



HAL
open science

Modélisation multi-échelles des propriétés élastiques du composite argile-pailles de riz

Christian Enagnon Adadja

► **To cite this version:**

Christian Enagnon Adadja. Modélisation multi-échelles des propriétés élastiques du composite argile-pailles de riz. Mécanique des matériaux [physics.class-ph]. Université de Lorraine; Université d'Abomey-Calavi (Bénin), 2020. Français. NNT : 2020LORR0067 . tel-02958887

HAL Id: tel-02958887

<https://hal.univ-lorraine.fr/tel-02958887v1>

Submitted on 7 Jul 2021

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



AVERTISSEMENT

Ce document est le fruit d'un long travail approuvé par le jury de soutenance et mis à disposition de l'ensemble de la communauté universitaire élargie.

Il est soumis à la propriété intellectuelle de l'auteur. Ceci implique une obligation de citation et de référencement lors de l'utilisation de ce document.

D'autre part, toute contrefaçon, plagiat, reproduction illicite encourt une poursuite pénale.

Contact : ddoc-theses-contact@univ-lorraine.fr

LIENS

Code de la Propriété Intellectuelle. articles L 122. 4

Code de la Propriété Intellectuelle. articles L 335.2- L 335.10

http://www.cfcopies.com/V2/leg/leg_droi.php

<http://www.culture.gouv.fr/culture/infos-pratiques/droits/protection.htm>



Université d'Abomey-Calavi
École Doctorale des Sciences
de l'Ingénieur (EDSDI)



Université de Lorraine
École Doctorale Chimie Mécanique
Matériaux Physique (C2MP)

Thèse de Doctorat

MODELISATION MULTI-ECHELLES DES PROPRIETES ELASTIQUES DU COMPOSITE ARGILE-PAILLES DE RIZ

Présentée par

Christian Enagnon ADADJA

Le 16 Juillet 2020 pour l'obtention du

Doctorat délivré conjointement par l'Université d'Abomey-Calavi et
l'Université de Lorraine

Spécialités : Mécanique des Matériaux - Génie Civil

Jury

Rapporteurs

Comlan Aristide HOUNGAN

Maître de Conférences, Université Nationale des Sciences, Technologies,
Ingénierie et Mathématiques – Bénin

Yao KOUTSAWA

Chercheur (HDR), Luxembourg Institute of Science and Technology –
Luxembourg

Examineurs

Abdelouahab KHELIL

Professeur, Université de Lorraine – France

Antoine VIANOU

Professeur, Université d'Abomey-Calavi – Bénin

Victor GBAGUIDI

Maître de Conférences, Université d'Abomey-Calavi – Bénin

Directeurs de thèse

Hamid Zahrouni

Professeur, Université de Lorraine – France

Mohamed GIBIGAYE

Maître de Conférences, Université d'Abomey-Calavi – Bénin

Mahdia HATTAB

Professeur, Université de Lorraine – France

Laboratoire d'Énergétique et de Mécanique Appliquée (LEMA)

&

Laboratoire d'Etude des Microstructures et de Mécanique des Matériaux (LEM3)

Dédicace

<< A ma famille >>

Remerciements

Ce travail ne saurait être réalisé sans certaines personnes à travers leur soutien professionnel, morale ou amical. À travers ces quelques lignes je voudrais leur témoigner toute ma gratitude.

Cette thèse financée par le Ministère des Affaires Etrangères de la France à travers son Ambassade au Bénin, est le fruit d'une collaboration entre le Laboratoire d'Etude des Microstructures et de Mécanique des Matériaux (LEM3) de l'Université de Lorraine (UL) et le Laboratoire d'Énergétique et de Mécanique Appliquée (LEMA) de l'Université d'Abomey-Calavi (UAC).

Mes remerciements vont à l'endroit des professeurs Hamid ZAHROUNI, Mohamed GIBIGAYE et Mahdia HATTAB, mes directeurs de thèse pour leur encadrement efficace.

J'exprime toute ma reconnaissance à mes rapporteurs : Comlan Aristide HOUNGAN et Yao KOUTSAWA, ainsi qu'aux membres du jury : Abdelouahab KHELIL, Antoine VIANOU et Victor GBAGUIDI pour l'intérêt qu'ils ont pu porter à ces travaux de recherche.

J'adresse mes remerciements aux membres du comité de suivi de cette thèse : Abdelouahab KHELIL, professeur à l'UL, Valéry DOKO, enseignant chercheur à l'UAC pour avoir accepté suivre ce travail durant les trois années de recherche.

Je voudrais remercier également le professeur André LECOMTE pour son aide dans certains de mes essais à l'IUT Nancy-Brabois.

Je tenais à exprimer un remerciement particulier à Mohamad JRAD, Enseignant chercheur au LEM3 pour sa disponibilité lors de cette campagne expérimentale.

Je voudrais remercier l'ensemble du personnel du laboratoire LEM3 en particulier Arlette JACQUIERRE, Anne BLUM, Aurore HANSON.

Mes sincères remerciements au professeur Antoine VIANOU, directeur de l'ED Sciences de l'ingénieur et au professeur Dominique DALOZ, directeur de l'ED C2MP.

Remerciements

Je remercie les docteurs Clément A. LABINTAN, Ahmed EL-MOUMEN, Gildas GODONOU, Edem CHABI et Crespin Yabi pour tout le soutien.

Je profite aussi de cette occasion pour rendre hommage à mes collègues amis doctorants Raoul, Joël, Mariette, Angelo, Reine. Je ne saurai oublier remercier Emmanuel, Kassir et Mimoune qui ont contribué considérablement à l'aboutissement de ce travail.

A Jean-Claude et Anne-Marie HEMERYCK je dis un grand merci pour toute votre assistance.

Résumé

Avec l'évolution de l'humanité il est proposé des constructions modernes à base de matériaux conventionnels. Ceci n'est pas sans conséquence car de nos jours le secteur de la construction est le premier consommateur d'énergie et le deuxième émetteur de CO₂ dans le monde. Ceci a un impact significatif sur le climat de la planète. Il s'avère donc indispensable de nos jours de mettre au point des matériaux qui respectent au mieux l'environnement à travers leur faible pouvoir d'émission de gaz à effet de serre et qui consomment peu d'énergie. C'est dans cette démarche que s'inscrit le présent travail de recherche qui contribuera au développement des matériaux écologiques pour la construction. Il s'intéresse à l'étude des propriétés élastiques d'un composite à matrice argileuse, renforcé avec des pailles végétales de riz. Au regard des résultats obtenus, il est montré que ce matériau utilisé de façon traditionnelle en milieu rural possède des caractéristiques intéressantes, qui constituent des raisons de sa vulgarisation auprès des constructeurs.

Les essais expérimentaux en liaison avec l'étude microstructurale ont permis de mieux maîtriser non seulement la répartition des fibres dans la matrice, mais aussi de définir la formulation optimale du composite. La variation de la fraction volumique des pailles, nous permet de mettre en évidence l'influence des pailles sur le matériau terre. Les pailles jouent le rôle des armatures dans le matériau composite argile-pailles de riz (banco). Elles améliorent la résistance en traction et en compression jusqu'à un seuil de 25% de proportion volumique. Il est apparu que le module de Young baisse avec l'évolution de la fraction volumique et que sa plus grande valeur est obtenue lorsque la fraction volumique est de 25%.

La modélisation multi-échelle en vue de la prédiction du comportement élastique du composite banco a été réalisée dans ce travail, à travers les modèles analytiques de Mori-Tanaka, Hashin-Strikman, les bornes de Voigt et Reuss. Une étude numérique a été faite à l'aide du logiciel Digimat dont le module éléments finis FE et le module semi-analytique MF ont été utilisés. L'étude du comportement du matériau a été menée uniquement en

Résumé

élasticité. A l'aide de ces modèles, nous avons pu remonter aux propriétés intrinsèques des constituants du composite (les propriétés élastiques des pailles de riz et de la matrice argileuse, l'aspect ratio des pailles de riz, l'orientation géométrique des inclusions végétales, la fraction volumique des inclusions). Nous avons remarqué que les modèles de Mori-Tanaka et le modèle Digimat MF prédisent au mieux le comportement élastique du composite argile-pailles de riz.

Mot clés : banco, caractéristiques mécaniques, élasticité, modélisation micromécanique, étude numérique

Abstract

With the evolution of humanity, modern constructions are proposed based on conventional materials. This is not without consequence because today the construction sector is the largest consumer of energy and the second emitter of CO₂ in the world. This significantly impacts the climate of the planet. It is therefore essential today to develop materials that best respect the environment through their low greenhouse gas emission power and which consume little energy. This research is part of this process, which will contribute to the development of ecological materials for construction. We are interested in studying the elastic properties of a clay matrix composite, reinforced with vegetable rice straws. In view of the results obtained, it is shown that this material used in a traditional way in rural areas has interesting characteristics, which constitute reasons for its popularization with builders.

The experimental tests in conjunction with the microstructural study made it possible to better control not only the distribution of the fibres in the matrix, but also to define the optimal formulation. The variation in the volume fraction of straws allows us to highlight the influence of straws on the earth material. Straws play the role of reinforcements in the clay-rice straw composite material (banco). They improve the tensile and compressive strength up to a threshold of 25% by volume proportion. It appeared that the Young's modulus decreases with the evolution of the volume fraction and that its greatest value is obtained when the volume fraction is 25%.

Multi-scale modelling for the prediction of the elastic behaviour of the banco composite was carried out in this work, through the analytical models of Mori-Tanaka, Hashin-Strikman, the bounds of Voigt and Reuss. A numerical study was made using the Digimat software, of which the finite element module and the MF semi-analytical module were used. The study of the behaviour of the material was carried out only in elasticity. Using these models, we were able to go back to the intrinsic properties of the constituents of the composite (the elastic properties of rice straws and the clay matrix, the aspect ratio of rice straws, the geometric orientation of inclusions, the volume fraction of inclusions). We have

Abstract

noticed that the Mori-Tanaka models and the Digimat MF model best predict the elastic behaviour of the clay-rice straw composite.

Keywords: banco, mechanical characteristics, elasticity, micromechanical modelling, numerical study

Sommaire

Dédicace.....	i
Remerciements.....	iii
Résumé.....	v
Abstract.....	vii
Sommaire.....	ix
Liste des tableaux.....	xi
Liste des figures.....	xiii
Liste des annexes.....	xv
Introduction générale.....	1
Chapitre 1 : Généralités et Synthèse bibliographique.....	5
Chapitre 2 : Caractérisation physique et mécanique des constituants du composite.....	33
Chapitre 3 : Comportement physique et mécanique du composite.....	45
Chapitre 4 : Modélisation multi-échelles des propriétés élastiques du composite argile-pailles de riz.....	61
Chapitre 5 : Estimation des propriétés élastiques du composite argile-pailles de riz par les méthodes multi-échelles.....	85
Conclusion générale et perspectives.....	101
Références.....	103
Table des matières.....	115
Annexes.....	119

Liste des tableaux

Tableau 1 limites d'Atterberg du sol	36
Tableau 2 Masses volumiques	37
Tableau 3 : Composition granulaire.....	37
Tableau 4 : Propriétés physiques de la paille	40
Tableau 5 : Composition des différents mélanges en proportion volumique	48
Tableau 6 : Caractéristiques mécaniques optimales du banco	55
Tableau 7 : Mélange optimal du banco	55
Tableau 8 : Récapitulatif des propriétés élastiques des différentes phases.....	63
Tableau 9 : Présentation générale des données issues d'analyse d'images.....	67
Tableau 10 : Images obtenues par le tomographe	68
Tableau 11 : Extrait de données issues de l'analyse d'images	69
Tableau 12 : Rapports de forme, fractions volumiques et composantes du tenseur a_2	70
Tableau 13 : Données issues de l'analyse d'image N°1	87
Tableau 14 : Fractions volumiques, rapports de forme et composantes du tenseur a_2 pour le VER de $35 \times 35 \times 35 \text{ mm}^3$	87
Tableau 15 : Fraction volumique et le rapport de forme pour les différentes tailles du VER	88
Tableau 16 : Validation du code de calcul mathematica® pour l'homogénéisation	89
Tableau 17 : Module de Young et Coefficient de Poisson obtenus à partir des approximations de Mori-Tanaka et de Hashin-Strikman avec $r=2,11$ et $v_i= 25,05\%$ pour le VER $35 \times 35 \times 35 \text{ mm}^3$	89
Tableau 18 : Valeurs expérimentales des propriétés mécaniques de l'adobe rapportées dans la littérature qui sont utilisées pour une comparaison avec les valeurs E estimées à l'aide des techniques d'homogénéisation	91
Tableau 19 : Variation des propriétés élastiques par utilisation de Digimat MF.....	98

Liste des figures

Figure 1 : Répartition des impacts environnementaux entre les différentes composantes d'une construction [9].....	7
Figure 2 : Construction en adobe	9
Figure 3 : Variation du poids volumique sec en fonction de la teneur en eau lors d'une opération de compactage [57]	11
Figure 4 : Variation de la résistance en compression en fonction de la teneur en eau ([61])	12
Figure 5 : La taille et les constituants des échelles dans un matériau de construction, [80]	15
Figure 6 : Principe d'homogénéisation d'un matériau hétérogène [81].....	15
Figure 7 : Ordre de grandeur entre les hétérogénéités, le VER et la structure	16
Figure 8 : Illustration du principe des bornes de Voigt	21
Figure 9 : Illustration du principe des bornes Reuss.....	21
Figure 10 : Illustration du problème de l'inclusion	22
Figure 11 : Problème de l'inclusion d'Eshelby	23
Figure 12 : Problème de l'inclusion équivalente d'Eshelby	24
Figure 13 : Méthodologie de l'utilisation de l'approche numérique [81]	28
Figure 14 : Quelques exemples de microstructures virtuelles utilisées pour la simulation [110]	29
Figure 15 : Exemple de microstructure réelle [111].....	30
Figure 16: Exemple d'une microstructure périodique	30
Figure 17 : Variation des modules avec les conditions aux limites imposées en fonction du V [117]	31
Figure 18 : La terre argileuse	34
Figure 19 : Distribution granulométrique des particules.....	35
Figure 20 : Diagramme de plasticité (XP P 13-901)	36
Figure 21 : Texture triangulaire du sol	37
Figure 22 : Courbe Proctor	38
Figure 23 : Courbe contrainte déformation de la terre argileuse.....	39
Figure 24 : Pailles de riz	40
Figure 25 : Cinétique d'absorption d'eau par les pailles.....	40
Figure 26 : Courbe contrainte déformation en traction de la paille de riz	42
Figure 27 : Empilement des pailles dans une éprouvette cylindrique [124]	43
Figure 28 : Observation sous Microscope Optique (MO) des pailles de riz : (a) vue longitudinale ; (b) vue longitudinale ; (c) vue transversale de la paille de riz.....	44
Figure 29 : Matériel pour la confection des échantillons.....	47
Figure 30 : Influence de la proportion des pailles sur la masse volumique.....	49

Liste des figures

Figure 31 : Influence de la proportion de paille sur le retrait au séchage	49
Figure 32 : Dispositifs d'essais de flexion et de compression	51
Figure 33 : Courbe contrainte-déformation en compression des éprouvettes cylindriques.	52
Figure 34 : Courbe contrainte-déformation en compression des éprouvettes prismatiques	52
Figure 35 : Courbe contrainte-déformation en flexion 3 points des éprouvettes prismatiques	53
Figure 36 : Variation de la contrainte de compression et traction par fendage en fonction de la teneur en pailles des éprouvettes cylindriques	53
Figure 37 : Variation de la contrainte de compression et flexion 3 points en fonction de la teneur en paille des éprouvettes prismatiques.....	54
Figure 38 : Variation du module de Young E du composite banco en fonction de la fraction volumique des pailles de riz.....	56
Figure 39 : Etapes d'analyse d'image en vue de la détermination de l'orientation et la forme des particules de pailles	66
Figure 40 : Longueurs et largeurs analysées [151]	67
Figure 41 : Exemples d'orientation : (a) orientation aléatoire en 3D, (b) orientation aléatoire en 2D, (c) orientation alignée [117].....	71
Figure 42 : Détermination du tenseur de rigidité homogénéisé (bornes de Hashin-Strikman)	73
Figure 43 : Détermination du tenseur de rigidité homogénéisé (approche de Mori-Tanaka)	74
Figure 44 : Chargement considéré dans Digimat MF	77
Figure 45 : Courbe contrainte-déformation par Digimat MF.....	77
Figure 46 : Exemple de VER généré par Digimat FE.....	79
Figure 47 : Maillage du VER pour l'analyse EF avec Abaqus CAE.....	79
Figure 48 : Interface du processus de post-traitement dans Digimat FE.....	80
Figure 49 : Courbe contrainte déformation donnée par Digimat FE	81
Figure 50 : Microstructure obtenue après chargement.....	81
Figure 51 : Convergence du module de Young en fonction du nombre d'éléments finis pour différentes grilles de maillage	83
Figure 52 : Variation du rapport des valeurs de module de Young prédites analytiquement et expérimentalement en fonction de la fraction volumique du banco.	92
Figure 53 : Variation du module de Young du banco en fonction des fractions volumiques des pailles	93
Figure 54 : Corrélation linéaire entre la fraction volumique des pailles de riz et le module de Young	94
Figure 55 : Variation du rapport des valeurs de module de Young prédites analytiquement, numériquement et expérimentalement en fonction de la fraction volumique des pailles de riz.....	95
Figure 56 : Variation du module de Young du banco en fonction des fractions volumiques des pailles	97

Liste des annexes

Annexe 1.....	119
Annexe 2.....	120
Annexe 3.....	122
Annexe 4.....	127

Introduction générale

De nos jours, le monde est confronté à des difficultés liées aux changements climatiques dus aux émissions des gaz à effet de serre. Les réflexions menées par un groupe d'experts sur l'évolution du climat font état de ce que l'industrie, l'énergie, les transports et la construction sont majoritairement à la base des changements climatiques.

Cette conclusion a emmené les acteurs du secteur de l'environnement à prendre des résolutions dans ce sens lors du sommet de Rio de Janeiro sur l'environnement en 1992 [1]. Au cours de ce sommet, il a été prouvé que le secteur de la construction est celui qui consomme la plus grande quantité d'énergie dans le monde et qui émet la deuxième plus grande quantité de gaz à effet de serre après l'industrie. Pour réduire les impacts environnementaux il faut alors réfléchir à mettre au point des matériaux écologiques (respectueux de l'environnement). Un matériau écologique respecte les critères de diminution des gaz à effet de serre, améliore le confort thermique tout en garantissant la santé des utilisateurs et réduit le coût de la construction [7]. Tout ceci encourage aujourd'hui à travailler sur la mise au point des matériaux locaux de construction.

En répondant à cette problématique de réduction des impacts environnementaux, nous nous sommes proposés d'utiliser le matériaux terre dont le caractère réducteur de l'emprunt environnemental des bâtiments est connu [2]–[5] tout en améliorant leur confort thermique [4], [6]. La terre à elle seule présente des limites de résistance, surtout en traction. Ceci se manifeste sur les constructions en terre en milieu rural, par l'apparition de multiples fissures dans les murs. Dans le présent travail, l'influence de l'ajout des pailles de riz sur les propriétés élastiques du composite terre argile-pailles de riz est étudiée. En effet, aucune étude concrète d'optimisation des performances du matériau et de sa formulation n'est faite à nos jours. Ce matériau étant un matériau hétérogène, pour prédire son comportement ou optimiser ses caractéristiques mécaniques, des modèles prenant en compte les caractéristiques de la microstructure (propriétés de la terre argileuse, de la paille de Riz et de sa morphologie) sont les plus adéquats.

Il s'agit de développer des formulations plus performantes avec de nouveaux outils analytiques et numériques capables de calculer rapidement et aussi précisément que possible les propriétés effectives du matériau composite. L'objectif premier est d'utiliser des outils rapide, fiable et efficace comme simulateur de performance du matériau composite banco.

Les travaux de cette thèse, qui s'articulent autour de cinq chapitres, visent à mieux faire connaitre ce matériau composite pour contribuer à sa vulgarisation.

Le premier chapitre parle d'abord des différents types de construction en terre et décrit le matériau composite argile-pailles de riz ainsi que ses composants principaux : les pailles de riz et la terre argileuse. Les propriétés mécaniques de ses différents constituants et celles du composite sont ensuite mises en évidence. Une seconde partie rappelle le principe des approches classiques utilisées en homogénéisation analytique et numérique des matériaux hétérogènes. Ces méthodes permettent d'estimer les propriétés linéaires élastiques du composite.

Les matériaux étudiés dans ce travail et les techniques expérimentales sont présentés au **deuxième chapitre**. Le matériau banco (argile-pailles de riz) étant un composite, ce chapitre décrit les différents constituants du composite ainsi que les techniques de mesure des propriétés de chacune de ses phases. Dans une première partie, nous faisons une caractérisation physique des propriétés et suivra celle mécanique. Enfin, la distribution de l'orientation des pailles végétales au sein du composite est étudiée par tomographie à rayon X.

Le **troisième chapitre** présente le comportement physique et mécanique du composite banco. Nous présentons d'abord quelques propriétés physiques, et par la suite nous nous intéresserons aux comportements en compression et en traction tout en déterminant le module de Young du composite. Une étude de l'influence de l'incorporation des pailles sur les différentes caractéristiques mécaniques ainsi déterminées est faite.

Le **quatrième chapitre** présente dans un premier temps les méthodes analytiques de prédiction des propriétés élastiques d'un composite par les techniques d'homogénéisation. La détermination du VER et des paramètres d'homogénéisation dans le cadre analytique

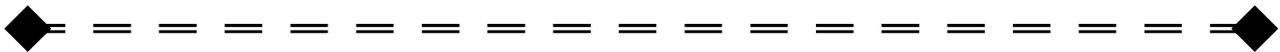
sont mis en évidence. Dans un second temps, les méthodes numériques d'estimation basées sur les méthodes semi-analytiques et la méthode des éléments finis ont été présentées. La génération des microstructures, le maillage, les conditions aux limites et le chargement sont évoqués.

Le **cinquième et dernier chapitre** présente l'estimation proprement dite et confronte les résultats des prédictions des propriétés élastiques du banco avec les données expérimentales obtenues dans ces travaux. Les approches expérimentales, théoriques et numériques sont alors utilisées pour investiguer quantitativement le rôle de la teneur en paille (jusqu'à 40%) sur l'élasticité du composite.

CHAPITRE

1

Généralités et synthèse bibliographique



Sommaire

1.1. Introduction.....	
1.2. Matériaux et construction durable.....	
1.3. La construction en terre.....	
1.4. Propriétés du banco.....	
1.5. Méthodologie multi-échelles d'homogénéisation des matériaux hétérogènes.....	
1.6. Synthèse.....	

1.1. Introduction

L'étude expérimentale et théorique des propriétés élastiques du composite argile-pailles de riz (Banco) requiert la connaissance des différents travaux effectués jusque-là. Une description claire et concise des propriétés des constituants du composite, les différentes techniques de prédiction du comportement élastique sont aussi abordées.

La paille de riz, issue de la récolte du riz est utilisée comme inclusion dans une matrice argileuse. Ce type de composite est utilisé comme matériaux de construction de façon traditionnelle mais délaissé à cause de la non-maitrise de ses propriétés.

Une grande variété de formulations de matériau terre renforcée par des pailles végétales existe, selon leur mode de mise en œuvre et les parties des ouvrages auxquels ils sont destinés. Par ailleurs, la caractérisation des pailles d'origine végétale utilisées généralement pour ces constructions n'a jamais fait l'objet de norme.

Dans ce chapitre, les travaux antérieurs sur le matériau et ses constituants seront présentés. Une partie présentera aussi les approches analytiques et numériques qui peuvent être utilisées pour l'estimation des propriétés élastiques.

1.2. Matériaux et construction durable

Les travaux du groupe d'experts intergouvernemental sur l'évolution du climat, recommandent aux décideurs du secteur de la construction de proposer des constructions à base de matériaux écologiques réduisant les impacts environnementaux.

Les facteurs influençant les impacts environnementaux d'un bâtiment sont : les matériaux de construction, la construction, l'usage, la maintenance et la démolition [7]. De nos jours, le constat au niveau des bâtiments fait état de ce que presque la totalité de leur consommation énergétique est liée à leur usage [8]. Pour réduire de façon significative les consommations énergétiques dans le bâtiment, les matériaux de construction auront une part importante comme le témoigne la Figure 1.

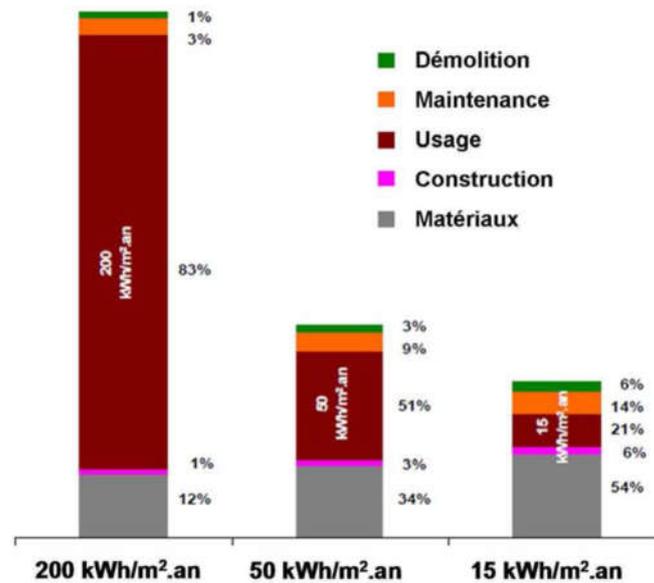


Figure 1 : Répartition des impacts environnementaux entre les différentes composantes d'une construction [9]

Au regard de tout ceci, il est à noter que le secteur du bâtiment est confronté à la résolution des problèmes liés à la consommation énergétique et des émissions de gaz à effet de serre en vue de répondre aux enjeux de développement durable comme directive des rencontres internationales sur la question notamment le sommet de la terre, le protocole de Kyoto et les différentes conventions [1], [10]–[14]. Il est alors important de promouvoir les matériaux écologiques. C'est dans ce contexte que nous nous proposons d'utiliser le matériau terre dont le caractère réducteur de l'emprunt environnemental des bâtiments est connu [2]–[5], [15]–[19]. En raison de ses avantages notamment son faible impact environnemental, ce matériau suscite des recherches permettant de maîtriser ses propriétés intrinsèques en vue de sa vulgarisation.

1.3. La construction en terre

Depuis l'avènement de l'humanité, le matériau terre reste le matériau de construction le plus utilisé [20]. En considérant ses avantages, plusieurs modes d'utilisation de la terre existent en fonction des facteurs climatiques, de la tradition et des formes de construction de la région locale. On distingue entre autre, le pisé, l'adobe (banco), le torchis, les blocs de terre comprimés et la bauge [18]. Dans le cadre de notre travail, l'adobe (banco) est le matériau qui fait l'objet de notre étude.

1.3.1. L'adobe (Banco)

L'adobe est de l'argile qui, mélangée à de l'eau et à une faible quantité de paille hachée ou d'une autre fibre, peut être façonnée en briques séchées au soleil.

Par extension, l'adobe (ou banco) est la brique de terre crue, séchée au soleil, et utilisée comme matériau de construction. Ces briques sont obtenues à partir d'un mélange d'argile, d'eau et de la paille. Elle est façonnée à la main ou dans un moule en bois à l'état plastique et séchée à l'air libre.

Il s'agit d'un des premiers matériaux de construction : les premières villes connues étaient construites en briques de terre crue. Ce matériau est encore l'un des plus utilisés au monde. Costi de Castrillo et al. [21], suggèrent que la teneur en argile/limon pour la production d'adobe devrait être comprise entre 5 et 70%. Dao et al. [22], ont utilisé un sol composé de 4.7% de sable grossier, 37.9% de sable fin (20-200 μm), 22.7% de limon (2-20 μm) et 29.9% d'argile (<2 μm). Mrema et le CNERTP [23], [24] recommandent pour l'adobe un pourcentage de particule fine d'au moins 35% et un indice de plasticité de 12,5 à 29. Dao et al. [22] rapportent une masse volumique de 1780 kg/m^3 , une résistance en compression supérieure à 2,5 MPa et de 1 MPa en flexion.

Les briques d'adobe sont coulées dans un cadre ouvert (Figure 2), les dimensions varient en fonction de l'usage [21]. L'adobe sert aussi à remplir des tubes de textile (colombin d'adobe) qui, tassés sur place et réunis verticalement par des piquets, permettent de monter des murs et de supporter une charpente [25]–[27]. Plusieurs mosquées ou d'autres infrastructures communautaires d'Afrique occidentale sont réalisées en adobe et on peut citer entre autre la grande mosquée de Djenné au Mali [28], les greniers de stockage de céréales dans le nord Bénin [29], [30].



Figure 2 : Construction en adobe

La composition de l'adobe (banco), la disponibilité de la terre argileuse, des pailles et sa structure lui confèrent des propriétés mécaniques qui font de ce matériau l'un des plus utilisés dans le monde. Ce matériau faisant l'objet de cette étude, nous allons présenter un état de l'art sur sa composition, sa mise en œuvre et ses propriétés.

1.3.1.1. La terre argileuse

La terre argileuse est le constituant de base de l'adobe (banco). Bien que souvent le banco est confectionné traditionnellement, plusieurs auteurs ont identifié les terres destinées à ce type de matériau sur la base d'essais d'identifications.

L'analyse granulométrique est un essai très important pour l'utilisation de la terre. Plusieurs auteurs [17], [18], [21], [23], [25], [29], trouvent que le sol pouvant servir à l'adobe doit avoir environ 35 à 65% de particule fine (limon+argile).

L'argile présente dans le banco joue le rôle de liant pour les autres constituants (le sable et les pailles) et apporte une certaine cohésion. La teneur en eau initiale et la plasticité sont très importantes pour le banco [23]. Si la teneur en eau est très faible, la liaison entre les particules de la terre argileuse n'est pas garantie [31], [32]. Si la quantité d'argile est très importante cela peut avoir comme impact les fissurations dues au retrait après séchage.

L'indice de plasticité qui est une caractéristique de la plasticité de la terre doit être compris entre 12,5 et 29 pour assurer une certaine homogénéité au sein du matériau [23], [24]. Fort de tout ceci, Houben et al. [18] proposent une teneur en eau comprise entre 15 et 30% pour la confection du matériau adobe (banco) en fonction du type d'argile.

1.3.1.2. La paille

L'utilisation des pailles végétales dans la construction en terre en tant que renfort est très avantageuse. Après les récoltes des céréales, les tiges ligneuses appelées pailles sont délaissées dans la nature. Des chercheurs ont alors beaucoup travaillé sur sa valorisation notamment dans les constructions. Les pailles sont disponibles à faible coût [33]–[35], leur incorporation dans la terre permet la réduction des impacts environnementaux car étant renouvelable et neutre [35]–[39]. Face à la pénurie des matières premières et dans le but de répondre à la problématique des changements climatiques et de développement durable, leur utilisation connaît un regain d'intérêt.

L'ajout des pailles à la terre améliore ses propriétés physiques, mécaniques et thermiques. Elles lui confèrent une certaine ductilité [32], [40]–[43]. La paille permet d'empêcher les fissures, baisse la masse volumique qui est intéressante pour les structures à base de ce type de matériau et accélère son séchage [19], [44]–[48]. Il a été constaté également que l'isolation thermique et acoustique, les résistances mécaniques des bétons de terre renforcé de paille sont améliorées.

Des études ont été faites pour connaître les propriétés des pailles. O'Dogherty, Pullen et al. [49] [50] ont trouvé que les résistances à la traction et au cisaillement de plusieurs variétés de paille étaient comprises respectivement entre 21,2 et 31,2 MPa, et 4,91 à 7,25 MPa. Quant au module d'élasticité longitudinal il est compris entre 4,77 et 6,5 GPa. Tavakoli et al. [51] ont trouvé que la résistance à la flexion donne des valeurs comprises entre 8,93 et 7,46 MPa, le module de Young se trouve entre 0.35 et 1.25 GPa.

Piattoni et al. [52] ont trouvé que le module de Young en compression des pailles de riz doit être celle à prendre en compte dans les méthodes de prédiction des propriétés élastiques des bétons de terre renforcés de pailles. Cette valeur est comprise entre 17 et 20 MPa, déterminée par la procédure dite de minimisation d'erreur quadratique par rapport à la valeur de Hill [52]. La valeur du coefficient de Poisson de la paille recensée et qui concorde bien d'ailleurs dans ces différents travaux est de 0,3 [49], [51], [53], [54][55].

1.4. Propriétés du banco

1.4.1. Poids volumique

Il représente le rapport de la masse sur le volume d'un sol mesuré à l'état sec [56] et dépend de plusieurs variables physiques: la densité des particules de sol, la granularité, la teneur en eau, la méthode de compactage et la contrainte de compactage. Il faut noter que les propriétés de la terre comprimée sont plus influencées par la teneur en eau [57]. Les sols montrent presque la même relation entre la teneur en eau et la densité sèche lorsqu'ils sont soumis à une contrainte de compactage donnée (Figure 3).

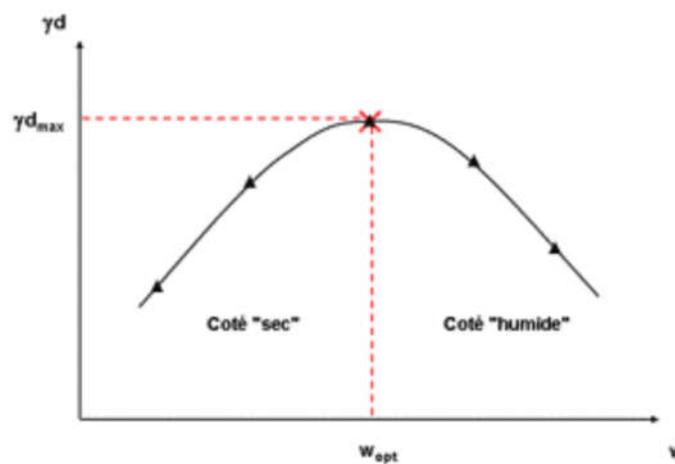


Figure 3 : Variation du poids volumique sec en fonction de la teneur en eau lors d'une opération de compactage [57]

1.4.2. Résistance à la compression

La résistance à la compression est l'un des paramètres essentiels du banco (adobe) en vue du dimensionnement des structures. En fonction de la résistance, on définira l'épaisseur du mur en banco.

Des auteurs ont prouvé que la résistance à la compression augmente en fonction de la masse volumique de la terre argileuse [26], [58], [59]. Mais il a été également prouvé que pour des mesures faites sur des éprouvettes d'adobe, les plus denses n'ont pas

systématiquement les meilleures résistances à la compression [60]. Il faut donc en déduire que d'autres paramètres influencent la résistance en compression des matériaux en terre.

La terre se transforme en un matériau plastique lorsqu'on y ajoute une quantité d'eau donnée. Des auteurs ont trouvé que la résistance en compression chute avec l'augmentation de la teneur en eau [18], [25]. Cela peut s'expliquer par le fait que lorsque la teneur en eau augmente, le coefficient de frottement interne du matériau diminue.

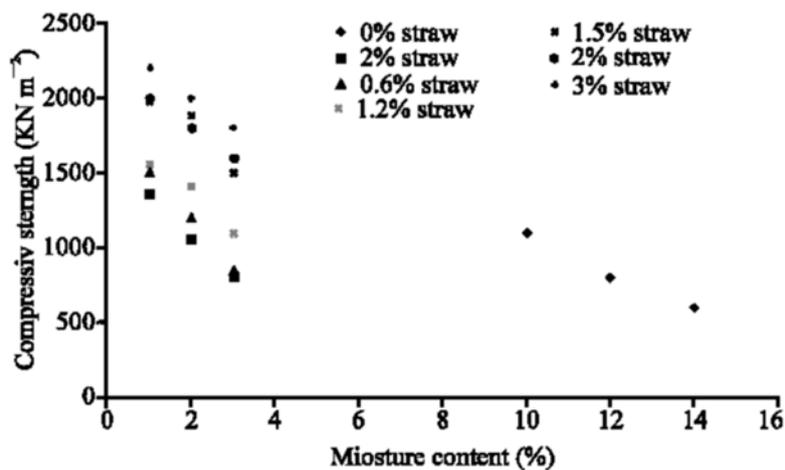


Figure 4 : Variation de la résistance en compression en fonction de la teneur en eau ([61])

1.4.2.1. Quelques mesures de résistance à la compression recensées

De façon unanime dans la littérature, le manque de norme sur les adobes a été évoqué. L'évaluation des performances mécaniques des adobes se fait en utilisant l'essai normalisé qui permet de déterminer la résistance à la compression des sols cohérents [32][6], [52]. Mais ces recommandations n'examinent pas l'adobe dans un contexte d'utilisation dans les constructions mais dans le cadre de la géo-mécanique.

Certains pays et Etats ont élaboré des documents de références spécifiques qui normalisent au mieux les résistances admissibles en ce qui concerne l'adobe [62]–[64]. Mais tous les pays n'acceptent pas encore ces normes et aussi elles sont discutables en ce sens de l'hétérogénéité du matériau terre et du fait que chaque région a ses techniques de production.

La mesure du module d'élasticité des éprouvettes doit se faire en mesurant la déformation au milieu des échantillons pour prévenir les effets de bord [65].

La résistance à la compression (f_{bc}) est calculée pour les éprouvettes prismatiques comme [66] :

$$f_{bc} = \frac{P}{A} \quad (1)$$

Avec P la charge maximale exercée et A la section transversale de l'échantillon. En ce qui concerne les cylindres ils sont calculés par [67] :

$$f_{bc} = \frac{P}{A_c}; \quad A_c = \frac{A}{(1-\varepsilon_c)} \quad (2)$$

La section transversale (A_c) utilisée dans l'estimation de la contrainte de compression à une étape de déformation est corrigée. Dans cette équation, A est la section d'origine de l'échantillon et ε_c est la déformation axiale à l'étape de déformation. La correction tient compte des importantes déformations latérales générées par le chargement. La grande variété de formes et de tailles d'échantillons testées conduit à s'interroger sur les effets de la géométrie sur les résultats obtenus. Cependant, dans la pratique, les effets de retenue sont généralement négligés et la résistance moyenne à la compression est simplement exprimée après une analyse statistique des résultats. Par conséquent, la comparaison directe des résultats obtenus par différents chercheurs n'est pas toujours possible.

Plusieurs valeurs ont été recensées dans la littérature et varient de 0,6 à 8,3 MPa, avec des valeurs courantes comprises entre 0,8 et 3,5 MPa suivant les formulations [58], [65], [29], [68], [69], [70]. Dans certains documents, la résistance minimale de l'utilisation de l'adobe a été fixée à 1,2 MPa [63].

1.4.3. Résistance à la traction

Selon plusieurs auteurs [21], [32], [71], cette résistance est très faible et dépend principalement de la proportion de paille et du type de sol. En effet, les calculs des structures en terre sont souvent fait de façon à ce qu'elle ne travaille qu'en compression [18], [27], [68]. On retrouve dans la littérature des valeurs de l'ordre de 0,1 à 0,5 MPa [72]–[76].

En ce qui concerne la résistance à la traction, il n'y a pas d'exigence réglementaire mais des efforts ont été faits dans certains pays comme la Nouvelle Zélande qui impose que la résistance à la traction soit d'au moins 0,25 MPa [77].

1.4.4. Propriétés élastiques du banco

Les propriétés élastiques du banco à savoir le module de Young et le coefficient de poisson sont difficile à mesurer et nécessitent des dispositions particulières. Dans la littérature la liste de ces travaux n'est pas exhaustive. Lenci et al. rapportent que le module de Young varie de 59 à 71 MPa en fonction des fractions volumiques de pailles végétales [52]. Quant à Parisi et al. [48], ils ont constaté que le module de Young varie de 41 à 299 MPa. Pour Achenza et al. le module de Young varie de 60 à 193 MPa[2].

En ce qui concerne le coefficient de Poisson, on retrouve également dans la littérature des valeurs concordantes sur une variation allant de 0,2 à 0,3 [44], [48], [52], [58], [78].

De manière générale, pour mieux comprendre les différents intervenants dans le comportement de la terre renforcée par des inclusions végétales nous devons utiliser des méthodes mettant en lien les différentes échelles caractéristiques de ce type de matériau. Dans la suite, nous allons essayer d'aborder l'aspect multi-échelles de ces matériaux ainsi que son influence sur le comportement global du matériau.

1.5. Méthodologie multi-échelles d'homogénéisation des matériaux hétérogènes

Les matériaux hétérogènes ont un comportement complexe qui nécessite de prendre en compte les échelles des hétérogénéités. Une microstructure d'un matériau hétérogène peut être étudiée à l'échelle macroscopique où le comportement est homogène, soit à l'échelle microscopique où le comportement est hétérogène et à une échelle intermédiaire entre les deux premières qui est dite mésoscopique où le comportement est hétérogène [79].

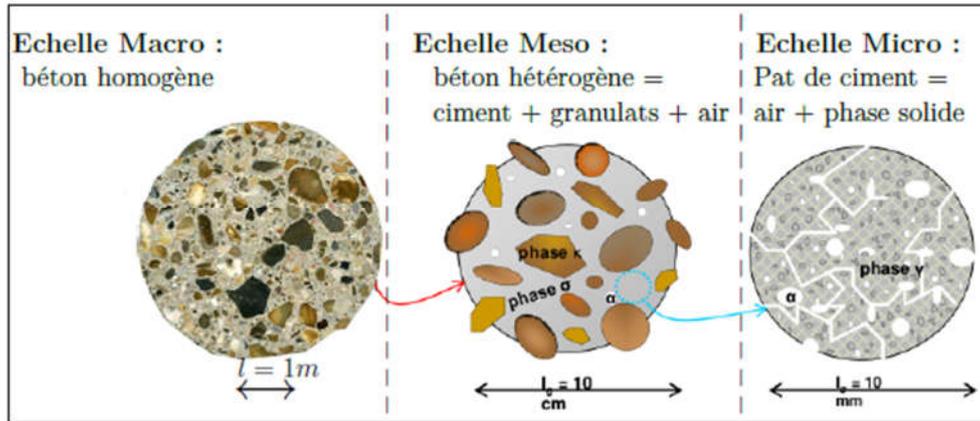


Figure 5 : La taille et les constituants des échelles dans un matériau de construction, [80]

La Figure 5 montre dans le cas d'un béton les différents constituants en fonction de chaque échelle. Pour passer d'une échelle à une autre, nous faisons recours au processus d'homogénéisation.

En effet, l'homogénéisation est une technique qui consiste à déterminer les propriétés effectives d'un matériau hétérogène en prenant en compte les comportements de ses différents constituants élémentaires. Les méthodes multi-échelles ont la particularité de prendre en compte les phénomènes à des échelles plus fines (la microstructure) en liaison avec ceux à l'échelle plus grande (celle du matériau). Ces méthodes permettent de résoudre aussi bien des problèmes tels que l'élasticité linéaire, la plasticité, la visco-plasticité, l'électromagnétisme, la conduction thermique, etc.

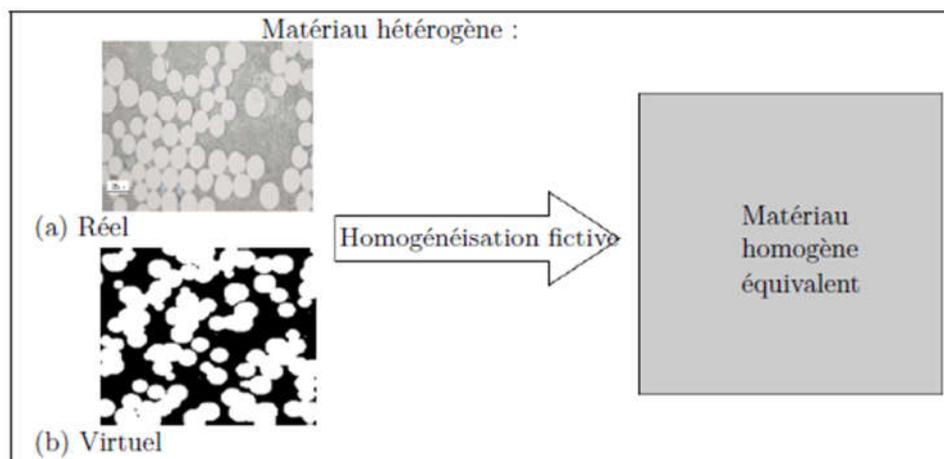


Figure 6 : Principe d'homogénéisation d'un matériau hétérogène [81]

Les études d'homogénéisation ont commencé par les travaux de Voigt [82], suivi par ceux de Reuss (1929) [83], et le modèle de Taylor [84]. Eshelby [85] portera son attention sur les inclusions ellipsoïdales. Par la suite, Hill [86], [87] a rendu formelle la thématique de la micromécanique. Les avancées dans l'estimation des propriétés des matériaux hétérogènes ont été possibles grâce aux travaux de Kröner [88], Hashin et Shtrikman [89], [90], Hill [86], [87], Mori et Tanaka [91], parmi tant d'autres. Ces dernières années, il a été introduit les méthodes numériques, afin de mieux estimer le comportement effectif des matériaux.

1.5.1. Méthodologie de l'homogénéisation

L'approche d'homogénéisation a pour but de réduire la taille de la microstructure à un élément de volume représentatif appelé VER. En effet, si d représente la taille à l'échelle microscopique et L celle macroscopique considérée, alors la taille l du VER se retient suivant les conditions suivantes :

- $l \ll L$: c'est la condition classique qui permet de traiter la structure comme un milieu continu
- $d \ll l$: c'est la condition nécessaire pour que l'on puisse caractériser le comportement du volume élémentaire représentatif par une loi homogène

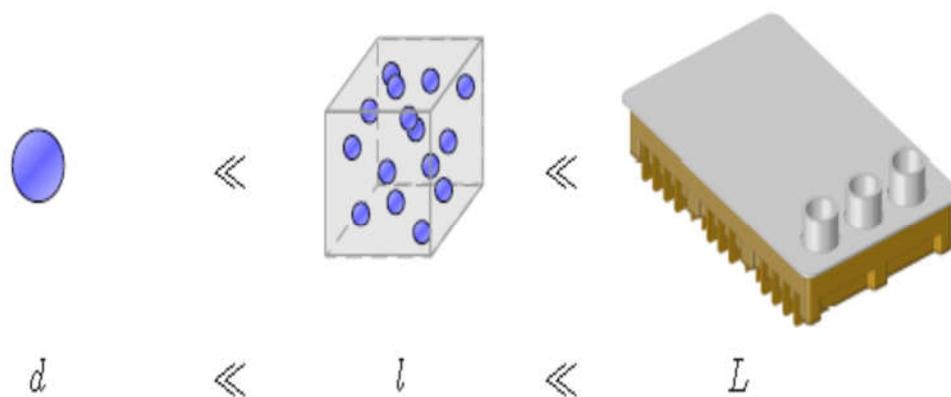


Figure 7 : Ordre de grandeur entre les hétérogénéités, le VER et la structure

D'après Bornert [92], Zaoui [93], Nemat-Nasser et al. [94], la méthodologie de détermination des propriétés effectives d'un matériau hétérogène est la suivante : La première étape qui est celle de représentation qui consiste en la définition des phases, la description de leur répartition spatiale et de leur comportement mécanique. Ensuite, nous

avons la localisation qui est la modélisation mécanique, la détermination des relations entre champs locaux et grandeurs macroscopiques. La dernière étape est celle de l'homogénéisation proprement dite qui est l'opération de moyenne et la détermination du comportement effectif.

1.5.2. Notion du Volume Élémentaire Représentatif (VER)

La description d'un matériau doit être suffisamment riche et réaliste pour estimer correctement les comportements macroscopiques. Pour cela, on cherche la taille et la description géométrique suffisantes de la microstructure représentative pour la propriété que l'on souhaite estimer. Il s'agit ici du Volume Élémentaire Représentatif (VER) par lequel se détermine les propriétés effectives des matériaux hétérogènes. La connaissance de la taille du VER représente un élément incontournable pour la détermination des propriétés effectives. Cette taille dépend de la nature et des constituants du matériau.

Plusieurs définitions ont été proposées pour le concept du VER dans la littérature. Pour Sab [95] le VER est un volume suffisamment grand pour que la détermination des propriétés effectives à partir de ce volume ne dépende pas du type de conditions aux limites utilisées. Terada et al. [96] démontreront plus tard que le VER est un volume cubique suffisamment grand par rapport à la microstructure et suffisamment petit par rapport à l'échelle macroscopique. Quant à Evesque [97], il trouvera qu'il doit être assez grand par rapport à la taille des grains afin de définir les quantités globales telles que la contrainte ou la déformation, mais cette dimension devrait être également assez petite pour ne pas cacher l'hétérogénéité macroscopique. Une définition purement numérique a été donnée par Kanit et al. [98] en disant que le VER est lié aux paramètres morphologiques, mécaniques et statistique de la microstructure. Toutes ces définitions sont recensées dans l'étude de Gitman et al. [99] sur le VER.

Il faut retenir que le VER doit contenir un grand nombre d'hétérogénéités mais doit être également très petit devant la structure macroscopique.

Dans la suite, nous allons présenter les différents travaux recensés dans la littérature sur les approches d'homogénéisation notamment analytique et numérique.

1.5.3. Homogénéisation analytique

Les méthodes analytiques ont été proposées pour permettre de déterminer des bornes mais aussi des estimations du comportement effectif des matériaux à l'aide d'une connaissance partielle de la microstructure. Tous les modèles micromécaniques utilisent pratiquement les mêmes hypothèses de base qui sont [100] :

- les inclusions et la matrice sont linéairement élastiques et isotropes,
- les inclusions sont axisymétriques : leurs formes et leurs tailles sont identiques et sont caractérisées par leur rapport de forme $r=L/D$, où L correspond à la longueur des inclusions et D est leur diamètre.
- l'adhésion inclusion-matrice est parfaite à leur interface et le reste tout au long de la déformation.

Certains modèles analytiques donnent des bornes qui encadrent les propriétés effectives alors que d'autres fournissent une estimation de ces propriétés. Modéliser un matériau hétérogène par homogénéisation, consiste donc à estimer ou à encadrer ses propriétés effectives. Les paragraphes qui suivent présentent les approches théoriques qui peuvent être utilisées pour une estimation des caractéristiques mécaniques du composite. Une approche expérimentale est préalablement nécessaire pour identifier les propriétés des constituants. Ce composite étudié est supposé constitué d'une matrice notée **m**, et d'inclusions ou charges notées **i**. C'est ensuite la fraction volumique et l'orientation des inclusions au sein du matériau qui servent de données d'entrée aux différents modèles d'homogénéisation employés.

1.5.3.1. Notions élémentaires de la micromécanique

En élasticité linéaire, les relations entre contrainte σ et déformation ε et inversement sont données par :

$$\begin{cases} \sigma = C\varepsilon \\ \varepsilon = S\sigma \end{cases} \quad \text{ou} \quad \begin{cases} \sigma_{ij} = C_{ijkl} \varepsilon_{kl} \\ \varepsilon_{ij} = S_{ijkl} \sigma_{kl} \end{cases} \quad (3)$$

où C est le tenseur des rigidités élastiques (ordre 4) et S est le tenseur des souplesses élastiques (ordre 4). Il s'en suit que les lois de Hooke de l'inclusion et de la matrice s'écrivent respectivement :

$$\sigma_m = C_m \varepsilon_m \quad \sigma_i = C_i \varepsilon_i \quad (4)$$

Considérons un volume V suffisamment grand pour contenir de nombreuses inclusions, la contrainte et la déformation moyennes s'obtiennent par :

$$\langle \sigma \rangle_V = \frac{1}{V} \int_V \sigma(x) dV ; \langle \varepsilon \rangle_V = \frac{1}{V} \int_V \varepsilon(x) dV \quad (5)$$

où x représente le vecteur position, $\sigma(x)$ et $\varepsilon(x)$ étant respectivement la contrainte et la déformation à cette position. Les équations (5) sont aussi valables pour les phases inclusions ou matrice du composite. La contrainte moyenne $\langle \sigma \rangle_{V_i}$ et la déformation moyenne $\langle \varepsilon \rangle_{V_i}$ des inclusions sont :

$$\langle \sigma \rangle_{V_i} = \frac{1}{V_i} \int_{V_i} \sigma(x) dV \quad \text{et} \quad \langle \varepsilon \rangle_{V_i} = \frac{1}{V_i} \int_{V_i} \varepsilon(x) dV \quad (6)$$

et celles de la matrice s'expriment par :

$$\langle \sigma \rangle_{V_m} = \frac{1}{V_m} \int_{V_m} \sigma(x) dV \quad \text{et} \quad \langle \varepsilon \rangle_{V_m} = \frac{1}{V_m} \int_{V_m} \varepsilon(x) dV \quad (7)$$

où V_i et V_m sont respectivement les volumes des inclusions et de la matrice. Par suite, $V = V_i + V_m$. Les équations (5), (6) et (7) conduisent à :

$$\langle \sigma \rangle = \frac{1}{V} \int_V \sigma(x) dV = \frac{1}{V} \int_{V_i} \sigma(x) dV + \frac{1}{V} \int_{V_m} \sigma(x) dV = \frac{V_i}{V} \langle \sigma \rangle_{V_i} + \frac{V_m}{V} \langle \sigma \rangle_{V_m} \quad (8)$$

où encore :

$$\langle \sigma \rangle = V_i \langle \sigma \rangle_{V_i} + V_m \langle \sigma \rangle_{V_m} \quad (9)$$

Il convient de noter que $v_i = V_i/V$, est la fraction volumique des inclusions et $v_m = V_m/V$, la fraction volumique de la matrice. Par similarité, la déformation moyenne s'obtient par :

$$\langle \varepsilon \rangle = v_i \langle \varepsilon \rangle_{v_i} + v_m \langle \varepsilon \rangle_{v_m} \quad (10)$$

Par suite, on montre à partir des relations de l'élasticité linéaire pour les contraintes et les déformations moyennes que :

$$\langle \sigma \rangle = C : \langle \varepsilon \rangle \quad \text{ou} \quad \langle \varepsilon \rangle = S : \langle \sigma \rangle \quad \text{et par conséquent} \quad S = C^{-1} \quad (11)$$

Dans le but d'exprimer la déformation (ou la contrainte) des inclusions en fonction de celle du composite, Hill [86] introduit deux tenseurs de concentration des déformations A et B pour la concentration des contraintes. On a :

$$\langle \varepsilon \rangle_{v_i} = A : \langle \varepsilon \rangle \text{ et } \langle \sigma \rangle_{v_i} = B : \langle \sigma \rangle \quad (12)$$

Le tenseur de localisation des déformations \hat{A} permet de relier les déformations des inclusions à celle de la matrice :

$$\langle \varepsilon \rangle_{v_i} = \hat{A} : \langle \varepsilon \rangle_{v_m} \quad (13)$$

A travers les équations précédentes nous pouvons écrire que :

$$A = \hat{A} : [(1-v_i)\delta + v_i\hat{A}]^{-1} \quad (14)$$

Le tenseur des rigidités peut s'écrire alors :

$$C = C_m + v_i(C_i - C_m) : A \quad (15)$$

et celui du tenseur des souplesses s'écrit :

$$S = S_m + v_i(S_i - S_m) : B \quad (16)$$

1.5.3.2. Bornes de Voigt et Reuss

Ces deux modèles sont certainement les plus simples de la micromécanique. Ils permettent l'estimation avec très peu d'informations microstructurales. Seules les fractions volumiques et les tenseurs de rigidités de chaque phase sont à connaître. Ce type de modélisation ne considère pas la forme, la répartition spatiale et l'orientation des inclusions. Ces deux modèles complémentaires fournissent un encadrement des propriétés mécaniques du matériau composite, d'où le nom de bornes.

- Borne de Voigt

L'hypothèse de l'approximation de Voigt est que les inclusions et la matrice subissent la même déformation uniforme (problème mécanique) ou le même "gradient" uniforme (problème thermique) (Figure 8).

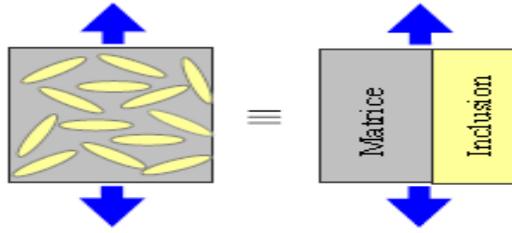


Figure 8 : Illustration du principe des bornes de Voigt

Le tenseur des rigidités élastiques de Voigt C^{Voigt} est :

$$C = C^{voigt} = C_m + v_i(C_i - C_m) = v_i C_i + v_m C_m \quad (17)$$

- Borne de Reuss

Le modèle de Reuss est le conjugué de celui de Voigt. Cette borne considère la contrainte comme constante en lieu et place de la déformation. L'approximation de Reuss suppose que les inclusions et la matrice subissent la même contrainte uniforme (problème mécanique) ou le même flux uniforme (problème thermique) (Figure 9)

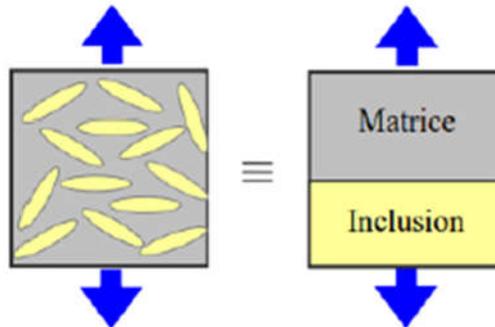


Figure 9 : Illustration du principe des bornes Reuss

Le tenseur des souplesses élastiques de Reuss S^{Reuss} est :

$$S = S^{Reuss} = S_m + v_i(S_i - S_m) = v_i S_i + v_m S_m \quad (18)$$

Dans l'équation (17) C_i et C_m représentent les tenseurs des rigidités élastiques de l'inclusion et de la matrice, S_i et S_m sont les tenseurs des souplesses élastiques de l'inclusion et de la matrice au niveau de l'équation (18).

1.5.3.3. Méthode d'Eshelby

La méthode d'Eshelby constitue la base de plusieurs modèles micromécaniques. Son principe repose sur la résolution d'une configuration élémentaire, à savoir une inclusion dans un

premier temps puis une hétérogénéité plongée dans un milieu appelé matrice. Cette méthode peut alors se décomposer en trois mouvements. Le premier, pour lequel l'inclusion est plongée dans la matrice. Une inclusion est définie par le fait qu'elle possède des caractéristiques mécaniques identiques à la matrice. Pour le deuxième mouvement, il s'agira cette fois-ci d'une hétérogénéité plongée dans la matrice. Contrairement au cas précédent, l'hétérogénéité possède des caractéristiques mécaniques différentes de celles de la matrice. La dernière étape consistera à étendre le cas précédent aux composites, c'est-à-dire où la matrice contient plusieurs hétérogénéités. Seul le cas où la matrice et les hétérogénéités possèdent un comportement purement élastique est considéré.

- Problème d'inclusion

Il s'agit du premier volet de la méthode d'Eshelby. L'inclusion Ω subit une déformation qualifiée de libre de contrainte (Figure 10). Cette déformation \mathbf{e}^* est appelée ainsi car elle ne provoquerait pas de contrainte si elle était appliquée au même matériau, pris séparément de son milieu de référence \mathbf{D} . Mais dans le milieu de référence, la matrice gêne cette perturbation qu'est \mathbf{e}^* ; et induit en l'occurrence un champ de contrainte et de déformation en tout point du domaine \mathbf{D} . C'est précisément la détermination de l'expression de ces champs qui sera l'objet de cette partie. Pour mener à bien cette tâche, deux méthodes sont proposées, l'une analytique et l'autre plus physique basée sur une suite logique d'évènements.

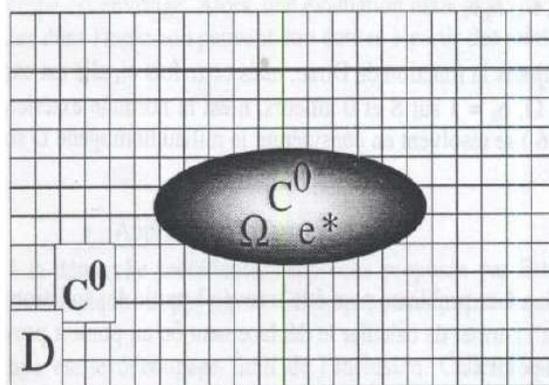


Figure 10 : Illustration du problème de l'inclusion

- Approche intuitive

L'approche proposée par Eshelby est basée sur une suite d'évènements logiques et physiques. Elle repose sur quatre étapes schématisées sur la (Figure 11) :

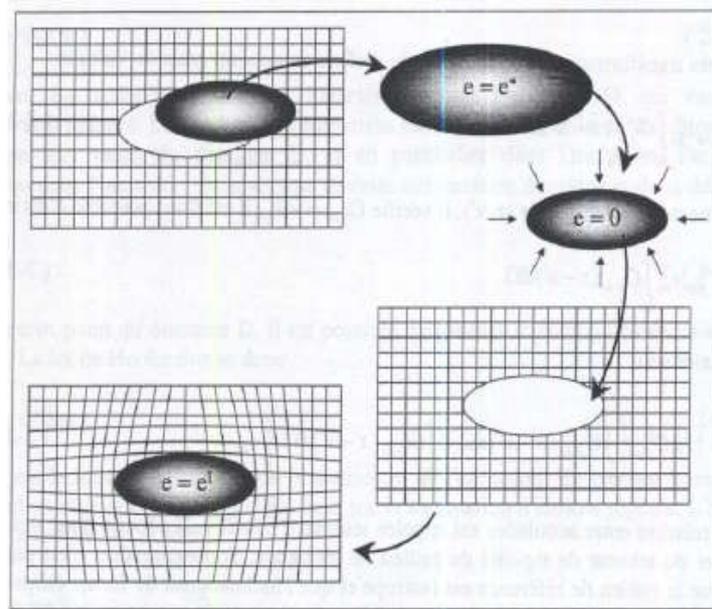


Figure 11 : Problème de l'inclusion d'Eshelby

La première étape est le découpage fictif de l'inclusion. Celle-ci est sortie de son milieu de référence. La deuxième étape est l'application d'une déformation libre de contrainte e^* à cette inclusion. La troisième étape consiste à replacer l'inclusion dans son milieu de référence. Pour ce faire, il faut appliquer à celle-ci une force permettant de lui redonner sa taille initiale.

La dernière étape est le relâchement de cette force une fois que l'inclusion est replacée dans son milieu initial. Il se crée alors un champ de déformation dans le milieu et dans l'inclusion.

- Méthode de l'inclusion équivalente

Pour la méthode de l'inclusion équivalente, et contrairement au cas précédent, l'inclusion possède des caractéristiques mécaniques différentes de ceux du milieu de référence. Alors, l'inclusion sera appelée hétérogénéité. En d'autres termes, une hétérogénéité élastique de module C_i est noyée dans une matrice de modules élastiques C_m . Si l'inclusion est libre de contrainte, elle subit une transformation de déformation homogène et uniforme ε^t (Figure 11). Finalement, l'intensité de déformation de l'inclusion au sein de la matrice vaut $\varepsilon^c(x)$.

Ainsi, la contrainte dans la matrice $\sigma_m(x)$ est donnée par :

$$\sigma_m(x) = C_m : \varepsilon^c(x) \quad (19)$$

et celle de l'inclusion σ_i :

$$\sigma_i = C_m : (\varepsilon^c - \varepsilon^t) \quad (20)$$

Eshelby [101] a montré que la relation entre ε_c et ε_t s'écrit :

$$\varepsilon^c = E : \varepsilon^t \quad (21)$$

où \mathbf{E} est le tenseur d'Eshelby qui dépend du rapport de forme de l'inclusion et des constantes élastiques de la matrice.

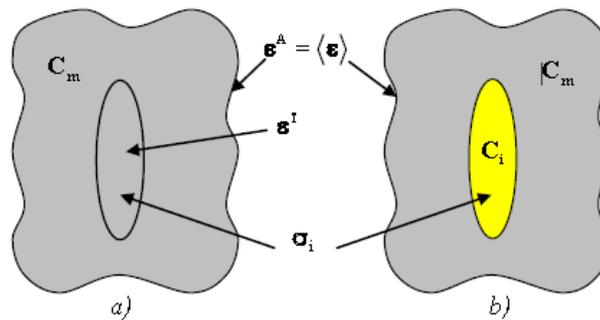


Figure 12 : Problème de l'inclusion équivalente d'Eshelby

Eshelby [85] a également démontré une équivalence entre une inclusion hétérogène et une inclusion homogène, de mêmes formes et entourées par la même matrice infinie (Figure 12).

La contrainte dans une inclusion ellipsoïdale σ_i après avoir appliqué une déformation ajoutée ε^A est :

$$\sigma_i = C_m : (\varepsilon^A + \varepsilon^c - \varepsilon^t) \quad (22)$$

La contrainte dans une inclusion ellipsoïdale sans σ_i sans ε^t mais avec le tenseur des rigidités C_m remplacé par C_i est :

$$\sigma_i = C_i : (\varepsilon^A + \varepsilon^c) \quad (23)$$

La combinaison des équations (21), (22), (23) donne :

$$[C_m + (C_i - C_m) : E] : \varepsilon^t = (C_i - C_m) : \varepsilon^A \quad (24)$$

Certains modèles comme Mori-Tanaka, auto-cohérent et Hashin-Shtrikman sont construits en utilisant les résultats du modèle d'Eshelby.

- Modèle dilué d'Eshelby

Ce résultat est utilisé pour déterminer le tenseur des rigidités d'un composite formé de particules ellipsoïdales pour des concentrations diluées. Dans ce cas il n'y a pas d'interaction entre les inclusions.

La déformation moyenne d'un composite est identique à la déformation appliquée $\langle \varepsilon \rangle = \varepsilon^A$ et la déformation des inclusions est uniforme et donnée par :

$$\langle \varepsilon \rangle_{V_i} = \langle \varepsilon \rangle + \varepsilon^c \quad (25)$$

En utilisant les équations (21) et (23) et en éliminant, ε^A , ε^T et ε^c on obtient une relation entre $\langle \varepsilon \rangle_{V_i}$ et $\langle \varepsilon \rangle$:

$$-[\delta + E : S_m : (C_i - C_m)] : \langle \varepsilon \rangle_{V_i} = \langle \varepsilon \rangle \quad (26)$$

De la comparaison des équations (12) et (26), on en déduit que le tenseur de concentration des déformations pour l'inclusion équivalente d'Eshelby est :

$$A^{Eshelby} = [\delta + E : S_m : (C_i - C_m)]^{-1} \quad (27)$$

1.5.3.4. Bornes de Hashin-Shtrikman (HS)

Hashin et Shtrikman [89], [90] utilisent la solution du problème d'Eshelby en considérant un matériau homogène équivalent entourant les inclusions par les différents constituants du composite (matériau de référence). Si le matériau de référence est le plus "rigide" des constituants, l'estimation donne une borne supérieure (HS+). Mais lorsque, le matériau de référence est le moins rigide des constituants, on obtient la borne inférieure (HS-). Ces bornes sont plus précises que les bornes de Voigt et de Reuss. Les bornes de Hashin et Strikman (HS) peuvent s'écrire sous la forme :

$$C^{HS-} \leq C_{hom}^{HS} \leq C^{HS+} \quad (28)$$

avec la borne inférieure :

$$C^{HS-} = [[V_m C_m : (C_{min}^* + C_m)^{-1} + V_i C_i : (C_{min}^* + C_i)^{-1}] : [(V_m C_{min}^* + C_m)^{-1} + V_i : (C_{min}^* + C_i)^{-1}]^{-1} \quad (29)$$

et la borne supérieure :

$$C^{HS+} = [[V_m C_m : (C_{max}^* + C_m)^{-1} + V_i C_i : (C_{max}^* + C_i)^{-1}] : [(V_m C_{max}^* + C_m)^{-1} + V_i : (C_{max}^* + C_i)^{-1}]^{-1} \quad (30)$$

avec C_{min}^* et C_{max}^* qui sont définis par :

$$C_{min}^* = E^{-1}:C_{min} - C_{min} \quad \text{avec} \quad C_{min} = \min (C_m, C_i) \quad (31)$$

$$C_{max}^* = E^{-1}:C_{max} - C_{max} \quad \text{avec} \quad C_{max} = \max (C_m, C_i)$$

1.5.3.5. Modèle de Mori-Tanaka (MT)

Ce modèle a été initialement développé par Mori-Tanaka [91]. Benveniste [102] a ensuite fourni une explication particulièrement simple et claire de l'approche de Mori-Tanaka. Le modèle de Mori-Tanaka tient compte de l'interaction entre les inclusions dans le processus d'estimation des modules d'élasticité macroscopiques.

A la différence des autres modèles, le modèle de Mori-Tanaka donne la possibilité de traiter le comportement élastique des matériaux composites renforcés par des hétérogénéités de formes, d'élancements, d'orientations et de natures différentes.

Selon l'équation (12), la relation entre la déformation de l'inclusion et celle du composite est :

$$\langle \varepsilon \rangle_{v_i} = A^{Eshelby} : \langle \varepsilon \rangle \quad (32)$$

L'hypothèse de Mori-Tanaka stipule que le matériau contient de nombreuses inclusions qui ont les mêmes propriétés que la matrice. Ainsi, la déformation moyenne des inclusions est donnée par :

$$\langle \varepsilon \rangle_{v_i} = A^{Eshelby} : \langle \varepsilon \rangle_{v_m} \quad (33)$$

Selon l'équation (13), on trouve que :

$$A^{MT} = A^{Eshelby} \quad (34)$$

D'après l'équation (14), le tenseur de concentration des déformations du modèle de Mori-Tanaka est :

$$A^{MT} = A^{Eshelby} : [(1 - v_i)\delta + v_i A^{Eshelby}]^{-1} \quad (35)$$

Le tenseur de rigidité unidirectionnel s'écrit :

$$C_{UD}^{MT} = C_m + v_i(C_i - C_m):A^{MT} \quad (36)$$

1.5.3.6. Modèle Auto-Cohérent (AC)

Cette méthode est fondée sur le modèle d'inclusion sphérique d'Eshelby, qui est généralement attribué par Hill [86] pour tenir compte de la fraction volumique des inclusions.

Au départ, cette théorie traitait le cas de particules sphériques puis a évolué vers des configurations où les fibres sont alignées. L'application pour des fibres longues a été réalisée par Law et al. [103] et à des fibres courtes par Chou et al. [104]. Le tenseur de concentration des déformations de ce modèle s'écrit :

$$A^{AC} = [\delta + E:S:(C_i - C)]^{-1} \quad (37)$$

Les tenseurs S et C de la matrice entourant les inclusions ne sont pas connus. Pour résoudre ce problème, on peut utiliser une méthode itérative. Lorsque la matrice est isotrope transverse, les expressions du tenseur d'Eshelby E sont données par Chou et al [104]. Il faut noter qu'on perd plus de temps dans ce cas puisqu'il faut recalculer ces expressions à chaque itération.

Pour conclure cette partie concernant les approches d'homogénéisation analytique, nous pouvons dire que le choix de tel ou tel modèle dépend des propriétés du milieu et de la microstructure. Le choix d'un modèle est gouverné par plusieurs conditions telles que la géométrie du milieu, la fraction volumique, la distribution et l'orientation des inclusions et le comportement de chaque phase.

Pour des fractions volumiques trop importantes, les recommandations modèles diffèrent. A ce niveau, l'augmentation des interactions entre les inclusions à cause de la diminution de leurs espacements en serait la cause de cette divergence [105]. Les approches numériques basées sur la notion du VER constituent une alternative en raison de l'important développement des outils de calcul.

1.5.4. Homogénéisation numérique

Les approches analytiques ont été longtemps utilisées dans la mécanique des matériaux. De nombreuses recherches ont été faites pour améliorer les études dans ce domaine et ont

abouti à l'avènement des méthodes numériques. En homogénéisation numérique, l'élément de base est la notion du VER et trois types de microstructures sont généralement utilisés à savoir : une microstructure virtuelle générée par les algorithmes de la morphologie mathématique, une microstructure réelle obtenue par le microscope ou par la tomographie et une microstructure périodique basée sur des cellules élémentaires. Dans la méthodologie et le principe de l'homogénéisation numérique, le choix du VER est la première étape, après la définition de la géométrie globale du matériau, le maillage et la simulation du comportement du matériau.

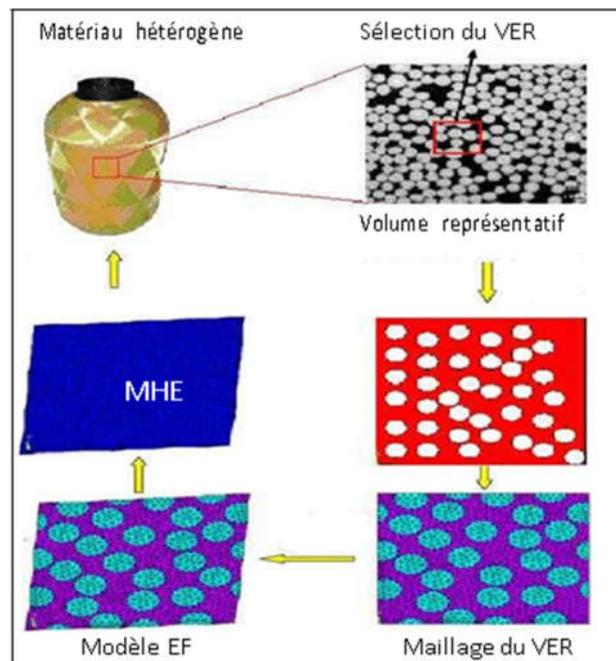


Figure 13 : Méthodologie de l'utilisation de l'approche numérique [81]

Nous allons détailler dans la suite les différentes approches en homogénéisation numérique, les conditions aux limites recensées et couramment utilisées.

1.5.4.1. Homogénéisation numérique basée sur les microstructures virtuelles

L'homogénéisation numérique par une approche basée sur les microstructures virtuelles a été utilisée dans plusieurs études. Segurado [106]–[108], Kari [109], [110] dans leur travaux sur l'évaluation du comportement des matériaux renforcés par des particules sphériques ont mis l'accent sur l'effet de la taille du VER et de la fraction volumique. Il a été prouvé que les propriétés élastiques augmentent avec la fraction volumique et que la convergence au

niveau des propriétés effectives est obtenue pour de grandes tailles de VER. Pour cela ils ont retenu que pour une longueur L du volume et un diamètre D des particules, si $L/D \geq 10/3$ les propriétés effectives peuvent s'obtenir aisément. De même en ce qui concerne la distribution des renforts, Segurado et al [108] ont prouvé que la distribution des inclusions n'influence pas considérablement le comportement effectif du matériau.

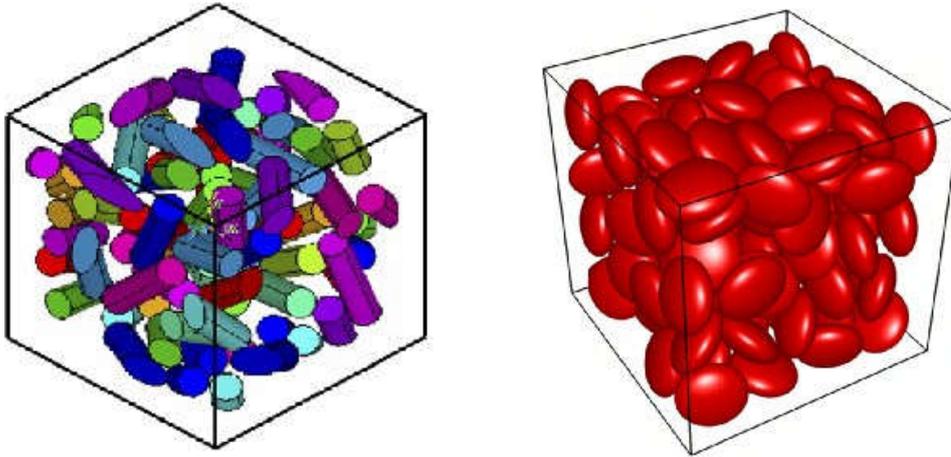


Figure 14 : Quelques exemples de microstructures virtuelles utilisées pour la simulation [110]

1.5.4.2. Homogénéisation numérique basée sur les microstructures réelles

Avec les outils comme la tomographie, il est possible d'obtenir expérimentalement la microstructure réelle d'un matériau hétérogène. Ceci permet de recueillir assez d'informations sur cette microstructure.

Dans ses travaux sur le comportement effectif de la crème glacée, Kanit et al. [111], ont utilisé une microstructure réelle. Ils ont proposé une approche statistique combinée avec des démarches numériques pour évaluer les propriétés effectives du matériau hétérogène. Jean [112] dans ses travaux sur l'étude du comportement effectif des élastomères renforcés de carbone, a utilisé deux microstructures dont une réelle obtenue par le MEB et la seconde obtenue par les modèles aléatoires de type Booléen. L'utilisation des microstructures réelles dans les simulations n'est pas aussi simple et demande toute une méthodologie.

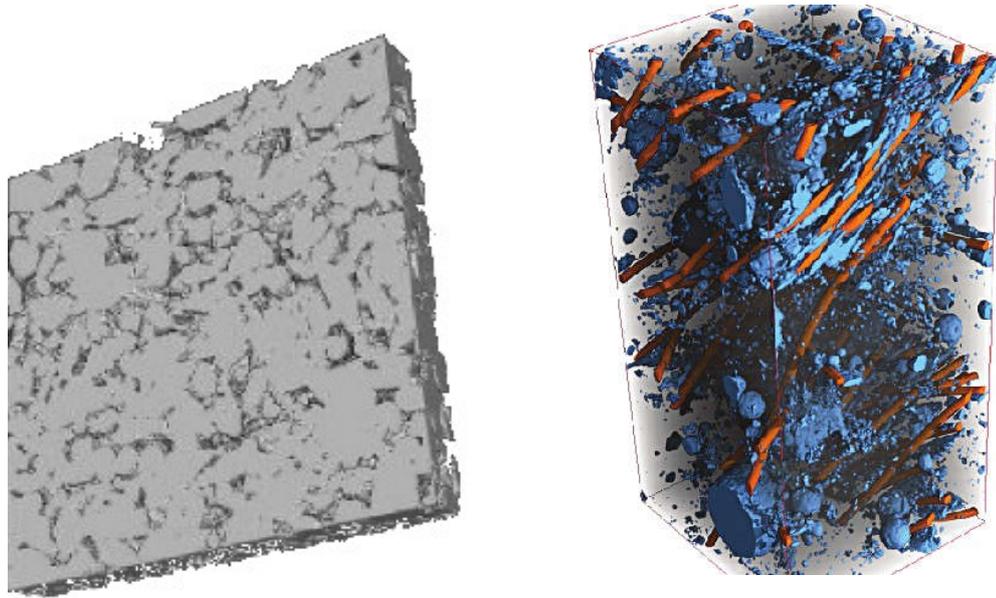


Figure 15 : Exemple de microstructure réelle [111]

1.5.4.3. Homogénéisation numérique basée sur les microstructures périodiques

Le calcul des propriétés effectives d'un milieu avec une microstructure périodique demande l'utilisation de certaines approches comme la transformée de Fourier (FFT). Dans le cas des microstructures périodiques, les calculs se font sur des cellules élémentaires qui permettent de reconstituer par translation le matériau.

Ce cas de simulation a intéressé Michel et al. [113] dans le cadre d'une microstructure périodique de forme hexagonale. Ils ont défini un milieu périodique composé d'une cellule et trois vecteurs de translation. Le comportement effectif est calculé sur la cellule choisie et se répète sur toutes les autres cellules.

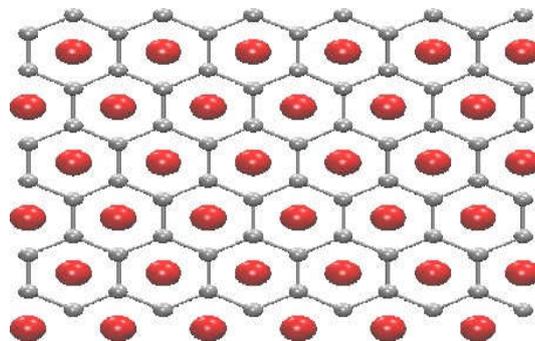


Figure 16: Exemple d'une microstructure périodique

1.5.4.4. Conditions aux limites en homogénéisation numérique

Les conditions aux limites sont d'une importance capitale en homogénéisation numérique. On retrouve dans les travaux de Zaoui, Bornert et al. [92], [93], les conditions aux limites homogènes sur le contour en contrainte (SUBC), les conditions homogènes sur le contour en déformation (KUBC), les conditions périodiques (PBC) et les conditions mixtes (CLM).

Plusieurs travaux montrent des raisons pour le choix de l'une ou l'autre des conditions aux limites. Jarunan et al. [114], Hazanov et al. [115] ont prouvé que les propriétés effectives obtenues par les CLM se retrouvent encadrées par les résultats de KUBC et SUBC. Plus loin, Kanit et al [98] ont étudié pour une microstructure aléatoire l'influence des conditions aux limites sur les propriétés effectives et en sont arrivés à la conclusion selon laquelle les résultats de PBC convergent rapidement et se retrouvent entre le SUBC et le KUBC.

Pour El Houdaigui et al. [116], les conditions périodiques ne nécessitent pas un grand nombre d'hétérogénéité (à partir de 100 inclusions) pour avoir de bonnes estimations tandis qu'il faut environs 2000 inclusions pour les KUBC et SUBC. Il faut retenir alors que le PBC demande moins de calcul.

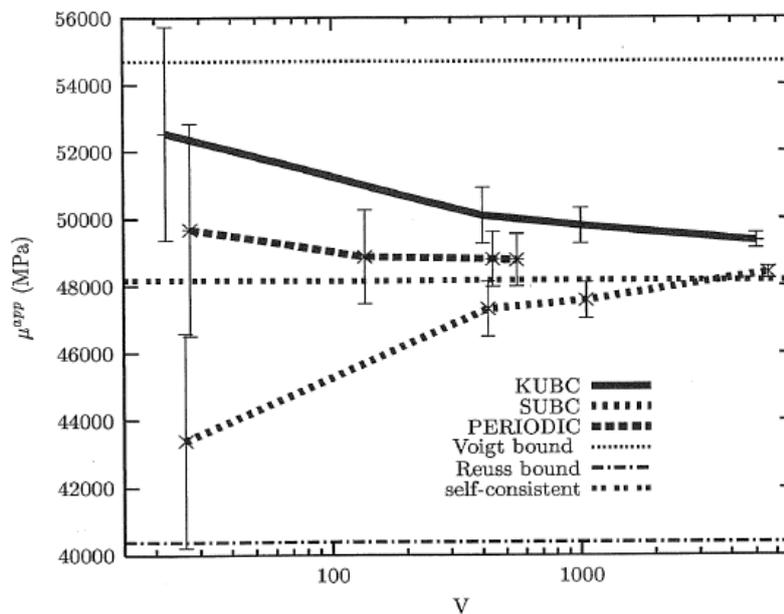


Figure 17 : Variation des modules avec les conditions aux limites imposées en fonction de la taille V de la microstructure [117]

1.6. Conclusion

Cette partie nous a permis de faire le point des différents travaux recensés dans la littérature sur l'étude expérimentale et théorique du composite argile-paille de riz et de ses différentes phases. En effet, face aux enjeux environnementaux, les matériaux locaux de construction en l'occurrence ce matériau en terre ancestrale constitue une solution durable.

Cette revue nous a montré que la terre seule présente des insuffisances que les pailles végétales viennent améliorer. Pour le cas spécifique de la terre renforcée par des pailles de riz peu de données fiables existent dans la littérature. Ce qui explique l'intérêt de mener cette campagne d'expérimentation dans le présent travail.

Etant donné que ce composite est un matériau hétérogène, il serait utile dans le but de mieux maîtriser ses performances de mettre au point des outils permettant d'estimer ses propriétés en considérant les caractéristiques de la microstructure et assurer le passage micro-macro.

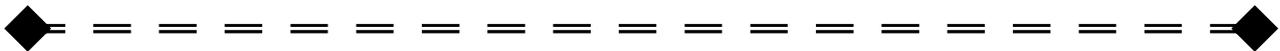
Dans la littérature plusieurs techniques de modélisation multi-échelles ont été recensées dont l'homogénéisation analytique et numérique. Les méthodes analytiques estiment les propriétés effectives des matériaux hétérogènes en utilisant certaines hypothèses. Les méthodes numériques sont basées sur la notion du VER dont le choix respecte certaines conditions. Il a été également prouvé que la condition de périodicité est choisie de façon préférentielle en raison de sa rapidité de convergence.

La démarche de modélisation multi-échelles suivie dans ce travail est celle utilisée dans plusieurs travaux comme celui de Pham [117]

CHAPITRE

2

Caractérisation physique et mécanique des constituants du composite



Sommaire

2.1. Introduction.....	
2.2. Propriétés physique et mécanique de la matrice argileuse	
2.3. Caractéristiques de la paille de riz	
2.4. Synthèse.....	

2.1. Introduction

La modélisation des composites par des méthodes d'homogénéisation implique des données fiables pour chacun de leurs composants.

Dans cette partie, les méthodes de caractérisation des différentes phases du composite notamment la terre argileuse et les pailles de riz sont décrites. Elles consistent dans un premier temps à prélever un échantillon de terre argileuse et procéder à sa caractérisation physique et mécanique. La même campagne expérimentale est faite sur la paille de riz. Dans un second temps, la formulation du composite a été faite avec la confection des éprouvettes cylindriques et prismatiques à différentes fractions volumiques d'inclusions. Parallèlement, l'évaluation des modèles nécessite aussi une expérimentation fiable afin de déterminer les propriétés élastiques des composites produits. Les techniques expérimentales employées au laboratoire pour la mesure des propriétés mécaniques selon les différentes formulations utilisées dans cette étude sont présentées ainsi que l'étude microstructurale de la distribution des inclusions.

2.2. Propriétés physiques et mécaniques de la matrice argileuse

La terre argileuse utilisée est celle de la commune d'Abomey-Calavi (Bénin) $6^{\circ}24'50,05''N$; $2^{\circ}20'19,84''E$ et $6^{\circ}25'13,59''N$; $2^{\circ}20'41,78''E$, dont le choix se justifie par sa disponibilité.



Figure 18 : La terre argileuse

2.2.1. Analyse granulométrique par tamisage et par sédimentométrie

Conformément à la norme NFP 94-056 [118], la granulométrie permet de connaître la grosseur et les pourcentages pondéraux des grains constituant un échantillon. Le matériau doit être séché à l'étuve jusqu'à masse constante avec une température de $105^{\circ}C$. L'essai

consiste à classer les différents grains constituant l'échantillon par rapport à leur dimension en utilisant une série de tamis (0,16 - 0,315 - 0,63 - 1,25 - 2,5 - 5 et 10mm), emboîtés les uns sur les autres, dont les dimensions des ouvertures sont décroissantes du haut vers le bas. Les pourcentages des refus cumulés, ou ceux des tamisages cumulés, sont représentés sous la forme d'une courbe granulométrique en portant les ouvertures des tamis en abscisse, sur une échelle logarithmique, et les pourcentages en ordonnée, sur une échelle arithmétique.

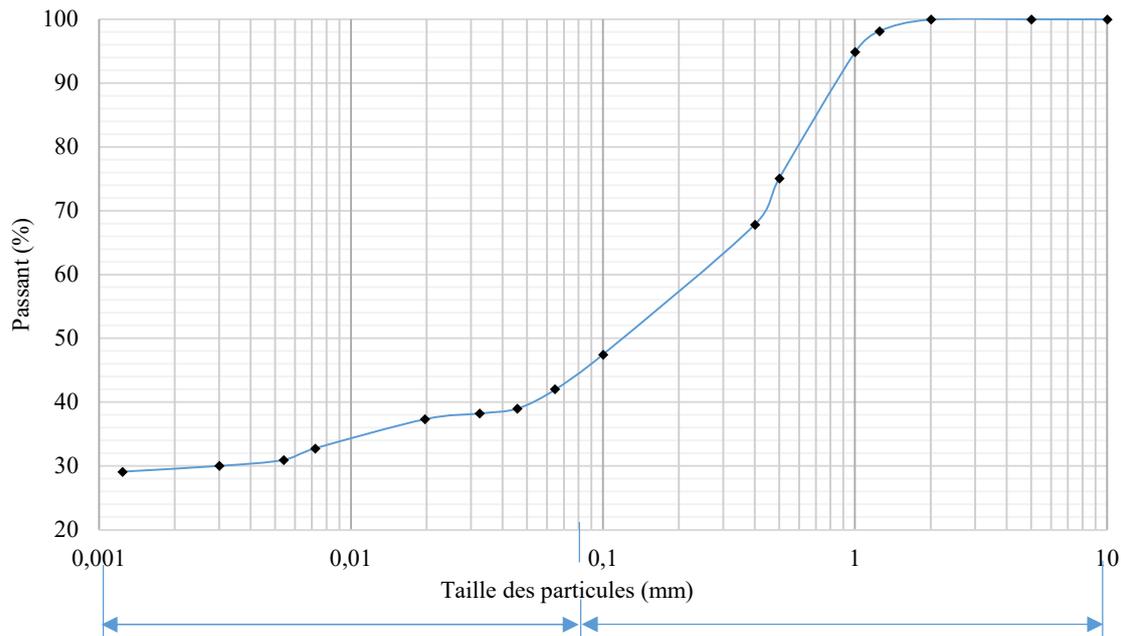


Figure 19 : Distribution granulométrique des particules

Les résultats de l'analyse granulométrique par tamisage (Figure 19) montrent que ce sol possède 53,3% de grains dont le diamètre est supérieur à 0,063 mm. Le pourcentage de fines (l'argile + le limon) contenues dans le sol est de 46,67%, compris entre 20 et 50% comme recommandé pour les constructions en terre [23][24]. La sédimentométrie quant à elle complète l'analyse granulométrique et nous montre qu'environ 29% des grains ont un diamètre inférieur à 0,00124 mm.

2.2.2. Détermination des limites d'Atterberg

Les limites d'Atterberg permettent d'analyser les variations de consistance des sols fins en fonction de leur teneur en eau. Cet essai s'effectue sur le mortier de terre ($d < 0,4$ mm) selon la procédure de la norme NF P 94 051 [119]. Les résultats des essais sont présentés au Tableau 1.

Tableau 1 limites d'Atterberg du sol

Limite de liquidité (LL)%	Limite de plasticité (LP)%	Indice de plasticité (IP)%
41	23	18

Avec ces limites de plasticité, notre matériau est bien adapté pour les besoins de construction en terre. D'après la norme XP P13-901, tout type de sol dont le point de coordonnée indice de plasticité et limite de liquidité se retrouvent dans la zone hachurée du diagramme de plasticité (Figure 20) convient aux constructions en terre. Le deuxième critère de choix du type de sol pouvant servir pour le composite banco est vérifié [24].

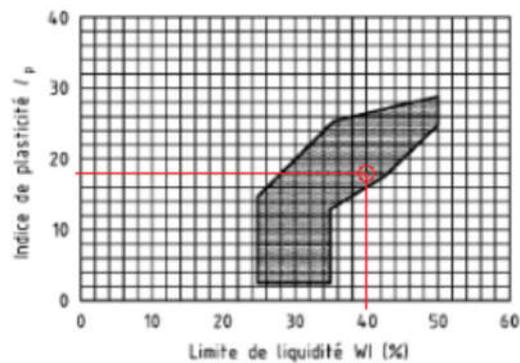


Figure 20 : Diagramme de plasticité (XP P 13-901)

En résumé, $D_{\max} < 50$ mm, tamisat à 0,080 mm $> 35\%$ et $12 < IP < 25$, la terre argileuse est selon le GTR un sol argileux fin (A2). Son indice de cohérence est supérieur à 1,4. Il est donc de la sous classe A2ts.

2.2.3. Les masses volumiques

Dans le Tableau 2 il est présenté les masses volumiques apparente et absolue de la terre argileuse.

La masse volumique apparente est celle du granulat sec remplissant sans compactage un récipient (NF EN 1097-3). La masse volumique absolue encore appelée masse volumique réelle pré-séchée est le rapport obtenu en divisant la masse d'un échantillon de granulat séché à l'étuve par le volume qu'il occupe dans l'eau, y compris le volume de tout pore fermé, mais en excluant le volume d'eau présent dans tous les pores accessibles à l'eau (NF EN 1097-6).

Tableau 2 Masses volumiques

Apparente (kg/m ³)	Absolue (kg/m ³)
1260	2600

Ces différentes valeurs sont en accord avec celles de la littérature [19], [78],[26],[18],[29],[120].

2.2.4. Classification des sols

Le tableau suivant récapitule les données sur la granularité du sol.

Tableau 3 : Composition granulaire

Propreté	Valeur
Sand (2–0.063 mm) (%)	53.33
Silt (0.063–0.002 mm) (%)	16.50
Clay (<0.002 mm) (%)	30.17

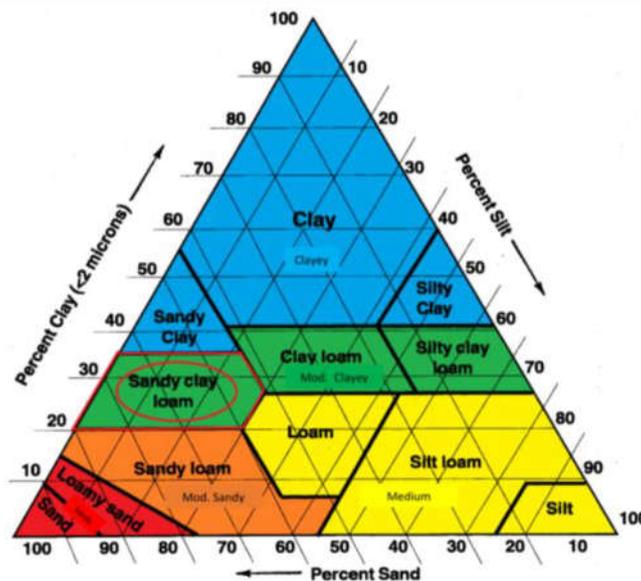


Figure 21 : Texture triangulaire du sol

Selon la classification du "triangle des textures" [26], nous pouvons retenir qu'on a du limon sablo-argileux (Sandy Clay loam). Ce type de sol est bien adapté pour les ajouts végétaux ou autre.

2.2.5. Comportement élastique de la terre argileuse

Pour les besoins de la modélisation des propriétés élastiques du composite, nous déterminons ici les propriétés élastiques de la terre argileuse qui est la matrice du composite. En faisant l'hypothèse que les structures en banco sont généralement sollicitées en compression, nous déterminons les propriétés élastiques à la compression de la terre.

Des essais de compression sur une série de trois (03) éprouvettes cylindriques de diamètre 5cm et de hauteur 10cm ont été effectués. Les échantillons ont été stockés dans des conditions de laboratoire jusqu'à atteindre l'humidité d'équilibre (température 22°C et 60%HR).

La confection des éprouvettes a été faite avec une teneur en eau optimale de 15,85% déterminée par l'essai Proctor (Figure 22).

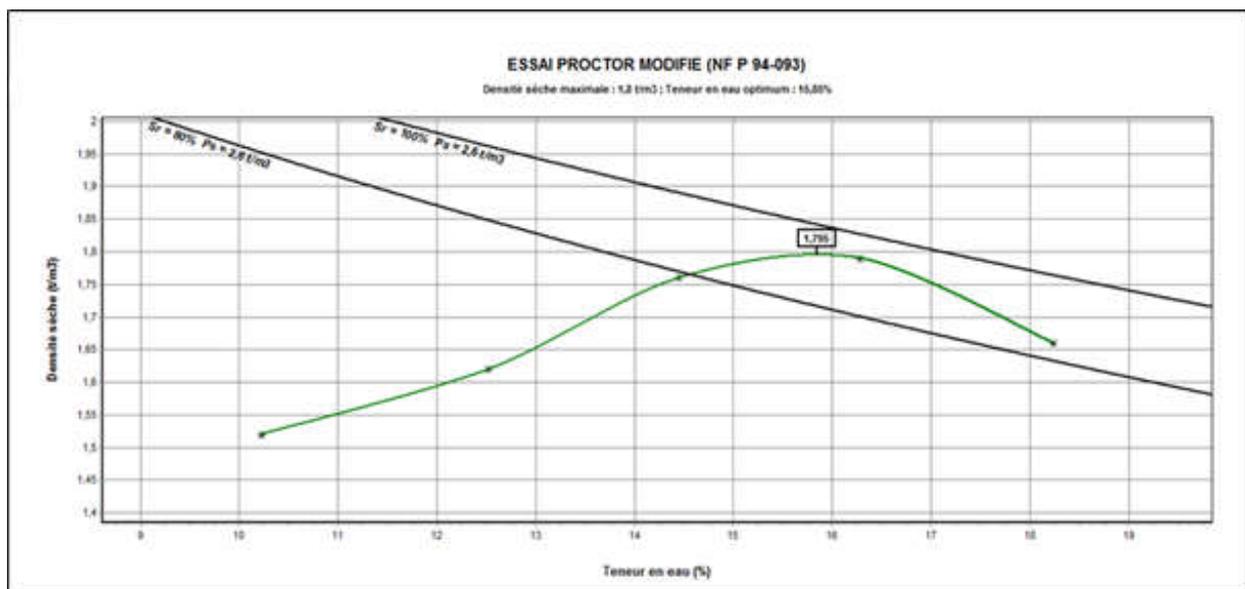


Figure 22 : Courbe Proctor

Les essais de compression sur les éprouvettes cylindriques sont réalisés sur une presse cimentière 3R de capacité 10 KN. La Figure 23 présente la courbe contrainte déformation à 28 jours des éprouvettes de terre argileuse. Nous remarquons une zone de déformation élastique qui nous a permis de déterminer le module de Young issu de chaque éprouvette. Une moyenne du module d'Young est calculée à partir des valeurs obtenues sur trois échantillons et est égale à 175 MPa. Cette valeur est en concordance avec celle obtenue

par Miccoli et al. [121]. Le coefficient de Poisson du sol argileux a été choisi dans la littérature. Selon Mondol et al. [122] il est de 0,3.

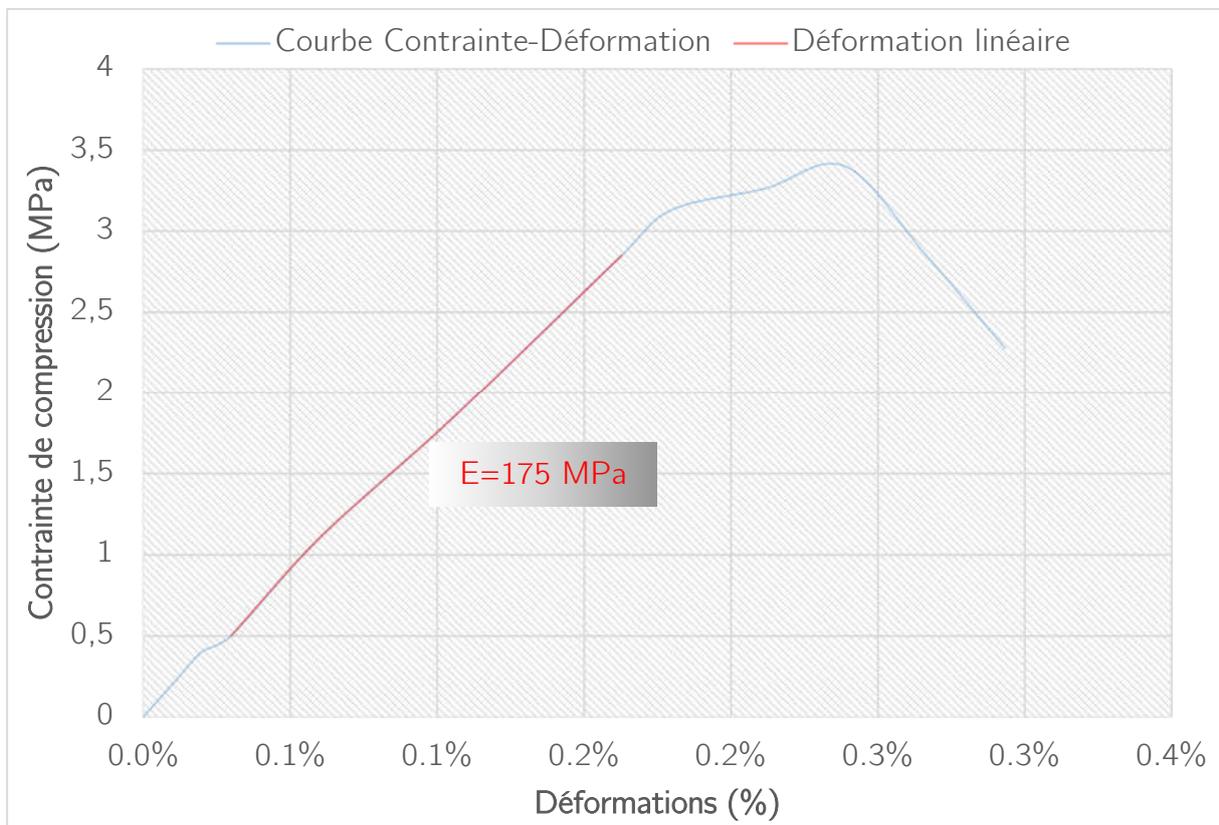


Figure 23 : Courbe contrainte déformation de la terre argileuse

2.3. Caractéristiques de la paille de riz

Les pailles de riz (Figure 24) utilisées dans la présente étude proviennent de la Riziculture de Zinvé dans la commune d'Abomey-Calavi au Bénin.

Toutes les pailles ont une longueur initiale qui varie de 5 à 60 cm. On dénombre 5 ou 6 nœuds sur chaque plante. Les entre-nœuds, qui représentent environ 50% de la masse de la paille, lui donnent sa résistance mécanique [49], [51].

Les pailles ont été débarrassées de leurs feuilles non résistantes et ce n'est que la tige elle-même qui a été ensuite coupée en $3\text{cm} \pm 1$.



Figure 24 : Pailles de riz

2.3.1. Caractéristiques physiques de la paille de riz

Le tableau suivant récapitule les caractéristiques physiques de la paille.

Tableau 4 : Propriétés physiques de la paille

Caractéristiques	Unités	Valeurs
Masse volumique apparente	Kg/m ³	90
Absorption d'eau	%	287
Diamètre	mm	3
Longueur	mm	20-40

On retrouve une cinétique d'absorption classique avec une vitesse croissante dans les premières heures et une stabilisation à la fin (Figure 25). Elle possède une grande capacité d'absorption d'eau qui est 287%.

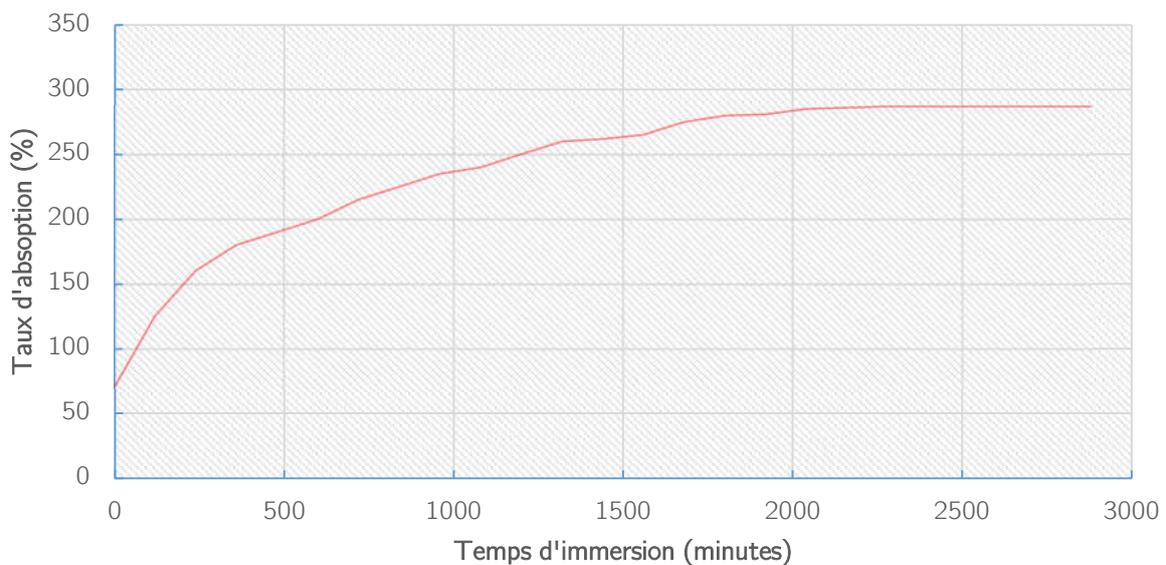


Figure 25 : Cinétique d'absorption d'eau par les pailles

La paille a été utilisée dans le cadre de la confection des éprouvettes après avoir été préalablement immergée dans l'eau, afin d'éviter qu'elle absorbe l'eau dans la matrice argileuse.

2.3.2. Caractéristiques mécaniques

La paille améliore les performances de la terre [32], [73], [78], [123]. Afin de mieux évaluer son apport, sa résistance en traction est déterminée à l'issue de trois séries de mesures sur des pailles selon la direction axiale à l'aide d'une machine d'essai de traction RP 100 TR/AC de précision 0,5% dans les conditions ambiantes.

Des tiges de riz de 10 cm de longueur sont découpées. La mesure de la section des fibres a été réalisée à l'aide d'un pied à coulisse d'une précision 0,01 mm. À l'aide d'un dispositif de pinces raccordé à la presse, chaque tige est tirée à une vitesse de chargement de 1mm/minute jusqu'à la rupture. À l'aide d'un extensomètre l'allongement des fibres a été enregistré tout au long de l'essai.

La Figure 26 montre une courbe contrainte-déformation type obtenue sur un échantillon de paille.

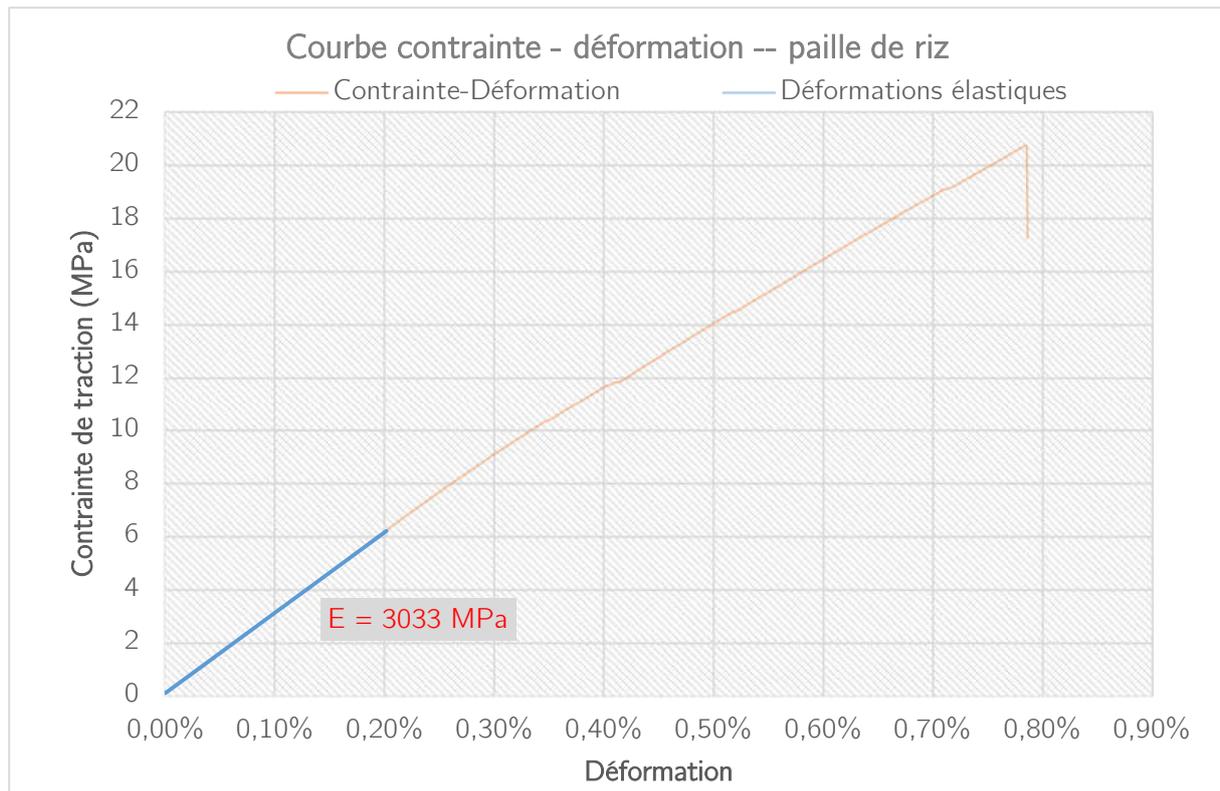


Figure 26 : Courbe contrainte déformation en traction de la paille de riz

Dans cette série d'essais, le module d'élasticité est calculé à l'aide de la partie linéaire de la courbe. Le module de Young est de 3,03 GPa avec 4,2% d'écart-type. Une zone plastique est développée et se poursuit jusqu'à la rupture des tiges. Ces valeurs concordent avec les travaux de Dogherty et Tavakoli sur la caractérisation des propriétés mécaniques de la paille de riz [49], [51].

Les structures en terre étant généralement sollicitées en compression, il s'avère nécessaire de déterminer les résistances à la compression de la paille. Cette résistance est déterminée pour un empilement de pailles. Dans la littérature plusieurs auteurs ont travaillé sur la détermination de la résistance à la compression des amarres de paille. Selon les travaux de Cérézo [124] et de Lenci [52], les fibres de pailles sont disposées de façon aléatoire dans des éprouvettes cylindriques et compacter légèrement. La Figure 27 montre l'empilement de pailles démoulées. Les éprouvettes sont ensuite sollicitées en compression avec un taux de chargement de 0,01 mm. Le module de Young est déterminé à partir de la courbe contrainte déformation issue de cet essai. En effet, les caractéristiques de la paille utilisée par Lenci,

sont similaires au nôtre. Dans la suite de notre étude nous retenons la valeur du module de Young obtenue par Lenci [52], qui est de 17 MPa.

D'un point de vue global et aux vues de ces performances mécaniques, on confirme que l'utilisation de la paille permet de renforcer la ductilité des composites argile-paille de riz.



Figure 27 : Empilement des pailles dans une éprouvette cylindrique [124]

2.3.3. Morphologie des pailles de riz

Une étude de la morphologie et de la structure des pailles par microscopie optique (MO) a été menée. Les images obtenues à la Figure 28 montrent que la section de la paille est dense avec de nombreux petits pores qui permettent la circulation de l'eau et des particules argileuses. Ceci confirme que la structure est poreuse. Nous constatons également que les pailles possèdent une certaine rugosité sur leur surface, ce qui assure une bonne adhérence fibres- matrice.

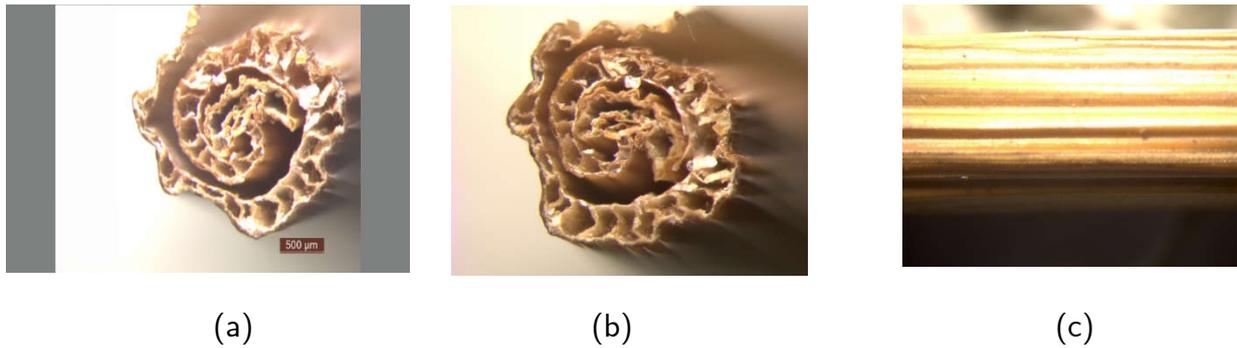


Figure 28 : Observation sous Microscope Optique (MO) des pailles de riz : (a) vue longitudinale ; (b) vue longitudinale ; (c) vue transversale de la paille de riz

2.4. Conclusion

Les différentes phases du composite argile-pailles de riz (banco) d'un point de vue physique et mécanique ont été étudiées. Il a été aussi abordé la morphologie des pailles de riz.

La détermination des propriétés physiques et mécaniques de la terre a été faite pour nous rassurer qu'elles respectent les critères pour son utilisation. Les propriétés élastiques de la terre argileuse sont connues aussi à travers sa courbe contrainte-déformation issue des essais de compression sur éprouvettes cylindriques de diamètre 5 cm et de hauteur 10 cm. Son module de Young et son coefficient de Poisson sont respectivement de 175 MPa et de 0,3.

En ce qui concerne les inclusions végétales de pailles de riz, une caractérisation physique a été faite et nous a permis de savoir que les pailles absorbent assez rapidement de l'eau. Il faut donc une imprégnation préalable des pailles avant la mise en œuvre du matériau. La paille offre de très bonnes performances. En traction on note un module de Young de 3,03 GPa et 17 MPa en compression. Il faut retenir que l'ajout de la paille pour améliorer la ductilité du matériau est justifiée au regard de ces performances mécaniques.

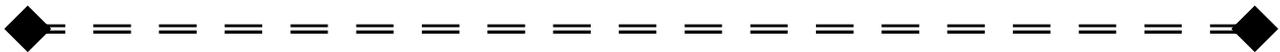
La morphologie des pailles a été également étudiée. Nous constatons que la structure de la paille est poreuse et présente une certaine rugosité qui assurera l'adhérence fibres-matrice.

Il faut noter que les valeurs expérimentales obtenues dans cette partie servent par la suite à estimer les propriétés du composite argile-pailles de riz en considérant que les pailles de riz sont orientées aléatoirement au sein du volume du matériau, et n'induisent aucune anisotropie à l'échelle des composites.

CHAPITRE

3

Comportement Physique et Mécanique du Composite



Sommaire

3.1.	Introduction
3.2.	Confections des différentes éprouvettes.....
3.3.	Comportement physique du composite argile-pailles de riz.....
3.4.	Comportement mécanique
3.5.	Synthèse

3.1. Introduction

Cette partie s'intéresse à la détermination des propriétés physiques et mécaniques du composite argile-pailles de riz (banco). Dans un premier temps la formulation du composite est faite afin de confectionner les différentes éprouvettes qui permettront de déterminer les caractéristiques du composite. Ensuite, les propriétés physiques sont déterminées afin de comprendre l'influence de la proportion en pailles de riz sur le composite. A propos des propriétés mécaniques, différentes sollicitations ont été faites notamment en compression et en traction sur le composite. Une étude de l'influence des fractions volumiques des inclusions sur ces propriétés mécaniques a été réalisée. Les propriétés élastiques ont été ensuite déterminées à l'aide des courbes contraintes-déformations. Une analyse complète de l'influence a été faite. Ces résultats obtenus sur les propriétés élastiques seront confrontés aux valeurs prédites.

3.2. Confections des différentes éprouvettes

3.2.1. Confection des échantillons

La connaissance des caractéristiques du composite argile-paille de riz nécessite la confection des échantillons cylindriques et prismatiques sur lesquels on effectuera des essais.

L'adobe étant moulé à l'état plastique, son moulage impose un dispositif permettant de bien tasser le matériau afin que l'homogénéité avec les fibres soit assurée.

Le mélange a été préparé dans un grand récipient pour faciliter le malaxage. Pour chaque mélange, nous mélangeons l'eau à la terre en y ajoutant de façon progressive la quantité de pailles requise afin d'obtenir une bonne homogénéité. En tenant compte de la cinétique d'absorption d'eau de la paille présentée à la Figure 25 qui atteint une valeur de 262% en 24h, la paille est préalablement pré-imbibée avant son incorporation au mélange. Ce qui permet d'utiliser la quantité d'eau obtenue à l'optimum Proctor de la terre argileuse qui est de 15,85%.

Les moules sont ensuite remplis par le mélange foisonné. Ces moules utilisés sont inspirés du modèle de Guettala [125] qui forment avec la presse, une combinaison de moulage par

extrusion-compression. Ce dispositif a l'avantage de contrôler aisément la contrainte de compactage contrairement au dispositif de moulage manuel. La Figure 29 montre le dispositif qui permet d'appliquer une contrainte de 1,5 MPa. Après confection des éprouvettes, leur conservation se fait à une température de 22°C et 60%HR durant 28 jours avant leur écrasement.



Figure 29 : Matériel pour la confection des échantillons

3.2.2. Les différentes formulations

Les différents mélanges utilisés dans ce travail sont présentés dans le Tableau 5. Nous avons un mélange témoin sans paille et des mélanges avec pailles. La teneur en paille diffère d'un mélange à un autre. La quantité d'eau est égale à 15,85% de la masse de terre argileuse.

On confectionne trois échantillons cylindriques de dimension 5x10 cm² et six éprouvettes prismatiques 40x40x160 mm³ pour chaque formulation.

Les conditions de stockage des éprouvettes sont celles de laboratoire (température 22°C et 60%HR).

Tableau 5 : Composition des différents mélanges en proportion volumique

Mélange	Composition
M1	Terre
M2	Terre + 20% Paille
M3	Terre + 25% Paille
M4	Terre + 30% Paille
M5	Terre + 40% Paille

3.3. Comportement physique du composite argile-pailles de riz

3.3.1. Influence de la proportion de paille sur la masse volumique du banco

L'étude de l'influence de la proportion de paille sur la masse volumique du banco est faite sur les éprouvettes issues des différentes formulations. La teneur en eau est celle issue de l'essai Proctor. Dès le démoulage, la masse de chaque éprouvette est prise avec une balance de précision 0,1% ainsi que ses dimensions avec le pied à coulisse de précision 0,01 mm. La masse volumique est obtenue en faisant le rapport entre la masse et le volume de l'éprouvette. La Figure 30 présente la variation de la masse volumique du composite argile-paille de riz en fonction des inclusions végétales de pailles de riz pour une contrainte de compactage de 1,5 MPa. On remarque que l'augmentation des fibres entraîne une diminution de la masse volumique. Ceci serait très intéressant pour l'allègement des structures à base de ce matériau et serait due non seulement à l'introduction d'une porosité supplémentaire quasiment proportionnelle à la teneur en paille mais aussi à cause de la faible masse volumique des inclusions [126], [127].

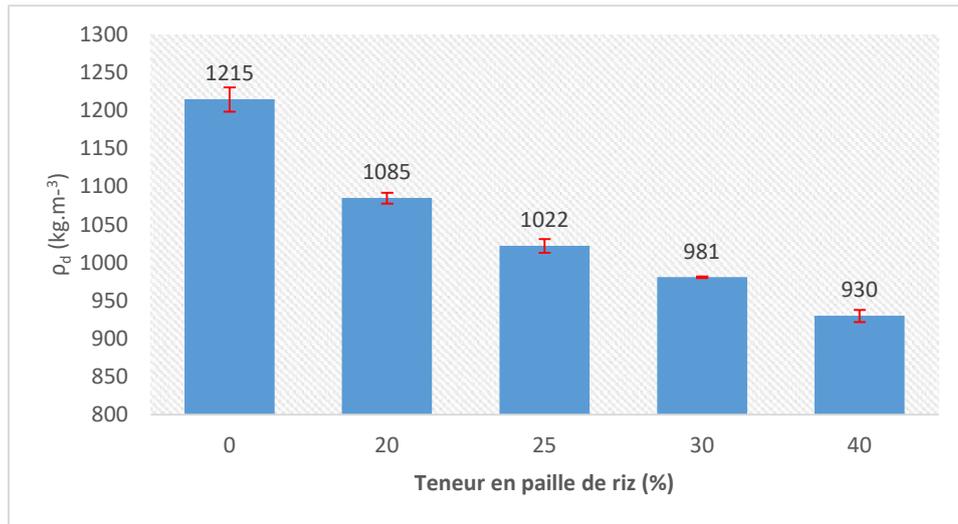


Figure 30 : Influence de la proportion des pailles sur la masse volumique

3.3.2. Influence de la proportion de paille sur le retrait au séchage

L'étude de l'influence de la proportion de paille sur le retrait au séchage est faite sur les éprouvettes prismatiques avec différents teneurs en paille. La teneur en eau est celle issue de l'essai Proctor. Le retrait est déterminé en mesurant la longueur de l'éprouvette au démoulage puis à 28 jours avant écrasement à l'aide d'un pied à coulisse. La Figure 31 montre l'évolution du retrait en fonction du taux de paille dans le mélange.

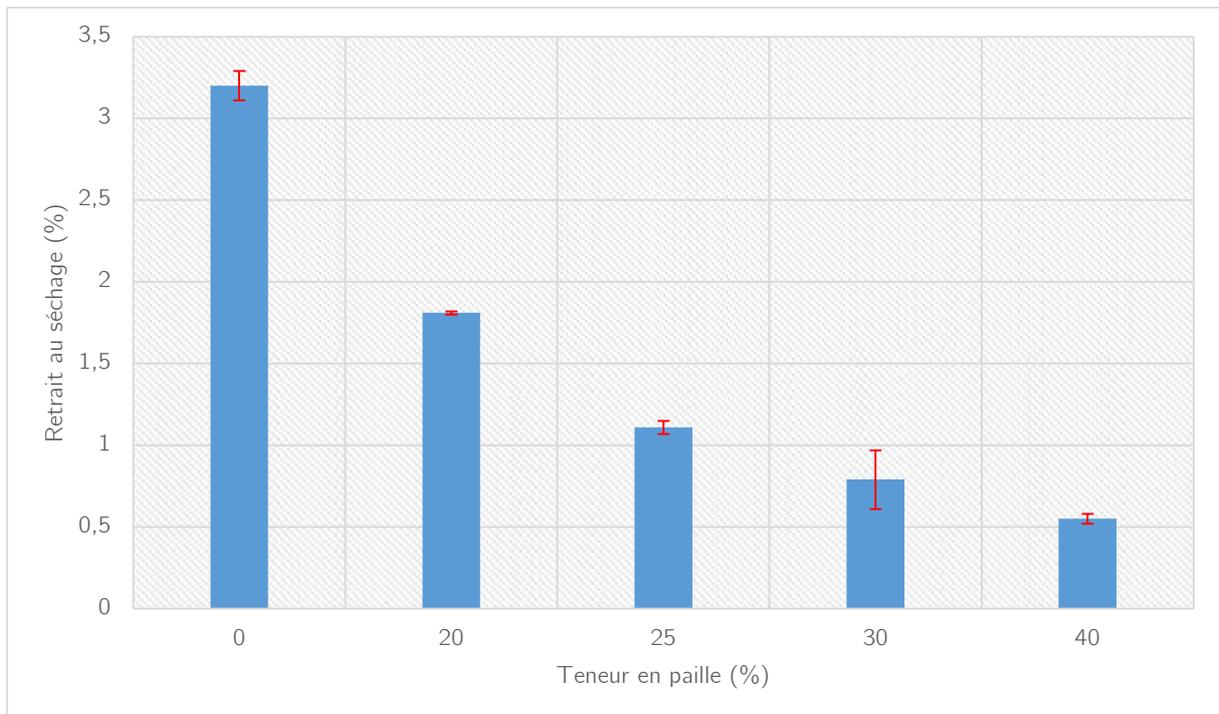


Figure 31 : Influence de la proportion de paille sur le retrait au séchage

Les résultats montrent que, pour chaque formulation, un retrait plus ou moins important a lieu. Ceci peut s'expliquer par le fait que au cours du séchage, l'évaporation de l'eau engendre un rapprochement des particules de la terre argileuse.

Ces différents comportements physiques nous confortent dans notre ambition d'associer la terre aux pailles végétales dans la mise au point de l'adobe pour amoindrir les fissurations liées au retrait [43], [54], [71], [128], [129].

3.4. Comportement mécanique

Le comportement mécanique du composite argile-paille de riz est étudié en réalisant des essais mécaniques sur des éprouvettes cylindriques et prismatiques. L'objectif est d'analyser l'effet de la proportion des pailles de riz sur les modules d'élasticité. Ces modules d'élasticité seront utilisés en comparaison avec les résultats issus des méthodes d'homogénéisation analytique et numérique afin de retenir les modèles qui prédisent au mieux les propriétés élastiques du banco.

3.4.1. Mesure des caractéristiques mécaniques en compression et en flexion

Les essais de flexion sur les éprouvettes prismatiques (03 pour chaque formulation) sont réalisés sur une presse cimentière 3R (Figure 32) de capacité 25 KN de précision 0,5%. Les demi-prismes obtenus (06 pour chaque formulation), à la flexion, sont rompus en compression (Figure 32). Sur une partie des éprouvettes cylindriques (03 pour chaque formulation), il est réalisé l'essai de compression. L'essai brésilien s'effectue sur l'autre partie suivant la norme NF P94-422. La force est appliquée suivant le plan défini par les deux génératrices de l'éprouvette en contact avec les plateaux de la presse croît de façon continue et sans à-coups, jusqu'à la rupture de l'éprouvette. Disposer l'éprouvette de telle sorte que son axe soit parallèle aux plans des plateaux de la presse en intercalant un carton de répartition entre chaque génératrice et le plateau correspondant. Les cartons ne doivent être utilisés qu'une fois. La vitesse de chargement utilisée pour les essais est de 0,1 mm/s. La courbe contrainte déformation est obtenue à l'aide d'un capteur de déplacement de 20

mm. Tous les essais sont réalisés à 28 jours d'âge. Une vérification de la planéité des surfaces des éprouvettes est faite pour nous assurer de la distribution uniforme des charges.

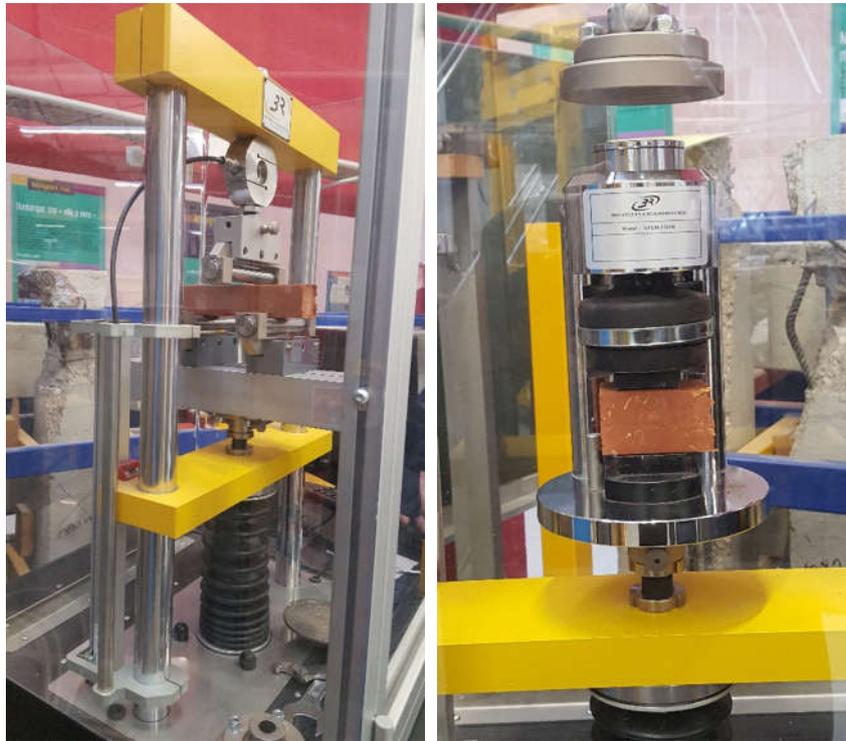


Figure 32 : Dispositifs d'essais de flexion et de compression

Les courbes contraintes-déformations des différents modes de sollicitations sont présentées dans les Figure 33, 34 et 35 suivantes. Ces courbes représentent, l'évolution de la contrainte en fonction de la déformation d'une des trois éprouvettes sollicitées par formulation.

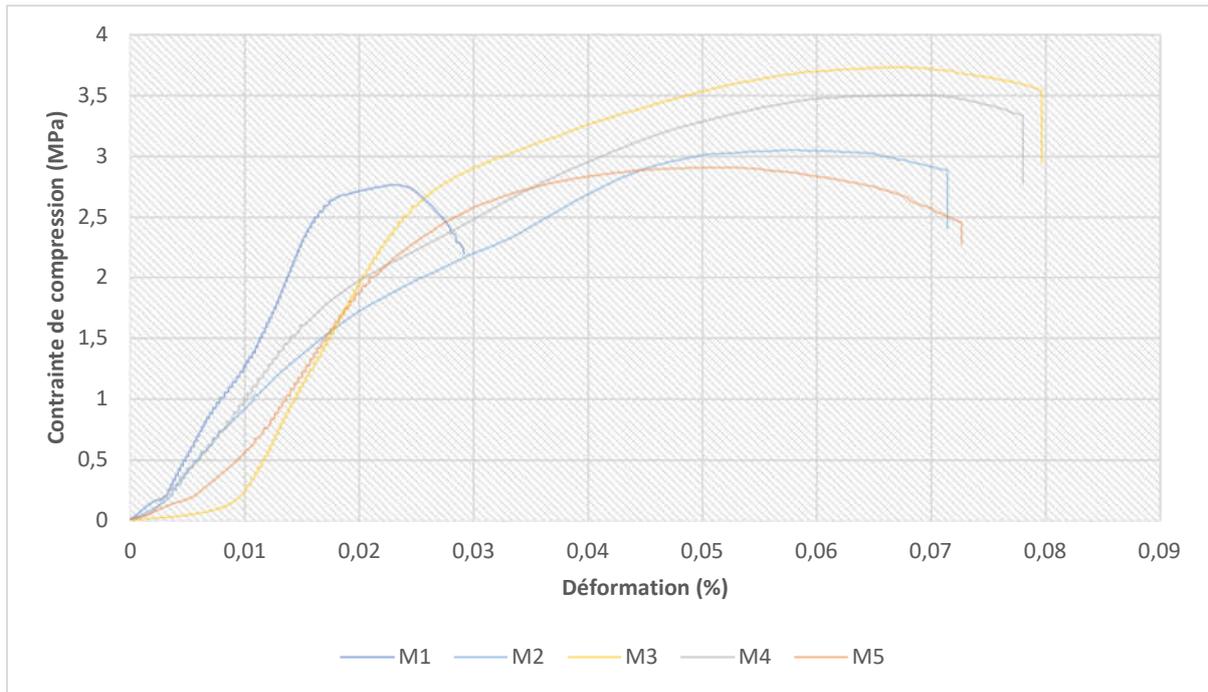


Figure 33 : Courbe contrainte-déformation en compression des éprouvettes cylindriques



Figure 34 : Courbe contrainte-déformation en compression des éprouvettes prismatiques

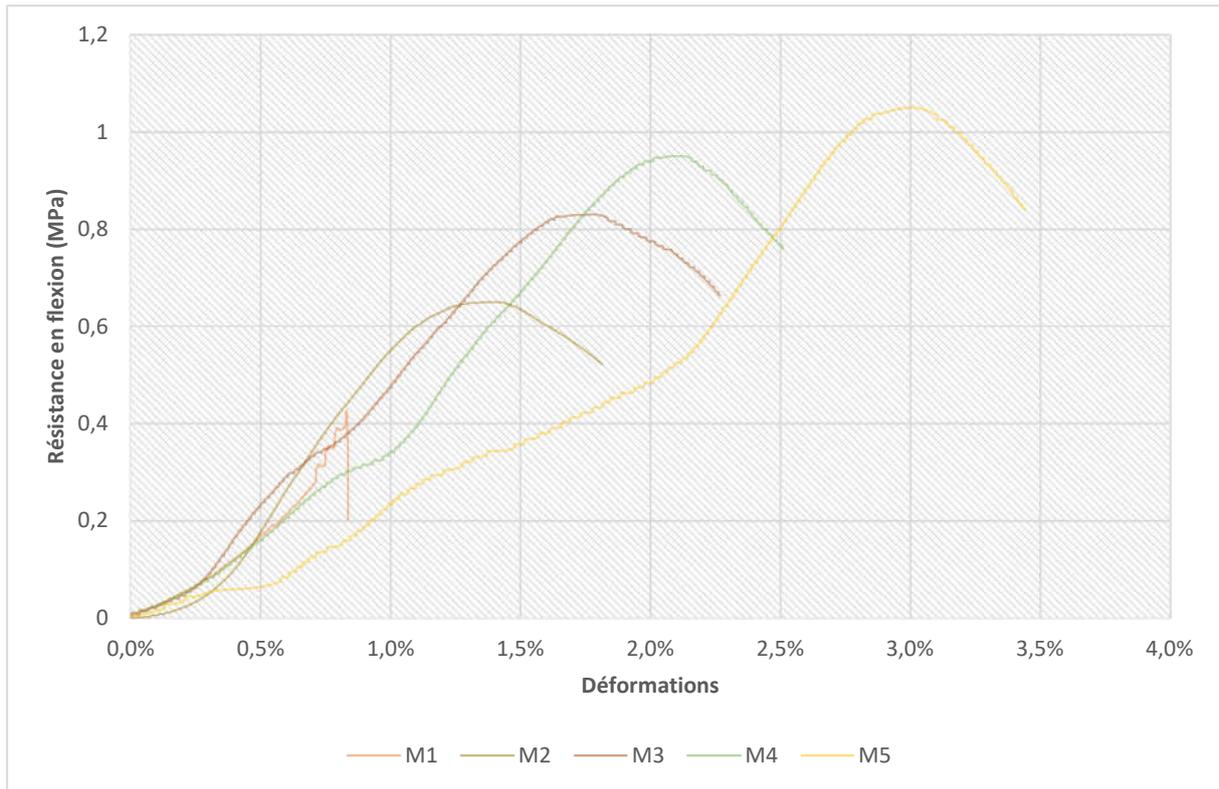


Figure 35 : Courbe contrainte-déformation en flexion 3 points des éprouvettes prismatiques

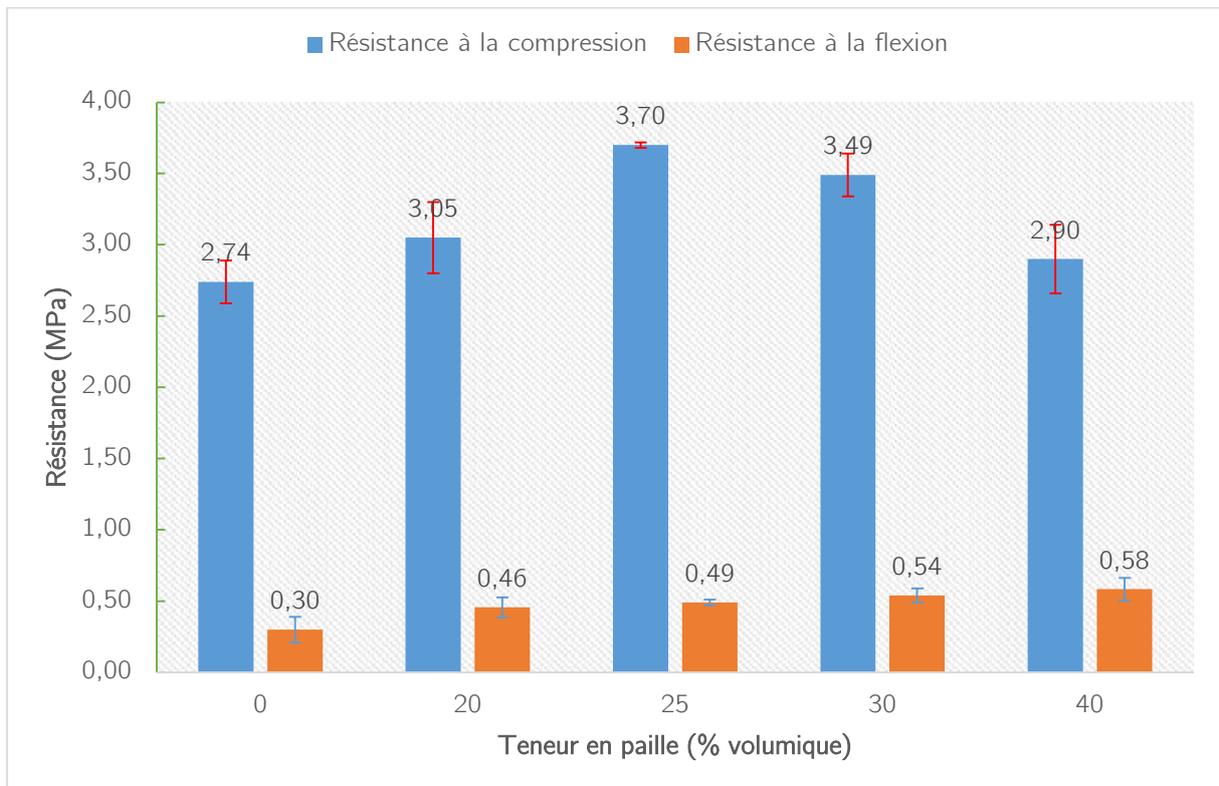


Figure 36 : Variation de la contrainte de compression et traction par fendage en fonction de la teneur en pailles des éprouvettes cylindriques



Figure 37 : Variation de la contrainte de compression et flexion 3 points en fonction de la teneur en paille des éprouvettes prismatiques

On observe sur les Figure 34 et 35 une variation des résistances mécaniques avec l'augmentation des pailles. Ainsi, l'augmentation de la teneur en paille entraîne une variation de la résistance à la compression et une augmentation continue de la résistance à la traction.

L'accroissement de la résistance à la traction concorde avec les résultats des travaux de [27], [71], [129], [130]. Au regard des travaux de Millogo et al [130], les résistances à la flexion des adobes paillés sont plus élevées que celles sans paille. Ceci serait due à l'apport des fibres en tant que renfort pour reprendre les efforts de tractions induites par les sollicitations.

Les valeurs observées sont supérieures à celles recommandées dans la norme néo-zélandaise (0.25MPa) [62] et dans la norme australienne (0.2MPa) [64].

Il faut aussi remarquer sur les courbes contraintes-déformations que la zone de ductilité du matériau qui représente sa capacité à se déformer plastiquement avant de se rompre est bien étendue. La déformabilité des échantillons est importante avec un palier de ductilité très étendue. On en déduit donc que les pailles confèrent une certaine ductilité à la terre

car le mélange de référence M1 qui est sans ajout de paille présente une faible zone de ductilité.

On note qu'à 25%, la résistance à la compression atteint sa valeur maximale (Figure 34 et Figure 35). Au-delà, on assiste à une baisse de cette valeur malgré l'augmentation continue de la résistance à la traction par flexion et par fendage [129].

Ceci peut s'expliquer par le fait que l'allègement du matériau par l'ajout de paille au-delà d'une certaine valeur induit fragilisation du squelette de la terre argileuse qui devrait assurer une certaine résistance aux sollicitations en compression [131], [132]. L'ajout de la paille entraîne une réduction de la masse de terre argileuse. Dans le cas de la traction, ce sont les pailles qui reprennent les efforts [29], [133].

Tableau 6 : Caractéristiques mécaniques optimales du banco

Mélange	Composition	Résistance moyenne (MPa)			
		Eprouvettes cylindriques		Eprouvettes prismatiques	
		Compression	Traction par fendage	Compression	Flexion 3 points
M2	(Terre+25%Paille)	3,70	0,49	4,42	0,83

Ces résistances mécaniques sont comparables à celles des BTC [41], [65], [134], [135]. La contrainte de 4,42 MPa obtenue est comparable à celle des briques de terre crue améliorées avec de faibles teneurs de ciment [59], [136]–[138].

Tableau 7 : Mélange optimal du banco

Mélange optimal (volumique)	
[T : P]	[1 :0,33]
T= Terre ; P= Paille de riz	

Nous pouvons retenir de tout ceci que la proportion de paille qui nous permet d'obtenir les meilleures performances du matériau est de 25%.

Lorsqu'on n'y ajoute pas de paille, les courbes ne présentent aucune ductilité et la rupture est brutale, les fissures sont également importantes. Les pailles ont une grande influence sur les propriétés du matériau car reprennent les charges dans le cas de la traction mais confèrent une certaine ductilité dans le cas de la compression.

3.4.2. Détermination des propriétés élastiques

La détermination expérimentale du module de Young en fonction de la proportion des pailles de riz est importante afin de confronter cela aux résultats de la modélisation. Pour cela, les courbes contrainte-déformation en compression de chaque formulation avec ou sans ajout de paille de riz obtenue à la Figure 33, sont utilisées dans la détermination du module d'élasticité moyen par identification de la partie linéaire correspondant à la zone élastique. Les résultats sont présentés à la Figure 38 suivante :

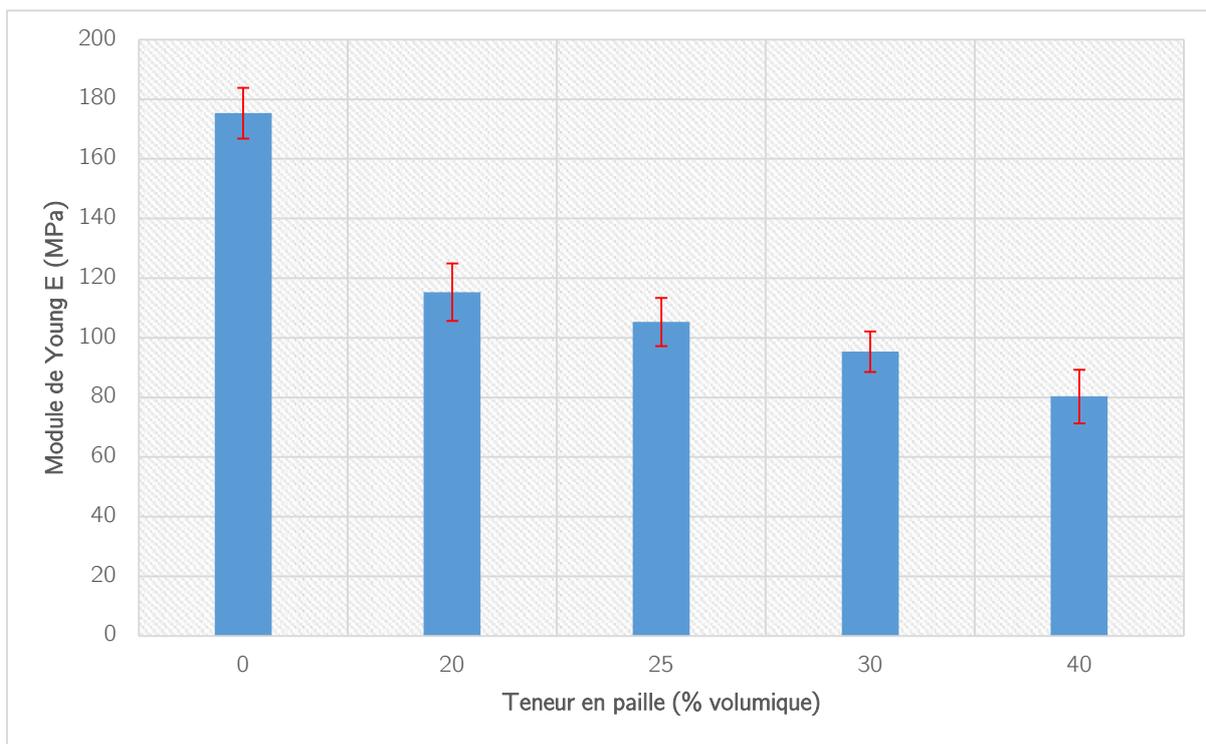


Figure 38 : Variation du module de Young E du composite banco en fonction de la fraction volumique des pailles de riz

On constate que la rigidité de la terre argileuse sans paille dépasse celle du composite à base de pailles de riz. Les courbes expérimentales de contrainte-déformation de compression obtenues sur des éprouvettes cylindriques ont été présentées sur la Figure 33. Afin d'assurer

la reproductibilité des résultats pour la détermination du module de Young, chaque essai a été répété trois fois et la valeur moyenne du module d'Young a été déterminée.

Les valeurs sont (presque) décroissantes pour toutes les séries d'échantillons. Le module d'Young est déterminé pour chaque fraction volumique à travers la courbe contrainte-déformation résultant de l'essai de compression [135], [139].

L'addition de paille de riz diminue la pente de la courbe et n'améliore pas le module d'Young du composite comme on l'observe sur la Figure 38.

Le module de Young du composite a baissé avec l'augmentation de la fraction volumique des pailles de riz jusqu'à 40%.

3.4.3. Influence de la fraction volumique des pailles de riz sur le module de Young du composite

Dans ce paragraphe, le rôle de la fraction volumique des pailles dans la rigidité du matériau est mis en évidence. Plusieurs paramètres sont à prendre en compte pour l'étude de l'élasticité d'un matériau. Dans cette étude nous avons fait varier un seul paramètre et tous les autres sont considérés comme constants. Cette façon de procéder a l'avantage d'être simple, cependant aucune attention particulière n'est portée sur les effets de synergie entre les paramètres.

Sur la Figure 38 est représentée la variation du module de Young E du composite en fonction de la proportion des pailles de riz. On constate une diminution du module de Young avec l'augmentation des pailles jusqu'à la limite de 40%.

Cette décroissance s'explique par le fait que la rigidité des pailles de riz est inférieure à celle de la matrice argileuse. Par conséquent, plus il y a de fibres dans le mélange, plus la rigidité du composite est faible.

Cette étude étant restreinte à la fraction volumique de 40%, cette observation aurait pu continuer plus loin. Néanmoins, la réalité montre qu'au-delà de 40% de renforts le processus expérimental devient très difficile. Certaines études [140], [141] montrent une chute des

propriétés élastiques pour de fortes valeurs de fraction volumique dû à l'arrangement local des fibres.

3.5. Conclusion

Ce chapitre nous permet de mettre en évidence l'effet des pailles sur les propriétés du matériau.

La formulation optimale en relation avec les caractéristiques physiques et mécaniques exigées dans la construction en terre notamment la masse volumique, les résistances mécaniques, le retrait a été déterminée.

Il a été remarqué une diminution de la masse volumique et du retrait au séchage avec l'addition de la paille. Les échantillons renforcés par les pailles de riz révèlent une augmentation des résistances en compression jusqu'au seuil de 25%. Quant à la résistance en traction elle augmente au fur et à mesure qu'on y ajoute les pailles. La paille joue le rôle d'armature pour le composite banco et l'aide à limiter les fissurations.

Les échantillons avec ajout de paille montrent généralement une bonne zone de ductilité sans apparition d'une rupture brutale comme on l'observe sur les courbes contraintes-déformations.

L'élasticité du composite argile-pailles de riz a été également étudiée. On remarque sa diminution au fur et à mesure qu'on y ajoute de pailles jusqu'au seuil de 40% comme limite définie dans cette étude.

Les différents résultats expérimentaux obtenus, peuvent être comparés à ceux issus d'autres travaux recensés dans la littérature [31], [53], [74], [79], [142].

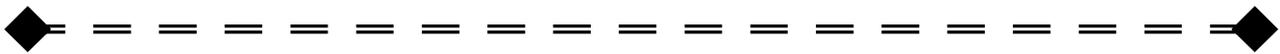
Les valeurs expérimentales obtenues dans cette partie servent par la suite à modéliser les propriétés élastiques du composite argile-pailles de riz en considérant que les inclusions sont orientées aléatoirement au sein du volume du matériau, et n'induisent aucune anisotropie à l'échelle des composites.

Il est à noter le contraste significatif des caractéristiques mécaniques des deux constituants considérés, à savoir les pailles de riz et la terre argileuse, qui amplifiera sensiblement les écarts entre les résultats des différents modèles employés par la suite.

CHAPITRE

4

Modélisation multi-échelles des propriétés élastiques du composite argile-pailles de riz



Sommaire

4.1. Introduction.....	
4.2. Propriétés élastiques des deux phases du composite.....	
4.3. Techniques de détermination des paramètres d'homogénéisation	
4.4. Techniques d'homogénéisation analytique du composite argile-pailles de riz....	
4.5. Techniques d'homogénéisation numérique du composite argile-pailles de riz....	
4.6. Synthèse.....	

4.1. Introduction

La prédiction des propriétés mécaniques des composites à inclusions végétales constitue un nouveau champ de recherche. Dans les études précédentes, les comportements mécaniques du composite banco sont étudiés selon leur formulation, leur masse volumique, le temps et les conditions (température et humidité relatives) de mûrissement. La majorité des études porte sur des aspects expérimentaux, mais peu de travaux se sont intéressés à la prédiction de leurs comportements. Les approches théoriques sont donc plus rares. La présente partie porte sur l'utilisation des méthodes d'homogénéisation analytique et numérique utilisées pour estimer au mieux les propriétés de ce type de matériau.

En effet, l'homogénéisation est une technique de modélisation qui assimile un matériau hétérogène à un matériau homogène fictif équivalent, dont on doit déterminer les caractéristiques [143]–[146]. Le banco étant un matériau hétérogène, son comportement mécanique dépend de ses constituants, des mécanismes aux interfaces mais aussi de l'adhérence de ses constituants.

Pour prédire son comportement ou optimiser ces caractéristiques mécaniques, des modèles de changement d'échelle qui prennent en compte les caractéristiques de la microstructure sont les plus adéquats.

Il est maintenant de plus en plus illusoire de souhaiter modéliser un matériau composite à l'aide d'une approche exclusivement macroscopique et ceci pour deux raisons essentielles. La première est que ce type d'approche masque les phénomènes physiques et ne sait discerner les vraies causes des phénomènes observées à l'échelle macroscopique. La seconde raison est que la puissance des calculateurs permet désormais de résoudre les problèmes d'homogénéisation et de traiter numériquement les procédés multi-échelles [147]. Ainsi la prise en compte de phénomènes fins et complexes s'avère tout à fait réalisable et l'homogénéisation devient un outil efficace d'analyse du comportement des matériaux composites [148].

L'objectif premier est d'utiliser un outil rapide, fiable et efficace comme simulateur de performance du matériau. Tout d'abord les propriétés mécaniques sont prédites dans une

configuration unidirectionnelle des pailles de riz puis l'orientation aléatoire est prise en compte.

Les prédictions de tous ces modèles théoriques et numériques seront confrontées à des mesures expérimentales issues du chapitre précédent pour des fractions volumiques de pailles de riz allant jusqu'à 40%. La modélisation multi-échelles proposée a été limitée uniquement à l'estimation en élasticité linéaire pour des formulations variables.

4.2. Propriétés élastiques des deux phases du composite

Comme nous l'avons dit dans le chapitre II, la détermination précise du module de Young de la paille de riz demande un protocole dédié à cela. Dans le cadre de ce travail nous avons eu dans la littérature des valeurs allant de 17 MPa à 20 MPa déterminées par la procédure dite de minimisation d'erreur quadratique par rapport à la valeur de Hill. La valeur finale retenue est 17 MPa [52]. Notons qu'en ce qui concerne le coefficient de Poisson, peu de travaux l'ont étudié et la valeur de 0,3 est retenue en moyenne [49] [53].

En ce qui concerne la terre argileuse, son module de Young utilisé dans ce travail est de 175 MPa et son coefficient de Poisson de 0,3 [149].

Tableau 8 : Récapitulatif des propriétés élastiques des différentes phases

Phase	Module de Young (MPa)	Coefficient de Poisson
Terre argileuse	175	0,3
Paille de riz	17	0,3

4.3. Techniques de détermination des paramètres d'homogénéisation

Le but de la démarche d'homogénéisation est de prédire les propriétés effectives d'un matériau à partir d'un volume élémentaire représentatif VER, le tenseur de rigidité de chaque phase (constituant) du composite, la fraction volumique, le rapport de forme et l'orientation des inclusions. Il s'agit ici d'expliquer les procédures de détermination de la taille du Volume Élémentaire Représentatif (VER), des paramètres de proportion, de forme

et d'orientation des inclusions dans la matrice. Ce sont les principaux paramètres utilisés dans la procédure d'homogénéisation qu'elle soit analytique ou numérique.

4.3.1. Elaboration de la matrice de rigidité des deux phases du composite

En supposant la matrice argileuse et les pailles de riz isotropes à l'échelle microscopique, nous avons la forme générale de leur matrice de rigidité qui se présente comme suit [94], [145], [150] :

$$[C] = \begin{bmatrix} \lambda + 2\mu & \lambda & \lambda & 0 & 0 & 0 \\ \lambda & \lambda + 2\mu & \lambda & 0 & 0 & 0 \\ \lambda & \lambda & \lambda + 2\mu & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \mu & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \mu & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \mu \end{bmatrix}$$

où λ et μ sont les constantes de Lamé pour chacune des deux phases du composite.

- Calcul des coefficients de Lamé λ et μ des pailles de riz et de la terre argileuse

$$\lambda = \frac{E\nu}{(1+\nu)(1-2\nu)} \quad (38)$$

Si l'on désigne par λ_i et μ_i les coefficients de Lamé des inclusions de paille de riz et par λ_m et μ_m ceux de la terre argileuse on a :

$$\lambda_i = 9,808 \text{ MPa}$$

$$\lambda_m = 100,962 \text{ MPa}$$

$$\mu = \frac{E}{2(1+\nu)} \quad (39)$$

$$\mu_i = 6,538 \text{ MPa}$$

$$\mu_m = 67,308 \text{ MPa}$$

Les matrices de rigidité isotropes des deux phases du composite se présentent comme suit :

phases	Matrices de rigidité isotrope
Pailles de riz	$\begin{bmatrix} 22.885 & 9.808 & 9.808 & 0 & 0 & 0 \\ 9.808 & 22.885 & 9.808 & 0 & 0 & 0 \\ 9.808 & 9.808 & 22.885 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 6.538 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 6.538 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 6.538 \end{bmatrix}$
Terre argileuse	$\begin{bmatrix} 235.577 & 100.962 & 100.962 & 0 & 0 & 0 \\ 100.962 & 235.577 & 100.962 & 0 & 0 & 0 \\ 100.962 & 100.962 & 235.577 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 67.308 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 67.308 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 67.308 \end{bmatrix}$

4.3.2. Détermination du Volume Élémentaire Représentatif (VER)

Plusieurs méthodes existent pour la détermination du VER. Dans le cadre de ce travail, la méthodologie statistique définie par Gitman et al. [99], Kanit et al. [98] est utilisée dans le cas du VER analytique. Des échantillons de dimension 40x40x160 mm³ comme indiqué par Lenci et al. [52] ont été introduits dans un micro-tomographe à rayon X. Les images enregistrées par la micro-tomographie à rayon X lors de la rotation de l'échantillon entre 0° et 360 ° seront utilisées dans un algorithme de rétroprojection filtré afin de reconstruire le volume entier de l'échantillon. Ensuite, les images générées par micro-tomographie aux rayons X seront traitées par ImageJ® pour obtenir une description complète de la microstructure, à savoir la fraction volumique, le rapport de longueur d'inclusion. Une analyse statistique des résultats d'ImageJ® sera utilisée pour déterminer les tailles du VER cubique à considérer.

Selon Gitman et al., Kanit et al. [98], [99] et dans le cadre du présent travail, nous convenons de considérer dans le spécimen 40 × 40 × 160 mm³ quatre tailles du VER cubique de dimensions: 40, 35, 30 et 25 mm. Ce choix permettra de prendre en compte les variations de concentration des fibres dans le composite.

Pour la détermination du VER numérique, il sera généré par un algorithme de génération de microstructure. En effet, il existe plusieurs méthodes de génération de microstructures numériques dont nous pouvons citer entre autres le processus de Poisson, l'algorithme SA (Simulated Annealing), l'algorithme RSA (Random Sequential Adorption), la méthode MD (Molecular Dynamic). Dans notre étude, une microstructure virtuelle sera générée par le processus de Poisson. Ce processus est bien adapté aux microstructures aléatoires et isotropes.

4.3.3. Propriétés locales à l'échelle du VER

1.5.4.5. Fraction volumique, rapport de forme et orientation des pailles de riz

Dans le but de caractériser les propriétés du composite argile-pailles de riz, il nous faut connaître certains paramètres dont la fraction volumique, le rapport de forme et l'orientation des pailles de riz dans le composite.

Ceci nous a emmené à faire une détermination de ces paramètres par analyses d'images acquises par la micro-tomographie à rayons X sur toutes les faces du VER cubique. Grâce au logiciel ImageJ[®] on traite l'image numérique pour obtenir par seuillage son image binarisée (Figure 39). Sur l'image binarisée, les pailles de riz sont en pixels noirs et la matrice argileuse en pixels blancs.

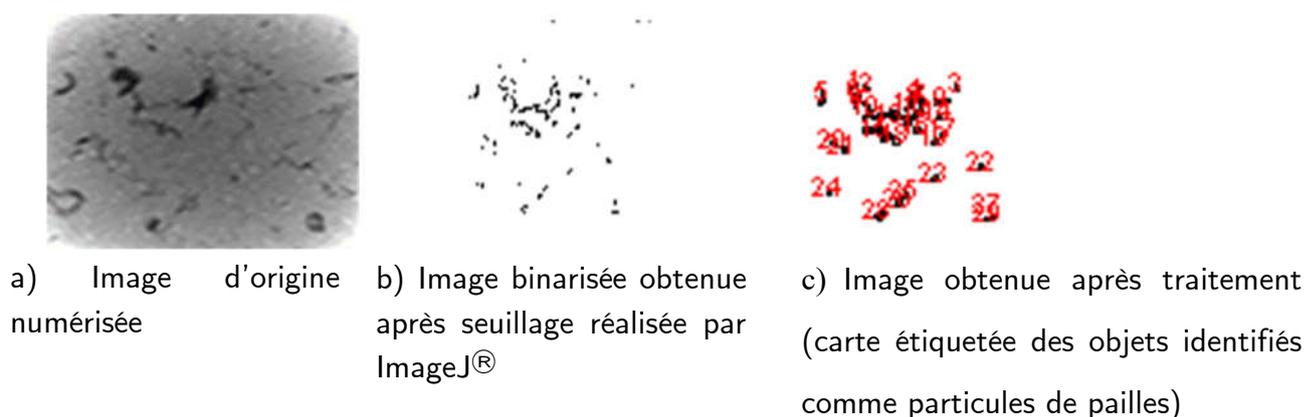


Figure 39 : Etapes d'analyse d'image en vue de la détermination de l'orientation et la forme des particules de pailles

Sur l'image binarisée, pour chaque particule de paille détectée, son aire et son périmètre sont mesurés directement et enregistrés. Les dimensions des particules détectées peuvent

être définies selon différentes techniques (par exemple, la longueur et la largeur peuvent être définies comme le diamètre maximal et le diamètre minimal [100]).

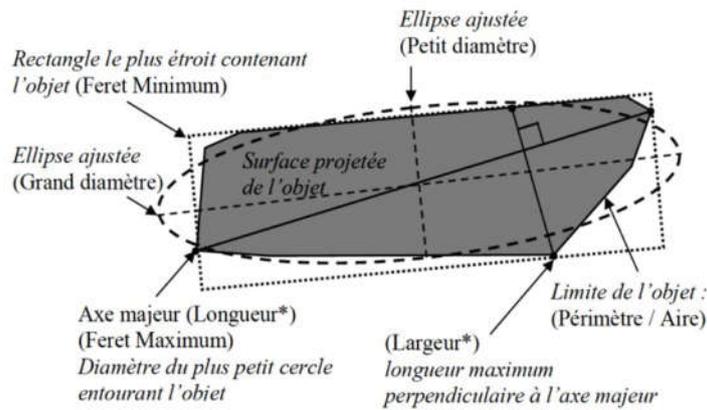


Figure 40 : Longueurs et largeurs analysées [151]

Afin de déterminer la longueur, la largeur et l'orientation de l'objet détecté, des formes géométriques de base (rectangle, ellipse, polygone...) peuvent être ajustées [152]. Dans le cas de l'aire projetée d'une particule, une ellipse est utilisée. Son centre correspond au barycentre de l'objet et son aire est égale à celle de l'objet. Les longueurs et largeurs de la section de la particule sont alors définies respectivement selon les grands et petits rayons des ellipses ajustées (Figure 40). Les résultats sont résumés dans un tableau comme le suivant :

Tableau 9 : Présentation générale des données issues d'analyse d'images

Particule	Aire (A_i)	X_M	Y_M	L	D	$\varphi(^{\circ})$
1	A_1	X_1	Y_1	L_1	D_1	φ_1
...
i	A_i	X_i	Y_i	L_i	D_i	φ_i
...
N	A_N	X_N	Y_N	L_N	D_N	φ_N

Dans le Tableau 9, A_i représente l'aire de la particule i . X_i et Y_i sont les coordonnées du barycentre. L_i et D_i sont les longueurs correspondantes au grand et au petit axe de l'ellipse. Enfin φ_i est l'angle de l'orientation du grand axe de l'ellipse par rapport à un axe de référence.

A partir des données fournies par la procédure d'analyse d'images, les composantes du tenseur d'orientation nommé \mathbf{a}_2 , le rapport de forme moyen r_{moyen} et la fraction volumique des pailles de riz V_i sont déterminés.

- Les composantes du tenseur d'orientation \mathbf{a}_2 :

$$a_{ij} = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N P_i^k P_j^k \quad (40)$$

où N est le nombre de particules P_i et P_j sont les composantes du vecteur unitaire P , déterminées par l'équation (41) avec $\theta = \pi/2$.

$$\begin{aligned} P_1 &= \sin \theta \cos \varphi \\ P_2 &= \sin \theta \sin \varphi \\ P_3 &= \cos \varphi \end{aligned} \quad (41)$$

- Le rapport de forme moyen est donné par :

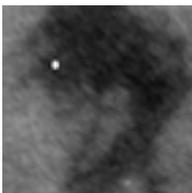
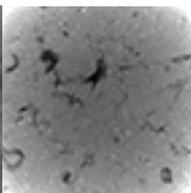
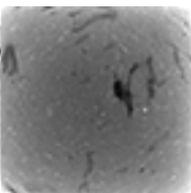
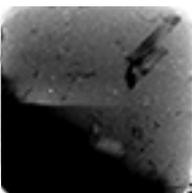
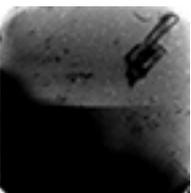
$$r_{\text{moyen}} = \frac{\sum_{i=1}^N A_i \frac{L_i}{D_i}}{\sum_{i=1}^N A_i} \quad (42)$$

- La fraction volumique des inclusions se calcule par :

$$V_i = \frac{\sum_{i=1}^N A_i}{A_{\text{face}}} \quad (43)$$

A la suite de la numérisation des faces de l'éprouvette les images obtenues pour le composite argile-pailles de riz sont les suivantes :

Tableau 10 : Images obtenues par le tomographe

N°	1	2	3	4	5	6
Images						

Le processus de l'analyse d'image (la numérisation, la binarisation / l'identification et l'étiquetage géométrique) est montré sur la Figure 39. La même analyse est faite pour toutes les autres faces. Les informations sur la distribution de taille et d'orientation des particules de la face 1 sont récapitulés dans le Tableau 11.

Tableau 11 : Extrait de données issues de l'analyse d'images

Particule	Aire (mm ²)	X(mm)	Y(mm)	L(mm)	D(mm)	$\Phi_i(^{\circ})$
1	346,906	22,062	21,773	22,84	19,339	101,549
2	0,124	37,221	8,644	0,398	0,398	0
3	0,124	11,113	11,466	0,398	0,398	0
4	0,124	10,408	11,819	0,398	0,398	0
5	0,124	11,819	11,819	0,398	0,398	0
6	0,249	10,584	13,407	0,916	0,346	135
.
.
.
27	0,249	11,643	13,407	0,916	0,346	45

Le Tableau 11 présente un extrait des données issues de l'analyse d'image de la face 1. Les données des autres faces sont en Annexe 3.

Le Tableau 12 récapitule les valeurs de la fraction volumique, du rapport de forme moyen et des composantes du tenseur \mathbf{a}_2 obtenu pour une distribution aléatoire sur chacune des faces du VER.

Tableau 12 : Rapports de forme, fractions volumiques et composantes du tenseur a_2

	Composantes du tenseur a_2			r	v_i (%)
	a_{11}	a_{22}	$a_{12} = a_{21}$		
Face 1	0,335	0,665	-0,162	3,192	26,15
Face 2	0,525	0,476	-0,041	2,226	25,01
Face 3	0,608	0,392	-0,021	2,538	24,62
Face 4	0,329	0,671	0,053	2,923	25,4
Face 5	0,459	0,541	0,041	2,856	24,8
Face 6	0,613	0,387	-0,005	3,655	24,29

La comparaison de ces composantes avec les composantes du tenseur a_2 pour le cas d'une orientation aléatoire en 2D montre une différence relativement faible de l'ordre de 4.4%. Cela confirme que les coupes des particules apparaissant sur les différentes images ne montrent pas d'orientation particulière. La distribution peut être considérée comme aléatoire en 2D sur chacune des images et par extension isotrope dans le volume. Ces résultats montrent que le composite peut être considéré, à l'échelle du VER, comme un milieu homogène isotrope au vu de l'orientation des particules.

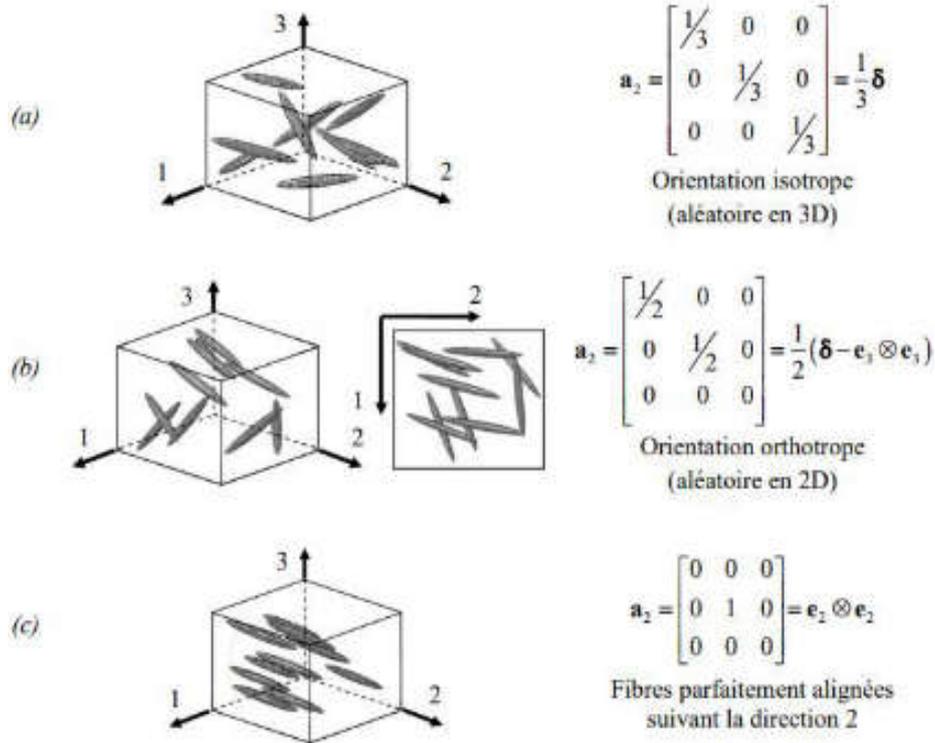


Figure 41 : Exemples d'orientation : (a) orientation aléatoire en 3D, (b) orientation aléatoire en 2D, (c) orientation alignée [117]

Les particules de pailles n'étant par alignées au sein de la matrice argileuse, il est judicieux de prendre en compte l'aspect aléatoire de leur orientation dans l'estimation des propriétés mécaniques. Cette orientation s'exprime à l'aide des tenseurs d'orientation d'ordre 2 et 4 (a_2 et a_4). Le tenseur d'ordre deux a_2 étant obtenu à l'issue de l'analyse d'image, il est à noter que le tenseur d'ordre quatre a_4 est déterminé à partir de ce tenseur d'ordre deux a_2 en utilisant les approximations de fermeture [117].

4.4. Techniques d'homogénéisation analytique du composite argile-pailles de riz

Les modèles d'homogénéisation de Hashin-Strikman et de Mori-Tanaka sont utilisés avec les bornes de Voigt et Reuss pour encadrer ces modèles en vue de la prédiction du comportement macroscopique équivalent du composite argile-pailles de riz retenu comme isotrope. Les organigrammes utilisés sont indiqués dans les Figure 42 et Figure 43. Le choix a été porté sur ces deux modèles en raison du fait que la valeur moyenne de la fraction

volumique des inclusions est de l'ordre de 30% alors que les autres modèles s'utilisent pour de grandes fractions volumiques. Un code de calcul sera utilisé pour conduire le processus de détermination du tenseur de rigidité homogénéisé ainsi que les constantes d'élasticité.

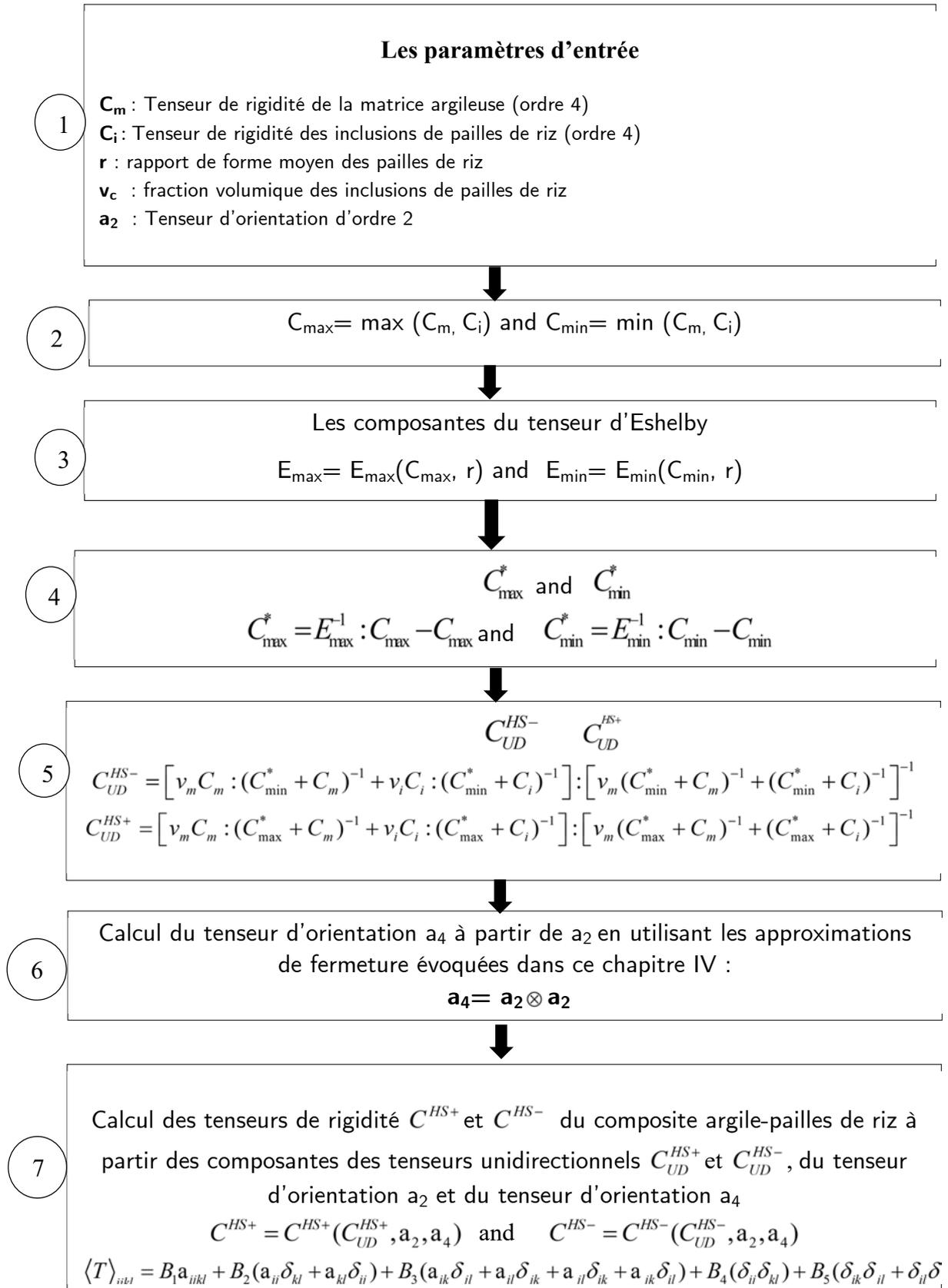


Figure 42 : Détermination du tenseur de rigidité homogénéisé (bornes de Hashin-Strikman)

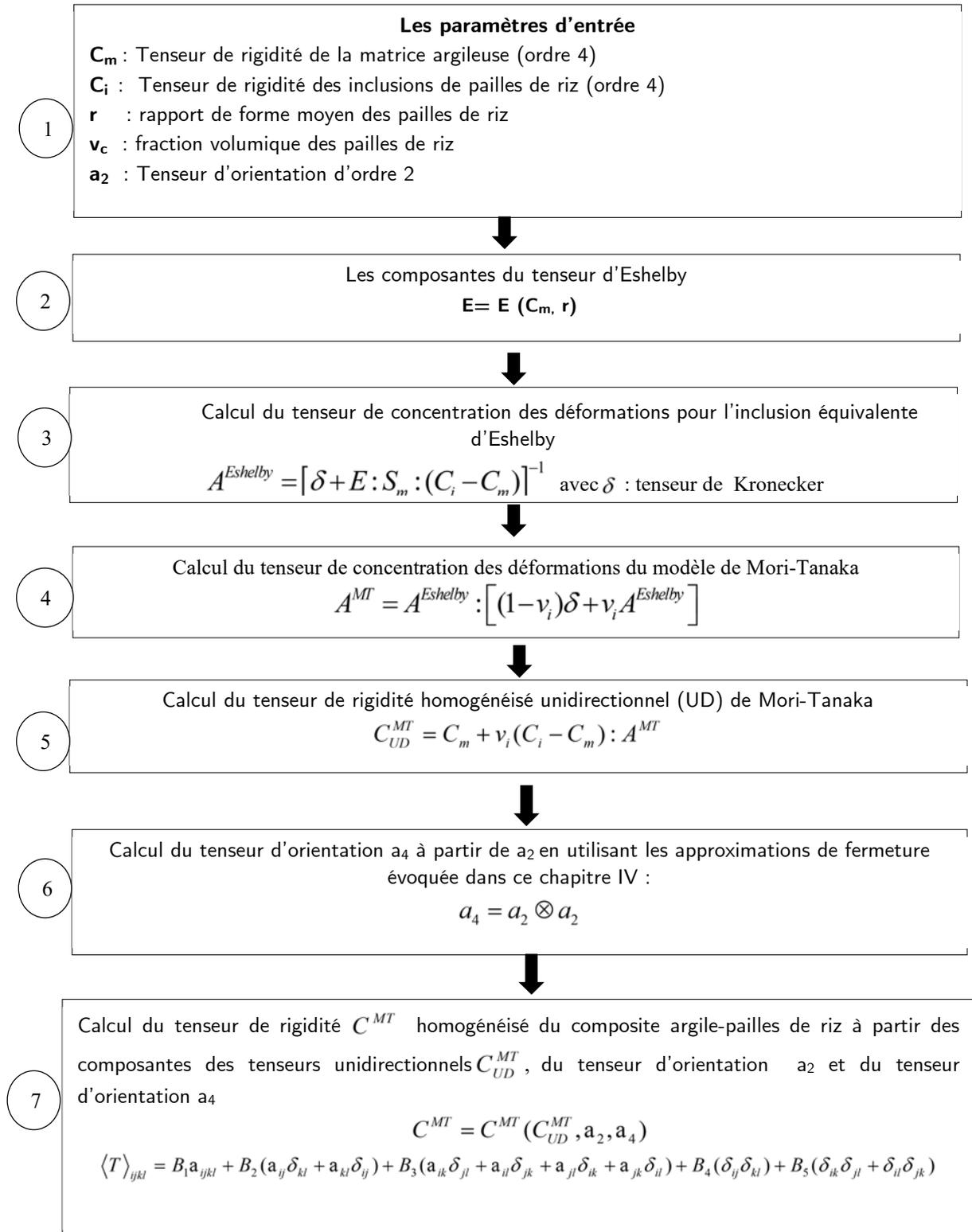


Figure 43 : Détermination du tenseur de rigidité homogénéisé (approche de Mori-Tanaka)

À l'issue de l'utilisation des techniques d'homogénéisation, il est obtenu un tenseur de rigidité d'ordre 4. Ce tenseur de rigidité est transformé sous forme matricielle en utilisant la notation de Voigt. On obtient donc une écriture sous la forme de la matrice présentée

au paragraphe 4.3.1. Par comparaison des composantes de la matrice issue du calcul selon le diagramme des Figure 42 et Figure 43, ainsi que de l'expression générale de la matrice de rigidité (voir paragraphe 4.3.1), on détermine les coefficients de Lamé puis on déduira les propriétés élastiques du composite argile-pailles de riz.

4.5. Techniques d'homogénéisation numérique du composite argile-pailles de riz

L'estimation des propriétés effectives des matériaux composites prenant en compte l'échelle macroscopique et microscopique nécessite la préparation d'un code propre dans la plupart des cas. Mais avec l'évolution des travaux dans ce domaine certains codes commerciaux sont également en mesure de mener cette procédure [146]. Les méthodes numériques d'homogénéisation sont multiples et on peut en citer celle basée sur une analyse directe par éléments finis ou celle basée sur le champ moyen.

L'étude numérique des propriétés élastiques du composite argile-pailles de riz est faite dans ce travail avec l'utilisation du logiciel Digimat qui offre l'opportunité de tester ces deux techniques.

Digimat est une plateforme de logiciels pour la simulation prédictive des matériaux composites [153]. Il est utilisé dans le cadre de nombreuses études multi-échelles dont notamment celle de Hoang [154] sur l'approche d'homogénéisation numérique pour le calcul des structures hétérogènes élastoplastiques où le logiciel Digimat a été utilisé pour prédire numériquement le comportement de ces matériaux hétérogènes. Ce fut également le cas de El Moumen [81] qui a utilisé ce logiciel pour vérifier les propriétés effectives d'un matériau hétérogène biphasique obtenue par d'autres applications numériques. Gromada et al. [155] dans le cadre de l'étude numérique des propriétés d'un composite en céramique ont utilisé cet outil qui leur a permis de calculer les propriétés effectives qui se rapprochent plus de l'expérimental. Tout ceci justifie notre choix pour ce logiciel d'homogénéisation numérique.

Digimat présente quatre modules : Digimat MF, Digimat FE, Digimat MX et Digimat CAE. Pour notre étude, uniquement les deux premiers modules (Digimat MF, Digimat FE) ont été utilisés.

4.5.1. Modélisation numérique par Digimat MF

4.5.1.1. Description

Le logiciel Digimat MF est un logiciel de modélisation de matériaux multi-échelles par champs moyens basé sur la solution d'inclusion unique d'Eshelby et le modèle de Mori-Tanaka pour l'analyse micromécanique [153]. La taille, la distribution et la position des inclusions dans la matrice peuvent être définies au moyen d'un ajustement des paramètres.

Les inclusions peuvent avoir une forme ellipsoïdale, de cavités, d'inclusions enrobées et d'inclusions rigides ou quasi-rigides. Dans notre cas nous avons considéré que nos inclusions ont une forme cylindrique. Digimat MF peut modéliser des matériaux thermoélastiques linéaires, thermo-élasto-plastique, plasticité cyclique, viscoélasticité linéaire, élasto-viscoplastique et hyper-élastique. Les chargements appliqués peuvent être : thermomécaniques, en contraintes ou en déformations multi-axiales, monotones ou cycliques, imposés ou provenant d'une analyse par éléments finis.

4.5.1.2. Principes et méthodologie de l'homogénéisation par champs moyens de Digimat MF

Le logiciel Digimat MF simule le comportement élasto-plastique des matériaux composites en utilisant le critère de Huber-Mises-Hencky (HMH), selon le principe où un matériau commence à subir une déformation plastique lorsque l'intensité de la contrainte dans le matériau atteint la valeur de la limite d'élasticité du matériau. Cette technique d'homogénéisation par champs moyens utilise la méthode de Mori-Tanaka. Le chargement est de type déformation uniaxiale suivant la direction 1 dans le repère locale comme le montre la Figure 44. La déformation appliquée aux contours est de 0,03.

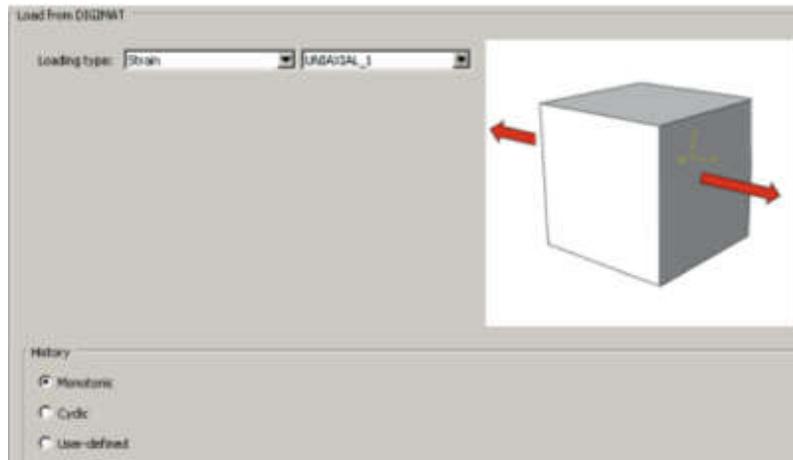


Figure 44 : Chargement considéré dans Digimat MF

La Figure 45 présente un exemple de résultat obtenu par cette homogénéisation qui est donné par la courbe contrainte déformation.

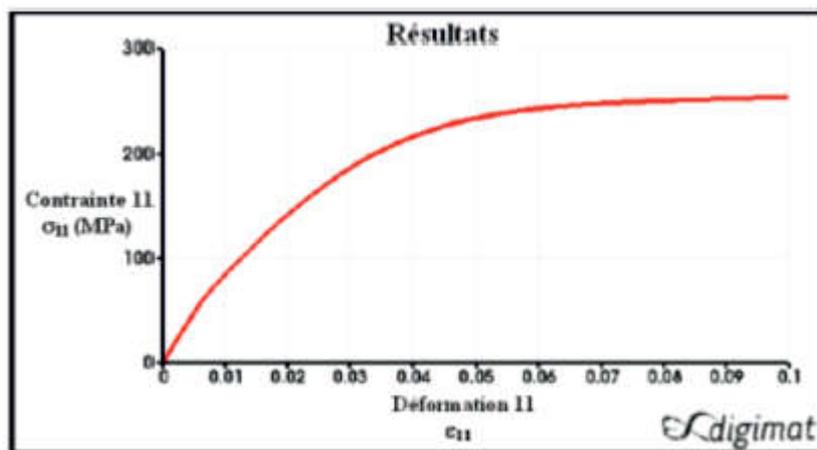


Figure 45 : Courbe contrainte-déformation par Digimat MF

Dans l'homogénéisation par champs moyens, le couplage des déformations et contraintes macroscopiques et microscopiques est réalisé par application du théorème de moyenne intégrale. Les résultats des calculs numériques sont basés sur la solution bien connue d'Eshelby [101].

4.5.2. Modélisation numérique par Digimat FE

4.5.2.1. Description

Digimat FE est un logiciel d'homogénéisation du comportement de Volume Élémentaire Représentatif (VER) de microstructure de matériaux composites. Ce module utilise la

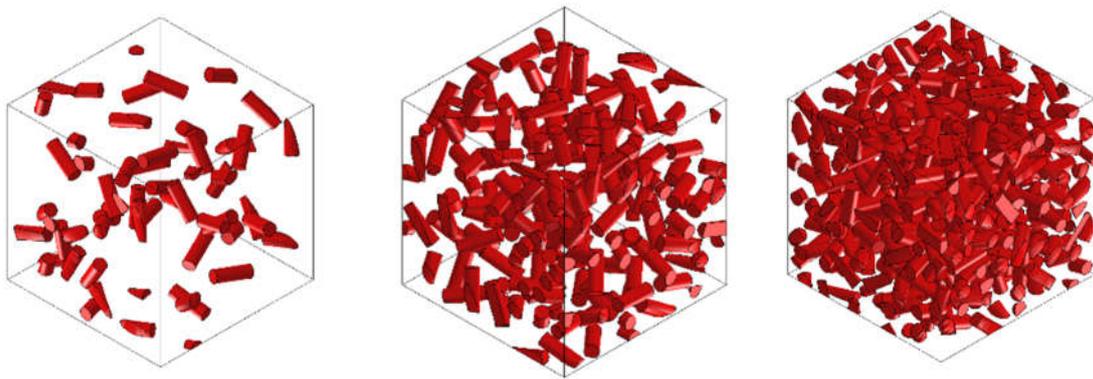
méthode des éléments finis (MEF) pour l'analyse de la structure de VER. Digimat-FE utilise Abaqus/CAE pour générer le maillage d'une microstructure via un script Python. Il utilise le même arbre de données que Digimat MF. Il sert aussi de confronter les résultats de la méthode des éléments finis MEF (Digimat FE) avec ceux de la méthode semi-analytique (Digimat MF).

4.5.2.2. Principes et méthodologie de l'homogénéisation par éléments finis de Digimat FE

Le processus de calcul des propriétés effectives des matériaux composites par la méthode des éléments finis de Digimat FE consiste dans un premier temps à générer un VER qui prend en compte les caractéristiques des différentes phases du composite, ensuite la définition de la géométrie globale du matériau. Après vient le maillage puis la simulation numérique du comportement. Pour cela, des microstructures biphasiques comprenant une phase de matrice de terre argileuse et une phase d'inclusion de pailles de riz avec différentes fractions volumiques sont générées. Ces microstructures sont introduites dans le code des éléments finis afin de calculer les propriétés mécaniques.

- Génération du VER

Comme nous l'avons détaillé dans la revue de littérature, il existe plusieurs algorithmes de génération de la microstructure du VER parmi lesquels nous avons : le processus de Poisson, l'algorithme SA (Simulated Annealing), l'algorithme RSA (Random Sequential Adorption), la méthode MD (Molecular Dynamic), etc. Dans notre étude, les microstructures ont été générées par le processus aléatoire de Poisson utilisé par Digimat FE. Ainsi, un VER est créé par Digimat FE comme le montre la Figure 46.



(a) 10% d'inclusions (b) 20% d'inclusions (c) 40% d'inclusions

Figure 46 : Exemple de VER généré par Digimat FE

- Maillage du VER

Après la génération du VER, Digimat FE fait importer ce modèle de VER dans Abaqus CAE pour effectuer le maillage comme le montre la Figure 47. La méthodologie pour créer et mailler un volume de matériau hétérogène s'articule principalement autour de trois étapes comme nous l'avons rappelé plus haut : la représentation surfacique de matériau, le maillage surfacique et le maillage volumique. Nous avons utilisé un maillage régulier de type tétraédrique et à intégration réduite. Ce type de maillage permet d'avoir une convergence rapide et nécessite peu de mémoire pour le calcul des propriétés effectives [117], [156], [157].



(a) Maillage de la matrice (b) Maillage des inclusions (c) Maillage du composite

Figure 47 : Maillage du VER pour l'analyse EF avec Abaqus CAE

- Conditions aux limites

Comme tous les problèmes de modélisation, il est nécessaire de définir des conditions aux limites afin de résoudre les équations constitutives dans le cas de l'élasticité. On peut

distinguer : les conditions homogènes sur le contour en déformation (KUBC), les conditions homogènes sur le contour en contraintes (SUBC) et les conditions périodiques (PBC). Comme nous l'avons dit dans la revue sur les conditions aux limites, on remarque que les conditions périodiques (PBC) sont préférables pour les calculs aux éléments finis (EF). De plus, les conditions aux limites PBC sont utilisées pour tous les calculs aux éléments finis sur les différentes tailles du volume, à cause de sa convergence rapide. Pour cela, dans notre travail, nous avons choisi ces conditions aux limites de type périodique (PBC). D'après les conditions aux limites de type périodique, deux points homologues de faces opposées ont même caractéristique. De même, les efforts $\sigma.n$ en deux points homologues sont opposés.

- Chargement

Le chargement ici est uniaxial (suivant l'axe 1-1). Après génération du maillage, on sollicite notre microstructure en compression axiale. On post-traite les résultats de l'analyse FE (Post processing tasks) à l'aide des fonctions de distribution probabilistes qui donnent un aperçu détaillé du VER sollicité. Les valeurs moyennes homogénéisées sont calculées et peuvent être utilisées dans une analyse FE ultérieure sur la partie structurelle.

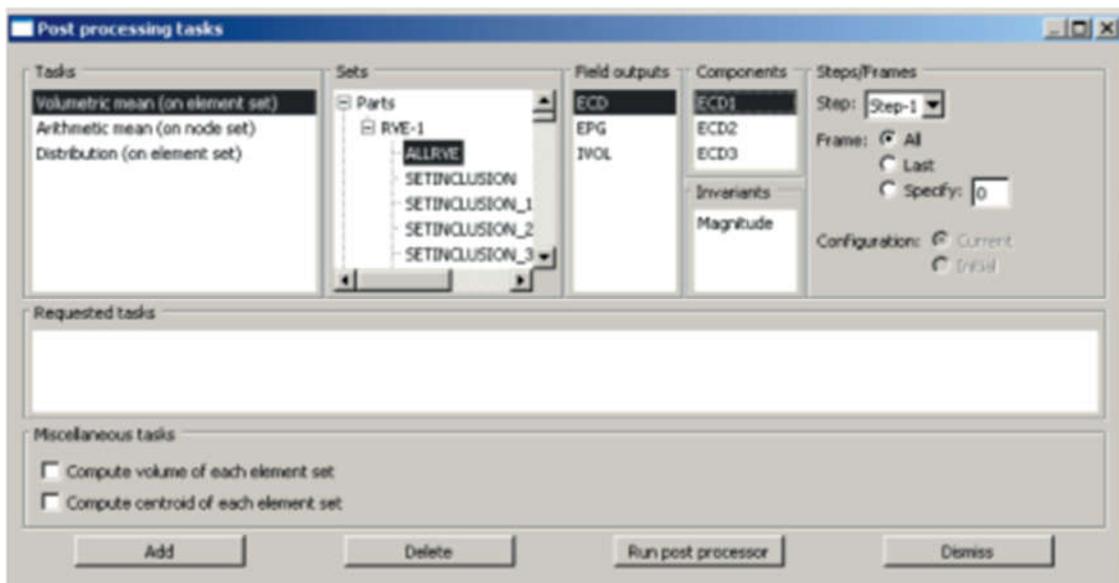


Figure 48 : Interface du processus de post-traitement dans Digimat FE

Ensuite le module FE après calculs, (en se basant sur les caractéristiques de chaque phase) donne la contrainte et la déformation suivant chaque axe du VER et par suite il donne aussi la courbe contrainte-déformation issue du chargement comme le montre la Figure 49.

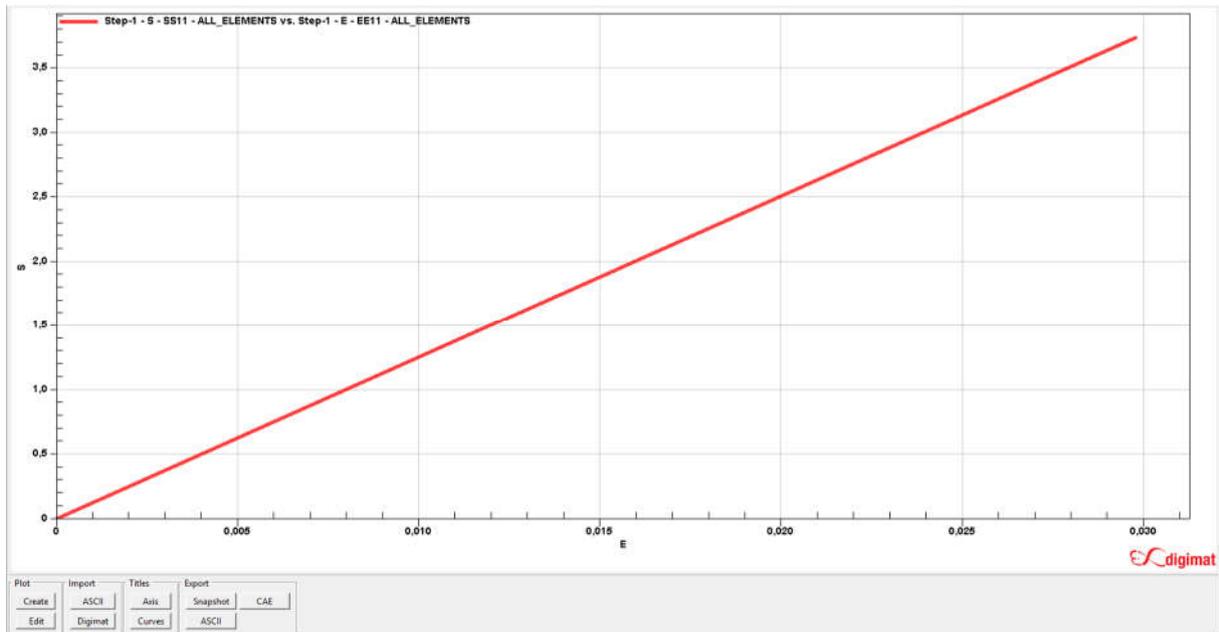


Figure 49 : Courbe contrainte déformation donnée par Digimat FE

Le rapport entre la contrainte suivant l'axe 1-1 et la déformation de l'axe nous donne la valeur du module de Young. Quant à la valeur du coefficient de Poisson, elle est l'opposé du rapport entre la déformation transversale suivant l'axe 2-2 et la déformation longitudinale suivant l'axe 1-1.

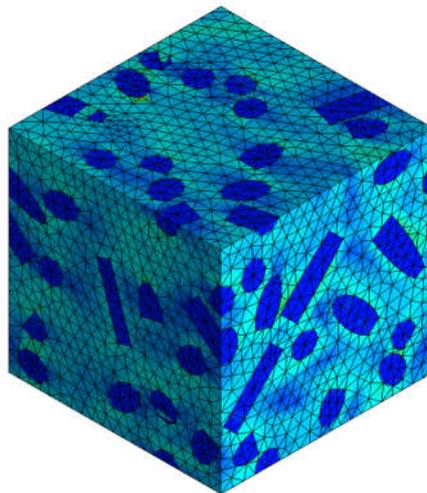


Figure 50 : Microstructure obtenue après chargement

- Convergence globale

Rappelons que pour étudier les fluctuations des propriétés macroscopiques, plusieurs tailles du volume, nommées réalisations, ont été générées pour la microstructure. Durant la construction, chaque taille de ces volumes contient un nombre spécifique d'inclusions N .

Par conséquent, l'augmentation de la taille du volume revient à augmenter le nombre des inclusions N , tout en gardant la même fraction volumique des inclusions. Pour chaque taille N , différentes réalisations n sont considérées. Nous avons introduit un nombre limite N de 100 inclusions. Ce choix a été fait en raison des résultats obtenus dans d'autres études qui font état de ce qu'avec 100 inclusions déjà on obtient de bons résultats issus des simulations en ce qui concerne le calcul des propriétés effectives d'un matériau composite [105], [158],[81], [159].

La densité de maillage est définie comme le volume du matériau présenté par un EF. A cet effet, des microstructures 3D de 100 inclusions spécifiques à ce genre de calculs ont été construites. Le nombre des particules cylindriques et la géométrie des microstructures sont inchangés, mais différentes résolutions du maillage sont utilisées. La Figure 51 montre la variation du module de Young en fonction du nombre des EF. Elle montre que le module E diminue rapidement pour les maillages comportant moins d'éléments finis puis tend vers une convergence totale pour le cas des maillages ayant un grand nombre d'éléments finis. Elle montre aussi que le nombre des EF qui assure la convergence globale des propriétés effectives est autour de 350000 EF pour une microstructure de 100 inclusions. Dans la suite de nos simulations, nous considérons cette densité de maillage avec les conditions de périodicités.

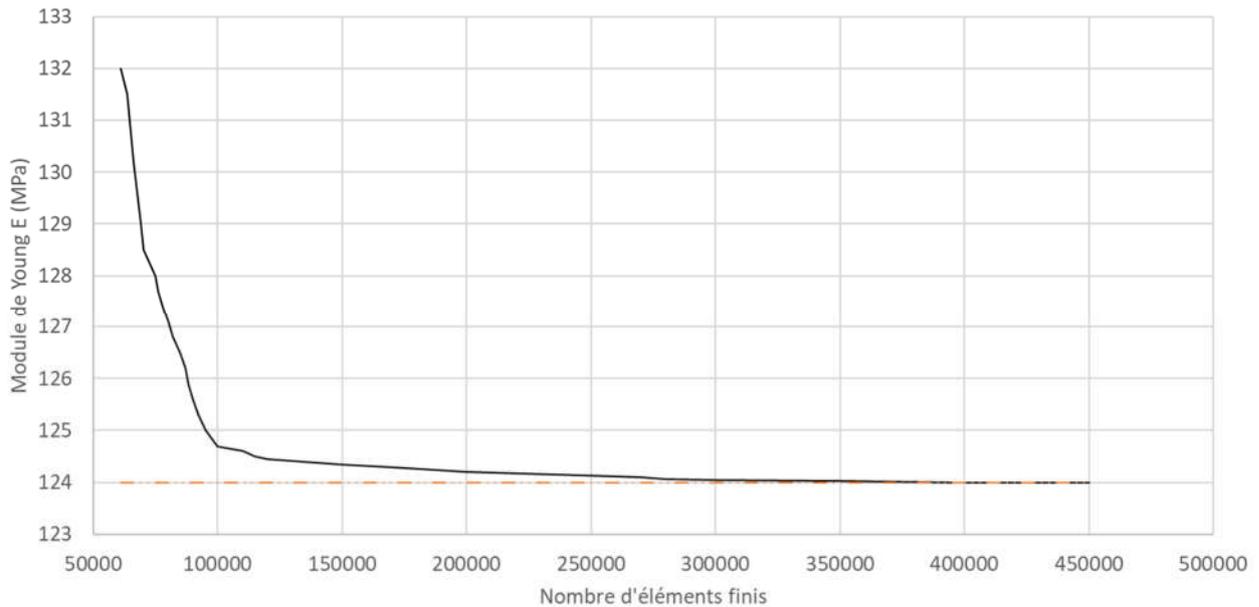


Figure 51 : Convergence du module de Young en fonction du nombre d'éléments finis pour différentes grilles de maillage

4.6. Conclusion

Cette partie nous permet de décrire les différentes techniques de modélisations multi-échelles. Les principales techniques d'homogénéisation ainsi que les différents modèles qui permettent de décrire le comportement mécanique des matériaux composites ont été présentés.

Ces méthodes ont la particularité d'assurer le passage micro-macro et donc de l'échelle de la microstructure à l'échelle de la structure macroscopique. Nous avons entre autres les méthodes analytiques à savoir les modèles de Mori-Tanaka, de Hashin-Strikman, les bornes de Voigt et Reuss. S'agissant des méthodes numériques nous avons eu à présenter le modèle semi-analytique du logiciel Digimat qui est basé sur le modèle de Mori-Tanaka et les méthodes numériques basées sur les éléments finis.

Au chapitre suivant, on appliquera les modèles présentés afin de décrire le comportement élastique du composite argile-paille de riz élaboré au chapitre 3.

CHAPITRE

5

Estimation des propriétés élastiques du composite argile-pailles de riz par les méthodes multi-échelles



Sommaire

5.1.	Introduction
5.2.	Estimation par l'homogénéisation analytique.....
5.3.	Estimation par l'homogénéisation numérique
5.4.	Synthèse

5.1. Introduction

L'estimation des propriétés élastiques du composite est conduite dans une première étape en utilisant les modèles établis dans le chapitre précédent, par les techniques d'homogénéisation analytique et numérique tenant compte des caractéristiques des pailles et de la terre argileuse.

Dans une seconde étape, les résultats expérimentaux sont confrontés à ceux obtenus par ces modèles pour dégager les modèles qui prédisent mieux le comportement élastique du matériau. L'analyse de ces résultats permet dans un premier temps de mettre en relief les effets des facteurs clés étudiés sur les propriétés du matériau, mais aussi d'apprécier la fiabilité des modèles théoriques permettant d'estimer par homogénéisation les constantes d'élasticité du matériau.

À la lumière de cette analyse, il sera alors possible de cibler la formulation idéale pour avoir de meilleure performance pour ce matériau et surtout de cerner l'influence de chaque paramètre clé de cette formulation sur ses performances.

5.2. Estimation par l'homogénéisation analytique

5.2.1. Choix de la taille du Volume Élémentaire Représentatif (VER)

Nous rappelons que dans le cadre de ce travail, comme nous l'avions dit dans le chapitre 4, nous convenons de considérer dans le spécimen $40 \times 40 \times 160 \text{ mm}^3$ quatre tailles du VER cubique de dimensions : 40, 35, 30 et 25 mm. Ce choix permettra de prendre en compte les variations de concentration des fibres dans le composite. Le Tableau 13 présente en partie les données issues de l'analyse d'image N°1 du VER considéré de dimension $35 \times 35 \times 35 \text{ mm}^3$. Les résultats de l'analyse des autres images sont présentés à l'Annexe 3.

Tableau 13 : Données issues de l'analyse d'image N°1

Particule	Aire	X	Y	L	D	φ_i
1	346,906	22,062	21,773	22,84	19,339	101,549
2	0,124	37,221	8,644	0,398	0,398	0
3	0,124	11,113	11,466	0,398	0,398	0
4	0,124	10,408	11,819	0,398	0,398	0
5	0,124	11,819	11,819	0,398	0,398	0
6	0,249	10,584	13,407	0,916	0,346	135
.
.
.
27	0,249	11,643	13,407	0,916	0,346	45

À partir de ces données, la fraction volumique, le rapport de forme moyen et les composantes du tenseur a_2 obtenus pour une distribution aléatoire en 2D sur chacune des images analysées sont récapitulés dans le tableau suivant :

Tableau 14 : Fractions volumiques, rapports de forme et composantes du tenseur a_2 pour le VER de 35x35x35 mm³

	Composantes du tenseur a_2			r	v_i (%)
	a_{11}	a_{22}	$a_{12} = a_{21}$		
Image 1	0,335	0,665	-0,162	3,192	26,15
Image 2	0,525	0,476	-0,041	2,226	25,01
Image 3	0,608	0,392	-0,021	2,538	24,62
Image 4	0,329	0,671	0,053	2,923	25,4
Image 5	0,459	0,541	0,041	2,856	24,8
Image 6	0,613	0,387	-0,005	3,655	24,29
Moyenne	0,478	0,522	-0,022	2,108	25,045

Ecart type	0,12	0,12	0,07	0,858	0,657
------------	------	------	------	-------	-------

Les fractions volumiques et les rapports de forme des pailles de riz varient peu d'une face à l'autre avec un écart type de la fraction volumique de 0,66% et celui du rapport de forme de 0,86. Dans la suite de la procédure d'homogénéisation, à des fins de simplification, nous utiliserons les valeurs moyennes des fractions volumiques et des rapports de forme des pailles obtenues sur les images du VER.

Le Tableau 15 résume les valeurs moyennes de la fraction volumique et du rapport de forme pour les quatre tailles du VER considéré dans cette étude.

Tableau 15 : Fraction volumique et le rapport de forme pour les différentes tailles du VER

Taille des VER (mm ³)	25×25×25	30×30 ×30	35×35×35	40×40×40
Rapport de forme	2.29	2.08	2,11	1,19
Fraction volumique	26.84	27.13	25.05	24.04

Une analyse statistique a été réalisée et il a été constaté que sur les quatre tailles de VER utilisées, la variation de la fraction volumique est faible, comme le montre la valeur de l'écart type qui est de 1,28%. Il y a une certaine constante dans la variation. Selon Gitman et al. [99], Kanit et al. [98], la taille du VER est celle dont la fraction volumique est la plus proche de la moyenne des fractions volumiques. On retient alors que la taille du VER est de 35 × 35 × 35 mm³. Cette taille du VER satisfait à l'homogénéité statistique par rapport à la fraction volumique des inclusions. Cette taille du VER sera considérée pour le reste de notre étude en homogénéisation analytique.

5.2.2. Déterminations des propriétés effectives

Après avoir utilisé les techniques d'homogénéisation, un tenseur d'ordre 4 a été obtenu. Ce tenseur de rigidité a été transformé en forme matricielle au moyen de la notation de Voigt. Ainsi, nous avons obtenu une définition sous la forme de la matrice de rigidité, présentée dans la section 4.3.1. En comparant les composants de la matrice de rigidité résultant des calculs basés sur les Figure 42 et Figure 43, et à partir de l'expression générale de la matrice

de rigidité, les coefficients de Lamé ont été déterminés afin de déduire les propriétés élastiques du composite.

Les algorithmes de HS et MT ont été transcrits en code de calcul numérique exécuté par le logiciel Mathematica 9 (voir Annexe 4). Le code de calcul développé dans la présente étude a été validé en comparant les résultats issus de notre code avec ceux de Nguyen [144] en utilisant ces valeurs comme valeurs d'entrées. Les résultats sont présentés dans le Tableau 16.

Tableau 16 : Validation du code de calcul mathematica® pour l'homogénéisation

Modèle de Mori-Tanaka			Modèle de Hashin-Strikman (Borne inférieure)			Modèle de Hashin-Strikman (Borne supérieure)		
Valeurs obtenues par le code de calcul	Valeurs obtenues par Nguyen	Ecart	Valeurs obtenues par le code de calcul	Valeurs obtenues par Nguyen	Ecart	Valeurs obtenues par le code de calcul	Valeurs obtenues par Nguyen	Ecart
18,427	18,424	0,016%	16,597	16,602	-0,030%	18,427	18,424	0,016%

En utilisant les valeurs moyennes des fractions volumiques et des rapports de forme des pailles de riz, obtenues à partir du VER de dimension $35 \times 35 \times 35 \text{ mm}^3$, le module de Young et le coefficient de Poisson estimés par les approximations de Hashin-Strikman et de Mori-Tanaka suivant la démarche indiquée au paragraphe 4.4 sont récapitulés dans le Tableau 17 ci-dessous.

Tableau 17 : Module de Young et Coefficient de Poisson obtenus à partir des approximations de Mori-Tanaka et de Hashin-Strikman avec $r=2,11$ et $\nu_i= 25,05\%$ pour le VER $35 \times 35 \times 35 \text{ mm}^3$

Constantes d'élasticité	Module de Young, E (MPa)	Coefficient de Poisson, ν
Terre argileuse	175	0.3
Pailles de riz	17	0.3

Valeur de Mori-Tanaka (MT)	114,76	0,227
Borne inférieure de Hashin-Strikman (HS-)	76,02	0,207
Borne supérieure de Hashin-Strikman (HS+)	114,76	0,227

Le module de Young, déterminé par l'approximation de MT (114,76 MPa), est presque égal à la borne supérieure déterminée par l'approximation de HS (114,76 MPa). Ceci est cohérent avec l'interprétation de Benveniste [102] du modèle de MT en ce qui concerne les prédictions par les bornes de HS pour les phases isotropes et les inclusions orientées de façon aléatoire. Il a trouvé que, lorsque la matrice est la phase la plus rigide, le module de Young du composite déterminé par le modèle MT correspond à la borne supérieure de HS, et lorsque la matrice est la phase la moins rigide, il correspond à la borne inférieure de HS. Dans cette étude, la matrice argileuse est la phase la plus rigide du composite. Pour le coefficient de Poisson, la valeur obtenue par l'approximation MT (0,227) pour le composite est très proche des valeurs du coefficient de Poisson (0,3) des deux phases dudit composite.

Les valeurs du module de Young du composite obtenues par les deux modèles de prédiction sont comprises entre celles des deux phases mais sont remarquablement proches de celles de la matrice argileuse. La matrice, ayant la fraction volumique et la rigidité la plus dominante dans le composite, cette proximité des modules est parfaitement justifiée.

5.2.3. Analyse de fiabilité des méthodes analytiques

Afin de prouver la pertinence de la prédiction des propriétés élastiques du composite argile-pailles de riz (Banco) par des modèles micromécaniques basés sur les approches classiques d'homogénéisation de Hashin-Strikman (HS) et Mori-Tanaka (MT), une comparaison des valeurs prédites par ces modèles a été faite avec celles obtenues par les méthodes de prédiction proposées par Lenci et al. [52], Parisi et al. [44]. En effet, Lenci et al. ont proposé dans leur travail sur la prédiction des propriétés effectives des adobes, une méthode analytique basée sur le critère de Hill qui consiste à faire la moyenne des valeurs des bornes de Voigt et Reuss. Quant à Parisi et al., pour un même objectif ils ont fait une proposition selon laquelle le module de Young de ce matériau est lié à sa résistance à la compression par un rapport de proportionnalité. La Figure 52 illustre cette confrontation qui est faite

sur la base des résultats expérimentaux rapportés dans la littérature, comme le montre Tableau 18.

Tableau 18 : Valeurs expérimentales des propriétés mécaniques de l'adobe rapportées dans la littérature qui sont utilisées pour une comparaison avec les valeurs E estimées à l'aide des techniques d'homogénéisation

Auteurs	Formulation [Terre argileuse: Pailles]	Fraction volumique (%)	Résistance en compression (MPa)	Module de Young
LENCI [52]	[1:0,25]	20	2,41	132
PARISI [44]	[1:0,33]	25	1,53	120
LENCI [52]	[1:0,45]	31	2,61	108
PARISI [44]	[1:0,59]	37	1,07	100

Comme le montre la Figure 52, les ratios obtenus à l'aide des valeurs prédites par les techniques d'homogénéisation (MT et HS) sont plus proches de l'unité que ceux obtenus par d'autres modèles de prédiction pour les composites terre-paille avec des fractions volumiques ne dépassant pas 25%.

Il est à noter, la bonne corrélation entre les modules de Young prédits par les techniques d'homogénéisation (HS et MT) des composites renforcés par des pailles à différentes fractions volumiques et les valeurs expérimentales des études précédentes.

Cela s'explique par le fait que ces techniques d'homogénéisation (MT et HS) prennent en compte les rigidités des deux phases du composite, la fraction volumique, le rapport de forme et l'orientation des inclusions de paille de riz.

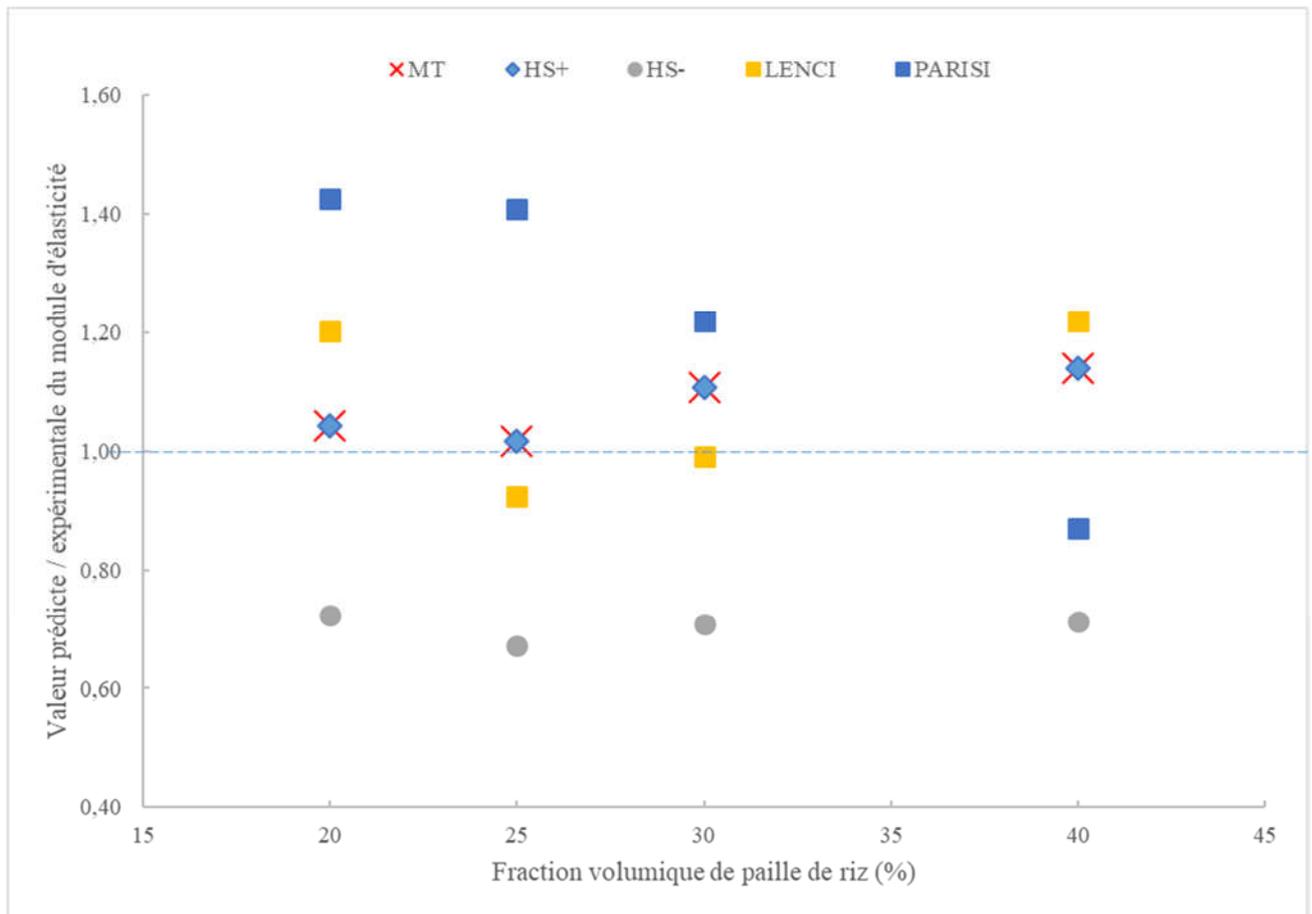


Figure 52 : Variation du rapport des valeurs de module de Young prédites analytiquement et expérimentalement en fonction de la fraction volumique du banco.

5.2.4. Influence de la fraction volumique des pailles de riz sur le module de Young du composite banco

La Figure 53 montre les variations des valeurs prédites par les bornes et modèles utilisées, confrontées aux valeurs expérimentales.

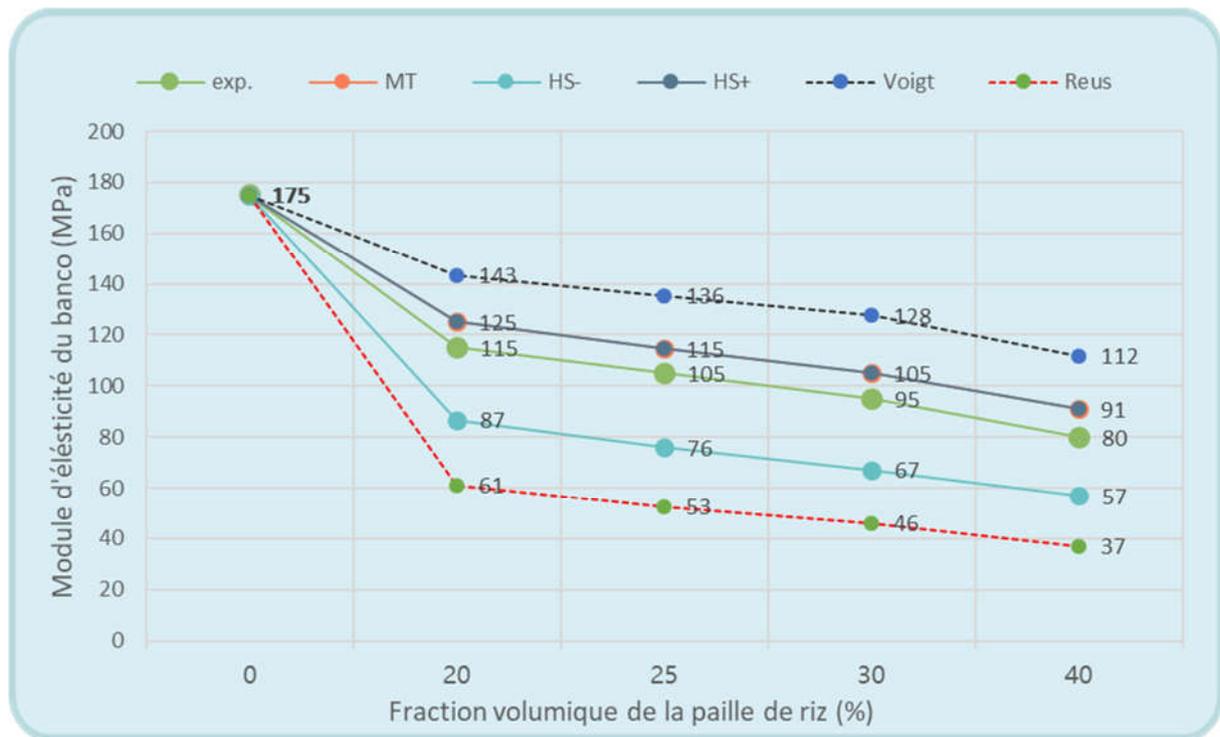


Figure 53 : Variation du module de Young du banco en fonction des fractions volumiques des pailles

Nous pouvons aisément remarquer que toutes les valeurs sont encadrées par les bornes de Voigt et Reuss dans un premier temps mais aussi par les bornes plus serrées que sont celles de Hashin-Strikman. Dans un second temps nous remarquons une diminution du module de Young avec l'augmentation de la fraction volumique. Les deux approches d'homogénéisation analytique utilisées dans ce travail présentent une décroissance linéaire qui s'explique par le fait que la rigidité des pailles est inférieure à celle de la matrice argileuse.

Ceci nous emmène à proposer sur la Figure 54 des lignes de régression presque linéaires ($R^2 \geq 0,90$) qui expriment une corrélation linéaire entre la fraction volumique des pailles de riz et le module de Young.

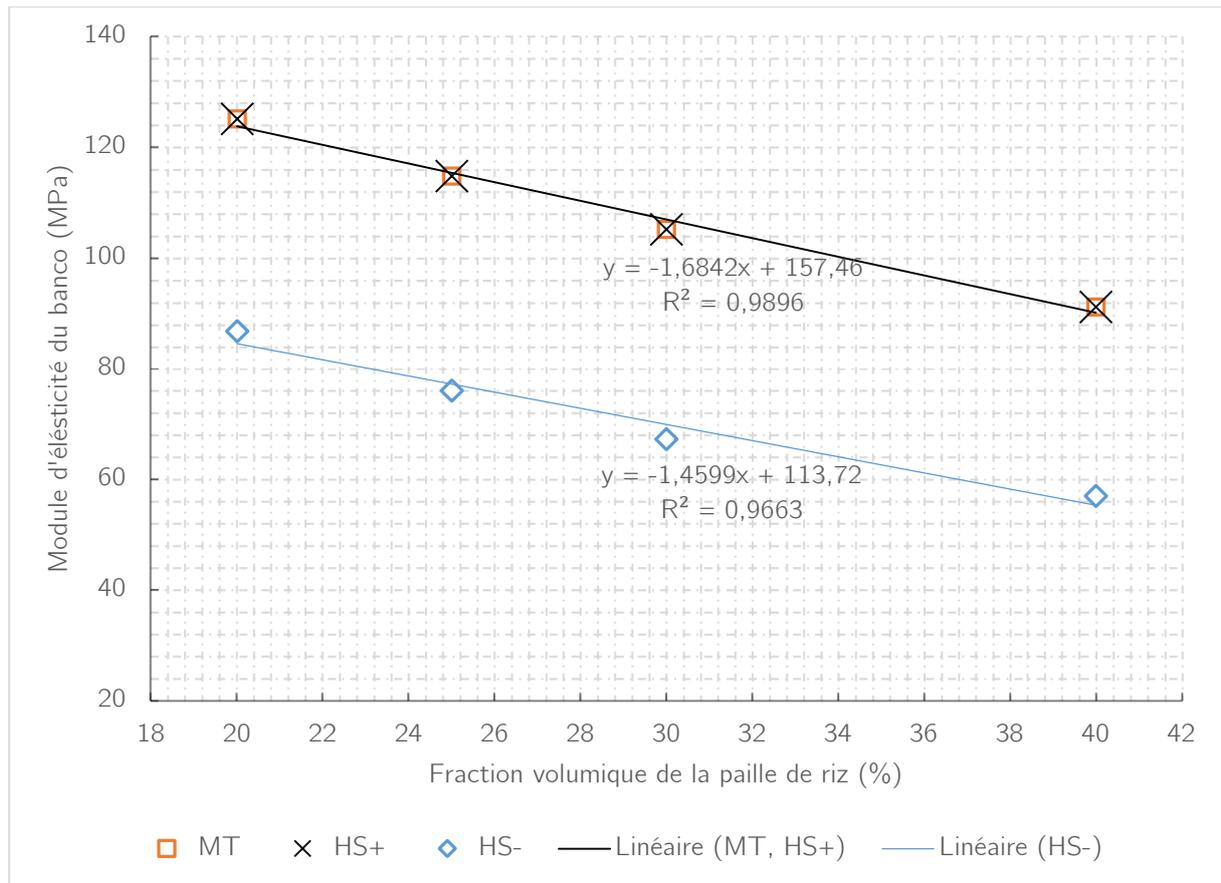


Figure 54 : Corrélation linéaire entre la fraction volumique des pailles de riz et le module de Young

Nous pouvons dire que si les formulations de mélanges théoriques de composites argile-paille de riz sont disponibles, il est possible d'estimer ses paramètres d'ingénierie, le module d'Young et le coefficient de Poisson à partir de cette corrélation linéaire.

5.3. Estimation par l'homogénéisation numérique

Pour ce qui concerne l'homogénéisation numérique, deux méthodes sont utilisées. La méthode semi-analytique de Digimat MF basée sur le modèle de Mori-Tanaka et la méthode basée sur les éléments finis (voir chapitre 4). L'homogénéisation numérique proposée dans ce travail vise à vérifier la possibilité de prédire le comportement élastique du composite banco avec des outils plus rapide qui prennent plus d'informations sur la microstructure.

5.3.1. Analyse de fiabilité des modèles numérique et analytique

La Figure 55 montre un rapport entre les valeurs expérimentales, les valeurs prédites par les méthodes numériques combinées à celles analytiques que nous avons présentées dans le paragraphe 5.2 et les valeurs issues de la littérature notamment celles de Lenci et Parisi. Ceci nous permet d'évaluer comme dans le cas des modèles analytiques les méthodes fiables qui se rapprochent plus de l'unité.

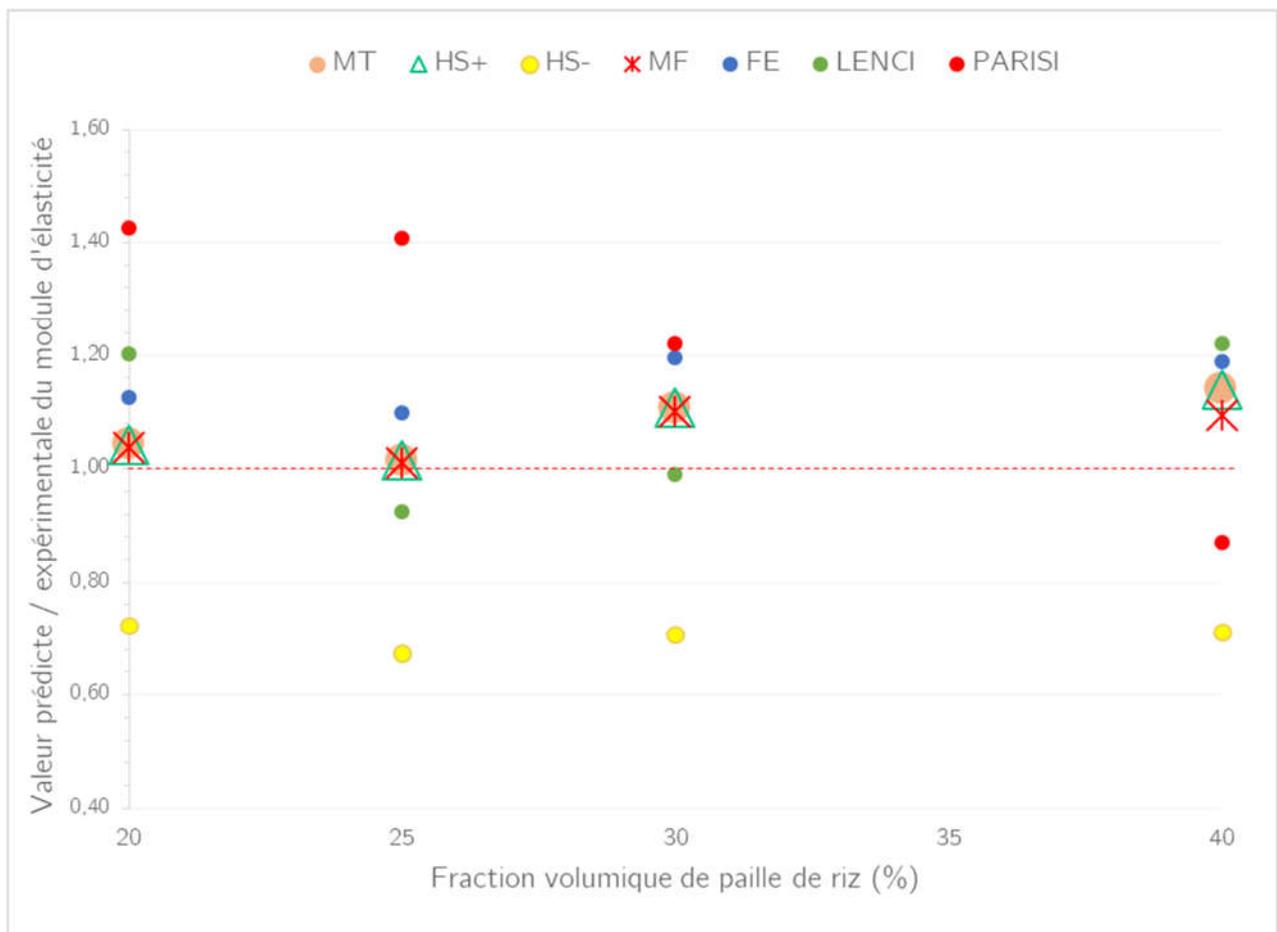


Figure 55 : Variation du rapport des valeurs de module de Young prédites analytiquement, numériquement et expérimentalement en fonction de la fraction volumique des pailles de riz

Nous remarquons que les ratios obtenus à l'aide des valeurs prédites par les techniques d'homogénéisation MT, HS et celles du modèle semi-analytique de Digimat MF sont plus proches de l'unité que ceux obtenus par d'autres modèles de prédiction pour les composites terre-paille avec des fractions volumiques ne dépassant pas 25%.

Au-delà de 25%, seule la méthode semi-analytique Digimat MF est plus proche de l'unité. Il est à noter qu'il existe une bonne corrélation entre les modules de Young prédits par les techniques d'homogénéisation HS, MT et Digimat MF des composites renforcés par des pailles à différentes fractions volumiques et les valeurs expérimentales des études précédentes.

Cela s'explique par le fait que ces techniques d'homogénéisation MT, HS et Digimat MF prennent en compte les rigidités des deux phases du composite, la fraction volumique, le rapport de forme et l'orientation des inclusions de paille de riz.

5.3.2. Influence de la fraction volumique des pailles de riz sur le module de Young du composite banco

L'influence de la fraction volumique sur le module de Young du matériau banco, est étudiée à travers les courbes de la Figure 56 qui présentent les valeurs prédites par l'ensemble des bornes, des modèles analytiques et numériques utilisées, confrontées aux valeurs expérimentales.

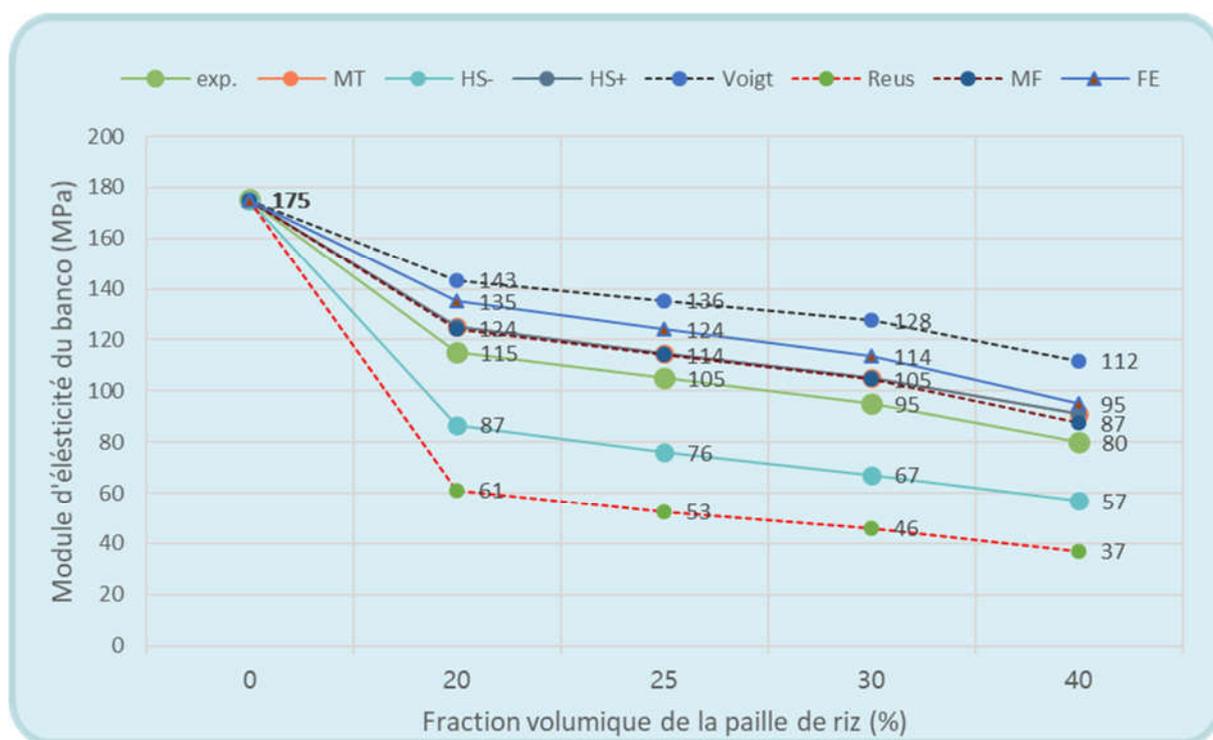


Figure 56 : Variation du module de Young du banco en fonction des fractions volumiques des pailles

Après analyse des courbes, on constate que les courbes traduisant les valeurs des deux modèles numériques appartiennent à l'intervalle des valeurs des bornes de Voigt et Reuss. De plus, nos valeurs sont toutes comprises entre les caractéristiques des deux phases ce qui constitue un critère de validation [160], [161]–[163], mais aussi comprises entre les bornes plus serrées que sont celles de Hashin-Strikman. Elles ne sont pas également très éloignées des résultats expérimentaux déjà réalisés pour ces différentes fractions volumiques. Les écarts observés seraient liés à des imperfections possibles au cours de la fabrication des éprouvettes mais aussi du fait que le modèle numérique éléments finis considère que les phases du composite ont un comportement linéaire[164].

Nous remarquons également une diminution du module de Young avec l'augmentation des pailles et ce quel que soit le modèle numérique utilisé. Pour mieux mettre en exergue cet aspect, nous présentons dans le Tableau 19 des exemples de calcul des propriétés élastiques du banco à l'aide du modèle numérique Digimat MF.

Engineering constants	
	Value
Young's modulus	124.42
Poisson's ratio	0.28559

a) Valeurs obtenues pour 20% de pailles

Engineering constants	
	Value
Young's modulus	104.66
Poisson's ratio	0.28086

b) Valeurs obtenues pour 30% de pailles

Engineering constants	
	Value
Young's modulus	95.782
Poisson's ratio	0.27901

c) Valeurs obtenues pour 35% de paille

Tableau 19 : Variation des propriétés élastiques par utilisation de Digimat MF

Cette diminution est due au fait que la rigidité des pailles est très inférieure (environ 10 fois moindre) que celle de la matrice argileuse. Cette même remarque a été faite par Pham [117] sur le composite chaux-chanvre avec des concentrations volumiques de chènevotte comprises entre 0 et 33 %, et aussi par Nguyen [144] avec les mortiers de résine.

Cette évolution du module de Young en fonction de la fraction volumique des inclusions sera contraire (c'est-à-dire que le module de Young du composite augmentera avec l'augmentation de la fraction volumique des inclusions) si la rigidité des inclusions est supérieure à celle de la matrice. C'est le cas des bétons classiques pour lesquels le module de Young des granulats est en effet plus fort que celui de la matrice [165].

5.4. Conclusion

Dans cette partie, nous avons procédé à l'estimation des propriétés élastiques du composite argile-pailles de riz (banco) à partir des approches multi-échelles. Des modèles et bornes analytiques de Hashin-Strikman et de Mori Tanaka combinés aux modèles numériques Digimat MF et Digimat FE ont été utilisés.

Le banco est un matériau composite considéré comme étant constitué de deux phases à savoir : la matrice qui est la terre argileuse et les inclusions de pailles de riz. La détermination de ses propriétés élastiques par les méthodes multi-échelles requiert la connaissance des caractéristiques mécaniques de chacune de ces phases ainsi que d'autres paramètres tels que la fraction volumique, le rapport de forme moyen et l'orientation des

pailles. Ces différents paramètres sont déterminés sur un échantillon statistiquement représentatif du banco appelé volume élémentaire représentatif (VER).

Les approximations de Hashin-Strikman, de Mori-Tanaka, Digimat MF et Digimat FE ont permis d'obtenir des constantes d'élasticité dont les valeurs sont comparables aux valeurs issues des mesures expérimentales. Les approximations de Mori-Tanaka et de Digimat MF restent les plus fiables. Ces approches ont permis de noter une baisse de rigidité avec l'augmentation des pailles de riz. Des corrélations linéaires ont été établies donnant ainsi la possibilité d'estimer le module de Young en fonction de la fraction volumique des pailles.

Conclusion générale et perspectives

Au regard des impacts environnementaux des matériaux conventionnels en lien avec les performances connues de la terre, nous nous sommes proposés d'étudier son amélioration avec les pailles de riz afin de vulgariser son utilisation auprès des constructeurs comme matériau de construction écologique. Cette ambition nécessite la maîtrise de ses performances et dans toutes les conditions d'exploitation futures. Ceci passe par une expérimentation fastidieuse dont le coût est élevé.

Ce travail a eu comme but d'étudier les propriétés mécaniques de ce matériau expérimentalement et par des approches théoriques basées sur l'utilisation des caractéristiques des constituants.

A l'issue de cette étude, des modèles prédictifs doivent être dégagés afin de contourner désormais l'expérimental pour connaître déjà les propriétés élastiques dudit matériau. Ceci serait d'un intérêt capital pour l'usage en ingénierie de ce type de matériau.

Le composite argile-pailles de riz étant un matériau hétérogène, la connaissance et la maîtrise de ses caractéristiques passent par les méthodes qui permettent de faire le lien entre son échelle microscopique et son échelle macroscopique. Les méthodes multi-échelles utilisées dans ce travail ont cet avantage d'assurer ce passage micro-macro.

La revue de littérature nous a permis de mieux comprendre que l'incorporation des inclusions végétales accélère le séchage, diminue les effets de retrait mais aussi sa masse volumique. Elle permet de renforcer la ductilité de la terre, et en occurrence ses performances mécaniques.

Eu égard à ces avantages nous avons procédé à la caractérisation physique et mécanique de chaque constituant du composite banco à savoir la terre et la paille de riz. Ensuite, en s'assurant que ces constituants respectent les critères pour faire un tel matériau, nous avons testé plusieurs mélanges afin de mettre en évidence le rôle des pailles dans les phénomènes physiques et mécaniques du matériau.

Conclusion générale et perspectives

De façon générale, une amélioration des performances a été remarquée. Une analyse globale de tous les paramètres observés nous a permis de proposer un ajout optimal de 25% en volume de paille de riz.

Dans un second temps, nous avons testé les méthodes multi-échelles de modélisation du comportement élastique du matériau à travers les méthodes d'homogénéisation analytique et numérique. Les résultats obtenus sont comparables aux résultats expérimentaux et permettent de conclure que le modèle analytique de Mori-Tanaka et le modèle numérique Digimat MF présentent les meilleures prédictions des propriétés élastiques du composite banco.

A l'issu de ces travaux, des perspectives s'ouvrent pour des études complémentaires. Nous proposons d'étudier l'effet de la distribution spatiale des inclusions sur les propriétés élastiques du composite, de développer des approches micromécaniques dédiées afin de prédire au mieux les modules d'élasticité des composites à matrice argileuse renforcés de fibres végétales naturelles. Et enfin nous proposons d'étudier expérimentalement et numériquement le comportement thermique du matériau à travers différentes formulations.

Références

- [1] Nations Unies, « Déclaration de Rio sur l'environnement et le développement principes de gestion des forêts », Rio, 1992.
- [2] M. Achenza et L. Fenu, « On earth stabilization with natural polymers for earth masonry construction », *Mater. Struct.*, vol. 39, n° 1, p. 21-27, 2006.
- [3] E. Avrami, H. Guillaud, et M. Hardy, « Terra literature review: an overview of research in earthen architecture conservation », *Getty Conserv. Inst.*, 2008.
- [4] U. Röhlen, C. Ziegert, et A. Mochel, *Construire en terre crue: construction, rénovation, finitions*. Le Moniteur, 2013.
- [5] B. Berge, « The ecology of building materials », Oxford: Architectural Press Publ, 2009.
- [6] H. Binici, O. Aksogan, M. N. Bodur, E. Akca, et S. Kapur, « Thermal isolation and mechanical properties of fibre reinforced mud bricks as wall materials », *Constr. Build. Mater.*, vol. 21, n° 4, p. 901-906, 2007.
- [7] T. A. Phung, « Formulation et caractérisation d'un composite terre-fibres végétales : la bauge », Thèse de doctorat, Université de Caen Normandie, 2018.
- [8] C. Magniont, « Contribution à la formulation et à la caractérisation d'un écomatériau de construction à base d'agroressources. », Thèse de Doctorat, Université de Toulouse, 2010.
- [9] E. H. Lanier, O. Beherec, et B. Boyeux, « Impacts environnementaux et sanitaires des matériaux chanvre », *Construire en chanvre-Séminaire scientifique*, 2008.
- [10] Nations Unies, « Synthèse des rapports nationaux Rio+20 », Rio, 2014.
- [11] N. Rusmania, « Transformer notre monde pour les peuples et la planète », *Sommet sur le développement durable*, New York, p. 10-17, 2015.
- [12] Nations Unies, « Rapport du Sommet mondial pour le développement durable », Johannesburg, 2002.
- [13] S. Maljean-Dubois, « La mise en route du protocole de Kyoto à la convention-cadre des Nations Unies sur les changements climatiques », *Annu. français droit Int.*, vol. 51, n° 1, p. 433-463, 2005.
- [14] Nations Unies, « Conférence des Nations Unies sur l'environnement », *Déclaration de Stockholm*, vol. 48, Stockholm, p. 14, 1972.
- [15] F. Collet-Foucault, « Caractérisation hydrique et thermique de matériaux de génie civil à faibles impacts environnementaux », Thèse de Doctorat, INSA Rennes, 2004.

- [16] C. Galán-marín, C. Rivera-gómez, et J. Petric, « Clay-based composite stabilized with natural polymer and fibre », *Constr. Build. Mater.*, vol. 24, n° 8, p. 1462-1468, 2010.
- [17] E. Hamard, B. Cazacliu, A. Razakamanantsoa, et J.-C. Morel, « Cob, a vernacular earth construction process in the context of modern sustainable building », *Build. Environ.*, vol. 106, p. 103-119, 2016.
- [18] H. Houben et H. Guillaud, *Traité de construction en terre*. Éd. Parenthèses, 1989.
- [19] E. Quagliarini et S. Lenci, « The influence of natural stabilizers and natural fibres on the mechanical properties of ancient adobe bricks », *J. Cult. Herit.*, vol. 11, n° 3, p. 309-314, juill. 2010.
- [20] Q. B. Bui, J. C. Morel, B. V. Venkatarama Reddy, et W. Ghayad, « Durability of rammed earth walls exposed for 20 years to natural weathering », *Build. Environ.*, vol. 44, n° 5, p. 912-919, mai 2009.
- [21] M. C. de Castrillo, M. Philokyprou, et I. Ioannou, « Comparison of adobes from pre-history to-date », *J. Archaeol. Sci. Reports*, vol. 12, p. 437-448, 2017.
- [22] K. Dao, M. Ouedraogo, Y. Millogo, J. Aubert, et M. Gomina, « Thermal , hydric and mechanical behaviours of adobes stabilized with cement », *Constr. Build. Mater.*, vol. 158, p. 84-96, 2018.
- [23] G. C. Mrema, L. O. Gumbe, H. J. Chepete, et J. O. Agullo, *Rural structures in the tropics. Design and development*. Rome: FAO, 2011.
- [24] CNERTP, « Système de stockage décentralisé: Recherche sur les greniers en terre au Bénin », Cotonou, 1993.
- [25] P. Doat, A. Hays, et H. M. Houben, *“Construire en terre”*. Grenoble: CRATerre, 1983.
- [26] P. Doat, A. Hays, H. Houben, S. Matuk, et F. Vitoux, « Building with earth », *Mud Village Soc. New Delhi*, 1991.
- [27] J.-C. Morel et C. H. Kouakou, « Performances mécaniques de l'adobe », *3èmes échanges transdisciplinaires sur les constructions en terre crue*, Toulouse, p. 17-26, 2009.
- [28] A. Mekhermeche, « Contribution à l'étude des propriétés mécaniques et thermiques des briques en terre en vue de leur utilisation dans la restauration des Ksour sahariennes », Thèse de Doctorat, Université de Kasdi Merbah Ouargla, 2012.
- [29] C. Labintan, R. Benelmir, M. Gibigaye, et A. Donnot, « Characterization of the “Banco”, a Building Material for a Tropical and Rural Environment », *Int. J. Energy, Environ. Econ.*, vol. 23, n° 2, p. 203, 2015.
- [30] M. Gibigaye *et al.*, « Physical and mechanical characteristics of the earthen barns used for food crop storage in the North West of Benin (West Africa) », *Bull. l'Université russe l'amitié des peuples. Série Rech. en ingénierie*, n° 1, p. 48-57, 2013.

- [31] T. A. Phung, M. Le Guern, M. Boutouil, M. Le Guern, et M. Boutouil, « Etude des performances mécaniques de matériaux terre- fibre », *34èmes Rencontres l'AUGC, Univ. Liège*, 2016.
- [32] M. Bouhicha, F. Aouissi, et S. Kenai, « Performance of composite soil reinforced with barley straw », *Cem. Concr. Compos.*, vol. 27, n° 5, p. 617-621, 2005.
- [33] W. W. Crockford, W. P. Grogan, et D. S. Chill, « Strength and life of stabilized pavement layers containing fibrillated polypropylene », n° 1418, Transportation Research Board, p. 60-66, 1993.
- [34] S. Akbulut, S. Arasan, et E. Kalkan, « Modification of clayey soils using scrap tire rubber and synthetic fibers », *Appl. Clay Sci.*, vol. 38, n° 1-2, p. 23-32, 2007.
- [35] C. Baley, « Fibres naturelles de renfort pour matériaux composites », Ed. Techniques Ingénieur, 2005.
- [36] A. Laborel-Preneron, J.-E. Aubert, C. Magniont, C. Tribout, et A. Bertron, « Plant aggregates and fibers in earth construction materials: A review », *Constr. Build. Mater.*, vol. 111, p. 719-734, 2016.
- [37] M. Mostafa et N. Uddin, « Experimental analysis of Compressed Earth Block (CEB) with banana fibers resisting flexural and compression forces », *Case Stud. Constr. Mater.*, vol. 5, p. 53-63, 2016.
- [38] P. Zak, T. Ashour, A. Korjenic, S. Korjenic, et W. Wu, « The influence of natural reinforcement fibers, gypsum and cement on compressive strength of earth bricks materials », *Constr. Build. Mater.*, vol. 106, p. 179-188, 2016.
- [39] K. Mohamed, « Improvement of swelling clay properties using hay fibers », *Constr. Build. Mater.*, vol. 38, p. 242-247, 2013.
- [40] B. E. Hegazy, H. A. Fouad, et A. M. Hassanain, « Incorporation of water sludge, silica fume, and rice husk ash in brick making », *Adv. Environ. Res.*, vol. 1, p. 83-96, 2012.
- [41] F. V Riza et I. A. Rahman, « The properties of compressed earth-based (CEB) masonry blocks », *Eco-Efficient Masonry Bricks and Blocks*, p. 379-392, 2015.
- [42] F. Aouissi, « Comportement physique et mécanique de l'adobe paillé », Thèse de Doctorat, Université de Laghouat, Algerie, 2000.
- [43] V. Sharma, H. K. Vinayak, et B. M. Marwaha, « Enhancing compressive strength of soil using natural fibers », *Constr. Build. Mater.*, vol. 93, p. 943-949, sept. 2015.
- [44] A. Caporale, F. Parisi, D. Asprone, R. Luciano, et A. Prota, « Comparative micromechanical assessment of adobe and clay brick masonry assemblages based on experimental data sets », *Compos. Struct.*, vol. 120, p. 208-220, 2015.
- [45] N. Desborough et S. Samant, « Research and Solutions: Is Straw a Viable Building Material for Housing in the United Kingdom? », *Sustain. J. Rec.*, vol. 2, p. 368-374, 2009.

- [46] F. Fratini, E. Pecchioni, L. Rovero, et U. Tonietti, « The earth in the architecture of the historical centre of Lamezia Terme (Italy): characterization for restoration », *Appl. Clay Sci.*, vol. 53, p. 509-516, 2011.
- [47] S. Serrano, C. Barreneche, et L. F. Cabeza, « Use of by-products as additives in adobe bricks: Mechanical properties characterisation », *Constr. Build. Mater.*, vol. 108, p. 105-111, 2016.
- [48] F. Parisi, D. Asprone, L. Fenu, et A. Prota, « Experimental characterization of Italian composite adobe bricks reinforced with straw fibers », *Compos. Struct.*, vol. 122, p. 300-307, 2015.
- [49] M. J. O'Dogherty, « A review of the mechanical behaviour of straw when compressed to high densities », *J. Agric. Eng. Res.*, vol. 44, p. 241-265, 1989.
- [50] Q. M. Pullen et T. V Scholz, « Index and Engineering Properties of Oregon Cob », *J. Green Build.*, vol. 6, p. 88-107, 2011.
- [51] M. Tavakoli ; H. Tavakoli ; M. H. Azizi ; G. H. Haghayegh, « Comparison of Mechanical Properties Between Two Varieties of Rice Straw », *J. Food Sci.*, vol. 2, p. 50-54, 2010.
- [52] Q. Piattoni, E. Quagliarini, et S. Lenci, « Experimental analysis and modelling of the mechanical behaviour of earthen bricks », *Constr. Build. Mater. Elsevier*, vol. 25, p. 2072, 2011.
- [53] G. Forêt, C. Hamelin, et M. Olivier, « La botte de paille, matériau porteur », *ECOBAT Sciences & Techniques*, p. 1-14, 2014.
- [54] H. Binici, O. Aksogan, et T. Shah, « Investigation of fibre reinforced mud brick as a building material », *Constr. Build. Mater.*, vol. 19, p. 313-318, 2005.
- [55] K. Honoré, D. Christine, A. Alexandre, B. Olivier, et E. Edjikémé, « Propriétés physiques et mécaniques des pailles de riz traitées avec une solution », *Rev. RAMReS – Sci. Appliquées l'Ingénieur*, vol. 3, p. 14-20, 2019.
- [56] AFNOR, « NFP 94-093 Sols: Reconnaissance et essais de détermination des références de compactage d'un matériau, Essai Proctor Normal, Essai Proctor Modifié ». Association Française de Normalisation Paris, 1999.
- [57] V. S. Burroughs, « Quantitative criteria for the selection and stabilisation of soils for rammed earth wall construction », Thèse de Doctorat, Université de la Nouvelle-Galles du Sud, 2001.
- [58] C. H. Kouakou et J. C. Morel, « Strength and elasto-plastic properties of non-industrial building materials manufactured with clay as a natural binder », *Appl. Clay Sci.*, vol. 44, p. 27-34, 2009.
- [59] R. Bahar, M. Benazzoug, et S. Kenai, « Performance of compacted cement-stabilised soil », *Cem. Concr. Compos.*, vol. 26, p. 811-820, 2004.
- [60] M. Hall et Y. Djerbib, « Moisture ingress in rammed earth: Part 1—the effect of soil

- particle-size distribution on the rate of capillary suction », *Constr. Build. Mater.*, vol. 18, p. 269-280, 2004.
- [61] O. O. Akinkurolere, C. Jiang, A. T. Oyediran, O. I. Dele-Salawu, et A. K. Elensinnla, « Engineering properties of cob as a building material », *J. Appl. Sci.*, vol. 6, p. 1882-1885, 2006.
- [62] N. Z. Standard, « 4298, Materials and Workmanship for Earth Buildings ». Standards New Zealand, New Zealand, 1998.
- [63] N. M. Code, « New Mexico earthen building materials code 14.7. 4 », *Constr. Ind. Div. Regul. Licens. Dep. New Mex.*, 2006.
- [64] P. Walker, « The Australian Earth Building Handbook », *Sydney Stand. Aust. Int.*, 2002.
- [65] A. P'kla, « Caractérisation en compression simple des Blocs de Terre Comprimée (BTC) : application aux maçonneries "BTC-Mortier de Terre" », Thèse de Doctorat, INSA Lyon, 2002.
- [66] B. European Committee for Standardization, « NF EN 13286-41 », *Méthode d'essai pour la détermination la résistance à la compression des mélanges Trait. aux liants Hydraul.*, 2003.
- [67] ASTM, « Standard test method for unconfined compressive strength of cohesive soil, D2166 », *Annual Book of ASTM Standards*, ASTM Philadelphia, USA, 2000.
- [68] D. Silveira, H. Varum, A. Costa, T. Martins, H. Pereira, et J. Almeida, « Mechanical properties of adobe bricks in ancient constructions », *Constr. Build. Mater.*, vol. 28, p. 36-44, 2012.
- [69] F. Bullen et B. Boyce, « Strength and durability of rammed earth walls for domestic and commercial construction », *Int. J. Rock Mech. Min. Sci. Geomech. Abstr.*, p. 209-212, 1991.
- [70] V. Maniatidis et P. Walker, « Structural capacity of rammed earth in compression », *J. Mater. Civ. Eng.*, vol. 20, p. 230-238, 2008.
- [71] Ş. Yetgin, Ö. ÇAVDAR, et A. Çavdar, « The effects of the fiber contents on the mechanic properties of the adobes », *Constr. Build. Mater.*, vol. 22, p. 222-227, 2008.
- [72] F. F. Udoeyo, U. H. Iron, et O. O. Odim, « Strength performance of laterized concrete », *Constr. Build. Mater.*, vol. 20, n° 10, p. 1057-1062, 2006.
- [73] H. Danso, D. B. Martinson, M. Ali, et J. B. Williams, « Physical , mechanical and durability properties of soil building blocks reinforced with natural fibres », *Constr. Build. Mater.*, vol. 101, p. 797-809, 2015.
- [74] L. Festugato, E. Menger, F. Benezra, E. A. Kipper, et N. C. Consoli, « Fibre-reinforced cemented soils compressive and tensile strength assessment as a function of filament length », *Geotext. Geomembranes*, vol. 45, n° 1, p. 77-82, 2017.

- [75] P. V Divya, B. V. S. Viswanadham, et J. P. Gourc, « Evaluation of tensile strength-strain characteristics of fiber-reinforced soil through laboratory tests », *J. Mater. Civ. Eng.*, vol. 26, n° 1, p. 14-23, 2014.
- [76] E. F. Rodrigues, T. F. Maia, et D. R. Mulinari, « Tensile strength of polyester resin reinforced sugarcane bagasse fibers modified by esterification », *Procedia Eng.*, vol. 10, p. 2348-2352, 2011.
- [77] H. Niroumand, M. F. M. Zain, et S. N. Alhosseni, « Earth building materials, production, and construction techniques », in *Cases on the Diffusion and Adoption of Sustainable Development Practices*, IGI Global, 2013, p. 119-146.
- [78] E. Quagliarini, S. Lenci, et M. Iorio, « Mechanical properties of adobe walls in a Roman Republican domus at Suasa », *J. Cult. Herit.*, vol. 11, n° 2, p. 130-137, 2010.
- [79] M. Bornert, « Morphologie microstructurale et comportement mécanique ; caractérisations expérimentales, approches par bornes et estimations auto-cohérentes généralisées », Thèse de Doctorat, École nationale des ponts et chaussées (France), 2006.
- [80] M. Musielak, « Etude numérique et Expérimentale des transferts de Composés Organiques Volatils du sol à l'air ambiant, en passant au travers du béton », Thèse de Doctorat, Université de Toulouse, 2012.
- [81] A. El Moumen, « Prévion du comportement des matériaux hétérogènes basée sur l'homogénéisation numérique : modélisation , visualisation et étude morphologique », Thèse de Doctorat, Université de Lille 1, 2014.
- [82] W. Voigt, « Ueber die Beziehung zwischen den beiden Elasticitätsconstanten isotroper Körper », *Ann. Phys.*, vol. 274, n° 12, p. 573-587, 1889.
- [83] A. Reuss, « Calculation of the flow limits of mixed crystals on the basis of the plasticity of monocrystals », *Z. Angew. Math. Mech.*, vol. 9, p. 49-58, 1929.
- [84] G. I. Taylor, « Plastic strain in metals », *J. Inst. Met.*, vol. 62, p. 307-324, 1938.
- [85] J. D. Eshelby, « The Elastic Field Outside an Ellipsoidal Inclusion », *Proc. R. Soc.*, vol. 252, p. 561-569, 1959.
- [86] R. Hill, « Elastic properties of reinforced solids: some theoretical principles », *J. Mech. Phys. Solids*, vol. 11, n° 5, p. 357-372, 1963.
- [87] R. Hill, « A self-consistent mechanics of composite materials », *J. Mech. Phys. Solids*, vol. 13, n° 4, p. 213-222, 1965.
- [88] E. Kröner, « Zur plastischen verformung des vielkristalls », *Acta Metall.*, vol. 9, n° 2, p. 155-161, 1961.
- [89] Z. Hashin et S. Shtrikman, « Note on a variational approach to the theory of composite elastic materials », *J. Franklin Inst.*, vol. 271, n° 4, p. 336-341, 1961.
- [90] Z. Hashin et S. Shtrikman, « A variational approach to the theory of the elastic

- behaviour of multiphase materials », *J. Mech. Phys. Solids*, vol. 11, n° 2, p. 127-140, 1963.
- [91] T. Mori et K. Tanaka, « Average stress in matrix and average elastic energy of materials with misfitting inclusions », *Acta Metall.*, vol. 21, n° 5, p. 571-574, 1973.
- [92] M. Bornert, T. Bretheau, et P. Gilormini, *Homogénéisation en mécanique des matériaux, Tome 1: Matériaux aléatoires élastiques et milieux périodiques*. Hermes science, 2001.
- [93] A. Zaoui, *Matériaux hétérogènes et composites: Majeure de Mécanique, option "matériaux et structures"*. Département de mécanique, Université Paris 13, 1999.
- [94] S. Nemat-Nasser et M. Hori, *Applied Mathematics and Mechanics: Overall Properties Of Heterogeneous Materials*, Elsevier S., vol. 37. North-Holland Series in Applied Mathematics and Mechanics, 1993.
- [95] K. Sab, « On the homogenization and the simulation of random materials », *Eur. J. Mech. A. Solids*, vol. 11, n° 5, p. 585-607, 1992.
- [96] K. Terada, T. Ito, et N. Kikuchi, « Characterization of the mechanical behaviors of solid-fluid mixture by the homogenization method », *Comput. Methods Appl. Mech. Eng.*, vol. 153, n° 3-4, p. 223-257, 1998.
- [97] P. Evesque, *Eléments de mécanique quasi-statique des milieux granulaires mouillés ou secs*. 3rd cycle, Ecole Centrale de Paris, 2000.
- [98] T. Kanit, S. Forest, I. Galliet, V. Mounoury, et D. Jeulin, « Determination of the size of the representative volume element for random composites: statistical and numerical approach », *Int. J. Solids Struct. Elsevier*, vol. 40, p. 3647-3679, 2003.
- [99] I. M. Gitman, H. Askes, et L. J. Sluys, « Representative volume: Existence and size determination », *Eng. Fract. Mech.*, vol. 74, n° 16, p. 2518-2534, 2007.
- [100] T.-H. Pham, F. Julien, V. Picandet, et P. Pilvin, « Étude expérimentale, théorique et numérique de l'élasticité de composites chaux-chanvre », *21ème Congrès Français de Mécanique*, Bordeaux, p. 1-7, 2013.
- [101] J. D. Eshelby, « The Determination Of The Elastic Field of an Ellipsoidal Inclusion, and Related Problems », *Proc. R. Soc.*, vol. 241, p. 376-396, 1957.
- [102] Y. Benveniste, « A new approach to the application of Mori-Tanaka's theory in composite materials », *Mech. Mater.*, vol. 6, n° 2, p. 147-157, 1987.
- [103] N. Laws et R. McLaughlin, « The effect of fibre length on the overall moduli of composite materials », *J. Mech. Phys. Solids*, vol. 27, n° 1, p. 1-13, 1979.
- [104] T.-W. Chou, S. Nomura, et M. Taya, « A self-consistent approach to the elastic stiffness of short-fiber composites », *J. Compos. Mater.*, vol. 14, n° 3, p. 178-188, 1980.
- [105] A. El Moumen, T. Kanit, A. Imad, et H. E. L. Minor, « Effect of overlapping

- inclusions on effective elastic properties of composites », *Mech. Res. Commun.*, vol. 53, p. 24-30, 2013.
- [106] J. Segurado et J. Llorca, « A numerical approximation to the elastic properties of sphere-reinforced composites », *J. Mech. Phys. Solids*, vol. 50, n° 10, p. 2107-2121, 2002.
- [107] J. Segurado, C. Gonzalez, et J. Llorca, « A numerical investigation of the effect of particle clustering on the mechanical properties of composites », *Acta Mater.*, vol. 51, n° 8, p. 2355-2369, 2003.
- [108] J. Segurado et J. Llorca, « Computational micromechanics of composites: the effect of particle spatial distribution », *Mech. Mater.*, vol. 38, n° 8-10, p. 873-883, 2006.
- [109] S. Kari, H. Berger, et U. Gabbert, « Numerical evaluation of effective material properties of randomly distributed short cylindrical fibre composites », *Comput. Mater. Sci.*, vol. 39, p. 198-204, 2007.
- [110] S. Kari, H. Berger, R. Rodriguez-Ramos, et U. Gabbert, « Computational evaluation of effective material properties of composites reinforced by randomly distributed spherical particles », *Compos. Struct.*, vol. 77, n° 2, p. 223-231, 2007.
- [111] T. Kanit, F. N'Guyen, S. Forest, D. Jeulin, M. Reed, et S. Singleton, « Apparent and effective physical properties of heterogeneous materials: representativity of samples of two materials from food industry », *Comput. Methods Appl. Mech. Eng.*, vol. 195, n° 33-36, p. 3960-3982, 2006.
- [112] A. Jean, « Etude d'un élastomère chargé de la nanostucture au macro-comportement », Thèse de Doctorat, Paris ENMP, 2009.
- [113] J.-C. Michel, H. Moulinec, et P. Suquet, « Effective properties of composite materials with periodic microstructure: a computational approach », *Comput. Methods Appl. Mech. Eng.*, vol. 172, n° 1-4, p. 109-143, 1999.
- [114] J. Panyasantisuk, D. H. Pahr, T. Gross, et P. K. Zysset, « Comparison of mixed and kinematic uniform boundary conditions in homogenized elasticity of femoral trabecular bone using microfinite element analyses », *J. Biomech. Eng.*, vol. 137, n° 1, 2015.
- [115] S. Hazanov et C. Huet, « Order relationships for boundary conditions effect in heterogeneous bodies smaller than the representative volume », *J. Mech. Phys. Solids*, vol. 42, n° 12, p. 1995-2011, 1994.
- [116] F. El Houdaigui, S. Forest, A.-F. Gourgues, et D. Jeulin, « On the size of the representative volume element for isotropic elastic polycrystalline copper », *IUTAM symposium on mechanical behavior and micro-mechanics of nanostructured materials*, Springer, p. 171-180, 2007.
- [117] T. H. Pham, « Modélisation multi-échelles des propriétés thermiques et élastiques de composites », Thèse de Doctorat, Université de Breatgne-Sud, 2014.

- [118] N. AFNOR, « NFP 94-056, Sols: reconnaissance et essais-Analyse granulométrique-Méthode par tamisage à sec après lavage », *Association Française de Normalisation France*, 1996.
- [119] N. F. AFNOR, « NFP 94-051, Sols: Reconnaissance et essais de détermination des limites d'Atterberg », *Association Française de Normalisation France*, 1996.
- [120] C. Labintan, « Modélisation thermomécanique de la paroi des greniers de stockage de céréales en banco », Thèse de Doctorat, Université de Lorraine, 2018.
- [121] L. Miccoli, A. Garofano, P. Fontana, et U. Müller, « Experimental testing and finite element modelling of earth block masonry », *Eng. Struct.*, vol. 104, p. 80-94, 2015.
- [122] N. H. Mondol, J. Jahren, K. Bjørlykke, et I. Brevik, « Elastic properties of clay minerals », *Lead. Edge*, vol. 27, n° 6, p. 758-770, 2008.
- [123] H. Danso, D. B. Martinson, M. Ali, et J. Williams, « Effect of fibre aspect ratio on mechanical properties of soil building blocks », *Constr. Build. Mater.*, vol. 83, p. 314-319, 2015.
- [124] V. Cérézo, « Propriétés mécaniques, thermiques et acoustiques d'un matériau à base de particules végétales : approche expérimentale et modélisation théorique », Thèse de Doctorat, INSA Lyon, 2005.
- [125] A. Guettala, A. Abibsi, et H. Houari, « Durability study of stabilized earth concrete under both laboratory and climatic conditions exposure », *Constr. Build. Mater.*, vol. 20, n° 3, p. 119-127, 2006.
- [126] F. Calame, « Eléments d'un cahier des charges pour la réalisation d'un torchis moderne », *Plan Constr. Paris Fr.*, 1985.
- [127] J.-P. Laurent, « Contribution à la caractérisation thermique des milieux poreux granulaires: optimisation d'outils de mesure" in-situ" des paramètres thermiques, application à l'étude des propriétés thermiques du matériau terre », Thèse de Doctorat, Université de Grenoble Alpes, 1986.
- [128] A. R. Estabragh, A. T. Bordbar, et A. A. Javadi, « Mechanical behavior of a clay soil reinforced with nylon fibers », *Geotech. Geol. Eng.*, vol. 29, n° 5, p. 899, 2011.
- [129] G. Calatan, A. Hegyi, C. Dico, et C. Mircea, « Determining the Optimum Addition of Vegetable Materials in Adobe Bricks », *Procedia Technol.*, vol. 22, p. 259-265, 2016.
- [130] Y. Millogo, J. Morel, J. Aubert, et K. Ghavami, « Experimental analysis of Pressed Adobe Blocks reinforced with Hibiscus cannabinus fibers », *Constr. Build. Mater.*, vol. 52, p. 71-78, 2014.
- [131] F. Ahmad, F. Bateni, et M. Azmi, « Performance evaluation of silty sand reinforced with fibres », *Geotext. Geomembranes*, vol. 28, n° 1, p. 93-99, 2010.
- [132] G. Calatan, A. Hegyi, C. Dico, et C. Mircea, « Experimental research on the recyclability of the clay material used in the fabrication of adobe bricks type masonry

- units », *Procedia Eng.*, vol. 181, p. 363-369, 2017.
- [133] C. A. Labintan, C. E. Adadja, M. Gibigaye, H. Zahrouni, et M. Hattab, « The Influence of Rice Straw on the Physical and Mechanical Properties of Banco, an Adobe Reinforced with Rice Straw », *Int. J. Eng. Adv. Technol.*, vol. 9, n° 2, p. 2363-2367, 2019.
- [134] J. C. Morel et A. Pkla, « A model to measure compressive strength of compressed earth blocks with the '3 points bending test' », *Constr. Build. Mater.*, vol. 16, p. 303-310, 2002.
- [135] B. Taallah, A. Guettala, S. Guettala, et A. Kriker, « Mechanical properties and hygroscopicity behavior of compressed earth block filled by date palm fibers », *Constr. Build. Mater.*, vol. 59, p. 161-168, 2014.
- [136] J. E. Oti, J. M. Kinuthia, et J. Bai, « Compressive strength and microstructural analysis of unfired clay masonry bricks », *Eng. Geol.*, vol. 109, n° 3-4, p. 230-240, 2009.
- [137] J. E. Oti, J. M. Kinuthia, et J. Bai, « Engineering properties of unfired clay masonry bricks », *Eng. Geol.*, vol. 107, n° 3-4, p. 130-139, 2009.
- [138] F. Sariosseiri, M. Razavi, K. Carlson, et B. Ghazvinian, « Stabilization of soils with portland cement and CKD and application of CKD on slope erosion control », in *Geo-Frontiers 2011: Advances in Geotechnical Engineering*, 2011, p. 778-787.
- [139] B. Taallah, « Etude du Comportement Physico-Mécanique du Bloc de Terre Comprimée avec Fibres », Thèse de Doctorat, Université de Biskra, 2014.
- [140] B. Madsen, A. Thygesen, et H. Lilholt, « Plant fibre composites – porosity and stiffness », *Compos. Sci. Technol.*, vol. 69, n° 7-8, p. 1057-1069, 2009.
- [141] D. Sedan, C. Pagnoux, A. Smith, et T. Chotard, « Mechanical properties of hemp fibre reinforced cement : Influence of the fibre / matrix interaction », *J. Eur. Ceram. Soc.*, vol. 28, p. 183-192, 2008.
- [142] M. Ouedraogo *et al.*, « Physical , thermal and mechanical properties of adobes stabilized with fonio (*Digitaria exilis*) straw », *J. Build. Eng.*, vol. 23, p. 250-258, 2019.
- [143] M. Gibigaye, F. G. Godonou, C. P. Yabi, et G. Degan, « Estimation of Elastic Properties of Oil Palm Kernel Shell Concrete by Semianalytical Methods of Homogenisation », *Adv. Civ. Eng.*, vol. 2019, p. 1-13, 2019.
- [144] H. G. Nguyen, « Approche micromécanique pour la modélisation du comportement élastoplastique des composites: application aux mortiers de résine », Thèse de Doctorat, Université de Cergy-Pontoise, 2008.
- [145] H. Moussaddy, « A New Definition of the Representative Volument Element in Numerical Homogenization Problems and its Application to the Performance Evaluation of Analytical Homogenization Models. », Thèse de Doctorat, Université

- de Montréal, 2013.
- [146] W. Ogierman et G. Kokot, « Mean field homogenization in multi- scale modelling of composite materials », *J. Achiev. Mater. Manuf. Eng.*, vol. 61, n° 2, p. 343-348, 2013.
- [147] A. Elouaer, « Contribution à la compréhension et à la modélisation du comportement mécanique de matériaux composites à renfort en fibres végétales », Thèse de Doctorat, Université de Reims Champagne-Ardenne, 2011.
- [148] J. Renard, *Elaboration, microstructure et comportement des matériaux composites à matrice polymère*. Lavoisier, 2005.
- [149] L. Miccoli, U. Müller, et P. Fontana, « Mechanical behaviour of earthen materials: A comparison between earth block masonry, rammed earth and cob », *Constr. Build. Mater.*, vol. 61, p. 327-339, 2014.
- [150] S. Nemat-Nasser et Hori, *Micromechanics: overall properties of heterogeneous materials*, vol. 37. North-Holland Series in Applied Mathematics and Mechanics, 2013.
- [151] V. Picandet, P. Tronet, et C. Baley, « Caractérisation granulométrique des chènevottes », *XXX e Rencontre Assoc. Univ. Génie Civ.*, 2012.
- [152] V. S. P. Bitra *et al.*, « Direct mechanical energy measures of hammer mill comminution of switchgrass, wheat straw, and corn stover and analysis of their particle size distributions », *Powder Technol.*, vol. 193, n° 1, p. 32-45, 2009.
- [153] A. Digimat, « Software for the Linear and Nonlinear Multi-Scale Modeling of Heterogeneous Materials; e-Xstream Engineering: Louvain-la-Neuve ». Belgium, 2011.
- [154] T. H. Hoang, « Approches d'homogénéisation numériques incrémentales pour le calcul des structures hétérogènes élasto-plastiques et élasto-visco-plastiques », Thèse de Doctorat, Université de Paris-Est, 2015.
- [155] T. Trzepieciński, G. Rzyńska, M. Biglar, et M. Gromada, « Modelling of multilayer actuator layers by homogenisation technique using Digimat software », *Ceram. Int.*, vol. 43, n° 3, p. 3259-3266, 2017.
- [156] M. Tarfaoui, K. Lafdi, et A. El Moumen, « Mechanical properties of carbon nanotubes based polymer composites », *Compos. Part B Eng.*, vol. 103, p. 113-121, oct. 2016.
- [157] A. El Moumen, M. Tarfaoui, et K. Lafdi, « Computational Homogenization of Mechanical Properties for Laminate Composites Reinforced with Thin Film Made of Carbon Nanotubes », *Appl. Compos. Mater.*, p. 1-20, 2017.
- [158] A. El Moumen, M. Tarfaoui, O. Hassoon, K. Lafdi, H. Benyahia, et M. Nachtane, « Experimental Study and Numerical Modelling of Low Velocity Impact on Laminated Composite Reinforced with Thin Film Made of Carbon Nanotubes »,

- Appl. Compos. Mater.*, vol. 25, n° 2, p. 309-320, 2018.
- [159] S. Liang, « Etude de comportement en fatigue des composites renforcés par fibres végétales. Prise en compte de la variabilité des propriétés », Thèse de doctorat, Université de Bourgogne, 2012.
- [160] A. El Moumen, A. Imad, T. Kanit, E. Hilali, et H. El Minor, « A multiscale approach and microstructure design of the elastic composite behavior reinforced with natural particles », *Compos. PART B*, vol. 66, p. 247-254, 2014.
- [161] A. R. Melro, P. P. Camanho, et S. T. Pinho, « Influence of geometrical parameters on the elastic response of unidirectional composite materials », *Compos. Struct.*, vol. 94, n° 11, p. 3223-3231, 2012.
- [162] I. Doghri et A. Ouaar, « Homogenization of two-phase elasto-plastic composite materials and structures study of tangent operators, cyclic plasticity and numerical algorithms », *Int. J. Solids Struct. Elsevier*, vol. 40, n° 7, p. 1692-1694, 2003.
- [163] E. Ghossein, « Numerical validation of analytical homogenization models for the case of randomly distributed and oriented ellipsoidal fibers reinforced composites », Thèse de Doctorat, Université de Montréal, 2014.
- [164] C. E. Adadja, C. A. Labintan, M. Gibigaye, H. Zahrouni, et M. Hattab, « Prediction of the Elastic Properties of the Clay-Rice Straw Composite by Numerical Homogenization Technique using Digimat », *Int. J. Recent Technol. Eng.*, vol. 8, n° 4, p. 9906-9910, 2019.
- [165] A. M. Neville, *Properties of concrete*, Pitman int., vol. 4. Longman London, 1995.
- [166] T. Mura, « Micromechanics of Defects in Solids,,Martinus Nijhoff Publishers », *Dordrecht, The Netherlands*, 1987.

Table des matières

Dédicace.....	i
Remerciements.....	iii
Résumé.....	v
Abstract.....	vii
Sommaire.....	ix
Liste des tableaux.....	xi
Liste des figures.....	xiii
Liste des annexes.....	xv
Introduction générale.....	1
Chapitre 1 : Généralités et Synthèse bibliographique.....	5
1.1. Introduction.....	6
1.2. Matériaux et construction durable.....	6
1.3. La construction en terre.....	7
1.3.1. L'adobe (Banco).....	8
1.4. Propriétés du banco.....	11
1.4.1. Poids volumique.....	11
1.4.2. Résistance à la compression.....	11
1.4.3. Résistance à la traction.....	13
1.4.4. Propriétés élastiques du banco.....	14
1.5. Méthodologie multi-échelles d'homogénéisation des matériaux hétérogènes.....	14
1.5.1. Méthodologie de l'homogénéisation.....	16
1.5.2. Notion du Volume Élémentaire Représentatif (VER).....	17
1.5.3. Homogénéisation analytique.....	18
1.5.4. Homogénéisation numérique.....	27

1.6. Conclusion.....	32
Chapitre 2 : Caractérisation physique et mécanique des constituants du composite	33
2.1. Introduction	34
2.2. Propriétés physiques et mécaniques de la matrice argileuse.....	34
2.2.1. Analyse granulométrique par tamisage et par sédimentométrie	34
2.2.2. Détermination des limites d’Atterberg	35
2.2.3. Les masses volumiques	36
2.2.4. Classification des sols.....	37
2.2.5. Comportement élastique de la terre argileuse	38
2.3. Caractéristiques de la paille de riz.....	39
2.3.1. Caractéristiques physiques de la paille de riz.....	40
2.3.2. Caractéristiques mécaniques	41
2.3.3. Morphologie des pailles de riz	43
2.4. Conclusion.....	44
Chapitre 3 : Comportement physique et mécanique du composite.....	45
3.1. Introduction	46
3.2. Confections des différentes éprouvettes.....	46
3.2.1. Confection des échantillons.....	46
3.2.2. Les différentes formulations.....	47
3.3. Comportement physique du composite argile-pailles de riz	48
3.3.1. Influence de la proportion de paille sur la masse volumique du banco ...	48
3.3.2. Influence de la proportion de paille sur le retrait au séchage.....	49
3.4. Comportement mécanique.....	50
3.4.1. Mesure des caractéristiques mécaniques en compression et en flexion...	50
3.4.2. Détermination des propriétés élastiques.....	56
3.4.3. Influence de la fraction volumique des pailles de riz sur le module de Young du composite	57

3.5. Conclusion.....	58
Chapitre 4 : Modélisation multi-échelles des propriétés élastiques du composite argile-pailles de riz.....	
4.1. Introduction	62
4.2. Propriétés élastiques des deux phases du composite.....	63
4.3. Techniques de détermination des paramètres d'homogénéisation.....	63
4.3.1. Elaboration de la matrice de rigidité des deux phases du composite	64
4.3.2. Détermination du Volume Élémentaire Représentatif (VER).....	65
4.3.3. Propriétés locales à l'échelle du VER	66
4.4. Techniques d'homogénéisation analytique du composite argile-pailles de riz	71
4.5. Techniques d'homogénéisation numérique du composite argile-pailles de riz	75
4.5.1. Modélisation numérique par Digimat MF	76
4.5.2. Modélisation numérique par Digimat FE	77
4.6. Conclusion.....	83
Chapitre 5 : Estimation des propriétés élastiques du composite argile-pailles de riz par les méthodes multi-échelles	
5.1. Introduction	86
5.2. Estimation par l'homogénéisation analytique	86
5.2.1. Choix de la taille du Volume Élémentaire Représentatif (VER)	86
5.2.2. Déterminations des propriétés effectives.....	88
5.2.3. Analyse de fiabilité des méthodes analytiques.....	90
5.2.4. Influence de la fraction volumique des pailles de riz sur le module de Young du composite banco	92
5.3. Estimation par l'homogénéisation numérique.....	94
5.3.1. Analyse de fiabilité des modèles numérique et analytique	95

5.3.2. Influence de la fraction volumique des pailles de riz sur le module de Young du composite banco.....	96
5.4. Conclusion.....	98
Conclusion générale et perspectives.....	101
Références.....	103
Table des matières	115
Annexes	119
Annexe 1	119
Annexe 2.....	120
Annexe 3.....	122
Annexe 4.....	127

Annexes

Annexe 1 : Tenseurs des élasticités

Tenseur des rigidités d'élasticité

(21 composantes, écrites en notation contractée)

$$[C] = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & C_{14} & C_{15} & C_{16} \\ & C_{22} & C_{23} & C_{24} & C_{25} & C_{26} \\ & & C_{33} & C_{34} & C_{35} & C_{36} \\ & sym & & C_{44} & C_{45} & C_{46} \\ & & & & C_{55} & C_{56} \\ & & & & & C_{66} \end{bmatrix}$$

Tenseur des rigidités d'un matériau isotrope transverse

(5 composantes indépendantes, écrites en notation contractée)

$$[C] = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{12} & 0 & 0 & 0 \\ C_{12} & C_{22} & C_{23} & 0 & 0 & 0 \\ C_{12} & C_{23} & C_{22} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & C_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & C_{55} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & C_{66} \end{bmatrix}$$

Tenseur des rigidités d'un matériau isotrope

$$[C] = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{12} & 0 & 0 & 0 \\ C_{12} & C_{11} & C_{12} & 0 & 0 & 0 \\ C_{12} & C_{12} & C_{11} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{C_{11} - C_{12}}{2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{C_{11} - C_{12}}{2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{C_{11} - C_{12}}{2} \end{bmatrix}$$

Tenseur des souplesses d'un matériau isotrope transverse

(Écrites en notation contractée)

$$S_{\text{isotrope transverse}} = \begin{bmatrix} \frac{1}{E_1} & \frac{-\nu_{12}}{E_1} & \frac{-\nu_{12}}{E_1} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{-\nu_{12}}{E_1} & \frac{1}{E_2} & \frac{-\nu_{23}}{E_2} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{-\nu_{12}}{E_1} & \frac{-\nu_{23}}{E_2} & \frac{1}{E_2} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1+\nu_{23}}{E_2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1+\nu_{12}}{E_1} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1+\nu_{12}}{E_1} \end{bmatrix}$$

Annexe 2 : Les expressions du tenseur d'Eshelby

Inclusion ellipsoïdale dans un milieu isotrope

$$\text{Equation ellipsoïdale : } \frac{x_1^2}{a_1^2} + \frac{x_2^2}{a_2^2} + \frac{x_3^2}{a_3^2} \leq 1$$

Dans le cas général où la matrice est isotrope et les inclusions sont ellipsoïdales, les composantes du tenseur d'Eshelby s'expriment par Mura [166] :

$$E_{ijkl} = E_{jikl} = E_{ijlk}$$

$$E_{1111} = \frac{3}{8\pi(1-\nu)} a_1^2 I_{11} + \frac{1-2\nu}{8\pi(1-\nu)} I_1$$

$$E_{1122} = \frac{1}{8\pi(1-\nu)} a_2^2 I_{12} + \frac{1-2\nu}{8\pi(1-\nu)} I_1$$

$$E_{1133} = \frac{1}{8\pi(1-\nu)} a_3^2 I_{13} + \frac{1-2\nu}{8\pi(1-\nu)} I_1$$

$$E_{1212} = \frac{a_1^2 + a_2^2}{8\pi(1-\nu)} I_{12} + \frac{1-2\nu}{16\pi(1-\nu)} (I_1 + I_2)$$

$$E_{1112} = E_{1223} = E_{1232} = 0$$

où :

$$I_1 = 2\pi a_1 a_2 a_3 \int_0^\infty \frac{ds}{(a_1^2 + s) \Delta(s)}$$

$$I_{11} = 2\pi a_1 a_2 a_3 \int_0^\infty \frac{ds}{(a_1^2 + s)^2 \Delta(s)}$$

$$I_{12} = 2\pi a_1 a_2 a_3 \int_0^\infty \frac{ds}{(a_1^2 + s)(a_2^2 + s) \Delta(s)}$$

$$\Delta(s) = (a_1^2 + s)^{1/2} (a_2^2 + s)^{1/2} (a_3^2 + s)^{1/2}$$

Inclusion ellipsoïdale de révolution dans un milieu isotrope

Dans le cas où la matrice est isotrope et où l'axe de révolution est l'axe 1 (avec la dimension

$a_2 = a_3 < a_1$), les composantes du tenseur d'Eshelby s'expriment par :

$$E_{1111} = \frac{1}{2(1-\nu m)} \left[1 - 2\nu m + \frac{3r^2 - 1}{r^2 - 1} \left(1 - 2\nu m + \frac{3r^2}{r^2 - 1} \right) g \right]$$

$$E_{2222} = E_{3333} = \frac{3}{8(1-\nu m)} \frac{r^2}{r^2 - 1} + \frac{1}{4(1-\nu m)} \left[1 - 2\nu m - \frac{9}{4(r^2 - 1)} \right] g$$

$$E_{2233} = E_{3322} = \frac{1}{4(1-\nu m)} \left\{ \frac{r^2}{2(r^2 - 1)} \left[1 - 2\nu m - \frac{3}{4(r^2 - 1)} \right] g \right\}$$

$$E_{2211} = E_{3311} = -\frac{1}{2(1-\nu m)} \frac{r^2}{r^2 - 1} + \frac{1}{4(1-\nu m)} \left[\frac{3r^2}{r^2 - 1} - (1 - 2\nu m) \right] g$$

$$E_{1122} = E_{1133} = -\frac{1}{2(1-\nu m)} \left(1 - \nu m + \frac{1}{r^2 - 1} \right) + \frac{1}{2(1-\nu m)} \left[(1 - 2\nu m) + \frac{3r^2}{r^2 - 1} \right] g$$

$$E_{2323} = E_{3232} = \frac{1}{4(1-\nu_m)} \left\{ \frac{r^2}{2(r^2-1)} + \left[1-2\nu_m - \frac{3}{4(r^2-1)} \right] g \right\}$$

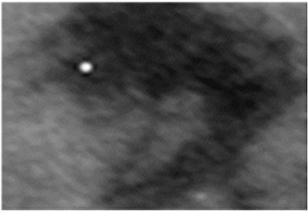
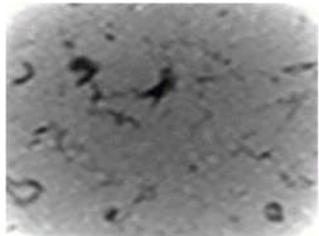
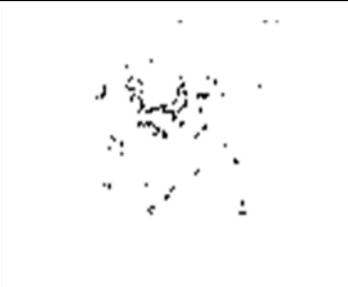
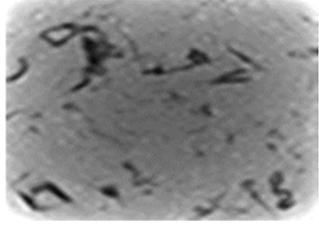
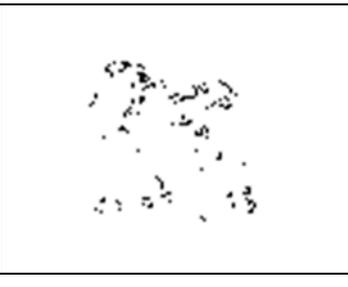
$$E_{1212} = E_{1313} = \frac{1}{4(1-\nu_m)} \left\{ 1-2\nu_m - \frac{r^2+1}{r^2-1} \frac{1}{2} \left[1-2\nu_m - \frac{3(r^2+1)}{r^2-1} \right] g \right\}$$

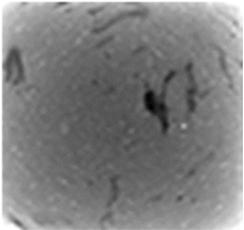
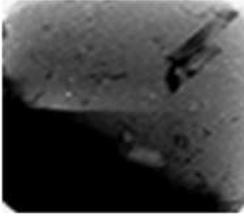
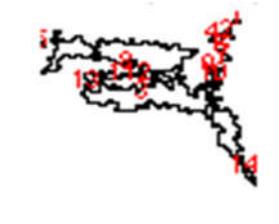
où : - ν_m est le coefficient de Poisson de la matrice,

- g est défini par :
$$g = \frac{r}{(r^2-1)^{3/2}} \left[r(r^2-1)^{1/2} - \text{Arccosh}(r) \right]$$

- $r = \frac{a_1}{a_3} > 1$ est le rapport de forme de l'ellipsoïde

Annexe 3 : Données et résultats du traitement d'images

N° image	Image d'origine numérisée en couleur	Image après seuillage réalisée par ImageJ®	Image obtenue après traitement (Carte étiquetée des Pailles de riz identifiées)	Paramètres calculés
01				Composantes du tenseur a2 $a_{11} = 0.335$ $a_{22} = 0.665$ $a_{12} = a_{21} = -0.162$ Elancement moyen : $r_{\text{moy}} = 3,192$
02				Composantes du tenseur a2 $a_{11} = 0.525$ $a_{22} = 0.476$ $a_{12} = a_{21} = -0.041$ Elancement moyen $r_{\text{moy}} = 2.226$
03				Composantes du tenseur a2 $a_{11} = 0.608$ $a_{22} = 0.392$ $a_{12} = a_{21} = -0.021$ Elancement moyen $r_{\text{moy}} = 2.538$

N° image	Image d'origine numérisée en couleur	Image après seuillage réalisée par ImageJ®	Image obtenue après traitement (Carte étiquetée des Pailles de riz identifiés)	Paramètres calculés
04				Composantes du tenseur a2 $a_{11}= 0.329$ $a_{22}= 0.671$ $a_{12}=a_{21}=0.0531$ Elancement moyen $r_{moy}=2.923$
05				Composantes du tenseur a2 $a_{11}= 0.459$ $a_{22}= 0.541$ $a_{12}=a_{21}=0.041$ Elancement moyen $r_{moy}=2.856$
06				Composantes du tenseur a2 $a_{11}= 0.613$ $a_{22}= 0.387$ $a_{12}=a_{21}=-0.005$ Elancement moyen : $r_{moy}=3.665$

Résultats de traitements et d'analyse d'image N°2						
Particules	Area	X	Y	Major	Minor	Angle
1	0,375	11,608	5,126	1,136	0,42	118,155
2	0,5	10,253	9,545	1,491	0,427	112,5
3	0,625	18,348	9,51	1,172	0,679	45
4	0,5	8,662	10,341	0,983	0,648	124,722
5	0,375	18,561	10,783	1,197	0,399	0
6	1,125	22,685	11,254	1,995	0,718	176,83
7	0,375	1,591	11,608	1,136	0,42	151,845
8	0,375	18,796	12,904	0,865	0,552	90
9	0,625	10,005	13,611	1,882	0,423	62,877
10	0,875	14,773	13,359	1,107	1,006	45,001
11	0,75	12,551	13,611	1,327	0,72	0
12	0,5	21,919	13,611	1,137	0,56	121,717
13	0,375	9,84	16,204	0,836	0,571	45
14	0,75	12,904	16,38	1,333	0,716	161,127
15	0,375	22,803	16,793	1,197	0,399	90
16	1,25	14,354	17,783	1,635	0,973	158,503
17	0,375	4,419	18,678	1,136	0,42	151,845
18	0,375	29,402	22,685	0,836	0,571	45
19	0,375	21,153	24,571	0,865	0,552	90
20	0,375	30,227	31,995	1,197	0,399	0

Résultats de traitements et d'analyse d'image N°3						
Particules	Area	X	Y	Major	Minor	Angle
1	0,625	7,672	5,48	1,213	0,656	53,35
2	1	4,817	6,319	2,03	0,627	127,72
3	2,375	11,229	7,694	2,471	1,224	119,633
4	0,5	25,808	8,396	1,565	0,407	143,909
5	0,625	22,167	9,652	1,7	0,468	135
6	2,125	10,492	11,199	2,458	1,101	53,321
7	0,5	21,301	10,164	1,269	0,502	135
8	1	19,179	11,269	2,391	0,532	9,758
9	0,375	24,217	12,197	1,403	0,34	45
10	0,5	25,278	12,462	0,967	0,659	0
11	0,375	27,045	12,551	1,197	0,399	0
12	0,375	24,924	13,258	1,197	0,399	0
13	0,875	19,167	15,682	1,453	0,767	22,5
14	0,75	21,684	17,971	1,588	0,601	172,16
15	0,375	21,86	24,453	0,836	0,571	135
16	0,5	13,611	26,338	0,798	0,798	0
17	0,5	14,583	27,576	1,403	0,454	107,609
18	0,375	27,045	29,049	1,136	0,42	28,155
19	0,375	3,476	30,345	0,836	0,571	45
20	0,375	31,759	31,288	0,865	0,552	90

Résultats de traitements et d'analyse d'image N°4						
Particules	Area	X	Y	Major	Minor	Angle en °
1	1	2,475	9,545	2,824	0,451	100,901
2	1,375	27,303	10,719	2,306	0,759	101,095
3	0,375	24,217	11,136	1,403	0,34	45
4	0,375	13,375	12,433	0,836	0,571	135
5	0,875	23,611	13,005	1,98	0,563	64,619
6	0,375	21,153	12,904	0,865	0,552	90
7	1	15,556	13,567	1,67	0,763	35,568
8	0,5	22,715	14,848	1,403	0,454	107,609
9	2	27,465	15,467	2,621	0,971	83,446
10	0,375	24,099	16,439	1,136	0,42	118,155
11	0,375	22,096	17,5	1,197	0,399	0
12	0,625	18,207	19,338	1,54	0,517	64,33
13	0,375	23,746	20,21	0,836	0,571	45
14	0,5	19,091	21,566	0,798	0,798	0
15	0,875	16,338	27,551	1,499	0,743	89,334

Résultats de traitements et d'analyse d'image N°5							
Particules	Area	X	Y	Major	Minor	Angle °	
1	0,375	5,951	4,537	0,836	0,571	45	
2	0,375	0,177	5,48	1,197	0,399	90	
3	0,5	28,548	5,391	1,128	0,564	18,435	
4	0,5	11,667	6,01	1,128	0,564	90	
5	0,875	21,641	6,641	1,323	0,842	160,921	
6	1,25	24,747	7,707	4,152	0,383	42,24	
7	3,125	28,799	8,845	2,153	1,848	80,886	
8	0,625	22,379	7,884	1,013	0,786	135	
9	1,125	27,713	11,372	1,825	0,785	68,085	
10	1,375	13,386	11,458	2,396	0,731	17,34	
11	0,75	24,924	12,197	1,643	0,581	119,518	
12	3,25	20,369	25,55	3,203	1,292	157,316	

Résultats de traitements et d'analyse d'image N°6							
Particules	Area	X	Y	Major	Minor	Angle	
1	0,375	31,406	1,709	0,836	0,571	45	
2	2	30,139	4,419	2,091	1,218	63,435	
3	13,499	4,589	7,283	5,841	2,943	18,973	
4	33,247	16,352	7,561	13,999	3,024	172,803	
5	0,375	14,436	9,84	0,836	0,571	45	
6	0,375	16,439	11,843	1,403	0,34	45	
7	0,375	7,601	12,197	1,403	0,34	135	
8	0,5	9,192	12,109	1,208	0,527	6,62	
9	0,375	20,093	12,315	0,836	0,571	45	
10	55,119	20,435	17,215	16,118	4,354	163,006	
11	0,75	26,751	13,258	1,631	0,585	17,093	
12	0,625	25,631	14,389	1,523	0,522	155,994	
13	0,375	27,988	20,446	0,836	0,571	135	
14	0,5	32,172	27,753	1,137	0,56	121,717	
15	1,125	33,605	30,306	1,564	0,916	123,401	
16	0,375	34,705	31,406	0,836	0,571	135	

Annexe 4 : Codes de calcul de mathematica pour les modèles d'homogénéisation analytique

Lower bound of Hashin Strikman

```
f=0.80
Em=2.518;
Ec=73.08;
Vm=0.413;
Vc=0.172;
r=3.018;
(*Valeur des coefficients km kc μm et μc *)
km=Em/3(1-2vm);
μm=Em/2(1+vm);
kc=Ec/3(1-2vc);
μc=Ec/2(1+vc);
λm= (Em vm) / ((1+vm) (1-2vm));
λc=(Ec vc) / ((1+vc) (1-2vc));
TenseurI=Table[1/2 (KroneckerDelta[i, k]
KroneckerDelta[j,l]+KroneckerDelta[i,l] KroneckerDelta[j,k]),
{i, 1,3},{j, 1,3},{k, 1,3},{l, 1,3}];
TenseurJ=1/3 TensorProduct[IdentityMatrix[3],
IdentityMatrix[3]];
TenseurK= TenseurI - TenseurJ;
TenseurCm= 3km TenseurJ + 2μm TenseurK;
TenseurCc= 3kc TenseurJ + 2μc TenseurK;
TenseurI//MatrixForm;
TenseurJ//MatrixForm;
TenseurK//MatrixForm;
Print["Tenseurs Cm et Cc"]
TenseurCm//MatrixForm
TenseurCc//MatrixForm
MatrixCm = ({
  {λm+2μm, λm, λm, 0, 0, 0},
  {λm, λm+2μm, λm, 0, 0, 0},
  {λm, λm, λm+2μm, 0, 0, 0},
  {0, 0, 0, μm, 0, 0},
  {0, 0, 0, 0, μm, 0},
  {0, 0, 0, 0, 0, μm}
});
MatrixCc = ({
```

```

        {λc+2μc, λc, λc, 0, 0, 0},
        {λc, λc+2μc, λc, 0, 0, 0},
        {λc, λc, λc+2μc, 0, 0, 0},
        {0, 0, 0, μc, 0, 0},
        {0, 0, 0, 0, μc, 0},
        {0, 0, 0, 0, 0, μc}
    });
(*MatrixCm//MatrixForm
MatrixCc//MatrixForm*)
(*Calcul de l'inverse des tenseurs*)

TenseurSm = 1/(3km) TenseurJ +1/(2μm) TenseurK;
TenseurSc = 1/(3kc) TenseurJ +1/(2μc) TenseurK;
Print["Tenseurs de souplesse Sm et Sc"];
TenseurSm//MatrixForm
TenseurSc//MatrixForm

(*MatrixSm=Inverse[MatrixCm];
MatrixSc=Inverse[MatrixCc];
MatrixSm//MatrixForm
MatrixSc//MatrixForm*)

TenseurCmax= 3 Max[km, kc] TenseurJ + 2 Max[μm, μc] TenseurK;
TenseurCmin=3 Min[km, kc] TenseurJ + 2 Min[μm, μc] TenseurK;
TenseurSmax= 1/(3 Max[km, kc]) TenseurJ + 1/(2 Max[μm, μc])
TenseurK;
TenseurSmin= 1/(3 Min[km, kc]) TenseurJ + 1/(2 Min[μm, μc])
TenseurK;
Print["Tenseurs de rigidité et de souplesses des matériaux le
plus rigide et le plus souple Cmax ET Cmin"]
TenseurCmax//MatrixForm
TenseurCmin//MatrixForm
TenseurSmax//MatrixForm
TenseurSmin//MatrixForm
(*Entrée du tenseur de concentration d'Eshelby pour inclusion
ellipsoïdale de révolution*)

CoefG = r/(r^2-1)^(3/2) (r (r^2-1)^(1/2)- ArcCosh[r])
TenseurEsh=Table[0, {i, 1, 3}, {j, 1, 3}, {k, 1, 3}, {1, 1,
3}];
TenseurEsh[[1, 1, 1, 1]]=1/(2(1-vm))*(1 - 2vm +(3r^2-1)/(r^2-
1)-(1 - 2vm +(3r^2)/(r^2-1))*CoefG);

```

```

TenseurEsh[[2, 2, 2, 2]]=(3/(8(1-vm)))(r^2/(r^2-1))+1/(4(1-
vm))(1 - 2vm - 9/(4(r^2-1))) CoefG;
TenseurEsh[[3, 3, 3, 3]] = TenseurEsh[[2, 2, 2, 2]];
TenseurEsh[[2, 2, 3, 3]] = 1/(4(1-vm))(r^2/(2(r^2-1)) - (1 -
2vm + 3/(4(r^2-1))) CoefG);
TenseurEsh[[3, 3, 2, 2]]= TenseurEsh[[2, 2, 3, 3]];
TenseurEsh[[2, 2, 1, 1]] = -(1/(2(1-vm)))(r^2/(r^2-1))+1/(4(1-
vm))((3r^2)/(r^2-1)-(1 - 2vm)) CoefG;
TenseurEsh[[3, 3, 1, 1]]=TenseurEsh[[2, 2, 1, 1]];
TenseurEsh[[1, 1, 2, 2]] = -(1/(2(1-vm)))(1 - 2vm + 1/(r^2-
1))+1/(2(1-vm))(1 - 2vm + 3/(r^2-1)) CoefG;
TenseurEsh[[1, 1, 3, 3]]=TenseurEsh[[1, 1, 2, 2]];
TenseurEsh[[2, 3, 2, 3]] = (1/(4(1-vm)))(r^2/(2(r^2-1)))+(1 -
2vm - 3/(4(r^2-1))) CoefG);
TenseurEsh[[3, 2, 3, 2]]=TenseurEsh[[2, 3, 2, 3]];
TenseurEsh[[1, 2, 1, 2]]=(1/(4(1-vm)))(1 - 2vm - (r^2+1)/(r^2-
1)-1/2(1 - 2vm - (3(r^2+1))/(r^2-1)) CoefG);
TenseurEsh[[1, 3, 1, 3]]=TenseurEsh[[3, 2, 3, 2]];
(*Symétrie mineure*)
TenseurEsh[[3, 2, 2, 3]] = TenseurEsh[[2, 3, 2, 3]];
TenseurEsh[[2, 3, 3, 2]] = TenseurEsh[[2, 3, 2, 3]];
TenseurEsh[[3, 2, 3, 2]] = TenseurEsh[[2, 3, 2, 3]];

TenseurEsh[[2, 1, 1, 2]]=TenseurEsh[[1, 2, 1, 2]];
TenseurEsh[[1, 2, 2, 1]]=TenseurEsh[[1, 2, 1, 2]];
TenseurEsh[[2, 1, 2, 1]]=TenseurEsh[[1, 2, 1, 2]];

TenseurEsh[[3, 1, 1, 3]]=TenseurEsh[[1, 3, 1, 3]];
TenseurEsh[[1, 3, 3, 1]]=TenseurEsh[[1, 3, 1, 3]];
TenseurEsh[[3, 1, 3, 1]]=TenseurEsh[[1, 3, 1, 3]];

Print[" Tenseur de concentration d'Eshelby"];
TenseurEsh//MatrixForm
TenseurP =TensorContract[TensorProduct[TenseurEsh,
TenseurSmin], {{3,5},{4,6}} ];

Print[" Tenseur de polarisation de Hill pour borne min"];
TenseurP//MatrixForm

(*Détermination de la décomposition du Tenseur P*)
VecteurE3={1,0,0};
TenseurEL=TensorProduct[VecteurE3,VecteurE3,VecteurE3,VecteurE
3];
MatrixIT=IdentityMatrix[3]-TensorProduct[VecteurE3,VecteurE3];

```

```

TenseurJT=1/2 TensorProduct[MatrixiT, MatrixiT];
TenseurIT=Table[0, {i,1,3}, {j, 1,3},{k, 1,3},{l, 1,3}];
TenseurIT[[3,3,3,3]]=1;
TenseurIT[[2,2,2,2]]=1;
TenseurIT[[3,2,3,2]]=1/2;
TenseurIT[[3,2,2,3]]=TenseurIT[[3,2,3,2]];
TenseurIT[[2,3,3,2]]=TenseurIT[[3,2,3,2]];
TenseurIT[[2,3,2,3]]=TenseurIT[[3,2,3,2]];
TenseurKE=1/6 TensorProduct[(2
TensorProduct[VecteurE3,VecteurE3]-MatrixiT), (2
TensorProduct[VecteurE3,VecteurE3]-MatrixiT)];
TenseurF= Sqrt[2]/2 TensorProduct[MatrixiT, VecteurE3,
VecteurE3];
TenseurKT= TenseurIT - TenseurJT;
TenseurKL =TenseurK-TenseurKT-TenseurKE;
TenseurFT=TensorTranspose[TenseurF, {3,4,1,2}];

Print["Affichage des tenseurs orthogonaux de décomposition de
P"];
(*TenseurEL//MatrixForm
MatrixiT//MatrixForm
TenseurJT//MatrixForm
TenseurIT//MatrixForm
TenseurKE//MatrixForm
TenseurKL//MatrixForm
TenseurKT//MatrixForm
TenseurF//MatrixForm
TenseurFT//MatrixForm*)
coef $\alpha$ =TensorContract[TensorProduct[TenseurEL,TenseurP],{{1,7},
{3,5},{4,6},{2,8}}];
coef $\beta$ =TensorContract[TensorProduct[TenseurJT,TenseurP],{{1,7},{
3,5},{4,6},{2,8}}];
coef $\gamma$ =TensorContract[TensorProduct[TenseurFT,TenseurP],{{1,7},{
3,5},{4,6},{2,8}}];
coef $\gamma_p$ =TensorContract[TensorProduct[TenseurF,TenseurP],{{1,7},{
3,5},{4,6},{2,8}}];
coef $\delta$ =(1/2)
TensorContract[TensorProduct[TenseurKT,TenseurP],{{1,7},{3,5},
{4,6},{2,8}}];
coef $\delta_p$ =(1/2)
TensorContract[TensorProduct[TenseurKL,TenseurP],{{1,7},{3,5},
{4,6},{2,8}}];
coef $\alpha\beta$ =coef $\beta$ /(coef $\alpha$  coef $\beta$ -coef $\gamma$ 2);

```

```

coefβc=coefα/(coefα coefβ-coefγ^2);
coefγc=- coefγ/(coefα coefβ-coefγ^2);
coefγpc=- coefγ/(coefα coefβ-coefγ^2);
coefδc=1/coefδ;
coefδpc=1/coefδp;

Print["Affichage du tenseur P de Hill et de son inverse après
reconstitution"]
TenseurP = coefα TenseurEL + coefβ TenseurJT + coefγ TenseurF +
coefγp TenseurFT + coefδ TenseurKT + coefδp TenseurKL;
TenseurPinv = coefαc TenseurEL + coefβc TenseurJT + coefγc
TenseurF + coefγpc TenseurFT + coefδc TenseurKT + coefδpc
TenseurKL;
TenseurP//MatrixForm
TenseurPinv//MatrixForm

(*Calcul du tenseur d'influence de Hill*)
Print["Affichage du Tenseur CminStar"]
TenseurCminStar=TenseurPinv-TenseurCmin;
TenseurCminStar//MatrixForm

Print["Les sommes du tenseur de Hill avec chacun des tenseurs
Cm et Cc "]
TenseurCminStarCm=TenseurCminStar+TenseurCm;
TenseurCminStarCc=TenseurCminStar+TenseurCc;
TenseurCminStarCm//MatrixForm;
TenseurCminStarCc//MatrixForm;

Print["Affichage du tenseur (TenseurCminStar + Cc) et de son
inverse "]
coefα3=TensorContract[TensorProduct[TenseurEL,TenseurCminStarC
c],{{1,7},{3,5},{4,6},{2,8}}];
coefβ3=TensorContract[TensorProduct[TenseurJT,TenseurCminStarCc
],{{1,7},{3,5},{4,6},{2,8}}];
coefγ3=TensorContract[TensorProduct[TenseurFT,TenseurCminStarCc
],{{1,7},{3,5},{4,6},{2,8}}];
coefγp3=TensorContract[TensorProduct[TenseurF,TenseurCminStarCc
],{{1,7},{3,5},{4,6},{2,8}}];
coefδ3=1/2
TensorContract[TensorProduct[TenseurKT,TenseurCminStarCc],{{1,
7},{3,5},{4,6},{2,8}}];

```

```

coefδp3=1/2
TensorContract[TensorProduct[TenseurKL,TenseurCminStarCc],{{1,
7},{3,5},{4,6},{2,8}}];
coefα3=coefβ3/(coefα3 coefβ3-coefγ3^2);
coefβc3=coefα3/(coefα3 coefβ3-coefγ3^2);
coefγc3=- coefγ3/(coefα3 coefβ3-coefγ3^2);
coefγpc3=- coefγ3/(coefα3 coefβ3-coefγ3^2);
coefδc3=1/coefδ3;
coefδpc3=1/coefδp3;
TenseurCminStarCc = coefα3 TenseurEL + coefβ3 TenseurJT +
coefγ3 TenseurF + coefγp3 TenseurFT + coefδ3 TenseurKT +
coefδp3 TenseurKL;
TenseurCminStarCcinv = coefαc3 TenseurEL + coefβc3 TenseurJT +
coefγc3 TenseurF + coefγpc3 TenseurFT + coefδc3 TenseurKT +
coefδpc3 TenseurKL;

TenseurCminStarCc//MatrixForm;
TenseurCminStarCcinv//MatrixForm;

Print["Affichage du tenseur (TenseurCminStar + Cm) et de son
inverse "]
coefα4=TensorContract[TensorProduct[TenseurEL,TenseurCminStarC
m],{{1,7},{3,5},{4,6},{2,8}}];
coefβ4=TensorContract[TensorProduct[TenseurJT,TenseurCminStarCm
],{{1,7},{3,5},{4,6},{2,8}}];
coefγ4=TensorContract[TensorProduct[TenseurFT,TenseurCminStarCm
],{{1,7},{3,5},{4,6},{2,8}}];
coefγp4=TensorContract[TensorProduct[TenseurF,TenseurCminStarCm
],{{1,7},{3,5},{4,6},{2,8}}];
coefδ4=1/2
TensorContract[TensorProduct[TenseurKT,TenseurCminStarCm],{{1,
7},{3,5},{4,6},{2,8}}];
coefδp4=1/2
TensorContract[TensorProduct[TenseurKL,TenseurCminStarCm],{{1,
7},{3,5},{4,6},{2,8}}];
coefα4=coefβ4/(coefα4 coefβ4-coefγ4^2);
coefβc4=coefα4/(coefα4 coefβ4-coefγ4^2);
coefγc4=- coefγ4/(coefα4 coefβ4-coefγ4^2);
coefγpc4=- coefγ4/(coefα4 coefβ4-coefγ4^2);
coefδc4=1/coefδ4;
coefδpc4=1/coefδp4;

```

```

TenseurCminStarCm = coef $\alpha$ 4 TenseurEL + coef $\beta$ 4 TenseurJT +
coef $\gamma$ 4 TenseurF + coef $\gamma$ p4 TenseurFT + coef $\delta$ 4 TenseurKT +
coef $\delta$ p4 TenseurKL;
TenseurCminStarCminv = coef $\alpha$ c4 TenseurEL + coef $\beta$ c4 TenseurJT +
coef $\gamma$ c4 TenseurF + coef $\gamma$ pc4 TenseurFT + coef $\delta$ c4 TenseurKT +
coef $\delta$ pc4 TenseurKL;

TenseurCminStarCm//MatrixForm;
TenseurCminStarCminv//MatrixForm;

Print["Affichage des TenseurAAA=Tenseur [Vm(Cmin*+Cm)^-
1+Vc(Cmin*+Cc)^-1] et de son inverse"]
TenseurAAA=(1-f)*TenseurCminStarCminv+f*TenseurCminStarCcinv;

coef $\alpha$ 6=TensorContract[TensorProduct[TenseurEL,TenseurAAA],{{1,
7},{3,5},{4,6},{2,8}}];
coef $\beta$ 6=TensorContract[TensorProduct[TenseurJT,TenseurAAA],{{1,7
},{3,5},{4,6},{2,8}}];
coef $\gamma$ 6=TensorContract[TensorProduct[TenseurFT,TenseurAAA],{{1,7
},{3,5},{4,6},{2,8}}];
coef $\gamma$ p6=TensorContract[TensorProduct[TenseurF,TenseurAAA],{{1,7
},{3,5},{4,6},{2,8}}];
coef $\delta$ 6=1/2
TensorContract[TensorProduct[TenseurKT,TenseurAAA],{{1,7},{3,5
},{4,6},{2,8}}];
coef $\delta$ p6=1/2
TensorContract[TensorProduct[TenseurKL,TenseurAAA],{{1,7},{3,5
},{4,6},{2,8}}];
coef $\alpha$ c6=coef $\beta$ 6/(coef $\alpha$ 6 coef $\beta$ 6-coef $\gamma$ 6^2);
coef $\beta$ c6=coef $\alpha$ 6/(coef $\alpha$ 6 coef $\beta$ 6-coef $\gamma$ 6^2);
coef $\gamma$ c6=- coef $\gamma$ 6/(coef $\alpha$ 6 coef $\beta$ 6-coef $\gamma$ 6^2);
coef $\gamma$ pc6=- coef $\gamma$ 6/(coef $\alpha$ 6 coef $\beta$ 6-coef $\gamma$ 6^2);
coef $\delta$ c6=1/coef $\delta$ 6;
coef $\delta$ pc6=1/coef $\delta$ p6;

TenseurAAA = coef $\alpha$ 6 TenseurEL + coef $\beta$ 6 TenseurJT + coef $\gamma$ 6
TenseurF + coef $\gamma$ p6 TenseurFT + coef $\delta$ 6 TenseurKT + coef $\delta$ p6
TenseurKL;
TenseurAAAinv= coef $\alpha$ c6 TenseurEL + coef $\beta$ c6 TenseurJT + coef $\gamma$ c6
TenseurF + coef $\gamma$ pc6 TenseurFT + coef $\delta$ c6 TenseurKT + coef $\delta$ pc6
TenseurKL;
TenseurAAA//MatrixForm;

```

```

TenseurAAInv//MatrixForm;
Print["Borne inférieure de Hashin-Strikman unidirectionnelle"]

TenseurHashinInf=TensorContract[TensorProduct[ ((1-
f)TensorContract[TensorProduct[TenseurCm,TenseurCminStarCminv]
,{{3,5},{4,6}}]+ f
TensorContract[TensorProduct[TenseurCc,TenseurCminStarCcinv],{
{3,5},{4,6}}]),TenseurAAInv],{{3,5},{4,6}}];
TenseurHashinInf//MatrixForm

Print["Tenseur d'orientation a2 et détermination de a4"]
a2={{1/3,0,0},{0,1/3,0},{0,0,1/3}};
Id={{1,0,0},{0,1,0},{0,0,1}};
a4=Table[(-
1/35)*(Id[[i,j]]*Id[[k,l]]+Id[[i,k]]*Id[[j,l]]+Id[[i,l]]*Id[[j
,k]])+(1/7)*(a2[[i,j]]*Id[[k,l]]+a2[[i,k]]*Id[[j,l]]+a2[[i,l]]
*Id[[j,k]]+a2[[k,l]]*Id[[i,j]]+a2[[j,l]]*Id[[i,k]]+a2[[j,k]]*I
d[[i,l]]),{i,1,3},{j,1,3},{k,1,3},{l,1,3}];
a4=TensorProduct[a2, a2];
a2//MatrixForm
a4//MatrixForm

Print["Calcul des constantes B de la borne inférieure"]

Hsi=TenseurHashinInf;
B1i=Hsi[[1,1,1,1]]+Hsi[[2,2,2,2]]-2*Hsi[[1,1,2,2]]-
4*Hsi[[1,2,1,2]];
B2i=Hsi[[1,1,2,2]]-Hsi[[2,2,3,3]];
B3i=Hsi[[1,2,1,2]]+0.5*(Hsi[[2,2,3,3]]-Hsi[[2,2,2,
2]]);
B4i=Hsi[[2,2,3,3]];
B5i=1/2*(Hsi[[2,2,2,2]]-Hsi[[2,2,3,3]])

Print["Tenseur de rigidité effective du composite : borne
inférieure"]
Ti=Table[B1i*a4[[i,j,k,
l]]+B2i*(a2[[i,j]]*Id[[k,l]]+a2[[k,l]]*Id[[i,j]])+B3i*(a2[[i,k]
]*Id[[j,l]]+a2[[i,l]]*Id[[j,k]]+a2[[j,l]]*Id[[i,k]]+a2[[j,k]]*
Id[[i,l]])+B4i*Id[[i,j]]*Id[[k,l]]+B5i*(Id[[i,k]]*Id[[j,l]]+Id
[[i,l]]*Id[[j,k]]),{i,1,3},{j,1,3},{k,1,3},{l,1,3}];
Ti//MatrixForm

Print["Les constantes de LAME lambda et mu sont données par :
"]

```

```

Lbdi=Ti[[1, 1, 2, 2]]
Mui=Ti[[1, 2, 1, 2]]
Print["Les caracteristiques mecaniques : E et upsilon sont :
"]
Myi=Mui*(3*Lbdi+2*Mui)/(Lbdi+Mui)
pi=((1/2) Lbdi)/(Lbdi+Mui)

```

Upper Bound of Hashin Strikman

```

f=0.80
Em=2.518;
Ec=73.08;
vm=0.413;
vc=0.172;
r=3.018;
(*Valeur des coefficients km kc μm et μc *)
km=Em/(3(1-2vm));
μm=Em/(2(1+vm));
kc=Ec/(3(1-2vc));
μc=Ec/(2(1+vc));
λm=(Em vm)/((1+vm) (1-2vm));
λc=(Ec vc)/((1+vc) (1-2vc));
TenseurI=Table[1/2 (KroneckerDelta[i, k]
KroneckerDelta[j,l]+KroneckerDelta[i,l] KroneckerDelta[j,k]),
{i, 1,3},{j, 1,3},{k, 1,3},{l, 1,3}];
TenseurJ=1/3 TensorProduct[IdentityMatrix[3],
IdentityMatrix[3]];
TenseurK= TenseurI - TenseurJ;
TenseurCm= 3km TenseurJ + 2μm TenseurK;
TenseurCc= 3kc TenseurJ + 2μc TenseurK;
TenseurI//MatrixForm;
TenseurJ//MatrixForm;
TenseurK//MatrixForm;
Print["Tenseurs Cm et Cc"]
TenseurCm//MatrixForm
TenseurCc//MatrixForm
MatrixCm = ({
    {λm+2μm, λm, λm, 0, 0, 0},
    {λm, λm+2μm, λm, 0, 0, 0},
    {λm, λm, λm+2μm, 0, 0, 0},
    {0, 0, 0, μm, 0, 0},
    {0, 0, 0, 0, μm, 0},

```

```

        {0, 0, 0, 0, 0,  $\mu_m$ }
    });
MatrixCc = ({
    { $\lambda_c+2\mu_c$ ,  $\lambda_c$ ,  $\lambda_c$ , 0, 0, 0},
    { $\lambda_c$ ,  $\lambda_c+2\mu_c$ ,  $\lambda_c$ , 0, 0, 0},
    { $\lambda_c$ ,  $\lambda_c$ ,  $\lambda_c+2\mu_c$ , 0, 0, 0},
    {0, 0, 0,  $\mu_c$ , 0, 0},
    {0, 0, 0, 0,  $\mu_c$ , 0},
    {0, 0, 0, 0, 0,  $\mu_c$ }
});
(*MatrixCm//MatrixForm
MatrixCc//MatrixForm*)
(*Calcul de l'inverse des tenseurs*)

TenseurSm = 1/(3km) TenseurJ +1/(2 $\mu_m$ ) TenseurK;
TenseurSc = 1/(3kc) TenseurJ +1/(2 $\mu_c$ ) TenseurK;
Print["Tenseurs de souplesse Sm et Sc"];
TenseurSm//MatrixForm
TenseurSc//MatrixForm

(*MatrixSm=Inverse[MatrixCm];
MatrixSc=Inverse[MatrixCc];
MatrixSm//MatrixForm
MatrixSc//MatrixForm*)

TenseurCmax= 3 Max[km, kc] TenseurJ + 2 Max[ $\mu_m$ ,  $\mu_c$ ] TenseurK;
TenseurCmin=3 Min[km, kc] TenseurJ + 2 Min[ $\mu_m$ ,  $\mu_c$ ] TenseurK;
TenseurSmax= 1/(3 Max[km, kc]) TenseurJ + 1/(2 Max[ $\mu_m$ ,  $\mu_c$ ])
TenseurK;
TenseurSmin= 1/(3 Min[km, kc]) TenseurJ + 1/(2 Min[ $\mu_m$ ,  $\mu_c$ ])
TenseurK;
Print["Tenseurs de rigidité et de souplesses des matériaux le
plus rigide et le plus souple Cmax ET Cmin"]
TenseurCmax//MatrixForm
TenseurCmin//MatrixForm
TenseurSmax//MatrixForm
TenseurSmin//MatrixForm
(*Entrée du tenseur de concentration d'Eshelby pour inclusion
ellipsoïdale de révolution*)

CoefG = r/(r^2-1)^(3/2) (r (r^2-1)^(1/2)- ArcCosh[r])
TenseurEsh=Table[0, {i, 1, 3}, {j, 1, 3}, {k, 1, 3}, {1, 1,
3}];

```

```

TenseurEsh[[1, 1, 1, 1]]=1/(2(1-vm))*(1 - 2vm +(3r^2-1)/(r^2-1)-(1 - 2vm +(3r^2)/(r^2-1))*CoefG);
TenseurEsh[[2, 2, 2, 2]]=(3/(8(1-vm)))(r^2/(r^2-1))+1/(4(1-vm))(1 - 2vm - 9/(4(r^2-1))) CoefG;
TenseurEsh[[3, 3, 3, 3]] = TenseurEsh[[2, 2, 2, 2]];
TenseurEsh[[2, 2, 3, 3]] = 1/(4(1-vm))(r^2/(2(r^2-1)) - (1 - 2vm + 3/(4(r^2-1)))) CoefG;
TenseurEsh[[3, 3, 2, 2]]= TenseurEsh[[2, 2, 3, 3]];
TenseurEsh[[2, 2, 1, 1]] = -(1/(2(1-vm)))(r^2/(r^2-1))+1/(4(1-vm))((3r^2)/(r^2-1)-(1 - 2vm )) CoefG;
TenseurEsh[[3, 3, 1, 1]]=TenseurEsh[[2, 2, 1, 1]];
TenseurEsh[[1, 1, 2, 2]] = -(1/(2(1-vm)))(1 - 2vm +1/(r^2-1))+1/(2(1-vm))(1 - 2vm +3/(r^2-1)) CoefG;
TenseurEsh[[1, 1, 3, 3]]=TenseurEsh[[1, 1, 2, 2]];
TenseurEsh[[2, 3, 2, 3]] = (1/(4(1-vm)))(r^2/(2(r^2-1)))+(1 - 2vm -3/(4(r^2-1))) CoefG;
TenseurEsh[[3, 2, 3, 2]]=TenseurEsh[[2, 3, 2, 3]];
TenseurEsh[[1, 2, 1, 2]]=(1/(4(1-vm)))(1 - 2vm - (r^2+1)/(r^2-1))-1/2(1 - 2vm - (3(r^2+1))/(r^2-1)) CoefG;
TenseurEsh[[1, 3, 1, 3]]=TenseurEsh[[3, 2, 3, 2]];
(*Symétrie mineure*)
TenseurEsh[[3, 2, 2, 3]] = TenseurEsh[[2, 3, 2, 3]];
TenseurEsh[[2, 3, 3, 2]] = TenseurEsh[[2, 3, 2, 3]];
TenseurEsh[[3, 2, 3, 2]] = TenseurEsh[[2, 3, 2, 3]];

TenseurEsh[[2, 1, 1, 2]]=TenseurEsh[[1, 2, 1, 2]];
TenseurEsh[[1, 2, 2, 1]]=TenseurEsh[[1, 2, 1, 2]];
TenseurEsh[[2, 1, 2, 1]]=TenseurEsh[[1, 2, 1, 2]];

TenseurEsh[[3, 1, 1, 3]]=TenseurEsh[[1, 3, 1, 3]];
TenseurEsh[[1, 3, 3, 1]]=TenseurEsh[[1, 3, 1, 3]];
TenseurEsh[[3, 1, 3, 1]]=TenseurEsh[[1, 3, 1, 3]];

Print[" Tenseur de concentration d'Eshelby"];
TenseurEsh//MatrixForm
TenseurP =TensorContract[TensorProduct[TenseurEsh,
TenseurSmax], {{3,5},{4,6}} ];

Print[" Tenseur de polarisation de Hill pour borne max"];
TenseurP//MatrixForm

(*Détermination de la décomposition du Tenseur P*)
VecteurE3={1,0,0};

```

```

TenseurEL=TensorProduct[VecteurE3,VecteurE3,VecteurE3,VecteurE
3];
MatrixiT=IdentityMatrix[3]-TensorProduct[VecteurE3,VecteurE3];
TenseurJT=1/2 TensorProduct[MatrixiT, MatrixiT];
TenseurIT=Table[0, {i,1,3}, {j, 1,3},{k, 1,3},{l, 1,3}];
TenseurIT[[3,3,3,3]]=1;
TenseurIT[[2,2,2,2]]=1;
TenseurIT[[3,2,3,2]]=1/2;
TenseurIT[[3,2,2,3]]=TenseurIT[[3,2,3,2]];
TenseurIT[[2,3,3,2]]=TenseurIT[[3,2,3,2]];
TenseurIT[[2,3,2,3]]=TenseurIT[[3,2,3,2]];
TenseurKE=1/6 TensorProduct[(2
TensorProduct[VecteurE3,VecteurE3]-MatrixiT), (2
TensorProduct[VecteurE3,VecteurE3]-MatrixiT)];
TenseurF= Sqrt[2]/2 TensorProduct[MatrixiT, VecteurE3,
VecteurE3];
TenseurKT= TenseurIT - TenseurJT;
TenseurKL =TenseurK-TenseurKT-TenseurKE;
TenseurFT=TensorTranspose[TenseurF, {3,4,1,2}];

Print["Affichage des tenseurs orthogonaux de décomposition de
P"];
(*TenseurEL//MatrixForm
MatrixiT//MatrixForm
TenseurJT//MatrixForm
TenseurIT//MatrixForm
TenseurKE//MatrixForm
TenseurKL//MatrixForm
TenseurKT//MatrixForm
TenseurF//MatrixForm
TenseurFT//MatrixForm*)
coef $\alpha$ =TensorContract[TensorProduct[TenseurEL,TenseurP],{{1,7},
{3,5},{4,6},{2,8}}];
coef $\beta$ =TensorContract[TensorProduct[TenseurJT,TenseurP],{{1,7},{
3,5},{4,6},{2,8}}];
coef $\gamma$ =TensorContract[TensorProduct[TenseurFT,TenseurP],{{1,7},{
3,5},{4,6},{2,8}}];
coef $\gamma$ p=TensorContract[TensorProduct[TenseurF,TenseurP],{{1,7},{
3,5},{4,6},{2,8}}];
coef $\delta$ =(1/2)
TensorContract[TensorProduct[TenseurKT,TenseurP],{{1,7},{3,5},
{4,6},{2,8}}];

```

```

coefδp=(1/2)
TensorContract[TensorProduct[TenseurKL,TenseurP],{{1,7},{3,5},
{4,6},{2,8}}];
coefαc=coefβ/(coefα coefβ-coefγ^2);
coefβc=coefα/(coefα coefβ-coefγ^2);
coefγc=- coefγ/(coefα coefβ-coefγ^2);
coefγpc=- coefγ/(coefα coefβ-coefγ^2);
coefδc=1/coefδ;
coefδpc=1/coefδp;

Print["Affichage du tenseur P de Hill et de son inverse après
reconstitution"]
TenseurP = coefα TenseurEL + coefβ TenseurJT + coefγ TenseurF +
coefγp TenseurFT + coefδ TenseurKT + coefδp TenseurKL;
TenseurPinv = coefαc TenseurEL + coefβc TenseurJT + coefγc
TenseurF + coefγpc TenseurFT + coefδc TenseurKT + coefδpc
TenseurKL;
TenseurP//MatrixForm
TenseurPinv//MatrixForm

(*Calcul du tenseur d'influence de Hill*)
Print["Affichage du Tenseur CmaxStar"]
TenseurCmaxStar=TenseurPinv-TenseurCmax;
TenseurCmaxStar//MatrixForm

Print["Les sommes du tenseur de Hill avec chacun des tenseurs
Cm et Cc "]
TenseurCmaxStarCm=TenseurCmaxStar+TenseurCm;
TenseurCmaxStarCc=TenseurCmaxStar+TenseurCc;
TenseurCmaxStarCm//MatrixForm;
TenseurCmaxStarCc//MatrixForm;

Print["Affichage du tenseur (TenseurCmaxStar + Cc) et de son
inverse "]
coefα3=TensorContract[TensorProduct[TenseurEL,TenseurCmaxStarC
c],{{1,7},{3,5},{4,6},{2,8}}];
coefβ3=TensorContract[TensorProduct[TenseurJT,TenseurCmaxStarCc
],{{1,7},{3,5},{4,6},{2,8}}];
coefγ3=TensorContract[TensorProduct[TenseurFT,TenseurCmaxStarCc
],{{1,7},{3,5},{4,6},{2,8}}];
coefγp3=TensorContract[TensorProduct[TenseurF,TenseurCmaxStarCc
],{{1,7},{3,5},{4,6},{2,8}}];

```

```

coefδ3=1/2
TensorContract[TensorProduct[TenseurKT,TenseurCmaxStarCc],{{1,
7},{3,5},{4,6},{2,8}}];
coefδp3=1/2
TensorContract[TensorProduct[TenseurKL,TenseurCmaxStarCc],{{1,
7},{3,5},{4,6},{2,8}}];
coefα3=coefβ3/(coefα3 coefβ3-coefγ3^2);
coefβc3=coefα3/(coefα3 coefβ3-coefγ3^2);
coefγc3=- coefγ3/(coefα3 coefβ3-coefγ3^2);
coefγpc3=- coefγ3/(coefα3 coefβ3-coefγ3^2);
coefδc3=1/coefδ3;
coefδpc3=1/coefδp3;
TenseurCmaxStarCc = coefα3 TenseurEL + coefβ3 TenseurJT +
coefγ3 TenseurF + coefγp3 TenseurFT + coefδ3 TenseurKT +
coefδp3 TenseurKL;
TenseurCmaxStarCcinv = coefαc3 TenseurEL + coefβc3 TenseurJT +
coefγc3 TenseurF + coefγpc3 TenseurFT + coefδc3 TenseurKT +
coefδpc3 TenseurKL;

TenseurCmaxStarCc//MatrixForm;
TenseurCmaxStarCcinv//MatrixForm;

Print["Affichage du tenseur (TenseurCmaxStar + Cm) et de son
inverse "]
coefα4=TensorContract[TensorProduct[TenseurEL,TenseurCmaxStarC
m],{{1,7},{3,5},{4,6},{2,8}}];
coefβ4=TensorContract[TensorProduct[TenseurJT,TenseurCmaxStarCm
],{{1,7},{3,5},{4,6},{2,8}}];
coefγ4=TensorContract[TensorProduct[TenseurFT,TenseurCmaxStarCm
],{{1,7},{3,5},{4,6},{2,8}}];
coefγp4=TensorContract[TensorProduct[TenseurF,TenseurCmaxStarCm
],{{1,7},{3,5},{4,6},{2,8}}];
coefδ4=1/2
TensorContract[TensorProduct[TenseurKT,TenseurCmaxStarCm],{{1,
7},{3,5},{4,6},{2,8}}];
coefδp4=1/2
TensorContract[TensorProduct[TenseurKL,TenseurCmaxStarCm],{{1,
7},{3,5},{4,6},{2,8}}];
coefαc4=coefβ4/(coefα4 coefβ4-coefγ4^2);
coefβc4=coefα4/(coefα4 coefβ4-coefγ4^2);
coefγc4=- coefγ4/(coefα4 coefβ4-coefγ4^2);

```

```

coefγpc4=- coefγ4/(coefα4 coefβ4-coefγ4^2);
coefδc4=1/coefδ4;
coefδpc4=1/coefδp4;
TenseurCmaxStarCm = coefα4 TenseurEL + coefβ4 TenseurJT +
coefγ4 TenseurF + coefγp4 TenseurFT + coefδ4 TenseurKT +
coefδp4 TenseurKL;
TenseurCmaxStarCminv = coefαc4 TenseurEL + coefβc4 TenseurJT +
coefγc4 TenseurF + coefγpc4 TenseurFT + coefδc4 TenseurKT +
coefδpc4 TenseurKL;

TenseurCmaxStarCm//MatrixForm;
TenseurCmaxStarCminv//MatrixForm;

Print["Affichage des TenseurAAA=Tenseur [Vm(Cmax*+Cm)^-
1+Vc(Cmax*+Cc)^-1] et de son inverse"]
TenseurAAA=(1-f)*TenseurCmaxStarCminv+f*TenseurCmaxStarCcinv;

coefα6=TensorContract[TensorProduct[TenseurEL,TenseurAAA],{{1,
7},{3,5},{4,6},{2,8}}];
coefβ6=TensorContract[TensorProduct[TenseurJT,TenseurAAA],{{1,7
},{3,5},{4,6},{2,8}}];
coefγ6=TensorContract[TensorProduct[TenseurFT,TenseurAAA],{{1,7
},{3,5},{4,6},{2,8}}];
coefγp6=TensorContract[TensorProduct[TenseurF,TenseurAAA],{{1,7
},{3,5},{4,6},{2,8}}];
coefδ6=1/2
TensorContract[TensorProduct[TenseurKT,TenseurAAA],{{1,7},{3,5
},{4,6},{2,8}}];
coefδp6=1/2
TensorContract[TensorProduct[TenseurKL,TenseurAAA],{{1,7},{3,5
},{4,6},{2,8}}];
coefαc6=coefβ6/(coefα6 coefβ6-coefγ6^2);
coefβc6=coefα6/(coefα6 coefβ6-coefγ6^2);
coefγc6=- coefγ6/(coefα6 coefβ6-coefγ6^2);
coefγpc6=- coefγ6/(coefα6 coefβ6-coefγ6^2);
coefδc6=1/coefδ6;
coefδpc6=1/coefδp6;
TenseurAAA = coefα6 TenseurEL + coefβ6 TenseurJT + coefγ6
TenseurF + coefγp6 TenseurFT + coefδ6 TenseurKT + coefδp6
TenseurKL;

```

```

TenseurAAAinv= coef $\alpha$ c6 TenseurEL + coef $\beta$ c6 TenseurJT + coef $\gamma$ c6
TenseurF + coef $\gamma$ pc6 TenseurFT + coef $\delta$ c6 TenseurKT + coef $\delta$ pc6
TenseurKL;
TenseurAAA//MatrixForm;
TenseurAAAinv//MatrixForm;
Print["Borne inférieure de Hashin-Strikman unidirectionnelle"]

TenseurHashinInf=TensorContract[TensorProduct[ ((1-
f)TensorContract[TensorProduct[TenseurCm,TenseurCmaxStarCminv]
,{3,5},{4,6}]]+ f
TensorContract[TensorProduct[TenseurCc,TenseurCmaxStarCcin],{
{3,5},{4,6}]]),TenseurAAAinv],{{3,5},{4,6}}];
TenseurHashinInf//MatrixForm

Print["Tenseur d'orientation a2 et détermination de a4"]
a2={{1/3,0,0},{0,1/3,0},{0,0,1/3}};
Id={{1,0,0},{0,1,0},{0,0,1}};
a4=Table[(-
1/35)*(Id[[i,j]]*Id[[k,1]]+Id[[i,k]]*Id[[j,1]]+Id[[i,1]]*Id[[j
,k]])+(1/7)*(a2[[i,j]]*Id[[k,1]]+a2[[i,k]]*Id[[j,1]]+a2[[i,1]]
*Id[[j,k]]+a2[[k,1]]*Id[[i,j]]+a2[[j,1]]*Id[[i,k]]+a2[[j,k]]*I
d[[i,1]]),{i,1,3},{j,1,3},{k,1,3},{1,1,3}];
a4=TensorProduct[a2, a2];
a2//MatrixForm
a4//MatrixForm

Print["Calcul des constantes B de la borne inférieure"]

Hsi=TenseurHashinInf;
B1i=Hsi[[1,1,1,1]]+Hsi[[2,2,2,2]]-2*Hsi[[1,1,2,2]]-
4*Hsi[[1,2,1,2]];
B2i=Hsi[[1,1,2,2]]-Hsi[[2,2,3,3]];
B3i=Hsi[[1,2,1,2]]+0.5*(Hsi[[2,2,3,3]]-Hsi[[2,2,2,
2]]);
B4i=Hsi[[2,2,3,3]];
B5i=1/2*(Hsi[[2,2,2,2]]-Hsi[[2,2,3,3]])

Print["Tenseur de rigidité effective du composite : borne
inférieure"]
Ti=Table[B1i*a4[[i,j,k,
1]]+B2i(a2[[i,j]]*Id[[k,1]]+a2[[k,1]]*Id[[i,j]])+B3i*(a2[[i,k]
]*Id[[j,1]]+a2[[i,1]]*Id[[j,k]]+a2[[j,1]]*Id[[i,k]]+a2[[j,k]]*
Id[[i,1]])+B4i*Id[[i,j]]*Id[[k,1]]+B5i*(Id[[i,k]]*Id[[j,1]]+Id
[[i,1]]*Id[[j,k]]),{i,1,3},{j,1,3},{k,1,3},{1,1,3}];

```

```
Ti//MatrixForm

Print["Les constantes de LAME lambda et mu sont données par :
"]
Lbdi=Ti[[1, 1, 2, 2]]
Mui=Ti[[1, 2, 1, 2]]
Print["Les caracteristiques mecaniques : E et epsilon sont :
"]
Myi=Mui*(3*Lbdi+2*Mui)/(Lbdi+Mui)
pi=((1/2) Lbdi)/(Lbdi+Mui)
```

Mori-Tanaka's model of estimation

```
f=0.80
Em=2.518;
Ec=73.08;
vm=0.413;
vc=0.172;
r=3.018;

(*Valeur des coefficients km kc μm et μc *)
km=Em/(3(1-2vm));
μm=Em/(2(1+vm));
kc=Ec/(3(1-2vc));
μc=Ec/(2(1+vc));
λm=(Em vm)/((1+vm) (1-2vm));
λc=(Ec vc)/((1+vc) (1-2vc));
TenseurI=Table[1/2 (KroneckerDelta[i, k]
KroneckerDelta[j,l]+KroneckerDelta[i,l] KroneckerDelta[j,k]),
{i, 1,3},{j, 1,3},{k, 1,3},{l, 1,3}];
TenseurJ=1/3 TensorProduct[IdentityMatrix[3],
IdentityMatrix[3]];
TenseurK= TenseurI - TenseurJ;
TenseurCm= 3km TenseurJ + 2μm TenseurK;
TenseurCc= 3kc TenseurJ + 2μc TenseurK;
TenseurI//MatrixForm;
TenseurJ//MatrixForm;
TenseurK//MatrixForm;
Print["Tenseurs Cm et Cc"]
TenseurCm//MatrixForm
TenseurCc//MatrixForm
(*MatrixCm = ({
{λm+2μm, λm, λm, 0, 0, 0},
```

```

{λm, λm+2μm, λm, 0, 0, 0},
{λm, λm, λm+2μm, 0, 0, 0},
{0, 0, 0, μm, 0, 0},
{0, 0, 0, 0, μm, 0},
{0, 0, 0, 0, 0, μm}
});
MatrixCc = ({
{λc+2μc, λc, λc, 0, 0, 0},
{λc, λc+2μc, λc, 0, 0, 0},
{λc, λc, λc+2μc, 0, 0, 0},
{0, 0, 0, μc, 0, 0},
{0, 0, 0, 0, μc, 0},
{0, 0, 0, 0, 0, μc}
});
MatrixCm//MatrixForm
MatrixCc//MatrixForm*)
(*Calcul de l'inverse des tenseurs*)

TenseurSm = 1/(3km) TenseurJ +1/(2μm) TenseurK;
TenseurSc = 1/(3kc) TenseurJ +1/(2μc) TenseurK;
Print["Tenseurs de souplesse Sm et Sc"];
TenseurSm//MatrixForm
TenseurSc//MatrixForm

(*MatrixSm=Inverse[MatrixCm];
MatrixSc=Inverse[MatrixCc];
MatrixSm//MatrixForm
MatrixSc//MatrixForm*)

TenseurCmax= 3 Max[km, kc] TenseurJ + 2 Max[μm, μc] TenseurK;
TenseurCmin=3 Min[km, kc] TenseurJ + 2 Min[μm, μc] TenseurK;
TenseurSmax= 1/(3 Max[km, kc]) TenseurJ + 1/(2 Max[μm, μc])
TenseurK;
TenseurSmin= 1/(3 Min[km, kc]) TenseurJ + 1/(2 Min[μm, μc])
TenseurK;
Print["Tenseurs de rigidité et de souplesses des matériaux le
plus rigide et le plus souple Cmax ET Cmin"]
TenseurCmax//MatrixForm
TenseurCmin//MatrixForm
TenseurSmax//MatrixForm
TenseurSmin//MatrixForm

```

```
(*Entrée du tenseur de concentration d'Eshelby pour inclusion
ellipsoïdale de révolution*)

CoefG = r/(r^2-1)^(3/2) (r (r^2-1)^(1/2)- ArcCosh[r])
TenseurEsh=Table[0, {i, 1, 3}, {j, 1, 3}, {k, 1, 3}, {l, 1,
3}];
TenseurEsh[[1, 1, 1, 1]]=1/(2(1-vm))*(1 - 2vm +(3r^2-1)/(r^2-
1)-(1 - 2vm +(3r^2)/(r^2-1))*CoefG);
TenseurEsh[[2, 2, 2, 2]]=(3/(8(1-vm)))(r^2/(r^2-1))+1/(4(1-
vm)) (1 - 2vm - 9/(4(r^2-1))) CoefG;
TenseurEsh[[3, 3, 3, 3]] = TenseurEsh[[2, 2, 2, 2]];
TenseurEsh[[2, 2, 3, 3]] = 1/(4(1-vm)) (r^2/(2(r^2-1)) - (1 -
2vm + 3/(4(r^2-1))) CoefG);
TenseurEsh[[3, 3, 2, 2]]= TenseurEsh[[2, 2, 3, 3]];
TenseurEsh[[2, 2, 1, 1]] = -(1/(2(1-vm)))(r^2/(r^2-1))+1/(4(1-
vm)) ((3r^2)/(r^2-1)-(1 - 2vm )) CoefG;
TenseurEsh[[3, 3, 1, 1]]=TenseurEsh[[2, 2, 1, 1]];
TenseurEsh[[1, 1, 2, 2]] = -(1/(2(1-vm)))(1 - 2vm +1/(r^2-
1))+1/(2(1-vm)) (1 - 2vm +3/(r^2-1)) CoefG;
TenseurEsh[[1, 1, 3, 3]]=TenseurEsh[[1, 1, 2, 2]];
TenseurEsh[[2, 3, 2, 3]] = (1/(4(1-vm)))(r^2/(2(r^2-1)))+(1 -
2vm -3/(4(r^2-1))) CoefG);
TenseurEsh[[3, 2, 3, 2]]=TenseurEsh[[2, 3, 2, 3]];
TenseurEsh[[1, 2, 1, 2]]=(1/(4(1-vm)))(1 - 2vm - (r^2+1)/(r^2-
1)-1/2 (1 - 2vm - (3(r^2+1))/(r^2-1)) CoefG);
TenseurEsh[[1, 3, 1, 3]]=TenseurEsh[[3, 2, 3, 2]];
(*Symétrie mineure*)
TenseurEsh[[3, 2, 2, 3]] = TenseurEsh[[2, 3, 2, 3]];
TenseurEsh[[2, 3, 3, 2]] = TenseurEsh[[2, 3, 2, 3]];
TenseurEsh[[3, 2, 3, 2]] = TenseurEsh[[2, 3, 2, 3]];

TenseurEsh[[2, 1, 1, 2]]=TenseurEsh[[1, 2, 1, 2]];
TenseurEsh[[1, 2, 2, 1]]=TenseurEsh[[1, 2, 1, 2]];
TenseurEsh[[2, 1, 2, 1]]=TenseurEsh[[1, 2, 1, 2]];

TenseurEsh[[3, 1, 1, 3]]=TenseurEsh[[1, 3, 1, 3]];
TenseurEsh[[1, 3, 3, 1]]=TenseurEsh[[1, 3, 1, 3]];
TenseurEsh[[3, 1, 3, 1]]=TenseurEsh[[1, 3, 1, 3]];

Print[" Tenseur de concentration d'Eshelby"];
TenseurEsh//MatrixForm
TenseurP =TensorContract[TensorProduct[TenseurEsh, TenseurSm],
{{3,5},{4,6}} ];
```

```

Print[" Tenseur de polarisation de Hill pour borne min"];
TenseurP//MatrixForm

(*Détermination du tenseur AEschelby*)
Print["Valeur de AEschelby est donnée par :"]
TenseurA1=TenseurI +
TensorContract[TensorProduct[TenseurP, (TenseurCc-TenseurCm)],
{{3,5},{4,6}}];
TenseurA1//MatrixForm
(*Détermination de la décomposition du Tenseur AEschelby*)
VecteurE3={1,0,0};
TenseurEL=TensorProduct[VecteurE3,VecteurE3,VecteurE3,VecteurE
3];
MatrixiT=IdentityMatrix[3]-TensorProduct[VecteurE3,VecteurE3];
TenseurJT=1/2 TensorProduct[MatrixiT, MatrixiT];
TenseurIT=Table[0, {i,1,3}, {j, 1,3},{k, 1,3},{l, 1,3}];
TenseurIT[[3,3,3,3]]=1;
TenseurIT[[2,2,2,2]]=1;
TenseurIT[[3,2,3,2]]=1/2;
TenseurIT[[3,2,2,3]]=TenseurIT[[3,2,3,2]];
TenseurIT[[2,3,3,2]]=TenseurIT[[3,2,3,2]];
TenseurIT[[2,3,2,3]]=TenseurIT[[3,2,3,2]];
TenseurKE=1/6 TensorProduct[(2
TensorProduct[VecteurE3,VecteurE3]-MatrixiT), (2
TensorProduct[VecteurE3,VecteurE3]-MatrixiT)];
TenseurF= Sqrt[2]/2 TensorProduct[MatrixiT, VecteurE3,
VecteurE3];
TenseurKT= TenseurIT - TenseurJT;
TenseurKL =TenseurK-TenseurKT-TenseurKE;
TenseurFT=TensorTranspose[TenseurF, {3,4,1,2}];
Print["Affichage des tenseurs orthogonaux de décomposition de
A1"];
(*TenseurEL//MatrixForm
MatrixiT//MatrixForm
TenseurJT//MatrixForm
TenseurIT//MatrixForm
TenseurKE//MatrixForm
TenseurKL//MatrixForm
TenseurKT//MatrixForm
TenseurF//MatrixForm
TenseurFT//MatrixForm*)
coef $\alpha$ =TensorContract[TensorProduct[TenseurEL,TenseurA1],{{1,7}
,{3,5},{4,6},{2,8}}];

```

```

coefβ=TensorContract[TensorProduct[TenseurJT,TenseurA1],{{1,7},
{3,5},{4,6},{2,8}}];
coefγ=TensorContract[TensorProduct[TenseurFT,TenseurA1],{{1,7},
{3,5},{4,6},{2,8}}];
coefγp=TensorContract[TensorProduct[TenseurF,TenseurA1],{{1,7},
{3,5},{4,6},{2,8}}];
coefδ=1/2
TensorContract[TensorProduct[TenseurKT,TenseurA1],{{1,7},{3,5},
{4,6},{2,8}}];
coefδp=1/2
TensorContract[TensorProduct[TenseurKL,TenseurA1],{{1,7},{3,5},
{4,6},{2,8}}];
coefαc=coefβ/(coefα coefβ-coefγ^2);
coefβc=coefα/(coefα coefβ-coefγ^2);
coefγc=- coefγ/(coefα coefβ-coefγ^2);
coefγpc=- coefγ/(coefα coefβ-coefγ^2);
coefδc=1/coefδ;
coefδpc=1/coefδp;

Print["Affichage du TenseurA1 et de AEshelby son inverse après
reconstitution"]
TenseurA1 = coefα TenseurEL + coefβ TenseurJT + coefγ TenseurF
+ coefγp TenseurFT + coefδ TenseurKT + coefδp TenseurKL;
AEshelby = coefαc TenseurEL + coefβc TenseurJT + coefγc
TenseurF + coefγpc TenseurFT + coefδc TenseurKT + coefδpc
TenseurKL;
TenseurA1//MatrixForm
AEshelby//MatrixForm

(*Tenseur Mori Tanaka*)
TenseurB1=((1-f) TenseurI + f AEshelby);
TenseurB1//MatrixForm

Print["Affichage du tenseur Mori Tanaka"]
coefα3=TensorContract[TensorProduct[TenseurEL,TenseurB1],{{1,7},
{3,5},{4,6},{2,8}}];
coefβ3=TensorContract[TensorProduct[TenseurJT,TenseurB1],{{1,7},
{3,5},{4,6},{2,8}}];
coefγ3=TensorContract[TensorProduct[TenseurFT,TenseurB1],{{1,7},
{3,5},{4,6},{2,8}}];
coefγp3=TensorContract[TensorProduct[TenseurF,TenseurB1],{{1,7},
{3,5},{4,6},{2,8}}];

```

```

coefδ3=1/2
TensorContract[TensorProduct[TenseurKT,TenseurB1],{{1,7},{3,5},
{4,6},{2,8}}];
coefδp3=1/2
TensorContract[TensorProduct[TenseurKL,TenseurB1],{{1,7},{3,5},
{4,6},{2,8}}];
coefα3=coefβ3/(coefα3 coefβ3-coefγ3^2);
coefβc3=coefα3/(coefα3 coefβ3-coefγ3^2);
coefγc3=- coefγ3/(coefα3 coefβ3-coefγ3^2);
coefγpc3=- coefγ3/(coefα3 coefβ3-coefγ3^2);
coefδc3=1/coefδ3;
coefδpc3=1/coefδp3;
TenseurB1 = coefα3 TenseurEL + coefβ3 TenseurJT + coefγ3
TenseurF + coefγp3 TenseurFT + coefδ3 TenseurKT + coefδp3
TenseurKL;
TenseurB1Inv = coefαc3 TenseurEL + coefβc3 TenseurJT + coefγc3
TenseurF + coefγpc3 TenseurFT + coefδc3 TenseurKT + coefδpc3
TenseurKL;

Print["Affichage du tenseur AMT"]
TenseurAMT=TensorContract[TensorProduct[AEshelby,
TenseurB1Inv], {{3,5},{4,6}} ];
TenseurB1//MatrixForm
TenseurAMT//MatrixForm

Print["Affichage du tenseur MT Unidirectionnel "]
TenseurCMTUD = TenseurCm + TensorContract[TensorProduct[f
(TenseurCc-TenseurCm), TenseurAMT], {{3,5},{4,6}} ];
TenseurCMTUD//MatrixForm

Print["Tenseur d'orientation a2 et détermination de a4"]
a2={{1/3,0,0},{0,1/3,0},{0,0,1/3}};
Id={{1,0,0},{0,1,0},{0,0,1}};
a4=Table[(-
1/35)*(Id[[i,j]]*Id[[k,l]]+Id[[i,k]]*Id[[j,l]]+Id[[i,l]]*Id[[j
,k]])+(1/7)*(a2[[i,j]]*Id[[k,l]]+a2[[i,k]]*Id[[j,l]]+a2[[i,l]]
*Id[[j,k]]+a2[[k,l]]*Id[[i,j]]+a2[[j,l]]*Id[[i,k]]+a2[[j,k]]*I
d[[i,l]]),{i, 1,3},{j,1,3},{k,1,3},{l,1,3}];
a4=TensorProduct[a2, a2];
a2//MatrixForm
a4//MatrixForm

Print["Calcul des constantes CM Homogénéisé de MT"]

```

```

Hsi=TenseurCMTUD;
B1i=Hsi[[1, 1, 1, 1]]+Hsi[[2, 2, 2, 2]]-2*Hsi[[1, 1, 2, 2]]-
4*Hsi[[1, 2, 1, 2]];
B2i=Hsi[[1, 1, 2, 2]]-Hsi[[2, 2, 3, 3]];
B3i=Hsi[[1, 2, 1, 2]]+0.5*(Hsi[[2, 2, 3, 3]]-Hsi[[2, 2, 2,
2]]);
B4i=Hsi[[2, 2, 3, 3]];
B5i=1/2*(Hsi[[2, 2, 2, 2]]-Hsi[[2, 2, 3, 3]]);

Print["Tenseur de rigidité effective du composite : borne
inférieure"]
Ti=Table[B1i*a4[[i, j, k,
l]]+B2i(a2[[i,j]]*Id[[k,l]]+a2[[k,l]]*Id[[i,j]])+B3i*(a2[[i,k]
]*Id[[j,l]]+a2[[i,l]]*Id[[j,k]]+a2[[j,l]]*Id[[i,k]]+a2[[j,k]]*
Id[[i,l]])+B4i*Id[[i,j]]*Id[[k,l]]+B5i*(Id[[i,k]]*Id[[j,l]]+Id
[[i,l]]*Id[[j,k]]),{i,1,3},{j,1,3},{k,1,3},{l,1,3}];
Ti//MatrixForm

Print["Les constantes de LAME lambda et mu sont données par :
"]
Lbdi=Ti[[1, 1, 2, 2]]
Mui=Ti[[1, 2, 1, 2]]
Print["Les caracteristiques mecaniques : E et upsilon sont :
"]
Myi=Mui*(3*Lbdi+2*Mui)/(Lbdi+Mui)
pi=((1/2)*Lbdi)/(Lbdi+Mui)

```


Résumé

Avec l'évolution de l'humanité il est proposé des constructions modernes à base de matériaux conventionnels. Ceci n'est pas sans conséquence car de nos jours le secteur de la construction est le premier consommateur d'énergie et le deuxième émetteur de CO₂ dans le monde. Ceci a un impact significatif sur le climat de la planète. Il s'avère donc indispensable de nos jours de mettre au point des matériaux qui respectent au mieux l'environnement à travers leur faible pouvoir d'émission de gaz à effet de serre et qui consomment peu d'énergie. C'est dans cette démarche que s'inscrit le présent travail de recherche qui contribuera au développement des matériaux écologiques pour la construction. Il s'intéresse à l'étude des propriétés élastiques d'un composite à matrice argileuse, renforcé avec des pailles végétales de riz. Au regard des résultats obtenus, il est montré que ce matériau utilisé de façon traditionnelle en milieu rural possède des caractéristiques intéressantes, qui constituent des raisons de sa vulgarisation auprès des constructeurs.

Les essais expérimentaux en liaison avec l'étude microstructurale a permis de mieux maîtriser non seulement la répartition des fibres dans la matrice, mais aussi de définir la formulation optimale du composite. La variation de la fraction volumique des pailles, nous permet de mettre en évidence l'influence des pailles sur le matériau terre. Les pailles jouent le rôle des armatures dans le matériau composite argile-pailles de riz (banco). Elles améliorent la résistance en traction et en compression jusqu'à un seuil de 25% de proportion volumique. Il est apparu que le module de Young baisse avec l'évolution de la fraction volumique et que sa plus grande valeur est obtenue lorsque la fraction volumique est de 25%.

La modélisation multi-échelle en vue de la prédiction du comportement élastique du composite banco a été réalisée dans ce travail, à travers les modèles analytiques de Mori-Tanaka, Hashin-Strikman, les bornes de Voigt et Reuss. Une étude numérique a été faite à l'aide du logiciel Digimat dont le module éléments finis FE et le module semi-analytique MF ont été utilisés. L'étude du comportement du matériau a été menée uniquement en élasticité. A l'aide de ces modèles, nous avons pu remonter aux propriétés intrinsèques des constituants du composite (les propriétés élastiques des pailles de riz et de la matrice argileuse, l'aspect ratio des pailles de riz, l'orientation géométrique des inclusions végétales, la fraction volumique des inclusions). Nous avons remarqué que les modèles de Mori-Tanaka et le modèle Digimat MF prédisent au mieux le comportement élastique du composite argile-pailles de riz.

Mot clés : banco, caractéristiques mécaniques, élasticité, modélisation micromécanique, étude numérique

Abstract

With the evolution of humanity, modern constructions are proposed based on conventional materials. This is not without consequence because today the construction sector is the largest consumer of energy and the second emitter of CO₂ in the world. This significantly impacts the climate of the planet. It is therefore essential today to develop materials that best respect the environment through their low greenhouse gas emission power and which consume little energy. This research is part of this process, which will contribute to the development of ecological materials for construction. We are interested in studying the elastic properties of a clay matrix composite, reinforced with vegetable rice straws. In view of the results obtained, it is shown that this material used in a traditional way in rural areas has interesting characteristics, which constitute reasons for its popularization with builders.

The experimental tests in conjunction with the microstructural study made it possible to better control not only the distribution of the fibres in the matrix, but also to define the optimal formulation. The variation in the volume fraction of straws allows us to highlight the influence of straws on the earth material. Straws play the role of reinforcements in the clay-rice straw composite material (banco). They improve the tensile and compressive strength up to a threshold of 25% by volume proportion. It appeared that the Young's modulus decreases with the evolution of the volume fraction and that its greatest value is obtained when the volume fraction is 25%.

Multi-scale modelling for the prediction of the elastic behaviour of the banco composite was carried out in this work, through the analytical models of Mori-Tanaka, Hashin-Strikman, the bounds of Voigt and Reuss. A numerical study was made using the Digimat software, of which the finite element module and the MF semi-analytical module were used. The study of the behaviour of the material was carried out only in elasticity. Using these models, we were able to go back to the intrinsic properties of the constituents of the composite (the elastic properties of rice straws and the clay matrix, the aspect ratio of rice straws, the geometric orientation of inclusions, the volume fraction of inclusions). We have noticed that the Mori-Tanaka models and the Digimat MF model best predict the elastic behaviour of the clay-rice straw composite.

Keywords : banco, mechanical characteristics, elasticity, micromechanical modelling, numerical study