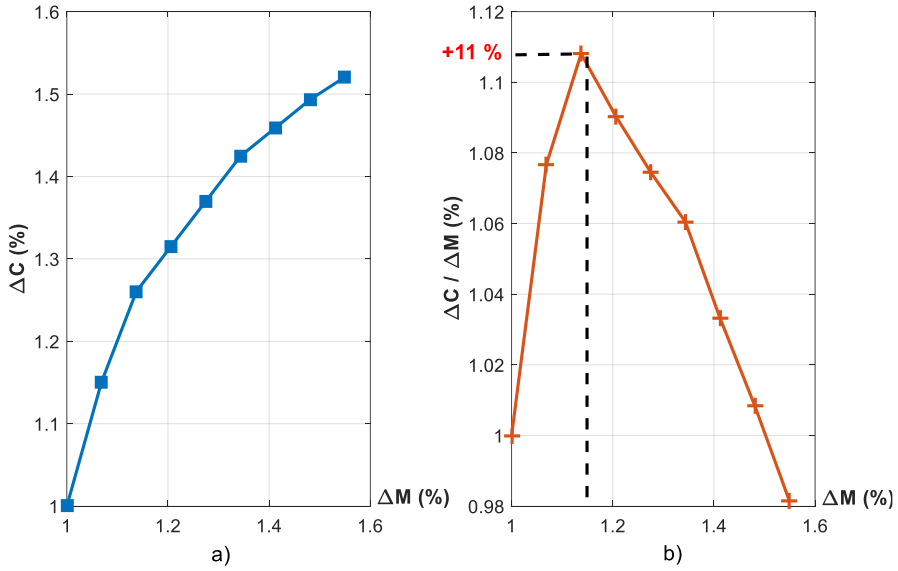


Figure 2.42 : Evolution a) du couple et b) du couple massique avec la culasse ferromagnétique

Pour compléter le passage en revue de l'ensemble des topologies, nous allons regarder l'effet des dents ferromagnétiques sur une culasse soit magnétique soit amagnétique. Le Tableau XIII montre l'effet sur le couple, la masse et le couple massique de ces dents. En conclusion, une simple culasse

ferromagnétique sans dent semble être la meilleure configuration sur le couple massique de la machine supraconductrice.

Tableau XIII : Comparaison des structures sans et avec fer

	Culasse fer	Culasse + dents fer	Dents fer
Couple	1	1,25	1,10
Masse	1	1,57	1,12
Couple massique	1	0,79	0,98

3. CONCLUSION

Au cours de ce chapitre, la structure de la machine a été choisie. Il en résulte une machine partiellement supraconductrice à modulation de flux axial. Le schéma de la *Figure 2.43* reprend la géométrie et les différents choix de topologie. On y retrouve le double induit avec bobinage concentrique, les pastilles cylindriques et la culasse ferromagnétique sans dents. Tous les paramètres géométriques sont également indiqués.

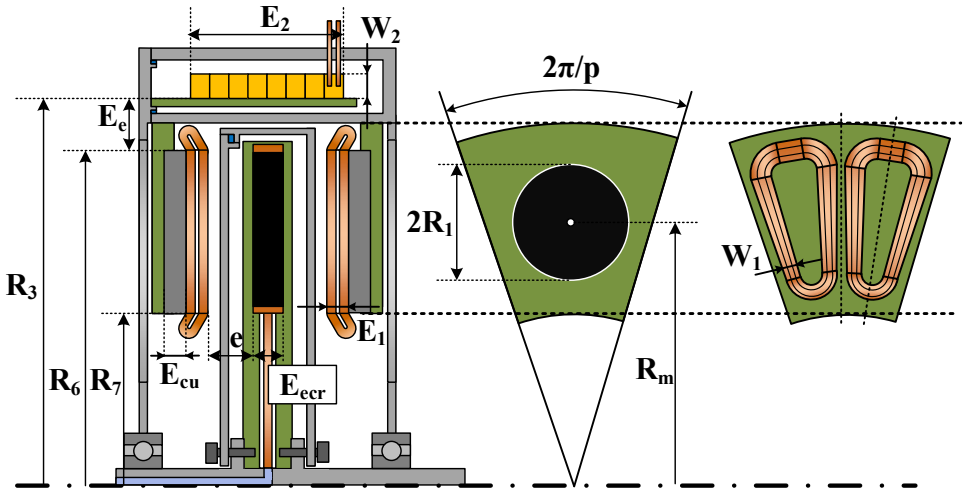


Figure 2.43 : Topologie de la machine 50 kW avec ses paramètres géométriques

Parmi ces paramètres, nous avons fixé :

- L'entrefer (e) à *3 mm*
- La distance entre les bobines de l'induit et l'électro-aimant supraconducteur (E_e) à *25 mm*
- L'épaisseur de l'écran (E_{ecr})

Les autres paramètres ont été déterminés par le pré-dimensionnement, on les rappelle :

- La polarité (p)
- Le rayon intérieur de la machine (R_3)
- La longueur de la bobine HTC (E_2)
- L'épaisseur de la bobine HTC (W_2)
- Le rayon du centre des écrans HTC (R_m)
- Le diamètre des écrans HTC ($2R_1$)

- La couverture polaire d'un écran (α)
- Le rayon extérieur de l'induit (R_6)
- Le rayon intérieur de l'induit (R_7)
- L'épaisseur des bobines en cuivre (E_1)
- La largeur des bobines en cuivre (W_1)
- L'épaisseur de la culasse ferromagnétique (E_{cu})

Le *Tableau XII* reprend la géométrie de la machine de *50 kW*. La polarité et la couverture polaire n'ont pas encore été déterminées pour cette nouvelle géométrie. Une variation de ces paramètres est réalisée pour essayer de rechercher une valeur optimale.

Tableau XII : Dimension d'une machine de 50 kW pré-dimensionnée

	Nom du paramètre	Valeur
GLOBAL	**Entrefer (*e*)**	0,003 m
	Espacement radial (E_e)	Fixé
	Polarité (p)	**?**
	Couverture polaire (α)	**?**
INDUIT	**Courant dans toute la section (*I*)**	2100 A
	Largeur bobine (W_1)	0,013 m
	Profondeur bobine (E_1)	0,02 m
	Rayon extérieur du bobinage (R_6)	0,127 m
	Rayon intérieur du bobinage (R_7)	(2-14)
	Densité de courant superficielle (K_1)	**25 kA/m**
INDUCTEUR	**Courant critique dans le ruban (I_c)**	230 A
	Rayon centre des écrans (R_m)	$(R_6+R_7)/2$
	Epaisseur des écrans (E_{ecr})	Fixé
	Rayon du solénoïde supraconducteur (R_3)	R_6+E_e
	Longueur solénoïde supraconducteur (E_2)	(2-16)
	Epaisseur solénoïde supraconducteur (W_2)	-
	Induction (B_1)	**0,6 T**

La polarité (p) :

Sur la *Figure 2.44*, le couple électromagnétique est représenté en fonction du nombre de paires de pôles. Cette étude a été mené pour 3 valeurs d'entrefer différentes. Le rayon de la bobine HTC R_3 est figé donc le rayon R_m+R_1 également. Afin de conserver la même masse pour les écrans, le rayon R_1 est adapté à chaque polarité.

Pour ces trois valeurs d'entrefer, 5 paires de pôles semblent être optimale. Contrairement, à ce qui avait été avancé précédemment, la réduction de l'entrefer n'augmente pas la polarité optimale. Cela est dû à la forme cylindrique des pastilles dont le rayon diminue avec le nombre de paires de pôles. Donc la surface de modulation se réduit, ce qui conduit à une réduction du couple.

La couverture polaire (α) :

En adoptant 5 paires de pôles, l'influence du paramètre α est maintenant étudiée. Similairement à l'étude de la polarité, le rayon R_3 est fixé donc le rayon maximale R_m+R_1 aussi. Ainsi l'augmentation du paramètre α augmente le rayon de l'écran R_1 mais en contrepartie réduit le rayon de leur centre R_m.

La modulation du flux magnétique est bien meilleure quand les écrans sont grands mais cela alourdis le rotor. Cela nous emmène à penser qu'il existe une couverture polaire optimale.

Le couple massique normalisé est tracé sur la *Figure 2.45*. A cause de la forme cylindrique de l'écran, l'optimum n'est pas à *50 %* mais plutôt entre *50 %* et *70 %*.

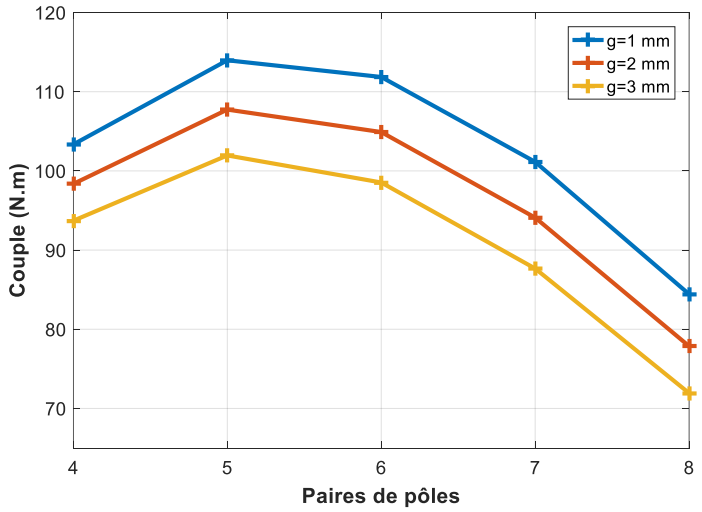


Figure 2.44 : Couple électromagnétique en fonction du nombre de paires de pôles

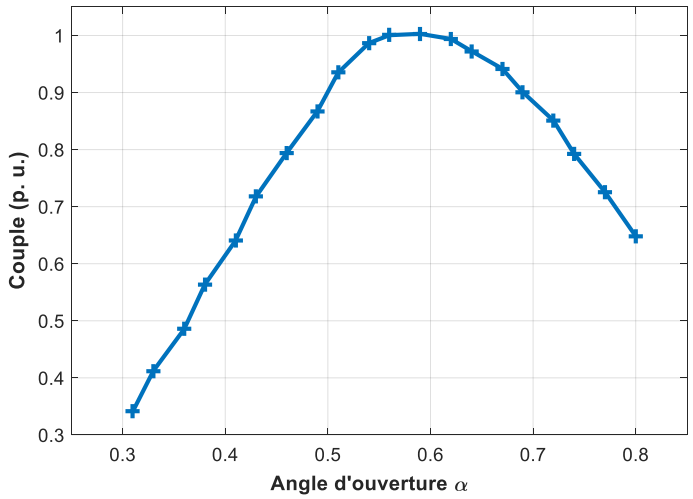


Figure 2.45 : Couple électromagnétique en fonction du nombre de paires de pôles

CHAPITRE 3

MODELISATION SEMI-ANALYTIQUE DE L'INDUCTEUR SUPRACONDUCTEUR

1. INTRODUCTION

La machine supraconductrice à modulation est conforme avec le cahier des charges de l'équipementier aéronautique. Les différentes topologies de cette machine ont été étudiées afin de retenir une machine à flux axial comportant deux induits. Cette structure semble posséder la puissance massique la plus importante.

Dans le chapitre précédent, un pré-dimensionnement avait été également conduit basé sur des équations analytiques avec des hypothèses fortes. Le comportement magnétique de l'inducteur avait été obtenus par un calcul par éléments finis. Ces calculs nous ont permis de fixer une valeur de l'induction de *0,6 T* dans l'entrefer pour une machine de *50 kW* à conserver pour d'autres puissances. Cette hypothèse est plus que discutable. Cependant, le modèle analytique nous a permis d'obtenir des ordres de grandeur sur les dimensions de la machine. Pour un dimensionnement plus précis, l'approche n'est plus suffisante et doit être améliorée. C'est la raison pour laquelle nous présentons dans ce chapitre un modèle semi-analytique décrivant la distribution du champ magnétique de l'inducteur supraconducteur (bobine + pastilles supraconductrices) avec une plus grande précision et avec des temps de calcul rapides.

Les modèles semi-analytiques ont également leurs lots d'hypothèses particulièrement sur le comportement supraconducteur, qui est approché par un comportement diamagnétique parfait. Les massifs supraconducteurs sont donc considérés parfaits dans ce modèle, cela se traduit par une perméabilité relative nulle du matériau. Cette hypothèse devra être vérifiée avec un modèle numérique prenant en compte le comportement réel des supraconducteurs.

2. MODELE SEMI-ANALYTIQUE

2.1. Méthodes de résolution

La modélisation électromagnétique dans l'entrefer d'une machine électrique est une étape clé dans le dimensionnement d'un actionneur. Beaucoup de contributions scientifiques ont été apportées aux différentes approches de modélisation qui peuvent être classées en trois catégories :

- **Les modèles analytiques**

Un modèle de ce type a été utilisé au cours du chapitre sur le dimensionnement. La puissance ou le couple est souvent donné par une seule équation simplifiée [GIE09]. En utilisant ce genre de modèle, on recherche plus l'ordre de grandeur que la précision des résultats.

- **Les modèles numériques**

Les méthodes numériques sont réputées précises. Elles permettent de représenter des géométries complexes bi- ou tridimensionnelles. De plus, le comportement non-linéaire comme la saturation des matériaux ferromagnétiques et le comportement non-homogène des matériaux peuvent être pris en compte. Il est également possible d'inclure le mouvement du rotor afin de réaliser des calculs dynamiques sur le comportement de la machine électrique [COM].

Les méthodes numériques principalement utilisées pour la modélisation des actionneurs électriques sont :

- Les différences finis
- Les éléments finis
- Les équations intégrales de frontières

La méthode de résolution par éléments finis est la plus populaire [MAR08][SIZ12][AYD01]. On la retrouve dans la plupart des logiciels commerciaux de calculs de physique. Ces logiciels sont bien adaptés pour effectuer des modélisations multi-physiques comme l'électromagnétisme, la thermique et les contraintes mécaniques qui sont trois aspects importants dans le dimensionnement d'une machine électrique. Néanmoins, le temps de calcul croit avec la précision et les contraintes du modèle. Il n'est donc pas conseiller d'utiliser ce type d'approche dans une démarche d'optimisation.

- **Les modèles semi-analytiques**

Les modèles semi-analytiques sont une hybridation des modèles analytiques et numériques, car le problème consiste en une multitude de problèmes interconnectés dont la solution de chaque problème est donnée analytiquement. Le temps de calcul de ces modèles est généralement très rapide. Il existe une multitude de modèles semi-analytiques, qui sont employés pour le calcul du champ magnétique dans une machine électrique. Ils existent plusieurs méthodes mais les deux principales sont :

– Les réseaux de réluctances [NED11]

Les réseaux de réluctances sont basés sur le découpage en éléments de la structure à étudier. Chaque élément constitue ce qu'on appelle un tube de flux. La *Figure 3.1* représente un élément et l'équivalence électrique du modèle qui est également traduite dans le *Tableau I*. Evidemment plus il y a de tubes de flux dans la structure, plus la solution sera précise mais au détriment du temps de résolution.

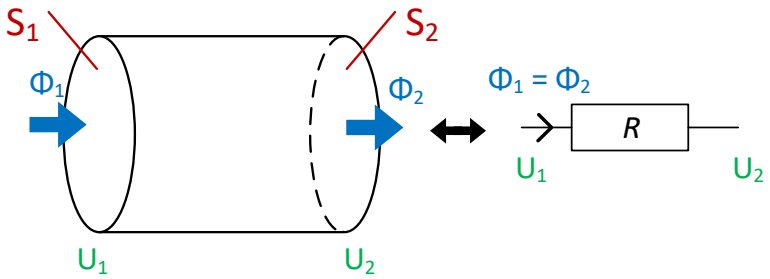


Figure 3.1 : Tube de flux et équivalence électrique

Tableau I : Equivalence circuit électrique / circuit magnétique

Circuit électrique	**Circuit magnétique**
Tension (V)	Potentiel magnétique (A)
Courant (I)	Flux magnétique (Wb)
Résistance électrique (Ω)	Réluctance magnétique (H^{-1})

La *Figure 3.1* représente un tube de flux en 1D où le champ magnétique traverse uniquement les surfaces S_1 et S_2. Cependant, les problèmes à traiter peuvent être aussi bien 2D que 3D, dans ce cas la conservation du flux magnétique doit être vérifiée sur toutes les surfaces du tube. Avec cette méthode, les effets de saturation peuvent être pris en compte avec une méthode itérative.

Cependant, ils ne sont pas aussi génériques que des méthodes numériques via un logiciel commercial. En effet, dans une étape d'optimisation la géométrie de la machine électrique peut grandement varier, de ce fait le réseau de réluctance doit être adapté.

– La résolution par la méthode de séparation de variables

Le problème est divisé en sous-domaines dont les propriétés électriques et magnétiques sont constantes sur le sous-domaine. Au sein de ces sous-domaines, les équations aux dérivées partielles issues des équations de Maxwell sont résolues analytiquement. La résolution se fait en séparant les variables du problème afin d'obtenir une décomposition de série de Fourier. Un problème de ce type est montré sur la *Figure 3.2* permettant de calculer le champ magnétique dans l'entrefer d'une machine électrique à topologie radiale.

Profitant d'un fort engouement par la communauté scientifique autour du dimensionnement d'actionneurs électriques, la plupart des topologies de machines ont été étudiées. La géométrie est souvent 2D ce qui convient aux structures de machines radiales en négligeant les effets de bords [LUB11][LUB11-2][SPR15]. Concernant les machines axiales, il est possible de considérer un rayon moyen mais comme la longueur d'un pôle varie suivant le rayon, les erreurs de cette approche peuvent être importantes [LUB12]. Pour cela, des modèles quasi-3D ont été développés pour palier à ce problème qui consiste à résoudre plusieurs problèmes 2D à différents rayons et d'additionner les contributions [TIE12][AZZ05][PAR04]. L'inconvénient d'une telle approche est l'augmentation du temps de calcul avec le nombre de problèmes résolus.

Des modèles en 3D existent également qui ont l'avantage d'être très précis mais plus complexe à mettre en œuvre si l'on veut opérer sur des structures axiales sans négliger les effets de courbure [DOL14][LUB17][BAR12].

Du point de vue de la physique, la non-linéarité du fer ne peut être prise en compte. La perméabilité de ces matériaux est considérée soit infinie soit constante. Ces hypothèses peuvent convenir à une machine électrique standard où la saturation du fer n'est que locale. Par contre dans le cas d'une machine supraconductrice, le flux est plus important et la saturation est généralisée. Ainsi pour limiter le taux d'erreur, le modèle proposé ne peut contenir des éléments ferromagnétiques.

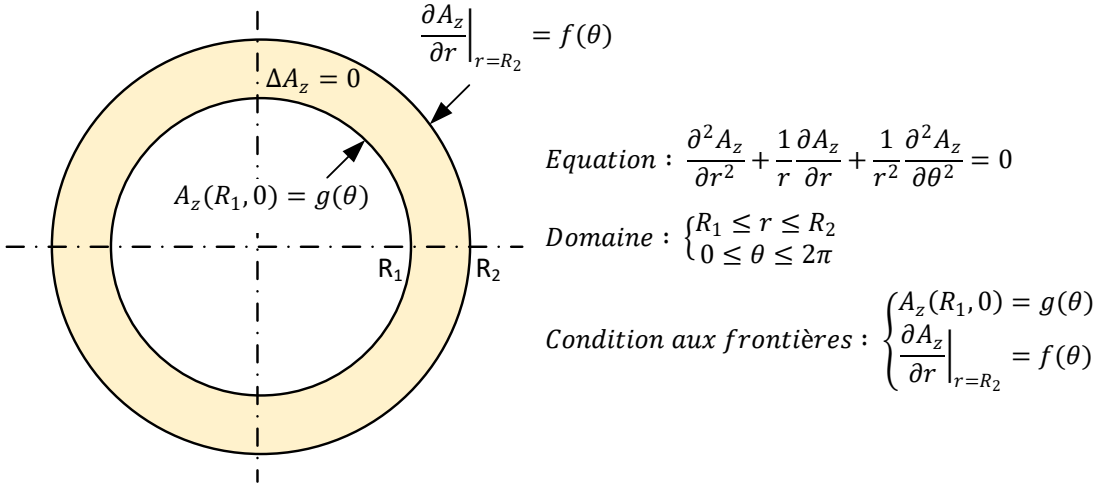


Figure 3.2 : Problème du champ magnétique dans l'entrefer [LUB]

En conclusion, la nécessité d'avoir un modèle de calcul rapide et relativement précis élimine les solutions numériques et analytiques. Le but du modèle est d'optimiser la géométrie de la machine afin d'en diminuer sa masse. La variation des dimensions peut être importante. Donc, pour notre application, la généricité est plus importante que la prise en compte de la saturation de la culasse. Nous choisissons ainsi la méthode de séparation de variables. L'ajout des matériaux ferromagnétiques se fera dans une étape de validation numérique postérieure à l'optimisation qui est de toute façon

nécessaire car l'utilisation de méthodes semi-analytiques amène la plupart du temps à prendre initialement des hypothèses sur la réalité.

2.2. Structure de la machine supraconductrice étudiée

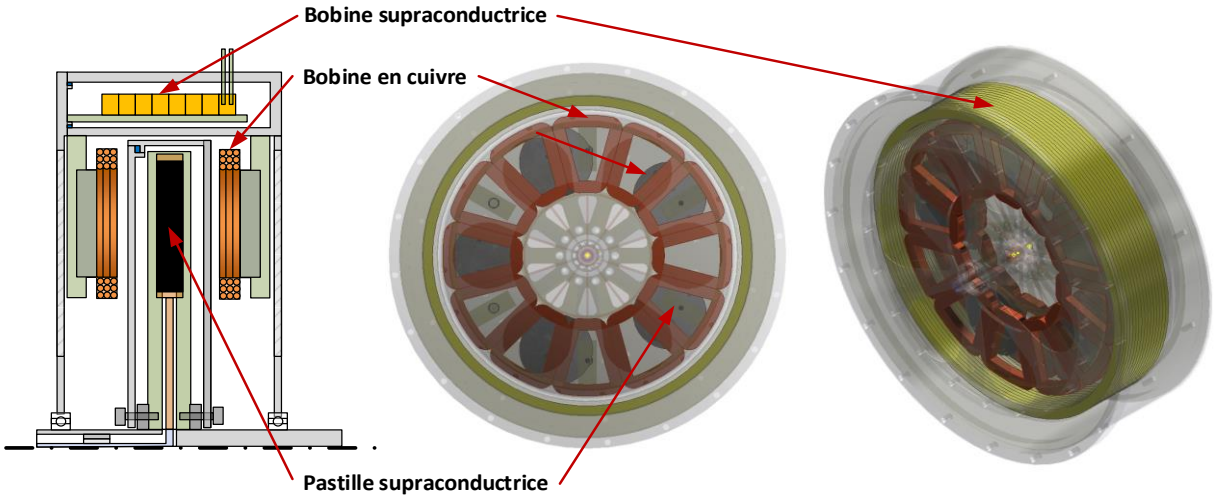


Figure 3.3 : Représentation des éléments actifs de la machine

L'étude conduite lors du chapitre précédent a retenu la machine supraconductrice à flux axiale et à double induit comme étant la configuration avec la puissance massique la plus élevée. Cette machine est représentée sur la *Figure 3.3*. Sur cette figure, toutes les parties qui ne participent pas à la conversion électromécanique ont été rendues transparentes. Ainsi il reste uniquement la bobine supraconductrice, les écrans supraconducteurs et les bobines en cuivre.

Pour rappel, la structure proposée est une machine synchrone qui est partiellement supraconductrice. L'inducteur est composé d'une bobine réalisée avec du ruban HTC et des pastilles HTC massives. Pour l'induit, nous avions retenu un système triphasé de bobine en cuivre concentrique permettant de réduire la longueur des têtes de bobines. Il a également été vu que la présence de dents ferromagnétiques, autour desquelles serait enroulé les bobines de l'induit, n'améliorait pas significativement les performances de la machine.

Cependant, le pré-dimensionnement d'une machine de *50 kW* avait montré qu'une fine culasse ferromagnétique placée derrière les bobines de l'induit permettait d'accroitre la puissance massique. La présence de fer, susceptible d'être largement saturé par le champ de la bobine supraconductrice, n'est pas compatible avec le modèle semi-analytique retenu. Cet élément doit être relativement fin pour constater une amélioration des performances et ne contribue pas à modifier le fonctionnement de la machine. On peut alors considérer, dans un premier temps, la machine dépourvue de matériaux ferromagnétiques, c'est-à-dire sans dents ferromagnétiques ni culasses de fermeture des lignes de champs. L'ajout de cette culasse restera une étape de « post-processing » qui sera réalisée numériquement tout comme la vérification des hypothèses prises sur les massifs supraconducteurs.

Dans sa forme actuelle, la machine peut :

- Soit rayonner son champ magnétique : Il s'agit de la topologie avec la plus forte densité de puissance par contre la machine ne canalise pas le champ magnétique et pollue magnétiquement son environnement.
- Soit absorber son champ magnétique, via un bobinage supraconducteur supplémentaire alimenté en courant inverse pour supprimer ce rayonnement. Cette solution est plus « propre » pour son environnement par contre des bobines supraconductrices

supplémentaires sont à ajouter, ce qui complexifie sa structure, son refroidissement et alourdie également la machine. Ce blindage actif est aujourd'hui une solution étudiée pour les machines à forte densité de puissance [FUG16][HAR16]. Un exemple de filtrage actif est montré sur la Figure 3.4 pour une bobine supraconductrice dont le rayonnement extérieur est blindé par 2 et 4 bobines supraconductrices alimentées avec un courant inverse. Sur cet exemple-là, le champ magnétique est réduit par 9 à une distance de 20 cm de la bobine principale.

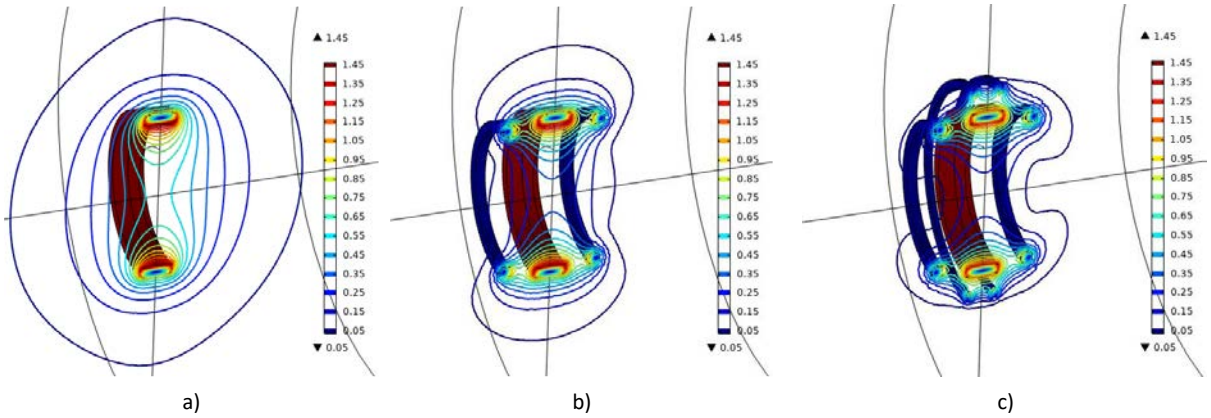


Figure 3.4 : a) Champ magnétique rayonné crée par 1 bobine. Réduction du champ magnétique rayonné avec b) 2 ou c) 4 bobines

2.2.1. Paramètres géométriques de l'inducteur supraconducteur

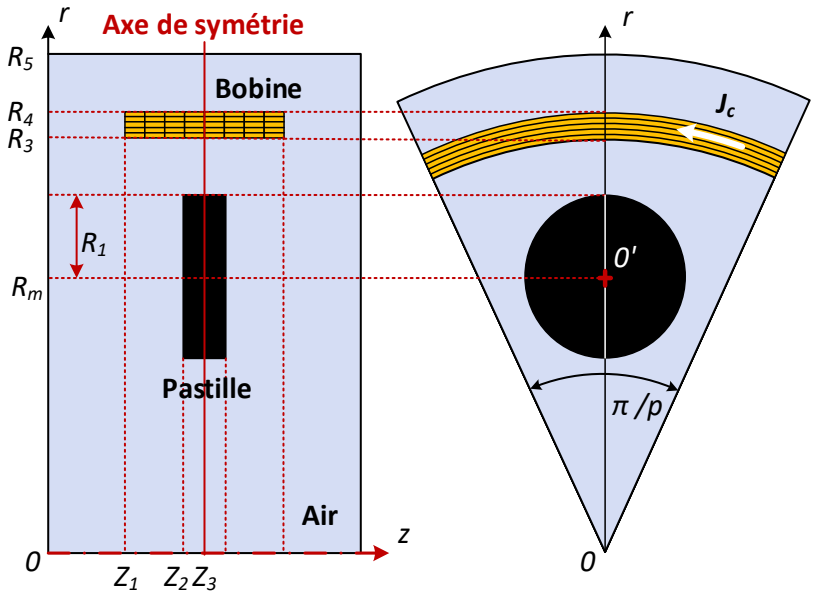


Figure 3.5 : Paramètres géométriques de l'inducteur supraconducteur à modulation de flux sous un pôle

La *Figure 3.5* montre l'inducteur supraconducteur suivant deux plans, le problème est du point de vue électromagnétique 3D. Seule une pastille sera prise en compte dans le calcul du champ magnétique, ce qui revient à étudier la machine électrique sur sa périodicité. Le fait de considérer une seule pastille, nous permettra d'user d'une astuce de calcul permettant de prendre en compte la forme cylindrique des massifs supraconducteurs. La bobine supraconductrice est alimentée avec le courant

critique J_c du ruban HTC dans la direction azimutale. Le rayon moyen R_m désigne le centre des pastilles supraconductrices.

L'ensemble des supports cryogéniques apparaissant sur la *Figure 3.3* sont des matériaux amagnétiques et des isolants électriques. Les cryostats sont également des matériaux amagnétiques mais sont souvent métalliques, des courants de Foucault peuvent se développer en leur cœur et modifier la distribution du champ magnétique. Cependant, le dimensionnement de ces enceintes consiste à les éloigner des sources magnétiques alternatives pour réduire leur nuisance.

Avec ces hypothèses, le problème peut être ramené à un calcul de magnétostatique, où les cryostats et supports sont considérés comme de l'air (voir *Figure 3.5*).

L'ensemble des paramètres géométriques et électrique de l'inducteur sont définis par (voir *Figure 3.5*) :

- p : Nombre de paires de pôles de la machine
- J_c : Densité de courant critique dans la bobine HTC
- R_m : Rayon moyen.
- R_1 : Rayon de la pastille supraconductrice
- R_3 : Rayon intérieur de la bobine HTC
- R_4 : Rayon extérieur de la bobine HTC
- R_5 : Rayon de la frontière extérieure du problème
- $E_{ecr}=2 \times (Z_3-Z_2)$: Epaisseur de la pastille supraconductrice
- $W_2=R_4-R_3$: Epaisseur de la bobine HTC
- $E_2=2 \times (Z_3-Z_1)$: Longueur de la bobine HTC

La *Figure 3.5* montre qu'il existe une symétrie pour $z = Z_3$, ce qui permettra de réduire le problème. Le rayon R_5 constitue la limite du problème électromagnétique. Dans la réalité, ce rayon doit tendre vers « l'infini ». Cependant pour les équations du modèle semi-analytique, ce rayon doit prendre une valeur finie. On choisira donc une valeur de R_5 suffisamment éloigner de la bobine HTC pour ne pas affecter le problème électromagnétique, ici $R_5 = 3 \times R_4$.

2.2.2. Paramètres géométriques de l'induit en cuivre

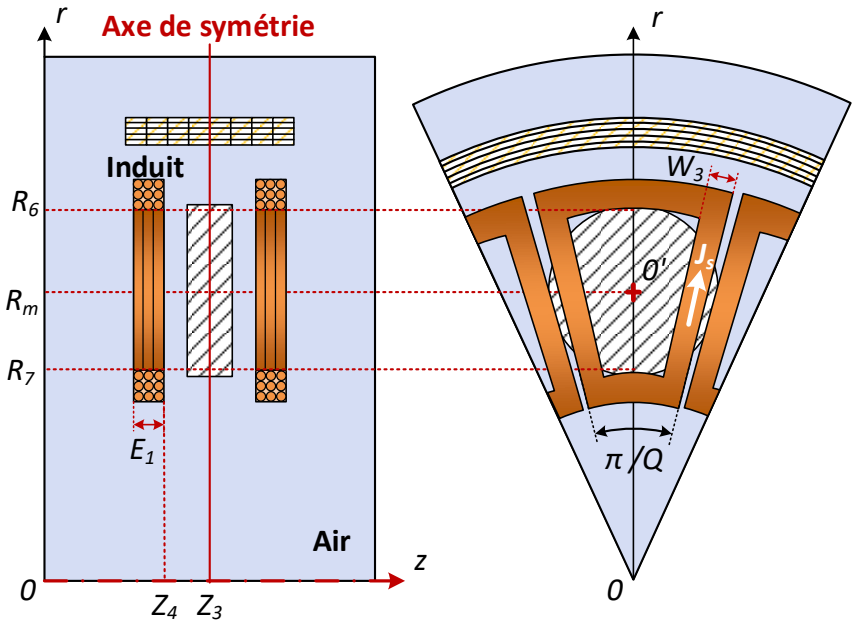


Figure 3.6 : Paramètres géométriques de l'induit sous un pôle

La *Figure 3.6* montre les paramètres géométriques de l'induit. Les bobines en cuivre sont alimentées par un système triphasé de courant avec une densité de courant maximale notée J_s. La direction du courant est radiale au niveau des parties actives et azimutales pour les têtes de bobines. Dans le chapitre précédent, nous avions vu qu'il existait plusieurs façons de réaliser un bobinage d'induit. La *Figure 3.6* montre, par exemple, un bobinage concentrique où les bobines sont enroulées autour d'une dent amagnétique. La polarité de la machine donne un nombre de dent amagnétique optimal à adopter pour un bobinage concentrique, afin que le champ magnétique tournant fondamental soit le plus important. Pour le dimensionnement d'une machine de *50 kW*, les résultats avaient montré qu'un inducteur à 10 pôles était la polarité maximisant la puissance massique. Dans ce cas, le bobinage concentrique optimal comprend un nombre d'encoches Q égal à 12 [BIA06].

Les deux problèmes électromagnétiques (inducteurs et induit) seront découplés, c'est-à-dire que la distribution magnétique de l'inducteur seul sera tout d'abord calculée. Puis nous introduirons le bobinage de l'induit pour calculer le couple électromagnétique développé par la machine supraconductrice.

Les culasses ferromagnétiques étant négligées pour le calcul, il reste les supports de l'induit qui sont fabriqués avec un matériau qui est également amagnétique et isolant électrique. Ils peuvent donc être remplacés du point de l'électromagnétique par un domaine d'air.

Les paramètres géométriques et électrique de l'induit sont définis par (voir *Figure 3.6*) :

- Q : Nombre d'encoches au stator
- J_s : Densité de courant dans la bobine en cuivre
- R_6 : Rayon extérieur des conducteurs actifs
- R_7 : Rayon intérieur des conducteurs actifs
- W_1 : Largeur des bobines en cuivre
- E_1 : Epaisseur des bobines en cuivre

2.2.3. Modélisation électromagnétique de l'inducteur

Le modèle proposé se limite à la modélisation électromagnétique de l'inducteur supraconducteur, c'est-à-dire à la *Figure 3.5*. Le champ magnétique créé par l'induit n'est pas étudié avec cette approche. De ce fait, l'interaction entre le champ magnétique de l'induit et les pastilles supraconductrices n'est pas prise en compte. Cette hypothèse est acceptable car le champ magnétique créé par les bobines en cuivre est très faible vis-à-vis de celui crée par la bobine HTC. Avec cette approche, le couple électromagnétique de la machine sera calculé à postériori à l'aide de la force de Laplace.

Le problème électromagnétique 3D est résolu par la superposition de deux modèles axisymétriques :

- Le premier, noté *A*, consiste à calculer le champ magnétique axial généré par la bobine supraconductrice seule.
- Le second, noté *B* consiste à calculer trois fonctions de modulation λ afin de représenter la modulation du flux magnétique en présence des pastilles supraconductrices dans les 3 dimensions. Ces fonctions, nous le verrons, ne définissent le champ magnétique que sous un pôle.

Enfin, le comportement électromagnétique de l'inducteur supraconducteur est obtenu en multipliant le champ émis par le solénoïde seul par la fonction de modulation λ, ce qui donne le problème *C*. Ce qui se traduit par les relations suivantes :

$$\begin{cases} B_r(r,\theta,z) = B_{HTCz}(r,z).\lambda_r(r,\theta,z) \\ B_\theta(r,\theta,z) = B_{HTCz}(r,z).\lambda_\theta(r,\theta,z) \\ B_z(r,\theta,z) = B_{HTCz}(r,z).\lambda_z(r,\theta,z) \end{cases} \quad (3\text{-}1)$$

Où B_{HTCz} est l'induction magnétique axiale générée par le solénoïde supraconducteur seule, λ_r, λ_Θ, λ_z sont respectivement les fonctions de modulation radiale, ortho-radiale et axiale. Ces différentes fonctions seront développées par la suite. Dans l'expression (3-1), on considère uniquement la valeur axiale de l'induction qui est la composante majoritaire du champ dans la zone utile, les autres composantes peuvent être négligées. Une approche similaire avait déjà été réalisée pour la machine à modulation de flux radiale. [MAL12]. *La Figure 3.7* montre le principe du modèle pour l'induction axiale à un rayon R et une distance Z du centre

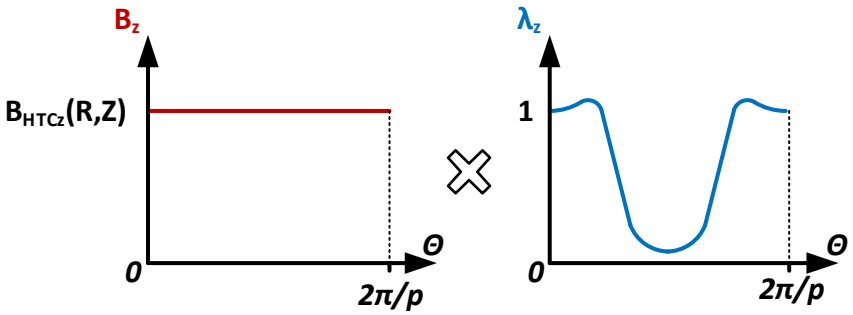


Figure 3.7 : Principe de la fonction de modulation pour l'induction axiale

La particularité mathématique de ce problème est d'introduire deux problèmes axisymétriques décentrés. Sur la Figure 3.5, on voit déjà apparaître le centre de chaque problème :

- Le centre « *0* » sera utilisé pour le problème de la bobine HTC (*A*) défini dans le repère *(r,z)*. Ce repère est identique à celui du problème électromagnétique 3D de l'inducteur de la *Figure 3.5*.
- Le centre « *0'* » sera réservé à l'élaboration des différentes fonctions de modulation (*B*). Comme ce dernier repère est différent, on le notera *(r',z)*. L'écart entre les deux centres est noté R_m et représente le rayon moyen de la machine au sens de l'interaction électromagnétique.

Avantages du modèle proposé :

Dans le *Chapitre II*, nous avons pu constater que des massifs supraconducteurs en forme de tuile étaient nettement plus adaptés pour une application de machine axiale. Au début de cette thèse, la fabrication de ce genre de massif n'était pas encore parfaitement maitrisée sur de telle taille. C'est la raison pour laquelle, des pastilles en forme de cylindre, dont la fabrication est courante, avait été choisies. Cependant ce choix conduit à une diminution des performances de l'ordre de 25 %. Le modèle devait être le plus précis vis-à-vis des technologies qui étaient disponibles au début de l'étude.

C'est la raison pour laquelle l'approche proposée considère la forme cylindrique des pastilles supraconductrices. Ce problème est soulevé comme nous le verrons par la suite avec l'utilisation du deuxième problème axisymétrique.

Inconvénients du modèle proposé :

L'avantage de cette approche est également sa faiblesse. La *Figure 3.8* explique ce qui se passe quand on utilise deux problèmes axisymétriques de centres différents. Il existe des « zones » qui ne sont pas couvertes par l'équation du modèle de rayon R_2.

La frontière extérieure du problème *A* est fixée par le rayon R_5 et le centre « 0 ». Le problème est axisymétrique et donc le champ magnétique est invariant suivant la direction *Θ.* L'aire hachurée de la Figure 3.8 représente un pôle de l'inducteur supraconducteur et correspond à la zone qui nous intéresse pour le calcul du champ magnétique.

La frontière extérieure du problème *B* est fixée par le rayon R_2 et le centre *0'*. Les fonctions λ ne définissent la modulation du flux magnétique que sous un pôle. Dans l'idéal, les deux frontières devraient se superposer. Or ce n'est pas possible avec deux problèmes axisymétriques. Il existe donc des zones où la fonction de modulation n'est pas définie (soustraction du domaine *A* avec le domaine *B*).

Nous verrons par la suite les limites de ce modèle et les astuces mathématiques pour éventuellement calculer le champ magnétique de l'inducteur même en dehors du domaine *B*.

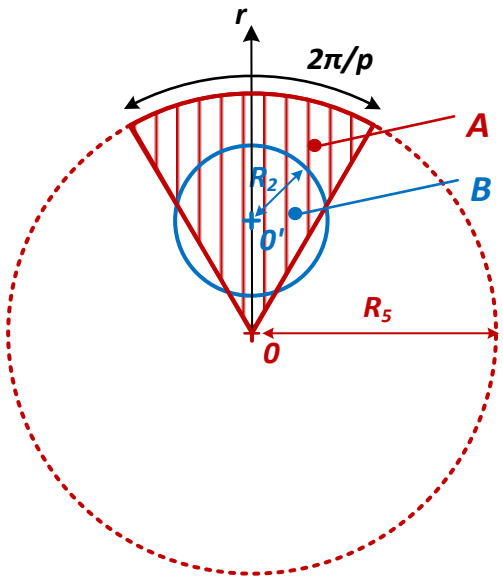


Figure 3.8 : Superposition des 2 problèmes axisymétriques

2.2.4. Problème *A* : Modélisation de la bobine supraconductrice

Le champ magnétique de l'inducteur est obtenu par une résolution de l'équation de Laplace (sans second membre) ou de Poisson (avec second membre), suivant les domaines, en utilisant la méthode de séparation de variables.

Le problème axisymétrique *A* est représenté sur la *Figure 3.9*. Afin de simplifier la résolution, une translation axiale de *z=-Z3* est effectuée. Nous pouvons donc utiliser la symétrie de ce nouveau repère pour réduire le nombre de régions dans lesquelles la méthode de séparation de variables doit être appliquée.

On a donc la région I qui contient le solénoïde supraconducteur entre les rayons R_3 et R_4 mais également entre l'origine *0* et $(Z_3\text{-}Z_1)$. La bobine est parcourue par une densité de courant J_c

perpendiculaire au plan de la *Figure 3.9*. La région II représente l'air dans lequel est noyé l'ensemble des supports et des cryostats amagnétiques.

Avec la méthode de séparation de variables, les deux variables *r* et *z* du problème sont découplées et apparaissent dans deux fonctions différentes. Suivant la définition du problème, les valeurs propres d'une de ces fonctions sont recherchées à l'aide des conditions aux frontières. Mais dans notre cas, la recherche des valeurs propres peut se faire faire aussi bien suivant la fonction de *r* que celle de *z*. Nous choisissons la fonction *r* qui conduit à des solutions dont la convergence est plus rapide.

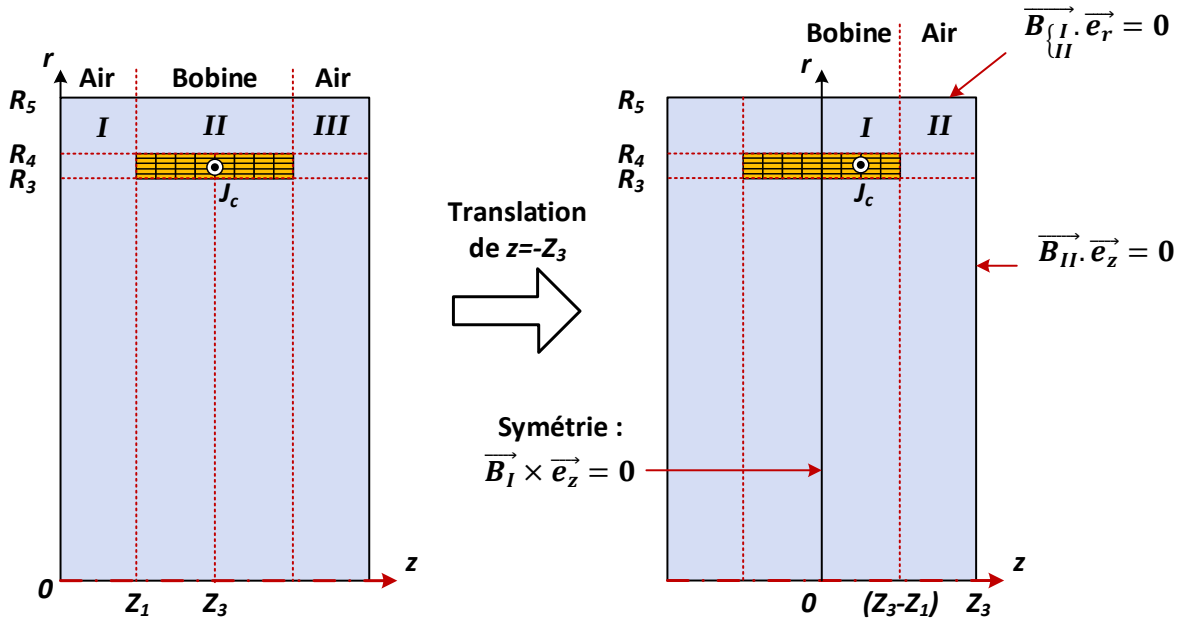


Figure 3.9 : Vue en coupe du problème de la bobine HTC avec les conditions aux frontières

2.2.4.1. A : Les équations à résoudre

En présence d'une région contenant une source de courant, le champ magnétique s'obtient par la résolution de l'équation de Poisson.

$$\vec{\Delta}\vec{A} = -\mu_0 \vec{J} \tag{3-2}$$

Où *A* est le potentiel vecteur magnétique et *J* la densité de courant. Pour un problème en 2D axis-symétrique, le potentiel vecteur magnétique n'a qu'une seule composante. La solution générale de (3-2) passe par la recherche d'une solution particulière. L'induction magnétique est ensuite obtenue à partir du potentiel vecteur magnétique avec :

$$\vec{B} = \vec{\nabla} \times \vec{A} \tag{3-3}$$

Alors que pour une région dépourvue de source de courant (ici l'air par exemple), l'équation de Laplace est résolue.

$$\Delta\Phi = 0 \tag{3-4}$$

Où Φ est le potentiel scalaire magnétique.

Dans ce cas, le champ magnétique est obtenu à partir du potentiel scalaire magnétique avec :

$$\vec{H} = \vec{\nabla}\Phi \tag{3-5}$$

Pour s'affranchir de la solution particulière dans la région I, donnée par la résolution de (3-2), due à la présence d'une source de courant, on utilise une approche Coulombienne. Cela consiste à remplacer la distribution de courant par une distribution de charges magnétiques surfaciques fictives ayant un comportement magnétique équivalent. Les sources de courant disparaissent et la résolution peut se faire en utilisant l'équation (3-4). Pour une bobine, la répartition des charges magnétiques est représentée sur la *Figure 3.10*. Les charges magnétiques apparaissent sur la surface du solénoïde en $z = (Z_3 - Z_1)$. La distribution est donnée par la relation suivante :

$$\sigma_{Jc}(r) = \begin{cases} \sigma_2 = \mu_0 J_c (R_4 - R_3) & 0 < r < R_3 \\ \sigma_1 = \mu_0 J_c (R_4 - r) & R_3 < r < R_4 \\ 0 & r > R_4 \end{cases} \tag{3-6}$$

Où J_c est le courant circulant dans la bobine HTC.

L'équation de Laplace (3-4) formulée dans un repère 2D axis-symétrique s'écrit

$$\frac{\partial \Phi_i^{\,2}}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial \Phi_i}{\partial r} + \frac{\partial \Phi_i^{\,2}}{\partial z^2} = 0 \tag{3-7}$$

Le potentiel scalaire magnétique est noté Φ_i, pour les régions i ($i = I$ ou II).

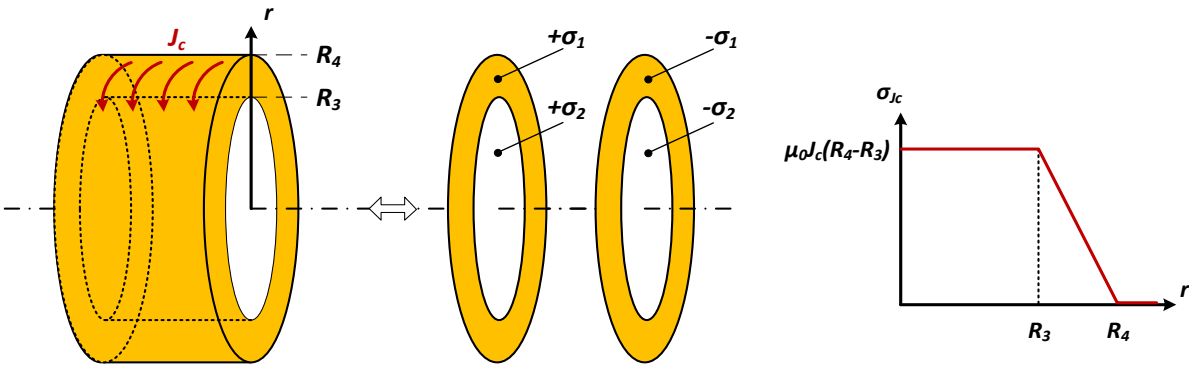


Figure 3.10 : Approche Coulombienne pour la bobine supraconductrice

2.2.4.2. A : Les conditions aux frontières

Les solutions générales ne peuvent être déterminées qu'à condition d'imposer des conditions sur les frontières limites de la *Figure 3.9*. Les conditions peuvent être de Neumann, de Dirichlet, ou périodique.

Les conditions aux frontières du problème A apparaissent sur la *Figure 3.9*. Sur cette figure, les frontières en $z = Z_3$ et $r = R_5$ représentent l'espace infinie. Elles doivent donc être suffisamment éloignées pour ne pas influencer la répartition du champ magnétique. Ce comportement est traduit par l'application d'une condition de Dirichlet nulle sur la composante magnétique normale à la surface.

$$H_z(0 < r < R_5, Z_3) = 0 \tag{3-8}$$

$$H_r(R_5, 0 < z < Z_3) = 0 \tag{3-9}$$

Ensuite, la frontière représentant la symétrie du problème en *z = 0* doit être spécifiée. Il s'agit d'une symétrie sur le courant (moitié du solénoïde) qui se caractérise également par une antisymétrie du champ magnétique. Le flux magnétique traverse la frontière *z = 0* perpendiculairement, la composante radiale du champ magnétique est donc nulle.

$$H_r(0 < r < R_5, 0) = 0 \tag{3-10}$$

Finalement, l'axe en *r = 0* représente la symétrie du problème de type axisymétrie et impose que le champ magnétique radial à cet endroit soit nul.

$$H_r(0, 0 < z < Z_3) = 0 \tag{3-11}$$

La variable de résolution est le potentiel scalaire magnétique, c'est la raison pour laquelle les équations (3-8) à (3-11) sont réécrite en fonction de Φ_i.

$$\left.\frac{\partial \Phi_i}{\partial z}\right|_{z=Z_3} = 0 \tag{3-12}$$

$$\left.\frac{\partial \Phi_i}{\partial r}\right|_{r=R_5} = 0 \tag{3-13}$$

$$\Phi_i(r, 0) = 0 \tag{3-14}$$

$$\Phi_i(0, z) \text{ est finie} \tag{3-15}$$

2.2.4.3. A : Les solutions générales

La méthode de séparation de variables est utilisée pour trouver une solution de l'équation (3-7). Le potentiel scalaire est écrit sous la forme d'un produit de deux fonctions dont les variables spatiales (*r* et *z*) sont découplées.

$$\Phi_i(r, z) = R_i(r) Z_i(z) \tag{3-16}$$

En injectant (3-16) dans (3-7), une constate λ_i apparaît due à la séparation de variables :

$$\frac{R_i^{''}(r)}{R_i(r)} + \frac{1}{r}\frac{R_i^{'}(r)}{R_i(r)} = -\frac{Z_i^{''}(z)}{Z_i(z)} = \chi_i \tag{3-17}$$

L'équation (3-17) permet de poser deux équations différentielles :

$$\begin{cases} R_i^{''}(r) + \dfrac{1}{r} R_i^{'}(r) - \chi_i R_i(r) = 0 & (3\text{-}18) \\ Z_i^{''}(z) - \chi_i Z_i(z) = 0 & (3\text{-}19) \end{cases}$$

La constante χ_i représente les valeurs propres du problème devant respecter les conditions aux limites (3-12) à (3-15).

Le problème aux valeurs propres sur la variable *r* :

Comme cela avait été expliqué précédemment, la recherche des valeurs propres est réalisée sur la fonction radiale $R_i(r)$. La solution de l'équation différentielle (3-18) fait apparaitre des fonctions de Bessel de première et deuxième espèce d'ordre zéro :

$$R_i(r) = AJ_0(\alpha_i r) + BY_0(\alpha_i r) \tag{3-20}$$

Où

$$\alpha_i = \sqrt{\chi_i} \tag{3-21}$$

Les constantes d'intégration *A* et *B* sont déterminées à partir des conditions aux frontières en $r = 0$ et $r = R_5$.

La fonction de Bessel de seconde espèce diverge en $r = 0$, l'équation (3-15) n'est alors respectée que si l'on pose $B = 0$. La seconde condition aux frontières (3-13) est une condition de Neumann, qui impose :

$$R_i^{'}(R_5) = -AJ_1(\alpha_i R_5) = 0 \tag{3-22}$$

La recherche des valeurs propres passe par la recherche des zéros de la fonction de Bessel de première espèce d'ordre 1. En posant X_m comme étant le m-ième zéro de la fonction, nous avons :

$$\alpha_m = \frac{X_m}{R_5} \tag{3-23}$$

L'équation différentielle sur la variable *z* :

Les zéros d'une fonction de première espèce d'ordre 1 ne peuvent être que nul ($m = 0$) ou positif ($m \neq 0$), donc les valeurs de (3-23) le sont également. L'équation (3-19) est une équation différentielle homogène à coefficient constants, dont la solution s'écrit :

$$Z_i(z) = Cz + D + \sum_{m=1}^{\infty}\left[C_m e^{\alpha_m z} + D_m e^{-\alpha_m z}\right] \tag{3-24}$$

Finalement, la solution générale pour chaque région *i* est obtenue à partir de (3-16), (3-20) et (3-24). En simplifiant les coefficients, le potentiel scalaire magnétique s'écrit :

$$\Phi_i(r,z) = E_{i0}z + F_{i0} + \sum_{m=1}^{\infty}\left[E_{im}e^{\alpha_m z} + F_{im}e^{-\alpha_m z}\right]J_0(\alpha_m r) \tag{3-25}$$

2.2.4.4. A : Les conditions de passages

L'équation (3-16) pour les régions I et II possèdent deux inconnus pour $m = 0$ et deux autres inconnus pour chaque valeur de *m*. Ces inconnus ne peuvent être déterminées uniquement s'il existe un système de *2 x (M+1)* équations indépendantes pour chaque région, où *M* est le nombre d'harmoniques *m* considéré dans la solution.

Les conditions aux frontières radiales (en *r = 0* et *r = R_5*) ont déjà été utilisées pour la recherche des valeurs propres, il reste donc :

- La condition de symétrie en *z = 0*

La symétrie en *z = 0* impose à ce que les lignes de champ arrivent orthogonalement à la surface. L'équation (3-14) est la traduction sur le potentiel scalaire magnétique de ce comportement magnétique. Quand on injecte la condition (3-14) dans (3-25) pour la région I, on obtient :

$$\Phi_I(r,0) = F_{I0} + \sum_{m=1}^{\infty}\left[E_{Im} + F_{Im}\right]J_0(\alpha_m r) = 0 \tag{3-26}$$

Ce qui permet d'établir un système d'équation pour les constantes à déterminer :

$$\begin{cases} F_{I0} = 0 \\ E_{Im} + F_{Im} = 0 \quad \text{pour } 1 \le \text{m} < M \end{cases} \tag{3-27}$$

- Interface entre la région I et II en *z = (Z_1-Z_3)*

Les régions I et II sont amagnétiques, elles ont donc les mêmes perméabilités magnétiques ($\mu_r = 1$). La continuité de la composante tangentielle du champ magnétique est assurée par l'absence d'une densité de courant surfacique à cet endroit. Cependant, la composante normale du champ magnétique subit une discontinuité due à la présence de charges magnétiques surfaciques, on a donc :

$$\begin{cases} H_{rI} = H_{rII} \\ H_{zI} + M = H_{zII} \end{cases} \tag{3-28}$$

Où *M* est la magnétisation équivalente d'une bobine crée par les « charges magnétiques » et l'approche coulombienne utilisée. Les équations (3-28) sont réécrites afin de faire apparaitre le potentiel scalaire magnétique :

$$\Phi_I = \Phi_{II} \tag{3-29}$$

$$\frac{\partial \Phi_I}{\partial z} - \frac{\partial \Phi_{II}}{\partial z} = \sigma_{coil}(r) \tag{3-30}$$

<u>Décomposition en série de Fourier-Bessel la distribution de « charge magnétique » :</u>

La densité de charge surfacique, représenté sur la Figure 3.10, doit être décomposée en série de Fourier-Bessel. Ce développement est possible car les fonctions de Bessel sont orthogonales entre elles avec une fonction poids *p(r) = r*, ce qui se traduit sur un intervalle *[0,b]* par :

$$\int_0^b r J_0(\alpha_m r) J_0(\alpha_n r) dr = 0, \quad \alpha_m \neq \alpha_n \tag{3-31}$$

Avec *m* et *n* étant des rangs d'harmoniques différents. La décomposition en série de Fourier-Bessel de la densité de « charge magnétique » s'écrit donc :

$$\sigma_{Jc}(r) = \sum_{m=1}^{\infty} \sigma_{Jcm} J_0(\alpha_m r) \tag{3-32}$$

Où les coefficients σ_{Jcm} sont donnés par :

$$\sigma_{Jcm} = \frac{2}{R_5^2\left(J_0(\alpha_m R_5)\right)^2}\left(\int_0^{R_3} \mu_0 J_c (R_4 - R_3) r J_0(\alpha_m r) dr + \int_{R_3}^{R_4} \mu_0 J_c (R_4 - r) r J_0(\alpha_m r) dr\right) \tag{3-33}$$

Il existe des formules analytiques permettant de simplifier les intégrales de l'expression (3-33), elles sont données en *Annexe III.1*. Les équations (3-29) et (3-30) permettent d'obtenir :

$$\begin{cases} E_{I0}.\left(Z_3 - Z_1\right) + F_{I0} = E_{II0}.\left(Z_3 - Z_1\right) + F_{II0} \\ E_{Im} e^{\alpha_m (Z_3 - Z_1)} + F_{Im} e^{-\alpha_m (Z_3 - Z_1)} = E_{IIm} e^{\alpha_m (Z_3 - Z_1)} + F_{IIm} e^{-\alpha_m (Z_3 - Z_1)} \quad \mathrm{m} \neq 0 \end{cases} \tag{3-34}$$

$$\begin{cases} E_{I0} - E_{II0} = 0 \\ \left(E_{Im} e^{\alpha_m (Z_3 - Z_1)} - F_{Im} e^{-\alpha_m (Z_3 - Z_1)}\right) - \left(E_{IIm} e^{\alpha_m (Z_3 - Z_1)} - F_{IIm} e^{-\alpha_m (Z_3 - Z_1)}\right) = \dfrac{\sigma_{Jcm}}{\alpha_m} \quad \mathrm{m} \neq 0 \end{cases} \tag{3-35}$$

- La frontière « infinie » en $z = Z_3$

La condition en $z = Z_3$ impose que les lignes de flux soient tangentielles à la frontière « infinie ». L'équation (3-12) permet de traduire cet effet en utilisant le potentiel scalaire magnétique. Quand on injecte la condition (3-12) dans (3-25) pour la région II, on obtient :

$$\Phi_{II}(r, Z_3) = E_{II0} + \sum_{m=1}^{\infty} \alpha_m \left[E_{IIm} e^{\alpha_m Z_3} - F_{IIm} e^{-\alpha_m Z_3}\right] J_0(\alpha_m r) \tag{3-36}$$

Ce qui permet d'établir un système d'équations pour les constantes à déterminer :

$$\begin{cases} E_{II0} = 0 \\ E_{IIm} e^{\alpha_m Z_3} - F_{IIm} e^{-\alpha_m Z_3} = 0 \quad \mathrm{m} \neq 0 \end{cases} \tag{3-37}$$

L'ensemble des systèmes d'équations (3-27), (3-34), (3-35) et (3-37) liant les constantes à déterminer est mis sous forme matricielle :

$$[A][C] = [S] \tag{3-38}$$

Où [*C*] est la matrice des constantes à déterminés, [*A*] est la matrice des termes liants les constantes de [*C*] tandis que [*S*] est la matrice regroupant les sources du problème, dans notre cas il s'agit uniquement des « charges magnétiques ».

La solution s'obtient par :

$$[C] = [A]^{-1}[S] \tag{3-39}$$

2.2.4.5. A : Le calcul de l'induction magnétique

Une fois que le potentiel scalaire magnétique est connu, l'induction axiale peut être obtenue pour les différentes régions par :

$$B_{HTCz}(r,z) = -\mu_0 \frac{\partial \Phi_I}{\partial z} + \sigma_{coil}(r) \tag{3-40}$$

$$B_{HTCz}(r,z) = -\mu_0 \frac{\partial \Phi_{II}}{\partial z} \tag{3-41}$$

2.2.5. Problème *B* : Fonction de modulation

Le second problème consiste à trouver une fonction de modulation pour déterminer le comportement des lignes de champ magnétique autour d'un écran supraconducteur. Il a donc été imaginé un problème, différent de l'inducteur supraconducteur, dont la distribution du champ magnétique proche des pastilles serait semblable à celui de la combinaison de la bobine et des massifs HTC. Pour cela, nous définissons le problème de la *Figure 3.11* où une pastille supraconductrice de rayon R_1 est disposé entre deux aimants permanents cylindriques dont le rôle est de reproduire le caractère axial du champ magnétique crée par la bobine supraconductrice.

Les aimants permanents de rayon R_2 et d'épaisseur Z_0 sont situés loin de la pastille supraconductrice. Ils sont tous deux posés sur une pièce ferromagnétique dont la perméabilité est considérée infinie. L'aimantation rémanente de l'aimant est notée B_m avec une direction de l'aimantation suivant l'axe *z*.

Avec cette configuration, il apparait une symétrie en $z = Z_3$ qui est exploité sur la *Figure 3.12*. Cela permet de réduire le nombre de région où les équations doivent être résolues. On a ainsi la région I qui représente la source magnétique du problème, à savoir l'aimant permanent (AP). La région II est de l'air, il s'agit du domaine d'intérêt où les bobines de l'induit sont disposées. Enfin la région III est de l'air également, cela correspond à l'espacement entre les pastilles HTC où le flux magnétique peut passer. De plus, en utilisant cette symétrie seulement la moitié de l'épaisseur E_1 de la pastille est prise en compte. L'écran supraconducteur est placé entre Z_2 et Z_3. Pour rappel Z_3 est également la symétrie de la bobine HTC et donc de l'inducteur supraconducteur.

Le rayon R_2 correspond à la frontière extérieure du problème et sa valeur n'est pas à prendre au hasard. En effet, le problème de la *Figure 3.13* est censé représenter la distribution magnétique sous un pôle de la machine. La longueur d'un pôle X_p de la machine supraconductrice au niveau du rayon moyen R_m est calculée par :

$$X_p = \frac{2\pi}{p} R_m \tag{3-42}$$

Afin de reproduire la périodicité de la machine, le rayon R_2 doit être égal à la moitié d'une longueur de pôle comme le montre la *Figure 3.13*.

$$R_2 = \frac{X_p}{2} = \frac{\pi}{p} R_m \tag{3-43}$$

Comme évoqué précédemment, la frontière du problème de la fonction de modulation en $r' = R_2$ ne correspond pas à la frontière du problème 3D de l'inducteur sous un pôle. Par contre la condition (3-43) impose au moins deux points en commun (voir *Figure 3.13*). La *Figure 3.13* montre également la superposition de ces deux frontières. Si le champ magnétique a besoin d'être connu dans la zone blanche, aucune transformation n'est effectuée car les domaines se superposent. Les zones quadrillées bleues sont les régions où les solutions du problème II sont définies mais pas le problème 3D, donc les solutions ne sont jamais demandées. Par contre pour les zones hachurées rouges, les solutions se situent au-delà de $r' = R_2$. Dans ce cas, les valeurs du champ magnétique en $r' > R_2$ seront imposées égale à celle en $r' = R_2$. De cette façon, on suppose qu'il n'y a plus de variation de flux magnétique au-delà de R_2.

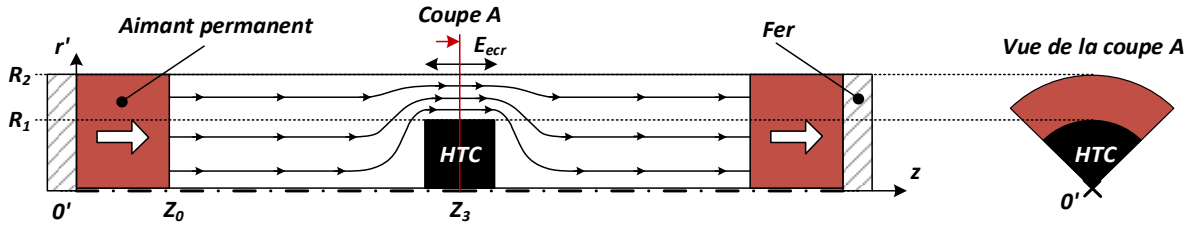


Figure 3.11 : Problème « équivalent » de la modulation de flux

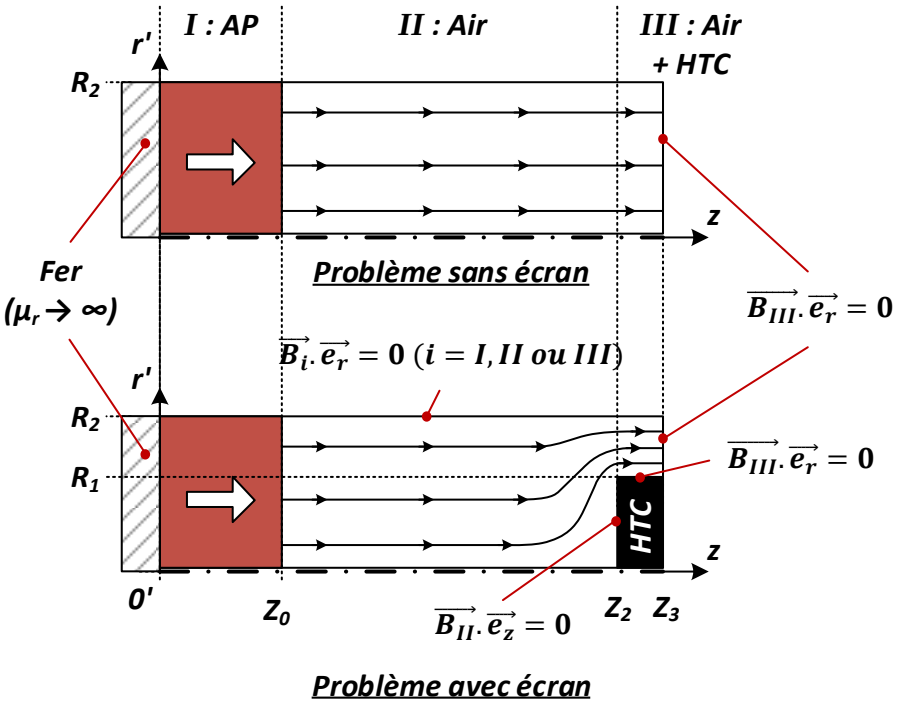


Figure 3.12 : Problème de la fonction de modulation avec les conditions aux frontières

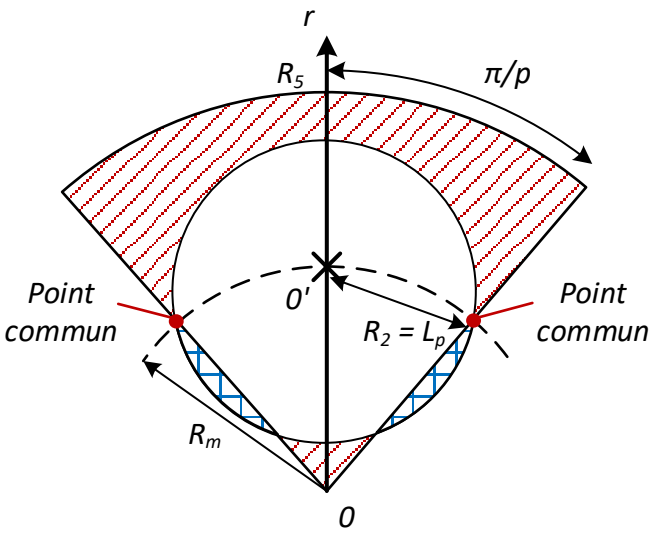


Figure 3.13 : Superposition des frontières extérieures entre le modèle réel et celui proposé

2.2.5.1. B : Les équations

En présence d'une région contenant un aimant permanent, le champ magnétique s'obtient par la résolution de l'équation de Poisson.

$$\Delta\Phi = \vec{\nabla}.\vec{M} \tag{3-44}$$

Où *M* est la magnétisation de l'aimant. Pour la région I, un modèle de charge magnétique est, comme précédemment, adopté permettant de supprimer le second membre de l'équation (3-44). La magnétisation de l'aimant permanent est donc remplacée par une densité de charge magnétique surfacique en $z = Z_0$, comme le montre la *Figure 3.14*, qui sera prise en compte dans les conditions de passage.

$$\sigma = \vec{M}.\vec{n} \text{ et } \vec{M} = \vec{B}_m / \mu_0 \Rightarrow \sigma = B_m / \mu_0 \tag{3-45}$$

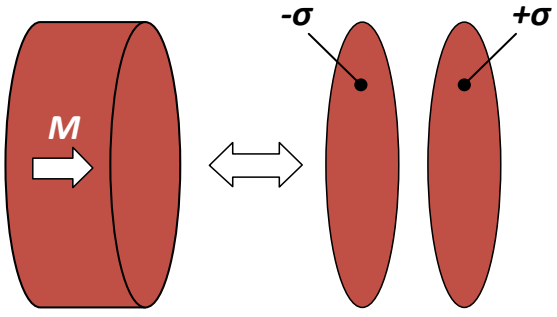


Figure 3.14 : Modèle Coulombien d'un aimant permanent de magnétisation M homogène

Dans ce cas, la solution du problème s'obtient en résolvant l'équation de Laplace sur le potentiel scalaire magnétique dans les 3 régions.

$$\Delta\Phi = 0 \quad \text{car} \quad \vec{\nabla}.\vec{M} = 0 \tag{3-46}$$

L'équation de Laplace (3-46) formulée dans un repère 2D axisymétrique s'écrit pour la région *i* :

$$\frac{\partial \Phi_i^{\,2}}{\partial r'^2} + \frac{1}{r'}\frac{\partial \Phi_i}{\partial r'} + \frac{\partial \Phi_i^{\,2}}{\partial z^2} = 0 \tag{3-47}$$

2.2.5.2. B : Les conditions aux frontières

L'utilisation d'un modèle semi-analytique a conduit à prendre des hypothèses sur le comportement magnétique du massif supraconducteur. Afin de remplir son rôle de modulation, on considère cet écran comme un matériau diamagnétique parfait, c'est-à-dire qu'aucune ligne de champ ne le pénètre, ce qui ne se traduit pas des conditions aux frontières suivantes :

$$B_z(0 < r' < R_1, Z_2) = 0 \tag{3-48}$$

$$B_{r'}(R_1, Z_2 < z < Z_3) = 0 \tag{3-49}$$

Où B_z et $B_{r'}$ représente respectivement la composante axiale et radiale de l'induction magnétique.

La symétrie du problème en $z = Z_3$ et la présence de pièce ferromagnétique en $z = 0$ imposent une condition d'orthogonalité du flux magnétique.

$$B_{r'}(0 < r' < R_2, 0) = 0 \tag{3-50}$$

$$B_{r'}(R_1 < r' < R_2, Z_3) = 0 \tag{3-51}$$

Enfin la condition à appliquer en $r' = R_2$ doit prendre en compte l'effet périodique de la machine avec la succession des pastilles supraconductrices. A cet endroit le champ magnétique perpendiculaire doit être nul. A l'origine en $r' = 0$, une condition similaire est appliquée.

$$B_{r'}(R_2, 0 < z < Z_3) = 0 \tag{3-52}$$

$$B_{r'}(0, 0 < z < Z_3) = 0 \tag{3-53}$$

La variable de résolution est le potentiel scalaire magnétique, c'est la raison pour laquelle les équations (3-48) à (3-53) deviennent :

$$\left.\frac{\partial \Phi_i}{\partial z}\right|_{z=Z_2} = 0 \tag{3-54}$$

$$\left.\frac{\partial \Phi_i}{\partial r'}\right|_{r'=R_1} = 0 \tag{3-55}$$

$$\Phi_i(r', 0) = 0 \tag{3-56}$$

$$\Phi_i(r', Z_3) = 0 \tag{3-57}$$

$$\left.\frac{\partial \Phi_i}{\partial r'}\right|_{r'=R_2} = 0 \tag{3-58}$$

$$\Phi_i(0, z) \text{ est finie} \tag{3-59}$$

2.2.5.3. B : Les solutions générales

La résolution de l'équation de Laplace (3-46) conduit à la solution générale suivante :

$$\Phi_i(r',z) = G_{i0}z + H_{i0} + \sum_{n=1}^{\infty}\left[G_{in}e^{\beta_n z} + H_{in}e^{-\beta_n z}\right]\times\left(J_0(\beta_n r') + Y_0(\beta_n r')\right) \tag{3-60}$$

Pour les régions I et II, la simplification de (3-60) avec les conditions aux frontières radiales en *r' = 0* (3-59) et *r' = R_2* (3-58) conduit à une forme quasi-similaire à la solution générale du problème de la bobine HTC. Les constantes d'intégration et les valeurs propres seront bien entendues différentes.

$$\Phi_i(r',z) = G_{i0}z + H_{i0} + \sum_{n=1}^{\infty}\left[G_{in}e^{\beta_n z} + H_{in}e^{-\beta_n z}\right]J_0(\beta_n r') \;\rightarrow\; i = I \text{ ou } II \tag{3-61}$$

La condition à l'origine (3-59) permet de supprimer la constante d'intégration associée à la fonction de Bessel de seconde espèce (voir problème *A*). La condition (3-58) détermine les valeurs propres de (3-61), en posant X_n comme étant le *n-ième* zéro de la fonction de Bessel de première espèce et d'ordre 0 (J_0).

$$\Phi_i(R_2,z) = 0 \rightarrow J_0(\beta_n R_2) = 0 \rightarrow \beta_n = \frac{X_n}{R_2} \tag{3-62}$$

Pour la région III, la solution générale est légèrement différente puisque la région ne commence pas en *r' = 0* mais en *r' = R_1*. Dans ce cas, la fonction de Bessel de la seconde espèce (Y_0) n'est pas nulle. L'équation (3-55) permet de simplifier l'équation (3-60).

$$\begin{aligned}\Phi_{III}(r',z) = G_{III0}z + H_{III0} + \sum_{n=1}^{\infty}\left[G_{IIIn}e^{\chi_n z} + H_{IIIn}e^{-\chi_n z}\right]\times \\ \left(J_0(\chi_n r')Y_1(\chi_n R_1) - J_1(\chi_n R_1)Y_0(\chi_n r')\right)\end{aligned} \tag{3-63}$$

Ensuite, la recherche des valeurs propres est réalisée avec l'équation (3-58) qui consiste à résoudre le « produit en croix » des fonctions de Bessel. Ces valeurs-là peuvent être trouvées dans des tables ou avec des codes itératifs de recherche de zéros de fonction, ici l'objectif est de résoudre les χ_n afin que :

$$J_1(\chi_n R_1)Y_1(\chi_n R_2) - J_1(\chi_n R_2)Y_1(\chi_n R_1) = 0 \tag{3-64}$$

Les constantes d'intégration vont maintenant être déterminées à l'aide des conditions de passage.

2.2.5.4. B : Les conditions de passages

Les équations (3-61) et (3-63) possèdent chacune deux inconnus constantes et deux autres inconnus par harmoniques. Les conditions aux frontières axiales en *z = 0* (3-56) et *z = Z_3* (3-57) et les conditions d'interfaces sont utilisées pour la détermination des constantes :

- La pièce ferromagnétique en *z = 0*

Cette frontière impose des lignes de flux orthogonales à la surface. L'équation (3-56) est la traduction sur le potentiel scalaire magnétique de ce comportement magnétique. Quand on injecte la condition (3-56) dans (3-61) pour la région I, on obtient :

$$\Phi_I(r',0) = H_{I0} + \sum_{n=1}^{\infty}\left[G_{In} + H_{In}\right]J_0(\beta_n r') \tag{3-65}$$

Ce qui permet d'établir un système d'équations pour les constantes à déterminer :

$$H_{I0} = 0 \tag{3-66}$$

$$G_{In} + H_{In} = 0 \quad \text{pour } 1 \le \text{n} < \infty \tag{3-67}$$

- Interface entre la région I et II

Les régions I et II ont chacune une perméabilité magnétique relative unitaire ($\mu_r = 1$). Cette interface impose une continuité de la composante tangentielle. Par contre, la composante normale n'est pas continue à cause des charges magnétiques surfaciques :

$$\Phi_I = \Phi_{II} \tag{3-68}$$

$$\frac{\partial\Phi_I}{\partial z} - \frac{\partial\Phi_{II}}{\partial z} = \sigma \tag{3-69}$$

Les équations (3-68) et (3-69) nous donnent le système d'équations suivant :

$$G_{I0}.Z_0 + H_{I0} = G_{II0}.Z_0 + H_{II0} \tag{3-70}$$

$$G_{In}e^{\beta_n Z_0} + H_{In}e^{-\beta_n Z_0} = G_{IIn}e^{\beta_n Z_0} + H_{IIn}e^{-\beta_n Z_0} \quad \text{pour } 1 \le \text{n} < \infty \tag{3-71}$$

$$G_{I0} - G_{II0} = \sigma \tag{3-72}$$

$$G_{In}e^{\beta_n Z_0} - H_{In}e^{-\beta_n Z_0} = G_{IIn}e^{\beta_n Z_0} - H_{IIn}e^{-\beta_n Z_0} \quad \text{pour } 1 \le \text{n} < \infty \tag{3-73}$$

- Interface entre la région II et III

La région III a également une perméabilité magnétique relative unitaire ($\mu_r = 1$). La composante normale du champ magnétique est nulle au contact de la pastille supraconductrice (entre *0* et R_1) et continue entre la région II et III.

$$\Phi_{III} = \Phi_{II} \tag{3-74}$$

$$\frac{\partial\Phi_{II}}{\partial z} = \begin{cases} \left.\dfrac{\partial\Phi_{III}}{\partial z}\right|_{R_1<r<R_2} \\ 0 \text{ ailleurs} \end{cases} \tag{3-75}$$

Les équations (3-74) et (3-75) nous donnent le système d'équations suivant :

$$G_{III\,0}.Z_0 + H_{III\,0} = G_{II\,0}.Z_0 + H_{II\,0} \tag{3-76}$$

$$\left(G_{IIIn}e^{\chi_n Z_2} + H_{IIIn}e^{-\chi_n Z_2}\right)K_4 = \sum_{q=1}^{\infty}\left(G_{IIq}e^{\beta_q Z_2} + H_{IIq}e^{-\beta_q Z_2}\right)K_3 \quad \text{pour } 1 \le q < \infty \tag{3-77}$$

$$G_{II\,0}R_2^{\,2} = G_{III\,0}\left(R_2^{\,2} - R_1^{\,2}\right) \tag{3-78}$$

$$\begin{aligned}&\left(G_{IIn}e^{\beta_n Z_2} - H_{IIn}e^{-\beta_n Z_2}\right)K_1 = G_{III\,0}K_2 + \\ &\sum_{q=1}^{\infty}\left(G_{IIIq}e^{\chi_q Z_2} - H_{IIIq}e^{-\chi_q Z_2}\right)\chi_q K_3 \quad \text{pour } 1 \le q < \infty\end{aligned} \tag{3-79}$$

Où K_1, K_2, K_3 et K_4 sont des fonctions qui seront données en Annexe.

- La symétrie en $z = Z_3$

La symétrie impose des lignes de flux orthogonales à la surface. L'équation (3-57) est la traduction sur le potentiel scalaire magnétique de ce comportement magnétique. Quand on injecte la condition (3-57) dans (3-63) pour la région I, on obtient :

$$\begin{aligned}&\Phi_{III}(r',z) = H_{III\,0} + \sum_{n=1}^{\infty}\left[G_{IIIn} + B_{IIIn}\right]\times \\ &\left(J_0(\chi_n r')Y_1(\chi_n R_1) - J_1(\chi_n R_1)Y_0(\chi_n r')\right)\end{aligned} \tag{3-80}$$

Ce qui permet d'établir un système d'équations pour les constantes à déterminer :

$$G_{III\,0}Z_3 + H_{III\,0} = 0 \tag{3-81}$$

$$G_{IIIn}e^{\chi_n Z_3} + H_{IIIn}e^{-\chi_n Z_3} = 0 \tag{3-82}$$

La façon de déterminer l'ensemble des constantes est similaire au problème de la bobine supraconductrice.

2.2.5.5. B : La fonction de modulation

Une fois le système matricielle donnée par (3-66), (3-67), (3-70) à (3-73), (3-76) à (3-79), (3-81) et (3-82) résolu, le potentiel scalaire magnétique est connu. Les composantes axiale et radiale de l'induction magnétique peuvent être obtenues dans notre région d'intérêt (région II) à partir de :

$$B_{IIz}(r',z) = -\mu_0\frac{\partial\phi_{II}}{dz} \tag{3-83}$$

$$B_{IIr'}(r',z) = -\mu_0\frac{\partial\phi_{II}}{dr'} \tag{3-84}$$

Les fonctions de modulation axiale et radiale dans le repère (r',z) sont ainsi respectivement obtenues par les ratios :

$$\lambda_z(r',z) = \frac{B_{IIz}(r',z)}{B_0} \tag{3-85}$$

$$\lambda_{r'}(r',z) = \frac{B_{IIr'}(r',z)}{B_0} \tag{3-86}$$

Avec B_0 étant l'induction magnétique quand les pastilles supraconductrices sont retirées (*Figure 3.12* sans l'écran). La valeur de cette induction peut facilement être calculée en utilisant le théorème d'Ampère sur le « tube de flux » de rayon R_2 et d'épaisseur $(Z_3\text{-}Z_0)$ (voir *Figure 3.12*).

$$B_0 = B_m \frac{Z_0}{Z_3} \tag{3-87}$$

Les fonctions de modulation (3-85) et (3-86) doivent être maintenant transposées dans le repère 3D. Les données d'entrée sont les coordonnées du repère, à savoir (r,Θ,z), avec lesquelles la coordonnées r' doit être déterminé. Sur la *Figure 3.15*, la relation entre les deux repères est illustrée. L'angle α est exprimé par :

$$\alpha = \sin^{-1}\left(\frac{R_m \times \sin(\theta)}{r'}\right) \tag{3-88}$$

De plus, la relation liant r et r' est donnée par :

$$r = R_m \cos(\theta) + r' \cos(\alpha) \tag{3-89}$$

L'expression (3-89) est modifiée afin d'exprimer r'.

$$r' = (r - R_m \cos(\theta)) \cos^{-1}(\alpha) \tag{3-90}$$

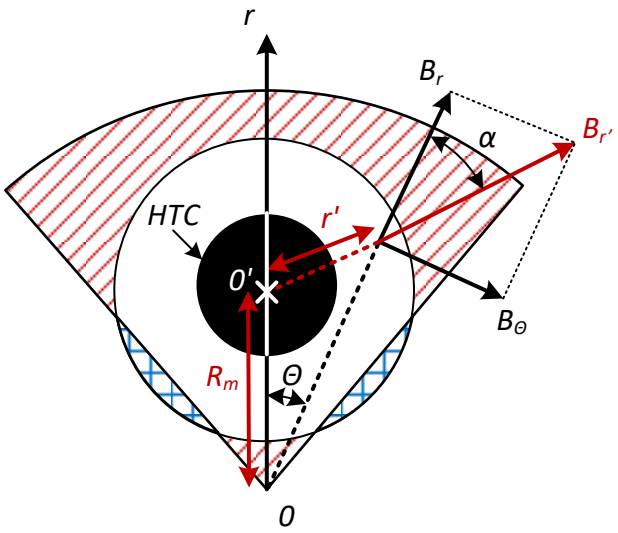


Figure 3.15 : Relation entre le repère (r',z) et le repère (r,z)

Enfin, les différentes fonctions de modulation sont formulées dans le repère 3D :

$$\lambda_r(r,\theta,z)=\frac{B_{IIr'}(r',z)\cos(\alpha)}{B_0} \tag{3-91}$$

$$\lambda_\theta(r,\theta,z)=\frac{B_{IIr'}(r',z)\sin(\alpha)}{B_0} \tag{3-92}$$

$$\lambda_z(r,\theta,z)=\frac{B_{IIz}(r',z)}{B_0} \tag{3-93}$$

2.2.6. Distribution magnétique de l'inducteur supraconducteur

Après la résolution des problèmes *A* et *B*, les expressions (3-1) sont parfaitement définies et le champ magnétique généré par l'inducteur supraconducteur peut être obtenu.

- Expression de l'induction axiale

$$B_z(r,\theta,z)=\mu_0\left(\frac{G_{II\,0}+\sum_{n=1}^{\infty}\chi_n\left(G_{IIn}e^{\chi_n z}-H_{IIn}e^{-\chi_n z}\right)J_0(\chi_n r')}{B_m\dfrac{Z_0}{Z_3}}\right)\times\left(\mu_0 J_c(R_4-R_3)+\sum_{m=1}^{\infty}K_{II\,\mathrm{m}}\alpha_m ch(\alpha_m z)J_0(\alpha_m r)\right) \tag{3-94}$$

Avec

$$K_{II\,\mathrm{m}}=\frac{\sigma_{cm}}{\alpha_m sh(\alpha_m Z_1)}\frac{th(\alpha_m(Z_1-Z_2))\times th(\alpha_m Z_1)}{th(\alpha_m(Z_1-Z_2))-th(\alpha_m Z_1)} \tag{3-95}$$

- Expression de l'induction azimutale

$$B_\theta(r,\theta,z)=\mu_0\sin(\alpha)\left(\frac{\sum_{n=1}^{\infty}\left(G_{IIn}e^{\chi_n z}+H_{IIn}e^{-\chi_n z}\right)J_0{}'(\chi_n r')}{B_m\dfrac{Z_0}{Z_3}}\right)\times\left(\mu_0 J_c(R_4-R_3)+\sum_{m=1}^{\infty}K_{II\,\mathrm{m}}\alpha_m ch(\alpha_m z)J_0(\alpha_m r)\right) \tag{3-96}$$

L'expression de l'induction radiale n'est pas exprimée car elle n'intervient pas dans la suite de l'étude. Mais elle peut être obtenue de la même façon que les expressions (3-94) et (3-96).

2.2.7. Couple et force électromagnétique

2.2.7.1. Expression du couple et de la force axiale

Le couple électromagnétique et la force axiale sont obtenus à partir de la force de Laplace. Cette force est due à l'interaction entre le courant circulant dans les bobines de l'induit et le champ magnétique de l'inducteur. Habituellement cette méthode n'est pas utilisée pour un calcul de force dans les machines électriques conventionnelles pour deux raisons :

- L'effet des encoches ferromagnétiques : l'induit est généralement placé dans des encoches ferromagnétiques qui dévient les lignes de champ donc la force n'est pas directement

l'effet du champ magnétique sur les conducteurs traversés par un courant. On utilise dans ce cas-là le tenseur de Maxwell dans l'entrefer pour le calcul des différentes forces.

- La réaction d'induit : Lorsque l'induit est traversé par un courant, il modifie la répartition du champ magnétique aux alentours.

Cependant dans notre cas, ces deux effets ne sont pas pénalisants. En effet, la structure de la machine supraconductrice ne contient pas de dents ferromagnétiques et le champ magnétique crée par l'induit est faible comparé à celui de l'inducteur supraconducteur donc la réaction d'induit est négligeable.

La *Figure 3.16* illustre le bilan des forces pour une bobine, où une des parties actives est « masquée » par la pastille supraconductrice alors que l'autre partie active subit l'induction magnétique maximale. Ce bilan des forces doit donc être fait pour toutes les bobines pour le calcul du couple et de la force électromagnétique de la machine supraconductrice.

Le couple électromagnétique est généré par la force de Laplace dans la direction azimutale. Dans le cas d'une machine axiale, c'est l'interaction entre l'induction magnétique axiale et la partie du bobinage cuivre où le courant circule radialement qui est à l'origine du couple. Donc l'expression de ce couple est donnée par :

$$C = \iiint_V rB_z J_r dV \tag{3-97}$$

Le calcul de la force axiale est important pour le dimensionnement des supports mécaniques des bobines de l'induit. On utilise à nouveau la force de Laplace, il y a dorénavant une contribution du courant radial dans les parties actives du bobinage mais également du courant azimutal au niveau des têtes de bobines. Cependant, ces dernières sont situées en dehors de la zone de modulation, on va donc pouvoir négliger leurs effets.

$$F_{axiale} = \iiint_V \left(B_\theta J_r + B_r J_\theta \right) dV \approx \iiint_V B_\theta J_r dV \tag{3-98}$$

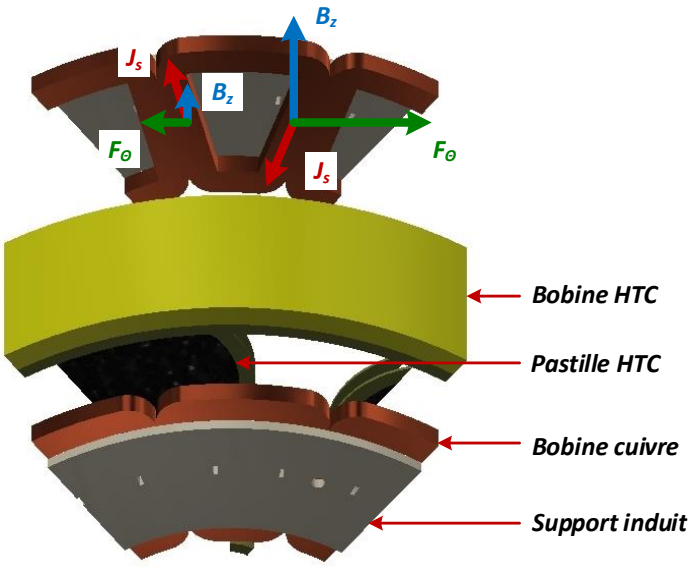


Figure 3.16 : Application de la force de Laplace pour calculer le couple

2.2.7.2. Modélisation de la densité de courant

Pour le calcul des forces (3-97) et (3-98), nous allons rechercher une expression analytique de la distribution du courant qui dépend du type de bobinage utilisé pour l'induit. Un exemple sera donné pour deux bobinages différents : concentrique et distribué.

B. Dolisy & al. [DOL14] propose une modélisation simple, montrée sur la *Figure 3.17*, qui consiste à décomposer une bobine en 8 morceaux (2 pour les parties actives, 2 pour les têtes de bobines et 4 pour les connexions parties actives/têtes de bobines). Le courant dans les parties actives est constant et suivant la direction *x* puis décroit linéairement à partir du début de la tête de bobine, où le courant s'oriente dans la direction *y*. La densité de courant J_y est ensuite obtenue à partir du respect de la divergence nulle du courant.

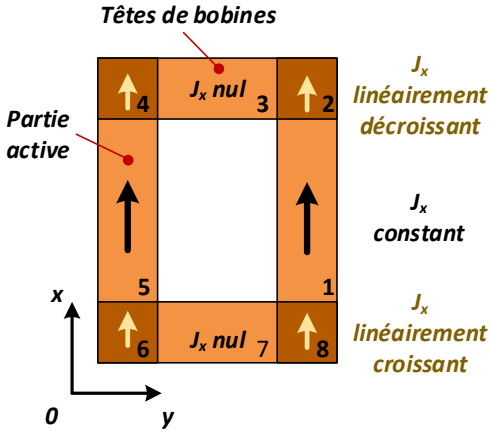


Figure 3.17 : Modélisation d'une bobine par une décomposition en série de Fourier

Les modèles, basés sur ce principe, ont tous été développés dans un repère cartésien [DOL14][DOL15][SME11]. Or la machine supraconductrice axiale est définie dans un repère cylindrique. Ce repère est assez particulier car la conservation du courant au niveau des parties actives s'écrit :

$$J_r R d\theta = J_{r+dr}(R+r)d\theta \tag{3-99}$$

L'expression (3-99) montre que J_{r+dr} décroit en 1/*r*, ce qui ne facilite pas la décomposition en série de Fourier. On introduit donc une nouvelle variable X_r qui ne décroit pas suivant le rayon, cette variable vaut $X_r = rJ_r$.

D'une manière similaire aux modèles développés pour le repère cartésien, nous allons rechercher l'expression de X_r sous la forme d'une décomposition en série de Fourier suivant 2 axes (radial et azimutal). Ainsi X_r s'écrit *:*

$$X_r(r,\theta) = rJ_s \times G(r) \times K(\theta) \tag{3-100}$$

Où *G(r)* est la décomposition en série de Fourier unitaire suivant l'axe *r*, *K(Θ)* est la décomposition en série de Fourier unitaire suivant l'axe *Θ* et J_s est la densité de courant dans le cuivre.

- Bobinage distribué à double couche

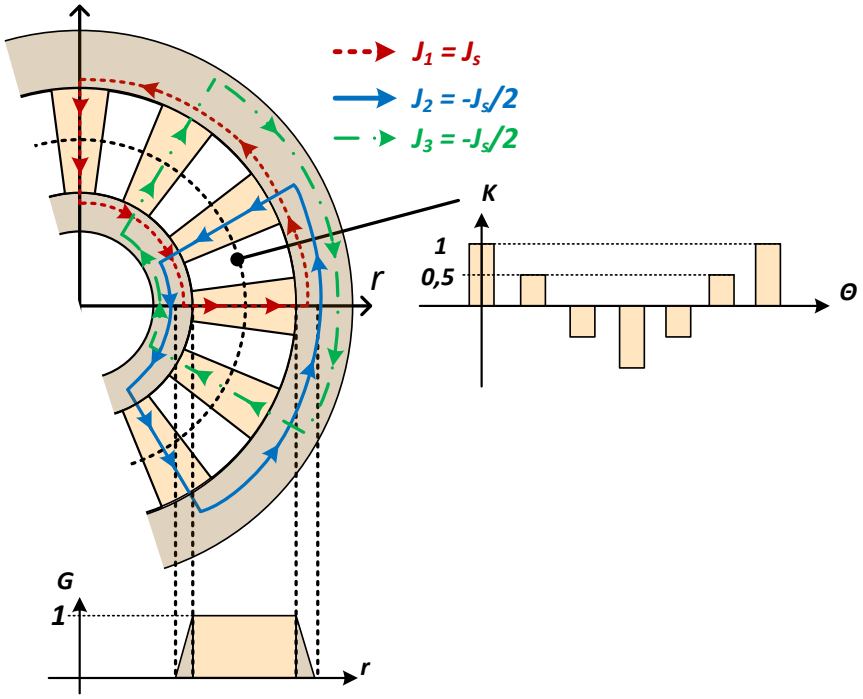


Figure 3.18 : Définition des fonctions G(r) et K(Θ) pour un bobinage distribué

Pour un bobinage distribué à pas diamétral, les fonctions *G(r)* et *K(Θ)* sont représentées sur la *Figure 3.18*.

$$X_r(r,\theta)=\sum_{s=1}^{\infty}\sum_{t=1}^{\infty}X_{rst}J_{sp}(Z_t r)\cos(sp(\theta-\delta)) \qquad (3\text{-}101)$$

Avec

$$X_{rst}=\frac{8J_s R_6}{s\pi R_5^{\,2}J_{sp}(Z_t R_5)^2}\times K_s\times G_{st}$$

Où δ est l'angle de décalage de l'induit (sur la *Figure 3.18* $\delta = 0$), J_{sp} est la fonction de « Bessel » d'ordre *sp* et Z_t le *t-ième* zéro de cette fonction. Les détails et les règles de calcul de K_s et G_{st} sont détaillés dans l'*Annexe III.3*.

- Bobinage concentrique à double couche

Le bobinage concentrique optimal à adopter dépend du nombre de paires de pôle, un bobinage à 10 pôles est représenté sur la *Figure 3.19*. Ensuite la distribution de la phase dans les encoches peut être retrouvée à l'aide de l'étoile des encoches.

La forme de la décomposition en série de Fourier est identique à l'expression (3.101), seule les fonctions K_s et G_{st} changent. Ces fonctions seront également données dans l'*Annexe III.4* pour ce type de bobinage.

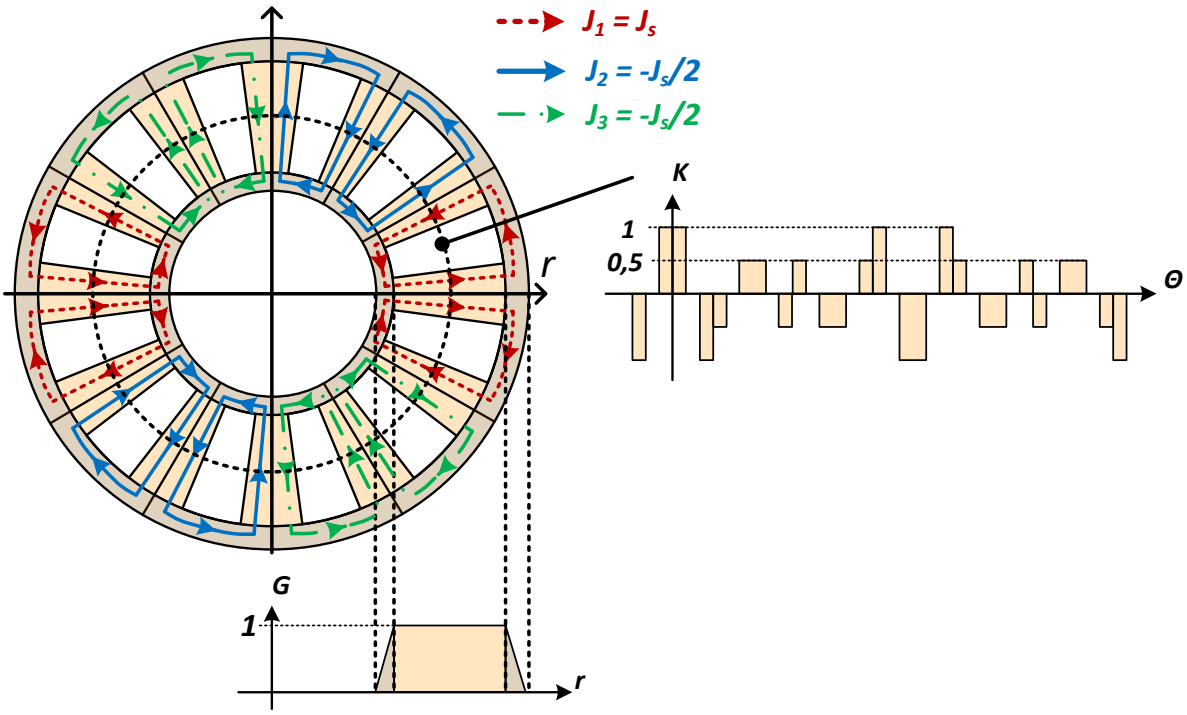


Figure 3.19 : Définition des fonctions G(r) et K(Θ) pour un bobinage concentrique 10/12

2.2.8. Validation de la modélisation

Dans cette partie, les résultats du modèle semi-analytique proposé sont comparés avec ceux d'une résolution numérique basée sur les éléments finis.

Tout d'abord, une géométrie inspirée du pré-dimensionnement du *Chapitre II* est utilisée pour la comparaison. Puis, les limites du modèle due à la frontière $r = R_2$ (problème B) seront étudiées à l'aide d'une variation paramétrique afin de balayer le plus grand nombre possible de géométrie.

2.2.8.1. Le modèle numérique

Les dimensions géométriques et les paramètres électromagnétiques sont donnés dans le *Tableau I*.

Le logiciel de résolution par élément finis COMSOL MULTIPHYSICS est utilisé pour réaliser la validation du modèle semi-analytique. Les méthodes numériques permettent de représenter parfaitement la forme cylindrique de la machine axiale. Une formulation en potentiel vecteur magnétique est considérée afin de prendre en compte les densités de courant dans la bobine HTC. La géométrie et le maillage sont illustrés sur la *Figure 3.20*. Le maillage est composé de *339 000* éléments. Afin de considérer la réponse diamagnétique des pastilles supraconductrices lorsqu'elles sont plongées dans un champ magnétique, leur perméabilité relative est choisie nulle, soit $\mu_r = 0$.

La précision et la rapidité du modèle semi-analytique dépend du nombre d'harmonique retenus. Les expressions (3-94), (3-95) et (3-101) montrent qu'au total quatre types d'harmoniques existent : deux pour le champ inducteur (Bobine HTC + fonction de modulation) et deux pour la série de Fourier 2D de l'induit. Une étude préalable à montrer qu'un compromis entre rapidité et précision existait pour la combinaison suivante :

- $M = 10$: Nombre d'harmoniques pour le problème du solénoïde supraconducteur
- $N = 12$: Nombre d'harmoniques pour la fonction de modulation
- $N = Q = 10$: Nombre d'harmoniques de la série de Fourier de l'induit

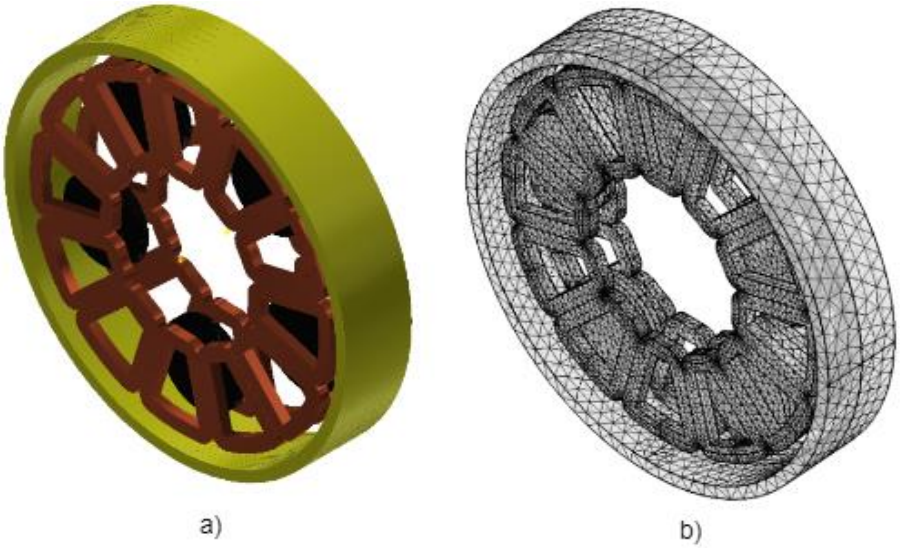


Figure 3.20 : Machine supraconductrice représenté avec le logiciel numérique par (a) sa géométrie (b) son maillage

Tableau I : Paramètres de la machine étudiée

	Paramètre	Description	Unité	Valeur
Global	p	Nombre de paires de pôles	-	5
	e	Entrefer	mm	Fixé
	R_m	Rayon moyen	mm	122,5
Induit	R_7	Rayon interne	mm	(2-14)
	R_6	Rayon externe	mm	155
	E_1	Epaisseur	mm	10
	W_1	Largeur	mm	9
	J_s	Densité de courant	A/mm²	10
Bobine HTC	R_3	Rayon interne	mm	R_6+E_e
	W_2	Epaisseur	mm	-
	E_2	Longueur	mm	Fixé
	J_c	Densité de courant	A/mm²	145
Pastille HTC	R_1	Rayon des pastilles	mm	32,5
	E_{ecr}	Epaisseur des pastilles	mm	Fixé

2.2.8.2. L'induction dans l'entrefer

La *Figure 3.21* reprend l'ensemble des paramètres géométriques de la machine supraconductrice. Dans un premier temps, nous allons comparer le calcul de l'induction magnétique au milieu de l'entrefer en utilisant les deux méthodes de résolution. Les résultats seront donc données en $z = (Z_4 + Z_2)/2$.

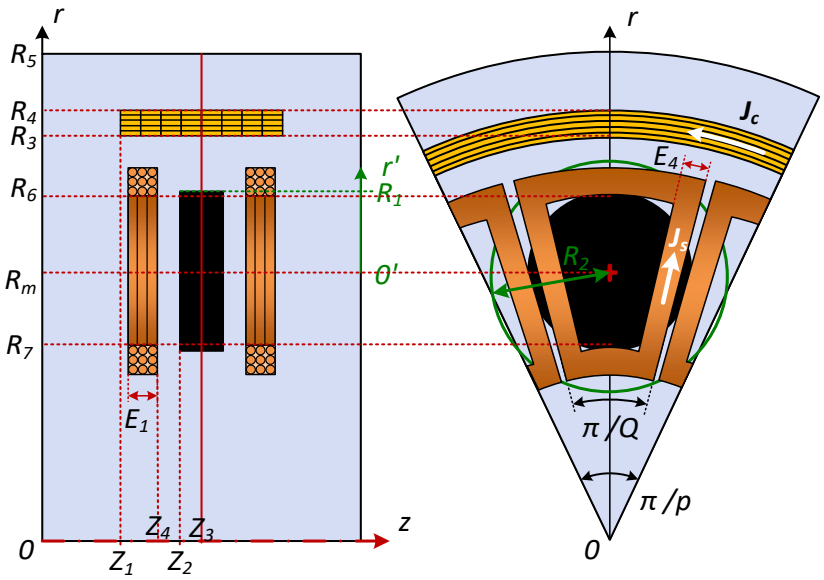


Figure 3.21 : Paramètres géométriques de la machine complète

Les *Figure 3.22* et *3.23* comparent respectivement les composantes axiales et radiales de l'induction magnétique au niveau du rayon moyen $r = R_m$. Les résultats analytiques et numériques sont proches, dans ce cas l'erreur maximal est de 4,5 %. La courbe du modèle semi-analytique est décalée positivement par rapport au modèle numérique. Cela peut être expliqué par la frontière du problème semi-analytique de la fonction de la modulation. Cette frontière est différente du problème 3D réel et est de surface plus petite. Le flux est donc comprimé dans une surface plus petite et donc l'induction augmente.

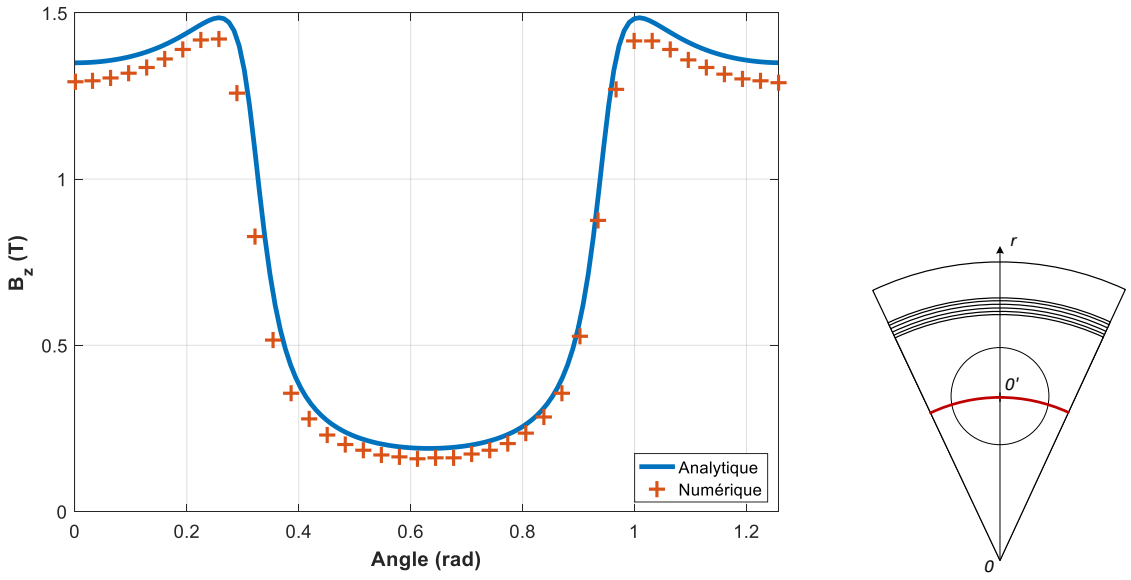


Figure 3.22 : Modulation sous un pôle de l'induction axiale au milieu de l'entrefer à $r = R_m$

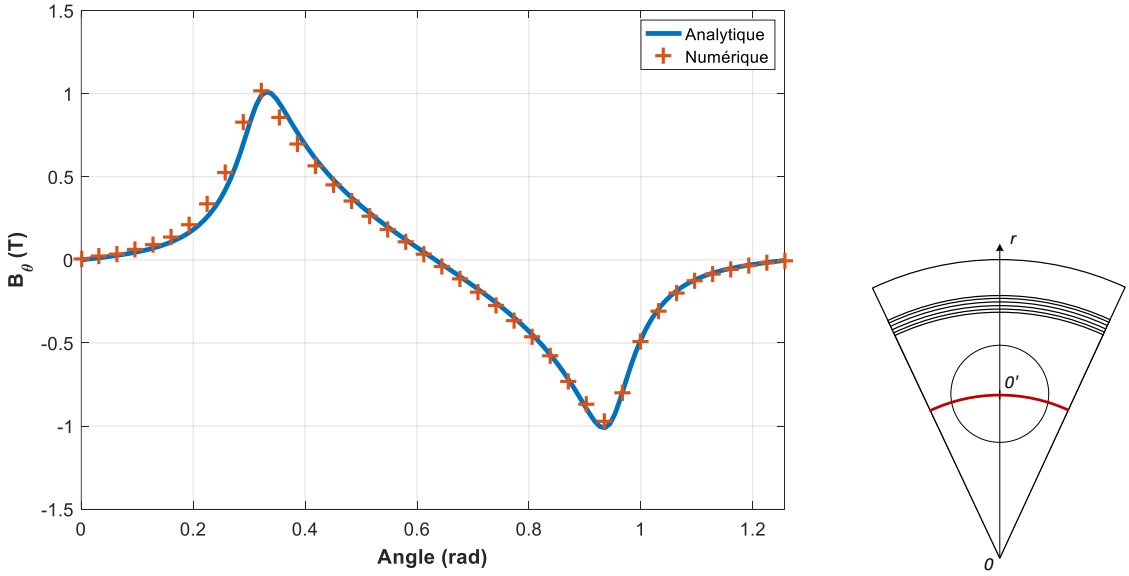


Figure 3.23 : Induction azimutale sous un pôle au milieu de l'entrefer à r = R_m

L'erreur maximale sur le signal et sur le fondamental de B_z en fonction du rayon de calcul est montré sur la *Figure 3.24*. Encore une fois, cela est due à la frontière « fictive » du problème de la fonction de modulation, on voit que la précision du modèle se dégrade suivant le rayon. Nous verrons plus tard que cela n'introduit pas une grande erreur sur le couple, qui est la valeur que l'on souhaite calculée.

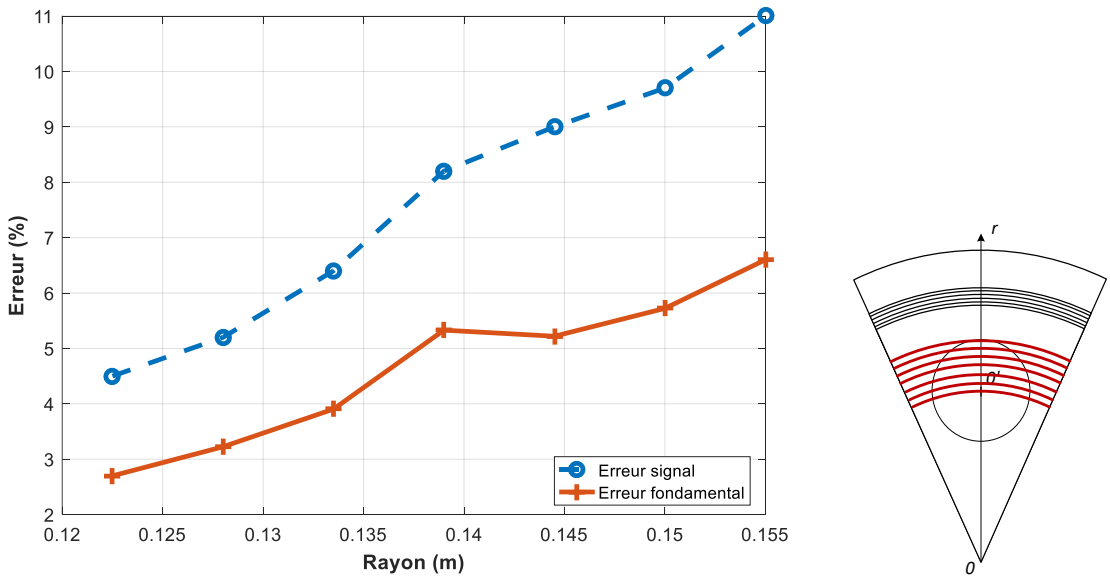


Figure 3.24 : Evolution de l'erreur sur l'induction axiale entre le modèle semi-analytique et le modèle numérique

La *Figure 3.25* montre l'induction axiale à un rayon différent qui est $r = R_m + 0{,}9xR_1$. Pour ce rayon, la partie extrême de l'écran est quasiment atteinte donc la modulation du flux magnétique est affaiblie. Dans ce cas, l'erreur maximale du modèle semi-analytique est de 10 %.

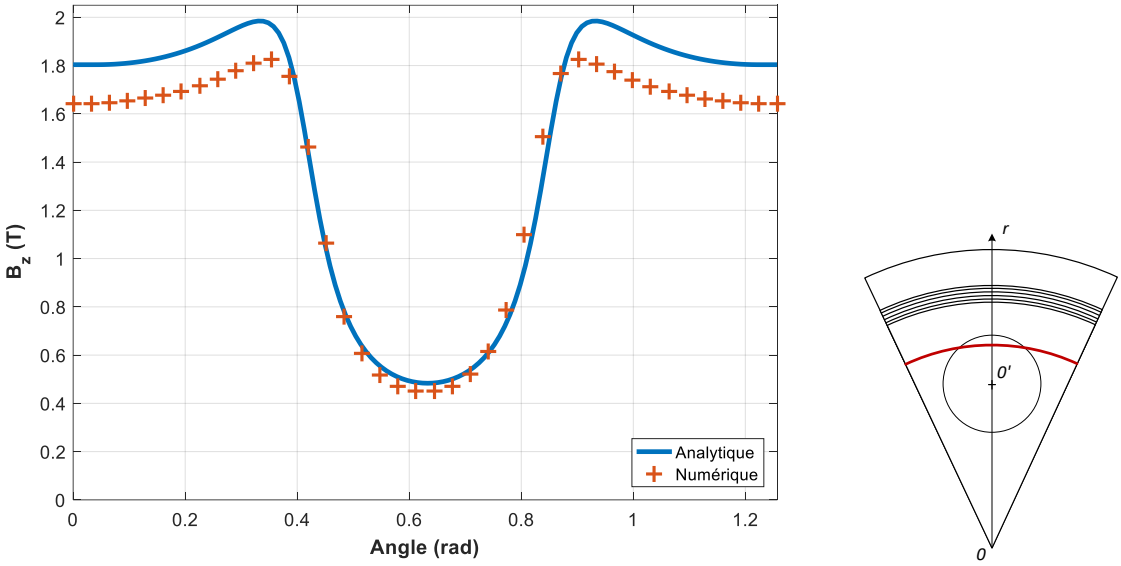


Figure 3.25 : Modulation de l'induction axiale à un rayon différent (r=Rm+0,9xR1)

2.2.8.3. Le couple électromagnétique

La *Figure 3.26* montre la valeur du couple statique en fonction de l'angle de décalage de l'induit (δ) de la machine définit par (3-101). L'erreur entre la modèle analytique et numérique est inférieure à 1 %. Ce résultat est obtenu sans inclure la modification du rayon R_2, donc cela confirme que la zone où l'erreur sur le champ magnétique grandit n'impact pas sur la génération du couple. L'allure du couple est sinusoïdale car l'induction produit par l'inducteur est principalement constituée des harmoniques 2 et 3 qui ne sont pas présent dans le spectre harmonique du bobinage de l'induit.

De même, la *Figure 3.27* montre la force axiale subit par les bobines en cuivre en fonction de l'angle interne. Cependant, le rotor ne voit pas d'effort (si parfaitement équilibré) donc pas d'effet de flèche qui pénalise certaines machines électriques axiales. Les forces sur l'induit peuvent être plus facilement géré avec des supports hors de l'entrefer.

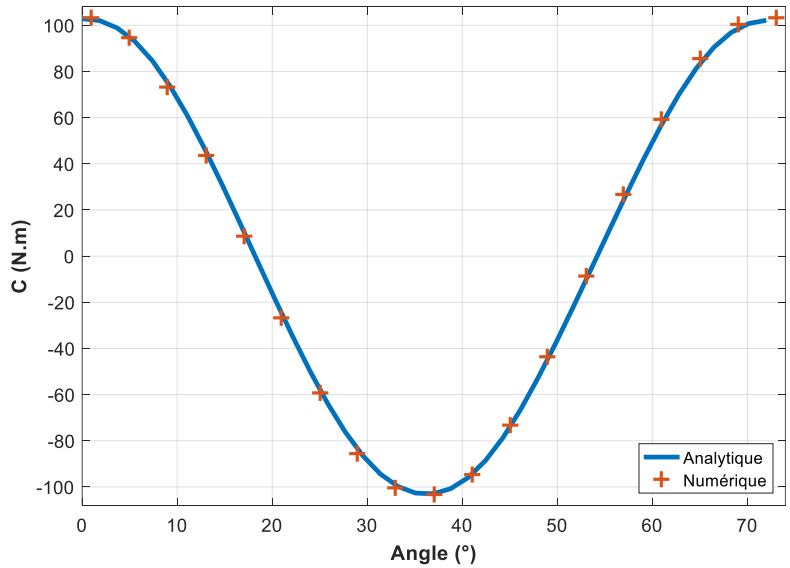


Figure 3.26 : Couple statique en fonction de l'angle δ

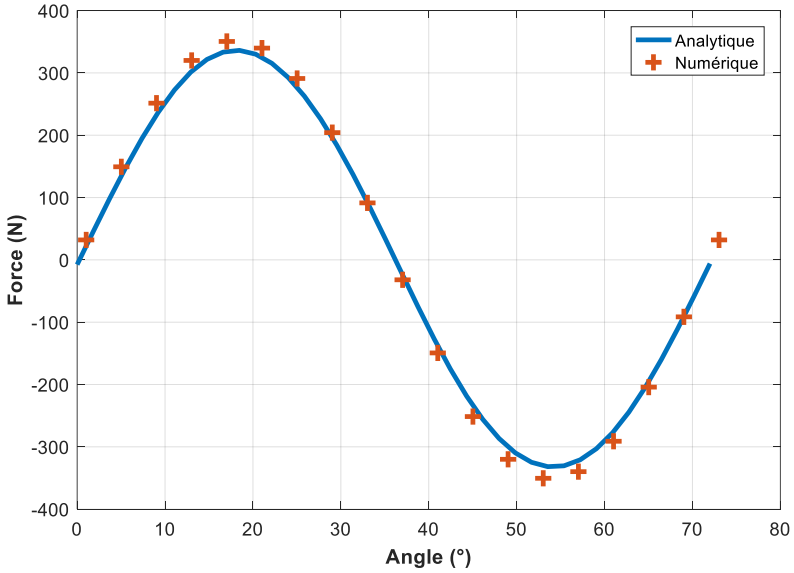


Figure 3.27 : Force axiale sur les bobines de l'induit en fonction de l'angle δ

2.2.8.4. Les limites du modèle

Afin d'étudier les limites du modèle semi-analytique dues à l'introduction de la frontière fictive ($r = R_2$), plusieurs paramètres de la géométrie du *Tableau I* vont être modifiés à l'aide d'une variation paramétrique. Le but étant de comparer la précision du modèle analytique avec un modèle numérique 3D sur une large plage de variation sachant que ce modèle sera utilisé dans le *Chapitre IV* dans une procédure d'optimisation.

Pour diminuer le temps de simulation du modèle numérique, le champ magnétique de l'induit n'est pas simulé. Le couple est obtenu en appliquant la force de Laplace sur une série de Fourier, comme avec le modèle analytique.

Plusieurs paramètres sont retenus pour représenter le plus de combinaisons possibles.

- p = *[4 à 10]* avec un pas de 2 (4 valeurs)
- Rm = *[0,1 m à 0,25 m]* avec un pas de 0,05 m (4 valeurs)
- $\beta = R_1/R_2$ = *[0,45 à 0,7]* avec un pas de 0,05 (6 valeurs)
- e = *[0,005 m à 0,015 m]* avec un pas de 0,04 m (4 valeurs)

Les paramètres restants sont identiques à ceux du *Tableau I*. Au total, 384 combinaisons sont testées. La *Figure 3.28* illustre le taux d'erreur du modèle analytique en fonction du paramètre β, qui est le ratio entre R_1 et R_2, pour différentes polarités. Comme attendu, le taux d'erreur grandit avec β ce qui est dû à la présence de la frontière « fictive » R_2. Le rectangle rouge représente la zone de remplissage optimale (entre 0,55 et 0,65) qui avait été déterminée lors du dimensionnement du *Chapitre II*. Parmi ces points, le taux d'erreur maximale est de 7 %, ce qui reste acceptable.

De plus, la résolution des *384* combinaisons a pris *11 000 s* avec le modèle numérique et *30 s* avec le modèle semi-analytique.

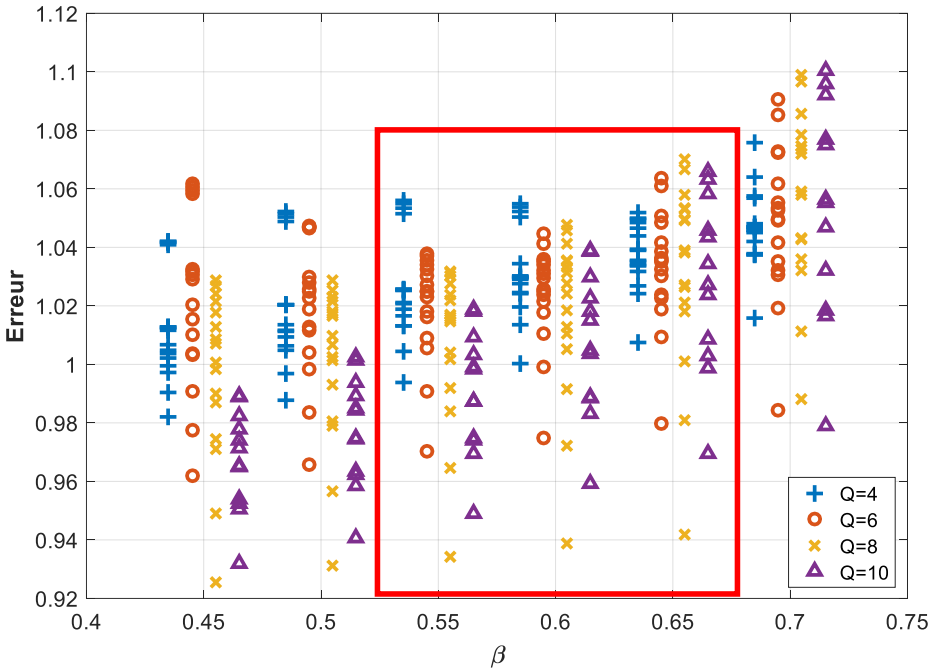


Figure 3.28 : Taux d'erreur du modèle analytique sur une large plage de variation de ces paramètres

3. MODELISATION DES MASSIFS SUPRACONDUCTEURS

La modélisation des éléments supraconducteurs est indispensable afin de mener à bien le dimensionnement de la machine à modulation de flux. Le comportement de ces matériaux peut être obtenu à l'aide de formules analytiques uniquement pour des géométries et des conditions électromagnétiques bien particulières. C'est la raison pour laquelle nous utiliserons des méthodes numériques.

Cette étude nous permettra de valider les hypothèses prises avec l'utilisation du modèle semi-analytique. Pour rappel, il avait été supposé que le courant ne pénétrât pas dans la pastille supraconductrice. Cette affirmation reste vraie tant que la longueur de pénétration est faible par rapport aux dimensions de l'écran supraconducteur.

De plus, les pertes AC créées par les harmoniques de l'induit ne peuvent être quantifiées qu'en obtenant l'état magnétique réel de la pastille (superposition du champ magnétique DC de la bobine supraconductrice et des champs magnétiques harmoniques AC de l'induit).

Le temps de simulation des modèles numériques est long. Afin de diminuer le temps de simulation, un modèle 2D axisymétrique est proposé. Les résultats obtenus avec cette approche seront comparés au problème 3D réel de la pastille supraconductrice placée dans une bobine supraconductrice au niveau du rayon moyen.

3.1. Les performances des massifs supraconducteurs

La modulation du champ magnétique est acceptable quand le courant se développe dans le massif supraconducteur sur une fine épaisseur. La *Figure 3.29* montre la modulation du champ magnétique axial créée par un écran supraconducteur soumis à un champ magnétique. Pour la *Figure 3.29a*, le courant a largement pénétré le supraconducteur. Tandis que sur la *Figure 3.29b*, le courant est

concentré sur une fine épaisseur. Ces deux simulations ont été obtenues avec des densité de courant critique J_c différentes. La valeur du fondamental de la variation de l'induction derrière l'écran est diminué avec la pénétration du courant. Il en résulte que les performances de la machine électrique dépendent essentiellement de J_c. Nous allons donc faire un état de l'art des valeurs de J_c avec des massifs HTC à base de YBCO.

Dans la littérature de modélisation de pastilles, on trouve que J_c peut avoir beaucoup de valeurs différentes (*Tableau II*). Ces variations s'expliquent par la fabrication du matériau, le choix du matériau, la température d'utilisation mais également la précision de la caractérisation de la densité de courant critique du massif supraconducteur qui n'est pas une tâche évidente.

Tableau II : Différent J_c d'un massif supraconducteur

Matériau	***T° (K)***	*J_c (A/mm²)*	Référence
YBCO	***40***	*330*	[FUJ11]
YBCO	***30***	*515*	[ZOU16]
YBCO	***40***	*1340*	[FUJ11-2]
(RE)BCO	***77***	*1000*	[AIN14]
YBCO	***40***	*730*	[PAT12]
YBCO	***77***	*500*	[BER07]

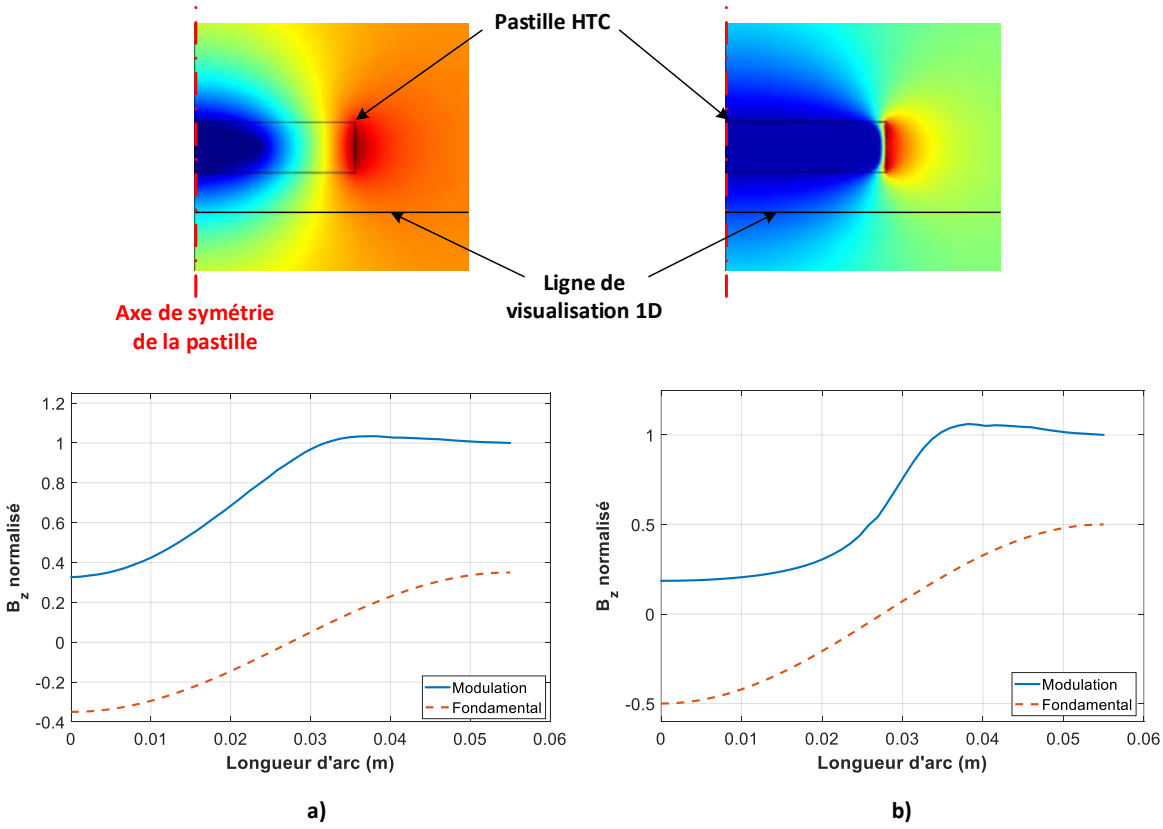


Figure 3.29 : Pastille supraconductrice a) à faible J_c b) à fort J_c soumis à un champ magnétique constant

D'un autre côté, la *Figure 3.30* montre l'évolution de J_c en fonction de l'induction appliquée pour différentes températures d'un massif YBCO. Ces données proviennent de NIPPON STEEL qui est un fabricant de pastille. Malheureusement, la température de *30 K* de notre application n'y figure pas. J_c est mesurée supérieur à *250 A/mm² @ 77 K* pour B < 2 *T*. On va donc utiliser une courbe donnant l'évolution du courant critique en fonction de la température que l'on peut trouver dans la littérature [DEN14]. L'augmentation de la densité de courant a été estimée à *8,9* théoriquement et mesurée à *13,75* expérimentalement entre un massif à *77 K* et à *30 K*. Dans notre simulation, la valeur de J_c est supérieure à 2250 ou 3400 A/mm² suivant le coefficient utilisé.

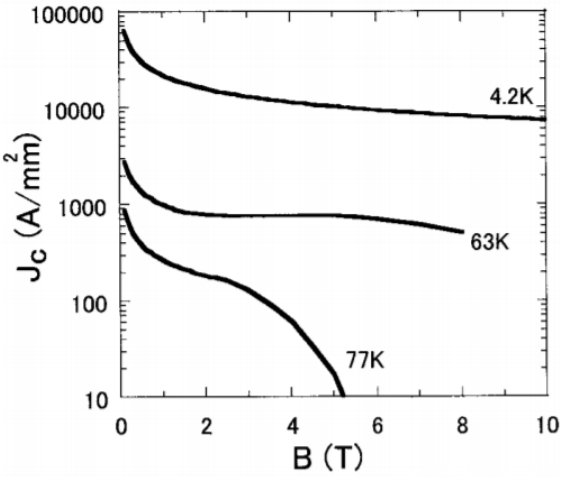


Figure 3.30 : Relation $J_c(B)$ pour un massif d'YBCO [MOR06]

On va donc considérer deux scénarios extrêmes dans la suite de l'étude :

- J_c = *500 A/mm²* qui correspond à un massif supraconducteur de très mauvaise qualité. Cependant cette valeur nous permettra d'observer comment se réparti le courant dans l'écran HTC.
- J_c = *2250 A/mm²* qui est une valeur plus en accord avec la réalité

3.2. Modèle analytique

La réaction de la pastille supraconductrice dans le champ principal de l'aimant supraconducteur peut être étudiée par des modèles analytiques sous couvert de certaines hypothèses. L'avantage est leur rapidité et leur facilité d'utilisation, cependant ils sont limités à des géométries spécifiques et basés sur des hypothèses simplificatrices.

Pour rappel, la plupart des modèles analytiques disponibles sont basés sur le modèle critique de Bean [BEA62][BEA64]. Ainsi le cas qui se rapproche le plus de notre problème est un cylindre de rayon *R* et d'épaisseur infinie plongé dans un champ de valeur maximale B_{max} parallèle à sa longueur. En pénétration incomplète le champ magnétique pénètre jusqu'à un rayon R_p donné par :

$$R_p = R - \frac{B_{\max}}{\mu_0 J_c} \tag{3-102}$$

En utilisant, les valeurs de la machine du *Tableau I*. Le rayon *R* de la pastille est de *40 mm* et le champ magnétique B_{max} (obtenus sans les pastilles, voir *Chapitre II*) vaut *1,3 T*.

Toutes ces données sont récapitulées dans le *Tableau III*. En modifiant l'expression (3-102), on peut obtenir la longueur de pénétration $L_p = R - R_p$ pour un cylindre infini. Il n'existe malheureusement pas

de formule équivalente pour prendre en compte l'épaisseur de la pastille supraconductrice. C'est la raison pour laquelle nous allons introduire des modèles numériques et comparer les résultats avec les modèles analytiques.

Tableau III : Paramètres géométrique et électrique de la pastille HTC

Rayon de la pastille (m)	*0,04*	
Densité de courant critique (A/mm²)	*500*	*2250*
Indice de la loi en puissance	*25*	
Température de refroidissement (K)	*30*	
Longueur de pénétration (mm)	*2,1*	*0,5*

3.3. Modèles numériques

Les modèles numériques peuvent surmonter ces limitations géométriques au détriment d'un temps de calcul évidemment plus long. Il existe différentes méthodes pour modéliser des matériaux supraconducteurs, on y retrouve les éléments finis [GRI14][SIR15][BER17], les différences finies [BER07], la méthode de transformée de Fourier [PRI18], les méthodes de minimisation de l'énergie magnétique [PAR08] ou encore le modèle de Brandt [BRA94][BRA94-2]. La modélisation en vue de magnétiser des massifs supraconducteurs est un sujet de recherche très actif, et les idées développées peuvent être appliquées à l'étude des écrans supraconducteurs.

Plusieurs modèles seront proposés dans l'ordre croissant de leur complexité mais également dans leur précision. Tout d'abord, une approche 2D axisymétrique est considérée. La réduction d'une dimension spatiale permet d'écourter grandement le temps de calcul. Puis l'inducteur supraconducteur avec sa géométrie 3D sera étudié.

Une autre variante étudiée sera l'évolution des propriétés des matériaux supraconducteurs en fonction du niveau de l'induction magnétique.

Plusieurs hypothèses sont tout de même considérées pour l'ensemble de ces modèles :

- Le champ magnétique produit par les bobines de l'induit est négligé, ce qui est acceptable vrai aux vues de la forte amplitude du champ magnétique produit par la bobine supraconductrice.
- L'élévation de température dans les pastilles HTC due aux pertes AC lorsque le courant dans la bobine HTC augmente n'est pas prise en compte sur les propriétés des matériaux. En réalité l'alimentation d'une bobine supraconductrice doit se faire progressivement donc la variation de champ magnétique est lente. Les pertes AC sont donc faibles dans notre cas et on peut supposer la température constante lors de l'alimentation.

3.3.1. Formulation en H

3.3.1.1. L'écriture des équations

L'approximation des régimes quasi-stationnaires est valable pour toutes les simulations réalisées. Les équations de Maxwell sont rappelées :

$$\nabla.\mathbf{B} = 0 \tag{3-103}$$

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{dt} \tag{3-104}$$

$$\nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{J} \tag{3-105}$$

Les supraconducteurs de type II sont utilisés en électrotechnique bien au-dessus de leur premier champ critique, ce qui permet de considérer la perméabilité du supraconducteur équivalente à celle du vide.

$$\mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{H} \tag{3-106}$$

Dans la simulation, le caractère supraconducteur est pris en compte uniquement au-niveau de sa relation entre le champ électrique *E* et la densité de courant *J*. Pour rappel, cette relation est caractérisée par une loi en puissance.

$$\mathbf{E} = \rho\left(\|\mathbf{J}\|\right)\mathbf{J} = \frac{E_c}{J_c}\left(\frac{\|\mathbf{J}\|}{J_c}\right)^{n-1}\mathbf{J} \tag{3-107}$$

A partir des équations de (3-103) à (3-106), la formulation en *H* consiste à résoudre l'équation aux dérivées partielle suivantes :

$$\vec{\nabla} \times \left(\rho\left(\|\mathbf{J}\|\right)\vec{\nabla} \times \mathbf{H}\right) = -\mu_0 \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t} \tag{3-108}$$

3.3.1.2. Application aux modèles 2D axisymétriques

Pour un problème 2D axisymétrique, la densité de courant et le champ électrique ne possède que la composante azimutale.

$$\mathbf{J} = J_\theta(r,z)\mathbf{e_\theta} \tag{3-109}$$

$$\mathbf{E} = E_\theta(r,z)\mathbf{e_\theta} \tag{3-110}$$

D'après l'expression (3-105), le champ magnétique a deux composantes.

$$\mathbf{H} = H_r(r,z)\mathbf{e_r} + H_z(r,z)\mathbf{e}_z \tag{3-111}$$

En combinant les expressions (3-103) à (3-106) et (3-109) à (3-111), le système d'équation pour un matériau supraconducteur est obtenu.

$$\begin{cases} \mu_0 \dfrac{\partial H_r}{\partial t} - \dfrac{\partial E_\theta}{\partial z} = 0 \\ \mu_0 \dfrac{\partial H_z}{\partial t} + \dfrac{\partial E_\theta}{\partial r} + \dfrac{E_\theta}{r} = 0 \end{cases} \tag{3-112}$$

$$J_\theta = \frac{\partial H_r}{\partial z} - \frac{\partial H_z}{\partial r} \tag{3-113}$$

$$E_\theta = \rho\left(\|J_\theta\|\right)J_\theta \tag{3-114}$$

La formulation définit par les équations de (3-112) à (3-114) sont implémentés sur le logiciel COMSOL MULTIPHYSICS. La flexibilité du logiciel permet l'écriture d'équations aux dérivées partielles. Grâce au repère 2D axisymétrique, la forme cylindrique des pastilles est conservée. Afin de simplifier encore l'étude le champ magnétique de la bobine supraconductrice est supposé uniforme dans tous l'espace. Le schéma du problème est représenté sur la *Figure 3.31*.

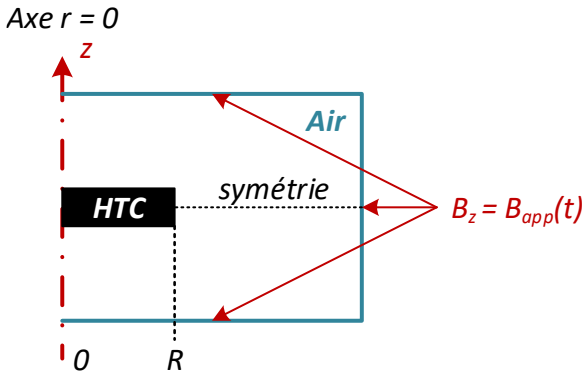


Figure 3.31 : Problème 2D axisymétrique d'un pastille HTC plongé dans un champ variable

3.3.1.3. Application aux modèles 3D

Pour un problème 3D, chaque grandeur possède les trois composantes. Ainsi, on retrouve :

$$\mathbf{J} = J_r(r,\theta,z)\mathbf{e}_r + J_\theta(r,\theta,z)\mathbf{e}_\theta + J_z(r,\theta,z)\mathbf{e}_z \tag{3-117}$$

$$\mathbf{E} = E_r(r,\theta,z)\mathbf{e}_r + E_\theta(r,\theta,z)\mathbf{e}_\theta + E_z(r,\theta,z)\mathbf{e}_z \tag{3-118}$$

$$\mathbf{H} = H_r(r,\theta,z)\mathbf{e}_r + H_\theta(r,\theta,z)\mathbf{e}_\theta + H_z(r,\theta,z)\mathbf{e}_z \tag{3-119}$$

En combinant les expressions (3-111), (3-112) et (3-113), le système d'équation pour un matériau supraconducteur est obtenu.

$$\begin{cases} \mu_0 \dfrac{\partial H_r}{\partial t} + \dfrac{1}{r}\dfrac{\partial E_z}{\partial \theta} - \dfrac{\partial E_\theta}{\partial z} = 0 \\ \mu_0 \dfrac{\partial H_\theta}{\partial t} + \dfrac{\partial E_r}{\partial z} - \dfrac{\partial E_z}{\partial r} = 0 \\ \mu_0 \dfrac{\partial H_r}{\partial t} + \dfrac{\partial E_\theta}{\partial r} + \dfrac{E_\theta}{r} - \dfrac{1}{r}\dfrac{\partial E_r}{\partial \theta} = 0 \end{cases} \tag{3-114}$$

$$\begin{cases} J_r = \dfrac{1}{r}\dfrac{\partial H_z}{\partial \theta} - \dfrac{\partial H_\theta}{\partial z} \\ J_\theta = \dfrac{\partial H_r}{\partial z} - \dfrac{\partial H_z}{\partial r} \\ J_z = \dfrac{\partial H_\theta}{\partial r} + \dfrac{H_\theta}{r} - \dfrac{1}{r}\dfrac{\partial H_r}{\partial \theta} \end{cases} \tag{3-115}$$

$$\begin{cases} E_r = \rho\left(\|J\|\right) J_r \\ E_\theta = \rho\left(\|J\|\right) J_\theta \\ E_z = \rho\left(\|J\|\right) J_z \end{cases} \tag{3-116}$$

Le problème 3D est représenté sur la *Figure 3.32*. Afin de réduire le temps de calcul, on peut prendre en considération un seul pas polaire de la machine et la symétrie central en *z = 0*. Ce qui nous intéresse ici est la pénétration du courant dans la pastille HTC, on néglige alors le caractère supraconducteur de la bobine HTC pour laquelle on prend une résistivité égale à celle du cuivre (valeur aléatoire).

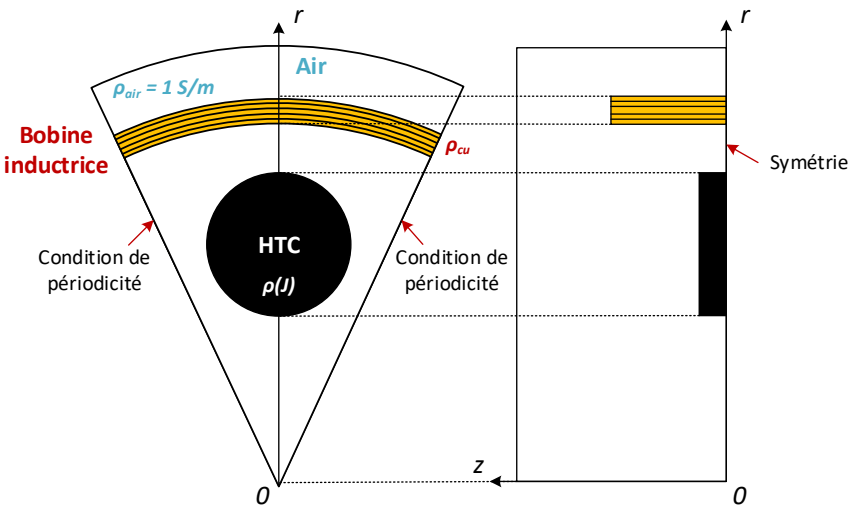


Figure 3.32 : Problème 3D de l'inducteur supraconducteur

3.3.2. Comparaison des différents modèles

Toutes les simulations sont réalisées avec les données du *Tableau I*. Les longueurs de pénétration et l'effet négatif sur le couple électromagnétique seront obtenus et comparés avec les modèles 2D et 3D. De plus, nous analyserons le temps de calcul entre les modèles suivant les précisions considérées.

3.3.2.1. Avec un J_c constant

- Modèle 2D axisymétrique

La distribution du courant au cœur de la pastille est présentée sur la *Figure 3.33a*. Tout d'abord, on peut constater que l'hypothèse du modèle critique n'est pas grossière car la densité de courant vaut principalement *0* ou J_c (500 A/mm²). Cependant en considérant l'épaisseur de la pastille, on obtient une distribution du courant différente du calcul analytique d'un cylindre infini, dont les résultats avaient été montrés dans le *Chapitre I*, qui est invariant suivant l'épaisseur. Dans ce cas, une fine couche de courant atteint le centre de la pastille supraconductrice.

La longueur de pénétration L_p s'obtient en traçant le courant suivant le rayon en *z = 0*, voir *Figure 3.33a*. La *Figure 3.33b* montre le courant et l'induction magnétique suivant cette ligne. La valeur de L_p pour le modèle 2D axisymétrique vaut *5 mm*, soit 12,*5 %* du rayon de la pastille. Comme attendu, au-delà de cette région où le courant supraconducteur est nul, l'induction magnétique est parfaitement annulée par la réaction diamagnétique de l'écran.

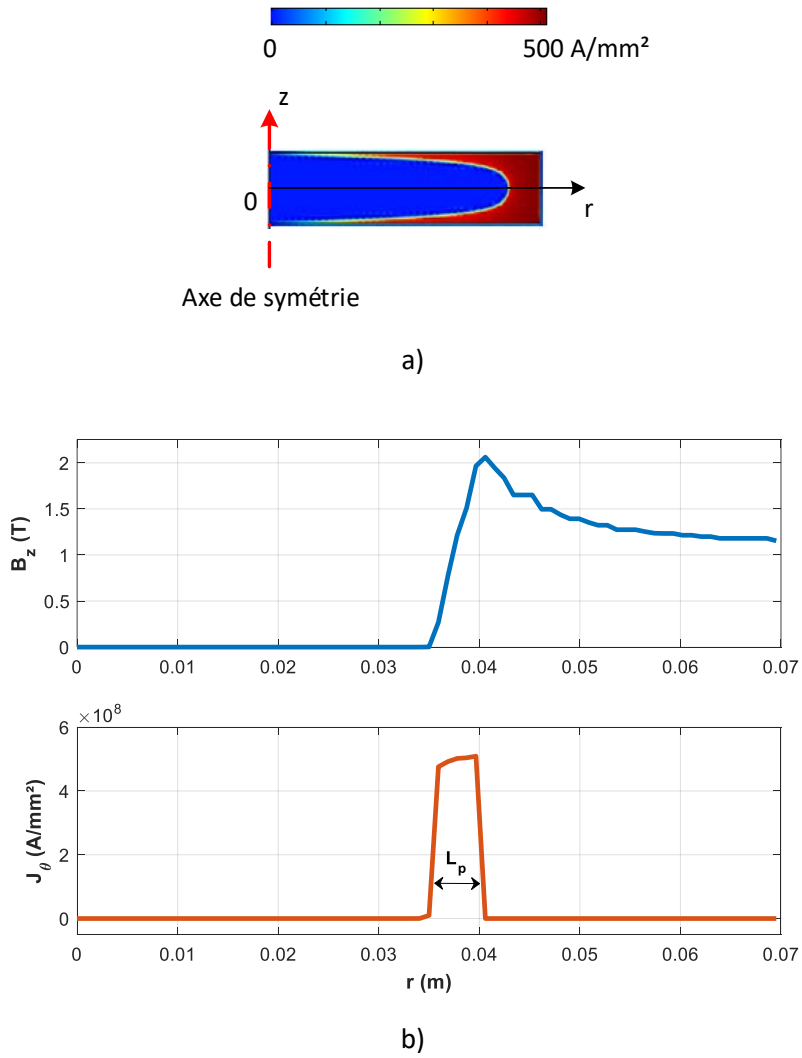


Figure 3.33 : a) Distribution du courant dans la pastille b) Induction magnétique et densité de courant au cœur de la pastille

- Modèle 3D

La *Figure 3.34* représente le résultat de simulation de l'inducteur supraconducteur à modulation de flux en 3D. Le résultat est obtenu sur un demi-pôle de la machine. On trace sur une surface située au niveau du rayon moyen le flux magnétique, ces derniers sont représentés par des « cônes rouges » sur la figure.

Avec le modèle 2D, le courant n'était orienté, par symétrie, que dans la direction azimutale. Or avec le modèle 3D, le courant peut posséder toutes les composantes. Cependant comme le champ magnétique est principalement axial à l'endroit où est placée la pastille supraconductrice, les composantes du courant seront majoritairement dans le plan (*r-Θ*).

La *Figure 3.34* montre que la répartition de l'induction magnétique n'est pas homogène sur la pastille supraconductrice. Cela s'explique par la *Figure 3.35* où l'on illustre que le champ magnétique créé par la bobine supraconductrice seule en son cœur augmente avec le rayon. Pour la bobine sélectionnée, l'induction magnétique varie de *0,84 T* à *1,84 T*, soit une variation de *1 T*.

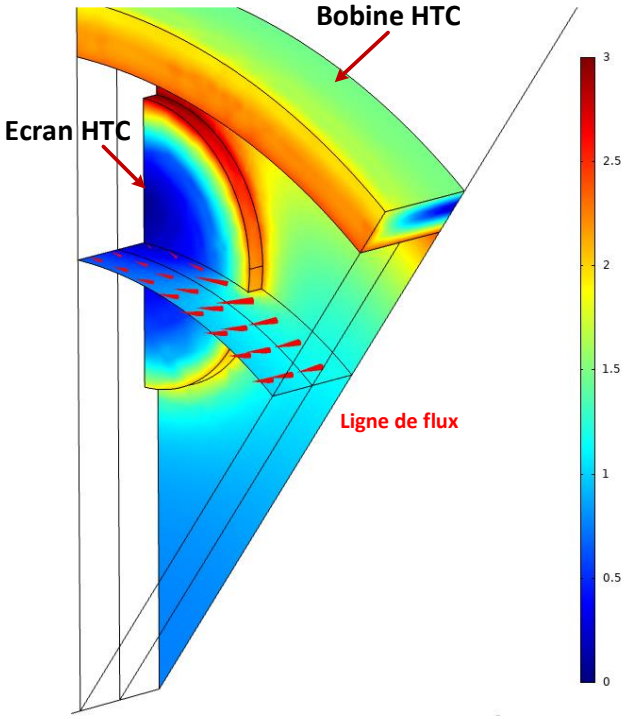


Figure 3.34 : Calcul de l'induction en 3D sous un demi-pôle de l'inducteur supraconducteur

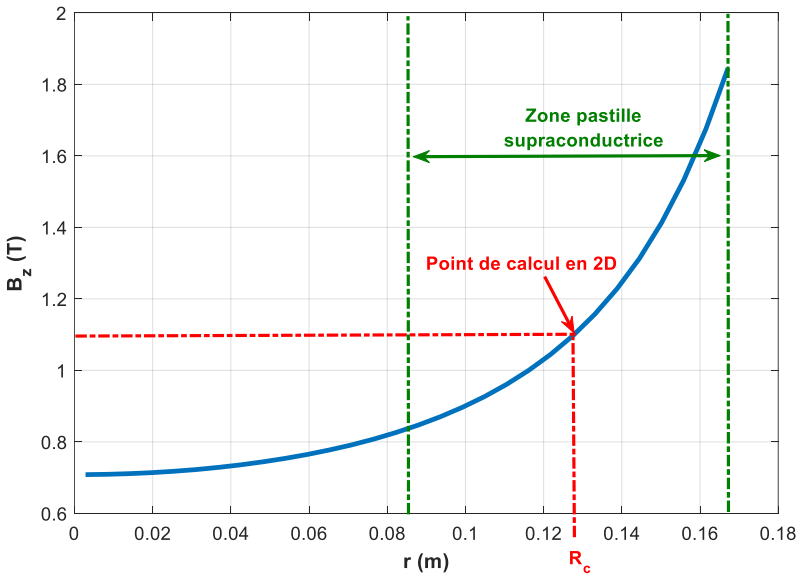
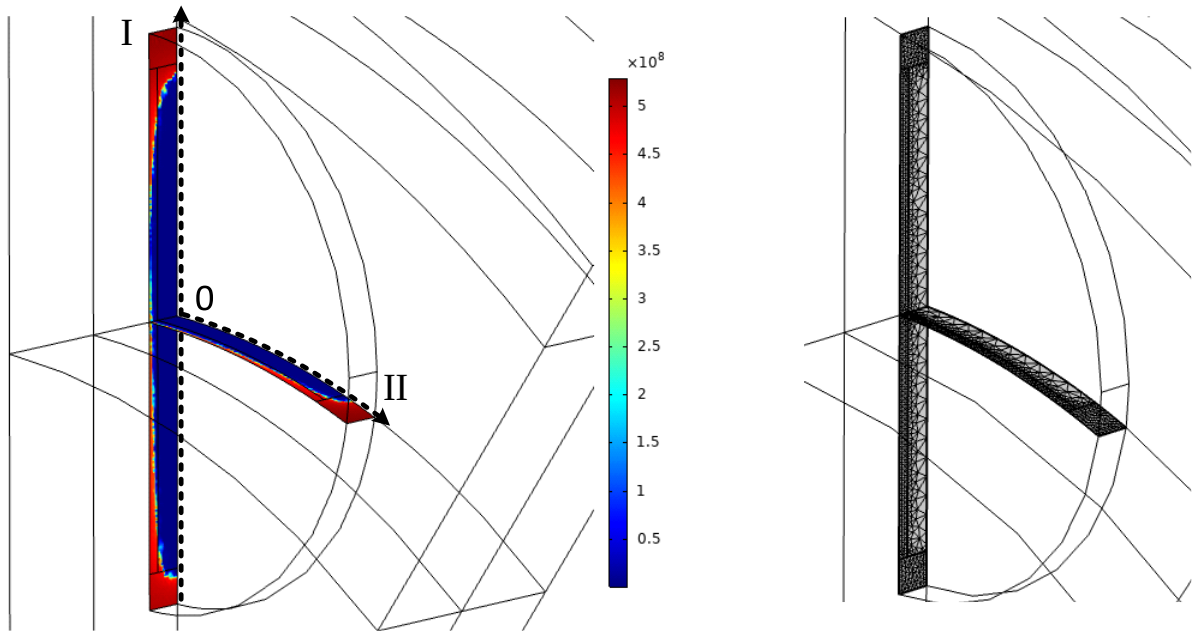
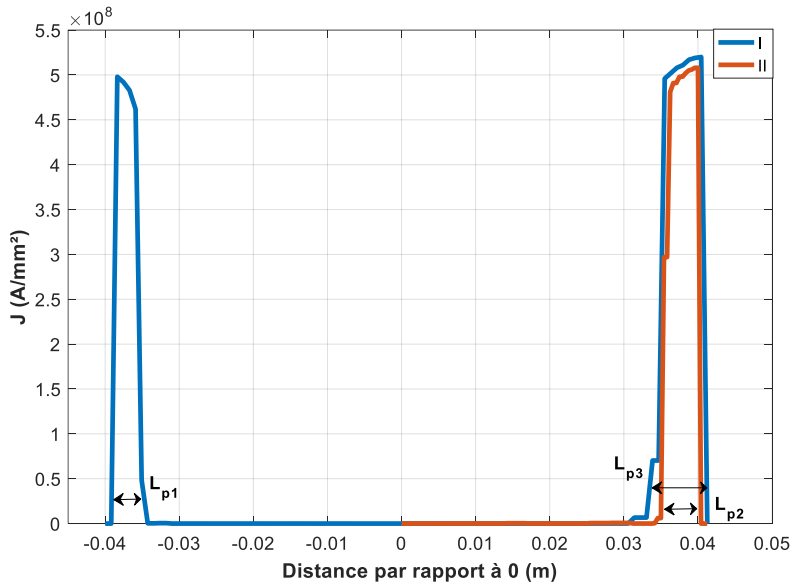


Figure 3.35 : Induction crée par la bobine supraconductrice seule en fonction du rayon

De manière identique, nous allons calculer la longueur de pénétration du courant pour le modèle 3D. La *Figure 3.36a* indiquent comment se réparti le courant dans l'écran HTC. Cette figure montre également un maillage adapté à l'écran HTC, des éléments fins sont utilisés uniquement à l'endroit où se développe le courant. Comme attendu, la répartition n'est pas symétrique par rapport à l'axe de la pastille. Il apparait donc différentes longueurs de pénétration comprises entre *4 mm* et *6 mm*, soit au maximum 15 % de la pastille. La longueur de pénétration la plus grande est l'endroit de la pastille où l'induction magnétique est la plus importante, c'est-à-dire proche de la bobine supraconductrice.



a)



b)

Figure 3.36 : a) Distribution surfacique b) Distribution suivant les lignes I et II du courant dans la pastille

3.3.2.2. Avec un $J_c(B)$

Jusqu'à présent la densité de courant critique dans le massif supraconducteur était considérée constante. Or, comme avec les rubans supraconducteurs, le modèle empirique de KIM [BER07] est utilisé pour décrire la variation de la densité de courant critique J_c en fonction de la température T et de l'induction magnétique appliquée B.

$$J_c(B,T) = \frac{J_{c0}(T)}{\left(1+\frac{|B|}{B_0}\right)} \tag{3-117}$$

$$J_{c0} = \alpha\left(1-\left(\frac{T}{T_c}\right)^2\right)^{1,5} \tag{3-118}$$

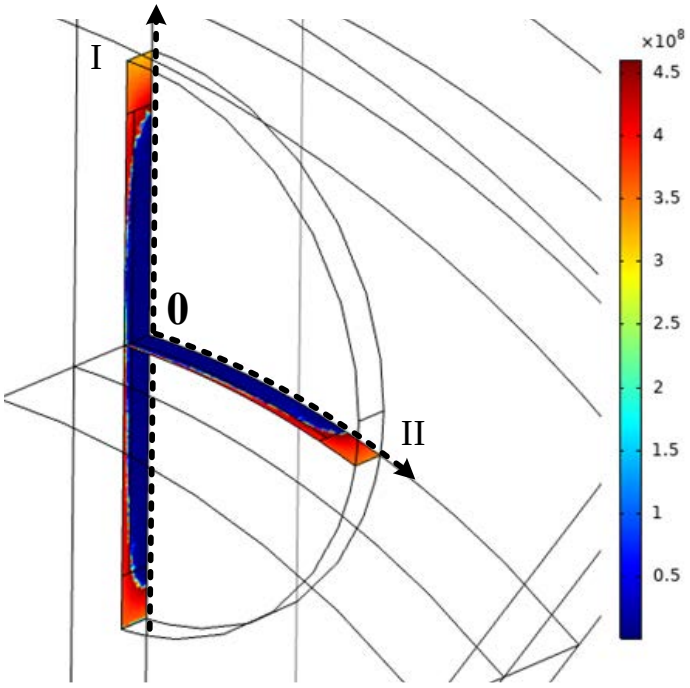
Où J_{c0} est la variation de densité de courant critique avec la température, B_0 est une constante qui décris la décroissance de J_c en fonction de l'induction appliquée.

Dans la littérature de modélisation de pastilles, on trouve que ces paramètres peuvent avoir beaucoup de valeurs différentes (*Tableau IV*).

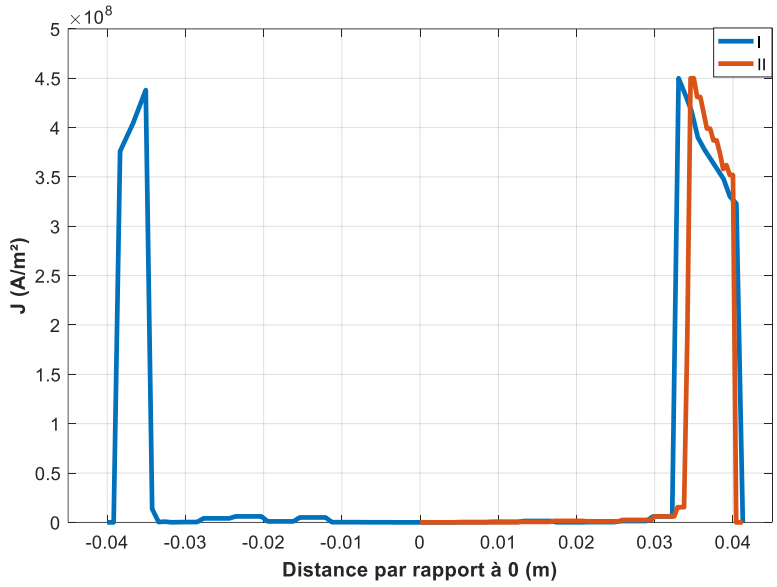
Tableau IV : Paramètres du modèle de KIM pour un massif supraconducteur

Matériau	**T° (K)**	α	B_0 (T)	Réf.	**Matériau**	**T° (K)**	α	B_0 (T)	Réf.
YBCO	**40**	$4,6x10^8$	1,3	[FUJ11]	**(RE)BCO**	**77**	$6,1x10^8$	1,3	[AIN14]
YBCO	**30**	$6,1x10^8$	4	[ZOU16]	**YBCO**	**40**	$1x10^9$	1,3	[PAT12]
YBCO	**40**	$1,83x10^9$	1,3	[FUJ11-2]	**YBCO**	**77**	-	0,5	[BER07]

Nous représentons ici, le cas défavorable d'une densité de courant critique J_{c0} de 500 A/mm² (0 T @30 K) et B_0 de 4 T. Les résultats de simulation sont exposés sur la *Figure 3.37a* et *3.37b*. Les deux longueurs de pénétration L_{p1} et L_{p2} valent respectivement 11 mm et 8 mm, soit au maximum 27,5 % de la pastille.



a)



b)

Figure 3.37 : a) Distribution surfacique b) Distribution suivant les lignes I et II du courant dans la pastille

3.3.2.3. Comparaisons des résultats

Les différentes longueurs de pénétration, l'impact sur le couple et le temps de calcul sont représentés dans le *Tableau V*.

Tableau V : Comparaison des modèles

	Méthodes	**J_{c0} (A/mm²)**	L_p max (mm)	ΔC (%)	Temps de calcul (min)
Ana.	***Jc const.***	***500***	*2*	***-8 %***	-
		2250	*0,5*	***-2 %***	
2D	***Jc* const.**	***500***	*5*	***-23 %***	*1*
		2250	*1*	***-4 %***	
	Jc(B)	***500***	*7*	***-33 %***	*1*
		2250	*1,2*	***-6 %***	
3D	***Jc* const.**	***500***	*6*	***-28 %***	*300*
		2250	*1,2*	***-5 %***	
	Jc(B)	***500***	*11*	***-50 %***	*750*
		2250	*1,5*	***-7 %***	

Tout d'abord, le modèle analytique est bien imprécis sur l'estimation de la longueur de pénétration, c'est la raison pour laquelle un calcul numérique est obligatoire afin de valider le modèle semi-analytique.

Avec l'hypothèse d'un J_c constant, les profondeurs de pénétration avec une simulation 2D et 3D donnent des résultats quasiment identiques. Cependant en introduisant un $J_c(B)$, l'écart sur les longueurs de pénétration est plus conséquent cela s'explique par l'intensité de l'induction plus élevée sur la partie haute de la pastille. La précision du modèle 2D est donc relative, il permet tout de même de réduit le temps de simulation par *750*. C'est pour cette raison que ce modèle sera conservé pour les simulations prochaines.

Quant à la variation du couple, on constate qu'elle peut être importante pour une pastille supraconductrice de mauvaise qualité (J_c = *500 A/mm²*). Cependant avec un écran HTC de bonne qualité, la pénétration du courant est inférieure à *2 mm* ce qui garantit une décroissance du couple de la machine de moins de 7 %. Dans ce cas, **les hypothèses prises par le modèle semi-analytique sont bonnes**.

4. CONCLUSION

Dans ce chapitre nous avons proposé un modèle semi-analytique permettant de calculer la distribution magnétique de l'inducteur supraconducteur et le couple de la machine par utilisation de la force de Laplace. Nous avons pu constater, dans le *Chapitre II*, l'importance de la forme de l'écran sur la valeur du couple, qui pouvait décroitre jusqu'à *25 %*. C'est la raison pour laquelle ce modèle semi-analytique devait intégrer le comportement magnétique avec des écrans HTC cylindriques. Pour résoudre ce problème, nous avons donc proposé une approche consistant à utiliser 2 modèles axisymétrique. Le premier calcule le champ magnétique de la bobine supraconductrice seule et le second permet d'obtenir une fonction de modulation qui caractérise la présence des écrans supraconducteurs. Le champ magnétique totale est obtenu par combinaison des 2 modèles.

Cependant comme beaucoup de résolution par séparation de variables, plusieurs hypothèses sont prises sur le comportement magnétique des éléments constituant la machine. La plus importante est de considérer les écrans HTC comme des matériaux diamagnétiques parfait. En termes de performance, ce modèle est 360 fois plus rapide qu'un modèle numérique utilisant la résolution par éléments finis et les mêmes hypothèses magnétiques, le tout avec un taux d'erreur inférieur à *7 %*.

Il est toutefois important de vérifier l'hypothèse du diamagnétisme. Pour cela, plusieurs modèles numériques sont proposés en utilisant un $J_c(B)$ pour définir les pastilles HTC. La réduction du couple est importante et comprise entre *-7 %* et *-50 %* suivant la qualité du massif supraconducteur. Il est donc indispensable d'utiliser des écrans HTC de très bonne qualité pour cette machine supraconductrice.

CHAPITRE 4

OPTIMISATION DE LA MACHINE SUPRACONDUCTRICE

1. INTRODUCTION

Les machines supraconductrices à fort couple (*> 10 kN.m*) ont déjà prouvées leur supériorités en termes de masse et de volume sur les technologies standards [ECO][GAM10][NIC07]. La question reste ouverte sur les actionneurs de couple plus faible (*< 10 kN.m*). C'est le type de machine qui est proposé dans le projet de la NASA pour l'avion N3-X où 14 moteurs électriques de *3 MW* sont dédiés à la propulsion [FEL11]. Le couple de ces machines est de *6,7 kN.m*.

Pour évaluer la puissance massique, une estimation de la masse des différents composants de la machine sera proposée dans la première partie de ce chapitre. Il parait difficile d'intégrer la totalité des pièces dans ce bilan c'est pourquoi uniquement les éléments jugés principaux y apparaitront. Seul un dessin complet de la machine permettra d'obtenir la masse réelle de la machine. De plus, les choix de construction et des matériaux pourront également influer sur le poids de la machine.

Une machine supraconductrice ne pourrait fonctionner sans son système de refroidissement. Le dimensionnement de ce dernier dépend des pertes thermiques de la machine. Pour cela, un calcul des pertes par une approche analytique sera présenté dans la seconde partie du chapitre.

Enfin, à l'aide du modèle semi-analytique développé dans le chapitre précédent, la machine supraconductrice à modulation de flux sera optimisée à l'aide d'un algorithme génétique. L'objectif est de rechercher la géométrie qui possède la puissance massique la plus importante. Plusieurs puissances électromagnétiques seront évaluées. Ces puissances seront calculées à partir des couples issus du modèle semi-analytique et de la vitesse de rotation qui est fixée à *5000 tr/min*. Cette vitesse de rotation pourrait correspondre à une application de propulsion. Une approche sera également proposée afin d'optimiser non plus seulement la machine mais ce que l'on appellera le système supraconducteur qui est composé de la machine et du refroidisseur

2. BILAN DE MASSE ET ETUDE MECANIQUE

L'ensemble des éléments comptabilisés dans le bilan de masse est résumé sur le schéma de la *Figure 4.1a*. Pour les pièces dont le dimensionnement dépend de la mécanique, tel que les supports des écrans qui transmettent le couple, leurs géométries dépendent de la contrainte qu'ils subissent. Pour évaluer ces efforts, des formules analytiques seront utilisées. Ces équations rapides pourront être intégrées dans la routine d'optimisation. Cependant les équations analytiques sont la plupart du temps basées sur des hypothèses simplificatrices dont il faudra évaluer la validité avec des simulations numériques.

Les géométries des modèles numériques seront basées sur les résultats issus de l'étape de pré-dimensionnement d'une machine de *50 kW* effectuée dans le *Chapitre II*.

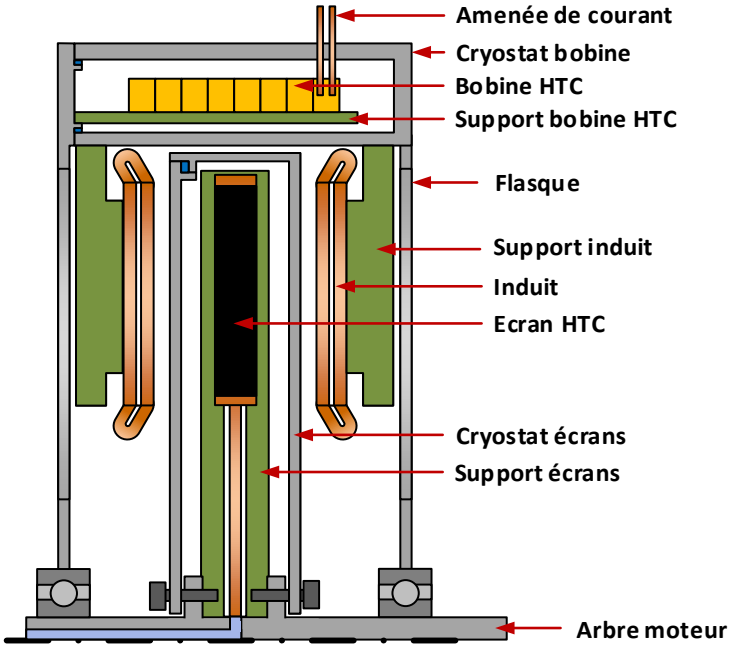
Parmi les éléments « actifs », on retrouve :

- La bobine supraconductrice
- L'induit en cuivre
- Les pastilles supraconductrices

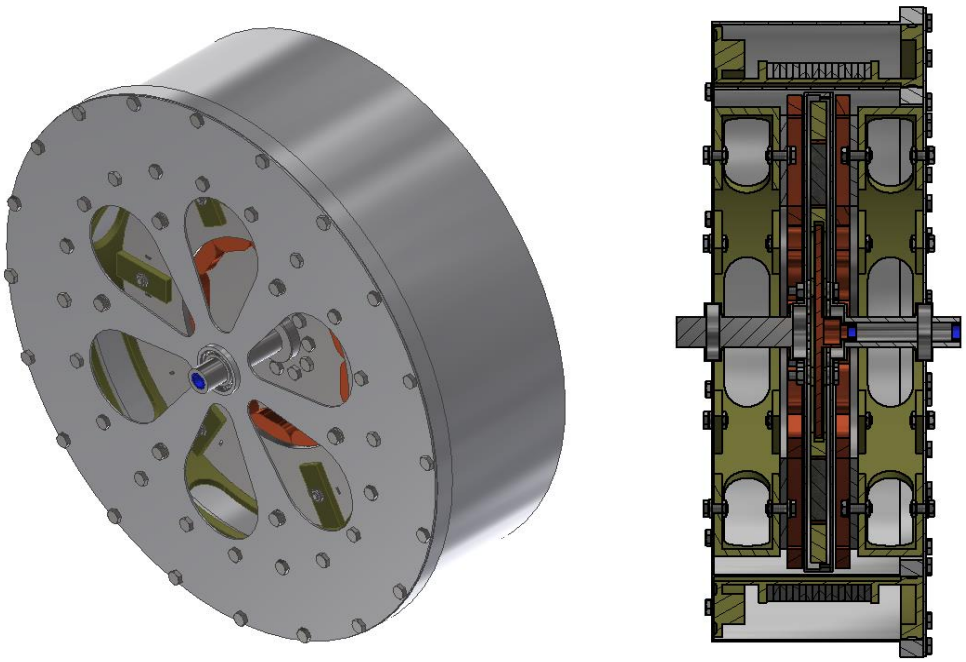
Et les éléments « non-actifs » regroupent :

- L'arbre du moteur
- Les différents cryostats
- Les supports des bobines et des pastilles
- Les amenées de courant

La *Figure 4.1b* montre des dessins techniques de la 1ère version de la machine. Afin de maintenir fixe la bobine HTC et avoir les écrans HTC qui tournent, deux cryostats différents sont utilisés. Le cryostat du rotor est solidaire du rotor et tourne avec. Nous verrons que plusieurs choix techniques seront faits durant la phase de construction qui amène à une 2nde version légèrement différente.



a)



b)

Figure 4.1 : a) Schéma des éléments intégrés dans le bilan de masse b) Premier dessin technique de la structure de la machine

2.1. Les différents matériaux utilisés

La masse volumique de l'ensemble des matériaux présents sur la *Figure 4.1a* est indiquée dans le *Tableau I*. Il y figure également les propriétés mécaniques de certains matériaux utiles pour le dimensionnement mécanique.

Le matériau G11 est un mélange de fibre de verre et de résine d'époxy, il est très utilisé pour des applications cryogéniques car il possède de bonnes propriétés mécaniques mais est surtout un très bon isolant thermique. Il sera donc employé pour le support de la bobine supraconductrice et des écrans. Le maintien des bobines de l'induit sera également réalisé avec un tel matériau. Les propriétés mécaniques de ces matériaux évoluent avec la température mais également suivant le sens de l'effort (anisotropie), c'est la raison pour laquelle plusieurs valeurs apparaissent dans le *Tableau I*.

Le cryostat de la bobine supraconductrice sera conçu en aluminium. L'éloignement de cette pièce par rapport aux sources de champ magnétique AC (rotation des écrans et bobine de l'induit) permet l'utilisation d'un matériau conducteur. De plus, certains alliages d'aluminium possèdent de très bonnes propriétés mécaniques tout en étant très léger. Pour notre application, l'aluminium de la nuance 5083 est retenu. Il est très utilisé pour des applications dans les domaines de la marine, de l'armement mais aussi de l'aéronautique. Il a une résistance mécanique intermédiaire et peut être également utilisé pour des applications cryogéniques puisqu'il possède un bon comportement aux basses températures.

Pour cette étude de l'aluminium sera également choisi pour réaliser le rotor. Habituellement, le cryostat est en acier puis recouvert d'une épaisseur en cuivre servant au blindage électromagnétique contre les harmoniques produit par le bobinage de l'induit. Dans notre projet, un cryostat réalisé avec un matériau qui est très bon conducteur électrique et ayant de bonne résistance mécanique permet de regrouper les deux actions et d'avoir un cryostat composé d'une seule pièce.

Les amenées de courant sont les connexions entre la source de courant et la bobine supraconductrice. Cette partie est en cuivre afin de conduire la grande quantité de courant dont l'électro-aimant a besoin.

Tableau I : Les différents matériaux de la machine supraconductrice

Matériaux	Masse vol. (kg/m^3)	Module de Young (GPa)	Coefficient de Poisson	Limite élastique de traction σ_e (MPa)
BSCCO	6600	-	-	130
YBCO	5950	150	0,255	90
Acier	7850	192 (@300K)	-	565 (@300 K)
Alumine	3970	361 (@300 K)	0,24 (@300 K)	400 (@300 K)
Aluminium	2660	-	-	270 (@300 K)
Argent	10000	-	-	-
Cuivre	8700	-	-	-
G10/G11	2100	32/25 (@300 K) 37/31 (@77 K) 139/33 (@4 K)	0,14/0,16 (@300 K) 0,22/0,21 (@77 K) 0,21/0,21 (@4 K)	469/329 (@300 K) 824/580 (@77 K) 872/553 (@4 K)
Hastelloy	8890	-	-	-

2.2. Etude mécanique des composants de la machine

2.2.1. La bobine supraconductrice

Estimation de la masse :

La géométrie de la bobine supraconductrice est fixée par l'étude électromagnétique. Le poids de cette dernière va dépendre du type de ruban utilisé. L'étude sera conduite sur les deux générations de rubans supraconducteurs à haute température critique, il faut donc sélectionner parmi les fabricants actuels les deux rubans les plus performants.

Pour la première génération (BSSCO), le ruban multi-filamentaire fabriqué par SUMITOMO de type-H est le plus performant. La section de ce conducteur est rappelée sur la *Figure 4.2a*.

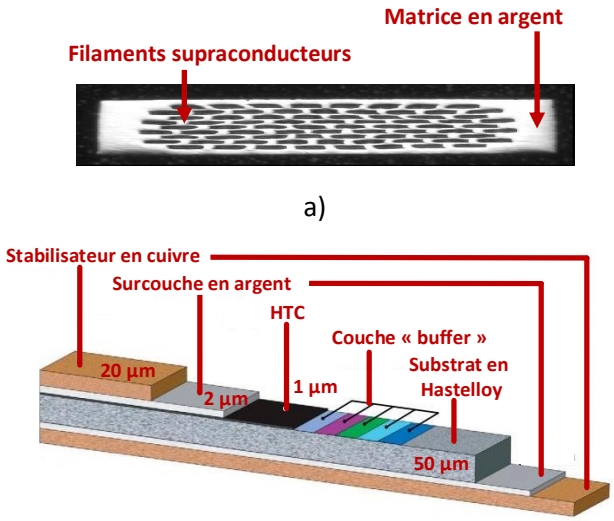


Figure 4.2 : Section d'un ruban a) BSCCO de SUMITOMO b) YBCO de SUPERPOWER

Sur cette section, on retrouve environ *30%* de BSCCO alors que les *70%* restants sont de l'argent. Avec cette répartition, on obtient la densité volumique équivalente d'un ruban de BSCCO :

$$\rho_{tape} = 0,3\rho_{BSCCO} + 0,7\rho_{Ag} = 8980\ kg/m^3 \qquad (4\text{-}1)$$

La section d'un ruban de deuxième génération (YBCO) est représentée sur la *Figure 4.2b*. Il existe beaucoup de fabricants pour ce genre de ruban. On a retenu le fabricant SUPERPOWER dont le ruban possède de meilleures performances que le ruban BSCCO sous contrainte magnétique [WIM17][TSU17].

Pour le calcul de la densité volumique, les couches « buffer », très fines, sont négligées. En considérant une double couche de stabilisateur en cuivre de *20 µm*, comme dans l'étude [TSU17], on a :

$$\rho_{tape} = 0,53\rho_{Hastelloy} + 0,42\rho_{Cu} + 0,04\rho_{Ag} + 0,01\rho_{YBCO} = 8825\ kg/m^3 \qquad (4\text{-}2)$$

La masse volumique des deux générations de rubans est identique, cependant les propriétés électriques du YBCO font que ces rubans sont plus intéressants pour le développement de machines supraconductrices à fortes densités de puissance.

L'électro-aimant supraconducteur est composé de plusieurs bobines en série. Ces bobines sont séparées par des lamelles en cuivre pour homogénéiser la température des rubans. Le poids de l'ensemble s'obtient simplement en considérant un coefficient de 0,9 (approximation) qui prend en compte le coefficient de foisonnement du ruban et les lamelles :

$$M_{bobine} = 0,9\rho_{tape}V_{bobine} \tag{4-3}$$

Où V_{bobine} est le volume de la bobine en considérant un coefficient de remplissage unitaire.

Estimation des contraintes :

Les forces de Lorentz qui s'exercent sur des matériaux transportant des courants de fortes intensités engendrent des contraintes mécaniques pouvant déformer voire détruire la bobine. De plus, la densité de courant critique d'un ruban supraconducteur dépend également de son état de contrainte. L'objectif du problème est d'étudier l'équilibre de la bobine supraconductrice, à partir de plusieurs hypothèses :

- L'induction magnétique est supposée constante et uniforme sur la section de l'électro-aimant, créant ainsi une force de Lorentz homogène.
- Les modifications de la forme de la bobine sous contrainte ne sont pas considérées
- Les efforts dus à la gravité et à la pression atmosphérique sont négligés.
- L'épaisseur de la bobine est supposée petite devant son rayon intérieur (hypothèse de l'anneau).

Ainsi, les contraintes au sein de l'électro-aimant ne sont dues qu'à une traction ortho-radiale dont l'expression est donnée par [LNCMI] :

$$\sigma = JBR \tag{4-4}$$

Où *J* est la densité de courant, *B* l'induction magnétique et *R* le rayon moyen de la bobine.

Pour la machine du pré-dimensionnement, ***B = 2 T*** (il s'agit du champ maximal sur le ruban)***, J = 240 A/mm²*** et ***R = 0,173 m***. Avec ces données et l'expression (4-4), on trouve une contrainte à la traction de **83 MPa**, qui est inférieure à la limite donnée par le fabricant SUMITOMO de **130 MPa**. En cas de dépassement, l'utilisation d'une frette est indispensable [LNCMI].

2.2.2. L'induit en cuivre

Estimation de la masse :

Une illustration du bobinage concentrique et des paramètres géométriques sont représentés sur la *Figure 4.3*. La masse de l'ensemble de l'induit est estimée avec :

$$M_{induit} = 2N_b\rho_{cu}k_{cu}\left(2\left(R_6 + 2W_1 - R_7\right) + \alpha_{ouv}\frac{2\pi}{N_b}\left(R_7 + R_6\right)\right)W_1E_1 \tag{4-5}$$

Où N_b est le nombre de bobine de l'induit et k_{cu} le coefficient de remplissage.

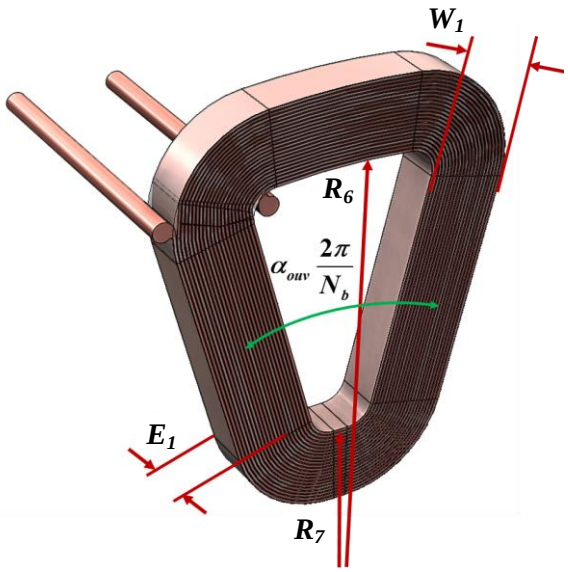


Figure 4.3 : Une bobine de l'induit isolée et ses paramètres géométriques

2.2.3. Les pastilles supraconductrices

Estimation de la masse :

Les paramètres géométriques d'une pastille sont représentés sur la *Figure 4.4*. La masse de l'ensemble des pastilles supraconductrices s'obtient simplement avec la relation suivante :

$$M_{pastille} = p\rho_{YBCO}\pi R_1^{\,2} E_{ecr} \tag{4-6}$$

Où p est le nombre de pair de pôles, R_1 le rayon de la pastille et E_{ecr} son épaisseur.

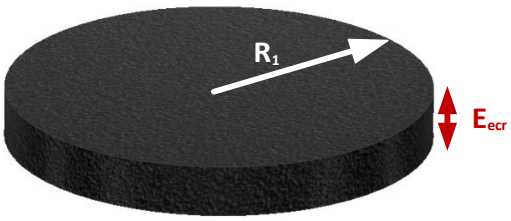


Figure 4.4 : Les paramètres géométriques d'une pastille cylindrique

Estimation des contraintes :

L'étude des contraintes mécanique sur la pastille est indispensable pour le dimensionnement. En effet, des contraintes trop importantes peuvent conduire à des fissures dans la céramique dégradant leurs propriétés électriques. Pour cette étude, le champ magnétique de l'induit étant suffisamment faible, sa contribution ne sera pas prise en compte. Les efforts sur la pastille sont ainsi obtenus en ne considérant que le champ de la bobine supraconductrice.

Deux types d'effort sont étudiés :

- La compression radiale :

Le champ magnétique de l'inducteur est composé du champ source créé par la bobine supraconductrice et du champ propre de l'écran dû aux courants induits dans le matériau. On a pu voir dans le *Chapitre III* que le courant pénétrait à partir des extrémités. La direction de ce dernier est majoritairement azimutale et le champ magnétique de la bobine supraconductrice est axial. L'interaction entre ces deux grandeurs génère une force de Laplace qui comprime radialement la pastille. Ce comportement est également résumé sur le schéma de la *Figure 4.5a*.

$$F_r = J_\theta B_z \tag{4-7}$$

- La compression axiale

Au contraire proche de chaque surface de la pastille, les lignes de flux sont tangentielles (*Figure 4.5b*). Toujours avec la force de Laplace, on constate que la force s'apparente à une pression magnétique qui comprime la pastille axialement.

$$F_z = J_\theta B_r \tag{4-8}$$

Quand l'écran est centré par rapport à la bobine supraconductrice, la pression de chaque côté est identique. La résultante des forces est nulle, donc la pastille est maintenue en place. Cependant une dissymétrie *X* peut apparaitre lors de la construction de la machine. Dans ce cas, un déséquilibre des pressions apparaît qui a tendance à expulser l'écran. La valeur de la force d'expulsion sera calculée afin d'appréhender un moyen de fixation lors de la construction.

Les compressions axiale et radiale peuvent être plus importantes que la limite élastique de compression du YBCO. C'est la raison pour laquelle une frette autour de l'écran est obligatoire pour des forts champs magnétiques [TOM03].

Pour tous ces calculs, un modèle numérique 3D est utilisée. Pour cela, la relation *E-J* des matériaux supraconducteurs est approximé suivant une loi en puissance. Ce modèle avait déjà été exposé dans le *Chapitre III*, un schéma du problème est montré sur la *Figure 4.6*.

Les résultats sont donnés dans la suite en utilisant la géométrie de la machine pré-dimensionnée du *Chapitre II*.

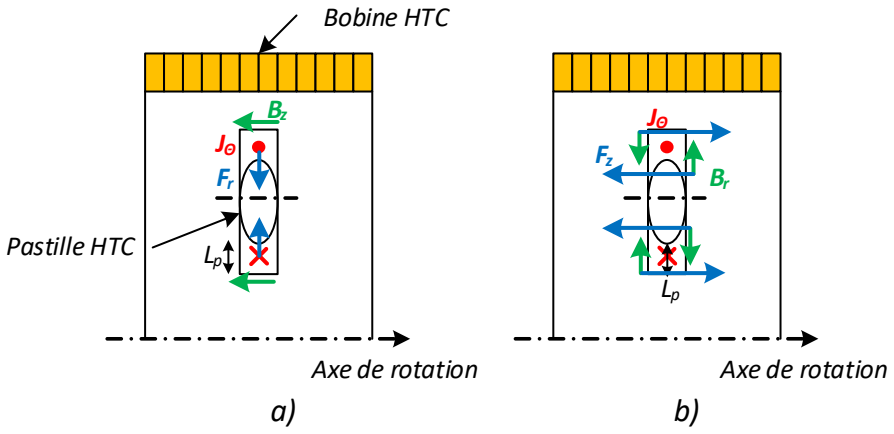


Figure 4.5 : Schéma de a) la compression radiale b) la compression axiale

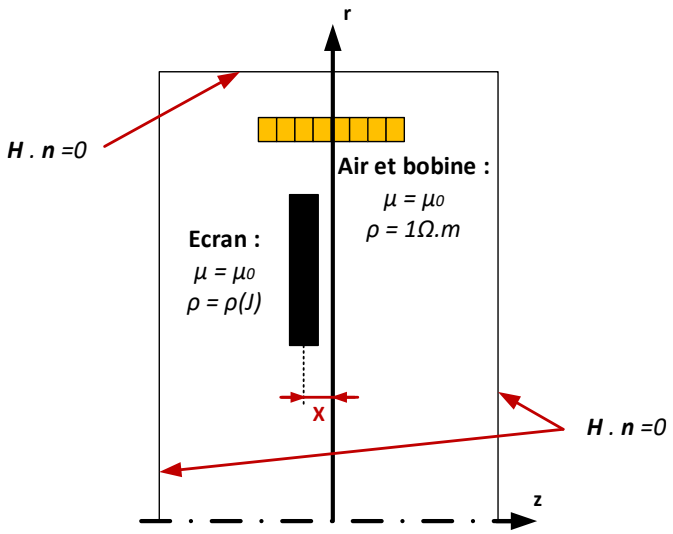


Figure 4.6 : Modèle numérique avec possibilité de dysmétrie de l'écran d'une distance X

Contraction de la pastille

Les forces axiales et radiales volumiques sur la pastille sont représentées sur la *Figure 4.7a* et *b*. Elles sont calculées pour *X = 0*, cas le plus défavorable où le champ magnétique est le plus fort. En intégrant ces efforts, on trouve une force radiale de *5000 N* et une force axiale de *900 N* qui comprime la pastille de chaque côté. On peut constater que ces forces sont majoritairement situées en surface, là où le courant circule.

Pour ces valeurs de force, la contrainte maximale σ_{max} (= F_{max} / S) est de ***2 MPa***. Le critère de Von Mises indique que σ_{max} doit être inférieur à deux fois la limite élastique de traction-compression, soit ***45 MPa*** pour l'YBCO. Dans notre cas, aucune frette n'est nécessaire.

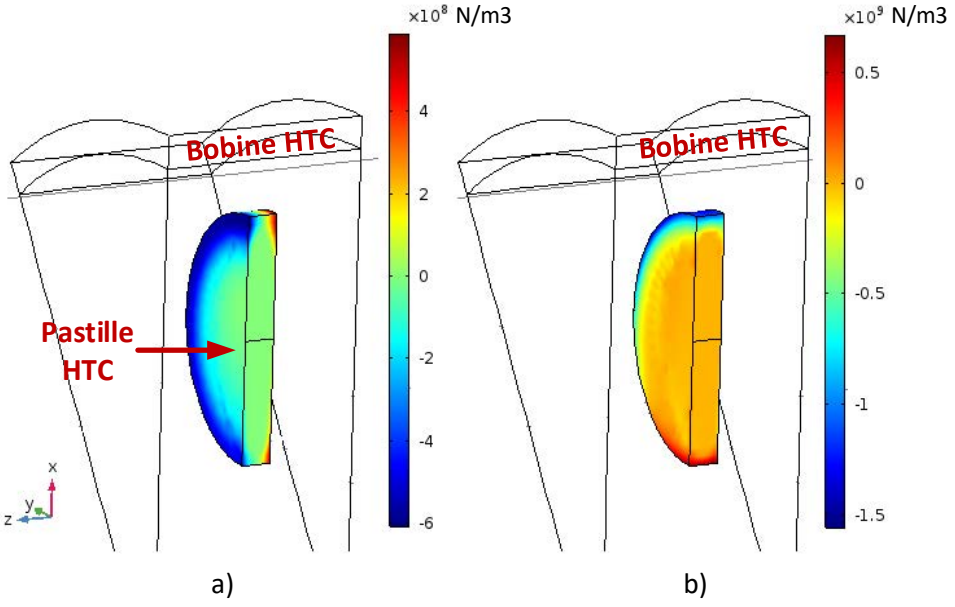


Figure 4.7 : a) Force axiale b) Force radiale sur la pastille pour X = 0

Expulsion de la pastille

La *Figure 4.8* montre l'évolution de la force axiale en fonction du décalage *X* pour un seul écran. On peut constater que la force d'expulsion est assez faible puisqu'elle est de *370 N* avec *X = 10 mm*. Les écarts mécaniques issus de la construction sont bien inférieurs à cette valeur de *X*. Dans notre cas, un simple collage des pastilles à leur support est suffisant pour contrer ce possible déséquilibre.

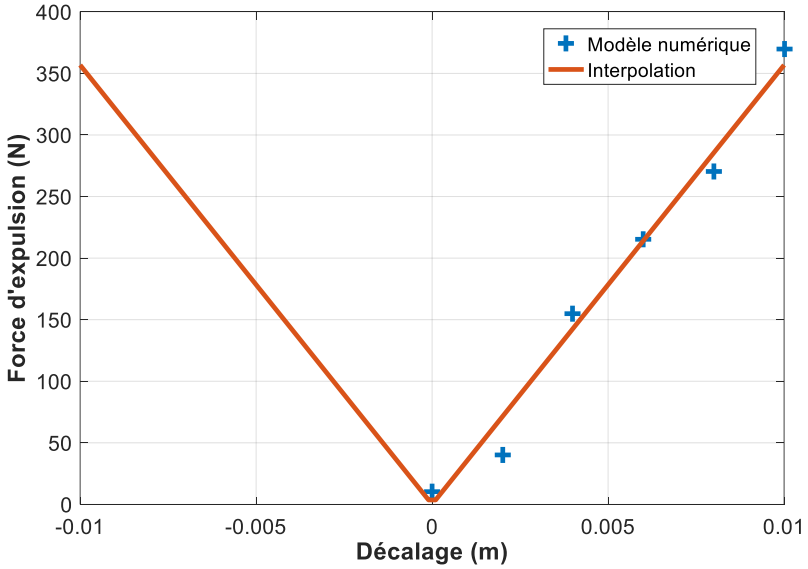


Figure 4.8 : Force axiale issus d'un décentrage X des pastilles

2.2.4. L'arbre moteur

Estimation des contraintes :

Le matériau choisis pour cette partie est l'acier. Le rayon de l'arbre moteur est calculé de sorte à pouvoir transmettre 2 fois le couple nominal. Un simple calcul de torsion est utilisé en supposant que :

- L'arbre est cylindrique
- Le diamètre de la section est constant
- Le poids de l'arbre est négligé
- Les déformations sont limitées au régime élastique

La contrainte maximale pour un cylindre plein est :

$$\tau_{\max} = \frac{M}{\left(\frac{I_0}{R_{13}}\right)} = \frac{2C}{\left(\frac{I_0}{R_{13}}\right)} \tag{4-9}$$

Où *M* est le moment de torsion, ici 2 fois le couple nominal *C*, R_{13} le rayon maximum de l'arbre et I_0 qui vaut pour un cylindre plein :

$$I_0 = \frac{\pi\left(2R_{13}\right)^4}{32} \tag{4-10}$$

Le rayon qui assure la condition de résistance de l'arbre, doit être choisis de sorte à ce que $\tau_{\max} \leq \tau_e$:

$$R_{13} \geq \left[\frac{16C}{\pi\tau_e}\right]^{1/3} \tag{4-11}$$

Estimation de la masse :

Une fois le rayon de l'arbre connu, la relation de la masse de l'arbre est immédiate :

$$M_{arbre} = \rho_{Acier}\pi R_{13}{}^2 l \tag{4-12}$$

Où *l* est la longueur de l'arbre.

2.2.5. Les cryostats

Les cryostats de la bobine supraconductrice et des écrans sont représentés sur la *Figure 4.9*. L'arbre de la machine est vissé sur le cryostat du rotor. L'ensemble est ensuite placé au centre du cryostat de la bobine supraconductrice et maintenu grâce aux flasques de ce dernier. Les matériaux choisis pour ces ensembles sont de l'aluminium.

Estimation des contraintes :

Le cryostat est une enceinte mise sous vide permettant d'isoler thermiquement les matériaux supraconducteurs. Dans la majorité des cas, le cryostat ne risque pas la rupture mais le flambage. Le flambage est une instabilité élastoplastique qui déforme irréversiblement le cryostat lorsqu'une pression critique p_{crit} y est appliquée.

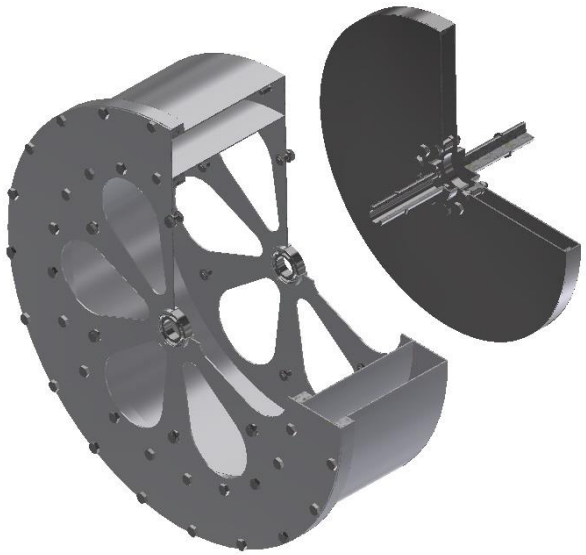


Figure 4.9 : Représentation du cryostat de la bobine HTC et celui des pastilles HTC

Dans la littérature, on trouve que pour un tube court de longueur *L*, semblable aux cryostats de notre application, la valeur de la pression critique est donnée par [THE04] :

$$p_{crit} = 0,807 \frac{Ee^2}{Lr} \sqrt[4]{\left(\frac{1}{1-v^2}\right)\frac{e_2^{\,2}}{r^2}} \tag{4-13}$$

Où *E* est le module de Young, v est le coefficient de Poisson, *r* est le rayon du tube et e_2 est l'épaisseur de la paroi.

Cette formule reste une approximation. Pour un dimensionnement des enceintes à vide plus précis, on va utiliser le CODAP 2000, qui est le code imposé par la Direction Régionale de l'Industrie, de la Recherche et de l'Environnement pour la construction des appareils sous pression. Les règles C4.1. du code vérifient si l'épaisseur de l'enceinte est suffisante pour résister au flambage avec une marge de sécurité d'un facteur 3 inclus. La longueur L définie par le code correspond à la distance, mesurée parallèlement à l'axe, entre deux éléments de raideurs. Dans notre cas, les éléments de raideurs sont les flasques des cryostats.

Voici les règles de calcul pour une enveloppe cylindrique dont le ratio du diamètre extérieur sur son épaisseur est supérieur à 10 :

- On commence par choisir arbitrairement une épaisseur *e* pour un cryostat de diamètre extérieur D_e et une longueur *L*.

- On calcul les valeurs L/D_e et D_e/e

- On cherche la valeur du coefficient *A* en fonction des valeurs calculées à l'étape précédentes et à l'aide de l'abaque de la *Figure 4.10*.

- A partir de l'abaque spécifique aux matériaux utilisés (ici aluminium 5083) et de la température d'utilisation, on cherche le coefficient *B*. Le coefficient *B* s'obtient à l'aide de la *Figure 4.11*.
- On calcul la pression extérieure maximale admissible P_a pour le cryostat d'épaisseur e_2

$$P_a = \frac{4}{3}\frac{B}{D_e / e_2} K \tag{4-14}$$

Où *K* est un coefficient qui vaut 1 dans le cas d'une utilisation normale.

- Si la pression appliquée $P_a > P_s$ alors l'épaisseur e_2 est suffisante sinon on l'augmente.

Application numérique

Pour un cryostat de la bobine HTC de rayon intérieur/extérieur (R_{11}/R_{12}) de *0,82*, une longueur qui dépend de celle de la bobine HTC et pour une épaisseur de paroi de ***1 mm***. Les différents ratios valent :

$$\frac{L}{D_e} = 0,37 \tag{4-15}$$

$$\frac{D_e}{e} = 380 \tag{4-16}$$

Avec l'approximation de lecture, le coefficient A et B valent respectivement 0,0007 et 20. La formule (4-14) donne une pression maximale admissible de ***0,07 MPa***. Cette pression est inférieure à la pression atmosphérique de ***0,1 MPa***. Il faut donc augmenter l'épaisseur du cryostat à ***1,5 mm***.

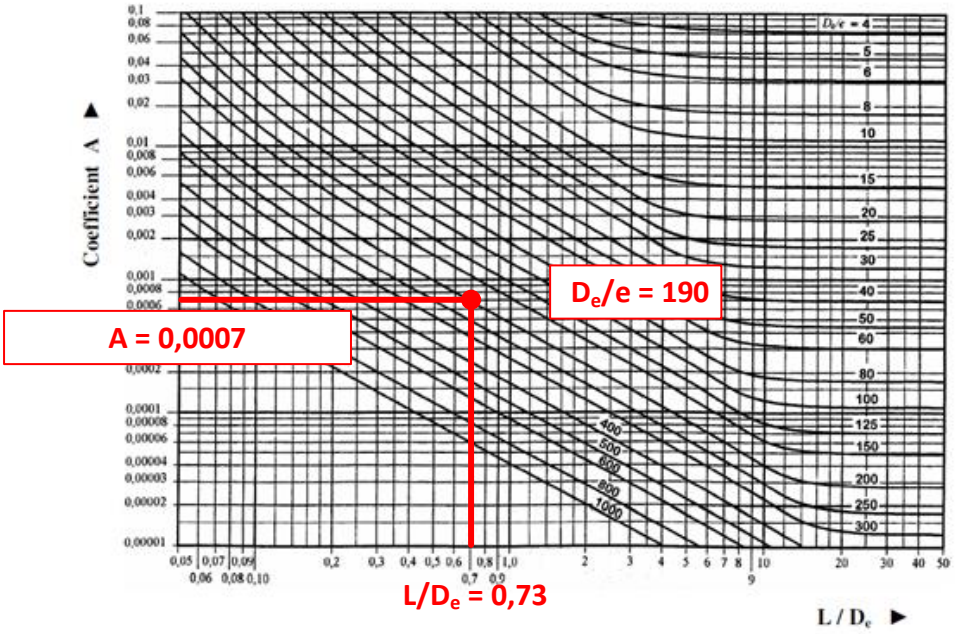


Figure 4.10 : Obtention du coefficient A

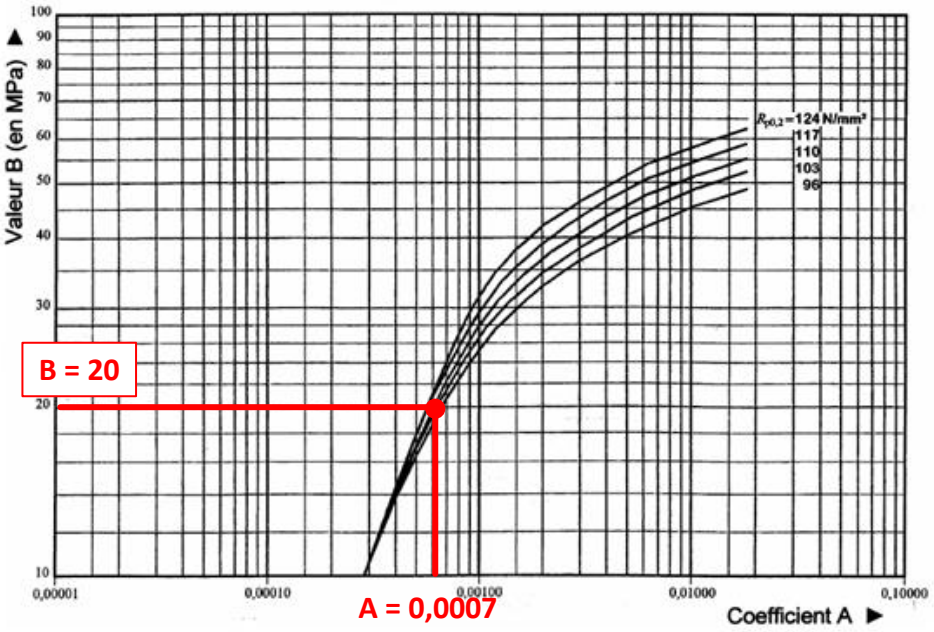


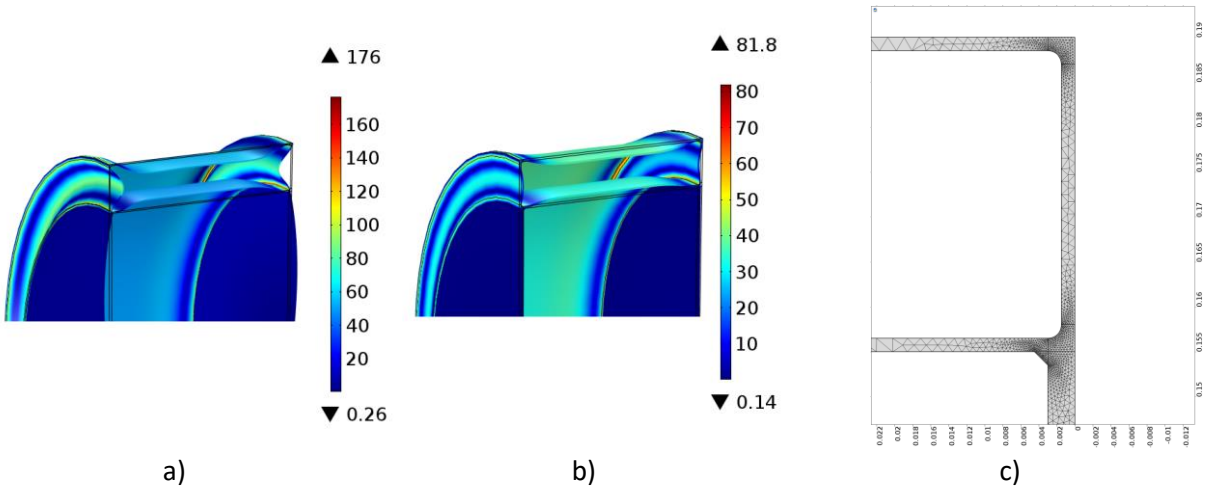
Figure 4.11 : Obtention du coefficient B pour un aluminium de la nuance 5083

Ces résultats sont validés numériquement, à l'aide d'un logiciel de résolution par éléments finis. Le modèle est correctement défini quand des contraintes et des forces sont appliquées. Pour cela, on impose :

- Une contrainte de fixation au niveau des flasques du cryostat
- Une différence de pression entre l'extérieur et l'intérieur de 3 atmosphères, afin de respecter le coefficient de sécurité pris par le CODAP.

La Figure *4.12a* et *b* montre la répartition de la contrainte pour deux épaisseurs différentes. Le critère de Von Mises de l'aluminium utilisé est ***135 MPa***. Pour une épaisseur d'*1 mm*, la contrainte sur le cryostat vaut *176 MPa*, ce qui est supérieure au critère de Von Mises. Alors qu'avec une épaisseur *e* de ***1,5 mm*** le critère n'est pas atteint. Cette conclusion est en accord avec le dimensionnement avec les règles du CODAP.

La Figure 4.12c représente le maillage utilisé pour cette simulation. La taille des éléments doit être réduit quand on s'approche des angles, où la contrainte mécanique est la plus forte.



a) b) c)

Figure 4.12 : a) e = 1 mm, contrainte max. 176 MPa b) e = 1,5 mm, contrainte max. 82 MPa c) Maillage

Estimation de la masse :

Quand l'épaisseur des cryostats est fixée, la masse des cryostats est déterminée avec :

$$\text{Bobine HTC : } M_c = \rho_c \pi \left(\left({R_{12}}^2 - {R_{11}}^2 \right) E_3 - \left(\left(R_{12} - e_2 \right)^2 - \left(R_{11} + e_2 \right)^2 \right) \left(E_3 - 2e_2 \right) \right) \quad (4\text{-}17)$$

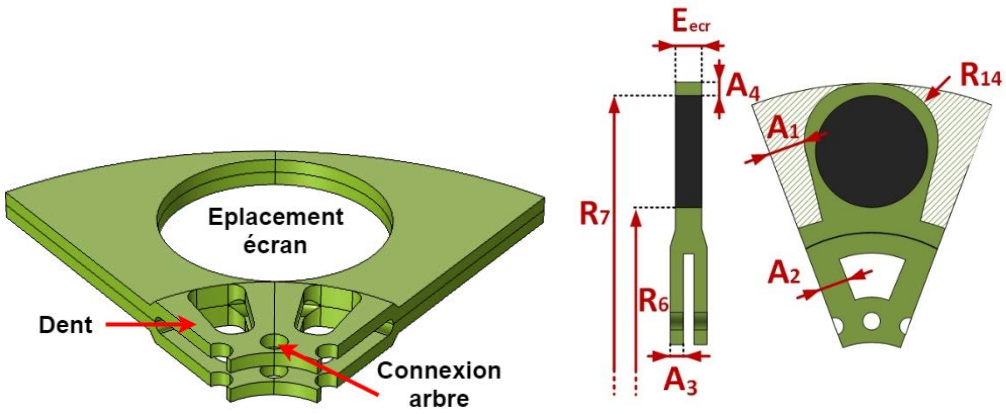
$$\text{Ecrans HTC : } M_c = \rho_c \pi \left(\left({R_6}^2 - {R_{13}}^2 \right) E_3 - \left(\left(R_6 - e \right)^2 - \left(R_{13} \right)^2 \right) \left(E_3 - 2e_5 \right) \right) \quad (4\text{-}18)$$

Où R_{12} est le rayon extérieur du cryostat, R_{11} est le rayon intérieur du cryostat de la bobine, R_{13} le rayon de l'arbre, e_2 et e_5 les épaisseurs de la paroi des cryostats et L la longueur du cryostat.

2.2.6. Le support des écrans

Le support des écrans est la pièce qui assure la transmission du couple mais également l'isolation thermique entre les pastilles supraconductrices (*à 30 K*) et l'arbre moteur (*à 300 K*). Ainsi, cette pièce doit avoir une bonne résistance mécanique mais également doit être un très bon isolant thermique. Donc le matériau choisis pour cet ensemble est le G10/11.

La *Figure 4.13a* montre la forme du support. Des « dents » sont créées entre la pastille supraconductrice et l'arbre mécanique afin de réduire les pertes par conduction.



a) b)

Figure 4.13 : a) Représentation polaire du support des écrans b) et ses paramètres géométriques

Estimation des contraintes :

La section de la dent doit être dimensionnée pour transmettre le couple C/N_d, où N_d est le nombre de dents. Une étude de flexion est menée sur une dent isolée dont le problème simplifié est représenté sur la *Figure 4.14*. La contrainte de flexion se calcule avec :

$$|\sigma| = \frac{y.(R_6 - R_{13}).F}{N_d.I_z} = \frac{y.C}{N_d.I_z} \qquad (4\text{-}19)$$

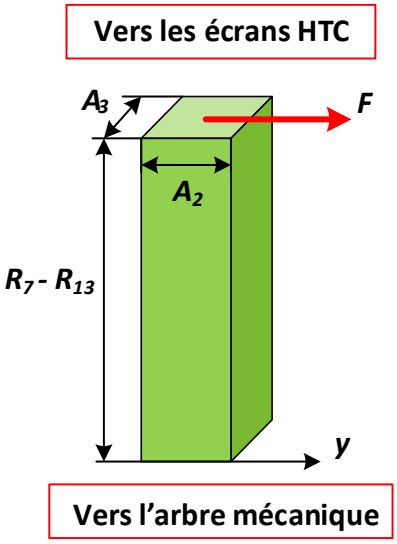


Figure 4.14 : Problème analytique d'une poutre encastrée de section rectangulaire

Le moment quadratique d'une dent de section rectangulaire est :

$$I_z = \frac{A_3 A_2^{\,3}}{12} \tag{4-20}$$

La contrainte maximale est située sur les fibres extérieures, c'est-à-dire en $y = A_2 / 2$, et vaut :

$$\left|\sigma_{\max}\right| = \frac{6C}{A_3 A_2^{\,2}} \tag{4-21}$$

L'expression (4-21) montre que le paramètre à adapter de préférence est la largeur de la dent W_1. Si la largeur maximale est atteinte, pour des raisons de place, alors l'épaisseur de la dent sera modifiée pour minimiser la contrainte maximale.

La force due à l'effet centrifuge des écrans et du support n'est pas pris en compte dans ce dimensionnement analytique car aucune formule n'existe pour une forme si complexe. Néanmoins, une simulation numérique devra être réalisée afin de valider la résistance de la pièce.

Estimation de la masse :

La masse du support des écrans s'obtient avec :

$$M_{écran-\sup} = \rho_{G11}\left(2N_d A_3 A_2 \left(R_7 - R_{13}\right) + \pi\left(R_6^{\,2} - R_7^{\,2}\right)E_{ecr} - V_{écran}\right) \tag{4-22}$$

Où $V_{écran}$ est le volume des écrans.

Optimisation du support :

La masse du support de la *Figure 4.13a* peut être réduite en retirant de la matière jusqu'à atteindre le critère de Von Mises. Pour cela, la *Figure 4.13b* montre les paramètres qui doivent être modifiés. Ces paramètres ont été optimisés à l'aide d'une simulation numérique. Pour cette étude, le couple et la force due à l'effet centrifuge a été prise en compte, qui se calcule pour une pastille avec :

$$F_{ce} = M_{écran} R_m \Omega \tag{4-23}$$

Où R_m est le rayon moyen de la pastille et Ω la vitesse de rotation du rotor. La *Figure 4.15* représente l'allure du support avec ces paramètres. La masse a été réduite par 2 (*0,82 kg → 0,4 kg*).

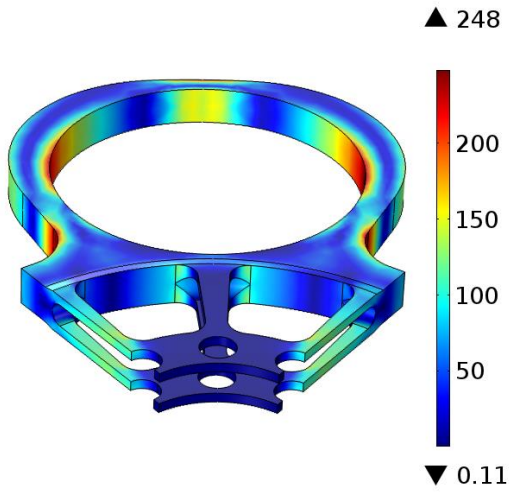


Figure 4.15 : Support des écrans optimisé et répartition de la contrainte en MPa

2.2.7. Le support de l'induit

Estimation des contraintes :

Le support de l'induit doit pourvoir retenir l'effort axial crée par l'interaction du champ magnétique inducteur et le courant dans les bobines de l'induit. Le problème simplifié est représenté sur la *Figure 4.16.* La force *F* sur les bobines de l'induit est appliquée au niveau du rayon moyen R_m. La longueur L correspond à la distance entre le cryostat de la bobine HTC et le rayon moyen. La contrainte maximale de flexion est obtenue avec :

$$\left|\sigma_{\max}\right| = \frac{6FA_6}{2\pi R_m A_5^{\,2}} \tag{4-24}$$

L'épaisseur *E* est ensuite calculer pour que la contrainte maximale soit inférieure au critère de Von Mises.

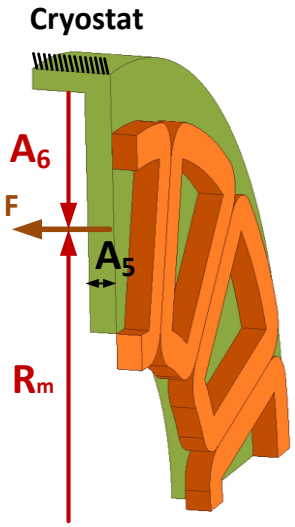


Figure 4.16 : Problème analytique du support de l'induit

Estimation de la masse :

La masse des supports présents de chaque côté de la machine est calculée avec :

$$M_{induit-\sup} = 2\rho_{G11}\pi\left(R_7^{\,2} - R_6^{\,2}\right)A_5 \tag{4-25}$$

Où A_5 est l'épaisseur du support des bobines de l'induit.

2.2.8. Le support de la bobine supraconductrice

Estimation des contraintes :

Le support de l'inducteur est en porte-à-faux sur le cryostat et supporte le poids de la bobine supraconductrice. Le problème est représenté sur la *Figure 4.17*. Pour une bobine de masse *M* dont le centre de gravité est situé à une distance *L* du cryostat, la contrainte maximale de flexion est obtenue avec :

$$\left|\sigma_{\max}\right| = \frac{6MgL}{e_1 L^2} = \frac{6Mg}{e_1 L} \tag{4-26}$$

Ce problème comporte 2 inconnus, à savoir la longueur *L* du support et son épaisseur e_1. L'expression (4-26) donne une première relation entre *L* et e_1. Une seconde relation sera donnée par le dimensionnement thermique (la section suivante).

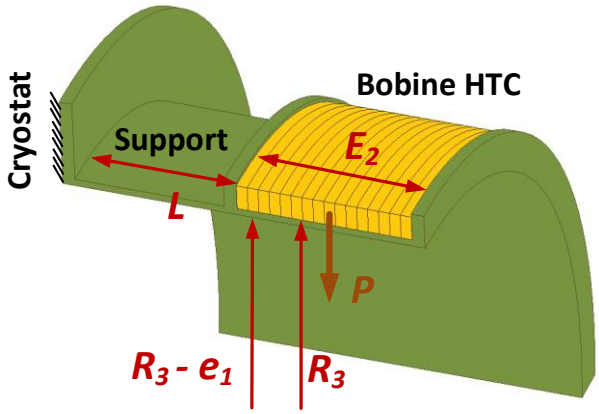


Figure 4.17 : Problème analytique du support de la bobine supraconductrice

Estimation de la masse :

La masse de ce support est donnée par :

$$M_{bobine-\sup} = \rho_{G11}\pi\left(R_3^{\,2} - \left(R_3 - e_1\right)^2\right)\left(L + E_2/2\right) \tag{4-27}$$

Où e_1 est l'épaisseur du support de la bobine supraconductrice.

2.2.9. Les amenées de courant

Les amenées de courant sont réalisées en cuivre. Les dimensions de ces conducteurs sont fixées par une optimisation thermique qui sera vue dans la prochaine partie. La masse s'obtient avec :

$$M_{amenées} = 2\rho_{cu}LS \tag{4-28}$$

Où *L* et *S* sont respectivement la longueur et la section du conducteur en cuivre.

3. BILAN THERMIQUE

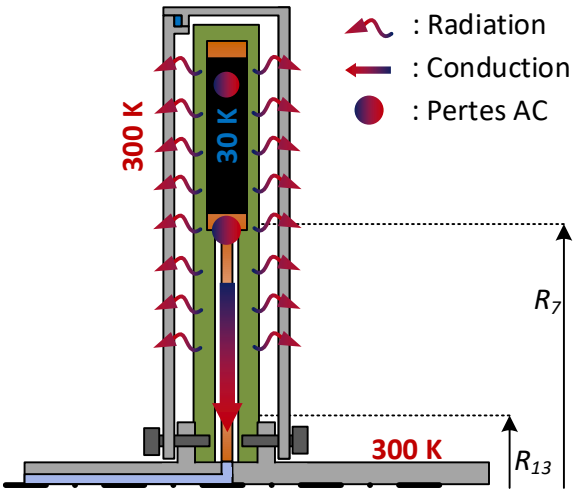
Le calcul des pertes thermiques est indispensable pour le choix du système de refroidissement. A l'instar de l'étude précédente, une estimation de ces pertes est présentée en utilisant des formules analytiques.

Habituellement dans une machine supraconductrice, les pertes thermiques sont dues :

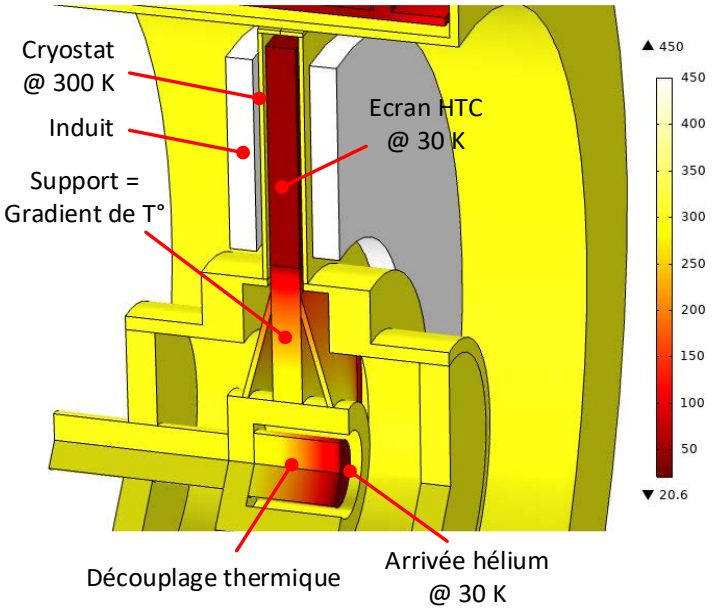
- A la conduction
- Au rayonnement

Les cryostats sont mis sous vide, l'échange thermique par convection peut donc être négligé. Le calcul des pertes sera décomposé pour chaque cryostat.

3.1. Cryogénie tournante



a)



b)

Figure 4.18 : a) Schéma comptabilisant les pertes thermiques au rotor b) Simulation numérique avec simplification 2D

La *Figure 4.18a* schématise l'ensemble des pertes thermiques qui vont être répertoriées dans cette étude pour le cryostat tournant. On retrouve des pertes par conduction entre les écrans et l'arbre mécanique, des pertes par radiation entre l'intérieur et la paroi du cryostat et enfin des pertes AC dû aux harmoniques générés par l'induit. La *Figure 4.18b* est une simulation numérique dont le but est de valider les calculs analytiques qui vont être proposés. Sur cette figure, il apparait une pièce pour le découplage thermique qui est réalisé en G10. Elle permet de lier mécaniquement l'arbre mécanique et le support qui refroidis les pastilles.

3.1.1. Les pertes par conduction dans le support G10

L'allure du support optimisée du courant avait été montrée sur la *Figure 4.15*. En condition d'utilisation optimale, les écrans sont refroidis à *30 K*. De plus, on suppose la température de l'arbre de la machine à *300 K*. Donc pour la partie tournante, cette pièce subit l'intégralité du gradient thermique entre l'élément supraconducteur et l'extérieur. C'est la raison pour laquelle, un matériau isolant thermiquement doit être utilisé pour limiter les pertes par conduction.

Pour rappel, le support est réalisé avec du G10. La conductivité thermique de ce matériau est fortement non-linéaire sur la plage de température du matériau, comme le montre la *Figure 4.19*. Une première étude numérique permet d'appréhender le comportement de la pièce. La répartition de la température est montrée sur la *Figure 4.20*. Comme attendu, c'est au niveau des dents que le gradient de température est le plus important. Le calcul des pertes par conduction peut alors ne se résumer qu'à un calcul sur cette partie.

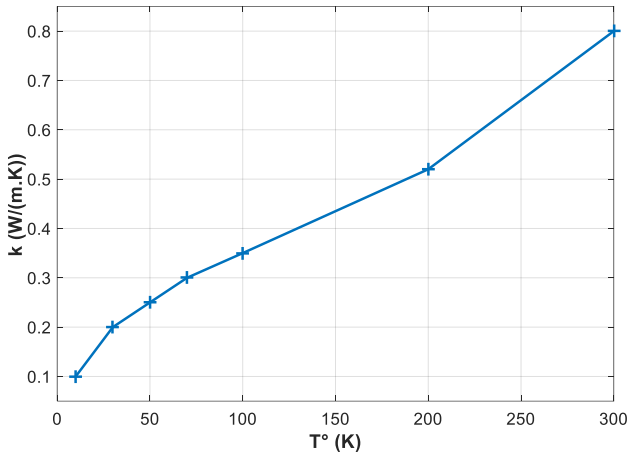


Figure 4.19 : Conductivité thermique du G11 en fonction de la température

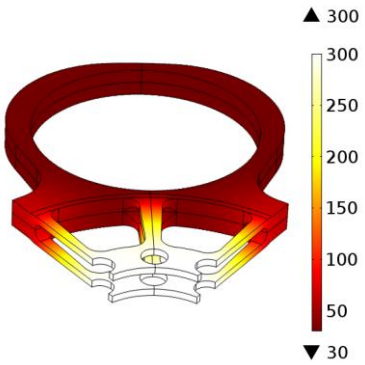


Figure 4.20 : Répartition de température pour le support des écrans soumis à une différence de température de 270 K

L'expression de la résistance thermique d'une tige à section rectangulaire *S* et de longueur *(R_7-R_{13})* est donnée par :

$$R_{th} = \frac{(R_7 - R_{13})}{k_{moy} S} \tag{4-29}$$

Où k_{moy} est l'intégrale de conductivité équivalente définit entre la température ambiante T_h et la température cryogénique T_b. Elle est donnée par [PAR14]:

$$k_{moy} = \frac{\int_{T_b}^{T_h} k(T)dT}{T_h - T_b} \tag{4-30}$$

Une expression analytique de la conductivité thermique entre *30 K* et *300 K* est obtenue par interpolation des données de la *Figure 4.19*.

$$k(T) = 4,427e^{-8}T^3 - 2,013e^{-5}T^2 + 0,0045T + 0.06743 \tag{4-31}$$

L'expression k_{moy} entre T_h *= 300 K* et T_b *= 30 K* est injectée dans l'expression (4-30) qui vaut 0,47.

Les pertes par conduction pour l'ensemble du support sont calculées en considérant toutes les dents (4/pôle) :

$$P_{tige} = 4p\frac{(T_h - T_b)}{R_{th}} \tag{4-32}$$

Où *p* est la polarité de la machine électrique.

3.1.2. Les pertes par radiation

Le rayonnement thermique intervient à cause de la différence de température entre le cryostat et l'ensemble pastilles et support. Il n'y a aucun contact direct entre les bobines de l'induit, source de pertes, et le cryostat. On va donc supposer que la température du cryostat est de *300 K*. De plus, le gradient de température au niveau du support des écrans est négligé. Du coup, la température de tous les composants à l'intérieur du cryostat est supposée homogène et égale à *30 K*.

L'échange thermique entre deux surfaces rayonnantes peut être approché avec des formules analytiques en faisant quelques hypothèses sur la géométrie. Le problème de *la Figure 4.18* peut s'apparenter à deux surfaces en vis-à-vis. Ainsi, les pertes par radiation peuvent être calculées avec [PAR14] :

$$P_{rad} = \frac{2\sigma S(T_h^4 - T_b^4)}{\frac{1}{\varepsilon_1} + \frac{1}{\varepsilon_2} - 1} \tag{4-33}$$

Où σ est la constante de Stefan-Boltzmann (*5,67 x 10^{-8} J/K*), *S* est la surface en vis-à-vis, T_h et T_b sont respectivement la température ambiante et la température cryogénique, ε_1 et ε_2 sont l'émissivité des deux surfaces. Dans l'équation (4-33), un coefficient « 2 » est introduit pour prendre en compte la double surface du cryostat.

L'expression (4-33) montre qu'il n'existe que deux façons pour réduire les pertes par radiation :

- Diminuer la surface en vis-à-vis des cryostats

- Réduire l'émissivité des matériaux utilisés

Comme la géométrie est fixée par le dimensionnement électromagnétique, l'utilisation de matériaux à faible émissivité est l'unique moyen pour la réduction. Supposons un cryostat de *350 mm* de diamètre (ordre de grandeur de la machine du *Chapitre II*) avec l'expression (4-33), les pertes par rayonnement s'élèveraient à *83 W* avec des corps noirs (ε = 1). Il est donc indispensable d'utiliser des matériaux à faible émissivité. Le *Tableau II* référence les émissivités de matériaux très utilisés dans le domaine de la cryogénie.

Tableau II : Emissivité de différents matériaux [PAR14]

	20 K	**300 K**
Acier inoxydable	0,12	0,2
Aluminium	0,06	0,2
Alumina	-	0,45
G10	-	0,95
YBCO	1	1
Film d'aluminium Mylar	0,015	0,035

Le support en G10 et les pastilles d'YBCO sont considérés comme des corps noirs alors que la surface du cryostat en aluminium à une émissivité assez faible. Ainsi en appliquant la formule (4-33) avec les matériaux du Tableau II, les pertes par radiation passent de *83 W* à *17 W*.

Ce résultat est encore un peu trop élevé par rapport au système de refroidissement que nous possédons (*80 W* à *30 K*), plus de détails sera donnée plus tard. C'est pourquoi plusieurs couches de MLI (Multi Layer Insulation), qui sont des feuilles d'aluminium d'émissivité très faible (Mylar), sont intercalées entre le cryostat et les parties supraconductrices. Cependant dans notre application, une seule couche de MLI réduit les pertes par radiation à *0,25 W*.

3.1.3. Les pertes AC dans le support de thermalisation des pastilles

Le refroidissement des pastilles est réalisé à l'aide d'un support en cuivre, qui est représenté sur la *Figure 4.21*. Le gaz ou liquide cryogénique refroidis le cœur de cette pièce, le froid est ensuite distribué par conduction.

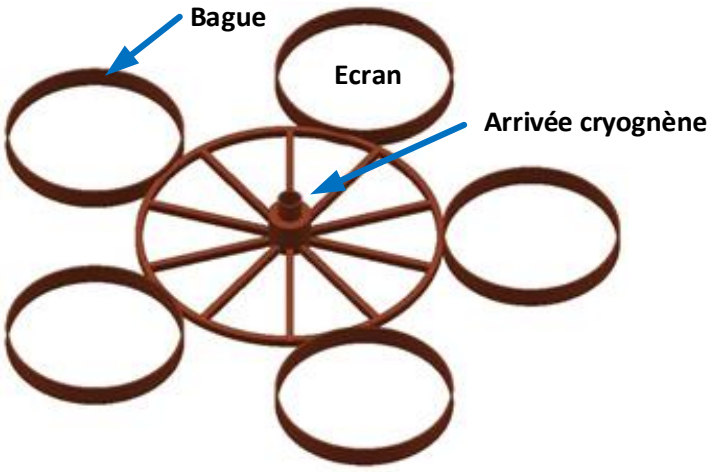


Figure 4.21 : Support en cuivre refroidissant les pastilles supraconductrices

Le champ magnétique harmonique de l'induit génère des pertes par courants de Foucault dans le support de thermalisation. Il est important de pouvoir quantifier le niveau de ces pertes afin de valider le refroidissement par conduction choisis, car chaque watt de pertes est précieux en cryogénie.

Le calcul de ces pertes est un problème 3D de courant induit assez complexe. Nous allons simplifier l'étude en supposant :

- Les bagues sont les seules parties de la pièce à subir les champs harmoniques

Cela correspond à la réalité car les bobines de l'induit sont situées en face des bagues. Avec cette hypothèse, l'étude des courants ne peut se résumer qu'à une seule bague et donc le problème devient 2D axisymétrique.

- Le champ magnétique harmonique est supposé homogène et orienté axialement

La décomposition harmonique du *Chapitre II* est reprise dans le *Tableau III*.

Tableau III : Champ harmonique de l'induit de la machine 50 kW pré-dimensionnée (Chapitre II)

Numéro de l'harmonique	**1**	**7**	**19**
Valeur de l'induction	B_1 = 0.005 T	B_7 = 0.022 T	B_{19} = 0.005 T
Différence de fréquence avec le rotor	f_1 = 500 Hz	f_7 = 1000 Hz	f_{19} = 2000 Hz

L'induction magnétique appliquée à notre bague lors de la simulation est donc :

$$B_z(t) = B_1 \sin(2\pi f_1 t) + B_7 \sin(2\pi f_7 t) + B_{19} \sin(2\pi f_{19} t) \tag{4-34}$$

La *Figure 4.22* représente un schéma du problème résolu numériquement avec les hypothèses prises. Pour la convergence du solveur numérique, nous prenons $\sigma = 1\ S/m$ pour l'air.

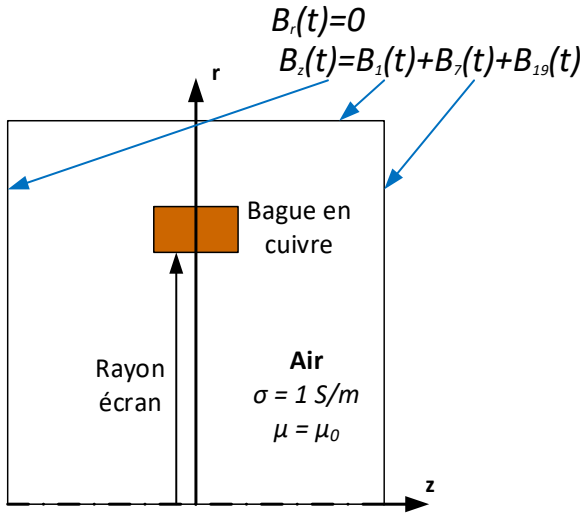


Figure 4.22 : Problème des courants induits dans les bagues

La *Figure 4.23* illustre les résultats obtenus pour les pertes dans les cinq bagues en fonction de la conductivité de celles-ci. Afin de minimiser, ces pertes plusieurs solutions sont possibles :

- Utiliser un matériau isolant électrique, mais il sera également un mauvais conducteur thermique. Cela peut être une solution à condition de s'assurer que la chute de température

au niveau de cette pièce permette un refroidissement suffisant des pastilles supraconductrices.

- Utiliser un matériau qui est un très bon conducteur électrique. La *Figure 4.23* montre également que les pertes diminuent pour un matériau dont la conductivité électrique est supérieure à 100 MS (effet de peau)

La *Figure 4.24* montre que la résistivité est diminuée d'un ordre de grandeur pour un cuivre courant (RRR = 20) entre la température ambiante et la température fixé de *30 K*. Cette diminution est encore plus importante pour du cuivre de plus grande pureté. Pour un cuivre courant à température ambiante, la conductivité est de l'ordre de *60 MS/m*.

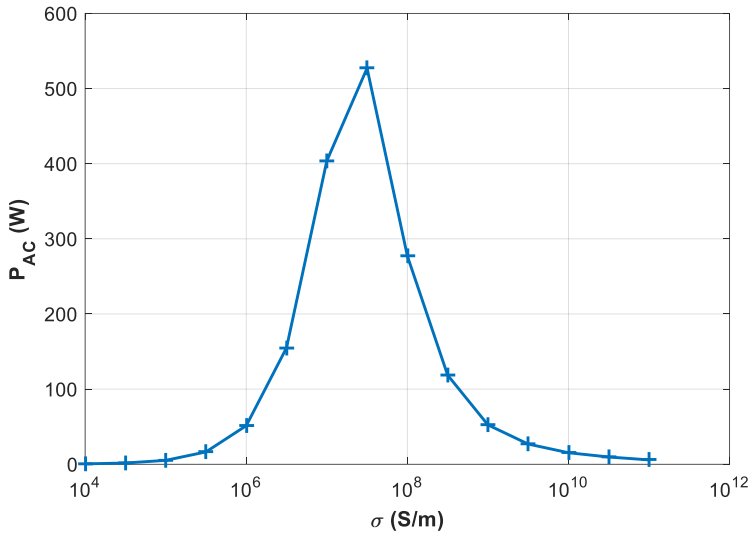


Figure 4.23 : Pertes dans le support refroidissant en fonction de sa conductivité

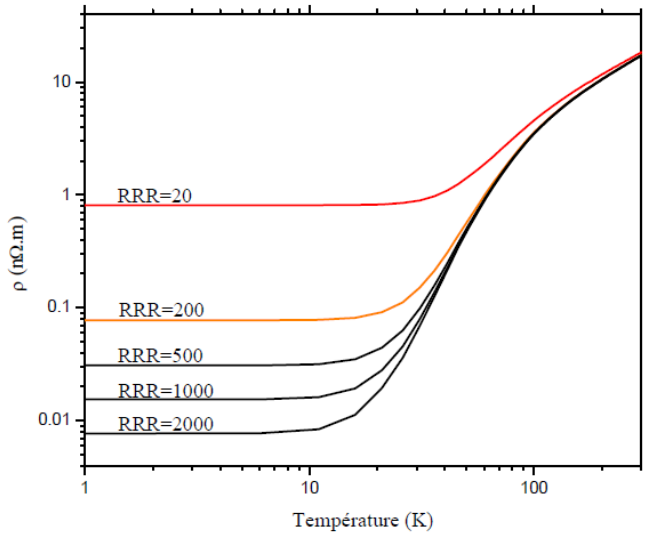


Figure 4.24 : Résistivité du cuivre en fonction de la température pour plusieurs indices de pureté [THE04-2]

D'après la *Figure 4.23* et *la Figure 4.24*, en choisissant un cuivre dont l'indice de pureté (RRR) soit au moins supérieur à 200, les pertes induites seraient inférieures à *15 W*. Les estimations données sont à minorées car la simplification de la simulation considère que tout le volume des bagues subit le même

champ harmonique, or ce n'est pas le cas. La partie haute de la bague est situé au niveau des têtes de bobines où la variation du champ magnétique axial est plus faible.

$$P_{AC} < 15 \text{ W} \tag{4-35}$$

3.1.4. Les pertes AC dans les pastilles supraconductrices

Les pastilles supraconductrices sont également le siège de pertes AC dues au champ harmonique de l'induit. Ces pertes sont toutefois de nature différente puisque la résistivité est considérée comme nulle, les courants de Foucault ne provoquent pas d'échauffement. Par contre, le déplacement des vortex dans le supraconducteur génère des pertes par hystérésis.

Pour les modéliser et les calculer, le modèle 2D axisymétrique numérique développé dans le *Chapitre III* est utilisé. Le champ harmonique vu par la pastille supraconductrice est donné par l'expression (4-34). Cette expression ne peut être appliquée seule car la pastille est au préalable déjà magnétisée par le champ magnétique de la bobine HTC. Il est donc indispensable de superposer les deux champs afin de calculer les pertes AC dans les écrans supraconducteurs. La *Figure 4.25* représente un schéma du problème résolu numériquement avec les hypothèses prises.

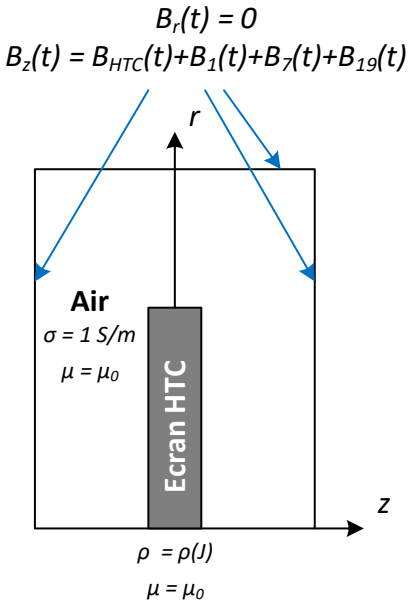


Figure 4.25 : Problème des pertes AC dans les pastilles supraconductrices

Le champ appliqué totale est montré sur la *Figure 4.26*. La montée du champ magnétique de la bobine supraconductrice doit être lente afin de minimiser les pertes AC dans cette dernière. Pour la simulation, un temps de montée de 60 secondes a été choisi.

La densité de courant et le champ électrique dans la pastille n'ont que la composante azimutale de par la simplification du problème. Les pertes instantanées dans tout le volume de la pastille sont exprimées par :

$$p = 2\pi \iint_S E_\theta(r,z) J_\theta(r,z) r dr dz \tag{4-36}$$

L'expression (4-36) doit être moyennée pour obtenir la valeur des pertes par hystérésis de la pastille. La valeur doit être calculée après quelques périodes pour éviter les phénomènes transitoires comme représenté sur la *Figure 4.27*.

$$P_{AC} = \frac{1}{T}\int_{T} p(t)dt \tag{4-37}$$

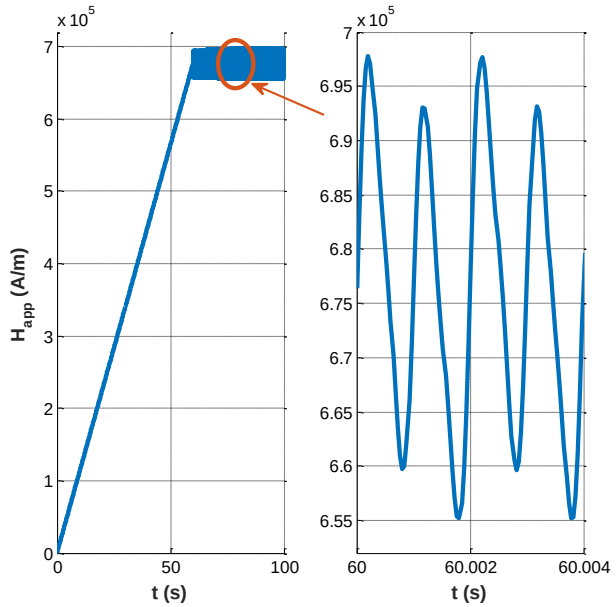


Figure 4.26 : Champ magnétique vue par les pastilles en fonctionnement nominal

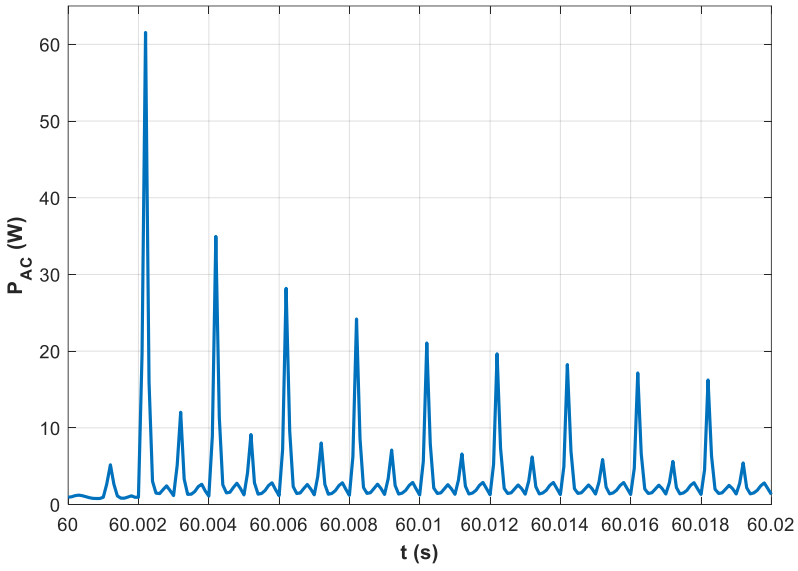


Figure 4.27 : Phénomène transitoire des pertes AC pour 10 périodes

A partir de la *Figure 4.27*, la stabilisation des pertes se fait après dix périodes. La valeur moyenne sur la dernière période pour l'ensemble des pastilles est :

$$P_{AC} = 3{,}3\ \mathrm{W} \tag{4-38}$$

Pour rappel dans le *Chapitre II*, les pertes AC avaient été estimées avec les formules analytiques à 0,18 W. Cette valeur avait été obtenue avec le modèle de Bean et sur un cylindre infini. De plus, l'état de magnétisation initiale de la pastille supraconductrice n'avait pas été considéré. Toutes ces raisons expliquent la différence avec l'expression (4-38).

3.2. Cryogénie fixe

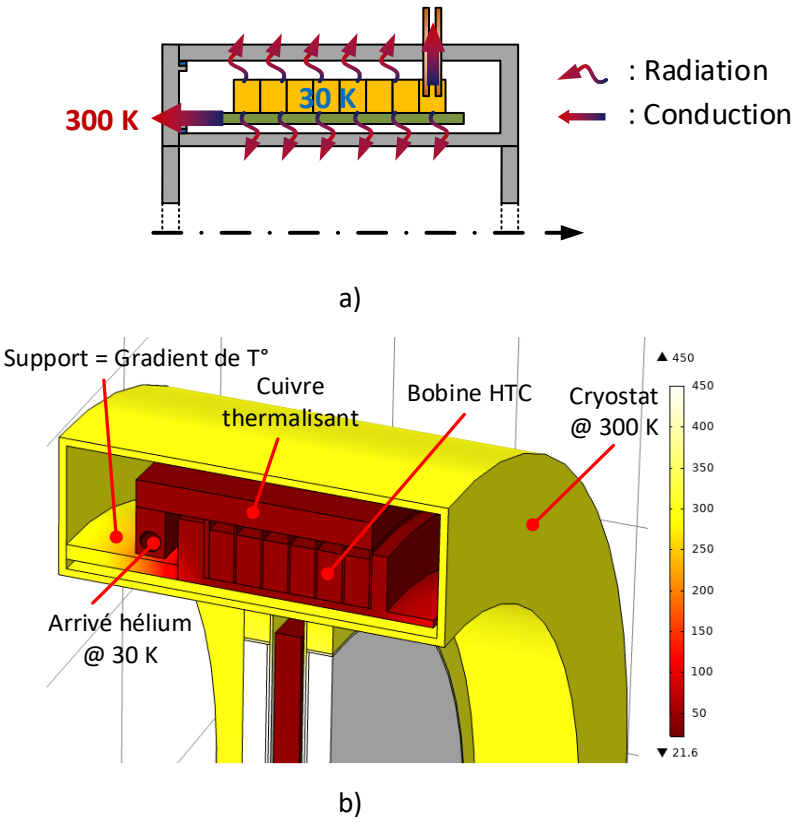


Figure 4.28 : a) Schéma comptabilisant les pertes thermiques au stator b) Simulation numérique avec simplification 2D

La *Figure 4.28a* schématise l'ensemble des pertes thermiques qui vont être répertorié dans cette étude pour le cryostat de la bobine supraconductrice. On retrouve des pertes par conduction entre le cryostat et la bobine à travers son support, des pertes par radiation entre l'intérieur et la paroi du cryostat et les pertes dues aux amenées de courant alimentant l'électro-aimant supraconducteur.

3.2.1. Les pertes par conduction et radiation

Le support de la bobine doit également garantir l'isolation thermique entre la bobine HTC à *30K* et le cryostat en aluminium à température ambiante. Les pertes thermiques P_{tot} de la cryogénie fixe sont dues aux pertes par conduction P_c à travers le support de la bobine et à la radiation entre le support et le cryostat P_r. Les pertes par radiation entre la bobine supraconductrice et le cryostat sont négligés car l'émissivité des rubans de la bobine est inférieure à celle du support et la surface du rayonnement est plus faible. Les pertes se résument donc à :

$$P_{tot} = P_c + P_{r(C \leftrightarrow S)} \tag{4-39}$$

Les pertes par conduction P_c sont simplement calculées à l'aide de k_{moy} entre *300 K* et *30 K*, valant pour rappel 0,47.

$$P_c = \pi \frac{\left(R_3^2 - \left(R_3 - e_1\right)^2\right)}{L} k_{moy}\left(T_h - T_b\right) \tag{4-40}$$

Où *L* est la longueur du support. On rappelle qu'il existe la relation (4-26) entre le rayon extérieur et intérieur du support issu du dimensionnement mécanique.

Le support de la bobine supraconductrice et le cryostat représente des surfaces cylindriques. Les pertes par radiation pour deux surfaces cylindriques sont données par :

$$P_{r(C\leftrightarrow S)} = \frac{\sigma S_1\left(T_h{}^4 - T_{moy}{}^4\right)}{\frac{1}{\varepsilon_1} + \frac{S_1}{S_2}\left(\frac{1}{\varepsilon_2} - 1\right)} \tag{4-41}$$

L'indice « 1 » représentent les éléments à température cryogénique et l'indice « 2 » est dédié au cryostat. Comme précédemment, les surfaces *S* et les émissivités *ε* sont présentes dans l'équation (4-41).

Comme le support sert surtout d'isolant thermique, il s'agit de la pièce qui subit le gradient thermique entre *30 K* et *300 K*. Donc une température constante ne peut pas être considérée dans l'expression (4-41). Une température moyenne est ainsi introduite qui est définit par rapport à la puissance d'émissivité par :

$$T_{moy}{}^4 = \frac{1}{L}\int_0^L T(x)^4 dx \tag{4-42}$$

Le profil de la température est considéré comme variant linéairement sur la longueur *L* du support.

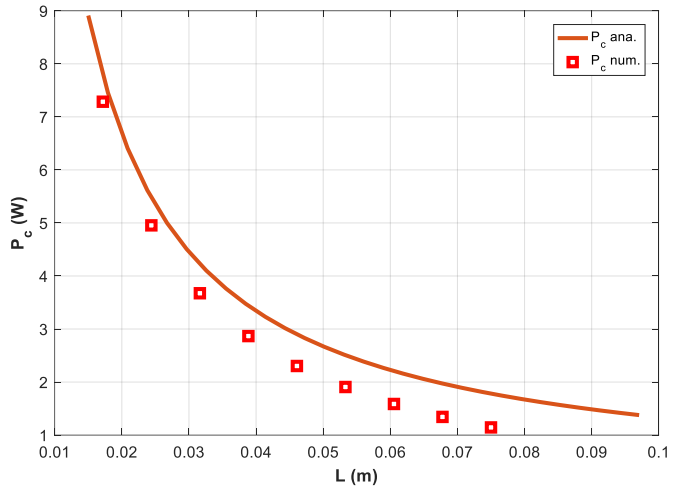
L'expression (4-40) montre que les pertes par conduction sont inversement proportionnelles à *L* alors que les pertes par radiation (4-41) sont proportionnelles à la surface *S* et donc *L*. Il existe donc une longueur optimale du support permettant de minimiser les pertes thermiques totales du stator. En considérant, l'émissivité du G10 et de l'aluminium selon le *Tableau II*, les résultats de l'optimisation sont représentés sur la *Figure 4.29*.

La *Figure 4.29a* montre l'évolution des pertes par conduction à travers le support de la bobine en fonction de la longueur *L* de ce dernier. Le calcul analytique est confronté avec les résultats d'un calcul numérique en considérant la non-linéarité du G10. On trouve qu'il existe une bonne concordance dans les résultats.

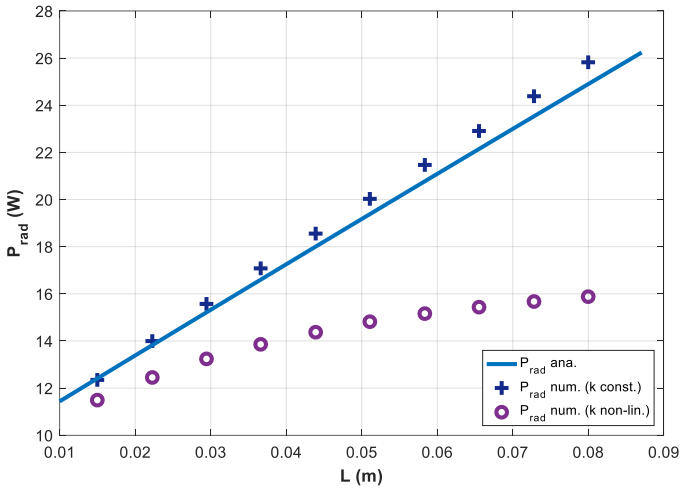
La *Figure 4.29b* est la même comparaison avec les pertes par radiation. Les résultats analytiques sont comparés avec deux modèles numériques :

- La conductivité thermique du G10 est constante. On prend la valeur à la température T_{moy}. Dans ce cas, la répartition de la température entre les extrémités du support est linéaire. Cette hypothèse est celle qui avait été faite pour le calcul numérique. Les résultats entre le modèle analytique et numérique sont en adéquation.
- La conductivité thermique du G10 est non-linéaire. La distribution de la température n'est donc plus linéaire et l'hypothèse du calcul analytique n'est plus correcte. On constate que l'erreur entre les deux modèles augmente avec la longueur du support. Avec les hypothèses du modèle analytique, les pertes par radiation ont tendances à être surévaluées.

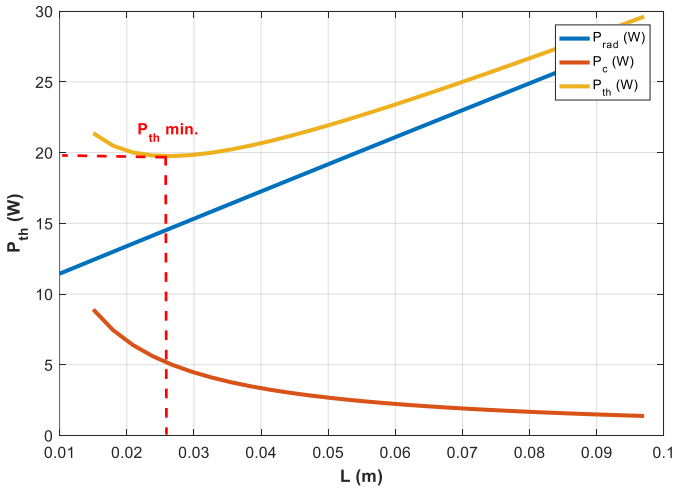
Enfin, la *Figure 4.28c* montre que les pertes totales minimales s'élèvent à près de 2*0 W* pour un support d'une longueur de *25 mm*.



a)



b)



c)

Figure 4.29 : Evaluation des pertes thermiques a) par conduction b) par radiation c) totales par la méthode analytique

Une réduction des pertes thermiques est possible en utilisant, comme précédemment, des feuilles de Mylar afin de réduire l'émissivité des matériaux en vis-à-vis. Ainsi, les pertes totales peuvent être ramenées à :

$$P_{tot} = 7 \text{ W} \tag{4-45}$$

3.2.2. Les pertes dans les amenées de courant

La bobine supraconductrice a besoin d'être alimentée par une source de courant placée à l'extérieur. La chaleur perdue par les amenées de courant est la somme des pertes par effet Joule et des pertes thermiques par conduction. Ces pertes sont donc données par :

$$P_a = 2 \times \left(\frac{L}{S} I^2 \int_{T_L}^{T_L} \rho(T) dT + \frac{S}{L} \int_{T_L}^{T_L} \lambda(T) dT \right) \tag{4-46}$$

Où *L* et *S* sont respectivement la longueur et la section de l'amenée de courant et *I* le courant qui les traversent. Là aussi, les différences de température importantes rendent les propriétés des matériaux non-linéaires. La résistivité électrique et la conductivité thermique sont données sur la *Figure 4.30* sur la plage *30 K - 300 K*.

Dans la littérature quelques formules existent pour estimer ces pertes. Par exemple dans [EKI06], les pertes sont proportionnelles au courant pour un écart de température donnée. Ainsi pour un fonctionnement entre *30 K* et *300K*, on a :

$$P_a = 80 \times 10^{-3} \times I \tag{4-47}$$

Pour se retrouver dans le cas de la relation (4-47), il y a une condition sur la géométrie de l'amenée de courant :

$$LI/S \cong 4{,}5 \times 10^6 \, A/m \tag{4-48}$$

Où *I* et *S* sont respectivement la longueur et la section de l'amenée de courant. Cette relation est importante car, pour rappel, elle permet de calculer le poids de ces dernières.

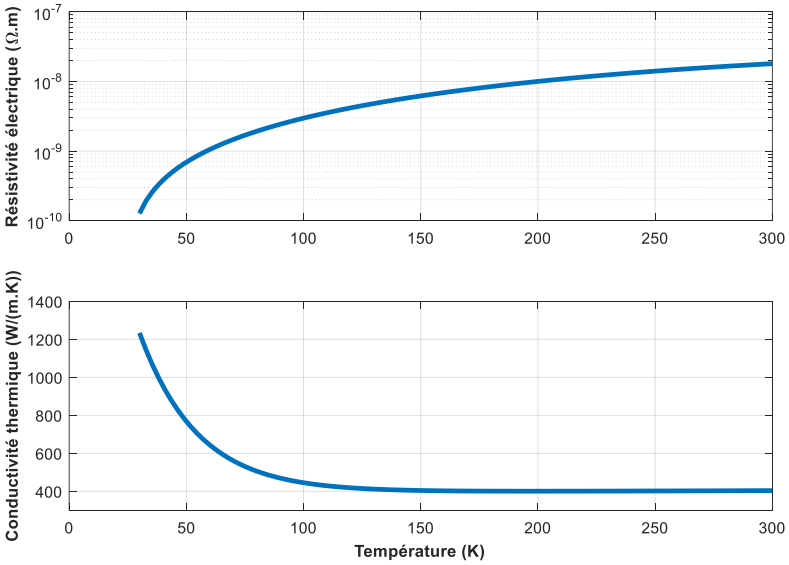


Figure 4.30 : Propriétés thermique et électrique du cuivre utilisé pour les amenées de courant

Dans [SON15], on retrouve une autre relation de proportionnalité :

$$P_a = \sqrt{L_0 \left(T_o^2 - T_L^2 \right)} \times I \tag{4-49}$$

Où L_0 est la constante de Lorentz qui vaut 2,445e^{-8} WΩ/K^2.

Un calcul par différence finie est également développé en parallèle pour calculer ces pertes à partir des propriétés du cuivre illustré sur la *Figure 4.30*. L'équation de la conduction thermique est résolue en stationnaire. Une fois écrite sous la forme de différences finies, cela donne [BER07] :

$$\frac{T_{i+1} - 2T_i + T_{i-1}}{\Delta x^2} + \frac{k_{i+1} - k_{i-1}}{2\Delta x} \times \frac{T_{i+1} - T_{i-1}}{2\Delta x} + \rho_i J^2 = 0 \tag{4-50}$$

Où *i* correspond à un point sur la longueur de l'amenée. Le résultat du calcul est montré sur la *Figure 4.31* pour une longueur *l* de *150 mm* et un courant de *230 A*. Les pertes minimales sont obtenues pour un rayon de l'amenée de *1,5 mm* soit une section de *7,07 mm²*. Cela concorde avec la relation (4-48) pour laquelle on trouve une section *7,67 mm²*.

Les trois méthodes sont comparées dans le *Tableau IV*. On remarque que les résultats coïncident autour de *20 W*. Par choix, nous conserverons pour la suite la méthode de résolution par différence finie que l'on a développé.

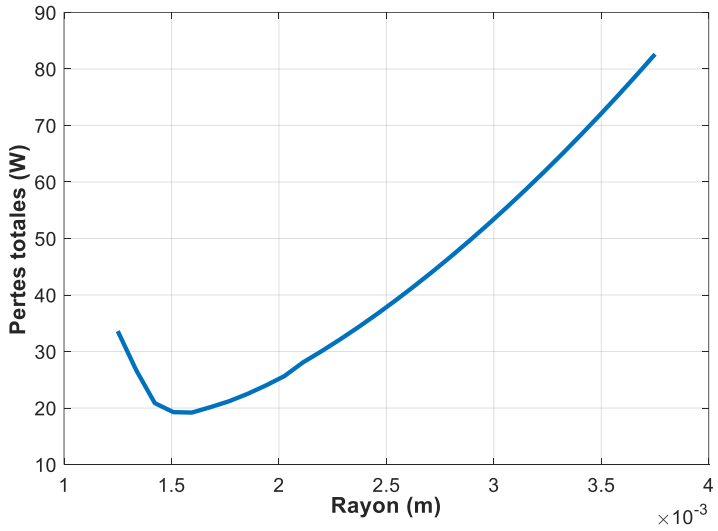


Figure 4.31 : Pertes des amenées de courant en fonction du rayon pour une longueur donnée

Tableau IV : Comparaison des relations pour le calcul des pertes dans les amenées de courants

	EKIN	SONG	Différence finie
Pertes totales (W)	*18,4*	*21,5*	*19,2*

4. OPTIMISATION DE LA MACHINE SUPRACONDUCTRICE

Afin d'étudier une application de propulsion aéronautique, nous fixons la vitesse de rotation de notre machine à *5000 tr/min*. Au total cinq puissances différentes (*50*, *100*, *200*, *500* et *1000 kW*) seront optimisées. La limite de *1 MW* est due à la limite de nos modèles car les forces dues à l'effet centrifuge et le couple deviennent trop importantes. A *1MW*, le couple est de *2 kN.m* ce qui est inférieur aux machines du projet N3-X. Cependant des courbes de tendances seront données permettant d'extrapoler jusqu'à ces couples.

Nous détaillerons quel est le processus d'optimisation permettant d'aboutir à la géométrie la plus légère. Plusieurs approches du problème seront proposées. Dans la première, la machine supraconductrice seule sera étudiée. Pour ce cas, la température de refroidissement est choisie à *30 K*, cela peut être réalisé par une circulation d'hélium gazeux [TRO14] ou un thermosiphon de néon liquide [NIC07]. Dans la seconde approche, nous nous intéresserons à l'ensemble du système supraconducteur, qui comprend la machine et son refroidisseur. Typiquement, la masse de la machine et celle du système de refroidissement diminue et augmente respectivement avec la température de fonctionnement. Nous proposerons donc une méthode pour rechercher la température optimale avec les technologies de rubans supraconducteurs et de refroidisseurs actuelles.

4.1. Résultats des optimisations

4.1.1. Méthode de dimensionnement et d'optimisation

Le déroulement du dimensionnement est montré sur la *Figure 4.32*. Il est globalement commun à un dimensionnement de machine électrique standard. Dans un premier temps, un pré-dimensionnement est conduit avec les équations analytiques développées dans le *Chapitre II*. Cette étape nous permet d'obtenir une idée sur les dimensions de la machine et ainsi restreindre la deuxième étape du dimensionnement, qui est l'optimisation. Nous utiliserons pour ce dernier le modèle électromagnétique semi-analytique du *Chapitre III*. Enfin une étape de validation numérique, nous permet de valider les calculs électromagnétiques avec une méthode de résolution par éléments finis. C'est également avec cette méthode que nous étudierons l'utilisation de fer car le modèle semi-analytique a été, pour rappel, développé pour des machines sans fer.

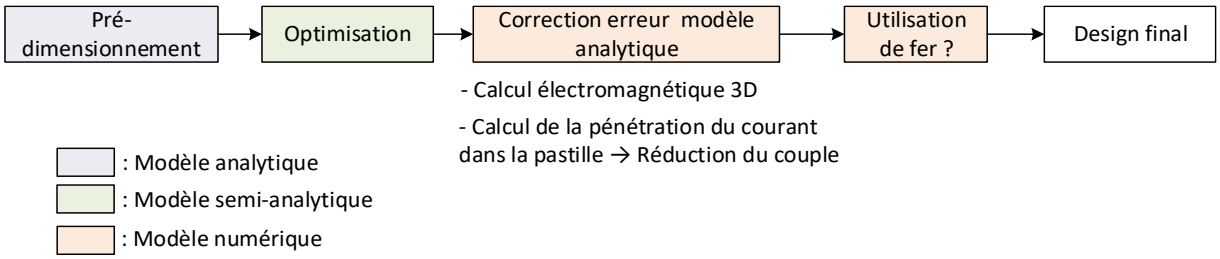


Figure 4.32 : Déroulement du dimensionnement

Le détail de la phase d'optimisation est montré sur la *Figure 4.33*. Nous allons utiliser un algorithme génétique qui permet de trouver des solutions à ce type de problème fortement non-linéaire. L'algorithme d'optimisation est le GA implanté dans *MATLAB*. Pour cela nous devons définir les variables, les contraintes et les objectifs du problème.

Le processus d'optimisation comprend le calcul du courant critique dans le ruban qui compose la bobine HTC et de la contrainte sur le fil. A partir de cette donnée, on obtient : le couple, les pertes statoriques, la pénétration du courant dans les pastilles, les contraintes mécaniques et la masse de la machine. Pour le scénario où l'on considère la masse du refroidisseur, les pertes thermiques sont également évaluées.

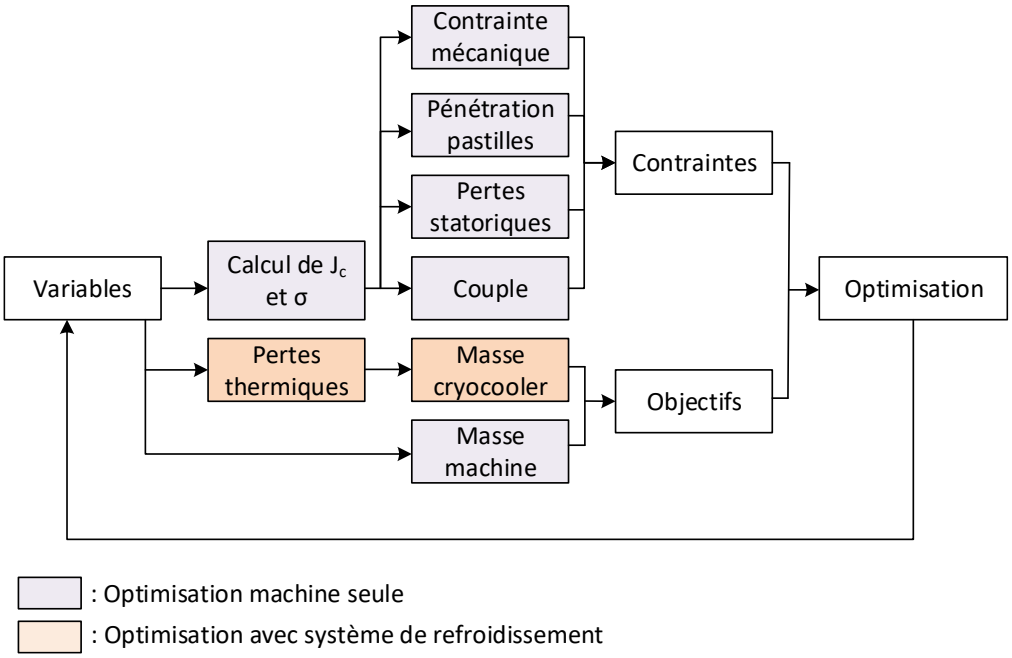


Figure 4.33 : Processus de l'optimisation

- **Variables**

Comme le montre la *Figure 4.34*, la machine supraconductrice à modulation de flux axiale comprend *13* paramètres géométriques.

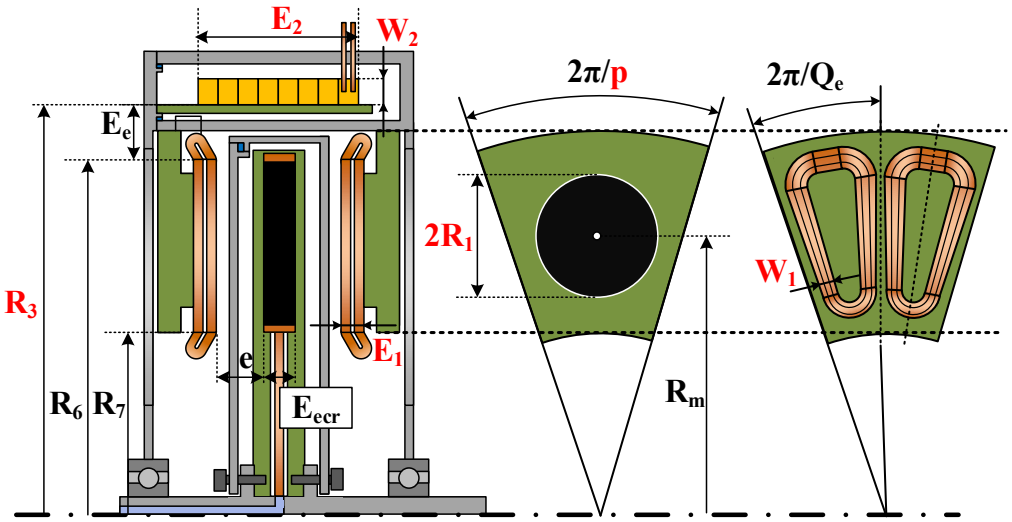


Figure 4.34 : Les 13 paramètres géométriques définissant la machine supraconductrice

Pour rappel (*Chapitre II*), il y a des paramètres géométriques et électriques que nous avons fixés à partir des considérations physiques ou de calculs préalables :

- L'entrefer (e) à *3 mm*
- L'épaisseur de l'écran (E_{ecr}) est fixée
- La distance entre les bobines de l'induit et l'électro-aimant supraconducteur (E_e) qui dépend de l'épaisseur des têtes de bobines de l'induit, du support et du cryostat de la bobine HTC plus un entrefer et un vide d'isolement que l'on fixe également.
- Le nombre de bobine de l'induit Q_e est une constante qui est obtenue afin d'avoir les meilleures performances en fonction de la polarité (voir l'étoile des encoches).
- Une densité de courant dans le cuivre de l'induit à *10 A/mm²*

Parmi ces 13 paramètres, un certain nombre sont liés entre eux, ainsi on a :

$$R_6 = R_m + R_1 \tag{4-51}$$

$$R_7 = k_d R_6 \approx 0,58 R_o \tag{4-52}$$

$$R_3 = R_6 + E_e + w_2 \tag{4-53}$$

$$\alpha = {pR_1}\Big/{\pi R_m} \tag{4-54}$$

Au total, seulement **7** paramètres (p, R_2, W_2, E_2, E_1, W_1, α), indiqués en rouge sur la *Figure 4.34* sont nécessaires pour définir la machine supraconductrice.

- **Contraintes**

Dans la recherche de la géométrie optimale, on peut imposer des contraintes à l'algorithme génétique sous forme d'égalités ou d'inégalités permettant de considérer des exigences du cahier des charges ou de brider la recherche en fonction des hypothèses du modèle semi-analytique. Pour notre problème, on relève 3 contraintes :

Le couple : Cette grandeur est une contrainte d'égalité que l'on obtient à partir de la puissance et de la vitesse de rotation. On considère que le couple utile vaut le couple électromagnétique, obtenus à partir du modèle semi-analytique. Cela revient à dire que les pertes mécaniques sont nulles, il s'agit d'une hypothèse que nous faisons.

La contrainte mécanique sur le ruban HTC : La contrainte mécanique maximale est calculée avec :

$$\sigma = J_c B_z \left(R_2 + \frac{T_2}{2} \right) \tag{4-55}$$

Où J_c est la densité de courant critique calculée et B_z est l'induction magnétique axiale maximale sur la section de la bobine.

La valeur de l'expression (4-55) doit être contrainte par l'algorithme à une valeur inférieure à ***130 MPa*** pour un ruban BSCCO et ***90 MPa*** pour un ruban YBCO.

Le calcul de (4-55) permet également d'appliquer un coefficient k_c correcteur dans l'estimation de la densité de courant critique J_c. Ce coefficient est issu des travaux Ayai & al. [AYA09] sur la dégradation

des performances d'un ruban BSCCO en fonction de la contrainte appliquée, que l'on peut voir sur la *Figure 4.35*.

$$k_c = 1 - \frac{\sigma}{130} 0.05 \quad \textbf{pour} \quad \sigma \leq 130 MPa \tag{4-56}$$

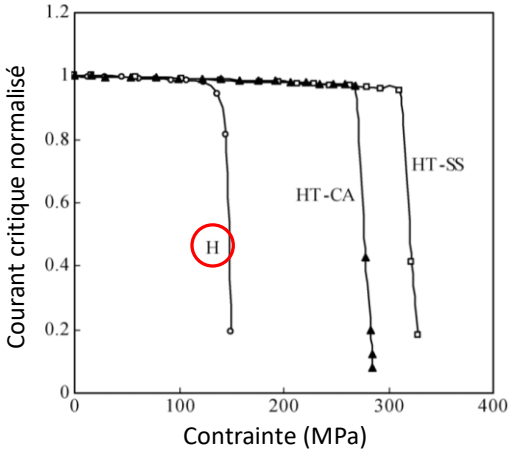


Figure 4.35 : Diminution de J_c avec la contrainte pour un ruban Di-BSCCO type H [AYA09]

La pénétration du courant dans la pastille : La longueur de pénétration L_p est calculée à partir de la formule analytique issus du modèle de Bean pour un cylindre infini. On a pour rappel :

$$L_p = \frac{B_{\max}}{\mu_0 J_c} \tag{4-57}$$

On fixe comme contrainte que la valeur maximale que peut prendre L_p est fixée à ***1,5 mm*** ce qui décroit le couple d'environ *7%* au vue des résultats du *Chapitre III*. L'expression (4-57) a tendance à minorer la réalité. Cette valeur de L_p permet de prendre une marge de sécurité sur la diminution réelle du couple qui est de l'ordre de 15 % (voir *Chapitre III*).

La valeur de L_p est à adapter pour chaque puissance. Une étude semblable à celle conduite dans la partie modélisation des supraconducteurs du *Chapitre III* doit être menée à partir des résultats du pré-dimensionnement pour la puissance souhaitée.

Les pertes statoriques : En l'absence de fer, nous estimons le rendement de la machine supraconductrice à partir des pertes Joules uniquement.

$$P_J = 2Q_e \rho \frac{2\left(R_6 - R_7 + W_1\right) + 2\pi\left(R_6 + R_7\right)/Q_e}{r_e E_1 W_1} I_s^2 \tag{4-58}$$

Où ρ est la résistivité du cuivre à *150 °C*, r_e est le taux de remplissage d'une section de la bobine et I_s est le courant totale. Le numérateur de (4-58) est la formule utilisée pour calculer la longueur moyenne d'une spire de la bobine.

Les pertes Joules sont contraintes à être inférieures à ***5 %*** de la puissance totale de la machine.

- **Objectifs**

L'objectif de l'optimisation est la diminution de la masse de la machine supraconductrice seule pour le 1er scénario et du système supraconducteur complet (machine + cryocooler) pour le 2ème scénario. La masse totale de la machine est obtenue à partir des équations analytiques proposées au début de ce chapitre. Pour ce qui est de la masse du système de refroidissement, nous allons l'obtenir avec les équations analytiques des pertes thermiques P_{th}. A partir de là, nous utiliserons une courbe de tendances basés sur les systèmes de refroidissements existant [BRA02] :

$$M_{cryocooler} = 157e^{(-0.0533\times T)} \times P_{th}^{(0.009\times T+0.1275)} \quad (4\text{-}59)$$

Où T est la température de refroidissement.

4.1.2. Correction numérique

Les hypothèses du modèle semi-analytique ont tendance à surévaluer la puissance de la machine, tandis que la prise en compte de la pénétration du courant dans la pastille diminue les performances. Il est donc impératif de quantifier ces erreurs pour affiner la précision des résultats. Nous utiliserons donc un modèle numérique 3D pour le calcul électromagnétique couplé avec un modèle 2D axisymétrique avec $J_c(B)$ pour le calcul de la pénétration du courant dans l'écran HTC qui s'est montré assez précis avec un J_c de la pastille de 2250 A/mm².

La *Figure 4.36* montre que le taux d'erreur commis par le modèle semi-analytique reste inférieur à 8 % après comparaison avec les modèles numériques. Afin de corriger cette erreur et obtenir les résultats souhaités, nous ajusterons, par choix de simplicité, l'épaisseur des bobines de l'induit E_1, pour tenir compte de ces *8 %*. Dans la suite du chapitre, tous les résultats seront donnés après cette étape de correction.

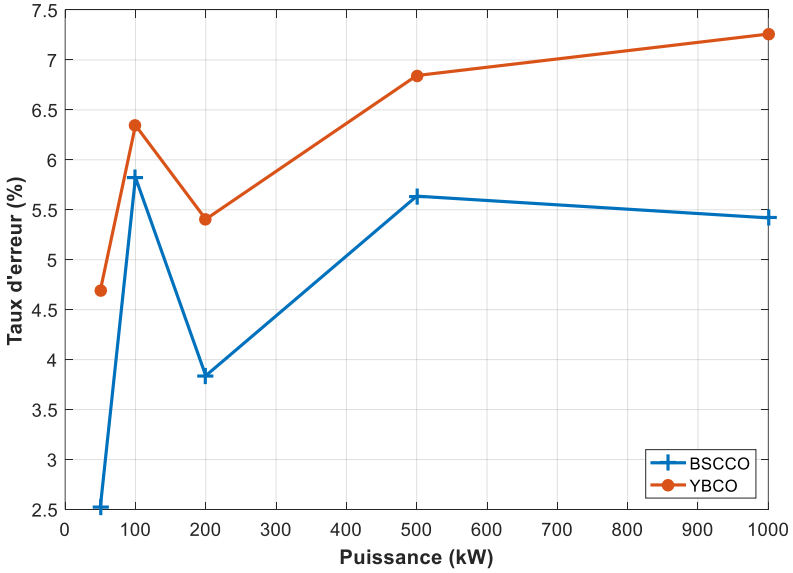


Figure 4.36 : Taux d'erreur introduit par le modèle semi-analytique

4.1.3. Puissance massique

Comme évoqué plus tôt, nous étudierons deux scénarios différents :

- Les performances de la machine supraconductrice seule sont recherchées. Elle est donc optimisée sans son système de refroidissement. Ce choix est justifié par un refroidissement très léger. On pense notamment à des réserves enthalpiques, comme un « glaçon » d'azote qui pourrait être une source de froid pour une mission entre deux aéroports [HAL05][IWA12]. Avec cette approche, les pertes thermiques ne sont donc pas calculées.
- Les pertes thermiques sont estimées. Une équation de tendance basée sur un état de l'art des systèmes de refroidissement commercialisé permet d'estimer la masse de ce dernier à partir des pertes. L'ensemble machine supraconductrice et système de refroidissement est optimisés. Il faudra rester prudent avec les résultats obtenus car cette courbe ne correspond pas à des systèmes de refroidissement pour des applications embarquées dont les données ne sont à l'heure actuelle pas disponible dans la littérature.

4.1.3.1. 1er scénario : Machine supraconductrice seule

En tenant compte uniquement des éléments actifs :

Les premières courbes de la *Figure 4.37* présentent les performances en ne considérant que les parties actives de la machine (bobine et écran HTC, bobines de l'induit) avec les deux générations de ruban supraconducteur. Cela n'a pas de réalité expérimentale car pour fonctionner une machine supraconductrice a nécessairement besoin de cryostats, de supports isolants ou conducteurs thermiques. Mais cette courbe se veut comme une limite vers laquelle l'on peut tendre avec l'amélioration ou le développement de nouveaux matériaux légers et résistants comme peuvent l'être les matériaux composites.

Comme le montre la *Figure 4.37*, la puissance massique est bien meilleure avec une bobine supraconductrice fabriquée à partir d'un ruban de la seconde génération. A *1MW*, la limite ultime d'une machine YBCO se situe à plus de *23 kW/kg* et une machine BSCCO à plus de *14,5 kW/kg*. Bien évidemment, les résultats proposés sont obtenus avec les matériaux supraconducteurs disponibles aujourd'hui. La marge de progression pour les rubans supraconducteurs, notamment la seconde génération, est importante.

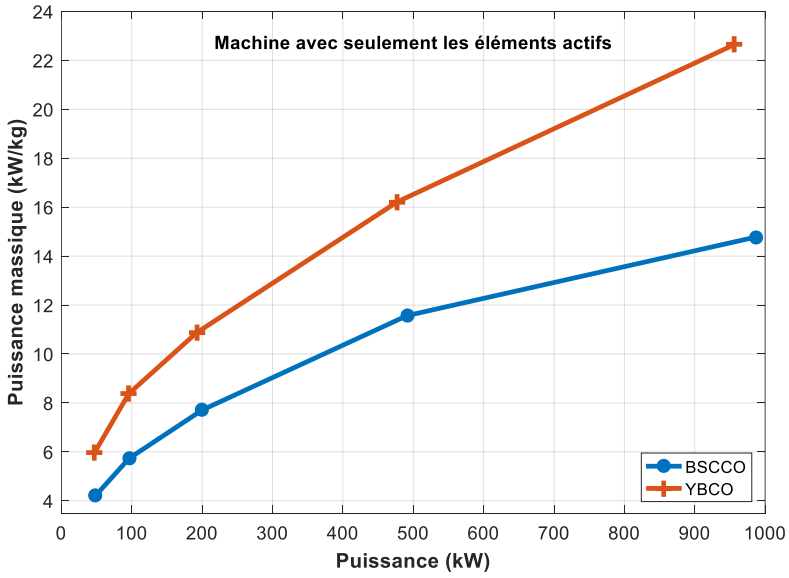


Figure 4.37 : Puissance massique ultime pour une machine supraconductrice à modulation de flux

Pour chaque étude réalisée, une courbe de tendance est proposée afin d'estimer la puissance massique d'une machine qui ne serait pas inclus dans le balayage choisis. Ainsi, la densité de puissance ultime pour une machine BSCCO est donnée par l'équation :

$$P_{mu} = 0,881 \times P^{0,4108} \tag{4-60}$$

Pour une machine YBCO, cette extrapolation nous donne :

$$P_{mu} = 1,071 \times P^{0,4434} \tag{4-61}$$

Où P_{mu} est la puissance massique ultime en *kW/kg* et *P* la puissance en *kW*.

Machine complète :

Le bilan de masse complet (présenté dans la première partie du chapitre) est maintenant utilisé. La *Figure 4.38* montre la puissance massique estimée. On constate que le poids des éléments non-actifs a un impact réducteur non-négligeable sur la masse totale de la machine. Le terme « estimée » est utilisé pour caractériser la puissance massique car la masse réelle de la machine ne peut être donnée qu'en dessinant totalement la machine et en considérant le poids de la visserie, des roulements et autres éléments qui ne peuvent être inclus dans cette première étude. Néanmoins, les éléments non-actifs les plus lourds ont été considérés dans le bilan de masse.

Une ligne verte à 10 kW/kg a été ajoutée sur la figure afin de rappeler les besoins du projet N3-X porté par la NASA pour les moteurs ou générateurs électriques. Les technologies YBCO et BSCCO franchissent cette ligne respectivement à partir de *450 kW* et *850 kW*.

A *1 MW*, la puissance massique estimée d'une machine YBCO se situe autour de *16 kW/kg* et pour une machine BSCCO autour de *11 kW/kg*.

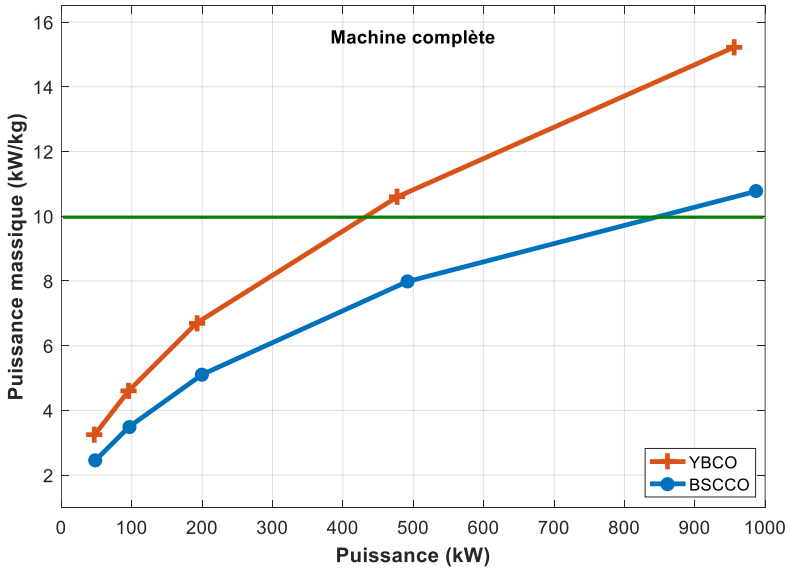


Figure 4.38 : Puissance massique estimée pour une machine supraconductrice à modulation de flux

La courbe de tendance de la puissance massique estimée d'une machine BSCCO est donnée par :

$$P_{me} = 0,399 \times P^{0,4795} \tag{4-62}$$

Pour une machine YBCO, nous obtenons :

$$P_{me} = 0,4425 \times P^{0,5154} \quad (4\text{-}63)$$

Où P_{me} est la puissance massique ultime en *kW/kg* et *P* la puissance en *kW*.

Les dimensions de la machine de *50 kW* réalisés avec du BSCCO et de la machine de *1MW* en YBCO sont données dans le *Tableau VI*. La machine de *50 kW* correspond au prototype qui sera présenté au chapitre suivant.

Tableau VI : Résultat de l'optimisation pour deux puissances différentes

		Paramètres	Description	Unité	Valeur (50 kW)	Valeur (1 MW)
Général		**p**	Paires de pôles	-	5	5
		e_4	Entrefer mécanique	mm	1,5	1,5
		e_5	Epaisseur du cryostat	mm	1,5	1,5
		e_6	Epaisseur du vide	mm	1,5	1,5
		e	Entrefer total	mm	4,5	4,5
		M_t	Masse totale	kg	20	63
Induit		**N_1**	Nombre d'encoche / de bobines	-	12	12
		R_6	Rayon extérieur de l'induit	mm	-	-
		R_7	Rayon intérieur de l'induit	mm	-	-
		W_1	Largeur des bobines	mm	15	24
		E_1	Epaisseur des bobines	mm	13	20
		k	Coefficient de foisonnement	-	0,7	0,7
		J	Densité de courant	A/mm²	10	10
		M_{cu}	Masse des bobines	kg	4,5	23
Inducteur	Electro-aimant supraconducteur	**R_3**	Rayon extérieur	mm	-	-
		W_2	Epaisseur	mm	-	-
		E_2	Longueur	mm	-	-
		J_{c1}	Densité de courant critique	A/mm²	300	500
		L_{fil}	Longueur de ruban	km	0,5	4,8
		M_{fil}	Masse de fil	kg	8	16

	Pastille supraconductrice	N_2	Nombre de pastilles	-	5	5
		R_m	Rayon du centre	mm	98	164
		R_1	Rayon	mm	40	71
		E_{ecr}	Epaisseur	mm	-	-
		L_p	Longueur de pénétration	mm	-	-
		J_{c2}	Densité de courant critique	A/mm²	2250	2250
		M_p	Masse des pastilles	kg	1,4	4,5

Marge d'amélioration pour des machines de fortes puissances :

- L'ajout de matériaux ferromagnétiques

Nous allons voir que l'intérêt d'une culasse ferromagnétique est remis en cause pour une machine de forte puissance (*1 MW*). Pour cela, le problème est résolu de manière numérique en ajoutant une culasse ferromagnétique derrière les induits dont on fait varier l'épaisseur E_{cu}, comme il est décrit sur la *Figure 4.39*. L'augmentation du couple est relevée en fonction de l'augmentation de masse due à cette culasse sur la *Figure 4.40*. On remarque que le ratio entre l'élévation du couple massique est toujours inférieur à *1*. Une machine de *1 MW* sans fer semble être la meilleure configuration en termes de puissance massique.

Pour une machine de faible puissance (quelques dizaines de *kW*), une fine culasse est suffisante pour augmenter l'induction dans l'entrefer et donc le couple. Cependant, pour les fortes puissances la quantité de fer doit être plus conséquente pour augmenter d'un même facteur cette induction au détriment de la masse.

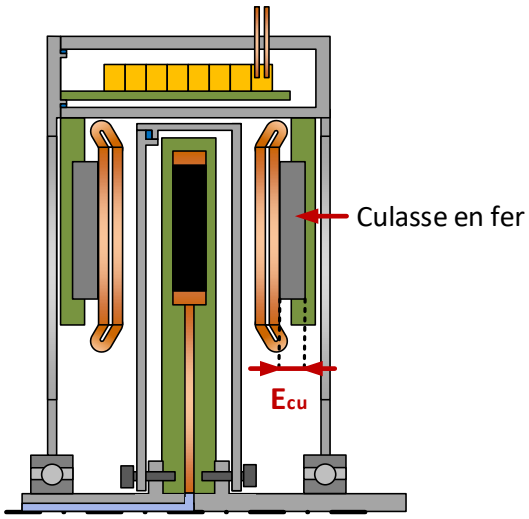


Figure 4.39 : Rajout d'une culasse ferromagnétique

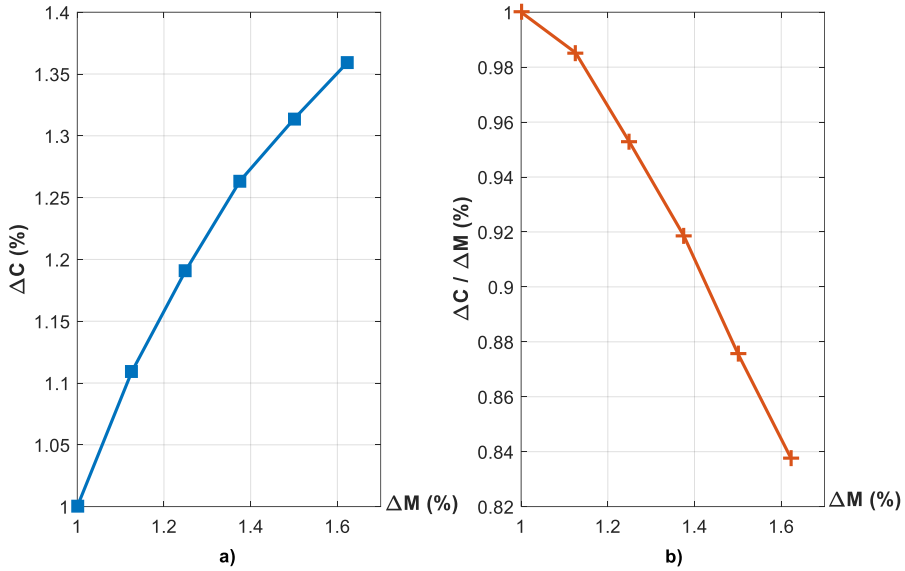


Figure 4.40 : Effet sur le couple et le couple massique lorsqu'une culasse ferromagnétique est ajoutée (P = 1 MW)

- Refroidissement de l'induit

Il est évident qu'une machine partiellement supraconductrice peut être concurrentielle uniquement si son induit est performant. Cela passe par un véritable dimensionnement thermique de l'induit qui n'a pas été conduit dans ces travaux, permettant d'augmenter les densités de courant dans le cuivre. Les résultats précédents ont été obtenus avec une densité de courant dans le cuivre de *10 A/mm²*. Cette valeur correspond à un seuil bas que l'on peut atteindre avec un refroidissement liquide. Dans la littérature, des valeurs de densité de courant bien plus importantes peuvent être atteintes. En optant pour un refroidissement par circulation d'eau dans une conduite, la densité de courant varie entre *10* et *15 A/mm²* voire *30 A/mm²* quand le liquide de refroidissement est en contact direct avec les parties actives [GIE13].

- L'épaisseur de l'entrefer

Enfin, la dernière marge d'amélioration concerne la taille de l'entrefer. Pour rappel, l'entrefer d'une machine partiellement supraconductrice est composé d'un entrefer mécanique, de l'épaisseur du cryostat et d'une couche de vide pour l'isolation thermique. Nous verrons dans le prochain chapitre qu'une structure particulière a été utilisée pour le prototype. Cette solution permet de réduire le nombre de couche qui compose l'entrefer et donc l'épaisseur de ce dernier.

Les résultats du *Tableau V* ont été obtenus avec un entrefer électromagnétique de ***4,5 mm***. Cependant la solution proposée dans le chapitre suivant permet de le réduire à ***3 mm***.

La *Figure 4.41* présente l'évolution de la puissance avec la taille de l'entrefer. Premier constat, la variation de la puissance est linéaire en fonction de l'épaisseur de l'entrefer. Un gain de ***5,6 %*** sur la puissance peut être obtenu entre un entrefer d'une longueur de ***3 mm*** et un entrefer de ***4,5 mm***.

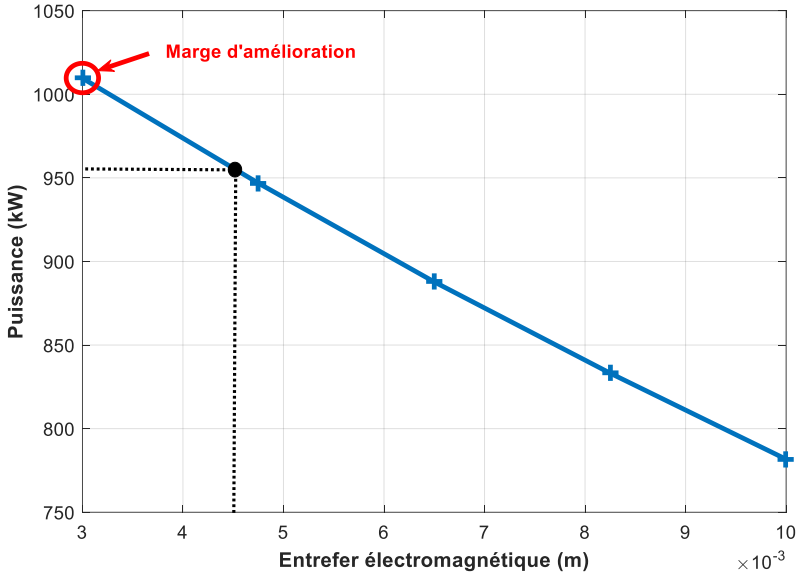


Figure 4.41 : Evolution de la puissance électromagnétique avec l'épaisseur de l'entrefer

4.1.3.2. 2ème scénario : Machine supraconductrice + système de refroidissement

Pour ce deuxième scénario, le poids du système de refroidissement est intégré dans le processus d'optimisation à partir de la courbe de tendance (4-59). Cette relation entre la masse, les pertes thermiques et la température simplifie le problème d'optimisation car nous ne travaillons qu'avec un seul objectif qui est la minimisation de la masse totale.

Pour une opération à 30 K :

Pour cette étude, les résultats seront présentés uniquement pour une machine YBCO, le comportement est similaire avec une machine BSCCO. On s'intéresse ici aux résultats quand l'optimisation prend en compte la masse du système de refroidissement qui est lui-même fonction des pertes thermiques pour une température donnée. La *Figure 4.40* présente les résultats de l'étude d'un système supraconducteur qui est composé de la machine électrique et de son refroidisseur cryogénique. A titre d'indication, la masse de la machine optimisée sans considérer le système de refroidissement est également représentée en pointillé.

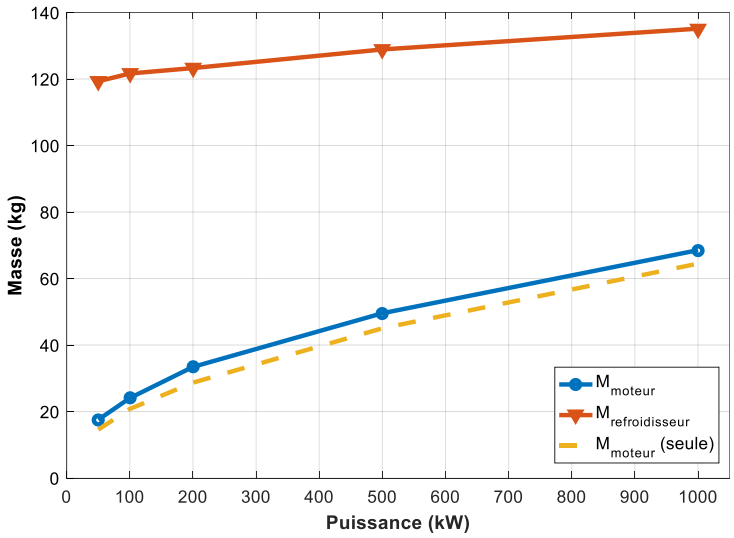
On remarque que la machine est plus lourde en considérant les pertes. En effet, la *Figure 4.43* montre qu'une grande partie des pertes thermiques proviennent des amenées de courant. Ces pertes sont proportionnelles au courant. Pour diminuer le courant, le volume de l'électro-aimant supraconducteur se trouve augmenté donc la contrainte magnétique sur le ruban est plus forte. Cette tendance diminue la masse du refroidisseur au détriment d'un l'électro-aimant plus lourd.

La puissance massique est fortement diminuée à cause du refroidisseur qui est au moins deux fois plus lourd que la machine supraconductrice. Néanmoins, il ne faut pas oublier que ces résultats sont obtenus avec la technologie de refroidisseur actuelle qui n'est pas adaptée pour une application

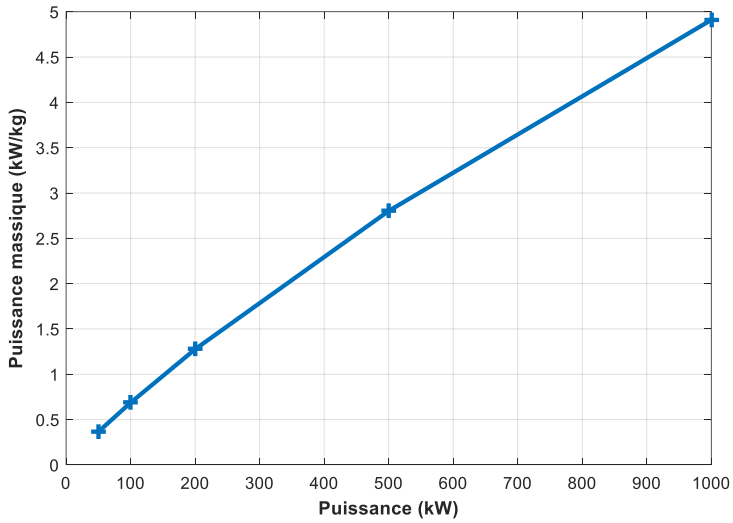
embarquée. La NASA estime qu'un système de refroidissement pourrait convenir à une application aéronautique à partir d'une puissance massique de ***0,3 kW/kg*** [BRO11]. Pour les technologies actuelles, les performances sont autour de ***0,07 kW/kg*** (soit 5 fois plus faible). Avec le chiffre de la NASA, la puissance massique de l'ensemble à *1 MW* serait de ***11 kW/kg*** contrairement au ***4,9 kW/kg*** de la *Figure 4.42b*.

La *Figure 4.44* permet de constater une réduction entre *15* et *20 %* des pertes thermiques quand l'ensemble du système supraconducteur (machine et refroidisseur) est optimisé.

Enfin, la conclusion principale concerne l'évolution de la masse du refroidisseur. Entre *50 kW* et *1 MW*, la masse de ce dernier n'augmente que de *13 %*. C'est une des raisons pour laquelle, l'utilisation de supraconducteurs dans une machine électrique ne peut être concurrentielle que sur des fortes puissances.



a)



b)

Figure 4.42 : a) Masse et b) Puissance massique d'un système supraconducteur à 30 K

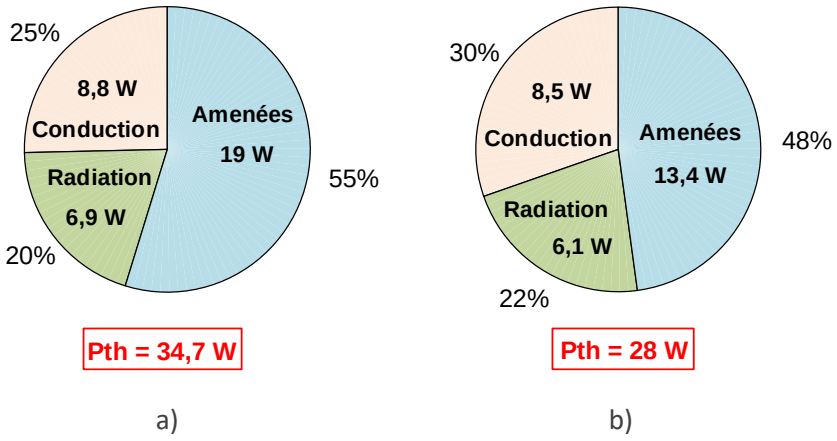


Figure 4.43 : Pertes thermiques entre a) la machine optimisée seule et b) la machine et le refroidisseur optimisés

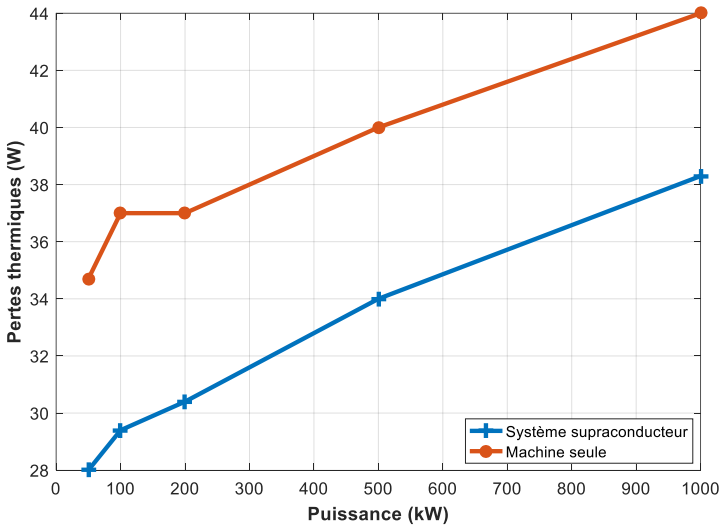


Figure 4.44 : Evolution des pertes thermiques en fonction de la puissance

<u>Température optimale de fonctionnement :</u>

A *30 K*, la masse du refroidisseur représente les *2/3* de la masse de l'ensemble supraconducteur. L'expression (4-59) montre que cette masse varie avec les pertes thermiques mais également avec la température. Une température plus haute réduit la masse du refroidisseur cependant la masse de la machine augmente car les performances des supraconducteurs sont moins bonnes.

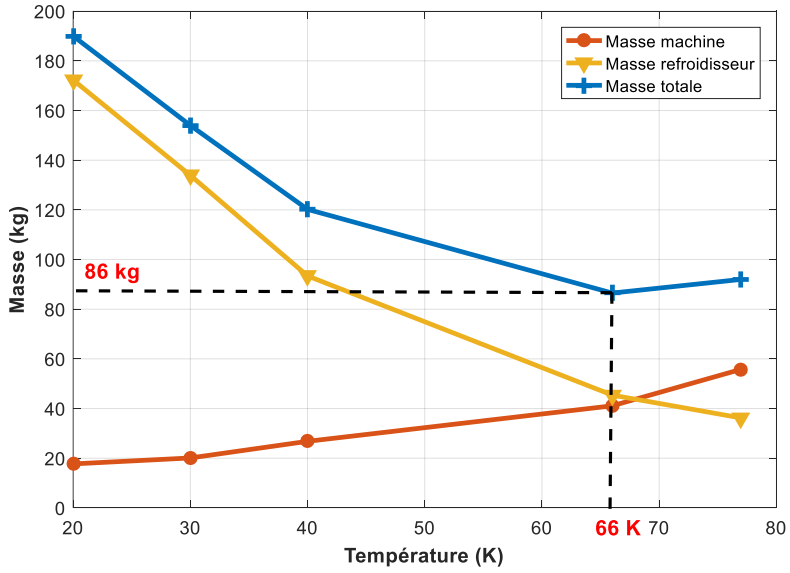
Nous allons étudier s'il existe une température optimale pour laquelle le système supraconducteur est le plus léger. Pour cela, deux configurations de machine sont analysées :

- Une machine BSCCO de *50 kW*
- Une machine YBCO de *1 MW*

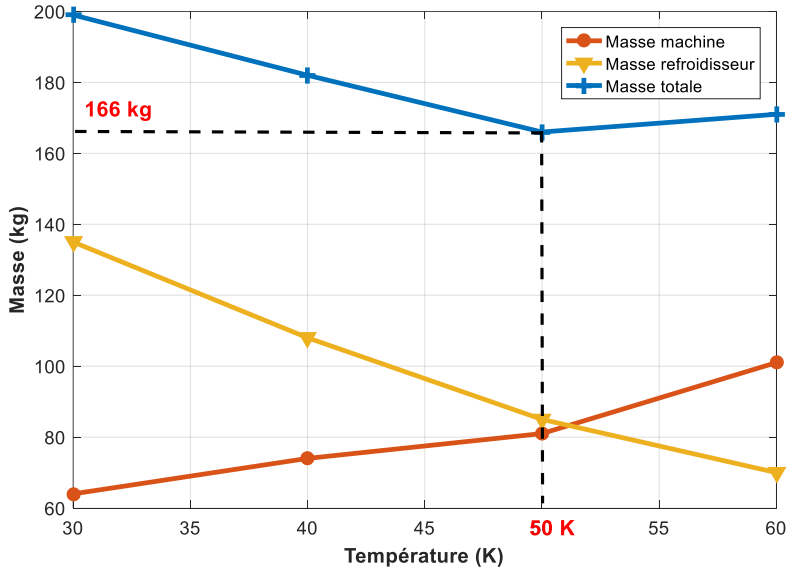
La *Figure 4.45a* illustre la masse des composants du système BSCCO de *50 kW*. Une température de *66 K* semble être la température optimale. A cette température la masse totale du système supraconducteur est de *86 kg*. Entre une opération à *30 K* et une opération à *66 K*, le poids du refroidisseur est divisé par trois et la masse totale par environ deux.

La *Figure 4.45b* représente les mêmes courbes mais pour le système YBCO et une machine de *1 MW*. Cette fois-ci, la température optimale est de *50 K*. A cette température la masse totale du système supraconducteur est de 166kg, soit moins de deux fois plus lourd qu'une machine supraconductrice de 50 kW et son refroidisseur. Plus la machine est puissante, plus cette température sera basse. En effet, comme la masse du refroidisseur évolue peu suivant l'application, il arrivera un stade où la masse de la machine sera plus conséquente et donc une opération à basse température permettra de gagner sur la puissance massique.

Ces résultats sont une fois de plus donnés à partir des technologies actuelles. Ils soulignent l'importance de considérer le refroidisseur. Il est évident qu'avec un refroidissement plus léger comme l'annonce la NASA, la température de fonctionnement serait bien inférieure aux résultats obtenus.



a)



b)

Figure 4.45 : Température optimale pour la machine a) BSCCO de 50 kW b) YBCO de 1 MW

4.2. Comparaison avec les technologies actuelles

Puissance massique :

Généralement, les machines électriques ne sont pas conçues pour être les plus légères possibles. Les moteurs de l'industrie (pompes, ventilateurs, compresseur, …) sont développés pour être le plus fiable possible dans des conditions parfois sévères. Les puissances massiques de ces machines sont de l'ordre de *0,1 - 0,5 kW/kg*.

Des techniques de dimensionnement plus précises sont utilisées dans le domaine de l'automobile, où le critère par excellence est la réduction du prix. La production en grand nombre de ce type de machines incite à l'économie. Malgré tout, les puissances massiques des machines de l'automobile sont plus importantes que pour la première catégorie, entre *1* et *3 kW/kg*.

Cependant, les puissances massiques cibles pour la propulsion électrique des avions sont encore plus élevées, pour rappel *10 kW/kg* ou plus. La *Figure 4.46* dresse une comparaison de la machine supraconductrice YBCO pour une densité de courant dans l'induit de *10* et *15 A/mm²* face à des machines électriques standards dédiées à l'aéronautique [ZHA16]. Pour que la comparaison soit « équitable », la vitesse de rotation des machines retenues est comprise entre *2500* et *6000 tr/min*.

L'un des intérêts d'utiliser des matériaux supraconducteurs est la suppression ou l'économie de matériaux ferromagnétiques. Le *Tableau VII* montre la répartition des masses d'une machine électrique de la Toyota Prius de 2010. La contribution des parties en fer s'élève à presque *50 %* du poids total de la machine. Cependant pour des faibles puissances même en l'absence de matériau ferromagnétique, le poids des cryostats ou de supports thermiques et autres parties propres aux machines électriques cryogéniques sont une pénalité pour la machine supraconductrice. Ainsi au-dessus de *100 kW*, les machines électriques standard ne peuvent pas concurrencer cette machine supraconductrice. Par contre au-delà de cette puissance, la suppression des matériaux ferromagnétiques permet à la machine proposée d'avoir de bien meilleures performances. A partir de *250* kW, la puissance massique de la machine supraconductrice est supérieure à 33 % ou 83 %, suivant la densité de courant dans l'induit, par rapport aux technologies standards. La *Tableau VII* montre la distribution des masses pour la machine de *1* MW.

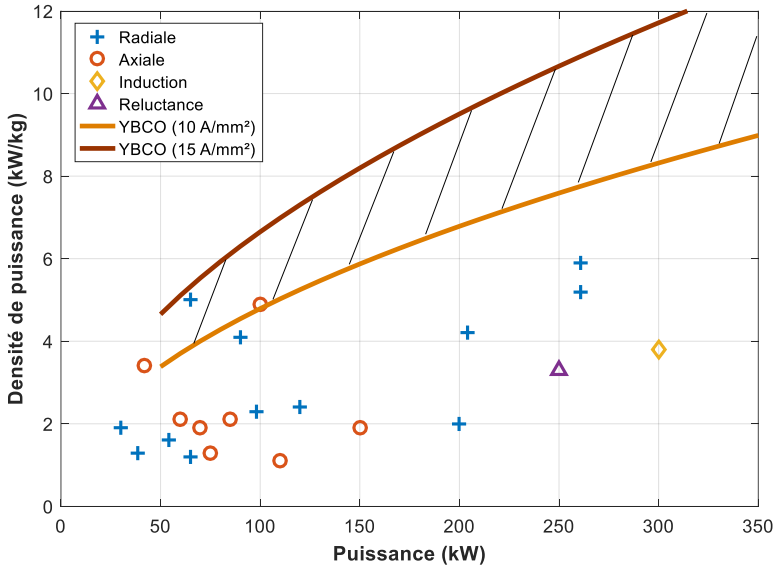


Figure 4.46 : Puissance massique entre une machine supraconductrice à modulation de flux et des machines électriques standards

Tableau VII : Distribution des masses d'une machine électrique de la Toyota Prius [BUR11] et de la machine supraconductrice de 1 MW YBCO

	Toyota Prius		Supra. *1 MW*	
Désignation	**Masse(kg)**	**% du total**	**Masse(kg)**	**% du total**
Carter	14,4	38,3	19,5	31
Fer au stator	**10,36**	**28,1**	-	-
Fer au rotor + arbre	**6,7**	**18,2**	-	-
Bobinages	4,93	13,4	23	36,5
Aimants ou inducteur supra.	0,77	2,1	20,5	32,5
Total	36,86	100	63	100

Couple massique :

Le couple massique est également donné sur la *Figure 4.47*. Pour un couple compris entre *1000* et *1500* N.m, la machine supraconductrice arrive à concurrencer des machines spécialement dimensionnées pour avoir un fort couple massique. Les rayons importants et les fortes polarités de ces machines (fortes fréquences d'alimentation de l'induit) font qu'elles ont des vitesses de rotation *<2500 tr/min*. C'est la raison pour laquelle le couple massique est élevé cependant la puissance massique de ces machines est inférieure à *5 kW/kg*. La machine supraconductrice a une polarité plus faible, elle peut donc atteindre de plus forte vitesse de rotation avec la même électronique.

De plus, les machines standards de la *Figure 4.47* sont des machines *SIEMENS* dont le refroidissement de l'induit est très optimisé. La densité de courant *J* dans le cuivre pourrait être bien supérieur aux conditions que l'on a choisie pour le dimensionnement de la machine supraconductrice. Avec une densité de courant *J* de *15 A/mm²* et un couple de *1500 N.m*, le couple massique de l'actionneur supraconducteur est *23 %* plus important que les meilleures technologies d'aujourd'hui.

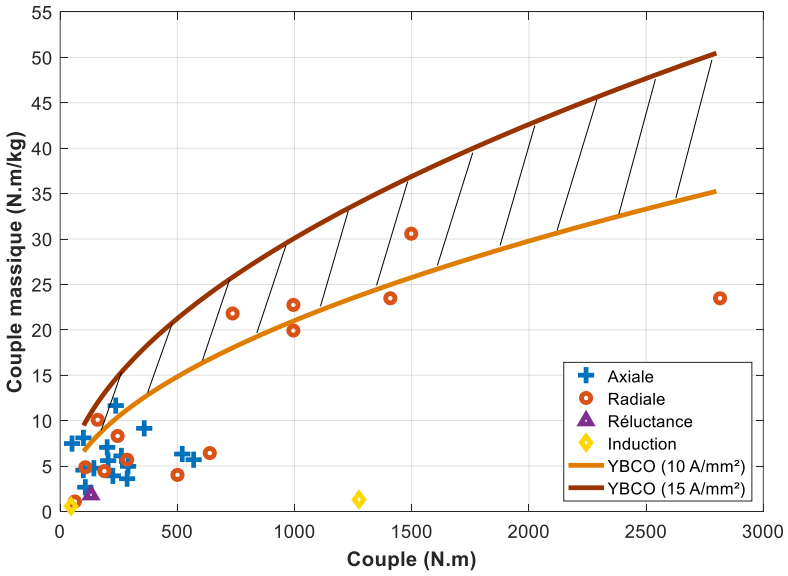


Figure 4.47 : Couple massique entre une machine supraconductrice à modulation de flux et des machines électriques standards

Couple volumique :

La *Figure 4.48* montre le couple volumique de la machine supraconductrice vis-à-vis des technologies standards. On constate sur cette même figure le meilleur couple volumique des machines à flux axial vis-à-vis des machines à flux radiales.

A partir de *1000 N.m*, le couple volumique de la machine supraconductrice est de *33 %* supérieur aux machines électriques standards. Cependant pour des couples plus faibles, la structure de la machine à modulation de flux est pénalisante car l'espace occupé par la bobine supraconductrice et son cryostat constitue une zone « morte » où la conversion électromécanique n'a pas lieu.

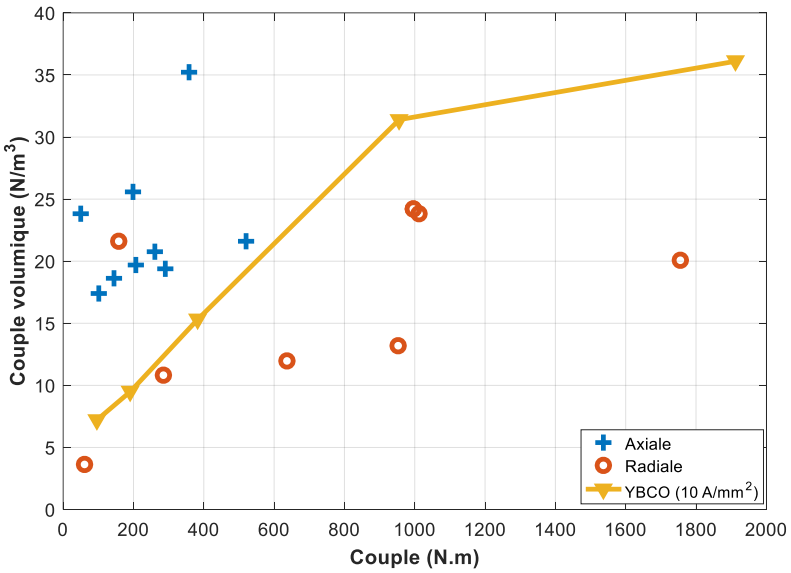


Figure 4.48 : Couple volumique entre une machine supraconductrice à modulation de flux et des machines électriques standards

5. CONCLUSION

Au cours de ce chapitre, des équations analytiques pour le calcul des contraintes mécaniques et des pertes thermiques ont permis de dresser un bilan de masse de la machine supraconductrice. Ces estimations nous ont permis de lancer une série d'optimisation pour des machines ayant des puissances comprises entre *50 kW* et *1 MW*. La limite du *MW* correspond à celle de nos équations sur les contraintes mécaniques, notamment sur le support des écrans supraconducteurs pour lequel la force centrifuge et la torsion du couple correspond à la limite du matériau. Des structures de rotor différentes ou l'utilisation de matériaux différents s'avèrent nécessaire au-delà de cette puissance.

La puissance massique, le couple massique et le couple volumique est augmenté respectivement de *33 %* (à partir de *250 kW*), de *23 %* (à *1500 N.m* et *J = 15 A/mm²*) et de *33 %* (à *1000 N.m*). Encore une fois, le modèle proposé s'est voulu le plus précis possible cependant seul un véritable dessin technique permettra de quantifier avec exactitude la masse de la machine. C'est ce que nous proposerons dans le prochain chapitre avec la réalisation de la machine de *50 kW* en utilisant les dimensions du *Tableau VII*.

CHAPITRE 5

CONSTRUCTION & TEST DU PROTOTYPE

1. INTRODUCTION

Le dernier chapitre de ce mémoire est consacré à la construction et aux premiers tests d'un prototype de machine supraconductrice à modulation de flux axiale. Les dimensions de l'actionneur ont été obtenues lors du chapitre précédent. Bien évidemment, nous verrons que certains paramètres géométriques ont dû être ajustés pour des raisons de construction qui seront expliquées. Au final, le diamètre externe du prototype est d'environ *400 mm* pour une longueur de *200 mm*.

La première partie de ce chapitre est consacrée aux différents choix de conception. Sur la partie électrique, on retrouve le calcul du nombre de spires des bobines de l'induit ou encore le feuilletage de la culasse ferromagnétique. Sur les choix mécaniques, le choix des roulements étanches au vide ou la déformation des cryostats seront évoqués. Et enfin, nous présenterons l'aspect cryogénique avec le choix d'une circulation d'hélium gazeux pour un refroidissement à *30 K*, qui est la température du cahier des charges. A partir de ces choix, les premiers dessins techniques seront réalisés avec le logiciel INVENTOR® puis expertisés par une entreprise extérieure spécialiste en cryogénie et en mécanique.

Dans une seconde partie, nous présenterons la fabrication et l'assemblage de la machine à travers des dessins 3D et des photos. Lors des premiers tests, la machine supraconductrice sera utilisée en fonctionnement génératrice. Le banc d'entrainement ainsi que les différents appareils servant à l'instrumentation seront montrés.

Enfin, le début de la phase de test sera présenté. Nous verrons toutes les difficultés rencontrées pour la mise en froid de la machine.

2. CONCEPTION DU PROTOTYPE

2.1. Modification de la structure

L'un des principaux objectifs de la fabrication était la réduction de la taille de l'entrefer électromagnétique. L'entrefer électromagnétique d'une machine partiellement supraconductrice est composé de différentes couches qui assurent l'isolation thermique, le maintien du vide et l'entrefer mécanique.

2.1.1. Cryostat tournant

La structure habituelle est celle représentée par la *Figure 5.1a*. Dans ce cas, l'entrefer électromagnétique est assuré par trois couches :

- 1 : une épaisseur de vide pour l'isolation thermique
- 2 : un cryostat pour le maintien du vide
- 3 : un entrefer mécanique pour garantir la rotation du rotor

L'un des principaux avantages de cette configuration est que la rotation du cryostat, réalisé dans un matériau conducteur (souvent de l'acier inoxydable), permet d'atténuer le champ harmonique produit par le bobinage de l'induit. Des courants induits se développent dans le cryostat atténuant la pollution magnétique pour ce qui se trouve à l'intérieur du cryostat.

2.1.2. Cryostat fixe

Cette configuration est présentée sur la *Figure 5.1b*. Cette fois-ci, l'entrefer électromagnétique est composé par deux couches :

- 1 : une épaisseur de vide pour l'isolation thermique et assurer la rotation du rotor

- 2 : un cryostat fixe pour le maintien du vide

L'avantage de n'avoir que deux couches est la réduction de l'entrefer. Comme évoqué dans le chapitre précédent, cette diminution permet d'augmenter le couple produit par la machine supraconductrice car la modulation du champ magnétique est meilleure près des pastilles et s'atténue rapidement en s'éloignant.

Toutefois, certaines précautions doivent être prises sur le choix du matériau pour le cryostat. Ce dernier étant fixe, le champ magnétique alternatif vu par le cryostat est celui produit par la rotation des écrans. Il s'agit du champ magnétisant qui est de valeur élevée, les pertes et le couple de freinage peuvent être importants. Nous avons donc réalisé une étude sur le type de matériau (isolant ou conducteur électrique) qui pouvait être utilisé pour une application avec un cryostat fixe.

Les *Figure 5.1a* et *5.1b* résument quelles sont les parties tournantes via des flèches et les parties fixe via des croix. Elles indiquent également l'emplacement des étanchéités pour le vide.

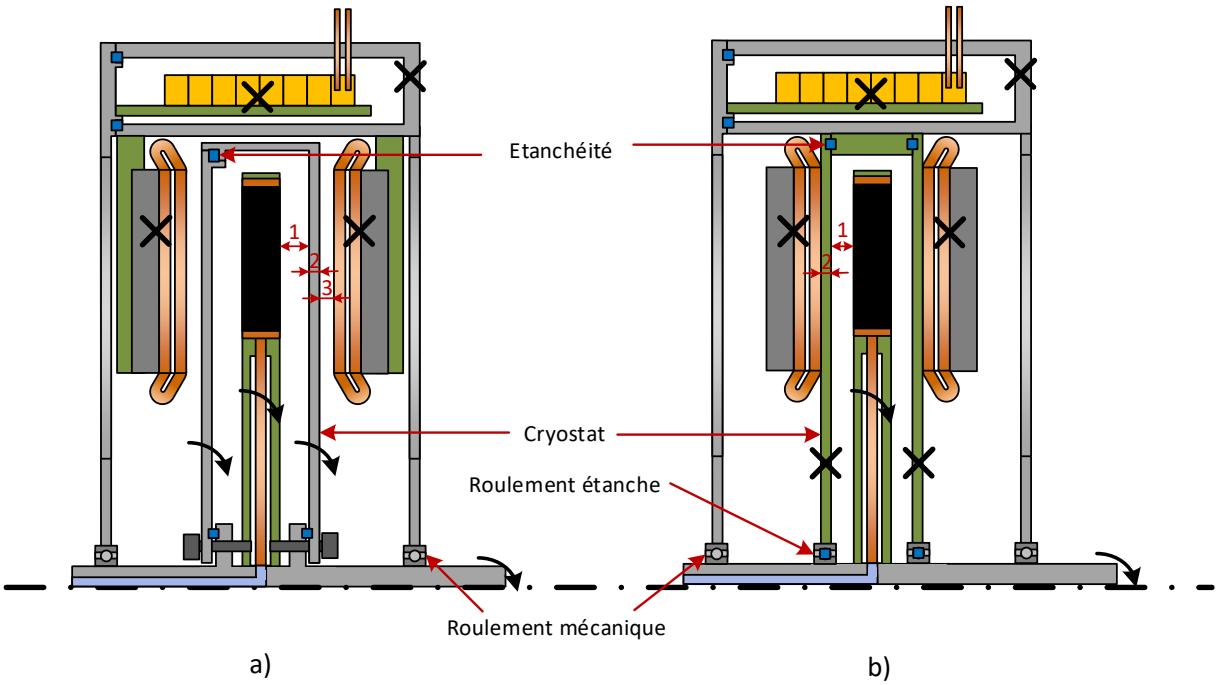


Figure 5.1 : Machine supraconductrice avec a) un cryostat tournant b) un cryostat fixe

2.1.3. Choix du matériau pour le cryostat

Le problème des courants induits dans le cryostat est résolu numériquement à l'aide du logiciel *COMSOL Multiphysics*. Le module *Magnetic and Electric Fields* est utilisé, qui offre la possibilité de calculer des courants induits et d'imposer des vitesses de rotation à des objets, ici les pastilles. Une vue en coupe du problème est 3D est représenté sur la *Figure 5.2*. Les hypothèses prises sont les suivantes :

- Les courant induits dans la culasse ferromagnétique sont négligés.
- Le champ magnétique du bobinage de l'induit est faible et n'a pas besoin d'être simulé.

Pour le modèle, on impose :

- Un mouvement uniquement sur les 5 pastilles supraconductrices de la machine
- Une conductivité de *10 S/m* pour les matériaux où les courants induits ne sont pas calculés, cet artifice permet la convergence du modèle numérique.
- Une conductivité du cryostat qui évolue suivant le choix du matériau ($0{,}1 \leq \sigma \leq 35{,}7$ *MS/m*)

Les matériaux présents dans le *Tableau I* seront étudiés pour le choix du cryostat.

Tableau I : Matériaux pour le cryostat fixe

Matériaux	σ (MS/m)
Aluminium	*35,7*
Titane	*2,38*
Inox 316L	*1,31*
Fibre de Carbone	0,1

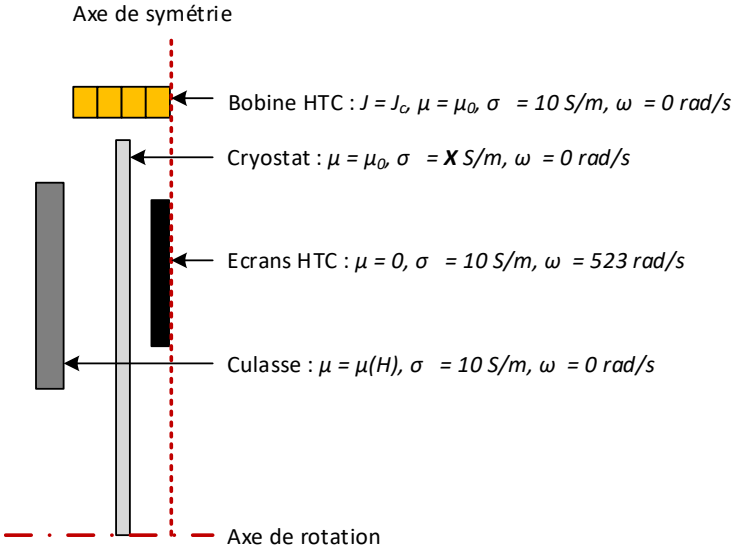


Figure 5.2 : Problème des courants induits dans un cryostat fixe

Pour une simulation des courants induits, une attention particulière doit être portée sur la pénétration des courants dans le cryostat. On obtient une estimation de cette grandeur en utilisant la formule conventionnelle de l'effet de peau.

$$\delta = \sqrt{\frac{2}{\omega \mu_0 \mu_r \sigma}} \tag{5-1}$$

Où δ est la longueur de l'effet de peau, ω est la pulsation du champ magnétique subit par le cryostat, σ est la conductivité électrique de l'enceinte, μ_0 et μ_r sont respectivement la perméabilité du vide et la perméabilité relative du matériau sélectionné.

Les résultats de simulation pour les pertes AC induites par les courants de Foucault du cryostat fixe pour différents matériaux sont montrés sur la *Figure 5.3*. Avec un cryostat en Aluminium, les pertes sont plus importantes que la puissance nominale du moteur de *50 kW*. Avec un cryostat en Inox 316L ou en Titane, les pertes AC sont entre *2* et *6 %* de la puissance de la machine. De bonnes performances peuvent être atteint avec des matériaux dont la conductivité électrique est inférieure ou égal à celle de la fibre de Carbone. Nous verrons dans la suite le type de matériau choisi.

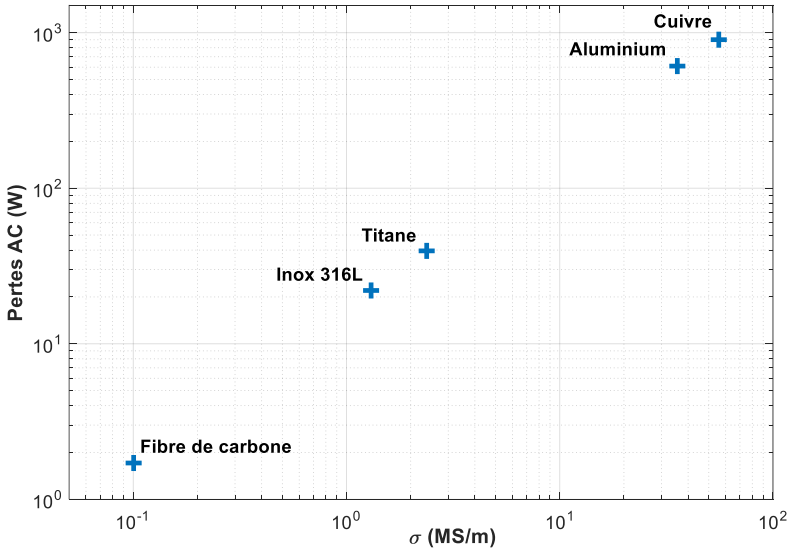


Figure 5.3 : Pertes dans le cryostat en fonction de la conductivité du matériau

2.2. Choix électrique

2.2.1. Nouvelles dimensions de la bobine supraconductrice

Les dimensions de la bobine supraconductrice ont évolué durant la phase de construction. Cela est dû à l'utilisation d'un cryostat fixe qui modifie la structure de la machine, mais également à des marges de sécurité prises plus importantes, afin de garantir la tenue mécanique du prototype dont on ignorait le comportement.

Le *Tableau II* récapitule le changement des dimensions et permet de constater les marges de sécurité prises. La *Figure 5.4* permet de visualiser les deux structures et les paramètres géométriques qui ont variés.

Avec ces nouvelles marges, le rayon intérieur de la bobine HTC a été augmenté. La quantité de ruban supraconducteur a donc été ajustée de sorte à maintenir l'induction magnétique axiale au centre de la machine à *0,6 T*. La *Figure 5.5* montre le résultat du calcul par élément finis de la nouvelle bobine supraconductrice. Une marge de sécurité a également été prise sur la valeur de l'induction axiale au centre. Avec les nouvelles dimensions de la bobine, le courant critique est de *252 A* pour une induction au centre de *0,7 T*.

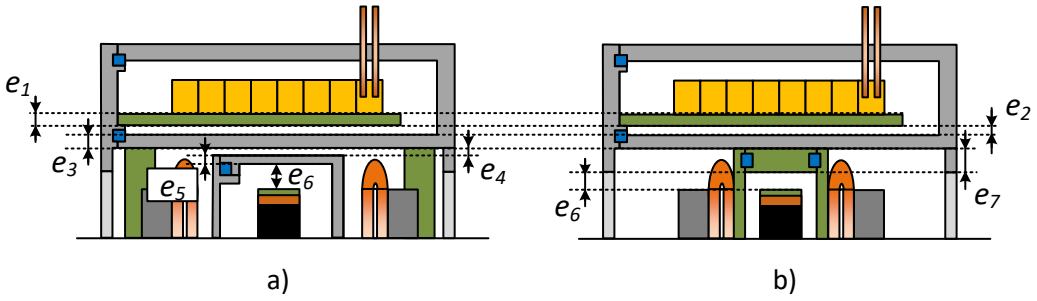
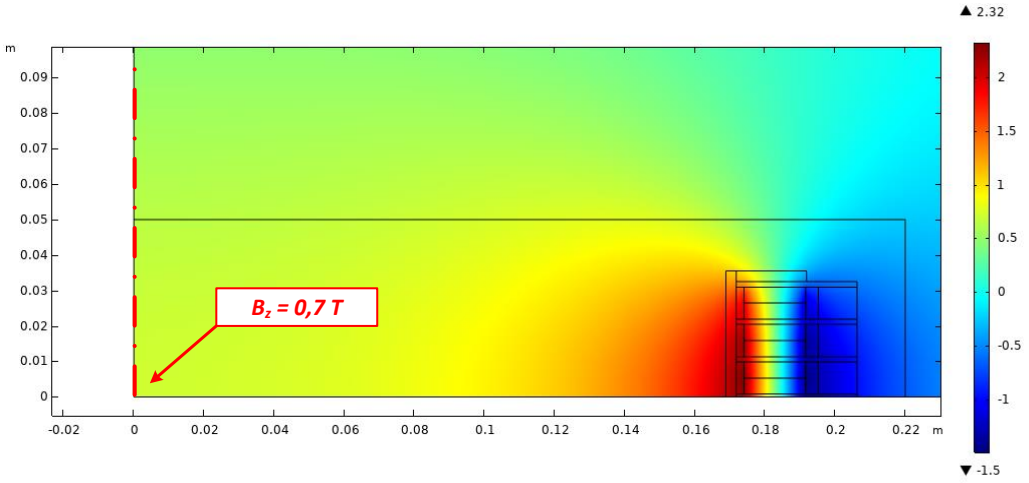


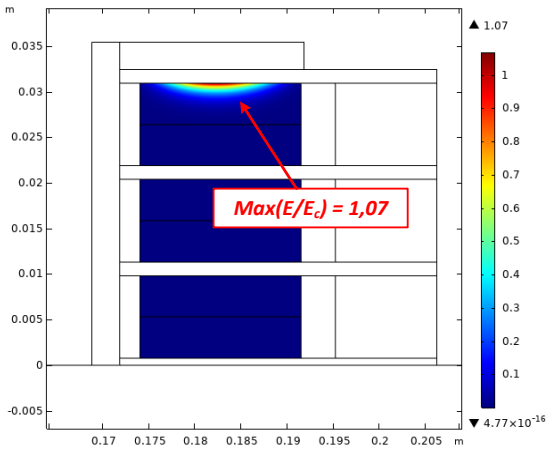
Figure 5.4 : Comparaison des structures avec a) un cryostat tournant b) un cryostat fixe, avec leurs paramètres géométriques

Tableau II : Changements de dimensions au cours de la construction

	Nom	Théorique	Fabrication	Unité
Epaisseur du support en G11	e_1	1,5	3	mm
Epaisseur du cryostat de la bobine HTC	e_2	1,5	3	mm
Vide cryostat de la bobine HTC	e_3	1	4	mm
Epaisseur étanchéité du cryostat des écrans	e_4	1	Ø	mm
Epaisseur cryostat des écrans	e_5	1	Ø	mm
Vide cryostat écrans	e_6	1	1	mm
Epaisseur étanchéité du cryostat des écrans	e_7	Ø	6,5	mm
Rayon intérieur de la bobine HTC	R_2	161,5	174	mm
Epaisseur de la bobine HTC	W_2	11	17,5	mm
Longueur de la bobine HTC	E_2	69	57	mm



a)



b)

Figure 5.5 : Simulation numérique a) de B_z b) du critère E/E_c

2.2.2. Dimensionnement de l'induit

Comme pour la plupart des machines partiellement supraconductrices étudiées, l'induit est réalisé avec un conducteur en cuivre. Nous allons rappeler plusieurs points qui ont été abordés lors des chapitres précédents concernant la structure de l'induit :

- La polarité optimale de la machine est de *5* paires de pôles
- Le bobinage de type concentrique a été choisi
- L'ajout d'une fine culasse ferromagnétique permet d'accroître la puissance massique

A partir de ces informations, on peut en déduire les choix de construction suivant :

- Aux vues de la polarité et du type de bobinage, une structure avec 12 bobines en cuivre possédera les meilleures performances.
- La culasse ne possède pas de dents ferromagnétiques, le fil en cuivre de la bobine doit être suffisamment fin pour réduire les pertes par courant de Foucault. La taille du conducteur sera fixée pour le calcul du nombre de spire à partir de la tension désirée. Dans le cas où la section du conducteur est trop importante, un fil de type Litz doit être utilisé dont le rayon du filament sera estimé à partir d'un calcul analytique sur les pertes AC.
- Également à cause des pertes par courant de Foucault, la culasse ferromagnétique devra être feuilletée. L'épaisseur du feuilletage sera estimée à partir d'un calcul analytique sur les pertes AC.

Le *Tableau III* récapitule les dimensions des différents éléments de l'induit. La *Figure 5.6a* représente la géométrie d'une bobine isolée avec ses paramètres géométriques et la *Figure 5.6b* montre l'induit assemblé sur la culasse ferromagnétique.

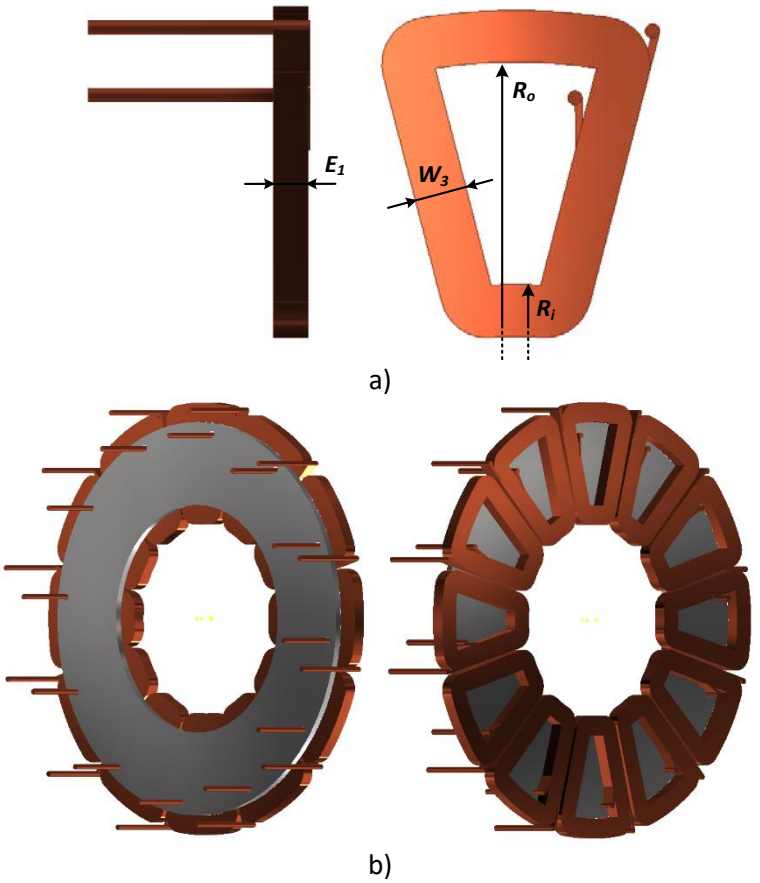


Figure 5.6 : a) Bobine constituant l'induit b) Induit assemblé sur la culasse ferromagnétique

Tableau III : Dimensions géométrique de l'induit

	Nom	Valeur	Unité
Polarité de la machine	p	5	Ø
Taux de remplissage souhaité	tr	70	%
Epaisseur d'une bobine	E_1	10	mm
Largeur d'une section de bobine	W_3	13	mm
Rayon intérieur d'une bobine	R_i	84	mm
Rayon extérieur d'une bobine	R_o	145	mm
Epaisseur de la culasse ferromagnétique	E_{cu}	5	mm

2.2.2.1. Calcul du nombre de spires d'une bobine de l'induit

L'expression de la force contre-électromotrice est donnée par la loi de Lenz-Faraday, comme étant la variation temporelle du flux magnétique vue par une bobine du stator :

$$e = -\frac{d\Phi}{dt} = -N\frac{d\phi}{dt} \tag{5-2}$$

ϕ étant le flux magnétique par spire et N le nombre de spires de la bobine. A vide quand la machine tourne à *5000 tr/min*, la tension désirée est de *230 V* aux bornes d'une phase.

La connexion des bobines pour créer les 3 phases A, B et C est montrée sur la *Figure 5.7*. On retrouve à côté du nom de la phase un signe + ou – qui indiquent le sens de connexion. Ainsi concernant la phase A, le courant traverse positivement les bobines situées dans les encoches *1* et *6* tandis qu'il traverse négativement celle placées dans les encoches *7* et *12*. De plus, la structure de la machine est à double induits, disposés de part et d'autre du rotor. On fait le choix de relier les mêmes phases des 2 induits en série.

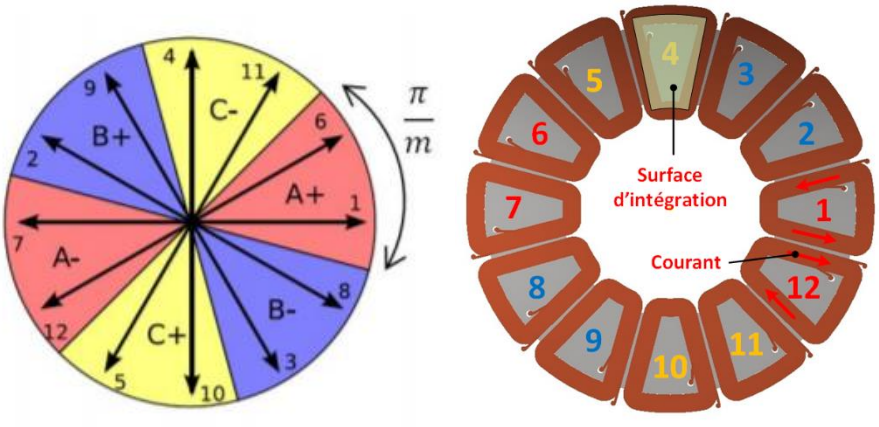


Figure 5.7 : a) Etoile des encoches pour un bobinage 10/12 [BIA06] b) Encoches numérotées

La section optimisée des bobines en cuivre est assez petite, le calcul du flux moyen peut se faire en considérant une surface d'intégration moyenne représentée sur la *Figure 5.7b*. La *Figure 5.8* montre le

résultat de calcul du flux moyen par spire en fonction de la position du rotor. L'expression (5-2) est modifiée pour en extraire le nombre de spires *N* :

$$N = \frac{V\sqrt{2}}{k_b \times \Omega \times \hat{\phi}} \text{ avec } k_b = \frac{2\left(\underline{V_1} + \underline{V_6} - \underline{V_7} - \underline{V_{12}}\right)}{8V} = 0{,}1 \quad (5\text{-}3)$$

A partir de l'expression (5-3), il faut ***14* spires** avec la configuration à double induit pour atteindre une tension *V* de *230 V* aux bornes de l'induit. Le nombre au dénominateur vient des *8* bobines en série. En considérant un coefficient de remplissage optimal de *70 %*, la section du conducteur est de *7 mm²*.

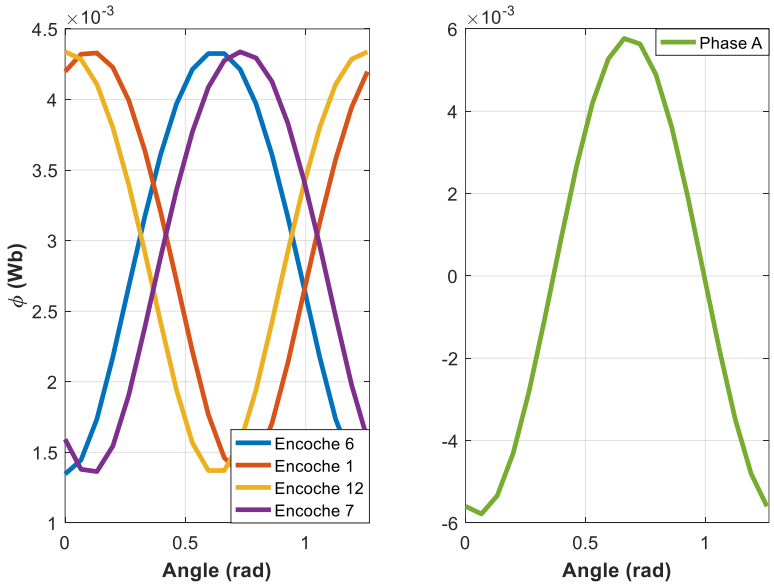


Figure 5.8 : Calcul du flux vu par la phase A d'un des deux induits

2.2.2.2. Dimensionnement du fil de Litz

La vitesse importante de la machine conduit à un nombre de spire par bobine assez faible et donc une section de conducteur assez importante. Contrairement aux machines électriques conventionnelles, la structure de l'induit ne possède pas de dents ferromagnétiques qui blindent électromagnétiquement les bobines en cuivre. Dans notre cas, le conducteur est exposé à toute la variation du flux magnétique. Cela conduit à des pertes par courants de Foucault qui peuvent être importantes.

Il est donc indispensable d'utiliser un fil de type Litz qui est un conducteur constitué d'un ensemble de filaments en parallèles et torsadés. Les filaments sont isolés les uns aux autres, il ne peut donc pas y avoir de circulation de courant entre filaments. Le dimensionnement consiste ici à définir le nombre de filaments composant le conducteur de Litz.

- **Estimation des pertes par courants de Foucault dans l'induit**

Tout d'abord il a été décidé de travailler avec un fil de Litz de type 8. Il s'agit d'un conducteur rectangulaire composé d'un ensemble de filaments cylindriques. Un conducteur de section rectangulaire permet un bobinage plus compact et donc un refroidissement plus efficace.

La solution analytique des pertes AC dans un filament cylindrique de rayon *R*, de longueur *l*, de résistivité *ρ* et soumis à une induction maximale magnétique *B* sinusoïdale de fréquence *f* est donnée par :

$$P_{cf} = \frac{l(\pi f)^2 (2R)^4 B^2}{8\rho} \tag{5-4}$$

Où la fréquence *f* vaut :

$$f = \frac{p\Omega}{2\pi} \tag{5-5}$$

Afin d'accroitre la précision du calcul, nous allons considérer l'environnement magnétique plus complexe d'une machine électrique. Une extension de ces résultats est décrite dans [3], il s'agit d'obtenir la décomposition en série de Fourier du champ vu par le conducteur. Ainsi la formule (5-4) devient :

$$P_{tot} = \frac{l(\pi f_1)^2 R^4}{8\rho s} \sum_{k=1}^{s} \sum_{j=1}^{l} n_j \sum_{i=1}^{m} i^2 \left|B_{ijk}\right|^2 \tag{5-6}$$

Où *m* est le nombre d'harmonique, *l* est le nombre de couches de filaments dans la direction axiale et *s* est le nombre de sections radiales pour considérer les effets 3D de la machine axiale. La *Figure 5.9* montre les pertes par courants de Foucault en fonction du nombre de filaments qui compose le fil de Litz. Le nombre de filament fixe le rayon *R* dans l'expression (5-6).

Les pertes Joules du prototype sont estimées à *1200 W*. Pour garantir un rendement supérieur à *95 %* (voir les contraintes d'optimisations du *Chapitre IV*), il faut donc que les pertes AC soient inférieures à *1300 W.* Cette condition est remplie pour un nombre de filaments supérieur à ***28***.

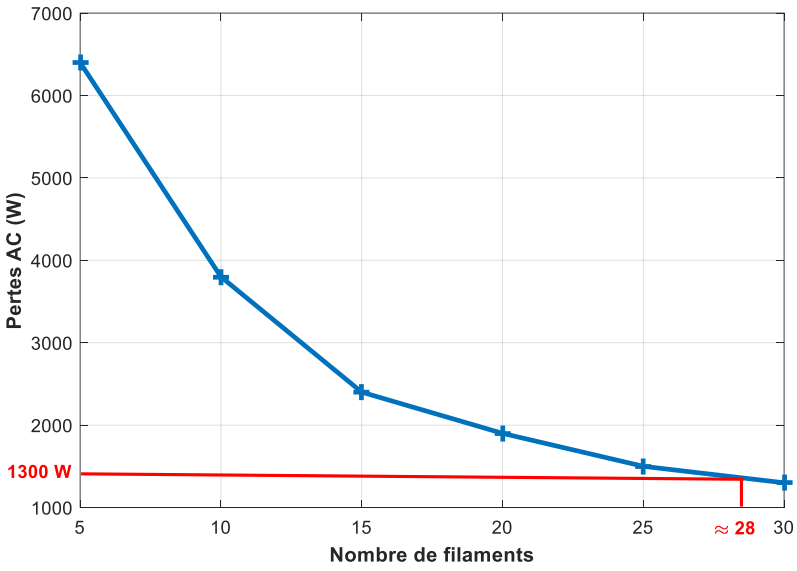


Figure 5.9 : Estimation des pertes par courants de Foucault en fonction du nombre de filaments

2.2.2.3. Feuilletage de la culasse ferromagnétique

Un alliage de fer et silicium à *3 %* a été choisi pour le prototype. L'épaisseur des tôles est de *0,3 mm*. La *Figure 5.10* montre l'évolution de ces pertes en fonction de l'induction et de la fréquence donnée par le constructeur. Il existe une variation axiale dans la culasse ferromagnétique de l'ordre de *0,7 T* comme le montre le résultat de simulation sur la *Figure 5.11*. On calcule que la variation maximale de l'induction axiale dans le fer est de *0,7 T*. A *400 Hz* et pour une masse totale de 3,3 *kg* de fer, les pertes dans la culasse sont estimées à *30 W*.

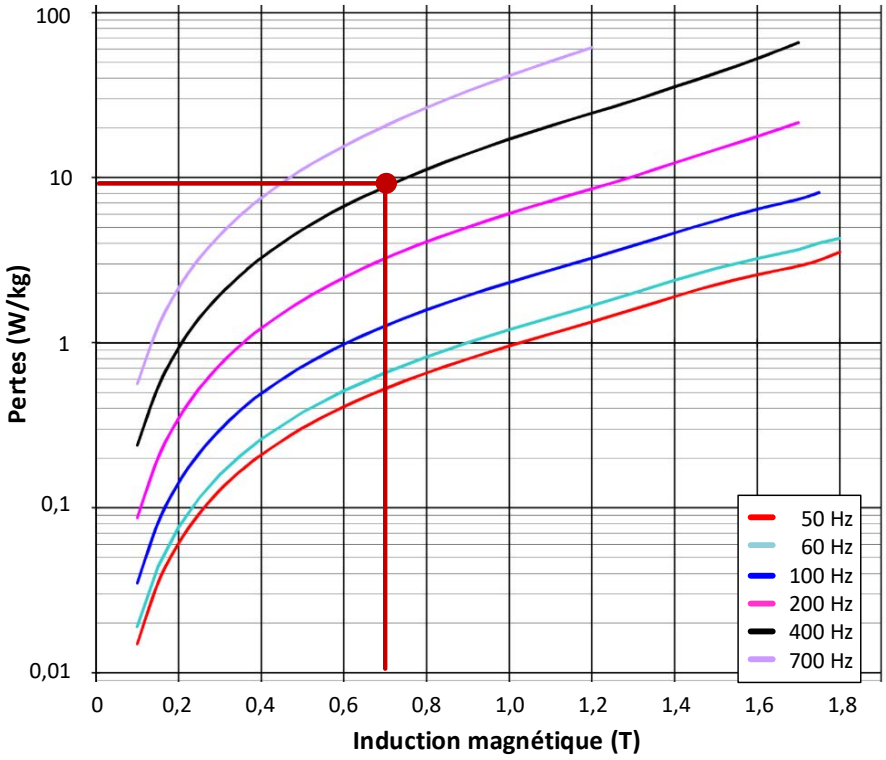


Figure 5.10 : Pertes fer en fonction de l'induction de la fréquence

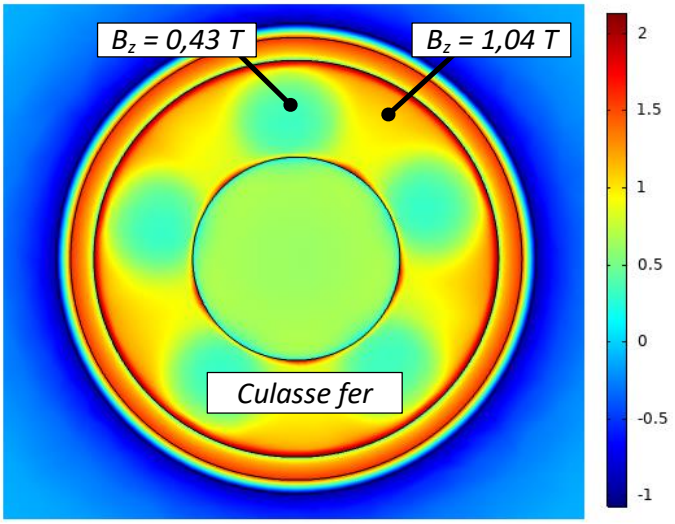


Figure 5.11 : Induction axiale dans la culasse ferromagnétique

2.3. Choix cryogénique

La boucle hélium, illustrée sur la *Figure 5.12*, est utilisée pour refroidir la machine supraconductrice. L'organe générant le froid est une tête froide de type Gifford-McMahon AL325 alimenté par un compresseur CP1110. La puissance de refroidissement de cet ensemble est supérieure à *100 W @30 K*.

Pour ce système de refroidissement, la tête froide n'est pas directement en contact avec l'application. Il existe un second circuit d'hélium qui circule à travers une ligne de transfert à l'aide d'un compresseur CP830. Cela permet de déporter l'application que l'on souhaite refroidir du bloc de refroidissement. Le compresseur de ce second circuit fait circuler de l'hélium chaud alors que l'application à besoin d'hélium froid, refroidis par contact avec la tête froide. Un découplage thermique est donc nécessaire, cela est réalisé avec un échangeur en cuivre.

L'ensemble tête froide et échangeur est placé dans un cryostat à double paroi qu'on remplit d'azote liquide afin de diminuer les pertes par radiation. Le vide de l'application et du cryostat de la tête n'est pas communiquant, il faut donc utiliser 2 pompes à vide.

Au final, la puissance de refroidissement se mesure au niveau de l'application, après les *4* mètres de la ligne de transfert. Cette puissance, logiquement inférieure à celle que peut avoir la tête froide, est représentée sur la *Figure 5.13*. Avec ce système, on dispose de *80 W @ 30 K*. En utilisant les formules analytiques de calcul des pertes thermiques, on les estime à *30 W* pour la température de fonctionnement. Le système est donc largement suffisant pour amener la machine à une température de *30 K*.

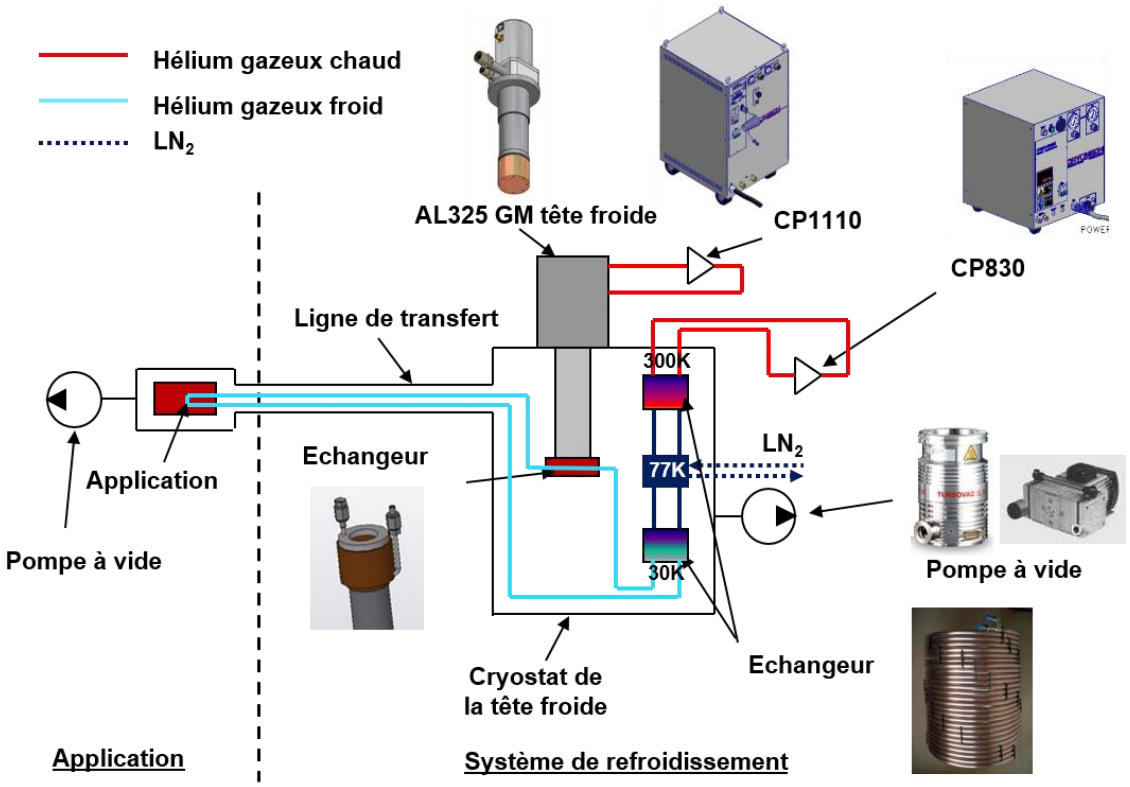


Figure 5.12 : Boucle hélium utilisée pour le refroidissement de la machine supraconductrice [TRO14]

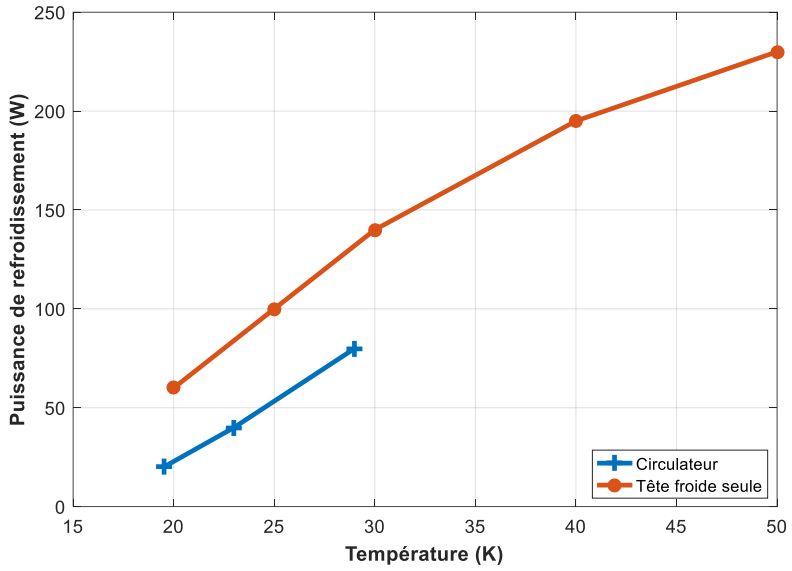


Figure 5.13 : Puissance de refroidissement de la tête froide seule et du circulateur utilisé

2.4. Choix mécanique

2.4.1.1. Choix des roulements ferrofluides

Avec l'emploi d'une cryogénie tournante et un cryostat fixe, nous devons utiliser des joints ferrofluides pour maintenir le vide entre les deux parties. Un schéma de principe d'un tel joint est représenté sur la *Figure 5.14a*. Sur la *Figure 5.14b*, il s'agit du joint de *Ferrofluid Tec* sélectionné capable de tourner à une vitesse de *5000 tr/min*.

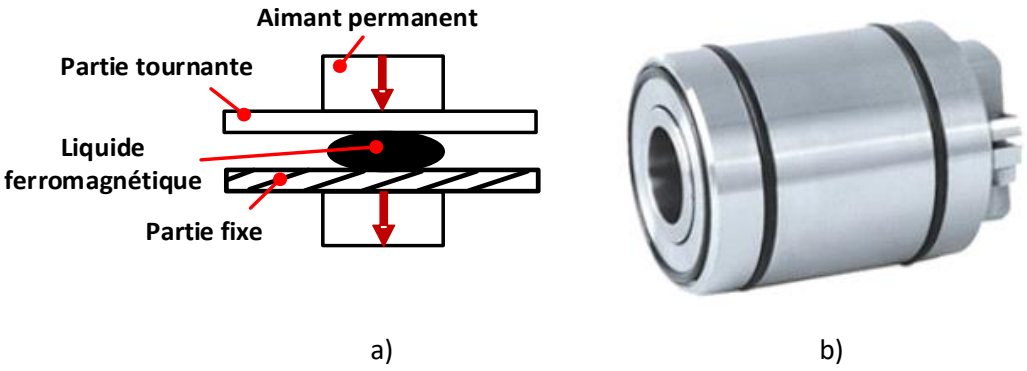


Figure 5.14 : a) Schéma de principe d'un joint ferrofluide b) Ferrofluid Tec

2.4.1.2. Déformation des cryostats

Lors de la mise sous vide, les cryostats se déforment. Des marges de sécurité énormes ont été prise pour le cryostat en aluminium de la bobine HTC. Cette sécurité sert à contenir l'ensemble des efforts mécaniques. Cependant, le cryostat du rotor ne peut être épaissis de la sorte car cela contribuerait à augmenter la taille de l'entrefer. En considérant les dimensions du cryostat et une différence de pression de *1 bar*, la force appliquée sur la pièce est d'environ *8000 N*. Nous allons donc simulée le comportement du cryostat soumis à cette différence de pression. La *Figure 5.15* montre un résultat de

simulation sur la déformation du cryostat, la valeur maximale du déplacement est de *0,05 mm*. Cette valeur est inférieure à l'épaisseur de vide, il n'y a donc aucun risque de contact avec le rotor.

On remarque également sur cette figure la forme choisie pour le cryostat fixe dans lequel des « poches » sont créées afin d'y loger les bobines de l'induit.

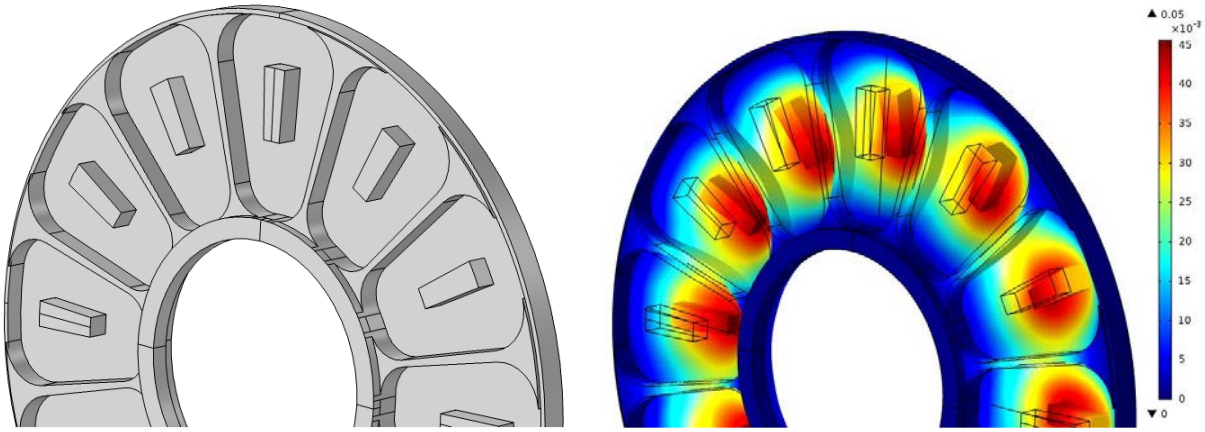


Figure 5.15 : Déformation du cryostat du rotor sous vide

3. REALISATION DU PROTOTYPE

3.1. La bobine supraconductrice

3.1.1. Le ruban supraconducteur

A partir des dimensions du *Tableau I*, l'électroaimant supraconducteur est réalisé. On y retrouve 6 double-solénoïdes de *75* tours réalisés avec du ruban DI-BSCCO type H fabriqué par SUMITOMO. La longueur de chaque double-solénoïdes est de *155 m*. Au total, *930 m* de ruban BSCCO a été utilisé. Tous les solénoïdes sont reliés en série à l'aide d'un pont en cuivre montré sur la *Figure 5.16*. Ces jonctions sont isolées électriquement à l'aide d'un ruban adhésif de type *Kapton*.

3.1.2. Les amenées de courant

La *Figure 5.16* montre les amenées de courant en cuivre de la bobine supraconductrice. La longueur et la section de ces éléments doivent minimiser les pertes par effet Joules et les pertes par conduction thermique. La relation de dimensionnement a été exposée dans le chapitre précédent.

3.1.3. Le refroidissement

L'hélium gazeux refroidi par le système de réfrigération entre et circule dans le cryostat de la bobine HTC via un tuyau en cuivre, comme le montre la *Figure 5.16*. Sur cette figure, les amenées de courant ont été enlevé afin de faciliter la compréhension du système de refroidissement. Cette canalisation est en contact avec un bus thermique qui est une pièce en cuivre massive. Le froid est donc transmis par conduction à travers cette pièce. Afin d'homogénéisé au maximum la température de la bobine, des lamelles en cuivre sont insérées entre chaque double-solénoïdes. Ces éléments sont en contact avec le bus thermique.

3.1.4. Réduction des pertes

Afin de diminuer les pertes provenant des amenées de courant, une réserve d'azote liquide est ajoutée. Cette pièce est montrée sur la *Figure 5.17*. Une connexion réalisée à partir d'une pièce en cuivre permet de refroidir par conduction les amenées de courant depuis cette réserve. La connexion doit être isolée électriquement des amenées de courant.

Ensuite plusieurs couches de MLI (Multi Layer Insulation, voir Chapitre IV) sont ajoutées autour de l'ensemble afin de diminuer les pertes par radiation.

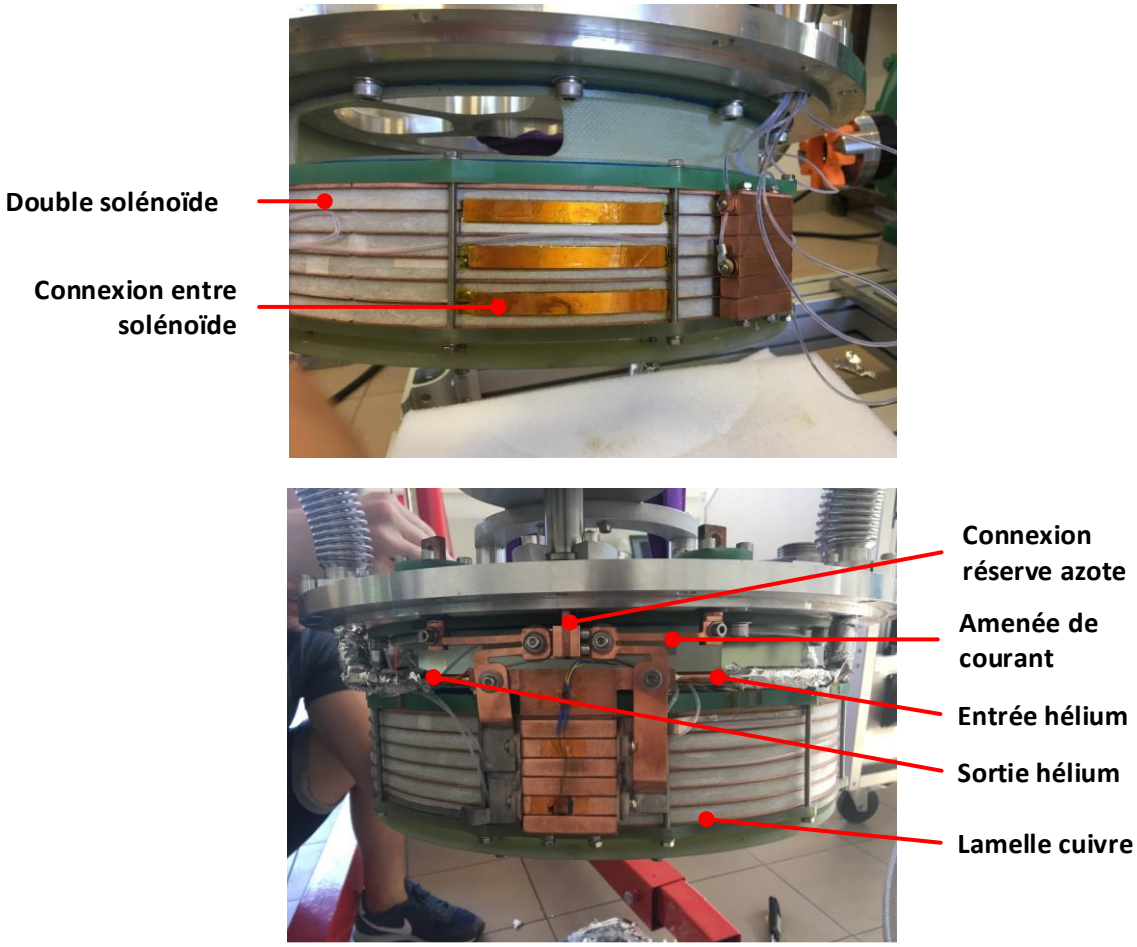


Figure 5.16 : Assemblage de la bobine supraconductrice

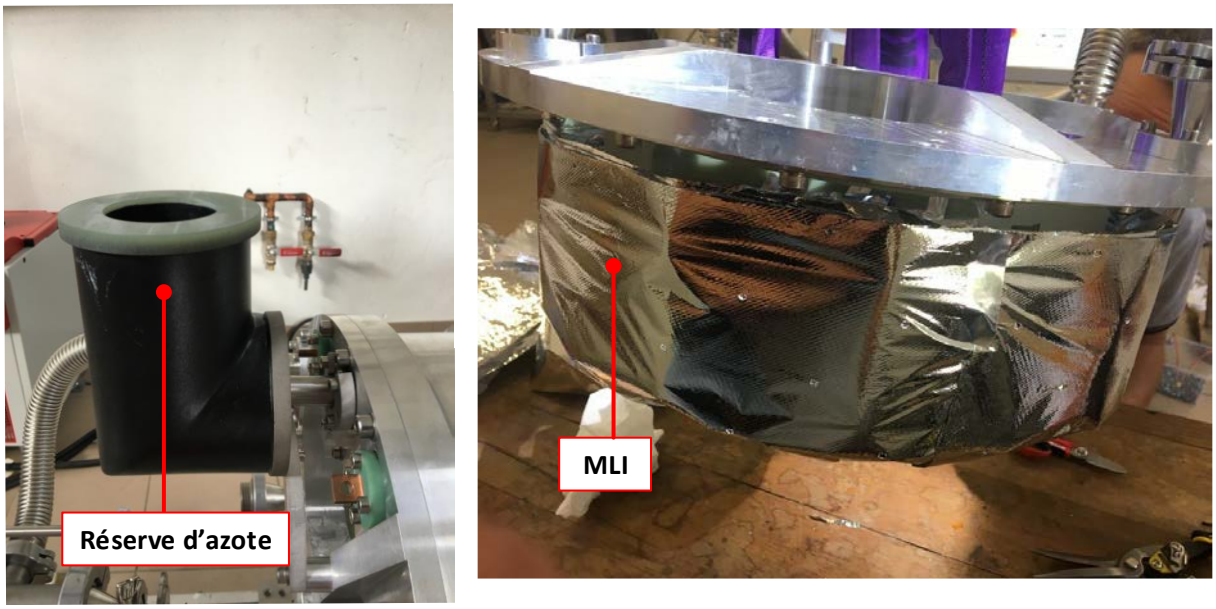
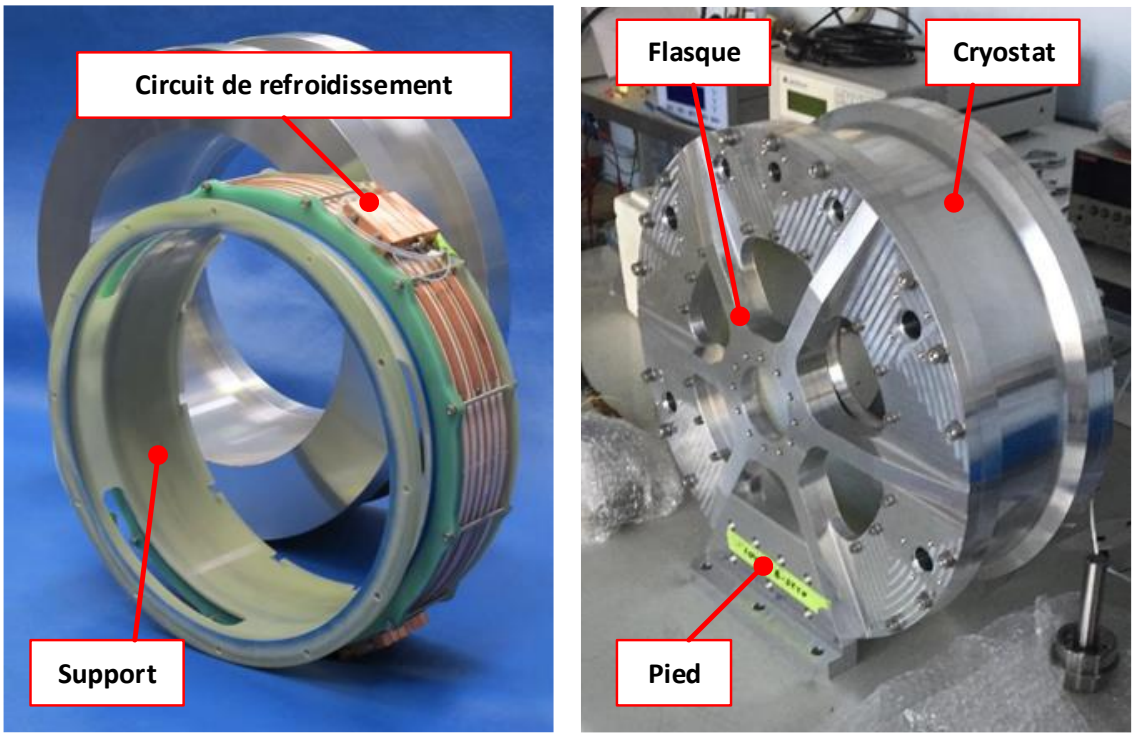


Figure 5.17 : a) Réserve d'azote liquide b) Couche de MLI autour de la bobine supraconductrice

3.1.5. L'assemblage

La *Figure 5.18a* représente la bobine HTC sur son support en G10. Le cryostat de la bobine supraconductrice, réalisé en aluminium, est montré sur la *Figure 5.18b*. Pour rappel, le cryostat constitue également le carter de la machine supraconductrice c'est la raison pour laquelle on y voit des flasques pour maintenir le rotor mais également des pieds stabilisant la machine.

Le détail de la masse de cet ensemble est détaillé dans le *Tableau IV*. Comme il a été évoqué d'importantes marges de sécurité ont été prises pour le cryostat qui pèse *8 kg*, beaucoup plus que les *2 kg* du dimensionnement théorique. Une réduction conséquente de la masse peut être faite sur les flasques ou le cryostat. Le poids de la bobine HTC est de *12 kg*, cela est plus élevé que les *8 kg* théorique car on a augmenté, par sécurité, les performances de la bobine. Dans les *12 kg* de la bobine on retrouve également le poids de son circuit de refroidissement en cuivre qui n'a pas été pris en compte dans le *Chapitre IV*.



a) b)

Figure 5.18 : a) Bobine HTC sur son support b) Ensemble assemblé

Tableau IV : Bilan des masses

	Poids (kg)
Cryostat aluminium	*8*
2 flasques aluminium	*10,8*
Bobine HTC	*12*
Support bobine	*1*
Masse totale (+ éléments secondaires)	*32,8*

3.2. Le rotor

3.2.1. Les écrans supraconducteurs

Le matériau choisi pour les écrans est du YBCO. Le rayon des pastilles est de *40 mm* pour une épaisseur de *10 mm*. L'entreprise ATZ, qui a fabriqué les 5 pastilles, ne produit que des massifs en plusieurs germes pour de telle tailles. Au total 4 germes ont été utilisés pour les écrans. Le procédé de croissance du germe à partir de la surface donne un aspect irrégulier aux massifs, il a donc fallu gommer par polissage les surfaces. L'importance d'avoir une surface plane est multiple :

- L'épaisseur du vide d'isolation entre le cryostat et le rotor est inférieur à *1,5 mm*, il faut ainsi éviter tout contact possible
- L'équilibrage est facilité avec des écrans de forme semblable.

La *Figure 5.19* montre l'aspect des pastilles avant et après le polissage

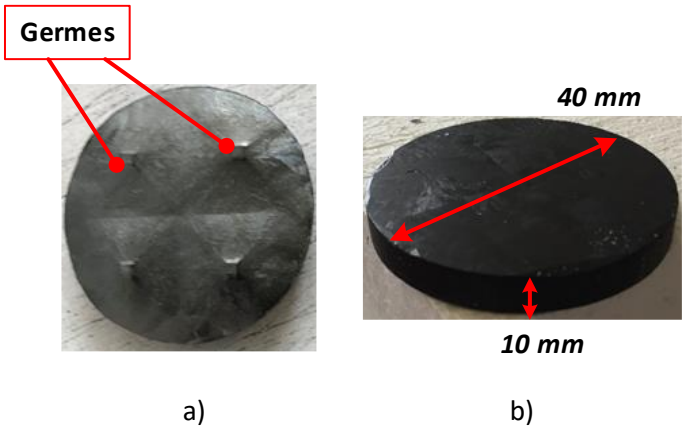


Figure 5.19 : Pastilles supraconductrices a) avant polissage b) après polissage

3.2.2. Le refroidissement

Les pastilles supraconductrices sont insérées dans des bagues en cuivre visibles sur la *Figure 5.20*. Le contact thermique est assuré par un serrage de ces bagues. Le serrage à température ambiante doit être modéré pour ne pas abimer les bagues en cuivre mais suffisamment pour mettre le collier en tension. De plus, en froid tout se rétracte et la contraction du cuivre est plus important que celle des pastilles YBCO ce qui va augmenter le serrage.

Une canalisation en cuivre dans laquelle circule l'hélium froid est brasé sur les différentes bagues. Le refroidissement des pastilles est donc fait en série ce qui ne garantit pas une température équivalente des pastilles car le gaz se réchauffe le long de son parcours. Cependant l'élévation de la température devrait être très faible donc les performances des pastilles supraconductrices ne devraient pas changer énormément.

L'arrivée et l'expulsion d'hélium gazeux dans les canalisations en cuivre sont montrées sur la *Figure 5.21*. La complexité du refroidissement est d'assurer une continuité de circulation entre la canne fixe (couleur vert olive) et le rotor (couleur gris). Pour cela, l'hélium entrant dans une canalisation est dirigé à l'extrémité de la canne fixe, voir *Figure 5.21a*. Un ensemble de joint Parker empêche le gaz de se diriger ailleurs que dans le tuyau en cuivre. La sortie d'hélium, illustrée sur la *Figure 5.21b,* se fait sur un autre plan. Un petit roulement à bille est ajouté sur le bout de la canne fixe afin de guider cette dernière. Le roulement doit être dégraissé afin de ne pas geler au contact de l'hélium gazeux.

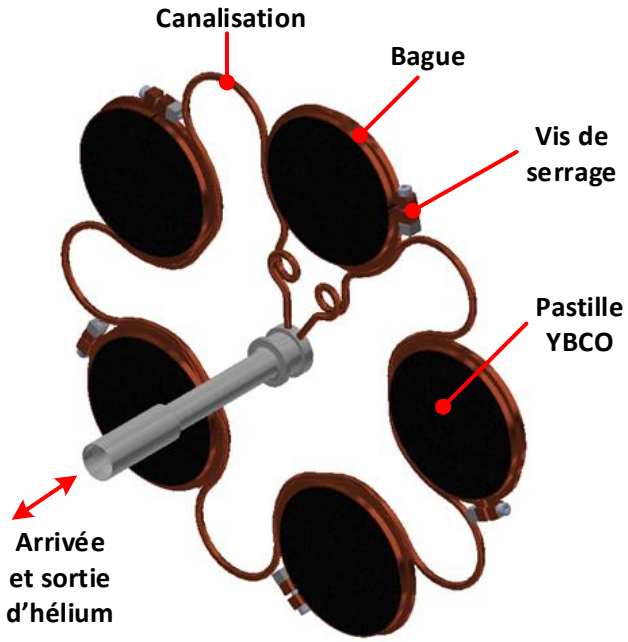


Figure 5.20 : Refroidissement des écrans HTC

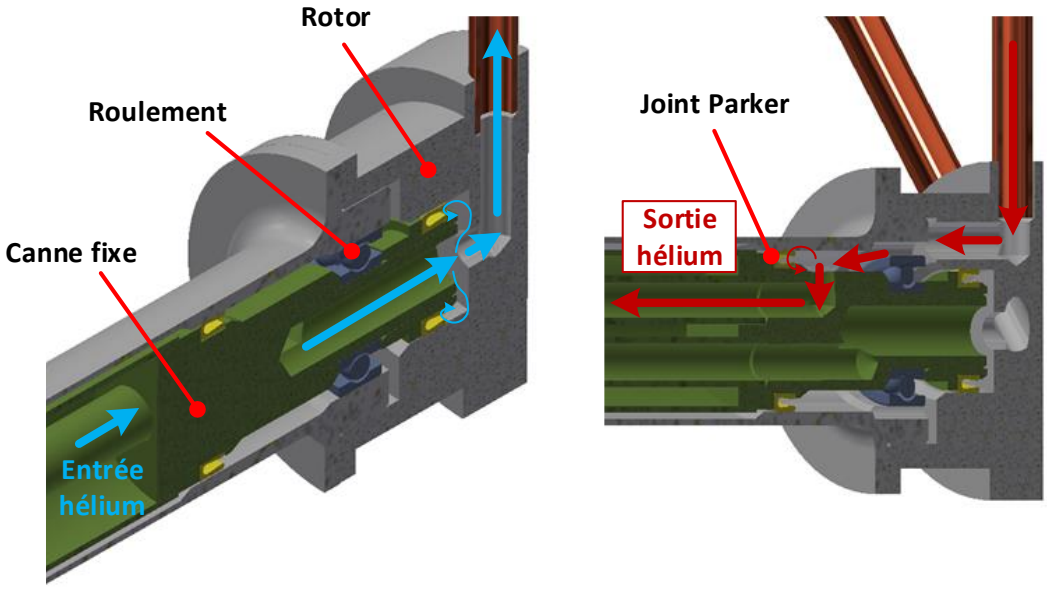


Figure 5.21 : Connexion entre la canne fixe et le rotor a) pour l'entrée b) pour la sortie

3.2.3. Le support & la transmission du couple

Le support fait la jonction entre les écrans HTC et l'arbre mécanique afin de transmettre le couple. Il est composé de deux éléments :

- Une roue en G10 dans laquelle sont logées les pastilles supraconductrices. Cette partie n'a pas été usiné suivant l'optimisation présentée dans le *Chapitre IV*.

- Un renfort en Ti6A14V qui est un alliage de titane avec une conductivité thermique faible pour un métal. Néanmoins, une forme complexe de « ruche » a été nécessaire pour diminuer les pertes par conduction.

La *Figure 5.22a* montre le support assemblé. Il est assemblé à partir de 2 moitiés que l'on peut voir sur la *Figure 5.22b*. Une des surfaces est usinée afin de placer la canalisation en cuivre qui refroidie les pastilles supraconductrices mais également d'ajuster le serrage des bagues une fois l'ensemble du rotor monté.

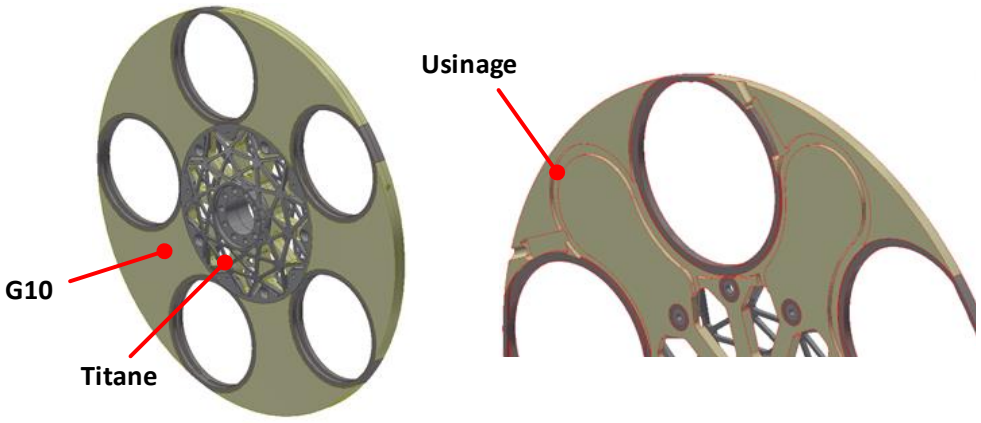


Figure 5.22 : Support des pastilles supraconductrices a) entier b) moitié

L'arbre mécanique est enfin fixé sur le cœur du support, voir *Figure 5.23*. On y ajoute deux jeux de roulements :

- Des roulements à billes
- Des joints ferrofluides dont le rôle est de maintenir l'étanchéité entre le rotor et les cryostats fixes

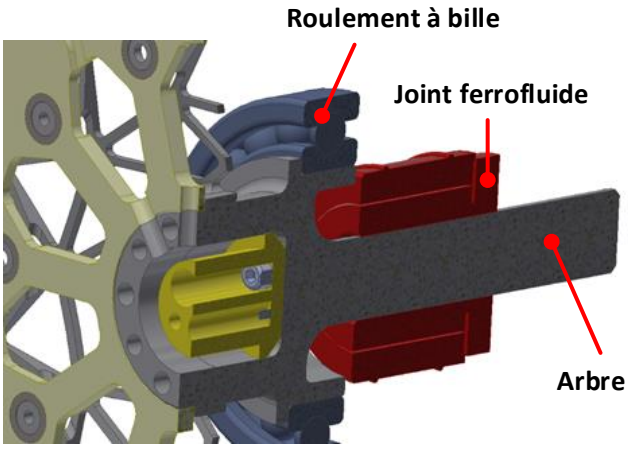
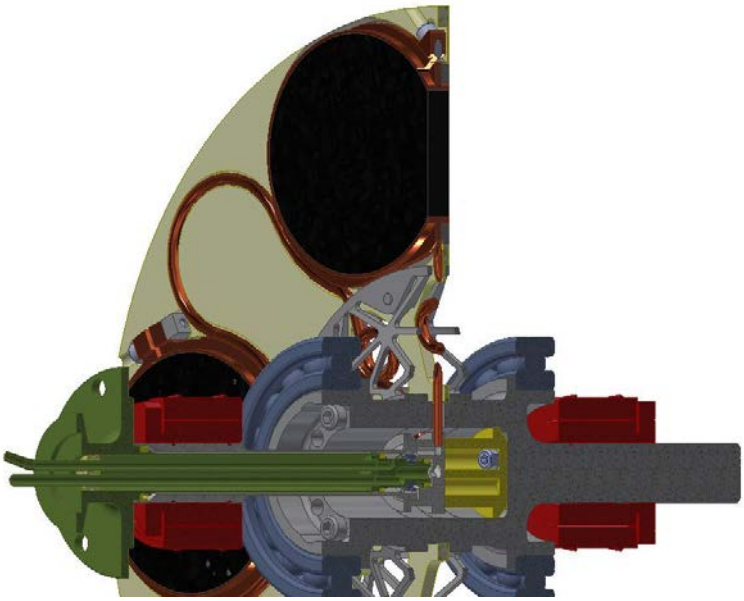


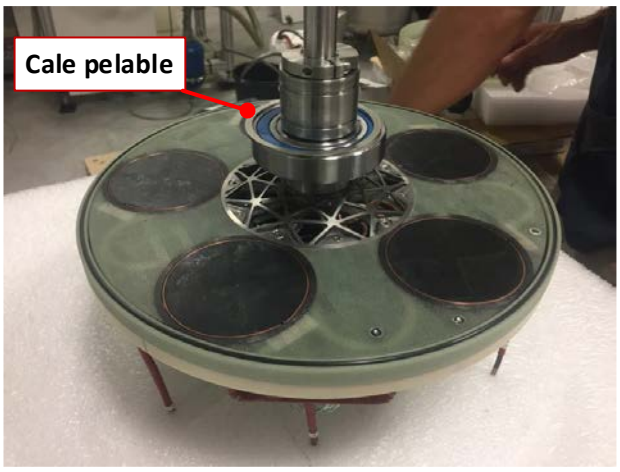
Figure 5.23 : Fixation de l'arbre mécanique

3.2.4. L'assemblage

Sur la *Figure 5.24a* on retrouve toutes les pièces qui constituent le rotor, sauf un côté de la roue en G10 qui n'est pas représenté afin d'en observer l'intérieur. Le rotor construit et assemblé est montré sur la *Figure 5.24b*. L'ajustement de la position du rotor se fait avec plusieurs cales pelables que l'on peut voir sur la *Figure 5.24b*.



a)



b)

Figure 5.24 : a) Dessin technique du rotor b) Rotor construit et assemblé

Le détail de la masse du rotor est détaillé dans le *Tableau V*. Les masses du rotor coïncident globalement avec l'étude théorique. On constate que la masse du rotor est nettement plus faible que

celle de l'ensemble de la bobine HTC. Contrairement au cas précédent, il serait difficile de réduire drastiquement la masse du rotor.

Tableau V : Bilan des masses du rotor

	Poids (kg)
Masse des pastilles	*1,5*
Support en G10	*0,87*
Flasques en titane	*0,22*
Joints ferrofluides	*1,07*
Masse totale (+ éléments secondaires)	*5,96*

3.3. L'induit

3.3.1. Fil et bobine en cuivre

La *Figure 5.25* montre le fil de Litz que nous avons utilisé. Il s'agit d'un fil de type 8 (section rectangulaire) composé de *22* filaments. Ce nombre est plus faible que le résultat de l'étude sur les pertes AC (*28* filaments), cela est dû à des difficultés d'approvisionnement. Les pertes seront donc légèrement plus importantes (autour de 1,8 kW d'après la *Figure 5.9*).



Figure 5.25 : Fil de Litz de type 8

3.3.2. Cryostat fixe

Pour rappel, un cryostat fixe préconise l'utilisation d'un matériau qui soit moins bon conducteur que la fibre de carbone. Nous avons fait le choix de travailler avec un matériau isolant électriquement.

La *Figure 5.26a* montre la forme donnée au cryostat. Il contient des « poches » dans lesquels seront logées les bobines de l'induit. Un bon cryostat aurait une conductivité thermique élevée dans le but de faciliter l'extraction des pertes. C'est la raison pour laquelle l'Alumine (Al_2O_3) a été notre premier choix, c'est une céramique qui a l'avantage d'avoir une conductivité thermique moyenne pour un isolant électrique. Malheureusement le matériau est très cassant et les cryostats se sont fissurés lors de l'étape d'assemblage. La fissure est fatale pour un cryostat dont le rôle est de garantir l'étanchéité au vide.

Il a fallu finalement remplacer ces cryostats par des pièces équivalentes mais cette fois-ci en G10, voir *Figure 5.26b*. Le matériau est également un isolant électrique qui possède de bonnes propriétés mécaniques et est souple contrairement à l'Alumine. Toutefois, la conductivité thermique est beaucoup moins bonne. Pour diminuer les pertes par radiation de cette pièce, nous avons collé à l'aide d'un scotch double face une feuille SLI (Single Layer Insulation) dont l'émissivité est faible.



a) b)

Figure 5.26 : a) 1ère version des cryostats fixe fait en Alumine b) 2ème version en G10

3.3.3. Assemblage

L'induit assemblé est montré sur la *Figure 5.27*. Le bobinage et la culasse ferromagnétique sont collées sur le cryostat. Sur la photo, il s'agit de la première version avec le cryostat en céramique. Le cryostat est fixé sur une « cloche » en acier, cette dernière est vissée sur les flasques du cryostat de la bobine HTC. On a également ajouté quelques thermocouples afin de mesurer l'élévation en température de l'ensemble.

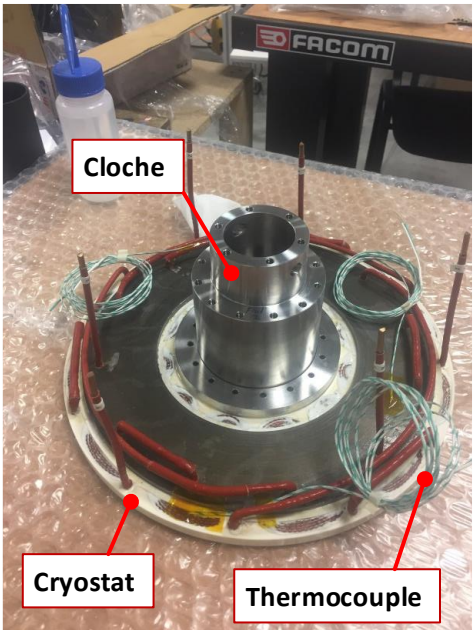


Figure 5.27 : Induit assemblé dans son cryostat

Le détail de la masse du rotor est détaillé dans le *Tableau VI*. Les « cloches » en acier sont des éléments supplémentaires propres à l'utilisation d'un cryostat fixe, ils n'ont pas été comptabilisés dans l'étude théorique. On remarque que ces pièces représentent plus de 50 % de la masse totale de l'induit. Pour ces éléments également, des marges de sécurité importantes ont été prises.

Tableau VI : Bilan des masses de l'induit

	Poids (kg)
Bobinage en cuivre	*4,55*
Cryostats (1ère version)	*2,74*
Cryostats (2ème version)	*1,24*
Cloche	*7,11*
Masse totale (+ éléments secondaires)	*12,9*

3.4. La machine & son banc de test

Les trois parties de la machine sont représentées sur la *Figure 5.28* et le rappel de leurs masses est indiqué dans le *Tableau VII*. Des photos de la machine fabriquée et assemblée sont montrées sur la *Figure 5.29.*

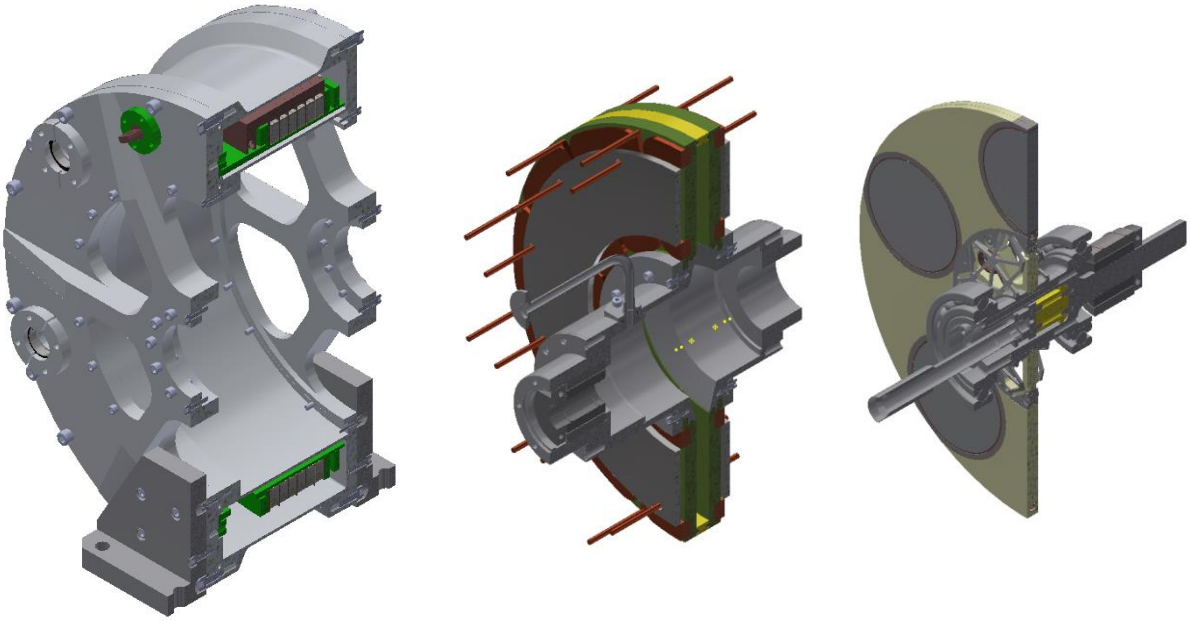


Figure 5.28 : Les trois ensembles constituant la machine supraconductrice

Tableau VII : Bilan de la masse totale de la machine

	Poids (kg)
Ensemble bobine HTC	*32,8*
Ensemble rotor	*5,96*
Ensemble induit	*12,9*
Masse totale (+ éléments secondaires)	*51,66*

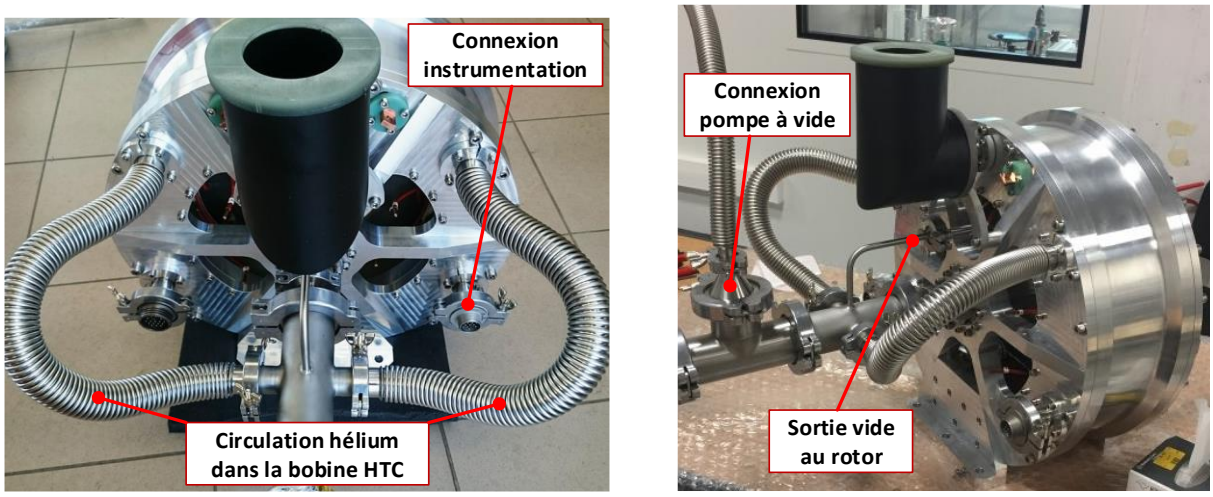


Figure 5.29 : Vues de la machine assemblée

Le banc de test de la machine supraconductrice est montré sur la *Figure 5.30*. Un moteur asynchrone, piloté par son variateur, entraine la machine supraconductrice. L'énergie électrique produite par la machine supraconductrice sera débitée dans plusieurs caisses de charges (non-présentées sur les photos). La *Figure 5.31* montre l'ensemble du banc expérimental avec le système de refroidissement.

L'instrumentation est composée :

- De sonde de température sur la partie cryogénique fixe (bobine HTC) dont les emplacements sont indiqués sur la *Figure 5.32a*
- De mesures de résistance de la bobine HTC
- D'un capteur à effet Hall de la marque *HIRST* permettant de mesurer la distribution du champ magnétique sur les bobines de l'induit (voir *Figure 5.32b*).
- Sonde de tension et de courant pour les mesures électriques

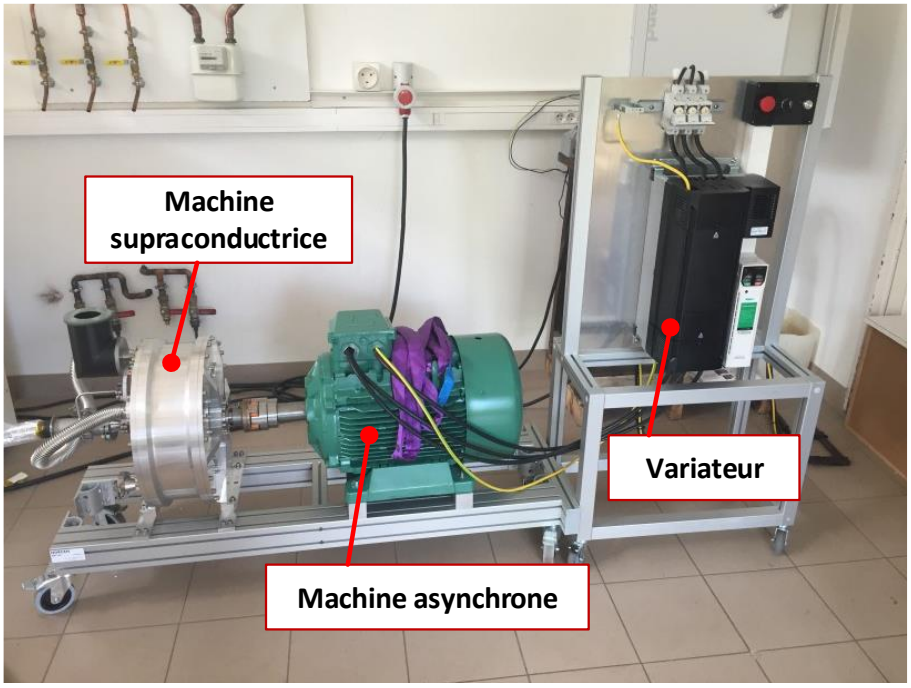


Figure 5.30 : Banc de test électrique

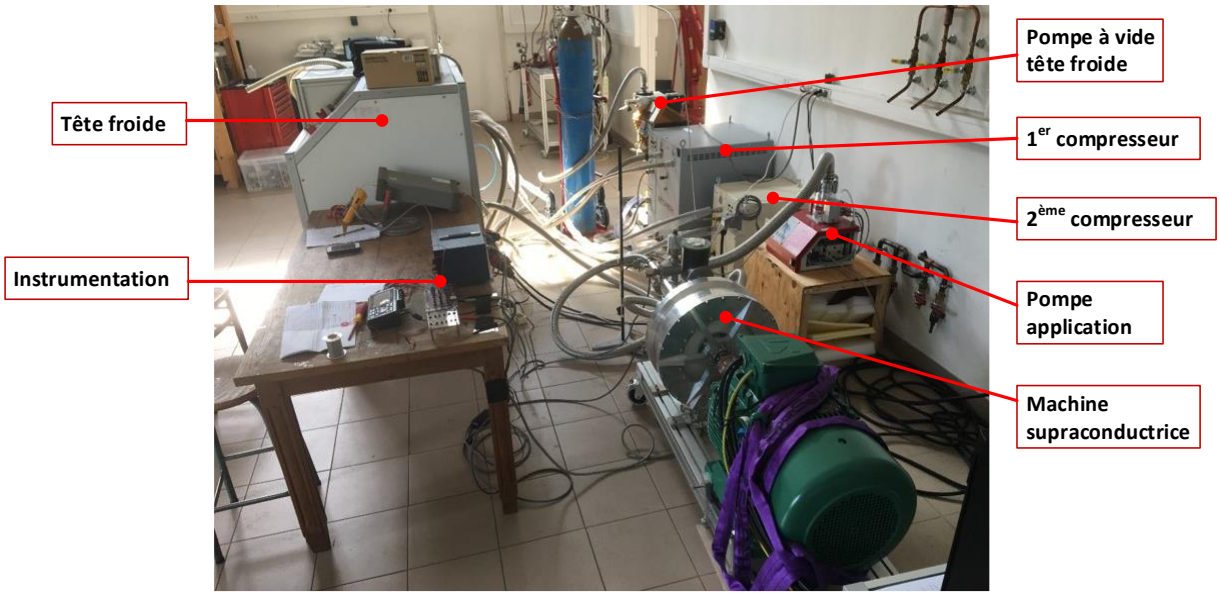
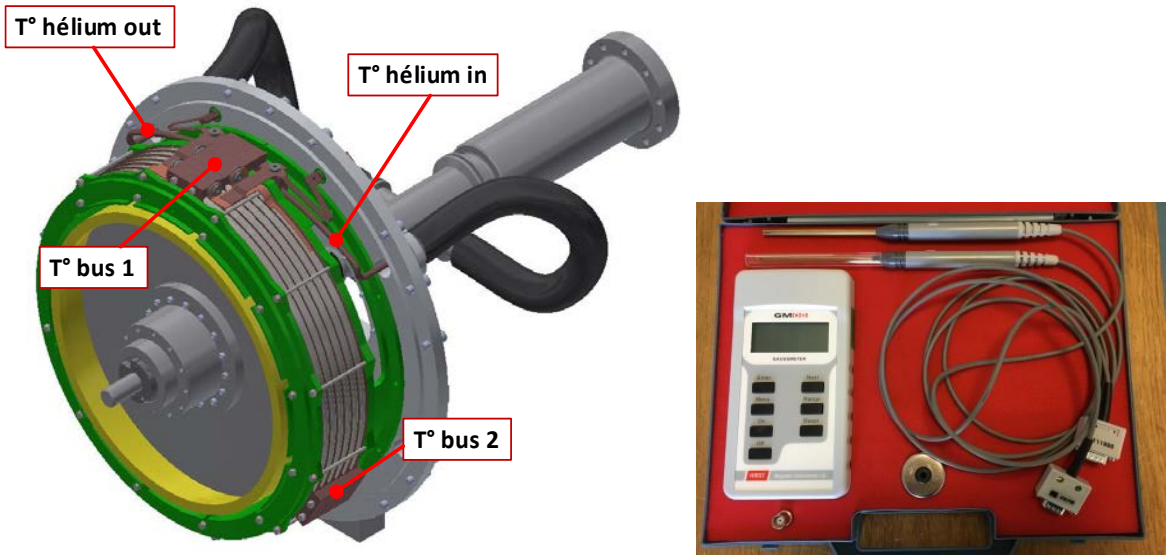


Figure 5.31 : Banc de test avec la partie cryogénique



a) b)

Figure 5.32 : a) Emplacement des capteurs de température b) Capteur à effet Hall pour la mesure du champ magnétique

4. RESULTATS EXPERIMENTAUX

Les mesures effectuées seront comparées aux résultats obtenus à partir des calculs par éléments finis.

Voici le plan des essais qui a été initialement prévu :

- **La caractérisation de la bobine HTC** : Cela nous permettra de relever la caractéristique *U(I)*, de vérifier que le courant critique et le champ produit par l'électro-aimant est conforme avec la théorie. (**Partiellement achevé**)

- **La validation de la modulation du flux :** Pour cet essai, les « poches » du cryostat du rotor sont vides. C'est-à-dire que les bobines de l'induit ne sont pas ajoutées. On va utiliser le capteur à effet Hall qui sera fixé sur le cryostat. En mettant en rotation la machine asynchrone, nous pourrons relever la distribution du champ magnétique. (**Partiellement achevé**)
- **Des essais de la machine en génératrice :** Un premier essai à vide nous permettra de visualiser l'allure des forces électromotrices induites. Enfin, la génératrice supraconductrice débitera dans une caisse de charge résistive. (**Essai à vide réalisé uniquement**)

4.1. Caractérisation de la bobine HTC

Lors de cet essai, seule la bobine HTC a été refroidie. Le rotor a donc été extrait de la machine. Nous avons placé une sonde à effet Hall au centre de la machine afin de mesurer l'induction magnétique axiale en fonction du courant appliqué à la bobine HTC. La comparaison entre la mesure expérimentale et le modèle numérique est montré sur la *Figure 5.33*. Sans surprise, il y a une relation linéaire entre les deux grandeurs (pas de matériaux ferromagnétiques au centre). Les résultats sont très proches, l'erreur est due à la difficulté de placer la sonde exactement au centre de la bobine supraconductrice.

Les essais ont été menés jusqu'à un courant d'alimentation de *175 A*. Au-delà, l'alimentation détecte un saut de tension et se met en défaut. C'est une alimentation dédiée aux applications supraconductrices, elle mesure donc la tension aux bornes du dispositif. La tension est nulle en phase supraconductrice. Cependant à l'apparition d'une tension, l'alimentation interprète cela comme une transition vers l'état non supraconducteur et se stoppe.

Or dans notre cas, la transition est trop brutale pour être interprétée comme une perte de la supraconductivité. A l'heure actuelle, ce sont plutôt les dégradations des contacts sur les connexions entre la bobine et l'alimentation de courant qui sont mises en causes. Un procédé de vérification simple basé sur la mesure de tension aux bornes des contacts sera mis en œuvre pour identifier le problème, voir *Figure 5.34*.

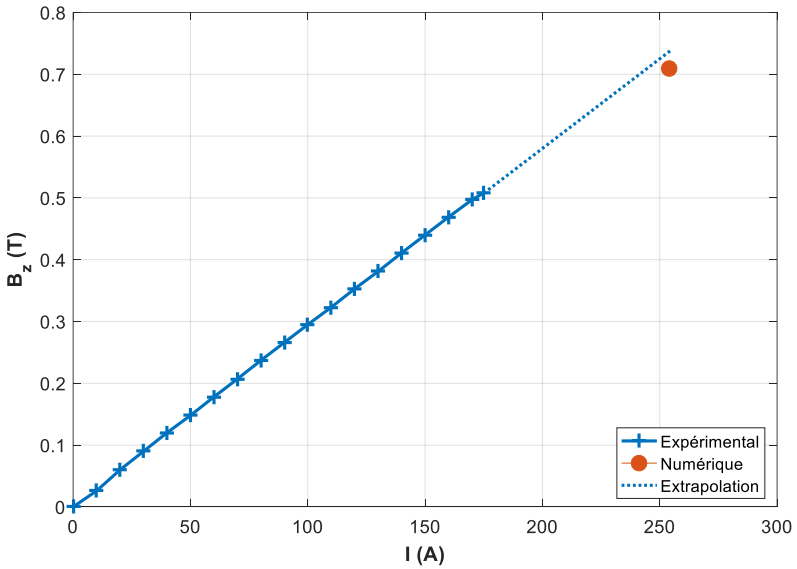


Figure 5.33 : Induction axial en fonction du courant d'alimentation

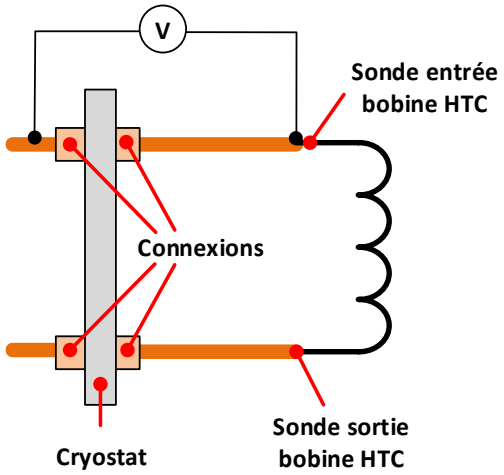
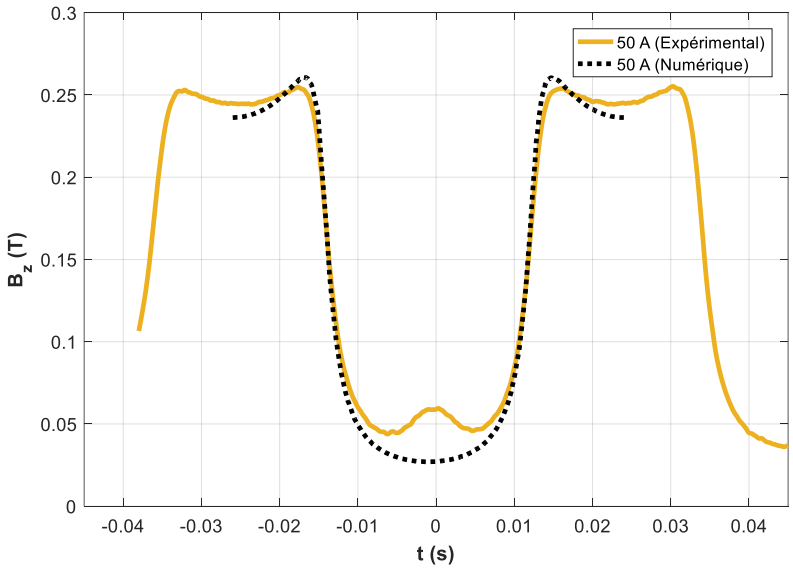


Figure 5.34 : Vérification des contacts au niveaux des connexions

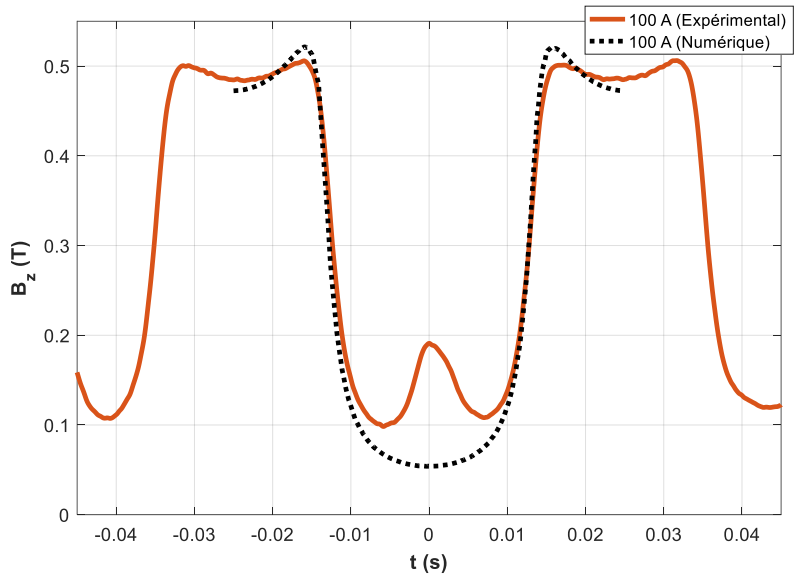
4.2. Modulation du champ magnétique

Le rotor est cette fois-ci monté dans le cœur de la bobine supraconductrice. La machine supraconductrice est entrainée à une vitesse de *250 tr/min* et la sonde à effet Hall permet de relever la variation du champ magnétique. La modulation du champ magnétique est montrée sur les *Figure 5.35 a, b* et *c* au niveau du rayon moyen et pour *3* courants dans la bobine supraconductrice (*50 A*, *100 A* et *120 A*).

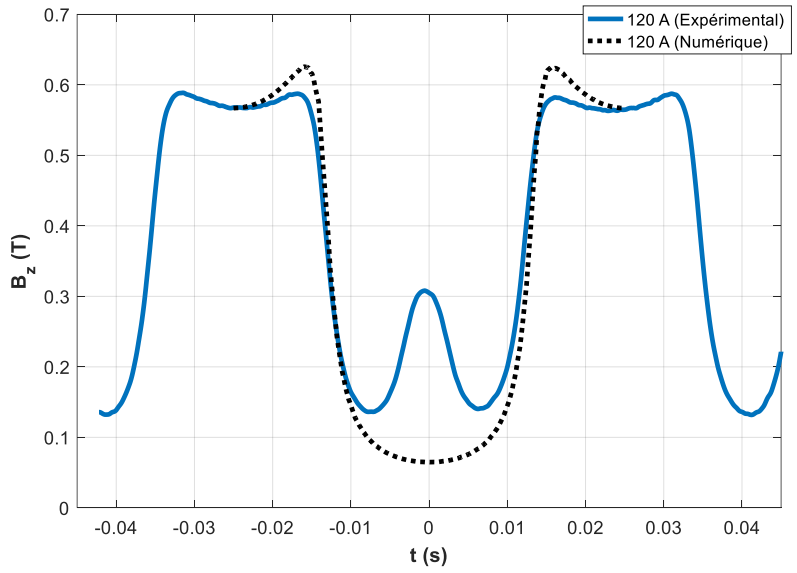
Les résultats d'un calcul numérique en considérant l'hypothèse du comportement diamagnétique des écrans sont représentés sur ces figures. Tout d'abord, on constate que le modèle numérique est assez précis quant à la variation du champ magnétique entre les écrans (valeur maximale). A l'approche d'un écran, le champ magnétique est légèrement plus important avec le modèle numérique, cela provient de l'hypothèse diamagnétique parfait des massifs supraconducteurs. Dans ce cas le champ magnétique est concentré brutalement à cause du changement de perméabilité de $\mu = \mu_0$ à $\mu = 0$, alors qu'en réalité le champ magnétique pénètre dans l'écran sur une certaine longueur, la variation est donc plus douce.



a)



b)



c)

Figure 5.35 : Modulation du champ magnétique pour a) 50 A b) 100 A et c) 120 A au niveau du rayon moyen

Cependant derrière un écran, il apparait une zone où le champ magnétique « traverse » le massif supraconducteur. Cela s'explique par la fabrication du massif supraconducteur qui est constitué de *4* germes, il apparait à la frontière de croissance une zone où les performances du supraconducteur sont moins bonnes. Cela est schématisé sur la *Figure 5.36a*. Ce comportement peut être modélisé par une approche numérique en considérant une densité de courant J_{c2} plus faible que la densité de courant J_{c1} du monocristal. Un résultat de simulation est montré sur la *Figure 5.36b* sur la pénétration du courant et du champ magnétique qui permet d'expliquer ce phénomène. On constate qu'en prenant J_{c1} *= 2250 A/mm²* et J_{c2} *= 30 A/mm²*, les résultats numériques sont en adéquations avec les résultats expérimentaux. Malgré toute la frontière devrait être une phase supraconductrice d'assez bonne

qualité sans impacter la modulation du champ magnétique, deux hypothèses sont avancées pour expliquer les résultats expérimentaux :

- Les massifs supraconducteurs sont tout simplement de mauvaises qualités au niveau des frontières
- La température des pastilles, non mesurée, est loin d'être à *30 K* et la densité de courant au niveau de la frontière est faible. Cette hypothèse est à l'heure actuelle la plus plausible.

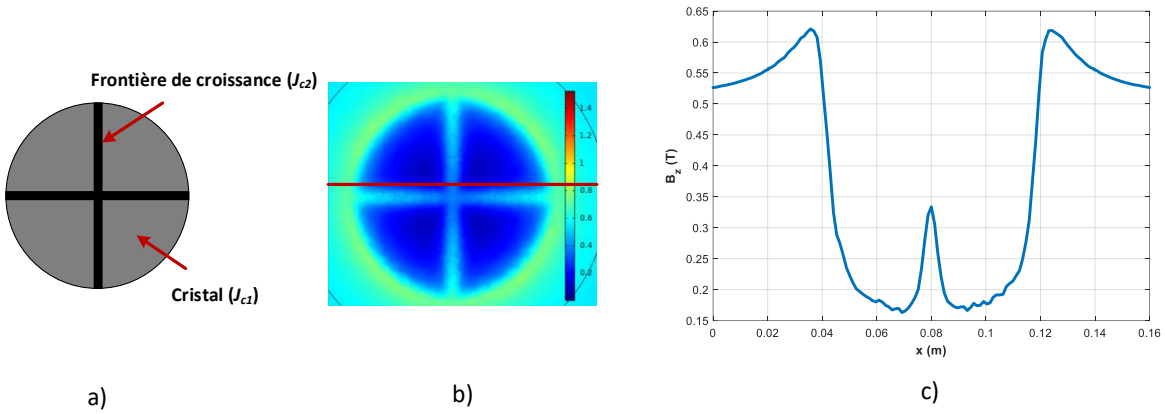


Figure 5.36 : a) Schéma d'un massif supraconducteur à plusieurs germes b) et c) Résultat de simulation avec J_{c1} = 2250 A/mm² et J_{c2} = 30 A/mm²

Nous n'avons pas pu franchir la barre des *120 A* dans la bobine supraconductrice à cause de problèmes techniques qui seront développés dans la conclusion de ce chapitre.

4.3. Essai à vide

La Figure 5.37 montre les tensions composées relevées aux bornes d'un des induits quand la bobine supraconductrice est alimentée avec un courant de *120 A* et que la machine tourne à *250 tr/min*. On peut remarquer la forme sinusoïdale de ces tensions. Un léger déséquilibre apparait entre les différentes tensions, cela est sans doute due au collage des bobines de l'induit dans le second cryostat en G10 qui n'est pas parfaitement plan (légère variation de l'entrefer)

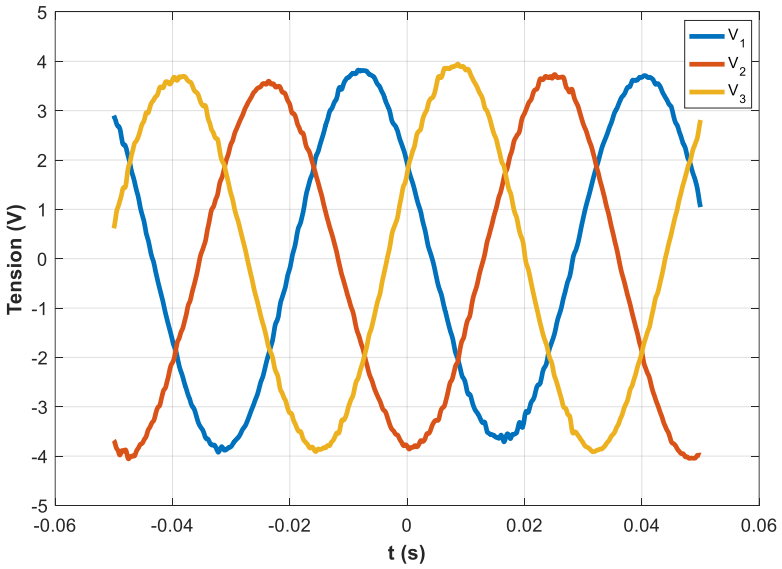


Figure 5.37 : Tensions mesurées aux bornes d'une des phases pour I = 120 A et N = 250 tr/min

Par extrapolation, quand on multiplie par *20* (vitesse nominale *5000 tr/min*), puis par *2* (courant critique de la bobine HTC) et enfin par *2* (les *2* induits en série), on obtient une tension maximale comprise entre 296 *V* et *316 V*, au lieu des *535 V* initialement prévue. Il y a plusieurs explications à cet écart de tension important :

- La modulation du flux n'est pas conforme à la théorie due à la pénétration du champ magnétique au niveau des frontières de croissance, voir *Figure 5.35c*, ce qui réduit le flux à travers les bobines de l'induit.
- L'entrefer a été doublé par précaution lors de la fabrication du nouveau cryostat en G10 (*2 mm* à *4 mm*).
- Le nombre de spire des bobines de l'induit (11 spires) n'est pas conforme au dimensionnement, à cause d'une difficulté de bobinage.

4.4. Descente en température

La *Figure 5.38* montre le refroidissement de la bobine supraconductrice (T° bus) qui est d'environ *4 h* pour atteindre une température de *33 K*. Il apparait également sur cette figure, la température de l'hélium à l'entrée et à la sortie de l'échangeur avec la bobine. Quand l'entrée et la sortie sont à la même température, il n'y a plus d'échauffement du gaz et la température minimale est donc atteinte.

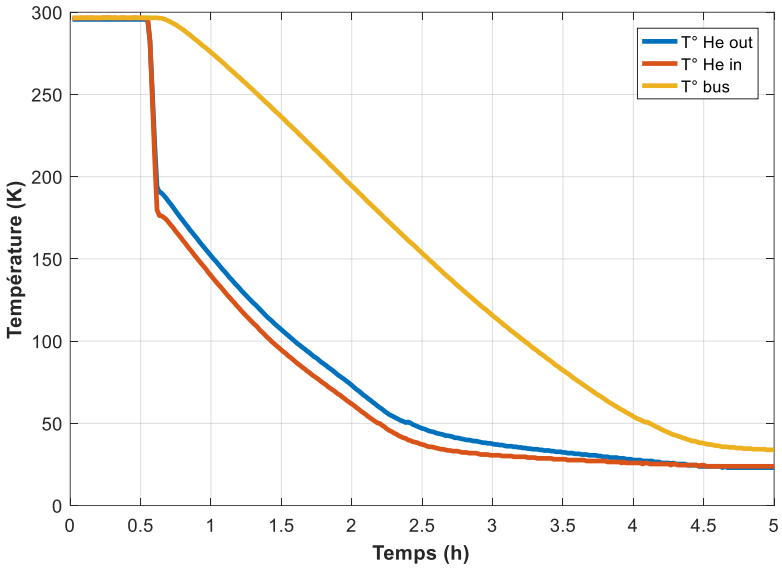


Figure 5.38 : Refroidissement de la bobine supraconductrice

5. CONCLUSION

Les discussions et les choix de conception ont conduit à quelques écarts sur la structure de la machine supraconductrice réalisée par rapport à celle optimisé dans le *Chapitre IV*. Le point important a été la décision de figer le cryostat du rotor et ainsi réduire l'entrefer de *4,5 mm* (étude théorique) à *2 mm* (fabrication). On a pu voir dans ce chapitre que cela nous a amené à être prudent sur le choix des matériaux du rotor.

La fabrication de la machine a été conduite en gardant en tête la réduction de la masse. C'est la raison pour laquelle des matériaux légers comme l'aluminium ont été utilisés pour les cryostats. D'autres parties structurantes ont été réalisées en acier pour en assurer le fonctionnement. Le poids

final de la machine est estimé autour de *52 kg*. Il faut garder à l'esprit qu'une réduction conséquente du poids peut être effectuée sur les parties non-actives tel que les cryostats, les flasques, …

Enfin les premiers tests de la machine ont permis de valider partiellement la modulation du champ magnétique avec les écrans HTC. Nous avons pu observer une pénétration du champ magnétique au niveau de la frontière de croissance. Cet effet détériore grandement la tension induite dans les bobines en cuivre. Pour le moment, aucun test en charge n'a pu être réalisé. La bobine supraconductrice n'a pas été alimenté avec un courant d'excitation supérieur à *120 A*. Car au-delà, l'interaction magnétique du champ axial de la machine sur le joint ferrofluide rompt l'étanchéité et le vide se brise ce qui a pour conséquence de réchauffer très rapidement la machine. La qualité des joints ferrofluide est remise en question car à leur emplacement actuel le champ magnétique est assez faible, et la pression exercée sur le liquide ferromagnétique n'est pas importante. Même si ces essais ont été réalisé pour une vitesse maximale de 500 tr/min. L'équilibrage et l'accouplement actuels permettraient un essai proche de la vitesse nominale sans problème.

CONCLUSION GENERALE

Parmi l'ensemble des choix de topologies et structures de machines supraconductrices, le cahier des charges de l'entreprise SAFRAN a permis de sélectionner la machine de ces travaux. Il s'agit de la machine à flux axiale avec *1* rotor et *2* induits dont le fonctionnement est dit à modulation de flux. La structure axiale a montré, par calcul numérique, des performances *4* fois supérieures à la structure radiale. Tandis qu'une configuration à *1* rotor facilite le refroidissement de l'induit, ce qui en fait une meilleure candidate que la configuration à *2* rotors. La puissance de la machine pourrait également être multipliée par *1,25* à condition d'utiliser des écrans supraconducteurs de forme adaptée. L'utilisation de fer en lieu et place d'une machine électrique standard, c'est-à-dire à l'induit et à l'inducteur sous forme de culasses et de dents ferromagnétiques s'est montrée inutile. Sauf pour des machines à faible couple (centaine de *N.m*) où une fine culasse ferromagnétique placé uniquement derrière les bobines de l'induit permet une multiplication de la puissance massique de *1,11*.

Les résultats du paragraphe précédent ont été obtenus par variation paramétrique à partir d'un modèle numérique. Un dimensionnement plus complet comprend une étape d'optimisation pour laquelle un modèle semi-analytique, *300* fois plus rapide, a été développé. Ce modèle est obtenu par la résolution des équations de Maxwell avec la méthode de séparation de variables et une hypothèse du comportement parfaitement diamagnétique des écrans supraconducteurs. Divers modèles numériques utilisant la méthode des éléments finis ont permis de valider le poids de cette hypothèse qui peut être, au vu des résultats expérimentaux, très loin de la réalité.

Le dimensionnement de machine supraconductrice entre *50 kW* et *1 MW* avec des rubans de *BSCCO* et de *YBCO* ont permis de montrer plusieurs choses. La seconde génération de ruban supraconducteur, *YBCO*, est mieux que le première génération, *BSCCO*, quand on cherche à augmenter la puissance massique de la machine. Le poids du système de refroidissement n'augmente pas aussi rapidement que le poids de la machine quand sa puissance croit. Cela sous entends que le domaine d'application des machines supraconductrices est typiquement pour des fortes puissances (couples) où le poids du refroidissement n'est pas aussi prépondérant dans le bilan de masse que pour des machines de faibles puissances (couples). En ne considérant que le poids de la machine supraconductrice seule, la puissance massique, le couple massique et le couple volumique de l'actionneur axial à modulation de flux étudié sont augmentés respectivement de plus de *33 %* (à partir de *250 kW*), de plus de *23 %* (à *1500 N.m* et $J = 15\ A/mm^2$) et de plus de *33 %* (à *1000 N.m*). Pour des puissances de l'ordre du *MW*, la puissance massique atteint des valeurs supérieures à *16 kW/kg*.

Un prototype de 50 kW, basé sur le dimensionnement, a été fabriqué et les premiers essais ont été réalisés. Après de nombreux essais pour atteindre la température souhaitée, nous avons atteint une température inférieure à *20 K* pour l'hélium gazeux, ce qui représente une température comprise entre *30* et *40 K* sur la bobine supraconductrice. Les premiers essais ont permis de montrer le phénomène de modulation de champ magnétique à l'aide de massif supraconducteur et de générer un réseau triphasé de tension sinusoïdale. Mais également les limites des joints ferrofluides qui doivent être remplacés pour des essais à plus fort courant d'excitation.

Malheureusement à l'heure actuelle, aucuns essais en charge n'ont été menés. Il reste encore de nombreux travaux à réaliser comme la mise en place d'un refroidissement des bobines en cuivres, la commande du moteur, ... Malgré tout, ces travaux ont permis au laboratoire du GREEN d'acquérir de nombreuses connaissances sur la conception de machine cryogénique et d'en tirer des enseignements sur ce qui est à éviter pour les prochaines réalisations.

REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES

A

[AIN14]: M. D. Ainslie *et al.*, « Modelling and comparison of trapped fields in (RE) BCO bulk superconductors for activation using pulsed field magnetization », *Superconductor Science and Technology*, vol. 27, n° 6, p. 065008, 2014.

[AIN15]: M. D. Ainslie et H. Fujishiro, « Modelling of bulk superconductor magnetization », Supercond. Sci. Technol., vol. 28, n° 5, p. 053002, mars 2015.

[ALH16]: R. Alhasan, T. Lubin, B. Douine, Z. M. Adilov, et J. Lévêque, « Test of an original superconducting synchronous machine based on magnetic shielding », IEEE transactions on applied superconductivity, vol. 26, n° 4, p. 1–5, 2016.

[ALM02]: M. K. Al-Mosawi et al., « Design of a 100 kVA high temperature superconducting demonstration synchronous generator », Physica C: Superconductivity, vol. 372, p. 1539–1542, 2002.

[ALM05]: M. K. Al-Mosawi, C. Beduz, et Y. Yang, « Construction of a 100 kVA high temperature superconducting synchronous generator », IEEE Transactions on Applied Superconductivity, vol. 15, n° 2, p. 2182–2185, 2005.

[ATO12]: N. Atomura *et al.*, « Conceptual design of MgB2 coil for the 100 MJ SMES of advanced superconducting power conditioning system (ASPCS) », *Physics Procedia*, vol. 27, p. 400-403, janv. 2012.

[ATZ]: http://www.atz-gmbh.com/

[AYA07]: N. Ayai et al., « The Current Transport Properties of a 200 A-Class Bi-2223 Superconducting Wire at Various Temperatures and Magnetic Fields », IEEE Transactions on Applied Superconductivity, vol. 17, n° 2, p. 3113-3116, juin 2007.

[AYA09]: N. Ayai, S. Kobayashi, M. Kikuchi, & *al., «* Progress in performance of DI-BSCCO Family », *Physica C: Superconductivity*, 2008, vol. 468, no 15, p. 1747-1752.

[AYD01]: M. Aydin, S. Huang, et T. A. Lipo, « Optimum design and 3D finite element analysis of nonslotted and slotted internal rotor type axial flux PM disc machines », in *2001 Power Engineering Society Summer Meeting. Conference Proceedings (Cat. No.01CH37262)*, 2001, vol. 3, p. 1409-1416 vol.3.

[AZZ05]: J. Azzouzi, G. Barakat, et B. Dakyo, « Quasi-3-D analytical modeling of the magnetic field of an axial flux permanent-magnet synchronous machine », *IEEE Transactions on Energy Conversion*, vol. 20, n° 4, p. 746-752, déc. 2005.

B

[BAG14]: M. Baghdadi, H. S. Ruiz, et T. A. Coombs, « Crossed-magnetic-field experiments on stacked second generation superconducting tapes: Reduction of the demagnetization effects », Applied Physics Letters, vol. 104, n° 23, p. 232602, juin 2014.

[BAI11]: W. Bailey, H. Wen, M. Al-Mosawi, K. Goddard, et Y. Yang, « Testing of a lightweight coreless HTS synchronous generator cooled by subcooled liquid nitrogen », IEEE Transactions on Applied Superconductivity, vol. 21, n° 3, p. 1159–1162, 2011.

[BAI16]: S.-K. Baik et G.-S. Park, « Load test analysis of high-temperature superconducting synchronous motors », IEEE Transactions on Applied Superconductivity, vol. 26, n° 4, p. 1–4, 2016.

[BAR05]: P. N. Barnes, M. D. Sumption, et G. L. Rhoads, « Review of high power density superconducting generators: Present state and prospects for incorporating YBCO windings », Cryogenics, vol. 45, n° 10-11, p. 670–686, 2005.

[BAR12]: O. de la Barriere, S. Hlioui, H. B. Ahmed, M. Gabsi, et M. LoBue, « 3-D Formal Resolution of Maxwell Equations for the Computation of the No-Load Flux in an Axial Flux Permanent-Magnet Synchronous Machine », *IEEE Transactions on Magnetics*, vol. 48, n° 1, p. 128-136, janv. 2012.

[BEA62]: C. P. Bean, « Magnetization of Hard Superconductors », Phys. Rev. Lett., vol. 8, n° 6, p. 250-253, mars 1962.

[BEA64]: C. P. Bean, « Magnetization of High-Field Superconductors », Rev. Mod. Phys., vol. 36, n° 1, p. 31-39, janv. 1964.

[BER07]: K. Berger, J. Lévêque, D. Netter, B. Douine, et A. Rezzoug, « Influence of Temperature and/or Field Dependences of the E-J Power Law on Trapped Magnetic Field in Bulk YBaCuO », *IEEE Transactions on Applied Superconductivity*, vol. 17, n° 2, p. 3028–3031, 2007.

[BER16]: K. Berger, B. Gony, B. Douine, et J. Lévêque, « Magnetization and demagnetization studies of an HTS bulk in an iron core », IEEE Transactions on Applied Superconductivity, vol. 26, n° 4, p. 1–7, 2016.

[BER17]: K. Berger et al., « Benchmark on the 3D Numerical Modeling of a Superconducting Bulk », IEEE Compumag, July 2017.

[BEN12]: S. Bendali, « Dimensionnement d'un moteur supraconducteur HTc », thèse, Université de Lorraine, 2012.

[BIA06]: N. Bianchi et M. D. Pre, « Use of the star of slots in designing fractional-slot single-layer synchronous motors », *IEE Proceedings - Electric Power Applications*, vol. 153, n° 3, p. 459-466, mai 2006.

[BLA12]: R. Blaugher, "Superconductivity at Westinghouse," IEEE/CSC & ESAS European Superconductivity News Forum, No. 20, April 2012, pp 4-8.

[BOR15]: W. Borger, "HE/E Technologies for Low Carbon Propulsion," Presentation, 2015.

[BRA94]: E. H. Brandt, « Thin superconductors in a perpendicular magnetic ac field: General formulation and strip geometry », *Phys. Rev. B*, vol. 49, n° 13, p. 9024-9040, avr. 1994.

[BRA94-2]: E. H. Brandt, « Thin superconductors in a perpendicular magnetic ac field. II. Circular disk », *Phys. Rev. B*, vol. 50, n° 6, p. 4034-4050, août 1994.

[BRA02]: H. J. M. ter Brake et G. F. M. Wiegerinck, « Low-power cryocooler survey », *Cryogenics*, vol. 42, n° 11, p. 705-718, nov. 2002.

[BRA04]: D. T. Bradshaw, « "Super" reactive power for the power system through SuperVAr/spl trade/high temperature superconductor dynamic synchronous condensers », in IEEE Power Engineering Society General Meeting, 2004., 2004, p. 2058–2061.

[BRO11]: G. Brown, « Weights and efficiencies of electric components of a turboelectric aircraft propulsion system », in *49th AIAA aerospace sciences meeting including the new horizons forum and aerospace exposition*, 2011, p. 225.

[BRU89] : Y. Brunet, « Les supraconducteurs », Techniques de l'ingénieur, traité Génie électrique, D2700, 1989.

[BUR11]: T. A. Burress *et al.*, « Evaluation of the 2010 Toyota Prius hybrid synergy drive system », Oak Ridge National Lab.(ORNL), 2011.

C

[CAN]: https://www.can-superconductors.com/

[CON09]: « CONVERTEAM Completes Full-scale Testing of First HTS Coil for a Hydroelectric Generator».

[COL]: http://www.columbussuperconductors.com

[COM]: https://www.comsol.com/

D

[DEN14]: Z. Deng *et al.*, « Trapped flux dependence of bulk high-temperature superconductors between 77 and 30 K under a limited excitation field », *Journal of Superconductivity and Novel Magnetism*, vol. 27, n° 6, p. 1413–1417, 2014.

[DJI13]: B. Djibo, « ICAO Seminar on International Air Transport Policy and Liberalization», Presentation, International Civil Aviation Organization, 2013.

[DOL14]: B. Dolisy, T. Lubin, S. Mezani, et J. Lévêque, « Three-Dimensional Analytical Model for an Axial-Field Magnetic Coupling », *Progress In Electromagnetics Research M*, vol. 35, p. 173-182, 2014.

[DOL15]: B. Dolisy, « Étude d'un moteur supraconducteur à flux axial avec une transmission magnétique supraconductrice intégrée », Thèse, Université de Lorraine, 2015.

[DOU01]: B. Douine, « Etude des pertes dans les supraconducteurs à haute température critique », Thèse, Université Henri Poincaré-Nancy 1, 2001.

[DUR68]: E. Durand, « Magnétostatique », 1968.

E-F

[ECO19]: « Development of a Superconductive Wind Power Generator within the EcoSwing Project ».

[EKI06]: J. W. Ekin, *Experimental techniques for low-temperature measurements*. Oxford University Press, 2006.

[EVO]: https://avidtp.com/product/evo-motors/

[FED17]: M. Feddersen, K. S. Haran, et F. Berg, « AC Loss Analysis of MgB2-Based Fully Superconducting Machines », IOP Conf. Ser.: Mater. Sci. Eng., vol. 279, n° 1, p. 012026, 2017.

[FEL11]: J. L. B. Felder, « Turboelectric Distributed Propulsion in a Hybrid Wing Body Aircraft », présenté à 20th International Society for Airbreathing Engines, Gothenburg, Sweden, 2011.

[FOG04]: J. M. Fogarty, « Development of a 100 MVA high temperature superconducting generator », in IEEE Power Engineering Society General Meeting, 2004., 2004, p. 2065–2067.

[FUG16]: R. Fuger, A. Matsekh, J. Kells, D. B. T. Sercombe, et A. Guina, « A superconducting homopolar motor and generator—new approaches », Supercond. Sci. Technol., vol. 29, n° 3, p. 034001, 2016.

[FUJ06]: H. Fujishiro, T. Tateiwa, A. Fujiwara, T. Oka, et H. Hayashi, « Higher trapped field over 5T on HTSC bulk by modified pulse field magnetizing », Physica C: Superconductivity and its Applications, vol. 445-448, p. 334-338, oct. 2006.

[FUJ11]: H. Fujishiro, T. Naito, et M. Oyama, « Mechanism of magnetic flux trapping on superconducting bulk magnetized by pulsed field using a vortex-type coil », Supercond. Sci. Technol., vol. 24, n° 7, p. 075015, juin 2011.

[FUJ11-2]: H. Fujishiro, T. Naito, et M. Oyama, « Simulation of flux dynamics in a superconducting bulk magnetized by multi-pulse technique », *Physica C: Superconductivity and its applications*, vol. 471, n° 21-22, p. 889–892, 2011.

G

[GAM02]: B. B. Gamble, S. Kalsi, G. Snitchler, D. Madura, et R. Howard, « The status of HTS motors », in IEEE Power Engineering Society Summer Meeting, 2002, vol. 1, p. 270–274.

[GAM06]: B. Gamble, G. Snitchler, et S. S. Kalsi, « HTS generator topologies », in 2006 IEEE Power Engineering Society General Meeting, p. 5–pp.

[GAM11]: B. Gamble, G. Snitchler, et T. MacDonald, « Full Power Test of a 36.5 MW HTS Propulsion Motor », IEEE Transactions on Applied Superconductivity, vol. 21, n° 3, p. 1083-1088, juin 2011.

[GAR02]: V. Garnier, S. Marinel, et G. Desgardin, « Critical current density dependence of bulk textured Bi-2223 on thermal treatments and cold intermediate pressing », Physica C: Superconductivity, vol. 372-376, p. 1107-1110, août 2002.

[GIE09]: J. F. Gieras, « Superconducting electrical machines-State of the art », Organ, vol. 12, p. 09, 2009.

[GIE13]: J. F. Gieras, « Multimegawatt synchronous generators for airborne applications: a review », in *2013 International Electric Machines & Drives Conference*, 2013, p. 626–633.

[GON15]: B. Gony, « Aimantation de pastilles supraconductrices », Thèse, Université de Lorraine, 2015.

[GRI14]: F. Grilli, E. Pardo, A. Stenvall, D. N. Nguyen, W. Yuan, et F. Gömöry, « Computation of Losses in HTS Under the Action of Varying Magnetic Fields and Currents », IEEE Transactions on Applied Superconductivity, vol. 24, no 1, p. 78 110, févr. 2014.

H-I-J

[HAR16]: K. S. Haran, D. Loder, T. O. Deppen, et L. Zheng, « Actively Shielded High-Field Air-Core Superconducting Machines », *IEEE Transactions on Applied Superconductivity*, vol. 26, n° 2, p. 98-105, mars 2016.

[HAL05]: P. Hales, H. Jones, S. Milward, et S. Harrison, « Investigation into the use of solid nitrogen to create a “Thermal Battery” for cooling a portable high-temperature superconducting magnet », *Cryogenics*, vol. 45, n° 2, p. 109–115, 2005.

[HIR03]: M. Hirakawa, S. Inadama, K. Kikukawa, E. Suzuki, et H. Nakasima, « Developments of superconducting motor with YBCO bulk magnets », Physica C: Superconductivity, vol. 392, p. 773–776, 2003.

[HON09]: Z. Hong, Y. Jiang, R. Pei, W. Yuan, R. Marchant, et T. A. Coombs, « Numerical Analysis of the Demagnetization Effect in a Superconducting Machine With Bulk HTS Material on the Rotor », IEEE Transactions on Applied Superconductivity, vol. 19, n° 3, p. 2897-2900, juin 2009.

[ITO95]: Y. Itoh et al., « High-temperature superconducting motor using Y-Ba-Cu-O bulk magnets », Japanese journal of applied physics, vol. 34, n° 10R, p. 5574, 1995.

[ITO96]: Y. Itoh et U. Mizutani, « Pulsed Field Magnetization of Melt-Processed Y–Ba–Cu–O Superconducting Bulk Magnet », Jpn. J. Appl. Phys., vol. 35, n° 4R, p. 2114, avr. 1996.

[IWA07]: M. Iwakuma et al., « Development of a 15 kW motor with a fixed YBCO superconducting field winding », IEEE Transactions on Applied Superconductivity, vol. 17, n° 2, p. 1607–1610, 2007.

[IWA08]: M. Iwakuma et al., « Development of a 7.5 kW YBCO superconducting synchronous motor », IEEE Transactions on Applied Superconductivity, vol. 18, n° 2, p. 689–692, 2008.

[IWA12]: Y. Iwasa, J. Bascuñán, S. Hahn, et D. K. Park, « Solid-cryogen cooling technique for superconducting magnets of NMR and MRI », *Physics Procedia*, vol. 36, p. 1348–1353, 2012.

[JO02]: Y.-S. Jo, Y.-K. Kwon, M.-H. Sohn, Y.-K. Kim, et J.-P. Hong, « High temperature superconducting synchronous motor », IEEE transactions on applied superconductivity, vol. 12, n° 1, p. 833–836, 2002.

[JOS95]: C. H. Joshi, C. B. Prum, R. F. Schiferl, et D. I. Driscoll, « Demonstration of two synchronous motors using high temperature superconducting field coils », IEEE Transactions on Applied Superconductivity, vol. 5, n° 2, p. 968–971, 1995.

K

[KAL04]: S. S. Kalsi, K. Weeber, H. Takesue, C. Lewis, H.- Neumueller, et R. D. Blaugher, « Development status of rotating machines employing superconducting field windings », Proceedings of the IEEE, vol. 92, n° 10, p. 1688-1704, 2004.

[KEI85]: T. A. Keim, T. E. Laskaris, J. A. Fealey, et P. A. Rios, « Design and manufacture of a 20 MVA superconducting generator », IEEE transactions on power apparatus and systems, n° 6, p. 1474–1483, 1985.

[KOR]: A. KORPELA, « Design Principles of Superconducting Magnets ».

[KOV01]: L. K. Kovalev et al., « HTS electrical machines with YBCO bulk and Ag–BSCCO plate-shape HTS elements: recent results and future development », Physica C: Superconductivity, vol. 354, n° 1-4, p. 34–39, 2001.

[KOV13]: P. Kováč, L. Kopera, T. Melišek, M. Rindfleisch, W. Haessler, et I. Hušek, « Behaviour of filamentary MgB2wires subjected to tensile stress at 4.2 K », Supercond. Sci. Technol., vol. 26, n° 10, p. 105028, sept. 2013.

[KOV16]: K. L. Kovalev et al., « Brushless superconducting synchronous generator with claw-shaped poles and permanent magnets », IEEE Transactions on Applied Superconductivity, vol. 26, n° 3, p. 1–4, 2016.

[KUM05]: P. Kummeth, M. Frank, W. Nick, G. Nerowski, et H.-W. Neumueller, « Development of synchronous machines with HTS rotor », Physica C: Superconductivity and its applications, vol. 426, p. 1358–1364, 2005.

[KWO07]: Y. K. Kwon et al., « Status of HTS motor development for industrial applications at KERI & DOOSAN », IEEE Transactions on Applied Superconductivity, vol. 17, n° 2, p. 1587–1590, 2007.

L

[LAM15]: M. Lampérth, A. Malloy, A. Mlot, et M. Cordner, « Assessment of axial flux motor technology for hybrid powertrain integration », *World Electric Vehicle Journal*, vol. 7, n° 2, p. 187–194, 2015.

[LAP07]: B. Laporte, « Machines électriques tournantes », Ellipses. 2007.

[LEV02]: J. Lévêque et A. Rezzoug, « A new kind of superconducting current limiter », Superconductor Science and Technology, vol. 15, n° 4, p. 630, 2002.

[LEV09]: J. Leveque, B. Douine, et A. Rezzoug, « The design of an original structure of current limiter », Superconductor Science and Technology, vol. 22, n° 12, p. 125021, 2009.

[LIU18]: B. Liu, R. Badcock, H. Shu, et J. Fang, « A superconducting induction motor with a high temperature superconducting armature: Electromagnetic theory, design and analysis », Energies, vol. 11, n° 4, p. 792, 2018.

[LNCMI]: Laboratoire National des Champs Magnétiques Intenses, « Contraintes mécaniques dans les bobines de production de champs magnétiques intenses ».

[LUB]: T. Lubin, « Equations aux dérivées partielles (EDP), Méthode de résolution des EDP par séparation de variables ; Applications »

[LUB11]: T. Lubin, S. Mezani, et A. Rezzoug, « 2-D Exact Analytical Model for Surface-Mounted Permanent-Magnet Motors With Semi-Closed Slots », *IEEE Transactions on Magnetics*, vol. 47, n° 2, p. 479-492, févr. 2011.

[LUB11-2]: T. Lubin, S. Mezani, et A. Rezzoug, « Analytic Calculation of Eddy Currents in the Slots of Electrical Machines: Application to Cage Rotor Induction Motors », *IEEE Transactions on Magnetics*, vol. 47, n° 11, p. 4650-4659, nov. 2011.

[LUB12]: T. Lubin, S. Mezani, et A. Rezzoug, « Simple analytical expressions for the force and torque of axial magnetic couplings », IEEE Transactions on Energy Conversion, vol. 27, n° 2, p. 536–546, 2012.

[LUB17]: T. Lubin , A. Rezzoug, "Improved 3-D Analytical model for axial-flux eddy-current couplings with curvature effects," IEEE Trans. Magn., vol. 53, no. 9, 8002409, Sep. 2017.

M

[MAL12]: G. Malé, « Étude d'une structure d'inducteur supraconducteur à modulation de champ magnétique », PhD Thesis, Université de Lorraine, 2012.

[MAL13]: G. Malé, T. Lubin, S. Mezani, et J. Lévêque, « Analytical calculation of the flux density distribution in a superconducting reluctance machine with HTS bulks rotor », Mathematics and Computers in Simulation, vol. 90, p. 230-243, 2013.

[MAR08]: F. Marignetti, V. D. Colli, et Y. Coia, « Design of Axial Flux PM Synchronous Machines Through 3-D Coupled Electromagnetic Thermal and Fluid-Dynamical Finite-Element Analysis », *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, vol. 55, n° 10, p. 3591-3601, oct. 2008.

[MAR15]: I. Marino *et al.*, « Lightweight MgB2superconducting 10 MW wind generator », *Supercond. Sci. Technol.*, vol. 29, n° 2, p. 024005, déc. 2015.

[MAT05]: H. Matsuzaki et al., « An axial gap-type HTS bulk synchronous motor excited by pulsed-field magnetization with vortex-type armature copper windings », IEEE Transactions on Applied Superconductivity, vol. 15, n° 2, p. 2222–2225, 2005.

[MER]: http://www.mercotac.com/

[MIK06]: M. Miki et al., « Development of a synchronous motor with Gd–Ba–Cu–O bulk superconductors as pole-field magnets for propulsion system », Superconductor Science and Technology, vol. 19, n° 7, p. S494, 2006.

[MIK10]: M. Miki et al., « Applied HTS Bulks and Wires to Rotating Machines for Marine Propulsion », in AIP Conference Proceedings, 2010, vol. 1218, p. 254–260.

[MOR06]: M. Morita, H. Teshima, et H. Hirano, « Development of oxide superconductors », Nippon Steel Technical Report, vol. 93, p. 18–23, 2006.

[MOU10]: R. Moulin, « Dimensionnements et essais de moteurs supraconducteurs », PhD Thesis, Nancy 1, 2010.

N

[NAP16]: Emissions, Commercial Aircraft Propulsion and Energy Systems Research: Reducing Global Carbon Emissions. National Academies Press, 2016.

[NED11]: B. Nedja, « Modélisation basée sur la méthode des réseaux de perméances en vue de l'optimisation de machines synchrones à simple et à double excitation », Thèse, 2011

[NET07]: D. Netter, J. Lévêque, B. Douine, P. J. Masson, et A. Rezzoug, « Design and testing of a superconducting rotating machine », IEEE transactions on applied superconductivity, vol. 17, n° 1, p. 27–33, 2007.

[NIC02]: W. Nick et al., « 380 kW synchronous machine with HTS rotor windings—-development at Siemens and first test results », Physica C: Superconductivity, vol. 372, p. 1506–1512, 2002.

[NIC07]: W. Nick, M. Frank, G. Klaus, J. Frauenhofer, et H.-W. Neumuller, « Operational experience with the world's first 3600 rpm 4 MVA generator at Siemens », IEEE Transactions on Applied Superconductivity, vol. 17, n° 2, p. 2030–2033, 2007.

[NIC10]: W. Nick, M. Frank, P. Kummeth, J. J. Rabbers, M. Wilke, et K. Schleicher, « Development and construction of an HTS rotor for ship propulsion application », in Journal of Physics: Conference Series, 2010, vol. 234, p. 032040.

[NIT18]: Nitta, « Superconducting rotating machines: A review of the past 30 years and future perspectives », in Journal of Physics: Conference Series, 2018, vol. 1054, p. 012081

O-P-Q

[OSW02]: B. Oswald et al., « Design of HTS reluctance motors up to several hundred kW », Physica C: Superconductivity, vol. 372, p. 1513–1516, 2002.

[PAR04]: A. Parviainen, M. Niemela, et J. Pyrhonen, « Modeling of axial flux permanent-magnet machines », IEEE Transactions on Industry Applications, vol. 40, n° 5, p. 1333–1340, 2004.

[PAR05]: A. Parviainen, M. Niemela, J. Pyrhonen, et J. Mantere, « Performance comparison between low-speed axial-flux and radial-flux permanent-magnet machines including mechanical constraints », in IEEE International Conference on Electric Machines and Drives, 2005, p. 1695-1702.

[PAR08]: E. Pardo, « Modeling of coated conductor pancake coils with a large number of turns », Supercond. Sci. Technol., vol. 21, n° 6, p. 065014, avr. 2008.

[PAR14]: V. Parma, « Cryostat Design », 2014

[PAT12]: A. Patel et B. A. Glowacki, « Enhanced trapped field achieved in a superconducting bulk using high thermal conductivity structures following simulated pulsed field magnetization », *Superconductor Science and Technology*, vol. 25, n° 12, p. 125015, 2012.

[PAT18]: A. Patel et al., « A trapped field of 17.7 T in a stack of high temperature superconducting tape », Supercond. Sci. Technol., vol. 31, n° 9, p. 09LT01, juill. 2018.

[PEL13]: J. Pelegrín et al., « Experimental and numerical analysis of quench propagation on MgB2tapes and pancake coils », Supercond. Sci. Technol., vol. 26, n° 4, p. 045002, févr. 2013.

[PHI]: http://www.phi-power.com/en/home/

[PRI18]: L. Prigozhin et V. Sokolovsky, « 3D Simulation of Superconducting Magnetic Shields and Lenses using the Fast Fourier Transform », Journal of Applied Physics, vol. 123, n° 23, p. 233901, juin 2018.

[PYR13]: J. Pyrhonen, T. Jokinen, et V. Hrabovcova, Design of Rotating Electrical Machines. John Wiley & Sons, 2013.

[QU14]: T. Qu et al., « Development and testing of a 2.5 kW synchronous generator with a high temperature superconducting stator and permanent magnet rotor », Superconductor Science and Technology, vol. 27, n° 4, p. 044026, 2014.

R-S

[REZ87]: A. Rezzoug, « Machine synchrone à plots ferromagnétiques aimantés à saturation par une bobine supraconductrice : aspects théoriques et expérimentaux », Institut national polytechnique de Lorraine, 1987.

[ROS07]: J. A. Rosero, J. A. Ortega, E. Aldabas, et L. Romeral, « Moving towards a more electric aircraft », IEEE Aerospace and Electronic Systems Magazine, vol. 22, n° 3, p. 3-9, mars 2007.

[RUP07]: M. W. Rupich et al., « The Development of Second Generation HTS Wire at American Superconductor », IEEE Transactions on Applied Superconductivity, vol. 17, n° 2, p. 3379-3382, juin 2007.

[SAK07]: N. Sakai, S. Nariki, K. Nagashima, M. Miryala, M. Murakami, et I. Hirabayashi, « Magnetic properties of melt-processed large single domain Gd–Ba–Cu–O bulk superconductor 140mm in diameter », Physica C: Superconductivity and its Applications, vol. 460-462, p. 305-309, sept. 2007.

[SAT11]: K. Sato, S. Kobayashi, et T. Nakashima, « Present Status and Future Perspective of Bismuth-Based High-Temperature Superconducting Wires Realizing Application Systems », Jpn. J. Appl. Phys., vol. 51, n° 1R, p. 010006, déc. 2011.

[SEK12]: D. Sekiguchi et al., « Trial test of fully HTS induction/synchronous machine for next generation electric vehicle », IEEE Transactions on Applied Superconductivity, vol. 22, n° 3, p. 5200904–5200904, 2012.

[SCH96]: R. F. Schiferl, B. X. Zhang, D. I. Driscoll, B. A. Shoykhet, et R. C. Dykhuizen, « Development status of a 125 horsepower superconducting motor », in Advances in Cryogenic Engineering Materials, Springer, 1996, p. 977–984.

[SIR15]: F. Sirois et F. Grilli, « Potential and limits of numerical modelling for supporting the development of HTS devices », *Supercond. Sci. Technol.*, vol. 28, n° 4, p. 043002, mars 2015.

[SIV09]: K. Sivasubramaniam et al., « Development of a high speed HTS generator for airborne applications », IEEE Transactions on applied superconductivity, vol. 19, n° 3, p. 1656–1661, 2009.

[SIZ12]: G. Y. Sizov, D. M. Ionel, et N. A. O. Demerdash, « Modeling and Parametric Design of Permanent-Magnet AC Machines Using Computationally Efficient Finite-Element Analysis », *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, vol. 59, n° 6, p. 2403-2413, juin 2012.

[SMA18] : A. Smara, « Machine supraconductrice à plot saturés et flux radial », thèse, Ecole national polytechnique d'Alger, 2018

[SMA19]: A. Smara *et al.*, « Experimental Assessment of Rotor Superconducting Stack Demagnetization in LN 2 Environment », Superconductor Science and Technology, 2019.

[SME11]: J. P. C. Smeets, T. T. Overboom, J. W. Jansen, et E. A. Lomonova, « Three-Dimensional Magnetic Field Modeling for Coupling Calculation Between Air-Cored Rectangular Coils », *IEEE Transactions on Magnetics*, vol. 47, n° 10, p. 2935-2938, oct. 2011.

[SMI75]: J. Smith, J. Kirtley, et P. Thullen, « Superconducting rotating machines », IEEE Transactions on Magnetics, vol. 11, n° 2, p. 128–134, 1975.

[SNI05]: G. Snitchler, B. Gamble, et S. S. Kalsi, « The performance of a 5 MW high temperature superconductor ship propulsion motor », IEEE Transactions on Applied Superconductivity, vol. 15, n° 2, p. 2206–2209, 2005.

[SON15]: X. Song, J. Holbøll, Q. Wang, Y. Dai, N. Mijatovic, et J. Wang, « A conduction-cooled superconducting magnet system-Design, fabrication and thermal tests », in *Proceedings of the Nordic Insulation Symposium*, 2015.

[SPR15]: R. L. J. Sprangers, J. J. H. Paulides, B. L. J. Gysen, J. Waarma, et E. A. Lomonova, « Semianalytical Framework for Synchronous Reluctance Motor Analysis Including Finite Soft-Magnetic Material Permeability », *IEEE Transactions on Magnetics*, vol. 51, n° 11, p. 1-4, nov. 2015

[SUG09]: D. Sugyo et al., « Bi-2223 field-poles without iron core for an axial type of HTS propulsion motor », IEEE Transactions on Applied Superconductivity, vol. 19, n° 3, p. 1687–1691, 2009.

[SUP97]: M. J. Superczynski et D. J. Waltman, « Homopolar motor with high temperature superconductor field windings », IEEE transactions on applied superconductivity, vol. 7, n° 2, p. 513–518, 1997.

T

[TER18]: Y. Terao, W. Kong, H. Ohsaki, H. Oyori, et N. Morioka, « Electromagnetic Design of Superconducting Synchronous Motors for Electric Aircraft Propulsion », IEEE Transactions on Applied Superconductivity, vol. 28, n° 4, p. 1-5, 2018.

[THE04]: J. P. Thermeau, « Evaluation Thermomécanique d'un cryostat », Ecole de cryogénie « Conception des cryostats », 2004.

[THE04-2]: J. P. Thermeau, « Propriétés des matériaux aux basses températures », Ecole de cryogénie « Conception des cryostats », 2004

[THO02]: R. J. Thome, W. Creedon, M. Reed, E. Bowles, et K. Schaubel, « Homopolar motor technology development », in IEEE Power Engineering Society Summer Meeting, 2002, vol. 1, p. 260–264.

[TIE12]: H. Tiegna, A. Bellara, Y. Amara, et G. Barakat, « Analytical Modeling of the Open-Circuit Magnetic Field in Axial Flux Permanent-Magnet Machines With Semi-Closed Slots », *IEEE Transactions on Magnetics*, vol. 48, n° 3, p. 1212-1226, mars 2012.

[TIX91]: P. Tixador, Y. Brunet, P. Vedrine, Y. Laumond, et J. L. Sabrie, « Electrical tests on a fully superconducting synchronous machine », IEEE Transactions on Magnetics, vol. 27, n° 2, p. 2256–2259, 1991.

[TOM02]: M. Tomita, M. Murakami, et K. Yoneda, « Improvements in the mechanical properties of bulk YBCO superconductors with carbon fibre fabrics », Superconductor Science and Technology, vol. 15, n° 5, p. 803, 2002.

[TOM03]: M. Tomita et M. Murakami, « High-temperature superconductor bulk magnets that can trap magnetic fields of over 17 tesla at 29 K », Nature, vol. 421, n° 6922, p. 517-520, janv. 2003.

[TRO14]: T. Trollier, J. Tanchon, Y. Icart, et A. Ravex, « High capacity 30 K remote helium cooling loop », in *AIP Conference Proceedings*, 2014, vol. 1573, p. 1461–1466.

[TSU17]: K. Tsuchiya et al., « Critical current measurement of commercial REBCO conductors at 4.2K », Cryogenics, vol. 85, p. 1-7, juill. 2017.

[TUM19]: « A New Breakthrough of Superconducting Propulsion Motor».

W- X-Y-Z

[WAL95]: D. J. Waltman et M. J. Superczynski, « High-temperature superconducting magnet motor demonstration », IEEE transactions on applied superconductivity, vol. 5, n° 4, p. 3532–3535, 1995.

[WEI15]: R. Weinstein, D. Parks, R. Sawh, K. Davey, et K. Carpenter, « Observation of a Bean Model Limit—A Large Decrease in Required Applied Activation Field for TFMs », IEEE Transactions on Applied Superconductivity, vol. 25, n° 3, p. 1-6, juin 2015.

[WEL15]: F. Wells, A. Pan, X. Renshaw Wang, S. Fedoseev & H. Hilgenkamp «Analysis of low-field isotropic vortex glass containing vortex groups in YBa2Cu3O7−x thin films visualized by scanning SQUID microscopy», Nature, 2015

[WIM17]: S. C. Wimbush and N. M. Strickland, A public database of high-temperature superconductor critical current data, IEEE Trans. Appl. Supercond. 27 (2017) 8000105

[XIA11]: W. Xian, Y. Yan, W. Yuan, R. Pei, et T. A. Coombs, « Pulsed field magnetization of a high temperature superconducting motor », IEEE Transactions on Applied Superconductivity, vol. 21, n° 3, p. 1171–1174, 2011.

[YAM99]: K. Yamaguchi et al., « 70 MW class superconducting generator test », IEEE transactions on applied superconductivity, vol. 9, n° 2, p. 1209–1212, 1999.

[YAN02]: W. M. Yang et al., « The effect of grain-domain-size on levitation force of melt growth processing YBCO bulk superconductors », Brazilian Journal of Physics, vol. 32, n° 3, p. 763–767, 2002.

[ZHA00]: B. Zhang, D. Driscoll, et V. Dombrovski, « Development status of a 1000 HP superconducting motor », in 2000 IEEE-IAS/PCA Cement Industry Technical Conference. Conference Record (Cat. No. 00CH37047), 2000, p. 81–85.

[ZHA16]: X. Zhang et K. S. Haran, « High-specific-power electric machines for electrified transportation applications-technology options », in *2016 IEEE Energy Conversion Congress and Exposition (ECCE)*, 2016, p. 1-8.

[ZHA18]: X. Zhang, C. L. Bowman, T. C. O'Connell, et K. S. Haran, « Large electric machines for aircraft electric propulsion », *IET Electric Power Applications*, vol. 12, n° 6, p. 767-779, 2018.

[ZOU16]: S. Zou, V. M. Zermeño, et F. Grilli, « Influence of parameters on the simulation of HTS bulks magnetized by pulsed field magnetization », *IEEE Transactions on Applied Superconductivity*, vol. 26, n° 4, p. 1–5, 2016.

ANNEXE

ANNEXE II.1 : CALCUL ANALYTIQUE DU CHAMP MAGNETIQUE TANGENTIEL *K*

- **Détail de calcul :**

La composition harmonique d'un tel signal est recherchée en effectuant une décomposition en série de Fourier en additionnant la contribution sur le champ tangentiel de chaque encoche. Pour ce type de bobinage, il y a 6 encoches par pôle. L'expression du fondamental de *K* vaut :

$$K_1 = \sum_{n=1}^{6} H_{tn} \cos\left(p \frac{2\pi}{X} \left(x - (n-1)\frac{X}{6} \right) \right) \quad \text{(A-II.1)}$$

Avec

$$H_{tn} = \int_{\frac{X}{12p}(2n-3)}^{\frac{X}{12p}(2n-1)} H_{\max} \cos\left(\frac{\pi}{2d} \left(x - (n-1)\frac{X}{6} \right) \right) \cos\left(p \frac{2\pi}{X} \left(x - (n-1)\frac{X}{6} \right) \right) dx \quad \text{(A-II.3)}$$

Où

$$X = 2\pi R_m \quad \text{(A-II.2)}$$

- **Validation de l'approche :**

Les hypothèses prises pour ce calcul sont vérifiées à l'aide d'un logiciel de résolution par éléments finis (COMSOL Multiphysics®). Le *Tableau II* indique les paramètres géométriques et électrique de l'induit. La comparaison entre les densités de courant superficielle obtenue par la méthode analytique et la méthode numérique est présentée sur la *Figure A.1*.

Tableau II : Paramètres géométriques et électriques de l'induit

Nom du paramètre	Valeur induit départ
Courant total (*I*)	1270 A
Largeur bobine (W_3)	0,013 m
Profondeur bobine (E_1)	0,01 m

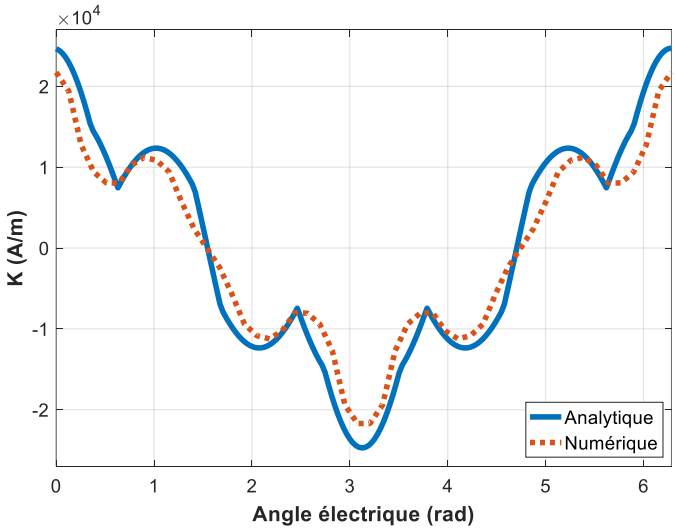


Figure A.I : Densité de courant superficielle de l'Induit considéré comme point de départ

Avec ces données et l'expression (A-II.1), le fondamental de la densité de courant superficielle est calculé.

Numérique : $K_1 = 15\ kA/m$	(A-II.4)
Analytique : $K_1 = 18\ kA/m$	(A-II.5)

Les résultats obtenus avec les deux méthodes sont suffisamment précis pour un premier dimensionnement.

ANNEXE III.1 : EXPRESSION ANALYTIQUE DE LA REPARTITION DES CHARGES SURFACIQUES MAGNETIQUES

La distribution des charges surfaciques magnétiques pour un solénoïde est décomposée en série de Fourier-Bessel suivant :

$$\sigma_{Jc}(r) = \sum_{m=1}^{\infty} \sigma_{Jcm} J_0(\alpha_m r)$$	(A-III.1)

L'expression des harmoniques est donnée par :

$$\sigma_{Jcm} = \frac{2}{R_5^2 \left(J_0(\alpha_m R_5)\right)^2} \left(\int_0^{R_3} \mu_0 J_c (R_4 - R_3) r J_0(\alpha_m r) dr + \int_{R_3}^{R_4} \mu_0 J_c (R_4 - r) r J_0(\alpha_m r) dr \right)$$	(A-III.2)

Il existe dans la littérature des expressions analytiques pour ces intégrales :

$$\int_0^{Y_2} r J_0(\gamma_m r) dr = Y_2 J_1(\gamma_m Y_2)$$	(A-III.3)
$$\int r^2 J_0(r) dr = r^2 J_1(r) - \frac{\pi r}{2} \left[J_1(r) H_0(r) - J_0(r) H_1(r) \right]$$	(A-III.4)

Où $H_v(r)$ représente la fonction de Struve d'ordre *v*.

ANNEXE III.2 : EXPRESSION ANALYTIQUE DES INTEGRALES SPECIALES FAISSANT INTERVENIR DES FONCTIONS DE BESSEL

Les conditions de passages entre la région *II* et *III* du problème de la fonction de modulation font apparaitre des intégrales complexes pour $n \neq 0$. Nous recherchons les valeurs analytiques de ces expressions.

- La première condition impose qu'entre R_1 et R_2, on a :

$$\Phi_{III} = \Phi_{II}$$	(A-III.5)

Ce qui donne pour $n \neq 0$:

$$\left[G_{IIIn}e^{\chi_n z} + H_{IIIn}e^{-\chi_n z}\right] \times \int_{R_1}^{R_2} r\left(J_0(\chi_n r')Y_1(\chi_n R_1) - J_1(\chi_n R_1)Y_0(\chi_n r')\right)^2 dr$$
$$= \sum_{q=1}^{\infty}\left(G_{IIq}e^{\beta_q Z_2} + H_{IIq}e^{-\beta_q Z_2}\right)$$
$$\times \int_{R_1}^{R_2} rJ_0(\beta_q r')\left(J_0(\chi_n r')Y_1(\chi_n R_1) - J_1(\chi_n R_1)Y_0(\chi_n r')\right)dr \quad \text{(A-III.6)}$$

On pose :

$$K_4 = \int_{R_1}^{R_2} r\left(J_0(\chi_n r')Y_1(\chi_n R_1) - J_1(\chi_n R_1)Y_0(\chi_n r')\right)^2 dr \quad \text{(A-III.7)}$$

$$K_3 = \int_{R_1}^{R_2} rJ_0(\beta_q r')\left(J_0(\chi_n r')Y_1(\chi_n R_1) - J_1(\chi_n R_1)Y_0(\chi_n r')\right)dr \quad \text{(A-III.8)}$$

L'expression analytique de ces intégrales s'écrit :

$$K_4 = \left[\frac{r^2}{2}\left(J_0^2(\chi_n r) + J_1^2(\chi_n r) + Y_0^2(\chi_n r) + Y_1^2(\chi_n r) + J_0(\chi_n r)Y_0(\chi_n r) + J_1(\chi_n r)Y_1(\chi_n r)\right)\right]_{R_1}^{R_2} \quad \text{(A-III.9)}$$

$$K_3 = \left(FJ(\chi_n, \beta_n, R_1, R_2)Y_1(\chi_n R_1) - FY(\chi_n, \beta_n, R_1, R_2)J_1(\chi_n R_1)\right) \quad \text{(A-III.10)}$$

Avec :

$$FJ(\chi_n, \beta_n, R_1, R_2) = \left[\frac{\chi_n rJ_1(\chi_n r)J_0(\beta_n r) - \beta_n rJ_0(\chi_n r)J_1(\beta_n r)}{\chi_n{}^2 - \beta_n{}^2}\right]_{R_1}^{R_2} \quad \text{(A-III.11)}$$

$$FY(\chi_n, \beta_n, R_1, R_2) = \left[\frac{\chi_n rY_1(\chi_n r)J_0(\beta_n r) - \beta_n rY_0(\chi_n r)J_1(\beta_n r)}{\chi_n{}^2 - \beta_n{}^2}\right]_{R_1}^{R_2} \quad \text{(A-III.12)}$$

- La seconde condition impose qu'entre R_1 et R_2, on a :

$$\frac{\partial \Phi_{II}}{\partial z} = \begin{cases} \left.\dfrac{\partial \Phi_{III}}{\partial z}\right|_{R_1 < r < R_2} \\ 0 \text{ ailleurs} \end{cases} \quad \text{(A-III.13)}$$

Ce qui donne pour $n \neq 0$:

$$\left(G_{IIn}e^{\beta_n Z_2} - H_{IIn}e^{-\beta_n Z_2}\right)\times \int_{R_1}^{R_2} r\beta_n J_0(\beta_n r')^2 dr$$
$$= G_{III0}\int_{R_1}^{R_2} rJ_0(\beta_n r')dr + \sum_{q=1}^{\infty}\left(G_{IIIq}e^{\chi_q Z_2} - H_{IIIq}e^{-\chi_q Z_2}\right)\chi_q K_3 \quad \text{(A-III.14)}$$

On pose :

$$K_1 = \int_{R_1}^{R_2} r\beta_n J_0(\beta_n r')^2 dr \quad \text{(A-III.15)}$$

$$K_2 = \int_{R_1}^{R_2} rJ_0(\beta_n r')dr \quad \text{(A-III.16)}$$

L'expression analytique de ces intégrales s'écrit :

$$K_1 = \beta_n \frac{R_2^{\,2}}{2} J_0^{\,2}(\beta_n R_2) \quad \text{(A-III.17)}$$

$$K_2 = -R_1 J_1(\beta_n R_1) \quad \text{(A-III.18)}$$

ANNEXE III.3 : EXPRESSION DES COEFFICIENTS DE LA SERIE DE FOURIER-BESSEL SUR LE BOBINAGE DISTRIBUE

L'expression de K_s est :

$$K_s = \sin\left(\frac{sr\pi}{3}\right) + \sin\left(\frac{s(2-r)\pi}{3}\right) + \sin\left(\frac{s(2+r)\pi}{3}\right) \quad \text{(A-III.19)}$$

Où r est le taux de remplissage du pas d'encoche. L'expression de G_{st} est :

$$G_{st} = \int_{R_7-W_1}^{R_7} r^2 J_{sp}(Z_t R_5)dr - \left(R_7 - W_1\right)\int_{R_7-W_1}^{R_7} rJ_{sp}(Z_t R_5)dr + \int_{R_7}^{R_6} rJ_{sp}(Z_t R_5)dr$$
$$+\left(R_6 + W_1\right)\int_{R_6}^{R_6+W_1} rJ_{sp}(Z_t R_5)dr - \int_{R_6}^{R_6+W_1} r^2 J_{sp}(Z_t R_5)dr \quad \text{(A-III.20)}$$

Où l'expression analytiques des différentes équations sont données par (A-III.3) et (A-III.4).

ANNEXE III.4 : EXPRESSION DES COEFFICIENTS DE LA SERIE DE FOURIER-BESSEL SUR LE BOBINAGE DISTRIBUE

L'expression de K_s est :

$$K_s = \frac{1}{2}\left(-2\sin\left(\frac{sr\pi}{12}\right) - \sin\left(\frac{s(4+r)\pi}{12}\right) + \sin\left(\frac{s(4-r)\pi}{12}\right)\right) \quad \text{(A-III.21)}$$

NOMENCLATURE

Variables physiques :

Nom	Description	Unité
B_0	Paramètre du modèle de KIM pour la variation de J	*T*
$B_\perp$	Induction magnétique perpendiculaire au ruban	*T*
$B_{//}$	Induction magnétique parallèle au ruban	*T*
B_{n0}	Paramètre du modèle de KIM pour la variation de n(B)	*T*
B_{max}	Induction magnétique maximale	*T*
B_r	Induction magnétique radiale	*T*
B_Θ	Induction magnétique azimutale	*T*
B_z	Induction magnétique axiale	*T*
C	Couple	*N.m*
C_m	Couple massique	*N.m/kg*
E	Champ électrique	*V/m*
E_c	Champ électrique critique	*V/m*
F	Force	*N*
f	Fréquence	*Hz*
g	Constante gravitationnelle	$N.m^2/kg^2$
H	Champ magnétique	*A/m*
H_{app}	Champ magnétique appliquée à un massif supraconducteur	*A/m*
H_c	Champ magnétique critique	*A/m*
I	Courant électrique	*A*
I_c	Courant critique	*A*
I_{cm}	Courant électrique de fonctionnement d'une bobine	*A*
J	Densité de courant électrique	A/mm^2
J_r	Densité de courant électrique radiale	A/mm^2
J_Θ	Densité de courant électrique azimutale	A/mm^2
J_c	Densité de courant critique	A/mm^2

J_{c0}	Densité de courant critique sous champ nul (modèle de KIM)	*A/mm²*
k	Coefficient correcteur du modèle analytique	-
k_a	Facteur d'anisotropie	-
L_p	Longueur de pénétration du courant	*m*
M	Masse	*kg*
$n(B)$	Paramètre de la loi en puissance	-
n_0	Indice n(B) sous champ nul	-
P	Puissance	*W*
P_m	Puissance massique	*kW/kg*
P_{th}	Pertes thermique	*W*
R_{th}	Résistance thermique	*W/m.K*
T	Température	*K*
T_c	Température critique	*K*
V	Tension de l'induit	*V*
β	Paramètre du modèle de KIM pour la variation de J	-
ε	Emissivité de la surface	-
φ	Flux magnétique par spire	*Wb*
σ_e	Limite élastique de traction	*MPa*
σ	Constante de Stefan-Boltzmann	*J/K*
ρ	Résistivité électrique ou masse volumique	*Ω.m ou kg/m³*
μ_0	Perméabilité du vide	*H/m*
Ω	Vitesse de rotation	*rad/s*

Variables géométriques :

Nom	Description	Unité
E_e	Espace entre l'induit et la bobine HTC	*m*
E_{ecr}	Epaisseur des écrans supraconducteur	*m*
E_{cu}	Epaisseur de la culasse ferromagnétique	*m*
E_1	Epaisseur des bobines de l'induit	*m*

E_2	Epaisseur de la bobine HTC	*m*
E_3	Longueur du cryostat bobine HTC	*m*
E	Entrefer électromagnétique total	*m*
e_1	Epaisseur du support en G10	*m*
e_2	Epaisseur du cryostat de la bobine HTC	*m*
e_3	Vide cryostat de la bobine HTC	*m*
e_4	Epaisseur étanchéité du cryostat des écrans	*m*
e_5	Epaisseur cryostat des écrans	*m*
e_6	Vide cryostat écrans	*m*
e_7	Epaisseur étanchéité du cryostat des écrans	*m*
k_{cu}	Taux de remplissage d'une bobine de l'induit	-
N	Nombre de spire d'une bobine de l'induit	-
N_b	Nombre de bobine de l'induit	-
N_d	Nombre de « dent » du support des écrans HTC	-
P	Polarité de la machine	-
R_m	Rayon moyen de la machine	*m*
R_1	Rayon de la pastille supraconductrice	*m*
R_2	Rayon de la frontière fictive du modèle semi-analytique	*m*
R_3	Rayon intérieur de la bobine HTC	*m*
R_4	Rayon intérieur de la bobine HTC	*m*
R_5	Rayon limite du problème semi-analytique	*m*
R_6	Rayon extérieur de l'induit	*m*
R_7	Rayon intérieur de l'induit	*m*
R_{11}	Rayon intérieur cryostat bobine HTC	*m*
R_{12}	Rayon extérieur cryostat bobine HTC	*m*
R_{13}	Rayon de l'arbre	*m*
W_2	Largeur de la bobine HTC	*m*
W_1	Largeur des bobines de l'induit	*m*
α	Ouverture polaire	-